



**Titre:** Développement d'un modèle de substitution pour un système de refroidissement actif  
Title:

**Auteur:** Mikael Vaillant  
Author:

**Date:** 2025

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Vaillant, M. (2025). Développement d'un modèle de substitution pour un système de refroidissement actif [Master's thesis, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/67779/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/67779/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Bruno Blais, & Moncef Chioua  
Advisors:

**Programme:** Génie chimique  
Program:

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

**Développement d'un modèle de substitution pour un système de  
refroidissement actif**

**MIKAEL VAILLANT**

Département de génie chimique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
Génie chimique

Août 2025

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Développement d'un modèle de substitution pour un système de  
refroidissement actif**

présenté par **Mikael VAILLANT**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

**Michel PERRIER**, président

**Bruno BLAIS**, membre et directeur de recherche

**Moncef CHIOUA**, membre et codirecteur de recherche

**Éric LAURENDEAU**, membre

## DÉDICACE

*À tous ceux que j'aime*

## REMERCIEMENTS

Je tiens d'abord à remercier Bruno, mon directeur de recherche, sans lequel les deux dernières années auraient été particulièrement différentes. Peu d'étudiants ont eu la chance de connaître un professeur aussi impliqué et présent. Merci pour ton soutien, pour ta rigueur, pour tes enseignements et surtout, pour tes petits excès de folie. Tu travailles fort pour nous et ça se sent. Je quitterai Polytechnique avec une petite partie de toi, à mon plus grand bonheur.

Merci à Moncef, mon co-directeur, pour tes conseils et pour l'intérêt que tu as manifesté pour moi et mon projet.

Merci à tous les membres du groupe de recherche : Amishga, Antonella, Audrey, Bruna, Charles, Gabo, Ghazaleh, Hélène, Justin, Laura, Lucka, Olivier, Oreste, Toni, Victor, Wiebke. Vous côtoyer a été mon petit rayon de soleil au quotidien. J'admire la cohésion de ce groupe et me souviendrai des moments en votre compagnie. A special thank you to Victor, who was always ready to help and support me whenever I needed it.

Merci maman, papa, Kim et Alex pour tout l'amour que vous me donnez. Merci pour toutes les petites attentions et pour votre support dans tous les beaux moments de ma vie. Je suis choyé d'avoir une aussi belle famille.

Merci à ma deuxième famille, les copains du 2086. Je vous aime et j'ose croire que nous resterons amis encore pour un bon moment (contrairement à Marion). Merci de m'avoir nourri et aimé. Merci Marco d'être la personne que tu es, Merci Mayion d'être le gros et grand soleil dans nos vies, Merci Ro d'avoir été ma meilleure coloc et ma meilleure amie, Merci Ju d'avoir finalement accepté d'habiter avec ta blonde, Merci Phil d'avoir été ma découverte de l'année, Merci Rox d'être ma rigoleuse préférée et Merci Clem, t'es cool. Merci aussi à Nate, Dang, Béa, Greg, Vince, Louis et Gab pour les petits moments ensembles.

Merci Zoz pour tout le bien que tu m'apportes. C'est avec le plus grand plaisir que j'entame la prochaine partie de ma vie en ta compagnie. T'es ma meilleure.

Merci au CNRC d'avoir financé cette recherche et à Vincent et Jean-Michel pour avoir rendu cette collaboration scientifique autant agréable. Merci à l'alliance de recherche Calcul Canada et Calcul Québec pour les ressources numériques utilisées dans le cadre de ce projet.

## RÉSUMÉ

Ce mémoire s'inscrit dans un projet de recherche du Conseil national de recherches du Canada (CNRC) séparé en trois volets. Ce projet vise à évaluer la contrôlabilité d'un système de refroidissement actif soumis à des sources de chaleur variables dans l'espace et le temps. Ce système de refroidissement actif est composé de jets impactants. Chaque jet peut être utilisé comme une entrée ou comme une sortie et son débit est indépendant de celui des autres jets. Ce mémoire s'intéresse seulement au premier volet qui cherche à développer un modèle de substitution pour prédire le nombre de Nusselt sur la surface d'impact. Ce dernier permettra le développement des stratégies de commandes à base de modèle, le deuxième volet de ce projet, et pourra finalement être validé à l'aide d'un système expérimental, fabriqué dans le cadre du troisième volet de ce projet.

La contribution principale de ce travail est le développement d'un modèle de substitution basé sur un réseau de neurones convolutifs (CNN), capable de prédire la distribution du nombre de Nusselt sur la surface impactée, pour toute configuration de débits, d'entrée et de sorties. Le CNN est entraîné à partir d'un ensemble de données issues de simulations de la mécanique des fluides numériques (CFD). Deux réseaux de neurones distincts sont produits. Le premier permet de prédire le nombre de Nusselt au sommet d'une plaque d'un réseau de cinq par un jet. Le second permet d'effectuer des prédictions pour un arrangement de trois par trois jets.

Les deux modèles sont entraînés avec 83 et 100 simulations CFD, respectivement. Chaque simulation est effectuée avec le logiciel *Lethe*. Le nombre de Reynolds maximal des jets est de 2,000. Une analyse de sensibilité du maillage a été effectuée pour établir la densité de cellules nécessaire. Un maillage utilisant 1,2M d'éléments a été sélectionné pour le réseau de cinq par un jet et de 1,6M d'éléments pour le réseau de trois par trois jets. Pour réduire le coût des simulations, une méthode d'extrapolation basée sur une corrélation empirique a aussi été utilisée dans le but d'étendre les prédictions du modèle jusqu'à  $Re = 10,000$ .

Les CNNs sont composés de six couches de convolutions transposées, d'une convolution et d'une opération de sous-échantillonnage. Ce procédé permet d'augmenter graduellement la taille des entrées du réseau de neurones de dimensions  $4 \times 3 \times 3$  et  $3 \times 5 \times 1$  (Reynolds normalisé, état ouvert/fermé des jets et position des jets en  $x$  et en  $z$ ) à une distribution de Nusselt de dimension  $75 \times 75$  et  $25 \times 101$ . Les hyperparamètres du réseau de convolution ont été sélectionnés à l'aide d'une méthode de validation croisée. Les performances du modèle sont évaluées à l'aide du RMSE et de l'erreur normalisée moyenne absolue (NMAE) sur une portion du jeu

de données non considéré à l'entraînement. Le modèle pour le système composé de cinq jets possède un NMAE inférieur à 2 % alors que ce dernier est inférieur à 0.6 % pour le système composé de 3 par 3 jets. Un RMSE de 0.64 et de 0.24 sont effectués. L'extrapolation produit un NMAE de 11 % pour le système 5 par 1.

Finalement, une validation expérimentale du modèle de substitution a été effectuée. Cette dernière repose sur la reconstruction du coefficient de convection d'un pistolet thermique. Celui-ci est ensuite utilisé dans une simulation numérique couplée au modèle de substitution, dont les prédictions sont comparées aux mesures expérimentales. La différence entre la température simulée et la température expérimentale est inférieure à 3 degrés Celsius sur l'ensemble du système.

Ce modèle validé numériquement et expérimentalement ouvre ainsi la voie au développement de stratégies de contrôle en boucle fermée pour des systèmes de refroidissement actif. Dans le futur, l'adaptation du modèle à des géométries plus complexes et représentatives de cas industriels, l'entraînement à partir de données générées par des simulations RANS afin de comparer les résultats avec ceux obtenus par LES, ainsi que la généralisation de l'architecture du réseau afin de le rendre compatible avec différents nombres de jets et configurations géométriques seraient tous des voies intéressantes à emprunter.

## ABSTRACT

This thesis is part of a research project, divided into three components, funded by the National Research Council of Canada (NRC), aimed at evaluating the controllability of an active cooling system subjected to spatially and temporally varying heat sources. This active cooling system consists of impinging jets. Each jet can act either as an inlet or an outlet, and its flow rate is independent of the others. This thesis focuses solely on the first component, which aims to develop a surrogate model to predict the Nusselt number on the impingement surface. This model will enable the development of model-based control strategies, the second component of the project, and will ultimately be validated using an experimental system built as part of the third component.

The main contribution of this work is the development of a surrogate model based on a convolutional neural network (CNN), capable of predicting the Nusselt number distribution on the impinged surface for any configuration of flow rates, inlets, and outlets. The CNN is trained using a dataset generated from computational fluid dynamics (CFD) simulations. Two distinct neural networks are developed. The first predicts the Nusselt number at the top surface of a plate with a five by five jet array, while the second is used for a three by three jet arrangement.

The two models are trained using 83 and 100 CFD simulations, respectively. Each simulation is conducted with the Lethe software. The maximum Reynolds number of the jets is 2,000. A mesh sensitivity analysis was conducted to determine the required cell density. A mesh containing 1.2 million elements was selected. To reduce simulation costs, an extrapolation method based on an empirical correlation was used to extend the model's predictions up to  $Re = 10,000$ .

The CNNs consist of six transposed convolution layers, one convolution, and a downsampling operation. This setup allows for a gradual increase in the network's input size from  $4 \times 3 \times 3$  and  $3 \times 5 \times 1$  (normalized Reynolds number, jet on/off status, and jet positions in x and z) to a Nusselt number distribution of size  $75 \times 75$  and  $25 \times 101$ . The convolutional network's hyperparameters were selected using a cross-validation method. Model performance is evaluated using RMSE and normalized mean absolute error (NMAE) on a portion of the dataset not used during training. The model for the five-jet system has an NMAE below 2 %, while the model for the three by three jet system achieves an NMAE below 0.6 %. RMSE values of 0.64 and 0.24 were obtained. The extrapolation method yields an NMAE of 11 % for the five by one system.



Finally, experimental validation of the surrogate model was performed. This validation is based on reconstructing the heat transfer coefficient of a thermal gun, which is then used in a numerical simulation coupled with the surrogate model. Predictions are compared to experimental measurements. The difference between simulated and experimental temperatures is less than 3 degrees Celsius across the entire system.

This numerically and experimentally validated model thus paves the way for the development of closed-loop control strategies for active cooling systems. In the future, adapting the model to more complex geometries representative of industrial applications, training on data obtained from Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) simulations to assess their relevance, and generalizing the network architecture to make it compatible with varying numbers of jets and geometric configurations are all promising directions to explore.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iii
REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xvi
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xvii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	4
2.1 Nombres adimensionnels . . . . .	5
2.2 Jets impactants . . . . .	6
2.2.1 Régions des jets . . . . .	6
2.2.2 Corrélations empiriques . . . . .	7
2.2.3 Réseau de jets . . . . .	9
2.3 Simulation du transfert de chaleur et des écoulements . . . . .	11
2.3.1 Transfert de chaleur . . . . .	11
2.3.2 Dynamique des fluides . . . . .	14
2.3.3 Turbulence . . . . .	15
2.3.4 Simulation des jets impactants . . . . .	17
2.4 Intelligence artificielle . . . . .	18
2.4.1 Réseau de neurones . . . . .	19
2.4.2 Entraînement d'un réseau de neurone . . . . .	22
2.4.3 Réseau de neurones convolutifs . . . . .	26
2.4.4 L'intelligence artificielle appliquée aux jets impactants . . . . .	28
2.5 Sommaire de la revue de la littérature . . . . .	28
CHAPITRE 3 OJECTIF ET ORGANISATION . . . . .	31

3.1	Objectif . . . . .	31
3.2	Organisation du mémoire . . . . .	31
CHAPITRE 4 ARTICLE I : SURROGATE MODEL FOR HEAT TRANSFER PRE- DICTION IN IMPINGING JET ARRAYS USING DYNAMIC INLET/OUTLET AND FLOW RATE CONTROL . . . . .		32
4.1	Contribution individuelle . . . . .	32
4.2	Abstract . . . . .	32
4.3	Introduction . . . . .	33
4.4	Geometry of the active cooling system . . . . .	37
4.5	Methodology for the CFD simulations . . . . .	37
4.5.1	Mass and heat transfer equations . . . . .	37
4.5.2	Dimensionless parameters . . . . .	39
4.5.3	Simulation setup . . . . .	40
4.5.4	Mesh convergence analysis . . . . .	41
4.5.5	Simulation computational cost . . . . .	42
4.5.6	Surrogate Data Generation . . . . .	43
4.5.7	Data Preprocessing . . . . .	44
4.5.8	CNN Training . . . . .	45
4.5.9	Hyperparameter Tuning . . . . .	48
4.6	Extrapolator . . . . .	48
4.7	Results and discussion . . . . .	49
4.8	Extrapolation performance at $Re = 10,000$ . . . . .	53
4.9	Experimental Validation . . . . .	55
4.10	Conclusion . . . . .	56
CHAPITRE 5 DISCUSSION . . . . .		59
5.1	Conception du système de refroidissement actif . . . . .	59
5.1.1	Choix du fluide de refroidissement . . . . .	59
5.1.2	Dimensions du système de refroidissement actif . . . . .	59
5.1.3	Coût du modèle de substitution . . . . .	60
5.2	Avantage des CNNs . . . . .	63
5.3	Procédure détaillée de la validation . . . . .	65
CHAPITRE 6 CONCLUSION . . . . .		68
6.1	Synthèse des travaux . . . . .	68
6.2	Limitations de la solution proposée . . . . .	69

6.3 Améliorations futures . . . . .	69
RÉFÉRENCES . . . . .	72
ANNEXES . . . . .	79

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Résumé par Gurgul de la performance de divers modèles RANS. . . .	18
Table 4.1	Geometric parameters of the five by one and three by three active-cooling systems. All dimensions are normalized by the inlet diameter $D$ , where $D$ equals 6.35mm in the experimental setup. . . . .	37
Table 4.2	Low-Reynolds simulation parameters. . . . .	40
Table 4.3	Cost per Simulation at Different Reynolds Number . . . . .	42
Table 4.4	Hyperparameters of the neural-network. . . . .	48
Table 4.5	Surrogate performance metrics calculated using the simulated and predicted Nusselt number on the impinged surface. All metrics are calculated using results from the validation data set. . . . .	51
Tableau 5.1	Paramètres d'adaptation de maillage. . . . .	62
Tableau 5.2	hyperparamètres du réseau de MLPs. . . . .	64
Tableau 5.3	Métriques de performance calculées en utilisant le CNN et le MLP pour le modèle cinq par un. . . . .	65

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Système de refroidissement actif contenant 5 jets. Chacun des jets peut être utilisé comme une entrée ou une sortie. Le débit des jets est manipulable. La surface à refroidir est située au dessus de la zone verte pointillée. . . . .	2
Figure 2.1	Thèmes abordés dans la revue de littérature. . . . .	4
Figure 2.2	Différentes régions d'un jet impactant, tiré de [1]. . . . .	7
Figure 2.3	Résultats expérimentaux du nombre de Nusselt en fonction de la distance du centre et du nombre de Reynolds. Le deuxième maximum du nombre de Nusselt est visible pour des valeurs de $r/D \approx 1.5$ . Tiré de [2]	8
Figure 2.4	Représentation de l'effet de l'écoulement transversal sur les jets, tiré de [3] . . . . .	10
Figure 2.5	Comparaison des approches de modélisation de la turbulence en termes de coût de calcul et de précision. . . . .	16
Figure 2.6	Relation entre l'intelligence artificielle, l'apprentissage machine et l'apprentissage profond, tiré de [4]. . . . .	19
Figure 2.7	Perceptron multi-couche. Les cercles représentent les neurones du MLP. Les lignes reliant chaque chaque neurone sont les poids. Tiré de [5]. .	20
Figure 2.8	Exemples de fonctions d'activations. . . . .	21
Figure 2.9	Descente du gradient. La direction de la pente la plus grande est empruntée pour minimiser une fonction de coût. . . . .	23
Figure 2.10	Convolution utilisant un filtre de taille 4x4 sur une image de taille 5x5 et un remplissage par des zéros de taille 2. . . . .	27
Figure 2.11	Architecture d'AlexNet, tiré de [6] . . . . .	27
Figure 4.1	Geometries of the two jet active cooling systems : (a) Five by one configuration and (b) Three by three configuration. In these systems, every inlet can be dynamically changed into an outlet and every outlet can be changed into an inlet. Any nozzle can also be shut. The surrogate models estimate the Nusselt distribution on the surface outlined by the green dashed line. . . . .	38
Figure 4.2	Side view of the coarsest initial 3D mesh (228,000 elements) used for the mesh convergence analysis. The zoomed sub-image illustrates the mesh refinement along the top boundary. . . . .	41

Figure 4.3	Mesh convergence analysis results where jets 0, 1, 2, and 3 are inlets at a Reynolds number of 2,000 and jet number 4 is set as an outlet. We present three simulation results using 228,000 cells, 1.2M cells and 3.0M cells. Results show mesh independence with a RMSE of 0.07 for 1.2M cells. . . . .	42
Figure 4.4	Simulation partitioning for the five by one active cooling system. 83 low Reynolds number simulations ( $Re < 2,000$ ) are split into training, testing, and validation sets. The training and testing sets are used to train and to select the convolutional neural network's (CNN) hyperparameters. This tuning is done using a k-fold cross validation technique. Performance evaluation of the CNN is done by comparing the predictions to unseen validation simulation results (20 %). The predictions at $Re=2,000$ of the trained CNN are then extrapolated using correlation based technique to $Re=10,000$ . A second validation dataset is then used to validate the performance of the extrapolation. . . . .	43
Figure 4.5	Illustration of a transposed convolution operation with a 4 by 4 kernel and a stride of 2. The input feature map (left) is expanded, and the kernel is applied in a sliding-window fashion to produce a larger output feature map (right). The powdered blue highlights the input values of a single channel, while the cyan is the resulting output of the kernel operation. This operation effectively doubles the size of the input. . .	46
Figure 4.6	Architecture of the convolutional neural network used for both the five by one and three by three surrogate models. The network architecture consists of a series of upscaling layers of the input jet configuration followed by a convolution layer to reconstruct the Nusselt number distribution at the target resolution. . . . .	47
Figure 4.7	Comparison between surrogate predictions and simulation results of the Nusselt number distribution for two different configurations in the five by one active cooling system. The Nusselt maps are shown along the impingement surface using dimensionless distances $x/D$ and $y/D$	50
Figure 4.8	Comparison between surrogate predictions and simulation results of the Nusselt number distribution for two different configurations in the three by three active cooling system. The Nusselt maps are shown along the impingement surface using dimensionless distances $x/D$ and $y/D$ , where $D$ is the inlet diameter. . . . .	52
Figure 4.9	Parity plot of the average Nusselt number . . . . .	53

Figure 4.10	Comparison between surrogate predictions and simulation results before and after scaling of the Nusselt number distribution. Results are taken on a line along the middle of the impingement plate. . . . .	54
Figure 4.11	Experimental setup of the 5 by 1 active cooling system. The solenoid valves allowing individual jet state modification are missing. . . . .	56
Figure 4.12	Experimental vs. Predicted temperature across the x-axis at the Centre of the active Cooling System for the configuration [1, 1, -1, -1, -1] at a Reynolds number of 10,000. The Reconstructed result uses the reconstructed heat flux of the heat gun at the top and the surrogate heat flux at the bottom. The Experimental result was recorded using a thermal camera. . . . .	57
Figure 5.1	Comparaison entre les maillages utilisés pour les systèmes de refroidissement de taille cinq par un et trois par trois. . . . .	62
Figure 5.2	Graphique de parité du nombre de Nusselt moyen pour l'ANN et le CNN	64
Figure 5.3	Comparaison entre la prédiction d'un modèle de substitution et le résultat d'une simulation pour le système de refroidissement actif 5 par 1. . . . .	66
Figure 5.4	Schéma du problème utilisé pour la validation expérimentale. . . . .	67



## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ANN	Réseau de neurones artificiel / Réseau de perceptrons
CFD	Dynamique des fluides computationnelles
CNN	Réseau de convolutions
CNRC	Centre national de recherche du Canada
DNS	Simulation numérique directe des équations de Navier-Stokes
LES	Simulation des grandes structures de la turbulence
ILES	Simulation implicite des grandes structures de la turbulence
Nu	Nombre de Nusselt
Pr	Nombre de Prandtl
RANS	Méthode de la moyenne de Reynolds
Re	Nombre de Reynolds

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	Reconstruction du coefficient de transfert thermique à partir de la température . . . . .	79
----------	---	----

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

En transfert de chaleur, la grande majorité des technologies ont l'un de ces deux objectifs : maximiser ou minimiser les échanges thermiques. C'est vrai pour les murs de nos maisons, pour les larges échangeurs de chaleur que l'on retrouve dans les usines, mais aussi pour les matériaux avec lesquels les navettes spatiales sont construites. Il existe toutefois une classe de technologies qui bénéficieraient d'un autre objectif : contrôler le transfert de chaleur dans l'espace et dans le temps.

Nous illustrerons cet objectif à l'aide d'un exemple : les systèmes de moulage par injection. Dans ces systèmes, un métal liquide est injecté à haute température et haute pression avant d'être solidifié. Les pièces produites peuvent servir, par exemple, à la construction de voitures ou de trains. Parfois, des points chauds apparaissent dans les moules et ceux-ci peuvent conduire à l'apparition de défauts. Toutefois, trop refroidir le moule est aussi problématique et peut mener, encore une fois, à des défauts dans les pièces.

Pour ce type d'applications, Lamarre et Raymond [7] ont développé un système de refroidissement à plusieurs entrées et plusieurs sorties. Un modèle de ce système inspiré des réseaux des jets impactants est illustré à la Figure 1.1. Dans ce mémoire, le système de refroidissement est décrit comme actif. En plus de pouvoir moduler le débit de chacun des jets dans le temps, ce système possède aussi la capacité de transformer ses alimentations en sorties. Chaque jet possède ainsi deux états possibles : être une entrée ou une sortie pour le liquide de refroidissement. Ce système possède donc la capacité d'éliminer les points chauds dans un moule à injection en activant les jets dans le voisinage des points chauds et en transformant les autres jets en sortie. Dans la Figure 1.1, le fluide de refroidissement (par exemple de l'eau ou de l'air) est alimentée dans la cavité. L'élément à refroidir par ce système, comme le métal liquide à solidifier, est placé sur la plaque délimitée par la ligne pointillée verte.

Ce système de refroidissement actif ne se limite pas à une application. Il pourrait être utile pour une panoplie de problèmes qui nécessitent un contrôle plus local de la température qui change dans le temps. Pensons aux batteries des voitures électriques au sein desquelles la température est parfois non uniforme. [8] Le système de refroidissement actif pourrait diriger le liquide de refroidissement dans les zones où la température est la plus élevée. Cette technologie est toutefois à un stade préliminaire de son développement.

Ce projet vise à évaluer si un tel système peut être contrôlé et si sa capacité à adresser des sources de chaleur qui varient dans l'espace est adéquate. Le projet est structuré en trois volets :

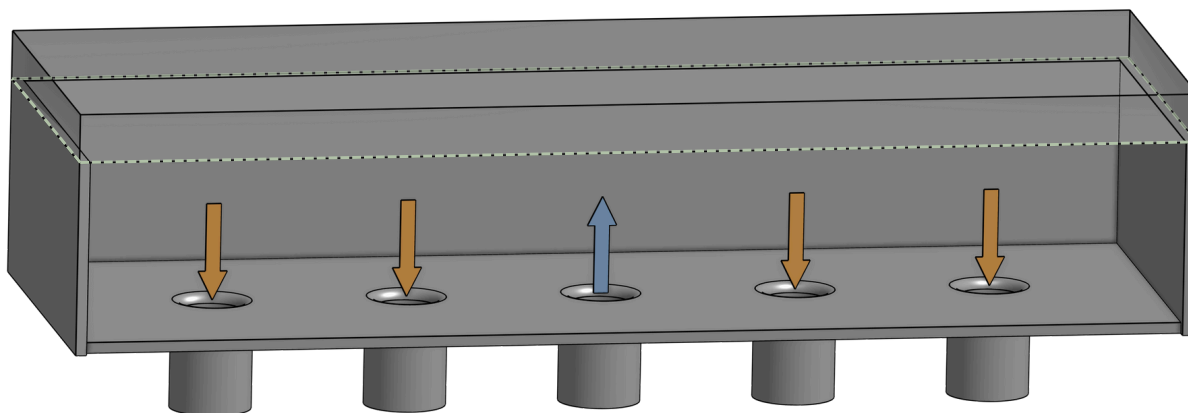


FIGURE 1.1 Système de refroidissement actif contenant 5 jets. Chacun des jets peut être utilisé comme une entrée ou une sortie. Le débit des jets est manipulable. La surface à refroidir est située au dessus de la zone verte pointillée.

1. Développer un modèle de substitution capable de prédire le transfert de chaleur sur la surface d'impact du système de refroidissement actif afin de développer et évaluer des stratégies de contrôle.
2. Établir une stratégie de contrôle de la température permettant d'adapter l'arrangement des jets en fonction d'une source de chaleur.
3. Construire un système expérimental permettant de valider les stratégies de contrôle.

Ce mémoire répond au premier volet de ce projet. Le modèle de substitution doit avoir la capacité de prédire le transfert de chaleur pour n'importe quelle configuration d'entrée, de sortie et de débit. Le modèle développé repose sur une architecture de réseau de neurones convolutifs (CNN), une architecture nouvellement utilisée dans ce contexte spécifique. L'entraînement du modèle a été réalisé à partir d'une base de données générée par simulation de la mécanique des fluides numérique (CFD), dont le niveau de complexité et la taille surpassent celles utilisées dans les travaux liés aux jets impactants. Afin d'étendre la portée du modèle, une méthode d'extrapolation pour permettre la prédiction à des nombres de Reynolds plus élevés que ceux utilisés lors de l'entraînement est aussi présentée.

Ce mémoire est organisé comme suit. D'abord, la revue de la littérature introduit les concepts théoriques et les travaux importants nécessaires à la compréhension de la méthodologie et de la discussion. Elle définit ce qu'est un jet impactant en plus d'introduire des concepts liés à la CFD et à l'intelligence artificielle (IA). Ensuite, les objectifs et sous-objectifs du mémoire sont introduit. Cette section précède l'article I, le cœur de ce mémoire. Ce chapitre présente l'entièreté de la méthodologie et des résultats liés au modèle de substitution. Finalement, une

discussion contextualise certains choix de conceptions et résultats présentés dans l'article I avant de conclure sur les limites du modèle et les améliorations possibles.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Cette revue de littérature présente les concepts théoriques et les travaux essentiels à la compréhension de la méthodologie et des résultats exposés dans l'article I. Elle clarifie certaines notions présentées dans le chapitre 4 en plus de présenter des concepts qui touchent aux jets impactants, à la CFD et à l'IA. La Figure 2.1 illustre l'ensemble des thèmes abordés dans cette revue de la littérature.

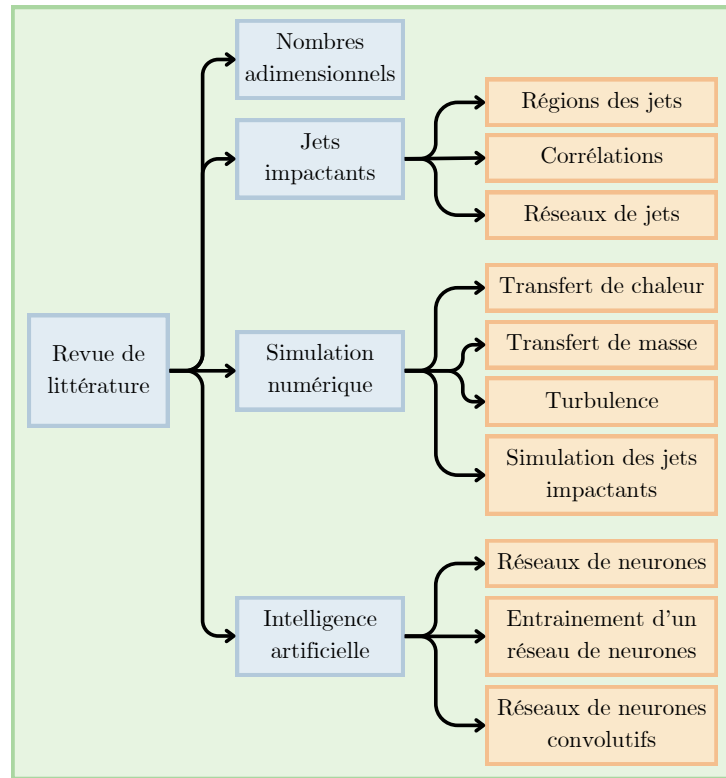


FIGURE 2.1 Thèmes abordés dans la revue de littérature.

Nous entamons cette revue de littérature en définissant les variables adimensionnelles utilisées pour généraliser l'écoulement et le transfert de chaleur dans le système de refroidissement actif. La seconde section s'attarde aux travaux publiés dans la littérature scientifique et portant sur les jets impactants, car le système de refroidissement actif illustré à la figure 1.1 n'est en fait qu'un assemblage de plusieurs jets impactants. Cette section porte sur les différentes zones caractéristiques du jet ainsi que sur les méthodes utilisées pour les modéliser à l'aide de corrélations empiriques. Dans la section suivante, nous introduisons les équations qui décrivent le transfert de chaleur et l'écoulement d'un fluide. Nous définissons les conditions

aux frontières utilisées dans ce type de problème et formulons quelques commentaires liés au traitement de la turbulence lors de la résolution de ces équations numériquement. Cette section résume aussi les travaux qui utilisent la simulation numérique pour modéliser les jets impactants. Finalement, la section 2.4 passe en revue les concepts importants liés à l’intelligence artificielle.

## 2.1 Nombres adimensionnels

Les nombres adimensionnels sont utilisés pour généraliser les équations décrivant un système physique afin de faciliter l’analyse et la comparaison entre différentes échelles. Nous définissons trois nombres adimensionnels qui sont utilisés tout au long de ce mémoire ; le nombre de Reynolds, le nombre de Nusselt et le nombre de Prandtl.

Le nombre de Reynolds correspond au rapport entre les forces d’inertie et visqueuses dans un fluide. Il est décrit par l’équation suivante :

$$\text{Re} = \frac{\rho U D}{\mu} \quad (2.1)$$

où  $U$  est la vitesse caractéristique du fluide,  $\rho$  est sa masse volumique,  $D$  est la longueur caractéristique au sein duquel évolue l’écoulement et  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide. Le nombre de Reynolds est généralement utilisé pour décrire le comportement d’un écoulement. Pour un écoulement donné, plus ce nombre est élevé, plus la turbulence est élevée. La turbulence est décrite par Hinze comme étant : «une condition irrégulière de l’écoulement montrant des variations aléatoires par rapport aux coordonnées temporelles et spatiales, avec des propriétés statistiques discernables » [9]. La turbulence est donc un phénomène qui mène à des comportements chaotiques, donc non-linéaires, qui engendrent des coûts de simulations élevés. C’est donc ce nombre qui dicte, principalement, si une simulation requiert une quantité importante de ressources de calcul lors de sa résolution.

Le nombre de Nusselt correspond au rapport entre le transfert de chaleur convectif et le transfert de chaleur conductif. Il est défini dans l’équation 4.4 :

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} \quad (2.2)$$

où  $h$  est le coefficient de convection thermique et  $k$  est la conductivité thermique. Généralement, plus le nombre de Nusselt est élevé, plus le transfert de chaleur par convection domine par rapport à la conduction. Pour augmenter la convection dans un système avec des pro-

priétés physiques définies, il suffit généralement d'augmenter le débit du fluide. Le nombre de Nusselt est donc implicitement lié au nombre de Reynolds. Il est central à ce projet car il permet de réduire le transfert complexe de chaleur entre un fluide et une surface à une simple distribution du nombre de Nusselt le long de cette même surface.

Le nombre de Prandtl est utilisé pour décrire la capacité d'un fluide à diffuser la chaleur par les voies convectives comparativement aux voies diffusives. Il est décrit par l'équation suivante :

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k} \quad (2.3)$$

où  $c_p$  est la capacité thermique du fluide. Le nombre de Prandtl est généralement propre au fluide. À température et pression ambiante, le nombre de Prandtl de l'air, le gaz utilisé dans le système de refroidissement actif étudié, est d'environ 0.72.

## 2.2 Jets impactants

Un jet impactant est obtenu en dirigeant un jet sur une surface [10]. Ce jet peut provenir d'un orifice rectangulaire, circulaire ou d'une longue fente rectiligne. Il permet d'atteindre des coefficients de transfert de chaleur nettement supérieurs à ceux générés par un écoulement parallèle [11]. Plusieurs technologies bénéficient de cette grande capacité d'extraction thermique, notamment les puces électroniques, les systèmes de séchages et les turbines à vapeur [1]. Les jets impactants sont au cœur du système de refroidissement actif décrit précédemment. C'est pourquoi une section complète s'attardera aux jets impactants. Nous décortiquerons d'abord le jet impactant en définissant les différentes régions qui le composent. Ensuite, nous verrons les corrélations et les dimensions communément utilisées au sein des jets impactants avant de finalement, effectuer une exploration des réseaux de jets.

### 2.2.1 Régions des jets

Un jet impactant peut être segmenté en trois régions définissant les caractéristiques de l'écoulement avant et après l'impact du jet avec le mur [12]. Ces dernières sont illustrées dans la Figure 2.2. La première zone, le jet libre, commence à la sortie de l'alimentation et se termine au commencement de la zone de stagnation (deuxième zone). Cette dernière est caractérisée par une augmentation soudaine de la pression avant le contact avec le mur [12]. Finalement, la troisième zone, le jet mural, débute lors de l'accélération du fluide à la sortie de la zone de stagnation. Le fluide contribue de manière significative à l'échange de chaleur à cet endroit [10].



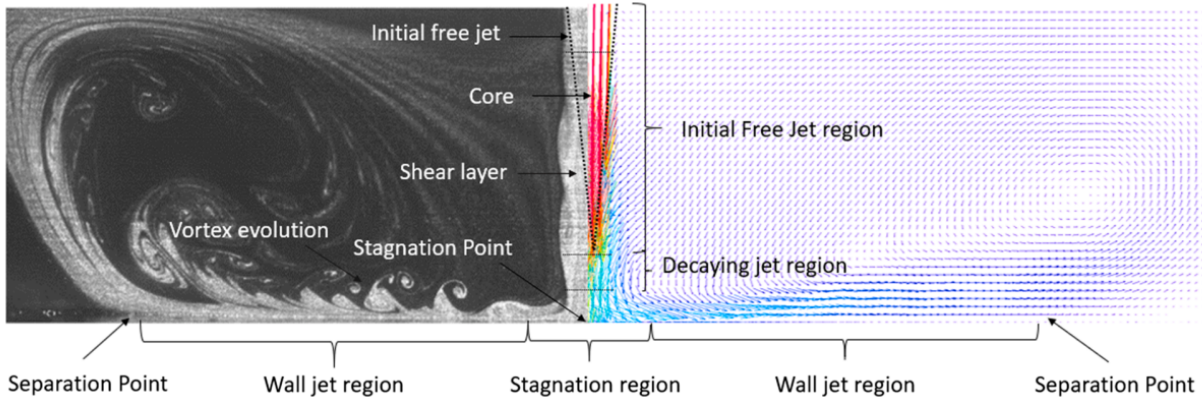


FIGURE 2.2 Différentes régions d'un jet impactant, tiré de [1].

Katti et Prabhu [13] ont par la suite identifié une zone supplémentaire, appelée zone de transition, située entre la zone de stagnation et celle du jet mural. Il est possible de retrouver à cet endroit une soudaine hausse de la turbulence qui peut parfois causer l'apparition d'un second maximum dans le profil du nombre de Nusselt (Figure 2.3). À la fin de la zone du jet mural, le point de séparation marque le détachement du jet du mur et une baisse prononcée du transfert de chaleur s'y produit. À cet endroit, une partie du fluide est généralement recirculée en direction du jet. C'est le jet libre qui est responsable de cette recirculation. En effet, la vitesse plus élevée du fluide dans la région du jet libre et la viscosité de ce dernier provoque un effet d'entraînement qui amène le fluide en périphérie du jet à participer au transfert de chaleur.

### 2.2.2 Corrélations empiriques

Dès la fin des années 1950, un intérêt croissant pour l'étude des jets impactants se manifeste. Des chercheurs comme Vickers [14] et Poreh [15] proposent des systèmes expérimentaux pour quantifier les coefficients de transfert thermique et les caractéristiques de l'écoulement de jets impactants. Des corrélations sont introduites pour décrire l'évolution du nombre de Nusselt en fonction du nombre de Reynolds et de la position. Dès 1959, Vickers [14] relie le nombre de Nusselt au nombre de Reynolds selon la relation linéaire ci-dessous :

$$Nu = (1.25 - 0.2R/D) \cdot (Re - Re') \cdot 10^{-4} \quad (2.4)$$

Où  $Re'$  correspond à :

$$Re' = 600 - \frac{44.1}{(0.14 - D/L)^{0.55}} \quad (2.5)$$

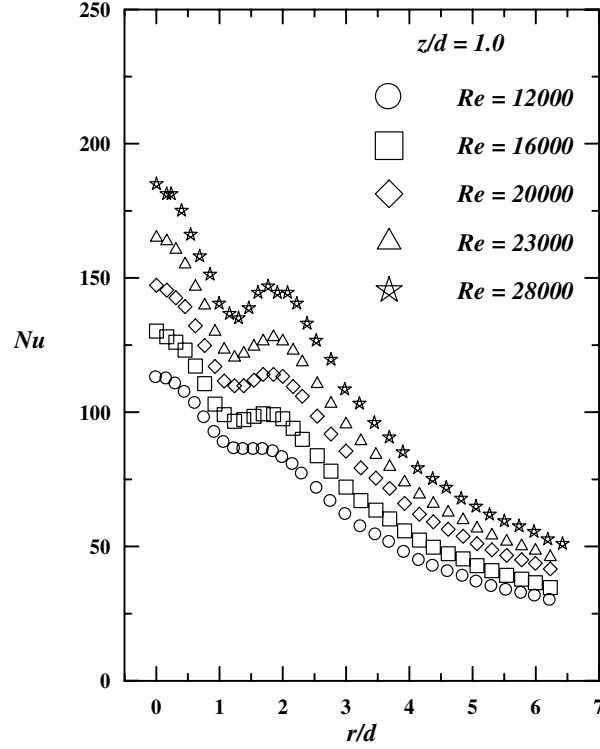


FIGURE 2.3 Résultats expérimentaux du nombre de Nusselt en fonction de la distance du centre et du nombre de Reynolds. Le deuxième maximum du nombre de Nusselt est visible pour des valeurs de  $r/D \approx 1.5$ . Tiré de [2]

Toutefois, cette corrélation n'est valide qu'à faibles nombres de Reynolds ( $Re < 600$ ) et ne prend pas en compte la relation non linéaire entre le nombre de Reynolds et le nombre de Nusselt. Ce n'est qu'à la fin des années 1970 que Martin *et al.* [12] proposent une corrélation mieux adaptée aux réalités industrielles. Cette corrélation permet d'évaluer localement le nombre de Nusselt pour des jets circulaires et prend la forme suivante :

$$\frac{Nu}{Pr^{0.42}} = \frac{D}{r} \frac{1 - 1.1D/r}{1 + 0.1(H/D - 6)D/r} F(Re) \quad (2.6)$$

Où  $f(Re)$  correspond à :

$$f(Re) = 1.36Re^{0.574} \quad (2.7)$$

On a donc :

$$Nu = f(Re, Pr, (H/D)) \quad (2.8)$$

Martin *et al.* [12] utilisent une relation non linéaire entre le nombre de Reynolds et le nombre

de Nusselt en plus de lier le profil à d'autres valeurs adimensionnelles clés comme le ratio entre la distance du jet au mur et le diamètre du jet  $H/D$ . Cette corrélation est valide pour des nombres de Reynolds entre 2,000 et 30,000 et pour un ratio  $r/D$  de 2.5 à 7.5.

Jambunathan [16], Hoffman *et al.* [17], Katti et Prabhu [13] ainsi que Loureiro *et al.* [18] proposent d'autres corrélations. Certaines d'entre elles, comme celle proposée par Martin [12], prédisent le nombre de Nusselt dans la région du jet mural ( $2.5 < r/D < 7.5$ ) alors que d'autres appliquent leur corrélation sur l'entièreté de la surface du jet [16–18]. Pour toutes ces corrélations, le nombre de Nusselt est proportionnel à  $Re^\alpha$ . Cette valeur de  $\alpha$  varie parfois selon la géométrie [16]. D'autres fois elle est fixée en fonction d'intervalles du nombres de Reynolds. Par exemple, Martin *et al.* [12] la fixent à 0.574 pour des nombres de Reynolds entre 2000 et 30,000 et à 0.667 pour des nombres de Reynolds entre 30,000 et 120,000. Pour toutes les corrélations,  $\alpha$  est compris entre 0.50 et 0.82.

En plus du nombre de Reynolds, la distance relative du jet au mur est aussi présente dans toutes ces corrélations. Katti et Prabhu [2] ont déterminés qu'une augmentation de la distance de l'alimentation au mur provoquait une augmentation du transfert de chaleur pour  $H/D \in ]1, 6]$  en raison de l'augmentation de l'intensité turbulente près du mur. Une augmentation du nombre de Nusselt lorsque  $H/D < 1$  est aussi observée et est attribuée à l'accélération importante du jet dans la zone de stagnation. Des ratios  $H/D$  variant entre 0.5 et 8 ont été analysés.

Katti et Prabhu [13] ont aussi identifié l'apparition d'un second maximum du nombre de Nusselt lorsque  $H/D$  est inférieur à 3, lorsque  $r/D \approx 1.5$  [2]. Ce phénomène illustré dans la Figure 2.3 est associé au rattachement du jet mural à la suite des interactions avec l'air emporté en périphéries du jet.

### 2.2.3 Réseau de jets

Le profil d'extraction de chaleur des jets simples n'est pas uniforme [1]. C'est pourquoi il arrive fréquemment que plusieurs jets impactants soient utilisés en groupe pour promouvoir une extraction de chaleur plus uniforme.

Un assemblage de plusieurs jets impactants est appelé un réseau de jets. Les réseaux de jets sont principalement utilisés dans les applications qui nécessitent le refroidissement de grandes surfaces et où l'homogénéisation du profil d'extraction de chaleur est nécessaire.

Le transfert de chaleur généré par un réseau de jets est souvent modélisé à l'aide de corréla-

tions de la forme suivante [3] :

$$Nu = f(Re, Pr, (H/D), (S/D), (G_c/G_j)) \quad (2.9)$$

En comparant l'équation 2.8 à l'équation 2.9, on observe l'apparition de deux nouveaux paramètres ;  $S/D$ , le ratio entre la distance jet-jet et le diamètre d'un jet et  $G_c/G_j$  le ratio entre l'écoulement transversal massique et l'écoulement massique d'un jet.

Une augmentation de la distance entre les jets conduit à une baisse du Nusselt moyen. Augmenter le ratio  $S/D$  équivaut à augmenter la surface totale couverte par jet et donc à diminuer l'extraction de chaleur par unité de surface. Otéro-Pérez *et al.* [19] ont déterminés que le nombre de Nusselt maximal d'un jet diminuait linéairement avec la distance entre les jets (5D, 10D et 15D). D'autres auteurs comme San et Lai [20] ont déterminé que la relation entre l'extraction chaleur, le ratio  $S/D$ , le ratio  $H/D$  et le nombre de Reynolds est fortement non-linéaire. La forte interaction entre les jets pour de faible ratio  $S/D$  nuit au refroidissement tout comme une distance trop grande entre les jets en raison de la faible surface de la plaque touchée.

Dans un réseau de jets, l'écoulement transversal mène généralement à une diminution du transfert de chaleur. Il déplace aussi le jet dans la direction de cet écoulement. Dans la littérature, l'effet de l'écoulement transversal est étudié en utilisant un réseau de jet et en forçant l'écoulement à se déplacer dans une direction comme illustré dans la Figure 2.4. Le jet situé le plus loin de la sortie est donc forcé de passer au travers des autres jets avant de sortir ce qui affectera l'écoulement de chacun des jets.

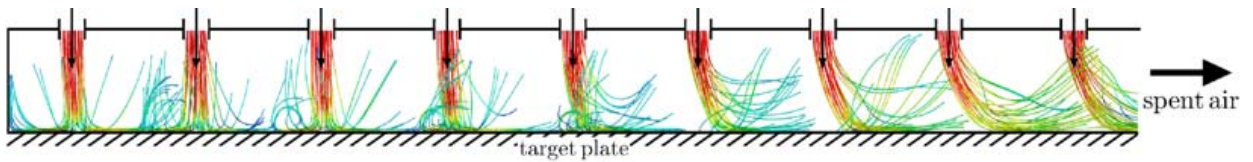


FIGURE 2.4 Représentation de l'effet de l'écoulement transversal sur les jets, tiré de [3]

Otéro-Pérez *et al.* [19] ont récemment étudié l'effet d'un écoulement transversal dans un réseau linéaire de jets. Selon leurs conclusions, l'augmentation de l'écoulement transversal diminuerait l'efficacité du transfert thermique. Dans une expérience similaire, Katti et Prabhu ont montré qu'il était possible de moduler l'interaction entre les jets avec le ratio  $H/D$  [2]. Leurs résultats sont présentés dans la Figure 2.4. Pour des faibles valeurs de  $H/D$  ( $\leq 1$ ), le nombre de Nusselt des jets soumis à l'écoulement transversal est plus affecté, car le débit du courant transversal augmente avec une diminution de l'aire de la section de la cavité. Pour

une valeur de  $H/D = 1$ , le courant transversal augmente le transfert de chaleur des jets en aval alors qu'il diminue l'extraction de chaleur pour les jets près de la sortie correspondant à des valeurs de  $H/D > 1$ .

Pour éliminer ces interactions, plusieurs auteurs proposent d'ajouter des sorties au sein de l'arrangement. Ces sorties, nommées trous d'effusion, peuvent améliorer le refroidissement en diminuant l'interaction entre les jets pour les arrangements composés de nombreux jets [21] [22]. La nature du système de refroidissement actif peut imiter ces trous d'effusions en transformant des alimentations en sorties. Cela permet de réduire l'effet de l'écoulement transversal.

## 2.3 Simulation du transfert de chaleur et des écoulements

La simulation numérique est un outil qui peut être utilisé pour obtenir la vitesse d'un fluide et sa température dans l'espace. Cet outil repose sur la résolution d'équations différentielles sur un domaine  $\Omega$ . Pour résoudre ces équations, il est nécessaire de discrétiser ce domaine en un ensemble de sous-domaines que l'on appelle des cellules. L'ensemble de ces cellules forment un maillage dont dépend la solution obtenue. Plus le maillage est fin, plus la solution est précise. Une fois le maillage défini, il est possible de résoudre les équations à l'aide de différentes méthodes, comme la méthode des différences finies, la méthode des éléments finis ou la méthode des volumes finis. Le choix de la méthode numérique a pour conséquence d'entraîner certaines limitation sur la discrétisation possible. Par exemple, les méthodes de différence finies nécessitent des grilles cartésiennes structurées.

Cette section s'intéresse aux équations et aux résultats de simulations de jets impactants. Cette section est divisée en quatre parties. La section 2.3.1 décrit les équations du transfert de chaleur ainsi que les conditions frontières utilisées pour leur résolution. La section 2.3.2 effectue le même exercice pour les équations liées aux transport d'un fluide. À la section 2.3.3, le concept de turbulence est d'abord introduit, puis la section se conclut par la présentation de certains travaux ayant recours à la simulation pour modéliser les jets impactants.

### 2.3.1 Transfert de chaleur

La température d'un fluide et d'un solide s'obtient par la résolution de l'équation de la conservation de l'enthalpie :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{k}{\rho C_p} (\nabla^2 T + \mathbf{v} \cdot \nabla T) = 0 \quad \text{pour } T \in \Omega \quad (2.10)$$

Où  $T$  décrit la température et  $\mathbf{v}$  la vitesse du fluide.

Dans le cadre de ce projet, cette équation est utilisée dans deux contextes distincts. Elle est d'abord utilisée pour décrire la variation de température du fluide de refroidissement dans le temps et l'espace. Ensuite, elle est utilisée pour décrire le transfert de chaleur dans la paroi solide du jet impactant. Dans cette situation, nous considérerons le terme convectif  $\mathbf{v} \cdot \nabla T$  comme étant nul.

La résolution de ces équations différentielles nécessite des conditions aux limites de la géométrie illustrée à la figure 1.1. Trois types de conditions frontières sont généralement utilisés dans une simulation. Les conditions de Dirichlet :

$$T(\mathbf{x}) = T_{\text{mur}}(\mathbf{x}) \in \Gamma_D \quad (2.11)$$

pour lesquelles une température  $T_{\text{mur}}$  constante est posée à la paroi  $\Gamma_D$ . Ce type de condition frontière est généralement utilisé pour spécifier la température entrante dans le système. Elle est également appliquée, dans certaines simulations, à la frontière de la plaque impactée par les jets lorsque cette dernière est maintenue à température constante.

Les conditions de Neumann sont utilisées pour spécifier un flux de chaleur constant à une frontière  $\Gamma_N$  du système :

$$-k\nabla T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = q(\mathbf{x}) \in \Gamma_N \quad (2.12)$$

Dans le cadre de ce projet, les conditions de Neumann sont généralement utilisées sur les murs et les sorties pour lesquels le transfert de chaleur peut être négligé. Sur ces surfaces, on posera que le flux de chaleur  $q(\mathbf{x})$  est nul.

Les conditions de Robin considèrent un flux de chaleur variable en fonction de la température à la paroi :

$$-k\nabla T(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = h(T(\mathbf{x}) - T_\infty) \in \Gamma_R \quad (2.13)$$

Dans cette équation,  $h$  est le coefficient de convection thermique et  $T_\infty$  est la température du fluide de refroidissement loin de la paroi. Ce type de condition frontière est généralement utilisé pour représenter le transfert de chaleur entre un fluide et une paroi. Une distribution du nombre de Nusselt à la paroi connue nous permet de retrouver le coefficient de convection thermique  $h$  avec l'équation (2.13). Puisque ce coefficient est central à ce projet, nous définissons d'où vient ce coefficient  $h$  et ce qu'il représente. Pour cela, il faut s'intéresser au concept de couche limite.

## Couche limite

Dans un écoulement, la vitesse du fluide varie très rapidement près de la paroi. Cette zone, où la vitesse est faible et où les contraintes de cisaillement sont grandes est appelée la couche limite laminaire. L'épaisseur  $\delta$  de la couche limite laminaire est définie par l'équation (2.14) et dépend principalement du nombre de Reynolds et de la géométrie du problème. Dans l'équation (2.14)  $y$  est la distance de la surface à laquelle la vitesse du fluide est à 99 % celle de la vitesse loin de la paroi  $U_\infty$ . Les écoulements possédant un nombre de Reynolds faible possèdent une couche limite qui est généralement plus épaisse que les écoulements caractérisés par des nombres de Reynolds élevés. [23]

$$\delta \equiv y, \text{ tel que } u(y) = 0.99U_\infty \quad (2.14)$$

De façon analogue à la couche limite laminaire, il existe la couche limite thermique. Cette dernière correspond à la zone près de la paroi où il existe un fort gradient de température. Son épaisseur est décrite par l'équation suivante :

$$\delta_T \equiv y, \text{ tel que } \frac{T_{\text{mur}} - T(y)}{T(y) - T_\infty} = 0.99 \quad (2.15)$$

Où  $\delta_T$  est l'épaisseur de la couche limite thermique. Sa taille est reliée à l'épaisseur de la couche limite laminaire par le nombre adimensionnel de Prandtl décrit par l'équation 2.16. Plus la couche limite laminaire est mince, plus la couche limite thermique sera mince. C'est une question de mélange. Si le fluide est continuellement renouvelé près de la paroi, la température aura tendance à y être plus homogène et l'épaisseur de la couche limite thermique sera réduite.

$$Pr \sim \frac{\delta}{\delta_T} \quad (2.16)$$

Puisque la couche limite thermique forme une zone près de la paroi dans laquelle la vitesse de l'écoulement est pratiquement nulle, le flux de chaleur local peut être évalué en appliquant la loi de Fourier (Équation 2.17) car la conduction domine largement l'advection dans le fluide.

$$-k \frac{\partial T}{\partial x} = q(\mathbf{x}) \quad (2.17)$$

Pour transformer davantage l'équation 2.17, il est possible d'utiliser la loi du refroidissement de Newton décrite par l'équation 2.18. Celle-ci indique que le taux de refroidissement entre un objet et ses environs est proportionnel à la différence de leurs températures. La loi du

refroidissement de Newton fait apparaître un coefficient de proportionnalité  $h(\mathbf{x})$  qui est le coefficient de convection thermique. Le refroidissement provoqué par l'écoulement complexe issu de la résolution des équations de Navier-Stokes est ainsi réduit à un seul paramètre, le coefficient  $h(\mathbf{x})$  qui agglomère l'advection et la conduction au sein de la couche limite. Le système de refroidissement peut ainsi être réduit à une simple distribution du coefficient de convection thermique.

$$q(\mathbf{x}) = h(\mathbf{x})(T(\mathbf{x}) - T_\infty) \quad (2.18)$$

Le concept de couche limite explique la grande efficacité de l'extraction thermique des jets impactants. Il décrit comment l'orientation perpendiculaire d'un jet sur une surface permet de perturber la couche limite, de diminuer sa taille et ainsi de favoriser l'échange de chaleur entre le fluide et la surface. Il indique aussi que pour bien résoudre l'équation de la chaleur dans un jet impactant près d'une paroi, il faut que le maillage y soit assez fin pour capturer l'ensemble de la couche limite. Le maillage présenté dans l'article I sera donc beaucoup plus fin à la paroi qu'ailleurs dans la géométrie.

### 2.3.2 Dynamique des fluides

L'écoulement d'un fluide peut être décrit à l'aide de deux équations. D'abord, la conservation de la masse est donnée par l'équation 2.19. Cette forme suppose l'incompressibilité de l'écoulement et est généralement appropriée pour les écoulements à faible vitesse ( $\text{Mach} < 0.3$ ).

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.19)$$

La seconde, l'équation de la conservation de la quantité de mouvement est décrite par l'équation 2.20

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \nu \nabla^2 \mathbf{u} = -\nabla p^* \quad (2.20)$$

Où  $\mathbf{u}$  correspond au vecteur vitesse,  $p^*$  à la pression ( $\frac{p}{\rho}$ ) et  $\nu$  à la viscosité cinématique du fluide ( $\frac{\mu}{\rho}$ ). Ces deux expressions mathématiques forment les équations de Navier-Stokes. À ce jour, il existe peu de solution analytique à ces dernières pour des nombres de Reynolds non-triviaux. Leur résolution nécessite donc l'utilisation de méthodes numériques, comme la méthode des éléments finis.



### 2.3.3 Turbulence

De nombreux problèmes d'ingénierie s'intéressent à la turbulence puisqu'elle joue un rôle important dans l'écoulement, notamment en améliorant le mélange et le transfert de chaleur. Ce phénomène hautement non-linéaire est généralement décrit à l'aide des caractéristiques communes aux écoulements turbulents. Ces caractéristiques sont définies par Davidson [24] comme suit :

- Le champ de vitesse fluctue de manière aléatoire dans le temps et est fortement désordonné dans l'espace, présentant une large gamme d'échelles de longueur.
- Le champ de vitesse est imprévisible. Ainsi, un léger changement des conditions initiales a un effet important sur le mouvement du fluide.

Lors d'une expérience, la variation de la vitesse  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  au sein d'un écoulement turbulent est donc différentes à chaque répétition de l'expérience. Toutefois, en approximant cette vitesse à travers le temps pour obtenir une vitesse moyenne  $\overline{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ , il est possible de trouver la même valeur de  $\overline{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$  pour chaque répétition d'une même expérience. La vitesse est ainsi être décrite comme suit :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \overline{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \quad (2.21)$$

où  $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t)$  est une variation aléatoire de la vitesse dans l'espace et le temps qui contient des vortex de toutes sortes de tailles. Davidson a observé que la dissipation de l'énergie turbulente se produisait au niveau des vortex de plus petites tailles. Ce dernier a donc introduit le concept de la cascade d'énergie [24].

Dans un écoulement à haut Reynolds où les forces inertielles dominent, les gros vortex se brisent pour former de plus petits vortex. Ce phénomène se produit jusqu'à ce que la taille du vortex devienne suffisamment faible pour que les forces visqueuses ne soient plus négligeables et que les vortex soient dissipés par la viscosité du fluide.

Les différentes méthodes pour résoudre les équations de Navier-Stokes se distinguent par leur façon de traiter les différentes échelles de la turbulence. Certaines modélisent l'entière des structures turbulentes alors que d'autres tentent de résoudre toutes les échelles. [9]

Par exemple, la résolution directe des équations de Navier-Stokes (DNS) résout l'entière des échelles de la turbulence. Cette approche permet d'obtenir des résultats particulièrement fiables, mais reste coûteuse numériquement. C'est pourquoi la méthode des équations de Navier-Stokes à moyenne de Reynolds (RANS) est une méthode largement plus utilisée dans les contextes industriels. Elle résout des quantités moyennées dans le temps pour caractériser l'écoulement et modéliser toutes les échelles de la turbulence. Cette particularité mène

à des coûts de simulation plus faibles et à l'obtention de résultats stationnaires. Les résultats obtenus demeurent toutefois moins précis que ceux obtenus avec la DNS ou la méthode de la simulation des grandes structures de la turbulence (LES), car la cascade turbulente est modélisée par un modèle de turbulence (ex.  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$ , etc.). Finalement, la LES simule généralement les grandes structures turbulentes et modélise les plus petites. La rationnelle étant que le transport de la quantité de mouvement, de l'énergie et des autres quantités est dominé par les grandes structures de la turbulence alors que les plus petites ont un comportement plus universel qui peut être modélisé. Cette modélisation est généralement effectuée à l'aide de modèle de sous maille (*subgrid models*) qui permettent d'assurer la dissipation de l'énergie dans l'écoulement. Elle nécessite généralement une plus grande puissance de calcul que l'approche RANS, mais permet d'obtenir des résultats plus près de ceux obtenus avec la DNS [25]. La Figure 2.5 illustre les avantages et désavantages de chacune de ces méthodes.

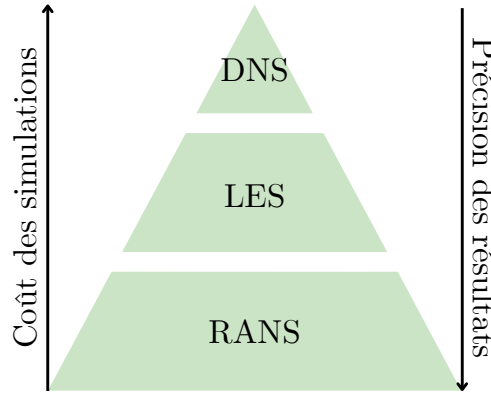


FIGURE 2.5 Comparaison des approches de modélisation de la turbulence en termes de coût de calcul et de précision.

Le logiciel d'éléments finis Lethe utilisé dans la méthodologie de l'article I repose toutefois sur une autre méthode qui n'a pas été mentionnée : la LES implicite [26]. À la différence de la LES, la ILES n'emploie pas de modèle de sous maille. Elle utilise plutôt des méthodes numériques qui introduisent une dissipation numérique basée sur la taille du maillage utilisé. [27, 28] Les stabilisations SUPG (Streamline-Upwind Petrov-Galerkin) et PSPG (Pressure Stabilized Petrov-Galerkin) sont deux exemples de dissipation numérique utilisées avec la méthode des éléments finis. Plus la taille du maillage est grande, plus la stabilisation est importante. Un maillage suffisamment fin équivaut à une résolution directe des équations de Navier-Stokes (DNS) puisqu'il permet de capter l'entièreté de la turbulence dans le maillage, même la plus petite structure définie dans la cascade d'énergie de Richardson.

### 2.3.4 Simulation des jets impactants

#### Jets uniques

De nombreux travaux, notamment ceux de Hattori et Nagano [29], Daray *et al.* [30] ou encore Magagnato *et al.* [31] utilisent la simulation de jets impactants pour décrire la vitesse de l'écoulement près de la paroi, une tâche complexe à effectuer de façon expérimentale. Ils s'en servent aussi pour modéliser le transfert de chaleur à la paroi, pour expliquer la présence du second maximum dans les profils de Nusselt et pour comparer les résultats obtenus pour divers modèles de turbulence. Ces auteurs préfèrent l'utilisation de la DNS aux autres méthodes pour modéliser la turbulence. Leurs simulations portent sur des jets impactants dont le nombre de Reynolds est inférieur ou égal à 10,000.

Comme la DNS, la LES est utilisée pour mieux comprendre la dynamique des différentes structures turbulentes et leur rôle dans le transfert de chaleur, mais aussi comme une alternative moins coûteuse à la DNS. Hadziabdic et Hanjalic [32] ont produit des travaux permettant de quantifier le transfert de chaleur à la paroi. Le profil de Nusselt obtenu est fidèle aux résultats expérimentaux de Baughn et Shimizu [33] dans la zone de stagnation, mais sont inférieurs pour  $r/D > 3$ . Cette différence est attribuée par les auteurs à un maillage trop grossier dans la zone du jet mural. Uddin [34] obtient des résultats similaires pour des nombre de Reynolds atteignant 23,000 mais parvient à obtenir un profil de Nusselt compris dans l'intervalle d'expériences effectuées pour des paramètres similaires. Daray *et al.* [30, 35] ne sont pas parvenus à obtenir un second maximum dans le profil du nombre de Nusselt. Ces derniers ont utilisé des simulations issues de la DNS et des résultats expérimentaux dans le but de les comparer avec différents modèles de sous-maille (subgrid models). Selon ces auteurs, les modèles de sous-maillages basés sur la viscosité des tourbillons tendent à surestimer le nombre de Nusselt. De meilleurs résultats seraient obtenus en utilisant une viscosité spectrale de disparition [30].

Plusieurs auteurs se sont penchés sur la modélisation des jets impactants en utilisant des modèles de turbulences RANS. Gurgul [36] a effectué un recensement de ces derniers. Ceux-ci sont résumés dans le Tableau 2.1 qui indique que les trois meilleurs modèles sont le modèle de transition intermittente,  $v2-f$  et transition SST. Ce sont les seuls modèles qui permettent de prédire correctement la position du second maximum du nombre de Nusselt.

#### Réseaux de jets

Tous les résultats et articles cités jusqu'à présent concernent des simulations ne contenant qu'un seul jet. Le travail présenté dans ce mémoire repose sur les réseaux de jets, c'est-à-dire,

TABLEAU 2.1 Résumé par Gurgul de la performance de divers modèles RANS.

Modèle de turbulence		Erreur
<b>Famille Low-Re</b>	Low-Re $k-\varepsilon$	surestimation : 40–200 %
<b>Famille <math>k-\varepsilon</math></b>	Standard $k-\varepsilon$	surestimation : 2–6 %, $x/D < 1.5$ sousestimation : 2–12 %, $x/D > 2.5$
	RNG $k-\varepsilon$	
	Realizable $k-\varepsilon$	
<b>Famille <math>k-\omega</math></b>	Standard $k-\omega$	surestimation : 6–30 %, $x/D < 1.5$ erreur : 2–9 %, $x/D > 2.5$
	BSL $k-\omega$	
	SST $k-\omega$	
<b>Autres modèles</b>	Intermittency transition	erreur : 1–3 %, $x/D < 1.5$ erreur : 1–12 %, $x/D > 2.5$
	$v^2-f$	
	Transition $k-kl-\omega$	
	Transition SST	

des systèmes qui contiennent plusieurs de ces jets.

Pour les réseaux de jets, la DNS reste peu utilisée. Quelques auteurs comme Fujimori *et al.* [37] ont validé une méthode utilisant un assemblage de jets intermittents pour contrôler la température d’une plaque avec cette dernière. La LES est plus populaire. En témoigne les travaux d’Otero-Pérez *et al.* [19] qui ont quantifié l’effet de la distance interjets et du crossflow sur une série de jets, ainsi que celui de Draksler *et al.* [38] qui propose un cas de référence pour la sélection de futur modèle RANS pour les arrangements de jets impactants. Penumadu et Rao [39] ont aussi utilisé la LES pour déterminer la sensibilité de la perte de charge aux tolérances de fabrication des différents équipements industriels.

## 2.4 Intelligence artificielle

L’intelligence artificielle selon Rich c’est : «un domaine d’étude qui regroupe des méthodes numériques visant à accomplir des tâches qui semblent requérir de l’intelligence lorsqu’elles sont réalisées par des humains. [40]». Ce type de tâches, comme la reconnaissance d’image ou la génération de texte peuvent sembler triviales pour un humain. Pourtant, elles représentent un défi pour les ordinateurs, car elles exigent une compréhension implicite du monde. Une capacité que les ordinateurs ne possèdent pas naturellement.

Tel que schématisé par la Figure 2.6, l’intelligence artificielle est un concept général qui englobe d’autres domaines importants à ce mémoire : l’apprentissage machine et l’apprentissage

profond. Selon Rich, l'apprentissage machine est spécifiquement lié au développement d'algorithmes qui permettent d'apprendre à partir de données [40]. Goodfellow *et al.* [41] décrivent cet apprentissage comme un processus par lequel l'ordinateur définit des concepts abstraits à partir d'un assemblage de concepts plus simples. En organisant ces concepts sous forme d'un graphe, on obtient une structure profonde en couches successives qui constitue le fondement de l'apprentissage profond.

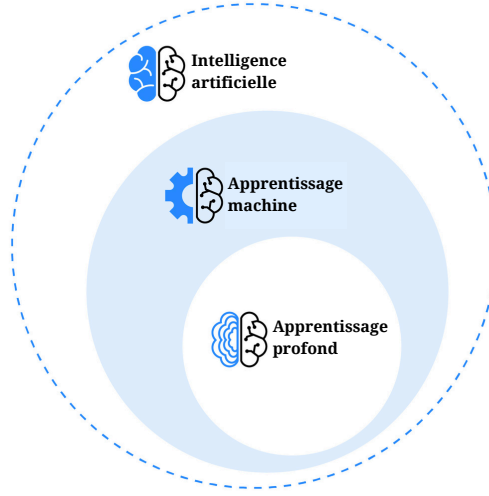


FIGURE 2.6 Relation entre l'intelligence artificielle, l'apprentissage machine et l'apprentissage profond, tiré de [4].

### 2.4.1 Réseau de neurones

Notre objectif est d'approximer une fonction  $f^*$  quelconque à partir d'un ensemble de données d'apprentissage. Nous avons :

$$\mathbf{y} = f^*(\mathbf{x}) \quad (2.22)$$

où  $\mathbf{x}$  est un ensemble de variables d'entrées au modèle et  $\mathbf{y}$  est le résultat de cette fonction. Les réseaux de neurones sont un exemple de fonction qui permettent d'approximer  $f^*$ , une transformation inconnue. Ces derniers reposent sur l'ajustement des poids  $\theta$  d'une fonction  $f$  pour transformer un vecteur d'entrée  $\mathbf{x}$  en une prédiction  $\mathbf{y}$  comme définit dans l'équation (2.23). La classe de problèmes qui consiste à apprendre à partir de données pour lesquelles un ensemble de sorties  $\mathbf{y}$  sont connues est appelée apprentissage supervisé.

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}; \theta) \quad (2.23)$$

Les perceptrons multicouche (MLP) sont parmi les réseaux de neurones à la base de l'ap-

prentissage profonds. Commençons par introduire chaque composante de ce type de réseaux à l'aide de la Figure 2.7 afin de mieux comprendre son fonctionnement. À titre d'exemple, nous utilisons un problème de classification de fleurs dans lequel nous tentons de prédire le type de fleur selon des caractéristiques comme la taille des pétales ou la largeur des pétales. Le jeu de données est composé d'un ensemble de  $N$  données. À chaque donnée est associé un vecteur d'entrées (caractéristiques des pétales) et une sortie (type de fleur).

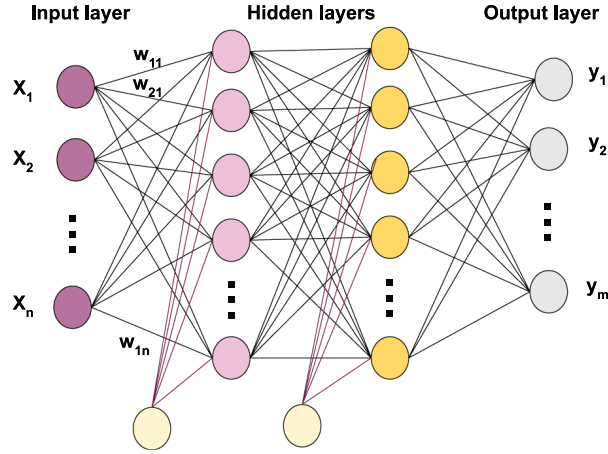


FIGURE 2.7 Perceptron multi-couche. Les cercles représentent les neurones du MLP. Les lignes reliant chaque chaque neurone sont les poids. Tiré de [5].

Les neurones sont les unités à la base du MLP. Dans la Figure 2.7, ce sont les cercles de couleurs. Dans un MLP, chaque neurone est connecté à tous les neurones de la couche précédente et à tous les neurones de la couche suivante. Les neurones appliquent des transformations aux données en entrée qui permettent de capturer des caractéristiques de plus en plus complexes à mesure qu'elles traversent le réseau. Pour calculer la sortie d'un neurone, communément appelée l'activation, on utilise la formule suivante :

$$a_k^{(i)} = \sigma \left( \sum_{j=1}^d w_{kj}^{(i)} a_k^{(i-1)} + b_k^{(i)} \right) \quad (2.24)$$

Dans cette équation  $w_{kj}^{(i)}$  est le poids provenant du neurone  $j$  vers le neurone  $k$  à la couche  $i$ ,  $b_k^{(i)}$  est le biais et  $\sigma$  est une fonction non-linéaire d'activation décrite dans la section 2.4.1. Cette équation est appliquée à chacun des poids  $a_k^{(i)}$  et séquentiellement de couche en couche jusqu'à la couche de sortie (*output layer*). Dans notre exemple de classification de fleurs, la couche d'entrée (*input layer*) permet d'alimenter les données au MLP. Chaque neurone (mauves) correspond à une information. Il peut, par exemple, être la taille des pétales. Il y a autant de neurones dans la couche d'entrée que de caractéristiques à la fleur dans le

jeu de données d'entraînement. À la sortie du MLP (gris), chaque neurone de la couche final représente une catégorie de fleur. La valeur la plus élevée parmi les neurones serait sélectionnée comme le type de fleurs qui correspond à une certaine entrée. On appelle ce processus de prédiction le passage avant (*forward pass*). [41]

## Fonctions d'activations

Une fonction d'activation est une fonction non linéaire appliquée à la suite du produit matriciel entre l'ensemble des poids  $w_{kj}^{(i)}$  et neurones  $a_k^{(i-1)}$  connectés à un neurone d'une couche. S'il n'y avait aucune source de non-linéarité dans un réseau de neurone, l'ajout de couches supplémentaires serait inutile puisque la composition de fonctions linéaires est elle-même une fonction linéaire. Plusieurs fonctions d'activation non-linéaires ont été proposées dans la littérature. La figure 2.8 présente quatre fonctions d'activations qui sont souvent utilisées. Les fonctions d'activations sont toujours différentiables.

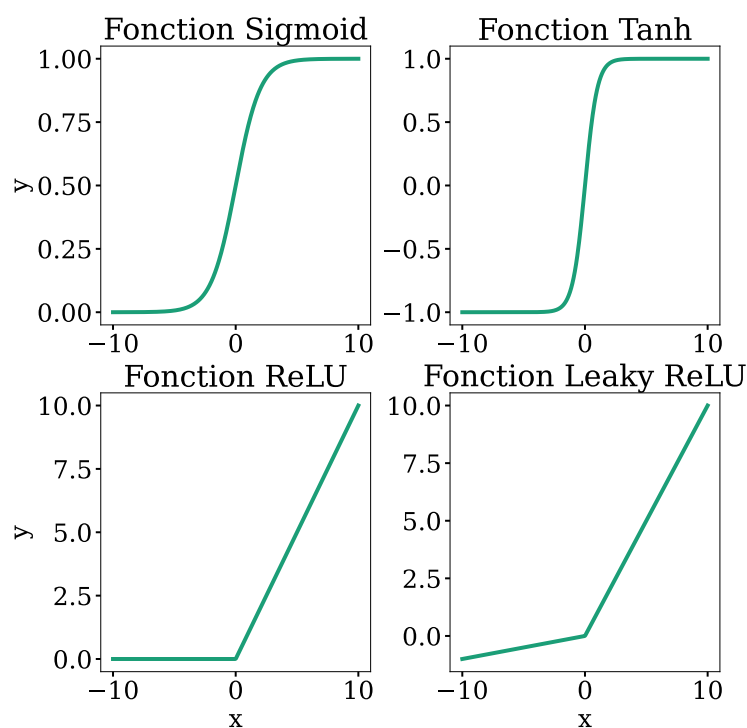


FIGURE 2.8 Exemples de fonctions d'activations.

Chaque type de fonction d'activation possède ses avantages et ses inconvénients [42]. D'abord, un problème connu comme étant la disparition du gradient (*vanishing gradients*) affecte les fonctions sigmoïdes et tangente hyperbolique (*tanh*). Lorsque la valeur au neurone est proche des extrémités supérieures ou inférieures de ces fonctions, le gradient devient très petit, ce

qui peut ralentir la convergence du modèle. La fonction ReLu souffre d'un problème similaire. Si la valeur reçue au neurone devient négative, le résultat de la fonction d'activation est nul. Ce phénomène conduit à des neurones morts. L'information en amont du réseau ne peut plus transiter par ces neurones, car la valeur qui en ressort est toujours nulle. Ces neurones ne participent plus au processus d'apprentissage. Pour remédier à ce problème, la fonction leaky-ReLu peut être utilisée. Leaky-ReLu ajoute une légère pente à la sortie de la fonction ce qui prévient l'apparition de neurones morts. Des fonctions d'activations de types ReLu peuvent améliorer la performance et la vitesse de convergence à l'entraînement [42, 43]. Pour certains types d'architectures comme les réseaux de neurones convolutifs, les fonctions *sigmoid* et *tanh* seraient à éviter [42].

Différentes fonctions d'activations peuvent être utilisées pour différentes couches. Par exemple, si les sorties d'un réseau de neurone sont normalisées entre 0 et 1, l'utilisation d'une fonction sigmoid sur la dernière couche permet de s'assurer d'obtenir une valeur entre 0 et 1.

#### 2.4.2 Entraînement d'un réseau de neurone

Le passage avant permet d'obtenir des prédictions par une série de transformations des attributs en entrée du réseau de neurones. La qualité des prédictions dépend toutefois des poids  $w_{ij}^{(k)}$ . Ces poids sont ajustés au jeu de données par un processus d'optimisation que l'on appelle l'entraînement. L'entraînement d'un réseau de neurone est effectué à partir d'un algorithme de propagation arrière pour ajuster les poids  $w_{ij}^{(k)}$  à partir de données d'entraînement.

#### Sélection d'une fonction de coût

Avant de commencer l'entraînement, il est nécessaire de sélectionner une fonction de coût pour évaluer la qualité d'une prédiction. La fonction de coût est choisie selon le problème à résoudre. Les problèmes de classification utilisent généralement l'entropie croisée alors que les problèmes de régressions utilisent généralement l'erreur quadratique moyenne définie comme suit :

$$L = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n} \quad (2.25)$$

L'erreur quadratique moyenne utilise la différence entre la cible connue  $y_i$  associée à l'exemple  $x$  du jeu de données, et la sortie du modèle  $\hat{y}_i$  pour tous les neurones  $i$  à la sortie. L'objectif de l'entraînement est de minimiser cette fonction de coût.



## Descente de gradient

Dans un réseau de neurone, on cherche à trouver les poids  $w_{ij}^{(k)}$  qui minimisent une fonction de coût. Pour cela, un algorithme itératif basé sur la descente du gradient est utilisé. À chaque itération, les poids sont ajustés dans la direction opposée au gradient de la fonction de coût, qui correspond à la direction de la plus forte diminution. Ce procédé est illustré par la Figure 2.9. D'un point initial  $x_0$ , la dérivée de la fonction délimitée par les iso-contours est calculée. Un pas dans la direction opposée à la dérivée est effectué ce qui conduit à une nouvelle position  $x_1$ . Ce procédé est répété jusqu'à l'atteinte d'un critère, comme un seuil d'erreur sur les prédictions de l'ensemble test.

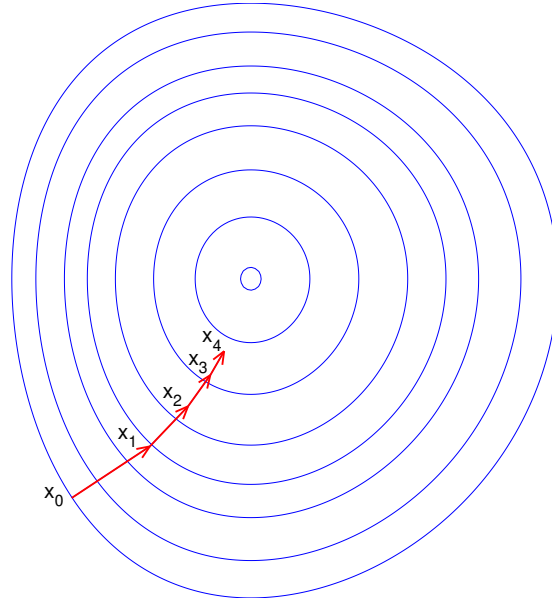


FIGURE 2.9 Descente du gradient. La direction de la pente la plus grande est empruntée pour minimiser une fonction de coût.

Dans le contexte d'un réseau de neurone, cela revient à évaluer le gradient de la fonction de coût  $\nabla C$  pour chacun des poids du réseau de neurones comme détaillé dans l'équation 2.26.

$$\nabla C = \begin{bmatrix} \frac{\partial C}{\partial b^{(1)}} \\ \frac{\partial C}{\partial w_{11}^{(1)}} \\ \frac{\partial C}{\partial w_{21}^{(1)}} \\ \vdots \\ \frac{\partial C}{\partial w_{n,n}^{(M)}} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

La propagation arrière désigne la phase durant laquelle les gradients des fonctions de coût par rapport aux poids sont calculés. Elle s'effectue en parcourant les couches du réseau dans le sens inverse de la propagation avant, c'est-à-dire de la couche de sortie à la couche d'entrée. La propagation arrière s'effectue de façon séquentielle de la couche de sortie vers la couche d'entrée puisque le gradient de la fonction de coût par rapport à un poids du réseau dépend de tous les neurones auquel ce poids est connecté. En utilisant la dérivée en chaîne, la dérivée du premier poids du premier neurone de la dernière couche est décrit comme suit :

$$\frac{\partial C}{\partial w_{11}^{(M)}} = \frac{\partial z_{11}^{(M)}}{\partial w_{11}^{(M)}} \frac{\partial a_{11}^{(M-1)}}{\partial z_{11}^{(M)}} \frac{\partial C}{\partial a_{11}^{(M-1)}} \quad (2.27)$$

$$= a_{11}^{(M-1)} \sigma'(z_{11}^M) \frac{\partial C}{\partial a_{11}^{(M-1)}} \quad (2.28)$$

Où  $a_{11}^{(M-1)}$  est le résultat du neurone précédent,  $\frac{\partial C}{\partial a_{11}^{(M-1)}}$  est la dérivée de la fonction de coût par rapport à la valeur au neurone  $a_{11}^{M-1}$  et  $z_{11}^M$  correspond à :

$$z_{11}^{(M)} = \sum_{j=1}^d w_{1j}^{(M)} a_j^{(M-1)} \quad (2.29)$$

Toutes les autres dérivée du système peuvent être évaluées à l'aide du même procédé de dérivation en chaîne.

## Algorithmes d'optimisation

$\nabla C$  permet de savoir dans quelle direction orienter la recherche, mais ne permet pas de savoir quelle est la taille du pas à prendre dans cette direction. Pour cela, différents optimiseurs peuvent être utilisés. Ces optimiseurs sont basés sur l'algorithme de la descente du gradient qui est décrit ci-dessous [44] :

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \alpha \nabla C(\theta_t) \quad (2.30)$$

Où  $\theta_{t+1}$  correspond au poids ou au biais à l'itération  $t + 1$  et où le paramètre  $\alpha$  est le taux d'apprentissage choisit par l'utilisateur. D'autres optimiseurs ont été proposé pour améliorer la vitesse de convergence. Par exemple, l'optimiseur *Momentum* ajoute une fraction du dernier pas à chaque itération [44]. Ce procédé agit comme un mémoire de la dernière direction prise. Il y a donc une accélération dans cette direction si on continue de s'y déplacer à chaque

itération.

$$v_{t+1} = \gamma v_t + \nabla C(\theta_t) \quad (2.31)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta_t v_{t+1} \quad (2.32)$$

L'optimiseur Adam est une autre méthode populaire qui combine la technique utilisée dans l'optimiseur Momentum à l'utilisation d'une mémoire de la dérivée au carrée du gradient. Le premier moment  $m_{t+1}$  et le second moment  $v_{t+1}$  sont calculés ainsi :

$$m_{t+1} = \beta_1 m_t + (1 - \beta_1) \nabla C(\theta_t) \quad (2.33)$$

$$v_{t+1} = \beta_2 v_t + (1 - \beta_2) \nabla C(\theta_t)^2 \quad (2.34)$$

$$b_{t+1} = \frac{\sqrt{1 - \beta_2^{t+1}}}{1 - \beta_1^{t+1}} \quad (2.35)$$

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \alpha_t \frac{m_{t+1}}{\sqrt{v_{t+1}} + \epsilon} b_{t+1} \quad (2.36)$$

Où  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\alpha_t$  sont des hyperparamètres choisis par l'utilisateur. Cet algorithme utilise aussi un paramètre de décroissance exponentiel  $b_{t+1}$  pour diminuer l'effet des gradients passés au fil des itérations. Selon Choi *et al.* [44], l'utilisation d'un optimiseurs de type Adam améliore généralement la convergence de l'algorithme.

## Séparation du jeu d'entraînement

Le jeu de données est généralement séparé en trois groupes : le jeu d'entraînement, le jeu test et le jeu de validation. Cette action est nécessaire pour limiter le surentraînement. Le surentraînement se produit lorsque le modèle commence à se surspécialiser par rapport un jeu de données et sa performance se dégrade lorsque exposé à un nouveau jeu de données. L'ajustement des données est donc toujours effectué sur un jeu d'entraînement. Sa performance est évaluée à l'aide d'un jeu test. L'entraînement est arrêté lorsque la valeur de la fonction de coût pour le jeu test augmente.

Les fonctions à approximer peuvent contenir plus d'un minimum. Lors du processus d'optimisation, le système peut converger vers un minimum local. Ce minimum local dépend des paramètres du réseaux de neurones (ex. nombre de neurones par couche ou nombre de couches). On nomme généralement ces paramètres, les hyperparamètres. Pour comparer les performances de réseaux utilisant différents hyperparamètres, la valeur de la fonction de coût du jeu test est utilisée.

La performance finale de l'architecture est évaluée à l'aide du jeu de validation.

## Apprentissage par lot

Lors de l'entraînement, appliquer la propagation arrière après le passage d'une seule donnée est un processus chronophage. C'est pourquoi les données sont généralement alimentées en lot. D'abord, cela permet d'accélérer l'entraînement en appliquant le processus de propagation arrière après le passage de plusieurs données. Ensuite, la propagation arrière est moyennée selon toutes les données alimentées. Cela diminue l'effet sur les poids d'une donnée distincte dans le jeu d'entraînement.

### 2.4.3 Réseau de neurones convolutifs

Dès les débuts de l'intelligence artificielle, avoir la capacité de reconnaître le contenu d'une image a toujours été un défi. Toutefois les MLPs ne sont pas parfaitement adaptés à ce genre de tâche. D'abord, une image à haute résolution nécessite un nombre important de neurones (3 neurones par pixel si l'image est en couleur). Ensuite, lorsqu'on alimente une image à un réseau de neurones, l'aspect de localité de chaque pixel est perdu alors que c'est une information importante pour les images, où les pixels ont une structure corrélée.

C'est pourquoi dans les années 1990, LeCun *et al.* [45] introduisent les réseaux de neurones convolutif (CNN). Ce type de réseau a d'abord été utilisé pour identifier des chiffres manuscrits. Il repose sur l'utilisation de convolutions pour identifier les éléments clés dans une image. Un exemple de convolution est présenté à la Figure 2.10. Comparativement à un MLP où chaque pixel est associé à un poids, le même filtre est appliqué à toute l'image, ce qui permet de réduire significativement les besoins en mémoire du processus d'apprentissage.

Dans cette figure un filtre de taille 4x4 est appliqué sur une image de taille 5x5. Ce filtre est appliqué séquentiellement sur l'ensemble de l'image. Le résultat de chaque opération est additionné pour obtenir une nouvelle image.

Dans un réseau de convolution, chaque couche du réseau est composée de plusieurs canaux. Par exemple, l'ajout de la couleur au chiffre trois dans l'image illustrée à la figure 2.10 conduit à l'obtention de trois canaux RGB. En appliquant une seule convolution, nous obtenons à la sortie de cette couche une image qui correspond à la somme des résultats de la convolution sur chacun des canaux. Le principal avantage des réseaux convolutifs réside dans le partage de ces filtres. Les filtres sont partagés dans le sens où ils sont appliqués sur chacun des canaux de la couche.

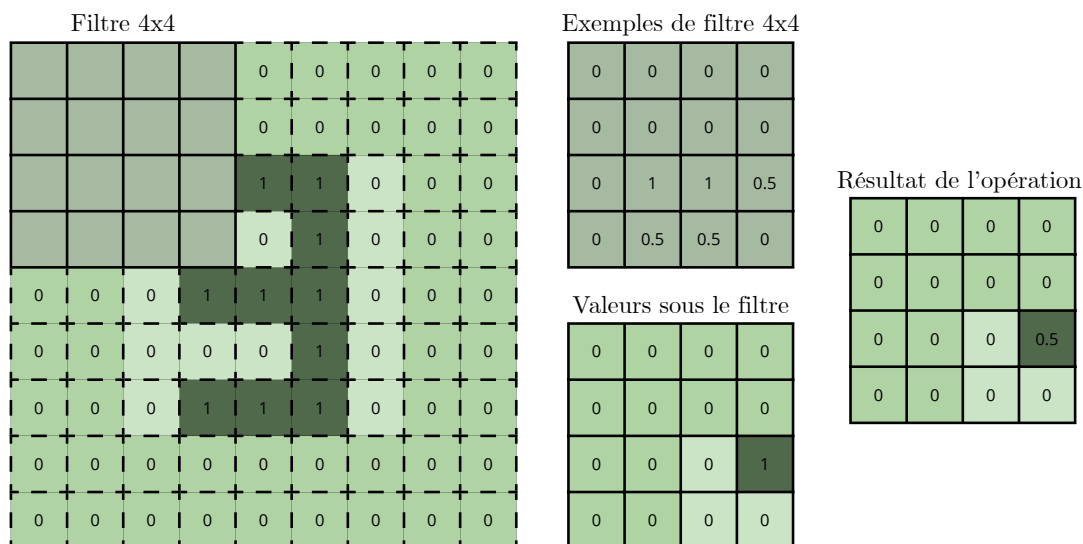


FIGURE 2.10 Convolution utilisant un filtre de taille 4x4 sur une image de taille 5x5 et un remplissage par des zéros de taille 2.

## AlexNet

Les réseaux convolutifs ont été en grande majorité appliqué à la reconnaissance d'images. L'une des architecture qui s'est rapidement imposée pour ce genre d'application se nomme AlexNet [6]. Ce réseau est entraîné pour prédire le contenu d'une image avec des mots. L'architecture de ce réseau est présentée dans la Figure 2.11.

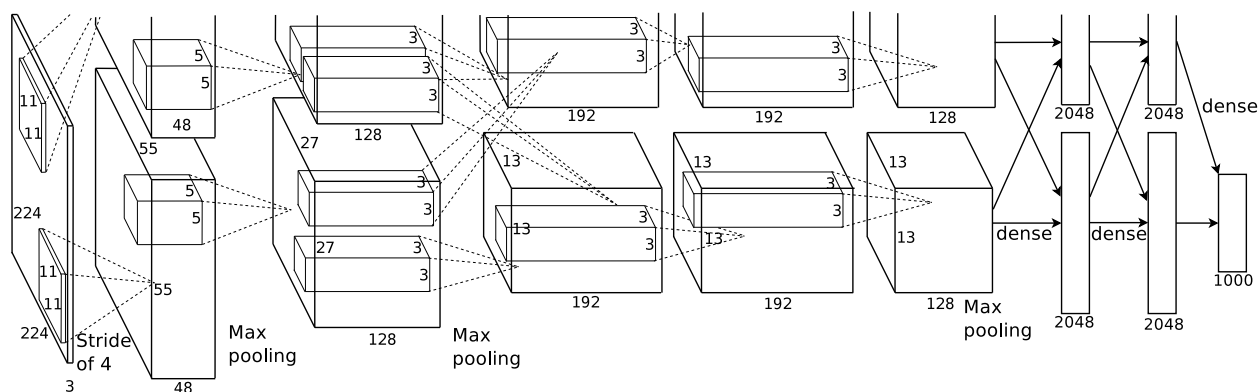


FIGURE 2.11 Architecture d'AlexNet, tiré de [6]

AlexNet est composé d'une série de cinq couches de convolution et de deux couches pleinement connectées de perceptrons. Après la première, deuxième et dernière couche de convolution, une opération de sous-échantillonnage est appliquée. Cette dernière sert à diminuer

la dimension d'une image et peut limiter le surapprentissage. Le sous-échantillonnage de la valeur maximale est une opération courante qui conserve le résultat maximal au sein d'une opération de convolution. Pour faire ses prédictions, AlexNet utilise aussi deux couches de perceptrons qui sont utilisés à titre de classificateurs.

## Amélioration de la résolution des images

Outre la reconnaissance d'images, les réseaux de convolution ont aussi été utilisés pour éliminer le bruit d'une image ou pour restaurer des images corrompues [46] [47]. Mao *et al.* [47] utilisent par exemple un réseau de convolution et de convolution transposée (déconvolutions) de 20 à 30 couches pour éliminer le bruit d'une image. Leur réseau profond fonctionne en réduisant initialement la taille des images à l'aide de convolutions. Cela permet d'éliminer le bruit avant d'agrandir de nouveau l'image avec les convolutions transposées.

### 2.4.4 L'intelligence artificielle appliquée aux jets impactants

L'intelligence artificielle a principalement été appliquée aux jets impactants dans le cadre du développement de modèles de substitution. Les modèles de substitutions sont des modèles qui ont la capacité de prédire des valeurs qui sont difficilement mesurables ou calculables par des méthodes traditionnelles, ou qui nécessitent des méthodes dispendieuses pour les évaluer.

En général, ces modèles sont des réseaux de neurones profond entraînés pour prédire des quantités d'intérêt. Singh *et al.* [48] ont par exemple entraîné une intelligence artificielle pour prédire l'emplacement idéal de bosses sur une surface pour maximiser le transfert de chaleur. Le jeu de données a été généré à partir de 455 simulations bi-dimensionnelles. De son côté, Fawaz [49] a entraîné un réseau de neurones pour prédire le Nusselt moyen et le nombre de Nusselt de stagnation à partir de 2,000 points de mesure expérimentaux. Même si la grande majorité des auteurs utilisent des MLPs, Salavatidezfouli *et al.* [50] a exploré d'autres architectures comme les LSTMs et les *transformers* dans le but de prédire le transfert de chaleur produit par des jets pulsés. Cette contribution est, à notre connaissance, la seule à utiliser des simulations numériques en 3D. Le coût de ces simulations a limité à un total de 25 simulations.

## 2.5 Sommaire de la revue de la littérature

Cette revue de littérature nous a d'abord permis de mettre en contexte les thématiques principales et les différentes méthodes utilisées pour représenter les jets et les réseaux de jets impactants. Nous avons exploré l'utilisation de corrélations, de simulation numérique

et, dans une moindre mesure, de modèles de substitution basés sur l’intelligence artificielle. Ces approches, bien que complémentaires, présentent chacune des avantages et des limites qu’il convient de considérer en fonction des contraintes propres au système de refroidissement actif.

Les corrélations permettent d’évaluer rapidement et à faible coût le nombre de Nusselt à la paroi impactée. Toutefois, les prédictions effectuées à l’aide de ces dernières manquent de résolution spatiale pour les réseaux de jets. Elles sont conçues pour des prédictions du Nusselt moyen et ne sont donc pas adaptées à notre problème. Les corrélations proposées suivent généralement la forme :

$$\text{Nu} \propto \text{Re}^\alpha \quad (2.37)$$

Une simulation à faible nombre de Reynolds peut donc être extrapolée à plus haut nombre Reynolds à faible coût avec ces corrélations. Les limites d’applicabilité de ces corrélations ont aussi permis d’en apprendre plus au sujet des géométries qui sont couramment employées. Un paramètre  $H/D$  supérieur à 8 est peu courant, tout comme une distance jet-jet supérieure à 15.

Ensuite, nous avons exploré la simulation numérique comme outil de prédiction du nombre de Nusselt. Aucune des contributions mentionnées n’a présenté des résultats provenant de la DNS pour des nombres de Reynolds supérieurs à 10,000 en raison des coûts de cette méthode. Pour la LES, le nombre de Reynolds est généralement limité à 23,000, et certains auteurs ont rencontré des difficultés à reproduire les résultats expérimentaux dans ces conditions [30]. Les méthodes RANS ont montré leur capacité à produire des résultats fiables à coût plus faible. Toutefois, dans un contexte de contrôle du système de refroidissement actif, la simulation numérique a un coût trop important pour effectuer des prédictions en temps réel.

Pour effectuer des prédictions en temps réel, les modèles de substitution entraînés à l’aide de la simulation numérique sont de bons candidats. Les modèles de substitution présentés à la section 2.4.4 ont été produits en utilisant des MLPs de plusieurs couches. Jusqu’à maintenant, le coût des simulations a grandement limité la taille des jeux de données. Dans l’optique où cette solution est choisie pour prédire le nombre de Nusselt à la paroi, le choix du modèle de turbulence ainsi que du nombre de Reynolds auront tous les deux un impact majeur sur la taille du jeu de données.

Face à la faible quantité de données, il devient intéressant d’explorer d’autres types d’architectures comme les CNNs. Ces derniers ont été appliqués à l’augmentation de la résolution d’images et pourraient s’appliquer pour prédire la distribution de Nusselt dans un réseau de

jets impactants. Comme pour des pixels d'une image, les jets dépendent de leurs voisins. La position est importante. C'est pourquoi l'utilisation d'architecture similaire à celles utilisées pour améliorer la qualité des images s'avérerait pertinente.

À la lumière de cette revue de littérature, ce travail apporte trois contributions au domaine des jets impactants :

- La modélisation d'un réseau de jets permettant de modifier la nature des jets (entrée/sortie) ou le débit individuel de ces derniers à l'aide de la CFD.
- Le développement d'un modèle de substitution pour un réseau de jets impactant à partir de la simulation numérique.
- L'application d'une architecture issue du domaine de l'amélioration de la qualité d'image à un modèle de substitution entraîné à partir de simulations CFD.



## CHAPITRE 3 OJECTIF ET ORGANISATION

### 3.1 Objectif

L'objectif de ce projet est le suivant :

**Développer un modèle de substitution pour prédire le nombre de Nusselt à la paroi d'un réseau de jet impactant pouvant ajuster dynamiquement l'état de ses jets (entrée/sortie) et leur débit.**

Le travail est divisé en trois sous-objectifs :

- **S.O 1** : Générer une banque de données à partir de la simulation numérique pour entraîner un modèle de substitution.
  1. Produire un maillage décrivant la géométrie du système de jets impactants.
  2. Vérifier la sensibilité de la taille du maillage à l'erreur de simulation.
  3. Choisir et exécuter des simulations numériques utilisant des combinaisons de débit, d'ouverture et de fermeture de jets distincts.
- **S.O 2** : Développer et entraîner un modèle réseau de neurones capable de prédire le nombre de Nusselt dans le système de refroidissement actif.
  1. Sélectionner une architecture à entraîner pour le modèle de substitution.
  2. Sélectionner les hyper paramètres pour minimiser l'erreur de prédiction du modèle.
- **S.O 3** : Évaluer les performance du modèle d'intelligence artificielle.
  1. Utiliser des métriques de performance pour comparer les résultats du modèle de substitution à des données de validation.
  2. Comparer les performances du modèles à des résultats expérimentaux.

### 3.2 Organisation du mémoire

L'ensemble de ces objectifs et sous-objectifs seront atteints au travers des deux prochains chapitres. Dans la chapitre 4, nous présenterons l'article I qui répondra à lui seul à la majorité des objectifs et sous-objectifs. Dans le chapitre 5, une discussion générale viendra s'insérer comme un complément aux résultats de l'article I. Ce chapitre contiendra aussi quelques justifications et informations supplémentaires liées à la méthodologie utilisée.

## CHAPITRE 4    ARTICLE I : SURROGATE MODEL FOR HEAT TRANSFER PREDICTION IN IMPINGING JET ARRAYS USING DYNAMIC INLET/OUTLET AND FLOW RATE CONTROL

Auteurs : Mikael Vaillant, Victor Oliveira Ferreira, Wiebke Mainville, Jean-Michel Lamarre, Vincent Raymond, Moncef Chioua, Bruno Blais

Date de soumission à *International Journal of Heat and Mass Transfer* : 1<sup>er</sup> juillet 2025

Mots clés : Impinging jets, active cooling, surrogate model, heat and mass transfer, computational fluid dynamics, convolutional neural network

### 4.1 Contribution individuelle

Puisque cet article est central à ce mémoire de maîtrise, il est important de distinguer mes contributions personnelles de celle de mes co-auteurs.

Le manuscrit porte principalement sur le développement d'un modèle de substitution pour la prédiction du transfert de chaleur et j'ai effectué une grande partie du travail lié à la création de ce modèle. J'ai conçu le maillage pour les simulations, généré les fichiers de paramètres nécessaires à l'exécution des simulations, effectué l'analyse de sensibilité du maillage et traité l'ensemble des résultats de simulation. J'ai également développé le réseau de neurones, sélectionné l'architecture finale, ajusté les hyperparamètres importants et entraîné le modèle.

Pour la phase de validation, j'ai manipulé le montage expérimental afin de collecter les données de température sur la plaque d'impact. J'ai également développé le code permettant d'effectuer le problème inverse de transfert de chaleur pour déterminer les conditions aux limites nécessaires à la reproduction du cas expérimental dans les simulations. J'ai aussi validé le modèle à l'aide des données expérimentales et la solution numérique au problème. L'acquisition des données n'aurait pas été possible sans les contributions significatives des autres co-auteurs, en particulier pour l'assemblage du montage expérimental, le développement du système d'acquisition de données et l'approvisionnement en matériel.

### 4.2 Abstract

This study presents a surrogate model designed to predict the Nusselt number distribution in enclosed impinging jet arrays, where each jet function independently and where jets can be

transformed from inlets to outlets, leading to a vast number of possible flow arrangements. While computational fluid dynamics (CFD) simulations can model heat transfer with high fidelity, their cost prohibits real-time application such as model-based temperature control. To address this, we generate a CNN-based surrogate model that can predict the Nusselt distribution in real time. We train it with data from implicit large eddy computational fluid dynamics simulations ( $Re < 2,000$ ). We train two distinct models, one for a five by one array of jets (83 simulations) and one for a three by three array of jets (100 simulations). We introduce a method to extrapolate predictions to higher Reynolds numbers ( $Re < 10,000$ ) using a correlation-based scaling. The surrogate models achieve high accuracy, with a normalized mean average error below 2 % on validation data for the five by one surrogate model and 0.6 % for the three by three surrogate model. Experimental validation confirms the model's predictive capabilities. This work provides a foundation for model-based control strategies in advanced thermal management applications.

### 4.3 Introduction

Impinging jets are key in thermal management applications such as part manufacturing, gas turbine cooling, and electronic cooling systems [51]. Their prevalence in such technologies results from their capacity to generate localized high Nusselt numbers that can be three times greater than what is obtained for parallel flow for the same flow rate [52]. While single impinging jets can provide much higher Nusselt number at the center of the jet, impinging jet arrays increase the surface coverage on the impinged surface and produce a more homogeneous Nusselt number profile [53].

Aiming to take advantage of the jet array's coverage as well as the impinging jets' localized high Nusselt number, Lamarre and Raymond [7] developed a thermal management device to control the temperature of a whole surface as a function of time and space. The thermal management device is designed to suit any technology that could require spatial and temporal temperature control. A potential application is injection molds cooling systems, where different technologies such as the one proposed by Hopmann et al. [54] have been proposed for local temperature control. Other promising candidates include solar panels and automotive batteries [55], where temperature control could improve performance and efficiency. Examples of such a device are shown in Figures 4.1a and 4.1b. The device comprises a cavity with jet nozzles pointing to a temperature-controlled surface. In this thermal management device, each jet has its own independent flow rate and can act as either an inlet, an outlet, or be shut, dynamically switching between states. In this paper, we refer to these thermal management devices as active cooling systems. We also define the inlet/outlet/shut status of

a jet as a "state" and the configuration of multiple jets (meaning the state of every jet within an array of jets) as an "arrangement".

Other technologies using impinging jets have recently shown potential for surface temperature control. For instance, a technology developed by Fujimori et al. [37] uses groups of pulsating jets to adjust the heat load profile in space of an array of jets. However, this technology, just as the one developed by Lamarre and Raymond, requires a closed-loop surface temperature control strategy to address time-varying heat loads. This type of closed-loop surface temperature control has already been successfully implemented in other works, such as the work of Salatidezfouli et al. [50,56], which uses deep reinforcement techniques to control the surface temperature of a single pulsating jet. However, such closed loop temperature control strategies have yet to be applied to an enclosed impinging jet array.

In the technology developed by Lamarre and Raymond, a closed loop temperature control strategy would need to modulate the flow rates of the jets, but also to dynamically change the arrangement (i.e, change which jet acts as an inlet or outlet). Developing a temperature control strategy rapidly increases in complexity with the number of jets since increasing the number of jets leads to a greater number of possible arrangements. While this allows for finer spatial and temporal control of the Nusselt number distribution, it also increases the complexity of jet-jet interactions [3] and makes the evaluation of control strategy performance under varying thermal loads more difficult. For illustration, a five by five array of jets containing only the inlet/outlet/shut states could lead to  $\approx 3^{25}$  arrangements ( $\approx 1$  trillion). Even if the arrangement symmetries and no-flow conditions are removed, evaluating the performance of the control strategies for the remaining cases is challenging.

Therefore, a model capable of evaluating efficiently the Nusselt number distribution within the active cooling system facilitates the development and the evaluation of control strategies. Additionally, this model enables model-based control which can, in the end, provide dynamic flow rate and arrangement modulation. As highlighted in several reviews [1,3,57], the evaluation of the Nusselt number distribution produced by impinging jets has traditionally been based on empirical correlations and computational fluid dynamics (CFD) simulations.

For instance, correlations proposed by authors such as Martin et al. [12], Jambunathan et al. [16] or Katti and Prabhu [13] relate the Nusselt number to key dimensionless parameters : the Reynolds number, Prandtl number, jet-to-surface spacing ratio ( $H/D$ ), and the radial distance from the center of the jet. In single-jet configurations, incorporating the radial distance from the center of the jet provides valuable spatial resolution of the heat transfer profile. However, in the case of jet array correlations, such as the one proposed by Kercher and Tabakoff [58], only the average Nusselt number above each jet is typically considered.

More importantly, such correlations are generally developed for a fixed arrangement where all jets are active, limiting their applicability to different configurations such as the ones found in the active cooling system described by Lamarre and Raymond [7]. This is where CFD becomes particularly valuable, as it enables the precise simulation and analysis of cases using different jet arrangements and jet flow rates.

Numerous studies have employed CFD to predict heat transfer in impinging jet arrays, as discussed in the reviews by Weigand et al. [3] and Barbosa et al. [1]. While the focus has been placed on single jet impingement [57,59], jet array simulation has also received some attention, namely to address the jet-jet interactions and the effect of key geometrical (e.g., jet-to-jet distance, jet-to-plate distance, or jet pattern) and flow parameters (e.g., Reynolds number, Prandtl number) on these interactions [1,3]. A parametric study on jet-to-jet distance and cross-flow by Otero et al. [19] showed that jet-jet interactions can reduce the Nusselt number. This jet-jet interaction must then be considered when developing a predictive heat transfer model because a change in the flow rate of a jet or the addition of an outlet can affect the Nusselt number profile over the surface that is being cooled (or heated). CFD simulations can capture the effect of jet-jet interactions on the Nusselt number distribution. However, their computational cost remains prohibitive for real-time applications such as temperature control. This limitation is further amplified by the high Reynolds numbers typically observed in such systems, which significantly increase the computational cost.

To leverage the accuracy of CFD simulations while reducing computational cost, several studies have recently shifted towards the use of surrogate models. These models are typically artificial neural networks (ANNs) trained on CFD-generated datasets to predict the Nusselt number based on the Reynolds number or other geometrical parameters such as the jet-to-surface ratio. For instance, Singh et al. [48] used simulation data to train an ANN aimed at identifying optimal geometrical parameters to enhance heat transfer. Similarly, Fawaz et al. [49] developed an ANN to predict the Nusselt number in impinging swirling flows. The use of surrogate models is not limited to impinging jets, other fluid-related problems such as mixing have also employed this strategy extensively [60].

These works highlight the potential of surrogate models trained on CFD simulations to predict the Nusselt number on the impinged surface of the active cooling system. Unlike direct CFD simulations, which become impractical for real-time prediction across numerous arrangements, this approach allows efficient estimation for any jet configuration. To the best of our knowledge, no existing work has developed surrogate models specifically for impinging jet arrays with dynamic inlet/outlet configurations. This surrogate model will also enable the development of model-based closed-loop temperature control strategies for jet arrays,

which represents a significant contribution given that previous approaches have been limited to single jets or systems that do not involve impinging jets.

In this work, we propose a surrogate model to approximate the Nusselt number on an impinged wall for any arrangement to allow extensive control strategy testing while also providing a tool for future model-based control. We focus on two distinct active cooling systems shown in Figures 4.1a and 4.1b : a five by one and a three by three jet arrangement, for which separate surrogate models are developed. These surrogate models use a convolutional neural network (CNN) and are trained using time-averaged CFD simulation results obtained using large-eddy simulations. While the neural network is trained to predict Nusselt number profiles of various arrangements at inlet Reynolds numbers under 2,000, we also provide a method to extrapolate the predictions to equivalent arrangements at higher Reynolds number ( $Re \leq 10,000$ ) by adapting a correlation proposed by Martin et al. [12].

To present the development of the surrogate model, we begin by detailing the geometry of the active cooling system. Next, we introduce key dimensionless parameters such as the jet-jet distance, cavity to jet ratio and number of jets in the system. We then establish the framework we use to generate the CFD simulation dataset, along with the CFD software used. The equations, the simulations parameters (e.g., total simulation time, total averaging time for the Nusselt number), the boundary conditions and other important dimensionless parameters such as the Nusselt and Prandtl are presented. We subsequently perform a mesh sensitivity analysis to assess the mesh independence of the simulation results. This is followed by an explanation of the sampling strategy for the simulated jet arrangements and how we divided our training into different subsets for testing and validation of our surrogate model. Following this, we describe the simulation post-processing steps to train the convolutional neural network. We then present the architecture of the convolutional neural network before finally introducing the methodology for prediction extrapolation to higher Reynolds numbers.

We evaluate the performance of the active cooling system using the root mean squared error (RMSE), the normalized mean average error (NMAE), the average maximum error and the average top 10 % error. We also compare the average Nusselt number of the simulated and predicted Nusselt number of the validation dataset. We subsequently present the error between the scaled predictions at a Reynolds number of 10,000 and simulated results of the corresponding configuration. Finally, we compare simulation results using the surrogate models with experimental results and demonstrate the good agreement, therefore validating the approach.

#### 4.4 Geometry of the active cooling system

Two active cooling systems are illustrated in Figures 4.1a and 4.1b. These consist of an enclosed cavity in which the fluid can either enter or exit through jet ports. The first system contains five jets (arranged in a five by one configuration) while the second contains nine jets (arranged in a three by three configuration).

TABLE 4.1 Geometric parameters of the five by one and three by three active-cooling systems. All dimensions are normalized by the inlet diameter  $D$ , where  $D$  equals 6.35mm in the experimental setup.

Geometric parameters	5 by 1	3 by 3
Length/Diameter ( $l/D$ ) [-]	24	18
Height/Diameter ( $H/D$ ) [-]	6	6
Depth/Diameter ( $L/D$ ) [-]	6	18
Jet-jet distance/Diameter ( $S/D$ ) [-]	4	5
Plate thickness/Diameter ( $t/D$ ) [-]	0.5	0.5

We train a separate surrogate model for each of the two active cooling systems. Both surrogate models are designed to predict the Nusselt number at the bottom surface of the impingement surface, defined as the region bounded by the dashed line in Figures 4.1a and 4.1b. The first system, based on a five by one jet array, is used for mesh sensitivity analysis, experimental validation and model validation, as it corresponds to the experimental setup in our laboratory. Furthermore, the smaller physical size of the system allows for the execution of simulations with higher mesh density and greater Reynolds numbers without excessive computational cost. In contrast, the three by three configuration illustrates the scalability of the proposed methodology to systems with a larger number of jets.

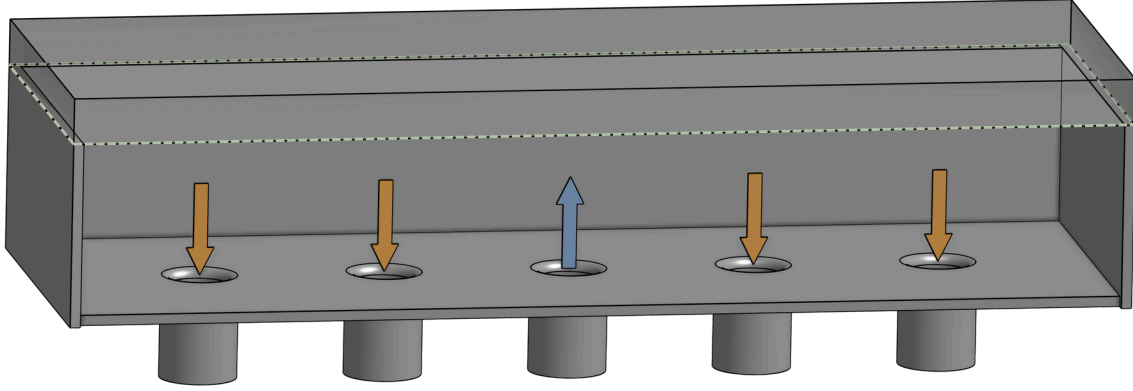
#### 4.5 Methodology for the CFD simulations

##### 4.5.1 Mass and heat transfer equations

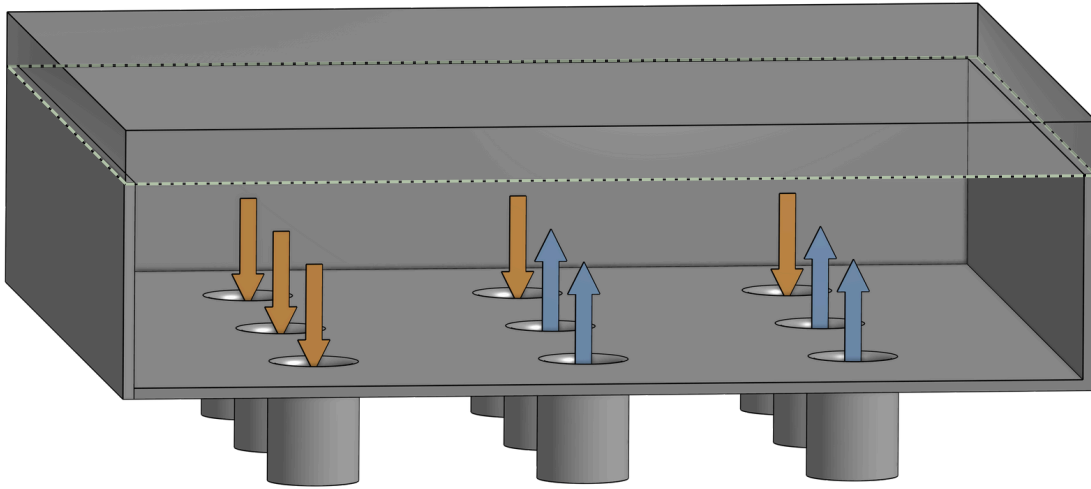
We perform all the simulations using the open-source CFD software Lethe [61]. This finite element software solves the incompressible Navier-Stokes equations :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4.1a)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\nabla p^* + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (4.1b)$$



(a) Five by one jet active cooling system with one inlet at position 2 and four outlets at positions 0, 1, 3, and 4.



(b) Three by three jet active cooling system with inlets at positions 4, 5, 7, and 8, and outlets at positions 0, 1, 2, 3, and 6.

FIGURE 4.1 Geometries of the two jet active cooling systems : (a) Five by one configuration and (b) Three by three configuration. In these systems, every inlet can be dynamically changed into an outlet and every outlet can be changed into an inlet. Any nozzle can also be shut. The surrogate models estimate the Nusselt distribution on the surface outlined by the green dashed line.

where  $u$  is the velocity,  $p^*$  the pressure  $p$  divided by the density  $\rho$  ( $p^* = \frac{p}{\rho}$ ) and  $\nu$  is the kinematic viscosity. Equations 4.1a and 4.1b are solved with the Finite Element Method (FEM) using a PSPG/SUPG stabilized formulation to obtain the velocity profile  $u$  and the



pressure field  $p^*$  [62]. At higher Reynolds numbers, an ILES strategy is used where the stabilization acts as a subgrid-scale model. This strategy has been extensively validated on complex turbulent flow benchmarks such as the flow over periodic hills, the turbulent Taylor-Couette flow, and the turbulent Taylor-Green vortex. [27, 63]

We obtain the fluid temperature by solving the enthalpy conservation in equation 4.2 for an incompressible flow :

$$\rho c_p \left[ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T \right] - \nabla \cdot (k \nabla T) = 0 \quad (4.2)$$

where  $\rho$  is the density,  $c_p$  is the specific heat capacity,  $k$  is the thermal conductivity and  $T$  is the temperature.

For all simulations, we use second-order accurate  $Q_1 Q_1$  elements for the velocity and pressure fields whereas third-order accurate  $Q_2$  elements are used for the temperature field.

#### 4.5.2 Dimensionless parameters

We introduce three key dimensionless parameters that we use throughout the article.

First, for the jets, we define the Reynolds number as :

$$\text{Re} = \frac{UD}{\nu} \quad (4.3)$$

where  $U$  is the average velocity at the inlet,  $D$  is the inlet diameter and  $\nu$  is the kinematic viscosity of the fluid.

We then define the Nusselt number as :

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} \quad (4.4)$$

where  $h$  is the heat transfer coefficient at the impinged wall,  $D$  is the inlet diameter and  $k$  is the thermal conductivity.

Next, we define the Prandtl number as :

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (4.5)$$

where  $c_p$  is the heat capacity of the fluid and  $\mu$  is the dynamic viscosity of the fluid. All the

results presented in this article use the Prandtl number of air which is approximately 0.72.

Finally, we use the dimensionless time  $t^*$  defined as :

$$t^* = \frac{Ut}{D} \quad (4.6)$$

Where  $t$  is the simulation time.

### 4.5.3 Simulation setup

We perform the low Reynolds number simulations using the parameters values provided in Table 4.2. For each simulation, we use the definition of the dimensionless time in Equation 4.6. Each simulation models an interval of  $t^* = 60$ .  $t^* < 40$  allows the flow to reach a pseudo-steady state. We then start time-averaging the Nusselt number (Eq. 4.4) at the boundary for  $t^* \geq 40$ .

TABLE 4.2 Low-Reynolds simulation parameters.

Simulation Parameter	Value (training/validation)
Total time $t^*$ [-]	60
Maximum inlet Reynolds number [-]	2,000 / 10,000
Prandtl number [-]	0.72
Impinged wall temperature [°C]	50
Inlet temperature [°C]	20
Initial temperature [°C]	20

For the Navier-Stokes equations, we use a Dirichlet boundary conditions for the inlets and the walls :

$$\mathbf{u} = f(\mathbf{x}) \quad \text{for } \mathbf{x} \in \partial\Omega_D \quad (4.7)$$

where  $\mathbf{u}$  is the velocity at the inlet boundary  $\partial\Omega_D$  and  $f(\mathbf{x})$  is a function describing the velocity at this boundary. For jet inlets, we define  $f(\mathbf{x})$  with a parabolic velocity profile whose average matches the desired velocity. The choice of this desired velocity is adjusted based on the inlet Reynolds number. For walls, we use a no-slip boundary conditions, where  $f(\mathbf{x})$  is set to zero. The treatment of outlet boundaries follows the approach proposed by Arndt et al. [64] to prevent flow re-entry into the domain.

For the enthalpy equation, we use a Dirichlet boundary conditions for both the inlets and the impingement wall. In the case of the enthalpy equation, the Dirichlet boundary condition

is defined as :

$$T = g(\mathbf{x}) \quad \text{for } \mathbf{x} \in \partial\Omega_D \quad (4.8)$$

where  $g(\mathbf{x})$  is the function describing the temperature on the boundary  $\partial\Omega_D$ . The temperature  $T$  is set to 50°C on the impinged surface and to 20°C at the inlets.

No-flux Neumann boundary conditions (insulated) are applied to both the walls and the outlets, and are defined as :

$$\nabla T \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (4.9)$$

#### 4.5.4 Mesh convergence analysis

We perform a mesh convergence analysis on the arrangement with the highest inlet Reynolds number and maximal cross-flow, as this is the case we expect to exhibit the greatest complexity. This arrangement corresponds to the simulation where jets 0, 1, 2, and 3 of the five by one active cooling system are set as inlets and where jet 4 is set as an outlet. We consider three mesh density for the mesh convergence analysis : 228,000 cells, 1.2 million cells, and 3.0 million cells. The mesh with 228,000 cells is shown in Figure 4.2.

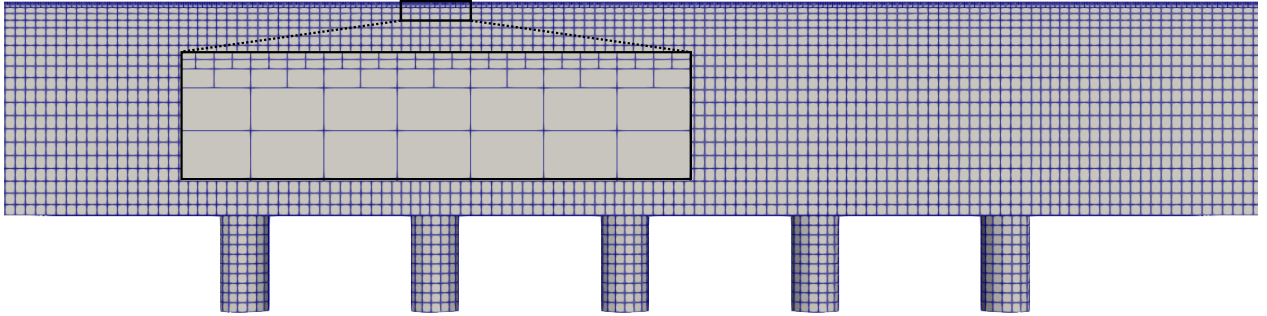


FIGURE 4.2 Side view of the coarsest initial 3D mesh (228,000 elements) used for the mesh convergence analysis. The zoomed sub-image illustrates the mesh refinement along the top boundary.

As shown in Figure 4.3, solutions obtained using 1.2M and 3.0M cells exhibit minor differences. The RMSE between the two solutions is 0.07, indicating that satisfactory mesh independence has been reached. Given the geometrical similarities between the five by one and the three by three geometries, we assume the same mesh density is appropriate for the latter.

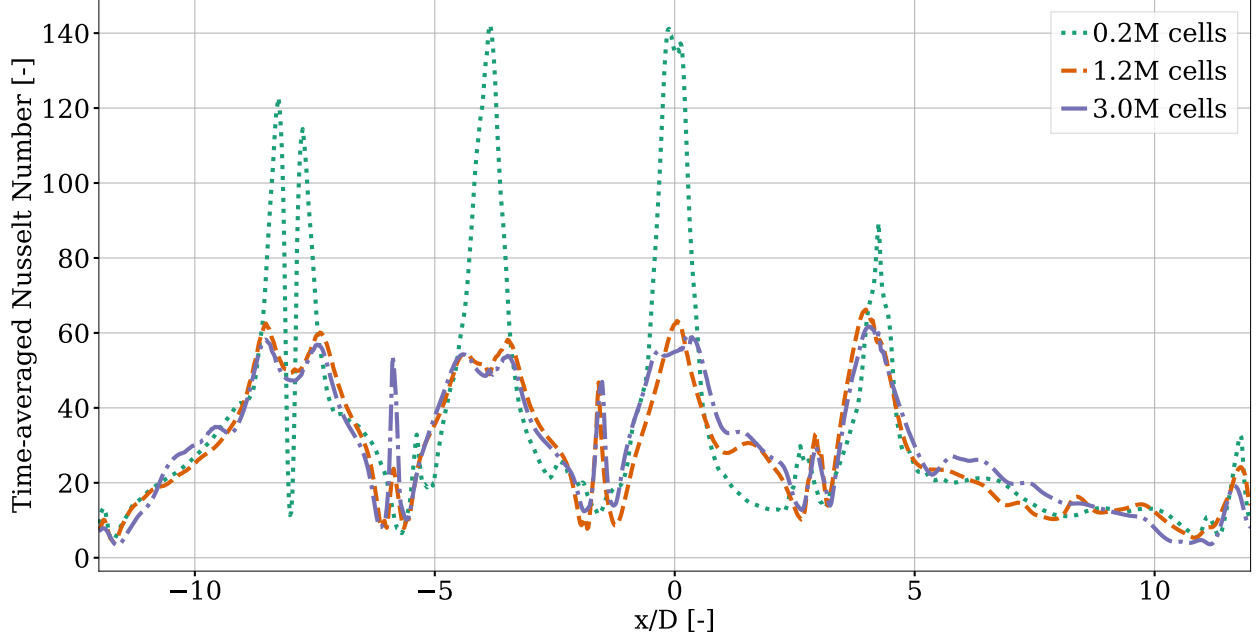


FIGURE 4.3 Mesh convergence analysis results where jets 0, 1, 2, and 3 are inlets at a Reynolds number of 2,000 and jet number 4 is set as an outlet. We present three simulation results using 228,000 cells, 1.2M cells and 3.0M cells. Results show mesh independence with a RMSE of 0.07 for 1.2M cells.

#### 4.5.5 Simulation computational cost

To train our neural network, we perform all simulations at an inlet Reynolds number below 2,000. This choice is primarily driven by computational cost. Achieving good performance with a neural network typically requires a large amount of training data and generating a sufficiently large dataset becomes more expensive as the Reynolds number increases. To illustrate the impact of the Reynolds number on computational cost, Table 4.3 compares the computational cost between a simulation at a Reynolds number of 2,000 and at a Reynolds number of 10,000.

TABLE 4.3 Cost per Simulation at Different Reynolds Number

Inlet Reynolds number	Cost (core-years)
2,000	0.03
10,000	0.25

At approximately 0.03 core-years per simulation, the total computational cost for a surrogate model training using 100 ILES simulations for a Reynolds number under 2,000 remains

reasonable for the five by one configuration (approx. 3 core-years). In contrast, the computational reaches 25 core-years for a surrogate model trained using 100 simulations at a Reynolds number of 10,000. This represents a cost more than eight times greater. To ensure our model remains accessible to users without access to large-scale computing resources, we decided to develop our model using a maximum Reynolds of 2,000. This approach is further motivated by the potential use of the surrogate model for model-based control. In this context, the temperature measurement used in the feedback controller can compensate for the error introduced when scaling predictions to higher Reynolds numbers.

#### 4.5.6 Surrogate Data Generation

As illustrated in Figure 4.4, the first step to develop the surrogate model involves the generation of a dataset that is used for training, hyperparameter tuning and validation. To achieve this, we use CFD simulations to compute the Nusselt number profiles on the impingement plate for different arrangements. These simulation results are separated into two groups; simulations that use a maximal inlet Reynolds of 2,000 (Low Reynolds Simulation Data) and simulations using a maximum Reynolds of 10,000 (High Reynolds Simulation Data).

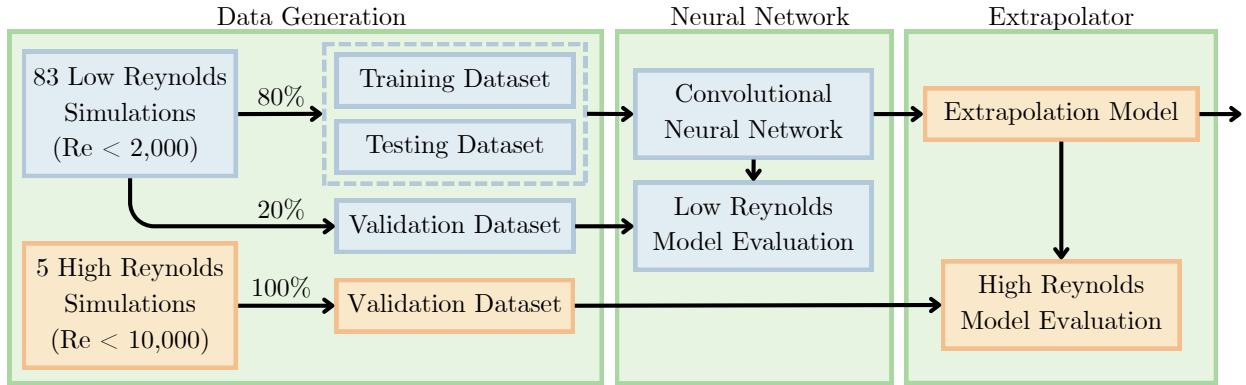


FIGURE 4.4 Simulation partitioning for the five by one active cooling system. 83 low Reynolds number simulations ( $Re < 2,000$ ) are split into training, testing, and validation sets. The training and testing sets are used to train and to select the convolutional neural network's (CNN) hyperparameters. This tuning is done using a k-fold cross validation technique. Performance evaluation of the CNN is done by comparing the predictions to unseen validation simulation results (20 %). The predictions at  $Re=2,000$  of the trained CNN are then extrapolated using correlation based technique to  $Re=10,000$ . A second validation dataset is then used to validate the performance of the extrapolation.

The low Reynolds number ( $Re < 2,000$ ) simulation data group depicted in Figure 4.4 is composed of 83 simulations for the five by one active cooling system and of 100 simulations

for the three by three active cooling system. Simulations mainly differ by their arrangement (position of the inlet, position of the outlets and inlet Reynolds number value). All arrangements are generated using the Latin Hypercube Sampling (LHS) method [65]. LHS provides a more uniform and efficient coverage of the parameter space compared to random sampling of injector flow rates and states. These arrangements are the inputs of the neural network and compose a vector of one value per jet (e.g.  $[-1, -1, 1.0, 0.5, -1]$ ). In this vector, a value of -1 represents an outlet. Any value between 0.0 and 1.0 is the normalized inlet Reynolds number. A value of 0.5 is equivalent to an inlet Reynolds number of 1,000.

We separate the low Reynolds simulation dataset into a training dataset (80 %) and a validation dataset (20 %) before augmenting the training dataset with the symmetries of the arrangements. For instance, the reflection of the Nusselt number obtained from the configuration  $[1, -1, -1, -1, -1]$  is the solution of the  $[-1, -1, -1, -1, 1]$  configuration. We tune the hyperparameters of the neural network by applying a k-fold cross validation technique on the training dataset. We use four folds and an 80 %/20 % split (train/test). Finally, we use the validation dataset for the final assessment of the neural network's predictive performance. [?]

To validate the predictions of the high Reynolds extrapolator model, we use five simulations at  $Re=10,000$  with different configurations (denoted "High Reynolds Simulations") in Figure 4.4. With the exception of the inlet Reynolds number, high Reynolds simulations use the same simulation parameters as those of the low Reynolds simulations (see Table 4.2).

#### 4.5.7 Data Preprocessing

We apply data preprocessing for two main reasons. First, it allows us to embed additional relevant information into the input data. We provide contextual information by including the spatial coordinates and the inlet or outlet status of each injector. Second, the Nusselt number distribution obtained from simulations has a much higher spatial resolution than what is needed. To address this, we interpolate the simulation results to match the resolution of the infrared thermal camera used in the experimental setup.

To embed more information into the original input vector (e.g.  $[-1, -1, 1.0, 0.5, -1]$ ), we first replace all the -1 in the input vector and replace them by zeros. This step has been shown to improve performance as the value 1 does not have an inherent numerical meaning. By replacing it with zero, we ensure that outlets do not produce unintended signals in the forward pass. To retain information about which jets are acting as inlets or outlets, we introduce a second vector which acts as a filter for jet state. In this vector, we represent inlets by 1 and outlets by  $-1$ . Finally, we also add a vector to encode normalized distance to the centre in the five by one system. For the input  $[-1, -1, 1, 0.5, -1]$ , we obtain the following

3x5x1 input :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & -0.5 & 0 & 0.5 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

For the three by three active cooling system, the input is transformed into a three by three two dimensional array. This encodes position implicitly in the input as it will go through a series of convolutions during the forward pass of the CNN. The input  $[-1, -1, -1, 0, 0.25, 0.5, 1, 0.75, 0.5]$  for the three by three active cooling system would yield the following :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.25 & 0.5 \\ 1 & 0.75 & 0.5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

As in 4.10, the first array contains the normalized inlet Reynolds, the second array contains the state of the injector (inlet is 1 outlet is -1) and the third array is the distance from the center along the x-axis. For the three by three active cooling system, an extra array is appended for the added dimension, as jets are now along the x-axis and the z-axis.

Prior to training, we transform each time-averaged Nusselt number into a two-dimensional Nusselt map with a resolution of 25 by 101 pixels for the five by one model and 75 by 75 pixels for the three by three.

#### 4.5.8 CNN Training

After generating the low Reynolds number cases ( $< 2,000$ ), we train a convolutional neural network (CNN) [66] using the PyTorch library [67]. We use the model to predict the Nusselt number profile on the impinged surface. CNNs are a type of neural network that use convolutional filters (kernels) to learn spatial patterns in data. We opted for a CNN because neighbouring cells in the Nusselt distribution are spatially correlated, and the convolution operations are well suited to capture these local dependencies.

Through a series of transposed convolution layers, such as the one illustrated in Figure 4.5, we aim to progressively increase the low resolution input to reconstruct a Nusselt number map with a greater amount of pixel than the final output. Specifically, we scale the initial 4x3x3 (normalized Reynolds number, inlet/outlet filter, normalized position along x-axis and normalized position along z-axis) array of the three by three active cooling system into a 64x256x256 array using these operations. We then go through a regular convolution and pooling operation to scale it back to the 75x75 dimensions of the prediction. This process

and the complete architectures of the two five by one and three by three CNNs are illustrated in Figure 4.6. Similar Deep CNN architectures have used similar architectures to enhance noisy image quality [46]. For instance, Mao et al. [47] employed an architecture that first used convolutions to reduce the spatial dimensions of the input images before restoring their size through transposed convolutions. As our output is already in reduced form, we omit the initial downscaling step and apply only transposed convolutions.

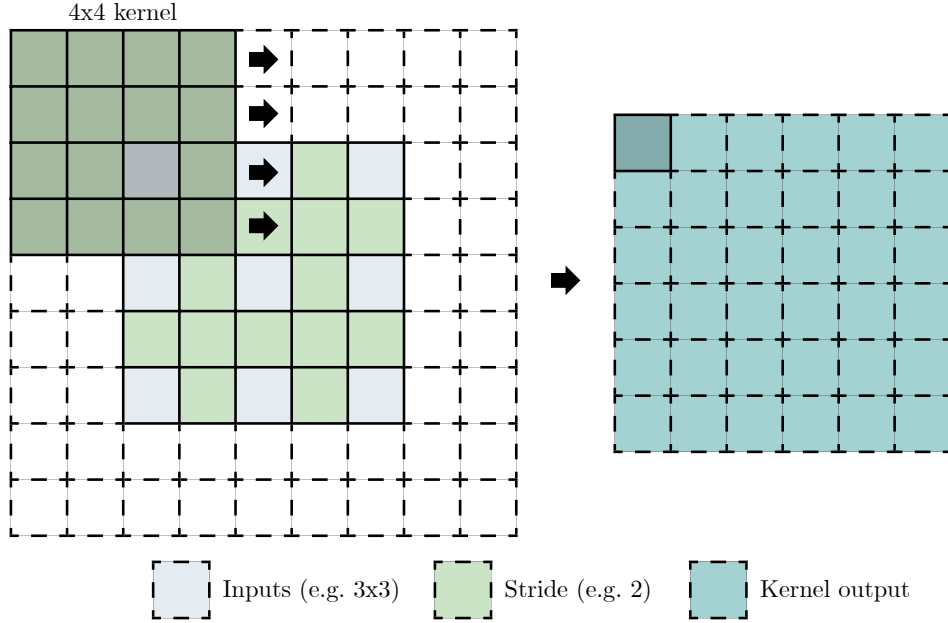


FIGURE 4.5 Illustration of a transposed convolution operation with a 4 by 4 kernel and a stride of 2. The input feature map (left) is expanded, and the kernel is applied in a sliding-window fashion to produce a larger output feature map (right). The powdered blue highlights the input values of a single channel, while the cyan is the resulting output of the kernel operation. This operation effectively doubles the size of the input.

In Figure 4.6, each of the transposed convolutions uses a kernel size of 4, a stride of 2 and a padding of 1. This combination of parameters ensures that the resulting image dimensions are doubled at every step (e.g.  $3 \times 3 \rightarrow 6 \times 6$ ). Between each of these operations, we also double the number of channels, which is equivalent to increasing the number of images on which we apply the kernel operation. Channels are doubled until it reaches the maximum number of channels specified for the architecture. For the five by one model it corresponds to 256 while it corresponds to 64 for the three by three model.

Convolution and pooling stages are then applied to recover the desired output dimensions. The size of the image is reduced by half, and the total number of channels is reduced to one



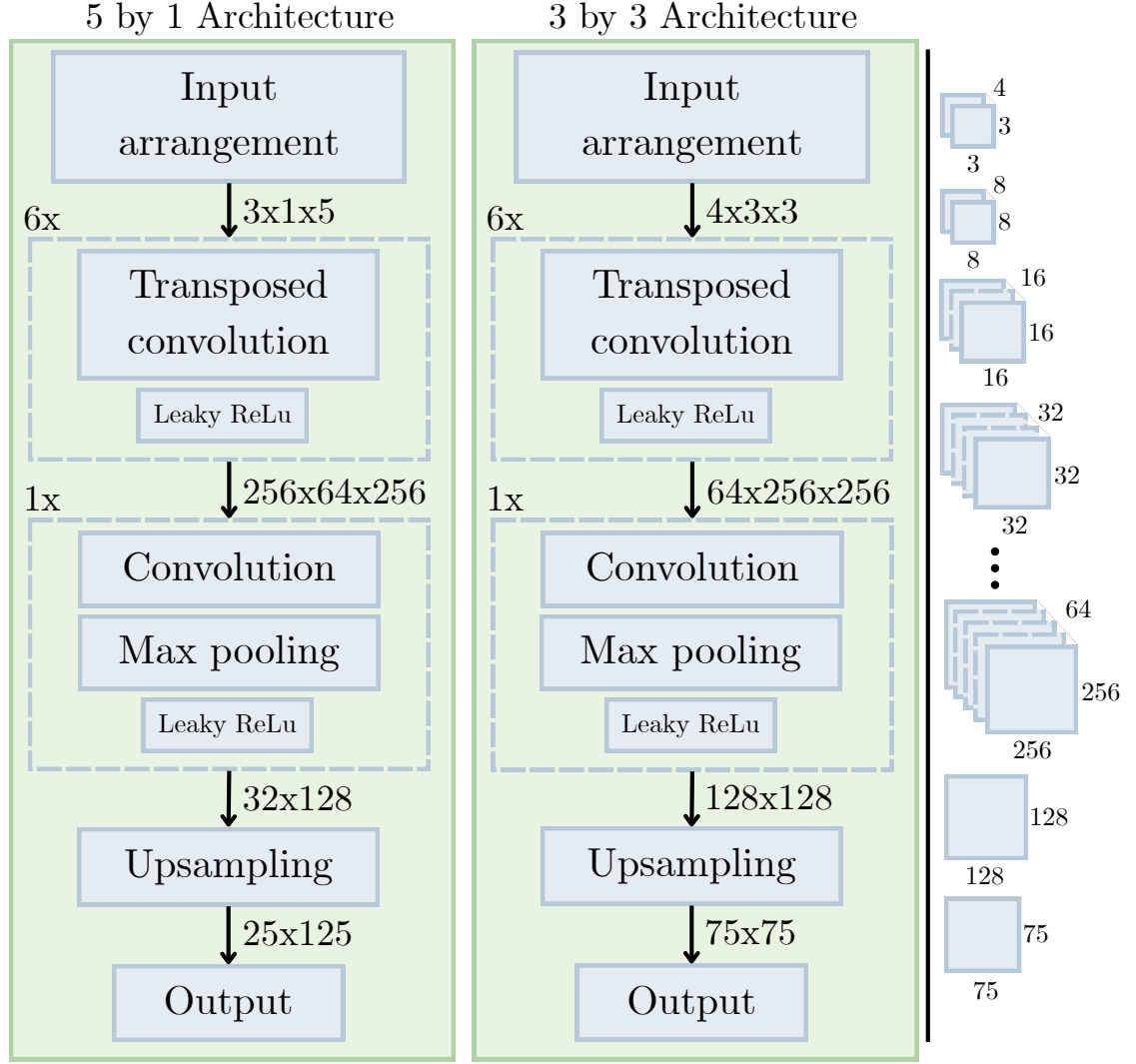


FIGURE 4.6 Architecture of the convolutional neural network used for both the five by one and three by three surrogate models. The network architecture consists of a series of upscaling layers of the input jet configuration followed by a convolution layer to reconstruct the Nusselt number distribution at the target resolution.

for the final prediction. The convolution uses a kernel size of 3, a stride of 1 and a padding of 1. We use a pooling kernel with a size of 2 and a stride of 2.

It is also important to note that after every transposed convolution or convolution, we apply a non-linear activation function (Leaky ReLu) to the output.

#### 4.5.9 Hyperparameter Tuning

Several hyperparameters shown in Table 5.2 were selected using a k-fold cross-validation method. For instance, the maximum number of channels, the maximum image size during upscaling (before the convolution layers), the dropout rate, and the number of training epochs were all chosen to minimize the RMSE in the test dataset. A grid search was performed to identify the optimal values within the ranges listed in Table 5.2. Among them, the maximum number of channels had the greatest impact on model performance. Although increasing this parameter generally improved predictive accuracy, no significant gains were observed beyond 256 channels for the five by one model and 64 channels for the three by three.

TABLE 4.4 Hyperparameters of the neural-network.

Parameter	five by one	three by three	Grid Search
Maximal number of channels	256	64	[32 - 1024]
Maximal image dimensions	64x256	256x256	[128 - 512]
Number of epochs	500	1000	[0 - 1000]
Learning rate	0.001	0.001	[0.005 - 0.0001]
Activation function	Leaky ReLu	-	
Optimizer	AdamW	-	
Measure of error	RMSE	-	

#### 4.6 Extrapolator

Generating a dataset from CFD simulations at inlet Reynolds numbers up to 2,000 is computationally costly and can significantly limit the number of simulations due to limited computational resources. Hence, this strategy could appear inadequate when attempting to model impinging-jet arrays at higher Reynolds numbers. Alternatively, Martin et al. [12] showed that the Nusselt number is proportional to  $Re^\alpha$  where  $\alpha$  is approximately 0.574. Nusselt number predictions generated by the neural network at low Reynolds number could therefore provide valuable information for estimating the Nusselt number at higher Reynolds numbers. Equation 4.12 uses this property to estimate the Nusselt number at high Reynolds number.

$$Nu(Re_{pred}) = Nu(2000) \left( \frac{Re_{pred}}{2000} \right)^{0.574} \quad (4.12)$$

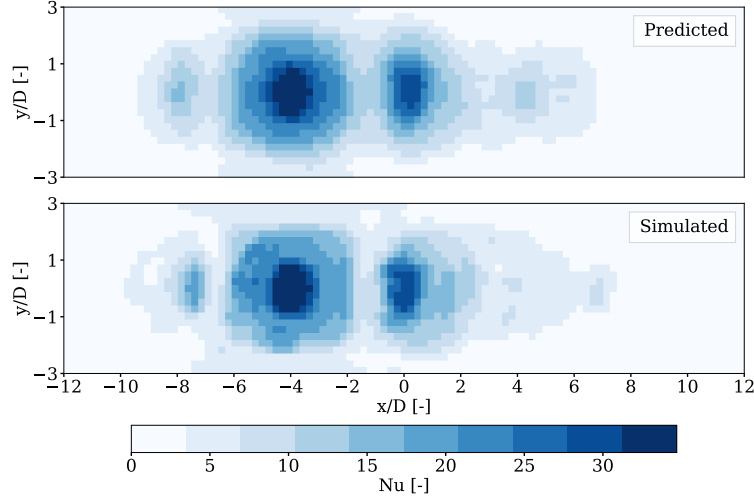
## 4.7 Results and discussion

This discussion focuses on the predictions generated by the five by one and the three by three surrogate models. We begin by presenting a selection of predictions on the validation dataset of the models' outputs. This is followed by a more detailed analysis using relevant error metrics. Finally, we assess the performance of the surrogate models in extrapolation scenarios ( $Re < 10,000$ ) and present results from experimental validation.

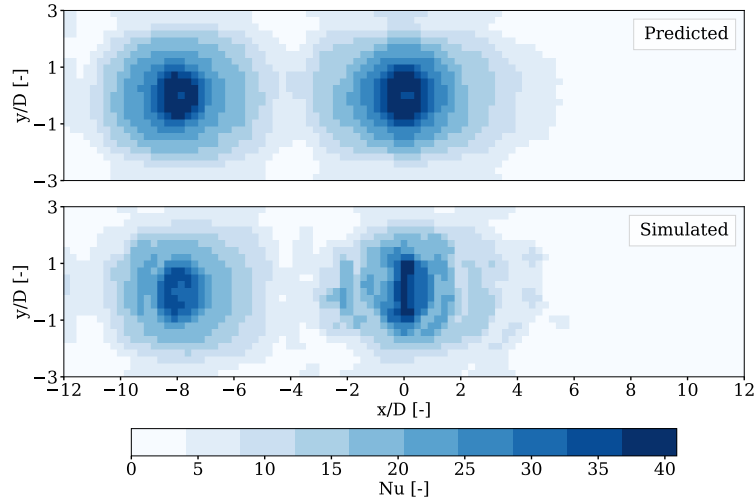
Predictions for both the five by one and three by three surrogate models are shown in Figures 5.3 to 4.8. These results are taken from the validation dataset, which was not used during training. As such, they provide an unbiased evaluation of the models' performance, in contrast to results obtained on the training data where the models were optimized. For the five by one model, we select two arrangements of inlet, outlet, and flow rates that highlight the neural network's ability to capture important features of the Nusselt number distribution. The first configuration, shown in Figure 5.3a, corresponds to the setup  $[0.16, 0.93, 0.55, 0.17, -1]$  which includes four inlets and a single outlet. The second configuration, illustrated in Figure 5.3b, features two inlets and three outlets. It is described by the arrangement  $[0.88, -1, 0.93, -1, -1]$ . We ensured that the selected configurations are representative of the validation dataset, as the associated prediction errors were not among the highest or lowest observed values.

In Figure 5.3, we observe that the surrogate model captures the main features of the heat transfer distribution, the amplitude of these features and some of the interactions between the jets. Due to the forced outflow (single outlet) on the right side in Figure 5.3a, the configuration  $[0.16, 0.93, 0.55, 0.17, -1]$  induces a cross-flow that alters the Nusselt number profile of the central jet and that is captured by the surrogate (approx.  $x/D = 4$  and  $y/D = 0$ ). This case highlights the complexity of these flows and demonstrates the utility of deep learning techniques in modelling the active cooling system.

While the surrogate model captures the general structure of the Nusselt number, some high frequency fluctuations (approx.  $x/D = -2$  and  $y/D = 0$ ) present in the simulated Nusselt number in Figure 5.3b are not well captured by the predictions of the five by one model. At the end of the current section, we show these high-frequency fluctuations have a minimal impact on the predicted average Nusselt number, suggesting that the surrogate model remains reliable for capturing the dominant heat transfer characteristics despite local discrepancies in the five by one model. One more limitation of the surrogate model can be observed in Figure 5.3a. In this simulation, the peak associated with the fourth inlet from the left appears to be absent, likely due to jet-jet interactions. On the contrary, the surrogate model predicts a small peak in that region. This behaviour appears to be mitigated by increasing the size of



(a) Surrogate and simulation Nusselt number distribution for the five by one system with configuration  $[0.16, 0.93, 0.55, 0.17, -1]$  and Reynolds number below 2,000.



(b) Surrogate and simulation Nusselt number distribution for the five by one system with configuration  $[0.88, -1, 0.93, -1, -1]$  and Reynolds number below 2,000.

FIGURE 4.7 Comparison between surrogate predictions and simulation results of the Nusselt number distribution for two different configurations in the five by one active cooling system. The Nusselt maps are shown along the impingement surface using dimensionless distances  $x/D$  and  $y/D$

the training dataset. This is showcased in the 3x3 surrogate model where such interactions are captured more adequately. The three by three model was trained on more training data

as the geometry contains more axes of symmetry (8 vs 2).

Predictions made by the 3x3 model are shown in Figure 4.8. We chose two configurations,  $[0.79, -1, 0.08, 0.45, 0.52, -1, 0.05, -1, 0.16]$  and  $[0.82, 0.79, -1, 0.48, 0.34, 0.52, -1, 0.61, -1]$ . Each of them exhibits jet-jet interaction and are representative of our validation dataset.

A summary of important performance metrics for the surrogate models are listed in Table 4.5. The normalized mean average error (NMAE) is defined as :

$$\text{NMAE} = \frac{1}{n} \sum_i^n \frac{|y_{sim} - y_{pred}|}{\max(y_{sim})} \quad (4.13)$$

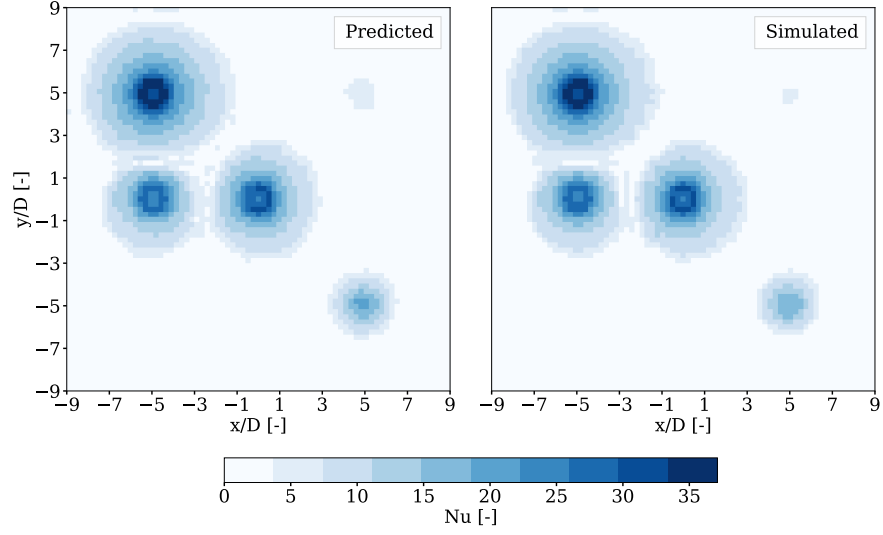
The average maximum error corresponds to the mean of the largest pixel deviations observed in each prediction from the validation dataset. The Average top 10 % error is calculated using the mean error of the average 10 % of the pixels displaying the largest error in each predictions of the validation dataset.

TABLE 4.5 Surrogate performance metrics calculated using the simulated and predicted Nusselt number on the impinged surface. All metrics are calculated using results from the validation data set.

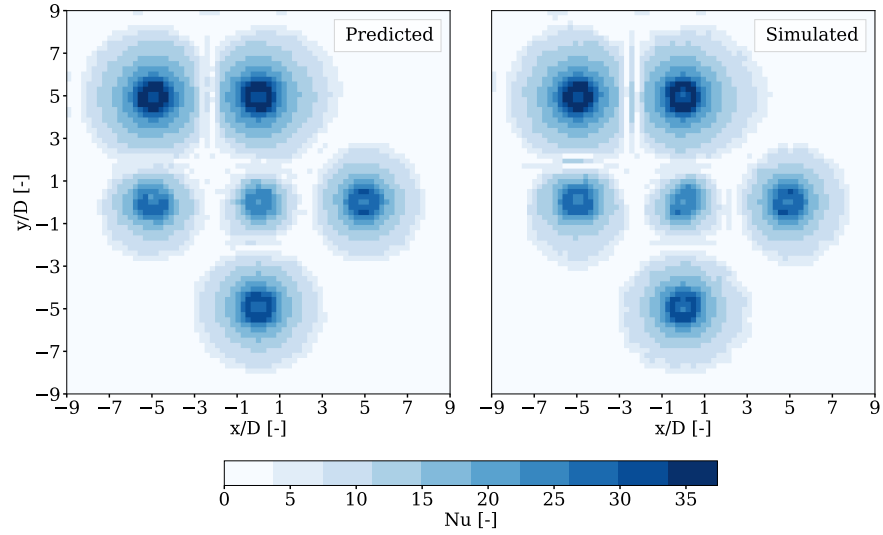
Perfomance Metrics	five by one	three by three
Validation RMSE [-]	0.64	0.24
Validation NMAE [-]	0.016	0.0057
Average maximum error [-]	4.8	3.6
Average top 10 % error [-]	2.5	1.2

As shown in Table 4.5, the three by three surrogate model outperforms the five by one in all metrics. This is mainly caused by the larger training dataset given the amount of symmetries in the three by three system. The average error and the average top 10 % error provide an estimate of the largest errors that the model is likely to produce. These errors are generally the highest near the impinging point of the jets.

We want the model to accurately predict the total Nusselt number over the entire surface. Small local variations in the Nusselt distribution, such as peak shifting, can sometimes artificially increase the local error. However, it is also important to assess whether these discrepancies introduce any bias in the global average Nusselt number. Hence, Figure 4.9 shows a parity plot for the differences in the average heat flux and the simulation results of the validation dataset for both the 5x1 and 3x3 model. For the five by one model, the model introduces a small bias. 11 predictions (black circle) are above the ideal prediction line while only 5 are below. On the other hand, the three by three model introduces no significant bias.



(a) Surrogate and simulation Nusselt number distribution for the three by three system with configuration  $[0.79, -1, 0.08, 0.45, 0.52, -1, 0.05, -1, 0.16]$ .



(b) Surrogate and simulation Nusselt number distribution for the three by three system with configuration  $[0.82, 0.79, -1, 0.48, 0.34, 0.52, -1, 0.61, -1]$ .

FIGURE 4.8 Comparison between surrogate predictions and simulation results of the Nusselt number distribution for two different configurations in the three by three active cooling system. The Nusselt maps are shown along the impingement surface using dimensionless distances  $x/D$  and  $y/D$ , where  $D$  is the inlet diameter.

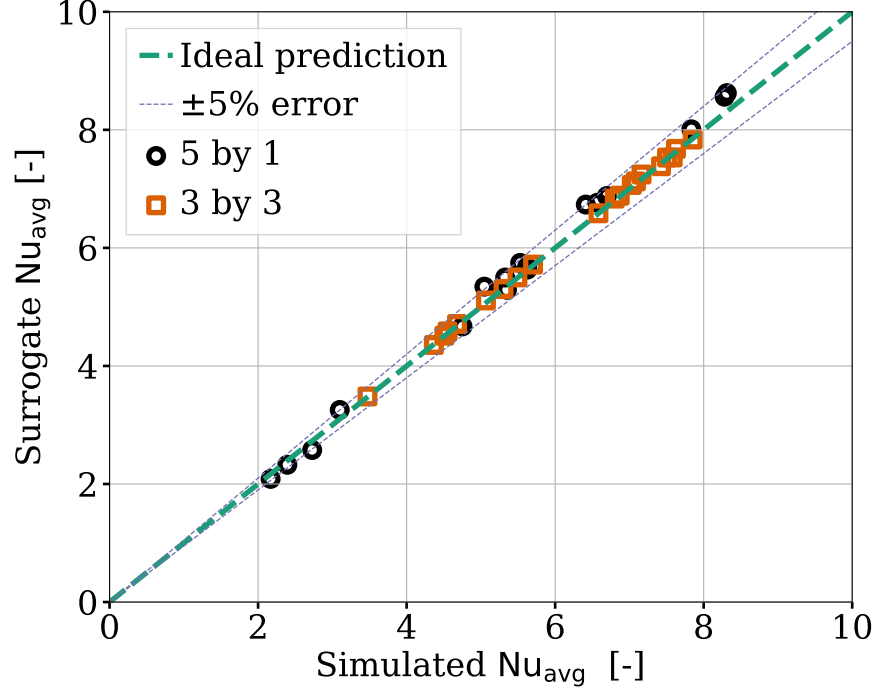


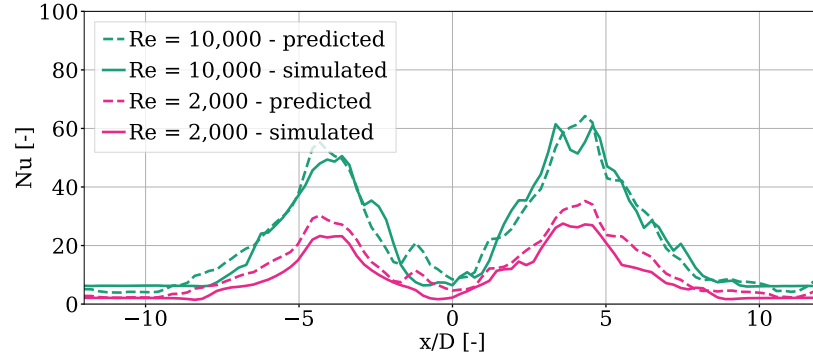
FIGURE 4.9 Parity plot of the average Nusselt number

Only two predictions fall outside of the  $\pm 5\%$  average error margin for the five by one, while none of the three by three predictions fall outside the  $\pm 5\%$  line. In fact, the maximum error for the three by three surrogate is 1.1 %. This is significantly lower than the maximum 5.8 % error of the five by one surrogate model. The average error for the Nusselt number average is 0.2 % for the three by three and 1.4 % for the five by one. Although the surrogate models may introduce local prediction errors, this shows that the global Nusselt number is well conserved.

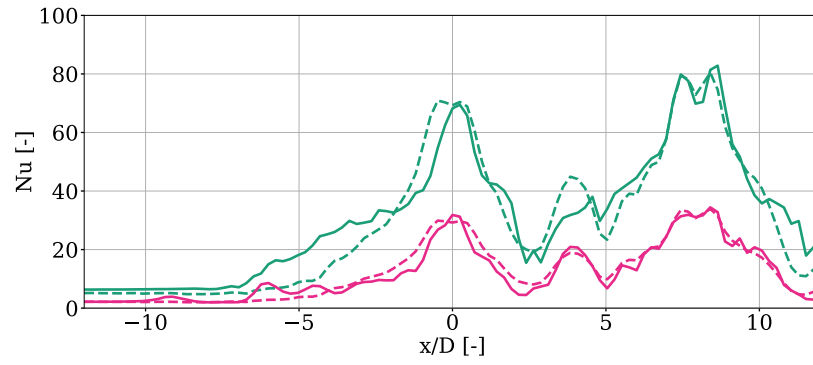
#### 4.8 Extrapolation performance at $Re = 10,000$

Figure 4.10 shows the difference between the simulated results and the neural network predictions for a five by one configuration on a line along the impingement surface. We compare the predictions of three configurations at a Reynolds number smaller than 2,000. We then extrapolate the prediction at Reynolds smaller than 2,000 using Equation (4.12) in order to obtain a prediction for the same configuration at a Reynolds number smaller than 10,000. The scaled solution is then compared to a simulation executed using the same configuration at a Reynolds smaller than 10,000.

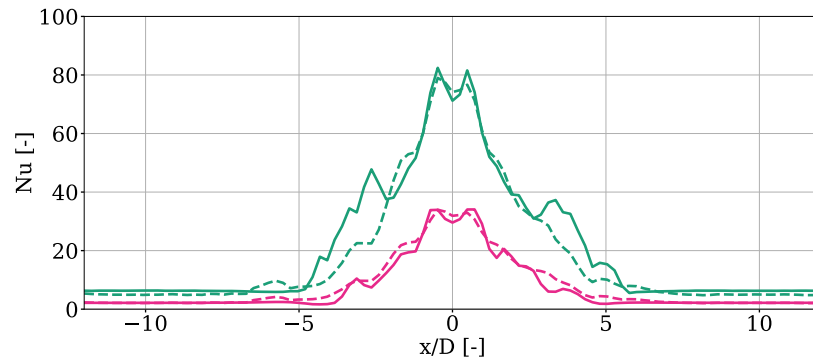
In Figure 4.10, the main features of the Nusselt number distribution are still captured after extrapolation. However, the main limitation of this methodology is that any error present in



(a) Simulated and scaled predictions for Reynolds number under 2,000 and 10,000 for the configuration  $[-1, 0.37, 0.06, 0.57, -1]$ .



(b) Simulated and scaled predictions for Reynolds number under 2,000 and 10,000 for the configuration  $[-1, -1, 0.63, 0.21, 0.90]$ .



(c) Simulated and scaled predictions for Reynolds number under 2,000 and 10,000 for the configuration  $[-1, 0.05, 0.87, -1, -1]$ .

FIGURE 4.10 Comparison between surrogate predictions and simulation results before and after scaling of the Nusselt number distribution. Results are taken on a line along the middle of the impingement plate.



the prediction at  $Re=2,000$ , such as the slight shift of the peak, is directly propagated into the extrapolated results. Additionally, some features such as the one on the left of the third jet in Figure 4.10b only appear once the Reynolds reaches a certain threshold. A similar observation is made in Figure 4.10c, where the characteristic double peak commonly seen at high Reynolds numbers cannot be captured by the model when evaluated at low Reynolds numbers. These limitations are reflected in the NMAE, which is slightly higher, reaching a value of 0.11 compared to the 0.016 obtained before the scaling. Although higher than before, we expect that the temperature measurement used in the feedback controller can compensate for the difference between the actual system behaviour and the surrogate predictions.

## 4.9 Experimental Validation

To validate the surrogate model predictions, we use an experimental setup which is identical to the 5 by 1 active cooling device in Figure 4.1a. As a validation test case, we use the configuration  $[1, 1, -1, -1, -1]$  at a Reynolds number of 10,000. We apply an initially unknown heat flux on the top of the plate using a heat gun and measure the temperature using a thermal camera.

We replicate the experiment in simulation by solving the enthalpy conservation equation (4.2) in the solid impingement plate using a 3D second-order accurate finite difference solver. The bottom boundary is defined by the Nusselt number predicted by the surrogate model, the lateral sides use no-flux conditions, and the top applies the reconstructed convective coefficient of the heat gun. This coefficient is obtained by solving the time-dependent adjoint problem for the no-jet case  $([0, 0, 0, 0, 0])$ , following the methodology described by [68].

The comparison between the experimental and simulated results are shown in Figure 4.12. In this figure, the reconstructed temperature is within  $3^\circ\text{C}$  of the experimental temperature at all points. The reconstructed temperature also falls within the uncertainty of the thermal camera at every point except two. First, at  $x = 0$ , the reconstructed temperature is higher than the one of the experimental setup. This is caused by the type of boundary condition used in the simulation to reconstruct the temperature. We use a Neumann no-flux boundary condition when in reality, some heat is lost on the side of the plate due to natural convection. Next, the reconstructed temperature falls outside of the experimental uncertainty at  $x \approx 0.04$ . Other uncertainties such as surface roughness or surrogate model errors could be responsible for this difference.

We aim to use this surrogate model as a tool for model-based control. Since controllers can compensate for certain modelling errors, we expect the observed difference of  $3^\circ\text{C}$  between

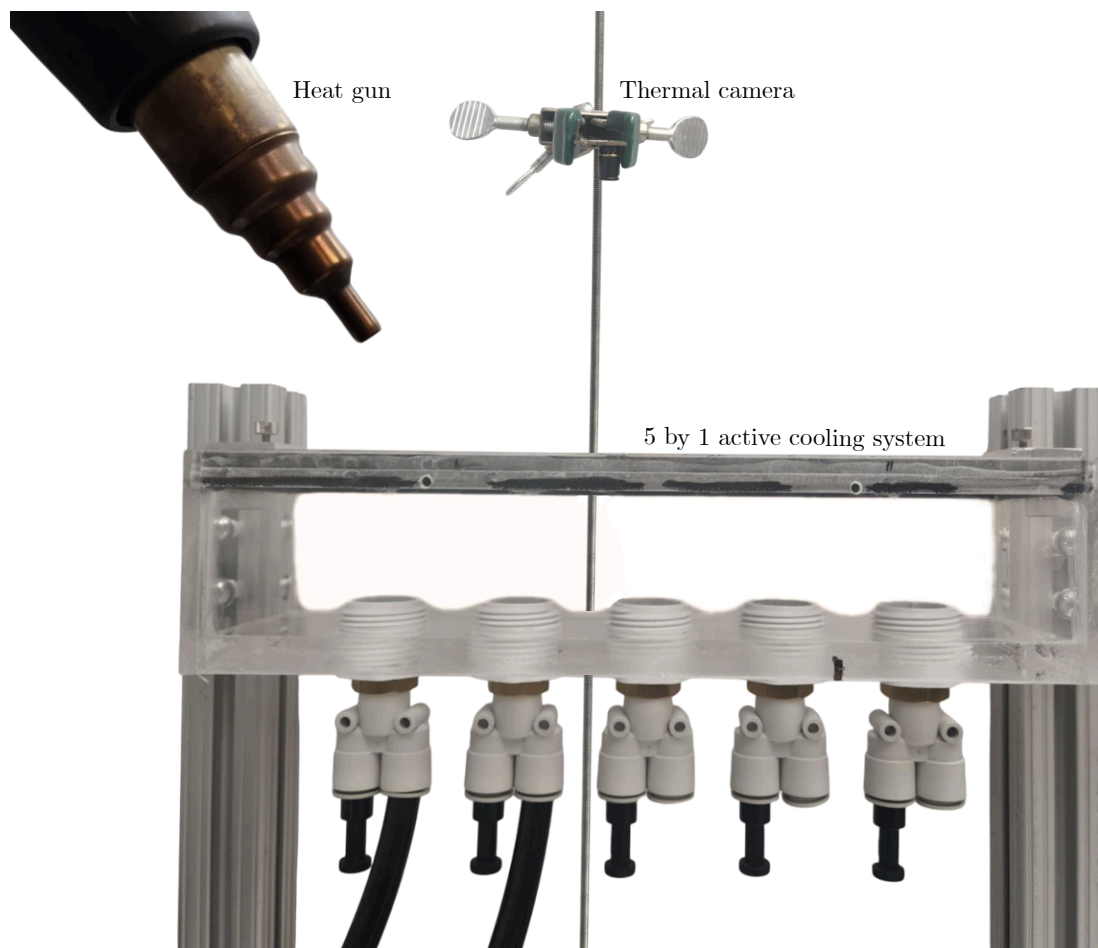


FIGURE 4.11 Experimental setup of the 5 by 1 active cooling system. The solenoid valves allowing individual jet state modification are missing.

the experimental and reconstructed temperatures to be mitigated when implementing closed-loop temperature control algorithms.

#### 4.10 Conclusion

In this work, we developed a surrogate model that predicts the Nusselt number distribution on the impingement surface of two distinct active cooling systems (five by one jets and three by three jets). In these active cooling systems, the flow rates of the jets are independently controlled. The state of the jets, meaning if a single jet is used as an inlet or an outlet, can also be modified. For the surrogate model, we trained a convolutional neural network (CNN) using data generated from computational fluid dynamics (CFD) simulations performed with Lethe, an open-source CFD software based on an implicit Large-Eddy Simulation (ILES) strategy. The simulation dataset for the five by one configuration comprises 83 distinct ar-

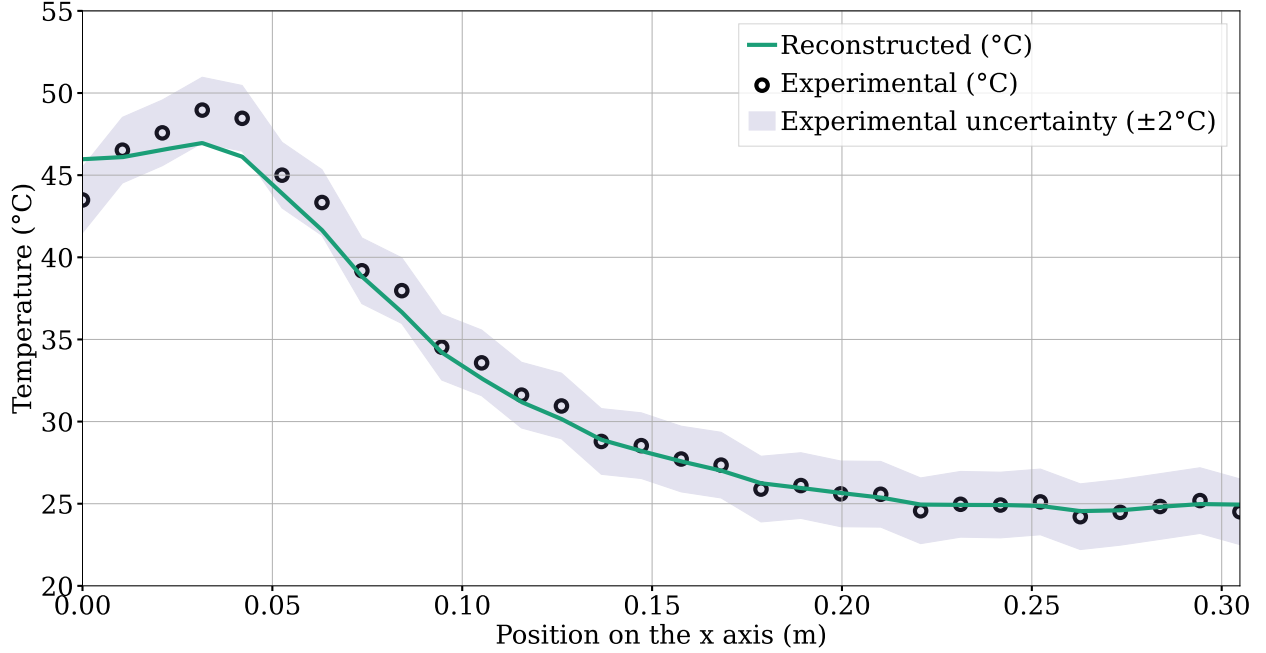


FIGURE 4.12 Experimental vs. Predicted temperature across the x-axis at the Centre of the active Cooling System for the configuration  $[1, 1, -1, -1, -1]$  at a Reynolds number of 10,000. The Reconstructed result uses the reconstructed heat flux of the heat gun at the top and the surrogate heat flux at the bottom. The Experimental result was recorded using a thermal camera.

rangements, while the three by three dataset includes 100. We executed all the simulations for arrangements of flow rates, inlet and outlets for a Reynolds number under 2,000. We reserved 20 % of the training data for validation and used the remaining 80 % to train and tune the hyperparameters of the model using a 4-fold cross-validation technique.

We showed that this CNN-based surrogate model successfully captures the main features of the Nusselt number distribution on the validation dataset, specifically the location of the heat transfer peaks and the influence of cross-flow between jets. The five by one model achieves a root mean square error (RMSE) of 0.64, while the three by three model performs better with an RMSE of 0.24. We attribute this difference in performance to the amount of training arrangements in the dataset. The three by three model has more symmetries that we use to enhance the training dataset. Despite good performance, limitations remain. We found that the surrogate model can struggle to predict local high frequency variations of the Nusselt number in the five by one configuration. However, these local high frequency variations that are not captured by the surrogate do not appear to significantly influence the average predicted Nusselt number on the plate as only 2 validation cases of the five by one model generate an error higher than 5 %. On average, the error in the average Nusselt

number for the five by one is 1.4 % while it is 0.2 % for the three by three active cooling system.

We also tested the ability of our predictions to be extrapolated to a Reynolds number of 10,000. For the extrapolation, we adapted the correlation proposed by Martin [12]. We showed that this methodology can introduce some error. In fact, the NMAE for the five by one model goes from 0.016 up to 0.11 during the extrapolation from  $Re = 2,000$  to  $Re = 10,000$ . Although significant, we aim to use this model in the context of model-based temperature control. We therefore expect this error to be mitigated by the controller.

In an experimental context, we also found good agreement with the surrogate model predictions. The maximum error was below  $3^{\circ}\text{C}$  which falls within the error margins of the experimental model setup at most points.

We conclude that a surrogate model trained on CFD simulations to predict the Nusselt number in impinging jet arrays provides a solid foundation for the development of temperature control strategies. Given its demonstrated performance, this model may be effectively used in the context of model-based control. This approach is particularly well suited for estimating the Nusselt number in active cooling systems such as the one described by Lamarre And Raymond [7], where the large number of possible jet arrangements makes the use of correlations impractical.

## CHAPITRE 5 DISCUSSION

Dans ce chapitre, nous revisitons plusieurs sujets discutés au 3. Nous justifions certaines décisions et approfondissons des concepts abordés sommairement.

Ce projet de recherche a été consacré au développement d’une nouvelle technologie. Cela s’accompagne généralement d’une certaine liberté dans la conception qui mène à l’émergence de nombreux choix de conception. Nous présentons donc d’abord certains choix de conceptions effectués. Ensuite, nous comparons les résultats entre un MLP, l’architecture généralement utilisée dans la littérature, et l’architecture proposée dans ce travail. Finalement, une description plus approfondie de la stratégie de validation est abordée.

### 5.1 Conception du système de refroidissement actif

#### 5.1.1 Choix du fluide de refroidissement

D’une part, les systèmes de refroidissement industriels sont généralement refroidis à l’eau. Il serait donc tout à fait logique d’opter pour cette option. Toutefois, à des nombres de Reynolds semblables, l’eau peut extraire beaucoup plus d’énergie par seconde que l’air. Dans un contexte expérimental, le débit nécessaire pour refroidir la perturbation (pistolet thermique) est donc très faible. L’air constitue ainsi un meilleur candidat comme fluide de refroidissement, car il permet d’atteindre des nombres de Reynolds représentatifs des systèmes industriels (de l’ordre de 10,000). De plus, l’utilisation de l’eau, bien que performante, exigerait un système entièrement étanche, ce qui en complique considérablement l’usage expérimental.

Dans un contexte de simulation, cette décision est bénéfique. Le nombre de Prandtl de l’air étant approximativement 10 fois plus faible que celui de l’eau, la couche limite thermique est donc beaucoup plus épaisse dans le cas de l’air. En théorie, une densité moins importante du maillage près de la paroi est nécessaire pour résoudre adéquatement la thermique du problème.

#### 5.1.2 Dimensions du système de refroidissement actif

La conception de réseaux de jets nécessite le choix de la valeur de nombreux paramètres ( $D$ , distance jet-jet,  $H/D$ ). Un diamètre  $D$  d’un quart de pouces est choisi pour que le système d’air comprimé disponible soit en mesure de fournir un débit d’air suffisant à la technologie. Une distance jet-jet de cinq fois le diamètre des jets assure un espace suffisant entre les jets

pour l'ensemble des valves solénoïdales qui transforment les alimentations d'air en sorties d'air (et vice-versa).

La distance jet-jet et le diamètre des jets sont choisis en fonction de contraintes réelles. Le ratio entre la hauteur de la cavité et le diamètre des jets  $H/D$  n'est toutefois pas contraint. Dans la littérature, des valeurs entre 0.5 et 8 sont utilisées. Nous optons pour un ratio  $H/D$  de 6. Au premier regard, cette valeur semble adéquate. Elle amène pourtant son lot de conséquences. La plus importante, c'est la taille du système. Plus le système est grand, plus il coûte cher à résoudre numériquement. Un nombre de cellules plus grand est nécessaire. Utiliser un ratio  $H/D$  de 2 est beaucoup moins coûteux puisqu'il contient beaucoup moins de cellules lors de la résolution. Toutefois, cette décision a un impact plus subtil. L'interaction jet-jet est beaucoup plus faible dans un système où  $H/D$  est grand [19]. Cela limite l'utilisation de cette interaction à notre avantage. L'interaction est potentiellement bénéfique puisqu'elle permet de déplacer des jets voisins et d'avoir un contrôle encore plus grand sur la localité du transfert de chaleur. L'interaction entre les jets est toutefois plus faible que celle souhaitée avec une cavité de la taille sélectionnée.

### 5.1.3 Coût du modèle de substitution

Pour assurer que la méthodologie proposée puisse être reproduite dans un environnement industriel, le coût en calcul des simulations doit être suffisamment faible pour ne pas nuire à l'attrait de la technologie.

Plusieurs décisions engendrent des coûts de simulations substantiels :

- Le nombre de Reynolds
- Le modèle de turbulence
- Le maillage

La méthodologie présentée au chapitre 4 utilise un nombre de Reynolds de 2,000, un modèle de turbulence basé sur la LES et un maillage comptant plus d'1,2M d'éléments. Cette section présente les stratégies utilisées pour réduire les coûts de simulations et justifier certaines décisions qui au contraire, augmentent les coûts de simulation.

### Nombre de Reynolds

Dans le chapitre 4, nous comparons le coût d'une simulation pour un nombre de Reynolds de 2,000 à une simulation qui utilise un nombre de Reynolds de 10,000. La simulation à haut nombre de Reynolds est huit fois plus dispendieuse.

Pour réduire le coût d’entraînement, le modèle effectue des prédictions du nombre de Nusselt pour des nombres de Reynolds inférieur ou égal à 2,000. Ces prédictions sont ensuite extrapolées à l’aide de méthodes provenant de corrélations. Le seuil du nombre de Reynolds de 2,000 est sélectionné puisqu’il correspond à la limite de validité de la corrélation proposée par Martin [12].

## Modèle de turbulence : ILES ou RANS

L’ensemble des simulations présentées dans ce mémoire sont effectuées avec le logiciel ouvert Lethe [26]. Ce dernier est développé par notre groupe de recherche et aucun modèle RANS n’y est actuellement implémenté. La stratégie RANS est généralement moins coûteuse que la LES et l’erreur produite par certains modèles RANS ( $v^2$ - $f$ ,  $k$ - $\omega$  SST) est suffisamment faible pour pouvoir être utilisé dans un contexte de contrôle des procédés. Dans la revue de littérature présenté à la section 2, seuls Otero-Perez *et al.* [19] utilisent la LES pour effectuer des simulations 3D pour des réseaux de jets. Ces derniers utilisent toutefois un nombre de Reynolds d’environ 10,000 pour leurs simulations.

Même si l’utilisation d’un modèle RANS est moins coûteuse, notre jeu de donnée a été entièrement produit avec la LES. Plusieurs éléments viennent appuyer cette décision. D’abord, le coût maximal du modèle estimé initialement est d’environ 10 cœurs-années. Notre groupe possède la puissance de calcul nécessaire pour ce genre de problème. Ensuite, avec un maillage assez fin, les résultats de la ILES correspondent à ceux obtenus avec la DNS. Nous avons donc l’assurance que les résultats obtenus sont fiables après une analyse de convergence en maillage. Finalement, ce choix pose une borne maximale au temps de calcul nécessaire pour développer un modèle de substitution de ce type. Toute personne souhaitant reproduire ou adapter cette méthodologie peut ainsi anticiper les ressources nécessaires.

## Maillage

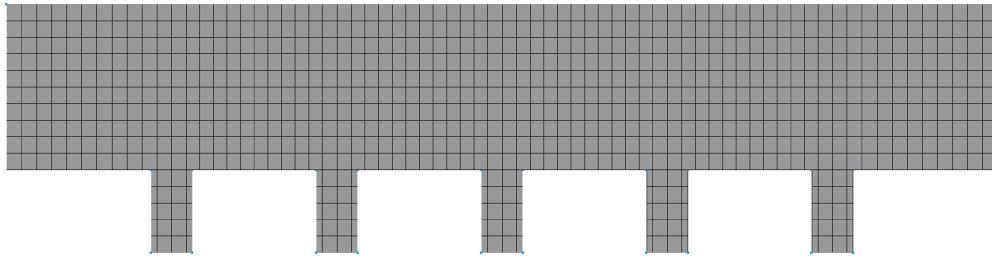
Un autre facteur influençant fortement le coût de calcul est le choix du maillage et la stratégie d’adaptation du maillage utilisée. Le tableau ci-dessous présente l’ensemble des paramètres liés aux maillages utilisés pour entraîner le modèle de cinq par un jets et le modèle de trois par trois jets.

Le maillage initial pour le réseau de jets cinq par un est illustré dans la Figure 5.1a alors que le maillage utilisé pour le réseau de jet trois par trois est présenté dans la Figure 5.1b. Ce dernier est beaucoup plus fin au départ et utilise des éléments plus fins à la paroi.

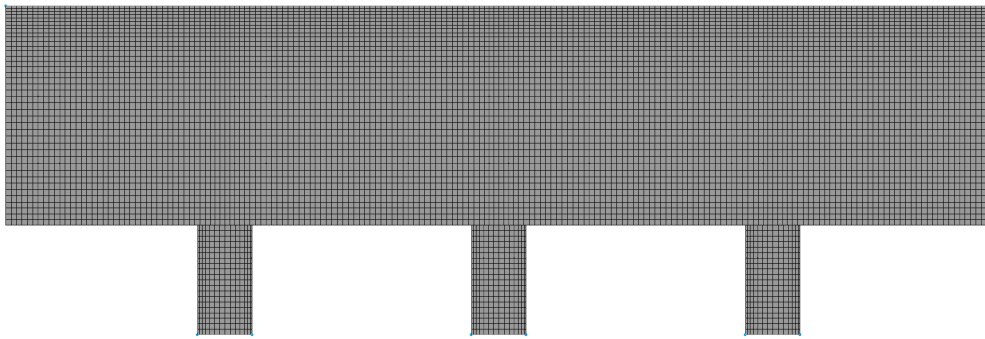
L’entraînement du premier jeu de données pour le système de refroidissement actif cinq par

TABLEAU 5.1 Paramètres d'adaptation de maillage.

Paramètres	5 par 1	3 par 3
Coût total (cœurs-années)		
Raffinement adaptatif	Oui	Non
Estimateur d'erreur	Kelly	-
Fréquence de raffinement	5	-
Niveau de raffinement maximal	5	-
Nombre d'élément maximal	2,5M	-
Nombre d'élément initial	14,000	1,6M
Niveau de raffinement initial à la paroi	0	1
Ordre de la température	1	2



(a) Maillage initial utilisé pour le système cinq par un.



(b) Maillage initial utilisé pour le système trois par trois.

FIGURE 5.1 Comparaison entre les maillages utilisés pour les systèmes de refroidissement de taille cinq par un et trois par trois.

un a coûté 25 cœurs-années. Pour le trois par trois, le coût est réduit à approximativement 5 cœurs-années. La différence est importante.

L'approche utilisée pour le trois par trois est plus efficace pour plusieurs raisons. D'abord, elle n'utilise pas de mécanisme de raffinement adaptatif. Ce mécanisme peut facilement prendre



40 % du temps de calcul à chaque itération où il est appliqué. Puisqu'il est appliqué à chaque cinq itérations, cet ajout est significatif.

Ensuite, l'estimateur d'erreur Kelly est responsable d'indiquer où le raffinement devra être effectué à l'intérieur du maillage. Cet indicateur utilise les sauts dans le gradient pour indiquer quelles cellules du maillage doivent être raffinées. Toutefois, les plus gros gradients de vitesses se trouvent près des parois. Un raffinement se produit donc à cet endroit. Le raffinement est bénéfique à la paroi supérieure, mais n'est pas recherché sur les autres parois de la géométrie. Le nombre maximal d'éléments de 2,5 millions est donc beaucoup plus grand que le nombre d'éléments requis sans maillage adaptatif.

Finalement, le niveau de raffinement maximal de 5 est trop élevé en raison de la condition de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL) constante utilisée. Cette condition est présentée dans l'équation 5.1. Si le maillage est trop fin à certains endroits du maillage ( $\Delta \mathbf{x}_i$ ) le pas de temps de chaque itération diminue pour s'assurer de garder le CFL constant. Un pas de temps plus faible nécessite plus d'itérations avant la fin de la simulation.

$$\text{CFL} = \frac{\Delta t \cdot \|\mathbf{v}\|}{D_{\text{cellule}}} \quad (5.1)$$

## 5.2 Avantage des CNNs

Le chapitre 4 présente un modèle de substitution utilisant une architecture basée sur les CNNs. Ce type d'architecture a été proposée pour le traitement d'image [47]. Toutefois, les contributions portant sur les jets impactants utilise généralement des réseaux de MLPs [48, 49]. Dans cette section, nous comparons les résultats obtenus à l'aide d'un réseau de MLPs à ceux obtenus à l'aide de l'architecture présentée dans le chapitre 4.

Les données utilisées pour entraîner le réseau de MLP sont séparées de la même manière qu'avec le CNN. 20 % est réservé à la validation finale du modèle et 80 % est utilisé pour le réglage des hyperparamètres à l'aide d'une méthode de validation croisée. Le Tableau 5.2 contient le sommaire des hyperparamètres sélectionnés.

Dans la Figure 5.2 il est possible d'observer que les prédictions obtenues par le réseau de MLPs sont beaucoup moins précises que celles obtenues avec le CNN. une grande portion des prédictions obtenues par le MLP se situent à l'extérieur de la ligne de 5 % d'erreur.

Cette différence est aussi présente dans les métriques d'erreurs. Ces dernières sont affichées dans le tableau 5.3. Le RMSE, le MNAE et la moyenne d'erreur sur les 10 % des pixels ayant le plus d'erreur sont diminués de près de moitié en utilisant la nouvelle architecture. L'erreur

TABLEAU 5.2 hyperparamètres du réseau de MLPs.

Paramètres	ANN	Recherche par grille
Nombre de couches	4	[32 - 1024]
MLPs par couche	256	[32 - 1024]
Number of epochs	800	[0 - 1000]
Taux d'apprentissage	0.001	-
Fonction d'activation	Leaky-ReLu	-
Optimiseur	AdamW	-
Mesure de l'erreur	RMSE	-

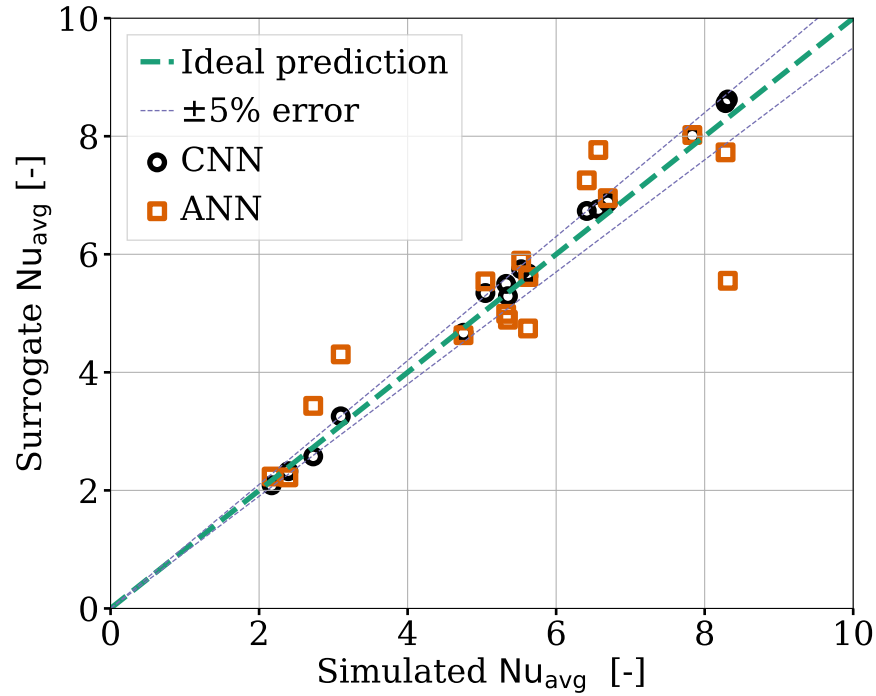


FIGURE 5.2 Graphique de parité du nombre de Nusselt moyen pour l'ANN et le CNN

maximale est toutefois moins affectée. Ces résultats illustrent l'effet important du choix de l'architecture. Le coût important de génération des données renforce l'intérêt de développer des architectures qui maximisent le potentiel de chaque données.

Dans la Figure 5.3, les deux modèles semblent produire des estimations acceptables. Pour le MLP, quelques éléments trahissent la plus faible qualité des prédictions. Par exemple, le pic à la position  $x/D \approx 8$  est absent dans la prédiction du MLP. La zone à  $x/D \approx 6$  est aussi légèrement plus importante que dans la simulation, signe que le MLP ne capture pas aussi bien les interactions entre les jets que le CNN.

TABLEAU 5.3 Métriques de performance calculées en utilisant le CNN et le MLP pour le modèle cinq par un.

Métriques de performance	CNN	MLP
RMSE validation	0.64	1.21
NMAE validation	0.016	0.030
Erreur maximale moyenne	4.8	6.4
Moyenne du 10 % d'erreur maximale	2.5	4.4

### 5.3 Procédure détaillée de la validation

Cette section décrit la procédure utilisée pour la validation expérimentale de façon plus approfondie. Cette procédure est aussi un élément important de l'algorithme de contrôle de la température qui est implémenté dans le deuxième volet du projet de refroidissement actif.

Pour valider expérimentalement le modèle de substitution, le transfert de chaleur dans la plaque au dessus du système de refroidissement actif est simulé. Au début de la validation, deux expériences sont effectuées. Ces deux expériences sont illustrées à la Figure 5.4.

Dans la première expérience, le pistolet thermique est appliqué sur la plaque pour une durée totale de 30 secondes alors que les cinq jets sont éteints. Dans la seconde expérience, le pistolet thermique est repositionné au même endroit pendant 30 secondes. Lors de cette expérience, les deux jets à gauche sont ouverts à un débit de  $89 \text{ m}^3/\text{s}$ . Cela équivaut à un nombre de Reynolds de 10,000. Ces expériences serviront à extraire la température à la surface de la plaque.

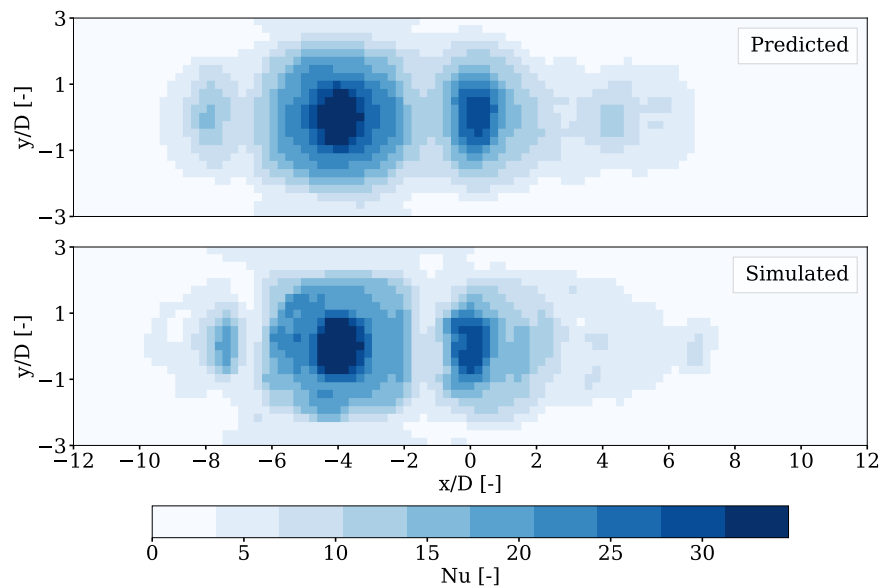
Une fois, les deux expériences réalisées, les mesures de températures collectées sont archivées et les trois étapes suivantes sont effectuées :

1. Reconstruire le coefficient de convection thermique du pistolet thermique à la surface  $\Gamma_2$  à partir de la température expérimentale obtenue lors de l'étape 1 illustrée dans la Figure 5.4.

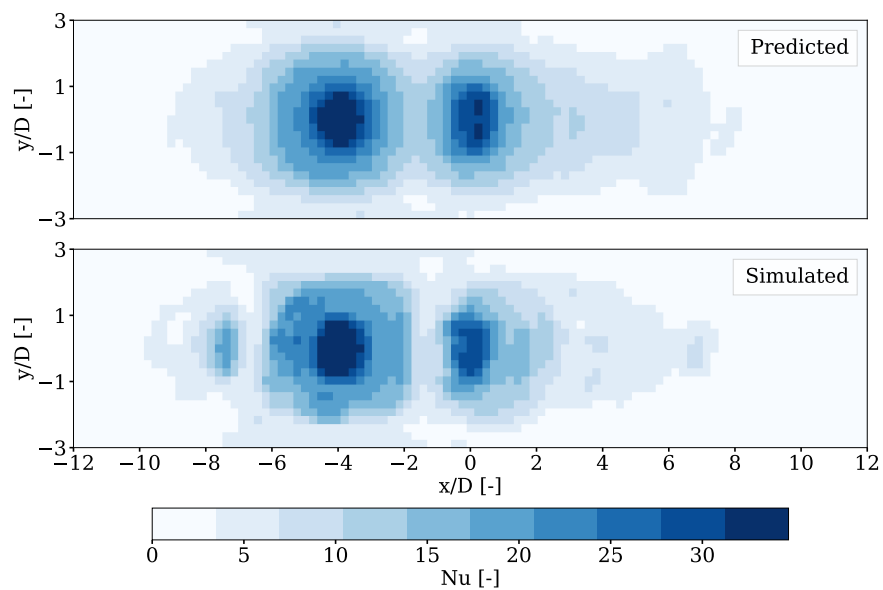
La méthodologie utilisée pour reconstruire le coefficient de convection thermique du pistolet thermique à la paroi  $\Gamma_2$  est présentée à l'annexe A.

2. Utiliser le coefficient de convection thermique reconstruit comme condition frontière à la surface dans une simulation.

Cette simulation résout l'équation 2.10 dans l'ensemble de la plaque et est d'une durée de 30 secondes (conditions similaires à l'expérience décrivant l'étape 2). Elle considère un flux nul aux parois  $\Gamma_3$ ,  $\Gamma_4$ ,  $\Gamma_5$  et  $\Gamma_6$ . Le flux à la paroi  $\Gamma_2$  utilise une condition de



(a) Configuration  $[0.88, -1, 0.93, -1, -1]$  pour un nombre de Reynolds maximal de 2,000. Prédiction du CNN



(b) Configuration  $[0.88, -1, 0.93, -1, -1]$  pour un nombre de Reynolds maximal de 2,000. Prédiction de le MLP

FIGURE 5.3 Comparaison entre la prédiction d'un modèle de substitution et le résultat d'une simulation pour le système de refroidissement actif 5 par 1.

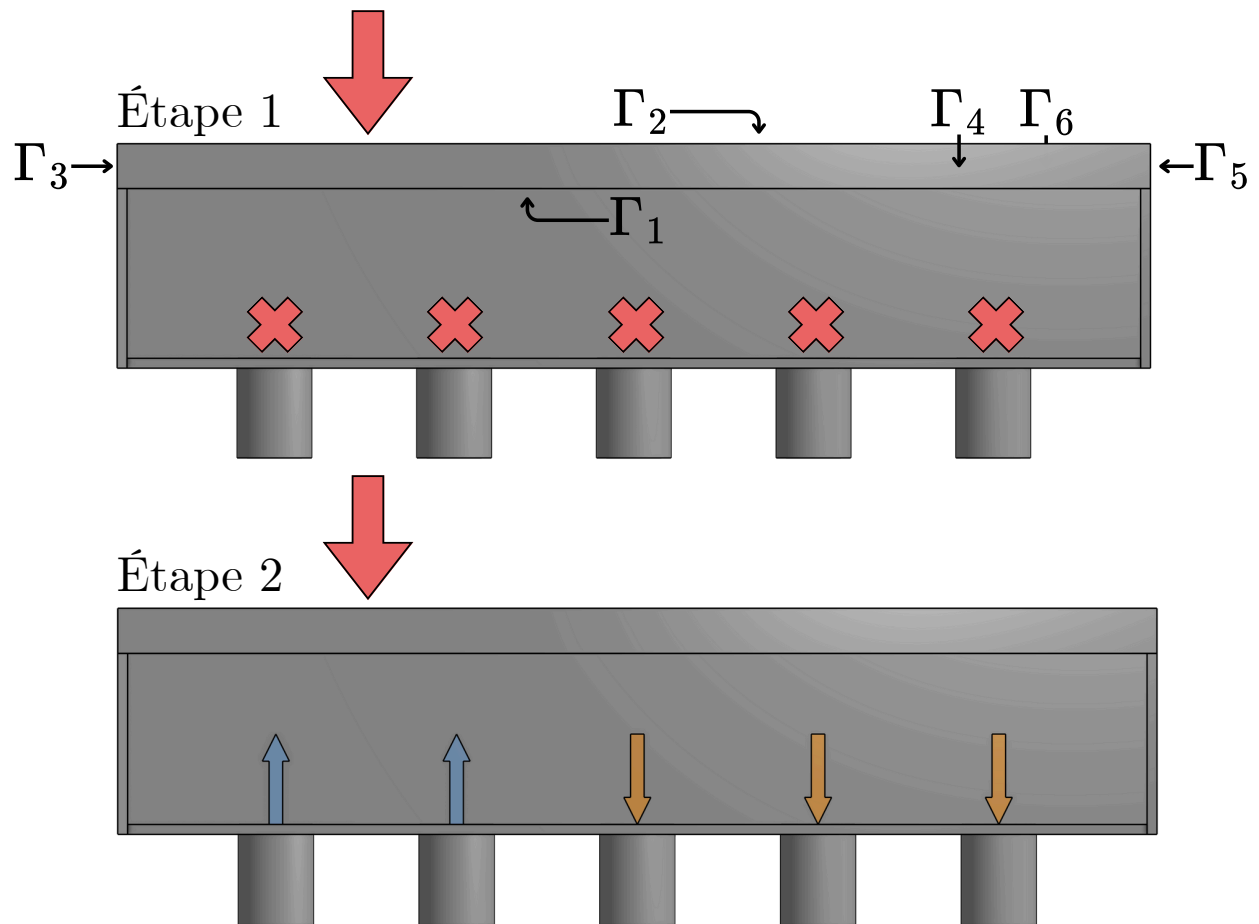


FIGURE 5.4 Schéma du problème utilisé pour la validation expérimentale.

Robin avec le coefficient de convection reconstruit. Une condition de Robin est aussi utilisée à la surface  $\Gamma_1$ . Le coefficient de convection thermique  $y$  est prédit à l'aide du modèle de substitution.

3. Comparer la température obtenue à l'aide de la simulation numérique à la température expérimentale.

## CHAPITRE 6 CONCLUSION

Pour conclure ce mémoire, cette section présente une synthèse des travaux réalisés. Elle discute également des limites du modèle développé et propose des pistes d'amélioration pour de futurs travaux.

### 6.1 Synthèse des travaux

Ce travail propose une méthodologie pour le développement d'un modèle de substitution pour un système de refroidissement actif breveté par Lammare et Raymond [7]. Dans ce système composé de jets impactants, chaque alimentation a la capacité de moduler son débit et de se transformer en sortie. Chaque sortie possède aussi la capacité d'être transformée en entrée. Un modèle est développé pour deux géométries. La première est composée de cinq par un jets impactants, la seconde de trois par trois jets impactants.

L'architecture du modèle de substitution est basée sur celle d'un réseau de convolution (CNN). La taille de chaque réseau et les autres paramètres importants ont été déterminés à l'aide d'une méthode de validation croisée. Chaque modèle a été entraîné à l'aide d'une centaine de simulations CFD. Toutes ces simulations ont été effectuées en utilisant Lethe, un logiciel libre d'accès qui résout les équations de Navier-Stokes par la méthode implicite des grandes structures de la turbulence (ILES). À notre connaissance, ce modèle de substitution est le premier appliqué à des arrangements de jets impactants. Il est aussi le premier modèle à utiliser un aussi grand jeu d'entraînement provenant de simulation CFD 3D [50]. Ce modèle effectue des prédictions pour des nombres de Reynolds de 2,000. Une stratégie d'extrapolation basée sur des corrélations empiriques a été implémentée pour étendre les prédictions jusqu'à des nombres de Reynolds de 10,000.

Les prédictions du CNN ont une erreur moyenne normalisée inférieure de 2 % pour le réseau de jet contenant cinq par un jets et une erreur moyenne normalisée inférieure à 0.6 % pour le réseau de trois par trois jets en validation. L'erreur observée est suffisamment faible pour une utilisation dans un contexte de contrôle de la température en boucle fermée. La différence entre les deux modèles s'explique par le jeu de données de plus petite taille du réseau contenant cinq par un jets. En effet, l'augmentation du jeu de données par l'ajout des symétries (ex : configuration  $[-1, 1, -1, -1, -1]$  devient  $[-1, -1, -1, 1, -1]$ ) permet d'ajouter des données à l'ensemble d'entraînement. Les résultats présentés lors de la discussion ont aussi largement justifié l'utilisation d'un CNN. En effet, ces derniers présentent des erreurs deux

fois plus faibles que les réseaux de perceptrons traditionnellement utilisés dans les modèles de substitutions.

La méthodologie d'extrapolation à des nombres de Reynolds plus élevés introduit une erreur dans les prédictions du CNN. Un MNAE de 11 % est obtenu à la suite de l'extrapolation. L'erreur introduite par le processus ne semblent toutefois pas avoir un effet significatif sur la qualité globale des prédictions du modèle dans un contexte applicatif. En effet, la validation montre qu'après 30 secondes, la différence entre le système expérimental et la validation se retrouve dans les bornes d'erreurs du montage expérimental.

## 6.2 Limitations de la solution proposée

Ce modèle de substitution vise à être appliqué à des technologies comme le moulage par injection. Toutefois, les systèmes de refroidissement actuel des moules à injection sont parfois des circuits complexes qui épousent la forme de la pièce à refroidir. Il est difficile de savoir si la technologie est transposable à ce type d'application. L'utilisation et le développement de ce type de modèle nécessite aussi un bagage technique important. Cela peut limiter son utilisation au sein des compagnies n'ayant pas les ressources techniques pour l'implémenter, mais surtout pour son entretien en cas de nouvelles conditions d'opération.

Ensuite, le coût en calcul du modèle dans son état actuel pourrait être un autre facteur limitant. L'utilisation de la ILES pour conduire toutes les simulations en 3D engendre des coûts non négligeables. Une compagnie qui ne possède pas les ressources de calcul de notre groupe de recherche pourrait être réticente à utiliser une telle avenue. Même si certains choix peuvent être pris pour réduire les coûts (ex. RANS), l'effet sur la qualité des prédictions est inconnu.

Les deux modèles de substitution sont aussi entraînés spécifiquement pour une géométrie. Les prédictions ne sont donc pas transposables à un réseau de jets composé de plus de jets ou utilisant d'autres paramètres géométriques

## 6.3 Améliorations futures

De nombreuses améliorations pourraient être apportées à ce projet afin de répondre aux limitations mentionnées précédemment :

- Développer un nouveau réseau de neurones pour vérifier la validité et l'utilité de la technologie pour des géométries complexes représentatives d'une technologie existante.

Cette solution nécessiterait le développement d'un nouveau maillage et d'un nouveau jeu

de données adapté à la nouvelle géométrie. De plus, selon la technologie, la cavité ne serait pas laissée vide. Cela permettrait d'augmenter la durabilité d'un équipement comme un moule à injection. Il faudrait alors vérifier l'effet de l'introduction d'une structure interne en treillis. [69]

- Entraîner un modèle à partir de résultats obtenus à l'aide de simulations RANS.

Cela permettrait de quantifier l'erreur obtenue lors de l'utilisation de modèles RANS et de valider leur potentiel pour ce genre d'applications. Explorer le potentiel d'effectuer des simulations RANS en régime permanent en temps réel serait aussi une avenue intéressante.

- Modifier l'architecture du réseau de neurones pour la rendre généralisable à n'importe quelle géométrie ou nombre de jets.

Le modèle de substitution pourrait être modifié pour être plus généralisable. Les résultats présentées dans ce travail pourraient être réutilisés dans un nouveau jeu d'entraînement contenant de nouveaux résultats pour divers nombre de jets ou ratios  $H/D$ . Un modèle pourrait alors être utilisé pour prédire le transfert de chaleur du système cinq par un et du système trois par trois.



## **Déclaration de l'utilisation de l'intelligence artificielle**

Des outils d'intelligence artificielle générative, notamment ChatGPT, ont été utilisés dans le cadre de la rédaction de ce mémoire. Cette outils a principalement servi à reformuler certains passages pour en améliorer la clarté, corriger des erreurs grammaticales et traduire le résumé au début de l'article. L'ensemble du contenu scientifique, des idées, des analyses, des résultats et des conclusions demeure le fruit du travail de l'auteur.

## RÉFÉRENCES

- [1] F. V. Barbosa, S. F. Teixeira et J. C. Teixeira, “Convection from multiple air jet impingement - A review,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 218, p. 119307, janv. 2023. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1359431122012376>
- [2] V. Katti et S. Prabhu, “Influence of spanwise pitch on local heat transfer distribution for in-line arrays of circular jets with spent air flow in two opposite directions,” *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 33, n°. 1, p. 84–95, oct. 2008. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0894177708001003>
- [3] B. Weigand et S. Spring, “Multiple Jet Impingement - A Review,” *Heat Transfer Research*, vol. 42, n°. 2, p. 101–142, 2011. [En ligne]. Disponible : <http://www.dl.begellhouse.com/journals/46784ef93dddf27,49532fbb633aefa6,6e27b37b79030179.html>
- [4] May 2024. [En ligne]. Disponible : <https://www.nasa.gov/what-is-artificial-intelligence/>
- [5] K. Y. Chan *et al.*, “Deep neural networks in the cloud : Review, applications, challenges and research directions,” *Neurocomputing*, vol. 545, p. 126327, 2023.
- [6] A. Krizhevsky, I. Sutskever et G. E. Hinton, “Imagenet classification with deep convolutional neural networks,” *Advances in neural information processing systems*, vol. 25, 2012.
- [7] J.-M. Lamarre et V. Raymond, “Multi-input, multi-output manifold for thermocontrolled surfaces,” juin 2023. [En ligne]. Disponible : <https://patents.google.com/patent/US20230182361A1/en?q=US20230182361A1>
- [8] F. S. Hwang *et al.*, “Review of battery thermal management systems in electric vehicles,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 192, p. 114171, 2024. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032123010298>
- [9] J. O. Hinze, *Turbulence*. McGraw-Hill, 1987.
- [10] M. Angioletti *et al.*, “Simultaneous visualization of flow field and evaluation of local heat transfer by transitional impinging jets,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46, n°. 10, p. 1703–1713, mai 2003. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931002004799>
- [11] N. Zuckerman et N. Lior, “Jet Impingement Heat Transfer : Physics, Correlations, and Numerical Modeling,” dans *Advances in Heat Transfer*. Elsevier, 2006, vol. 39, p. 565–631. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0065271706390065>

- [12] H. Martin, "Heat and Mass Transfer between Impinging Gas Jets and Solid Surfaces," dans *Advances in Heat Transfer*. Elsevier, 1977, vol. 13, p. 1–60. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0065271708702211>
- [13] V. Katti et S. Prabhu, "Experimental study and theoretical analysis of local heat transfer distribution between smooth flat surface and impinging air jet from a circular straight pipe nozzle," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 51, n<sup>o</sup>. 17-18, p. 4480–4495, août 2008. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931008000768>
- [14] J. Vickers, "Heat transfer coefficients between fluid jets and normal surfaces. behavior of laminar impacted jets," *Industrial & Engineering Chemistry*, vol. 51, n<sup>o</sup>. 8, p. 967–972, 1959.
- [15] M. Poreh, *Flow Characteristics of a Circular Submerged Jet Impinging Normally on a Smooth Boundary*. Colorado State University, 1959. [En ligne]. Disponible : <https://books.google.ca/books?id=24jrHAAACAAJ>
- [16] K. Jambunathan *et al.*, "A review of heat transfer data for single circular jet impingement," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 13, n<sup>o</sup>. 2, p. 106–115, juin 1992. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0142727X92900174>
- [17] H. M. Hofmann, M. Kind et H. Martin, "Measurements on steady state heat transfer and flow structure and new correlations for heat and mass transfer in submerged impinging jets," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50, n<sup>o</sup>. 19, p. 3957–3965, 2007.
- [18] J. B. R. Loureiro et A. S. Freire, "Velocity and temperature profiles, wall shear stress and heat transfer coefficient of turbulent impinging jets," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 107, p. 846–861, 2017.
- [19] J. J. Otero-Pérez *et al.*, "High-Fidelity Simulations of Multi-Jet Impingement Cooling Flows," *Journal of Turbomachinery*, vol. 143, n<sup>o</sup>. 8, p. 081011, août 2021. [En ligne]. Disponible : <https://asmedigitalcollection.asme.org/turbomachinery/article/143/8/081011/1103271/High-Fidelity-Simulations-of-Multi-Jet-Impingement>
- [20] J.-Y. San et M.-D. Lai, "Optimum jet-to-jet spacing of heat transfer for staggered arrays of impinging air jets," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 44, n<sup>o</sup>. 21, p. 3997–4007, nov. 2001. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931001000436>
- [21] W.-W. Choi et S.-M. Kim, "Effect of effusion hole arrangement on jet array impingement heat transfer," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 192,

- p. 122900, août 2022. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931022003787>
- [22] P. Singh et S. V. Ekkad, “Effects of spent air removal scheme on internal-side heat transfer in an impingement-effusion system at low jet-to-target plate spacing,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 108, p. 998–1010, mai 2017. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931016331283>
- [23] G. Biswas, A. Dalal et V. K. Dhir, *Fundamentals of convective heat transfer*. Boca Raton : CRC Press, 2021, oCLC : 1289274420.
- [24] P. A. Davidson, *Turbulence : An introduction for scientists and Engineers*. Oxford Univ. Press, 2009.
- [25] J. N. Reddy et D. K. Gartling, *The finite element method in heat transfer and fluid dynamics*, 3<sup>e</sup> éd., ser. CRC series in computational mechanics and applied analysis. Boca Raton, Fla. : CRC Press, 2010.
- [26] B. Blais *et al.*, “Lethe : An open-source parallel high-order adaptative cfd solver for incompressible flows,” *SoftwareX*, vol. 12, p. 100579, 2020.
- [27] L. Prieto Saavedra, P. Munch et B. Blais, “A matrix-free stabilized solver for the incompressible Navier-Stokes equations,” 2024. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.2139/ssrn.4981567>
- [28] F. Grinstein, L. Margolin et W. Rider, *Implicit Large Eddy Simulation*. Cambridge University Press, 2007.
- [29] H. Hattori et Y. Nagano, “Direct numerical simulation of turbulent heat transfer in plane impinging jet,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 25, n<sup>o</sup>. 5, p. 749–758, oct. 2004. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142727X04000785>
- [30] T. Dairay *et al.*, “Direct numerical simulation of a turbulent jet impinging on a heated wall,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 764, p. 362–394, févr. 2015. [En ligne]. Disponible : [https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112014007150/type/journal\\_article](https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112014007150/type/journal_article)
- [31] F. Magagnato *et al.*, “DNS of Turbulent Heat Transfer in Impinging Jets at Different Reynolds and Prandtl Numbers,” 2021, publisher : [object Object]. [En ligne]. Disponible : <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000141927>
- [32] M. Hadžiabdić et K. Hanjalić, “Vortical structures and heat transfer in a round impinging jet,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 596, p. 221–260, janv. 2008. [En ligne]. Disponible : [https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S002211200700955X/type/journal\\_article](https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S002211200700955X/type/journal_article)

- [33] J. W. Baughn, “Liquid crystal methods for studying turbulent heat transfer,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 16, n°. 5, p. 365–375, 1995.
- [34] N. Uddin, S. O. Neumann et B. Weigand, “LES simulations of an impinging jet : On the origin of the second peak in the Nusselt number distribution,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 57, n°. 1, p. 356–368, janv. 2013. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931012008186>
- [35] T. Dairay *et al.*, “LES of a turbulent jet impinging on a heated wall using high-order numerical schemes,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 50, p. 177–187, déc. 2014. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142727X14000940>
- [36] S. Gurgul et E. Fornalik-Wajs, “On the Measure of the Heat Transfer Performance of RANS Turbulence Models in Single Round Jet Impingement,” *Energies*, vol. 16, n°. 21, p. 7236, oct. 2023. [En ligne]. Disponible : <https://www.mdpi.com/1996-1073/16/21/7236>
- [37] K. Fujimori *et al.*, “DNS analysis of the effect of control parameters on the heat transfer performance of intermittently controlled impinging jets,” *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 106, p. 109301, avr. 2024. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142727X24000262>
- [38] M. Draksler, B. Končar et L. Cizelj, “On the accuracy of large eddy simulation of multiple impinging jets,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 133, p. 596–605, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931018344600>
- [39] P. S. Penumadu et A. G. Rao, “Numerical investigations of heat transfer and pressure drop characteristics in multiple jet impingement system,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 110, p. 1511–1524, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431116316532>
- [40] E. Rich, “Artificial intelligence and the humanities,” *Computers and the Humanities*, vol. 19, n°. 2, p. 117–122, 1985.
- [41] I. Goodfellow, Y. Bengio et A. Courville, *Deep Learning*. MIT Press, 2016, <http://www.deeplearningbook.org>.
- [42] S. R. Dubey, S. K. Singh et B. B. Chaudhuri, “Activation functions in deep learning : A comprehensive survey and benchmark,” *Neurocomputing*, vol. 503, p. 92–108, 2022.
- [43] X. Glorot, A. Bordes et Y. Bengio, “Deep sparse rectifier neural networks,” dans *Proceedings of the fourteenth international conference on artificial intelligence and statistics*. JMLR Workshop and Conference Proceedings, 2011, p. 315–323.

- [44] D. Choi *et al.*, “On empirical comparisons of optimizers for deep learning,” *CoRR*, vol. abs/1910.05446, 2019. [En ligne]. Disponible : <http://arxiv.org/abs/1910.05446>
- [45] Y. LeCun *et al.*, “Handwritten digit recognition with a back-propagation network,” *Advances in neural information processing systems*, vol. 2, 1989.
- [46] C. Tian *et al.*, “Deep learning on image denoising : An overview,” *Neural Networks*, vol. 131, p. 251–275, 2020.
- [47] X. Mao, C. Shen et Y.-B. Yang, “Image restoration using very deep convolutional encoder-decoder networks with symmetric skip connections,” *Advances in neural information processing systems*, vol. 29, 2016.
- [48] A. Singh, B. Chakravarthy et B. Prasad, “Numerical simulations and optimization of impinging jet configuration,” *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, vol. 31, n°. 1, p. 1–25, 2021.
- [49] H. Fawaz, M. M. Osama et H. M. Maghrabie, “Artificial neural networks application on average and stagnation nusselt number prediction for impingement cooling of flat plate with helically coiled air jet,” *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, vol. 16, n°. 2, 2024.
- [50] S. Salavatidezfouli *et al.*, “A predictive surrogate model for heat transfer of an impinging jet on a concave surface,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 251, p. 127248, 2025.
- [51] V. A. Chiriac et A. Ortega, “A numerical study of the unsteady flow and heat transfer in a transitional confined slot jet impinging on an isothermal surface,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 45, n°. 6, p. 1237–1248, 2002.
- [52] N. Zuckerman et N. Lior, “Jet Impingement Heat Transfer : Physics, Correlations, and Numerical Modeling,” dans *Advances in Heat Transfer*. Elsevier, 2006, vol. 39, p. 565–631. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0065271706390065>
- [53] K. K. Wennan Zhao et A. S. Mujumdar, “Impingement heat transfer for a cluster of laminar impinging jets issuing from noncircular nozzles,” *Drying Technology*, vol. 23, n°. 1-2, p. 105–130, 2005. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1081/DRT-200047877>
- [54] C. Hopmann, C. Kahve et M. Schmitz, “Development of a novel control strategy for a highly segmented injection mold tempering for inline part warpage control,” *Polymer Engineering & Science*, vol. 60, n°. 10, p. 2428–2438, 2020.
- [55] J. Fu *et al.*, “Effect of an impinging jet on the flow characteristics and thermal performance of mainstream in battery cooling of hybrid electric vehicles,” *International*

- Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 183, p. 122206, 2022. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0017931021013053>
- [56] S. Salavatidezfouli, G. Stabile et G. Rozza, “Deep reinforcement learning for the heat transfer control of pulsating impinging jets,” *arXiv preprint arXiv :2309.13955*, 2023.
  - [57] N. Uddin, P. T. W. Kee et B. Weigand, “Heat transfer by jet impingement : A review of heat transfer correlations and high-fidelity simulations,” *Applied Thermal Engineering*, p. 124258, 2024.
  - [58] D. M. Kercher et W. Tabakoff, “Heat transfer by a square array of round air jets impinging perpendicular to a flat surface including the effect of spent air,” *Journal of Engineering for Power*, vol. 92, n°. 1, p. 73–82, 01 1970. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1115/1.3445306>
  - [59] R. D. Plant, J. Friedman et M. Z. Saghir, “A review of jet impingement cooling,” *International Journal of Thermofluids*, vol. 17, p. 100312, févr. 2023. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2666202723000320>
  - [60] V. Bibeau *et al.*, “Artificial neural network to predict the power number of agitated tanks fed by cfd simulations,” *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, vol. 101, n°. 10, p. 5992–6002, 2023.
  - [61] A. Alphonius *et al.*, “Lethe 1.0 : An open-source high-performance and high-order computational fluid dynamics software for single and multiphase flows,” *Computer Physics Communications*, 2025.
  - [62] T. E. Tezduyar, “Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations,” dans *Adv. Appl. Math.* Elsevier, 1991, vol. 28, p. 1–44. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/S0065-2156\(08\)70153-4](https://doi.org/10.1016/S0065-2156(08)70153-4)
  - [63] L. P. Saavedra *et al.*, “An implicit large-eddy simulation perspective on the flow over periodic hills,” *Comput. Fluids*, vol. 283, p. 106390, 2024.
  - [64] D. Arndt, M. Braack et G. Lube, “Finite elements for the navier-stokes problem with outflow condition,” dans *Numerical Mathematics and Advanced Applications ENUMATH 2015*, B. Karasözen *et al.*, édit. Cham : Springer International Publishing, 2016, p. 95–103.
  - [65] A. Afzal, K.-Y. Kim et J.-w. Seo, “Effects of latin hypercube sampling on surrogate modeling and optimization,” *International Journal of Fluid Machinery and Systems*, vol. 10, n°. 3, p. 240–253, 2017.
  - [66] M. D. Zeiler *et al.*, “Deconvolutional networks,” dans *2010 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2010, p. 2528–2535.

- [67] A. Paszke *et al.*, “Pytorch : An imperative style, high-performance deep learning library,” 2019. [En ligne]. Disponible : <https://arxiv.org/abs/1912.01703>
- [68] H. Razzaghi, F. Kowsary et M. Ashjaee, “Derivation and application of the adjoint method for estimation of both spatially and temporally varying convective heat transfer coefficient,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 154, p. 63–75, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359431119301206>
- [69] H. N. Wadley et D. T. Queheillalt, “Thermal applications of cellular lattice structures,” dans *Materials science forum*, vol. 539. Trans Tech Publ, 2007, p. 242–247.



## ANNEXE A RECONSTRUCTION DU COEFFICIENT DE TRANSFERT THERMIQUE À PARTIR DE LA TEMPÉRATURE

Soit le problème de transfert de chaleur permettant de simuler le système de refroidissement soumis à un pistolet d'air chaud. :

$$\frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla T(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Gamma_i, \text{ where } i = \{3, 4, 5, 6\} \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla T(\mathbf{x}, t) = -\frac{h_i}{k} (T(\mathbf{x}, t) - T_{\infty, i}), \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Gamma_i, \text{ where } i = \{1, 2\} \quad (\text{A.3})$$

$$T(\mathbf{x}, t_0) = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega \quad (\text{A.4})$$

Nous aimerions résoudre le problème défini par les équations A.1–A.3 afin d'obtenir la distribution de la température dans la plaque. Dans un contexte expérimental, le coefficient de convection thermique  $h_2$  de l'équation A.3 est toutefois inconnu. Seule la température définie par  $Y(t)$  à la surface  $\Gamma_2$  peut être mesurée.

La condition de Robin utilisée à la face  $\Gamma_2$  n'est donc pas adéquatement définie. Pour résoudre le problème, le coefficient de convection thermique  $h_2$  doit être reconstruit. Cette reconstruction est effectuée à l'aide de la température expérimentale de la surface  $\Gamma_2$ .

Pour y parvenir, le coefficient de convection thermique qui minimise la différence entre la température au sommet de la plaque et celle obtenue expérimentalement doit être trouvé. La fonction de coût à minimiser est la suivante :

$$S(h) = \sum_{i=1}^m \int_{t=0}^{t_f} [Y_m(t) - T(\mathbf{x}_m, t)]^2 dt \quad (\text{A.5})$$

où  $Y_m(t)$  correspond à chacune des températures expérimentales mesurées et où  $T(\mathbf{x}_m, t)$  correspond aux températures calculées à ces mêmes points de mesures expérimentaux. Un multiplicateur de lagrange apparaît dans l'équation A.6 car les températures calculées  $T(\mathbf{x}_m, t)$  sont contraintes par les équations A.1–A.3. L'équation de coût se transforme donc ainsi :

$$S(h) = \sum_{i=1}^m \int_{t=0}^{t_f} [Y_m(t) - T(\mathbf{x}_m, t)]^2 + \left( \nabla \left( \frac{hA}{k} (T - T_\infty) \right) \right)^2 dt \quad (\text{A.6})$$

$$+ \int_{\Omega} \int_{t=0}^{t_f} \lambda(\mathbf{x}, t) \left[ \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 T(\mathbf{x}, t) - \frac{\partial T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right] dt d\Omega \quad (\text{A.7})$$

Pour minimiser  $S(h)$ , nous devons trouver les températures  $T(\mathbf{x}_m, t)$  pour lesquelles la variation  $\Delta S(h)$  est nulle lorsque soumise à une infime perturbation de  $\Delta T(\mathbf{x}_m, t)$ .  $\Delta S(h)$  est obtenu en remplaçant  $S(h)$  par  $S(h) + \Delta S(h)$  et  $T(\mathbf{x}_m, t)$  par  $T(\mathbf{x}_m, t) + \Delta T(\mathbf{x}_m, t)$  dans l'équation A.6 avant de la soustraire par cette même équation A.6. Nous obtenons de cette façon la forme perturbée de l'équation A.6 est ainsi obtenue.

$$\Delta S(h) = \sum_{i=1}^m \int_{t=0}^{t_f} 2[T(\mathbf{x}_m, t) - Y_m(t)] \Delta T(\mathbf{x}_m, t) dt \quad (\text{A.8})$$

$$+ \int_{\Omega} \int_{t=0}^{t_f} \lambda(\mathbf{x}, t) \left[ \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 [\Delta T(\mathbf{x}, t)] - \frac{\partial \Delta T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right] dt d\Omega$$

Nous voulons ensuite éliminer toutes les dérivations auxquelles sont soumises les températures  $\Delta T(\mathbf{x}, t)$ . Pour y parvenir, deux intégrations par parties seront d'abord effectuées effectuées sur le premier membre de la seconde intégration de l'équation A.8. Avec la première intégration par partie nous obtenons :

$$\int_{\Omega} \lambda(\mathbf{x}, t) \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 [\Delta T(\mathbf{x}, t)] d\Omega = \quad (\text{A.9})$$

$$\int_{\Gamma} \frac{k}{\rho C_p} [\lambda(\mathbf{x}, t) \nabla [\Delta T(\mathbf{x}, t)] \cdot \mathbf{n}] d\Gamma - \int_{\Omega} \frac{k}{\rho C_p} [\nabla \lambda(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla [\Delta T(\mathbf{x}, t)]] d\Omega$$

Une seconde intégration par partie peut être appliquée au terme du membre de droit intégré selon  $\Omega$  de l'équation A.9 :

$$\int_{\Omega} \frac{k}{\rho C_p} [\nabla \lambda(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla [\Delta T(\mathbf{x}, t)]] d\Omega = \quad (\text{A.10})$$

$$\int_{\Gamma} \frac{k}{\rho C_p} [\nabla \lambda(\mathbf{x}, t) \Delta T(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}] d\Gamma - \int_{\Omega} \frac{k}{\rho C_p} [\Delta T(\mathbf{x}, t) \nabla^2 \lambda(\mathbf{x}, t)] d\Omega$$

Finalement, la dérivation en fonction du temps appliquée à  $\Delta T(\mathbf{x}, t)$  dans l'équation A.8 est éliminée à l'aide d'une dernière intégration par partie :

$$\int_{t=0}^{t_f} -\lambda(\mathbf{x}, t) \frac{\partial \Delta T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} dt = [-\lambda(\mathbf{x}, t) \Delta T(\mathbf{x})]_{t_0}^{t_f} + \int_{t=0}^{t_f} \Delta T(\mathbf{x}) \frac{\partial \lambda(\mathbf{x}, t)}{\partial t} dt \quad (\text{A.11})$$

Après toutes ces transformations, l'équation A.8 devient :

$$\begin{aligned} \Delta S(h) = & \sum_{m=1}^M \int_{t=0}^{t_f} 2[T(\mathbf{x}_m, t) - Y_m(t)] \Delta T(\mathbf{x}_m, t) dt \\ & + \int_{\Gamma} \frac{k}{\rho C_p} [\lambda(\mathbf{x}, t) \nabla[\Delta T(\mathbf{x}, t)] \cdot \mathbf{n}] d\Gamma \\ & - \int_{\Gamma} \frac{k}{\rho C_p} [\nabla \lambda(\mathbf{x}, t) \Delta T(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}] d\Gamma \\ & - [\lambda(\mathbf{x}, t) \Delta T(\mathbf{x})]_{t_0}^{t_f} \\ & + \int_{\Omega} \int_{t=0}^{t_f} \frac{k}{\rho C_p} \Delta T(\mathbf{x}, t) \left[ \nabla^2 \lambda(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \lambda(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right] dt d\Omega \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Pour simplifier les conditions aux frontières dans l'équation A.12, le problème de transfert de chaleur (eqs. A.1–A.3) doit être aussi transformé sous sa forme perturbée. La même méthodologie que celle utilisée pour l'équation A.8 est utilisée.

$$\frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 [\Delta T(\mathbf{x}, t)] - \frac{\partial \Delta T(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega \quad (\text{A.13})$$

$$\nabla[\Delta T(\mathbf{x}, t)] \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Gamma_i, \text{ where } i = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\begin{aligned} \nabla[\Delta T(\mathbf{x}, t)] \cdot \mathbf{n} = & -\frac{1}{k} [\Delta T(\mathbf{x}, t)(h_i + \Delta h_i) \\ & + \Delta h_i(T(\mathbf{x}, t) - T_{\infty})], \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Gamma_i, \text{ where } i = \{4, 5\} \end{aligned}$$

$$\Delta T(\mathbf{x}, t_0) = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega \quad (\text{A.14})$$

Le problème perturbé peut maintenant être utilisé pour modifier l'équation A.12 afin d'obtenir la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\Delta S(h) = & \sum_{i=1}^m \int_{t=0}^{t_f} 2[T(\mathbf{x}_m, t) - Y_m(t)] \Delta T(\mathbf{x}_m, t) dt \\
& + \int_{\Gamma_{4,5}} \frac{1}{\rho C_p} \{ \lambda(\mathbf{x}, t) [-h_i \Delta T(\mathbf{x}, t) - \Delta h_i T(\mathbf{x}, t) - \Delta h_i \Delta T(\mathbf{x}, t) + \Delta h_i T_\infty] \} d\Gamma \\
& - \int_{\Gamma_{4,5}} \frac{k}{\rho C_p} [\nabla \lambda(\mathbf{x}, t) \Delta T(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}] d\Gamma \\
& - \int_{\Gamma_{0,1,2,3}} \frac{k}{\rho C_p} [\nabla \lambda(\mathbf{x}, t) \Delta T(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{n}] d\Gamma \\
& - [\lambda(\mathbf{x}, t) \Delta T(\mathbf{x}, t)]_{t_0}^{t_f} \\
& + \int_{\Omega} \int_{t=0}^{t_f} \Delta T(\mathbf{x}, t) \left[ \frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 \lambda(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \lambda(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \right] dt d\Omega
\end{aligned} \tag{A.15}$$

Afin de simplifier l'expression décrivant  $\Delta S(h)$  il est ensuite possible de définir un problème pour lequel la solution  $\lambda(\mathbf{x}, t)$  permet d'annuler tous les termes qui dépendent de  $\Delta T(\mathbf{x}, t)$ . Ce problème est défini par les équations A.16–A.18.

$$\begin{aligned}
\frac{k}{\rho C_p} \nabla^2 \lambda(\mathbf{x}, t) + \frac{\partial \lambda(\mathbf{x}, t)}{\partial t} \\
+ \sum_{m=1}^M 2[T(\mathbf{x}, t) - Y_m(t)] = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega
\end{aligned} \tag{A.16}$$

$$\nabla \lambda(\mathbf{x}, t) = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Gamma_i, \text{ where } i = \{0, 1, 2, 3\} \tag{A.17}$$

$$\nabla \lambda(\mathbf{x}, t) + \frac{h_i}{k} \lambda = 0, \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Gamma_i, \text{ where } i = \{4, 5\} \tag{A.18}$$

$$\lambda(\mathbf{x}, t_f) = 0 \quad \text{for } \mathbf{x} \in \Omega \tag{A.19}$$

Lorsque  $\lambda(\mathbf{x}, t)$  est une solution du problème défini par les équation A.16–A.18, tous les termes dépendant de  $\Delta T(\mathbf{x}, t)$  dans l'équation A.15 peuvent être éliminés. Ainsi,

$$\Delta S(h) = -\frac{\Delta h_i}{\rho C_p} \int_{\Gamma_{4,5}} [(T(\mathbf{x}, t) - T_\infty) \lambda(\mathbf{x}, t)] d\Gamma \tag{A.20}$$

On sait par définition que,

$$\Delta S(h) = \int_{\Gamma_{4,5}} (\nabla[S(h)] \Delta h_i) d\Gamma \quad (\text{A.21})$$

donc,

$$\nabla[S(h)] = -\frac{1}{\rho C_p} [T(\mathbf{x}, t) - T_\infty] \lambda(\mathbf{x}, t) \quad (\text{A.22})$$

La fonction inconnue  $h(t)$  est estimée à partir de la minimisation de la fonction de coût A.6. Pour minimiser cette dernière, un procédé itératif défini par l'équation A.23 est utilisé.

$$h^{k+1}(t) = h^k(t) - \beta^k d^k(t) \quad (\text{A.23})$$

où,

$$d^k(t) = \nabla S(h^k(t)) + \gamma^k d^{k-1}(t) \quad (\text{A.24})$$

et où,

$$\gamma^k = \frac{\int_{t=0}^{t_f} \nabla S(h^k(t)) * [\nabla S(h^k(t)) - \nabla S(h^{k-1}(t))] dt}{\int_{t=0}^{t_f} [\nabla S(h^{k-1}(t))]^2 dt} \quad (\text{A.25})$$

Finalement,  $\beta^k$  correspond à,

$$\frac{\int_{t=0}^{t_f} [T(\mathbf{x}_m, t) - Y(t)] * [\Delta T(\mathbf{x}_m, t)] dt}{\int_{t=0}^{t_f} [\Delta T(\mathbf{x}_m, t)]^2 dt} \quad (\text{A.26})$$

Avec toutes ces informations, il est possible de commencer le processus itératif en supposant un  $h$  initial.

1. Résoudre l'équation directe du problème A.1
2. Regarder si le critère d'arrêt est respecté et continuer s'il n'est pas satisfait.
3. Résoudre le problème adjoint en utilisant la température connue  $Y(t)$  et la température calculée aux mêmes points
4. Calculer  $\nabla[S(h)]$  à l'aide de l'équation A.22 et de la solution du problème adjoint
5. Utiliser l'expression de Polak-Ribiere pour calculer  $\gamma^k$
6. Déterminer la direction de la descente avec  $d^k(t)$  à partir de l'équation X
7. Poser  $\Delta h^k = d^k(t)$
8. Calculer  $\beta^k$  et évaluer  $h^{k+1}$  à partir de l'équation