

**Titre:** Modélisation et analyse de stabilité du circuit compensateur  
Title: statique variable

**Auteur:** Ernesto Hidalgo-Tupia  
Author:

**Date:** 1998

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Hidalgo-Tupia, E. (1998). Modélisation et analyse de stabilité du circuit compensateur statique variable [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6773/>  
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/6773/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Lahcen Saydy  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-37447-5

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MODÉLISATION ET ANALYSE DE STABILITÉ DU CIRCUIT COMPENSATEUR  
STATIQUE VARIABLE

présenté par : HIDALGO-TUPIA Ernesto

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MARCEAU, Richard J., Ph.D., président

M. SAYDY, Lahcen, Ph.D., membre et directeur de recherche

Mme AKHRIF, Ouassima, Ph.D., membre

*À mes parents, à mon épouse, à mes  
enfants, à mes frères et à mes soeurs*

## REMERCIEMENTS

J'aimerais remercier toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire, j'aimerais remercier mon épouse et mes enfants par leur collaboration faite d'amour et de tendresse.

Mes remerciements et ma gratitude la plus profonde à mon directeur M. Lahcen Saydy pour sa disponibilité et sa patience, pour son amitié et compréhension dans son travail d'encadrement et pour son aide précieuse dans la révision de ce mémoire.

Finalement, j'aimerais remercier toute l'équipe de la section Automatique de l'École Polytechnique pour son esprit de service et de collaboration.

## RÉSUMÉ

Le travail rapporté dans ce mémoire est un effort envers la compréhension du comportement non-linéaire et de la stabilité du circuit compensateur statique variable. L'élaboration d'un modèle d'état linéaire pour représenter le comportement dynamique de ce circuit autour d'un point d'opération nominal, deux contrôleurs et l'analyse de la robustesse de l'ensemble sont issus de cet effort de compréhension.

En reprenant l'échantillonnage analytique donné par l'application de Poincaré et en ramenant les grandeurs alternatives qui résultent de cet échantillonnage à des équivalents continus, on arrive à un modèle d'état ayant comme entrée la variation dans l'angle d'allumage des thyristors et comme sortie la variation ramenée de la tension aux bornes du compensateur statique variable.

Les contrôleurs proposés sont de deux types : par retour d'état et par retour d'état plus intégration de la sortie. Ils ont été calculés pour satisfaire des performances désirées au point d'opération nominal.

Le modèle linéaire obtenu étant dépendant de l'angle de conduction  $\sigma$ , une analyse de stabilité et de performance a été effectuée afin d'étudier l'influence de ce paramètre. Cette analyse utilise la méthode des applications gardiennes.

## ABSTRACT

The work reported in this document stems from an effort in the comprehension of the non-linear behaviour and the stability of the Static Var Compensator circuit. A linear state space model which represents the dynamic behaviour of this circuit around a nominal solution, two controllers and a robustness analysis are issued from this effort.

The analytical sampling given by the Poincaré Map and transforming the alternative quantities given by this sampling into equivalent continuous ones, a state space model is obtained where the input is the variation of the firing time of thyristors and the output is the transformed SVC voltage.

The proposed controllers are of two types: state feedback and state feedback plus output integration. They have been calculated to satisfy the desired performance at the nominal operation point.

Since the linear model obtained depends on the conduction angle  $\sigma$ , a stability and performance analysis was carried out in order to study the influence of this parameter.

The analysis relied on the method of Guardian Maps.

## TABLE DES MATIÈRES

<b>DÉDICACE.....</b>	<b>iv</b>
<b>REMERCIEMENTS .....</b>	<b>v</b>
<b>RÉSUMÉ .....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>vii</b>
<b>TABLE DES MATIÈRES .....</b>	<b>viii</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX.....</b>	<b>xi</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>xii</b>
<b>LISTE DES SIGLES .....</b>	<b>xv</b>
<b>INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
<b>CHAPITRE I :</b>	
<b>PRÉLIMINAIRES.....</b>	<b>9</b>
1.1 Les systèmes dynamiques non-linéaires.....	10
1.2 L'application de Poincaré .....	15
1.3 Linéarisation des systèmes non-linéaires .....	19
1.3.1 La Règle de la chaîne.....	21
1.4 Les applications gardiennes .....	23
1.4. 1 Le produit Bialterné.....	26
<b>CHAPITRE II :</b>	
<b>LES DISPOSITIFS FACTS .....</b>	<b>28</b>
2.1 Opération d'un thyristor .....	28



2.2 Utilisation des dispositifs FACTS.....	33
2.2.1 Dispositifs FACTS : Utilité.....	35
2.3 Le compensateur statique SVC.....	38
2.3.1 Constitution du SVC .....	38
2.3.2 L'opération du SVC.....	40
<b>CHAPITRE III :</b>	
<b>MODÉLISATION .....</b>	<b>43</b>
3.1 Fonctionnement et modèle d'état du SVC.....	43
3.1.1 Fonctionnement du TCR.....	43
3.1.2 Fonctionnement du SVC.....	47
3.1.3 Modélisation du SVC .....	52
3.2 Le calcul de l'application de Poincaré .....	56
3.3 Calcul du Jacobien et linéarisation de l'application de Poincaré.....	60
3.3.1 Le Jacobien de l'application de Poincaré avec temps d'allumage fixe.....	60
3.3.2 Linéarisation de l'application de Poincaré .....	63
<b>CHAPITRE IV :</b>	
<b>MODÈLE LINÉAIRE ET ANALYSE EN BOUCLE OUVERTE DU CIRCUIT</b>	
<b>SVC .....</b>	<b>67</b>
4.1 Le modèle linéaire du circuit SVC à utiliser .....	68
4.1.1 La validité du modèle obtenu.....	72
4.2 Analyse en boucle ouverte.....	74

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Table de vérité pour l'état du thyristor. ....	32
Tableau 3.1: Données du circuit SVC étudié. ....	49

## LISTE DE FIGURES

Figure I.1: Schéma classique d'une ligne de transport.....	2
Figure I.2: Schéma d'un SVC. ....	3
Figure I.3: Schéma d'un TCSC dans une ligne de transport. ....	4
Figure 1.1: L'application de Poincaré dans $\mathcal{R}^3$ .....	16
Figure 1.2: Schéma d'évolution de l'application gardienne $v$ à partir de l'ensemble $S$ ....	25
Figure 2.1: Schéma d'un thyristor. ....	29
Figure 2.2: Caractéristique statique du thyristor. ....	30
Figure 2.3: Schéma d'un SVC.....	38
Figure 2.4: Schéma d'un SVC.....	40
Figure 2.5: Caractéristique du SVC : $V_S$ vs. $I$ .....	41
Figure 3.1: Schéma du circuit TCR. ....	44
Figure 3.2: Opération d'un TCR : angles d'allumage et de conduction.....	45
Figure 3.3: Schéma d'un SVC connecté à une source $u(t)$ derrière une impédance de ligne ( $R_s, L_s$ ). ....	48
Figure 3. 4: Solution périodique correspondante à $\alpha=175^\circ$ .....	49
Figure 3.5: Caractéristique Angle de conduction $\sigma$ vs. Angle d'allumage $\alpha$ et caractéristique $2\alpha : \sigma = 2\pi$ . ....	51
Figure 3.6: Évolution temporelle des modes de conduction. ....	53
Figure 3.7: Schéma d'évolution temporelle des modes de conduction.....	56
Figure 3.8: Évolution des modes de conduction pour une solution nominale.....	62

Figure 3.9: Évolution des modes de conduction pour une solution nominale.....	65
Figure 4.1: Évolution des modes de conduction pour une solution nominale.....	69
Figure 4.2: L'application de Poincaré complète pour une trajectoire $\Gamma$ nominale.....	70
Figure 4.3: L'application de Poincaré complète pour une variation $\Delta\alpha = -0.5^\circ$ à partir du cycle limite correspondant à $\alpha = 120^\circ$ (30 cycles de simulation). ....	72
Figure 4.4: Évolution temporelle de l'incrément de tension $dV^f$ .....	73
Figure 4.5: Caractéristique Angle de conduction $\sigma$ vs. Angle d'allumage $\alpha$ et caractéristique $2\alpha + \sigma = 2\pi$ .....	74
Figure 4.6: Caractéristique Tension à l'échantillonnage $v_C(t_i)$ vs. Angle de conduction $\sigma$ .....	75
Figure 4.7: Constante d'échantillonnage $k$ vs. angle d'allumage $\alpha$ .....	77
Figure 4.8: Dérivée du courant à l'allumage $i'_R$ vs. angle d'allumage $\alpha$ .....	78
Figure 4.9: Tension maximale vs. tension maximale calculée d'après la tension efficace.....	79
Figure 4.10: Facteur de distorsion harmonique vs. angle d'allumage $\alpha$ .....	80
Figure 4.11: Tension maximale calculée d'après la tension efficace vs. angle d'allumage $\alpha$ .....	81
Figure 4.12: Application gardienne pour la stabilité de Schur du Jacobien du « Poincaré Map » avec $k = 0.5$ .....	83
Figure 4.13: Application gardienne du Jacobien de l'application de Poincaré et caractéristique angle de conduction vs. angle d'allumage. ....	86
Figure 5.1: Schéma du système avec compensateur par retour d'état.....	88
Figure 5.2: Évolution temporelle de $dV^f$ .....	89

Figure 5.3: Évolution temporelle de l'angle d'allumage des thyristors. ....	90
Figure 5.4: Schéma du système avec compensateur par retour d'état plus intégrateur. ...	91
Figure 5.5: Évolution temporelle de $d\nu^f$ .....	92
Figure 5.6: Évolution temporelle de l'angle d'allumage des thyristors. ....	93
Figure 5.7: Évolution temporelle de l'angle d'allumage des thyristors. ....	93
Figure 5.8: Ensemble d'intérêt dans le plan complexe.....	94
Figure 5.9: Application gardienne $\nu$ vs. angle de conduction $\sigma$ . ....	95
Figure 5.10: Agrandissement de la figure 5.3.....	96
Figure 5.11: Dépassement vs. angle de conduction en fonction du temps de réponse. ...	97
Figure 5.12: Ensemble d'intérêt dans le plan complexe.....	98
Figure 5.13: Dépassement vs. angle de conduction en fonction du temps de réponse. ...	99
Figure 6.1: Caractéristiques du SVC : Théorique et réelle. ....	101

## LISTE DES SIGLES

$V_{GK_{seuil}}$ –	seuil de la tension $V_{GK}$
$\bar{S}$ –	fermeture de l'ensemble $S$
$\ \cdot\ $ –	norme dans un espace vectoriel
$V_{AK_{seuil}}$ –	seuil de la tension $V_{AK}$
$V_{C_i}$ –	fondamental de la tension $V_C$
$\delta$ –	écart angulaire
$\Gamma$ –	ensemble dans $\mathcal{H}$
$\Sigma$ –	hyperplan dans $\mathcal{H}$
$\alpha$ –	angle d'allumage des thyristors
$\beta$ –	angle d'arrêt de conduction dans les thyristors
$\sigma$ –	angle de conduction, temps de conduction
$\tau$ –	temps d'arrêt de la conduction
$\theta$ –	angle
$\Omega$ –	ensemble du plan complexe
$\nu$ –	application gardienne
$\omega$ –	vitesse angulaire
$\rho$ –	angle de non conduction, temps de non conduction
$\lambda_\delta$ –	facteur de distorsion harmonique
$\sigma(A)$ –	ensemble des valeurs propres de $A$

$\partial S$ –	frontière de l'ensemble $S$
$\phi$ –	temps d'allumage des thyristors
$\alpha$ –	marge de stabilité
$A_0, B_0$ –	matrices d'état du modèle linéaire du circuit SVC
$C$ –	condensateur dans le circuit SVC
$c$ –	vecteur
CF –	condensateur fixe
$C_r$ –	condensateur en parallèle avec le TCR dans le circuit TCSC
$C_s$ –	condensateur fixe en série avec la ligne dans le circuit TCSC
$d\phi$ –	incrément de temps d'allumage
$dv^c$ –	incrément de tension corrigé
FACTS –	acronyme pour «Flexible AC Transmission Systems»
$I, I_n$ –	matrice identité, Matrice identité $n \times n$
$i, j$ –	compteur de périodes ou demi périodes
$i'_R$ –	dérivée corrigée du courant par rapport au temps à l'allumage
$I_L$ –	courant de ligne
$i_r$ –	courant dans la branche TCR
$i_s$ –	courant de source
$I_{SEUIL}$ –	seuil de courant dans le thyristor
$j$ –	$\sqrt{-1}$
$k$ –	coefficient d'échantillonnage

$K$ –	gain de compensateur
$K_N$ –	gain de compensateur
$L_r$ –	inductance du circuit TCR
$L_R$ –	inductance du côté réception dans le TCSC
$L_S$ –	inductance du côté source dans le TCSC et le SVC
$m$ –	vecteur
$P, Q$ –	matrices
$p$ –	pente dans le plan complexe
$P(x)$ –	application de Poincaré
$p.u.$ –	par unité
$P_L$ –	puissance de ligne
$R_{fwd}$ –	résistance du thyristor en polarisation directe
RPI –	Régulateur de puissance interphase
$R_r$ –	résistance du circuit TCR
$R_R$ –	résistance du côté réception dans le TCSC
$R_{rev}$ –	résistance du thyristor en polarisation inverse
$R_S$ –	résistance du côté source dans le TCSC et le SVC
$S(\Omega)$ –	ensemble de matrices dont les valeurs propres sont dans $\Omega$
$S^l$ –	cercle $[0, 2\pi)$
STATCOM –	acronyme pour «Advanced Static Compensation»
SVC –	acronyme pour «Static VAR Compensator»



$T$ –	période
$t$ –	temps
TCR –	acronyme pour «Thyristor - Controlled Reactor»
TCSC –	acronyme pour « Thyristor - Controlled Series Compensator»
$Thy-1, Thy-2$ –	thyristors du circuit TCR
TSC –	acronyme pour «Thyristor - Switched Capacitor»
TSR –	acronyme pour «Thyristor - Switched Reactor»
$u(t)$ –	tension à l'entrée de SVC , TCSC
UPFC –	acronyme pour «Unified Power Flow Controllen»
$V_A$ –	tension dans l'anode du thyristor
$v_C$ –	tension dans le condensateur du SVC
$V_C$ –	tension efficace dans le condensateur du SVC
$V_G$ –	tension dans la gâchette du thyristor
$V_K$ –	tension dans le cathode du thyristor
$V_R$ –	tension dans le côté réception du TCSC
$V_S$ –	tension dans le côté source du TCSC et du SVC
$x$ –	vecteur d'état
$X_L$ –	réactance de ligne
$y$ –	vecteur d'état
$y_n$ –	vecteur d'état nominal pour le temps $t_n$
$z$ –	incrément corrigé du vecteur d'état

$Z_C$  – impédance du condensateur dans le SVC

$Z_L$  – impédance de ligne

$Z_S$  – impédance de source

## INTRODUCTION

Durant les dix dernières années, l'industrie de l'énergie électrique est confrontée à des problèmes liés à de nouvelles contraintes qui touchent différents aspects de la production, du transport et de la distribution de l'énergie. On peut citer entre autres les restrictions sur la construction de nouvelles lignes de transport, l'optimisation du transit dans les systèmes actuels, la co-génération de l'énergie, les interconnexions avec d'autres compagnies d'électricité et le respect de l'environnement.

La solution de ces problèmes passe par l'amélioration du contrôle des systèmes électriques déjà en place. Il est nécessaire de doter ces systèmes d'une certaine flexibilité leur permettant de mieux s'adapter aux nouvelles exigences.

Les éléments proposés qui permettent ce contrôle amélioré des systèmes sont les dispositifs FACTS (acronyme anglais de « Flexible Alternating Current Transmission System »).

Les dispositifs FACTS font en général appel à de l'électronique de puissance, des microprocesseurs, de l'automatique, des communications et des logiciels pour parvenir à contrôler les systèmes de puissance. Ce sont des éléments de réponse rapide.

Les dispositifs FACTS donnent en principe un contrôle plus souple de l'écoulement de puissance. Ils donnent aussi la possibilité de charger les lignes de transit à des valeurs près de leur limite thermique et augmentent la capacité de transférer de la puissance d'une région à une autre. Ils limitent aussi les effets des défauts et des défaillances de l'équipement [Hingorani 1993], et stabilisent le comportement du réseau.

La recherche rapportée dans ce mémoire est motivée par le souci de perfectionner le contrôle des nombreux dispositifs FACTS comportant une branche commandée par thyristors, tels que le compensateur statique et le compensateur série. Pour parvenir à cette amélioration, il serait nécessaire de laisser plus de place au contrôle dans les réseaux électriques de sorte à profiter dans la modélisation de ceux-ci des théories reconnues dans le domaine de l'automatique. Il est nécessaire aussi de profiter des progrès dans les domaines des communications, du contrôle en temps réel et du traitement des données, dans le but de réduire les temps de réponse de ces dispositifs.

Le compensateur statique SVC («Static VAR compensator») est un dispositif qui sert à maintenir la tension en régime permanent et en régime transitoire à l'intérieur de limites désirées. Le SVC injecte de la puissance réactive dans la barre où il est branché de manière à satisfaire la demande de puissance réactive de la charge.

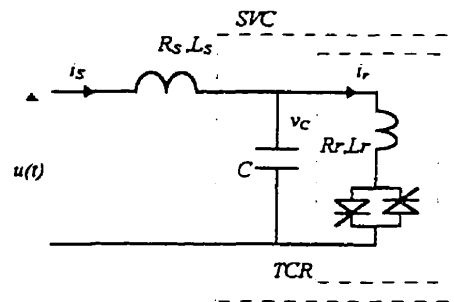


Figure I.2: Schéma d'un SVC.

Un schéma d'un type de SVC connecté à une barre du réseau est montré à la figure I.2.

On représente le réseau derrière la barre par une source  $u(t)$  en série avec une impédance

de source ( $R_S, L_S$ ). Le SVC comporte une capacité fixe  $C$  en parallèle avec une branche TCR (« Thyristor Controlled Reactor»). Celle-ci est une réactance inductive ( $L_r, R_r$ ) qui est connectée ou déconnectée du circuit à l'aide d'une valve formée de thyristors montés en antiparallèle [Jalali, Dobson, Lasseter, Venkataraman 1996].

Un compensateur série commandé par des thyristors TCSC («Thyristor Controlled Series Compensator») peut être formé d'un TCR en parallèle avec une capacité  $C_r$ . Le TCSC permet de varier l'impédance de la ligne autour de sa valeur nominale. La figure I.3 nous montre le schéma d'un TCSC en série avec une capacité fixe et l'impédance de la ligne ( $C_s, R_S, L_S, R_R, L_R$ ) [Jalali, Lasseter, Dobson 1994].

Plusieurs dispositifs TCSC sont connectés en série avec l'impédance de la ligne afin d'avoir un meilleur contrôle, plus fin, de la puissance transitée par celle-ci.

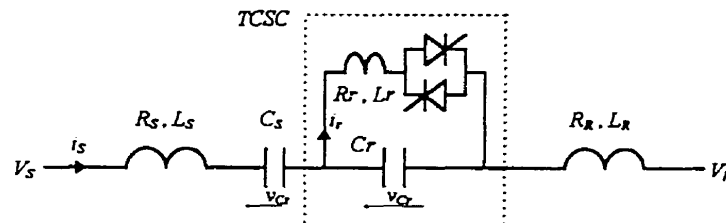


Figure I.3: Schéma d'un TCSC dans une ligne de transport.

L'étude du circuit SVC donné par exemple dans [Miller 1982] et [CEA 1984] est connu comme l'analyse «classique». L'étude du circuit SVC et du circuit TCSC en ce qui concerne la modélisation a été fait principalement par une équipe de l'université de Wisconsin.

L'analyse dit «classique» du SVC utilise les résultats obtenus pour le circuit TCR. Chaque thyristor dans le TCR permet de brancher alternativement l'inductance à des moments précis à l'intérieur d'une période d'opération pour ensuite la débrancher lorsque le courant dans celle-ci s'annule [Miller 1982]. Le temps de conduction est le temps pendant lequel le courant dans le TCR existe. L'angle de conduction est l'angle électrique associé au temps de conduction.

Le courant dans le TCR comporte une forte présence harmonique. Dans le circuit SVC, ces harmoniques passent ou se transmettent du circuit TCR au circuit SVC. Cet effet n'est pas tenu en compte dans l'analyse classique. Ces harmoniques ont une importance capitale pour le fonctionnement du SVC. D'autre part, cette analyse du SVC ne comporte pas l'étude des transitoires ni celui de la stabilité du circuit. Il se limite à l'étude du SVC en régime permanent.

L'analyse réalisée ultérieurement par l'équipe de l'université de Wisconsin montre le circuit SVC comme un circuit fortement non – linéaire : Il y a alternance entre deux circuits linéaires *RLC* mais le comportement global est non-linéaire à cause du fait que l'arrêt de la conduction des thyristors dépend du courant dans le TCR [Jalali, Dobson, Lasseter et Venkataramanan 1996].

Cette analyse comporte aussi un effort de modélisation et introduit l'application de Poincaré comme un moyen de réduire la taille du problème. Au lieu d'analyser la stabilité autour du régime permanent nominal, on analyse la stabilité d'un échantillon de celui-ci.

thyristors le modèle linéaire résultant est plus approprié comme on va le voir plus tard (troisième chapitre).

Un autre objectif de la recherche est le contrôle de la tension  $v_C$ . On a essayé et comparé deux types de contrôleurs pour une consigne désirée. Les modèles obtenus sont des modèles en boucle fermée.

Finalement, on étudie la robustesse du système sans ou avec compensation en considérant que la dynamique du circuit étudié dépend du temps de conduction et de l'instant d'échantillonnage. Cette tâche est exécutée à l'aide des applications gardiennes qui concernent la stabilité des systèmes qui dépendent de paramètres divers. Les applications gardiennes permettent une analyse rapide de la stabilité pour différentes façons de commander l'allumage des thyristors et pour des différents instants d'échantillonnage.

Ce mémoire est organisé comme suit : Dans le premier chapitre, on présente quelques notions préliminaires concernant la linéarisation des systèmes non-linéaires, l'application de Poincaré et les applications gardiennes.

Le deuxième chapitre porte sur les éléments FACTS, leur utilité en fonction des critères d'opération du réseau, et leurs descriptions (détaillées particulièrement dans le cas du SVC). Il comporte aussi un rappel sur l'opération du thyristor .

Le troisième chapitre est dévoué à la modélisation du SVC: Le fonctionnement du TCR et du SVC, l'analyse par modèle d'état de ce dernier, le calcul de l'application de Poincaré et sa linéarisation.

Le quatrième chapitre présente l'analyse en boucle ouverte du circuit, afin de déterminer les différentes solutions périodiques d'intérêt, ainsi que l'étude de la stabilité en boucle ouverte.

Le cinquième chapitre porte sur le circuit SVC compensé. Dans ce chapitre on fait la synthèse des lois de commande pour le contrôle du circuit et on étudie la stabilité en boucle fermée. Les commandes proposées sont le retour d'état et le retour d'état plus l'intégration de la sortie.

Au dernier chapitre, on discute de certains aspects liés à la façon d'implanter les lois de commande dans un cas réel, de l'étude de la stabilité robuste dans les réseaux et des recherches futures dans le domaine du contrôle des dispositifs FACTS et des réseaux électriques.

Pour les différents calculs et simulations on a utilisé le logiciel Matlab.



chaîne. car comme on voit dans le troisième chapitre l'application de Poincaré des circuits comportant une branche TCR en est une.

Finalement, on présente un rappel des applications gardiennes, pour l'analyse de la stabilité du système en boucle ouverte et en boucle fermée.

### 1.1 Les systèmes dynamiques non-linéaires

Un système dynamique non-linéaire *non-autonome* est défini par l'équation d'état suivante

$$\dot{x} = f(x, t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (1.1)$$

où  $\dot{x}(t)$  est défini comme le vecteur  $dx(t)/dt$ ,  $x(t) \in \mathcal{H}^n$  est l'état du système à l'instant  $t$  et  $f: \mathcal{H}^n \times \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}^n$  est un champ vectoriel non-linéaire qui remplit les conditions pour l'existence et l'unicité de la solution de l'équation d'état (1.1) [Khalil 1996][Parker, Chua 1989]. La solution de cette équation qui dépend de la condition initiale  $x_0$  à l'instant  $t_0$  est dénotée  $\phi_t(x_0, t_0)$ . L'application  $\phi_t: \mathcal{H}^n \times \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}^n$  satisfait la relation suivante  $\phi_{t_0}(x_0, t_0) = x_0$  et est appelée le *flux* passant par  $x_0$  à l'instant  $t_0$ . Le lieu de points parcourus par le flux pour tout temps est appelé une *trajectoire*.

De la même façon, on parle d'un système dynamique non-linéaire *autonome* lorsque  $f$  ne dépend pas explicitement du temps  $t$ . L'équation (1.1) devient alors

$$\dot{x} = f(x), \quad x(t_0) = x_0 \quad (1.2)$$

où le champ vectoriel est maintenant  $f: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$ . À la différence du cas non-autonome ce champ vectoriel  $f$ , permet d'associer à la condition initiale un temps arbitraire en général choisi nul ( $t_0 = 0$ ) de sorte que la solution de (1.2) est notée  $\phi_t(x_0)$ . L'application  $\phi_t: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$  satisfait alors les relations suivantes  $\phi_0(x) = x$  et  $\phi_{t_1+t_2} = \phi_{t_1} \circ \phi_{t_2}$ .

Dans le cas d'un système discret (autonome) l'équation (1.2) prend la forme

$$x_{k+1} = P(x_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3)$$

où  $P: \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^n$  est en général une application non-linéaire. La séquence de points obtenue par une application répétée de  $P$  à partir d'un point initial  $x_0$  est appelée une *orbite*.

On donne quelques définitions concernant les systèmes périodiques ainsi que les ensembles limites des systèmes non-linéaires.

**Définition 1.1.1** *Le système non-autonome représenté par l'équation (1.1) est dit périodique de période  $T$  s'il existe  $T > 0$  tel que  $f(x, t) = f(x, t+T)$ , pour tout  $x$  et  $t$ .*

On remarque ici que la périodicité porte sur  $f(x, t)$  et non pas sur la solution  $\phi_t$  et que  $f(x, t)$  n'est pas nécessairement continue en tant que fonction de  $t$ . On peut songer par exemple au cas où  $f(x, t)$  commuterait dans le temps d'une fonction donnée  $f_1(x, t)$  à une autre fonction donnée  $f_2(x, t)$ . Dans le troisième chapitre, on verra que ceci est le cas pour le circuit SVC.

On note aussi qu'un système non-autonome dans  $\mathcal{R}^n \times \mathcal{R}$  périodique de période  $T$  peut être transformé en un système autonome dans  $\mathcal{R}^{n+1}$  en augmentant artificiellement l'état du système d'une  $(n+1)^{\text{ème}}$  composante  $\theta := 2\pi / T$ .

**Définition 1.1.2**  $\phi_t(x^*)$  est une solution périodique d'un système dynamique autonome si, pour tout  $t, \exists T > 0$  :

$$\phi_t(x^*) = \phi_{t+T}(x^*) \quad (1.4)$$

**Définition 1.1.3**  $\phi_t(x^*, t_0)$  est une solution périodique pour un système dynamique non-autonome si, pour tout  $t, \exists T > 0$  :

$$\phi_t(x^*, t_0) = \phi_{t+T}(x^*, t_0) \quad (1.5)$$

Une solution périodique est formée par un ensemble de points dans  $\mathcal{R}^n$ . Cet ensemble de points ressemble localement à  $\mathcal{R}$ . Si on considère le circuit SVC, on vérifie que chaque point de la solution périodique  $\phi_t$  associée à un temps de conduction donné correspond à l'état des variables ( $v_C$ ,  $i_S$  et  $i_R$ ) à l'instant  $t$  du régime permanent associé à ce temps de conduction dans l'espace d'état.

Tout point qui fait partie de la solution périodique est une solution périodique particulière.

**Définition 1.1.4** Un ensemble  $\Gamma$  dans  $\mathcal{R}^n$  est dit invariant relatif à (1.2) si toute solution de (1.2) qui commence à un point  $x_0 \in \Gamma$  reste dans  $\Gamma$  pour tout temps  $t \in \mathcal{R}$ . Il est dit positivement invariant si la condition se vérifie pour tout temps  $t \geq 0$ .

Ainsi, une solution périodique d'un système autonome est un ensemble invariant. Un point d'équilibre  $x_{eq}$ , défini comme une solution constante d'un système autonome  $x_{eq} = \phi_t(x_{eq})$  pour tout  $t$ , est un ensemble invariant.

Dans les trois définitions précédentes on parle seulement de solutions périodiques qui ont une correspondance avec le régime permanent, mais on ne traite pas le sujet de la stabilité. Pour donner les définitions de stabilité il est nécessaire de parler de perturbations, d'écarts dans les conditions initiales par rapport à un ensemble invariant. Il est nécessaire alors de parler des notions de distance entre un état donné et un ensemble invariant et de voisinage d'un ensemble invariant.

Dans le cas d'un point d'équilibre, la définition de stabilité est donnée à l'aide de définitions comme celle du voisinage d'un point d'équilibre.

Les définitions qui suivent sont une généralisation de celles-ci.

La distance qui sépare un ensemble invariant  $\Gamma$  d'un point  $x$  donné dans  $\mathcal{R}^n$  est définie comme la distance minimale de ce point à  $\Gamma$ :

$$dist(x, \Gamma) = \inf_{y \in \Gamma} \|x - y\|$$

On peut définir un voisinage  $U_\varepsilon$  de  $\Gamma$ , par l'expression

$$U_\varepsilon = \{x \in \mathcal{R}^n : dist(x, \Gamma) < \varepsilon\}$$

La stabilité de l'ensemble invariant  $\Gamma$  peut être définie en considérant la trajectoire suivie à partir d'un état initial  $x_0$  à l'intérieur d'un voisinage de  $\Gamma$ .

**Définition 1.1.5** *L'ensemble  $\Gamma$  invariant par rapport à (1.2) est dit*

stable si  $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 :$

$$x_0 \in U_\delta \Rightarrow \phi_t(x_0) \in U_\varepsilon \quad \forall t \geq 0;$$

asymptotiquement stable s'il est stable et si  $\exists \rho > 0 :$

$$x_0 \in U_\rho \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \text{dist}(\phi_t(x_0), \Gamma) = 0$$

Il existe aussi une définition concernant la stabilité d'un régime permanent.

**Définition 1.1.6** *Le régime permanent associé à l'équation (1.2) est :*

orbitalement stable (resp. asymptotiquement orbitalement stable) si la trajectoire fermée qu'elle engendre  $\Gamma$  est stable (resp. asymptotiquement stable).

D'autres concepts relatifs à la stabilité d'un ensemble invariant sont l'ensemble limite et le bassin d'attraction. L'ensemble limite est un ensemble invariant qui dépend de l'état initial  $x_0$  qui l'a généré. Si l'état  $x_0$  fait partie de l'ensemble limite alors il n'y a pas de notion de stabilité ; on reste dans les points de l'ensemble invariant, de la solution périodique. Si, par contre, l'état  $x_0$  ne fait pas partie de l'ensemble limite alors on est confronté avec un ensemble invariant stable.

L'ensemble limite est dit attracteur s'il est un ensemble limite stable ou asymptotiquement stable. L'ensemble limite attracteur ne dépend plus de l'état initial, il est un ensemble limite isolé d'autres possibles ensembles limites. Le bassin d'attraction d'un ensemble limite attracteur est le plus grand voisinage qui remplit les conditions de stabilité pour cet ensemble limite.

Une solution périodique est dite *isolée* si elle possède un voisinage qui ne contient pas d'autres solutions périodiques. Dans le cas autonome, une solution périodique isolée est appelée un *cycle limite*.

On verra dans le troisième chapitre, dans la partie qui touche le fonctionnement du SVC, que dans le cas d'un circuit comportant un TCR le régime permanent varie avec le temps de conduction, lorsque celui-ci reste fixe la solution périodique associée au régime permanent est un cycle limite, un ensemble limite attracteur qui comporte un bassin d'attraction. Une étude des ensembles limites et des bassins d'attraction du circuit SVC est fait dans [Rajaraman, Dobson, Jalali 1996].

## 1.2 L'application de Poincaré

L'étude de la stabilité des systèmes périodiques non-linéaires s'avère être très difficile. D'abord il est difficile de trouver la forme analytique des solutions périodiques sauf pour un nombre limité de situations. Ensuite même si ces formes analytiques sont connues, l'analyse de la stabilité est très difficile à exécuter. Il faudrait voir, pour la stabilité d'un point  $x_0$ , s'il appartient ou non à la solution périodique ; s'il n'y appartient pas, il faudrait calculer la trajectoire à partir de ce point et voir si elle génère la solution périodique considérée ou si elle génère une autre ; finalement il faudrait analyser la stabilité de la solution périodique obtenue.

L'expression de la dynamique de ces systèmes serait très complexe par rapport au cas stationnaire. Associer l'expression de la dynamique à la stabilité serait aussi difficile.

suffisamment petit . Le temps que prend la trajectoire pour revenir à  $\Sigma$  dépend de l'état  $x$ , il est dénoté  $\tau(x)$ .

**Définition 1.2.1** *Soit un système autonome dans  $\mathcal{R}^n$  et soit  $\Gamma$  cycle limite de celui-ci. Soient  $x^*$  un point de  $\Gamma$  et  $\Sigma$  un hyperplan transversal à  $\Gamma$  au point  $x^*$ . L'application de Poincaré du système  $P : U \rightarrow V$  est définie par*

$$P(x) = \phi_{\tau(x)}(x) \quad (1.6)$$

*pour un point  $x$  dans un voisinage  $U \subset \Sigma$  suffisamment petit de  $x^*$  sur un autre voisinage  $V \subset \Sigma$  de  $x^*$ .*

Cette définition est valide aussi pour un système périodique non-autonome de période  $T$  en transformant celui-ci en un système autonome. la variable ajoutée au vecteur d'état est  $\theta := 2\pi / T$ . Le système autonome élargi qui en résulte est donné par

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, \theta T / 2\pi), \quad x(t_0) = x_0 \\ \dot{\theta} &= 2\pi / T, \quad \theta(t_0) = 2\pi_0 / T \end{aligned} \quad (1.7)$$

On passe d'une expression en fonction de l'état et du temps à une expression en fonction de ce même état et d'un angle. La période passe de  $T$  seconds dans le temps à une période égale à  $2\pi$ . La solution de (1.7) est donné par

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_t(x_0, t_0) \\ 2\pi / T (\text{mod } 2\pi) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

où la fonction « *mod* » limite la valeur de  $\theta(t)$  entre  $0 \leq \theta < 2\pi$  afin de préparer la définition de Poincaré qui suit.

La représentation du système non-autonome original passe de l'espace  $\mathcal{R}^n \times \mathcal{R}$  à l'espace  $\mathcal{R}^n \times S^1$  avec  $S^1$  qui représente le cercle  $[0, 2\pi)$ .

L'application de Poincaré pour ce système est défini à l'aide de l'hyperplan  $\Sigma \in \mathcal{R}^n \times S^1$

$$\Sigma := \{ (x, \theta) \in \mathcal{R}^n \times S^1 : \theta = \theta_0 \}$$

de cette façon une trajectoire partant de  $(x_0, \theta_0) \in \Sigma$  retournera à  $\Sigma$  au bout de  $T$  seconds et l'application de Poincaré est donné par

$$P(x) = \phi_{\theta=\theta_0+2\pi}(x, \theta_0)$$

ce qui revient à poser l'application de Poincaré suivante en fonction du temps

$$P(x) = \phi_{t_0+T}(x, t_0). \quad (1.9)$$

En comparant les expressions (1.6) et (1.9) on voit que dans la dernière le temps a été ajouté au vecteur d'état, devenu une variable, le temps sert à déterminer, à lui seul, l'hyperplan  $\Sigma$ . De cette façon  $\tau(x)$  n'a plus de sens et l'application de Poincaré peut être vue comme :

une application qui nous donne l'état du système une période  $T$  en aval, ou

une application qui échantillonne une trajectoire à tous les  $T$  seconds, de façon similaire à un clignotement stroboscopique de période  $T$ .

L'application de Poincaré et le cycle limite qu'elle est sensée échantillonner sont liés du point de vue de la stabilité par le théorème suivant.

**Théorème 1.2.1** [Khalil 1996] *Soit  $\Gamma$  le cycle limite de (1.2). Soit l'application de Poincaré définie par le système discret (1.6) ou (1.9). Si  $x^*$  est un point d'équilibre*



*asymptotiquement stable de l'application de Poincaré, alors  $\Gamma$  est asymptotiquement stable.*

Grâce à ce théorème, l'étude de stabilité d'une *solution périodique* dans  $\mathcal{R}^{n-1}$  ou  $\mathcal{R}^n \times S^1$  deviendra l'étude de la stabilité d'un *point d'équilibre* dans  $\mathcal{R}^n$ .

Le système correspondant à un circuit comportant une branche TCR est non-autonome et périodique, l'application de Poincaré de ce système est obtenue par (1.9). Cette application est fortement non-linéaire et nécessite d'être linéarisée.

### 1.3 Linéarisation des systèmes non-linéaires

De façon générale, la dynamique d'un système non-linéaire de commande est donnée par l'expression suivante

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= F(X(t), U(t), t) \quad , \quad X(t_0) = X_0 \\ Y(t) &= H(X(t), U(t), t)\end{aligned}\tag{1.10}$$

le vecteur d'état  $X(t) \in \mathcal{R}^n$  est composé des variables d'état du système,  $U(t) \in \mathcal{R}^m$  est le signal d'entrée et  $Y(t) \in \mathcal{R}^p$  est le vecteur de sortie. Si  $U(t)$  correspond à une rétroaction d'état, i.e.  $U(t) = g(X(t), t)$ , alors (1.10) peut être considérée une expression particulière de (1.1).

On suppose que  $F$ ,  $H$  et ses dérivées partielles existent et satisfont la condition de Lipschitz. Les fonctions  $F$  et  $H$  sont en général non-linéaires et il devient alors important de savoir quel sera le comportement dynamique du système représenté par (1.10) autour d'une solution nominale d'intérêt.

avec

$$\begin{aligned} A(t) &= \frac{\Delta \partial F}{\partial x} \bigg|_{(X_n, U_n)}, B(t) = \frac{\Delta \partial F}{\partial u} \bigg|_{(X_n, U_n)} \\ C(t) &= \frac{\Delta \partial H}{\partial x} \bigg|_{(X_n, U_n)}, D(t) = \frac{\Delta \partial H}{\partial u} \bigg|_{(X_n, U_n)} \end{aligned} \quad (1.15b)$$

Le modèle (1.15) est un modèle linéaire qui décrit la dynamique des petites variations autour d'une solution nominal  $(X_n, U_n)$  d'intérêt.

En vertu des dimensions des vecteurs  $X(t), U(t)$  et  $Y(t)$  il faudra se rappeler que la matrice  $A(t)$  est de dimension  $n \times n$ ,  $B(t)$  est de dimension  $n \times m$ ,  $C(t)$  est de dimension  $p \times n$  et que la matrice  $D(t)$  est de dimension  $p \times m$ .

Dans le chapitre troisième, on verra que l'expression de l'application de Poincaré pour le circuit étudié est discrète mais elle dépend continuellement de plusieurs paramètres. La linéarisation de l'application de Poincaré fait appel à des concepts tels que les fonctions à plusieurs variables et la dérivée de ces fonctions.

### 1.3.1 La Règle de la chaîne

On commence par présenter deux notions concernant les ensembles ouverts.

Soient le point  $x_0$  dans l'espace vectoriel  $V$  ( $\mathcal{R}^n$ ,  $\mathcal{R}^{n \times n}$  et  $\mathcal{P}_n$  en sont des exemples) et

$\|\cdot\|$  une norme dans  $V$ . La boule fermée de centre à  $x_0$  et de rayon  $\varepsilon > 0$  est définie par

$$B_\varepsilon(x_0) = \{x \in V : \|x - x_0\| \leq \varepsilon\}$$

L'intérieur de  $B_\varepsilon(x_0)$  est aussi connu comme un voisinage ouvert de  $x_0$ .

On dit que l'ensemble  $U \subseteq V$  est un ouvert si, pour tout point  $z \in U$ , il existe  $\varepsilon$ , tel que  $B_\varepsilon(z) \subseteq U$ . Autrement dit tout point  $z \in U$  admet un voisinage ouvert qui est entièrement contenu dans  $U$ .

**La Règle de la chaîne :** Soit  $F$  une fonction réelle, différentiable sur un ensemble ouvert  $U$  de  $\mathcal{R}^n$ . Soit  $x$  une courbe différentiable (paramétrisée par  $t$ ) telle que  $x(t)$  reste dans  $U$ . Alors la fonction

$$F(x(t))$$

est différentiable en tant que fonction de  $t$ , et

$$\frac{dF(x(t))}{dt} = \left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{x(t)} \dot{x}(t) \quad (1.16)$$

l'expression (1.16) peut s'écrire aussi

$$\frac{d(F(x(t)))}{dt} = \frac{\partial F}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dt}$$

Par exemple si  $F \in \mathcal{R}^n$  est définie comme  $F(x_\tau(x_0, \phi_0), \phi_0)$  avec  $x_\tau, x_0 \in \mathcal{R}^n$  et  $\phi_0$  réel, on aura

$$\frac{d(F(x_\tau(x_0, \phi_0), \phi_0))}{d\phi_0} = \frac{\partial F}{\partial x_\tau} \frac{\partial x_\tau}{\partial \phi_0} + \frac{\partial F}{\partial \phi_0} \quad (1.17)$$

$$\frac{d(F(x_\tau(x_0, \phi_0), \phi_0))}{dx_0} = \frac{\partial F}{\partial x_\tau} \frac{\partial x_\tau}{\partial x_0} \quad (1.18)$$

les dimensions des matrices dérivées partielles est de  $n \times n$  pour  $\partial F / \partial x_\tau$  et  $\partial x_\tau / \partial x_0$ , et  $n \times 1$  pour  $\partial F / \partial \phi_0$  et  $\partial x_\tau / \partial \phi_0$ . Ainsi, l'expression (1.17) est une matrice  $n \times 1$  et l'expression (1.18) est une matrice  $n \times n$ .

D'autres notions d'importance sont la frontière d'un ensemble  $D$ , dénotée  $\partial D$ , qui est défini comme étant l'ensemble de tous les points de frontière. Les points de frontière sont les points de  $D$  dont tous leurs voisinages contiennent au moins un point de  $D$  et un point qui n'appartient pas à  $D$ . Un ensemble fermé contient tous les points de sa frontière et un ensemble ouvert n'en contient aucun. La closure d'un ensemble  $D$ , dénotée  $\bar{D}$ , est l'union de  $D$  et de sa frontière ( $\bar{D} := D \cup \partial D$ ), l'intérieur de  $D$ , dénotée  $\text{int}(D)$ , est la différence entre  $D$  et sa frontière ( $\text{int}(D) := D - \partial D$ ). De plus on dira que  $D$  est connecté si chaque pair de points de  $D$  peuvent être unis par un arc qui est entièrement contenu dans  $D$ .

Les applications gardiennes sont des applications qui associent à toute matrice ou polynôme un scalaire. Ces scalaires sont différents de zéro à l'intérieur de l'ensemble des matrices stables et deviennent zéro à la frontière de cet ensemble.

L'application gardienne qu'on va utiliser sera celle qui correspond aux matrices réelles, on définira alors l'ensemble

$$S(\Omega) = \{ A \in \mathbb{R}^{n \times n} : \sigma(A) \subset \Omega \} \quad (1.19)$$

où  $\Omega$  est un sous-ensemble ouvert du plan complexe  $\mathbb{C}$  et  $\sigma(A)$  est l'ensemble des valeurs propres de  $A$ . Les ensembles  $S(\Omega)$  sont appelés *ensembles de stabilité (généralisé)*, ils sont des ensembles ouverts.

**Définition 1.4.1** Soit  $X$  l'ensemble de toutes les matrices  $n \times n$  réelles et soit  $S$  un sous-ensemble ouvert de  $X$ . Soit l'application  $v : X \rightarrow \mathbb{C}$ . On dit que  $v$  garde  $S$  si pour tout  $A \in \bar{S}$ , l'équivalence

$$v(A) = 0 \Leftrightarrow A \in \partial S \quad (1.20)$$

se vérifie. On dit aussi que  $v$  est une application gardienne pour  $S$ .

La figure 1.2 montre l'ensemble  $S$  et sa frontière  $\partial S$  ainsi que une trajectoire quelconque à l'intérieur de  $S$  qui représente un continuum de matrices  $A(r)$  variant en fonction du paramètre  $r$ .

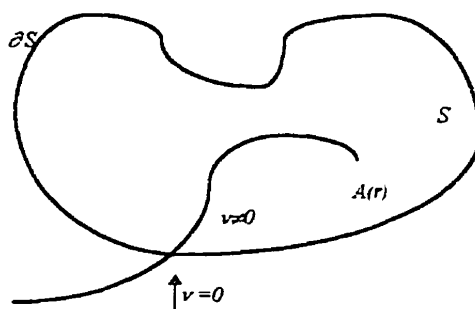


Figure 1.2: Schéma d'évolution de l'application gardienne  $v$  à partir de l'ensemble  $S$ .

L'application gardienne  $v$  détecte la sortie de cette trajectoire en partant du fait que la matrice  $A(r^0)$ , pour un point d'opération nominale  $r^0$ , est à l'intérieur de  $S$ . D'après la définition (1.4.1), l'application gardienne évaluée à  $A(r^0)$ ,  $v(A(r^0))$ , est non nulle.

Lorsque la trajectoire arrive à la frontière de l'ensemble  $S$  ( $\partial S$ ), l'application gardienne s'annule.

L'application gardienne  $v$  est une fonction de l'ensemble  $\Omega$  d'intérêt, défini par (1.19) comme un ensemble de stabilité généralisé. Elle prend comme argument les matrices  $A(r)$ , et s'annule lorsque leurs valeurs propres quittent l'ensemble d'intérêt.

L'utilité des applications gardiennes pour faire face au problème de stabilité, relatif à des domaines du plan complexe associés à des ensembles de stabilité gardés, est montré par le théorème suivant

**Théorème 1.4.1** *Soit  $S(\Omega)$  tel que défini dans (1.19) un ensemble ouvert gardé par l'application  $v$ . La famille de matrices  $\{A(r) : r \in W\}$  est stable relatif à  $\Omega$  si et seulement si elle est nominalement stable c'est-à-dire  $A(r^0) \in S(\Omega)$  pour  $r^0 \in W$ ,  $r^0$  nominal; et  $v(A(r)) \neq 0$ , pour tout  $r \in W$ .*

Dans le cas étudié il y a plusieurs sous-ensembles d'intérêt. Le premier concerne la stabilité du modèle linéarisé discret donné par la linéarisation de l'application de Poincaré du système. Dans ce cas, l'ensemble  $\Omega$  coïncide avec le disque unitaire tel qu'on l'a déjà mentionné. D'autres sous-ensembles d'intérêt doivent être considérés pour chaque type de compensateur utilisé.

Il existe des applications gardiennes pour des différents domaines d'intérêt, mais il faut se doter de certains outils de l'algèbre afin de pouvoir les construire.

#### 1.4.1 Le produit Bialterné

Soit la liste  $V^n$  de paires d'entiers  $(p, q)$  avec  $p=2, 3, \dots, n$  et  $q=1, \dots, p-1$  ordonnées de façon lexicographique de sorte que

$$V^n = [(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3), \dots, (n, n-1)]$$

$V^n$  comporte  $\frac{1}{2}n(n-1)$  paires d'éléments dont l' $i$ -ème élément est dénoté  $V_i^n$ .

Étant données les matrices  $A$  et  $B$  de dimension  $n \times n$  avec éléments  $a_{ij}$ ,  $b_{ij}$  respectivement, on définit

$$F((p,q);(r,s)) = \frac{1}{2} \left( \det \begin{bmatrix} a_{pr} & a_{ps} \\ b_{qr} & b_{qs} \end{bmatrix} + \det \begin{bmatrix} b_{pr} & b_{ps} \\ a_{qr} & a_{qs} \end{bmatrix} \right)$$

Le produit Bialterné des matrices  $A$  et  $B$  est donc défini comme une matrice de dimension  $\frac{1}{2}n(n-1)$  dont l' $ij$ -ème élément est donné par

$$(A.B)_i = F(V_i^n, V_j^n) \quad (1.21)$$

L'importance du produit Bialterné réside dans le résultat suivant

**Lemme 1.4.1.1** Soient la matrice  $A$  de dimension  $n \times n$  avec valeurs propres  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  et une fonction  $\Psi$  de  $A$  définie par

$$\Psi(A, A) := \sum_{p,q} \psi_{pq} A^p \cdot A^q$$

alors les valeurs propres de  $\Psi(A, A)$  sont les  $\frac{1}{2}n(n-1)$  valeurs

$$\psi(\lambda_i, \lambda_j) := \frac{1}{2} \sum_{p,q} \psi_{pq} (\lambda_i^p \lambda_j^q + \lambda_i^q \lambda_j^p), \quad i = 2, \dots, n, \quad j = 1, \dots, i-1$$

Dans le quatrième chapitre, dédié à l'analyse de robustesse et commande, on présente les applications gardiennes d'intérêt.

## CHAPITRE II

### LES DISPOSITIFS FACTS

Les dispositifs FACTS comme il a été mentionné dans l'introduction font en général appel à des éléments de l'électronique de puissance. Ces éléments sont utilisés depuis quelques années seulement. Le principal problème concernant l'utilisation de ceux-ci dans un dispositif FACTS est le contrôle. Le thyristor est dans la plupart des cas l'élément qui permet de contrôler ces dispositifs. L'opération d'un thyristor présente des caractéristiques spéciales. Par exemple, il est à la source des effets non-linéaires et de la présence d'harmoniques dans les circuits qui comportent une branche TCR [Bohmann, Lasseter 1989].

Dans la première partie de ce chapitre on rappellera quelques aspects importants de l'opération d'un thyristor. Dans la partie suivante on parlera plus en détail des FACTS qui sont proposés pour le contrôle des réseaux électriques de puissance. On parlera des critères de stabilité utilisés dans les réseaux et de l'utilité des FACTS. Dans la troisième partie on parlera plus particulièrement du SVC, de sa constitution et de son opération.

#### 2.1 Opération d'un thyristor

Le thyristor est un élément redresseur à semi-conducteur. Il a deux modes d'opération : il est soit dans l'état allumé ou de conduction, soit dans l'état éteint ou de non-conduction. Le début de la conduction est appelé l'amorçage ou l'allumage et la fin de la conduction est appelé l'arrêt.



La figure 2.1 nous montre le symbole du thyristor ainsi que les paramètres les plus utilisés dans le cadre de la présente recherche. On peut y identifier les paramètres suivants : le courant dans le thyristor ( $I$ ), la tension dans l'anode ( $V_A$ ), la tension dans la cathode ( $V_K$ ), et la tension de gâchette ( $V_G$ ).

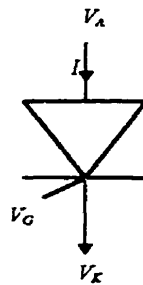


Figure 2.1: Schéma d'un thyristor.

La figure 2.2 présente la caractéristique statique du thyristor. Sur cette figure on peut voir que le thyristor se comporte comme une résistance à deux états qui correspondent aux états du thyristor. La valeur de cette résistance change de  $R_{fwd}$  lorsque le thyristor est en mode conduction à  $R_{rev}$  lorsque il est en mode non-conduction. L'arrêt de conduction se produit en fonction du courant qui circule entre l'anode et la cathode, et l'amorçage en fonction d'une tension de valeur élevée (tension de retournement).

La tension de retournement  $V_{akf}$  est la tension entre l'anode et la cathode à laquelle l'élément semi-conducteur se polarise et laisse passer le courant, passe à l'état allumé. À l'allumage, la résistance du thyristor passe de  $R_{rev}$  de valeur élevée à  $R_{fwd}$  de valeur plus faible.

La tension de retournement est élevée, elle peut être diminuée par l'application d'une tension entre la gâchette et la cathode  $V_{GK}$ . Plus la tension  $V_{GK}$  est grande moins sera élevée la tension de retournement nécessaire à l'allumage du thyristor.

La figure 2.2 montre la tension de retournement  $V_{akf}$  à laquelle correspond une tension  $V_{GK}$  égal à zéro. On montre aussi deux autres tensions  $V_{AK1}$  et  $V_{AK2}$  dont les tensions  $V_{GK}$  pour l'allumage du thyristor sont aussi montrées. Le courant de seuil  $I_{SEUIL}$  est le courant minimal pour que la conduction se produise et persiste. De même, la tension  $V_{AK}$  et la tension  $V_{GK}$  possèdent aussi un seuil  $V_{AK_{seuil}}$  et  $V_{GK_{seuil}}$ , respectivement.

La compréhension de l'allumage et de l'arrêt du thyristor est importante pour la suite.

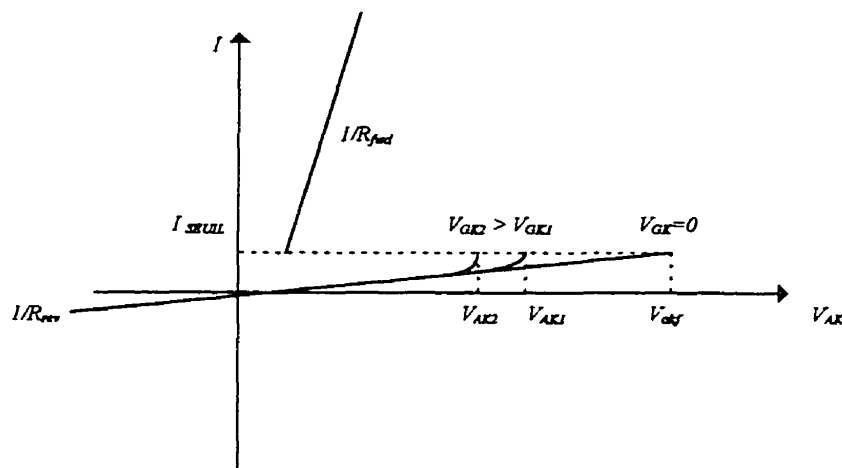


Figure 2.2: Caractéristique statique du thyristor.

L'allumage du thyristor se produit de la façon suivante :

l'expression pour la non - conduction (2.2a) contient une condition pour l'état non - passant du thyristor, sans action d'allumage (avant le OU), et une condition pour un faux allumage (après le OU). Le faux allumage se produit lorsque la tension de commande dans la gâchette est présente, mais la tension dans le thyristor  $V_{AK}$  est inférieure à son seuil .

L'expression pour la non - conduction peut être simplifiée et devenir

$$(I < I_{SEUIL}) \text{ ET } (V_{GK} < V_{GK_{SEUIL}} \text{ OU } V_{AK} < V_{AK_{SEUIL}}) \quad (2.2b)$$

Le Tableau 2.1 montre sous quelles conditions le thyristor est en conduction ou en non - conduction. La première ligne correspond à l'état allumé du thyristor, les variations des tensions  $V_{AK}$  et  $V_{GK}$  n'affecte pas l'état de conduction, seul le courant  $I$  assure cet état.

Tableau 2.1: Table de vérité pour l'état du thyristor.

<i>ligne</i>	$I > I_{SEUIL}$	$V_{AK} > V_{AK_{SEUIL}}$	$V_{GK} > V_{GK_{SEUIL}}$	<i>conduction</i>
1	1	*	*	1
2	0	0	0	0
3	0	0	1	0
4	0	1	0	0
5	0	1	1	1

\* La variable peut prendre 0 ou 1 comme valeur.

La dernière ligne représente l'allumage, la troisième un faux allumage. L'arrêt du thyristor peut arriver de plusieurs façons, il est un passage de la première ligne à une parmi les quatre dernières, généralement à la deuxième ou à la quatrième du fait que, dans

la presque totalité des cas l'arrêt et l'action d'allumage du thyristor n'arrivent pas au même moment.

Dans la programmation, on connaît suffisamment à l'avance le moment où la tension de commande de la gâchette du thyristor sera envoyée, il suffit alors de vérifier que le courant dans le thyristor est nul et que la tension  $V_{AK}$  est plus grande que son seuil. Par ailleurs, on suppose que les thyristors se comportent idéalement ( $V_{AK\ SEUIL}=0$ ,  $V_{GK\ SEUIL}=0$ ,  $R_{fwd}=0$  et  $R_{rev} \rightarrow \infty$ ).

## 2.2 Utilisation des dispositifs FACTS.

L'utilisation des dispositifs FACTS vise l'augmentation des limites de transit de puissance et l'amélioration du contrôle de l'écoulement de puissance lorsqu'il y a de multiples lignes reliant la génération et la charge [Cigré 1995].

Une limite de transit est le transit maximal obtenu pour une ligne ou un corridor, en considérant un critère d'opération relatif à la sécurité du réseau .

Les différents types de critères d'opération se divisent essentiellement en deux : la sécurité en régime permanent (ou sécurité statique) et la sécurité en régime transitoire (sécurité dynamique).

Les critères relatifs à la sécurité statique sont eux-mêmes de deux types : celui des limites thermiques inhérents aux conducteurs et aux éléments du réseau connectés en série, et celui qui tient en compte un écoulement de puissance adéquat en considérant les limites de tension en régime permanent dans les barres du réseau.

Les dispositifs FACTS sont des contrôleurs. Ils sont considérés lors de la formulation des stratégies de compensation. Ces dernières ont pour but l'augmentation de la performance d'une ligne ou d'un corridor tel que mentionné dans l'Introduction.

Dans [Rivas 1996 ] on a évalué la performance des dispositifs FACTS en suivant ces stratégies, en plus on considère la compensation dynamique de puissance réactive et dans [Pineda 1996] on analyse l'impact de ces stratégies sur la stabilité transitoire.

### **2.2.1 Dispositifs FACTS : Utilité.**

Dans cette partie on fait un survol des dispositifs FACTS les plus importants. On fait une description sommaire et on précise le ou les critères de stabilité améliorés.

Les dispositifs FACTS peuvent se diviser en deux catégories suivant leur façon de se connecter au réseau de puissance : compensateurs en parallèle et compensateurs série.

On commence avec les compensateurs en parallèle :

#### **Le compensateur statique SVC.**

C'est un dispositif FACTS de première génération dont le but est de contrôler la tension de la barre à laquelle il est connecté de façon rapide et précise. Le SVC parvient à réaliser cette tâche en compensant les variations de puissance réactive par une puissance réactive variant dans un sens opposé. Il est utilisé pour améliorer la stabilité de la tension et il est aussi considéré pour réduire les effets de la résonance hyposynchrone.

#### **Le compensateur statique synchrone STATCOM.**

Ce dispositif FACTS est basé sur une source de tension synchrone qui génère trois tensions sinusoïdales , à la fréquence fondamentale, avec un contrôle rapide de la tension

et de l'angle de phase. Le STATCOM accomplit cela par l'intermédiaire d'un inverseur aux bornes duquel on connecte un condensateur . Le STATCOM est utilisé de façon similaire au SVC.

#### **Résistance de freinage commandée par thyristors.**

Le but d'une résistance de freinage est de contrôler la vitesse angulaire des machines du réseau par la dissipation de puissance dans celle-ci. Lorsque la commutation de la résistance est commandée par des thyristors, l'opération de celle-ci devient plus rapide et permet un meilleur contrôle de la dissipation de puissance. Ces dispositifs sont utilisés pour améliorer la stabilité transitoire.

#### **Transformateurs à prises variables commutés par thyristors.**

Le transformateur à prises variables sert à maintenir une tension de sortie à peu près constante malgré les variations de la tension à l'entrée, il exécute cette tâche en ajoutant ou en enlevant une petite quantité de tension en phase avec la tension de l'entrée. Lorsque des thyristors sont considérés pour la commutation des prises, celle-ci devient plus rapide et le contrôle de la tension, surtout dans le régime transitoire est plus efficace. Ce dispositif permet d'améliorer la stabilité de la tension et la stabilité transitoire, cette dernière en permettant la variation du transit de puissance lors des oscillations de celle-ci.

Parmi les compensateurs en série on trouve:

#### **Le compensateur série commandé par thyristors (TCSC).**

Le but de ce compensateur est de varier l'impédance de la ligne par le contrôle d'un condensateur en série avec celle-ci. Le compensateur série commandé par des thyristors améliore la stabilité transitoire et la stabilité de la tension.

#### **Le transformateur déphaseur à thyristors.**

La fonction de ce dispositif FACTS est de donner un moyen de contrôle de la puissance transitée dans la ligne, ce qui est obtenu en variant l'angle de transport. Ce dispositif n'engendre ni absorbe de la puissance, il sert à améliorer la stabilité transitoire.

#### **Le compensateur universel de transit de puissance UPFC.**

Ce compensateur est universel dans le sens de complet et cela parce qu'il comporte toutes les stratégies de compensation. Tout en étant principalement un compensateur de puissance active et réactive et de générer et d'absorber de la puissance, il a la capacité de varier l'impédance de la ligne et l'angle de transit. Il parvient à ce contrôle parce qu'il utilise pleinement toutes les possibilités de l'électronique de puissance, particulièrement sa grande capacité de générer les ondes de tension ou de courant et de régler les déphasages entre ces deux grandeurs. On voit alors que ce compensateur est versatile. Sa capacité de changer simultanément les paramètres qui affectent le transit de puissance et sa réponse très rapide font de lui un choix approprié pour l'amélioration de la stabilité transitoire et de la stabilité dynamique et pour le contrôle de transit de puissance en régime permanent.

Il est nécessaire de mentionner aussi le développement d'un nouveau dispositif: le régulateur de puissance interphase RPI qui est conçu pour maintenir un transit constant

On peut y voir une barre à laquelle on connecte entre autres, le compensateur statique. Celui-ci est composé d'un condensateur fixe (CF), qui est commandé par des éléments mécaniques ; d'une réactance commandée par des thyristors (TCR) et de condensateurs commutés par des thyristors (TCS).

Le compensateur fixe fournit à la barre une puissance réactive fixe, il est connecté au réseau mécaniquement et comporte un contrôle pour l'ouverture du disjoncteur qui le relie à la barre.

Les condensateurs commutés par des thyristors permettent d'ajouter ou d'enlever de la puissance réactive lorsqu'ils sont ajoutés ou enlevés du réseau. Le contrôle de ces éléments est du type tout ou rien du fait que ceux-ci opèrent en conduction pleine ou nulle. Par conséquent, ils ne permettent pas le contrôle continu de la puissance réactive fournie au réseau.

La réactance contrôlée par des thyristors permet un contrôle plus fin de la puissance réactive car elle permet un contrôle continu du courant de compensation.

En plus des éléments considérés dans le schéma, il faut tenir compte des filtres utilisés pour régler le problème des harmoniques. Ces harmoniques sont inhérents au fonctionnement du TCR.

La réactance commutée par des thyristors (TSR) qui n'est pas montrée, est un autre élément considéré lors de la conception d'un SVC. Le contrôle de cette réactance est du type tout ou rien semblable à celui du TSC.



### 2.3.2 L'opération du SVC.

Le SVC est utilisé fondamentalement pour contrôler la tension à la barre où il est connecté au système électrique, de façon à obtenir un profil plat de la tension. Pour ce faire, il doit générer ou absorber de la puissance réactive à ses bornes.

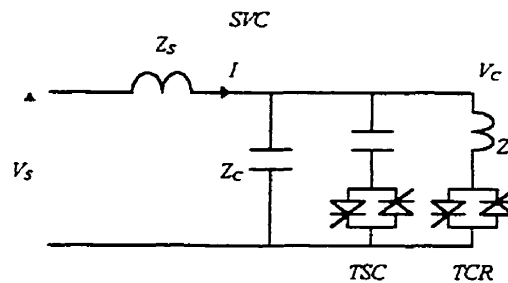


Figure 2.4: Schéma d'un SVC.

La figure 2.4 est le circuit équivalent du SVC montré à la figure 2.3 mais où l'on considère seulement un TSC et un TCR. La tension aux bornes de la barre où le SVC est branché,  $V_S$ , et l'impédance  $Z_S$  sont la tension et l'impédance équivalente Thévenin du réseau vues de la barre. Le but du SVC est de maintenir la tension  $V_C$  aux bornes du SVC fixe. Lorsque la tension  $V_S$  diminue, le contrôle du SVC doit connecter le condensateur fixe CF, si la tension diminue encore on doit connecter aussi le TSC. Par contre, lorsque la tension  $V_S$  augmente, le TCR doit entrer en fonctionnement [Rivas 1996 ].

elle suit la droite correspondante à la réactance équivalente au condensateur fixe  $C_F$  et à la branche TCR.

## CHAPITRE III

### MODÉLISATION

Le dispositif FACTS que l'on étudiera est le SVC et l'analyse qu'on en fait demeurera valable pour des circuits comportant une branche TCR, notamment le TCSC. Dans la première partie de ce chapitre on discutera du fonctionnement du TCR soumis à une tension sinusoïdale et par la suite on considérera le fonctionnement du SVC soumis lui aussi à une tension sinusoïdale et on donnera les expressions de sa dynamique. Par la suite on passera au calcul de l'application de Poincaré et finalement on trouvera l'expression linéarisée de celle-ci autour d'une solution périodique d'intérêt.

#### 3.1 Fonctionnement et modèle d'état du SVC.

La connaissance approfondie du circuit TCR est importante afin de pouvoir comprendre les effets de ce circuit dans le SVC. L'analyse dite «classique» du TCR est présentée dans les livres touchant le sujet des SVC [Miller 1982].

##### 3.1.1 Fonctionnement du TCR

Le TCR, montré à la figure 3.1, est un circuit composé d'une impédance  $L_r$  en série avec une résistance de faible valeur  $R_r$  et avec deux thyristors montés en antiparallèle ( $Thy-1, Thy-2$ ).

Le circuit d'allumage envoie le signal d'allumage aux gâchettes des thyristors à des instants déterminés. Pour la détermination de ce temps d'allumage, dénoté  $\phi$ , le circuit

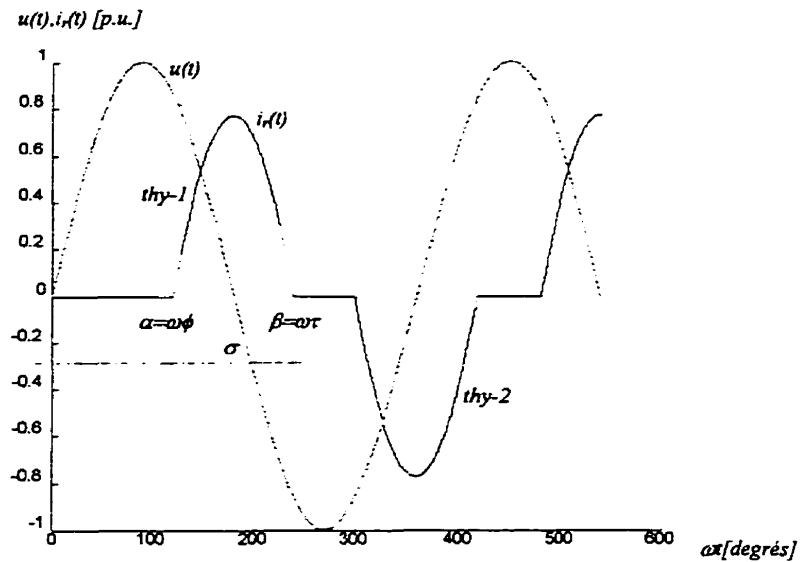


Figure 3.2: Opération d'un TCR : angles d'allumage et de conduction.

Il faut noter que dans ce circuit il ne peut y avoir qu'un thyristor qui conduit car si l'un des thyristors conduit l'autre est forcément avec une tension nulle à ses bornes ce qui l'empêcherait d'amorcer la conduction.

Si la tension  $u(t)$  est appliquée aux bornes du TCR et que les thyristors sont éteints, on peut remarquer que lorsque les deux gâchettes sont mises sous tension au même moment il n'y aura qu'un seul thyristor qui conduira soit *Thy-1* si la tension  $u(t)$  est positive lors de l'allumage soit *Thy-2* si elle est négative. Si à ce moment  $u(t)$  est zéro aucun thyristor ne s'allumera.

L'angle d'arrêt de conduction est dénoté  $\beta := \omega\tau$ , où  $\tau$  est le temps de l'arrêt de conduction. De même, l'angle de conduction est dénoté  $\sigma := \beta - \alpha$ .

L'expression qui régit le mode conduction est la suivante :

L'équation 3.5 ne garantit pas qu'il y aura deux conductions par période. On pourrait songer au cas où  $\alpha = \pi/3$ , et le prochain allumage serait donc  $\pi$  rad plus tard à  $\alpha' = 4\pi/3$ . Dans ce cas, l'angle de conduction serait de  $\sigma = 4\pi/3$  et la fin de la conduction pour  $\alpha = \pi/3$  serait  $\alpha + \sigma = 5\pi/3$ . Le signal pour l'allumage à  $\alpha' = 4\pi/3$  arriverait pendant la conduction sans avoir aucun effet (faux allumage).

Ainsi, le TCR est essentiellement un intégrateur de la tension présente à ses bornes dont on peut commander l'allumage ou début de l'intégration mais dont l'arrêt de conduction ou la fin de l'intégration arrive lorsque l'intégrale s'annule.

Il est clair que la tension présente aux bornes du TCR joue un rôle important quant à la forme d'onde du courant  $i_r(t)$  et aussi lors de la détermination de l'angle de conduction  $\sigma$ . Dans le cas des circuits SVC et TCSC on va voir que cette tension sera influencée par le reste du circuit et que la relation entre  $\alpha$  et  $\sigma$  ne sera plus linéaire comme dans (3.5).

### 3.1.2 Fonctionnement du SVC

La Figure 3.3 est un schéma simplifié du circuit du SVC où la tension  $u(t)$ , la résistance  $R_S$  et l'inductance  $L_S$  représentent le réseau vu de la barre où le SVC est installé. Le circuit SVC proprement dit est formé par une branche TCR de résistance  $R_r$  et d'inductance  $L_r$  en parallèle avec le condensateur  $C$ .

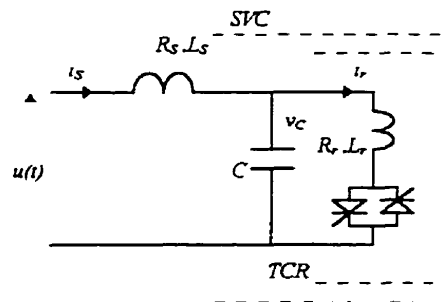


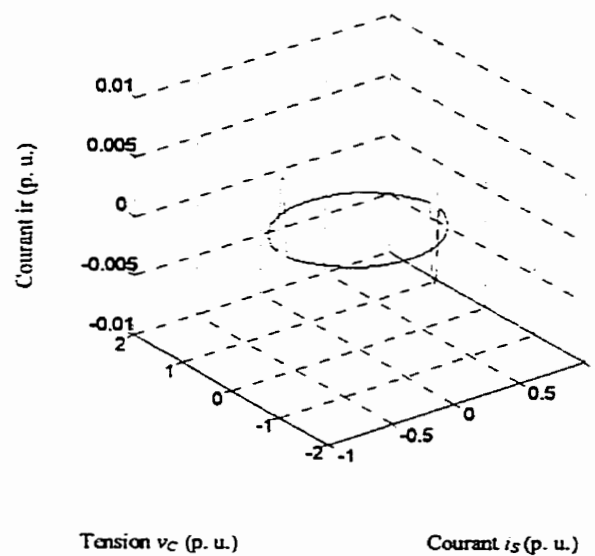
Figure 3.3: Schéma d'un SVC connecté à une source  $u(t)$  derrière une impédance de ligne  $(R_s, L_s)$ .

Les variables d'état retenus sont naturellement le courant de source  $i_s$ , la tension aux bornes du condensateur  $v_c$  et le courant dans la branche TCR  $i_r$ .

Le circuit du SVC a un comportement dynamique complexe, celui-ci est accessible par le biais de la simulation. On a fait un programme dans Matlab pour l'étude du SVC et il est utile de présenter à ce stade les paramètres qui ont servi pour la simulation du comportement du circuit, ceci parce qu'on ne connaît pas la portée de l'influence des paramètres électriques sur le comportement du circuit, et il n'est pas possible de généraliser les résultats obtenus pour un circuit SVC particulier. La simulation du circuit SVC a été faite en considérant les données présentées au tableau 3.1 sur la base de 100 MVA et 1KA avec une fréquence de 60 Hz [Jalali, Dobson, Lasseter 1992].

Tableau 3.1: Données du circuit SVC étudié.

tension d'entrée	: $u(t)$	$\sin(\omega t)$ p.u.
impédance de ligne	: $Z_S = R_S + j\omega L_S$	7.35% p.u.
angle d'impédance de ligne	: $\theta_S$	$89^\circ$
réactance capacitive	: $C$	177% p.u.
réactance inductive	: $L_r$	62.6% p.u.
résistance	: $R_r$	3.13 % p.u.

Figure 3.4: Solution périodique correspondante à  $\alpha=175^\circ$ .

La méthode d'intégration utilisée est la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 et le calcul des passages par zéro des variables d'intérêt ont été faites à l'aide de la méthode de

Newton-Raphson, l'instant d'allumage des thyristors est fait en fonction des passages par zéro de la tension  $u(t)$ .

Les simulations commencent avec des angles de conduction pour les cas de pleine conduction et de conduction nulle, car ceux-ci montrent le comportement du SVC lorsque l'impédance  $L_r$  est connectée en tout temps (conduction pleine) ou lorsqu'elle est en tout temps déconnectée (conduction nulle). Ces deux cas sont plus facilement compréhensibles et faisables par simulation.

Par la suite, on a modifié par des petites quantités l'angle d'allumage  $\alpha$  à partir soit de la conduction nulle ou de la conduction pleine. La figure 3.4 est un exemple de cela, elle a été obtenue en diminuant l'angle d'allumage pour la conduction nulle d'environ  $4.5^\circ$  ( $\sigma=10^\circ$ ). On remarque dans la même figure une *symétrie* dans la solution périodique et on peut voir la conduction et la non-conduction par l'existence ou pas du courant  $i_r$ , cela montre la présence d'un angle de conduction  $\sigma$  qui est constant pour la solution périodique. Ces observations sont typiques dans toutes les solutions périodiques retrouvées pour différents angles d'allumage.

Les résultats de simulation montrent que pour des angles d'allumage  $\alpha$  fixes la trajectoire dans l'espace d'état génère une solution périodique isolée (cycle limite).

Il est important de noter que la conduction et la non-conduction arrivent deux fois dans une période lorsque  $\sigma$  est plus petit ou égal à  $180^\circ$ .



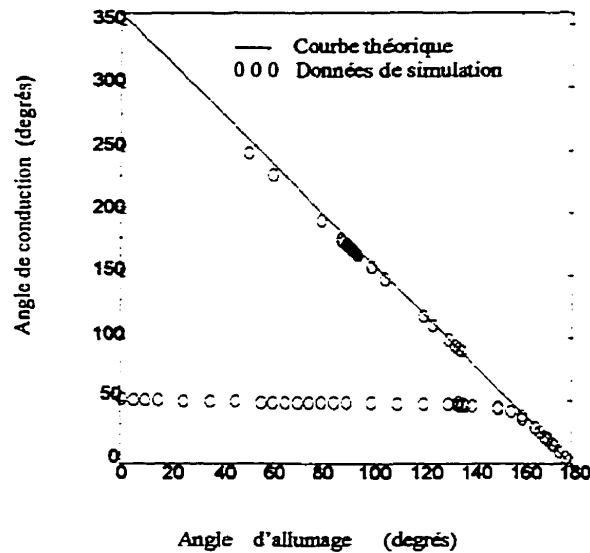


Figure 3.5: Caractéristique Angle de conduction  $\sigma$  vs. Angle d'allumage  $\alpha$  et caractéristique  $2\alpha + \sigma = 2\pi$ .

En faisant varier l'angle de conduction  $\alpha$ , on trouve des solutions périodiques avec les angles de conduction  $\sigma$  correspondants. Cela permet de tracer la caractéristique  $\alpha$  vs.  $\sigma$  et la comparer avec l'expression linéaire (3.5) donnée par l'analyse classique du TCR (figure 3.5).

On peut voir que le circuit ne suit pas la droite  $2\alpha + \sigma = 2\pi$  à des endroits éloignés de la pleine conduction ou de la conduction nulle, ceci est dû à la distorsion de la tension  $v_c$  aux bornes du TCR qu'on observe en simulation.

Il y a une solution périodique associée à chaque point  $(\alpha, \sigma)$  obtenu par simulation. On remarque aussi le fait que en dessous de  $\alpha \approx 135^\circ$  il y a deux angles de conduction  $\sigma$  par angle d'allumage  $\alpha$ , ce qui laisse entrevoir la présence de deux bassins d'attraction correspondant à ces  $\alpha$ . En effet, en partant d'un état initial avec un angle d'allumage fixe

$\alpha$ , on peut se retrouver en régime permanent avec l'une ou l'autre des solutions périodiques associées à ces deux angles de conduction  $\sigma$ .

Avant de terminer cette partie sur le fonctionnement du SVC, il est bon de parler de la stabilité que la simulation du circuit a mise en évidence.

D'abord, la façon d'obtenir la caractéristique montrée à la figure 3.5 est une conséquence de la stabilité du circuit, ceci dans le sens où il y a typiquement une convergence vers une solution périodique suite à une variation de l'angle d'allumage. En effet, lorsqu'on change cette valeur de  $\alpha_1$  à  $\alpha_2$  pour trouver un autre régime permanent, l'état initial considéré pour générer la trajectoire qui donnera le régime permanent correspondant à  $\alpha_2$  appartient au régime permanent associé à  $\alpha_1$ . La solution périodique associée au régime permanent correspondant à  $\alpha_2$  est donc asymptotiquement stable.

En considérant l'angle de conduction, on constate l'existence d'une plage d'angle de conduction qui ne présente pas de solution périodique ( $\sigma \cong 60^\circ - 80^\circ$ ). On pourrait penser à une perte de stabilité pour ces valeurs de  $\sigma$ , mais ce n'est pas le cas parce que l'angle de conduction ne peut pas être fixé arbitrairement contrairement à l'angle d'allumage.

Ensuite, on peut commenter le temps que prend le circuit pour aller d'une solution périodique à une autre. Par exemple, celui correspondant à une variation de  $2^\circ$  dans  $\alpha$  est de quelques dizaines de périodes. Ceci pourrait être amélioré par compensation.

### 3.1.3 Modélisation du SVC

La complexité de fonctionnement du SVC impose, avant tout effort de modélisation, une restriction dans l'ensemble des comportements du circuit, l'ensemble réduit résultant

servira à la détermination du modèle cherché. On se limite aux cas où la conduction de chaque thyristor est comprise entre la pleine conduction et la conduction nulle.

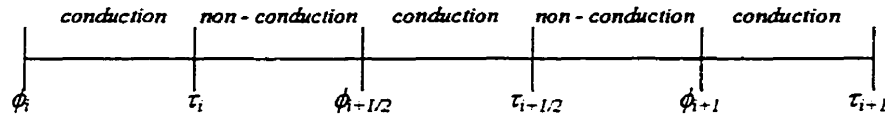


Figure 3.6: Évolution temporelle des modes de conduction.

En considérant cette restriction, on constate que l'évolution temporelle au cours d'une période passe par deux successions des modes de conduction tel que montré à la figure 3.6. L'indice  $i$  fait référence à la demi-période qui commence au temps  $t=iT$ , par exemple  $iT \leq \phi_i < iT + T/2$ , de même, le sous-indice  $i+1/2$  fait référence à la demi-période qui commence au temps  $t=(i+1/2)T$ ,  $i$  étant un entier et  $T$  la période.

**Remarque :** L'existence d'une symétrie dans une solution périodique, mentionné à propos de la figure 3.4, introduit l'expression  $v(t) = -v(t + T/2)$ , où  $v$  est une variable du circuit pour cette solution périodique et  $t$  un temps quelconque. Cette symétrie suggère la notation des sous-indices présentée, de sorte que l'expression précédente devient

$$v_i = -v_{i+1/2} \quad (3.6)$$

Les équations différentielles qui régissent le circuit SVC étudié sont les suivantes d'après la figure 3.3 : Pour le mode conduction

$$u(t) = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + v_c$$

$$i_s = i_r + C \frac{dv_c}{dt}$$

$$v_c = R_r i_r + L_r \frac{di_r}{dt}$$

pour le mode non-conduction

$$u(t) = R_s i_s + L_s \frac{di_s}{dt} + v_c$$

$$i_s = C \frac{dv_c}{dt}$$

$$i_r = 0$$

La représentation en modèle d'état de ces équations différentielles en considérant le vecteur d'état  $x = (i_s, v_c, i_r)^T$  est donnée pour une période complète commençant à l'instant d'allumage  $\phi_i$ , par l'équation d'état suivante

$$\dot{x} = f(x, t) = \begin{cases} A_1 x + Bu(t), & \phi_i \leq t < \tau_i \\ A_2 x + Bu(t), & \tau_i \leq t < \phi_{i+1/2} \\ A_1 x + Bu(t), & \phi_{i+1/2} \leq t < \tau_{i+1/2} \\ A_2 x + Bu(t), & \tau_{i+1/2} \leq t < \phi_{i+1} \end{cases} \quad (3.7)$$

avec

$$A_1 = \begin{bmatrix} -R_s/L_s & -1/L_s & 0 \\ 1/C & 0 & -1/C \\ 0 & 1/L_r & -R_r/L_r \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -R_s/L_s & -1/L_s & 0 \\ 1/C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1/L_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Cette expression est valide pour l'alternance de modes de la figure 3.6

La fonction  $f$  est périodique pour la solution périodique et continue dans le temps sauf pour les instants de commutation, elle est discontinue à ces endroits du fait que le courant  $i_r$  est discontinu, quant à la tension  $v_C$  et au courant  $i_S$ , ils sont toujours continus.

Le courant  $i_r$  est nul pour la non-conduction, ceci veut dire que le vecteur d'état  $x$  comporte au cours de ce mode de conduction un élément nul, il est possible aussi que l'échantillonnage de l'application de Poincaré se fasse pendant ce mode de conduction. Alors il serait convenable, pour des fins de simplification, de considérer deux modèles d'état avec des vecteurs d'état différents  $x = (i_S, v_C, i_R)^T$  pour le mode conduction et le vecteur d'état  $y = (i_S, v_C)^T$  pour le mode non-conduction [Jalali, Lasseter, Dobson 1994].

Le système résultant est

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, & \phi_i \leq t < \tau_i & \text{ ou } \phi_{i+1/2} \leq t < \tau_{i+1/2} \\ \dot{y} &= PAQy + PBu, & \tau_i \leq t < \phi_{i+1/2} & \text{ ou } \tau_{i+1/2} \leq t < \phi_{i+1} \end{aligned} \quad (3.8)$$

où

$$A = A_1, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad Q = P^T.$$

La Figure 3.7 montre l'évolution au cours d'une période des états du système. À la différence de la figure 3.6, celle-ci montre les états aux commutations ( $x$  et  $y$ ) et un temps particulier  $t_i$  qui représente un instant pour l'échantillonnage de l'application de Poincaré (ici pris arbitrairement pendant la conduction). On considère également les

temps une demi-période et une période en aval de ce temps et les états correspondants.

Les flèches montrent l'existence des états  $x$  ou  $y$  d'un temps de commutation à l'autre.

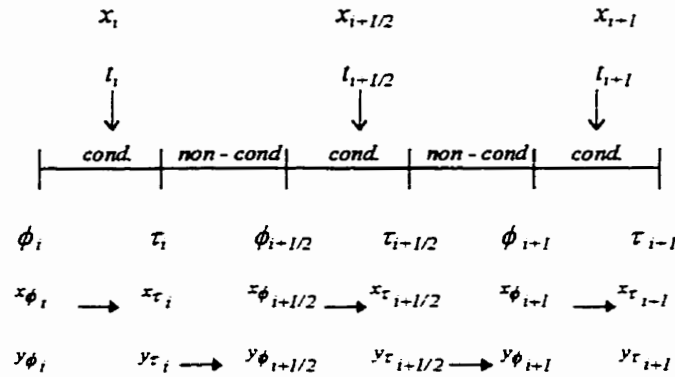


Figure 3.7: Schéma d'évolution temporelle des modes de conduction.

Aux instants de commutation, on vérifie les équations suivantes

$$\begin{aligned} y_{\tau_j} &= P x_{\tau_j} \\ x_{\phi_j} &= Q y_{\phi_j} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Pour l'arrêt de conduction, l'équation  $i_R(\tau_j)=0$ , s'exprime aussi par celle-ci

$$(I - QP)x_{\tau_j} = 0 \quad (3.10)$$

dans les équations (3.9) à (3.10) l'indice  $j$  compte les demi-périodes et non pas les périodes de façon à considérer tous les instants de commutation.

### 3.2 Le calcul de l'application de Poincaré

Le système représenté par les équations (3.8) à (3.10) est un système non-autonome avec trois variables d'état. L'application des équations (1.7) et (1.8) permet d'utiliser

l'expression (1.9) de l'application de Poincaré. En effet, l'hyperplan  $\Sigma$ , qui définit l'application de Poincaré, est déterminé en posant  $\theta = \theta_i = \omega t_i$ . Alors l'expression équivalant à (1.9) à obtenir devient

$$P(x) = \phi_{t_i + T}(x, t_i)$$

En considérant la figure 3.7, on prend le temps  $t_i$  pour effectuer l'échantillonnage de l'application de Poincaré, à ce temps correspond l'état  $x_i$ . À partir de ce temps et de cet état, on résout la première des équations (3.8) et on calcule l'état  $x(\tau_i)$  au temps  $\tau_i$ . Par la suite, on résout la deuxième des équations (3.8) et on trouve l'état  $x(\phi_{i+1/2})$  au temps  $\phi_{i+1/2}$ . Ensuite, on calcule l'état  $x_{i+1/2}$  au temps  $t_{i+1/2}$ . Finalement, on applique le même procédé pour aller de l'état  $x_{i+1/2}$  au temps  $t_{i+1/2}$  à l'état  $x_{i+1}$  au temps  $t_{i+1}$ . Dans les commutations, il faut considérer les changements de variables d'état d'après (3.9).

La solution de la première des équations (3.8) pour l'état  $x_i$  au temps  $t_i$  pendant la conduction et jusqu'au temps  $\tau_i$  pendant la conduction est donné par

$$x_{\tau_i} \stackrel{\Delta}{=} x_{\tau_i}(x_i, t_i, \tau_i) = e^{A(\tau_i - t_i)} \left[ x_i + \int_{t_i}^{\tau_i} e^{A(t_i - s)} Bu(s) ds \right] \quad (3.11)$$

en solutionnant la deuxième équation (3.8) pour l'état  $y_{\tau_i}$  au temps  $\tau_i$  pendant la non-conduction et jusqu'au temps  $\phi_{i+1/2}$  pendant la non-conduction on obtient

$$y_{\phi_{i+1/2}} \stackrel{\Delta}{=} y_{\phi_{i+1/2}}(y_{\tau_i}, \tau_i, \phi_{i+1/2}) = e^{PAQ(\phi_{i+1/2} - \tau_i)} \left[ y_{\tau_i} + \int_{\tau_i}^{\phi_{i+1/2}} e^{PAQ(\tau_i - s)} PBu(s) ds \right] \quad (3.12)$$

et on obtient

$$x_{i+1/2}^{\Delta} = x_{i+1/2}(x_{\phi_{i+1/2}}, \phi_{i+1/2}, t_{i+1/2}) = e^{A(t_{i+1/2}-\phi_{i+1/2})} \left[ x_{\phi_{i+1/2}} + \int_{\phi_{i+1/2}}^{t_{i+1/2}} e^{A(\phi_{i+1/2}-s)} Bu(s) ds \right] \quad (3.13)$$

pour aller du temps  $\phi_{i+1/2}$  au temps  $t_{i+1/2}$ .

On résume en posant les expressions suivantes

$$\begin{aligned} x_{\tau_i} &= x_{\tau_i}(x_i, t_i, \tau_i) \\ y_{\phi_{i+1/2}} &= y_{\phi_{i+1/2}}(y_{\tau_i}, \tau_i, \phi_{i+1/2}) \\ x_{i+1/2} &= x_{i+1/2}(x_{\phi_{i+1/2}}, \phi_{i+1/2}, t_{i+1/2}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

De même, pour aller du temps  $t_{i+1/2}$  au temps  $t_{i+1}$ , on obtient

$$\begin{aligned} x_{\tau_{i+1/2}} &= x_{\tau_{i+1/2}}(x_{i+1/2}, t_{i+1/2}, \tau_{i+1/2}) \\ y_{\phi_{i+1}} &= y_{\phi_{i+1}}(y_{\tau_{i+1/2}}, \tau_{i+1/2}, \phi_{i+1}) \\ x_{i+1} &= x_{i+1}(x_{\phi_{i+1}}, \phi_{i+1}, t_{i+1}) \end{aligned} \quad (3.14a)$$

on peut alors écrire grâce à (3.9) que :

$$\begin{aligned} x_{i+1/2} &= x_{i+1/2}(Qy_{\phi_{i+1/2}}(Px_{\tau_i}(x_i, t_i, \tau_i), \tau_i, \phi_{i+1/2}), \phi_{i+1/2}, t_{i+1/2}) \\ x_{i+1} &= x_{i+1}(Qy_{\phi_{i+1}}(Px_{\tau_{i+1/2}}(x_{i+1/2}, t_{i+1/2}, \tau_{i+1/2}), \tau_{i+1/2}, \phi_{i+1}), \phi_{i+1}, t_{i+1}) \end{aligned}$$

On définit une application  $F$  qui permet de condenser les expressions précédentes

$$\begin{aligned} x_{i+1/2}^{\Delta} &= F(x_i, t_i, \tau_i, \phi_{i+1/2}, t_{i+1/2}) \\ x_{i+1}^{\Delta} &= F(x_{i+1/2}, t_{i+1/2}, \tau_{i+1/2}, \phi_{i+1}, t_{i+1}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

de sorte que

$$x_{i+1} = F(F(x_i, t_i, \tau_i, \phi_{i+1/2}, t_{i+1/2}), t_{i+1/2}, \tau_{i+1/2}, \phi_{i+1}, t_{i+1}) \quad (3.16)$$

avec  $i = 0, 1, 2, \dots$



L'application de Poincaré du circuit SVC dépend continuellement de ses paramètres et ses dérivées partielles existent et sont continues.

### 3.3 Calcul du Jacobien et linéarisation de l'application de Poincaré

Comme on vient de voir l'application de Poincaré pour le circuit du SVC est composée de plusieurs fonctions, elle est difficile à calculer. Ce qu'on se propose de faire en cette partie est de linéariser le système autour d'une solution nominale.

Si on fixe le temps d'allumage des thyristors, le Jacobien de l'application de Poincaré linéarise celle-ci autour de la solution périodique qui correspond au temps d'allumage fixe.

Lorsque le temps d'allumage n'est plus fixe, il faut considérer l'influence de la variation du temps d'allumage sur la dynamique du système, en plus du Jacobien de l'application de Poincaré calculé.

Dans cette partie, on utilise les équations de linéarisation (1.15) et la règle de la chaîne (1.16).

#### 3.3.1 Le Jacobien de l'application de Poincaré avec temps d'allumage fixe

On va considérer d'abord le cas où le système comporte un temps d'amorçage des thyristors  $\phi = \phi_{i+1/2} = \phi_{i+1}$  fixe. Alors, par abus de notation, on peut réécrire (3.18) comme  $x_{i+1} = P(x_i) = G_{i+1}(G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i)), \tau_{i+1/2}(x_{i+1/2}))$  avec  $x_{i+1/2} = G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i))$ .

Le Jacobien de cette expression est

$$DP(x_i) = D(G_{i+1}(G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i)), \tau_{i+1/2}(x_{i+1/2}))) \quad (3.19)$$

Noter que  $G_{i+1}$  est la même fonction que  $G_{i+1/2}$  mais appliquée aux variables d'une demi-période plus tard. Il suffit alors de calculer  $D(G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i)))$  et appliquer le même résultat à  $D(G_{i+1}(x_{i+1/2}, \tau_{i+1/2}(x_{i+1/2})))$ .

Pour obtenir cette dérivée on utilisera l'expression (3.17) en considérant les temps d'allumage fixes

$$DG_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i)) = D_{x_i} G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i)) + D_{\tau_i(x_i)} G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i)) D\tau_i(x_i) \quad (3.20)$$

mais d'après (3.14) en considérant les  $t_i$ ,  $t_{i+1/2}$ ,  $\phi_i$  et  $\phi_{i+1/2}$  constants, on obtient pour l'état au temps  $t_{i+1/2}$

$$x_{\tau_i} = x_{\tau_i}(x_i, \tau_i)$$

$$y_{\phi_{i+1/2}} = y_{\phi_{i+1/2}}(x_{\tau_i}, \tau_i)$$

$$x_{i+1/2} = x_{i+1/2}(y_{\phi_{i+1/2}})$$

pour réécrire (3.17)

$$x_{i+1/2} = G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i)) = x_{i+1/2}(y_{\phi_{i+1/2}}(x_{\tau_i}(x_i, \tau_i), \tau_i)) \quad (3.21)$$

alors l'équation (3.20) peut être exprimée par

$$DG_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i)) = D_{y_{\phi_{i+1/2}}} x_{i+1/2} \left[ D_{x_{\tau_i}} y_{\phi_{i+1/2}} \left( D_{x_i} x_{\tau_i} + D_{\tau_i} x_{\tau_i} D\tau_i \right) + D_{\tau_i} y_{\phi_{i+1/2}} D\tau_i \right]$$

en considérant la condition d'arrêt (3.10) on trouve

$$P\dot{x}(\tau_j) - \dot{y}(\tau_j) = PA(I - QP)x(\tau_j) = 0$$

et d'après les expressions (3.11) à (3.13)

$$\begin{aligned}
D_{y_{\phi_{i+1/2}}} x_{i+1/2} &= e^{A(\tau_{i+1/2} - \phi_{i+1/2})} Q \\
D_{x_i} x_{\tau_i} &= e^{A(\tau_i - t_i)} \\
D_{\tau_i} x_{\tau_i} &= \dot{x}(\tau_i) \\
D_{\tau_i} y_{\phi_{i+1/2}} &= -e^{PAQ(\phi_{i+1/2} - \tau_i)} \dot{y}(\tau_i) \\
D_{x_{\tau_i}} y_{\phi_{i+1/2}} &= e^{PAQ(\phi_{i+1/2} - \tau_i)} P
\end{aligned}$$

pour finalement arriver au résultat présenté dans [Jalali, Lasseter, Dobson 1994]

$$DG_{i+1/2}(x_i, \tau_i) = e^{A(\tau_{i+1/2} - \phi_{i+1/2})} Q e^{PAQ(\phi_{i+1/2} - \tau_i)} P e^{A(\tau_i - t_i)}$$

et pour  $G_{i+1}$  on obtient

$$DG_{i+1}(x_{i+1/2}, \tau_{i+1/2}) = e^{A(\tau_{i+1} - \phi_{i+1})} Q e^{PAQ(\phi_{i+1} - \tau_{i+1/2})} P e^{A(\tau_{i+1/2} - t_{i+1/2})}.$$

La figure 3.8 présente l'évolution des modes de la figure 3.7 mais pour le régime permanent. Il est nécessaire de préciser que  $\sigma$  représente non pas l'angle de conduction mais le temps de conduction et que  $k := (\tau_i - t_i) / \sigma$  est défini comme la constante d'échantillonnage, invariable pour la solution périodique nominale et sans dimension.

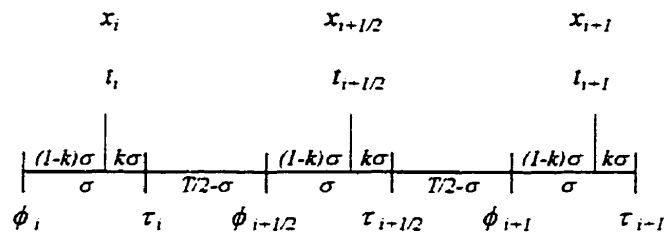


Figure 3.8: Évolution des modes de conduction pour une solution nominale.

le terme  $D_{x_i} G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i), \phi_{i+1/2})$  est bien égale à  $D\bar{G}_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i))$ , il reste donc à calculer  $D_{\phi_{i+1/2}} G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i), \phi_{i+1/2})$ . À partir de (3.23) on obtient

$$D_{\phi_{i+1/2}} G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i), \phi_{i+1/2}) = D_{\phi_{i+1/2}} x_{i+1/2} + D_{y_{\phi_{i+1/2}}} x_{i+1/2} \left( D_{\phi_{i+1/2}} y_{\phi_{i+1/2}} \right)$$

et d'après les expressions (3.11) à (3.13)

$$D_{\phi_{i+1/2}} x_{i+1/2} = -e^{A(t_{i+1/2} - \phi_{i+1/2})} \dot{x}(\phi_{i+1/2})$$

$$D_{\phi_{i+1/2}} y_{\phi_{i+1/2}} = \dot{y}(\phi_{i+1/2})$$

pour finalement obtenir

$$D_{\phi_{i+1/2}} G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i), \phi_{i+1/2}) = e^{A(t_{i+1/2} - \phi_{i+1/2})} (\underline{Q}P - I) \dot{x}(\phi_{i+1/2})$$

pour une solution périodique nominale on obtient

$$D_{\phi_{i+1/2}} G_{i+1/2}(x_i, \tau_i(x_i), \phi_{i+1/2}) = -e^{A(1-k)\sigma} c^T \frac{v_c(\phi_{i+1/2})}{L_R}$$

où  $c = [0 \ 0 \ 1]$  est un vecteur constant et  $di_R(\phi_{i+1/2})/dt = v_c(\phi_{i+1/2})/L_R$  est la pente du courant dans le TCR à l'instant de l'allumage que sera dénoté  $i'_R(\phi_{i+1/2})$ .

Alors le système linéarisé sera

$$dx_{i+1/2} = [e^{A(1-k)\sigma} \underline{Q}e^{PAQ(T/2-\sigma)} Pe^{Ak\sigma}] dx_i + [-e^{A(1-k)\sigma} c^T i'_R(\phi_{i+1/2})] d\phi_{i+1/2} \quad (3.24a)$$

et pour la demi-période suivante

$$dx_{i+1} = [e^{A(1-k)\sigma} \underline{Q}e^{PAQ(T/2-\sigma)} Pe^{Ak\sigma}] dx_{i+1/2} + [-e^{A(1-k)\sigma} c^T i'_R(\phi_{i+1})] d\phi_{i+1} \quad (3.24b)$$

Dans le cas où l'échantillonnage se ferait pendant le mode non-conduction, selon ce qui est montré à la figure 3.9, on obtient l'expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
y_{i+1/2} &= y_{i-1/2} (x_h, \tau_{i+1/2}(x_h)), \quad \tau_{i+1/2}(x_h) \\
x_h &= x_h(y_{i+1/2}, \phi_{i+1/2}) \\
y_{i+1/2} &= y_{i+1/2}(y_i, \phi_{i+1/2})
\end{aligned}$$

L'état  $x_h$  est un état qui récapitule l'influence de l'état  $y_i$  et du temps  $\phi_{i+1/2}$  en amont et simplifie les calculs du fait que tout ce qui se retrouve en aval dépend de lui. Ceci est possible parce que le temps  $t_h$  est pris constant et parce qu'on considère qu'en tout temps l'évolution temporelle des modes est celle donnée à la figure 3.6. Dans d'autres mots, il est toujours possible de trouver le temps  $t_h$ .

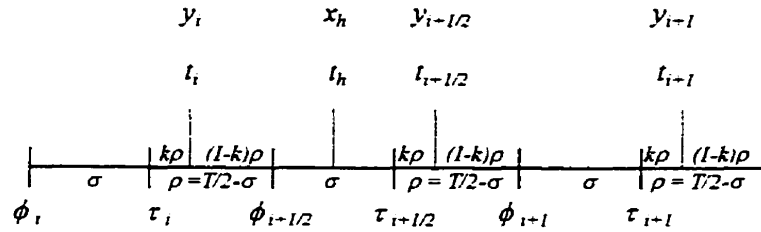


Figure 3.9: Évolution des modes de conduction pour une solution nominale.

On remarque par rapport à la figure 3.9 que la constante d'échantillonnage est définie pendant le mode non-conduction par l'expression  $k := (t_i - \tau_i) / (T/2 - \sigma)$ .

Le système linéarisé sera

$$dy_{i+1/2} = [e^{PAQk\rho} Pe^{A\sigma} Q e^{PAQ(1-k)\rho}] dy_i + [-e^{PAQk\rho} Pe^{A\sigma} c^T i'_R(\phi_{i+1/2})] d\phi_{i+1/2} \quad (3.25a)$$

$$dy_{i+1} = [e^{PAQk\rho} Pe^{A\sigma} Q e^{PAQ(1-k)\rho}] dy_{i+1/2} + [-e^{PAQk\rho} Pe^{A\sigma} c^T i'_R(\phi_{i+1})] d\phi_{i+1} \quad (3.25b)$$

En comparant les expressions (3.24) et (3.25) on s'aperçoit que les différentielles  $dx$  et  $dy$  ne sont pas pareilles et que ces différentielles n'existent que pendant la conduction

( $dx$ ) ou la non-conduction ( $dy$ ). De ce fait on voit qu'il y a une discontinuité aux transitions  $\phi_i$  et  $\tau_i$ . À cause de cela, le temps d'échantillonnage ne doit pas coïncider avec ces temps de commutation.

En plus il faut considérer que l'égalité

$$i'_R(\phi_{i+1}) = -i'_R(\phi_{i+1/2})$$

se vérifie toujours pour la solution périodique nominale et cela grâce à la symétrie de celle-ci.

Le résultat obtenu montre qu'il y a une dynamique semblable à chaque demi-période et que l'application de Poincaré pourrait être élargie en prenant un échantillon à toutes les demi-périodes et considérer le fait de la symétrie de la solution périodique nominale exprimée par l'équation (3.6). Ceci sera fait dans le chapitre suivant.

#### 4.1 Le modèle linéaire du circuit SVC à utiliser

Comme on a vu au deuxième chapitre, le circuit SVC est utilisé pour le contrôle de la tension et il permet d'améliorer ainsi la stabilité de la tension et réduire l'effet de la résonance hyposynchrone, entre autres. Par conséquent on choisit la tension dans le condensateur  $v_C$  comme la variable à contrôler.

La forme d'onde de la tension  $v_C$  possède une forte composante fondamentale et suit la tension d'entrée ou de source  $u(t)$  pour d'angles de conduction petits. L'échantillonnage est fait à  $90^\circ$  après le passage par zéro de la tension  $u(t)$ . L'instant d'échantillonnage considéré arrive pendant le mode non-conduction. La tension  $u(t)$  est la référence quant à l'allumage des thyristors et on la considérera comme une barre infinie.

À l'instant d'échantillonnage proposé, la tension  $u(t)$  est maximale et pour un angle de conduction nul,  $v_C$  est très proche de  $u(t)$ . Cet échantillonnage au temps indiqué permettra d'avoir toujours une valeur instantanée de cette tension capable de refléter la qualité d'onde qu'on est en train de donner au système et on pourra poser des actions de commande en fonction de la valeur de tension  $v_C$  échantillonnée.

À la fin du chapitre précédent on a donné les équations du circuit SVC linéarisé. Étant donné que l'échantillonnage se fait pendant le mode non-conduction on utilisera le modèle donné par (3.25).

$$dy_{i+1/2} = [e^{PAQkp} Pe^{A\sigma} Qe^{PAQ(1-k)p}] dy_i + [-e^{PAQkp} Pe^{A\sigma} c^T i'_R(\phi_{i+1/2})] d\phi_{i+1/2}$$

$$dy_{i+1} = [e^{PAQkp} Pe^{A\sigma} Qe^{PAQ(1-k)p}] dy_{i+1/2} + [-e^{PAQkp} Pe^{A\sigma} c^T i'_R(\phi_{i+1})] d\phi_{i+1}$$

Ce modèle correspond à l'évolution temporelle donnée par la figure 4.1

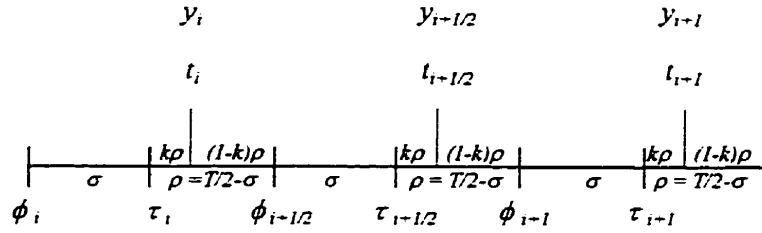


Figure 4.1: Évolution des modes de conduction pour une solution nominale.

Le modèle linéaire (3.25) peut être réduit à une seule expression par un changement de variable

$$\begin{aligned} z_i &= dy_i \\ z_{i+1/2} &= -dy_{i+1/2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Alors les expressions (3.25) deviennent

$$\begin{aligned} z_{i+1/2} &= \left[ -e^{PAQkp} Pe^{A\sigma} Q e^{PAQ(1-k)\rho} \right] z_i + \left[ e^{PAQkp} Pe^{A\sigma} c^T i'_R \right] d\phi_{i+1/2} \\ z_{i+1} &= \left[ -e^{PAQkp} Pe^{A\sigma} Q e^{PAQ(1-k)\rho} \right] z_{i+1/2} + \left[ e^{PAQkp} Pe^{A\sigma} c^T i'_R \right] d\phi_{i+1} \end{aligned}$$

Ce changement de variable est le résultat de considérer la symétrie des solutions périodiques et l'application de Poincaré complète.

La *symétrie*, exprimée par l'équation (3.6). Pour une solution périodique nominale particulière  $y^*$  au temps  $t_0$ , l'état du système au temps  $t_0 + T/2$  est  $-y^*$ . En outre, la considération du fait que, au cours de chaque période on a la possibilité d'agir sur le circuit à deux instants précis mène à trouver un moyen de considérer un autre instant au cours d'une période afin de contrôler le système. Autrement dit, avec un échantillonnage par période, une même commande devrait être appliquée aux deux instants d'allumage



(l'entrée) est une variation dans le temps d'allumage des thyristors  $\phi$ . Cette dynamique est donnée par l'équation

$$\begin{aligned} z_{j+1} &= A_0 z_j + B_0 d\phi_j \\ A_0 &= \left[ -e^{PAQk\rho} P e^{A\sigma} Q e^{PAQ(1-k)\rho} \right] \\ B_0 &= \left[ e^{PAQk\rho} P e^{A\sigma} c^T i'_R \right] \end{aligned} \quad (4.2)$$

où  $j=0,1,2,3, \dots$  compte les demi-périodes.

Cette équation est une fonction des variables du circuit et d'une caractéristique géométrique de celui-ci donnée par le temps d'allumage nominal  $\phi_n$ . On parle d'une caractéristique géométrique dans le sens que, ce  $\phi_n$  détermine une solution périodique unique. Cette solution périodique unique est un cycle limite, comme on l'a déjà mentionné. En changeant le temps d'amorçage des thyristors  $\phi_n$  on change le cycle limite correspondant comme on le voit sur la figure 4.3. La figure 4.3 présente l'application de Poincaré complète pour un changement de temps d'allumage. On peut voir le transitoire entre le cycle limite associé à  $\alpha = 120^\circ$  et celui correspondant à  $\alpha = 119.5^\circ$ , pour un temps d'échantillonnage de  $0^\circ$ . Le point d'origine de l'orbite montrée dans la figure 4.3 et le point d'arrivée sont des points d'équilibre asymptotiquement stables pour leurs angles de conduction respectifs et en vertu du théorème 1.2.1 les cycles limite correspondants sont asymptotiquement stables.

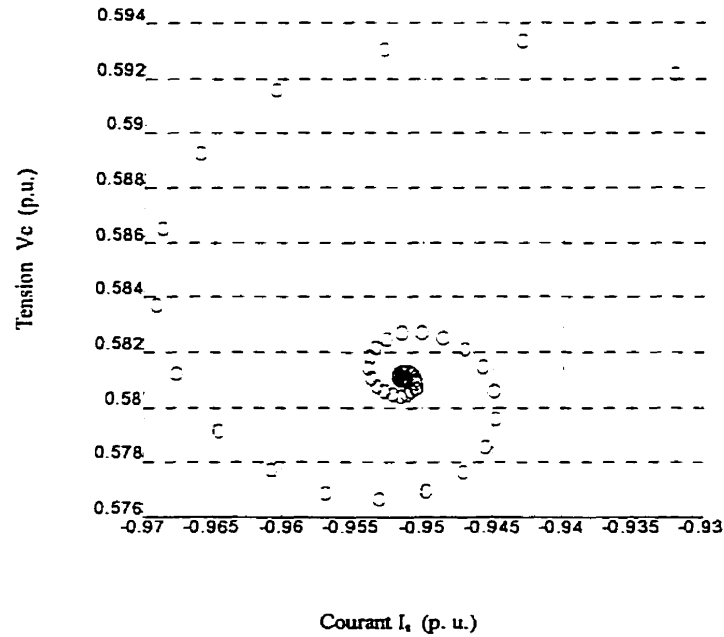


Figure 4.3: L'application de Poincaré complète pour une variation  $\Delta\alpha = -0.5^\circ$  à partir du cycle limite correspondant à  $\alpha = 120^\circ$  (30 cycles de simulation).

#### 4.1.1 La validité du modèle obtenu.

Le modèle présenté dans l'expression (4.2), a été testé et comparé avec le comportement du modèle non-linéaire initial exprimé par l'équation (3.7). On a pris différents angles d'allumage nominaux et conditions initiales et on a simulé ces modèles.

Le modèle linéaire discret donné par (4.2) a été transformé dans un modèle continu en considérant la période d'échantillonnage de  $T/2$ . Ceci est possible parce que cette période d'échantillonnage est relativement petite, autrement on aurait dû conserver le modèle discret et travailler dans le domaine de la *Transformée en  $z$*  au lieu de la *Transformée de Laplace*.

La figure 4.4 montre deux courbes qui représentent l'évolution temporelle de l'incrément corrigé de tension ( $dv_j^c = [0 \ 1]^T z_j$ ,  $dv_{j-1}^c = [0 \ 1]^T z_{j-1}$ ) obtenu d'après le modèle linéarisé continu issu de l'équation (4.2) et celui obtenu d'après le modèle non-linéaire réel. Cette dernière est la courbe pointillée.

L'angle d'allumage nominal considéré est de  $158^\circ$ , pour une condition initiale de  $dv_c^c = -0.04 \text{ p.u.}$  L'angle d'allumage reste le même pendant la simulation.

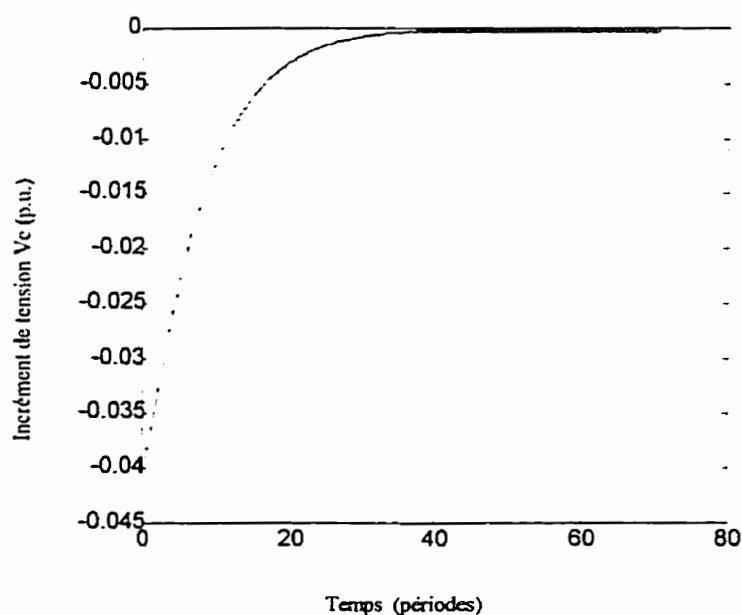


Figure 4.4: Évolution temporelle de l'incrément de tension  $dv^c$ .

On constate que le modèle trouvé représente assez bien le comportement dynamique de l'application de Poincaré.

On remarque que le système possède un temps de réponse d'environ *vingt-deux fois la période* et pas de dépassement.

## 4.2 Analyse en boucle ouverte.

Un point d'équilibre de l'application de Poincaré correspond à une solution périodique. Derrière un tel point, on a une trajectoire fermée qui comporte de l'information quant à la qualité du signal des variables d'intérêt. Dans cette partie on quantifie cette information. Pour un intervalle allant de  $\sigma_n = 2^\circ$  à  $43^\circ$ , on analysera les variations des variables les plus importantes. Cet intervalle d'intérêt est celui considéré pour l'opération du SVC.

### 4.2.1 L'angle d'allumage $\alpha$ .

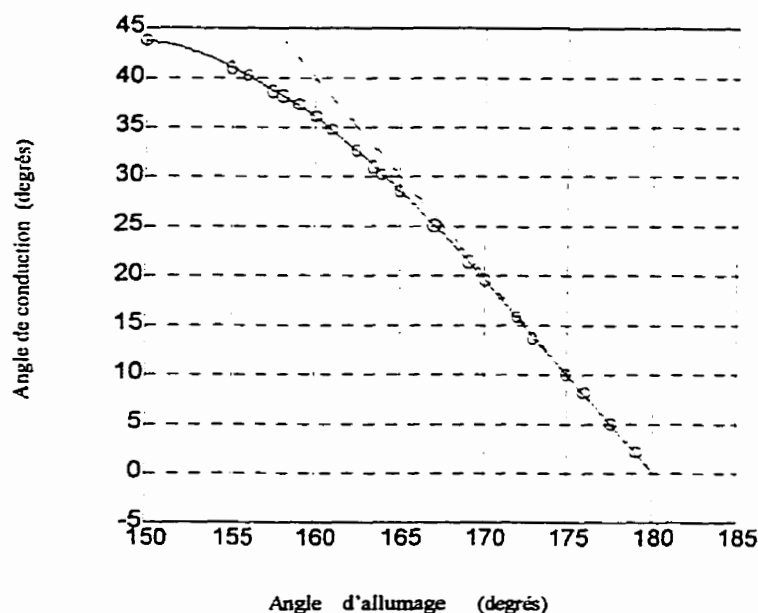


Figure 4.5: Caractéristique Angle de conduction  $\sigma$  vs. Angle d'allumage  $\alpha$  et caractéristique  $2\alpha + \sigma = 2\pi$ .

On a déjà parlé de la correspondance entre l'angle d'allumage  $\alpha$  et l'angle de conduction  $\sigma$  pour une solution périodique donnée (voir section 3.1.2). Dans cette partie on

considère une plage d'angles d'allumage allant de  $150^\circ$  à  $180^\circ$ . La figure 4.5 est un agrandissement de la figure 3.5. Comme on peut voir, on est autour de l'angle de conduction nulle. En dessous de  $\alpha=150^\circ$  la caractéristique donnée par l'analyse classique et celle effectivement générée par le circuit s'éloignent.

#### 4.2.2 La tension $v_C$ à l'échantillonnage $v_C(t_i)$ .

Pour une solution périodique, la tension  $v_C$  au temps  $t_i$  est constante et correspond à une coordonnée du point d'équilibre de l'application de Poincaré. Elle sert à déterminer le vecteur d'état  $y_n$  et  $z_j$  dans l'équation (4.2).

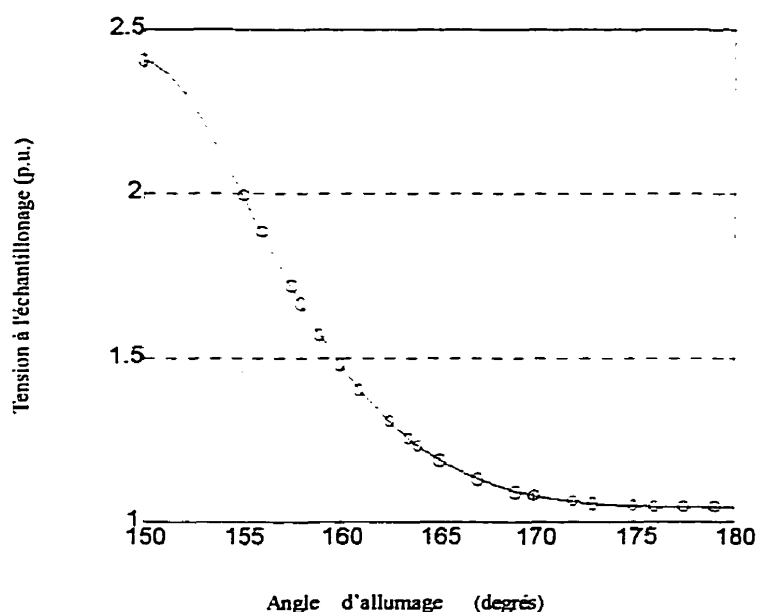


Figure 4.6: Caractéristique Tension à l'échantillonnage  $v_C(t_i)$  vs. Angle de conduction  $\sigma$ .

La figure 4.6 montre les valeurs de cette tension en fonction de l'angle d'allumage. Dans le cas de l'analyse classique, la tension  $v_C(t_i)$  est constante pour toute solution périodique et d'une valeur très proche de l'unité ( $\sin(90^\circ)$ ).

À la figure 4.3, on peut déterminer cette tension pour les angles d'allumage  $\alpha=119.5^\circ$  et  $\alpha=120^\circ$ . Il faut préciser que le temps d'échantillonnage est de  $0^\circ$  degré et non pas  $90^\circ$  et que la région considérée est autour de  $\sigma=100^\circ$  (figure 3.5).

Il est à souligner que le contrôle du circuit SVC est fait par le contrôle de cette tension.

#### 4.2.3 La constante d'échantillonnage $k$ .

L'expression qui définit la constante d'échantillonnage pour le régime permanent associé au temps de conduction  $\sigma$  est la suivante

$$k(\sigma) = \frac{t_i - \tau_i(\sigma)}{T/2 - \sigma}$$

Cette expression est définie seulement pour la solution périodique car en réalité  $\tau_i$  dépend de l'état du système lors de l'échantillonnage  $y_{i-1}$  et du temps d'allumage une demi-période en amont ( $y_{i-1}$  et  $\phi_{i-1}$ ), mais pour une solution périodique cet état et cet angle sont exprimés par  $\alpha$ , donc par  $\sigma$ . La figure 4.7 montre la dépendance de la constante d'échantillonnage sur l'angle d'allumage des thyristors  $\alpha$ .

On peut voir sur cette figure que si au début ( $\sigma=0^\circ$ ) le temps d'échantillonnage fixe est au centre du mode non-conduction; les modes se déplacent vers la gauche (en considérant la figure 4.1) au fur et à mesure que l'angle de conduction augmente.

Dans la plage de valeurs d'angle d'allumages considérée, l'échantillonnage se produit toujours à l'intérieur du mode non-conduction.

Ce déplacement peut aussi être observé à la figure 3.5 où l'angle d'allumage qui va vers la gauche en diminuant sa valeur, rencontre un angle de conduction presque constant.

D'ici, par exemple, on peut estimer que l'angle d'échantillonnage ( $\omega t_0 = 90^\circ$ ) passera au mode conduction lorsque l'angle d'allumage sera en dessous de  $42^\circ$ , car l'angle de conduction est constant et égal à peu près à  $48^\circ$  ( $\beta = \omega\tau = \alpha + \sigma \cong \omega t_0$ ).

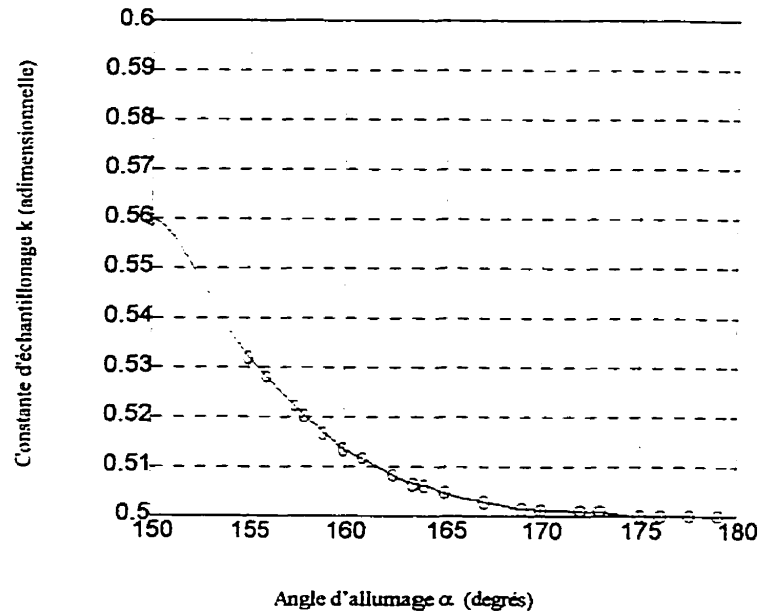


Figure 4.7: Constante d'échantillonnage  $k$  vs. angle d'allumage  $\alpha$ .

#### 4.2.4 La dérivée du courant à l'allumage $i'_R$ .

En considérant l'expression (4.2), on voit que  $B_0$  dépend de la dérivée du courant à l'allumage. Cette expression est égale à  $v_C(\phi)/L_R$ , comme on l'a déjà mentionné (voir équations 3.24 et 3.25).

Pour une solution périodique, la tension  $v_C(\phi)$  est constante ; donc  $i'_R$  est constant.

L'évolution de  $i'_R$  pour différents angles d'allumage est donné par la figure 4.8.

Dans le cas de l'analyse classique, cette caractéristique est égale à  $\sin(\alpha)/L_R$  ce qui est très différent de la figure montrée ( par exemple,  $\sin(150^\circ) / L_R = 301.11$  alors que  $i'_R(150^\circ)$  est en réalité d'environ 1450).

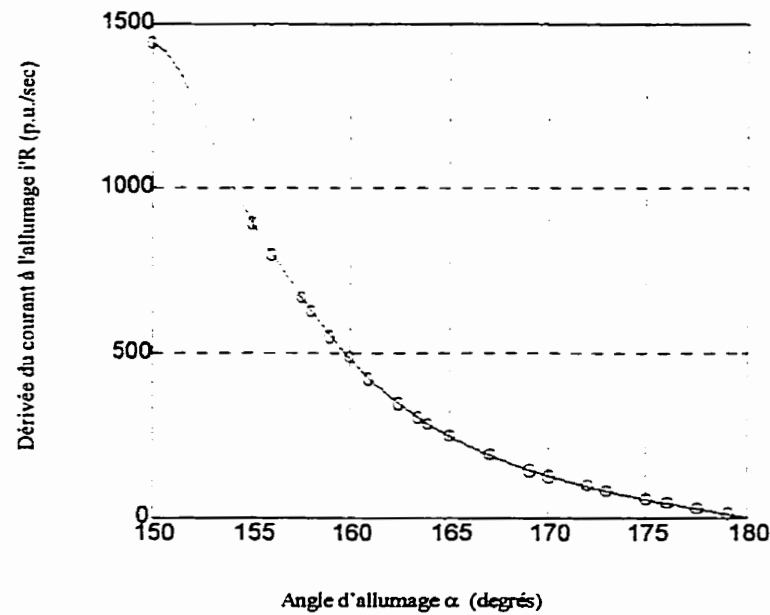


Figure 4.8: Dérivée du courant à l'allumage  $i'_R$  vs. angle d'allumage  $\alpha$ .

#### 4.2.5 La valeur efficace et le facteur de distorsion harmonique de la tension $v_C$ .

L'analyse du signal de tension aux bornes du SVC est d'intérêt, car la tension à la barre où le SVC est installé est la tension aux bornes de ce dernier. À partir de cette tension on peut obtenir la tension efficace ( $V_C$ ) exprimée par

$$V_C = \frac{1}{T} \sqrt{\int_{t_1}^{t_1+T} v_C(t) dt}$$

et le facteur de distorsion harmonique ( $\lambda_\delta$ ) exprimée par



$$\lambda_\delta = \frac{V_{C_1}}{V_C}$$

où  $V_{C_1}$  est la valeur efficace du fondamental de la tension  $v_C$ , obtenue de l'analyse de Fourier de  $v_C$ . Plus  $\lambda_\delta$  s'approche de l'unité, moins la distorsion du signal  $v_C$  est importante. Une analyse sur les harmoniques est fait dans [CEA 1984].

La figure 4.9 montre la tension maximale pour différents angles de conduction en fonction de la tension maximale calculée à partir de la tension efficace ( $\sqrt{2}V_C$ ), ce calcul est fait pour pouvoir comparer la tension  $v_C$  avec la tension  $u(t)$ .

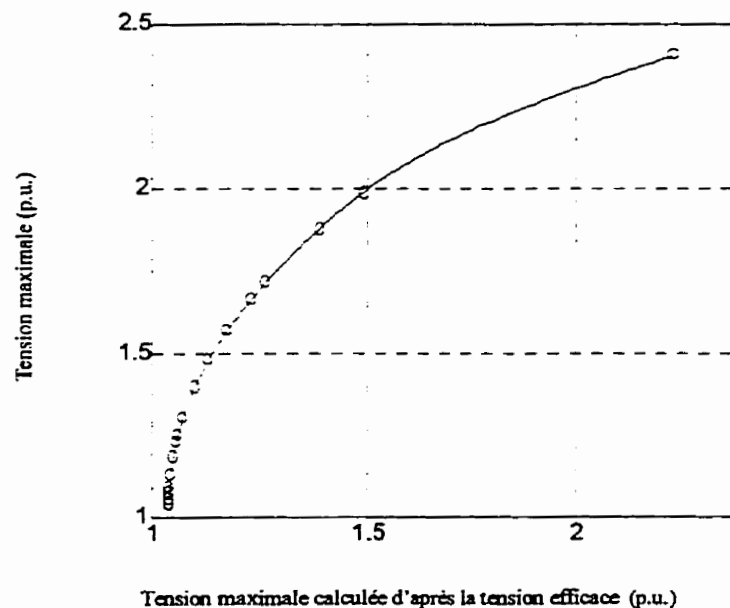


Figure 4.9: Tension maximale vs. tension maximale calculée d'après la tension efficace.

En comparant cette figure avec la figure 4.6, on constate que l'échantillonnage se produit près de l'instant où la tension maximale arrive. On peut voir surtout une différence entre les tensions maximales mesurées et celles calculées d'après la tension efficace.

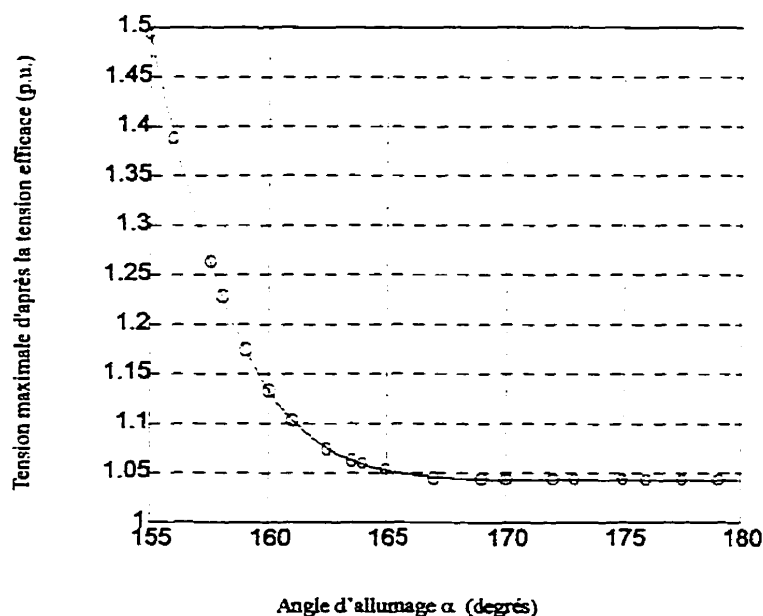


Figure 4.11: Tension maximale calculée d'après la tension efficace vs. angle d'allumage

$\alpha$ .

Si l'on tient en compte que la tension aux bornes du condensateur ( $V_R$  dans la figure 2.4) peut varier de  $0.95 \text{ p.u.}$  à  $1.05 \text{ p.u.}$  en état stable (ceci d'après un critère d'opération relatif à la stabilité de la tension), on constate que la tension à la barre ( $V_S$  dans la figure 2.4) peut varier sans compensation de  $0.88 \text{ p.u.}$  pour un angle d'allumage de  $162.5^\circ$  jusqu'à  $1.00 \text{ p.u.}$  pour un angle d'allumage de  $180^\circ$ . Au cours d'un transitoire, la tension est permise de fluctuer entre  $0.80 \text{ p.u.}$  et  $1.20 \text{ p.u.}$  ce qui correspond à une tension non compensée de  $0.65 \text{ p.u.}$  pour un angle d'allumage de  $158^\circ$  jusqu'à  $1.15 \text{ p.u.}$  pour un angle d'allumage de  $180^\circ$ . Nominale, la tension sans compensation est de  $0.96 \text{ p.u.}$  pour un angle de conduction nul. Ceci donne une tension compensée de  $1.00 \text{ p.u.}$

En considérant le modèle linéaire pour  $dy$  on obtient l'application gardienne suivante

$$\nu(k, \sigma) = \det(A_0^2(k, \sigma) \cdot A_0^2(k, \sigma) - I_2 \cdot I_2) \det(A_0^4(k, \sigma) - I_2) \quad (4.3)$$

L'angle de conduction nominal est fixé à  $\sigma_n = 30^\circ$  et la constante d'échantillonnage nominale à  $k_n = 0.5$ . Les valeurs propres de  $A_0^2(k_n, \sigma_n)$  sont  $0.7344 \pm j0.1896$ . Alors, le système est nominalement stable au sens de Schur.

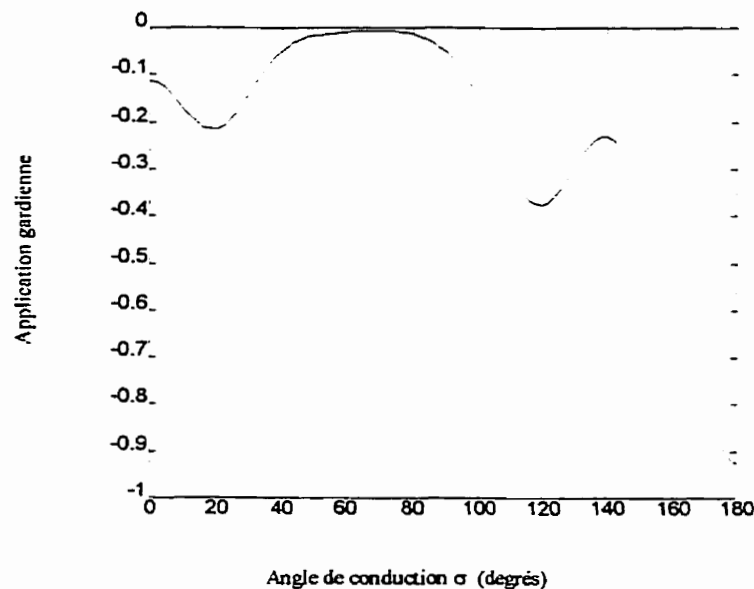


Figure 4.12: Application gardienne pour la stabilité de Schur du Jacobien du « Poincaré Map » avec  $k = 0.5$ .

La figure 4.12 montre l'application gardienne pour la stabilité de Schur ; on peut voir que l'application gardienne ne change pas de signe donc elle est toujours stable. Aux alentours de  $60^\circ - 80^\circ$  l'application s'annule presque mais une approximation plus fine montre bien qu'il n'y a pas d'annulation.

Lorsque l'angle de conduction est fixe et le temps d'échantillonnage représenté par la variable  $k$  varie, toujours à l'intérieur du mode non-conduction, l'application gardienne pour la stabilité de Schur montre que les valeurs propres des matrices  $A_o^2(k, \sigma)$  ne varient pas par rapport à  $k$ .

Pour le mode non-conduction on vérifie la stabilité de Schur et aussi l'indépendance de la matrice  $A_o^2(k, \sigma)$ , qui est la même qu'à (3.22), par rapport à son coefficient d'échantillonnage  $k$ .

En effet, pour le mode non-conduction on a

$$A_o^2 = \left[ -e^{PAQkp} P e^{A\sigma} Q e^{PAQ(l-k)p} \right]^2.$$

En définissant  $M=PAQ\rho$  et  $P_o = P e^{A\sigma} Q e^{PAQ\rho}$ , on obtient

$$A_o^2 = \left[ e^{kM} P_o^2 e^{-kM} \right]. \quad (4.5)$$

Alors, les valeurs propres de  $A_o^2(k, \sigma)$ , pour la non-conduction, sont celles de  $P_o^2$  et ne dépendent pas de  $k$ .

De même, pour le mode conduction on a

$$A_o^2 = \left[ e^{A(l-k)\sigma} Q e^{PAQ\rho} P e^{Ak\sigma} \right]^2$$

où  $\rho=(T/2-\sigma)$ , comme dans l'expression (4.2).

en appliquant la propriété suivante :  $e^{A(l_1+l_2)} = e^{Al_1} e^{Al_2}$  pour tout  $l_1$  et  $l_2$  et en définissant la matrice  $P_o = e^{A\sigma} Q e^{PAQ\rho} P$ , on arrive à l'équation

$$A_o^2 = \left[ e^{-kA\sigma} P_o^2 e^{kA\sigma} \right]. \quad (4.4)$$

Alors, les valeurs propres de  $A_o^2(k, \sigma)$ , pour la conduction sont les mêmes que celles de  $P_o^2$  et ne dépendent donc pas du paramètre  $k$ .

Par ailleurs on constate que les matrices du mode conduction ont les mêmes valeurs propres que celles du mode non-conduction plus une troisième valeur propre égale à zéro. En effet, si on pose de façon générale

$$N = e^{A\sigma} Q e^{P A Q P} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix}$$

où  $N$  est une matrice de  $3 \times 2$ ,  $N_1$  est une matrice de  $2 \times 2$  et  $N_2$  est une matrice de  $1 \times 2$ .

Alors, pour la conduction, on a

$$P_o^2 = \begin{bmatrix} N_1^2 & 0 \\ N_2 N_1 & 0 \end{bmatrix}$$

et pour la non-conduction

$$P_o^2 = N_1^2.$$

On voit que les valeurs propres en mode conduction sont ceux en mode non-conduction plus une valeur propre égale à zéro.

La figure 4.13 montre l'application gardienne pour la stabilité de Schur du modèle à temps d'amorçage fixe et la caractéristique  $\sigma$  vs.  $\alpha$ . L'intervalle compris entre  $\sigma = 60^\circ$  et  $80^\circ$  où l'application s'annule presque ne comporte pas de cycle limite. Il n'existe pas pour ces valeurs d'angle de conduction une solution périodique.

L'application gardienne ne s'annule pas du fait que les matrices  $A_o^2$  ont été calculés d'après l'évolution des modes de conduction comme celle montrée à la figure 4.1. Cette

évolution, que considère le cas où il y a deux alternances des modes de conduction par demi-période, force l'application de Poincaré à posséder une sorte de stabilité.

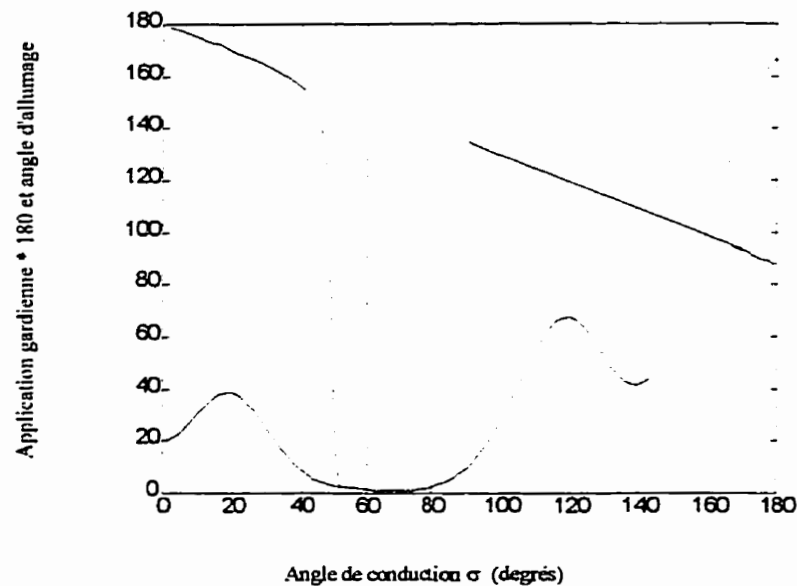


Figure 4.13: Application gardienne du Jacobien de l'application de Poincaré et caractéristique angle de conduction vs. angle d'allumage.

Autrement dit, le fait que pour un angle d'allumage fixe, les états du système soient limités à passer par deux alternances des modes au cours d'une demi-période, informe de l'existence d'un principe stable. Il existe donc une restriction dans l'application de Poincaré qui se traduit par la stabilité montrée à la figure 4.13 même pour les angles de conduction sans solutions périodiques correspondantes et pour les angles de conduction au-delà de  $180^\circ$  où l'on sait que l'alternance des modes pour les solutions périodiques n'est pas celle considérée pour le calcul de l'application de Poincaré.

Il est évident quand même que l'application gardienne donne, de façon très claire, une idée de la zone possiblement instable.

## CHAPITRE V

### ANALYSE DE ROBUSTESSE ET COMMANDE

Au cours de ce chapitre on fait la synthèse de deux compensateurs. Le premier est un compensateur par retour d'état et le deuxième est un compensateur par retour d'état plus intégrateur de sortie.

On présente aussi l'analyse de robustesse du système en boucle fermée pour chaque compensateur à l'aide des applications gardiennes.

#### 5.1 La commande du circuit SVC

La commande qu'on proposera ici tient compte de la tension dans le condensateur  $V_C$  comme variable à contrôler. La dynamique du système est donc représenté par l'équation (4.2) .

$$\begin{aligned}
 z_{j+1} &= A_0 z_j + B_0 d\phi_j \\
 dv^c_j &= m z_j \\
 A_0 &= \left[ -e^{PAQkp} P e^{A\sigma} Q e^{PAQ(1-k)p} \right] \\
 B_0 &= \left[ e^{PAQkp} P e^{A\sigma} c^T i'_R \right] \\
 m &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

avec  $j$  entier et où  $dv^c_j$  ,la variation de la tension dans le condensateur définit par,

$$\begin{aligned}
 dv &= v_C - v_{C_n} \\
 dv^c_j &= dv_j \\
 dv^c_{j+1} &= -dv_{j+1}
 \end{aligned}$$

est la variable de sortie.

On commencera par la synthèse d'un compensateur par retour d'état et ensuite on considérera le cas d'un compensateur par retour d'état avec un intégrateur de la sortie. Les modèles utilisés lors des simulations ont été transformés dans de modèles continus. On a parlé de ceci dans le chapitre précédent.

### 5.1.1 Commande par retour d'état

La première commande sera un retour d'état, la figure 5.1 montre un schéma du système en boucle fermée.

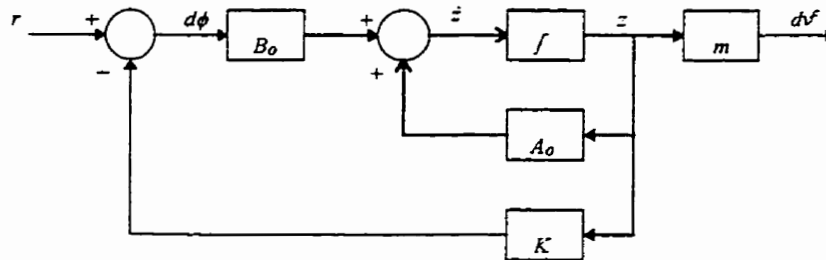


Figure 5.1: Schéma du système avec compensateur par retour d'état.

Le temps d'échantillonnage sera fixé à tous les  $90^\circ$  et  $270^\circ$  au cours d'une période pour avoir l'application de Poincaré complète ; en faisant ceci le coefficient d'échantillonnage  $k$  ne dépendra que de l'angle de conduction  $\sigma$ . La commande devient alors,

$$d\phi_j = r - K z_j$$

Le choix de la région de la caractéristique angle d'allumage vs. angle de conduction utilisée sera celle qui va de  $\alpha = 155^\circ$  à  $179^\circ$  pour l'angle d'allumage ou, de façon équivalente, celle qui va de  $\sigma = 41^\circ$  à  $2^\circ$  pour l'angle de conduction.



Il est important de signaler que la région choisie n'est qu'une parmi tant d'autres possibles, elle a été choisie de sorte que la commande soit toujours comprise dans cette région.

Par contre, il y a une contrainte du fait que la commande ne peut pas dépasser  $\alpha = 180^\circ$ , au-delà de cette valeur, on serait dans le cas d'une seule conduction par période. À ce moment, l'application de Poincaré considérée n'exprimerait pas le comportement dynamique du système, car l'évolution des modes ne respecterait pas la succession des modes présentées dans la figure 3.6.

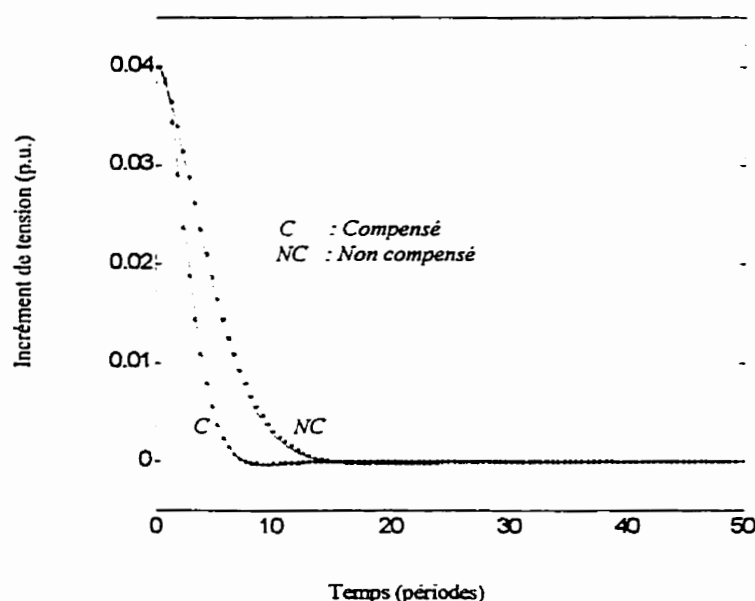


Figure 5.2: Évolution temporelle de  $dv^c$ .

On prend l'angle d'allumage nominal de  $162.5^\circ$  ceci correspond à un angle de conduction de  $\sigma = 32.5846^\circ$  et une tension maximale calculée d'après la valeur efficace de  $1.0744$  p.u. toujours en considérant l'entrée  $u(t) = \sin(\omega t)$ .

Le modèle avec retour d'état est donc

$$z_{j+1} = (A_0 - B_0 K) z_j + B_0 r$$

Ce modèle est du deuxième ordre et on peut placer ses pôles à des endroits désirés pour la solution nominale.

Le gain du compensateur  $K$  calculé pour cette condition nominale et pour un temps de réponse de *six fois la période* et avec un facteur de dépassement de  $0.008$  est de  $K = [4.3363 \text{ E } -4 \quad -1.7803 \text{ E } -3]$ .

La figure 5.2 montre l'évolution temporelle de  $dv^c$  pour le cas compensé et non compensé. La simulation a été faite pour une condition initiale  $dv^c_0$  de  $+0.04 \text{ p.u.}$ , la courbe pointillée représente le modèle réel et l'autre, le modèle continu. On remarque qu'on a passé d'un temps de réponse d'environ *douze fois la période* à un temps de réponse de seulement *six fois la période*, ceci avec un dépassement de moins de 1%.

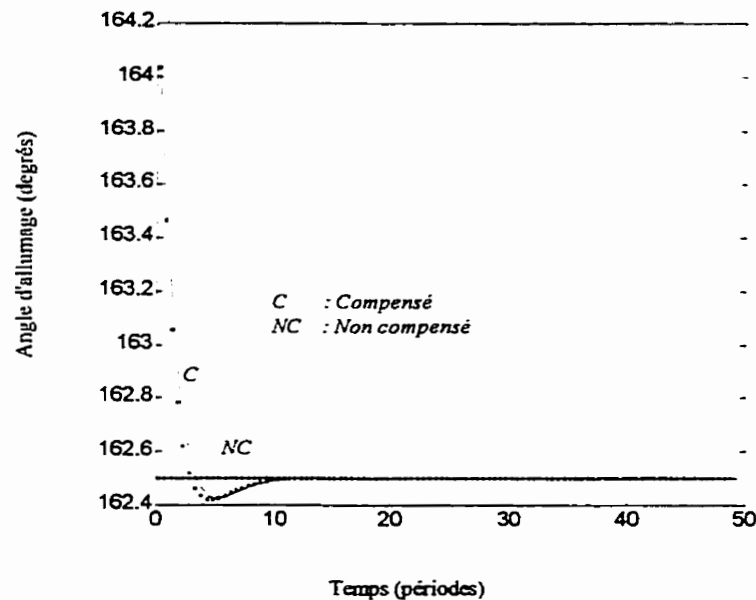


Figure 5.3: Évolution temporelle de l'angle d'allumage des thyristors.



En prenant l'angle de conduction nominal  $\sigma = 32.5846^\circ$ , et le placement désirés des pôles à  $[-1/(0.78*T) \quad -1/(1.8*T) \quad -1/(90*T)]$ ; on obtient pour le modèle continu équivalent à l'équation (5.2), les gains  $[K \ K_N] = [1.0840 \ E -3 \ -3.6461 \ E -3 \ 3.4942 \ E -3]$ .

L'évolution temporelle de  $\Delta v^c$  pour une perturbation initiale de  $+0.04 \text{ p.u.}$ , est montrée à la figure 5.5. La courbe pointillée représente le modèle réel et l'autre le modèle continu. On constate que le temps de réponse passe de *douze fois la période* à *six fois la période*. En plus, on constate que le système compensé arrive très lentement à sa valeur en régime permanent.

L'évolution temporelle de l'angle d'allumage des thyristors est montré à la figure 5.6. En comparant cette figure à celle correspondante au cas de compensation par retour d'état, on voit que l'amplitude initiale de la commande est plus grande.

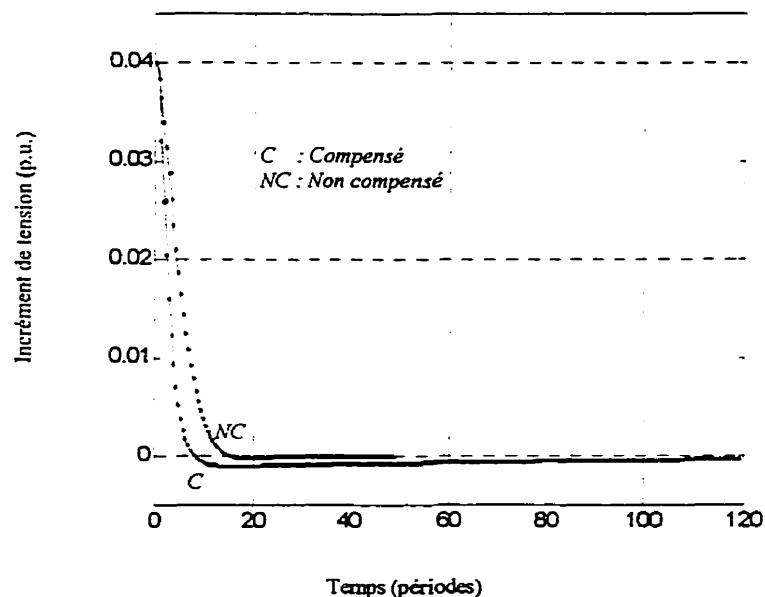


Figure 5.5: Évolution temporelle de  $\Delta v^c$ .

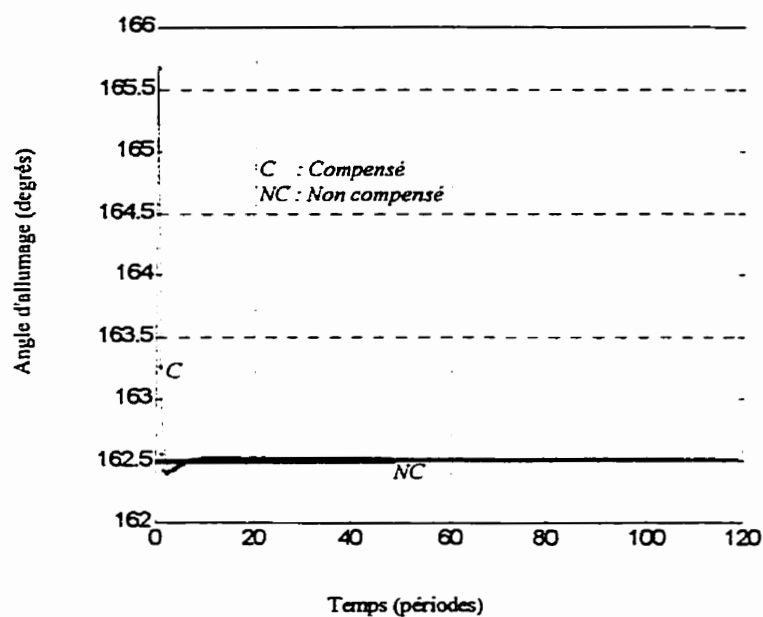


Figure 5.6: Évolution temporelle de l'angle d'allumage des thyristors.

La figure 5.7 montre l'évolution de la variable d'intégration  $x_N$ , pour le modèle réel et le modèle linéaire continu.

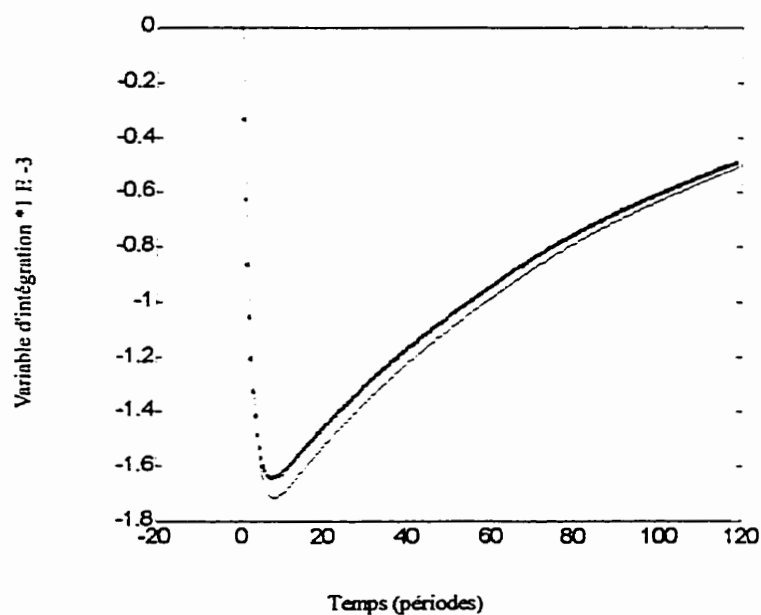


Figure 5.7: Évolution temporelle de l'angle d'allumage des thyristors.

On voit que cette variable tend vers zéro, et que le temps nécessaire pour arriver à s'annuler est de plusieurs dizaines de périodes.

## 5.2 Analyse de robustesse.

Lorsque l'angle de conduction varie, les matrices  $A_0$  et  $B_0$  varient aussi, alors on est intéressé à la stabilité et aux performances pour les compensateurs trouvés pour l'angle de conduction nominal, mais appliqué à d'autres angles de conduction.

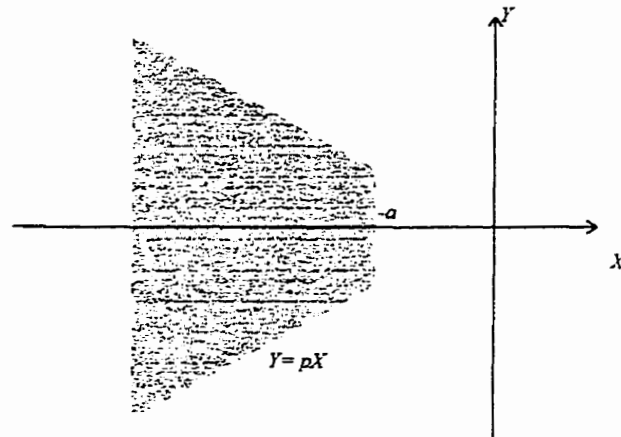


Figure 5.8: Ensemble d'intérêt dans le plan complexe.

Si l'on est intéressé de garder l'ensemble du plan complexe défini par une marge de stabilité ( $a$ ) et un coefficient d'amortissement représenté par la pente ( $p$ ) donnés (figure 5.8), il faut considérer l'application gardienne suivante,

$$\begin{aligned}
 \nu(A) &= \nu_1(A) \nu_2(A) \\
 \nu_1(A) &= \det \left\{ \frac{1-p^2}{2} A \cdot A - \frac{1+p^2}{2} A^2 \cdot I \right\} \\
 \nu_2(A) &= \det((A + aI) \cdot I) \det(A + aI)
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

où la matrice  $I$  est la matrice identité de même dimension que  $A$  [Saydy et al., 1991].

### 5.2.1 Le modèle avec retour d'état.

La figure 5.9 montre l'application gardienne pour un ensemble d'intérêt défini par  $a=12$  et  $p=3$ , qui correspond à un temps de réponse de *seize fois la période* et à un dépassement de *0.35* ; ceci pour le modèle continu équivalent à l'équation (5.1) avec retour d'état et pour le compensateur donné dans la partie 5.1.1.

On voit que pour  $\sigma = 32.5846^\circ$  nominal, l'application gardienne est positive et qu'elle s'annule autour de  $\sigma = 15.71^\circ$  (figure 5.10). De même on voit que pour  $\sigma = 41^\circ$  l'application gardienne ne s'annule pas et reste positive.

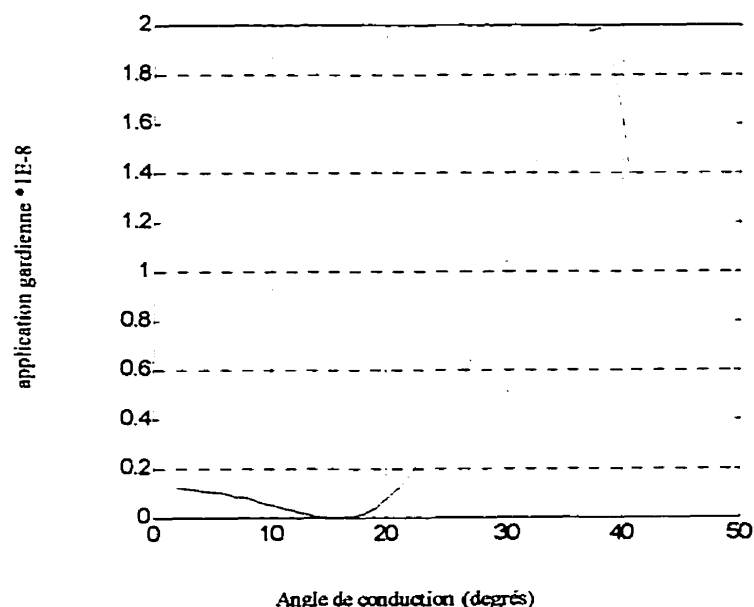


Figure 5.9: Application gardienne  $\nu$  vs. angle de conduction  $\sigma$ .

Tout dépassement supérieur à  $0.1$  n'affecte pas l'angle de conduction qui annule l'application gardienne.

Pour un angle de conduction plus petit et pour la même performance il faudra considérer un autre compensateur. Dans le même ordre d'idées, si on veut utiliser le compensateur pour  $\sigma = 19.43^\circ$ , il faudra s'attendre à obtenir un temps de réponse minimal de *douze fois la période* et un dépassement minimal d'environ  $0.26$ .

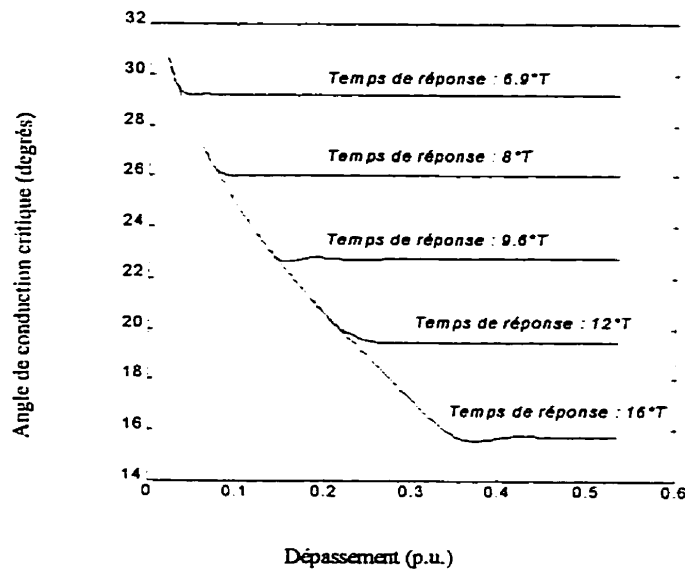


Figure 5.11: Dépassement vs. angle de conduction en fonction du temps de réponse.

L'angle de conduction montré à la figure 5.11 est minimale celui maximale est toujours égale à  $\sigma = 43^\circ$ , l'angle maximale de l'ensemble considéré, car il reste toujours à l'intérieur de l'ensemble d'intérêt dans le plan complexe.



### 5.2.2 Le modèle avec retour d'état plus un intégrateur de sortie.

Pour ce cas, on définit un domaine dans le plan complexe pour la stabilité du modèle linéaire continu donné par l'équation (5.2), tel que montré à la figure 5.12.

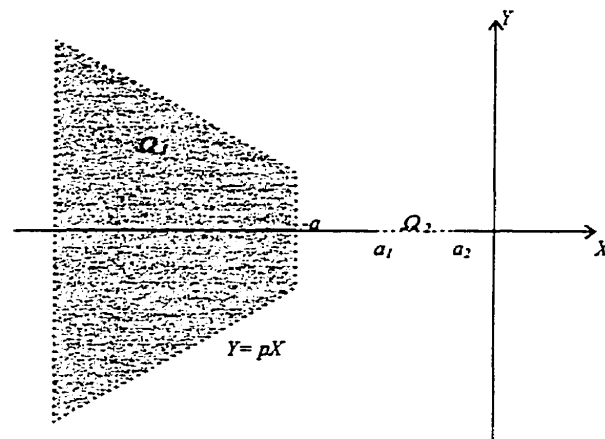


Figure 5.12: Ensemble d'intérêt dans le plan complexe.

Pour la solution nominale, les trois pôles du système sont placés dans les domaines  $\Omega_1$  (deux pôles) et  $\Omega_2$  (un pôle). Ce dernier est un pôle près de l'axe imaginaire; si ce pôle reste suffisamment près de l'axe imaginaire pour l'ensemble de valeurs de l'angle de conduction, alors on pourra associer le comportement dynamique du système (strictement en ce qui concerne le transitoire) aux pôles restants: ceux qui se trouvent dans  $\Omega_1$ . Il faut tenir compte du fait que cette approximation est valide en ce qui concerne la réponse transitoire.

L'expression pour l'application gardienne pour l'ensemble d'intérêt donné à la figure 5.12 est

$$v(A) = v_1(A)v_2(A)$$

$$v_1(A) = \det \left\{ \frac{1-p^2}{2} A \cdot A - \frac{1+p^2}{2} A^2 \cdot I \right\}.$$

$$v_2(A) = \det((A + aI) \cdot I) \det(A + aI)$$

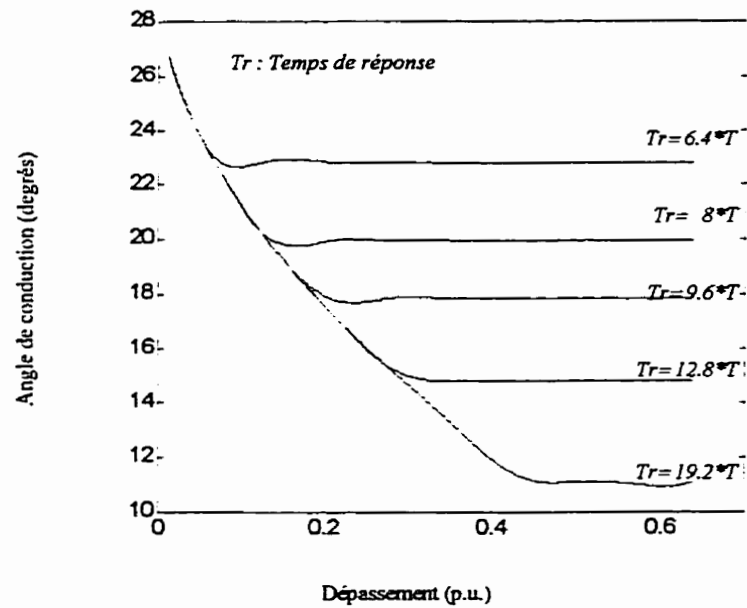


Figure 5.13: Dépassement vs. angle de conduction en fonction du temps de réponse.

La figure 5.13 montre les angles de conduction minimaux pour différents temps de réponse et dépassements. L'angle de conduction maximale est le même que l'angle maximale de l'ensemble d'angles de conduction considérés, soit  $\sigma = 43^\circ$ .

## CHAPITRE VI

### CONCLUSION

Les objectifs de cette recherche peuvent se résumer en trois. D'abord, celui de donner aux circuits comportant une branche TCR, en particulier le circuit SVC, un modèle linéarisé qui représente la dynamique du circuit autour d'une solution nominale. Ce modèle tient en compte l'allumage de thyristors comme l'action de contrôle et un échantillon des variables du circuit comme représentatif de l'évolution dans une période de celles-ci.

Ensuite, on s'est intéressé à la synthèse des lois de commande pour le cas nominal. On a considéré un compensateur par retour d'état et un compensateur par retour d'état plus intégrateur de sortie.

Finalement, on s'est penché vers la question de la robustesse des compensateurs proposés pour d'autres solutions périodiques.

#### 6.1 Conclusions particulières de cette recherche.

Pour le circuit SVC étudié on constate tout d'abord que la caractéristique réelle diffère de celle théorique (voir figure 6.1). Un problème de résonance entre le condensateur du SVC et la réactance de la branche TCR semble être à l'origine de cette différence [Dobson, Jalali, Rajaraman 1995]. Il est difficile de voir comment la caractéristique réelle cherche à aller de A à B au fur et à mesure que l'angle de conduction augmente.

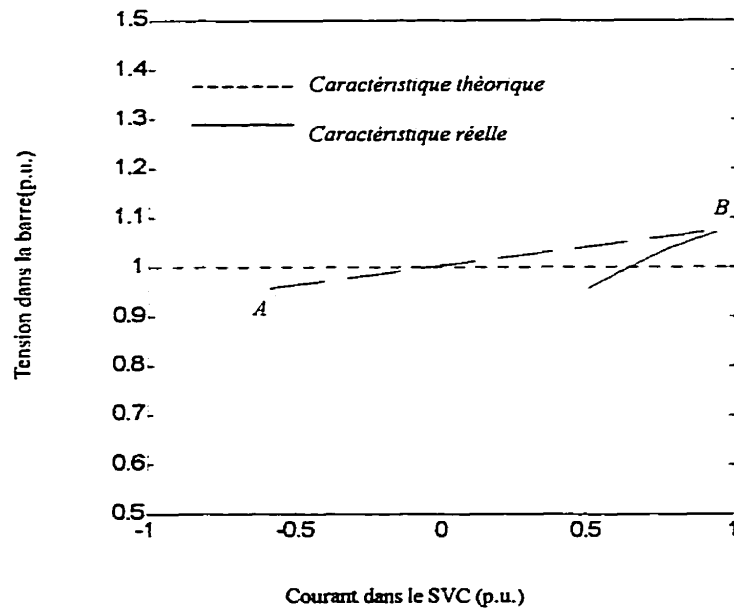


Figure 6.1: Caractéristiques du SVC : Théorique et réelle.

En réalité, la caractéristique réelle tend vers une tension de la barre nulle et s'interrompt pour l'intervalle compris entre  $\sigma=60^\circ$  et  $\sigma=80^\circ$ , où il n'y a pas de solution.

La partie de la caractéristique réelle montrée suffit pour stabiliser la tension aux bornes du SVC à 1.00 p.u.

Le modèle linéaire pour l'angle de conduction nominal  $\sigma=22.5846^\circ$ , et pour l'échantillonnage à  $90^\circ$  après le passage par zéro de la tension  $u(t)$  est

$$z_{j-1} = A_0 z_j + B_0 d\phi_j$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0.7652 & 0.2869 \\ -0.0522 & 0.9610 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 601.3542 & 8.1402 \end{bmatrix}^T$$

La compensation par retour d'état pour avoir un temps de réponse de *six fois la période* et un dépassement de 0.8% comporte un gain  $[4.3363 \ E -4 \ -1.7803 \ E -3]$ .

La compensation de retour d'état plus intégrateur de sortie qui permet de placer les pôles à  $[-1/(0.78*T) \quad -1/(1.8*T) \quad -1/(90*T)]$  possède un gain  $[1.0840 \text{ E } -3 \quad -3.6461 \text{ E } -3 \quad 3.4942 \text{ E } -3]$ . Il faut préciser que les pôles donnés ont été cherchés de façon à obtenir un temps de réponse semblable à celui obtenu par le compensateur par retour d'état.

L'utilisation des applications gardiennes est très appropriée pour l'analyse de la robustesse, elles ont été appliquées en tenant compte la dépendance de  $A_0$  et  $B_0$  sur le paramètre  $\sigma$  et elles peuvent s'appliquer pour les cas où le temps d'échantillonnage ne dépendent pas de  $\sigma$  ( $k$  indépendant de  $\sigma$ ). Lors des études futures, plus poussées, dans ce domaine, on prévoit que ces applications seront un outil de choix pour l'analyse de robustesse : elles vont permettre de considérer l'évolution de la stabilité en fonction des paramètres du réseau considéré.

Quant à la robustesse, on a considéré l'ensemble de valeurs de  $\sigma$  allant de  $2^\circ$  à  $43^\circ$ , et on a cherché les valeurs minimale et maximale à l'intérieur de ce domaine pour lesquelles le modèle était robuste.

Les résultats obtenus pour le compensateur par retour d'état sont montrés à la figure 5.11. D'après cette figure, on trouve par exemple que pour obtenir un dépassement de 10% l'angle de conduction minimale est de  $\sigma \approx 25^\circ$  et si on restreint encore plus la performance désirée en considérant un temps de réponse de *huit fois la période*, l'angle de conduction minimale devient  $\sigma \approx 26^\circ$ . La valeur maximale de l'angle de conduction est donnée par la borne supérieure de l'intervalle où l'angle de conduction est accepté de varier  $\sigma \approx 43^\circ$ , car l'annulation de l'application gardienne arrive au-delà de cette valeur.

Pour le compensateur avec retour d'état plus intégrateur de sortie, on a essayé d'obtenir de meilleurs résultats que ceux obtenus avec le compensateur par retour d'état, mais la restriction sur l'angle d'allumage des thyristors n'a pas permis d'améliorer les performances. Comme on l'a vu, l'angle d'allumage ne doit pas être supérieur à  $180^\circ$ .

D'autre part, on a constaté la divergence entre l'analyse «classique» et le comportement réel du circuit SVC : les caractéristiques angle de conduction vs. angle d'allumage présentées à la figure 3.5 montrent cette différence.

La variable  $i'_R$  montre aussi cette différence. Cette variable est une fonction de  $\sigma$ , mais l'expression analytique de cette dépendance n'est pas explicite, elle est accessible par l'analyse des solutions périodiques obtenues par simulation. La source de la différence dans le cas de  $i'_R$  est la présence d'harmoniques dans la tension aux bornes du condensateur  $v_C$ . Ces harmoniques sont de plus en plus présents au fur et à mesure que l'angle de conduction augmente.

## 6.2 Recherches Futures.

Ce travail a pris en considération le circuit du SVC avec des éléments idéalisés. Une partie des résultats obtenus peut s'appliquer à d'autres circuits comportant une branche TCR, notamment le TCSC. En considérant ceci, on peut proposer certains travaux futurs. D'abord, l'implantation d'un contrôleur pour un circuit expérimental, en tenant compte du comportement réel des thyristors et du temps alloué pour valider la commande. Ce temps doit être optimisé afin de donner au système une marge d'opération plus ample.

On doit considérer un effort particulier dans le but de chercher une expression analytique de la variable  $i'_R$ , ceci réduirait l'intervalle de temps entre l'échantillonnage et le temps où l'on dispose de la commande.

En même temps, on peut implanter le modèle obtenu dans un modèle plus grand comprenant les autres éléments du réseau.

Cette recherche est une première étape dans la recherche d'un modèle de contrôle approprié pour les circuits comportant des éléments semi-conducteurs, en particulier ceux utilisés dans les réseaux électriques.

JALALI S. G., LASSETER R.H., DOBSON I. (1994), «Dynamic response of a thyristor controlled switched capacitor», *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 9, pp. 1609-1615.

JALALI S. G., DOBSON I., LASSETER R.H. et VENKATARAMAN G. (1996), «Switching time bifurcations in a thyristor controlled reactor», *IEEE Trans. Circuits and Systems I*, vol. 43, pp. 209-218.

KHALIL H. K. (1996), *Nonlinear Systems*, Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall, 1996

MARCEAU R. J. (1993), «Mechanizing Dynamic Security Analysis», *Ph.D. Thesis*, McGill University, Dept. Electrical Engineering, Montréal, Canada.

MILLER T. J. (1982), *Reactive Power Control in Electric Systems*, John Wiley & Sons, Toronto.

PARKER T. S., CHUA L. O. (1989), *Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems*, Springer-Verlag.

PINEDA J. M. (1996), «Impacts de la technologie des régulateurs de puissance interphase (RPI) sur les limites de sécurité dynamique», *Mémoire de Maîtrise ès Sciences Appliquées*, École Polytechnique de Montréal, Département de Génie Électrique et de Génie Informatique, Montréal, Canada.

RAJARAMAN R., DOBSON I., JALALI S. G. (1993), «Nonlinear dynamics and switching time bifurcations of a thyristor controlled reactor », *Int. Symp. Circuits Syst.*, Chicago, IL.



**Une disquette accompagne ce mémoire de maîtrise.**

**Toute personne intéressée à se la procurer doit  
contacter :**

**École Polytechnique de Montréal**

**Service de fourniture de documents**

**B.P. 6079, Succursale Centre-Ville**

**Montréal, Québec H3C 3A7**

**Canada**

**Tél. : (514) 340-4846**

**Télécopieur : (514) 340-4026**