

Titre: Modélisation numérique d'un cristal photonique bidimensionnel possédant une structure carrée pour un système InGaAsP-InP

Auteur: Kim Ryel
Author:

Date: 1998

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Ryel, K. (1998). Modélisation numérique d'un cristal photonique bidimensionnel possédant une structure carrée pour un système InGaAsP-InP [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
<https://publications.polymtl.ca/6846/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/6846/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Romain Maciejko
Advisors:

Programme: Non spécifié
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÉLISATION NUMÉRIQUE D'UN CRISTAL PHOTONIQUE
BIDIMENSIONNEL POSSÉDANT UNE STRUCTURE CARRÉE POUR UN
SYSTÈME InGaAsP-InP

KIM RYEL
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE PHYSIQUE)
AOÛT 1998



National Library
of Canada

Acquisitions and
Bibliographic Services

395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale
du Canada

Acquisitions et
services bibliographiques

395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-37462-9

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MODÉLISATION NUMÉRIQUE D'UN CRISTAL PHOTONIQUE
BIDIMENSIONNEL POSSÉDANT UNE STRUCTURE CARRÉE POUR UN
SYSTÈME InGaAsP-InP

présenté par: RYEL Kim

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. FAUCHER Guy, D.Sc., président

M. MACIEJKO Romain, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. BURES Jacques, D.Sc., membre

Remerciements

J'exprime ma reconnaissance à mon directeur de mémoire, M. Romain Maciejko pour m'avoir accueilli dans son groupe de recherche et d'avoir stimulé mon intérêt pour l'optoélectronique en me donnant un sujet de recherche captivant et promettant pour le futur.

Je désire également remercier M. Benoit Reid pour avoir modélisé les effets des impuretés et de la température sur la permittivité.

Aussi, je voudrais remercier M. Alain Champagne pour son soutien informatique.

Résumé

Un cristal photonique est un matériau fabriqué artificiellement et qui est caractérisé par une périodicité de la permittivité. Par exemple, un miroir de Bragg est un cristal photonique unidimensionnel. Cependant, il réfléchit la lumière seulement proche de la normale. En ajustant bien certains paramètres du cristal photonique, celui-ci peut exposer une bande interdite photonique complète. En d'autres termes, la propagation d'une onde électromagnétique est interdite pour un intervalle de fréquence indépendamment de la direction de l'onde incidente et de sa polarisation. Le cristal photonique tridimensionnel est le seul qui peut satisfaire ce critère.

Les applications possibles pour l'industrie sont très nombreuses. Mentionnons-en quelques unes. Un cristal photonique pourrait être un très bon guide d'onde, un filtre ou un miroir parfait. Il pourrait aussi constituer le matériau de base pour la réalisation de dispositifs optiques au même titre que le semi-conducteur l'a été pour l'ordinateur classique. De plus, nous pourrions concevoir idéalement un laser fonctionnant avec un courant de seuil très très bas.

Récemment, de nombreuses études théoriques et expérimentales ont été effectuées sur des cristaux photoniques bidimensionnels¹ puisqu'il est beaucoup plus difficile de fabriquer des cristaux photoniques tridimensionnels. De plus, la majorité de ces études ont été faites sur des matériaux dont les constantes diélectriques ne dépendent pas de la fréquence et ne possèdent pas de partie imaginaire, c'est-à-dire que le matériau n'est pas absorbant. Or, la plupart des matériaux utilisés lors de la fabrication des cristaux photoniques ne satisfont pas à ces deux propriétés dans la région visible du spectre électromagnétique.

L'objectif de ce mémoire est de comprendre le comportement d'un cristal photonique bidimensionnel composé de tiges cylindriques d'InGaAsP sur un substrat d'InP pour des longueurs d'ondes allant de l'infrarouge proche jusqu'à l'ultraviolet en analysant les spectres de transmission par rapport au facteur de remplissage f (rapport entre la surface du cylindre et l'aire de la cellule unitaire), à l'angle incident θ (angle entre la direction de propagation de l'onde et la normale), aux compositions fractionnaires x et y du Ga et du As, à la température T et aux taux d'impuretés N et P . Le cristal possède une structure carrée et il est composé de tiges cylindriques de longueur infinie. Comme il existe une symétrie miroir par rapport à la troisième direction, il y a seulement deux modes de propagation: les polarisations **E** et **H**. Dans le premier cas le champ électrique **E** est parallèle à l'axe du cylindrique alors que dans le second cas c'est le champ magnétique **H** qui est parallèle à l'axe du cylindre.

Nous avons choisi des tiges cylindriques de type $In_{1-x}Ga_xAs_yP_{1-y}$ puisque ce semi-conducteur est couramment utilisé dans le domaine de l'optoélectronique. De plus, il a été démontré dans la littérature qu'il est plus facile de fabriquer un cristal

¹Ce sont des structures possédant une périodicité dans deux directions et elles sont homogènes dans la troisième direction. Ces systèmes peuvent seulement avoir une bande interdite photonique dans le plan de périodicité.

photonique bidimensionnel composé de tiges cylindriques que de cavités cylindriques.

Ce projet de recherche a été réalisé grâce à deux modèles. Le modèle d'Adachi permet de calculer la permittivité et nous avons ajouté à ce modèle les effets de la température et des impuretés. Ensuite, la matrice de transfert et la méthode des diffusions multiples constituent le deuxième modèle qui permet de calculer la transmission.

La technique de la matrice de transfert consiste à diviser le volume total de la cellule unitaire en de plus petites cellules et les champs électromagnétiques de chaque cellule sont couplés aux cellules avoisinantes. Nous définissons ensuite une matrice de transfert qui relie le champ électromagnétique incident au champ électromagnétique transmis. Les valeurs propres de la matrice de transfert d'une cellule unitaire nous donnent la structure de bande d'un cristal photonique non-absorbant. Le principal avantage de la matrice de transfert est qu'elle permet de tenir compte d'une permittivité qui dépend de la fréquence et qui possède une partie imaginaire. Cependant, elle souffre d'un grave problème, elle est numériquement instable. En effet, en multipliant les matrices de transfert entre elles nous faisons en sorte que certaines valeurs propres deviennent beaucoup plus grandes que d'autres. Ainsi, nous perdons éventuellement les plus petites valeurs propres, c'est ce qui provoque l'instabilité numérique. Pour résoudre ce problème, nous transformons la matrice de transfert dans une base d'ondes planes et ensuite nous utilisons la méthode des diffusions multiples.

Les travaux de ce mémoire mènent principalement aux conclusions suivantes. Les effets des compositions fractionnaires, de la température et des impuretés sont faibles sur le spectre de transmission. Il existe des bandes interdites à des fréquences d'environ 325 THz et 550 THz pour des ondes électromagnétiques de polarisation E

et de polarisation **H** à incidence normale. L'absorption devient importante à partir d'une fréquence de 600 THz. Elle est plus élevée pour une onde électromagnétique de polarisation **E** à incidence normale $\theta = 0$ alors qu'elle est plus grande pour une onde électromagnétique de polarisation **H** ayant un angle incident quelconque.

Abstract

A photonic crystal is a system fabricated artificially and it is characterized by a periodic dielectric medium. For example, a Bragg mirror is a one-dimensional photonic crystal that only reflects light at near-normal incidence to the layered material. We can design a photonic crystal with a complete photonic band gap by choosing appropriately some parameters. In other words, the propagation of an electromagnetic wave is prevented for some specified frequencies independently of the direction of the incident wave and of its polarization. The three-dimensional photonic crystal is the only one that can exhibit a complete bandgap.

Possible applications of photonic bandgap crystals are numerous. We can mention a few. A photonic crystal can be a very good waveguide, a filter or a perfect mirror. It can also serve as the main material for future devices the same way that semiconductor do for classical computers. Ideally it could help design a laser with a very low threshold.

Recently, numerous theoretical and experimental studies have been done on two-dimensional photonic crystals² because it is much more difficult to fabricate three-

²Crystals that are periodic in two directions and homogeneous in the third direction. These systems can have a photonic band gap in the plane of periodicity.

dimensional photonic crystals. Also, most of those studies were done on materials with real dielectric constants (the material is not absorbing) independent of frequency. However, most of the materials used for the fabrication of photonic devices do not satisfy those constraints in the visible region of the electromagnetic spectrum.

The aim of this work is to understand the behaviour of a two-dimensional photonic crystal composed of InGaAsP cylinders rods on an InP substrate for frequencies that span the near-infrared and the far-ultraviolet by studying the transmission spectrum in function of the filling fraction f (the ratio between the surface area of the cylinder and the surface area of the unit cell), the incident angle θ (the angle between the propagation direction of the wave and the surface normal), the compositions x and y of Ga and As, the temperature T and the impurity concentrations N and P . The crystal forms a square lattice and consists of infinitely long cylindrical rods. For light propagating in the plane of periodicity, we can separate the modes in two independent polarizations: the polarizations \mathbf{E} and \mathbf{H} . In the first case, the electric field \mathbf{E} is parallel to the cylinder axis and in the second case, it is the magnetic field \mathbf{H} that is parallel to the cylinder axis.

We have chosen $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ materials because those semiconductor compounds are often used in optoelectronics. Also, it has been shown in the literature that it is much easier to fabricate a two-dimensional photonic crystal composed of cylindrical rods than of cylindrical cavities.

This research project was realized using two models. The Adachi model allows us to calculate the permittivity and we have added to this model the effects of temperature and impurities. The transfer matrix and the multiple scattering formalism are the basis of the second model that yields the transmission spectrum.

The transfer matrix technique consist of discretizing Maxwell's equations on a lattice. Then, a transfer matrix can be defined between the incident fields on one side of the structure and the outgoing fields on the other side. The band structure of an infinite photonic crystal is obtained from the eigenvalues of the transfer matrix of a unit cell in absence of absorption. The main advantage of the transfer matrix is that it allows to treat materials with a dielectric constant dependent on frequency and with an imaginary part. Unfortunately, it suffers from a fatal numerical instability: by multiplying together transfer matrices, some eigenvalues become much more bigger than others. Thus, we eventually loose the smaller eigenvalues, which causes the numerical instability. To solve this problem, we transform the transfer matrix into a plane wave basis and use the multiple scattering formalism.

From this work, the following conclusions are obtained. The effects of composition, temperature and impurities are small on the transmission spectrum. We have a photonic band gap at about a frequency of 325 THz for an electromagnetic wave with a polarization **E** and at a frequency of 550 THz for an electromagnetic wave with a polarization **H** at normal incidence. Absorption becomes significant, beginning at a frequency of 600 THz. It is bigger for an electromagnetic wave with a polarization **E** at normal incidence $\theta = 0$ but it is bigger for an electromagnetic wave with a polarization **H** at any other angle of incidence.

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements	iv
Résumé	v
Abstract	ix
TABLE DES MATIÈRES	xii
LISTE DES TABLEAUX	xiv
LISTE DES FIGURES	xv
LISTE DES ANNEXES	xxii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 Propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal photonique	13
1.1 Introduction	13
1.2 Méthode des ondes planes	14
1.3 Propriétés d'échelle des équations de Maxwell	18
CHAPITRE 2 Méthode de la matrice de transfert pour le réseau carré	20

2.1	Introduction	20
2.2	Discrétisation des équations de Maxwell	21
2.3	Réseau carré	27
2.4	Coefficients de réflexion et de transmission	34
CHAPITRE 3 Cristaux photoniques bidimensionnels pour un système InGaAsP-InP		39
3.1	Introduction	39
3.2	Effet du facteur de remplissage	42
3.3	Effet de l'angle d'incidence	48
3.4	Effet des compositions fractionnaires x et y	51
3.5	Effet de la température	55
3.6	Effet des impuretés	59
CHAPITRE 4 Méthode de la matrice de transfert pour le réseau triangulaire		63
4.1	Introduction	63
4.2	Matrice de transfert pour un système de coordonnées généralisées . .	64
4.3	Réseau triangulaire	71
CONCLUSION		76
BIBLIOGRAPHIE		79

LISTE DES TABLEAUX

3.1 Régions du spectre électromagnétique.	41
C.1 Paramètres des matériaux binaires GaP, GaAs, InP, et InAs à 300 K.	108

LISTE DES FIGURES

0.1 Cristaux photoniques en une, deux et trois dimensions, avec leur bandes interdites photoniques (BIP).	2
0.2 Trois réseaux bidimensionnels de Bravais: (a) carré ($a = b, \theta = 90^\circ$); (b) triangulaire ($a = b, \theta = 60^\circ$); (c) graphite.	8
 2.1 La matrice de transfert relie les champs d'un plan quelconque par rapport aux champs du plan précédent.	25
2.2 Cellule unitaire d'un réseau carré.	28
2.3 Première zone de Brillouin pour un réseau carré avec les points de symétrie.	28
2.4 Structure de bande photonique pour la polarisation E pour un réseau carré constitué de cylindres diélectriques $\epsilon_a = 9.0$. Les autres paramètres sont: $\epsilon_b = 1.0, R = 0.48$ cm, $a = 1.27$ cm.	30
2.5 Structure de bande photonique pour la polarisation H pour un réseau carré constitué de cylindres diélectriques $\epsilon_a = 9.0$. Les autres paramètres sont: $\epsilon_b = 1.0, R = 0.48$ cm, $a = 1.27$ cm.	30
2.6 Structure de bande photonique pour une onde de polarisation E se propageant dans un cristal possédant un réseau carré. Le cristal est composé de cylindres diélectriques $\epsilon_a = 8.9$. Les autres paramètres sont $\epsilon_b = 1.0, R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, $\theta = 30^\circ$	31

2.7	Structure de bande photonique pour une onde de polarisation \mathbf{H} se propageant dans un cristal possédant un réseau carré. Le cristal est composé de cylindres diélectriques $\epsilon_a = 8.9$. Les autres paramètres sont: $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, $\theta = 30^\circ$	32
2.8	Carte photonique pour un réseau carré composé de colonnes diélectriques $\epsilon_a = 10.24$ dans un milieu d'air à incidence normale.	32
2.9	Carte photonique pour un réseau carré composé de colonnes d'air dans un milieu diélectrique $\epsilon_b = 10.24$ à incidence normale.	33
2.10	Définition des matrices $t^{\pm\pm}$ pour une seule couche.	36
2.11	Coefficient de transmission d'une onde de polarisation \mathbf{E} se propageant avec un angle incident $\theta = 30^\circ$ dans un cristal possédant un réseau carré. Les paramètres sont: $\epsilon_a = 8.9$, $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, $L_{cristal} = 16a$	38
2.12	Coefficient de transmission d'une onde de polarisation \mathbf{H} se propageant avec un angle incident $\theta = 30^\circ$ dans un cristal possédant un réseau carré. Les paramètres sont: $\epsilon_a = 8.9$, $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, $L_{cristal} = 16a$	38
3.1	Cristal photonique bidimensionnel ayant une structure carrée. Les tiges cylindriques sont composées d'InGaAsP.	40
3.2	Partie réelle de la permittivité de l'InP.	42
3.3	Partie imaginaire de la permittivité de l'InP.	43
3.4	Transmission d'une onde de polarisation \mathbf{E} se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP.	43

3.5 Transmission d'une onde de polarisation H se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP.	44
3.6 Transmission d'une onde de polarisation E se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 16a$	44
3.7 Transmission d'une onde de polarisation H se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 16a$	45
3.8 Transmission d'une onde de polarisation E se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP dont la partie imaginaire de la permittivité ϵ_2 est nulle. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 2a$	46
3.9 Transmission d'une onde de polarisation H se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP dont la partie imaginaire de la permittivité ϵ_2 est nulle. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 2a$	47
3.10 Transmission d'une onde de polarisation E se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP dont la partie imaginaire de la permittivité ϵ_2 est nulle. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 16a$	47

3.11 Transmission d'une onde de polarisation H se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP dont la partie imaginaire de la permittivité ϵ_2 est nulle. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 16a$	48
3.12 Transmission d'une onde de polarisation E pour divers angles d'incidence θ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP. $f = 0.1$	49
3.13 Transmission d'une onde de polarisation H pour divers angles d'incidence θ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP. $f = 0.1$	50
3.14 Transmission d'une onde de polarisation E pour divers angles d'incidence θ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP. $f = 0.5$	50
3.15 Transmission d'une onde de polarisation H pour divers angles d'incidence θ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP. $f = 0.5$	51
3.16 Variation de la compositon fractionnaire x en fonction de celle de y . .	52
3.17 Transmission d'une onde de polarisation E à incidence normale, $\theta = 0$ pour diverses compositions fractionnaires (x,y). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$	53
3.18 Transmission d'une onde de polarisation H à incidence normale, $\theta = 0$ pour diverses compositions fractionnaires (x,y). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$	53
3.19 Transmission d'une onde de polarisation E avec un angle $\theta = 60^\circ$ pour diverses compositions fractionnaires (x,y). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$	54

3.20 Transmission d'une onde de polarisation H avec un angle $\theta = 60^\circ$ pour diverses compositions fractionnaires (x,y). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$	54
3.21 Variation de la partie réelle de la permittivité en fonction de la fréquence et de la température.	55
3.22 Variation de la partie imaginaire de la permittivité en fonction de la fréquence et de la température.	56
3.23 Transmission d'une onde de polarisation E pour diverses températures à incidence normale $\theta = 0$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.3$	57
3.24 Transmission d'une onde de polarisation H pour diverses températures à incidence normale $\theta = 0$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.3$	57
3.25 Transmission d'une onde de polarisation E pour diverses températures T avec un angle d'incidence $\theta = 45^\circ$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.3$	58
3.26 Transmission d'une onde de polarisation H pour diverses températures T avec un angle d'incidence $\theta = 45^\circ$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.3$	58
3.27 Variation de la partie réelle de la permittivité en fonction de la fréquence et des impuretés N et P à la température ambiante $T = 300$ K. L'abréviation n-d veut dire non-dopé.	59
3.28 Variation de la partie imaginaire de la permittivité en fonction de la fréquence et des impuretés N et P à la température ambiante $T = 300$ K. L'abréviation n-d veut dire non-dopé.	60

3.29 Transmission d'une onde de polarisation E avec un angle d'incidence normal $\theta = 0$ pour divers taux d'impuretés et à une température $T = 300$ K. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.5$	61
3.30 Transmission d'une onde de polarisation H avec un angle d'incidence normal $\theta = 0$ pour divers taux d'impuretés et à une température $T = 300$ K. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.5$	61
3.31 Transmission d'une onde de polarisation E avec un angle d'incidence normal $\theta = 60^\circ$ pour divers taux d'impuretés et à une température $T = 300$ K. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.5$	62
3.32 Transmission d'une onde de polarisation H avec un angle d'incidence normal $\theta = 60^\circ$ pour divers taux d'impuretés et à une température $T = 300$ K. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.5$	62
4.1 Positions relative des champs E et H	65
4.2 Intégrale de ligne pour E prise autour de la troisième composante de B	66
4.3 Intégrale de ligne pour H prise autour de la troisième composante de D	68
4.4 Cellule unitaire d'un réseau triangulaire.	73
4.5 Première zone de Brillouin pour un réseau triangulaire.	73
4.6 Structure de bande pour un réseau triangulaire composé de cylindres d'air dans un diélectrique PbO pour la polarisation E	74

4.7 Structure de bande pour un réseau triangulaire composé de cylindres d'air dans un diélectrique PbO pour la polarisation H	75
C.1 Structure de bande électronique de l'InP (Adachi, 1992).	106

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A	Limite de l'approximation scalaire	97
ANNEXE B	Discrétisation des équations de Maxwell au deuxième et au troisième ordres sur un réseau cubique simple	98
B.1	Deuxième ordre	99
B.2	Troisième ordre	102
ANNEXE C	Modèle d'Adachi	106

INTRODUCTION

L'avancement de la technologie dans le domaine des semi-conducteurs a permis de contrôler les propriétés conductrices de certains matériaux. Comme nous le savons tous ces progrès technologiques ont changé radicalement nos vies. Nous pourrions alors nous attendre à une révolution semblable si nous pouvions contrôler la propagation d'une onde électromagnétique des ondes millimétriques à l'ultraviolet. Eli Yablonovitch (1987), physicien à l'Université de Californie à Los Angeles et Sajeev John (1987), physicien à l'Université de Toronto, ont suggéré indépendamment en 1987 une nouvelle classe de matériaux qui est caractérisée par une périodicité de la constante diélectrique. Ces nouveaux matériaux sont tout naturellement appelés des cristaux photoniques. Il existe trois sortes de cristaux photoniques, unidimensionnels, bidimensionnels et tridimensionnels (voir la figure 0.1). Nous parlons de bande interdite photonique (BIP) complète lorsque la propagation d'une onde électromagnétique est interdite pour un intervalle de fréquence, indépendamment de la direction de l'onde incidente et de sa polarisation. Cet effet peut se produire seulement pour un cristal photonique tridimensionnel (bande interdite dans l'espace) alors que nous parlons plutôt de bande interdite photonique partielle pour des cristaux photoniques bidimensionnel (bande interdite dans un plan) et unidimensionnel (bande interdite en une dimension). Contrairement aux semi-conducteurs que nous

poupons retrouver dans la nature, les cristaux photoniques sont des matériaux fabriqués artificiellement, soit avec des diélectriques, soit avec des semi-conducteurs ou soit avec des métaux, et ceux-ci peuvent être fabriqués de manière à avoir une bande interdite photonique. Il y a trois paramètres importants à optimiser: le matériau, le type de réseau et la forme des "atomes" artificiels.

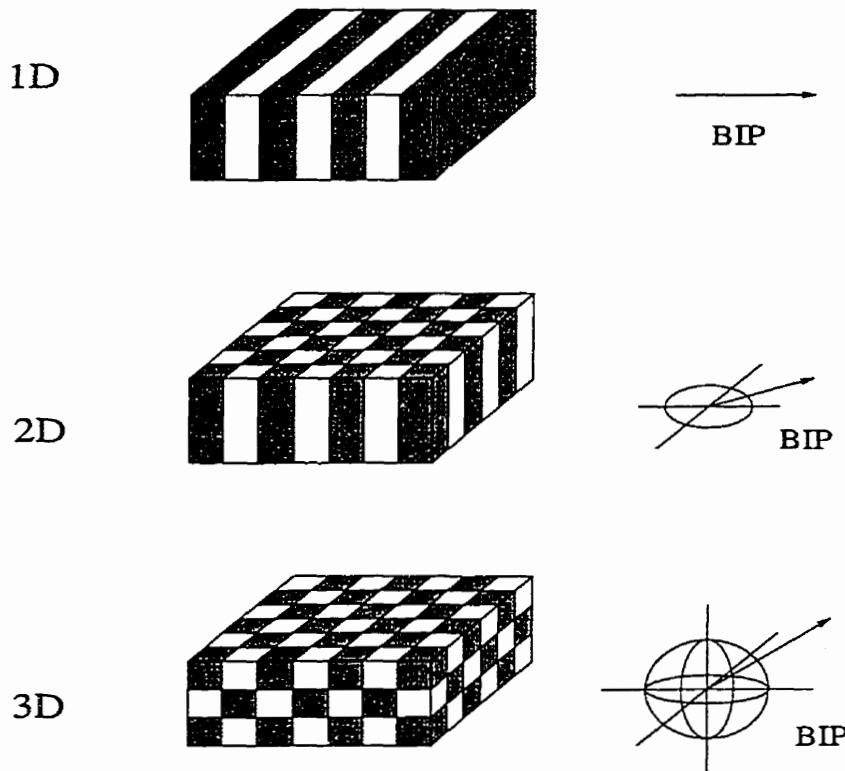


Figure 0.1 : Cristaux photoniques en une, deux et trois dimensions, avec leur bandes interdites photoniques (BIP).

La propagation de la lumière dans une fibre optique est obtenue par le mécanisme de réflexion totale interne, c'est-à-dire que la lumière se propage d'un milieu ayant un indice de réfraction élevé et est réfléchie à l'interface avec un milieu où l'indice de réfraction est plus faible. Le mécanisme est différent pour un cristal photonique puisqu'il fait intervenir la diffraction de Bragg. La bande interdite provient des interférences destructives entre les ondes dans le cristal. Ces empilements de couches aux propriétés optiques intéressantes sont connus depuis longtemps. En effet, nous

retrouvons les cristaux photoniques unidimensionnels comme miroirs diélectriques ou miroirs de Bragg³, dans les filtres diélectriques Fabry-Pérot et dans les lasers à contre-réaction distribuée.

Un des phénomènes les plus intéressants est d'introduire des défauts dans le cristal puisque des états localisés photoniques dont les formes et les propriétés sont régies par la nature du défaut, peuvent apparaître dans la bande interdite (Sigalas et collab., 1993; Smith et collab., 1993; Karathanos et collab., 1994; McGurn, 1996; Özbay et Temelkuran, 1996; Sakoda et Shiroma, 1997). Un défaut peut être créé dans un cristal photonique, soit en insérant du matériau diélectrique (défaut diélectrique ou donneur) ou soit en enlevant du matériau diélectrique (défaut air ou accepteur). Nous pouvons aussi modifier la dimension ou la forme des "atomes" diélectriques. Un défaut ponctuel constitue une microcavité et un défaut continu constitue un guide d'onde. Ainsi, nous pouvons confiner la lumière dans un espace très restreint. Cet effet est nommé localisation d'Anderson (John, 1987; John et Rangarajan, 1988; John et Wang, 1991; Genack et Garcia, 1993; Paasschens et collab., 1996; Modinos et Stefanou, 1996). Les interactions atomiques et moléculaires sont aussi profondément modifiées dans un cristal photonique (Kurizki et Genack, 1988; Kurizki, 1990; Bay et collab., 1996).

Le cristal photonique présente ainsi plusieurs phénomènes intéressants dans le domaine de l'optoélectrique. Par exemple, l'émission spontanée peut être contrôlée puisqu'un atome excité dans un cristal photonique ne pourra passer à un état énergétique inférieur si la fréquence du photon émis se trouve dans la bande interdite. En revanche, le photon forme un état couplé avec l'atome et la durée de vie de l'atome

³Les miroirs de Bragg réflechissent la lumière seulement à incidence normale ou près de la normale.

excité est prolongée (John et Wang, 1990). Ceci a des implications très importantes dans le domaine des lasers car l'émission spontanée constitue un des mécanismes dominants pour les pertes dans les lasers. Par contre, il faut nécessairement avoir un mode électromagnétique associé à un défaut pour avoir une émission stimulée. Nous pouvons par conséquent avoir idéalement une émission laser dont le courant de seuil est nul dans un cristal photonique (Bullock et collab., 1993; De Martini et collab., 1993; Dowling et collab., 1994; Krauss et collab., 1994).

De plus, les cristaux photoniques pourraient être des matériaux propices pour la réalisation d'un ordinateur quantique parce que les bits d'information quantiques doivent être emmagasinés et transférés d'un endroit à un autre sans subir les effets de décohérence. Le cristal photonique protégerait les bits d'information quantiques du rayonnement extérieur. Un autre avantage possible pour les cristaux photoniques dans le domaine des ordinateurs est la vitesse. L'électron est en définitive la particule qui transporte l'information dans un ordinateur conventionnel. Le taux de traitement de l'information (c'est-à-dire les commutations dans le transistor) est régi principalement par la mobilité de l'électron. Donc si ce dernier est remplacé par un photon, la vitesse des ordinateurs augmenterait beaucoup, mais ça reste à prouver expérimentalement! Les cristaux photoniques composeraient les circuits optiques de ces nouveaux ordinateurs.

Nous pouvons faire un guide d'onde dans un cristal photonique. Il faut que le mode du guide soit situé dans la bande interdite du cristal photonique; ainsi, le mode ne pourra sortir du guide pour aller dans le cristal. Les principales sources de pertes sont la réflexion à la sortie et à l'entrée du guide et l'absorption. Il n'y a presque pas de pertes de courbure contrairement à la fibre optique. Il a été même démontré que lorsque le rayon de courbure est zéro (angle de 90°), la puissance transmise

à la sortie est de 98% comparativement à 30% pour un guide d'onde diélectrique conventionnel (Mekis et collab., 1996).

Une antenne imprimée sur un substrat diélectrique subit des pertes énormes à cause des fuites d'énergie dans le substrat. En imprimant l'antenne sur un cristal photonique avec une fréquence de fonctionnement située dans la bande interdite du cristal, nous augmentons la radiation dans l'air ambiant puisqu'elle ne peut pénétrer dans le cristal (Brown et collab., 1993; Agi et collab., 1996; Hung-Yu et collab., 1997; Yang et collab., 1997). Finalement, le cristal photonique peut servir comme filtre (Chen et collab., 1996; Sigalas et collab., 1996b; Gupta et collab., 1997; Lei et collab., 1997) ou même comme prisme (Lin et collab., 1996).

Étant donné qu'il existe une certaine analogie entre le comportement d'un électron dans un semi-conducteur et celui d'un photon dans un cristal photonique, les concepts retrouvés dans le domaine de la physique du solide peuvent ainsi être utilisés pour l'étude des cristaux photoniques, par exemple l'espace réciproque, les zones de Brillouins, les courbes de dispersions, les fonctions de Bloch, les singularités de van Hove, les bandes interdites, les bandes d'impuretés, etc. Le champ d'étude du cristal photonique fait donc intervenir la physique du solide et de l'électromagnétisme.

Cependant, il y a tout de même des différences majeures entre le comportement d'un électron dans un cristal et celui d'un photon dans un cristal photonique. Les électrons sont des fermions et les interactions entre les électrons sont importantes. Le comportement d'un électron dans un cristal est traité par la mécanique quantique en associant à celui-ci une onde possédant une longueur d'onde de de Broglie et obéissant à l'équation scalaire de Schrödinger dans le cas non-relativiste. Les photons sont des bosons et les interactions entre les photons sont inexistantes sauf dans un

matériau non-linéaire. En principe, les équations vectorielles de Maxwell peuvent donc être résolues exactement. Hélas, ceci n'est vrai que dans bien peu de cas. La plupart du temps ces solutions ne sont que très approximatives ou numériques.

Au tout début des recherches sur les cristaux photoniques, l'objectif était de déterminer les structures pouvant posséder la plus large bande interdite photonique complète. Les études ont été faites sur des structures cubiques simples (Sözuer, 1993; Wada et collab., 1997), cubiques centrées (Sözuer, 1994; Hornreich et collab., 1994; Pradhan et collab., 1997), cubiques à face centrée (Yablonovitch et Gmitter, 1990; Leung et Liu, 1990; Yablonovitch et collab., 1991; Haus et collab., 1992; Suzuki et Yu, 1995a; Tarhan et Watson, 1996a; Tarhan et Watson, 1996b; Vlasov et collab., 1997) et pour des structures diamant (Ho et collab., 1990; Ho et collab., 1991) et zincblende (Simeonov et collab., 1996). Les réseaux diamant et zincblende sont les meilleures structures pour générer une large bande interdite par rapport à un rapport d'indice de réfraction faible entre les "atomes" diélectriques et le milieu ambiant.

L'approximation scalaire a été utilisée initialement pour calculer les courbes de dispersion des cristaux photoniques (John et Rangarajan, 1988; Economou et Zdet-sis, 1989; Satpathy et collab., 1990; Leung et Liu, 1990; McCall et collab., 1991). Cependant la théorie ne concordait pas bien avec les résultats expérimentaux (Ho, 1991). En effet, les calculs théoriques indiquaient une bande interdite pour la structure cubique à face centrée⁴ composée de sphères diélectriques en suspension mais les résultats expérimentaux n'ont pu confirmer ce phénomène. Il était donc évident qu'il fallait tenir compte de l'aspect vectoriel de l'onde électromagnétique

⁴Comme la zone de Brillouin doit ressembler le plus à une sphère de manière à augmenter la probabilité d'avoir un chevauchement de fréquence dans toutes les directions de l'espace, la structure cubique à face centrée était donc favorisée.

dans un cristal photonique. En effet, nous montrons dans l'annexe A que la théorie scalaire néglige le gradient du logarithme népérien de la constante diélectrique ($\nabla(\ln(\epsilon))$), or celle-ci varie beaucoup trop dans un cristal photonique pour être négligée.

Le premier cristal à avoir une bande interdite photonique complète dans le domaine des micro-ondes est le Yablonovite (Yablonovitch et collab., 1991). Ce cristal possède une structure cubique à face centrée dont les "atomes" d'air n'ont pas une symétrie sphérique. La largeur de la bande interdite est de 20% par rapport à la fréquence centrale dans un matériau dont l'indice de réfraction est de 3.6. Cependant, on n'a pas encore réussi à fabriquer un cristal photonique tridimensionnel possédant une bande interdite dans le domaine optique jusqu'à ce jour.

C'est pourquoi de nombreuses études théoriques et expérimentales ont été faites récemment sur des cristaux photoniques bidimensionnels puisqu'il est beaucoup plus difficile de fabriquer des cristaux photoniques tridimensionnels. La majorité des structures en deux dimensions sont fabriquées à partir de tiges diélectriques ou d'air parallèles dans un matériau diélectrique. L'intersection de ces tiges avec un plan perpendiculaire forme un réseau bidimensionnel (voir la figure 0.2). La plupart des recherches considérait que l'onde électromagnétique se propagait seulement dans le plan perpendiculaire aux tiges. Diverses structures ont été étudiées comme le réseau carré (Plihal et Maradudin, 1991a; Villeneuve et Piché, 1992a; Villeneuve et Piché, 1992b; Lin et collab., 1994; Sakoda, 1995; Suzuki et collab., 1996), le réseau triangulaire (Plihal et Maradudin, 1991b; Villeneuve et Piché, 1992a; Padjen et collab., 1994; Gerard et collab., 1994; Zhang et collab., 1997) et la structure graphite (Cassagne et collab., 1995; Cassagne et collab., 1996; Cassagne et collab., 1997; Gadot et collab., 1997).

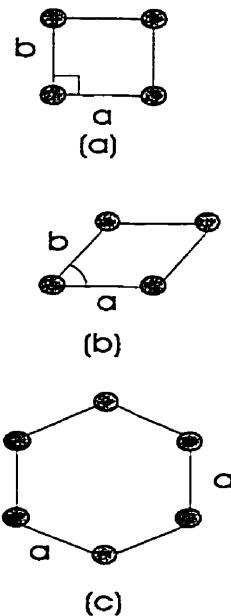


Figure 0.2 : Trois réseaux bidimensionnels de Bravais: (a) carré ($a = b$, $\theta = 90^\circ$); (b) triangulaire ($a = b$, $\theta = 60^\circ$); (c) graphite.

Le réseau carré possède une bande interdite pour des tiges d'air dans un milieu diélectrique mais celle-ci est beaucoup plus petite que celle du réseau triangulaire pour le même système. Ce dernier a une bande interdite lorsque l'indice de réfraction du milieu ambiant atteint la valeur minimale 2.6. Par contre, toute déviation par rapport à la forme circulaire des tiges réduit la largeur de la bande interdite. La structure graphite a aussi une bande interdite pour des tiges d'air dans un milieu diélectrique mais en plus elle en possède une aussi pour des tiges diélectrique dans un milieu d'air. Ceci facilite grandement la fabrication d'un cristal photonique puisque nous n'avons pas besoin d'avoir des structures ultra-minces entre les tiges, le facteur de remplissage⁵ étant plus petit comparativement à une structure composée de tiges d'air dans un milieu diélectrique.

On a même conçu un cristal photonique à partir d'une fibre optique (Knight et

⁵Le rapport entre la surface des tiges et la surface de la cellule unitaire.

collab., 1996; Birks et collab., 1997). Le réseau était triangulaire et il était formé de tiges d'air. L'avantage de cette nouvelle structure est que la longueur de la tige dans la troisième direction est plus grande que dans les cristaux photoniques bidimensionnels conventionnels (quelques millimètres comparativement à quelques mètres).

Il y a des effets intéressants qui peuvent survenir lorsque la propagation de l'onde électromagnétique ne se fait pas seulement dans le plan perpendiculaire aux tiges (Feng et Arakawa, 1996; Rosenberg et collab., 1997). Les études ont été faites sur un cristal photonique ayant une structure triangulaire. On a remarqué un déplacement de la bande interdite vers de plus hautes fréquences. De plus, si l'angle entre l'onde et l'axe des cylindres est petit, la lumière sera piégée dans le milieu où l'indice de réfraction est le plus élevé par le même mécanisme qu'on retrouve dans les fibres optiques, c'est-à-dire le mécanisme de réflexion totale interne.

Des études ont aussi été effectuées sur les effets non-linéaires dans les cristaux photoniques (Hattori et collab., 1997) comme l'effet Kerr (Tran, 1995; Tran, 1997; Li et collab., 1996; Wang et collab., 1997) et la génération de sommes de fréquences (Sakoda et Ohtaka, 1996a; Sakoda et Ohtaka, 1996b).

Dernièrement, quelques articles ont mentionné la détection d'une bande interdite dans le visible pour un cristal photonique bidimensionnel (Lin et collab., 1996; Rosenberg et collab., 1996b; Rosenberg et collab., 1997; Vlasov et collab., 1997a).

Les méthodes théoriques utilisées pour étudier les cristaux photoniques sont fondées sur celles utilisées dans le domaine de la matière condensée. La méthode la plus utilisée est sans contredit celle des ondes planes (Economou et Zdetsis, 1989) que

nous allons décrire plus en détail dans le premier chapitre. Il y a d'autres méthodes moins populaires comme les fonctions de Green (Leung, 1993a; McGurn, 1996; Wijnands et collab., 1997), la matrice de transfert (Pendry et Mackinnon, 1992), la matrice **R** (Merle Elson, 1995), la transformée de Fourier (Meade et collab., 1992) et la méthode des ondes sphériques (Ohtaka et Tanabe, 1996).

Cependant, la majorité de ces études a été faite sur des matériaux dont les constantes diélectriques ne dépendent pas de la fréquence et ne possèdent pas de partie imaginaire, c'est-à-dire que le matériau n'est pas absorbant. Or, la plupart des matériaux utilisés lors de la fabrication des cristaux photoniques ne satisfont pas à ces deux propriétés dans la région visible du spectre électromagnétique.

Ce mémoire a comme objectif de comprendre le comportement d'un cristal photonique bidimensionnel composé de tiges cylindriques à base d'InGaAsP sur un substrat d'InP pour des longueurs d'ondes allant de l'infrarouge proche jusqu'à l'ultraviolet en analysant les spectres de transmission par rapport à divers paramètres. Le cristal a une structure carrée et les paramètres sont le facteur de remplissage, l'angle d'incidence⁶, les compositions fractionnaires du Ga et du As, la température et les taux d'impuretés. De plus, nous considérons seulement une onde électromagnétique se propageant dans le plan de périodicité.

Nous avons choisi des tiges cylindriques de type $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ puisque ce semi-conducteur est couramment utilisé dans le domaine de l'optoélectronique. Et comme nous avons mentionné auparavant, il est plus facile de fabriquer un cristal photonique bidimensionnel composé de tiges cylindriques que de cavités cylindriques.

⁶L'angle entre la direction de propagation de l'onde et la normale au cristal.

La méthode théorique la plus appropriée pour ce genre d'étude est la technique de la matrice de transfert introduite par J.B. Pendry et A. Mackinnon (1992). La technique consiste à discréteriser les équations de Maxwell sur un maillage. En d'autres termes, le volume total de la cellule unitaire est divisé en de plus petites cellules et les champs électromagnétiques de chaque cellule sont couplés aux cellules avoisinantes. Nous définissons ensuite une matrice de transfert reliant le champ électromagnétique incident au champ électromagnétique transmis. La structure de bande d'un cristal photonique non-absorbant de dimensions infinies est calculée en obtenant les valeurs propres de la matrice de transfert pour une cellule unitaire. Le spectre de transmission d'un cristal photonique de dimensions finies est déterminé en transformant la matrice de transfert sur une base d'ondes planes et en utilisant la méthode des diffusions multiples. Les constantes diélectriques des matériaux $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ sont calculées en utilisant le modèle d'Adachi (1982: 1987; 1989; 1992). Nous avons ajouté à ce modèle la contribution des impuretés et de la température sur la constante diélectrique (Lautenschlager, 1987; Bennett et collab., 1990; Reid et collab., 1993).

Dans ce mémoire, nous commençons par décrire la méthode des ondes planes et quelques propriétés des équations de Maxwell qui ont permis à beaucoup de chercheurs de trouver la structure de bande de divers cristaux photoniques au chapitre 1. Le chapitre 2 va introduire les méthodes de la matrice de transfert et des diffusions multiples pour le calcul des coefficients de transmission. Cette technique de calcul est ensuite étendue, au chapitre 3, à l'étude des cristaux photoniques bidimensionnels dont les tiges possèdent une forme cylindrique et qui sont composées d' $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ sur un substrat d'InP. Ces tiges forment un réseau carré. Nous allons ensuite généraliser la méthode de la matrice de transfert pour tenir compte du réseau triangulaire, au chapitre 4.

Pour en connaître davantage sur le sujet, nous référons le lecteur à deux éditions spéciales (Journal of Optical Society of America B, 10, 1993; Journal of Modern Optics, 41, 1994), à deux compte-rendus de conférence (Soukoulis, 1993; Soukoulis, 1996) et à un livre d'introduction (Joannopoulos, 1995).

CHAPITRE 1

Propagation d'une onde électromagnétique dans un cristal photonique

1.1 Introduction

Afin de comprendre le comportement d'une onde électromagnétique dans un cristal photonique, il nous faut calculer sa structure de bande (courbe de dispersion de la fréquence angulaire $\omega(k)$ en fonction du vecteur d'onde k) en se rappelant l'analogie qu'il y a avec les cristaux atomiques. L'outil mathématique le plus utilisé par les théoriciens pour résoudre ce problème est la méthode des ondes planes. Nous allons donc donner un bref aperçu de cette méthode et ensuite nous allons décrire certaines propriétés des équations de Maxwell qui vont faciliter notre étude.

1.2 Méthode des ondes planes

La propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu quelconque est régie par les quatre équations de Maxwell:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (1.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (1.4)$$

où \mathbf{E} est l'intensité du champ électrique, ρ est la densité de charge, \mathbf{B} est le champ magnétique induit, \mathbf{H} est l'intensité du champ magnétique, \mathbf{D} est le champ électrique induit, \mathbf{J} est la densité de courant provenant du déplacement des charges dans le milieu.

Nous supposons que les intensités des champs électrique et magnétique sont assez faibles pour être dans le régime linéaire c'est-à-dire que \mathbf{D} et \mathbf{B} sont directement proportionnels à \mathbf{E} et \mathbf{H} . De plus, nous considérons seulement des matériaux isotropes; ainsi les constantes de permittivité et de perméabilité deviennent des scalaires et nous supposons qu'il n'y a aucune densité de courant, $\mathbf{J} = 0$ et aucune densité de charge, $\rho = 0$. En se servant des approximations ci-dessus, \mathbf{E} et \mathbf{H} sont simplement reliés à \mathbf{D} et \mathbf{B} pour un matériau non-magnétique ($\mu(\mathbf{r}, \omega) = 1$) par,

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega) = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.5)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, \omega) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.6)$$

où ϵ_0 est la constante diélectrique du vide ($8,85 \times 10^{-12}$ F/m), μ_0 est la constante de perméabilité du vide ($4\pi \times 10^{-7}$ H/m) et $\epsilon(\mathbf{r}, \omega)$ est la permittivité relative

du matériau qui peut dépendre de la fréquence angulaire ω et elle satisfait à la périodicité du cristal photonique,

$$\epsilon(\mathbf{r}, \omega) = \epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{R}, \omega), \quad (1.7)$$

avec $\mathbf{R} = n_1 \mathbf{a}_1 + n_2 \mathbf{a}_2 + n_3 \mathbf{a}_3$ où n_1, n_2, n_3 sont des entiers et $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ et \mathbf{a}_3 sont les vecteurs primitifs du réseau.

Les équations de Maxwell deviennent alors,

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad (1.8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (1.9)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu_o \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad (1.10)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \epsilon_o \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (1.11)$$

Nous résolvons les deux dernières équations par la technique habituelle, c'est-à-dire que nous supposons que les champs électrique et magnétique possèdent une dépendance en $e^{i\omega t}$. Nous pouvons donc écrire,

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = H(\mathbf{r}, \omega) e^{i\omega t}, \quad (1.12)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = E(\mathbf{r}, \omega) e^{i\omega t}, \quad (1.13)$$

et par conséquent les équations (1.10) et (1.11) donnent:

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = -i\omega \mu_o \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.14)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = i\omega \epsilon_o \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega). \quad (1.15)$$

En prenant le rotationnel de la dernière équation et en utilisant la première équation pour éliminer le champ électrique, nous obtenons une équation d'onde pour le champ magnétique,

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r}, \omega)} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.16)$$

où $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ est la vitesse de la lumière dans le vide.

De la même façon, l'équation d'onde pour le champ électrique est,

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega). \quad (1.17)$$

Étant donné que nous étudions des cristaux infinis, les équations (1.16) et (1.17) doivent satisfaire au théorème de Floquet et les modes peuvent s'écrire dans une base d'ondes planes:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{H}_{\mathbf{G}} e^{i((\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{r})}, \quad (1.18)$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \mathbf{E}_{\mathbf{G}} e^{i((\mathbf{k} + \mathbf{G}) \cdot \mathbf{r})}, \quad (1.19)$$

où \mathbf{k} est le vecteur d'onde et \mathbf{G} est le vecteur réciproque du réseau,

$$\mathbf{G} = m_1 \mathbf{b}_1 + m_2 \mathbf{b}_2 + m_3 \mathbf{b}_3, \quad (1.20)$$

et m_1, m_2, m_3 sont des entiers et $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ et \mathbf{b}_3 sont les vecteurs primitifs du réseau réciproque. Ils sont donnés par,

$$\mathbf{b}_1 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}, \quad (1.21)$$

$$\mathbf{b}_2 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_3 \times \mathbf{a}_1}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}, \quad (1.22)$$

$$\mathbf{b}_3 = 2\pi \frac{\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2}{\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2 \times \mathbf{a}_3}. \quad (1.23)$$

En utilisant les équations (1.18) et (1.19) dans les équations (1.16) et (1.17), nous obtenons des matrices de dimensions infinies pour les coefficients $\mathbf{E}_{\mathbf{G}}$ et $\mathbf{H}_{\mathbf{G}}$:

$$(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times (\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \mathbf{E}_{\mathbf{G}} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sum_{\mathbf{G}'} \epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \mathbf{E}_{\mathbf{G}'} = 0, \quad (1.24)$$

$$(\mathbf{k} + \mathbf{G}) \times \sum_{\mathbf{G}'} \eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}') \times \mathbf{H}_{\mathbf{G}'} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \mathbf{H}_{\mathbf{G}} = 0, \quad (1.25)$$

où $\epsilon(\mathbf{G} - \mathbf{G}')$ est la transformée de Fourier de $\epsilon(\mathbf{r}, \omega)$ et $\eta(\mathbf{G} - \mathbf{G}')$ est la transformée de Fourier inverse de $\epsilon(\mathbf{r}, \omega)$,

$$\epsilon(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{\mathbf{G}} \epsilon_{\mathbf{G}} e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}}, \quad (1.26)$$

où

$$\epsilon_{\mathbf{G}} = \frac{1}{V_{cell}} \int_{cell} \epsilon(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}. \quad (1.27)$$

V_{cell} est le volume de la cellule unitaire et les intégrales s'effectuent sur le volume de la cellule unitaire. Nous pouvons déterminer $\eta_{\mathbf{G}}$, soit en prenant la transformée de Fourier de $\epsilon(\mathbf{r}, \omega)^{-1}$ (méthode inverse),

$$\eta_{\mathbf{G}} = \frac{1}{V_{cell}} \int_{cell} \frac{1}{\epsilon(\mathbf{r}, \omega)} e^{-i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r}, \quad (1.28)$$

soit en prenant la transformée de Fourier de $\epsilon(\mathbf{r}, \omega)$ et ensuite en prenant son inverse (méthode de Ho),

$$\eta_{\mathbf{G}} = \frac{1}{\epsilon_{\mathbf{G}}}, \quad (1.29)$$

Les deux méthodes sont équivalentes pour un nombre infini d'ondes planes mais la méthode de Ho converge plus rapidement que la méthode inverse pour un nombre fini d'ondes planes.

Les équations (1.24) et (1.25) donnent les mêmes courbes de dispersion de la fréquence angulaire de l'onde électromagnétique ω en fonction du vecteur d'onde \mathbf{k} pour un système de dimension infinie. La plupart des calculs de structure de bande se fait à l'aide de l'équation (1.25) puisque celle-ci est un problème aux valeurs propres typique et la matrice des coefficients est hermitienne tandis que l'équation (1.24) mène à un problème aux valeurs propres généralisé¹ de la forme $Ax = \lambda Bx$. Or,

¹Nous supposons que la permittivité ne varie pas avec la fréquence.

il est plus difficile de résoudre numériquement un problème aux valeurs propres généralisé qu'un problème aux valeurs propres ordinaire. D'après, les équations (1.24) et (1.25) nous remarquons que si la permittivité dépend de la fréquence, ces équations deviennent des équations non-linéaires qui sont très difficiles à résoudre numériquement (Kuzmiak et collab., 1994; Kuzmiak et collab., 1997a; Kuzmiak et Maradudin, 1997b).

1.3 Propriétés d'échelle des équations de Maxwell

Une des propriétés les plus intéressantes des équations de Maxwell est qu'elles ne changent pas par rapport à l'échelle que nous définissons si la constante diélectrique ne dépend pas de la fréquence angulaire ($\epsilon(\mathbf{r}, \omega) = \epsilon(\mathbf{r})$). Soit $\mathbf{r}' = s \mathbf{r}$ où s est un paramètre d'échelle donc $\nabla' = \nabla/s$, et l'équation (1.16) devient,

$$s \nabla' \times \left(\frac{1}{\epsilon(\mathbf{r}'/s)} s \nabla' \times \mathbf{H}(\mathbf{r}'/s) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}'/s). \quad (1.30)$$

Posons $\epsilon'(\mathbf{r}') = \epsilon(\mathbf{r}'/s)$ et $\mathbf{H}'(\mathbf{r}') = \mathbf{H}(\mathbf{r}'/s)$, donc nous avons,

$$\nabla' \times \left(\frac{1}{\epsilon'(\mathbf{r}')} \nabla' \times \mathbf{H}'(\mathbf{r}') \right) = \left(\frac{\omega}{cs} \right)^2 \mathbf{H}'(\mathbf{r}'). \quad (1.31)$$

Nous obtenons la même équation sauf que la fréquence angulaire est maintenant $\omega' = \omega/s$. En d'autres termes, lorsque nous modifions les dimensions de notre système par un facteur s , la fréquence angulaire est changée par un facteur $1/s$. Donc, si la structure de bande est connue à une échelle, nous pouvons déterminer la structure de bande aux autres échelles. La forme de la structure de bande pour les ondes millimétriques est la même que pour le visible si la permittivité ϵ ne dépend pas de la fréquence angulaire. C'est pourquoi que lorsque les théoriciens effectuent un calcul de bande, ils nous donnent comme ordonnée à l'origine une fréquence angulaire réduite plutôt que la fréquence angulaire $\omega = \omega_{\text{réduit}} a / 2\pi c$ où a est la constante

du réseau et c est la vitesse de lumière dans le vide.

De la même manière, la constante diélectrique obéit aussi à une propriété d'échelle.

Soit $\epsilon'(\mathbf{r}) = \epsilon(\mathbf{r})/s^2$, alors selon l'équation (1.16), nous trouvons,

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\epsilon'(\mathbf{r})} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) \right) = \left(\frac{s\omega}{c} \right)^2 \mathbf{H}(\mathbf{r}). \quad (1.32)$$

Les modes ne changent pas pour notre nouveau système, mais la fréquence angulaire devient $\omega' = s\omega$. Ceci signifie que la forme de la structure de bande ne changera pas si on multiplie la permittivité de notre "atome diélectrique" ϵ_a et celle du milieu ambiant ϵ_b par la même constante s . Donc, la forme de la structure de bande dépend plutôt du rapport des deux permittivités.

CHAPITRE 2

Méthode de la matrice de transfert pour le réseau carré

2.1 Introduction

La méthode de la matrice de transfert que nous allons décrire dans ce chapitre provient d'une méthode utilisée dans l'étude des électrons diffractés par un cristal à basse énergie (Pendry, 1974). Elle consiste à diviser le volume total de la cellule unitaire en de plus petites cellules et les champs électromagnétiques de chaque cellule sont couplés aux cellules avoisinantes. Pour ce faire, nous allons discréter les équations de Maxwell sur un réseau cubique simple (Pendry et Mackinnon, 1992; Pendry, 1994; Bell et collab., 1995; Ward et collab., 1995; Pendry, 1996; Wijhands et collab., 1997; Chongjun et collab., 1997). La matrice de transfert est définie comme la matrice permettant de relier le champ électromagnétique incident au champ électromagnétique transmis. Les valeurs propres de la matrice de transfert d'une cellule unitaire nous donnent la structure de bande d'un cristal photonoïque infini non-absorbant. La technique de la matrice de transfert permet pour

une fréquence angulaire donnée ω de trouver le vecteur d'onde correspondant $\mathbf{k}(\omega)$ alors que la méthode des ondes planes permet de trouver pour un vecteur d'onde \mathbf{k} donné la fréquence angulaire correspondante $\omega(\mathbf{k})$. Avec cette dernière méthode, nous pouvons trouver la structure de bande d'un cristal photonique en fonction des points de symétrie du cristal. Cependant, la méthode de la matrice transfert ne permet pas ce genre de calcul; nous pouvons seulement calculer la structure de bande en fonction de la direction de l'onde incidente¹. Le principal avantage de la matrice de transfert est qu'elle permet de calculer les coefficients de transmission et de réflexion pour un cristal photonique possédant une dimension finie et dont la constante diélectrique a une dépendance en fréquence et une partie imaginaire. Or, les expériences s'effectuent sur des cristaux photoniques de dimensions finies.

2.2 Discrétisation des équations de Maxwell

Nous effectuons une transformée de Fourier sur les deux équations de Maxwell (Pendry et Mackinnon, 1992; Pendry, 1994),

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

pour être dans l'espace (ω, \mathbf{k}) ,

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B}, \quad (2.3)$$

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -i\omega \mathbf{D}. \quad (2.4)$$

En développant, ces deux équations, nous obtenons

$$k_y E_z - k_z E_y = \omega B_x, \quad (2.5)$$

¹Nous pouvons déterminer indirectement la structure de bande en fonction des points de symétrie mais le temps de calcul est extrêmement long.

$$k_z E_x - k_x E_z = \omega B_y, \quad (2.6)$$

$$k_x E_y - k_y E_x = \omega B_z, \quad (2.7)$$

$$k_y H_z - k_z H_y = -\omega D_x, \quad (2.8)$$

$$k_z H_x - k_x H_z = -\omega D_y, \quad (2.9)$$

$$k_x H_y - k_y H_x = -\omega D_z. \quad (2.10)$$

Une étape cruciale est d'approximer au premier ordre le vecteur d'onde pour les équations (2.5) - (2.7) par

$$k_x \approx (\exp(ik_x a) - 1)/ia, \quad (2.11)$$

$$k_y \approx (\exp(ik_y b) - 1)/ib, \quad (2.12)$$

$$k_z \approx (\exp(ik_z c) - 1)/ic, \quad (2.13)$$

et les équations (2.8) - (2.10) par

$$k_x \approx -(\exp(-ik_x a) - 1)/ia, \quad (2.14)$$

$$k_y \approx -(\exp(-ik_y b) - 1)/ib, \quad (2.15)$$

$$k_z \approx -(\exp(-ik_z c) - 1)/ic, \quad (2.16)$$

où a , b et c sont les dimensions selon les axes x , y et z de la cellule. Nous ne prenons pas la même approximation pour le vecteur d'onde \mathbf{k} associé aux champs électrique et magnétique car nous obtiendrons des équations couplées au deuxième voisin, or notre approximation est du premier ordre.

Nous obtenons donc,

$$(ib)^{-1}[\exp(ik_y b) - 1]E_z - (ic)^{-1}[\exp(ik_z c) - 1]E_y = \omega B_x, \quad (2.17)$$

$$(ic)^{-1}[\exp(ik_z c) - 1]E_x - (ia)^{-1}[\exp(ik_x a) - 1]E_z = \omega B_y, \quad (2.18)$$

$$(ia)^{-1}[\exp(ik_x a) - 1]E_y - (ib)^{-1}[\exp(ik_y b) - 1]E_z = \omega B_z, \quad (2.19)$$

$$-(ib)^{-1}[\exp(-ik_y b) - 1]H_z + (ic)^{-1}[\exp(-ik_z c) - 1]H_y = -\omega D_x, \quad (2.20)$$

$$-(ic)^{-1}[\exp(-ik_z c) - 1]H_x + (ia)^{-1}[\exp(-ik_x a) - 1]H_z = -\omega D_y, \quad (2.21)$$

$$-(ia)^{-1}[\exp(-ik_x a) - 1]H_y + (ib)^{-1}[\exp(-ik_y b) - 1]H_x = -\omega D_z. \quad (2.22)$$

En effectuant une autre transformée de Fourier, nous revenons dans l'espace réel,

$$(ib)^{-1}[E_z(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - E_z(\mathbf{r})] - (ic)^{-1}[E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - E_y(\mathbf{r})] = \omega B_x(\mathbf{r}), \quad (2.23)$$

$$(ic)^{-1}[E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - E_x(\mathbf{r})] - (ia)^{-1}[E_z(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - E_z(\mathbf{r})] = \omega B_y(\mathbf{r}), \quad (2.24)$$

$$(ia)^{-1}[E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - E_y(\mathbf{r})] - (ib)^{-1}[E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - E_x(\mathbf{r})] = \omega B_z(\mathbf{r}), \quad (2.25)$$

$$-(ib)^{-1}[H_z(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - H_z(\mathbf{r})] + (ic)^{-1}[H_y(\mathbf{r} - \mathbf{c}) - H_y(\mathbf{r})] = -\omega D_x(\mathbf{r}), \quad (2.26)$$

$$-(ic)^{-1}[H_x(\mathbf{r} - \mathbf{c}) - H_x(\mathbf{r})] + (ia)^{-1}[H_z(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - H_z(\mathbf{r})] = -\omega D_y(\mathbf{r}), \quad (2.27)$$

$$-(ia)^{-1}[H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - H_y(\mathbf{r})] + (ib)^{-1}[H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - H_x(\mathbf{r})] = -\omega D_z(\mathbf{r}). \quad (2.28)$$

Or, nous avons les relations suivantes qui relient \mathbf{E} à \mathbf{D} et \mathbf{H} à \mathbf{B} ²,

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}), \quad (2.29)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mu(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}), \quad (2.30)$$

et en utilisant les équations (2.25) et (2.28), nous éliminons les composantes H_z et E_z des autres équations. Ainsi nous trouvons,

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) &= E_x(\mathbf{r}) + ic\omega\mu_0\mu(\mathbf{r})H_y(\mathbf{r}) + \frac{ic}{a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r})}[a^{-1}(H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - H_y(\mathbf{r})) \\ &\quad - b^{-1}(H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - H_x(\mathbf{r}))] - \frac{ic}{a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{a})}[a^{-1}(H_y(\mathbf{r}) - H_y(\mathbf{r} + \mathbf{a})) \\ &\quad - b^{-1}(H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a} - \mathbf{b}) - H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a}))], \end{aligned} \quad (2.31)$$

²Nous supposons implicitement que la constante diélectrique peut dépendre de la fréquence angulaire.

$$\begin{aligned}
E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) = & E_y(\mathbf{r}) - i\omega\mu_0\mu(\mathbf{r})H_x(\mathbf{r}) + \frac{ic}{b\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r})}[a^{-1}(H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - H_y(\mathbf{r})) \\
& - b^{-1}(H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - H_x(\mathbf{r}))] - \frac{ic}{b\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{b})}[a^{-1}(H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{b}) \\
& - H_y(\mathbf{r} + \mathbf{b})) - b^{-1}(H_x(\mathbf{r}) - H_x(\mathbf{r} + \mathbf{b}))], \tag{2.32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) = & H_x(\mathbf{r}) - i\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{c})E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{ic}{a\omega\mu_0\mu(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})} \times \\
& [a^{-1}(E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - E_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})) \\
& - b^{-1}(E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) - E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c}))] \\
& - \frac{ic}{a\omega\mu_0\mu(\mathbf{r} + \mathbf{c})}[a^{-1}(E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + \mathbf{c}) - E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c})) \\
& - b^{-1}(E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) - E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}))], \tag{2.33}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) = & H_y(\mathbf{r}) + i\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{c})E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{ic}{b\omega\mu_0\mu(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c})} \times \\
& [a^{-1}(E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}) - E_y(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c})) \\
& - b^{-1}(E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - E_x(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c}))] - \\
& \frac{ic}{b\omega\mu_0\mu(\mathbf{r} + \mathbf{c})}[a^{-1}(E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + \mathbf{c}) - E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c})) \\
& - b^{-1}(E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) - E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}))]. \tag{2.34}
\end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant définir une matrice de transfert \mathbf{T} ³ qui relie $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ et $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ à $\mathbf{E}(\mathbf{r} + \mathbf{c})$ et $\mathbf{H}(\mathbf{r} + \mathbf{c})$ pour tout \mathbf{r} , c'est-à-dire que si on connaît le champ électromagnétique pour un plan de cellules, la matrice de transfert \mathbf{T} permet de connaître la distribution du champ électromagnétique pour l'autre plan de cellules (voir la figure 2.1),

$$\mathbf{F}(\mathbf{r} + \mathbf{c}) = \mathbf{T}(\mathbf{r})\mathbf{F}(\mathbf{r}) \tag{2.35}$$

³Les propriétés optiques du cristal sont incluses dans la matrice de transfert, c'est-à-dire $\epsilon(\mathbf{r})$ et $\mu(\mathbf{r})$.

où

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}) \\ E_y(\mathbf{r}) \\ H_x(\mathbf{r}) \\ H_y(\mathbf{r}) \end{bmatrix}. \quad (2.36)$$

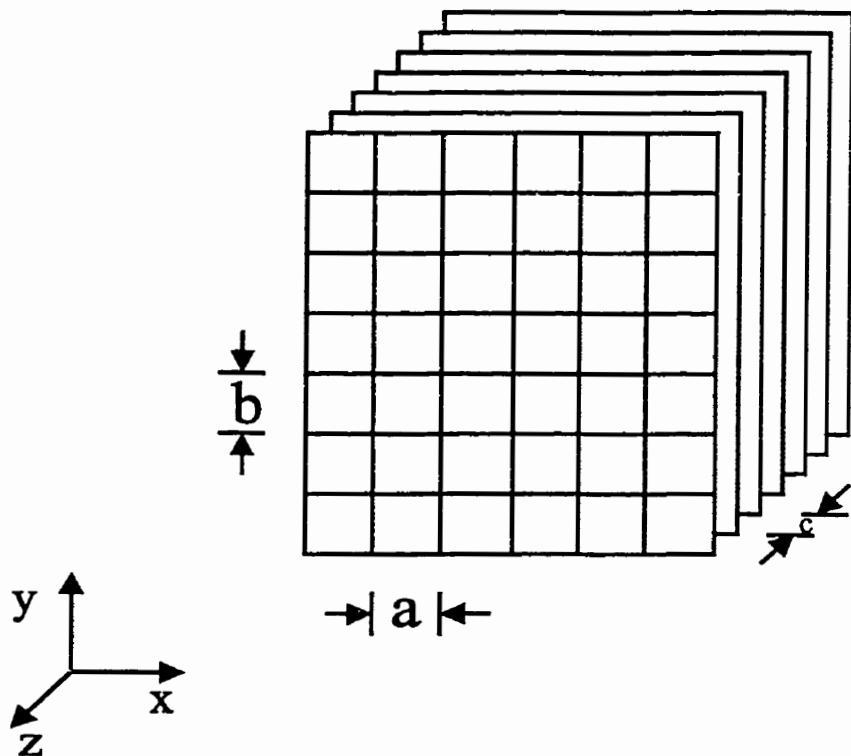


Figure 2.1 : La matrice de transfert relie les champs d'un plan quelconque par rapport aux champs du plan précédent.

Il faut aussi considérer les conditions aux frontières. Si le cristal photonique est périodique dans les directions x et y , nous pouvons utiliser le théorème de Bloch qui permet de relier le champ électromagnétique d'une cellule unitaire à celui d'une autre cellule unitaire,

$$\mathbf{F}(\mathbf{r} + N_x \mathbf{a}) = e^{iN_x \mathbf{k} \cdot \mathbf{a}} \mathbf{F}(\mathbf{r}), \quad (2.37)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{r} + N_y \mathbf{b}) = e^{iN_y \mathbf{k} \cdot \mathbf{b}} \mathbf{F}(\mathbf{r}), \quad (2.38)$$

où N_x et N_y sont les nombres de cellules dans les directions x et y de la cellule unitaire. De plus, si notre cristal photonique est périodique selon la direction z alors nous pouvons encore utiliser le théorème de Bloch,

$$\mathbf{F}(L_z) = \mathbf{T}(L_z) \mathbf{F}(0) = e^{ik_z L_z} \mathbf{F}(0), \quad (2.39)$$

où L_z est la longueur de la cellule unitaire dans la direction z et

$$\mathbf{T}(L_z) = \prod_{j=1}^{N_z} \mathbf{T}(z_j), \quad (2.40)$$

constitue la matrice de transfert de la cellule unitaire. La dimension de la matrice de transfert $\mathbf{T}(z_j)$ est de $4n_x n_y \times 4n_x n_y$, où n_x et n_y correspondent aux nombres de points dans les directions x et y de la cellule unitaire. Selon l'équation (2.39), les valeurs propres de la matrice $\mathbf{T}(L_z)$ sont de la forme $\exp(ik_z L_z)$ et par conséquent seules les valeurs propres dont les composantes k_z sont réelles⁴ nous donnent la courbe de dispersion (structure de bande) puisque les valeurs propres dont les composantes k_z sont complexes représentent des ondes évanescentes. Ce phénomène peut être compris par la condition de Bragg: les réflexions multiples des ondes provenant des différentes cellules unitaires interfèrent destructivement dans la structure. Les bandes interdites proviennent de cette condition.

Les dimensions du maillage doivent être plus petites que la longueur d'onde de l'onde électromagnétique incidente pour satisfaire les équations (2.11) - (2.16)⁵. La précision de la méthode peut être améliorée au dépend de la simplicité en donnant

⁴Pour chaque valeur propre possédant une composante k_z réelle, $\exp(ik_z L_z)$, il y a une deuxième valeur propre associée à celle-ci décrivant une onde se propageant dans le sens contraire, $\exp(-ik_z L_z)$.

⁵Lorsque le produit de l'exposant est égale à 0.1 dans les équations (2.11) - (2.16), il y a seulement un écart d'environ de 5% avec la valeur réelle. Dans notre situation, nous serons bien en deçà de cette valeur.

une meilleure approximation pour le vecteur d'onde \mathbf{k} . Par exemple au deuxième et au troisième ordres, les composantes du vecteur d'onde auront la forme suivante:

$$k_j \approx (id_j)^{-1} [2\exp(ik_j d_j) - \frac{1}{2}\exp(2ik_j d_j) - \frac{3}{2}] \quad (2.41)$$

$$\approx k_j + O(k_j^3 d_j^2),$$

$$\begin{aligned} k_j \approx & (id_j)^{-1} [3\exp(ik_j d_j) - \frac{3}{2}\exp(2ik_j d_j) + \\ & \frac{1}{3}\exp(3ik_j d_j) - \frac{11}{6}] \approx k_j + O(k_j^4 d_j^3), \end{aligned} \quad (2.42)$$

pour les équations (2.5) - (2.7) et

$$k_j \approx -(id_j)^{-1} [2\exp(-ik_j d_j) - \frac{1}{2}\exp(-2ik_j d_j) - \frac{3}{2}] \quad (2.43)$$

$$\approx k_j + O(k_j^3 d_j^2),$$

$$\begin{aligned} k_j \approx & -(id_j)^{-1} [3\exp(-ik_j d_j) - \frac{3}{2}\exp(-2ik_j d_j) + \\ & \frac{1}{3}\exp(-3ik_j d_j) - \frac{11}{6}] \approx k_j + O(k_j^4 d_j^3), \end{aligned} \quad (2.44)$$

pour les équations (2.8) - (2.10) avec $j = x, y, z$ et $d_j = a, b, c$. Par contre, les équations résultantes deviennent très compliquées (voir annexe B).

2.3 Réseau carré

Dans notre contexte, un cristal photonique bidimensionnel est une structure composée de tiges parallèles de longueurs infinies ayant une section quelconque dont ces intersections avec un plan perpendiculaire forment un réseau en deux dimensions. Par conséquent, il n'y a pas de variation du champ électromagnétique ou de la constante diélectrique selon l'axe des tiges ⁶. La cellule unitaire et la première zone de Brillouin d'un cristal ayant une structure carrée sont illustrées à la figure 2.2 et à la figure 2.3. Nous allons étudier le comportement d'une onde électromag-

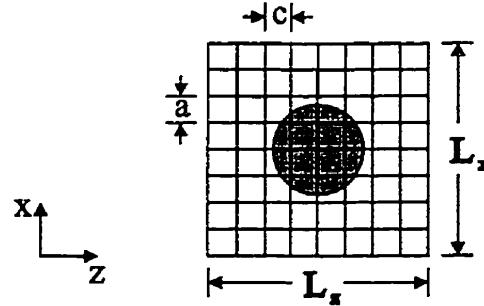


Figure 2.2: Cellule unitaire d'un réseau carré.

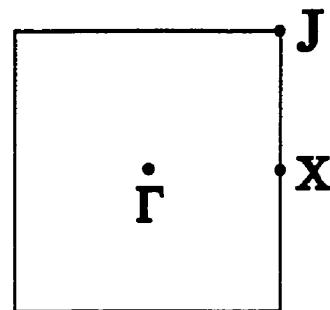


Figure 2.3 : Première zone de Brillouin pour un réseau carré avec les points de symétrie.

gnétique se propageant seulement dans le plan xz ($k_y = 0$) d'un cristal photonique bidimensionnel, donc les équations (2.31) - (2.34) se simplifient⁷,

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) &= E_x(\mathbf{r}) + i\omega\mu_0\mu(\mathbf{r})H_y(\mathbf{r}) + \frac{ic}{a^2\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r})}[H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - H_y(\mathbf{r})] - \\ &\quad \frac{ic}{a^2\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{a})}[H_y(\mathbf{r}) - H_y(\mathbf{r} + \mathbf{a})], \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) = E_y(\mathbf{r}) - i\omega\mu_0\mu(\mathbf{r})H_x(\mathbf{r}), \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} H_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) &= H_x(\mathbf{r}) - i\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{c})E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{ic}{a^2\omega\mu_0\mu(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})} \times \\ &\quad [E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - E_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})] - \frac{ic}{a^2\omega\mu_0\mu(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \times \\ &\quad [E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + \mathbf{c}) - E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c})], \end{aligned} \quad (2.47)$$

$$H_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) = H_y(\mathbf{r}) + i\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{c})E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}). \quad (2.48)$$

⁶Les tiges sont placées dans le même sens que l'axe y

⁷La matrice de transfert \mathbf{T} est de dimension $4n_x \times 4n_x$

La présence d'un plan perpendiculaire aux tiges nous indique une symétrie de miroir, c'est-à-dire que le système reste invariant par rapport à l'axe y , alors il y a seulement deux groupes de symétrie possibles pour les modes. Un groupe de modes peut être identifié par un champ magnétique transverse (TM), $\mathbf{H} \cdot \hat{\mathbf{y}} = 0$ ou polarisation \mathbf{E} et l'autre groupe par un champ électrique transverse (TE), $\mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{y}} = 0$ ou polarisation \mathbf{H} .

Nous avons calculé aux figures 2.4 et 2.5 la structure de bande d'un cristal photonique bidimensionnel ayant une structure carrée (constante de maille⁸ $a = 1.27$ cm) selon les différents points de symétrie pour les polarisations \mathbf{E} et \mathbf{H} . Le cristal est composé de tiges d'aluminium (rayon $R = 0.48$ cm, constante diélectrique $\epsilon_a = 9.0$) et le milieu ambiant est l'air (constante diélectrique $\epsilon_b = 1.0$). Comme nous pouvons le voir, il existe trois bandes interdites (région où il n'y a pas de pointillés) pour la polarisation \mathbf{E} mais aucune bande interdite pour la polarisation \mathbf{H} . Les courbes de dispersion sont en bon accord avec celles calculées par la méthode des ondes planes (Suzuki et collab., 1996).

La structure de bande d'un cristal photonique pour une onde électromagnétique incidente dont le vecteur d'onde fait un angle θ de 30^0 par rapport à la normale du cristal est aussi montrée aux figures 2.6 et 2.7 pour les deux polarisations \mathbf{E} et \mathbf{H} . La structure est composée de tiges d'aluminium ($\epsilon_a = 8.9$) dans un milieu d'air ($\epsilon_b = 1.0$), le rayon des tiges est $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m et la constante de maille est $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m.

⁸Il ne faut surtout pas confondre la constante de maille et la dimension de la cellule selon l'axe des x pour la discréétisation. Nous utilisons la même notation a dans les deux cas.

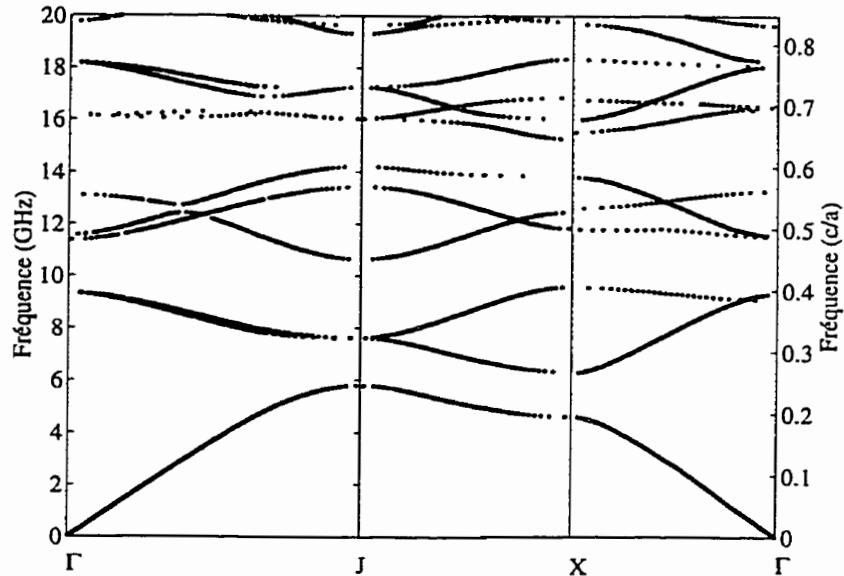


Figure 2.4 : Structure de bande photonique pour la polarisation **E** pour un réseau carré constitué de cylindres diélectriques $\epsilon_a = 9.0$. Les autres paramètres sont: $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.48$ cm, $a = 1.27$ cm.

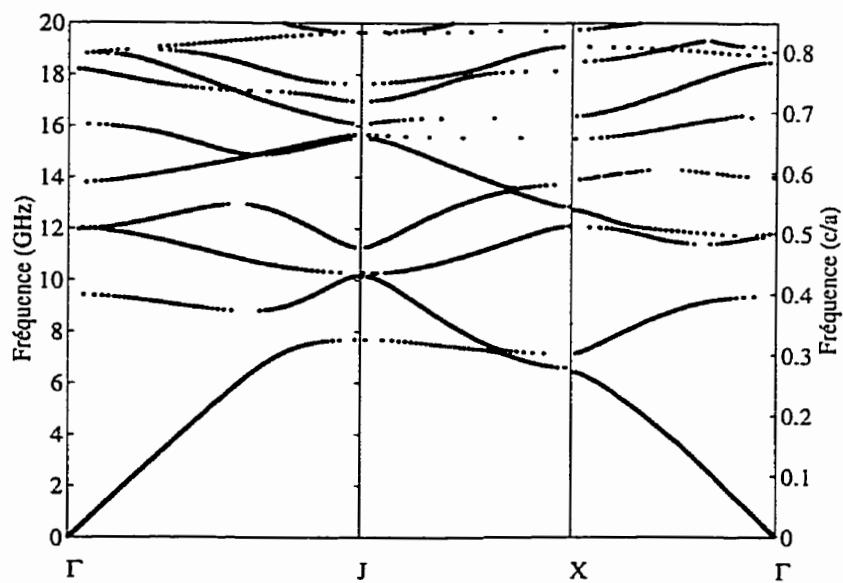


Figure 2.5 : Structure de bande photonique pour la polarisation **H** pour un réseau carré constitué de cylindres diélectriques $\epsilon_a = 9.0$. Les autres paramètres sont: $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.48$ cm, $a = 1.27$ cm.

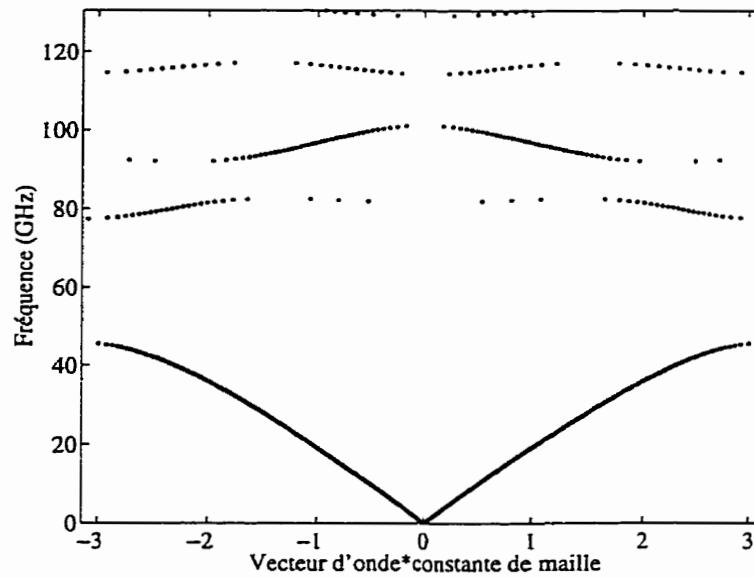


Figure 2.6 : Structure de bande photonique pour une onde de polarisation \mathbf{E} se propageant dans un cristal possédant un réseau carré. Le cristal est composé de cylindres diélectriques $\epsilon_a = 8.9$. Les autres paramètres sont $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, $\theta = 30^\circ$.

Il est préférable de faire un graphique, nommé carte photonique, pour connaître la localisation des bandes interdites photoniques en fonction de certains paramètres du cristal. Nous présentons ci-dessous quelques cartes photoniques en fonction du facteur de remplissage⁹. Nous considérons premièrement le cas de tiges diélectriques $\epsilon_a = 10.24$ dans l'air pour une incidence normale (voir à la figure 2.8). Ensuite, nous avons considéré le cas de tiges d'air dans un milieu diélectrique $\epsilon_b = 10.24$ (voir à la figure 2.9). La dimension de la constante de maille est $a = 0.3\mu\text{m}$ dans les deux cas. La région du spectre électromagnétique étudiée est le visible. Mais comme nous l'avons mentionné au premier chapitre, la carte photonique aura la même forme pour les autres régions du spectre électromagnétique si la constante diélectrique ne dépend pas de la fréquence parce que les équations de Maxwell satisfont à la propriété d'échelle.

⁹Rapport entre la surface du cylindre dans le plan xz et la surface de la cellule unitaire.

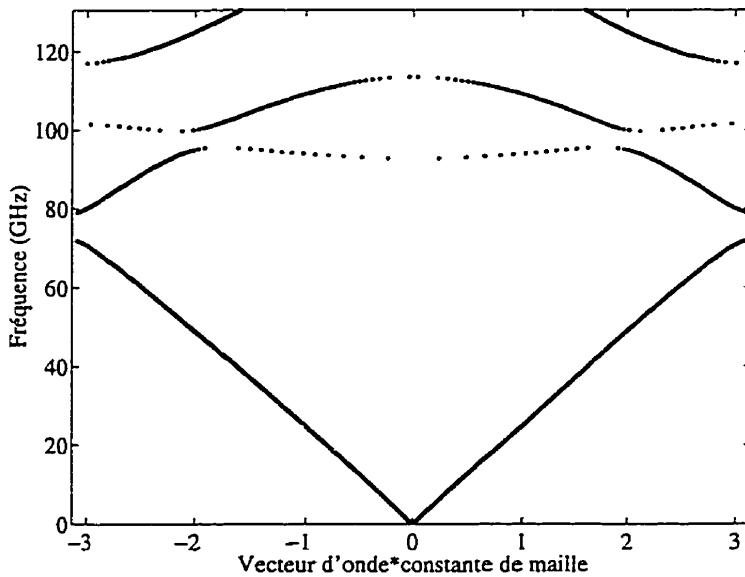


Figure 2.7 : Structure de bande photonique pour une onde de polarisation \mathbf{H} se propageant dans un cristal possédant un réseau carré. Le cristal est composé de cylindres diélectriques $\epsilon_a = 8.9$. Les autres paramètres sont: $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, $\theta = 30^\circ$.

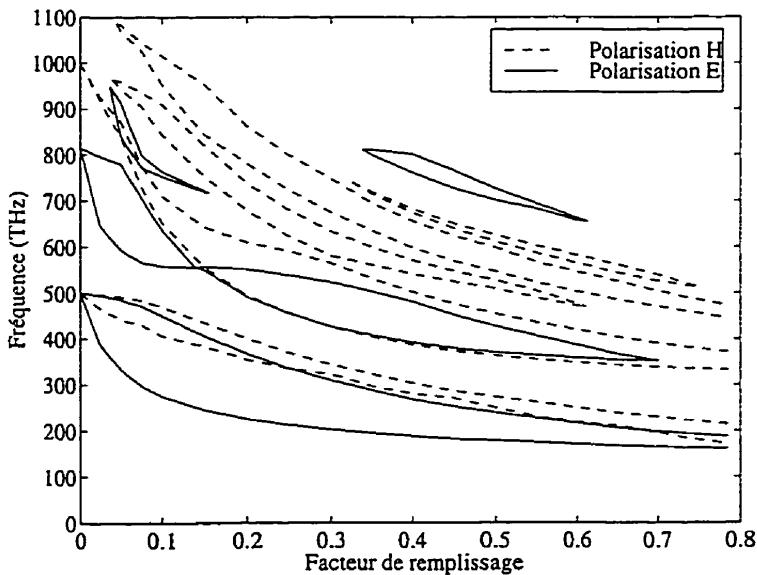


Figure 2.8 : Carte photonique pour un réseau carré composé de colonnes diélectriques $\epsilon_a = 10.24$ dans un milieu d'air à incidence normale.

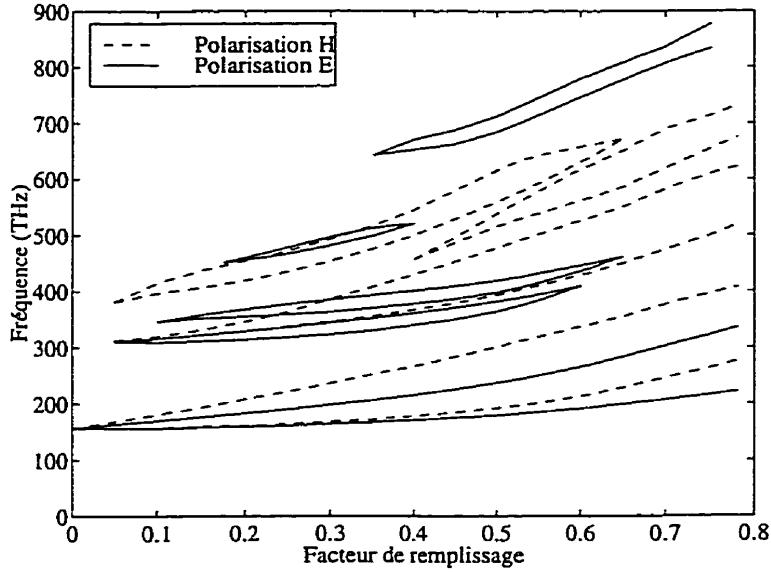


Figure 2.9 : Carte photonique pour un réseau carré composé de colonnes d'air dans un milieu diélectrique $\epsilon_b = 10.24$ à incidence normale.

Les régions où il existe un chevauchement entre les polarisations **E** et **H** nous indiquent une bande interdite commune pour ces deux polarisations. Nous remarquons aussi que les largeurs des bandes interdites diminuent avec le facteur de remplissage f pour des tiges diélectriques dans l'air contrairement au cas des tiges d'air dans un milieu diélectrique. Cette propriété se généralise pour toute les directions. Ainsi, il est beaucoup plus facile de fabriquer un cristal photonique composé de tiges diélectriques dans l'air puisque les interstices sont beaucoup plus épais.

Nous pouvons nous demander qu'est-ce qui se passerait si nous varions périodiquement la perméabilité $\mu(\mathbf{r})$ plutôt que la permittivité $\epsilon(\mathbf{r})$. Étant donné qu'il existe une dualité¹⁰ entre le champ magnétique **H** et le champ électrique **E**, les courbes de dispersion vont rester les mêmes sauf qu'il faudra interchanger les polarisations.

¹⁰Si les densités de charge ρ et de courant \mathbf{J} sont égales à zéro.

2.4 Coefficients de réflexion et de transmission

Malheureusement la méthode de la matrice de transfert souffre d'un inconvénient majeur, elle est numériquement instable puisque lorsque nous multiplions les matrices de transfert entre elles, les valeurs propres augmentent exponentiellement. Ainsi il y a certaines valeurs propres qui deviennent très grandes comparativement à d'autres; nous perdons donc éventuellement les plus petites valeurs propres. Ainsi, l'équation (2.40) reste valide pour une certaine largeur qui dépend de la nature du système étudié. Pour résoudre ce problème d'instabilité, Merle Elson et Tran (1995; 1996) ont utilisé la technique de la matrice \mathbf{R} pour étudier les cristaux photoniques. Cependant, nous allons décrire une autre méthode basée sur la matrice de transfert qui est beaucoup plus stable. L'objectif est de transformer la matrice de transfert dans une base d'ondes planes et ensuite d'utiliser le formalisme des diffusions multiples (Leung et Qiu, 1993; Sigalas et collab, 1993; Pendry, 1994; Qiu et Leung, 1994; Pendry, 1996).

Considérons d'abord un milieu homogène: la permittivité ϵ et la perméabilité μ sont donc des constantes et la matrice $\mathbf{T} = \mathbf{T}^{(o)}$ est indépendante de la coordonnée z . Mais comme la matrice $\mathbf{T}^{(o)}$ n'est pas hermitienne, il faut distinguer les vecteurs propres droits $\mathbf{F}_{dj}^{(o)}$ des vecteurs propres gauches $\mathbf{F}_{gj}^{(o)}$,

$$\mathbf{T}^{(o)} \mathbf{F}_{dj}^{(o)}(z) = \mathbf{F}_{dj}^{(o)}(z + c) = e^{ik_j^{(o)}c} \mathbf{F}_{dj}^{(o)}(z), \quad (2.49)$$

$$\mathbf{F}_{gj}^{(o)}(z) \mathbf{T}^{(o)} = \mathbf{F}_{lj}^{(o)}(z + c) = e^{ik_j^{(o)}c} \mathbf{F}_{lj}^{(o)}(z). \quad (2.50)$$

Ces deux vecteurs satisfont à la relation d'orthonormalité,

$$\mathbf{F}_{gj}^{(o)}(z) \cdot \mathbf{F}_{dj'}^{(o)}(z) = \delta_{jj'}. \quad (2.51)$$

Nous pouvons donc trouver une transformée unitaire dans cette base,

$$\mathbf{S} = \sum_j \mathbf{F}_{dj}^{(o)}(z) \mathbf{F}_{gj}^{(o)}(z), \quad (2.52)$$

qui rend la matrice $\mathbf{T}^{(o)}$ diagonale,

$$\mathbf{S} \mathbf{T}^{(o)} \mathbf{S}^{-1} = \text{diag}(e^{ik_j^{(o)} c}). \quad (2.53)$$

Pour un milieu homogène, la matrice $\mathbf{T}^{(o)}$ est diagonalisée par bloc et en tenant compte des définitions des vecteurs propres droits $\mathbf{F}_{dj}^{(o)}$ et gauches $\mathbf{F}_{gj}^{(o)}$ (voir les équations (2.49) et (2.50)), nous trouvons que ces derniers sont reliés aux vecteurs propres droits par la relation:

$$\begin{bmatrix} E_{gx} \\ E_{gy} \\ H'_{gx} \\ H'_{gy} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{c^2 \omega^2}{c_o^2 \epsilon_b} \\ 0 & 0 & -\frac{c^2 \omega^2}{c_o^2 \epsilon_b} & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_{dx} \\ E_{dy} \\ H'_{dx} \\ H'_{dy} \end{bmatrix}, \quad (2.54)$$

où $\mathbf{H}' = (i/c\omega\epsilon_o) \mathbf{H}$, $c_o^2 = (1/\epsilon_o\mu_o)$ et c est la longueur de la discréétisation selon l'axe z . Nous devons interchanger les polarisations \mathbf{E} et \mathbf{H} puisque les vecteurs propres gauches générés par l'équation (2.54) seront orthogonaux aux vecteurs propres droits. Nous pouvons faire ceci parce que les valeurs propres sont dégénérées deux fois par rapport à la polarisation.

En effectuant une transformation unitaire sur la matrice $\mathbf{T}(z)$ qui représente un milieu dont la permittivité et la perméabilité varient en fonction de la position, nous obtenons,

$$\tilde{\mathbf{T}}(z) = \mathbf{S} \mathbf{T}(z) \mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{T}}^{++}(z) & \tilde{\mathbf{T}}^{+-}(z) \\ \tilde{\mathbf{T}}^{-+}(z) & \tilde{\mathbf{T}}^{--}(z) \end{bmatrix}, \quad (2.55)$$

$$= \begin{bmatrix} t^{++}(z) - t^{+-}(z)(t^{--}(z))^{-1}t^{-+}(z) & t^{+-}(z)(t^{--}(z))^{-1} \\ -(t^{--}(z))^{-1}t^{-+}(z) & (t^{--}(z))^{-1} \end{bmatrix}. \quad (2.56)$$

Ainsi, les matrices $t^{\pm\pm}$ sont simplement reliées aux matrices $\tilde{T}^{\pm\pm}$ par les relations,

$$t^{++}(z) = \tilde{T}^{++}(z) - \tilde{T}^{+-}(z)(\tilde{T}^{--}(z))^{-1}\tilde{T}^{-+}(z), \quad (2.57)$$

$$t^{+-}(z) = \tilde{T}^{+-}(z)(\tilde{T}^{--}(z))^{-1}, \quad (2.58)$$

$$t^{-+}(z) = -(\tilde{T}^{--}(z))^{-1}\tilde{T}^{-+}(z), \quad (2.59)$$

$$t^{--}(z) = (\tilde{T}^{--}(z))^{-1}. \quad (2.60)$$

Les matrices t^{++} et t^{-+} représentent les matrices de transmission et de réflexion pour les ondes venant de la gauche et les matrices t^{--} et t^{+-} représentent les matrices de transmission et de réflexion pour les ondes provenant de la droite (voir la figure 2.10). Le but de la méthode des diffusions multiples est de relier les matrices

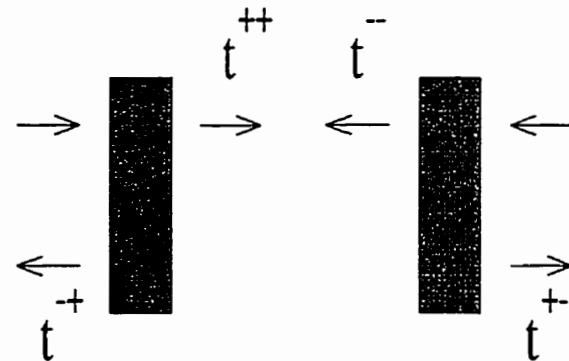


Figure 2.10: Définition des matrices $t^{\pm\pm}$ pour une seule couche.

de transmission et de réflexion $t^{\pm\pm}(L_z)$ pour une couche d'épaisseur L_z aux matrices $t^{\pm\pm}(L_z+z)$ représentant une couche d'épaisseur L_z+z . Cette méthode est plus stable que la matrice de transfert parce que les matrices $t^{\pm\pm}$ restent bornées.

Les équations provenant de cette méthode sont données par,

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{T}}(L_z + z) &= \\
 &\left[\begin{array}{c} \mathbf{t}^{++}(L_z + z) - \mathbf{t}^{+-}(L_z + z)(\mathbf{t}^{--}(L_z + z))^{-1}\mathbf{t}^{-+}(L_z + z) \\ \quad - (\mathbf{t}^{--}(L_z + z))^{-1}\mathbf{t}^{-+}(L_z + z) \\ \mathbf{t}^{+-}(L_z + z)(\mathbf{t}^{--}(L_z + z))^{-1} \\ \quad (\mathbf{t}^{--}(L_z + z))^{-1} \end{array} \right] \\
 &= \left[\begin{array}{cc} \mathbf{t}^{++}(z) - \mathbf{t}^{+-}(z)(\mathbf{t}^{--}(z))^{-1}\mathbf{t}^{-+}(z) & \mathbf{t}^{+-}(z)(\mathbf{t}^{--}(z))^{-1} \\ -(\mathbf{t}^{--}(z))^{-1}\mathbf{t}^{-+}(z) & (\mathbf{t}^{--}(z))^{-1} \end{array} \right] \times \\
 &\left[\begin{array}{cc} \mathbf{t}^{++}(L_z) - \mathbf{t}^{+-}(L_z)(\mathbf{t}^{--}(L_z))^{-1}\mathbf{t}^{-+}(L_z) & \mathbf{t}^{+-}(L_z)(\mathbf{t}^{--}(L_z))^{-1} \\ -(\mathbf{t}^{--}(L_z))^{-1}\mathbf{t}^{-+}(L_z) & (\mathbf{t}^{--}(L_z))^{-1} \end{array} \right]. \quad (2.61)
 \end{aligned}$$

Après de longues manipulations algébriques, nous trouvons cette séquence itérative,

$$\mathbf{t}^{++}(L_z + z) = \mathbf{t}^{++}(z)[1 - \mathbf{t}^{+-}(L_z)\mathbf{t}^{-+}(z)]^{-1}\mathbf{t}^{++}(L_z), \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{t}^{+-}(L_z + z) &= \mathbf{t}^{+-}(z) + \mathbf{t}^{++}(z)\mathbf{t}^{+-}(L_z) \times \\
 &\quad [1 - \mathbf{t}^{-+}(z)\mathbf{t}^{+-}(L_z)]^{-1}\mathbf{t}^{--}(z), \quad (2.63)
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{t}^{--}(L_z + z) = \mathbf{t}^{--}(L_z)[1 - \mathbf{t}^{-+}(z)\mathbf{t}^{+-}(L_z)]^{-1}\mathbf{t}^{--}(z), \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{t}^{-+}(L_z + z) &= \mathbf{t}^{-+}(L_z) + \mathbf{t}^{--}(L_z)\mathbf{t}^{-+}(z) \times \\
 &\quad [1 - \mathbf{t}^{+-}(L_z)\mathbf{t}^{-+}(z)]^{-1}\mathbf{t}^{++}(L_z). \quad (2.65)
 \end{aligned}$$

Comme exemple de courbe de transmission, nous avons choisi les mêmes paramètres que pour le cristal photonique composé de cylindres d'aluminium ($\epsilon_a = 8.9$) dans un milieu d'air ($\epsilon_b = 1.0$). Le rayon des cylindres est $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, la constante de maille est $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, l'angle d'incidence est de 30° et la longueur du cristal photonique est $L_{cristal} = 16a$ (voir les figures 2.11 et 2.12).

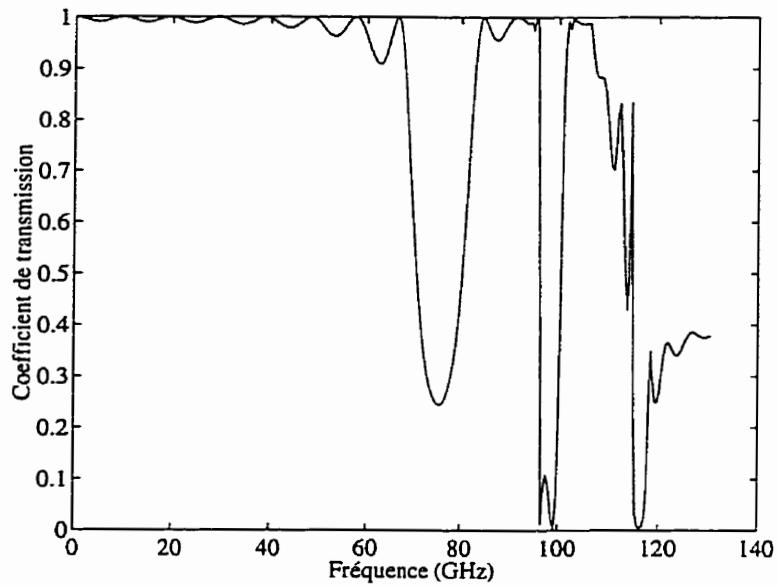


Figure 2.11 : Coefficient de transmission d'une onde de polarisation **E** se propageant avec un angle incident $\theta = 30^\circ$ dans un cristal possédant un réseau carré. Les paramètres sont: $\epsilon_a = 8.9$, $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, $L_{cristal} = 16a$.

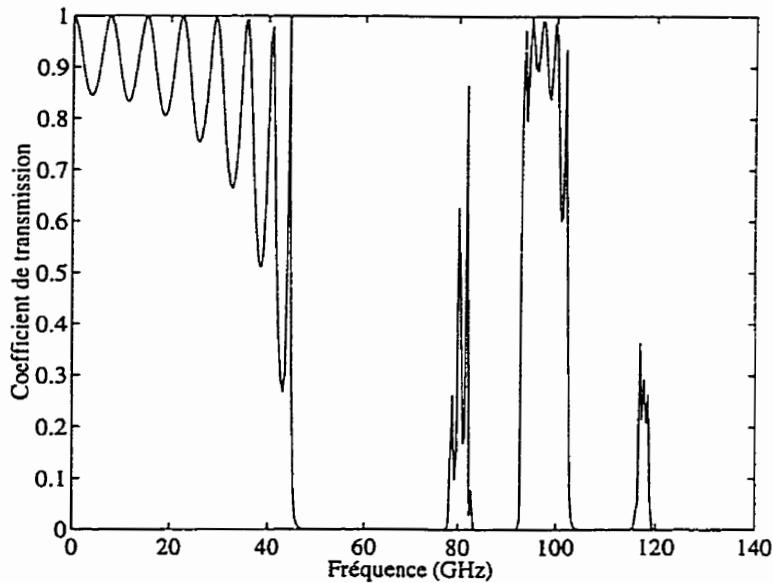


Figure 2.12 : Coefficient de transmission d'une onde de polarisation **H** se propageant avec un angle incident $\theta = 30^\circ$ dans un cristal possédant un réseau carré. Les paramètres sont: $\epsilon_a = 8.9$, $\epsilon_b = 1.0$, $R = 0.37 \times 10^{-3}$ m, $a = 1.87 \times 10^{-3}$ m, $L_{cristal} = 16a$.

CHAPITRE 3

Cristaux photoniques bidimensionnels pour un système InGaAsP-InP

3.1 Introduction

La fabrication d'un cristal photonique bidimensionnel fonctionnant dans la région visible du spectre électromagnétique est très difficile à réaliser. De plus, la majorité des matériaux utilisés pour la fabrication des cristaux photoniques ont une permittivité qui va dépendre de la fréquence et une partie imaginaire, c'est-à-dire que le matériau est absorbant, dans la région visible. Étant donné l'importance de ce matériau pour la photonique, nous avons décidé d'étudier l'effet de l'absorption pour des cristaux photoniques bidimensionnels composés de tiges cylindriques $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ sur un substrat InP pour un réseau carré (voir la figure 3.1) au lieu de cavités cylindriques puisque les études ont démontré que le facteur de remplissage f dans le dernier cas doit être proche d'une structure compacte ($f = 0.785$) pour avoir une bande interdite. Ainsi, il n'aura pas beaucoup d'espace entre les cavités adjacentes donc il sera plus difficile de fabriquer un cristal photonique composé de

cavités cylindriques que de tiges cylindriques. À notre connaissance, c'est la première étude jamais faite sur ces matériaux pour des longueurs d'ondes situées dans le visible. En effet, les autres études théoriques (Baba et Matsuzaki, 1995a; Baba et Matsuzaki, 1995b; Baba, 1997) et expérimentaux (Baba et collab., 1996a; Baba et Matsuzaki, 1996b; Baba, 1997) qui ont porté sur ces matériaux considéraient seulement la région infrarouge, donc les permittivités de ces matériaux étaient constantes et variaient très peu avec la fréquence. Nous avons calculé la permittivité

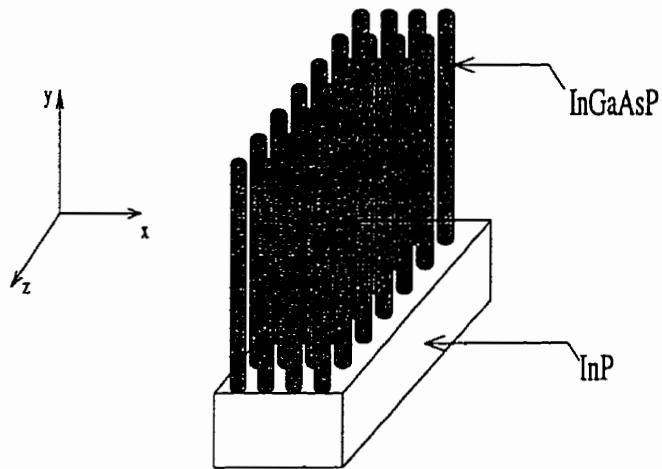


Figure 3.1 : Cristal photonique bidimensionnel ayant une structure carrée. Les tiges cylindriques sont composées d'InGaAsP.

$\epsilon(\omega)$ des matériaux ayant une composition fractionnaire x et y , $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ sur un substrat InP pour les régions de l'infrarouge, du visible et de l'ultraviolet du spectre électromagnétique à l'aide du modèle d'Adachi (1982; 1987; 1989; 1992) et en plus nous avons tenu compte de l'apport des impuretés N (dopant négatif) et P (dopant positif) sur la largeur de la bande interdite (Bennett et collab., 1990; Reid et collab., 1993) et de la température sur divers paramètres (Lautenschlager et collab., 1987; Reid et collab., 1993). Ce modèle est expliqué plus en détail dans l'annexe C. Le tableau 3.1 montre les régions du spectre considérées lors du traçage des graphiques. Cependant, notre étude va surtout se concentrer sur les régions de l'infrarouge proche et le visible à cause de l'intérêt pour ces régions en vue des

Tableau 3.1: Régions du spectre électromagnétique.

Région	Fréquence (THz)
Infrarouge proche	200-390
visible	390-769
ultraviolet proche	769-1000
ultraviolet loin	1000-1500

applications. Dans ce chapitre, nous allons d'abord étudier l'influence du facteur de remplissage et celle de l'angle d'incidence de l'onde électromagnétique sur la transmission; ensuite nous allons aborder les effets de la composition du semi-conducteur $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$, de la température et des impuretés sur la transmission.

La cellule unitaire est divisée en 17X17 cellules, ce qui donne une bonne convergence. Les courbes de transmission ont été calculées pour un cristal photonique dont le nombre de tiges dans la direction x est infini et la longueur des tiges dans la direction y est aussi infinie. Ainsi nous n'avons pas besoin de tenir compte des effets de bords, ce qui aurait beaucoup compliqué notre étude. Si nous ne mentionnons pas explicitement dans le texte, il faut considérer que le cristal a une constante de maille de $a \approx 0.2 \mu\text{m}$ et la longueur totale du cristal dans la direction z est $L = 2a$, c'est-à-dire que le cristal est composé de deux couches de tiges cylindriques dans la direction z . Notre étude va surtout porter sur des tiges d'InP puisque dans la section 3.4 sur l'effet des compositions fractionnaires x et y , nous allons montrer que les compositions fractionnaires x et y influencent très peu la forme des courbes de transmission.

3.2 Effet du facteur de remplissage

Nous avons calculé les coefficients de transmission pour des ondes de polarisations **E** et **H** se propageant dans un cristal photonique bidimensionnel avec une structure carrée pour une incidence normale $\theta = 0$ pour différents facteurs de remplissage f . La structure étudiée est composée de cylindres d'InP ($x = 0, y = 0$) dans un milieu d'air. Les profils des parties réelle ϵ_1 et imaginaire ϵ_2 de la permittivité du matériau InP utilisés lors de la simulation sont tracés aux figures 3.2 et 3.3 à l'aide des équations C.15, C.23, C.28 et C.30 de l'annexe C. Les courbes de transmission sont montrées aux figures 3.4 et 3.5. De plus, nous avons tracé aux figures 3.6 et 3.7 des courbes de transmission pour 16 couches dans le cas où $f = 0.5$.

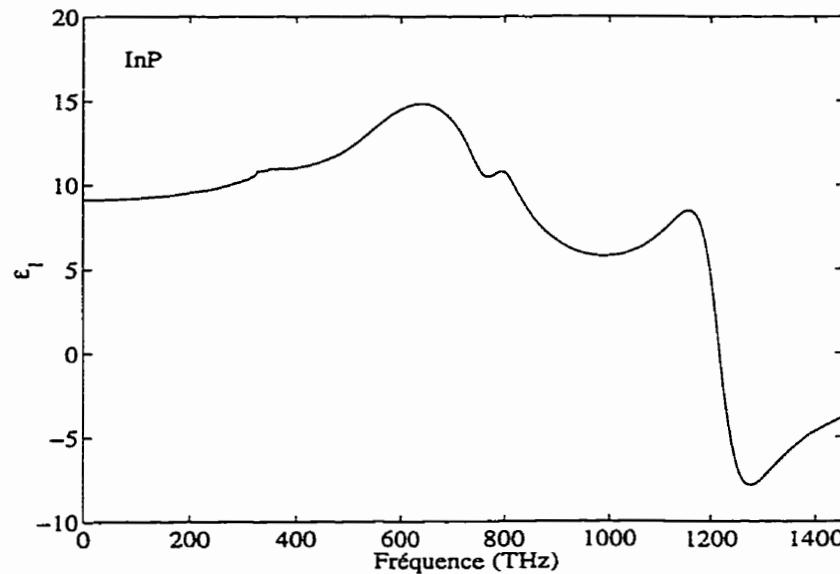


Figure 3.2: Partie réelle de la permittivité de l'InP.

Les atténuations trouvées dans les courbes de transmission peuvent être expliquées par deux processus: soit par l'absorption de l'onde électromagnétique par les tiges

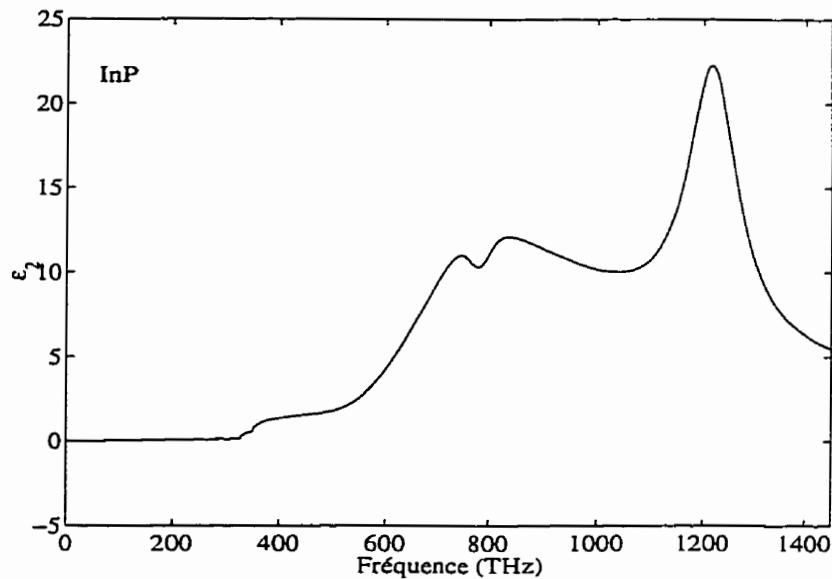


Figure 3.3: Partie imaginaire de la permittivité de l'InP.

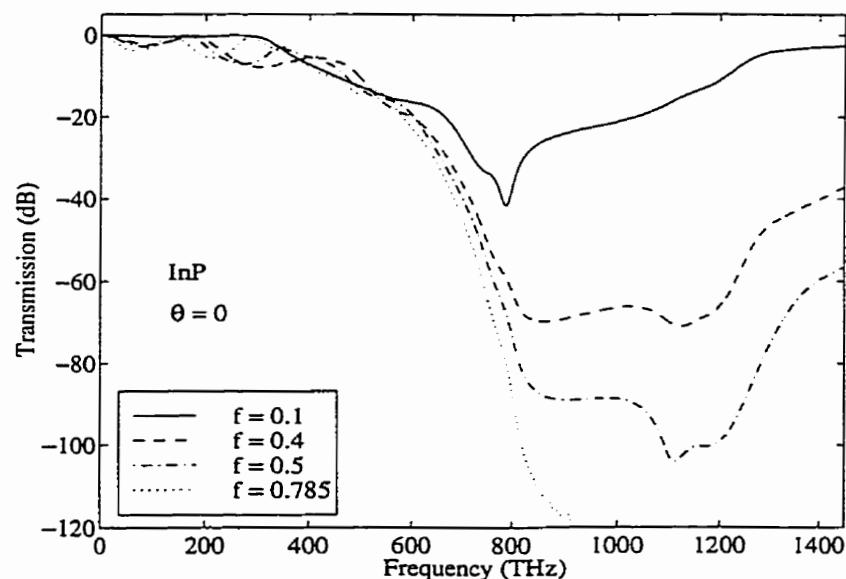


Figure 3.4 : Transmission d'une onde de polarisation E se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP.

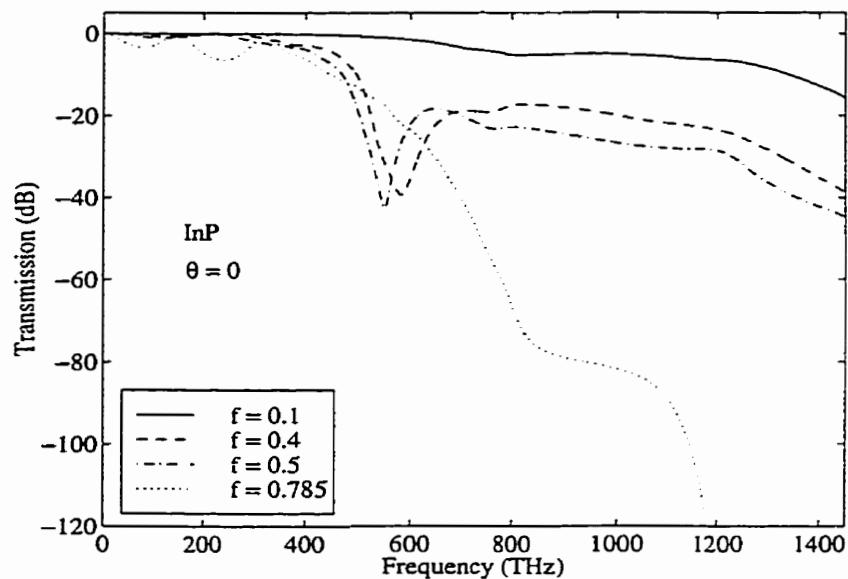


Figure 3.5 : Transmission d'une onde de polarisation \mathbf{H} se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP.

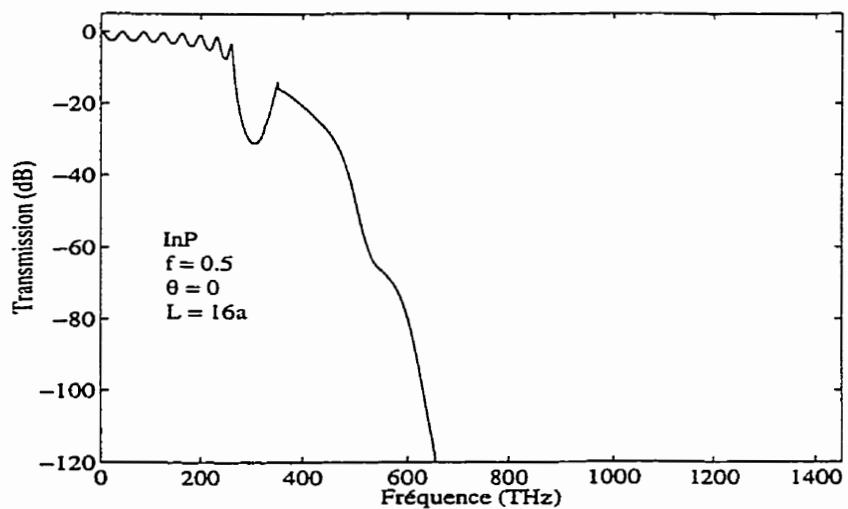


Figure 3.6 : Transmission d'une onde de polarisation \mathbf{E} se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 16a$.

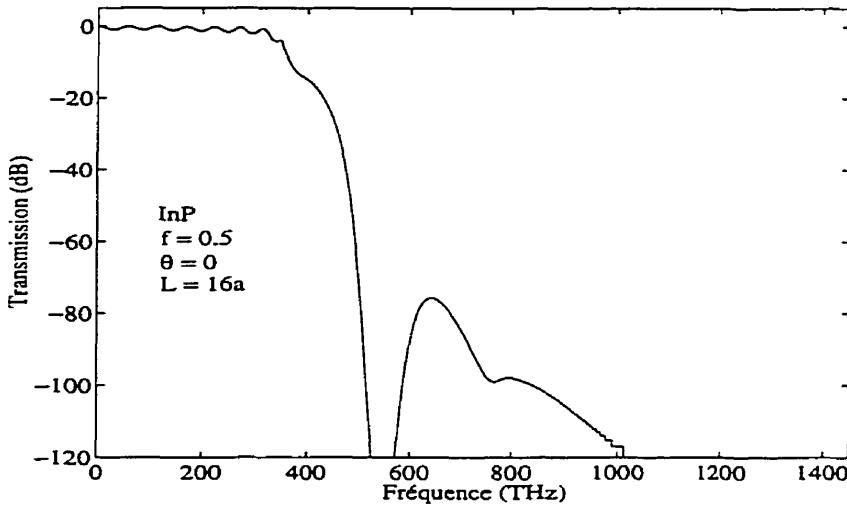


Figure 3.7 : Transmission d'une onde de polarisation **H** se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 16a$.

cylindriques d'InP ou soit par les réflexions de Bragg dues à la structure périodique du cristal photonique. Pour différencier ces deux mécanismes, nous avons décidé de considérer le cas où il n'y a aucune absorption, donc la partie imaginaire de la permittivité est nulle, $\epsilon_2 = 0$. Les courbes de transmission pour les deux modes **E** et **H** sont illustrées aux figures 3.8 et 3.9 pour 2 couches dans la direction z et pour 16 couches (voir les figures 3.10 et 3.11). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ dans les deux cas. Il y a quatre points qui ressortent de cette analyse. Premièrement, les fluctuations de la transmission à basse fréquence aux figures 3.4 et 3.5 sont provoquées par les résonances Fabry-Pérot causées par les diffusions multiples des ondes entre l'entrée et la sortie des surfaces du cristal photonique. Deuxièmement, la grande atténuation trouvée aux figures 3.5 et 3.7 dans le voisinage de la fréquence de 550 THz pour une onde électromagnétique de polarisation **H** correspond bien à une bande interdite selon la figure 3.11. Pour la même longueur de cristal, nous constatons que le minimum autour de 550 THz est un peu plus bas lorsqu'il y a de

l'absorption (voir les figures 3.5 et 3.9). Troisièmement, il y a une bande interdite associée à la polarisation **E** dans le voisinage d'une fréquence 325 THz (voir la figure 3.6). Par contre, la bande interdite située à la fréquence de 550 THz (voir la figure 3.10) a disparu, comme nous pouvons le voir à la figure 3.4. Et quatrièmement, la chute abrupte de la transmission autour de 850 THz pour le mode **E** (voir la figure 3.4) est provoquée par l'absorption. Naturellement l'absorption devient plus importante lorsque la dimension des cylindres est plus grande et ce phénomène n'est plus négligeable à partir d'une fréquence de 600 THz pour les deux modes.

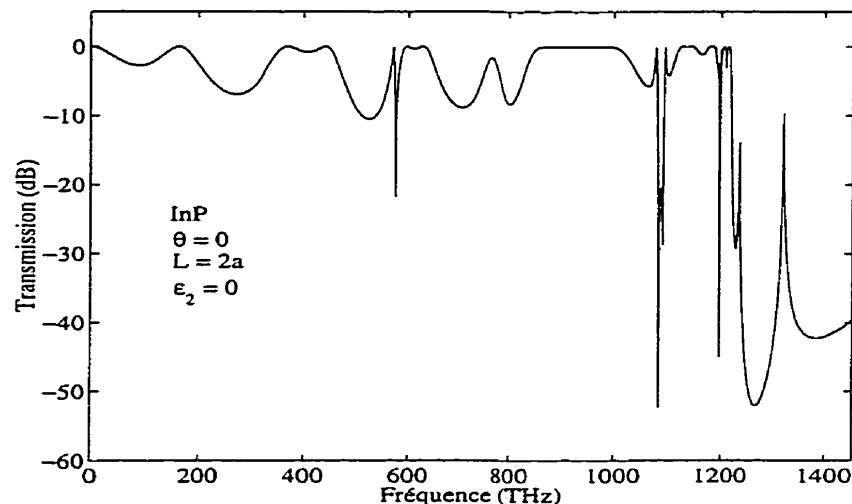


Figure 3.8 : Transmission d'une onde de polarisation **E** se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP dont la partie imaginaire de la permittivité ϵ_2 est nulle. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 2a$.

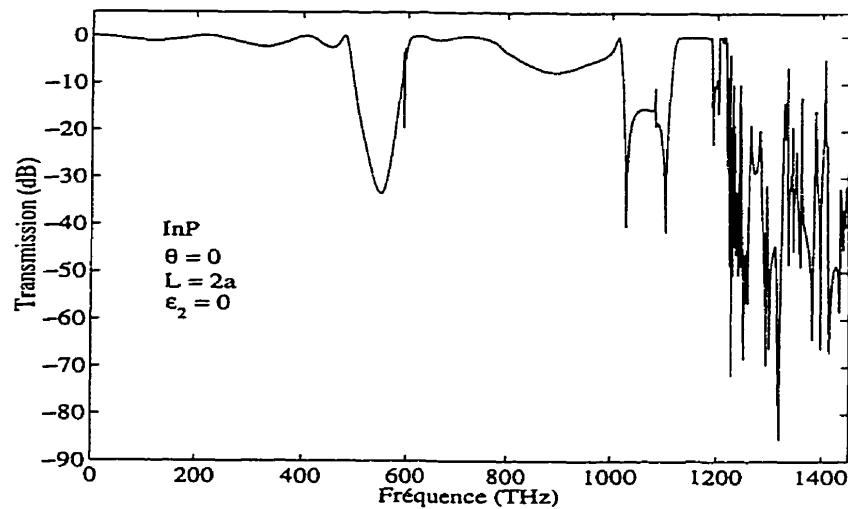


Figure 3.9 : Transmission d'une onde de polarisation H se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP dont la partie imaginaire de la permittivité ϵ_2 est nulle. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 2a$.

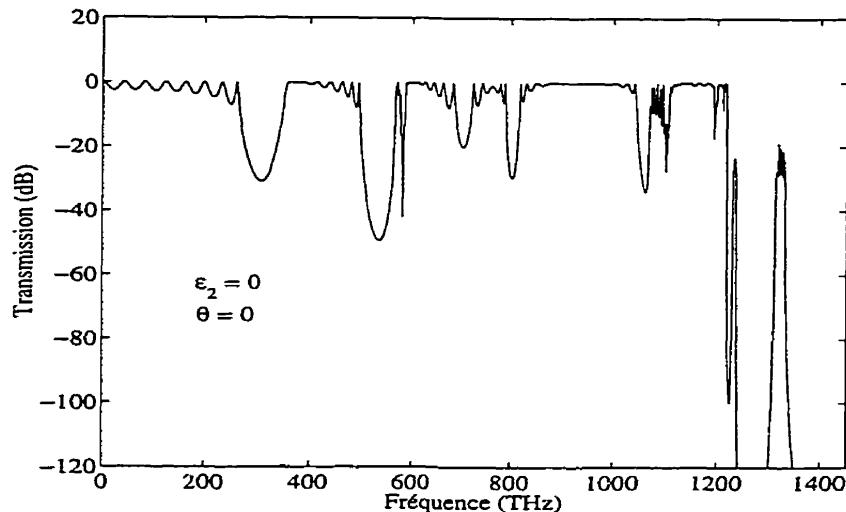


Figure 3.10 : Transmission d'une onde de polarisation E se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP dont la partie imaginaire de la permittivité ϵ_2 est nulle. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 16a$.

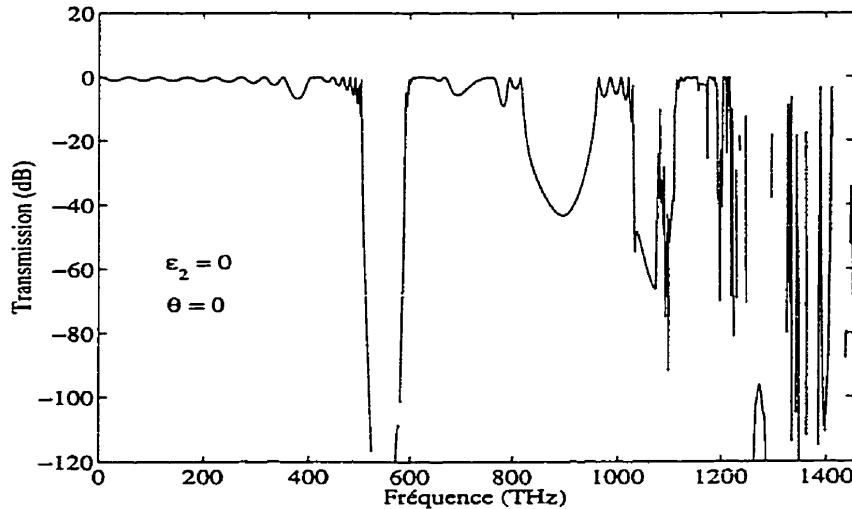


Figure 3.11 : Transmission d'une onde de polarisation \mathbf{H} se propageant avec un angle d'incidence $\theta = 0$ dans un cristal photonique qui a une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques InP dont la partie imaginaire de la permittivité ϵ_2 est nulle. Le facteur de remplissage est $f = 0.5$ et la longueur du cristal est $L = 16a$.

3.3 Effet de l'angle d'incidence

Nous étudions encore un cristal photonique bidimensionnel dont les tiges sont composées d'InP. Les figures 3.12 et 3.13 montrent la variation de la transmission pour différents angles d'incidences θ ¹ et pour un facteur de remplissage $f = 0.1$. Alors que les figures 3.14 et 3.15 représentent le même phénomène sauf pour un facteur de remplissage $f = 0.5$. Nous pouvons conclure sur trois points. Le premier point consiste dans le fait que l'absorption est moins importante pour une onde électromagnétique oblique ayant une polarisation \mathbf{E} mais qu'elle est plus importante pour celle-ci à incidence normale ($\theta = 0$). Le second point est que les caractéristiques des courbes de transmission pour la polarisation \mathbf{H} se déplacent vers des fréquences plus basses lorsque l'angle d'incidence augmente. Finalement, la figure 3.15 nous indique

¹L'angle θ est défini comme l'angle entre la direction de propagation de l'onde électromagnétique et la normale au cristal (direction z).

clairement qu'il n'y a pas de bande interdite pour une onde de polarisation **H**.

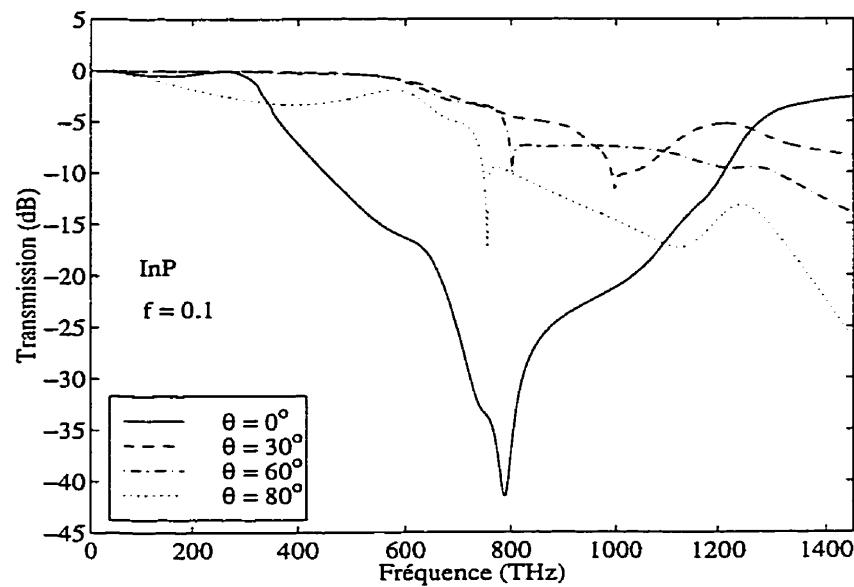


Figure 3.12 : Transmission d'une onde de polarisation **E** pour divers angles d'incidence θ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP. $f = 0.1$.

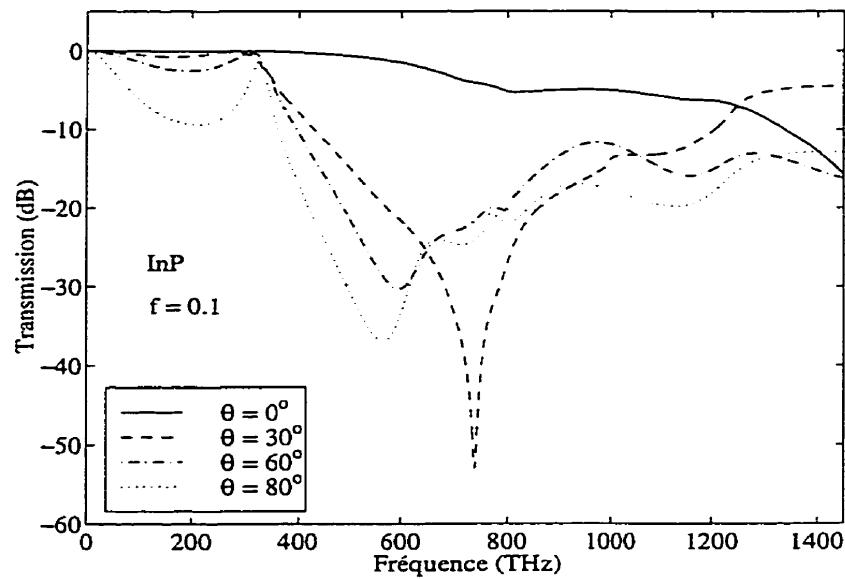


Figure 3.13 : Transmission d'une onde de polarisation **H** pour divers angles d'incidence θ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP. $f = 0.1$.

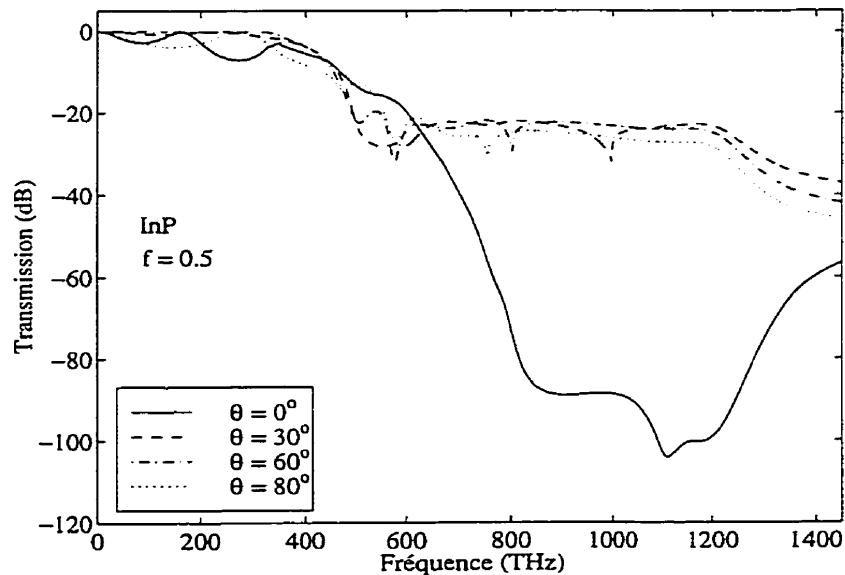


Figure 3.14 : Transmission d'une onde de polarisation **E** pour divers angles d'incidence θ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP. $f = 0.5$.

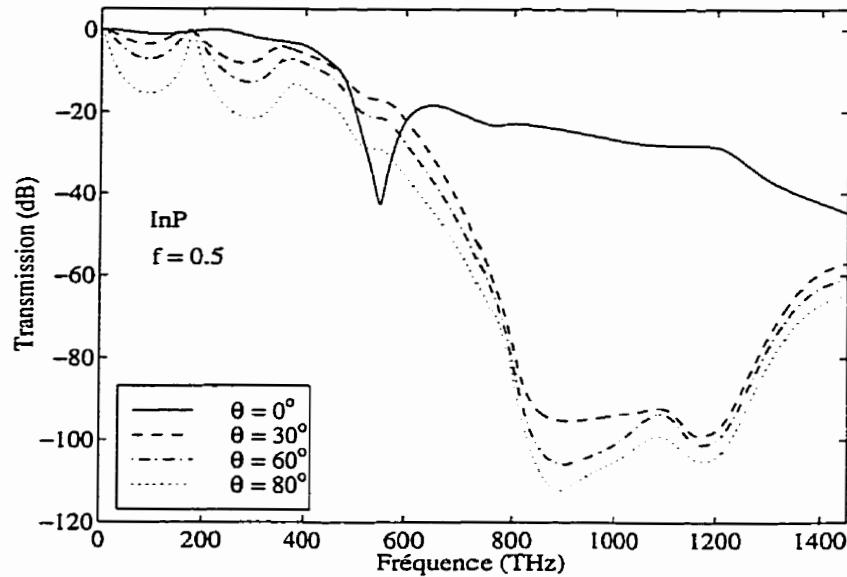


Figure 3.15 : Transmission d'une onde de polarisation **H** pour divers angles d'incidence θ dans un cristal photonique ayant une structure carrée composée de tiges cylindriques InP. $f = 0.5$.

3.4 Effet des compositions fractionnaires x et y

Pour des applications courantes qui ne font pas appel aux matériaux contraints, nous devons avoir un accord entre la constante de maille du matériau $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ et celle d'InP. Les compositions fractionnaires x et y sont reliées par la relation (Adachi, 1982):

$$x = \frac{0.1894 y}{0.4184 - 0.0125 y}. \quad (3.1)$$

Les compositions fractionnaires ont une valeur entre 0 et 1 et nous avons tracé l'équation (3.1) à la figure 3.16. Nous avons présenté trois courbes paramétrisées par $y = 0, 0.55$ et 1 pour les deux modes **E** et **H** aux figures 3.17 et 3.18. Le facteur de remplissage f est égal à 0.5 et l'onde électromagnétique arrive à incidence normale ($\theta = 0$) sur le cristal photonique. En revanche, nous avons tracé aux figures 3.19 et 3.20 les courbes de transmission pour une onde ayant un angle d'incidence $\theta = 60^\circ$

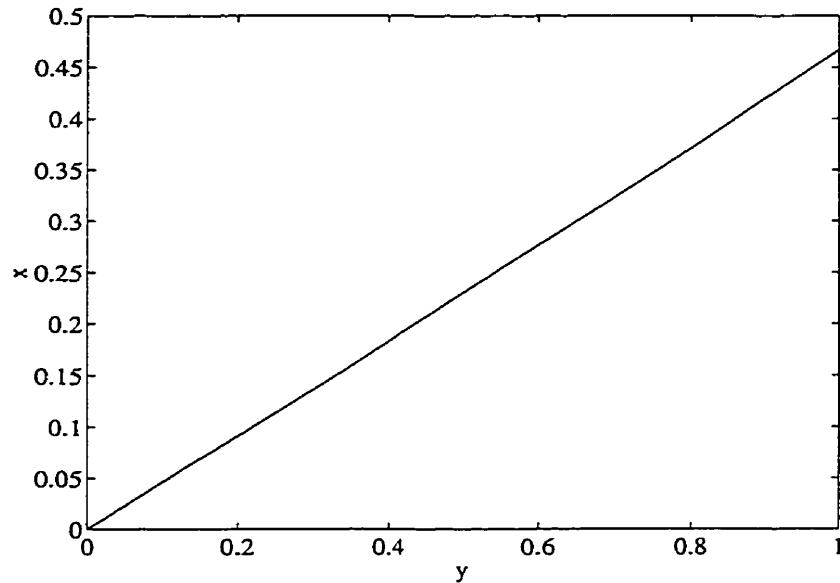


Figure 3.16 : Variation de la composition fractionnaire x en fonction de celle de y .

pour les deux modes. Les paramètres sont les mêmes que ceux des figures 3.17 et 3.18.

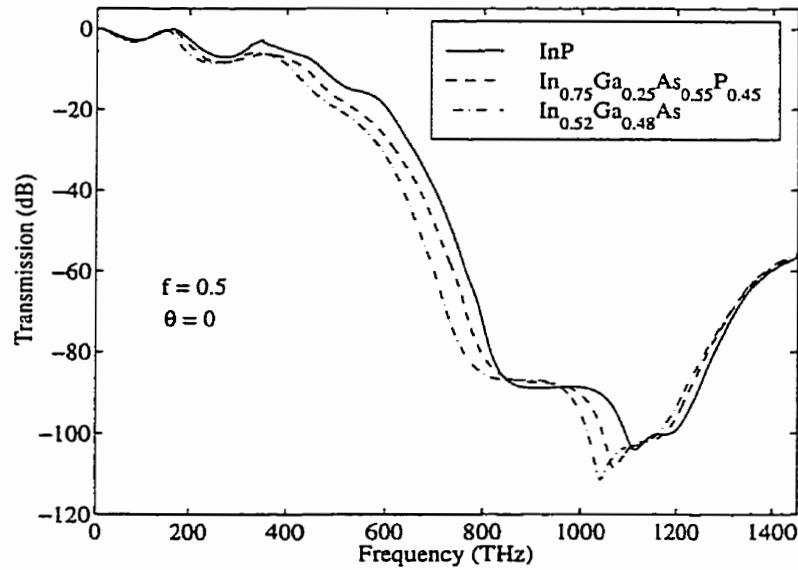


Figure 3.17 : Transmission d'une onde de polarisation **E** à incidence normale, $\theta = 0$ pour diverses compositions fractionnaires (x,y). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$.

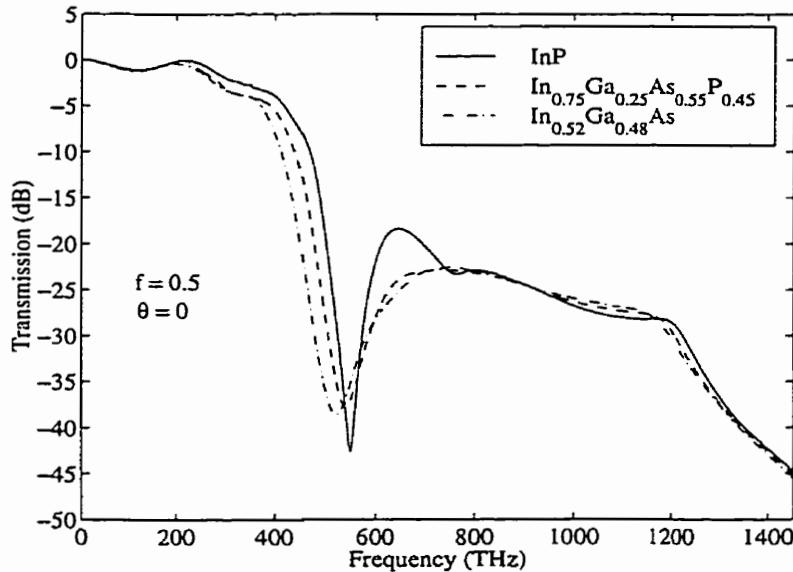


Figure 3.18 : Transmission d'une onde de polarisation **H** à incidence normale, $\theta = 0$ pour diverses compositions fractionnaires (x,y). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$.

Nous remarquons que la transmission ne varie pas beaucoup avec les compositions fractionnaires x et y . Nous nous permettons donc d'étudier seulement des tiges

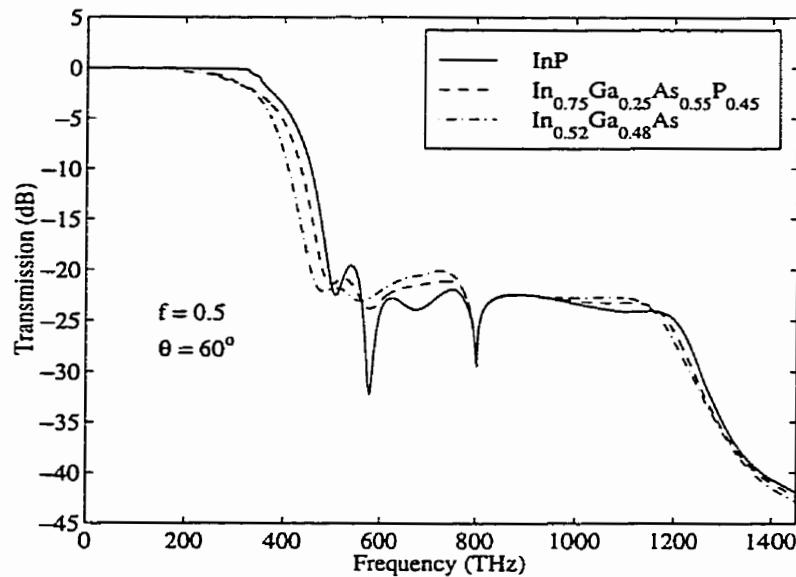


Figure 3.19 : Transmission d'une onde de polarisation \mathbf{E} avec un angle $\theta = 60^\circ$ pour diverses compositions fractionnaires (x,y). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$.

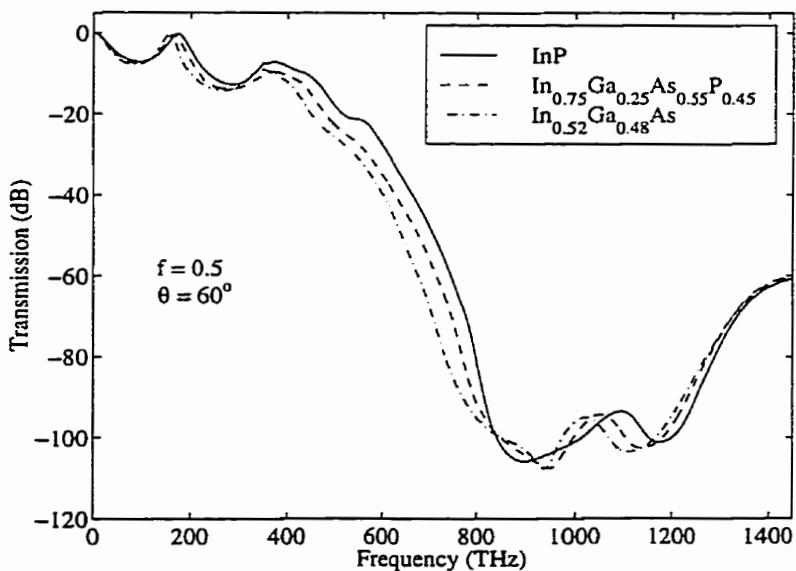


Figure 3.20 : Transmission d'une onde de polarisation \mathbf{H} avec un angle $\theta = 60^\circ$ pour diverses compositions fractionnaires (x,y). Le facteur de remplissage est $f = 0.5$.

cylindriques d'InP et les résultats obtenus lors de la simulation seront très proches de ceux obtenus pour des tiges cylindriques d'InGaAsP.

3.5 Effet de la température

Dans cette section, nous analysons le comportement d'un cristal photonique en fonction de la température T . Les figures 3.21 et 3.22 montrent la variation des parties réelle $\epsilon_1(\nu, T)$ et imaginaire $\epsilon_2(\nu, T)$ de la permittivité $\epsilon(\nu, T) = \epsilon_1(\nu, T) + i\epsilon_2(\nu, T)$ en fonction de la fréquence ν et de la température. Nous remarquons que plus la température est basse, plus ϵ_1 devient grand. Par contre, ϵ_2 dépend moins de la température que ϵ_1 sauf dans l'ultraviolet dans le voisinage d'une fréquence de 1250 THz. Dans cette région, la valeur de ϵ_2 est inversement proportionnelle à la température.

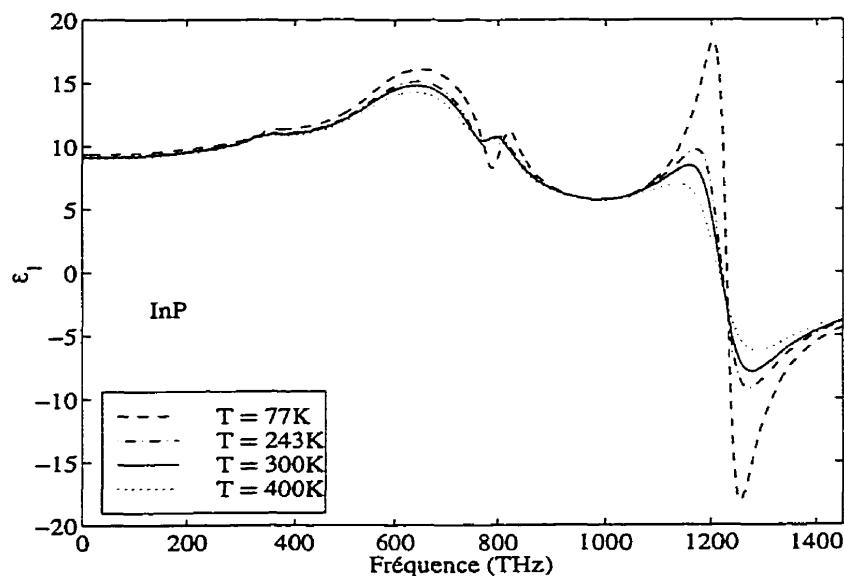


Figure 3.21 : Variation de la partie réelle de la permittivité en fonction de la fréquence et de la température.

Nous avons calculé la transmission pour une onde électromagnétique à incidence

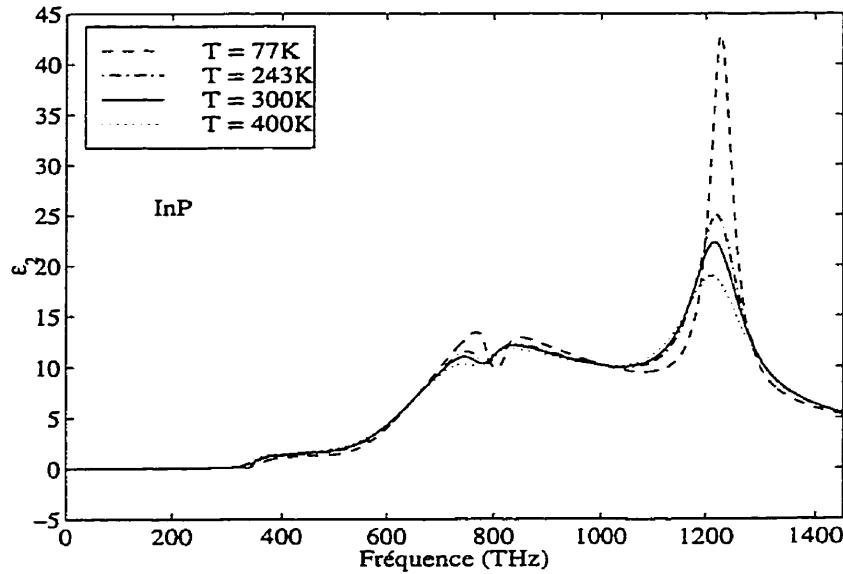


Figure 3.22 : Variation de la partie imaginaire de la permittivité en fonction de la fréquence et de la température.

normale $\theta = 0$ (voir les figures 3.23 et 3.24) et avec un angle d'incidence $\theta = 45^\circ$ (voir les figures 3.25 et 3.26). Les cylindres d'InP ont un facteur de remplissage de $f = 0.3$. Nous constatons que la température n'affecte pas beaucoup la transmission de l'onde électromagnétique à travers le cristal photonique même en variant l'angle d'incidence.

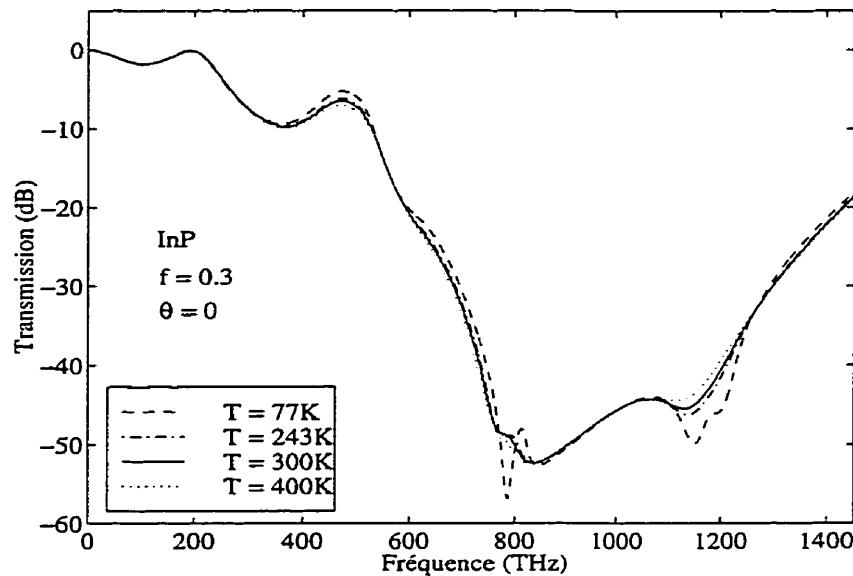


Figure 3.23 : Transmission d'une onde de polarisation E pour diverses températures à incidence normale $\theta = 0$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.3$.

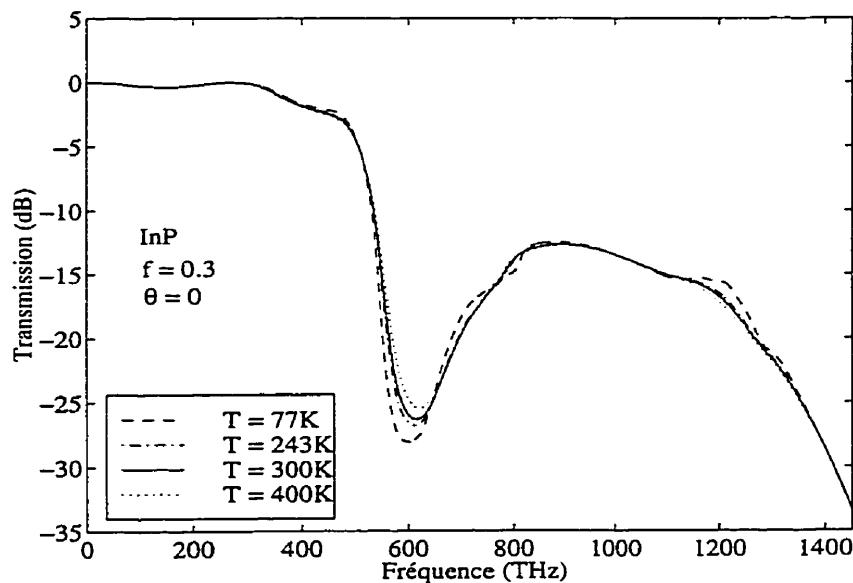


Figure 3.24 : Transmission d'une onde de polarisation H pour diverses températures à incidence normale $\theta = 0$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.3$.

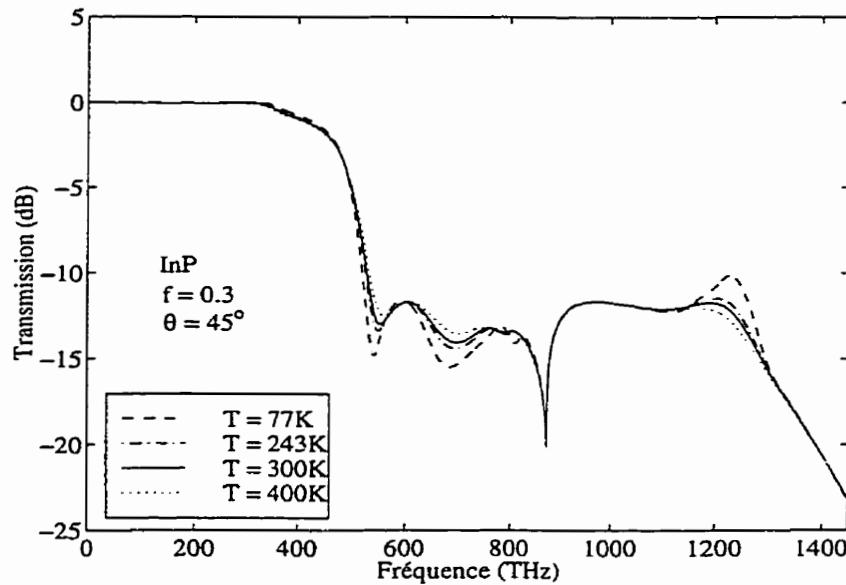


Figure 3.25 : Transmission d'une onde de polarisation **E** pour diverses températures T avec un angle d'incidence $\theta = 45^\circ$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.3$.

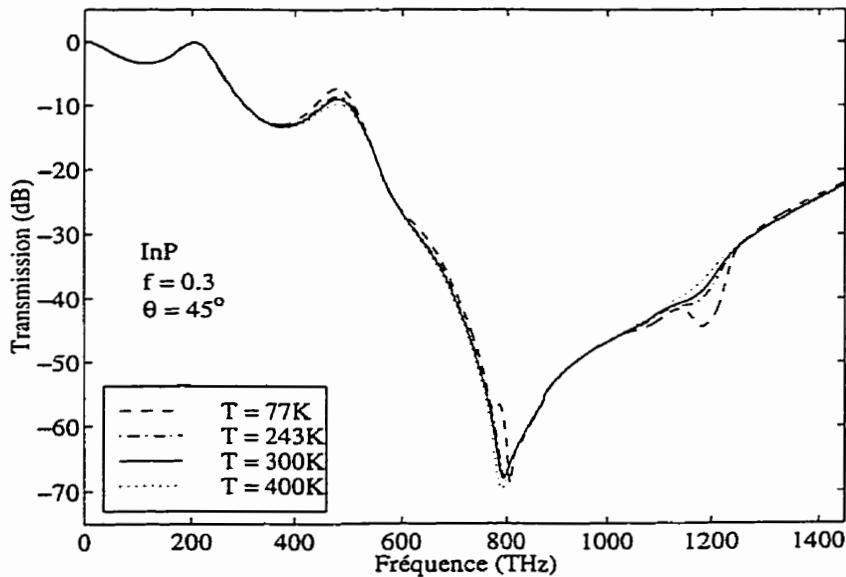


Figure 3.26 : Transmission d'une onde de polarisation **H** pour diverses températures T avec un angle d'incidence $\theta = 45^\circ$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.3$.

3.6 Effet des impuretés

Nous avons aussi tenu compte des impuretés N (dopant négatif) et P (dopant positif). Les parties réelle ϵ_1 et imaginaire ϵ_2 de la permittivité ont été tracées aux figures 3.27 et 3.28.

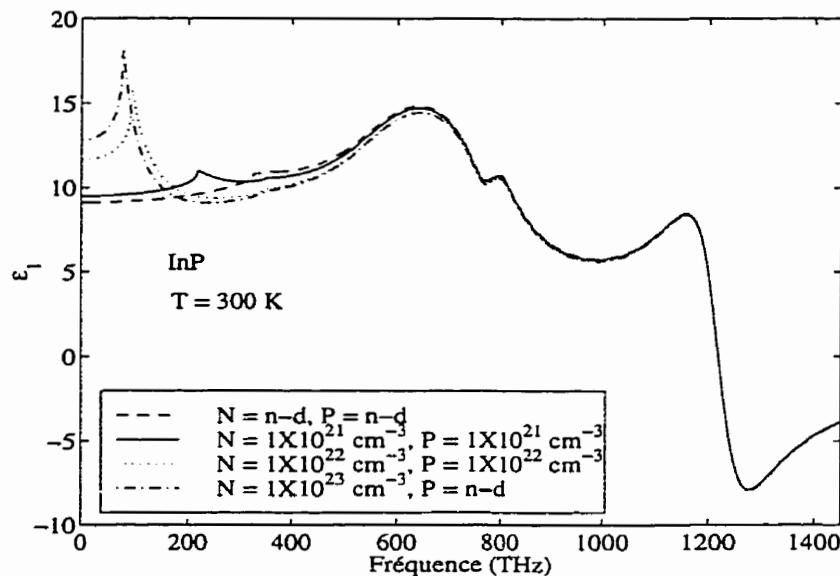


Figure 3.27 : Variation de la partie réelle de la permittivité en fonction de la fréquence et des impuretés N et P à la température ambiante $T = 300$ K. L'abréviation n-d veut dire non-dopé.

Comme on peut le constater, les impuretés n'influencent pas beaucoup la forme de la permittivité, donc nous pouvons prévoir qu'il n'y aura pas de grand changement dans la forme des courbes de transmission. En effet, il est évident qu'il faut doper beaucoup le semi-conducteur InP pour avoir un quelconque changement dans la transmission (voir les figures 3.29 et 3.30) à incidence normale $\theta = 0$ et avec un angle d'incidence quelconque (voir les figures 3.31 et 3.32). De plus, les taux d'impuretés N et P choisis lors de la simulation sont tellement élevés qu'ils sont très difficiles à

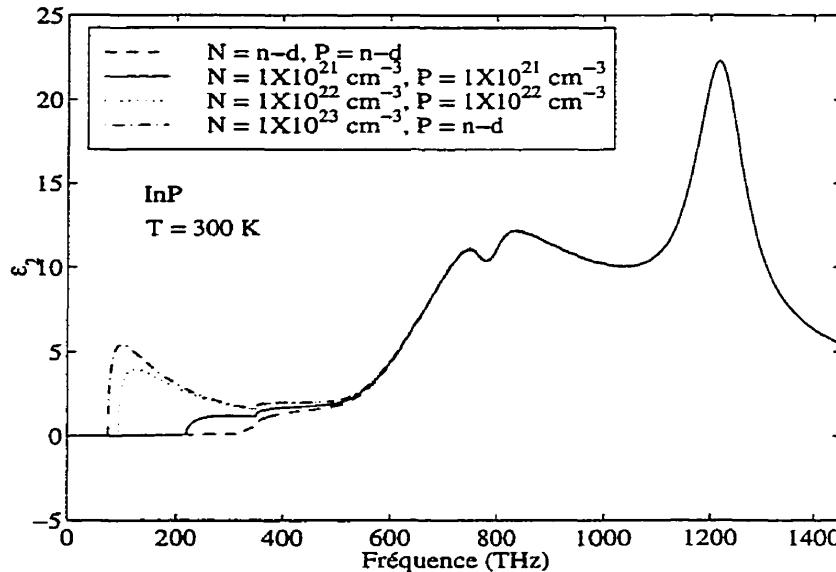


Figure 3.28 : Variation de la partie imaginaire de la permittivité en fonction de la fréquence et des impuretés N et P à la température ambiante $T = 300$ K. L'abréviation n-d veut dire non-dopé.

atteindre expérimentalement voire impossibles à atteindre.

Nous pouvons conclure que les effets des compositions fractionnaires x et y , de la température et des taux d'impuretés N et P sont négligeables sur la transmission de l'onde électromagnétique dans un cristal photonique bidimensionnel ayant une structure carrée et composé de tiges cylindriques d'InGaAsP. De plus, il y a des bandes interdites pour des ondes électromagnétique de polarisation **E** et de polarisation **H** à incidence normale ($\theta = 0$) dans le voisinage des fréquences de 325 THz (infrarouge proche) et de 550 THz (visible) indépendamment des paramètres x , y , T , N et P . Finalement, l'absorption n'est plus négligeable dans le visible et elle est plus importante pour une onde électromagnétique de polarisation **E** à incidence normale aux fréquences supérieures à 600 THz. En revanche, l'absorption est plus importante pour une onde électromagnétique de polarisation **H** avec un angle d'incidence θ quelconque dans le même domaine de fréquences.

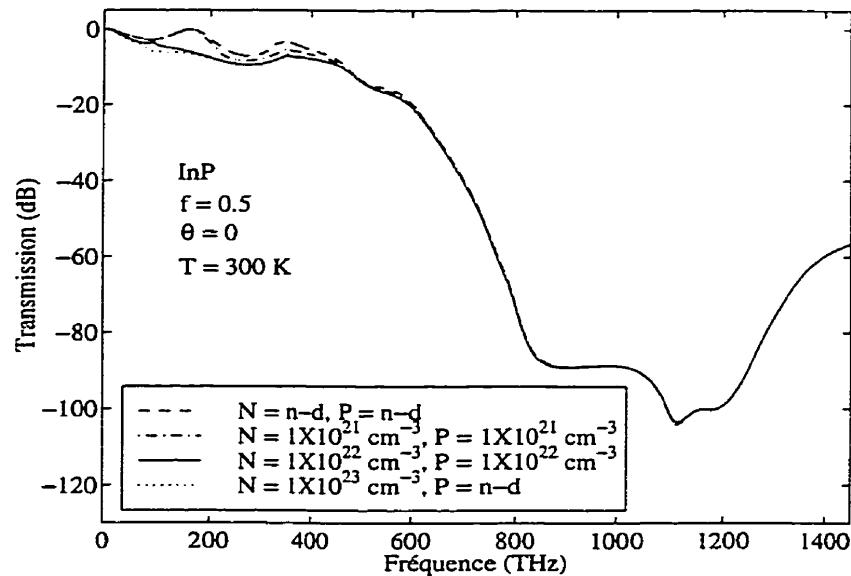


Figure 3.29 : Transmission d'une onde de polarisation \mathbf{E} avec un angle d'incidence normal $\theta = 0$ pour divers taux d'impuretés et à une température $T = 300\text{ K}$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.5$.

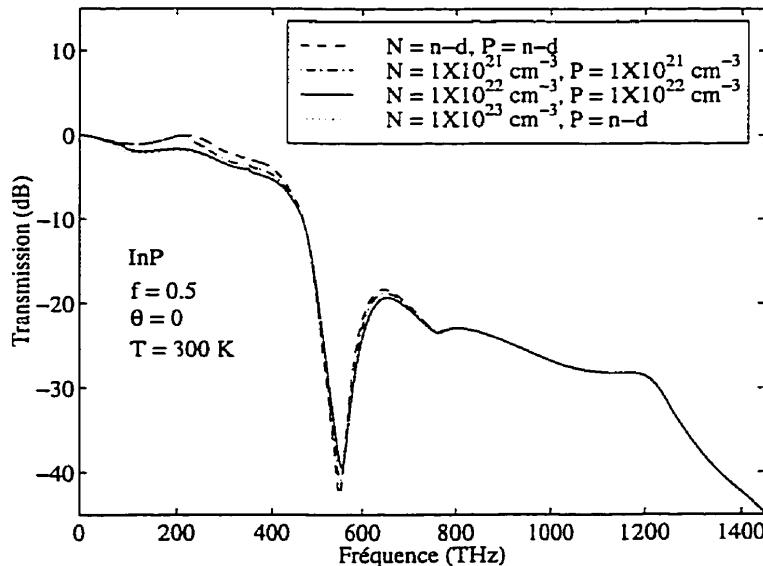


Figure 3.30 : Transmission d'une onde de polarisation \mathbf{H} avec un angle d'incidence normal $\theta = 0$ pour divers taux d'impuretés et à une température $T = 300\text{ K}$. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.5$.

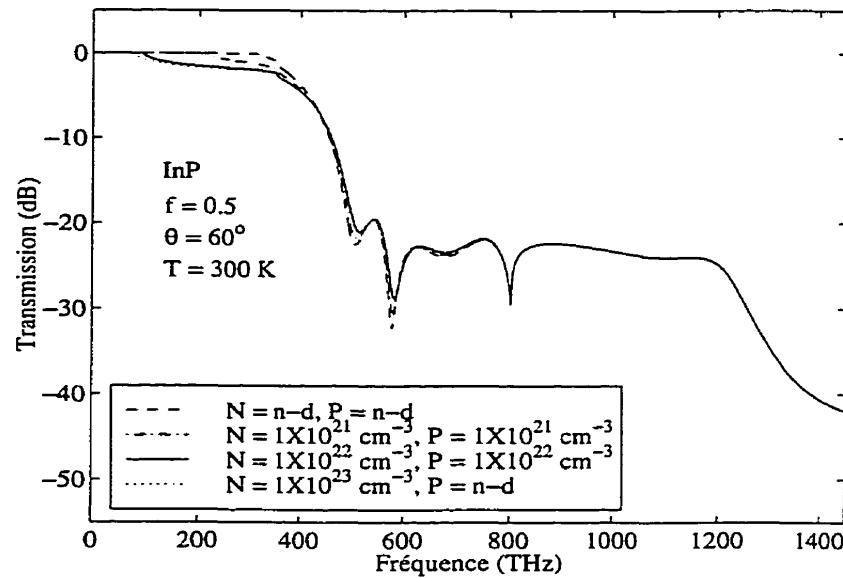


Figure 3.31 : Transmission d'une onde de polarisation E avec un angle d'incidence normal $\theta = 60^\circ$ pour divers taux d'impuretés et à une température $T = 300$ K. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.5$.

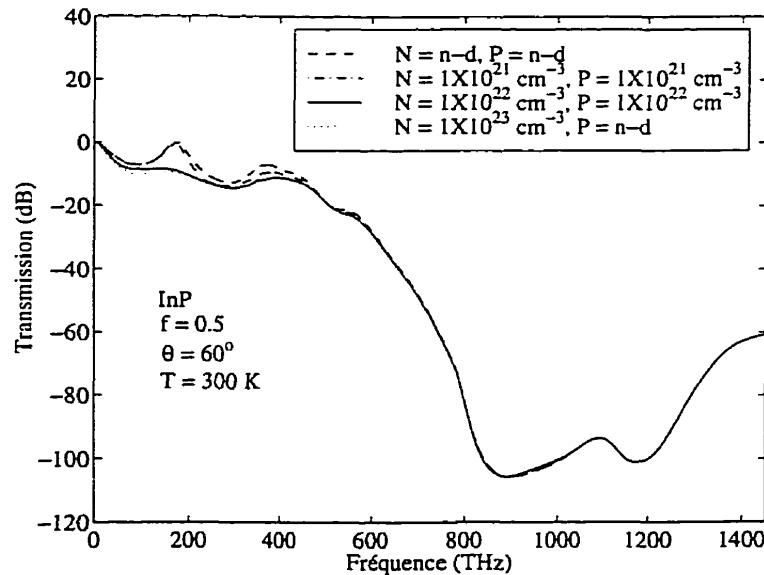


Figure 3.32 : Transmission d'une onde de polarisation H avec un angle d'incidence normal $\theta = 60^\circ$ pour divers taux d'impuretés et à une température $T = 300$ K. Les tiges cylindriques sont composées d'InP avec un facteur de remplissage $f = 0.5$.

CHAPITRE 4

Méthode de la matrice de transfert pour le réseau triangulaire

4.1 Introduction

La méthode décrite dans le chapitre précédent décrit bien des structures simples comme les réseaux carrés et rectangulaires. Cependant pour des structures dont la géométrie est plus complexe comme par exemple un réseau triangulaire ou une fibre optique, cette technique ne s'applique pas directement. Pour un système de coordonnées générales définies par les variables,

$$q_1(x, y, z), q_2(x, y, z), q_3(x, y, z) \quad (4.1)$$

les équations de Maxwell s'écrivent,

$$\nabla_q \times \hat{\mathbf{E}} = -\mu_0 \hat{\mu} \frac{\partial \hat{\mathbf{H}}}{\partial t}, \quad (4.2)$$

$$\nabla_q \times \hat{\mathbf{H}} = -\epsilon_0 \hat{\epsilon} \frac{\partial \hat{\mathbf{E}}}{\partial t}, \quad (4.3)$$

où $\hat{\epsilon}$ et $\hat{\mu}$ sont des tenseurs et $\hat{\mathbf{E}}$ et $\hat{\mathbf{H}}$ sont les champs électrique et magnétique renormalisés. Donc, la forme des équations de Maxwell est préservée lors d'un

changement de coordonnées, sauf que les constantes de permittivité et de perméabilité sont modifiées (Ward et Pendry, 1996).

4.2 Matrice de transfert pour un système de coordonnées généralisées

Nous supposons que les champs électrique et magnétique ne sont pas représentés sur le même maillage de points. Nous associons trois vecteurs contravariants pour chaque point soient $Q_1^E(\mathbf{r})\mathbf{e}_1(\mathbf{r})$, $Q_2^E(\mathbf{r})\mathbf{e}_2(\mathbf{r})$ et $Q_3^E(\mathbf{r})\mathbf{e}_3(\mathbf{r})$ pour le champ électrique. Les \mathbf{e}_α sont des vecteurs unitaires dans la direction de chaque liaison et les Q_α^E sont les distances par rapport au plus proche voisin ($\alpha = 1, 2, 3$). Cependant nous choisissons les points représentant le champ magnétique de façon à ce que ceux-ci soient pris dans le centre de la cellule représentant le champ électrique. Les trois vecteurs contravariants sont identifiés comme: $Q_1^H(\mathbf{r})\mathbf{h}_1(\mathbf{r})$, $Q_2^H(\mathbf{r})\mathbf{h}_2(\mathbf{r})$, $Q_3^H(\mathbf{r})\mathbf{h}_3(\mathbf{r})$.

Soient les vecteurs réciproques associés aux vecteurs \mathbf{e}_α :

$$\mathbf{e}^1(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{e}_2(\mathbf{r}) \times \mathbf{e}_3(\mathbf{r})}{\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_2(\mathbf{r}) \times \mathbf{e}_3(\mathbf{r})}, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{e}^2(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{e}_3(\mathbf{r}) \times \mathbf{e}_1(\mathbf{r})}{\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_2(\mathbf{r}) \times \mathbf{e}_3(\mathbf{r})}, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{e}^3(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) \times \mathbf{e}_2(\mathbf{r})}{\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}_2(\mathbf{r}) \times \mathbf{e}_3(\mathbf{r})}, \quad (4.6)$$

et bien sûr ces vecteurs satisfont à la relation d'orthonormalité,

$$\mathbf{e}_\alpha \cdot \mathbf{e}^\beta = \delta_{\alpha\beta}, \quad (4.7)$$

où $\alpha, \beta = 1, 2, 3$. Nous avons aussi les mêmes relations pour les vecteurs \mathbf{h}_α . Les champs électrique et magnétique s'écrivent en fonction des composantes covariantes comme suit:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_1(\mathbf{r})\mathbf{e}^1(\mathbf{r}) + E_2(\mathbf{r})\mathbf{e}^2(\mathbf{r}) + E_3(\mathbf{r})\mathbf{e}^3(\mathbf{r}), \quad (4.8)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_1(\mathbf{r})\mathbf{h}^1(\mathbf{r}) + H_2(\mathbf{r})\mathbf{h}^2(\mathbf{r}) + H_3(\mathbf{r})\mathbf{h}^3(\mathbf{r}). \quad (4.9)$$

Nous allons discréteriser les deux équations de Maxwell (1.10) et (1.11) en utilisant leurs formes intégrales,

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}, \quad (4.10)$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\partial}{\partial t} \int \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S}. \quad (4.11)$$

Construisons d'abord deux réseaux, l'un pour le champ électrique \mathbf{E} et l'autre pour le champ magnétique \mathbf{H} . Les composantes du champ électrique associées au point \mathbf{r} sont dans les mêmes directions que les vecteurs \mathbf{a} , \mathbf{b} et \mathbf{c} représentant la cellule. Les composantes du champ magnétique associées au point \mathbf{r} sont dans les directions $-\mathbf{a}$, $-\mathbf{b}$ et $-\mathbf{c}$. De plus, nous considérons que l'origine du réseau représentant \mathbf{H} est déplacé de $(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})/2$ par rapport à l'origine du réseau représentant \mathbf{E} (voir la figure 4.1).

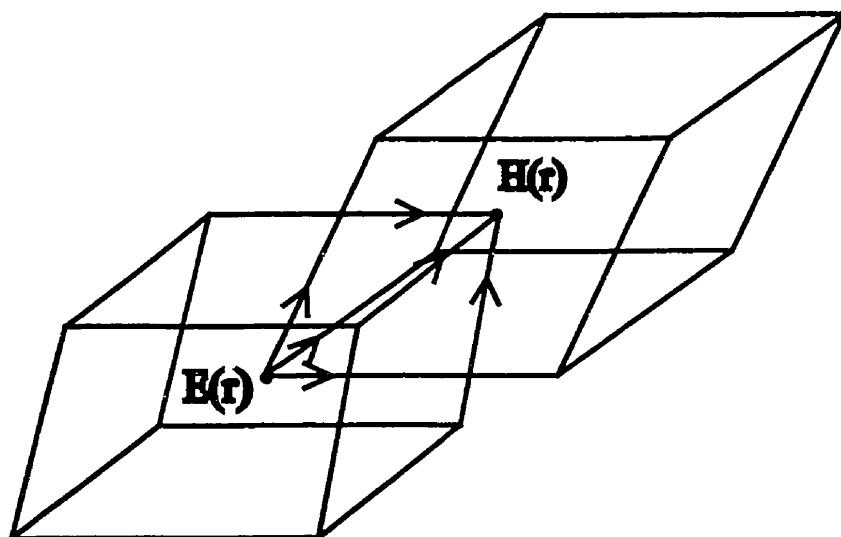


Figure 4.1: Positions relative des champs \mathbf{E} et \mathbf{H} .

En effectuant l'intégrale de ligne de l'équation (4.10) pour la surface dont la normale

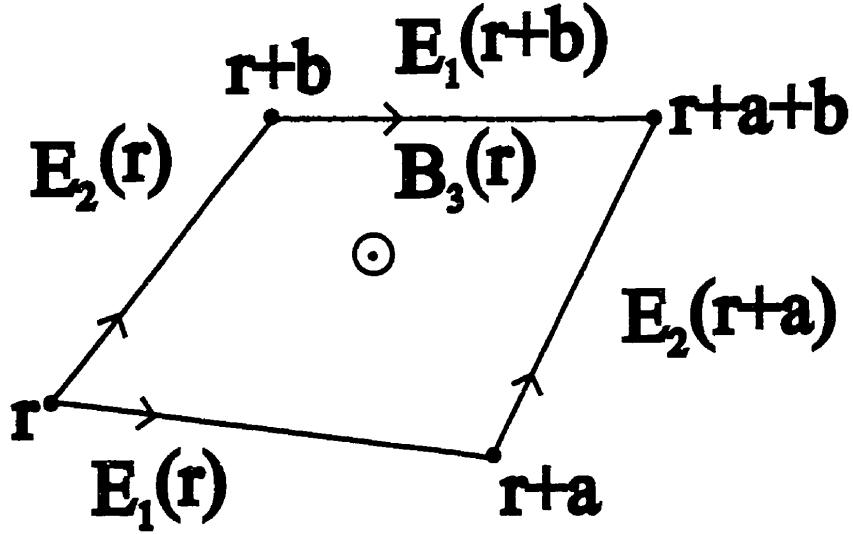


Figure 4.2 : Intégrale de ligne pour \mathbf{E} prise autour de la troisième composante de \mathbf{B} .

est dans la même direction que \mathbf{h}_3 (voir la figure 4.2), nous obtenons,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot Q_1^E \mathbf{e}_1(\mathbf{r}) + \mathbf{E}(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \cdot Q_2^E \mathbf{e}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \mathbf{E}(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \cdot Q_1^E \mathbf{e}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \\ - \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot Q_2^E \mathbf{e}_2(\mathbf{r}) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2) Q_1^E Q_2^E, \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} Q_1^E(\mathbf{r}) E_1(\mathbf{r}) + Q_2^E(\mathbf{r} + \mathbf{a}) E_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - Q_1^E(\mathbf{r} + \mathbf{b}) E_1(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \\ - Q_2^E(\mathbf{r}) E_2(\mathbf{r}) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}^3(\mathbf{r}) Q_1^E Q_2^E |\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3|. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Posons,

$$\hat{E}_\alpha(\mathbf{r}) = Q_\alpha^E(\mathbf{r}) E_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.14)$$

$$\hat{H}_\alpha(\mathbf{r}) = Q_\alpha^H(\mathbf{r}) H_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.15)$$

nous avons ainsi,

$$\begin{aligned} \hat{E}_1(\mathbf{r}) + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - \hat{E}_2(\mathbf{r}) = \\ -\frac{\partial}{\partial t} \mu_o \hat{\mu}(\mathbf{r}) \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}^3(\mathbf{r}) Q_1^E Q_2^E |\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3|. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Définissons la variable suivante:

$$\hat{\mu}^{\alpha\beta} = \mu \tilde{g}^{\alpha\beta} |\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_3| \frac{Q_1^E Q_2^E Q_3^E}{Q_\alpha^E Q_\beta^H}, \quad (4.17)$$

où

$$\tilde{g}^{\alpha\beta} = \mathbf{e}^\alpha \cdot \mathbf{h}^\beta. \quad (4.18)$$

Puisque, nous avons

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{e}^3(\mathbf{r}) = \tilde{g}^{3\alpha}(\mathbf{r}) H_\alpha(\mathbf{r}) = \tilde{g}^{3\alpha}(\mathbf{r}) \frac{\hat{H}_\alpha(\mathbf{r})}{Q_\alpha^H(\mathbf{r})}, \quad (4.19)$$

l'équation (4.16) devient ¹,

$$\hat{E}_1(\mathbf{r}) + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - \hat{E}_2(\mathbf{r}) = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_o \hat{\mu}^{3\alpha}(\mathbf{r}) \hat{H}_\alpha(\mathbf{r}). \quad (4.20)$$

De la même manière, nous avons pour les deux autres surfaces,

$$\hat{E}_2(\mathbf{r}) + \hat{E}_3(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \hat{E}_3(\mathbf{r}) = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_o \hat{\mu}^{1\alpha}(\mathbf{r}) \hat{H}_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.21)$$

$$\hat{E}_3(\mathbf{r}) + \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \hat{E}_3(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \hat{E}_1(\mathbf{r}) = -\frac{\partial}{\partial t} \mu_o \hat{\mu}^{2\alpha}(\mathbf{r}) \hat{H}_\alpha(\mathbf{r}). \quad (4.22)$$

À partir de l'équation (4.11), nous pouvons écrire pour une surface dont la normale est dans même direction que \mathbf{e}_3 (voir la figure 4.3),

$$\begin{aligned} -\mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot Q_1^H \mathbf{h}_1(\mathbf{r}) - \mathbf{H}(\mathbf{r} - \mathbf{a}) \cdot Q_2^H \mathbf{h}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a}) + \mathbf{H}(\mathbf{r} - \mathbf{b}) \cdot Q_1^H \mathbf{h}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b}) \\ + \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot Q_2^H \mathbf{h}_2(\mathbf{r}) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{h}_1 \times \mathbf{h}_2) Q_1^H Q_2^H, \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} -Q_1^H(\mathbf{r}) H_1(\mathbf{r}) - Q_2^H(\mathbf{r} - \mathbf{a}) H_2(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - Q_1^H(\mathbf{r} - \mathbf{b}) H_1(\mathbf{r} - \mathbf{b}) \\ + Q_2^H(\mathbf{r}) H_2(\mathbf{r}) = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{h}^3(\mathbf{r}) Q_1^H Q_2^H |\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{h}_2 \times \mathbf{h}_3|. \end{aligned} \quad (4.24)$$

¹Nous utilisons la notation d'Einstein, c'est-à-dire que l'indice répété α sous-entend une somme sur toutes les composantes de $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r})$ ou de $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$.

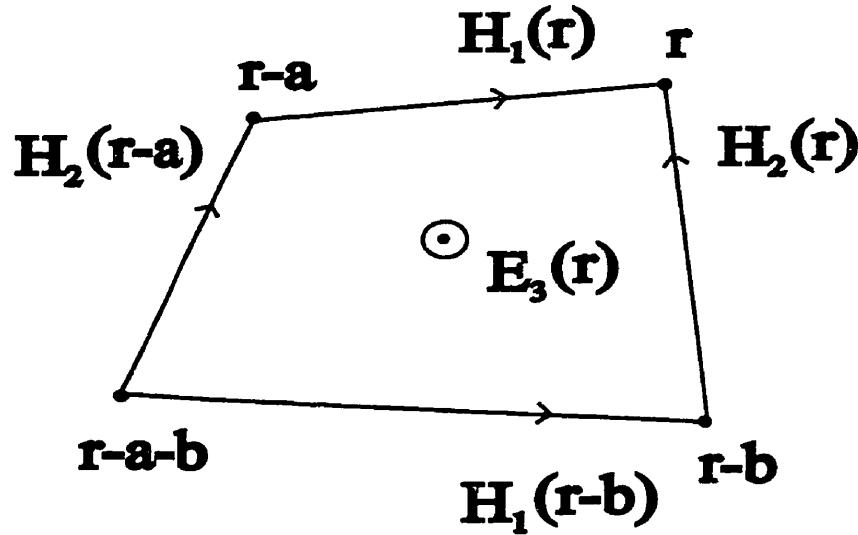


Figure 4.3 : Intégrale de ligne pour \mathbf{H} prise autour de la troisième composante de \mathbf{D} .

En nous servant des définitions de \hat{E}_α et de \hat{H}_α , nous obtenons,

$$\begin{aligned} -\hat{H}_1(\mathbf{r}) - \hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a}) + \hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b}) + \hat{H}_2(\mathbf{r}) = \\ \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \hat{\epsilon}(\mathbf{r}) \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{h}^3(\mathbf{r}) Q_1^H Q_2^H |\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{h}_2 \times \mathbf{h}_3|, \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b}) + \hat{H}_2(\mathbf{r}) - \hat{H}_1(\mathbf{r}) - \hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a}) = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \hat{\epsilon}^{3\alpha}(\mathbf{r}) \hat{E}_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.26)$$

où

$$\hat{\epsilon}^{\alpha\beta} = \epsilon(\tilde{g}^T)^{\alpha\beta} |\mathbf{h}_1 \cdot \mathbf{h}_2 \times \mathbf{h}_3| \frac{Q_1^H Q_2^H Q_3^H}{Q_\alpha^H Q_\beta^E}. \quad (4.27)$$

Nous trouvons de la même façon,

$$\hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{c}) + \hat{H}_3(\mathbf{r}) - \hat{H}_2(\mathbf{r}) - \hat{H}_3(\mathbf{r} - \mathbf{b}) = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \hat{\epsilon}^{1\alpha}(\mathbf{r}) \hat{E}_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.28)$$

$$\hat{H}_3(\mathbf{r} - \mathbf{a}) + \hat{H}_1(\mathbf{r}) - \hat{H}_3(\mathbf{r}) - \hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{c}) = \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_0 \hat{\epsilon}^{2\alpha}(\mathbf{r}) \hat{E}_\alpha(\mathbf{r}). \quad (4.29)$$

Nous supposons que les champs électrique et magnétique ont une dépendance en $e^{-i\omega t}$,

$$\hat{E}_2(\mathbf{r}) + \hat{E}_3(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \hat{E}_3(\mathbf{r}) = i\omega \mu_0 \hat{\mu}^{1\alpha}(\mathbf{r}) \hat{H}_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.30)$$

$$\hat{E}_3(\mathbf{r}) + \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \hat{E}_3(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \hat{E}_1(\mathbf{r}) = i\omega\mu_o\hat{\mu}^{2\alpha}(\mathbf{r})\hat{H}_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.31)$$

$$\hat{E}_1(\mathbf{r}) + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - \hat{E}_2(\mathbf{r}) = i\omega\mu_o\hat{\mu}^{3\alpha}(\mathbf{r})\hat{H}_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.32)$$

$$\hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{c}) + \hat{H}_3(\mathbf{r}) - \hat{H}_2(\mathbf{r}) - \hat{H}_3(\mathbf{r} - \mathbf{b}) = -i\omega\epsilon_o\hat{\epsilon}^{1\alpha}(\mathbf{r})\hat{E}_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.33)$$

$$\hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a}) + \hat{H}_1(\mathbf{r}) - \hat{H}_3(\mathbf{r}) - \hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{c}) = -i\omega\epsilon_o\hat{\epsilon}^{2\alpha}(\mathbf{r})\hat{E}_\alpha(\mathbf{r}), \quad (4.34)$$

$$\hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b}) + \hat{H}_2(\mathbf{r}) - \hat{H}_1(\mathbf{r}) - \hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a}) = -i\omega\epsilon_o\hat{\epsilon}^{3\alpha}(\mathbf{r})\hat{E}_\alpha(\mathbf{r}). \quad (4.35)$$

En éliminant les troisièmes composantes des champs électrique et magnétique à l'aide des équations (4.35) et (4.31), nous obtenons après quelques manipulations algébriques,

$$\begin{aligned} \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) &= \hat{E}_1(\mathbf{r}) \left[1 + \frac{\hat{\epsilon}^{31}(\mathbf{r})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r})} + \frac{\hat{\mu}^{23}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right] - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \left[\frac{\hat{\epsilon}^{31}(\mathbf{r} + \mathbf{a})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{a})} \right] \\ &\quad - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \left[\frac{\hat{\mu}^{23}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right] + \hat{E}_2(\mathbf{r}) \left[\frac{\hat{\epsilon}^{32}(\mathbf{r})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r})} - \frac{\hat{\mu}^{23}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right] \\ &\quad - \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \left[\frac{\hat{\epsilon}^{32}(\mathbf{r} + \mathbf{a})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{a})} - \frac{\hat{\mu}^{23}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right] \\ &\quad + \frac{1}{i\omega\epsilon_0\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r})} [\hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - \hat{H}_1(\mathbf{r}) + \hat{H}_2(\mathbf{r}) - \hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a})] \\ &\quad - \frac{1}{i\omega\epsilon_0\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{a})} [\hat{H}_1(\mathbf{r} + \mathbf{a} - \mathbf{b}) - \hat{H}_1(\mathbf{r} + \mathbf{a}) + \hat{H}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \hat{H}_2(\mathbf{r})] \\ &\quad + i\omega\mu_o \left[\hat{H}_1(\mathbf{r}) \left(\hat{\mu}^{21}(\mathbf{r}) - \frac{\hat{\mu}^{23}(\mathbf{r})\hat{\mu}^{31}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right) \right. \\ &\quad \left. + \hat{H}_2(\mathbf{r}) \left(\hat{\mu}^{22}(\mathbf{r}) - \frac{\hat{\mu}^{23}(\mathbf{r})\hat{\mu}^{32}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right) \right], \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\begin{aligned}
\hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) = & \hat{E}_2(\mathbf{r}) \left[1 + \frac{\hat{\epsilon}^{32}(\mathbf{r})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r})} + \frac{\hat{\mu}^{13}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right] - \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \left[\frac{\hat{\mu}^{13}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right] \\
& - \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \left[\frac{\hat{\epsilon}^{32}(\mathbf{r} + \mathbf{b})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{b})} \right] + \hat{E}_1(\mathbf{r}) \left[\frac{\hat{\epsilon}^{31}(\mathbf{r})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r})} - \frac{\hat{\mu}^{13}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right] \\
& - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \left[\frac{\hat{\epsilon}^{31}(\mathbf{r} + \mathbf{b})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{b})} - \frac{\hat{\mu}^{13}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right] \\
& + \frac{1}{i\omega\epsilon_0\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r})} [\hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - \hat{H}_1(\mathbf{r}) + \hat{H}_2(\mathbf{r}) - \hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a})] \\
& - \frac{1}{i\omega\epsilon_0\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{b})} [\hat{H}_1(\mathbf{r}) - \hat{H}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b}) + \hat{H}_2(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - \hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{b})] \\
& - i\omega\mu_o \left[\hat{H}_1(\mathbf{r}) \left(\hat{\mu}^{11}(\mathbf{r}) - \frac{\hat{\mu}^{13}(\mathbf{r})\hat{\mu}^{31}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right) \right. \\
& \left. + \hat{H}_2(\mathbf{r}) \left(\hat{\mu}^{12}(\mathbf{r}) - \frac{\hat{\mu}^{13}(\mathbf{r})\hat{\mu}^{32}(\mathbf{r})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r})} \right) \right], \tag{4.37}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{H}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) = & \left[1 + \frac{\hat{\mu}^{31}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} + \frac{\hat{\epsilon}^{23}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right] - \hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c}) \left[\frac{\hat{\mu}^{31}(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})} \right] \\
& - \hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c}) \left[\frac{\hat{\epsilon}^{23}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right] + \hat{H}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \left[\frac{\hat{\mu}^{32}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} - \frac{\hat{\epsilon}^{23}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right] \\
& - \hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c}) \left[\frac{\hat{\mu}^{32}(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})} + \frac{\hat{\epsilon}^{23}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right] \\
& = \hat{H}_1(\mathbf{r}) + \frac{1}{i\omega\mu_0\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} [\hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) \\
& + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a} + \mathbf{c}) - \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c})] - \frac{1}{i\omega\mu_0\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})} \times \\
& [\hat{E}_1(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c}) - \hat{E}_1(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \hat{E}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})] \\
& - i\omega\epsilon_o \left[\hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \left(\hat{\epsilon}^{21}(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \frac{\hat{\epsilon}^{23}(\mathbf{r} + \mathbf{c})\hat{\epsilon}^{31}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right) \right. \\
& \left. + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \left(\hat{\epsilon}^{22}(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \frac{\hat{\epsilon}^{23}(\mathbf{r} + \mathbf{c})\hat{\epsilon}^{32}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right) \right], \tag{4.38}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \hat{H}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \left[1 + \frac{\hat{\mu}^{32}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} + \frac{\hat{\epsilon}^{13}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right] - \hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c}) \left[\frac{\hat{\mu}^{32}(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c})} \right] \\
& - \hat{H}_2(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c}) \left[\frac{\hat{\epsilon}^{13}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right] + \hat{H}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \left[\frac{\hat{\mu}^{31}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} - \frac{\hat{\epsilon}^{13}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right] \\
& - \hat{H}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c}) \left[\frac{\hat{\mu}^{31}(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c})}{\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})} - \frac{\hat{\epsilon}^{13}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right] \\
& = \hat{H}_2(\mathbf{r}) + \frac{1}{i\omega\mu_0\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} [\hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) \\
& + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a} + \mathbf{c}) - \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c})] - \frac{1}{i\omega\mu_0\hat{\mu}^{33}(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c})} \times \\
& [\hat{E}_1(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c}) - \hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c}) - \hat{E}_2(\mathbf{r} - \mathbf{b} + \mathbf{c})] \\
& + i\omega\epsilon_o \left[\hat{E}_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \left(\hat{\epsilon}^{11}(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \frac{\hat{\epsilon}^{13}(\mathbf{r} + \mathbf{c})\hat{\epsilon}^{31}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right) \right. \\
& \left. + \hat{E}_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \left(\hat{\epsilon}^{12}(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \frac{\hat{\epsilon}^{13}(\mathbf{r} + \mathbf{c})\hat{\epsilon}^{32}(\mathbf{r} + \mathbf{c})}{\hat{\epsilon}^{33}(\mathbf{r} + \mathbf{c})} \right) \right]. \tag{4.39}
\end{aligned}$$

4.3 Réseau triangulaire

Soient les vecteurs décrivant la symétrie d'un réseau oblique:

$$\mathbf{e}_1 = \mathbf{h}_1 = \mathbf{i}, \tag{4.40}$$

$$\mathbf{e}_2 = \mathbf{h}_2 = \mathbf{j}, \tag{4.41}$$

$$\mathbf{e}_3 = \mathbf{h}_3 = \sin\theta\mathbf{i} + \cos\theta\mathbf{k}, \tag{4.42}$$

où \mathbf{i}, \mathbf{j} et \mathbf{k} correspondent aux vecteurs unitaires cartésiens et θ est l'angle entre le vecteur \mathbf{e}_3 (\mathbf{h}_3) et la direction z . En utilisant l'équation (4.18), on trouve que la matrice \tilde{g} est donnée par,

$$\tilde{g} = \begin{pmatrix} \sec^2\theta & 0 & -\sec\theta\tan\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sec\theta\tan\theta & 0 & \sec^2\theta \end{pmatrix} \tag{4.43}$$

La permittivité et la perméabilité magnétique sont données par les équations (4.27) et (4.17) respectivement,

$$\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}) = \epsilon(\mathbf{r})A, \quad (4.44)$$

$$\tilde{\mu}(\mathbf{r}) = \mu(\mathbf{r})A, \quad (4.45)$$

où

$$A = \begin{pmatrix} \frac{bc}{a} \sec \theta & 0 & -b \tan \theta \\ 0 & \frac{ac}{b} \cos \theta & 0 \\ -b \tan \theta & 0 & \frac{ab}{c} \sec \theta \end{pmatrix}. \quad (4.46)$$

En deux dimensions, les équations 4.36 - 4.39 se simplifient:

$$\begin{aligned} E_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) &= \left(1 - \frac{c}{a} \sin \theta\right) E_1(\mathbf{r}) + \frac{c}{a} \sin \theta E_1(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \frac{ic \cos \theta}{a^2 \omega \epsilon_o \epsilon(\mathbf{r})} \times \\ &\quad [H_2(\mathbf{r}) - H_2(\mathbf{r} - \mathbf{a})] + \frac{ic \cos \theta}{a^2 \omega \epsilon_o \epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{a})} \times \\ &\quad [H_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - H_2(\mathbf{r})] + i \omega \mu_o \mu(\mathbf{r}) \cos \theta H_2(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} E_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) &= \left(1 - \frac{c}{a} \sin \theta\right) E_2(\mathbf{r}) + \frac{c}{a} \sin \theta E_2(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \\ &\quad - i \omega \mu_o \mu(\mathbf{r}) \cos \theta H_1(\mathbf{r}), \end{aligned} \quad (4.48)$$

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{c}{a} \sin \theta\right) H_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - i \omega \epsilon_o \epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \cos \theta E_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{c}{a} \sin \theta H_1(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c}) \\ = H_1(\mathbf{r}) - \frac{ic \cos \theta}{a^2 \omega \mu_o \mu(\mathbf{r} + \mathbf{c})} [E_2(\mathbf{r} + \mathbf{a} + \mathbf{c}) - E_2(\mathbf{r} + \mathbf{c})] \\ + \frac{ic \cos \theta}{a^2 \omega \mu_o \mu(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})} [E_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - E_2(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c})], \end{aligned} \quad (4.49)$$

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{c}{a} \sin \theta\right) H_2(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{c}{a} \sin \theta H_2(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{c}) &= H_2(\mathbf{r}) \\ + i \omega \epsilon_o \epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{c}) \cos \theta E_1(\mathbf{r} + \mathbf{c}). \end{aligned} \quad (4.50)$$

Nous remarquons que les équations précédentes correspondent aux équations (2.45) - (2.48) pour un réseau carré lorsque $\theta = 0$. Pour un réseau triangulaire, l'angle θ doit être égal à $\pi/6$. Nous montrons la cellule unitaire du réseau triangulaire à la

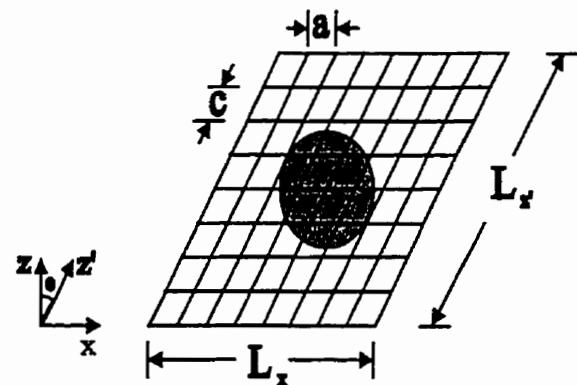


Figure 4.4: Cellule unitaire d'un réseau triangulaire.

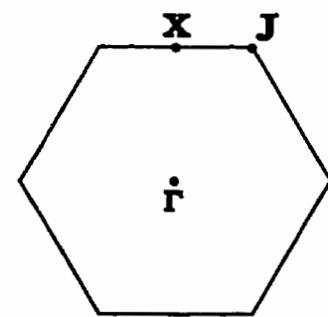


Figure 4.5: Première zone de Brillouin pour un réseau triangulaire.

figure 4.4 et la première zone de Brillouin avec ses points de symétrie à la figure 4.5.

Nous avons calculé les structures de bande dans la direction $\Gamma-X$ pour une onde électromagnétique de polarisations **E** et **H** (voir les figures 4.6 et 4.7). Le cristal photonique est constitué de cylindres d'air ($\epsilon_a = 1.0$) dans un milieu diélectrique PbO ($\epsilon_b = 2.6$). La constante de maille est $a = 1.17 \mu\text{m}$ et le rayon des cylindres est $r = 0.45 \mu\text{m}$. La cellule unitaire est divisée en 10X10 cellules. La forme des structures de bandes concordent bien avec celle retrouvée dans la littérature (Inoue et collab., 1994).

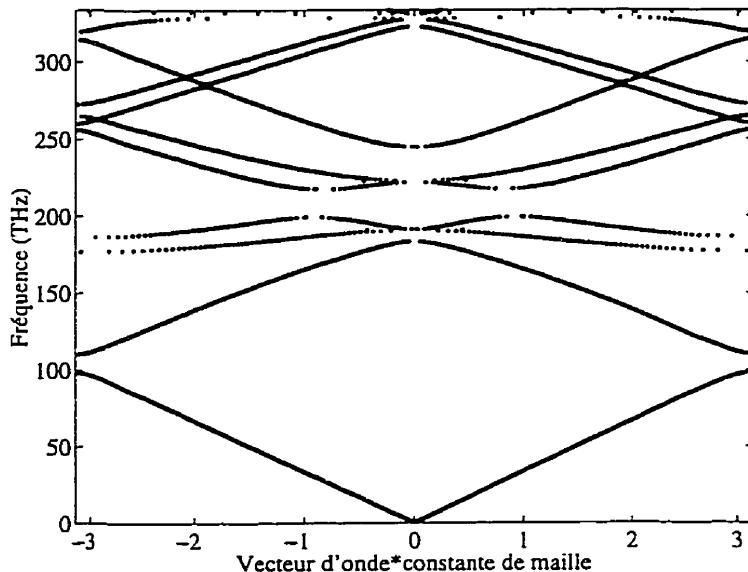


Figure 4.6 : Structure de bande pour un réseau triangulaire composé de cylindres d'air dans un diélectrique PbO pour la polarisation **E**.

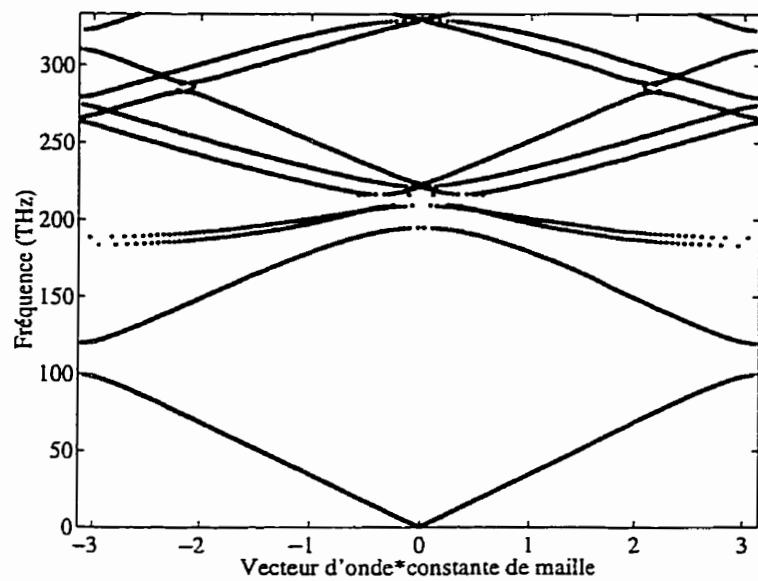


Figure 4.7 : Structure de bande pour un réseau triangulaire composé de cylindres d'air dans un diélectrique PbO pour la polarisation **H**.

CONCLUSION

Nous avons fait l'étude d'un nouveau matériau artificiel permettant de contrôler la propagation d'une onde électromagnétique. Ce matériau est connu sous le vocable de cristal photonique. Les nombreuses applications possibles des cristaux photoniques à des longueurs d'ondes de l'infrarouge proche et du visible ont amené beaucoup de recherches dans ce nouveau domaine captivant. Il est prévu que ce matériau bouleversera le milieu de la technologie.

Dans ce mémoire, nous avons étudié un cristal photonique bidimensionnel ayant une structure carrée. Le cristal est composé de tiges cylindriques d'InGaAsP sur un substrat d'InP. Nous avons cherché à éclaircir les mécanismes d'absorption et de réflexions de Bragg. Pour ce faire, nous avons calculé la transmission d'un cristal composé de deux couches de tiges cylindriques dans la direction z par rapport à différents paramètres: facteur de remplissage f , angle d'incidence θ , compositions fractionnaires x et y , température T et taux d'impuretés N et P .

Ces études ont été réalisées grâce à deux modèles théoriques. Le modèle d'Adachi permet de calculer la permittivité d'un matériau InGaAsP, mais nous avons aussi introduit dans ce modèle la contribution de la température et des impuretés. Ensuite,

nous avons incorporé la permittivité dans la matrice de transfert et la technique des diffusions multiples nous a permis de calculer la transmission d'une onde électromagnétique dans un cristal photonique. L'avantage de cette technique est que celle-ci a été élaborée de manière à tenir compte d'une permittivité qui varie en fonction de la fréquence et qui possède une partie imaginaire.

Les courbes de transmission proviennent d'un mélange d'absorption et de réflexions de Bragg. Pour différencier ces deux mécanismes, nous avons posé la partie imaginaire de la permittivité, ϵ_2 , égale à zéro, et nous avons pu distinguer les particularités de la courbe de transmission provenant des réflexions de Bragg. Nous avons pu conclure qu'il existe des bandes interdites pour des ondes électromagnétique de polarisation **E** et de polarisation **H** à incidence normale ($\theta = 0$) situées proches des fréquences de 325 THz et de 550 THz² indépendamment des paramètres x , y , T , N et P . En effet, notre étude a démontré que les effets des compositions fractionnaires x et y , de la température T et des taux d'impuretés N et P influencent très peu la transmission. De plus, l'absorption commence à devenir importante aux fréquences supérieures à 600 THz pour les deux modes **E** et **H** et elle est extrêmement forte dans l'ultraviolet, ce qui était prévisible.

Nous préférons choisir des matériaux non-absorbants pour la fabrication d'un cristal photonique. Les matériaux de type InGaAsP ne satisfont pas à cette condition aux fréquences situées loin dans le visible. Par contre, la fabrication d'un cristal photonique bidimensionnel fonctionnant dans le visible jusqu'à environ 600 THz (vert) avec de l'InGaAsP pourrait être une réalité. Il reste à étudier d'autres structures pour avoir une bande interdite photonique comme les réseaux triangulaire et graphite. Ces deux réseaux pourraient être plus intéressants à étudier puisque, comme

²Cette fréquence est située dans le visible et plus particulièrement dans le vert.

nous l'avons mentionné dans l'introduction, des études ont démontré que ces deux structures possèdent une bande interdite assez large commune aux deux modes **E** et **H**. Le dernier chapitre de ce mémoire indique toutefois que l'étude en serait passablement plus compliquée.

BIBLIOGRAPHIE

- ADACHI, S. (1982). Material parameters of $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ and related binaries. Journal of Applied Physics, 53, 8775-8792.
- ADACHI, S. (1987). Model dielectric constants of GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb. Physical Review B, 35, 7454-7463.
- ADACHI, S. (1989). Optical dispersion relations for GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, InSb, $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, and $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$. Journal of Applied Physics, 66, 6030-6040.
- ADACHI, S. (1992). Physical Properties of III-V Semiconductor Compounds. New York, John Wiley & Sons.
- AGI, K., MORELAND, L.D., SCHAMILOGLU, E., MOJAHEDI, M., MALLOY, K.J. et BROWN, E.R. (1996). Photonic crystals: A new quasi-optical component for high-power microwaves. IEEE Transactions on Plasma Science, 24, 1067-1070.
- BABA, T. et MATSUZAKI, T. (1995a). Polarization change in spontaneous emission from GaInAsP/InP 2-dimensional photonic crystals. Electronics Letters, 31, 1776-1778.

- BABA, T. et MATSUZAKI, T. (1995b). Theoretical calculation of photonic gap in semiconductor 2-dimensional photonic crystals with various shapes of optical atoms. Japanese Journal of Applied Physics, 34, 4496-4498.
- BABA, T., KAMIZAWA, N. et IKEDA, M. (1996a). Nanofabrication process of GaInAsP/InP 2D photonic crystals by a methane-based reactive ion beam etching technique. Physica B, 227, 415-418.
- BABA, T. et MATSUZAKI, T. (1996b). Fabrication and photoluminescence studies of GaInAsP/InP 2-dimensional photonic crystals. Japanese Journal of Applied Physics, 35, 1348-1352.
- BABA, T. (1997). Photonic crystal and microdisk cavities based on GaInAsP-InP system. IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics, 3, 808-830.
- BAY, S., LAMBROPOULOS, P. et MØLMER, K. (1996). Atom-atom interaction at the edge of a photonic band gap. Optics Communications, 132, 257-262.
- BELL, P.M., PENDRY, J.B., MARTÍN MORENO L. et WARD, A.J. (1995). A program for calculating photonic band structures and transmission coefficients of complex structures. Computer Physics Communications, 85, 306-322.
- BENNETT, B.R., SOREF, R.A. et DEL ALAMO, J.A. (1990). Carrier-induced change in refractive index of InP, GaAs, and InGaAsP. IEEE Journal of Quantum Electronics, 26, 113-122.
- BERGER, V., GAUTHIER-LAFAYE, O. et COSTARD, E. (1997). Photonic band gaps and holography. Journal of Applied Physics, 82, 60-64.
- BIRKS, T.A., KNIGHT, J.C. et RUSSELL, P.St.J. (1997). Endlessly single-mode photonic crystal fiber. Optics letters, 22, 961-963.

- BROWN, E.R., PARKER, C.D. et YABLONOVITCH, E. (1993). Radiation properties of a planar antenna on a photonic-crystal substrate. Journal of Optical Society of America B, 10, 404-407.
- BULLOCK, D.L., SHIH, C.-C. et MARGULIES, R.S. (1993). Photonic band structure investigation of two-dimensional Bragg reflector mirrors for semiconductor laser mode control. Journal of Optical Society of America B, 10, 399-403.
- CASSAGNE, D., JOUANIN, C. et BERTHO, D. (1995). Photonic band gaps in two-dimensional graphite structure. Physical Review B, 52, R2217-R2200.
- CASSAGNE, D., JOUANIN, C. et BERTHO, D. (1996). Hexagonal photonic-band gap structures. Physical Review B, 53, 7134-7142.
- CASSAGNE, D., JOUANIN, C. et BERTHO, D. (1997). Optical properties of two-dimensional photonic crystals with graphite structure. Applied Physics Letters, 70, 289-291.
- CHAN, C.T., HO, K.M. et SOUKOULIS, C.M. (1991). Photonic band-gaps in experimentally realizable periodic structures. Europhysics Letters, 16, 563-568.
- CHAN, C.T., YU, Q.L. et HO, K.M. (1995). Order-N spectral method for electromagnetic waves. Physical Review B, 51, 16635-16642.
- CHEN, J.C., HAUS, H.A., FAN, S., VILLENEUVE, P.R. et JOANNOPOULOS, J.D. (1996). Optical filters from photonic band gap air bridges. IEEE Journal of Lightwave Technology, 14, 2575-2580.
- CHENG, C.C., SCHERER, A., ARBET-ENGELS, V. et YABLONOVITCH, E. (1996). Lithographic band gap tuning in photonic band gap crystals. Journal of Vacuum Science and Technology B, 14, 4110-4114.

- CHONGJUN, J., BAI, Q., MIAO, Y. et RUHU, Q. (1997). Two-dimensional photonic band structure in the chiral medium-transfer matrix method. Optics Communications, 142, 179-183.
- DE MARTINI, F., MARROCCO, M., MATALONI, P. et MURRA, D. (1993). Spontaneous and stimulated emission in the thresholdless microlaser. Journal of Optical Society of America B, 10, 360-380.
- DOWLING, J.P., SCALORA, M., BLOEMER, M.J. et BOWDEN, C.M. (1994). The photonic band edge laser: A new approach to gain enhancement. Journal of Applied Physics, 75, 1896-1899.
- ECONOMOU, E.N. et ZDETSIS, A. (1989). Classical wave propagation in periodic structures. Physical Review B, 40, 1334-1337.
- FAN, S., VILLENEUVE, P.R. et JOANNOPOULOS, J.D. (1995). Theoretical investigation of fabrication-related disorder on the properties of photonic crystals. Journal of Applied Physics, 78, 1415-1418.
- FAN, S., VILLENEUVE, P. et JOANNOPOULOS, J.D. (1996). Large omnidirectional band gaps in metallocdielectric photonic crystals. Physical Review B, 54, 11245-11251.
- FENG, X.-P. et ARAKAWA, Y. (1996). Off-plane angle dependence of photonic band gap in a two-dimensional photonic crystal. IEEE Journal of Quantum Electronics, 32, 535-542.
- FENG, X.-P. et ARAKAWA, Y. (1997). Defect modes in two-dimensional triangular photonic crystals. Japanese journal of applied physics, 36, L120-L123.
- FIELDLER, F. et SCHLACHTZKI, A. (1987). Optical parameters of InP-based waveguides. Solid-State Electronics, 30, 73-83.

- GADOT, F., CHELNOKOV, A., DE LUSTRAC, A., CROZAT, P., LOURTIOZ, J.-M., CASSAGNE, D. et JOUANIN, C. (1997). Experimental demonstration of complete photonic band gap in graphite structure. Applied Physics Letters, 71, 1780-1782.
- GENACK, A.Z. et GARCIA, N. (1993). Electromagnetic localization and photonics. Journal of Optical Society of America B, 10, 408-413.
- GERARD, J.M., IZRAËL, A., MARZIN, J.Y., PADJEN, R. et LADAN, F.R. (1994). Photonic bandgap of two-dimensional dielectric crystals. Solid-State Electronics, 37, 1341-1344.
- GUPTA, S., TUTTLE, G., SIGALAS, M. et HO, K.-M. (1997). Infrared filters using metallic photonic band gap structures on flexible substrates. Applied Physics Letters, 71, 2412-2414.
- HATTORI, T., TSURUMACHI, N. et NAKATSUKA, H. (1997). Analysis of optical nonlinearity by defect states in one-dimensional photonic crystals. Journal of Optical Society B, 14, 348-355.
- HAUS, J.W., SÖZÜER, H.S. et INGUVA, R. (1992). Photonic bands: Ellipsoidal dielectric atoms in an f.c.c. lattice. Journal of Modern Optics, 39, 1991-2005.
- HERMANN, C. et WEISBUCH, C. (1977). $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ perturbation theory in III-V compounds and alloys: a reexamination. Physical Review B, 15, 823-833.
- HO, K.M., CHAN, C.T. et SOUKOULIS, C.M. (1990). Existence of a photonic gap in periodic dielectric structures. Physical Review Letters, 65, 3152-3155.
- HO, K.M., CHAN, C.T. et SOUKOULIS, C.M. (1991). Comment on "Theory of photon bands in three-dimensional periodic dielectric structures". Physical Review Letters, 66, 393-394.

- HORNREICH, R.M., SHTRIKMAN, S. et SOMMERS, C. (1994). Photonic band gaps in body-centered-cubic structures. Physical Review B, 49, 10914-10917.
- HUNG-YU, D.Y., ALEXOPOULOS, N.G. et YABLONOVITCH, E. (1997). Photonic band-gap materials for high-gain printed circuit antennas. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 45, 185-187.
- INOUE, K.W.M., SAKODA, K., YAMANAKA, A., HAYASHI, M., et HAUS, J. (1994). Fabrication of two-dimensional photonic band structure with near-infrared band gap. Japan Journal of Applied Physics, 33, L1463-L1465.
- JOANNOPOULOS, J.D., MEADE, R.D. et WINN, J.N. (1995). Photonic crystals. Princeton, États-Unis, Princeton University Press.
- JOHN, S. (1987). Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. Physical Review Letters, 58, 2486-2489.
- JOHN, S. et RANGARAJAN, R. (1988). Optimal structures for classical wave localization: An alternative to the Iogg-Regel criterion. Physical Review B, 38, 10101-10104.
- JOHN, S. et WANG, J. (1990). Quantum electrodynamics near a photonic band gap: Photon bound states and dressed atoms. Physical Review Letters, 64, 2418-2421.
- JOHN, S. et WANG, J. (1991). Quantum optics of localized light in a photonic band gap. Physical Review B, 43, 12772-12789.
- JOHNSON, N.F. et HUI, P.M. (1993). Theory of propagation of scalar waves in periodic and disordered composite structures. Physical Review B, 48, 10118-10123.

- KARATHANOS, V., MODINOS, A. et STEFANOU, N. (1994). Planar defects in photonic crystals. Journal of Physics: Condensed Matter, 6, 6257-6264.
- KNIGHT, J.C., BIRKS, T.A., RUSSELL, P.S.T.J. et ATKIN, D.M. (1996). All-silica single-mode optical fiber with photonic crystal cladding. Optics Letters, 21, 1547-1549.
- KOFMAN, A.G., KURIZKI, G. et SHERMAN, B. (1994). Spontaneous and induced atomic decay in photonic band structures. Journal of Modern Optics, 41, 353-384.
- KRAUSS, T., SONG, Y.P., THOMS, S., WILKINSON, C.D.W. et DELARUE, M. (1994). Fabrication of 2-D photonic bandgap structures in GaAs/AlGaAs. Electronic Letters, 30, 1444-1446.
- KURIZKI, G. et GENACK, A.Z. (1988). Suppression of molecular interactions in periodic dielectric structures. Physical Review Letters, 61, 2269-2271.
- KURIZKI, G. (1990). Two-atom resonant radiative coupling in photonic band structures. Physical Review A, 42, 2915-2924.
- KUZMIAK, V., MARADUDIN, A.A. et MCGURN, A.R. (1994). Photonic band structures of two-dimensional systems containig metallic components Physical Review B, 50, 16835-16844.
- KUZMIAK, V., MARADUDIN, A.A. et MCGURN, A.R. (1997a). Photonic band structures of two-dimensional systems fabricated from rods of a cubic polar crystal. Physical Review B, 55, 4298-4311.
- KUZMIAK, V. et MARADUDIN. (1997b). Photonic band structures of one- and two-dimensional periodic systems with metallic components in the presence of dissipation. Physical Review B, 55, 7427-7444.

- KWEON, G.I. et LAWANDY, N.M. (1995). Quantum electrodynamics in photonic crystals. Optics Communications, 118, 388-411.
- LAUTENSCHLAGER, P., GARRIGA, M. et CARDONA, M. (1987). Temperature dependence of the interband critical-point of InP. Physical Review B, 36, 4813-4820.
- LEI, X.-Y., LI, H., DING, F., ZHANG, W. et MING, N.-B. (1997). Novel application of a perturbed photonic crystal: High-quality filter. Applied Physics Letters, 71, 2889-2891.
- LEUNG, K.M. et LIU, Y.F. (1990a). Photon band structures: The plane-wave method. Physical Review B, 41, 10188-10190.
- LEUNG, K.M. et LIU, Y.F. (1990b). Full vector wave calculation of photonic band structures in face-centered-cubic dielectric media. Physical Review Letters, 65, 2646-2649.
- LEUNG, K.M. (1993a). Defect modes in photonic band structures: a Green's function approach using vector Wannier functions. Journal of Optical Society B, 10, 303-306.
- LEUNG, K.M. et QIU, Y. (1993b). Multiple-scattering calculation of the two-dimensional photonic band structure. Physical Review B, 48, 7767-7771.
- LEUNG, K.M. (1997). Diamondlike photonic band-gap crystal with a sizable band gap. Physical Review B, 56, 3517-3519.
- LI, Q., CHAN, C.T., HO, K.M. et SOUKOULIS, C.M. (1996). Wave propagation in nonlinear photonic band-gap materials. Physical Review B, 53, 15577-15585.

- LIN, H.-B., TONUCCI, J. et CAMPILLO, A.J. (1996). Observation of two-dimensional photonic band behavior in the visible. Applied Physics Letters, 68, 2927-2929.
- LIN, S.-Y., ARJAVAVALINGAM, G. et ROBERTSON, W.M. (1994). Investigation of absolute photonic band gaps in two-dimensional dielectric structures. Journal of Modern Optics, 41, 385-393.
- LIN, S.-Y., HIETALA, V.M., WANG, L. et JONES, E.D. (1996). Highly dispersive photonic band-gap prism. Optics Letters, 21, 1771-1773.
- MARADUDIN, A.A. et MCGURN, A.R. (1994). Out of plane propagation of electromagnetic waves in a two-dimensional periodic dielectric medium. Journal of Modern Optics, 41, 275-284.
- MARTÍN MORENO L., BELL, P.M. et PENDRY, J.B. (1995). Energy losses in colloidal metals. Journal of Microscopy, 180, 294-299.
- MAYSTRE, D. (1994). Electromagnetic study of photonic band gaps. Pure Applied Optics, 3, 975-993.
- MCCALL, S.L., PLATZMAN, P.M., DALICHAOUCH, R., SMITH, D. et SCHULTZ, S. (1991). Microwave propagation in two-dimensional dielectric lattices. Physical Review Letters, 67, 2017-2020.
- MCGURN, A.R. et MARADUDIN, A.A. (1993). Photonic band structures of two- and three-dimensional periodic metal or semiconductor arrays. Physical Review B, 48, 17576-17579.
- MCGURN, A.R. (1996). Green's-function theory for row and periodic defect arrays in photonic band structures. Physical Review B, 53, 7059-7064.

- MEADE, R.D., BROMMER, K.D., RAPPE, A.M. et JOANNOPOULOS, J.D. (1991). Photonic bound states in periodic dielectric materials. Physical Review B, 44, 13772-13774.
- MEADE, R.D., BROMMER, K.D., RAPPE, A.M. et JOANNOPOULOS, J.D. (1992). Existence of a photonic band gap in two dimensions. Applied Physics letters, 61, 495-497.
- MEKIS, A., CHEN, J.C., KURLAND, I., FAN, J., VILLENEUVE, P.R. et JOANNOPOULOS, J.D. (1996). High transmission through sharp bends in photonic crystal waveguides. Physical Review Letters, 77, 3787-3790.
- MERLE ELSON, J. et TRAN, P. (1995). Dispersion in photonic media and diffraction from gratings: a different modal expansion for the R-matrix propagation technique. Journal of Optical Society of America A, 12, 1765-1771.
- MERLE ELSON, J. et TRAN, P. (1996). Coupled-mode calculation with the R-matrix propagator for the dispersion of surface waves on a truncated photonic crystal. Physical Review B, 54, 1711-1715.
- MODINOS, A. et STEFANOU, N. (1996). Localized electromagnetic modes in nonlinear superlattices. Physical Review B, 54, 16452-16455.
- NISHIZAWA, H. et NAKAYAMA, T. (1997). Magneto-optic anisotropy effect on photonic band structure. Journal of the Physical Society of Japan, 66, 613-617.
- OHTAKA, K. et TANABE, Y. (1996). Photonic band using vector spherical waves. I. Various properties of Bloch electric fields and heavy photons. Journal of the Physical Society of Japan, 65, 2265-2275.

- ÖZBAY, E. et TEMELKURAN, B. (1996). Reflection properties and defect formation in photonic crystals. Applied Physics Letters, 69, 743-745.
- PAASSCHENS, J.C.J., MISIRPASHAEV, T.S. et BEENAKKER, C.W.J. (1996). Localization of light: Dual symmetry between absorption and amplification. Physical Review B, 54, 11887-11890.
- PADJEN, R., GERARD, J.M. et MARZIN, J.Y. (1994). Analysis of the filling pattern dependence of the photonic bandgap for two-dimensional systems. Journal of Modern Optics, 41, 295-310.
- PENDRY, J.B. (1974). Low energy electron diffraction. London, Academic Press Inc.
- PENDRY, J.B. et MACKINNON, A. (1992). Calculation of photon dispersion relations. Physical Review Letters, 69, 2772-2775 .
- PENDRY, J.B. (1994). Photonic band structures. Journal of Modern Optics, 41, 209-229.
- PENDRY, J.B. (1996). Calculating photonic band structure. Journal of Physics: Condensed Matter, 8, 1085-1108.
- PLIHAL, M., SHAMBROOK, A., MARADUDIN, A.A. et SHENG, P. (1991). Two-dimensional photonic band structures. Optics Communications, 80, 199-204.
- PLIHAL, M. et MARADUDIN, A.A. (1991). Photonic band structure of two-dimensional systems: The triangular lattice. Physical Review B, 44, 8565-8571.
- PRADHAN, R.D., BLOODGOOD, J.A. et WATSON, G.H. (1997). Photonic band structure of bcc colloidal crystals. Physical Review B, 55, 9503-9507.

- QIAN, G.-X. et LEUNG, K.M. (1991). Photonic band structure: The case of oval holes. Physical Review B, 44, 11482-11485.
- QIU, Y. et LEUNG, K.M. (1994). Complex band structures and transmission spectra of two-dimensional photonic crystals. Spie, 2117, 32-43.
- REID, B., MACIEJKO, R. et CHAMPAGNE, A. (1993). Absorption and index of refraction for the modeling of InGaAsP/InP photonic devices. Canadian Journal of Physics, 71, 410-416.
- ROBERTS, P.J., BIRKS, T.A., RUSSELL, P.S.T.J., SHEPHERD, T.J. et ATKIN, D.M. (1996). Two-dimensional photonic band-gap structures as quasi-metals. Optics Letters, 21, 507-509.
- ROBERTSON, W.M., ARJAVAALINGAM, G., MEADE, R.D., BROMMER, K.D., RAPPE, A.M. et JOANNOPOULOS, J.D. (1992). Measurement of photonic band structure in a two-dimensional periodic dielectric array. Physical Review Letters, 68, 2023-2026.
- ROSENBERG, A., TONUCCI, R.J., LIN, H.-B. et CAMPILLO, A.J. (1996a). Near-infrared two-dimensional photonic band-gap materials. Optics Letters, 21, 830-832.
- ROSENBERG, A., TONUCCI, R.J. et BOLDEN, E.A. (1996b). Photonic band-structure effects in the visible and near ultraviolet observed in solid-state dielectric arrays. Applied Physics Letters, 69, 2638-2640.
- ROSENBERG, A., TONUCCI, R.J. et SHIRLEY, E.L. (1997). Out-of-plane two-dimensional photonic band structure effects observed in the visible spectrum. Journal of Applied Physics, 82, 6354-6356.

- SAKODA, K. (1995). Transmittance and Bragg reflectivity of two-dimensional photonic lattices. Physical Review B, 52, 8992-9002.
- SAKODA, K. et OHTAKA, K. (1996a). Optical response of three-dimensional photonic lattices: Solutions of inhomogeneous Maxwell's equations and their applications. Physical Review B, 54, 5732-5741.
- SAKODA, K. et OHTAKA, K. (1996b). Sum-frequency generation in a two-dimensional photonic lattice. Physical Review B, 54, 5742-5749.
- SAKODA, K. et SHIROMA, H. (1997). Numerical method for localized defect modes in photonic lattices. Physical Review B, 56, 4830-4835.
- SATPATHY, S., ZHANG, Z. et SALEHPOUR, M.R. (1990). Theory of photon bands in three-dimensional periodic dielectric structures. Physical Review Letters, 64, 1239-1242.
- SIGALAS, M.M., SOUKOULIS, C.M., ECONOMOU, E.N., CHAN, C.T. et HO, K.M. (1993). Photonic band gaps and defects in two dimensions: Studies of the transmission coefficient. Physical Review B, 48, 14121-14126.
- SIGALAS, M.M., SOUKOULIS, C.M., CHAN, C.T. et HO, K.M. (1994). Electromagnetic-wave propagation through dispersive and absorptive photonic band-gap materials. Physical Review B, 49, 11080-11087.
- SIGALAS, M.M., CHAN, C.T., HO, K.M. et SOUKOULIS, C.M. (1995). Metallic photonic band-gap materials. Physical Review B, 52, 11744-11751.
- SIGALAS, M.M. et ECONOMOU, E.N. (1996a). Attenuation of multiple-scattered sound. Europhysics Letters, 36, 241-246.

- SIGALAS, M.M., MCCALMONT, J.S., HO, K.-M. et TUTTLE, G. (1996b). Theoretical and experimental study of silicon-based angular filters. Applied Physics Letters, 68, 3525-3527.
- SIGALAS, M.M., SOUKOULIS, C.M., BISWAS, R. et HO, K.M. (1997). Effect of the magnetic permeability on photonic band gaps. Physical Review B, 56, 959-962.
- SIMEONOV, S., BASS, U. et MCGURN, A.R. (1996). Photonic band structure of zinc blende type periodic dielectric media. Physica B, 228, 245-250.
- SMITH, D.R., DALICHAOUCH, R., KROLL, N., SCHULTZ, S., MCCALL, S.L. et PLATZMAN, P.M. (1993). Photonic band structure and defects in one and two dimensions. Journal of Optical Society of America B, 10, 314-321.
- SOUKOULIS, C.M. Ed. (1993). Photonic band gaps and localization. New York, États-Unis, Plenum Press.
- SOUKOULIS, C.M. Ed. (1996). Photonic band gap materials. Dordrecht, Pays-Bas, Kluwer Academic.
- SÖZÜER, H.S., HAUS, J.W. et INGUVA, R. (1992). Photonic bands: Convergence problems with the plane-wave method. Physical Review B, 45, 13962-13972.
- SÖZÜER, H.S. et HAUS, J.W. (1993). Photonic bands: simple-cubic lattice. Journal of Optical Society of America B, 10, 296-302.
- SÖZÜER, H.S. et DOWLING, J.P. (1994). Photonic band calculations for woodpile structures. Journal of Modern Optics, 41, 231-239.
- STEFANOU, N., KARATHANOS, V. et MODINOS, A. (1993). Scattering of electromagnetic waves by periodic structures. Journal of Physics: Condensed Matter, 4, 7389-7400.

- STEFANOU, N. et MODINOS, A. (1993). Scattering of electromagnetic waves by a disordered two-dimensional array of spheres. Journal of Physics: Condensed Matter, 5, 8859-8868.
- SUZUKI, T. et YU, P.K.L. (1995a). Dispersion relation at point L in the photonic band structure of the face-centered-cubic lattice with active or conductive dielectric media. Journal of Optical Society of America B, 12, 583-591.
- SUZUKI, T. et YU, P.K.L. (1995b). Tunneling in photonic band structures Journal of Optical Society of America B, 12, 804-820.
- SUZUKI, T., YU, P.K.L., SMITH, D.R. et SHULTZ, S. (1996). Experimental and theoretical study of dipole emission in the two-dimensional photonic band structure of the square lattice with dielectric cylinders. Journal of Applied physics, 79, 582-594.
- TARHAN, İ. İ. et WATSON, G.H. (1996a). Photonic band structure of fcc colloidal crystals. Physical Review Letters, 76, 315-318.
- TARHAN, İ. İ. et WATSON, G.H. (1996b). Analytical expression for the optimized stop bands of fcc photonic crystals in the scalar-wave approximation. Physical Review B, 54, 7593-7597.
- TRAN, P. (1995). Photonic-band-structure calculation of material possessing Kerr nonlinearity. Physical Review B, 52, 10673-10676.
- TRAN, P. (1997). Optical limiting and switching of short pulses by use of a nonlinear photonic bandgap structure with a defect. Journal of Optical Society B, 14, 2589-2595.
- VILLENEUVE, P.R. et PICHE, M. (1992a) Photonic band gaps in two-dimensional square and hexagonal lattices. Physical Review B, 46, 4969-4972.

- VILLENEUVE, P.R. et PICHÉ, M. (1992). Photonic band gaps in two-dimensional square lattices: Square and circular rods. Physical Review B, 46, 4973-4975.
- VLASOV, Y.A., ASTRATOV, V.N., KARIMOV, O.Z., KAPLYANSKII, A.A., BOGOMOLOV, V.N. et PROKOFIEV, A.V. (1997a). Existence of a photonic pseudogap for visible light in synthetic opals. Physical Review B, 55, R13357-R13360.
- VLASOV, Y.A., LUTEROVA, K., PELANT, I., HÖNERLAGE, B. et ASTRATOV, V.N. (1997b). Enhancement of optical gain of semiconductors embedded in three-dimensional photonic crystals. Applied Physics Letters, 71, 1616-1618.
- WADA, M., DOI, Y., INOUE, K., HAUS, J.W. et YUAN, Z. (1997). A simple-cubic photonic lattice in silicon. Applied Physics Letters, 70, 2966-2968.
- WANG, R., DONG, J. et XING, D.Y. (1997). Dispersive optical bistability in one-dimensional doped photonic band gap structures. Physical Review E, 55, 6301-6304.
- WARD, A.J., PENDRY, J.B. et STEWART, W.J. (1995). Photonic dispersion surfaces. Journal of Physics: Condensed Matter, 7, 2217-2224.
- WARD, A.J. et PENDRY, J.B. (1996). Refraction and geometry in Maxwell's equations. Journal of Modern Optics, 43, 773-793.
- WIJNANDS, F., PENDRY, J.B., GARCIA-VIDAL, F.J., BELL, P.M., ROBERTS P.J. et MARTÍN MORENO L. (1997). Green's functions for Maxwell's equations: application to spontaneous emission. Optical and Quantum Electronics, 29, 199-216.

- WINN, J.N., MEADE, R.D. et JOANNOPOULOS, J.D. (1994). Two-dimensional photonic band-gap materials. Journal of Modern Optics, 41, 257-273.
- YABLONOVITCH, E. (1987). Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. Physical Review Letters, 58, 2059-2062.
- YABLONOVITCH, E. et GMITTER, T.J. (1990). Photonic band structure: the face-centered-cubic case. Journal of Optical Society of America A, 7, 1792-1800.
- YABLONOVITCH, E., GMITTER, T.J. et LEUNG, K.M. (1991). Photonic band structure: The face-centered-cubic case employing nonspherical atoms. Physical Review Letters, 67, 2295-2298.
- YANG, H.-Y. D., ALEXOPOULOS, N.G. et YABLONOVITCH, E. (1997). Photonic band-gap materials for high-gain printed circuit antennas. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 45, 185-187.
- ZHANG, W., HU, A. et MING, N. (1997). The photonic band structure of two-dimensional hexagonal lattice of ionic dielectric media. Journal of Physics: Condensed Matter, 9, 541-549.

ANNEXES

ANNEXE A

Limite de l'approximation scalaire

L'équation (1.17) peut s'écrire aussi comme,

$$\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}. \quad (\text{A.1})$$

Si nous négligeons le terme $\nabla(\nabla \cdot \mathbf{E})$, le champ électrique \mathbf{E} obéit à l'équation scalaire,

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E} = 0. \quad (\text{A.2})$$

Or selon l'équation (1.8), nous avons la relation suivante:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot (\epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \mathbf{E}) = \epsilon_0 \epsilon(\mathbf{r}, \omega) \nabla \cdot \mathbf{E} + \epsilon_0 \mathbf{E} \cdot \nabla \epsilon(\mathbf{r}, \omega) = 0, \quad (\text{A.3})$$

$$\Rightarrow \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) = -\nabla(\mathbf{E} \cdot \nabla \ln \epsilon(\mathbf{r}, \omega)). \quad (\text{A.4})$$

Nous pouvons négliger le dernier terme dans un milieu homogène où la variation de la permittivité $\epsilon(\mathbf{r}, \omega)$ est petite par rapport à la longueur d'onde. Cependant pour un cristal photonique, la cellule unitaire est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde et la permittivité varie beaucoup dans la cellule unitaire. Par conséquent, nous ne pouvons pas négliger ce terme.

ANNEXE B

Discrétisation des équations de Maxwell au deuxième et au troisième ordres sur un réseau cubique simple

En suivant les étapes décrites dans le premier chapitre, nous présentons dans cette annexe une discrétisation des équations de Maxwell sur un réseau cubique simple lorsque nous approximons le vecteur d'onde \mathbf{k} au deuxième et au troisième ordres en a , b et c . Les équations résultantes donnent un couplage jusqu'aux deuxième et troisième voisins. Nous pourrions bien sûr aller à des ordres plus élevés en a , b et c mais comme nous pouvons le constater, les équations deviennent de plus en plus compliquées. Il devient donc plus difficile à coder ces équations sur ordinateur pour un bénéfice minime.

B.1 Deuxième ordre

Les composantes du vecteur d'onde auront la forme suivante pour les champs électrique et magnétique:

$$k_j \approx (id_j)^{-1} [2\exp(ik_jd_j) - \frac{1}{2}\exp(2ik_jd_j) - \frac{3}{2}] \quad (\text{B.1})$$

$$\approx k_j + O(k_j^3 d_j^2),$$

$$k_j \approx -(id_j)^{-1} [2\exp(-ik_jd_j) - \frac{1}{2}\exp(-2ik_jd_j) - \frac{3}{2}] \quad (\text{B.2})$$

$$\approx k_j + O(k_j^3 d_j^2),$$

$$(\text{B.3})$$

où $j = x, y, z$ et $d_x = a$, $d_y = b$ et $d_z = c$. Donc, en suivant les mêmes étapes que précédemment, nous trouvons les relations suivantes:

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) &= 4E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - 3E_x(\mathbf{r}) - 2ic\omega\mu_0\mu(\mathbf{r})H_y(\mathbf{r}) \\ &\quad + \frac{4ic}{a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{a})} \left[a^{-1} \left(2H_y(\mathbf{r}) - \frac{1}{2}H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \right) \right. \\ &\quad \left. - b^{-1} \left(2H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a} - \mathbf{b}) - \frac{1}{2}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a} - 2\mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \right) \right] \\ &\quad - \frac{ic}{a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + 2\mathbf{a})} \left[a^{-1} \left(2H_y(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \frac{1}{2}H_y(\mathbf{r}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a}) \right) \right. \\ &\quad \left. - b^{-1} \left(2H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - \mathbf{b}) - \frac{1}{2}H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{a}) \right) \right] \\ &\quad - \frac{3ic}{a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r})} \left[a^{-1} \left(2H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - \frac{1}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r}) \right) \right. \\ &\quad \left. - b^{-1} \left(2H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - \frac{1}{2}H_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r}) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$\begin{aligned}
E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) = & 4E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - 3E_y(\mathbf{r}) + 2ic\omega\mu_o\mu(\mathbf{r})H_x(\mathbf{r}) \\
& + \frac{4ic}{b\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{b})} \left[a^{-1} \left(2H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{b}) - \frac{1}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \right) - b^{-1} \left(2H_x(\mathbf{r}) - \frac{1}{2}H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \right) \right] \\
& - \frac{ic}{b\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + 2\mathbf{b})} \left[a^{-1} \left(2H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 2\mathbf{b}) - \frac{1}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{b}) \right) - b^{-1} \left(2H_x(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - \frac{1}{2}H_x(\mathbf{r}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{b}) \right) \right] \\
& - \frac{3ic}{b\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r})} \left[a^{-1} \left(2H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - \frac{1}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r}) \right) \right. \\
& \left. - b^{-1} \left(2H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - \frac{1}{2}H_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r}) \right) \right] \tag{B.5}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) = & \frac{4}{3}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r}) - \frac{2}{3}ic\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + 2\mathbf{c})E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) \\
& + \frac{4ic}{3a\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 2\mathbf{c})} \left[a^{-1} \left(2E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 2\mathbf{c}) \right) \right. \\
& \left. - b^{-1} \left(2E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 2\mathbf{c}) \right) \right] - \frac{ic}{3a\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c})} \times \\
& \left[a^{-1} \left(2E_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}) \right) \right. \\
& \left. - b^{-1} \left(2E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}) \right) \right] - \frac{ic}{a\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} + 2\mathbf{c})} \times \\
& \left[a^{-1} \left(2E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) \right) \right. \\
& \left. - b^{-1} \left(2E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) \right) \right] \tag{B.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) &= \frac{4}{3}H_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) - \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r}) + \frac{2}{3}ic\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + 2\mathbf{c})E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) + \\
&\quad \frac{4ic}{3b\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c})} \times \\
&\quad \left[a^{-1} \left(2E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right) - b^{-1} \left(2E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right) \right] - \frac{ic}{3b\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c})} \times \\
&\quad \left[a^{-1} \left(2E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right) - b^{-1} \left(2E_x(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{2}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right) \right] - \frac{ic}{b\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} + 2\mathbf{c})} \times \\
&\quad \left[a^{-1} \left(2E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} + 2\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) \right) \right. \\
&\quad \left. \left. - b^{-1} \left(2E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + 2\mathbf{c}) - \frac{1}{2}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{b} + 2\mathbf{c}) \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left. - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) \right) \right] \tag{B.7}
\end{aligned}$$

B.2 Troisième ordre

Les composantes du vecteur d'onde ont la forme suivante pour les champs électrique et magnétique:

$$\begin{aligned} k_j &\approx (id_j)^{-1}[3\exp(ik_jd_j) - \frac{3}{2}\exp(2ik_jd_j) + \\ &\quad \frac{1}{3}\exp(3ik_jd_j) - \frac{11}{6}] \approx k_j + O(k_j^4d_j^3), \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

$$\begin{aligned} k_j &\approx -(id_j)^{-1}[3\exp(-ik_jd_j) - \frac{3}{2}\exp(-2ik_jd_j) + \\ &\quad \frac{1}{3}\exp(-3ik_jd_j) - \frac{11}{6}] \approx k_j + O(k_j^4d_j^3). \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

Par conséquent, nous trouvons:

$$\begin{aligned} E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) &= \frac{11}{2}E_x(\mathbf{r}) - 9E_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{9}{2}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) + 3ic\omega\mu_0\mu(\mathbf{r})H_y(\mathbf{r}) \\ &\quad - \frac{9ic}{a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{a})} \left[a^{-1} \left(3H_y(\mathbf{r}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) + \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{11}{6}H_y(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \right) - b^{-1} \left(3H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a} - \mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a} - 2\mathbf{b}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a} - 3\mathbf{b}) - \frac{11}{6}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{a}) \right) \right] + \frac{9ic}{2a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + 2\mathbf{a})} \times \\ &\quad \left[a^{-1} \left(3H_y(\mathbf{r} + \mathbf{a}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r}) + \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - \frac{11}{6}H_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a}) \right) \right. \\ &\quad \left. - b^{-1} \left(3H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - \mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}) - \frac{11}{6}H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{a}) \right) \right] - \frac{ic}{a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r} + 3\mathbf{a})} \times \\ &\quad \left[a^{-1} \left(3H_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} + \mathbf{a}) + \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r}) - \frac{11}{6}H_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{a}) \right) \right. \\ &\quad \left. - b^{-1} \left(3H_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{a} - \mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}) + \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{a} - 3\mathbf{b}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{11}{6}H_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{a}) \right) \right] + \frac{11ic}{2a\omega\epsilon_0\epsilon(\mathbf{r})} \left[a^{-1} \left(3H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r} - 3\mathbf{a}) - \frac{11}{6}H_y(\mathbf{r}) \right) - b^{-1} \left(3H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{b}) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r} - 3\mathbf{b}) - \frac{11}{6}H_x(\mathbf{r}) \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

$$\begin{aligned}
E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) = & \frac{11}{2}E_y(\mathbf{r}) - 9E_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{9}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) - 3ic\omega\mu_o\mu(\mathbf{r})H_x(\mathbf{r}) \\
& - \frac{9ic}{b\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + \mathbf{b})} \left[a^{-1} \left(3H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + \mathbf{b}) - \frac{11}{6}H_y(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3H_x(\mathbf{r}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) + \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{b}) - \frac{11}{6}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{b}) \right) \Big] \\
& + \frac{9ic}{2b\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + 2\mathbf{b})} \left[a^{-1} \left(3H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 2\mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) - \frac{11}{6}H_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{b}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3H_x(\mathbf{r} + \mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r}) + \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - \frac{11}{6}H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{b}) \right) \Big] \\
& - \frac{ic}{b\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + 3\mathbf{b})} \left[a^{-1} \left(3H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 3\mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + 3\mathbf{b}) - \frac{11}{6}H_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{b}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{b}) + \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r}) - \frac{11}{6}H_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{b}) \right) \Big] \\
& + \frac{11ic}{2b\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r})} \left[a^{-1} \left(3H_y(\mathbf{r} - \mathbf{a}) - \frac{3}{2}H_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a}) + \frac{1}{3}H_y(\mathbf{r} - 3\mathbf{a}) \right. \right. \\
& - \frac{11}{6}H_y(\mathbf{r}) \Big) - b^{-1} \left(3H_x(\mathbf{r} - \mathbf{b}) - \frac{3}{2}H_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{b}) + \frac{1}{3}H_x(\mathbf{r} - 3\mathbf{b}) \right. \\
& \left. \left. - \frac{11}{6}H_x(\mathbf{r}) \right) \right], \tag{B.11}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) = & \frac{2}{11}H_x(\mathbf{r}) - \frac{9}{11}H_x(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{18}{11}H_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) \\
& - \frac{6}{11}ic\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + 3\mathbf{c})E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) \\
& - \frac{18ic}{11a\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 3\mathbf{c})} \left[a^{-1} \left(3E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{3}E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_x(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \right) \right] \\
& + \frac{9ic}{11a\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c})} \left[a^{-1} \left(3E_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{3}E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \right) \right] \\
& - \frac{2ic}{11a\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c})} \times \\
& \left[a^{-1} \left(3E_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} - \mathbf{a} + 3\mathbf{c}) + \frac{1}{3}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) \right. \right. \\
& - \frac{11}{6}E_y(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \Big) - b^{-1} \left(3E_x(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \\
& - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) + \frac{1}{3}E_x(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \\
& \left. \left. - \frac{11}{6}E_x(\mathbf{r} - 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \right) \right] + \frac{ic}{a\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} + 3\mathbf{c})} \times \\
& \left[a^{-1} \left(3E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{3}E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) \right) \right], \tag{B.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) = & \frac{2}{11}H_y(\mathbf{r}) - \frac{9}{11}H_y(\mathbf{r} + \mathbf{c}) + \frac{18}{11}H_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{c}) \\
& + \frac{6}{11}ic\omega\epsilon_o\epsilon(\mathbf{r} + 3\mathbf{c})E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) + \frac{18ic}{11b\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c})} \times \\
& \left[a^{-1} \left(3E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{a} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_y(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) + \frac{1}{3}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \\
& \left. \left. - \frac{11}{6}E_x(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right) \right] - \frac{9ic}{11b\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c})} \times \\
& \left[a^{-1} \left(3E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_y(\mathbf{r} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3E_x(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) + \frac{1}{3}E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \\
& \left. \left. - \frac{11}{6}E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right) \right] + \frac{2ic}{11b\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} - 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c})} \times \\
& \left[a^{-1} \left(3E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} - 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{a} - 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_y(\mathbf{r} - 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3E_x(\mathbf{r} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} - \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) + \frac{1}{3}E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) \right. \\
& \left. \left. - \frac{11}{6}E_x(\mathbf{r} - 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right) \right] - \frac{ic}{b\omega\mu_o\mu(\mathbf{r} + 3\mathbf{c})} \times \\
& \left[a^{-1} \left(3E_y(\mathbf{r} + \mathbf{a} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_y(\mathbf{r} + 2\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) \right. \right. \\
& + \frac{1}{3}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{a} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_y(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) \Big) \\
& - b^{-1} \left(3E_x(\mathbf{r} + \mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{3}{2}E_x(\mathbf{r} + 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) \right. \\
& \left. \left. + \frac{1}{3}E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) - \frac{11}{6}E_x(\mathbf{r} + 3\mathbf{c}) \right) \right]. \tag{B.13}
\end{aligned}$$

ANNEXE C

Modèle d'Adachi

Le calcul des parties réelle ϵ_1 et imaginaire ϵ_2 des matériaux de type $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ s'effectue à l'aide de la méthode d'Adachi (1982; 1987; 1989; 1992). Ce modèle tient compte de la réponse optique des semi-conducteurs sur un intervalle d'énergie allant de 0 à 6 eV. De plus, nous ajoutons à ce modèle, l'effet des impuretés et de la température sur la constante diélectrique.

Nous nous servons de la loi de Vegard pour déterminer certaines propriétés $Q(x, y)$ d'un semi-conducteur quaternaire $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ en fonction des valeurs expérimentales $B(MN)$ des semi-conducteurs binaires:

$$\begin{aligned} Q(x, y) = & \quad xy B(\text{GaAs}) + x(1 - y) B(\text{GaP}) + y(1 - x) B(\text{InAs}) \\ & + (1 - x)(1 - y) B(\text{InP}). \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

Les paramètres utilisés lors du calcul des parties réelle et imaginaire de la constante diélectrique et obéissant à cette loi sont donnés au tableau C.1 ¹(Fieldler,

¹Nous n'avons pas utilisé la loi de Vegard pour déterminer l'énergie de la bande interdite E_0 .

1987; Adachi, 1982; Adachi, 1992). Pour faciliter la compréhension de certains paramètres, nous reproduisons à la figure C.1 la structure de bande électronique de l'InP. L'énergie de la bande interdite E_0 [$\Gamma_8^v \rightarrow \Gamma_6^c$] ² correspond à une transition

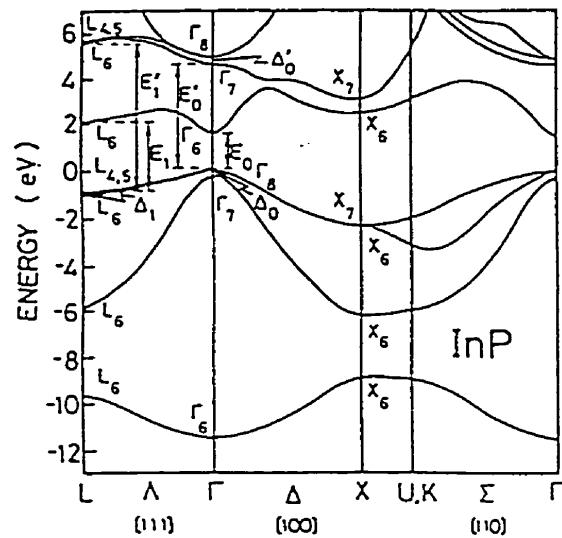


Figure C.1 : Structure de bande électronique de l'InP (Adachi, 1992).

optique à ou proche de Γ et il y a l'énergie de séparation des trous *split-off* Δ_0 [$\Gamma_7^v \rightarrow \Gamma_6^c$]. Nous avons aussi les transitions E_1 [$L_{4,5}^v \rightarrow L_6^c$] et Δ_1 [$L_6^v \rightarrow L_6^c$]. Les transitions E_2 se produisent dans la direction [110] (Σ) ou proche de X et pour des énergies proches des points critiques de E'_0 et $E'_0 + \Delta'_0$. Les transitions indirectes E_g^L [$\Gamma_8^v \rightarrow L_6^c$] et E_g^X [$\Gamma_8^v \rightarrow X_6^c$] sont aussi prises en considération.

²Les indices *v* et *c* font références aux bandes de valence et de conduction.

m_e , m_{hh} , m_{lh} et m_{so} représentent les masses cyclotroniques de l'électron, du trou lourd, du trou léger et du trou *split-off* respectivement. a est la constante de maille et ϵ_s est la constante diélectrique statique. Les paramètres Γ et γ sont introduits pour tenir compte du phénomène d'élargissement lors des transitions.

Comme il doit exister une relation d'accord de maille entre l' $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ et l'InP, les compositions fractionnaires x et y sont reliées entre elles et la relation est (Adachi, 1982):

$$x = \frac{0.1894 y}{0.4184 - 0.0125 y} \quad (0 \leq y \leq 1) \quad (\text{C.2})$$

La largeur de la bande interdite E_0 est donnée par (Adachi, 1992):

$$\begin{aligned} E_0 &= x y E_0(\text{GaAs}) + (1 - x) y E_0(\text{InAs}) + x (1 - y) E_0(\text{GaP}) \\ &+ (1 - x) (1 - y) E_0(\text{InP}) + x (x - 1) (0.51 y + 0.70 (1 - y)) \\ &+ y (y - 1) (0.30 x + 0.23 (1 - x)). \end{aligned} \quad (\text{C.3})$$

Il faut aussi considérer que l'énergie de la bande interdite E_0 et l'énergie de séparation des trous *split-off* Δ_0 dépendent des impuretés dans le semi-conducteur et que ceux-ci font diminuer E_0 et augmenter Δ_0 (Bennett et collab., 1990; Reid et collab., 1993). L'apport des électrons est donné par:

$$\Delta_{imp}^N = 2.8 \times 10^{-7} \frac{N^{\frac{1}{3}}}{\epsilon_s} H(N - N_{cr}) + 2.8 \times 10^{-7} \frac{N^2}{\epsilon_s N_{cr}^{\frac{5}{3}}} H(N_{cr} - N), \quad (\text{C.4})$$

où

$$N_{cr} = 8 \times 10^{23} \left(\frac{m_e}{\epsilon_s} \right)^3. \quad (\text{C.5})$$

et N est le nombre d'électrons par unité de volume, et celui des trous est donné par:

$$\Delta_{imp}^P = 2.8 \times 10^{-7} \frac{P^{\frac{1}{3}}}{\epsilon_s} H(P - P_{cr}) + 2.8 \times 10^{-7} \frac{P^2}{\epsilon_s P_{cr}^{\frac{5}{3}}} H(P_{cr} - P), \quad (\text{C.6})$$

Tableau C.1 : Paramètres des matériaux binaires GaP, GaAs, InP, et InAs à 300 K.

Paramètre	GaP	GaAs	InP	InAs
a(Å)	5.4512	5.6533	5.8688	6.0584
E_0 (eV)	2.74	1.42	1.35	0.36
Δ_0 (eV)	0.08	0.34	0.11	0.41
E_1 (eV)	3.75	2.925	3.155	2.50
Δ_1 (eV)	0.230	0.230	0.150	0.280
E_2 (eV)	5.27	4.99	5.04	4.70
E_g^L (eV)	2.63	1.73	2.05	1.07
E_g^X (eV)	2.26	1.91	2.21	1.37
Γ (eV)	0.06	0.10	0.10	0.20
γ	0.132	0.168	0.094	0.108
C	2.08	2.98	1.494	1.78
D	4.6	24.2	60.4	20.8
m_e	0.140	0.068	0.077	0.024
m_{hh}	0.500	0.450	0.650	0.410
m_{lh}	0.260	0.082	0.120	0.025
m_{so}	0.370	0.159	0.120	0.140
ϵ_s	11.1	13.1	12.4	14.6

où

$$P_{cr} = 8 \times 10^{23} \left(\frac{m_{lh}}{\epsilon_s} \right)^3. \quad (\text{C.7})$$

et P est le nombre de trous par unité de volume. Les énergies E_0 et Δ_0 sont remplacées par $E_0 - (\Delta_{imp}^N + \Delta_{imp}^P)$ et $\Delta_0 + (\Delta_{imp}^N + \Delta_{imp}^P)$. La fonction d'échelle Heaviside $H(z)$ obéit à la condition:

$$H(z) = \begin{cases} 1 & \text{pour } z \geq 1 \\ 0 & \text{pour } z < 0. \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

Finalement, nous considérons l'effet de la température T (en kelvin) sur les paramètres E_0 , Δ_0 , E_1 , E_2 , Γ et γ d'un matériau de type $\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x\text{As}_y\text{P}_{1-y}$ et nous supposons que ces paramètres varient de la même manière que ceux de l'InP (Lautenschlager, 1987; Reid et collab., 1993):

$$\begin{aligned} E_0(T) &= E_0(T = 300K) + 1 \times 10^{-4} (-2.67 + 0.102y + 0.073y^2) \\ &\quad \times (T - 300), \end{aligned} \quad (\text{C.9})$$

$$\begin{aligned} \Delta_0(T) &= E_0(T = 300K) + \Delta_0(T = 300K) + 2.7 \times 10^{-4} (300 - T) \\ &\quad - E_0(T), \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

$$E_1(T) = E_1(T = 300K) + 4.2 \times 10^{-4} (300 - T), \quad (\text{C.11})$$

$$E_2(T) = E_2(T = 300K) + 1.9 \times 10^{-4} (300 - T), \quad (\text{C.12})$$

$$\Gamma(T) = \Gamma(T = 300K) + 2.367 \times 10^{-4} (T - 300), \quad (\text{C.13})$$

$$\gamma(T) = \gamma(T = 300K) + 2.367 \times 10^{-4} (T - 300). \quad (\text{C.14})$$

Nous indiquons ci-dessous les contributions provenant de diverses transitions sur la permittivité $\epsilon(\omega)$ (Hermann et Weisbuch, 1977; Adachi, 1987; Adachi, 1992).

Transitions E_0 et $E_0 + \Delta_0$:³

$$\epsilon(\omega) = A E_0^{-3/2} \left[f(\chi_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{E_0}{E_0 + \Delta_0} \right)^{3/2} f(\chi_{SO}) \right], \quad (\text{C.15})$$

avec

$$A = 4.91758 m^{* \frac{3}{2}} P^2, \quad (\text{C.16})$$

$$P^2 = 28.9x + 22.2(y - x) + 20.7(1 - y), \quad (\text{C.17})$$

$$m^{* \frac{3}{2}} = \left(\frac{m_e m_{lh}}{m_e + m_{lh}} \right)^{\frac{3}{2}} + \left(\frac{m_e m_{hh}}{m_e + m_{hh}} \right)^{\frac{3}{2}}, \quad (\text{C.18})$$

$$f(\chi_0) = \chi_0^{-2} [2 - \sqrt{1 + \chi_0} - \sqrt{1 - \chi_0} H(1 - \chi_0)], \quad (\text{C.19})$$

$$f(\chi_{SO}) = \chi_{SO}^{-2} [2 - \sqrt{1 + \chi_{SO}} - \sqrt{1 - \chi_{SO}} H(1 - \chi_{SO})], \quad (\text{C.20})$$

$$\chi_0 = \frac{\hbar\omega}{E_0}, \quad (\text{C.21})$$

$$\chi_{SO} = \frac{\hbar\omega}{E_0 + \Delta_0}, \quad (\text{C.22})$$

où \hbar est la constante de Planck divisée par 2π ($1.055 \times 10^{-34} J \cdot s$), P est l'élément de matrice de la quantité de mouvement reliant la bande de valence (type p) à la bande de conduction (type s), m^* est la combinaison des masses des densités d'états et ω est la fréquence angulaire.

Transitions E_1 et $E_1 + \Delta_1$:

$$\epsilon(\omega) = -B_1 \chi_{1d}^{-2} \ln(1 - \chi_{1d}^2) - B_2 \chi_{1sd}^{-2} \ln(1 - \chi_{1sd}^2), \quad (\text{C.23})$$

où

$$\chi_{1d} = \frac{\hbar\omega + i\Gamma}{E_1}, \quad (\text{C.24})$$

$$\chi_{1sd} = \frac{\hbar\omega + i\Gamma}{E_1 + \Delta_1}, \quad (\text{C.25})$$

$$B_1 = 44 \left(\frac{E_1 + \frac{1}{3}\Delta_1}{a E_1^2} \right), \quad (\text{C.26})$$

$$B_2 = 44 \left(\frac{E_1 + \frac{2}{3}\Delta_1}{a(E_1 + \Delta_1)^2} \right). \quad (\text{C.27})$$

³Nous supposons que les bandes sont paraboliques.

Transitions E_2 (E_0):

$$\epsilon(\omega) = \frac{C}{(1 - \chi_2^2) - i\chi_2 \gamma}, \quad (\text{C.28})$$

avec

$$\chi_2 = \frac{\hbar\omega}{E_2}, \quad (\text{C.29})$$

où C est un paramètre d'intensité.

Transitions indirectes:

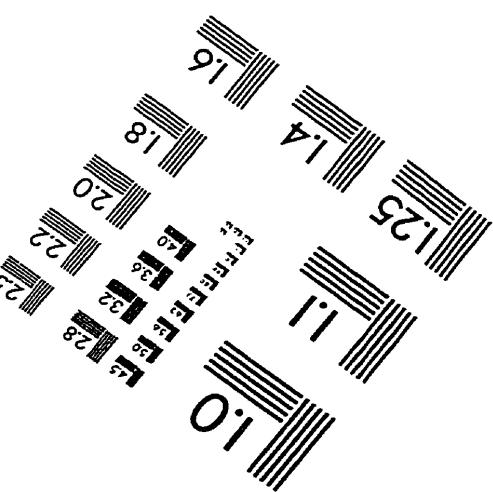
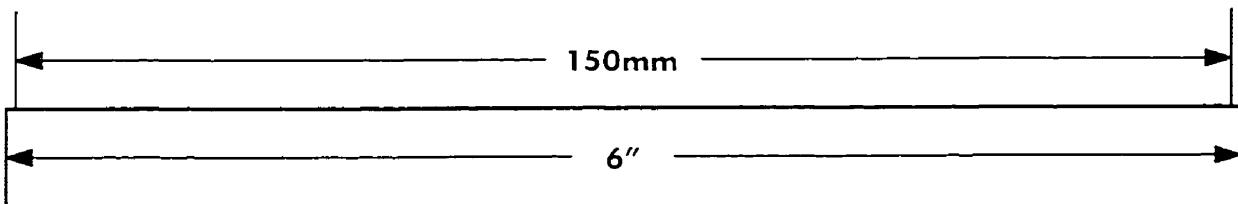
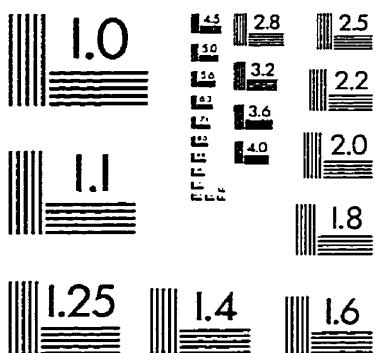
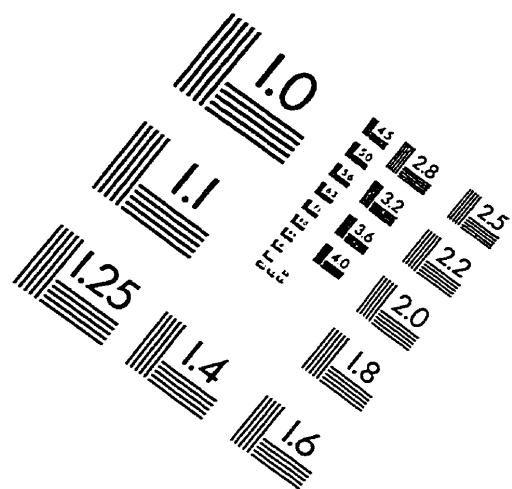
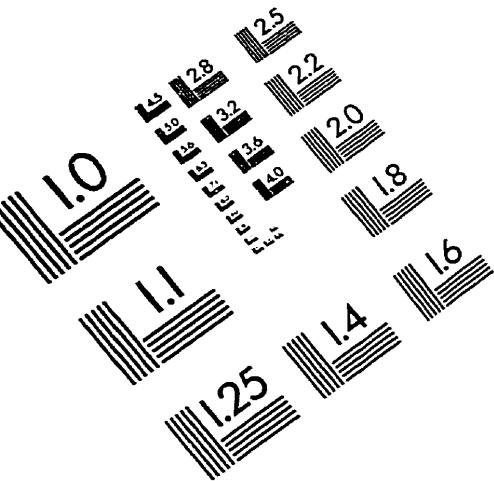
La contribution à la constante diélectrique provenant de la transition $\Gamma - L$ est:

$$\begin{aligned} \epsilon(\omega) = & \frac{2D}{\pi} \left[- \left(\frac{E_g^L}{\hbar\omega + i\Gamma} \right)^2 \ln \left(\frac{E_c}{E_g^L} \right) + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{E_g^L}{\hbar\omega + i\Gamma} \right)^2 \right. \\ & \times \ln \left(\frac{\hbar\omega + i\Gamma + E_c}{\hbar\omega + i\Gamma + E_g^L} \right) + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_g^L}{\hbar\omega + i\Gamma} \right)^2 \\ & \left. \times \ln \left(\frac{\hbar\omega + i\Gamma - E_c}{\hbar\omega + i\Gamma - E_g^L} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{C.30})$$

Pour la transition $\Gamma - X$, la constante diélectrique suit la même équation que précédemment sauf que E_g^L et D sont remplacés par E_g^X et D_X respectivement. Le paramètre D_X est donné par:

$$D_X = -331.5741 y^3 + 618.6838 y^2 - 328.0993 y + 74.9318. \quad (\text{C.31})$$

IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved

