UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

EXTENSION D'UN MODÈLE VISCOPLASTIQUE AU COMPORTEMENT SEMI-FRAGILE DU SEL GEMME

JAMEL SGAOULA

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)
GÉNIE MINÉRAL

DÉCEMBRE 1997

© Jamel Sgaoula, 1997.

National Library of Canada
Acquisitions and Bibliographic Services
395 Wellington Street
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Bibliothèque nationale du Canada
Acquisitions et services bibliographiques
395, rue Wellington
Ottawa ON K1A 0N4
Canada

Your file Votre référence

Our file Notre référence

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-33028-1

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée:

EXTENSION D'UN MODÈLE VISCOPLASTIQUE AU COMPORTEMENT SEMI-FRAGILE DU SEL GEMME

présentée par: SGAOULA Jamel

en vue de l'obtention du diplôme de: Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de:

M. MASSICOTTE Bruno, Ph.D., Président

M. AUBERTIN Michel, Ph.D., Directeur de recherche

M. GILL Denis E., Ph.D., Co-directeur de recherche

M. BUI-QUOC Thang, Ph.D., Membre

M. NEALE Kenneth, Ph.D., Membre (examinateur externe)

À mes parents

Au peuple algérien

À ma famille

À mon épouse

REMERCIEMENTS

Je suis heureux de pouvoir exprimer ma gratitude à Monsieur Michel Aubertin, directeur de recherche, qui n'a cessé de me prodiguer encouragement et soutien. Durant mes travaux, Monsieur Aubertin n'a jamais compté son temps et sa science.

Mes remerciements vont également à Monsieur Denis E. Gill, co-directeur de recherche, pour la confiance qu'il m'a accordée tout au long de ce travail. L'intérêt qu'il a manifesté pour l'étude de l'endommagement m'a grandement encouragé à compléter cette thèse. Par ailleurs, son projet de recherche de son doctorat a failli être l'étude de l'endommagement des roches dures (durant les années 60!).

Je tiens aussi à remercier particulièrement Roger Lavoie, technicien au laboratoire de mécanique des roches, pour son temps et sa patience lors des essais expérimentaux réalisés au laboratoire de la section des mines.

À cette occasion, j'en profite aussi pour adresser mes remerciements à Monsieur Leo van Sambeek pour l'envoi du deux blocs de sel de la mine d'Avery-Island qui m'ont servi pour faire les prélèvements des éprouvettes d'essais.

Tout au long de ce travail, j'ai trouvé à la section des mines des conditions exceptionnelles tant sur le plan matériel qu'humain. Je rends également hommage à tous les membres du personnel sans exception au travers des chaleureux remerciements que j'adresse à eux tous.

Enfin, j'ai conscience de la contribution inestimable de mon épouse Cecilia dans l'aboutissement de ce travail. Toute ma profonde gratitude pour son support avec courage pendant les moments difficiles, et son soutien constant.

RÉSUMÉ

Il est maintenant pratique courante d'identifier trois régimes à l'écoulement inélastique du sel gemme. Ces régimes sont identifiés comme étant les régimes fragile, semi-fragile et ductile. Les différents mécanismes de déformation qui contribuent aux divers régimes ont essentiellement deux origines: le mouvement de dislocation et la microfissuration.

Au cours des dernières décennies, plusieurs des modèles proposés pour simuler l'écoulement inélastique du sel gemme se sont cantonnés au régime ductile, là où le comportement est presque entièrement dominé par les mécanismes de déformation intracristallins dus au mouvement de dislocation. Il est cependant devenu de plus en plus évident que de tels modèles sont souvent inadéquats sous certaines conditions de chargement, spécialement en présence de la microfissuration.

Lorsque sollicité sous certaines contraintes de compression, le sel montre fréquemment une réponse semi-fragile, contrôlée à la fois par le mouvement des dislocations, qui induit un écrouissage mixte, et par la microfissuration qui provoque une dégradation des propriétés mécaniques. On trouve peu d'information expérimentale et de modèles constitutifs pour le comportement semi-fragile du sel. Dans cette thèse, on présente un modèle général avec variables d'état interne (VEI) qui peut être utilisé pour décrire, dans un contexte unifié, le comportement du sel gemme.

Pour tenir compte des effets de la microfissuration, le modèle *SUVIC* (développé à l'École Polytechnique de Montréal a été étendu en ajoutant le processus d'endommagement, représenté par une variable d'état D. Cette version plus complète (étendue) du modèle constitutif unifié, appelée *SUVIC-D (Strain rate history-dependent Unified Viscoplasticmodel with Internal variables for Crystalline materials with Damage),* com-

prend une loi cinétique et deux types de variables d'état interne. La loi cinétique est scindée en deux composantes séparées mais interdépendantes, l'une associée au mouvement des dislocations qui produit l'écrouissage du matériau, et l'autre représentant le taux de déformation inélastique induit directement par l'endommagement. D'autre part, les effets reliés aux mécanismes de déformation impliquant le mouvement de dislocation et la microfissuration sont représentés respectivement par un ensemble de variables évolutives d'écrouissage et par une variable d'endommagement.

En réalisant le couplage entre la théorie viscoplastique et la théorie de l'endommagement des milieux continus, nous montrons que le modèle peut reproduire le comportement mécanique du sel sous diverses conditions de chargement. Ce modèle permet ainsi de décrire de façon couplée les deux grandes familles de mécanismes de déformation qui contribuent à l'écoulement inélastique du sel. Comme l'endommagement du sel s'accompagne généralement d'une variation volumique, appelée dilatance, nous avons montré qu'il est possible de rendre compte de ce phénomène en développant un nouveau terme pour le taux de déformation inélastique dû à l'endommagement.

Une partie de ce travail est consacrée à la réalisation de plusieurs essais expérimentaux. Les réponses mécaniques observées sont tout à fait conformes aux attentes et aux observations faites préalablement par d'autres auteurs. Le modèle constitutif est validé à partir de ces essais expérimentaux. L'application de ce modèle à certains résultats tirés de la littérature a également permis de pousser plus loin la validation de ce dernier. Les simulations ainsi faites montrent une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et les prédictions du modèle. On peut conclure que tous ces résultats de simulation montrent la capacité de l'approche proposée à décrire assez fidèlement le comportement viscoplastique endommageable.

ABSTRACT

It is now common practice to identify three regimes for the inelastic flow of rocksalt. These regimes are identified as the brittle, semi-brittle, and ductile regimes. The different deformation mechanisms which contribute to the various regimes have essentially two origins: dislocation motion and microcracking.

Over the last decades, several models proposed for simulating the inelastic flow of rock-salt were limited to the ductile regime, where the behaviour is almost fully dominated by intra-crystalline deformation mechanisms due to the dislocation motion. It has however become more and more clear that such models are often inadequate under certain loading conditions, especially in the presence of microcracking.

When loaded under certain compression stresses, rocksalt shows frequently a semi-brittle response controlled at once by the dislocation motion, which induces a mixed hardening, and by the microcracking, which produces a degradation of the mechanical properties. We find little experimental information and few constitutive models for the semi-brittle behaviour of rocksalt. In this thesis, we present a general model with internal state variables (ISV) that can be used to describe, in a unified manner, the behaviour of rocksalt.

To take into account the microcracking effects, the SUVIC model developed at École Polytechnique of Montréal has been extended by adding the damage process, represented by a state variable D. This more complete version (extended) of the unified constitutive model, called SUVIC-D (Strain rate history-dependent Unified Viscoplastic model with Internal variables for Crystalline materials with Damage), comprises a kinetic law and two types of internal state variables. The kinetic law is split up into two distinct but in-

terdependent components, one associated with the dislocation motion producing the hardening of the material, and the other representing the inelastic strain rate induced directly by damage. On the other hand, the effects related to the deformation mechanisms involving dislocation motion and microcracking are presented by a set of hardening evolutionary variables and a damage variable respectively.

By achieving the coupling between the viscoplastic theory and the continuum damage mechanics theory we show that the model can describe the mechanical behaviour of rocksalt under different loading conditions. This model can then describe in a more coupled manner the two large families of deformation mechanisms that contribute to the inelastic flow of rocksalt. Since the damage of rocksalt is generally accompanied by a volume increase, called dilatancy, we demonstrate that it is possible to take into account this phenomenon by developing a new term for the inelastic strain rate due to damage.

A part of this work has involved the realization of several experimental tests. The observed mechanical responses conform to expectations and to preliminary observations made by other authors. The constitutive model is validated with these experimental tests. The application of this model to certain results taken from the literature has also permitted further its validation. The simulated results show a good concordance between the experimental results and the model predictions. We can conclude that all the simulated results show the ability of the proposed approach to very accurately describe the damaged viscoplastic behaviour.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iv
REMERCIEMENTS v
RÉSUMÉ vi
ABSTRACT viii
TABLE DES MATIÈRES x
LISTE DES TABLEAUX xv

LISTE DES FIGURES xvi
LISTE DES SYMBOLES xxiv
LISTE DES ANNEXES xxxiii

CHAPITRE I INTRODUCTION 1
1.1 Problématique 1
1.2 Méthodologie 4
1.3 Structure de la thèse 6

CHAPITRE II COMPORTEMENT RHÉOLOGIQUE DU SEL 8
2.1 Introduction 8
2.2 Aspects fondamentaux du comportement mécanique du sel 10
2.2.1 Régime ductile 10
2.2.2 Régime fragile 12
2.2.3 Régime semi-fragile 12
2.3 Observations expérimentales du comportement mécanique des roches 14
2.3.1 Cas des roches en général 14
2.3.1 Cas du sel 14

2.4 Les processus physiques de déformation dans le domaine ductile 18
2.5 Fracturation et comportement mécanique des roches et du sel 21
2.6 Transition ductile-fragile 23
2.6.1 Analyse microstructurale 23
2.6.2 Microfissuration dans la phase de transition 24
2.6.3 Effet de la contrainte de confinement 26
2.6.4 Effet de la vitesse de déformation 27
2.6.5 Effet de la température 28
2.6.6 Effet de l'environnement 28
2.6.7 Discussion 29

CHAPITRE III LOIS DU COMPORTEMENT DU SEL GEMME 38
3.1 Introduction 38
3.2 Approches utilisées pour la modélisation 38
3.2.1 Approche partitionnée 38
3.2.1.1 Formulation de lois de fluage 41
3.2.1.1.1 Modèles phénoménologiques 41
3.2.1.1.2 Modèles rhéologiques (par analogie mécanique) 43
3.2.1.1.3 Modèles micromécanistiques 43
3.2.1.1.4 Discussion 44
3.2.2 Approche unifiée avec variables d'état 45
3.3 Modèle SUVIC 48

CHAPITRE IV ENDOMMAGEMENT 60
4.1 Introduction 60
4.2 Notions de base de la mécanique de l'endommagement 61
4.3 Différents modes de l'endommagement 63

4.3.1 Endommagement ductile 63
4.3.2 Endommagement macrofragile 64
4.3.3 Endommagement de fluage 66
4.3.4 Endommagement de fatigue 66
4.4 Identification de l'endommagement 67
4.4.1 Méthodes directes 67
4.4.2 Méthodes indirectes 67
4.5 Représentation de l'endommagement 72
4.6 Lois d'évolution de l'endommagement 75
4.6.1 Endommagement des métaux 76
4.6.2 Endommagement des roches 77
4.6.3 Endommagement du béton 78
4.6.4 Autres matériaux 79
4.6.5 Discussion 79
4.7 Éléments pour le développement de la loi d'évolution de l'endommagement 81
4.7.1 Dégradation progressive: réponse contrainte-déformation 81
4.7.2 Dégradation progressive: réponse déformation-temps 82
4.7.3 Effet de l'endommagement sur la variation volumique 83

CHAPITRE V DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE SUVIC-D 92
5.1 Introduction 92
5.2 Considérations phénoménologiques 93
5.3 Modélisation pour variation de forme et variation volumique 95
5.4 Formulation mathématique des équations cinétiques du modèle SUVIC-D 97
5.4.1 Équations du modèle 97
5.4.2 Remarques 103
5.5 Formulation de la loi d'évolution de la variable Dv 106

5.5.1 Équations retenues 106
5.5.2 Remarques 108

CHAPITRE VI LES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX AU LABORATOIRE 111
6.1 Introduction 111
6.2 Le matériau 111
6.3 Préparation des éprouvettes d'essais 112
6.4 Dispositif expérimental 112
6.5 Conduite des essais de compression uniaxiale 113
6.6 Conduite des essais de compression triaxiale 115
6.7 Résultats des essais 116
6.7.1 Essais de compression uniaxiale 116
6.7.2 Essais de compression triaxiale 120
6.8 Caractérisation du seuil d'endommagement 123
6.9 Rappel des principales observations 124

CHAPITRE VII APPLICATIONS DU MODÈLE 150
7.1 Introduction 150
7.2 Étude paramétrique 151
7.2.1 Influence et estimation des constantes de la loi d'évolution 157
7.2.2 Influence de la fonction f_2 160
7.2.3 Influence de la fonction f_3 162
7.3 Description et prédiction de résultats d'essais 163
7.4 Discussion 169

CHAPITRE VIII CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS 202

8.1 Conclusions 202

8.2 Recommandations 207

BIBLIOGRAPHIE 209

ANNEXE I Exposition des différentes étapes du développement des équations pour l'élaboration du modèle *SUVIC-D* 245

ANNEXE II Présentation de différents modèles d'endommagement proposés pour les matériaux fragiles, semi-fragiles et ductiles 256

ANNEXE III Présentation du reste des essais réalisés dans ce travail 269

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 : Définition des variables et des constantes du modèle *SUVIC* (d'après Aubertin et al., 1991a).

Tableau 4.1 : Mesures d'endommagement pour définir la quantité d'endommagement d'un matériau (d'après Murakami, 1987).

Tableau 6.1 : Résultats des essais de compression uniaxiale sur le sel artificiel à diverses vitesses de déformation.

Tableau 6.2 : Résultats des essais de compression sur le sel d'Avery-Island à diverses vitesses de déformation.

Tableau 6.3 : Résultats des essais de compression sur le sel naturel provenant des Iles de la Madeleine.

Tableau 7.1 : Valeurs préliminaires des paramètres du modèle *SUVIC-D* utilisées lors de l'étude paramétrique.

Tableau 7.2 : Valeurs des constantes de la variable d'endommagement utilisées lors de la prédiction des essais *CSR* uniaxiaux sur le sel artificiel.

Tableau 7.3 : Valeurs des constantes de la variable d'endommagement utilisées lors de la prédiction des essais *CSR* triaxiaux sur le sel artificiel.

Tableau 7.4 : Valeurs des constantes de la variable d'endommagement utilisées lors de la prédiction des essais *CSR* triaxiaux sur le sel naturel.

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Représentation schématisée du comportement inélastique du sel gemme lors d'essais de compression triaxiale conventionnelle réalisés à vitesse de déformation contrôlée. La résistance ultime (ligne pleine) et les frontières entre les trois régimes (lignes tiretées) varient selon la température et la vitesse de déformation (d'après Aubertin et al., 1995).

Figure 2.2 : Courbe contrainte-déformation typique des roches (d'après Dayre, 1987).

Figure 2.3 : Influence de la pression de confinement sur la relation contrainte-déformation du sel en compression triaxiale (d'après Thorel, 1994).

Figure 2.4 : **a)** Représentation schématisée du comportement inélastique du sel lors d'essais de compression triaxiale conventionnelle (*CTC*) réalisés à vitesse de déformation contrôlée.

b) Présentation de l'évolution de la fonction d'écoulement dans le plan π (d'après Aubertin et al., 1995).

Figure 2.5 : Courbe contrainte-déformation d'un monocristal du NaCl sollicité de façon à ne produire qu'un glissement sur le système principal seulement (d'après Davidge et Pratt, 1964).

Figure 2.6 : Carte des mécanismes de déformation du sel (d'après Spiers et Carter, 1996).

Figure 2.7 : Schématisation de la relation V_I-K_I (d'après Wilkins et Rigby, 1981).

Figure 2.8 : Schématisation du lien entre la courbe contrainte-déformation, la variation volumique et la vitesse de la propagation des fissures (d'après Singh, 1981).

Figure 2.9 : Modes de rupture en compression (d'après Hallam et Ashby, 1990).

Figure 2.10 : Mesure de la déformation volumique durant des essais de compression triaxiale du sel (d'après Thorel, 1994).

Figure 2.11 : Influence de la contrainte de confinement et de la vitesse de déformation sur la rupture et la transition fragile-ductile du sel (d'après Wallner, 1984).

Figure 2.12 : Effets de la vitesse de déformation à température constante et de la température à vitesse de déformation constante sur la relation contrainte-déformation du sel d'Avery-Island en compression triaxiale (d'après Horseman et Handin, 1990).

Figure 3.1 : Courbes typiques: **a)** de fluage, et **b)** de variation du taux de fluage en fonction du temps.

Figure 3.2 : Représentation schématique de la surface d'écoulement dans l'espace des contraintes; on montre le critère de von Mises avec une loi associée, et un écrouissage isotrope et cinématique (d'après Desai et Siriwardane, 1984; Mroz, 1986).

Figure 3.3 : Représentation schématique d'un essai *CSR*, en compression triaxiale, avec des cycles de déchargement et de rechargement (d'après Aubertin, 1989).

Figure 3.4 : Courbes expérimentale et prédite à l'aide du modèle *SUVIC* pour un essai cyclique compression triaxiale-extension avec chargement-déchargement à taux de déformation contrôlé sur le sel gemme (d'après Aubertin et al., 1996).

Figure 3.5 : Courbes expérimentale et prédite à l'aide du modèle *SUVIC* pour un essai de fluage par paliers sur le sel naturel d'Avery-Island (d'après Aubertin, 1989).

Figure 4.1 : Modèle d'endommagement: **a)** configuration initiale, **b)** état endommagé, et **c)** configuration équivalente.

Figure 4.2 : Comportement caractéristique des matériaux: **a)** plastique, **b)** plastique-endommageable, et **c)** endommageable (d'après Hult, 1987).

Figure 4.3 : Les 4 stades de la déformation d'une éprouvette au cours d'un essai triaxial en relation avec les méthodes de détection de l'endommagement (d'après Paterson, 1978).

Figure 4.4 : Différentes méthodes pour la détection de l'endommagement de l'éprouvette (d'après Meredith, 1990).

Figure 4.5 : Évolution au cours d'un essai triaxial sur le sel d'Asse, de la fréquence de l'émission acoustique et de la déformation volumique avec l'état de contrainte (d'après Hunsche, 1993; Thorel, 1994).

Figure 4.6 : Définition du seuil d'endommagement en utilisant la mesure de la variation volumique telle que défini dans nos essais ainsi que celui défini par Thorel (1994).

Figure 5.1 : Représentation de la fonction F_π dans le plan $(\sqrt{J_2}, I_1)$.

Figure 5.2 : Représentation schématique de la fonction F_π dans le plan π.

Figure 6.1 : Photo du dispositif expérimental: **a)** cellule triaxiale en position de chargement, et **b)** tableau de commande de la presse hydraulique.

Figure 6.2 : Photo du dispositif expérimental: **a)** cellule des essais uniaxiaux, et **b)** système d'acquisition des données expérimentales, qui comprend un ordinateur, multiplexeur et convertisseur.

Figure 6.3 : Forme des échantillons à la fin des essais: **a)** échantillons du sel gemme; l'ensemble des éprouvettes ont été testées sous un chargement uniaxiale (σ_3 = 0 MPa), et **b)** échantillons du sel d'Avery-Island (essais uniaxiaux).

Figure 6.4 : Courbes contrainte-déformation-variation volumique typiques pour des essais de compression uniaxiale: **a)** sur du sel artificiel, et **b)** sur du sel naturel.

Figure 6.5 : Essai de compression uniaxiale avec cycles de déchargement-rechargement: **a)** contrainte-déformation, et **b)** endommagement-contrainte.

Figure 6.6 : Essai de compression uniaxiale avec cycles de déchargement-rechargement: **a)** courbe contrainte-déformation, et **b)** courbe endommagement-contrainte.

Figure 6.7 : Forme des éprouvettes à la fin des essais triaxiaux. Mode de rupture pour différentes intensités de confinement: **a)** cas du sel gemme, et **b)** cas du sel d'Avery-Island.

Figure 6.8 : Essais uniaxiaux à différentes vitesses de déformation (sel artificiel): **a)** courbes contrainte-déformation, et **b)** variation volumique-déformation axiale.

Figure 6.8c : Essais uniaxiaux à différentes vitesses de déformation (sel artificiel), courbes contrainte axiale-variation volumique.

Figure 6.9 : Effet de la contrainte de confinement sur le comportement du sel d'Avery-Island pour des essais *CSR* de compression triaxiale: **a)** relation contrainte-déformation, et **b)** relation variation volumique-déformation.

Figure 6.9c : Effet de la contrainte de confinement sur le comportement du sel d'Avery-Island pour des essais *CSR* de compression triaxiale, relation contrainte-variation volumique.

Figure 6.10 : Effet de la contrainte de confinement sur le comportement du sel artificiel pour des essais *CSR* de compression triaxiale: **a)** relation contrainte-déformation, et **b)** relation variation volumique-déformation.

Figure 6.10c : Effet de la contrainte de confinement sur le comportement du sel artificiel pour des essais *CSR* de compression triaxiale, relation contrainte-variation volumique.

Figure 6.11 : Essai de compression triaxiale avec cycles de déchargement-rechargement sur du sel artificiel (mesures des valeurs de l'endommagement).

Figure 6.12 : Essai de compression triaxiale sur du sel d'Avery-Island avec cycles de déchargement-rechargement: **a**) contrainte-déformation, et **b**) endommagement-contrainte.

Figure 6.13 : Profil de fissuration des éprouvettes à la fin des essais triaxiaux. Mode de rupture pour différentes intensités de confinement: **a**) cas du sel gemme, et **b**) cas du sel d'Avery-Island.

Figure 6.14 : Effet combiné de la vitesse de déformation et de la contrainte de confinement sur le comportement du sel artificiel pour des essais *CSR* de compression triaxiale: **a**) contrainte-déformation, et **b**) variation volumique-déformation.

Figure 6.14c : Effet combiné de la vitesse de déformation et de la contrainte de confinement sur le comportement du sel artificiel pour des essais *CSR* de compression triaxiale (courbes contrainte-variation volumique).

Figure 6.15 : Surfaces seuil d'endommagement pour le sel artificiel pour deux vitesses de déformation différentes (données expérimentales avec courbes théoriques): **a**) $\dot{\varepsilon} = 38{,}5\text{x}10^{-6}\,s^{-1}$, et **b**) $\dot{\varepsilon} = 84{,}5\text{x}10^{-6}\,s^{-1}$.

Figure 6.16 : Surfaces seuil d'endommagement pour le sel d'Avery-Island pour deux différentes vitesses de déformation (données expérimentales avec courbes théoriques): **a**) $\dot{\varepsilon} = 27\text{x}10^{-6}\,s^{-1}$, et **b**) $\dot{\varepsilon} = 63\text{x}10^{-6}\,s^{-1}$.

Figure 6.17 : Surface seuil d'endommagement pour le sel d'Avery-Island (points expérimentaux avec courbe théorique).

Figure 6.18 : Surface seuil d'endommagement pour le sel artificiel pour les deux vitesses de déformation (points expérimentaux avec courbe théorique).

Figure 7.1 : **a)** Effet du taux de déformation inélastique induit par l'endommagement sur la relation contrainte-déformation d'un essai *CSR*.

b) Effet du taux de déformation inélastique induit par l'endommagement sur la relation déformation-temps d'un essai de fluage (effet séparé et combiné de $\dot{\varepsilon}_{11,d}$ et $\dot{\varepsilon}_{11,v}$).

Figure 7.2: **a)** Influence de la constante g_2 sur la relation contrainte-déformation pour un essai *CSR*.

b) Influence de la constante g_2 sur la relation déformation-temps pour un essai de fluage.

Figure 7.3: **a)** Effet de l'exposant m_1 sur la relation contrainte-déformation pour un essai *CSR*.

b) Effet de l'exposant m_1 sur la relation déformation-temps pour un essai de fluage.

Figure 7.4 : Influence de la constante k_1 sur l'évolution de la fonction d'accumulation d'endommagement f_1; La valeur D_c est fixée arbitrairement.

Figure 7.5 : Influence de la constante D_c sur la fonction d'accumulation d'endommagement f_1 pour plusieurs valeurs de k_1.

Figure 7.6: **a)** Évolution de la contrainte et de la variable d'endommagement en fonction de la déformation pour deux valeurs de k_1 (essai *CSR*).

b) Évolution de la contrainte et de la variable d'endommagement en fonction du temps pour deux valeurs de k_1 (essai de fluage).

Figure 7.7 : **a)** Effet de la constante D_c sur les réponses contrainte-déformation et endommagement-déformation pour un essai *CSR*.

b) Effet de la constante D_c sur les réponses déformation-temps et endommagement-temps pour un essai de fluage.

Figure 7.8 Valeurs maximales de la constante D_c atteintes au cours des essais triaxiaux: a) sel artificiel, et b) sel d'Avery-Island

Figure 7.9 Effet de la constante a_2 sur le seuil d'endommagement: a) la valeur de a_2 est comprise entre 0,01 et 0,02, et b) a_2 comprise entre 0,05 et 0,005.

Figure 7. 10 Influence de l'exposant r_1 sur l'évolution de la fonction f_2: a) r_1 compris entre 1 et 2,2, et b) r_1 compris entre 2 et 3.

Figure 7. 11 Influence de l'exposant r_1 sur: a) la relation contrainte-déformation d'un essai CSR, et b) la relation déformation-temps d'un essai de fluage.

Figure 7.12 Effet de l'exposant g_2 sur la fonction d'accumulation des déformations f_3

Figure 7.13 **a)** Influence de la constante g_2 sur la réponse contrainte-déformation. **b)** Influence de la constante g_2 sur la réponse déformation-temps.

Figure 7.14 Effet combiné des paramètres k_1, r_1 et g_2 sur la variable d'endommagement pour : **a)** $\sigma_3 = 3$ MPa, et **b)** $\sigma_3 = 0$ MPa et $\sigma_3 = 3$ MPa.

Figure 7.15: Courbes expérimentale et décrites à l'aide du modèle *SUVIC, SUVIC-DI* ($\dot{\varepsilon}_{11,d} = 0$)et *SUVIC-D* pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon} = 14 \times 10^{-6}$ s^{-1} et $\sigma_3 = 0$ MPa).

Figure 7.16: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle *SUVIC, SUVIC-DI* ($\dot{\varepsilon}_{11,d} = 0$) et *SUVIC-D* pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}_{11,d} = 79 \times 10^{-6}$ s^{-1} et $\sigma_3 = 0$ MPa).

Figure 7.17: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle *SUVIC* et *SUVIC-D* pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}_{11,d} = 20 \times 10^{-6}$ s^{-1} et $\sigma_3 = 0$ MPa).

Figure 7.18: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle *SUVIC, SUVIC-D* pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}$

= 68×10^{-6} s^{-1} et σ_3 = 1,07 MPa).

Figure 7.19: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle *SUVIC*, *SUVIC-DI* ($\dot{\varepsilon}_{11,d} = 0$) et *SUVIC-D* pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}$ = 72×10^{-6} s^{-1} et σ_3 = 2,04 MPa).

Figure 7.20: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle *SUVIC*, *SUVIC-DI* ($\dot{\varepsilon}_{11,d} = 0$) et *SUVIC-D* pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel d'Avery-Island ($\dot{\varepsilon}$ = $26,5 \times 10^{-6}$ s^{-1} et σ_3 = 3,57 MPa).

Figure 7.21: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle *SUVIC*, *SUVIC-DI* ($\dot{\varepsilon}_{11,d} = 0$) et *SUVIC-D* pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel d'Avery-Island ($\dot{\varepsilon}$ = 30×10^{-6} s^{-1} et σ_3 = 0 MPa).

Figure 7.22: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle *SUVIC-D* sur des essais de fluage (effet séparé et combiné de $\dot{\varepsilon}_{11,d}$ et $\dot{\varepsilon}_{11,v}$). Données expérimentales tirées de Chan et al., 1994: **a**) σ_3 = 2 MPa, et **b**) σ_3 = 1 MPa.

LISTE DES SYMBOLES

a ou a_i : constantes (i= 1, 2, 3, etc...);

A : constante;

$\tilde{A}$: section nette;

A_i : constantes (i= 1, 2, 3, etc...);

A_{1s} : coefficient de la loi d'évolution de $B_{ij,s}$;

A_{2s} : coefficient de la loi d'évolution de $B_{ij,s}$;

A_{1l} : coefficient de la loi d'évolution de $B_{ij,l}$;

A_{2l} : coefficient de la loi d'évolution de $B_{ij,l}$;

A_o : section transversale initiale;

A_D : surface des microfissures;

b : constante;

b_j : déplacement relatif à travers la surface de la fissure;

B : contrainte interne cinématique uniaxiale;

B_e : norme de B_{ij} ($B_e = (3/2\ B_{ij}\ B_{ij}\ )^{1/2} = J(B_{ij})$);

$B_e^{'}$: valeur de saturation de B_e;

B_{ij} : tenseur de la contrainte B;

$B_{ij,s}$: contrainte interne cinématique associée aux obstacles à court rayon d'action

$\dot{B}_{ij.s}$: loi d'évolution de $B_{ij,s}$

$B_{ij,l}$: contrainte interne cinématique associée aux obstacles à plus long rayon d'action

$\dot{B}_{ij.l}$: loi d'évolution de $B_{ij,l}$

B_{os} : coefficient de la fonction de B_e;

B_{ol} : coefficient de la fonction de B_e;

c : longueur de la fissure;

c_{cr} : longueur critique de la fissure;

C : constante; constante de normalisation de B_{ij} et R;

C_o : résistance en compression uniaxiale;

d_c : diamètre de cellule;

d_g : dimension de grain;

d_{ij} : direction du tenseur d'endommagemnt D_{ij};

D : diamètre de l'éprouvette;

D_c : valeur maximale de D_v ;

$\dot{D}_o$: constante;

D_v : variable d'endommagement;

D_{ii} : valeur propre du tenseur D_{ij} dans les directions principales (i= 1, 2 et 3);

D_{ij} : tenseur d'endommagement;

D_{kk} : trace du tenseur d'endommagement;

e : indice des vides;

e_i : vecteur unitaire;

e_{ij} : tenseur du déviateur des déformations;

$\dot{e}^{i}_{ij.v}$ ou $\dot{e}^{i}_{ij}$: taux de déformation déviatorique

E : module d'Young;

E_{11} : module d'Young du matériau non-endommagé suivant la direction axiale;

$\tilde{E}_{11}$: module d'Young du matériau endommagé suivant la direction axiale;

E_o : module d'Young du matériau non-endommagé;

$\tilde{E}$: module d'Young du matériau endommagé;

f : fonction quelconque;

f_i : fonctions quelconques (i = 1, 2, 3, etc...);

F : fonction d'écoulement; travail fait par les forces externes;

F_1 : fonction d'écoulement;

F_2 : fonction du seuil d'initiation d'endommagement;

F_d : fonction de normalisation;

F_L : fonction limite d'écoulement;

F_o : fonction représentant le seuil dans le plan $\sqrt{J_2}$ - I_1;

F_r : fonction de normalisation;

F_π : fonction représentant le seuil dans le plan π;

g_i : constantes (i= 1 et 2); fonctions quelconques (i = 1, 2, 3);

G : module de cisaillement, force d'extension de la fissure;

G_I : taux de relâchement de l'énergie de déformation élastique;

h : niveau d'écrouissage;

h_I, h_{II}, h_{III} : niveaux d'écrouissage correspondant aux trois phases d'écoulement inélastique des monocristaux;

h_o : longueur initiale de l'échantillon;

Δh : variation de la longueur de l'échantillon;

$\dot{H}$: paramètre de la loi de normalité en élastoplasticité; paramètre de chargement;

i : variable indicielle (i = 1, 2, 3, etc...);

I_1 : premier invariant du tenseur de contraintes ($I_1 = 3\ \sigma_m$ = trace σ);

$\dot{I}_1$: dérivée par rapport au temps du premier invariant du tenseur de contraintes;

$\tilde{I}_1$: premier invariant du tenseur de contraintes nettes;

II : tenseur unitaire (II $\equiv \delta_{ij}$).

j : variable indicielle (i = 1, 2, 3, etc...);

J : opérateur qui définit la norme de von Mises d'un tenseur quelconque (ex: $J(\sigma_{ij}) = [3/2\ (\sigma_{ij}\ \sigma_{ij})]^{1/2}$);

J_1 : containte hydrostatique;

J_2 : deuxième invariant du déviateur de contraintes ($J_2 = (1/2\ S_{ij}\ S_{ij})$); contrainte de cisaillement octaédrique;

$\tilde{J}_2$: deuxième invariant du déviateur de contraintes nettes ($\tilde{J}_2 = (1/2\ \tilde{S}_{ij}\ \tilde{S}_{ij})$);

J_3 : troisième invariant du tenseur de contraintes nettes;

$\tilde{J}_3$: troisième invariant du tenseur de contraintes nettes;

$J_o(\sigma)$: la contrainte principale maximale;

k_1 : constante de la fonction d'endommagement;

K : variable de normalisation dans le modèle SUVIC;

K′ : valeur de saturation de la variable interne K;

K_b : module de compressibilité;

K_G : dureté;

K_I : facteur d'intensité de contraintes;

K_{IC} : ténacité ou valeur maximale du facteur d'intensité de contraintes;

K_f : facteur maximum d'intensité de contraintes lors de la pré-fissuration;

K_o : seuil de cohésion;

l : demie longueur de la fissure dans le modèle de Kemeny;

L : longueur de l'éprouvette;

m : exposant de la fonction de saturation R′;

m_1 : exposant de la loi de puissance;

$\mathbb{M}$: tenseur des effets d'endommagement (4e ordre);

$\mathbb{M}_{ijkl}$: Matrice représentant le tenseur des effets d'endommagement (4e ordre);

n : constante du matériau; exposant de la loi de puissance, type Norton; exposant de la loi de puissance de Charles;

n_i : vecteur unitaire normale au plan de la fissure;

N : exposant de la loi cinétique; exposant de la loi de puissance pour le fluage;

p : exposant de la fonction de restauration statique de R;

P : charge de compression; ondes P;

q : exposant de la fonction de restauration statique de B_{ij};

Q : potentiel plastique; énergie d'activation;

Q_1 : potentiel viscoplastique;

Q_2 : potentiel d'endommagement;

r : fonction de restauration; coordonnée cartésienne;

r_1 : constante dans la loi d'endommagement;

r_d : fonction de restauration dynamique;

r_s : fonction de restauration statique;

R : constante; contrainte interne; résistance du matériau à la propagation de la fissure;

R' : valeur de saturation de R;

R_o : constante de la contrainte interne R;

sgn : fonction signum (sgn(x) = x/|x|);

S : contrainte déviatorique; surface d'un élément de volume;

$\tilde{S}$: contrainte déviatorique nette;

S_D : seuil d'endommagement;

S_{ij} : tenseur du déviateur des contraintes;

$\tilde{S}_{ij}$: tenseur du déviateur de contraintes nettes

S_y : limite élastique macroscopique;

$\dot{S}_{ij}$: dérivée par rapport au temps de la contrainte déviatorique;

t : temps;

Δt : incrément de temps;

T : température;

T_m : température de fusion;

T_o : résistance à la traction;

u : exposant de la fonction de restauration statique de R;

U_o : énergie de déformation de la plaque sans fissure;

U_a : variation de l'énergie de déformation élastique due à la présence de fissure;

U_γ : énergie de surface associée à la création de deux surfaces;

U_{pl} : énergie de déformation plastique;

V : variation volumique;

ΔV : incrément de la variation volumique;

V_l : vitesse de la propagation des fissures;

v : fonction exponentielle dans la loi d'endommagement;

v_l : constante;

v_T : vitesse maximale de propagation des microfissures;

dV : élément de volume;

V_L : vitesse d'onde en mode longitudinal;

V_T : vitesse d'onde en mode torsionel;

W : intensité du taux de déformation viscoplastique;

X_{ae} : norme de von Mises du tenseur $(S_{ij} - B_{ij})$;

$\tilde{X}_{ae}$: norme de von Mises du tenseur $(\tilde{S}_{ij} - B_{ij})$;

Y : variable d'état quelconque;

θ : angle de Lode;

$\tilde{\theta}$: angle de Lode du matériau endommagé;

ϕ : angle des coordonnées sphériques;

Ω : contour de l'hémisphère de l'intégrale;

λ : constante;

γ : paramètre de fluidité;

∂ : dérivée partielle;

σ : contrainte appliquée;

$\tilde{\sigma}$ ou $\tilde{\sigma}_{kl}$: contrainte nette;

σ_{11} ou σ_1 : contrainte principale majeure;

σ_{22}, σ_{33} ou σ_2, σ_3 : contrainte principale mineure; contrainte de confinement;

σ_{1-3} ou σ_d : contrainte déviatorique;

σ_a : contrainte active;

σ_{axi} : contrainte axiale;

σ_f : contrainte à la rupture;

σ_{kk} : trace du tenseur des contraintes σ_{ij};

σ_i : contrainte interne;

σ_m : contrainte moyenne;

σ_{pic} : contrainte au pic;

σ_{rad} ou p : contrainte radiale;

σ_y : limite élastique;

σ_{seuil} : contrainte seuil à l'initiation de la propagation des fissures;

σ_t : résistance de tension uniaxiale;

σ_{ij} : tenseur des contraintes;

$\tilde{\sigma}_{ij}$: tenseur des contraintes nettes;

σ_{xy} : contrainte de cisaillement;

σ_{yx} : contrainte de cisaillement;

υ : coefficient de Poisson;

ρ : densité des dislocations; densité massique du matériau;

τ : contrainte de cisaillement;

τ_o : contrainte de cisaillement octaédrique;

ε_{axi} ou ε_1 : déformation axiale;

ε_{rad} ou ε_3 : déformation radiale;

ε_c ou ε^c : déformation de fluage;

ε_L : déformation limite associée à la localisation;

ε_{rupt} : déformation à la rupture;

ε_v, ε_{vol} et ε_{kk} : variation de volume;

ε_{seuil} : déformation seuil à l'initiation de la propagation des fissures;

$\varepsilon_{axe}{}^e$ ou $\varepsilon_{11}{}^e$: déformation élastique axiale;

$\dot{\varepsilon}$: vitesse de déformation; vitesse de déformation totale;

$\dot{\varepsilon}^e$: vitesse de déformation élastique;

$\dot{\varepsilon}_o$: coefficient de la loi d'écoulement stationnaire de type Norton;

$\dot{\varepsilon}^p$: vitesse de déformation plastique;

$\dot{\varepsilon}^c$: vitesse de déformation de fluage;

$\dot{\varepsilon}_e{}^i$: norme de von Mises de la vitesse de déformation inélastique $\dot{\varepsilon}_{ij}{}^i$;

ε^i : déformation inélastique;

$\dot{\varepsilon}^i$: vitesse de déformation inélastique;

$\dot{\varepsilon}_{ij}$: vitesse du tenseur des déformations;

$\dot{\varepsilon}_{ij}{}^c$: vitesse du tenseur des déformations de fluage (inélastique différée);

$\dot{\varepsilon}_{ij}{}^e$: vitesse du tenseur des déformations élastiques;

$\dot{\varepsilon}_{ij}{}^p$: vitesse du tenseur des déformations plastiques;

$\dot{\varepsilon}_{ij}{}^i$: vitesse du tenseur des déformations inélastiques;

$\dot{\varepsilon}_{ij,v}{}^i$: vitesse du tenseur des déformations inélastiques dues aux dislocations;

$\dot{\varepsilon}_{ij,d}{}^i$: vitesse du tenseur des déformations inélastiques dues à l'endommagement;

$\dot{\varepsilon}_{kk}{}^i$: vitesse du tenseur des déformations volumiques;

$\dot{\varepsilon}_{kk,d}{}^i$: vitesse du tenseur des déformations volumiques dues à l'endommagement;

$\dot{\varepsilon}_{kk,v}{}^i$: vitesse du tenseur des déformations volumiques viscoplastique;

$\dot{\varepsilon}_r$: vitesse du fluage tertiaire;

$\dot{\varepsilon}_s$: vitesse du fluage secondaire;

$\dot{\varepsilon}_t$: vitesse du fluage transitoire;

δ_{ij} : delta de Kronecker;

tr : trace d'un tenseur;

$\otimes$: produit tensoriel

Λ : tenseur des constantes élastiques (4e ordre);

$\tilde{\Lambda}$: tenseur des constantes élastiques du matériau endommagé;

Λ_{ijkl} : Matrice représentant le tenseur des constantes élastiques (4e ordre);

$\tilde{\Lambda}_{ijkl}$: Matrice représentant le tenseur des constantes élastiques du matériau endommagé;

exp : fonction exponentielle;

$\propto$: proportionnel à;

SFE : énergie de faute d'empilement;

$\|\|$: indique la norme de von Mises;

$< >$: crochets de MacAuley $= (x + |x|)/2$.

LISTE DES ANNEXES

Annexe I : Exposition des différentes étapes du développement des équations pour l'élaboration du modèle *SUVIC-D*.

Annexe II: Présentation de différents modèles d'endommagement proposés pour les matériaux fragiles, semi-fragiles, et ductiles.

Annexe III : Présentation du reste des essais réalisés dans ce travail.

CHAPITRE I
INTRODUCTION

1.1 Problématique

Le comportement mécanique du sel gemme a été le sujet de plusieurs études expérimentales et théoriques. Ces études sont usuellement reliées aux projets de conception d'excavations souterraines pour les exploitations minières (Langer, 1982; Salzer et Schreiner, 1996; van Sambeek, 1996), pour le stockage des hydrocarbures (Preece, 1987; Habib et al., 1996; Nguyen-Minh et al., 1992, 1996), pour le stockage des déchets toxiques (Langer et Wallner, 1988; Rolfs et al., 1996; Pudewills, 1996) et pour l'enfouissement de résidus nucléaires (Russel et al., 1984; van den Broek et Heilbron, 1996).

Parmi ces études, le calcul du champ des contraintes et des déformations dans le massif-hôte (autour des cavités salines) occupe une place importante. Ce calcul est en effet nécessaire à deux niveaux:

- d'abord, pour concevoir et construire des excavations souterraines stables pendant la phase d'exploitation, i.e. éviter la rupture instantanée et différée;
- ensuite, pour prédire le comportement mécanique à long terme des excavations, i.e. prévoir les déplacements.

Compte tenu de la complexité des géométries d'excavations à envisager et du comportement rhéologique du sel gemme, ce genre de calcul est habituellement réalisé à partir d'une modélisation numérique (FEM) dont les résultats sont reliés directement au modèle constitutif considéré. Pour cela, l'utilisation d'un modèle représentant adéquatement le comportement

réel du matériau est de première importance (Munson et Wawersik, 1993). On a donc déployé depuis quinze ou vingt ans des efforts considérables pour développer des modèles de comportement plus représentatifs. Il faut noter ici que la presque totalité des efforts de modélisation ont été concentrés sur le comportement inélastique différé dans le domaine ductile, traditionnellement étudié à partir d'essais de fluage et d'essais à taux de déformation contrôlé. Les conditions de ces essais se limitent généralement au domaine du comportement inélastique isovolumétrique du sel gemme, dominé entièrement par les mécanismes de mouvement de dislocations intracristallines, omettant ainsi le processus de microfissuration qui peut être, sous certaines conditions, le mécanisme dominant dans l'écoulement du sel.

Il est maintenant courant d'identifier trois régimes à l'écoulement inélastique du sel gemme et autres roches au comportement similaire, selon le mode de déformation et de rupture (Carter et Tsenn, 1987; Ladanyi et Aubertin, 1990; Sgaoula et al., 1992; Aubertin et al., 1993a, 1996). Ces régimes sont identifiés comme étant les régimes fragile, semi-fragile et ductile. Les différents mécanismes de déformation qui contribuent aux divers régimes ont essentiellement deux origines: i) le mouvement de dislocations, et ii) la microfissuration. La contribution relative de ces deux grandes classes de mécanismes de déformation dépend de plusieurs facteurs, dont la température et le niveau de contraintes. Sous certaines conditions de sollicitation, le comportement inélastique du sel gemme est presqu'entièrement dominé par les mécanismes de déformation intracristallins dus au mouvement de dislocations. On parle alors d'un écoulement ductile. La déformation inélastique est alors isovolumétrique et induit un écrouissage marqué du matériau. Par contre, sous d'autres conditions, le comportement du sel gemme est dominé par la microfissuration conduisant à la fracturation du matériau. Il s'agit alors d'un régime d'écoulement fragile. Comme c'est le cas avec les autres géomatériaux (roches, sols,...), on observe alors que l'écoulement inélastique induit des variations volumiques. Entre ces deux régimes existe un domaine de comportement intermédiaire, appelé régime semi-fragile. Dans ce cas, l'écrouissage du matériau survient simultanément à

l'affaiblissement par un endommagement dû à la microfissuration. On observe alors une variation de forme et une variation de volume.

Le comportement inélastique isovolumétrique étant souvent considéré dominant pour le comportement du sel gemme, les efforts de modélisation ont largement porté sur celui-ci. Plusieurs modèles ont été ainsi proposés dans cette optique au fil des ans (par exemple: Devries, 1988; Morgan et Krieg, 1988; Morgan et Wawersik, 1989; Aubertin, 1989; Russell et al., 1990; Munson et al., 1991). Des analyses récentes indiquent que le modèle proposé par Aubertin (1989), dans sa version mise à jour, serait un des plus versatiles (i.e. Pudewills et Hornberger 1993). De nature viscoplastique, avec trois variables d'état évolutives, ce modèle a une nature unifiée, c'est-à-dire qu'il décrit à l'aide d'une seule loi cinétique l'ensemble du comportement inélastique du matériau, en incluant les effets d'hérédité. Appelé *SUVIC*, ce modèle constitutif a été développé principalement pour la phase ductile, là où les déformations intracristallines (mouvement de dislocations) dominent le comportement inélastique du sel gemme. La déformation inélastique survient alors lorsque la contrainte déviatorique se situe à l'extérieur de la surface d'écoulement, qui est représentée ainsi par un critère isotrope de type von Mises dont le centre dans l'espace des contraintes est positionné par un tenseur déviatorique. C'est donc un modèle qui induit un écrouissage mixte (cinématique et isotrope).

Au cours des dernières années, il est cependant devenu de plus en plus évident que de tels modèles (incluant le modèle *SUVIC*) sont souvent inadéquats sous certaines conditions de chargement, spécialement en présence de la fracturation. Leur principale limitation vient du fait que ceux-ci sont développés pour décrire les caractéristiques du comportement mécanique du sel gemme dans le régime ductile d'écoulement.

L'étude de l'endommagement est motivée par les problèmes posés par les ouvrages souterrains dans les formations salifères, tels que les mines et les cavités de stockages d'hydrocarbures et de déchets radioactifs. On trouve généralement l'apparition de l'endommagement près des extrémités d'un pilier ou un écaillage en paroi de galerie souterraine: le creusement de la cavité se traduit par une décharge brutale de la contrainte radiale en paroi de la structure qui se trouvait, avant le creusement, dans un état de contraintes isotropes. Ce genre de sollicitation autour de l'ouvrage en présence d'une sollicitation intense fait apparaître généralement des zones endommagées qui peuvent compromettre la stabilité de la galerie. De même, l'apparition de l'endommagement au voisinage d'une galerie se traduit généralement par une dilatance accrue du massif. La conséquence de ce phénomène est surtout importante pour la perméabilité du sel gemme. Ceci est particulièrement intéressant si l'on veut examiner dans quelle mesure l'étanchéité d'une caverne de stockage soumise à des sollicitations intenses peut être compromise.

Le fait que le modèle *SUVIC* fasse abstraction de certains phénomènes présents dans le comportement mécanique du sel, tel que la fracturation, la dilatance et l'influence de la contrainte moyenne, entraîne naturellement certaines limitations à son application. Néanmoins, la structure modulaire des équations du modèle *SUVIC* est propice à certaines modifications subséquentes. Dans cette perspective, certains ajustements seront apportés pour permettre de mieux décrire ces aspects du comportement mécanique du sel gemme.

1.2 Méthodologie

Les efforts qui ont été déployés au cours du présent projet de recherche ont surtout porté sur l'aspect fracturation du comportement du sel gemme. La contribution de l'auteur à cet égard sera l'étude de l'applicabilité de la mécanique d'endommagement des milieux continus (*CDM*: "*Continuum Damage Mechanics*"), qui a déjà été appliquée avec succès aux métaux, aux

roches fragiles, au béton et aux céramiques, pour l'extension du modèle *SUVIC* pour le sel gemme.

Comme la fissuration macroscopique est une conséquence de la naissance et de la coalescence des microdéfauts qui peuvent jouer un certain rôle dans l'écoulement inélastique du sel gemme, on est donc en droit de penser qu'il est possible de décrire, **d'une manière unifiée**, la totalité des phases par lesquelles passe la structure depuis la mise en charge jusqu'à sa rupture finale. Ceci n'est possible que si l'on est capable de tenir compte des principaux phénomènes qui gouvernent aussi bien les mécanismes de déformation intracristallins que les mécanismes de fracturation.

L'objectif principal de ce travail est de montrer la faisabilité de cette **démarche unificatrice** des concepts de la mécanique de l'endommagement des milieux continus et de la viscoplasticité. En réalisant un couplage entre la théorie de l'endommagement et la théorie viscoplastique, nous montrerons qu'il est possible de prévoir le comportement d'un échantillon depuis sa mise en charge jusqu'à la résistance au pic (et même au-delà).

Comme l'endommagement se manifeste par l'apparition des microfissures et la coalescence des vides, il est donc accompagné généralement d'une variation de volume. Cette dilatance se manifeste aussi par une forte dépendance du comportement mécanique vis-à-vis de la contrainte hydrostatique. De ce fait, le choix d'un critère d'écoulement de type von Mises n'est pas compatible avec le comportement rhéologique du sel endommagé. Un tel critère ne prend pas en compte la possibilité de déformations volumiques non nulles. Pour élucider toutes les questions concernant l'endommagement du sel gemme, on est alors conduit à considérer une combinaison de deux critères d'écoulement avec deux fonctions couplées, F_1 et F_2. La fonction F_1 est de type von Mises telle que proposée dans le modèle *SUVIC*, car le critère viscoplastique associé n'est pas influencé par la composante hydrostatique de l'état de

contraintes (avec une variation volumique nulle) et F_2 est fonction de la contrainte hydrostatique (et de la contrainte déviatorique).

Avant d'entamer la section suivante, il est bon de préciser que dans ce texte les mots sel et sel gemme ont la même signification.

1.3 Structure de la thèse

Le chapitre 2 présente brièvement les principaux aspects du comportement mécanique du sel tant d'un point de vue microscopique que macroscopique. Cet exposé est une version condensée, modifiée et mise à jour de celle préalablement produite par Sgaoula et al. (1992), qui se veut une annexe à cette thèse. Notre attention est portée plus particulièrement sur les mécanismes de déformation propres à la fracturation dans la phase de transition entre les divers régimes. Pour leur part, les mécanismes de déformation intracristallins, tout en étant une partie importante dans la modélisation du comportement du sel gemme, sortent quelque peu du cadre du présent travail et ne sont considérés que sommairement.

Le chapitre 3 porte sur la présentation de diverses approches disponibles pour la modélisation du comportement ductile du sel gemme. Ensuite, le modèle *SUVIC*, qui représente un intérêt particulier dans notre étude, est exposé.

Pour sa part, le chapitre 4 porte sur le phénomène d'endommagement ainsi que sur les diverses approches pour sa représentation mathématique. Divers modèles d'endommagement pour différents matériaux sont exposés et discutés selon ces diverses approches. L'exposition de ces modèles nous permet ainsi de faire ressortir les caractéristiques nécessaires pour l'élaboration de l'équation de la variable d'endommagement.

Dans le chapitre 5, on discute de l'élaboration de la formulation mathématique du modèle *SUVIC-D*. Ce travail est basé sur le concept de couplage entre la théorie de l'endommagement et le comportement viscoplastique. Avec ce couplage, le modèle est formulé de façon à tenir compte aussi de la variation volumique non nulle, permettant ainsi de prédire l'éventuelle apparition de la dilatance.

La description de la préparation des éprouvettes et de la conduite des essais, ainsi que les résultats expérimentaux sont présentés au chapitre 6.

L'analyse des résultats et la validation du modèle font l'objet du chapitre 7. Des simulations de quelques résultats expérimentaux provenant du présent projet de recherche et de la littérature sont présentées. Cette simulation est faite à l'aide d'un algorithme composé à partir des équations différentielles du modèle *SUVIC-D*. Des études paramétriques ont été aussi faites afin de présenter les principales caractéristiques du modèle.

Enfin, la conclusion de ce travail et les recommandations pour les recherches futures sont présentées au chapitre 8.

CHAPITRE II
COMPORTEMENT RHÉOLOGIQUE DU SEL

2.1 Introduction

Au cours des trois dernières décennies, le comportement mécanique du sel gemme a fait l'objet de très nombreuses études, tant au niveau microscopique que macroscopique. Il existe d'ailleurs plusieurs rapports et articles de synthèse qui décrivent les principales observations obtenues à partir de résultats d'essais le plus souvent réalisés en laboratoire; parmi ceux-ci mentionnons: Serata (1978), Hardy (1982), Carter et Hansen (1983), Langer (1984), Wawersik et Zeuch (1986), Aubertin et al. (1987a, 1987b), Sgaoula et al. (1992), Senseny et al. (1992), Hunsche (1993, 1996), Thorel (1994).

Ces travaux ont montré qu'il existe généralement une bonne concordance entre le comportement du sel gemme de diverses origines et provenances. Ainsi, la nature du sel gemme ne semble influencer que l'ampleur de certains phénomènes observables, sans toutefois affecter de façon notable les processus physiques impliqués ou les tendances macroscopiques observées. Ceci constitue un aspect fort intéressant, qui a d'ailleurs permis à plusieurs auteurs de travailler sur un matériau reconstitué artificiellement afin d'étudier dans des conditions relativement uniformes certains aspects du comportement du sel gemme (e.g. Heard, 1972; Hardy, 1982; Guessous, 1986; Aubertin, 1989).

La réponse du sel gemme aux sollicitations mécaniques est fortement non linéaire, et elle dépend notamment du taux de mise en charge et de son histoire mécanique. L'effet du temps sur le comportement du matériau associé aux ouvrages d'ingénierie trouve sa source dans deux grandes classes de processus physiques, soit le mouvement des dislocations dans la

structure cristalline et la propagation des microfissures. L'ampleur de la contribution relative de ces deux types de processus dépend de plusieurs facteurs, dont la température T et le tenseur de contraintes σ_{ij} (incluant le rapport de la portion déviatorique S_{ij} sur la portion hydrostatique σ_m). Sous certaines conditions de sollicitation, le comportement inélastique du sel gemme est presque entièrement dominé par les mécanismes de déformation intracristallins dus au mouvement des dislocations. On parle alors d'un écoulement ductile (ou purement plastique). Par contre, sous d'autres conditions, le comportement du sel gemme est dominé par la microfissuration conduisant à la fracturation macroscopique. Il s'agit alors d'un régime d'écoulement fragile. Entre ces deux régimes existe un domaine de comportement intermédiaire, souvent appelé régime semi-fragile, où les deux types du processus physiques précités agissent simultanément. Les conditions associées à cette transition progressive d'un comportement fragile vers un comportement ductile a fait l'objet de plusieurs travaux sur les roches cristallines, et a fait l'objet de quelques articles synthèses (voir pour exemple: Paterson, 1978; Carter et Tsenn, 1987; Murrell, 1990); le cas du sel gemme a été discuté par Sgaoula et al. (1992), Aubertin et al. (1993b), et Hunsche (1993, 1996). La figure 2.1 illustre schématiquement les conditions de sollicitation où prédomine chacun des trois régimes. Cette figure montre, dans l'espace des contraintes $((\sigma_{axi}-\sigma_{rad})/C_o$ en fonction de σ_{rad}/C_o; C_o représente la résistance en compression uniaxiale), les conditions associées à la transition progressive lors des essais *CSR*. On constate, sur cette figure, que le régime ductile est présent lorsque la contrainte déviatorique est inférieure au seuil de l'amorce de propagation des microfissures présenté par la ligne en tiret. Comme on peut le voir, ce seuil croît avec l'augmentation de la contrainte de confinement σ_{rad} jusqu'à ce qu'il devienne pratiquement indépendant de la contrainte de confinement σ_{rad}. À faible contrainte de confinement, le comportement peut être fragile lorsque la contrainte déviatorique s'approche de la résistance ultime. Entre ces deux régimes existe un domaine de transition, appelé régime semi-fragile. Ces trois régimes sont discutés dans ce qui suit en relation avec les essais de compression triaxiale conventionnelle

(*CTC*), pour des conditions de chargement à taux de déformation contrôlé (*CSR*) et à contrainte constante (fluage).

2.2 Aspects fondamentaux du comportement mécanique du sel

Comme il a été déjà mentionné auparavant, le comportement mécanique du sel, comme celui de plusieurs autres roches, présente trois régimes. L'écoulement, pour chaque régime, est contrôlé par différents mécanismes de déformation (déformation intracristalline, et/ou fracturation). Nous tentons de définir dans cette section, d'un point de vue micromécanistique, les principales caractéristiques de chaque type de comportement.

2.2.1 Régime ductile

Le facteur important gouvernant la ductilité d'un matériau est la multiplicité des systèmes de glissement indépendants disponibles pour un écoulement sans création de vides. La plasticité parfaite associée à un critère de type von Mises (isovolumétrique) requiert cinq systèmes de glissement pour maintenir la continuité du matériau aux frontières de grains (plasticité parfaite) (Murrell, 1990). La multiplicité des systèmes de glissement (et par conséquent la ductilité) dépend de la symétrie de la structure cristallographique et des liaisons atomiques. Le système préférentiel du sel, {110} <110>, ne fournit que deux systèmes de glissement indépendants (Groves et Kelly, 1963); cela est insuffisant pour assurer la ductilité parfaite du matériau, qui nécessite théoriquement, selon la théorie de déformation uniforme de Taylor, cinq systèmes de glissement indépendants. Par conséquent, le sel serait sujet à la fracturation.

Cependant, plusieurs facteurs peuvent contribuer à réduire cette exigence, et accroître la ductilité du sel polycristallin en réduisant sa tendance à la fracturation. Ainsi, une hausse de la température peut permettre l'activation (par l'action des systèmes secondaires) des cinq

systèmes de glissement indépendants théoriquement nécessaires à la ductilité parfaite (Hirth et Lothe, 1982). De même, une augmentation de la contrainte de confinement (ou de la contrainte moyenne à déviateur constant) permet aux mécanismes intracristallins de dominer la déformation (en modifiant l'orientation des fissures et en réduisant leur propagation de sorte que la fracturation peut être inhibée) (Handin et al., 1986; Senseny et Hansen, 1987; Hallam et Ashby, 1990). De même, d'après Hansen (1985), l'action de la contrainte moyenne peut s'ajouter à la contrainte déviatorique pour accentuer les concentrations de contraintes aux frontières de grains et à proximité des inclusions ou des vides. Cela peut signifier une activation des systèmes de glissement secondaires favorisant ainsi la ductilité du sel. La vitesse de déformation joue aussi un rôle capital sur le régime ductile du sel; une vitesse de déformation suffisamment lente peut supprimer la dilatance du sel (Hunsche, 1988) et l'écoulement plastique des cristaux devient le principal mécanisme gouvernant la déformation du sel.

D'autre part, la présence de microfissures, inhérentes à la structure des roches ou produites par l'accumulation de dislocations et d'autres défauts (Skrotzki et Haasen, 1984), soulage aussi quelque peu les exigences relatives à la ductilité du matériau tant et aussi longtemps que la propagation des fissures demeure globalement stable. Les microfissures ajoutent une certaine mobilité aux interfaces qui s'ajustent alors plus aisément aux sollicitations (Hansen, 1985; Aubertin, 1989); ils contribuent ainsi à la ductilité si leur propagation est contenue.

Pour le sel, le comportement ductile est caractérisé par le régime 1 sur la figure (2.1) dominé par le mouvement des dislocations intracristallines. Plus de détails sur la nature des micromécanismes de déformation dans ce régime sont présentés à la section 2.4 (e.g. Senseny et al., 1992; Spiers et Carter, 1996).

2.2.2 Régime fragile

Depuis les travaux de Griffith (1924), il a été reconnu que l'origine du comportement fragile est généralement liée à la microfissuration. Cette dernière peut être induite par une variété de mécanismes dont la concentration de contraintes locales associées avec les frontières de grains, les vides préexistants et les microfissures (Paterson, 1978). Dans le régime fragile, la propagation des microfissures contrôle généralement la déformation inélastique du matériau. Celle-ci conduit usuellement à leur coalescence et à la formation de plans de fracturation macroscopique. Ici, la dilatance de la roche (ou du sel) est marquée. Sur la figure 2.1, ce régime est présent lorsque la contrainte de confinement est faible et que la contrainte déviatorique s'approche de la résistance ultime. La rupture est alors contrôlée presque exclusivement par la création et la propagation des microfissures.

Pour le sel, ce régime est habituellement rencontré à faible température, à basse contrainte de confinement et pour des vitesses de déformation intermédiaires et élevées, lorsque la contrainte déviatorique s'approche de la résistance ultime. À ces conditions, il faut ajouter le chargement en traction où les mécanismes de fracturation dominent largement la déformation du sel.

Lorsque l'on augmente la contrainte de confinement, que l'on diminue la vitesse de déformation ou que l'on accroît la température, on peut passer au régime semi-fragile.

2.2.3 Régime semi-fragile

La compréhension de la transition graduelle de l'état fragile (où la fracturation et la dilatance dominent l'écoulement) à l'état ductile (où la dilatance est négligeable) des roches en général est importante pour expliquer les mécanismes de sources séismiques et le mode de

déformation à l'échelle de la lithosphère. La question de la transition fragile-ductile est toutefois un sujet complexe et relativement mal compris en raison de la multiplicité des processus physiques associés à la déformation des roches dans la plage du régime semi-fragile. Ceux-ci comprennent l'écoulement cataclastique avec dilatance (propagation stable des fissures; fracturation et déformation de la roche fragmentée) et la plasticité intracristalline à volume constant (mouvement des dislocations). Le comportement semi-fragile est caractérisé par le régime 2 sur la figure 2.1.

Pour les matériaux semi-fragiles, le développement des déformations plastiques est généralement accompagné par des mécanismes de nucléation des fissures (Carter et Kirby, 1978). À une température élevée (ou à faible vitesse de déformation), ces mécanismes de déformation sont moins importants, suite au mouvement des dislocations. Une hausse de température a pour effet de réduire le niveau de contrainte par activation thermique empêchant ainsi les contraintes d'atteindre le niveau nécessaire pour activer la nucléation des fissures (Evans et al., 1990), c'est-à-dire le seuil d'endommagement montré par la ligne tiretée à la figure 2.1.

L'importance relative de la fracturation et la plasticité intracristalline, dans le régime semi-fragile, contrôle l'ampleur de l'écoulement du sel. La fracturation prend surtout son importance à mesure que la contrainte déviatorique s'éloigne du seuil d'endommagement. La transition entre ces deux types de contributions est toutefois diffuse.

2.3 Quelques observations expérimentales du comportement mécanique du sel

2.3.1 Cas des roches en général

Le comportement mécanique de la majorité des roches est principalement étudié par le biais d'essais effectués sur des éprouvettes cylindriques, dont le diamètre habituel peut varier de 5 à 10 cm et dont l'élancement est supérieur ou égal à deux.

L'analyse des courbes contrainte-déformation permet de distinguer jusqu'à cinq phases de comportement (figure 2.2). On y voit usuellement une concavité, à partir de l'origine, caractérisant la fermeture des fissures préexistantes. Cette portion d'élasticité non-linéaire est suivie d'une relation quasi-linéaire occupant une large partie de la courbe, caractérisant les déformations réversibles (élastiques). Puis on trouve une portion non-linéaire convexe, caractérisant la propagation stable (phase III) et instable (phase IV) des fissures (déformation inélastique). À partir de la résistance ultime (pic), l'allure de la courbe contrainte-déformation varie selon les conditions de sollicitation (phase V). Le comportement post-rupture de la roche est aussi une fonction de la contrainte de confinement (comme l'est d'ailleurs une partie du comportement pré-pic; phases III et IV) et aussi du système de chargement lui-même (Jaeger et Cook, 1979).

2.3.2 Cas du sel

Le sel est une roche cristalline qui n'échappe pas, dans sa description phénoménologique, aux différents mécanismes de déformation qui contrôlent l'écoulement inélastique des roches en général. La principale différence entre le comportement mécanique des roches et le comportement du sel est le fait que la portion linéaire de la courbe pré-pic de contrainte-déformation est pratiquement inexistante dans ce dernier cas (pour un matériau vierge, non écroui). En effet, le sel peut admettre beaucoup plus aisément les déformations

intracristallines que la grande majorité des roches, dans les conditions usuelles de laboratoire (Russell et al., 1984). Pour ces dernières, les déformations inélastiques sont avant tout reliées à la propagation stable des fissures, usuellement sans déformation notable des cristaux (Dafalias, 1984). Par contre, pour le sel, les déformations intracristallines dominent, même si elles sont fréquemment accompagnées d'une certaine fracturation diffuse, due à la propagation des microfissures (Hansen, 1987).

La figure 2.3 montre des courbes contrainte-déformation typiques pour le sel lors d'essais *CSR*. On y voit une relation non-linéaire presque à partir de l'origine (phase linéaire pratiquement inexistante), d'où une limite élastique nulle ou très faible (Thorel, 1994). Comme on l'a déjà mentionné pour les roches, les déformations inélastiques du sel sont causées par le mouvement des défauts de la structure, soit les défauts microscopiques de la structure cristalline (essentiellement les dislocations), ainsi que l'amorce et la propagation des microfissures qui causent la fracturation. Ces deux types de processus peuvent agir séparément ou conjointement, selon les conditions de sollicitation ($\dot{\varepsilon}$, σ_m, T, etc...). La figure 2.1, déjà présentée, illustre les différents régimes du comportement du sel gemme (fragile, semi-fragile et ductile), selon les conditions de sollicitations. Cette figure revêt, dans cette étude, une grande importance en ce qui a trait à la modélisation du comportement rhéologique du sel gemme.

On peut aussi utiliser la figure 2.4 afin de présenter de façon schématisée le comportement du sel gemme sous des conditions de sollicitations triaxiales. Dans le régime fragile, les mécanismes de déformations sont la création et la propagation des microfissures et le glissement frictionnel. Cela donne lieu à un endommagement progressif du matériau et à sa fracturation macroscopique pouvant conduire à la rupture. Comme c'est le cas avec les autres géomatériaux (roches, sols,...), on observe alors que l'écoulement inélastique induit certaines variations volumiques. Il faut toutefois noter qu'en raison des caractéristiques mécaniques du

chlorure de sodium (NaCl), qui est le composé qui constitue l'halite (le minéral formant le sel gemme), la dimension du régime fragile est généralement fort limitée sous des contraintes de compression, mais celui-ci peut devenir important en présence de contraintes de tension. Pour ce qui est du régime ductile, qui a sans doute fait l'objet du plus grand nombre de travaux théoriques et expérimentaux, le comportement du sel gemme ressemble alors beaucoup à celui de divers métaux. Dans ce cas, l'écoulement inélastique dépend exclusivement du mouvement des défauts intracristallins (les dislocations) produisant ainsi un écrouissage marqué. La déformation inélastique est alors pratiquement isovolumétrique. Entre ces deux régimes, on observe un domaine relativement important où le comportement change selon les conditions de sollicitation. Les deux grandes classes de mécanismes de déformation sont alors actifs, bien que dans des proportions souvent variées.

Si l'on suit le cheminement des contraintes pour un essai de compression triaxial conventionnel, représenté par les segments 0-1-2-3-4-5 sur la figure 2.4, les conditions suivantes sont observées. D'abord, sous la mise en charge hydrostatique (points 0 à 1), le sel gemme, qui a généralement une très faible porosité, montre un comportement élastique linéaire caractérisé par un module de compressibilité K_b pratiquement constant; évidemment, la fermeture de microfissures ou l'effondrement d'une structure à forte porosité sont des phénomènes qui pourraient induire une certaine forme de non linéarité, mais de tels phénomènes sont négligés ici. Puis, lorsque l'on applique une contrainte déviatorique par l'accroissement de la contrainte axiale σ_1, le comportement est initialement élastique jusqu'à ce que l'on atteigne la limite d'écoulement (point 2). Le domaine élastique est plus ou moins isotrope pour un matériau non texturé, et il est généralement très petit, étant presque négligeable pour un matériau vierge (ou complètement restauré). La surface d'écoulement est alors représentée par un critère isotrope, généralement de type von Mises, bien que certains utilisent un critère de type Tresca (Dusseault, 1989; Munson et al. 1991). Durant l'écoulement ductile qui suit, le sel gemme est écroui en raison du mouvement des

dislocations qui induit des interactions entre celles-ci et les divers obstacles de la structure cristalline. Cet écrouissage, produit durant la déformation inélastique, cesse lorsque l'état stationnaire est atteint. L'écrouissage du sel gemme est de nature mixte, ayant des composantes cinématiques et isotropes. Cela induit donc un déplacement du centre de la surface d'écoulement F et une certaine expansion de celle-ci, à l'intérieur de la surface limite F_L. Si la mise en charge déviatorique se poursuit, on atteint éventuellement le seuil d'endommagement (point 3). Dans la littérature, il y a relativement peu d'information qui soit disponible au sujet de ce seuil. Jusqu'à récemment l'information existante semblait montrer que celui-ci est pratiquement linéaire dans le plan des contraintes $\sqrt{J_2}$-I_1 et qu'il est quasi-circulaire dans le plan π (e.g. Spiers et al., 1989; Ratigan et al., 1991), ce qui justifierait l'emploi d'un critère de type Drucker-Prager pour caractériser cette frontière. Cependant, des travaux expérimentaux plus récents réalisés par Hunsche (1993) et Thorel (1994) montrent que cette apparente linéarité existe uniquement à faible contrainte de confinement et que l'enveloppe de ce seuil subit plutôt un fléchissement pour atteindre un palier au fur et à mesure qu'on augmente la contrainte de confinement. Les résultats expérimentaux présentés ici confirment cette tendance.

Au-delà du seuil d'endommagement, l'écoulement est dû à une réponse semi-fragile du matériau, et l'écrouissage survient simultanément à l'affaiblissement par un endommagement dû à la microfissuration. On observe alors une variation de forme et une variation de volume. De plus, on constate un effet de plus en plus marqué de la composante hydrostatique des contraintes (σ_m) sur le comportement du matériau, et ce, jusqu'à la rupture (point 4). Au point 5, la contrainte moyenne est suffisamment élevée pour que la surface limite devienne équivalente aux conditions d'écoulement stationnaire, qui répondrait aussi à un critère de von Mises. Dans le domaine ductile, une loi associée peut être utilisée et le potentiel viscoplastique Q (discuté plus loin) est égal au critère d'écoulement F. Ce n'est pas nécessairement le cas dans le domaine semi-fragile.

2.4 Les processus physiques de déformation dans le domaine ductile

Les travaux récents en sciences des matériaux ont permis de mieux comprendre les fondements micromécanistiques et les processus physiques qui contrôlent l'écoulement du sel en régime ductile. Comme nous nous intéressons surtout, dans le cadre du présent projet de recherche, au phénomène d'endommagement, nous nous limitons ici à présenter succinctement les caractéristiques générales. À cet égard, les mécanismes de déformation intracristallins du sel à l'échelle microscopique ainsi que les phénomènes d'écrouissage, de restauration et de l'évolution de la microstructure qui en découlent sont que brièvement exposés.

L'évolution de la microstructure pendant l'écoulement transitoire qui précède l'état stationnaire doit être considérée lorsque la température est inférieure à 0.5 T_m, où T_m est la température de fusion (Ashby et Jones, 1980). En phase transitoire, la structure du sel évolue progressivement sous l'effet de l'écrouissage et de la restauration, alors qu'à l'état stationnaire, la structure est en équilibre dynamique stable (Munson et Dawson, 1982; Russell, 1988).

Afin de mieux illustrer le phénomène d'écrouissage du matériau, nous allons faire référence brièvement à la relation contrainte-déformation du sel monocristallin à température ambiante pendant un essai *CSR* ("constant strain rate"). Une courbe de contrainte-déformation d'un monocristal de NaCl est présentée à la figure 2.5. Quatre stades distincts sont identifiés sur cette courbe: le stade E, correspond aux déformations élastiques, où le mouvement des dislocations n'a pas encore débuté; puis viens le stade I qui correspond à un niveau d'écrouissage h_I ($h_I = d\sigma/d\varepsilon$), où les dislocations se meuvent aisément sans rencontrer d'obstacles importants à leur glissement. Un écrouissage plus marqué h_{II} est observé au stade II, dû à l'intersection grandissante entre les dislocations qui se multiplient, ce qui réduit leur

mobilité. À plus forte contrainte, on observe une réduction graduelle du niveau d'écrouissage, h_{III} (Weertman et Weertman, 1983; Barber, 1985; Nix et Gibeling, 1985). Le glissement dévié des dislocations contribuerait fortement à la restauration au stade III (Davis et Gordon, 1969a, 1969b; Aladag et al., 1970; Nicolas et Poirier, 1976; Lemay, 1981; Haasen, 1985).

L'écrouissage d'un matériau est généralement attribué à l'augmentation de la densité des dislocations sous l'effet de leur génération dans les zones de multiplication ("*dislocation mills*"; Lemay, 1981; Orlova et Cadek, 1986). L'empilement des dislocations ("*pile up*") aux emplacements des obstacles localisés pourrait générer une contrainte interne directionnelle à court rayon d'action qui s'oppose à leur avancement (Hirth, 1983). Au fur et à mesure que croît la déformation inélastique, en présence des mécanismes de restauration, une structure cellulaire se forme progressivement (Cahen, 1983; Gottstein et Mecking, 1985). Cette structure est composée de régions à forte densité de dislocations, souvent appelées murs, et de régions à faible densité de dislocations, appelées cellules. Cette subdivision de la structure en régions de rigidités différentes engendre une distribution hétérogène des contraintes locales, d'où la création de contraintes internes dans le matériau (Aubertin, et al. 1990, 1991b, 1993c). Comme le mouvement des dislocations est causé par l'état de contrainte local à l'échelle de celles-ci, on peut considérer que la contrainte active qui contrôle le mouvement de ces dernières est donnée par:

$$\sigma_a = \sigma - \sigma_i \qquad (2.1)$$

où σ_a : contrainte active

σ : contrainte appliquée

σ_i : contrainte interne

De même, cet réarrangement cellulaire de dislocations produit aussi une augmentation de la dureté K_G du matériau. Cela a pour effet de réduire l'ampleur de la déformation inélastique causée par σ_a. Ainsi, le taux de déformation inélastique peut s'exprimer de la façon suivante:

$$\dot{\varepsilon}^i = \dot{\varepsilon}^i \left[\sigma_a / K_G \right] \tag{2.2}$$

On considère ainsi que le taux de déformation inélastique évolue en fonction de σ_i et K_G , et que les valeurs de ces deux variables dépendent de l'écrouissage et de la restauration de la microstructure.

On peut rappeler ici que la restauration est un changement dans la distribution et la densité des défauts intracristallins, qui favorise le retour graduel des propriétés mécaniques aux conditions non-déformées, c'est-à-dire, une réduction de l'énergie interne du matériau (Cahen, 1983). La restauration globale r est la somme de la restauration dynamique r_d (due à l'effet de l'énergie de déformation) et de la restauration statique r_s (due à l'effet du temps et de la température). Ces aspects doivent être considérés dans la formulation d'une équation constitutive.

Il peut être intéressant d'ouvrir ici une parenthèse afin de regarder d'un peu plus près la nature des micromécanismes qui contrôlent l'écoulement du sel sous une forme unifiée. Comme ce fut le cas pour les cartes des mécanismes de déformation pour divers matériaux (métaux, les céramiques), une carte des mécanismes de déformation du sel a été présentée par Spiers et Carter (1996). Cette carte offre une représentation rationnelle des mécanismes de déformation. Celle-ci constitue un outil pratique pour l'identification des mécanismes qui contrôlent l'écoulement. Sur cette carte (figure 2.6), présentée dans le plan des contraintes et des vitesses de déformation, on peut voir les champs couverts par les divers mécanismes de déformation. Cela représente une méthode relativement simple pour classifier les

principaux mécanismes de déformation qui dominent l'écoulement, sous diverses conditions de sollicitation.

2.5 Fracturation et comportement mécanique des roches et du sel

La fracturation, caractérisant les régimes fragile et semi-fragile du sel, a reçu moins d'attention de la part de la communauté scientifique que le régime ductile. Devant l'intérêt que représente cette dernière dans l'élaboration de notre modèle, il est néanmoins utile de mettre une certaine emphase sur ce phénomène. Bien que le sujet soit moins documenté, nous tentons de définir dans ce qui suit les principales caractéristiques du comportement rhéologique du sel en phases fragile et semi-fragile, tant d'un point de vue macroscopique que microscopique.

Le phénomène de propagation stable des fissures, si important pour l'étude de la résistance à la fracturation des matériaux fragiles, est habituellement abordé sous le jour de la relation entre la vitesse de propagation des fissures V_I et le niveau de contraintes, exprimé ici par K_I, ou G_I (K_I est le facteur d'intensité de contraintes caractérisant l'intensité de la singularité du champ des contraintes de traction et G_I est le taux de restitution de l'énergie caractérisant la variation de l'énergie interne par rapport à l'évolution de la fissure). La figure 2.7 représente la relation idéalisée entre le facteur K_I et la vitesse de propagation des fissures, dans un plan double logarithmique (Wilkins et Rigby, 1981; Schmidt et Rossmanith, 1983; Aubertin et al., 1988). Sur cette figure, on identifie trois phases distinctes à la propagation des fissures, chacune étant associée à un mécanisme physico-chimique différent (pour plus de détails , voir Atkinson, 1984, Aubertin et al., 1988). Trois formulations empiriques ont été utilisées pour décrire la relation entre V_I et K_I, déduite des résultats expérimentaux pour les phases I et III, soit: (a) la loi de puissance de Charles (1958), (b) la loi exponentielle de Wiederhorn & Bolz (1970), et (c) la loi exponentielle de Lawn (1975):

(a) $$V_I \alpha K_I^{\,n} \quad (2.3)$$

(b) $$V_I \alpha \exp K_I \quad (2.4)$$

(c) $$V_I \alpha \exp G_I \quad (2.5)$$

où l'exposant n est une constante dont la valeur est généralement comprise entre 30-60 pour les roches polycristallines (Meredith, 1990).

Bien que les lois exponentielles (b et c) reposent sur de meilleures justifications théoriques (e.g. Atkinson, 1982; Gueguen et al., 1989), la loi de puissance de l'équation 2.3 est nettement plus utilisée parce qu'elle est habituellement plus facile à intégrer pour prédire analytiquement la durée de vie de la structure (e.g. Atkinson, 1980, Meredith, 1990). Si on examine le diagramme V_I-K_I de la figure 2.7, on y observe deux limites qui contraignent la valeur de K_I de façon asymptotique. La limite supérieure, sans doute la mieux comprise et la plus étudiée, correspond au facteur d'intensité de contraintes critique K_{IC} (ténacité à la rupture). Lorsque K_I est égal à K_{IC}, il y a propagation instable des fissures, et leur vitesse de propagation s'approche de la vitesse de propagation des ondes élastiques (Atkinson, 1982; Aubertin et al., 1988), ce qui conduit usuellement à une rupture catastrophique.

À la limite inférieure du diagramme V_I-K_I de la figure 2.7, la valeur de K_I est bornée par un seuil à la propagation des fissures, K_o, quelques fois appelé seuil de cohésion (Das et Scholz, 1981). Théoriquement, K_o aurait une valeur approximative de 0,2 K_{IC} (Henry et al., 1977). Sous K_o, il n'y aurait aucune propagation, c'est-à-dire $V_I = 0$. Le milieu d'environnement peut affecter considérablement la valeur de K_o. Ainsi, l'adsorption de fluides interstitiels réduit généralement l'énergie libre de surface et entraîne un abaissement du seuil de propagation des fissures. Cependant, dans un milieu sec, le seuil de propagation des fissures aura une valeur K_o supérieure à K_o du milieu humide. Lorsque K_I atteint la valeur K_o, il y a initiation de la propagation stable des fissures. Dans un essai de compression, ceci correspondrait à

l'initiation de la dilatance (augmentation des déformations volumiques). Sur la figure 2.8, on représente le lien entre les courbes de contrainte-déformation, contrainte-déformation volumique et vitesse de propagation-longueur de la fissure. On constate ici que le début de l'augmentation volumique coïncide avec l'initiation de la propagation (point II).

Entre K_o et K_{IC}, la propagation des fissures est considérée comme subcritique (Atkinson, 1982).

2.6 Transition ductile-fragile

2.6.1 Analyse microstructurale

Diverses méthodologies (microscopiques ou électroniques) d'analyse du comportement mécanique des matériaux rocheux ont été développées ces dernières années pour identifier la transition ductile-fragile. Pour certaines, la transition du régime fragile au régime semi-fragile peut être reconnue expérimentalement par l'absence de la localisation des microfissurations et par la fin de la relation quasi-linéaire entre la contrainte de rupture et la contrainte de confinement (voir figure 2.1). La transition du régime semi-fragile à l'écoulement parfaitement ductile peut être reconnue par l'absence de dilatance et la faible sensibilité de la résistance à la pression de confinement (Evans et al., 1990).

Des observations systématiques de la déformation microstructurale sur le sel (Frost et Ashby, 1982; Ashby, 1983; Carter et Hansen, 1983; Haasen, 1985; Wawersik et Morgan, 1987; Skrotzki et Haasen, 1988; Hallam et Ashby, 1990) ont été faites à travers une gamme de conditions expérimentales recouvrant pratiquement toute la plage de la transition fragile-ductile. Une conclusion générale de ces études est que le passage d'un régime ductile à un régime semi-fragile est initié lorsque la contrainte déviatorique excède une certaine valeur, appelée ici seuil d'endommagement, qui dépend de la contrainte de confinement et de la

température. Puis, pour une contrainte déviatorique encore plus élevée, s'approchant de la résistance ultime, on peut alors passer du régime semi-fragile à un régime fragile, où la contribution des mouvements de dislocations devient négligeable.

2.6.2 Microfissuration dans la phase de transition

Les céramiques, les roches, et les minéraux contiennent souvent une distribution de microfissures avec une dimension à peu près égale à la dimension du grain. Ces microfissures sont inhérentes à la structure des roches ou produites par l'accumulation de dislocations et d'autres défauts (Skrotzki et Haasen, 1984). Pour des matériaux déformés en traction, la propagation des fissures est généralement instable. Par conséquent, la nucléation de la fissure peut mener rapidement à une rupture fragile. Cependant, pour les roches déformées en compression, la propagation de la fissure est souvent considérée comme stable, du moins initialement (Brace et al., 1966; Jaeger et Cook, 1979). Des études acoustiques ont montré que la propagation de ces fissures débute au moment où la contrainte axiale atteint environ la moitié de la contrainte de rupture ultime en compression uniaxiale (Jaeger et Cook, 1979; Hallam et Ashby, 1990).

Un essai de compression uniaxiale ou biaxiale (figures 2.9a, 2.9d) engendre usuellement la propagation de quelques fissures, ainsi que leur interaction de façon à développer une fissure plane, parallèle à la contrainte principale majeur σ_1 ("*slabbing*"). L'introduction d'une faible pression de confinement limite le nombre et l'accroissement des fissures; la rupture est alors produite par l'interaction et la coalescence des fissures localisées pour donner une rupture par cisaillement macroscopique (figure 2.9b). Une pression de confinement élevée limite encore plus l'accroissement des fissures individuelles, et l'échantillon se déforme alors d'une manière "*pseudo-ductile*" (régime semi-fragile), avec une distribution homogène des microfissures (figure 2.9c).

En régime de transition, là où les processus cataclastiques sont actifs, une certaine dilatance représentant le phénomène d'augmentation de volume est observée. L'origine de ce phénomène est souvent attribuée à la création des fissures et au glissement frictionnel. La figure 2.8 présente la variation de volume durant un essai de compression triaxiale pour les roches en général. À partir de cette courbe expérimentale, nous pouvons distinguer les phases suivantes déjà présentées à la section (2.3): 1) la fermeture des fissures, 2) les déformations élastiques (ces deux phases correspondent généralement à une diminution de volume), 3) l'initiation et la propagation stable des fissures, 4) la propagation instable des fissures (ces deux dernières phases correspondent à une augmentation de volume).

Dans le cas du sel, la variation de volume mesurée en cours d'essai peut également révéler certains aspects importants de la déformation sous charge. D'après Luong (1989), la variation de volume dans le sel peut aussi être attribuée à la dilatance causée par une fissuration croissante. La figure 2.10 illustre, à partir des résultats expérimentaux présentés par Thorel (1994), la variation de volume mesurée durant des essais de compression triaxiale sur le sel. On y voit les phases suivantes: une phase quasi-linéaire (qui est observée uniquement avec un agrandissement des courbes au début du chargement) correspondant à la contractance élastique; suivie d'un fléchissement de la courbe correspond à l'initiation et la propagation stable des fissures. Cette dernière correspond au seuil contractance-dilatance; à partir de ce seuil, on constate une nette accélération du taux de variation volumique qui correspond à la propagation instable des fissures qui mène généralement à la rupture. En effet, l'état instable, entraînant la ruine de l'échantillon, commence dès l'apparition des premières fissures instables pouvant initier la coalescence des zones de faiblesse.

On admet généralement que le sel endommagé s'accompagne d'une augmentation de volume (Wawersik et Hannum, 1980; Hunsche, 1989, 1992; Cristescu et Hunsche, 1993; Thorel, 1994). Ce dernier phénomène est considéré comme un indicateur efficace de

l'endommagement dans le cas du sel gemme, puisque les mécanismes de dislocations n'engendrent aucune variation de volume (Thorel, 1994). Cette conception d'indicateur d'endommagement est d'ailleurs largement répandue chez ceux qui étudient le comportement rhéologique du sel (discussion tenue lors de la 4ème conférence du comportement mécanique du sel tenue à l'École Polytechnique de Montréal, juin 1996).

Il faut signaler ici la question reliée à l'identification de l'initiation de l'endommagement. La tendance la plus répandue est celle qui définit l'initiation de l'endommagement, en compression, comme étant le minimum de la déformation volumique totale. Il faut tout de même mentionner ici les travaux récents de Cristescu (1989) et Thorel (1994) qui ont fait une étude élaborée portant sur l'identification de l'initiation de l'endommagement. Ces études ont montré que l'initiation de l'endommagement débuterait avec la fin de la contractance linéaire, en un point dénommé limite de linéarité. Cependant, pour notre part, nous allons choisir la définition du minimum de la déformation volumique totale qui est la tendance la plus répandue chez la communauté scientifique (Martin et Chandler, 1994). La différence entre cette dernière et celle de la limite du domaine linéaire est d'ailleurs minime, du moins selon le point de vue qui nous concerne, et qui sera rediscutée aux prochains chapitres.

2.6.3 Effet de la contrainte de confinement

Pour le sel, comme pour les autres types de roche, une augmentation de la pression de confinement entraîne une augmentation de la ductilité (i.e. l'élimination progressive de la fracturation et la réduction de la dilatance), associée avec une nette prédominance des déformations intracristallines (écoulement parfaitement plastique).

Les résultats expérimentaux d'essais de compression triaxiale sur du sel, qui sont présentés à la figure 2.3, montrent diverses courbes contrainte-déformation pour une contrainte de

confinement variable. Sur cette figure, l'absence du ramollissement est observée à partir d'une valeur de σ_3 égale à environ 15 MPa, alors qu'un certain ramollissement est encore observé pour une valeur égale à environ 10 MPa (mais à une grande déformation).

En analysant les divers résultats expérimentaux, il semble possible de localiser les frontières des régimes fragile et ductile du comportement du sel sur la courbe enveloppe. À partir des données existantes sur le sel, la courbe enveloppe de résistance ultime a ainsi été schématisée sur la figure 2.1. On remarque que dans le régime fragile, la courbe enveloppe de la résistance dans le plan de Mohr semble quasi-linéaire. Comme il a été mentionné auparavant, les mécanismes de déformation caractérisant ce régime sont les processus cataclastiques, tels que l'initiation et la propagation des microfissures et le glissement frictionnel. Une augmentation de la pression de confinement permet le passage au régime semi-fragile. La courbe enveloppe de ce régime présente une concavité tournée "vers le bas". Tous les mécanismes (propagation des fissures, déformation intracristalline) se produisent alors simultanément. Finalement, pour une pression de confinement supérieure à environ 15 à 20 MPa, le comportement inélastique du sel est presque complètement dominé par les déformations intracristallines (mouvement de dislocations), ce qui constitue le régime ductile.

2.6.4 Effet de la vitesse de déformation

Les effets du temps sont usuellement moins marqués dans le régime fragile que dans le régime ductile. Ces effets sont alors reliés à la propagation stable (à des vitesses subcritiques) des microfissures lorsque l'état de contrainte est inférieur au seuil de propagation critique K_{IC}.

La vitesse de déformation joue tout de même un rôle capital sur la fracturation du sel (Skrotzki et Haasen, 1984). En général, plus la vitesse de déformation est élevée et plus la fracturation et la dilatance du sel sont marquées (Skrotzki et Haasen, 1984; Cristescu, 1989).

Par contre, une valeur de la vitesse de déformation suffisamment lente peut réduire et même supprimer la dilatance du sel (Hunsche, 1988). Ainsi, une faible vitesse de déformation égale ou inférieure à 10^{-8} s^{-1} permettrait de supprimer presque totalement la fracturation du sel puisque l'on atteint l'écoulement stationnaire avant d'atteindre le seuil de propagation des fissures. La figure 2.11 montre l'influence de la contrainte de confinement et de la vitesse de déformation sur la transition fragile-ductile du sel.

2.6.5 Effet de la température

L'effet de la température sur la relation contrainte-déformation du sel est montré sur la figure 2.12. Comme on l'a déjà vu, on note une augmentation de la ductilité avec une hausse de la température, qui peut être reliée à l'activation d'un deuxième système de glissement de façon à fournir les cinq systèmes théoriquement nécessaires à la ductilité parfaite (Hirth et Lothe, 1982; Aubertin, 1989). Pour une température comprise entre 100 et 200°C, Handin et al. (1986) n'ont pas signalé de signe de fracturation dans le comportement du sel.

2.6.6 Effet de l'environnement

Les conditions environnementales ont également des effets marqués sur la relation contrainte-déformation du sel. La présence d'un fluide interstitiel peut favoriser la dissolution et la recristallisation, la diffusion des vacances et la mobilité des dislocations dans les minéraux (Paterson, 1985; Aubertin et al., 1988). Ces effets ainsi que les effets mécaniques de la pression interstitielle sont négligés, compte tenu de la teneur en eau réduite et de la faible perméabilité du sel (Aubertin, 1989).

2.6.7 Discussion

En résumé, une augmentation de la pression de confinement favorise la transition graduelle du comportement fragile au comportement ductile, ou, plus précisément, de la fracturation localisée vers un écoulement cataclastique uniformément distribué, ou même inexistant. D'autre part, une diminution de la vitesse de déformation peut également mener à la ductilité avec inhibition de la dilatance du sel (Hunsche, 1988). Par contre, une augmentation de la vitesse de déformation favorise la fracturation et la dilatance du sel (Handin et al., 1986). La transition de l'état fragile à l'état ductile est donc fonction des variables externes ($\dot{\varepsilon}^i$, σ_m et T).

La mesure de la déformation volumique du sel peut être utilisée afin de prévoir l'initiation et la propagation des fissures et ainsi prévoir l'initiation et l'accumulation de l'endommagement. Ce phénomène d'endommagement, si important pour l'étude de la fracturation du sel et l'élaboration de notre modèle, sera présenté au chapitre 4.

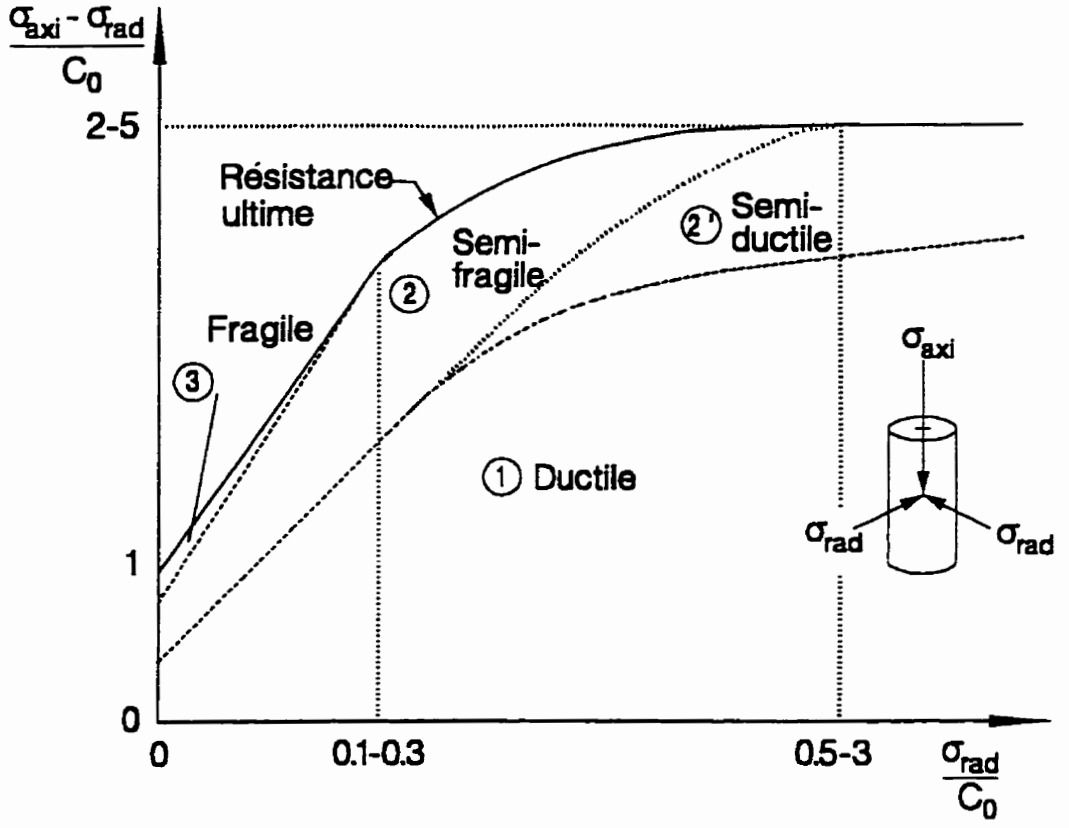


Figure 2.1: Représentation schématisée du comportement inélastique du sel lors d'essais de compression triaxiale conventionnelle réalisés à vitesse de déformation contrôlée. La résistance ultime (ligne pleine) et les frontières entre les trois régimes (lignes tiretées) varient selon la température et la vitesse de déformation (d'après Aubertin et al., 1995).

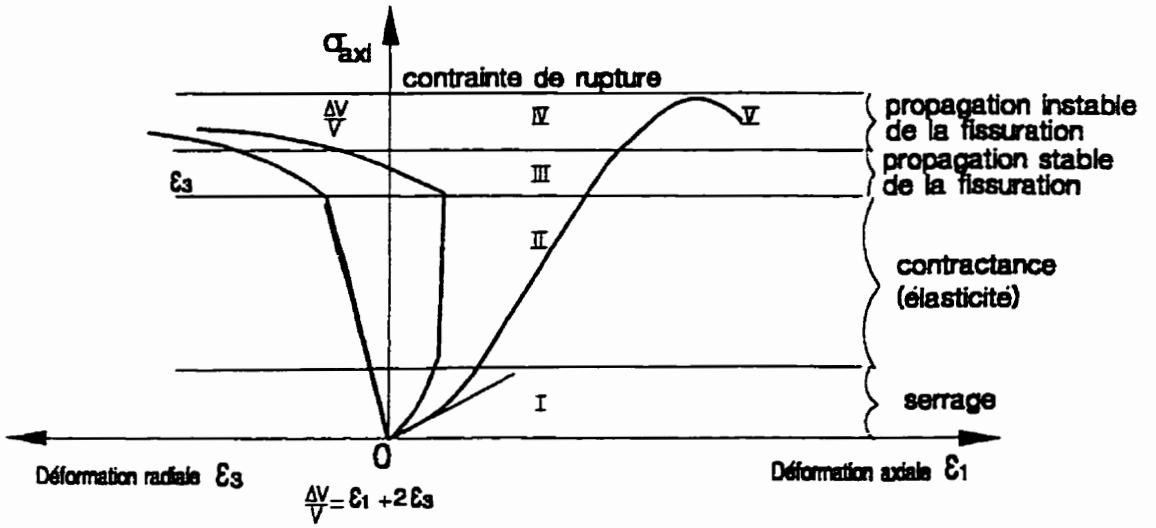


Figure 2.2: Courbe contrainte-déformation typique des roches (d'après Dayre, 1987)

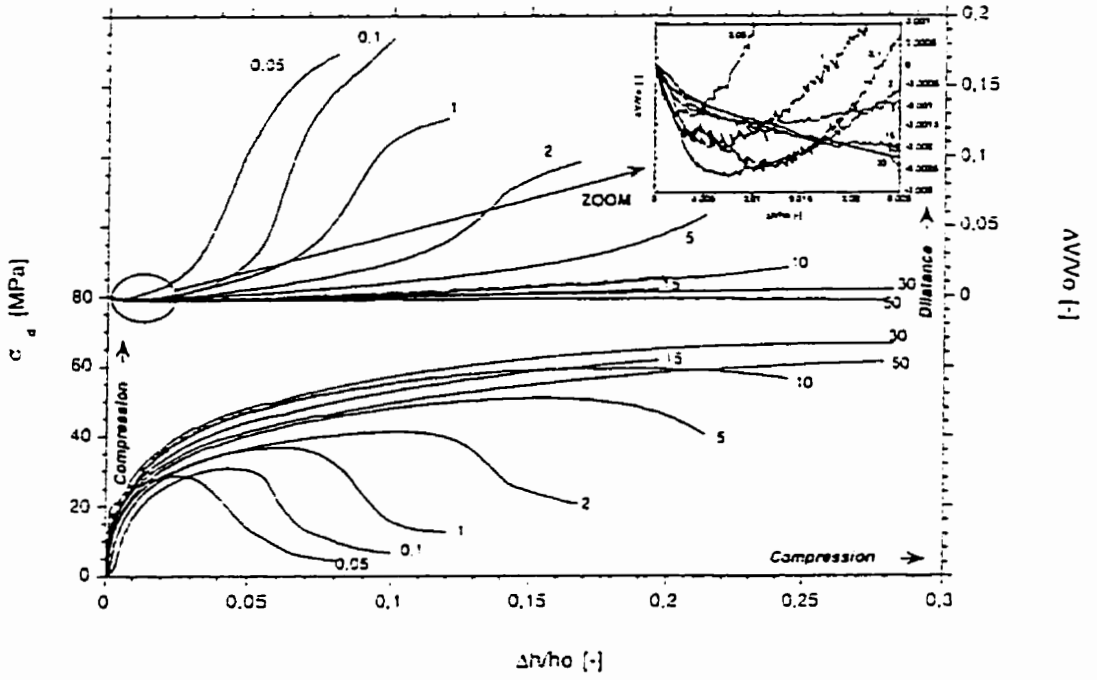
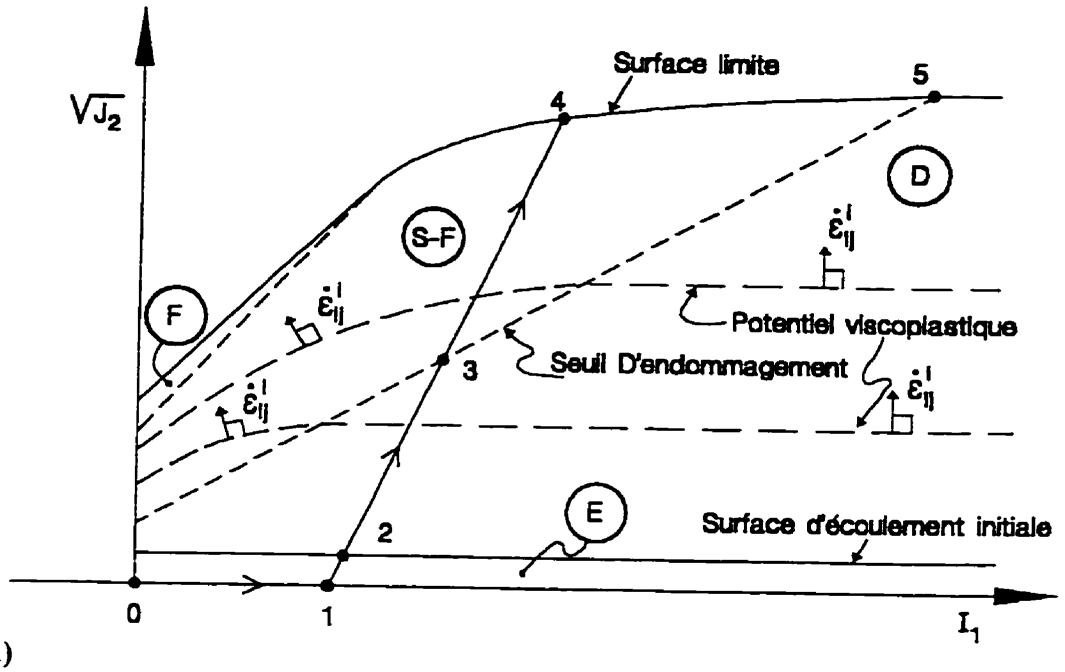
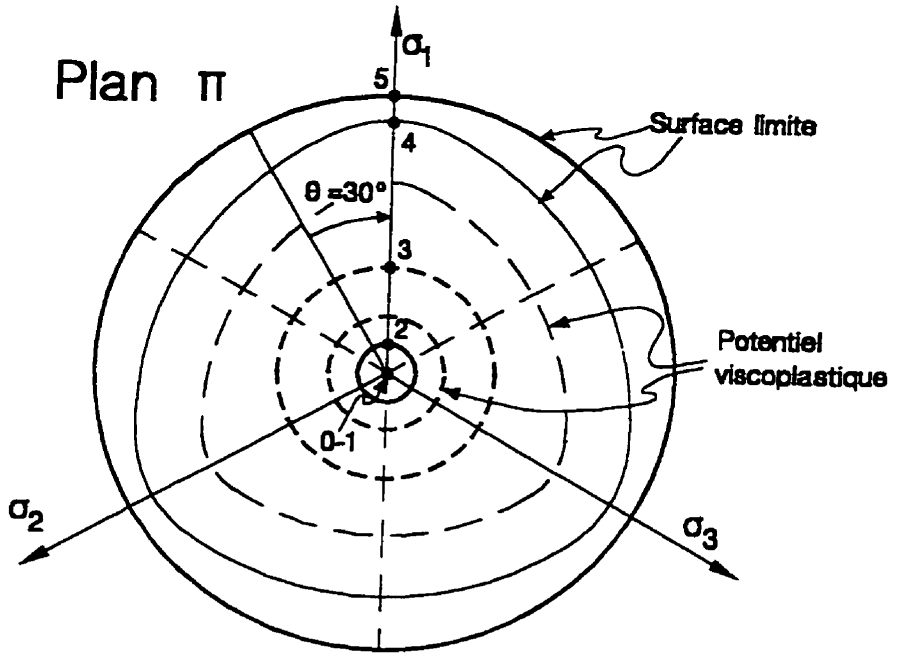


Figure 2.3: Influence de la pression de confinement sur la relation contrainte-déformation du sel en compression triaxiale (d'après Thorel, 1994).



a)



b)

Figure 2.4: **a)** Représentation schématisée du comportement inélastique du sel lors d'essais de compression triaxiale conventionnelle (*CTC*) réalisés à vitesse de déformation contrôlée.

b) Présentation de l'évolution de la fonction d'écoulement dans le plan π (d'après Aubertin et al., 1994a).

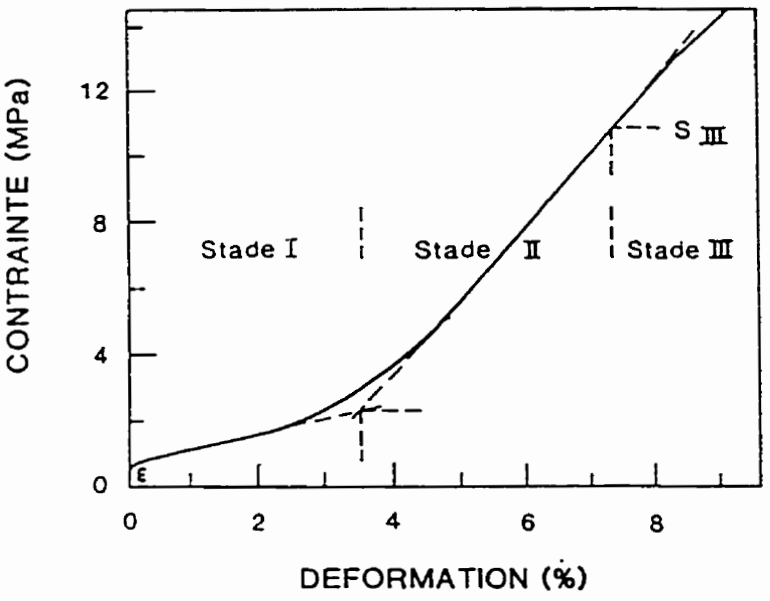


Figure 2.5: Courbe contrainte-déformation d'un monocristal du NaCl sollicité de façon à ne produire qu'un glissement sur le système principal seulement (d'après Davidge et Pratt. 1964).

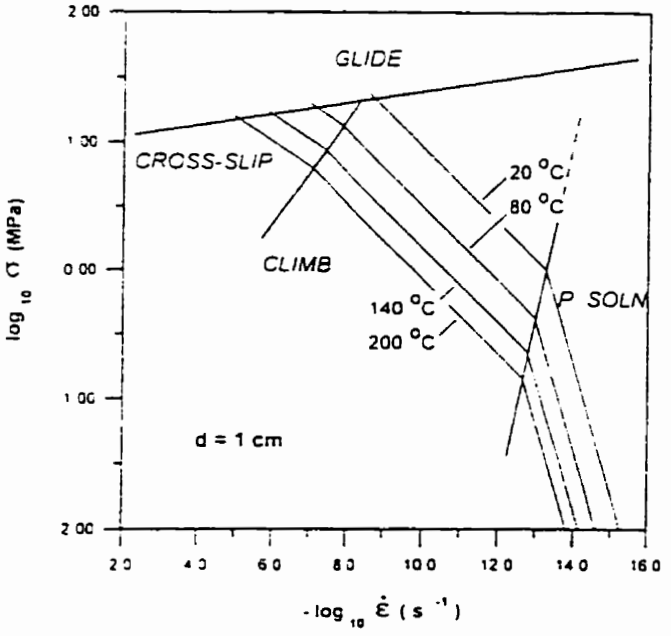


Figure 2.6: Carte des mécanismes de déformation du sel (d'après Spiers et Carter. 1996).

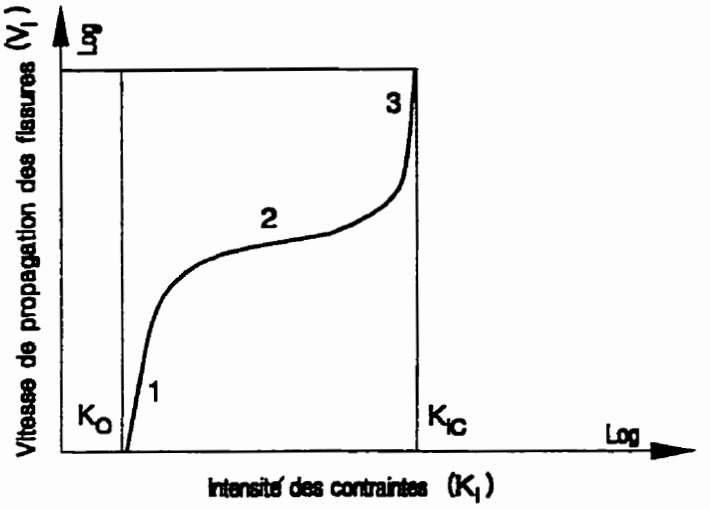


Figure 2.7: Schématisation de la relation V_f-K_f (d'après Wilkins et Rigby, 1981).

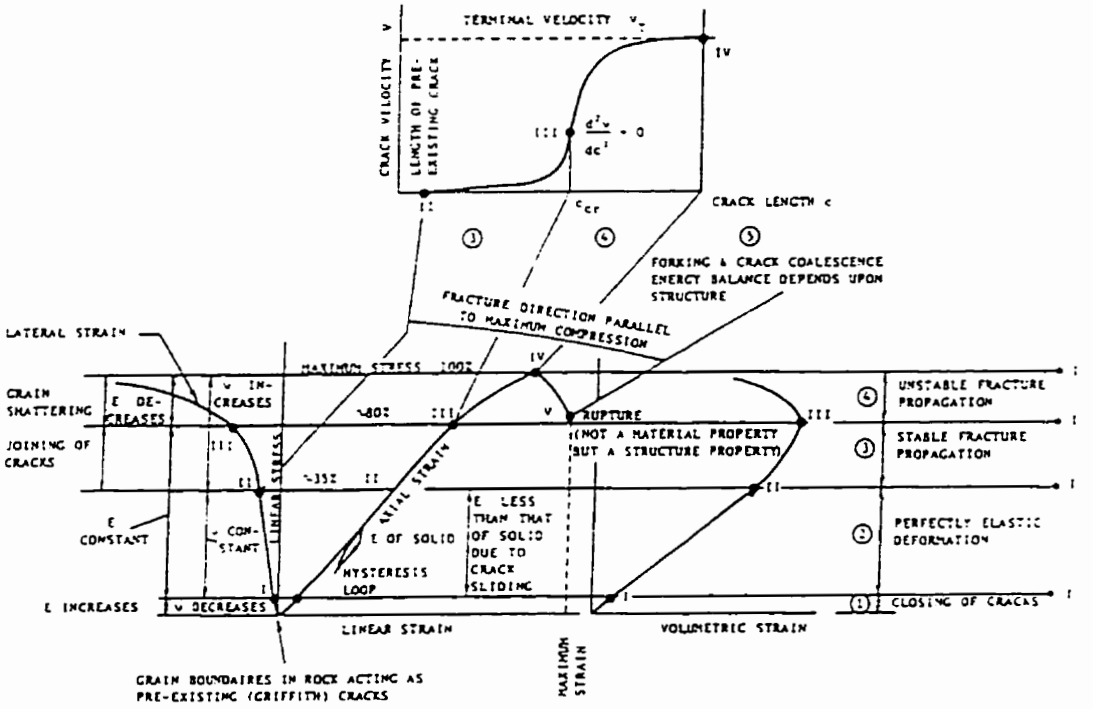


Figure 2.8: Schématisation du lien entre les courbes contrainte-déformation, la variation volumique et la vitesse de la propagation des fissures (d'après Singh, 1981).

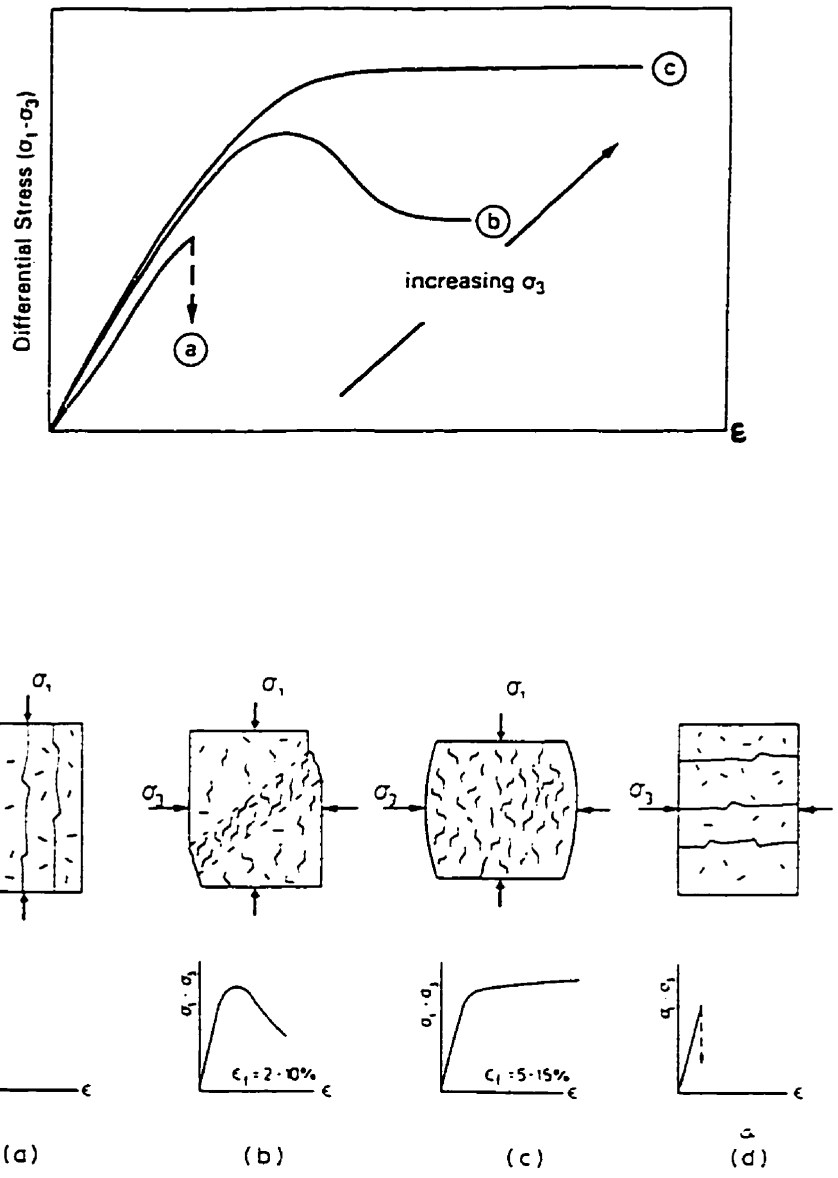


Figure 2.9: Modes de rupture en compression (d'après Hallam et Ashby, 1990).

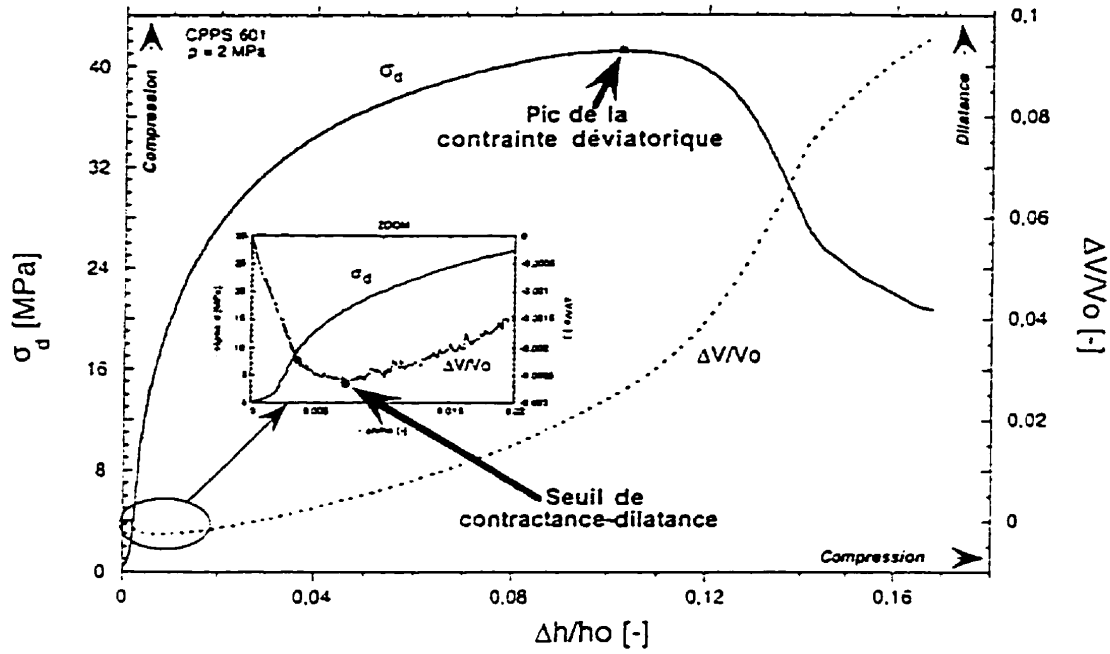


Figure 2.10: Mesure de la déformation volumique durant des essais de compression triaxiale du sel (d'après Thorel, 1994).

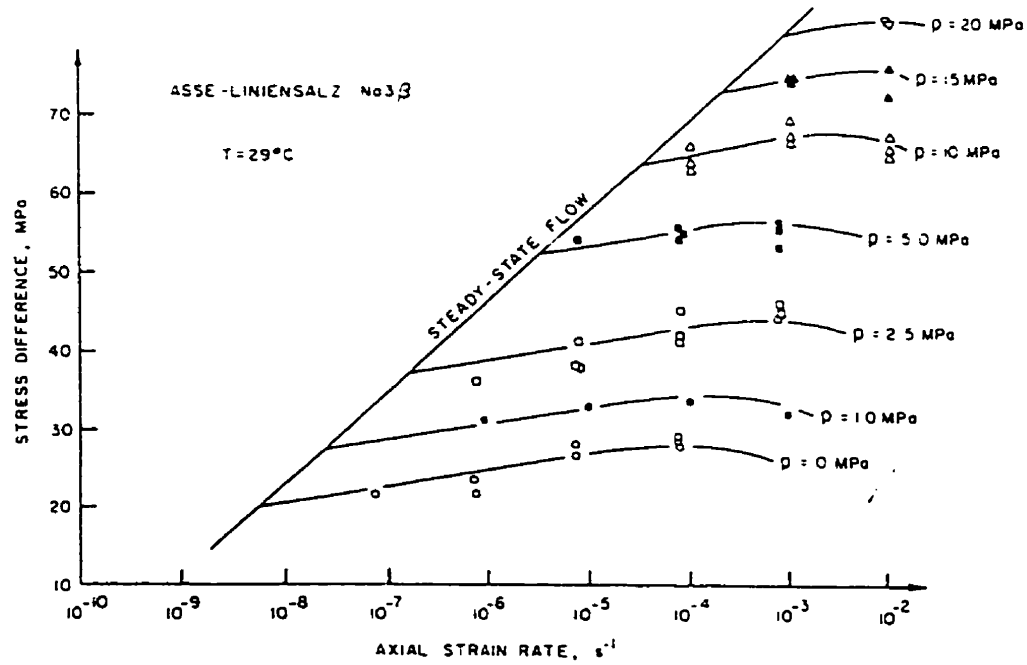


Figure 2.11: Influence de la contrainte de confinement et de la vitesse de déformation sur la rupture et la transition fragile-ductile du sel (d'après Wallner, 1984).

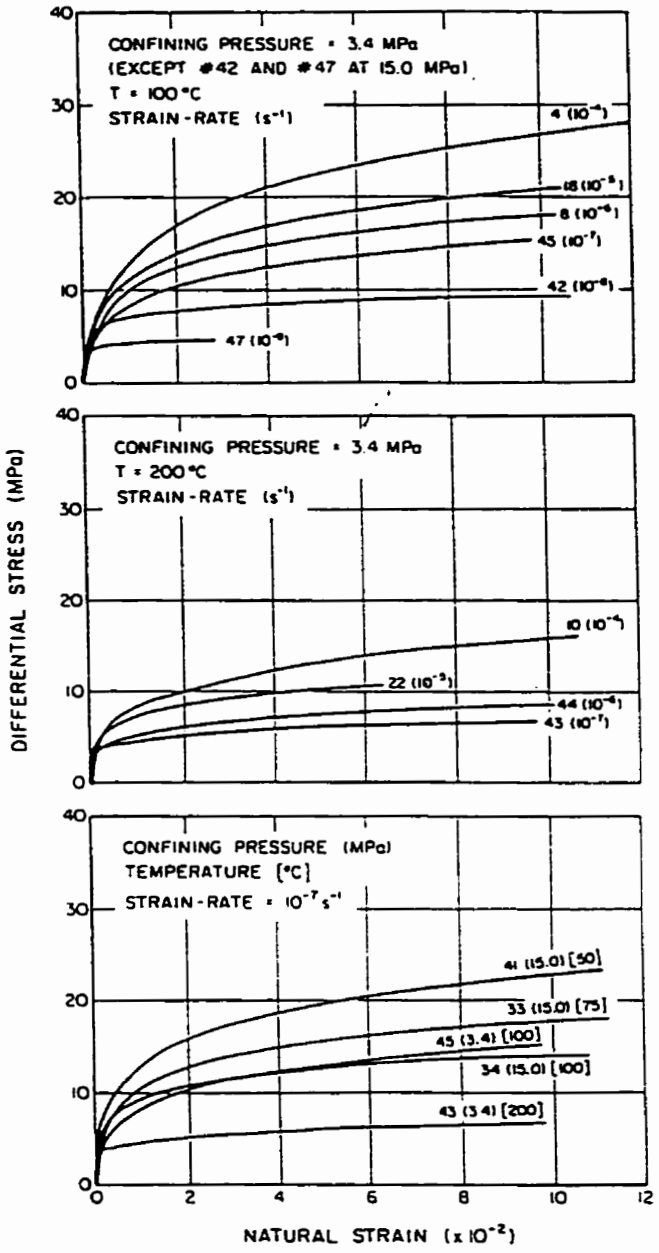


Figure 2.12: Effets de la vitesse de déformation à température constante et de la température à vitesse de déformation constante sur la relation contrainte-déformation du sel d'Avery-Island en compression triaxiale (d'après Horseman et Handin, 1990).

CHAPITRE III
LOIS DE COMPORTEMENT DU SEL GEMME

3.1 Introduction

Il y a une abondante littérature portant sur la définition du comportement rhéologique du sel, tant d'un point de vue macroscopique que microscopique. Le succès obtenu dans la modélisation du comportement rhéologique d'un matériau dépend fortement de la validité des équations constitutives par rapport au comportement inélastique durant le processus d'écoulement. Pour cette raison, nous allons maintenant analyser brièvement les différentes approches utilisées pour la modélisation du sel gemme et ainsi justifier l'approche choisie pour décrire le comportement complexe de ce dernier.

3.2 Approches utilisées pour la modélisation

3.2.1 Approche partitionnée

L'approche partitionnée traditionnelle pour la modélisation constitutive du comportement inélastique d'un matériau polycristallin est basée sur la théorie fonctionnelle où toutes les variables dépendantes varient avec l'histoire mécanique de ces variables (Allen et Beek, 1985). À l'aide de la théorie incrémentale de l'écoulement, la vitesse de déformation totale est habituellement partitionnée en composantes séparables et indépendantes (Pugh et Robinson, 1978):

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{e}_{ij} + \dot{\varepsilon}^{p}_{ij} + \dot{\varepsilon}^{c}_{ij} \qquad (3.1)$$

où les termes, $\dot{\varepsilon}^{e}_{ij}$, $\dot{\varepsilon}^{p}_{ij}$ et $\dot{\varepsilon}^{c}_{ij}$ représentent respectivement les vitesses du tenseur de la déformation élastique, plastique et de fluage (ou de la déformation inélastique différée).

La vitesse de déformation élastique ($\dot{\varepsilon}^e_{ij}$) est généralement calculée à partir de la loi de l'élasticité linéaire de Hooke. Dans le cas tridimensionnel, celle-ci peut s'écrire (Desai et Siriwardane, 1984):

$$\dot{\varepsilon}^e_{ij} = \left(\frac{\dot{S}_{ij}}{2G}\right) + \delta_{ij}\left(\frac{\dot{I}_1}{9K_b}\right) \qquad (3.2)$$

avec S_{ij} : tenseur du déviateur de contraintes = $\sigma_{ij}-\delta_{ij}\sigma_m$ avec $\sigma_m = I_1/3$;

I_1 : premier invariant du tenseur de contraintes σ_{ij};

δ_{ij} : delta de Kronecker;

G et K_b : module de cisaillement et module de compressibilité hydrostatique;

$\dot{S}_{ij}$, $\dot{I}_1$: dérivée par rapport au temps.

La vitesse de déformation plastique (ou son incrément en fonction du temps) est usuellement exprimée à partir de la théorie incrémentale de la plasticité (Desai et Siriwardane 1984). Le comportement du matériau est alors décrit à l'aide de trois éléments: la fonction d'écoulement F, la règle d'écoulement et la règle d'écrouissage (Chen et Baladi, 1985). Lorsque l'état de contrainte satisfait la fonction d'écoulement, F, définie par un critère approprié (ex: von Mises, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb, Tresca, Kim-Lade, ou autres), le matériau subit une déformation plastique. Sous la surface d'écoulement, décrite mathématiquement par la fonction d'écoulement (F = 0) dans l'espace des contraintes, son comportement demeure élastique.

La direction des incréments de déformation plastique est déterminée à l'aide d'une règle d'écoulement, en supposant l'existence d'un potentiel plastique, Q, qui les gouverne. Le tenseur des incréments de déformation plastique, $\dot{\varepsilon}^p_{ij}$, est alors proportionnel au gradient du potentiel plastique. Dans le cas tridimensionnel, on peut écrire (Desai et Siriwardane, 1984):

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} = \dot{H} \left(\frac{\partial Q}{\delta \sigma_{ij}}\right) \qquad (3.3)$$

où $\dot{H}$ est un scalaire positif jouant le rôle de facteur de proportionnalité qui sert de paramètre de chargement (pour l'écrouissage et le ramollissement). Une telle approche à la modélisation du sel a été utilisée par Butcher (1980) et Desai et Varadarajan (1987) par exemple. La majorité des efforts de modélisation sur le sel a surtout porté sur le comportement inélastique différé, traditionnellement étudié à partir d'essais de fluage et d'essais à taux de déformation contrôlé. L'expression de la vitesse de déformation de fluage, pour un état unidimensionnel, est habituellement obtenue à partir de la loi générale de fluage partitionnée, soit (Carter et Hansen, 1983):

$$\dot{\varepsilon}^{c} = \dot{\varepsilon}_{t} + \dot{\varepsilon}_{s} + \dot{\varepsilon}_{r} \qquad (3.4)$$

où $\dot{\varepsilon}_t$ représente le taux de fluage transitoire, partiellement ou entièrement récupérable, $\dot{\varepsilon}_s$ est le taux de fluage stationnaire (habituellement considéré comme non récupérable) et $\dot{\varepsilon}_r$ est le taux de fluage accéléré conduisant à la rupture (fréquemment absent dans l'analyse de la déformation de fluage). À ces trois derniers termes correspondent respectivement des taux de déformation décroissant, constant et croissant (figure 3.1 qui est décrite plus en détail dans le chapitre 4). Les terme $\dot{\varepsilon}_s$ et $\dot{\varepsilon}_t$ sont souvent décrits par des lois empiriques, telles que la loi de Norton pour $\dot{\varepsilon}_s$, et la loi d'écrouissage pour $\dot{\varepsilon}_t$ (Lux et Heusermann, 1983); certaines de ces formulations sont présentées dans ce qui suit.

D'une façon générale, les théories de fluage formulées pour les matériaux polycristallins ont suivi trois grandes lignes de développement: (1) les théories phénoménologiques (empirique et semi-empirique) qui consistent à ajuster des lois mathématiques à des résultats expérimentaux, (2) les théories rhéologiques (par analogie mécanique) qui consistent aussi

à ajuster des lois mathématiques à des résultats expérimentaux, et (3) les théories micromécanistiques basées sur l'étude des micromécanismes de déformation qui régissent le comportement différé du matériau polycristallin. Ces trois concepts sont en général différents (Lindner et Brady, 1984). Dans la suite de ce texte, nous ferons une brève description de ces concepts.

3.2.1.1 Formulation de lois de fluage

3.2.1.1.1 Modèles phénoménologiques

À partir du rhéogramme (diagramme d'écoulement), il est possible d'établir une loi de comportement empirique, basée sur un lissage de courbes expérimentales. Plusieurs formulations ont été proposées afin de quantifier la variation des déformations dans le temps pour le sel.

Pour décrire le fluage secondaire du sel, les lois utilisées sont souvent basées sur la rhéologie des métaux. Leur expression générale est:

$$\dot{\varepsilon}_s = f_1(T)\ f_2(\sigma) \tag{3.5}$$

où $f_1(T)$ est la fonction de la température et $f_2(\sigma)$ est la fonction des contraintes. La fonction $f_2(\sigma)$ peut prendre plusieurs formes, la plus utilisée pour les métaux et pour le sel étant une fonction de puissance de type Bailey-Norton (Butcher, 1980; Ladanyi et Gill, 1983; Wallner, 1988; Morgan et Krieg, 1988, 1990):

$$f_2(\sigma) = A\ \sigma^{n} \tag{3.6}$$

où A et n sont des constantes. D'autres expressions de la loi de fluage secondaire, sous forme exponentielle, sinus hyperbolique et autres, sont aussi utilisées (Aubertin et al., 1987a; Spiers et Carter, 1996). Pour ce qui est de la fonction f_1, elle est exprimée de la façon suivante:

$$f_1(T) = \exp^{(-Q/RT)} \qquad (3.7)$$

où Q, R et T représentent l'énergie d'activation, une constante et la température, respectivement.

D'autre part, les lois les plus couramment utilisées pour décrire le taux de fluage primaire peuvent être décrites dans la forme générale (Munson et Wawersik, 1993):

$$\dot{\varepsilon}_t = g_1(\sigma)\, g_2(T)\, g_3(t \text{ ou } \varepsilon^c) \qquad (3.8)$$

L'utilisation du temps ou de la déformation de fluage permet de poser des formulations appelées de consolidation ("*time hardening*") ou d'écrouissage ("*strain hardening*"), respectivement (Hult, 1966). Une forme fréquemment adoptée pour le fluage primaire du sel, dans une formulation de consolidation où l'écrouissage se fait par le temps, s'écrit (Leite et al., 1989):

$$\dot{\varepsilon}_t = A\, \sigma^n\, b\, t^{b-1}\, f(T) \qquad (3.9)$$

où A, n et b sont des constantes. Pour une formulation où l'écrouissage se fait par la déformation accumulée, on écrit (Leite et al., 1989):

$$\dot{\varepsilon}_t = [A\, f(T)]^{\frac{1}{b}}\, \sigma^{\frac{n}{b}}\, b\, \varepsilon^{c^{(1-\frac{1}{b})}} \qquad (3.10)$$

De même que pour la loi de fluage secondaire, des expressions sous la forme logarithmique ou exponentielle peuvent aussi être utilisées (Aubertin et al., 1987a).

Parmi les caractéristiques communes à toutes ces lois de fluage, on peut mentionner que celles-ci négligent généralement l'effet de la contrainte moyenne, et qu'elles modélisent

difficilement un historique de chargement ou de déformation complexe (Lindner et Brady, 1984; Handin et al., 1986; Aubertin et al., 1993a).

D'une manière générale, les inconvénients des modèles phénoménologiques reflètent l'incapacité de ces modèles de reproduire correctement l'évolution de l'état de la structure du matériau pendant l'écoulement inélastique (Aubertin et al., 1991a, 1991c, 1993a).

3.2.1.1.2 Modèles rhéologiques (par analogie mécanique)

En rhéologie, les substances matérielles sont généralement classifiées selon leur mode de déformation, et impliquent l'utilisation de plusieurs éléments mécaniques simples. Ces éléments combinés de façon adéquate, permettent la simulation de certains résultats expérimentaux observés. Il est alors possible d'élaborer pour chacune des combinaisons la relation contrainte-déformation ainsi que l'expression de la déformation dans le temps pour un essai de fluage (Langer, 1984).

Les inconvénients majeurs reliés aux modèles rhéologiques mécaniques résident dans le fait que cette approche considère usuellement une relation linéaire entre la vitesse de déformation et la contrainte au-delà du seuil d'écoulement (ce qui n'est pas le cas pour le sel) et néglige partiellement les effets d'hérédité (ou de mémoire), très importants dans la modélisation du comportement du sel (e.g. Lindner et Brady, 1984; Aubertin et al., 1987b; Fuenkajorn et Daemen, 1988).

3.2.1.1.3 Modèles micromécanistiques

Les modèles micromécanistiques sont basés sur l'étude des micromécanismes de déformation qui régissent le comportement inélastique du matériau. Les lois obtenues sont plus générales

que les lois des autres modèles qui sont valables pour un certain ensemble de conditions. Ces modèles sont basés sur les processus physiques de déformation (Frost et Ashby, 1982). Des exemples de ces modèles pour le sel ont été présentés par Munson et Dawson (1982), et Langer (1984).

La principale limitation de ces modèles vient du fait qu'il est très difficile d'étendre ceux-ci à la phase transitoire de l'écoulement sans avoir recours à des artifices phénoménologiques ou empiriques (Munson et Dawson, 1982).

Toutefois, et malgré ses limitations, les études micromécanistiques peuvent servir de base à l'élaboration de lois de comportement avec variables d'état évolutives associées aux modifications structurales engendrées par l'écoulement inélastique du sel; ces modèles sont d'ailleurs discutés dans la prochaine section.

3.2.1.1.4 Discussion

Il est important de noter ici que l'approche partitionnée définie à l'équation (3.4), implique que le taux de déformation de fluage, $\dot{\varepsilon}^c$, peut être partitionné en trois composantes distinctes et indépendantes. Toutefois, cela ne représente qu'une conception artificielle qui ne repose sur aucun fondement physique (Takeuchi et Argon, 1976).

De plus, de très nombreuses évidences expérimentales observées sur divers matériaux polycristallins ont invalidé l'approche traditionnelle définie à l'équation (3.1), qui sépare les déformation inélastiques, $\dot{\varepsilon}^i$, en deux catégories distinctes et indépendantes: instantanées, $\dot{\varepsilon}^p$, et différées, $\dot{\varepsilon}^c$. Des observations expérimentales ont en effet montré que la déformation plastique et de fluage dépendent l'une de l'autre (Delobelle, 1988). Cette approche partitionnée, malgré son intérêt pratique selon le point de vue de l'ingénieur, s'est donc

révélée déficiente pour décrire le comportement des matériaux cristallins lorsque l'histoire mécanique est complexe (usuellement définie par le cheminement des contraintes et l'historique des déformations) (Murakami et Ohno, 1982; Handin et al., 1986; Delobelle, 1988). En ce sens, la réponse du matériau dépend non seulement de l'état de sollicitation, mais également des antécédents thermomécaniques qui ont prévalu dans son histoire (effet d'hérédité).

3.2.2 Approche unifiée avec variables d'état

Cette approche, qui offre de vastes possibilités à l'ingénieur, regroupe un grand nombre de modèles. Les premiers modèles avec variables d'état internes qui ont été proposés pour le comportement inélastique des matériaux cristallins ont été développés pour les métaux; mentionnons les modèles de Malinin et Khadjinsky (1972), Bodner et Partom (1975), Hart et al. (1975), Miller (1976) et Chaboche (1977). Par la suite, de très nombreux autres modèles ont vu le jour (voir revues d'Aubertin, 1989; Chaboche, 1989; Marchand et Moosbrugger, 1991). Pour le sel, le premier de ces modèles semble avoir été celui proposé par Krieg (1982), inspiré fortement de certains de ces précédents modèles, ainsi que celui moins conventionnel de Munson et Dawson (1982). Puis divers autres modèles ont ensuite été développés, notamment celui de Stein et Wetjen (1988), d'Aubertin (1989) et de Russell et al. (1990). Ces efforts de modélisation sont orientés vers une approche unifiée au comportement inélastique, où l'ensemble des déformations inélastiques (pseudo-instantanées et différées) peuvent être décrites par une seule loi cinétique (Pugh, 1983; Krempl, 1987; Delobelle, 1988). La vitesse de déformation devient alors:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{e}_{ij} + \dot{\varepsilon}^{i}_{ij} \qquad (3.11)$$

où $\dot{\varepsilon}^{e}_{ij}$ est la vitesse de déformation élastique et $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij}$ est la vitesse de déformation inélastique (pseudo-instantanée et différée).

Du point de vue micromécanistique et thermodynamique, la loi constitutive pour l'écoulement inélastique des matériaux est composée d'une loi cinétique à structure constante et d'au moins une loi d'évolution (Onat, 1981; Ashby, 1983). La loi cinétique peut être exprimée comme suit (Hart, 1970; Frost et Ashby, 1982; Estrin et Mecking, 1984):

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{i}_{ij} [\sigma_{ij}, T, Y] = \frac{\delta Q}{\delta \sigma_{ij}} \qquad (3.12)$$

où Q est le potentiel viscoplastique et Y identifie l'ensemble des variables d'état interne (aussi appelées simplement variables internes ou cachées) qui représentent, d'une façon moyenne et approximative, l'état de la microstructure du matériau et l'influence de l'histoire thermomécanique. Pour chacune de ces variables internes, on doit définir une loi d'évolution, généralement exprimée sous forme d'équations différentielles, du type suivant:

$$\dot{Y} = f_1 [\dot{\varepsilon}^{i}_{ij}] - f_2 [Y, \dot{\varepsilon}^{i}_{ij}] - f_3 [Y] \qquad (3.13)$$

où f_1 représente la fonction associée à l'écrouissage du matériau sous l'effet de la déformation accumulée, f_2 représente la fonction de restauration dynamique due à l'accumulation de l'énergie interne de déformation du matériau et f_3 représente la fonction de restauration statique reliée aux effets du temps sur le retour progressif du matériau à ses propriétés vierges.

Au cours des deux dernières décennies, de nombreux modèles constitutifs avec variables d'état ont été développés, et permettant (théoriquement) de décrire de façon unifiée le comportement rhéologique des matériaux ductiles (en l'absence de fracturation). La plupart de ces modèles sont regroupés en deux catégories, en relation avec la formulation mathématique de leur loi cinétique (Aubertin, 1989). Ces deux catégories sont brièvement présentées dans ce qui suit.

• **Modèles unifiés de type *UCP***: La première catégorie comprend les modèles unifiés de type *UCP* ("*Unified Creep Plasticity*"); l'expression générale de la loi cinétique est la suivante:

$$\dot{\varepsilon}^{I}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{I}_{ij} \left[\frac{\| S_{ij} - B_{ij} \|}{K} \right] \qquad (3.14)$$

où B_{ij} et K sont les variables d'état; B_{ij} est une contrainte usuellement associée à l'écrouissage directionnel (contrainte de recul, "backstress") et K est une variable reliée à l'écrouissage isotrope (voir par exemple: Bammann et Krieg, 1987; Aubertin, 1989). $\| \|$ indique la norme de von Mises.

• **Modèles viscoplastiques unifiés**: La deuxième catégorie comprend les modèles viscoplastiques unifiés avec variables d'état; l'expression générale de leur loi cinétique est la suivante:

$$\dot{\varepsilon}^{I}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{I}_{ij} \left[\| S_{ij} - B_{ij} \| - (R + K) \right] \qquad (3.15)$$

où R est une autre variable d'état. B_{ij} caractérise la position du centre de la surface d'écoulement, et R+K représente son rayon dans l'espace des contraintes (voir figure 3.2).

La différence la plus marquante entre les modèles *UCP* et les modèles viscoplastiques unifiés est le fait que les modèles *UCP* ne possèdent pas de surface d'écoulement, qui sépare les comportements élastique et inélastique.

L'absence d'une surface d'écoulement dans les modèles *UCP* nécessite généralement des formulations mathématiques plus élaborées pour la loi cinétique, de façon à reproduire directement la transition entre la portion linéaire et la portion curviligne de la relation contrainte-déformation que l'on retrouve lors de sollicitations particulières, comme pour un déchargement et rechargement pendant un essai *CSR*, par exemple (voir figure 3.3). En

introduisant une surface d'écoulement, via la variable isotrope R, on permet une meilleure distinction entre le comportement linéaire-élastique et le comportement inélastique.

Ces modèles unifiés se sont montrés efficaces pour décrire le comportement inélastique des matériaux cristallins dans son ensemble, sans distinction entre la plasticité instantanée et la viscoplasticité.

Malgré leurs avantages pour décrire les effets d'hérédité, la majorité des modèles unifiés soulèvent des difficultés pour le traitement numérique, en ce qui concerne les équations différentielles rigides ("*stiff* ") qui nécessitent un contrôle adéquat des incréments de temps utilisés pour leur intégration (Krempl, 1984; Chang et al., 1988). De plus, ces modèles soulèvent également des difficultés pour la détermination expérimentale des constantes. Le nombre élevé de coefficients, le couplage et la forte non-linéarité des équations nécessitent généralement la réalisation de plusieurs types d'essais (dont certains peuvent se révéler complexes à exécuter).

3.3 Modèle SUVIC

En tirant profit des avantages que présentent ces modèles avec variables internes, Aubertin (1989) a développé un nouveau modèle dénommé *SUVIC* ("*Strain rate history-dependent Unified Viscoplastic model with Internal variables for Crystalline materials*"). Ce modèle, de part sa formulation mathématique de nature unifiée (par opposition à partitionnée), peut décrire l'écoulement inélastique pour des conditions usuellement associées à la plasticité aussi bien au fluage primaire qu'au fluage secondaire. En plus, ce modèle est proche des mécanismes physiques qui contrôlent l'écoulement des roches tendres (et en particulier le sel gemme).

Le modèle *SUVIC* est inspiré de considérations micromécanistiques propres à l'écoulement inélastique. C'est un modèle qui est applicable à l'écoulement ductile (régime 1, figure 2.1) du sel gemme, pour les petites déformations (_ < 10 %), à des températures intermédiaires ($0{,}25 \leq T/T_m \leq 0{,}50$).

Dans ce modèle, la variable interne Y (équation 3.13) comprend deux grandes composantes, soit σ_i qui représente la valeur de la contrainte interne qui s'oppose à l'effet de la contrainte appliquée σ, et K qui est une variable liée à l'augmentation de la contrainte de traînée ("*dragstress*") et associée à la croissance de la densité des dislocations et des obstacles à leur mouvement. Dans le modèle *SUVIC*, la fonction spécifique appliquée à l'équation (3-12) est une loi de puissance. La contrainte interne σ_i est alors scindée en composantes cinématiques et isotropes, et la variable de normalisation garde une valeur scalaire K. Dans une version mise à jour, les équations générales du modèle peuvent être écrites de la façon suivante (Aubertin et al., 1993c):

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{e}_{ij} + \dot{\varepsilon}^{i}_{ij}\,, \tag{3.16}$$

$$\dot{\varepsilon}^{e}_{ij} = \dot{S}_{ij} / 2G + \delta_{ij}\,\dot{I}_1 / 9K_b\,, \tag{3.17}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij} = \dot{e}^{i}_{ij} + \frac{1}{3}\delta_{ij}\;\dot{\varepsilon}^{i}_{kk}\,, \tag{3.18}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{kk} = 0 \ , \tag{3.19}$$

$$\dot{e}^{i}_{ij} = \frac{3}{2} A \left\langle \frac{X_{ae} - R}{K} \right\rangle^{N} \frac{S_{ij} - B_{ij}}{X_{ae}} \ , \tag{3.20}$$

$$\dot{B}_{ij\,.s} = \frac{2}{3} A_{1s} \, \dot{\varepsilon}^{i}_{ij} - \frac{A_{1s}}{B^{\cdot}_{e.s}} \, \dot{\varepsilon}^{i}_{e} \, B_{ij\,.s} - \frac{A_{2s} \, B_{ij\,.s}}{C^{q}} \, B^{q-1}_{e.s} \ , \tag{3.21}$$

$$\dot{B}_{ij\,.l} = \frac{2}{3} A_{1l} \, \dot{\varepsilon}^{i}_{ij} - \frac{A_{1l}}{B^{\cdot}_{e.l}} \, \dot{\varepsilon}^{i}_{e} \, B_{ij\,.l} - \frac{A_{2l} \, B_{ij\,.l} \, B^{r-1}_{e.l}}{C^{r}} \ , \tag{3.22}$$

$$\dot{R} = A_3 (1 - R/R^{'}) \dot{\varepsilon}^{i}_{e} - A_4 (R/C)^{p} \ , \tag{3.23}$$

$$\dot{K} = A_5 (1 - K/K^{'}) \dot{\varepsilon}^{i}_{e} - A_6 (K/C)^{u} \ , \tag{3.24}$$

$$\textit{avec} \qquad X_{ae} = \left[\frac{3}{2} (S_{ij} - B_{ij}) \, (S_{ij} - B_{ij}) \right]^{1/2} , \tag{3.25}$$

$$B_{e\alpha} = \left(\frac{3}{2} B_{ij} \, B_{ij} \right)^{1/2} \ , \ \alpha = s, l \ \ , \tag{3.26}$$

$$B^{\cdot}_{e.\alpha} = B_{o.\alpha} \left[\ln (\dot{\varepsilon}^{i}_{e} / \dot{\varepsilon}_{o}) \right]^{m} \ , \ \alpha = s, l \ \ , \tag{3.27}$$

$$B_{ij} = B_{ij,s} + B_{ij,l} \quad , \tag{3.28}$$

$$R = R_o \left[\ln(\dot{\varepsilon}'_e/\dot{\varepsilon}_o)\right]^m \tag{3.29}$$

Dans ces équations, A, A_{1s}, A_{11}, A_{2s}, A_{21}, A_3, A_4, A_5 et A_6, B_{0s}, B_{0l}, C, m, N, p, q, r, R_o, u, et $\dot{\varepsilon}_o$ sont les constantes du modèle; < > sont les crochets de MacAuley. Le nombre de constantes, qui peut sembler être élevé si on le compare au nombre de constantes que l'on retrouve dans les modèles plus traditionnels (mais qui ne l'est pas si on le compare à d'autres modèles unifiés), reflète la diversité et la complexité des phénomènes physiques impliqués. Le tableau 3.1 résume les définitions de chacune des variables et constantes du modèle.

Il faut mentionner tout de même que cette version du modèle *SUVIC* est sensiblement différente de celle proposée initialement par Aubertin (1989) (voir aussi Aubertin et al., 1991a). Parmi les modifications d'importance, on peut noter le fait que la contrainte interne directionnelle B_{ij} est maintenant scindée en deux composantes ($B_{ij,s}$ et $B_{ij,l}$). Cela est justifié par de récentes observations expérimentales qui montrent que l'écrouissage du sel est majoritairement de nature cinématique, conformément à ce qui a fréquemment été observé sur les métaux (Delobelle, 1993). En ce sens, $B_{ij,s}$ représente les effets des obstacles à court rayon d'action qui se manifestent très tôt dans l'histoire mécanique, alors que $B_{ij,l}$ est associée aux obstacles a plus long rayon d'action, qui se saturent plus lentement (Aubertin, 1993c). Il est d'ailleurs de plus en plus fréquent d'introduire deux composantes (ou plus) à l'écrouissage cinématique des matériaux dans les modèles avec variables internes (e.g. Lowe et Miller, 1986; Chaboche, 1989). Dans cette nouvelle optique, la variable R est surtout associée qu'aux effets d'écrouissage isotrope survenant lorsqu'il y a des obstacles résiduels créés dans la microstructure, comme c'est le cas à grande déformation ou lorsqu'il a rotation des contraintes principales. La valeur de saturation des variables $B_{ij,\alpha}$ et R est exprimée explicitement en fonction des conditions de sollicitation (voir équations 3.27 et 3.29), ce qui

permet d'introduire des effets d'hérédité mécanique à court terme qui s'ajoutent aux effets à plus long terme associés à la restauration du matériau. Quand à la variable K, qui représente l'écrouissage isotrope associé à la "*raideur*" du matériau, on y a ajouté un terme de restauration statique qui reflète également certains effets observés. À noter que la valeur de saturation du paramètre K' est maintenant définie explicitement pour les conditions d'écoulement stationnaire, soit:

$$K' = \frac{X'_{ae} - R'}{(\dot{\varepsilon}'_s / A)^{1/N}} \tag{3.30}$$

Dans une version uniaxiale les équations principales deviennent:

$$\dot{\varepsilon}' = A \left\langle \frac{|\sigma - B| - R}{K} \right\rangle^N sgn(\sigma - B) \quad , \tag{3.31}$$

$$\dot{B}_s = A_{1s}\dot{\varepsilon}' - \frac{A_{1s}}{B'_s}|\dot{\varepsilon}'|B_s - A_{2s}\left|\frac{B_s}{C}\right|^q sgn(B) \quad , \tag{3.32}$$

$$\dot{B}_l = A_{1l}\dot{\varepsilon}' - \frac{A_{1l}}{B'_l}|\dot{\varepsilon}'|B_l - A_{2l}\left|\frac{B_l}{C}\right|^q sgn(B) \quad , \tag{3.33}$$

$$\dot{R} = A_3\left(1 - \frac{R}{R'}\right)|\dot{\varepsilon}'| - A_4\left(\frac{R}{C}\right)^p \quad , \tag{3.34}$$

$$\dot{K} = A_5\left(1 - \frac{K}{K'}\right)|\dot{\varepsilon}'| - A_6\left(\frac{K}{C}\right)^u \quad , \tag{3.35}$$

$$\dot{B}^{I} = B_o \left[\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}^{I}}{\dot{\varepsilon}_o}\right) \right]^m \quad , \tag{3.36}$$

$$\dot{R}^{I} = R_o \left[\ln\left(\frac{\dot{\varepsilon}^{I}}{\dot{\varepsilon}_o}\right) \right]^m \quad , \tag{3.37}$$

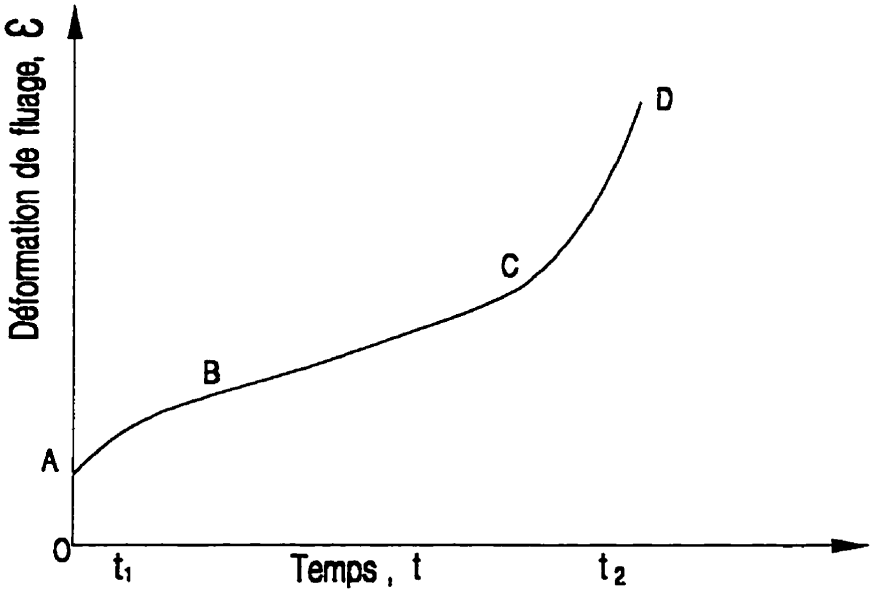
$$\dot{K}^{I} = \left(\sigma_e^{I} - B_e^{I} - R^{I} \right) / \left(\frac{\dot{\varepsilon}^{I}}{A}\right)^{1/N} \quad , \tag{3.38}$$

où le symbole sgn représente la fonction signum, ce qui signifie:

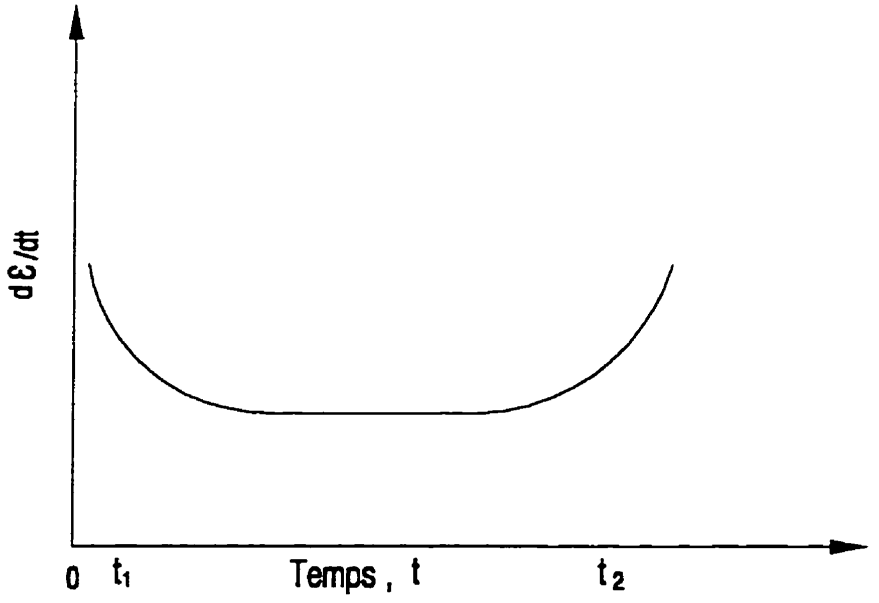
$$sgn(B) = \frac{B}{|B|} = \pm 1 \tag{3.39}$$

Dans le cas d'essais en compression triaxiale, pour σ_3 constant, on remplace dans la dernière formulation (équations (3.31) à (3.37)) σ par $(\sigma_1 - \sigma_3)$, où σ_1 est la contrainte principale majeure et σ_3 est la contrainte principale mineure (contrainte de confinement).

Afin de démontrer que le modèle *SUVIC* peut décrire adéquatement le comportement du sel, des résultats d'essai cyclique (compression triaxiale-extension) sont présentés aux figures 3.4 et 3.5. Les courbes correspondantes simulées à l'aide de *SUVIC* sont présentées aussi. Ces résultats montrent bien la capacité du modèle *SUVIC* de décrire adéquatement le comportement du sel sous des conditions aussi complexes que l'essai cyclique *CTC-RTE* et l'essai de fluage par palier. Les attributs du modèle ont été discutés plus en détails par Aubertin et al. (1994).



a)



b)

Figure 3.1: Courbes typiques: **a)** de fluage, et **b)** de variation du taux de fluage en fonction du temps.

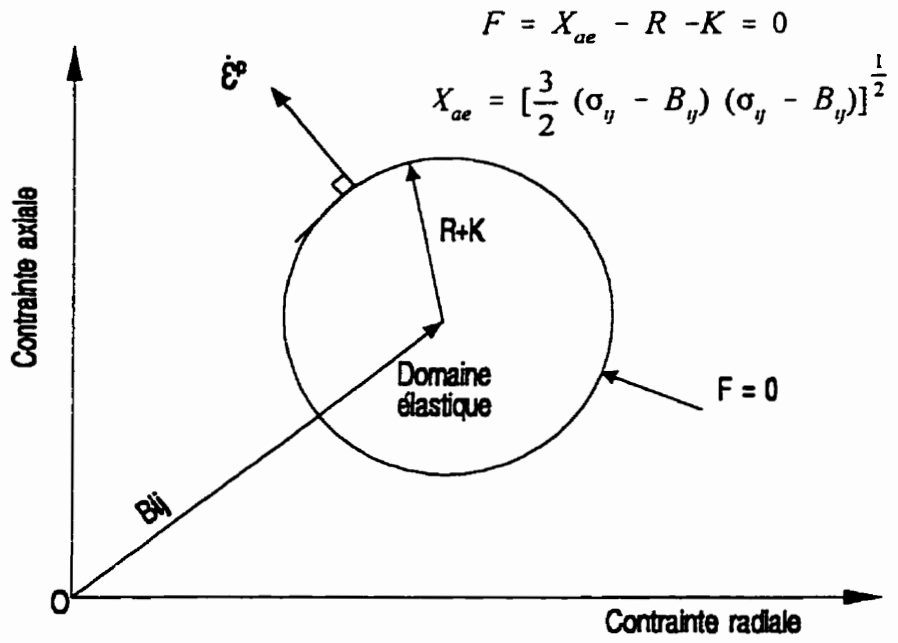


Figure 3.2: Représentation schématique de la surface d'écoulement dans l'espace des contraintes; on montre le critère de von Mises avec une loi associée, et un écrouissage isotrope et cinématique (d'après Desai et Siriwardane, 1984; Mroz, 1986).

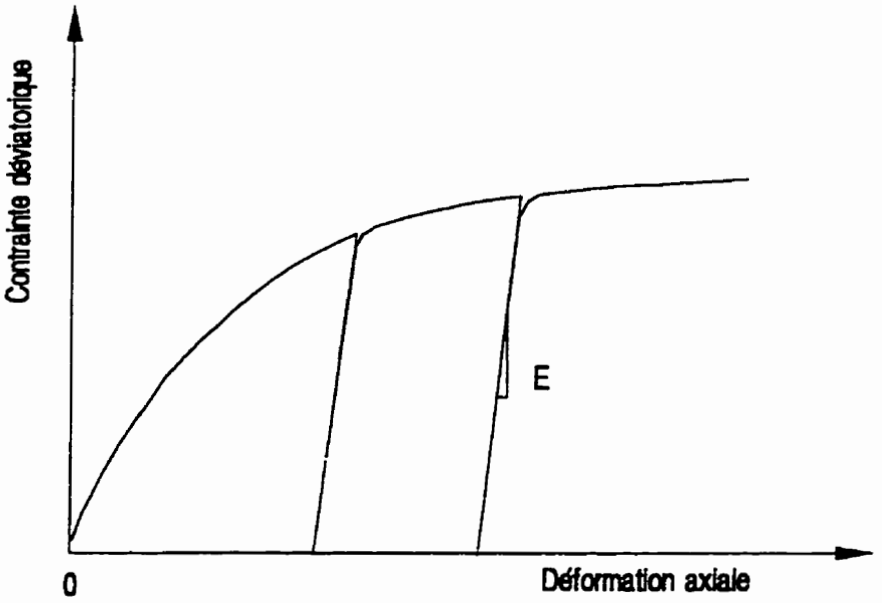


Figure 3.3: Représentation schématique d'un essai *CSR*, en compression triaxiale, avec des cycles de déchargement et de rechargement (d'après Aubertin, 1989).

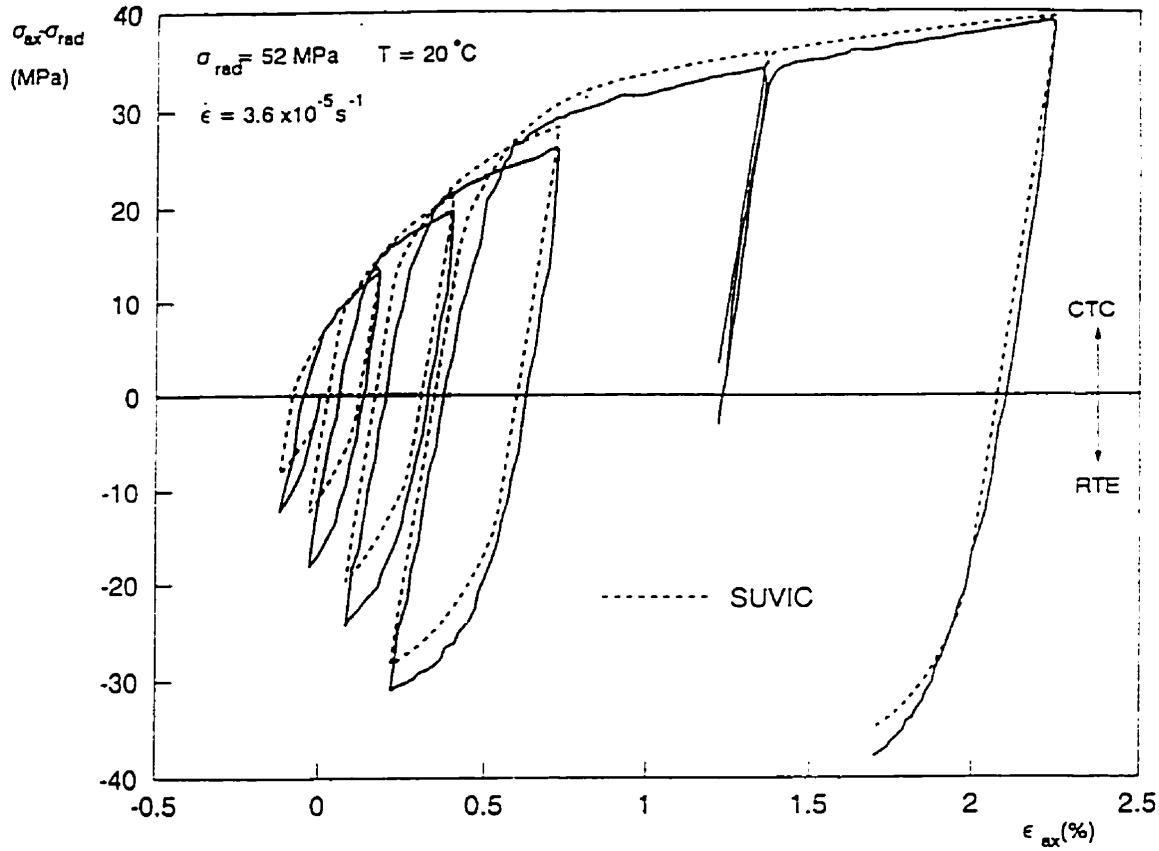


Figure 3.4: Courbes expérimentale et prédite à l'aide du modèle *SUVIC* pour un essai cyclique compression triaxiale-extension avec chargement-déchargement à taux de déformation contrôlé sur le sel gemme (d'après Aubertin et al., 1996).

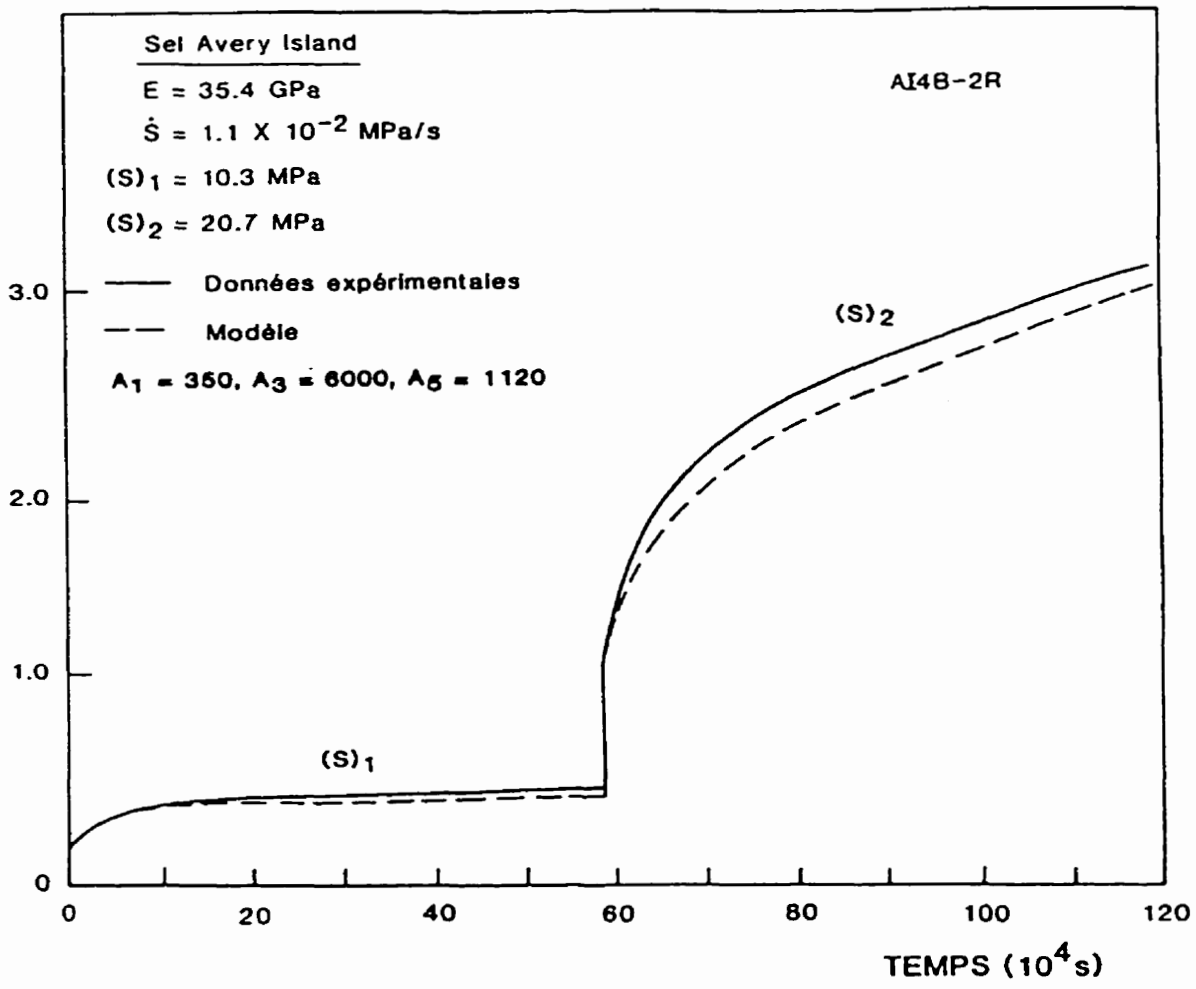


Figure 3.5: Courbes expérimentale et prédite à l'aide du modèle *SUVIC* pour un essai de fluage par paliers sur le sel naturel d'Avery-Island (d'après Aubertin, 1989).

TABLEAU 3.1

DÉFINITION DES VARIABLES ET DES CONSTANTES DU MODÈLE SUVIC (AUBERTIN ET AL., 1991a)

a) Variables

B_e : norme de von Mises de la contrainte interne B_{ij};

B_e^* : valeur de saturation de la variable B_e;

B_{ij} : contrainte interne cinématique (tenseur);

$B_{ij,s}$: contrainte interne cinématique associée aux obstacles à court rayon d'action;

$B_{ij,l}$: contrainte interne cinématique associée aux obstacles à plus long rayon d'action;

$\dot{\varepsilon}_e^i$: norme de von Mises de la vitesse de déformation inélastique $\dot{\varepsilon}_{ij}^i$;

$\dot{\varepsilon}_{ij}^i$: vitesse de déformation inélastique (tenseur);

K : variable d'état de normalisation (scalaire);

R : contrainte interne isotrope (scalaire);

S_{ij} : déviateur de contraintes (tenseur);

X_{ae} : norme de von Mises du tenseur $(S_{ij} - B_{ij})$.

b) Constantes

A : coefficient de la loi cinétique;

A_1 : coefficient de la loi d'évolution de$_{ij}$B , pour la fonction d'écrouissage et de restauration dynamique;

A_2 : coefficient de la loi d'évolution de B_{ij}, pour la fonction de restauration statique;

A_3 : coefficient de la loi d'évolution de R, pour la fonction d'écrouissage et de restauration dynamique;

A_4 : coefficient de la loi d'évolution de R, pour la fonction de restauration statique;

TABLEAU 3.1 (SUITE)

DÉFINITION DES VARIABLES ET DES CONSTANTES DU MODÈLE SUVIC (AUBERTIN ET AL., 1991a)

A_5 : coefficient de la loi d'évolution de K, pour la fonction d'écrouissage;

A_6 : coefficient de la loi d'évolution de K, pour la fonction de restauration dynamique;

A_{1s} : coefficient de la loi d'évolution de $B_{ij,s}$;

A_{2s} : coefficient de la loi d'évolution de $B_{ij,s}$;

A_{11} : coefficient de la loi d'évolution de $B_{ij,l}$;

A_{21} : coefficient de la loi d'évolution de $B_{ij,l}$;

B_{os} : coefficient de la fonction de B_e;

B_{ol} : coefficient de la fonction de B_e;

C : constante de normalisation des contraintes internes B_{ij} et R, pour leur fonction de restauration statique respective;

$\dot{\varepsilon}_o$: coefficient de la loi d'écoulement stationnaire de type Norton;

K′ : valeur de saturation de la variable K, associée à la limite élastique macroscopique;

m : exposant de la fonction de saturation R′;

n : exposant de la loi de puissance traditionnelle, type Norton;

N : exposant de la loi cinétique;

p : exposant de la fonction de restauration statique de R;

q : exposant de la fonction de restauration statique de B_{ij};

r : exposant du terme $B_{e,s}$;

R′ : valeur de saturation de la contrainte interne R;

R_o : constante de la contrainte interne R;

u : exposant de la fonction de restauration statique de R.

CHAPITRE IV
ENDOMMAGEMENT

4.1 Introduction

Comme il a été mentionné auparavant, le comportement inélastique du sel gemme en laboratoire, lors d'essais *CTC*, est souvent dominé par les mécanismes de déformation intracristallins impliquant le mouvement de dislocations, surtout à faible vitesse de déformation ($\dot{\varepsilon} \leq 10^{-3}$ à 10^{-4} s^{-1}), pour une pression de confinement, σ_3, supérieure à environ 5 à 10 MPa et pour une contrainte déviatorique $\sigma_{1\text{-}3} < 0{,}5\ \sigma_f$ (où σ_f représente la contrainte de rupture). Dans de telles conditions, l'écoulement inélastique se fait à volume constant ($\upsilon = 0{,}5$) (Senseny et al., 1989; Horseman et Handin, 1990). Le modèle *SUVIC* présenté au chapitre précédent a été développé pour décrire ce type de comportement inélastique (Aubertin et al., 1991a).

Cependant, sous d'autres conditions de chargement, le comportement inélastique du sel gemme peut aussi impliquer l'initiation des fissures et leur propagation stable ou instable. Le sel montre alors une certaine dilatance et son comportement présente une forte influence de la contrainte principale mineure (Wawersik et Hannum 1980). Là où la fracturation aurait un rôle plus marqué, certains ajustements doivent être apportés au modèle *SUVIC* afin de rendre compte de ce phénomène. Cela peut se réaliser par l'introduction d'une variable d'endommagement (comme dans les approches de "*Continuum Damage Mechanics*").

4.2 Notions de base de la mécanique de l'endommagement

La mécanique de l'endommagement permet de décrire au niveau macroscopique les phénomènes liés à la dégradation des propriétés mécaniques d'un matériau. Depuis les premiers travaux de Kachanov (1958) et de Rabotnov (1969), qui ont étudié le fluage tertiaire des métaux à la fin des années cinquante et au début des années soixante, cette branche de la mécanique a connu un développement considérable (e.g. Hult, 1979; Krajcinovic, 1985; 1989). À partir de ces travaux, une nouvelle théorie, appelée mécanique de l'endommagement des milieux continus (*CDM "Continuum Damage Mechanics"*), a été formulée dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles (Lemaitre, 1984). L'objet de cette théorie est de traduire macroscopiquement l'influence de la dégradation par naissance, croissance et coalescence des micro-défauts au sein de la matière. Aujourd'hui, la mécanique de l'endommagement génère l'intérêt de plusieurs groupes de recherche travaillant sur divers matériaux et son application s'étend de plus en plus.

Plusieurs références récentes exposent en détail la théorie de la mécanique de l'endommagement des milieux continus (e.g. Lemaitre, 1984, 1992; Krajcinovic et Lemaitre, 1987; Chaboche, 1988a; 1988b; Krajcinovic, 1989). Nous exposons ici brièvement les idées à la base de cette théorie; plus de détails sont aussi présentés par Sgaoula et al. (1992).

Soit un échantillon cylindrique soumis à une charge de compression P (figure 4.1). Notons A_0 sa section transversale à l'état initial. À partir de certaine limite de résistance du matériau, l'excès de la contrainte engendre le développement des microfissures dans cette section, réduisant ainsi la surface qui transmet la contrainte d'une quantité A_D. Notons D_v le rapport entre la surface des microfissures et la surface initiale du cylindre.

$$D_v = \frac{\text{aire des microfissures}}{\text{aire de la section initiale}} = \frac{A_D}{A_0} \qquad (4.1)$$

où D_v est une variable scalaire désignant un endommagement isotrope. La forme de cette équation suggère les valeurs limites suivantes pour la variable scalaire D_v:

$D_v = 0$ état initial non-endommagé

$D_v = 1$ état final totalement endommagé

La surface qui transmet réellement la contrainte est égale alors à:

$$\tilde{A} = A_o - A_D = (1 - D_v) A_o \qquad (4.2)$$

La contrainte qui agit sur le cylindre endommagé est donnée par la relation suivante:

$$\tilde{\sigma} = \frac{P}{\tilde{A}} = \frac{\sigma}{(1-D_v)} \qquad (4.3)$$

La contrainte $\tilde{\sigma}$ représente la contrainte nette qui agit sur les portions de matériau "non endommagé". Pour obtenir cette contrainte, on a supposé que la charge est appliquée sur un cylindre sain dont la section a été réduite par le facteur $(1- D_v)$. On a ainsi un cylindre fictif non endommagé à partir du cylindre endommagé en remplaçant la contrainte appliquée σ par une contrainte nette $\tilde{\sigma}$.

La représentation mathématique de la variable d'endommagement D_v peut prendre plusieurs formes, soient: scalaire, vectorielle ou tensorielle. Le premier modèle d'endommagement proposé, appliqué aux métaux sous tension, a fait appel à une représentation scalaire en raison de son application aux matériaux ductiles dans lesquels la variable d'endommagement a été associée au développement des microvides sphériques uniformément distribués (Kachanov, 1958; Leckie et Hayhurst, 1977; Leckie, 1978). Une représentation vectorielle (tenseur d'ordre 1) de l'endommagement a par la suite été formulée par Davison et Stevens (1973) et Costin (1983, 1987) pour les roches en compression, dans lesquelles l'endommagement est

relié à la présence de fissures; D_v est alors décrite par un vecteur dont la direction est normale à la surface de la fissure et sa grandeur est proportionnelle à l'aire de la fissure. En d'autres termes, l'endommagement est caractérisé par la surface des microfissures et leur orientation dans l'espace (description adéquate pour l'endommagement par microfissuration en mode I). Pour rendre compte des effets de cisaillement (mode II ou III), Vakulenko et Kachanov (1971) ont proposé une description tensorielle (avec un tenseur de 2e ordre) de l'endommagement, i.e. $D_{ij} = n_i b_j$ (où n_i est la normale à la fissure et b_j est le déplacement relatif entre les deux surfaces de la fissure). D'autres tenseurs sont également proposés dans la littérature: tenseurs d'ordre 2 (Bodner et Chan, 1986; Murakami, 1987, 1988, 1990; Trivaudey et Delobelle, 1990; Stumvoll et Swoboda, 1993), d'ordre 4 (Chaboche, 1979, 1993; Chow et Wang, 1987; Ju, 1989), ou une combinaison de tenseurs et de scalaires (Leckie et Onat, 1981; Lemaitre, 1992).

4.3 Différents modes de l'endommagement

4.3.1 Endommagement ductile

Il s'agit de l'endommagement associé aux grandes déformations inélastiques qu'engendrent la croissance et la coalescence des microcavités par un mécanisme d'instabilité microductile due à l'accumulation des dislocations à proximité des obstacles de la structure cristalline (Lemaitre, 1984; Chaboche, 1988b; Lemaitre et Chaboche, 1988).

Il est généralement admis que ce type d'endommagement, menant à la rupture, est un processus qui se développe suivant trois étapes: formation, croissance et coalescence de microcavités. Elles sont décrites sommairement dans ce qui suit.

Tout d'abord, des microcavités se forment autour des inclusions. Comme leur comportement mécanique diffère notablement de celui de la matrice, cela induit des micro-contraintes élevées

près de l'inclusion. Cela mène soit à la décohésion de l'interface soit à la rupture des inclusions. Du point de vue plus macroscopique, cette étape est franchie pour une certaine combinaison des contraintes et déformations.

Pendant la déformation ultérieure du matériau, les microcavités croissent sous l'influence conjuguée de la déformation inélastique et des contraintes appliquées.

Après une certaine croissance, les microcavités se rassemblent par un mécanisme de coalescence. L'étude des mécanismes physiques de microfissuration montre que la rupture finale d'un élément de matière est le résultat de la formation de bandes de déformations intenses et instables entre ces microcavités. Il semble que cette coalescence a quelque chose d'analogue à une instabilité plastique comme la striction. C'est pourquoi beaucoup d'auteurs cherchent à tenir compte de la croissance des microcavités dans la loi de comportement des matériaux, introduisant ainsi la possibilité d'une instabilité par compétition entre le durcissement dû à l'écrouissage de la matrice et l'adoucissement dû à la croissance des microcavités. Il faut noter ici que ce phénomène est observé surtout dans les métaux sous tension.

4.3.2 Endommagement macrofragile

L'endommagement macrofragile représente l'endommagement par décohésion que subissent certains matériaux comme le béton et certaines roches, sous sollicitations monotones, en l'absence de déformations irréversibles macroscopiques importantes. Les seules déformations présentes sont celles qui résultent de l'arrangement des fissures qui causent l'endommagement.

Ce type d'endommagement est causé par la propagation et la nucléation progressives des microcavités et des microfissures dues aux déformations élastique (Murakami, 1987).

Contrairement à l'endommagement ductile, l'endommagement macrofragile qui précède la rupture, dite par clivage, peut être un phénomène brutal, sans déformation inélastique importante et consommant relativement peu d'énergie. Ce type d'endommagement est caractérisé par la formation des microfissures dans des plans généralement perpendiculaires à la direction de la contrainte principale mineure. Le développement d'une telle microfissure est accompagné par une diminution de la rigidité et d'une dilatance macroscopique du matériau (cette dernière caractéristique se manifeste seulement en compression) (Murakami, 1987). Des modèles ont été proposés par Costin (1987), Kemeny et Cook (1987), et Bazant et Pijaudier (1988) pour présenter ce phénomène.

On peut schématiser la situation des mécanismes de base de l'endommagement macrofragile par un processus en deux étapes:

- **Formation de microfissures**: Dans un premier temps des microfissures apparaissent à l'intérieur d'une unité (un grain, par exemple). Celles-ci sont stables et arrêtées par le joint le séparant de l'unité suivante. Les mécanismes physiques qui induisent cette microfissure peuvent être assez variés. Le mécanisme le plus répandu suppose que les dislocations s'accumulent en grand nombre contre un joint de grain et induisent dans le grain adjacent une contrainte suffisamment élevée pour rompre les liaisons atomiques. Lorsque la déformation inélastique commence, les liaisons aux joints des grains sont rompues pour relaxer l'incompatibilité de déformation avec la matrice. Une microfissure de la taille de grain est ainsi créée.

- **Propagations stable et instable des microfissures**: Après la formation des microfissures, celles-ci peuvent grandir progressivement jusqu'à atteindre une taille ou une densité critique. L'interaction et la coalescence de la population de microfissures forment une macrofissure. La rupture est alors obtenue lorsque celle-ci devient instable sous l'action des contraintes normales à son plan.

4.3.3 Endommagement de fluage

C'est l'endommagement qui accompagne les déformations de fluage inélastiques différées. Il concerne les matériaux polycristallins ductiles pour lesquelles les décohésions de rupture microfragile aux joints de grains sont prépondérantes. Cet endommagement correspond au processus de naissance et de croissance de microfissures (principalement intercristallines) qui se développent en fonction du temps, sous sollicitations constantes (Chan, 1988; Lemaitre et Chaboche, 1988; Hayhurst et Leckie, 1990).

Dans l'essai de fluage unidimensionnel à contrainte constante, ce type d'endommagement se manifeste surtout lors du fluage tertiaire par une augmentation de la vitesse de déformation qui devient très grande à l'approche de la rupture.

4.3.4 Endommagement de fatigue

Sous l'action de sollicitations répétées, périodiques ou non, des ruptures microfragiles discontinues dans le temps interviennent. Cet endommagement existe dans le domaine des petites déformations et est essentiellement fonction du nombre de cycles de sollicitation et de l'ampleur de la contrainte imposée (Murakami, 1987; Lemaitre et Chaboche, 1988).

4.4 Identification de l'endommagement

Dans la littérature, on trouve deux grandes classes de méthodes pour évaluer la nature de l'endommagement et son évolution: les méthodes directes et les méthodes indirectes.

4.4.1 Méthodes directes

La mesure directe de l'endommagement est souvent onéreuse car elle consiste à interrompre les essais à différents stades d'endommagement pour découper les éprouvettes et leur faire subir des examens de métallographie quantitative pour compter le nombre de microdéfauts par unité de surface ou par unité de volume (tableau 4-1). Outre sa très grande difficulté pratique, en ce qui concerne la mécanique des roches, l'endommagement ainsi mesuré ne permet pas de déduire simplement l'influence de l'endommagement sur la résistance mécanique du matériau.

4.4.2 Méthodes indirectes

Ces méthodes consistent à mesurer l'endommagement par son effet sur des variables mesurables telles que les modules d'élasticité, la densité, la résistivité électrique, et les caractéristiques de viscoplasticité (Krajcinovic et Lemaitre, 1987; Murakami, 1987; Chaboche, 1988a; Lemaitre et Chaboche, 1988; Lemaitre, 1992) (voir tableau 4-1). Les relations reliant la variable d'endommagement à ces grandeurs mesurables dépendent de la définition même de la variable d'endommagement. Le couplage de l'endommagement à la déformation se fait avec la notion de contrainte nette.

- **Méthode de l'équivalence en déformation (Variation du module d'élasticité)**: La méthode de l'équivalence en déformation traduit le fait que l'on obtient, sur le matériau

vierge équivalent, la même déformation ε en lui appliquant la contrainte nette $\tilde{\sigma}$, que le matériau endommagé subissant la contrainte appliquée σ (Lemaitre et Chaboche, 1978; Lemaitre et Chaboche, 1988).

Soit E le module élastique du matériau vierge, et $\tilde{E}$, le module élastique du matériau endommagé. On peut alors écrire les lois de comportement comme suit (en ne considérant que la partie élastique):

- Pour le matériau endommagé : $\sigma = \tilde{E} \bullet \varepsilon$
- Pour le matériau vierge équivalent : $\tilde{\sigma} = E \bullet \varepsilon$

or : $\tilde{\sigma} = \sigma/(1-D_v)$, il s'ensuit donc que $\tilde{E} = E \bullet (1-D_v)$. À partir de cette équation on peut donc mesurer l'endommagement par la variation du module d'élasticité: $D_v = 1 - \tilde{E}/E$ (voir figure 4.1).

Lors de la mesure de $\tilde{E}$ et E, trois cas peuvent se présenter soit: les comportements caractéristiques des matériaux plastiques, endommageables et plastiques, et endommageables (voir figures 4.2a, b et c). Pendant d'éventuels déchargements-rechargements, tout au long de l'essai, on observe une variation du module d'Young. L'ampleur de la variation du module d'Young dépend alors du type de comportement. Pour estimer la valeur D_v, cette méthode nécessite une grande précision dans la mesure de la pente des droites de décharge dans le plan contrainte-déformation (σ,ε).

À titre indicatif, on mentionne ici qu'il existe deux autres possibilités pour établir cette équivalence: équivalence en contrainte et équivalence en énergie (Lemaitre et Chaboche, 1988).

- **Variation des caractéristiques de viscoplasticité**: En utilisant la loi de puissance pour décrire le fluage secondaire (lequel est généralement considéré comme un état non-endommagé), on a (Chaboche, 1988a):

en fluage secondaire ($D_v \cong 0$)

$$\dot{\varepsilon}_s = \left(\frac{\sigma}{\lambda}\right)^N \tag{4.4}$$

en fluage tertiaire ($D_v > 0$)

$$\dot{\varepsilon}_r = \left(\frac{\tilde{\sigma}}{\lambda}\right)^N \tag{4.5}$$

où λ et N sont des constantes dans les conditions isothermiques.

L'endommagement peut alors être mesuré à partir de la vitesse de déformation en fluage tertiaire $\dot{\varepsilon}_r$, tel que:

$$D_v = 1 - \left(\frac{\dot{\varepsilon}_s}{\dot{\varepsilon}_r}\right)^{\frac{1}{N}} \tag{4.6}$$

Dans le cas où le matériau présente un écrouissage isotrope et/ou cinématique, la situation est plus délicate à cause du couplage entre l'écrouissage et l'endommagement pendant le fluage tertiaire (cet aspect est traité au chapitre 5).

- **Auscultation ultrasonique**: Il s'agit ici d'une technique permettant une analyse globale (à l'échelle de l'élément de volume). Cette technique consiste à mesurer le temps de parcours d'ondes traversant le matériau. Deux types d'ondes sont utilisés, les ondes longitudinales (ondes P ou L) et les ondes torsionnelles (ondes S ou T). Elle permet

d'obtenir des informations sur la microfissuration (densité des fissures, orientations,....). L'intérêt de cette méthode apparaît également dans le fait qu'elle est non destructive (Lemaitre et Chaboche, 1988).

La variable d'endommagement est donnée par:

$$D_v = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \tag{4.7}$$

$$\text{avec} \quad \tilde{E} = \rho V_T^2 \frac{(3V_L^2 - 4V_T^2)}{(V_T^2 - V_T^2)} \tag{4.8}$$

où E est le module d'Young du matériau vierge, $\tilde{E}$ est le module d'Young du matériau endommagé, ρ est la densité massique du matériau, V_L est la vitesse en mode longitudinal et V_T est la vitesse en mode torsionnel.

La figure (4.3) illustre le fait que la vitesse des ondes P varie avec la propagation des fissures lors d'un essai de compression sur des roches. On y observe une augmentation de la vitesse des ondes, avec un maximum se produisant à peu près 50 % de la résistance au pic. Cette phase correspond à la fermeture des fissures préexistantes et à un comportement quasi-élastique du matériau non-endommagé. À partir de ce point, on observe une diminution de la vitesse correspondant à la création et à la propagation des fissures. Il est intéressant de noter que la diminution de la vitesse des ondes ne débuterait qu'au-delà d'un certain seuil, correspondant au début de la dilatance tel que montré par Guessous (1986) sur le sel.

- **Émission acoustique**: Un aspect fondamental de la propagation des ondes sismiques et acoustiques dans les roches est la dissipation d'énergie au cours de la propagation. Ce phénomène, connu sous le nom d'atténuation, conduit à une déformation de ces ondes

suite à une transmission sélective en fréquence. L'étude de ce phénomène peut apporter des informations sur la nature et l'état physique du milieu parcouru. De nombreuses études de laboratoire et in-situ ont montré, à ce propos, que l'état physique d'une roche (la présence et la forme des vides, l'état de contrainte, et la température) influence sensiblement les propriétés acoustiques de celle-ci. On a montré ainsi que l'émission acoustique est pratiquement inexistante au cours d'un chargement hydrostatique. Elle se développe au cours du chargement déviatorique et s'accroît dès que le comportement devient dilatant (Hunsche, 1993).

Sur les figures (4.3, 4.4 et 4.5), on montre aussi la variation des émissions acoustiques en fonction du comportement contrainte-déformation des roches. Une augmentation des émissions acoustiques est observée à partir de la moitié environ de la résistance au pic, qui correspondrait à l'initiation et à la propagation des fissures. De même que pour les ondes soniques, l'initiation de l'augmentation de ces émissions (figure 4.4) apparaît seulement à partir d'un certain seuil, correspondant généralement au début de la dilatance (Paterson, 1978; Sirieys, 1984; Santarelli, 1990; Meredith, 1990).

Il semble que cette approche de l'émission acoustique est une bonne technique pour évaluer l'évolution de la variable D_v toute comme l'approche de mesure du module d'Young, qui sont deux indicateurs d'endommagement efficaces. L'approche de l'émission acoustique est certainement plus difficile à réaliser pratiquement. L'approche de mesure du module d'Young est facile à réaliser et ne présente aucune ambiguïté dans l'interprétation. C'est pourquoi dans notre cas, on évalue l'endommagement en utilisant la variation du module d'Young. Ceci suppose de réaliser des essais avec décharges partielles tout au long du déroulement de l'essai.

4.5 Représentation de l'endommagement

L'hypothèse d'isotropie de l'endommagement repose sur l'idée que toutes les directions subissent le même taux d'endommagement et que la transformation due à l'endommagement est indépendante de la direction des contraintes imposées. Cependant, il est reconnu que les déformations imposent des directions préférentielles, provoquant ainsi une certaine forme d'anisotropie (même si le matériau est initialement isotrope). De plus, l'expérience acquise par l'utilisation de modèles d'endommagement isotrope, pour un chargement complexe, a révélé certaines anomalies. La meilleure manière de tenir compte de ce phénomène est celle utilisant une théorie d'endommagement anisotrope, qui soit compatible avec les observations expérimentales.

La généralisation des modèles isotropes pour tenir compte du caractère anisotrope du matériau endommagé est un problème complexe. Une des difficultés consiste à trouver une représentation appropriée de l'anisotropie de l'endommagement. Dans ce cas, l'endommagement n'est plus représenté par un scalaire (ou par sa grandeur uniquement). Sa mesure dépend aussi de l'orientation à partir de laquelle on se place. Au lieu de le représenter par un seul scalaire (tenseur d'ordre 0), l'endommagement est représenté par un tenseur d'ordre supérieur, soit: vecteur (tenseur d'ordre 1), tenseur d'ordre 2, tenseur d'ordre 4, ou une combinaison de ces derniers.

La représentation de l'endommagement par un tenseur d'ordre 2 constitue, à notre avis le meilleur compromis entre ces diverses représentations. La variable interne tensorielle D_v associée à l'endommagement anisotrope s'écrit alors, sous une forme canonique (Murakami et Rong, 1989):

$$D_{ij} = D_v \, d_{ij} \qquad (4.09)$$

$$\text{où} \quad d_{ij} = n_i \otimes n_j \tag{4.10}$$

où n_i et n_j sont les vecteurs directeurs des directions principales du tenseur D_{ij}, et D_v sont les valeurs propres associées; le produit tensoriel est noté par le symbole $\otimes$. Cette dernière équation indique que l'endommagement se fait dans une direction parallèle à σ_1 et perpendiculaire à σ_3 (e.g. Trivaudey et Delobelle, 1990).

La définition du tenseur des contraintes nettes $\tilde{\sigma}$ qui découle de l'équation de Kachanov-Rabotnov (voir équation 4.3) peut s'exprimer sous la forme suivante:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \sigma_{ik} \, (II - D_v)^{-1}_{kj} \tag{4.11}$$

où II est le tenseur unitaire ($II \equiv \delta_{ij}$).

Le tenseur $\tilde{\sigma}_{ij}$ correspondant n'est malheureusement pas toujours symétrique. Une manière simple pour le rendre symétrique serait de prendre (Murakami, 1987, 1990):

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{1}{2} \left[\sigma_{ik} \, (II - D_v)_{kj}^{-1} + (II - D_v)_{ik}^{-1} \, \sigma_{kj} \right] \tag{4.12}$$

Alternativement, on peut utiliser l'approche proposée par Cordebois et Sidoroff (1982) pour définir la contrainte nette. Cette approche est de plus en plus populaire (e.g. Chow et Wang, 1987; Hansen et Schreyer, 1995) car elle permet de retrouver directement la loi d'élasticité généralisée (ce qui n'est pas le cas avec l'approche de Murakami et Ohno, 1981). On écrit ainsi:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \mathbb{M}_{ijkl} \, \sigma_{kl} \tag{4.13}$$

où $\mathbb{M}_{ijkl}$ est le tenseur des effets d'endommagement. Celui-ci est définit de la façon suivante:

$$\mathbb{M}_{ijkl} = (\mathbb{I} - D_v)_{ij}^{-1/2} (\mathbb{I} - D_v)_{kl}^{-1/2} \qquad (4.14)$$

où le tenseur d'endommagement demeure d'ordre 2.

En considérant que les directions principales du tenseur d'endommagement et celles du tenseur des contraintes principales sont les mêmes, le tenseur des contraintes nettes s'écrit alors comme (Lemaitre, 1992):

$$[\,\tilde{\sigma}_{ij}\,] = \begin{bmatrix} \dfrac{\sigma_1}{1-D_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\sigma_2}{1-D_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\sigma_3}{1-D_{33}} \end{bmatrix} \qquad (4.15)$$

Ce tenseur peut être déduit aussi bien de l'approche de Murakami et Ohno (1981) que de celle de Cordebois et Sidoroff (1982).

En ce qui nous concerne, on retient cette anisotropie induite par l'état actuel des contraintes qui impose des directions préférentielles de développement de l'endommagement, notamment, les directions principales des contraintes. Cette définition est conséquente avec le modèle d'endommagement isotrope puisqu'on retrouve cette description comme cas particulier.

Le tenseur de deuxième ordre D_{ij} permet de décrire des états de symétrie orthotrope, avec un maximum de 3 plans d'anisotropie orientés de façon orthogonale. Cette définition de l'anisotropie de l'endommagement est satisfaisante pour les applications qui nous intéressent. Ce type d'anisotropie de l'endommagement est lié à l'orientation prise par les microfissures

prédominantes par rapport aux directions du chargement (contraintes ou déformations) qui ont créé cet endommagement.

La représentation de l'endommagement par un tenseur d'ordre 2 a été utilisée pour les roches par Dragon et Mroz (1979), Kawamato et al. (1988) et par Shao et al. (1988, 1993 et 1996) et pour le béton par Schreyer (1989), Stumvoll et Swoboda (1993) et par Voyiadjis et Abu-Lebdeh (1993).

4.6 Lois d'évolution de l'endommagement

À travers les nombreux modèles de type CDM développés, plusieurs lois d'évolution de la variable d'état D_v ont été proposées. Celles-ci dépendent des conditions de sollicitation prescrites et des mécanismes dominants qui vont produire l'endommagement et la dégradation des propriétés des matériaux. Pour les roches tendres et en particulier le sel gemme, l'endommagement peut présenter soit un caractère fragile soit un caractère ductile soit les deux simultanément. Dans le premier cas, les microfissures se développent par décohésion intra ou intercristallines jusqu'à ce que leur réunion constitue une macrofissure. Dans le second cas, l'accumulation des dislocations à proximité des obstacles de la structure provoque la croissance et la coalescence des cavités.

Plusieurs modèles d'endommagement ont été proposés pour les matériaux fragiles et les matériaux ductiles au cours des dernières années. Certains de ceux-ci sont présentés sous forme de tableaux à l'Annexe 2. Ces tableaux vont nous aider dans la présentation de différents modèles d'endommagement en évitant une lourdeur excessive dans le texte. Certains de ceux-ci seront rediscutés au chapitre 7 en relation avec le modèle proposé. Dans ce qui suit, nous allons plutôt présenter un cadre général à ces formulations, ainsi que les grandes lignes de certains de ces modèles.

4.6.1 Endommagement des métaux

Le type de modèle utilisant l'endommagement à caractère ductile peut être utile pour décrire l'affaiblissement du matériau (et la dégradation de ses propriétés mécaniques) en phase pré-pic et post-pic (dépendamment de la rigidité du système de chargement), ou pour exprimer la phase de fluage accélérée (ou tertiaire) menant à la rupture. Pour de tels modèles, surtout développés pour le comportement des métaux, la nucléation des cavités, le processus de progression et la coalescence sont considérés comme des phénomènes indépendants les uns des autres (Chan, 1988). Dans l'approche de l'endommagement des milieux continus ductiles, la cavitation est considérée comme un processus d'endommagement, décrite en terme de variable interne avec équation d'évolution appropriée. Cette variable d'endommagement est généralement considérée comme une mesure des vides et des microfissures dans la microstructure détériorée, et est incorporée dans les modèles constitutifs comme variable interne évolutive. Les principaux modèles impliquant des variables d'endommagement ductile sont ceux présentés aux tableaux 4-2-1 (Annexe 2). Ces divers modèles peuvent être regroupés sous une formulation générale unique. À une température donnée, l'équation d'évolution pour l'endommagement isotrope, D_v, est alors exprimée sous forme de l'équation suivante (Chan, 1988; Hayhurst et Leckie, 1990):

$$\dot{D}_v = f_1 (D_v) \quad f_2 (\sigma) \tag{4.16}$$

où f_1 est la fonction de l'accumulation de l'endommagement et f_2 la fonction de l'état de contraintes. Le choix de cette formulation est souvent inspiré des considérations micromécanistiques. La fonction $f_1(D_v)$ traduit les effets cumulatifs non-linéaires de l'endommagement constatés sur divers métaux. Cette fonction est généralement exprimée sous forme de loi de puissance. Une telle loi permet de tenir compte de la non-linéarité de l'endommagement observée expérimentalement. La fonction $f_2(\sigma)$ serait pour sa part

représentative de l'effet de l'état de contraintes sur l'endommagement; en ce sens, cette dernière serait fonction des trois invariants de contraintes $J_2(\sigma)$, $J_1(\sigma)$ et $J_o(\sigma)$ ($J_2(\sigma)$ est la contrainte de cisaillement octaédrique reliée aux effets de cisaillement; $J_1(\sigma)$ = Trace(σ), contrainte hydrostatique laquelle affecte fortement la propagation des cavités; $J_o(\sigma)$ est la contrainte principale maximale laquelle ouvre les microfissures et cause leur propagation).

Le squelette mathématique de la loi cinétique des divers modèles d'endommagement des métaux présentés aux tableaux 4-2-1 (voir Annexe 2) est conforme à l'équation générale de Rabotnov-Kachanov.

4.6.2 Endommagement des roches

Bien que les modèles précédents aient été proposés pour un endommagement de fluage, on pourrait envisager une extension de ceux-ci au cas de l'endommagement fragile généralisé pour inclure les effets dus à la propagation des microfissures dans les roches (voir Sgaoula et al., 1992). Dans cette perspective, les modèles d'endommagement développés pour des matériaux fragiles peuvent être très utiles, comme c'est le cas pour les roches, le béton et les céramiques où l'endommagement est souvent relié directement avec la propagation des microfissures. Parmi ces modèles les plus connus, on peut mentionner ceux de Costin (1983, 1985 et 1987), Ashby et Hallam (1986), Kemeny et Cook (1987), Shao et al. (1988, 1993 et 1996), Cristescu (1989), Krajcinovic et al. (1990), Kemeny (1991), et Ofoegbu et Curran (1991) (pour plus de détails voir tableaux 4-2-2 dans Annexe 2). Parmi ces modèles, ceux de Costin (1987) et de Kemeny (1991) sont d'un intérêt particulier, car ils permettent de décrire l'écoulement inélastique différé des roches en tenant compte de la cinétique de propagation des microfissures et de leur interaction et coalescence. Il faut noter ici que ces deux modèles ont été développés dans le cadre d'un milieu élastique (endommagement élastique).

La grande majorité des modèles d'endommagement développés pour les roches répondent à une structure comprenant trois fonctions; le cadre général de ces formulations peut s'écrire comme suit (voir tableaux 4-2-2 à l'Annexe 2):

$$\dot{D}_v = f_1(D_v)\ f_2(\sigma)\ f_3(\varepsilon,\dot{\varepsilon}) \qquad 4.17$$

On remarque d'abord que plusieurs de ces modèles permettent d'inclure l'effet de la déformation par l'intermédiaire de la fonction $f_3(\varepsilon,\dot{\varepsilon})$, ce qui n'est pas le cas de la majorité des modèles développés pour les métaux. Il faut noter aussi que dans le cas des matériaux fragiles (béton, roches, céramiques) les déformations permanentes observées ne sont pas attribuées à des mécanismes intracristallins de type plasticité (comme dans le cas des métaux) mais plutôt à la fermeture incomplète des microfissures due en particulier au frottement des surfaces de discontinuité ainsi qu'à un relâchement des contraintes internes avec l'endommagement (Saouridis, 1988). Une autre caractéristique de ces modèles est le fait que la fonction $f_1(D_v)$ est quelques fois fonction de l'indice des vides, e, ou de la densité des microfissures.

4.6.3 Endommagement du béton

Au cours des vingt dernières années, un nombre considérable de modèles pour l'analyse des structures en béton ont été élaborés. Ces diverses théories et formulations peuvent être sommairement classées en deux grandes familles, à savoir: celles relatives à la mécanique de la rupture (linéaire et non-linéaire) et celles de la théorie de l'endommagement applicables pour les matériaux élastiques-endommageables. Les différents travaux réalisés sur le béton pour la conception des ouvrages ont montré les limitations à l'application de la mécanique de la rupture pour des cas de sollicitations complexes (Saouridis, 1988) (modes de rupture différents, présence de plusieurs fissures, effets d'échelle, cas de structure non-fissurées,

calculs prévisionnels). Les modèles de la mécanique de la rupture sont bien adaptés pour être utilisés dans des calculs de structures contenant préalablement des microfissures. En revanche, la tendance la plus répandue oriente plutôt les efforts de modélisation de la détérioration de la résistance du béton vers l'approche de la mécanique de l'endommagement. C'est d'ailleurs la tendance qui est actuellement explorée par de nombreux auteurs reconnus dans ce domaine. Parmi ces modèles d'endommagement utilisés dans le béton là où les effets de plasticité sont relativement peu importants, on peut mentionner ceux d'Ortiz (1985), Krajcinovic et Fanella (1986), Sammis et Ashby (1986),Bazant et Pijaudier (1988), Yazdani et Schreyer (1988), Saouridis et Mazars (1989), Schreyer (1989), Chen (1990), Valanis (1990), Krajcinovic et al. (1991), Stumvoll et Swoboda, (1993), Voyiadjis et Abu-Lebdeh (1993), Ghrib (1994), et Bouzaiene et Massicotte, (1995) (voir aussi tableaux 4-2-3, Annexe 2). Dans la majorité de ces modèles, la variable d'endommagement est fonction de la densité des microfissures qui peut être déterminée par la fonction de distribution statistique de type Weibull.

4.6.4 Autres matériaux

Pour compléter notre étude sur les modèles d'endommagement existants dans la littérature, on peut mentionner ceux développés dans la glace (Karr et Choi, 1989) et dans la céramique (Evans et Dalgleish, 1987; Lemaitre et al., 1990; Vekinis et al., 1991, Baste et al., 1992) (voir tableaux 4.2.4, Annexe 2).

4.6.5 Discussion

Malgré les nombreux modèles d'endommagement développés pour décrire le comportement de différents matériaux, l'approche de la mécanique d'endommagement a trouvé peu de preneurs auprès de la communauté scientifique qui étudie le comportement mécanique du sel. Parmi ces modèles, on relève ceux présentés par: Cristescu (1992) et de Chan et al., (1994)

(voir tableaux 4-2-5, Annexe 2). Le modèle de Cristescu (1992) est exprimé en fonction du travail des déformations inélastiques. Comme on le sait, les considérations énergétiques sont souvent complexes, car elles nécessitent l'évaluation du travail en chaque point du cheminement (Aubertin, 1989). De façon générale, les modèles précités sont moins élaborés que ceux présentés pour d'autres matériaux en raison de leur état de développement encore précoce.

D'une manière générale, la grande majorité de modèles d'endommagement développés pour les différents matériaux précités répond à une structure universelle comprenant trois fonctions; le cadre général de ces formulations peut s'écrire comme suit (pour le cas isotherme):

$$\dot{D}_v = f_1(D_v) \quad f_2(\sigma) \quad f_3(\varepsilon,\dot{\varepsilon}) \tag{4.18}$$

Plusieurs formes d'équations ont été élaborées pour les diverses fonctions qui composent la variable d'endommagement. Ces fonctions sont généralement inspirées de considérations micromécanistiques.

Les différents modèles présentés dans cette revue bibliographique (voir tableaux 4-2 en Annexe 2) ont été développés pour modéliser d'une façon distinctive les différents aspects d'endommagement soit: endommagement fragile, ductile et de fluage. Cependant, tous les processus physiques qui contribuent à divers niveaux à l'endommagement du sel sont influencés par les conditions de sollicitation, soit l'état de contrainte, la déformation et/ou le taux de déformation. Ainsi, pour pouvoir décrire la dégradation du sel endommagé, il faut introduire le phénomène d'endommagement dans une formulation mathématique capable de décrire les observations macroscopiques relatives au comportement du sel endommagé. Ceci oblige à avoir une équation de la variable D_v capable, non seulement de décrire le phénomène d'endommagement qui se traduit par un affaiblissement dans un essai *CSR*, mais également

le phénomène d'endommagement qui se traduit par une accélération de la vitesse de déformation comme c'est le cas de la phase tertiaire dans un essai de fluage.

4.7 Éléments pour le développement de la loi d'évolution de l'endommagement

Avant d'établir explicitement la nature de la loi d'endommagement qui est présentée au chapitre 5, nous devons, en premier lieu, définir les prémisses découlant de l'observation phénoménologique. Ces constats et observations, dégagés des résultats d'essais réalisés préalablement sur le sel gemme ainsi que de l'étude de l'endommagement de différents matériaux, nous servira à établir les composantes de cette loi.

4.7.1 Dégradation progressive: réponse contrainte-déformation

Comme il a été cité précédemment, les deux modes dominant les déformations irréversibles du sel sont (Krajcinovic, 1985): l'écoulement plastique et l'endommagement.

Le processus de l'écoulement plastique est contrôlé par la présence des contraintes de cisaillement locales. Il est important de mentionner que durant ce processus les liaisons sont continuellement détruites et créées. Le nombre de ces liaisons reste pratiquement inchangé (Yazdani et Schreyer, 1988). Par conséquent, les propriétés élastiques (E,ν,....) du matériau sont insensibles à ce type de déformation irréversible. Ceci a été vérifié durant nos essais *CSR* pour un état de contrainte se trouvant sous le seuil d'endommagement (à l'intérieur du domaine des déformations intracristallines irréversibles ductiles).

Dans le cas du deuxième mode, les déformations irréversibles sont caractérisées par la nucléation et la propagation des microfissures et/ou des microvides. Une diminution du

module d'Young devrait alors être observée. Ce paramètre est obtenu à l'aide de mesures des réponses contrainte-déformation lors d'éventuels déchargements-rechargements.

Parallèlement, une variation du coefficient de Poisson apparent résultant de la dilatance est considérée comme une conséquence directe de la microfissuration.

Au cours d'un essai de compression triaxiale non-confiné ou faiblement confiné, la rigidité décroît progressivement et régulièrement dans une première phase. Dans cette phase, les ruptures microscopiques se produisent aléatoirement dans l'éprouvette puis avec leur nombre augmentant les concentrations de contraintes commencent à jouer un rôle significatif. Des interactions commencent à se générer et l'influence des ruptures à l'échelle microscopique est plus marquée à l'échelle macroscopique. Les ruptures provoquées par les réactions en chaîne deviennent plus nombreuses et le processus peut devenir instable. La progression des microfissures est généralement régulière (diffuse).

4.7.2 Dégradation progressive: réponse déformation-temps

Nous avons retenu l'ordre chronologique d'apparition, ou plus exactement, de prépondérance des différents mécanismes pendant un essai de fluage.

- **phase d'écrouissage**: Phase où l'on observe une diminution de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}$. L'écrouissage, de nature isotrope et/ou cinématique, reflète la résistance qu'oppose la microstructure du matériau à l'écoulement viscoplastique. Cette phase est associée au fluage primaire. Durant cette phase, l'apparition de l'endommagement dépend de l'état de contrainte. Un état de contrainte au-dessus du seuil d'endommagement entraîne éventuellement l'initiation de l'endommagement pendant la mise en charge.

- **phase stationnaire**: Phase où la vitesse de fluage reste sensiblement constante. Elle résulte de la saturation des contraintes internes de l'écrouissage et/ou de l'équilibre entre l'écrouissage et les modifications microstructurales. Cette phase, aussi appelée fluage secondaire, est plus ou moins longue selon le rapport d'équilibre entre l'écrouissage et l'endommagement. L'état de contrainte déviatorique lors de la mise en charge affecte le taux de déformation secondaire. En présence d'endommagement, l'état stationnaire est observé pour une période relativement courte

- **phase d'endommagement accélérée**: La transition vers le fluage tertiaire ne survient que lorsque l'état de contrainte se trouve au-dessus du seuil d'endommagement défini antérieurement, d'où la nécessité d'introduire la notion de contrainte seuil (ou déformation seuil) σ_{seuil} (ε_{seuil}), au-dessous de laquelle l'endommagement est absent. Durant cette phase, les mécanismes de déformation sont dus exclusivement au phénomène d'endommagement.

4.7.3 Effet de l'endommagement sur la variation volumique

La variation volumique inélastique résulte exclusivement du mécanisme d'endommagement. Ce processus est généralement dû à la création et la propagation des microfissures. Sous une sollicitation déviatorique, surtout lors d'essais triaxiaux non-confinés ou faiblement confinés, une certaine variation de volume apparaît.

Ce phénomène d'expansion volumique devient moins important avec l'augmentation du degré de confinement. Cette même analogie peut être faite pour l'ampleur de l'endommagement, compte tenu du lien étroit entre l'endommagement et la variation volumique.

Il faut noter ici que la méthode basée sur la mesure du module d'Young est utilisée uniquement pour quantifier l'évolution de l'endommagement mais qu'elle ne donne aucune

indication sur les variations de volume. La mesure directe de la variation de volume est pour sa part utilisée pour statuer sur le seuil d'endommagement. Nos travaux ainsi que les récents travaux de Thorel (1994) (voir figure 4.6) ont démontré la validité de cette approche.

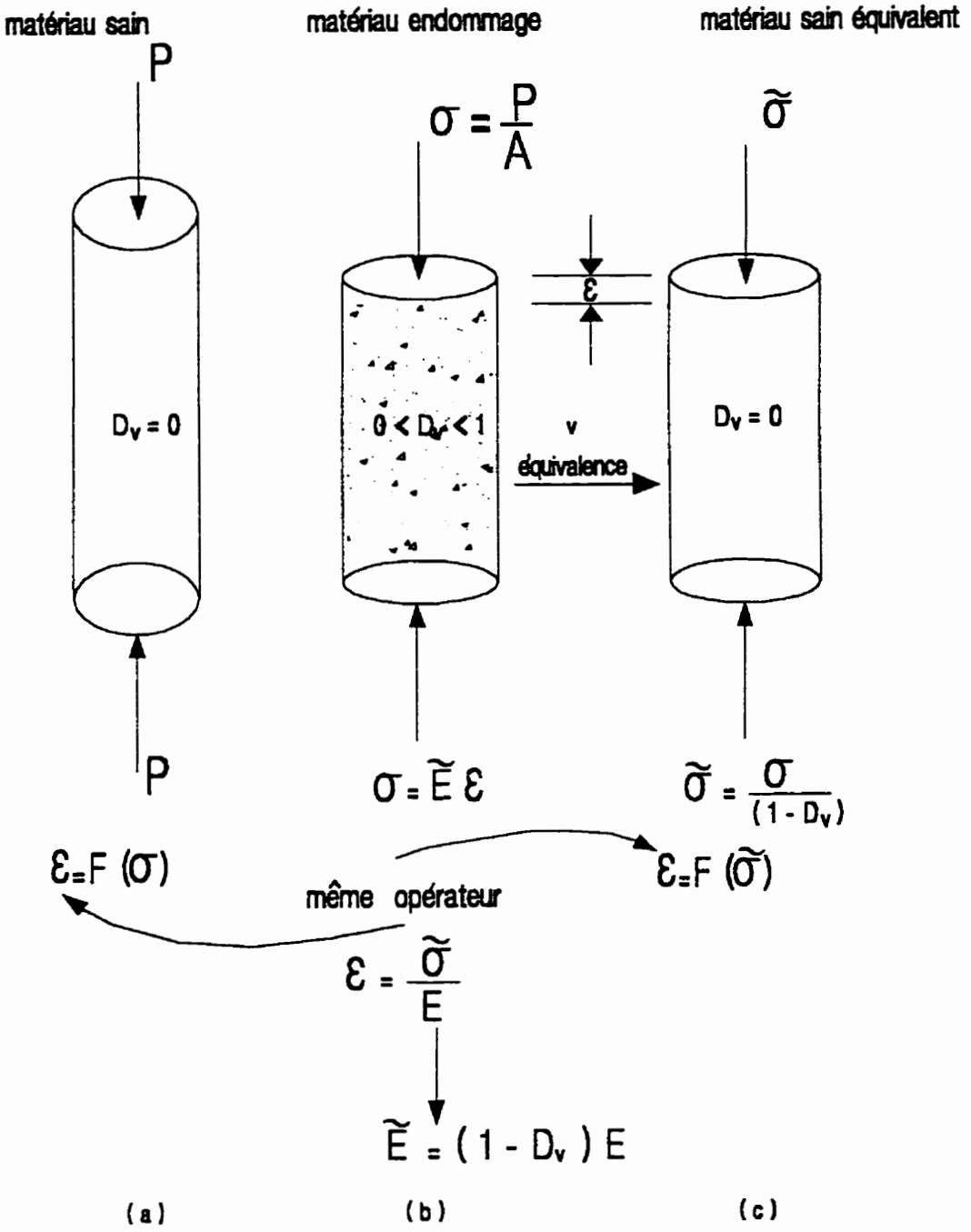


Figure 4.1: Modèle d'endommagement: **a)** configuration initiale, **b)** état endommagé, et **c)** configuration équivalente.

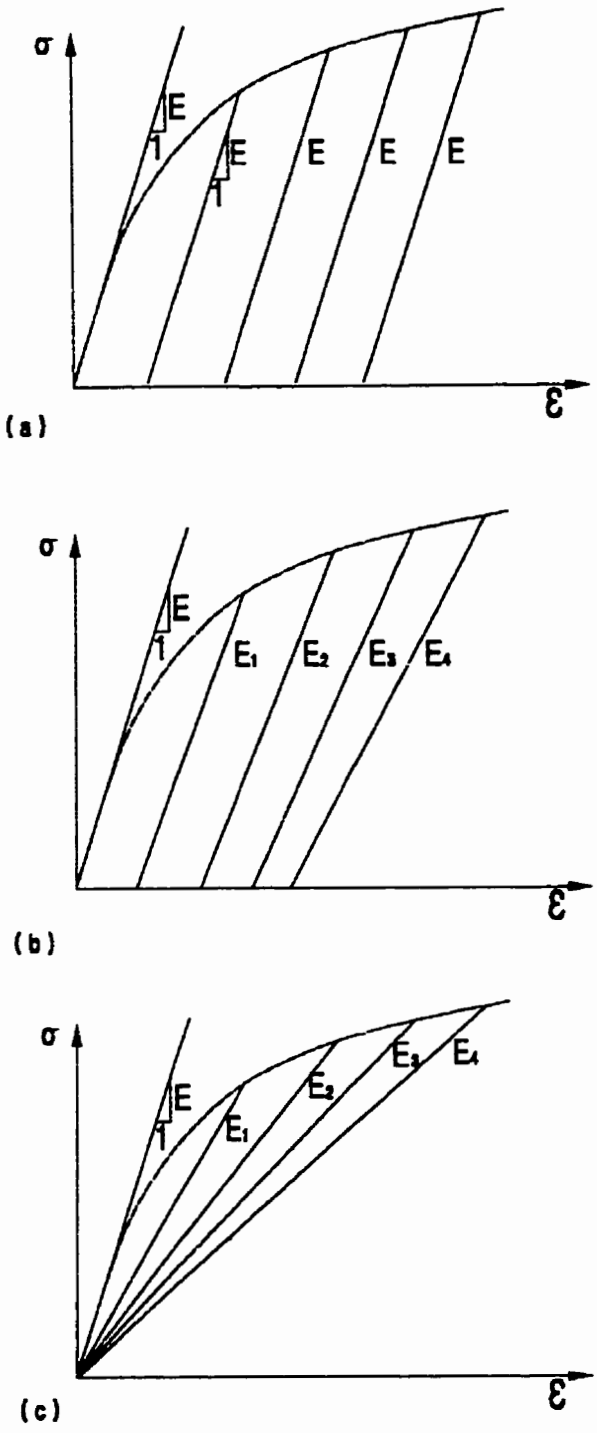


Figure 4.2: Comportement caractéristique des matériaux: **a**) plastique, **b**) plastique-endommageable, et **c**) endommageable (d'après Hult, 1987).

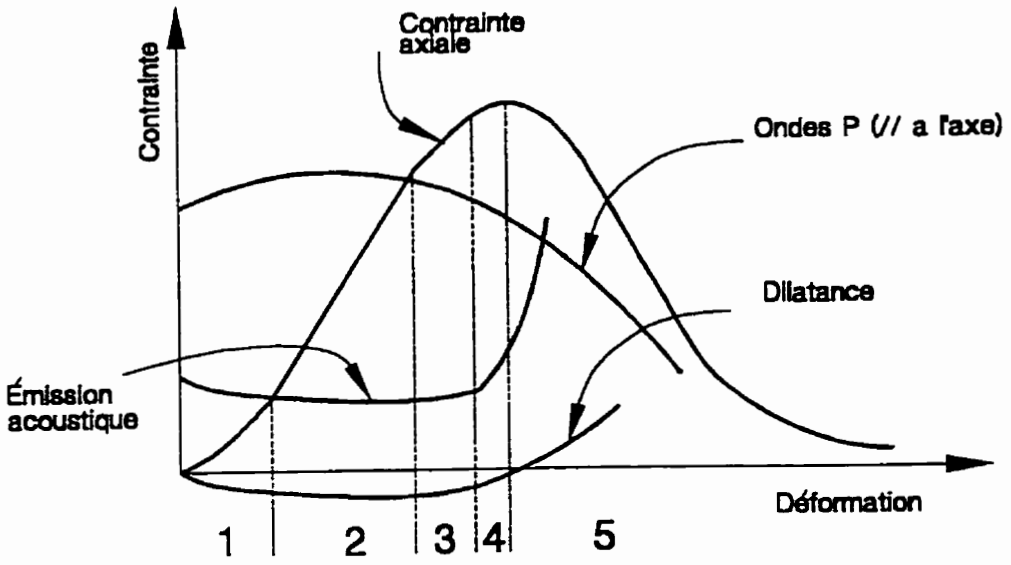


Figure 4.3: Les 4 stades de la déformation d'une éprouvette au cours d'un essai triaxial en relation avec les méthodes de détection de l'endommagement (d'après Paterson, 1978).

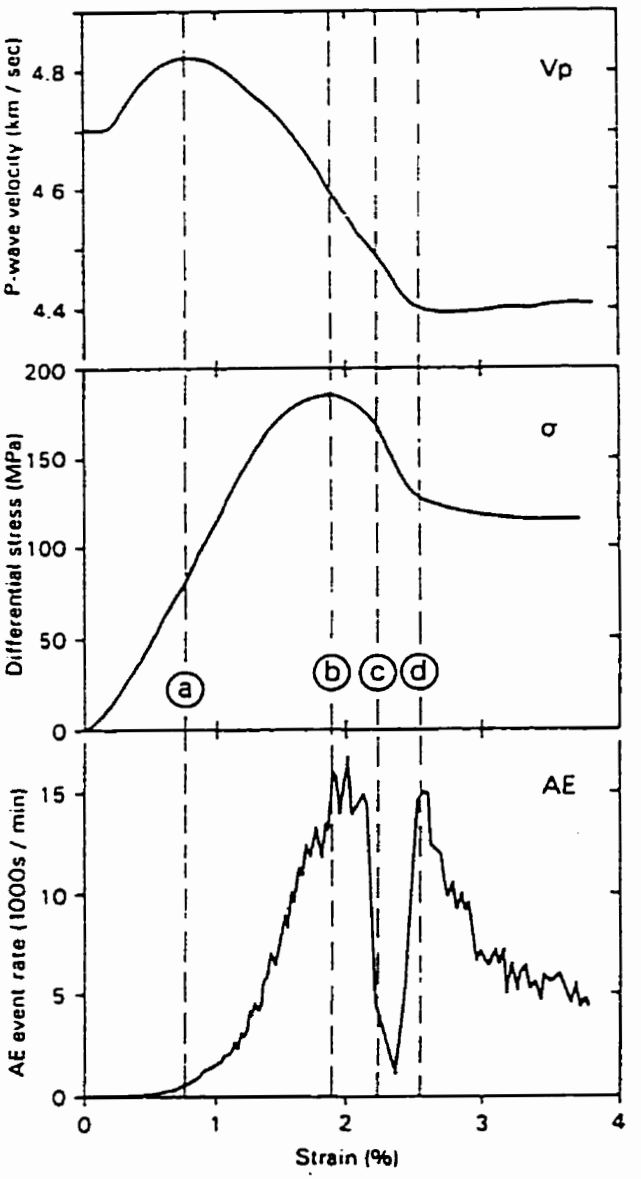


Figure 4.4: Différentes méthodes pour la détection de l'endommagement de l'éprouvette (d'après Meredith, 1990).

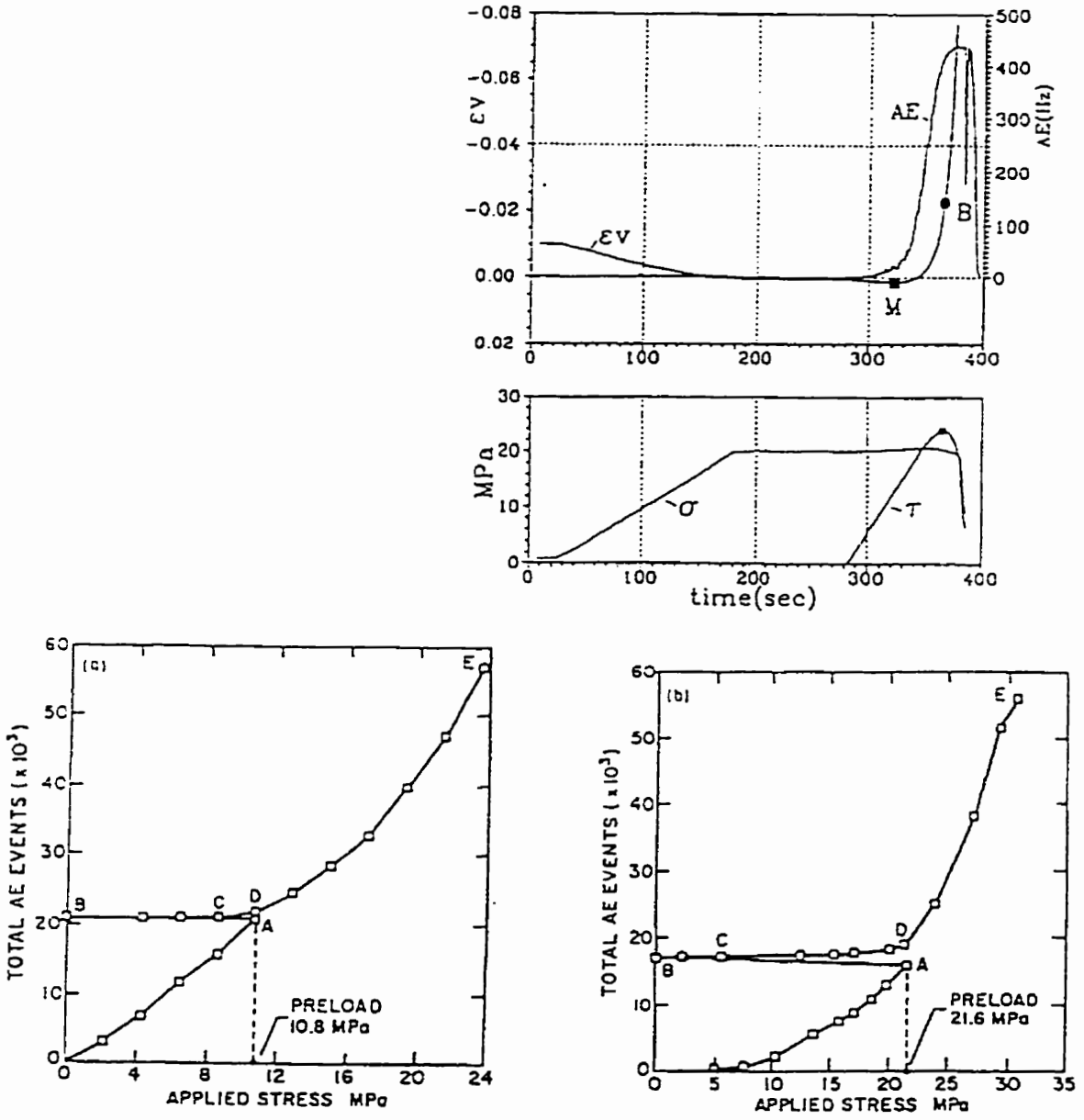


Figure 4.5: Évolution au cours d'un essai triaxial sur le sel d'Asse, de la fréquence de l'émission acoustique et de la déformation volumique avec l'état de contrainte (d'après Hunsche, 1993; Thorel, 1994).

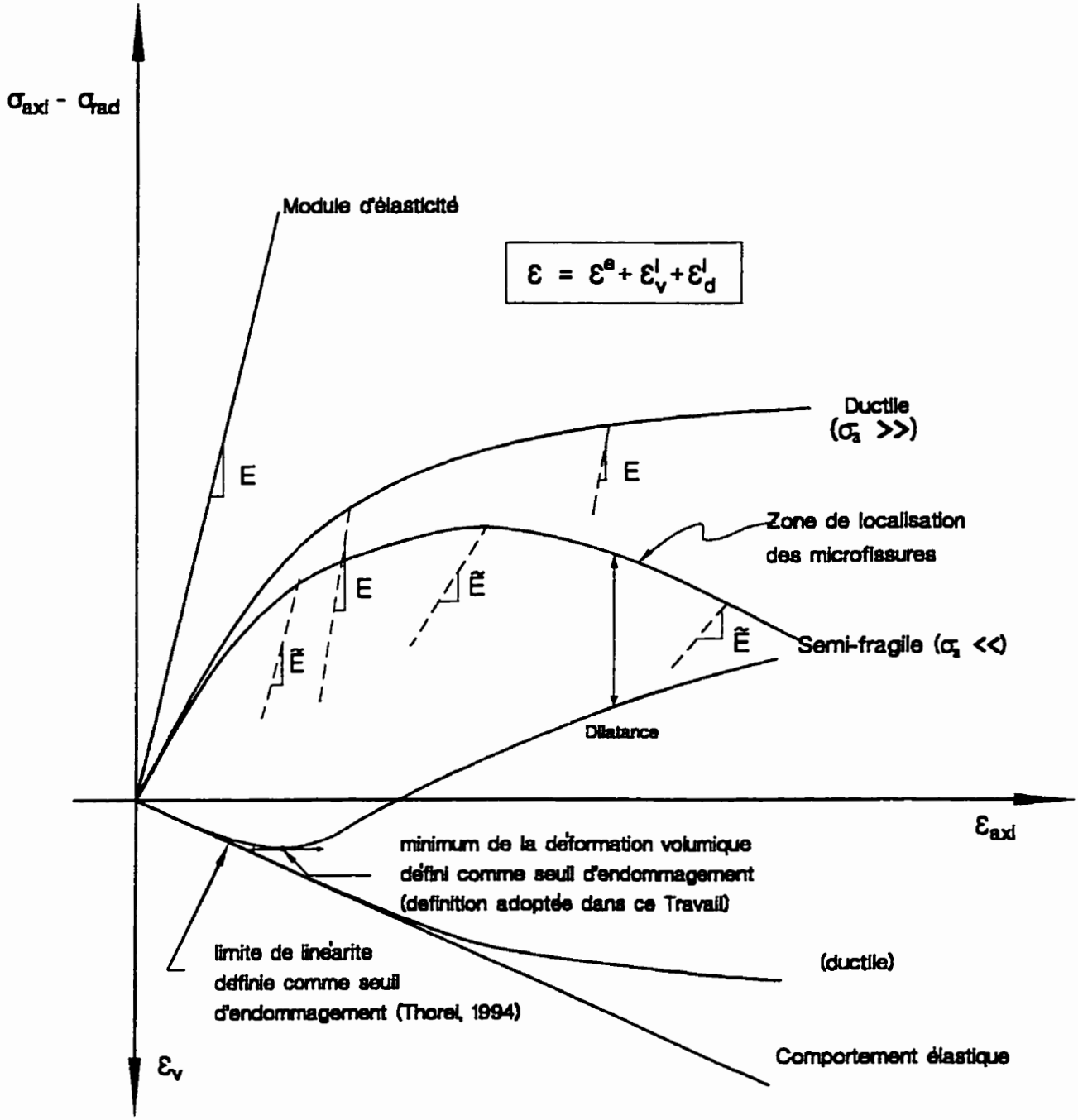


Figure 4.6: Définition du seuil d'endommagement en utilisant la mesure de la variation volumique tel que défini dans nos essais ainsi que celui défini par Thorel (1994).

Tableau 4.1: Mesures d'endommagement pour définir la quantité d'endommagement d'un matériau (d'après Murakami, 1987).

	Grandeurs et quantités physiques employées comme mesures
Mesures microscopiques	1) Nombre, longueur, surface et volume des cavités ou des fissures 2) Géométrie, arrangement et orientation des cavités
Mesures macroscopiques	3) Module élastique, taux de fluage, amplitudes des contraintes et déformations 4) Limite d'endurance, temps de rupture 5) Densité massive 6) Résistance électrique 7) Vitesse des ondes ultrasoniques 8) Émissions acoustiques

CHAPITRE V
DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE SUVIC-D

5.1 Introduction

Les chapitres précédents ont permis de présenter les principales caractéristiques du comportement rhéologique du sel, tant du point de vue microscopique que macroscopique. On a identifié trois régimes à l'écoulement inélastique, soit les régimes fragile, semi-fragile et ductile. Le comportement ductile, gouverné par les déformations intracristallines, a été décrit par des approches de type partitionné ou unifié. On a aussi noté que pour les deux autres régimes, dont le comportement mécanique fait intervenir la fracturation, il y a peu de modèles mathématiques disponibles. Puisque les lois constitutives formulées pour un matériau "non endommagé" ne sont plus valables lorsque le matériau est endommagé, nous présentons ici une nouvelle version du modèle *SUVIC* pour tenir compte de la microfissuration.

Jusqu'à récemment, la fracturation des matériaux cristallins comme le sel gemme était traitée de façon indépendante de l'écoulement ductile (généralement par l'intermédiaire de critères de rupture) (Langer, 1982; Senseny et Hansen, 1987). Cependant, certaines évidences expérimentales ont permis de démontrer que les processus réels qui conduisent à la rupture différée sont dus aux effets conjoints de l'écoulement visqueux et de la détérioration du matériau (théorie de Kachanov). Rabotnov (1969) a ainsi démontré qu'il existe, à cet effet, un couplage indissociable entre l'écoulement ductile des matériaux et leur dégradation par la formation des vides qui conduisent à une réduction progressive de l'aire effective qui reprend les efforts. Comme la rupture finale est une conséquence de la naissance et de la coalescence des microdéfauts qui sont eux-mêmes fortement tributaires de la nature du comportement du matériau, il est alors possible de décrire, **d'une manière unifiée**, la totalité

des phases par lesquelles passe la microstructure depuis sa mise en charge jusqu'à sa rupture finale. Ceci n'est possible que si l'on est capable de tenir compte des principaux phénomènes qui gouvernent aussi bien les déformations intracristallines caractérisant l'écoulement ductile à volume constant, que la formation et l'évolution des microfissures qui sont accompagnées d'une augmentation de volume. Cela nécessite la construction d'un modèle basé sur le couplage des théories de la viscoplasticité et de l'endommagement.

5.2 Considérations phénoménologiques

Avant d'établir explicitement la nature des équations du modèle proposé, nous allons en premier lieu revoir les principales prémisses qui vont nous permettre de préciser la formulation spécifique, en accord avec les observations phénoménologiques précitées.

À partir des observations expérimentales vues auparavant, on pourrait identifier divers prérequis spécifiques à la formulation d'un modèle constitutif adéquat pour le comportement du sel gemme (on rappelle ici qu'on vise essentiellement le comportement semi-fragile et que les prémisses du comportement ductile ont été déjà décrites par Aubertin, 1989):

- La courbe contrainte-déformation observée pendant les essais CSR dépend fortement du taux de déformation.

- L'analyse de la courbe contrainte-déformation observée pendant les essais CSR montre une non-linéarité dès le début du chargement. Le comportement non-linéaire est attribué à la combinaison de deux facteurs principaux:

    - la non-linéarité due à la nature viscoplastique du sel (mouvement des dislocations)
    - le développement et l'accumulation de l'endommagement

- À l'aide de la variation volumique, il est possible de dissocier la non-linéarité due à la nature viscoplastique de celle induite par l'endommagement.

- L'écoulement inélastique doit être exprimé en fonction de l'état de chargement, de l'état de l'endommagement, et de l'histoire mécanique du matériau (dans le cas isotherme, on néglige les effets de la température).

- Durant l'écoulement purement plastique (ou ductile), les propriétés élastiques sont insensibles aux déformations irréversibles.

- Dans le cas de l'endommagement, en se référant à la définition de la contrainte nette et du principe de l'équivalence des déformations, une diminution du module d'Young apparent est envisageable (Lemaitre, 1984, 1992).

- Une autre conséquence directe de la microfissuration est la variation du coefficient de Poisson apparent résultant de la dilatance; celui-ci est constant s'il y a prépondérance des déformations intracristallines.

- Lors des essais CSR à faible contrainte de confinement, la propagation de la microfissuration se traduit par une forte expansion dans la direction latérale, liée à l'ouverture des microfissures, et une augmentation irréversible du volume. Ce phénomène d'expansion volumique devient moins important avec l'augmentation du confinement.

- Il est reconnu que le taux de dilatance est directement lié à l'endommagement (Dragon et Mroz, 1979).

- En compression triaxiale, l'initiation de l'endommagement à partir du seuil se traduit par

une dilatance marquée. En l'absence de microfissuration, on constate au contraire des déformations distortionnelles ou de cisaillement (variation de forme) prépondérantes et une dilatance pratiquement inexistante.

- L'orientation de la propagation de la fissure dépend de l'orientation et de la grandeur des contraintes principales.

- En compression triaxiale, la propagation des microfissures est initialement stable.

- Dans un essai de fluage, l'initiation de l'endommagement dépend de l'état de contraintes déviatoriques et aussi de la déformation accumulée; un état de contrainte au-dessus de la surface seuil d'endommagement peut entraîner éventuellement une accélération du taux de déformation (fluage tertiaire).

- La contribution de l'endommagement à l'écoulement inélastique dans un essai de fluage se manifeste aussi bien durant les phases primaire et secondaire que durant la phase tertiaire.

- En régime semi-fragile, la propagation des microfissures est dans un premier temps diffuse, due à la présence simultanée des déformations intracristallines. Elle peut devenir localisée lorsque la microfissuration devient prépondérante.

5.3 Modélisation pour variation de forme et variation volumique

Comme il a été mentionné auparavant, la microfissuration des roches en général (et du sel en particulier) se manifeste par un accroissement de volume du milieu, appelé dilatance. Cette dilatance du sel dans les régimes fragile et semi-fragile est caractérisée par une forte

dépendance du comportement mécanique vis-à-vis de la contrainte hydrostatique (contrainte moyenne). L'introduction de la variable d'endommagement pour décrire la contrainte nette utilisée dans la loi cinétique viscoplastique permet de décrire une portion des variations de forme du matériau. Toutefois, en plus de la modification de la contrainte nette qui agit sur le matériau sain, l'endommagement influence aussi la forme du potentiel viscoplastique et le critère d'écoulement. Dans le régime semi-fragile, un critère d'écoulement unique de type von Mises n'est pas compatible avec le comportement rhéologique du sel en présence d'endommagement. Un tel critère ne prend pas en compte la possibilité de déformations volumiques non nulles, permettant de décrire l'éventuelle apparition de la dilatance. Pour rendre compte de la dégradation de la rigidité ainsi que du phénomène de l'expansion volumique observé dans un matériau peu confiné, on est alors conduit à examiner d'autres alternatives pour la modélisation de la variation volumique:

L'approche adoptée consiste à définir une forme explicite du potentiel viscoplastique qui s'écrit sous la forme d'une somme de deux critères d'écoulement, l'un concernant les déformations viscoplastiques (en considérant la variation de forme seulement) et l'autre concernant l'endommagement (qui tient compte des variations de forme et de volume). Le potentiel viscoplastique est alors la combinaison de deux fonctions F_1 et F_2. La fonction F_1 serait de type von Mises telle que proposée dans le modèle *SUVIC*, car le potentiel viscoplastique associé n'est pas directement influencé par la composante hydrostatique de l'état de contraintes (avec une variation volumique nulle). F_2 serait fonction de la contrainte hydrostatique, et permet de représenter la variation volumique ε_{kk} (négligée dans le modèle *SUVIC*). On note ici que, à forte contrainte hydrostatique, la fonction F se réduirait à la fonction F_1 (car $F_2 = 0$), proposée initialement dans le modèle *SUVIC*.

Cette approche, qui consiste à introduire deux critères d'écoulement, l'un associé à l'écoulement ductile (ou à la limite élastique) et l'autre relié à la variation volumique est

inspirée des travaux préalables de Hutchinson (1983), Cocks et Leckie (1987) et Bassani et Hawk (1990) sur les modèles viscoélastiques endommageables. La même approche a aussi été adoptée par Chan et al. (1994) pour le sel mais dans un contexte différent où les effets directionnels d'écrouissage et d'endommagement sont négligés. Avec cette approche, il est possible de développer une loi constitutive générale à partir du modèle *SUVIC*, qui tient compte de tous les aspects du comportement inélastique du sel. La déformation inélastique totale n'est plus limitée à une déformation viscoplastique au sens des mouvements de dislocations, mais elle inclut aussi les diverses répercussions de l'endommagement.

Le modèle proposé a été développé suivant cette dernière perspective. Ce modèle vise à inclure la rupture instantanée ou différée dans la loi de comportement, ce qui est rarement le cas avec les autres modèles développés pour le sel gemme.

5.4 Formulation mathématique des équations cinétiques du modèle *SUVIC-D*

En tenant compte des effets de la fracturation, le modèle *SUVIC* développé par Aubertin (1989) a été étendu en ajoutant le processus d'endommagement, représenté par une variable d'état D_v. Ce nouveau modèle constitutif unifié étendu, appelé *SUVIC-D* (*Strain rate history-dependent Unified Viscoplastic model with Internal variables for Crystalline materials with Damage*), a été développé pour décrire toute la plage du comportement du sel gemme, en tenant compte des effets de la fracturation et de la contrainte moyenne.

5.4.1 Équations du modèle

Notons ici que les différentes étapes du développement des équations du modèle sont présentées en Annexe 1. Le cadre général adopté ici pour la modélisation du comportement mécanique du sel gemme est formulé de façon unifiée. On écrit:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{e}_{ij} + \dot{\varepsilon}^{i}_{ij} \tag{5.1}$$

où $\dot{\varepsilon}^{e}_{ij}$, est le tenseur du taux de déformation élastique et $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij}$, celui du taux de déformation inélastique. Dans un état endommagé, $\dot{\varepsilon}^{e}_{ij}$ est exprimé sous la forme suivante:

$$\dot{\varepsilon}^{e}_{ij} = \tilde{\Lambda}^{-1}_{ijkl}\ \dot{\sigma}_{kl} \tag{5.2a}$$

$$= \Lambda_{ijkl}\ \frac{d\tilde{\sigma}_{kl}}{dt} \qquad \text{avec} \quad \tilde{\Lambda} = \mathbb{M}^{-1}\ \Lambda\ \mathbb{M}^{-1} \tag{5.2b}$$

où Λ_{ijkl} est le tenseur des constantes élastiques (de 4e ordre) et $\tilde{\sigma}_{kl}$ est la contrainte nette (pour ce qui est de la définition du tenseur des effets d'endommagement $\mathbb{M}_{ijkl}$, voir page 73 du chapitre 4).

Dans le cas non-endommagé, le matériau est considéré comme élastiquement isotrope, et est exprimé à partir de la loi de Hooke généralisée sous la forme suivante:

$$\dot{\varepsilon}^{e}_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\ \frac{d\sigma_{ij}}{dt} - \frac{\nu}{E}\ \frac{d\sigma_{kk}}{dt}\ \delta_{ij} \tag{5.3}$$

Dans cette équation, E est le module d'Young et ν est le coefficient de Poisson pour un matériau intact ("*undamaged*"); t est le temps; δ_{ij} est delta de Kronecker; σ_{ij} est le tenseur des contraintes et σ_{kk} est sa trace; d/dt est l'opérateur de dérivation.

L'équation (5.2) induit un état de couplage entre la rigidité du matériau endommagé et la valeur de la variable d'endommagement D_{v}. Elle suit le principe de l'équivalence de déformation qui implique que les mêmes équations constitutives peuvent être utilisées aussi bien pour un matériau intact que pour un matériau endommagé si elles sont exprimées comme fonction de la contrainte nette (Lemaitre 1984, 1990, 1992).

Les deux composantes $\dot{\varepsilon}^c_{ij}$ et $\dot{\varepsilon}^i_{ij}$ agissent simultanément lorsque l'état de contraintes excède le critère d'écoulement inélastique. Le terme unifié signifie ici que tous les aspects du comportement inélastique sont inclus dans le terme $\dot{\varepsilon}^i_{ij}$. On pourra ainsi décrire des aspects particuliers comme la plasticité pseudo-instantanée, l'endommagement, le fluage transitoire, stationnaire et tertiaire, ou la relaxation, qui deviennent alors des réponses particulières découlant de l'expression générale.

Suivant l'approche décrite à la section 5.3, nous pouvons choisir la déformation inélastique comme étant la sommation de deux termes représentant les déformations dues respectivement aux mécanismes de déformation intracristallins, associés au mouvement de dislocations, et à la création et la propagation des microfissures et au glissement frictionnel. La déformation inélastique est alors la combinaison de deux composantes, séparées mais interdépendantes, soit:

$$\dot{\varepsilon}^i_{ij} = \dot{\varepsilon}^i_{ij,v} + \dot{\varepsilon}^i_{ij,d} \tag{5.4}$$

où l'exposant 'i' se rapporte au terme inélastique, alors que les indices 'v' et 'd' se rapportent aux composantes viscoplastique et endommagement ("*damage*") de $\dot{\varepsilon}^i_{ij}$, respectivement. Les effets de la dégradation associée à la création et au développement des microfissures sont considérés en utilisant l'approche préconisée par Kachanov-Rabotnov qui consiste à introduire l'endommagement dans le potentiel viscoplastique. Rappelons que Rabotnov (1969) fait opérer la variable d'endommagement sur la contrainte appliquée pour définir une contrainte nette qui représente la contrainte rapportée à la section qui résiste aux efforts. La loi cinétique de la déformation viscoplastique est alors exprimée en fonction des processus purement plastiques et de l'endommagement. On écrit alors:

$$\dot{\varepsilon}^i_{ij,v} = \frac{3}{2} A \left\langle \frac{\tilde{X}_{ae} - R}{K} \right\rangle^N \frac{\tilde{S}_{ij} - B_{ij}}{\tilde{X}_{ae}} \tag{5.5}$$

$$\text{avec} \quad \tilde{X}_{ae} = \left(\frac{3}{2} (\tilde{S}_{ij} - B_{ij})(\tilde{S}_{ij} - B_{ij}) \right)^{1/2} \tag{5.6}$$

$$\text{où} \quad \tilde{S}_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \tilde{\sigma}_{kk} \tag{5.7}$$

$$\tilde{\sigma}_{kk} = tr\ (\ \tilde{\sigma}_{ij}\ ) \tag{5.8}$$

Il faut noter que le comportement inélastique associé à $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,v}$ demeure isovolumétrique car la surface d'écoulement, employée dans le potentiel viscoplastique, est représentée par le critère de von Mises dans une loi associée (la dérivée du potentiel par rapport à I_1 est nulle). Pour rendre compte de la variation de volume, une nouvelle composante de la loi cinétique a été développée pour décrire l'influence de l'endommagement sur la déformation inélastique (Aubertin et al., 1992, 1994, 1995; Sgaoula et al., 1992, 1995). Cette loi est formulée dans le cadre d'un couplage entre la théorie classique de la viscoplasticité et l'endommagement des milieux continus. Le potentiel est choisi de manière à respecter les caractéristiques du comportement rhéologique du sel endommagé. Les équations générales de cette loi peuvent être écrites de la façon suivante:

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d} = \gamma \left\langle \frac{F_2}{F_r} \right\rangle^{m_1} \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} \tag{5.9}$$

$$\text{avec} \quad \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} = \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{J}_2}\frac{\partial \tilde{J}_2}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} + \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{I}_1}\frac{\partial \tilde{I}_1}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} + \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{\theta}}\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial \tilde{J}_3}\frac{\partial \tilde{J}_3}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} \tag{5.10}$$

Dans ces équations, F_2 représente le seuil d'initiation d'endommagement, γ est le paramètre

de fluidité, et Q_2 est le potentiel viscoplastique dont la dérivée par rapport au tenseur de contraintes nettes permet d'obtenir la direction du tenseur du taux de déformation inélastique dû à l'endommagement. La valeur F_r sert à normaliser la portion efficace de la fonction F_2 (elle est prise égale à 1 MPa dans cette étude). $\tilde{J}_2$ est le deuxième invariant de la contrainte déviatorique nette $\tilde{S}_{ij}$, et $\tilde{I}_1$ est le premier invariant du tenseur de contraintes nettes; $\tilde{J}_3$ est le troisième invariant du tenseur de contraintes nettes; θ est l'angle de Lode ($\tilde{\theta}$ est utilisé par $\tilde{\sigma}_{ij}$). $< >$ sont les crochets de MacAuley ($< x >=(x + | x |)/2$).

La formulation mathématique de la fonction F_2 est exprimée de la façon suivante:

$$F_2 = \sqrt{\tilde{J}_2} - F_0 \, F_\pi \tag{5.11}$$

$$F_0 = a_1 \left(1 - \exp(-a_2 I_1)\right) + a_3 \tag{5.12}$$

$$F_\pi = \left[\frac{\sqrt{2}\, b}{\left((1 + b^2) - (1 - b^2)\sin^2 3\theta\right)^{1/2}} \right]^{<v>} \tag{5.13}$$

$$v = \exp\left(-v_1 I_1\right) \tag{5.14}$$

$$\text{où } \theta = \frac{1}{3}\sin^{-1}\left[\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{(J_2)^{3/2}}\right] \quad , -30^\circ \le \theta \le 30^\circ \tag{5.15}$$

Pour ce qui est du potentiel, bien que non associé, sa forme ressemble à celle de F_2:

$$Q_2 = \sqrt{\tilde{J}_2} - a_4 \left(1 - \exp(-a_5 \tilde{I}_1)\right) \tag{5.16}$$

Dans ces équations, les paramètres a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, b et v_1, sont les constantes du matériau (à température constante); J_2 est le deuxième invariant du tenseur de contraintes, I_1 est le premier invariant du tenseur de contraintes, et J_3 est le troisième invariant du tenseur de contraintes. Ici la fonction F_o représente la position du seuil d'endommagement dans le plan $\sqrt{J_2}$- I_1. La trace de la fonction F_2 sur le plan π, qui représente l'effet de l'angle de Lode, est donnée par la fonction F_π.

Par analogie avec un critère d'écoulement, la fonction F_2 représente la fonction seuil d'initiation de l'endommagement. Pour un état de contrainte à l'intérieur de la surface F_2, le comportement reste viscoplastique (non-endommagé). On applique une loi d'écoulement non-associée ainsi que le principe de normalité sur cette surface pour déterminer les incréments de déformation volumique. Pour définir cette surface seuil, on doit introduire une mesure de l'état des contraintes dans un plan ($\sqrt{J_2}$, I_1). Notons que F_π F_o est la valeur du seuil que doit atteindre cette mesure pour qu'il y ait évolution du taux de déformation inélastique dû à l'endommagement. Le choix de la fonction seuil a été guidé par nos résultats expérimentaux, ainsi que d'autres résultats tirés de la littérature sur le sel. Comme il a été mentionné auparavant, la trace de la fonction F_2 sur le plan déviatorique est quasi-linéaire en premier lieu puis (on ne traite pas ici les contraintes de traction) fléchit sensiblement et tend vers une orientation horizontale à mesure qu'on augmente la contrainte moyenne. La loi exponentielle est compatible avec les caractéristiques du seuil et sa forme est montrée à la figure 5.1. L'équation de cette fonction est formulée de façon à y inclure l'effet de la contrainte moyenne sur les caractéristiques fondamentales de l'écoulement du sel gemme. Les paramètres a_1, a_2 et a_3, qui définissent cette loi exponentielle, sont tirés des essais expérimentaux.

D'autre part, la dissymétrie du comportement en compression et en extension, a amené à introduire la fonction F_π dans F_2. La forme de la fonction F_2 dans le plan π est exprimée à travers F_π (figure 5.2). Cette formulation a pour effet de faire évoluer la surface F_2 en

fonction de I_1. Elle évolue d'un triangle à côtés courbes et à sommets arrondis à un cercle avec l'augmentation de I_1 (Aubertin et al., 1994a). Cette représentation est en concordance avec plusieurs résultats publiés sur les roches tendres. Notons ici qu'en compression triaxiale conventionnelle ($\theta=\pi/6$), le terme F_π se réduit à la valeur 1 et la fonction seuil F_2 s'exprime comme suit (pour un matériau initialement non-endommagé):

$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} (\tilde{\sigma}_1 - \sigma_3) - a_1 \left(1 - \exp(-a_2(\sigma_1 + 2\sigma_3) \right) - a_3 \qquad (5.17)$$

L'effet de l'accumulation de déformations sur le taux de déformation inélastique dû à l'endommagement est introduit à travers le paramètre de fluidité γ:

$$\gamma = g_1 \left\langle 1 - \frac{\varepsilon_e^i}{\varepsilon_L} \right\rangle^{-g_2} \qquad (5.18)$$

Dans cette équation, les paramètres g_1 et g_2, sont les constantes (à température constante); ε_L est la déformation limite usuellement associée à la localisation. Cette formulation est inspirée principalement des travaux de Wang (1991, 1992 et 1993). Le terme γ représente la contribution de l'accumulation de déformation sur l'écoulement du sel, qui a pour effet d'augmenter progressivement le niveau d'endommagement, produisant ainsi la courbure de la relation déformation-temps qui traduit la phase tertiaire de fluage.

5.4.2 Remarques

Il est utile, avant d'appliquer le modèle *SUVIC-D* aux résultats expérimentaux, d'établir certains parallèles entre la théorie de viscoplasticité et la structure générale de notre modèle.

Rappelons d'abord qu'avec la théorie incrémentale de la plasticité, le comportement du matériau est contrôlé par trois éléments: la fonction d'écoulement, F, la règle d'écoulement et la règle d'écrouissage. Lorsque l'état de contrainte se trouve sur la surface d'écoulement, définie par la fonction F, et que la direction de chargement est extérieure à cette surface, il y a écoulement plastique; sous cette surface, le comportement du matériau demeure élastique. La direction des incréments de déformation plastique est déterminée à l'aide d'une règle d'écoulement, en supposant l'existence d'un potentiel plastique, Q, qui les gouverne (Hill, 1950). Si le potentiel plastique est utilisé comme fonction d'écoulement, la loi est dite associée; sinon elle est non-associée (Desai et Siriwardane, 1984). L'évolution de cette surface d'écoulement dans l'espace des contraintes est définie par la règle d'écrouissage.

Dans le cadre de la théorie de la viscoplasticité initialement proposée par Perzyna (1963) et généralisée par Zienkiewicz et Cormeau (1974), qui est une extension de la théorie de la plasticité incrémentale, le tenseur des incréments de déformation découle directement de la loi de normalité suivante:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{i} = a \langle W \rangle \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}$$

$$\text{avec} \quad \langle W \rangle = W[F] \;, \quad \text{pour } F>0 \qquad (5.19)$$

$$\langle W \rangle = 0 \;, \quad \text{pour } F \leq 0$$

où <W> et $\partial Q/\partial \sigma_{ij}$ représentent l'intensité et la direction du vecteur (ou tenseur) des taux de déformation viscoplastique; ∂ représente la dérivée partielle.

La fonction W[F] peut être exprimée sous forme d'une loi de puissance, d'une fonction exponentielle ou autre fonction appropriée. Cependant, la loi de puissance est plus utilisée

dans la théorie de la viscoplasticité, en raison de sa simplicité et sa compatibilité avec plusieurs modèles de nature micromécanistique (i. e. Desai et Zhang, 1987) .

Dans la littérature, on trouve plusieurs types de critères d'écoulement qui ont été employés pour différents types de matériaux. Pour les métaux et les autres matériaux parfaitement ductiles, une fonction exclusive de J_2 ($F[J_2]$, où J_2 est le deuxième invariant du tenseur de contraintes), comme le critère de von Mises, est généralement employée (Aubertin, 1989). La trace de la surface d'écoulement sur le plan déviatorique ($\sqrt{J_2}$,I_1) forme une droite parallèle à l'axe I_1 sur laquelle le vecteur vitesse de déformation volumique irréversible est nul. Ainsi, l'écoulement de ces matériaux parfaitement ductile est dû exclusivement à une variation de forme et le tenseur total des déformations est décrit complètement par la composante déviatorique.

Pour plusieurs géomatériaux (sols, roches et bétons), contrairement aux modèles développés pour les métaux, la fonction d'écoulement est aussi fonction du premier invariant du tenseur de contraintes, I_1, et occasionnellement de l'angle de Lode, θ. Cela permet de reproduire l'effet de la contrainte moyenne sur le comportement du matériau. Ce genre de fonction d'écoulement constitue aujourd'hui une pierre d'assise importante pour des géomatériaux assujettis à des déformations volumiques.

Un critère de type Mohr-Coulomb ou Drucker-Prager est souvent utilisé. Dans ce cas, la trace de la surface d'écoulement sur le plan ($\sqrt{J_2}$, I_1) forme une droite. Ainsi, le tenseur total des déformations est décrit par deux composantes, déviatorique et volumique, ce qui n'est pas le cas avec les modèles qui sont fonction exclusive de J_2. Dans les cas les plus élaborés, des critères d'écoulement non-linéaires ont été utilisés (Desai et Varadarajan, 1987). La trace de la surface d'écoulement F représente une courbe fléchissante de façon à tenir compte de la diminution progressive de l'influence de la contrainte moyenne lorsque celle-ci augmente.

L'équation de cette courbe est formulée de façon à y inclure l'effet de la contrainte de confinement sur le comportement du matériau. Dans tous ces cas, l'incrément de déformation totale est décomposé en deux parties, l'une déviatorique et l'autre volumique.

D'autre part, l'effet de la non-symétrie dans le plan π est considéré à travers l'introduction de l'angle de Lode (ou le troisième invariant du tenseur de contraintes, J_3). Cette façon de procéder a pour effet de différencier entre le comportement en compression et en extension.

5.5 Formulation de la loi d'évolution de la variable D_v

5.5.1 Équations retenues

Au début de ces travaux, une loi d'évolution de l'endommagement inspirée directement de la forme classique d'une fonction de type Kachanov-Rabotnov a été utilisée pour décrire le fluage tertiaire du sel en compression uniaxiale (Sgaoula et al., 1992). L'expression choisie prenait la forme suivante:

$$\dot{D}_v = f_1(\sigma)\, f_2(D_v) = \dot{D}_o\, \langle\sigma\rangle^{r_1} \left(1 - \frac{D_v}{D_c}\right)^{(-k_1)} \qquad (5.20)$$

où $\dot{D}_o$, r_1 et k_1 sont des constantes du matériau et σ représente l'état de contrainte. D_c est la valeur limite de la variable D_v, atteinte lors de la localisation des déformations ($D_c \leq 1$). L'effet de l'endommagement était alors considéré comme limité à la déformation viscoplastique ($\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,v}$).

Par la suite, cette formulation a été étendue afin de reproduire les observations expérimentales précitées, et d'offrir une description réaliste des différents phénomènes physiques influençant le processus d'endommagement sous différents aspects. Le cadre général adopté ici pour

représenter l'évolution de l'endommagement dans le sel gemme est formulé de façon suivante:

$$\dot{D}_v = f_1[D_v]f_2[\sigma_{ij}, S_D]f_3[\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, T] - f_4[\sigma_{ij}, T, t] \tag{5.21}$$

où D_v représente les valeurs propres associées au tenseur symétrique de 2e ordre (D_{ij}) tel que proposé par Murakami (1987); f_1, f_2, f_3 et f_4 sont des fonctions qui doivent être spécifiées; elles représentent respectivement la fonction d'accumulation de l'endommagement, la fonction de l'état de contraintes, la fonction de déformation et/ou du taux de déformation et la fonction de fermeture et de cicatrisation des fissures. Ce terme f_4, ne faisant pas partie de l'objectif de cette étude (il n'y a pas à ce jour suffisamment de données disponibles à ce sujet), ne sera pas plus examiné dans ce qui suit. Plus d'information à ce sujet est fournie par Brodsky et Munson (1994) et Chan et al., (1996).

Une des formes la plus simple de la fonction d'accumulation d'endommagement non-linéaire employée pour différents matériaux est la fonction de puissance. C'est celle que nous adoptons ici, la fonction f_1 retenue s'écrit:

$$f_1 = \left(1 - \frac{D_{kk}}{D_C}\right)^{-k_1} \tag{5.22}$$

où $D_{kk} = tr(D_{ij})$ (5.23)

En ce qui a trait à la fonction f_2, introduite pour reproduire les effets de l'état de contraintes et la dépendance du processus de l'endommagement vis-à-vis des trois invariants (J_2, I_1 et J_3 ou l'angle de Lode θ), nous adoptons une simple loi de puissance, inspirée de la loi de Charles (voir Cox et Meredith, 1993), de type suivant:

$$f_2 = \left\langle \frac{F_2}{F_d} \right\rangle^{r_1} \tag{5.24}$$

Dans cette équation, le paramètre r_1 est une constante du matériau (à température constante). La valeur de F_d sert à normaliser la portion efficace de la fonction F_2 (elle est prise égale à 1 MPa dans cette étude). Pour ce qui est de F_2, elle a été déjà définie auparavant (équation 5.11).

L'effet de l'accumulation de déformations sur le taux de déformation inélastique dû à l'endommagement est introduit à travers la fonction f_3. La formulation de f_3 est inspirée principalement des travaux de Trivaudey et Delobelle (1990) et Wang (1991, 1992 et 1993). Cette fonction non-linéaire représente la contribution de l'accumulation de déformation sur l'écoulement du sel, qui a pour effet d'augmenter progressivement le niveau d'endommagement, produisant ainsi la courbure de la relation déformation-temps qui traduit la phase tertiaire. L'expression suivante inspirée de celle de γ (équation 5.18) est proposée:

$$f_3 = \dot{D}_o \left(1 - \frac{\varepsilon_e^i}{\varepsilon_L} \right)^{-g_2} \tag{5.25}$$

Dans cette équation, le paramètre g_2, est une constante (à température constante); ε_L est la déformation à la localisation.

5.5.2 Remarques

Le modèle *SUVIC* étendu, appelée *SUVIC-D*, a été formulé en couplant les théories de l'endommagement des milieux continus et de la viscoplasticité.

Afin de traduire l'influence de la contrainte moyenne sur le caractéristiques fondamentales de l'écoulement du sel ainsi que le phénomène d'expansion volumique qui est une séquence directe de la microfissuration, l'expression du taux de déformation inélastique a nécessité l'utilisation d'une nouvelle formulation qui est inspirée des travaux de Hutchinson (1983). Une des caractéristiques principales de ce modèle est donc le fait qu'il est non seulement fonction de la contrainte déviatorique mais aussi de la contrainte moyenne. Le choix de la formulation mathématique de ce modèle présente plusieurs avantages:

- Il tient compte des effets de confinement et de la variation de volume.

- Il possède une formulation mathématique simple, basée sur la théorie de viscoplasticité.

- Il est de type unifié et par conséquent il peut être utilisé dans des conditions assez variées.

- Il est plus ou moins complet et proche des mécanismes physiques qui contrôlent l'écoulement.

Au chapitre 7, le modèle est comparé aux résultats expérimentaux dont certains ont été obtenus à partir des essais décrits au chapitre 6.

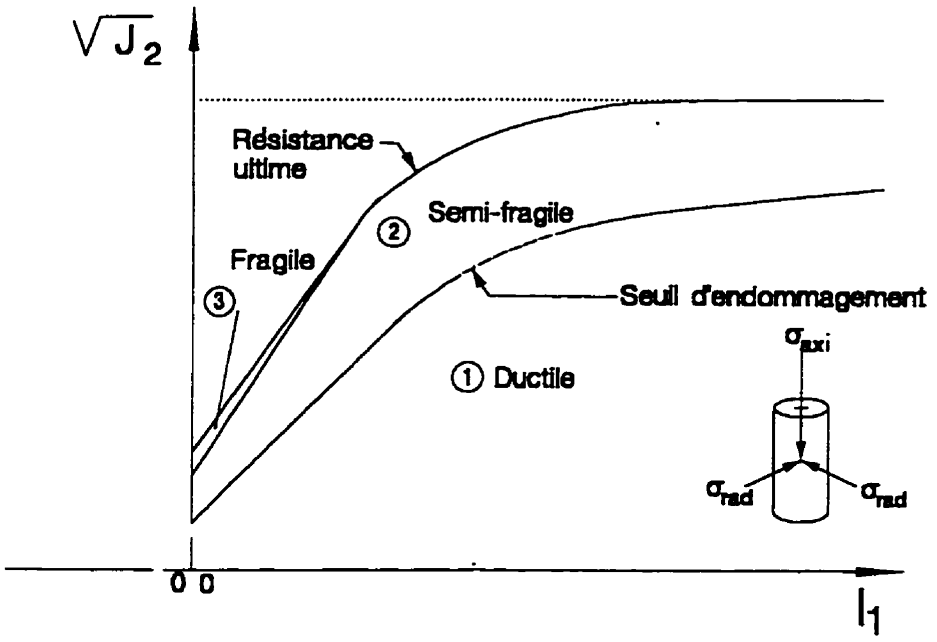


Figure 5.1: Représentation de la fonction F_π dans le plan $(\sqrt{J_2}, I_1)$.

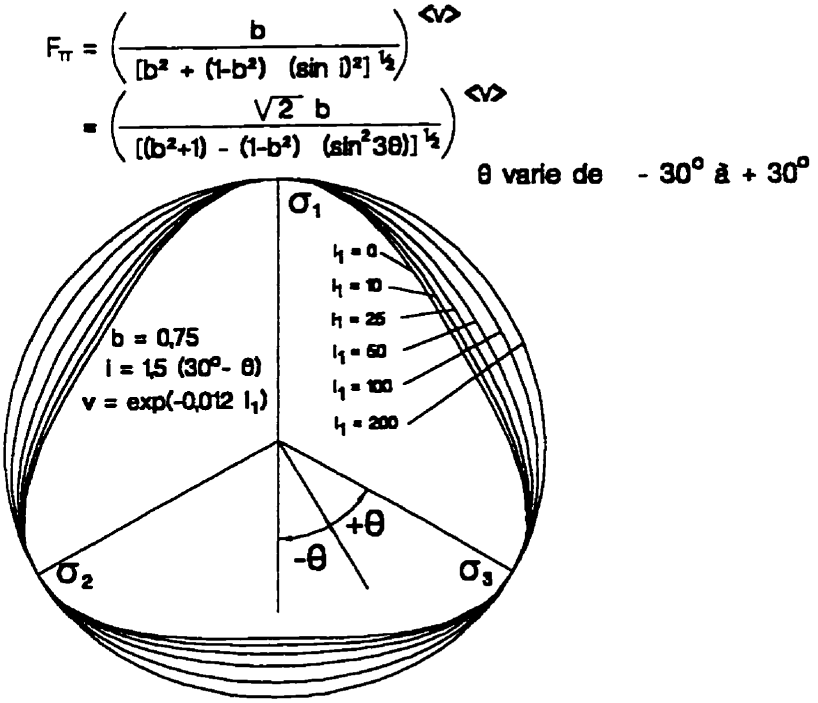


Figure 5.2: Représentation schématique de la fonction F_π dans le plan π.

CHAPITRE VI
LES ESSAIS EXPÉRIMENTAUX AU LABORATOIRE

6.1 Introduction

Les essais mécaniques de laboratoire sont réalisés dans des conditions simplifiées par rapport aux chargements réels des structures. Ce programme expérimental avait pour but d'identifier les caractéristiques du comportement rhéologique du matériau en terme de loi de comportement et de compréhension des mécanismes de déformation.

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la description des essais expérimentaux réalisés pour ce projet de recherche. Le mode opératoire utilisé est fortement inspiré des normes de l'*ASTM* (*American Society for Testing and Materials*). Nous en reprenons les éléments essentiels ainsi que certaines modifications subséquentes qui leur ont été apportées, car la majeure partie de l'expérimentation réalisée est classique en mécanique des roches.

6.2 Le matériau

Pour illustrer les développements théoriques introduits antérieurement et valider le modèle proposé, nous avons sélectionné deux types de sel. Le premier est un sel artificiel déjà utilisé par Guessous (1986) et Aubertin (1989). Le deuxième est un sel naturel provenant de la mine d'Avery-Island (Etats-Unis) (Hansen et Mellegard, 1980; Wawersik et Hannum, 1980). Ce dernier type de sel a fait l'objet de nombreuses études citées dans la littérature. D'une manière générale, les mécanismes de déformation du sel artificiel et du sel naturel sont similaires en dépit des différences de la taille des grains et des impuretés que contient chaque matériau (Friedman et al., 1984; Skrotzki et Haasen, 1988). Notons cependant que cette similitude

avait été vérifiée seulement pour le comportement ductile.

6.3 Préparation des éprouvettes d'essais

Les échantillons testés sont de forme cylindrique. Ces derniers ont été obtenus à partir de blocs de sel artificiel (sel industriel, Montréal, Québec, Canada) et de sel naturel (provenant de la mine d'Avery-Island, USA). Toutes les éprouvettes ont été carottées suivant la même direction. L'élancement de ces éprouvettes a été égal ou supérieur à 2 environ. Dans le but d'effacer la mémoire des chargements antérieurs enregistrés avant et pendant le carottage et restaurer ainsi les propriétés mécaniques du sel vierge, un traitement thermique a été effectué (Guessous, 1986; Aubertin, 1989). Les éprouvettes ont été ainsi traitées thermiquement à 600°C pendant 24 heures; le taux moyen de variation de la température, aussi bien pendant le chauffage que pendant le refroidissement a été de 1°C/minute environ. Une fois le traitement thermique terminé, les éprouvettes ont été placées dans des sacs hermétiques créant ainsi un environnement insensible à la variation de l'humidité relative de l'environnement ambiant.

6.4 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental utilisé pour réaliser les essais se compose des éléments suivants (figures 6.1a, 6.1b, 6.2a et 6.2b):

- la presse hydraulique Tinuis Olsen asservie de capacité maximale de 400000 lbs;

- une cellule de type *Structural Behavior* de capacité maximale 120 MPa pour réaliser les essais triaxiaux;

- un contrôleur de pression de confinement de capacité maximale de 32 MPa connecté hydrauliquement à la cellule triaxiale. Des manodétendeurs permettent le contrôle de la pression de confinement;

- un multiplexeur qui permettait de lire plusieurs jauges à fil résistant avec un seul poste de lecture;

- un convertisseur, branché sur un ordinateur, traduisant les voltages reçus des capteurs en valeurs numériques.

La presse hydraulique possède des qualités adaptées aux études sur l'endommagement et la rupture, notamment par sa rigidité relativement élevée. La charge axiale est mesurée par la cellule de charge de la presse.

Il convient de préciser que l'ensemble du dispositif expérimental est relié à un ordinateur via des convertisseurs permettant ainsi l'acquisition et la visualisation des données expérimentales (charge axiale, temps, déformations axiale et radiale, et pression de confinement). Les mesures de la déformation axiale et de la charge axiale sont également lues directement sur un traceur X,Y, permettant ainsi d'obtenir le diagramme force-déplacement du plateau mobile de la presse simultanément à l'essai.

6.5 Conduite des essais de compression uniaxiale

Après avoir positionné l'échantillon dans la cellule, on vient intercaler une rotule axiale entre le plateau mobile de la presse et l'échantillon de manière à appliquer un effort normal sur l'échantillon. Une fois que le contact entre l'échantillon et le plateau est fait, la mise en charge prend place jusqu'à la rupture totale du matériau. La vitesse de chargement est contrôlée par

l'avancement du plateau mobile de la presse. Les vitesses de déformation imposées pour ces essais varient de 30 à 420×10^{-6} s^{-1}. Au cours du chargement, la déformation radiale est mesurée à l'aide de deux jauges transversales collées sur la partie centrale à la mi-hauteur de l'éprouvette. La déformation axiale, pour sa part, est mesurée en même temps à l'aide de deux jauges longitudinales collées sur la moitié centrale de la hauteur de part et d'autre de l'éprouvette et à l'aide d'un compressiomètre comportant trois transducteurs (L.V.D.T.) répartis à égale distance autour d'une même circonférence. La mesure de la variation de volume est déduite de ces mesures de déformation axiale et radiale. Une cellule de charge incorporée à la presse permettait la mesure de la charge appliquée.

La réalisation des essais de compression uniaxiale permet la prise en compte de l'effet de la vitesse de chargement sur le comportement mécanique du sel et la détermination de certaines propriétés du sel (résistance maximale, déformation à la rupture, seuil d'endommagement, et module d'Young). Il est également intéressant d'utiliser ce genre d'essai pour déterminer l'orientation prépondérante des microfissures en absence de l'influence de la contrainte de confinement. En effet, les fissures macroscopiques observées au cours du déroulement de ces essais apparaissent dans des directions parallèles à l'axe de compression. Des macrofissures commencent à être visibles dès que la contrainte atteint une valeur égale à 90% de la valeur au pic environ. Ceci est en concordance avec les prévisions (ouverture de fissures dans des plans perpendiculaires à l'axe de la contrainte mineure). Cependant, à la fin de ces essais (après le pic), les échantillons se présentent sous forme de morceaux de forme tronconique dont les bases respectives coïncident avec celles de l'échantillon. Ceci peut être dû au frottement sur les faces supérieure et inférieure de l'échantillon qui affecte la direction des fissures. On présente sur les figures 6.3a et 6.3b une image des échantillons obtenus à la fin des essais de compression uniaxiale.

Plusieurs cycles de déchargement-rechargement ont été effectués au cours de chaque essai afin de suivre l'évolution du module d'Young et par conséquent suivre l'évolution de l'endommagement.

Comme pour tous les autres types d'essais réalisés dans ce travail, l'extrémité des éprouvettes a été enduite par un réducteur de friction solide, de type MoS_2 en aérosol. La non-utilisation de ce type de réducteur peut fortement influencer la réponse du matériau surtout pour de faibles contraintes de confinement (Aubertin, 1989).

6.6 Conduite des essais de compression triaxiale

Les essais de compression triaxiale ont été conduits dans une cellule triaxiale de type *Structural Behavior* conçue principalement pour les essais sous confinement. Une membrane flexible en latex protège l'échantillon du fluide de confinement. Le déroulement de ces essais triaxiaux se décompose en deux phases de chargement consécutives (hydrostatique et déviatorique). En premier lieu, le chargement hydrostatique est mis en oeuvre en augmentant graduellement la pression à l'aide du contrôleur de pression jusqu'à la contrainte de confinement désirée. Cette mise en charge hydrostatique est réalisée à l'aide d'un compensateur de charge qui permet d'appliquer simultanément et également les trois composantes des contraintes principales. À la fin de ce chargement hydrostatique, une fois que les trois contraintes principales (σ_1 ,σ_2 et σ_3) sont égales, on impose, à l'aide de la presse hydraulique, le chargement axial sur le piston de la cellule préalablement mise en contact avec les plateaux de la presse. Ce chargement déviatorique consiste à générer un déviateur de contraintes non nul, en maintenant la contrainte de confinement constante à l'aide du contrôleur de pression et en faisant varier la contrainte axiale.

Comme dans le cas des essais uniaxiaux, les déformations longitudinales et transversales de l'échantillon ont été mesurées à l'aide des jauges de déformation collées préalablement sur l'éprouvette. La variation volumique pour sa part est déduite de ces déformations. La charge axiale totale est mesurée par la cellule de charge de la presse alors que la contrainte radiale est mesurée avec un transducteur relié au système d'acquisition de données.

Plusieurs cycles déchargement-rechargement sont effectués au cours de chaque essai afin d'étudier l'évolution du module d'Young. Il faut noter ici qu'au cours des cycles de déchargement, certaines précautions devraient être prises. Il fallait ainsi garder la contrainte axiale supérieure à la contrainte radiale afin d'éviter le décollement du piston de la cellule de l'échantillon testé. Le décollement du piston provoque une infiltration d'huile à l'intérieur de la membrane mettant ainsi l'échantillon en contact direct avec de l'huile, ce qui faussait par la suite le déroulement de l'essai.

Les vitesses de déformation choisies pour ces essais varient de 13 à 420×10^{-6} s^{-1}. Pour sa part, la contrainte de confinement variait de 0,5 à 20 MPa.

6.7 Résultats des essais

6.7.1 Essais de compression uniaxiale

Plusieurs essais de compression uniaxiale ont été réalisés tant sur le sel artificiel que sur le sel naturel. Les résultats de ces essais sont présentés au tableau 6.1. Sur les figures 6.4a et 6.4b, on présente l'évolution typique de la contrainte axiale et de la variation volumique en fonction de la déformation axiale, ainsi que les relations contrainte-variation volumique et contrainte-déformation radiale, pour chaque type de sel. On peut constater sur la figure 6.4b que les déformations axiales irréversibles du sel naturel apparaissent dès le début du chargement déviatorique et ce, avant le seuil contractance-dilatance. On a donc affaire à des déformations

irréversibles à volume constant tant que le seuil de contractance-dilatance n'est pas atteint (phase ductile). Il faut noter ici que dans le cas du sel artificiel (figure 6.4a), un certain seuil apparent d'écoulement σ_y est observé. Ce seuil généré par un chargement antérieur pourrait être attribué à une restauration incomplète (ce qui n'était pas le cas avec les éprouvettes utilisées par Aubertin 1989) pendant le traitement thermique. Dès que l'on franchit le seuil de dilatance, une variation de volume progressive apparaît en même temps qu'une certaine diminution du module d'Young (figures 6.5 et 6.6). Ceci correspond à l'initiation de l'endommagement qui se manifeste par l'apparition des déformations volumiques irréversibles (comportement semi-fragile).

Les valeurs du module d'Young obtenues pour le sel naturel lors du programme des cycles déchargement-rechargement sont globalement conformes à nos attentes (tableau 6.1). La valeur moyenne initiale du module d'Young tangent à la partie linéaire de rechargement est de 16 GPa. Dans le cas du sel artificiel, une certaine dispersion existe sur les modules d'Young obtenus. Des valeurs extrêmes variant de 17 à 163 GPa ont été observées. En raison de cette large dispersion, nous avons retenu pour les fins de la présente recherche uniquement 8 essais ayant une valeur moyenne de E_o égale à 23 GPa ce qui est qualitativement en accord avec les résultats obtenus sur d'autres types de sel. Les valeurs de E_o obtenues, tant pour le sel naturel que pour le sel artificiel, ne semblent pas être influencées de façon notable par le taux de déformation.

De façon générale, la valeur du module d'Young diminue avec l'augmentation de l'ampleur de la détérioration de l'échantillon. Durant la phase pré-pic, les mesures de $\tilde{E}$ semblent légèrement affectées par l'endommagement, et la valeur de D_v (qui est égale à $1-\tilde{E}/E_o$) mesurée dépasse rarement la valeur 0,1. Au-delà du pic (mais avant la localisation généralisée), la diminution de $\tilde{E}$ paraît beaucoup plus significative, avec une valeur de D_v oscillant entre 0,1 et 0,3. L'endommagement prend de l'ampleur au fur et à mesure qu'on

s'approche de la rupture complète de l'échantillon (bien au-delà du pic). Le nombre limité de cycles de déchargement-rechargement effectués nous contraint à suivre de façon discontinue l'évolution du module d'Young. De même, la perte occasionnelle des jauges au-delà du pic, due au développement de macrofissures au voisinage de ces dernières, a affecté la mesure des valeurs du module d'Young.

Quant au coefficient de Poisson, il nous apparaît comparable à ceux de la littérature. Dans le cas du sel naturel, la valeur moyenne de ν est de 0,25, alors que dans le cas du sel artificiel, elle est de 0,17.

La résistance en compression uniaxiale C_o est définie comme étant la contrainte maximale qui peut être admise par l'éprouvette pendant l'essai. La valeur moyenne C_o calculée est de 38 MPa pour le sel artificiel et 21 MPa pour le sel naturel. La déformation moyenne à la rupture, ε_{rupt}, est de 0,9% pour le sel artificiel et de 3,5% pour le sel naturel. Ces valeurs moyennes de C_o et ε_{rupt} sont en accord avec celles publiées en littérature.

Dans la plupart des cas, la fissuration observée visuellement est orientée selon des plans contenant l'axe de l'éprouvette, tout en suivant une symétrie axiale. Cela est conforme aux tendances anticipées, pour les essais uniaxiaux: la fracturation se fait suivant des plans parallèles à la contrainte principale majeure (dans ce cas la contrainte axiale σ_1) (voir figures 6.7a et 6.7b).

Pour l'ensemble des essais uniaxiaux effectués sur le sel artificiel, la contrainte correspondant au seuil d'endommagement est de l'ordre de 50 à 65% de la contrainte maximale. Le pic de contrainte est atteint pour des déformations axiales de l'ordre de 0,9%.

En ce qui concerne le comportement du sel naturel d'Avery-Island, les expériences montrent un comportement avec une tendance semblable aux résultats expérimentaux du sel artificiel (figures 6.5 et 6.6). Toutefois, l'ordre de grandeur des contraintes est différent. En effet, la contrainte seuil dans le cas du sel naturel est de l'ordre de 35 a 45% de σ_{pic} , et la contrainte au pic est relativement faible par rapport à celle du sel artificiel (σ_{pic} du sel naturel est de 25 à 35% moins que σ_{pic} du sel artificiel). Cette différence peut être expliquée par les considérations suivantes: d'une part, le grain du sel naturel est grand en comparaison avec celui du sel artificiel et de ce fait la rupture des liens entre les grains du sel naturel est plus susceptible à une microfissuration que dans le cas du sel artificiel. D'autre part, l'état initial du sel naturel comporte déjà des impuretés et des microfissures, et une porosité un peu plus élevée (voir la partie concave de la courbe au début de l'essai correspondant à la fermeture des microfissures; figure 6.4b), on peut croire que cette microfissuration préalable au chargement affaiblit le matériau. De ce fait, l'initiation de l'endommagement apparaîtra plus tôt et la résistance observée macroscopiquement est plus faible.

Sur les figures 6.8a, 6.8b et 6.8c, on illustre le comportement du sel artificiel à différentes vitesses de déformation. En général, une augmentation de la vitesse de déformation provoque une augmentation de la résistance à la déformation. Ces résultats sont conformes avec ceux de la littérature (Hansen et Mellegard, 1980; Aubertin, 1989; Thorel, 1994). Parmi les autres constatations que l'on peut retenir de ces figures, on note que la valeur de la variation volumique minimale correspondante au seuil d'endommagement est pratiquement indépendante de la vitesse de déformation. C'est une constatation assez importante, puisqu'elle nous permet, en première approximation, de négliger l'effet de la vitesse de déformation sur le seuil d'endommagement.

Les autres résultats de nos essais uniaxiaux sont présentés à l'Annexe 3 de cette thèse. Il est important de noter ici que la difficulté majeure rencontrée durant ces essais réside dans la

perte des jauges de déformation due à l'apparition des fissures au voisinage de la zone des jauges. Ce phénomène est observé surtout durant la phase post-pic.

6.7.2 Essais de compression triaxiale

Un ensemble de courbes d'essais de compression triaxiale est montré aux figures 6.9a, 6.9b, 6.9c, 6.10a, 6.10b, et 6.10c pour illustrer l'influence de la contrainte de confinement sur le comportement mécanique. Sur ces graphiques sont représentées les relations contrainte déviatorique (σ_1-σ_3) - variation de volume (ε_v) - déformation axiale (ε_{axi}). Ces essais ont été réalisés sous une vitesse de déformation comprise entre 27,2 et 37,5x10^{-6} s^{-1}. On peut constater qu'une augmentation de la contrainte de confinement provoque l'augmentation de la résistance à la déformation du sel. L'absence de déformation volumique à forte contrainte de confinement σ_3 reflète le caractère ductile du sel (figure 6.10b). En effet, l'application de la contrainte σ_3 a pour effet de supprimer la propagation des microfissures favorisant ainsi une nette prédominance des déformations intracristallines sur l'endommagement. Ces résultats obtenus sont conformes à ceux publiés dans la littérature (chapitre 3).

Pour un examen plus détaillé des essais triaxiaux, un résultat typique d'un essai de compression triaxiale sur du sel artificiel est présenté sur la figure 6.11. Un agrandissement de la courbe au début du chargement nous permet de constater que des déformations irréversibles apparaissent très tôt. Durant cette phase, la variation volumique est de type contractant (phase ductile). Une fois que la dilatance apparaît, la courbe contrainte-déformation s'infléchit peu à peu jusqu'à atteindre le pic de la contrainte déviatorique (phase semi-fragile, présence d'endommagement en même temps que les mouvements de dislocations). La baisse de la rigidité du matériau (exprimée ici par le module d'Young) est également observée (figure 6.11). Comme il a été mentionné dans les chapitres précédents, cette baisse est due principalement à la microfissuration.

Les mêmes constatations faites sur le module d'Young durant les essais uniaxiaux sont observées dans le cas des essais triaxiaux à faibles valeurs de la contrainte de confinement σ_3. Cependant, pour des valeurs de la contrainte $\sigma_3 \geq 7$ à 10 MPa, la valeur du module d'Young ne semble pas être affectée tout au long du déroulement de l'essai. Une augmentation de la contrainte σ_3 favorise l'écoulement ductile et supprime l'endommagement, ce qui implique un module d'Young constant. La valeur moyenne du module d'Young obtenue au début du chargement est de 22 GPa pour le sel artificiel et de 19 GPa pour le sel naturel.

En ce qui concerne le sel naturel, on a présenté sur la figure 6.12 un résultat typique. On peut constater que la différence entre le comportement du sel artificiel et le sel naturel réside dans la phase initiale de chargement. En effet, ce dernier présente une portion concave au début de l'essai ce qui n'est pas le cas du sel artificiel. Cette phase correspond à la fermeture des microfissures préexistantes et autres défauts dans l'échantillon. Le reste du comportement est similaire, avec une résistance à la déformation moindre dans le cas du sel naturel d'Avery-Island.

Pour en revenir à l'étude de l'ensemble des essais (figures 6.9 et 6.10), il est intéressant de remarquer à nouveau qu'à partir d'une certaine valeur de la contrainte de confinement (environ 10 MPa pour le sel naturel et 15 MPa pour le sel artificiel), la réponse du matériau est semblable pour tous les essais. La réponse du sel dépend de moins en moins de la contrainte de confinement lorsque celle-ci est élevée (tel qu'il a été observé dans la littérature).

En ce qui concerne le mode de fissuration macroscopique des éprouvettes, on a sélectionné trois cas (figures 6.3, 6.7 et 6.13):

- pour les essais réalisés sous une pression de confinement supérieure à 10 MPa dans le cas du sel naturel et 15 MPa dans le cas du sel artificiel, on n'a pas détecté de fissures apparentes sur les éprouvettes. Ces dernières se sont déformées tout en conservant une forme plus au moins cylindrique (figure 6.13a). La déformation axiale totale pour certains essais a atteint 15 %. C'est une propriété des matériaux ductiles qui se déforment sans se rompre. Cependant, ces essais vont être considérés terminés quand la déformation axiale atteint 10 %; cela permet d'assurer le maintien de la forme initiale de l'éprouvette (Handin et al., 1986).

- pour les essais réalisés sous une pression de confinement inférieure à 10 MPa pour le sel naturel et 15 MPa pour le sel artificiel, certaines fissures macroscopiques sont observées à la fin de l'essai (figure 6.7). Ces fissures sont orientées selon des plans parallèles à l'axe de la contrainte principale majeure. La déformation axiale correspondant au pic est d'autant plus grande que la contrainte de confinement est élevée (3 à 5 % pour un confinement de 1 à 2 MPa et de 5 à 10% pour un confinement de 5 à 7 MPa).

- des éprouvettes brisées sous forme de plusieurs morceaux tronconique ont été récupérées en fin des essais sujets à des contraintes de confinement inférieures à 1 MPa (figure 6.3). La déformation axiale au pic dans ce cas est de l'ordre de plus de 1,5 %. La même observation est constatée lors des essais uniaxiaux. Notons ici que la rupture se produit bien au-delà du pic.

Finalement, en plus des essais triaxiaux à diverses contraintes de confinement, des essais triaxiaux à différentes vitesses de déformation ont été effectués. Sur les figures 6.14a, 6.14b, et 6.14c, on illustre les effets combinés de la vitesse de déformation et la contrainte de confinement sur le comportement du sel. On peut constater qu'une augmentation de la contrainte de confinement supprime presque totalement la fracturation et la dilatance du sel,

et ce même à une vitesse de déformation plus élevée. À toutes fins pratiques, comme il a été mentionné aux chapitres précédents, on peut considérer qu'un confinement supérieur à environ 10 MPa dans le cas du sel d'Avery-Island et 15 MPa dans le cas du sel artificiel garantit une nette prédominance des déformations intracristallines. L'augmentation de la contrainte de confinement au-delà de cette valeur a peu d'effet sur l'allure de la courbe contrainte-déformation-variation volumique.

Les résultats de l'ensemble de ces essais de compression triaxiale sont rapportés aux tableaux 6.1, 6.2 et 6.3. Les courbes des essais non présentées dans ce chapitre sont rapportées à l'Annexe 3 de cette thèse.

6.8 Caractérisation du seuil d'endommagement

Comme il a été mentionné auparavant, le seuil d'endommagement représentant le critère d'initiation de la microfissuration est défini dans notre travail comme étant le point de passage entre les comportements contractant et dilatant ou plus précisément le point correspondant à la valeur maximale de la déformation volumique. Sur les figures (6.15a et 6.15b) et (6.16a et 6.16b) sont présentés les points seuils d'endommagement ainsi définis dans le plan contrainte déviatorique-contrainte moyenne. L'état de contrainte correspondant sépare ainsi le comportement dilatant du comportement non-dilatant. Une fonction de type exponentielle a été choisie pour représenter la courbe qui joint ces points expérimentaux. Cette courbe caractéristique du seuil d'endommagement est définie par l'équation (5.12). Celle-ci reflète bien l'effet de la contrainte de confinement sur le seuil d'endommagement, qui s'estompe au fur et à mesure que la contrainte de confinement augmente. Cette forme exponentielle a été observée tant pour le sel artificiel que le sel naturel. Pour une contrainte de confinement donnée, l'initiation de l'endommagement est plus précoce dans le cas du sel naturel que dans le cas du sel artificiel.

En ce qui concerne l'influence de la vitesse de déformation sur le seuil d'endommagement, on peut constater sur les figures 6.15 et 6.16 que son influence est relativement faible. Deux différentes courbes caractérisant le seuil pour chaque vitesse ont été choisies (figures 6.17 et 6.18).

6.9 Rappel des principales observations

D'une manière générale, les mêmes traits de comportement décrits dans la littérature ont été observés dans nos essais:

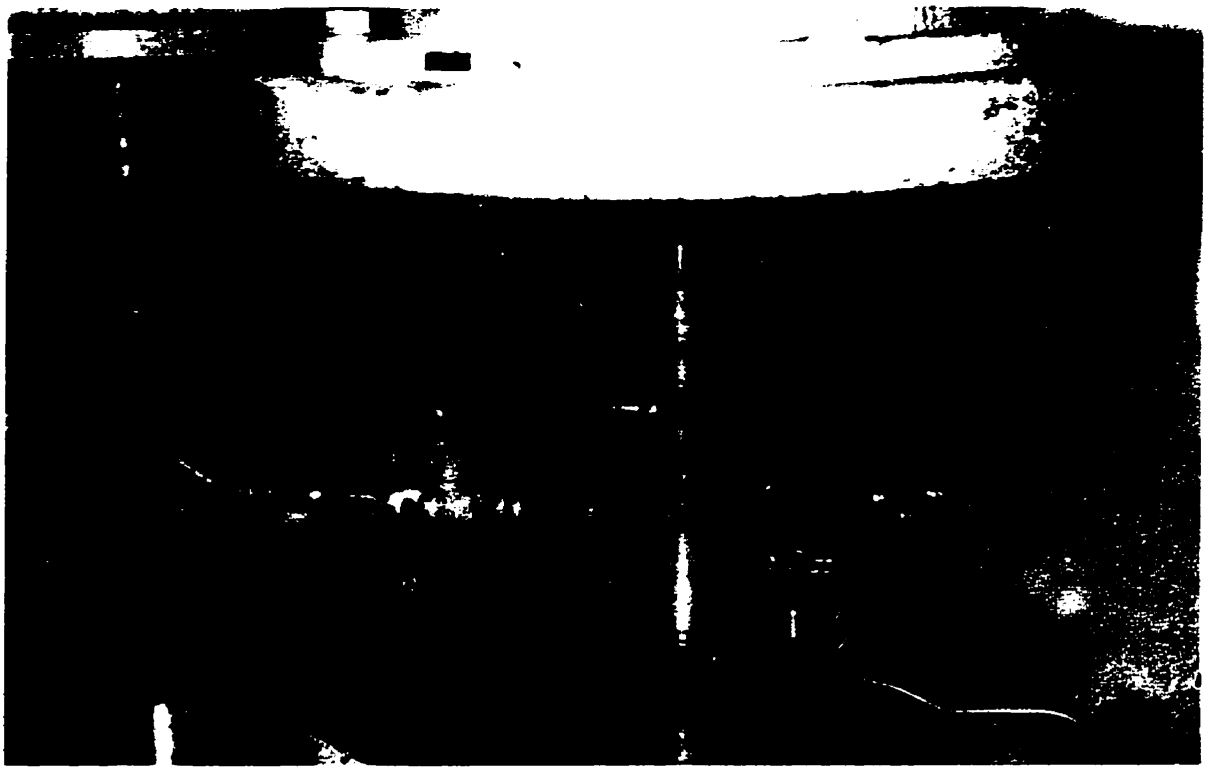
- tant que le seuil d'endommagement n'est pas atteint, les déformations irréversibles sont pratiquement isovolumétriques.

- à forte contrainte de confinement, la réponse en contrainte est indépendante de σ_m.

- sous une faible contrainte de confinement, la direction de la propagation des fissures est orientée suivant des plans parallèles à la direction de la contrainte maximale majeure.

- les essais triaxiaux ont aussi montré que le seuil d'endommagement et la contrainte au pic du sel naturel étaient inférieurs à ceux du sel artificiel.

De façon générale, les résultats obtenus sont globalement conformes aux résultats publiés sur le sujet.



a)



b)

Figure 6.1: Photo du dispositif expérimental: **a)** cellule triaxiale en position de chargement, et **b)** tableau de commande de la presse hydraulique.

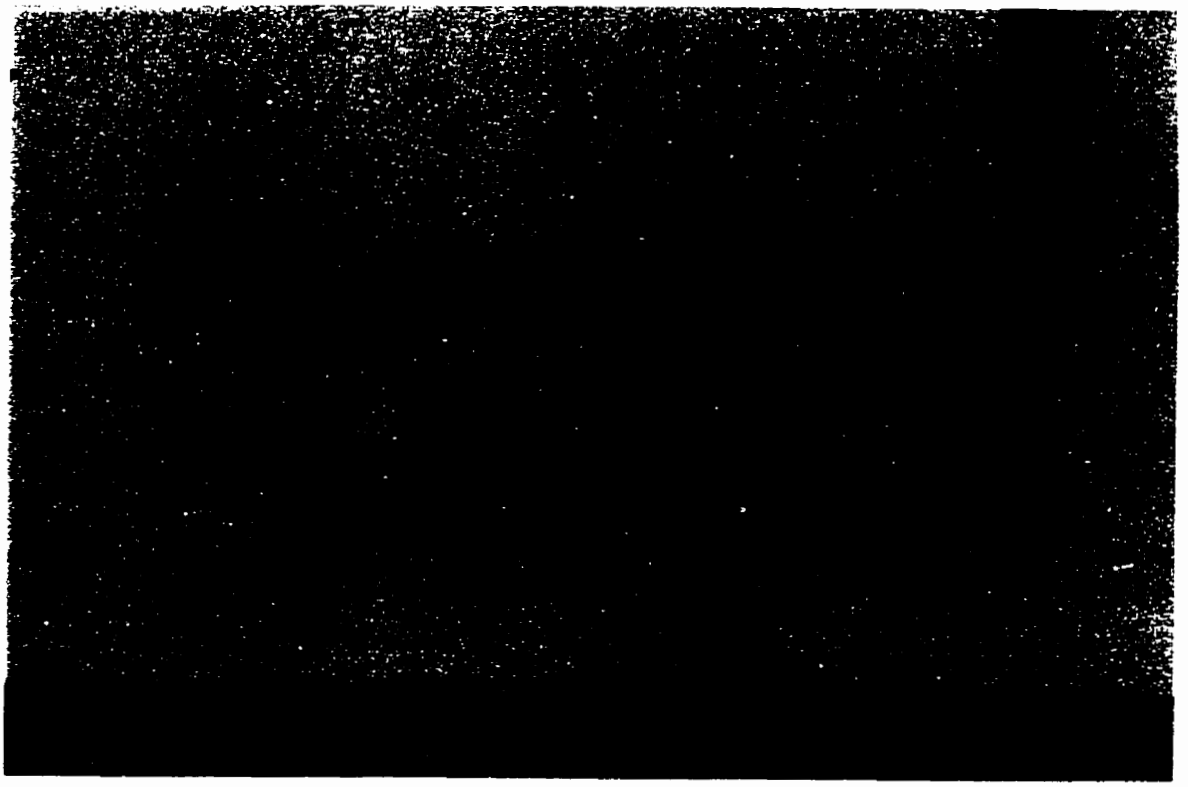


a)



b)

Figure 6.2: Photos du dispositif expérimental: **a)** cellule des essais uniaxiaux, et **b)** système d'acquisition des données expérimentales, qui comprend un ordinateur, multiplexeur, convertisseur.

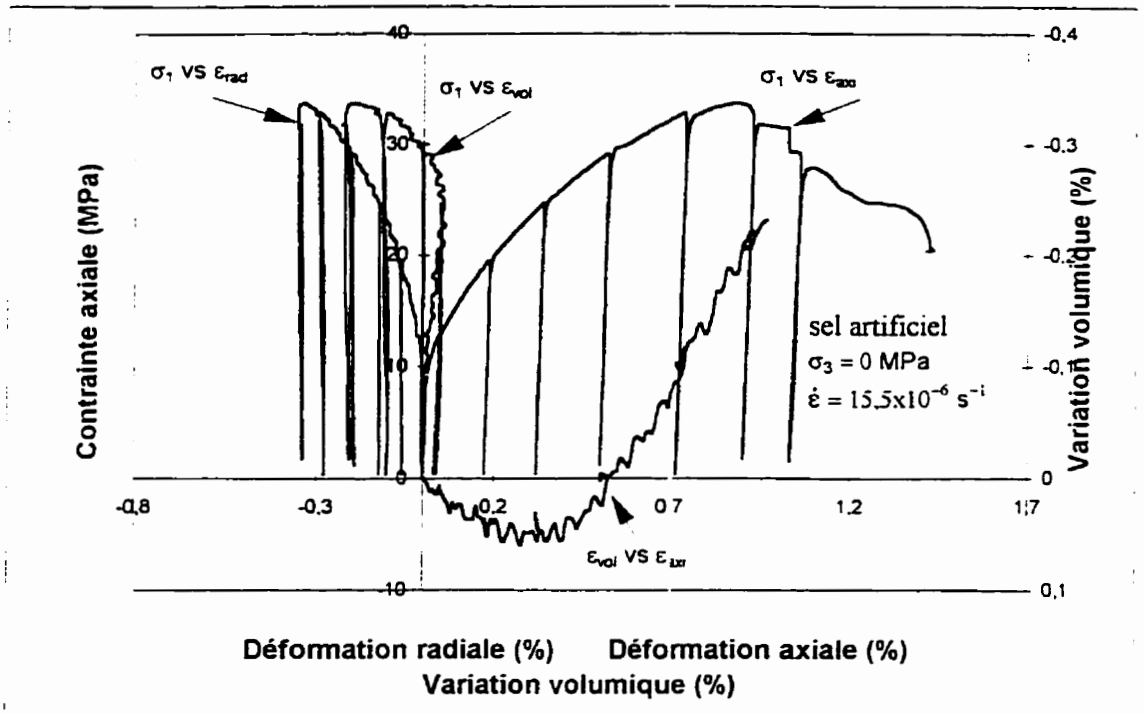


a)

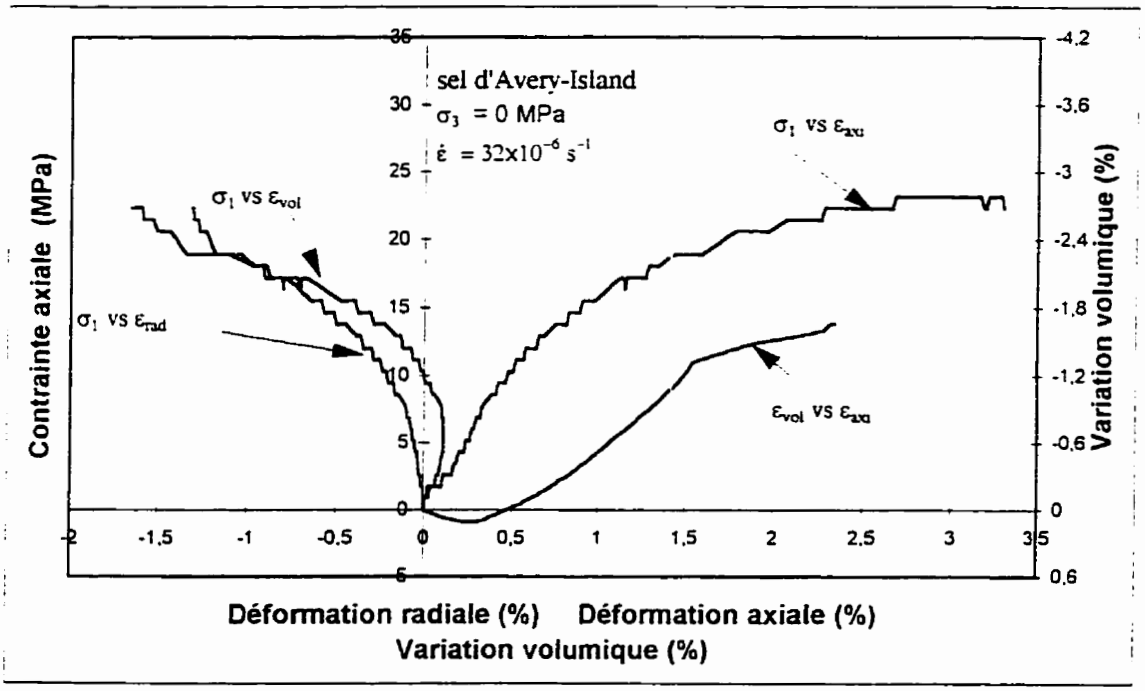


b)

Figure 6.3: Forme des échantillons à la fin des essais: **a)** échantillons du sel gemme, l'ensemble des éprouvettes a été testé sous un chargement uniaxial (σ_3 = 0 MPa), et **b)** échantillons du sel d'Avery-Island (essais uniaxiaux).

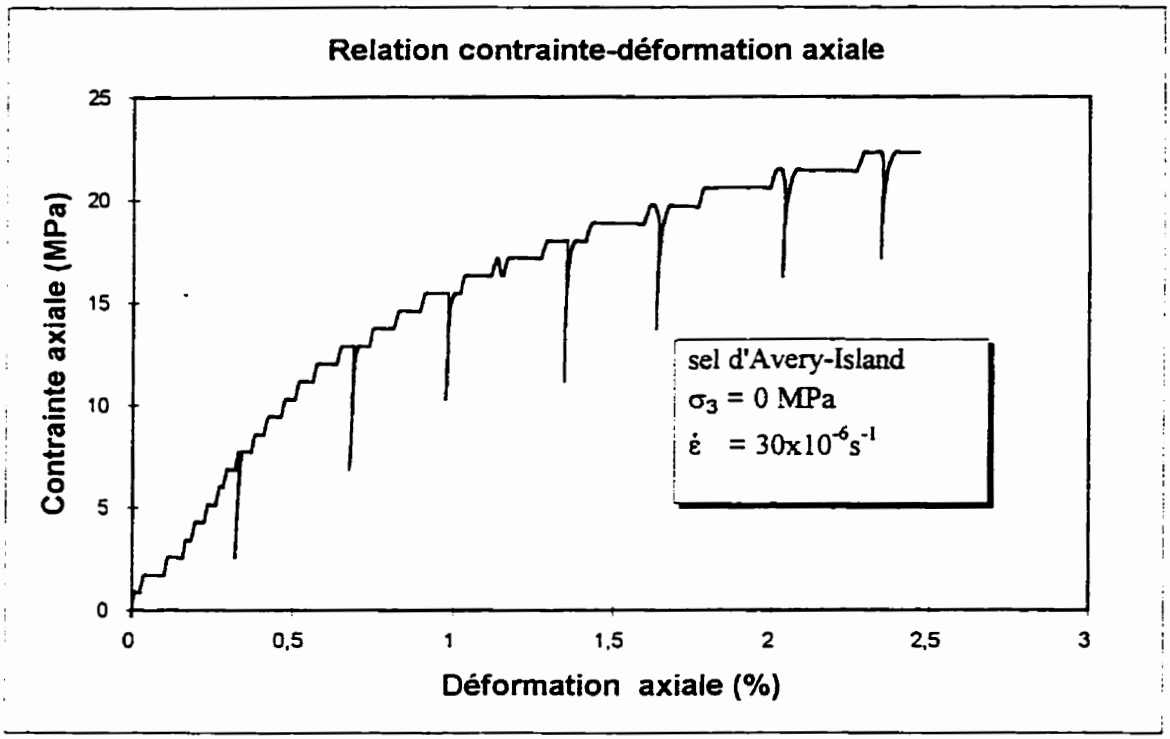


a)

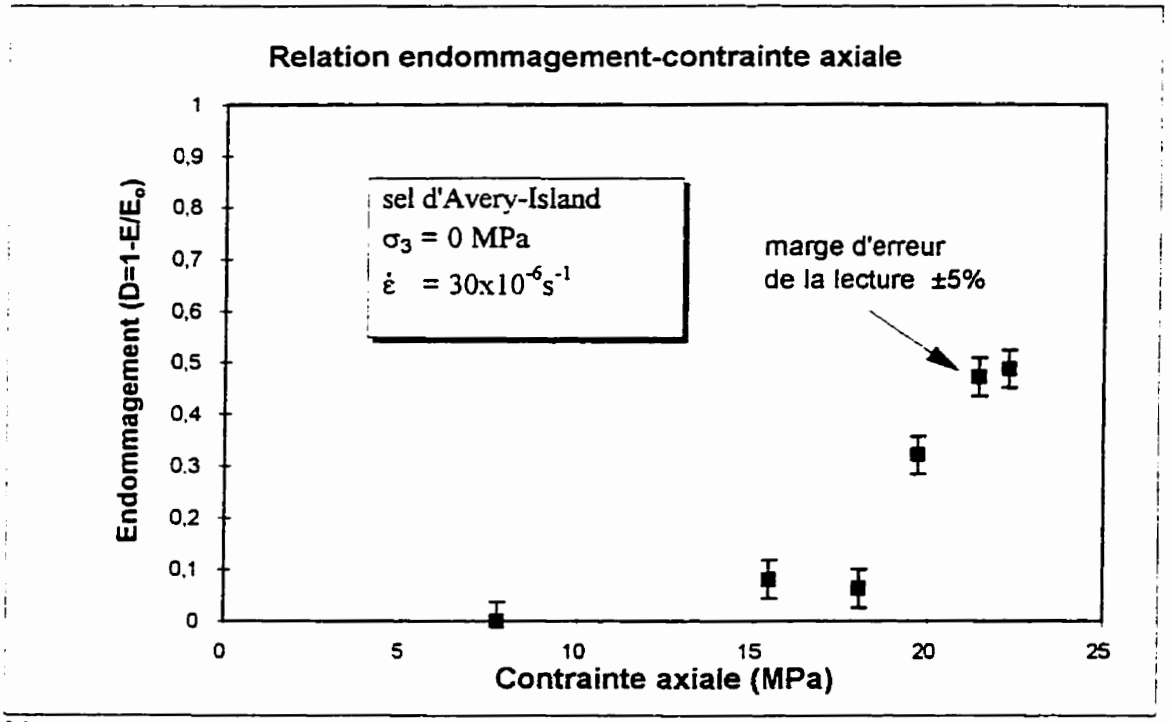


b)

Figure 6.4: Courbes contrainte-déformation-variation volumique typiques pour des essais de compresion uniaxiale: **a)** sur du sel artificiel, et **b)** sur du sel naturel.

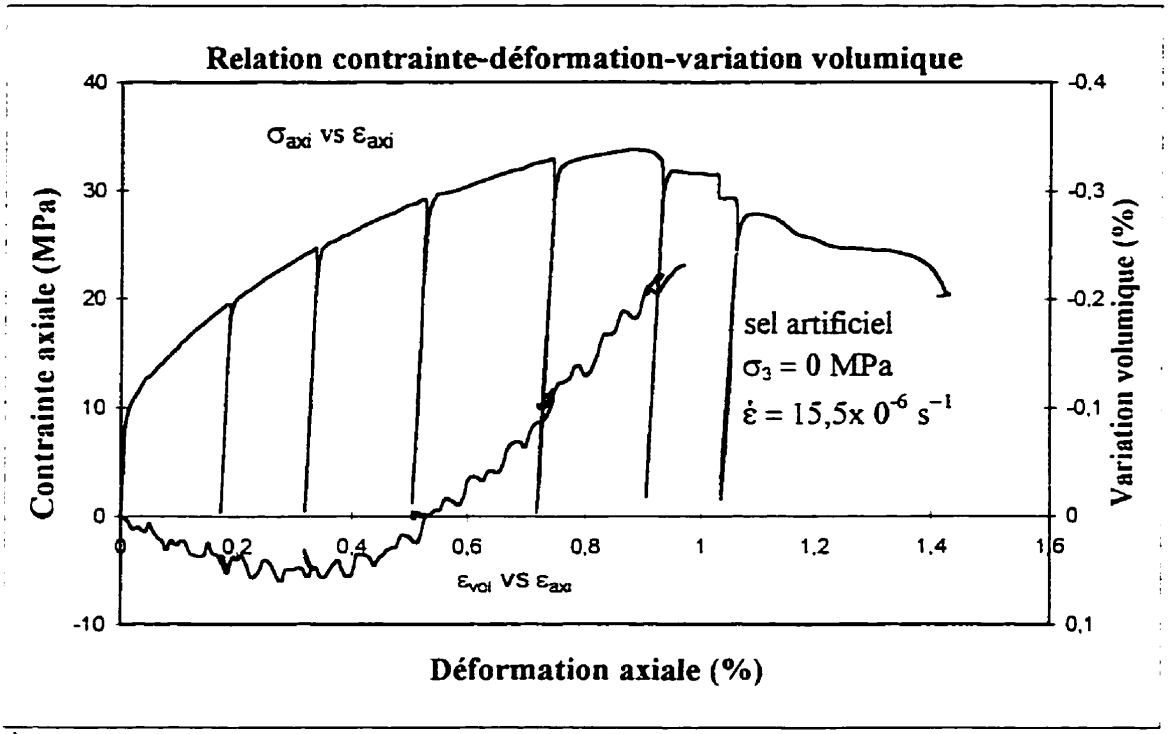


a)

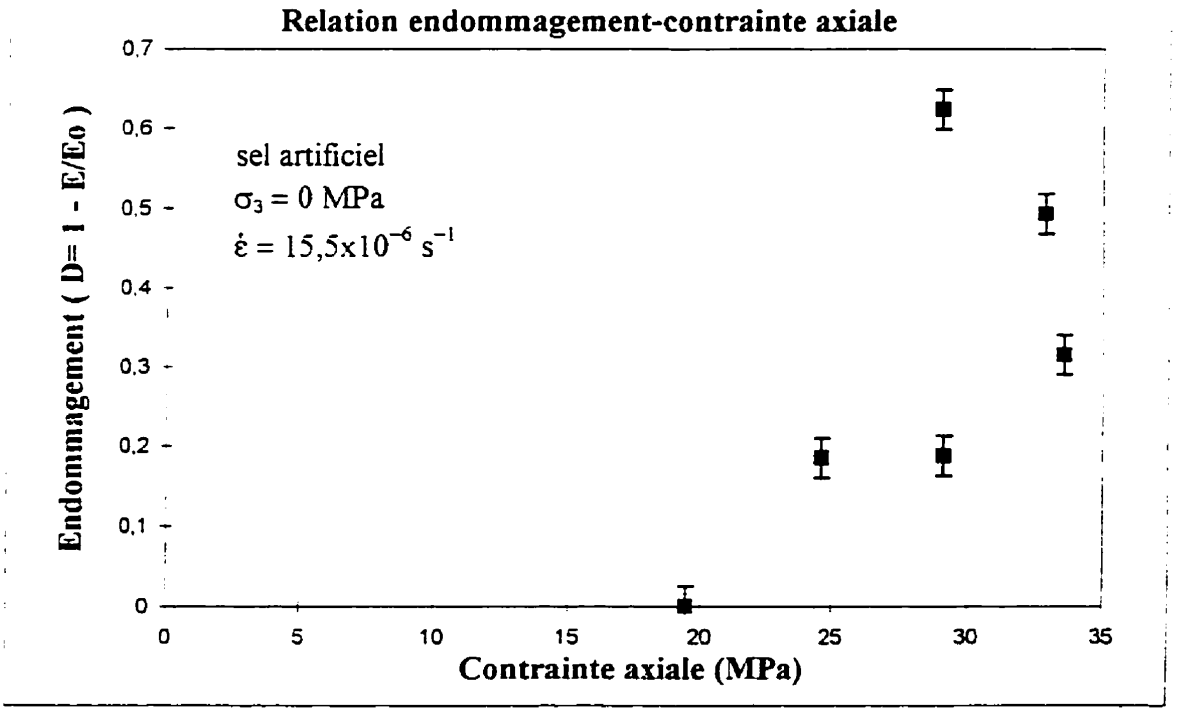


b)

Figure 6.5: Essai de compression uniaxiale avec cycles de déchargement-rechargement: **a)** contrainte-déformation, et **b)** endommagement-contrainte.



a)



b)

Figure 6.6: Essai de compression uniaxiale avec cycles de déchargement-rechargement: **a)**courbe contrainte-déformation, et **b)** courbe endommagement-contrainte.

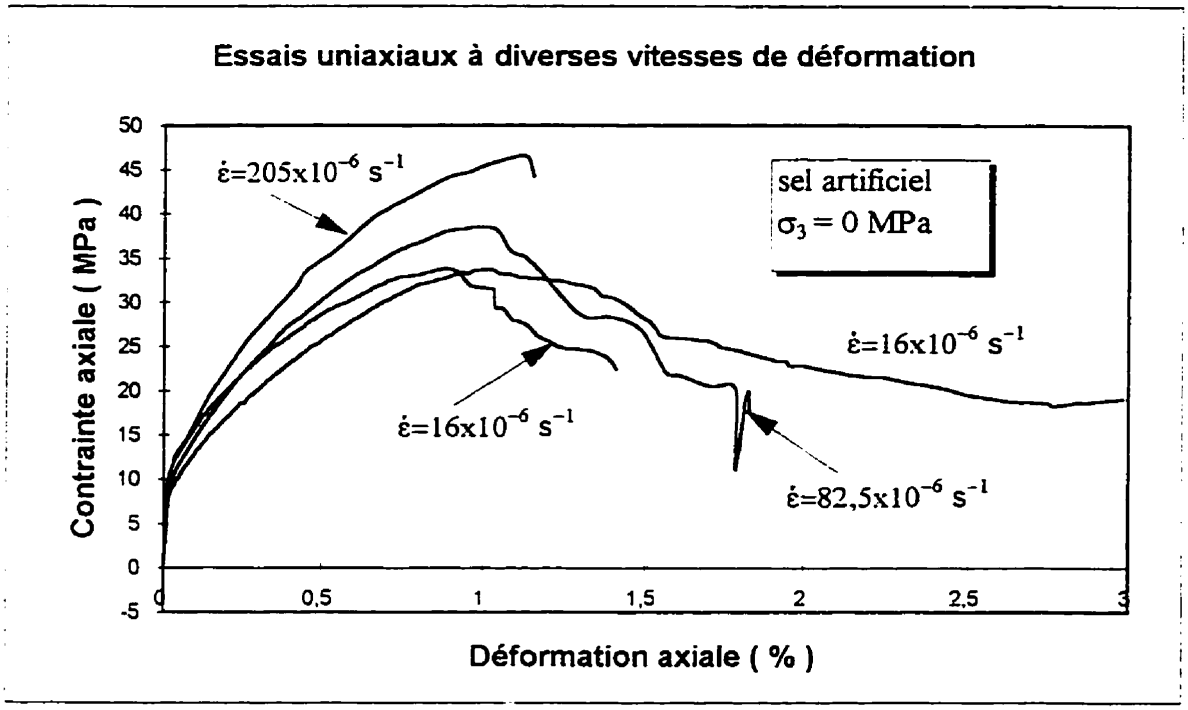


a)

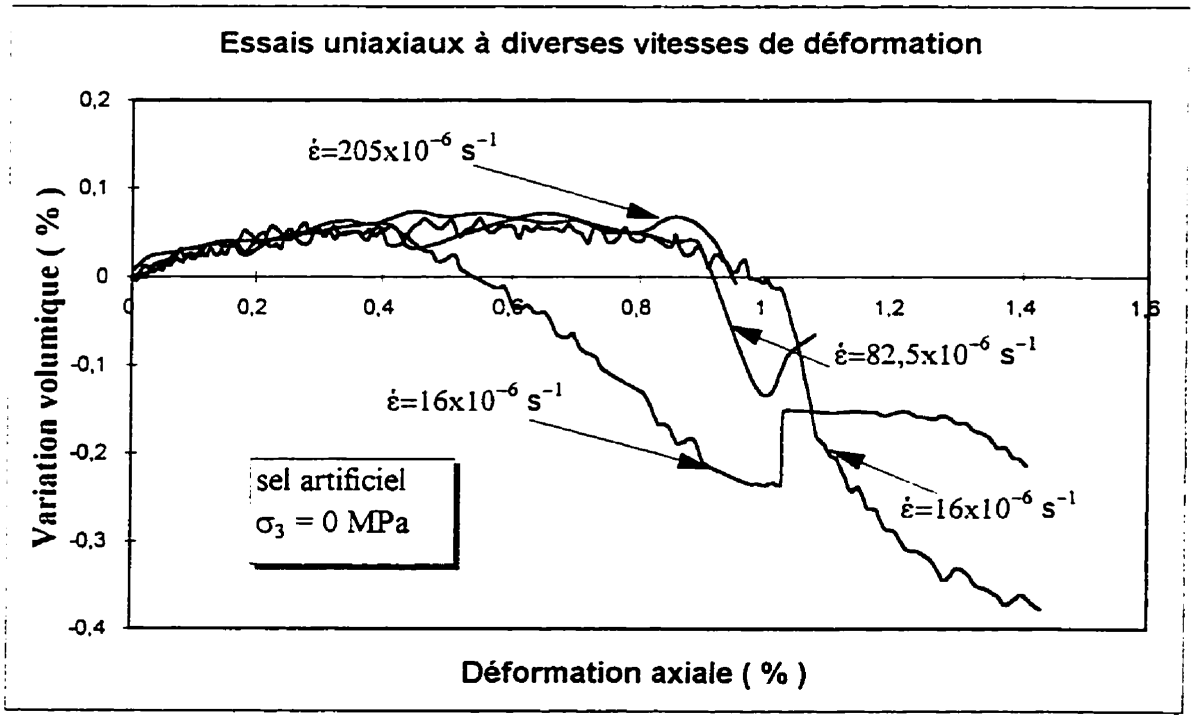


b)

Figure 6.7: Forme des éprouvettes à la fin des essais triaxiaux. Mode de rupture pour différentes intensités de confinement: **a)** cas du sel gemme, et **b)** cas du sel d'Avery-Island.



a)



b)

Figure 6.8: Essais unaxiaux à différentes vitesses de déformation (sel artificiel): **a)**courbes contrainte-déformation, et **b)** variation volumique-déformation axiale.

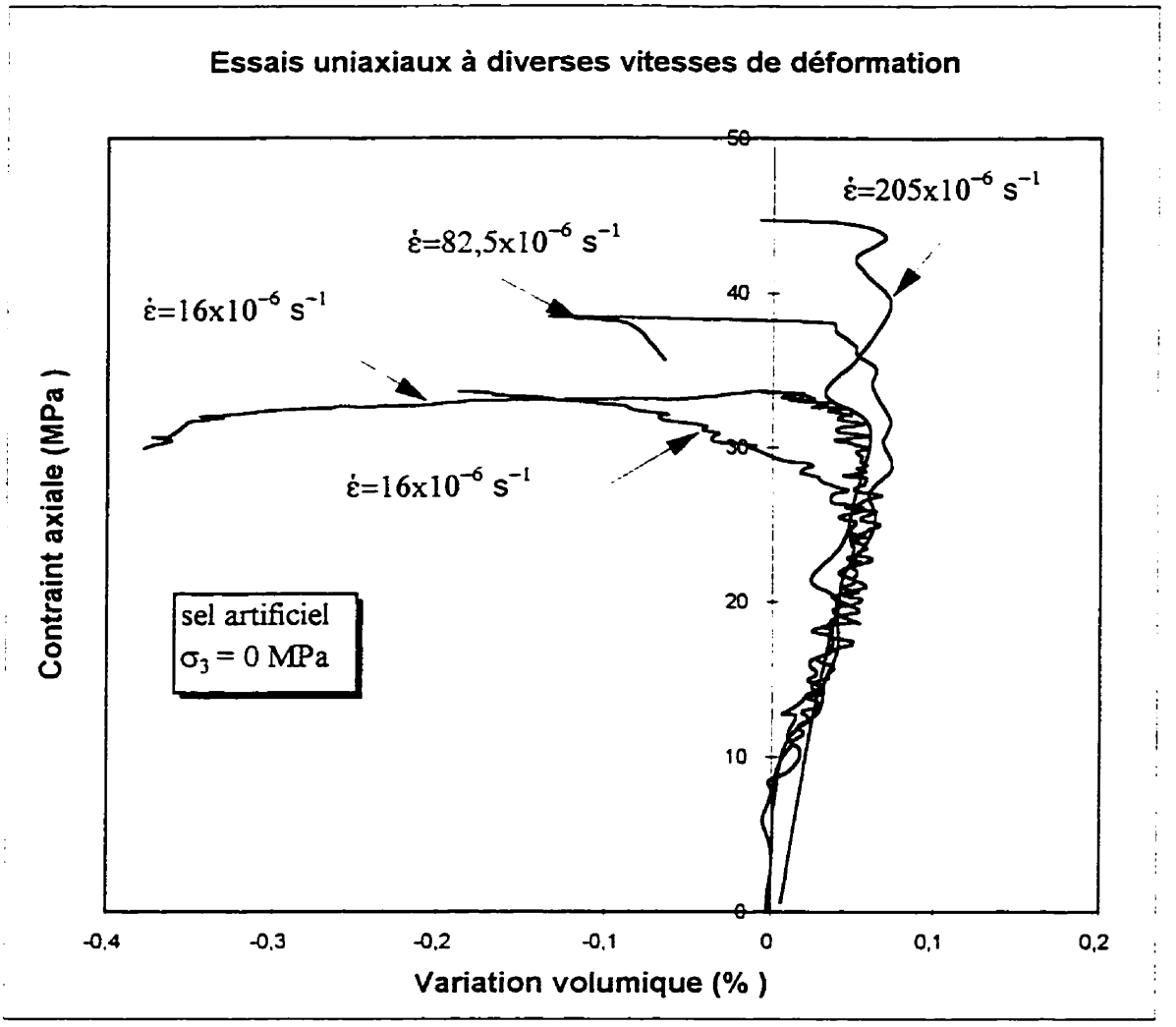
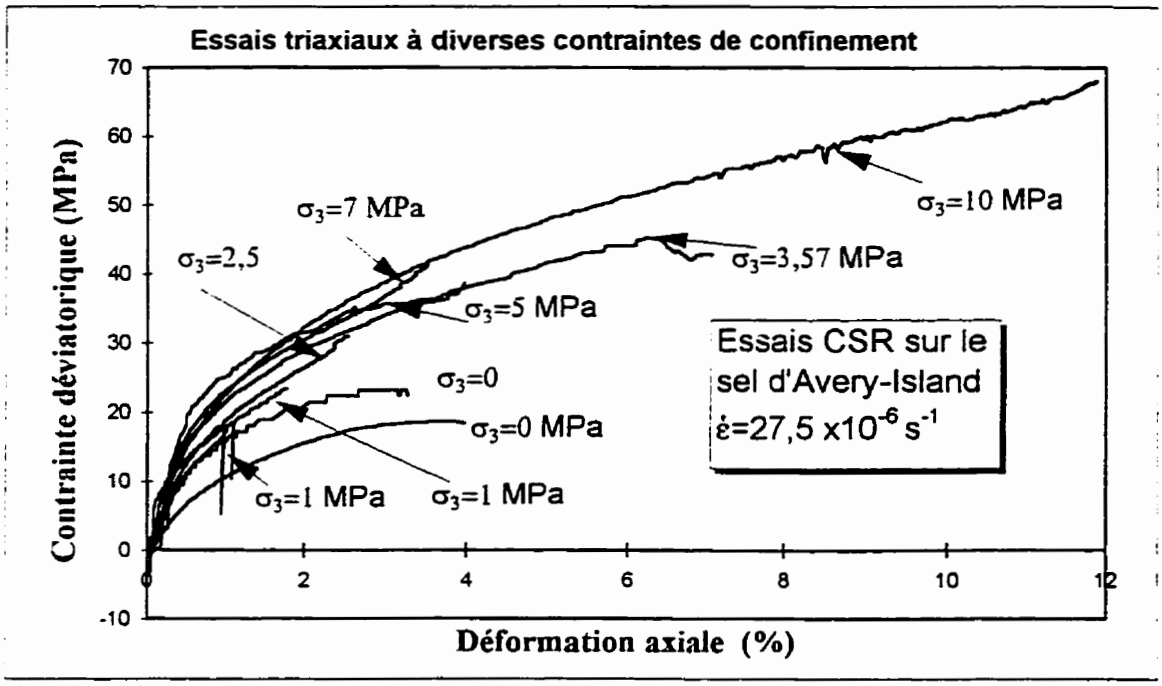
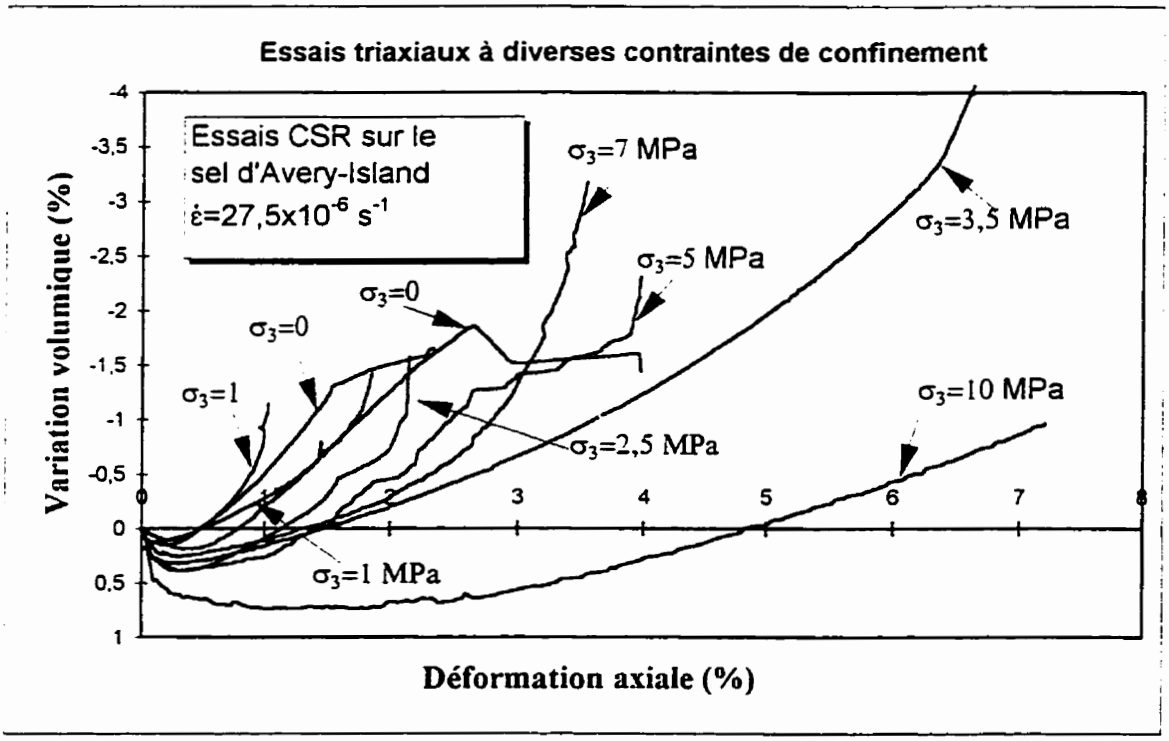


Figure 6.8c: Essais unaxiaux à différentes vitesses de déformation (sel artificiel), courbes contrainte axiale-variation volumique.



a)



b)

Figure 6.9: Effet de la contrainte de confinement sur le comportement du sel d'Avery-Island d'essais CSR de compresion triaxiale: **a)** relation contrainte-déformation, et b) relation variation volumique-déformation.

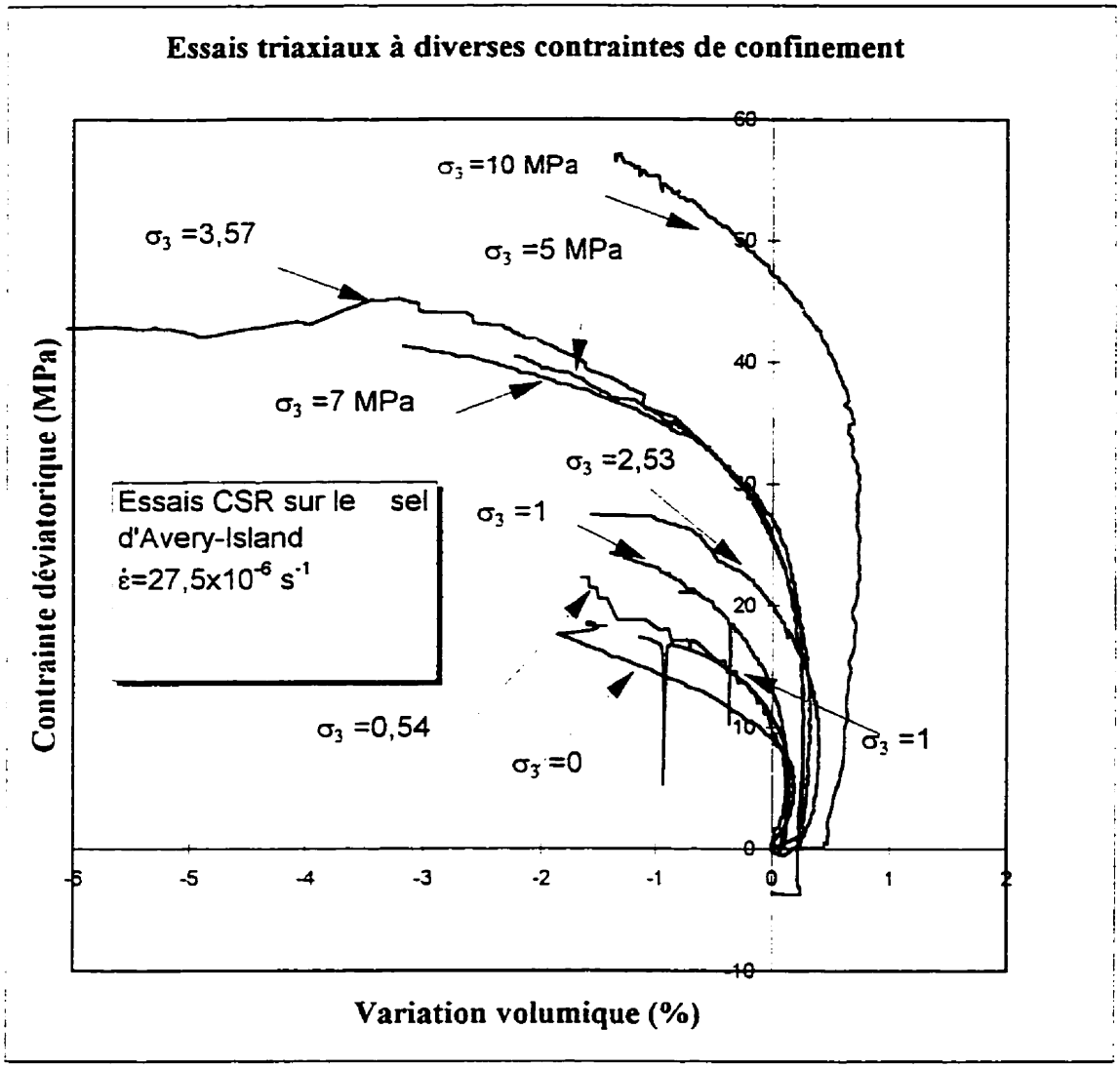
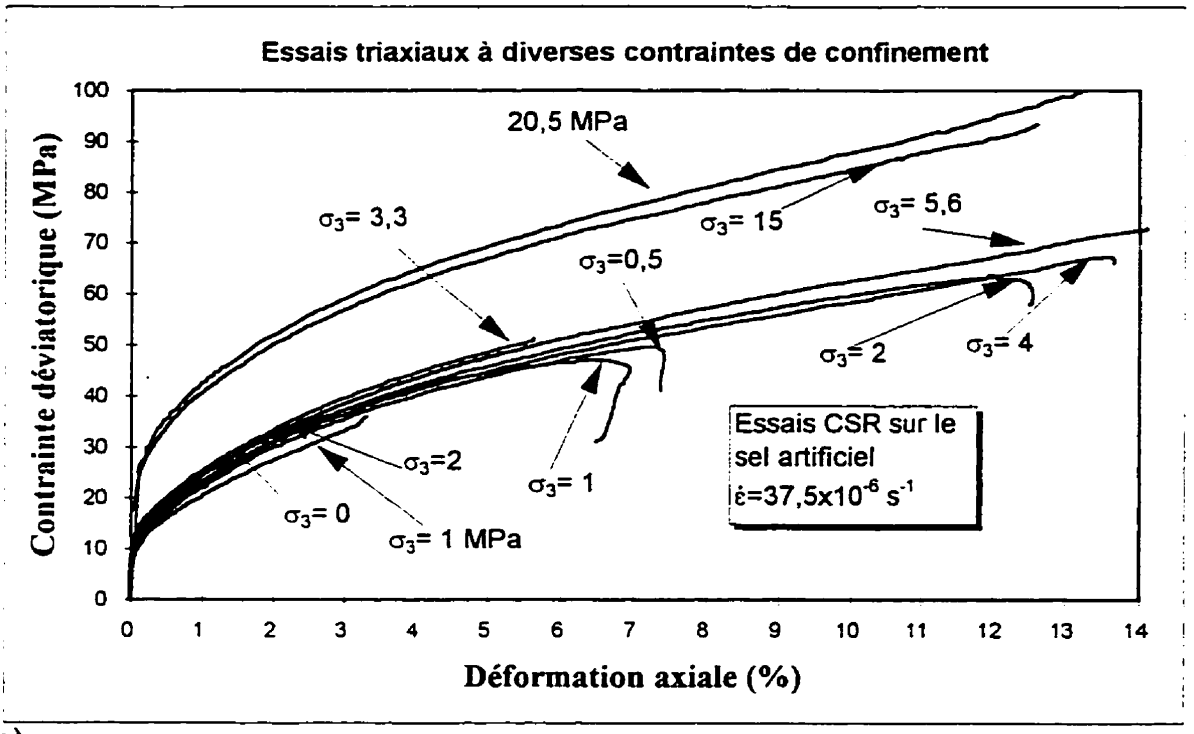
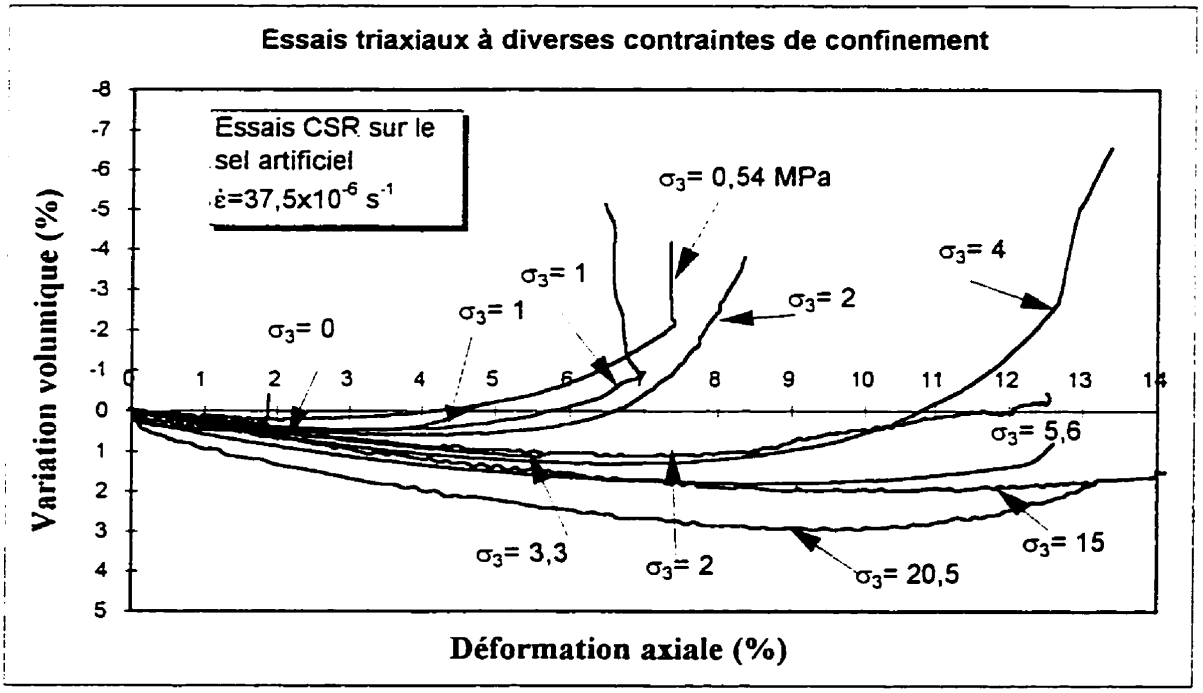


Figure 6.9c: Effet de la contrainte de confinement sur le comportement du sel d'Avery-Island d'essais CSR de compresion triaxiale, relation contrainte-variation volumique.



a)



b)

Figure 6.10: Effet de la contrainte de confinement sur le comportement du sel artificiel pour des essais CSR de compresion triaxiale: **a)** relation contrainte-déformation, et b) relation variation volumique-déformation.

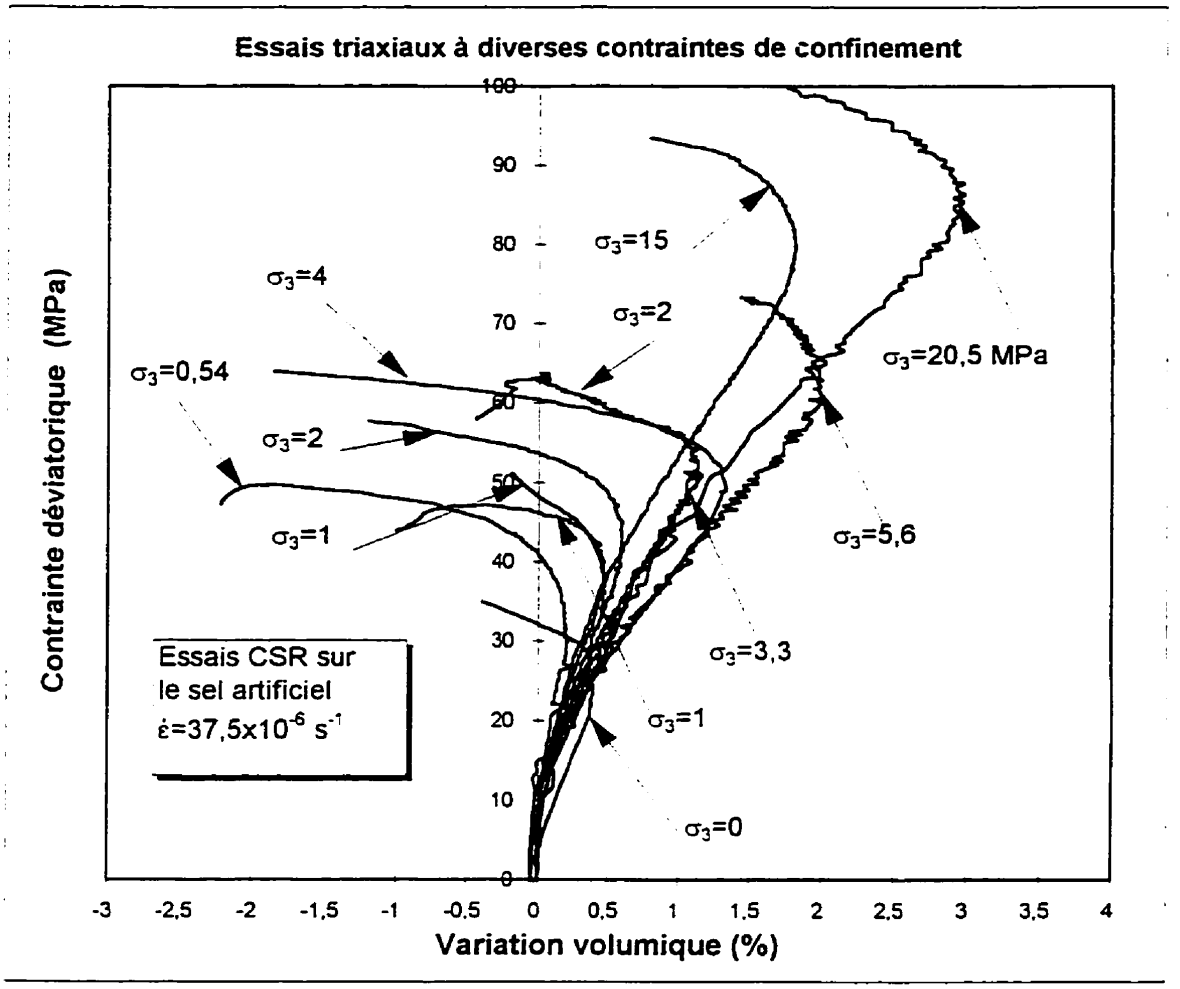


Figure 6.10c: Effet de la contrainte de confinement sur le comportement du sel artificiel d'essais pour CSR de compresion triaxiale, relation contrainte-variation volumique.

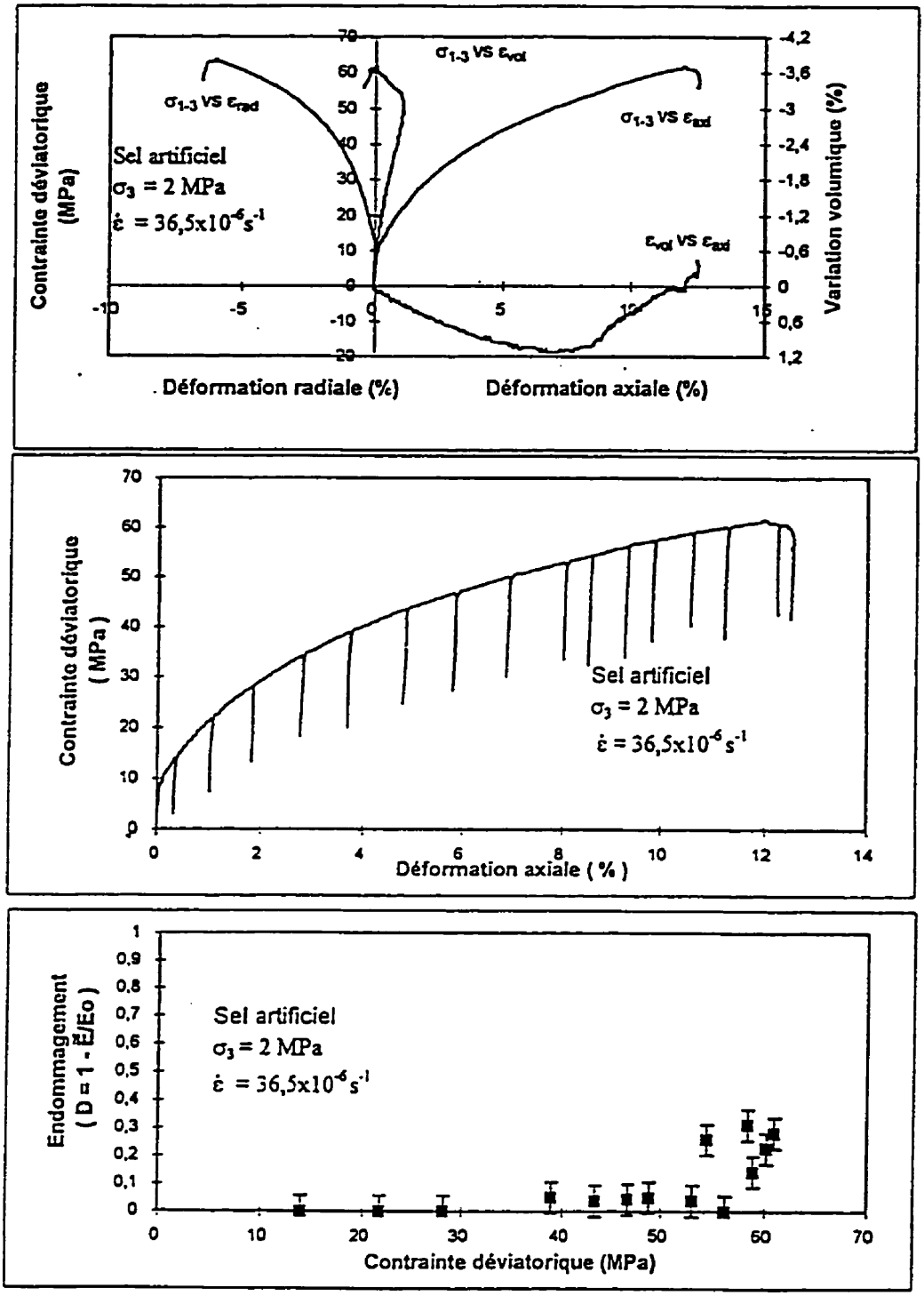
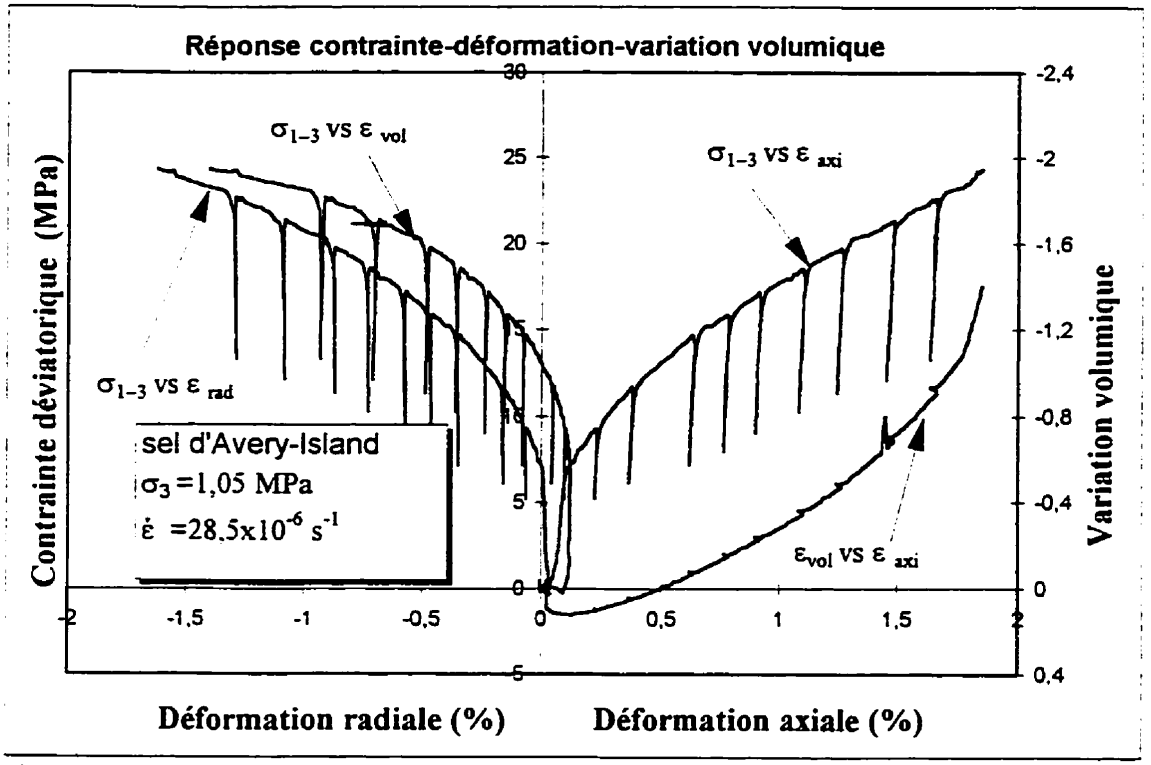
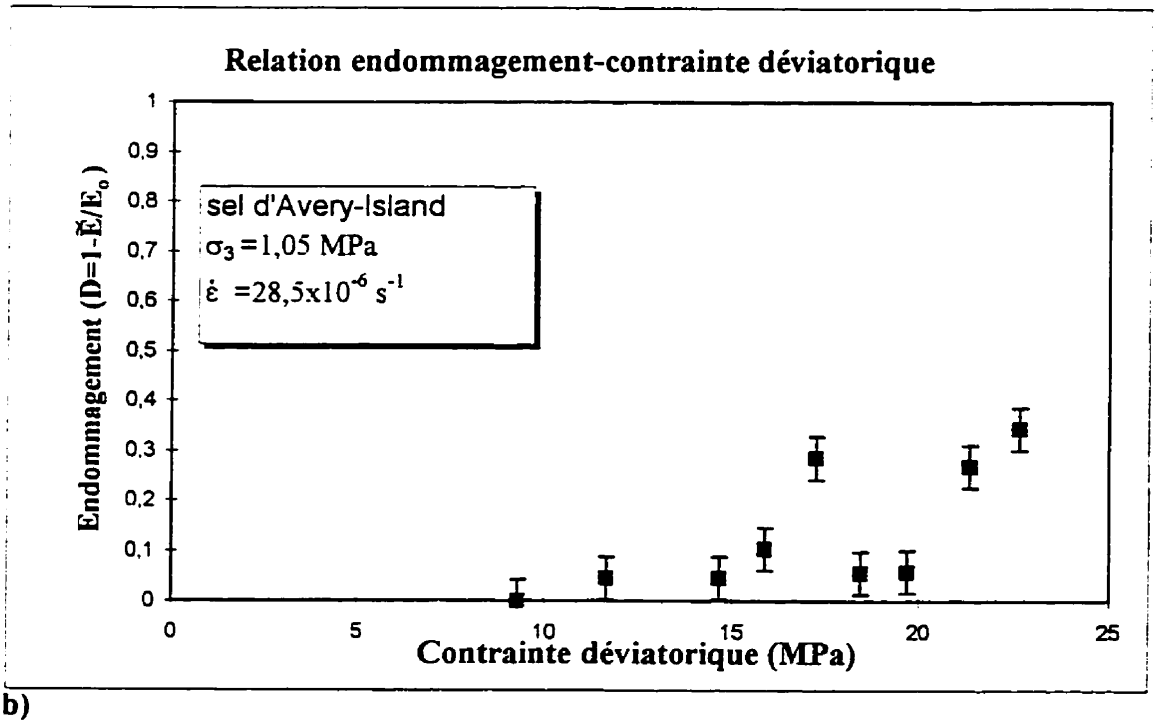


Figure 6.11: Essai de compression triaxiale typique avec cycles de déchargement-rechargement sur du sel artificiel (mesure des valeurs de l'endommagement).



a)

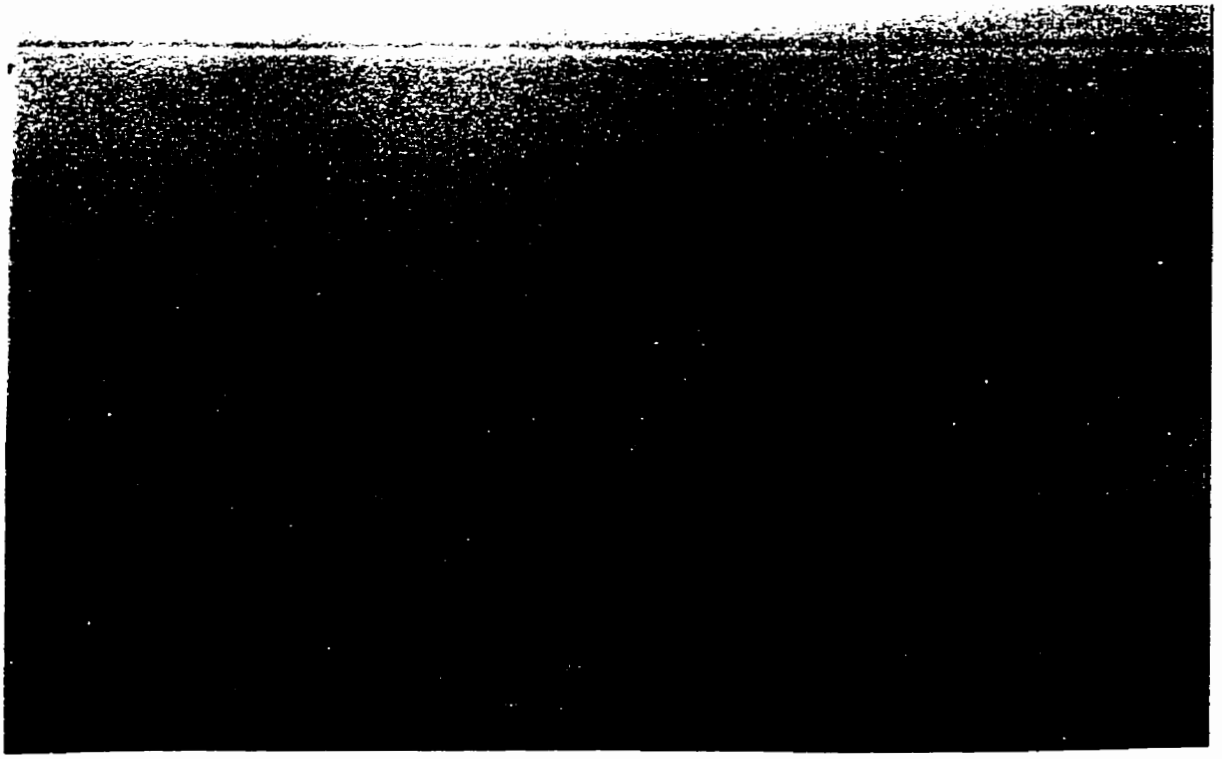


b)

Figure 6.12: Essai de compression triaxiale sur du sel d'Avery-Island avec cycles de déchargement-rechargement: **a)** contrainte-déformation, et **b)** endommagement-contrainte.

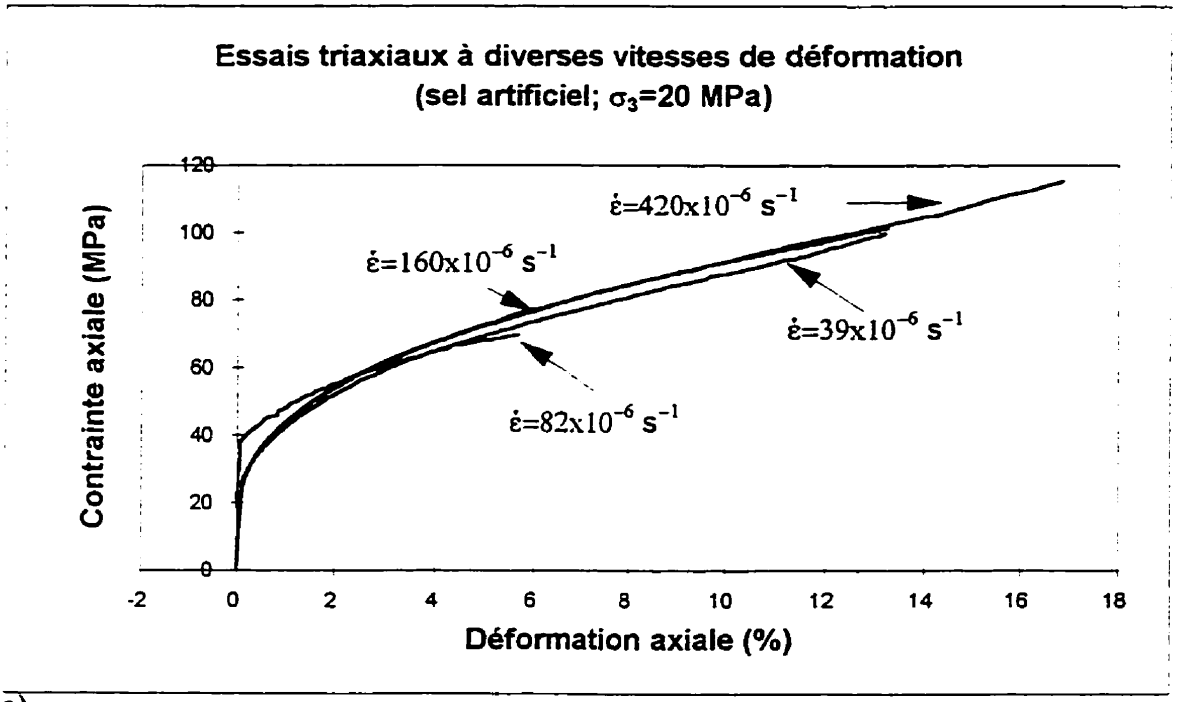


a)

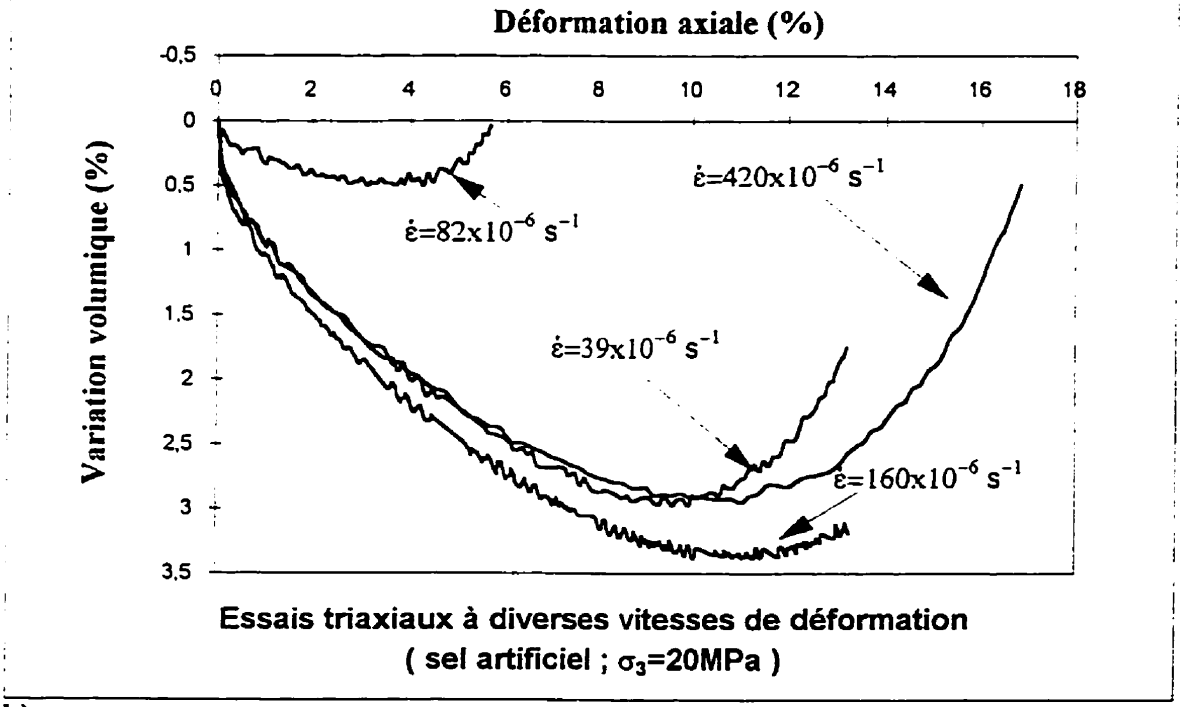


b)

Figure 6.13: Profil de fissuration des éprouvettes à la fin des essais triaxiaux. Mode de rupture pour différentes intensités de confinement: **a)** cas du sel gemme, et **b)** cas du sel d'Avery-Island.



a)



b)

Figure 6.14: Effet combiné de la vitesse de déformation et de la contrainte de confinement sur le comportement du sel artificiel pour les essais CSR de compression triaxiale. **a)** contrainte-déformation **b)** variation volumique-déformation.

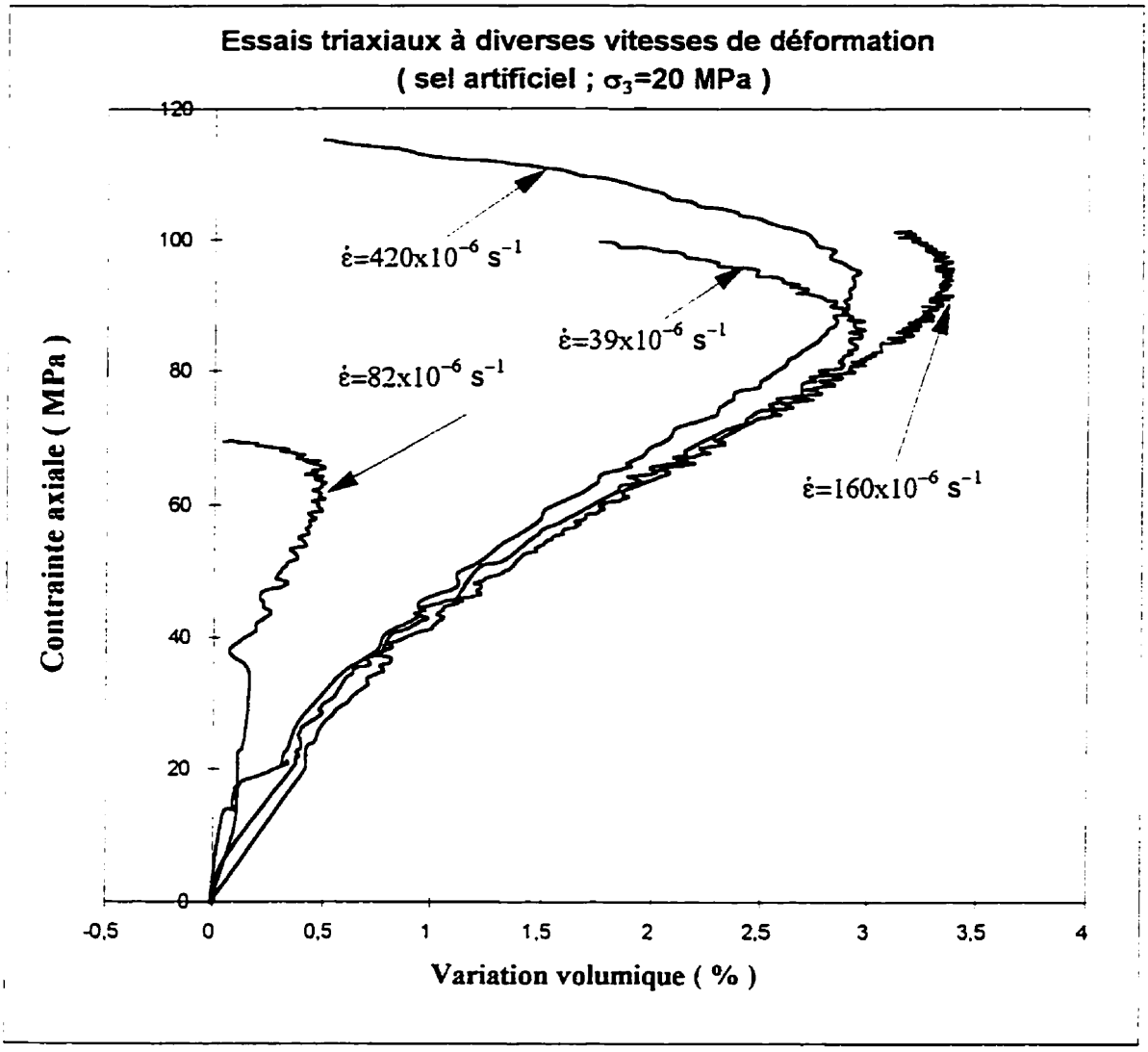
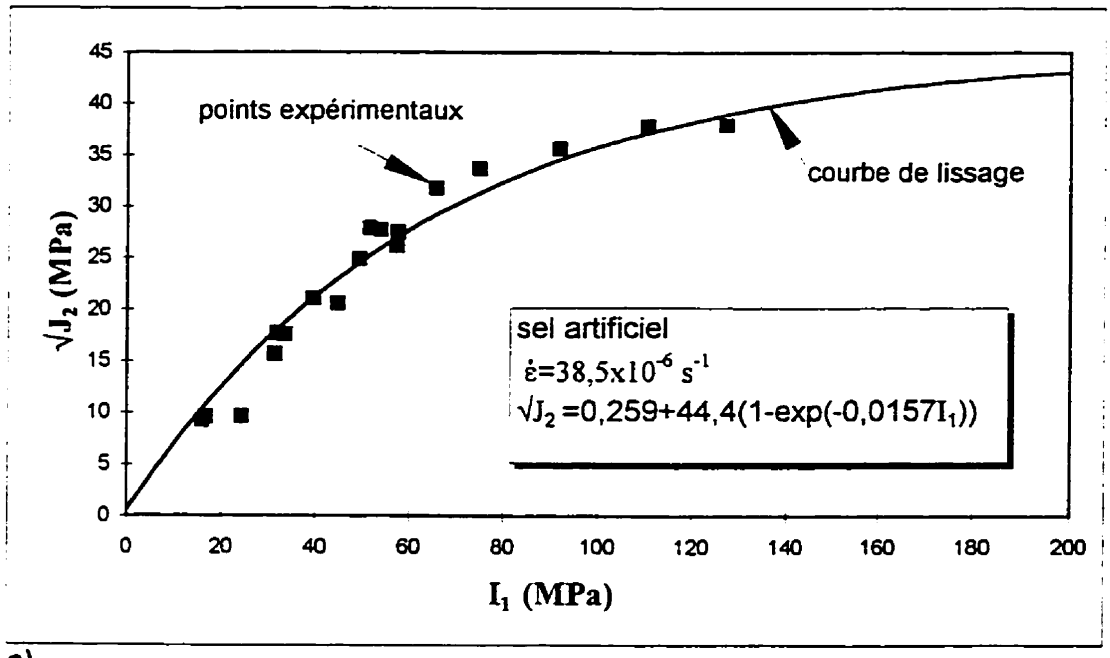
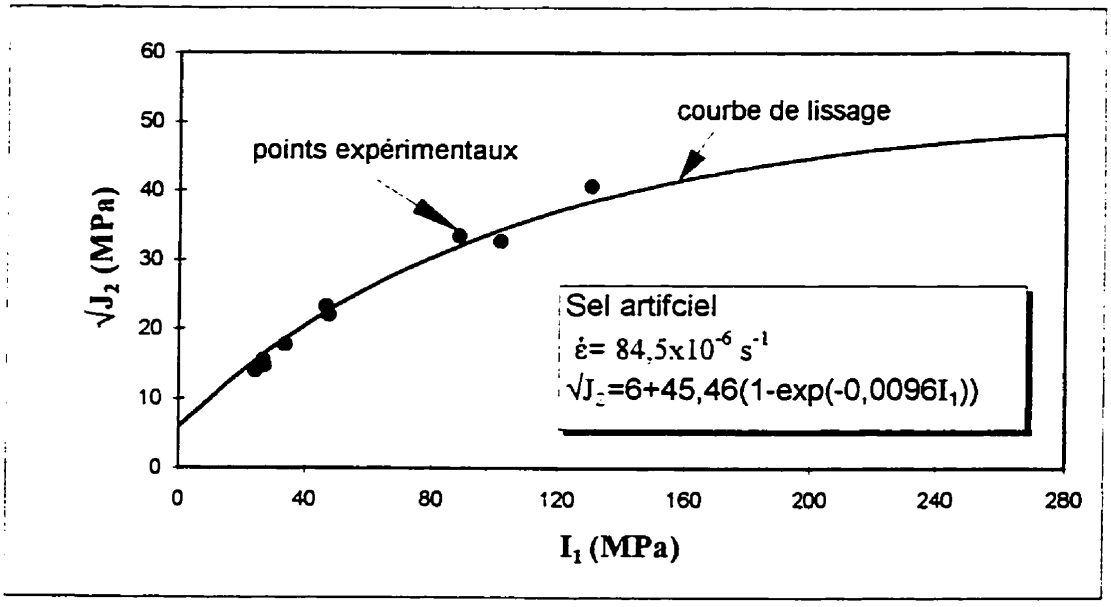


Figure 6.14c: Effet combiné de la vitesse de déformation et de la contrainte de confinement sur le comportement du sel artificiel pour les essais CSR de compression triaxiale (courbes contrainte- variation volumique).

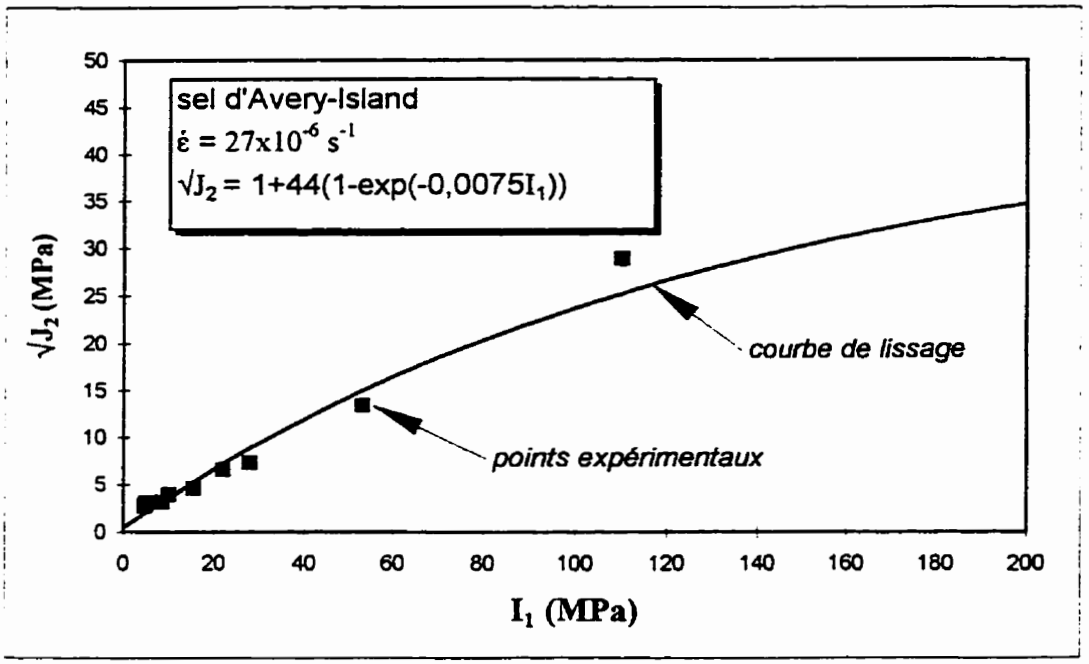


a)

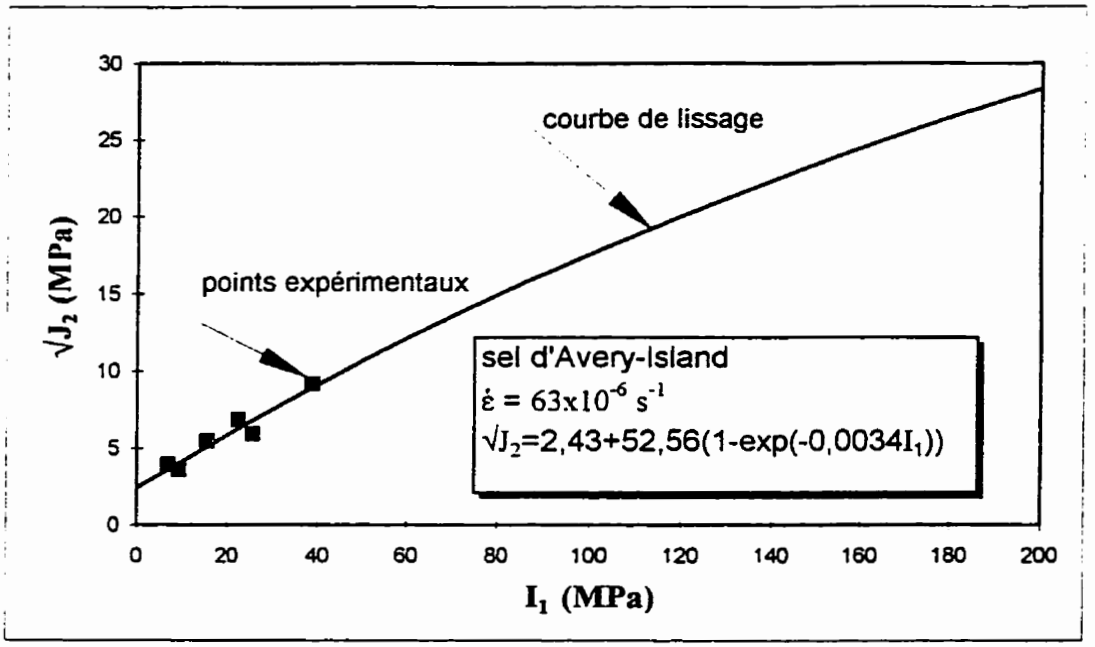


b)

Figure 6.15: Surfaces seuil d'endommagement pour le sel artificiel pour deux vitesses de déformation différentes (données expérimentales avec courbes de lissage): **a)** $\dot{\varepsilon}$ = 38,5x10^{-6}s^{-1}, et **b)** $\dot{\varepsilon}$ =84,5x10^{-6}s^{-1}.



a)



b)

Figure 6.16: Surfaces seuil d'endommagement pour le sel d'Avery-Island pour deux vitesses de déformation différentes (données expérimentales avec courbes de lissage): **a)** $\dot{\varepsilon} = 27x10^{-6}s^{-1}$, et **b)** $\dot{\varepsilon} = 63x10^{-6}s^{-1}$.

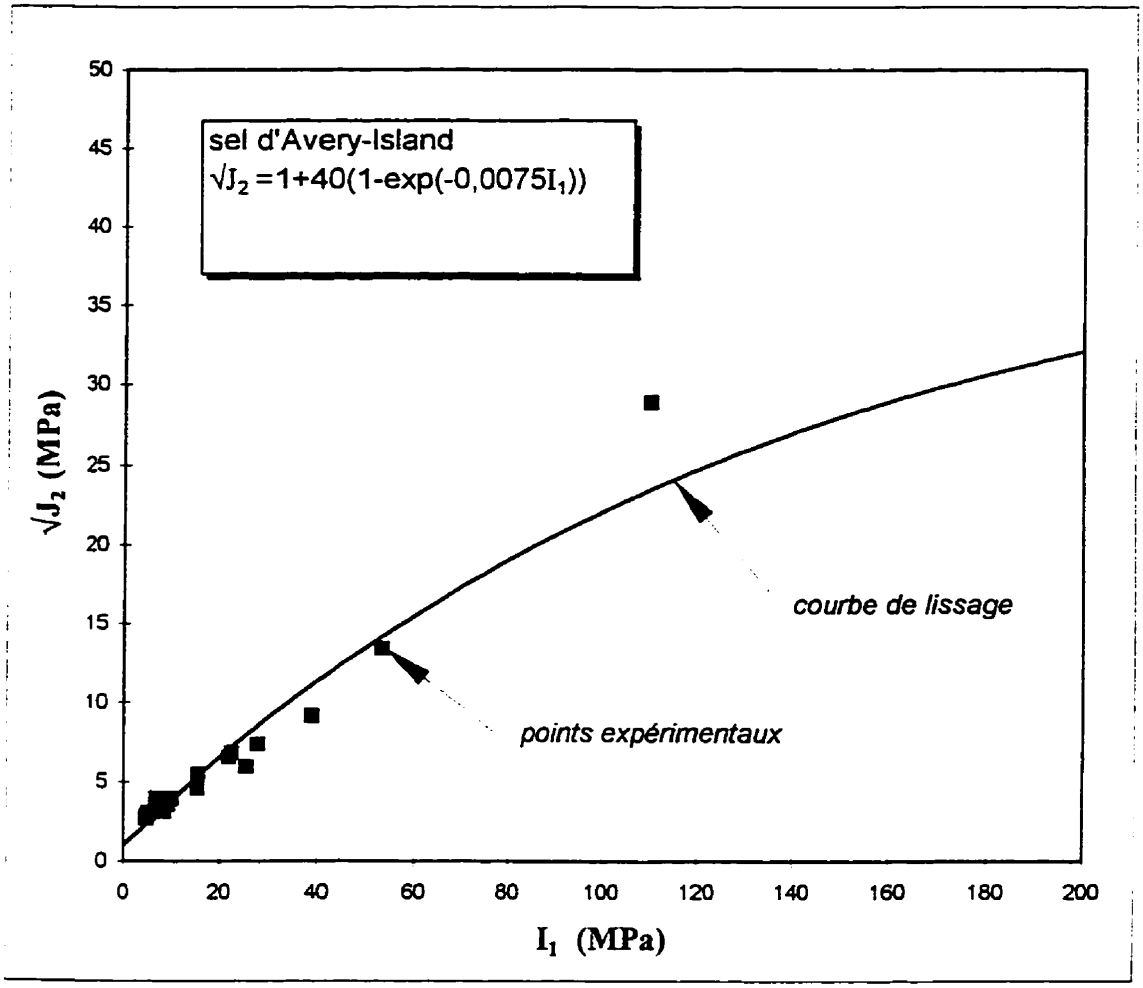


Figure 6.17: Surface seuil d'endommagement pour le sel d'Avery-Island (points expérimentaux avec courbe de lissage).

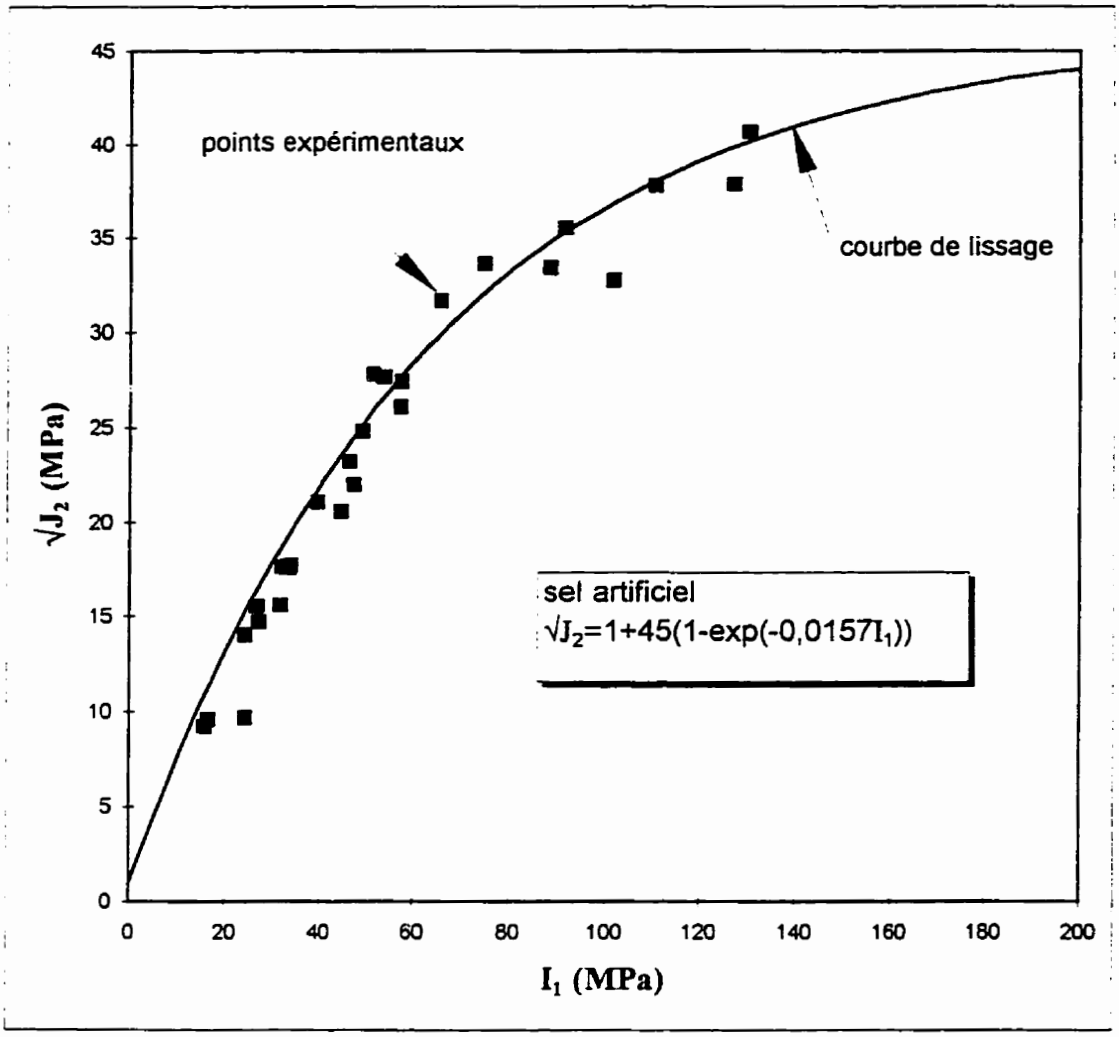


Figure 6.18: Surface seuil d'endommagement pour le sel artificiel pour les deux vitesses de déformation (points expérimentaux avec courbe de lissage).

Tableau 6.1: Résultats des essais de compression uniaxiale sur le sel artificiel à diverses vitesses de déformation.

Essai	Vitesse de déformation	Contrainte maximale	Rapport $\sigma_{seuil}/\sigma_{pic}$	Déformation maximale	Module d'Young	Rapport
	$\dot{\varepsilon}_{moyenne}$	σ_{pic}	$(\sigma_{seuil}/\sigma_{pic})$	ε_{rupt}	E_o	L/D
	$x10^{-6}\ s^{-1}$	(MPa)		(%)	(GPa)	
jam12	420	24,23	0,59	0,85	———	1,90
jam19	400	47,39	0,55	0,96	36,08	1,95
jam14	380	47,04	0,57	0,66	19,88	1,97
119jam2	210	48,34	0,94	0,99	22,84	1,87
SCJ5005	210	38,66	0,65	0,70	16,84	1,93
jam10	205	46,48	0,67	0,84	56,79	1,81
jam18	160	49,04	0,89	———	98,64	1,94
jam11	144	22,84	0,65	0,77	46,23	1,90
jam15	140	53,25	0,73	0,79	52,80	2,00
jam4	90	47,45	0,60	0,82	57,20	1,93
SCJ4002	88	40,45	0,59	0,74	23,83	1,91
jam16	87	48,98	0,50	0,71	162,66	1,92
jam20	87	54,23	0,57	0,82	104,99	2,03
jam9	79	38,44	0,75	0,98	83,70	1,90
jam17	77	33,43	———	———	91,70	1,93
jam13	71	34,14	0,77	0,85	94,78	2,00
SCJ6001	41	44,89	0,39	0,56	23,35	1,90
SCJ3001	40	42,51	0,52	0,57	25,42	2,02
jam8	39	46,28	0,57	0,86	139,79	1,92
jam5	17	38,50	0,49	0,61	118,32	1,98
jam3	15	33,62	0,68	0,86	111,54	1,90
jam6	13,86	33,68	0,74	0,81	96,92	1,90
119jam1	9,3	48,92	0,61	0,82	24,96	1,95
jam7	7,33	52,42	0,61	0,81	144,65	1,92

$\dot{\varepsilon}_{moyenne}$: vitesse moyenne de déformation appliquée durant l'essai

σ_{pic} : contrainte maximale atteinte par l'échantillon

σ_{seuil} : contrainte seuil d'endommagement

ε_{rupt} : déformation maximale atteinte par l'échantillon (arrêt de l'essai)

E_o : module d'Young du materiau non-endommagé

L : longueur de l'éprouvette

D : diamètre de l'éprouvette

——— : valeur non-mesurée

Tableau 6.1 (suite) : *Résultats des essais de compression uniaxiale et triaxiale sur le sel artificiel à diverses vitesses de déformation.*

Essai	Vitesse de déformation	Contrainte déviatorique maximale	Contrainte seuil	Contrainte de confinement	Module d'Young	Rapport $\sigma_{seuil}/\sigma_{pic}$	Déformation maximale	Rapport
	$\dot{\varepsilon}$	$(\sigma_1-\sigma_3)_{pic}$	$(\sigma_1-\sigma_3)_{seuil}$	σ_3	E_o	$\sigma_{seuil}/\sigma_{pic}$	ε_{rupt}	L/D
	$x10^{-6}\ s^{-1}$	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(GPa)		(%)	
SCJ3001	37-48	42,51	16,63	0,00	25,42	0,39	0,90	2,02
SCJ6001	39-43	44,89	15,93	0,00	28,71	0,35	1,00	1,90
FITRA2	40-44	49,18	30,57	0,47	23,70	0,62	7,41	1,95
FITRA1*	40-44	33,10	30,41	1,04	21,89	0,92	4,84	2,10
FITRA8	40-44	46,12	36,49	1,01	24,44	0,79	6,94	2,05
FITRA5	35-40	32,49	27,01	1,51	22,79	0,83	3,57	2,00
SGA8	35-40	61,66	47,90	2,00	13,48	0,78	12,49	1,86
FITRA3*	40-44	53,03	43,03	2,03	29,21	0,81	8,36	1,98
FITRA7	30-40	———	16,75	2,55	25,10	———	1,48	2,15
SGA7*	37-40	59,74	47,50	3,36	23,06	0,80	12,49	1,91
SGA6*	46,66	70,06	54,83	3,60	16,45	0,78	5,62	1,92
FITRA6	38-40	63,34	45,18	4,04	22,47	0,71	13,65	2,03
SGA10*	38-40	68,31	58,20	5,58	22,33	0,85	14,61	2,02
13OCT93	38-40	72,00	61,52	10,10	26,58	0,85	9,00	1,95
3OCT93*	38-40	81,28	65,47	15,00	32,21	0,81	———	1,97
SGA5*	35-40	79,10	65,61	20,50	29,78	0,83	———	1,90
SCJ4002	88	40,45	24,30	0,00	23,83	0,60	5,00	1,91
JAM6	14-18	33,68	26,88	0,00	68,32	0,80	2,00	1,99
GEMME4	68-76	34,47	25,49	0,60	10,32	0,74	3,80	1,83
GEMME1	65-70	43,57	30,66	1,07	16,30	0,70	5,00	1,87
GEMME2	68-76	50,83	40,24	2,04	25,78	0,79	8,32	1,93
GEMME3	68-76	66,23	38,09	3,06	29,41	0,58	11,65	1,88
2OCT93*	66-71	90,94	57,87	10,25	26,13	0,64	13,00	2,10
4OCT93*	66-88	75,44	56,64	15,00	28,41	0,75	12,80	2,01
SGA3A*	95	79,35	70,39	19,98	19,88	0,89	13,20	1,92

* la contrainte maximale n'a pas été atteinte

$(\sigma_1-\sigma_3)_{pic}$: contrainte déviatorique maximale atteinte durant l'essai

$(\sigma_1-\sigma_3)_{seuil}$: contrainte déviatorique de l'initiation de l'endommagement

σ_3 : contrainte de confinement

——— : valeur non-mesurée

Tableau 6.2: Résultats des essais de compression uniaxiale et triaxiale sur le sel d'Avery-Island à diverses vitesses de déformation.

Essai	Vitesse de déformation	Contrainte déviatorique maximale	Contrainte seuil	Contrainte de confinement	Module d'Young	Rapport $\sigma_{seuil}/\sigma_{pic}$	Déformation maximale	Rapport
	$\dot{\varepsilon}$	$(\sigma_1-\sigma_3)_{pic}$	$(\sigma_1-\sigma_3)_{seuil}$	σ_3	E_o	$\sigma_{seuil}/\sigma_{pic}$	ε_{rupt}	L/D
	$x10^{-6}$ s^{-1}	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(GPa)		(%)	
AVERY1	30-48	18,646	4,88	0	13,35	0,26	4,09	2,10
AVERY4	26-34	23,15	5,14	0	23,16	0,22	3,26	2,37
AVERY6	25-35	22,28	4,67	0	17,73	0,21	4,55	2,40
AVERY2	28-30	22,214	5,39	1,05	———	0,24	———	2,35
AVERY7	27-30	33,712	6,85	1,05	13,43	0,20	1,66	2,37
AVERY9	25-28	44,78	7,96	2,51	18,92	0,18	4,40	2,33
AVERY10	21-32	45,227	11,34	3,57	28,35	0,25	7,00	2,13
7OCT93	27-33	48,78	12,72	5,1	26,2	0,26	2,86	2,10
6OCT93	27-33	52,81	10,59	7,12	28,06	0,20	4,30	2,11
8OCT93	38-44	68,36	23,14	10	30,45	0,34	11,89	2,22
AVERY3	67-76	21,57	6,83	0	15,33	0,32	3,23	2,28
AVERY11	55-68	32,77	7,1	1,03	24,66	0,22	3,00	2,13
AVERY12	53-57	40,126	8,899	2,04	23,41	0,22	3,75	2,20
AVERY13	58-68	54,07	11,82	3,58	24,91	0,22	6,20	2,04
9OCT93	56-67	49,16	10,26	5,12	19,86	0,21	6,90	2,00
5OCT93	55-66	51,54	15,86	7,66	19,41	0,31	3,41	2,10
AVERY5	197-207	21,66	4,16	0	7,64	0,19	8,45	2,40

Tableau 6.3: Résultats des essais de compression uniaxiale et triaxiale sur le sel naturel provenant des Iles de la Madeleine.

Essai	Vitesse de déformation	Contrainte déviatorique maximale	Contrainte seuil	Contrainte de confinement	Module d'Young	Rapport $\sigma_{seuil}/\sigma_{pic}$	Déformation maximale	Rapport
	$\dot{\varepsilon}$	$(\sigma_1-\sigma_3)_{pic}$	$(\sigma_1-\sigma_3)_{seuil}$	σ_3	E_o	$\sigma_{seuil}/\sigma_{pic}$	ε_{rupt}	L/D
	$x10^{-6}$ s^{-1}	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(GPa)		(%)	
SELMAD1	25-33	16,83	5,25	0	19,87	0,31	1,30	2,25
SELMAD2	25-33	54	50	20	33	0,93	3,00	2,05

CHAPITRE VII
APPLICATIONS DU MODÈLE

7.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons exposé les différents résultats expérimentaux issus des essais effectués pour ce travail. Au cours de ces essais, nous avons montré l'effet de l'endommagement sur le comportement du sel, ainsi que la façon de déterminer certaines constantes reliées à cet endommagement, notamment celles associées au seuil d'endommagement. Nous nous appuyons sur ces résultats pour définir dans ce qui suit le "*modus operandi*" pour obtenir les autres constantes du modèle *SUVIC-D*.

La validation d'un modèle théorique, en vue de son application pour la description et la prévision de résultats expérimentaux, consiste en premier lieu à déterminer un jeu de paramètres préliminaires. Dans cette perspective, une étude paramétrique est indispensable pour appréhender l'influence de chaque paramètre sur la description du comportement du matériau. Une fois l'étude réalisée, nous présentons alors quelques simulations de résultats expérimentaux obtenus sur le sel utilisé. Pour valider notre modèle, des prédictions de résultats expérimentaux tirés de la littérature sont aussi montrées.

Précisons, dès à présent, que l'objectif de ce chapitre n'est pas de discuter des constantes caractérisant le comportement viscoplastique non-endommageable, mais d'utiliser les constantes déjà déterminées par d'autres auteurs avec les constantes de la nouvelle variable d'endommagement et du potentiel d'endommagement.

7.2 Étude paramétrique

L'étude paramétrique de l'influence des différentes constantes du modèle proposé a pour objectif, d'une part, de faire ressortir les principales caractéristiques de chaque paramètre vis-à-vis du comportement rhéologique du matériau et, d'autre part, de déterminer leur intervalle de variation pratique probable. Cette étude va nous aider à déterminer les valeurs pratiques des constantes du modèle. Ces constantes seront utilisées dans les prévisions de résultats expérimentaux qui suivront. Elles pourront alors être ajustées de façon à reproduire avec le plus d'exactitude possible les résultats expérimentaux. Ces modifications seront toutefois conséquentes avec la physique du problème et avec les hypothèses posées dans la méthodologie d'estimation de la valeur de chaque paramètre.

Il faut noter ici que jusqu'à maintenant, le modèle proposé a été formulé sous sa forme tridimensionnelle en se limitant uniquement à présenter les principales équations. Pour mieux cerner les différents volets de l'élaboration du modèle, nous nous référons à l'Annexe 1. La formulation mathématique telle que présentée à cet annexe, relativement élaborée, a pour but de mieux illustrer les différentes étapes du développement du modèle *SUVIC-D*. Toutefois, une telle exposition des équations du modèle peut engendrer une certaine lourdeur en raison du grand nombre d'équations qui en découlent de cette formulation. Afin d'illustrer de façon plus particulière les capacités du modèle à décrire le comportement du sel lors d'essais en compression triaxiale conventionnelle (*CTC*) à taux de déformation contrôlé (*CSR*) et d'essais de fluage, une version simplifiée est présentée ici. Pour le taux de déformation axiale totale, on écrit:

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \dot{\varepsilon}^{e}_{11} + \dot{\varepsilon}^{i}_{11} \tag{7.1}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{11} = \dot{\varepsilon}^{i}_{11,v} + \dot{\varepsilon}^{i}_{11,d} \tag{7.2}$$

Pour définir la composante élastique, on rappelle (comme on l'a vu au chapitre 5) que la contrainte nette peut être définie de la façon suivante pour les essais de compression triaxiale conventionnelle:

$$[\ \bar{\sigma}_{ij}\ ] = \begin{bmatrix} \dfrac{\sigma_{11}}{1-D_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{\sigma_{22}}{1-D_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{\sigma_{33}}{1-D_{33}} \end{bmatrix} \tag{7.3}$$

Comme la valeur de la variable d'endommagement est ici estimée à partir de la variation du module d'Young, on peut donc écrire, pour la déformation élastique axiale:

$$\varepsilon^{e}_{11} = \varepsilon^{e}_{axi} = \frac{\sigma_{axi}}{(1 - D_{11})\, E_{11}} = \frac{\sigma_{axi}}{\bar{E}_{11}} \tag{7.4}$$

Comme on anticipe que les déformations élastiques transversales sont petites par rapport aux composantes inélastiques, on peut négliger la variation des paramètres élastiques autres que E mesuré dans l'axe de chargement. De plus, comme les microfissures se propagent selon σ_{axi}, on négligera dans ce qui suit les contributions de D_{22} et D_{33} . Ces hypothèses seront rediscutées plus loin.

Pour le taux de déformation inélastique totale, on écrit:

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{11} = \dot{\varepsilon}^{i}_{11,v} + \dot{\varepsilon}^{i}_{11,d} \tag{7.5}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{11,v} = A \left\langle \frac{\frac{\sigma + D_{11}\sigma_{33}}{1-D_{11}} - B - R}{K} \right\rangle^{N} \operatorname{sgn}(\tilde{\sigma} - B) \tag{7.6}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{11,d} = g_1 \left\langle 1 - \frac{\varepsilon^{i}_{11}}{\varepsilon_L} \right\rangle^{-g_2} \left\langle F_2 / F_r \right\rangle^{m_1} \frac{\delta Q}{\delta \tilde{\sigma}_{11}} \tag{7.7}$$

où F_r est la contrainte de normalisation prise égale à 1MPa.

$$F_2 = \sqrt{\tilde{J}_2} - F_0 F_\theta \tag{7.8}$$

$$\text{avec} \quad F_0 = a_1 \left(1 - \exp(-a_2 I_1)\right) + a_3 \tag{7.9}$$

$$\text{et} \quad F_\theta = \left[b \cdot (b^2 + (1 - b^2) \sin^2 (45 + 1.5\theta))^{-1/2}\right]^{v} \quad \text{avec } b=0,75 \tag{7.10}$$

$$F_\theta = 1 \qquad \text{durant un essai CTC} \tag{7.11}$$

$$I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33} = \sigma_{11} + 2\,\sigma_{33} \tag{7.12}$$

$$\sqrt{\tilde{J}_2} = \frac{\sigma + D_{11}\,\sigma_{33}}{\sqrt{3}\,(1 - D_{11})} \tag{7.13}$$

$$\frac{\delta Q}{\delta \tilde{\sigma}_{11}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - a_1 a_2 \exp(-a_2 \tilde{I}_1)\right) \tag{7.14}$$

$$\tilde{I}_1 = \tilde{\sigma}_{11} + 2\,\tilde{\sigma}_{33} \qquad \text{avec} \quad \tilde{\sigma}_{33} = \sigma_{33} \tag{7.15}$$

$$\sigma = \sigma_{11} - \sigma_{33} \tag{7.16}$$

$$\gamma = g_1 \left\langle 1 - \frac{\varepsilon_{11}^i}{\varepsilon_L} \right\rangle^{-g_2} \tag{7.17}$$

$$\dot{D}_{11} = f_1(D_v)\, f_2(\bar{J}_2, I_1, \theta)\, f_3(\varepsilon) \tag{7.18}$$

$$f_1(D_v) = (1 - D_{11}/D_c)^{-k_1} \tag{7.19}$$

$$f_2 = \left\langle \frac{F_2}{F_d} \right\rangle^{r_1} \quad \text{avec } F_d \text{ contrainte de normalisation prise égale à 1 MPa} \tag{7.20}$$

En compression triaxiale conventionnelle (*CTC*), f_2 et f_3 s'expriment comme suit:

$$f_2 = \left\langle \frac{\sigma_{11} - \sigma_{33} + D_{11}\,\sigma_{33}}{\sqrt{3}\,(1 - D_{11})} - a_1 \left(1 - \exp(-a_2(\sigma_{11} + 2\,\sigma_{33})) \right) - a_3 \right\rangle^{r_1} \tag{7.21}$$

$$f_3 = \dot{D}_o \left\langle 1 - \frac{\varepsilon_{11}^i}{\varepsilon_L} \right\rangle^{-g_2} \tag{7.22}$$

Remarquons qu'en absence d'endommagement, les systèmes d'équations constitutives 7.1 à 7.22 prennent leurs formes originales correspondant à l'élasto-viscoplasticité sans endommagement (modèle *SUVIC*). Le lecteur trouvera dans Aubertin (1989) et dans Aubertin et al. (1994, 1994a) les détails concernant la procédure d'identification des constantes pour les lois d'évolution des variables $B_{\bar{ij}}$, K et R. Nous allons donc nous limiter à évaluer

l'influence des constantes attribuées à la variable d'endommagement et du nouveau terme $\dot{\varepsilon}^{i}_{11,d}$ dû à l'endommagement.

Dans ces équations, les paramètres g_1, g_2, a_1, a_2, a_3, ε_L et m_1 sont les constantes du nouveau terme $\dot{\varepsilon}^{i}_{11,d}$; ε_L représente la déformation à la localisation au-delà de laquelle le matériau n'est plus continu au sens de la continuité des modèles d'endommagement.

Nous débutons l'étude paramétrique par l'étude de l'influence du nouveau terme $\dot{\varepsilon}^{i}_{11,d}$ d'endommagement sur la réponse du matériau. Plus particulièrement, nous allons examiner quantitativement les effets des coefficients g_2 et m_1 inclus dans les composantes γ et F_2 sur l'allure du diagramme contrainte-déformation et déformation-temps. Nous discuterons plus tard, lors de l'analyse des fonctions d'endommagement f_1, f_2 et f_3, la manière pour déterminer ces constantes.

Les paramètres de départ pour l'analyse paramétrique étudiée ici prennent les valeurs montrées au tableau 7.1. Le choix de ces valeurs sera justifié plus loin dans le texte quand on abordera l'étude de chacun de ces paramètres.

Pour saisir l'effet du terme $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d}$ sur l'allure des diagrammes contrainte-déformation et déformation- temps, on a simulé un essai *CSR* à l'aide du modèle *SUVIC*, *SUVIC-DI* (sans $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d}$ où I veut dire incomplet) et *SUVIC-D* (avec $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d}$) séparément. Dans une première étape, la loi de comportement adoptée est de type *SUVIC* (figure 7.1a; courbe 1). Nous pouvons constater un gain de résistance et la ductilité du matériau, qui reflète le caractère écrouissable du matériau. Dans une deuxième étape, nous avons introduit la variable d'endommagement par l'intermédiaire de la contrainte nette telle que donnée par l'équation 7.6 (figure 7.1a; courbe 2). Dans ce cas-ci, un certain ramollissement apparaît dans la courbe simulée. Dans la dernière étape, en plus de l'introduction précédente, nous avons aussi pris en compte le

nouveau terme $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d}$ (figure 7.1a; courbe 3). On y voit une réduction du pic et on note que la diminution de la résistance de la partie post-pic est très liée à la déformation d'endommagement.

Ces courbes obtenues mettent en évidence l'effet de $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d}$. Cette comparaison montre que la partie "adoucissante"(strain softening) est en grande partie liée à ce terme. La prise en compte de ce terme dans la formulation du modèle aboutit à une partie post-pic avec une chute plus prononcée (on postule ici que la localisation généralisée des déformations se produit au-delà du pic de résistance). Le passage graduel d'un écrouissage positif à la partie adoucissante est associé à l'introduction de la variable D_{11}.

Quant à l'effet de ce terme sur le diagramme déformation-temps d'un essai de fluage, il est présenté à la figure 7.1b. Sur cette figure, les déformations $\varepsilon_{ij,i}$, $\varepsilon_{ij,d}$ et $\varepsilon_{ij,v}$ sont présentées séparément. On remarque que la phase tertiaire est pratiquement gouvernée par le nouveau terme du taux d'endommagement, $\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d}$. L'introduction de ce nouveau terme dans le modèle SUVIC-D permet de considérer le passage d'un comportement stationnaire à un comportement tertiaire comme un processus graduel, sans aucun artifice mathématique particulier.

Pour ce qui est des coefficients g_2 de m_1 inclus dans les composantes γ et F_2, nous montrons d'abord l'influence du coefficient g_2 de l'équation 7.17 sur l'allure du diagramme contrainte-déformation et déformation-temps (figures 7.2a et 7.2b). Quant à l'influence de la constante m_1 de la loi cinétique d'endommagement sur les diagrammes contrainte-déformation et déformation-temps, elle est présentée aux figures 7.3a et 7.3b; les figures 7.2a, 7.3a, et 7.3b montrent aussi l'évolution de la variable d'endommagement. L'examen de ces figures montre que le coefficient g_2 influence ici surtout la partie post-pic du diagramme contrainte-déformation, ou autrement dit, le ramollissement de la courbe contrainte-déformation. Son

influence sur le diagramme déformation-temps se fait surtout sentir sur la phase tertiaire. Dans les deux cas, son influence se fait sentir avec une augmentation de la déformation inélastique. Une augmentation de g_2 a pour effet d'accélérer la vitesse d'évolution de l'endommagement. Quant à l'exposant m_1 de la loi cinétique d'endommagement, le diagramme déformation-temps montre une très forte sensibilité à une faible variation de cet exposant. Une différence, par exemple, Δm_1 de 0,1 entre les deux exposants choisis pour cette étude paramétrique conduit à un facteur d'environ 1,2 entre les termes de la déformation totale (par exemple pour un temps donné t = 100000 secondes, on a: pour $m_1 = 2 \rightarrow \varepsilon_{11,tot} = 6,7\%$ et pour $m_1 = 2,1 \rightarrow \varepsilon_{11,tot} = 7,9\ \%$).

7.2.1 Influence et estimation des constantes de la loi d'évolution

Les paramètres D_c et k_1 intervenant dans la relation 7.18 sont des caractéristiques du matériau. D_c est considérée comme étant la valeur critique de l'endommagement correspondant au point de localisation de la déformation. Afin de mieux visualiser l'effet de la variation de ces paramètres, nous avons réalisé des simulations en faisant varier ces deux coefficients de façon indépendante. Les courbes des figures 7.4 et 7.5 permettent de saisir l'influence de ces valeurs sur l'évolution de l'endommagement à partir de la fonction f_1 (équation 7.18). On voit clairement l'effet de ces deux paramètres sur l'évolution de la fonction f_1. Une faible augmentation de k_1 à l'intérieur d'un intervalle compris entre 0,25-0,95, entraîne une augmentation de la valeur de la fonction f_1 de 6 à 7 fois. On constate aussi que la valeur critique de l'endommagement D_c influe sur la fonction f_1. Pour mieux visualiser l'effet de la variation de ces paramètres sur le comportement simulé des matériaux, les figures 7.6a, 7.6b, 7.7a et 7.7b illustrent l'influence de D_c et k_1 sur les résultats simulés d'essais *CSR* et de fluage, et montrent les différences entre les résultats des essais *CSR* et de fluage. On remarque, lors de la réponse contrainte-déformation obtenue

pour un essai *CSR*, que plus on tend vers le ramollissement (phase post-pic) plus l'effet de D_c est prononcé. Cependant, l'effet de la variation de D_c et k_1 est relativement faible dans le cas des essais de fluage. La première portion des courbes (phase pré-pic de la contrainte-déformation ou phases primaire et secondaire d'un essai de fluage) est très faiblement influencée par la variation de ces deux paramètres. Ces observations indiquent que ces deux paramètres affectent peu le comportement simulé du matériau, du moins pour la plage des valeurs considérées.

Tel que mentionné auparavant, la valeur D_c est considérée comme étant la valeur correspondant à la localisation des déformations associées à la fissuration. Certains problèmes d'ordre technique ont toutefois été rencontrés lors de la détermination de la valeur de D_c à partir des essais expérimentaux. Le problème réside dans la difficulté à maintenir les jauges de déformation en place jusqu'à la localisation de l'endommagement (rappelons que la valeur de D_{11} est estimée, en première analyse, à partir des mesures du module élastique). Néanmoins, dans la pratique, la localisation de l'endommagement et l'instabilité de la réponse globale qui en résulte ont souvent conduit à supposer l'existence d'une valeur critique pour D_c inférieure à la valeur unité (valeur critique théorique de la variable D_{11}), correspondant au dernier état stable obtenu. Dans notre cas, la valeur ultime de D_c estimée au cours des essais expérimentaux n'excède guère la valeur 0,5 (voir figure 7.8). La valeur de D_c choisie ici est tout à fait conforme aux diverses valeurs typiques de D_c mentionnées dans la littérature, qui varient de 0,2 à 0,8 selon les conditions de sollicitation (e.g. Lemaître et Chaboche, 1988; Lemaître, 1990). Soulignons qu'on a noté une influence limitée de la contrainte de confinement sur la valeur calculée de D_c, pour le nombre restreint de valeurs de D_c qu'on a pu mesurer. Cela est conforme au fait que le travail des déformations inélastiques volumiques à la rupture ne serait pas influencé par les

conditions de chargement (Cristescu, 1989, 1994). En conséquence, en supposant D_c constant, on simplifie le modèle, sans en diminuer beaucoup la précision. C'est une constatation importante, puisqu'elle nous permet de considérer 0,5 comme la valeur de D_c. Notons aussi que la détermination de D_c (et de ε_L) est rendue difficile par le fait que le sel ne semble pas montrer de macrofissuration et de localisation de la déformation, même durant la phase post-pic (sauf en uniaxial).

En ce qui concerne le paramètre k_1, nous nous référons aux travaux réalisés antérieurement pour simuler l'endommagement durant un essai de fluage (Sgaoula et al. 1992; Aubertin et al. 1992, 1993b). Une forme simplifiée de la variable d'endommagement avait alors été utilisée pour la phase tertiaire de fluage. Ces travaux ont permis d'estimer une valeur de k_1 proche de 1. Notons toutefois que cette étude a été faite en posant comme hypothèse que l'endommagement n'intervient que durant la phase tertiaire; il nous était alors possible de déduire directement la valeur du paramètre k_1. Soulignons que ce postulat n'est qu'une grossière approximation de la réalité. En nous inspirant de ces travaux, on peut néanmoins poser comme point de départ une valeur de k_1 entre 0,1 et 2. Du point de vue quantitatif, l'intervalle utilisé, soit k_1 variant de 0,1 à 1,6 sur les figures 7.5 et 7.6, semble bien représenter l'évolution de l'accumulation de l'endommagement observée lors des essais expérimentaux. En effet, comme on peut le constater sur les figures 7.6a et b, l'évolution de l'endommagement (par exemple une faible variation de k_1 de l'ordre de 0,1) semble être peu affectée par cette variation, du moins dans la plage des conditions d'intérêt.

Rappelons que l'effet de l'endommagement accumulé sur l'évolution de la variable D apparaît également dans le terme de contrainte nette via $\sqrt{\tilde{J}_2}$ dans l'équation 7.18. D'une manière générale, on peut dire que l'influence de la fonction f_1 sur la réponse du matériau se fait beaucoup plus sentir par l'intermédiaire de la valeur de k_1 que de D_c, du moins dans

les plages de valeurs considérées ici. Les valeurs préliminaires retenues pour les simulations sont de 0,5 pour D_c et 0,75 pour k_1.

7.2.2 Influence de la fonction f_2

Tel que vu précédemment, les constantes a_1, a_2 et a_3 ont été déduites à partir des données expérimentales relatives au seuil d'endommagement. Leur détermination a été faite par ajustement par la méthode des moindres carrés suivant l'équation prédéfinie. a_3 représente l'ordonnée à l'origine et $(a_1 + a_3)$ la valeur asymptotique caractérisant l'état limite des contraintes; a_2 caractérise la partie fléchissante de la courbe du seuil d'endommagement.

Afin de mieux visualiser l'effet de la variation des coefficients a_1, a_2 et a_3, on présente sur les figures 7.9a et b l'allure de la surface seuil d'endommagement pour différentes valeurs de ces coefficients. Ces figures permettent de saisir l'influence de ces constantes sur ce seuil. Il convient de préciser ici qu'au cours de l'identification du seuil d'endommagement, la valeur $(a_1 + a_3)$ a été préfixée dans une fourchette déduite de la contrainte pour l'état stationnaire de l'écoulement tirée des résultats de Wallner (1984) (contrainte déviatorique maximale entre 42 et 46 MPa pour un taux de déformation compris entre 20 à 80×10^{-6} s^{-1}). Pour sa part, la valeur du coefficient a_2 est déterminée à partir de l'ajustement de la surface seuil avec nos données expérimentales. Les valeurs ainsi trouvées à partir de l'ajustement des résultats expérimentaux par la méthode des moindres carrés sont:

$$a_1 = 44{,}4 \text{ MPa},\ a_2 = 0{,}0157 \text{ et } a_3 = 0{,}259 \text{ MPa}$$

Quant à l'exposant "r_1" de la loi d'endommagement, une réflexion préliminaire nous a incité à envisager une valeur de r_1 de l'ordre de l'exposant de la loi cinétique de la propagation des fissures (soit entre 20 à 30), inspirée de la loi de Charles (1958). Cependant, une valeur de cette ampleur pose des problèmes numériques en raison de la très grande linéarité de l'équation. Dans ce cas, la transition de la phase ductile à la phase semi-fragile est beaucoup

plus abrupte et on atteint la rupture trop rapidement. La réponse du matériau est extrêmement sensible sous une forte valeur de r_1. La figure 7.10 illustre l'effet de l'exposant r_1 sur la fonction f_2 (pour des petites valeurs de r_1). Comme on peut le voir, la fonction f_2 est très influencée par une faible variation de r_1.

D'autre part, si l'on étudie les lois d'évolution utilisées pour d'autres matériaux (e.g. Lemaitre, 1992), on s'aperçoit que la valeur de l'exposant sur la contrainte est usuellement beaucoup plus faible que celle précitée. On peut considérer que la valeur préliminaire de r_1 peut être déduite de ces modèles. Dans les lois de puissance usuelles, utilisées dans la formulation d'endommagement, l'exposant de la fonction des contraintes est un paramètre qui varie avec le type de matériau et l'état de sollicitation pour plusieurs types de matériaux cristallins. Une valeur de r_1 comprise entre 1 et 7 a souvent été proposée (Leckie, 1987; Bassani et Hawk, 1990; Hayhurst et Leckie, 1990; Trivaudey et Delobelle, 1990; Chen et Hsu, 1991; Hsia et al., 1991; Amar et Dufailly, 1993; Wang, 1993). Les calculs effectués avec différentes valeurs de r_1 nous incitent à croire que la valeur de r_1 serait également dans cette fourchette. Les résultats de calculs, tels ceux montrés aux figures 7.10a et 7.10b, indiquent que la valeur préliminaire du coefficient r_1, qui traduit les principaux traits du comportement rhéologique du matériau, serait autour de deux (si l'on compare l'allure de la fonction f_2 avec l'évolution de D_v mesurée lors d'essais *CSR*). Les figures 7.11a et 7.11b font saisir l'effet de l'exposant r_1 sur l'allure des diagrammes contrainte-déformation d'un essai *CSR* et déformation-temps d'un essai de fluage. Comme on peut le constater, la réponse du matériau est fortement sensible à une faible variation de l'exposant r_1. On remarque en particulier que l'influence de l'exposant r_1 se fait même sentir sur la phase quasi-stationnaire d'un essai de fluage. On retiendra donc une valeur de 2 comme point de départ pour le paramètre r_1.

7.2.3 Influence de la fonction f_3

Dans l'équation 7.21, les paramètres g_2 et $\dot{D}_o$ sont les constantes du matériau; ε_L est la déformation à la localisation. À nouveau, comme la variable interne d'endommagement est partiellement empirique, il apparaît difficile de relier de façon explicite chacun des paramètres de cette loi constitutive à des caractéristiques physiques particulières du matériau. Nous allons donc nous inspirer de travaux effectués sur d'autres matériaux pour estimer la plage des valeurs préliminaires de ces constantes. Ainsi, la constante $\dot{D}_o$ est un taux de référence auquel on donne une valeur arbitraire de 10^{-6} s^{-1} ; celle-ci est inspirée des travaux de Trivaudey et Delobelle (1990). Pour ce qui est de l'exposant g_2, une valeur comprise entre 0,1 et 1 a été rapportée pour les métaux par Wang (1992, 1993). La valeur finale de ces paramètres sera déterminée à partir de l'ajustement des résultats obtenus du modèle, comparés aux courbes expérimentales. La la valeur de ε_L est arbitrairement fixée à 10% qui représente la déformation au-delà de laquelle le modèle ne s'applique plus.

La figure 7.12 illustre l'influence de la variation de l'exposant g_2 sur la fonction f_3. L'influence de cet exposant sur l'allure du diagramme contrainte-déformation est montrée à la figure 7.13a. Quant à son effet sur le diagramme déformation-temps, il est présenté à la figure 7.13b. Comme on peut le constater, l'effet de g_2 sur les essais de fluage et CSR est comparable a celui de l'exposant k_1 de la fonction f_1 de l'accumulation de l'endommagement.

Finalement, l'évolution de la variable d'endommagement pour les valeurs préliminaires des constantes d'endommagement retenues est présentée aux figures 7.14a et b. Ces figures représentent l'évolution de la variable d'endommagement en fonction du temps pour deux valeurs de contrainte de confinement, lors d'un essai *CSR*. Ces figures nous illustrent l'allure de la courbe type de l'évolution de la variable d'endommagement et l'effet de σ_3 sur celle-ci.

Pour terminer cette étude paramétrique, rappelons que les paramètres obtenus, dont certains ont été estimés ici de façon préliminaire, seront utilisés dans les analyses qui suivent. Ceux-ci pourront être modifiés ultérieurement pour améliorer la réponse du modèle, lorsque cette dernière sera comparée au comportement expérimental du sel. Ces modifications seront toutefois conséquentes avec la physique du problème et avec les hypothèses posées dans la méthodologie d'estimation de la valeur des paramètres. Notons ici que les différentes simulations réalisées ont été faites en faisant varier ces différents coefficients de façon indépendante et distincte.

7.3 Description et prédiction de résultats d'essais

Pour illustrer l'application des développements théoriques introduits, nous avons sélectionné quelques résultats d'essais *CSR* typiques, à différentes valeurs de contrainte de confinement, aussi bien pour le sel naturel que pour le sel artificiel. Comme notre étude concerne essentiellement le comportement endommageable nous ne discuterons que de cet aspect du comportement. Plus de détail sur la modélisation de la phase ductile du comportement sont donnés dans Aubertin et al. (1990, 1993c, 1994). Pour valider ce modèle, nous utilisons les constantes trouvées à partir d'essais *CSR* pour simuler les résultats expérimentaux de fluage sur du sel du WIPP, dont les résultats proviennent des travaux de Chan et al. (1994). Les paramètres du sel naturel d'Avery-Island (AI) ont été utilisés pour simuler les essais de fluage sur le sel du WIPP, dont les propriétés sont relativement similaires.

Avant d'entreprendre les simulations comme tel, notons que pour la modélisation numérique, nous avons eu recours à la méthodologie adoptée par Aubertin (1989). Ceci a comme avantage de nous permettre de reprendre directement le cadre général de l'algorithme et d'y ajouter les équations reliées à l'endommagement. Cet algorithme a été traduit en langage BASIC, et compilé en *Quick Basic*. Pour sa part, l'algorithme

d'intégration numérique des équations différentielles est basé sur la méthode explicite d'Euler (appelée aussi méthode à pas indépendants). Nous nous référons aux travaux d'Aubertin (1989, 1993c) sur le schème d'intégration numérique, qui en fait une exposition élaborée, qu'il n'apparaît pas utile de reprendre ici en détail. Néanmoins, les points importants de cette méthode sont brièvement rappelés dans ce qui suit.

Le principe de cette méthode est de calculer la valeur de la variable Y(t) à l'instant suivant t_{n+1} à partir de la valeur obtenue à l'instant t_n, indépendamment des valeurs obtenues aux instants précédents. Ainsi, l'incrément de la déformation inélastique durant un intervalle de temps $(\Delta t)_j$ est calculé à l'aide de l'opération suivante:

$$(\Delta \varepsilon^i)_j = (\Delta t)_j (\dot{\varepsilon}^i)_j \qquad (7.23)$$

$$(\Delta t)_j = (t)_{j+1} - (t)_j \qquad (7.24)$$

$$(\varepsilon^i)_{j+1} = (\varepsilon^i)_j + (\Delta \varepsilon^i)_j \qquad (7.25)$$

où $(\dot{\varepsilon}^i)_j$ est le taux de déformation inélastique pendant le pas $(\Delta t)_j$, posé comme ayant une valeur constante durant cet intervalle. La même structure d'équations incrémentales est également utilisée pour le taux de déformation dû à l'endommagement ainsi que pour les variables évolutives B_{ij}, R, K et D_{ij}. Pour s'assurer que la convergence est respectée, les pas de temps sont limités à une valeur faible (soit $\Delta t = 0,1$ s), de façon à ce que l'erreur induite demeure acceptable tout au long de l'essai.

Nous appliquons maintenant la démarche suivie afin de déterminer quantitativement la valeur des diverses constantes du modèle, en relation avec les résultats de nos essais sur le sel. Cette étape consiste à ajuster certains paramètres afin de nous rapprocher des observations. Ce réajustement des paramètres fait d'ailleurs partie du processus usuel pour

déterminer la valeur réelle des diverses constantes dans ce genre de modèle (e.g. Aubertin et al. 1993a). La démarche suivie est la suivante:

a. En premier lieu, la phase ductile correspondant à la partie avant le seuil d'endommagement de la courbe contrainte-déformation est simulée (courbe 1, figures 7.15 et 7.16). Les coefficients intervenants, caractérisant le modèle *SUVIC*, sont identifiés. Comme cette phase ne concerne que le comportement ductile, nous négligeons donc l'endommagement (D_v et $\dot{\varepsilon}_{ij,d}$ sont égales à zéro) pour ne considérer que les déformations intracristallines. Les constantes retenues sont présentées aux tableaux (7.2, 7.3 et 7.4) pour les essais sur le sel (artificiel et AI).

b. La deuxième étape consiste à ajuster la courbe de la loi d'endommagement avec les valeurs expérimentales de la variable d'endommagement obtenues par l'intermédiaire de la mesure du module d'Young (voir figure 7.17). Comme on peut le constater, la courbe simulée (courbe 1) avec les constantes retenues précédemment semble épouser la tendance des valeurs expérimentales. On remarquera toutefois un certain écart entre les courbes expérimentale et théorique de l'évolution de l'endommagement. Cependant, comme il a été mentionné auparavant, les valeurs des constantes qui sont estimées de façon préliminaire peuvent être modifiées pour améliorer la réponse du modèle afin de compenser pour certaines hypothèses simplificatrices adoptées pour obtenir les valeurs initiales. Ainsi, un certain réajustement des valeurs des constantes peut être fait afin de reproduire avec le plus d'exactitude possible les résultats expérimentaux pour la valeur de D_v (obtenue à partir de la variation de E). La courbe obtenue (courbe 2) représenterait mieux les valeurs mesurées de la variable d'endommagement.

Notons ici qu'il est relativement difficile de faire un bon ajustement des constantes de la variable d'endommagement à partir des quelques valeurs mesurées en raison de l'imprécision

qui existe sur la détermination du module d'Young.

c. La troisième étape consiste à prendre en compte l'effet de la variable d'endommagement dans le terme $\dot{\varepsilon}_{ij,v}$ en négligeant le terme du déformation inélastique dû à l'endommagement ($\dot{\varepsilon}_{ij,d}$ est pris égal à zéro, courbe 2, figures 7.15 et 7.16). Notons ici que les valeurs des coefficients que nous avons pu obtenir pour simuler la phase ductile dans la première étape sont retenues. Les constantes de la variable d'endommagement utilisées pour compléter la simulation de la courbe contrainte-déformation entière sont présentées au tableau (7.2). Les figures 7.15 et 7.16 montrent aussi la comparaison entre les simulations avec *SUVIC* et *SUVIC-DI* (où *I* veut dire incomplet). On peut constater l'effet de l'introduction de la variable d'endommagement sur les réponses de simulation. Le ralentissement de l'augmentation de la contrainte est clairement observé suite à l'introduction de la variable D_v.

d. Finalement, le terme $\dot{\varepsilon}_{ij,d}$ est également pris en compte dans la déformation totale. Pour cela on détermine les valeurs des constantes m_1, a_4, et a_5. L'effet de $\dot{\varepsilon}_{ij,d}$ est senti dans la partie peu avant le pic et au-delà. Les mêmes figures (7.15 et 7.16) montrent le diagramme contrainte-déformation expérimental sur lequel on a ajouté les courbes simulées sous ses trois aspects (*SUVIC*, *SUVIC-DI*, et *SUVIC-D*). L'examen de ces figures montre une différence notable entre les courbes obtenues avec *SUVIC* sans endommagement et *SUVIC* avec endommagement. On voit bien que le modèle développé simule assez bien le résultat d'essai, arrivant même à décrire une portion de la phase post-pic.

On a utilisé les paramètres déterminés à partir de la figure 7.15 pour simuler d'autres essais à différentes valeurs de contrainte de confinement et à diverses vitesses de déformation. Là aussi nous relevons une différence notable entre *SUVIC*, *SUVIC-DI* et *SUVIC-D*.

Comme on peut le constater aux figures 7.16 à 7.19, on observe généralement une assez bonne concordance entre les prédictions et les résultats d'essais expérimentaux. On note en particulier que le modèle reproduit correctement les relations contrainte-déformations axiale et radiale, ce qui indique que celui-ci rend bien compte des effets de variation de forme et de variation de volume.

À noter ici que pour chaque essai, la valeur du module d'Young non endommagé E_o est ajustée en fonction de la valeur mesurée sous le seuil d'endommagement qui atteste de la variabilité du matériau.

La démarche décrite ci-dessus a aussi été appliquée sur les essais CSR réalisés sur le sel naturel provenant de la mine d'Avery-Island. Les figures 7.20 et 7.21 montrent la comparaison entre les résultats d'essais et les courbes calculées (ajustées ou prédites) à partir du modèle. Les mêmes constatations faites sur les essais du sel artificiel sont observées pour ces résultats.

D'une manière générale, ces résultats montrent la capacité de la modélisation développée pour bien décrire le comportement viscoplastique endommageable. D'autres résultats sur ce sel ont été présentés par Aubertin et al. (1995).

Pour compléter la validation du modèle d'endommagement, il aurait été utile de réaliser des essais de fluage menant jusqu'à la rupture (phase tertiaire) sur un des deux sels que nous avons testés. Ceux-ci n'étant pas disponibles en raison de plusieurs difficultés techniques et de la non-disponibilité des équipements pour de tels essais, nous avons fait appel à quelques résultats d'essais de fluage rapportés dans la littérature présentant la phase tertiaire. Comme les essais trouvés ont été réalisés sur le sel WIPP, les paramètres déterminés pour simuler les essais *CSR* du sel AI ont été utilisés pour simuler ces essais

(voir tableau 7.4). Ceci est justifié par le fait que le sel WIPP est un sel naturel assez pur dont les propriétés ressemblent à celles du sel AI. En première analyse, nous considérons cet aspect comme un argument qui nous permet d'utiliser les mêmes paramètres pour les prédictions des résultats d'essais réalisés sur le sel WIPP. Les paramètres élastiques et les conditions d'essai sont ceux fournis par Chan et al. (1994).

Sur les figure 7.22a et 7.22b, nous avons rapporté les résultats d'essais triaxiaux de fluage sur le sel WIPP (résultats fournis par Chan al., 1994) et les courbes de simulation correspondant au jeu de paramètres ainsi choisi. Dans l'ensemble, on peut dire que la simulation est plutôt satisfaisante en ce qui concerne la forme des courbes de fluage bien que l'ampleur des déformations prédites diffère quelque peu de celles mesurées. On remarque en outre que la phase tertiaire est observée dans les deux cas, ce qui reflète le processus de développement de l'endommagement. On a aussi présenté sur les figures 7.22a et 7.22b l'évolution de chacun de deux termes $\dot{\varepsilon}_{ij,v}$ et $\dot{\varepsilon}_{ij,d}$ séparément. Comme on peut le constater, l'influence de $\dot{\varepsilon}_{ij,d}$ est souvent plus importante que celle de $\dot{\varepsilon}_{ij,v}$. Ces figures montrent aussi que le terme $\dot{\varepsilon}_{ij,d}$ dû à l'endommagement est présent dans la phase transitoire, ce qui signifie que l'endommagement débute lors de la mise sous chargement déviatorique préalable au fluage. Comme il a été dit auparavant, la contribution du terme $\dot{\varepsilon}_{ij,d}$ dû à l'endommagement est plus aisément mise en évidence durant les essais de fluage que pour les essais *CSR*. Un autre point d'une importance particulière à souligner est la capacité du modèle à simuler la déformation radiale (traduisant la variation volumique accompagnant l'apparition de la microfissuration) qui est généralement omise dans la plupart des modélisations. Nous montrons sur la figure 7.22 que le modèle permet de reproduire à la fois la déformation radiale et la déformation axiale. La concordance entre le résultat de la déformation radiale-temps et celui de la simulation nous semble très bonne. Cela constitue un très net avantage du modèle *SUVIC-D* par rapport aux autres modèles utilisés pour décrire le comportement rhéologique du sel.

7.4 Discussion

Plusieurs aspects relatifs au modèle *SUVIC-D* méritent d'être approfondis afin de mieux saisir certaines des implications découlant de la formulation des équations retenues. La discussion qui suit porte essentiellement sur les modifications qui ont été apportées au modèle SUVIC, dont les caractéristiques ont déjà été discutées dans plusieurs publications citées précédemment.

Il est bon de rappeler ici qu'au début de ces travaux entamés en 1990, presque tous les modèles proposés pour le sel gemme et les matériaux analogues avaient été conçus pour décrire le comportement ductile (pleinement plastique) ne considérant que des déformations inélastiques isovolumétriques. Les modèles empiriques de Serata (1978), de Cristescu (1987, 1989) et de Desai et Zhang (1987) étaient parmi les seuls disponibles pour le comportement semi-fragile. De tels modèles ont toutefois été développés dans un contexte très différent de celui des modèles avec variables d'état internes (tel *SUVIC*) qui permettent de décrire de façon unifiée une variété de phénomènes et de réponses mécaniques.

Il est très tôt apparu que la mécanique de l'endommagement des milieux continus pouvait être utilisée avantageusement pour l'extension du modèle *SUVIC* développé pour l'écoulement ductile. Il y avait d'ailleurs dans la littérature certains exemples de couplage entre des modèles viscoplastiques et l'endommagement, essentiellement sur les métaux (e.g. Lemaitre et Chaboche, 1988).

Le fait de travailler avec un matériau semi-fragile comme le sel gemme a cependant imposé certaines caractéristiques au modèle, notamment en ce qui a trait à l'anisotropie induite par les déformations inélastiques, à l'existence d'un seuil à l'endommagement, et à l'apparition de la dilatance. Ces phénomènes sont en effet souvent négligés dans le cas des métaux (e.g.

Cocks et Leckie, 1987; Lemaitre, 1990).

La formulation du modèle *SUVIC-D* (ou plus précisément les ajouts au modèle *SUVIC*) découle directement d'observations expérimentales réalisées sur le sel gemme, et de considérations physiques et phénoménologiques associées à des comportement limites. Dans ce dernier cas, on s'est inspiré d'observations sur des matériaux fragiles (roches, bétons, etc) et ductiles (métaux) pour arriver à mieux cerner la physique associée à ces comportements. Par exemple, les observations sur les matériaux fragiles ont montré que l'amorce de la propagation des microfissures ne se fait qu'au-delà d'un seuil, appelé ici le seuil d'endommagement (terme F_2 dans l'équation 7.7). Au-delà de ce seuil, la vitesse de propagation de l'endommagement se fait en proportion de la distance entre la condition de chargement (donnée par $\sqrt{\tilde{J}_2}$) et la position du seuil dans l'espace des contraintes (donnée par F_0 F_π). Il s'agit donc d'un excédent de contrainte (*overstress*) qui contrôle à la fois le taux d'évolution de la variable d'endommagement D_v et l'ampleur de la composante du taux de déformation inélastique $\dot{\varepsilon}^i_{ij,d}$. Cela est conforme aux modèles physiques de Kemeny (1991) et de Cox et Meredith (1993) pour la propagation des microfissures en milieu fragile.

Les études sur les métaux ont par ailleurs montré que l'endommagement pouvait évoluer proportionnellement à la déformation inélastique cumulée (e.g. Lemaitre, 1992). Un paramètre de viscosité γ, décrivant ce phénomène, a donc été introduit pour tenir compte de cet aspect. Notons que le fait de décrire l'évolution de l'endommagement en fonction de l'état des contraintes et des déformations revient à considérer en quelque sorte l'effet du travail mécanique, ce qui est conforme aux concepts proposés par Cristescu (1987, 1989, 1994) pour décrire le comportement des roches et autres géomatériaux. En ce sens, la formulation du modèle peut être vue comme une généralisation de plusieurs modèles existants, combinant certaines caractéristiques propres aux modèles utilisés pour les

matériaux ductiles et pour les matériaux fragiles.

Une autre particularité du modèle est que l'écrouissage et l'endommagement ont tous deux une action directionnelle. Dans le cas de la variable d'endommagement, une représentation tensorielle de 2e ordre a été retenue, puisque les résultats d'essais disponibles n'auraient pas permis l'utilisation d'un tenseur d'ordre plus élevé. La représentation du tenseur D_{ij} de Murakami (1987, 1990) a d'abord été utilisée (Sgaoula et al. 1995), mais il est apparu plus avantageux de définir la contrainte nette $\tilde{\sigma}_{ij}$ à partir des expressions développées par Cordebois et de Sidoroff (1982) et de Chow et Wang (1987). De cette façon, on retrouve plus aisément le tenseur général des constantes élastiques (tenseur Λ de 4e ordre) ainsi que la forme isotrope de l'endommagement (qui découle de tenseur IM) telle que définie initialement par Kachanov (1958) et Rabotnov (1969). On remarque d'ailleurs que cette représentation est souvent utilisée depuis quelques années pour les géomatériaux (e.g. Hansen et Schreyer 1995; Voyiadjis et Park, 1997). Dans le cas des essais *CTC*, cette présentation combinée à l'hypothèse usuelle voulant que les microfissures se développent dans l'axe de σ_1 (e.g. Ashby et Hallam 1986), nous a permis de définir la contrainte nette comme étant $\tilde{\sigma}_1 = \sigma_1 / (1-D_{11})$ où σ_1 est la contrainte axiale (ici la contrainte radiale $\sigma_{rad} = \sigma_2 = \sigma_3$ demeure constante pendant un essai). La valeur de D_{11} a ainsi pu être déduite de la variation du module d'Young.

Les microfissures orientées selon σ_1 ont peu d'effet sur les composantes $\tilde{\sigma}_2$ et $\tilde{\sigma}_3$ en ce qui a trait aux déformations inélastiques, de sorte que les composantes D_{22} et D_{33} du tenseur D_{ij} ont été négligées. Ces composantes affectent sûrement les déformations élastiques latérales durant les essais (e.g. Shao et al. 1996), mais comme on considère que celles-ci sont petites par rapport aux déformations inélastiques, il a été possible de ne considérer que D_{11} dans nos calculs. C'est une hypothèse simplificatrice, jugée acceptable, qui s'est avérée très pratique pour déterminer la valeur de certaines constantes du modèle.

La forme de la loi d'évolution de la variable D_{ij} peut aussi être perçue comme une généralisation de la loi de Kachanov-Rabotnov, où l'effet de D_v apparaît à la fois dans les fonctions f_1 et f_2 de l'équation 7.18. On remarque que la valeur combinée de l'exposant de $(1 - D_{11})$ (soit $k_1 + r_1$) est environ égale à 3, ce qui est conforme à la valeur usuelle de l'exposant de la fonction des contraintes dans les modèles d'endommagement de fluage classiques, (soit entre 3 et 7; voir Lemaitre et Chaboche 1988). Pour ce qui est de l'état de contrainte, la représentation utilisée repose sur la distance entre la contrainte déviatorique appliquée dans le matériau "non endommagé" ($\sqrt{\tilde{J}_2}$) et le seuil, qui est représenté par une fonction non-linéaire (F_0 F_π) dans l'espace des contraintes.

Malgré la nature empirique de la formulation sélectionnée pour représenter le seuil, cette dernière formulation reproduit bien les résultats obtenus. À noter que la forme non-linéaire associée à F_0 (dans le plan $\sqrt{J_2}$-I_1) est nettement plus représentative que les critères linéaires (de type Coulomb) souvent utilisés pour décrire l'initiation de la microfissuration et de la dilatance (e.g. Ashby et Hallam, 1986; Spiers et al. 1989). On peut aussi souligner que la fonction F_π (plan octaédral π) introduite dans le critère pour représenter l'effet de l'angle θ (qui traduit la géométrie de chargement) est tout à fait conforme aux observations expérimentales présentées par Thorel (1994) sur le sel soumis à des essais d'extension et de compression triaxiale.

L'application de *SUVIC-D* est limitée au domaine où le matériau se comporte comme un milieu continu. La localisation généralisée des déformations survient à ε_L, mais cette condition est difficile à identifier précisément à partir des essais expérimentaux car dans le cas du sel, l'éprouvette demeure pratiquement "intacte" même au-delà du pic de résistance. On a donc choisi arbitrairement une déformation à la localisation ε_L de 10%, mais cette valeur pourrait être définie plus précisément à partir d'une banque de données

expérimentales plus élaborées. La valeur de ε_L pourrait aussi être décrite à partir d'un modèle de localisation (e.g. Darve et Pal, 1997). De même, la valeur de D_c qui est ici fixée à 0,5, pourrait également être définie plus précisément. Mais comme on l'a vu, un ajustement de cette valeur aurait peu d'incidence sur les résultats de simulation montrés ici. À noter que la valeur limite de la variable d'endommagement est définie à partir de la trace de D_{ij} (soit D_{kk}) ce qui permet de tenir compte d'une certaine interaction entre les microfissures orientées perpendiculairement les unes aux autres. Pour nos essais $D_{kk}=D_{11}$ et cette valeur contrôle le processus d'endommagement jusqu'à l'état limite de localisation dans un essai *CTC*. La valeur de D_c choisit ici est conforme aux observations sur divers matériaux (e.g. Lemaitre et Chaboche 1988).

Mentionnons d'autre part que malgré le succès apparent du modèle, il faut être prudent lorsque l'on analyse le comportement post-pic des éprouvettes d'essai et la réponse simulée. Comme on le sait, l'écrouissage négatif observé indique généralement une modification géométrique ou mécanique du système, et la réponse observée n'est pas nécessairement une caractéristique intrinsèque du matériau considéré comme un milieu continu. Néanmoins, dans le cas du sel, la localisation des déformations au-delà du pic semble survenir assez graduellement de sorte que l'hypothèse de continuité du milieu n'est peut être pas trop loin de la réalité. Cet aspect devrait toutefois être approfondi dans le futur si l'on souhaite mieux définir les conditions qui limitent l'application du *SUVIC-D*.

En ce qui a trait à la loi cinétique d'endommagement ($\dot{\varepsilon}^i_{ij,d}$, équation 7.7), sa formulation générale est inspirée des travaux de Perzyna (1963) sur la viscoplasticité, telle que généralisée par Zienkiewicz et Cormeau (1974) et par Desai et Zhang (1987). Le seuil d'endommagement sert de critère d'écoulement viscoplastique. La loi est non associée mais la formulation du potentiel Q_2 est proche de celle de F_2 même si la valeur des constantes dans les deux fonctions peut être différente.

Il est intéressant de noter à nouveau que la formulation unifiée de la déformation inélastique ($\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d,}$), qui dépend implicitement du temps, permet de décrire le comportement du matériau pour divers modes de chargement. C'est ce qui permet de prédire à la fois des essais à court-terme réalisés à taux de déformation constant (*CSR*) et des essais à long terme à contrainte constante (fluage). Peu de modèles sont en mesure de décrire correctement de telles conditions de chargement.

Un autre objectif des modèles unifiés avec variables d'état interne (tel *SUVIC-D*) est de pouvoir décrire l'effet de l'histoire mécanique du matériau; incluant les effets directionnels. Cette capacité du modèle a été partiellement démontrée à travers cette recherche puisque *SUVIC-D* est en mesure de décrire aussi bien les courbes contrainte-déformation pour les essais CSR que les courbes déformation-temps pour les essais de fluage. Ce ne sont toutefois que deux conditions limites. D'autres types d'essais devraient être analysés, dont certains avec des cheminements plus élaborés, avant de pouvoir statuer définitivement sur les capacités générales de *SUVIC-D* à cet égard.

Il est également utile de mentionner à nouveau le fait que *SUVIC-D* est en mesure de décrire à la fois les variations de forme et les variations de volume du matériau. La plupart des modèles d'endommagement utilisés pour les métaux négligent ce dernier aspect. Pour les géomatériaux, certains modèles peuvent aussi traiter ces deux aspects, mais *SUVIC-D* est, à la connaissance de l'auteur, le seul qui permet également de tenir compte à la fois de la directionnalité des phénomènes d'écrouissage et d'endommagement, et des effets différés dans le temps. En ce sens, il s'agit d'un modèle plus complet, et plus élaboré, que la plupart de ceux qui ont été proposés à ce jour.

Cette relative complexité n'est d'ailleurs pas sans entraîner certains problèmes. Le plus important est sans doute la difficulté d'obtenir les paramètres (constantes) représentatifs du

matériau. L'auteur a décrit brièvement la procédure suivie pour obtenir ceux-ci. Il demeure toutefois que la procédure utilisée laisse place à une certaine interprétation, ce qui est fréquent avec les modèles à variables internes qui contiennent plusieurs paramètres. L'optimisation du jeu de paramètre est en outre compliquée par la dispersion intrinsèque des résultats expérimentaux obtenus sur ce genre de matériau. Néanmoins, il est de l'avis de l'auteur (et probablement des autres concepteurs et utilisateurs du modèle) que la variabilité des propriétés du matériau ne devrait pas empêcher le développement d'expressions mathématiques rationnelles basées sur des considérations physiques solides. Bien que phénoménologique sous plusieurs angles, le modèle semble suffisamment ancré dans des bases mécaniques fondamentales pour supporter des applications pratiques plus élaborées que celles montrées ici. Cela reste toutefois à démontrer.

La difficulté d'obtenir un jeu de constantes représentatives a pu être surmontée, du moins en partie, à l'aide de l'étude paramétrique présentée à la section 7.2. On a alors été en mesure d'évaluer l'influence de chacune des constantes, d'une manière découplée. Ceci, combinée avec les bases physiques relatives à la loi d'évolution de la variable d'endommagement et à l'expérience qui existe avec d'autres modèles d'endommagement, a permis de cerner les plages de variation des quelques constantes "flottantes" (notamment g_2, m_1, k_1 et r_1). La valeur de celles-ci a ensuite pu être obtenue par un ajustement sur un nombre limité d'essais, et leur validité (aussi que celle des expressions du modèle) a été démontrée avec la prédiction d'autres résultats d'essais, et ce sur trois matériaux différents (soit un sel artificiel, le sel d'Avery-Island et le sel du WIPP). Rappelons ici que seules les principales équations du modèle sont montrées dans les chapitres qui précèdent, alors que le développement détaillé des diverses composantes est présenté à l'Annexe 1 de la thèse (afin de ne pas alourdir outre mesure le document principal).

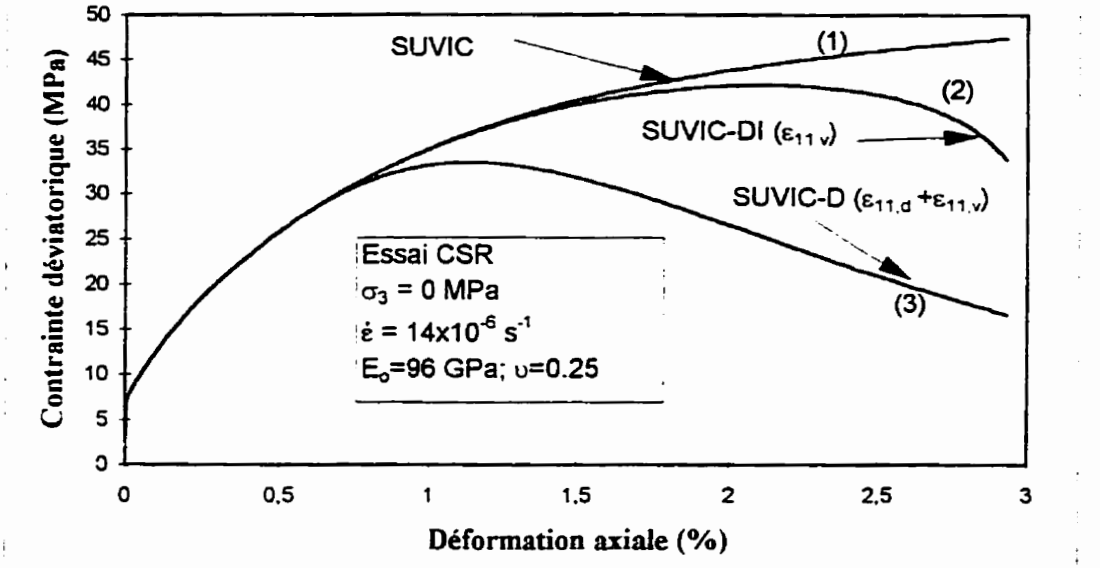
L'auteur tient également à rappeler que la revue de littérature sur les modèles existants présentée ici (dans le texte et à l'Annexe 2) est volontairement réduite puisqu'un rapport technique sur ce sujet a été publié au début de ces travaux (Sgaoula et al. 1992); en ce sens, il constitue implicitement un addenda à cette thèse. On peut néanmoins mentionner que l'étude des modèles publiés au cours des dernières années laisse entrevoir une certaine convergence de vue sur la nécessité de traiter l'endommagement comme un phénomène directionnel (chez les roches, béton et aussi bien que chez les métaux). La voie suivie ici va donc dans le sens préconisé par de nombreux autres auteurs qui utilisent une représentation tensorielle de 2e ordre pour la variable d'endommagement (e.g. Kawamato et al. 1988; Trivaudey et Delobelle, 1990; Swoboda et al. 1990; Stumvoll et Swoboda, 1993; Hansen et Schreyer, 1995; Shao et al. 1996, 1997; Voyiadjis et Park, 1997). Le modèle SUVIC-D se distingue toutefois de la plupart des modèles existants par la façon dont les déformations ductiles (isovolumétriques) et fragiles (avec dilatance) sont représentées (de façon séparée mais couplée). Les expressions mathématiques spécifiques utilisées pour la loi cinétique ($\dot{\varepsilon}^i_{ij} = \dot{\varepsilon}^i_{ij,v} + \dot{\varepsilon}^i_{ij,d}$) et pour la loi d'évolution (D_{ij}) sont également particulières à ce modèle. Elles reflètent les observations et les prémisses à la formulation des équations citées plus tôt dans la thèse.

Pour les applications futures de *SUVIC-D*, il est de l'avis de l'auteur qu'il serait utile de prévoir une procédure un peu mieux définie pour évaluer l'endommagement du matériau. L'utilisation de la mesure des déformations à l'aide des jauges ou à l'aide de *LVDT* comporte certaines limitations inhérentes à ces techniques de mesure. Les jauges, en particulier, sont peu fiables pour identifier les conditions de localisation et sont très affectées par le comportement local du matériau constituant l'éprouvette, qui ne représente pas nécessairement l'ensemble du *EVR*. De plus, le fait d'estimer la valeur de la variable d'endommagement à l'aide de la variation du module d'Young nécessite la réalisation des cycles successifs de déchargement et de rechargement. Il est toutefois reconnu que ceux-ci

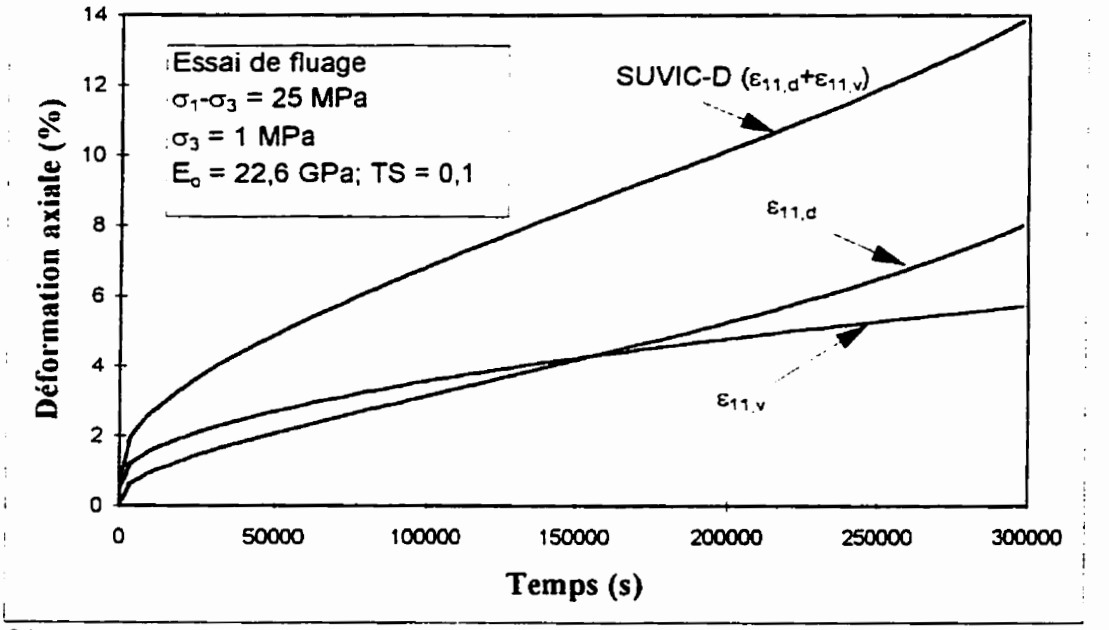
peuvent affecter la réponse de l'éprouvette, surtout lorsque l'endommagement devient important (notamment au-delà du pic de résistance). Cet aspect est négligé ici, mais demeure toutefois présent dans l'expérimentation. Pour palier à ces difficultés, les techniques non destructives, telles la mesure acoustique (e.g. Eberhardt et al. 1997) ou les mesures ultrasoniques (Roux et al. 1985) pourraient sans doute être utilisées en combinaison avec la mesure en continu des déformations.

Malgré ces réserves, on peut souligner que les réponses mécaniques observées (et simulées) lors des essais de compression triaxiale, aussi bien en *CSR* qu'en fluage (pour nos essais et ceux tirés de la littérature) sont tout à fait conformes aux attentes et aux observations faites préalablement par d'autres auteurs. Par exemple, on remarque qu'une augmentation de la contrainte de confinement dans un essai *CSR* augmente la résistance au pic et retarde l'apparition de la dilatance. De même, une augmentation de la vitesse de mise en charge augmente à la fois la résistance ultime et la vitesse avec laquelle chute la résistance post-pic. Ces aspects sont bien capturés par le modèle. Dans un essai de fluage conduit jusqu'à la rupture de l'éprouvette, on note que l'endommagement (et la dilatance qui est associée) apparaît lors de la mise en charge lorsque l'on excède le seuil d'endommagement. La composante des déformations due à l'endommagement peut alors constituer la portion la plus importante des déformations inélastiques à mesure que le fluage progresse (voir par exemple la figure 7.3b). Cela est en accord avec des observations similaires de Chan et al. (1994).

On peut donc prétendre, à la lumière de ces résultats et de l'analyse qui précède, que le modèle *SUVIC-D* semble en mesure de décrire (et même de prédire) correctement le comportement mécanique du sel gemme.

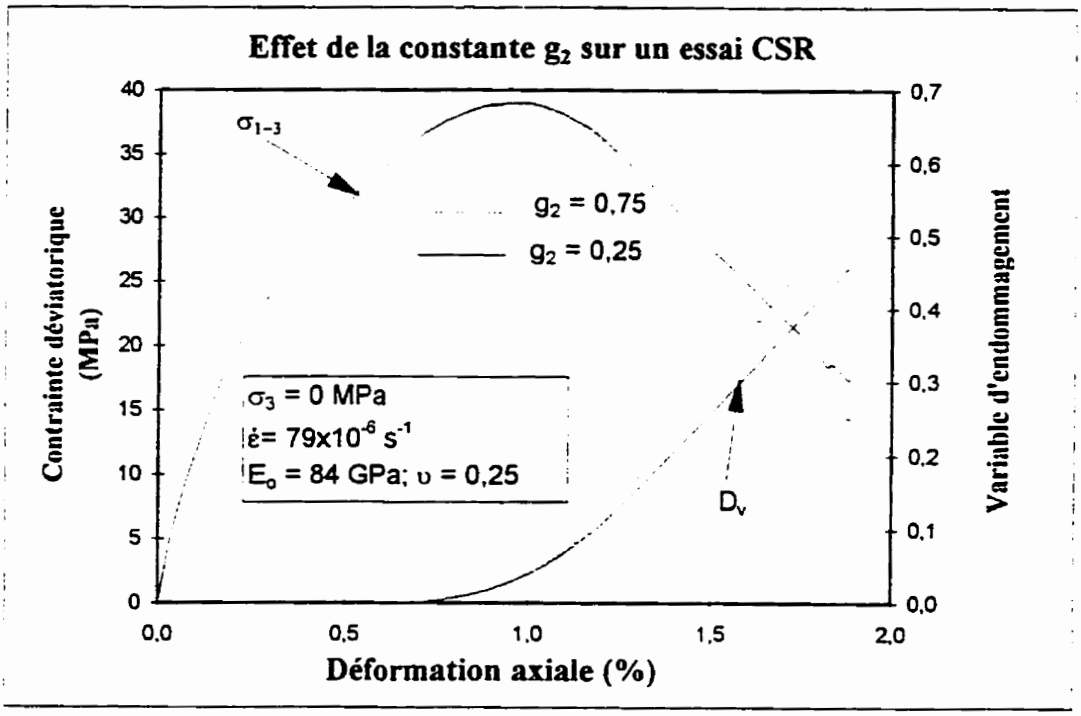


a)

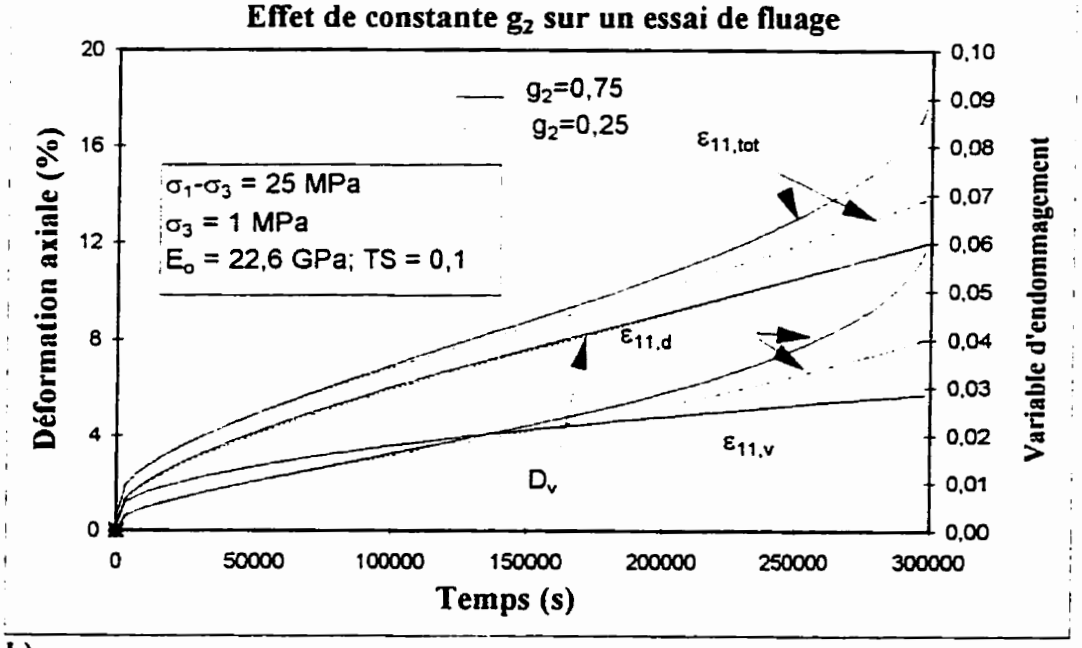


b)

Figure 7.1: **a)** Effet du taux de déformation inélastique induit par l'endommagement sur la relation contrainte-déformation d'un essai CSR.
b) Effet du taux de déformation inélastique induit par l'endommagement sur la relation déformation- temps d'un essai de fluage (effet séparé et combiné de $\dot{\varepsilon}_{11,d}$ et $\dot{\varepsilon}_{11,v}$).

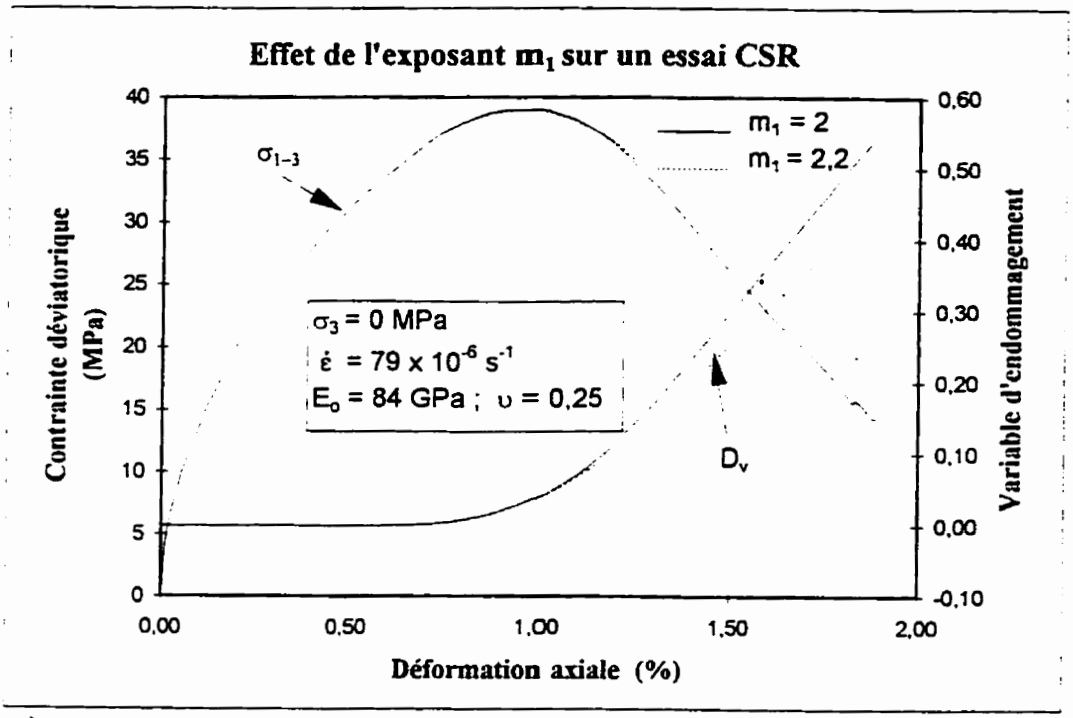


a)

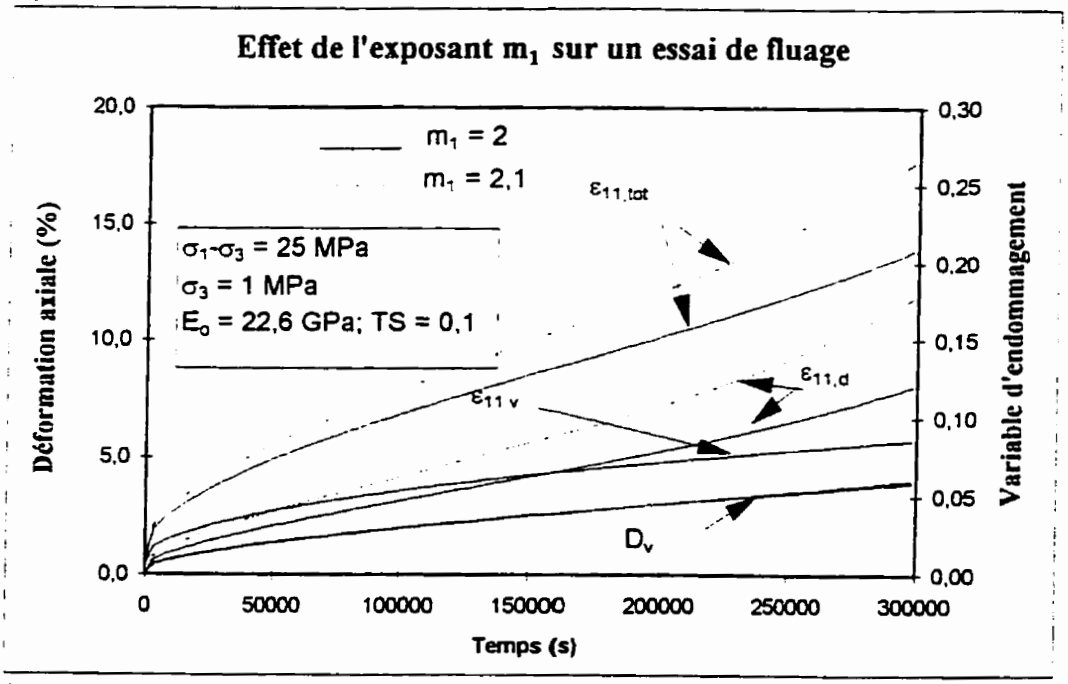


b)

Figure 7.2: **a)** Influence de la constante g_2 sur la relation contrainte-déformation pour un essai CSR.
b) Influence de la constante g_2 sur la relation déformation-temps pour un essai de fluage.

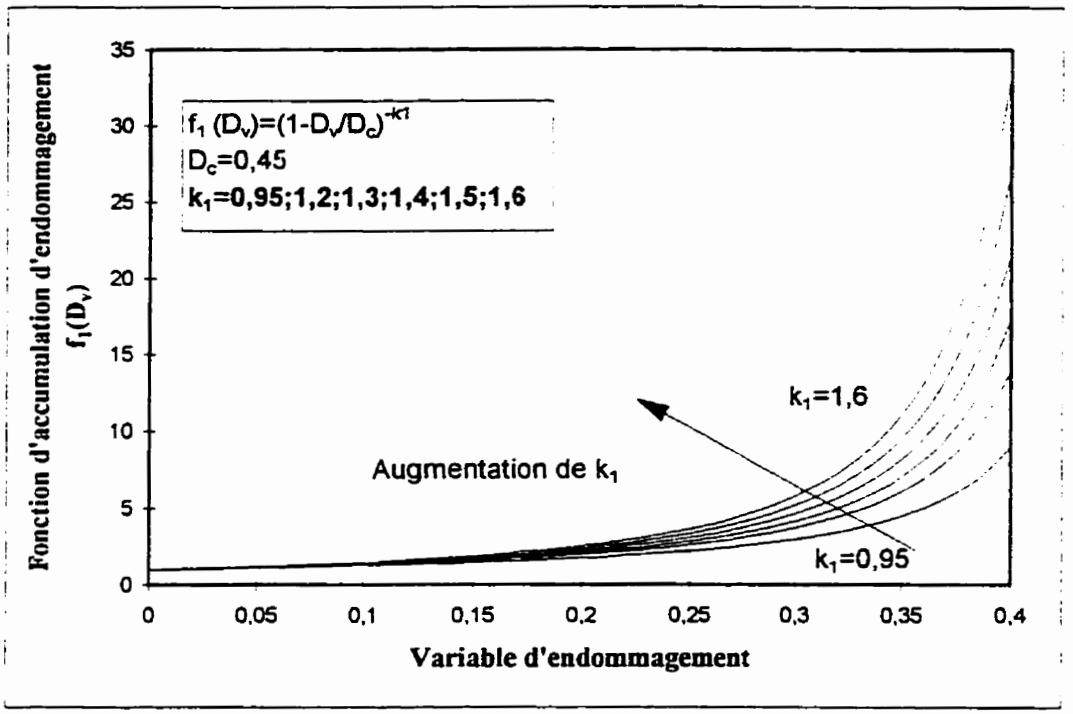


a)

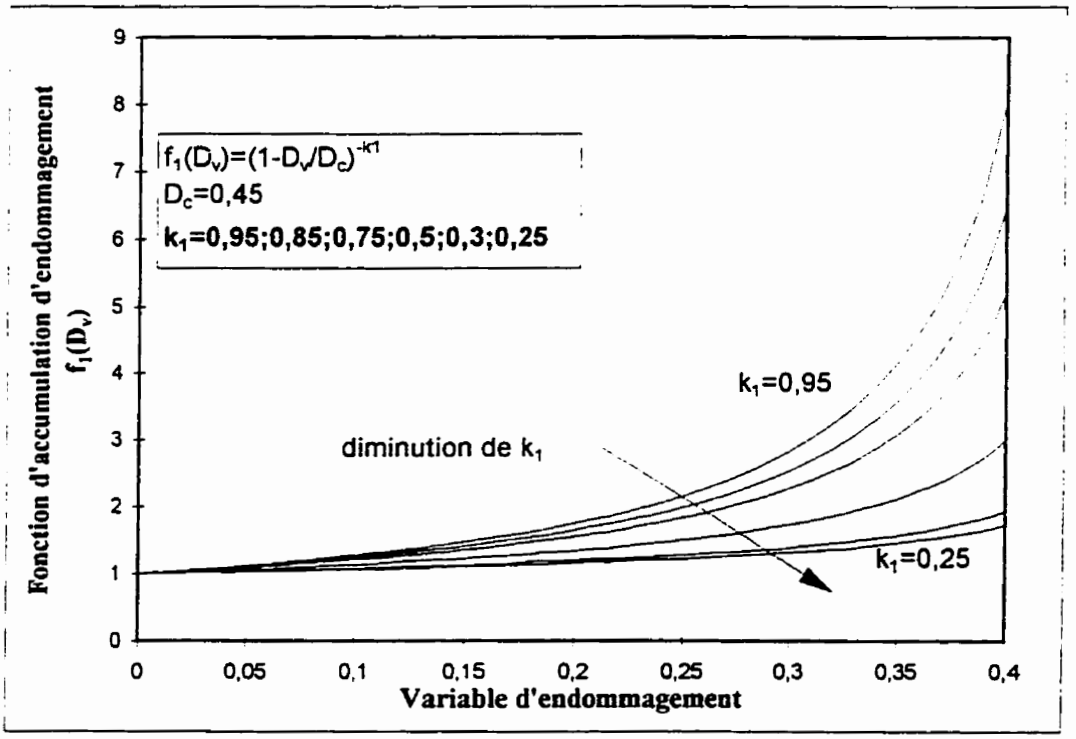


b)

Figure 7.3: **a)** Effet de l'exposant m_1 sur la relation contrainte-déformation pour un essai CSR.
b) Effet de l'exposant m_1 sur la relation déformation-temps pour un essai de fluage.

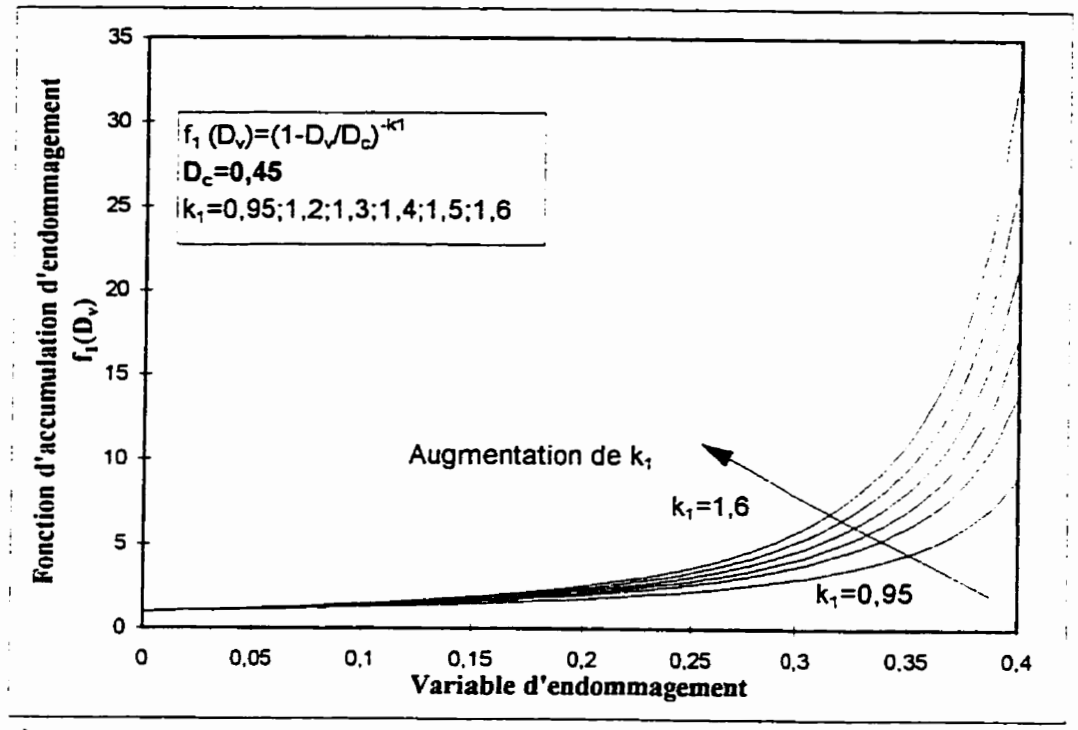


a)

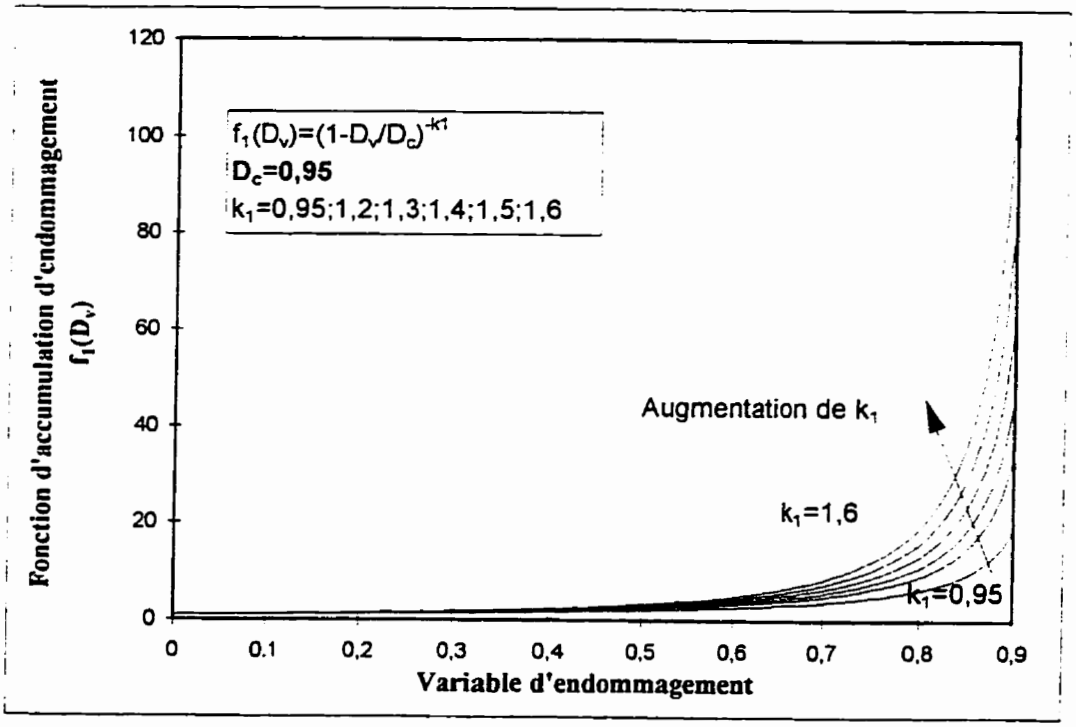


b)

Figure 7.4: Influence de la constante k_1 sur l'évolution de la fonction d'accumulation d'endommagement f_1; la valeur D_c est fixée arbitrairement.

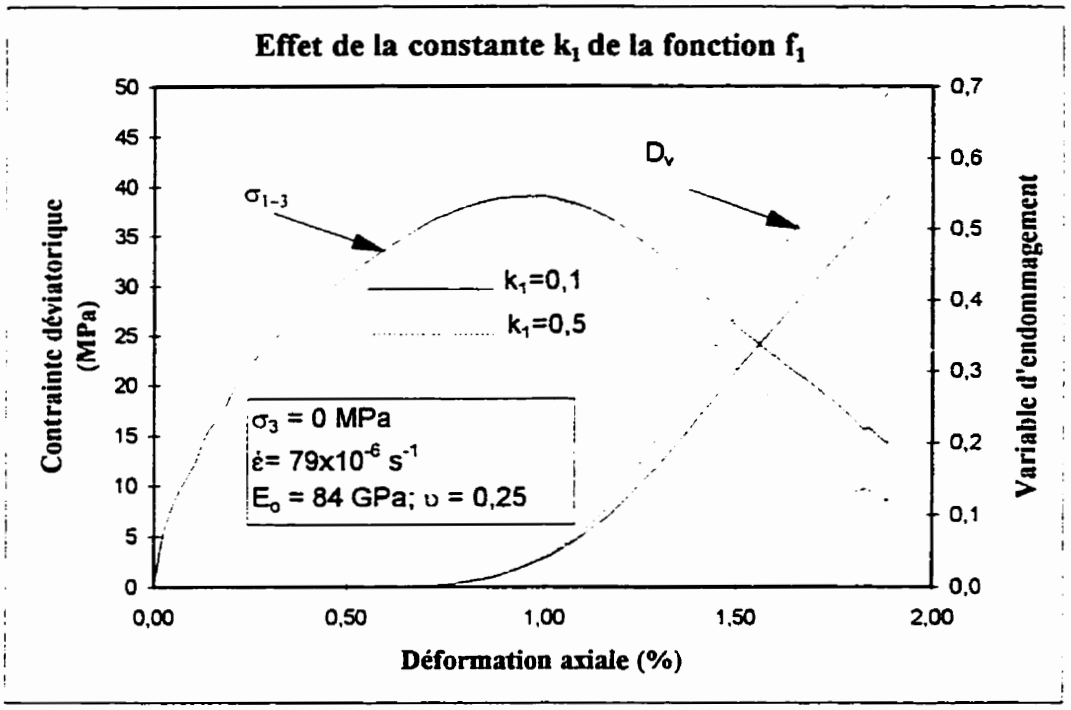


a)

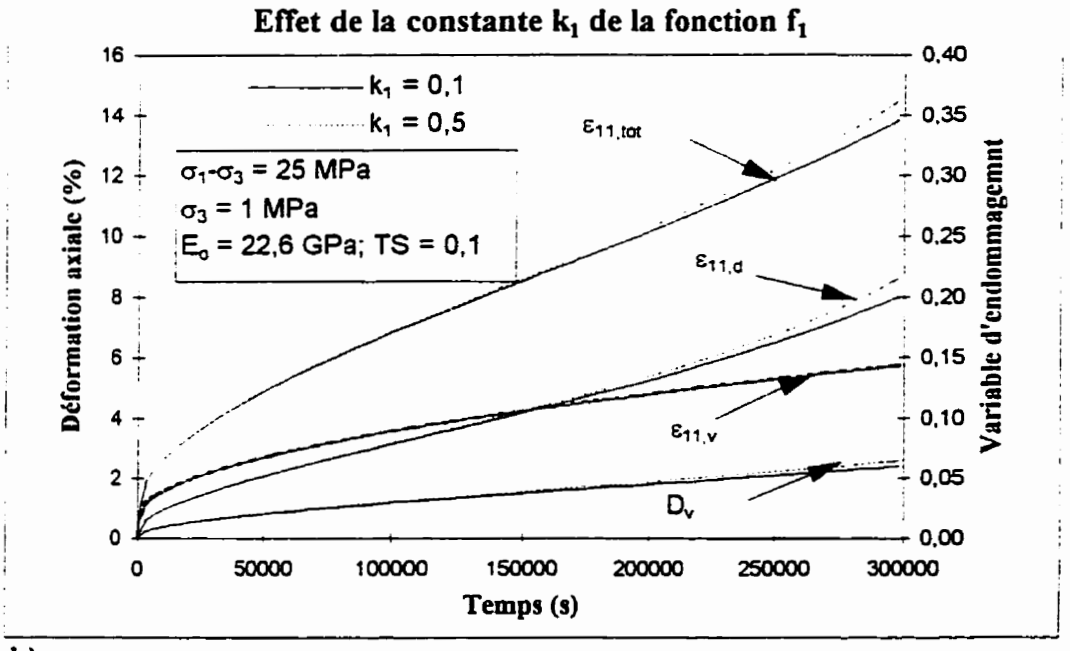


b)

Figure 7.5: Effet de la constante D_c sur la fonction d'accumulation d'endommagement f_1 pour plusieurs valeurs de k_1.

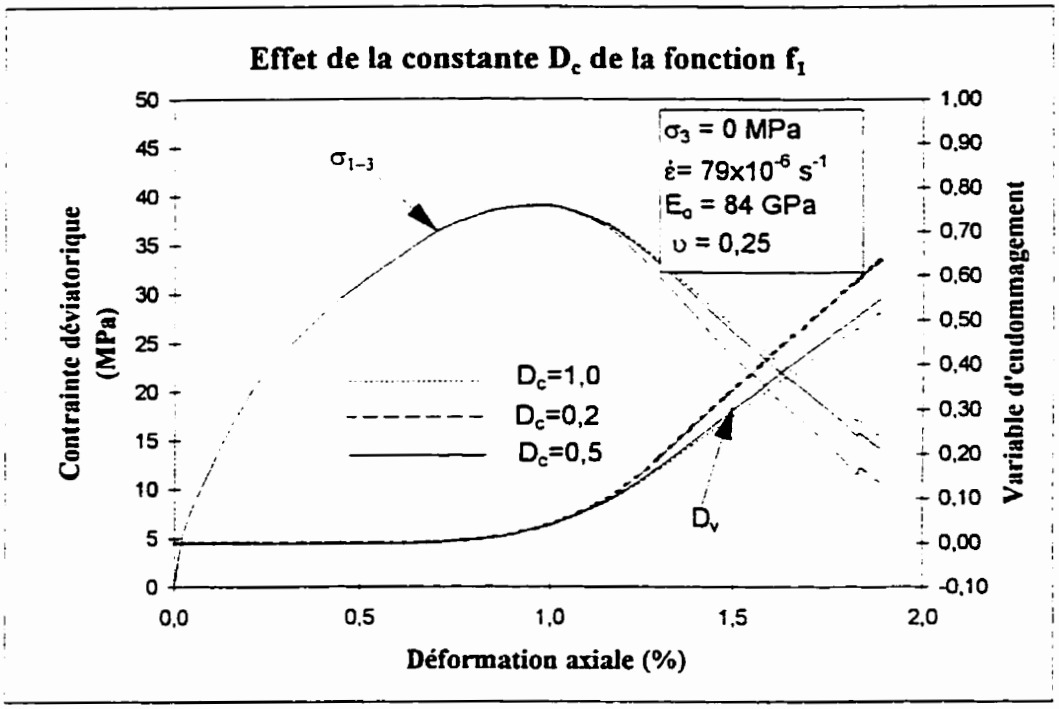


a)

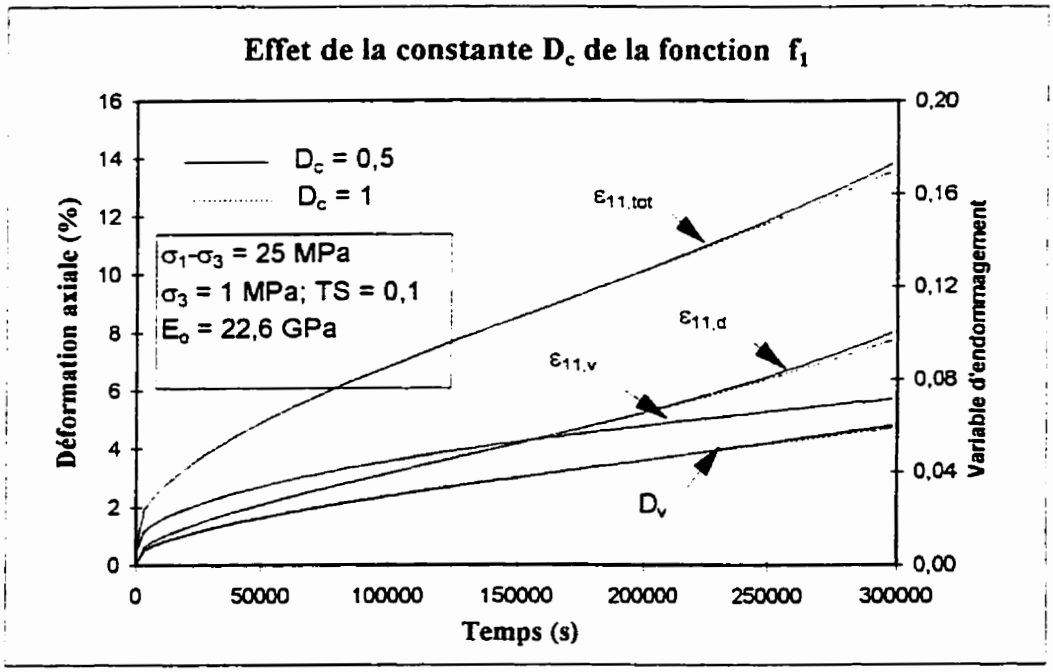


b)

Figure 7.6: **a)** Évolution de la contrainte et de la variable d'endommagement en fonction de la déformation pour deux valeurs de k_1 (essai CSR).
b) Evolution de la déformation et de la variable d'endommagement en fonction du temps pour deux valeurs de k_1 (essai de fluage).



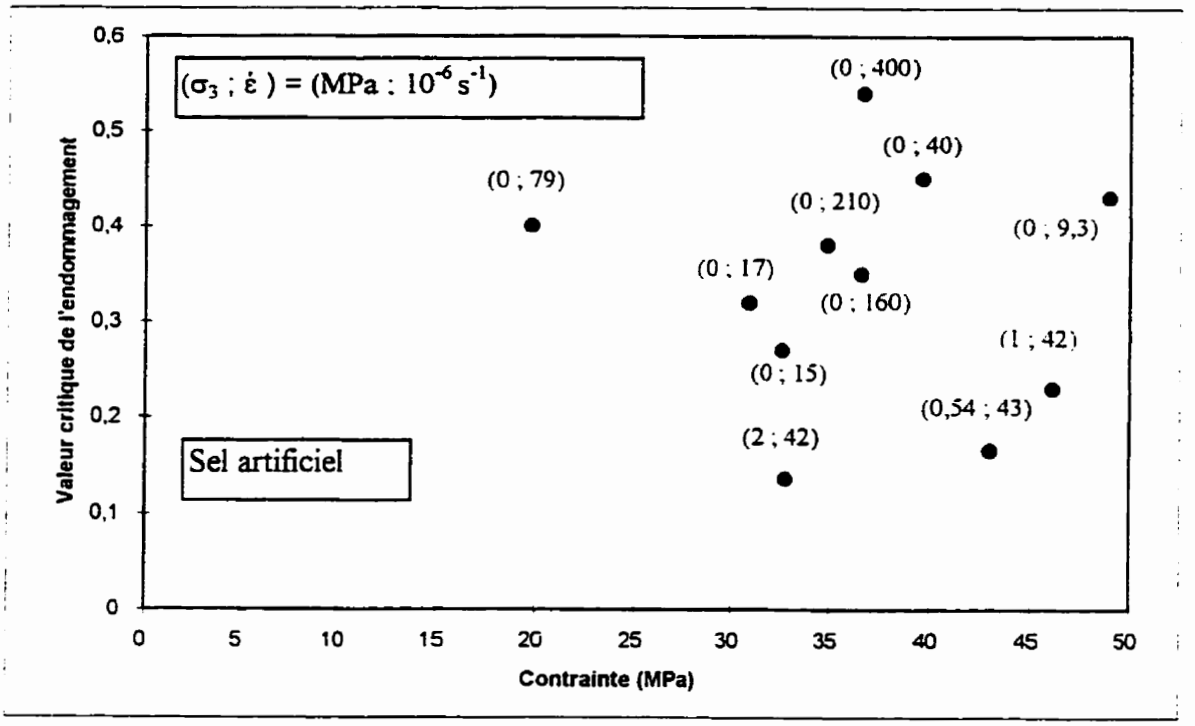
a)



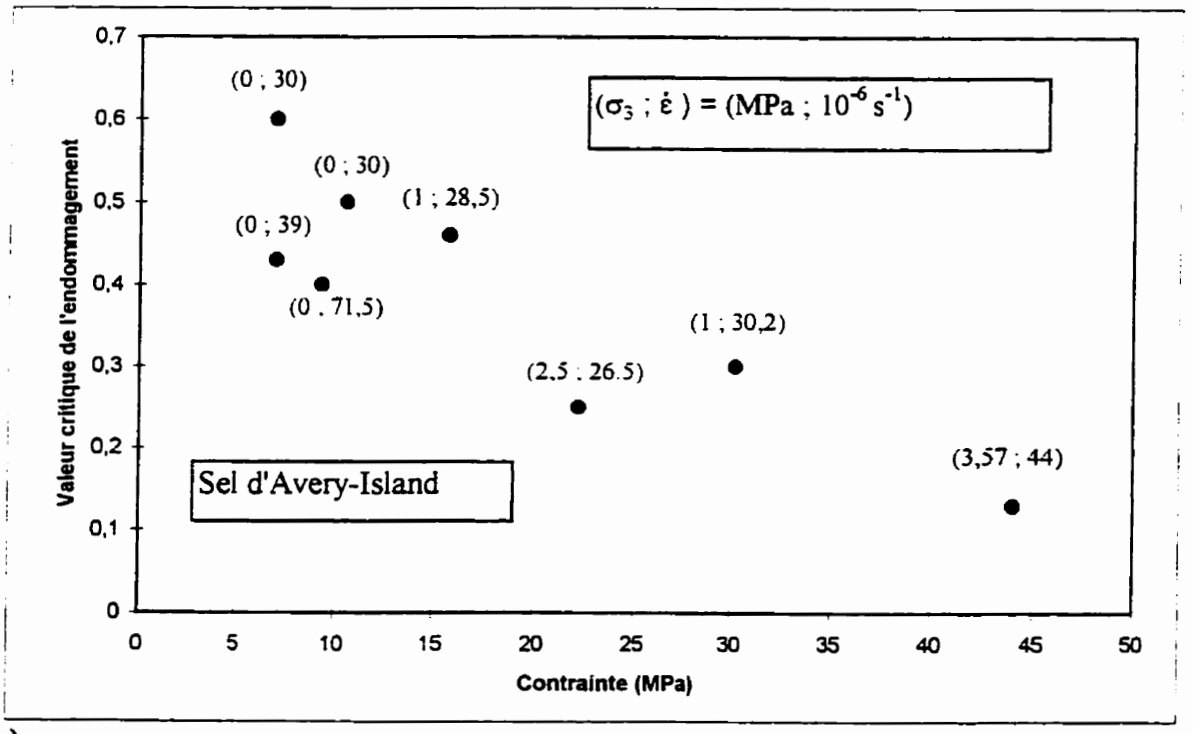
b)

Figure 7.7: **a)** Effet de la constante D_c sur les réponses contrainte-déformation et endommagement-déformation pour un essai CSR.

b) Effet de la constante D_c sur les réponses déformation-temps et endommagement-temps pour un essai de fluage.

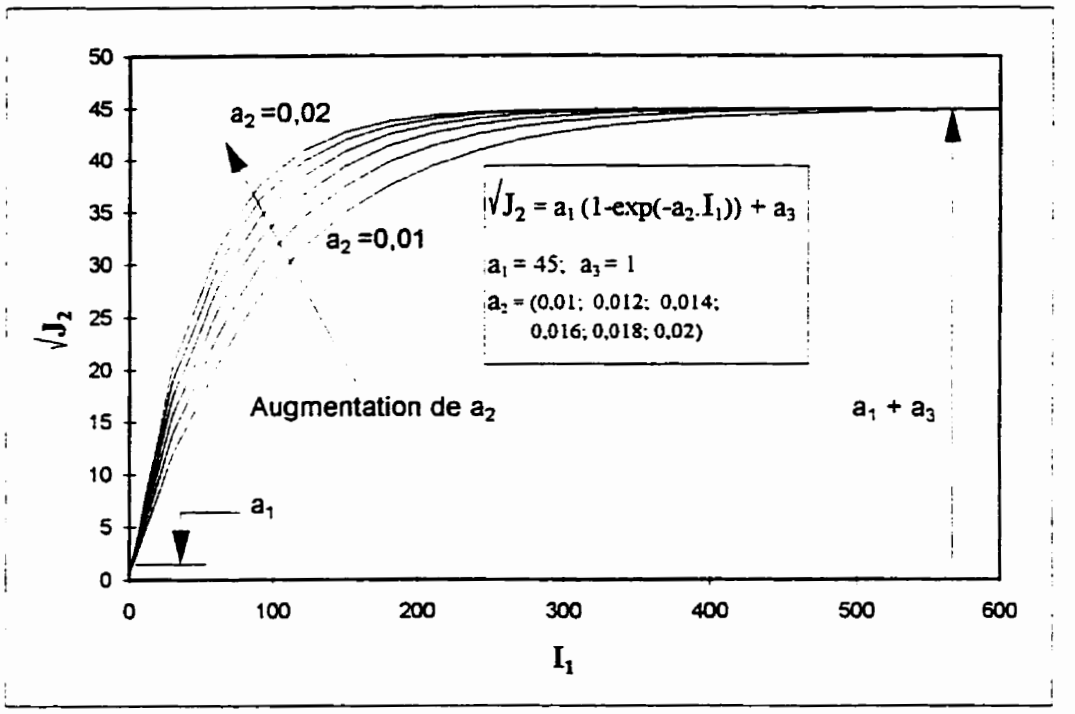


b)

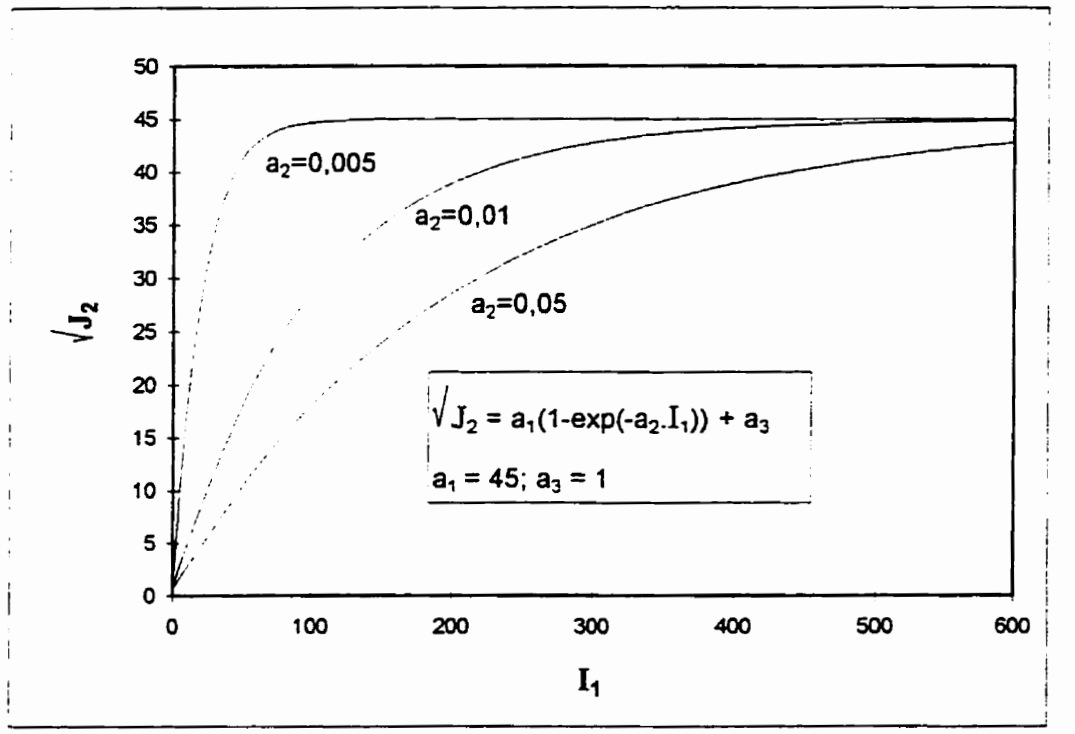


b)

Figure 7.8: Valeurs maximales de la constante D_C atteintes au cours des essais triaxiaux: **a)** sel artificiel, et **b)** sel d'Avery-Island.

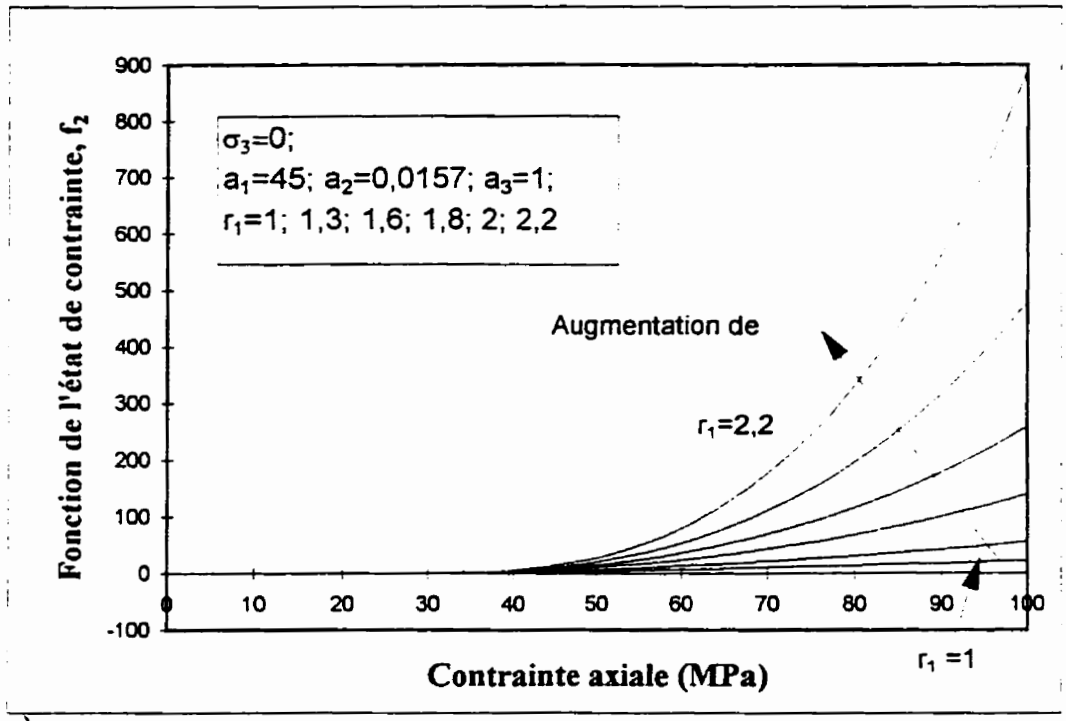


a)

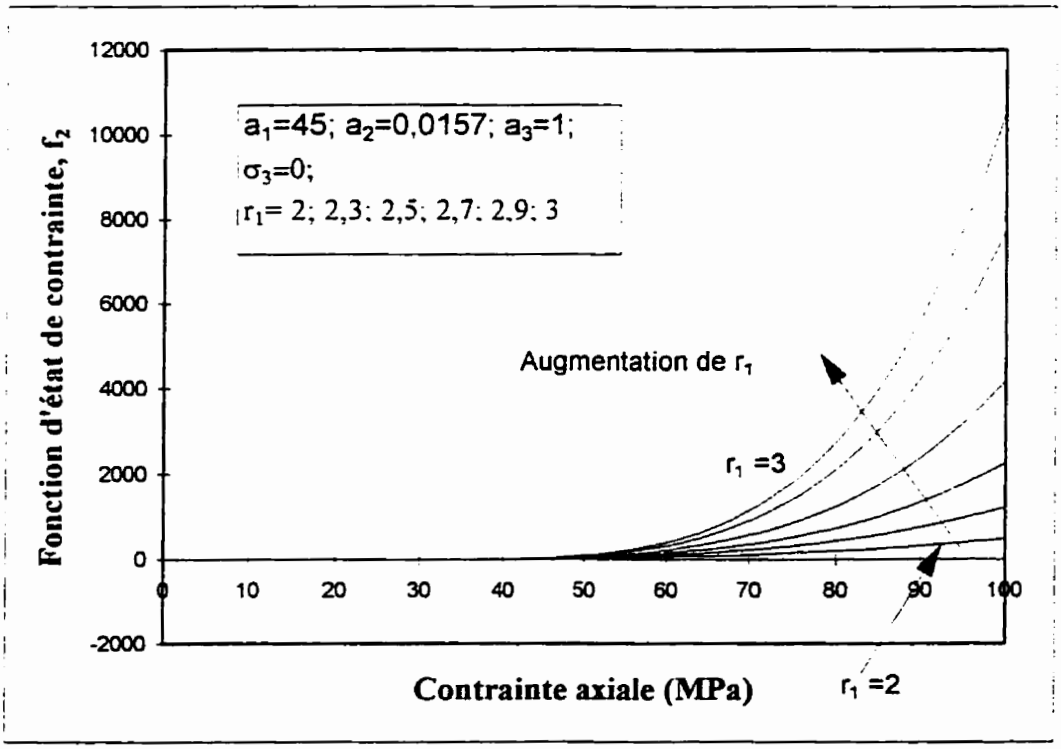


b)

Figure 7.9: Effet de la constante a_2 sur le seuil d'endommagement: **a)** la valeur de a_2 est comprise entre 0,01 et 0,02, et **b)** a_2 est comprise entre 0,05 et 0,005.

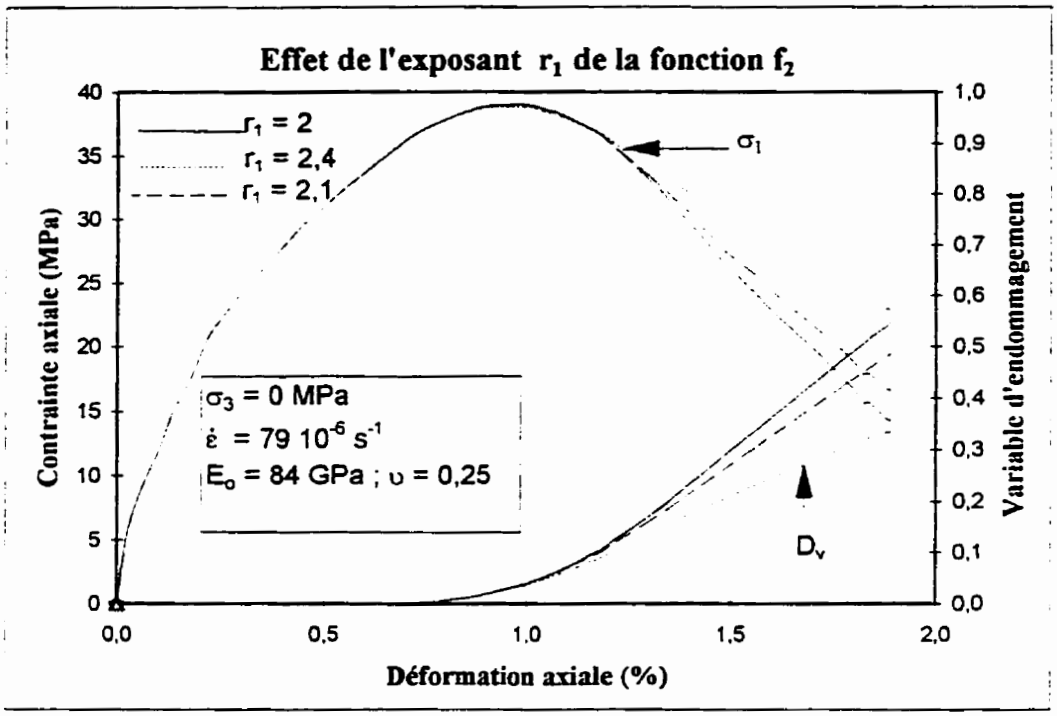


a)

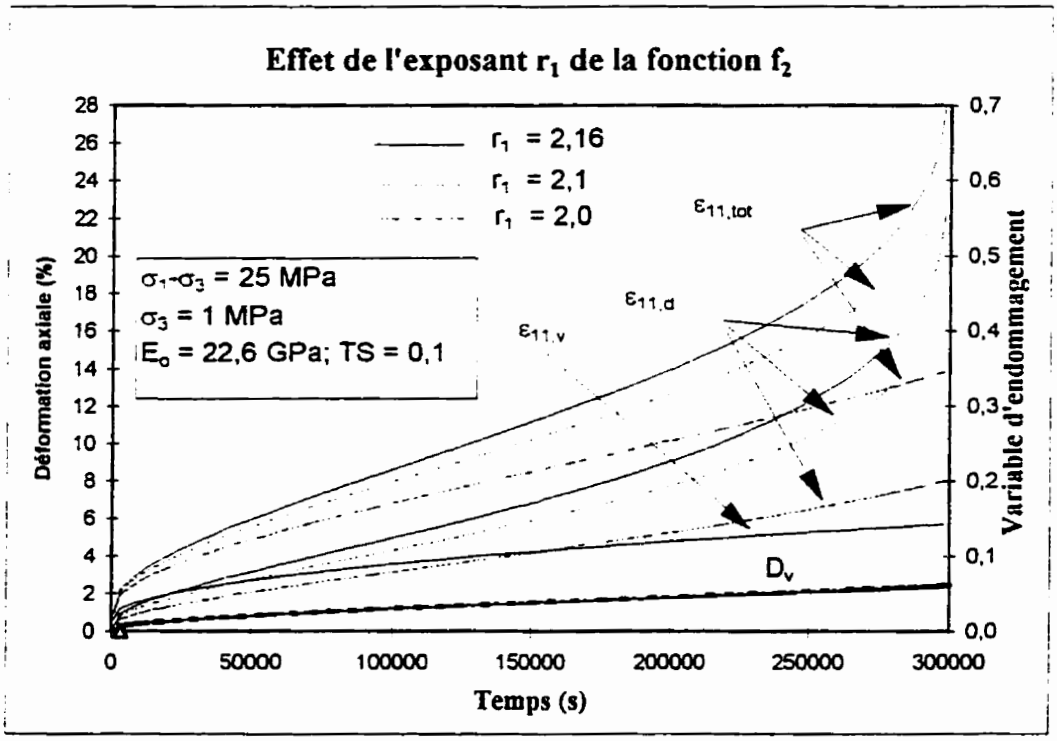


b)

Figure 7.10: Influence de l'exposant r_1 sur l'évolution de la fonction f_2 : **a)** r_1 compris entre 1 et 2,2, et **b)** r_1 compris entre 2 et 3.



a)



b)

Figure 7.11: Influence de l'exposant r_1 sur: **a)** la relation contrainte-déformation d'un essai CSR, et **b)** la relation déformation-temps d'un essai de fluage.

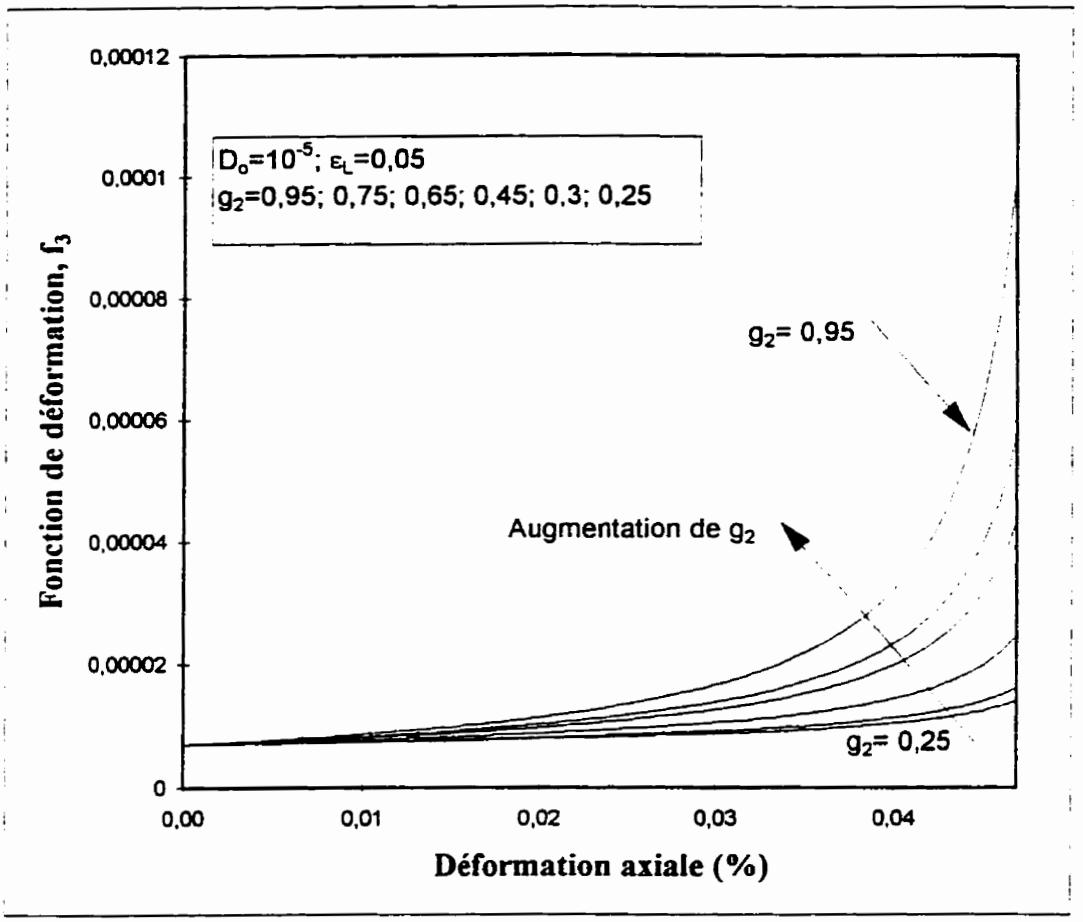
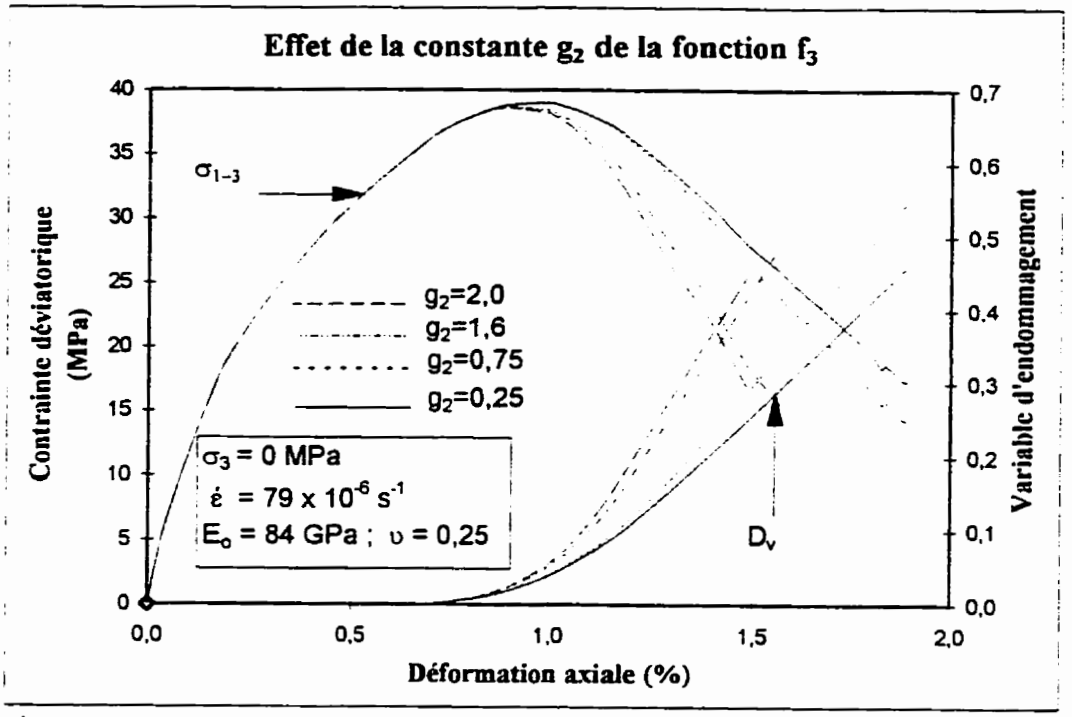
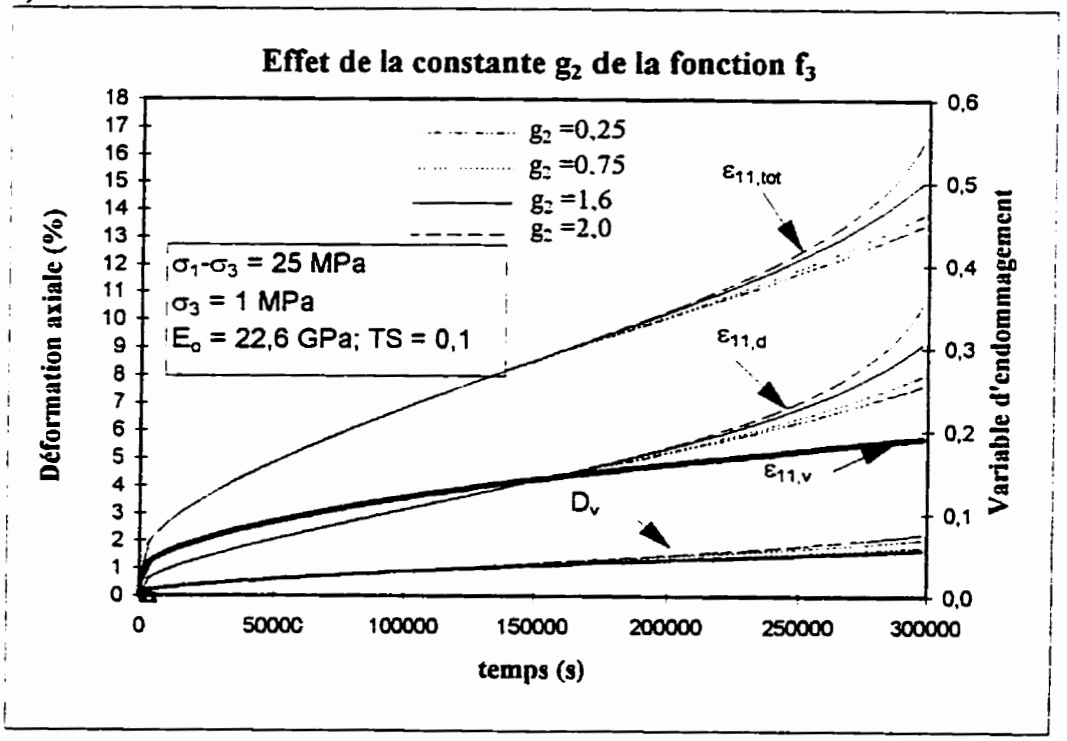


Figure 7.12: Effet de l'exposant g_2 sur la fonction d'accumulation des déformations f_3.

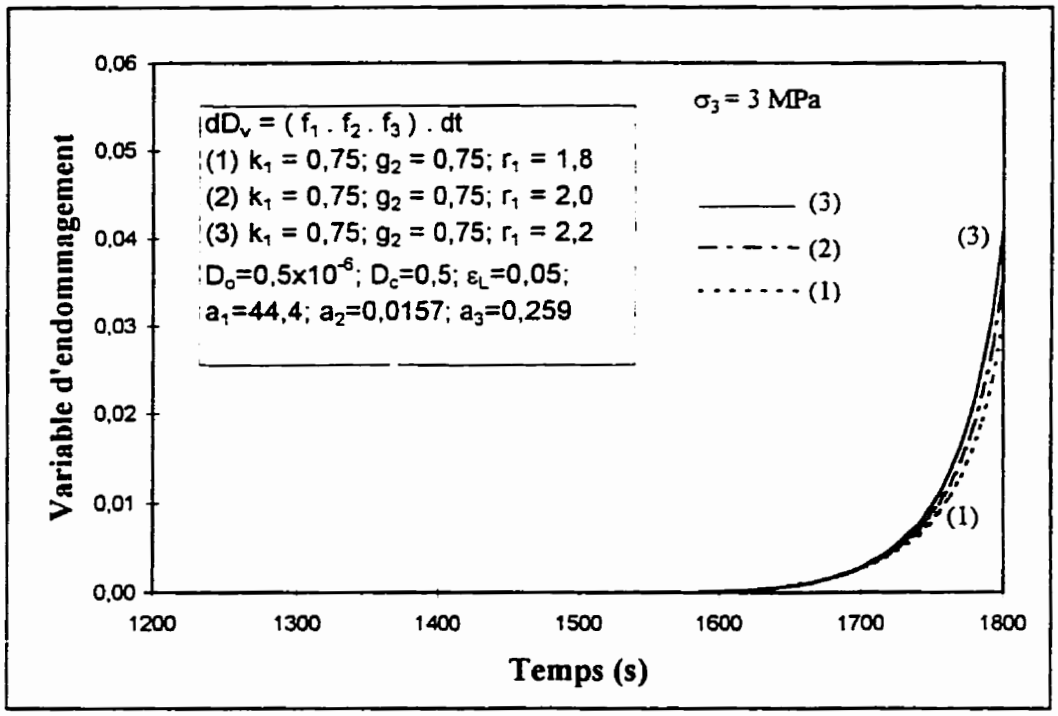


a)

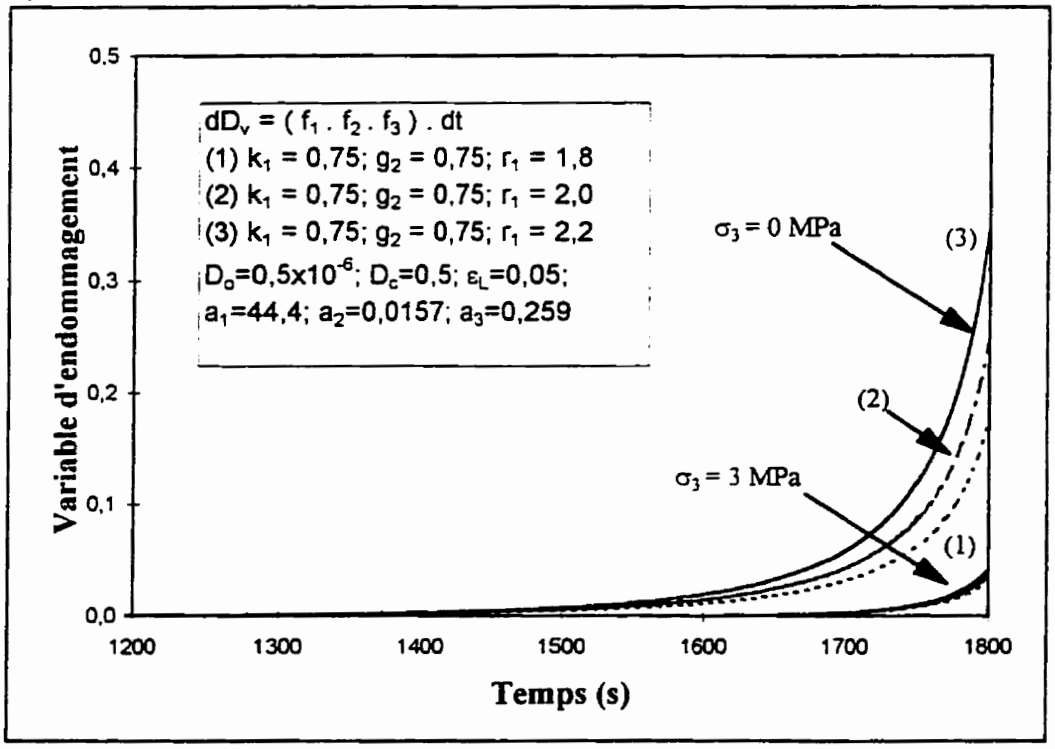


a)

Figure 7.13: **a)** Influence de la constante g_2 sur la réponse contrainte-déformation.
b) Influence de la constante g_2 sur la réponse déformation-temps.



a)



b)

Figure 7.14: Effet combiné des paramètres k_1, r_1 et g_2 sur la variable d'endommagement pour: **a)** σ_3= 3 MPa, et **b)** σ_3 =0 MPa et σ_3= 3 MPa.

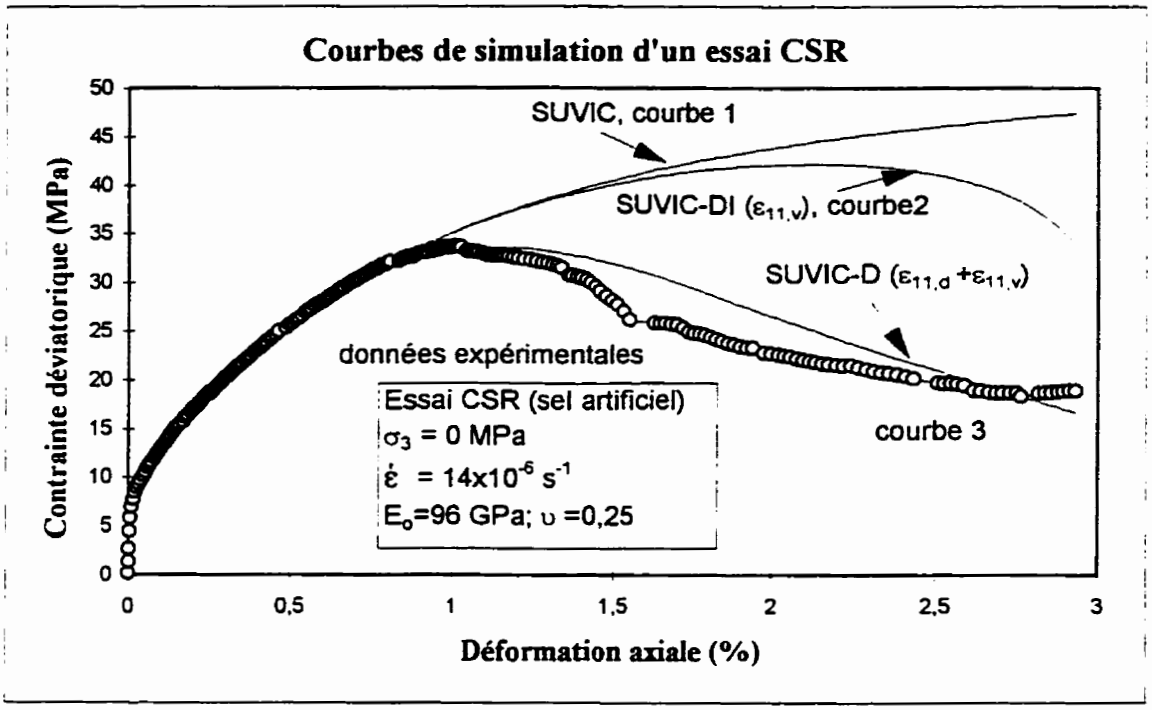


Figure 7.15: Courbes expérimentale et décrites à l'aide du modèle SUVIC, SUVIC-DI ($\dot{\varepsilon}_{11,d}$=0) et SUVIC-D pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}$=14x10^{-6} s^{-1} et σ_3=0 MPa).

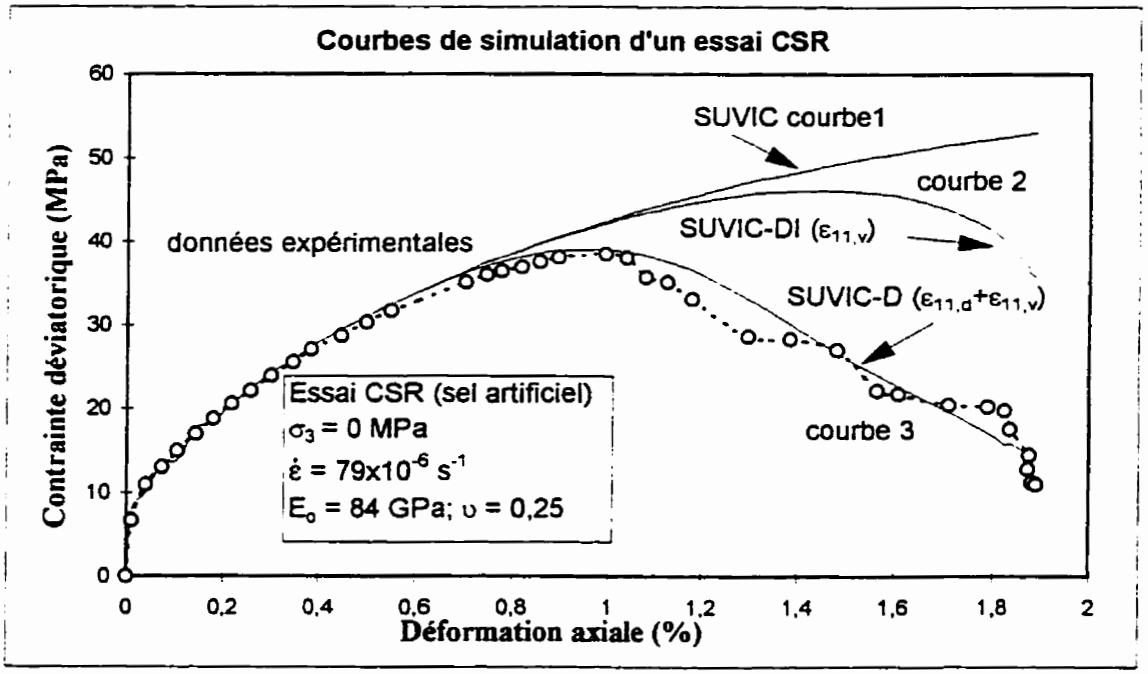


Figure 7.16: Courbes expérimentale et décrites à l'aide du modèle SUVIC, SUVIC-DI ($\dot{\varepsilon}_{11,d}$=0) et SUVIC-D pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}$=79x10^{-6} s^{-1} et σ_3=0 MPa).

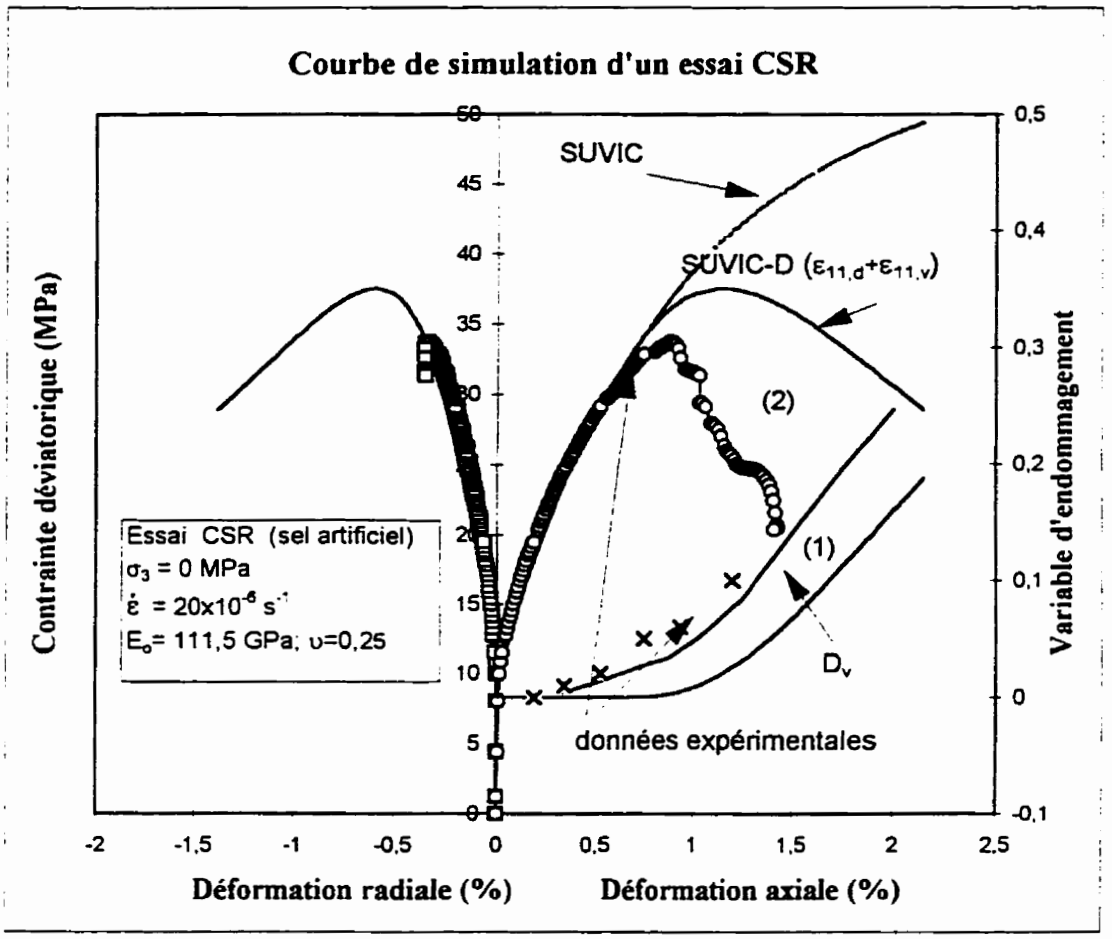


Figure 7.17: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle SUVIC, SUVIC-D pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}$=20x10^{-6} s^{-1} et σ_3=0 MPa).

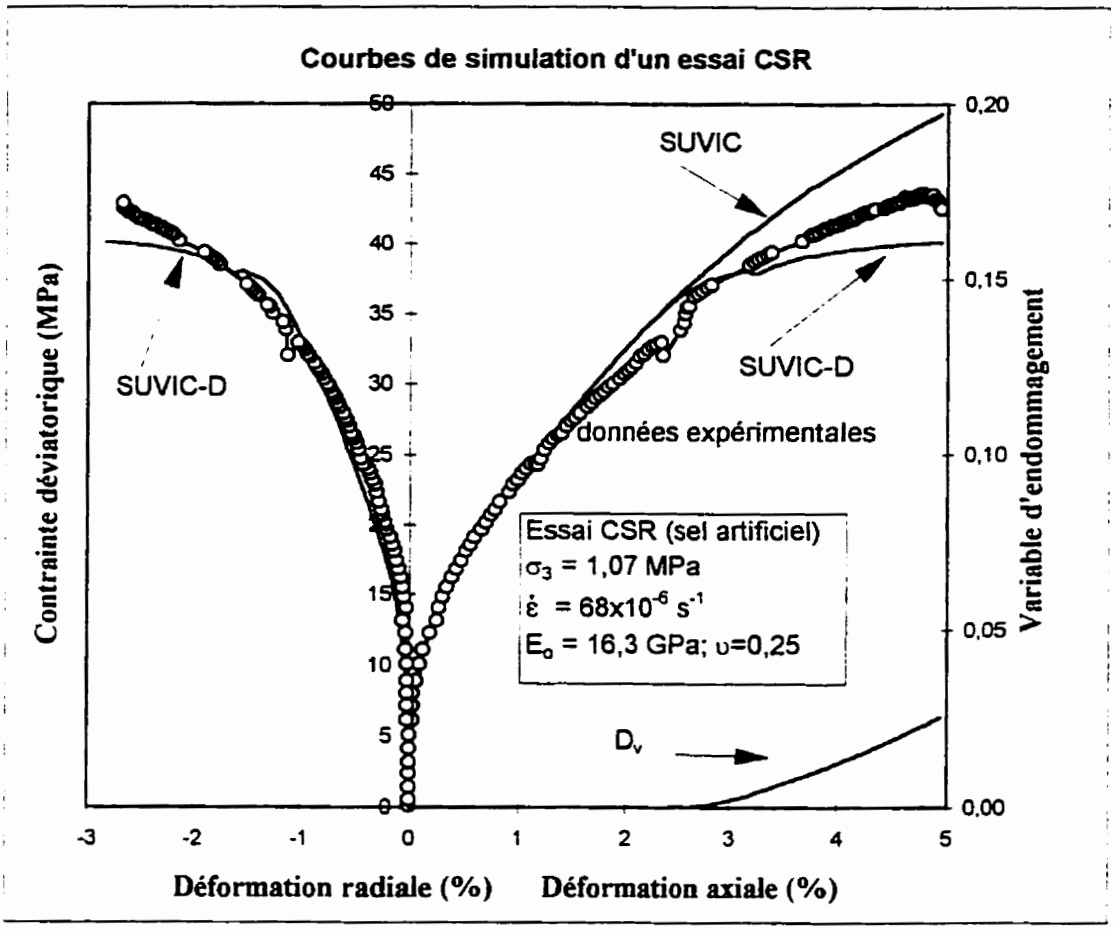


Figure 7.18: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle SUVIC, SUVIC-D pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}$=68x10^{-6} s^{-1} et σ_3=1,07 MPa).

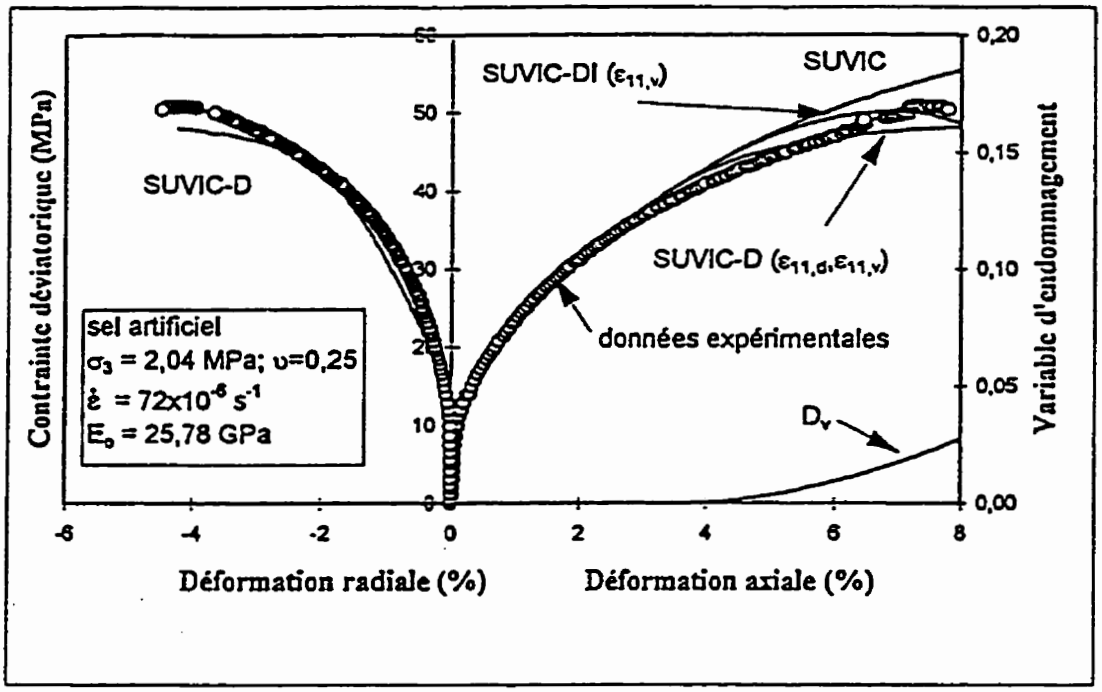


Figure 7.19: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle SUVIC, SUVICDI ($\dot{\varepsilon}_{11,d}$=0) et SUVIC-D pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel artificiel ($\dot{\varepsilon}$=72x10^{-6} s^{-1} et σ_3=2,04 MPa).

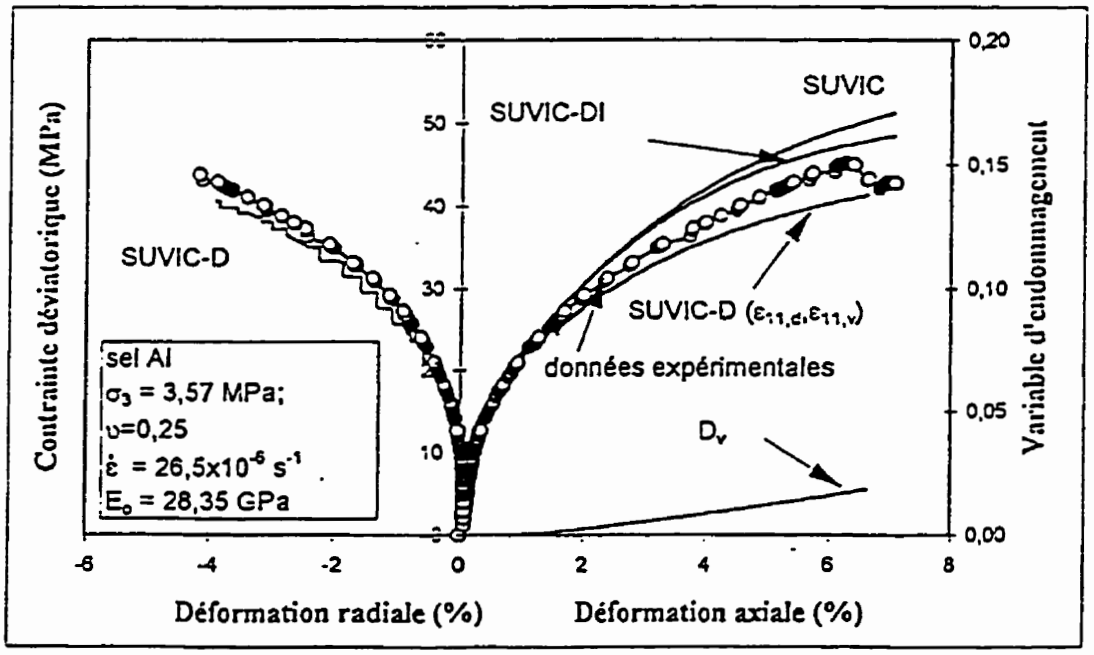


Figure 7.20: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle SUVIC, SUVIC-DI ($\dot{\varepsilon}_{11,d}$=0) et SUVIC-D pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel d'Avery-Island ($\dot{\varepsilon}$=26,5x10^{-6} s^{-1} et σ_3=3,57 MPa).

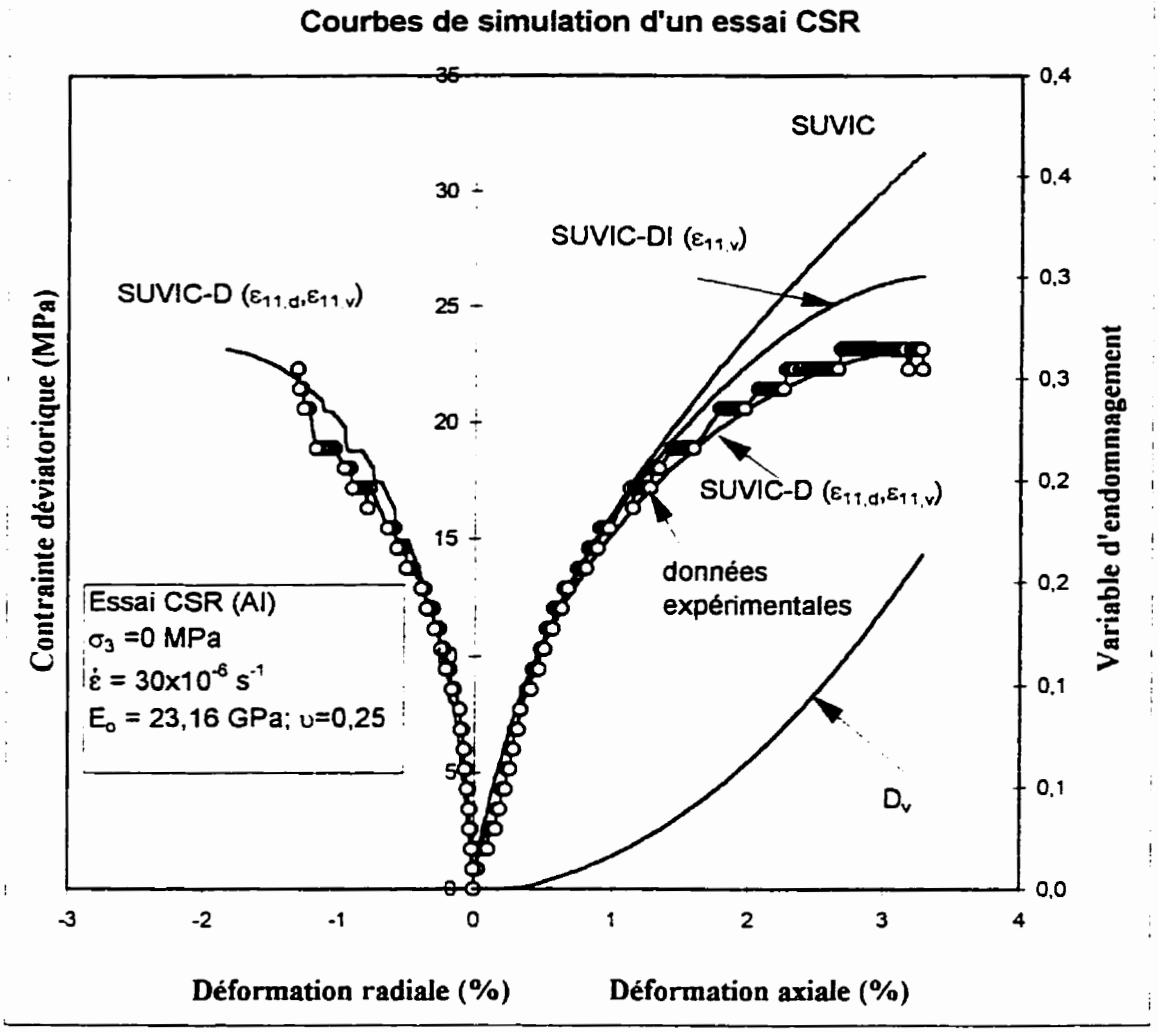
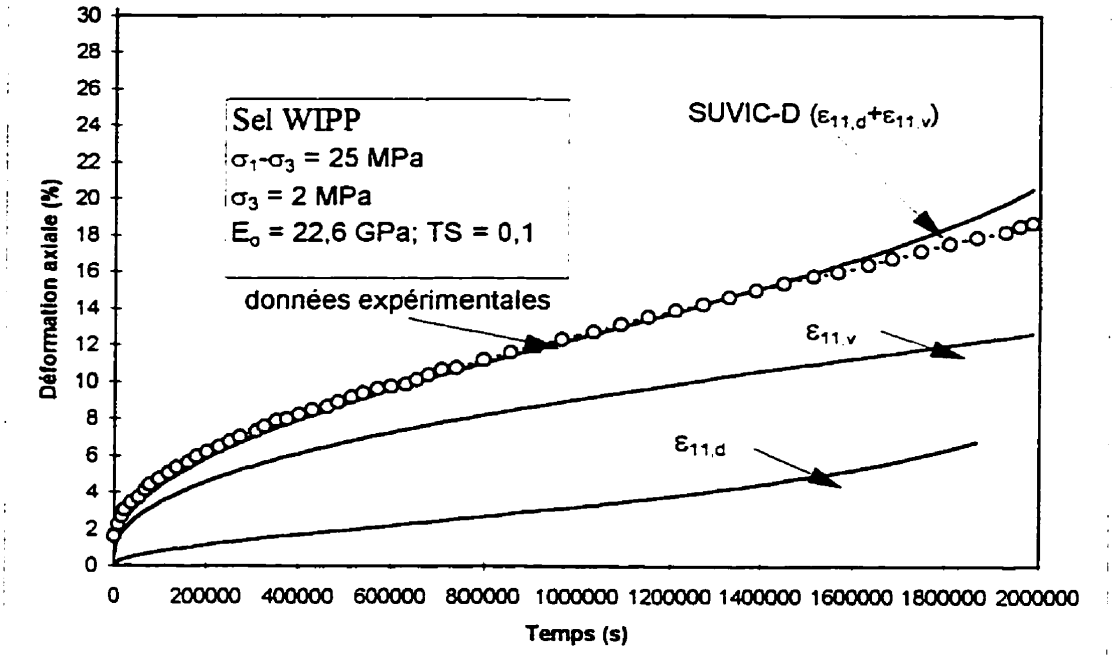
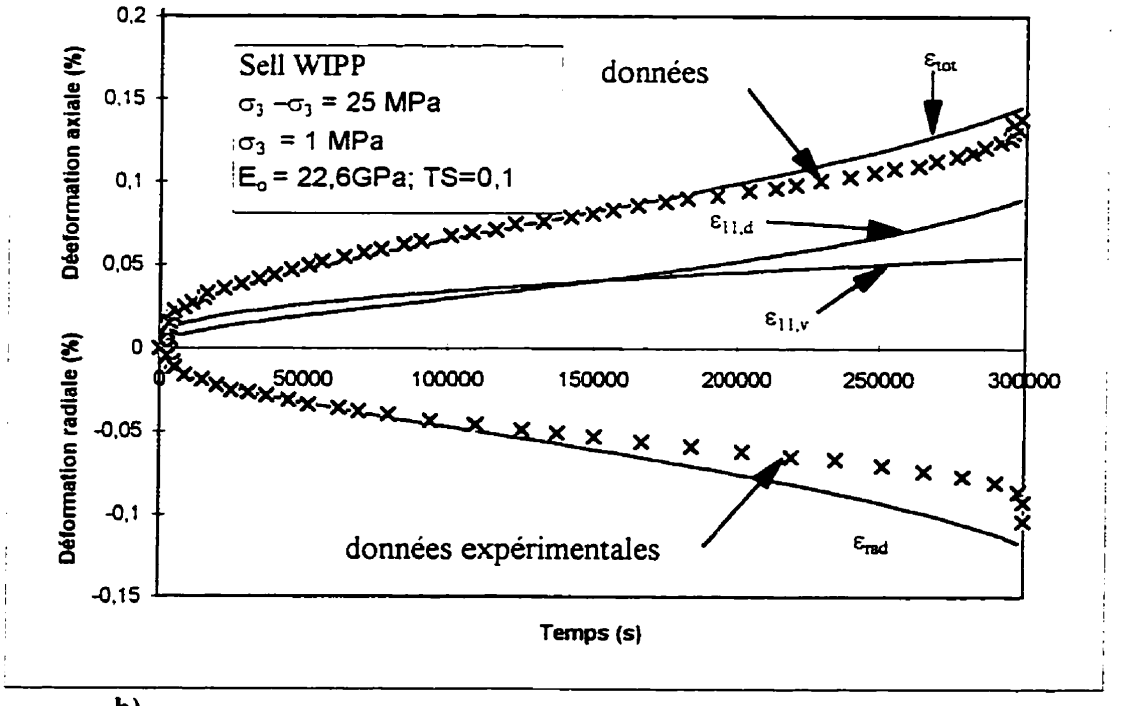


Figure 7.21: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle SUVIC, SUVICDI ($\dot{\varepsilon}_{11,d}$=0) et SUVIC-D pour un essai à taux de déformation contrôlé sur le sel d'Avery-Island ($\dot{\varepsilon}$=30x10^{-6} s^{-1} et σ_3=0 MPa).



a)



b)

Figure 7.22: Courbes expérimentales et décrites à l'aide du modèle SUVIC-D sur des essais de fluage (effet séparé et combiné de $\dot{\varepsilon}_{11,d}$ et $\dot{\varepsilon}_{11,v}$). Données expérimentales tirées de Chan et al., 1994:a) σ_3=2 MPa, et **b)** σ_3=1MPa.

Tableau 7.1 : Valeurs préliminaires des paramètres du modèle SUVIC-D utilisées lors de l'étude paramétrique.

Paramètres du modèle SUVIC	Intervalle de variation	Paramètres de l'endommagement	Intervalle de variation
σ_3 (MPa)	arbitraire	$\varepsilon_L(\%, f_3)$	1,5 - 8
$\dot{\varepsilon}$ ($x10^{-6}$ s^{-1})	arbitraire	$g_2(f_3)$	0,25 - 2
E_o (GPa)	arbitraire	$a_1(f_2)$	29 - 50
υ	arbitraire	$a_2(f_2)$	0,005 - 0,02
N	4	$a_3(f_2)$	0,2 - 2
B_S	0	$a_4(Q_2)$	29 - 50
B_L	0	$a_5(Q_2)$	0,005 - 0,02
R	0	m_1 ($\varepsilon_{ij,d}$)	2-2,2
K	1	$D_o(f_3)$	10^{-5} - 10^{-6}
A ($x10^{-7}$)	5,97	$D_c(f_1)$	0,2 - 1
TD_o ($x10^{-11}$)	4,74	$k_1(f_1)$	0,1 - 1,6
A_{1S}	2000-6000	$r_1(f_2)$	1 - 3
A_{1L}	200-400	g_1 ($\varepsilon_{ij,d}$)	10^{-5} - 10^{-7}
A_3	120-500	$b(F\pi)$	0,75
A_5	180-4000	$v_1(F\pi)$	0,012

Tableau 7.2 : Valeurs des constantes de la variable d'endommagement utilisées lors de la prédiction des essais CSR uniaxiaux sur le sel artificiel.

Essais / Constantes	jam3	jam6	jam9	jam20	jam10	SCJ61
σ_3 (MPa)	0	0	0	0	0	0
$\dot{\varepsilon}$ ($x10^{-6}$ s^{-1})	15	13,86	79	87	205	41
υ	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
E_o (GPa)	111,5	96,92	83,7	105	56,8	28,7
N	4	4	4	4	4	4
B_S	6	5	4	7	4	6
B_L	0	0	0	0	0	0
R	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27
K	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5
A ($x10^{-7}$)	5,97	5,97	5,97	5,97	5,97	5,97
TD_o ($x10^{-11}$)	4,74	4,74	4,74	4,74	4,74	4,74
A_{1S}	6000	6000	6000	6000	6000	6000
A_{1L}	400	400	400	400	400	2000
A_3	400	300	500	1500	500	6000
A_5	2000	2000	1500	2000	2000	4000
ε_L(%, f_3)	3	3	3	3	3	3
$g_2(f_3)$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$a_1(f_2)$	44,4	44,4	44,4	44,4	44,4	44,4
$a_2(f_2)$	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157
$a_3(f_2)$	0,259	0,259	0,259	0,259	0,259	0,259
$a_4(Q_2)$	44,4	44,4	44,4	44,4	44,4	44,4
$a_5(Q_2)$	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157
m_1 ($\varepsilon_{ij,d}$)	2	2	2	2	2	2
$D_c(f_1)$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
$k_1(f_1)$	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
$r_1(f_2)$	2	2	2	2	2	2
D_o ($x10^{-6}$ s^{-1})(f_3)	7	7	6	0,1	0,5	2
g_1 ($x10^{-6}$ s^{-1})($\varepsilon_{ij,d}$)	1	1	0,25	0,1	0,2	0,25

Tableau 7.3 : Valeurs des constantes de la variable d'endommagement utilisées lors de la prédiction des essais CSR triaxiaux sur le sel artificiel.

Essais / Constantes	FITRA2	FITRIA8	SGA8	FITRIA3	SGA7	GEMME4	GEMME1	GEMME2
σ_3 (MPa)	0,47	1,01	2	2,03	3,36	0,6	1,07	2,04
$\dot{\varepsilon}$ ($x10^{-6}$ s^{-1})	42	42	37,5	42	39	72	68	72
υ	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
Eo (GPa)	23,7	24,44	13,48	29,21	23,06	10,32	16,3	25,78
N	4	4	4	4	4	4	4	4
B_S	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	0	2	2
B_L	0	0	0	0	0	0	1	1
R	0,27	0,27	0,27	0,27	0,27	0	0,27	0,27
K	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1	1,5	1,5
A ($x10^{-7}$)	5,97	5,97	5,97	5,97	5,97	5,97	5,97	5,97
TDo ($x10^{-11}$)	4,74	4,74	4,74	4,74	4,74	4,74	4,74	4,74
A_{1S}	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
A_{1L}	400	400	400	400	400	400	200	200
A_3	120	120	120	120	120	120	210	150
A_5	320	320	320	320	320	320	355	300
$\varepsilon_L(\%, f_3)$	10	10	10	10	10	10	10	10
$g_2(f_3)$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$a_1(f_2)$	44,4	44,4	44,4	44,4	44,4	46,01	46,01	46,01
$a_2(f_2)$	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157	0,0147	0,0147	0,0147
$a_3(f_2)$	0,259	0,259	0,259	0,259	0,259	0,356	0,356	0,356
$a_4(Q_2)$	44,4	44,4	44,4	44,4	44,4	46,01	46,01	46,01
$a_5(Q_2)$	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157	0,0157	0,0147	0,0147	0,0147
m_1 ($\varepsilon_{ij,d}$)	2	2	2	2	2	2	2	2
$D_c(f_1)$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
$k_1(f_1)$	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
$r_1(f_2)$	2	2	2	2	2	2	2	2
D_o ($x10^{-6}$ s^{-1})(f_3)	0,25	0,25	0,15	0,15	0,25	1,5	1	0,2
g_1 ($x10^{-6}$ s^{-1})($\varepsilon_{ij,d}$)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	1	1	0,2

Tableau 7.4 : Valeurs des constantes de la variable d'endommagement utilisées lors de la prédiction des essais CSR triaxiaux sur le sel naturel.

Essais / Constantes	Avery4	Avery6	Avery7	Avery10	Avery3
σ_3 (MPa)	0	0	1,07	0	0
$\dot{\varepsilon}$ ($x10^{-6}$ s^{-1})	30	30	28,5	26,5	71,5
υ	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17
Eo (GPa)	23,16	17,73	13,43	28,35	15,33
N	4	4	4	4	4
B_S	0	0	0	2	0
B_L	0	0	0	2	0
R	0	0	0	0	0
K	0,3	0,45	1	1	0,4
A ($x10^{-7}$)	5,97	5,97	5,97	5,97	5,97
TDo ($x10^{-11}$)	4,74	4,74	4,74	4,74	4,74
A_{1S}	2500	800	6000	6000	4000
A_{1L}	300	300	300	300	200
A_3	120	120	200	120	120
A_5	240	180	300	400	300
$\varepsilon_L(\%, f_3)$	3,5	4,5	2	7	3,5
$g_2(f_3)$	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25
$a_1(f_2)$	29,16	29,16	29,16	29,16	29,16
$a_2(f_2)$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
$a_3(f_2)$	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83
$a_4(Q_2)$	29,16	29,16	29,16	29,16	29,16
$a_5(Q_2)$	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
m_1 ($\varepsilon_{ij,d}$)	2	2	2	2	2
$D_c(f_1)$	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
$k_1(f_1)$	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75
$r_1(f_2)$	2	2	2	2	2
D_o ($x10^{-6}$ s^{-1})(f_3)	0,15	0,15	0,15	0,01	0,2
g_1 ($x10^{-6}$ s^{-1})($\varepsilon_{ij,d}$)	0,05	0,05	0,05	0,05	0,05

CHAPITRE VIII
CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

8.1 Conclusions

Dans ce travail, nous avons montré les principales caractéristiques du comportement mécanique du sel. On a ainsi identifié trois régimes à l'écoulement inélastique: fragile, semi-fragile et ductile. Avec le régime ductile, l'écoulement dépend uniquement des mouvements de dislocations. C'est le régime qui a fait l'objet du plus grand nombre de travaux théoriques et expérimentaux. Parmi ces travaux théoriques, nous avons souligné le succès obtenu par la catégorie des modèles avec variables d'état internes dans la modélisation du comportement du sel gemme lorsque les conditions de sollicitation sont complexes. Ces modèles sont des outils précieux pour la conception des modèles de comportement réalistes. Notre attention a porté plus particulièrement sur les performances du modèle *SUVIC* vis-à-vis du comportement mécanique du sel gemme.

Pour les régimes fragile et semi-fragile, là où les processus cataclastiques sont actifs, il y a peu de modèles constitutifs applicables à ce comportement. Avec les modèles existants, le phénomène d'endommagement et la variation de volume qui l'accompagne ont souvent été ignorés ou traités indépendamment dans la modélisation du comportement du sel. Or, comme il a été montré dans ce travail, l'écrouissage dû aux mouvements de dislocations agit conjointement avec le processus d'endommagement dû à la microfissuration. Devant ce constat et par le biais de l'approche des modèles avec variables d'état internes, nous avons développé un modèle viscoplastique unifié afin de décrire l'ensemble du comportement mécanique du sel gemme.

Le modèle qui a servi de base à notre étude est le modèle unifié *SUVIC*. Ce modèle développé pour le comportement ductile du sel est bien adapté pour être étendu aux régimes fragile et semi-fragile. Il a été ainsi étendu en utilisant la théorie de l'endommagement des milieux continus. Une nouvelle variable d'état D_{ij} a été ajoutée afin de décrire l'effet d'endommagement. Ce modèle, appelé *SUVIC-D* ("*Strain rate history-dependent Unified Viscoplastic model with Internal variables for Crystalline materials with Damage*"), a permis de décrire de façon couplée les deux grandes familles de mécanismes de déformation qui contribuent à l'écoulement inélastique du sel.

L'application de ce modèle à divers essais réalisés sur le sel a permis de démontrer ses capacités pour reproduire adéquatement le comportement lors d'essais à taux de déformation contrôlé (*CSR*) et d'essais de fluage et cela pour trois différents types de sel.

Un autre aspect important du modèle proposé est la représentation de la variation volumique. En effet, la dilatance résultant de la microfissuration n'est plus négligée, comme c'était le cas avec différentes approches discutées auparavant. La déformation n'est plus une déformation purement plastique au sens de mouvement de dislocations, mais inclut une partie due à l'endommagement. Le couplage viscoplasticité-endommagement conduit nécessairement à des déformations volumiques irréversibles. Nous avons montré qu'il est possible de rendre compte de ce phénomène en introduisant un nouveau terme du taux de déformation inélastique d'endommagement à la déformation inélastique totale. Cette déformation volumique serait inexistante sous un certain état de contrainte (régime ductile) en l'absence d'endommagement. Dans ce cas, la totalité des déformations sont des déformations déviatoriques. À partir d'un certain niveau de contrainte, l'initiation de l'endommagement prend place et la déformation volumique ne peut plus être négligée. L'état de contrainte correspondant à l'amorce de l'endommagement et de la déformation volumique qui l'accompagne a été désigné comme étant la surface seuil d'endommagement.

Ainsi, la réalisation de plusieurs essais triaxiaux à différentes valeurs de contrainte de confinement a permis de définir la surface caractéristique de l'initiation de l'endommagement (ou critère d'endommagement) dans l'espace des contraintes.

Les paramètres du modèle proposé sont caractérisés à partir d'expériences réalisées sur du sel artificiel, du sel d'Avery-Island, et des résultats empruntés de Chan et al. (1994) impliquant le sel du WIPP. Le modèle pourrait sans doute être appliqué à d'autres sels, voir à d'autres roches tendres sans grandes modifications.

De façon plus spécifique, la thèse comporte six parties importantes. La première partie a été consacrée à l'analyse expérimentale du comportement mécanique du sel, à partir des résultats et concepts issus de la littérature sur ce sujet. On a pu ainsi tirer, à partir de cette analyse, les principales caractéristiques du comportement du sel tel qu'il a été mentionné tout au début de cette section. Puis, dans la deuxième partie, on s'est intéressé aux différentes familles de modèles développés pour ce matériau. Dans la troisième partie nous avons étudié le phénomène d'endommagement et ses attributs. Les différentes approches de modélisation de l'endommagement ont été exposées. Cette étude a été entreprise afin de faire ressortir les principales qualités et faiblesses inhérentes à ces modèles, en relation avec le comportement mécanique du sel.

En se basant sur les études antérieures, nous avons établi la formulation mathématique du modèle conçu pour le comportement endommageable du sel. Ceci n'a été possible qu'en tirant profits des avantages reliés aux nombreux développements réalisés en mécanique d'endommagement tel qu'ils ont été présentés dans la troisième partie. Le modèle est construit à partir de considérations micromécanistiques, théoriques et phénoménologiques, qui découlent d'observations expérimentales sur le sel et d'autres matériaux similaires.

Dans l'avant dernier chapitre, dans le but d'obtenir des données expérimentales devant nous permettre de valider adéquatement le modèle proposé, un programme d'essais de laboratoire a été présenté. Ce programme comprend une série d'essais de compression triaxiale et uniaxiale à taux de déformation contrôlé, tant sur le sel naturel que sur le sel artificiel. Ces résultats nous ont permis d'évaluer l'adéquation entre le modèle proposé et le comportement du sel.

Finalement, au dernier chapitre, nous avons examiné les principales caractéristiques du modèle, à partir d'une étude paramétrique des différentes fonctions du modèle. La validation de notre modèle a été réalisée à partir de quelques simulations de résultats expérimentaux tirés de nos travaux ainsi que ceux de la littérature. On a ainsi vu que *SUVIC-D* permet de décrire à la fois des essais à court-terme réalisés à taux de déformation constant (*CSR*) et des essais à long-terme à contrainte constante (fluage), et cela jusqu'à la rupture finale du matériau. Peu de modèles sont en mesure de décrire correctement de telles conditions de chargement.

Le modèle proposé est composé de deux lois cinétiques (séparées mais couplées) et de quatre lois d'évolutions correspondant aux quatre variables internes, B_{ij}, R, K et D_{ij}. Une des deux lois cinétiques ($\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,v}$) ainsi que les trois variables, B_{ij}, R et K associées à l'écrouissage du matériau font parties du modèle *SUVIC* originellement développé à l'École Polytechnique de Montréal. Pour sa part, la variable D_{ij}, développée dans le cadre de la théorie d'endommagement des milieux continus (*CDM*), est associée au phénomène de création et propagation de microfissures. Ce type de variable s'est notamment avéré utile pour décrire le ramollissement du sel (et la dégradation de ses propriétés mécaniques) lors des essais à taux de déformation contrôlé, et pour décrire la phase de fluage accélérée (ou tertiaire) menant à la rupture lors des essais de fluage.

Dans le modèle *SUVIC-D*, coexistent deux lois cinétiques: la loi cinétique caractérisant le taux de déformation viscoplastique, généralement associé au mouvement des dislocations qui produit l'écrouissage du sel, et la loi cinétique représentant le taux de déformation inélastique induit par l'endommagement. Cette façon de représenter les déformations ductiles (isovolumétrique) et fragiles (avec variation de volume), de façon séparée mais couplée, le distingue de la plupart des modèles existants développés pour les géomatériaux.

L'autre caractéristique du modèle est la représentation tensorielle de la variable d'endommagement. La représentation tensorielle de 2e ordre offre un bon compromis entre les différentes représentations développées pour caractériser l'anisotropie induite par l'endommagement. Une telle représentation permet de représenter un état d'anisotropie orthotrope, avec trois plans perpendiculaires de symétrie.

On retrouve dans la loi d'évolution de D_{ij}, trois fonctions f_1, f_2, et f_3 qui représentent respectivement la fonction d'accumulation de l'endommagement, la fonction de l'état de contraintes, la fonction de déformation et/ou du taux de déformation. Une fonction de puissance est utilisé pour présenter la fonction d'accumulation d'endommagement. Pour sa part, la fonction f_2 est exprimée en fonction des contraintes due à l'excédent de contrainte (''overstress'') générée. La fonction non-linéaire f_3 représente la contribution de l'accumulation de déformation sur l'écoulement du sel, qui a pour effet d'augmenter progressivement le niveau d'endommagement

Un autre point d'une importance particulière à souligner est la capacité du modèle à simuler la réponse contrainte-déformation radiale (traduisant la variation volumique accompagnant l'apparition de la microfissuration) qui est généralement omise dans la plupart des modèles proposés pour le sel gemme.

L'analyse et les résultats présentés dans cette thèse ont permis d'exposer le développement du modèle et de valider son application pour des conditions de sollicitations particulières. En ce sens, on peut conclure à la validité des équations proposées, malgré certaines limitations inhérentes aux hypothèses simplificatrices adoptées et au nombre limité de résultats d'essais disponibles.

8.2 Recommandations

Les exemples présentés dans ce travail confirment l'utilité et la validité de la modélisation pour le domaine d'application visé. On peut aussi croire que cette approche serait utilisable sur un plan industriel. Il faudrait toutefois valider le modèle sur des ouvrages réels d'une échelle autre que celle du laboratoire. Pour en arriver à ce stade, certains travaux complémentaires pourraient être effectués en relation avec les points mentionnés dans ce qui suit.

L'effet de l'environnement et de la température sur le processus d'endommagement devrait être pris en compte dans la formulation du modèle *SUVIC-D*. Ceci peut être incorporé dans une telle modélisation. On devrait notamment introduire un nouveau terme f_4, tel que défini par Aubertin et al. (1994a), dans l'équation gouvernant la variable d'endommagement. Ce terme tient compte de l'effet de la fermeture et de la cicatrisation des microfissures dues aux effets combinés de la température et de la pression de confinement.

Comme pour de nombreux autres matériaux, la représentation du comportement du sel suivra différentes voies (expérimentale, théorique et numérique). Ces différentes voies sont très complémentaires et devraient ensemble être utilisées pour représenter le comportement rhéologique du sel. La modélisation du comportement du sel avec le modèle *SUVIC-D* est limitée aux deux premières approches à savoir l'approche expérimentale et l'approche

théorique. L'approche numérique sera de ce fait la dernière étape de l'application et la validation du modèle *SUVIC-D*. L'approche numérique permettrait ainsi de traiter le comportement à l'échelle de structures telle que les excavations et tunnels. Cet aspect est déjà en cours (voir travaux de Julien et al., 1996).

À cet égard, des travaux sur l'élaboration d'algorithmes plus performants pour résoudre les problèmes numériques devraient être réalisés, surtout pour les structures avec une géométrie tridimensionnelle soumise à un chargement quelconque.

D'autre part, l'analyse des courbes expérimentales réalisées pour ce travail ne permet pas de trancher définitivement sur la nature de la variable d'endommagement. La réalisation d'essais d'extension pourraient s'avérer particulièrement intéressantes afin de mettre en relief l'anisotropie de l'endommagement.

On pourrait notamment réaliser des essais *CSR* cycliques de compression et d'extension triaxiale qui permettraient de distinguer les effets de l'endommagement suivant deux directions différentes, ainsi que la réalisation d'essais triaxiaux à diverses températures pour étudier l'effet de cette dernière sur l'endommagement.

Compte tenu des faibles variations des modules élastiques qui peuvent entraîner une appréciation trop optimiste de l'évolution de l'endommagement tout au long du chargement, d'autres techniques d'évaluation de l'endommagement devraient aussi être mise en oeuvre. La caractérisation des milieux endommageables par des méthodes non destructives est une voie très prometteuse pour la détermination des paramètres indispensables à l'identification précise de lois de comportement complexes.

BIBLIOGRAPHIE

ALLEN, D. et BEEK , J. M. (1985). On the use of internal state variables in thermoviscoplastic constitutive equations. Non-linear constitutive relations for high temperature application, NASA, pp. 83-101.

ALADAG, E., DAVIS, L. A. et GORDON, R. B. (1970). Cross slip and the plastic deformation of NaCl single and polycristals at high pressure. Phil. Mag., Vol. 21, pp. 469-478.

AMAR, G. et DUFAILLY, J. (1993). Identification and validation of viscoplastic and damage constitutive equations. Eur. J. Mech., A/Solids, Vol. 12, no. 2, pp. 197-218.

ASHBY, M.F. et JONES, D.R.H. (1980). Engineering Materials, Pergamon Press.

ASHBY, M.F. (1983). Mechanisms of deformation and fracture. Advances in Applied Mechanics, Academic Press, New York, Vol. 23, pp. 117-177.

ASHBY, M.F. et HALLAM, S.D. (1986). The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress states. Acta Metal., Vol. 34, pp. 497-510.

ATKINSON, B.K. (1980). Stress corrosion and the rate dependent tensile failure of a fine grained quartz rock. Tectonophysics, Vol. 34, pp. 497-510.

ATKINSON, B.K. (1982). Subcritical crack propagation in rocks: theory, experimental results and applications. Journal of Structural Geology, Vol. 4, no. 1, pp. 41-56.

ATKINSON, B.K. (1984). Subcritical crack growth in geological materials. J. Geophys. Res., Vol. 89, pp. 4077-4114.

AUBERTIN, M., GILL, D.E. et LADANYI, B. (1987a). Le comportement rhéologique du sel: revue bibliographique -Tome I: essais en laboratoire et modélisation empirique. Rapport EPM/RT-87/31, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 204p..

AUBERTIN, M., GILL, D.E., et LADANYI, B. (1987b). Le comportement rhéologique du sel: revue bibliographique -Tome II: mécanismes de déformation, modélisation physique, rupture, essais en place et comportement in situ. Rapport EPM/RT-87/32, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 219p..

AUBERTIN, M., GILL, D.E. et GAGNON, D. (1988). Les effets physico-chimiques des fluides intertitiels sur le comportement mécanique des roches. Rapport EPM/RT-88/31, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 64p..

AUBERTIN, M. (1989). Développement d'un modèle viscoplastique unifié avec variables internes pour le comportement rhéologique du sel gemme. Thèse de doctorat, Département de Génie minéral, École Polytechnique de Montréal, 574p..

AUBERTIN, M., GILL, D.E., et LADANYI, B. (1990). Un modèle viscoplastique unifié pour la prévision du comportement d'excavations en roches tendres. Proc. 43rd Canadian Geotechnical Conference, pp. 437-446.

AUBERTIN, M., GILL, D.E., et LADANYI, B. (1991a). A unified viscoplastic model for the inelastic flow of alkali halides. Mechanics of Materials, Vol. 11, pp. 63-82.

AUBERTIN, M., GILL, D.E. et LADANYI, B. (1991b). An internal variable model for the creep of rocksalt. Rocks Mechanics and Rock Enginneering, Vol. 24, pp. 81-97.

AUBERTIN, M., GILL, D.E. et LADANYI, B. (1991c). Laboratory validation of a unified viscoplastic model for rocksalt. Proc. 7th Int. Cong. I.S.R.M., Aachen, Vol. 1, pp. 183-186.

AUBERTIN, M., GILL, D.E. et SGAOULA, J. (1992). Un modèle viscoplastique avec endommagement pour le fluage tertiaire des roches tendres. Proc. 16th Canadian Rock Mechanics Symposium, Sudbury, pp. 109-119.

AUBERTIN, M., GILL, D.E. et LADANYI, B. (1993a). Modeling the transient inelastic flow of rocksalt. Proc. 7th Symp. on Salt, Kyoto, Tokyo, Vol. I, pp. 93-104.

AUBERTIN, M., SGAOULA, J. et GILL, D.E. (1993b). A damage model for rocksalt: application to tertiary creep. Proc. 7th Symp. on Salt, Kyoto, Tokyo, Vol. I, pp. 117-125.

AUBERTIN, M., GILL, D.E. et SERVANT, S. (1993c). Preliminary determination of constants for an updated version of the SUVIC model. Proc. 3rd Conf. Mechanical Behavior of Salt, Palaiseau, pp. 17-29.

AUBERTIN, M., SERVANT, S. et GILL, D.E. (1994). Experimental identification of kinematic and isotropic hardening in rocksalt. Proc. First North American Rock Mechanics Symposium, Austin, pp. 723-730.

AUBERTIN, M., GILL, D.E. et LADANYI, B. (1994a). Constitutive equations with internal state variables for the inelastic behavior of soft rock. Applied Mech. Rev., ASME, Kobayashi (edition), Vol. 47, no. 6-2, pp. 97-101.

AUBERTIN, M., SGAOULA, J. et GILL, D.E. (1995). A viscoplastic-damage model for soft rocks with low porosity. Proc. 8th Int. Cong. Rock Mechanics, Tokyo, Balkema, Vol. 1, pp. 283-290.

AUBERTIN, M., SGAOULA, J., SERVANT, S., GILL, D.E., JULIEN, M. et LADANYI, B. (1996). A recent version of a constitutive model for rocksalt. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, pp. 129-134.

BAMMANN, D.J. et KRIEG, R.D. (1987). Summary and critique. Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity. Elsevier Appl. Sci., Amsterdam, pp. 303-336.

BARBER, D.J. (1985). Dislocations and microstructures. In: Preferred Orientation in Deformed Metals and Rocks, Wenk H.R. (Editor) Academic Press, pp. 149-182.

BASSANI, J.L. et HAWK,D.E. (1990). Influence of damage on crack-tip fields under small scale-creep conditions. Int. J. Fracture, Vol. 42, pp. 157-172.

BASTE, S., EL-GUERJOUMA, R. et AUDOIN, B. (1992). Effect of microcracking on the macroscopic behaviour of ceramic matrix composites: ultrasonic evaluation of anisotropic damage. Mechanics of Materials, Vol. 14, pp. 15-31.

BAZANT, Z.B. et PIJAUDIER, G.C. (1988). Non local continuum damage localisation in stability and convergence. J. Applied Mechanics, Vol. 55, pp. 287-293.

BODNER, S.R. et PARTOM, Y. (1975). Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain hardening materials. J. Appl. Mech., ASME, Vol. 42, pp. 385-389.

BODNER, S.R. et CHAN, K.S. (1986). Modeling of continuum damage for application in elastic-viscoplastic constitutive equations. Engng. Fract. Mech., Vol. 25, no. 5, pp. 705-712.

BODNER, S.R. (1987). Review of a unified elastic-viscoplastic theory. In: Unified Constitutive Equations for Plastic Deformation and Creep of Engineering Alloys, Miller, A.K. (Editor), Elsevier Appl. Sci. Pub., New York, pp. 273-301.

BOUZAIENE, A. et MASSICOTTE, B. (1995). Caractérisation et modélisation du comportement non linéaire d'éléments en béton armé et non armé sous sollicitations multiaxiales. Rapport No EPM/GCS-1995-13, Éditions de l'École Polytechnique de Montréal, 271p..

BRACE, W.F., PAULDING, B. et SCHOLZ, C.H. (1966). Dilatancy in the fracture of crystalline rocks. J. Geophys. Res. , Vol. 71, pp. 3939-3954.

BRODSKY, N.S. et MUNSON, D.E. (1994). Thermomechanical damage recovery parameters for rocksalt from the WIPP. Proceedings of the 1st North American Rock Mechanics Symposium. Nelson P.P. and Lauback S.E.(Editors), Brookfield, VT:A.A. Balkema, Brookfield, pp. 731-740.

BUDIANSKY , B. et O'CONNELL, R.J. (1976). Elastic modulus of cracked solid. Int. J. Solids and Structures, Vol. 12, pp. 81-97.

BUTCHER, B.M. (1980). An elastic-plastic mechanical constitutive description for rock salt triaxial compression. SAND90-1935, Sandia National Laboratory, Albuquerque, 44p..

CAHEN, R.W. (1983). Recovery and recrystallization. Physical Metallurgy, 3rd edition, Elsevier Sci. Pub., pp. 1595-1671.

CARTER, N.L. et KIRBY, S.H. (1978). Transient creep and semibrittle behavior of crystalline rocks. Pure Appl. Geophys., Vol. 116, pp. 807-839.

CARTER, N.L. et HANSEN, F.D. (1983). Creep of rocksalt. Tectonophysics, Vol. 92, pp. 275-333.

CARTER, N.L. et TSENN, M.C. (1987). Flow properties of continental lithosphere. Tectonophysics, Vol. 136, pp. 27-63.

CHABOCHE, J.L. (1977). Viscoplastic constitutive equations for the description of cyclic and anisotropic behaviour of metals. Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Série des Sciences Techniques, Vol. 25, no. 1, pp. 33-41.

CHABOCHE, J.L. (1979). Thermodynamic and phenomenological description of cyclic viscoplasticity with damage. Translation of Publication no.1978-3 of the Office National d'Études et de Recherches Aerospatiales, France, European Space Agency Technical Translation Service, Publication no. ESA-TT-548.

CHABOCHE, J.L. (1988a). Continuum damage mechanics: Part I-General concepts. Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 55, no. 1, pp. 59-64.

CHABOCHE, J.L. (1988b). Continuum damage mechanics: Part II-Damage growth, crack initiation, and crack growth. Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 55, no. 1, pp. 65-72.

CHABOCHE, J.L. (1989). Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. Int. Journal of Plasticity, Vol. 5, pp. 247.

CHABOCHE, J.L. (1993). Development of continuum damage mechanics for elastic solids sustaining anisotropic and unilateral damage. Int. Journal of Damage Mechanics, Vol. 2, pp. 311-329.

CHAN, K.S. (1988). The constitutive representation of high-temperature creep damage. Int. Journal of Plasticity, Vol. 4, pp. 355-370.

CHAN, K.S., BODNER, S.R. FOSSUM, A.F. et MUNSON, D.E. (1992). A constitutive model for inelastic flow and damage evolution in solids under triaxial compression. Mechanics of Materials, Vol. 14, pp. 1-14.

CHAN, K.S., BRODSKY, N.S., FOSSUM, A.F., BODNER, S.R. et MUNSON, D.E. (1994). Damage-induced non associated inelastic flow in rock salt. Int. Journal of Plasticity, Vol. 10, no. 6, pp. 623-642.

CHAN, K.S., MUNSON, D.E., FOSSUM, A.F. et BODNER, S.R. (1996). A constitutive model for representing coupled creep, fracture, and healing in rock salt. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, pp. 141-146.

CHANG, T.Y., CHEN, J.Y. et CHU, S.C. (1988). Viscoplastic finite element analysis by automatic subincrementing technique. J. Engng. Mech., ASCE, Vol. 114, no. 1, pp. 76-80.

CHARLES, R.J. (1958). Static fatigue of glass - Part I and II. Journal of Applied Physics, Vol. 29, no. 11, pp. 1549-1560.

CHEN, W.E. et BALADI, J.Y. (1985). Soil Plasticity - Theory and Implementation. Elsevier.

CHEN, E.P. (1990). A continuum damage model for the quasi-static response of center-cracked plain concrete panel in tension. Damage Mech. Engng. Materials, ASME, pp. 77-87.

CHEN, E.P. et TZOU, D.Y. (1990). A continuum damage model for the quasi-static response of brittle materials. Shah et al., (Editors), pp. 620-627.

CHEN, G.G. et HSU, T.R. (1991). The role of plastic strains in creep crack growth. Fracture Mechanics, Vol. 39, no. 3, pp. 493-508.

CHEN, E.P. (1992). Application of fracture mechanics in geological materials. In: Rock Mechanics, Tillerson and Wawersik (Editors), Balkema, Rotterdam, ISBN 90 5410 0451, pp. 787-796.

CHOW, C.L. et WANG, J. (1987). An anisotropic theory of continuum damage mechanics for ductile fracture. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 27. no. 5, pp. 547-558.

COCKS, A.C.F. et LECKIE, F.A. (1987). Creep constitutive equations for damage materials. Advances in Applied Mechanics, Academic Press, Vol. 25, pp. 239-294.

CORDEBOIS, J.P. et SIDOROFF, F. (1982). Damage induced elastic anisotropy. Mechanical Behavior of Anisotropic Solids, Proc. EUROMECH Coll., Juré 79 (Boehler J.P., Editor), Martinus Nijnoff, The Netherlands, pp. 761-774.

COSTIN, L.S. (1983). A microcrack model for the deformation and failure of brittle rock. J. Geophys. Res., Vol. 88, pp. 9485-9492.

COSTIN, L.S. (1985). Damage mechanics in the post failure regime. Mechanics of Materials, Vol. 4, pp. 149-160.

COSTIN, L.S. (1987). Time-dependent deformation and failure. Fracture Mechanics of Rock, Academic Press, pp. 167-215.

COX, S.J.D. et MEREDITH, P.G. (1993). Microcrack formation and material softening in rock measured by monitoring acoustic emissions. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol.30, no. 1, pp. 11-24.

CRISTESCU, N.D. (1987). Elastic/Viscoplastic constitutive equations for rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 24, no. 5, pp. 271-282.

CRISTESCU, N.D. (1989). Rock Rheology. Kluwer Academic Pub., Dordrecht, 336p..

CRISTESCU, N.D. (1992). Viscoplasticity of Geomaterials. Course given at the International Centre for Mechanics Sciences (CISM), Springer Verlag-Wien, NY.

CRISTESCU, N.D. et HUNSCHE, U. (1993). A constitutive equation for salt. Workshop on Rock Salt Mechanics. Proc. 7th Int. Cong. Rock Mech., Vol. 3, pp. 1821-1830.

CRISTESCU, N.D. (1994). Viscoplasticity of Geomaterials. In: Visco-Plastic Behaviour of Geomaterials, Springer Verlag-Wien, New York, pp. 103-207.

DAFALIAS, Y.F. (1984). Modeling cyclic plastcity: simplicity versus sophistication. Mechanics of Engineering Materials. John Wiley and Sons, pp. 153-178.

DARVE, F. et PAL, O. (1997). Stability, uniqueness and bifurcation in granular materials. Physics and Mechanics of Finite Plastic and Viscoplastic Deformation, Khan A.S.(Editor), pp. 305-306.

DAS, S. et SCHOLZ, C.H. (1981). Theory of time-dependent rupture in the earth. J. Geophysical Research, Vol. 86, pp. 6039-6051.

DAVIDGE, R.W. et PRATT, P.L. (1964). Plastic deformation and work-hardening in NaCl. Phys. Stat. Sol., Vol. 6, pp. 759-776.

DAVIS, L.A. et GORDON, R.D. (1969a). Plastic deformation of alkali halide crystals at high pressure: work-hardening effects. J. Appl. Phys., Vol. 40, no. 11, pp. 4507-4513.

DAVIS, L.A. et GORDON, R.D. (1969b). On the deformation of alkali halide single crystals at high pressure. Phys. Stat. Sol., Vol. 36, pp. K133-K135.

DAVISON, L. et STEVENS, A.L. (1973). Thermomechanical constitution of spalling elastic bodies. J. Appl. Phys., Vol. 44, pp. 667-674.

DAYRE, M. (1987). Influence de la fissuration sur la déformabilité et la rupture. Manuel de Rhéologie des Géomatériaux, Presses ENPC, pp. 51-64.

DELOBELLE, P. (1988). Sur les lois de comportement viscoplastiques à variables internes. Rev. Phys. Appl., Vol. 23, pp. 1-61.

DELOBELLE, P. (1993). Synthesis of the plasticity behavior and modelization of an austenitic stainless steel over a large temperature range, under uniaxial and biaxial loadings, Part II: Phenomenological Modelization. Int. Journal of Plasticity, Vol. 9, pp. 87-118.

DESAI, C.S., et SIRIWARDANE, H.J. (1984). Constitutive Laws for Engineering Materials with Emphasis on Geologic Materials. Prentice-Hall, Prentice-Hall Inc.

DESAI, C.S. et ZHANG, D. (1987). Viscoplastic model for geologic materials with generalized flow rule. Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., Vol. 11, pp. 603-620.

DESAI, C.S. et VARADARAJAN, A. (1987). A constitutive model for quasi-static behavior of rock salt. J. Geophysical Research, Vol. 92, no. B11, pp. 11445-11456.

DESAI, C.S., KUNDU, T. et WANG, G. (1990). Size effect on damage parameters for softening in simulated rock. Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.,Vol. 14, pp. 509-517.

DEVRIES, K.L. (1988). Simulation of field tests in Avery Island dome salt. Key Questions in Rock Mechanics, A.A. Balkema, pp. 413-420.

DRAGON, A. et MROZ, Z. (1979). A continuum model for plastic-brittle behavior of rock and concrete. Int. J. Engng. Sci., Vol. 17, pp. 121-137.

DUSSEAULT, M.B. (1989). Salt rock behavior as an analogue to the behavior of rock at great depth. Rock at Greath Depth, Balkema, pp. 11-17.

EBERHARDT, E., STEAD, D., STIMPSON, B. et READ, R.S. (1997). Changes in acoustic event properties with progressive fracture damage. Proc. NY ROCK 97 (CD-ROM by Elsevier).

ESTRIN, Y. et MECKING, H. (1984). A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one parameter models. Acta Metal., Vol. 32, p. 57.

EVANS, A.G. et DALGLEISH, J.T. (1987). Some aspects of the high temperature performance of ceramics and ceramics composites. Proc. 3rd Int. Conf. Creep and Fracture of Engineering Materials and Structures, Inst. Metals., pp. 929-955.

EVANS, B., FREDRICH, J.T. et WONG, T.F. (1990). The brittle-ductile transition in rocks: recent experimental and theoretical progress. Am. Geophys. Res., Vol. 85, pp. 891-900.

FRIEDMAN, M., DUEK, W.F., GANGI, A.F. et GAZONES G.A. (1984). Sructural petrology of experimentally deformed synthetic rocksalt. Proc. 1st Conf. Mech. Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., pp. 19-36.

FROST, H.J. et ASHBY, M.F. (1982). Deformation mechanism maps-The plasticity and creep of metals and ceramics. Pergamon Press.

FUENKAJORN, K. et DAEMEN, J.J.K. (1988). Borehole closure in salt. Report prepared for U.S. Nuclear Regulatory Commission, NUREG/CR-5243.

GHRIB, F. (1994). Sur l'analyse de la fissuration des barrages en béton par la mécanique de l'endommagement continu. Comportement statique et dynamique. Thèse de doctorat, Département de Génie civil, École Polytechnique de Montréal, 281p..

GOTTSTEIN, G. et MECKING, H. (1985). Recrystallization, preferred orientation in deformed metals and rocks. Academic Press Inc., pp. 183-218.

GRIFFITH, A.A. (1924). The phenomenon of rupture and flow in solids. Phil. Trans. R. Soc. Lond., Ser. A221, pp. 163-198.

GROVES, G.W. et KELLY, A. (1963). Independent slip systems in crystals. Phil. Mag., Vol. 8, pp. 877-887.

GUEGUEN, Y., REUSCHLÉ, T. et DAROT, M. (1989). Single-crack behavior and crack statistics. Deformation Processus in Minerals, Ceramics and Rocks, Barber D.J. and Meredith P.G. (Editors), pp. 48-71.

GUESSOUS, Z. (1986). Effets du prélèvement sous pression biaxiale sur les propriétés du sel. Thèse de doctorat, Département de Génie civil, École Polytechnique de Montréal, 312p..

HAASEN, P. (1985). Dislocations and plasticity of ionic crystals, In: Dislocations and properties of real materials. Inst. Metals, London, pp. 312.

HABIB, K., LUX, H. et SCHMIDT, T. (1996). Optimising underground gas storage operations in salt caverns with special reference to the rock mechanics and thermodynamics involved. The mechanical behavior of salt. Trans. Tech. Pub., Clausthal-Zellerfeld, Vol.20, pp. 445-458.

HALLAM, S.D. et ASHBY, M.F. (1990). Compressive brittle fracture and the construction of multi-axial failure maps. Deformation Processes in Minerals, Ceramics and Rocks, Barber D.J. and Meredith P.G. (Editors), Unwin Hyman, pp. 84-108.

HANDIN, J., RUSSEL, J.E. et CARTER, N.L. (1986). Experimental deformation of rocksalt. Amer. Geophys. Union Mono., Vol. 36, pp. 117-160.

HANSEN, F.D. et MELLEGARD, K.D. (1980). Creep of 50-mm diameter specimens of some rock salt from Avery Island. Louisiana, Prepared by RE/SPEC ONWI-104.

HANSEN, F.D. (1985). Deformation mechanisms of experimentally deformed saline basin bedded salt. Report BMI/ONWI-552, Prepared by RE/SPEC Inc. for Office of Nuclear Waste Isolation, Battelle Memorial Institute, Columbus, OH.

HANSEN, F.D. (1987). Physical and mechanical variability of natural rock salt. Bull. Ass. Engng. Geol., Vol. 24, no. 2, pp. 227-234.

HANSEN, N.R. et SCHREYER, H.L. (1995). Damage deactivation. Journal Applied Mechanics, ASME, Vol. 62, pp. 450-458.

HARDY, H.R. (1982). Theoretical and laboratory studies relative to the design of salt caverns for storage of natural gas. Pennsylvania State University Project PR-12-71

of the Pipeline Research Committee, American Gas Association.

HART, E.W. (1970). A phenomenological theory for plastic deformation of polycrystalline metals. Acta Metal., Vol. 18, no. 6, pp. 599-610.

HART, E.W., LI, C.Y., YAMADA, H. et WIRE, G.L. (1975). Phenomenological theory: a guide to constitutive relations and fundamental deformation properties. Constitutive Equations in Plasticity, MIT Press, pp. 149-197.

HAYHURST, D.R. et LECKIE, F.A. (1990). High temperature creep continuum damage in metals. Yielding, damage & failure of anisotropic materials. Mechanical Engng. Pub., pp. 445-464.

HEARD, H.C. (1972). State-state flow in polycrystalline halite at pressure of 2 kilobars, Flow and fracture of rock. Geophys. Monogr. Ser. Amer. Geophys. Union 16, pp. 191-210.

HENRY, J. P., PAQUET, J. et TANCREZ, J. P. (1977). Experimental study of crack propagation in calcite rocks. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., Vol.14, pp. 85-91.

HILL, R. (1950). The mathematical theory of plasticity. Oxford University Press, London.

HIRTH, J.P. et LOTHE, J. (1982). Theory of dislocations. John Wiley, 2nd edition.

HIRTH, J.P. (1983). Dislocations physical metallurgy. 3rd edition. Elsevier Sci. Pub., pp. 1224-1258.

HORII, H. et NIRMALENDRAN, S. (1990). Roles of microcracking and bridging in fracture of quasi-brittle materials. Shah et al., (Editors), pp. 569-578.

HORSEMAN, S.T. et HANDIN, J. (1990). Triaxial compression tests on rocksalt at temperatures from 50 to 100 °C and strain rates from 10^{-4} to 10^{-9} s^{-1}. Am. Geophys. Res., Vol. 85, pp. 891-900.

HSIA, K.J., ARGON, A.S. et PARKS, D.M. (1991). Modeling of creep damage evolution around blunt notches and sharp cracks. Mechanics of Materials, Vol. 11, pp. 19-42.

HULT, J. (1966). Creep in engineering structures. Blaisdell Pub.

HULT, J. (1979). Continuum damage mechanics-capabilities, limitations and promises. Mechanisms of deformation and fracture, Pergamon, Oxford, pp. 233-247.

HULT, J. (1987). Introduction and general overview. Continuum Damage Mechanics-Theory and Application, Krajcinovic D. and Lemaitre J. (Editors), pp. 1-35.

HUNSCHE, U. (1988). Measurements of creep in rock salt at small strain rates. Proc. 2nd Conf. Mech. Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., pp. 187-196.

HUNSCHE, U. (1989). A failure criterion for natural polycrystalline rock salt. Proc. Int. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials (ICCLEM), Int. Academic Publ., pp. 11-13.

HUNSCHE, U. (1992). True triaxial failure tests on cubic rock salt samples - experimental methods and results.-In: finite inelastic deformations-theory and applications. Proc.

IUTAM- Symposium Hannover, Germany (1991), Springer, Berlin, pp. 525-536.

HUNSCHE, U. (1993). Failure behaviour of rock salt around underground cavities. 7th Symp. on Salt, Elsevier, Vol. I, pp. 59-95.

HUNSCHE, U. (1996). Determination of the dilatancy boundary for various types of rock salt at different stress geometries. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, pp. 85-90.

HUTCHINSON, J.W. (1983). Constitutive behavior and crack tip fields for material undergoing creep - constrained grain boundary cavitation. Acta Metal., Vol. 31, pp. 1079-1088.

JAEGER, J.C., et COOK, N.G.W. (1979). Fundamentals of Rock Mechanics. 3 édition, Chapman and Hall, London.

JINGMIN, Z. et XIAOMING, Y. (1989). Microscopical study on damage mechanism and constitutive equation in rock. In: Advances in Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, Elsevier Sci. Pub., pp. 888-889.

JU, W.J. (1989). On energy-based coupled elastoplastic damage theories: constitutive modelling and computational aspects. Int. J. Solids Structures, Vol. 25, no. 7, pp. 803-833.

JULIEN, M.R., AUBERTIN, M., FOERCH, R. et CAILLETAUD, G. (1996). Numerical implementation of an internal state variable model for viscoplasticity and damage of salt. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École

Polytechnique de Montréal, pp. 199-204.

KACHANOV, M.L. (1958). Time of the fracture process under creep conditions. Izv. Akad. Nauk. SSSR O.T.N Tekh. Nauk., Vol. 8, p. 26.

KARR, D.G., et CHOI, K. (1989). A three-dimensional constitutive damage model for polycrystalline ice. Mechanics of Materials, Vol. 8, pp. 55-66.

KAWAMATO, T., ICHIKAWA, Y. et KYOYA, T. (1988). Deformation and fracturing behaviour of discontinuous rock mass and damage mechanics theory. Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., Vol. 12, pp. 1-30.

KEMENY, J.M. et COOK, N.G.W. (1987). Crack models for the failure of rocks in compression. Proc. 2nd Int. Conf. on Constitutive Laws for Engineering Materials: theory and applications, Elsevier, pp. 879-889.

KEMENY., J.M. et TANG, F.F. (1990). A numerical damage model for rock based on microcrack growth, interaction, and coalescence. Damage Mech. Engng. Materials, ASME, pp. 103-116.

KEMENY., J.M. (1991). A model for non-linear rock deformation under compression due to sub-critical crack growth. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., Vol. 28, no. 6, pp. 459-467.

KRAJCINOVIC, D. (1985). Damage mechanics and continuum modelling for Concrete. Engng. Fract. Mech., Vol. 58, pp. 585-596.

KRAJCINOVIC, D. et FANELLA, D. (1986). A micromechanical damage model for concrete. Engng. Fract. Mech., Vol. 58, pp. 585-596.

KRAJCINOVIC, D. et LEMAITRE, J. (1987). Continuum Damage Mechanics - Theory and Application. CISM Course and Lectures no. 295, Springer-Verlag.

KRAJCINOVIC, D. (1989). Damage mechanics. Mech. Mater., Vol. 8, pp. 117-197.

KRAJCINOVIC, D., SUMARAC, D. et FENELLA, D. (1990). A micromechanically-based constitutive law for brittle materials with application to concrete and rocks. Yielding, damage and failure of anisotropic materials. Mech. Engng. Pub., pp. 571-588.

KRAJCINOVIC, D., BASISTA, M. et SUMARAC, D. (1991). Micromechanically inspired phenomenological damage model. J. Applied Mechanics, ASME, Vol. 58, pp. 305-310.

KREMPL, E. (1984). Viscoplasticity based on overstress. Experiment and Theory. Mechanics of Engineering of Materials. J., Wiley, New York, pp. 369-384.

KREMPL, E. (1987). Models of viscoplasticity- some comments on equilibrium (back) stress and drag stress. Acta Mech., Vol. 69, pp. 25-42.

KRIEG, R.D. (1982). A unified creep-plasticity model for halite. Mechanical Testing for Deformation Model Development, ASTM STP 765, 139p..

LADANYI, B. et GILL, D.E. (1983). In situ determination of creep properties of rock salt. Proc. 5th Int. Cong. Rock Mech., Melbourne, Section A, pp. 219-225.

LADANYI, B. et AUBERTIN, M. (1990). Rate effects in the deformation of rocks. Proc. ASCE Materials Engng. Cong., pp. 433-451.

LANGER, M. (1982). Geotechnical investigation methods for rock salt. Bull. Int. Ass. Engng. Geol., no. 25, pp. 155-164.

LANGER, M. (1984). The rheological behavior of rock salt. Proc. 1st Conf. Mech. Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., pp. 201-240.

LANGER, M. et WALLNER, M. (1988). Solution-mined salt caverns for disposal of hazardous chemical wastes. Bull. Int. Ass. Engng. Geol., no. 37, pp. 61-69.

LAWN, B.R. (1975). An atomistic model of kinetic crack growth in brittle solids. J. Mat. Sci., Vol. 10, pp. 469-480.

LECKIE, F.A. et HAYHURST, D. (1977). Constitutive equations for creep rupture. Acta Metal., Vol. 25, pp. 1059-1070.

LECKIE, F.A. (1978). The constitutive equations of continuum creep damage mechanics. Phil. Trans. R. Soc. A., Vol. 288, pp. 27-47.

LECKIE, F.A. et ONAT, E.T. (1981). Tensorial nature of damage measuring internal variables. In: Physical non-Linearities in Structural Analysis. Hult J. and Lemaitre J. (Editors), Springer, Berlin, pp. 140-155.

LECKIE, F.A. (1987). Bounding methods and applications. In: Continuum damage mechanics-theory and application. Krajcinovic D. and Lemaitre J. (Editors), pp. 207-232.

LEHMANN, T. (1990). Thermodynamically consistent constitutive laws in plasticity including damage. In: Constitutive Laws of Plasticity Deformation and Fracture Application, Krausz et al., (Editors), Kluwer Academic Publishers, Netherlands, pp. 273-278.

LEITE, M.H., LADANYI, B. et GILL, D.E. (1989). Détermination in situ des paramètres d'une loi de fluage du sel par situ par l'enfoncement d'un poinçon tronconique effilé (E.P.T.E.). Rapport EPM/RT 9/11. Édition de l'École Polytechnique de Montréal, 110p..

LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.L. (1978). Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement. Journal de mécanique appliquée, Vol. 2, no. 3, pp. 317-364.

LEMAITRE, J. (1984). How to use damage mechanics. Nuclear Engineering and Design, Vol. 80, pp. 233-245.

LEMAITRE, J. et CHABOCHE, J.L. (1988). Mécanique des matériaux solides. Dunod-Bordas, Paris, 544p..

LEMAITRE, J. (1990). Micro-mechanics of cracks initiation. Int. J. Fracture, Vol. 42, pp. 87-89.

LEMAITRE, J., LECKIE, F. et SHERMAN, D. (1990). Resistance curve by damage crazing in brittle-ductile multimaterials. Damage Mech. Engng. Materials, ASME, AMD-Vol. 109.

LEMAITRE, J. (1992). A course on damage mechanics. Springer-Verlag.

LEMAY, I. (1981). Principles of mechanical metallurgy. Elsevier.

LINDNER, E.W. et BRADY, B.H.G. (1984). Memory aspects of salt creep. Proc. 1st Conf. on the Mech. Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., pp. 241-273.

LOWE, T.C. et MILLER, A.K. (1986). Modelling internal stresses in the nonelastic deformation of metals . J. Engng. Mat. and Techn., ASME, Vol. 108, pp. 365-373.

LUONG, M.P. (1989). Observation infrarouge des processus de rupture du sel gemme. Rock at Great Depth. Maury, V. et Fourmaintraux, D. (eds), Balkema, pp. 157-164.

LUX, K.H. et HEUSERMANN, S. (1983). Creep tests on rock salt with changing load as a basis for the verification of theoritical materials laws. Proc. 6th Int. Symp. on Salt, Vol. 1, pp. 417-435.

MALININ, N.N., KHADJINSKY, G.M. (1972). Theory of creep with anisotropic hardening. Int. J. Mech. Sci., Vol. 14, pp. 235-246.

MARCHAND, N.J. et MOOSBRUGGER, J.C. (1991). Non-linear structural modelling for life predictions: physical mechanics and continuum theories. Int. J. Pres. Ves.

and Piping, Vol. 47, pp. 79-112.

MARTIN, C.D. et CHANDLER, N.A. (1994). The progressive fracture of Lac du Bonnet Granite. Int. J. Rock Mech. Min. Sciences and Geomech. Abstr., Vol. 31, no. 6, pp. 643-659.

MEREDITH, P.G. (1990). Fracture and failure of brittle polycrystals: an overview. Deformation Processes in Minerals, Ceramics and Rocks, Barber D.J. and Meredith P.G. (Editors), Unwin Hyman, pp. 5-47.

MILLER, A. (1976). An inelastic constitutive model for monotonic, cyclic, and creep deformation: Part I-Equations development and analytical procedures. Journal of Engineering Materials and Technology, ASME, Vol. 98, pp. 97-105.

MORGAN, H.S. et KRIEG, R.D. (1988). A comparaison of unified creep-plasticity and conventional creep models for rock salt based on predictions of creep behavior measured in several in situ and bench-scale experiments. SANDIA Report, SAND87-1867, 45p..

MORGAN, H.S. et WAWERSIK, W.R. (1989).Computed and measured responses of a thick walled hollow cylinder of salt subjected to both homogeneous and in homogeneous loading. Proc. 30th U.S. Rock Mechanics Symposium, John Wiley, pp. 539-566.

MORGAN, H.S. et KRIEG, R.D. (1990). Investigation of an empirical creep law for rock salt that uses reduced elastic moduli. Proc. 31st U.S. Symp. Rock Mech., pp. 965-972.

MROZ Z. (1986). Phenomenological constitutive models for metals. Modelling Small Deformations of Polycrystals, Elsevier Applied Sciences Publication, pp. 293-344.

MUNSON, E.D. et DAWSON, P.R. (1982). A work-hardening/recovery model of transient creep of salt during stress loading and unloading. Proc: 23rd US Symp. Rock Mech., pp. 2299-2306.

MUNSON, E.D., JONES, R.L. et DEVRIES, K.L. (1991). Analysis of creep closures in geomechanically connected underground rooms in salt. Rock Mechanics as a Multidiscyplinary Science, Roegiers (Editor) Balkema, Rotterdam, pp. 881-888.

MUNSON, D.E., et WAWERSIK, W. (1993). Constitutive modeling of salt behavior - State of the technology. Proc. 7th ISRM, Cong., Aachen, Vol. 3, pp. 1797-1810.

MURAKAMI, S. et OHNO, L. (1981). A continuum theory of creep and creep damage. Creep in Structures, Ponter A.R.S and Hayhust D.R. (Editors), Springer, Berlin, pp. 922-944.

MURAKAMI, S. et OHNO, L. (1982). A constitutive equation of creep based on the concept of a creep hardening surface. Int. J. Solids and Structures, Vol. 18, no. 7, pp. 597-609.

MURAKAMI, S. (1987). Anisotropic damage theory and its application to creep crack growth analysis. Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, Elsevier Sci. Pub., pp. 187-194.

MURAKAMI, S. (1988). Mechanical modelling of material damage. Journal of Applied Mechanics, Vol.55, no. 6, pp. 280-286.

MURAKAMI, S. et RONG, H. (1989). Damage-elasticity coupling in creep crack analysis. Advances in Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Applications, Elsevier Sci. Pub., pp. 117-122.

MURAKAMI, S. (1990). A continuum mechanics theory of anisotropic damage. In Mechanical Engineering Publications, London, J.P. Boehler, pp. 465-482.

MURRELL, S.A.F. (1990). Brittle-to-ductile transitions in polycrystalline non-metallic materials. Deformation Processes in Minerals, Ceramics and Rocks, Barber D.J. and Meredith P.G. (Editors), Unwin Hyman, pp. 109-137.

NEMES, J.A. et EFTIS, J. (1992). Pressure-shear waves and spall fracture described by a viscoplastic-damage constitutive model. Int. Journal of Plasticity, Vol. 8, pp. 185-207.

NGUYEN-MINH, D., MAITOURNAM, H., BRAHAM, S. et DURUP, J.G. (1992). Atentative interpretation of long term surface subsidence measurements over a solution mined cavern field. Proc. 7th Int. Symp. on salt, Kyoto, Vol. I, pp. 441-449.

NGUYEN-MINH, D., BRAHAM, S. et DURUP, J.G. (1996). Modelling subsidence of the Tersanne underground gas storage field. The mechanical behavior of salt, Trans. Tech. Pub., Clausthal-Zellerfeld, Vol. 20, pp. 405-416.

NICOLAS, A. et POIRIER, J.P. (1976). Crystalline plasticity and solid state flow in

metamorphic rocks. John Wiley and Sons.

NIX, W.D., et GIBELING, J.C. (1985). Mechanisms of time-dependent flow and fracture of metals. Flow and Fracture at Elevated Temperatures, ASM Materials Science Seminar, pp. 1-63.

OFOEGBU, G.I. et CURRAN, J.H. (1991). Yielding and damage of intact rock. Can. Geotech. J., Vol. 28, pp. 503-516.

OFOEGBU, G.I. et CURRAN, J.H. (1992). Deformability of intact rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech., Abstr., Vol. 29, no. 1, pp. 35-48.

ONAT, E.T. (1981). Representation of inelastic behavior. Proc. Int. Conf. on Creep and Fracture in Engineering Materials and Structures, Pineridge Press, pp. 587-602.

ORLOVA, A. et CADEK, J. (1986). Dislocation structure in the high temperature creep of metals and solid solution alloys: a review, Mat. Sci. Engng., Vol. 77, pp. 1-18.

ORTIZ, M. (1985). A constitutive theory for inelastic behavior of concrete. Mechanics of Materials, Vol. 4, pp. 64-93.

PATERSON, M.S. (1978). Experimental rock deformation-The brittle field, Springer-Verlag, New York, 254 p..

PATERSON, M.S. (1985). Dislocations and geological deformation. Dislocations and Properties of Real Materials, Institution of Metals, pp. 320-332.

PERZYNA, P. (1963). The constitutive equations for rate sensitive plastic materials. Quat. Appl. Math., Vol. 20, no. 4, pp. 320-332.

PREECE, D.S. (1987). Borehole creep closure measurements and numerical calculations at the BigHill. Texas SPR Storage site. Proc. 6th Cong. Rock Mech., Vol. 1, pp. 219-224.

PUDEWILLS, A. et HORNBERGER, K. (1993). A unified viscoplastic model for rock salt. Proceedings. 3rd Conf. Mechanical Behavior of Salt, Trans. Tech. Publ. (1996), Ghoreychi et al. (Editors), pp. 45-52.

PUDEWILLS, A. (1996). Influence of anhydrite strata on the stability of a waste disposal drift. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, pp. 253-258.

PUGH, C.E. et ROBINSON, D.N. (1978). Some trends in constitutive equation models development for high-temperature behavior of fast-reactor structural alloys. Nulear Engng. and Design, Vol. 48, pp. 269-276.

PUGH, C.E. (1983). Progress in developing constitutive equations for inelastic design analysis. J. Pressure Vessels and Techn., ASME, Vol. 105, pp. 273-276.

RABOTNOV, Y. N. (1969). Creep problems in structural members, North-Holand, Amsterdam.

RATIGAN, J.L., van SAMBEEK, L.L. DEVRIES,K.L. et NIELAND, J.D. (1991). The influence of seal design on the development of the disturbed rock zone in the WIPP

alcove seal tests. Prepared by RE/SPEC Inc., Rapid City, SD57709, for Sandia National Laboratories, Albuquerque, NM.

RESENDE, L. et MARTIN, J.B. (1988). Parameter identification in a damage model for rock mechanics. Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., Vol. 12, pp. 79-97.

REYES, O. et EINSTEIN, H.H. (1991). Failure mechanisms of fractured rock-A fracture coalescence model. Proc. 7th Int. Cong. I.S.R.M., Aachen, Vol. 2, pp. 333-340.

RIZKALLA, M.K. et MITRI, H.S. (1991). An elasto-viscoplastic model for stress analysis of mining excavations. In: Rock Mechanics as a Multidisciplinary Science, Proc. 32nd U.S. Symp. Rock Mech., Roegiers (Editor), Balkema, pp. 597-606.

ROLFS O., SCHMIDT, U. et CROTOGINO, F. (1996). Rock mechanical studies on the post-operational phase of a disposal cavern. The Mechanical Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., Clausthal-Zellerfeld, Vol. 20, pp. 417-426.

ROSOCHOWSKI, A. et OLEJNIK, L. (1988). Damage evolution in mild steel. Int. J. Mech. Sci., Vol. 30, no.1, pp. 51-60.

ROUX, J., HOSTON, B., CASTAGNÈDE, B. et DESCHAMPS, M. (1985). Caractérisation mécanique des solides par spectro-interférométrie ultrasonore. Rev. Phys. Appli., Vol. 20, pp. 351-358.

RUSSELL, J.E., CARTER, N.L. et HANDIN, J. (1984). Laboratory testing for repository characterization. Proc. 25th US Symp. Rock Mech., pp. 1188-1213.

RUSSELL, J.E. (1988). Constitutive model development for Avery Island rocksalt. Appl. Mech. Engng. Sci. Conf. Abstracts, ASME, pp. 96-96.

RUSSELL, J.E., CARTER, N.L. et WALKER, S.C. (1990). A material model for Avery Island rocksalt. Am. Geophys. Union Monogr., Vol. 56, pp. 111-117.

SAANOUNI, K., CHABOCHE, J.L. et LESNE, P.M. (1989). Creep crack-growth prediction by a non-local damage formulation. J. Cracking and Damage, pp. 404-414.

SALZER. K. et SCHREINER, W. (1996). Long-term safety of salt mines in flat beddings. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, pp. 245-250.

SAMMIS, C.G. et ASHBY, M.F. (1986). The failure of brittle porous solids under compressive stress states. Acta Metal., Vol. 34, no. 3, pp. 511-526.

SANTARELLI, F.J. (1990). Étude expérimentale de la bifurcation dans les roches. Revue française de Géotechnique, no. 50, pp. 61-70.

SAOURIDIS, C. (1988). Identification et numérisation objectives des comportements adoucissants: une approche multi-échelle de l'endommagement du béton. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, 124p..

SAOURIDIS, C. et MAZARS, J. (1989). A multiscale approach to distributed damage and its usefulness for capturing structural size effect. J. Crack. Damage, pp. 391-403.

SCHMIDT, R.A. et ROSSMANITH, H.P. (1983). Basic of rock fracture mechanics. Rock Fracture Mechanics, H.P. Rossmanith, édition Springer-Verlag, pp. 1-29.

SCHREYER, H. (1989). Formulation for non local softening in a finite zone with anisotropic damage. J. Cracking and Damage, pp. 426-439.

SENSENY, P.E. et HANSEN, F.D. (1987). Potential constitutive models for salt: survey of phenomenology, micromechanisms, and equations. Topical Report RSI-0284, RE/SPEC, Rapid City, 114 p..

SENSENY, P.E., MELLEGARD, K.D. et NIELAND, J.D. (1989). Influence of end effects on the deformation of salt. Int. J. Rock Mech. Mining Sciences and Geomechanical of salt, Abstr., Vol. 26, no. 5, pp. 435-444.

SENSENY, P.E., HANSEN, F.D., RUSSELL, J.E., CARTER, N.L. et HANDIN, J.W. (1992). Mechanical behavior of rock salt: phenomenology and micromechanisms. Int. J. Rock Mech. Mining Sciences and Geomechanical of Salt, Abstr., Vol. 29, no. 4, pp. 363-378.

SERATA, S. (1978). Geomechanical basis for design of underground salt cavities. Petroleum Division of ASME, Presented at the Energy Technology Conference and Exhibition, Houston, Texas.

SGAOULA, J., AUBERTIN, M. et GILL, D.E. (1992). Modélisation du comportement mécanique du sel gemme: viscoplasticité et endommagement. Rapport EPM/RT-92/12, Editions de l'École Polytechnique de Montréal, 219p..

SGAOULA, J., AUBERTIN, M. et GILL, D.E. (1995). Using internal state variables for modeling the viscoplastic behavior of rocksalt in the semi-brittle regime. Proc. 36th U.S. Symposium on Rock Mechanics, Lake Tahoe, Juin 4-7.

SHAO, J.F., HENRY, J.P. et GUENOT, A. (1988). An adopted constitutive model for soft porous rocks (chalk). Key Questions in Rock Mechanics, Cundall et al. (Editors), Balkema, pp. 51-58.

SHAO, J.F., HENRY, J.P., SKOCZYLAS, F. et SHAHROUR, I. (1993). Study of massive water injection by thermoporomechanical coupling model. Computer and Geotechnics, Vol. 15, pp. 105-121.

SHAO, J.F., KHAZRALI, R. et HENRY, J.P. (1996). Application of continuum damage theory to borehole failure modelling in brittle rock. Rock Mechanics: Tools and Techniques, Aubertin, Hassani et Mitri (Editors), pp. 1721-1728.

SHAO, J.F., DUVEAU, G., HOTEIT, N., SIBAI, M. et BART, M. (1997). Time dependent continuous damage model for deformation and failure of brittle rock. Proc. NY ROCK 97 (CD-ROM by Elsevier).

SINGH, M.M. (1981). Strength of rock. Physical Properties of Rocks and Minerals.

SINGH, U.K., DIGBY, P.J. et STEPHANSSON, O.J. (1987). Constitutive equation for progressive failure of brittle rock. In: Constitutive Laws for Engineering Materials: Theory and Application, Desai et al., (Editors), Elsevier, pp. 923-930.

SIRIEYS, P. (1984). La dilatance des roches. Revue française de Géotechnique, no. 27, pp. 23-25.

SPIERS, C.J., PEACH, C.J., BRZESOWSKY, R.H., SCHUTJENS, P.M.T.M., LIEZENBERG, J.L. et ZWART, H.J. (1989). Long-term rheological and transport properties of dry and wet salt rocks. Final Report. Nuclear Science and Technology. Vol. EUR11848 EN, Luxemburg, 163 p..

SPIERS, C.J. et CARTER, N.L. (1996). Microphysics of rocksalt flow in nature. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, pp. 58-63.

SKROTZKI, W. et HAASEN, P. (1984). Plastic deformation and hardening of polycrystalline halides. Proc. Int. Symp. Plastic Deformation of Ceramics Materials, pp. 429-444.

SKROTZKI, W. et HAASEN, P. (1988). The role of cross slip in the steady state creep of salt. Proc. 2nd Conf. Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., pp. 69-82.

STEIN, E. et WETJEN, D. (1988). Equations for the description of thermo-mechanical creep of rocksalt and parametric studies by the aid of finite-element computations. Proc. 2nd Conf. Mech. Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., pp. 445-458.

STUMVOLL, M. et SWOBODA, G. (1993). Deformation behavior of ductile solids containing anisotropic damage. Journal of Engineering Mechanics, ASCE., Vol. 119, no. 7, pp. 1331-1353.

SUNDER, S.S. (1986). An integrated constitutive theory for the mechanical behaviour of sea ice: Micromechanical interpretation. Proc. Ice Technology Conference, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.

SURESH, S. (1992). Micromechanisms and micromechanical modelling of cyclic damage ahead of fatigue cracks. In: Cyclic Damage Ahead of Fatigue Cracks, pp. 111-124.

SWOBODA, G., STUMVOLL, M. et BEICHUAN, H. (1990). Damage tensors theory and its application to tunnelling. Mechanics of Jointed and Faulted Rock, Rossmanith (édition), Balkema, pp. 51-58.

TAKEUCHI, S. et ARGON, A.S. (1976). Steady state creep of single-phase crystalline matter at high temperature. J. Mat. Sci., Vol.11, pp.1542-1566.

THOREL, L. (1994). Plasticité et endommagement des roches ductiles - Application au sel gemme. Thèse de doctorat, École Nationale de Ponts et Chaussées, 274p..

TOI, Y. et ATLURI, S.N. (1990). Finite element analysis of static and dynamic fracture of brittle microcracking solids, Part 1: Formulation and simple numerical examples. Int. J. Plasticity, Vol. 6, pp. 169-188.

TRIVAUDEY, F. et DELOBELLE, P. (1990). High temperature creep damage under biaxial loading-part II: model and simulations. J. Engng. Mat. Tech., Vol. 112, pp.450-455.

VAKULENKO, A.A. et KACHANOV, M.L. (1971). Continuum model of medium with cracks. Mekhanica Tverdogo Tiela, Vol. 4, pp. 159-166.

VALANIS, K.C. (1990). A theory of damage in brittle materials. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 36, no. 3, pp. 403-416.

VAN DEN BROEK, W.M.G.T. et HEILBRON, H.C. (1996). Influence of salt behavior on the retrievability of radioactive waste, W.M., G.T.. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, pp. 259-262.

VAN SAMBEEK, L.L. (1996). Salt pillar design equation. Preprints, 4th Conference on the Mechanical Behavior of Salt, École Polytechnique de Montréal, pp. 223-238.

VEKINIS, G., ASHBY, M. F. et BEAUMONT, P.W.R. (1991). The failure of alumina containing controlled distributions of flaws. Acta Metall. Mater., Vol. 39, no. 11, pp. 2583-2588.

VOYIADJIS, G.Z. et ABU-LEBDEH, T.M. (1993). Damage model for concrete using bounding surface concept. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 119, no. 9, pp. 1865-1885.

VOYIADJIS, G.Z. et PARK, T. (1997). Kinematic description of damage for finite strain elastic-plastic deformations. Physics and Mechanics of Finite Plastic and Viscoplastic Deformation, Khan A.S (Editor), pp. 215-216.

WALLNER, M. (1984). Analysis of thermomechanical problems related to the storage of heat producing radioactive waste in rock salt. Proc. 1st Conf. Mech.Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., pp. 639-763.

WALLNER, M. (1988). Frac-pressure risk for cavities in rock salt. 2nd Conf. Mech.Behavior of Salt, Trans. Tech. Pub., pp. 645-658.

WANG, T.J. (1991). A continuum damage model for ductile fracture of weld heat affected zone. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 40, no. 6, pp. 1075-1082.

WANG, T.J. (1992). Unified CDM model and local criterion for ductile fracture-I. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 42, no. 1, pp. 177-183.

WANG, T.J. (1993). Thermal and mechanical load induced damage behavior of a low alloy steel: mechanics and modelling. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 44, no. 6, pp.971-980.

WAWERSIK, W.R. et HANNUM, D.W. (1980). Mechanical behavior of New Mexico rock salt in triaxial compression up to 200 °C. J. Geophys. Res., Vol. 85, pp. 891-900.

WAWERSIK, W.R. et ZEUCH, D.H. (1986). Modeling and mechanistic interpretation of creep of rocksalt below 200 °C. Tectonophysics, Vol. 121, pp. 125.

WAWERSIK, W.R. et MORGAN, H.S. (1987). Evaluating design procedures for the structures in rocksalt. Proc. 28th U.S. Symp. on Rock. Mech., University of Arizona, Tucson, pp. 107-115.

WEERTMAN, J. et WEERTMAN, J.R. (1983). Mechanical properties, strongly temperature-dependent. Physical Metallurgy, 3rd edition, Elsvier Sci. Pub., Amsterdam, pp. 1259-1307.

WIEDERHORN, S.M. et BOLZ, L.H. (1970). Stress corrosion and static fatigue of glass. J. Am. Ceram. Soc., Vol. 53, pp. 543-548.

WILKINS, B.J.S. et RIGBY, G.L. (1981). Thermal and stress corrosion cracking in hard rock. Fracture Problems.

XIAO, Q., XIAOMIN, Y. et WENTAO, L. (1991). Micro-experimental study on damage behaviour and investigation of damage variable in rock. In: Rock Mechanics as a Multidisciplinary Science, Proc. 32nd U.S. Symp. Rock Mech., Roegiers (Edition), Balkema, pp. 675-682.

YAZDANI, S. et SCHREYER, H.L. (1988). An anisotropic damage model for plain concrete. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 35, nos 1/2/3, pp. 281-293.

ZIENKIEWICZ, O.C. et CORMEAU, I.C. (1974). Viscoplasticity-plasticity and creep in elastic solids- a unified solution approach. Int. J. Num. Meth. Engng., Vol. 8, pp. 821-845.

ANNEXE I:

EXPOSITION DES DIFFÉRENTES ÉTAPES DU DÉVELOPPEMENT DES ÉQUATIONS POUR L'ÉLABORATION DU MODÈLE *SUVIC-D*

1) Taux de déformation totale

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{e}_{ij} + \dot{\varepsilon}^{i}_{ij} \tag{1}$$

2) Taux de déformation élastique

$$\dot{\varepsilon}^{e}_{ij} = \tilde{\Lambda}^{-1}_{ijkl}\ \dot{\sigma}_{kl} \tag{2a}$$

$$= \Lambda_{ijkl}\ \frac{d\tilde{\sigma}_{kl}}{dt} \qquad \text{avec} \quad \tilde{\Lambda} = \mathbb{M}^{-1}\ \Lambda\ \mathbb{M}^{-1} \tag{2b}$$

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \mathbb{M}_{ijkl}\ \sigma_{kl} \tag{2c}$$

où Λ_{ijkl} est le tenseur des constantes élastiques (de 4e ordre), $\tilde{\sigma}_{kl}$ est la contrainte nette et $\mathbb{M}_{ijkl}$ est le tenseur des effets d'endommagement. Ce dernier est définit de la façon suivante:

$$\mathbb{M}_{ijkl} = (\mathbb{I} - D_v)^{-1/2}_{ij}\ (\mathbb{I} - D_v)^{-1/2}_{kl} \tag{3}$$

3) Taux de déformation inélastique

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij} = \dot{\varepsilon}^{i}_{ij,v} + \dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d} \tag{4}$$

4) Taux de déformation inélastique viscoplastique

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,v} = \dot{e}^{i}_{ij,v} + \frac{1}{3}\ \delta_{ij}\ \dot{\varepsilon}^{i}_{kk,v} \tag{5a}$$

avec $\dot{e}^{i}_{ij,v}$: partie déviatorique (5.b)

et $\dot{\varepsilon}^{i}_{kk,v}$: partie volumétrique (5.c)

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,v} = A \left\langle F_1 \right\rangle^{N}\ \frac{\partial Q_1}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} \tag{6}$$

$$\dot{e}^{i}_{ij,v} = A \left\langle F_1 \right\rangle^N \frac{\partial Q_1}{\partial \tilde{S}_{ij}} \tag{7}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{kk,v} = A \left\langle F_1 \right\rangle^N \frac{\partial Q_1}{\partial \tilde{\sigma}_{kk}} \tag{8}$$

avec $$F_1 = \frac{\tilde{X}_{ae} - R}{K} \tag{9}$$

et $$\tilde{X}_{ae} = \left[\frac{3}{2} (\tilde{S}_{ij} - B_{ij}) (\tilde{S}_{ij} - B_{ij}) \right]^{1/2} \tag{10}$$

Dans ce cas on a: $Q_1 = F_1$ (loi associée) (11)

$$F_1 = Q_1 = f\left(\tilde{X}_{ae} \right) = f\left(\tilde{J}_2 \right) \quad \textit{contrainte équivalente de von-Mises} \tag{12}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{kk,v} = A \left\langle \frac{\tilde{X}_{ae} - R}{K} \right\rangle^N \frac{\partial Q_1}{\partial \tilde{\sigma}_{kk}} = 0 \quad \text{car } Q_1 \text{ est indépendant de } \tilde{\sigma}_{kk} \tag{13}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,v} = \dot{e}^{i}_{ij,v} \Rightarrow \frac{\partial Q_1}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} = \frac{\partial Q_1}{\partial \tilde{S}_{ij}} \tag{14}$$

$$\Rightarrow \dot{\varepsilon}^{i}_{ij,v} = \dot{e}^{i}_{ij,v} = A \left\langle \frac{\tilde{X}_{ae} - R}{K} \right\rangle^N \tilde{n}_{ij} \tag{15}$$

avec $$\tilde{n}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{(\tilde{S}_{ij} - B_{ij})}{\tilde{X}_{ae}} \tag{16}$$

$$\tilde{S}_{ij} = \tilde{\sigma}_{ij} - \delta_{ij} \tilde{\sigma}_{kk}/3 \tag{17}$$

$$\tilde{\sigma}_{kk} = \text{tr } (\tilde{\sigma}_{ij}) \tag{18}$$

En compression triaxiale et suivant l'axe principal (σ_{11} : contrainte principale majeure) et en supposant que l'endommagement suivant l'axe secondaire est nul ($D_{22}=D_{33}=0$), on a:

$$\Rightarrow \dot{\varepsilon}^{i}_{11.v} = \dot{e}^{i}_{11.v} = A \left\langle \frac{\frac{\sigma + D_{11}\sigma_{33}}{1 - D_{11}} - B - R}{K} \right\rangle^{N} \quad avec\ \sigma=\sigma_{11} - \sigma_{33} \tag{19}$$

4) Taux de déformation inélastique dû à l'endommagement

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d} = \dot{e}^{i}_{ij,d} + \frac{1}{3}\,\delta_{ij}\,\dot{\varepsilon}^{i}_{kk,d} \tag{20}$$

avec $\dot{e}^{i}_{ij,d}$: partie déviatorique (20.a)

et $\dot{\varepsilon}^{i}_{kk,d}$: partie volumétrique (20.b)

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij.d} = \gamma \left\langle \frac{F_2}{F_r} \right\rangle^{m_1} \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{\sigma}_{ij}} \tag{21}$$

$$\dot{e}^{i}_{ij,d} = \gamma \left\langle \frac{F_2}{F_r} \right\rangle^{m_1} \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{S}_{ij}} \tag{22}$$

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{kk.d} = \gamma \left\langle \frac{F_2}{F_r} \right\rangle^{m_1} \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{\sigma}_{kk}} \tag{23}$$

$$F_2 = \sqrt{\tilde{J}_2} - F_o\,F_\pi \tag{24}$$

avec $F_o = \left[a_1\,(1 - \exp\,(-a_2 I_1)) + a_3\right]$ (25)

et $F_\pi = \left[\sqrt{2}b \cdot \left((1+b^2) - (1-b^2)\sin(3\theta)\right)^{-1/2}\right]^{v}$ (25a)

$\theta = 30° \Rightarrow F_\pi = 1$ *en compression triaxiale* (25.b)

$$\theta = 0^{\circ} \Rightarrow F_{\pi} = (\sqrt{2}b\cdot(1+ b^{2})^{-0.5})^{v} \quad \textit{en cisaillement pur} \tag{25.c}$$

$$\theta = -30^{\circ} \Rightarrow F_{\pi} = b^{v} \quad \textit{en extension triaxiale} \tag{25.d}$$

$$v = \exp(-v_1 I_1) \tag{25}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sqrt{3}\,(\sigma_1 - \sigma_3)}\right] \quad , \quad -\pi/6 \le \theta \le \pi/6 \tag{26a}$$

$$= \left\{\frac{1}{3}\cos^{-1}\left[\frac{3\sqrt{3}}{2}\,\frac{J_3}{(J_2)^{3/2}}\right] - \pi/6\right\} \tag{26b}$$

$$Q_2 = \sqrt{\tilde{J}_2} - \left[a_4\,(1 - \exp(-a_5\tilde{I}_1))\right]\tilde{F}_{\pi q} \tag{27}$$

avec $$F_{\pi q} = \left[\sqrt{2}b_q \cdot \left((1+ b_q^2) - (1 - b_q^2)\sin(3\tilde{\theta})\right)^{-1/2}\right]^{\tilde{v}_q} \tag{28}$$

et $$\tilde{v}_q = \exp(- v_1\tilde{I}_1) \tag{29a}$$

$$\tilde{\theta} = \left\{\frac{1}{3}\cos^{-1}\left[\frac{3\sqrt{3}}{2}\,\frac{\tilde{J}_3}{(\tilde{J}_2)^{3/2}}\right] - \pi/6\right\} \tag{29b}$$

5.1) Détermination des dérivées du potentiel d'endommagement

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{ij,d} = \gamma\left\langle\frac{F_2}{F_r}\right\rangle^{m_1}\frac{\partial Q_2}{\partial\tilde{\sigma}_{ij}} \tag{30}$$

$$\frac{\delta Q_2}{\delta\tilde{\sigma}_{ij}} = \frac{\delta Q_2}{\delta\tilde{J}_2}\frac{\delta\tilde{J}_2}{\delta\tilde{\sigma}_{ij}} + \frac{\delta Q_2}{\delta\tilde{I}_1}\frac{\delta\tilde{I}_1}{\delta\tilde{\sigma}_{ij}} + \frac{\delta Q_2}{\delta\tilde{\theta}}\frac{\delta\tilde{\theta}}{\delta\tilde{J}_3}\frac{\delta\tilde{J}_3}{\delta\tilde{\sigma}_{ij}} \tag{30.a}$$

ou $$\frac{\delta Q_2}{\delta\tilde{\sigma}_{ij}} = C_1\cdot b_1 + C_2\cdot b_2 + C_3\cdot b_3\cdot b_4 \tag{30.b}$$

avec $$\sqrt{\tilde{J}_2}=\left(\frac{1}{2}\tilde{S}_{ij}\cdot\tilde{S}_{ij}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{\tilde{\sigma}_{ae}}{\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad \tilde{\sigma}_m=\frac{\tilde{I}_1}{3}=\frac{\tilde{\sigma}_{kk}}{3} \tag{31a,b}$$

et $$\tilde{J}_3=\frac{1}{3}\tilde{S}_{ij}\cdot\tilde{S}_{jk}\cdot\tilde{S}_{ki}=\tilde{S}_1\cdot\tilde{S}_2\cdot\tilde{S}_3 \tag{31c}$$

5.1.1) Détermination des paramètres b_1, b_2, b_3 et b_4

$$b_1=\frac{\delta\tilde{J}_2}{\delta\tilde{\sigma}_{ij}}=\frac{\tilde{J}_2}{\tilde{S}_{ij}}\frac{\tilde{S}_{ij}}{\tilde{\sigma}_{ij}}=\left(\frac{1}{2}2\tilde{S}_{ij}\right)1=\tilde{S}_{ij} \tag{32}$$

$$b_2=\frac{\delta\tilde{I}_1}{\delta\tilde{\sigma}_{ij}}=\delta_{ij} \tag{33}$$

$$b_3=\frac{\partial\tilde{\theta}}{\partial\tilde{J}_3}=\frac{\partial}{\partial\tilde{J}_3}\left(\frac{1}{3}\cos^{-1}\left[\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{\tilde{J}_3}{(\tilde{J}_2)^{3/2}}\right]-\pi/6\right)=\frac{\partial}{\partial\tilde{J}_3}\left(\frac{1}{3}\arccos\left[\frac{3\sqrt{3}}{2}\frac{\tilde{J}_3}{(\tilde{J}_2)^{3/2}}\right]\right) \tag{34}$$

sachant que $$\frac{\partial}{\partial x}\left(\arccos(u)\right)=\frac{-1}{\sqrt{1-u^2}}\frac{\partial u}{\partial x} \tag{35}$$

on aura $$b_3=\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{\tilde{J}_2^{3/2}\sin\left(3\tilde{\theta}+\frac{\pi}{6}\right)} \tag{36}$$

$$b_4=\frac{\delta\tilde{J}_3}{\delta\tilde{\sigma}_{ij}}=\tilde{t}_{ij}=\tilde{S}_{ip}\tilde{S}_{pj}-\frac{\tilde{J}_2}{3} \tag{37}$$

5.1.2) Détermination des dérivées C_1, C_2 et C_3

$$C_1=\frac{\partial Q_2}{\partial\tilde{J}_2}=\frac{\partial}{\partial\tilde{J}_2}\left(\sqrt{\tilde{J}_2}-\tilde{F}_o(\tilde{I}_1)\cdot\tilde{F}_{rq}(\tilde{\theta})\right) \tag{38}$$

$$C_1 = -\frac{\partial}{\partial \tilde{J}_2}(\sqrt{\tilde{J}_2}) - \frac{\partial \tilde{F}_o(\tilde{I}_1)}{\partial \tilde{J}_2} \cdot \tilde{F}_{\pi q} - \frac{\partial \tilde{F}_{\pi q}(\tilde{\theta})}{\partial \tilde{J}_2} \cdot \tilde{F}_o(\tilde{I}_1) \tag{38}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{J}_2}\left(\sqrt{\tilde{J}_2}\right) = \frac{1}{2\,\tilde{J}_2^{\frac{1}{2}}} \tag{39}$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{J}_2}\left(\tilde{F}_o(\tilde{I}_1)\right) = 0 \tag{40}$$

avec $$\frac{\partial \tilde{F}_{\pi q}(\tilde{\theta})}{\partial \tilde{J}_2} = \frac{\partial}{\partial \tilde{J}_2}\left[\left(\sqrt{2}b_q \cdot \left((1+b_q^2) - (1-b_q^2)\sin(3\tilde{\theta})\right)^{-1/2}\right)^{\tilde{v}_q}\right] \tag{41}$$

sachant que $$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{\frac{\partial u}{\partial x} v - u \frac{\partial v}{\partial x}}{v^2} \tag{42}$$

et $$\frac{\partial}{\partial x}(\sin(u)) = \cos(u)\frac{\partial u}{\partial x} \quad et \quad \frac{\partial}{\partial x}(\cos(u)) = -\sin(u)\frac{\partial u}{\partial x} \tag{43}$$

$$\frac{\partial \tilde{F}_{\pi q}(\tilde{\theta})}{\partial \tilde{J}_2} = \frac{\frac{9}{8}\sqrt{3}(\sqrt{2}b_q)^{\tilde{v}} \cdot \tilde{v} \cdot (1-b_q^2)\cos(3\tilde{\theta}) \cdot \tilde{J}_3}{\tilde{J}_2^{\frac{5}{2}} \sin\left(3\tilde{\theta} + \frac{\pi}{6}\right)\left[\left((1+b_q^2) - (1-b_q^2)\sin(3\tilde{\theta})\right)^{\frac{\tilde{v}}{2}-1}\right]} = \tilde{F}_{\theta 1} \tag{44}$$

on aura donc $$C_1 = \left(\frac{1}{2\sqrt{\tilde{J}_2}} + \tilde{F}_{\theta 1}\right) \tag{45}$$

pour des cas particuliers de chargement on aura:

$$\tilde{F}_{\theta 1} = 0 \quad \text{pour} \quad \theta = 30° \text{ (compression triaxiale) et } \theta = -30° \tag{46}$$

$$C_2 = \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{I}_1} = \left[- a_4 \cdot a_5 \exp(-a_5 \tilde{I}_1)\right] \tilde{F}_{\pi q} - \left[a_4 (1 - \exp(-a_5 \tilde{I}_1)\right] \frac{\partial \tilde{F}_{\pi q}}{\partial \tilde{I}_1} \quad (47)$$

avec $$\frac{\partial \tilde{F}_{\pi q}}{\partial \tilde{I}_1} = \frac{\partial}{\partial \tilde{I}_1} \left[\left(\sqrt{2} b_q \cdot ((1+ b_q^2) - (1 - b_q^2) \sin(3\tilde{\theta}))^{-1/2}\right)^{\exp(- v_1 \tilde{I}_1)}\right] \quad (48)$$

sachant que $y = a^{e^{-u(x)}} \Rightarrow \log y = e^{-u(x)} \cdot \log a$ (49)

d'ou $$\frac{y'}{y} = -u'(x) \cdot \log a \cdot e^{-u(x)} \Rightarrow y' = y \cdot \left(-u'(x) \cdot \log a \cdot e^{-u(x)}\right) \quad (50)$$

on obtient alors:

$$C_2 = \left[- a_4 \cdot a_5 \exp(-a_5 \tilde{I}_1)\right] \tilde{F}_{\pi q} - \left[a_4 (1 - \exp(-a_5 \tilde{I}_1)\right] \cdot \tilde{F}_{\pi q}$$

$$\log\left(\left(\sqrt{2} b_q \cdot ((1+ b_q^2) - (1 - b_q^2) \sin(3\tilde{\theta}))^{-1/2}\right)\right) \cdot v_1 \exp(-v_1 \tilde{I}_1) \quad (51)$$

En compression triaxiale on aura:

$$C_2 = -a_4 \text{cdota}_5 \exp(-a_5 \tilde{I}_1) \quad pour\ \theta = 30^o \quad car\ log1 = 0\ et\ \tilde{F}_{\pi q} = 1 \quad (52)$$

$$C_3 = \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{\theta}} = \frac{\partial}{\partial \tilde{\theta}} \left(\sqrt{\tilde{J}_2} - \tilde{F}_o(\tilde{I}_1) \cdot \tilde{F}_{\pi q}(\tilde{\theta}) \right) = \tilde{F}_o(\tilde{I}_1) \cdot \frac{\partial}{\partial \tilde{\theta}} \tilde{F}_{\pi q}(\tilde{\theta}) \quad (53)$$

$$C_3 = \frac{- \frac{3}{2} \tilde{v}_1 (1 - b^2) \cos(3\tilde{\theta})}{\left((1+ b_q^2) - (1 - b_q^2) \sin(3\tilde{\theta})\right)} \cdot \tilde{F}_{\pi q}(\tilde{\theta}) \quad (54)$$

$$C_3 = 0 \quad pour \quad \theta = 30^o \quad (55)$$

En compression triaxiale, l'expression du taux de déformation inélastique dû à l'endommagement s'ecrit alors:

$$\Rightarrow \dot{\varepsilon}^{i}_{11.d} = \gamma \left\langle \frac{\sigma + D_{11}\sigma_{33}}{\sqrt{3}(1 - D_{11})} - \left[a_1 \left(1 - \exp\left(-a_2 I_1\right)\right) + a_3\right] \right\rangle^{m_1} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - a_4 \cdot a_5 \exp\left(-a_5 \tilde{I}_1\right) \right) \quad (56)$$

avec $$\gamma = g_1 \left\langle 1 - \frac{\varepsilon^{i}_{e}}{\varepsilon_L} \right\rangle^{-g_2} \quad (56\text{-a})$$

5.2) Détermination de la composante volumétrique

$$\dot{\varepsilon}^{i}_{kk.d} = tr\left(\dot{\varepsilon}^{i}_{ij.d}\right) = \gamma \left\langle F_2/F_r \right\rangle^{m_1} \left(\frac{\delta Q_2}{\delta \tilde{\sigma}_m} \right) \quad (57)$$

$$\frac{\delta Q_2}{\delta \tilde{\sigma}_m} = \frac{\delta Q_2}{\delta \tilde{J}_2} \frac{\delta \tilde{J}_2}{\delta \tilde{\sigma}_m} + \frac{\delta Q_2}{\delta \tilde{I}_1} \frac{\delta \tilde{I}_1}{\delta \tilde{\sigma}_m} + \frac{\delta Q_2}{\delta \tilde{\theta}} \frac{\delta \tilde{\theta}}{\delta \tilde{J}_3} \frac{\delta \tilde{J}_3}{\delta \tilde{\sigma}_m} \quad (58a)$$

$$\frac{\delta Q_2}{\delta \tilde{\sigma}_m} = C_1 \cdot e_1 + C_2 \cdot e_2 + C_3 \cdot e_3 \cdot e_4 \quad (58b)$$

5.2.1) Détermination des paramètres e_1, e_2, e_3 et e_4

$$e_1 = \frac{\delta \tilde{J}_2}{\delta \tilde{\sigma}_m} = 0 \quad (59)$$

$$e_2 = \frac{\partial \tilde{I}_1}{\partial \tilde{\sigma}_m} = \frac{\partial}{\partial \tilde{\sigma}_m} \left(3\tilde{\sigma}_m \right) = 3 \quad (60)$$

$$e_3 = d_3 = - \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{\tilde{J}_2^{3/2} \sin\left(3\tilde{\theta} + \frac{\pi}{6}\right)} \quad (61)$$

$$e_4 = \frac{\delta \tilde{J}_3}{\delta \tilde{\sigma}_m} = 0 \tag{62}$$

on obtient alors

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{\sigma}_m} = 3 \frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{I}_1} = 3 \cdot C_2 \tag{63}$$

$$= \left[- a_4 \cdot a_5 \exp(-a_5 \tilde{I}_1) \right] \tilde{F}_{\pi q} + \left[a_4 (1 - \exp(-a_5 \tilde{I}_1) \right] \cdot \dot{\tilde{F}}_{\pi q}$$

$$\log\left(\left(\sqrt{2} b_q \cdot \left((1 + b_q^2) - (1 - b_q^2) \sin(3\tilde{\theta}) \right)^{-1/2} \right) \right) \cdot \nu_1 \exp(-\nu_1 \tilde{I}_1) \cdot \dot{\tilde{F}}_{\pi q} \tag{64}$$

En compression triaxiale on aura:

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \tilde{\sigma}_m} = - 3 \cdot a_4 \cdot a_5 \exp(-a_5 \tilde{I}_1) \quad \textit{pour} \quad \theta = 30^\circ \tag{65}$$

$$- \dot{\varepsilon}^i_{kk,d} = \gamma \left\langle \frac{\sigma + D_{11}\sigma_{33}}{\sqrt{3}(1 - D_{11})} - \left[a_1 (1 - \exp(-a_2 I_1)) + a_3 \right] \right\rangle^{m_1} \cdot \left(- a_4 \cdot a_5 \exp(-a_5 \tilde{I}_1) \right) \tag{66a}$$

avec $\sigma = \sigma_{11} - \sigma_{33}$ (66b)

5.3) Détermination de la composante déviatorique

$$\dot{e}^i_{ij,d} = \dot{\varepsilon}^i_{ij,d} - \frac{\delta_{ij}}{3} \dot{\varepsilon}^i_{kk,d} \tag{67}$$

$$\dot{e}^i_{ij,d} = \gamma \langle F_2 \rangle^{m_1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - a_4 \cdot a_5 \exp(-a_5 \tilde{I}_1) \right) + \left(\frac{1}{3} 3 \cdot a_4 \cdot a_5 \exp(-a_5 \tilde{I}_1) \right) \tag{68a}$$

$$\dot{e}^i_{ij,d} = \gamma \langle F_2 \rangle^{m_1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \tag{68b}$$

$$\Rightarrow \dot{e}^{i}_{ij,d} = \frac{1}{\sqrt{3}} \gamma \left\langle \frac{\sigma + D_{11}\sigma_{33}}{\sqrt{3}(1 - D_{11})} - \left[a_1 (1 - \exp(-a_2 I_1)) + a_3\right] \right\rangle^{m_1} \tag{69}$$

$$\text{avec} \quad \gamma = g_1 \left\langle 1 - \frac{\varepsilon^{i}_{e}}{\varepsilon_L} \right\rangle^{-g_2} \tag{70}$$

ANNEXE II:

PRÉSENTATION DE DIFFÉRENTS MODÈLES D'ENDOMMAGEMENT PROPOSÉS POUR LES MATÉRIAUX FRAGILES, SEMI-FRAGILES ET DUCTILES

Tableaux 4-2-1: Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (métaux)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Bodner (1987) voir aussi Chan (1988) *"Métaux"*	$\dot{D} = f_1(D) \cdot f_2(\sigma)$ $\dot{D}^I = \frac{P}{H}\left\{\left[L_n\left(\frac{1}{D^I}\right)\right]^{(P+1)/P}\right\} D^I \dot{Q}$ avec $\dot{Q} = \left[A\sigma^*_{max} + B\sqrt{3J_2} + CI_1^*\right]^v$ $A + B + C = 1$ $\dot{D}^D = \frac{q}{M}\left\{\left[L_n\left(\frac{1}{D^D}\right)\right]^{(q+1)/q}\right\} D^D \dot{Q}_{ij}$ ou $D^D = (D^D_{ki}\, D^D_{ki})^{1/2}$ $\dot{D}^I$ dommage isotrope $\dot{D}^D$ dommage directionnel	•développé pour les métaux en tension •basé sur la mécanique des milieux continus •endommagement de fluage •tient compte de l'anisotropie de l'endommagement •développé à partir de la théorie de Kachanov (1958)
Chaboche (1988a) (1988b) *"Métaux"*	$\dot{D} = f_1(D) \cdot f_2(\sigma)$ $\dot{D} = \left(\frac{\sigma}{A}\right)^r (1-D)^{-k}$ $\dot{D} = \frac{K^2}{2ES}\left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)^2\right]^{p/M} \dot{P}$ $\dot{P} = \frac{\dot{r}}{(1-D)}$ $D = \frac{D_c}{\varepsilon_r - \varepsilon_D}\left\langle P\left[\frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)^2\right] - \varepsilon_D\right\rangle$	•endommagement de fluage •endommagement ductile •endommagement linéaire

Tableaux 4-2-1(suite): Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (métaux)

REFERENCE	FORMULATION	REMARQUES
Rosochowski et Olejnik (1988) "*Métaux*"	$\dot{D} = f_2(\sigma)$ $D = 1 - \frac{\sigma_e(\varepsilon_e)}{\sigma_y(\varepsilon_y)}$ $\sigma_e(\varepsilon_e)$: contrainte équivalente $\sigma_y(\varepsilon_y)$: contrainte d'écoulement en tension $\sigma_e = \left(3\left(\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}^2\right)/2\right)^{0.5}$ $D = 1 - \sqrt{\frac{\left[1 - (\xi/\xi_F)^{w_1}\right]^{w_2}}{1 + \alpha\xi K^2}}$ ξ porosité ξ_F porosité critique $K = \sigma_m/\sigma_e$	•tient compte en même temps de la réduction de la capacité portante (ramollissement) et de la diminution de la densité du matériau •une diminution de la densité est attribuée à la nucléation des vides ainsi que leur propagation •attribution macroscopique de l'endommagement
Bassani et Hawk (1990) "*Métaux*"	$\dot{D} = f_1(D)\cdot f_2(\sigma)$ $\dot{D} = \frac{D_o\left[\alpha\sigma_1 + 3\beta\sigma_m + \gamma\bar{\alpha}_e\right]^x}{(1+\phi)(1-D)^\phi}$	•endommagement de fluage •développé à partir de la théorie de Kachanov (1958)
Saanouni, Chaboche et Lesne (1989) "*Métaux*"	$\dot{D} = f_1(D)\cdot f_2(\sigma)$ $\dot{D} = \left\langle \frac{\Delta(\sigma)}{A} \right\rangle^r (1-D)^{-k(\Delta(\sigma))}$ avec $\Delta(\sigma) = \alpha\cdot\sigma_{p\max} + 3\beta\sigma_H + (1-\alpha-\beta)J_2$ $k(\Delta) = k_o + k_1\cdot(D/100) + k_2\cdot(D/100)^2$	•basé sur l'effet de l'endommagement non-local •prédiction de l'initiation de l'endommagement

Tableaux 4-2-1(suite): Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (métaux)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Lemaitre (1990) *"Métaux"*	$\dot{D} = f_1(D)\cdot f_2(\sigma)\cdot f_3(\dot{\varepsilon})$ $\dot{D} = \frac{Y}{S}\dot{p}H(p-p_D)$ $\dot{P} = \left(\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}_{ij}^{P}\dot{\varepsilon}_{ij}^{P}\right)^{1/2}$ $H(P-P_o)=\begin{cases}1 & \text{si } P\geq P_D\\ \sigma & \text{si } P<P_D\end{cases}$ $-Y=\frac{\tilde{\sigma}_{eq}^2 R_V}{2E(1-D)^2}$; $\sigma_{eq}=\left(\frac{3}{2}\sigma_{ij}^{d}\sigma_{ij}^{D}\right)^{1/2}$ $R_V = \frac{2}{3}(1+\nu)+3(1-2\nu)\left(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}\right)^2$	•développé à partir de la loi de Kachanov (1958) S: constante du matériau p: déformation plastique accumulée
Lehmann (1990) *"Métaux"*	$\dot{D} = f_1(D)$ $\dot{D} = 1-\frac{d\overset{o}{V}}{d\overset{*}{V}} = 1-\frac{\overset{*}{\rho}}{\rho}$ $\dot{D} = (1-D)_v^d$ D_v^d : taux de variation de volume dû à la nucléation et à la propagation des vides	•valeur scalaire du paramètre d'endommagement
Hayhurst et Leckie (1990) *"Métaux"*	$\dot{D} = f_1(D)\cdot f_2(\sigma)$ $\dot{D} = C\left\{\alpha\sigma_1+(1-\alpha)\sigma_e\right\}^r(1-D)^{-k}$ σ_1 : contrainte principale maximale σ_e : contrainte effective maximale J_1 : 1e invariant des contraintes	• endommagement de fluage • présentation scalaire de la variable d'endommagement • basé sur la théorie CDM • basé sur la théorie de Kachanov-Rabotnov • développé pour les matériaux en tension

Tableaux 4-2-2: Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (Roches)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Kemeny, Tang (1990) tiré de Kemeny et Cook (1987) *"Roches"*	$\dot{D} = f_1(D)$ $\frac{\tilde{E}}{E} = \frac{\bar{\nu}}{\nu} = \frac{1}{1 + \pi \chi_t (1 - \nu^2)}$ avec $\chi_t = \frac{N l_o^2}{V}$ V volume N nombre des fissures l_o longueur initiale de la fissure χ_t densité des microfissures	•basé sur la propagation, interaction et coalescence des microfissures •matériaux fragiles (ayant un comportement élastique avant le pic) •basée sur la micromécanique •pas de seuil d'endommagement
Singh, Digby et Stephansson (1987) *"Roches"* (fragiles)	$\dot{D} = f_1(D)$ $D = \alpha_D = \frac{\alpha_N}{V} \alpha_V = \frac{4\pi}{3} \alpha_N \alpha_a^3$ α_N : nombre total des fissures d'orientation α dans une sphère de rayon R V : volume de cette sphère α_V : volume de la sphère de rayon a a : rayon de la fissure d'orientation α	•endommagement vectoriel •basé sur la densité des microfissures •mesure l'état de la dégradation interne du matériau •tient compte de l'anisotropie •basé sur la micromécanique •ne tient pas compte de l'évolution de l'endommagement •présente des difficultés pour sa mesure dans le cas des essais sur le sel •ne tient pas compte des effets d'interaction des microfissures
Resende et Martin (1988) *"Roches"*	$\dot{D} = f_3(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ $\dot{\lambda} = \dot{D} = \dot{\lambda}(\dot{e}, e, \sigma_m, I_1 \dot{\varepsilon}_v, \varepsilon_v)$ $= A(e, \sigma_m)\, \dot{\varepsilon} + B(\varepsilon_v) \dot{\varepsilon}_v$ avec $\dot{e} = \dot{e}^e + \dot{e}^d$	•pour matériau purement fragile •une telle description est basée sur le phénomène de ramollissement A,B : paramètres du matériau $\dot{e}^e$: déformation élastique $\dot{e}^d$: déformation de cisaillement due à l'endommagement
Jingmin et Xiasming (1989) *"Roches"* (grès)	$\dot{D} = f_3(\varepsilon)$ $D = D_o$ pour $\varepsilon \le \varepsilon_o$ $D = \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon} D_o + C_1 \left\langle \frac{\varepsilon - \varepsilon_p}{\varepsilon} \right\rangle + C_2 \left\langle \frac{\varepsilon - \varepsilon_{th}}{\varepsilon} \right\rangle$ pour $\varepsilon > \varepsilon_o$ $\varepsilon_o, D_o, C_1, C_2$: paramètres du matériau	•d'endommagement linéaire •variable d'endommagement fonction de la déformation •possède deux seuils d'endommagement: - l'un pour l'endommagement fragile (partie élastique) - l'autre pour l'endommagement ductile •présentation scalaire de la variable D •les caractéristiques seuils ne peuvent être reliées à la courbe contrainte-déformation du sel •modèle empirique

Tableaux 4-2-2(suite): Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (Roches)

REFERENCE	FORMULATION	REMARQUES
Desai, Kundu et Wang (1990) *"Roches"*	$\dot{D} = f_2(\sigma)$ $D \sim r$ $r = 1 - \dfrac{\sqrt{J_{2D}}}{(\sqrt{J_{2D}})_P} = r_u \left(1 - \exp(-k\xi_D^R)\right)$ avec $\xi_D = \int (d\varepsilon_{ij}^d \, d\varepsilon_{ij}^d)^{1/2}$	•formulation empirique basée sur le ramollissement (softening) du matériau ξ_D: la trajectoire de la déformation déviatorique R,k: constantes du matériau
Xiao, Xiaomin et Wentao (1991) *"Roches"*	$\dot{D} = f_3(\varepsilon)$ $D = \dfrac{\varepsilon_v^d}{\varepsilon_{v\max}^d}$ $\begin{cases} 0 & \text{pas d'endommagement} \\ 1 & \text{parfaitement endommagé} \end{cases}$ $\varepsilon_{v\max}^d$: déformation volumique d'endommagement quand le matériau est complètement endommagé $\varepsilon_{ij}^d = \varepsilon_{ij} - (\varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{vp})$	• basé sur la réaction volumétrique du matériau endommagé • les effets de σ_3 et $\dot{\epsilon}$ sont spécifiés à partir de la mesure de la dilatance • développé en raison de l'incertitude sur la mesure du module de Young • lie l'endommagement à la dilatance • formulation empirique basée sur des considérations phénoménologiques

Tableaux 4-2-2 (suite): Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (Roches)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Nemes, Eftis (1992) *"Roches"*	$\dot{D} = f_1(D)\cdot f_2(\sigma)$ $\dot{D} \sim \dot{\xi}$ $\dot{D} = \dot{\xi}_n + \dot{\xi}_g$ $\dot{\xi}_n = \frac{h(\xi)}{1-\xi}\left[\exp\left(\frac{m(\sigma-\sigma_n)}{k\theta}\right)-1\right]$, pour $\sigma>\sigma_n$ $\dot{\xi}_g = \frac{1}{\eta} g(\xi)\, F(\xi_1,\xi_0)(\sigma-\sigma_G)$, pour $\sigma>\sigma_G$ $\sigma = \frac{1}{3} J_1 \qquad \xi = \frac{V-V_1}{V} \qquad (\sim e)$	•le paramètre d'endommagement représente la diffusion, la nucléation et la propagation des microvides •ξ_n est attribué aux mécanismes activés thermiquement •le paramètre d'endommagement est relié à l'indice des vides (e) •basé sur la micromécanique σ_N: contrainte principale seuil pour la nucléation σ_G: contrainte principale seuil pour la propagation des microvides θ : température; k: constante de Boltzmann $h(\xi)$: tient compte des effets de l'interaction sur la nucléation des vides
Reyes et Einstein (1991) *"Roches"*	$\dot{D} = f_3(\varepsilon)$ $D = \begin{cases} 0 & \text{pour } \varepsilon_{eq} < \varepsilon_o \\ H(\varepsilon_{eq}) & \text{pour } \varepsilon_o \le \varepsilon_{eq} \le \frac{\varepsilon_o}{A} \\ H\left(\frac{\varepsilon_o}{A}\right) & \text{pour } \frac{\varepsilon_o}{A} \le \varepsilon_{eq} \end{cases}$ $H(\varepsilon) = 1-\exp\left[A\left(1-\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}\right)\right]$ et la déformation équivalente [Lemaitre, 1986] $\varepsilon = \begin{cases} \varepsilon_1 & \text{pour } \varepsilon_1 > 0 \\ 0 & \text{pour } \varepsilon_1 \le 0 \end{cases}$ $H\left(\frac{\varepsilon_o}{A}\right) \rightarrow D_{saturation}$	•pour un matériau élastique fragile •élaboré dans le cadre de la combinaison du processus micromécanique et la théorie d'endommagement ϵ_1 : déformation principale maximale ϵ_0 : seuil d'endommagement A : paramètre déterminant le taux auquel D→ avec les déformations

Tableaux 4-2-2 (suite): Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (Roches)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Ofoegbu et Curran (1992) *"Roches"*	$\dot{D} = f_2(\sigma)$ $D \sim r$ $r_c = 1 - \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{J_2^k}}$ $\quad J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} S_{ij}$ $r_s = 1 - \frac{I_1}{I_1^k}$ $\quad S_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk}$	r_c: intensité de l'endommagement distorsionnel r_s: intensité de l'endommagement hydrostatique
Chen (1992) "Matériaux géologiques" *"Roches"*	$\dot{D} = f_1(D)$ $D = 5 \cdot \frac{(\nu - \bar{\nu})(2 - \bar{\nu})}{(1 - 2\nu)(10\nu - \bar{\nu}(1 + 3\bar{\nu}))}$ ν : coefficient de Poisson du matériau non-endommagé $\bar{\upsilon}$: coefficient de Poisson du matériau endommagé	• milieu élastique homogène • formulé à partir des équations de Budiansky et O'Connel (1976) • basé sur la micromécanique

Tableaux 4-2-3: Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (Matériaux fragiles)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Sammis et Ashby (1986) *"Matériaux fragiles"* "béton et roches"	$\dot{D} = f_1(D)$ $D = \pi l^2 N_a$ $= \pi q^2 l^2 N_A$ Na : nombre de fissures par unité de surface (l – a): longueur de la fissure	• endommagement scalaire • basé sur la densite des microfissures • base sur la micromécanique
Vekinis, Ashby et Beaumont (1991) *"Solides fragiles"* (céramique)	$\dot{D} = f_1(D)$ $f_1(D) = \frac{1.35}{\pi\alpha} \cdot V_f$ $f_1(D) = \frac{1.35}{\pi\alpha} N_v : \frac{4}{3} \pi a^2 b$ N: nombre de fissures par unité de volume a : rayon de la fissure	• endommagement scalaire • basé sur la densité des microfissures • basé sur la micromécanique
Tai et Atlun (1990) *"Matériaux fragiles"* "béton, roches"	$\dot{D} = f_2(\sigma) \quad \dot{f} \rightarrow \dot{D}$ $\dot{f} = \left(\frac{144}{(9 - 16\xi)^2} \right) \dot{\xi}$ $\dot{\xi} = 0$ pour $\sigma_e < \sigma_c$ $\dot{\xi} = \left(\frac{1}{2} \right) \{ [\sigma_e / (\sigma_c + \xi/\lambda)] - 1 \}$ pour $\sigma_e \geq (\sigma_c (\xi/\lambda))$ $\dot{\xi} = 0$ pour $\xi \geq \xi_s$ ξ : densité des microfissures ξ_s: saturation du ξ	• le milieu est considéré élastique et isotrope • représente une variable interne des microfissures • formulé à partir du modèle de Budiansky et O'Connel (1976) • basé sur la micromécanique

Tableaux 4-2-3 (suite): Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (Matériaux fragiles)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Horii et Nirmalendrau (1990) *"Matériaux fragiles"*	$\dot{D} = f_2(\sigma)$ $D = \frac{\varepsilon(\sigma)}{\varepsilon_{cr}} = \begin{cases} 0 & \sigma < \sigma_i \\ \left[\left(\frac{\sigma}{\sigma_i}\right)^b - 1\right] \Big/ \left[\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_i}\right)^b - 1\right] & \sigma \geq \sigma_c \end{cases}$ $\varepsilon(\sigma) = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N} \pi a_i^2 = \frac{e_{in}(\sigma)}{e_{el}(\sigma)}$ $e_{in}(\sigma)$: déformation inélastique due à la microfissuration $e_{el}(\sigma) = \sigma/E$: déformation élastique σ_i : contrainte d'initiation des microfissures σ_{cr} : contrainte maximale	•pour les matériaux quasi-fragiles (linéaire élastique) •ignore l'interaction des microfissures •basé sur la micromécanique •absence de l'effet de l'accumulation de l'endommagement

Tableaux 4-2-4: Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (Bétons)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Saouridis et Mazars (1989) *"Béton"*	$\dot{D} = f_3(\varepsilon)$ $D_t = 1 - \frac{\varepsilon_{Do}(1 - A_t)}{\tilde{\varepsilon}_m} - \frac{A_t}{\exp\left[B_t(\tilde{\varepsilon}_m - \varepsilon_{Do})\right]} \neq 0$ *pour* $\tilde{\varepsilon}_m > \varepsilon_{Do}$ $\tilde{\varepsilon}_m$: valeur maximale de la déformation équivalente $\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_{k=1}^{3} \langle \varepsilon_k \rangle_t^2}$ ε_{Do} : seuil d'endommagement $D = \alpha_t D_t + \alpha_c D_c$ avec $\alpha_t + \alpha_c = 1$	• variable d'endommagement en fonction de la déformation • combine l'endommagement dû à la traction et à la compression • possède un seuil en déformation pour l'endommagement • modèle empirique
Chen et Tzou (1990) voir aussi Chen (1990) *"Béton"*	$\dot{D} = f_1(D)$ $D = \frac{16}{45} \frac{(1 - \bar{\nu}^2)(10 - 3\bar{\nu})}{(2 - \bar{\nu})} C_d$ $C_d = N_i^3$ C_d : paramètre de densité des fissures $\bar{\nu}$: coefficient de Poisson du milieu endommagé ν : coefficient de Poisson du milieu non-endommagé N : nombre de fissures a : longueur de la fissure	• milieu élastique homogène • la variable d'endommagement représente l'accumulation de l'endommagement • formulé à partir des équations de Budiansky et O'Connel (1976) • basé sur la micromécanique • ne définit pas d'une façon évolutive l'endommagement

Tableaux 4-2-4 (suite): Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (Bétons)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Suresh (1992) *"Béton"*	$\dot{D} = f_1(D)\cdot f_2(\sigma)$ $D = 1 - \frac{\bar{E}}{E} = \beta \frac{16(1-\nu)(10-\nu)}{45(2-\nu)}$ $\beta = A\left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_o} - 1\right)^n$ pour $\lvert\bar{E}\rvert > \lvert\sigma_s\rvert$ $\beta < \beta_s$ $\beta = 0$ pour $\lvert\bar{\sigma}\rvert \le \lvert\sigma_s\rvert$, $\beta = \beta_s$ β : densité des microfissures ($\beta \cdot N_s^3$) $\bar{\sigma}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2$ σ_o : contrainte seuil pour la microfissuration ν : coefficient de Poisson du matériau endommagé	• basé sur les équations de Budiansky et O'Connell (1976) • tient compte de l'anisotropie par l'intermédiaire de ν • combine l'endommagement fragile (ν) avec l'endommagement de fluage (β) • basé sur la micromécanique
Sunder (1986) *"Glace"*	$\dot{D} = f_3(\dot{\varepsilon}, \varepsilon)$ $D = 1 - \left[\exp(-c_1 \varepsilon \dot{\varepsilon}) + \exp(-c_2 \dot{\varepsilon})\left\{1 - \exp(-c_1 \varepsilon \dot{\varepsilon})\right\}\right]$ $\dot{\varepsilon}$: taux de déformation ε : déformation totale c_1, c_2 : constantes du matériau $\dot{\varepsilon} \to \infty \Rightarrow D \to 1$ $\varepsilon \to \infty \Rightarrow D \to \left[1 - \exp(c_2 \dot{\varepsilon})\right]$ D: valeur limitée	• variable d'endommagement exprimée en fonction de la déformation et du taux de déformation • approprié pour des conditions de chargement monotone • déduit à partir de la théorie de Kochanov (réduction de la surface portante) • basé sur un modèle rhéologique (piston ...) • ne dépend pas de l'historique de chargement

Tableau 4-3-5: Lois d'évolution de divers modèles d'endommagement (sel)

RÉFÉRENCE	FORMULATION	REMARQUES
Rizkalla et Mitri (1991) *"Sel"*	$\dot{D} = f_3(\dot{\varepsilon})$ $\dot{D} \sim \dot{\beta} = a\dot{\varepsilon}_m^P$ $\dot{\beta}$: paramètre de ramollissement $\dot{\varepsilon}_m$: taux de dilatance plastique	• basé sur la partie de ramollissement (écrouissage négatif) de la courbe σ -ε • lie le paramètre d'endommagement à la dilatance ($\dot{\varepsilon}_m$) • basé sur des considérations phéno-ménologiques • formulation empirique basée des condisérations phénoménologiques
Chan et al. (1992) *"Sel"*	$\dot{D} = f_1(D)\cdot f_2(\sigma)$ $\dot{D} = A_1 D\left[\ln\left(\frac{1}{D}\right)\right]^{n1}\left[(\sigma_1 - \sigma_3 - A_2 sgn(I_1 - \sigma_1)\right.$ $\left.\left(\frac{I_1 - \sigma_1}{sgn(I_2 - \sigma_1)}\right)^{n2}\right]^{n3} h(D, T, I_n)$ h : fonction de healing qui n'est pas définie	• tient compte de la fermeture des microfissures par l'intermédiaire de h • dveloppé à partir de la théorie de Kachanov (1958)
Cristescu (1993) *"Sel"*	$\dot{D} = f_2(\sigma)\cdot f_3(\varepsilon)$ $D \rightarrow d$ paramètre d'endommagement $d(t) = W^I_{vmax} - W^I_v(t)$ W^I_{vmax} valeur maximale positive de W^I_v $W^I_{vmax}(T) = \int_0^T \sigma(t) : \dot{\varepsilon}^I_v(t)\,dt$	• basée sur le bilan d'énergie du rapport avec le travail irréversible • formulation empirique basée sur la dissipation d'énergie

ANNEXE III:

PRÉSENTATION DU RESTE DES ESSAIS RÉALISÉS DANS CE TRAVAIL

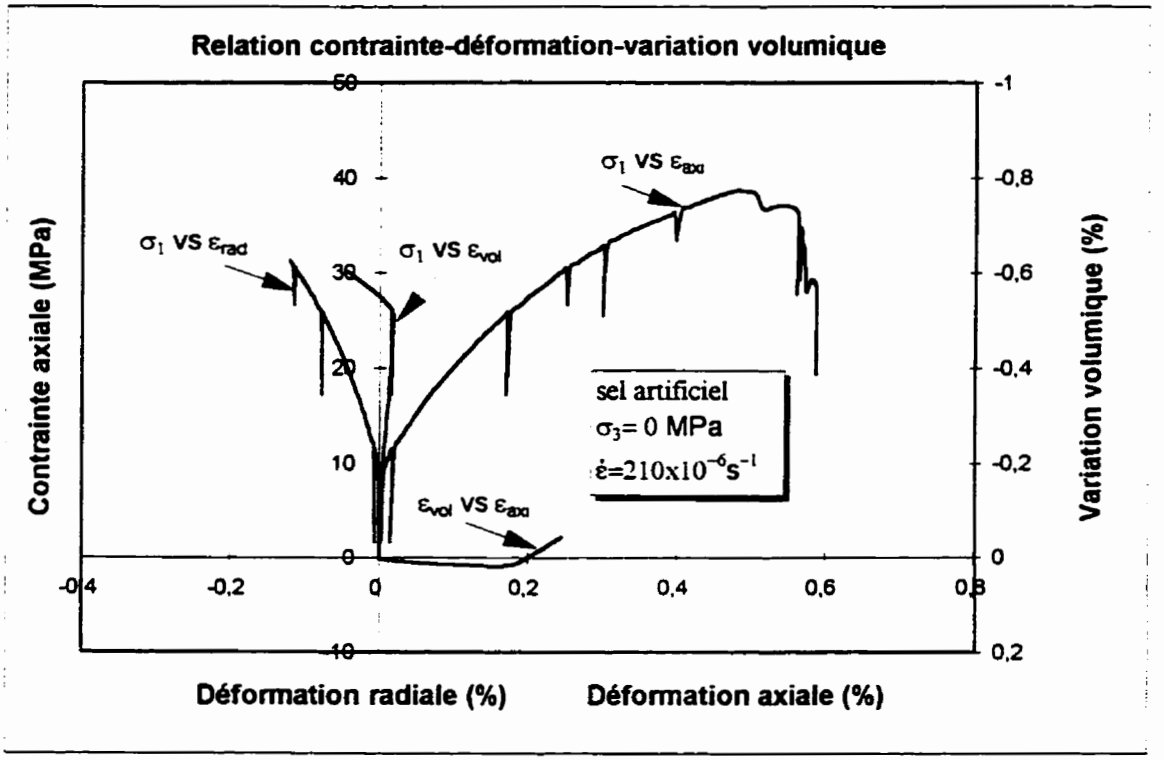


Figure A-1: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel avec cycles de déchargement-rechargement. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

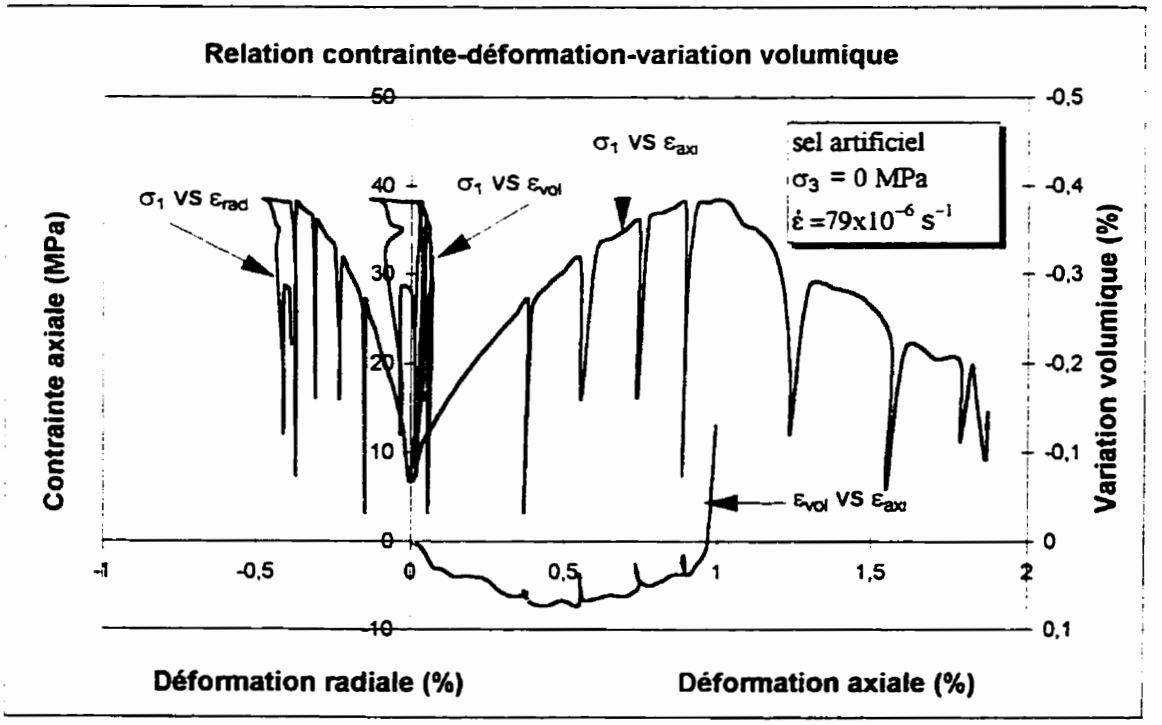


Figure A-2: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel avec cycles de déchargement-rechargement. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

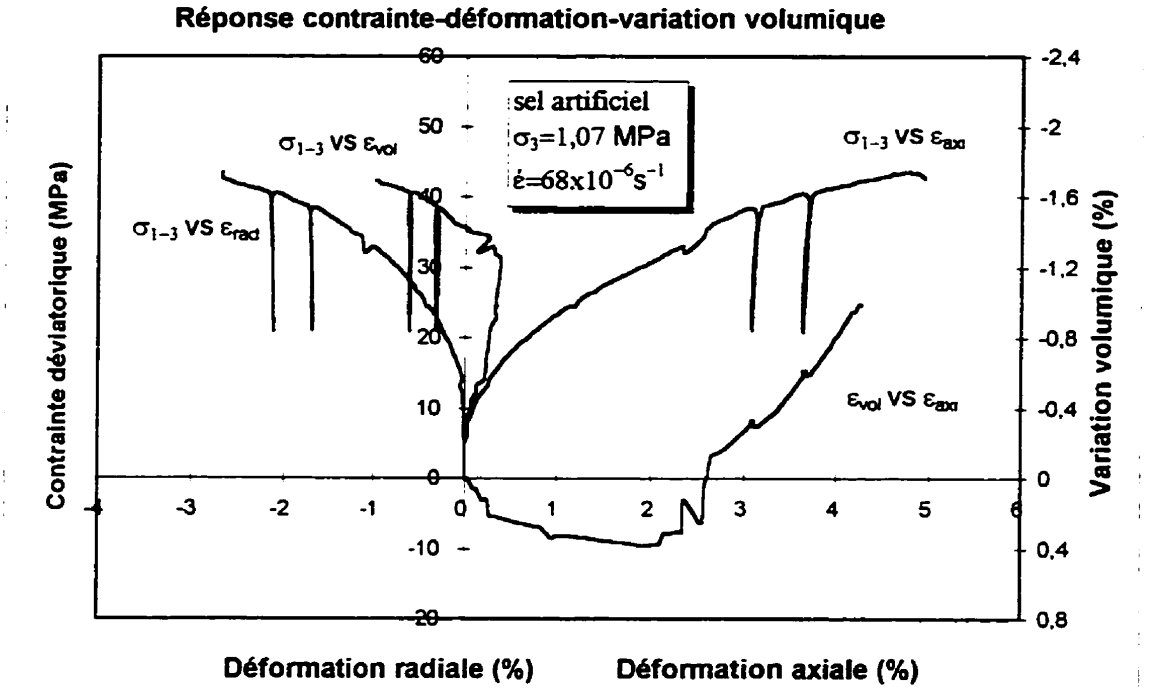


Figure A-3: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

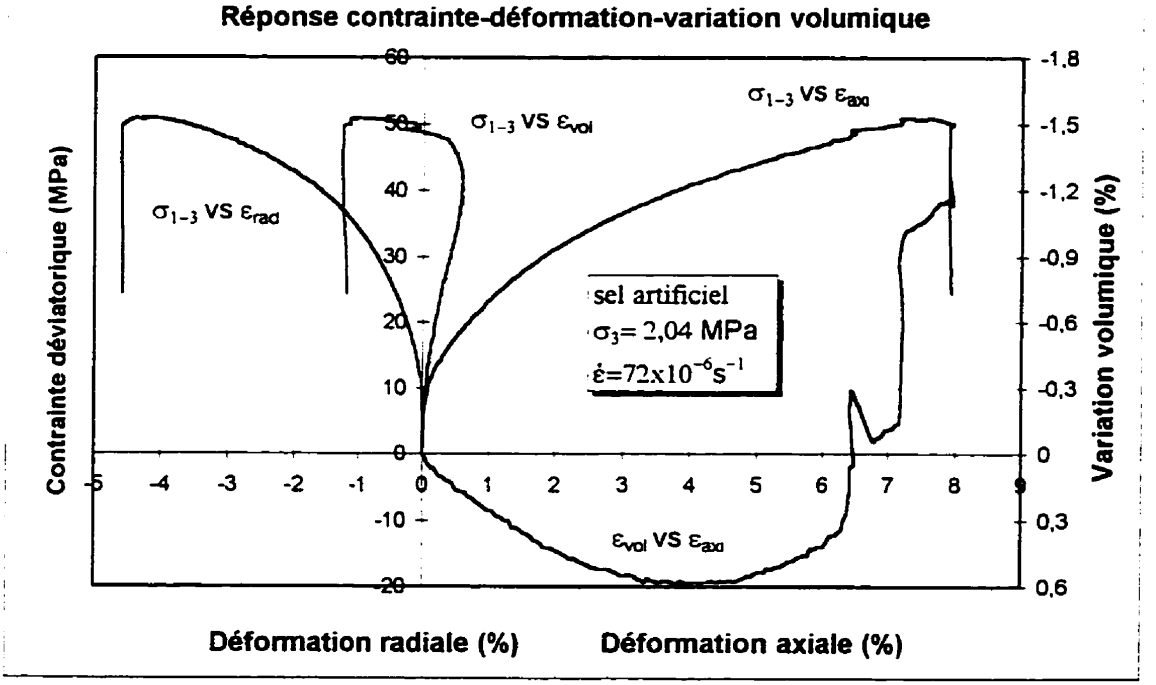


Figure A-4: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

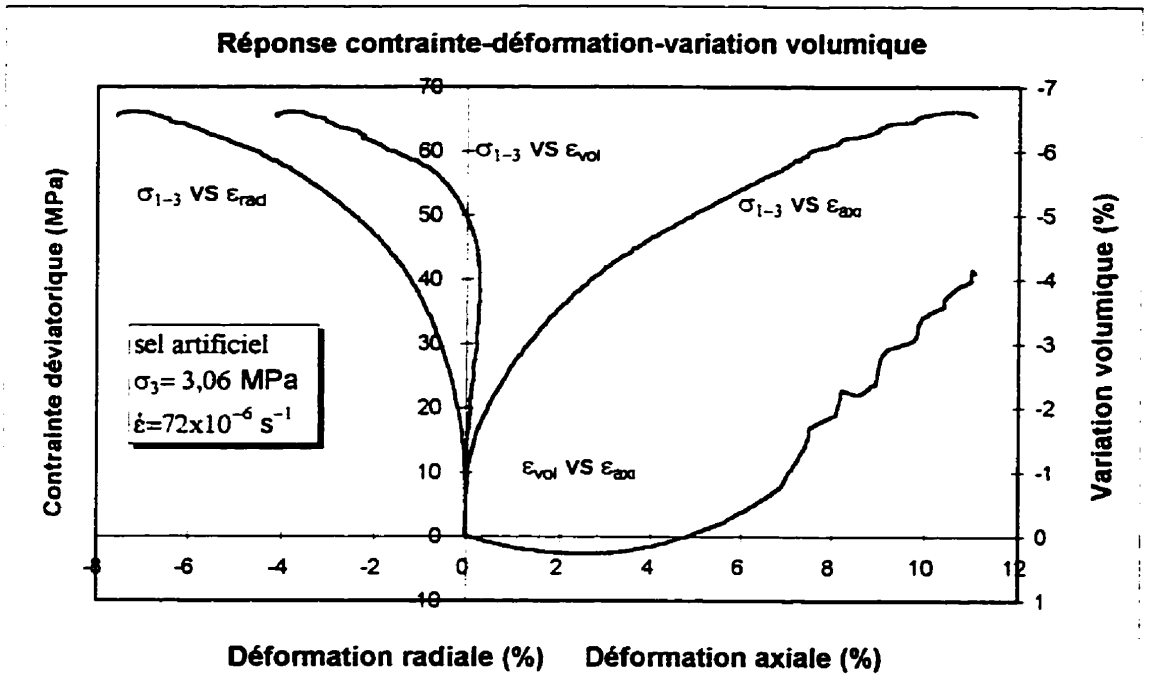


Figure A-5: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

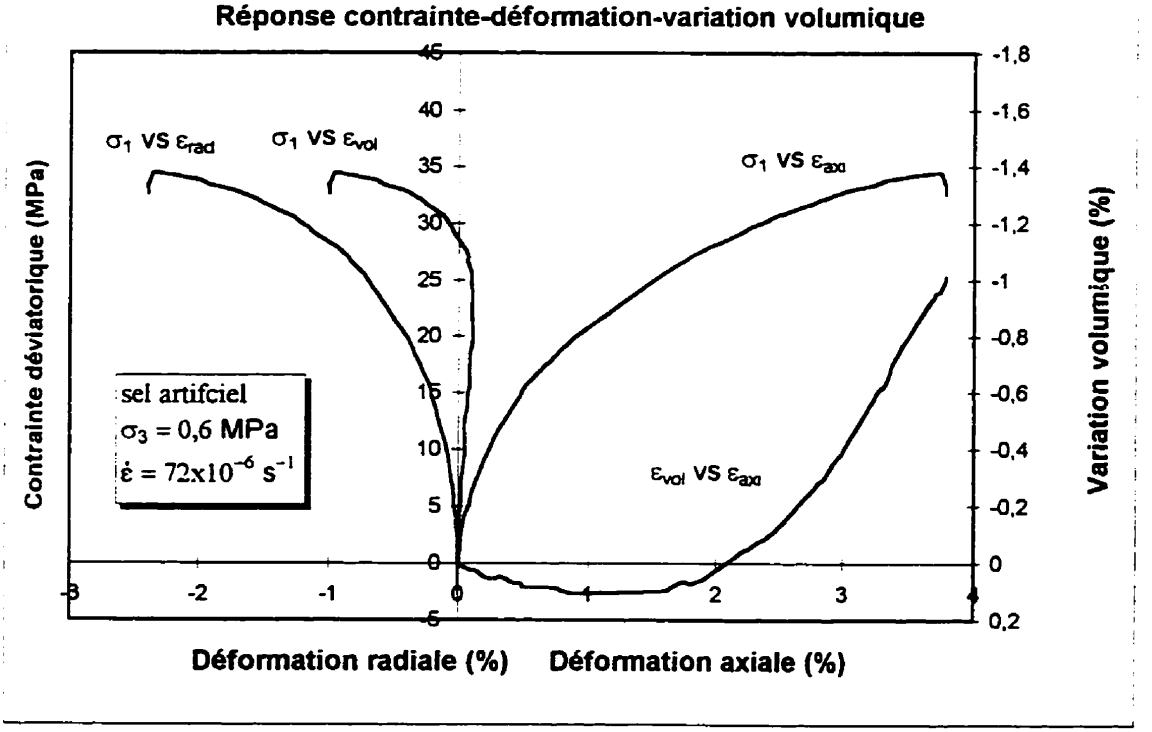


Figure A-6: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

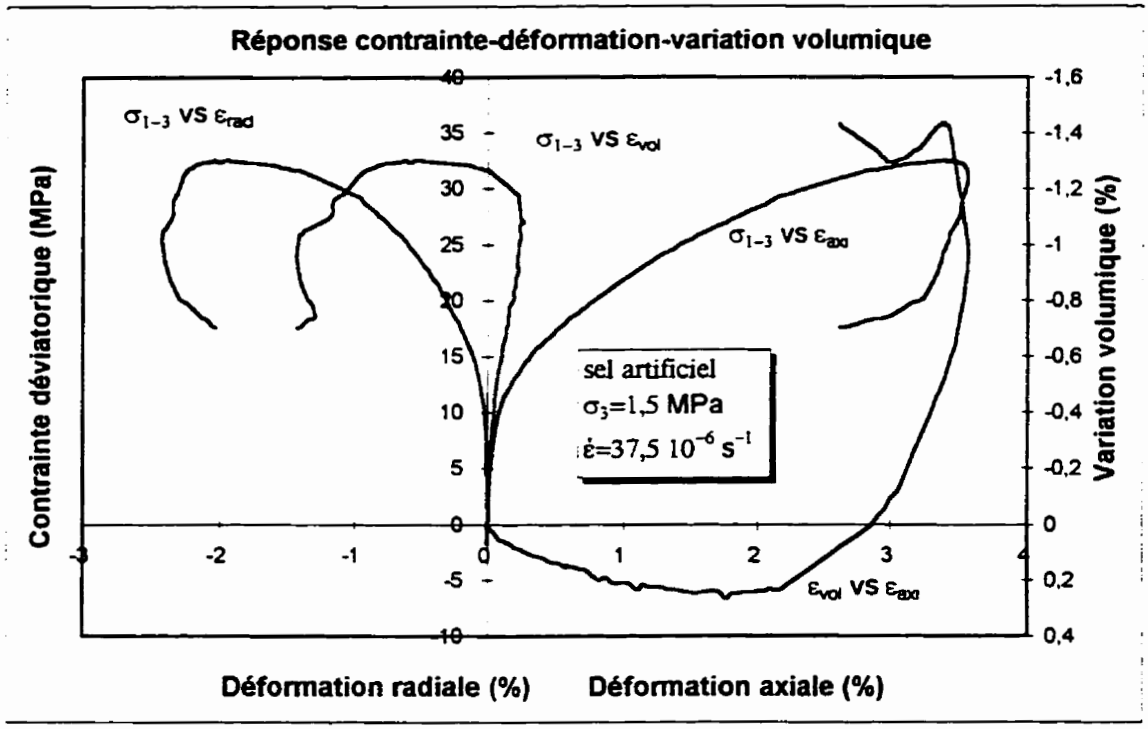


Figure A-7: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

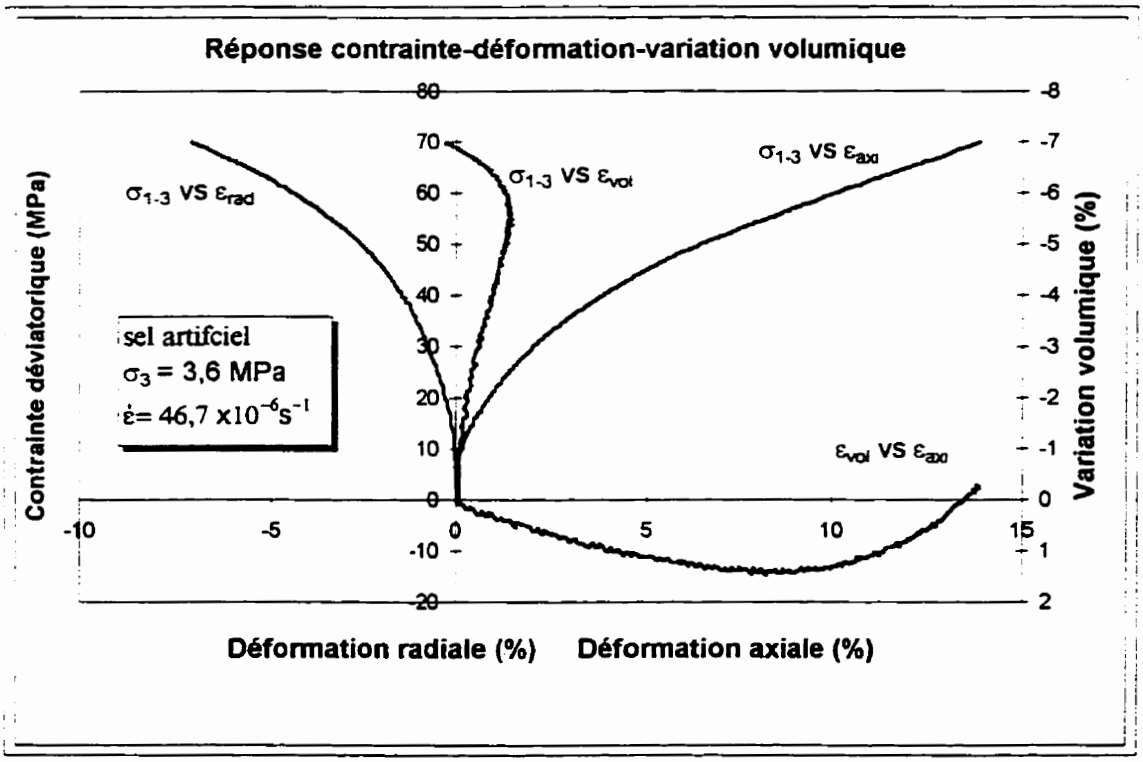


Figure A-8: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

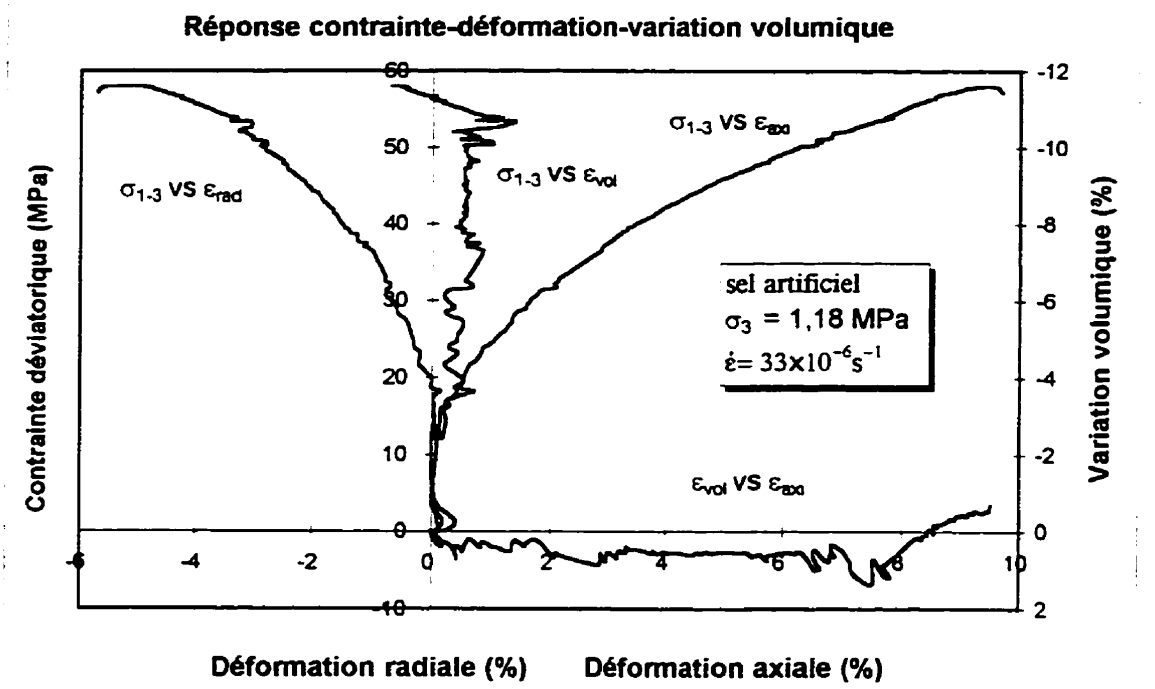


Figure A-9: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

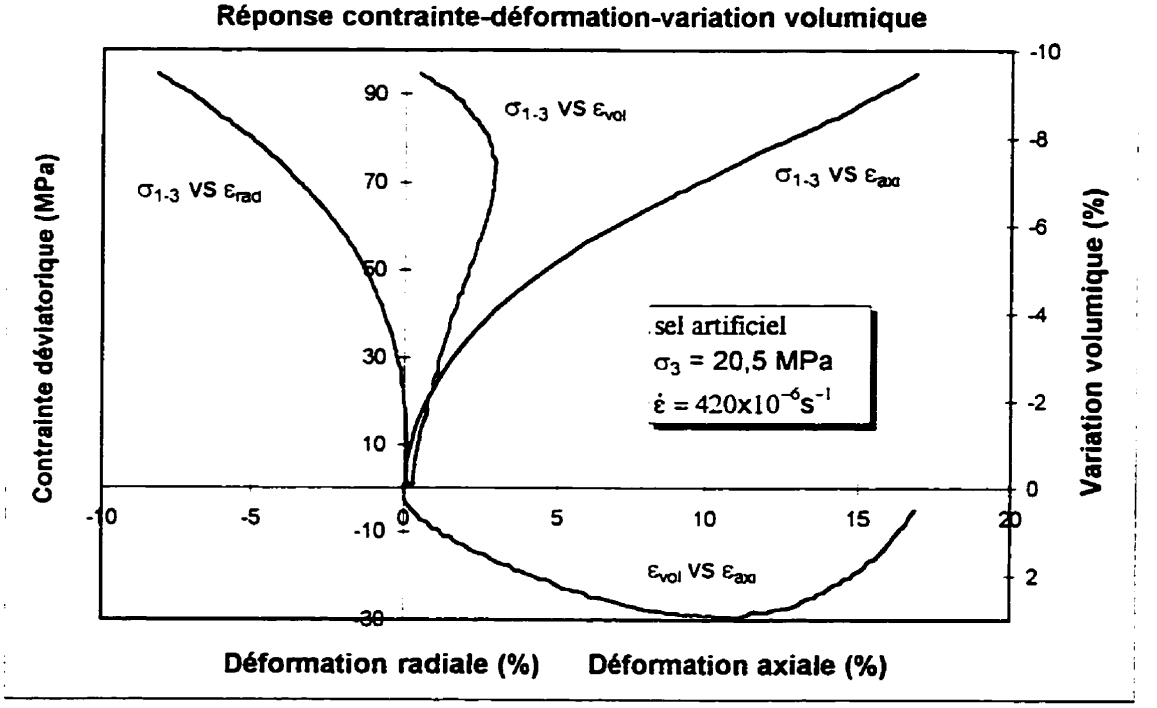


Figure A-10: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

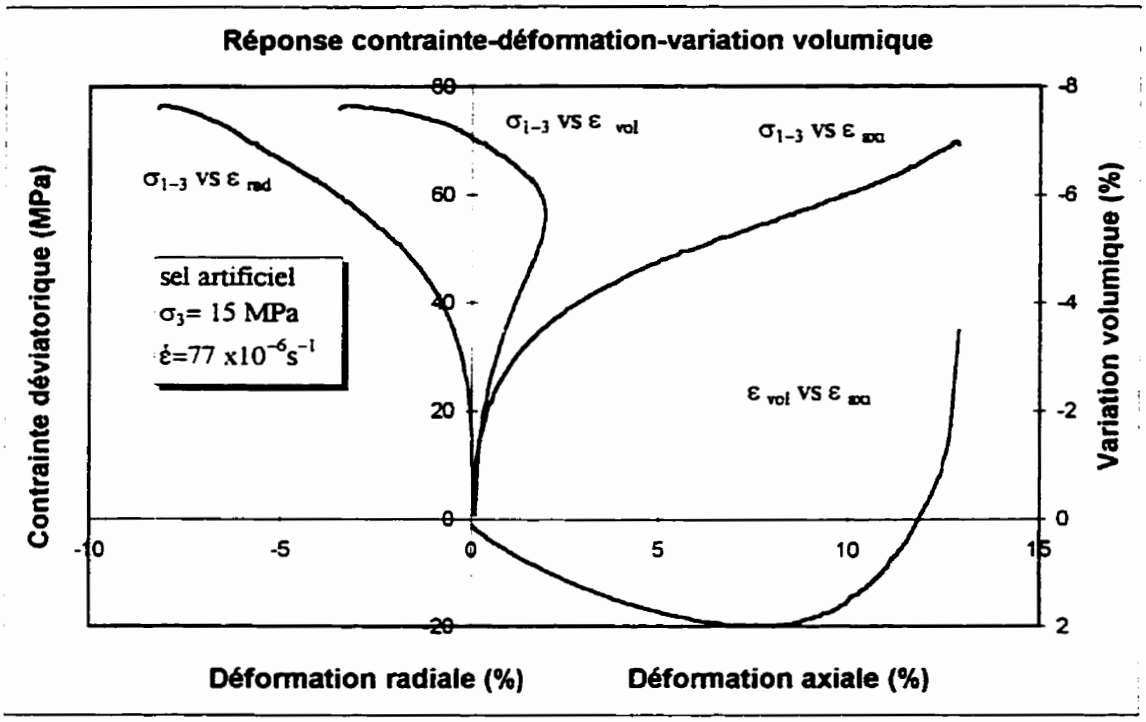


Figure A-11: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

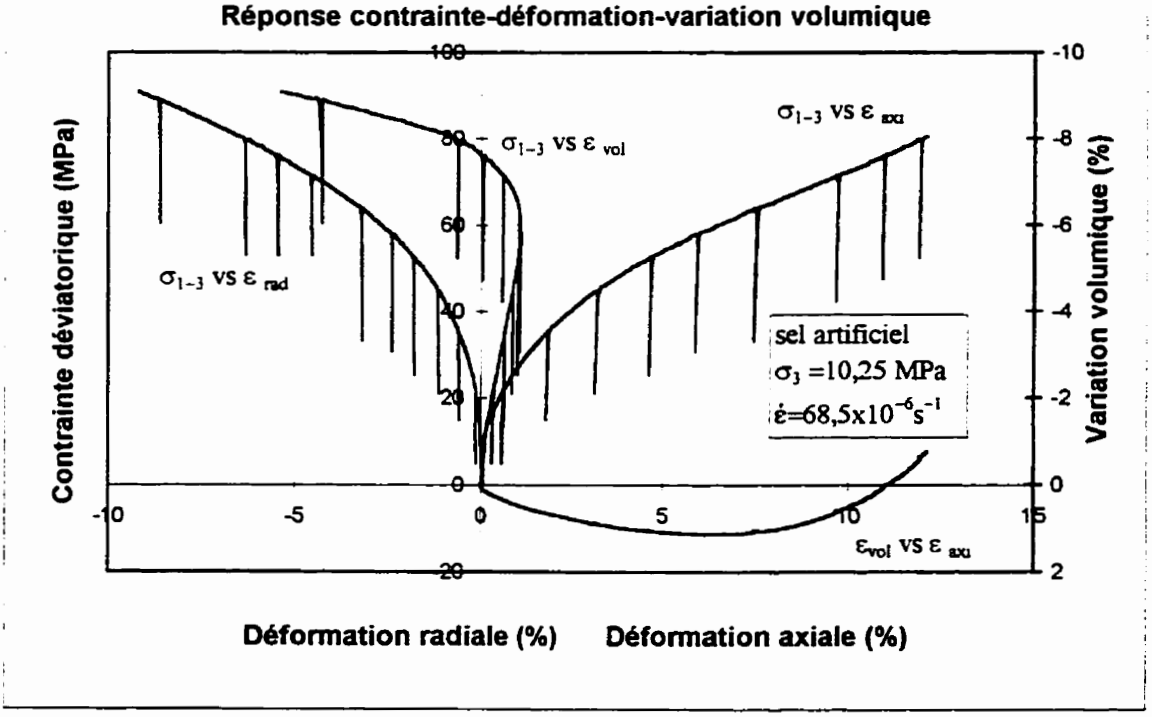


Figure A-12: Essai de compression triaxiale sur du sel artificiel avec cycles de déchargement-rechargement. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

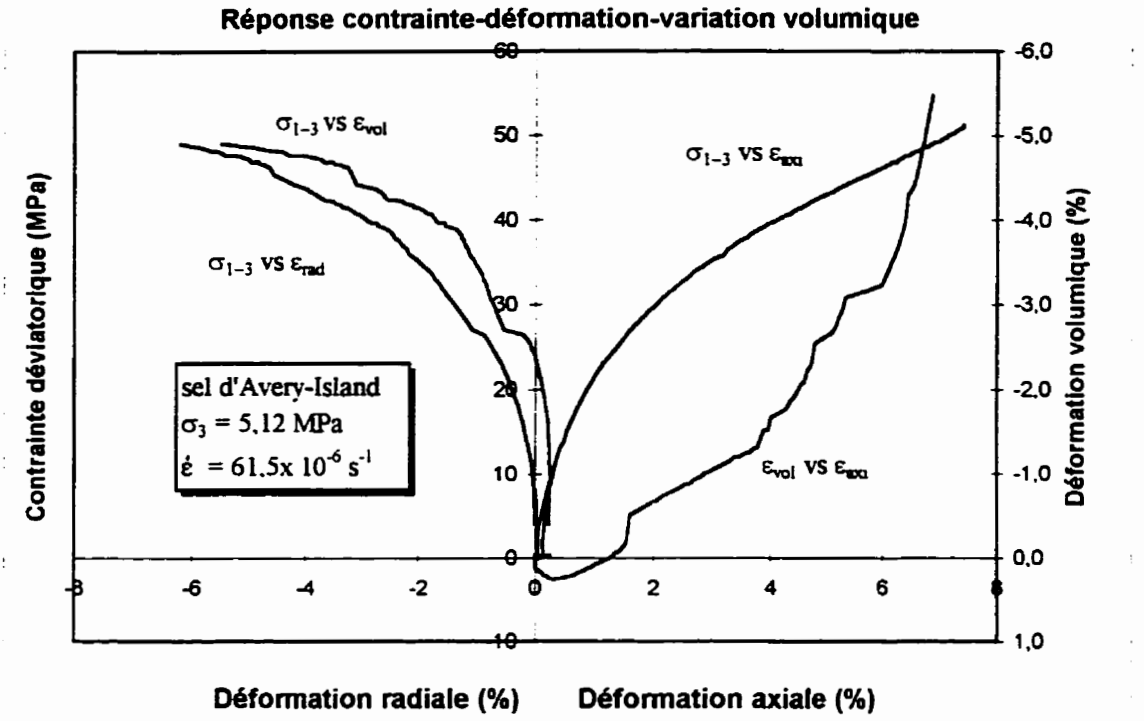


Figure A-13: Essai de compression triaxiale sur du sel d'Avery-Island. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

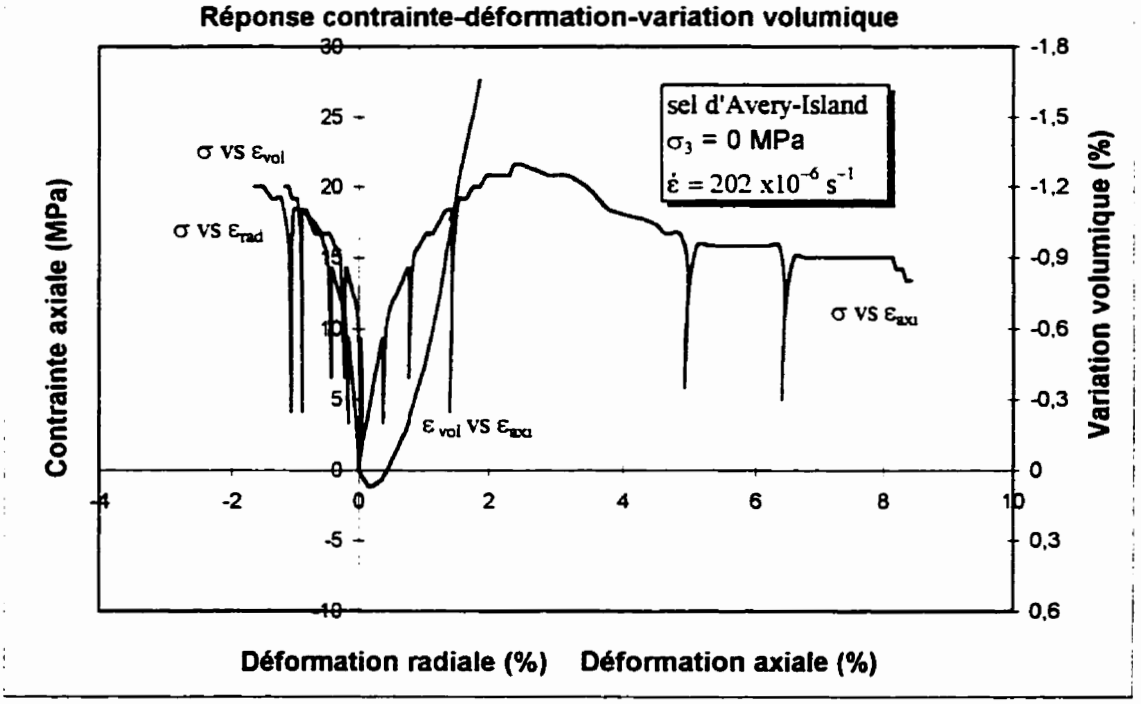


Figure A-14: Essai de compression triaxiale sur du sel d'Avery-Island avec cycles de déchargement-rechargement. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

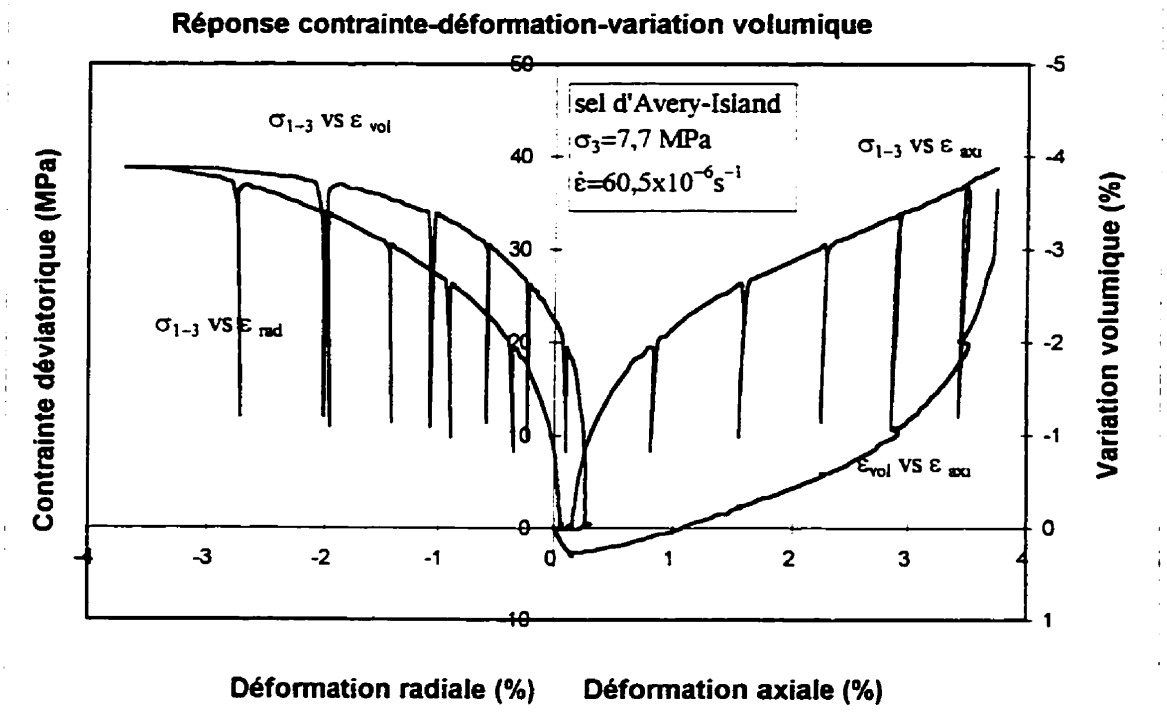


Figure A-15: Essai de compression triaxiale sur du sel d'Avery-Island avec cycles de déchargement-rechargement. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

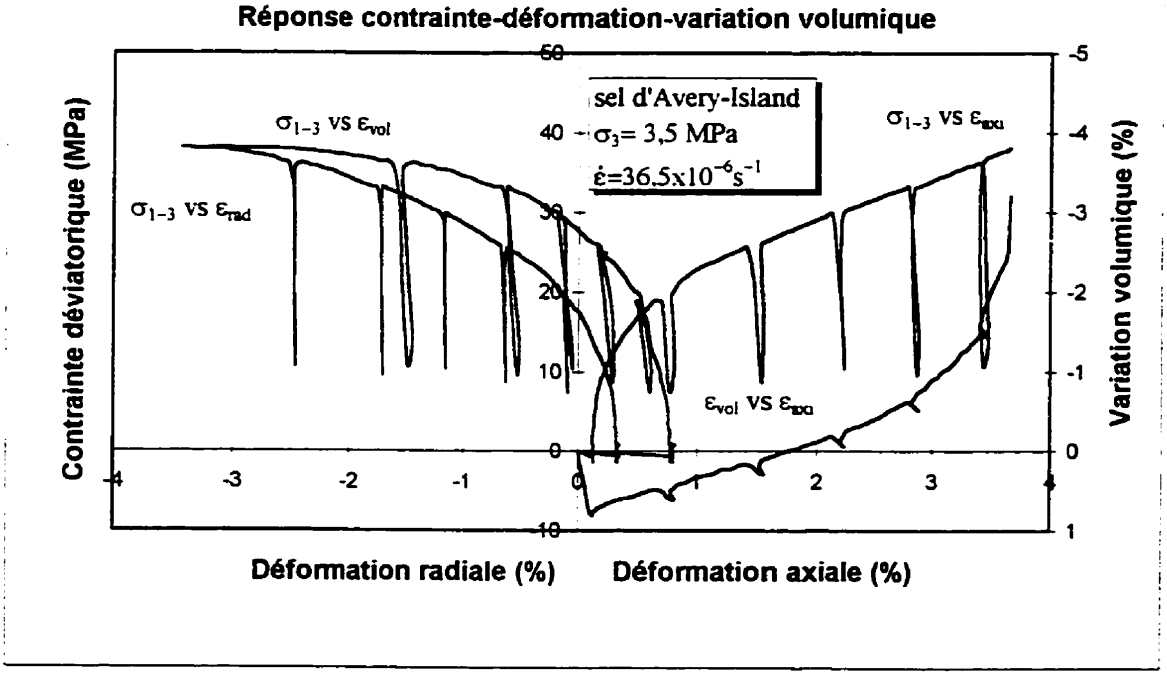


Figure A-16: Essai de compression triaxiale sur du sel d'Avery-Island avec cycles de déchargement-rechargement. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

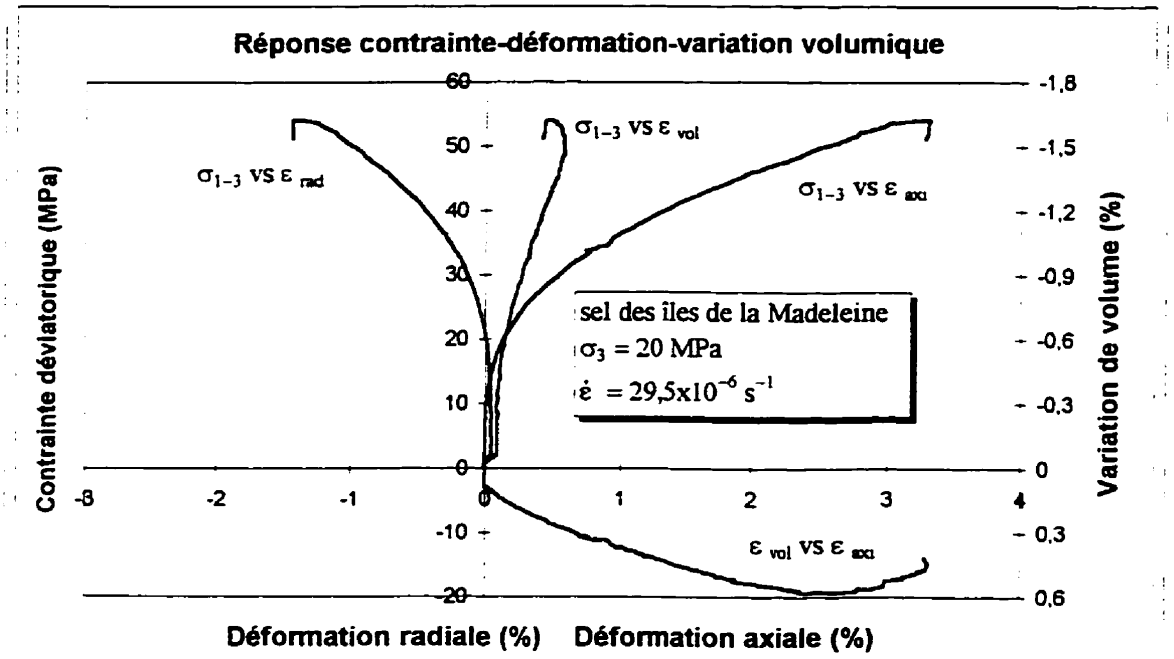


Figure A-17: Essai de compression triaxiale sur du sel des Iles de la Madeleine. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

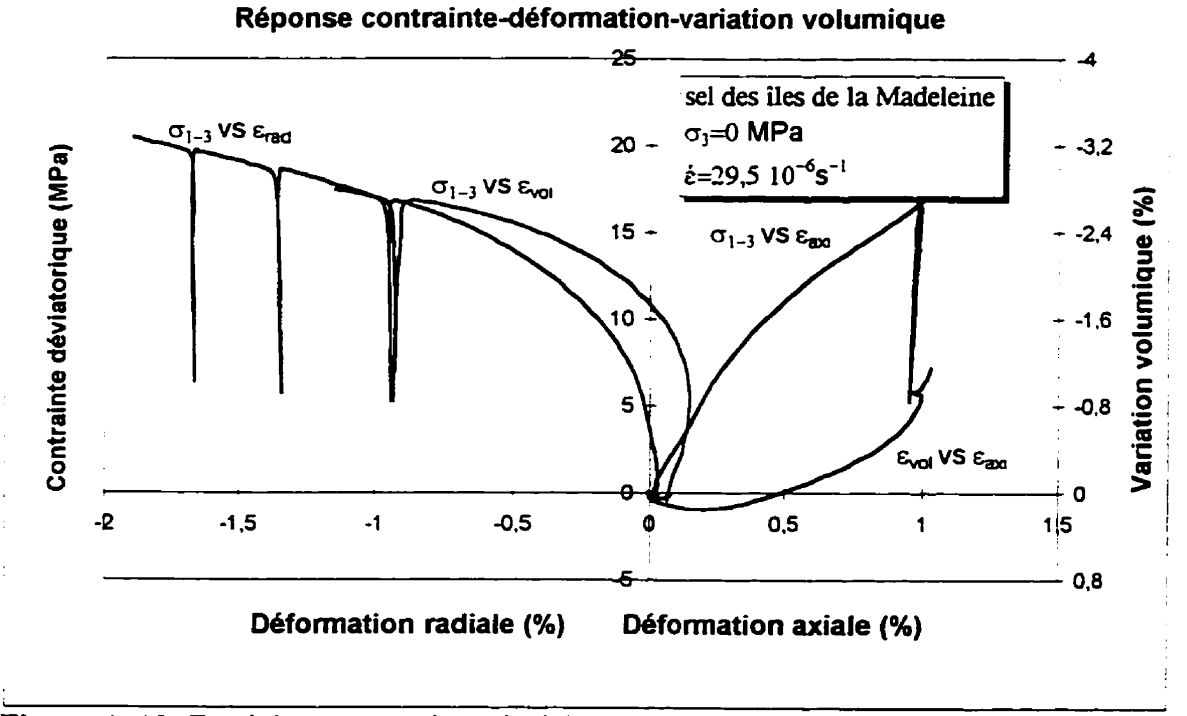
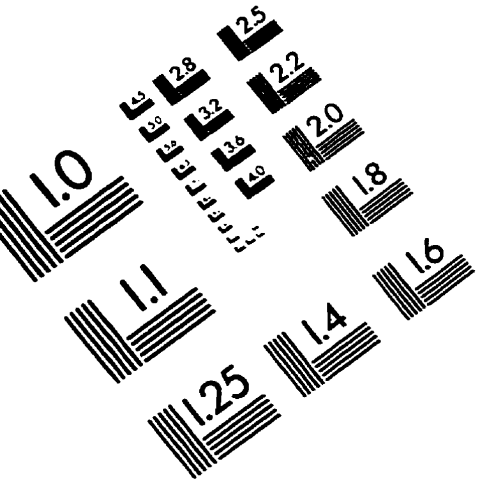
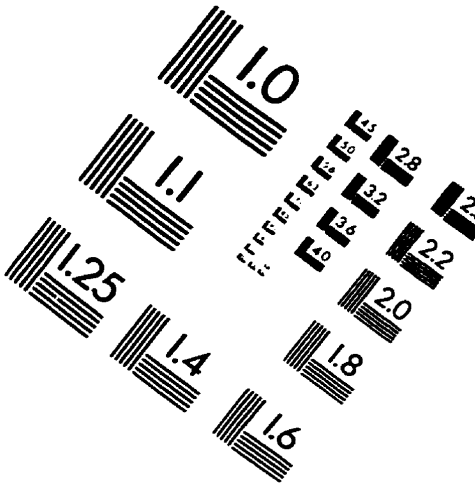
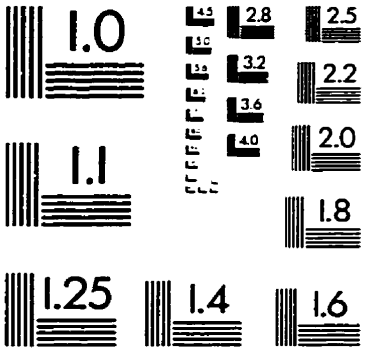


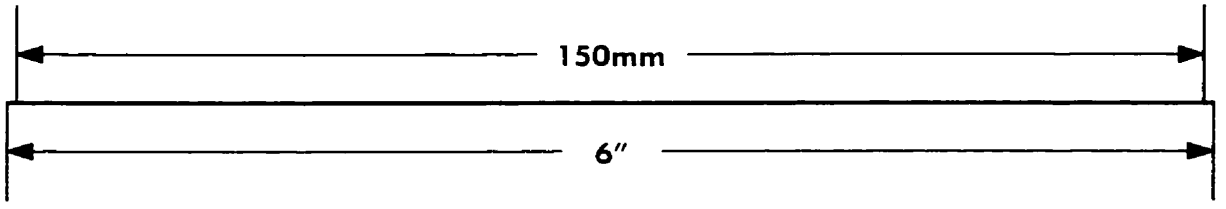
Figure A-18: Essai de compression triaxiale sur du sel des Iles de la Madeleine. Réponse contrainte-déformation-variation volumique.

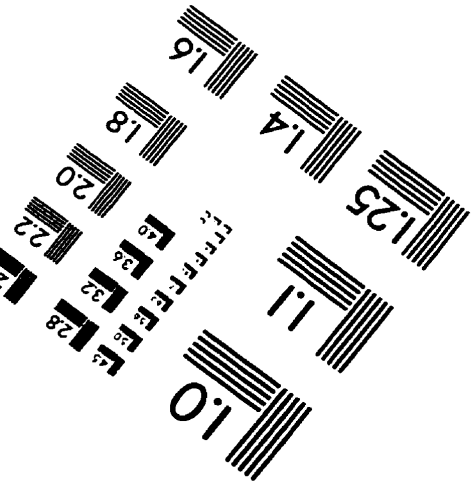
IMAGE EVALUATION
TEST TARGET (QA-3)

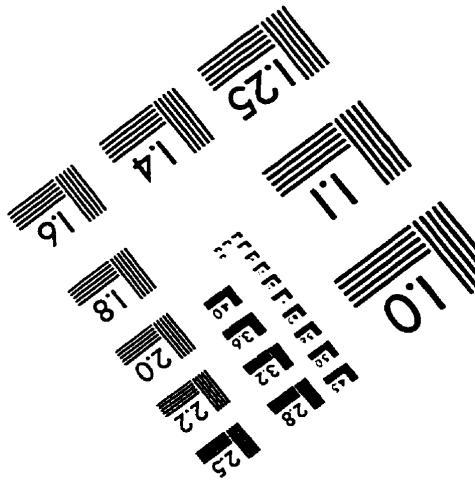












APPLIED IMAGE, Inc
1653 East Main Street
Rochester, NY 14609 USA
Phone: 716/482-0300
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved