

Titre: Avancées dans la caractérisation et la modélisation du
comportement des sols non saturés : protocoles expérimentaux,
fiabilité numérique et milieux stratifiés

Auteur: Arij Krifa

Date: 2025

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Krifa, A. (2025). Avancées dans la caractérisation et la modélisation du
comportement des sols non saturés : protocoles expérimentaux, fiabilité
numérique et milieux stratifiés [Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal].
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/69261/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/69261/>

**Directeurs de
recherche:** Robert P. Chapuis

Programme: Génie Minéral

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Avancées dans la caractérisation et la modélisation du comportement des sols non saturés :
protocoles expérimentaux, fiabilité numérique et milieux stratifiés

ARIJ KRIFA

Département des génies civil, géologique et des mines

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de Philosophiæ Doctor

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES

Septembre 2025

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

Avancées dans la caractérisation et la modélisation du comportement des sols non saturés : protocoles expérimentaux, fiabilité numérique et milieux stratifiés

présentée par Arij KRIFA

en vue de l'obtention du diplôme de Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Mr. Bruno Bussière, président

Mr. Robert P. Chapuis, membre et directeur de recherche

Mr. Mamert Mbonimpa, membre

Mrs Farimah Masrouri, membre externe

DÉDICACE

À ma famille,

REMERCIEMENTS

Avant tout, je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance et ma sincère admiration à mon directeur de recherche, le Professeur Robert P. Chapuis. Alors que ma thèse de doctorat touche à sa fin, je me souviens encore avec clarté de ma première visite dans son bureau, où nous avons discuté de mon parcours académique et de mes projets futurs. Au cours de ces cinq années, il m'a guidé avec des conseils pratiques pour la présentation de graphiques scientifiques, m'a aidé à améliorer mes compétences rédactionnelles, a toujours répondu avec patience à mes questions, même les plus simples, et m'a encouragé à participer à des conférences et concours, tout en m'offrant de nombreuses sources d'inspiration. Il a su incarner le modèle du chercheur rigoureux, tout en me laissant l'autonomie nécessaire pour développer mes travaux. Sa bienveillance et ses paroles encourageantes m'ont accompagné tout au long de ce parcours. Son encadrement et son soutien représentent un précieux héritage dans mon cheminement personnel et académique.

Je suis également reconnaissante envers Madame Nora El-Harrak et Monsieur Patrick Bernèche, techniciens de laboratoire, pour leur soutien technique précieux, leur professionnalisme et leur disponibilité constante. Leur assistance a été essentielle à la réalisation des travaux expérimentaux de cette recherche.

Je tiens à exprimer ma gratitude à mes collègues pour leur présence, leur entraide et les moments partagés tout au long de cette aventure doctorale. Une mention toute particulière à Madame Sirine Ben Slima, dont l'aide précieuse lors de mes essais, la rigueur scientifique et les compétences remarquables ont été d'un soutien inestimable dans la progression de mes travaux.

Je suis profondément reconnaissante envers tous les membres de ma famille et mes amis restés en Tunisie. Une pensée particulière à mes chers parents. Votre amour et votre soutien indéfectibles m'ont apporté la sérénité nécessaire pour mener à bien mes études à l'étranger.

J'exprime également toute ma gratitude à mon époux Riad. Merci pour ta présence bienveillante au quotidien et ton soutien tout au long de mes recherches. Tu as su illuminer les moments difficiles par ton humour et ta joie de vivre, et tu as toujours été à mes côtés lorsque je doutais de moi.

Je souhaite également remercier chaleureusement ma belle-famille, pour leur accueil généreux, leur compréhension constante et leurs encouragements sincères. Leur présence rassurante a été précieuse dans cette aventure personnelle et académique.

RÉSUMÉ

Cette thèse présente une étude approfondie du comportement hydraulique des sols non saturés, en intégrant des protocoles expérimentaux détaillés, des modèles prédictifs et des analyses numériques avancées afin d'améliorer la précision et la fiabilité des simulations d'écoulement transitoire dans des milieux poreux homogènes et stratifiés. Ce travail repose sur le constat que la mécanique des sols saturés ne permet pas de représenter adéquatement la complexité des conditions naturelles non saturées, notamment dans la zone vadose, où les sols subissent des cycles d'humidification et de dessiccation dus à l'infiltration, à l'évaporation et aux variations climatiques. Des applications en ingénierie géotechnique, telles que la stabilité des pentes sous pluie, les performances des couvertures de décharges ou la gestion des résidus miniers, exigent des modèles robustes capables de représenter ces systèmes dynamiques et souvent hétérogènes.

Un volet essentiel de cette recherche concerne la détermination expérimentale des courbes de rétention d'eau (CRE), qui décrivent la relation fondamentale entre la succion matricielle et la teneur en eau volumique. À l'aide de cellules de Tempe, des courbes de rétention ont été mesurées pour des sables silteux à des paliers de succion maintenus pendant 24, 48 et 72 heures. L'étude met en évidence une limite critique de la norme de 24 heures plus un délai d'observation pour estimer si l'équilibre a été atteint.

En effet, la mesure des faibles volumes d'eau s'écoulant de la cellule Tempe, particulièrement pour les sols à faible perméabilité, présente des difficultés notables. Ces volumes sont souvent proches de ou inférieurs à la sensibilité limite de l'appareil de mesure, ce qui accroît les incertitudes de mesure et peut donner l'impression que l'équilibre hydraulique est atteint alors qu'un drainage partiel persiste. Cette situation entraîne une sous-estimation de la teneur en eau et, par conséquent, une erreur dans la détermination de la courbe de rétention, en particulier pour les sables silteux et autres matériaux à drainage lent.

Cette erreur est ensuite aggravée par la faible conductivité hydraulique de la pierre poreuse située à la base de la cellule, qui limite l'écoulement et retarde l'atteinte de l'équilibre. Il en résulte une recommandation d'allonger la durée d'application de la succion à au moins 72 heures pour les matériaux fins, afin d'assurer un drainage complet et d'obtenir des mesures de CRE plus précises et représentatives.

Pour évaluer les performances prédictives des modèles de CRE dans la modélisation de l'écoulement non saturé, six formulations établies par Chapuis et al. (2015), liant les paramètres des modèles au diamètre effectif et à l'indice des vides, ont été testées. Les modèles utilisés sont ceux de Brooks et Corey (BC), van Genuchten (vG), Fredlund et Xing (FX), Lognormal (LN), ainsi que deux variantes du modèle modifié de Kovács (MK et MKc). En utilisant le logiciel SEEP/W, une colonne de 1,83 m remplie de billes de verre a été modélisée, et chaque modèle de CRE a été couplé avec trois fonctions de conductivité hydraulique non saturée : Mualem-van Genuchten, Mualem et Fredlund-Xing-Huang. Les résultats numériques ont été comparés aux données expérimentales de drainage publiées par Masse (2003). Parmi les combinaisons testées, le modèle Lognormal (LN), associé à la fonction de conductivité de Mualem-van Genuchten, a montré la meilleure précision prédictive ($R^2 = 0,95$; $RMSE = 0,005$). Les modèles MK et MKc ont systématiquement surestimé les volumes drainés, tandis que le modèle BC, bien qu'amélioré avec la fonction de Fredlund-Xing-Huang, a sous-estimé les phases intermédiaires de drainage. Ces résultats soulignent l'importance cruciale de la compatibilité entre le modèle de rétention et celui de conductivité pour prédire fidèlement les écoulements en milieu non saturé. Les conclusions, bien que robustes pour des milieux homogènes et unidimensionnels, méritent d'être étendues à des milieux hétérogènes et à des conditions de terrain plus complexes.

La thèse aborde également la question souvent négligée de la fiabilité numérique en intégrant une analyse de convergence H dans la modélisation des écoulements non saturés transitoires. En simulant l'infiltration en 1D par éléments finis, des variations systématiques des tailles d'éléments (ES) et des pas de temps (Δt) ont permis d'évaluer l'erreur numérique. Les courbes de convergence ont montré une relation quasi-linéaire (pente ≈ -1) en échelle log-log, confirmant une précision d'ordre 1 pour la charge hydraulique, la teneur en eau, la conductivité et la vitesse de suintement dans le domaine de convergence mathématique (MCD). En revanche, les simulations hors du MCD produisaient des résultats visuellement stables mais numériquement inexacts. Cette méthode de convergence de type-H constitue donc un outil rigoureux pour vérifier la qualité des résultats et définir les paramètres de discrétisation optimaux pour les simulations transitoires. Une étude complémentaire, menée sur une colonne 1D sous infiltration transitoire, a permis d'analyser l'interdépendance entre ES et Δt . Il en ressort que plus la discrétisation spatiale est fine, plus le pas de temps admissible se réduit, tandis que des maillages grossiers autorisent de plus grands Δt mais au prix d'erreurs accrues. Une relation de type loi de puissance a été identifiée entre ES et le Δt_{max} .

tolérable pour rester dans le MCD, soulignant le compromis fondamental entre précision numérique et coût computationnel. Ces résultats fournissent un cadre pratique pour optimiser la discrétisation dans la modélisation des écoulements non saturés.

Dans son dernier volet, la thèse examine l'écoulement en milieu stratifié verticalement composé de 15 couches sédimentaires présentant des distributions granulométriques distinctes mais partiellement chevauchantes. Une courbe de rétention équivalente pour l'ensemble du profil a d'abord été estimée en calculant une CRE pour chaque couche, à partir des modes granulométriques dominants identifiés par la Méthode de Décomposition Modale (MDM). Chaque WRC de couche a été pondérée en fonction de l'épaisseur relative de la couche par rapport à l'épaisseur totale du profil stratifié, puis combinée pour obtenir une courbe unique représentative. En parallèle, le profil a été divisé en trois sections composites (chacune regroupant cinq couches consécutives classées par élévation), pour lesquelles une CRE équivalente a été estimée selon le même principe. Une CRE globale a ensuite été dérivée en combinant ces trois courbes de succion, pondérées selon l'épaisseur relative de chaque section.

Les résultats ont montré que la CRE équivalente basée sur les trois sections était pratiquement identique à celle issue des 15 couches individuelles, en forme comme en comportement hydrique, ce qui s'explique par la finesse des couches et la similarité de leur texture. Cela justifie l'utilisation de simplifications verticales dans des contextes similaires. Toutefois, la thèse souligne que cette équivalence pourrait ne pas s'appliquer à des milieux plus hétérogènes, notamment ceux composés d'un nombre substantiel de couches ou présentant une variabilité marquée en granulométrie, porosité ou structure. Dans de tels cas, la simplification pourrait masquer des effets hydrauliques importants, comme les chemins d'écoulement préférentiels ou les barrières capillaires, conduisant à des prédictions non conservatrices. La méthode MDM se révèle ainsi être un outil puissant, polyvalent et rigoureux pour la caractérisation hydraulique équivalente de milieux stratifiés, avec des applications prometteuses en modélisation d'érosion, de transport de polluants ou de profils de sols complexes.

En résumé, cette thèse apporte plusieurs contributions originales à la mécanique des sols non saturés : elle remet en question les protocoles standards de mesure des CRE en proposant des ajustements fondés sur l'équilibre hydraulique ; elle compare six modèles de CRE et trois fonctions de conductivité dans les simulations de drainage ; elle introduit l'analyse de convergence H pour

valider la fiabilité des modèles numériques transitoires ; et elle évalue la validité des simplifications verticales dans les milieux stratifiés. L'ensemble de ces travaux offre un cadre méthodologique complet pour améliorer la modélisation et l'interprétation des écoulements non saturés transitoires en ingénierie géotechnique et environnementale.

ABSTRACT

This dissertation presents a comprehensive investigation into the hydraulic behavior of unsaturated soils, integrating detailed experimental procedures, predictive modeling, and advanced numerical analysis to improve the accuracy and reliability of transient flow simulations in both homogeneous and stratified porous media. The work is grounded in the recognition that traditional saturated soil mechanics fail to capture the complexities of natural unsaturated conditions, particularly in the vadose zone where soils experience cyclic variations in moisture due to infiltration, evaporation, and climate-driven changes. Applications in geotechnical engineering, such as slope stability under rainfall, landfill cover performance, and mine tailings management, demand robust models that can represent these dynamic and often heterogeneous systems.

An essential component of this research concerns the experimental determination of water retention curves (WRCs), which describe the fundamental relationship between matric suction and volumetric water content. Using Tempe cells, retention curves were measured for silty sands at suction steps maintained for 24, 48, and 72 hours. The study highlights a critical limitation of the conventional 24-hour standard, along with the need for an additional observation period to verify whether hydraulic equilibrium has been reached.

Indeed, measuring the very small volumes of water draining from the Tempe cell, particularly for low-permeability soils, presents significant challenges. These volumes are often close to or lower than the detection limit of the measuring apparatus, which increases measurement uncertainty and may create the false impression that hydraulic equilibrium has been achieved while partial drainage is still occurring. This situation leads to an underestimation of the water content and, consequently, to errors in determining the retention curve, especially for silty sands and other materials characterized by slow drainage.

This error is further aggravated by the low hydraulic conductivity of the porous stone located at the base of the cell, which restricts flow and delays the attainment of equilibrium. As a result, it is recommended that the suction duration be extended to at least 72 hours for fine-grained materials to ensure complete drainage and obtain more accurate and representative WRC measurements.

To evaluate the predictive performance of WRC models in unsaturated flow modeling, six formulations established by Chapuis et al. (2015), which relate model parameters to effective diameter and void ratio, were tested. The models used include those of Brooks and Corey (BC), van Genuchten (vG), Fredlund and Xing (FX), Lognormal (LN), as well as two variants of the modified Kovács model (MK and MKc). Using the SEEP/W software, a 1.83 m column filled with glass beads was modeled, and each WRC model was coupled with three unsaturated hydraulic conductivity functions: Mualem-van Genuchten, Mualem, and Fredlund-Xing-Huang. The numerical results were then compared with experimental drainage data previously published by Masse (2003). Among the tested combinations, the Lognormal (LN) model demonstrated the highest predictive accuracy, especially when used with the Mualem-van Genuchten conductivity function, achieving $R^2 = 0.95$ and $RMSE = 0.005$. The MK and MKc models consistently overestimated drainage volumes, while the BC model showed improved performance when paired with the Fredlund-Xing-Huang function but underestimated flow during intermediate drainage phases. These results highlight the importance of WRC conductivity model compatibility in accurately capturing unsaturated flow behavior. While the findings offer valuable insights for modeling coarse, homogeneous soils under one-dimensional conditions, future studies are needed to extend these evaluations to heterogeneous materials and more complex flow scenarios.

The dissertation also addresses the often-overlooked issue of numerical reliability by integrating H-convergence analysis into the modeling of transient unsaturated seepage. Using finite element modeling of 1D infiltration, the study systematically varied spatial (element size ES) and temporal (time step Δt) discretization to evaluate numerical error. Convergence plots revealed a near-linear relationship (slope ≈ -1) in log-log space, confirming first-order accuracy for hydraulic head, water content, hydraulic conductivity and seepage velocity within the mathematical convergence domain (MCD). However, simulations conducted outside the MCD produced results that appeared stable but deviated significantly from true solutions. The introduction of H-convergence thus offers a rigorous tool for verifying solution quality and defining optimal discretization parameters for transient unsaturated flow problems. Building on this, a complementary investigation was performed using a 1D column under transient infiltration to explore the coupling between ES and Δt . The analysis revealed that finer spatial discretization significantly narrows the permissible time step range, requiring smaller Δt values to preserve convergence, while coarser meshes allow for larger time steps but at the cost of increased numerical error. A power-law relationship was

identified between the ES and the corresponding maximum $\Delta t_{\max}$ needed to remain within the MCD, illustrating a fundamental trade-off between computational efficiency and simulation accuracy. Together, these findings provide a practical framework for selecting optimal discretization parameters in unsaturated seepage modeling, ensuring both numerical reliability and resource-effective computation.

In its final component, the dissertation investigates water movement through vertically stratified soils composed of 15 sedimentary layers, each with unique but sometimes overlapping grain size distributions. To capture the unsaturated hydraulic behavior of this complex system, an equivalent WRC for the entire stratified profile was first estimated by deriving the WRC for each of the 15 individual layers. This was accomplished using a Modal Decomposition Method (MDM), where the modes in each layer's grain size distribution were identified, and used to estimate the layer's WRC. These individual WRCs were then combined into a single equivalent WRC for the full profile by assigning weighting factors based on the relative thickness of each layer compared to the total thickness of the stratified medium.

In a parallel analysis, the entire profile was divided into three composite sections, each composed of five consecutive layers grouped by their elevations. An equivalent WRC was estimated for each of the three sections using the same MDM approach, weighting each layer's contribution to the section's equivalent WRC. Finally, an equivalent WRC for the entire profile was constructed by combining the three section-level curves, again using relative thickness as the weighting criterion.

The results showed that the equivalent WRC derived from the three-section model was nearly indistinguishable from that derived from the full 15-layer configuration. This strong agreement is attributed to the relatively thin nature of the layers and their similar textural characteristics, which resulted in limited hydraulic contrast across the profile. However, the study cautions that this equivalence may not be applicable in more heterogeneous media, particularly those composed of a substantially higher number of layers or with greater variability in grain size and porosity. In such cases, simplification could obscure critical hydraulic behaviors, such as preferential flow paths or capillary barriers, leading to non-conservative predictions. Therefore, while the MDM offers a robust and versatile framework for estimating equivalent hydraulic behavior, its application must be carefully adapted to the degree of stratification and heterogeneity present in the system.

In summary, this dissertation makes several original contributions to the field of unsaturated soil mechanics by challenging standard WRC testing protocols and proposing equilibrium-based refinements, benchmarking six WRC models and three hydraulic conductivity functions for drainage simulation, applying H-convergence as a tool for validating numerical accuracy in transient modeling, and evaluating the validity of simplifying stratified profiles into composite sections. Together, these efforts offer a comprehensive methodological framework for improving the modeling and interpretation of transient unsaturated flow in geotechnical and environmental engineering.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	I
REMERCIEMENTS	II
RÉSUMÉ.....	III
ABSTRACT	VII
TABLE DES MATIÈRES	XI
LISTE DES TABLEAUX.....	XV
LISTE DES FIGURES.....	XVI
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	XIX
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1 Contexte et motivation	1
1.2 Structure de la thèse	2
1.3 Objectifs de la recherche	3
CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE.....	4
2.1 Théorie des sols non saturés.....	4
2.1.1 Succion matricielle.....	5
2.2 Écoulements dans les milieux poreux non saturés	8
2.2.1 Courbe de rétention d'eau (CRE).....	11
2.2.2 Fonction de perméabilité	26
2.2.3 La conductivité hydraulique saturée k_{sat}	29
2.2.4 Influence de l'effet d'hystérésis sur la CRE.....	34
2.3 Modélisation numérique et analyse de la convergence	37

CHAPITRE 3	ARTICLE 1: IMPACT OF FIXED SUCTION DURATION ON WATER RETENTION CURVE ACCURACY IN SILTY SANDS: EXPERIMENTAL AND NUMERICAL INSIGHTS	40
3.1	Introduction	41
3.2	WRC and descriptive models	45
3.3	Methodology	48
3.3.1	Materials	48
3.4	Experimental Results	49
3.4.1	Tempe Cell Procedure	49
3.4.2	Evaporation Assessment Using Open Burettes	51
3.4.3	Best fit analysis	54
3.5	Numerical predictions	58
3.5.1	Numerical model configuration	58
3.5.2	Numerical results	61
3.6	Discussion	65
3.7	Conclusion	67
CHAPITRE 4	ARTICLE 2: EVALUATING WATER RETENTION CURVE MODELS FOR SIMULATING DRAINAGE BEHAVIOR IN UNSATURATED GLASS BEADS: A NUMERICAL AND EXPERIMENTAL STUDY	69
4.1	Introduction	70
4.2	Materials and methods	73
4.2.1	Numerical code	73
4.2.2	WRC and predictive models	74
4.2.3	The macroscopic model of Mualem (1978)	77
4.2.4	The statistical model of Mualem-van Genuchten (1980)	78

4.2.5	The statistical model of Fredlund-Xing-Huang (1994).....	78
4.3	Methodology	79
4.4	Results	81
4.5	Discussion	86
4.6	Conclusion.....	88
CHAPITRE 5 ARTICLE 3: USING H-CONVERGENCE TO CALCULATE THE NUMERICAL ERRORS FOR 1D UNSATURATED SEEPAGE IN TRANSIENT CONDITIONS.....		
5.1	Introduction	90
5.2	Materials and Methods	93
5.2.1	Software	93
5.2.2	Methodology	94
5.2.3	Numerical model configuration	96
5.3	Numerical convergence analysis	98
5.3.1	Background	98
5.4	Discussion	109
5.5	Conclusion.....	110
CHAPITRE 6 ARTICLE 4: H-CONVERGENCE ANALYSIS OF SPATIAL AND TEMPORAL DISCRETIZATION IN TRANSIENT UNSATURATED SEEPAGE MODELING.....		
6.1	Introduction	112
6.2	Materials and Methods	115
6.2.1	Software	115
6.3	Numerical model setup.....	115
6.4	Background	116

6.5	Results	117
6.5.1	Results for the hydraulic head	117
6.5.2	Results for the volumetric water content θ	120
6.5.3	Error plots.....	122
6.6	Discussion	124
6.7	Conclusion.....	125
CHAPITRE 7 LA COURBE DE RÉTENTION ÉQUIVALENTE DANS LES SOLS STRATIFIÉS.....		127
7.1	Revue de la littérature (Contexte)	127
7.2	Méthodologie	132
7.3	Discussion	143
CHAPITRE 8 DISCUSSIONS GÉNÉRALES.....		145
CHAPITRE 9 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS		152
9.1	Conclusion.....	152
9.2	Recommendations et limitations	154
BIBLIOGRAPHIE		156

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2-1 Trois équations statistiques bien connues pour la perméabilité relative (tirées de Zhang, 2016).	29
Tableau 3-1 Geotechnical properties of the silty sand.	49
Tableau 3-2 Evaporation volume loss over 72 hours for three open burettes with different diameters.	51
Tableau 3-3 Best fit of the predictive model results against the experimental data.....	56
Tableau 3-4 WRC defining parameters.....	59
Tableau 4-1 Geotechnical properties of the glass beads.	79
Tableau 4-2 Comparison of R^2 and $RMSE$ values for each WRC model with the three different unsaturated hydraulic conductivity prediction functions.	85
Tableau 7-1 Caractéristiques granulométriques et statistiques des couches sédimentaires.	136

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 Illustration du profil du sous-sol en dessous et au-dessus de la nappe phréatique (tirée de Fredlund et al. 2012).....	6
Figure 2.2 Schématisation d'un volume élémentaire de sol (tirée de Bussière, 1999).....	9
Figure 2.3 Exemples de CRE pour les sables sableux, limoneux et argileux (tirés de Fredlund et al. 2012).....	13
Figure 2.4 Effet hystérésis dans une courbe de rétention (tirée de Vanapalli et al. 2002).....	35
Figure 3.1 Schematic water retention curves illustrating parameter definitions for fine-textured soils.....	46
Figure 3.2 Grain size distribution of the silty sand.	49
Figure 3.3 Tempe cells used in WRC measurements.....	51
Figure 3.4 Numerically predicted drained flow rate vs time.....	52
Figure 3.5 Experimental WRC for 24-hour, 48-hour, and 72-hour suction increments.	54
Figure 3.6 Best-fit analysis on the experimental data: (a) 24-hour suction increment;(b) 48-hour suction increment; (c) 72-hour suction increment.....	56
Figure 3.7 The distribution of the residuals for the LN, BC, and vG models and their best fits with the lognormal distribution function.....	57
Figure 3.8 Geometry of the Tempe cell in the numerical model.	58
Figure 3.9 The WRC of the silty sand based on the BC model.	59
Figure 3.10 Unsaturated hydraulic conductivity of the silty sand.....	60
Figure 3.11 Numerical WRC for 24-hour, 48-hour, and 72-hour suction increments: (a) $k_{PS} = 2.59 \times 10^{-11}$ m/s; (b) $k_{PS} = 2.59 \times 10^{-10}$; (c) $k_{PS} = 2.5 \times 10^{-9}$ m/s.....	62
Figure 3.12 Distribution of residuals for 24-hour,48-hour, and 72-hour suction increments for $k_{PS} = 2.59e^{-11}$ m/s.....	63
Figure 3.13 Numerical water retention curves for different values of k_{PS} with the 24-hour suction increment.	64

Figure 4.1 Predicted and experimental water retention curves for the glass beads.	80
Figure 4.2 Comparison of the drainage curves with the experimental curve plotted in a log-log scale: (a) Mualem-van Genuchten; (b) Mualem and (c) Fredlund-Xing-Huang.	82
Figure 4.3 Comparison of the drainage curves with the experimental curve plotted in a semi-log scale: (a) Mualem-van Genuchten; (b) Mualem and (c) Fredlund- Xing-Huang.	83
Figure 4.4 Comparison of $k(u)$ curves for predicted WRC models using the Mualem-van Genuchten function.....	84
Figure 5.1 Grain size distribution of the sand used in the numerical modeling.....	94
Figure 5.2 Unsaturated hydraulic properties of the sand: (a) the water retention curve; (b) the unsaturated hydraulic conductivity curve.	96
Figure 5.3 Geometry of the sand column in the numerical model.	97
Figure 5.4 Numerical solutions versus all ES at $z = 2$ m: (a) the hydraulic head; (b) the hydraulic conductivity ;(c) the volumetric water content and (d) the vertical water velocity.	100
Figure 5.5 Numerical solutions for ES between 0.1 and 5 cm at $z = 2$ m: (a) the hydraulic head; (b) the hydraulic conductivity; (c) the volumetric water content and (d) the vertical water velocity.	101
Figure 5.6 The log of the error versus the log of ES	102
Figure 5.7 Numerical solutions versus all Δt at $z = 2$ m: (a) the hydraulic head; (b) the hydraulic conductivity; (c) the volumetric water content and (d) the vertical water velocity.	103
Figure 5.8 Numerical solution versus Δt between 0.01 s and 2.5 s: (a) hydraulic head; (b) hydraulic conductivity; (c) volumetric water content and (d) vertical water velocity.	104
Figure 5.9 The log of the error versus the log of Δt	105
Figure 5.10 The slope of the volumetric content versus the suction function at different column heights with $\Delta t = 1$ s and $ES = 5$ cm.	107
Figure 5.11 The slope of the volumetric content versus the suction function at different elevations with $\Delta t = 50$ s and $ES = 10$ cm.	108
Figure 6.1 Geometry of the sand column in the numerical model.	116

Figure 6.2 Numerical solutions for h versus all Δt at $z = 1.99$ m: (a) $ES = 0.5$ cm; (b) $ES = 1$ cm; (c) $ES = 2$ cm and (d) $ES = 10$ cm.	118
Figure 6.3 Numerical solutions for h ($z = 1.99$ m) versus Δt in the MCD: (a) $ES = 0.5$ cm; (b) $ES = 1$ cm; (c) $ES = 2$ cm and (d) $ES = 10$ cm.	119
Figure 6.4 Numerical solutions for θ versus all Δt at $z = 1.99$ m: (a) $ES = 0.5$ cm; (b) $ES = 1$ cm; (c) $ES = 2$ cm, and (d) $ES = 10$ cm.	120
Figure 6.5 Numerical solutions for θ ($z = 1.99$ m) versus Δt in the MCD: (a) $ES = 0.5$ cm; (b) $ES = 1$ cm; (c) $ES = 2$ cm and (d) $ES = 10$ cm.	121
Figure 6.6 The log of the error on h ($z = 1.99$ m) versus the log of Δt	122
Figure 6.7 The log of $\Delta t_{\max}$ versus the log of ES at $z = 1.99$ m.	123
Figure 7.1 Photo du milieu stratifié échantillonné.	133
Figure 7.2 Les courbes granulométriques des 15 couches.	133
Figure 7.3 Best fit de la granulométrie de la couche 3 avec la MDM. La notation M1 0.805 indique que le mode 1 représente 80.5% de la masse solide totale.	134
Figure 7.4 Les trois ajustements de la MDM (fits avec un, deux, ou trois modes) pour la dérivé	135
Figure 7.5 Écart type versus la moyenne pour tous les modes.	137
Figure 7.6 Les trois constituants unimodaux de toutes les données granulométriques.	138
Figure 7.7 CRE des 15 couches avec la CRE équivalente qui en résulte.	140
Figure 7.8 CRE équivalente des trois sections.	142
Figure 7.9 CRE équivalente par couche versus CRE équivalente par section.	143

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

a_{cMK}	Constante des matériaux du modèle MK
a_{FX}	Paramètre de lissage associé à la pression d'entrée d'air du modèle FX
AEV	La valeur d'entrée d'air (kPa)
ANFIS	Systèmes d'inférence neuro-flou adaptatifs
BC	Modèle de Brooks et Corey
C_0	Constante de modèle de Terzaghi pour la prédiction de K_{sat}
C_u	Coefficient d'uniformité
C_g	Constante de modèle de Mbonimpa pour la prédiction de K_{sat}
CM2	Le Centre de Caractérisation Microscopique des Matériaux
CRE/WRC	Courbe de rétention d'eau
$C(\psi)$	Fonction de correction
d_{10}	Diamètre des grains correspondant à 10% passant de la courbe granulométrique (mm)
d_{50}	Diamètre des grains correspondant à 50% passant de la courbe granulométrique (mm)
d_{60}	Diamètre des grains correspondant à 60% passant de la courbe granulométrique (mm)
DH	Diamètre équivalent (m)
e	Indice des vides
ES	Taille des éléments (cm)
ERT	Tomographie de résistivité électrique
FX	Modèle de Fredlund et Xing
g	Accélération gravitationnelle ($\approx 9,8 \text{ m/s}^2$)
G_s	Densité des solides (grains)

GSD	Courbe granulométrique
h	Charge hydraulique (m)
h_c	Remontée capillaire (m)
h_{co}	Valeur de remontée d'eau à une valeur intermédiaire entre ψ_a et ψ_r propre au modèle MK (m)
i	Gradient hydraulique
k_r	Conductivité hydraulique relative (m/s)
k_{sat}	Conductivité hydraulique saturée (m/s)
k_x, k_y, k_z	Conductivité hydraulique dans les directions x, y, z (m/s)
kPS	Conductivité hydraulique de la pierre poreuse (m/s)
k_z	Conductivité hydraulique verticale (m/s)
$k(u)/k(\theta)/k(\psi)$	Courbe de conductivité hydraulique non saturée (m/s)
LN	Modèle log normal
LCLD	Test de drainage en colonne à longue durée
l	Paramètre qui représente la connectivité des pores
m	Pourcentage massique du mode obtenu par MDM
m_{FX}	Paramètre connecté à la zone résiduelle de la CRE du modèle FX
m_{Mk}	Constante reliée au C_u propre au modèle MK
m_{vG}	Constante empirique affectant la forme de la courbe CRE pour le modèle vG
MCD	Domaine de convergence mathématique
MDM	Méthode de décomposition modale
ME	Erreur mathématique
MK	Modèle de Kovács Modifié
MKc	Modèle de Kovács Modifié proposé par (Chapuis 2015)

n_{vG}	Constante empirique affectant la forme de la courbe CRE pour le modèle vG
n	Porosité
n_{FX}	Paramètre relié à la pente entre u_{aFX} et u_{rFX}
NCE	Erreur de convergence numérique
NCD	Domaine de convergence numérique
PDI	Le modèle Peters-Durner-Ide
q	Débit spécifique (m/s)
q_x, q_y, q_z	Débit spécifique (m/s) dans les directions x, y, z
r	Rayon du tube capillaire (m)
R^2	Coefficient de détermination
REV	Représentative elementary volume (m ³)
$RMSE$	Erreur quadratique moyenne
S_a	Composante de force d'adhésion pour le modèle MK
S_c	Composante de force capillaire pour le modèle MK
S_e	Degré de saturation effectif
S_r	Degré de saturation
S_{r_r}	Degré de saturation résiduelle
S_s	Surface spécifique (m ² /kg)
t	Temps (s)
T	Température (°C)
TEROS 21	Capteur de potentiel hydrique du sol
TCT	Tenseur de tortuosité-connectivité
TDR	Réflectométrie dans le domaine temporel
T_j	Épaisseur de la couche j (cm)

T_s	Tension de surface liquide-vapeur kg/s^2
T_{sec}	Épaisseur totale de la section s
u	Pression interstitielle (kPa)
u_a	Pression de l'air dans les pores (kPa)
u_w	Pression de l'eau dans les pores (kPa)
u_{ij}	Composante i du vecteur u_i à l'itération j
$\bar{u}_t$	Solution réelle du modèle numérique
$u_{\text{BC}}/u_{\text{aBC}}$	Pression d'entrée d'air du modèle BC (kPa)
u_{rBC}	Succion à la pression résiduelle du modèle BC (kPa)
u_{aFX}	Pression d'entrée d'air du modèle FX (kPa)
u_{rFX}	Succion à la teneur en eau résiduelle du modèle FX (kPa)
$UNCC$	Critère de convergence numérique défini par l'utilisateur
v	Vitesse d'écoulement (m/s)
vG	Modèle de van Genuchten
V_z	Vitesse d'écoulement verticale (m/s)
w_{jk}	Pourcentage massique du mode k au sein de la couche j (%)
W_j	Poids de la couche j par rapport à l'ensemble du profil
W_s	Poids relatif de la section s par rapport à l'ensemble du profil
z	Élévation (m)
α_{vG}	Constante empirique affectant la forme la CRE du modèle vG
γ_w	Poids volumique de l'eau ($\approx 9,8 \text{ kN/m}^3$)
μ_w	Viscosité dynamique de l'eau (Pa.s)
ρ_w	Masse volumique de l'eau (kg/m^3)
μ	Moyenne d'une distribution log-normale

μT	Viscosité dynamique de l'eau à la température T (Pa.s)
$\mu 10$	Viscosité dynamique de l'eau à la température de 10°C (Pa.s)
ζ	Variable d'intégration
θ	Teneur en eau volumique (m ³ /m ³)
θ_e	Teneur en eau réduite ou effective (m ³ /m ³)
θ_r	Teneur en eau résiduelle (m ³ /m ³)
θ_s / θ_{sat}	Teneur en eau volumique à saturation (m ³ /m ³)
θ'	Dérivée de la teneur en eau du modèle de FX
θ_n	Teneur en eau volumique au temps précédent (m ³ /m ³)
θ_{n+1}	Teneur en eau volumique au pas du temps actuel (m ³ /m ³)
$\theta_j(\psi)$	CRE de la couche j
$\theta_{jk}(\psi)$	CRE du mode k qui appartient à la couche j
$\theta_{eq}(\psi) / CRE_{eq}$	CRE équivalente
$\theta_s(\psi)$	CRE de la section
λ_{BC}	Indice de distribution des pores propre au modèle BC
ρ_s	Masse volumique des solides
ρ_w	Masse volumique de l'eau (kg/m ³)
σ	Écart-type d'une distribution log-normale
ψ	Succion matricielle ou pression négative (kPa)
ψ_a	Pression d'entrée d'air (kPa)
ψ_{aBC}	Pression d'entrée d'air du modèle BC (kPa)
ψ_{rBC}	Succion à la pression résiduelle du modèle BC (kPa)
ψ_{aFX}	Pression d'entrée d'air du modèle FX (kPa)
ψ_{rFX}	Succion à la teneur en eau résiduelle du model FX (kPa)

ψ_n	Succion de normalisation associée modèle MK (kPa)
ψ_r / u_r	Succion correspondant à la teneur en eau résiduelle (kPa)
ψ_{rMK}	Succion correspondant à la teneur en eau résiduelle du modèle MK (kPa)
ψ_0	Succion propre au modèle MK fixée à 107 kPa
Δq	Changement de débit (m/s)
Δt	Pas de temps (s)
$\Delta t_{\max}$	Pas de temps maximal assurant une convergence mathématique
$\Delta x, \Delta y$ et Δz	Variation de distance dans les directions x, y et z [m]

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Contexte et motivation

La compréhension du comportement hydrique des sols non saturés constitue aujourd'hui un enjeu fondamental en ingénierie géotechnique et environnementale. Contrairement aux sols saturés, dont le cadre théorique repose sur des lois bien établies, les milieux non saturés présentent une complexité accrue liée à la coexistence de phases liquide et gazeuse dans les pores, à la succion matricielle variable, ainsi qu'à l'hétérogénéité des conditions naturelles. Cette complexité est particulièrement marquée dans la zone vadose, située entre la surface du sol et la nappe phréatique, où les variations climatiques, les cycles de précipitation et d'évaporation, ainsi que les processus d'infiltration, engendrent des conditions transitoires difficiles à modéliser. Dans ces contextes, les propriétés hydrauliques et mécaniques d'un sol non saturé, évoluent de manière continue, rendant les phénomènes d'écoulement plus difficiles à prédire.

L'ingénierie moderne, confrontée à des défis croissants tels que la stabilité des pentes en climat humide, la performance des barrières de confinement pour déchets, la gestion hydrique des couvertures de résidus miniers ou encore la sécurisation d'infrastructures en zone semi-aride, exige des outils prédictifs capables de simuler avec précision les écoulements en milieu non saturé. La loi de Richards, qui gouverne ces phénomènes, requiert pour sa calibration des fonctions hydrauliques fiables, en particulier la courbe de rétention d'eau (CRE) et la fonction de conductivité hydraulique non saturée. Ces fonctions sont sensibles à la méthode de mesure, aux conditions expérimentales, et aux propriétés du sol, et leur fiabilité conditionne directement la précision des simulations numériques dans les environnements d'ingénierie.

L'importance croissante accordée à la gestion durable des ressources en eau renforce la nécessité de mieux comprendre et modéliser les comportements hydrauliques en milieu non saturé. Les outils numériques, désormais couramment employés, s'appuient sur des hypothèses simplificatrices qui doivent être soigneusement vérifiées par des données expérimentales et des solutions théoriques. Dans ce contexte, il est essentiel de veiller à ce que les résultats ne soient pas trop sensibles aux conditions aux limites, et que les incertitudes liées aux calculs numériques soient bien contrôlées, afin de garantir la fiabilité des simulations.

Ce besoin de fiabilité est encore plus important lorsqu'on travaille avec des sols non saturés stratifiés. Dans ces milieux, les différences entre les couches, par exemple en termes de taille de grains, de porosité ou de densité, peuvent avoir un impact important sur la manière dont l'eau circule et est retenue dans le sol. Ces variations peuvent modifier la vitesse des écoulements, créer des zones de rétention de l'eau ou au contraire des chemins préférentiels de drainage, et rendre la modélisation plus complexe. Pour cette raison, il est important de bien comprendre comment ces différences influencent le comportement global du sol, surtout lorsqu'on cherche à simplifier ce comportement pour bien le modéliser avec des outils numériques.

Face à cette complexité inhérente aux milieux non saturés et à l'exigence croissante de fiabilité dans les outils de simulation, on a orienté ce travail de recherche vers une meilleure compréhension des comportements hydrauliques en milieu non saturé, tant du point de vue expérimental que numérique. Ce choix découle d'un constat récurrent dans la littérature et dans les pratiques de laboratoire : les approches existantes, bien qu'abouties dans certains cas, présentent des limites dès lorsqu'il s'agit de milieux à faible perméabilité, de conditions transitoires, ou encore de milieux hétérogènes stratifiés.

1.2 Structure de la thèse

La présente thèse est structurée en neuf chapitres, chacun abordant une étape spécifique de la démarche scientifique suivie. Le chapitre 1 expose le contexte, la problématique et les motivations générales ayant conduit à ce travail. Le chapitre 2 est consacré à une revue de la littérature sur la théorie des sols non saturés, les modèles de courbes de rétention d'eau, les fonctions de conductivité hydraulique, et les méthodes numériques de modélisation.

Les chapitres suivants adoptent une rédaction par articles. Le chapitre 3 présente une étude expérimentale pour savoir comment la durée de succion dans une cellule Tempe impacte la CRE obtenue, mettant en évidence la nécessité d'ajustements méthodologiques pour certains sols. Le chapitre 4 compare les capacités de six modèles prédictifs de la CRE, associés à différentes fonctions de conductivité hydraulique, pour modéliser les résultats expérimentaux du drainage d'une colonne de billes de verre.

Le chapitre 5 traite de l'application de l'analyse de convergence de type-H à un modèle numérique 1D d'infiltration transitoire, tandis que le chapitre 6 étend cette analyse en étudiant l'influence

synchronisée de la discrétisation spatiale et temporelle sur la précision numérique. Le chapitre 7 s'intéresse à la modélisation des écoulements dans un sol stratifié à 15 couches, pour lequel une CRE équivalente est déterminée à l'aide de la méthode de décomposition modale.

Enfin, le chapitre 8 propose une discussion générale des résultats obtenus et les pistes futures à explorer, tandis que le chapitre 9 présente une conclusion générale de l'ensemble de l'étude et discute des principales limites rencontrées, afin de dégager des pistes pertinentes pour des recherches futures.

1.3 Objectifs de la recherche

Ce travail de thèse a pour objectif principal d'améliorer la compréhension et la modélisation des écoulements en milieux poreux non saturés, en développant des approches plus rigoureuses sur les trois plans : expérimental, numérique et méthodologique. Plus spécifiquement, les objectifs poursuivis sont les suivants :

1. Évaluer la validité des protocoles standards de mesure des courbes de rétention d'eau (CRE ou WRC) avec la cellule Tempe, en particulier la durée des paliers de succion, afin de proposer des recommandations adaptées aux sols non plastiques à faible perméabilité dont la perméabilité hydraulique devient très faible pour des fortes succions.
2. Comparer les performances prédictives de différents modèles de CRE, associés à diverses fonctions de conductivité hydraulique, dans la simulation de l'écoulement non saturé en colonne expérimentale.
3. Analyser la fiabilité numérique des modélisations des écoulements non saturés transitoires à l'aide d'une méthode de convergence de type- H, afin d'identifier les paramètres optimaux de discrétisation (taille des éléments et pas de temps) pour garantir la précision des résultats numériques simulés.
4. Étudier la représentativité hydraulique équivalente de milieux stratifiés, en développant une méthode d'équivalence basée sur la décomposition modale des distributions granulométriques, et en évaluant la validité des simplifications verticales.

CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE

2.1 Théorie des sols non saturés

Un sol non saturé est défini comme un sol dont les vides contiennent à la fois de l'eau et de l'air, avec une pression interstitielle négative. Selon Fredlund et al. (2012), ce type de sol se compose de trois phases distinctes : solide, liquide et gazeuse. La phase solide est constituée des grains de sol, la phase liquide comprend l'eau et l'air, et la phase gazeuse contient de l'air et de la vapeur d'eau.

En ingénierie géotechnique, la couche située entre la surface du sol et la nappe phréatique est appelée zone non saturée et présente une pression interstitielle négative (Lu & Likos, 2004). Le profil du sous-sol peut être divisé en deux zones en fonction de la nappe phréatique : la zone saturée et la zone non saturée. Comme l'illustre la Figure 2.1, sous la nappe phréatique, les vides sont entièrement remplis d'eau et la pression interstitielle est positive (van Genuchten, 1980). En revanche, au-dessus de la nappe phréatique, les vides du sol contiennent progressivement un mélange d'air et d'eau à mesure que la succion augmente. La transition entre la zone saturée et la zone non saturée se produit lorsque la succion atteint la valeur d'entrée d'air (AEV), c'est-à-dire le point où l'air commence à pénétrer dans les vides du sol. Dans cette zone non saturée, le degré de saturation du sol varie entre 0 % et 100 % (Fredlund & Rahardjo, 1993).

Juste au-dessus de la nappe phréatique se trouve la zone capillaire, qui reste saturée mais présente une pression interstitielle négative. Cette zone correspond à la partie saturée du sol où l'eau est retenue par capillarité dans les pores, bien que la pression soit inférieure à la pression atmosphérique. Il est important de distinguer cette zone capillaire saturée de la hauteur capillaire h_c , calculée à partir de l'équation (2.36), qui représente la distance théorique jusqu'à laquelle l'eau peut s'élever par capillarité au-dessus de la nappe phréatique dans un milieu poreux idéal. En pratique, la zone capillaire réelle peut être plus épaisse, car elle dépend non seulement de la taille moyenne des pores, mais aussi de leur distribution et de la connectivité du réseau poreux.

La hauteur de l'eau capillaire au-dessus de la nappe phréatique dépend donc de la taille et de la distribution des pores du sol, influençant ainsi les forces capillaires : plus les pores sont petits, plus

la hauteur capillaire est élevée, tandis que des pores plus grands entraînent une hauteur capillaire plus faible (Bear, 2013). À mesure que le sol s'assèche au-delà de cette zone, la pression interstitielle devient de plus en plus négative.

2.1.1 Succion matricielle

2.1.1.1 Concept de la succion matricielle

La succion matricielle est un paramètre essentiel qui influence l'état des contraintes dans le sol. Elle correspond à la différence entre la pression de l'air interstitiel et la pression de l'eau interstitielle (Fredlund et al., 2012). La succion matricielle résulte des deux types de forces :

Les forces d'adsorption résultent de l'interaction entre l'eau et la surface des grains qui constituent le sol. Ces forces sont dominantes dans les sols argileux, où les particules de petite taille augmentent la surface spécifique disponible pour l'adsorption (Lu & Likos, 2004).

Les forces capillaires sont dues aux tensions créées par l'interface air-eau dans les pores du sol. Plus le rayon des pores est petit, plus la force capillaire est importante, ce qui contribue à une succion matricielle plus élevée (Fredlund et al., 2012).

Les sols non saturés dans la nature présentent une pression interstitielle négative par rapport à la pression atmosphérique. Cela signifie que la succion matricielle est généralement négative (Lu & Likos, 2004). En pratique, cette succion varie de 0 à environ 100 kPa pour les sols sableux et jusqu'à 300 à 500 kPa pour les sols argileux (Ridley & Burland, 1993 ; Take & Bolton, 2003).

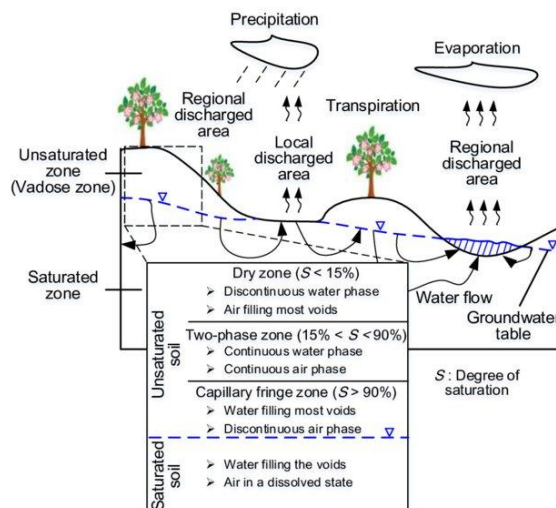


Figure 2.1 Illustration du profil du sous-sol en dessous et au-dessus de la nappe phréatique (tirée de Fredlund et al. 2012).

La succion matricielle varie considérablement selon le type de sol en raison de ses caractéristiques de porosité, de granulométrie et de capacité de rétention d'eau. Dans les sols sableux, la grande taille des pores favorise un drainage rapide et limite la rétention d'eau, ce qui entraîne une succion relativement faible, généralement comprise entre 0 et 100 kPa dans des conditions humides à modérées (Ridley & Burland, 1993). En revanche, les sols limoneux, qui possèdent une granulométrie intermédiaire, ont une capacité de rétention d'eau plus élevée que les sols sableux, conduisant ainsi à une succion matricielle modérée (Lu & Likos, 2004). Les argiles, en raison de la très petite taille de leurs pores et de leur forte surface spécifique, présentent une capacité de rétention d'eau élevée et une faible perméabilité. Cela entraîne des valeurs de succion nettement plus importantes, souvent comprises entre 300 et 500 kPa, et pouvant dépasser ces seuils sous des conditions de sécheresse prolongée (Take & Bolton, 2003). Ces variations de succion matricielle influencent directement le comportement mécanique des sols, notamment leur résistance et leur stabilité.

2.1.1.2 Méthodes de mesure de la succion matricielle

Des efforts considérables ont été déployés aussi bien en laboratoire que sur le terrain afin de développer des techniques de mesure de la succion matricielle, qui se divisent en deux grandes catégories : les méthodes de mesure directe et indirecte.

2.1.1.2.1 Méthodes de mesure directes

Ces méthodes reposent sur l'observation directe de la pression interstitielle négative de l'eau contenue dans le sol (Take & Bolton, 2003). Elles nécessitent l'utilisation d'une céramique poreuse saturée servant d'interface entre le sol et le dispositif de mesure. Cette céramique ne laisse passer l'eau que lorsqu'elle est complètement saturée (Marinho et al., 2009).

Les tensiomètres sont les capteurs les plus couramment employés, depuis plusieurs décennies, pour mesurer directement la succion matricielle. Un tensiomètre classique est composé d'une céramique poreuse à forte valeur d'entrée d'air, d'un réservoir d'eau et d'un manomètre pour mesurer la pression. Une version améliorée, plus répandue aujourd'hui, est appelée tensiomètre à remplissage rapide (jet-fill tensiometer). Une autre variante, le tensiomètre à petite pointe, fonctionne de manière similaire, mais avec une taille plus réduite. Ces capteurs sont particulièrement adaptés pour mesurer des succions matricielles allant jusqu'à 80 kPa (Askarinejad et al., 2013).

Bien que le tensiomètre conventionnel soit principalement utilisé sur le terrain, des recherches ont permis d'améliorer cette technique en étendant la plage de mesure de la succion matricielle, en réduisant la taille du capteur et en accélérant le temps de réponse. Ces améliorations ont permis son application non seulement en extérieur (Cui et al., 2008), mais également dans de petites colonnes de sol ou des centrifugeuses géotechniques (Guan & Fredlund, 1999 ; Meilani et al., 2002 ; Muraleetharan & Granger, 1999 ; Ridley & Burland, 1993 ; Take & Bolton, 2003).

2.1.1.2.2 Méthodes de mesures indirectes

Les méthodes de mesure indirectes de la succion matricielle reposent sur des corrélations établies avec d'autres paramètres mesurables, tels que la conductivité thermique. À partir de ces paramètres, il est possible d'estimer la succion matricielle en utilisant des relations préétablies. Cependant, ces méthodes nécessitent une calibration avancée des capteurs afin d'assurer des mesures précises. Une étude approfondie de ces techniques par Tan et al. (2007) a montré que les capteurs de conductivité thermique peuvent fournir des mesures fiables sur le long terme, à condition que les procédures d'installation soient rigoureuses et adaptées aux caractéristiques du sol étudié.

Parmi ces méthodes, le capteur de dissipation thermique (Heat Dissipation Sensor - HDS) est l'un des dispositifs les plus couramment utilisés. Il est composé d'un élément chauffant, d'un capteur

de température et d'une petite céramique poreuse cylindrique. Cette dernière atteint un état d'équilibre avec la teneur en eau de l'environnement adjacent qui est le sol. La succion matricielle est alors estimée grâce aux propriétés thermiques du matériau poreux, en s'appuyant sur une courbe d'étalonnage préalable.

Ces dernières années, l'HDS a gagné en popularité pour l'étude des sols non saturés, en raison de son potentiel en tant qu'outil fiable pour la mesure de la succion matricielle. Bien qu'à l'origine conçu pour des applications sur le terrain, ce capteur peut également être utilisé pour des tests en laboratoire sur des échantillons de sol de petite taille (Sattler & Fredlund, 1989).

Il existe plusieurs capteurs permettant une mesure indirecte de la succion matricielle, notamment les capteurs à tige poreuse, les capteurs à résistance électrique (comme le capteur Watermark), les capteurs tensiométriques capacitifs (comme le TEROS 21), ainsi que les capteurs à conductivité thermique. Chacun de ces capteurs repose sur des relations empiriques ou physico-chimiques entre une grandeur mesurable et la succion, et nécessite une calibration adaptée au type de sol étudié (Bussière & Guittonny, 2020).

2.2 Écoulements dans les milieux poreux non saturés

La charge hydraulique h permet de quantifier l'énergie potentielle (par unité de masse) dont dispose l'eau en un point (x, y, z) . En régime d'écoulement lent, on peut l'évaluer à partir de l'équation de Bernoulli ci-dessous :

$$h(x, y, z) = z + \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g}, \quad (2.1)$$

où z est l'altitude (m) du point considéré, u représente la pression (kPa) de l'eau, γ_w est le poids volumique de l'eau (kN/m^3), v la vitesse de l'eau (m/s) et g l'accélération de gravité ($\approx 9,8 \text{ m/s}^2$).

Dans la plupart des problèmes d'hydraulique souterraine, le terme cinétique $\frac{v^2}{2g}$ est négligeable, car la vitesse de l'eau est très faible. La charge hydraulique se réduit alors généralement à :

$$h \approx z + \frac{u}{\gamma_w} \quad (2.2)$$

Dans un milieu 1D, l'écoulement de l'eau souterraine entre deux points suit la loi de Darcy :

$$q = -k \times i \quad (2.3)$$

où q (m/s) est le débit spécifique ou bien la vitesse de Darcy, k (m/s) la conductivité hydraulique du sol saturé et i le gradient hydraulique, qui peut s'exprimer entre deux points A et B par la variation de la charge rapportée à la distance verticale :

$$i = \frac{h(A) - h(B)}{z_A - z_B} = \frac{dh}{dz} \quad (2.4)$$

Lorsque le milieu n'est pas isotrope ou quand il faut représenter l'écoulement en trois dimensions, on élargit la loi de Darcy en recourant à un tenseur de conductivité :

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

où q_i est le débit unitaire selon l'axe i , k_{ij} la valeur de la conductivité hydraulique dans la direction ij , et i_i le gradient selon l'axe i . Cette formulation (Équation 2.5) demeure valable tant que le matériau est saturé.

La généralisation de la loi de Darcy s'applique aux écoulements dans des milieux poreux saturés. Pour modéliser l'écoulement de l'eau dans des sols non saturés, on peut utiliser une équation dérivée de l'équation de continuité et de la forme généralisée de la loi de Darcy. Pour ce faire, il est nécessaire de définir un volume élémentaire de sol, illustré à la figure 2.1, dont les dimensions sont Δx , Δy et Δz , ce qui donne un volume total de $(\Delta x)(\Delta y)(\Delta z)$. Dans ce volume, représenté sur la figure ci-dessous, l'écoulement s'effectue le long de l'axe x et le débit analysé correspond au débit spécifique q (Martin, 2003).

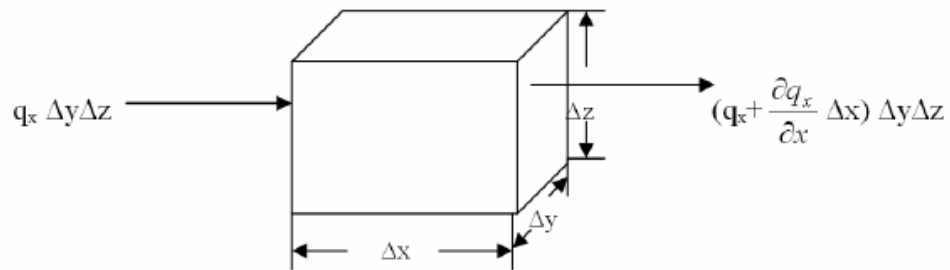


Figure 2.2 Schématisation d'un volume élémentaire de sol (tirée de Bussière, 1999).

D'après la Figure 2.2 ci-dessus, la différence entre le débit entrant et le débit sortant est exprimée comme suit :

$$\Delta q_x = q_x \Delta y \Delta z - \left[q_x + \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} \right) \Delta x \right] \Delta y \Delta z \quad (2.6)$$

Si la variation du débit spécifique Δq_x est positive, cela signifie que le débit quittant l'élément unitaire est inférieur au débit entrant, indiquant ainsi une recharge de cet élément. À l'inverse, si Δq_x est négatif, le débit sortant dépasse le débit entrant, ce qui implique un drainage de l'élément. Cette variation correspond à un changement du volume d'eau contenu dans le volume élémentaire de sol par unité de temps et peut être exprimée par la relation suivante :

$$\Delta q = - \left(\frac{\partial q}{\partial x} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.7)$$

En tenant compte du changement de la teneur en eau volumique ($\theta = V_w/V_t$), la recharge peut être aussi exprimée ainsi :

$$\Delta q = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.8)$$

En égalisant entre les équations 2.6 et 2.7, on obtient :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right) = - \left(\frac{\partial q}{\partial x} \right) \quad (2.9)$$

Dans les trois dimensions de l'espace, l'équation 2.9 devient :

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial t} \right) = - \left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \quad (2.10)$$

Les équations 2.4 et 2.5, issues de la loi de Darcy, permettent d'exprimer le débit spécifique le long de chaque axe en fonction de la conductivité hydraulique du milieu ainsi que du gradient hydraulique :

$$q = - \left(k_x \frac{\partial h}{\partial x} + k_y \frac{\partial h}{\partial y} + k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (2.11)$$

Selon Fredlund et Rahardjo (1993), dans la zone située au-dessus de la nappe phréatique, appelée aussi zone vadose, le sol se trouve dans des conditions de pression interstitielle négative. Le degré de saturation varie généralement entre 0 et 100 %, dépendamment de la profondeur et des

conditions hydriques locales. Dans cette zone, la pression de l'eau u_w est inférieure à celle de l'air u_a et donc la pression u exprimée par l'équation de Bernoulli se calcule comme suit :

$$u = u_w - u_a \quad (2.12)$$

À la limite supérieure de la nappe phréatique, la pression de l'eau u_w est égale à la pression atmosphérique u_a , rendant ainsi leur différence nulle (Équation 2.12). En dessous, le milieu est biphasique (sol et eau), sans air sous forme gazeuse dans les pores. Au-dessus de cette limite, de l'air peut être présent, entraînant une pression d'eau inférieure à celle de l'air, ce qui génère une succion ψ . Celle-ci est définie comme suit :

$$\psi = |u| \text{ si } u < 0 \quad (2.13)$$

Ou bien:

$$\psi = |u_w - u_a| = u_a - u_w \text{ si } u_a > u_w \quad (2.14)$$

A partir de l'équation 2.11, et en supposant que la conductivité hydraulique dans un milieu non saturé est variable et dépend de la succion, Richards (1931) a développé l'équation de conservation suivante qui gouverne les écoulements dans les milieux non saturés :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(\psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z(\psi) \frac{\partial h}{\partial z} \right) \quad (2.15)$$

2.2.1 Courbe de rétention d'eau (CRE)

La courbe de rétention d'eau est aussi référée dans la littérature par d'autres noms divers tels que la courbe caractéristique de succion (Fredlund & Rahardjo, 1993), ou courbe de succion du sol (Yong, 2000). Selon de Castro et al. (2022), la CRE est habituellement définie par la relation entre la teneur en eau volumique θ et la succion matricielle ψ . Toutefois, on la retrouve aussi dans la littérature sous d'autres formes, telles que la relation entre le degré de saturation S ou la teneur en eau massique w et la succion ψ .

La CRE joue un rôle crucial dans la compréhension des propriétés hydriques et mécaniques des sols car elle est utilisée pour prédire des propriétés essentielles telles que la conductivité hydraulique (Mualem, 1976), la conductivité thermique (Leong & Rahardjo, 1997) et la résistance au cisaillement des sols non saturés (Pham et al., 2023).

Les courbes de rétention d'eau sont habituellement représentées en échelle semi-logarithmique, avec la succion matricielle en abscisse (échelle logarithmique) et la teneur en eau volumique en ordonnée (échelle linéaire).

La courbe de rétention d'eau est divisée en trois zones : Premièrement, une zone de saturation où la teneur en eau volumique θ reste constante et égale à la teneur en eau volumique de saturation θ_s ($\approx$ porosité n) (van Genuchten, 1980). Deuxièmement, une zone transitoire qui correspond à une phase d'importante désaturation, où la teneur en eau volumique dépend fortement de la succion. La pente de cette relation, souvent linéaire, nous donne un « indice de distribution de la taille des pores » (Brooks & Corey, 1964). Cet indice fournit des informations cruciales sur la taille et le volume des pores. Des études ont déduit que pour des matériaux à granulométrie uniforme, les pentes de la partie linéaire de la courbe de rétention d'eau sont escarpées (Brooks & Corey, 1964 ; Gardner, 1958). En revanche, les matériaux dont la courbe granulométrique est étalée présentent des pentes assez douces (van Genuchten, 1980). Enfin, dans la zone dite résiduelle, la teneur en eau se stabilise autour de la valeur résiduelle (θ_r) et varie très peu ensuite, tandis que la pente de la courbe tend vers zéro, correspondant à la partie quasi horizontale lorsqu'elle est représentée en échelle semi-logarithmique. Cette phase traduit un état de désaturation quasi complète du sol, où les augmentations de succion n'entraînent que de très faibles variations de la teneur en eau. Ce comportement est bien décrit dans les modèles classiques de van Genuchten (1980), Gardner (1958), Brooks & Corey (1964), Fredlund & Xing (1994) et Vanapalli et al. (1999).

Il n'existe pas de définition universelle de la teneur en eau résiduelle θ_r , celle-ci variant selon le modèle considéré. Fredlund and Xing (1994) ont montré qu'on peut déterminer la valeur de la teneur en eau volumique résiduelle θ_r à l'intersection de la partie de drainage (deuxième zone) avec l'asymptote de la partie horizontale à grandes succions. Il n'existe pas dans la littérature de consensus quant à une définition générale de la teneur en eau volumique résiduelle, car les définitions de ce paramètre varient d'un modèle à un autre. Sur ce fait, Brooks and Corey (1964) définissent la teneur en eau résiduelle comme la valeur atteinte pour une succion matricielle infinie, tandis que van Genuchten (1980) considère la teneur en eau volumique résiduelle obtenue pour une succion d'environ 1500 kPa. Luckner et al. (1989) ont déduit que la teneur en eau volumique résiduelle est calculée lorsque la phase liquide présente une discontinuité dans le sol, ce qui correspond à un gradient hydraulique nul. Dans leur étude, Chapuis et al. (2015) définissent la

teneur en eau résiduelle θ_r comme la teneur en eau minimale correspondant à la fin du drainage capillaire, lorsque la phase liquide devient discontinue et que l'eau n'est retenue que sous forme de films d'adsorption autour des grains. Cette approche, développée pour des sols grossiers sans matière organique, relie θ_r à la structure du sol à travers l'indice des vides e et le diamètre effectif d_{10} . Malgré ces variations, un consensus existe entre les auteurs sur le fait que l'état résiduel d'un sol est atteint lorsque la phase liquide dans le sol devient discontinue et est isolée autour de l'air et des particules du squelette solide (Vanapalli et al., 1999). Ces trois zones sont délimitées par deux paramètres importants : la pression d'entrée d'air (ψ_a), et la succion résiduelle (ψ_r). Un exemple de CRE pour les sols sableux, limoneux et argileux est illustré dans la Figure 2.3

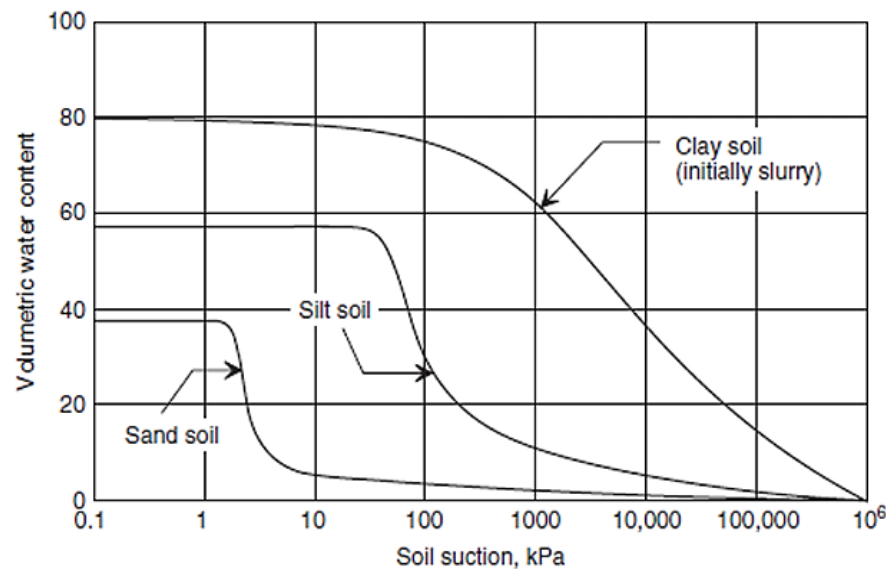


Figure 2.3 Exemples de CRE pour les sables sableux, limoneux et argileux (tirés de Fredlund et al. 2012).

La courbe de rétention d'eau d'un sol est largement influencée par la taille de ses pores. Plus ces derniers sont fins, plus la tension capillaire exercée est importante, ce qui permet au sol de conserver son humidité même sous des niveaux de succion élevés. En d'autres termes, les pores du sol fonctionnent de manière analogue à des micro-tubes capillaires. La montée capillaire dans ces

structures peut être approximée à l'aide de la loi de Jurin (1718) qui relie la hauteur capillaire h_c au rayon des pores selon :

$$h_c = \frac{2T_s}{\rho_w g r} \quad (2.16)$$

Dans cette équation, h_c représente la hauteur de remontée capillaire, tandis que T_s correspond à la tension capillaire. Le terme ρ_w désigne la masse volumique de l'eau, g fait référence à l'accélération due à la gravité, et r est le rayon du tube capillaire, qui dans ce contexte, correspond au rayon des pores du sol.

La ψ_a et la ψ_r sont deux paramètres essentiels dans l'étude des sols non saturés. Ils jouent un rôle central dans la compréhension des interactions eau-sol et influencent la stabilité et les performances des sols dans diverses applications géotechniques et environnementales. La ψ_a correspond au niveau de succion matricielle à partir duquel l'air commence à pénétrer les pores les plus larges du sol, remplaçant l'eau. Ce seuil marque la transition entre les conditions saturées et non saturées du sol. Plusieurs chercheurs, dont Ahmad-adli et al. (2014) et Song and Hong (2020), ont mis en évidence l'influence de la distribution de la taille des grains sur ψ_a . Leurs résultats indiquent que les sols à forte teneur en fines présentent une ψ_a plus élevée que les sols à texture grossière. Cela s'explique par la vitesse à laquelle la teneur en eau varie avec la succion dans la zone de transition de la courbe de rétention (pente de la relation $\theta-\psi$). Cette pente, plus raide pour les sols grossiers, traduit une désaturation rapide, tandis qu'elle est beaucoup plus douce pour les sols fins, où la désaturation est progressive. En ce sens, la valeur d'entrée d'air (ψ_a) et la pente de la courbe $\theta-\psi$ constituent des indicateurs hydrauliques complémentaires permettant de distinguer les sols fins des sols grossiers.

Les méthodes qui permettent d'estimer la valeur de ψ_a en se basant sur la relation $\theta-\psi$ sont nombreuses. En effet, Fredlund and Xing (1994) ont été les premiers à développer une méthode, nommée la méthode des tangentes qui deviendra la plus utilisée de nos jours. Van Genuchten (1980) a aussi montré qu'on peut estimer la ψ_a comme étant l'inverse d'un paramètre de son propre modèle descriptif, ce paramètre est déterminé selon un ajustement de 8 données expérimentales. Les modèles descriptifs de l'estimation de la CRE seront expliqués en détails ultérieurement). Aubertin et al. (1998) ont proposé une autre méthode d'estimation de la ψ_a qui consiste à déterminer la valeur de succion qui correspond à 90% ou 95% de saturation et en l'attribuant à ψ_a .

Selon Aubertin et al. (1998), la méthode d'estimation de ψ_a proposée par van Genuchten (1980) donne des valeurs imprécises, car elle ne prend pas en considération le changement de pente de la zone transitoire de la CRE en changeant de zone.

Les méthodes d'estimation de la ψ_a ont considérablement évolué depuis les travaux pionniers (Aubertin et al., 1998 ; Fredlund & Xing, 1994 ; van Genuchten, 1980). Récemment, des approches intégrant l'intelligence artificielle et des techniques d'apprentissage automatique ont amélioré la précision des estimations. Par exemple, Es-haghi et al. (2023) ont utilisé des algorithmes pour analyser plus de 900 courbes granulométriques, tandis que Wang et al. (2020) ont proposé des modèles simplifiés basés sur la saturation résiduelle et la distribution des pores. Par ailleurs, ils ont souligné l'impact des formes de courbes de rétention sur ψ_a pour divers sols résiduels. Bagheri & Rezaia (2022) ont amélioré la mesure dynamique de la succion matricielle, c'est-à-dire l'enregistrement continu des variations de succion pendant les phases de mouillage et de séchage, grâce à l'utilisation de tensiomètres à haute capacité.

En ce qui concerne la succion résiduelle ψ_r , plusieurs études ont souligné son rôle clé dans la caractérisation des sols résiduels et des sols à forte hétérogénéité. Aubertin et al. (1998) ont démontré que ψ_r peut être déterminée expérimentalement en analysant la section plate de la courbe CRE, où la teneur en eau devient presque constante.

Plus récemment, Es-haghi et al. (2023) ont proposé une approche numérique basée sur l'apprentissage automatique, exploitant plus de 900 courbes granulométriques pour estimer ψ_r de manière prédictive. Ces travaux mettent en évidence la complémentarité entre les approches expérimentales et les méthodes d'intelligence artificielle pour une évaluation plus fiable des paramètres hydrauliques.

2.2.1.1 Détermination de la CRE

2.2.1.1.1 Appareils de mesure de la CRE

Pour déterminer la CRE, il est nécessaire de mesurer simultanément la succion et la teneur en eau à l'aide d'instruments spécialisés. Les méthodes de mesure de la succion peuvent être classées en deux catégories : les méthodes directes et les méthodes indirectes. Les appareils de mesure directe déterminent la succion en mesurant la pression négative de l'eau dans les pores, le tensiomètre étant l'un des dispositifs les plus couramment utilisés (Stannard, 1992).

Les méthodes indirectes, en revanche, mesurent un autre paramètre que la pression négative, comme la pression d'air augmentée dans le cas des dispositifs à plaque de pression (Vanapalli et al., 2008). Parmi les autres méthodes indirectes figurent la méthode du papier filtre (Bulut, 1996) et la méthode du miroir refroidi, qui mesure l'humidité relative (Leong et al., 2003). Ces dispositifs nécessitent une calibration préalable pour garantir l'exactitude des calculs de succion. D'autres méthodes incluent les capteurs de conductivité thermique (Jin et al., 2017), les méthodes de résistivité électrique (Hen-Jones et al., 2017), les psychromètres (Cardoso et al., 2007) et les extracteurs de fluides interstitiels utilisés pour mesurer la succion osmotique (Peroni et Tarantino, 2006). Ces méthodes sont les plus couramment utilisées pour mesurer avec précision les succions dans la plage de faibles succions (1-2000 kPa), qui constitue la zone d'intérêt principal en ingénierie géotechnique, et plus spécifiquement dans les opérations de gestion des eaux souterraines, où des mesures fiables de la succion sont essentielles pour évaluer la stabilité des sols, la répartition de l'humidité, et l'efficacité des techniques de drainage et de renforcement des sols.

Parallèlement à la mesure de la succion matricielle ψ , la détermination de la teneur en eau θ est tout aussi essentielle pour l'établissement de la courbe de rétention d'eau. Cette mesure peut être réalisée à l'aide de dispositifs tels que les sondes TDR (Time Domain Reflectometry), qui déterminent la teneur en eau volumique à partir de la constante diélectrique du sol (Topp et al., 1980 ; Robinson et al., 2003), ou encore des capteurs capacitifs fondés sur la variation de la permittivité du milieu (Decagon Devices, 2016 ; Boga et al., 2007). En laboratoire, la teneur en eau peut aussi être obtenue par pesée gravimétrique à l'aide de balances de masse, méthode de référence pour le contrôle et l'étalonnage des capteurs (ASTM D2216-19 ; Fredlund & Rahardjo, 1993). L'association des mesures de ψ et de θ permet ainsi de tracer la relation caractéristique ψ - θ propre à chaque sol.

Depuis le début des années 2000, les progrès technologiques dans le domaine de l'acquisition de données et de la micro-électronique ont profondément transformé les méthodes de mesure en sols non saturés. Les récentes avancées dans les techniques de mesure des courbes de rétention d'eau ont considérablement amélioré la précision, l'efficacité et l'utilisation pratique de ces méthodes pour évaluer les propriétés hydrauliques des sols. Les tensiomètres à haute capacité, par exemple, permettent une mesure continue et en temps réel des CRE dans des conditions de séchage. Dans ces dispositifs, la masse de l'échantillon est suivie en continu à l'aide d'une balance numérique de

précision, ce qui permet de déterminer la teneur en eau au cours du séchage tout en enregistrant simultanément la succion matricielle. Cette approche réduit les erreurs associées à l'utilisation de multiples échantillons en intégrant une balance numérique et un millivoltmètre pour des mesures directes sur un seul spécimen (Chen, Liu, et al., 2015). La thermographie infrarouge s'est imposée comme une méthode non invasive combinant l'analyse gravimétrique et l'imagerie thermique pour capturer les variations dynamiques de la teneur en eau lors du séchage. Cette technique permet également aux chercheurs d'explorer les comportements transitoires de la distribution spatiale de l'humidité en surface et l'évolution locale de la succion dans le matériau au cours du processus de séchage (Janetti et al., 2017).

Les dispositifs de test automatisés ont également amélioré l'efficacité des mesures de la CRE, fournissant des données continues qui prennent en considération l'influence de l'effet d'hystérésis pour les sols granulaires tout en minimisant l'intervention de l'opérateur. L'effet d'hystérésis reflète la différence entre les cycles de séchage et d'humidification dans les courbes de rétention d'eau. Il résulte de phénomènes de piégeage d'air et de non-réversibilité des interfaces air-eau au sein des pores du sol (Mualem, 1974 ; Topp & Miller, 1966). Sa prise en compte est essentielle pour reproduire fidèlement le comportement hydrique des sols lors des essais de drainage et de recharge.

Ces systèmes, contrôlés via des ordinateurs monocartes comme le Raspberry Pi, offrent une grande flexibilité pour les mesures en temps réel (Milatz, 2020). Les approches in situ combinant la réflectométrie dans le domaine temporel (TDR) et les capteurs diélectriques de potentiel hydrique ont montré un fort potentiel pour les mesures de la CRE à diverses profondeurs dans des sols limoneux et argilo-siliceux. Ces méthodes sont particulièrement utiles pour éviter les contraintes de ressources des mesures en laboratoire, bien que certains défis liés à l'étalonnage persistent (Zeitoun et al., 2021). De plus, des sondes TDR non invasives ont été développées pour éviter de perturber la structure du sol, offrant une grande précision pour les sols de loess soumis à des tests d'évaporation transitoire (Mu et al., 2020). Ces développements récents témoignent d'une évolution majeure des méthodes de mesure depuis les années 2000, où l'accent est désormais mis sur la précision, l'automatisation et la reproductibilité des résultats en temps réel.

Dans cette thèse, une partie importante est consacrée à la mesure de la courbe de rétention en eau (CRE) à l'aide de la cellule Tempe, un dispositif largement reconnu en physique des sols pour son

efficacité dans l'analyse des propriétés hydrauliques des milieux non saturés. Elle est composée de plaques en Plexiglas supérieure et inférieure, d'une plaque en céramique poreuse, d'un cylindre en laiton, ainsi que de tous les éléments d'étanchéité et de connexion nécessaires. Plusieurs types de plaques céramiques poreuses et de cylindres en laiton sont disponibles en fonction des besoins expérimentaux (Turco et al., 2023). Comme le soulignent Jury & Horton (2004), la cellule Tempe repose sur l'application d'une pression d'air contrôlée sur des échantillons de sol déposés sur une plaque céramique poreuse. Ce procédé permet l'évacuation progressive de l'eau tout en empêchant l'infiltration d'air, assurant ainsi une évaluation rigoureuse de la teneur en eau en fonction de la succion appliquée. Cette méthode s'appuie sur le principe de l'équilibre capillaire, où l'augmentation graduelle de la pression d'air pousse l'eau hors des pores du sol jusqu'à l'atteinte d'un état d'équilibre stable. Ce processus repose sur le principe de translation d'axe, selon lequel la pression d'air appliquée se transmet à travers l'échantillon saturé, forçant l'eau à s'écouler à travers la plaque céramique poreuse jusqu'à l'équilibre (Fredlund & Rahardjo, 1993).

L'efficacité de la cellule Tempe dans la détermination de la CRE a été démontrée dans une variété de contextes, allant des sols agricoles aux matériaux industriels. Klute (1986) a mis en évidence son utilité pour différents types de textures, du sable grossier aux limons et aux argiles, soulignant sa précision dans l'estimation des paramètres hydrauliques fondamentaux tels que la conductivité hydraulique et l'hystérésis. Dans les sols fins, cette précision peut toutefois être influencée par la déformation du matériau sous l'effet de la succion appliquée, le retrait pouvant modifier légèrement la distribution de la teneur en eau au sein de l'échantillon. Plus récemment, Kabwe et al. (2023) ont illustré l'efficacité de cet instrument dans la caractérisation des propriétés hydrauliques et géotechniques des résidus de sables bitumineux. Leur étude met en évidence la précision de la cellule Tempe pour établir la relation entre la succion et la teneur en eau dans des matériaux complexes, tels que les déchets miniers et les sols modifiés par des processus industriels. Dans le domaine agricole, les cellules Tempe ont été largement utilisées pour caractériser les courbes de rétention en eau des Histosols cultivés. Les travaux de Hallema et al. (2015) ont montré que les données obtenues à l'aide de ces dispositifs s'ajustent plus précisément au modèle de van Genuchten que d'autres approches alternatives, renforçant ainsi la pertinence de cet appareil pour l'analyse des propriétés hydrauliques de ces sols.

Des avancées méthodologiques significatives ont été réalisées, notamment pour réduire le phénomène de gonflement des sols et permettre une mesure simultanée de la succion et de la conductivité hydraulique à l'aide de dispositifs tels que la cellule de Tempe modifiée ou les chambres à pression contrôlée (Sommerfeldt et al., 1984), ou encore l'introduction de dispositifs multicellulaires a également contribué à optimiser l'efficacité des expérimentations (Masrouri et al., 2008). Cependant, des limitations existent, notamment l'impact de la distribution des pores dans la plaque céramique et l'évaporation lors d'expériences prolongées, qui nécessitent des ajustements des protocoles de mesure (van Genuchten, 1980 ; Wen et al., 2018). De plus, plusieurs études menées par Mbonimpa et ses collaborateurs ont proposé des approches expérimentales améliorées pour la détermination de la courbe de rétention d'eau et de la conductivité hydraulique, en particulier pour les sols à forte hétérogénéité et les résidus miniers (Mbonimpa et al., 2002 ; Mbonimpa et al., 2006).

La précision des mesures de la CRE est fortement influencée par la durée d'application de la succion et le temps requis pour atteindre l'équilibre hydraulique, plusieurs études ayant examiné ces effets à l'aide de différentes approches. La recherche montre que les techniques d'équilibre par vapeur et les solutions salines saturées dépendent de facteurs tels que la surface d'exposition de la solution et les dimensions de l'échantillon de sol, qui influencent la durée requise pour atteindre l'équilibre (Tang & Cui, 2006). De plus, le comportement de rétention d'eau du sol tend à se stabiliser à des niveaux de succion plus élevés, où l'influence de la masse volumique sèche initiale, ou la porosité, diminue, soulignant l'importance d'une durée prolongée de succion pour atteindre l'équilibre (Gao & Sun, 2017).

Les progrès technologiques, notamment les méthodes de Wind/Schindler et de pression de vapeur, ont amélioré à la fois la rapidité et la précision des évaluations de la CRE par rapport aux méthodes traditionnelles (Campbell et al., 2012).

L'introduction de tensiomètres à haute capacité, utilisés aussi bien en laboratoire qu'en conditions de terrain, a considérablement réduit le temps nécessaire pour mesurer la CRE tout en maintenant la précision, permettant d'obtenir des résultats en moins d'une semaine (Marinho & Teixeira, 2009). Cependant, le déséquilibre hydraulique reste un défi, en particulier pour les mesures avec la plaque de pression et la cellule Tempe, où l'équilibre peut prendre des mois, voire des années, dans les

sols à faible conductivité (Gee et al., 2002). Les études utilisant la porosimétrie par intrusion de mercure mettent en évidence l'impact des variations du volume du sol sur la durée de l'équilibre, révélant des différences notables entre les méthodes traditionnelles et alternatives (Sun & Cui, 2020). Les récentes avancées en matière de techniques de mesure simultanée des courbes de rétention d'eau et de retrait offrent des alternatives plus efficaces, réduisant le temps d'essai de plusieurs semaines à une seule journée (Li et al., 2018). De plus, les tests dynamiques multi-étapes d'écoulement se sont révélés utiles pour optimiser la durée de succion et améliorer les estimations des propriétés hydrauliques, en particulier pour les sols argileux (Chen & Wei, 2013).

Ces études soulignent la nécessité de sélectionner des durées d'équilibre et de succion appropriées afin de garantir des mesures précises de la CRE. Cet aspect a été particulièrement exploré dans le cadre des mesures de la courbe de rétention en eau réalisées avec la cellule de Tempe, où l'influence du temps de mise en succion sur la précision des résultats a été mise en évidence. Les recherches ont montré que des durées d'équilibre insuffisantes peuvent entraîner une surestimation de la teneur en eau volumique dans la zone résiduelle, en particulier pour les sols à faible conductivité hydraulique, comme les sables silteux, soulignant ainsi l'importance d'optimiser ces paramètres pour améliorer la fiabilité des mesures. Cette problématique fait partie de mes recherches et sera abordée dans mon premier article, qui constituera un chapitre de ma thèse et apportera des éléments méthodologiques pour affiner les protocoles de mesure de la CRE.

2.2.1.1.2 Méthodes descriptives et prédictives de la CRE

Dans la littérature, on trouve un large éventail d'approches visant à estimer ou représenter la CRE. Selon Assouline & Or (2013), ces approches peuvent être catégorisées en quatre groupes principaux : (i) des fonctions empiriques déduites à partir d'un ajustement des données expérimentales disponibles, comme les modèles de van Genuchten (1980) et de Brooks & Corey (1964) ; (ii) des équations d'estimation de la CRE exprimées en fonction de la distribution granulométrique des particules solides du matériau, telles que le modèle d'Arya & Paris (1981) ; (iii) des fonctions appuyées sur la distribution des pores dans le sol, dont le modèle de Kosugi, (1994) est un exemple notable ; et (iv) des fonctions pédotransferts basées sur des relations statistiques, comme illustré par les travaux de Schaap et al. (2001). Cette diversité d'approches

reflète la complexité du problème et les différentes stratégies développées par les chercheurs pour caractériser la rétention d'eau dans les sols.

Les courbes de rétention d'eau sont généralement obtenues en ajustant des équations mathématiques descriptives aux données expérimentales de teneur en eau volumique (θ) en fonction de la succion (ψ). Cette approche permet de construire des modèles descriptifs de la courbe de rétention d'eau, qui peuvent être classés en cinq catégories principales : les modèles exponentiels, les modèles en cosinus hyperbolique, les modèles avec fonction d'erreur, les modèles de loi de puissance et les modèles polynomiaux. La plupart de ces modèles descriptifs, parfois appelés modèles indirects, s'inspirent de l'équation de forme générale proposée par Leong & Rahardjo (1997).

Les modèles exponentiels incluent notamment l'équation de Gardner (1958) qui propose une fonction décroissante exponentielle simple reliant la succion et la teneur en eau volumique. Bien que cette approche soit facile à manipuler, elle ne représente pas correctement la transition entre la saturation et la zone résiduelle de la courbe de rétention. Les modèles en cosinus hyperbolique sont basés sur des fonctions sigmoïdes, comme celles proposées par Alonso et al. (1990), qui permettent de mieux décrire la transition entre la saturation et la zone de succion élevée. Ces modèles sont souvent utilisés pour décrire les sols présentant une distribution complexe de la porosité. Les modèles utilisant la fonction d'erreur, tels que celui de Fredlund & Xing (1994), améliorent la représentation de la CRE en introduisant une correction asymptotique pour éviter des valeurs irréalistes de succion à très faibles teneurs en eau. Ce modèle est largement utilisé dans les études de stabilité des sols non saturés et dans la modélisation des écoulements en milieux poreux.

Les modèles basés sur une loi de puissance sont représentés par l'équation de Brooks & Corey (1964) qui suppose que la teneur en eau volumique suit une relation de type puissance en fonction de la succion. Bien que ce modèle soit efficace pour les sols à structure homogène, il a montré des limites pour les sols à double porosité, comme les sols fracturés ou hétérogènes (Durner, 1994 ; Kosugi, 1996).

Enfin, les modèles polynomiaux incluent des formulations plus complexes, telles que l'équation de van Genuchten (1980) qui combine plusieurs paramètres pour ajuster précisément la forme de la CRE pour une large gamme de succions. Ce modèle est l'un des plus populaires en hydrogéologie et géotechnique, notamment pour les simulations numériques d'écoulements en milieux insaturés.

Également, des modèles hybrides intégrant des méthodes statistiques et d'intelligence artificielle, comme les réseaux de neurones et la programmation génétique (Johari et al., 2006 ; Pachepsky et al., 1996), permettent d'améliorer la précision des prédictions en exploitant de larges bases de données de courbes de rétention mesurées. Ces approches offrent une flexibilité accrue, mais nécessitent une calibration rigoureuse pour garantir leur fiabilité sur des types de sols variés.

Parmi les modèles descriptifs les plus utilisés aujourd'hui, on trouve ceux développés par Fredlund & Xing (1994), Kosugi (1994), Brooks & Corey (1964) et van Genuchten (1980).

Cependant, bien que ces modèles descriptifs permettent généralement de bien ajuster les données expérimentales de la CRE, leur capacité à prédire de manière fiable le comportement hydrique du sol devient limitée lorsque les mesures expérimentales sont absentes ou incomplètes. C'est ici qu'interviennent les modèles prédictifs, qui intègrent des approches plus dynamiques pour estimer les courbes de rétention d'eau sur une large gamme de conditions hydriques et de types de sols. Parmi ces modèles, le modèle de Kovács modifié (MK) développé par Aubertin et al. (2003) est le plus connu. Ce modèle semi-empirique permet de prédire la CRE d'un sol à partir de paramètres géotechniques de base, tels que la distribution granulométrique, la porosité et la masse volumique. En outre, le modèle MK peut également être utilisé pour ajuster (fitter) des données expérimentales de courbes de rétention, offrant ainsi une approche flexible à la fois prédictive et calibrée selon les mesures disponibles (Aubertin et al., 2003 ; Maqsoud et al., 2012).

Contrairement aux approches traditionnelles, qui nécessitent souvent des essais de laboratoire longs et coûteux ce modèle relie directement des mesures géotechniques facilement accessibles à la forme de la CRE.

On trouve également les modèles bimodaux et multimodaux qui visent à mieux représenter la distribution poreuse des sols, notamment ceux à texture hétérogène. Le modèle de Durner (1994) et ses variantes ont été développés pour prendre en compte la présence de plusieurs modes de distribution des pores. Le modèle Peters-Durner-Ide (PDI) (Ide & Durner, 2014 ; Peters, 2013) a été récemment introduit pour mieux représenter les états hydriques extrêmes. En combinant une approche bimodale avec une correction supplémentaire, il affine les estimations des courbes de rétention, notamment en améliorant la prise en compte de la teneur en eau sous très faible succion. Contrairement aux modèles traditionnels, le PDI intègre une composante qui ajuste la rétention d'eau, ce qui le rend particulièrement adapté aux sols hétérogènes et à double porosité. Les travaux

de Haghverdi et al. (2020) indiquent que ce modèle améliore sensiblement la précision des prédictions de la CRE, notamment en limitant les erreurs dans les régimes secs.

Chapuis et al. (2015) ont souligné la difficulté d'obtenir des courbes de rétention d'eau fiables pour les sols grossiers sans matière organique et ont proposé une amélioration des modèles existants. En convertissant ces modèles descriptifs en modèles prédictifs simples, basés sur la taille effective des particules (d_{10}) et l'indice des vides (e), ils facilitent leur utilisation pour estimer la rétention d'eau et la perméabilité des sols grossiers.

De nombreuses études ont cherché à comparer les modèles couramment utilisés pour prédire les courbes de rétention d'eau des sols. Du (2020) a conclu que les modèles de Brooks - Corey (BC) et de van Genuchten (vG) sont inadéquats pour décrire les courbes de rétention d'eau des sols sur toute la plage allant de la saturation à la sécheresse au four. Ils ont montré de faibles performances en raison de leur hypothèse irréaliste selon laquelle la succion du sol devient infinie à la teneur en eau résiduelle, ce qui les rend adaptés uniquement aux conditions humides. Ces affirmations sont corroborées par d'autres travaux, notamment ceux de Nakhaei et al. (2021) qui ont comparé plusieurs modèles et ont montré que celui de Brooks-Corey était parmi les moins précis pour diverses textures de sols. De même, Rasoulzadeh et al. (2024) ont constaté que les modèles de van Genuchten et Brooks-Corey démontraient des performances médiocres en raison de leur incapacité à prédire correctement les teneurs en eau dans la plage sèche de la CRE. Pan et al. (2019) ont comparé également les modèles de van Genuchten, Brooks-Corey et Gardner pour les sols d'une région alpine dégradée, constatant que les modèles vG et BC s'ajustaient mieux aux données, bien que leurs erreurs de prédiction augmentassent dans les plages de faible humidité (Pan et al., 2019).

Les nouvelles méthodes de prédiction de la CRE intègrent principalement des approches basées sur l'intelligence artificielle (IA), la modélisation avancée et l'analyse statistique. L'apprentissage automatique, notamment les arbres de décision aléatoires et la programmation génétique multi-gènes, a permis de développer des modèles plus précis en exploitant les caractéristiques physiques du sol (Albuquerque et al., 2022 ; Nikooee et al., 2020). Par ailleurs, les approches géostatistiques permettent d'améliorer la représentation spatiale des CRE avec des précisions élevées (Cortés-D et al., 2024). Des modifications des modèles physiques traditionnels ont également été proposées, voire l'intégration du potentiel osmotique dans le modèle de van Genuchten (1980) pour mieux représenter les sols salins (Sadeghi & Darzi, 2021). Demir et al. (2022) ont modifié des modèles

existants en introduisant une méthode de régression par morceaux. Par ailleurs, Maqsood et al. (2012) ont proposé une version étendue du modèle de Kovács modifié (Aubertin et al., 2003) qui prend en considération l'effet d'hystérésis, améliorant ainsi la représentation des cycles de séchage et d'humidification dans les CRE. Les études effectuées durant cette thèse avaient recours aux cinq modèles usuels décrits ci-dessous.

Modèle LN

Le modèle LN (Kosugi, 1994) suppose que la fonction $\theta(u)$ suit une distribution log-normale offrant une alternative physique et cohérente aux modèles empiriques pour décrire la relation entre la teneur en eau et la pression capillaire (Kosugi, 1996). Le modèle est défini comme suit :

$$\theta(\psi) = \theta_{sat} - (\theta_{sat} - \theta_r) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\frac{(\ln \psi - \mu)}{\sigma \sqrt{2}} \right] \right\} \quad (2.17)$$

où erf est la fonction d'erreur, θ_{sat} est la teneur en eau à la saturation, θ_r est la teneur en eau résiduelle, ψ est la succion interstitielle, μ est la moyenne du logarithme de la variable, et σ est l'écart-type du logarithme de la variable

Modèle de vG

Le modèle de van Genuchten (1980) est l'un des modèles les plus utilisés pour décrire la CRE. Il permet de relier la teneur en eau d'un sol à sa succion en utilisant une équation empirique qui décrit la distribution des pores du sol (Ghanbarian-Alavijeh et al., 2010).

L'un des avantages majeurs du modèle est qu'il peut être couplé à d'autres modèles hydrauliques, comme celui de Mualem (1976), pour estimer la conductivité hydraulique en milieu non saturé (Touma, 2009). Cependant, bien que largement utilisé, il présente certaines limites, notamment pour les sols à distribution bimodale des pores, où d'autres modèles plus complexes peuvent être nécessaires (Ottoni et al., 2014).

Le modèle vG (van Genuchten, 1980) est exprimé comme suit :

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_{sat} - \theta_r) [1 + (\alpha_{vG} \psi)^{n_{vG}}]^{-m_{vG}} \quad (2.18)$$

où α_{vG} , n_{vG} and m_{vG} sont des paramètres du modèle avec $m_{vG} = 1 - (1/n_{vG})$

Modèle de BC

L'équation de Brooks & Corey (1964) suit une loi de puissance qui prend effet à partir de la valeur d'entrée d'air dans le sol. Bien qu'elle ait l'avantage d'une formulation simple, elle présente un inconvénient majeur : elle n'est pas continue à la valeur d'entrée d'air où débute la désaturation (Milly, 1987).

Le modèle de BC (Brooks & Corey, 1964) est décrit pour des succions inférieures à ψ_a comme suit :

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_{sat} - \theta_r) \left[\frac{\psi}{\psi_{BC}} \right]^{-\lambda_{BC}}, \quad (2.19)$$

λ_{BC} est l'indice des distributions des pores and ψ_{BC} est la ψ_a du modèle.

Modèle de FX

Le modèle de Fredlund & Xing (1994) est apprécié pour son applicabilité sur un large éventail de succions, sa meilleure représentation des valeurs extrêmes grâce à une fonction de correction, et son adéquation aux sols fins et expansifs (Too et al., 2019). Cependant, il présente des inconvénients, notamment un nombre élevé de paramètres, une complexité de calcul accrue, et une performance parfois inférieure pour certains sols grossiers (Niu et al., 2023). Ce modèle est exprimé par l'équation ci-dessous :

$$\theta = \left[\frac{\theta_{sat}}{\left\{ \ln \left[\exp(1) + \left(\frac{\psi}{a_{FX}} \right)^{n_{FX}} \right] \right\}^{m_{FX}}} \right] \left[1 - \frac{\ln \left(1 + \frac{\psi}{\psi_{rFX}} \right)}{\ln \left(1 + \frac{10^6}{\psi_{rFX}} \right)} \right] \quad (2.20)$$

a_{FX} est associé à ψ_a , n_{FX} est relié à la pente entre la ψ_a et la CRE à la ψ_{rFX} , et m_{FX} est connecté à la portion résiduelle de la teneur en eau de la CRE.

Modèle de MK (Modified Kovács)

Le modèle de MK (Aubertin et al., 2003), inspiré du modèle de Kovács (1981), décrit les CRE pour les sols non cohésifs dans lequel le degré de saturation S_r présente deux composantes : une composante de capillarité S_c et une composante d'adhésion S_a qui sont liées par l'expression suivante :

$$\theta = n[1 - \langle 1 - S_a \rangle (1 - S_c)], \quad (2.21)$$

où $\langle \rangle$ représente les crochets de Macaulay, ce que signifie $\langle x \rangle = 0.5(x + |x|)$. Les composantes S_a and S_c sont définies comme suit :

$$S_c = 1 - \frac{\left[\left(\frac{h_{coMK}}{\psi} \right)^2 + 1 \right]^{m_{MK}} \exp \left[-m_{MK} \left(\frac{h_{coMK}}{\psi} \right)^2 \right]}{2.6} \quad (2.22)$$

$$S_a = a_{cMK} \left[1 - \frac{\ln \left(1 + \frac{\psi}{\psi_{rMK}} \right)}{\ln \left(1 + \frac{\psi_0}{\psi_{rMK}} \right)} \right] \frac{\left(\frac{h_{coMK}}{\psi_n} \right)^{\frac{2}{3}}}{e^{\frac{1}{6}} \left(\frac{\psi}{\psi_n} \right)} \quad (2.23)$$

Dans ces équations, h_{coMK} and ψ_{rMK} sont associés au ed_{10} , et au coefficient d'uniformité C_u , tandis que m_{MK} , est relié à C_u and ψ_n correspond à la succion de normalisation propre au modèle MK. Une valeur de 0.01 a été attribuée à a_{cMK} , et 1×10^7 cm au ψ_0 .

Ces équations correspondent à la formulation du modèle MK pour les sols granulaires non cohésifs, où les paramètres sont directement liés à la granulométrie (d_{10} , C_u). Pour les sols cohésifs, la structure interne et la plasticité influencent la rétention d'eau ; dans ce cas, les coefficients empiriques du modèle doivent être ajustés à partir de mesures expérimentales (Aubertin et al., 2003).

2.2.2 Fonction de perméabilité

Selon l'équation 2.1, pour modéliser les écoulements dans les milieux non saturés, on a besoin de déterminer la fonction de perméabilité $k(\psi)$, qui relie la conductivité hydraulique à la succion. La fonction de perméabilité d'un matériau peut être déterminée en laboratoire à l'aide de différentes techniques expérimentales. Parmi celles-ci, trois méthodes principales ont été proposées : la méthode du débit sortant, la méthode à régime permanent et la méthode du profil instantané. Ces approches nécessitent des conditions strictement contrôlées et un suivi rigoureux lors des mesures, généralement réalisées à l'aide d'un perméamètre ou d'une colonne instrumentée (Fredlund & Rahardjo, 1993 ; Hillel, 1998).

La perméabilité dans sols non saturés constitue un paramètre clé en hydrologie et en ingénierie géotechnique, car elle régit les mouvements de l'eau dans les milieux poreux et impacte divers processus environnementaux. Contrairement aux sols saturés, où la perméabilité reste constante, dans un sol non saturé elle varie selon la succion matricielle (Fredlund & Rahardjo, 1993). À mesure que l'humidité du sol diminue, la conductivité hydraulique décroît exponentiellement en raison de la réduction des connexions entre les pores encore remplis d'eau, rendant ainsi les écoulements plus complexes (van Genuchten, 1980).

En hydrologie, cette fonction de perméabilité joue un rôle essentiel dans la gestion des eaux de pluie et la recharge des nappes phréatiques. Une perméabilité réduite favorise un ruissellement accru, ce qui accentue l'érosion des sols et limite l'infiltration de l'eau vers les aquifères (Hillel, 1998). En revanche, une perméabilité plus élevée facilite l'évacuation rapide des précipitations, influençant directement les régimes hydrologiques et la disponibilité des eaux souterraines (Zhang and Fredlund 2015).

En ingénierie géotechnique, la perméabilité des sols non saturés affecte la stabilité des pentes et des ouvrages de construction. Dans les sols argileux, une conductivité hydraulique réduite combinée à une succion élevée peut entraîner des phénomènes de retrait et de gonflement, augmentant le risque de fissures et d'instabilité des structures (Delage & Cui, 2000). Inversement, une hausse soudaine du niveau de saturation, comme lors de fortes précipitations, peut provoquer une chute brutale de la succion, entraînant une diminution de la résistance au cisaillement et augmentant le risque de glissements de terrain (Take & Bolton, 2003). Ces interactions complexes entre perméabilité, succion et stabilité mécanique du sol nécessitent une approche approfondie pour modéliser les écoulements en milieu non saturé (Fredlund & Xing, 1994).

Vue la complexité qui vient avec les essais de mesure de la fonction de perméabilité, beaucoup ont essayé de trouver des méthodes indirectes qui permettent d'estimer la fonction de perméabilité d'un sol. Ces méthodes d'estimation reposent sur l'hypothèse implicite selon laquelle le sol subit un changement de volume global négligeable lorsque la succion du sol augmente. Leong & Rahardjo (1997) ont étudié les fonctions de perméabilité des sols non saturés en supposant que le sol ne subit pas de changement de volume. Les modèles existants de la fonction de perméabilité relative des sols non saturés sont le plus souvent estimés à partir de la CRE, combinée avec la mesure de la

conductivité hydraulique saturée k_{sat} . Les équations de van Genuchten-Burdine (Burdine, 1953 ; van Genuchten, 1980), van Genuchten-Mualem (Mualem, 1976 ; van Genuchten, 1980) et Fredlund-Xing-Huang (Fredlund et al., 1994) sont trois formulations bien connues utilisées pour estimer la fonction de perméabilité en conditions non saturées. Les méthodes indirectes pour estimer la fonction de perméabilité des sols non saturés, bien que prometteuses, sont sujettes à des limitations qui ont suscité de nombreuses recherches récentes pour améliorer leur précision.

Les travaux récents mettent en lumière des éléments essentiels, tels que la compacité initiale du sol, la CRE, et les changements de volume, souvent négligés dans les approches classiques comme celles de van Genuchten-Burdine, van Genuchten-Mualem, et Fredlund-Xing-Huang. En effet, Cai et al. (2014) ont montré que la compacité initiale influence significativement les fonctions de perméabilité, soulignant l'importance de cette variable pour les modèles prédictifs. Zhang and Fredlund (2015) ont examiné l'estimation de la perméabilité relative des sols non saturés en analysant la détermination de la ψ_a à partir de la CRE et en abordant les erreurs d'intégration dans les fonctions de perméabilité existantes. Leur travail visait à améliorer la précision de la prédiction de la perméabilité des sols non saturés. Li et al. (2011) ont développé une méthode pour prédire la CRE et la fonction de perméabilité des sols fissurés non saturés, en tenant compte des changements de volume des fissures pendant les processus de séchage et d'humidification.

Par ailleurs, l'effet d'hystérésis observé dans la courbe de rétention d'eau se répercute également sur la fonction de conductivité hydraulique $k(\psi)$. Plusieurs études (Mualem, 1974 ; Topp & Miller, 1966 ; Mbonimpa et al., 2006) ont montré que la perméabilité relative diffère selon que le sol est en phase de séchage ou d'humidification, ce qui peut engendrer des écarts notables dans la prédiction des flux en conditions transitoires. Bien que cet effet soit parfois négligé dans les modèles simplifiés, il devient significatif pour les sols fins ou à double porosité.

Les méthodes classiques d'estimation de la perméabilité des sols non saturés présentent des limites, ce qui a conduit au développement d'approches innovantes reposant sur l'intelligence artificielle et la théorie des fractales. Parmi elles, les systèmes d'inférence neuro-flous (ANFIS) associent les réseaux neuronaux à la logique floue afin de capturer les relations complexes entre la CRE et la conductivité hydraulique. Hashemi Jokar et al. (2019) ont mis en évidence une amélioration significative de la précision des prédictions de conductivité hydraulique non saturée grâce à

l'ANFIS, en comparaison avec les modèles empiriques traditionnels. D'un autre côté, les modèles fractals s'appuient sur la nature hétérogène des pores du sol pour affiner l'estimation de la perméabilité. Sihag et al. (2019) ont montré qu'en intégrant une approche fractale à l'apprentissage automatique, il était possible d'obtenir des prédictions plus robustes. Toutefois, malgré leur efficacité, l'entraînement de ces modèles nécessite une quantité substantielle de données expérimentales, et leur capacité de généralisation peut être limitée par la diversité des propriétés des sols (Tao et al., 2022).

Le tableau 2-1 représente les trois équations les plus utilisées de prédiction de la fonction de perméabilité.

Tableau 2-1 Trois équations statistiques bien connues pour la perméabilité relative (tirées de Zhang, 2016).

#	Équations
van Genuchten Burdine equation (1980)	$k_r(\psi) = \frac{k_w(\psi)}{k_{sat}} = \frac{1 - (a_{vb}\psi)^{n_{vb}-2} [1 + (a_{vb}\psi)^{n_{vb}}]^{-m_{vb}}}{[1 + (a_{vb}\psi)^{n_{vb}}]^{2m_{vb}}}$
van Genuchten Mualem equation (1980)	$k_r(\psi) = \frac{\{1 - (a_{vm}\psi)^{n_{vm}-1} [1 + (a_{vm}\psi)^{n_{vm}}]^{-m_{vm}}\}^2}{[1 + (a_{vm}\psi)^{n_{vm}}]^{-0.5m_{vb}}}$
Fredlund-Xing Huang (1994) permeability function	$k_r(\psi) = \int_{\ln(\psi)}^b \frac{\theta(e^y) - \theta(\psi)}{e^y} \theta'(e^y) dy \bigg/ \int_{\ln(\psi)}^b \frac{\theta(e^y) - \theta_s}{e^y} \theta'(e^y) dy$
Notes: $m_{vb} = 1 - 2/n_{vb}$; $m_{vm} = 1 - 1/n_{vm}$	

2.2.3 La conductivité hydraulique saturée k_{sat}

Dans la section précédente, nous avons détaillé les méthodes de prédiction de la fonction de la conductivité hydraulique non saturée, qui exigent une connaissance préalable de la conductivité hydraulique saturée. Cette dernière peut être déterminée soit par des mesures directes en laboratoire ou sur le terrain, soit par des méthodes de prédiction.

2.2.3.1 Méthodes de mesure de k_{sat}

La conductivité hydraulique saturée k_{sat} est une propriété essentielle du sol qui régit le mouvement de l'eau dans les sols saturés. Elle est mesurée à l'aide de diverses méthodes en laboratoire et sur le terrain. Les méthodes de laboratoire comprennent le perméamètre à paroi rigide ou à paroi flexible, à charge constante, adapté aux sols grossiers, et à charge variable, plus approprié pour les sols fins ayant une faible perméabilité (Ibrahim & Aliyu, 2016). Les méthodes de terrain offrent des mesures in situ et incluent des dispositifs tels que le perméamètre de Guelph, l'infiltromètre à double anneau et la méthode du trou de tarière, appréciés pour leur aspect pratique (Roudi et al., 2021). Une nouvelle approche de mesure repose sur la tomographie de résistivité électrique (ERT) et les techniques hydrogéophysiques pour affiner les estimations (Chou et al., 2016). Alors que les méthodes de laboratoire offrent un contrôle précis des conditions expérimentales, elles ne reflètent pas toujours la variabilité des sols en milieu naturel. En revanche, les méthodes de terrain permettent d'obtenir des résultats plus représentatifs mais peuvent être influencées par des perturbations du sol et des variations environnementales (De Pue et al., 2019).

Chapuis (2012) a identifié quatorze erreurs courantes lors de la mesure de la conductivité hydraulique saturée dans les perméamètres à paroi rigide et flexible, parmi lesquelles les fuites latérales, une saturation incomplète, l'ignorance des pertes de charge dans les tubes de l'appareil ou encore la négligence de l'érosion interne des particules fines. Ces erreurs peuvent conduire à une sous-estimation ou une surestimation de k_{sat} , rendant indispensable un examen rigoureux des données avant toute calibration ou utilisation de modèles prédictifs (Chapuis, 2012 ; Mbonimpa et al., 2002).

Comme la mesure directe de k_{sat} peut être longue et sujette à de nombreuses erreurs, on a eu recours à combler ou remplacer les tests en laboratoire par des formules prédictives. Celles-ci utilisent des propriétés du sol plus simples, telles que la distribution granulométrique ou la porosité, permettant ainsi d'estimer plus efficacement la perméabilité dans une variété de conditions.

2.2.3.2 Méthodes de prédiction de k_{sat}

La conductivité hydraulique saturée peut être prédite à l'aide de plusieurs méthodes, notamment les relations empiriques, qui établissent des corrélations basées sur des observations expérimentales (Chapuis & Aubertin, 2003), les modèles capillaires, qui assimilent l'écoulement dans le sol à celui

dans un réseau de tubes capillaires (Childs et al., 1950 ; Mualem, 1976), les modèles statistiques arkriqui utilisent des analyses de régression et l'intelligence artificielle pour affiner les estimations (Schaap et al., 2001), ainsi que le modèle du rayon hydraulique, qui repose sur le rapport entre le volume de fluide circulant et la surface mouillée des pores du sol (Carman, 1937 ; Kozeny, 1927). Chaque méthode offre une précision variable selon les caractéristiques du sol et les données disponibles (Chapuis, 2012).

On cite dans la section suivante les formules prédictives de la conductivité hydraulique saturée les plus utilisées, on note que seules les méthodes applicables aux sols non plastiques sont prises en compte dans cette thèse. Ce choix s'explique par la nature du matériau étudié dans cette thèse, un sable non plastique présentant une structure granulaire homogène et un comportement essentiellement capillaire.

La formule de Hazen (1892) s'applique uniquement à un sable « lâche » (indice des vides e proche du $e_{\max}$) ayant un coefficient d'uniformité $C_u \leq 5$ et un d_{10} compris entre 0,1 mm et 3 mm ; si l'une de ces conditions n'est pas respectée, la formule n'est pas applicable et il faut donc utiliser une autre méthode (Chapuis, 2012). La formule originale est exprimée selon l'équation 2.24 :

$$K_{sat} \left(\frac{cm}{s} \right) = 1.157 \left(\frac{d_{10}}{1 \text{ mm}} \right)^2 \left[0.70 + 0.03 \left(\frac{T}{1^\circ C} \right) \right], \quad (2.24)$$

dans laquelle la température T de l'eau est en degrés Celsius. On notera que depuis plus de 50 ans, toutes les méthodes de prédiction prédisent maintenant la valeur de k_{sat} à 20°C.

Taylor (1948) a développé une équation qui exprime k_{sat} en fonction de l'indice de vides e comme suit :

$$K_{sat}(e) = A \frac{e^3}{1 + e} \quad (2.25)$$

Le coefficient A dont l'unité est similaire à celle de k_{sat} , est spécifique à chaque sol, peut être déterminé avec des mesures expérimentales de k_{sat} en variant la valeur de e à chaque mesure.

En exprimant l'équation (2.25) en fonction de $e_{\max}$, et en l'égalisant avec celle de Hazen, on peut écrire :

$$K_{sat} \left(\frac{cm}{s} \right) = 1.157 \left(\frac{d_{10}}{1 \text{ mm}} \right) \left[0.70 + 0.03 \left(\frac{T}{1^\circ C} \right) \right] = A \frac{e_{max}^3}{1 + e_{max}} \quad (2.26)$$

La première approche consiste à déterminer le coefficient A spécifique au sol étudié, que l'on introduit ensuite dans la formule de Taylor. L'autre possibilité est de recourir au rapport de deux valeurs de k_{sat} afin de se passer complètement du coefficient A :

$$\frac{K_{sat}(e)}{K_{sat}(Hazen)} = \left(\frac{e^3}{e_{max}^3} \right) \left(\frac{1 + e_{max}}{1 + e} \right). \quad (2.27)$$

Terzaghi (1925) a aussi développé une autre formule qui s'applique aux sables :

$$K_{sat}(\text{cm/s}) = C_0 \frac{\mu_{20}}{\mu_T} \left(\frac{n - 0.13}{\sqrt[3]{1 - n}} \right)^2 d_{10}^2, \quad (2.28)$$

où C_0 est une constante égale à 8 pour les grains lisses arrondis et 4.6 pour les grains dont la forme est irrégulière, μ_{20} et μ_T sont les viscosités de l'eau à 20°C et à T (°C) respectivement.

L'équation de Kozeny-Carman est exprimée comme suit (Chapuis and Aubertin 2003) :

$$K_{sat} = C \frac{g}{\mu_w \rho_w S_s^2 G_s^2 (1 + e)}, \quad (2.29)$$

où C est une constante définie selon la géométrie de l'espace poreux, g désigne la constante gravitationnelle (en m/s^2), μ_w est la viscosité dynamique de l'eau (en $Pa \cdot s$), ρ_w la masse volumique de l'eau (en kg/m^3), ρ_s la masse volumique des solides (en kg/m^3), G_s la densité des grains solides ($G_s = \rho_s/\rho_w$), S_s correspond à la surface spécifique (surface en m^2 rapportée à la masse des solides en kg), et e représente l'indice des vides.

Il est important de bien estimer la surface spécifique dans l'application de la formule de Kozeny-Carman. Cette dernière est définie comme étant la surface totale des particules par unité de masse de solides. Chapuis and Légaré (1992) ont développé une méthode qui permet d'estimer la surface spécifique en se basant sur la courbe granulométrique du sol.

Une étude par Chapuis and Aubertin (2003) a mis en évidence les limites de l'équation de Kozeny-Carman lorsqu'elle est appliquée sans calibration expérimentale, notamment en raison des hypothèses simplificatrices du modèle. En particulier, ils soulignent que l'équation suppose une porosité homogène et une distribution granulométrique idéale, ce qui ne reflète pas toujours les

conditions réelles des sols naturels. Pour cela les auteurs ont modifié l'équation en introduisant des coefficients de correction basés sur des mesures expérimentales et en tenant en compte de la tortuosité et de la connectivité des pores. L'équation modifiée pour une température égale à 20°C est exprimée comme suit :

$$\log(K_{sat}(m/s)) = 0.5 + \log\left(\frac{e^3}{G_s^2 S_s^2 (1+e)}\right) \quad (2.30)$$

Chapuis (2004) propose une autre méthode d'estimation de la conductivité hydraulique saturée, basée sur une étude combinée du modèle de Hazen et celui de Kozeny-Carman faite sur des sables, des billes de verre et du verre concassé. L'auteur a pu construire une formule mathématique en se basant sur la courbe de tendance de type puissance tirée en traçant sur un graphique log-log la conductivité hydraulique k_{sat} mesurée contre $d_{10}^2 \cdot e^3/(1+e)$. Cette formule est applicable pour tout sol naturel non plastique, incluant les sables silteux. Pour les matériaux concassés, la précision est compromise et d'autres méthodes prédictives devront être utilisées (Aubertin et al., 1996 ; Chapuis, 2004).

$$K_{sat}(cm/s) = 2.4622 \left(\frac{d_{10}^2(mm)e^3}{1+e} \right)^{0.7825} \quad (2.31)$$

Le diagramme de Navfac DM7 (1974) exprime la conductivité hydraulique saturée en fonction de e et de d_{10} sous certaines conditions : le sol doit être composé de sable ou d'un mélange de sable et de gravier, avec un C_u entre 2 et 12, un rapport d_{10}/d_5 ne dépassant pas 1,4, un d_{10} compris entre 0,1 mm et 2 mm, et un indice des vides entre 0,3 et 0,7. Ce diagramme peut être résumé par une formule empirique reliant ces paramètres (Chapuis, 2012 ; Chapuis et al., 1989).

$$K_{sat}(cm/s) = 10^{1.291e-0.6435} (d_{10}(mm))^{10^{0.5504-0.2937e}} \quad (2.32)$$

Mbonimpa et al. (2002) ont modifié l'équation de Kozeny-Carman afin d'améliorer sa précision dans la prédiction de la conductivité hydraulique saturée pour différents types de sols. Leurs modifications visaient à mieux représenter l'influence de la structure du sol, de la porosité et de la distribution de la taille des grains.

Pour les sols granulaires, l'équation proposée par Mbonimpa et al. (2002) est comme suit :

$$k_{sat} = C_g \frac{\gamma_w}{\mu_w} \frac{e^{3+x}}{1+e} C_u^{1/3} d_{10}^2 \quad (2.33)$$

dans laquelle, d_{10} est le diamètre effectif des grains (en mm), γ_w le poids volumique de l'eau (en N/m^3), μ_w la viscosité dynamique de l'eau (en Pa. s), C_u est coefficient d'uniformité et e est l'indice des vides, x est une constante du modèle qui ne dépend pas du type de sol et C_g est une constante du modèle de l'ordre de 0,001 quand k_{sat} est exprimé en cm/s et d_{10} en cm (Mbonimpa et al., 2002).

2.2.4 Influence de l'effet d'hystérésis sur la CRE

Les modèles évoqués dans les sections précédentes ne prennent en considération qu'une seule relation pour estimer les fonctions θ - ψ . Pour certaines conditions, cette hypothèse de simplification peut être tolérée, mais pour d'autres, il est primordial de considérer la non-singularité de la courbe de rétention d'eau, qui résulte d'un phénomène qu'on appelle l'effet hystérésis. Cet effet a été décrit pour la première fois par Haines (1930), qui a découvert que l'hystérésis dans la courbe de rétention d'eau provient principalement de la structure des pores du sol, des différences d'angles de contact entre les phases de mouillage et de séchage, et de l'emprisonnement de l'air dans les pores lors du processus de mouillage. Il a attribué ce phénomène à des mécanismes tels que les forces capillaires qui provoquent des variations dans le remplissage et le vidage des pores, donnant lieu à une courbe distincte pour les cycles de mouillage et de séchage. Ces observations, connues sous le nom de "sauts de Haines" (Haines jumps), ont permis de mieux comprendre le comportement non linéaire et complexe des sols face aux changements d'humidité.

La Figure 2.4 ci-dessous illustre la différence entre une courbe de rétention d'eau lors d'un drainage et lors d'un mouillage du même sol.

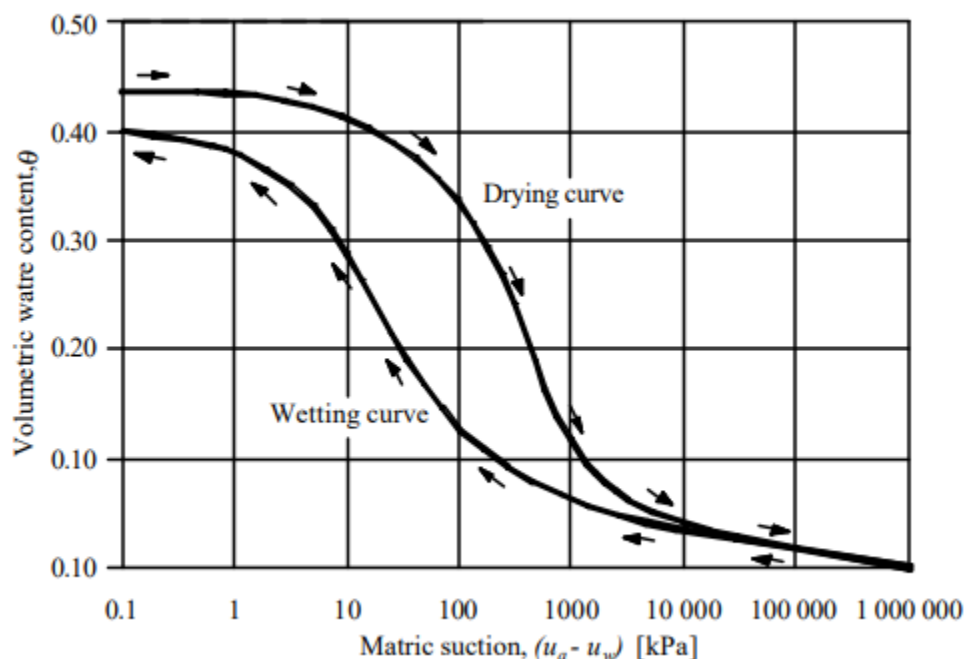


Figure 2.4 Effet hystérésis dans une courbe de rétention (tirée de Vanapalli et al. 2002).

Selon Jaynes (1992), l'effet d'hystérésis est négligeable dans la zone saturée, où la teneur en eau volumique est égale à la porosité. À mesure que la succion augmente, la teneur en eau diminue et atteint la teneur en eau d'entrée d'air (θ_a), marquant le début de la désaturation du sol.

Dans cette zone intermédiaire, la teneur en eau est plus élevée pour la courbe de drainage que pour celle d'imbibition, ce qui conduit à un écart maximal pendant la phase de désaturation. Cet écart diminue progressivement jusqu'à ce que les courbes convergent vers la teneur en eau volumique résiduelle θ_r , où l'effet d'hystérésis devient négligeable. Plusieurs études ont investigué les causes de l'effet d'hystérésis sur la courbe de rétention d'eau des sols. Selon Hillel (1998), l'hystérésis est principalement attribuée à la géométrie non uniforme des pores, ce qui entraîne des différences dans les processus de mouillage et de drainage. Fredlund and Xing (1994) et Topp and Miller (1966) ont identifié deux facteurs majeurs : la variabilité de l'angle de contact entre les phases mouillantes et non mouillantes et la présence d'air emprisonné dans les pores, modifiant ainsi le comportement capillaire. Delage and Cui (2000) ont démontré que l'angle de contact diffère selon les cycles de mouillage et de drainage, et que l'interconnexion des pores affecte la succion nécessaire pour saturer les pores de différentes tailles.

Des études récentes ont permis de mieux comprendre l'hystérésis dans la courbe de rétention d'eau, en dévoilant ses mécanismes complexes et ses implications significatives sur les propriétés hydrauliques et le comportement des sols. En utilisant la micro-tomographie par rayons X, Higo and Kido (2023) ont démontré que les trajectoires de mouillage et de séchage diffèrent en raison des variations de tailles de pores retenant l'eau, et ont mis en évidence l'hystérésis de l'angle de contact à l'échelle microscopique. Maqsoud et al. (2012) ont étendu le modèle de Kovács modifié pour prédire l'hystérésis dans les sols granulaires, représentant avec précision les courbes de mouillage, de séchage et de balayage. Gebrenegus and Ghezzehei (2011) ont introduit un indice du degré d'hystérésis, le reliant au paramètre n de van Genuchten pour une meilleure prédiction de l'effet hystérésis. Rudiyanto et al. (2015) ont intégré l'hystérésis dans la courbe de rétention d'eau du sol en modifiant le modèle de van Genuchten-Mualem pour distinguer les phases de mouillage et de séchage. Leur approche paramétrique ajuste dynamiquement la courbe de rétention selon le cycle hydrique du sol, en introduisant des courbes intermédiaires entre les branches principales de mouillage et de séchage. Cette méthode améliore la simulation des transferts hydriques, notamment dans les systèmes agricoles et hydrologiques soumis à des cycles répétés d'humectation et d'assèchement.

Hu et al. (2018) ont exploré les impacts de l'hystérésis hydraulique sur les processus couplés d'écoulement-déformation, montrant sa pertinence pour la stabilité des pentes. Un modèle novateur proposé par Chen et al. (2020) a intégré l'expansion et la contraction des pores dans la modélisation de l'hystérésis, prédisant avec succès les données expérimentales avec un nombre réduit de paramètres.

L'hystérésis capillaire influence fortement la courbe de rétention d'eau et la conductivité hydraulique des sols. Elle modifie la connectivité des pores remplis d'eau en raison des variations dans la distribution des phases liquides et gazeuses, ce qui entraîne une perméabilité du sol dépendante de son histoire de saturation (Nimmo, 1992 ; Rudiyanto et al., 2020). Hassanizadeh & Gray (1993) ont introduit la notion de pression capillaire non équivalente pour expliquer pourquoi la perméabilité diffère entre les cycles de mouillage et de séchage, suggérant ainsi que les équations classiques de Darcy doivent être adaptées pour tenir compte de ces variations. De plus, Topp and Miller (1966) ont montré que, pour une succion donnée, la perméabilité du sol est généralement plus faible lors du mouillage que lors du drainage, ce qui peut être attribué à la répartition

asymétrique des films d'eau dans la matrice poreuse. Ce phénomène est corroboré par plusieurs études récentes. En effet, Wen et al. (2021) ont observé que l'effet d'hystérésis diminue après plusieurs cycles de mouillage et de séchage successifs, ce qui influence directement la perméabilité du sol. Ainsi, lorsque la courbe de rétention d'eau utilisée dans les modèles de type van Genuchten–Mualem ou van Genuchten–Burdine provient d'un cycle de drainage ou de mouillage spécifique, l'hystérésis observée dans la relation $k(\psi)$ peut être partiellement reproduite. En revanche, ces modèles ne permettent pas de représenter simultanément les deux branches sans calibration distincte, car la connectivité des pores et la distribution des films d'eau diffèrent entre les processus de séchage et d'humidification (Mualem, 1974 ; Topp & Miller, 1966 ; Luckner et al., 1989).

2.3 Modélisation numérique et analyse de la convergence

L'étude de la courbe de rétention d'eau (CRE) joue un rôle clé pour comprendre le comportement des sols non saturés, en particulier pour analyser l'infiltration et le drainage de l'eau. Toutefois, en raison de la complexité des interactions entre la succion matricielle et la teneur en eau volumique, la modélisation numérique devient un outil indispensable pour étudier et prédire ces phénomènes. Les simulations du mouvement de l'eau, notamment celles fondées sur les équations de Darcy et de Richards, exigent une résolution précise des flux d'eau à travers les sols non saturés. Cependant, la fiabilité des résultats repose en grande partie sur la convergence numérique du modèle. Autrement dit, il s'agit d'examiner comment les solutions approchées se rapprochent progressivement de la solution exacte à mesure que les maillages temporels et spatiaux sont affinés.

Dans ce cadre, une analyse rigoureuse de la convergence s'avère essentielle pour s'assurer que les résultats obtenus ne sont pas faussés par des artefacts numériques. L'utilisation du logiciel SEEP/W dans cette étude permet de simuler ces processus, mais il est crucial de vérifier que le choix du pas de temps et la discrétisation spatiale ne biaisent pas l'interprétation des résultats. Ainsi, la section suivante abordera les principes fondamentaux de la convergence mathématique et numérique, en soulignant leurs différences et leur application aux simulations hydrauliques en milieu non saturé.

La modélisation numérique des sols saturés et non saturés repose sur des approches mathématiques avancées permettant de représenter avec précision les phénomènes d'écoulement et de transport dans les milieux poreux. Dans le cas des sols saturés et non saturés, l'équation de Darcy (1856)

décrit les écoulements en régime stationnaire et transitoire, tandis que l'équation de Richards (1931) reste la référence pour l'équation de conservation, bien que sa résolution numérique soit particulièrement complexe pour l'écoulement non saturé en raison de la non-linéarité des relations entre la teneur en eau, la conductivité hydraulique et la succion matricielle (Fredlund, 2016).

Depuis les années 1970, de nombreuses études ont été consacrées à la résolution numérique de l'équation de Richards, et plusieurs méthodes ont été développées pour améliorer la précision et la stabilité des simulations. Parmi ces approches, on retrouve les différences finies (Godunov & Ryabenkii, 1987), les éléments finis (Neuman, 1973), les volumes finis (Eymard et al., 2000) et les réseaux de neurones (Dai et al., 2024). Plus récemment, des techniques avancées ont vu le jour, notamment l'utilisation de schémas adaptatifs (Farthing & Ogden, 2017) et de méthodes basées sur l'apprentissage automatique pour calibrer les paramètres hydrauliques du sol (Tsai et al., 2020). Ces approches permettent une meilleure prise en compte de l'hétérogénéité des milieux poreux et offrent des solutions plus robustes aux simulations hydrologiques complexes.

Parmi les logiciels les plus utilisés pour la modélisation numérique des écoulements en milieux poreux saturés et non saturés, on retrouve SEEP/W (Geo-Slope International Ltd, 2012), qui repose sur la méthode des éléments finis, et dont la validité des résultats numériques a été confirmée pour une variété de cas saturés et non saturés, en régime permanent ou transitoire, et ce, dans une à trois dimensions (Ardejani et al., 2003; Chapuis et al., 2001; Luciano & Filippo, 2009). Toutefois, la précision et la stabilité des solutions numériques dépendent fortement des conditions aux limites et des paramètres de discrétisation, notamment la taille du maillage et le choix du pas de temps, qui influencent la convergence des schémas numériques (Chapuis, 2010 ; Chapuis, 2012a ; Chapuis, 2012b, 2012c).

Selon Chapuis et al. (2023), les modèles numériques visent à résoudre des problèmes sans solution analytique explicite. Pourtant, différentes études sur un même sujet aboutissent parfois à des résultats divergents. Ces écarts s'expliquent par plusieurs facteurs : (1) la taille des éléments de discrétisation (ES), (2) la présence d'éléments allongés avec un rapport d'aspect (AR) variable, (3) les différences d'équations et d'erreurs de troncature, et (4) les raffinements locaux du maillage. Selon un principe fondamental de l'analyse numérique, la solution doit converger avec la réduction de la taille des éléments (Roache, 1994 ; Thwaites, 1949). Cependant, la convergence numérique

ne garantit pas nécessairement une convergence mathématique correcte. En effet, la convergence traditionnelle repose sur l'idée que la solution obtenue devient plus exacte à mesure que la taille des éléments de discrétisation (ES) diminue. Toutefois, cette approche ne tient pas toujours compte de la manière dont l'erreur numérique évolue dans le cadre d'un raffinement progressif du maillage (Chapuis et al., 2023). C'est dans ce contexte qu'intervient la notion de convergence de type H qui vise à quantifier l'évolution de l'erreur en fonction de la taille des éléments et du raffinement du maillage. Contrairement à la convergence classique, qui se limite souvent à vérifier la stabilité des résultats numériques, ce type de convergence permet d'évaluer si les solutions numériques s'approchent réellement de la solution mathématique théorique. Comme le soulignent les travaux de Chapuis et al. (2023) et Chapuis et al. (2025), cette différence est particulièrement critique dans les études hydrogéologiques, où une mauvaise représentation de la convergence peut engendrer des erreurs significatives dans l'évaluation des écoulements souterrains et des gradients hydrauliques.

CHAPITRE 3 ARTICLE 1: IMPACT OF FIXED SUCTION DURATION ON WATER RETENTION CURVE ACCURACY IN SILTY SANDS: EXPERIMENTAL AND NUMERICAL INSIGHTS

submitted for publication to the

Bulletin of Engineering Geology and the Environment

by

Arij Krifa¹ and Robert P. Chapuis^{1,2}

1 Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, P.O. Box 6079, Sta. CV, Montreal (Quebec), Canada, H3C 3A7

2 Corresponding author – e-mail: robert.chapuis@polymtl.ca – Phone: (514) 340 4711 ext. 4427
– Fax: (514) 340 4477 – <https://orcid.org/0000-0002-7397-9374>

May 07, 2025

Note to the Associate Editor and Reviewers

1. The author may have given special instructions to the Editor regarding real or perceived conflicts of interest. The Reviewers must be selected accordingly. A Reviewer must acknowledge that there is no conflict of interest in her or his opinion.

2. By accepting to evaluate this manuscript, a Reviewer acknowledges that the submitted material is confidential and cannot be copied or transmitted to a third party without a written authorization of the Associate Editor. The Reviewer acknowledges that the information cannot be used for personal advantage, and that the evaluation cannot be delayed for personal advantage

Abstract

Understanding unsaturated soils is critical in geotechnical and agricultural engineering, where the water retention curve (WRC) links water content to matric suction. The WRC is obtained using devices such as the Tempe cell. ASTM D6836-16 defines equilibrium based on the cessation of water movement rather than fixed durations. However, in practice, the movement is so small that it is difficult to determine when it stops, and thus many laboratories adopt equal time increments

such as 24 hours. This can be problematic for soils such as silty sands, which drained very slowly at suctions exceeding their air-entry value (AEV). This study investigates the influence of suction increment duration, specifically 24, 48, and 72 hours, on the WRC test results of silty sand using a Tempe cell. Laboratory results indicate that the 24-hour duration is often insufficient to reach pore-fluid equilibrium, leading to underestimation of water content, especially in the mid to high suction range. Numerical simulations were used to replicate transient flow under the same test conditions and interpret the impact of suction time on drainage behavior. They support the experimental findings, showing results close to expected retention behavior at long durations. The porous stone's hydraulic conductivity was found to strongly influence the test results: low-conductivity stones delayed the drainage and make it difficult to know whether equilibrium was reached, while high-conductivity stones produced drainage results consistent with theoretical expectations.

Key words: water retention curve, Tempe cell, laboratory test, suction increment, numerical modelling.

3.1 Introduction

The Water Retention Curve (WRC) is a crucial concept of unsaturated soils, with wide-ranging applications. It aids in managing irrigation, analyzing slope stability, and designing foundations and earth structures in geotechnical engineering. For instance, the WRC is utilized to predict how water is stored and moves through unsaturated soil, which are crucial factors in hydrological modeling and environmental engineering (Fredlund & Xing, 1994; Van Genuchten, 1980).

Research has shown that a precisely defined WRC significantly influences the accuracy of unsaturated soil behavior. For example, Likos et al. (2019) underscored the importance of WRC in determining soil shear strength and deformation characteristics, which is vital for evaluating the stability of slopes and earth dams. Likewise, Rasoulzadeh et al. (2024) highlighted the importance of fitting models for soil-water retention across various soil textures to enhance water retention and drainage patterns predictions, crucial for efficient soil management. Additionally, Aubertin et al. (2003) introduced a model that predicts WRC using basic geotechnical properties, proving its value in estimating soil behavior during initial project phases. Research has explored the relationship between WRC and void ratio, as well as stress conditions, to enhance predictive accuracy under diverse circumstances (Mašin, 2010). Furthermore, the impact of anisotropy on WRC has been

theoretically modeled, highlighting its effect on water retention capabilities (Zhou & Chen, 2021). Improvements in models, such as that of the van Genuchten-Mualem (Mualem, 1976; van Genuchten, 1980) and genetic algorithm-based calibration methods, further emphasize the critical role of WRC in practical soil analysis (Luo et al., 2019; Pedroso & Williams, 2011). By offering a comprehensive understanding of soil moisture dynamics, the WRC allows engineers and soil scientists to create more accurate and dependable models for various applications, ensuring sustainable water resource management and utilization. Consequently, the WRC is both a theoretical tool and a practical instrument that forms the foundation of contemporary soil science and geotechnical engineering practices (Fredlund & Xing, 1994; Rasoulzadeh et al., 2024).

Measuring the WRC is inherently time-consuming due to (1) the need for full equilibration of hydraulic head at the end of each suction step, (2) the nature of soil properties with hydraulic conductivity sharply decreasing when the suction is increases, and (3) the difficulty to obtain accurate and reproducible results. Despite advancements in techniques and equipment, the fundamental requirements of the process remain a detailed and lengthy procedure. Several methods have been developed to accelerate WRC measurements to remedy this. While Lu and Kaya (2013) proposed the drying cake method, Wayllace and Lu (2012) proposed the transient water release and imbibition methods to reduce testing time. Song et al. (2013) developed a large-scale environmental chamber to speed up soil water evaporation, further improving WRC measurement efficiency. Additionally, Chen et al. (2015) proposed an integrated high capacity tensiometer for continuous WRC measurements, and Milatz (2020) developed an automated device for granular soil testing to facilitate hysteretic WRC determination.

Research conducted by Zeitoun et al. (2021) highlighted the potential of in-situ measurements using soil sensors to estimate the WRC more efficiently. These sensors, which directly assess soil water content and potential, can expedite the process and provide dynamic WRC data across various soil depths. In contrast, D'Emilio et al. (2018) emphasized the substantial time and cost needed for traditional WRC measurements. Their investigation explored the application of artificial neural networks (ANNs) to predict WRC using readily available soil characteristics, offering a quicker alternative to conventional methods. The research indicated that ANNs can accurately forecast WRC parameters, thereby enhancing the efficiency and reducing the time required for the process (Bandai & Ghezzehei, 2021; Jain et al., 2004; Schaap & Bouten, 1996).

Although these techniques allow for a faster data acquisition, their precision and dependability may be compromised. Rapid testing methods can be delayed by elevated suction values. In soils with high air-entry value (AEV), such as silty sands, water release may occur slowly, potentially resulting in inaccurate WRC measurements if the method fails to fully capture the gradual drainage process at high suctions (Ng et al., 2015; Zhang et al., 2020). Quick field techniques, including dielectric sensors, require extensive calibration against laboratory benchmarks, which is both time-consuming and intricate (Bandai & Ghezzehei, 2021; Fredlund et al., 2011). The performance of sensors can fluctuate based on soil type, placement, and maintenance, introducing errors that are typically absent in laboratory methods (Gallage & Uchimura, 2010; Tian et al., 2018). The inherent heterogeneity of natural soil can lead to substantial variations in WRC data, making it challenging to collect representative values for large areas (Yamaguchi, 2010). Implementing and interpreting these rapid techniques also requires a high degree of technical expertise, and inaccuracies can arise from improper usage or data misinterpretation (Yang et al., 2023; Zamin et al., 2020).

Research with pressure plate apparatus and Tempe cells revealed that equilibrium time can take a few hours up to several weeks, especially at high suctions when water moves slowly (Fredlund & Xing, 1994; Rasoulzadeh et al., 2024). Similar observations were also reported by Gee et al. (1992), who demonstrated that the equilibration time in pressure plate tests can vary significantly depending on the soil type and pore-size distribution. While their work primarily focused on fine-textured and loess-type soils, the same principle applies to sandy or non-plastic materials where drainage at high suctions remains slow. These findings highlight the importance of allowing sufficient time for equilibration of hydraulic head to obtain a reliable WRC, which is crucial for engineering applications (Fredlund & Xing, 1994; van Genuchten, 1980). In addition, Chen (2018) found that increasing the initial dry density also decreased the unsaturated permeability: thus, a longer time was needed to reach hydraulic equilibrium under a given suction.

The duration of suction to which the specimens are subjected has a significant impact on the obtained WRC. The duration that is needed to reach equilibrium at a suction level can vary widely depending on soil properties. For example, coarse-textured soils such as sands reach equilibrium more quickly due to a high hydraulic conductivity. In contrast, fine-textured soils like clays extended periods because of their low permeability (Lu, 2020). Studies have indicated that insufficient suction duration gives inaccurate WRC measurements, as the water inside the specimen

may not reach equilibrium in hydraulic head, which results in false estimates of soil moisture content at applied suctions (Dane & Topp, 2020).

As Guillaume et al. (2023) demonstrated, the WRC measurement with conventional methods like the Tempe cell requires reaching an equilibrium before the subsequent suction is applied. This gradual process enables us to capture the soil's accurate response to each suction increment but significantly increases the test duration (Ng et al., 2015). The same authors also stated that different soil types take different amounts of time to reach equilibrium. Sandy soil, for example, reaches equilibrium faster than clayey soil because it has larger pores and faster drainage (Yang et al., 2004). On the other hand, soil with fine particles and complex pore structures, like silty or clayey soil, takes a long time to reach equilibrium and then, accurately measure its water retention properties (Tian et al., 2018).

While ASTM D6836-16 emphasizes achieving hydraulic equilibrium by monitoring flow cessation, in practical laboratory routines, it is common to assume standard durations (e.g., 24 hours) to manage time constraints. However, this approach may not capture the slow drainage behavior of silty sands, particularly at suctions above the air-entry value, where water movement becomes extremely slow. Previous studies have emphasized that insufficient equilibration time during WRC testing may lead to inaccurate estimation of air-entry value and residual water content. For instance, Chiapponi (2017) showed that drainage in glass bead media remained incomplete under short-duration steps and recommended longer testing periods and/or high-permeability ceramic plates to improve accuracy.

Additionally, measuring the exact volume of water exiting the specimen during slow drainage poses significant practical challenges. At high suction levels, the volume of expelled water may be so small that it is difficult to collect and quantify accurately, especially without highly sensitive weighing balances or micro-collection systems. Any small error in volume measurement becomes proportionally more significant. Furthermore, evaporation in the laboratory environment, particularly over multi-day testing, can alter mass readings and contribute to uncertainty in the drained volume, especially if the setup is not tightly sealed or is under humidity-controlled conditions. Currently, these issues are not well-documented, whereas they are critical to verify equilibrium, which cannot be based solely on water volume change. It is thus important to understand how fixed-duration steps could influence the results for a specimen.

Building upon the findings discussed above, this study aims to investigate the influence of longer suction increment durations on the test data with silty sand. Recognizing the need for extended equilibration periods to achieve precise data, we propose using the Tempe cell with suction durations of 24, 48, and 72 hours for silty soils. The laboratory results are then compared to those obtained using a finite element model of the test. The good agreement between the numerical and experimental results clearly demonstrates that the 24-hour increment time suggested by ASTM D6836-16, even with an additional observation period, is insufficient for silty sand. Longer equilibrium durations between 48 h and 72 h are required, particularly for suctions between the air-entry value (ψ_a) and the residual suction (ψ_r), where water redistribution occurs more slowly.

3.2 WRC and descriptive models

The WRC is a curve that describes the relationship between a soil's volumetric content or degree of saturation and its matric suction (Barbour, 1998). The relationship between the volumetric water content θ (m^3/m^3) and the degree of saturation, S_r , is given by:

$$\theta = nS_r, \quad (3.1)$$

in which n is the total porosity and S_r the degree of saturation.

Conducting a drainage test on a fully saturated specimen yields a drying WRC. Conversely, when the dry soil is wetted, it produces a wetting WRC. These wetting and drying curves differ due to the hysteresis phenomenon, which causes the soil to exhibit different water retention properties (Chapuis et al., 2015). In this paper, our focus will be on the study of the drying curve.

Some WRC prediction models are expressed in terms of matric suction $\psi = u_a - u_w$, where u_a and u_w are the pore-air and pore-water pressures, respectively, such as that of the Modified Kovács (MK) model (Aubertin et al., 2003). In contrast, other models formulate the WRC directly using the pore-water pressure u as the primary variable, like that of Brooks & Corey (1964) (BC) and of Fredlund & Xing (1994) (FX). The drying curve has three stages based on its ψ_a and its ψ_r :

1. Saturated State (before ψ_a): water is held in all pores of the soil due to capillary forces, preventing it from draining.
2. Transition State (after ψ_a): the larger pores of the soil begin to drain due to suction, reducing the volumetric water content and allowing air to replace water.

3. Residual State (after ψ_r): this stage has high suctions, low θ values, and low k_{unsat} values, making water having very slow movements (Figure 3.1).

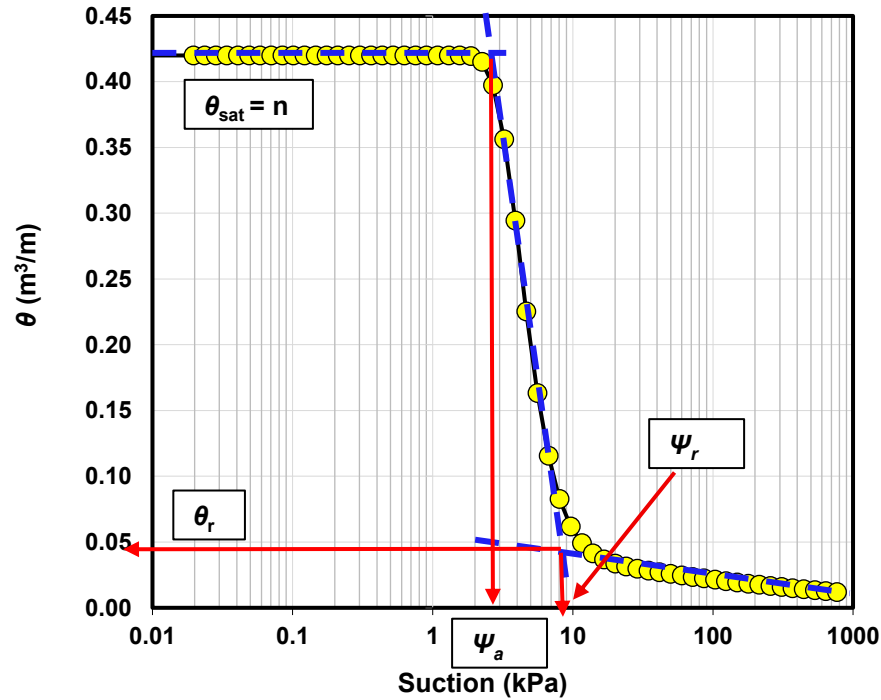


Figure 3.1 Schematic water retention curves illustrating parameter definitions for fine-textured soils.

Measuring the WRC in the laboratory or the field is a laborious process; hence, predictive models for the WRC were developed. These models are usually based on the geotechnical properties of the soil, such as grain size distribution and porosity (Mbonimpa et al., 2006). In this paper, five of these models are used: the BC model (Brooks & Corey, 1964) the vG model (van Genuchten, 1980) the lognormal or LN model (Kosugi, 1994), the MK model (Aubertin et al., 2003) and the FX model (Fredlund & Xing, 1994).

LN model

The LN (Kosugi, 1994) model assumes that the θ function is lognormal. This model defines $\theta(u)$ as follows:

$$\theta(u) = \theta_{sat} - (\theta_{sat} - \theta_r) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\frac{(\ln u - \mu)}{\sigma\sqrt{2}} \right] \right\} \quad (3.2)$$

where erf is the error function, θ_{sat} is the water content at saturation, θ_r is the residual water content, u is the pore water pressure and variable, μ is the mean of the variable's logarithm, and σ is the standard deviation of the variable's logarithm.

vG model

The vG model (van Genuchten, 1980) can be expressed by equation (3.3):

$$\theta(\psi) = \theta_r + (\theta_{sat} - \theta_r) [1 + (\alpha_{vG} \psi)^{n_{vG}}]^{-m_{vG}} \quad (3.3)$$

where α_{vG} , n_{vG} and m_{vG} are the model parameters with $m_{vG} = 1 - (1/n_{vG})$.

BC model

The BC (Brooks and Corey, 1964) model is described for $\psi > \psi_a$ as follows:

$$\theta(u) = \theta_r + (\theta_{sat} - \theta_r) \left[\frac{\psi}{\psi_{BC}} \right]^{-\lambda_{BC}} \quad (3.4)$$

in which λ_{BC} is called the pore size distribution index, and ψ_{BC} is the ψ_a of the BC model

FX model

This descriptive model of the water retention curve by Fredlund and Xing (1994) is expressed by equation (3.5):

$$\theta = \left[\frac{\theta_{sat}}{\left\{ \ln \left[\exp(1) + \left(\frac{\psi}{a_{FX}} \right)^{n_{FX}} \right] \right\}^{m_{FX}}} \right] \left[1 - \frac{\ln \left(1 + \frac{\psi}{\psi_{rFX}} \right)}{\ln \left(1 + \frac{10^6}{\psi_{rFX}} \right)} \right] \quad (3.5)$$

where a_{FX} is associated with the ψ_a , n_{FX} is related to the slope between the ψ_a and the WRC at ψ_{rFX} , and m_{FX} is connected to the residual water content portion of the WRC

MK model

The MK model (Aubertin et al., 2003) was designed to predict the WRC for non-cohesive soils, in which the degree of saturation S_r has two components: a capillary component S_c , and an adhesive component S_a , which are related by:

$$\theta = n[1 - (1 - S_a)(1 - S_c)] \quad (3.6)$$

in which $\langle \rangle$ represents Macaulay brackets, which means that $\langle x \rangle = 0.5(x + |x|)$. The components S_a and S_c are defined as follows:

$$S_c = 1 - \left[\left(\frac{h_{coMK}}{\psi} \right)^2 + 1 \right]^{m_{MK}} \exp \left[-m_{MK} \left(\frac{h_{coMK}}{\psi} \right)^2 \right] \quad (3.7)$$

$$S_a = a_{cMK} \left[1 - \frac{\ln \left(1 + \frac{\psi}{\psi_{rMK}} \right)}{\ln \left(1 + \frac{\psi_0}{\psi_{rMK}} \right)} \right] \frac{\left(\frac{h_{coMK}}{\psi_n} \right)^{\frac{2}{3}}}{e^{\frac{1}{6} \left(\frac{\psi}{\psi_n} \right)}} \quad (3.8)$$

In equations 3.7 and 3.8, h_{coMK} which represents the capillary rise height associated with the mean pore radius and ψ_{rMK} which is the residual suction corresponding to the air-entry limit of the soil are associated with ed_{10} , and coefficient of uniformity C_u , whereas m_{MK} , is related to C_u and ψ_n is normalization suction proper to the MK model. For a_{cMK} , a value of 0.01 was assigned, and 1×10^7 cm for ψ_0 , the normalization suction used to scale the function in a logarithmic space.

The first four models (LN, BC, vG and FX) are descriptive models, as they rely on curve-fitting to experimental WRC data using adjustable shape parameters. In contrast, the MK model (Aubertin et al., 2003) is predictive, as it estimates the water retention curve directly from fundamental soil properties such as grain-size distribution, porosity, and dry density, without fitting.

However, in this study, the MK model was also used as a fitting model to compare its performance with the experimental data. In this case, the parameters h_{coMK} , a_{cMK} , and m_{MK} were adjusted within realistic ranges derived from the soil's d_{10} , d_{60} , and C_u values to achieve an optimal fit.

3.3 Methodology

3.3.1 Materials

The soil used for the WRC's experimental and numerical measurements was collected at the sand and gravel pit of the PRO-MIX Aggregates Group, located in the municipality of Sainte-Angèle-de-Prémont in Quebec. This soil was characterized thoroughly in the laboratory. The grain size distribution (GSD) was obtained (Figure 3.2) by following ASTM D6913/D6913M-17.

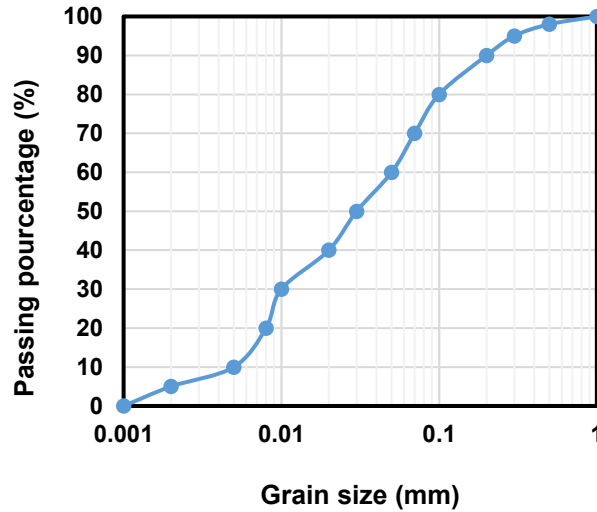


Figure 3.2 Grain size distribution of the silty sand.

Based on its GSD, this silty sand contains 5 % clay-size particles. Additional tests were carried out to obtain the specific gravity of solids (ASTM-D854-23) and the saturated hydraulic conductivity in a flexible-wall permeameter (triaxial cell) (ASTM-D5084-16a). Table 3-1 summarizes the geotechnical properties of the soil.

Tableau 3-1 Geotechnical properties of the silty sand.

d_{10} (mm)	d_{60} (mm)	n	G_s	k_{sat} (m/s)
0.0062	0.07	0.36	2.64	1.3E-06

3.4 Experimental Results

3.4.1 Tempe Cell Procedure

The Tempe cell was selected in the study because it delivers accurate and repeatable results, which is essential when dealing with small changes in soil water characteristics. Having accurate results with a Tempe cell requires meticulous handling and precise control over experimental conditions, making it a preferred choice for research that aims for an accurate WRC under varying matric suctions. This precision makes the Tempe cell an invaluable tool for unsaturated soils, particularly when exploring the nuanced behaviors of fine-grained soils in unsaturated states.

The soil specimens were initially compacted following the Standard Proctor procedure ASTM-D698-12e2, to achieve a representative field-like density. The target compaction corresponded to about 95% of the maximum dry density, and the initial water content was adjusted to 4% before compaction. Following compaction, the specimens were placed in a triaxial cell for saturation. A stepwise back-pressure technique was applied by gradually increasing the cell pressure (radial stress) and axial/back pressure from 0 to about 600 kPa. Saturation was verified by monitoring the water volume in and out of the specimen during each step; once the inflow matched the outflow and no further volume change was observed, the specimen was at least at 95% saturation. This procedure ensured uniform saturation while avoiding pore pressure buildup and structural disturbance.

After saturation in the triaxial cell, the soil specimens were trimmed using a cylindrical soil extractor designed to precisely insert the Tempe cell's metal ring into the saturated specimen without inducing mechanical disturbance or drying. This tool allowed the ring to be smoothly pressed into the sample to extract a tight-fitting core while maintaining the specimen's structure and moisture condition. The operation was carried out immediately after saturation to ensure minimal suction development during transfer.

Before assembling the Tempe cell, the ceramic porous stones were saturated using a vacuum saturation method to ensure full saturation and proper hydraulic contact with the soil specimen. The stones were first submerged in de-aired water inside a desiccator, and a vacuum was applied for at least 1 hour to remove entrapped air from the stone's pore structure. After vacuum saturation, the stones remained submerged in de-aired water until they were installed in the Tempe cell to prevent desaturation. This procedure was essential to minimize air entrapment at the soil-stone interface and ensure accurate measurement of volumetric water content during drainage.

The soil's WRC was measured using three durations for suction increments (24-hour, 48-hour, and 72-hour) following the laboratory protocol in ASTM-D6836-16. Due to equipment constraints and the time-intensive nature of saturation and drainage equilibration, one specimen was tested per suction duration of 24 h, 48 h, and 72 h (Figure 3.3). While no formal replication was conducted, the compaction and saturation procedures were highly controlled and repeatable. Future studies may consider multi-sample replication to confirm the consistency of these findings.

The use of fixed suction durations in this study was chosen as a controlled simplification to directly compare the effects of increment length on drainage response, acknowledging that full stabilization might require variable and longer times depending on soil behavior.



Figure 3.3 Tempe cells used in WRC measurements.

3.4.2 Evaporation Assessment Using Open Burettes

To estimate the impact of evaporation on volume-based water retention measurements, a control experiment was conducted in parallel with the WRC tests. Three open-ended burettes, each with a different internal diameter, were filled with de-aired water and placed near the Tempe cell setup under ambient lab conditions. Over 72 hours, the volume loss due to evaporation was recorded directly from the burette graduations at regular intervals (24 hours).

Tableau 3-2 Evaporation volume loss over 72 hours for three open burettes with different diameters.

Evaporation	Tube A	Tube B	Tube C
Int diam. (cm)	1	2	4
Section (cm ²)	0.785	3.142	12.566
Reading (cm ³)	Reading (cm ³)	Reading (cm ³)	Reading (cm ³)
$t = 0$	4.0	16.0	125.0
$t = 24$ h	3.8	15.4	122.5
$t = 48$ h	3.7	14.7	120.0
$t = 72$ h	3.5	14.1	117.5
dV/dt (cm ³ /d)	0.212	0.202	0.199
dV/dt (cm ³ /h)	0.0088	0.0084	0.0083

The results in Table 2 show a progressive decrease in water volume across all three burettes over the 72-hour observation period, with greater evaporation observed in burettes with larger diameters due to their larger surface area. Although the evaporation rates were moderate, they represent a non-negligible volume loss over time for WRC tests. For example, tube C ($D = 4$ cm) lost a total of 7.5 mL over 72 hours, which means $0.0083 \text{ cm}^3/\text{cm}^2$ per hour, while tube A ($D = 1$ cm) lost 0.5 mL, which means $0.0088 \text{ cm}^3/\text{cm}^2$ per hour. These evaporation rates, although small, are of the same order of magnitude as or larger than the volume changes in water typically observed in silty soils during WRC testing at high suction levels.

It is worth noting that these water losses translate in changes of a few milligrams per hour, which is far below the readability of standard laboratory balances (typically 0.1 g) and the visual resolution of standard burettes (typically 0.1-0.2 mL per division). As a result, any minor misreading or environmental variation can significantly affect the recorded outflow, introducing errors into the water retention data. This limitation is particularly critical under low-flow conditions and high suction levels, when the expelled water volume becomes exceedingly small.

To quantify the measurement limitations and obtain a more accurate estimate of water loss, the flow rate per day of the drained water from the specimen was also computed numerically using SEEP/W. (Refer to the section for details on the numerical modeling). The duration of suction is of 24 hours, and the applied suction is fixed at 100 kPa (Figure 3.4).

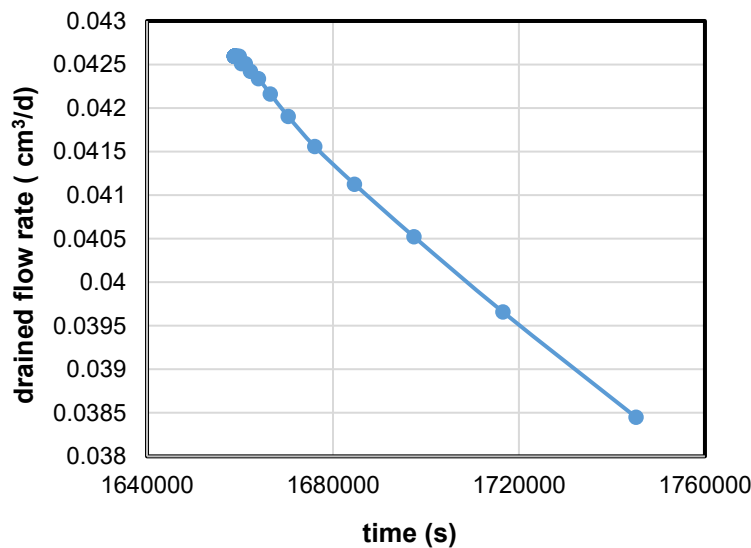


Figure 3.4 Numerically predicted drained flow rate vs time.

The results in Figure 3.4 show the evolution of drained flow rate over time, with values gradually decreasing from approximately $0.0426 \text{ cm}^3/\text{day}$ to $0.0384 \text{ cm}^3/\text{day}$. All recorded flow rates throughout the observed period remain well below $0.1 \text{ cm}^3/\text{day}$, which corresponds to the minimum volume resolution required for measuring devices, as specified by ASTM D6836-16. According to Section 6.7 of the standard, *“The capillary tube shall be free of dirt, oil, or other contaminants and include a scale that permits resolution of the volume expelled to 0.1 mL or better.”* This sensitivity implies that drainage values lower than $0.1 \text{ cm}^3/\text{day}$ would fall below the detectable limit of the apparatus. However, the standard does not specify the duration over which water movement must cease to consider a step at equilibrium.

In practice, a fixed drainage period of 24 hours is often adopted; however, the results suggest that such a duration may be insufficient for achieving true hydraulic equilibrium, especially at high suction levels where drainage progresses very slowly. The persistence of flow rates beyond 24 hours, despite being below the resolution limit, indicates that water redistribution within the specimen may still be occurring. Therefore, longer suction durations, exceeding 48 or even 72 hours, are recommended to ensure that each measurement point truly reflects an equilibrium condition. This is particularly important for accurately capturing the shape of the water retention curve in the dry range, where slight differences in water content can significantly affect the curve's interpretation. Even though the flow rates fall below the resolution limit after 24 hours, the fact that drainage is still happening suggests that water is still redistributing inside the sample. This means the soil hasn't truly reached equilibrium yet.

These findings have important implications for the interpretation of Tempe cell experiments, especially when using fixed-duration steps (e.g., 24, 48 or even 72 hours) to know whether or not the final condition of each suction step is close to hydraulic head equilibrium. In such case, the actual measured outflow may be partially masked by concurrent evaporation from the system, particularly when the drainage rate is already very low due to low permeability at high suction. This situation can lead to premature assumptions of equilibrium, resulting in the overestimation of the soil's water retention capacity at medium to high suction levels. Moreover, since the standard approach often uses small volume changes to assess stabilization, even slight evaporation-induced losses can significantly affect the precision and reliability of the measurement.

Therefore, according to the results presented above, it is difficult in the laboratory to assess the time at which hydraulic equilibrium is achieved. Strategies are needed to either extend suction durations or implement evaporation-minimization, to ensure that the measured minimal drained volumes truly represent the water released by the specimen and are not reduced volumes due to loss of water mass by evaporation. It also justifies the study's focus on evaluating the reliability of fixed equilibrium time of 24 hours, particularly in silty sands where both drainage and evaporation occur slowly and in small quantities, increasing the inaccuracy of measurements.

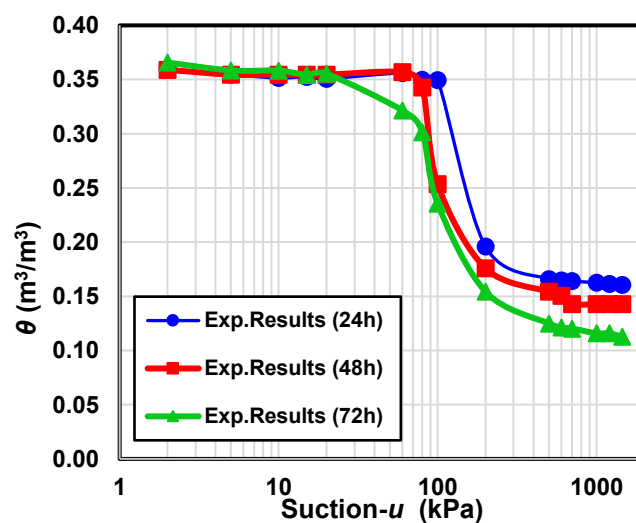


Figure 3.5 Experimental WRC for 24-hour, 48-hour, and 72-hour suction increments.

All curves (Figure 3.5) have a typical WRC shape, where θ decreases as suction increases. The curves clearly differ, especially for suctions exceeding ψ_a . This confirms our hypothesis that the suction increment duration needs to be extended to more than 24 hours for a more reliable and accurate measurement of the WRC for silty sands.

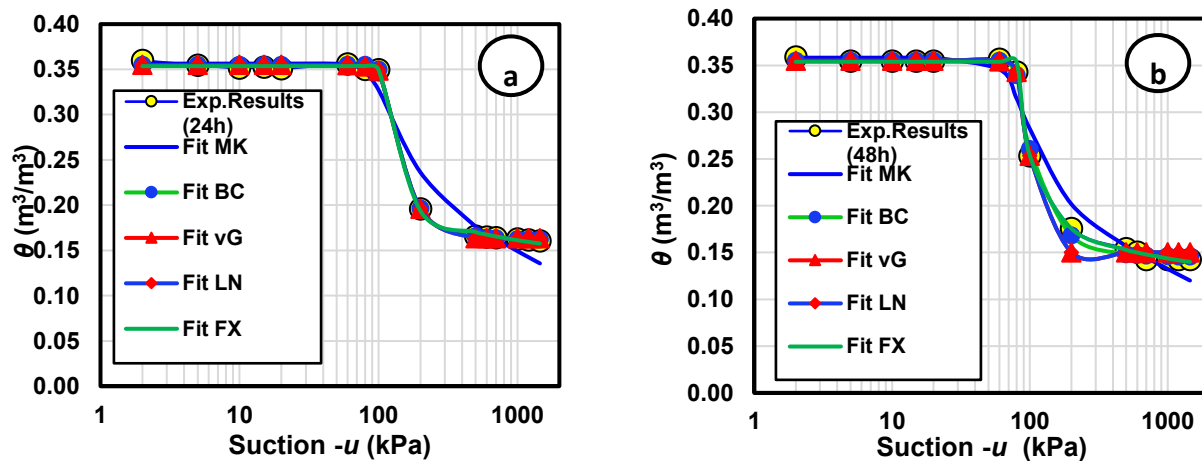
3.4.3 Best fit analysis

The experimental WRCs measured using the Tempe cell at 24, 48, and 72-hour suction durations were evaluated using five commonly adopted models: Brooks-Corey (BC), van Genuchten (vG), Fredlund-Xing (FX), Lognormal (LN), and Modified Kovács (MK). Rather than identifying the most accurate model, the objective of this analysis was to use these functions as diagnostic tools to assess the internal consistency of the experimental data under different suction durations.

Each model was fitted to the experimental WRCs using the least squares method, which minimizes the sum of squared residuals between observed and predicted water contents.

The results show that fit quality improved with increased suction duration across all models, indicating more stable and representative data at 72 hours. The BC, LN, and vG models exhibited comparable performance, particularly at lower suctions, while the MK model consistently demonstrated weaker agreement. These trends suggest that the experimental WRCs obtained with the Tempe cell at 24, 48, and 72-hour suction durations were evaluated using five commonly adopted models: Brooks-Corey (BC), van Genuchten (vG), Fredlund-Xing (FX), Lognormal (LN), and Modified Kovács (MK). Rather than identifying the most accurate model, the objective of this analysis was to use these functions as diagnostic tools to assess the internal consistency of the test results under varying suction durations. The fitted curves and residuals are illustrated in Figure 3.6. Each model was fitted to the experimental WRCs using the least squares method, which minimizes the sum of squared residuals between observed and predicted water contents.

The results show that the fit quality improved with increased suction duration for all models, indicating more stable and representative data at 72 hours. The BC, LN, and vG models exhibited comparable performance, particularly at lower suctions, while the MK model consistently revealed weaker agreement. These trends suggest that extended suction durations help reduce errors, independently of the fitting equation.



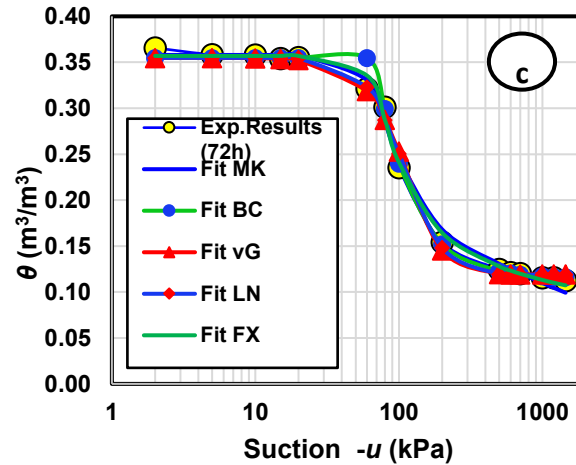


Figure 3.6 Best-fit analysis on the experimental data: (a) 24-hour suction increment;(b) 48-hour suction increment; (c) 72-hour suction increment.

Upon examining the graphs, it is evident that the models appear to fit the data similarly well except for MK model, which shows a different behavior. The curves are close, with little significant visual differences in their fits. This makes it difficult to determine which model best fits based solely on visual inspections. Statistically, one must rely on the root mean square error (*RMSE*), coefficient of determination (R^2), and residual analysis (Figure 3.7) to identify which predictive models fit the experimental results best. Table 3-3 below summarizes the values for R^2 and *RMSE* obtained in this best-fit analysis.

Tableau 3-3 Best fit of the predictive model results against the experimental data.

	BC		LN		vG		FX		MK	
	R^2	<i>RMSE</i>	R^2	<i>RMSE</i>	R^2	<i>RMSE</i>	R^2	<i>RMSE</i>	R^2	<i>RMSE</i>
24 hours	0.999	2.29E-03	0.9993	1.98E-03	0.9993	1.58E-03	0.9926	2.03E-05	0.974	4.26E-03
48 hours	0.998	1.28E-03	0.9938	1.29E-03	0.9937	1.34E-03	0.9987	6.51E-06	0.978	4.33E-03
72 hours	0.993	4.03E-03	0.9963	5.02E-03	0.9958	6.48E-03	0.9959	3.70E-04	0.9937	2.15E-03

The analysis of the predictive models based on R^2 and *RMSE* reveals that the BC and vG models provide the best fits for the experimental data, with consistently high R^2 values (0.9993-0.9994)

and the lowest $RMSE$ values. The LN model also performs well, showing high R^2 values and slightly higher $RMSE$ than the vG model. In contrast, the FX model has lower R^2 value (0.9926) and lower $RMSE$ values than the BC, LN and vG models, while the MK model obtains the lowest R^2 value and the highest $RMSE$ value of all models. Based on these findings, the authors have chosen to perform numerical analysis using the three predictive models: vG, BC, and LN.

To determine the best-fit model, we verify whether the residuals follow a normal distribution with a mean of zero (Chapuis, 2023). If they do not, the distribution does not follow an assumption of the least squares method, indicating that the fitting model does not sufficiently explain the data. Figure 3.7 illustrates the distribution of the residuals computed from the best fit with the 24-hour experimental data for the three predictive models: vG, BC, and LN.

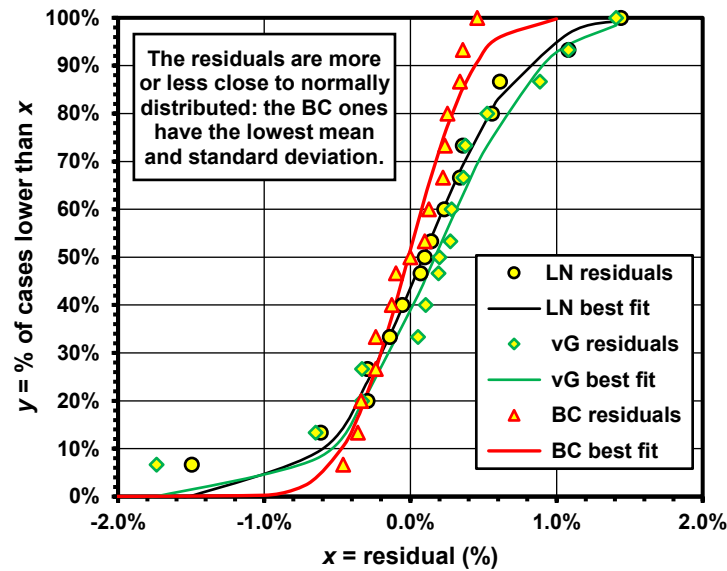


Figure 3.7 The distribution of the residuals for the LN, BC, and vG models and their best fits with the lognormal distribution function.

The best-fit model should present residuals with a mean of zero and the smallest standard deviation, as observed in the graph above. The BC model presents this behavior, accurately predicting the water retention curve under equilibrium conditions. For this reason, we chose to perform the numerical analysis with the BC model for the water retention curve, as it gave the most reliable description of the soil's water retention behavior in the Tempe cell.

3.5 Numerical predictions

3.5.1 Numerical model configuration

The finite element study used the code SEEP/W, which was designed for modeling groundwater seepage (GeoStudio, 2007). The model was built to perform transient saturated/unsaturated analysis within a pressure Tempe cell with a diameter of 6 cm and a total height of 6 cm, 4 cm for the specimen and 1 cm for the porous stone (Figure 3.8).

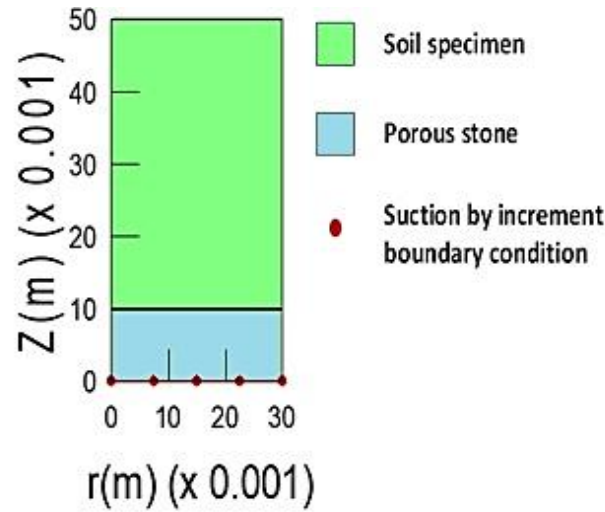


Figure 3.8 Geometry of the Tempe cell in the numerical model.

Figure 3.8 shows that the numerical model comprises the soil specimen and the porous stone. Two key parameters define the soil specimen: the WRC and the unsaturated hydraulic conductivity curve $K(u)$. As mentioned before, we chose the BC model to predict the WRC of our specimen using the parameters obtained from the best-fit analysis of the experimental data. The WRC is illustrated in Figure 3.9.

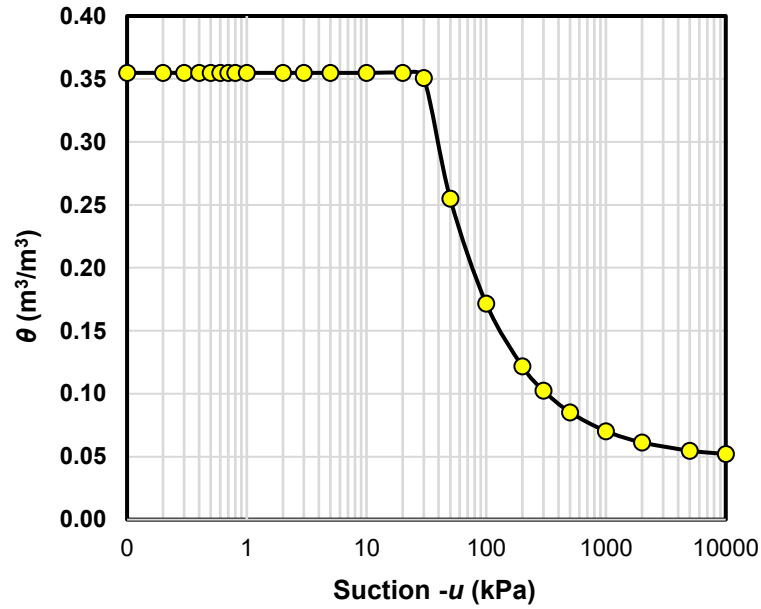


Figure 3.9 The WRC of the silty sand based on the BC model.

This curve is described by five critical parameters, which are summarized in Table 3-4.

Tableau 3-4 WRC defining parameters

θ_{sat}	θ_r	ψ_{aBC} (kPa)	ψ_{rBC} (kPa)	λ_{BC}
0.355	0.048	29.50	100.50	0.75

It should be noted that the BC model has four parameters. The 5th parameter, the value of ψ_{rBC} , was obtained graphically by the tangent method first proposed by van Genuchten (1980).

The WRC and the value of the saturated conductivity k_{sat} were used to generate the $k(u)$ curve (Figure 3.10) based on the van Genuchten-Mualem model for unsaturated hydraulic conductivity prediction, which is included in SEEP/W. The van Genuchten-Mualem model (van Genuchten, 1980) for predicting the unsaturated hydraulic conductivity curve was chosen over the Fredlund and Xing model (Fredlund and Xing 1994) because it accurately represents hydraulic conductivity across a broad range of soils, particularly at high suction levels. Empirical studies, such as those of Qiao et al. (2019) and Schaap et al. (2001) demonstrated its superior performance and a broader range of applications, making it a preferred choice for numerical modeling with software like SEEP/W.

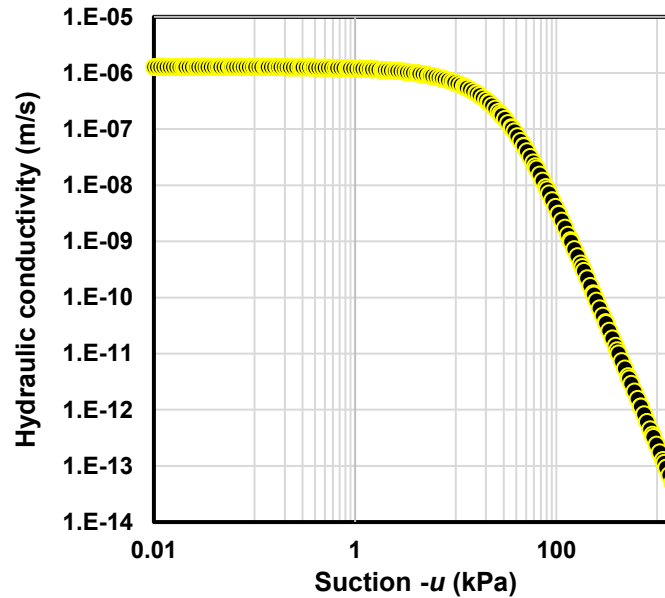


Figure 3.10 Unsaturated hydraulic conductivity of the silty sand.

We note that the maximal suction used for the experimental analysis is around 1500 kPa. During the numerical simulations, the saturated hydraulic conductivity of the porous plate (k_{PS}) was obtained from the soil moisture ceramic stones catalog. This catalog, the same one from which we received the porous stone used in the experimental procedures, provided the necessary data to know that $k_{PS} = 2.59 \times 10^{-11}$ m/s, a crucial parameter for our numerical analysis.

The simulation consists of multiple transient analyses, each representing an incremental increase in the air pressure within the Tempe cell. Considering that SEEP/W (2007) does not include an airflow module, the suction is handled as a negative hydraulic head at the bottom of the porous stone, which increases with each step. Each subsequent analysis builds upon the final condition reached in the previous step. Each final time is 24 or 48 or 72 hours in the study.

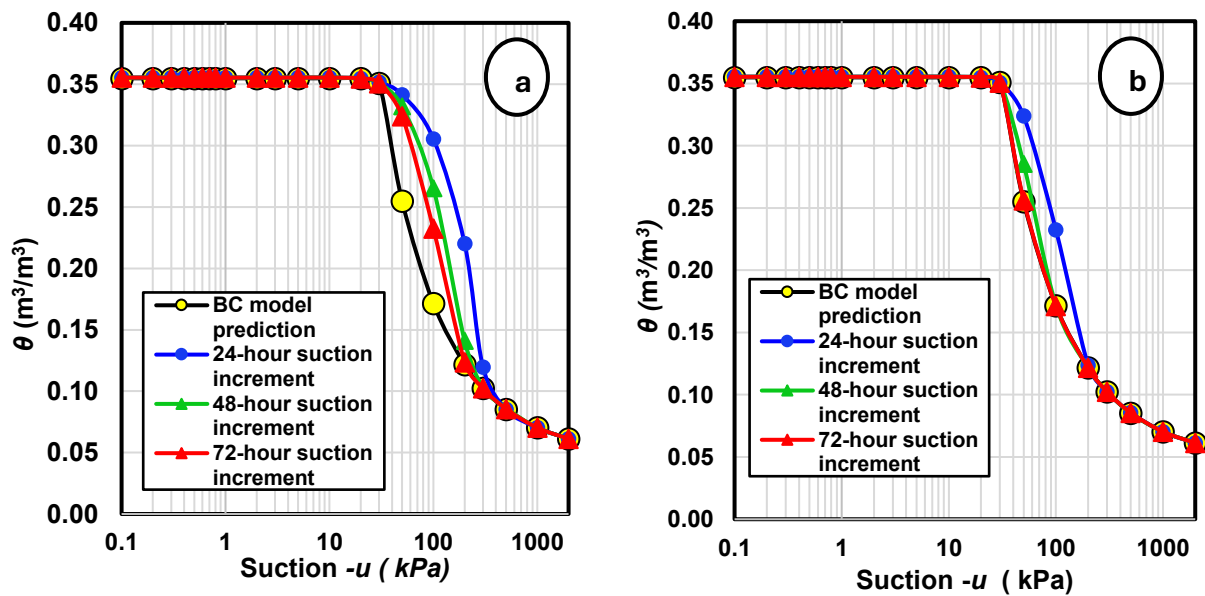
Once all the numerical modeling was executed, the water retention curves was computed for all three suction step durations by simply computing the mean volumetric water content of the specimen in the test chamber. Sakaki and Illangasekare (2007) conducted a comparative analysis of WRC's derived from height-averaged saturation measurements, obtained via total outflow, and point-based measurements taken at the midpoint of a sample within a modified Tempe cell. Their findings indicated that in coarser soils characterized by relatively low displacement pressures, a pronounced "bulk drainage" effect often initiated at the top of the specimen. This phenomenon led

the height-averaged method to produce a smoothed WRC, particularly near the air-entry region. However, in finer-textured soils, such as silty sands, which exhibit higher displacement pressures, no significant differences were observed between the two measurement approaches. Consistent with these findings, our test results verified that calculating the volumetric water content over the entire specimen height using total outflow produced WRC values nearly identical to those obtained from localized measurements at mid-height. Consequently, while point-based measurements can be useful in identifying non-uniform drainage in coarse-grained soils, our silty sand specimens did not show notable differences between the two measurement techniques.

3.5.2 Numerical results

3.5.2.1 Results of the water retention curves

This section of the paper presents the numerical results collected on the water retention curves for 24-hour, 48-hour, and 72-hour suction increments.



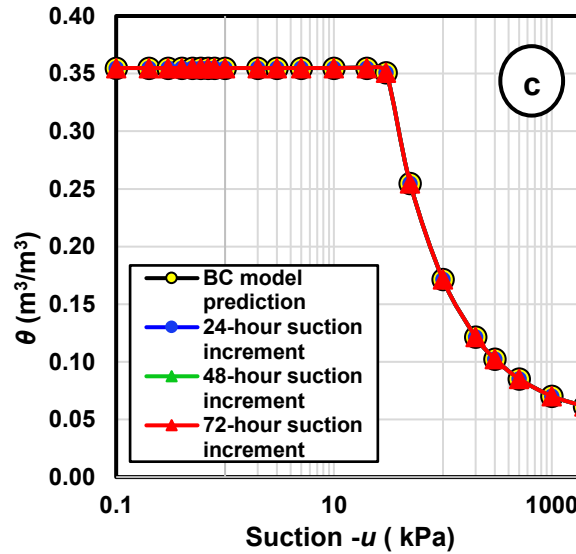


Figure 3.11 Numerical WRC for 24-hour, 48-hour, and 72-hour suction increments: (a) $k_{PS} = 2.59 \times 10^{-11}$ m/s; (b) $k_{PS} = 2.59 \times 10^{-10}$; (c) $k_{PS} = 2.5 \times 10^{-9}$ m/s.

Figure 3.11 compares numerical WRC using three suction-step durations (24, 48, 72 hours) and three porous-stone conductivities (2.59×10^{-11} , 2.59×10^{-10} , 2.59×10^{-9} m/s). The stone with the lowest conductivity (2.59×10^{-11} m/s) remains saturated up to 1500 kPa (its ψ_a) but drains slowly, so 24 hours is not enough to reach equilibrium. At 48- or 72-hour increments, the simulation converges much more closely to the BC model, reflecting adequate drainage. By contrast, the highest-conductivity stone (2.59×10^{-9} m/s) appears to match the theoretical WRC faster but would not stay saturated above about 500 kPa (the ψ_a of the porous stone) in a real test, making it unsuitable for full-range measurements up to 1500 kPa. Hence, for realistic results at high suctions, a lower-conductivity stone must be used, even though longer increments are needed to achieve equilibrium. Consequently, at 24 hours, the measured WRC still exhibits a higher water content than predicted by the BC model. By extending increments to 48 or 72 hours, drainage is more complete, significantly improving agreement with the model. This indicates that strictly adhering to a 24-hour step can lead to underestimating the soil's capacity to drain at high suction, underscoring the need for longer equilibration times in silty soils.

An analysis of the residuals appears in Figure 3.12 for a more complete assessment of the above three curves. To measure the residuals of the fitted and predicted BC curves, we found the best fit with the BC model for the three curves for a $k_{PS} = 2.59 \times 10^{-11}$ m/s, since we have established that

these curves are the most realistic when it comes to fit WRC results in a laboratory set-up where the ψ_a value of the porous stone is a critical parameter that should be respected. The results obtained are illustrated below.

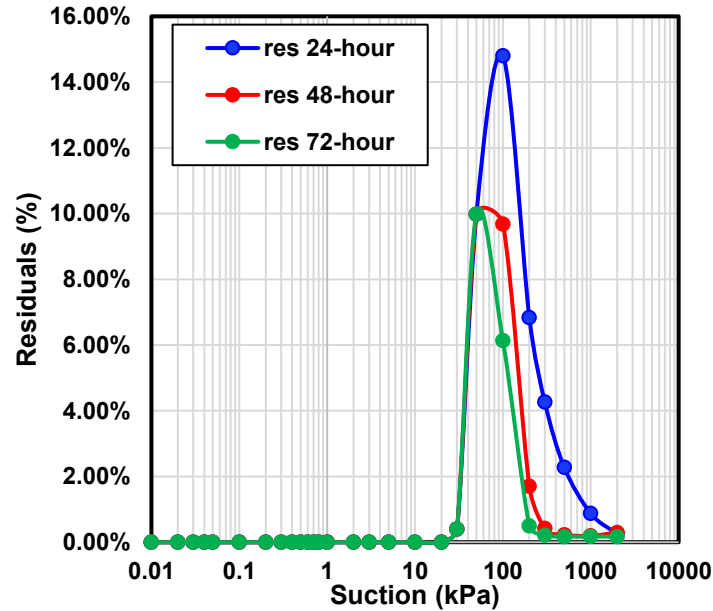


Figure 3.12 Distribution of residuals for 24-hour, 48-hour, and 72-hour suction increments for $k_{PS} = 2.59 \times 10^{-11}$ m/s.

The graph shows the residuals, differences between experimental results and the BC model, at different suction levels for the three step durations (24-hour, 48-hour, and 72-hour). The 24-hour data show a significant deviation of around 15% near 100 kPa, indicating that it differs the most from the BC model. This suggests that the model underestimates the volumetric water content when only 24 hours are allowed for each step. The 48-hour data show improved position with the BC model as compared to the 24-hour data, but there is still a noticeable deviation around 100 kPa. The 72-hour data align more closely with the BC model, indicating that with a longer increment, the data better reflects the soil's actual WRC as predicted by the BC model.

It is worth noting that the 24-hour results deviate more and show a broader range of values, indicating more measurement errors across a wider suction range. This suggests that measurements after 24 hours are more prone to error than those after 48-hour and 72-hour. As the step duration increases, the range of deviations narrows, resulting in better alignment with the BC model. The highest deviation for all three curves occurs at around 100 kPa, which corresponds to the onset of

air entry (ψ_a). At this stage, air begins to invade the largest pores, making the soil transition from saturation to desaturation. This explains the higher sensitivity and inaccuracy of the measurements near and just beyond ψ_a .

The deviations consistently decrease from the 24-hour to the 72-hour increments, which highlights the importance of allowing sufficient time for equilibration of hydraulic head in experiments. This time dependency shows that longer suction increments allow the soil to approach equilibrium more closely, resulting in more accurate measurements that align better with theoretical models.

3.5.2.2 Results on the influence of the k_{PS}

Many soil water retention models, such as the BC model, assume ideal conditions, including uniform water flow. Studying the influence of the porous stone ensures that the experimental setup aligns with these assumptions, leading to more accurate model predictions and a better understanding of soil behavior. The results below illustrate the k_{PS} 's influence on the water retention curve while considering a 24-hour suction increment (Figure 3.13).

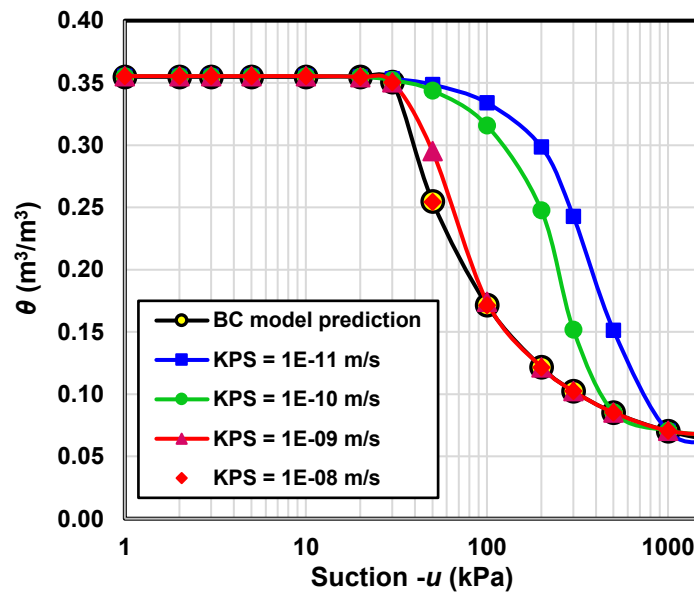


Figure 3.13 Numerical water retention curves for different values of k_{PS} with the 24-hour suction increment.

The results of Figure 3.13 reveal that as k_{ps} increases, the WRC curves show steeper reductions in volumetric water content, particularly at low suctions. This indicates that higher k_{ps} values facilitate faster water drainage and equilibration.

Porous stones with low k_{sat} values (1×10^{-10} m/s and $\times 10^{-11}$ m/s) exhibit delayed water drainage, leading to a slower decrease in volumetric water content. This can result in underestimating the soil's WRC, especially in the mid-range suction values. On the other hand, high k_{sat} values of the porous stone (1×10^{-8} m/s and 1×10^{-9} m/s) permit a more rapid equilibration, yielding results that fit more closely to the BC model, particularly at middle suction levels.

These findings highlight the importance of selecting a porous stone with an appropriate k_{ps} for accurate WRC results. Low-conductivity porous stones may result in delayed equilibration and inaccurate readings, while higher-conductivity stones provide a more representative measure of the soil's actual WRC.

Conversely, it is essential to remember that porous stones with high k_{sat} values may lose their saturation at low suctions, which affects the accuracy of the findings. Such stones cannot sustain the required moisture equilibrium in high suction conditions, which suggests that choosing a porous stone with a high conductivity may not be adequate for soils with higher AEV , like silty sands; it is necessary to use porous stones with low hydraulic conductivities to maintain saturation and measure the WRC accurately at any suction.

3.6 Discussion

This study highlights the influence of suction increment duration on the reliability of water retention curve (WRC) measurements for silty sand. Although ASTM D6836-16 does not prescribe a fixed equilibration period, it defines stabilization criteria based on the cessation of water movement, with minimum time thresholds that vary by suction range. In practical laboratory testing, however, fixed durations are often used for logistical simplicity. This study systematically investigates how the use of fixed 24-, 48-, and 72-hour increments, common in routine practice, affects the apparent WRC in low-permeability soils.

The results demonstrate that a 24-hour suction increment is generally insufficient to achieve hydraulic equilibrium in silty sands, particularly at suctions exceeding the air-entry value. The volumetric water content measured after 24 hours was consistently higher than values observed at

longer durations, especially in the mid-range suction zone (~ 100 kPa), where drainage is known to be slow but not yet fully residual. This underestimation of drained volume can affect the interpretation of soil hydraulic properties used in geotechnical design and modeling. By extending the suction duration to 48 and 72 hours, the experimental data more closely approach theoretical WRC shapes, suggesting that more complete equilibration had been achieved. Our results reinforce previous observations by Chiapponi (2017) who demonstrated that waiting time significantly affects drainage behavior in porous media and that high-conductivity ceramic plates can reduce equilibration time. Similar to his findings, we observed that longer durations improved data consistency and reduced underestimation of water content.

In this context, predictive models (BC, van Genuchten, LN, etc.) were not evaluated for some ranking but rather used as diagnostic tools to assess the consistency of the measured data. The progressive improvement in model fit with increasing suction time reflects improved data quality, not necessarily better model performance. The BC model was ultimately selected for numerical simulation due to its practical structure and compatibility with SEEP/W, but this choice was secondary to the main experimental objective.

The discussion of porous stone conductivity also highlights a critical experimental consideration. Stones with low conductivity tend to retain saturation under high suctions, which is essential for tests extending to 1500 kPa. However, this comes at the cost of slower drainage and longer equilibration times. Conversely, stones with high conductivity may promote faster equilibration at low suctions but cannot remain saturated beyond their own air-entry value, leading to premature air breakthrough. This trade-off must be considered carefully when selecting porous media for WRC testing, particularly in silty materials where air entry and residual phases are difficult to distinguish.

The time required to reach equilibrium is also influenced by soil microstructure. Silty sands, though generally classified as granular, often contain enough fine particles to create tortuous pore networks and hinder drainage under suction. As water retreats from pores, local air invasion and capillary discontinuities further slow the process. This may explain why, even after 72 hours, complete stabilization was not achieved at high suctions. In such cases, traditional assumptions of uniform flow and instantaneous response become increasingly invalid. Alternative testing methods, such as pressure plate extractors, high capacity tensiometers, or centrifuge techniques, may offer more

efficient or direct means to reach equilibrium in these suction ranges, though they present their own limitations.

Although this study was limited to a single soil type and did not involve replication, the findings provide valuable insights into practical testing practices and highlight the risks of relying on fixed-duration suction steps without verifying stabilization. Future work could expand the analysis to other soil textures and explore automated stabilization detection methods to reduce uncertainty in WRC testing.

In summary, this study underscores the need for extended equilibration times in silty sands when using Tempe cells for WRC determination. Fixed durations of 24 hours, although common, may lead to significant underestimation of drainage and water content. The use of 48- or 72-hour increments results in more representative data, particularly when paired with careful selection of porous stone properties and consideration of microstructural effects.

3.7 Conclusion

This research examined the influence of suction increment duration on the water retention behavior of silty sand, using both experimental Tempe cell tests and numerical modeling. While ASTM D6836-16 emphasizes stabilization based on the cessation of water movement rather than fixed durations, many laboratories default to 24-hour increments for convenience and because it is too difficult to assess the cessation of movement. Our findings show that this commonly used duration is insufficient to reach pore-fluid equilibrium in low-permeability soils such as silty sands, particularly near or above the air-entry value.

As suction duration was extended to 48 and 72 hours, the water content values improved and better aligned with theoretical expectations, suggesting that more complete drainage had occurred. In this study, predictive models such as Brooks-Corey were employed not to identify the best-fitting function, but rather to assess the internal consistency of the test results. The improved fit at longer durations confirms the importance of extended equilibrium durations, though discrepancies persisted, indicating that even 72 hours may not fully capture equilibrium under certain conditions.

The results also underscore the importance of porous stone selection. Low-conductivity stones tend to delay equilibration and underrepresent the specimen water content at intermediate suctions,

while high-conductivity stones provide faster responses but may not remain saturated under high suctions, affecting the quality of results.

Additionally, practical limitations such as too small drainage volumes impacted by evaporation, as confirmed by a controlled burette evaporation experiment, can further reduce measurement precision during long-duration tests. These factors highlight the trade-offs involved in fixed-duration protocols.

In conclusion, using suction increments of up to 72 hours and carefully selecting porous stones with appropriate hydraulic properties are recommended for improving the reliability of WRC measurements in silty sands. While this study focused on a single soil type without replication, the insights gained are relevant for refining test protocols in laboratory practice. Future research should expand these findings to a wider range of soils, explore stabilization monitoring alternatives, and evaluate the combined effects of drainage kinetics, stone properties, and environmental controls on WRC accuracy.

Author Contributions

Krifa: design; analysis; methodology; numerical simulations; writing-original draft; review and editing. Chapuis: funding acquisition; supervision; review and editing.

Acknowledgments

This research was supported in part by a discovery grant of NSERC Canada to Chapuis and in part by financial support to Krifa from Polytechnique Montreal.

Conflicts of Interest

The authors declare no conflicts of interest.

Data Availability Statement

Data sharing is not applicable to this article, as no data sets were generated or analyzed during the current study.

**CHAPITRE 4 ARTICLE 2: EVALUATING WATER RETENTION
CURVE MODELS FOR SIMULATING DRAINAGE BEHAVIOR IN
UNSATURATED GLASS BEADS: A NUMERICAL AND
EXPERIMENTAL STUDY**

Submitted for publication to

Engineering Geology

by

Arij Krifa¹ and Robert P. Chapuis^{1,2}

1 Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, P.O. Box 6079, Sta. CV, Montreal (Quebec), Canada, H3C 3A7

2 Corresponding author – e-mail: robert.chapuis@polymtl.ca – Phone: (514) 340 4711 ext. 4427
– Fax: (514) 340 4477– <https://orcid.org/0000-0002-7397-9374>

May 08, 2025

Note to the Associate Editor and Reviewers

1. The author may have given special instructions to the Editor regarding real or perceived conflicts of interest. The Reviewers must be selected accordingly. A Reviewer must acknowledge that there is no conflict of interest in her or his opinion.

2. By accepting to evaluate this manuscript, a Reviewer acknowledges that the submitted material is confidential, and cannot be copied or transmitted to a third party without a written authorization of the Associate Editor. The Reviewer acknowledges that the information cannot be used for personal advantage, and that the evaluation cannot be delayed for personal advantage.

Abstract

This study compares the performance of six models for the water retention curve (WRC) of coarse soils, Brooks-Corey (BC), van Genuchten (vG), Fredlund-Xing (FX), Lognormal Kosugi (LN), and two variants of the Modified Kovács (MK and MKc), coupled with three unsaturated hydraulic conductivity models (Mualem-van Genuchten, Mualem, and Fredlund-Xing-Huang). The numerical predictions were compared with the experimental data of a long-duration drainage test in a 1.83-meter column filled with uniform glass beads. The LN model demonstrated superior accuracy, particularly when paired with the Mualem-van Genuchten conductivity function ($R^2 = 0.95$, $RMSE = 0.005$), while the MK and MKc models consistently overestimated drainage volumes. The BC model showed improved performance with the Fredlund-Xing-Huang function but underestimated intermediate drainage phases. The study highlights the critical role of model compatibility in accurately predicting unsaturated flow dynamics and provides insights for optimizing the selection of WRC and conductivity models for unsaturated seepage. Limitations include the focus on uniform glass beads and one-dimensional flow, suggesting the need for future research on heterogeneous soils and complex field conditions.

Key words: water retention curve models, SEEP/W numerical modeling, unsaturated soils, transient seepage, permeability functions.

4.1 Introduction

Groundwater drainage is crucial for most engineering geology projects, especially slope stability (Jia et al., 2009; Cuomo and Della Sala, 2013; Yang et al., 2017; Sun et al., 2021; Rahul and Tyagi, 2025; Lan et al., 2025), water management, and also agricultural productivity and environmental sustainability. Recent studies have highlighted the necessity of precise drainage system design to regulate groundwater levels and manage soil moisture regimes more efficiently (Abd-Elaziz et al., 2025; Craats et al., 2021; Ritzema et al., 2008; Smedema et al., 2004). Proper drainage is also critical for crop yields (Ayars et al., 2006), and ecosystem health (Schultz et al., 2007).

Field-based studies are crucial for understanding groundwater drainage but are often limited by high costs, long timeframes and location-specific constraints (Singh et al., 2006). To overcome these challenges, numerical modeling has emerged as an essential tool for simulating efficiently drainage systems, enabling researchers to predict groundwater behavior, optimize design

parameters, and assess long-term impacts under several scenarios (Harbaugh, 2005; Šimůnek et al., 2016). Numerical models such as MODFLOW (Harbaugh, 2005), HYDRUS (Šimůnek et al., 2016) and SEEP/W (Geo-Slope, 2012) offer an efficient alternative by simulating system behavior using integrated groundwater and soil data for engineering geology.

While numerical models are widely applied to saturated groundwater systems, their extension to unsaturated soils presents unique challenges and opportunities. In unsaturated zones, drainage dynamics are governed by complex soil-water interactions, including capillary action, hysteresis, and variable hydraulic conductivity (Fredlund & Rahardjo, 1993; Lu & Likos, 2004). These complexities are further amplified by hydraulic heterogeneities in layered or weathered soils, which can significantly affect suction distribution and water flow pathways during infiltration, as shown in field-based modeling of tropical residual soil slopes (Kassim et al., 2012).

Numerical tools like SEEP/W (Geo-Slope, 2012) excel in simulating these processes by coupling Richards' equation (Richards, 1931) with soil moisture retention curves, enabling precise prediction of infiltration, evaporation, and drainage (Šimůnek & van Genuchten, 2008; Wang et al., 2020). In addition, in agricultural settings, modeling unsaturated drainage is critical to prevent capillary rise of salts or waterlogging in clayey soils (Ritzema et al., 2008). Furthermore, climate change scenarios necessitate the advanced modeling of unsaturated systems to assess drought resilience and irrigation efficiency (Scanlon et al., 2005).

Two fundamental curves are essential when it comes to unsaturated soils modelling: (1) the water retention curve, WRC, which defines the relationship between the volumetric water content, θ , and either the matric suction $\psi = u_w - u_a$, or the pore water pressure $u = u_w$ when $u_a = \text{atmospheric pressure} = 0$ by definition, significantly affecting hydraulic conductivity and moisture distribution (Aubertin et al., 2003; Deka & Sekharan, 2021; Zhou & Ng, 2014), and (2) the unsaturated hydraulic conductivity curve, $k(\psi)$, which describes how conductivity decreases with decreasing water content, is intrinsically linked to the WRC through pore-connectivity models (Mualem, 1976; van Genuchten, 1980).

Directly measuring soil water retention and hydraulic conductivity curves often requires weeks or months to reach equilibrium using tools like pressure plates, infiltrometers, and tensiometers (Adhanom et al., 2012; Durner & Lipsius, 2005; Liu et al. 2023). As a result, researchers increasingly rely on predictive models. In contexts where even minimal experimental data are

available, probabilistic frameworks such as hierarchical Bayesian methods have been developed to derive site-specific WRC's by incorporating data from similar geotechnical sites, thereby enhancing prediction accuracy under data-scarce conditions (Zhao et al., 2024).

These models estimate hydraulic properties based on more accessible soil parameters such as grain size distribution, void ratio, texture, bulk density, and organic matter. Various descriptive formulations have been developed to become predictive (Chapuis et al. 2015), including the BC model (Brooks & Corey, 1964), the vG model (van Genuchten, 1980), the LN or lognormal model (Kosugi, 1994), the FX model (Fredlund & Xing, 1994), and the more recent MK or Modified Kovács model (Aubertin et al., 2003).

The BC, vG, and LN models are initially descriptive, since they rely on empirical fitting of experimental water retention data to mathematical expressions. In contrast, the MK model is initially predictive, as it directly links the water retention behavior to measurable geotechnical parameters such as grain-size distribution, porosity, and dry density (Aubertin et al., 2003).

Descriptive models like vG, BC and LN generally include four parameters that include the residual volumetric water content (θ_r), the saturated water content (θ_s), and two shape parameters, n and m . The parameter n represents the pore-size distribution index, while m governs the curvature of the retention curve near the residual zone (Abdelkabir et al., 2013; Haghverdi et al., 2020; Nakhaei et al., 2021). To simplify calibration, some formulations impose a constraint between m and n , such as $m = 1 - \frac{1}{n}$ (van Genuchten, 1980). While this assumption reduces overfitting risks, it can also limit flexibility when simulating complex retention behaviors in structured or bimodal soils.

To improve accuracy under such conditions, a five-parameter version allows m to vary independently (Mualem, 1976), enhancing curve fitting in the residual zone and improving predictions of plant water uptake and vadose zone dynamics (Cornelis et al., 2005; Lipiec et al., 2024; Ottoni et al., 2015). This flexibility is particularly valuable in compacted or fine-grained soils such as bentonite, where pore-structure evolution significantly influences water retention (Dong et al., 2023). Despite the added complexity, the five-parameter model provides greater versatility, while the simpler four-parameter models remain effective for more homogeneous soils (Assouline et al., 1998; Bullied et al., 2012; Fredlund & Xing, 1994; Schaap & Leij, 1998).

Accurate predictions of the soil water retention curve (WRC) are critical because they serve as the foundation for estimating the unsaturated hydraulic conductivity curve $k(\psi)$. Since direct measurement of $k(\psi)$ are even more challenging than determining the WRC, most applications rely on predictive models that use the WRC as input. Among the most widely used models are those of Mualem-van Genuchten (Mualem-vG) (Mualem, 1976; van Genuchten, 1980), Mualem (Mualem, 1978), and the Fredlund-Xing-Huang model (Fredlund et al., 1994).

This study aims to quantitatively evaluate and compare the performance of six predictive models for the water retention curve (WRC) in reproducing experimental drainage behavior. The evaluation is conducted through a numerical simulation of a 1.83 m-high uniform sand column under controlled drainage conditions. Uniform glass beads were used in the experiment as an analog material to minimize internal heterogeneity and isolate the effect of pore-size distribution on the drainage response.

The numerical analysis was performed using SEEP/W (GeoStudio) to reproduce the transient drainage process. The simulated WRCs from each predictive model were compared with laboratory measurements in terms of the time evolution of volumetric water content and drainage rate. To provide a more robust and comprehensive assessment, the three most commonly used unsaturated hydraulic conductivity functions (Mualem–van Genuchten, Fredlund–Huang, and Burdine-based formulations) were also applied to each model.

The original contribution of this work lies in comparing six predictive WRC equations combined with three unsaturated hydraulic conductivity predictive equations against the results of a drainage column test. This approach allows identification of the most appropriate predictive models for numerical simulations of drainage in homogeneous granular media.

4.2 Materials and methods

4.2.1 Numerical code

SEEP/W (Geo-Slope, 2012) is among the most utilized software for simulating flow through both saturated and unsaturated porous media. It employs finite element methods, and its numerical accuracy has been validated across various scenarios, including steady-state and transient conditions in one, two, and three-dimensions (Chapuis et al., 2001; Doulati Ardejani et al., 2003; Picarelli & Filippo, 2009). Nevertheless, the reliability and precision of the computed results are

significantly influenced by boundary conditions and discretization factors, such as mesh resolution and time step selection, both of which play a crucial role in ensuring numerical stability and convergence (Chapuis, 2010; Chapuis, 2012a; Chapuis, 2012b; Chapuis, 2012c).

4.2.2 WRC and predictive models

In their laboratory study, Chapuis et al. (2015) conducted a series of long-column, long-duration (LCLD) drainage experiments to determine the water-retention curves of coarse soils without organic material. They packed each soil sample at a specified density within a tall column, then fully saturated it using vacuum and de-aired water. After that, they let gravity drain the water for an extended period, sometimes stretching over several months, while closely tracking both the volume of drained water over time and the final moisture distribution within the soil. By combining these findings with carefully selected data from other credible long-term drainage studies, they developed new correlations that link key hydraulic parameters to fundamental soil properties. Specifically, the air-entry value (AEV), defined as the matric suction at which air first enters the largest pores of the soil, the residual suction (ψ_r), the suction beyond which further water extraction becomes very small, and the residual water content (θ_r) were correlated with the void ratio (e) and the effective grain size (d_{10}), where d_{10} is the grain diameter for which 10% of the soil mass consists of finer particles. Chapuis et al. (2015) expressed these three parameters as follows:

$$AEV (cm) = 2.372(ed_{10})^{-0.835} \quad (4.1)$$

$$\psi_r = \frac{u_r}{\gamma_w} (cm) = 5.901(ed_{10})^{-0.871} \quad (4.2)$$

$$\theta_r (cm) = 0.0174(ed_{10})^{-0.432} \quad (4.3)$$

After finding how the air-entry value, residual suction, and residual water content depend on ed_{10} , the authors used those relationships to back-calculate the shape parameters of common WRC models, BC, vG, FX, and LN. This allows for each model's parameters be expressed directly in terms of ed_{10} , converting them from descriptive “best-fit” models into simple predictive models based on basic soil properties.

4.2.2.1 LN model

The LN model assumes that the $\theta(u)$ function is lognormal. This model defines $\theta(u)$ as follows

$$\theta(u) = \theta_{sat} - (\theta_{sat} - \theta_r) \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left[\frac{(\ln u - \mu)}{\sigma\sqrt{2}} \right] \right\} \quad (4.4)$$

where erf is the error function, θ_{sat} is the water content at saturation, θ_r is the residual water content, u is the pore water pressure and variable, μ is the mean of the variable's logarithm, expressed by equation (5), and σ is the standard deviation of the variable's logarithm, expressed by equation (6):

$$\mu = \frac{\ln(AEV) + LN(u_r)}{2} \quad (4.5)$$

$$\sigma = \frac{LN(u_r) - \ln(AEV)}{3} \quad (4.6)$$

4.2.2.2 vG model

The descriptive vG model can be expressed by equation (7)

$$\theta(u) = \theta_r + (\theta_{sat} - \theta_r) [1 + (\alpha_{vG} u)^{n_{vG}}]^{-m_{vG}} \quad (4.7)$$

where: α_{vG} , n_{vG} and m_{vG} are the model parameters with $m_{vG} = 1 - (1/n_{vG})$

Chapuis et al. (2015) converted the vG model parameters as follows:

$$n_{vG} (kPa^{-1}) = 4.1577 (ed_{10})^{0.0336} \quad (4.8)$$

$$\alpha_{vG} = 3.0304 (ed_{10})^{0.8446} \quad (4.9)$$

4.2.2.3 BC model

The BC model is described at suctions that are important than the AEV of the soil as follows:

$$\theta(u) = \theta_r + (\theta_{sat} - \theta_r) \left[\frac{u}{u_{BC}} \right]^{-\lambda_{BC}} \quad (4.10)$$

in which λ_{BC} is called the pore size distribution index, and u_{BC} is the u_a of the BC model

Chapuis et al. (2015) converted the BC model parameters as follows:

$$\psi_{BC} = \frac{u_{BC}}{\gamma_w} (cm) = 2.3612(ed_{10})^{-0.8718} \quad (4.11)$$

$$\lambda_{BC} \cong 2 \quad (4.12)$$

4.2.2.4 FX model

This descriptive model of the water retention curve is expressed by the equation:

$$\theta = \left[\frac{\theta_{sat}}{\left\{ \ln \left[\exp(1) + \left(\frac{u}{a_{FX}} \right)^{n_{FX}} \right] \right\}^{m_{FX}}} \right] \left[1 - \frac{\ln \left(1 + \frac{u}{u_{rFX}} \right)}{\ln \left(1 + \frac{10^6}{u_{rFX}} \right)} \right] \quad (4.13)$$

where a_{FX} is associated with the u_a , n_{FX} is related to the slope between the u_a and the WRC at u_{rFX} , and m_{FX} is connected to the residual water content portion of the WRC.

Chapuis et al. (2015) converted the FX model parameters as follows:

$$a_{FX} (kPa^{-1}) = 0.307(ed_{10})^{-0.806} \quad (4.14)$$

$$m_{FX} = 1.463(ed_{10})^{0.153} \quad (4.15)$$

$$n_{FX} \cong 4.35 \quad (4.16)$$

4.2.2.5 MK model

The MK model for non-cohesive soils predicts the WRC, in which the degree of saturation S_r has two components: a capillary component S_c , and an adhesive component S_a , which are related by:

$$\theta = n [1 - \langle S_a \rangle (1 - S_c)] \quad (4.17)$$

In which, $\langle \rangle$ represents Macaulay brackets, which means that $\langle x \rangle = 0.5(x + |x|)$. The components S_a and S_c are defined as follows:

$$S_c = 1 - \left[\left(\frac{h_{coMK}}{\psi} \right)^2 + 1 \right]^{m_{MK}} \exp \left[-m_{MK} \left(\frac{h_{coMK}}{\psi} \right)^2 \right] \quad (4.18)$$

$$S_a = a_{cMK} \left[1 - \frac{\ln \left(1 + \frac{\psi}{\psi_{rMK}} \right)}{\ln \left(1 + \frac{\psi_0}{\psi_{rMK}} \right)} \right] \frac{\left(\frac{h_{coMK}}{\psi_n} \right)^{\frac{2}{3}}}{e^{\frac{1}{6}} \left(\frac{\psi}{\psi_n} \right)} \quad (4.19)$$

in which, h_{coMK} and ψ_{rMK} are associated with ed_{10} , and coefficient of uniformity C_u , whereas m_{MK} , is related to C_u and ψ_n is normalization suction proper to the MK model. For a_{cMK} , a value of 0.01 was assigned, and 1×10^7 cm for ψ_0 .

Even though the MK model is a predictive and not a descriptive model, Chapuis et al. (2015) also expressed the model's parameters as a function of ed_{10} . They recommended to use first $\psi_{rMKc} = u_r/\gamma_w$, and then computing the three remaining model parameters using the equations below:

$$h_{coMKc} = 7.72(ed_{10})^{-0.967} \quad (4.20)$$

$$m_{MKc} = 0.240(ed_{10})^{-0.311} \quad (4.21)$$

$$a_{MKc} = 0.0185(ed_{10})^{0.0975} \quad (4.22)$$

Due to the complexity of directly measuring the unsaturated hydraulic conductivity function, many researchers have developed indirect estimation methods. These approaches typically assume negligible soil volume change with increasing suction. Commonly used models, such as Mualem (Mualem, 1978), Mualem-van Genuchten (van Genuchten, 1980), and Fredlund-Xing-Huang (Fredlund et al., 1994) estimate the unsaturated conductivity function from the soil water retention curve and the saturated hydraulic conductivity.

4.2.3 The macroscopic model of Mualem (1978)

Macroscopic models aim to derive an analytical expression for the function $k(u)$. This type of model is based on simplifying assumptions that propose an analogy between laminar flow and flow through soil pores (Bear, 2013). Equation (17) shows the general form taken by these models:

$$S_e = \left(\frac{S_r - S_{rr}}{1 - S_{rr}} \right)^\delta = \frac{k}{k_{sat}} \quad (4.17)$$

In which, S_e is the effective degree of saturation, S_r is the degree of saturation at which k is being evaluated, S_{rr} is the residual degree of saturation, k_{sat} is the hydraulic conductivity when the material is in saturated conditions and δ is an empirical exponent that characterizes the nonlinearity of the relationship between relative hydraulic conductivity and effective saturation.

Several hypotheses exist regarding the value δ that should be taken. According to Mualem (1978), it can vary between 2.5 (coarse soils) and 24.5 (fine soils). As proposed by Irmay (1954) a value of $\delta = 3$ was chosen to describe the permeability function of glass beads (Masse, 2003).

4.2.4 The statistical model of Mualem-van Genuchten (1980)

The Mualem model (1976) allows for the estimation of k_r as follows:

$$k_r = \frac{k(\theta_e)}{k_{\text{sat}}} = \theta_e^l \left[\frac{\int_0^{\theta_e} \psi^{-1}(\zeta) d\zeta}{\int_0^1 \psi^{-1}(\zeta) d\zeta} \right]^2 \quad (4.18)$$

θ_e is the effective volumetric water content, l is a parameter representing the pore-connectivity which according to Mualem (1976) is equal to 0.5, ζ is an integration variable and k_r is the relative hydraulic conductivity (equal to 1 under saturated conditions).

By inserting van Genuchten's water retention function into Mualem's integral and assuming a specific relationship between the shape parameters, van Genuchten (1980) derived a fully analytical expression for $k_r(\psi)$:

$$k_r(\psi) = \left[\frac{1 - (a_{vm}\psi)^{n_{vm}-1} (1 + (a_{vm}\psi)^{n_{vm}})^{-m_{vm}}}{(1 + (a_{vm}\psi)^{n_{vm}})^{0.5 m_{vm}}} \right]^2 \quad (4.19)$$

4.2.5 The statistical model of Fredlund-Xing-Huang (1994)

The Fredlund et al. (1994) model expresses k_r as follows:

$$k_r(\psi) = \frac{k(\psi)}{k_{\text{sat}}} = \frac{\psi \int_{\psi}^{\psi_r} \frac{\theta(\zeta) - \theta(\psi)}{\zeta^2} \theta'(\zeta) d\zeta}{\int_a^{\psi_r} \frac{\theta(\zeta) - \theta(\psi)}{\zeta^2} \theta'(\zeta) d\zeta} \quad (4.20)$$

In which, ζ is an integration parameter, ψ is the matric suction, ψ_r is the matric suction at residual water content and θ' is the derivative of the water retention curve.

We obtain the permeability function by solving the following summations:

$$k_r = \frac{\sum_{i=j}^N \frac{\theta(e^{\bar{y}_i}) - \theta(\psi)}{e^{\bar{y}_i}} \theta'(e^{\bar{y}_i})}{\sum_{i=1}^N \frac{\theta(e^{\bar{y}_i}) - \theta_s}{e^{\bar{y}_i}} \theta'(e^{\bar{y}_i})} \quad (4.21)$$

In which, N is the number of sub-intervals, i is a counter variable, j is the index of the interval, $\bar{y}_i$ is the midpoint of the i^{th} interval, θ' is the derivative of the Fredlund & Xing water retention model (Eq. 4.21), and θ_s is the volumetric water content at saturation.

$$\theta = C(\psi) \cdot \frac{\theta_s}{\left\{ \ln \left[e + \left(\frac{\psi}{\alpha} \right)^{n_f} \right] \right\}^{m_f}} \quad \text{with} \quad C(\psi) = 1 - \frac{\ln[1 + (\psi/\psi_r)]}{\ln[1 + (1000000/\psi_r)]} \quad (4.22)$$

In which, ψ_r is the matric suction corresponding to the residual water content, n_f is a smoothing parameter that controls the slope at the inflection point of the water-retention curve, m_f is a smoothing parameter of the curve (related to the residual water content and to the correction function $C(\psi)$).

4.3 Methodology

The model features a 1.83-meter-tall column with an internal diameter of 10.29 cm. Initially the sand is fully saturated using special methods. A transient boundary condition simulates a rapid drainage, which consists of the hydraulic function expressed by the following equation:

$$\begin{cases} h(t = 0 \text{ s}) = 1.836 \text{ m} \\ h(t = 1 \text{ s}) = 0.1 \text{ m} \\ h(t = \infty) = 0.1 \text{ m} \end{cases} \quad (4.23)$$

The material used in this study consists of glass beads, for which the geotechnical properties were obtained from the work of Masse (2003), which are summarized in Table 4-1 below:

Tableau 4-1 Geotechnical properties of the glass beads.

Soil	e	d_{10} (mm)	C_u	θ_{sat}	θ_r	k_{sat} (m/s)
Glass beads	0.587	0.225	1.21	0.37	0.0246	4.2E-04

This study involves a comparative analysis of the performance of the WRC predictive models by evaluating the resulting drained volume curves generated by each model against experimental data obtained from the physical test (Masse, 2003). The validation of model outputs was carried out using experimental observations, as empirical solutions for unsteady transient flow are highly complex due to the nonlinear nature of the Richards equation (Richards, 1931).

The experimental water retention curve illustrates the relationship between soil water content and suction, showing a characteristic S-shape that suggests it can be accurately modeled using a four-parameter model such as vG, BC and LN models. Graphically, the curve displays three distinct regions: a saturation plateau where water content remains nearly constant ($\sim 0.37 \text{ m}^3/\text{m}^3$) at low suction ($<1 \text{ kPa}$), a steep transitional region between 1-10 kPa indicating rapid water loss as larger pores are drained, and a residual plateau beyond 10 kPa where further increases in suction result in minimal water extraction, the water content stabilizing around $0.03 \text{ m}^3/\text{m}^3$.

Since the values of e and d_{10} are known, five WRC curves can be plotted the five predictive models (BC, LN, FX, vG and MKc) described in the section above, plus the WRC predicted by the MK model initially proposed by Aubertin et al. (2003).

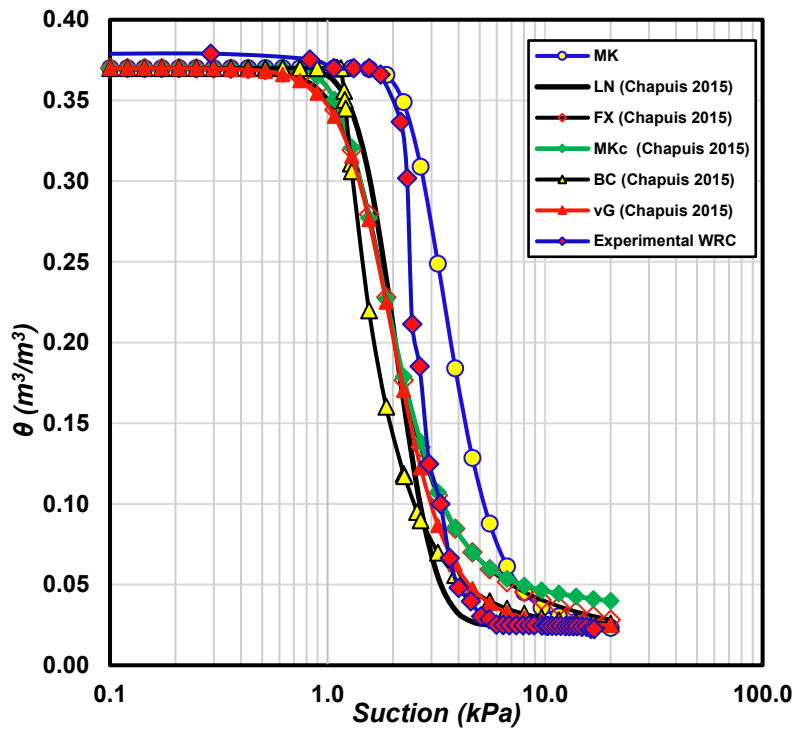


Figure 4.1 Predicted and experimental water retention curves for the glass beads.

When observing Figure 4.1, we can see that the MK predicted WRC is noticeably different from the other predictive curves (LN, FX, MK_(C), BC, vG) reported by Chapuis (2015). This discrepancy arises because the MK model is predictive, based on measurable soil parameters, whereas the other models are descriptive, as they are calibrated using experimental data. Consequently, the MK curve

is not expected to perfectly overlap with the fitted curves, but rather to provide a physically based estimation of the water retention behavior.

To improve the comparison, the experimental data points measured from the Tempe cell tests were included in Figure 4.1. These measurements allow a direct assessment of the predictive accuracy of each model. The results show that although the MK model slightly overestimates the volumetric water content at low suctions, its general trend remains consistent with the measured data. In contrast, the descriptive models (e.g., vG, LN and BC) more closely reproduce the observed WRC shape, mainly due to their empirical calibration and flexibility in fitting parameters.

The four-parameter models, such as vG, BC, and LN models, present a flat residual zone, meaning water content remains nearly constant at suction values higher than the WEV, indicating a sharp transition to residual saturation. In contrast, the five-parameter models, such as the FX model and the MK model, both that of Chapuis et al. (2015) and Aubertin et al. (2003) introduce a gradual slope in the residual zone, allowing for a more continuous decrease in water content at high suction, which aligns better with real soil behavior (Du, 2020; Zheng et al., 2020).

The unsaturated hydraulic conductivity curve $k(u)$ for each WRC was estimated by the three models, which are explained in detail above. We paired each WRC with each of the three predicted unsaturated hydraulic conductivity curve. We repeated the same process for the six predictive WRC models and the three unsaturated hydraulic conductivity curves.

To compute the volume of drained water over time based on simulation results, it is first necessary to derive the flow rate as a function of time. This is achieved by evaluating the variation in the hydraulic gradient within the saturated zone of the column. Using Darcy's law, the flow rate can then be readily calculated, given that the saturated hydraulic conductivity (4.2×10^{-4} m/s) and the cross-sectional area of the column (8.316×10^{-3} m²) are known. The average flow rate within each time interval is then determined and multiplied by the duration of that interval to estimate the cumulative drained volume over time.

4.4 Results

The first set of drainage curves, presented on log-log scales (Figure 4.2), compares the cumulative drained volumes predicted by each WRC-K model combination over time. The formulations are

different, but the models exhibit visually very similar behaviors, particularly during both early and late drainage phases. Among all models, only the BC model appears to be visibly distinguishable, consistently underestimating the drained volume across much of the simulation period for the three conductivity prediction models. This visual separation reflects its sharper desaturation behavior.

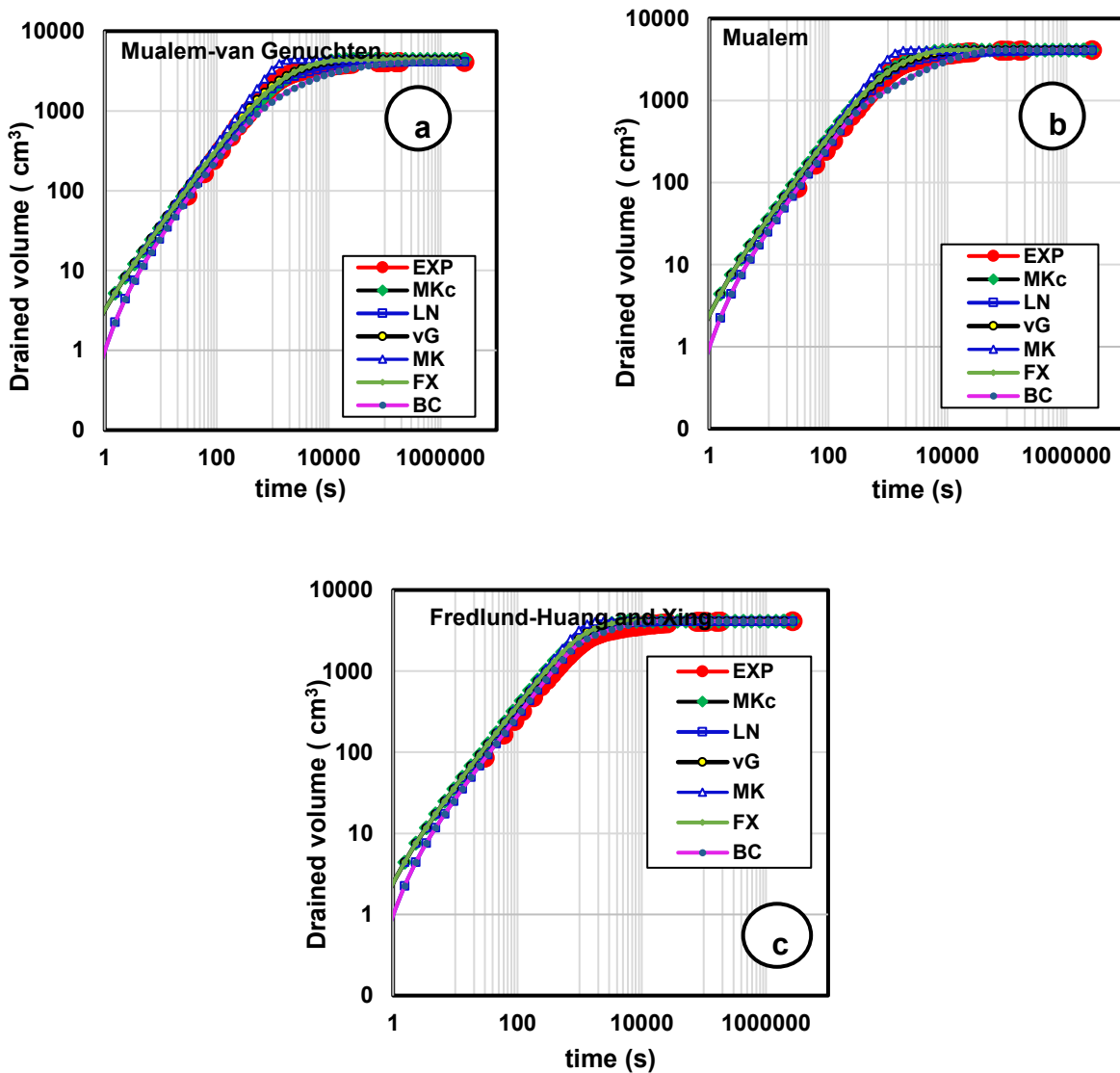


Figure 4.2 Comparison of the drainage curves with the experimental curve plotted in a log-log scale: (a) Mualem-van Genuchten; (b) Mualem and (c) Fredlund-Xing-Huang.

While the log-log scales offer a compact representation of the full drainage duration, it makes most predictions tightly grouped and nearly indistinguishable. The only clear deviation is observed with the BC model, which consistently underpredicts drained volume at all times. To better highlight the contrasts in model behavior, particularly during the intermediate drainage phase where divergence is expected, the drainage curves are also presented using a semi-log scale. In this representation, each model's performance becomes more clearly distinguishable, allowing for a good visual assessment of which WRC-conductivity combinations best fit the experimental data.

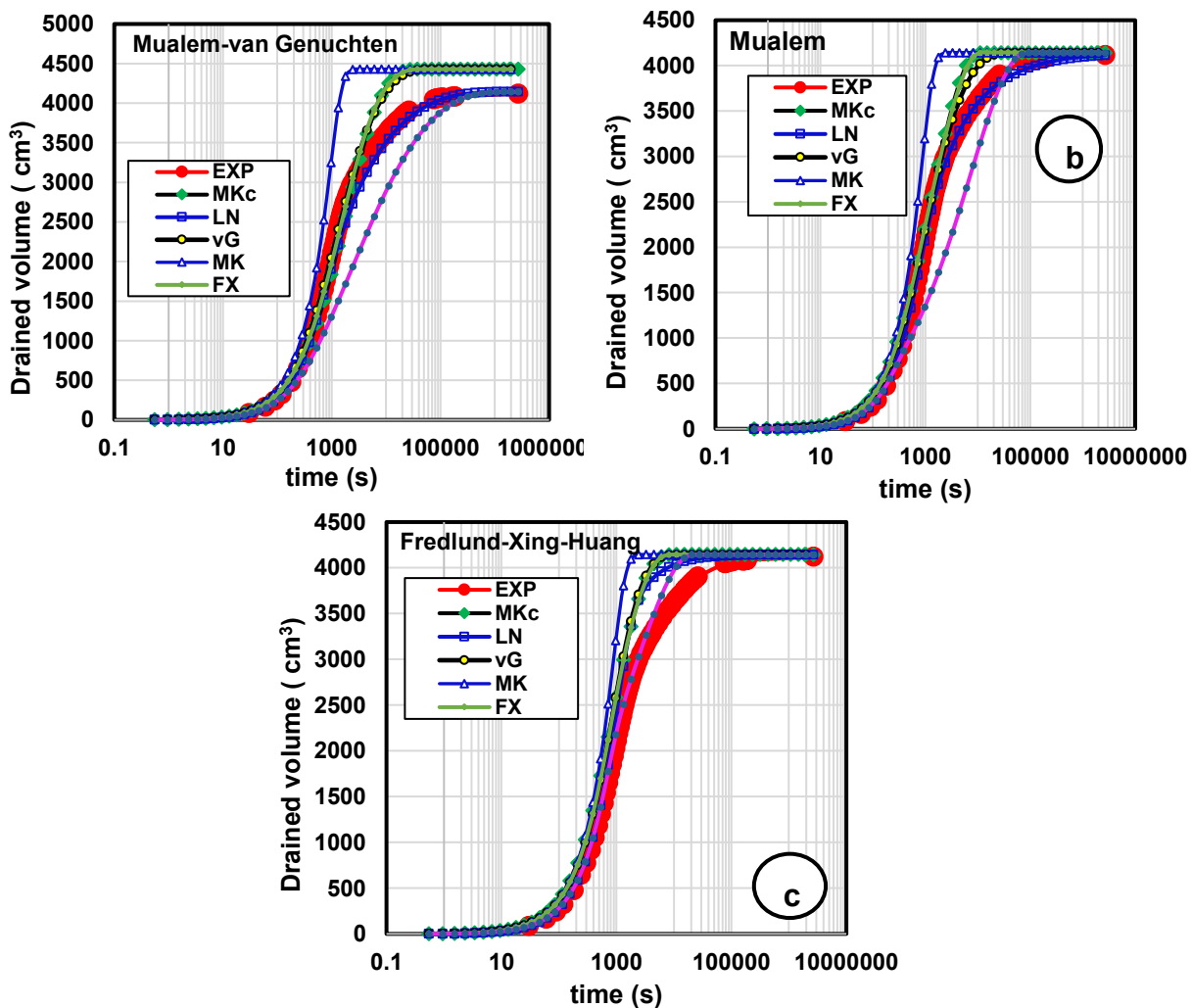


Figure 4.3 Comparison of the drainage curves with the experimental curve plotted in a semi-log scale: (a) Mualem-van Genuchten; (b) Mualem and (c) Fredlund- Xing-Huang.

When analyzing the predicted drainage curves using the Mualem-van Genuchten hydraulic conductivity model (Figure 4.3a), the LN model exhibits superior performance, accurately predicting the test data with minimal deviations ($R^2 = 0.95$, $RMSE = 0.005$). Conversely, the MK, MKc, vG, and FX models significantly overestimate the drained volume, poorly fitting the test data, particularly in intermediate and later drainage phases (MK: $R^2 = 0.75$, $RMSE = 0.015$; MKc: $R^2 = 0.77$, $RMSE = 0.013$; vG: $R^2 = 0.89$, $RMSE = 0.009$; FX: $R^2 = 0.92$, $RMSE = 0.007$). The BC model notably underestimates the drained volume, particularly during intermediate drainage phases, resulting in noticeable deviations from test data ($R^2 = 0.85$, $RMSE = 0.011$). To better understand the origin of the overestimated drained volumes observed in the numerical modelling, the hydraulic conductivity functions derived from the Mualem-van Genuchten formulation were plotted for each predicted WRC model. (Figure 4.4).

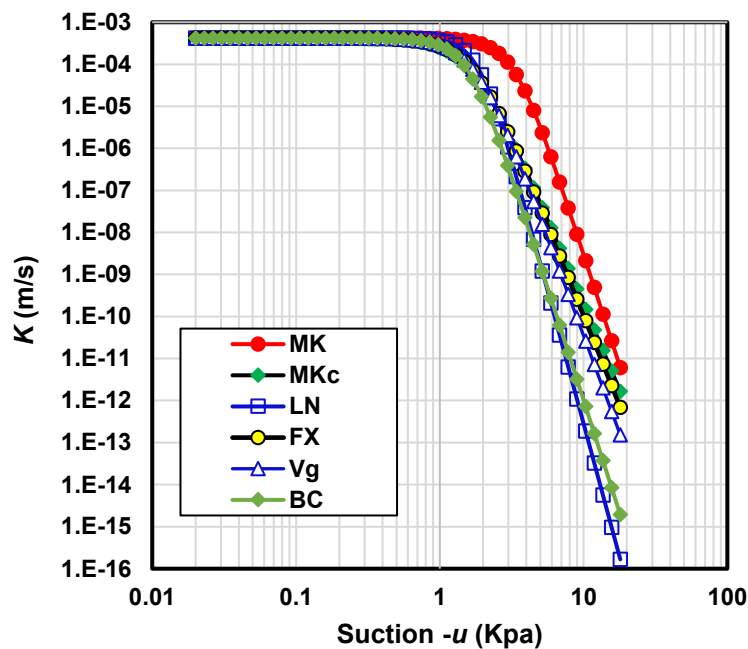


Figure 4.4 Comparison of $k(u)$ curves for predicted WRC models using the Mualem-van Genuchten function

When the Mualem k model is used (Figure 4.3b), the LN model also demonstrates the highest agreement with the test data, accurately capturing both the overall shape and magnitude of the drained volumes, as reflected by a high R^2 of 0.93 and low $RMSE$ (root mean square error) of 0.006. In contrast, the MK model ($R^2 = 0.72$, $RMSE = 0.016$), MKc ($R^2 = 0.74$, $RMSE = 0.014$), FX ($R^2 =$

0.85, $RMSE = 0.010$), and vG model ($R^2 = 0.83$, $RMSE = 0.011$) substantially overestimate drained volumes, especially during the intermediate stages of drainage. The BC model, on the other hand, consistently underestimates drainage volumes during the intermediate phase, indicating limited accuracy in replicating observed drainage data ($R^2 = 0.80$, $RMSE = 0.012$).

With the Fredlund-Xing-Huang k model (Figure 4.3c), all predictions tend to overestimate the drained volume, particularly at intermediate drainage stages. Notably, the LN model's performance decreases compared to its performance with the Mualem-van Genuchten and Mualem k models, though it still shows relatively better accuracy ($R^2 = 0.90$, $RMSE = 0.008$). The vG ($R^2 = 0.85$, $RMSE = 0.011 \text{ m}^3/\text{m}^3$), FX ($R^2 = 0.87$, $RMSE = 0.010$), MK ($R^2 = 0.73$, $RMSE = 0.015$), and MKc ($R^2 = 0.75$, $RMSE = 0.013$) models exhibit marked overestimations, highlighting poor fits with test data. Conversely, the BC model exhibits improved performance compared to its results with other k models, presenting a better fit, albeit still with noticeable deviations ($R^2 = 0.83$, $RMSE = 0.009$).

To further support the comparison of the predictive performance of the different WRC models under various k formulations, Table 4-2 presents all R^2 and $RMSE$ values, to compare the performances of predictive equations.

Tableau 4-2 Comparison of R^2 and $RMSE$ values for each WRC model with the three different unsaturated hydraulic conductivity prediction functions.

Model	R^2 (M-vG)	$RMSE$ (M-vG)	R^2 (Mualem)	$RMSE$ (Mualem)	R^2 (F-X-H)	$RMSE$ (F-X-H)
LN	0.95	0.005	0.93	0.006	0.9	0.008
vG	0.89	0.009	0.83	0.011	0.85	0.011
FX	0.92	0.007	0.85	0.01	0.87	0.01
BC	0.85	0.011	0.8	0.012	0.83	0.009
MK	0.75	0.015	0.72	0.016	0.73	0.015
MKc	0.77	0.013	0.74	0.014	0.75	0.013

M-vG: Mualem-van Genuchten model and F-X-H: Fredlund-Xing-Huang model

This comparative analysis underscores the importance of selecting compatible combinations of water retention and hydraulic conductivity models to accurately simulate unsaturated drainage. Among the models evaluated, the LN model consistently exhibited the highest overall performance, particularly when paired with the Mualem-van Genuchten conductivity function. This combination

effectively captured the full spectrum of observed drainage behavior. The vG and FX models yielded moderate accuracy, frequently overestimating drainage volumes during intermediate stages; however, their relatively high coefficients of determination suggest potential utility under certain conditions. In contrast, the MK models, both that of Aubertin et al. (2003) and that of Chapuis et al. (2015) performed poorly across all scenarios, systematically overpredicting drainage and demonstrating limited reliability in representing actual soil behavior. Notably, the BC model, despite its general tendency to underestimate drainage versus time, showed marked improvement in predictive accuracy when coupled with the Fredlund-Xing-Huang conductivity function. These results highlight the necessity of tailoring both retention and conductivity model selection to specific soil characteristics and hydrological contexts to achieve robust and reliable simulations of transient unsaturated flow.

These results are specific to uniform glass beads, which represent a highly homogeneous, non-cohesive medium with a narrow pore-size distribution. Under such conditions, the differences between the models mainly reflect their intrinsic formulation rather than microstructural effects.

However, for natural soils, especially silty or clayey materials, the behavior could differ significantly. In these materials, the presence of finer pores, fabric anisotropy, and hysteresis during wetting–drying cycles would likely accentuate the differences between predictive and descriptive models. In particular, the MK model, which directly incorporates soil texture and density, may perform better for structured or compacted soils, whereas empirical models such as van Genuchten and Fredlund-Xing might yield superior fits when extensive calibration data are available.

Therefore, while the current results provide valuable insight for homogeneous granular media, additional validation on natural soils is necessary to confirm whether the same ranking of model performance applies across different soil types.

4.5 Discussion

The results from this study offer several important insights into the interplay between water retention curve (WRC) models and unsaturated hydraulic conductivity formulations in predicting soil drainage behavior. The consistently good performance of the LN model demonstrates its robustness and numerical stability within the tested conditions using uniform glass beads. This

behavior suggests a potential applicability of the model to other non-cohesive, homogeneous soils with similar pore-size characteristics, rather than a direct generalization to all soil types.

Its robustness across the different conductivity formulations also highlights the advantage of its simple mathematical structure, making it a strong candidate for use in predictive modeling tasks. As a four-parameter model, the LN formulation captures the residual water content plateau observed in the experimental WRC more accurately than other models, a feature that is particularly important for simulating the transition between drainage phases.

The moderate performance of the vG and FX models reinforces their general utility, especially considering their popularity in groundwater modeling software. However, their tendency to overestimate drained volumes at a given time underlines the need for calibration or caution in applications involving sharp drainage transitions or fine-textured soils. While vG is also a four-parameter model, its relative underperformance in this study can be attributed to its inability to fully represent the flat residual plateau observed in the experimental WRC; instead, it often produces a too abrupt transition, leading to drainage overestimation.

The underperformance of the MK and MKc models, both based on theoretically appealing but experimentally weaker parameterizations, raises questions about their practical utility without refinement or recalibration.

Interestingly, the BC model performance notably improved when used with the Fredlund-Xing-Huang conductivity formulation, which points to a non-negligible interaction between the choice of WRC and $K(\psi)$ model. This reinforces the view that accurate unsaturated flow simulations are not solely dependent on selecting a strong WRC model but on ensuring compatibility with the accompanying conductivity function. These findings support a more holistic modeling approach that considers both curve-fitting fidelity and physical consistency in the selection process. The BC model is different from other four-parameter models like LN and vG, because it has a sharp and abrupt transition between the saturation and transition zones, which leads to an underestimation of water retention, particularly in the mid-range suction domain.

It is important to note that the findings of this study are constrained by the use of uniform glass beads as the test material. While this setup provides well-controlled boundary and drainage

conditions, it does not reproduce the textural and structural variability typical of natural soils. Consequently, the drainage behavior and water retention observed here are representative mainly of homogeneous, non-cohesive materials. In natural soils, additional factors such as pore structure heterogeneity, air entrapment, and hysteresis effects could influence both the WRC and hydraulic conductivity functions, leading to deviations from the current results. Therefore, future studies should extend the numerical analysis to more complex soil types to confirm the applicability of these models under realistic field conditions.

4.6 Conclusion

This study assessed the performance of six water retention curve (WRC) models in combination with three unsaturated hydraulic conductivity formulations to simulate the results of a laboratory drainage test in a column of uniform glass beads. Among the models evaluated, the LN model consistently achieved the best fit with all conductivity functions, particularly when paired with the Mualem-van Genuchten formulation. The vG and FX models showed moderate performance, whereas the BC model improved its accuracy only when used in conjunction with the Fredlund-Xing-Huang conductivity function. In contrast, the MK and MKc models underperformed for all evaluated scenarios. These findings underscore the importance of selecting compatible WRC and hydraulic conductivity model combinations to ensure reliable simulation outcomes.

This study gave encouraging results but is subject to several limitations. The analysis was limited to a single, uniform material, glass beads, which does not reflect the heterogeneity and structural complexity of natural soils. Additionally, the simulations were conducted under one-dimensional flow conditions without accounting for key phenomena such as hysteresis, air entrapment, or soil layering. Furthermore, the parameterization relied on previously established empirical correlations, which may limit the generalization of the findings to other soil types and conditions.

Future research should consider a wider range of soil textures and structures, including clay-rich and aggregated media, and extend validation efforts to different experimental configurations and field-scale conditions. Incorporating the effects of hysteresis and conducting sensitivity and uncertainty analyses will also be essential for evaluating the robustness and transferability of model predictions under varying parameter inputs and environmental scenarios.

**CHAPITRE 5 ARTICLE 3: USING H-CONVERGENCE TO
CALCULATE THE NUMERICAL ERRORS FOR 1D UNSATURATED
SEEPAGE IN TRANSIENT CONDITIONS**

Submitted to

**International Journal for Numerical and Analytical
Methods in Geomechanics**

By

Arij Krifa¹ and Robert P. Chapuis^{1*}

1 Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, P.O.
Box 6079, Sta. CV, Montreal (Quebec), Canada, H3C 3A7

* Corresponding author – e-mail: robert.chapuis@polymtl.ca – Phone: (514) 340 4711 ext.
4427 – Fax: (514) 340 4477– <https://orcid.org/0000-0002-7397-9374>

May 07, 2025

Abstract

Numerical modeling plays a pivotal role in understanding transient unsaturated flow, which is critical for applications such as groundwater recharge, stormwater management, and contaminant transport. This study investigates the effect of time step refinement on numerical solutions for a vertical infiltration 1D test in a vertical column. First, the element size, ES , was selected to have all calculations in the mathematical convergence domain, MCD. Then, the numerical and mathematical convergences of the numerical solutions were studied versus the time step, Δt . The study provided results for hydraulic head, unsaturated hydraulic conductivity, volumetric water content, and vertical water velocity versus elevation, elapsed time t , and Δt . All results for all

parameters gave linear relationships between the log of the numerical error and the log of Δt , as predicted by the mathematical convergence theory. Thus, they proved that a good code converges mathematically when ES and Δt are decreased. For this 1D problem, the mathematical convergence domain (MCD) is reached for $\Delta t \leq 1$ s, which is a small MCD. For larger Δt values ($1 \leq \Delta t \leq 30$ s), the code converges numerically in the numerical convergence domain (NCD), where the solutions respect the user-defined convergence criteria but deviate from the true mathematical convergence criterion, underscoring that temporal discretization is critical. The study also demonstrates that small Δt steps ensure physically consistent behavior, as reflected in smooth slope volumetric water content versus suction curves, whereas large Δt steps produce oscillations and instability.

Key words: numerical modeling, temporal discretization, infiltration, mathematical convergence, numerical convergence.

5.1 Introduction

Infiltration, crucial in groundwater and soil science, has applications in agriculture, urban planning, and water management. It supports groundwater recharge (Booth & Leavitt, 1999), reduces urban runoff and flood risks, and minimizes soil erosion for sustainable land use (Lal, 2001). Infiltration studies aid water quality management by analyzing contaminant transport in the vadose zone (Viccione et al., 2020) and optimize irrigation by enhancing soil water penetration, reducing waste, and preventing waterlogging (Thompson et al., 2010). They also inform hydrological models for climate adaptation (Trenberth, 2011) and support wetland conservation and ecosystem health (Mitsch & Gosselink, 2000; Pereira et al., 2009)

Building upon the importance of infiltration studies in various fields, researchers have increasingly turned to numerical studies to gain deeper insights into this complex process. Tan et al. (2018) developed a numerical model to assess the impact of varying rainfall patterns on the infiltration and runoff in unsaturated soils. The study concluded that unsteady rainfall significantly affects the timing and volume of surface runoff, thereby influencing urban flood control strategies. Oguz et al. (2021) conducted laboratory tests to study one-dimensional (1D) infiltration, with soil columns and sensors, and developed numerical models to simulate the processes. Their findings revealed that the water content, rainfall intensity, and soil hydraulic properties significantly influence infiltration rates and wetting front movement in unsaturated soils. de Castro et al. (2022)

numerically analyzed 1D infiltration in a soil-geotextile column using finite element modeling, revealing that the geotextile hydraulic conductivity and water flow rates influenced considerably a capillary barrier formation. Rahmati et al. (2018) developed a comprehensive Soil Water Infiltration Global database, which underscores the importance of initial infiltration rates in dry soils. Their findings indicate that these rates are significantly higher than the saturated hydraulic conductivity of the surface layer due to capillary effects, which control the soil's sorptivity. Mesele et al. (2024) conducted a thorough evaluation of six infiltration models, including Kostiakov and Philip models (Kostiakov, 1932; Philip, 1957), across various soil textures in Northern Ethiopia. The study involved extensive field measurements and statistical analysis to optimize model parameters, demonstrating the effectiveness of numerical approaches in estimating infiltration capacity under diverse soil conditions. Similarly, Mazighi et al. (2023) focused on the agricultural area of the Mitidja Plain in Algeria, providing insights into the comparative performance of different infiltration models.

However, when numerical modeling is used, there are issues of numerical convergence and also reliability of numerical results. Konikow and Mercer (1988) and Xia et al. (2019) emphasized the importance of convergence criteria in iterative numerical models and showed how imprecise convergence criteria or inadequate grid resolution can lead to inaccuracies in groundwater solutions. Hwang et al. (1985) and Radu et al. (2011) tackled the challenge of achieving accurate numerical solutions for contaminant transport in groundwater systems, particularly in complex aquifer conditions and boundary interactions. Zhu et al. (2019) presented an advanced iterative method to improve the numerical convergence of groundwater flow models in unsaturated soils. Their method effectively minimizes computational errors that arise from rapid changes in soil saturation, allowing for more accurate and reliable unsaturated flow simulations in complex unsaturated zones. Gotovac et al. (2007) introduced a multi-resolution adaptive modeling approach for groundwater flow and transport, allowing the model to adjust resolution based on local complexity. This method improves convergence accuracy by focusing computational resources where needed, ensuring precise results in complex areas without excessive computational times in simpler regions.

More recently, Malenica (2019) employed spline functions to enhance model reliability in karst aquifers, emphasizing the difficulty of achieving numerical convergence and physical accuracy in

irregular media. This issue is specifically noticeable in groundwater systems where the anisotropic hydraulic conductivity introduces complexities that standard modeling methods fail to solve (Malenica, 2019). Moreover, grid refinement plays a pivotal role in achieving accurate numerical results in groundwater flow modeling (Chapuis, 2012a; Chapuis, 2012b; Xia et al., 2019). According to Zhang (2011) numerical accuracy in groundwater significantly depends on the careful balancing of hydraulic gradients, particularly in unsteady flow conditions.

The most recent findings on numerical analyses explored the differences between numerical and mathematical convergences. For saturated conditions, Chapuis et al. (2023) warned that numerical convergence does not always guarantee mathematical convergence and may yield very inaccurate results, especially in steady-state models with pumping wells. However, while convergence issues in saturated conditions have been well-documented, studies addressing convergence in unsaturated soils in transient state remain scarce. The complexity of unsaturated flow, characterized by nonlinear relationships between hydraulic conductivity and matric potential, makes numerical convergence particularly challenging and less frequently studied (Yan et al., 2022). Nonetheless, some studies have successfully addressed these challenges, developing robust numerical approaches to improve convergence and enhance the accuracy of unsaturated flow simulations. Li et al. (2024) evaluated several numerical approaches for GPU-enhanced modeling of variably saturated groundwater flow, with an emphasis on computational speed and precision. The findings indicate that GPU-based implementations substantially accelerate calculations, enabling more feasible large-scale simulations. This investigation underscores the balance between precision and computational efficiency, aiding in the refinement of numerical techniques for groundwater flow modeling.

A numerical model for variably saturated flow in layered soils was created by Dai et al. (2019), who specifically monitored the positions of the wetting front and water table. Their approach combined the Richards equation with a sharp interface tracking method, enabling precise detection of wetting front movement. To enhance computational efficiency while preserving accuracy in capturing moisture dynamics across various soil strata, they employed an adaptive grid refinement technique. Hassane Maina and Ackerer (2017) analyzed numerical methods for solving the mixed form of Richards' equation, focusing on the Newton-Raphson method, the Ross scheme, and time-stepping strategies. They show the Ross scheme is mathematically equivalent to Newton-Raphson

when paired with adaptive time-stepping, improving computational stability. The study emphasizes the importance of time truncation error estimates in refining solutions and ensuring convergence. Their findings suggest combining adaptive time-stepping with efficient iterative methods enhances the accuracy and efficiency of variably saturated flow simulations. However, when it comes to H-type convergence analysis of unsaturated seepage modeling, the lack of research is quite evident. Amidst this gap, Chapuis et al. (2025) introduced the only existing study that applies H-convergence to analyze numerical errors in 1D unsaturated seepage under steady-state conditions. The study presents a robust quantitative method for evaluating numerical precision, differentiating between true mathematical convergence and mere numerical stability. This investigation underscores the risks of depending exclusively on numerical convergence, as it can lead to substantial errors, in some cases, as high as 500%, even when models seem stable within conventional numerical convergence ranges. Building on the work of Chapuis et al. (2025), this study extends the framework to transient infiltration in an unsaturated sand column. Specifically, we investigate the role of time-step refinement on the accuracy of numerical solutions by conducting an H-type convergence analysis.

5.2 Materials and Methods

5.2.1 Software

In this numerical analysis, the seepage simulations were conducted under transient conditions using the Richards equation (Richards 1931) as implemented in SEEP/W (Geo-Slope International Ltd, 2012). The governing flow equation couples the WRC and the unsaturated hydraulic conductivity function, allowing the program to compute water fluxes as a function of suction and volumetric water content. A fine spatial and temporal discretization was adopted to ensure numerical stability and convergence, following the H-convergence approach recommended by Chapuis (2023, 2024). Boundary conditions were defined to replicate the laboratory drainage test, with a constant suction applied at the top and a no-flow condition at the base. The model automatically adjusted the time step to maintain convergence during rapid changes in suction, particularly near the air-entry value. To simulate the sand column, the SEEP/W finite element code was used. This code solves saturated and unsaturated seepage with the correct governing equations (Chapuis et al. 2024). By leveraging the capabilities of SEEP/W, the model was able to accurately capture the complex interactions

between various factors influencing flow behavior, thus enabling a more realistic representation of the infiltration.

5.2.2 Methodology

The numerical model presented in this study is based on a simple physical model that simulates transient unsaturated flow through a sand column that has been subjected to an infiltration rate that represents the rainfall event in real-time situations and an initial hydraulic head at equilibrium, with an initial water table level that existed in the field.

The sand used in this simulation was an all-purpose sand available in the laboratory. This material was selected to facilitate future replication of the numerical results through an experimental sand column, allowing validation of the outcomes obtained from the present study. The particle size distribution curve of this sand was obtained by sieving using the standard D6913/D6913M-17, Standard Test Methods for Particle-Size Distribution (Gradation) of Soils Using Sieve Analysis and is illustrated in Figure 5.1 The grain size distribution of this sand was used to extract two important parameters which are the d_{10} , the diameter at which 10% of the sample's solid mass consists of particles smaller than this size and d_{60} , the diameter at which 60% of the solid mass consists of particles smaller than this size. Eventually, these two parameters were used to obtain the coefficient of uniformity $C_u = d_{60}/d_{10}$.

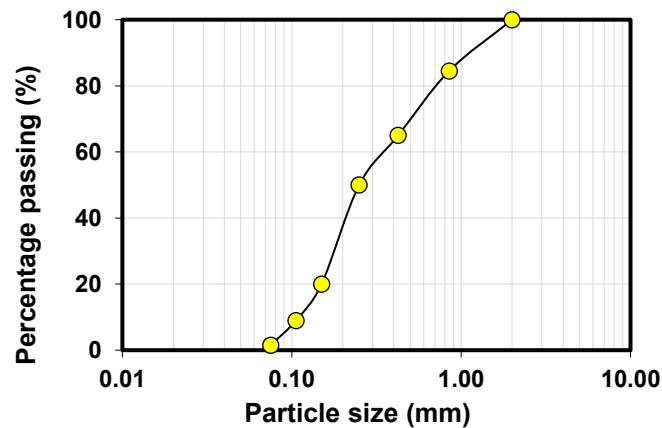


Figure 5.1 Grain size distribution of the sand used in the numerical modeling.

All three parameters mentioned above were then used to generate the sand's water retention curve shown in Figure 5.2a, which, according to de Castro et al. (2022), is defined by the relationship

between the soil's matric suction ψ and its volumetric water content θ . For the sand tested in this infiltration column, the soil retention curve was predicted using the Modified Kovács (MK) model proposed by Aubertin et al. (2003). This model was selected because of its suitability for representing modified water retention behavior below the residual water content, which aids in the simulation of moisture-limited conditions and improves prediction accuracy. The Modified Kovács model provides a practical approach for estimating the water retention curve (WRC) from basic soil properties, allowing parameter conversion to other models. This adaptability makes it particularly valuable in various analytical contexts in soil science and geotechnique, especially for sandy and silty soils (Ciocca et al., 2014; Maqsoud et al., 2013).

The MK model describes the WRC for non-cohesive soils, in which the degree of saturation S_r has a capillary component S_c , and an adhesive component S_a , which are related by:

$$\theta = n [1 - \langle S_a \rangle (1 - S_c)] \quad (5.1)$$

In which $\langle \rangle$ represents Macaulay brackets, which means that $\langle x \rangle = 0.5(x + |x|)$. The components S_a and S_c are defined as follows:

$$S_c = 1 - \left[\left(\frac{h_{coMK}}{\psi} \right)^2 + 1 \right]^{m_{MK}} \exp \left[-m_{MK} \left(\frac{h_{coMK}}{\psi} \right)^2 \right] \quad (5.2)$$

$$S_a = a_{cMK} \left[1 - \frac{\ln \left(1 + \frac{\psi}{\psi_{rMK}} \right)}{\ln \left(1 + \frac{\psi_0}{\psi_{rMK}} \right)} \right] \frac{\left(\frac{h_{coMK}}{\psi_n} \right)^{2/3}}{e^{1/6} \left(\frac{\psi}{\psi_n} \right)} \quad (5.3)$$

in which, h_{coMK} and ψ_{rMK} are associated with ed_{10} , and coefficient of uniformity C_u , whereas m_{MK} , is related to C_u and ψ_n is normalization suction proper to the MK model. For a_{cMK} , a value of 0.01 was assigned, and 1×10^7 cm for ψ_0 .

The unsaturated hydraulic conductivity curve $k(u)$ that appears in Figure 5.2b was estimated by the van Genuchten-Mualem model (vG) that is included in SEEP/W and requires the saturated hydraulic conductivity K_{sat} and the residual water content. The van Genuchten-Mualem model (van Genuchten, 1980) was selected over the Fredlund and Xing model (Fredlund & Xing, 1994) for predicting the unsaturated hydraulic conductivity due to its effectiveness in representing hydraulic

conductivity across various soil types, especially under high suction conditions. Several studies have highlighted its superior performance and versatility, making it a favored option for numerical modeling (Kuang et al., 2020; Luo et al., 2019; Schaap & Leij, 2000).

It should be noted that the k_{sat} value was calculated by averaging the values obtained with the predictive methods of k_{sat} by Hazen (1892) coupled with Taylor (1948), Navfac DM7 (1974) and Chapuis (2004, 2008, 2012). The residual volumetric water content of the soil in question was estimated by using Eq. 5.4 below (Chapuis et al. 2015), where correlations between ed_{10} and the WRC parameters were established using best-fit on experimental data for coarse soils that do not contain organic matter.

$$\theta_r = 0.0174(ed_{10})^{-0.432} \quad (5.4)$$

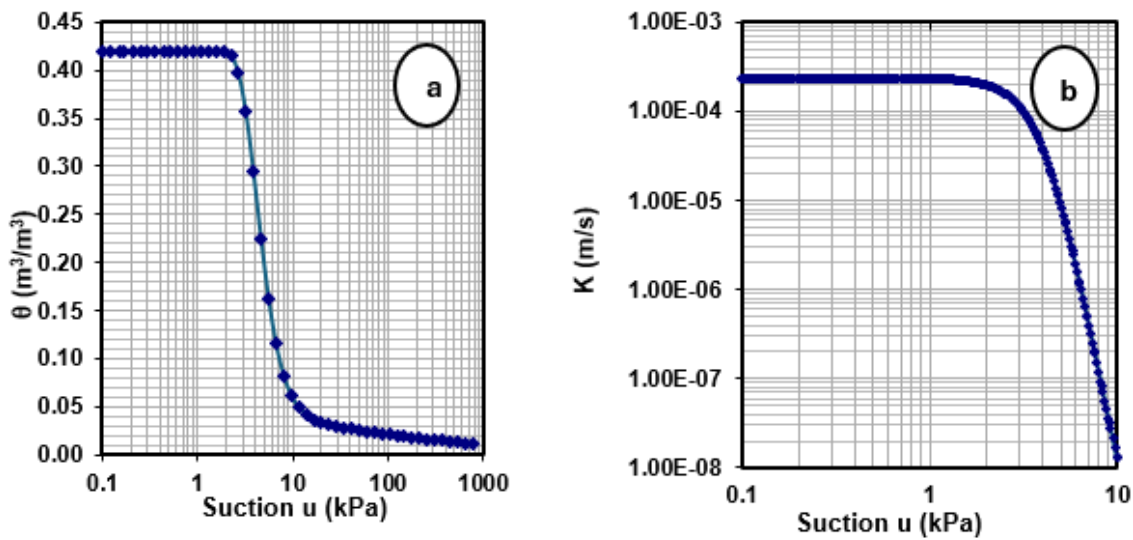


Figure 5.2 Unsaturated hydraulic properties of the sand: (a) the water retention curve; (b) the unsaturated hydraulic conductivity curve.

5.2.3 Numerical model configuration

The model represents a vertical sand column with a height of 3 m and a diameter of 0.1 m. The initial water table was positioned at a depth of 1 m and maintained using a constant total head boundary condition at the base. The column was then subjected to a transient rainfall event lasting two hours, with an infiltration rate of 6.32×10^{-5} m/s applied at the top boundary. After the rainfall

phase, the column was allowed to drain freely under gravity, simulating transient seepage conditions.

At the end of infiltration, a residual surface moisture condition was maintained to account for evaporation and incomplete drainage. This was implemented in SEEP/W using a limited-capillary infiltration (LCI) boundary condition, which constrains upward or downward fluxes according to the matric suction at the surface. This approach ensures a realistic redistribution of water within the unsaturated zone and allows the model to capture the gradual decline in near-surface water content after rainfall. A residual surface flux of 1×10^{-11} m/s was specified to represent the remaining surface humidity (Figure 5.3).

A conceptual schematic of the modeled boundary conditions and domain configuration is presented alongside Figure 5.3 for clarity.

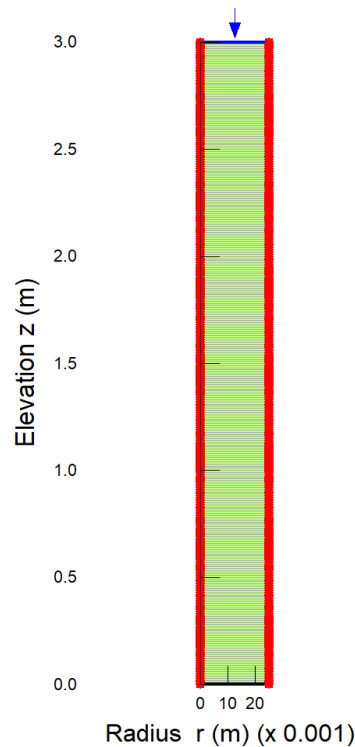


Figure 5.3 Geometry of the sand column in the numerical model.

5.3 Numerical Convergence Analysis

5.3.1 Background

Chapuis et al. (2023) defined a common numerical convergence error (*NCE*) as follows:

$$\left(\sum_{i=1}^N u_{i,j+1}^2 - \sum_{i=1}^N u_{i,j}^2 \right) / \sum_{i=1}^N u_{i,j}^2 < UNCC \quad (5.5)$$

The index j ranges from 1 to the final iteration required to meet the specified user's numerical convergence criterion, *UNCC*.

The *UNCC* is what Chapuis et al. (2023) call the user's numerical convergence criterion. This criterion is chosen by the user to stop the code calculations. The authors dispute that it does not define a real error because it refers to the previous iteration and not to real but unknown solution. The authors also introduced the concept of the numerical convergence domain (NCD), which is reached when the code converges numerically towards the *UNCC*. It is advised that the NCD is very different from what is called the mathematical convergence domain, MCD, which is reached only if all the solution elements converge towards an asymptote. In other words, the true solution can only be reached when an H-type convergence test is carried out (Chapuis et al., 2023; Chapuis et al., 2025).

In contrast with the *NCE*, the mathematical error, *ME*, of the vector u_{ij} at iteration j , with respect to the true solution $\bar{u}_i$, can be written as follows.

$$\frac{\sum_{i=1}^N (u_{i,j} - \bar{u}_i)^2}{\sum_{i=1}^N \bar{u}_i^2} < ME \quad (5.6)$$

If the user aims to achieve mathematical convergence and obtain an accurate solution, finer grids should be implemented. The user should start by selecting the element size, *ES*, to have points that are regularly placed on a log (x)-axis. Once the results are obtained, they should be plotted in a graph of results versus log (*ES*), and the curve should present a clear asymptote. The authors also stated that in the MCD the solution should yield a polynomial of the same degree as the degree of the integration in the code. Once an asymptote is defined for each variable, the user can compute the numerical error by referring to Equation (5.7).

$$Error = \frac{Numerical\ value - Asymptote}{Asymptote} \quad (5.7)$$

The theory states that the log-log plot of numerical error against ES forms a straight line with a slope equal to the degree of the interpolation polynomial in the numerical code. When using normal rectangular elements in SEEP/W the slope should have a value of 2 (Chapuis et al., 2023). The same applies for steady-state unsaturated seepage (Chapuis et al., 2025). In transient analyses, refining the time step is expected to yield similar results, where the MCD is defined by the zone where the log-log error plot presents a slope of 1.

For unsaturated transient seepage, SEEP/W solves the set of five partial differential equations for two-dimensional seepage, including the Richards equation (Richards, 1931) below:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x(\psi) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y(\psi) \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z(\psi) \frac{\partial h}{\partial z} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (5.8)$$

where h is total head, k_x is hydraulic conductivity in the x -direction, k_y is hydraulic conductivity in the y -direction, ψ is pressure head or u/γ_w , matrix suction divided by the unit weight of water, θ is volumetric water content, and t is time.

When it comes to temporal integration, SEEP/W utilizes the backward Euler method to approximate the change in volumetric water content over time using a linear relationship between the time steps. It is implicit, meaning that it uses information from the current and previous time steps to solve the system of equations. The temporal term $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ is discretized as:

$$\frac{\theta^{n+1} - \theta^n}{\Delta t} \quad (5.9)$$

where θ_{n+1} is the volumetric water content at the current time step, θ_n is the volumetric water content at previous step and Δt is the time step.

If a code is correct, all its results in all the log-log plots of numerical error versus Δt should present a line with a slope of 1 since the temporal integration polynomial is of the first degree (Eq. 4.9)

As an initial step, an H-convergence study must be conducted with ES refinement to assess numerical accuracy. This analysis determines an optimal ES within the MCD, ensuring reliability

for any subsequent time-step sensitivity analysis. Twelve different ES (50, 30, 20, 10, 5, 2.5, 2, and 1 cm and 5, 2 and 1 mm) were used to study how the mesh refinement influences the numerical results of four variables; the hydraulic head h , the vertical hydraulic conductivity K_z , the volumetric water content θ , and the vertical water velocity V_z at an elevation of 2 m

The results (Figure 5.4) indicate that at $0.1 \leq ES \leq 10$ cm, the numerical solution stabilizes, demonstrating the possibility of mathematical convergence within the MCD, where errors remain minimal, and the computed values are reliable. However, as ES increases beyond 10 cm, the solution diverges significantly, reflecting the transition into the NCD where numerical artifacts become dominant. To achieve stable and accurate results, it is crucial to verify that the chosen space step (ES) falls within the ranges of the MCD, where solutions comply with the theory.

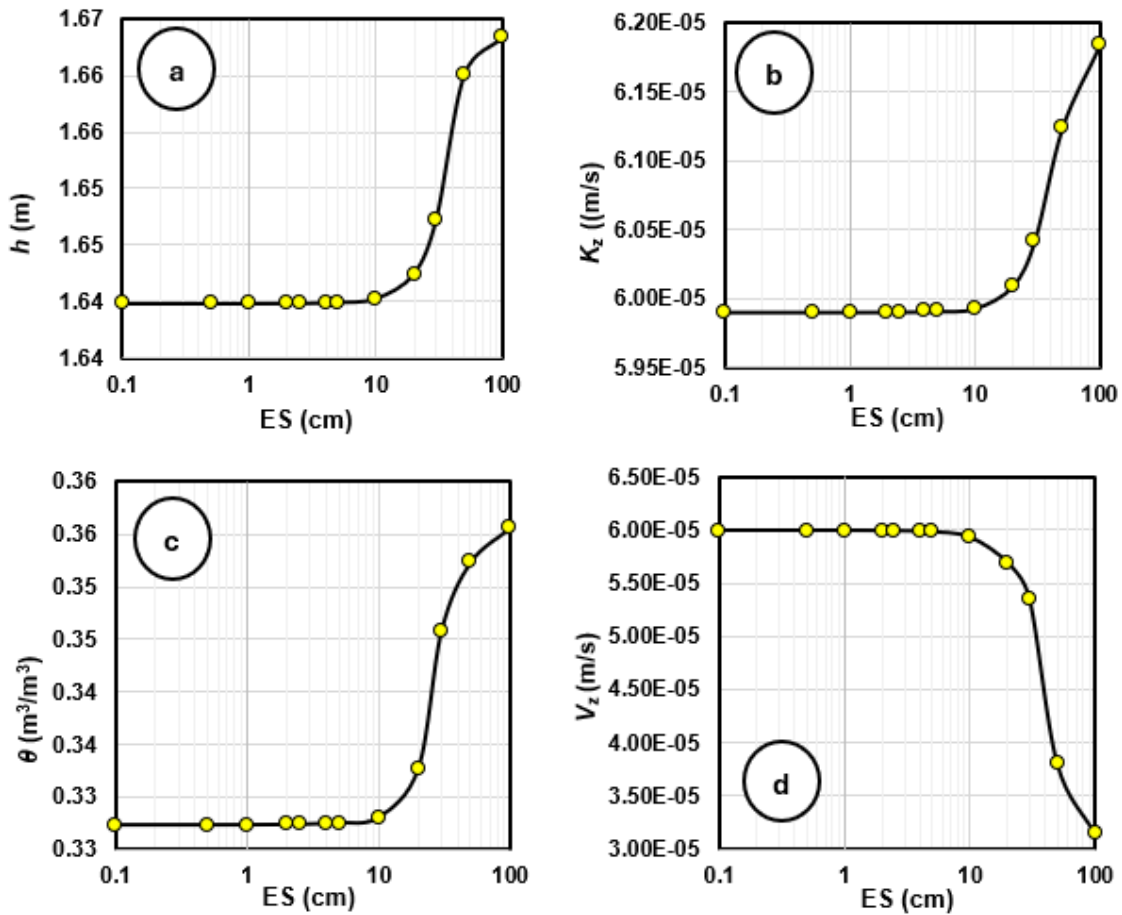


Figure 5.4 Numerical solutions versus all ES at $z = 2$ m: (a) the hydraulic head; (b) the hydraulic conductivity ;(c) the volumetric water content and (d) the vertical water velocity.

The code's integration polynomial as explained above if that of the second degree, thus we proceeded to fit the numerical results for $ES \leq 5$ cm: all the four best fits are excellent with an R^2 that varies from 0.9981 to 0.9997. The data in this range are within the MCD denoting that any element size inferior to 5 cm will ensure that the code not only converges numerically but will yield mathematically correct results.

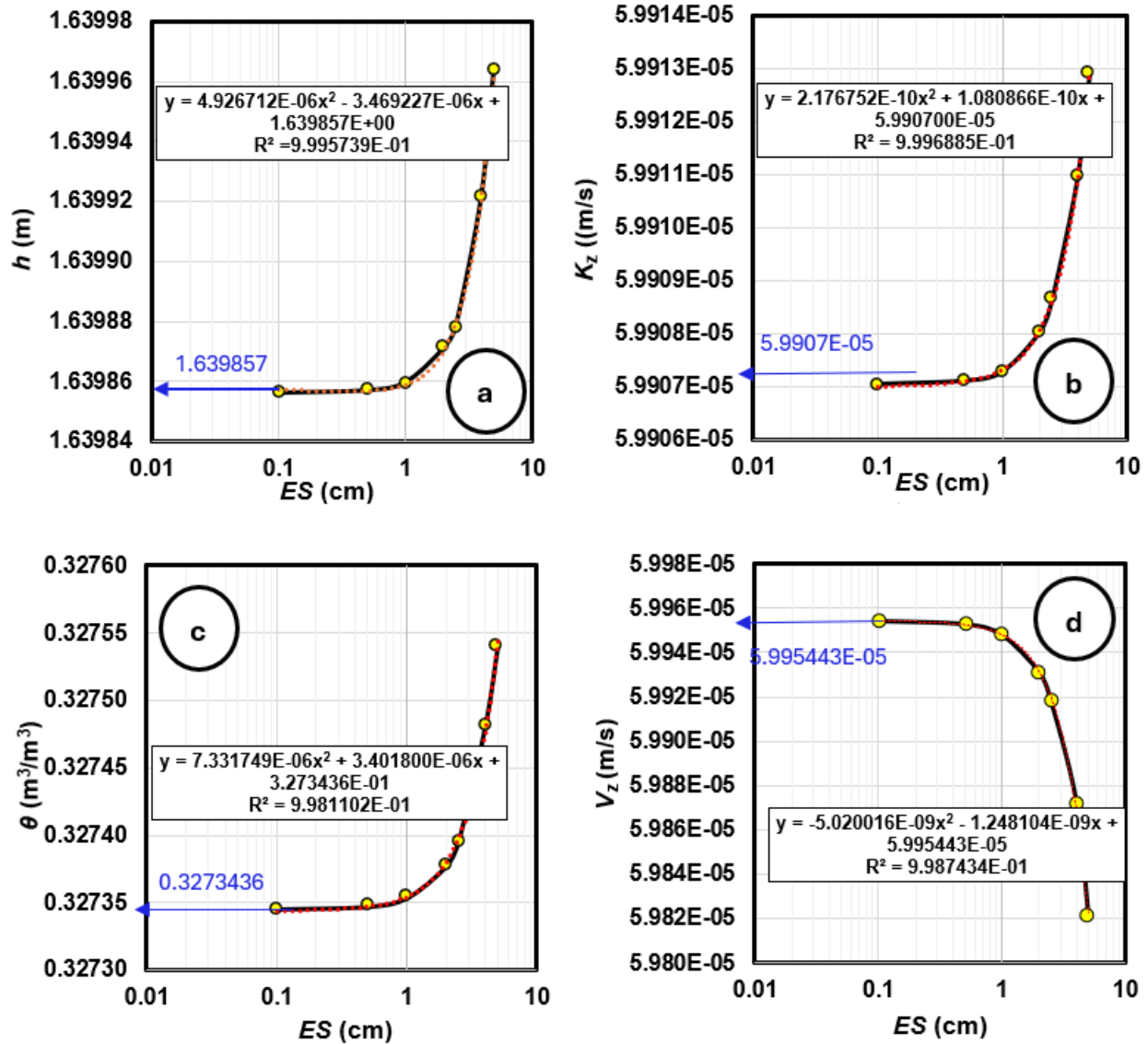


Figure 5.5 Numerical solutions for ES between 0.1 and 5 cm at $z = 2$ m: (a) the hydraulic head; (b) the hydraulic conductivity; (c) the volumetric water content and (d) the vertical water velocity.

According to the recommendations of Chapuis et al. (2023) and Chapuis et al. (2025) if both numerical and mathematical convergence are needed the ES needs to be within the ranges of the MCD, which is established by plotting the log of the error against the log of the ES (Figure 5.6), for all four variables. We note that as ES decreases the relationship between error and ES becomes linear with a slope of 2, consistent with the theory. When ES exceeds 5 cm, not only do the associated errors become significantly more pronounced (up to 10 % for V_z for $ES = 10$ cm), but the linear relationship characterized by a slope of 2 is also no longer maintained.

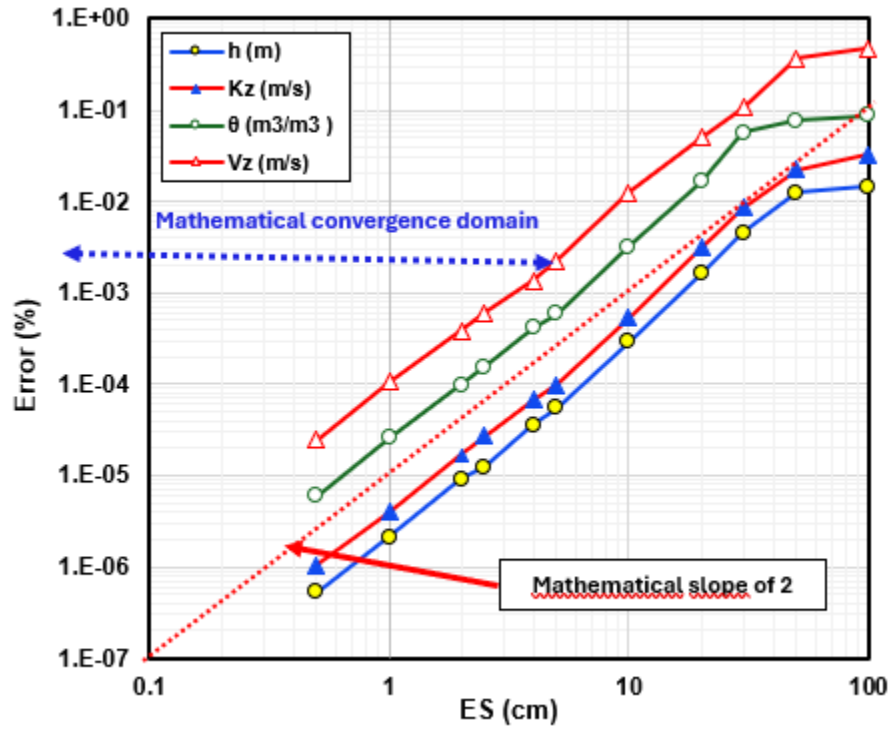


Figure 5.6 The log of the error versus the log of ES .

A key observation in Figure 5.6 is that for ES values smaller than approximately 5 cm, the error curves exhibit a slope of 2, which is consistent with the theoretical second-order convergence expected for well-posed numerical schemes, confirming the validity of the numerical model in this range. However, beyond $ES \approx 10$ cm, the slope deviates from 2, marking the transition into the NCD where the errors continue increasing, but the theoretical convergence rate is no longer maintained.

Based on the results illustrated above, it is safe to say that if we choose an ES of 5 cm the results will fall within the MCD, resulting in reliable numerical solutions for this column model. However, while the spatial discretization appears to provide reliable numerical solutions within the MCD, examining the impact of time step refinement is equally important. To investigate the influence of the time step refinement on the numerical solution, we collected the numerical solutions for the same hydraulic variables as the previous section at an elevation of 2 m above the column bottom for the following Δt : 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 2.5, 5, 10, 20, 30, 50 and 100 seconds (Figure 5.7).

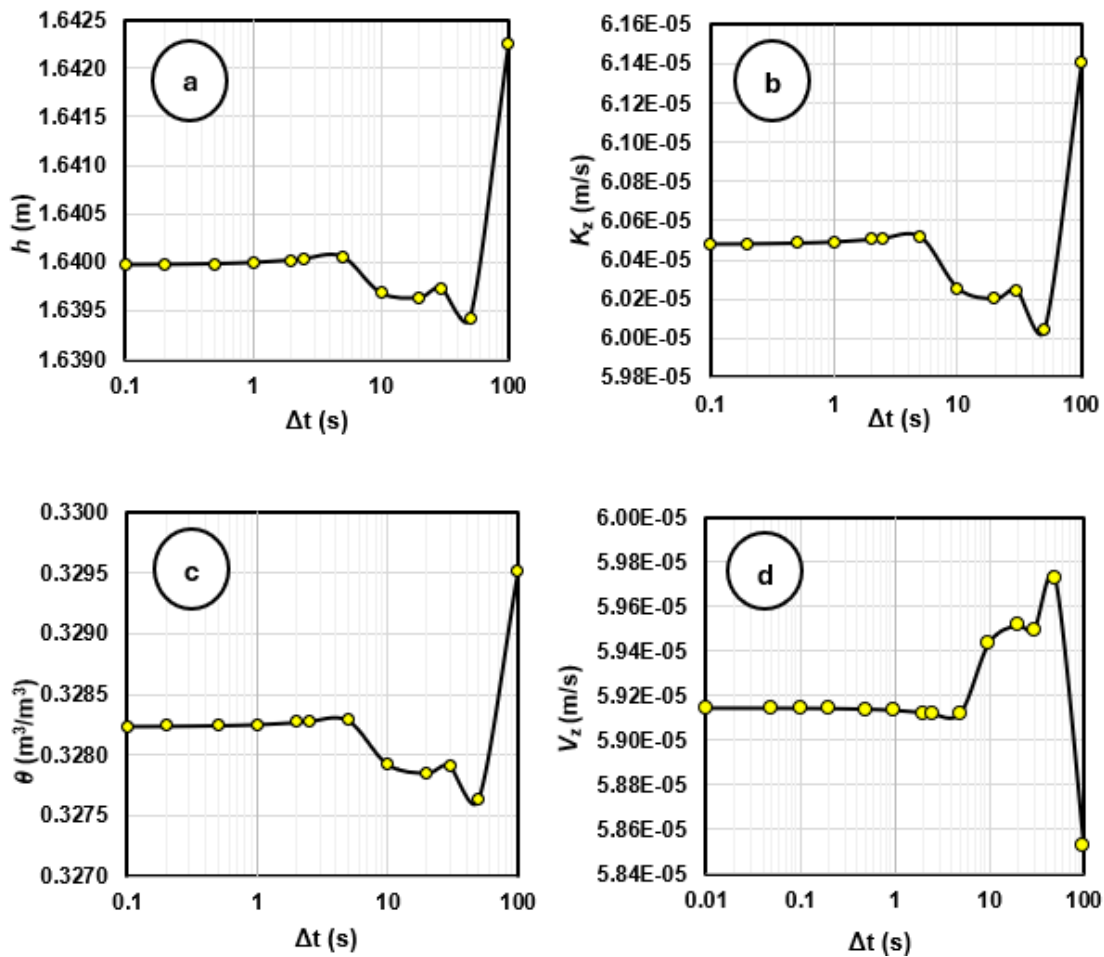


Figure 5.7 Numerical solutions versus all Δt at $z = 2$ m: (a) the hydraulic head; (b) the hydraulic conductivity; (c) the volumetric water content and (d) the vertical water velocity.

All plots exhibit the same behavior, at small Δt values (0.01 s to 2.5 s), all results reach an asymptotic behavior. However, as Δt is increased beyond 2.5 s, especially from 10 s to 100 s, each

result exhibits a marked difference from the asymptote, suggesting a deviation from mathematical convergence. To prove that each solution fits a polynomial of the second degree when Δt tends to zero, we present in Figure 5.8 only the results for Δt between 0.01 s and 2.5 s.

The errors are then computed based on Equation (5.7) and by using the values of the asymptotes extracted from the fitted polynomials in Figure 5.8.

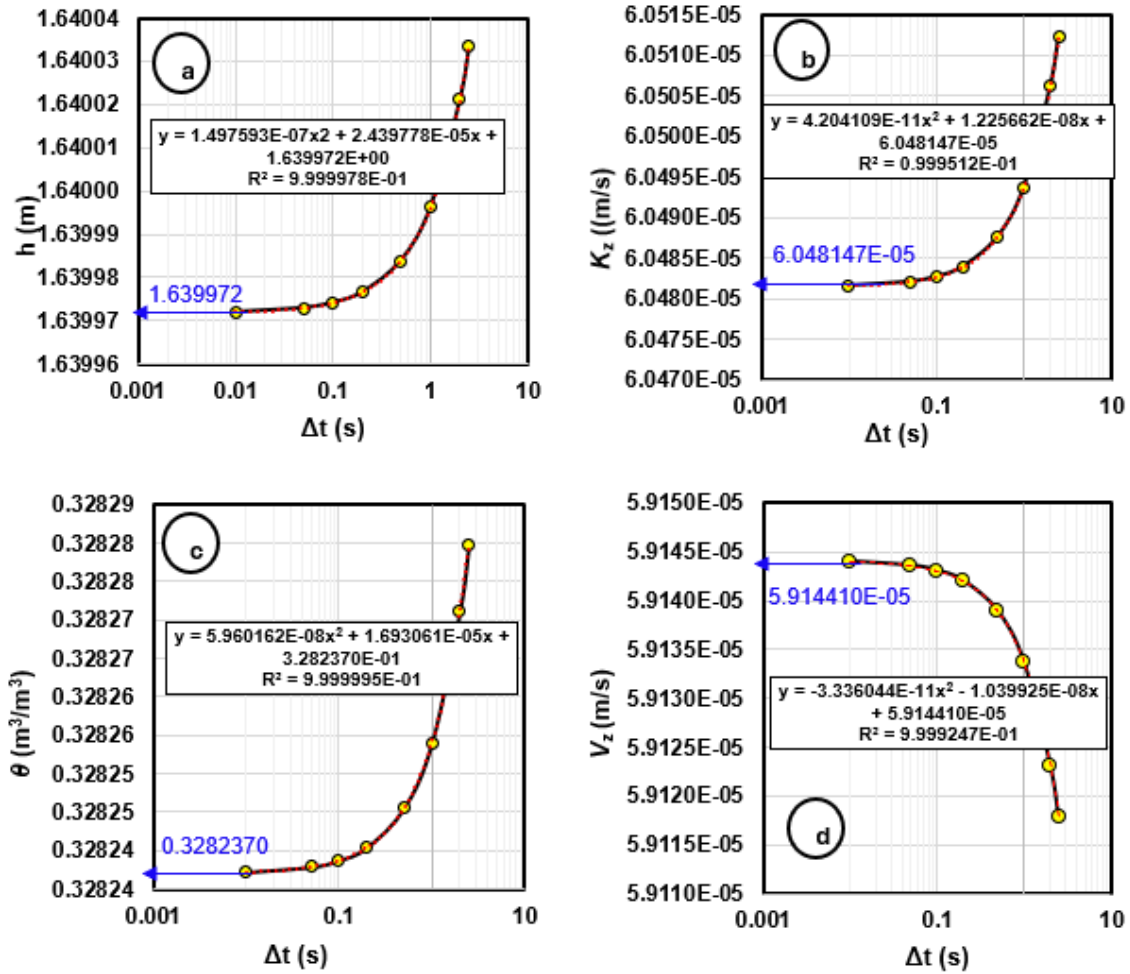


Figure 5.8 Numerical solution versus Δt between 0.01 s and 2.5 s: (a) hydraulic head; (b) hydraulic conductivity; (c) volumetric water content and (d) vertical water velocity.

The second-degree polynomial fit exhibits high accuracy for all four hydraulic results, with R^2 values ranging from 0.9992 to 0.999995. This strong correlation validates the assumption that the

computational model is correctly implemented. As Δt gets smaller, all numerical results converge asymptotically towards the true solution while respecting the mathematically predicted slope: this proves mathematical convergence. The values of the asymptotes for each hydraulic variable were extracted from the fitted second-degree polynomials and with these values, the log-log error plots were obtained (Figure 5.9).

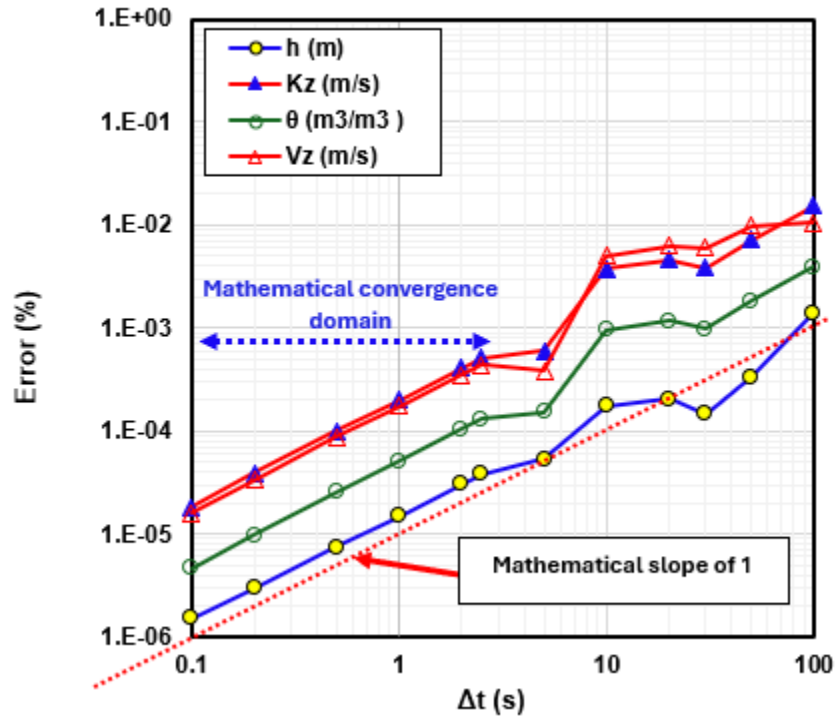


Figure 5.9 The log of the error versus the log of Δt .

For small Δt (0.01 s to 2.5 s) the errors exhibit a linear relationship with a slope of 1, indicating that the numerical solutions belong to the mathematical convergence domain, MCD, where errors follow the theoretical predictions for a correct code. However, for time steps higher than 2.5 s the error curves deviate from this linear trend, signaling that they belong to the numerical convergence domain, NCD, but not to the MCD. In this zone, the model continues to verify the user's predefined *UNCC*, but its solutions fail to converge towards the true solution due to numerical errors due to too large values of ES and Δt . These results underline the importance of refining the time step to remain within the MCD, because neglecting this can lead to significant inaccuracies. This

is consistent with the findings of Chapuis et al. (2023) and Chapuis et al. (2025) who highlighted the risks of large errors without proper H-convergence verification.

Figures 5.6 and 5.9 illustrate the differences in the MCD between mesh refinement and time step refinement. The results indicate that the MCD for mesh refinement is significantly larger than that for time step refinement, emphasizing key differences in numerical accuracy, stability constraints, and error propagation. The spatial discretization scheme used in this study follows a second-order accurate method, where the error decreases proportionally to ES^2 , resulting in smooth and predictable convergence over a wider range of element sizes. In contrast, temporal discretization follows a first-order accurate method, where the error decreases linearly with Δt , leading to a smaller MCD. Additionally, in time-dependent seepage modeling, round-off errors accumulate more rapidly because each new time step depends on previous values. As a result, small numerical errors propagate during the simulation, further limiting the MCD extent for time step refinement. Spatial discretization errors remain localized, but temporal errors build up over time steps, amplifying inaccuracies and reducing the range in which mathematical convergence is observed.

However, it is crucial to ensure that these errors are not caused by an inappropriate choice of mesh size or time steps. In modeling water flow in soil using SEEP/W or similar finite element methods, the slope of the volumetric water content (θ) versus suction (ψ) serves as a key indicator of numerical stability and accuracy. A smooth slope curve suggests a stable solution that correctly reflects the physical relationship between water content and suction without artificial fluctuations, indicating that time-stepping, mesh size, and discretization parameters are well-chosen (Fredlund & Rahardjo, 1993). Conversely, oscillations in the slope curve often point to numerical instability, where numerical errors grow instead of dissipating, typically due to improper time step selection or spatial discretization (Zienkiewicz & Taylor, 2005).

Numerical oscillations can also stem from gradient calculation methods. In finite element schemes, gradients such as $\partial\theta/\partial u$ are derived from discrete values of θ and u across nodes or elements. If discretization is too coarse or poorly aligned, it can produce inaccurate gradients, leading to oscillations that do not accurately represent physical behavior (Bear, 2013; Tan et al., 2004). Physically, the soil-water retention curve should be continuous and monotonic. Sharp fluctuations in the curve slope typically indicate non-physical, numerically induced errors (Pepper & Stephenson, 1995; van Genuchten, 1980).

By contrast, a smooth curve slope suggests a stable and accurate solution that aligns with the expected behavior of soil-water retention. If oscillations occur, adjustments to time steps and mesh size may be necessary to achieve a solution that faithfully represents the physical process of water flow in soil. To assess this, we plotted the function defined by the slope of volumetric water content versus suction at different elevations within the column throughout the infiltration phase. Based on the error plots, we selected an ES of 5 cm and a Δt of 1 s, both of which fall within the MCD range. To further illustrate the influence of time stepping and the importance of choosing an appropriate Δt , we also included the results of the drainage phase in this section (Figure 10).

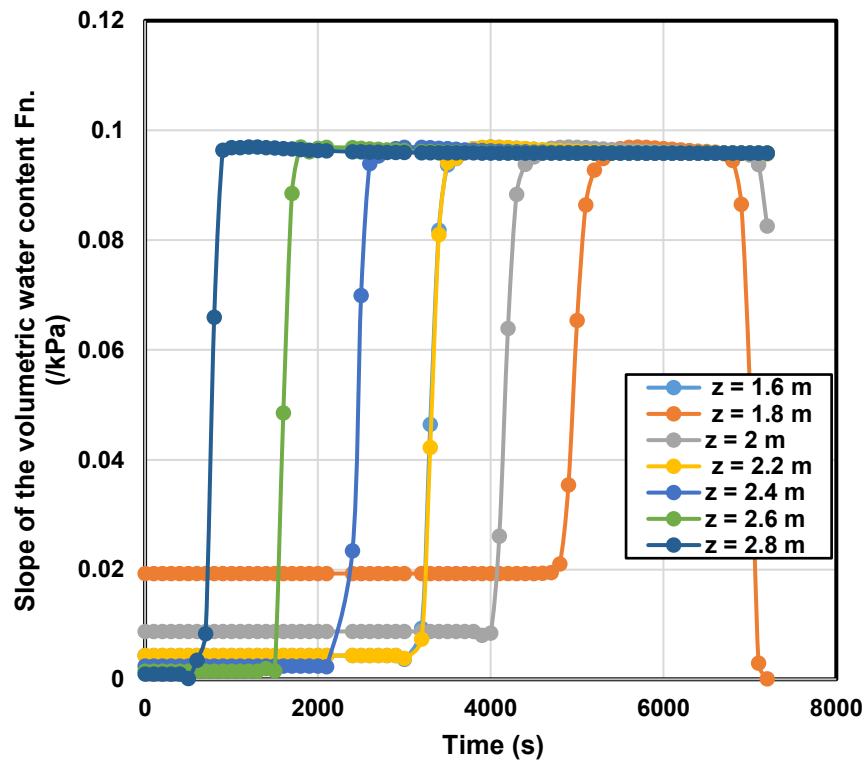


Figure 5.10 The slope of the volumetric content versus the suction function at different column heights with $\Delta t = 1$ s and $ES = 5$ cm.

The smooth, clear variation of the slope of the volumetric content function indicates a stable numerical solution. Each elevation exhibits a sharp increase in slope, stabilizing at approximately 0.1 kPa^{-1} confirming that the time-stepping and spatial discretization effectively capture the infiltration front without artificial oscillations. These results validate the chosen numerical parameters, ensuring stability and accuracy in simulating unsaturated flow dynamics.

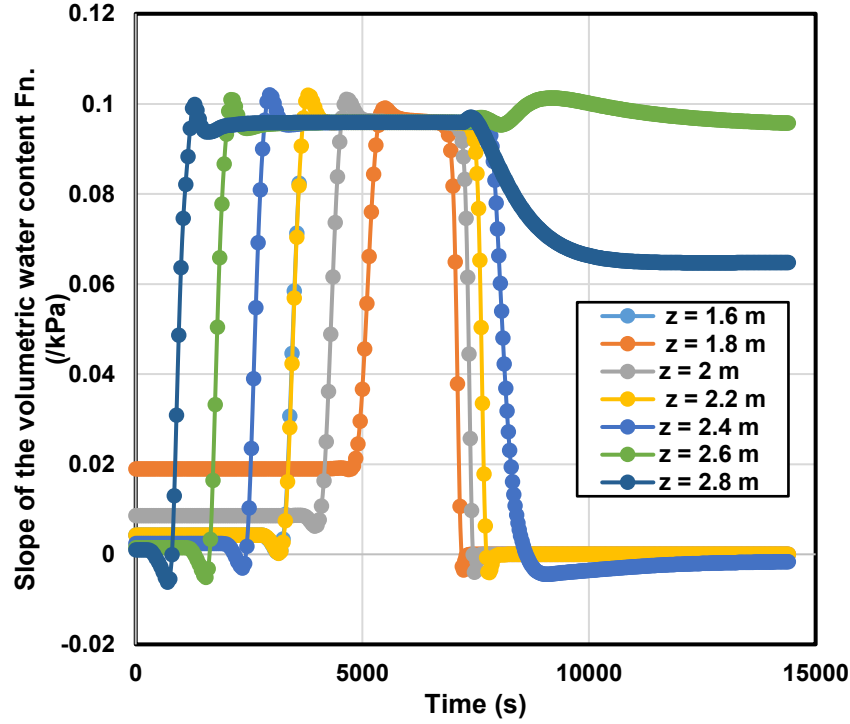


Figure 5.11 The slope of the volumetric content versus the suction function at different elevations with $\Delta t = 50$ s and $ES = 10$ cm.

Figure 5.11 illustrates the effects of using a larger time step ($\Delta t = 50$ s) and element size ($ES = 10$ cm) on the relationship between the slope of volumetric water content and suction. Compared to Figure 5.10, the infiltration front appears less distinct, displaying smoother and more gradual transitions rather than abrupt changes, which reduces accuracy. This occurs because the larger time step model has difficulty to correctly average out rapid fluctuations in volumetric water content, preventing the model from accurately capturing the swift movement of the wetting front.

Numerical instability, evident in early-stage oscillations at lower elevations ($z = 1.6$ m to 2.2 m), arises because the large Δt fails to resolve abrupt variations in volumetric water content. Similarly, during the drainage phase at higher elevations ($z = 2.6$ m and $z = 2.8$ m), the slope of volumetric water content remains constant for an extended period, even though water movement should still be occurring. These findings highlight that while increasing Δt and element size reduces computational time, it can compromise numerical accuracy and physical realism.

5.4 Discussion

The results of this study highlight the essential role of refining time steps to ensure mathematical convergence and numerical stability in transient unsaturated flow simulations. The clear log-log relationship between numerical error and the time step Δt within the mathematical convergence domain (MCD) confirms that the numerical model behaves as expected when the time step is sufficiently small ($\Delta t \leq 2$ s). However, as the time step increases beyond the MCD, the model transitions into the numerical convergence domain (NCD), where solutions remain computationally stable but deviate from true mathematical convergence. This underscores the limitations of relying solely on numerical convergence criteria.

The impact of the time step on the physical accuracy of this infiltration numerical model is further demonstrated by analyzing the slope of volumetric water content versus suction curves. Small time steps ($\Delta t = 1$ s) result in smooth, well-defined curves, indicating a stable and physically realistic infiltration front. In contrast, larger time steps ($\Delta t = 50$ s) introduce numerical oscillations and artificial smoothing, leading to a less distinct infiltration front and reduced accuracy in capturing the water infiltration process. Early-stage oscillations at lower heights suggest that large time steps fail to resolve rapid variations in water content properly, while the extended plateaus during drainage indicate a loss of numerical accuracy.

These findings are consistent with previous research emphasizing the importance of fine temporal discretization in numerical seepage modeling (Chapuis et al., 2023, 2025). Unlike spatial discretization, where second-order accuracy ensures that reducing element size leads to predictable convergence, temporal discretization follows first-order accuracy, making it more susceptible to error accumulation and stability constraints. This explains why the MCD for mesh refinement is significantly wider than that for time step refinement, illustrating that the time-stepping errors propagate across iterations, whereas spatial errors remain more localized.

The findings can also be extended to more complex two-dimensional models by performing localized convergence checks in zones with strong hydraulic or suction gradients. In such cases, finer meshes and shorter time steps can be applied selectively in critical regions, while coarser discretization is maintained elsewhere to preserve computational efficiency.

The practical implications of this study suggest that for accurate numerical modeling of transient unsaturated flow, selecting an appropriate time step and element size within the MCD is crucial. While larger time steps reduce computational time, they can compromise both numerical stability and physical accuracy, leading to unreliable predictions of infiltration and drainage behavior or in groundwater numerical solutions altogether. These insights provide valuable guidance for optimizing numerical models, particularly in applications such as groundwater recharge, stormwater management, and contaminant transport, where accurately simulating transient unsaturated flow is essential.

5.5 Conclusion

This study emphasizes the crucial role of refining time steps to achieve accurate numerical solutions in transient unsaturated flow modeling. The findings confirm that true mathematical convergence occurs only within a well-defined mathematical convergence domain (MCD), where a clear linear relationship exists between numerical error and time step size. Beyond this domain, solutions enter the numerical convergence domain (NCD), where they remain stable but deviate from true mathematical accuracy. Analyzing volumetric water content versus suction slopes further highlights that smaller time steps produce more stable and physically accurate results, while larger time steps introduce numerical oscillations, smoothing effects, and a loss of accuracy for fine-scale infiltration dynamics. These insights underscore the importance of selecting an appropriate temporal discretization to achieve efficiency and numerical accuracy within an acceptable computational time.

While this study utilized linearly spaced time stepping, future research should investigate the impact of regularly spaced and logarithmically spaced time stepping on numerical convergence and solution stability. Logarithmic spacing may offer a more efficient approach for capturing early-time rapid changes in the numerical solution while permitting larger time steps in later stages when variations become more gradual and less abrupt. Additionally, exploring adaptive time-stepping algorithms that dynamically adjust step size based on error estimates could further improve accuracy and computational performance. By addressing these future directions, numerical modeling of unsaturated flow processes can be further enhanced, leading to more precise predictions in its applications.

CHAPITRE 6 ARTICLE 4: H-CONVERGENCE ANALYSIS OF SPATIAL AND TEMPORAL DISCRETIZATION IN TRANSIENT UNSATURATED SEEPAGE MODELING

Submitted to

International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics

By

Arij Krifa¹ and Robert P. Chapuis^{1*}

¹ Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, P.O.
Box 6079, Sta. CV, Montreal (Quebec), Canada, H3C 3A7

* Corresponding author – e-mail: robert.chapuis@polymtl.ca – Phone: (514) 340 4711 ext.
4427 – Fax: (514) 340 4477– <https://orcid.org/0000-0002-7397-9374>

May 07, 2025

Abstract

This study investigates the interplay between spatial and temporal discretization parameters, element size (ES) and time step (Δt), in numerical simulations of transient unsaturated seepage using SEEP/W software. Utilizing a one-dimensional sand column subjected to transient infiltration, we systematically examine how ES and Δt jointly influence mathematical convergence and accuracy. Employing an H-type convergence analysis, the study revealed a critical coupling between spatial resolution and permissible time steps for achieving true mathematical convergence. Results showed that finer spatial discretization significantly narrowed the range of viable Δt values, demanding smaller time steps to maintain numerical accuracy, while coarser meshes permitted

larger time steps but at the cost of increased numerical errors. Furthermore, a clear power-law relationship emerged between the maximum ES and the maximum Δt for having mathematical convergence, highlighting a central trade-off between computational efficiency and accuracy. This research underscores the necessity of temporal and spatial discretization and offers practical guidelines for optimizing numerical models of unsaturated flow, promoting both reliability and computational efficiency in unsaturated seepage modeling.

Key words: Transient unsaturated seepage, Spatial discretization, Temporal discretization, Numerical convergence, H-type convergence analysis.

6.1 Introduction

Groundwater constitutes a vital component of the global freshwater supply, functioning as a primary source for domestic consumption, agricultural irrigation, and industrial operations (Foster & Chilton, 2004; Gleeson et al., 2012). However, escalating demand driven by population growth and rapid urbanization has intensified concerns surrounding groundwater depletion and contamination (Famiglietti, 2014; Wada et al., 2010). Addressing these challenges necessitates the adoption of sustainable management strategies, including artificial recharge methods (Bouwer, 2002; Dillon, 2005), advanced remediation technologies (Mackay & Cherry, 1989; Naidu et al., 2016), and establishing robust regulatory frameworks (Gleeson et al., 2010).

However, the effective management and sustainability of groundwater resources critically depend on addressing groundwater seepage problems, as seepage influences aquifer recharge rates, groundwater levels, and contamination pathways (Fetter & Kreamer, 2021; Freeze & Cherry, 1979). In this context, understanding saturated and unsaturated seepage solutions becomes particularly significant, as these solutions provide crucial insights into groundwater flow behavior, which is essential for predicting aquifer performance and designing effective groundwater management systems (Bear & Cheng, 2010; Hillel, 1998).

Saturated and unsaturated groundwater movement is described by Darcy's Law (Darcy, 1856), a behavior law relating the flow rate to the saturated and unsaturated hydraulic conductivity, K , and the hydraulic gradient. Despite its simplicity, this principle has proven remarkably effective. The conservation equation (Richards, 1931), when applied to fully saturated, homogeneous aquifers

under steady-state conditions, simplifies as the Laplace equation ($\nabla^2 h = 0$, where h is the hydraulic head), a fundamental tool in groundwater seepage (Harr, 1962; Todd & Mays, 2004).

While Darcy's Law and the Richards' equation offer elegant analytical solutions for simplified, saturated groundwater systems, the complexity of natural hydrological systems often extends well beyond these idealized conditions. The transition from saturated to unsaturated flow introduces significant nonlinearity, because K becomes a highly nonlinear function of volumetric water content θ , which influences Darcy's law and the Richards equation (Richards, 1931). In addition, practical applications must account for geological heterogeneity (Fogg, 1986), transient conditions (Reilly & Harbaugh, 2004), and the interplay of multiple physical processes (Werner et al., 2013). These challenges render difficult the purely analytical approach, necessitating a shift toward robust numerical modeling techniques. Such models are essential for addressing (1) spatial heterogeneity in aquifer properties (Fogg, 1986; Neuman, 2005; Sanchez-Vila et al., 2006), (2) dynamic boundary conditions governed by climate variability (Reilly & Harbaugh, 2004; Taylor et al., 2013), and (3) coupled process dynamics including density-dependent flow (Werner et al., 2013).

Modern computational platforms like MODFLOW-USG (Werner et al., 2013), FEFLOW (Diersch, 2013) and SEEP/W (Geo-Slope International Ltd, 2012) can address these complexities through user-constructed adaptive meshing and parallel computing schemes and thus, overcoming the limitations of analytical solutions by discretizing complex domains, handling transient conditions, and solving nonlinear systems (Paniconi & Putti, 1994), making them indispensable for sustainable groundwater management (Anderson et al., 2015). The implementation of these advanced tools in numerical models requires rigorous convergence analysis to ensure solution reliability, as the nonlinearities inherent in unsaturated flow (Richards, 1931) and coupled processes (Farthing & Ogden, 2017) can lead to numerical instabilities that compromise the accuracy of the numerical solutions. The accuracy and stability of numerical solutions depend critically on boundary conditions and discretization parameters, particularly mesh size and time step selection, which significantly influence the convergence of numerical schemes (Chapuis, 2010; Chapuis, 2012a; Chapuis, 2012b, 2012c; Chapuis et al., 2023; Chapuis et al., 2025).

According to Chapuis et al. (2023), numerical models aim to solve problems when there is no explicit analytical solutions. However, for the same problem, numerical models can yield divergent results. These discrepancies stem from several factors: (1) discretization element size (ES), (2) the

presence of elongated elements with varying aspect ratios (AR), (3) differences in equations and truncation errors, and (4) local mesh refinements. When dealing with numerical modeling solutions, one must follow a fundamental principle: as ES decreases, the solution must approach a single value for each of its components. This behavior is known as numerical convergence (Roache, 1994; Thwaites, 1949). However, numerical convergence does not always indicate correct mathematical convergence. Traditional convergence assumes increased accuracy as ES decreases, but it often overlooks how numerical error evolves with mesh refinement (Chapuis et al., 2023). H-type convergence addresses this by quantifying error changes relative to ES refinement. Unlike classical numerical convergence, which typically checks result stability, H-convergence evaluates whether numerical solutions truly approach the theoretical but unknown mathematical solution (Chapuis et al., 2023; Chapuis et al., 2025).

Research on H-type convergence in unsaturated seepage modeling remains scarce. Chapuis et al. (2025) offers the first known study that applies H-convergence to assess numerical errors in one-dimensional, 1D, steady-state conditions. Their method differentiates mathematical convergence from apparent numerical stability, revealing that relying solely on numerical convergence can lead to errors as high as 500%, despite seemingly stable results. While Chapuis et al. (2025) provided a foundational framework for H-convergence in steady-state unsaturated flow, the critical role of temporal discretization for mathematical convergence was not investigated. However, several studies have shown that time-step selection can dominate numerical errors in transient simulations (Farthing & Ogden, 2017; Kavetski et al., 2001; Paniconi & Putti, 1994). A previous work of Krifa & Chapuis (2025) investigated the effects of time-step refinement on 1D infiltration in an unsaturated sand column, demonstrating that small time steps are necessary to achieve true mathematical convergence. By systematically refining Δt and comparing numerical versus analytical solutions, it appeared that the log-log error plot exhibits a slope of 1 when time steps fall below a certain threshold, consistent with the backward Euler scheme's first-order accuracy. Whereas our previous study focused on time-step refinement at a fixed ES or mesh resolution, the present work investigates how both ES and time step jointly influence the numerical error.

6.2 Materials and Methods

6.2.1 Software

A sand column was simulated using SEEP/W (Geo-Slope International Ltd, 2012), a finite element code for modeling saturated and unsaturated seepage. The code employs rigorous equations (Richards, 1931; van Genuchten, 1980) to accurately resolve seepage in porous media. In 3D a numerical code must solve a set of six highly nonlinear equations for six unknowns (Chapuis et al. 2025). For the 1D problem of this article, the code must solve a set of four highly nonlinear equations for four unknowns, and also take into account initial and boundary conditions. By utilizing the chosen code, the model effectively captured the intricate interplay of factors governing infiltration, ensuring a physically realistic representation of transient flow behavior (Chapuis et al., 2025).

6.3 Numerical model setup

The model comprises a 3 m-tall, 0.1 m-diameter sand column with an initial water table positioned 1 m above the base. Consequently, the upper 2 meters of the column are subjected to unsaturated seepage conditions. Under transient conditions, a constant rainfall rate of 6.32×10^{-5} m/s was applied to the top of the column for 2 hours (Figure 6.1). The bottom of the column is impervious.

A readily available laboratory “all-purpose” sand was chosen for the study, and its grain-size analysis, according to ASTM standard D6913/D6913M-17, provided key parameters such as d_{10} , and d_{60} . The parameter d_{10} represents the particle diameter below which 10% of the total soil sample mass is finer, meaning that 10% of the particles are smaller than this size. Similarly, d_{60} corresponds to the particle diameter below which 60% of the sample mass is finer. These values are essential for characterizing the soil's gradation and are used to compute the uniformity coefficient (C_u), which is defined as the ratio $C_u = d_{60} / d_{10}$. The water retention curve (WRC) was derived using the modified Kovács model (Aubertin et al., 2003), which accounts for capillary and adhesive water storage, while unsaturated hydraulic conductivity $k(\theta)$ was calculated using the van Genuchten-Mualem model, requiring a measured or estimated k_{sat} at saturation. The k_{sat} value was estimated by averaging the results obtained from predictive methods proposed by Hazen (1892) and combined with Taylor (1948), as well as those of Navfac DM7 (1974) and Chapuis (2004, 2008, 2012).

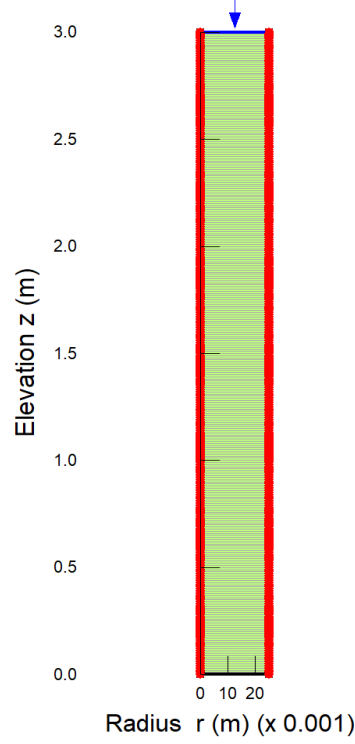


Figure 6.1 Geometry of the sand column in the numerical model.

6.4 Background

Chapuis et al. (2023) explained the concept of the numerical convergence error (*NCE*), which is governed by a user-defined numerical convergence criterion (*UNCC*) that determines when the code stops the iterations (Eq. 6.1).

$$\left(\sum_{i=1}^N u_{i,j+1}^2 - \sum_{i=1}^N u_{i,j}^2 \right) / \sum_{i=1}^N u_{i,j}^2 < UNCC \quad (6.1)$$

However, this criterion does not necessarily reflect the proximity of the solution to the true, unknown solution. To differentiate between numerical stability and mathematical accuracy, the authors defined two distinct domains: the numerical convergence domain (NCD), wherein the solver satisfies the *UNCC* but may deviate significantly from the true solution, and the mathematical convergence domain (MCD), which is characterized by consistent asymptotic behavior across all solution variables when the spatial discretization is refined. In SEEP/W, spatial convergence is evaluated by progressively reducing the element size (*ES*) until the numerical

results exhibit a stable asymptote on a semi-log plot. Correspondingly, log-log plots of numerical error versus ES should display a slope of 2, consistent with the code's second-order spatial accuracy (Chapuis et al., 2023; Chapuis et al., 2025). In contrast, temporal convergence is governed by the first-order backward Euler integration scheme, for which log-log error plots against the time step are expected to yield a slope of 1, reflecting its first-order accuracy in time (Krifa & Chapuis, 2025). In the present study, we extended these concepts by refining both the element size and the time step simultaneously, systematically varying each parameter across a wide range. This dual-refinement approach lets us to explore how discretization in both space and time jointly affects the accuracy of simulated infiltration in a 1D sand column, providing a more detailed assessment of convergence behavior under transient unsaturated conditions.

6.5 Results

6.5.1 Results for the hydraulic head

We collected the numerical solutions for the four unknowns, h , dh/dz , K and θ at an elevation of 1.99 m, where high changes occur during transient seepage, while changing the Δt value (0.1, 0.2, 0.425, 0.5, 0.85, 1, 1.75, 2, 4.5, 5, 8, 10, 20, 50 and 100 s) and the ES value (0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10 and 20 cm). In this article, we present in detail the results for h , for the remainder of the variables, only the error plots are presented since we found that they exhibit the same behavior, and thus we would be presenting a substantial number of figures but no additional information.

With ES fixed, the collected results are plotted on a logarithmic scale against the selected time steps to identify the asymptotic behavior for each ES . Using the extracted asymptotes, log-log error plots were then generated. Due to the substantial number of figures produced, we selected four representative element sizes (0.5 cm, 1 cm, 2 cm, and 10 cm) for presentation (Figure 6.2).

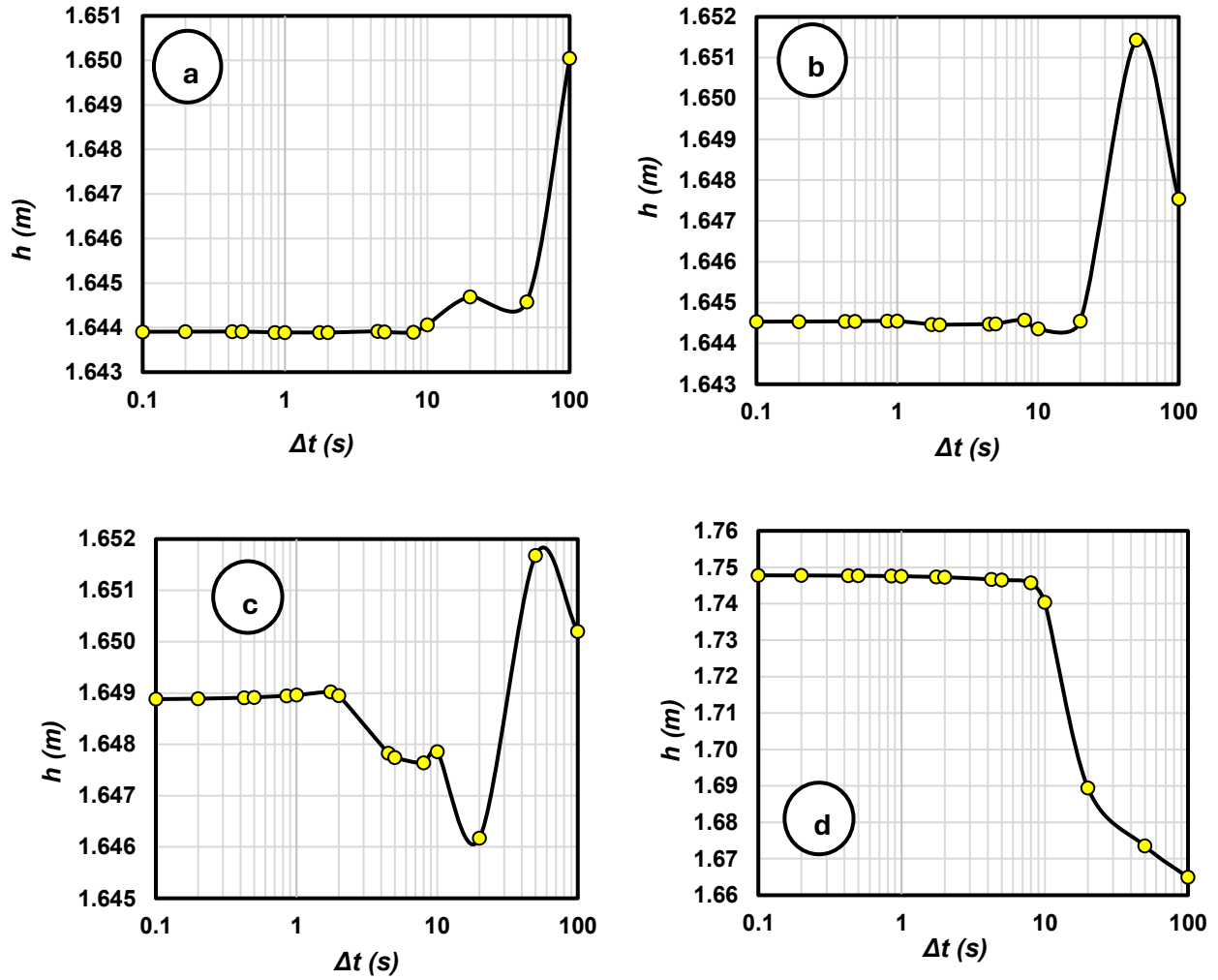


Figure 6.2 Numerical solutions for h versus all Δt at $z = 1.99$ m: (a) $ES = 0.5$ cm; (b) $ES = 1$ cm; (c) $ES = 2$ cm and (d) $ES = 10$ cm.

From the four panels (a-d), corresponding to $ES = 0.5$ cm, 1 cm, 2 cm, and 10 cm, respectively, it is evident that each mesh exhibits a distinct behavior as Δt decreases. Crucially, identifying the range of Δt values that match a second-degree polynomial asymptote, consistent with the code's spatial interpolation scheme, requires isolating the interval in which the numerical results clearly converge toward an asymptotic solution. Time steps that produce irregular fluctuations or stray from the expected polynomial trend should be excluded so that the mathematical convergence analysis is based only on data that reflect true mathematical behavior (Figure 6.3).

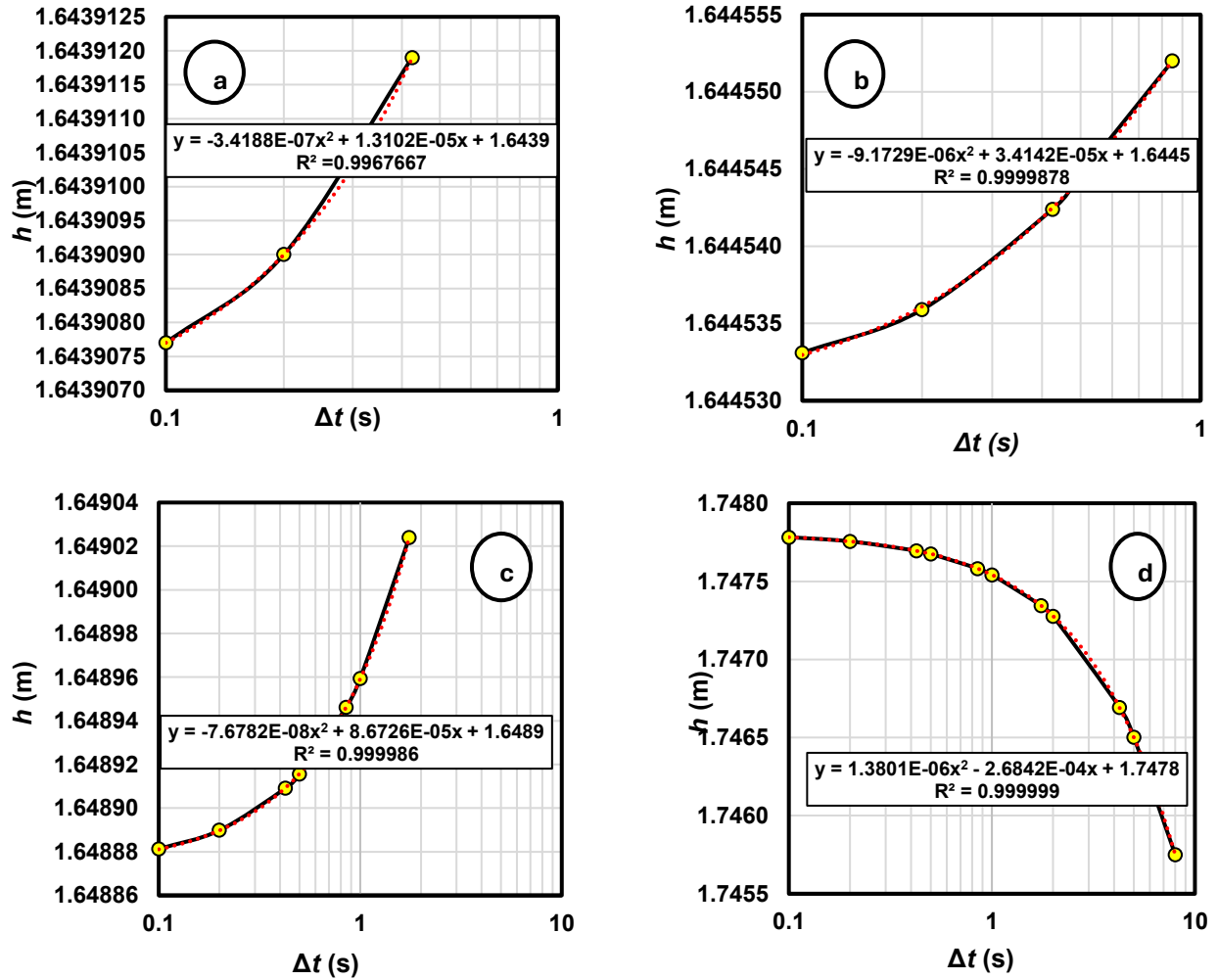


Figure 6.3 Numerical solutions for h ($z = 1.99$ m) versus Δt in the MCD: (a) $ES = 0.5$ cm; (b) $ES = 1$ cm; (c) $ES = 2$ cm and (d) $ES = 10$ cm.

The plots in Figure 6.3 show that as ES decreases, the time-step range over which the solution adheres to a second-degree polynomial fit becomes increasingly narrow. In other words, mesh refinement leads to a reduced set of Δt values that exhibit the expected mathematical convergence behavior for that spatial resolution. While the polynomial regressions still yield high R^2 values (from 0.9967 to 0.9999), the significance of that goodness-of-fit diminishes as the valid Δt domain contracts since the polynomial is effectively fitted over a smaller portion of the time-step range. This trend highlights the strong coupling between ES and Δt and reinforces that a high R^2 value alone does not imply a broad or robust convergence domain, particularly when small ES are used.

6.5.2 Results for the volumetric water content θ

In addition to the hydraulic head h , the results also include volumetric water content θ , since both are key variables that influence how water moves through unsaturated soils. While pressure head shows the force driving water movement, volumetric water content reveals how much moisture is present in the soil. Looking at both together gives a fuller picture of the flow dynamics and helps assess how well the model captures both water movement and moisture retention.

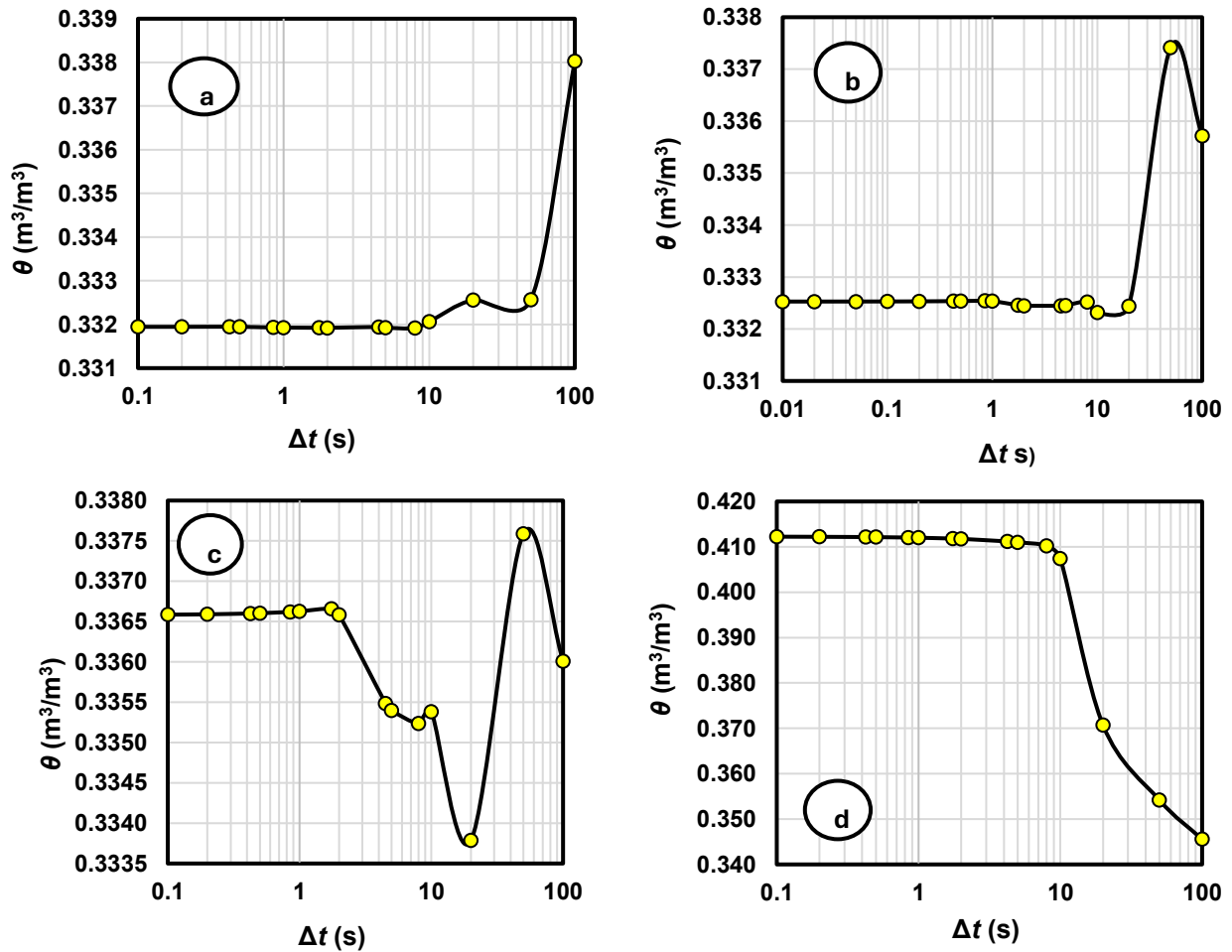


Figure 6.4 Numerical solutions for θ versus all Δt at $z = 1.99$ m: (a) $ES = 0.5$ cm; (b) $ES = 1$ cm; (c) $ES = 2$ cm, and (d) $ES = 10$ cm.

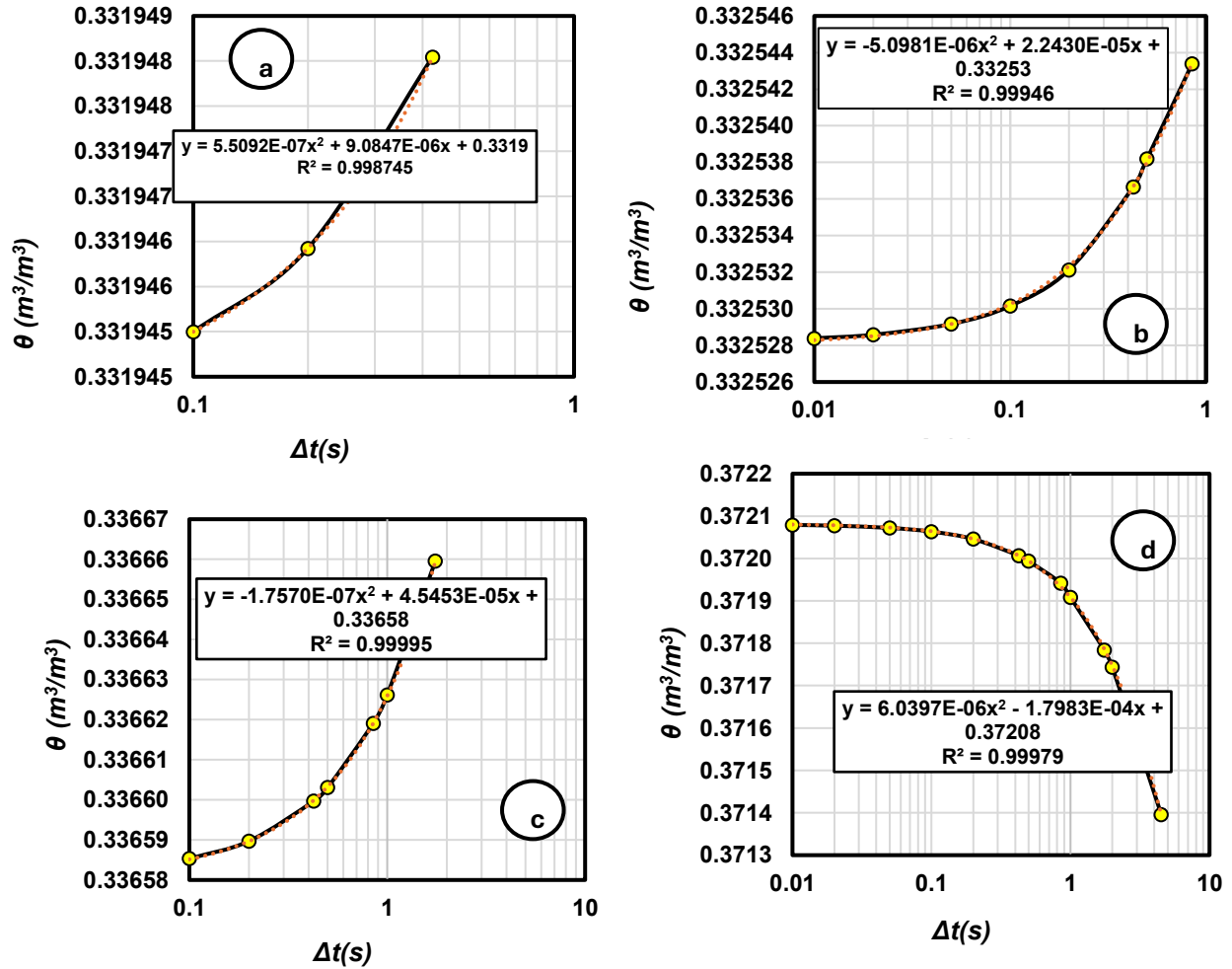


Figure 6.5 Numerical solutions for θ ($z = 1.99$ m) versus Δt in the MCD: (a) $ES = 0.5$ cm; (b) $ES = 1$ cm; (c) $ES = 2$ cm and (d) $ES = 10$ cm.

The behavior of both h and θ under spatial and temporal refinement exhibits strikingly similar trends. As the ES and time step Δt are refined, both variables converge toward asymptotic solutions, demonstrating consistent mathematical convergence patterns. This similarity is not coincidental: h and θ are primary state variables in Richards' equation, and their numerical behavior reflects the stability and fidelity of the discretization scheme. The emergence of a Mathematical Convergence Domain (MCD) for both variables, where the error plots follow the expected theoretical slopes, further confirms that the finite element model reliably captures the governing flow dynamics.

Although hydraulic conductivity K and vertical gradient dh/dz , exhibit the same overall trends as h and θ , their associated graphs are not presented here to avoid redundancy. Including these

additional figures would substantially increase the number of graphs without providing new insights, as they reflect the same spatial and temporal discretization-dependent behavior already illustrated through h and θ .

When all primary hydraulic variables (e.g., h , θ , K , and dh/dz) exhibit such consistent, asymptotic behavior along with the emergence of an MCD, it strongly indicates that the numerical model is not only stable but mathematically robust. This provides confidence in the model's reliability for simulating transient unsaturated flow.

6.5.3 Error plots

Subsequently, we extract the asymptotic values from the polynomial fits and use them to compute the numerical errors according to Eq. 6.1 to plot in a log-log scale the error versus Δt (Figure 6.6).

$$Error = \frac{Numerical\ value - Asymptote}{Asymptote} \quad (6.2)$$

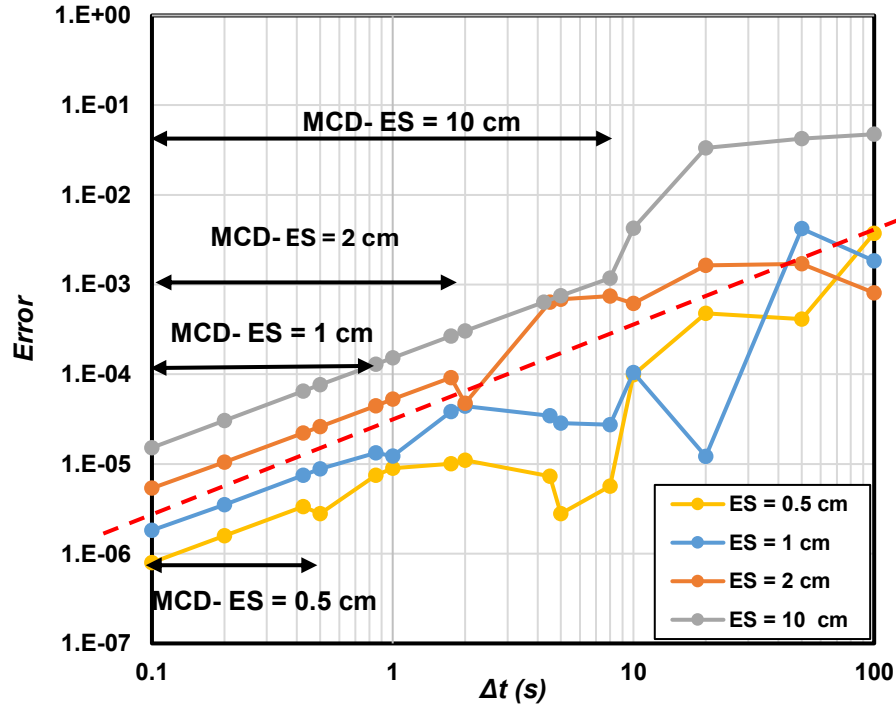


Figure 6.6 The log of the error on h ($z = 1.99$ m) versus the log of Δt .

Figure 6.6 shows log-log plots of numerical error versus time step (Δt) for four different element sizes ($ES = 0.5$ cm, 1 cm, 2 cm, and 10 cm). The results reveal that as spatial discretization becomes

finer, the MCD defined by the range of Δt values producing a slope of 1 following first-order time integration becomes increasingly narrow. For the finest mesh ($ES = 0.5$ cm and $ES = 1$ cm), only a small window of Δt satisfies the criteria for true mathematical convergence, whereas coarser meshes (e.g., $ES = 2$ cm and 10 cm) allow for broader MCDs. However, this broader MCD for coarse meshes comes at the cost of significantly higher numerical errors. Even when convergence is achieved within the MCD, the relative errors remain greater for larger element size values. This underscores a critical trade-off: while coarse meshes may offer computational flexibility by allowing larger Δt values, they inherently reduce the accuracy of the numerical solution. In contrast, finer meshes yield lower numerical error but demand smaller time steps to preserve mathematical convergence, thus increasing computational effort.

To further confirm these findings, we subsequently plot ES against the maximum Δt that still permits mathematical convergence, using a log-log scale. To further support the observed convergence behavior, the additional variables were evaluated at the same elevation ($z = 1.99$ m). (Figure 6.7). This analysis illustrates the inverse relationship between spatial and temporal resolution, quantifying how finer spatial discretization imposes stricter constraints on time-step selection.

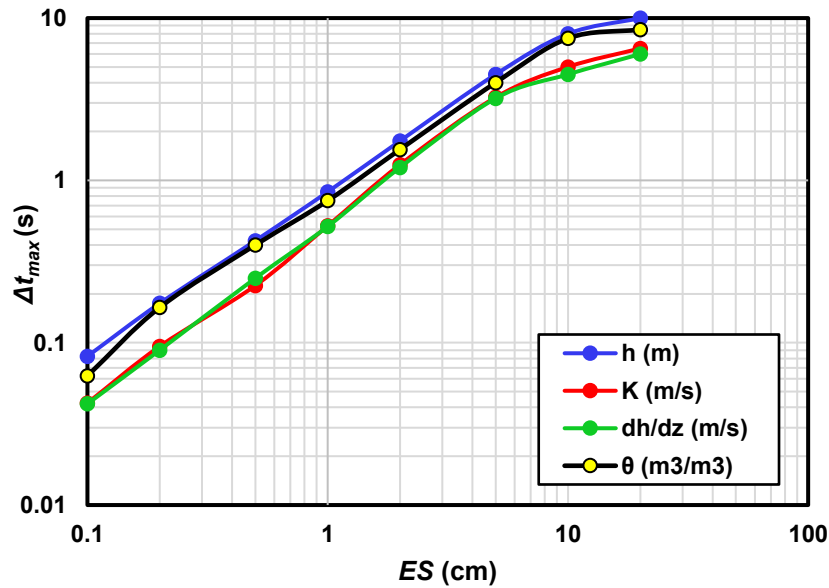


Figure 6.7 The log of $\Delta t_{\max}$ versus the log of ES at $z = 1.99$ m

Figure 6.7 shows a consistent power-law relationship between the maximum allowable time step ($\Delta t_{\max}$) and element size (ES) for the four unknowns, h , θ , K , and dh/dz , underscoring the strong coupling between temporal and spatial discretization. In log-log axes, all variables follow an almost linear trend, especially for small ES , but the curves for K and particularly dh/dz consistently fall below those for h and θ . This suggests that variables such as K and dh/dz , which are derived from the primary unknown h , demand tighter discretization (i.e., smaller Δt and ES) to achieve reliable convergence. Notably, since water flux is governed by Darcy's law ($q = -K dh/dz$), the numerical stability and accuracy of both K and dh/dz are critical. As a result, even when h and θ appear to converge under a given discretization, residual errors may persist in K and dh/dz , unless finer spatial and temporal resolutions are used. This highlights the importance of assessing convergence not only for primary variables but also for all hydraulic unknowns.

With this, we highlight a clear trade-off: finer meshes require smaller time steps to achieve mathematical convergence. The near-linear trend in the log-log plot suggests a predictable relationship that can help guide the choice of mesh and time step. While coarser meshes allow for larger time steps, they come with higher numerical errors. These findings highlight the critical need to jointly consider spatial and temporal discretization choices to achieve an optimal balance between accuracy and computational efficiency in simulations of transient unsaturated flow.

6.6 Discussion

This study used a simple 1D problem to investigate the interplay between spatial discretization and temporal discretization in the numerical modeling of 1D transient unsaturated flow, using H-convergence analysis to evaluate the conditions under which mathematical convergence is achieved. By systematically varying element size (ES) and time step (Δt), it is demonstrated that both discretization parameters must be carefully calibrated to ensure numerical accuracy, stability, and consistency with the mathematical convergence behavior of the finite element code.

Our results showed that as ES decreases, the numerical error reduces, affirming the well-established benefit of spatial refinement. However, this gain in accuracy comes with a reduction of the mathematical convergence domain (MCD) in the temporal dimension. Finer spatial resolutions demand correspondingly smaller Δt values to maintain mathematical convergence, as evident from the shrinking Δt ranges that yield second-degree polynomial fits and the narrowing intervals

exhibiting a slope of 1 in log-log error plots. This phenomenon is visually and quantitatively confirmed in Figure 6.7, where a clear power-law relationship emerges between ES and the maximum Δt that supports mathematical convergence. While coarser meshes (e.g., $ES = 10$ cm) permit larger Δt values, they are also associated with higher numerical error, even within the MCD. This highlights the intrinsic trade-off between computational efficiency and solution accuracy.

These findings align with and extend the observations of previous articles that emphasized that numerical convergence defined by a code tolerance criterion is not sufficient to guarantee mathematical convergence (Chapuis et al., 2023; Chapuis et al., 2025). Our study contributes to their findings by providing the first detailed H-convergence analysis of transient unsaturated seepage and quantifying the dual role of ES and Δt in defining the MCD.

High-resolution models, while desirable for capturing sharp wetting fronts and transient gradients, cannot rely on coarse temporal discretization. Likewise, increasing Δt for computational convenience may lead to solutions that are numerically stable but physically inaccurate. This is particularly critical in applications such as infiltration modeling, stormwater forecasting, or contaminant transport, where solution reliability affects engineering decisions and environmental outcomes.

Moreover, our analysis reinforces that a high coefficient of determination (R^2) in polynomial fitting is not a sufficient indicator of mathematical convergence when the fitting range itself is too narrow. For fine meshes, even minor deviations from the expected asymptotic trend can result in misleadingly high R^2 values, masking underlying inaccuracies in the simulation.

In practice, these results suggest that finite element model users should not only perform mesh and time-step sensitivity analyses but also actively use H-convergence methods to verify that both ES and Δt reside within the MCD. The log-log relationship identified between ES and $\Delta t_{\max}$ could also serve as a preliminary guideline for selecting compatible discretization parameters.

6.7 Conclusion

Beyond confirming the theoretical expectations of mathematical convergence in unsaturated flow modeling, this study offers practical insights into the numerical behavior of a code under transient conditions. By quantifying how spatial refinement controls the window of acceptable time-steps, our results reveal that mathematical convergence needs to be well defined to achieve a reliable

numerical solution. This has direct implications for applied geotechnical modeling, where balancing resolution and runtime is often more than a theoretical concern.

More importantly, our findings suggest a shift in how mathematical convergence verification should be approached: not simply as a final validation step but as a design principle integrated early in the modeling process. In this light, H-convergence is not just a diagnostic tool, but a practical guide for constructing efficient and reliable models.

Looking ahead, the challenge is to move beyond uniform discretization and explore adaptive schemes both in time and space. This would allow models to maintain accuracy where needed and control computational cost wherever possible.

CHAPITRE 7 LA COURBE DE RÉTENTION ÉQUIVALENTE DANS LES SOLS STRATIFIÉS

7.1 Revue de la littérature (Contexte)

Une compréhension approfondie des processus d'écoulement dans la zone vadose, gouvernés principalement par les propriétés hydrauliques des sols telles que la courbe de rétention d'eau et la conductivité hydraulique non saturée, est essentielle pour une gestion durable des ressources en eaux souterraines et pour résoudre divers problèmes liés au génie de l'environnement, tels que l'infiltration, la recharge artificielle des aquifères et la propagation des contaminants (Bear & Cheng, 2010; Hillel, 1998; van Genuchten, 1980).

Dans les sols hétérogènes et stratifiés, les mécanismes décrits par Morel-Seytoux montrent que le franchissement des interfaces de texture est gouverné par le "capillary drive" et conduit fréquemment à des barrières capillaires : l'infiltration est ralentie au passage d'un matériau fin vers un plus grossier, l'eau s'accumule temporairement au-dessus de l'interface et la redistribution peut devenir latérale, favorisant des chemins préférentiels lorsque les contrastes de $K(\theta)$ sont marqués (Morel-Seytoux, 1993 ; Morel-Seytoux & Nimmo, 1999). Dans un cadre plus général, Lu & Godt (2013) relient quantitativement succion, teneur en eau et conductivité non saturée et montrent comment, en milieux stratifiés, les gradients transitoires se propagent et conditionnent l'infiltration et le drainage, avec une variabilité spatiale accrue par rapport aux milieux homogènes. Ces constats rejoignent les observations antérieures sur la complexité des écoulements et la fréquence des écoulements préférentiels dans les profils stratifiés (Zhu & Mohanty, 2003).

Ces phénomènes, typiques des milieux stratifiés, peuvent significativement altérer les dynamiques d'infiltration et de redistribution de l'eau, influençant ainsi la distribution de la succion et les processus de percolation (Morel-Seytoux, 1997 ; Lu & Godt, 2013). Ils représentent un défi majeur pour la modélisation précise des écoulements non saturés dans les milieux hétérogènes. Par exemple, les effets de barrière capillaire, observés à l'interface entre des couches de textures contrastées (e.g., sable sur argile), peuvent temporairement bloquer l'écoulement descendant et favoriser une accumulation localisée d'humidité, retardant ainsi la recharge des aquifères sous-jacents (Ross & Bristow, 1990 ; Aubertin et al., 1996 ; Fala, 2002). Des études expérimentales ont

établi l'ampleur et la persistance de ces effets : Abdulnabi & Wilson (2020) ont démontré que les barrières capillaires pouvaient réduire les taux d'infiltration jusqu'à 300 %, tandis que Stormont & Anderson (1999) ont observé que ces perturbations pouvaient persister pendant plusieurs semaines après les événements pluvieux. Les discontinuités texturales induisent en outre une redistribution spatiale complexe de l'eau dans le sol (Yuan & Lu, 2005) et favorisent l'apparition d'écoulements préférentiels le long des interfaces stratigraphiques (Köhne et al., 2009). Mbonimpa et al. (2002) abordent précisément le couplage eau-gaz dans les matériaux de couverture non saturés : ils proposent une méthodologie pour déterminer simultanément le coefficient de diffusion effectif D_e et le coefficient de consommation K_r , puis utilisent des solutions analytiques et numériques basées sur les lois de Fick modifiées pour quantifier le flux d'oxygène à travers ces matériaux. Cette approche permet de relier l'infiltration et la diffusion de gaz réactifs, montrant que la présence d'humidité et la structure poreuse contrôlent la perméabilité effective aux gaz dans les milieux non saturés. Chapuis et al. (2006) ont proposé une méthode graphique linéaire pour prédire l'effet de la compaction sur la conductivité hydraulique des couches argileuses et des couvertures multicouches, confirmant que les variations de masse volumique et de texture peuvent fortement influencer la perméabilité effective des milieux stratifiés. Ces études convergent vers une même conclusion : la structure interne et la variabilité texturale du sol contrôlent directement la dynamique de l'eau et la formation d'écoulements préférentiels dans les profils non saturés.

Les sols stratifiés non saturés présentent une anisotropie hydraulique particulièrement complexe, résultant de leur structure interne et de leur hétérogénéité à plusieurs échelles spatiales. Dans ce contexte, Mualem (1984) a initialement proposé d'estimer la conductivité hydraulique effective k par une moyenne arithmétique dans le cas d'écoulements parallèles aux strates. Cette approche a été soutenue par Yeh et al. (1985), mais contestée par Yeh & Harvey (1990), qui ont défendu l'usage d'une moyenne géométrique, suggérant que celle-ci représente plus fidèlement les effets de l'hétérogénéité sur les écoulements. Ce débat demeure actif au sein de la communauté scientifique, bien que des travaux plus récents aient apporté des éléments de clarification.

Cette relation entre l'anisotropie hydraulique et la saturation effective a d'abord été formulée par Mualem (1984), qui a proposé une approche reliant la conductivité hydraulique directionnelle au degré de saturation dans les milieux poreux non saturés. Des travaux plus récents, notamment ceux de Zhang (2014), ont confirmé et affiné cette dépendance en démontrant expérimentalement que

l'anisotropie augmente avec la réduction du degré de saturation, illustrant ainsi l'importance des conditions locales de succion et de texture du sol. De leur côté, Zhang et al. (2007) ont souligné l'influence déterminante de la texture du sol et de sa masse volumique sur l'évolution de l'anisotropie en fonction de la saturation, insistant sur le rôle central des relations pédotransferts dans l'estimation des propriétés anisotropes. Également, les travaux de Deng and Zhu (2015) ont démontré que la composition stratigraphique et la taille du domaine simulé peuvent également moduler les comportements anisotropes, en particulier dans les régimes de capillarité intermédiaire à faible, ce qui suggère une sensibilité accrue aux conditions aux limites et aux paramètres de modélisation. Le concept de tenseur de tortuosité-connectivité (TCT), proposé et testé par Zhang et al. (2003) offre une modélisation efficace de l'anisotropie liée à l'hétérogénéité structurale des sols, en décrivant la conductivité comme produit d'un scalaire et d'un tenseur de tortuosité. Zhu (2008) a étudié l'écoulement dans des sols aléatoirement variés afin d'examiner la validité de différentes approches de calcul de conductivité hydraulique effective et a conclu que, pour un écoulement vertical en régime stationnaire avec hétérogénéité verticale, la conductivité hydraulique équivalente se situe entre la moyenne harmonique et la moyenne arithmétique.

En parallèle des études sur la conductivité hydraulique, les courbes de rétention d'eau dans les sols stratifiés non saturés ont également fait l'objet d'analyses approfondies, en raison de son rôle déterminant dans les processus hydrologiques et la gestion agricole. Les travaux fondamentaux de Fredlund and Xing (1994) et van Genuchten (1980) ont établi des cadres théoriques robustes pour la modélisation des courbes de rétention en eau des sols dans des milieux homogènes ; toutefois, l'application de ces modèles aux systèmes stratifiés nécessite des ajustements importants.

La rétention d'eau dans les sols stratifiés non saturés constitue un processus complexe, influencé par les propriétés des différentes couches de sol, qui modifient la distribution de l'eau, l'action capillaire et le comportement hydraulique global. Par exemple, les sols stratifiés avec une couche de limon sur du sable retiennent davantage d'eau à la capacité au champ, mais subissent une évaporation de surface plus rapide ; en revanche, les profils de type sable sur limon entravent le mouvement ascendant de l'humidité : deux configurations ayant des effets négatifs sur la productivité végétale si elles ne sont pas compensées par des stratégies d'irrigation adaptées (Chetti et al., 2024). La redistribution de l'eau après infiltration varie également en fonction des contrastes texturaux : des transitions nettes, comme celle du sable sur limon, créent des barrières capillaires

qui ralentissent ou piègent le mouvement de l'humidité dans les couches supérieures (Sepe et al., 2021). Les travaux expérimentaux et les efforts de modélisation ont en outre démontré que les courbes de rétention d'eau dans les sols stratifiés se comportent différemment selon les niveaux de compaction et les conditions aux limites, ce qui nécessite des outils d'analyse spécifiques (Patel et al., 2018). Par ailleurs, la structure poreuse joue un rôle déterminant : une augmentation de la masse volumique sèche réduit le volume des macropores tout en augmentant la proportion de micropores, ce qui renforce la rétention d'eau mais modifie les valeurs d'entrée de l'eau et les effets d'hystérésis (Chen et al., 2020). L'interaction entre les propriétés mécaniques et hydrauliques des sols stratifiés non saturés a été également mise en évidence, le stress mécanique influençant la rétention, et vice versa, souligne la nécessité d'approches de modélisation couplées pour des prédictions réalistes du comportement des sols (Raveendraraj, 2009). Ensemble, ces travaux mettent en lumière la nature multidimensionnelle de la rétention d'eau dans les sols stratifiés non saturés et soulignent l'importance de prendre en compte la configuration des couches, la texture des sols, la compaction et les interactions mécaniques dans les cadres expérimentaux comme dans les modèles de simulation.

L'approximation d'un milieu effectif est couramment utilisée pour modéliser les écoulements dans les sols stratifiés, mais elle repose souvent sur le concept de volume élémentaire représentatif (REV), décrit par Bear (2013). Ce volume doit être suffisamment grand pour capturer l'hétérogénéité locale tout en permettant une homogénéité statistique des propriétés étudiées, condition essentielle à la validité du passage à l'échelle. De nombreuses études ont précisé les critères de définition du REV en milieux poreux non saturés. Par exemple, Costanza-Robinson et al. (2011) ont démontré, à partir d'imageries 3D à haute résolution, que la taille du REV dépend fortement de la propriété étudiée (porosité, saturation, surface d'interface air-eau), et que des variations notables persistent même à des échelles microscopiques. Gerke and Karsanina (2020) ont souligné que le REV hydraulique est influencé par l'arrangement structural des pores, particulièrement dans les sols multimodaux, où les voies de drainage peuvent être hiérarchisées. Ils ont également mis en évidence que la non-stationnarité spatiale des structures poreuses empêche parfois la définition d'un REV stable pour la conductivité hydraulique saturée, rendant nécessaire des approches multi-échelles ou tensorielles.

Dans cette perspective, Nordahl and Ringrose (2008) ont proposé une méthodologie rigoureuse pour identifier le REV dans les milieux sédimentaires hétérolithiques, en simulant des modèles lithofaciaux 3D représentatifs des dépôts laminés (grès et mudstone). Ils ont montré que la taille du REV dépend non seulement des propriétés mesurées (perméabilité verticale ou horizontale) mais aussi de la continuité des couches sédimentaires. Leur approche basée sur l'écart-type normalisé a permis d'identifier trois régimes distincts de mise à l'échelle des écoulements : (1) milieux stratifiés pour lesquels les moyennes arithmétique et harmonique sont valides, (2) milieux proches du seuil de percolation nécessitant des modèles spécifiques, et (3) systèmes discontinus à traiter par des méthodes effectives moyennes.

En complément, Pruess (2004) a développé une approche dite « Composite Medium Approximation » (COMA) pour représenter l'anisotropie induite par les milieux stratifiés dans des conditions non saturées. Ce modèle montre que, même à petite échelle, les différences de conductivité entre les couches peuvent induire des anisotropies importantes, avec des rapports de conductivité horizontale à verticale dépassant 10 voire 100 dans les sols secs. Le modèle COMA relie cette anisotropie à la succion matricielle ψ et au degré de saturation, en proposant des expressions analytiques pour la conductivité équivalente sous l'hypothèse d'équilibre capillaire local. Cette approche s'est révélée efficace par rapport aux simulations haute résolution, démontrant sa robustesse pour intégrer les effets de stratifications fines dans les modèles numériques à l'échelle du site.

De même, Mendes et Marinho (2020) ont montré que la variabilité verticale des propriétés hydrauliques dans les profils de sols résiduels stratifiés pouvait être détectée non seulement par des méthodes traditionnelles (plaque de succion, papier filtre), mais aussi par intrusion de mercure (MIP). Ces essais, réalisés sur des échantillons centimétriques représentatifs de différentes zones de compaction, ont permis de relier la distribution des tailles de pores à la courbe de rétention d'eau et de quantifier les effets de l'évolution géotechnique sur la structure du sol.

Pour représenter la complexité multi-échelle des milieux stratifiés non saturés, la méthode de décomposition modale (MDM), développée par Chapuis et al. (2014), constitue un outil particulièrement pertinent. Elle permet de modéliser une courbe granulométrique comme la somme de distributions lognormales, chacune représentant une fraction granulaire homogène (ou mode), définie par trois paramètres : la moyenne logarithmique (μ), l'écart-type logarithmique (σ), et le

pourcentage massique (m). Cette méthode s'avère très efficace en ingénierie géotechnique pour analyser les courbes de distribution granulométrique (GSDC), en identifiant précisément plusieurs modes distincts, fines, moyennes, grossières, là où les approches classiques n'en reconnaissent que deux. La MDM offre ainsi un ajustement de haute précision ($R^2 > 0,9999$) et permet une analyse détaillée de la structure granulaire, notamment pour la caractérisation de dépôts stratifiés, la reconstitution de stratifications dans les échantillons remaniés, ou la détection de processus d'érosion interne par la perte de particules fines lors des écoulements (Chapuis & Saucier, 2020). De plus, elle améliore sensiblement les prédictions de perméabilité saturée dans les sols à distribution complexe, en particulier dans les milieux stratifiés naturels ou artificiels (Chapuis, 2021). Dans le cadre de cette thèse, la MDM est utilisée comme un outil analytique permettant d'estimer la courbe de rétention équivalente à partir des caractéristiques granulométriques du sol. Grâce à sa capacité à identifier et quantifier avec précision les différentes fractions granulaires présentes dans un sol, la MDM offre une base fiable pour relier la structure granulométrique aux propriétés hydriques, facilitant ainsi l'obtention d'une courbe de rétention représentative du comportement global du sol.

7.2 Méthodologie

Dans ce contexte, nous avons collecté 15 échantillons distincts provenant de 15 couches constituant un aquifère stratifié situé à Sainte-Angèle-de-Prémont (Figure 7.1). La longueur échantillonnée est de 56 cm et chaque couche est d'une épaisseur différente.

Les analyses granulométriques des échantillons récoltés ont été effectuées par granulométrie laser au sein de laboratoire CM2 (Le Centre de Caractérisation Microscopique des Matériaux) à Polytechnique Montréal. La granulométrie laser a été choisie pour sa haute précision, sa reproductibilité et sa capacité à caractériser rapidement les distributions granulométriques sur une large plage de 0,1 à 2000 μm (Allen, 2003). Cette méthode non destructive fournit des données statistiquement robustes grâce à l'analyse des modèles de diffraction de la lumière par les particules en suspension, garantissant une altération minimale de l'échantillon lors de la mesure (Syvitski, 1991). Sa fiabilité dans la production de courbes granulométriques précises a été validée par de nombreuses études sédimentologiques et géotechniques (Garbowski et al., 2017 ; Krawczykowski et al., 2012). Les courbes granulométriques obtenues des analyses par laser sont illustrées dans la Figure 7.2 ci-dessous.

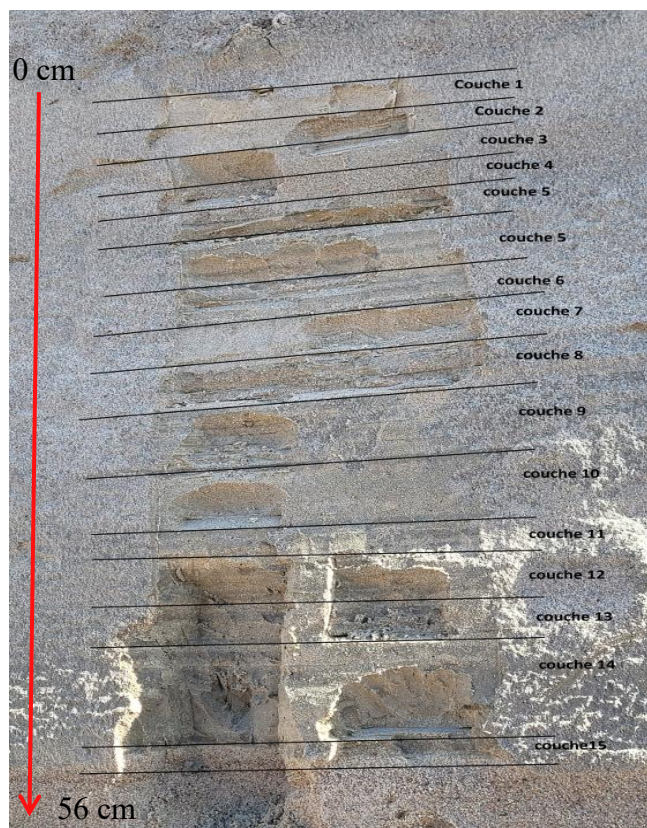


Figure 7.1 Photo du milieu stratifié échantillonné.

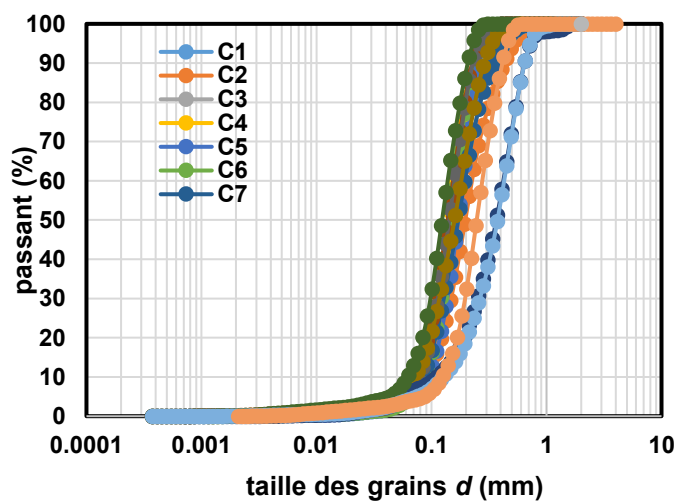


Figure 7.2 Les courbes granulométriques des 15 couches.

On observe une grande similitude entre la majorité des courbes, indiquant des distributions granulométriques relativement homogènes entre les couches. L'ensemble des courbes montre une

transition marquée entre 0,01 mm et 1 mm, ce qui indique que les matériaux analysés sont globalement constitués de sables fins à moyens. On observe toutefois des variations notables : par exemple, la courbe de la couche C1 est légèrement décalée vers la droite, suggérant une granulométrie plus grossière, tandis que C2 et C14 sont légèrement plus à gauche, indiquant une proportion plus élevée de fines. Ces décalages horizontaux entre les courbes reflètent des différences granulométriques entre les couches, bien que l'ensemble reste relativement régulier.

Pour chaque couche on a effectué une analyse granulométrique par MDM, afin de tirer des pourcentages massiques, les moyennes et les écarts type. Toutefois, en raison du nombre élevé d'échantillons analysés (15 couches au total), seuls les résultats représentatifs de la troisième couche sont présentés ci-dessous à titre illustratif.

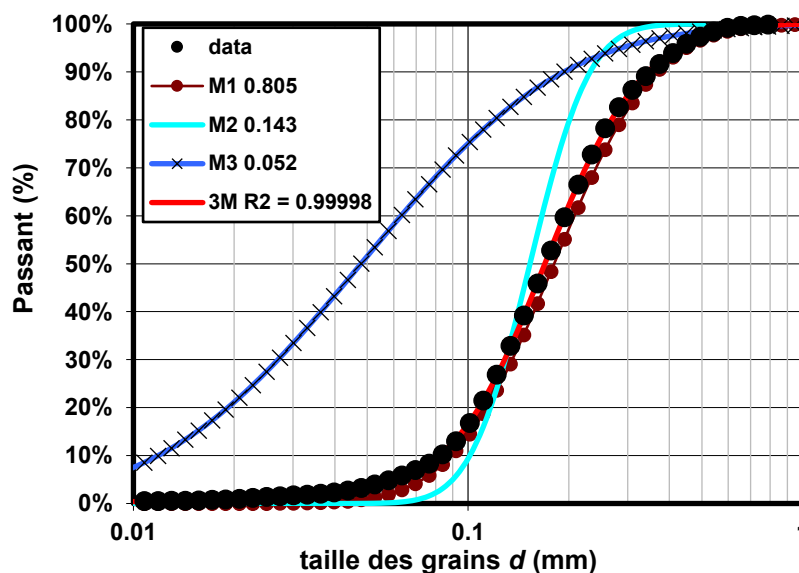


Figure 7.3 Best fit de la granulométrie de la couche 3 avec la MDM. La notation M1 0.805 indique que le mode 1 représente 80.5% de la masse solide totale.

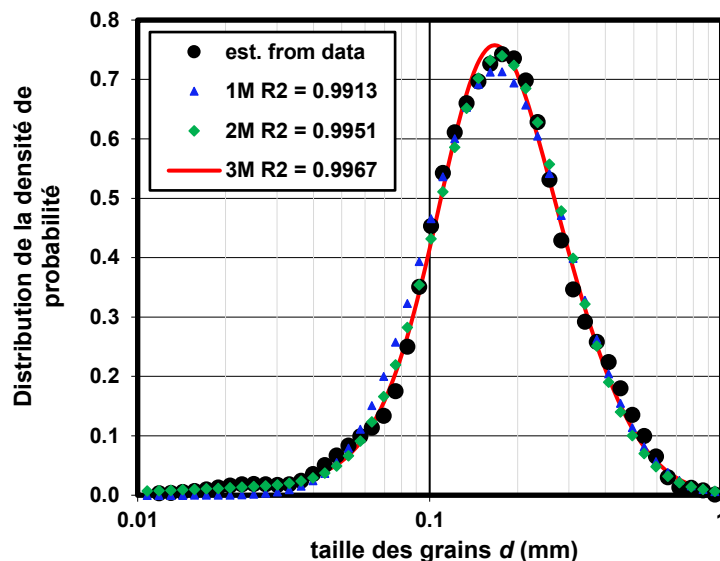


Figure 7.4 Les trois ajustements de la MDM (fits avec un, deux, ou trois modes) pour la dérivée.

Les trois courbes modales (Figure 7.3), de masses respectives autour de 0,052 % (M3), 0,143 % (M2) et 0,805 % (M1), indiquent la présence de fractions fines, moyennes et grossières, suggérant des apports sédimentaires variés issus de conditions de dépôt distinctes. La courbe rouge (3 modes) représente la somme des trois modes et reproduit fidèlement les données expérimentales avec un coefficient de détermination R^2 de 0,99998, attestant de la qualité de l'ajustement. Cette décomposition permet de mieux comprendre l'hétérogénéité du sol étudié et d'interpréter plus finement les processus sédimentaires à l'origine de sa formation.

La Figure 7.4 montre que la distribution des tailles de grains est mieux décrite par un mélange de trois distributions (3M) plutôt que par un ou deux modes (1M ou 2M). Les valeurs de R^2 , croissantes de 1M à 3M, indiquent que chaque mode supplémentaire améliore la qualité de l'ajustement statistique. Cette amélioration suggère que les données renferment plusieurs sous-populations de tailles de grains (ou plusieurs mécanismes de formation/transformation), chacune étant représentée par une loi de probabilité distincte. Ainsi, une granulométrie à trois composantes reflète une structure multimodale qui rend compte de la variabilité réelle des diamètres de grains observés.

En utilisant les informations tirées de la MDM (moyenne et écart type) on a pu tirer les valeurs de d_{10} , d_{50} et d_{60} (Équations 7.1, 7.2 et 7.3) de chaque mode. En effet, dans son article, Chapuis (2021) établit des relations entre les paramètres modaux (la moyenne logarithmique μ et l'écart type σ) et les d_{10} , d_{50} et d_{60} , en supposant que chaque mode suit une distribution lognormale. Cette approche

permet de relier directement les résultats de la MDM aux paramètres utilisés en géotechnique pour évaluer le tri, la perméabilité ou le risque d'érosion interne. Toutes les données des analyses par MDM sont illustrées dans le Tableau 5-1 ci-dessous.

$$d_{50} = \exp(\mu) \quad (7.1)$$

$$\frac{d_{10}}{d_{50}} = \exp(-1.2816\sigma) \quad (7.2)$$

$$\frac{d_{60}}{d_{50}} = \exp(0.2533\sigma) \quad (7.3)$$

Tableau 7-1 Caractéristiques granulométriques et statistiques des couches sédimentaires.

Couche	Profondeur (cm)	Modes	d_{50} (mm)	d_{10} (mm)	d_{60} (mm)	C_u	Pourcentage massique (%)	Moyenne	Écart type
1	5.8	1M	0.176	0.11	0.192	1.75	0.867	-1.737	0.368
2	8.6	2M	0.086	0.026	0.107	4.18	0.135	-2.457	0.945
2	8.6	1M	0.195	0.112	0.216	1.94	0.774	-1.633	0.436
2	8.6	3M	0.496	0.384	0.52	1.35	0.091	-0.7	0.2
3	11.3	2M	0.048	0.012	0.062	5.21	0.052	-3.039	1.089
3	1.3	1M	0.153	0.101	0.165	1.63	0.143	-1.876	0.323
3	11.3	3M	0.181	0.089	0.206	2.3	0.805	-0.873	0.16
4	14.8	2M	0.087	0.041	0.1	2.45	0.157	-2.446	0.988
4	14.8	1M	0.18	0.119	0.194	1.63	0.843	-1.718	0.322
5	17.4	2M	0.07	0.028	0.083	2.97	0.094	-2.652	0.718
5	17.4	1M	0.15	0.099	0.162	1.64	0.546	-1.894	0.327
5	17.4	3M	0.214	0.158	0.226	1.43	0.36	-0.649	0.238
6	20.3	2M	0.063	0.025	0.075	3.03	0.075	-2.762	0.831
6	20.3	1M	0.152	0.099	0.165	1.67	0.925	-1.881	0.339
7	22	2M	0.049	0.011	0.064	5.93	0.049	-2.652	0.718
7	22	1M	0.161	0.106	0.174	1.65	0.151	-1.894	0.327
7	22	3M	0.178	0.087	0.203	2.33	0.8	-0.875	0.238
8	25.7	1M	0.039	0.01	0.049	4.92	0.08	-3.254	1.051
8	25.7	2M	0.142	0.086	0.155	1.81	0.92	-1.955	0.39
9	29.2	2M	0.063	0.025	0.075	2.97	0.1	-2.762	0.819
9	29.2	1M	0.148	0.092	0.161	1.75	0.9	-1.914	0.368
10	35.3	2M	0.048	0.014	0.06	4.34	0.092	-3.046	0.968
10	35.3	1M	0.164	0.09	0.184	2.05	0.908	-1.805	0.473

Tableau 7-1: Caractéristiques granulométriques et statistiques des couches sédimentaires. (suite)

Couche	Profondeur (cm)	Modes	d_{50} (mm)	d_{10} (mm)	d_{60} (mm)	C_u	Pourcentage massique (%)	Moyenne	Écart type
11	39.5	1M	0.171	0.093	0.192	2.07	0.891	-1.764	0.481
11	39.5	3M	0.462	0.376	0.479	1.27	0.034	-0.773	0.16
12	42.7	2M	0.073	0.025	0.089	3.51	0.133	-2.617	0.829
12	42.7	1M	0.176	0.11	0.192	1.75	0.867	-1.737	0.368
13	47.9	2M	0.048	0.014	0.06	4.34	0.092	-3.045	0.968
13	47.9	1M	0.164	0.09	0.184	2.05	0.908	-1.805	0.473
14	50.6	2M	0.087	0.041	0.1	2.45	0.157	-2.446	0.875
14	50.6	1M	0.18	0.119	0.194	1.63	0.843	-1.718	0.322
15	54	2M	0.039	0.009	0.051	5.68	0.056	-3.246	1.146
15	54	1M	0.189	0.118	0.206	1.75	0.37	-1.666	0.37
15	54	3M	0.3	0.2	0.323	1.62	0.574	-0.749	0.318

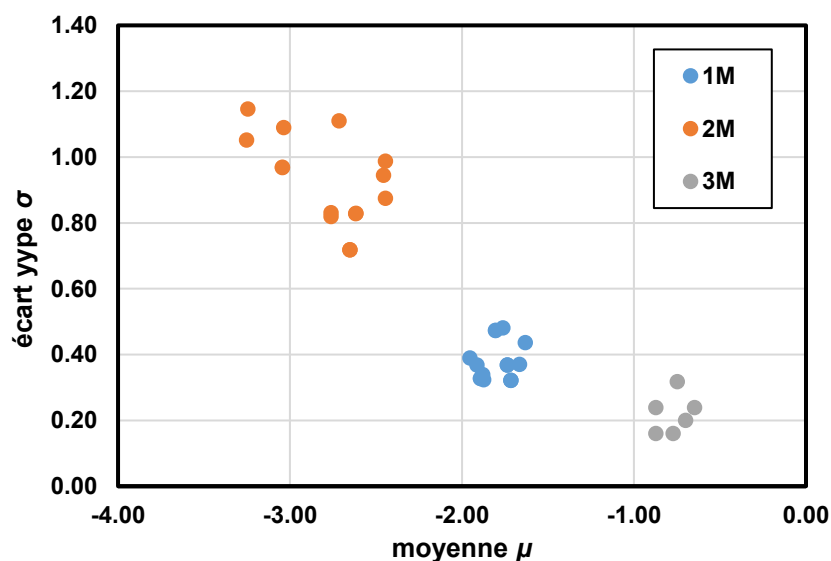


Figure 7.5 Écart type versus la moyenne pour tous les modes.

En traçant les valeurs de l'écart type en fonction des valeurs de la moyenne de tous les modes des 15 couches (Figure 7.5), on peut analyser la complexité des dépôts sédimentaires en termes de tri granulométrique et de taille des particules. Trois groupes bien distincts apparaissent : le mode 1, caractérisé par des valeurs de μ autour de -1.8 et des écarts-types faibles ($\sigma \approx 0.3-0.5$), indique une population de grains de sable fins et bien triés, typique d'un environnement de dépôt stable ou homogène comme une sédimentation éolienne ou une décantation lente. Le mode 2, avec des μ

plus faibles (environ -3.0) et des σ élevés (jusqu'à 1.2), représente des grains fins à moyens, mal triés, reflétant probablement un environnement turbulent ou un mélange de matériaux provenant de plusieurs sources, tel qu'un dépôt fluvial ou un remaniement. Enfin, le mode 3, avec des moyennes autour de -1.0 et des écarts-types très faibles ($\sigma \approx 0.2$), traduit une fraction bien triée de taille moyenne, souvent associée à des phases de dépôt sous un débit plus élevé ou à une reprise de dépôt dans un milieu plus calme. Comme démontré par Chapuis (2021), la combinaison des paramètres μ et σ permet une lecture précise de la structure sédimentaire : des regroupements de points dans l'espace (μ, σ) peuvent révéler la succession ou la superposition d'événements de dépôt distincts, leur énergie relative, voire l'origine des matériaux. Ces travaux montrent également que des tendances systématiques dans le nuage de points peuvent indiquer des phénomènes de ségrégation granulométrique ou de tri, ce qui confère à la MDM une capacité utile pour la reconstruction des processus géologiques.

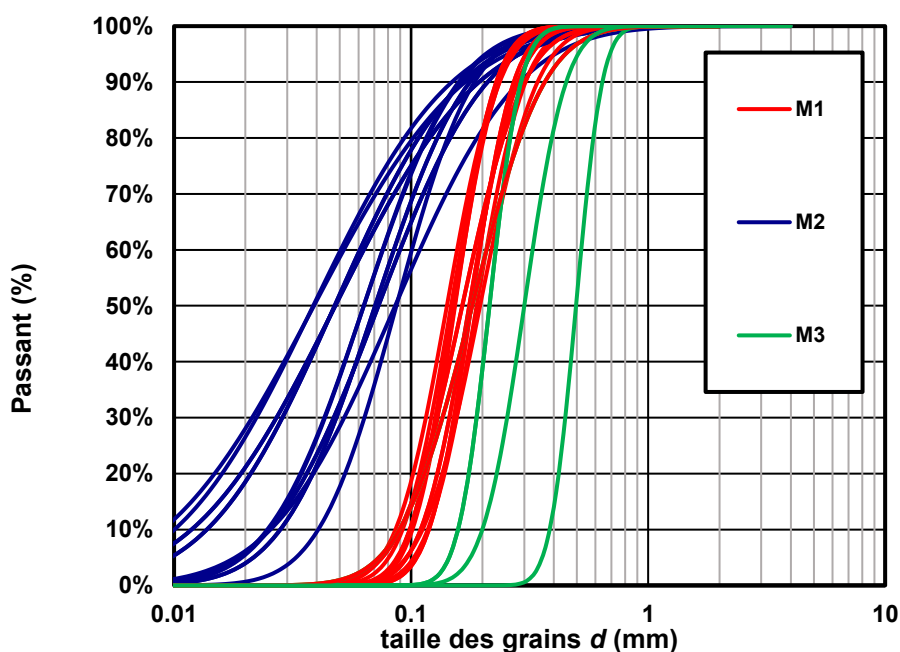


Figure 7.6 Les trois constituants unimodaux de toutes les données granulométriques.

Le graphique illustré par la Figure 7.6 ci-dessus, présente la décomposition modale des courbes granulométriques en trois modes lognormaux (M1, M2, M3), où l'on observe que les modes M2 et M3 présentent une dispersion nettement plus marquée que le mode M1 dont les courbes sont plus resserrées. Cette variabilité peut s'expliquer par la technique de prélèvement à la spatule ainsi que

par la stratification très fine du site étudié, comme discuté par Chapuis et al. (2014). Bien que l'usage d'une spatule permette une sélection plus ciblée des matériaux, il reste difficile de prélever de manière parfaitement sélective lorsque les couches stratifiées sont extrêmement minces, souvent de l'ordre de quelques millimètres. Dans ce contexte, chaque échantillon peut intégrer, de manière involontaire, plusieurs microcouches de nature légèrement différente, ce qui se traduit par une variabilité dans les proportions des constituants sableux. Cette variabilité est particulièrement visible pour les modes M2 et M3, associés à des sables plus ou moins grossiers, dont les distributions granulométriques sont plus sensibles aux petites variations de prélèvement. Ainsi, la dispersion observée dans ces deux modes reflète les effets combinés de la stratification fine et des limitations pratiques du prélèvement à la spatule, même lorsqu'il est effectué avec soin.

Une fois toutes les informations recueillies, on peut procéder par l'estimation de la courbe de rétention d'eau équivalente de ce profil stratifié constitué de 15 couches, une méthode de moyenne pondérée est appliquée à l'ensemble des courbes de rétention individuelles.

En effet, chaque couche j est caractérisée par une courbe de rétention $\theta_j(\psi)$, où θ représente la teneur en eau volumique et ψ la succion matricielle. Ceci en fait consiste à prédire selon le modèle de Kovács Modifié, expliqué en détails dans les sections précédentes, une courbe de rétention de chaque mode en se basant sur les valeurs de d_{10} , d_{60} et C_u . Dans ce travail, l'hypothèse a été faite que l'indice des vides e reste constant pour l'ensemble des couches, afin d'isoler l'effet de la granulométrie sur la forme des courbes de rétention. Cette simplification permet de comparer directement l'influence des contrastes texturaux tout en limitant les biais liés à la compaction ou à la masse volumique initiale.

Si l'on considère au contraire que les couches subissent des compactions différenciées, il conviendrait de réduire localement e pour tenir compte de l'évolution de la porosité et du tassement, ce qui pourrait affiner la prédiction de la courbe $\theta(\psi)$.

On a bel et bien établi que toutes les couches présentent une structure granulométrique multimodale, alors la courbe $\theta_j(\psi)$ peut être exprimée comme une combinaison pondérée des courbes de rétention de chaque mode :

$$\theta_j(\psi) = \sum_{k=1}^{m_j} w_{jk} \cdot \theta_{jk}(\psi) \quad (7.4)$$

où $\theta_{jk}(\psi)$ désigne la courbe associée au mode de la couche j , et w_{jk} son pourcentage massique dans la couche (avec $\sum_k w_{jk} = 1$) et m_j est le nombre de modes dans la couche j .

Une fois $\theta_j(\psi)$ définie pour chaque couche, la courbe de rétention équivalente du profil entier est obtenue par une moyenne pondérée sur les 15 couches :

$$\theta_{eq}(\psi) = \sum_{j=1}^{15} W_j \cdot \theta_j(\psi) \quad (7.5)$$

où W_j représente le poids de la couche j par rapport à l'ensemble du profil. Ce poids peut être défini à partir de l'épaisseur T_j de la couche comme suit :

$$W_j = \frac{T_j}{\sum_{i=1}^{15} T_i} \quad (7.6)$$

Les résultats de cette approche sont illustrés dans la Figure 7.7 qui suit :

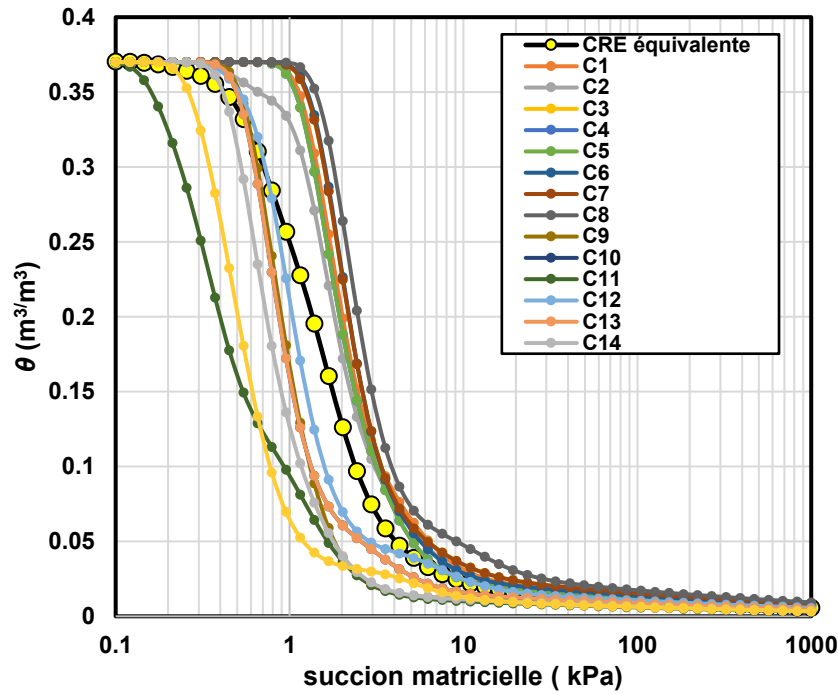


Figure 7.7 CRE des 15 couches avec la CRE équivalente qui en résulte.

On observe que la courbe équivalente (Figure 7.7) se situe dans l'enveloppe formée par les différentes courbes individuelles, confirmant qu'elle représente une "moyenne" du comportement

hydraulique global du profil stratifié. Cette courbe suit une pente de drainage intermédiaire, reflétant à la fois les couches à drainage rapide (ex. C3, C5, C15) et celles à rétention plus élevée (ex. C1, C6, C7). Elle permet donc de lisser les contrastes texturaux tout en conservant les principales caractéristiques hydrauliques du système. Le bon alignement de la courbe équivalente avec les courbes réelles pour une large gamme de succion matricielle (0.1 à 1000 kPa) valide la méthode de pondération utilisée et justifie l'emploi de cette courbe simplifiée dans les simulations numériques d'écoulement non saturé.

Bien que la courbe de rétention équivalente issue des 15 couches individuelles permette de représenter fidèlement le comportement global du profil, sa mise en œuvre repose sur la caractérisation détaillée de chaque couche séparément. Dans le cas présent, cette tâche reste relativement accessible compte tenu du nombre limité de strates. Toutefois, dans des contextes plus complexes, comportant 40 à 50 couches distinctes, cette approche deviendrait rapidement lourde, fastidieuse et coûteuse. Pour explorer la possibilité de simplification, le domaine stratifié a été divisé en trois sections, chacune englobant plusieurs couches successives. Une courbe de rétention équivalente a alors été calculée pour chaque section, en tenant compte des courbes individuelles des couches sous-jacentes et de leur épaisseur respective. Cette démarche vise à évaluer si une représentation par grands ensembles similaires permettrait de capturer l'essentiel du comportement hydrique du profil, tout en réduisant la complexité du modèle.

La méthodologie adoptée pour estimer la courbe de rétention équivalente à partir des trois sections repose sur le même principe que celui utilisé pour le profil à 15 couches, à savoir une pondérée des courbes de rétention. Pour chaque section, une courbe de rétention équivalente a été déterminée en combinant les courbes individuelles des couches qui la composent, selon leur épaisseur relative au sein de la section, via l'équation

$$\theta_{eq}(\psi) = \sum_{s=1}^3 W_s \cdot \theta_s(\psi) \quad \text{avec} \quad W_s = \frac{T_{sec}}{\sum_{i=1}^3 T_i} \quad (7.7)$$

T_{sec} désigne l'épaisseur totale de la section s , W_s représente le poids relatif de la section s par rapport à l'ensemble du profil et $\theta_s(\psi)$ correspond à la courbe de rétention équivalente propre à la section s .

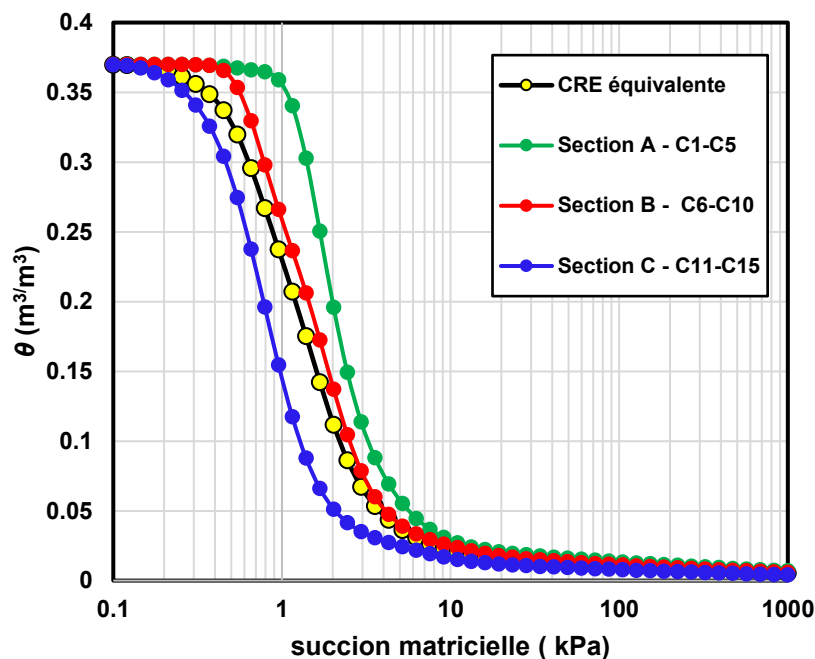


Figure 7.8 CRE équivalente des trois sections.

Comparée à la courbe équivalente globale construite à partir des 15 couches individuelles (Figure 7.7). On observe que chaque section présente un comportement hydrique distinct, illustrant les variations texturales et hydrauliques entre les différentes profondeurs du profil. La Section A (Couches 1 à 5) se distingue par une forte rétention en eau à basse suction, traduisant la présence de matériaux plus fins en surface. À l'inverse, la Section C (Couches 11 à 15) présente un drainage rapide dès l'atteinte des faibles succions, signe d'une texture plus grossière ou d'un milieu moins rétenteur. La courbe équivalente obtenue par la moyenne des trois sections (Figure 7.9) s'inscrit entre ces comportements extrêmes, et se rapproche fortement de la courbe construite à partir des 15 couches (Figure 7.7), ce qui confirme la validité de l'approche par sections. Cette concordance suggère qu'une simplification du profil en grands ensembles cohérents permet de conserver l'essentiel des caractéristiques hydrauliques globales, tout en allégeant significativement la charge de caractérisation expérimentale et voir numérique, notamment dans le cas de profils très stratifiés.

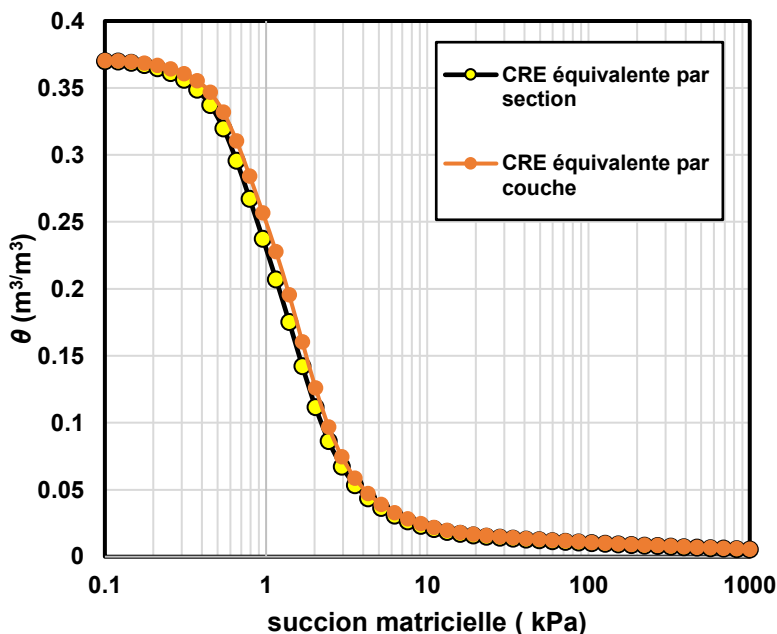


Figure 7.9 CRE équivalente par couche versus CRE équivalente par section.

Dans le cadre de ce travail, l'hypothèse d'un équilibre hydraulique entre les couches a été adoptée afin de simplifier la représentation du comportement global du profil stratifié. En pratique, déterminer la succion moyenne pour chaque couche dans un régime transitoire demeure une tâche particulièrement complexe. En effet, dans les milieux naturels, le drainage complet ou le séchage total ne sont presque jamais atteints en raison des cycles successifs de mouillage et de séchage qui modifient continuellement la distribution de la succion et de la teneur en eau. Ces variations cycliques entraînent un état d'équilibre partiel, où les gradients hydrauliques évoluent lentement sans permettre une homogénéisation complète du champ de succion. L'approche adoptée ici, fondée sur une succion uniforme instantanée, vise donc à représenter une condition moyenne représentative du régime quasi-stationnaire observé au sein des sols stratifiés soumis à des conditions naturelles transitoires.

7.3 Discussion

L'approche discutée dans ce chapitre permet d'intégrer de manière cohérente deux niveaux d'hétérogénéité propres aux milieux stratifiés naturels. D'une part, elle prend en compte les hétérogénéités verticales entre couches successives, qui présentent chacune des propriétés

hydrauliques et texturales distinctes influençant localement la rétention d'eau. D'autre part, elle tient également compte des hétérogénéités internes à chaque couche, notamment en cas de structure granulométrique multimodale, par la prise en compte explicite de plusieurs sous-populations granulaires contribuant différemment à la rétention d'eau. En combinant ces deux niveaux d'information à travers un processus rigoureux de moyenne, on obtient une courbe de rétention équivalente globale $\theta_{eq}(\psi)$ qui représente fidèlement le comportement moyen du profil stratifié. Cette courbe unique peut alors être utilisée comme entrée simplifiée mais représentative dans les modèles numériques d'écoulement en milieu non saturé (tels que SEEP/W ou HYDRUS), réduisant ainsi la complexité du système réel tout en conservant les effets essentiels de la stratification et de la multimodalité sur le comportement hydrique du sol.

Une des hypothèses fondamentales adoptées dans ce chapitre est celle d'un indice des vides constant pour l'ensemble des couches analysées. Cette simplification, bien que couramment utilisée dans de nombreuses études, permet de faciliter le calcul des courbes de rétention équivalentes et d'éviter l'introduction de paramètres additionnels difficiles à mesurer précisément à l'échelle de chaque strate. Toutefois, cette hypothèse ne reflète pas nécessairement la réalité des milieux stratifiés, dans lesquels l'indice des vides peut varier significativement d'une couche à l'autre, en fonction de la compaction, de la nature des matériaux ou de leur histoire de dépôt. Ces variations peuvent présenter une influence directe sur la forme de la courbe de rétention notamment sur les valeurs d'entrée d'air. Ainsi, il serait pertinent dans des études futures d'explorer l'impact de la variabilité de l'indice des vides sur l'estimation des courbes de rétention équivalentes, en intégrant cette hétérogénéité dans les modèles de prédiction ou dans les analyses de sensibilité numérique.

Pour ce faire, plusieurs approches méthodologiques peuvent être envisagées. Une première possibilité consiste à mesurer l'indice des vides pour chaque couche, ce qui permettrait d'associer à chaque strate une courbe de rétention plus représentative, ajustée à ses conditions propres. Également, des analyses de sensibilité pourraient quantifier l'influence des variations de l'indice des vides sur les courbes équivalentes, ce qui permettrait d'identifier les plages critiques dans lesquelles cette variabilité impacte significativement les prédictions hydrauliques. Une telle démarche contribuerait à mieux représenter la réalité des milieux naturels et à affiner la robustesse des modèles utilisés pour simuler les écoulements en conditions non saturées.

CHAPITRE 8 DISCUSSIONS GÉNÉRALES

Le comportement hydraulique des sols non saturés constitue un domaine de recherche particulièrement complexe en raison de la nature multiphasique et transitoire des écoulements.

La présente thèse contribue à une meilleure compréhension de ces phénomènes en combinant des investigations expérimentales et numériques, tout en proposant des outils méthodologiques innovants pour l'analyse du comportement hydrique des milieux granulaires et stratifiés. Les principaux apports de ce travail résident dans (i) l'amélioration des protocoles expérimentaux de mesure des courbes de rétention d'eau (CRE), (ii) l'évaluation critique et la comparaison de modèles prédictifs de CRE et de conductivité hydraulique, et (iii) la formulation et la validation de concepts de convergence numérique (H-convergence) appliqués à l'écoulement transitoire en milieu non saturé.

Ce travail de recherche propose une investigation rigoureuse, combinant des essais expérimentaux en laboratoire avec une modélisation numérique avancée, afin de mieux comprendre les processus qui régissent le mouvement de l'eau dans des colonnes de sable et de sable limoneux en conditions non saturées.

L'étude s'est d'abord concentrée sur la courbe de rétention d'eau (CRE), mesurée à l'aide de cellules de Tempe. Il a été démontré que l'incrément de succion de 24 heures, bien qu'usuellement employé dans les laboratoires, est insuffisant pour les sols à faible perméabilité tel que les sables silteux. Cette limitation entraîne un arrêt prématuré, avant la fin du drainage et une sous-estimation de la teneur en eau volumique, en particulier à des niveaux de succion élevés. La prolongation du temps d'équilibrage à 48 voire 72 heures permet d'obtenir des conditions de drainage plus complètes, et par conséquent des courbes de rétention plus précises, confirmant l'importance du temps d'équilibre dans l'obtention de CRE fiables. On a également abordé l'importance de la conductivité hydraulique de la pierre poreuse utilisée dans l'appareil de cellule de Tempe. Les pierres ayant une conductivité hydraulique plus élevée permettent un drainage plus rapide de l'eau, ce qui peut potentiellement affecter la courbe de rétention d'eau, en particulier à des succions plus faibles. Cela souligne la nécessité de sélectionner et de caractériser soigneusement la pierre poreuse pour garantir que le dispositif expérimental soit en adéquation avec les modèles de CRE.

Ces résultats ont des implications majeures pour la modélisation hydraulique et la prédiction du comportement des sols non saturés. Une courbe de rétention d'eau inexacte, résultant d'un temps d'équilibrage trop court ou d'un mauvais choix de pierre poreuse, peut fausser l'estimation de paramètres clés tels que la conductivité hydraulique non saturée et la succion matricielle. Cela peut entraîner des erreurs significatives dans les simulations d'infiltration, d'évapotranspiration ou de stabilité de talus, compromettant ainsi la fiabilité des analyses de performance environnementale ou géotechnique. En particulier, une sous-estimation systématique de la teneur en eau à haute succion peut conduire à surestimer la capacité de drainage d'un sol ou à mal anticiper son comportement en conditions critiques, comme lors d'un événement pluvieux extrême. Ces résultats soulignent donc l'importance de procédures expérimentales rigoureuses et adaptées au type de sol étudié pour garantir la validité des modèles prédictifs basés sur la CRE.

La performance de six modèles de courbe de rétention d'eau appliqués à des sols grossiers, à savoir Brooks-Corey (BC), van Genuchten (vG), Fredlund-Xing (FX), Lognormal Kosugi (LN), ainsi que deux variantes du modèle de Kovács modifié (MK et MKc), a été examinée à travers une série de simulations numériques conduites dans SEEP/W sur une colonne expérimentale de 1,83 mètre remplie de billes de verre. Chaque modèle de CRE a été couplé à trois formulations de conductivité hydraulique non saturée : Mualem-van Genuchten, Mualem classique, et Fredlund-Xing-Huang. Les résultats numériques ont ensuite été comparés aux données expérimentales de drainage obtenues sur cette même colonne, permettant une validation croisée entre prédictions théoriques et observations de laboratoire.

Les résultats obtenus mettent en évidence plusieurs éléments clés sur l'interaction entre les modèles de CRE et les formulations de conductivité hydraulique dans la prédiction du comportement de drainage des sols. Le modèle Lognormal (LN) s'est particulièrement distingué par ses performances constantes, suggérant une grande robustesse pour une large gamme de types de sols. Ce modèle s'avère particulièrement adapté aux situations nécessitant une simulation précise sur l'ensemble des phases de drainage. Sa stabilité, quelle que soit la fonction de conductivité utilisée, souligne l'équilibre de sa structure mathématique, ce qui en fait un excellent candidat pour une utilisation par défaut dans les tâches de modélisation prédictive. Grâce à ses quatre paramètres, le modèle LN parvient à représenter fidèlement la zone résiduelle de la CRE, caractérisée par un plateau, un aspect crucial que d'autres modèles peinent à capturer avec autant de précision.

En comparaison, les modèles de van Genuchten (vG) et Fredlund-Xing (FX) ont montré des performances modérées. Leur utilisation reste pertinente et justifiée, notamment en raison de leur intégration fréquente dans les logiciels de modélisation hydrologique. Toutefois, une tendance récurrente à surestimer les volumes drainés à un instant donné a été observée, en particulier dans les sols fins ou lors de transitions de drainage rapides. Cette limitation appelle à une certaine prudence, voire à une calibration préalable, lors de leur application à des contextes sensibles. Bien que le modèle vG repose également sur quatre paramètres, son incapacité à représenter fidèlement la zone plate de rétention d'eau résiduelle observée expérimentalement en constitue une faiblesse. Ce défaut conduit à une transition plus abrupte dans la courbe, provoquant ainsi une surestimation du drainage.

Quant aux modèles de Kovács modifié (MK) et à sa variante (MKc), ils ont présenté des performances inférieures malgré leur fondement théorique attrayant. Bien que leur formulation paramétrique repose sur une approche physique rigoureuse, leur structure s'avère moins flexible lorsqu'elle est appliquée à des matériaux naturels, dont la variabilité granulométrique et la porosité interne exigent des ajustements spécifiques. Ces modèles, conçus initialement pour représenter des milieux granulaires homogènes, tendent à surestimer la pente de la courbe de rétention dans les sols à structure hétérogène, limitant ainsi leur applicabilité pratique sans recalibration.

Il est par ailleurs apparu que les performances du modèle de Brooks-Corey (BC) s'améliorent notablement lorsqu'il est couplé à la fonction de conductivité hydraulique proposée par Fredlund–Xing–Huang. Ce résultat met en évidence l'importance du couplage cohérent entre la courbe de rétention et la fonction de conductivité hydraulique, plutôt que le simple choix d'un modèle isolé. La qualité d'une simulation en milieu non saturé dépend donc autant de la fidélité de la CRE que de sa compatibilité physique avec la fonction de conductivité adoptée. Ce constat souligne le rôle essentiel de la cohérence interne des modèles, souvent négligée dans les études de simulation, mais déterminante pour reproduire correctement la dynamique de drainage et de redistribution de l'eau.

En outre, bien que le modèle BC utilise également quatre paramètres comme les modèles LN et vG, sa transition abrupte entre les zones de saturation et de désaturation se traduit par une sous-estimation systématique de la teneur en eau, en particulier dans le domaine intermédiaire des suctions.

La partie numérique du travail a mis en œuvre une série de simulations visant à évaluer l'influence de la taille des éléments (ES) et du pas de temps (Δt) sur la stabilité et la précision des résultats dans le cas des écoulements non saturés transitoires. Le modèle représente une colonne de sable de 3 m de hauteur et de 0,1 m de diamètre, avec une nappe phréatique initialement positionnée à 1 m au-dessus de la base, imposant ainsi une condition de charge constante à la limite inférieure. Les deux mètres supérieurs de la colonne sont donc soumis à un régime d'écoulement non saturé. En régime transitoire, une condition de flux a été appliquée au sommet de la colonne pour simuler une pluie constante d'intensité $6,32 \times 10^{-5}$ m/s pendant une durée de deux heures, suivie d'une phase de drainage libre représentant la redistribution gravitaire de l'eau dans le profil.

La notion de convergence de type H a été introduite comme critère global d'évaluation, tenant compte à la fois des variables d'état (teneur en eau volumique, charge hydraulique) et des variables de flux (conductivité hydraulique, flux vertical).

Une déduction clé de cette analyse est que, dans le domaine de convergence mathématique (MDM), la relation entre l'erreur numérique et le pas de temps (Δt) suit une pente de 1 en échelle log-log, ce qui correspond à l'ordre d'intégration implicite de premier degré utilisé par le schéma de discrétisation temporelle implémenté dans SEEP/W. L'analyse des résultats qui en découlent, met en évidence l'importance cruciale du raffinement du pas de temps pour assurer la convergence mathématique et la stabilité numérique dans les simulations transitoires en milieu non saturé. La relation en échelle logarithmique entre l'erreur numérique et le pas de temps (Δt) au sein du MCD confirme le bon comportement du modèle numérique lorsque Δt est suffisamment petit ($\Delta t \leq 2$ s). Toutefois, au-delà de cette limite, le modèle entre dans un domaine de convergence numérique (NCD), où les solutions, bien que stables sur le plan informatique, s'éloignent des solutions mathématiquement convergentes. Cela démontre les limites d'une validation fondée uniquement sur des critères numériques propres au logiciel.

L'influence du pas de temps sur la fidélité physique du modèle est illustrée par la forme des courbes liant la pente de la teneur en eau volumique à la succion. Les petits pas de temps ($\Delta t = 1$ s) génèrent des courbes lisses et bien définies, traduisant un front d'infiltration stable et cohérent sur le plan physique. En revanche, l'utilisation de pas de temps plus larges ($\Delta t = 50$ s) provoque des oscillations numériques, un lissage artificiel du profil d'humidité et une perte de précision dans la localisation du front d'humidification. Ces oscillations précoces, observées à des hauteurs faibles,

indiquent une incapacité à capter correctement les variations rapides de teneur en eau, tandis que les plateaux prolongés lors du drainage révèlent une perte de précision numérique.

Ces résultats sont en accord avec, et prolongent, les observations de travaux antérieurs qui ont souligné que la convergence numérique définie par un critère de tolérance du code ne suffit pas à garantir une convergence mathématique (Chapuis et al., 2023 ; Chapuis et al., 2025).

Contrairement à la discrétisation spatiale, où la convergence de second ordre garantit une réduction prévisible de l'erreur avec la taille des mailles, la discrétisation temporelle, de précision du premier ordre, est plus vulnérable à l'accumulation d'erreurs et aux contraintes de stabilité. C'est pourquoi le MCD associé au raffinement spatial est significativement plus large que celui lié au raffinement temporel, illustrant le caractère cumulatif des erreurs temporelles à travers les itérations.

Une autre étude s'appuyant sur le même problème (colonne de sable non saturée décrite ci-dessus) a été réalisée pour examiner l'effet synchronisé du raffinement spatial et du raffinement temporel sur les solutions numériques. En appliquant une méthode de convergence de type H, les conditions nécessaires à l'atteinte de la convergence mathématique ont été identifiées. L'analyse a démontré que ces deux paramètres doivent être soigneusement calibrés pour garantir la précision numérique, la stabilité, ainsi que la cohérence avec le comportement attendu du code d'éléments finis.

Les résultats ont également montré que la réduction de ES produit une diminution de l'erreur numérique, confirmant les avantages bien établis du raffinement spatial. Cependant, cette amélioration s'accompagne d'une contraction de l'étendue du MCD en termes de pas de temps, les maillages fins exigent des pas de temps plus courts pour maintenir la convergence mathématique. Ce comportement est confirmé à la fois visuellement et quantitativement, notamment à travers les ajustements polynomiaux de degré deux sur les courbes log-log (erreur vs Δt), qui révèlent un rétrécissement progressif de l'intervalle de convergence pour les mailles fines. Une relation de type loi de puissance entre ES et le Δt maximal admissible pour la convergence mathématique a été identifiée. Si les mailles grossières (ex. : $ES = 10$ cm) autorisent des pas de temps plus larges, elles sont toutefois associées à une erreur numérique plus importante, même dans le MCD, ce qui souligne un compromis inhérent entre efficacité computationnelle et fidélité des solutions numériques.

Enfin, l'étude souligne que les modèles haute résolution, nécessaires pour capter les fronts d'humidité abrupts et les gradients transitoires, ne peuvent pas être associés à des pas de temps

grossiers. Une discrétisation temporelle inadéquate, même en présence d'un maillage fin, peut mener à des solutions physiquement erronées, bien que numériquement stables. Ceci est particulièrement critique dans des applications telles que la recharge des nappes, la gestion des eaux pluviales ou le transport de contaminants. De plus, il est démontré que le coefficient de détermination (R^2), souvent utilisé pour valider les ajustements numériques, peut masquer des erreurs si la plage de données utilisée est trop étroite. Par conséquent, des analyses de convergence doivent systématiquement accompagner tout raffinement de maillage ou de pas de temps, ou la loi de puissance identifiée entre ES et $\Delta t_{\max}$ peut servir de guide pour une sélection cohérente des paramètres de discrétisation.

La présente thèse a permis d'explorer en profondeur les mécanismes qui régissent le comportement hydraulique des sols non saturés à travers une approche couplant des essais expérimentaux rigoureux et une modélisation numérique avancée. Les chapitres précédents ont mis en lumière l'importance du temps d'équilibrage dans la détermination des courbes de rétention d'eau (CRE), la performance comparative de six modèles de CRE, ainsi que la sensibilité des résultats numériques aux paramètres de discrétisation spatiale et temporelle. Ces éléments sont fondamentaux pour garantir la fidélité des simulations d'écoulements transitoires en milieu poreux.

Dans ce cadre, une contribution essentielle de ce projet réside dans l'étude du comportement des écoulements non saturés dans les sols stratifiés, développée dans le dernier chapitre. Cette partie a mis en œuvre une méthodologie originale combinant la Méthode de Décomposition Modale (MDM) et une pondération géométrique des couches pour estimer une courbe de rétention équivalente (CRE_{eq}) à l'échelle d'un profil stratifié.

La principale innovation repose sur l'intégration simultanée de deux niveaux d'hétérogénéité : (i) la variabilité verticale entre les couches, chacune étant représentée par une CRE propre dérivée de ses modes granulométriques dominants ; et (ii) la multimodalité interne des couches, capturée par la MDM. Cette approche offre une alternative puissante à la modélisation couche par couche, en réduisant les temps de calcul tout en préservant une grande précision hydrique.

Les résultats montrent que pour un milieu faiblement contrasté (15 couches présentant des textures similaires), la CRE_{eq} obtenue par agrégation des couches ou par regroupement en trois sections est pratiquement identique. Cette redondance indique que des simplifications verticales sont justifiables dans des profils stratifiés homogènes. Toutefois, la méthodologie s'avérerait moins

efficace dans des milieux à forte hétérogénéité granulométrique, où des phénomènes tels que les barrières capillaires ou les chemins préférentiels d'écoulement pourraient émerger. Dans ce contexte, toute simplification risquerait de masquer des comportements hydrauliques critiques.

De plus, l'hypothèse d'un indice des vides constant dans toutes les couches, bien que pratique, représente une simplification qu'il conviendrait de réévaluer dans des études futures. L'intégration de cette variabilité pourrait améliorer la précision des CRE équivalentes, en particulier dans les couches où les contrastes de porosité sont marqués.

En conclusion, cette dernière partie de la thèse met en évidence la possibilité d'optimiser la modélisation des profils stratifiés sans perte significative de précision, à condition d'en respecter les limites d'application. Elle offre un cadre méthodologique robuste et extensible, qui complète les autres volets de la recherche en apportant une réponse pratique au traitement des sols non saturés stratifiés.

CHAPITRE 9 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

9.1 Conclusion

Cette thèse a proposé une approche complète pour la caractérisation et la modélisation des écoulements en milieux non saturés, en combinant rigueur expérimentale, validation numérique et formulation théorique. À travers l'étude de sols silteux, de billes de verre et de milieux stratifiés, elle apporte plusieurs contributions originales à la compréhension des phénomènes hydriques affectant les sols partiellement saturés.

Le premier apport majeur réside dans la remise en question des protocoles standards de mesure des courbes de rétention d'eau (CRE), souvent fondés sur une durée de succion arbitrairement fixée à 24 heures plus une période d'observation, dans laquelle l'observation n'est pas précise. Les résultats expérimentaux ont démontré que cette norme conduit à une sous-estimation systématique de la teneur en eau dans les matériaux à faible perméabilité, en raison d'un équilibre hydraulique non atteint. En allongeant les durées d'application de la succion à 48 et 72 heures, des valeurs plus représentatives ont été obtenues, permettant ainsi d'améliorer la qualité des CRE utilisées dans les simulations numériques. Ces observations s'accompagnent de recommandations méthodologiques concrètes, notamment l'ajustement des protocoles expérimentaux en fonction des propriétés des matériaux testés.

Sur le plan de la modélisation numérique, l'étude a permis de tester la validité de six modèles de CRE (Brooks-Corey, van Genuchten, Fredlund-Xing, Lognormal, et deux variantes du modèle modifié de Kovács), couplés à trois fonctions de conductivité hydraulique. Grâce à des comparaisons quantitatives avec des données expérimentales, le modèle Lognormal, associé à la fonction Mualem-van Genuchten, a présenté les performances les plus robustes. Ces résultats soulignent l'importance d'un couplage judicieux entre modèle de rétention et fonction de conductivité, un choix souvent négligé dans les pratiques de modélisation traditionnelles.

La recherche a également introduit une méthodologie d'analyse numérique novatrice fondée sur le concept de H-convergence, rarement appliqué aux écoulements non saturés. Cette approche a permis de mieux comprendre les relations entre taille de maillage, pas de temps et précision des

résultats numériques. Il en résulte une méthodologie claire pour calibrer les paramètres de discrétisation et éviter les pièges d'une stabilité numérique apparente, souvent trompeuse. Cette rigueur numérique est indispensable dans les contextes où la précision des prédictions influe sur la sécurité des infrastructures ou la gestion environnementale.

Dans un dernier volet, la thèse a exploré la possibilité de représenter un profil stratifié complexe par une courbe de rétention équivalente, à travers une méthode de décomposition modale appliquée couche par couche puis section par section. Les résultats ont validé cette simplification dans des cas de stratification fine et homogène. Toutefois, des réserves importantes ont été émises quant à l'utilisation généralisée de telles approximations dans les milieux très hétérogènes, où les effets de barrière capillaire, les chemins préférentiels d'écoulement ou les différences locales de compacité peuvent jouer un rôle déterminant.

Cette approche, bien que performante pour des profils à contraste textural modéré, doit donc être appliquée avec prudence aux milieux naturels fortement anisotropes ou présentant des variations de structure à grande échelle. L'un des défis futurs consiste à adapter cette méthodologie à des configurations plus complexes, en couplant les équations de flux à des modèles tridimensionnels ou hydromécaniques afin d'intégrer les effets combinés de la déformation, de l'hystérésis et de la variabilité spatiale des propriétés hydrauliques.

Cette thèse offre ainsi un cadre méthodologique solide pour aborder les défis posés par la modélisation des sols non saturés, tant en recherche qu'en ingénierie appliquée. Elle met en lumière la nécessité d'adapter les outils expérimentaux et numériques aux spécificités des matériaux et des situations étudiées, et ouvre la voie à plusieurs perspectives de recherche. Parmi celles-ci, on peut citer l'application des méthodes développées à des matériaux naturels plus complexes, la prise en compte explicite de l'hystérésis dans les cycles imbibition–drainage, ou encore l'intégration de modèles couplés hydromécaniques pour mieux représenter les déformations induites par les variations de succion.

9.2 Recommendations et limitations

Cette recherche, bien qu'elle apporte des contributions méthodologiques notables à la compréhension du comportement hydrique des sols non saturés, présente certaines limites qu'il convient de souligner.

Sur le plan expérimental, les travaux ont été centrés sur des matériaux granulaires relativement homogènes, tels que les sables silteux et les billes de verre, ce qui restreint la généralisation immédiate des résultats à d'autres types de sols, notamment les sols argileux fortement plastiques, les sols organiques ou ceux présentant une structure naturelle complexe. De plus, bien que l'allongement de la durée de succion à 72 heures ait démontré une amélioration significative de la précision des courbes de rétention d'eau (CRE), les essais se sont limités à ces trois paliers (24, 48 et 72 heures), ce qui pourrait être insuffisant pour des matériaux à très faible perméabilité où l'équilibre hydraulique est plus long à atteindre.

D'un point de vue numérique, les simulations ont principalement été réalisées dans des configurations unidimensionnelles ou bidimensionnelles avec des profils homogènes. La complexité géométrique des terrains naturels, leur hétérogénéité tridimensionnelle, ainsi que les interactions couplées entre contraintes mécaniques et succion n'ont pas été intégrées. Par ailleurs, les modèles développés se fondent uniquement sur les courbes de drainage, sans prise en compte du phénomène d'hystérésis entre drainage et imbibition, un aspect pourtant crucial pour les conditions de terrain soumises à des cycles hydriques répétés.

Une autre limitation importante réside dans l'hypothèse d'équilibre hydraulique adoptée pour le calcul des courbes de rétention équivalentes dans les milieux stratifiés. Cette simplification, bien qu'elle facilite la représentation du comportement global du profil, ne reflète pas entièrement la complexité des régimes transitoires observés dans les sols naturels. En réalité, le calcul de la succion moyenne pour chaque couche dans un système non saturé constitue une tâche particulièrement difficile, surtout dans des contextes où le drainage complet ou le séchage total ne sont jamais atteints. Les cycles successifs de mouillage et de séchage induisent des états d'équilibre partiels et dynamiques, caractérisés par des gradients hydrauliques variables dans le temps et l'espace. Ainsi, l'hypothèse de succion uniforme, bien que justifiée pour une première

approximation, pourrait engendrer certaines incertitudes dans la représentation du comportement réel des milieux naturels.

Enfin, une limitation importante réside dans l'hypothèse d'un indice des vides constant dans le calcul des courbes de rétention équivalentes pour les milieux stratifiés. Cette simplification, bien qu'utile pour les premières approximations, peut introduire un biais non négligeable dans les cas où la porosité varie sensiblement d'une couche à l'autre. Il serait donc pertinent, dans les études futures, de considérer explicitement ces variations dans la formulation des CRE équivalentes, afin de mieux représenter les propriétés hydrauliques globales du milieu.

Ces constats soulignent la portée et les limites des résultats obtenus : les approches proposées dans cette thèse fournissent un cadre fiable et cohérent pour les milieux granulaires simples, mais leur extension à des environnements naturels complexes nécessitera une validation expérimentale et numérique approfondie. Cette réflexion critique constitue le fondement des perspectives de recherche présentées ci-après, qui visent à renforcer et à élargir les applications potentielles de la méthodologie développée.

Sur ce, il est vivement recommandé de compléter les études numériques par des validations en conditions réelles, via des essais *in situ*, afin de confirmer la pertinence des hypothèses de modélisation et d'évaluer la robustesse des approches proposées dans des contextes opérationnels. L'implémentation de techniques de raffinement de la discrétisation spatio-temporelle des modèles numériques pourrait également améliorer l'efficacité des simulations tout en assurant une précision satisfaisante. Ces orientations futures contribueraient à élargir le champ d'application des résultats de cette thèse et à répondre aux défis posés par la gestion durable et prédictive des sols en contexte non saturé.

BIBLIOGRAPHIE

- Abd-Elaziz, W., Elsaïad, A., Sallam, G., Kuriqi, A., Ahmed, A., & Abd-Elaty, I. (2025). Performance of subsurface drainage systems considering groundwater flow directions and network alignment. *Frontiers in Earth Science*. <https://doi.org/10.3389/feart.2024.1299495>
- Abdulnabi, A., & Wilson, G. W. (2020). Flume-scale laboratory study of rainfall-runoff responses in Devon silt and capillary barrier profiles. *Canadian Geotechnical Journal*, 58(2), 238-247. <https://doi.org/10.1139/cgj-2018-0841>
- Adhanom, G., Stirzaker, R., Lorentz, S., Annandale, J., & Steyn, J. (2012). Comparison of methods for determining unsaturated hydraulic conductivity in the wet range to evaluate the sensitivity of wetting front detectors. *Water S.A*, 4738. <https://doi.org/10.4314/wsa.v38i1.9>
- Ahmad-adli, M., Huvaj, N., & Kartal Toker, N. (2014). Effects of the Size of Particles on Rainfall-Induced Slope Instability in Granular Soils *Geo-Congress 2014 Technical Papers*,
- Albuquerque, E., Borges, L., Cavalcante, A., & Machado, S. (2022). Prediction of soil water retention curve based on physical characterization parameters using machine learning. *Soils and Rocks*, 45, 1-13. <https://doi.org/10.28927/SR.2022.000222>
- Allen, T. (2003). 1 - Powder sampling. In T. Allen (Ed.), *Powder Sampling and Particle Size Determination* (pp. 1–55). Elsevier. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-044451564-3/50003-6](https://doi.org/10.1016/B978-044451564-3/50003-6)
- Alonso, E. E., Gens, A., & Josa, A. (1990). A constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, 40(3), 405–430. <https://doi.org/10.1680/geot.1990.40.3.405>
- Anderson, M. P., Woessner, W. W., & Hunt, R. J. (2015). Applied groundwater modeling: simulation of flow and advective transport. Academic press.
- Ardejani, D., Singh, R., Baafi, E., & Porter, I. (2003). A Finite Element Model to: 1. Predict Groundwater Inflow to Surface Mining Excavations. *Mine Water and the Environment*, 22, 31-38. <https://doi.org/10.1007/S102300300005>
- Arya, L., & Paris, J. F. (1981). A Physicoempirical Model to Predict the Soil Moisture Characteristic from Particle-Size Distribution and Bulk Density Data. *Soil Science Society*

of *America Journal*, 45(6), 1023-1030.
<https://doi.org/10.2136/sssaj1981.03615995004500060004x>

Askarinejad, A., Secchi, B., Macek, M., Petkovsek, A., & Springman, S. (2013). Effect of unstable layer depth on the pore pressure distribution, case study of the Slano Blato landslide (Slovenia). EGU General Assembly Conference Abstracts,

Assouline, S., & Or, D. (2013). Conceptual and Parametric Representation of Soil Hydraulic Properties: A Review. *Vadose Zone Journal*, 12(4), 1-20.
<https://doi.org/10.2136/vzj2013.07.0121>

Assouline, S., Tessier, D., & A, B. (1998). A conceptual model of the soil water retention curve. *Water Resources Research*, 34, 223-231. <https://doi.org/10.1029/97WR03039>

Aubertin, M., Bussière, B., Aachib, M., & Chapuis, R. P. (1996). Une modélisation numérique des écoulements non saturés dans des couvertures multicouches en sols. *Hydrogéologie*(1), 3–13.

Aubertin, M., Bussière, B., & Chapuis, R. P. (1996). Hydraulic conductivity of homogenized tailings from hard rock mines. *Canadian Geotechnical Journal*, 33(3), 470-482.
<https://doi.org/https://doi.org/10.1139/t96-068>

Aubertin, M., Mbonimpa, M., Bussière, B., & Chapuis, R. P. (2003). A model to predict the water retention curve from basic geotechnical properties. *Canadian Geotechnical Journal*, 40(6), 1104-1122. <https://doi.org/10.1139/t03-054>

Aubertin, M., Ricard, J.-F., & Chapuis, R. P. (1998). A Predictive Model for the Water Retention Curve: Application to Tailings from Hard-Rock Mines. *Canadian Geotechnical Journal*, 35(1), 55-69. <https://doi.org/https://10.1139/t97-080>

ASTM International. (2012). ASTM D698-12e2: *Standard test methods for laboratory compaction characteristics of soil using standard effort (12,400 ft-lbf/ft³ or 600 kN-m/m³)*. West Conshohocken, PA: ASTM International. <https://doi.org/10.1520/D0698-12E02>

ASTM International. (2014). ASTM D854-14: *Standard test methods for specific gravity of soil solids by water pycnometer*. West Conshohocken, PA: ASTM International. <https://doi.org/10.1520/D0854-14>

- ASTM International. (2016). ASTM D6836-16: *Standard test methods for determination of the soil water characteristic curve for desorption using hanging column, pressure extractor, chilled mirror hygrometer, or centrifuge*. West Conshohocken, PA: ASTM International. <https://doi.org/10.1520/D6836-16>
- ASTM International. (2017). ASTM D6913/D6913M-17: *Standard test methods for particle-size distribution (gradation) of soils using sieve analysis*. West Conshohocken, PA: ASTM International. https://doi.org/10.1520/D6913_D6913M-17
- ASTM International. (2021). ASTM D5084-16a: *Standard test methods for measurement of hydraulic conductivity of saturated porous materials using a flexible wall permeameter*. West Conshohocken, PA: ASTM International. <https://doi.org/10.1520/D5084-16A>
- Ayars, J. E., Christen, E., & Hornbuckle, J. (2006). Controlled drainage for improved water management in arid zone irrigated agriculture. *Agricultural Water Management*, 86, 128-139. <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2006.07.004>
- Bagheri, M., & Rezaei, M. (2022). Effect of Soil Moisture Evaporation Rate on Dynamic Measurement of Water Retention Curve with High-Capacity *Tensiometer*. *International Journal of Geomechanics*, 22(3). [https://doi.org/10.1061/\(asce\)gm.1943-5622.0002291](https://doi.org/10.1061/(asce)gm.1943-5622.0002291)
- Bandai, T., & Ghezzehei, T. A. (2021). Physics-Informed Neural Networks with Monotonicity Constraints for Richardson-Richards Equation: Estimation of Constitutive Relationships and Soil Water Flux Density from Volumetric Water Content Measurements. *Water Resources Research*, 57(2), e2020WR027642. <https://doi.org/10.1029/2020WR027642>
- Barbour, S. L. (1998). Nineteenth Canadian Geotechnical Colloquium: The soil-water characteristic curve: a historical perspective. *Canadian Geotechnical Journal*, 35(5), 873-894. <https://doi.org/10.1139/t98-040>
- Bear, J. (2013). *Dynamics of fluids in porous media*. Courier Corporation.
- Bear, J., & Cheng, A. (2010). *Modeling Groundwater Flow and Contaminant Transport* (Vol. 23). <https://doi.org/10.1007/978-1-4020-6682-5>

- Bogena, H. R., Huisman, J. A., Oberdörster, C., & Vereecken, H. (2007). Evaluation of a low-cost soil water content sensor for wireless network applications. *Journal of Hydrology*, 344(1), 32–42. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2007.06.032>
- Booth, D. B., & Leavitt, J. (1999). Field Evaluation of Permeable Pavement Systems for Improved Stormwater Management. *Journal of the American Planning Association*, 65(3), 314-325. <https://doi.org/10.1080/01944369908976060>
- Bouwer, H. (2002). Artificial recharge of groundwater: *hydrogeology and engineering*. *Hydrogeology Journal*, 10(1), 121-142. <https://doi.org/10.1007/s10040-001-0182-4>
- Brooks, R. H., & Corey, A. T. (1964). *Hydraulic properties of porous media* (Vol. Hydrology Paper 3). Colorado State University.
- Bullied, W., Bullock, P., & Van Acker, R. (2012). Modelling Soil Water Retention for Weed Seed Germination Sensitivity to Water Potential. *Applied and Environmental Soil Science*, 2012. <https://doi.org/10.1155/2012/812561>
- Bulut, R. (1996). *A re-evaluation of the filter paper method of measuring soil suction* (Doctoral dissertation, Texas Tech University).
- Burdine, N. T. (1953). Relative Permeability Calculations from Pore Size Distribution Data. *Journal of Petroleum Technology*, 5(03), 71-78. <https://doi.org/https://10.2118/225-g>
- Bussière, B., & Guittouy, M. (2020). *Hard Rock Mine Reclamation: From Prediction to Management of Acid Mine Drainage*. CRC Press.
- Cai, G., Zhou, A., & Sheng, D. (2014). Permeability function for unsaturated soils with different initial densities. *Canadian Geotechnical Journal*, 51, 1456-1467. <https://doi.org/10.1139/cgj-2013-0410>
- Campbell, C. S., Cobos, D. R., Rivera, L. D., Dunne, K. M., & Campbell, G. S. (2012, 2012//). Constructing Fast, Accurate Soil Water Characteristic Curves by Combining the Wind/Schindler and Vapor Pressure Techniques. *Unsaturated Soils: Research and Applications*, Berlin, Heidelberg.
- Carman, P. C. (1997). Fluid flow through granular beds. *Chemical Engineering Research and Design*, 75, S32–S48. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0263-8762\(97\)80003-2](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0263-8762(97)80003-2)

- Chapuis, R., & Saucier, A. (2020). Assessing internal erosion with the modal decomposition method for grain size distribution curves. *Acta Geotechnica*, 15, 1595-1605. <https://doi.org/10.1007/S11440-019-00865-Z>
- Chapuis, R. P. (2004). Predicting the saturated hydraulic conductivity of sand and gravel using effective diameter and void ratio. *Canadian Geotechnical Journal*, 41(5), 787-795. <https://doi.org/10.1139/t04-022>
- Chapuis, R. P. (2008). Predicting the saturated hydraulic conductivity of natural soils. *Geotechnical news*, 26(2), 47-50.
- Chapuis, R. P. (2010). Influence of element size in numerical studies of seepage: Large-scale or regional studies. *Geotechnical news*, 28, 34-37.
- Chapuis, R. P. (2012). Predicting the saturated hydraulic conductivity of soils: a review. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 71(3), 401-434. <https://doi.org/https://10.1007/s10064-012-0418-7>
- Chapuis, R. P. (2012a). Influence of element size in numerical studies of seepage: unsaturated zones, steady-state. *Geotechnical news*, 30(3), 27-30.
- Chapuis, R. P. (2012b). Influence of element size in numerical studies of seepage: small-scale details. *Geotechnical news*, 30(1), 32-35.
- Chapuis, R. P. (2012c). Influence of element size in numerical studies of seepage: unsaturated zones, transient conditions. *Geotechnical news*, 30(4), 34-37.
- Chapuis, R. P. (2021). Analyzing grain size distributions with the modal decomposition method: literature review and procedures. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 80(9), 6667-6666. <https://doi.org/10.1007/s10064-021-02328-w>
- Chapuis, R. P. (2021). Analyzing grain size distributions with the modal decomposition method: potential for future research in engineering geology. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 80(9), 6667-6676. <https://doi.org/10.1007/s10064-021-02341-z>
- Chapuis, R. P. (2023). Fitting models for a grain size distribution: a review. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 82(11). <https://doi.org/10.1007/s10064-023-03444-5>

- Chapuis, R. P., & Aubertin, M. (2003). On the use of the Kozeny Carman equation to predict the hydraulic conductivity of soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 40(3), 616-628. <https://doi.org/10.1139/t03-013>
- Chapuis, R. P., Chenaf, D., Bussière, B., Aubertin, M., & Crespo, R. (2001). A user's approach to assess numerical codes for saturated and unsaturated seepage conditions. *Canadian Geotechnical Journal*, 38(5), 1113-1126. <https://doi.org/10.1139/t01-055>
- Chapuis, R. P., Dallaire, V., & Saucier, A. (2014). Getting Information from Modal Decomposition of Grain Size Distribution Curves. *Geotechnical Testing Journal*, 37(2), 1-14. <https://doi.org/https://10.1520/gtj20120218>
- Chapuis, R. P., Duhaime, F., Weber, S., Marefat, V., Zhang, L., Blessent, D., Bouaanani, N., & Pelletier, D. (2023). Numerical convergence does not mean mathematical convergence: Examples of simple saturated steady-state groundwater models with pumping wells. *Computers and Geotechnics*, 162, 105615. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2023.105615>
- Chapuis, R. P., Gill, D. E., & Baass, K. (1989). Laboratory permeability tests on sand: influence of the compaction method on anisotropy. *Canadian Geotechnical Journal*, 26(4), 614-622. <https://doi.org/10.1139/t89-074>
- Chapuis, R. P., & Légaré, P. P. (1992). *A Simple Method for Determining the Surface Area of Fine Aggregates and Fillers in Bituminous Mixtures*. In R. C. Meininger (Ed.), *Effects of Aggregates and Mineral Fillers on Asphalt Mixture Performance* (Vol. STP1147-EB, pp. 0). ASTM International. <https://doi.org/10.1520/STP24217S>
- Chapuis, R. P., Masse, I., Madinier, B., & Duhaime, F. (2015). Water-retention curves of coarse soils without organic matter: Improved data for improved predictions. *Geotechnical Testing Journal*, 38(3), 325-337. <https://doi.org/10.1520/GTJ20130154>
- Chapuis, R. P., Mbonimpa, M., Dagenais, A.-M., & Aubertin, M. (2006). A linear graphical method to predict the effect of compaction on the hydraulic conductivity of clay liners and covers. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 65(1), 93-98. <https://doi.org/10.1007/s10064-005-0031-0>
- Chapuis, R. P., Taveau, C., Duhaime, F., Weber, S., Marefat, V., Zhang, L., Blessent, D., Bouaanani, N., & Pelletier, D. (2025). Using H-Convergence to Calculate the Numerical

- Errors for 1D Unsaturated Seepage Under Steady-State Conditions. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 49(1), 345-358. <https://doi.org/10.1002/nag.3876>
- Chen, H., Chen, K., & Yang, M. (2020). A new hysteresis model of the water retention curve based on pore expansion and contraction. *Computers and Geotechnics*, 121, 103482. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2020.103482>
- Chen, P., & Wei, C. (2013). A New Method for Measuring the Soil-Water Retention Curve of Red Clay. *Advanced Materials Research*, 815, 796-802. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMR.815.796>
- Chen, R., Jian, L., Li, J. L., & Ng, C. W. W. (2015). An Integrated High-Capacity Tensiometer for Measuring Water Retention Curves Continuously. *Soil science society of America journal*, 0. <https://doi.org/10.2136/sssaj2014.11.0438n>
- Chen, R., Liu, J., Li, J., & Ng, C. (2015). An integrated high-capacity tensiometer for measuring water retention curves continuously. *Soil Science Society of America Journal*, 79, 943-947. <https://doi.org/10.2136/SSSAJ2014.11.0438N>
- Chen, Y. (2018). Soil-water retention curves derived as a function of soil dry density. *GeoHazards*, 1(1), 3-19. <https://doi.org/10.3390/geohazards1010002>
- Chetti, A., Trouzine, H., Korichi, K., & Hakmi, M. (2024). Investigation of numerical and analytical solutions of 1D steady and transient flow in unsaturated layered soils. *Geologica Acta*, 22, 1-12. <https://doi.org/10.1344/GeologicaActa2024.22.8>
- Chiapponi, L. (2017). Water retention curves of multicomponent mixtures of spherical particles. *Powder Technology*, 320, 646-655. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.07.083>
- Childs, E. C., Collis-George, N., & Taylor, G. I. (1950). The permeability of porous materials. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 201(1066), 392-405. <https://doi.org/10.1098/rspa.1950.0068>

- Chou, T.-K., Chouteau, M., & Dubé, J.-S. (2016). Estimation of Saturated Hydraulic Conductivity during Infiltration Test with the Aid of ERT and Level-Set Method. *Vadose Zone Journal*, 15. <https://doi.org/10.2136/vzj2015.05.0082>
- Ciocca, F., Lunati, I., & Parlange, M. B. (2014). Effects of the water retention curve on evaporation from arid soils. *Geophysical Research Letters*, 41(9), 3110-3116. <https://doi.org/10.1002/2014GL059827>
- Cornelis, W., Khlosi, M., Hartmann, R., Meirvenne, M., & Vos, B. (2005). Comparison of Unimodal Analytical Expressions for the Soil-Water Retention Curve. Reproduced from *Soil Science Society of America Journal*. Published by *Soil Science Society of America* Russo, 69. <https://doi.org/10.2136/sssaj2004.0238>
- Cortés-D, D., Camacho-Tamayo, J., & Giraldo, R. (2024). Analysis and spatial prediction of water retention curves in two types of soil. *Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental*, 28, 8. <https://doi.org/10.1590/1807-1929/agriambi.v28n3e277718>
- Craats, D., Zee, S., & Leijnse, A. (2021). Anticipatory Drainage Base Management for Groundwater Level Optimization. *Water Resources Research*, 57. <https://doi.org/10.1029/2021WR029623>
- Cui, Y.-J., Tang, A.-M., Mantho, A. T., & De Laure, E. (2008). Monitoring field soil suction using a miniature tensiometer. *Geotechnical Testing Journal*, 31(1), 95-100. <https://doi.org/10.1520/GTJ100769>
- Cuomo, S., Della Sara, M., 2013. Rainfall-induced infiltration, runoff and failure in steep unsaturated shallow soil deposits. *Engineering Geology*, 162, 118-127. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2013.05.010>
- D'emilio, A., Aiello, R., Consoli, S., Vanella, D., & Iovino, M. (2018). Artificial neural networks for predicting the water retention curve of sicilian agricultural soils. *Water*, 10(10), 1431. <https://doi.org/10.3390/w10101431>
- Dai, Q., Zhou, W., He, R. Y., Yang, J., Zhang, B., & Lei, Y. (2024). A Data Assimilation Methodology to Analyze the Unsaturated Seepage of an Earth-Rockfill Dam Using Physics-Informed Neural Networks Based on Hybrid Constraints. *Water*. <https://doi.org/10.3390/w16071041>

- Dai, Y., Zhang, S., Yuan, H., & Wei, N. (2019). Modeling Variably Saturated Flow in Stratified Soils with Explicit Tracking of Wetting Front and Water Table Locations. *Water Resources Research*, 55(10), 7939-7963. <https://doi.org/10.1029/2019WR025368>
- Dane, J. H., & Topp, C. G. (2020). *Methods of soil analysis*, Part 4: Physical methods (Vol. 20). John Wiley & Sons.
- Darcy, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon : Exposition et application des principes à suivre et des formules à employer dans les questions de distribution d'eau*. Dalmont.
- de Castro, G., Torrico Siacara, A., Nardelli, A., Pecapedra, L., & Futai, M. (2022). Numerical Analysis of Infiltration in One-Dimensional Unsaturated Soil-Geotextile Column. *Geotechnical and Geological Engineering*. <https://doi.org/10.1007/s10706-022-02144-3>
- De Pue, J., Rezaei, M., Van Meirvenne, M., & Cornelis, W. (2019). The relevance of measuring saturated hydraulic conductivity: Sensitivity analysis and functional evaluation. *Journal of Hydrology*. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.06.079>
- Deka, A., & Sekharan, S. (2021). Influence of Water Retention Curves Model Fitting Parameters on Unsaturated Seepage Modeling of Fly Ashes and Pond Ashes. *Indian Geotechnical Journal*, 51, 1249-1262. <https://doi.org/10.1007/s40098-021-00513-y>
- Delage, P., & Cui, Y.-J. (2000). L'eau dans les sols non saturés. *Mécanique des sols et géotechnique*. <https://doi.org/10.51257/a-v1-c304>
- Demir, A. D., Er, H., Demir, Y., & Meral, R. (2022). Estimating the Soil Water Retention Curve Using Different Empirical Models and A Piecewise Regression Method. *Yuzuncu Yıl University Journal of Agricultural Sciences*, 32(3), 565-575. <https://doi.org/10.29133/yyutbd.1101682>
- Deng, P., & Zhu, J. (2015). Anisotropy of unsaturated layered soils: impact of layer composition and domain size. *Soil science society of America journal*, 79, 487-494. <https://doi.org/10.2136/SSSAJ2014.08.0309>
- Diersch, H.-J. G. (2013). *FEFLOW: finite element modeling of flow, mass and heat transport in porous and fractured media*. Springer Science & Business Media.

- Dillon, P. (2005). Future management of aquifer recharge. *Hydrogeology Journal*, 13(1), 313-316. <https://doi.org/10.1007/s10040-004-0413-6>
- Dong, X.-X., Chen, Y.-G., Ye, W.-M., & Wang, Q. (2023). Modeling of water retention behavior of densely compacted Gaomiaozi bentonite based on pore structure evolution. *Engineering Geology*, 313, 106977. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2022.106977>
- Doulati Ardejani, F., Singh, R. N., Baafi, E., & Porter, I. (2003). A Finite Element Model to: 1. Predict Groundwater Inflow to Surface Mining Excavations. *Mine Water and the Environment*, 22(1), 31-38. <https://doi.org/10.1007/s102300300005>
- Du, C. (2020). Comparison of the performance of 22 models describing soil water retention curves from saturation to oven dryness. *Vadose Zone Journal*, 19. <https://doi.org/10.1002/vzj2.20072>
- Durner, W. (1994). Hydraulic conductivity estimation for soils with heterogeneous pore structure. *Water Resources Research*, 30(2), 211-223. <https://doi.org/10.1029/93WR02676>
- Durner, W., & Lipsius, K. (2005). Determining Soil Hydraulic Properties. In *Encyclopedia of Hydrological Sciences*. <https://doi.org/10.1002/0470848944.hsa077b>
- Es-haghi, M. S., Rezania, M., & Bagheri, M. (2023). Machine learning-based estimation of soil's true air-entry value from GSD curves. *Gondwana Research*, 123, 280-292. <https://doi.org/10.1016/j.gr.2022.06.012>
- Eymard, R., Thierry, G., & Herbin, R. (2000). *Finite Volume Methods*. 7. [https://doi.org/10.1016/S1570-8659\(00\)07005-8](https://doi.org/10.1016/S1570-8659(00)07005-8)
- Fala, O. (2002). *Étude des écoulements non saturés dans les haldes à stériles à l'aide de simulations numériques* [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. <https://publications.polymtl.ca/26664/>
- Famiglietti, J. (2014). *The global groundwater crisis*. *Nature Climate Change*, 4, 945-948. <https://doi.org/10.1038/nclimate2425>
- Farthing, M. W., & Ogden, F. L. (2017). Numerical solution of Richards' equation: A review of advances and challenges. *Soil science society of America journal*, 81(6), 1257-1269. <https://doi.org/10.2136/sssaj2017.02.0058>

- Feddes, R. A., Hoff, H., Bruen, M., Dawson, T., De Rosnay, P., Dirmeyer, P., Jackson, R. B., Kabat, P., Kleidon, A., & Lilly, A. (2001). Modeling root water uptake in hydrological and climate models. *Bulletin of the American meteorological society*, 82(12), 2797-2810. [https://doi.org/10.1175/1520-0477\(2001\)082<2797: MRWUIH>2.3.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0477(2001)082<2797:MRWUIH>2.3.CO;2)
- Fetter, C. W., & Kreamer, D. (2021). *Applied hydrogeology*. Waveland Press.
- Fogg, G. E. (1986). Groundwater flow and sand body interconnectedness in a thick, multiple-aquifer system. *Water Resources Research*, 22(5), 679-694. <https://doi.org/10.1029/WR022i005p00679>
- Foster, S., & Chilton, P. (2004). *Groundwater: the processes and global significance of aquifer degradation*. *Philosophical Transactions of The Royal Society B Biological Sciences*, 358, 1957-1972. <https://doi.org/https://10.1098/rstb.2003.1380>
- Fredlund, D. (2016). State Variables in Saturated-Unsaturated Soil Mechanics. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 1, 3-17. <https://doi.org/10.28927/SR.391003>
- Fredlund, D., & Rahardjo, H. (1993). *Soil Mechanics for Unsaturated Soils*. <https://doi.org/10.1002/9780470172759>
- Fredlund, D., Sheng, D., & Zhao, J. (2011). Estimation of soil suction from the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 48, 186-198. <https://doi.org/10.1139/T10-060>
- Fredlund, D., Xing, A., & Huang, S. (1994). Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(4), 533-546. <https://doi.org/10.1139/t94-062>
- Fredlund, D., Xing, A., & Huang, S. (1994). Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31, 533-546.
- Fredlund, D. G., Rahardjo, H., & Fredlund, M. D. (2012). *Unsaturated Soil Mechanics in Engineering Practice*. <https://doi.org/10.1002/9781118280492>
- Fredlund, D. G., & Xing, A. Q. (1994). Equations for the soil-water characteristic curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(6), 1026-1026. <https://doi.org/10.1139/t94-061>

- Fredlund, D. G., & Xing, A. Q. (1994). Equations for the Soil-Water Characteristic Curve. *Canadian Geotechnical Journal*, 31(6), 1026-1026. [https://doi.org/doi 10.1139/t94-120](https://doi.org/doi%2010.1139/t94-120)
- Freeze, R. A., & Cherry, J. A. (1979). *Groundwater* (Vol. 7632). Prentice-Hall Inc.
- Gallage, C. P. K., & Uchimura, T. (2010). Effects of Dry Density and Grain Size Distribution on Soil-Water Characteristic Curves of Sandy Soils. *Soils and Foundations*, 50(1), 161-172. <https://doi.org/10.3208/sandf.50.161>
- Gao, Y., & Sun, D. a. (2017). Soil-water retention behavior of compacted soil with different densities over a wide suction range and its prediction. *Computers and Geotechnics*, 91, 17-26. <https://doi.org/10.1016/J.COMP GEO.2017.06.016>
- Garbowski, T., Pulikowski, K., & Wiercik, P. (2017). Using laser granulometer to algae dynamic growth analysis in biological treated sewage. *Desalination and Water Treatment*, 99, 117-124. <https://doi.org/10.5004/DWT.2017.21767>
- Gardner, W. R. (1958). Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil Science*, 85(4), 228-232. <https://doi.org/10.1097/00010694-195804000-00006>
- Gebrenegus, T., & Ghezzehei, T. (2011). An Index for Degree of Hysteresis in Water Retention. *Soil science society of America journal*, 75, 2122-2127. <https://doi.org/10.2136/SSSAJ2011.0082N>
- Gee, G., Ward, A., Zhang, Z., Campbell, G., & Mathison, J. (2002). The Influence of Hydraulic Non-Equilibrium on Pressure Plate Data. *Vadose Zone Journal*, 1. <https://doi.org/10.2113/1.1.172>
- Gee, G. W., Campbell, M. D., Campbell, G. S., & Campbell, J. H. (1992). Rapid Measurement of Low Soil Water Potentials Using a Water Activity Meter. *Soil Science Society of America Journal*, 56(4), 1068–1070. <https://doi.org/10.2136/sssaj1992.03615995005600040010x>
- Geo-Slope International Ltd. (2012). *Seepage Modelling with SEEP/W, an Engineering Methodology*. In (Version 8.0) Geo-Slope International Ltd.

- Gerke, K. and Karsanina, M.: *How representative is the conventional undisturbed soil core sample in terms of flow properties?* EGU General Assembly 2020, Online, 4-8 May 2020, EGU2020-10841, <https://doi.org/10.5194/egusphere-egu2020-10841>, 2020
- Ghanbarian-Alavijeh, B., Liaghat, A., Huang, G.-H., & Van Genuchten, M. T. (2010). Estimation of the van Genuchten Soil Water Retention Properties from Soil Textural Data. *Pedosphere*, 20(4), 456-465. [https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1002-0160\(10\)60035-5](https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S1002-0160(10)60035-5)
- Gleeson, T., VanderSteen, J., Sophocleous, M., Taniguchi, M., Alley, W., Allen, D., & Zhou, Y. (2010). *Groundwater sustainability strategies. Nature Geoscience*, 3. <https://doi.org/10.1038/ngeo881>
- Gleeson, T., Wada, Y., Bierkens, M. F. P., & van Beek, L. P. H. (2012). Water balance of global aquifers revealed by groundwater footprint. *Nature*, 488(7410), 197-200. <https://doi.org/10.1038/nature11295>
- Godunov, S. K., & Ryabenkii, V. S. (1987). *Difference schemes: an introduction to the underlying theory* (Vol. 19). Elsevier.
- Gotovac, H., Andričević, R., & Gotovac, B. (2007). Multi resolution adaptive modeling of groundwater flow and transport. *Advances in Water Resources*, 30, 1105-1126. <https://doi.org/https://10.1016/j.advwatres.2006.10.007>
- Guan, Y., & Fredlund, D. (1999). *Direct measurement of high soil suction*. NRC Research Press: Ottawa, Canada.
- Guillaume, B., Aroui Boukbida, H., Bakker, G., Bieganski, A., Brostaux, Y., Cornelis, W., Durner, W., Hartmann, C., Iversen, B. V., Javaux, M., Ingwersen, J., Lamorski, K., Lamparter, A., Makó, A., Mingot Soriano, A. M., Messing, I., Nemes, A., Pomes-Bordedebat, A., van der Ploeg, M., Degré, A. (2023). Reproducibility of the Wet Part of the Soil Water Retention Curve: A European Interlaboratory Comparison. *EGUsphere*, 2023, 1-23. <https://doi.org/10.5194/egusphere-2022-1496>
- Haghverdi, A., Najarchi, M., Öztürk, H., & Durner, W. (2020). Studying Unimodal, Bimodal, PDI and Bimodal-PDI Variants of Multiple Soil Water Retention Models: I. Direct Model Fit Using the Extended Evaporation and Dewpoint Methods. *Water*, 12, 900. <https://doi.org/10.3390/w12030900>

- Haines, W. B. (1930). Studies in the physical properties of soil. V. The hysteresis effect in capillary properties, and the modes of moisture distribution associated therewith. *The Journal of Agricultural Science*, 20, 97 - 116.
- Hallema, D. W., Périard, Y., Lafond, J. A., Gumiere, S. J., & Caron, J. (2015). Characterization of Water Retention Curves for a Series of Cultivated Histosols. *Vadose Zone Journal*, 14(6), vzj2014.2010.0148. <https://doi.org/10.2136/vzj2014.10.0148>
- Harbaugh, A. W. (2005). MODFLOW-2005, *the US Geological Survey modular ground-water model: the ground-water flow process* (Vol. 6). US Department of the Interior, US Geological Survey Reston, VA, USA.
- Harr, M. (1962). *Groundwater and Seepage*, p 249 McGraw-Hill Book Co. Inc. New York.
- Hashemi Jokar, M., Khosravi, A., Heidaripناه, A., & Soltani, F. (2019). Unsaturated soils permeability estimation by adaptive neuro-fuzzy inference system. *Soft Computing*, 23. <https://doi.org/10.1007/s00500-018-3326-3>
- Hassane Maina, F., & Ackerer, P. (2017). Ross scheme, Newton-Raphson iterative methods and time-stepping strategies for solving the mixed form of Richards' equation. *Hydrologie Earth System Science*, 21(6), 2667-2683. <https://doi.org/https://doi.org/10.5194/hess-21-2667-2017>
- Hassanizadeh, S. M., & Gray, W. G. (1993). Thermodynamic basis of capillary pressure in porous media. *Water Resources Research*, 29(10), 3389-3405. <https://doi.org/10.1029/93WR01495>
- Hazen, A. (1892). *Some physical properties of sands and gravels*. Mass. State Board of Health. 24th Annual Report, 539-556.
- Hen-Jones, R. M., Hughes, P. N., Stirling, R. A., Glendinning, S., Chambers, J. E., Gunn, D. A., & Cui, Y. J. (2017). Seasonal effects on geophysical-geotechnical relationships and their implications for electrical resistivity tomography monitoring of slopes. *Acta Geotechnica*, 12(5), 1159-1173. <https://doi.org/10.1007/s11440-017-0523-7>
- Higo, Y., & Kido, R. (2023). A microscopic interpretation of hysteresis in the water retention curve of sand. *Géotechnique*. <https://doi.org/10.1680/jgeot.23.00084>

- Hillel, D. (1998). *Environmental Soil Physics: Fundamentals, Applications, and Environmental Considerations*. Academic Press.
- Hu, R., Hong, J.-M., Chen, Y. F., & Zhou, C. (2018). Hydraulic hysteresis effects on the coupled flow-deformation processes in unsaturated soils: Numerical formulation and slope stability analysis. *Applied Mathematical Modelling*, 54, 221-245. <https://doi.org/10.1016/J.APM.2017.09.023>
- Hwang, J. C., Chen, C.-J., Sheikholeslami, M., & Panigrahi, B. K. (1985). Finite Analytic Numerical Solution for Two-Dimensional Groundwater Solute Transport. *Water Resources Research*, 21(9), 1354-1360. <https://doi.org/10.1029/WR021i009p01354>
- Ibrahim, M., & Aliyu, J. A. (2016). Comparison of Methods for Saturated Hydraulic Conductivity Determination: Field, Laboratory and Empirical Measurements (A Pre-view). *British Journal of Applied Science and Technology*, 15, 1-8. <https://doi.org/10.9734/BJAST/2016/24413>
- Iden, S. C., & Durner, W. (2014). Comment on “Simple consistent models for water retention and hydraulic conductivity in the complete moisture range” by A. Peters. *Water Resources Research*, 50(9), 7530-7534. <https://doi.org/10.1002/2014WR015937>
- Irmay, S. (1954). *On the hydraulic conductivity of unsaturated soils*. Eos, Transactions American Geophysical Union, 35(3), 463-467. <https://doi.org/10.1029/TR035i003p00463>
- Jain, S., Singh, V., & Van Genuchten, M. (2004). Analysis of Soil Water Retention Data Using Artificial Neural Networks. *Journal of Hydrologic Engineering*, 9, 415-420. <https://doi.org/10.1061/ASCE1084-069920049:5415>
- Janetti, M., Colombo, L., Ochs, F., & Feist, W. (2017). Determination of the water retention curve from drying experiments using infrared thermography: A preliminary study. *International Journal of Thermal Sciences*, 114, 271-280. <https://doi.org/10.1016/J.IJTHERMALSCI.2016.12.018>
- Jaynes, D. (1992). *Estimating hysteresis in the soil water retention function. Proceedings of the International Workshop on Indirect Methods for Estimating the Hydraulic Properties of Unsaturated Soils*,

- Jia, G.W., Zhan, T.L.T., Chen Y.M., Fredlund, D.G. 2009. Performance of a large-scale slope model subjected to rising and lowering water levels. *Engineering Geology*, 106, 92-103. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2009.03.003>
- Jin, H., Wang, Y., Zheng, Q., Liu, H., & Chadwick, E. (2017). Experimental Study and Modelling of the Thermal Conductivity of Sandy Soils of Different Porosities and Water Contents. *Applied Sciences*, 7(2), 119. <https://doi.org/10.3390/app7020119>
- Johari, A., Habibagahi, G., & Ghahramani, A. (2006). Prediction of Soil-Water Characteristic Curve Using Genetic Programming. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 132. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2006\)132:5\(661\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2006)132:5(661))
- Jury, W. A., & Horton, R. (2004). *Soil physics*. John Wiley & Sons.
- Kabwe, L. K., Wilson, G. W., Beier, N. A., & Barsi, D. (2023). Application of Tempe Cell to Measure Soil Water Characteristic Curve along with Geotechnical Properties of Oil Sands Tailings. *Geosciences*, 13(2), 36. <https://doi.org/10.3390/geosciences13020036>
- Kassim, A., Gofar, N., Lee, L. M., & Rahardjo, H. (2012). Modeling of suction distributions in an unsaturated heterogeneous residual soil slope. *Engineering Geology*, 131-132, 70-82. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2012.02.005>
- Kavetski, D., Binning, P., & Sloan, S. (2001). Adaptive time stepping and error control in a mass conservative numerical solution of the mixed form of Richards equation. *Advances in Water Resources*, 24(6), 595-605.
- Klute, A. (1986). Water Retention: Laboratory Methods. In *Methods of Soil Analysis* (pp. 635-662). <https://doi.org/10.2136/sssabookser5.1.2ed.c26>
- Köhne, J. M., Köhne, S., & Šimůnek, J. (2009). A review of model applications for structured soils: b) Pesticide transport. *Journal of Contaminant Hydrology*, 104(1-4), 36-60.
- Konikow, L. F., & Mercer, J. W. (1988). Groundwater flow and transport modeling. *Journal of Hydrology*, 100(1), 379-409. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(88\)90193-X](https://doi.org/10.1016/0022-1694(88)90193-X)
- Kostiakov, A. N. (1932). On the dynamics of the coefficient of water-percolation in soils and on the necessity of studying it from a dynamic point of view for purposes of amelioration. Trans. 6th Cong. International. *Soil Science*, Russian Part A, 17-21.

- Kosugi, K. (1996). Lognormal Distribution Model for Unsaturated Soil Hydraulic Properties. *Water Resources Research*, 32, 2697-2703. <https://doi.org/10.1029/96WR01776>
- Kosugi, K. i. (1994). Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. *Water Resources Research*, 30(4), 891-901. <https://doi.org/10.1029/93WR02931>
- Kovács, G. (1981). *Seepage Hydraulics*. Elsevier Scientific Publishing Company.
- Kozeny, J. (1927). Ueber kapillare leitung des wassers im boden. *Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften in Wien*, 136, 271.
- Krawczykowski, D., Krawczykowska, A., & Trybalski, K. (2012). Laser particle size analysis - the influence of density and particle shape on measurement results. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi-mineral Resources Management*, 101-112. <https://doi.org/10.2478/V10269-012-0033-Z>
- Krifa, A., & Chapuis, R. P. (2025). Using H-Convergence to Calculate the Numerical Errors for 1D Unsaturated Seepage in Transient Conditions. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*. <https://doi.org/10.1002/nag.70085>
- Kuang, X., Jiao, J., Shan, J., & Yang, Z. (2020). A modification to the van Genuchten model for improved prediction of relative hydraulic conductivity of unsaturated soils. *European Journal of Soil Science*. <https://doi.org/https://10.1111/ejss.13034>
- Lal, R. (2001). *Soil degradation by erosion*. *Land Degradation & Development*, 12(6), 519-539. <https://doi.org/https://doi.org/10.1002/ldr.472>
- Lan, P., Huang, J.S., Su, J.J., Zhu, S.R., Zhang, S, Jiang, S.H., 2025. A rapid unsaturated infiltration prediction method for slope stability analysis considering uncertainties: Deep operator networks. *Engineering Geology*, 347, 107886. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2024.107886>
- Leong, E.-C., Tripathy, S., & Rahardjo, H. (2003). Total suction measurement of unsaturated soils with a device using the chilled-mirror dew-point technique. *Géotechnique*, 53(2), 173-182. <https://doi.org/10.1680/geot.53.2.173.37271>

- Leong, E. C., & Rahardjo, H. (1997). Permeability Functions for Unsaturated Soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 123(12), 1118-1126. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(1997\)123:12\(111](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(1997)123:12(111)
- Li, J. H., Zhang, L. M., & Li, X. (2011). Soil-water characteristic curve and permeability function for unsaturated cracked soil. *Canadian Geotechnical Journal*, 48(7), 1010-1031. <https://doi.org/10.1139/t11-027>
- Li, L., Zhang, X., & Li, P. (2018). Evaluating a new method for simultaneous measurement of soil water retention and shrinkage curves. *Acta Geotechnica*, 1-15. <https://doi.org/10.1007/S11440-018-0713-Y>
- Liu, H., Rahardjo, H., Satyanaga, A., Du, H., 2023. Use of osmotic tensiometers in the determination of soil-water characteristic curves. *Engineering Geology*, 102, 106938. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2022.106938>.
- Li, Z., Caviedes-Voullième, D., Özgen-Xian, I., Jiang, S., & Zheng, N. (2024). A comparison of numerical schemes for the GPU-accelerated simulation of variably-saturated groundwater flow. *Environmental Modelling & Software*, 171, 105900. <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2023.105900>
- Likos, W. J., Song, X., Xiao, M., Cerato, A., & Lu, N. (2019). *Fundamental challenges in unsaturated soil mechanics*.
- Lipiec, J., Usowicz, B., & Siczek, A. (2024). Fitting the van Genuchten model to the measured hydraulic parameters in soils of different genesis and texture at the regional scale. *International Agrophysics*, 38, 373-382. <https://doi.org/10.31545/intagr/191380>
- Lu, N. (2020). Unsaturated Soil Mechanics: Fundamental Challenges, Breakthroughs, and Opportunities. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 146(5), 02520001. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0002233](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0002233)
- Lu, N., & Kaya, M. (2013). A drying cake method for measuring suction-stress characteristic curve, soil-water-retention curve, and hydraulic conductivity function. *Geotechnical Testing Journal*, 36(1), 1-19. <https://doi.org/10.1520/GTJ20120097>
- Lu, N., & Likos, W. J. (2004). *Unsaturated Soils Mechanics* .John Wiley & Sons

- Luciano, P., & Filippo, V. (2009). AMRA: Numerical Analyses on the Response of Slopes Subjected to Rainfall - Typical Geomorphological Scenarios in Campania Region. CMCC - Euro-Mediterranean Centre for Climate Change. *Research Paper Series*. <https://doi.org/10.2139/SSRN.1370884>
- Luckner, M., van Genuchten, M. T., & Nielsen, D. R. (1989). A consistent set of parametric models for two-phase flow of immiscible fluids in the subsurface. *Water Resources Research*, 25, 2187-2193. <https://doi.org/10.1029/WR025i010p02187>
- Luo, Z., Kong, J., Shen, C., Lu, C., Hua, G., Zhao, Z., Zhao, H.-J., & Li, L. (2019). Evaluation and application of the modified van Genuchten function for unsaturated porous media. *Journal of Hydrology*. <https://doi.org/10.1016/J.JHYDROL.2019.01.051>
- Luo, Z., Kong, J., Shen, C., Lu, C., Hua, G., Zhao, Z., Zhao, H., & Li, L. (2019). Evaluation and application of the modified van Genuchten function for unsaturated porous media. *Journal of Hydrology*, 571. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2019.01.051>
- Mackay, D. M., & Cherry, J. A. (1989). Groundwater contamination: pump-and-treat remediation. *Environmental Science & Technology*, 23(6), 630-636. <https://doi.org/10.1021/es00064a001>
- Malenica, L. (2019). *Numerical modeling based on spline basis functions: application to groundwater flow modeling in karst aquifers and advection dominated problems*. University of Split. Faculty of Civil Engineering, Architecture and Geodesy].
- Maqsoud, A., Bussière, B., Aubertin, M., & Mbonimpa, M. (2013). Conversion of the Modified Kovács Model Parameters to the Brooks and Corey and van Genuchten Model Parameters for the Water Retention Curve of Sandy and Silty Soils. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 139(5), 388-398. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)IR.1943-4774.0000563](https://doi.org/10.1061/(ASCE)IR.1943-4774.0000563)
- Maqsoud, A., Bussière, B., Aubertin, M., & Mbonimpa, M. (2012). Modification of the Predictive MK Model to Integrate Hysteresis of the Water Retention Curve. In *Unsaturated Soils 2006* (pp. 2465–2476). [https://doi.org/doi:10.1061/40802\(189\)210](https://doi.org/doi:10.1061/40802(189)210)

- Maqsoud, A., Bussière, B., Aubertin, M., & Mbonimpa, M. (2012). Predicting Hysteresis of the Water Retention Curve from Basic Properties of Granular Soils. *Geotechnical and Geological Engineering*, 30, 1147-1159. <https://doi.org/10.1007/s10706-012-9529-y>
- Marinho, F., & Teixeira, P. (2009). The Use of a High Capacity Tensiometer for Determining the Soil Water Retention Curve. *Soils and Rocks*. <https://doi.org/10.28927/sr.322091>
- Marinho, F. A. M., Take, W. A., & Tarantino, A. (2009). Measurement of Matric Suction Using Tensiometric and Axis Translation Techniques. In A. Tarantino, E. Romero, & Y.-J. Cui (Eds.), *Laboratory and Field Testing of Unsaturated Soils* (pp. 3-19). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-8819-3_2
- Martin, V., & École Polytechnique . Département des génies civil, g. e. d. m. (2003). *Étude des propriétés non saturées des stériles miniers* [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. <https://publications.polymtl.ca/7289/>
- Mašín, D. (2010). Predicting the dependency of a degree of saturation on void ratio and suction using effective stress principle for unsaturated soils. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34(1), 73-90. <https://doi.org/10.1002/nag.808>
- Masrouri, F., Bicalho, K., & Kawai, K. (2008). Laboratory Hydraulic Testing in Unsaturated Soils. *Geotechnical and Geological Engineering*, 26, 691-704. <https://doi.org/10.1007/S10706-008-9202-7>
- Masse, I., & École Polytechnique . Département des génies civil, g. e. d. m. (2003). *Etude des différents facteurs influençant les essais de traceur non réactif en conditions non saturées* [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. <https://publications.polymtl.ca/7141/>
- Mazighi, A., Meddi, H., Meddi, M., Abdi, I., Ravazzani, G., & Feki, M. (2023). Estimation and inter-comparison of infiltration models in the agricultural area of the Mitidja Plain, Algeria. *Journal of Arid Land*, 15(12), 1474-1489. <https://doi.org/10.1007/s40333-023-0037-0>
- Mbonimpa, M., Aubertin, M., & Bussière, B. (2006). Predicting the unsaturated hydraulic conductivity of granular soils from basic geotechnical properties using the modified Kovács (MK) model and statistical models. *Canadian Geotechnical Journal*, 43(8), 773-787. <https://doi.org/10.1139/t06-044>

- Mbonimpa, M., Aubertin, M., Bussière, B., & Aachib, M. (2002). *Oxygen diffusion and consumption in unsaturated cover materials* [Technical Report]. <https://publications.polymtl.ca/2597/>
- Mbonimpa, M., Aubertin, M., Chapuis, R. P., & Bussière, B. (2002). Practical pedotransfer functions for estimating the saturated hydraulic conductivity. *Geotechnical & Geological Engineering*, 20(3), 235-259. <https://doi.org/10.1023/A:1016046214724>
- Meilani, I., Rahardjo, H., Leong, E.-C., & Fredlund, D. G. (2002). Mini suction probe for matric suction measurements. *Canadian Geotechnical Journal*, 39(6), 1427-1432. <https://doi.org/10.1139/t02-101>
- Mendes, R., & Marinho, F. (2020). Soil Water Retention Curves for Residual Soils Using Traditional Methods and MIP. *Geotechnical and Geological Engineering*, 38. <https://doi.org/10.1007/s10706-020-01354-x>
- Mesele, H., Grum, B., Aregay, G., & Berhe, G. T. (2024). Evaluation and comparison of infiltration models for estimating infiltration capacity of different textures of irrigated soils. *Environmental Systems Research*, 13(1), 26. <https://doi.org/10.1186/s40068-024-00356-5>
- Milatz, M. (2020). An automated testing device for continuous measurement of the hysteretic water retention curve of granular media. *Acta Geotechnica*, 15, 2239-2257. <https://doi.org/10.1007/s11440-020-00922-y>
- Milatz, M. (2020). An automated testing device for continuous measurement of the hysteretic water retention curve of granular media. *Acta Geotechnica*, 15(8), 2239-2257. <https://doi.org/10.1007/s11440-020-00922-y>
- Milly, P. C. D. (1987). Estimation of Brooks-Corey Parameters from water retention data. *Water Resources Research*, 23(6), 1085-1089. <https://doi.org/10.1029/WR023i006p01085>
- Mitsch, W. J., & Gosselink, J. G. (2000). The value of wetlands: importance of scale and landscape setting. *Ecological Economics*, 35(1), 25-33. [https://doi.org/10.1016/S0921-8009\(00\)00165-8](https://doi.org/10.1016/S0921-8009(00)00165-8)
- Morel-Seytoux, H. J. (1993). Capillary Barrier at the Interface of Two Layers. In D. Russo & G. Dagan (Eds.), *Water Flow and Solute Transport in Soils: Developments and Applications*

- In Memoriam Eshel Bresler (1930–1991)* (pp. 136–151). Springer Berlin Heidelberg.
https://doi.org/10.1007/978-3-642-77947-3_10
- Morel-Seytoux, H. J., & Nimmo, J. R. (1999). Soil water retention and maximum capillary drive from saturation to oven dryness. *Water Resources Research*, 35(7), 2031–2041.
<https://doi.org/10.1029/1999WR900121>
- Mu, Q., Zhan, L., Lin, C. P., & Chen, Y. (2020). Non-invasive time domain reflectometry probe for transient measurement of water retention *curves in structured soils*. *Engineering Geology*, 264, 105335. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2019.105335>
- Mualem, Y. (1976). A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media. *Water Resources Research*, 12(3), 513–522.
<https://doi.org/10.1029/WR012i003p00513>
- Mualem, Y. (1978). Hydraulic conductivity of unsaturated porous media: generalized macroscopic approach. *Water Resources Research*, 14(2), 325–334. <https://doi.org/10.1029/WR014i002p00325>
- Mualem, Y. (1984). Anisotropy of unsaturated soils. *Soil science society of America journal*, 48(3), 505–509. <https://doi.org/10.2136/sssaj1984.03615995004800030007x>
- Muraleetharan, K. K., & Granger, K. K. (1999). The use of miniature pore pressure transducers in measuring matric suction in unsaturated soils. *Geotechnical Testing Journal*, 22(3), 226–234. <https://doi.org/10.1520/GTJ11113J>
- Naidu, R., Espana, V., Liu, Y., & Jit, J. (2016). Emerging contaminants in the environment: Risk-based analysis for better management. *Chemosphere*, 154, 350–357.
<https://doi.org/10.1016/j.chemosphere.2016.03.068>
- Nakhaei, M., Tafreshi, A., & Tafreshi, G. (2021). A New Approach in Comparison and Evaluation of the Overall Accuracy of Six Soil-Water Retention Models Using Statistical Benchmarks and Fuzzy Method. *Eurasian Soil Science*, 54, 716–728.
<https://doi.org/10.1134/S1064229321050136>
- Navfac DM7. (1974). *Design manual-soil mechanics, foundations, and earth structures*. US Government Printing Office, Washington, DC.

- Neuman, S. P. (1973). Saturated-Unsaturated Seepage by Finite Elements. *Journal of the Hydraulics Division*, 99(12), 2233-2250. <https://doi.org/doi:10.1061/JYCEAJ.0003829>
- Neuman, S. P. (2005). Trends, prospects and challenges in quantifying flow and transport through fractured rocks. *Hydrogeology Journal*, 13(1), 124-147. <https://doi.org/10.1007/s10040-004-0397-2>
- Ng, C. W. W., Zhou, C., & Leung, A. K. (2015). Comparisons of Different Suction Control Techniques by Water Retention Curves: Theoretical and Experimental Studies. *Vadose Zone Journal*, 14(9), vzj2015.2001.0006. <https://doi.org/10.2136/vzj2015.01.0006>
- Nikooee, E., Mirghafari, R., Habibagahi, G., Khorassani, A. G., & Nouri, A. (2020). *Determination of soil-water retention curve: an artificial intelligence-based approach*. E3S Web of Conferences. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202019502010>
- Nimmo, J. (1992). Semiempirical Model of Soil Water Hysteresis. *Soil science society of America journal*, 56, 1723-1730. <https://doi.org/10.2136/SSSAJ1992.03615995005600060011X>
- Niu, G., Kong, L., Miao, Y., Li, X., & Chen, F. (2023). A Modified Method for the Fredlund and Xing (FX) Model of Soil-Water Retention Curves. *Processes*. <https://doi.org/10.3390/pr12010050>
- Nordahl, K., & Ringrose, P. S. (2008). Identifying the representative elementary volume for permeability in heterolithic deposits using numerical rock models. *Mathematical geosciences*, 40(7), 753-771. <https://doi.org/10.1007/s11004-008-9182-4>
- Oguz, E.A., Robinson, K., Depina, I., Thakur, V. (2021). Experimental and Numerical Investigation of One-Dimensional Infiltration into Unsaturated Soil. In: Barla, M., Di Donna, A., Sterpi, D. (eds) *Challenges and Innovations in Geomechanics*. IACMAG 2021. Lecture Notes in Civil Engineering, vol 125. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-64514-4_20
- Otoni, M., Genuchten, M., Assad, M., & Monteiro, A. (2014, 2014-07-08). Evaluation of the performance of the van Genuchten equation using a large database on soil water retention of tropical soils in Brazil *AGU*,

- Pachepsky, Y., Timlin, D., & Varallyay, G. (1996). Artificial Neural Networks to Estimate Soil Water Retention from Easily Measurable Data. *Soil Science Society of America Journal - SSSAJ*, 60. <https://doi.org/10.2136/sssaj1996.03615995006000030007x>
- Pan, T., Hou, S., Liu, Y., & Tan, Q. (2019). Comparison of three models fitting the soil water retention curves in a degraded alpine meadow region. *Scientific Reports*, 9. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-54449-8>
- Paniconi, C., & Putti, M. (1994). A comparison of Picard and Newton iteration in the numerical solution of multidimensional variably saturated flow problems. *Water Resources Research*, 30(12), 3357-3374. <https://doi.org/10.1029/94WR02046>
- Patel, A., Ingale, R., & Bhanarkar, K. B. (2018). Effect of Compaction States and the Confining Pressure on Poisson's Ratio of Stratified and Non-Stratified Soils. *Arabian Journal for Science and Engineering*, 43(4), 1983-1999. <https://doi.org/10.1007/s13369-017-2846-y>
- Pedroso, D., & Williams, D. (2011). Automatic calibration of soil-water characteristic curves using genetic algorithms. *Computers and Geotechnics*, 38, 330-340. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2010.12.004>
- Pepper, D. W., & Stephenson, D. E. (1995). An Adaptive Finite-Element Model for Calculating Subsurface Transport of Contaminant. *Groundwater*, 33(3), 486-496. <https://doi.org/10.1111/j.1745-6584.1995.tb00305.x>
- Peters, A. (2013). Simple consistent models for water retention and hydraulic conductivity in the complete moisture range. *Water Resources Research*, 49(10), 6765-6780. <https://doi.org/10.1002/wrcr.20548>
- Pham, T. A., Sutman, M., & Medero, G. M. (2023). Validation, Reliability, and Performance of Shear Strength Models for Unsaturated Soils. *Geotechnical and Geological Engineering*, 41(7), 4271-4309. <https://doi.org/10.1007/s10706-023-02520-7>
- Philip, J. (1957). The Theory of Infiltration. *Soil Science*, 83, 345-358. <https://doi.org/10.1097/00010694-195705000-00002>

- Picarelli, L., & Filippo, V. (2009). AMRA: Numerical Analyses on the Response of Slopes Subjected to Rainfall - Typical Geomorphological Scenarios in Campania Region. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1370884>
- Pruess, K. (2004). A composite medium approximation for unsaturated flow in layered sediments. *Journal of Contaminant Hydrology*, 70(3), 225-247. <https://doi.org/10.1016/j.jconhyd.2003.09.007>
- Qiao, X., Ma, S., Pan, G., & Liu, G. (2019). Effects of Temperature Change on the Soil Water Characteristic Curve and a Prediction Model for the Mu Us Bottomland, Northern China. *Water*, 11(6), 1235. <https://doi.org/10.3390/w11061235>
- Radu, F. A., Suciu, N., Hoffmann, J., Vogel, A., Kolditz, O., Park, C. H., & Attinger, S. (2011). Accuracy of numerical simulations of contaminant transport in heterogeneous aquifers: A comparative study. *Advances in Water Resources*, 34(1), 47-61. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2010.09.012>
- Rahmati, M., Weihermüller, L., Vanderborght, J., Pachepsky, Y. A., Mao, L., Sadeghi, S. H., Moosavi, N., Kheirfam, H., Montzka, C., Van Looy, K., Toth, B., Hazbavi, Z., Al Yamani, W., Albalasmeh, A. A., Alghzawi, M. Z., Angulo-Jaramillo, R., Antonino, A. C. D., Arampatzis, G., Armindo, R. A., Vereecken, H. (2018). Development and analysis of the Soil Water Infiltration Global database. *Earth System Science. Data*, 10(3), 1237-1263. <https://doi.org/10.5194/essd-10-1237-2018>
- Rahul, S., Tyagi, A., 2025. Physics-based time-of-failure determination of rainfall-induced instability in lateritic soil slopes. *Engineering Geology*, 334, 107834. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2024.107834>
- Rasoulzadeh, A., Bezaatpour, J., Mobaser, J., & Fernández-Gálvez, J. (2024). Performance of a Set of Soil Water Retention Models for Fitting Soil Water Retention Data Covering All Textural Classes. *Land*, 13(4), 487. <https://doi.org/10.3390/land13040487>
- Raveendraraj, A. (2009). *Coupling of mechanical behaviour and water retention behaviour in unsaturated soils* (Doctoral dissertation, University of Glasgow).

- Reilly, T. E., & Harbaugh, A. W. (2004). *Guidelines for evaluating ground-water flow models*. DIANE Publishing.
- Richards, L. A. (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1(5), 318-333. <https://doi.org/10.1063/1.1745010>
- Ridley, A., & Burland, J. (1993). A new instrument for the measurement of soil moisture suction. *Géotechnique*, 43, 321-324. <https://doi.org/10.1680/geot.1993.43.2.321>
- Ritzema, H. P., Satyanarayana, T. V., Raman, S., & Boonstra, J. (2008). Subsurface drainage to combat waterlogging and salinity in irrigated lands in India: Lessons learned in farmers' fields. *Agricultural Water Management*, 95(3), 179-189. <https://doi.org/10.1016/j.agwat.2007.09.012>
- Roache, P. J. (1994). Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies. *Journal of Fluids Engineering*, 116(3), 405-413. <https://doi.org/10.1115/1.2910291>
- Robinson, D., Campbell, C., Hopmans, J., Hornbuckle, B. K., Jones, S., Knight, R. O., Ogden, F., Selker, J., & Wendroth, O. (2008). Soil Moisture Measurement for Ecological and Hydrological Watershed-Scale Observatories: A Review. *Vadose Zone Journal - VADOSE ZONE J*, 7. <https://doi.org/10.2136/vzj2007.0143>
- Ross, P., & Bristow, K. (1990). Simulating Water Movement in Layered and Gradational Soils Using the Kirchhoff Transform. *Soil Science Society of America Journal*, 54. <https://doi.org/10.2136/sssaj1990.03615995005400060002x>
- Roudi, M., Sharifipour, M., Maleki, A., & Nasrollahi, A. (2020). A short review of the methods for determining saturated hydraulic conductivity and a comparison of large and small-scale in-situ method. *Irrigation Science and Engineering*, 43(4), 105-116. <https://doi.org/10.22055/jise.2021.36436.1953>
- Rudiyanto, Minasny, B., Shah, R. M., Setiawan, B. I., & van Genuchten, M. T. (2020). Simple functions for describing soil water retention and the unsaturated hydraulic conductivity from saturation to complete dryness. *Journal of Hydrology*, 588, 125041. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2020.125041>.

- Rudiyanto, Sakai, M., van Genuchten, M. T., Alazba, A. A., Setiawan, B. I., & Minasny, B. (2015). A complete soil hydraulic model accounting for capillary and adsorptive water retention, capillary and film conductivity, and hysteresis. *Water Resources Research*, 51, 8757 - 8772. <https://doi.org/10.1002/2015WR017703>
- Sadeghi, H., & Darzi, A. G. (2021). Modelling of soil-water retention curve considering the effects of existing salt solution in the pore fluid. *MATEC Web of Conferences*. <https://doi.org/10.1051/mateconf/202133702001>
- Sakaki, T., & Illangasekare, T. H. (2007). Comparison of height-averaged and point-measured capillary pressure-saturation relations for sands using a modified Tempe cell. *Water Resources Research*, 43(12). <https://doi.org/10.1029/2006WR005814>
- Sanchez-Vila, X., Guadagnini, A., & Carrera, J. (2006). Representative hydraulic conductivities in saturated groundwater flow. *Reviews of Geophysics*, 44(3). <https://doi.org/10.1029/2005RG000169>
- Santos Pereira, L., Cordery, I., & Iacovides, I. (2009). Introduction. In *Coping with Water Scarcity: Addressing the Challenges* (pp. 1–6). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9579-5_1
- Sattler, P., & Fredlund, D. (1989). Use of thermal conductivity sensors to measure matric suction in the laboratory. *Canadian Geotechnical Journal*, 26(3), 491-498. <https://doi.org/10.1139/t89-063>
- Scanlon, B. R., Reedy, R. C., Stonestrom, D. A., Prudic, D. E., & Dennehy, K. F. (2005). Impact of land use and land cover change on groundwater recharge and quality in the southwestern US. *Global Change Biology*, 11(10), 1577-1593. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2486.2005.01026.x>
- Schaap, M., & Leij, F. (2000). Improved Prediction of Unsaturated Hydraulic Conductivity with the Mualem-van Genuchten Model. *Soil science society of America journal*, 64, 843-851. <https://doi.org/10.2136/SSSAJ2000.643843X>
- Schaap, M. G., & Bouten, W. (1996). Modeling water retention curves of sandy soils using neural networks. *Water Resources Research*, 32(10), 3033-3040. <https://doi.org/10.1029/96WR02278>

- Schaap, M. G., & Leij, F. J. (1998). Using neural networks to predict soil water retention and soil hydraulic conductivity. *Soil and Tillage Research*, 47(1-2), 37-42. [https://doi.org/10.1016/S0167-1987\(98\)00070-1](https://doi.org/10.1016/S0167-1987(98)00070-1)
- Schaap, M. G., Leij, F. J., & van Genuchten, M. T. (2001). Rosetta: A computer program for estimating soil hydraulic parameters with hierarchical pedotransfer functions. *Journal of Hydrology*, 251(3), 163-176. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(01\)00466-8](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(01)00466-8)
- Schultz, B., Zimmer, D., & Vlotman, W. F. (2007). Drainage under increasing and changing requirements. *Irrigation and Drainage*, 56(S1), S3-S22. <https://doi.org/10.1002/ird.372>
- Sepe, C., Calcaterra, D., Cecconi, M., Di Martire, D., Pappalardo, L., Scarfone, R., Vitale, E., & Russo, G. (2021). Capillary Barriers during Rainfall Events in Pyroclastic Deposits of the Vesuvian Area. *Geosciences*, 11(7). <https://doi.org/10.3390/geosciences11070274>
- Sihag, P., Mohsenzadeh Karimi, S., & Angelaki, A. (2019). Random forest, M5P and regression analysis to estimate the field unsaturated hydraulic conductivity. *Applied Water Science*, 9(5), 129. <https://doi.org/10.1007/s13201-019-1007-8>
- Šimůnek, J., & van Genuchten, M. T. (2008). Modeling Nonequilibrium Flow and Transport Processes Using HYDRUS. *Vadose Zone Journal*, 7(2), 782-797. <https://doi.org/10.2136/vzj2007.0074>
- Šimůnek, J., van Genuchten, M. T., & Šejna, M. (2016). Recent Developments and Applications of the HYDRUS Computer Software Packages. *Vadose Zone Journal*, 15(7), vzj2016.2004.0033. <https://doi.org/10.2136/vzj2016.04.0033>
- Singh, R., Kroes, J., Van Dam, J., & Feddes, R. (2006). Distributed ecohydrological modelling to evaluate the performance of irrigation system in Sirsa district, India: I. Current water management and its productivity. *Journal of Hydrology*, 329(3-4), 692-713. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2006.03.037>
- Smedema, L. K., Vlotman, W. F., & Rycroft, D. (2004). *Modern land drainage: Planning, design and management of agricultural drainage systems*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781003025900>

- Sommerfeldt, T., Schaalje, G., & Hulstein, W. (1984). Use of Tempe cell, modified to restrain swelling, for determination of hydraulic conductivity and soil water content. *Canadian Journal of Soil Science*, 64, 265-272. <https://doi.org/10.4141/CJSS84-027>
- Song, W.-K., Cui, Y.-J., Tang, A. M., & Ding, W.-Q. (2013). Development of a large-scale environmental chamber for investigating soil water evaporation. *Geotechnical Testing Journal*, 36(6), 847-857. <https://doi.org/10.1520/GTJ20120142>
- Song, Y.-S., & Hong, S. (2020). Effect of clay minerals on the suction stress of unsaturated soils. *Engineering Geology*, 269, 105571. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2020.105571>
- Stannard, D. (1992). Tensiometers Theory, Construction, and Use. *Geotechnical Testing Journal*, 15(1), 48-58. <https://doi.org/https://10.1520/gtj10224j>
- Stormont, J. C., & Anderson, C. E. (1999). Capillary barrier effect from underlying coarser soil layer. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 125(8), 641-648. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(1999\)125:8\(641\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(1999)125:8(641))
- Sun, P., Wang, H.J., Wang, G., Li, R.J., Huo, X.T. 2021. Field model experiments and numerical analysis of rainfall-induced shallow loess landslides. *Engineering Geology*, 295, 106411. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2021.106411>
- Sun, W., & Cui, Y.-J. (2020). Determining the soil-water retention curve using mercury intrusion porosimetry test in consideration of soil volume change. *Journal of rock mechanics and geotechnical engineering*, 12, 1070-1079. <https://doi.org/10.1016/j.jrmge.2019.12.022>
- Syvitski, J. P. (1991). *Principles, methods, and application of particle size analysis* (Vol. 388). Cambridge University Press Cambridge. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511626142>
- Tan, E., Fredlund, D. G., & Marjerison, B. (2007). Installation procedure for thermal conductivity matric suction sensors and analysis of their long-term readings. *Canadian Geotechnical Journal*, 44(2), 113–125. <https://doi.org/10.1139/t06-098>
- Take, W. A., & Bolton, M. (2003). Tensiometer Saturation and the Reliable Measurement of Soil Suction. *Géotechnique*, 53, 159-172. <https://doi.org/10.1680/geot.2003.53.2.159>

- Tan, J., Song, H., Zhang, H., Zhu, Q., Xing, Y., & Zhang, J. (2018). Numerical Investigation on Infiltration and Runoff in Unsaturated Soils with Unsteady Rainfall Intensity. *Water*, 10(7), 914. <https://doi.org/10.3390/w10070914>
- Tan, T.-S., Phoon, K.-K., & Chong, P.-C. (2004). Numerical Study of Finite Element Method Based Solutions for Propagation of Wetting Fronts in Unsaturated Soil. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 130, 254-263. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0241\(2004\)130:3\(254\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0241(2004)130:3(254))
- Tang, A. M., & Cui, Y. J. (2012). Use of Saturated Saline Solutions in Determining the Water Retention Curve of Compacted Bentonite at Different Temperatures. In *Unsaturated Soils 2006* (pp. 1439–1450). [https://doi.org/doi:10.1061/40802\(189\)119](https://doi.org/doi:10.1061/40802(189)119)
- Tao, G., Li, Y., Liu, L., Zhong, C., Xiao, H., & Luo, C. (2022). A Testing Method for Measurement of Permeability Coefficient and Soil-Water Characteristic Curve of Unsaturated Soil Based on the Axis Translation Technique. *Journal of Hydrologic Engineering*, 27(7), 04022010. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)HE.1943-5584.0002166](https://doi.org/10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0002166)
- Taylor, D. (1948). *Fundamentals of Soil Mechanics*. Jon Wiley & Sons Inc.
- Taylor, R. G., Scanlon, B., Döll, P., Rodell, M., Van Beek, R., Wada, Y., Longuevergne, L., Leblanc, M., Famiglietti, J. S., & Edmunds, M. (2013). Ground water and climate change. *Nature Climate Change*, 3(4), 322-329. <https://doi.org/10.1038/nclimate1744>
- Terzaghi, K. (1925). *Principles of soil mechanics: I-phenomena of cohesion of clays*. Eng N Rec, 95(19), 742-746.
- Thompson, S. E., Harman, C. J., Heine, P., & Katul, G. G. (2010). Vegetation-infiltration relationships across climatic and soil type gradients. *Journal of Geophysical Research: Biogeosciences*, 115(G2). <https://doi.org/10.1029/2009JG001134>
- Thwaites, B. (1949). Approximate Calculation of the Laminar Boundary Layer. *Aeronautical Quarterly*, 1(3), 245-280. <https://doi.org/10.1017/S0001925900000184>
- Tian, Z., Gao, W., Kool, D., Ren, T., Horton, R., & Heitman, J. L. (2018). Approaches for Estimating Soil Water Retention Curves at Various Bulk Densities With the Extended van

- Genuchten Model. *Water Resources Research*, 54(8), 5584-5601. <https://doi.org/https://doi.org/10.1029/2018WR022871>
- Todd, D. K., & Mays, L. W. (2004). *Groundwater hydrology*. John Wiley & Sons.
- Too, V., Omuto, C., Biamah, E., & Obiero, J. P. O. (2019). Suitability of Soil Water Retention Characteristic Models (SWRC) in Regions and Soil Depth. *Journal of Water Resource and Protection*. <https://doi.org/10.4236/JWARP.2019.116044>
- Topp, G. C., & Miller, E. E. (1966). Hysteretic Moisture Characteristics and Hydraulic Conductivities for Glass-Bead Media. *Soil science society of America journal*, 30(2), 156-162. <https://doi.org/10.2136/sssaj1966.03615995003000020008x>
- Touma, J. (2009). Comparison of the soil hydraulic conductivity predicted from its water retention expressed by the equation of Van Genuchten and different capillary models. *European Journal of Soil Science*, 60. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2389.2009.01145.x>
- Trenberth, K. (2011). Changes in Precipitation with Climate Change. *Climate Change Research. Climate Research*, 47, 123-138. <https://doi.org/10.3354/cr00953>
- Tsai, W., Feng, D., Pan, M., Beck, H., Lawson, K., Yang, Y., Liu, J., & Shen, C. (2020). From calibration to parameter learning: Harnessing the scaling effects of big data in geoscientific modeling. *Nature Communications*, 12. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-26107-z>
- Turco, M., Palermo, S. A., Pirouz, B., Presta, L., Brusco, A. C., Ferrante, A. P., Becciu, G., Sanfilippo, U., Raimondi, A., & Piro, P. (2023). On the main methods to estimate the soil hydraulic properties of the Nature-based solutions. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 1196(1), 012029. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/1196/1/012029>
- van Genuchten, M. T. (1980). A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils. *Soil science society of America journal*, 44(5), 892-898. <https://doi.org/10.2136/sssaj1980.03615995004400050002x>
- Vanapalli, S. K., Fredlund, D. G., & Pufahl, D. E. (1999). The influence of soil structure and stress history on the soil-water characteristics of a compacted till. *Géotechnique*, 49(2), 143-159. <https://doi.org/10.1680/geot.51.6.573.40456>

- Vanapalli, S. K., Nicotera, M. V., & Sharma, R. S. (2008). Axis Translation and Negative Water Column Techniques for Suction Control. *Geotechnical and Geological Engineering*, 26(6), 645-660. <https://doi.org/10.1007/s10706-008-9206-3>
- Viccione, G., Stoppiello, M., Lauria, S., & Cascini, L. (2020). Numerical Modeling on Fate and Transport of Pollutants in the Vadose Zone. *Environmental Sciences Proceedings*, 2, 34. <https://doi.org/10.3390/environsciproc2020002034>
- Wada, Y., van Beek, L. P. H., van Kempen, C. M., Reckman, J. W. T. M., Vasak, S., & Bierkens, M. F. P. (2010). Global depletion of groundwater resources. *Geophysical Research Letters*, 37(20). <https://doi.org/10.1029/2010GL044571>
- Wang, H.-L., Yin, Z.-Y., Zhang, P., & Jin, Y.-F. (2020). Straightforward prediction for air-entry value of compacted soils using machine learning algorithms. *Engineering Geology*, 279, 105911. <https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2020.105911>
- Wayllace, A., & Lu, N. (2012). A transient water release and imbibitions method for rapidly measuring wetting and drying soil water retention and hydraulic conductivity functions. *Geotechnical Testing Journal*, 35(1), 103-117. <https://doi.org/10.1520/GTJ103596>
- Wen, T., Shao, L., & Guo, X. (2018). A New Setup to Measure Hydraulic Properties of Unsaturated Soils. In W. Wu & H.-S. Yu, *Proceedings of China-Europe Conference on Geotechnical Engineering* Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-97115-5_162
- Wen, T., Shao, L., & Guo, X. (2021). Effect of hysteresis on hydraulic properties of soils under multiple drying and wetting cycles. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 25(10), 1750-1762. <https://doi.org/10.1080/19648189.2019.1600037>
- Werner, A. D., Bakker, M., Post, V. E. A., Vandenbohede, A., Lu, C., Ataie-Ashtiani, B., Simmons, C. T., & Barry, D. A. (2013). Seawater intrusion processes, investigation and management: Recent advances and future challenges. *Advances in Water Resources*, 51, 3-26. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2012.03.004>
- Xia, C., Guadagnini, A., & Ackerer, P. (2019). Grid convergence for numerical solutions of stochastic moment equations of groundwater flow. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 33. <https://doi.org/10.1007/s00477-019-01719-6>

- Yamaguchi, S., Katsushima, T., Sato, A., & Kumakura, T. (2010). Water retention curve of snow with different grain sizes. *Cold Regions Science and Technology*, 64, 87-93. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/J.COLDREGIONS.2010.05.008>.
- Yan, G., Li, Z., Galindo Torres, S. A., Scheuermann, A., & Li, L. (2022). Transient Two-Phase Flow in Porous Media: A Literature Review and Engineering Application in Geotechnics. *Geotechnics*, 2(1), 32-90. <https://doi.org/10.3390/geotechnics2010003>
- Yang, C., Wu, J., Li, P., Wang, Y., & Yang, N. (2023). Evaluation of soil-water characteristic curves for different textural soils using fractal analysis. *Water*, 15(4), 772. <https://doi.org/10.3390/w15040772>
- Yang, H., Rahardjo, H., Leong, E.-C., & Fredlund, D. G. (2004). Factors affecting drying and wetting soil-water characteristic curves of sandy soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 41(5), 908-920. <https://doi.org/10.1139/t04-042>
- Yang, K.H., Uzuoka, R., Thuo, J.N., Lin, G.L., Nakai, Y. 2017. Coupled hydro-mechanical analysis of two unstable unsaturated slopes subject to rainfall infiltration. *Engineering Geology*, 216, 13-30. <http://dx.doi.org/10.1016/j.enggeo.2016.11.006>
- Yeh, T. C. J., Gelhar, L. W., & Gutjahr, A. L. (1985). Stochastic analysis of unsaturated flow in heterogeneous soils: 1. Statistically isotropic media. *Water Resources Research*, 21(4), 447-456. <https://doi.org/10.1029/WR021i004p00447>
- Yeh, T. C. J., & Harvey, D. J. (1990). Effective unsaturated hydraulic conductivity of layered sands. *Water Resources Research*, 26(6), 1271-1279. <https://doi.org/10.1029/WR026i006p01271>
- Yong, R. N. (2000). *Geoenvironmental engineering: Contaminated soils, pollutant fate, and mitigation*. CRC press. <https://doi.org/10.1201/9781420036886>
- Yuan, F., & Lu, Z. (2005). Analytical solutions for vertical flow in unsaturated, rooted soils with variable surface fluxes. *Vadose Zone Journal*, 4(4), 1210-1218. <https://doi.org/10.2136/vzj2005.0043>

- Zamin, B., Nasir, H., Mehmood, K., & Iqbal, Q. (2020). Field-Obtained Soil-Water Characteristic Curves of KPK Expansive Soil and Their Prediction Correlations. *Advances in Civil Engineering*, 2020, 4039134. <https://doi.org/10.1155/2020/4039134>
- Zeitoun, R., Vandergeest, M., Vasava, H. B., Machado, P. V. F., Jordan, S., Parkin, G., Wagner-Riddle, C., & Biswas, A. (2021). In-situ estimation of soil water retention curve in silt loam and loamy sand soils at different soil depths. *Sensors*, 21(2), 447. <https://doi.org/10.3390/s21020447>
- Zhang, F., & Fredlund, D. G. (2015). Examination of the estimation of relative permeability for unsaturated soils. *Canadian Geotechnical Journal*, 52(12), 2077-2087. <https://doi.org/10.1139/cgj-2015-0043>
- Zhang, J., Niu, G., Li, X., & Sun, D. A. (2020). Hydro-mechanical behavior of expansive soils with different dry densities over a wide suction range. *Acta Geotechnica*, 15, 265-278. <https://doi.org/10.1007/s11440-019-00874-y>
- Zhang, X. (2011). Solution and analysis for hydraulic jump values of pumping well in loess aquifer. Proceedings of 2011 *International Symposium on Water Resource and Environmental Protection*, 1. <https://doi.org/10.1109/ISWREP.2011.5892981>
- Zhang, Z. (2014). Relationship between Anisotropy in Soil Hydraulic Conductivity and Saturation. *Vadose Zone Journal*, 13. <https://doi.org/10.2136/vzj2013.09.0172>
- Zhang, Z., Oostrom, M., & Ward, A. (2007). Saturation-Dependent Hydraulic Conductivity Anisotropy for Multifluid Systems in Porous Media. *Vadose Zone Journal*, 6, 925. <https://doi.org/10.2136/vzj2006.0141>
- Zhang, Z. F., Ward, A. L., & Gee, G. W. (2003). A tensorial connectivity-tortuosity concept to describe the unsaturated hydraulic properties of anisotropic soils. *Vadose Zone Journal*, 2(3), 313-321. <https://doi.org/10.2136/vzj2003.3130>
- Zheng, W., Shen, C., Wang, L., & Jin, Y. (2020). An empirical soil water retention model based on probability laws for pore-size distribution. *Vadose Zone Journal*, 19. <https://doi.org/10.1002/vzj2.20065>

- Zhou, C., & Chen, R. (2021). Modelling the water retention behaviour of anisotropic soils. *Journal of Hydrology*, 599, 126361. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2021.126361>
- Zhou, C., & Ng, C. (2014). A new and simple stress-dependent water retention model for unsaturated soil. *Computers and Geotechnics*, 62, 216-222. <https://doi.org/10.1016/J.COMPGEO.2014.07.012>
- Zhu, J. (2008). Equivalent parallel and perpendicular unsaturated hydraulic conductivities: Arithmetic mean or harmonic mean? *Soil science society of America journal*, 72(5), 1226-1233. <https://doi.org/10.2136/sssaj2007.0337>
- Zhu, J., & Mohanty, B. P. (2003). Effective hydraulic parameters for steady state vertical flow in heterogeneous soils. *Water Resources Research*, 39(8). <https://doi.org/10.1029/2002WR001831>
- Zhu, S., Wu, L., & Huang, R. (2019). An improved iteration method for the numerical solution of groundwater flow in unsaturated soils. *Computers and Geotechnics*, 114. <https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2019.103113>
- Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2005). *The finite element method for solid and structural mechanics*. Elsevier.