UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

LA PLANIFICATION DES VOLS POUR LE GROUPE DE TRANSPORT AÉRIEN DES FORCES ARMÉES CANADIENNES

ÉRIC RANCOURT
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
ET DE GÉNIE INDUSTRIEL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)
JUIN 1998

© Éric Rancourt, 1998.

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Acquisitions and Bibliographic Services
Acquisitions et services bibliographiques

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-37458-0

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

LA PLANIFICATION DES VOLS POUR LE GROUPE DE TRANSPORT AÉRIEN DES FORCES ARMÉES CANADIENNES

présenté par: RANCOURT Éric
en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. SOUMIS François, Ph.D., président
M. SAVARD Gilles, Ph.D., membre et directeur de recherche
M. DESAULNIERS Guy, Ph.D., membre

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon directeur de recherche, Gilles Savard, pour ses conseils et son aide financière.

Je tiens aussi à remercier l'équipe GENCOL pour m'avoir permis d'utiliser leur logiciel, ce qui a permis de diminuer considérablement la tâche de programmation.

Finalement, je remercie monsieur Jacques Desrosiers, professeur à l'École des Hautes Études Commerciales (HEC), pour l'intérêt apporté à ce projet ainsi que ses conseils.

RÉSUMÉ

Ce mémoire considère le problème de la fabrication des horaires de vol du Groupe de Transport Aérien des Forces Armées Canadiennes afin de satisfaire, dans la mesure du possible, un ensemble de requêtes en transport provenant de ses différents clients. L'objectif du problème est de satisfaire un maximum de requêtes tout en tenant compte de leur priorité et en tentant de produire un horaire de bonne qualité. Ce problème présente des caractéristiques de problèmes de tournées de véhicule avec collectes et livraisons et de problèmes de rotations d'équipage pour les transporteurs aériens.

On présente, pour ce problème, une formulation multi-commodités et une formulation de partitionnement d'ensemble généralisé. Pour résoudre ces modèles, on propose une procédure de séparation et évaluation progressive où les bornes inférieures sont évaluées par génération de colonnes. De plus, on suggère une méthode de perturbation de la fonction objectif permettant de diminuer le nombre de variables fractionnaires à un noeud de branchement donné.

Finalement, on présente quelques résultats numériques sur des scénarios construits à partir d'un horaire de vol valide. Ces résultats démontrent l'efficacité de la modélisation et de la méthode de résolution.

ABSTRACT

This master's thesis considers the problem of building flight schedules for the Air Transport Group of the Canadian Armed Forces in order to satisfy, as much as it is possible, a set of transportation requests arising from its users. The objective of the problem is to satisfy a maximum of requests while taking into account request priorities and trying to produce a good quality schedule. This problem exhibits characteristics of Pickup and Delivery Problems and Crew Pairing Problems.

We give, for this problem, a multi-commodity flow formulation and a generalized set partitioning formulation. To solve these problems, we propose a branch-and-bound algorithm where lower bounds are evaluated by column generation. We also suggest an objective function perturbation method to lower the number of fractional variables at a given branching node.

Finally, we present some numerical results on scenarios derived from a valid flight schedule. These results illustrate the efficiency of the proposed models and solution algorithm.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT vi

TABLE DES MATIÈRES vii

LISTE DES TABLEAUX x

LISTE DES FIGURES xii

LISTE DES SIGLES xiii

CHAPITRE 1 Introduction 1

CHAPITRE 2 Définition du problème 7

2.1 Définitions préalables 7

2.2 Définition formelle du problème 10

2.2.1 Caractérisation d'une instance du problème 11

2.2.2 Hypothèses réalistes 15

2.2.3 Objectifs 15

2.2.4 Contraintes 16

2.3 Revue de la littérature 17

CHAPITRE 3 Modélisation 22

3.1 Description des réseaux 24

3.1.1 Description des ressources 24

3.1.2 Description des noeuds 26

3.1.3 Description des arcs 28

3.2 Modèle de multiflots 33

3.3 Modèle de partitionnement d'ensemble 38

3.4 Traitements sur les réseaux 40

CHAPITRE 4 Méthode de résolution 43

4.1 Évaluation des bornes inférieures 43

4.2 Stratégies de branchement 48

4.2.1 Stratégies optimales 50

4.2.2 Stratégies heuristiques 52

4.3 Décomposition de réseaux 53

4.4 Perturbation de la fonction objectif 54

CHAPITRE 5 Résultats numériques 58

5.1 Description des scénarios 59

5.2 Stratégies de résolution 61

5.2.1 Relaxation linéaire 61

5.2.2 Branchement 63

5.3 Résultats comparatifs 64

5.4 Résultats avec la perturbation de la fonction objectif 66

5.5 Impact de la restriction du domaine des solutions réalisables 67

CHAPITRE 6 Conclusion 69

RÉFÉRENCES 70

LISTE DES TABLEAUX

2.1 Notation mathématique générale 13

2.2 Notation mathématique relative aux missions prédéfinies 13

2.3 Notation mathématique relative aux requêtes de transport 14

2.4 Notation mathématique relative aux contraintes d'équipage 14

3.1 Un algorithme générique optimal de résolution du PFH 22

3.2 Un premier algorithme de calcul des pénalités c_o 23

3.3 Un deuxième algorithme de calcul des pénalités c_o 24

3.4 Fenêtres de ressource possibles pour $i \in V^k$ et $r \in R^k$ 28

3.5 Conditions d'existence des arcs par type 29

3.6 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *repos* 30

3.7 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *mission* 30

3.8 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *connex* 31

3.9 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *segm* 31

3.10 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *debserv* 31

3.11 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *finserv* 32

3.12 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *chgeq* 32

3.13 Fonction d'extension de ressource f_{ij}^{kr} 35

5.1 Caractéristiques des scénarios 61

5.2 Comparaison des stratégies pour la relaxation linéaire 62

5.3 Résultats numériques pour la relaxation linéaire 62

5.4 Comparaison des stratégies pour le branchement 63

5.5 Résultats numériques pour le branchement 64

5.6 Résultats numériques de base 65

5.7 Impact de la perturbation de la fonction objectif sur le nombre de colonnes fractionnaires 66

5.8 Résultats numériques (solutions optimales) 67

5.9 Impact du choix des fonctions $f_{ij}^{k,serv}$ sur la valeur optimale de la relaxation linéaire 68

LISTE DES FIGURES

1.1 Exemple de lignes d'affectation 4

4.1 Exemple d'un réseau décomposable 54

4.2 Décomposition du réseau de la figure 4.1 55

LISTE DES SIGLES

GMT: Greenwich Mean Time

GTA: Groupe de Transport Aérien

PFH: Problème de Fabrication d'Horaire

PVM: Plan de Vol Mensuel

CHAPITRE 1

Introduction

La mission du Groupe de Transport Aérien (GTA) des Forces Armées Canadiennes est de supporter les objectifs du Gouvernement du Canada par l'entremise de vols de transport sécuritaires, efficients et effectifs, à la fois stratégiques et tactiques, et ce, à une échelle planétaire et de fournir des capacités de recherche et sauvetage.

Les fonctions du GTA sont d'effectuer des déplacements de personnel et matériel, d'effectuer la livraison en vol de carburant aux avions de type CF-18 et de prévenir les pertes de vie et les blessures à l'aide d'activités d'aide et d'évacuation.

Afin d'accomplir ses fonctions, le GTA coordonne l'utilisation de plusieurs ressources en transport aérien, telles que des aéronefs et du personnel navigant, réparties en plusieurs bases sur l'ensemble du territoire canadien. Ces ressources sont utilisées pour répondre à des demandes ou requêtes en transport telles que des demandes de déplacement de matériel et/ou personnel entre différents aéroports ou bases militaires, des demandes de support à certains exercices tels que des exercices de parachutage ou des demandes de ressources pour des missions de recherche et sauvetage. Puisque ces ressources ne permettent généralement pas au GTA de répondre à toutes les demandes, chacune d'elles se voit assigner une priorité. La satisfaction d'une demande ne doit jamais se faire aux dépens d'une demande de plus haute priorité. Les huit niveaux de priorité sont:

- niveau 1: les vols d'urgence et de transport de dignitaires tels que le premier ministre du Canada.
- niveau 2: la formation des membres du GTA. Il s'agit de missions d'entraînement

du personnel navigant du GTA.

- niveau 3: les vols réguliers de réapprovisionnement dans le Nord et de réapprovisionnement des forces de maintien de la paix.
- niveau 4: le transport aérien spécial des Forces Armées Canadiennes pour répondre aux objectifs nationaux.
- niveau 5: les exercices conjoints de différents commandements des Forces Armées Canadiennes.
- niveau 6: les vols réguliers de transport de passagers.
- niveau 7: les vols réguliers de transport de fret.
- niveau 8: les vols spéciaux n'appartenant à aucune des catégories précédentes.

La satisfaction de demandes de même niveau de priorité se fait selon le principe premier arrivé premier servi. Ces demandes peuvent être combinées dans une certaine mesure afin de maximiser le nombre de requêtes acceptées et de minimiser les coûts d'opération. Par exemple, des demandes de transport de personnel et matériel sont régulièrement jumelées à des missions d'entraînement. Des demandes de transport sont aussi fréquemment combinées pour être réalisées par la même mission. Il est important de souligner que le temps séparant la réception d'une demande par le GTA et la date et l'heure désirées de sa réalisation peut varier de plusieurs mois à quelques heures.

Afin de déterminer si une demande est acceptée ou refusée, le GTA utilise le concept de *ligne d'affectation*. Une ligne d'affectation représente la suite de missions effectuées par un aéronef générique d'un certain type et localisé à une base déterminée. Les missions affectées à une même ligne d'affectation ne sont pas nécessairement toutes réalisées par le même aéronef mais elles sont toutes réalisées par des aéronefs de même

type et localisés à la même base. Le nombre de lignes d'affectation pour chaque base et chaque type d'aéronef est déterminé par le commandement du GTA et tient compte de la taille de la flotte, des équipages disponibles et des contraintes d'entretien des aéronefs. Il est à noter que certaines de ces lignes sont exclusivement réservées pour des missions de recherche et sauvetage.

La construction des lignes d'affectation se fait présentement manuellement par des planificateurs expérimentés. Ces planificateurs doivent donc tenter de construire des missions et de les affecter aux lignes tout en respectant le mieux possible les priorités des demandes et en tentant de produire un plan de bonne qualité. Chaque mission doit respecter plusieurs contraintes telles que des restrictions sur les combinaisons possibles de matériel, les règles de la convention de travail du personnel navigant et les heures d'opération des aéroports. Certaines missions sont prédéfinies et n'ont pas à être construites par les planificateurs. C'est le cas de la plupart des missions réalisant des requêtes de priorité 1 jusqu'à 5.

Le GTA produit, pour chaque mois, un Plan de Vol Mensuel (PVM) qui indique l'horaire de chaque aéronef générique. Le plan contient aussi une description de chaque mission; soit la suite de segments qui composent la mission ainsi que la date et l'heure de début et de fin de chaque segment. Le PVM ne précise pas quel équipage volera chaque mission. C'est la responsabilité de chaque base d'affecter son personnel navigant aux missions. La figure 1.1 présente une partie d'un PVM. On y voit un total de 15 lignes d'affectation, les rectangles blancs représentant chacun une mission.

Les planificateurs doivent, dans la mesure du possible, respecter les priorités des requêtes. Ce qui signifie qu'idéalement une requête peut être acceptée seulement si elle n'empêche pas l'acceptation d'une requête de plus haute priorité. En pratique, il leur est impossible de considérer tous les plans possibles, ce qui fait que certaines requêtes sont rejetées alors qu'elles auraient pu être acceptées ou que certaines opportunités pouvant permettre de diminuer les coûts ne sont pas détectées.

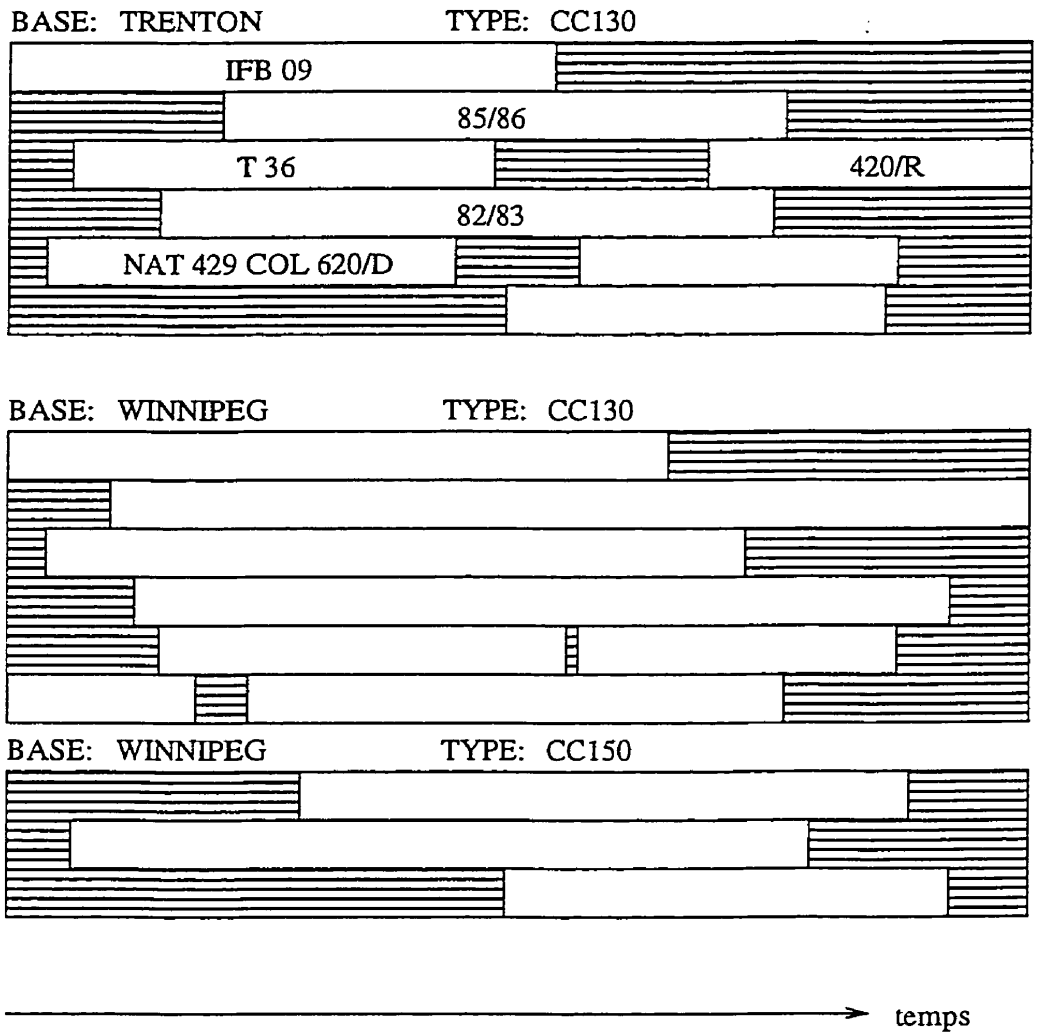


Figure 1.1 Exemple de lignes d'affectation

Des perturbations telles que des bris d'aéronef hors de la base et des requêtes annulées ou reçues à la dernière minute font en sorte que les PVM planifiés ont souvent besoin d'être modifiés. Lorsqu'une perturbation se produit, un ajustement au PVM doit se faire dans les meilleurs délais possibles. L'arrivée d'une requête de haute priorité peut forcer l'annulation de requêtes de plus faible priorité. Il en va de même si un aéronef tombe en panne lors d'une mission ou s'il est retenu au sol à cause d'une perturbation météorologique.

Soulignons que le processus de planification des vols du GTA est différent de celui des compagnies aériennes commerciales. Pour ces dernières, la planification se fait généralement en quatre étapes réalisées séquentiellement (Trudeau *et al.*, 1993). Premièrement, un horaire de vol est construit pour la période considérée. Par la suite, on construit les itinéraires d'aéronef pour couvrir ces vols. Troisièmement, un ensemble de rotations d'équipage est construit pour couvrir tous les vols, tout en tenant compte des itinéraires, de la convention collective du personnel navigant et de la réglementation sur le trafic aérien. Finalement, l'horaire de chaque membre du personnel navigant est construit afin de couvrir les rotations d'équipage sélectionnées à l'étape précédente.

Le but de cette recherche est de développer un modèle permettant d'assister les planificateurs du GTA dans leurs tâches que sont la construction des PVM ainsi que leur ajustement lors de perturbations.

Ce mémoire est organisé comme suit. On présente au chapitre 2 une description détaillée du problème auquel s'attaque ce mémoire. Ce chapitre présente aussi une revue de la littérature pertinente à ce problème. Le chapitre suivant présente deux modèles de programmation mathématique pour ce problème, soit un modèle de multi-flots en nombres entiers mixte et un modèle de partitionnement d'ensemble généralisé. Le chapitre 4 suggère une méthode de résolution pour ces deux modèles. Le chapitre 5 applique cette méthode à quelques scénarios afin de démontrer l'efficacité du modèle

et de la méthode de résolution. Finalement, le chapitre 6 tire quelques conclusions de cette recherche.

CHAPITRE 2

Définition du problème

Dans ce chapitre, nous définissons le problème sur lequel porte ce mémoire. La section 2.1 rassemble, par souci de simplicité et de clarté, quelques termes et notions couramment employés dans ce texte. La section 2.2 définit le problème en explicitant ses données, ses objectifs et ses contraintes. Finalement, la section 2.3 fait un survol de la littérature pertinente à ce projet.

2.1 Définitions préalables

Dans cette section, nous rassemblons quelques définitions et notions nécessaires à la compréhension du problème.

Une distinction est faite dans ce mémoire entre une *base* et un *aéroport*. Un aéroport est toute base militaire ou aéroport auquel un aéronef peut atterrir ou décoller alors que le terme base désigne plus spécifiquement la base militaire où est localisé un aéronef lorsqu'il n'est pas en train d'effectuer une mission.

Un *segment* est un vol sans arrêt entre deux aéroports. Une *connexion* est une période séparant deux segments consécutifs faisant partie de la même journée de travail. La *durée d'une connexion* est le temps écoulé entre la fin du premier et le début du second segment qui lui sont connexes. Un *service de vol* est une suite de segments et de connexions effectués par un même équipage durant une journée de travail. Le *briefing* est une période utilisée pour préparer un service de vol pendant lequel l'équipage est en service. La *durée d'un briefing* est le temps écoulé entre le

début d'un briefing et le début du premier segment. Le *debriefing* est une période allouée après le dernier segment d'un service de vol. La *durée d'un debriefing* est le temps écoulé entre la fin du dernier segment et la fin du service de vol. Un *repos* est une période séparant deux services de vol consécutifs effectués par un même équipage. La *durée d'un repos* est le temps séparant le début et la fin de celui-ci.

Le terme *fret* s'applique autant à du matériel qu'à des personnes. Une *requête de transport* est une requête de déplacement de fret d'un *aéroport de chargement* à un *aéroport de déchargement.* Une *requête générique* est la demande d'un aéronef dans le but d'effectuer une mission régulière, une mission d'entraînement ou de supporter un exercice d'une autre unité des Forces Armées Canadiennes. Une *requête* est une requête de transport ou une requête générique.

Une requête est *obligatoire* ou *optionnelle.* Cette distinction est utile dans les cas où un ajustement doit être apporté à la suite d'une perturbation et que certaines requêtes ne peuvent être annulées. On dit d'une requête optionnelle qui fait partie du PVM qu'elle est *acceptée.* Autrement, on dit qu'elle est *rejetée.* Soit deux requêtes optionnelles A et B, on dit que la requête A est plus prioritaire que la requête B si et seulement si son niveau de priorité est plus élevé ou si elle est de même niveau mais qu'elle est arrivée avant la requête B.

Pour simplifier la modélisation du problème, on considère que chaque requête nécessite un et un seul aéronef. Cette restriction n'impose aucune perte de généralité puisqu'une requête nécessitant plus d'un aéronef peut être décomposée en autant de requêtes. Ceci nous amène à introduire le concept de groupe de requêtes optionnelles. Un *groupe de requêtes optionnelles* est un ensemble de requêtes optionnelles qui doivent soit être toutes acceptées ou toutes rejetées. Ce concept permet de demander que soient acceptées ou rejetées en groupe toutes les copies provenant d'une requête qui originalement demandait plusieurs aéronefs. Ce concept est aussi utile pour modéliser des situations où une requête doit se faire seulement si une autre requête préalable

a été effectuée précédemment. Par exemple, on peut avoir à transporter du matériel d'un aéroport A à un aéroport B seulement s'il avait préalablement été transporté à l'aéroport A.

La *durée de chargement* d'une requête de transport est la durée de connexion minimale à l'aéroport de chargement. On définit la *durée de déchargement* de façon similaire.

Une *mission* est une suite de services de vol et de repos débutant et se terminant à la base et réalisée par un ou plusieurs équipages opérant un même aéronef. Une mission n'est pas nécessairement entièrement réalisée par le même équipage car il est possible, au cours d'une mission effectuant plusieurs requêtes en transport, de faire un détour par la base afin d'effectuer un changement d'équipage. Nous dirons d'une mission qui réalise une requête qu'elle *couvre* cette requête. La *durée d'une mission* est le temps séparant le début du briefing du premier service de vol et la fin du debriefing du dernier service de vol.

Il existe deux types de mission: les *missions prédéfinies* et les *missions non prédéfinies*. Une mission prédéfinie est une mission déjà construite et fournie en entrée au problème. Une mission non prédéfinie est une mission qui n'est pas donnée en entrée au problème mais qui est susceptible d'être créée lors de la résolution du problème afin de faire partie de la solution. Une mission de ce type ne peut couvrir que des requêtes de transport. Ainsi, pour chaque requête générique, il existera au moins une mission prédéfinie couvrant cette requête. Une *mission obligatoire* est une mission prédéfinie qui doit absolument faire partie de la solution du problème. C'est le cas, entre autres, si la mission est la seule à couvrir une requête générique obligatoire. Une *mission optionnelle* est une mission prédéfinie qui n'est pas obligatoire.

Le *délai* entre deux missions affectées à la même ligne d'affectation est le temps écoulé entre la fin de la première mission et le début de la seconde.

Les aéronefs utilisés pour le transport de fret ont une capacité limitée. Certains types de fret ne peuvent être transportés simultanément dans un même aéronef. Par exemple, on ne peut transporter simultanément du matériel inflammable et du carburant. De plus, contrairement aux véhicules terrestres, des contraintes sur le centre de gravité doivent être respectées lorsqu'un aéronef est en vol. Ces observations nous amènent à introduire le concept de compatibilité pour les requêtes de transport. Soit un ensemble de requêtes de transport et un type d'aéronef, on dit que ces requêtes sont *compatibles* avec ce type d'aéronef s'il est possible de transporter simultanément le fret de toutes ces requêtes dans un aéronef du type considéré. Autrement, on dit que ces requêtes sont *incompatibles* avec ce type d'aéronef. Une requête de transport est dite *exclusive* relativement à un type d'aéronef si elle est compatible avec aucune autre requête de transport pour ce type d'aéronef. Dans le cas contraire, cette requête est dite *non exclusive*.

2.2 Définition formelle du problème

Le problème considéré dans ce mémoire, et pour lequel sera présenté un modèle de programmation mathématique au chapitre 3, est appelé le problème de fabrication d'horaire et est abrégé par PFH. Ce problème présente des caractéristiques de problèmes de tournées de véhicule avec collectes et livraisons et de problèmes de fabrication de rotations d'équipage pour les transporteurs aériens. Nous tenterons, dans cette section, de définir avec précision le PFH en explicitant les informations particulières à chaque instance, les objectifs servant à évaluer la qualité d'une solution ainsi que les contraintes qu'une solution doit satisfaire.

2.2.1 Caractérisation d'une instance du problème

Les informations définissant une instance du PFH sont présentées dans les tableaux 2.1 à 2.4. Dans ces tableaux, $\mathcal{P}(A)$ désigne l'ensemble des sous-ensembles de A. Ces tableaux introduisent aussi une partie de la notation mathématique utilisée dans ce mémoire. Nous allons apporter quelques précisions sur ces informations.

Pour chaque aéroport, on doit préciser si le repos y est permis ainsi que l'heure GMT correspondant à 8:00 heure locale. Ces informations sont nécessaires pour bien modéliser les contraintes présentées plus loin.

Nous supposons que les temps de vol entre les aéroports ne dépendent ni du chargement de l'aéronef, ni de la période de la journée pendant laquelle s'effectue le vol. Par convention, on a $f_{ij}^k = \infty$ si un segment est impossible entre les aéroports i et j pour l'aéronef générique k.

Pour chaque requête générique, l'ensemble des missions prédéfinies doit contenir au moins une mission pouvant la couvrir ($\forall t \in T^G$, $\exists m \in M$ tel que $t \in T^m$). Il peut exister plusieurs missions prédéfinies pouvant couvrir une même requête ($t \in T^{m'} \not\Rightarrow (t \notin T^m, \forall m \in M, m \neq m')$). Le coût d'une mission prédéfinie est calculé conformément aux objectifs définis plus bas. Toutes les missions prédéfinies sont supposées être réalisables. Au cours de la résolution d'une instance du PFH, aucune validation ne sera effectuée pour s'assurer que les missions prédéfinies sont toutes réalisables.

Chaque requête optionnelle doit appartenir à un et un seul groupe de requêtes optionnelles ($\bigcup_{o \in O} o = T^{OP}$ et $o_1 \cap o_2 = \emptyset, \forall o_1, o_2 \in O$). Les éléments de l'ensemble T^{OP} sont ordonnés par priorité. L'ensemble des groupes de requêtes optionnelles O est ordonné selon la requête la plus prioritaire de chaque élément $o \in O$.

Les durées de chargement et de déchargement peuvent être différentes pour cer-

taines requêtes de transport. Ceci s'explique, entre autres, par le fait que, lors du chargement de matériel dans un aéronef, on doit s'assurer que le centre de gravité est respecté avant le décollage.

La durée normale d'un briefing est pour un service de vol dont le briefing ne comporte aucun chargement d'aéronef. Pareillement, la durée normale d'un debriefing est pour un service de vol dont le debriefing ne comporte aucun déchargement d'aéronef. Par contre, si le briefing (le debriefing) se fait à l'aéroport de chargement (de déchargement) d'une requête de transport, la durée du briefing (du debriefing) peut être plus longue. C'est pour cette raison que des durées de briefing et de debriefing sont définies pour chaque requête de transport.

Les ensembles de requêtes de transport compatibles sont définis pour chaque type d'aéronef. En général, la cardinalité de ces ensembles n'excède pas trois ou quatre éléments. Pour une commodité k, chaque requête de transport $t \in T_k^F$ doit appartenir à au moins un ensemble de requêtes de transport compatibles ($\bigcup_{c \in C_k} c = T_k^F, \forall k \in K$). Les ensembles $C_k, k \in K$ peuvent être définis explicitement ou implicitement.

Finalement, mentionnons qu'une instance du PFH est aussi définie par une liste de segments pouvant servir à créer des missions non prédéfinies. Chacun de ces segments est défini par ses aéroports de départ et d'arrivée ainsi que par une fenêtre de temps pour débuter le segment. Un même segment peut être effectué par plusieurs missions non prédéfinies.

Tableau 2.1 Notation mathématique générale

K	l'ensemble des lignes d'affectation ou commodités
A	l'ensemble des aéroports
H^a	l'ensemble des fenêtres de temps pendant lesquelles l'aéroport $a \in A$ est opérationnel
f_{ij}^k	la durée d'un segment de $i \in A$ vers $j \in A$ pour $k \in K$
M	l'ensemble des missions prédéfinies
$M^k \subseteq M$	l'ensemble des missions prédéfinies pouvant être affectées à $k \in K$
T	l'ensemble des requêtes
$T^{OB} \subseteq T$	l'ensemble des requêtes obligatoires
$T^{OP} = T \setminus T^{OB}$	l'ensemble ordonné des requêtes optionnelles
$T^k \subseteq T$	l'ensemble des requêtes que peut couvrir $k \in K$
$T^G \subseteq T$	l'ensemble des requêtes génériques
$T_k^G \subseteq T^k$	l'ensemble des requêtes génériques que peut couvrir $k \in K$
$T^F = T \setminus T^G$	l'ensemble des requêtes de transport
$T_k^F = T^k \setminus T_k^G$	l'ensemble des requêtes de transport que peut couvrir $k \in K$
$T_k^{NE} \subseteq T_k^F$	l'ensemble des requêtes de transport non exclusives pour $k \in K$
$C_k \subseteq \mathcal{P}(T_k^F)$	l'ensemble des ensembles de requêtes de transport compatibles pour $k \in K$
$O \subset \mathcal{P}(T^{OP})$	l'ensemble ordonné des groupes de requêtes optionnelles

Tableau 2.2 Notation mathématique relative aux missions prédéfinies

d_m	la durée de la mission $m \in M$
c_m	le coût de la mission $m \in M$
$[l_m, u_m]$	la fenêtre de temps pour le début de la mission $m \in M$
$T^m \subseteq T$	l'ensemble des requêtes couvertes par la mission $m \in M$

Tableau 2.3 Notation mathématique relative aux requêtes de transport

$ac(t) \in A$	l'aéroport de chargement pour $t \in T^F$
$ad(t) \in A$	l'aéroport de déchargement pour $t \in T^F$
b_t^k	la durée d'un briefing pour $t \in T_k^F, k \in K$
d_t^k	la durée d'un debriefing pour $t \in T_k^F, k \in K$
gl_t^k	la durée de chargement pour $t \in T_k^F, k \in K$
gu_t^k	la durée de déchargement pour $t \in T_k^F, k \in K$
U_t^k	l'ensemble des fenêtres de temps pour quitter $ac(t), t \in T_k^F$
V_t^k	l'ensemble des fenêtres de temps pour atterrir à $ad(t), t \in T_k^F$

Tableau 2.4 Notation mathématique relative aux contraintes d'équipage

ms_j	la durée maximale d'un service de vol dont le premier segment débute entre 08:00 et 17:59 heure locale
ms_n	la durée maximale d'un service de vol dont le premier segment débute entre 18:00 et 07:59 heure locale
st	le délai minimal
b	la durée normale d'un briefing
d	la durée normale d'un debriefing
$rest$	la durée minimale d'un repos entre deux services de vol
cc	la durée minimale d'un changement d'équipage

2.2.2 Hypothèses réalistes

Quelques hypothèses réalistes non inhérentes à la définition du PFH mais permettant de simplifier sa modélisation et de diminuer le nombre de solutions réalisables pour une instance donnée sont regroupées dans cette sous-section. Ces hypothèses mènent généralement à une réduction du temps de résolution.

Hypothèse 2.1 *Soit une commodité $k \in K$. Si un ensemble de requêtes de transport est compatible avec le type d'aéronef de k, alors chacun de ses sous-ensembles l'est aussi, i.e. $\forall k \in K : a \in C_k$ et $b \subseteq a \Rightarrow b \in C_k$.*

Hypothèse 2.2 *Tant que le fret d'une requête de transport est chargé dans un aéronef, ce dernier ne peut ni atterrir à l'aéroport de chargement ni quitter l'aéroport de déchargement.*

L'hypothèse 2.1 permet d'utiliser une stratégie de résolution efficace pour le modèle développé au chapitre 3. L'hypothèse 2.2 est utilisée principalement pour accélérer la méthode de résolution présentée au chapitre 4.

2.2.3 Objectifs

Puisque le GTA n'est pas une entreprise commerciale mais bien une unité des Forces Armées Canadiennes au service de ses clients, l'objectif principal du problème est de maximiser le nombre de requêtes acceptées tout en respectant les priorités. Une solution d'une instance du PFH est dite optimale du point de vue des priorités si et seulement si chaque requête optionnelle $t \in T^{OP}$ acceptée n'empêche pas l'acceptation d'une requête plus prioritaire.

Parmi toutes les solutions possibles qui maximisent cet objectif, on préférera celle qui minimise les coûts d'opération. Parmi ces coûts, on retrouve principalement les

coûts d'opération des aéronefs tels que le carburant, les coûts d'entretien et les coûts associés à l'atterrissage à certains aéroports. On peut aussi y inclure des coûts plus subjectifs comme le niveau de satisfaction des clients.

Une solution d'une instance du PFH est dite optimale si et seulement si elle est de coût minimum parmi toutes les solutions optimales du point de vue des priorités.

Dans ce mémoire, nous considérons que les coûts d'opération croissent linéairement avec le temps total de vol des aéronefs.

2.2.4 Contraintes

Cette section énumère les contraintes que doit satisfaire toute solution d'une instance du PFH. Ces contraintes doivent être prises en compte par les planificateurs du GTA lors de la construction d'un PVM ou lors d'ajustements. Certaines de ces contraintes peuvent sembler évidentes à un lecteur familier à cette problématique mais elles sont quand même énumérées pour fins de clarté du mémoire.

Les *contraintes d'équipage* ayant trait à la convention de travail du personnel navigant doivent être prises en compte par les planificateurs lorsqu'ils essaient de créer des missions dans le but de couvrir les requêtes de transport. La raison est qu'un aéronef en mission est généralement opéré par le même équipage tout au long de la mission. La durée maximale d'un service de vol est généralement de 18 heures, incluant le briefing et le debriefing. Cette durée maximale est de 16 heures lorsque le début du premier segment se situe entre 18:00 et 07:59 heure locale de l'aéroport de départ. Ce maximum est de 14 heures pour certains types de mission. Aucune contrainte n'est imposée sur la durée minimale d'un service de vol. Un équipage doit bénéficier d'un repos d'une durée minimale de 14 heures entre deux services de vol.

Les *contraintes d'ouverture des aéroports* restreignent les heures auxquelles on

peut atterrir ou quitter certains aéroports.

Les *contraintes de compatibilité de fret* imposent qu'en aucun temps le fret chargé dans un aéronef ne soit incompatible avec celui-ci. En d'autres termes, les requêtes dont le fret est chargé dans l'aéronef doivent correspondre à un ensemble de requêtes de transport compatibles.

Les *contraintes de préséance et de couplage* concernent les requêtes de transport acceptées. Pour une telle requête, la contrainte de préséance impose que le chargement précède le déchargement tandis que la contrainte de couplage impose que ces deux tâches soient effectuées par le même aéronef.

Ces contraintes sont qualifiées de *locales* car elles n'impliquent aucune coordination entre les lignes d'affectation. Des contraintes qui ne sont pas locales sont qualifiées de *globales*. Rappelons que toutes ces contraintes sont satisfaites par chaque mission prédéfinie $m \in M$.

Soulignons en terminant que si chaque requête ne peut être affectée qu'à une seule base et un seul type d'aéronef, alors le problème se décompose en plusieurs problèmes indépendants, soit un problème pour chaque base et chaque type d'aéronef.

2.3 Revue de la littérature

Cette section présente une revue de la littérature de certains problèmes s'apparentant au PFH. Plus spécifiquement, on présente quelques articles traitant de problèmes de tournées de véhicule et de fabrication d'horaires d'une façon globale et on traite plus en détails des problèmes de fabrication de rotations d'équipage et de tournées de véhicule avec collectes et livraisons. Cette section se termine par un survol de quelques articles sur certaines problématiques rencontrées dans le domaine militaire.

Plusieurs articles ont présenté l'état de l'art dans le domaine des problèmes de tournées de véhicule et d'horaires d'équipage. Citons, entre autres, ceux de Solomon et Desrosiers (1988), Desrosiers *et al.* (1995) et Desaulniers *et al.* (1997b). Ces derniers, ainsi que Desrosiers, Solomon et Villeneuve (1996), présentent une formulation unifiée pouvant modéliser la majorité des problèmes de ce type. Plus généralement, les auteurs affirment que cette formulation peut modéliser tous les problèmes déterministes dont les solutions sont un ensemble de chemins dans un réseau espace-temps. Cette formulation est un modèle non linéaire de flots dans un réseau multi-commodités avec contraintes de ressource et généralise la formulation présentée dans Desrosiers *et al.* (1995). Pour résoudre ce modèle général, les premiers auteurs proposent une méthode de séparation et évaluation progressive où les bornes inférieures sont calculées en résolvant un modèle équivalent obtenu par une extension du principe de décomposition de Dantzig-Wolfe. Ce modèle étant un problème de partitionnement d'ensemble avec contraintes supplémentaires où les colonnes correspondent aux points extrêmes des sous-problèmes de la formulation originale.

Desaulniers *et al.* (1997a) proposent une approche commune de résolution pour différents problèmes de planification et de gestion des opérations en transport aérien. Les auteurs considèrent le problème de fabrication des rotations d'équipage, le problème de fabrication des horaires personnalisés avec et sans règles d'ancienneté et le problème de la reconstruction des horaires durant les opérations quotidiennes. L'article présente un modèle de partitionnement d'ensemble généralisé pour les quatre types de problème et propose une méthode de résolution par séparation et évaluation progressive où les bornes sont évaluées par génération de colonnes. Des résultats numériques pour des problèmes réels sont présentés.

Les contraintes d'équipage définies à la section précédente se retrouvent généralement dans des problèmes dits de fabrication de rotations d'équipage. Ce problème consiste à construire des rotations valides couvrant un ensemble de segments, une

rotation étant définie comme une suite de services de vol et de périodes de repos débutant et se terminant à la même base. Chaque rotation doit respecter des règles de la convention de travail. De plus, certaines contraintes supplémentaires, appelées contraintes de base, peuvent restreindre le nombre d'heures de vol affectées à une base particulière.

Desaulniers *et al.* (1998) étudient le problème de fabrication de rotations d'équipage pour un transporteur aérien dans un contexte court courrier régional. La particularité de ce problème est que l'énumération explicite de tous les services de vol valides est inapplicable. Les auteurs proposent deux modèles basés sur la formulation unifiée de Desaulniers *et al.* (1997b). La différence entre les deux modèles se situe au niveau de la définition des sous-problèmes servant à générer des rotations valides. Des résultats numériques sur des problèmes comportant jusqu'à 986 segments sont présentés.

Stojković, Soumis et Desrosiers (1997) définissent le problème de gestion des équipages aériens durant les opérations journalières. Ce problème consiste à modifier les horaires mensuels des équipages en réaction à des perturbations dans les horaires de vol et/ou les horaires de certains membres d'équipage. La modélisation tient compte à la fois de contraintes classiques du problème de rotations d'équipage et de contraintes du problème de fabrication des horaires mensuels personnalisés.

Une description du problème général de tournées de véhicule avec collectes et livraisons est présentée dans Savelsbergh et Sol (1995). Les auteurs définissent ce problème comme étant la construction d'un ensemble d'itinéraires afin de satisfaire un ensemble de requêtes de transport. Pour réaliser ces itinéraires, on dispose d'un ensemble de véhicules ayant chacun une capacité, une origine et une destination. Chaque requête est définie par la quantité de chargement à transporter et ses lieux de collecte et de livraison. Chaque chargement doit être transporté de son ou ses lieux de collecte à son ou ses lieux de livraison par un seul et même véhicule. Cette définition

générale inclut plusieurs cas particuliers. Mentionnons, entre autres, les problèmes de tournées de véhicule, de transport de marchandise et de transport de personnes. Les auteurs présentent un modèle général qui, cependant, ne considère que les cas où les véhicules ont une capacité unidimensionnelle. Ioachim *et al.* (1995) présentent un problème où la capacité des véhicules est multidimensionnelle.

Dumas, Desrosiers et Soumis (1991) proposent un algorithme exact pour résoudre certains cas particuliers du problème de tournées de véhicule avec collectes, livraisons et fenêtres de temps pour le transport de marchandise. L'algorithme utilise la génération de colonnes avec, comme sous-problème, un plus court chemin avec contraintes résolu par programmation dynamique. Le plus court chemin prend en compte les contraintes de couplage, de préséance, de fenêtres de temps et de capacité. De l'avis des auteurs, cet algorithme est efficace pour les problèmes où la contrainte de capacité est restrictive, i.e. où la demande de chaque client est élevée par rapport à la capacité des véhicules. Des résultats numériques pour des problèmes allant jusqu'à 55 requêtes sont présentés.

Solanki et Southwort (1991) étudient, pour le commandement aérien des Forces Armées Américaines, le problème de la mise à jour d'itinéraires d'aéronef pour satisfaire des requêtes de déplacement de fret et de personnel. Les auteurs présentent une heuristique d'insertion pour résoudre ce problème présenté comme un problème de tournées de véhicule avec collectes et livraisons, fenêtres de temps et capacités sur les noeuds. Cet article, ainsi que celui de Rappoport *et al.* (1992), donnent un bon aperçu de la problématique de la planification des missions dans un environnement militaire.

Quelques articles ayant trait à certaines problématiques auxquelles font face les Forces Armées Canadiennes ont été publiés. Les rapports de recherche de Desaulniers *et al.* (1996) traitent du problème de la confection simultanée d'horaires d'hélicoptère et de membres d'équipage pour le Groupe Aérien Tactique des Forces Armées Cana-

diennes. Gascon *et al.* (1995) développent un modèle pour l'affectation d'une flotte d'avions aux missions. Roy *et al.* (1993) présentent deux systèmes pouvant aider le GTA à planifier ses missions. Richardson (1993a) et Richardson (1993b) développent un système expert pour le chargement des avions-cargo.

CHAPITRE 3

Modélisation

Ce chapitre présente deux modèles pour le PFH, soit un modèle de multiflots en nombres entiers mixte et un modèle de partitionnement d'ensemble généralisé. Chacun de ces modèles nécessite la construction de plusieurs réseaux espace-temps servant à définir de façon implicite l'ensemble des tournées réalisables pour chaque aéronef générique. La construction de ces réseaux est décrite à la section 3.1 et les deux modèles sont présentés dans les sections 3.2 et 3.3 respectivement. Finalement, la section 3.4 présente quelques remarques d'ordre général sur la modélisation des réseaux.

L'algorithme présenté au tableau 3.1 permet de trouver une solution optimale pour une instance du PFH. Toutefois, cet algorithme nécessite de résoudre autant de problèmes de décision qu'il y a de groupes de requêtes optionnelles ainsi qu'un problème d'optimisation.

Tableau 3.1 Un algorithme générique optimal de résolution du PFH

tant que $O \neq \emptyset$
$o' :=$ le premier élément de O
$O := O \setminus \{o'\}$
si il existe une solution pour les requêtes $T^{OB} \cup o'$
alors $T^{OB} := T^{OB} \cup o'$
fin tant que
trouver une solution optimale pour T^{OB}

Il est théoriquement possible de résoudre le PFH par la résolution d'un seul programme mathématique en utilisant des pénalités pour le rejet des requêtes des groupes de requêtes optionnelles. Ces pénalités doivent être choisies de telle sorte que toute solution optimale du problème de programmation mathématique soit aussi optimale du point de vue des priorités. Pour chaque groupe de requêtes optionnelles $o \in O$, nous définissons une constante c_o donnant la pénalité attribuée au fait de rejeter les requêtes du groupe de requêtes optionnelles o. Le tableau 3.2 suggère un algorithme pour calculer ces pénalités. Toutefois, la plus grande pénalité produite par cet algorithme est égale à $2^{|O|}M$, ce qui limite son utilisation aux instances où le nombre de groupes de requêtes optionnelles n'est pas trop élevé.

Tableau 3.2 Un premier algorithme de calcul des pénalités c_o

$pen := M$ (suffisamment grand)
$O' := \emptyset$
tant que $O \neq \emptyset$
  $o' :=$ le dernier élément de O
  $O := O \setminus \{o'\}$
  $O' := O' \cup \{o'\}$
  $c_{o'} := pen$
  $pen := \sum_{o \in O'} c_o + M$
fin tant que

Puisque l'optimalité d'une solution du point de vue des priorités est un objectif et non une contrainte, nous proposons un compromis qui consiste à assigner la même pénalité à toutes les requêtes optionnelles de même niveau de priorité. Dans ce cas, les pénalités sont calculées en utilisant l'algorithme présenté au tableau 3.3. La plus grande pénalité produite par cet algorithme est inférieure à $|O|^n M$ où n est le nombre de niveaux de priorité ayant au moins une requête optionnelle.

Tableau 3.3 Un deuxième algorithme de calcul des pénalités c_o

$i := 8; pen := M$ (suffisamment grand);
$p_o :=$ le plus haut niveau de priorité de $o \in O$
tant que i ≥ 1
$c_o := pen \ \forall o \in O$ tel que $p_o = i$
$pen := \sum_{o \in O : p_o \geq i} c_o + 1$
$i := i - 1$
fin tant que

3.1 Description des réseaux

Un réseau espace-temps $G^k = (V^k, A^k)$ est associé à chaque commodité $k \in K$, où V^k est l'ensemble des noeuds et A^k est l'ensemble des arcs. Ces réseaux sont qualifiés d'espace-temps car chaque noeud représente, entre autres, un endroit (un aéroport) et une période de temps ou fenêtre de temps. Ces réseaux sont utilisés par les différentes formulations mathématiques présentées dans ce chapitre et sont aussi utilisés dans la méthode de résolution présentée au chapitre 4.

3.1.1 Description des ressources

Dans la mesure du possible, chaque réseau devrait prendre en compte toutes les contraintes locales décrites au chapitre 2. Les contraintes prises en compte par un réseau doivent l'être par la topologie du graphe sous-jacent ou par l'utilisation de ressources. Cette dernière méthode est pratiquement indispensable pour modéliser plusieurs contraintes locales du PFH. Pour le réseau G^k, l'ensemble des ressources, noté R^k, comprend les éléments suivants: *temps*, *serv* et *frt(t)*, $t \in T_k^{NE}$. Ce dernier ensemble de ressources est noté R^k_{frt}. On a ainsi $R^k = R^k_{frt} \cup \{temps\} \cup \{serv\}$.

La ressource *temps* représente l'instant d'arrivée à un noeud. Elle assure que chaque noeud visité par la commodité k l'est à l'intérieur de sa période de temps. De plus, elle garantit que chaque mission, chaque collecte et chaque livraison réalisées par la commodité l'est à l'intérieur de sa période de temps admissible. Cette ressource assure aussi le respect des contraintes d'ouverture des aéroports.

La ressource *serv* cumule le temps travaillé par l'équipage depuis le début de son service de vol jusqu'à l'arrivée à un noeud. Cette ressource assure que la contrainte sur la durée maximale d'un service de vol n'est jamais transgressée.

Pour chaque requête de transport non exclusive $t \in T_k^{NE}$, on définit une ressource $frt(t)$. Cette ressource peut prendre uniquement les valeurs 0 ou 1. À l'arrivée à un noeud, la ressource prend la valeur 1 si le fret de la requête t est chargé dans l'aéronef et 0 sinon. La ressource $frt(t)$ assure le respect des contraintes de couplage et de préséance pour la requête t. Les ressources de l'ensemble R_{frt}^k sont aussi utilisées pour modéliser les contraintes de compatibilité de fret. Les contraintes de préséance et de couplage pour les requêtes de transport exclusives sont assurées par la topologie du graphe sous-jacent.

À chaque noeud $i \in V^k$ et chaque ressource $r \in R^k$ est associée une fenêtre de ressource, notée $[a_i^{kr}, b_i^{kr}]$. Cette fenêtre explicite les valeurs que peut prendre la ressource r au noeud i si ce noeud est visité par la commodité k. Les bornes inférieure et supérieure de chacune de ces fenêtres seront précisées à la section 3.1.2. À chaque arc $(i, j) \in A^k$ et chaque ressource $r \in R^k$ est associée une consommation de ressource, notée t_{ij}^{kr}. Cette consommation est utilisée dans le calcul de la valeur de chaque ressource au noeud j lorsque la commodité k emprunte l'arc (i, j). La valeur de chacune de ces consommations sera précisée à la section 3.1.3.

3.1.2 Description des noeuds

Chaque noeud du réseau G^k appartient à un et un seul des neuf types de noeud suivants: *source*, *puits*, *base*, *aero*, *miss*, *col*, *liv*, *debsegm*, *finsegm*. Ainsi, l'ensemble V^k se partitionne en neuf sous-ensembles que sont V^k_{source}, V^k_{puits}, V^k_{base}, V^k_{aero}, V^k_{miss}, V^k_{col}, V^k_{liv}, $V^k_{debsegm}$, $V^k_{finsegm}$. Tel que précisé précédemment, à chaque noeud est associée une fenêtre de temps et un aéroport. Pour un noeud $i \in V^k$, l'aéroport correspondant sera donné par $l_i \in A$. À un aéroport et un instant peuvent correspondre plusieurs noeuds.

Le réseau G^k contient obligatoirement un et un seul noeud *source* ainsi qu'un et un seul noeud *puits*. Ces deux noeuds sont dénotés $o(k)$ et $d(k)$ et sont les premier et dernier noeuds de tout chemin réalisable du réseau G^k. Ces noeuds sont introduits dans le réseau principalement pour simplifier la formulation du modèle de multiflots et on leur associe donc aucune information particulière. Par convention, on considère que ces noeuds représentent la base de la commodité k à n'importe quel instant.

L'état d'inactivité de la commodité k à un instant donné est représenté par un noeud de type *base*. Le réseau est construit de telle sorte que, pour chaque instant pendant lequel la commodité peut être inactive, il existe un noeud *base* qui chevauche cet instant. Bien que ce ne soit pas indispensable, les fenêtres de temps des noeuds *base* sont disjointes. Cette propriété permet d'ordonner les éléments de V^k_{base} selon la borne inférieure ou supérieure de leur fenêtre de temps. L'ensemble V^k_{base} contient donc un premier et un dernier noeuds. De plus, deux noeuds de cet ensemble sont dits consécutifs si aucun autre noeud ne les sépare dans l'ensemble.

Un noeud *aero* représente la commodité en repos à un aéroport autre que sa base. Il n'y a donc aucun noeud *aero* pour un aéroport où le repos n'est pas permis. Pareillement au cas des noeuds *base*, le réseau est construit de telle sorte que, pour chaque instant pendant lequel la commodité peut être en repos à un certain aéroport,

il existe un noeud *aero* qui chevauche cet instant. Comme pour les noeuds *base*, le réseau est construit de telle sorte que les fenêtres de temps des noeuds *aero* sont disjointes. Les éléments de l'ensemble V^k_{aero} sont ordonnés selon leur fenêtre de temps.

Un noeud *miss* correspond au début d'une mission prédéfinie pouvant être réalisée par la commodité k. On dénote par $miss_m$ un noeud *miss* pour la mission $m \in M^k$. La fenêtre de temps associée à un noeud *miss* doit être incluse dans $[l_m, u_m]$. L'ensemble des noeuds *miss* pour une mission doit couvrir toute la fenêtre de temps $[l_m, u_m]$.

Un noeud *col* est associé à une requête de transport. Ce noeud représente le départ de l'aéroport de chargement après avoir chargé le fret associé à la requête correspondante. Un instant de l'horizon ne peut être couvert par un tel noeud s'il n'appartient pas à une période admissible pour quitter l'aéroport de chargement après le chargement du fret. Pour la suite, nous dénoterons par col_r un noeud *col* pour la requête r.

Un noeud *liv* est associé à une requête de transport. Ce noeud représente l'arrivée à l'aéroport de déchargement de la requête correspondante. Un instant de l'horizon ne peut être couvert par un tel noeud s'il n'appartient pas à une période admissible pour l'arrivée à l'aéroport de déchargement. Pour la suite, nous dénoterons par liv_r un noeud *liv* pour la requête r.

Un noeud *debsegm* représente le début d'un segment de vol tandis que la fin d'un tel segment est représentée par un noeud *finsegm*. Les segments considérés ici sont ceux qui peuvent être utilisés pour construire des missions non prédéfinies. Les segments qui composent une mission prédéfinie ne sont pas représentés dans le réseau.

Pour une instance du PFH, il existe plusieurs réseaux équivalents du point de vue de l'ensemble des solutions réalisables. Cependant, les réseaux doivent être acycliques afin d'utiliser la méthode de résolution expliquée au chapitre 4. Ceci explique, par exemple, pourquoi il y a plusieurs noeuds *base* pour un réseau, puisque dans chaque

chemin réalisable de G^k, chaque noeud de V^k est visité au plus une fois.

Afin de bien modéliser les contraintes sur la durée maximale d'un service de vol, les périodes de temps associées aux noeuds *col* et *debsegm* ne doivent pas chevaucher une période diurne (de 08:00 à 17:59) et une période nocturne (de 18:00 à 07:59). Ces périodes sont définies relativement à l'heure locale de l'aéroport associé au noeud considéré.

Le tableau 3.4 donne les fenêtres possibles pour chaque noeud et chaque ressource du réseau G^k. En général, la fenêtre pour la ressource $frt(t)$ est $[0,0]$ si le fret de la requête $t \in T_k^{NE}$ ne peut pas être chargé dans l'aéronef à l'arrivée au noeud i, $[0,1]$ si le fret peut être chargé, et $[1,1]$ si le fret doit être chargé.

Tableau 3.4 Fenêtres de ressource possibles pour $i \in V^k$ et $r \in R^k$

i	$[a_i^{kr}, b_i^{kr}]$		
	$r = temps$	$r = serv$	$r = frt(t)$
$o(k), d(k)$	$[-\infty, +\infty]$	$[0,0]$	$[0,0]$
base, *aero*	$\subseteq [-\infty, +\infty]$	$[0,0]$	$[0,0]$
$miss_m$	$\subseteq [l_m, u_m]$	$[0,0]$	$[0,0]$
debsegm, *finsegm*	$\subseteq h, h \in H^{l_i}$	$[0, ms_j - d]$	$[0,0]$ ou $[0,1]$
$col_{q \neq t}$	$\subseteq h, h \in U_q^k$	$[0, ms_j - d_q^k]$	$[0,0]$ ou $[0,1]$
col_t	$\subseteq h, h \in U_t^k$	$[0, ms_j - d_t^k]$	$[0,0]$
$liv_{q \neq t}$	$\subseteq h, h \in V_q^k$	$[0, ms_j - d_q^k]$	$[0,0]$ ou $[0,1]$
liv_t	$\subseteq h, h \in V_t^k$	$[0, ms_j - d_t^k]$	$[1,1]$

3.1.3 Description des arcs

Les arcs représentent des déplacements dans l'espace-temps tels que des segments, des périodes de repos ou des connexions. L'ensemble A^k des arcs du réseau G^k se divise

en sept catégories que sont: *repos*, *mission*, *connex*, *segm*, *debserv*, *finserv* et *chgeq*. Ainsi, l'ensemble A^k se partitionne en sept sous-ensembles que sont A^k_{repos}, $A^k_{mission}$, A^k_{connex}, A^k_{segm}, $A^k_{debserv}$, $A^k_{finserv}$ et A^k_{chgeq}.

Certaines conditions doivent être satisfaites par tous les arcs d'un type ou par aucun de ces arcs. Ces conditions sont présentées dans le tableau 3.5. Les tableaux 3.6 à 3.12 contiennent un résumé des arcs du réseau G^k par type. On y retrouve, pour chaque type, les conditions non incluses dans le tableau 3.5 devant être satisfaites par un arc pour qu'il puisse exister et la consommation de ressource pour les ressources *temps* et *serv*. Pour la ressource $frt(t)$, la consommation est 1 si i est un noeud col_t, -1 si i est un noeud liv_t et 0 sinon. Ces informations sont présentées en plusieurs tableaux afin de faire ressortir les similitudes entre les arcs d'un même type.

Tableau 3.5 Conditions d'existence des arcs par type

Condition	Arcs $(i,j) \in A^k$ devant satisfaire la condition
$l_i = l_j$	$A^k \setminus A^k_{segm}$
$l_i \neq l_j$	A^k_{segm}
$a_i^{k,temps} + t_{ij}^{k,temps} \leq b_j^{k,temps}$	A^k
$b_i^{k,temps} + t_{ij}^{k,temps} \geq a_j^{k,temps}$	$A^k \setminus A^k_{repos} \cup A^k_{chgeq}$
i est à la base	A^k_{chgeq}
$b_i^{k,temps} + d + st + b > a_j^{k,temps}$	A^k_{chgeq}

Les arcs de type *repos* sont utilisés pour représenter l'inactivité d'un aéronef à la base ou le repos de l'équipage à un aéroport. Ces arcs, en conjonction avec les noeuds de type *base* et *aero*, sont utilisés principalement pour diminuer le nombre d'arcs dans les réseaux.

Un arc de type *mission* représente la réalisation d'une mission prédéfinie.

Une suite d'arcs de type *connex* représente une série de chargement et de déchar-

Tableau 3.6 Arcs $(i,j) \in A^k$ de type *repos*

i	j	$t_{ij}^{k,temps}$	$t_{ij}^{k,serv}$	Conditions supplémentaires
$o(k)$	*base*	0	0	j est le premier noeud de V_{base}^k
base	$d(k)$	0	0	i est le dernier noeud de V_{base}^k
base	*base*	0	0	i et j sont consécutifs
aero	*aero*	0	0	i et j sont consécutifs
base	*miss*	0	0	$b_i^{k,temps} \geq a_j^{k,temps}$

gement pendant une connexion. On peut remarquer que lorsqu'un chargement et un déchargement sont effectués pendant la même connexion, la durée de la connexion est égale au maximum de la durée de chargement et de la durée de déchargement. Il serait toutefois possible d'additionner les deux durées pour déterminer la durée de la connexion.

Les autres types d'arc représentent respectivement un segment, un briefing, un debriefing et un changement d'équipage à la base. Ces quatre types d'arc sont utilisés seulement pour construire des missions non prédéfinies.

On peut remarquer que chaque arc quittant un noeud *col* d'une requête de transport exclusive aboutit nécessairement à un noeud *liv* de la même requête. Cette caractéristique explique l'absence d'une ressource *frt* pour une requête de transport exclusive.

Un coût c_{ij}^k est associé à chaque arc $(i,j) \in A^k$. Ce coût est égal à $f_{l_i l_j}^k$ si l'arc (i,j) est de type *segm*, à c_m si i est un noeud $miss_m$ et à 0 sinon.

Tableau 3.7 Arcs $(i,j) \in A^k$ de type *mission*

i	j	$t_{ij}^{k,temps}$	$t_{ij}^{k,serv}$	Conditions supplémentaires
$miss_m$	*base*	$d_m + st$	0	aucune

Tableau 3.8 Arcs $(i,j) \in A^k$ de type *connex*

i	j	$t_{ij}^{k,temps}$	$t_{ij}^{k,serv}$	Conditions supplémentaires
$finsegm$	col_r	gl_r^k	(1)	aucune
$finsegm$	liv_r	0	(1)	r non exclusive
liv_r	$debsegm$	gu_r^k	(1)	aucune
liv_q	col_r	$\max(gu_q^k, gl_r^k)$	(1)	aucune
col_q	col_r	0	(1)	q, r compatibles; $q < r$
liv_q	liv_r	0	(1)	q, r compatibles; $q < r$
col_r	$debsegm$	0	(1)	r non exclusive

(1) $\max(t_{ij}^{k,temps}, a_j^{k,temps} - a_i^{k,temps})$

Tableau 3.9 Arcs $(i,j) \in A^k$ de type *segm*

i	j	$t_{ij}^{k,temps}$	$t_{ij}^{k,serv}$	Conditions supplémentaires
$debsegm$	$finsegm$	$f_{l_i l_j}^k$	$\max(t_{ij}^{k,temps}, a_j^{k,temps} - a_i^{k,temps})$	aucune
col_r	liv_r			r est exclusive

Tableau 3.10 Arcs $(i,j) \in A^k$ de type *debserv*

i	j	$t_{ij}^{k,temps}$	$t_{ij}^{k,serv}$	Conditions supplémentaires
$base/aero$	$debsegm$ (jour)	b	$t_{ij}^{k,temps}$	aucune
$base/aero$	$debsegm$ (nuit)	b	$t_{ij}^{k,temps} + ms_j - ms_n$	
$base/aero$	col_r (jour)	b_r^k	$t_{ij}^{k,temps}$	
$base/aero$	col_r (nuit)	b_r^k	$t_{ij}^{k,temps} + ms_j - ms_n$	

Tableau 3.11 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *finserv*

i	j	$t_{ij}^{k,temps}$	$t_{ij}^{k,serv}$	Conditions supplémentaires
liv_r	$base$	$d_r^k + st$	0	aucune
liv_r	$aero$	$d_r^k + rest$		
$finsegm$	$base$	$d + st$		
$finsegm$	$aero$	$d + rest$		

Tableau 3.12 Arcs $(i, j) \in A^k$ de type *chgeq*

i	j	$t_{ij}^{k,temps}$	$t_{ij}^{k,serv}$	Conditions supplémentaires
$finsegm$	$debsegm$ (jour)	cc	b	aucune
$finsegm$	$debsegm$ (nuit)	cc	$b + ms_j - ms_n$	
$finsegm$	col_r (jour)	$\max(cc, b_r^k)$	b_r^k	
$finsegm$	col_r (nuit)	$\max(cc, b_r^k)$	$b_r^k + ms_j - ms_n$	

3.2 Modèle de multiflots

La formulation mathématique présentée dans cette section est un cas particulier de celle présentée dans Desaulniers *et al.* (1997b).

Pour chaque commodité $k \in K$, chaque arc $(i,j) \in A^k$ et chaque requête $t \in T$, on définit a_{ij}^{kt} comme une constante prenant la valeur 0 ou 1. La valeur 1 est prise si et seulement si une des deux conditions suivantes est satisfaite: (1) le noeud i est un noeud $miss_m$ et $t \in T^m$, (2) le noeud i est un noeud col_t. Pour chaque commodité $k \in K$, chaque arc $(i,j) \in A^k$ et chaque requête de transport $t \in T^F$, on définit d_{ij}^{kt} comme une constante prenant la valeur 0 ou 1. La valeur 1 est prise si et seulement si une des deux conditions suivantes est satisfaite: (1) le noeud i est un noeud $miss_m$ et $t \in T^m$, (2) le noeud i est un noeud liv_t. Définissons b_o^t égal à 1 si la requête $t \in T$ appartient au groupe de requêtes optionnelles $o \in O$ et 0 sinon. Si la requête t est obligatoire, alors on a $\sum_{o \in O} b_o^t = 0$; sinon on a $\sum_{o \in O} b_o^t = 1$.

La formulation multiflots du problème nécessite l'introduction de deux types de variable relative à la structure des réseaux: des variables binaires de flot $X_{ij}^k, \forall (i,j) \in A^k, \forall k \in K$ associées aux arcs de G^k et des variables de ressource $T_i^{kr}, \forall i \in V^k, \forall r \in R^k, \forall k \in K$. La variable X_{ij}^k prend la valeur 1 si l'arc (i,j) est utilisé par la commodité k et 0 sinon. La variable T_i^{kr} indique la valeur de la ressource r au noeud i si ce noeud est visité par la commodité k. Dans le cas contraire, la valeur prise par cette variable est sans importance. Le vecteur des variables de ressource au noeud $i \in V^k, k \in K$ est noté par T_i^k.

La formulation nécessite aussi des variables supplémentaires, soit des variables binaires $Z_o, \forall o \in O$ associées aux groupes de requêtes optionnelles. La variable Z_o prend la valeur 1 si toutes les requêtes du groupe de requêtes optionnelles o sont rejetées et 0 sinon. On introduit aussi une variable entière Y qui compte le nombre de groupes de requêtes optionnelles dont les requêtes sont rejetées. Pour les deux

modèles présentés, la variable Y ainsi que les contraintes s'y rattachant ne sont pas indispensables à leur validité. Cette variable est utilisée uniquement pour permettre de brancher sur le nombre de requêtes acceptées dans un algorithme de séparation et évaluation progressive.

Avec ces définitions, le PFH peut être formulé comme un problème de multi-commodités non linéaire en nombres entiers mixte avec variables de ressource.

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} c_{ij}^k X_{ij}^k + \sum_{o \in O} c_o Z_o \tag{3.1}$$

sujet à:

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} a_{ij}^{kt} X_{ij}^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o = 1, \qquad \forall t \in T \tag{3.2}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^k} d_{ij}^{kt} X_{ij}^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o = 1, \qquad \forall t \in T^F \tag{3.3}$$

$$\sum_{o \in O} Z_o - Y = 0, \tag{3.4}$$

$$Y \quad \text{entier}, \tag{3.5}$$

$$Z_o \in \{0,1\}, \qquad \forall o \in O \tag{3.6}$$

$$\sum_{j:(o(k),j) \in A^k} X_{o(k),j} = 1, \qquad \forall k \in K \tag{3.7}$$

$$\sum_{j:(j,d(k)) \in A^k} X_{j,d(k)} = 1, \qquad \forall k \in K \tag{3.8}$$

$$\sum_{j:(j,i) \in A^k} X_{ji}^k - \sum_{j:(i,j) \in A^k} X_{ij}^k = 0, \qquad \forall k \in K, \forall i \in V^k \backslash \{o(k), d(k)\} \tag{3.9}$$

$$X_{ij}^k (f_{ij}^{kr}(T_i^k) - T_j^{kr}) \leq 0, \qquad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A^k, \forall r \in R^k \tag{3.10}$$

$$a_i^{kr} \leq T_i^{kr} \leq b_i^{kr}, \qquad \forall k \in K, \forall i \in V^k, \forall r \in R^k \tag{3.11}$$

$$X_{ij}^k \in \{0,1\}, \qquad \forall k \in K, \forall (i,j) \in A^k. \tag{3.12}$$

La fonction objectif (3.1) cherche, d'une part, à minimiser la somme des coûts

des lignes d'affectation et, d'autre part, à minimiser la somme pondérée des requêtes optionnelles rejetées. Les contraintes (3.2) assurent que chaque requête obligatoire et chaque requête optionnelle acceptée est affectée à une ligne d'affectation. Les contraintes (3.3) assurent que la livraison du fret d'une requête de transport acceptée est effectuée exactement une fois. La contrainte (3.4) ajuste la variable Y à sa valeur désirée. Les contraintes (3.5) et (3.6) imposent l'intégrité des variables supplémentaires. Les contraintes (3.7)-(3.9) imposent la conservation de flot ainsi que l'envoi d'une unité de flot de l'origine à la destination dans chaque réseau G^k. La compatibilité entre les variables de flot et de ressource est assurée par les contraintes (3.10). Le respect des fenêtres de ressource est assuré par les contraintes (3.11). Finalement, les contraintes (3.12) imposent l'intégrité des variables de flot.

La formulation utilise, pour chaque commodité $k \in K$, chaque arc $(i,j) \in A^k$ et chaque ressource $r \in R^k$, une fonction $f_{ij}^{kr}(T_i^k)$ appelée fonction d'extension de ressource. Cette fonction est utilisée pour calculer une borne inférieure sur la variable T_j^{kr} lorsque l'arc $(i,j) \in A^k$ est utilisé dans la solution. Le tableau 3.13 présente ces fonctions pour chaque ressource et chaque arc. Les fonctions sont similaires d'une commodité à une autre.

Tableau 3.13 Fonction d'extension de ressource f_{ij}^{kr}

Type de l'arc (i,j)	$r = temps$	$r = serv$	$r = frt(t'), t' \in T_k^{NE}$
$chgeq, repos, mission$ $debserv, finserv$	(1) si (2) ∞ sinon	$t_{ij}^{k,serv}$	(1) si (2) et (3) ∞ sinon
$segm, connex$		(1) si (2) ∞ sinon	
(1) $\max(a_j^{kr}, T_i^{kr} + t_{ij}^{kr})$ (2) $T_i^{kr} + t_{ij}^{kr} \leq b_j^{kr}$ (3) $\{t \in T_k^{NE} : T_i^{k,frt(t)} = 1\} \in C_k$			

Pour faciliter le développement d'un algorithme efficace pour la résolution du modèle, Desaulniers *et al.* (1997b) suggèrent que les fonctions d'extension de ressource devraient posséder les deux propriétés suivantes:

- chaque fonction d'extension devrait dépendre uniquement de T_i^k
- chaque fonction d'extension devrait être non décroissante

La vérification de la première propriété pour toutes les fonctions et de la seconde pour $f_{ij}^{k,temps}$ et $f_{ij}^{k,serv}$ est évidente. La vérification de la seconde propriété pour les autres fonctions est établie par la proposition suivante.

Proposition 3.1 *Soit $k \in K, t \in T_k^{NE}, (i,j) \in A^k$. Si l'hypothèse 2.1 est vérifiée, alors la fonction $f_{ij}^{k,frt(t)}(T_i^k)$ est non décroissante.*

Preuve: Soit P et Q deux points du domaine de la fonction $f_{ij}^{k,frt(t)}(T_i^k)$. Notons par $T_i^{kr}(p), \forall r \in R^k$ la valeur que prend la variable T_i^{kr} au point p du domaine de la fonction. Posons $T_i^{kr}(P) \leq T_i^{kr}(Q), \forall r \in R^k$.

On a que si la condition (2) est satisfaite par Q, alors elle est aussi satisfaite par P puisque $T_i^{k,frt(t)}(P) \leq T_i^{k,frt(t)}(Q)$.

Si la condition (3) est satisfaite par Q, alors l'hypothèse 2.1 et la condition que $T_i^{kr}(P) \leq T_i^{kr}(Q), \forall r \in R^k$ assurent qu'elle est aussi satisfaite par P.

Finalement, on a que $T_i^{k,frt(t)}(P) \leq T_i^{k,frt(t)}(Q) \Rightarrow \max(a_j^{k,frt(t)}, T_i^{k,frt(t)}(P) + t_{ij}^{k,frt(t)}) \leq \max(a_j^{k,frt(t)}, T_i^{k,frt(t)}(Q) + t_{ij}^{k,frt(t)})$. □

La fonction $f_{ij}^{k,serv}$ pour (i,j) de type *segm* ou *connex* devrait s'écrire

$$T_i^{k,serv} + T_j^{k,temps} - T_i^{k,temps} \text{si } T_i^{k,serv} + T_j^{k,temps} - T_i^{k,temps} \leq b_j^{k,serv}, \infty \text{ sinon.} \quad (3.13)$$

Cette fonction a toutefois le désavantage de ne pas être non décroissante, ce qui peut éventuellement rendre plus difficile la résolution du modèle. Remplacer cette fonction

par celle présentée dans le tableau 3.13 revient à restreindre le domaine des solutions réalisables. Toutefois, les solutions qui risquent d'être éliminées par cette restriction sont celles où des missions non prédéfinies contiennent des services de vol dont la durée approche le maximum permis. On peut ainsi affirmer que cette restriction produit des solutions plus robustes car les missions risquent moins de devenir irréalisables suite à un délai inattendu au cours de la réalisation d'un service de vol. L'impact de cette restriction sera étudié à la section 5.5.

La condition (3) présentée dans le tableau 3.13 peut prendre plusieurs formes. Par exemple, dans le cas du problème de tournées de véhicule avec fenêtres de temps, collectes et livraisons présenté dans Desaulniers *et al.* (1997b), elle serait donnée par

$$\sum_{t \in T_k^{NE}} T_i^{k,frt(t)} l_t \leq Q^k$$

où l_t est la quantité de marchandise à transporter pour la requête $t \in T_k^{NE}$ et Q^k est la capacité du véhicule k. Une autre variante consiste à chercher, dans un ensemble $C_k, k \in K$ défini explicitement, un élément dont $\{t \in T_k^{NE} : T_i^{k,frt(t)} = 1\}$ est un sous-ensemble. Idéalement, la complexité de l'évaluation de cette condition devrait être O(1).

Les contraintes (3.3) ont été introduites dans le modèle afin d'éviter la situation où une route effectuerait la livraison d'une requête de transport sans avoir effectué la collecte correspondante. Puisque les bornes inférieures sur les fenêtres de ressource sont molles, ces contraintes ne sont pas automatiquement satisfaites par un chemin respectant les fenêtres de ressource. Une formulation équivalente pourrait être obtenue en éliminant les contraintes (3.3) et en ajoutant les contraintes suivantes:

$$\sum_{(i,j) \in A^k} (d_{ij}^{kt} - a_{ij}^{kt}) X_{ij}^k \leq 0, \forall k \in K, \forall t \in T_k^F.$$

Cette formulation aurait toutefois le désavantage de rendre plus difficile la résolution des sous-problèmes dans la méthode de résolution présentée au chapitre 4.

3.3 Modèle de partitionnement d'ensemble

Le PFH peut aussi être formulé en utilisant des variables associées aux chemins réalisables des réseaux G^k.

Définition 3.1 *Un chemin p du réseau G^k est dit réalisable si et seulement si il existe, dans l'ensemble défini par les contraintes (3.7)-(3.12), un vecteur avec $X_{ij}^k = 1$ si l'arc (i, j) est dans le chemin p et 0 sinon.*

Tel qu'expliqué dans Desaulniers *et al.* (1997b), cette formulation équivalente s'obtient en appliquant une généralisation du principe de décomposition de Dantzig-Wolfe (Dantzig et Wolfe, 1960) à la formulation (3.1)-(3.12).

Pour tout $k \in K$, on définit Ω^k comme étant l'ensemble des chemins réalisables du réseau G^k. Pour tout $p \in \Omega^k$, on définit c_p^k comme étant le coût du chemin p, soit la somme des coûts des arcs composant ce chemin. Pour tout $k \in K$, $p \in \Omega^k$ et $t \in T$, on définit a_p^{kt} comme étant une constante égale à 1 si la requête t est couverte par le chemin p et 0 sinon. Pour tout $k \in K$, $p \in \Omega^k$ et $t \in T^F$, on définit d_p^{kt} comme étant une constante égale à 1 si la livraison du fret de la requête de transport t est couverte par le chemin p et 0 sinon.

En plus des variables supplémentaires $Z_o, \forall o \in O$ et Y définies pour le modèle multiflots, on introduit, pour tout $k \in K$ et tout $p \in \Omega^k$, une variable binaire de chemin notée θ_p^k. Cette variable prend la valeur 1 si le chemin p est utilisé dans la solution et 0 sinon.

Ces définitions permettent d'écrire le modèle de partitionnement d'ensemble généralisé suivant:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} c_p^k \theta_p^k + \sum_{o \in O} c_o Z_o \tag{3.14}$$

sujet à:

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} a_p^{kt} \theta_p^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o = 1, \qquad \forall t \in T \tag{3.15}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} d_p^{kt} \theta_p^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o = 1, \qquad \forall t \in T^F \tag{3.16}$$

$$\sum_{o \in O} Z_o - Y = 0, \tag{3.17}$$

$$Y \quad \text{entier}, \tag{3.18}$$

$$Z_o \in \{0, 1\}, \qquad \forall o \in O \tag{3.19}$$

$$\sum_{p \in \Omega^k} \theta_p^k = 1, \qquad \forall k \in K \tag{3.20}$$

$$\theta_p^k \in \{0, 1\}, \qquad \forall k \in K, \ \forall p \in \Omega^k. \tag{3.21}$$

La fonction objectif (3.14), tout comme celle de la formulation multiflots, cherche à minimiser la somme des coûts des lignes d'affectation et la somme pondérée des requêtes optionnelles rejetées. Les contraintes (3.15) assurent que chaque requête obligatoire et chaque requête optionnelle acceptée est couverte par exactement une ligne d'affectation. Les contraintes (3.16) assurent que la livraison du fret d'une requête de transport acceptée est effectuée exactement une fois. La contrainte (3.17) ajuste la variable Y à sa valeur désirée. L'intégrité des variables supplémentaires est assurée par les contraintes (3.18) et (3.19). Les contraintes (3.20) imposent qu'au plus un chemin soit choisi pour chaque réseau. Finalement, les contraintes (3.21) imposent l'intégrité des variables de chemin.

Lorsque plusieurs commodités sont identiques, Desaulniers *et al.* (1997b) montrent qu'il est possible de les agréger afin de réduire le nombre de variables de chemin

et de contraintes. Soit $K' = \{k_1, \ldots, k_m\} \subseteq K$ un ensemble de m commodités identiques, on élimine de la formulation les variables $\theta_p^k, k \in K' \setminus \{k_1\}$, on élimine les contraintes (3.20) pour $k \in K' \setminus \{k_1\}$ et on remplace la contrainte (3.20) pour $k = k_1$ par

$$\sum_{p \in \Omega^{k_1}} \theta_p^{k_1} = m.$$

La formulation obtenue en appliquant ce principe permet d'accélérer la méthode de résolution présentée au chapitre suivant. Pour la suite du mémoire, on supposera, sauf indications, que les commodités ont été agrégées.

3.4 Traitements sur les réseaux

Cette section présente quelques propositions qui peuvent permettre, pour certaines instances du PFH, de diminuer la taille des réseaux en éliminant des arcs et des noeuds. Des propositions permettant de reserrer les bornes des fenêtres de ressource sont aussi présentées. Ces éliminations et réductions mènent généralement à une diminution du temps de résolution.

La proposition suivante peut être utilisée pour éliminer certains arcs des réseaux. En effet, un arc $(i, j) \in A^k$ pour lequel l'hypothèse de cette proposition est vérifiée pour une ressource $r \in R^k$ peut être éliminé du réseau G^k.

Proposition 3.2 *Soit $k \in K, (i, j) \in A^k, r' \in R^k$ et posons $T_i^{kr} = a_i^{kr}, \forall r \in R^k$. Si $f_{ij}^{kr'}$ est non décroissante et si $f_{ij}^{kr'}(T_i^k) > b_j^{kr'}$, alors aucun chemin réalisable du réseau G^k n'emprunte l'arc (i, j).*

Il peut s'avérer avantageux, d'un point de vue du temps de résolution des modèles, de réduire la largeur des fenêtres de ressource sans éliminer aucun chemin réalisable. Différents algorithmes ont été suggérés dans la littérature pour effectuer de telles

réductions pour des problèmes particuliers. Citons, entre autres, l'article de Desrochers, Desrosiers et Solomon (1992) pour le problème de tournées de véhicule avec fenêtres de temps.

Pour tout $k \in K, i \in V^k, r \in R^k, y \in [a_i^{kr}, b_i^{kr}]$ on définit $\Omega_{ir}^k(y)$ comme l'ensemble des chemins réalisables du réseau G^k passant par le noeud i avec la ressource r égale à y. Soit un noeud $i \in V^k$ et une ressource $r \in R^k$. Théoriquement, on peut appliquer les réductions suivantes si les fonctions d'extension de ressource sont non décroissantes:

- si $\Omega_{ir}^k(b_i^{kr}) = \emptyset$ ou $\Omega_{ir}^k(b_i^{kr}) = \Omega_{ir}^k(b_i^{kr} - 1)$, alors $[a_i^{kr}, b_i^{kr}]$ peut être remplacée par $[a_i^{kr}, b_i^{kr} - 1]$
- si $\Omega_{ir}^k(a_i^{kr}) = \emptyset$ ou $\Omega_{ir}^k(a_i^{kr}) = \Omega_{ir}^k(a_i^{kr} + 1)$, alors $[a_i^{kr}, b_i^{kr}]$ peut être remplacée par $[a_i^{kr} + 1, b_i^{kr}]$

En pratique, il est impossible d'effectuer toutes ces réductions. On se contente donc d'appliquer des algorithmes qui en effectuent un sous-ensemble.

Pour le PFH, les propositions suivantes permettent d'appliquer certaines réductions de fenêtre.

Proposition 3.3 *Soit $k \in K, t_1 \in T_k^F, t_2 \in T_k^{NE}, t_1 \neq t_2$, $i = col_{t_1} \in V^k$ et supposons que les temps de vol f_{ij}^k satisfont l'inégalité du triangle.*
Si $a_i^{k,temps} + f_{ac(t_1)ad(t_1)}^k + f_{ad(t_1)ad(t_2)}^k > \max_{[a,b] \in V_{t_2}^k}(b)$
et $a_i^{k,temps} + f_{ac(t_1)ad(t_2)}^k + f_{ad(t_2)ad(t_1)}^k > \max_{[a,b] \in V_{t_1}^k}(b)$, *alors* $\Omega_{i,frt(t_2)}^k(1) = \emptyset$.

Proposition 3.4 *Soit $k \in K, t \in T_k^{NE}, i \in V^k$ et supposons que les temps de vol f_{ij}^k satisfont l'inégalité du triangle.*
Si $a_i^{k,temps} + f_{i,ad(t)}^k > \max_{[a,b] \in V_t^k}(b)$, *alors* $\Omega_{i,frt(t)}^k(1) = \emptyset$.

Ces réductions permettent de modéliser, en partie, le concept de chemin partiel non réalisable d'un réseau. Ce concept a été utilisé, entre autres, par Dumas, Desrosiers et Soumis (1991) pour un problème de tournées de véhicule avec collectes, livraisons et fenêtres de temps. Un chemin partiel (un chemin de $o(k)$ jusqu'à un noeud autre que $d(k)$) est dit non réalisable s'il ne peut être prolongé jusqu'au noeud $d(k)$. Ce concept est utile pour accélérer la résolution d'un problème de plus court chemin sur un réseau avec ressources.

CHAPITRE 4

Méthode de résolution

Ce chapitre explique la méthode de résolution utilisée pour résoudre le PFH. Les algorithmes les plus couramment utilisés pour résoudre les problèmes de programmation en nombres entiers sont des algorithmes de séparation et évaluation progressive (communément appelés Branch-and-Bound). Dans leur article, Desaulniers *et al.* (1997b) proposent un tel algorithme pour résoudre la formulation unifiée de laquelle la formulation (3.1)-(3.12) est un cas particulier. Cette approche de résolution a été choisie pour le PFH.

La section 4.1 explique la méthode utilisée pour évaluer une borne inférieure pour la fonction objectif à un noeud de branchement donné. La section 4.2 détaille quelques stratégies de branchement pouvant être utilisées afin de converger vers une solution réalisable et préférablement optimale. La section 4.3 discute d'une méthode de décomposition de réseaux qui permet généralement de diminuer le temps de résolution lorsqu'elle peut être appliquée. Finalement, la section 4.4 discute d'une méthode qui peut être utilisée pour réduire le nombre de variables fractionnaires à un noeud de branchement.

4.1 Évaluation des bornes inférieures

À un noeud de l'arbre de branchement, une borne inférieure est obtenue en résolvant une relaxation de la formulation (3.14)–(3.21) à laquelle on a appliqué les décisions de branchement prises à chacun des ancêtres du noeud considéré. La re-

laxation choisie est habituellement la relaxation linéaire qui, pour notre problème, se formule ainsi:

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} c_p^k \theta_p^k + \sum_{o \in O} c_o Z_o \tag{4.1}$$

sujet à:

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} a_p^{kt} \theta_p^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o = 1, \qquad \forall t \in T \tag{4.2}$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} d_p^{kt} \theta_p^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o = 1, \qquad \forall t \in T^F \tag{4.3}$$

$$\sum_{o \in O} Z_o - Y = 0, \tag{4.4}$$

$$0 \leq Z_o \leq 1, \qquad \forall o \in O \tag{4.5}$$

$$\sum_{p \in \Omega^k} \theta_p^k = 1, \qquad \forall k \in K \tag{4.6}$$

$$\theta_p^k \geq 0, \qquad \forall k \in K, \forall p \in \Omega^k. \tag{4.7}$$

Puisque le nombre de chemins réalisables est généralement trop grand pour les énumérer explicitement, la relaxation linéaire est résolue par génération de colonnes. Cette méthode est utilisée pour résoudre les programmes linéaires ayant un très grand nombre de variables en évitant l'énumération explicite de toutes les variables. Dans le cadre de cette méthode, le programme linéaire à résoudre est appelé problème maître et toute restriction de ce programme ne considérant qu'un sous-ensemble des variables est appelée problème maître restreint. L'algorithme de génération de colonnes est un processus itératif qui résout une suite de problèmes maîtres restreints et de sous-problèmes jusqu'à l'obtention d'une solution optimale pour un problème maître restreint qui soit aussi optimale pour le problème maître.

En pratique, on observe que si on résout la relaxation linéaire en éliminant les contraintes (4.3), celles-ci sont quand même respectées par la solution optimale de cette relaxation. Ainsi, dans la stratégie de résolution qui a été retenue, ces contraintes

sont relaxées et réintroduites au besoin si elles sont violées par une solution de la relaxation.

Une itération de l'algorithme se déroule de la façon suivante. Le problème maître restreint est résolu, permettant d'obtenir un ensemble de variables duales optimales pour ce problème. Ces variables sont alors transférées aux sous-problèmes pour leurs permettre de prouver l'optimalité du problème maître restreint courant ou de générer au moins une variable de coût réduit négatif. Une variable (ou colonne) du problème maître restreint ayant été générée par un sous-problème est appelée colonne dynamique.

Pour le PFH, à chaque réseau G^k correspond un sous-problème qui est le suivant:

$$\min \sum_{(i,j)\in A^k} (c_{ij}^k - \sum_{t\in T} a_{ij}^{kt}\delta_t - \sum_{t\in T^F} d_{ij}^{kt}\lambda_t)X_{ij}^k - \xi^k \tag{4.8}$$

sujet à:

$$\sum_{j:(o(k),j)\in A^k} X_{o(k),j} = 1 \tag{4.9}$$

$$\sum_{j:(j,d(k))\in A^k} X_{j,d(k)} = 1 \tag{4.10}$$

$$\sum_{j:(j,i)\in A^k} X_{ji}^k - \sum_{j:(i,j)\in A^k} X_{ij}^k = 0, \qquad \forall i \in V^k \backslash \{o(k), d(k)\} \tag{4.11}$$

$$X_{ij}^k(f_{ij}^{kr}(T_i^k) - T_j^{kr}) \leq 0, \qquad \forall (i,j) \in A^k, \forall r \in R^k \tag{4.12}$$

$$a_i^{kr} \leq T_i^{kr} \leq b_i^{kr}, \qquad \forall i \in V^k, \forall r \in R^k \tag{4.13}$$

$$X_{ij}^k \in \{0,1\}, \qquad \forall (i,j) \in A^k. \tag{4.14}$$

Dans cette formulation, δ_t, λ_t et ξ^k sont les variables duales associées aux contraintes (4.2), (4.3) et (4.6) respectivement. Chaque sous-problème correspond à un problème de plus court chemin avec contraintes de ressource et peut se résoudre par un algorithme pseudo-polynomial lorsque les fonctions $f_{ij}^{kr}(T_i^k)$ sont non décroissantes (Desaulniers *et al.*, 1997b).

Pour assurer la convergence de l'algorithme de génération de colonnes, il n'est pas nécessaire de résoudre les sous-problèmes de façon optimale à chaque itération. Ainsi, la résolution des sous-problèmes de façon heuristique lors des premières itérations permet parfois d'accélérer la résolution. Une telle approche est couramment utilisée dans des problèmes de fabrication de rotations d'équipage et d'horaires personnalisés. L'article de Gamache *et al.* (1997) présente des exemples de telles stratégies. De plus, il n'est pas nécessaire de résoudre tous les sous-problèmes à chaque itération. Une itération peut prendre fin dès qu'un sous-problème a réussi à générer au moins une colonne de coût réduit négatif.

Une façon de prouver l'optimalité d'une solution optimale du problème maître restreint pour le problème maître est de prouver que la solution optimale de chacun des sous-problèmes est non négative, et ce, avec un ensemble de variables duales optimales pour le problème maître restreint. La façon habituelle d'établir une telle preuve est de résoudre de façon optimale chaque sous-problème. On pourrait aussi, avant de résoudre un sous-problème, appliquer un algorithme qui permettrait de calculer une borne inférieure sur la valeur d'une de ses solutions optimales pour ensuite résoudre le problème seulement si la borne calculée est négative. Une telle méthode ne serait efficace que dans la mesure où la procédure serait très rapide relativement à l'algorithme de résolution du sous-problème et que la borne calculée serait assez près de la valeur optimale du sous-problème. Une preuve de l'optimalité d'une solution optimale du problème maître restreint pour le problème maître est obtenue lorsque le coût de cette solution est égal à une borne inférieure connue de la valeur optimale du problème maître. Cette borne peut être, par exemple, le coût d'une solution optimale connue d'une relaxation du problème maître.

L'ensemble Ω^k peut contenir des chemins couvrant une requête plus d'une fois, appelés chemins avec cycle. La variable associée à un tel chemin ne peut avoir une valeur de 1 dans aucune solution réalisable puisque la contrainte (3.15) pour la requête

considérée serait violée. Cependant, résoudre un modèle qui exclut toutes les variables de chemins avec cycle est plus difficile que de résoudre un modèle qui les inclut. En fait, le problème de plus court chemin avec contraintes de ressource et élimination de cycles est fortement NP-difficile puisqu'il inclut comme cas particulier le problème de plus court chemin avec fenêtres de temps et élimination de cycles qui est fortement NP-difficile (Dror, 1994). Il est intéressant de souligner que Kohl *et al.* (1997) suggèrent, pour le problème de tournées de véhicule avec fenêtres de temps, que la résolution du sous-problème avec élimination de cycles ne mène pas à une amélioration significative de la borne calculée au premier noeud de branchement.

Il est fréquent, lorsqu'on résout un problème de partitionnement d'ensemble par génération de colonnes, de relaxer la relaxation linéaire de ce problème afin d'accélérer sa résolution. Ainsi, pour le PFH, on peut remplacer les équations (4.2) par

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} a_p^{kt} \theta_p^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o \geq 1, \forall t \in T. \tag{4.15}$$

Cette modification, qui consiste à résoudre le problème comme un modèle de recouvrement d'ensemble, permet de borner inférieurement par 0 les variables duales associées à ces contraintes. Pareillement, on peut remplacer les contraintes (4.6) par

$$\sum_{p \in \Omega^k} \theta_p^k \leq 1, \forall k \in K$$

afin de borner supérieurement leurs variables duales par 0.

Une autre stratégie de relaxation possible consiste à introduire, pour chaque contrainte de couverture de requête, une variable de coût nul et bornée inférieurement par 0 et supérieurement par un nombre suffisamment petit et différent pour chaque requête. Ceci consiste à remplacer les contraintes (4.2) par

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} a_p^{kt} \theta_p^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o + y^t = 1, \forall t \in T$$

ou (si on permet le sur-recouvrement) par

$$\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} a_p^{kt} \theta_p^k + \sum_{o \in O} b_o^t Z_o + y^t \geq 1, \forall t \in T \tag{4.16}$$

et à introduire les contraintes suivantes dans le problème maître

$$0 \leq y^t \leq \epsilon^t, \forall t \in T$$

où ϵ^t est un nombre positif et suffisamment petit.

Soulignons que lorsque de telles techniques de perturbation de contraintes sont employées, la méthode de résolution doit contenir une ou des stratégies de branchement permettant de remettre les contraintes sous leur forme originale.

4.2 Stratégies de branchement

Cette section présente quelques stratégies de branchement pouvant être utilisées pour obtenir une solution entière pour le PFH (formulations (3.1)-(3.12) ou (3.14)-(3.21)).

Ces stratégies se divisent en deux groupes: les stratégies optimales et les stratégies heuristiques. L'utilisation exclusive de stratégies optimales pour l'exploration d'un arbre de branchement garantit l'optimalité de la meilleure solution trouvée (en autant que la borne calculée à chaque noeud soit valide). Par contre, si au moins une décision de branchement est prise en appliquant une stratégie heuristique, il est possible que la meilleure solution trouvée ne soit pas optimale. Il est aussi possible que l'utilisation de telles stratégies ne permettent de trouver aucune solution alors qu'il en existe. Les stratégies heuristiques sont utilisées là où les stratégies optimales seraient trop coûteuses en termes de temps de calcul et/ou d'espace mémoire.

Pour la suite, nous notons par $\tilde{X}^k_{ij}$, $\forall k \in K$, $\forall (i,j) \in A^k$, $\tilde{\theta}^k_p, \forall k \in K, \forall p \in \Omega^k$, $\tilde{Z}_o$, $\forall o \in O$ et $\tilde{Y}$ les valeurs des variables de flot, des variables de chemin et des variables supplémentaires d'une solution de la relaxation d'un noeud de branchement.

Pour décrire les différentes stratégies de branchement, il est nécessaire d'introduire

le concept de flot inter-tâche. On associe une tâche à chaque requête $t \in T$ et on dit que la commodité $k \in K$ réalise cette tâche lorsqu'elle emprunte un arc $(i,j) \in A^k$ tel que $a_{ij}^{kt} = 1$. Soit deux requêtes $t_1, t_2 \in T$, on dit qu'un chemin réalise la tâche t_2 immédiatement après la tâche t_1 si $\exists\ (i_1, j_1), (i_2, j_2) \in A^k$ empruntés par le chemin et tel que $a_{i_1 j_1}^{kt_1} = 1, a_{i_2 j_2}^{kt_2} = 1$ et que ce chemin n'emprunte aucun arc $(i,j) \in A^k$ avec $\sum_{t \in T} a_{ij}^{kt} \geq 1$ entre (i_1, j_1) et (i_2, j_2). On définit $\Omega_{t_1 t_2}^k \subseteq \Omega^k$ comme l'ensemble des chemins réalisables du réseau G^k qui réalisent la tâche t_2 immédiatement après la tâche t_1. Le flot inter-tâche $I_{t_1 t_2}$ est donné par $\sum_{p \in \Omega_{t_1 t_2}^k} \tilde{\theta}_p^k$.

Les cinq conditions énumérées ci-après sont utilisées pour déterminer si une solution de la relaxation à un noeud de branchement est réalisable ou, dans le cas contraire, pour décider d'une stratégie de branchement à appliquer.

Condition 4.1 $\tilde{Y} > \lfloor \tilde{Y} \rfloor$ *(ou* $\tilde{Y} < \lceil \tilde{Y} \rceil$*).*

Condition 4.2 $\exists\ o \in O$ *tel que* $0 < \tilde{Z}_o < 1$.

Condition 4.3 $\exists\ k_1, k_2 \in K, k_1 \neq k_2, t \in T^{k_1} \cup T^{k_2}$ *tel que* $\sum_{p \in \Omega^{k_1}} a_p^{k_1 t} \tilde{\theta}_p^{k_1} > 0$ *et* $\sum_{p \in \Omega^{k_2}} a_p^{k_2 t} \tilde{\theta}_p^{k_2} > 0$.

Condition 4.4 $\exists\ t_1, t_2 \in T$ *tel que* $0 < I_{t_1 t_2} < 1$.

Condition 4.5 *Au moins une des contraintes* (4.3) *est violée.*

La vérification de la condition 4.1 implique la vérification de la condition 4.2. De plus, si la solution de la relaxation à un noeud de branchement est non réalisable, alors au moins une des cinq conditions est respectée. Enfin, si les condition 4.4 et 4.5 ne sont pas satisfaites, alors la solution est réalisable.

4.2.1 Stratégies optimales

Cette section décrit six stratégies optimales ayant été étudiées pour la résolution du PFH.

Branchement sur le nombre de requêtes acceptées: La stratégie de branchement sur le nombre de requêtes acceptées peut s'appliquer si la condition 4.1 est satisfaite. Cette décision consiste à restreindre Y à être plus petit ou égal à $\lfloor \tilde{Y} \rfloor$ sur une branche et à être plus grand ou égal à $\lceil \tilde{Y} \rceil$ sur l'autre branche. Ces deux décisions sont imposées par l'ajout d'une borne sur la variable Y dans le problème maître. Pour l'application considérée dans ce mémoire, on suppose que les pénalités $c_o, o \in O$ ont été choisies de telle sorte que le problème avec $Y \leq \lfloor \tilde{Y} \rfloor$ est irréalisable. Dans ce cas, on ne crée qu'une seule branche.

Acceptation ou rejet de requêtes: Si la condition 4.2 est satisfaite, alors on peut appliquer la stratégie d'*acceptation ou rejet de requêtes*. Cette stratégie consiste à restreindre Z_o à une valeur de 0 sur une branche et à une valeur de 1 sur l'autre branche. La première décision impose que toutes les requêtes du groupe de requêtes optionnelles o soient acceptées. La dernière décision impose au contraire que ces requêtes soient rejetées. Dans ce dernier cas, il peut s'avérer avantageux, bien que ce ne soit pas indispensable, d'éliminer de tous les réseaux les arcs et les noeuds qui couvrent au moins une de ces requêtes. Si cette élimination est effectuée, alors on peut se permettre d'éliminer de la formulation les contraintes de couverture des requêtes appartenant au groupe de requêtes optionnelles o. Dans ce cas, il faut prendre soin d'ajouter à la valeur de l'objectif de toute solution le coût c_o.

Choix d'une commodité pour couvrir une requête: Si la condition 4.3 est satisfaite, alors on peut restreindre $\sum_{p \in \Omega^{k_1}} a_p^{k_1 t} \theta_p^{k_1}$ à une valeur de 0 sur une branche et

restreindre $\sum_{p \in \Omega^{k_2}} a_p^{k_2 t} \theta_p^{k_2}$ à une valeur de 0 sur l'autre branche. La première décision interdit que la requête t soit couverte par la commodité k_1. La deuxième décision interdit que la requête t soit couverte par la commodité k_2. Pour imposer une telle décision, il suffit d'éliminer du réseau en question tous les arcs et les noeuds qui couvrent la requête t. Cette stratégie de branchement peut être efficace lorsque les coûts sur les arcs dépendent des temps de vol.

Fixation d'une inter-tâche: La stratégie de fixation d'une inter-tâche consiste à choisir deux requêtes $t_1, t_2 \in T$ tel que la condition 4.4 soit vérifiée et à créer deux branches. Sur une branche, on impose que t_2 soit immédiatement effectuée après t_1 par la même ligne d'affectation ($\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k_{t_1 t_2}} \theta_p^k = 1$). Sur l'autre branche, on impose que t_2 ne puisse pas être effectuée immédiatement après t_1 ($\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k_{t_1 t_2}} \theta_p^k = 0$). Une variante de cette stratégie consiste à choisir une seule tâche $t \in T$ et à imposer sur une branche que cette tâche soit la première (dernière) d'une ligne d'affectation et sur l'autre branche qu'elle soit précédée (suivie) d'au moins une autre tâche. Il est préférable de choisir deux tâches correspondant à des requêtes de transport afin de déterminer le plus tôt possible les missions non prédéfinies qui feront partie de la solution.

Réintroduction d'un sous-ensemble des contraintes (4.3): On peut appliquer cette stratégie lorsque la condition 4.5 est satisfaite. Dans ce cas, on réintroduit dans le problème maître un sous-ensemble des contraintes (4.3) violées par la solution relaxée. Un seul noeud est créé lorsque cette stratégie est appliquée.

Enlèvement de la perturbation des contraintes (4.2): Cette stratégie consiste à remettre les contraintes de couverture des requêtes sous leur forme originale (contraintes (4.2)). Si des variables $y^t, t \in T$ sont présentes dans le modèle, elles doivent

être enlevées.

4.2.2 Stratégies heuristiques

Cette section décrit quelques stratégies heuristiques ayant été étudiées pour la résolution du PFH. En général, on peut concevoir des versions heuristiques de chaque stratégie optimale décrite à la section précédente. Par exemple, il est possible de décider d'accepter ou de rejeter plusieurs requêtes à la fois. Notons qu'en général un seul noeud est créé quand une décision heuristique est prise. Nous décrivons maintenant les stratégies ayant été étudiées dans le cadre de ce mémoire.

Fixation de variables de chemin: Une stratégie consiste à fixer à 1 une ou plusieurs variables de chemin ayant une valeur fractionnaire près de 1. Idéalement, le choix des variables devrait être fait afin de s'assurer que le problème résultant soit toujours réalisable. En pratique, il est impossible d'établir une condition nécessaire et suffisante qui puisse être rapidement vérifiée et qui assure que le problème soit toujours réalisable. On se contentera donc de s'assurer que les colonnes choisies vérifient quelques conditions nécessaires. Par exemple, dans le problème qui nous concerne, il faut s'assurer que chaque contrainte de couverture de tâche soit couverte au plus une fois dans l'ensemble des colonnes fixées à 1. Cette stratégie a été utilisée par Gamache *et al.* (1997) pour résoudre de façon heuristique un problème de rostering en transport aérien. A un noeud de branchement, la décision prise consistait soit à fixer à 1 toutes les variables ayant une valeur plus grande ou égale à 0.6, soit à fixer à 1 la variable de plus grande valeur. Pour le PFH, l'emploi de cette stratégie à un noeud de branchement consiste à fixer à 1 toutes les variables de chemin ayant une valeur plus grande ou égale à un seuil. Ce seuil demeure constant tout au long de la résolution.

Fixation d'inter-tâches: Une autre stratégie heuristique consiste à fixer à 1 plusieurs inter-tâches à la fois. Comme précédemment, une seule branche est créée. Pour le PFH, l'emploi de cette stratégie consiste à fixer à 1 toutes les inter-tâches ayant une valeur plus grande ou égale à un seuil constant.

Affectation d'une requête à une commodité: Finalement, une autre stratégie possible consiste à choisir $k \in K, t \in T^k$ tel que $\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} a_p^{kt} \tilde{\theta}_p^k + \epsilon = 1$ avec $\epsilon \geq 0$ suffisamment petit et à imposer $\sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} a_p^{kt} \theta_p^k = 1$. Cette stratégie consiste à imposer que la requête t soit acceptée et couverte par la commodité k. On peut appliquer cette stratégie pour plusieurs requêtes au même noeud de branchement.

4.3 Décomposition de réseaux

Dans certains cas, il est possible de décomposer un réseau en plusieurs sous-réseaux afin d'accélérer la résolution du problème. Soit une commodité $k' \in K$ pour laquelle on doit construire l' lignes d'affectation. Soit un ensemble $M', |M'| = l'$ de missions obligatoires devant être affectées à k'. Si $l_m = u_m, \forall m \in M'$ et si les $|M'|$ missions obligatoires doivent nécessairement être couvertes par l' lignes d'affectation différentes (autrement dit, si elles se chevauchent), alors on peut créer $2l'$ réseaux à partir du réseau original pour la commodité k'. Pour chaque mission obligatoire $m \in M'$, il y aura un réseau pour les chemins partiels allant de $o(k)$ à $miss_m$ et un autre réseau pour les chemins partiels allant de $miss_m$ à $d(k)$. De plus, puisqu'on a $l_m = u_m$, chaque chemin partiel du premier réseau peut être concaténé à tout chemin partiel du deuxième réseau afin de créer un chemin réalisable pour le réseau original. Chacun de ces réseaux nécessite l'ajout d'une contrainte de convexité dans le problème maître mais les contraintes de couverture des requêtes couvertes par les missions choisies pour la décomposition peuvent être enlevées.

Les figures 4.1 et 4.2 illustrent une décomposition de réseau. La figure 4.1 présente le réseau original pour lequel on doit construire deux lignes d'affectation. Ce réseau contient deux missions obligatoires $m1$ et $m2$ avec $l_{m1} = u_{m1}$ et $l_{m2} = u_{m2}$ et qui ne peuvent être affectées à la même ligne. On peut donc décomposer ce réseau en quatre sous-réseaux, illustrés à la figure 4.2. Pour chacun de ces quatre réseaux, on doit construire une ligne d'affectation.

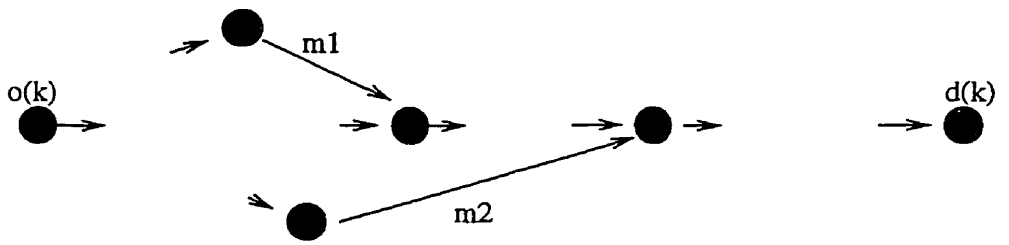


Figure 4.1 Exemple d'un réseau décomposable

L'utilisation d'une telle technique permet de diminuer la densité des colonnes dynamiques et ainsi aider à accélérer la convergence vers une solution optimale. Elle peut aussi permettre d'accélérer la résolution des sous-problèmes. De plus, elle peut permettre d'accélérer la réoptimisation après un branchement puisque les chemins partiels qui n'ont pas été affectés par la décision n'ont pas à être regénérés.

4.4 Perturbation de la fonction objectif

Cette section discute d'une méthode qui peut être utilisée afin de diminuer le nombre de solutions optimales et ainsi obtenir une solution plus tôt dans un arbre de séparation et évaluation. En gros, cette méthode consiste à perturber légèrement le coût de tout chemin réalisable d'un graphe G^k. Soulignons que l'emploi de cette méthode nécessite que les commodités ne soient pas agrégées.

Considérons le polytope des solutions réalisables de la relaxation linéaire du mo-

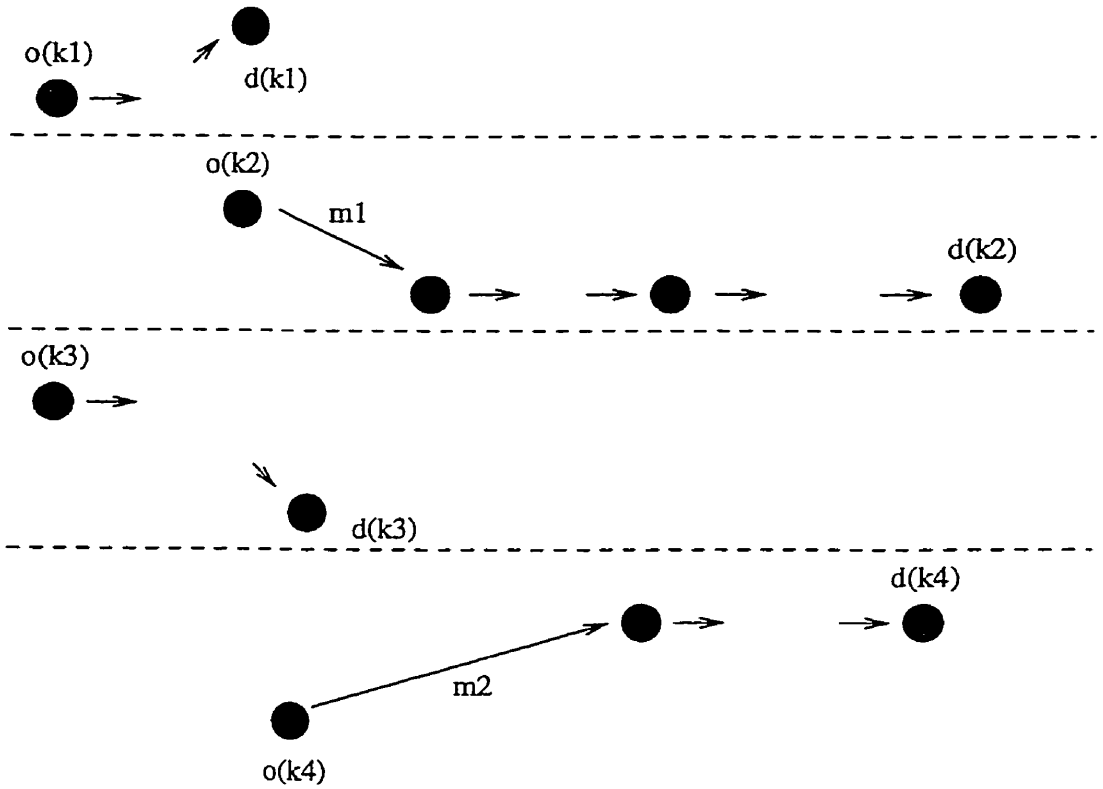


Figure 4.2 Décomposition du réseau de la figure 4.1

dèle de partitionnement d'ensemble généralisé. En général, le nombre de points extrêmes sur la face optimale est très élevé. Supposons maintenant que cette face contienne une solution optimale du problème en nombres entiers. Il pourrait être intéressant de perturber légèrement la fonction objectif de telle sorte que la face optimale du polytope se réduise maintenant à cette solution optimale. Ainsi aucun branchement ne serait nécessaire.

Pour chaque commodité $k \in K$ et chaque requête $t \in T^k$, on définit une constante p_t^k égale à une valeur arbitraire. Pour chaque réseau G^k et chaque arc $(i,j) \in A^k$, le coût perturbé est

$$\widehat{c_{ij}^k} = c_{ij}^k + \sum_{t \in T^k} a_{ij}^{kt} p_t^k \tag{4.17}$$

et le coût perturbé d'un chemin $p \in \Omega^k$ est

$$\widehat{c_p^k} = \sum_{(i,j) \in p} \widehat{c_{ij}^k}. \tag{4.18}$$

Les constantes p_t^k doivent préférablement être choisies de telle sorte qu'il existe une solution optimale pour le problème non perturbé qui soit aussi optimale pour le problème perturbé et qu'aucune solution non optimale pour le problème non perturbé ne soit optimale pour le problème perturbé. Ces constantes devraient donc prendre des valeurs suffisamment près de 0.

On peut considérer cette méthode de perturbation comme une stratégie de branchement qu'on applique lorsqu'on a de bonnes raisons de croire qu'il existe une solution optimale de même coût que la relaxation du noeud auquel on doit prendre une décision. Étant donnée une solution optimale de la relaxation du noeud considéré, quelques raisons qui permettent de conjecturer qu'il n'existe aucune solution optimale de même coût sont les suivantes:

- la condition 4.2 est satisfaite.

- la condition 4.3 est satisfaite.
- on peut appliquer la stratégie de fixation d'une inter-tâche pour deux requêtes de transport afin de fixer une mission non prédéfinie.

Si aucune de ces conditions n'est satisfaite, on peut prendre la décision d'appliquer la méthode de perturbation. Dans ce cas, un seul noeud est créé. La fonction objectif du problème maître devient

$$\min \sum_{k \in K} \sum_{p \in \Omega^k} \widehat{c_p^k} \theta_p^k + \sum_{o \in O} c_o Z_o \tag{4.19}$$

et celle du sous-problème pour la commodité k devient

$$\min \sum_{(i,j) \in A^k} (\widehat{c_{ij}^k} - \sum_{t \in T} a_{ij}^{kt} \delta_t - \sum_{t \in T^F} d_{ij}^{kt} \lambda_t) X_{ij}^k - \xi^k \tag{4.20}$$

Dans le cas où une solution réalisable est trouvée lors de la résolution d'un problème perturbé, le coût de cette solution est donné par l'équation (4.1).

CHAPITRE 5

Résultats numériques

Ce chapitre présente des résultats numériques pour quelques instances du PFH. Le but de cette recherche est de développer un modèle mathématique pour une application réelle et non de développer ou d'améliorer une méthode de résolution pour un problème classique de la recherche opérationnelle tel que le problème du voyageur de commerce ou le problème de tournées de véhicule. Par conséquent, ce chapitre a pour but principal de montrer que le modèle développé au chapitre 3, en conjonction avec la méthode de résolution choisie, permet de résoudre des instances du PFH afin d'obtenir une solution de bonne qualité en des temps raisonnables.

La section 5.1 décrit les scénarios utilisés pour produire les résultats numériques. La section 5.2 présente les tests effectués dans le but d'ajuster les différents paramètres de la méthode de résolution. La section 5.3 présente les résultats obtenus en appliquant la méthode de résolution sur les différents scénarios. La section 5.4 étudie les avantages que peut présenter l'utilisation de la méthode de perturbation de la fonction objectif proposée au chapitre précédent. Finalement, la section 5.5 étudie l'impact de la restriction du domaine des solutions réalisables proposée au chapitre 3 sur la qualité des solutions.

L'optimiseur choisi pour valider et tester le modèle est GENCOL, un logiciel commercial développé au GERAD et utilisé par plusieurs compagnies aériennes à travers le monde pour résoudre, entre autres, des problèmes de rotations d'équipage. Quelques modifications mineures y ont été apportées dans le but d'obtenir une version utilisable pour ce mémoire. Ces modifications ont trait principalement aux fonctions d'extension de ressource. Tous les résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus sur

une machine SPARC Ultra-1/200.

5.1 Description des scénarios

Les scénarios ont été construits à partir du PVM du mois de août 1996 pour les aéronefs de type CC130, ceux-ci étant des avions-cargo pour le transport de fret et de passagers. Ces scénarios sont les suivants:

Scénario 1: Ce scénario considère toutes les requêtes du PVM de août 1996. Les requêtes de priorité 1, 2 et 3 sont obligatoires. On dispose de 13 lignes d'affectation, soit neuf lignes pour la base de Trenton, trois lignes pour celle de Winnipeg et une ligne pour celle de Greenwood.

Scénario 2: Ce scénario considère les requêtes et missions prédéfinies qui chevauchent la période du 1 au 14 août. Ce scénario, ainsi que les deux suivants, ont pour principal but de faire ressortir l'impact de la longueur de l'horizon d'optimisation sur les temps de résolution.

Scénario 3: Ce scénario considère les requêtes et missions prédéfinies qui chevauchent la période du 14 au 21 août.

Scénario 4: Ce scénario considère les requêtes et missions prédéfinies qui chevauchent la période du 21 au 31 août.

Scénario 5: Ce scénario considère que toutes les requêtes sont génériques. Ainsi plusieurs missions prédéfinies sont ajoutées au scénario 1 afin de pouvoir couvrir les

requêtes de transport transformées en requêtes génériques. Une telle approche pour la résolution d'une instance du PFH a l'avantage de mener à des temps de résolution beaucoup plus rapide. Toutefois, cela peut se faire au détriment de la qualité de la solution ainsi obtenue.

Scénario 6: Ce scénario considère les requêtes et missions prédéfinies chevauchant la période débutant le 1 et se terminant le 21 avec la caractéristique que les missions de la solution du scénario 2 se terminant au plus tard le 10 août sont fixées, qu'elles soient prédéfinies ou non. Ce scénario, ainsi que le suivant, visent à illustrer la technique du fenêtrage pour la résolution d'une instance sur un horizon d'un mois. Le fenêtrage permet de résoudre des problèmes d'optimisation de grande taille avec contraintes temporelles en résolvant plusieurs restrictions de ce problème ne considérant qu'une partie de l'horizon du problème original.

Scénario 7: Ce scénario considère les requêtes et missions prédéfinies pour le mois au complet avec la caractéristique que les missions de la solution du scénario 6 se terminant au plus tard le 17 août sont fixées. Ce scénario est donc une restriction du scénario 1.

Le tableau 5.1 donne quelques caractéristiques de chaque scénario. Les colonnes donnent, respectivement, le nombre de réseaux ($|K|$), le plus grand nombre de noeuds dans un réseau ($\max_{k \in K} |V^k|$), le plus grand nombre d'arcs dans un réseau ($\max_{k \in K} |A^k|$), le plus grand nombre de ressources dans un réseau ($\max_{k \in K} |R^k|$), le nombre de contraintes dans le problème maître (contr), le nombre de requêtes génériques ($|T^G|$), le nombre de requêtes de transport ($|T^F|$), le nombre de requêtes optionnelles ($|T^{OP}|$).

Tableau 5.1 Caractéristiques des scénarios

	$\|K\|$	$\max_{k\in K} \|V^k\|$	$\max_{k\in K} \|A^k\|$	$\max_{k\in K} \|R^k\|$	contr	$\|T^G\|$	$\|T^F\|$	$\|T^{OP}\|$
1	3	4165	17861	20	188	110	74	94
2	3	1378	4712	7	86	60	22	36
3	3	1811	8720	11	73	34	35	41
4	3	1053	4333	6	67	46	17	22
5	3	552	1016	1	188	184	0	94
6	3	2812	11847	11	110	55	51	61
7	3	2807	13002	15	118	63	51	58

5.2 Stratégies de résolution

Cette section présente les tests qui ont été effectués dans le but de sélectionner une stratégie de résolution pour le PFH. On s'intéresse, dans un premier temps, à la sélection d'une stratégie pour la relaxation linéaire et on termine par la sélection d'une stratégie de branchement.

5.2.1 Relaxation linéaire

Cinq stratégies ont été testées pour la résolution de la relaxation linéaire. Chacune de ces stratégies a été testée sur les scénarios 1, 2, 3 et 4. Le tableau 5.2 présente les paramètres qui diffèrent d'une stratégie à l'autre. La deuxième colonne indique quelles contraintes de couverture de requête ont été utilisées. Lorsque les contraintes (4.16) sont utilisées, les paramètres $\epsilon^t, t \in T$ sont générés aléatoirement entre 0 et 10^{-4}. La troisième colonne indique si tous les sous-problèmes sont résolus à chaque itération. Dans la négative, l'itération prend fin dès qu'un sous-problème ne réussit pas à générer au moins une colonne de coût réduit négatif après qu'au moins un sous-problème ait réussi à générer au moins une colonne. La dernière colonne indique le nombre maxi-

Tableau 5.2 Comparaison des stratégies pour la relaxation linéaire

stratégie	contraintes de couverture	tout	blocks
1	(4.2)	√	1
2	(4.15)	√	1
3	(4.16)	√	1
4	(4.16)	√	2
5	(4.16)		1

mum de blocs de colonnes disjointes générés par chaque sous-problème. Un ensemble de colonnes dynamiques est appelé bloc de colonnes disjointes si aucune requête $t \in T$ n'est couverte par plus d'une colonne de l'ensemble.

Pour les cinq stratégies, le nombre maximum de colonnes dynamiques dans le problème maître est égal à cinq fois le nombre de contraintes. Les tâches couvertes par les colonnes générées par un réseau sont enlevées des autre réseaux jusqu'à la fin de l'itération courante. Chaque résolution d'un sous-problème se fait à l'optimalité.

Le tableau 5.3 indique, pour chaque stratégie et chaque scénario, le temps de résolution de la relaxation linéaire. Ces résultats suggèrent que la stratégie 3 est la meilleure. Elle est donc choisie pour la poursuite des tests numériques.

Tableau 5.3 Résultats numériques pour la relaxation linéaire

scénario	stratégie				
	1	2	3	4	5
1	1564	1163	950	1049	1103
2	29	18	19	23	20
3	101	87	81	83	83
4	18	15	15	15	17

5.2.2 Branchement

Quatre stratégies de branchement ont été testées pour la résolution du PFH. Chacune de ces stratégies a été testée sur les scénarios 1, 2, 3 et 4. Pour chacune de ces quatre stratégies, les méthodes de branchement choisies ont été ordonnées. Ainsi, lorsqu'une décision de branchement doit être prise, la première stratégie qui peut être appliquée est choisie pour la prise d'une décision. Pour des raisons pratiques, les stratégies de fixation d'inter-tâches et d'affectation d'une requête à une commodité ont été fusionnées. Le tableau 5.4 donne quelques caractéristiques de chaque stratégie de branchement. On y indique, pour chaque stratégie, le seuil pour la stratégie de fixation de colonnes (fix-c), le seuil pour la stratégie de fixation d'inter-tâches (fix-its), la position de la stratégie de fixation d'inter-tâches (fix-its pos), la position de la stratégie de fixation de colonnes (fix-c pos), la position de la stratégie de choix d'une commodité pour couvrir une requête (cc pos).

Tableau 5.4 Comparaison des stratégies pour le branchement

stratégie	fix-c	fix-its	fix-its pos	fix-c pos	cc pos
1	0.85	0.85	4	3	5
2	0.75	0.75	4	3	5
3	0.75	0.75	3	4	5
4	0.75	0.75	5	4	3

Pour les quatre stratégies, les première et deuxième stratégies étaient toujours le branchement sur le nombre de requêtes acceptées et la stratégie d'acceptation ou rejet d'une requête. De plus, les trois dernières stratégies étaient toujours la fixation d'une inter-tâche, l'enlèvement de la perturbation des contraintes (4.2) et la réintroduction d'un sous-ensemble des contraintes (4.3).

Le tableau 5.5 indique, pour chaque stratégie et chaque scénario, le temps de

résolution (temps) ainsi que le coût de la meilleure solution obtenue (sol). La stratégie 1 est retenue pour la suite du mémoire.

Tableau 5.5 Résultats numériques pour le branchement

scénario	stratégie							
	1		2		3		4	
	temps	sol	temps	sol	temps	sol	temps	sol
1	3143	39125	2818	39125	3612	48926	3642	∞
2	40	18980	38	18980	38	18980	41	18980
3	142	12060	224	21791	123	12095	174	12090
4	30	12180	30	12180	22	12180	27	12180

5.3 Résultats comparatifs

Le tableau 5.6 présente une série de résultats numériques. Les colonnes donnent, respectivement, le temps d'exécution (temps), le coût de la meilleure solution (sol), la valeur de la relaxation au noeud racine de l'arbre de branchement (rel), le saut d'intégrité (abs), le saut d'intégrité en pourcentage ((%)), le nombre de noeuds de branchement explorés (bb), le nombre d'itérations de génération de colonnes effectuées (itér), le nombre de colonnes générées (col).

Les scénarios 1, 2, 3 et 4 montrent l'impact de la longueur de l'horizon sur le temps de résolution. On peut affirmer que les temps d'exécution demeurent raisonnables lorsqu'on considère que l'optimisation sur un mois complet ne se fait généralement qu'une fois par mois lors de la planification.

Les scénarios 2, 6 et 7 illustrent l'impact de la technique de fenêtrage pour la résolution du scénario de base (scénario 1). L'utilisation de cette technique a permis de réduire le temps de résolution de 3143 secondes à 1472 secondes (40 + 587 + 845)

Tableau 5.6 Résultats numériques de base

scénario	temps	coût		saut		nombre de		
	(sec.)	sol	rel	abs	(%)	bb	itér	col
1	3143	39125	38865	260	0.7	109	2657	4450
2	40	18980	18932	48	0.3	37	337	523
3	142	12060	11997	63	0.5	33	425	666
4	30	12180	12067	113	0.9	29	259	389
5	53	41510	41508	2	0.0	99	1165	1442
6	587	28040	27893	147	0.5	101	1397	2019
7	845	39120	38912	208	0.5	66	1220	1983

sans détériorer la qualité de la solution. Le coût de la solution est passé de 39125 (scénario 1) à 39120 (scénario 7).

Le temps de résolution élevé pour le scénario 1 peut s'expliquer par la densité élevée des colonnes dynamiques. Ce comportement a été observé par Desrochers, Desrosiers et Solomon (1992) pour le problème de tournées de véhicule avec fenêtres de temps. Les auteurs écrivent que "le modèle de partitionnement d'ensemble (résolu directement ou par génération de colonnes) cesse d'être compétitif (comparativement aux autres méthodes utilisées pour résoudre le problème de tournées de véhicule avec fenêtres de temps) dans des environnements où plusieurs clients doivent être visités dans une même tournée. Ceci est dû au fait que, dans de tels cas, la densité du programme linéaire augmente et la dégénérescence devient un problème."

5.4 Résultats avec la perturbation de la fonction objectif

Dans cette section, nous illustrons les avantages de la méthode de perturbation de la fonction objectif proposée à la section 4.4.

Le tableau 5.7 illustre l'impact de la perturbation de la fonction objectif sur le nombre de colonnes fractionnaires de la solution optimale de la relaxation linéaire. On y indique, pour les scénarios 2, 3, 4 et 5, le nombre de colonnes fractionnaires ainsi que les temps de résolution entre parenthèses, et ce, pour les cas avec et sans perturbation. Les temps de résolution sont donnés à titre indicatif. Aucun travail n'a été fait pour ajuster les paramètres de la relaxation linéaire lorsque la fonction objectif est perturbée. Soulignons que chaque scénario comporte non pas trois réseaux mais bien treize, soit autant de réseaux qu'il y a de lignes d'affectation à construire. De plus, les constantes $p_t^k, t \in T^k, k \in K$ ont été générées aléatoirement entre 0 et 1.

Tableau 5.7 Impact de la perturbation de la fonction objectif sur le nombre de colonnes fractionnaires

	2	3	4	5
perturbé	16 (54 sec.)	33 (218 sec.)	25 (42 sec.)	2 (61 sec.)
non perturbé	53 (28 sec.)	39 (95 sec.)	36 (20 sec.)	101 (28 sec.)

Les scénarios 2, 4 et 5 ont été résolus à l'optimalité en utilisant la perturbation de la fonction objectif. Le tableau 5.8 présente les résultats pour ces scénarios. Dans tous les cas, une stratégie d'exploration de l'arbre de type *meilleur d'abord* a été employée. En comparant les résultats du tableau 5.6 avec ceux du tableau 5.8, on remarque que pour les scénarios 2 et 5, le nombre de noeuds de branchement a diminué et ce même si on est passé d'une méthode de résolution heuristique (tableau 5.6) à une méthode de résolution optimale (tableau 5.8). Toutefois, le nombre d'itérations de génération

Tableau 5.8 Résultats numériques (solutions optimales)

scénario	temps	coût		saut		nombre de		
	(sec.)	sol	rel	abs	(%)	bb	itér	col
2	67	18960	18932	28	0.1	9	516	3881
4	401	12120	12067	53	0.4	81	3043	21166
5	157	41510	41509	1	0.0	5	1970	18108

de colonnes a augmenté dans les trois cas.

5.5 Impact de la restriction du domaine des solutions réalisables

Au chapitre 3, nous avons suggéré de remplacer certaines fonctions d'extension de ressource afin de faciliter la résolution du modèle. Les fonctions ainsi substituées étaient celles des arcs de type *connex* et *segm* pour la ressource *serv*. Cette substitution a toutefois le désavantage de risquer de restreindre le domaine des solutions réalisables. Afin d'avoir une idée de l'impact de cette substitution, nous avons résolu, pour les scénarios 1, 2, 3 et 4, une relaxation linéaire d'un modèle relaxé. Ce modèle relaxé a été obtenu en utilisant, pour les fonctions $f_{ij}^{k,serv}, (i,j) \in A_{segm}^k \cup A_{connex}^k$, l'équation suivante:

$$\max(a_j^{k,serv}, T_i^{k,serv} + t_{ij}^{k,temps}) \text{ si } T_i^{k,serv} + t_{ij}^{k,temps} \leq b_j^{k,serv}, \infty \text{ sinon.} \tag{5.1}$$

Le tableau 5.9 donne, pour les scénarios 1, 2, 3 et 4, la valeur de la relaxation linéaire selon que les fonctions $f_{ij}^{k,serv}, (i,j) \in A_{segm}^k \cup A_{connex}^k$ sont données par le tableau 3.13 ou par l'équation (5.1). Ce tableau indique aussi, pour chaque scénario, les différences absolue et relative. La différence absolue maximale est de 245 minutes et est atteinte pour le scénario 1. La différence relative maximale est de 1.6 % et est

atteinte pour le scénario 4. Pour chaque scénario, la valeur optimale de la relaxation qui serait obtenue en utilisant l'équation (3.13) pour les fonctions $f_{ij}^{k,serv}, (i,j) \in A_{segm}^k \cup A_{connex}^k$ serait plus grande ou égale à celle indiquée dans le tableau 5.9 pour l'équation (5.1) et serait plus petite ou égale à celle indiquée dans le même tableau pour le tableau 3.13.

Tableau 5.9 Impact du choix des fonctions $f_{ij}^{k,serv}$ sur la valeur optimale de la relaxation linéaire

Fonctions $f_{ij}^{k,serv}$	scénario			
	1	2	3	4
équation (5.1)	38620	18932	11938	11880
tableau 3.13	38865	18932	11997	12067
Différence absolue	245	0	59	187
Différence relative (%)	0.6	0.0	0.5	1.6

CHAPITRE 6

Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons développé un modèle de programmation mathématique pour assister les planificateurs du GTA dans la production d'horaires de vol valides. À notre connaissance, ce modèle est le premier à combiner les problèmes de tournées de véhicule avec collectes et livraisons et les problèmes de rotations d'équipage pour les transporteurs aériens. Nous avons illustré, par quelques exemples, les avantages que peut apporter cette modélisation.

Nous avons proposé une méthode de perturbation de la fonction objectif qui peut diminuer le nombre de variables fractionnaires à un noeud de branchement et ainsi possiblement permettre de prendre de meilleures décisions de branchement. Cependant, il pourrait être avantageux de développer une méthode de résolution plus efficace lorsque la fonction objectif est perturbée.

Quelques avenues de recherche pourraient être explorées pour la modélisation de ce problème. Il pourrait être intéressant de développer un modèle qui construirait des missions à partir de services de vol plutôt que de segments. Il pourrait aussi être avantageux de développer un algorithme spécialisé pour la résolution des sous-problèmes.

RÉFÉRENCES

DANTZIG, G.B. et WOLFE, P. (1960). Decomposition Principle for Linear Programs. Operations Research, 8, 101–111.

DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., GAMACHE, M. et SOUMIS, F. (1997a). Crew Scheduling in Air Transportation. Les cahiers du GERAD, G–97–26.

DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., IOACHIM, I., SOLOMON, M.M., SOUMIS, F. et VILLENEUVE, D. (1997b). A Unified Framework for Deterministic Time-Constrained Vehicle Routing and Crew Scheduling Problems. Les cahiers du GERAD, G–94–46.

DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., LASRY, A. et SOLOMON, M.M. (1998). Crew Pairing for a Regional Carrier. Les cahiers du GERAD, G–97–33.

DESAULNIERS, G., DESROSIERS, J., LINGAYA, N., RANCOURT, E. et SAVARD, G. (1996). Scheduling-Routing for Air Force Resource Management: Reports on Task I, II and III. Préparés pour DREV, Département de la Défense Nationale, Valcartier, Québec.

DESROCHERS, M., DESROSIERS, J. et SOLOMON, M.M. (1992). A New Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Operations Research, 40, 342–354.

DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1995). Time Constrained Routing and Scheduling. Handbooks in OR & MS, Network Routing, vol. 8, M.O. Ball et al., Elsevier Science B.V., 35–139.

DESROSIERS, J., SOLOMON, M.M. et VILLENEUVE, D. (1996). Advances in Constrained Routing and Scheduling Problems. Les cahiers du GERAD, G–96–09.

DROR, M. (1994). Note on the Complexity of the Shortest Path Models for Column Generation in VRPTW. Operations Research, 42, 977–978.

DUMAS, Y., DESROSIERS, J. et SOUMIS, F. (1991). The pickup and delivery problem with time windows. European Journal of Operational Research, 54, 7–22.

GAMACHE, M., SOUMIS, F., MARQUIS, G. et DESROSIERS, J. (1997). A Column Generation Approach for Large Scale Aircrew Rostering Problems. Les cahiers du GERAD, G–94–20.

GASCON, V., LAVOIE, S., LEFEBVRE, L., MAHEAS, M.C., SAVARD, G. et STAN, M. (1995). An Optimal Assignment System for Transport Aircraft. Proceedings of the 7th Symposium/Workshop on Applications of Expert Systems in DND, Royal Military College of Canada, Kingston, 2–16.

IOACHIM, I., DESROSIERS, J., DUMAS, Y., SOLOMON, M.M. et VILLENEUVE, D. (1995). A Request Clustering Algorithm for Door-to-Door Handicapped Transportation. Transportation Science, 29, 63–78.

KOHL, N., DESROSIERS, J., MADSEN, O.B.G., SOLOMON, M.M. et SOUMIS, F. (1997). 2-Path Cuts for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. Les cahiers du GERAD, G–97–19.

RAPPOPORT, H.K., LEVY, L.S., GOLDEN, B.L. et TOUSSAINT, K.J. (1992). A Planning Heuristic for Military Airlift. INTERFACES, 22, 73–87.

RICHARDSON, J. (1993a). An Expert System for Military Aircraft Load Planning. Mémoire de maîtrise, Collège militaire royal de Saint-Jean, Canada.

RICHARDSON, J. (1993b). Military Aircraft Load Planning: An Expert System Approach. Proceedings of the First Conference on Operations Research in the Department of National Defence, G. Savard et J. Genest (eds.), Collège Militaire Royal de Saint-Jean, 73–87.

ROY, S., TAYLOR, I., GENEST, J. et SAVARD, G. (1993). Scheduling of the Air Transport Fleet. Proceedings of the First Conference on Operations Research in the Department of National Defence, G. Savard et J. Genest (eds.), Collège Militaire Royal de Saint-Jean, 115–137.

SAVELSBERGH, M.W.P. et SOL, M. (1995). The General Pickup and Delivery Problem. Transportation Science, 29, 17–29.

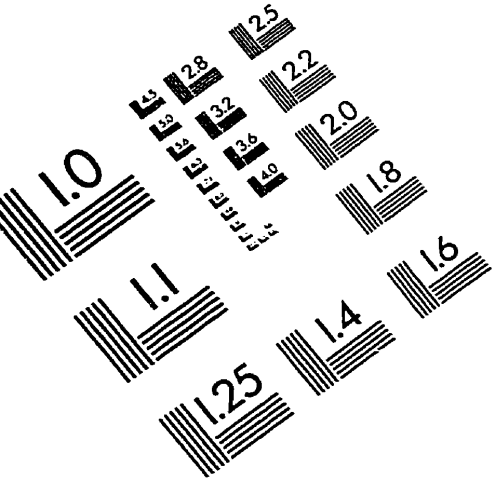
SOLANKI, R.S. et SOUTHWORTH, F. (1991). An Execution Planning Algorithm for Military Airlift. INTERFACES, 21, 121–131.

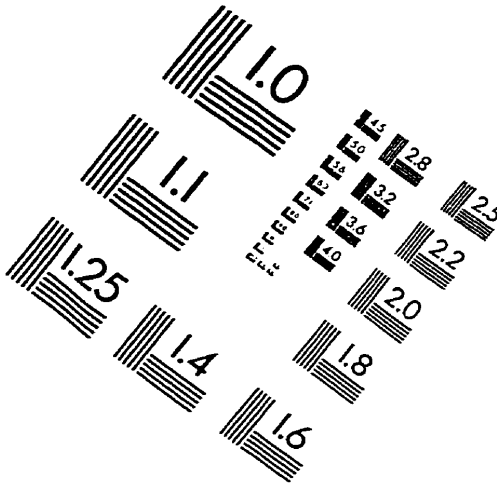
SOLOMON, M.M. et DESROSIERS, J. (1988). Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems. Transportation Science, 22, 1–13.

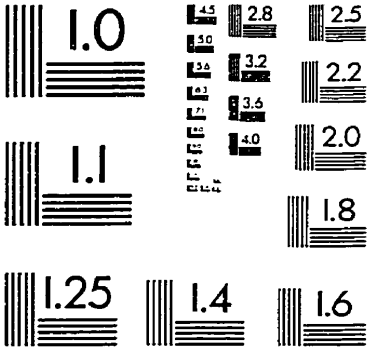
STOJKOVIĆ, M., SOUMIS, F. et DESROSIERS, J. (1997). The Operational Airline Crew Scheduling Problem. Les cahiers du GERAD, G–97–15.

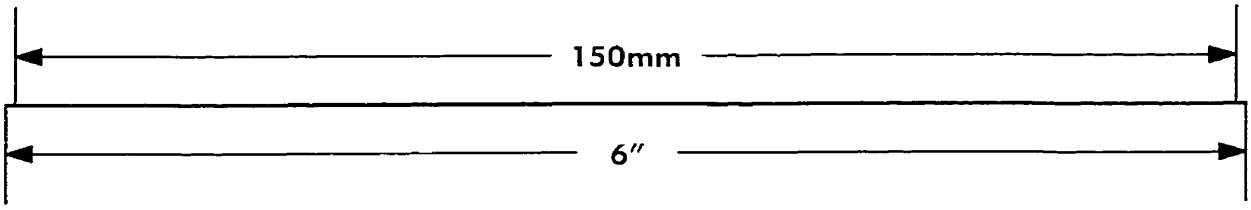
TRUDEAU, P., SOUMIS, F., DESROSIERS, J. et LAVOIE, S. (1993). Sophisticated Tools for Crew and Aircraft Scheduling. Proceedings of the First Conference on Operations Research in the Department of National Defence, G. Savard et J. Genest (eds.), Collège Militaire Royal de Saint-Jean, 153–165.

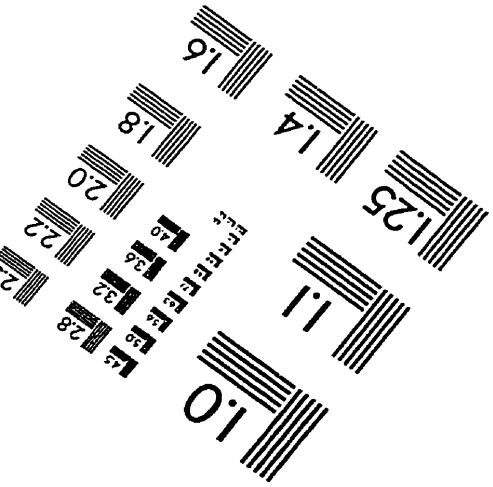
IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)

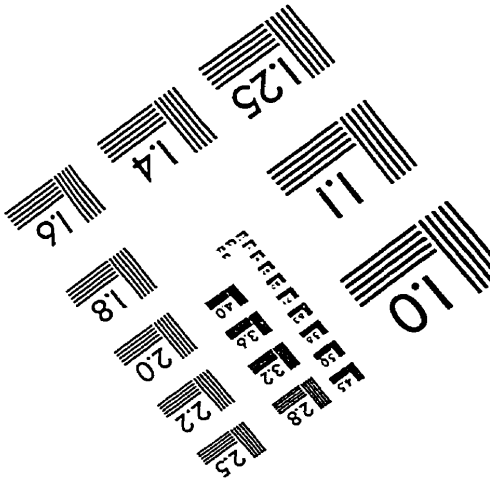










APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved