

NOTE TO USERS

This reproduction is the best copy available

UMI

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

**MODÉLISATION DE LA RÉTENTION
DES PARTICULES FINES SUR LA TABLE PLATE
D'UNE MACHINE À PAPIER**

**DENISE SAMKOCWA
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CHIMIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL**

**MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE CHIMIQUE)**

Décembre 1998

© Denise Samkocwa, 1998



**National Library
of Canada**

**Acquisitions and
Bibliographic Services**

**395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

**Bibliothèque nationale
du Canada**

**Acquisitions et
services bibliographiques**

**395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada**

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-38707-0

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MODÉLISATION DE LA RÉTENTION
DES PARTICULES FINES SUR LA TABLE PLATE
D'UNE MACHINE À PAPIER

Présenté par: SAMKOCWA Denise

En vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

A été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. TANGUY Philippe, Ph.D., président

M. PARIS Jean, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. RUIZ Jean, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. BEAUDOIN Réjean, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé en partie au Centre Technique des Papiers, Cartons et Cellulose (CTP) de Grenoble dans le cadre du programme de coopération scientifique franco-qubécoise.

J'exprime ma reconnaissance à monsieur André Lemaître, Chef du groupe Génie Papetier au CTP pour m'avoir accueillie au sein de son équipe.

Je tiens à remercier monsieur Jean Paris, mon directeur de recherche pour m'avoir permis de mener cette étude, mon codirecteur monsieur Jean Ruiz du CTP pour ses conseils avisés et l'attention qu'il m'a portée en veillant au bon déroulement de ce stage, et monsieur van de Ven du Centre de recherche en pâtes et papiers de l'Université McGill.

Je tiens à remercier Christine, Julie, Eric, Pascal, Thierry et tous ceux qui, de proche ou de loin, m'ont aidée, soutenue et ont contribué à rendre le séjour mémorable.

Enfin, je voudrais exprimer ma profonde gratitude à Rosine, Roger, Stéphanie, Franck et merci à mes parents.

RÉSUMÉ

La fermeture des circuits d'eaux dans les usines de fabrication de papier oblige à porter l'attention sur la rétention de matière au cours du processus de formation de la feuille. Le mécanisme de rétention fait intervenir deux phénomènes: le premier d'ordre physique, est la filtration se produisant à travers le matelas fibreux lors de l'égouttage sur la toile de la machine à papier; le second d'ordre physico-chimique, concerne la floculation des fibres et des éléments fins (fines, charges) améliorée par la présence d'agents de rétention.

L'objectif du projet est de développer un modèle de rétention tenant compte de ces phénomènes sur une machine à papier à table plate. Une équation a alors été formulée, donnant la concentration en éléments fins dans les eaux blanches et tenant compte des paramètres opératoires de la machine, de la suspension mais aussi de la physico-chimie. Le régime est permanent ou l'équilibre est atteint. Il n'y a pas de recirculation de matière donc pas de déstabilisation de l'équilibre. Le modèle est valide jusqu'à la ligne d'eau où il n'y pas encore de pénétration d'air.

L'aspect physico-chimique du problème a été développé sur la base de la théorie de l'efficacité de collection des éléments fins et ce, afin d'obtenir un indice de filtration. Ce dernier dépend du taux de déposition des particules fines sur les fibres, caractérisé par le nombre adimensionnel de Sherwood. Le nombre de Sherwood diffère selon que les forces d'attraction entre les particules et les fibres sont élevées ou faibles et est exprimé en fonction du nombre adimensionnel de Peclet. La diffusion, qui gouverne le transfert de masse de la suspension vers la surface des fibres, est aussi un facteur entrant en jeu dans cet indice de filtration. Ces éléments permettent l'introduction de l'effet de la taille des particules fines. Le modèle permet de traiter deux tailles différentes de particules fines: l'une très petite ($<1\ \mu\text{m}$), permettant de représenter les particules de charges, l'autre plus grosse ($<10\ \mu\text{m}$) représentant les particules de fines.

Le modèle a été validé par des essais expérimentaux sur quatre points de fonctionnement provenant de la papeterie de Lancey (France). La résolution du modèle a été effectuée sur le logiciel Matlab® plus Simulink®. Les principaux résultats présentés sont entre autres, le pourcentage d'eau égouttée, le grammage, l'indice de filtration, la concentration d'éléments fins dans les eaux blanches et la rétention, le long de la zone de formation, c'est-à-dire avant la ligne d'eau. Des paramètres ont été ajustés afin de comparer ces résultats aux valeurs expérimentales. Une analyse de sensibilité des paramètres d'entrée du modèle a été effectuée afin de voir l'effet des données d'entrée du modèle sur la quantité d'eau égouttée, sur le grammage et sur la concentration totale en éléments fins dans les eaux blanches.

ABSTRACT

White water system closure in the pulp and paper industry compels us to study solid retention during the formation of the paper. The retention mechanism is the result of two phenomena: the first one, physical, is the filtration that occurs through the fibrous web during drainage on the paper machine; the second, physicochemical is about flocculation of fibers and small particles (fines, fillers) and is enhanced by addition of retention aids.

The aim of this project is to develop a retention model that takes into account these phenomena on a Fourdrinier paper machine. We thus formulated an equation giving the small particles concentration in the white water and that takes into account operating conditions of the machine and the physicochemical mechanism of retention. We have a steady state situation. There is no material recirculation so steady state's equilibrium is not destabilized. The model is valid below the wet line where air penetration is not yet involved.

The physicochemical aspect of the problem was based on the small particles collection efficiency theory, in the aim of developing a filtration coefficient. This latter depends upon the rate of deposition of the small particles on the fibers and is characterized by the adimensional Sherwood number. The Sherwood number is different in accordance with the attraction forces between the particles and the fibers and it is expressed as a function the adimensional Peclet number. The diffusion that controls the mass transfer towards the fibers is also a factor influencing this filtration coefficient. These elements let the introduction of the particles dimensions. The model deal with two particles diameter: the first one very small ($<1 \mu\text{m}$) represents the filler particle, the second one bigger ($<10 \mu\text{m}$) represents the fiber fine particle.

The validation of the model was made with experimental data provided by Lancey's mill in France and it concerns four points. The resolution was made with Matlab® plus Simulink®. The main results presented are the percentage of drained water, the basis weight, the filtration coefficient, the concentration of small particles in the white water and the retention, along the formation zone before the wet line. Some parameters were adjusted so that the model could fit the experimental data. Input parameters were subjected to a sensitivity analysis so as to observe their effect on the drained water, the basis weight and on the concentration of particles in the white water.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS.....	iv
RÉSUMÉ.....	v
ABSTRACT.....	vii
TABLE DES MATIÈRES.....	ix
LISTE DES TABLEAUX.....	xiv
LISTE DES FIGURES.....	xv
LISTE DES ABRÉVIATIONS.....	xvii
LISTE DES ANNEXES.....	xxiii
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE I DRAINAGE ET RÉTENTION HYDROMÉCANIQUES.....	3
1.1 Formation de la feuille sur une table plate.....	4
1.2 Théorie sur la filtration.....	6
1.3 Théorie sur la rétention.....	7
1.4 Modèles de drainage.....	9
1.5 Modèles de drainage et de rétention.....	11
1.6 Modèle de Gagnon (1997).....	12
1.6.1 Drainage.....	12
1.6.2 Rétention.....	15

1.7 Conclusion.....	16
CHAPITRE II FLOCCULATION ET RÉTENTION PHYSICO-CHIMIQUE.....	17
2.1 Interactions entre les éléments d'une suspension papetière.....	17
2.2 Flocculation.....	20
2.2.1 Interactions hydrodynamiques.....	20
2.2.1.1 Mécanismes de contact.....	20
2.2.1.2 Collisions péricinétiques et collisions orthocinétiques....	22
2.2.1.3 Distance minimale d'approche d_{min}	23
2.2.2 Interactions colloïdales.....	24
2.2.2.1 Forces électrostatiques.....	24
2.2.2.2 Forces de van der Waals.....	25
2.2.2.3 Théorie D.L.V.O.....	26
2.2.3 Interactions hydrodynamiques et colloïdales.....	27
2.2.3.1 Théorie basée sur l'efficacité de déposition.....	27
a) Déposition des fines ou des charges sur les fibres.....	28
b) Déposition des fines et des charges sur elles-mêmes..	29
2.2.3.2 Théorie basée sur la cinétique de Langmuir.....	29
2.3 Les additifs chimiques.....	32
2.4 Mode d'action des agents de rétention.....	32
2.4.1 Coagulation par neutralisation de charges.....	33
2.4.2 Les systèmes à un seul composant.....	34
2.4.2.1 Flocculation par adhérence en mosaïque.....	34
2.4.2.2 Flocculation par pontage.....	34
2.4.3 Les systèmes à plusieurs composants.....	35
2.4.3.1 Flocculation complexe avec systèmes à microparticules...35	
2.4.3.2 Flocculation complexe basée sur une interaction électrostatique.....	36
2.5 Résumé des mécanismes de flocculation des agents de rétention.....	36

2.6 Conclusion.....	36
CHAPITRE III RÉTENTION INITIALE.....	39
3.1 Rétention initiale des fibres.....	39
3.2 Rétention initiale des éléments fins.....	41
3.2.1 Caisse de tête.....	42
3.2.2 Bol de Britt.....	43
3.2.3 Analogie entre la caisse de tête et le bol de Britt.....	45
3.3 Conclusion.....	46
CHAPITRE IV INDICE DE FILTRATION.....	47
4.1 Efficacité de collection.....	48
4.1.1 Définition de l'efficacité de collection.....	48
4.1.2 Recherche bibliographique sur l'efficacité de collection.....	49
4.2 Développement de l'efficacité de collection (Adamczyk et van de Ven, 1981).....	52
4.2.1 Écoulement et forces autour d'un collecteur cylindrique.....	52
4.2.2 Équations de transport.....	54
4.2.3 Calcul du taux de déposition des fines particules.....	57
4.3 Indice de filtration.....	61
4.3.1 Modification de l'efficacité de collection.....	62
4.3.2 Nombre de Sherwood.....	62
4.3.3 Nombre de Peclet.....	64
4.3.4 Coefficient de diffusion.....	68
4.4 Conclusion.....	69
CHAPITRE V RÉOLUTION DU MODÈLE.....	71
5.1 Modèle mathématique.....	71
5.2 Résolution du modèle.....	72

5.3 Conclusion.....	77
CHAPITRE VI VALIDATION.....	78
6.1 Machine expérimentale.....	78
6.1.1 Composition de la suspension fibreuse.....	78
6.1.2 Conditions de fabrication.....	79
6.1.3 Paramètres.....	84
6.2 Résultats.....	84
6.2.1 Ajustement des paramètres.....	84
6.2.2 Résultats des simulations.....	88
6.2.2.1 Pourcentage d'eau égouttée.....	90
6.2.2.2 Caractéristiques du matelas.....	91
6.2.2.3 Indice de filtration.....	93
6.2.2.4 Concentrations en éléments fins dans les eaux blanches.....	95
6.2.2.5 Rétention.....	96
6.3 Conclusion.....	98
CHAPITRE VII ANALYSE DE SENSIBILITÉ DES VARIABLES D'ENTRÉE DU MODÈLE.....	99
7.1 Influence de la composition.....	99
7.1.1 Diamètre et densité des fibres.....	103
7.1.2 Taux et taille des fines.....	103
7.1.3 Taux et taille des charges.....	104
7.2 Influence des conditions de fabrication.....	105
7.2.1 Concentration et débit en caisse de tête.....	109
7.2.2 Degré de raffinage.....	109
7.2.3 Température.....	110
7.2.4 Pulsations de pressions créées par les organes d'égouttage.....	110
7.2.5 Vitesse de la machine.....	111

7.3 Influence des paramètres de simulation.....	111
7.3.1 Facteur de colmatage.....	117
7.3.2 Coefficient de formation.....	117
7.3.3 Coefficient de compressibilité.....	117
7.3.4 Résistance de la toile à l'égouttage.....	118
7.3.5 K, m et n.....	118
7.3.6 Rétention initiale.....	118
7.4 Conclusion.....	119
CONCLUSION.....	120
RÉFÉRENCES.....	122

LISTE DES TABLEAUX

	Page
Tableau 2.1 Exemple de suspension.....	18
Tableau 2.2 Interactions entre les éléments d'une suspension papetière.....	20
Tableau 2.3 Mécanismes de floculation des agents de rétention.....	37
Tableau 3.1 Résumé sur la rétention initiale.....	46
Tableau 6.1 Composition de la suspension fibreuse de la papeterie de Lancey....	78
Tableau 6.2 Données sur la fabrication de la papeterie de Lancey.....	79
Tableau 6.3 Débit sortant de la caisse de tête et hauteur de suspension initiale....	80
Tableau 6.4 Vide au niveau des racles sous vide.....	83
Tableau 6.5 Influence d'une variation des paramètres de simulation.....	85
Tableau 6.6 Exemple de R_{0i} selon AR.....	86
Tableau 6.7 Calcul de la rétention initiale des éléments fins.....	87
Tableau 6.8 Valeurs simulées des paramètres.....	89
Tableau 6.9 Données d'entrée du modèle (PF1).....	89
Tableau 6.10 Rétention.....	97
Tableau 7.1 Influence d'une variation de la composition.....	99
Tableau 7.2 Influence d'une variation des conditions de fabrication.....	105

LISTE DES FIGURES

	Page
Figure 1.1 Schéma d'une machine à table plate.....	5
Figure 1.2 Représentation de la formation de la feuille par une série d'éléments..	13
Figure 2.1 Les mécanismes de contact.....	21
Figure 2.2 Structure de la double couche.....	25
Figure 2.3 Diagramme de stabilité.....	27
Figure 2.4 Floculation par adhérence en mosaïque.....	34
Figure 2.5 Floculation par pontage.....	35
Figure 2.6 Microfloculation par systèmes à microparticules.....	35
Figure 2.7 Floculation.....	37
Figure 3.1 Probabilité moyenne de rétention en fonction du ratio L/b'	40
Figure 3.2 Bol de Britt.....	44
Figure 3.3 Rétention en fonction de AR.....	44
Figure 4.1 Cellule unitaire.....	48
Figure 4.2 Représentation schématique d'un collecteur cylindrique.....	53
Figure 4.3 Représentation schématique d'un filtre fibreux.....	60
Figure 4.4 Régression sur le nombre de Sherwood.....	64
Figure 4.5 Fonctions de Bessel.....	67
Figure 5.1 Schéma de résolution du modèle sur Matlab® plus Simulink®.....	76
Figure 6.1 Influence de la résistance spécifique inertielle sur C_e	81
Figure 6.2 Influence de la résistance spécifique inertielle sur G	81
Figure 6.3 Table de formation de la papeterie de Lancey.....	82
Figure 6.4 Pulsations de pressions le long de la zone de formation.....	83
Figure 6.5 Pourcentage d'eau égouttée PF1.....	90
Figure 6.6 Grammage PF1.....	91
Figure 6.7 Résistance spécifique à la filtration PF1.....	92
Figure 6.8 Porosité PF1.....	92

Figure 6.9	Relations de $R_{f_{spec}}$ et G avec ε	93
Figure 6.10	Indices de filtration PF1.....	94
Figure 6.11	Nombres de Peclet PF1.....	94
Figure 6.12	Nombre de Reynolds PF1.....	95
Figure 6.13	Concentrations dans les eaux blanches PF1.....	95
Figure 6.14	Rétention PF1.....	96
Figure 6.15	Rétentions en fonction de la quantité d'agent de rétention PF1.....	97
Figure 7.1	Influence de D_F	100
Figure 7.2	Influence de ρ_F	100
Figure 7.3	Influence de % de fines.....	101
Figure 7.4	Influence de $a_{p_{fines}}$	101
Figure 7.5	Influence de % de charges.....	102
Figure 7.6	Influence de $a_{p_{charges}}$	102
Figure 7.7	Influence de C_0	106
Figure 7.8	Influence de Q_0	106
Figure 7.9	Influence de °SR.....	107
Figure 7.10	Influence de T	107
Figure 7.11	Influence de P	108
Figure 7.12	Influence de V_m	108
Figure 7.13	Influence de F_c	112
Figure 7.14	Influence de a	112
Figure 7.15	Influence de b	113
Figure 7.16	Influence de R_0	113
Figure 7.17	Influence de R_{toile}	114
Figure 7.18	Influence de K	114
Figure 7.19	Influence de m	115
Figure 7.20	Influence de n	115
Figure 7.21	Influence de u	116

LISTE DES ABRÉVIATIONS

Caractères romains

a_1, a_2	rayon des particules 1 et 2, m
a	coefficient de formation
a_{eff}	rayon effectif d'une fibre, m
a_p	rayon de la particule, m
A_{123}	constante de Hamaker, J
A	surface filtrante, m^2
Ad	nombre adimensionnel d'adhésion
A_f	paramètre adimensionnel d'écoulement
As	ratio d'aspect adimensionnel
AR	quantité d'agents de rétention, %
b	coefficient de compresibilité
b'	paramètre dépendant de la structure de la toile
c_0	concentration en charges ou en polymères (g/g)
C_0	concentration dans la suspension fibreuse, kg/m^3
C_{0i}	concentration dans la suspension fibreuse du type de particules i , kg/m^3
C_1, C_2	constantes
C	concentration de particules, kg/m^3
C_e	concentration dans les eaux blanches, kg/m^3
C_{ei}	concentration dans les eaux blanches du type de particules i , kg/m^3
C_{en}	concentration dans les eaux blanches de l'élément de volume n , kg/m^3
C_m	concentration du matelas fibreux, kg/m^3
d	distance adimensionnelle séparant la particule du collecteur
d_{min}	distance minimale d'approche des particules, m
D	coefficient de diffusion, m^2/s
DI	nombre adimensionnel de la double-couche

D_F	diamètre de fibre, m
D_∞	coefficient de diffusion à l'infini, m^2/s
e	efficacité de collision
E	efficacité de collection
E	vecteur champ électrique externe, V/m
El	nombre adimensionnel du champ électrique
Eq	nombre adimensionnel électrostatique
F	vecteur force nette sur la particule, N
F_c	facteur de colmatage, m/kg
F_d	force électrique de la double-couche, N
F_g	force de gravité, N
$F_i(d)$	fonctions hydrodynamiques universelles
F_L	force de van der Waals, N
g	accélération gravitationnelle, m/s^2
G'	gradient de vitesse ou taux de cisaillement de la pâte, s^{-1}
G	grammage du matelas fibreux en formation, kg/m^2
Gr	nombre adimensionnel de gravité
h	épaisseur du matelas fibreux, m
H_0	hauteur de la suspension fibreuse à la sortie de la caisse de tête, m
H	hauteur de la suspension fibreuse, m
i_d	vecteur unitaire adimensionnel dans la direction d
I_f	indice de filtration, m^2/kg
I_{fi}	indice de filtration du type de particule i, m^2/kg
j	vecteur de flux de particules
j_r, j_d	composantes du vecteur flux de particules
J_{12}	fréquence de collisions entre les particules 1 et 2 par unité de temps et de volume
J	nombre de particules déposées sur une fibre par seconde
J_c	nombre de collisions entre des particules colloïdales et une fibre par seconde
J_{fast}	nombre de particules déposées sur une fibre par seconde

k_0	taux de collisions orthocinétiques ou péricinétiques
k_{12}	coefficient dépendant de la nature des collisions, m^3/s
k	constante de Boltzmann, J/K
k_{det}	taux de détachement des particules
K	constante
K_c	diadic de couplage, m^2
K_r	diadic de rotation, m^3
K_t	diadic de translation, m
$K_i(s)$	fonctions de Bessel
Kn	nombre adimensionnel de Knudsen
$\bar{l}$	distance moyenne libre des particules, m
l	laize, m
L	longueur d'une fibre, m
L_c	longueur du collecteur cylindrique, m
m	constante
n	constante
n	nombre total de données
$\bar{n}$	concentration en nombre de particule adimensionnelle
n_b	concentration en nombre de particules, m^{-3}
$n_{b\infty}$	concentration à l'infini en nombre de particules, m^{-3}
N_0	nombre initial de particules déposées
N_1, N_2	nombre de particules de type 1 et 2 par unité de volume
N	nombre de particules déposées sur la fibre par unité de volume
N_b	nombre de particules déposées par unité de longueur du cylindre, m^{-1}
N_{co}	nombre de particules colloïdales par unité de volume
N_c	nombre de charges dans la suspension par unité de volume
N_F	nombre de fibres dans la suspension par unité de volume
N_{max}	nombre total de particules pouvant être déposées sur les fibres par unité de volume

N_t	nombre total de particules déposées sur le collecteur, m^{-1}
P	paramètre adimensionnel de polarisation du cylindre
Pe	nombre adimensionnel de Peclet
P_{atm}	pression atmosphérique, Pa
P_{ext}	pression absolue créée par les éléments d'égouttage, Pa
P_m	probabilité moyenne de rétention
ΔP	perte de charge dans le matelas fibreux, Pa
$\Delta P_{max(i)}$	pression maximale créée par l'élément d'égouttage i , Pa
ΔP_0	vide sous racle, Pa
q	rapport de taille entre les particules
q	charge électrique sur la particule, C
Q_0	débit à la sortie de la caisse de tête, m^3/s
Q	débit de liquide à travers un milieu poreux, m^3/s
Q	charge par unité de longueur du collecteur, C/m
Q_e	débit d'égouttage, m^3/s
Q_{en}	débit d'égouttage de l'élément de volume n , m^3/s
Q_m	débit du matelas fibreux, m^3/s
r	coordonnée radiale, m
$\bar{r}$	coordonnée radiale adimensionnelle
r_p	rayon de la particule, m
R_0	rétention initiale
R_{0i}	rétention initiale du type de particules i
R	rétention première passe totale
R^2	coefficient de détermination
R_c	rayon du collecteur cylindrique, m
Re	nombre adimensionnel de Reynolds
$R_{f_{spec}}$	résistance spécifique à la filtration du matelas fibreux, m/kg
$R_{f_{spec0}}$	résistance spécifique à la filtration initiale du matelas fibreux, m/kg
R_F	rayon des fibres, m

R_i	rétention première passe du type de particules i
$R_{i\text{spec}}$	résistance spécifique inertielle, m^2/kg
R_t	résistance totale à la filtration, m^{-1}
R_{toile}	résistance à la filtration de la toile, m^{-1}
Sh	nombre adimensionnel de Sherwood
$\overline{Sh}$	nombre adimensionnel moyen de Sherwood
$^{\circ}\text{SR}$	degré de raffinage Shopper-Riegler
t	temps, s
T	température absolue, K
$\vec{T}$	vecteur torque net sur la particule, N.m
u	indice
U	vitesse d'égouttage, m/s
U_{∞}	vitesse d'approche de particules, m/s
V_m	vitesse de la machine, m/s
V_r, V_{θ}	composantes radiales et angulaires de vitesse du fluide, m/s
V_{∞}	vitesse du courant à l'infini, m/s
x	distance le long de la zone de formation, m
Δz	épaisseur d'une couche de fibre, m

Caractères grecs

α	coefficient de rétention physico-chimique
α'	volume massique de la suspension fibreuse, m^3/kg
α_c	efficacité de déposition de particules sur elles-mêmes (avec cisaillement)
α_d	efficacité de déposition de particules sur les fibres (avec forces électrostatiques)
β_c	efficacité de déposition de particules sur elles-mêmes (sans cisaillement)
β_d	efficacité de déposition de particules sur les fibres (sans forces électrostatiques)
δ	la plus petite distance adimensionnelle séparant la particule du collecteur

ϵ_0	permittivité du vide, F/m
ϵ	porosité du matelas fibreux
ϵ_d	constante diélectrique adimensionnelle du fluide
γ_i	efficacité de collection d'une fibre cylindrique seule
γ_m	efficacité de collection du matelas fibreux
η	coefficient de rétention locale
$\bar{\lambda}$	paramètre adimensionnel d'effet de retard
μ	viscosité de la suspension fibreuse, Pa.s
ν	viscosité cinématique du fluide, m ² /s
θ	coordonnée angulaire
θ_i	fraction de surface couverte de l'élément i
ρ	densité de la suspension fibreuse, kg/m ³
$\rho_{1,2}$	densité de la particule et du fluide entourant la particule respectivement, kg/m ³
ρ_F	densité des fibres, kg/m ³
τ	paramètre adimensionnel de la double-couche
ψ	fonction d'écoulement, m ² /s
ζ_1, ζ_2	potentiel électrocinétique de la surface d'une particule et d'un collecteur, V
$\Gamma_{\max}$	quantité maximales de composant déposée, g/g

LISTE DES ANNEXES

	Page
ANNEXE I Fonctions de Bessel.....	128
ANNEXE II Modèle dans Matlab® plus Simulink®	133
ANNEXE III Données expérimentales.....	144
ANNEXE IV Résultats des points de fonctionnement 2-3-4.....	147

INTRODUCTION

La prise en considération de la protection de l'environnement au cours de ces dernières années est devenue de plus en plus importante pour l'industrie papetière qui est donc amenée à diminuer la charge polluante de ses effluents. La fermeture du circuit des eaux blanches de l'usine est la solution apportée réduisant ainsi la consommation d'eau fraîche, les pertes de matière et les besoins en énergie, mais elle s'accompagne d'un enrichissement en particules fines et en charges minérales. Ceci peut affecter les conditions d'opération de la partie humide de la machine à papier, particulièrement la rétention des solides en suspension et par conséquent la qualité du papier.

L'objectif de ce travail est d'améliorer le modèle de rétention mécanique sur la table de formation d'une machine à papier développé par Gagnon (1997) en y incorporant les phénomènes physico-chimiques. Ces derniers sont affectés par l'introduction d'agents de rétention dont le but principal est de fixer le maximum de fines et de charges sur les fibres et donc dans la feuille de papier. Ces éléments fins pouvant représenter jusqu'à 40 % de la matière totale contenue dans une pâte, l'augmentation de leur quantité rend leur rétention plus difficile dans la structure de la feuille lors de la filtration de la pâte. Une fois le modèle mathématique de rétention combinant les effets hydromécaniques et les effets physico-chimiques établi, il doit être résolu après un ajustement de paramètres à l'aide de données d'usine.

La première partie de ce mémoire consistera à décrire de façon générale les phénomènes de drainage et de rétention ayant lieu lors de la formation de la feuille. Elle sera suivie d'une revue sur la théorie de la floculation et de la rétention physico-chimique. La rétention initiale fera l'objet du troisième chapitre. Puis, le développement de l'indice de filtration sera présenté. La résolution du modèle de rétention physico-chimique combiné avec le modèle de rétention hydromécanique développé antérieurement par Gagnon (1997) est faite sur le logiciel Matlab® plus Simulink®. La validation du modèle

est faite en ajustant des paramètres sur plusieurs points de fonctionnement provenant de données industrielles fournies par la papeterie de Lancey (France). Enfin, une analyse de sensibilité des données d'entrée du modèle est présentée.

CHAPITRE I

DRAINAGE ET RÉTENTION HYDROMÉCANIQUES

La machine à papier est composée de deux sections: la partie humide et la partie sèche. La première distingue la formation de la feuille et le pressage alors que la deuxième concerne le séchage. Seul le processus de formation de la feuille de papier sur une machine à table plate Fourdrinier est considéré dans ce travail. Il est dominé par un mécanisme de filtration responsable du drainage sur la table, auquel est combinée une rétention de la matière qui a lieu aussi sur la table.

La simulation du drainage et de la rétention sur une machine à papier est très utile pour le design de nouvelles machines ou pour l'amélioration des machines existantes. Malheureusement il s'agit d'un phénomène très complexe où d'un point de vue hydromécanique, la suspension de pâte est soumise à des pulsations de pressions induites par les organes d'égouttage, à des vibrations, à de la turbulence, à certaines instabilités. À tous ces phénomènes s'ajoute l'influence des additifs chimiques. La combinaison de l'aspect hydromécanique et de l'aspect physico-chimique rend le problème pratiquement impossible à résoudre sans certaines hypothèses simplificatrices majeures. Plusieurs chercheurs ont étudié le problème de drainage d'un point de vue théorique et expérimental. D'autres ont étudié le phénomène en y incorporant l'étude de la rétention.

Dans un premier temps, une description de la formation de la feuille sur une table plate est présentée, complétée par la théorie sur la filtration, processus responsable du drainage. On définira ensuite la rétention. Puis, des modèles existants de drainage seront présentés suivis de modèles combinant le drainage et la rétention. Parmi ces derniers, le modèle développé par Gagnon (1997) et sur lequel est entièrement basé ce travail, sera décrit en détails. Cette revue bibliographique insistera davantage sur l'aspect

hydromécanique du phénomène alors que l'aspect physico-chimique sera étudié dans les sections ultérieures.

1.1 Formation de la feuille sur une table plate

La pâte en suspension composée de fibres longues, de fines de fibres, de charges et d'eau arrive à la caisse de tête avec une concentration d'environ 5 g/L. Il sort ensuite des lèvres de la caisse de tête, une suspension projetée sur la table plate, plus particulièrement sur une toile sans fin se déplaçant avec une vitesse proche de celle du jet sortant de la caisse de tête. L'ouverture des lèvres de la caisse de tête peut être réglée pour fixer un certain débit au flot. La suspension fibreuse sortant de la caisse de tête est alors étalée sur la table. Les fibres les plus longues sont déposées sur les mailles de la toile alors que les particules les plus fines passent à travers la toile en suivant l'écoulement de l'eau. C'est ce qui forme les eaux blanches qui peuvent être réutilisées pour la dilution des pâtes. Les matières fines, les charges sont de mieux en mieux retenues à cause du colmatage du matelas et au fur et à mesure que la formation de la feuille se produit. Une définition plus détaillée de cette rétention d'éléments solides sera donnée dans la section 1.3. Lors de la formation de la feuille, deux mécanismes peuvent se produire (Britt et al., 1986):

- La *filtration*, où un matelas est formé sur la toile en proportion avec l'eau drainée et la suspension au-dessus du matelas reste à la même consistance (la théorie sur la filtration sera exposée dans la section 1.2). La filtration favorise une haute rétention car les petites particules sont piégées de manière plus efficace grâce au matelas formé et jouant le rôle de filtre, mais le drainage est plus lent.
- L'*épaississement*, où un peu ou pas de matelas est formé pendant l'égouttage car l'activité de la table due aux accélérations et décélérations des organes d'égouttage maintient la suspension dispersée et la consistance au-dessus du matelas n'est pas

constante. L'épaississement favorise un drainage plus rapide mais une faible rétention de particules fines.

Une combinaison de ces deux mécanismes peut avoir lieu mais la filtration serait le processus prédominant dans les applications de machine à table plate.

L'eau drainée lors de cette formation passe à travers la toile par gravité et sous l'action d'organes d'égouttage tels que les racles, les pontuseaux et les caisses aspirantes humides qui créent une différence de pression entre la surface supérieure de la suspension fibreuse et le dessous de la toile, amenant ainsi le gâteau de pâte formé à perdre son eau. La formation de la feuille sera donc contrôlée par le réglage des différences de pressions provoquées par ces éléments d'égouttage.

La figure 1.1 illustre la table plate d'une machine à papier (Carré, 1992):

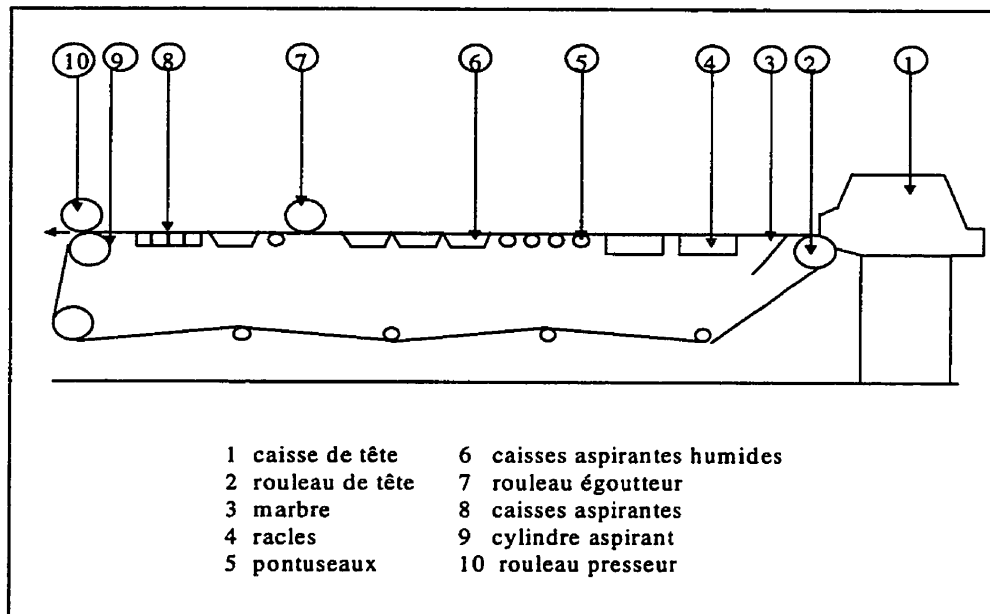


Figure 1.1 Schéma d'une machine à table plate

1.2 Théorie sur la filtration

La formation de la feuille est un processus de filtration d'une suspension aqueuse de fibres et de charges à travers un support filtrant. La suspension fibreuse supposée homogène en concentration est répartie uniformément sur la toile. Sous l'action d'un gradient de pression, l'élimination de l'eau entraîne le dépôt de particules solides qui constituent le matelas fibreux. Ce dernier peut être assimilé à un milieu poreux. Un milieu est défini généralement comme poreux lorsque le milieu est composé de solides dans lequel on peut injecter (ou extraire s'il est saturé) un liquide sans que le volume total du milieu ne change. Cette définition suggère que le milieu est composé de particules solides entre lesquelles il existe un espace libre. On dit que le milieu contient des pores, à travers lesquels le liquide circule. Il a été démontré par Ingmanson et Whitney (1954) que la loi de Darcy pouvait bien s'appliquer à un écoulement laminaire à travers un milieu poreux. La loi de Darcy est une loi empirique et suppose que les particules sont stationnaires et que seul le liquide se déplace à un débit Q .

$$Q = \frac{A \Delta P}{\mu R_t} \quad (1.1)$$

où Q est le débit de liquide à travers un milieu poreux, m^3/s ;

ΔP est la perte de charge dans le matelas fibreux, Pa;

μ est la viscosité de la suspension fibreuse, Pa.s;

A est la surface filtrante, m^2 ;

R_t est la résistance totale à la filtration, m^{-1} .

Cette loi relie Q à la surface de filtration A , à la viscosité du fluide μ , à la perte de charge ΔP présente à travers le milieu poreux et à la résistance à la filtration totale R_t du milieu. Celle-ci caractérise la résistance que va opposer le médium fibreux à l'écoulement du fluide à filtrer. Elle inclut d'une part la résistance à la filtration de la

toile qui dépend de la nature, de la structure et des propriétés (perméabilité) de la toile mais qui reste constante et d'autre part, la résistance à la filtration du matelas fibreux qui se dépose sur le support filtrant. Dans les premiers instants de l'égouttage, les fibres et amas de fibres sont tous mobiles dans la suspension. Quelques fibres entrent en contact avec la toile mais elles ne sont pas suffisamment nombreuses pour créer un obstacle au passage de l'eau. Seule la résistance à la filtration de la toile a une influence sur l'égouttage. Lorsque la toile est recouverte d'une couche de fibres, celles-ci obturent une partie de la surface de la toile. L'élimination de l'eau de la suspension fibreuse produit ensuite le dépôt de particules solides sur la couche formée. Dans la phase initiale de formation de matelas, la résistance imposée par la toile est du même ordre de grandeur que celle du matelas de fibres mais au fur et à mesure que l'épaisseur du matelas augmente, l'importance de la toile diminue (Pires et al., 1988). La résistance à la filtration du matelas augmente continuellement avec l'épaisseur du réseau fibreux (Ingmanson, 1957). Elle est influencée par des facteurs majeurs comme le grammage, le degré de raffinage, les caractéristiques physiques des fibres (longueur, surface spécifique, flexibilité,...) et par des facteurs moins importants comme la consistance à la caisse de tête, le pH, les agents de rétention, les interactions toile-matelas (Roux et al., 1994).

1.3 Théorie sur la rétention

La rétention sur la machine à papier est due au procédé de filtration où la partie solide de la suspension est retenue par filtration à travers le matelas en formation. Elle est affectée par une multitude de variables opératoires incluant le grammage, la composition de la suspension, la vitesse de la machine, les forces de drainage... Une bonne rétention est importante quant à l'efficacité du procédé de fabrication du papier à cause de l'influence majeure qu'elle peut avoir sur la qualité du produit final autant que sur les coûts de production engendrés. Une faible rétention peut être la cause d'un fonctionnement non adéquat de la machine. La perte de matière entraîne une mauvaise

qualité de papier et un besoin d'une quantité accrue d'additifs chimiques... (Gallagher, 1994)

On peut distinguer deux définitions de rétention:

- la rétention première passe,
- la rétention globale.

• La rétention première passe se traduit par le rapport entre la quantité de matière qui passe pour la première fois sur la toile et qui est retenue sur la quantité introduite en caisse de tête:

$$R = \frac{Q_m C_m}{Q_0 C_0} = \frac{Q_0 C_0 - Q_e C_e}{Q_0 C_0} = 1 - \frac{Q_e C_e}{Q_0 C_0} \quad (1.2)$$

où R est la rétention première passe totale;

Q_m est le débit du matelas fibreux, m^3/s ;

Q_0 est le débit à la sortie de la caisse de tête, m^3/s ;

Q_e est le débit d'égouttage, m^3/s ;

C_m est la concentration du matelas fibreux, kg/m^3 ;

C_0 est la concentration dans la suspension fibreuse, kg/m^3 ;

C_e est la concentration dans les eaux blanches, kg/m^3 .

On peut aussi l'approximer en faisant le rapport entre la concentration du matelas fibreux et la concentration initiale en caisse de tête si on fait l'hypothèse que les débits Q_e et Q_0 sont proches quantitativement. La concentration du matelas fibreux est représentée par la différence entre la concentration initiale en caisse de tête C_0 et la concentration dans les eaux blanches C_e . Si on veut connaître la rétention totale de

matière, on utilise la concentration initiale totale et la concentration dans les eaux blanches totale (Carré, 1992).

$$R = \left(\frac{C_0 - C_e}{C_0} \right) = 1 - \frac{C_e}{C_0} \quad (1.3)$$

Si on veut connaître la rétention de chaque type de composant, on utilise la concentration initiale et la concentration dans les eaux blanches du composant i (i : fibres, fines, charges).

$$R_i = \left(\frac{C_{0i} - C_{ei}}{C_{0i}} \right) = 1 - \frac{C_{ei}}{C_{0i}} \quad (1.4)$$

$$\sum C_{ei} = C_e$$

● La rétention globale est calculée à partir de la quantité de matière en masse quittant la machine à papier et la quantité introduite dans le procédé (avant la caisse de tête). La rétention globale est exprimée comme un pourcentage de la matière solide introduite dans le procédé qui apparaît dans le produit (Jaycock et Swales, 1994). La rétention globale est toujours supérieure à la rétention première passe.

1.4 Modèles de drainage

Le drainage est contrôlé par la résistance à la filtration définie dans la section 1.2. En effet, plus la résistance est élevée, plus le drainage est lent. Une des premières investigations en la matière a été effectuée par Ingmanson (1952, 1953). En appliquant la loi de Kozeny-Carman dans une forme différentielle combinée à une relation simple de compressibilité, la résistance spécifique moyenne à la filtration a été déterminée. Cette résistance moyenne est une fonction de la surface spécifique et du volume spécifique des fibres. L'influence du raffinage de la pâte sur la résistance spécifique à la

filtration a été étudiée par Ingmanson et Andrews (1959). Le raffinage de la pâte contribue à augmenter la surface spécifique et le volume spécifique des fibres mais n'a pas eu d'effet sur les paramètres de la relation de compressibilité établie. Mais ces études ont été limitées au cas de pression constante ou de taux constant de filtration.

Le drainage a été modélisé par Pires et al. (1988) sur une machine Fourdrinier, en utilisant l'équation développée par Taylor (1956) pour un pontuseau et une équation de filtration pour les écoulements en milieux poreux (loi de Darcy) pour les caisses aspirantes. Des bilans de masse et de consistance le long de la toile au niveau de chaque élément d'égouttage sont effectués. En parallèle au développement du modèle, une méthode de laboratoire pour déterminer la résistance à la filtration de la pâte a été développée à l'aide d'une version modifiée du bol de Britt (une description et une explication du fonctionnement de cet appareil se trouve dans la section 3.2.2). On a ici une approche dynamique alors que les pionniers en la matière (Ingmanson, 1954) optaient pour une approche à pression ou à vitesse d'écoulement constante.

Dans un système de drainage en cuvée, le drainage de la suspension pour former le matelas de fibres peut être exprimé comme la réduction de la hauteur de la suspension en fonction du temps. Lorsqu'un Fourdrinier est considéré, c'est-à-dire l'équivalent d'un procédé en continu, la hauteur de la suspension diminue le long de la toile, et l'égouttage peut être exprimé en terme de réduction de la hauteur de la suspension en fonction de la distance le long de la toile. Pour un élément de volume de la suspension, il est possible d'établir une relation entre le procédé en cuvée et celui en continu opérant dans des conditions de régime permanent. En multipliant la vitesse de drainage d'un élément de volume exprimée en terme de hauteur de suspension et de distance le long de la table par la vitesse de la toile, on obtient une vitesse de drainage en fonction du temps. Ce principe a été utilisé par Sampson et Kropholler (1996) pour modéliser le drainage sur une table plate d'une machine à papier. Lors de l'égouttage, la résistance à l'enlèvement

de l'eau est d'abord due à la résistance de la toile puis à la résistance du matelas formé sur la toile. Puisque le drainage est contrôlé par la perméabilité du matelas, les modèles de filtration s'appliquant aux milieux poreux comme le modèle de Darcy a été employé. La résolution du problème consiste alors à résoudre une série d'équations différentielles qui intègrent en plus la porosité pour décrire la structure de la feuille au fur et à mesure de sa formation.

Un modèle mathématique de drainage d'une suspension papetière à travers une toile avec formation d'un matelas fibreux compressible a aussi été développé par Ramarao et Kumar (1996) où la perméabilité du matelas fibreux est décrite par la loi de Kozeny-Carman et où la compressibilité du matelas est définie comme une fonction de puissance reliant la consistance du matelas à la pression. La vitesse d'égouttage est une fonction du temps.

1.5 Modèles de drainage et de rétention

Les modèles décrits précédemment ne font part que de l'aspect drainage. D'autres auteurs ont récemment étudié la situation où le drainage en plus de la rétention de particules fines étaient combinés pour fournir une modélisation plus complète du phénomène. La rétention et le drainage sont très intimement reliés au point qu'il est impossible d'influencer l'un sans avoir d'effet sur l'autre. Très fréquemment, lorsque le drainage est amélioré, la rétention chute (Jaycock et Swales, 1994). Mais il peut aussi arriver que la rétention chute lorsque le drainage diminue aussi. Ceci est probablement dû au fait que le faible drainage implique que le matelas a plus le temps de se "disloquer" à cause des forces hydromécaniques. Dans cette optique, le cas contraire (drainage élevé) forme un matelas plus dense sur la toile (Xu et Bousfield, 1993).

Wei et al. (1996) ont modélisé le drainage comme un procédé de filtration en considérant le matelas fibreux comme un gâteau incompressible utilisant la loi de Darcy

et la rétention des fines particules. D'une part, la résistance spécifique à la filtration est gardée constante et d'autre part, le problème de rétention est limité à celui des particules fines à faible charge afin de garder l'efficacité de capture de ces particules constante. Une définition plus élaborée de cette efficacité (de capture ou de collection) fera l'objet du chapitre IV.

Shirt et al. (1997) ont mis en place un modèle de simulation dynamique de la partie humide de la machine à papier allant du stockage de la pâte au rouleau coucheur de la machine à papier à l'échelle industrielle. Ce modèle tient compte des caractéristiques de toutes les unités du procédé (réservoirs, tuyaux, pompes, valves, systèmes de contrôle...) mais aussi des interactions (adsorption et floculation) entre additifs chimiques et la suspension fibreuse mère. Le phénomène d'adsorption est géré par une cinétique de Langmuir (van de Ven, 1993) et le phénomène de floculation suit une équation cinétique du second ordre. Le drainage qui se fait à 95% au niveau de la section de formation de la machine à papier est modélisé grâce à l'équation de Darcy où la résistance spécifique à la filtration est évaluée à l'aide du modèle de Kozeny-Carman qui est un modèle couramment utilisé pour représenter le milieu poreux assimilé à un faisceau de pores cylindriques non interconnectés. La rétention est estimée par la relation de Han (1962).

1.6 Modèle de Gagnon (1997)

Le modèle développé par Gagnon (1997) et inspiré du modèle de Pires (1995), permet de calculer le drainage et la rétention en éléments fins le long de la zone de formation d'une table plate.

1.6.1 Drainage

La formation du matelas le long de la toile est représentée par une série de volumes de contrôle qui sont chacun d'entre eux des éléments de formation. Ces derniers sont

comparables à une série de procédés en cuvée dont la somme forme un procédé en continu en régime permanent. Ce principe a été expliqué précédemment (section 1.4) et est montré schématiquement sur la figure 1.2 (Gagnon, 1997). La hauteur initiale H_0 de la suspension diminue au fur et à mesure qu'on avance d'un élément de volume de distance dx , prenant ainsi les valeurs différentielles H . Parallèlement, la hauteur h du matelas (nulle au départ) augmente le long de la zone de formation. Chaque élément de volume produit son débit d'égouttage Q_{en} et sa concentration en éléments fins dans les eaux blanches C_{en} avec comme valeurs initiales Q_0 et C_0 .

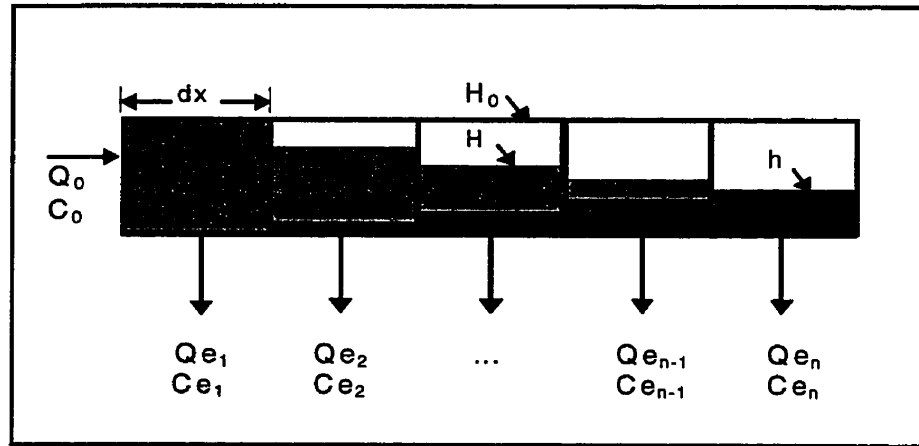


Figure 1.2 Représentation de la formation de la feuille par une série d'éléments

À l'aide d'un bilan de forces et de quantité de mouvement autour de chaque volume de contrôle représentant un élément de formation et en se basant sur les lois de l'écoulement de la suspension fibreuse à travers le matelas fibreux poreux en formation, on obtient une équation différentielle du second ordre:

$$\frac{d^2 H(t)}{dt^2} + g = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H(t)\rho} - \frac{R_{loile} \mu}{H(t) \rho} \frac{dH(t)}{dt} - \left[Rf_{spec}(t) \frac{\mu}{\rho} \frac{dH(t)}{dt} - Ri_{spec} \left(\frac{dH(t)}{dt} \right)^2 \right] (C_0 - C_e(t)) \frac{(H_0 - H(t))}{H(t)} \quad (1.5)$$

Cette équation permet d'évaluer la hauteur de la suspension H en fonction du temps t et représente le cas du procédé en cuvée. Pour convertir le procédé en cuvée en procédé continu fonction de la distance x le long de la zone de formation, on fait intervenir la vitesse de la machine V_m dans l'équation 1.5 en sachant que $dH/dt = (dH/dx) \cdot V_m$ et que $d^2H/dt^2 = (d^2H/dx^2) \cdot V_m^2$, ce qui donne:

$$\begin{aligned} \frac{d^2H(x)}{dx^2} + \frac{g}{V_m^2} = & \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H(x)\rho V_m^2} - \frac{R_{toile}}{V_m H(x) \rho} \frac{\mu}{dx} \frac{dH(x)}{dx} \\ & - \left[Rf_{spec}(x) \frac{\mu}{V_m \rho} \frac{dH(x)}{dx} - Ri_{spec} \frac{1}{V_m} \left(\frac{dH(x)}{dx} \right)^2 \right] (C_0 - C_e(x)) \frac{(H_0 - H(x))}{H(x)} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Nous avons apporté une modification au modèle de Gagnon (1997) (équation 1.5) en remplaçant $C_0 - C_e(x)$ qui est une approximation de $C_0 \eta$ (fraction de C_0 retenue sur la toile avec η un coefficient de rétention local) par $C_0 - (Q_e(x)C_e(x)) / Q_0$. Cette dernière expression déduite de l'équation 1.2 définit de manière plus précise la quantité de matière retenue. L'équation 1.6 devient alors:

$$\begin{aligned} \frac{d^2H(x)}{dx^2} + \frac{g}{V_m^2} = & \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H(x)\rho V_m^2} - \frac{R_{toile}}{V_m H(x) \rho} \frac{\mu}{dx} \frac{dH(x)}{dx} \\ & - \left[Rf_{spec}(x) \frac{\mu}{V_m \rho} \frac{dH(x)}{dx} - Ri_{spec} \frac{1}{V_m} \left(\frac{dH(x)}{dx} \right)^2 \right] \left(C_0 - \frac{Q_e(x)C_e(x)}{Q_0} \right) \frac{(H_0 - H(x))}{H(x)} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Ce modèle fait intervenir l'accélération de l'égouttage, la pression hydraulique exercée par le poids de la suspension, la pression extérieure absolue appliquée sous la toile, la pression atmosphérique, la résistance de la toile, la résistance spécifique inertielle et la résistance spécifique à la filtration.

Gagnon (1997) a développé une expression de résistance spécifique à la filtration en fonction du grammage sur la toile et des pressions exercées de part et d'autre du matelas:

$$R_{f_{spec}}(x) = R_{f_{spec0}} (F_c G(x)^a \Delta P(x)^b) \quad (1.8)$$

où $R_{f_{spec0}} = 10^6 (\text{°SR})^{2.148}$ est une fonction du degré de raffinage de la pâte, utilisée comme valeur initiale de la résistance spécifique à la filtration $R_{f_{spec}}$ pour la résolution du modèle.

Nous avons modifié l'expression de $R_{f_{spec}}$ (équation 1.8) de telle sorte que lorsque le grammage G est nul au début de la formation, $R_{f_{spec}}$ puisse prendre comme valeur initiale $R_{f_{spec0}}$. On obtient alors:

$$R_{f_{spec}}(x) = R_{f_{spec0}} (1 + F_c G(x)^a \Delta P(x)^b) \quad (1.9)$$

La vitesse d'égouttage est caractérisée par la diminution de la hauteur de suspension H en fonction du temps ou en fonction de la distance:

$$U = -\frac{dH}{dt} \quad \text{ou} \quad \frac{U}{V_m} = -\frac{dH}{dx} \quad (1.10)$$

1.6.2 Rétention

La rétention des éléments fins est calculée à l'aide des définitions de la section 1.3. Il faut alors d'abord calculer la concentration des éléments fins dans les eaux blanches. Han (1962) a démontré de façon expérimentale que la concentration dans les eaux blanches décroissait exponentiellement avec l'accumulation de matière sur le milieu filtrant, d'où:

$$C_e(x) = C_0 \cdot \exp[-I_f G(x)] \quad (1.11)$$

L'accumulation de matière peut être déduite de la relation suivante (Meyer, 1971):

$$\frac{dG(x)}{dx} = [C_0 - C_e(x)] \frac{U(x)}{V_m} \quad (1.12)$$

L'épaisseur (h) du matelas fibreux peut aussi être calculée en divisant le grammage (G) par la concentration moyenne (C_m) du matelas.

Le modèle hydromécanique de Gagnon (1997) permet de calculer en tout point sous la toile la concentration en éléments fins dans les eaux blanches, le débit d'égouttage, le grammage et l'épaisseur du matelas fibreux en tenant compte des caractéristiques physiques de la suspension (degré de raffinage, concentration dans la caisse de tête, teneur en éléments fins, viscosité, masse volumique) et des paramètres opératoires de la machine à papier (vitesse, laize, résistance à l'égouttage de la toile, pression d'aspiration exercée par les organes d'égouttage). En plus des modifications mineures apportées au modèle, ce dernier doit être amélioré afin de tenir compte des phénomènes physico-chimiques intervenant dans le processus de formation de la feuille et affectant la rétention des éléments fins. Ceci fera l'objet des chapitres suivants en insistant sur la rétention initiale R_0 et sur l'indice de filtration I_f .

1.7 Conclusion

Ce chapitre a introduit une définition du processus de formation de la feuille de papier sur la table plate régi par les phénomènes de drainage et de rétention. Ceci a été complété par des modèles existants de la littérature. Parmi ces modèles, on trouve le modèle de Gagnon (1997) sur lequel est basé ce travail et que nous avons modifié sur plusieurs points. Étant donné que seul l'aspect hydromécanique était étudié, l'aspect physico-chimique sera intégré.

CHAPITRE II

FLOCULATION ET RÉTENTION PHYSICO-CHIMIQUE

La fabrication de la feuille de papier suit à première vue un procédé mécanique de par le fait que la préparation de la pâte, la formation de la feuille, le pressage, le séchage ont un aspect plutôt mécanique. Il existe néanmoins des procédés physico-chimiques "invisibles" qui entrent en jeu. En pâtes et papiers, la chimie de la partie humide de la machine à papier est un sujet vaste qui englobe le drainage de la machine, la floculation des fibres, la rétention et le développement des agents de collage, la rétention des agents de résistance du papier sec et des agents de résistance du papier humide, la rétention des colorants, des agents antimoussants. Mais, généralement, elle se réfère à la rétention des éléments solides durant la fabrication du papier.

Dans ce chapitre, l'accent sera mis sur les phénomènes physico-chimiques qui ont une influence importante dans la partie humide de la machine à papier, plus particulièrement au niveau de la formation de la feuille où a lieu la rétention des éléments solides. Après un survol des interactions en présence dans une suspension papetière, c'est le phénomène de floculation qui sera décrit, faisant intervenir les forces (hydrodynamiques et colloïdales) responsables. Afin de modifier ou améliorer les propriétés physico-chimiques de la suspension, des additifs chimiques sont ajoutés. Parmi eux, seul le comportement des agents de rétention sera exposé.

2.1 Interactions entre les éléments d'une suspension papetière

Les suspensions des procédés papetiers sont des systèmes complexes qui contiennent une multitude de particules de tailles et de structures différentes. De plus, elles sont présentes en concentrations variées selon les besoins. Voici une liste d'éléments qui peuvent faire partie d'une suspension papetière (Scott, 1992):

- électrolytes dissous,
- fibres,
- fines de fibres,
- particules de charges,
- eau,
- molécules à surface active (exemple: détergents, dispersants, extraits du bois, antimoussants),
- polyélectrolytes dissous (exemple: polyacrylamides, amidon cationique, agents de résistance du papier sec, agents de résistance du papier humide),
- agrégats d'agents de collage.

Le tableau 2.1 montre un exemple de la taille que peuvent avoir certains des éléments les plus importants parmi ceux cités ci-dessus, ainsi que leur concentration, leur surface spécifique et le nombre de particules par litre de suspension pour une pâte typique de papier impression écriture à 10 g/L contenant 30% de CaCO_3 (Carré, 1992).

Tableau 2.1 Exemple de suspension

Élément	Dimension	Conc. g/L	Surface Spéc. (m ² /g)	Nb. particules/L
Fibres	Longueur: 1-3 mm	6.3	1.2	$6.3 \cdot 10^6$
	Épaisseur: 10-50 μm			
Fines	2-60 μm	0.7	11.0	-
Charges	0.1-10 μm	3.0	5.0	$2.6 \cdot 10^{11}$

Tous ces éléments peuvent interagir les uns avec les autres par de multiples façons. Les fibres, les fines et les charges peuvent former des agrégats. Les polymères dissous peuvent être adsorbés sur ceux-là. Les molécules de poix et d'agents de collage peuvent aussi former des agrégats entre eux. Elles peuvent aussi être adsorbées sur les fibres, les fines et les charges...

Ces agrégats sont le résultat de mécanismes divers tels que la coagulation, la floculation et l'agglomération. Il est donc utile de donner d'abord une définition de chacun de ces mécanismes selon Scott (1992):

Coagulation: déstabilisation d'une suspension colloïdale à l'aide de sels.

Floculation: déstabilisation d'une suspension colloïdale en reliant les particules à l'aide d'une longue chaîne de polymère.

Agglomération: déstabilisation d'une suspension colloïdale à l'aide de polyélectrolytes à faible poids moléculaire et à haute densité de charge.

La stabilité d'une suspension est la capacité avec laquelle les éléments qui la composent reste dispersés. Autrement dit, plus une solution est déstabilisée, plus des agrégats sont susceptibles de se former.

Dans la suite du rapport, seule la floculation sera employée comme terme désignant les phénomènes d'interactions entre les particules (grosses ou petites). On parle d'hétérofloculation lorsque les particules sont de tailles différentes (exemple: floculation entre particules de charges et fibres) et d'homofloculation lorsque qu'elles sont de même taille (exemple: floculation entre particules de charges elles-mêmes). Certaines de ces interactions doivent être contrôlées par le papetier afin d'atteindre un but particulier, mais d'autres sont incontrôlables. De plus, elles sont parfois désirables, parfois non. Par exemple, si le papetier veut augmenter les propriétés optiques du papier sans pour autant augmenter le taux de charges, il est préférable de floculer les charges sur les fibres plutôt que de les floculer entre elles avant de les fixer sur les fibres. Si le papetier veut plutôt diminuer le prix de revient du papier, il pourra augmenter le taux de charges et les floculer entre elles avant de les fixer sur les fibres. Un autre exemple d'interaction non désirable est la floculation des fibres entres-elles. Ceci peut altérer les propriétés

physiques du papier. Le tableau 2.2 extrait des travaux de van de Ven (1992), résume les interactions possibles, désirables (+) ou non (-) entre les principaux éléments d'une suspension papetière.

Tableau 2.2 Interactions entre les éléments d'une suspension papetière

	Fibres	Fines	Charges
Fibres	-	+	+
Fines		+	+
Charges			+ ou -

2.2 Floculation

Pour qu'une floculation puisse avoir lieu entre deux particules, il faut d'abord qu'elles se rencontrent. Cette rencontre entre particules dépend des interactions *hydrodynamiques*. Ensuite, pour que la rencontre soit efficace, il faut que les particules restent ensemble après leur collision. Ce sont alors les interactions *colloïdales* qui entrent en jeu.

2.2.1 Interactions hydrodynamiques

2.2.1.1 Mécanismes de contact

Les mécanismes responsables de la rencontre des particules sont de trois types et sont illustrés sur la figure 2.1 (Ramaraao, 1993):

- L'interception

La capture par interception a lieu lorsqu'une particule suivant une ligne de courant passe suffisamment près d'une fibre ou d'une particule déjà capturée pour entrer en collision avec elle.

● La diffusion

La capture par diffusion met en jeu le mouvement brownien des particules. La diffusion brownienne est négligeable dans le cas de la filtration de fluides visqueux. Les forces de cisaillement que le fluide en mouvement exerce sur les particules sont trop fortes pour permettre aux particules même très petites ($<1\ \mu\text{m}$) de s'accrocher aux fibres sous l'action du mouvement brownien.

● L'impact inertiel

La capture par impact inertiel est due aux forces inertielles s'exerçant sur une particule pouvant la faire dévier de sa ligne de courant et la faire entrer en collision avec une fibre ou avec une autre particule.

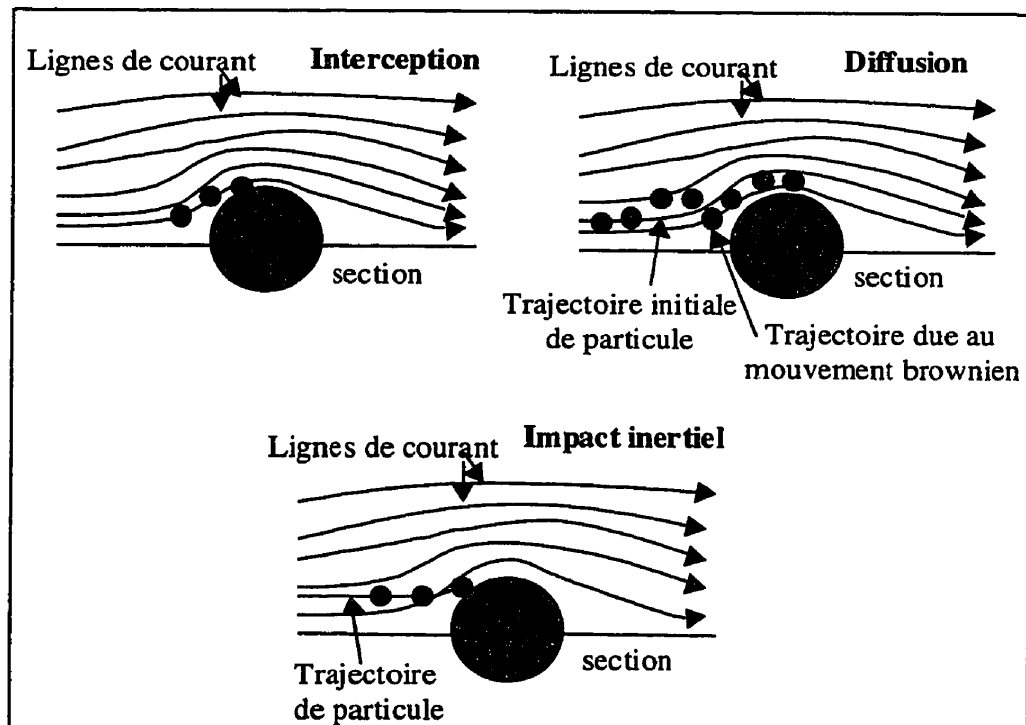


Figure 2.1 Les mécanismes de contact

2.2.1.2 Collisions péricinétiques et collisions orthocinétiques

Afin d'augmenter la probabilité de rencontre entre les particules, il faut accroître l'agitation. Pour ce faire, deux possibilités se présentent. Elles dépendent de la taille des particules. Ainsi, si les particules ont un diamètre inférieur au micromètre, une augmentation de la température entraîne une augmentation de l'agitation brownienne qui conduit à des collisions dites péricinétiques. Et si les particules ont un diamètre supérieur au micromètre, l'agitation doit être apportée par un cisaillement mécanique de la pâte qui conduit à des collisions orthocinétiques.

Smoluchowski (1917) exprime la fréquence de collisions par unité de temps et unité de volume J_{12} de particules sphériques en suspension de la façon suivante:

$$J_{12} = k_{12} N_1 N_2 \quad (2.1)$$

où N_1 et N_2 représentent le nombre de particules de type 1 et 2 par unité de volume et k_{12} dépend de la nature des collisions, m^3/s .

Collisions péricinétiques:

$$k_{12} = \left(\frac{2kT}{3\mu} \right) \frac{(a_1 + a_2)^2}{a_1 a_2} \quad (2.2)$$

Collisions orthocinétiques:

$$k_{12} = \frac{4}{3} G' (a_1 + a_2)^3 \quad (2.3)$$

où k est la constante de Boltzmann, J/K;

T est la température absolue, K;

μ est la viscosité de la suspension fibreuse, Pa.s;

a_1 et a_2 sont les rayons des particules 1 et 2, m;

G' est le gradient de vitesse ou taux de cisaillement de la pâte, s^{-1} .

2.2.1.3 Distance minimale d'approche $d_{\min}$

La taille relative des particules est très importante lors des interactions entre particules. Il existe une distance minimale d'approche $d_{\min}$ des particules pour laquelle une floculation peut se produire (van de Ven, 1989). La distance minimale d'approche $d_{\min}$ dépend de la taille des particules.

Pour des particules sphériques de même rayon r_p , on a:

$$d_{\min} = 4.2 * 10^{-5} r_p \quad (2.4)$$

Pour des particules de rayons différents a_p et r_p tel que $a_p \ll r_p$, on a:

$$d_{\min} = 0.16 r_p \quad (2.5)$$

Ces expressions montrent que deux particules de même taille ont une distance minimale d'approche beaucoup plus faible que deux particules de tailles différentes. L'homofloculation, floculation de particules de même taille, est donc favorisée par rapport à l'hétérofloculation. Mais à cause des taux de cisaillement dans la pâte, les collisions conduisent rarement à l'agglomération. Les fréquences de collisions entre les éléments de tailles différentes sont quand même élevées mais la probabilité qu'ils restent ensemble est faible, les distances minimales d'approche étant grandes. Ce seront alors les agents de rétention qui joueront un rôle important pour mener à bien leur floculation.

2.2.2 Interactions colloïdales

Les forces colloïdales deviennent significatives lorsque les distances minimales d'approche sont faibles et elles sont représentées par deux types: les forces électrostatiques, répulsives ou attractives, et les forces de van der Waals, attractives. Elles ont aussi été combinées par plusieurs auteurs formant ainsi la théorie D.L.V.O. (Derjaguin et Landau, 1941; Verwey et Overbeek, 1948).

2.2.2.1 Forces électrostatiques

Une charge se développe à la surface de la fibre lorsqu'elle est mise au contact de l'eau. Dans les conditions normales de fabrication du papier, cette charge est due à la présence de groupements carboxyls et de groupements sulfoniques sur la surface de la fibre et à l'adsorption d'hémicellulose ou de lignine dissoute sur cette surface. Les charges minérales développent une charge de surface par ionisation ou par adsorption de substances chargées.

La théorie de la présence de charges aux interfaces solide/liquide est la théorie de la double couche électrique qui est illustrée à la figure 2.2 (Lindström et Eklund, 1991). Le potentiel de surface est déterminé par le type ainsi que la densité des groupements présents. En général, les composants d'une suspension fibreuse sont anioniques. Par conséquent, la figure 2.2 montre une surface chargée négativement. Celle-ci attire un nombre considérable d'ions positifs qui semblent presque s'y attacher. On distingue alors la couche de Stern, compacte et rigide, et délimitée par le plan interne de Helmholtz passant par le centre de gravité des ions partiellement hydratés, spécifiquement adsorbés, et par le plan externe de Helmholtz passant par le centre de gravité des ions positifs. Suite à la couche de Stern, se forme la couche de Gouy plus diffuse d'ions essentiellement positifs qui assurent la neutralité électrique. Plus loin, les ions positifs et négatifs sont présents en nombre égal.

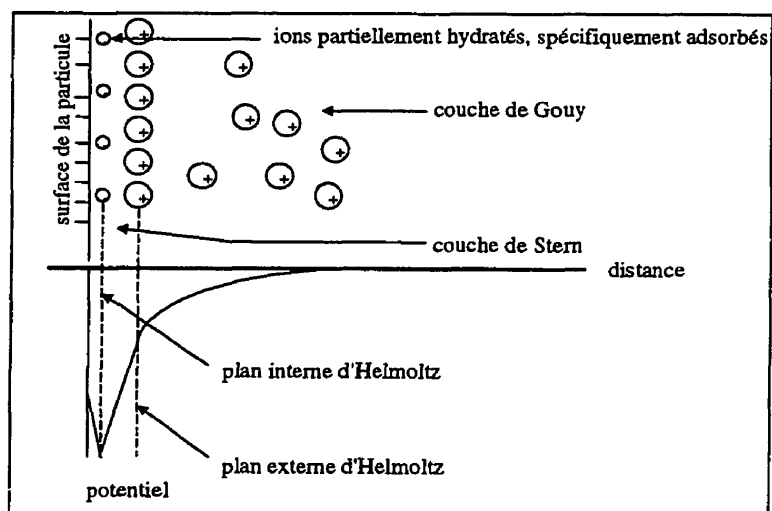


Figure 2.2 Structure de la double couche

Le potentiel électrique croît linéairement, en valeur absolue, jusqu'au plan interne de Helmholtz puis décroît jusqu'au plan externe de Helmholtz. Dans la couche de Gouy, la variation de potentiel est une fonction qui décroît exponentiellement en fonction de la distance.

Lorsque la particule est déplacée dans la phase fluide apparaît un plan de cisaillement, plan de séparation entre les couches d'eau liée et d'eau libre. Le potentiel dans ce plan est appelé potentiel zêta ou potentiel électrocinétique qui gouverne l'accrochage entre deux particules. L'intensité de ce potentiel et la distance déterminent la résistance des suspensions hydrophobes à coaguler ou à flocculer.

2.2.2.2 Forces de van der Waals

Lorsque le potentiel zêta atteint une valeur proche de zéro, les forces répulsives sont suffisamment faibles pour que les particules se rapprochent à une distance telle que les

forces de van der Waals puissent agir. On distingue trois types de forces de van der Waals (Lindström et Eklund, 1991):

- les interactions de Keesom qui agissent entre deux dipôles permanents;
- les interactions de Debye qui agissent entre un dipôle permanent et un dipôle induit;
- les interactions de London qui agissent entre deux dipôles induits.

Dans le cas de suspensions de pâte à papier, les interactions de London sont prépondérantes. Elles sont attractives et dépendent de la taille des particules. L'attraction est plus importante entre deux grosses particules qu'entre deux petites.

2.2.2.3 Théorie D.L.V.O.

Les forces attractives de van der Waals et les forces répulsives de la double couche ont été combinées par Derjaguin et Landau (1941) et Verwey et Overbeek (1948) pour établir la théorie D.L.V.O. qui décrit l'énergie potentielle d'interaction du système en fonction de la distance séparant les particules. Les forces de van der Waals sont toujours attractives pour des particules de même composition chimique. Les forces électrostatiques sont toujours répulsives si les particules ont la même charge et attractives si les charges sont opposées. La figure 2.3 (Smook, 1992) illustre la théorie de D.L.V.O. L'énergie électrostatique répulsive V_r est représentée par la courbe pointillée supérieure. L'énergie attractive de van der Waals V_a est représentée par la courbe pointillée inférieure. L'énergie potentielle totale d'interaction V_t , en fonction de la distance séparant les deux particules, est obtenue en additionnant V_r et V_a et est représentée par la ligne pleine. Ainsi les forces attractives l'emportent aux faibles et grandes distances de séparation alors que les répulsions électrostatiques prédominent pour des distances moyennes.

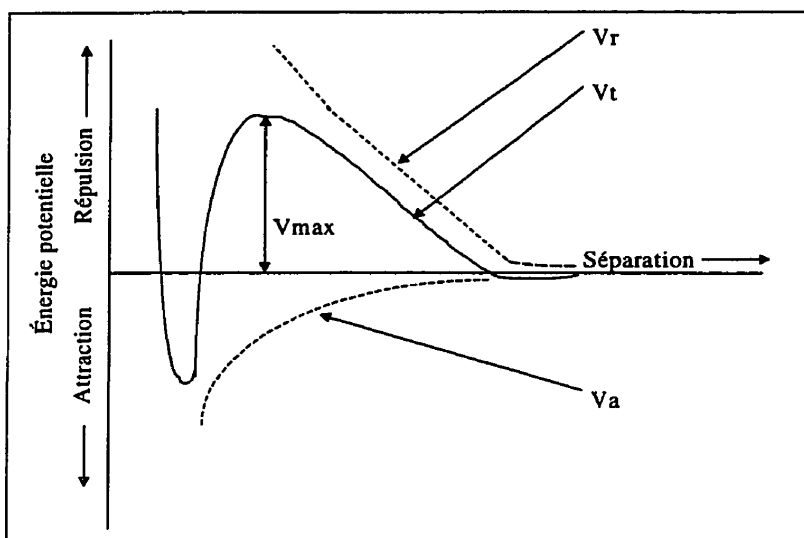


Figure 2.3 Diagramme de stabilité

2.2.3 Interactions hydrodynamiques et colloïdales

Les forces hydrodynamiques et colloïdales ont été décrites précédemment séparément. Des études ont été poursuivies afin de prendre en compte les deux types de forces. D'une part en évaluant des efficacités de déposition des fines ou des charges sur les fibres ou bien des efficacités de déposition des fines ou des charges sur elles-mêmes et d'autre part, en calculant des fréquences de collisions entre les particules en passant par une cinétique de Langmuir.

2.2.3.1 Théorie basée sur l'efficacité de déposition

La théorie de van de Ven (1989) basée sur les fréquences de collisions entre les particules (fines ou charges avec les fibres) en présence de sels (électrolytes) et polyélectrolytes, tient compte à la fois des forces hydrodynamiques et des forces colloïdales.

a) Dépôt des fines ou des charges sur les fibres

Il définit une efficacité β_d de déposition de particules colloïdales sur les fibres telle que:

$$\beta_d = \frac{J}{J_c} \quad (2.6)$$

où J est le nombre de particules (fines ou charges) déposées sur une fibre par seconde;

J_c est le nombre de collisions entre des particules colloïdales et une fibre par seconde.

J_c peut être estimé avec la théorie des interactions entre particules sphériques dans un cisaillement simple. J_c est donné par:

$$J_c = \frac{4}{3} (1+q)^3 N_{co} \cdot G' \cdot a_{eff}^3 \quad (2.7)$$

où q est le rapport de taille entre les particules (≈ 0 dans le cas du rapport fines/fibres);

N_{co} est le nombre de particules colloïdales par unité de volume;

G' est le taux de cisaillement, s^{-1} ;

a_{eff} est le rayon effectif d'une fibre approximé par $\frac{1}{4} L$ (L : longueur d'une fibre).

L'efficacité β_d dépend du rapport entre les forces colloïdales et les forces hydrodynamiques. Puisque les forces colloïdales sont approximativement proportionnelles au rayon de la particule, et que les forces hydrodynamiques sont proportionnelles au carré du rayon, il s'ensuit que pour des grosses particules, β_d est très petit. C'est la raison pour laquelle la collision entre deux fibres conduit rarement à la coagulation. Autrement dit, les forces colloïdales sont trop faibles par rapport aux forces hydrodynamiques. Ceci s'applique lorsqu'il y a absence de forces électrostatiques.

En présence de forces électrostatiques, on peut définir une efficacité de déposition de particules α_d par:

$$\alpha_d = \frac{J}{J_{fast}} \quad (2.8)$$

J_{fast} est le taux de déposition et est obtenu lorsque les forces colloïdales répulsives sont absentes et que seules les forces attractives de van der Waals agissent. L'efficacité α_d dépend du potentiel zêta des particules, de la concentration et de la valences des électrolytes présents dans l'eau.

b) Déposition des fines et des charges sur elles-mêmes

En dehors de la déposition des fines ou des charges sur les fibres, on doit aussi tenir compte de la déposition des fines et des charges sur elles-mêmes. La déposition de charges sur les fines est similaire à la déposition de charges sur les fibres. Deux efficacités peuvent être définies:

$$J = \beta_c \cdot J_c = \alpha_c \cdot J_{fast} \quad (2.9)$$

où β_c et α_c sont les efficacités en absence et en présence de cisaillement;

2.2.3.2 Théorie basée sur la cinétique de Langmuir

Van de Ven (1993) a aussi élaboré une théorie relativement complexe où interviennent les interactions hydrodynamiques et colloïdales et qui est basée sur les fréquences de collision entre les particules tout en tenant compte du détachement de ces particules préalablement déposées.

Van de Ven s'intéresse d'abord aux collisions entre petites particules (charges ou polymères) avec les fibres. D'après la cinétique de Langmuir, le nombre N de particules déposées sur la fibre à l'instant t est donné par l'équation suivante:

$$\frac{dN}{dt} = ek_0 N_c N_F \left(1 - \frac{N}{N_{\max}}\right) - k_{\det} N \quad (2.10)$$

où $N_{\max}$ est le nombre total de particules pouvant être déposées sur les fibres par unité de volume;

N_c est le nombre de charges dans la suspension par unité de volume;

N_F est le nombre de fibres dans la suspension par unité de volume;

e est l'efficacité de collision;

k_0 est le taux de collisions orthocinétiques ou péricinétiques.

Le second terme de l'équation correspond aux particules préalablement déposées qui se sont détachées. Cette équation décrit approximativement la cinétique d'adsorption de polymères sur les fibres, les fines ou les charges mais aussi le dépôt de charges sur les fibres ou les fines.

En supposant que le dépôt et l'adsorption sur les fibres et sur les fines sont similaires (ce qui n'est pas toujours le cas), on a besoin de 12 constantes cinétiques pour décrire les interactions dans une suspension papetière qui tiennent compte des polymères (p), des fibres (F), des charges (c).

$\Gamma_{\max}^{pF}$	n_0^{pF}	e^{pF}	$k_{\det}^{pF}$
$\Gamma_{\max}^{pc}$	n_0^{pc}	e^{pc}	$k_{\det}^{pc}$
$\Gamma_{\max}^{cF}$	n_0^{cF}	e^{cF}	$k_{\det}^{cF}$

On a la relation suivante entre $\Gamma_{\max}$ et n_0 ou N_0 :

$$n_0 = \frac{N_0}{N_{\max}} = \frac{c_0}{\Gamma_{\max}} \quad (2.11)$$

où c_0 est la concentration en charges ou en polymères, g/g;

$\Gamma_{\max}$ est la quantité maximale de composant déposée, g/g;

N_0 est le nombre initial de particules déposées.

Ainsi $\Gamma_{\max}^{pf}$ est la quantité maximale de polymères déposées sur les fibres, e^{cf} est le facteur d'efficacité de collision de charges sur les fibres, $k_{\det}^{cf}$ est le taux de détachement des charges des fibres... On doit aussi tenir compte de la floculation des charges entre elles décrite par l'équation suivante:

$$\frac{dN_c}{dt} = -e^{cc}k_0N_c^2 + k_{\det}^{cc}N_c \quad (2.12)$$

Ceci introduit deux constantes cinétiques supplémentaires: e^{cc} le facteur d'efficacité de collision des charges entre elles et $k_{\det}^{cc}$ le taux de détachement des agrégats de charges. On doit aussi considérer la déposition et le détachement des agrégats de charges sur les fibres qui introduisent quatre constantes cinétiques: $\Gamma_{\max}^{af}$, n_0^{af} , e^{af} , $k_{\det}^{af}$.

On a alors 18 constantes nécessaires. Une série de simplifications peuvent se faire pour réduire leur nombre. Néanmoins, c'est une théorie qui reste relativement lourde à utiliser. De plus, en réalité, les interactions en suspensions papetières sont beaucoup plus complexes. Les fines ont des propriétés de surface différentes de celles des fibres, ce qui implique des interactions différentes avec les polymères. Des matériaux dissous peuvent avoir été adsorbés sur les fibres, les fines, les charges et donc altérer leurs propriétés surfaciques. D'autres additifs chimiques comme les agents de résistance du papier, les agents antimoissants, les agents de collage sont tous en compétition avec les agents de rétention pour couvrir les sites d'adsorption. Toutefois, des prédictions

qualitatives peuvent être faites mais du travail reste encore à faire pour des prédictions quantitatives.

2.3 Les additifs chimiques

Ce paragraphe fait la liste de quelques additifs qui sont mélangés dans la suspension fibreuse. On peut les classer parmi deux catégories: les additifs pour améliorer le fonctionnement de la machine et les additifs pour améliorer les propriétés du papier. Parmi le premier groupe, il y a les *agents de rétention* qui constituent un groupe important des additifs chimiques dans le procédé de fabrication du papier. Ils sont souvent des polyélectrolytes qui sont adsorbés sur la surface des particules pour déstabiliser les systèmes. D'autres agents de rétention tels que les polymères cationiques naturels et synthétiques de poids moléculaire élevé sont aussi utilisés pour déstabiliser et pour améliorer la floculation et la dispersion fibreuse. On utilise des *agents antimoissants* pour éviter le moussage pendant la formation de la feuille. Ce sont des agents tensioactifs comme des polyéthylène glycols, des amides ou des acides gras. Parmi le second groupe, pour la *résistance du papier sec*, on utilise très souvent l'amidon à cause de son faible coût. Les agents pour la résistance du papier sec sont cationiques et entrent en jeu dans la rétention et dans le drainage. Les agents les plus utilisés pour la *résistance du papier humide* sont des dérivés du formaldéhyde. On utilise le plus souvent l'alun et la résine pour le *collage* du papier qui confèrent à sa surface une certaine résistance à la pénétration d'un liquide. Les *colorants* eux, peuvent être synthétiques ou naturels. Les colorants fluorescents donnent de la blancheur au papier.

2.4 Mode d'action des agents de rétention

Parmi les additifs chimiques, seuls les agents de rétention attireront notre attention. On peut les classer en trois catégories (Vallette, 1983):

- les produits inorganiques, tels que sulfate d'alumine et l'aluminate de sodium, peuvent favoriser jusqu'à un certain point la rétention des fines et des charges, mais ils sont plus efficaces en combinaison avec d'autres agents de rétention;

- les produits organiques naturels et leurs dérivés: amidons natifs enzymés, amidons oxydés, amidons cationiques, galactomannanes cationiques, carboxyméthylcellulose, etc. Ces produits peuvent améliorer la rétention d'une part et augmenter certaines caractéristiques mécaniques d'autre part (longueur de rupture, éclatement,...) Suivant leur structure anionique ou cationique, ils peuvent agir par voie ionique et par attraction de type van der Waals;

- les produits organiques synthétiques: polyéthylène imines (PEI), polyéthylène oxydes (PEO), polyamines (PA), polyamides amines (PAAM), polyacrylamides (PAA) cationiques, anioniques, ou non ioniques. Ils agissent surtout par voie ionique en diminuant l'énergie de répulsion des particules. Mais ils sont très sensibles aux variations de pH de la composition fibreuse, au taux et à la nature des charges.

La présence d'agents de rétention dans les suspensions papetières améliore l'efficacité de collision des particules. Plusieurs de leurs modes d'action sont décrits dans les paragraphes qui suivent.

2.4.1 Coagulation par neutralisation de charges

La double couche a une certaine épaisseur qui dépend des conditions dans lesquelles elle se trouve. Lorsque des électrolytes sont ajoutés à la suspension, il y a une réduction de son épaisseur due à l'augmentation du nombre d'ions de charges opposées qui réduisent le potentiel surfacique et donc la composante répulsive du potentiel net d'interaction. Les particules peuvent donc s'approcher les unes des autres plus facilement conduisant à une coagulation et floculation plus facile. La neutralisation de charge où l'addition

d'excès d'ions de charge opposée amène le potentiel net à un état nul, favorise la coagulation.

2.4.2 Les systèmes à un seul composant

2.4.2.1 Floculation par adhérence en mosaïque

Lorsque des polyélectrolytes cationiques de masse moléculaire faible (<100 000) sont ajoutés à des particules anioniques, les molécules de polymères sont adsorbées complètement sur la surface des particules et forment une mosaïque de charge positive. Après adsorption du polyélectrolyte, la mosaïque chargée positivement est attirée vers une surface non couverte de particules chargées négativement (Lindström et Eklund, 1991).

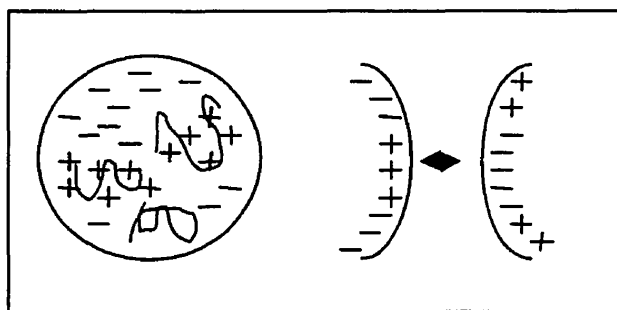


Figure 2.4 Floculation par adhérence en mosaïque

2.4.2.2 Floculation par pontage

Lorsque des polyélectrolytes cationiques de masse moléculaire élevée (>100 000) sont ajoutés, le mécanisme en question est celui de pontage. Le polymère chargé positivement est adsorbé à la surface de la particule chargée négativement avec une série de boucles et d'extrémités s'étendant dans la phase liquide au-delà de la double couche. Ces derniers sont adsorbés sur une seconde particule formant un pont entre les deux extrémités. Cependant, la limite concernant la masse moléculaire n'est pas toujours

nette. Au voisinage de l'ordre de 10^5 , le polymère peut agir différemment, surtout s'il est ramifié (Lindström et Eklund, 1991).

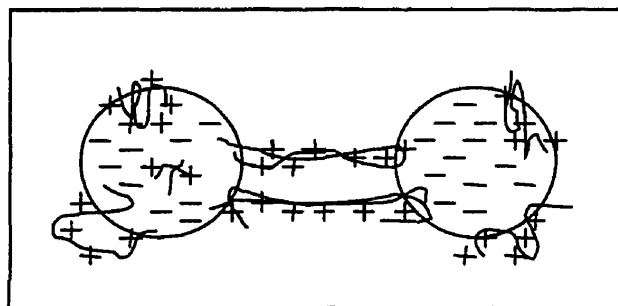


Figure 2.5 Flocculation par pontage

2.4.3 Les systèmes à plusieurs composants

2.4.3.1 Flocculation complexe avec systèmes à microparticules

Ces systèmes comprennent un polymère cationique de moyenne à forte masse molaire et un polymère anionique de très faible masse molaire voire un sel (microparticule). Le polymère cationique crée d'abord une flocculation par adhérence en mosaïque ou par pontage. La microparticule, après cisaillement, reflocule et renforce l'intensité des liaisons dans les flocs et entre les flocs grâce à sa petite taille (Lindström et Eklund, 1991).

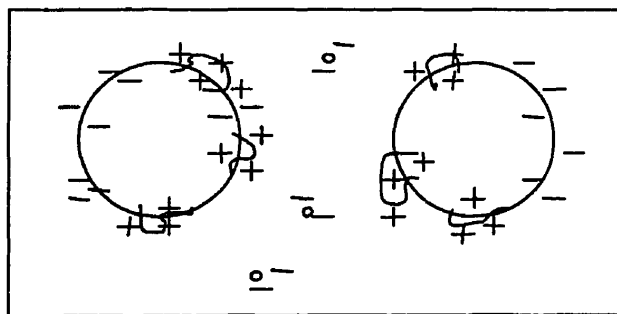


Figure 2.6 Microfloculation par systèmes à microparticules

2.4.3.2 Floculation complexe basée sur une interaction électrostatique

La floculation d'une suspension de particules par des systèmes à plusieurs composants est obtenue avec une combinaison de deux polymères de poids moléculaire moyen à fort, de charges opposées. Un polymère cationique est d'abord ajouté et provoque une floculation par adhérence en mosaïque ou par pontage. Un second polymère chargé négativement est ajouté pour refloculer les floccs brisés par le cisaillement.

2.5 Résumé des mécanismes de floculation des agents de rétention

En général, les adjuvants cationiques agissent soit par neutralisation de charge, soit par adhérence en mosaïque, soit par formation de ponts, alors que les adjuvants anioniques ou non ioniques agissent en système mixte. Différents mécanismes de floculation des agents de rétention, leurs représentants typiques et leurs propriétés sont rassemblés dans le tableau 2.3 (Pierre, 1997).

2.6 Conclusion

Les phénomènes physico-chimiques importants dans la partie humide de la machine à papier, plus particulièrement au niveau de la formation de la feuille ont été revus dans ce chapitre. Dans les prochains chapitres, nous développerons un modèle de rétention de petites particules en se basant sur le fait que la rétention des éléments solides d'une suspension papetière est dépendante de sa physico-chimie et que la physico-chimie d'une suspension papetière est affectée par la présence d'agents de rétention responsables de la floculation.

Après avoir exprimé différents mécanismes d'interaction pouvant intervenir dans une suspension papetière, l'attention a été portée sur la floculation (figure 2.7).

Tableau 2.3 Mécanismes de floculation des agents de rétention

Mécanisme de rétention	Produit type	Effet de la rétention	Effet de déshydratation (égouttage)	Taille des floccs	Influence du cisaillement		Épais
					Stabilité des floccs	Régénération des floccs	
Neutralisation de charge	$(\text{SO}_4)_3\text{Al}_2$	Faible	Faible	Faible	Faible	Bonne	Bon
Adhérence en mosaïque	PEI PAAM	Bon (surtout à pH neutre)	Bon	Moyenne	Bonne	Bonne	Bon
Formation des ponts	Polyacrylamide cationique	Très bon (surtout si le degré de polymérisation est élevé)	Satisfaisant	Satisfaisante (parfois importante si surdosage)	Assez forte	Moyenne	Assez bon ou mauvais si surdosage
"Dual"	Poly-DAD MAC + PAM de forte M.M.	Très bon	Très bon	Importante surtout si surdosage	Forte	Moyenne	Moyen ou mauvais si surdosage
Microfloculation ou super coagulation	PAM* de forte M.M. + PAM* de faible M.M.	Bon	Bon	Faible	Faible	Bonne	Bon si bien dosé
A microparticules	Silice colloïdale + amidon cationique	Bon	Bon	Moyenne	Faible	Très bonne	Bon
Formation d'un filet	PEO	Bon si M.M. très élevée	Moyen	Moyenne	Bonne	Moyenne	Bon

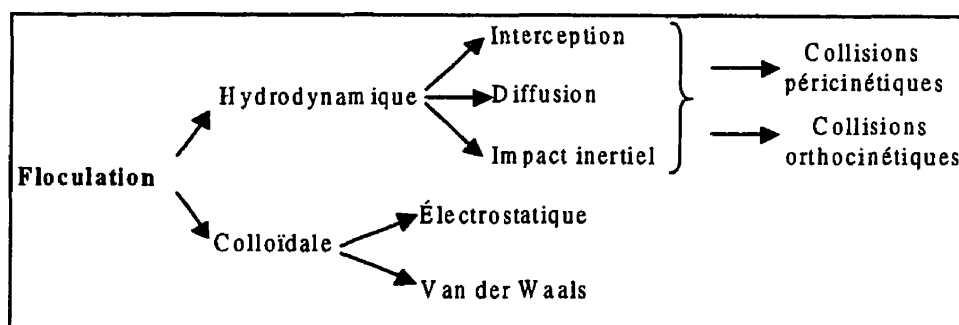


Figure 2.7 Floculation

La floculation est un phénomène dont la complexité est accrue par le type de fibres et de petites particules solides (fines de fibres ou charges...) entrant en jeu, par le type d'additifs chimiques (plus particulièrement le type d'agent de rétention) ainsi que par les conditions d'opération (température, pH de la suspension). Il serait impossible de modéliser complètement le phénomène de floculation en tenant compte de tous ces facteurs sans émettre des hypothèses simplificatrices. Par conséquent, une approche simple de la rétention physico-chimique sera abordée dans les chapitres III et IV.

CHAPITRE III

RÉTENTION INITIALE

L'emphase de ce chapitre est d'abord mise sur la distinction entre la rétention initiale des fibres et celle des éléments fins. Cette dernière est ensuite étudiée de façon plus approfondie en prenant bien en compte l'existence de phénomènes physico-chimiques. C'est par l'intermédiaire de la caisse de tête, organe essentiel quant à la formation de la feuille de papier, que la rétention initiale des éléments fins va être définie tout en mettant en valeur l'entrée en jeu des agents de rétention. L'introduction de résultats expérimentaux provenant du bol de Britt ("Dynamic Drainage Jar") inventé par Britt (1973), va permettre de donner une justification expérimentale de la formulation de cette rétention initiale grâce à l'analogie existant entre ces deux milieux (la caisse de tête et le bol de Britt) dans lesquels baignent les éléments fins.

3.1 Rétention initiale des fibres

La rétention initiale représente une faible portion dans le procédé de formation de la feuille mais importante car la structure de la première couche de matière déposée affecte la structure des couches subséquentes. Le mécanisme de rétention initiale de fibres est d'ordre probabilistique. Une fibre ayant une certaine orientation dans la suspension n'arrivera pas nécessairement sur la toile avec la même orientation. Par conséquent, elle ne sera retenue que suivant une loi de probabilité. Estridge (1962) a présenté une approche à l'analyse de la rétention initiale des fibres.

La probabilité qu'une fibre soit retenue dépend de la structure de la toile, de la longueur de la fibre, de l'hydrodynamique du système, des interactions avec les autres fibres. Pour évaluer cette probabilité, il est nécessaire de connaître la distribution de

l'orientation angulaire des fibres. À partir de cette information, Estridge (1962) trouve la valeur prédite de la fraction de fibres retenues.

Expérimentalement, il travaille avec les valeurs de masses de fibres retenues. Lorsque la suspension s'écoule à travers le support filtrant, un matelas de fibres est formé au fur et à mesure. En déterminant la masse de fibres déposée en fonction de la masse totale (celle qui est déposée en plus de celle qui est passée à travers la toile), on peut tracer une courbe de rétention. On peut alors évaluer la pente en chaque point de la courbe, de même que la pente initiale qui peut être interprétée comme la fraction de fibres retenues à partir du premier élément de suspension passant à travers la toile. Cette pente initiale est le taux de rétention initial de fibres.

La figure 3.1 tirée de l'étude d'Estridge (1962) montre que plus le ratio L/b' est élevé, plus la probabilité de rétention de fibre est élevée, avec L la longueur de la fibre et b' qui dépend de la structure de la toile.

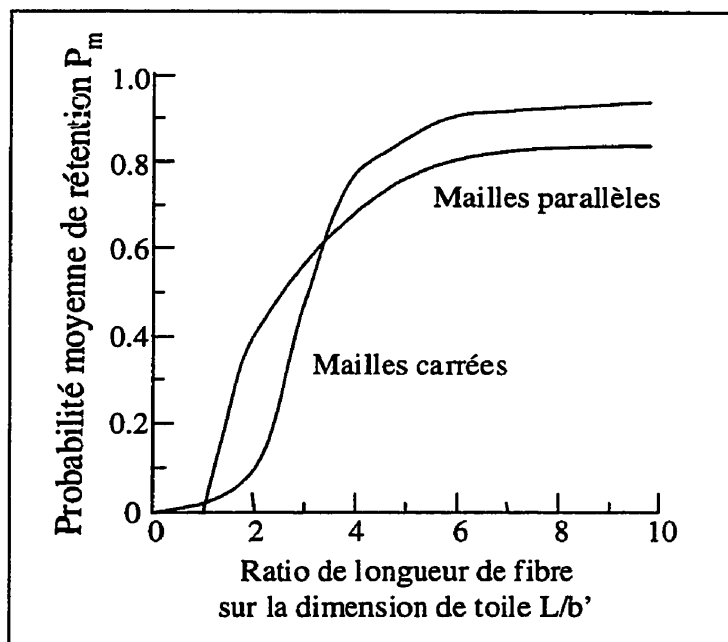


Figure 3.1 Probabilité moyenne de rétention en fonction du ratio L/b'

L'étude d'Estridge (1962) ne concerne que les fibres. Dans notre cas, on suppose que la rétention initiale des fibres longues est de 100%.

3.2 Rétention initiale des éléments fins

Dans une suspension papetière composée de fibres et d'éléments fins (charges et fines), on peut supposer qu'initialement, les éléments fins passent à travers la toile sauf ceux qui restent attachés aux fibres, ceci étant dû aux forces de surface. On a affaire à une rétention physico-chimique des éléments fins appelée aussi hétérofloculation. En effet, lorsque de petites particules sont en suspension dans un fluide, elles sont soumises à diverses forces. De ceci résulte des collisions entre les particules et les solides présents dans la suspension, menant à un attachement de particules sur les sites des solides ou à un détachement. Les forces en question ont été décrites dans les sections précédentes. Mais on peut rappeler brièvement celles qui sont importantes et qui réagissent dans le cas d'une suspension papetière. Les petites particules représentent globalement les particules de fines de fibres ainsi que les charges alors que les plus grosses représentent les fibres. Si les petites particules ont une taille inférieure au micromètre, elles sont soumises au mouvement brownien. Le mouvement brownien représente une caractéristique diffusionnelle des petites particules. Si les particules ont un diamètre supérieur au micromètre, l'agitation apporte un cisaillement mécanique de la pâte qui conduit à des collisions orthocinétiques. Dans les deux cas, ce sont les forces hydrodynamiques qui entrent en jeu. En l'absence de forces répulsives, les particules tendent à s'agglomérer ou à adhérer aux fibres. Les forces dans ce cas, sont les forces colloïdales de van der Waals attractives qui agissent seulement lorsque les particules sont à une distance assez faible par rapport aux fibres. En addition aux forces attractives de van der Waals, on retrouve aussi des forces colloïdales électriques qui peuvent être attractives ou répulsives.

3.2.1 Caisse de tête

Lorsqu'une suspension fibreuse contenant des fibres, des particules de fines de fibres, des charges s'écoule à travers un matelas fibreux en formation, certaines particules sont retenues, d'autres non. La déposition de ces particules sur les fibres peut avoir lieu n'importe où dans le procédé et découle de mécanismes variés. Mais il semble que la majorité de la déposition de charges et de particules fines ($<10\text{ }\mu\text{m}$) sur les fibres a lieu dans la caisse de tête ou plus tôt (van de Ven, 1984). Van de Ven (1984) démontre qu'à l'exception des grosses particules qui sont retenues dans les pores de façon mécanique, la déposition de fines particules durant l'égouttage sur la table plate est en général négligeable et par conséquent, la plupart des fines particules retenues sont déposées en caisse de tête ou avant dans le procédé. On donnera le nom de rétention initiale des éléments fins R_0 ou hétérofloculation à cette fraction de fines particules déposées sur les fibres.

La caisse de tête est un organe essentiel quant à la distribution de la suspension fibreuse sur la table plate de la machine à papier. La formation et l'uniformité de la feuille dépendent énormément de la dispersion de la pâte sur la toile. Les fonctions principales d'une caisse de tête sont donc de (Smook, 1992):

- transformer l'écoulement à symétrie cylindrique de la pâte en un écoulement sur la largeur de la machine (sens travers),
- amortir les pulsations de pression, de débit, les variations de concentrations de la pâte,
- régler la direction et l'intensité des gradients de vitesses de la pâte,
- contrôler la turbulence pour défloculer la pâte,
- disperser la pâte sur la toile selon le bon point d'impact et le bon angle.

Il se produit dans la caisse de tête des phénomènes de floculation et de dispersion qui peuvent être expliqués par le mécanisme de cisaillement généré par la turbulence présente.

3.2.2 Bol de Britt

La rétention initiale ou hétérofloculation a déjà été étudiée par Britt (1973) avec le bol de Britt. Ce bol de Britt tient compte de deux conditions particulières afin de reproduire le mieux possible la réalité. La première est le degré de turbulence. En effet, l'hétérofloculation ou le comportement des éléments fins adhérant aux fibres peut être fort différent selon que les conditions sont statiques ou dynamiques. Les expériences ont alors été faites pour divers degrés de turbulence. La deuxième condition est la distinction entre la rétention des éléments fins qui est hydromécanique de celle qui est physico-chimique. La rétention mécanique est affectée par des phénomènes hydromécaniques (vitesse de la machine,...) et par la structure interne du matelas fibreux en formation (longueur des fibres, porosité,...) alors que la rétention physico-chimique en présence d'agents de rétention fait intervenir les forces hydrodynamiques et colloïdales décrites précédemment. Le but de ce bol de Britt (figure 3.2) est d'étudier l'effet des forces hydrodynamiques et colloïdales, autrement dit l'aspect physico-chimique, indépendamment des facteurs hydromécaniques. Par conséquent, la formation de matelas est évitée. Le principe est le suivant: la turbulence générée par l'hélice d'agitation est telle que la fibre ne passe pas, le liquide qui passe sous la grille de filtration est récupéré et la quantité de charges est mesurée. En faisant attention à ce que les fibres ne passent pas, les charges se trouvant dessous représentent les charges intersticielles (celles qui ne sont pas fixées sur les fibres, celles qui ne sont pas hétérofloculées). Comme la concentration en charges est connue au départ, de même que celles qui se trouvent en-dessous, la différence entre les deux concentrations représente la rétention par hétérofloculation sans effet de filtration. L'effet des agents de rétention peut alors être mesuré.

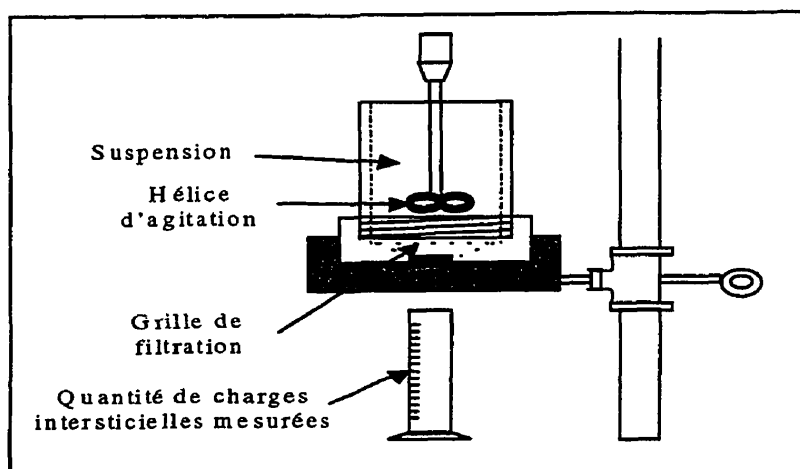


Figure 3.2 Bol de Britt

Pour différents degrés de turbulence, la rétention d'éléments fins (incluant les fines de fibres et les charges) a été mesurée pour différentes quantités d'agent de rétention. Les données extraites des travaux de Britt (1973), ont été reproduites sur la figure 3.3. L'agent de rétention dont il est question dans ce cas est un polyacrylamide cationique de poids moléculaire inférieur à 1 000 000 avec une densité de charge modérée.

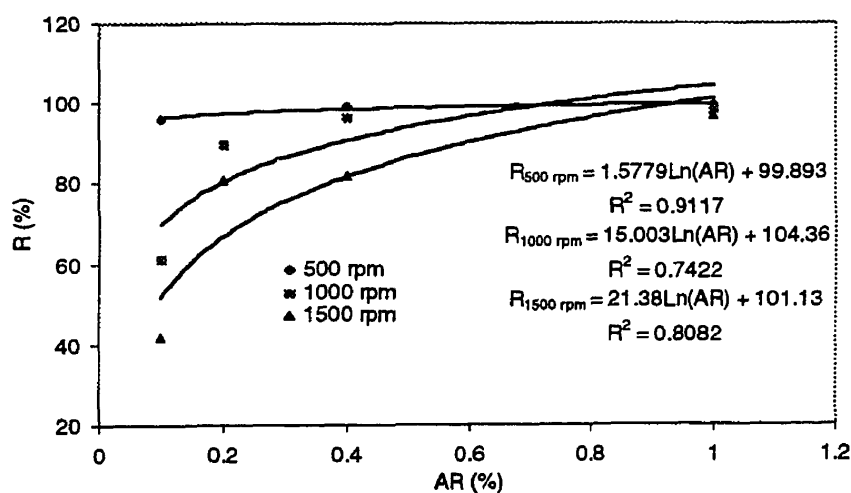


Figure 3.3 Rétention en fonction de AR

Pour chaque type d'agents de rétention et pour chaque composition de suspension fibreuse, il existe une quantité optimale au-delà de laquelle la rétention est peu, ou ne peut plus être améliorée. Mais les résultats qui sont présentés sur la figure correspondent à une représentation typique d'une multitude de tests qui ont été effectués sur le bol de Britt. Ce qui est recherché lors de la formation d'une feuille de papier n'est pas nécessairement la rétention optimale, donc le but n'est pas de montrer cette optimalité mais plutôt de voir de façon générale l'influence que la quantité d'agents de rétention peut avoir sur la rétention des éléments fins.

3.2.3 Analogie entre la caisse de tête et le bol de Britt

L'environnement dans lequel baignent les éléments fins (caisse de tête) avant d'être projetés sur la toile étant très similaire et donc comparable à celui du bol de Britt, on a supposé que la rétention initiale des éléments fins (R_0) suivrait le même comportement que la rétention trouvée à l'aide du bol de Britt, malgré la différence de turbulence entre le bol de Britt et la caisse de tête.

Par conséquent, par analogie, pour un type de particule i , R_0 sera approximée par une fonction logarithmique de la quantité d'agent de rétention (AR):

$$R_{0i} = C1 * \ln(AR) + C2 \quad (3.1)$$

où $C1$ et $C2$ sont des constantes.

Pour tenir compte de la quantité d'agent de rétention dans le modèle, la concentration des éléments fins dans les eaux blanches sera donc calculée en introduisant la rétention initiale R_{0i} ou rétention par hétérofloculation en caisse de tête, de telle sorte que:

$$C_e(x) = (1 - R_{0i}) * C_0 * \exp[-I_f G(x)] \quad (3.2)$$

3.3 Conclusion

Ce chapitre a montré le rôle que pouvait jouer la rétention initiale des éléments fins R_0 pour l'introduction de phénomènes physico-chimiques (avec les agents de rétention) en se basant sur les points suivants:

Tableau 3.1 Résumé sur la rétention initiale

Bol de Britt	Caisse de tête
1. Pas de formation de matelas	1. Pas de formation de matelas
2. Estimation d'une rétention physico-chimique (en l'isolant de la rétention mécanique)	2. Présence d'une rétention physico-chimique (section 3.2.1)
⇓	⇓
Influence des agents de rétention (section 3.2.2) où $R_0=f(AR)$	Conclusion: on estime aussi R_0 par $R_0=f(AR)$

Le chapitre suivant complètera le développement du modèle en traitant de l'indice de filtration.

CHAPITRE IV

INDICE DE FILTRATION

Lorsqu'une suspension papetière composée de fibres ainsi que de petites particules (fines de fibres ou charges) s'écoule à travers un matelas fibreux, certaines de ces particules peuvent être retenues et d'autres non. Plus il y a de particules approchant le matelas, plus la chance de capture sera élevée. On obtient un gradient de concentration dans le matelas dans la direction de l'écoulement de la suspension qui est proportionnel à la concentration de particules approchant le matelas. Le coefficient de proportionnalité est l'indice de filtration. Il est appelé coefficient de proportionnalité ou coefficient d'atténuation dans certains travaux pionniers en la matière (Han, 1964). Il est exprimé en fonction d'une efficacité de collection de particules qui, comme son nom l'indique, traduit l'efficacité qu'ont les fibres ou le matelas à capturer les petites particules, autrement dit, l'efficacité qu'ont les particules à se déposer sur les fibres.

Un grand nombre d'auteurs ont travaillé sur la prédiction de taux de déposition de particules colloïdales sur les fibres amenant ainsi différentes façons d'évaluer l'efficacité de collection des particules. Dans un premier lieu, une revue bibliographique des principaux travaux qui ont été faits au sujet de l'efficacité de collection des particules sera présentée. Une seconde partie sera accordée à l'efficacité de collection définie par van de Ven et Adamczyk (1981). Celle-ci permettra de développer l'indice de filtration qui fera l'objet de la troisième section du chapitre.

4.1 Efficacité de collection

4.1.1 Définition de l'efficacité de collection

Le concept original d'efficacité de collection (Dyer et al., 1980) est basé sur le cas idéal d'une fibre cylindrique unique (cellule unitaire) placée dans un courant de fluide dont la représentation schématisque est aussi un cylindre de même axe que la fibre. Le fluide se déplace dans la direction perpendiculaire à l'axe (voir la figure 4.1). Cette fibre représente la moyenne de toutes les fibres. L'efficacité de collection de la fibre est définie par le ratio du nombre de particules collectées par la fibre sur le nombre total de particules présentes dans le fluide approchant la surface projetée de la fibre.

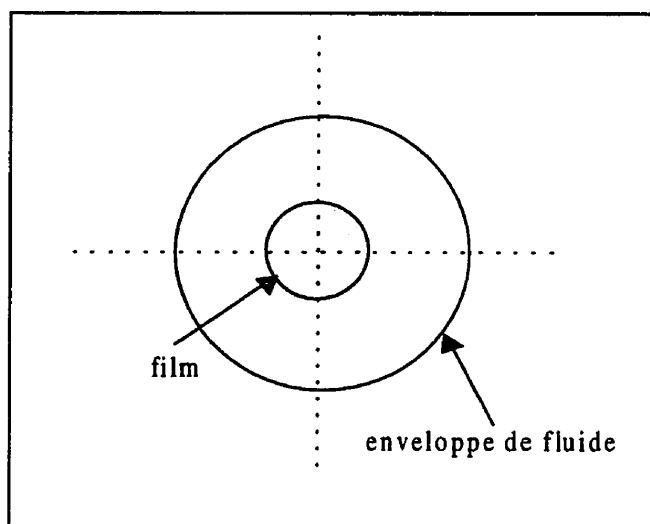


Figure 4.1 Cellule unitaire

Cette efficacité de collection dépend de l'environnement électrocinétique de la suspension, incluant la charge de surface des particules et des fibres, la présence de divers ions dans la solution et de la double-couche électrique.

4.1.2 Recherche bibliographique sur l'efficacité de collection

Les études de Han (1964) ont permis de trouver une expression de l'efficacité de collection (E) réduite à une fonction de la porosité que multiplie un terme tenant compte du diamètre de fibre (D_F), de la vitesse d'écoulement (U) et de la diffusion (D). Ce terme est le nombre adimensionnel de Peclet.

$$E = \alpha f(\epsilon) \left(\frac{D_F U}{D} \right)^{-2/3} \text{ avec } \frac{D_F U}{D} = Pe \quad (4.1)$$

Cette expression a été établie pour des conditions expérimentales en supposant que la rétention de particules dont la taille était inférieure à 1 micron, était contrôlée par le mouvement brownien (ou la diffusion). En introduisant le coefficient de diffusion (D), on inclut automatiquement les effets de taille de particules, de température, de même que l'effet de la viscosité du fluide. Le coefficient α caractérise la rétention physico-chimique et inclurait tous les facteurs autres que ceux représentés par le nombre de Peclet. Un facteur majeur serait celui qui gouverne l'adhésion des particules aux fibres, l'effet des forces colloïdales.

Ramarao (1993) propose une étude sur la déposition de fines particules sur un matelas fibreux représenté par un assemblage de collecteurs cylindriques représentant les fibres. Le concept d'efficacité de collection E fait appel à un assemblage de cylindres collecteurs représentant le milieu fibreux qui peut être divisé en un nombre de collecteurs uniques représentant chacun une fibre unique. Les distances interfibres sont élevées (porosité supérieure à 90%) comparées au diamètre des fibres. Les fines particules sont alors collectées par les fibres agissant individuellement dans le milieu. On peut alors schématiser le transport d'une particule en prenant en compte un système composé d'une fibre seule, ce qui revient au concept original de la cellule unitaire. L'efficacité de collection E est la somme des efficacités de collection de chaque

mécanisme responsable de la déposition de particules, soit: *l'interception, la diffusion et l'inertie*. Pour déterminer cette efficacité, la trajectoire de la particule est calculée en tenant compte des forces agissant sur la particule. On distingue la *force d'entraînement*, la *force extérieure qui résulte des effets colloïdaux* (somme des forces de van der Waals et des forces électrostatiques), la *force qui combine les effets hydrodynamiques* (collisions moléculaires résultant du mouvement brownien). La solution de cette équation dépend du type de forces extérieures agissant sur la particule de même que de la force d'entraînement. La force découlant du mouvement brownien a été négligée. Dans le cas du mouvement de particules fines dans un milieu aqueux comme lors de l'égouttage d'une suspension de pâte, les forces colloïdales et électrocinétiques ont une influence importante sur la trajectoire de la particule. En connaissant la trajectoire de la particule et la position de la fibre, Ramarao a simulé l'impact de la particule sur la surface de la fibre. Il considère qu'il y a déposition s'il y a impact. Il répète ce procédé pour un grand nombre de particules et calcule de façon statistique l'efficacité de collection E.

Dyer et al. (1980) ont aussi développé un modèle mathématique qui simule le passage de particules sphériques autour de fibres cylindriques. Il permet d'investiguer les effets des *forces hydrodynamiques, moléculaires et colloïdales* sur la rétention. Une équation a été développée pour représenter les forces attractives de van der Waals. Les forces de répulsion (lorsque deux particules sont de même signe) ou attractives (lorsque deux particules sont de signe opposé) ont été représentées par les forces de la double couche d'après une autre équation. En appliquant la loi de Stokes (sur la résistance à l'écoulement d'une particule en mouvement dans un liquide stationnaire) et la loi de Newton (de bilan de quantité de mouvement) et en supposant que seule l'inertie intervient en tant que mécanisme influençant le mouvement de la particule, un modèle représenté par deux équations différentielles du second ordre est obtenu. L'intégration de ces équations permet de tracer la trajectoire d'une particule autour d'une fibre. De la même façon que Ramarao (1993), une fois la trajectoire et la position de la fibre

connues, l'impact de la particule sur la fibre peut être simulé pour un grand nombre de particules permettant ainsi d'évaluer une efficacité de collection des particules.

Vigneswaran et al. (1996), eux, distinguent deux groupes de forces impliquées lors de la collection des particules: les forces agissant à des distances de l'ordre de 100 nm (*forces d'attraction de van der Waals, forces électriques de la double couche*) et celles agissant à des distances de l'ordre de 5 nm (*forces répulsives de Born, forces structurales et d'hydratation*). La force agissant sur la particule approchant le collecteur et causant sa déposition est la somme des forces décrites précédemment. Cependant, les forces hydrodynamiques agissant sur la particule déposée tendront à la détacher de la surface. Par conséquent, la déposition de particules dépendra de la force résultante agissant sur la particule. Des relations qualitatives entre l'efficacité de collection et la force résultante pour différentes conditions de filtration ont été émises.

L'efficacité de collection a aussi été étudiée par Hogg (1984). Il se base sur la probabilité d'adhésion par pontage entre polymère et particules en collision. Un pontage a lieu entre deux particules en collision si une mosaïque de polymère adsorbé sur une particule est en contact avec la surface vide d'une autre particule. Il suppose que:

- chaque polymère adsorbé forme une mosaïque sur la surface solide;
- les molécules adsorbées sont distribuées au hasard sur la surface solide pour donner une fraction couverte globale θ ;
- une particule a un nombre fixe de sites qui peuvent adsorber un polymère (un site représente la surface entière occupée par une molécule, et non la surface occupée par un segment de polymère);
- les particules en suspension sont orientées au hasard et elles sont libres de tourner en fonction des forces hydrodynamiques ou des interactions avec d'autres particules.

Une efficacité de collision est alors définie de façon probabilistique pour des particules i et j de taille différente, par la relation suivante:

$$e_{ij} = 1 - \theta^{n_i+n_j} - (1 - \theta)^{n_i+n_j} \quad (4.2)$$

4.2 Développement de l'efficacité de collection (Adamczyk et van de Ven, 1981)

Une analyse théorique extraite des travaux de van de Ven et Adamczyk (1981) sur l'écoulement et les forces autour d'un collecteur cylindrique (fibre) ainsi que sur les équations de transport des particules gravitant autour de ce collecteur, va permettre de prédire le taux de déposition de ces fines particules à partir d'une suspension diluée. Le cas du cylindre collecteur isolé est généralisé au cas d'un matelas filtrant où les cylindres sont orientés au hasard représentant le matelas fibreux. On aura un taux de déposition prédit en fonction de paramètres adimensionnels caractérisant l'intensité de l'écoulement et les forces colloïdales et externes. Il permettra de définir une efficacité de collection de particules dépendant entre autres du type d'écoulement et de la géométrie du collecteur.

4.2.1 Écoulement et forces autour d'un collecteur cylindrique

L'étude est d'abord basée sur le cas d'un collecteur cylindrique, cellule unitaire représentant la fibre (voir la définition à la section 4.1.1). Des particules sphériques de rayon a_p représentant les particules colloïdales sont dispersées uniformément dans un écoulement laminaire. Elles ont comme vitesse d'approche V_∞ vers le collecteur cylindrique de rayon R_c placé perpendiculairement à la direction principale du courant (figure 4.2 d'après Adamczyk et van de Ven (1981)). La particule est séparée du collecteur par une distance d . On suppose que la solution est suffisamment diluée et stable pour que les forces intervenant entre les particules elles-mêmes soient négligées.

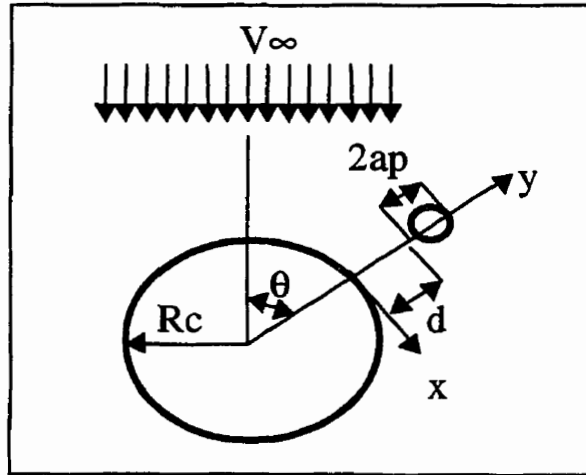


Figure 4.2 Représentation schématique d'un collecteur cylindrique

Les forces colloïdales et externes qui agissent sur des particules entourées d'une double-couche électrique et en écoulement laminaire autour de la surface solide d'un cylindre, se classent dans ce cas dans trois groupes:

i- Forces de gravité et de flottabilité

$$F_g = \frac{4}{3} \pi a_p^3 (\rho_1 - \rho_2) g \quad (4.3)$$

ii- Forces de van der Waals

$$F_L = -\frac{A_{123}}{6a_p} f(d, \bar{\lambda}) i_d \quad (4.4)$$

$$f(d, \lambda) = \frac{\bar{\lambda}(\bar{\lambda} + 2sd)}{d^2 (\bar{\lambda} + sd)^2}$$

où s sera défini dans la section 4.3.3.

iii- Forces électriques de la double-couche

$$F_d = 4\pi\tau\epsilon_d\epsilon_0\zeta_1\zeta_2 \left[\frac{\exp(-\tau d)}{1 + \exp(-\tau d)} - \frac{1}{2} \frac{(\zeta_1 - \zeta_2)^2}{\zeta_1\zeta_2} \frac{\exp(-2\tau d)}{1 + \exp(-2\tau d)} \right] i_d \quad (4.5)$$

En considérant le cylindre comme infiniment long (pour ignorer les effets des bouts du cylindre), le problème de vitesse de déplacement du fluide est réduit à deux dimensions où les composantes de vitesses du fluide V_r et V_θ peuvent être trouvées en fonction de l'écoulement ψ :

$$V_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}; V_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (4.6)$$

où r et θ sont les coordonnées radiales et angulaires respectivement.

4.2.2 Équations de transport

Afin de déterminer le taux de déposition des particules sur le collecteur cylindrique, des équations complètes de transport tenant compte des interactions entre les surfaces (forces de dispersion et de la double-couche) et des forces externes (gravité et électrostatiques), doivent être résolues numériquement pour des conditions caractéristiques de la suspension.

Pour des particules sphériques, l'équation de continuité utilisée lorsqu'il y a absence d'agrégation est la suivante:

$$\frac{\partial n_b}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad (4.7)$$

où n_b est la concentration en nombre de particules,
 t le temps,
 j le vecteur de flux de particules.

Le vecteur de flux de particules j est donné par l'expression suivante:

$$j = (-D \cdot \nabla \ln n_b + U) n_b \quad (4.8)$$

où $D = kTM$

$$M = (1/\mu) K_r \cdot (K_r \cdot K_t - K_c^t \cdot K_c)^{-1}$$

$$U = M \cdot F - K_c^t \cdot K_r^{-1} \cdot M \cdot T$$

L'équation de continuité peut être simplifiée en introduisant les variables adimensionnelles suivantes:

$$\begin{aligned} d &= \frac{y}{a_p} - 1 = \frac{r - R_c}{a_p} - 1, \\ \bar{r}(d) &= (d + 1)As + 1, \\ \bar{n} &= \frac{n_b}{n_{b\infty}}, \\ As &= \frac{a_p}{R_c} \end{aligned} \quad (4.9)$$

En remplaçant les variables adimensionnelles dans les équations précédentes et en considérant les expressions des forces (équations 4.3 à 4.5), on obtient (en coordonnées cylindriques) en régime permanent:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial d} \left\{ F_1(d) \bar{r} \left[-\frac{\partial \bar{n}}{\partial d} - \frac{1}{2} \text{Pe} F_2(d) f(d) \cos \theta \bar{n} - \frac{1}{8} \text{PeRe} \frac{(3A_f - 2)}{A_f} F_2(d) \bar{f}(d) \cos 2\theta \bar{n} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \text{Gr} \cos \theta \bar{n} + \frac{\text{Eq}}{\bar{r}} \bar{n} - \text{El} (\text{Pr}^{-2} + 1) \cos \theta \bar{n} - \text{Ad} f(d, \bar{\lambda}) \bar{n} + \text{Dl} \tau \frac{\exp(-\tau d)}{1 + \exp(-\tau d)} \bar{n} \right] \right\} \\
& + \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\text{Pe} F_3(d) g(d) \sin \theta \bar{n} + \frac{1}{4} \text{PeRe} F_3(d) \frac{(3A_f - 2)}{A_f} \bar{g}(d) \sin 2\theta \bar{n} \right. \\
& \quad \left. + \text{As} F_4(d) \text{El} (\text{Pr}^{-2} - 1) \sin \theta \bar{n} + \text{AsGr} F_4(d) \sin \theta \bar{n} \right] = 0 \quad (4.10)
\end{aligned}$$

où $\text{Ad} = A_{123}/6kT$ est le nombre adimensionnel d'adhésion,

$\text{Dl} = 4\pi\epsilon\epsilon_0\zeta_1\zeta_2a_p/kT$ est le nombre adimensionnel de la double-couche,

$\text{Gr} = 4\pi(\rho_1 - \rho_2)|g|a_p^4/3kT$ est le nombre adimensionnel de gravité,

$\text{Eq} = qQ/2\pi\epsilon_0R_c kT$ est le nombre adimensionnel électrostatique,

$\text{El} = |E|qa_p/kT$ est le nombre adimensionnel du champ électrique,

Pe est le nombre adimensionnel de Peclet (défini dans la section 4.3.3),

Re est le nombre adimensionnel de Reynolds (défini dans la section 4.2.1),

$F_1(d)$, $F_2(d)$, $F_3(d)$, $F_4(d)$ sont des fonctions hydrodynamiques universelles dépendant seulement de l'espace particule-collecteur,

P est un paramètre adimensionnel de polarisation du cylindre,

As est un ratio d'aspect adimensionnel,

A_f est un paramètre adimensionnel d'écoulement (défini dans la section 4.3.3),

d est la distance adimensionnel séparant le collecteur de la particule,

$\bar{r}$ est la coordonnée radiale adimensionnelle,

θ est la coordonnée angulaire,

$\bar{\lambda}$ est un paramètre adimensionnel d'effet de retard,

τ est un paramètre adimensionnel de la double-couche,

$$f(d) = -(1/\text{As}^2) \left\{ -\bar{r}^{-2} - 2\ln \bar{r} \right\},$$

$$g(d) = \frac{1}{\text{As}} \left\{ -f(d)\text{As}^2 + 4\ln \bar{r} \right\},$$

$$\bar{f}(d) = \frac{1}{4As^2} \left\{ A_f \bar{r} \ln \bar{r} - \frac{1}{2} \bar{r} - \left(\frac{A_f}{2} - 1 \right) \bar{r}^{-1} + \frac{1}{2} (A_f - 1) \bar{r}^{-3} \right\},$$

$$\bar{g}(d) = \frac{1}{8As} \left\{ A_f \bar{r} (2 \ln \bar{r} + 1) - \bar{r} - (A_f - 1) \bar{r}^{-3} \right\}.$$

L'équation 4.10 est une équation différentielle partielle dont la résolution n'est possible que par des méthodes numériques et s'applique aux conditions frontières suivantes:

- à $d=\delta$, $n_b=0$ (δ est la grandeur adimensionnelle de la plus petite distance séparant la particule du collecteur);
- lorsque d tend vers ∞ , $n_b=1$;
- à $\theta=0$ et lorsque $\delta < d < \infty$, $\partial n_b / \partial \theta = 0$ (car le champ de force externe est symétrique par rapport à l'axe $\theta=0$).

Pour un filtre composé de fibres orientées au hasard dans des couches perpendiculaires à la direction d'écoulement du fluide, les mêmes conditions initiales et frontières peuvent s'appliquer tout en ayant une fraction volumique faible. La concentration $n_{b\infty}$ diminue à travers le matelas fibreux mais on suppose qu'elle est constante pour une épaisseur de matelas. On suppose que les particules arrivant à la surface du collecteur sont capturées de façon permanente.

4.2.3 Calcul du taux de déposition des fines particules

Puisque sur toute la surface du collecteur $n_b = \partial n_b / \partial \theta = 0$, l'équation précédente est réduite à:

$$\frac{\partial}{\partial d} \left\{ F_1(d) \bar{r}(d) \left[\frac{-\partial \bar{n}}{\partial d} \right] \right\} = 0 \text{ où } \bar{r} = (d+1)As + 1 \quad (4.11)$$

L'intégration de cette équation de transport à l'intérieur d'une région infinitésimale proche de δ qui est la plus petite distance séparant le collecteur de la particule donne, pour $d=\delta$:

$$\left\{ F_1(d) [(\delta+1)As+1] \frac{\partial \bar{n}}{\partial d} \right\}_{\delta; \bar{A}} = Sh(\text{paramètres adimensionnels}) \quad (4.12)$$

Sh est un nombre adimensionnel de transfert de masse (nombre de Sherwood) qui est une grandeur locale, c'est-à-dire une fonction de la coordonnée angulaire θ (car le gradient de concentration varie avec θ). Le nombre de transfert moyen de Sherwood est défini par:

$$\bar{Sh} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi Sh d\theta \quad (4.13)$$

La grandeur locale de la composante normale du vecteur flux de particules $j_r(\theta)$ dans la région où $d=\delta$ peut être exprimée, en considérant l'équation 4.12 et les définitions des variables adimensionnelles $\bar{n}$ et d par:

$$j_r(\theta) = -j_d(\theta) D_\infty n_{b\infty} / a_p = -Sh D_\infty n_{b\infty} / a_p \quad (4.14)$$

À partir de cette expression, on peut observer que le nombre de Sherwood est un nombre adimensionnel qui décrit le nombre de particules déposées sur une unité de surface par unité de temps. Si on suppose que les particules capturées sur la surface du collecteur n'influencent pas la déposition des particules sur une surface faiblement couverte, alors le nombre de particules déposées N_b (par unité de longueur du cylindre) est une fonction linéaire du temps t :

$$N_b(\theta) = |j_r(\theta)| dl = Sh \frac{D_\infty n_{b\infty}}{a_p} dl \quad (4.15)$$

où $dl = R_c d\theta$.

Cette formule indique que la valeur de N_b est une quantité locale (qui dépend de θ) et que par conséquent, la densité de la couverture de particules couvrant le cylindre dépend de θ .

Le nombre total de particules déposées sur le collecteur en entier (par unité de longueur) est:

$$N_t = 2 \frac{D_\infty n_{b\infty}}{a_p} R_c \int_0^{\pi D} Sh d\theta = \frac{2 D_\infty n_{b\infty} R_c}{a_p} \overline{Sh} t \quad (4.16)$$

L'efficacité de collection adimensionnel γ_i d'un cylindre collecteur isolé est défini comme le ratio entre le taux de déposition sur la surface entière du cylindre et la quantité de particules traversant la surface projetée du cylindre définie par $S=2R_c L_c$ (où L_c est la longueur du collecteur) par unité de temps. Elle peut être exprimée par,

$$\gamma_i = \frac{2 D_\infty n_{b\infty} \pi R_c L_c}{a_p n_{b\infty} 2 R_c L_c U_\infty} \overline{Sh} = \frac{\pi D_\infty}{a_p U_\infty} \overline{Sh}, \quad (4.17)$$

où U_∞ est la vitesse d'approche à l'infini de la particule qui, lorsque les forces externes sont absentes ($Gr=0$ et $El=0$), coïncide avec la vitesse V_∞ de l'écoulement uniforme.

Pour un matelas, (filtre fibreux) d'épaisseur h composé de particules cylindriques, l'efficacité de collection du matelas γ_m est définie par,

$$\gamma_m = \frac{2\alpha'h}{\pi R_c (1-\alpha')} \gamma_i, \quad (4.18)$$

où γ_i est l'efficacité de collection d'une fibre seule du matelas. Si l'épaisseur d'une couche incluant la fibre seule est notée par Δz (voir la figure 4.3 (Adamczyk et van de Ven, 1981)), la relation suivante décrit la concentration de particules à travers un filtre multi-couches:

$$n_b = n_{b\infty} \left(1 - \gamma_m \frac{\Delta z}{h} \right)^{h/\Delta z} \quad (4.19)$$

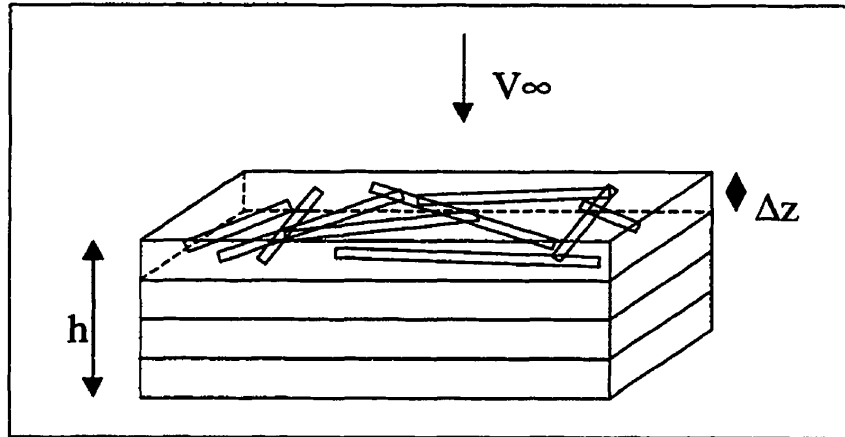


Figure 4.3 Représentation schématique d'un filtre fibreux

Lorsque $h/\Delta z \gg 1$, alors cette équation devient,

$$n_b = n_{b\infty} \exp\left(-\gamma_m \frac{z}{h}\right) \text{ ou } n_b = n_{b\infty} \exp\left(-\frac{2(1-\epsilon)}{R_c \epsilon} \frac{D_\infty}{a_p U_\infty} \text{Sh } z\right), \quad (4.20)$$

où z est la distance mesurée à partir du point d'entrée et $1-\epsilon = \alpha'$, ϵ étant la porosité du matelas fibreux.

4.3 Indice de filtration

L'indice de filtration permet de traduire l'hétérofloculation ayant lieu par la déposition des particules colloïdales (fines ou charges) sur la surface des collecteurs (fibres) en incorporant autant que possible les facteurs colloïdaux et hydrodynamiques responsables du phénomène.

Étant donné la complexité des interactions, des hypothèses doivent être émises. Des facteurs externes tels que les forces de gravité, le champ électrique seront négligés. Autre que la déposition des particules, il peut se produire un détachement. En effet, à cause de la présence de forces répulsives entre les particules et la surface des collecteurs ou bien de forces hydromécaniques produisant un cisaillement, la déposition peut ne pas avoir lieu ou tout simplement mener à un détachement. Il n'existe pas de modèle prédisant le taux de détachement des particules, seule une tendance peut être prédite. Par conséquent, on ne considérera pas les interactions complexes de détachement. On supposera que toutes les particules se posant sur les fibres resteront déposées sur elles. Cette hypothèse n'est pas valide surtout au début du processus de formation à cause de la défloculation se produisant à la sortie des lèvres de la caisse de tête ou à cause de la turbulence créée par l'arrivée brutale de la suspension sur la toile, mais elle semblerait plus adaptée pour la formation le long de la toile.

Afin de définir l'indice de filtration, une première modification doit d'abord être apportée à l'efficacité de collection trouvée dans la section précédente. Ensuite, le développement se complétera par une analyse plus approfondie des paramètres caractérisant la déposition des particules sur les fibres tels que le nombre de Sherwood (Sh), le nombre de Peclet (Pe) et le coefficient de diffusion (D).

4.3.1 Modification de l'efficacité de collection

Si on remplace n_b (concentration en nombre de particules par unité de volume) par C (concentration de particules en masse par unité de volume), on obtient un gradient de concentration de particules proportionnel à la variation de hauteur de matelas. L'équation 4.20 devient alors:

$$-\frac{dC}{C} = \frac{2(1-\varepsilon)DS h}{R_F \varepsilon a_p U} dh \quad (4.21)$$

Pour exprimer le gradient de concentration en fonction du grammage G , on sait que,

$$dh = \frac{dG}{C_m}, \quad (4.22)$$

où $C_m = \rho_F(1-\varepsilon)$ est la concentration du matelas qui dépend de sa porosité et de la densité des fibres.

L'équation 4.21 devient alors après simplification:

$$-\frac{dC}{C} = \frac{2DS h}{R_F \varepsilon a_p U \rho_F} dG \quad (4.23)$$

4.3.2 Nombre de Sherwood

En considérant une suspension où les particules ont une taille uniforme et où elles ont les mêmes propriétés de surface, on suppose qu'une force attractive agissant entre une particule et un collecteur conduit à une déposition. Tel que mentionné dans le chapitre II, lorsque la distance séparant la particule du collecteur est très faible, en général, ce

sont les forces attractives de van der Waals qui sont responsables de la déposition. Pour des particules de charge électrique opposée à celle de la surface du collecteur, ce sont les forces électrostatiques attractives qui agissent.

Le nombre adimensionnel de Sherwood traduisant le nombre de particules déposées sur une unité de surface par unité de temps varie selon que les forces d'attraction entre les particules et les fibres sont élevées ou faibles. Il dépend de paramètres adimensionnels caractérisant la géométrie des fines et du matelas, les forces colloïdales et hydrodynamiques. Parmi ces paramètres adimensionnels, on distingue le nombre de Peclet. Des études de van de Ven (1984) ont permis d'exprimer le nombre de Sherwood en fonction du nombre adimensionnel de Peclet. En effectuant une régression sur les courbes de Sh en fonction de Pe (celle où la force d'attraction est la plus forte et celle où elle est la plus faible) extraites de ces travaux, on trouve que le nombre de Sherwood obéit à une loi de puissance en fonction du nombre de Peclet avec un coefficient de détermination proche de 1 (figure 4.4).

On aura donc:

$$Sh = m (Pe)^n \quad (4.24)$$

Le nombre de Peclet peut excéder l'unité lorsque par exemple la vitesse d'égouttage de la suspension est élevée ou bien lorsque la taille des particules augmente. Dans ce cas, le nombre de Sherwood suit une tendance linéaire. On l'exprime alors par la relation de proportionnalité suivante:

$$Sh = K (Pe) \quad (4.25)$$

où K est une constante.

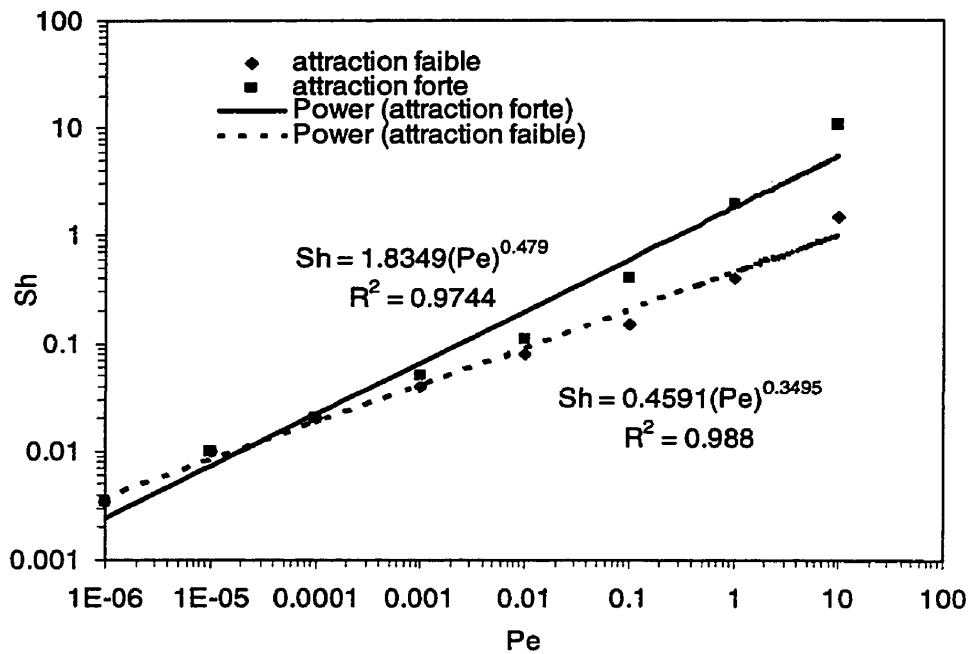


Figure 4.4 Régression sur le nombre de Sherwood

4.3.3 Nombre de Peclet

Le nombre de Peclet décrivant l'écoulement et les effets de diffusion, peut être exprimé de la façon suivante (van de Ven, 1984):

$$Pe = \frac{4A_f U a_p^3}{\left(\frac{D_F}{2}\right)^2 D} \quad (4.26)$$

Cette définition est valable dans le cas d'un écoulement à travers un filtre fibreux représenté par des plans de fibres orientées au hasard et perpendiculaires à la direction de l'écoulement, tel que schématisé à la figure 4.3. L'avantage de cette définition est qu'elle reflète la vitesse du fluide et la "vitesse" de diffusion (D) pour des particules dont la taille varie entre 0.1 et 10 microns. Pour ces particules, l'épaisseur de la couche limite

de diffusion (définie dans la section 4.3.4) est plus comparable à la taille des particules (a_p) qu'à la taille des collecteurs (rayon R_c), comme il est question dans la définition habituelle du nombre de Peclet ($Pe=2V_\infty R_c/D_\infty$).

Le nombre de Peclet contient le terme A_f , un paramètre d'écoulement, d'où son utilisation pour caractériser la déposition à l'intérieur d'un filtre fibreux. Comparé au cas d'un collecteur cylindrique unitaire, le problème est beaucoup plus complexe. Les modèles qui ont été trouvés par Happel (1959) et Kubawara (1959) ainsi que par Spielman et Goren (1968) sont basés sur l'hypothèse que l'équation de Stokes est applicable, c'est-à-dire celle du mouvement rampant négligeant l'inertie du fluide. C'est le cas où les fibres sont suffisamment proches les unes des autres (volume massique $\alpha' > 0.01$). Afin de passer du cas du cylindre unitaire au cas d'un matelas fibreux, le paramètre d'écoulement est réévalué en tenant compte cette fois-ci du volume massique du matelas.

Les modèles de Happel (1959) et Kuwabara (1959) concernant le paramètre d'écoulement A_f sont donc des fonctions du volume massique et ont la forme suivante:

$$A_f = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \ln \alpha' - \frac{1}{2} + \frac{\alpha'}{1 + \alpha'^2} \right)^{-1} \quad (4.27)$$

$$A_f = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2} \ln \alpha' - \frac{3}{2} + \alpha' - \frac{\alpha'^2}{4} \right)^{-1} \quad (4.28)$$

Spielman et Goren (1968), eux, font l'hypothèse qu'en moyenne, le fluide dans le voisinage d'un obstacle quelconque (exemple, un cylindre dans un filtre fibreux) est soumis à une force proportionnelle à la vitesse du fluide et à la résistance à la filtration issue de la loi de Darcy. Cette hypothèse est valide pour de faibles valeurs de volume massique (porosité élevée du milieu filtrant), environ $\alpha' < 0.2$, sinon les effets d'inertie

deviendraient importants et la loi de Darcy ne serait plus applicable. Ils ont considéré dans leurs travaux différentes orientations de fibres:

- i- toutes les fibres sont orientées en plan perpendiculaire à la direction de l'écoulement avec une orientation aléatoire dans chaque plan;
- ii- toutes les fibres sont parallèles à la direction de l'écoulement;
- iii- toutes les fibres sont dans des plans parallèles à la direction de l'écoulement avec une orientation aléatoire dans chaque plan;
- iv- les fibres sont orientées aléatoirement dans toutes les directions.

Le premier cas est le plus significatif car la plupart des milieux fibreux sont composés de plans de fibres déposées aléatoirement et perpendiculairement à la direction d'écoulement de la suspension. Dans ce cas, le paramètre d'écoulement A_f peut être évalué à l'aide des équations paramétriques suivantes:

$$A_f = (1/2)sK_1(s)/K_0(s) \quad (4.29)$$

$$\alpha' = \frac{1}{2} \left(1 + 2 \frac{K_1(s)}{sK_0(s)} \right)^{-1} \quad (4.30)$$

où $s=k^{1/2}R_F$ avec k la résistance du milieu filtrant tel que $k = R_{f_{spec}}$;

$K_1(s)$ et $K_2(s)$ sont des fonctions modifiées de Bessel d'ordre 1 et 0 respectivement.

$$K_1(s) = \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(-1)^u}{2^{2u} u!(u+1)!} s^{2u+1} \quad (4.31)$$

$$K_0(s) = \sum_{u=0}^{\infty} \frac{(-1)^u}{2^{2u} (u!)^2} s^{2u} \quad (4.32)$$

u est un indice. La démonstration de ces fonctions de Bessel se trouve dans l'annexe I.

Pour différentes valeurs de u , en traçant la fonction $K_1(s)/K_0(s)$, on trouve:

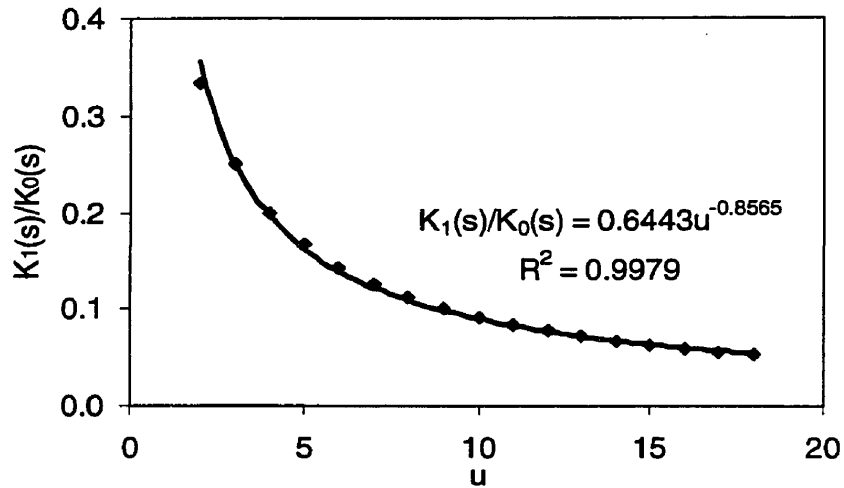


Figure 4.5 Fonctions de Bessel

Une régression sur la courbe permet de trouver:

$$\frac{K_1(s)}{K_0(s)} = 0.6443u^{-0.8565} \quad (4.33)$$

qui est une fonction unique de l'indice u .

Par conséquent, en remplaçant dans les expressions de A_f et de α' , avec $1-\alpha'=\varepsilon$, on obtient:

$$A_f = (1/2)s * 0.6443u^{-0.8565} \quad (4.34)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{2} \left(1 + 2 \frac{1}{s} * 0.6443u^{-0.8565} \right)^{-1} \quad (4.35)$$

4.3.4 Coefficient de diffusion

L'aspect hydrodynamique de la rétention des petites particules peut être caractérisée par ce qu'on appelle la *rétention diffusionnelle*. La diffusion est un facteur important influençant l'efficacité de collection des particules car elle gouverne le transfert de masse de la suspension vers la surface des fibres.

Le mouvement des particules vers la surface du collecteur et leur déposition subséquente cause un gradient de concentration proche de la surface. Au moment où la particule se dépose sur la surface, elle "disparaît" de la suspension. Par conséquent, la concentration de particules est alors nulle sur la surface alors que loin de la surface, la concentration est celle de la suspension. Le gradient de concentration proche de la surface est appelé la couche limite de diffusion. Le gradient de concentration résulte en un flux diffusionnel de particules vers la surface traduit par un coefficient de diffusion.

D'après l'équation de Stokes-Einstein pour la diffusion brownienne de sphères (van de Ven, 1984):

$$D = \frac{kT}{6\pi\mu a_p} \quad (4.36)$$

où k est la constante de Boltzmann, J/K;

T est la température absolue, K;

μ est la viscosité de la suspension, Pa.s;

a_p est le rayon des petites particules, m.

En introduisant le coefficient de diffusion, on inclue automatiquement les effets de *taille de particules* et de *température*, de même que l'effet de la *viscosité du fluide*. Dans ce cas, la densité de la particule a une moindre influence.

4.4 Conclusion

La formation du matelas le long de la toile étant représentée par une série de volumes de contrôle, chaque volume de contrôle engendrant une valeur de débit d'égouttage $Q_e(x)$ et une concentration dans les eaux blanches $C_e(x)$ (figure 1.2), engendrera aussi un indice de filtration $I_f(x)$. Par contre, ces derniers sont indépendants de la hauteur du matelas z .

En distinguant par ailleurs le type de particules i considéré (charges ou fines), par l'intermédiaire de la taille des particules a_{pi} , l'équation 3.2 devient:

$$C_{ei}(x) = (1-R_{oi}) C_{oi} \exp[-I_{fi}(x)G(x)] \quad (4.37)$$

L'indice de filtration dépend de i et de la distance x le long de la zone de formation et est représenté par l'expression suivante:

$$I_{fi}(x) = \frac{4D_i Sh_i(x)}{D_F \varepsilon(x) a_{pi} U(x) \rho_F} \quad (4.38)$$

$$\text{où } D_i = \frac{kT}{6\pi\mu a_{pi}}$$

$$\varepsilon(x) = 1 - \frac{1}{2} \left(1 + 2 \frac{1}{s(x)} * 0.6443u^{-0.8565} \right)^{-1}$$

$$Sh_i(x) = m(Pe_i(x))^n \text{ pour } Pe_i(x) < 1$$

$$Sh_i(x) = K(Pe_i(x)) \text{ pour } Pe_i(x) > 1$$

$$Pe_i(x) = \frac{4A_f(x)U(x)a_{pi}^3}{\left(\frac{D_F}{2}\right)^2 D_i}$$

$$A_f(x) = (1/2)s(x) * 0.6443u^{-0.8565}$$

$$s(x) = Rf_{\text{spec}}(x)^{1/2} \frac{D_F}{2}$$

Ce chapitre a permis de définir un indice de filtration calculant la concentration en éléments fins dans les eaux blanches et par conséquent leur rétention, en tenant compte des phénomènes physico-chimiques de déposition de particules fines sur les fibres et ce, en faisant intervenir divers paramètres tels que la taille des fibres, la tailles des particules fines, la température, la densité de la suspension, la vitesse de la machine, la porosité... Le chapitre suivant portera sur la résolution de ces équations.

CHAPITRE V

RÉSOLUTION DU MODÈLE

Ce chapitre est consacré à la résolution du modèle de rétention hydromécanique et physico-chimique. Les équations à résoudre seront d'abord présentées suivies de leur résolution sur le logiciel Matlab® plus Simulink®.

5.1 Modèle mathématique

Les équations à résoudre se trouvent résumées dans ce paragraphe.

• Vitesse d'égouttage

$$\frac{d^2 H(x)}{dx^2} + \frac{g}{V_m^2} = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H(x)\rho V_m^2} - \frac{R_{toile}}{V_m H(x)\rho} \frac{\mu}{dx} \frac{dH(x)}{dx} - \left[Rf_{spec}(x) \frac{\mu}{V_m \rho} \frac{dH(x)}{dx} - Ri_{spec} \frac{1}{V_m} \left(\frac{dH(x)}{dx} \right)^2 \right] \left(C_0 - \frac{Q_e(x)C_e(x)}{Q_0} \right) \frac{(H_0 - H(x))}{H(x)} \quad (1.7)$$

et:

$$\frac{U(x)}{V_m} = - \frac{dH(x)}{dx} \quad (1.10)$$

$$\text{avec } Rf_{spec}(x) = Rf_{spec0} (1 + F_c G(x)^a \Delta P(x)^b) \quad (1.9)$$

• Grammage

$$\frac{dG(x)}{dx} = [C_0 - C_e(x)] \frac{U(x)}{V_m} \quad (1.12)$$

● **Concentration d'éléments fins dans les eaux blanches**

$$C_{ei}(x) = (1 - R_{oi}) * C_{oi} * \exp[-I_{fi}(x)G(x)] \quad (3.2)$$

$$\text{avec } R_{oi} = C1 * \ln(AR) + C2 \quad (3.1)$$

$$\text{et } I_{fi}(x) = \frac{4D_i Sh_i(x)}{D_F \epsilon(x) a_{pi} U(x) \rho_F} \quad (4.38)$$

L'indice de filtration prend deux formes selon la définition du nombre de Sherwood:

$$Sh = m(Pe)^n \text{ pour } Pe < 1 \quad (4.24)$$

$$Sh = K(Pe) \text{ pour } Pe > 1 \quad (4.25)$$

5.2 Résolution du modèle

Ce modèle intégrant la physico-chimie, est aussi une représentation de la formation de la feuille élément par élément. En d'autres termes, l'égouttage dans un élément dépend directement de l'accumulation de matière dans l'élément précédent. La résolution se fait alors de la même façon que pour le modèle de Gagnon (1997). L'équation 1.7 est décomposée en deux équations différentielles du premier ordre (équation 5.1) résolues de façon itérative avec la méthode d'Adams-Gear avec un pas de 0.1 et une tolérance de 10^{-2} . Cette méthode offre une bonne stabilité. Les méthodes numériques de résolution telles que Euler ou Runge-Kutta, qui sont populaires pour leur efficacité, ne sont pas choisies car elles peuvent être sujettes à des erreurs à moins que le pas ne soit très petit.

La résolution du modèle est résumée à la figure 5.1. On peut regrouper les données d'entrée du modèle en trois catégories: la composition de la suspension, les conditions de fabrication et les paramètres permettant l'ajustement du modèle.

$$\begin{aligned}
 & \frac{dU(x)}{dx} + \frac{g}{V_m^2} = \frac{P_{ext} - P_{atm}}{H(x)\rho V_m^2} - \frac{R_{toile}}{V_m H(x)\rho} \frac{\mu}{dx} \frac{dH(x)}{dx} \\
 & - \left[R_{f_{spec}}(x) \frac{\mu}{V_m \rho} \frac{dH(x)}{dx} - R_{i_{spec}} \frac{1}{V_m} \left(\frac{dH(x)}{dx} \right)^2 \right] \left(C_0 - \frac{Q_e(x)C_e(x)}{Q_0} \right) \frac{(H_0 - H(x))}{H(x)} \quad (5.1) \\
 & U(x) = - \frac{dH(x)}{V_m dx}
 \end{aligned}$$

Composition de la suspension

- Diamètre (D_F) et densité (ρ_F) des fibres
- Fraction et taille ($a_{p_{fines}}$) des particules de fines de fibres
- Fraction et taille ($a_{p_{charges}}$) des particules de charges

Condition de fabrication

- Concentration (C_0) et débit (Q_0) en caisse de tête
- Concentration (C_m) moyenne du matelas fibreux
- Degré de raffinage ($^{\circ}SR$) de la pâte
- Température (T), densité (ρ) et viscosité (μ) de la suspension
- Constante de Boltzmann (k)
- Pression induite par les organes d'égouttage ($P_{ext} - P_{atm}$)
- Vitesse (V_m) et laize (l) de la machine
- Résistance spécifique inertielle ($R_{i_{spec}}$)

Paramètres d'ajustement

Une équation semi-empirique de la résistance spécifique à la filtration $R_{f_{spec}}$ a été proposée par Gagnon (1997) pour tenir compte de l'évolution de la structure interne du matelas fibreux pendant sa formation. Cette équation est fonction d'une valeur initiale

$R_{f_{spec0}}$ qui dépend du degré de raffinage °SR des fibres. Cette valeur est ensuite complétée par une fonction croissante avec la distance sur la table qui traduit la compressibilité du matelas fibreux et la cinétique de formation.

$$R_{f_{spec}}(x) = R_{f_{spec0}} (1 + F_c G(x)^a \Delta P(x)^b) \quad (1.8)$$

où $R_{f_{spec0}} = 10^6 (\text{°SR})^{2.148}$.

Cette expression contient alors trois paramètres à ajuster: le facteur de colmatage F_c , le coefficient de formation a et le coefficient de compressibilité b .

- Facteur de colmatage (F_c)

Le facteur de colmatage F_c est un paramètre empirique qui tient compte de la nature de la pâte et de la concentration.

- Coefficient de formation (a)

Le coefficient de formation a est un critère de drainage. Ainsi, une augmentation de a accélère l'égouttage (pourcentage d'eau égoutté) et la rapidité de la formation (le grammage G déposé est plus élevé) (Gagnon, 1997).

- Coefficient de compressibilité (b)

Le coefficient de compressibilité b du matelas fibreux est indépendant de la consistance et du degré de raffinage de la pâte, mais dépend uniquement du type de pâte (Walhström et O'Blènes, 1962). L'augmentation de b traduit une densification du matelas fibreux et par conséquent, un égouttage et une formation de matelas plus lents (Gagnon, 1997).

- Rétention initiale des éléments fins (R_0)

On a vu au chapitre III que la rétention initiale R_0 ou hétérofloculation dépendait grandement de la quantité d'agent de rétention introduite dans le procédé. Elle était exprimée à l'aide de la quantité d'agents de rétention (AR) par la relation suivante:

$$R_{0i} = C1 * \ln(AR) + C2 \quad (3.1)$$

- Résistance de la toile à l'égouttage (R_{toile})

La résistance à l'égouttage de la toile dépend du type de toile (nombre de couches, taille des mailles...). L'influence de ce paramètre est surtout significatif au début de la formation de la feuille, c'est-à-dire lorsque la résistance du matelas est encore faible. Au fur et à mesure que le matelas se forme, la résistance du matelas l'emporte alors sur celle de la toile.

- Paramètres des indices de filtration

Les indices de filtration sont définis de deux façons différentes selon le type de particules (I_{ffines} et I_{fcharges}). En effet, pour des particules de très petite taille ($Pe < 1$), l'indice de filtration suit une loi régie par m et n (le nombre de Sherwood est proportionnel au nombre de Peclet élevé à la puissance n : $Sh = m (Pe)^n$) alors que pour des particules de plus grosse taille ($Pe > 1$), seul K entre en compte comme paramètre (le nombre de Sherwood est proportionnel au nombre de Peclet: $Sh = K (Pe)$). L'indice u est un indice constant permettant d'évaluer les fonctions de Bessel faisant partie du nombre de Peclet (section 4.3.3).

Ces données vont permettre de résoudre les équations afin d'obtenir comme donnée de sortie la concentration d'éléments fins dans les eaux blanches, et par conséquent leur

rétenion (figure 5.1). La première étape consiste à résoudre les équations différentielles qui permettent de trouver la vitesse d'égouttage $U(x)$ qui elle-même sert à calculer le grammage $G(x)$ et les indices de filtration $I_{ffines}(x)$ et $I_{fcharges}(x)$. Le grammage est ensuite nécessaire pour calculer les concentrations dans les eaux blanches en éléments fins $C_{efines}(x)$ et $C_{echarges}(x)$ et la résistance spécifique à la filtration $R_{f_{spec}}(x)$ mais aussi pour être retourné dans le bloc $U(x)$. La résistance spécifique à la filtration $R_{f_{spec}}(x)$ est aussi retournée dans le bloc $U(x)$ et est utilisée pour calculer les indices de filtrations qui eux-mêmes servent à calculer les concentrations en éléments fins. Il faut ensuite faire la somme de ces derniers pour obtenir la concentration totale en éléments fins $C_e(x)$. Cette dernière est utile pour évaluer $U(x)$ et $G(x)$. Ces calculs sont faits de façon itérative et pour chaque point x de la table de formation souhaité par l'utilisateur.

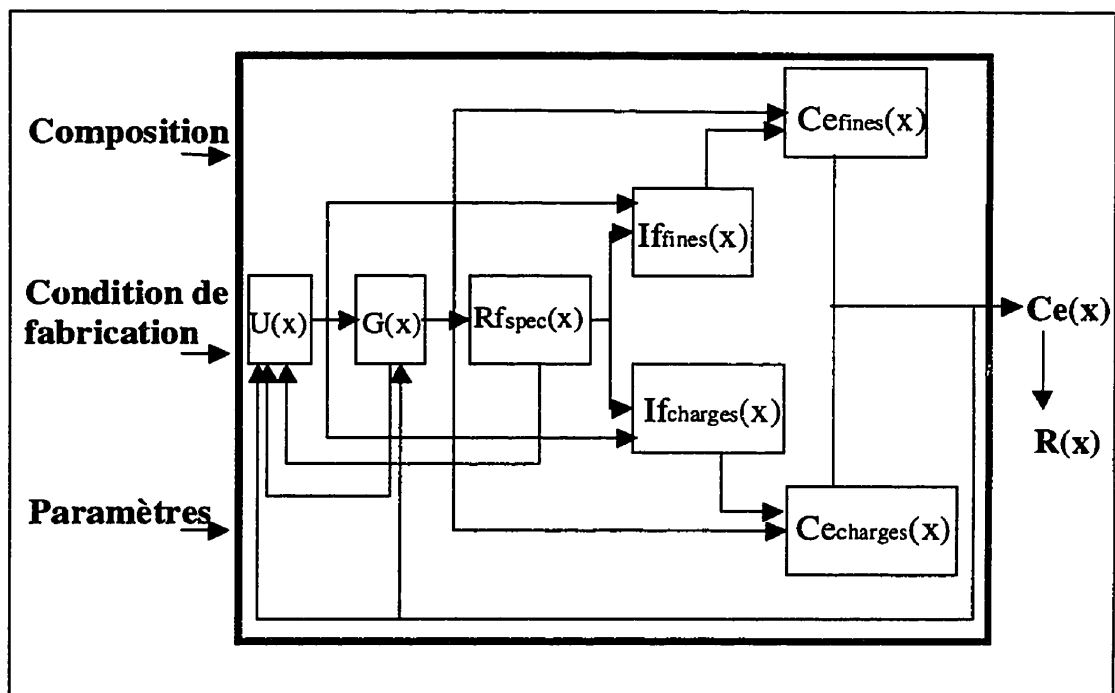


Figure 5.1 Schéma de résolution du modèle sur Matlab® plus Simulink®

Les définitions des blocs de simulation se trouvent détaillées dans l'annexe II.

5.3 Conclusion

Ce chapitre a présenté toutes les équations composant le modèle ainsi que la méthode et l'outil utilisés pour les résoudre. Afin de valider le modèle, il a été adapté à une machine à papier industrielle. Le chapitre suivant portera alors sur la présentation de cette machine industrielle, sur les valeurs numériques des données d'entrée (composition, conditions de fabrication, paramètres à ajuster) ainsi que sur les résultats du modèle résolu.

CHAPITRE VI

VALIDATION

Ce chapitre présente la validation du modèle développé précédemment à l'aide de données expérimentales provenant d'une machine à table plate. Les essais ont été effectués par les papeteries de Lancey (France) à des fins d'optimisation de la partie humide et les mesures ont été mises à notre disposition. Dans un premier temps, la machine de l'usine en question sera décrite avec les caractéristiques de la suspension ainsi que les conditions d'opération. Une description des paramètres à ajuster afin de valider le modèle et les résultats trouvés par les simulations suivront.

6.1 Machine expérimentale

Pour décrire le plus complètement possible les conditions expérimentales de la machine à papier de la papeterie de Lancey, les variables en question ont été séparées en trois groupes: la composition d'entrée (caractéristiques des fibres, des éléments fins...), les conditions de fabrication (degré de raffinage de la pâte, vitesse de la toile, température...) et les paramètres à ajuster.

6.1.1 Composition de la suspension fibreuse

La validation des équations se base sur deux grammages différents: 80 g/m² et 135 g/m².

Tableau 6.1 Composition (%) de la suspension fibreuse de la papeterie de Lancey

	Charge	Pâte mécanique	Fibres courtes	Fibres longues
Grammage 80 g/m ²	20	20	50	10
Grammage 135 g/m ²	15	15	50	20

Les données nécessaires en ce qui a trait à la composition de la suspension pour résoudre le modèle concerne surtout la géométrie des composants. Étant donné que la suspension est composée du mélange non négligeable de fibres longues ainsi que de fibres courtes, le diamètre des fibres utilisé est une valeur moyenne, soit de 20 μm . La densité des fibres varie entre 1.1 à 1.61 g/cm^3 (Meyer, 1971). La fraction des éléments fins est partagée entre la fraction de fines de fibres estimée à 30% pour les deux grammages et la fraction de charges (20% pour le grammage de 80 g/m^2 et 15% pour le grammage de 135 g/m^2). Le choix de la taille des particules de charges est de 0.2 μm et celle des fines est de 4 μm pour résoudre le modèle.

6.1.2 Conditions de fabrication

Les mesures expérimentales fournies par l'usine concernent quatre points de fonctionnement (PF). Les deux premiers points de fonctionnement correspondent au grammage de 80 g/m^2 et les deux derniers au grammage de 135 g/m^2 . La concentration en caisse de tête, l'ouverture des lèvres ainsi que les vitesses de la machine et du jet sortant de la caisse de tête sont connues.

Tableau 6.2 Données sur la fabrication de la papeterie de Lancey

	C_0 (g/l)	O lèvres (mm)	V_{jet} (m/min)	V_m (m/min)	V_{jet}/V_m
PF 1	5.32	17.4	736	747	0.985
PF 2	6.28	13.7	728	743	0.980
PF 3	8.03	17.9	520	522	0.996
PF 4	8.85	16.1	567	570	0.995

La pâte est raffinée en mélange et a un degré de raffinage de 27°SR. La pâte mécanique a un degré de raffinage de 60°SR. La suspension fibreuse en caisse de tête (pâte chimique + pâte mécanique + cassés + eau blanche sous toile) a un degré de raffinage de 50°SR. La température est estimée à environ 45°C. La laize est de 4.19 m.

Étant donné que le modèle est développé en régime permanent où l'équilibre est atteint et où il n'y a pas de perturbations produites par une recirculation d'eau blanche ou de cassés, on n'a pas tenu compte de la présence de ces derniers comme données d'entrée du modèle. Pour les besoins du modèle, le débit initial Q_0 sortant de la caisse de tête doit être connu. Il est calculé à partir de la vitesse du jet que multiplie l'ouverture de la lèvre et la laize. La hauteur initiale de la suspension H_0 est calculée avec le débit initial, la laize et la vitesse de la toile. La concentration du matelas C_m correspond à la concentration du dernier point étudié sur la zone de formation, c'est-à-dire avant que la ligne d'eau ne soit atteinte.

Tableau 6.3 Débit sortant de la caisse de tête et hauteur de suspension initiale

	L (m)	Q_0 (m ³ /s)	H_0 (m)	C_m (%)
PF 1	5.32	3220	0.0171	38.5
PF 2	6.28	2507	0.0134	38.9
PF 3	8.03	2340	0.0178	36.4
PF 4	8.85	2295	0.0160	46.5

La densité ainsi que la viscosité de la suspension ont été approximées par celles de l'eau afin d'obtenir des expressions de la viscosité ainsi que de la densité de la suspension en fonction de la température. Ainsi, il suffit de rentrer la température (45°C) dans le modèle pour que la densité et la viscosité soient calculées.

La résistance inertielle Ri_{spec} peut être négligée comme le montrent les figures 6.1 et 6.2 où la concentration et le grammage simulés avec et sans résistance spécifique inertielle sont confondus, la vitesse de la machine étant inférieure à 900 m/min.

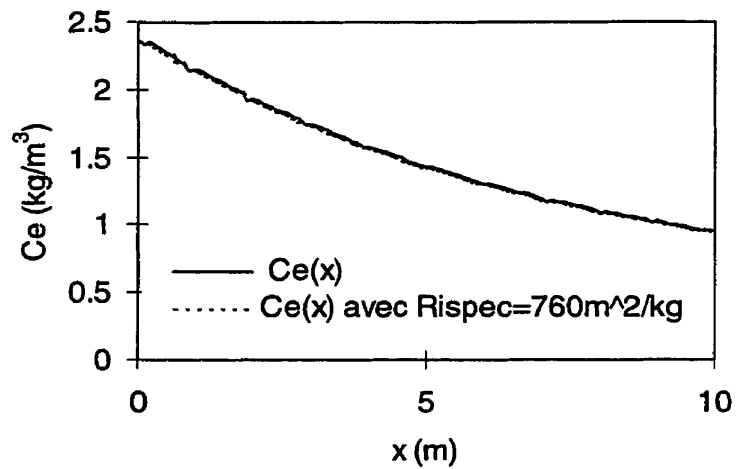


Figure 6.1 Influence de la résistance spécifique inertielle sur C_e

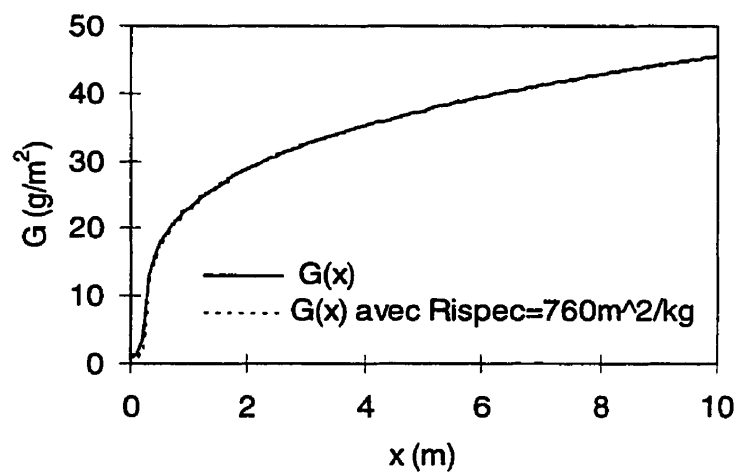


Figure 6.2 Influence de la résistance spécifique inertielle sur G

La table de formation de la papeterie de Lancey est composée des éléments d'égouttage suivants: un marbre, une série de racles, une série de racles sous vide et une série de caisses aspirantes (figure 6.3).

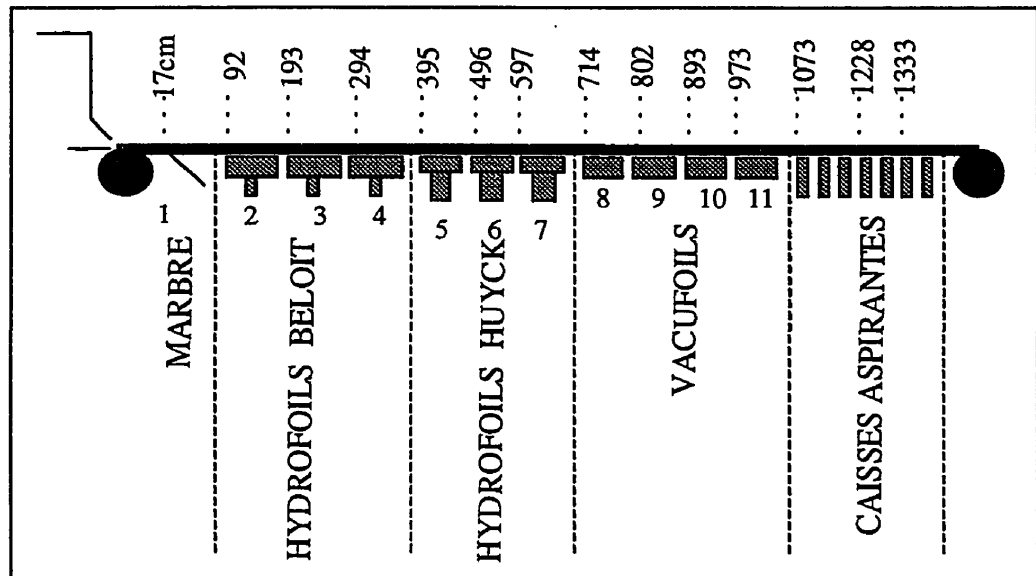


Figure 6.3 Table de formation de la papeterie de Lancey

Pour résoudre le modèle, la pression de part et d'autre du matelas doit être connue. Pour un racle, la valeur maximale de cette pression se rapproche de la pression maximale qui est calculée en fonction de la densité de la suspension et de la vitesse de la machine:

$$\Delta P_{\max(\text{racle})} = \frac{1}{4} \rho V_m^2 \quad (6.1)$$

On utilise cette relation pour estimer la valeur de la pulsation de pression exercée par chacun des racles sur le matelas. Taylor (1958) propose un modèle de calcul du profil de pression exercée par un racle en tout point le long de la table de formation. La densité et la viscosité de la suspension, la vitesse de la toile, les caractéristiques géométriques du racle (longueur, angle d'inclinaison du racle par rapport à la toile), la perméabilité du matelas fibreux sont des paramètres qui interviennent dans le modèle.

En ce qui concerne les racles sous vide, la pression maximale est estimée de la même façon mais un vide ΔP_0 (tableau 6.4) doit être rajouté:

$$\Delta P_{\max(\text{racle sous vide})} = \frac{1}{4} \rho V_m^2 + \Delta P_0 \quad (6.2)$$

Tableau 6.4 Vide au niveau des racles sous vide

VACUFOIL	8	9	10	11
ΔP_0 (kPa)	1	2	3	4

Le marbre, lui, se comporterait comme un racle:

$$\Delta P_{\max(\text{marbre})} = \frac{1}{4} \rho V_m^2 \quad (6.3)$$

Pour les besoins de notre étude, on se limitera à l'utilisation des pressions maximales. On obtient le profil de pulsations de pression de la figure 6.4 en tenant compte des distances réelles entre les organes d'égouttage. Les pulsations positives sont négligées car elles n'interviennent pas dans l'égouttage.

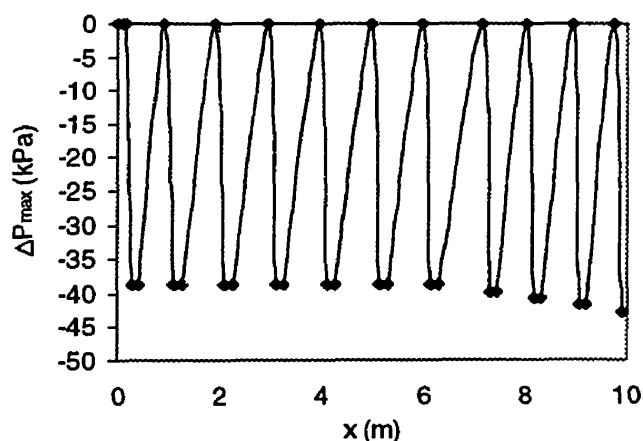


Figure 6.4 Pulsations de pressions le long de la zone de formation

6.1.3 Paramètres

Les paramètres d'ajustement faisant partie des données d'entrée du modèle et dont les définitions ont été données dans le chapitre V, sont les suivants:

- Facteur de colmatage F_c ;
- Coefficient de formation a ;
- Coefficient de compressibilité b ;
- Rétention initiale des éléments fins R_{0i} ;
- Résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} ;
- Paramètres des indices de filtration: K , m , n et u .

6.2 Résultats

6.2.1 Ajustement des paramètres

L'ajustement des paramètres nécessite en premier lieu une connaissance de leur influence sur le modèle. Le tableau 6.5 résume le pourcentage de déviation du débit d'eau égoutté, du grammage et de la concentration en éléments fins dans les eaux blanches en faisant varier indépendamment chaque paramètre. Le tableau se lit comme suit: une augmentation de 20% de la valeur de F_c entraîne une augmentation allant de 0% (début de la zone de formation) à 2% (fin de la zone de formation) de la valeur de C_e ; une augmentation de 20% de la valeur de R_0 entraîne une diminution de 2% de la valeur de Q_e tout au long de la zone de formation.

Les points importants à retenir du tableau 6.5 sont:

- R_{toile} affecte le début de la formation car la première borne de l'intervalle est différente de -1, 0, 1% qui sont des valeurs signifiant qu'il y a peu ou pas de variation pour C_e , G

Tableau 6.5 Influence d'une variation des paramètres de simulation

α	C_e	G	Q_e
Fc	[0 ;2]	[0 ; -5]	-3
a	[0 ; -15]	[0 ;33]	[26 ;40]
b	[0 ;17]	[0 ; -40]	[-28 ; -40]
R₀	-3	[2 ;0]	-2
R_{toile}	[2 ;1]	[-18 ; -2]	[-5 ;0]
K	[0 ; -7]	[1 ;0]	[-1 ; -2]
m	[0 ; -1]	0	[0 ; -4]
n	[0 ;2]	0	[0 ;1]
u	[0 ;9]	[0 ; -1]	0

et Q_e et la deuxième borne de l'intervalle est moins significative. R_0 affecte aussi le début de la formation pour G (2%) alors que la fin de la formation n'indique aucune variation (0%). L'influence de R_0 sur C_e et Q_e est constante le long de la table. Par conséquent, R_0 et R_{toile} sont ajustées surtout en tenant compte des données expérimentales du début de la table de formation.

- Fc, a et b affectent de façon prédominante G le long de la table. Ils peuvent alors être ajustés à l'aide des valeurs expérimentales de G .

- K, m, n et u n'affectent pas G . Par contre C_e est modifiée, on peut alors les ajuster à l'aide des valeurs expérimentales de C_e .

Par conséquent, l'ajustement des paramètres est faite grâce à cette analyse, à l'aide des données expérimentales (débit d'eau égouttée, grammage et concentration d'éléments fins dans les eaux blanches) et à l'aide des données de la littérature.

Les quatre points de fonctionnement disponibles se partagent en couple de deux. Les deux premiers ont le même grammage de 80 g/m^2 alors que les deux derniers ont le même grammage de 130 g/m^2 . Après avoir ajuster les paramètres du premier point de

fonctionnement, la démarche suivie est d'appliquer ces paramètres au second point afin de vérifier leur validité. On applique la même démarche pour le second couple: on ajuste les paramètres du troisième point de fonctionnement et on vérifie leur validité sur le quatrième point de fonctionnement. Pour ajuster les paramètres, voici les étapes à suivre:

Étape 1: Ajuster R_0 et R_{toile}

- Ajuster la résistance de la toile à l'égouttage R_{toile} à l'aide du pourcentage d'eau égoutté. Pires et al. (1988) ont estimé une résistance d'un type de toile de $4.3 \cdot 10^6 \text{ m}^{-1}$ par largeur de toile, soit de $1.8 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$ pour une largeur de 4.19 m dans le cadre de ce projet. Les valeurs simulées se trouvent dans le tableau 6.8. La résistance de la toile est la même pour les quatre points de fonctionnement. Le type de toile est différent de celui de Gagnon (1997) et de Pires et al. (1988). Néanmoins, l'ordre de grandeur est le même.

- Ajuster la rétention initiale des éléments fins R_{0i} . Les bonnes valeurs de C1 et de C2 de l'équation 3.1 sont inconnues faute d'un manque de données expérimentales. Par conséquent, des valeurs arbitraires seront choisies afin de montrer l'influence de AR sur les variables de sortie du modèle. Pour simplifier le modèle, on suppose que $R_{0i} = R_{0charges} = R_{0fines}$.

Tableau 6.6 Exemple de R_{0i} selon AR

$C1=0.06 \quad C2=0.48$					
AR (%)	0.2	0.4	0.6	0.8	0.9
R_{0i}	0.057	0.099	0.123	0.140	0.147

On peut estimer la rétention initiale à l'aide des données expérimentales pour comparer avec les valeurs trouvées précédemment. Elle correspond à la matière retenue au début de la table de formation lorsque la distance x est égale à 0.

$$C_{ei}(0) = (1-R_{oi}) * C_{oi} * \exp[0] = (1-R_{oi}) * \% \text{ éléments fins } i * C_0 \quad (6.4)$$

Étant donné que C_e proche de $x=0$ (marbre) est connue expérimentalement, on peut estimer $C_{ei}(0)$ et par conséquent R_{oi} à l'aide de la relation 6.4.

Tableau 6.7 Calcul de la rétention initiale des éléments fins

	% charges	% fines	C_0 (kg/m ³)	$C_e(\text{marbre})$ (kg/m ³)	R_0 calc.
PF 1	20	30	5.32	2.4	0.0977
PF 2	20	30	6.28	2.816	0.1032
PF 3	15	30	8.03	1.935	0.4645
PF 4	15	30	8.85	2.1	0.4727

La valeur de R_0 calculée (tableau 6.7) est une surestimation car la concentration dans les eaux blanches à $x=0$ est supérieure à celle qui se trouve en dessous du premier organe d'égouttage (marbre). Les valeurs de simulation se trouvent dans le tableau 6.8.

Étape 2: Ajuster F_c , a et b

- Fixer le facteur de colmatage F_c à 4 (même valeur que Gagnon (1997))
- Fixer le coefficient de compressibilité b à 1.1 qui se situe entre 1 et 2 (Pires, 1995) mais qui est aussi inférieur à 1.35 (Gagnon, 1997). Il est normal de diminuer la valeur du coefficient de compressibilité b par rapport à la valeur trouvée par Gagnon (1997) car dans notre cas, le grammage est plus élevé que sur machine pilote et la formation de matelas est plus rapide.
- Ajuster le coefficient de formation à l'aide du grammage. Étant donné que dans le cadre de ce projet le grammage déposé est plus élevé que sur la machine pilote, le coefficient de formation ajusté et adapté pour chaque grammage, est augmenté par rapport à la valeur trouvée par Gagnon (1997). La modification de a entraîne un

changement considérable dans le calcul du grammage et influence aussi le calcul de la concentration d'éléments fins dans les eaux blanches $C_{ei}(x)$ mais de façon moins significative. Par contre, la modification des paramètres calculant $C_{ei}(x)$ (K , m , n et u) n'entraîne que la modification de $C_{ei}(x)$. Par conséquent, la démarche entreprise a été d'ajuster a de façon à obtenir le bon grammage et ensuite d'étudier les autres paramètres (K , m , n , u) pour trouver $C_{ei}(x)$. Les valeurs simulées se situent dans l'intervalle des valeurs trouvées par Wahlström et O'Blens (1962) (tableau 6.8). Le coefficient de formation est évidemment plus élevé pour les points de fonctionnement PF3 et PF4, le grammage étant plus élevé.

Étape 3: Ajuster K , m , n et u

Ajuster les paramètres des indices de filtration (K , m , n et u) à l'aide de la concentration d'éléments fins dans les eaux blanches. Les valeurs simulées sont plus élevées que celles trouvées par Adamczyk et van de Ven (1981) (tableau 6.8). D'après la figure 4.4 sur la régression du nombre de Sherwood, cela signifierait une attraction plus forte entre les particules.

6.2.2 Résultats des simulations

Les valeurs des paramètres ajustés pour les quatre points de fonctionnement ainsi que les valeurs correspondantes trouvées dans la littérature se trouvent dans le tableau 6.8. Les données expérimentales pour tous les points de fonctionnement sont classées dans l'annexe III. Les résultats des trois autres points de fonctionnement se trouvent dans l'annexe IV. Avec les paramètres d'ajustement présentés dans le tableau 6.8, on trouve des courbes simulées qui mènent aux mêmes conclusions d'un point de fonctionnement à l'autre. Par conséquent, les résultats de simulation présentés par la suite ne concerneront que le premier point de fonctionnement. Il s'agit donc d'un type de

conditions opératoires et un type de composition particulier. Le tableau 6.9 résume les données d'entrée pour ce premier point de fonctionnement.

Tableau 6.8 Valeurs simulées des paramètres

Paramètres	PF1	PF2	PF3	PF4	Capteur d'U ₂	Intégrateur
Fc (m/kg)	4	4	4	4	4	
a	2.23	2.23	2.9	2.9	1.56	1.7-3.5
b	1.1	1.1	1.1	1.1	1.35	1-2
R_{toile} (m⁻¹)	7*10 ⁸	7*10 ⁸	7*10 ⁸	7*10 ⁸	2.5*10 ⁷	1.8*10 ⁷
K	0.3	0.3	0.7	0.7		
m	2	2	5	5		0.4591-1.8349
n	0.5	0.5	0.5	0.5		0.3495-0.479
u	10	10	1	1		
R_{ocharges}	0.10	0.10	0.46	0.46		
R_{ofines}	0.10	0.10	0.46	0.46		

Tableau 6.9 Données d'entrée du modèle (PF1)

Composition	
Diamètre des fibres	20 µm
Densité des fibres	1610 kg/m ³
Fraction de fines de fibres	0.3
Taille des particules de fines de fibres	4 µm
Fraction de charges	0.2
Taille des particules de charges	0.2 µm
Conditions de fonctionnement	
Concentration en caisse de tête	5.32 kg/m ³
Débit en caisse de tête	3220 m ³ /h
Concentration moyenne du matelas fibreux	38.5 kg/m ³
Degré de raffinage	50°SR
Densité de la suspension	Calculé à partir de la température
Viscosité de la suspension	Calculé à partir de la température
Température	45°C
Constante de Boltzmann	1.380662 ^e -23 J/K
Pression	Varie selon les organes d'égouttage
Vitesse de la machine	747 m/min
Laize	4.19 m
Résistance inertielle	Négligeable

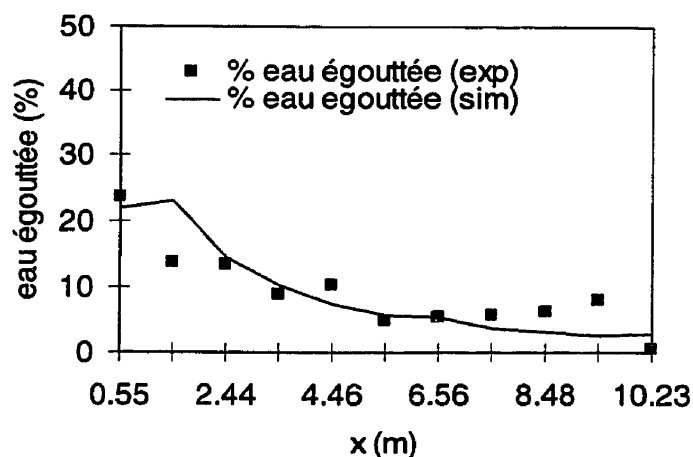
Tableau 6.9 Données d'entrée du modèle (PF1) (suite)

Facteur de colmatage	4 m/kg
Coefficient de formation	2.23
Coefficient de compressibilité	1.1
Résistance de la toile	$7 \cdot 10^8 \text{ m}^{-1}$
K	0.3
m	2
n	0.5
u	10
R_{0i}	0.10

On retrouve parmi les figures présentées le pourcentage d'eau égoutté, le grammage, les indices de filtration et les concentrations en éléments fins dans les eaux blanches. On a supposé la fiabilité des mesures expérimentales de concentration totale dans les eaux blanches, des débits d'eau égouttée et du grammage pour l'ajustement des paramètres.

6.2.2.1 Pourcentage d'eau égouttée

Le pourcentage d'eau égoutté en chaque point est calculé en faisant le rapport entre le débit d'eau égouttée sur le débit total égoutté sous la table jusqu'au dernier racle sous vide (avant la première caisse aspirante).

**Figure 6.5 Pourcentage d'eau égouttée PF1**

La quantité d'eau égouttée diminue le long de la toile, ceci est dû à l'augmentation de la résistance à la filtration du matelas avec le grammage.

6.2.2.2 Caractéristiques du matelas

En ce qui concerne le grammage (figure 6.6), les points expérimentaux sous chaque organe d'égouttage ne sont pas disponibles. Par conséquent, on s'est basé sur la masse surfacique qu'on devrait obtenir à la sortie de la table avant le couchage du papier pour ajuster le paramètre a (coefficient de formation).

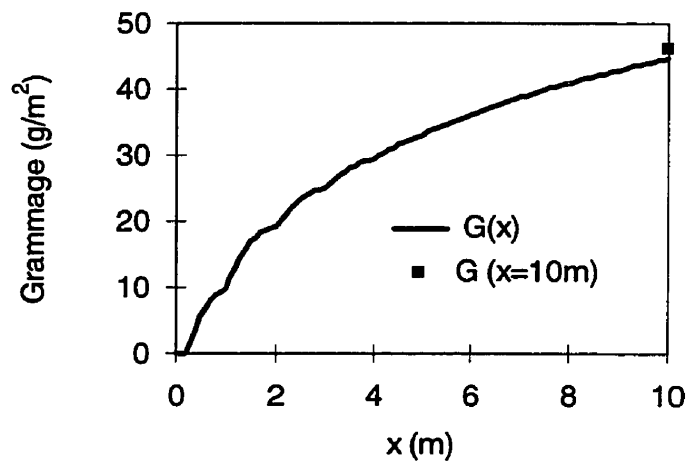


Figure 6.6 Grammage PF1

La résistance spécifique à la filtration (figure 6.7) augmente le long de la toile suivant la même tendance que le grammage, ceci étant dû au compactage du matelas durant la formation. On remarque des diminutions locales indiquant l'effet des pulsations de pressions engendrées par les éléments d'égouttage. Les pics sont atteints lorsque la différence de pression créée par les organes d'égouttage atteint le maximum (la figure 6.4 montrant les pulsations de pressions le confirme).

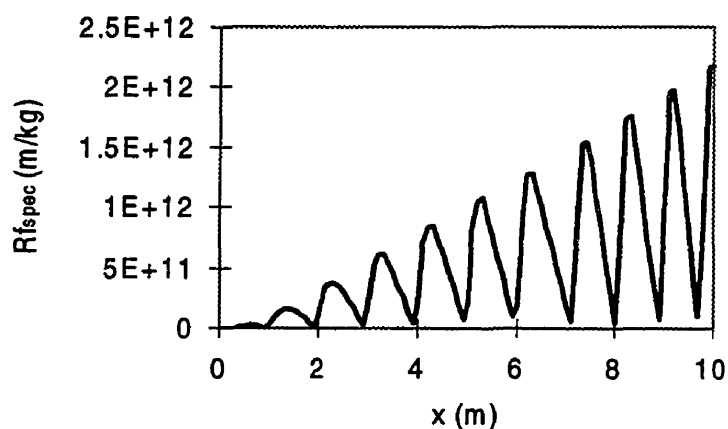


Figure 6.7 Résistance spécifique à la filtration PF1

Le modèle calcule la porosité le long de la zone de formation, en voici le profil:

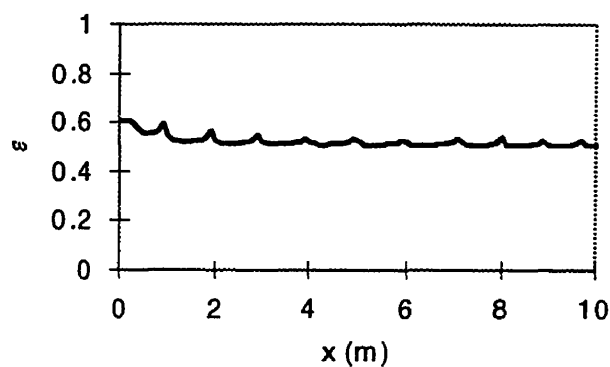


Figure 6.8 Porosité PF1

La formation de la feuille implique un processus de drainage et de filtration contrôlés par des éléments d'égouttage qui, au cours de leur action, exercent des pulsations de pression. Lors d'une dépression brutale ou aspiration créée par ces éléments, le matelas fibreux se compacte davantage diminuant la porosité. Ainsi, on retrouve le long de la zone de formation un profil de porosité qui fluctue.

Lorsque la porosité augmente, la concentration d'éléments fins dans les eaux blanches augmente (pics). En d'autres termes, la rétention diminue. Ceci peut être expliqué par le fait que lorsque la porosité diminue, la surface d'écoulement est réduite et plus de particules se retrouvent proches de la surface des fibres, augmentant ainsi la probabilité de collision et par conséquent la rétention des particules fines (Dyer et al., 1980).

La résistance du matelas à la filtration est grandement affectée par la porosité et conséquemment le grammage (figure 6.9).

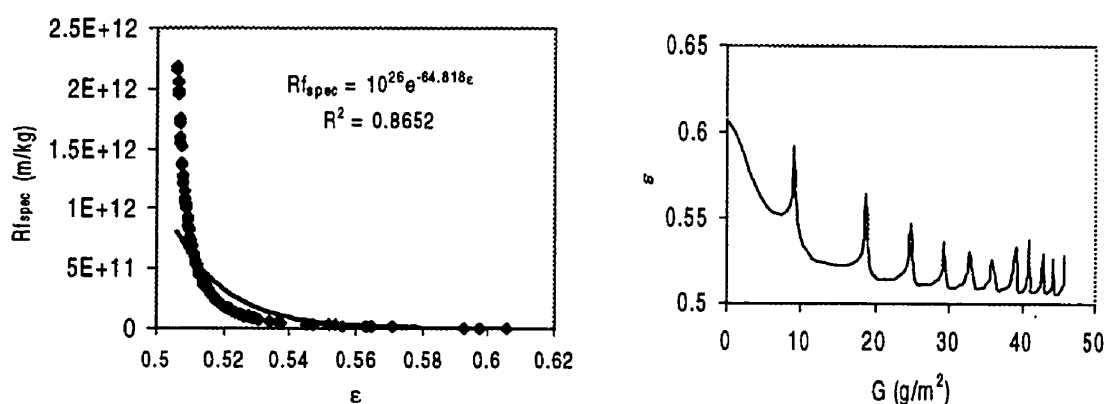


Figure 6.9 Relations de Rf_{spec} et G avec ϵ

6.2.2.3 Indice de filtration

L'indice de filtration des particules de fines ($4 \mu\text{m}$) ainsi que celui des charges ($0.2 \mu\text{m}$) sont présentés ci-dessous. Leur ordre de grandeur correspond bien aux valeurs trouvées dans la littérature. Pour les fibres, I_f peut varier de 51 à $210 \text{ m}^2/\text{kg}$ (Meyer, 1971) donc il est normal de trouver des valeurs inférieures pour des fines. Les charges étant des particules beaucoup plus petites, les valeurs de I_f sont aussi plus faibles ($<10 \text{ m}^2/\text{kg}$). Dans la littérature, pour des particules de titane (en général ayant des dimensions de l'ordre de 0.2 à $0.6 \mu\text{m}$), I_f peut varier de 1.28 à $5.25 \text{ m}^2/\text{kg}$ (Ramarao, 1993).

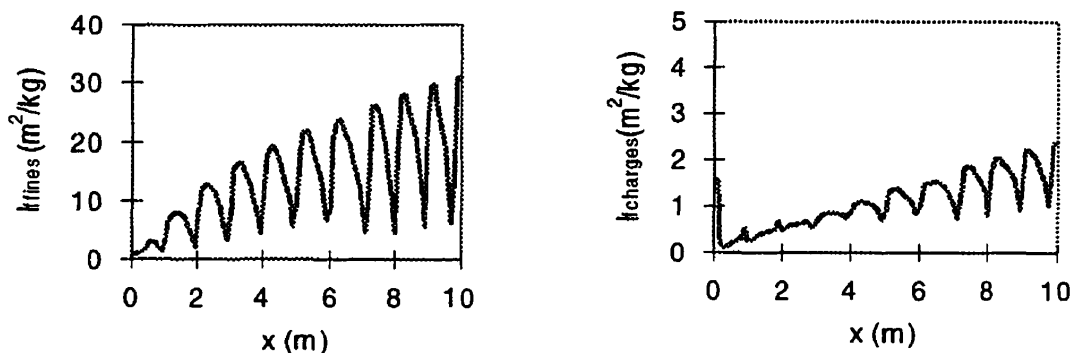


Figure 6.10 Indices de filtration PF1

Les nombres de Peclet sont représentés sur la figure 6.11. Pour des particules colloïdales, le nombre de Peclet doit être inférieur à l'unité, ce qui est le cas des charges. Pour des particules plus grosses, le nombre de Peclet prend très rapidement un ordre de grandeur 10 000 fois plus grand.

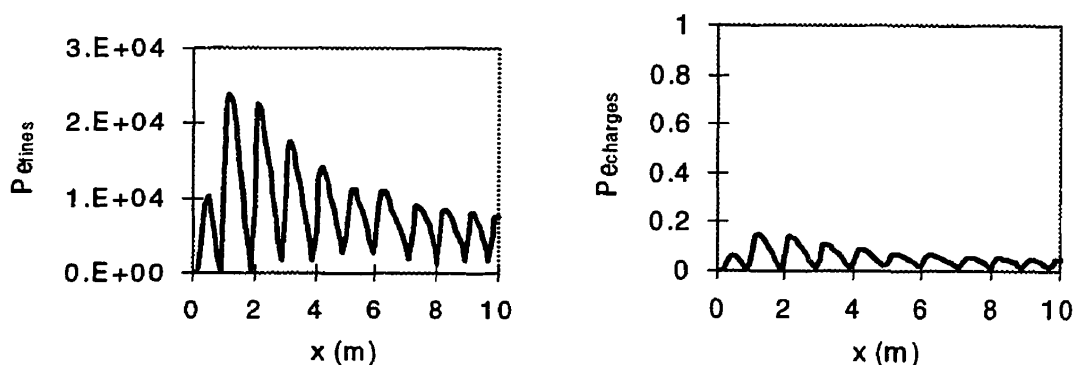


Figure 6.11 Nombres de Peclet PF1

Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre des particules (fines ou charges) doit être inférieur à l'unité, de telle sorte que les équations basées sur l'écoulement rampant puissent être appliquées, et que tous les effets d'inertie entre les particules soient négligées. En dehors des deux pics qui dépassent l'unité au début de la formation dans le cas des fines, la condition est vérifiée, donc le modèle peut être appliqué.

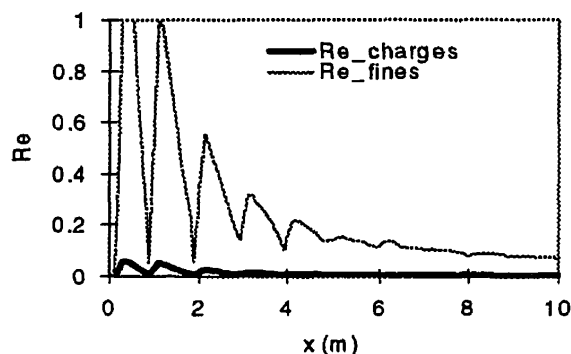


Figure 6.12 Nombre de Reynolds PF1

6.2.2.4 Concentrations en éléments fins dans les eaux blanches

La figure 6.13 montre la concentration totale en éléments fins dans les eaux blanches ainsi que la concentration de chaque type d'éléments fins. La concentration totale étant la somme de celle des charges plus celle des fines de cellulose, on a ajusté les paramètres des indices de filtration (K , m , n et u) afin de retrouver la concentration totale expérimentale. On s'est aussi basé sur la valeur de rétention en charges expérimentale (tableau 6.10). Seul le comportement des fines reste inconnu, mais il est déduit à partir des concentration totale et concentration en charges.

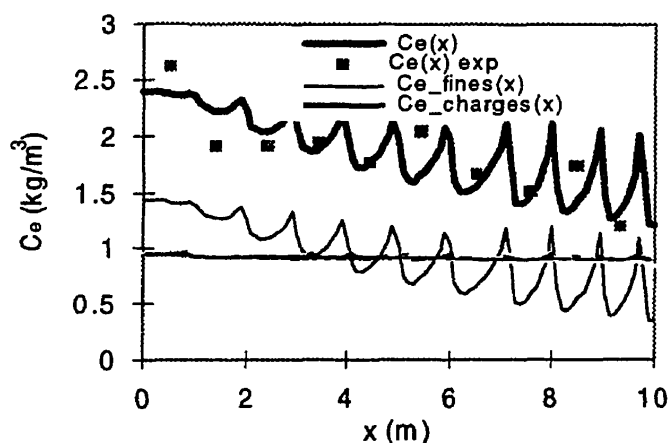


Figure 6.13 Concentrations dans les eaux blanches PF1

Les pics correspondent aux pics du profil de vitesse (voir la figure 6.12 représentant le nombre de Reynolds qui traduit le profil de vitesse d'égouttage de par sa définition $Re=(\rho U(a_p \cdot 2)^2)/\mu$). En effet, lorsque la vitesse d'égouttage est élevée, les particules sont moins exposées aux forces d'attraction vers les fibres et sont entraînées plus rapidement dans les eaux blanches augmentant ainsi leur concentration sous la toile.

6.2.2.5 Rétention

La rétention des éléments fins représentée sur la figure 6.14 est calculée à partir de la relation 1.4 définie dans la section 1.3. Il s'agit de la rétention première passe approximée. On peut évaluer la rétention totale ainsi que la rétention spécifique à chaque type d'éléments fins (fines ou charges). Les valeurs expérimentales ne concernent que la rétention totale des éléments fins.

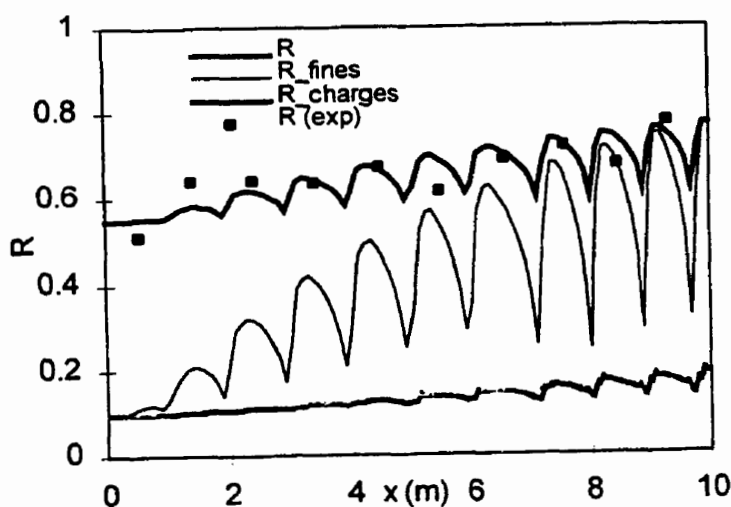


Figure 6.14 Rétention PF1

Le tableau 6.10 résume les rétentions première passe trouvées par simulation et à l'aide de l'équation 1.2 pour les quatre points de fonctionnement.

Tableau 6.10 Rétention

	R_{fines}	$R_{\text{charges fines}}$	R_{charges}	R_{total}	R_{charges}	R_{charges}	
PF 1	0.10	0.10	0.34	0.40	0.24	0.15	0.315
PF 2	0.10	0.10	0.27	0.35	0.15	0.67	
PF 3	0.46	0.46	0.82	0.89	0.67		
PF 4	0.46	0.46	0.82	0.89	0.67		

Il faut cependant faire attention à la comparaison de la rétention des charges car le modèle ne simule que la rétention première passe contrairement à la valeur expérimentale de la rétention des charges.

Pour différentes quantités d'agents de rétention qui n'entreraient alors en compte que dans la rétention initiale, la rétention totale en éléments fins, la rétention en fines et celle en charges ont été représentées à la figure 6.15, en prenant comme valeurs arbitraires celles du tableau 6.6.

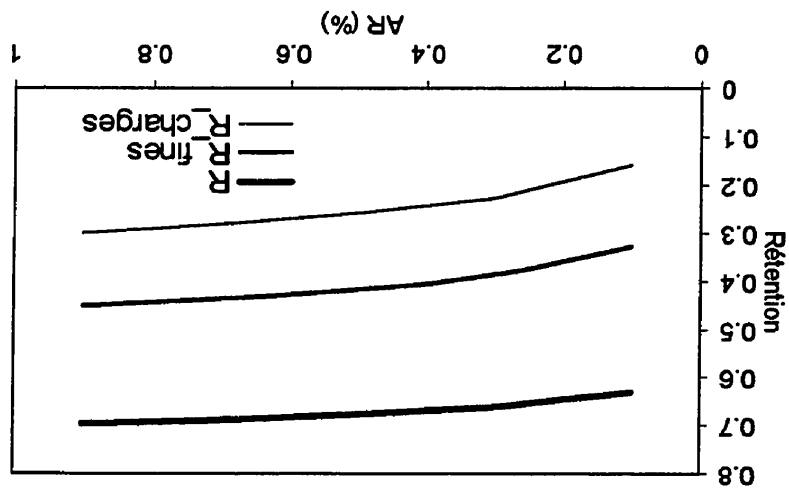


Figure 6.15 Rétentions en fonction de la quantité d'agent de rétention PF1

6.3 Conclusion

Ce chapitre a présenté la validation du modèle développé à l'aide de données expérimentales provenant d'une machine à table plate d'usine. L'ajustement des paramètres s'est effectué à l'aide de quatre points de fonctionnements. Des résultats trouvés par les simulations ont été présentés pour le premier point, les autres points donnant les mêmes profils de courbes. Le chapitre suivant permettra d'étudier les paramètres ayant le plus d'influence sur le modèle.

CHAPITRE VII

ANALYSE DE SENSIBILITÉ DES VARIABLES D'ENTRÉE DU MODÈLE

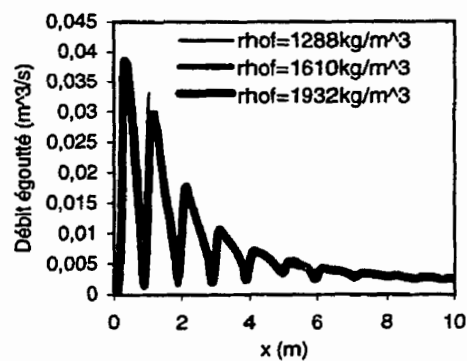
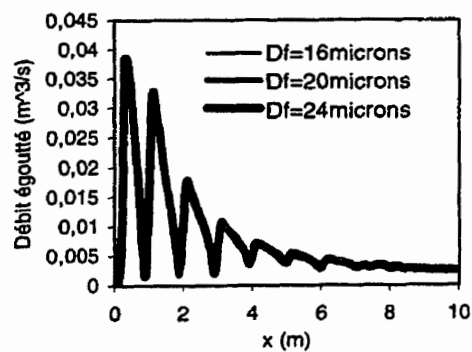
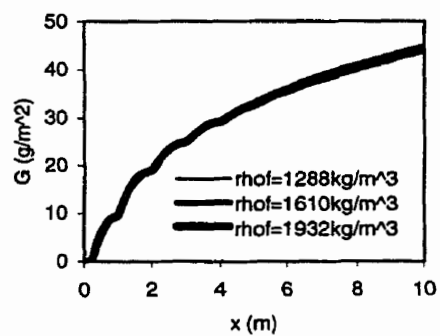
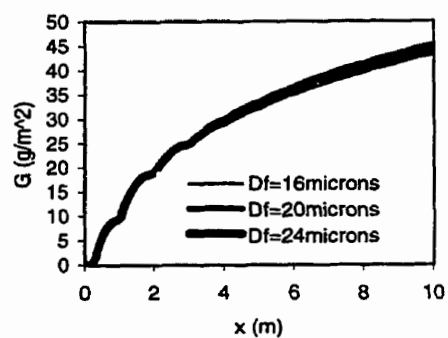
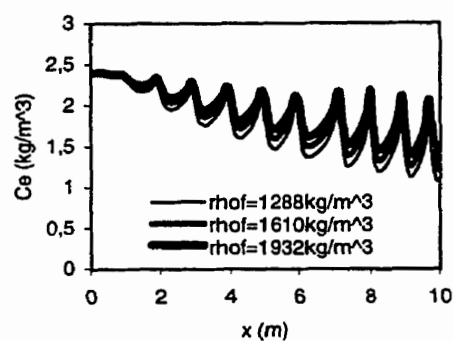
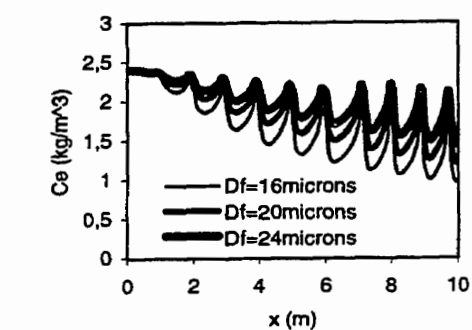
Ce chapitre présente l'influence des variables d'entrée du modèle sur la concentration en éléments fins (fines et charges) dans les eaux blanches tout au long de la zone de formation, sur le grammage et sur la quantité d'eau égouttée. Les données d'entrée sont partagées en trois groupes: la composition, les conditions de fabrication et les paramètres d'ajustement du modèle. On a effectué une variation de $\pm 20\%$ sur chaque variable par rapport aux valeurs du tableau 6.9 sauf pour le débit initial en caisse de tête Q_0 et la vitesse de la machine V_m qui n'est que de 5%.

7.1 Influence de la composition

Le tableau 7.1 résume l'influence d'une variation de $\pm 20\%$ des données d'entrée de la composition sur C_e , G et Q_e . Les figures 7.1 à 7.6 montrent l'influence d'une variation de $\pm 20\%$ tout au long de la zone de formation.

Tableau 7.1 Influence d'une variation de la composition

	-20%	+20%	-20%	+20%
D_F	[0 ;22]	[0 ;3]	[0 ;7]	
ρ_F	[0 ;9]	[0 ;-1.5]	0	
% fines	[12 ;10]	[-10 ;-3]	0	
a_{pfines}	[0 ;-14]	[0 ;2]	[0 ;-4]	
% charges	[8 ;14]	[-7 ;-4]	0	
$a_{pcharges}$	0	0	0	

Figure 7.1 Influence de Df Figure 7.2 Influence de ρ_{of}

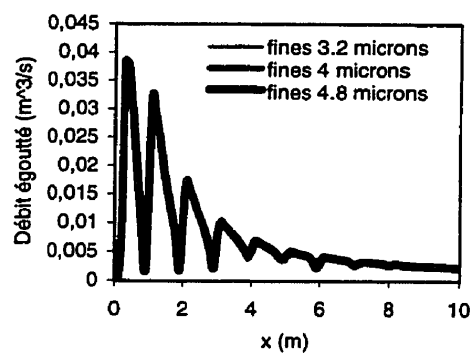
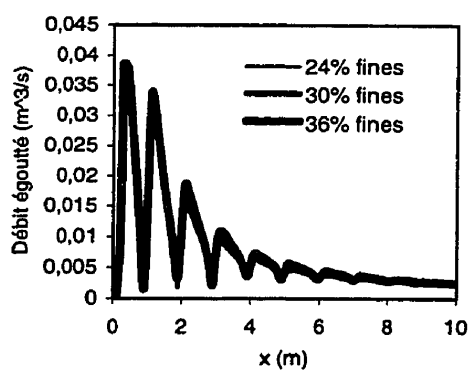
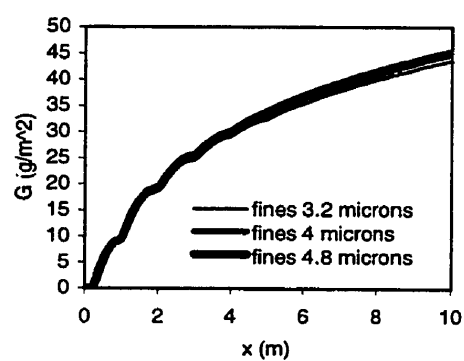
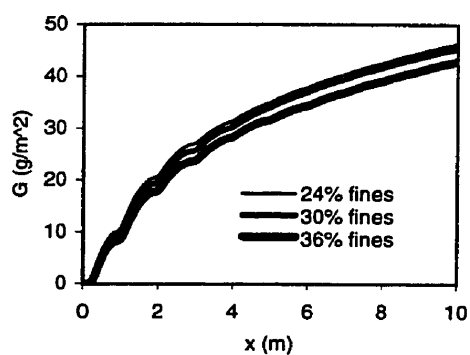
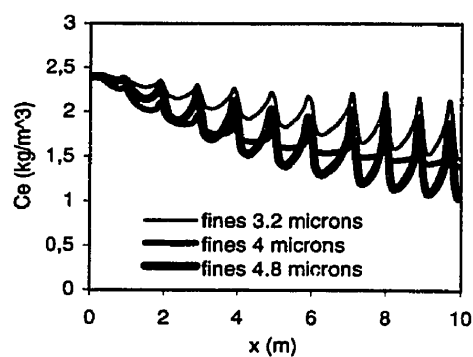
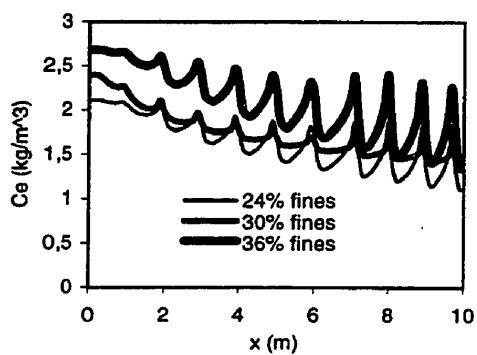


Figure 7.3 Influence de % fines

Figure 7.4 Influence de ap fines

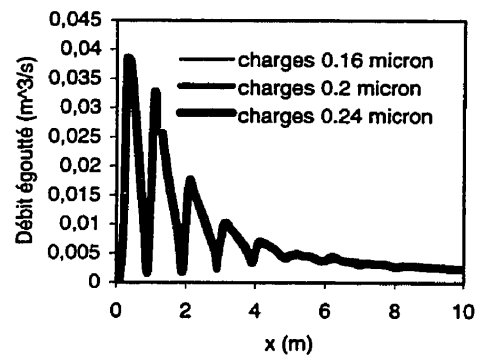
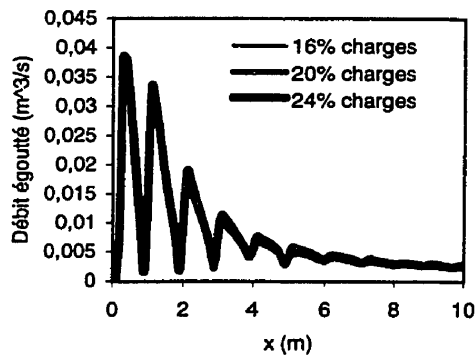
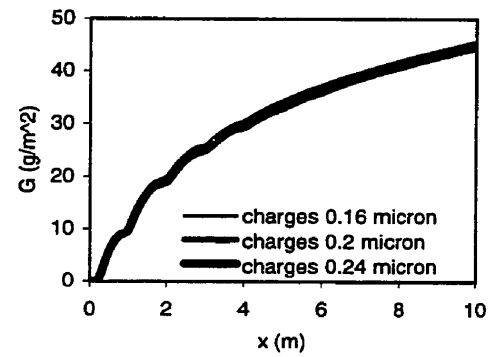
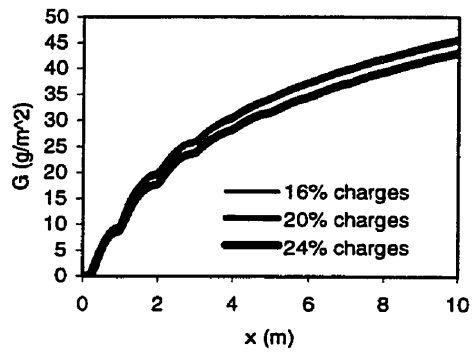
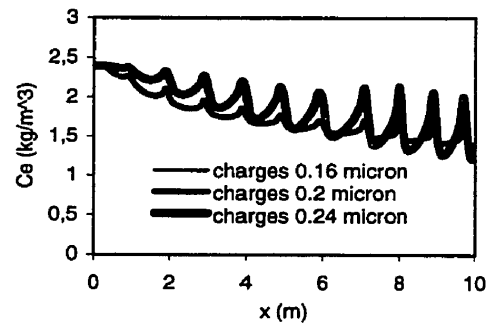
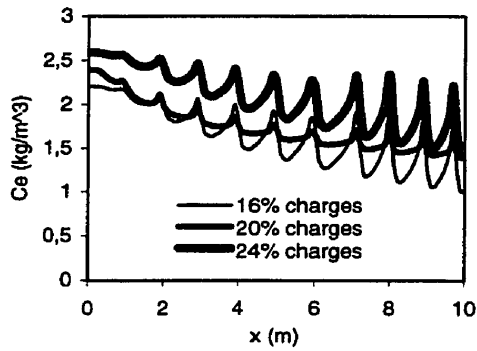


Figure 7.5 Influence de % charges

Figure 7.6 Influence de apcharges

7.1.1 Diamètre et densité des fibres

On a supposé que la rétention des fibres était de 100%. Mais les fibres longues sont en général plus retenues que les fibres courtes. Cela va de pair avec le diamètre des fibres. Plus une fibre a un grand diamètre, plus elle est longue. Plus les fibres sont longues, moins il y a d'éléments fins qui restent emprisonnés dans les interstices du matelas. L'hétérofloculation est moins favorisée. Par conséquent, on observe sur les figures que la concentration dans les eaux blanches est plus élevée (0 à 22%) pour un diamètre de fibre plus grand et le grammage plus faible (0 à -3%).

L'influence de la densité des fibres est moins importante que celle du diamètre. En effet, une augmentation de la densité fait augmenter la concentration de seulement 9%. Les variations de grammage et de débit d'eau égoutté sont négligeables.

7.1.2 Taux et taille des fines

Les fines ont une grande importance dans la fabrication du papier. Elles contribuent aux propriétés mécaniques et optiques du papier et influencent les caractéristiques d'égouttabilité de la pâte.

Les courbes montrent que la concentration dans les eaux blanches augmente (+12% au début de la zone de formation et +10% à la fin) lorsque le taux de fines augmente, ceci étant dû à la relation de Han (1964) stipulant la proportionnalité entre les deux termes. Le même résultat est aussi observé par Webb (1987) qui constate une diminution de rétention lorsque le taux de fines augmente. Le grammage diminue (-10% au début et -3% à la fin de la zone de formation) lorsque le taux de fines augmente. La quantité d'eau égouttée reste inchangée.

La taille des fines est peu importante pour le grammage déposé (0% au début et 2% d'augmentation à la fin) et le débit d'eau égoutté. Par contre, la concentration dans les eaux blanches est moindre (-14% de diminution) pour des fines plus grosses étant donné qu'elles ont une plus grande difficulté à passer à travers les pores du matelas et la toile. Cette tendance serait le résultat de l'amplitude des forces de van der Waals directement proportionnelles au rayon des particules. Plusieurs auteurs (Dyer et al., 1980, Vigneswaran et al., 1996) ont émis des équations montrant cette proportionnalité. Mais parfois, même si les particules sont plus petites, la concentration dans les eaux blanches peut aussi être faible, ceci étant dû à un matelas fibreux plus compact qui emprisonnerait plus facilement les particules même très petites.

7.1.3 Taux et taille des charges

Les charges sont utilisées pour améliorer les propriétés du papier telles que l'opacité, la blancheur, l'imprimabilité, la brillance. Elles doivent avoir certaines propriétés qui sont importantes pour la chimie du papier. Il s'agit de la taille et de la forme des particules, de leur surface spécifique, de leur charge de surface, de leur composition chimique ainsi que du degré d'agrégation.

Le modèle ne traduit pas tous ces facteurs mais prédit de la même façon que pour les fines que la concentration dans les eaux blanches augmente (de 8% au début et de 14% à la fin de la zone de formation) lorsque le taux de charges augmente. Le grammage est plus faible (diminution de 7% au début et de 4% à la fin) lorsqu'il y a plus de charges et la quantité d'eau égouttée reste la même.

En l'absence d'agent de rétention, les particules de charges de très petite taille (0.2 micron) ne pouvant être retenues mécaniquement, passeraient facilement à travers les pores du matelas. En présence d'agent de rétention dans ce cas, les charges peuvent être retenues diminuant ainsi leur concentration dans les eaux blanches. Mais on remarque

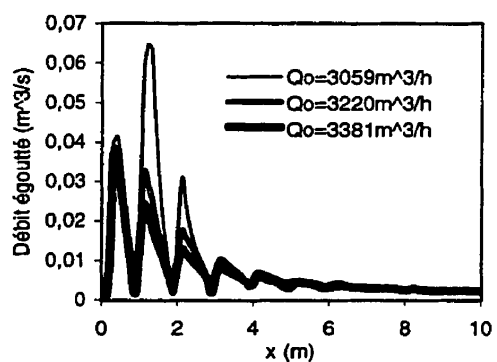
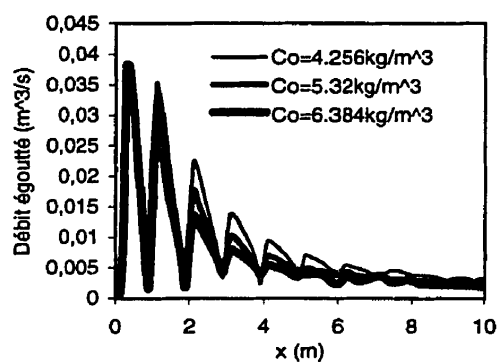
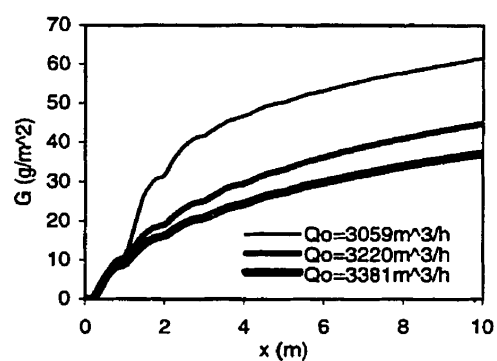
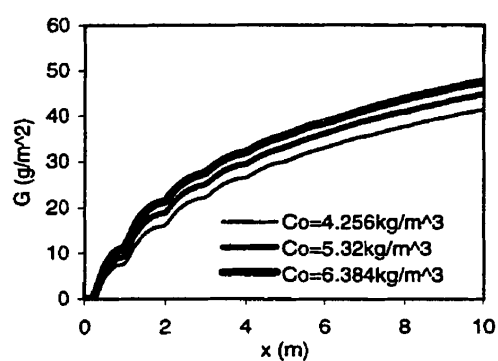
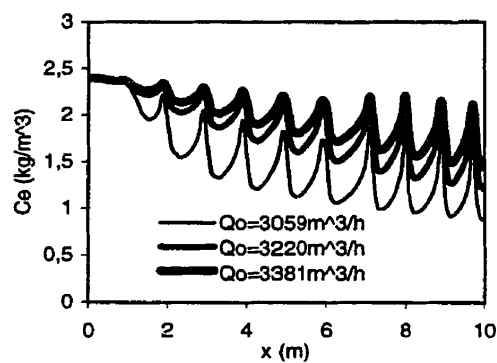
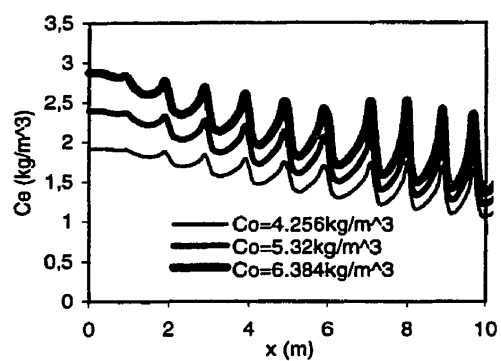
que la taille des charges n'a pas d'influence sur les différentes variables de réponse car celle-là est très faible (autour de 0.2 micron). Brown (1990) a aussi remarqué que la taille des particules de charges n'a pas d'influence. Ce sont alors d'autres facteurs qui entreraient en jeu.

7.2 Influence des conditions de fabrication

Le tableau 7.2 résume l'influence d'une variation de +20% des données d'entrée des conditions de fabrication sur C_e , G et Q_e . Le modèle étant très sensible au débit en caisse de tête Q_0 et à la vitesse de la machine V_m , on opte pour une variation de +5%. Les figures 7.7 à 7.12 montrent l'influence d'une variation de $\pm 20\%$ tout au long de la zone de formation (sauf pour Q_0 et V_m).

Tableau 7.2 Influence d'une variation des conditions de fabrication

	C_e	G	Q_e
C_0	15	[20 ; 6]	-15
$Q_0 (+5\%)$	[0 ; 9]	[0 ; -16]	-16
$^{\circ}\text{SR}$	[0 ; 3]	[0 ; -8]	-8
T	[0 ; -3.5]	[30 ; 5]	[8 ; 0]
P	[-3 ; -2]	[20 ; 2]	0
$V_m (+5\%)$	[0 ; -16]	[65 ; 40]	0

Figure 7.7 Influence de Co Figure 7.8 Influence de Qo

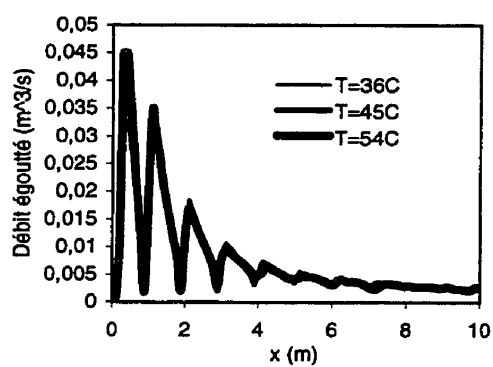
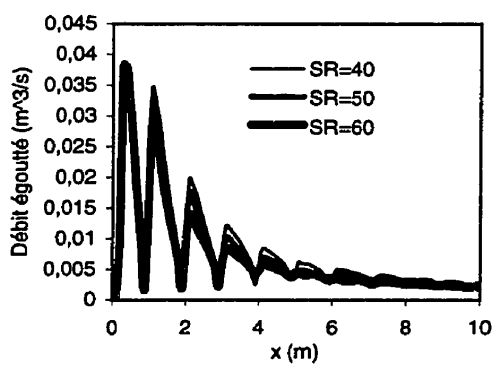
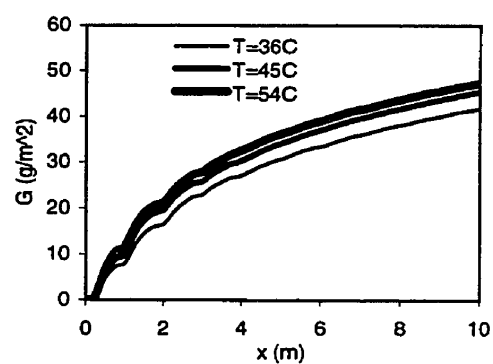
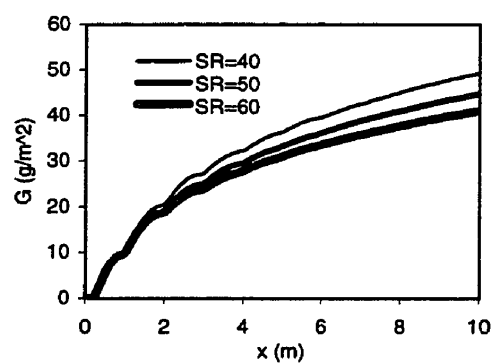
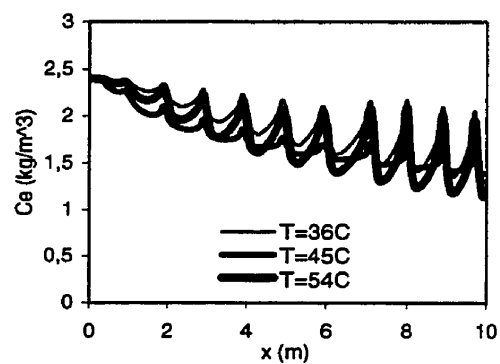
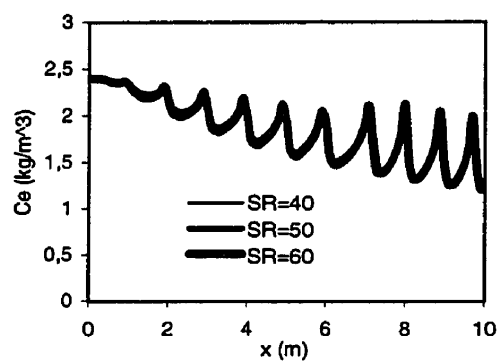
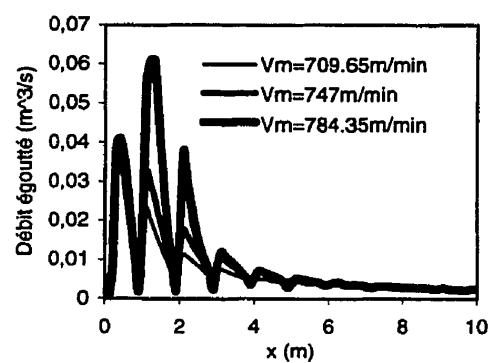
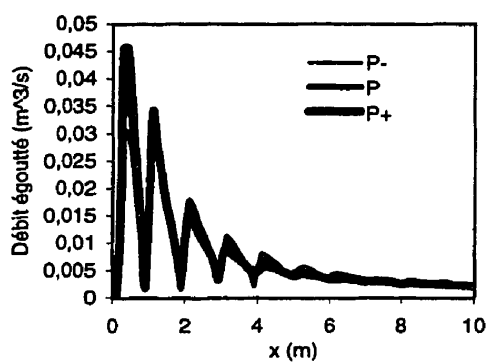
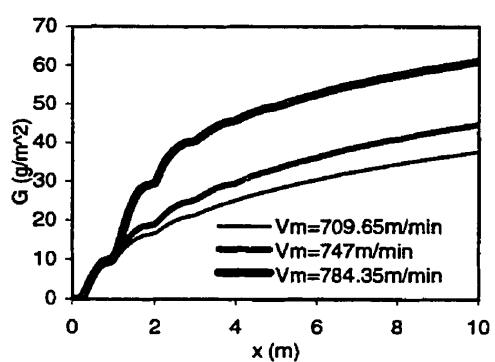
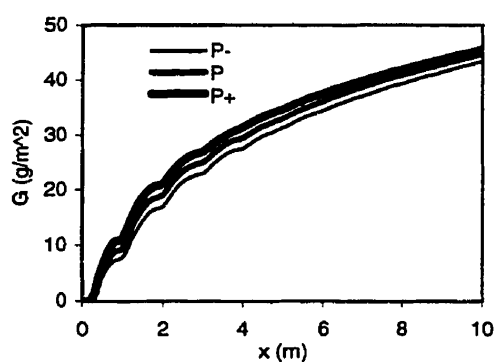
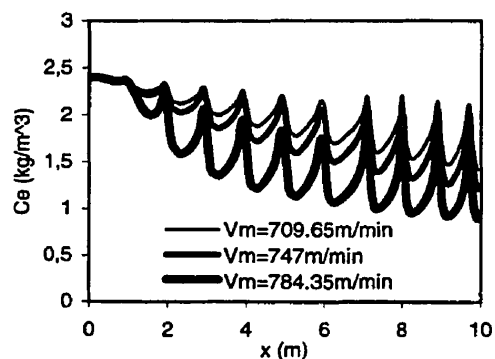
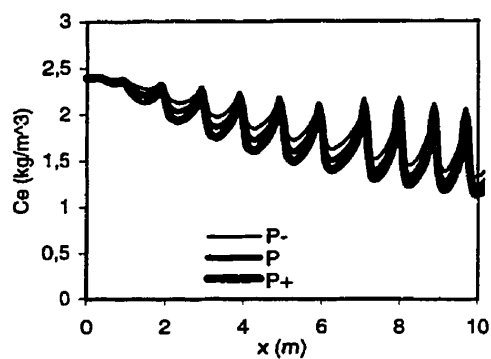


Figure 7.9 Influence de SR

Figure 7.10 Influence de T

Figure 7.11 Influence de P Figure 7.12 Influence de V_m

7.2.1 Concentration et débit en caisse de tête

La concentration et le débit en caisse de tête sont deux variables primordiales quant à la formation de la feuille. Le débit est calculé à partir de la vitesse du jet que multiplie l'ouverture de la lèvre et la laize. Ainsi, lorsque la vitesse du jet est contrôlée, il en est de même pour le débit. Il en résulte des conséquences d'orientation de fibres différentes selon que le régime est de type poussé (rush) ou tiré (drag). La hauteur initiale de la suspension est aussi déterminée par le débit initial en caisse de tête, la laize et la vitesse de la machine.

Une augmentation de 20% de la concentration initiale en caisse de tête entraîne une hausse de concentration dans les eaux blanches de 15% tout le long de la zone de formation, une hausse dans le grammage déposé surtout au début (20%) et moins d'eau égouttée (-15%). Une faible augmentation (5%) du débit initial entraîne une hausse en concentration dans les eaux blanches (9%), une baisse de grammage (-16%) et en eau égouttée (-16%).

7.2.2 Degré de raffinage

Le raffinage est une action mécanique exercée sur les fibres qui conduit à des phénomènes de raccourcissement, de fibrillation et d'hydratation des fibres. L'hydratation fait gonfler les fibres par absorption d'eau et leur apporte une certaine souplesse tout en favorisant les liaisons interfibres. La fibrillation fait apparaître une grande quantité de fibrilles qui augmentent la surface spécifique disponible. Le raccourcissement produit des fibres courtes qui améliorent certaines caractéristiques telles que l'épair, l'imprimabilité, l'opacité.

Les courbes de concentration montrent la même influence que celle du taux de fines avec un ordre de grandeur légèrement différent (+10% pour %fines versus +3% pour

°SR). Les courbes de grammage aussi montrent la même influence (diminution). Ce même résultat est prévisible car une augmentation du degré de raffinage entraîne automatiquement une augmentation du taux de fines. Malheureusement, le modèle ne tient pas compte de la relation croissante existant entre le degré de raffinage et le taux de fines de fibres. Ceci expliquerait peut-être pourquoi le résultat n'est pas le même dans le cas de l'eau égouttée: dans le cas du taux de fines, il n'y a pas d'influence sur l'égouttage (0%) alors qu'un degré de raffinage plus grand entraîne une diminution de la quantité d'eau égouttée de 8%.

7.2.3 Température

Dans le modèle la température est un des paramètres responsables de la diffusion des particules fines (section 4.3.4).

Une élévation de 20% de la température entraîne une baisse de concentration dans les eaux blanche (-3.5%) et donc une meilleure rétention, ceci étant dû à une augmentation du mouvement brownien, causant plus de collisions entre les particules et les fibres et augmentant ainsi leur chance de déposition et donc d'hétérofloculation. Parallèlement, le grammage déposé s'en trouve augmenté (30% au début et 5% à la fin de la zone de formation). Le débit d'eau égoutté n'augmente qu'au début de la formation (+8%).

7.2.4 Pulsations de pressions créées par les organes d'égouttage

Les organes d'égouttage sont traduits dans le modèle par des intensités de pulsations de pressions tel qu'expliqué dans le chapitre VI. Des pulsations de pression d'intensité plus élevée représentent une aspiration plus forte. Par conséquent, en même temps que se produit une turbulence plus accentuée contribuant à briser certaines liaisons entre les différents agrégats, le matelas se compacte davantage, emprisonnant plus facilement les éléments fins. On a donc une concentration dans les eaux blanches plus faible (-3% à -

2%) pour des pulsations plus fortes et plus de matière déposée (le grammage est plus élevé (+20%)). Par contre, la quantité d'eau égouttée ne semble pas changer.

7.2.5 Vitesse de la machine

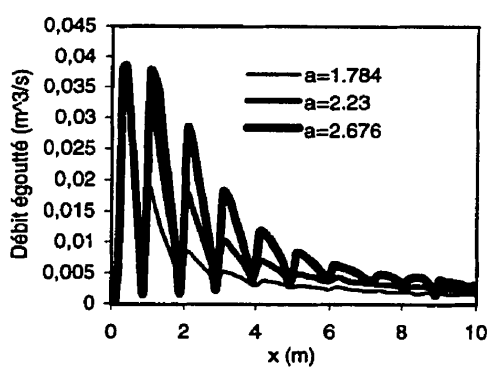
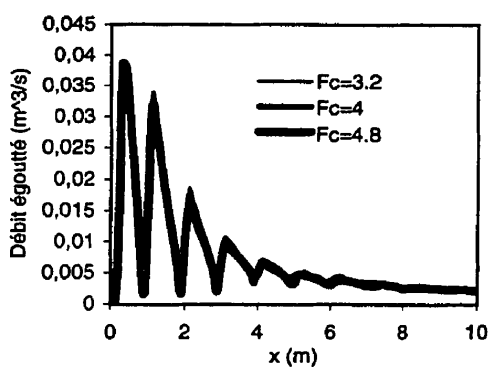
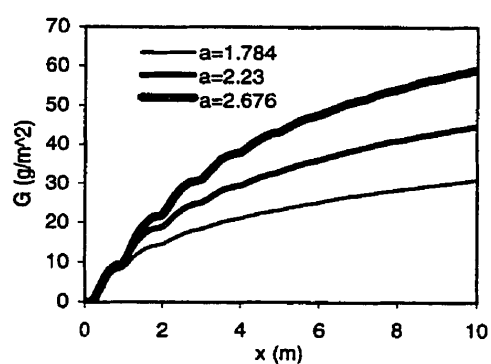
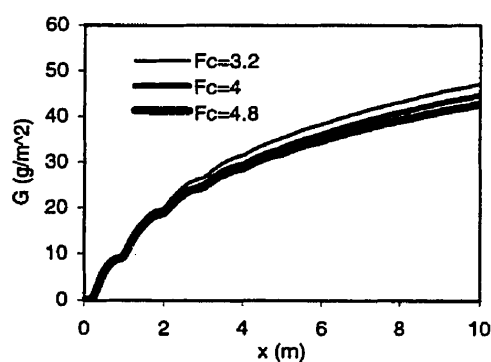
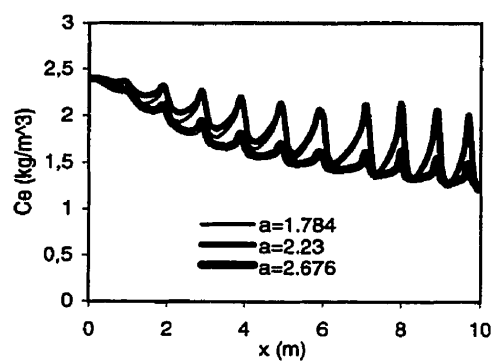
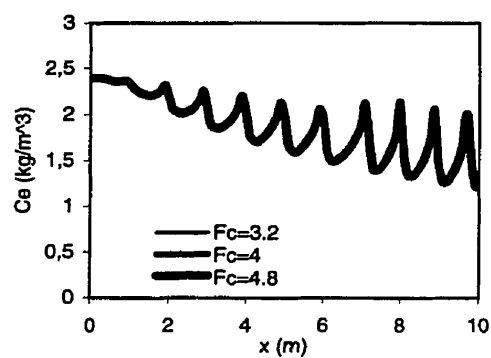
Le modèle est très sensible à une variation de la vitesse de la machine. Une faible augmentation de 5% de la vitesse contribue à diminuer la concentration (-16%), à augmenter le grammage (de +65% à +40%). Le débit d'eau égoutté reste le même. Ces résultats correspondent à ceux trouvés pour les pulsations de pression, ces dernières étant estimées à l'aide de la vitesse de la machine.

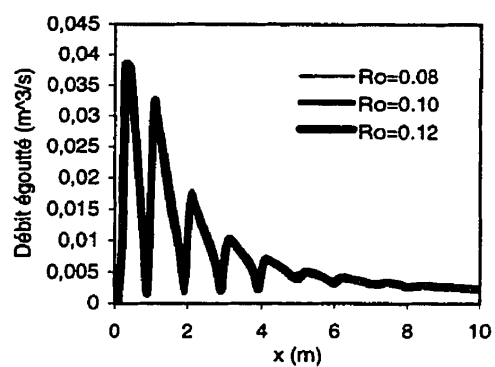
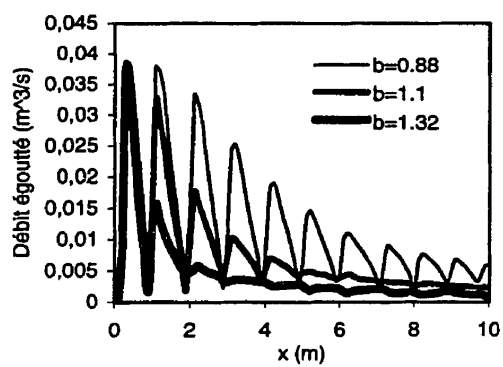
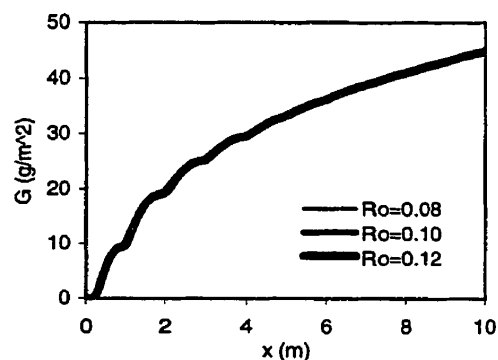
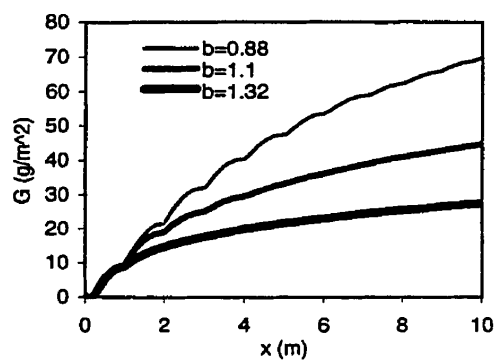
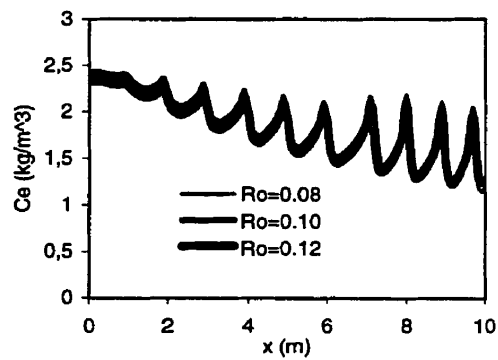
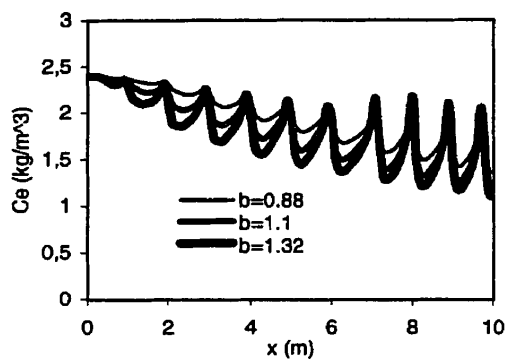
7.3 Influence des paramètres de simulation

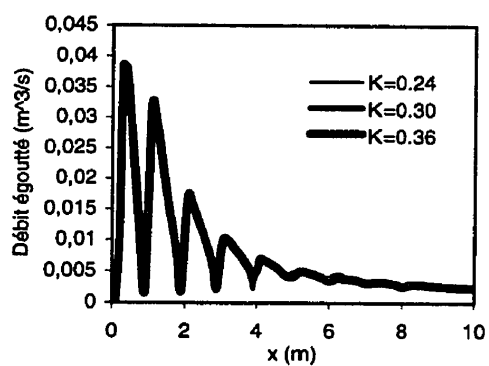
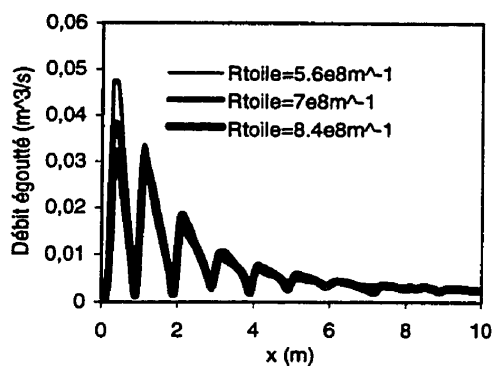
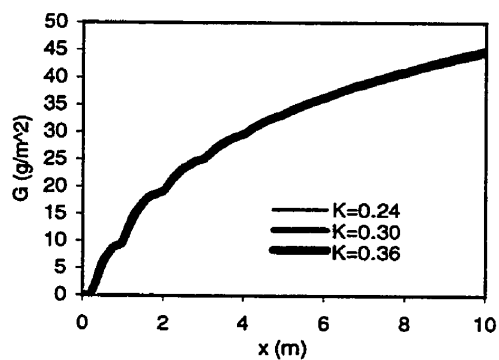
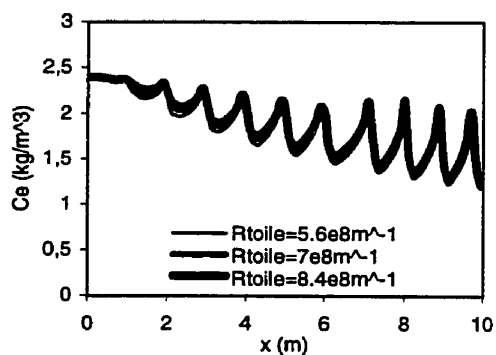
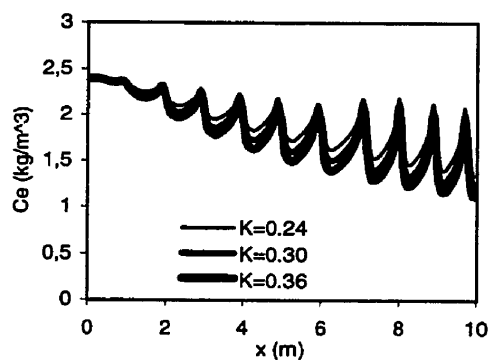
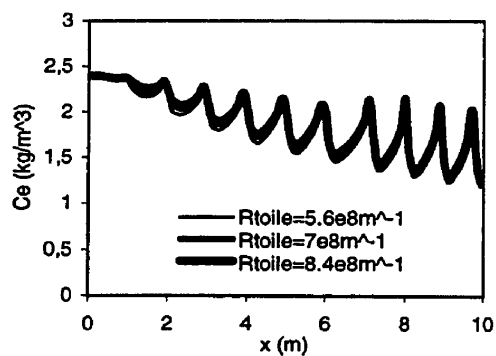
Le tableau 6.5 (que l'on a exposé au chapitre VI) résume l'influence d'une variation de +20% des paramètres de simulation sur C_e , G et Q_e . Les figures 7.13 à 7.21 montrent l'influence d'une variation de $\pm 20\%$ tout au long de la zone de formation.

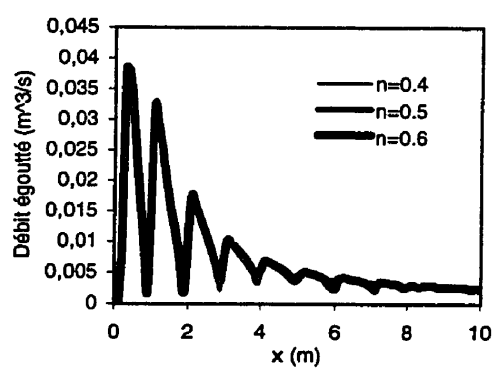
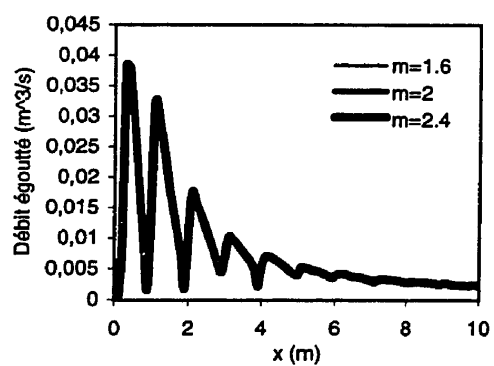
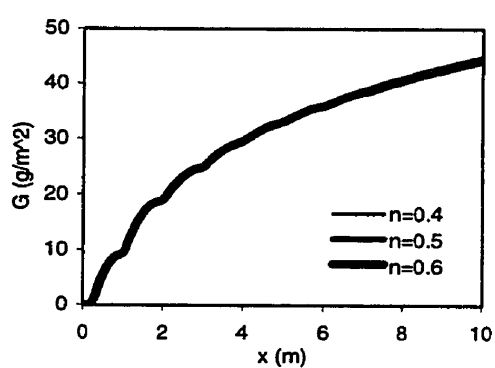
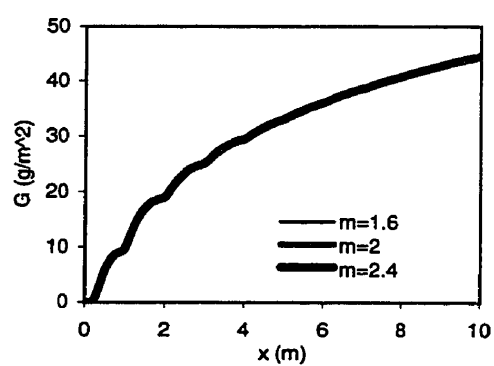
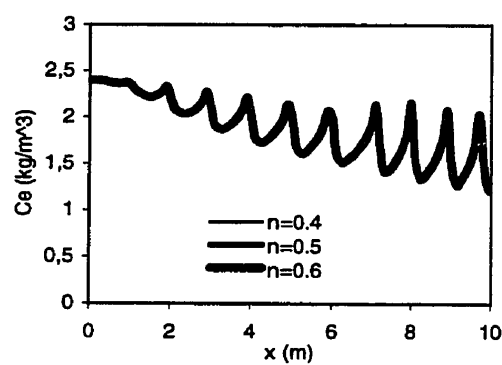
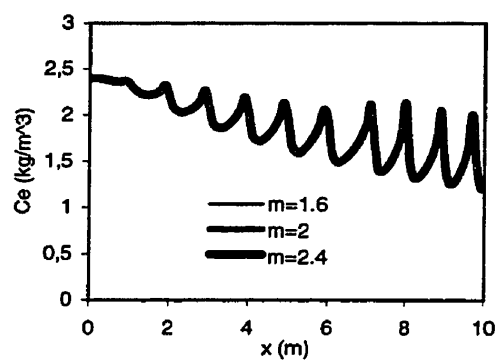
Tableau 6.5 Influence d'une variation des paramètres de simulation

Paramètre	C_e	G	Q_e
Fc	[0 ; 2]	[0 ; -5]	-3
a	[0 ; -15]	[0 ; 33]	[26 ; 40]
b	[0 ; 17]	[0 ; -40]	[-28 ; -40]
R₀	-3	[2 ; 0]	-2
R_{toile}	[2 ; 1]	[-18 ; -2]	[-5 ; 0]
K	[0 ; -7]	[1 ; 0]	[-1 ; -2]
m	[0 ; -1]	0	[0 ; -4]
n	[0 ; 2]	0	[0 ; 1]
u	[0 ; 9]	[0 ; -1]	0

Figure 7.13 Influence de F_c Figure 7.14 Influence de a

Figure 7.15 Influence de b Figure 7.16 Influence de Ro

Figure 7.17 Influence de R_{toile} Figure 7.18 Influence de K

Figure 7.19 Influence de m Figure 7.20 Influence de n

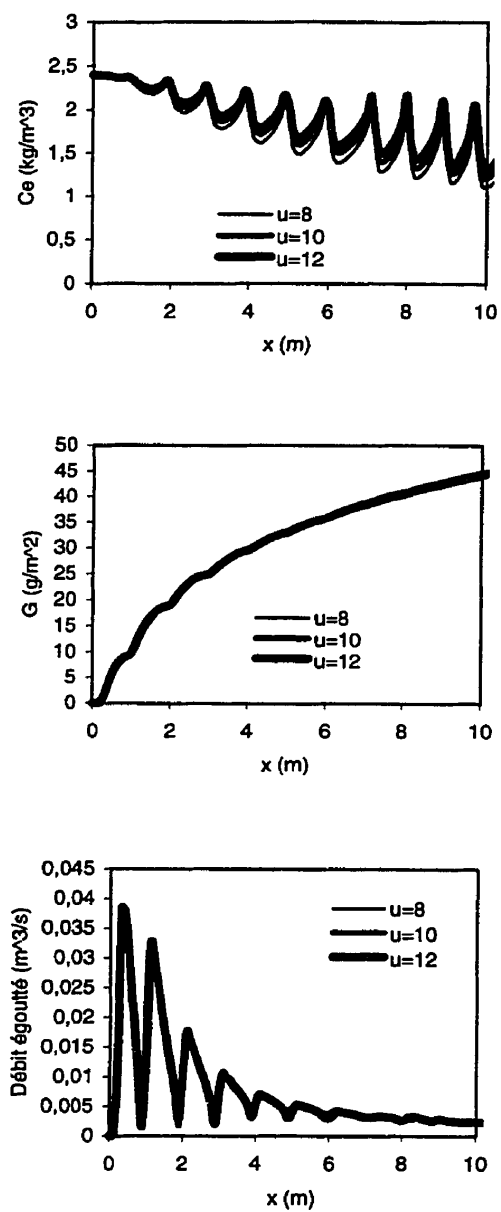


Figure 7.21 Influence de u

7.3.1 Facteur de colmatage

Le facteur de colmatage F_c est un paramètre empirique qui tient compte de la nature de la pâte et de la concentration de la suspension et sert à ajuster l'expression de la résistance spécifique initiale.

Son effet n'est pas très significatif sauf pour le grammage où une augmentation traduisant une densification du matelas. Le drainage est plus lent et le grammage déposé plus faible.

7.3.2 Coefficient de formation

Le coefficient de formation a est un critère de drainage (Gagnon, 1997). Ainsi, une augmentation de a accélère l'égouttage, la quantité d'eau égouttée est nettement plus élevée sur la figure 7.14. La formation de la feuille est plus rapide, le grammage déposé est donc plus élevé. Le grammage plus élevé signifie que plus de matière est retenue. Par conséquent, la concentration dans les eaux blanches est plus faible pour un coefficient de formation élevé.

7.3.3 Coefficient de compressibilité

Le coefficient de compressibilité b du matelas fibreux est indépendant de la consistance et du degré de raffinage de la pâte, mais dépend uniquement du type de pâte (Walhström et O'Blènes, 1962). L'augmentation de b traduit une densification du matelas fibreux et par conséquent, un égouttage et une formation de matelas plus lents (Gagnon, 1997). Les effets sur la concentration, le grammage et la quantité d'eau égouttée, sont alors opposés à ceux observés pour le cas d'une variation du coefficient de formation.

7.3.4 Résistance de la toile à l'égouttage

La résistance à l'égouttage de la toile dépend du type de toile, de ses paramètres géométriques (nombre de couches, taille des mailles...). L'influence de ce paramètre est surtout significative au début de la formation de la feuille, c'est-à-dire lorsque la résistance du matelas est encore faible, mais il est aussi très difficilement quantifiable. Au fur et à mesure que le matelas se forme, la résistance du matelas l'emporte alors sur celle de la toile. Étant donné que l'influence ne devrait être significative qu'au début, on a bien les mêmes courbes (concentration et grammage) qui sont simplement translatées due à une valeur différente seulement en début de formation. En ce qui concerne la quantité d'eau égouttée, on voit le pic en début de formation qui est plus élevé pour une résistance de toile plus faible.

7.3.5 K, m, n et u

Les paramètres K, m, n et u servent à ajuster les concentrations en éléments fins dans les eaux blanches. Leur influence est faible.

7.3.6 Rétention initiale

Tel qu'expliqué dans le chapitre III, la rétention initiale traduit la fraction d'éléments fins hétérofloculée et retenue avant d'arriver sur la toile de formation. La rétention initiale est augmentée lorsque la quantité d'agent de rétention l'est aussi. L'ajout d'agent de rétention contribue à diminuer la concentration d'éléments fins dans les eaux blanches. Ils ont une grande influence sur l'adsorption des molécules et plus particulièrement sur la force de liaison entre les particules, c'est-à-dire sur la solidité des floes formés. La rétention de matière sur la toile est en conséquence améliorée.

7.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de voir l'influence de chaque paramètre du modèle sur trois variables de sortie importantes qui sont la concentration totale en éléments fins dans les eaux blanches, le grammage et le débit d'eau égoutté. En dehors du fait que les conditions de fabrication telles que le débit en caisse de tête et la vitesse de la machine ont une influence significative pour une variation très faible, ce sont les paramètres d'ajustement qui sont déterminants quant au comportement du modèle. Il s'agit particulièrement des paramètres responsables d'une caractéristique intrinsèque du matelas fibreux qui est la résistance spécifique à la filtration. En effet, le coefficient de formation ainsi que le coefficient de compressibilité sont ceux qui affectent le plus le modèle. D'un point de vue physique, il est normal que la résistance spécifique à la filtration influence le plus ce modèle de rétention car elle gère le processus de formation de la feuille qui est un processus de filtration. Il serait intéressant de vérifier dans des travaux ultérieurs le réalisme des valeurs trouvées pour les réponses lors des variations apportées.

CONCLUSION

Le modèle mathématique développé pour une machine à papier à table plate, permet en premier lieu de déterminer la vitesse d'égouttage de la suspension fibreuse, ensuite de trouver la masse surfacique déposée sur la toile, d'évaluer la concentration en éléments fins dans les eaux blanches et enfin de calculer la rétention de la matière solide. Le modèle tient compte de la zone de formation point par point et n'est valide que pour un système à deux phases et donc ne fonctionne pas pour les trois phases après la ligne d'eau.

La physico-chimie intervient dans le modèle d'une part au niveau de la rétention initiale des éléments fins. En effet, dans une suspension papetière composée de fibres et d'éléments fins (charges et fines), on peut supposer qu'initialement, les éléments fins passent à travers la toile sauf ceux qui adhèrent aux fibres, ceci étant dû aux forces de surface. Ces éléments initialement retenus (hétérofloculation) affectent évidemment la matière déposée au fur et à mesure que le matelas se forme. D'autre part, l'indice de filtration qui représente le taux de diminution de la concentration de particules venant de la suspension fibreuse et passant dans les différentes couches du matelas, a été développé afin de tenir compte de paramètres régissant les phénomènes physico-chimiques. Cet indice de filtration est exprimé en fonction d'une efficacité de collection de particules qui, comme son nom l'indique, traduit l'efficacité qu'ont les particules à se déposer sur les fibres.

La résolution du modèle est faite avec le logiciel de simulation Matlab® plus Simulink® avec les données de la papeterie de Lancey (France) pour quatre points de fonctionnement. Des paramètres ont été ajustés afin de faire correspondre les résultats de simulation avec les valeurs expérimentales. La sensibilité du processus de formation de la feuille suite à des changements de variables que ce soit du point de vue composition (taille des fibres, tailles des particules fines de fibres ou de charges,...), du

point de vue des conditions de fabrication (concentration et débit en caisse de tête, vitesse de la machine,...) ou au niveau des paramètres d'ajustement a été abordée.

Recommandations:

- L'analyse de sensibilité a été faite en variant les paramètres indépendamment les uns des autres, ceci ne tenant pas compte d'interactions existant entre chacun d'eux. Par conséquent, il serait intéressant d'approfondir l'étude de sensibilité en considérant ces interactions.
- Le modèle n'est valable que dans la zone de formation à deux phases. La formation de la feuille après la ligne d'eau devrait être incorporée au modèle afin d'avoir une étude sur le phénomène complet de la rétention sur toute la table.
- Le modèle a été développé sur une base de régime permanent où une situation d'équilibre était atteinte. L'intégration du mode dynamique permettrait au modèle de se rapprocher de la réalité.
- Afin de simplifier le développement du modèle, on avait une situation de rétention première passe où ni recirculation de cassés, ni recirculation d'eau blanche n'étaient considérées. Le modèle pourrait être adapté de telle sorte que ces éléments soient des paramètres supplémentaires.

RÉFÉRENCES

- ADAMCZYK, Z. et VAN DE VEN, T.G.M. (1981). Deposition of Brownian Particles onto Cylindrical Collectors. Journal of Colloid and Interface Science, 84 (2), 497-518.
- ADAMS, R.A. (1996). Calculus of Several Variables. Addison-Wesley Publishers Limited, Canada, 515.
- BRITT, K.W. (1973). Mechanisms of Retention During Paper Formation, TAPPI Journal, 56 (10), 46-50.
- BRITT, K.W., UNBEHEND, J.E. et SHRIDHARAN, R. (1986). Observations on Water Removal in Papermaking, TAPPI Journal, 69 (7), 76-79.
- BROWN, R. (1990). The Effect of Filler Particle Size on Retention, Paper Technology, (7), 32.
- CARRÉ, B. (1992). Contribution à une meilleure compréhension des mécanismes de rétention et de floculation intervenant dans la fabrication du papier. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, France.
- DERJAGUIN, B.V. et LANDAU, L. (1941). Theory of the Stability of Strongly Charged Lyophilic Solutions and the Adhesion of Strongly Charged Particles in Solutions of Electrolytes, Acta Physicochim, (14), 633-662.
- DYER, D.A., MEYER, H. et NELSON, R.W. (1980). Retention Dynamics for Small Particles on cylindrical Fibres. I. Paperi ja Puu, 62 (11), 699-702, 705-706, 723.

ESTRIDGE, R. (1962). The Initial Retention of Fibers by Wire Grids. TAPPI, 45 (4), 285-291.

GAGNON, C. (1997). Modélisation de la rétention sur la plate d'une machine à papier. Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, Canada.

GALLAGHER, T.M. (1994). Retention - The Key to Efficient Papermaking. Wet End Operations Short Course, Cincinnati, OH, 359-370.

HAN, S.T. (1962). Drainage in a Vacuum Former. TAPPI Journal, 45 (4), 292-295.

HAN, S.T. (1964). Retention of Small Particles in Fiber Mats. TAPPI, 47 (12), 782-787.

HAPPEL, J. (1959). Viscous Flow in Multiparticle Systems: Slow Motion of Fluids Relative to Beds of Spherical Particles. A.I.Ch.E. Journal, 4, 197-201.

HOGG, R. (1984). Collision Efficiency Factors for Polymer Flocculation. Journal of Colloid and Interface Science, 102 (1), 232-236.

INGMANSON, W.L. (1952). An Investigation of the Mechanism of Water Removal from Pulp Slurries. TAPPI, 35 (10), 439-448.

INGMANSON, W.L. (1953). Filtration Resistance of Compressible Materials. Chem. Eng. Progr., 49 (11), 577-584.

INGMANSON, W.L. (1957). Filtration Resistance on the Fourdrinier Table Roll Section. TAPPI, 40 (12), 936-943.

INGMANSON, W.L. et WHITNEY R.P. (1954). The Filtration Resistance of Pulp Slurries. TAPPI, 37 (11), 523-533.

INGMANSON, W.L. et ANDREWS, B.D. (1959). The Effect of Beating on Filtration Resistance and its Components on Specific Surface and Specific Volume. TAPPI, 42 (1), 29-35.

JAYCOCK, M.J. et SWALES, D.K. (1994). The Theory of Retention. Paper Technology, 35 (8), 26-33.

KUBAWARA, S. (1959). The Forces Experienced by Randomly Distributed Parallel Circular Cylinders or Spheres in a Viscous Flow at Small Reynolds Numbers, J. Phys. Soc. Japan, 14, 527-538.

LINDSTRÖM, T. et EKLUND, D. (1991). Paper Chemistry: an Introduction. DT Paper Science Publications Grankulla, Finland.

MEYER, H. (1971). Hydrodynamics of the Sheet-Forming Process. Tappi Journal, 54 (9), 1426-1450.

PIERRE, C. (1997). Communication personnelle.

PIRES, E.C. (1995). Um modelo de desaguamento de massas celulósicas para aplicação em máquina de papel e prensas de desaguamento de lodo. O Papel, 60-65.

PIRES, E.C., SPRINGER, A.M. et KUMAR, V. (1988). Computational Model for Water Drainage in Fourdrinier Paper Machines. TAPPI Journal, 4, 133-139.

RAMARAO, B.V. (1993). Dynamics of Fine Particle Retention in Fibrous Media. TAPPI Engineering Conference, 2, Orlando, 455-475.

RAMARAO, B.V. et KUMAR, P. (1996). A Model for the Gravity Drainage of Papermaking Suspensions. Nordic Pulp and Paper Research Journal, 2, 86-94.

ROUX, J.-C., RUEFF M. et LE GUENNIC F. (1994). Retention Management at the Paper Machine Wet End. EFPG-LGP2-INPG, Rapport final.

SAMPSON, W.W. et KROPHOLLER, H.W. (1996). Batch-Drainage Curves for Pulp Characterization. TAPPI Journal, 79 (1), 151-160.

SCOTT W.E. (1992). Wet End Chemistry, an Introduction. Tappi Press, Atlanta, 64.

SHIRT, R.W., DUMONT, G.A. et DAVIES, M.S. (1997). Dynamic Simulation of Paper Machine Wet End Chemistry, The Johan Gullichsen Colloquium, HUT Life Long Learning Institute DIPOLI, Espoo, 31-60.

SMOLUCHOWSKI, M. (1917). Mathematical Theory of the Kinetics of the Coagulation of Colloidal Solutions, Journal of Physical Chemistry, 92, 129-168.

SMOOK, G.A. (1992). Handbook for Pulp and Paper Technologists, Second Edition, Angus Wilde Publications Inc., Canada, 419.

SPIELMAN, L.A. et GOREN, S.L. (1970). Capture of Small Particles by London Forces from Low Speed Liquid Flows, Environ. Sci. Technol., 4 (2), 135-140.

TAYLOR, G.I. (1956). Drainage at a Table Roll, Pulp and Paper Magazine of Canada, 57 (3), 267-273.

TAYLOR, G.I. (1958). Drainage at a Table Roll and a Foil. Pulp and Paper Magazine of Canada, 59, 172-176.

VALLETTE, P. (1983). Le point sur la rétention, document n°1113, Centre Technique du Papier, Grenoble, France.

VAN DE VEN, T.G.M. (1984). Theoretical Aspects of Drainage and Retention of Small Particles on the Fourdrinier. Journal of Pulp and Paper Sciences, 10 (3), J57-J63.

VAN DE VEN, T.G.M. (1989). Physicochemical and Hydrodynamic Aspects of Fines and Fillers Retention, Trans. 9th Fundamental Res. Symp., Cambridge, 1, 471-494.

VAN DE VEN, T.G.M. (1992). Particle Deposition on Pulp Fibers: the Influence of Added Chemicals, Paper and Coating Chemistry Symposium, Stockholm, Sweden.

VAN DE VEN, T.G.M. (1993). Particle Deposition on Pulp Fibers: the Influence of Added Chemicals. Nordic Pulp and Paper Research Journal, 1 (8) 130-134, 147.

VERWEY, E.J.W. et OVERBEEK, J.Th.G. (1948). Theory of the Stability of Lyophobic Colloids. Elsevier Publishing Co., New York, 216.

VIGNESWARAN, S., JEGATHEESAN, V., RAVEENDRAN, P. et BEN AIM, R. (1996). A Semi-Empirical Approach to Incorporate the Interactive Forces in Deep Bed Filtration, 7th World Filtration Congress, Proceedings, Vols I and II, Budapest, Hungary, 72-76.

WAHLSTROM, B. et O'BLLENES, G. (1962). The Drainage of Pulps at Paper-Making Rates and Consistencies Using a New Drainage Tester. Pulp and Paper Magazine of Canada, 63, T405-T417.

WEBB, L.J. (1987). Using Steady State Models to Improve Retention. Pap. Technol. Ind., 28 (3), 478-479, 481-483.

WEI, H., KUMAR, P., RAMARAO, B.V. et TIEN, C. (1996). Drainage and Fine Particle Retention in a Forming Incompressible Fibrous Mat. Journal of Pulp and Paper Science, 22 (11), J446-J451.

XU, J., BOUSFIELD, D.W. (1993). Effect and Modeling of Shear Rate and Drainage Rate on Retention of Fines, Papermakers Conf., Atlanta, 95-101.

ANNEXE I

FONCTIONS DE BESSEL (Adams, 1996)

Beaucoup des équations différentielles linéaires du second degré qu'on retrouve dans les applications n'ont pas de coefficients constants et ne sont pas des équations d'Euler. Parfois, des solutions peuvent être trouvées sous la forme de séries de puissance de Taylor. Ces solutions sont utilisées pour définir de nouvelles fonctions dont les propriétés sont déduites du fait qu'elles résolvent les équations différentielles. Par exemple, les fonctions de Bessel d'ordre ν sont définies comme étant des solutions de l'équation différentielle de Bessel suivante:

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - \nu^2)y = 0 \quad (\text{I.1})$$

Solution en puissance de l'équation de Bessel d'ordre $\nu=1$

L'équation I.1 devient:

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0 \quad (\text{I.2})$$

Soit la solution y et ses dérivées première et seconde suivantes:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{\mu+n} \quad (\text{I.3})$$

$$y' = \sum_{n=0}^{\infty} (\mu + n) a_n x^{\mu+n-1} \quad (\text{I.4})$$

$$y'' = \sum_{n=0}^{\infty} (\mu + n)(\mu + n - 1) a_n x^{\mu+n-2} \quad (\text{I.5})$$

En substituant ces expressions dans l'équation de Bessel I.1, on trouve:

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(\mu+n)(\mu+n-1) + (\mu+n-1)a_n x^n + a_n x^{n+2}] = 0 \quad (\text{I.6})$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(\mu+n)^2 - 1]a_n x^n + \sum_{n=2}^{\infty} a_{n-2} x^n = 0 \quad (\text{I.7})$$

$$(\mu^2 - 1)a_0 + ((\mu+1)^2 - 1)a_1 x + \sum_{n=2}^{\infty} [(\mu+n)^2 - 1]a_n + a_{n-2} x^n = 0 \quad (\text{I.8})$$

Tous les termes doivent s'annuler. Puisque $a_0 \neq 0$ (prenons $a_0=1$), on obtient:

$$\mu^2 - 1 = 0 \quad (\text{I.9})$$

$$[(\mu+1)^2 - 1]a_1 = 0 \quad (\text{I.10})$$

$$a_n = -\frac{a_{n-2}}{(\mu+n)^2 - 1}, \quad (n \geq 2) \text{ equation de récurrence} \quad (\text{I.11})$$

$\mu \neq 1$, par conséquent, $a_1=0$.

Si $\mu=1$, alors la relation de récurrence devient $a_n = -a_{n-2}/(n)(n+2)$. Par conséquent,

$$a_3 = 0, a_5 = 0, a_7 = 0, \dots$$

$$a_2 = \frac{-1}{2*4}, a_4 = \frac{1}{2*4*4*6}, a_6 = \frac{-1}{2*4*4*6*6*8}, \dots$$

D'où:

$$a_{2n} = \frac{(-1)^n}{2^{2n} n! (n+1)!} \quad (\text{I.12})$$

La solution de l'équation de Bessel d'ordre 1 est:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n} n! (n+1)!} x^{2n+1} \quad (\text{I.13})$$

Solution en puissance de l'équation de Bessel d'ordre $\nu=0$

L'équation I.1 devient:

$$xy'' + y' + xy = 0 \quad (\text{I.14})$$

Soit la solution y et ses dérivées première et seconde suivantes:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{\mu+n} \quad (\text{I.15})$$

$$y' = \sum_{n=0}^{\infty} (\mu + n) a_n x^{\mu+n-1} \quad (\text{I.16})$$

$$y'' = \sum_{n=0}^{\infty} (\mu + n)(\mu + n - 1) a_n x^{\mu+n-2} \quad (\text{I.17})$$

En substituant ces expressions dans l'équation de Bessel I.14, on trouve:

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(\mu + n)(\mu + n - 1) + (\mu + n)] a_n x^{\mu+n-1} + a_n x^{\mu+n+1} = 0 \quad (\text{I.17})$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(\mu + n)^2] a_n x^{\mu+n-1} + \sum_{n=2}^{\infty} a_{n-2} x^{\mu+n-1} = 0 \quad (\text{I.18})$$

$$\mu^2 a_0 x^{-1} + (\mu + 1)^2 a_1 + \sum_{n=2}^{\infty} [(\mu + n)^2 a_n + a_{n-2}] x^{\mu+n-1} = 0 \quad (\text{I.19})$$

Tous les termes doivent s'annuler. Puisque $a_0 \neq 0$ (prenons $a_0=1$), on obtient:

$$\mu^2 = 0 \quad (\text{I.20})$$

$$(\mu + 1)^2 a_1 = 0 \quad (\text{I.21})$$

$$a_n = -\frac{a_{n-2}}{(\mu + n)^2}, \quad (n \geq 2) \text{ équation de récurrence} \quad (\text{I.22})$$

$\mu=0$, par conséquent, $a_1=0$.

Si $\mu=0$, alors la relation de récurrence devient $a_n = -a_{n-2}/n^2$. Par conséquent,

$$a_3 = 0, a_5 = 0, a_7 = 0, \dots$$

$$a_2 = \frac{-1}{2^2}, a_4 = \frac{1}{2^2 * 4^2}, a_6 = \frac{-1}{2^2 * 4^2 * 6^2}, \dots$$

D'où:

$$a_{2n} = \frac{(-1)^n}{2^{2n} (n!)^2} \quad (\text{I.23})$$

La solution de l'équation de Bessel d'ordre 0 est:

$$y = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^{2n} (n!)^2} x^{2n+1} \quad (\text{I.24})$$

ANNEXE II

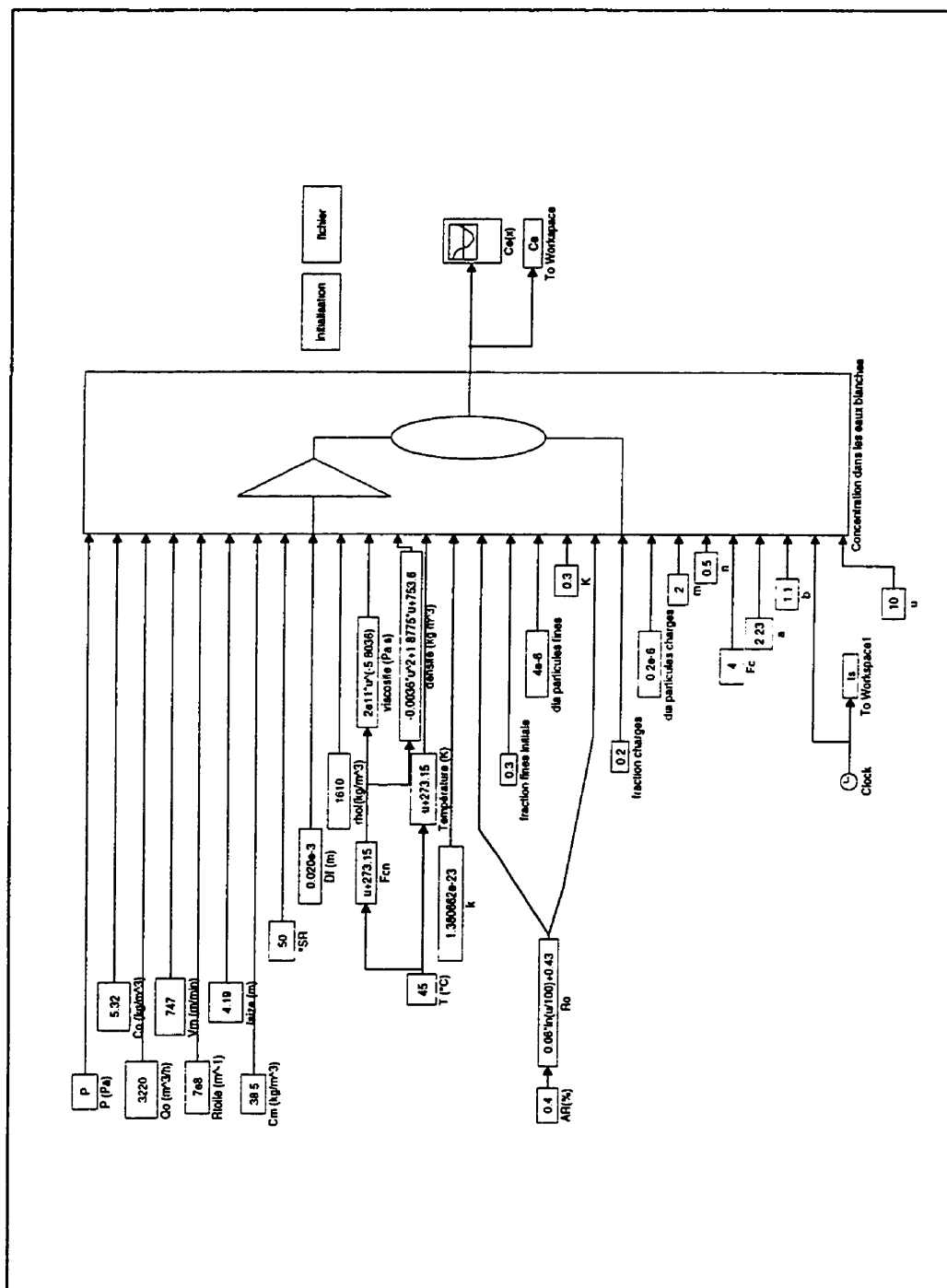


Figure A2.1 Bloc principal

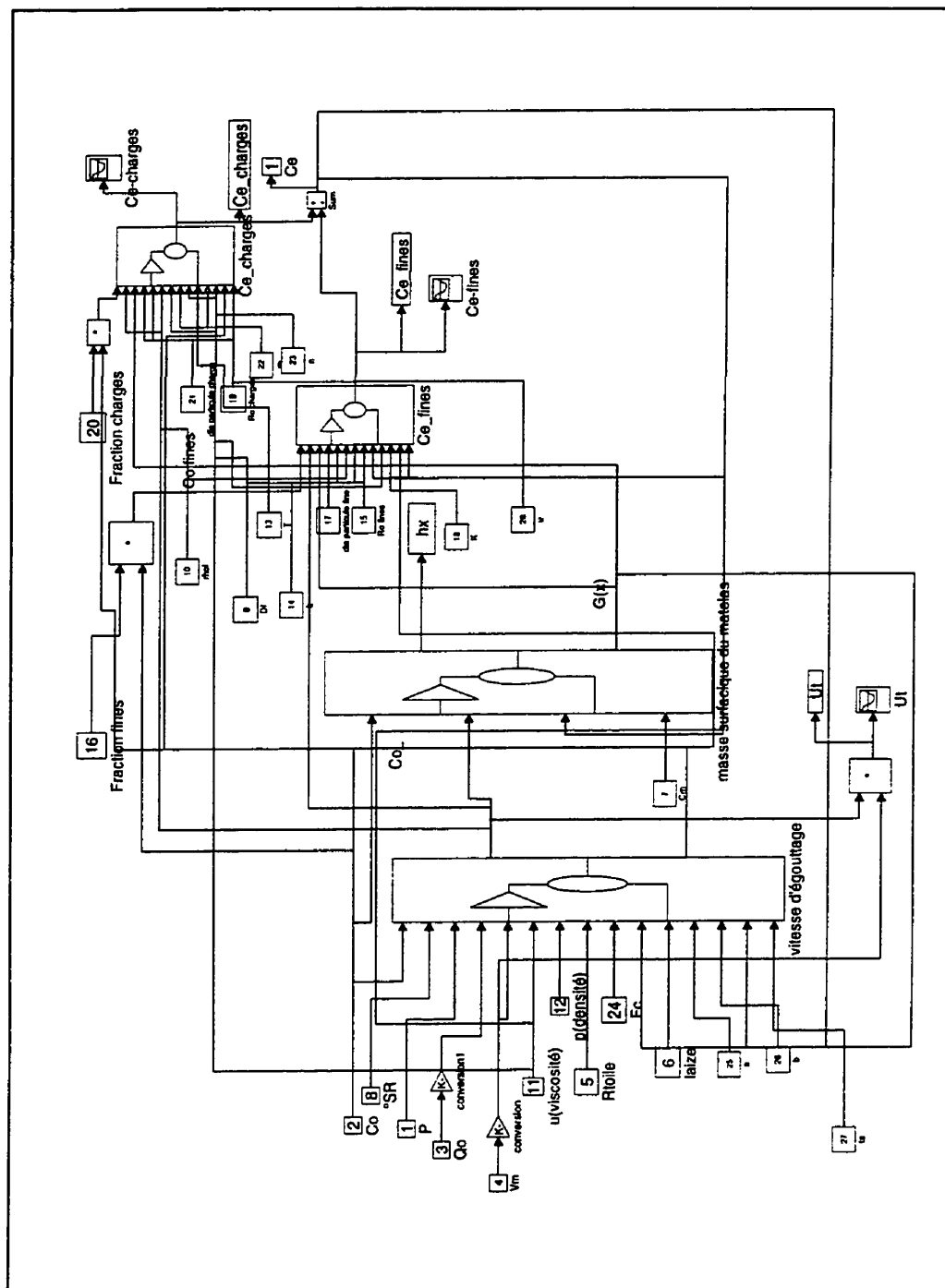


Figure A2.2 Définition du bloc principal

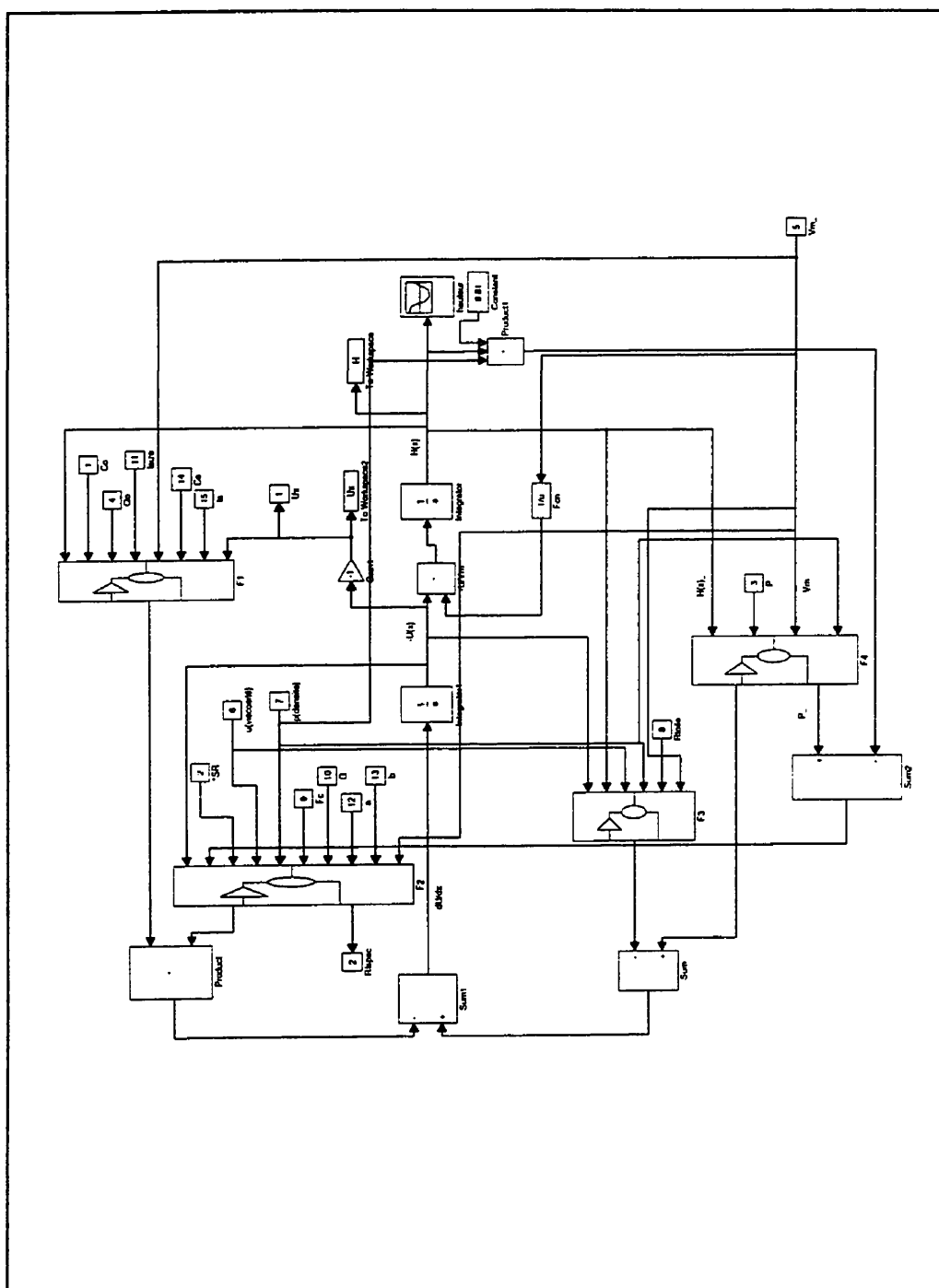


Figure A2.3 Vitesse d'égotage (Gagnon, 1997)

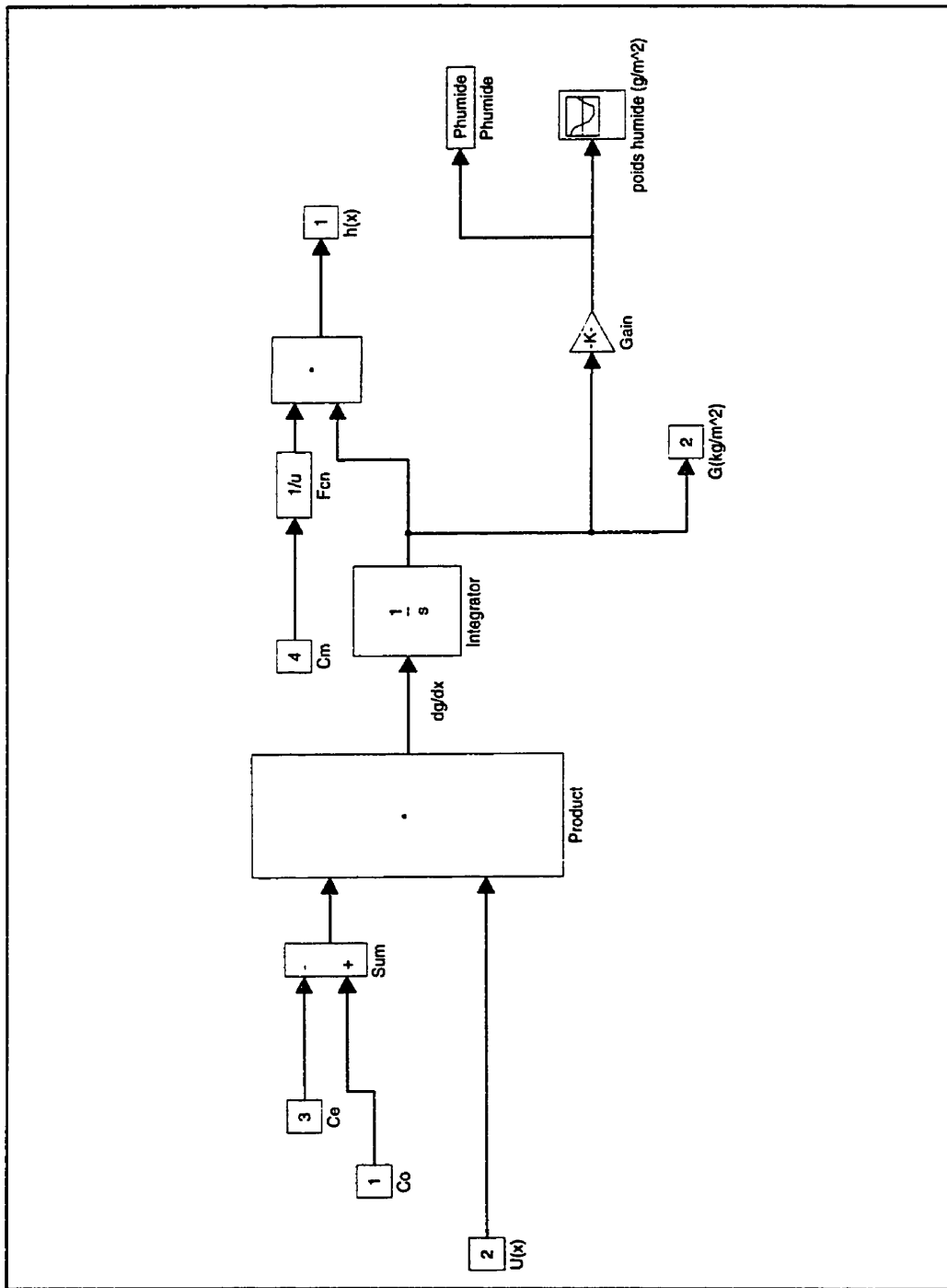


Figure A2.4 Grammage (Gagnon, 1997)

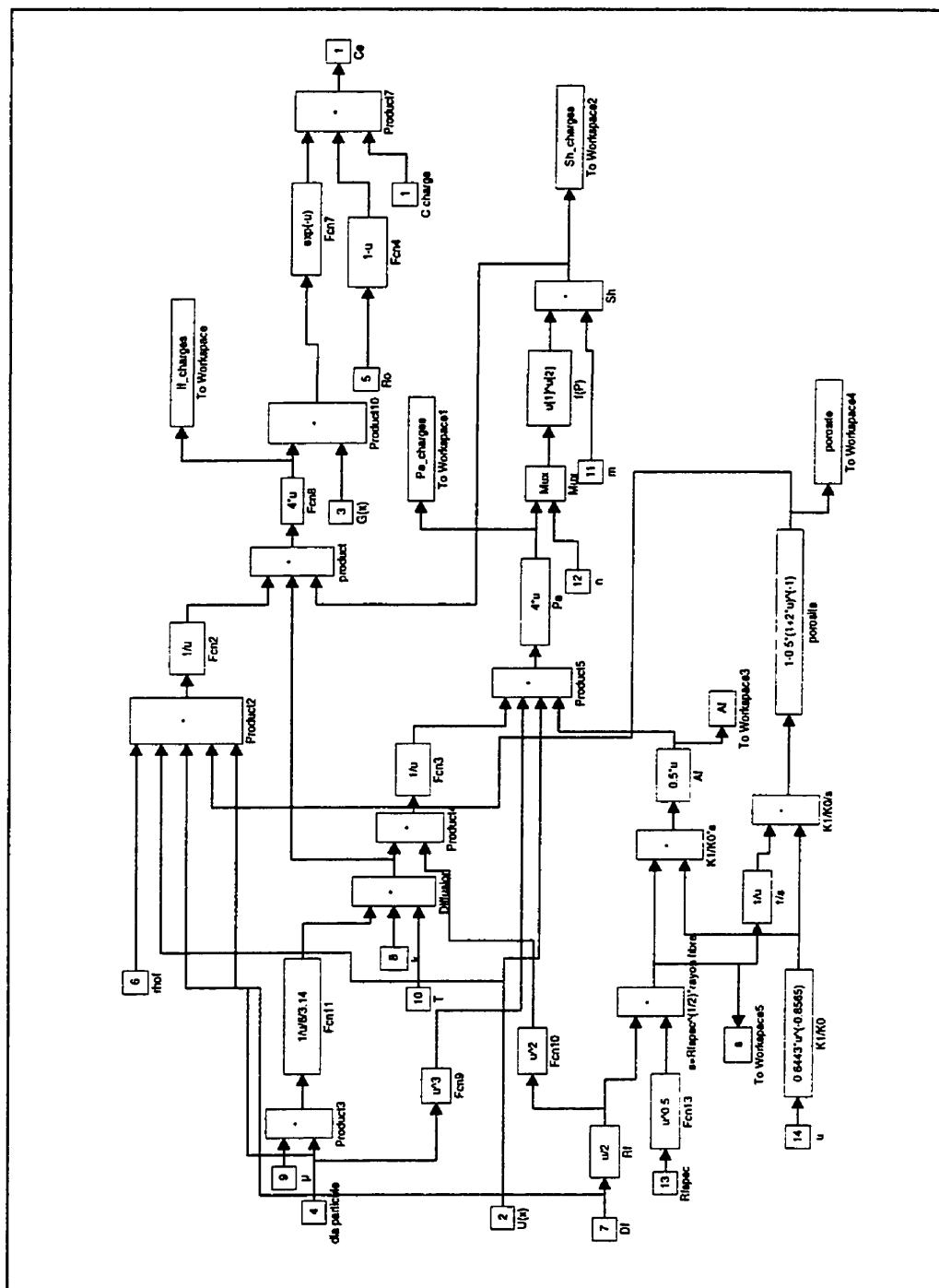
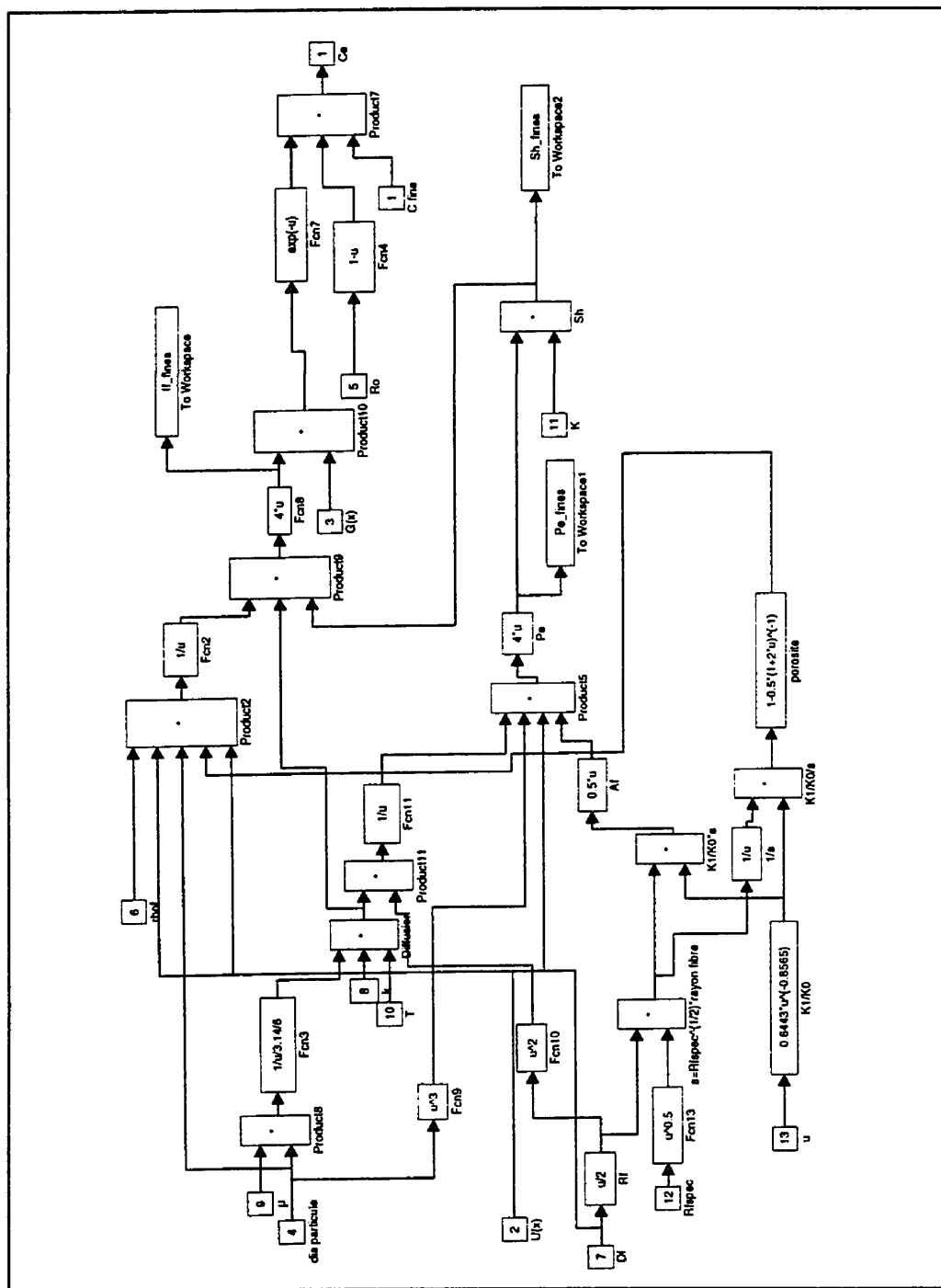


Figure A2.5 Concentration en charges



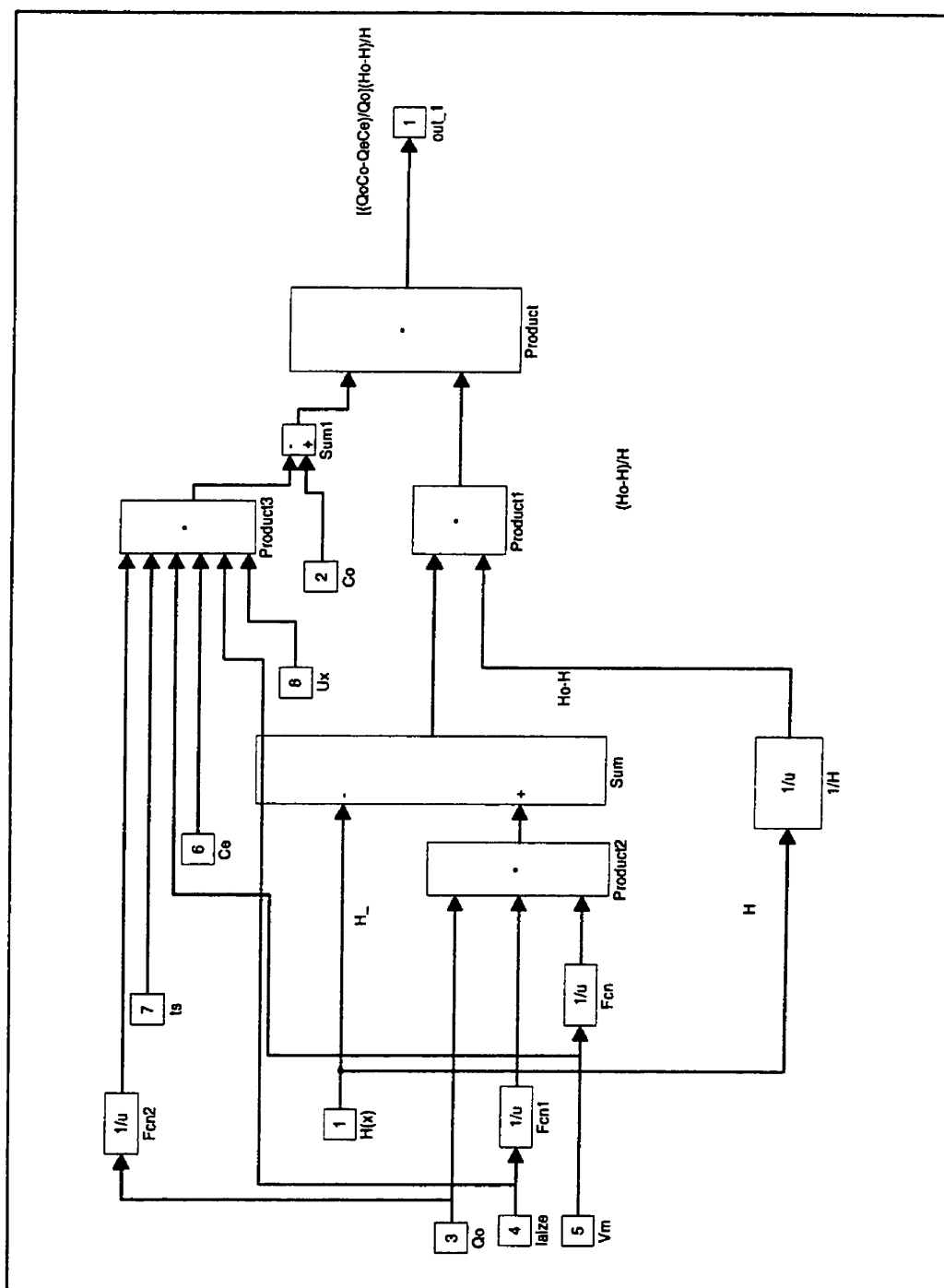


Figure A2.7 F1

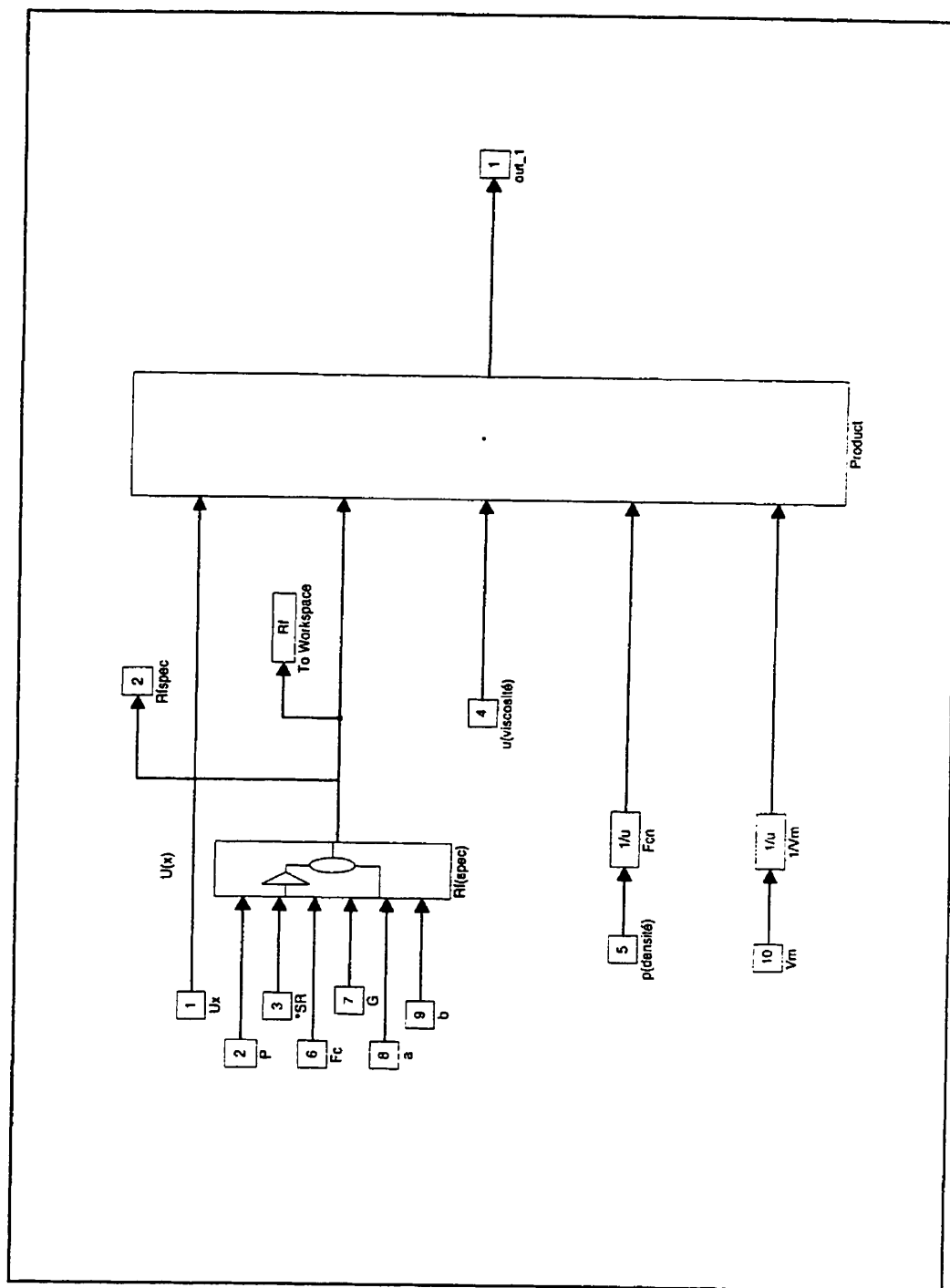


Figure A2.8 F2 (Gagnon, 1997)

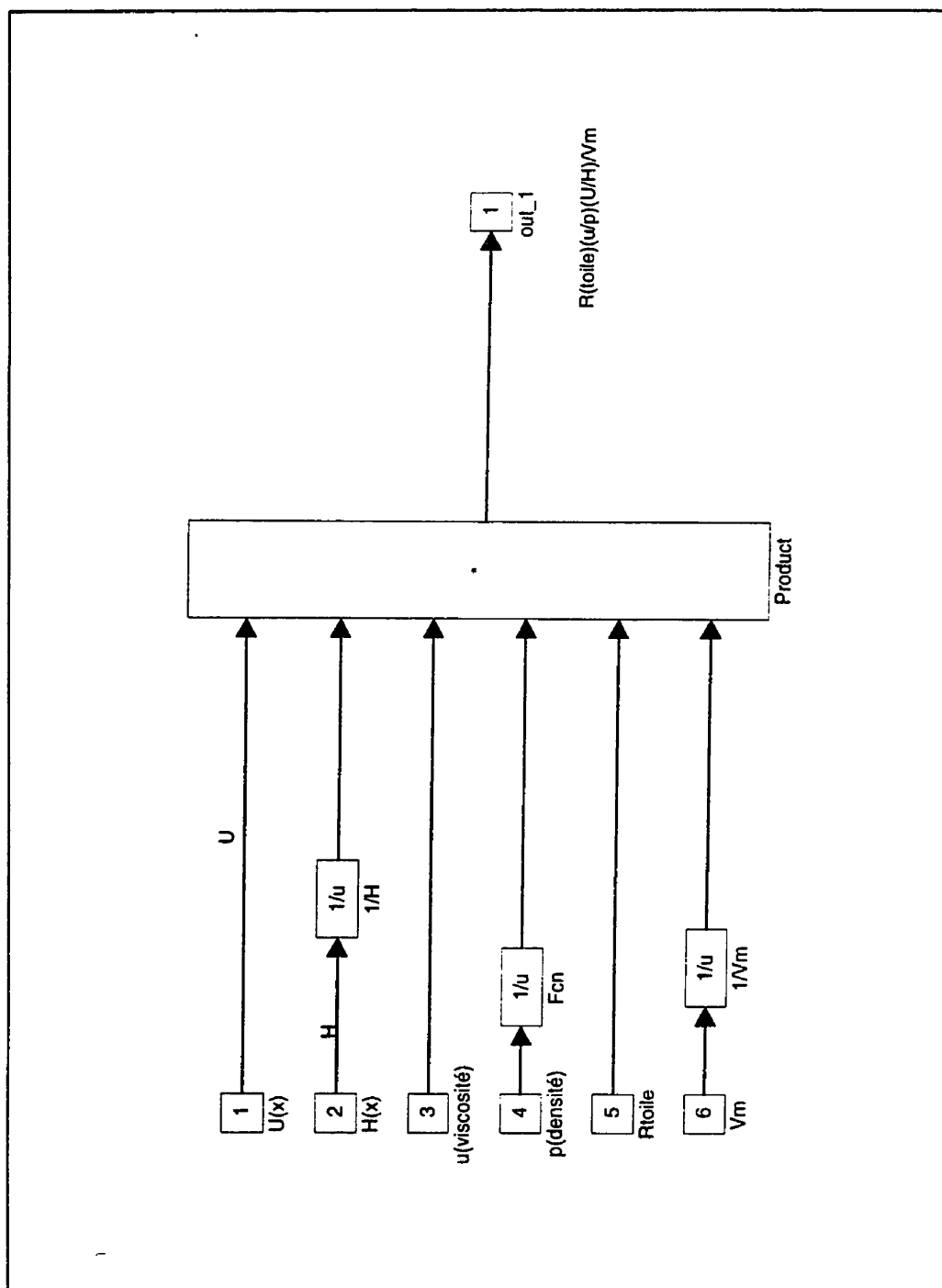


Figure A2.9 F3 (Gagnon, 1997)

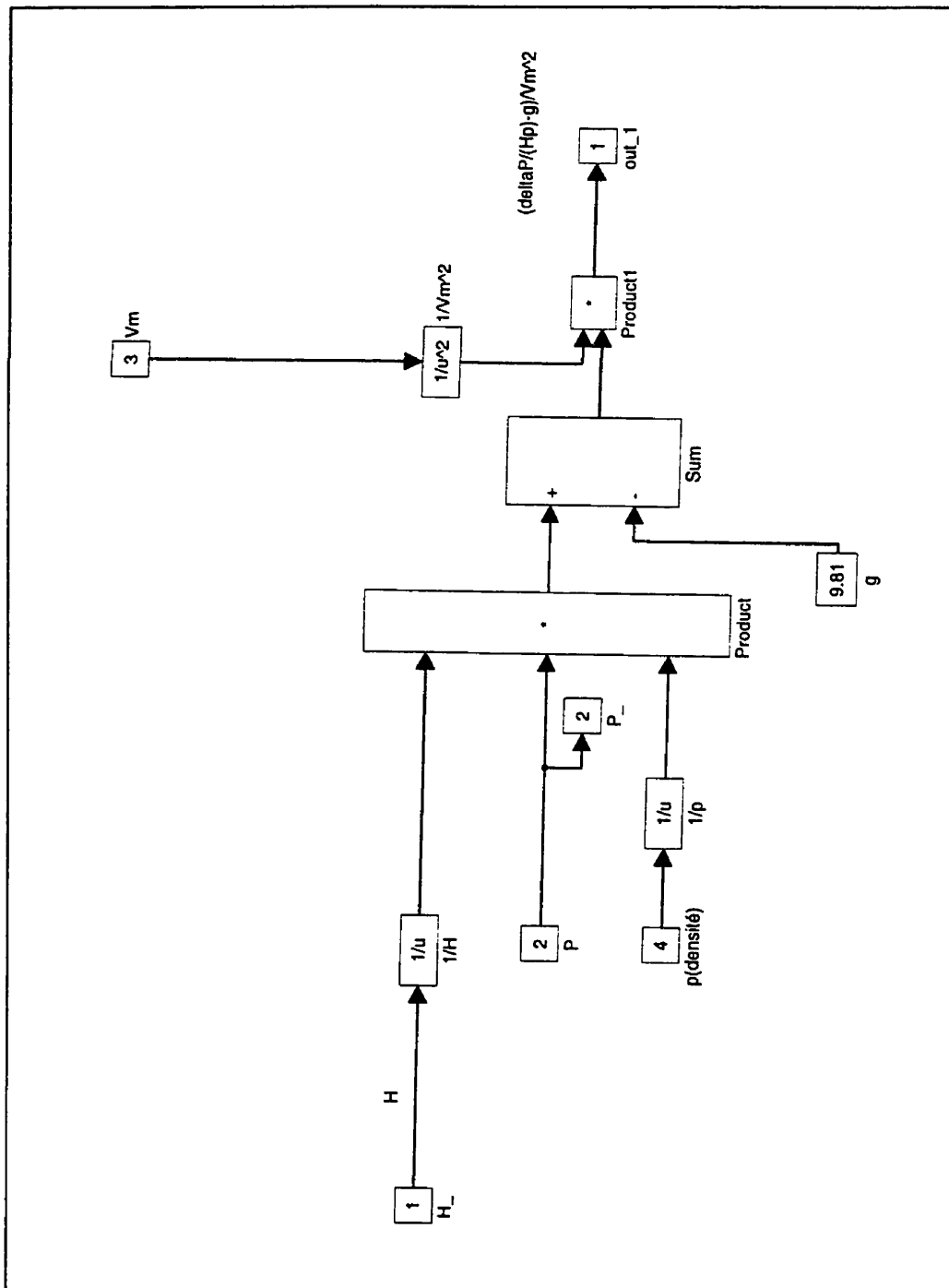


Figure A2.10 F4 (Gagnon, 1997)

ANNEXE III

DONNÉES EXPÉRIMENTALES

Tableau A3.1 Concentration du matelas fibreux (kg/m³)

	VAL03	BELO	HYD3	HYD4	HYD5	HYD6	HYD7
PF 1	6	6.8	7.9	8.9	10.7	11.8	13.6
PF 2	7.3	8.2	9.4	11.2	13	13.8	16.2
PF 3	8.9	11.4	12.7	14.1	14.5	16.1	17.3
PF 4	10.3	12.8	13.8	15.7	17	17.9	19.7

	VAL03	VAL04	VAL05	VAL06	VAL07	VAL08	VAL09	
PF 1	16.4	21.2	36.6	38.5	109.7	158	215	216
PF 2	18.5	23.3	27.1	38.9	102.4	162.4	208.5	211.6
PF 3	19.2	25.1	27.7	36.4	80	147	213	213
PF 4	25	30.6	36.3	46.5	102.9	168	202	202

Tableau A3.2 Pourcentage d'eau égoutté sous chaque élément d'égouttage (%)

	VAL03	BELO	HYD3	HYD4	HYD5	HYD6	HYD7
PF 1	21.74	12.54	12.29	8	9.43	4.37	4.97
PF 2	23.05	12.45	10.88	10.59	7.45	2.55	5.69
PF 3	12.24	21.83	7.45	6.34	1.88	5.39	3.51
PF 4	18.65	18.65	5.44	7.67	4.46	2.41	4.46
	VAL03	VAL04	VAL05	VAL06	VAL07	VAL08	VAL09
PF 1	5.22	5.64	7.32	0.5	6.39	1.03	0.56
PF 2	4.12	5.68	2.94	5.29	7.06	1.56	0.69
PF 3	4.62	9.5	2.91	6.76	11.56	5.22	0.79
PF 4	9.19	6.16	4.37	4.91	9.9	2.93	0.8

**Tableau A3.3 Concentration des eaux blanches sous chaque élément d'égouttage
(kg/m³)**

	PF1	PF2	PF3	PF4
PF1 PF2	2.613	2.773	1.695	2.114
PF1 PF3	1.906	2.423	1.142	1.414
PF1 PF4	1.909	2.094	0.815	1.353
PF2 PF3	1.934	1.857	0.636	0.752
PF2 PF4	1.758	1.984	1.693	1.109
PF3 PF4	2.044	1.881	0.375	0.145
PF1 PF2 PF3	1.653	1.541	0.636	0.741
PF1 PF2 PF4	1.506	1.848	0.589	0.608
PF1 PF3 PF4	1.732	1.735	0.229	0.563
PF2 PF3 PF4	1.191	1.607	0.256	0.907
PF1 PF2 PF3 PF4	1.649	1.527	0.398	0.196

Tableau A3.4 Grammage (g/m²)

	Vé. support Grammage	
PF 1	46	80
PF 2	46.5	80
PF 3	88	135
PF 4	93	135

ANNEXE IV

RÉSULTATS DES POINTS DE FONCTIONNEMENT 2-3-4

PF2

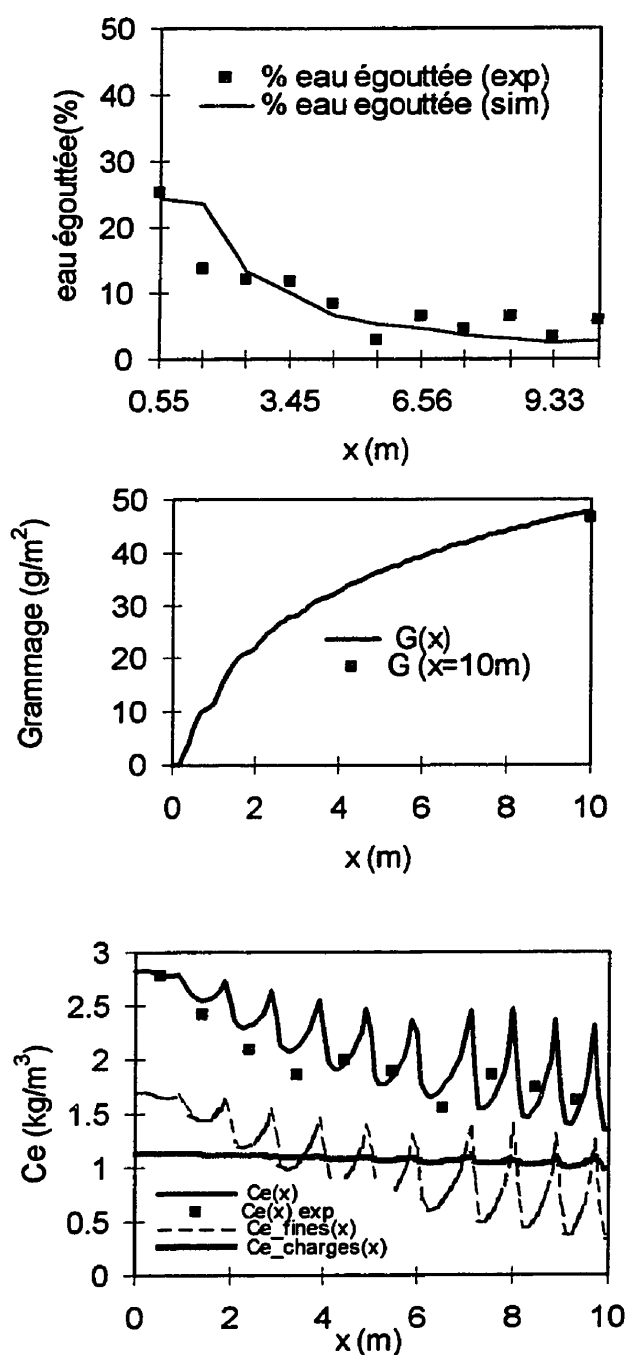


Figure A4.1 Point de fonctionnement PF2

PF3

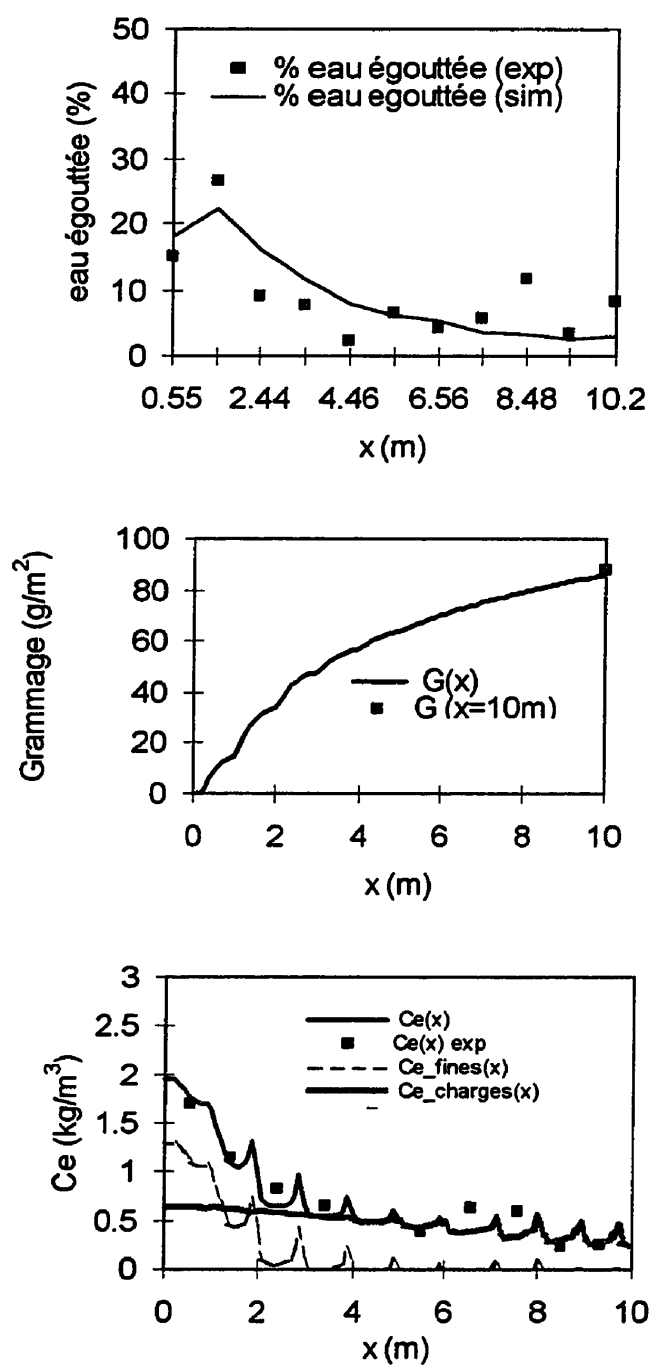


Figure A4.2 Point de fonctionnement PF3

PF4

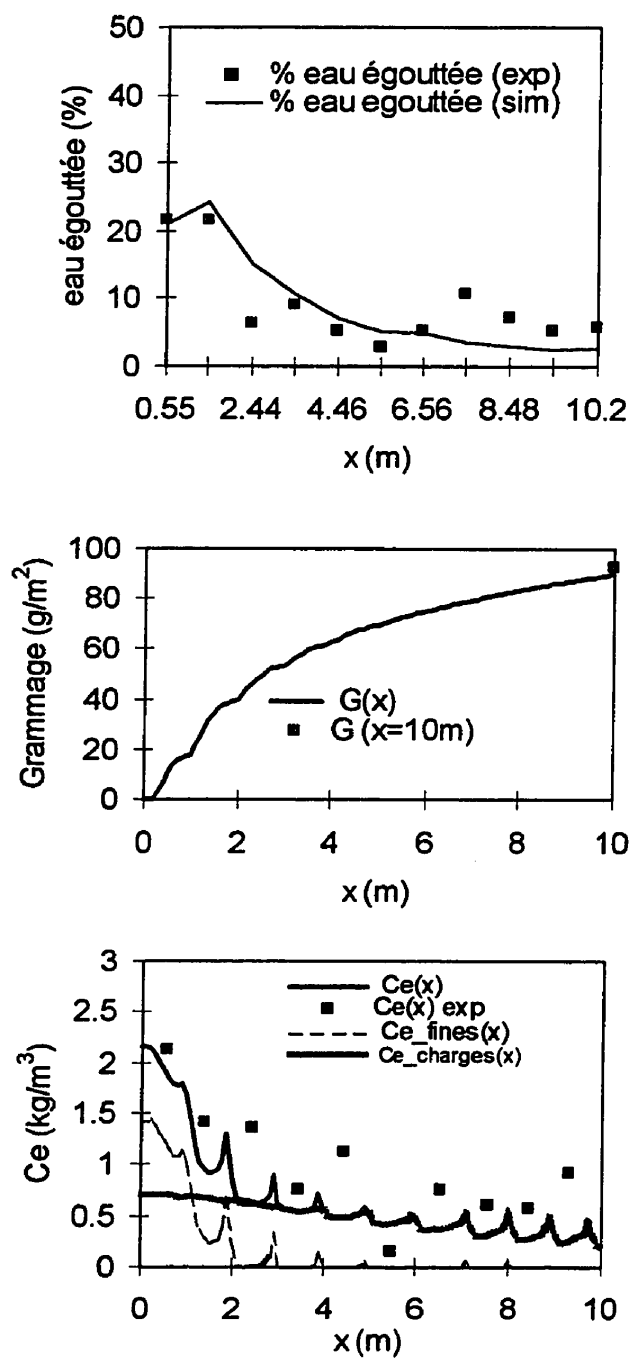


Figure A4.3 Point de fonctionnement PF4