

**Titre:** Etude du contrôle de force-position avec modélisation des forces d'impact  
Title:

**Auteur:** Silété Amouzou  
Author:

**Date:** 1998

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Amouzou, S. (1998). Etude du contrôle de force-position avec modélisation des forces d'impact [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/6756/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/6756/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Richard Hurteau, & Richard Gourdeau  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE DU CONTRÔLE DE FORCE – POSITION AVEC  
MODÉLISATION DES FORCES D'IMPACT

SILÉTÉ AMOUZOU  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ET DE GÉNIE INFORMATIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

AVRIL 1998



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-37426-2

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

ÉTUDE DU CONTRÔLE DE FORCE – POSITION AVEC  
MODÉLISATION DES FORCES D'IMPACT

Présenté par: AMOUZOU Silété

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. O'SHEA, Jules, D. Ing., Président

M. HURTEAU, Richard, D. Ing., membre et directeur de recherche

M. GOURDEAU, Richard, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. CLOUTIER, Guy M., Doct., membre

## DÉDICACE

Si tu confesses  
de ta bouche le Seigneur Jésus,  
et si tu crois dans ton cœur que Dieu  
l'a ressuscité des morts, tu seras sauvé.

ROMAINS 10 : 9

*À maman.*

La loi de l'Éternel est parfaite,  
Elle restaure l'âme; Le témoignage de  
l'Éternel est véritable, Il rend sage  
l'ignorant.

PSAUMES 19 : 8

## REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier mon directeur, M. Richard Hurteau, professeur à l'École Polytechnique de Montréal département de génie électrique et de génie informatique, ainsi que mon codirecteur, M. Richard Gourdeau, professeur à l'École Polytechnique de Montréal département de mathématiques et de génie industriel, pour leur soutien financier, leur disponibilité, leurs conseils, sans lesquels ce projet n'aurait pu être achevé.

Je remercie également M. Jules O'shea professeur à l'École Polytechnique de Montréal département de génie électrique et de génie informatique, pour avoir présidé mon jury.

J'exprime toute ma gratitude à M. Guy Cloutier, professeur à l'École Polytechnique de Montréal département de génie mécanique, pour avoir accepté d'être membre de mon jury.

Je tiens sincèrement à remercier Pauline Ngo Paki, plus affectueusement Pau, pour son dévouement, ses encouragements, ses prières, sa disponibilité et son amitié qui m'ont été très précieux tout au long de cette maîtrise.

Mes remerciements s'adressent également à Francis Boupana, Marcellin Diha, et Caroline Itoua pour leur soutien moral et leurs prières. J'exprime ma gratitude à tous mes collègues de la section automatique, spécialement Jean Mbihi, Léandre Nnémé Nnémé, Min Liu, Maryam Khanbaghi et Essaïd Bensoudane pour l'esprit de camaraderie qui a régné entre nous.

Enfin, comment oublier mes parents, tout spécialement ma mère Adzoyo Tukpui qui a toujours été présente dans les moments de joie comme dans les moments de peine, et à qui je dois tout.

## RÉSUMÉ

Le contrôle de force est un domaine de la robotique qui fait l'objet de recherches intensives depuis une vingtaine d'années. Cette activité continue a permis le développement de plusieurs stratégies de commande, permettant d'envisager l'utilisation des robots dans l'exécution de tâches industrielles telles l'usinage et la rectification. Ces tâches génèrent des efforts de contact dont l'interaction avec la commande du robot peut entraîner la perte du contact mécanique entre le robot et l'environnement.

Différentes études ont été menées pour trouver les contrôleurs susceptibles d'éliminer cette instabilité. Le contrôle de force explicite apparaît comme le schéma le plus simple. D'autres stratégies, à savoir le contrôle d'impédance; le contrôle hybride et récemment le contrôle discontinu, tiennent compte des contraintes de position de l'environnement. Cependant, la plupart des études menées reposent sur l'hypothèse que le contact est toujours maintenu entre le robot (généralement modélisé comme un système masse - ressort) et l'environnement.

L'objectif de cette étude est d'explorer le problème de perte de contact en modélisant les forces d'impact comme des forces impulsives et de comparer par voie de simulation les performances du contrôle de force explicite, du contrôle hybride et du contrôle discontinu. Cette comparaison s'effectue par l'exécution de quatre tâches différentes. Deux de ces tâches sont définies dans un environnement immobile et les deux autres dans un environnement oscillant.

De ces simulations, il ressort que le contrôleur discontinu qui commute entre un contrôle de position dans l'espace libre et un contrôle de force dans l'espace contraint, minimise l'impulsion d'impact et présente les meilleures performances dans les cas continu comme discret.

## ABSTRACT

Many researches have been conducted on force control. The ultimate purpose of these works is the use of industrial manipulators for tasks automation such as materials transfer, spray-painting and spot welding. These kinds of tasks generate contact forces. The latter interact with the control scheme, and cause bouncing and loss of the contact between the robot and the target object. To overcome the difficulty, commonly used control strategies are: the hybrid control, the impedance control, the explicit (or implicit) control and recently, the discontinuous control.

To solve this stability problems, various articles concerning trajectory definitions, task analysis, and control stabilization have been published. Unfortunately, most of them deal with a manipulator which is modeled as a linear mechanical impedance, assuming that the contact is maintained by the robot on the work environment until the task is completed.

This project precisely bears on non-linear robot in task execution without the assumptions afore-quoted. The contact forces are modeled as impulsive ones, and the impact forces are derived from the Lagrangian model of the robot. Base on this model, we present different simulations in order to compare the explicit force control, the hybrid control and the discontinuous control. These simulations take place in four stages where, the two-link robot interact with an environment. The environment consists of a rigid rod which can oscillate or can be stable, depending on the task.

Throughout these simulations, we also analyze sampling, time constant and saturation effect. From the simulation results presented, one can easily conclude that the performances of the discontinuous control are good and even better than those of explicit control and hybrid control.



# TABLES DES MATIERES

<b>DÉDICACE .....</b>	<b>iv</b>
<b>REMERCIEMENTS .....</b>	<b>v</b>
<b>RÉSUMÉ .....</b>	<b>vi</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>vii</b>
<b>TABLE DES MATIERES .....</b>	<b>viii</b>
<b>LISTE DES TABLEAUX .....</b>	<b>xiii</b>
<b>LISTE DES FIGURES .....</b>	<b>xiv</b>
<b>LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....</b>	<b>xvii</b>
<b>1 INTRODUCTION .....</b>	<b>1</b>
1.1 Problématique .....	2
1.2 Revue de littérature .....	3
1.3 Objectifs du mémoire .....	6
1.4 Organisation du mémoire .....	6
1.5 Particularités du sujet .....	6
1.6 Contributions .....	7
<b>2 MODÉLISATION .....</b>	<b>8</b>
2.1 Introduction .....	8
2.2 Collision des systèmes multi-corps .....	9
2.3 Modèle de l'impulsion d'impact .....	13
2.4 Modèle du robot .....	15
2.4.1 Modèle du robot dans l'espace libre .....	16
2.4.2 Modèle d'impact du robot .....	18
2.5 Modèle de l'environnement .....	20

2.5.1 Problème de suivi de trajectoire .....	21
2.5.2 Évaluation de la force de réaction .....	26
2.5.3 Méthode d'observation .....	27
2.5.4 Performance des observateurs .....	28
2.6 Conclusion .....	37
<b>3 STRATÉGIES DE COMMANDE FORCE – POSITION .....</b>	<b>38</b>
3.1 Introduction .....	38
3.2 Contrôle de force explicite .....	39
3.3 Contrôle d'impédance .....	40
3.4 Contrôle hybride .....	42
3.5 Contrôle discontinu .....	42
3.6 Conclusion .....	44
<b>4 MÉTHODE DE SIMULATION .....</b>	<b>45</b>
4.1 Introduction .....	45
4.2 Organigramme .....	45
4.2.1 Module d'échantillonnage .....	47
4.2.2 Module de saturation .....	47
4.2.3 Détection de contact .....	48
4.2.4 Détection d'impact .....	49
4.2.5 Méthode d'intégration .....	50
4.3 Validation de la méthode de simulation .....	50
4.3.1 Simulation # 4.1 Chute libre d'une masse ponctuelle .....	51
4.4 Conclusion .....	52
<b>5 COMPARAISON DES CONTRÔLEURS .....</b>	<b>53</b>
5.1 Introduction .....	53
5.2 Simulations : tâche 1 .....	54

5.2.1 Simulation # 5.1 Contrôle de force explicite : tâche 1 : maintien du contact robot – poutre .....	54
5.2.2 Simulation # 5.2 Contrôle de force explicite : tâche 1 : composante intégrale .....	57
5.2.3 Simulation # 5.3 Contrôle de force explicite : tâche 1 : saturation de la commande .....	59
5.2.4 Simulation # 5.4 Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de la constante de temps des actionneurs / gain proportionnel .....	61
5.2.5 Simulation # 5.5 Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1 .....	63
5.2.6 Simulation # 5.6 Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2 .....	65
5.2.7 Simulation # 5.7 Contrôle hybride : tâche 1 : maintien du contact robot – poutre .....	67
5.2.8 Simulation # 5.8 Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes .....	69
5.2.9 Simulation # 5.9 Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation .....	71
5.2.10 Simulation # 5.10 Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation et sans la constante de temps des actionneurs ..	73
5.2.11 Simulation # 5.11 Contrôle hybride : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1 .....	75
5.2.12 Simulation # 5.12 Contrôle hybride : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2 .....	77
5.2.13 Simulation # 5.13 Contrôle discontinu : tâche 1 : maintien du contact robot – poutre .....	79
5.2.14 Simulation # 5.14 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes .....	81

5.2.15 Simulation # 5.15 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation .....	83
5.2.16 Simulation # 5.16 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation et sans la constante de temps des actionneurs .....	85
5.2.17 Simulation # 5.17 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1 .....	87
5.2.18 Simulation # 5.18 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2 .....	89
5.2.19 Conclusion de la tâche 1 .....	91
5.3 Simulations : tâche 2 .....	92
5.3.1 Simulation # 5.19 Contrôle de force explicite : tâche 2 : maintien du contact robot – poutre .....	93
5.3.2 Simulation # 5.20 Contrôle de force explicite : tâche 2 : influence du gain $k_F$ .....	95
5.3.3 Simulation # 5.21 Contrôle de force explicite : tâche 2 : composante intégrale .....	97
5.3.4 Simulation # 5.22 Contrôle hybride : tâche 2 : maintien du contact ...	99
5.3.5 Simulation # 5.23 Contrôle hybride : tâche 2 : influence des pôles	101
5.3.6 Simulation # 5.24 Contrôle discontinu : tâche 2 : maintien du contact .....	103
5.3.7 Conclusion de la tâche 2 .....	105
5.4 Simulations : tâche 3 .....	106
5.4.1 Simulation # 5.25 Contrôle hybride : tâche 3 : maintien du contact .	106
5.4.2 Simulation # 5.26 Contrôle hybride : tâche 3 : influence de la composante intégrale .....	109
5.4.3 Simulation # 5.27 Contrôle hybride : tâche 3 : influence de la constante de temps du capteur de force .....	111
5.4.4 Simulation # 5.28 Contrôle hybride : tâche 3 : influence de la constante de temps des actionneurs .....	113

5.4.5 Simulation # 5.29 Contrôle hybride : tâche 3 : influence de l'échantillonnage .....	115
5.4.6 Simulation # 5.30 Contrôle discontinu : tâche 3 : maintien du contact .....	117
5.4.7 Simulation # 5.31 Contrôle discontinu : tâche 3 : influence de la composante intégrale .....	119
5.4.8 Simulation # 5.32 Contrôle discontinu : tâche 3 : influence de la constante de temps du capteur de force .....	121
5.4.9 Simulation # 5.33 Contrôle discontinu : tâche 3 : influence de la constante de temps des actionneurs .....	123
5.4.10 Simulation # 5.34 Contrôle discontinu : tâche 3 : influence de l'échantillonnage .....	125
5.4.11 Conclusion de la tâche 3 .....	127
5.5 Simulations : tâche 4 .....	128
5.5.1 Simulation # 5.35 Contrôle discontinu : tâche 4 : maintien du contact .....	128
5.5.2 Simulation # 5.36 Contrôle discontinu : tâche 4 : influence de l'échantillonnage .....	131
5.5.3 Simulation # 5.37 Contrôle discontinu : tâche 4 : états estimés, cas 1 .....	133
5.5.4 Simulation # 5.38 Contrôle discontinu : tâche 4 : états estimés, cas 2 .....	135
5.5.5 Conclusion de la tâche 4 .....	136
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>137</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>139</b>
<b>ANNEXE A .....</b>	<b>142</b>
<b>ANNEXE B .....</b>	<b>144</b>

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 5.1 : Performances des contrôleurs .....	105
--	-----

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 : Schéma du montage .....	8
Figure 2.2 : Collision de deux corps longitudinaux .....	9
Figure 2.3 : Propagation des ondes durant l'impact .....	10
Figure 2.4 : Collision de deux systèmes multi-corps .....	11
Figure 2.5 : Coefficient de restitution de quelques matériaux .....	12
Figure 2.6 : Configuration après impact de deux systèmes multi-corps .....	13
Figure 2.7 : Diagramme du corps libre de $C_1$ .....	13
Figure 2.8 : Schéma du montage avec référentiels .....	16
Figure 2.9 : Suivi de trajectoire : coordonnées relatives .....	22
Figure 2.10 : Suivi de trajectoire : schéma du montage .....	24
Figure 2.11 : Suivi de trajectoire : tracé des fonctions .....	25
Figure 2.12 : Force de réaction .....	26
Figure 2.13 : Schéma d'observation .....	27
Figure 2.14 : Observateur non linéaire # 1 : $w$ connu .....	30
Figure 2.15 : Observateur non linéaire # 2 : $w$ connu .....	30
Figure 2.16 : Observateur linéaire # 1 : $w$ connu .....	31
Figure 2.17 : Observateur linéaire # 2 : $w$ connu .....	31
Figure 2.18 : Observateur non linéaire # 1 : $w$ connu avec imprécision .....	33
Figure 2.19 : Observateur non linéaire # 2 : $w$ connu avec imprécision .....	33
Figure 2.20 : Observateur non linéaire # 1 : $w$ connu avec imprécision .....	34
Figure 2.21 : Observateur non linéaire # 2 : $w$ connu avec imprécision .....	34
Figure 2.22 : Observateur non linéaire # 1 : $w$ estimée .....	36
Figure 2.23 : Observateur non linéaire # 2 : $w$ estimée .....	36
Figure 2.24 : Estimation de $w$ .....	37
Figure 4.1 : Organigramme de simulation .....	45

Figure 4.2 : Simulation d'une masse ponctuelle en chute libre .....	52
Figure 5.1 : Contrôle de force explicite : maintien du contact robot – poutre .....	56
Figure 5.2 : Contrôle de force explicite : composante intégrale .....	58
Figure 5.3 : Contrôle de force explicite : saturation de la commande .....	60
Figure 5.4 : Contrôle de force explicite : influence de la constante de temps des actionneurs / gain proportionnel .....	62
Figure 5.5 : Contrôle de force explicite : influence de l'échantillonnage, cas 1 .....	64
Figure 5.6 : Contrôle de force explicite : influence de l'échantillonnage, cas 2 .....	66
Figure 5.7 : Contrôle hybride : maintien du contact robot – poutre .....	68
Figure 5.8 : Contrôle hybride : influence des pôles complexes .....	70
Figure 5.9 : Contrôle hybride : influence des pôles complexes sans saturation .....	72
Figure 5.10 : Contrôle hybride : influence des pôles complexes sans saturation et sans la constante de temps des actionneurs .....	74
Figure 5.11 : Contrôle hybride : influence de l'échantillonnage, cas 1 .....	76
Figure 5.12 : Contrôle hybride : influence de l'échantillonnage, cas 2 .....	78
Figure 5.13 : Contrôle discontinu : maintien du contact robot – poutre .....	80
Figure 5.14 : Contrôle discontinu : influence des pôles complexes .....	82
Figure 5.15 : Contrôle discontinu : influence des pôles complexes sans saturation .	84
Figure 5.16 : Contrôle discontinu : influence des pôles complexes sans saturation et sans la constante de temps des actionneurs .....	86
Figure 5.17 : Contrôle discontinu : influence de l'échantillonnage, cas 1 .....	88
Figure 5.18 : Contrôle discontinu : influence de l'échantillonnage, cas 2 .....	90
Figure 5.19 : Contrôle de force explicite : tâche 2 : maintien du contact robot – poutre .....	94
Figure 5.20 : Contrôle de force explicite : tâche 2 : influence du gain $k_{\tilde{v}}$ .....	96
Figure 5.21 : Contrôle de force explicite : tâche 2 : composante intégrale .....	98
Figure 5.22 : Contrôle hybride : tâche 2 : maintien du contact .....	100
Figure 5.23 : Contrôle hybride : tâche 2 : influence des pôles .....	102
Figure 5.24 : Contrôle discontinu : tâche 2 : maintien du contact .....	104



Figure 5.25 : Contrôle hybride : tâche 3 : maintien du contact .....	107
Figure 5.26 : Contrôle hybride : tâche 3 : influence de la composante intégrale ....	110
Figure 5.27 : Contrôle hybride : tâche 3 : influence de la constante de temps du capteur de force .....	112
Figure 5.28 : Contrôle hybride : tâche 3 : influence de la constante de temps des actionneurs .....	114
Figure 5.29 : Contrôle hybride: tâche 3: influence de l'échantillonnage .....	116
Figure 5.30 : Contrôle discontinu: tâche 3: maintien du contact .....	118
Figure 5.31 : Contrôle discontinu: tâche 3: influence de la composante intégrale ...	120
Figure 5.32 : Contrôle discontinu: tâche 3: influence de la constante de temps du capteur de force .....	122
Figure 5.33 : Contrôle discontinu: tâche 3: influence de la constante de temps des actionneurs .....	124
Figure 5.34 : Contrôle discontinu: tâche 3: influence de l'échantillonnage .....	126
Figure 5.35 : Contrôle discontinu: tâche 4: maintien du contact .....	129
Figure 5.36 : Contrôle discontinu: tâche 4 : influence de l'échantillonnage .....	131
Figure 5.37 : Contrôle discontinu: tâche 4 : états estimés, cas 1 .....	133
Figure 5.38 : Contrôle discontinu: tâche 4: états estimés, cas 2 .....	135

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Notation utilisée dans ce mémoire :

- les matrices sont en majuscules gras ;
- les vecteurs sont en minuscules gras ;
- les scalaires sont en minuscules ;
- les variables sont en italiques.

$\alpha$  : angle d'oscillation

$\alpha_o$  : angle offset

$\tilde{\alpha}$  : angle d'oscillation avec offset

$a_c$  : accélération maximum désirée dans le suivi de trajectoire

$a_p$  : accélération de  $P$  vue de  $O$

$a_{rel}$  : accélération de  $P$  vue de  $Q_I$ .

$a_{rel}$  : accélération de  $P$  vue de  $Q_I$  exprimée selon le repère  $X_c Y_c$

$am$  : amplitude de l'angle de l'oscillation

$C(\theta, \dot{\theta})$  : matrice de Coriolis

$\Delta v_{P_1}^c$  : incrément de vitesse du point  $P_1$  à la fin de la compression

$\Delta v_{P_1}$  : incrément de vitesse du point  $P_1$  après impact

$\Delta v_{P_2}$  : incrément de vitesse du point  $P_2$  après impact

$\Delta v_{P_2}^c$  : incrément de vitesse du point  $P_2$  à la fin de la compression

$err\_posX$  : erreur de position de l'outil du robot relativement à l'axe X

$err\_pos Y$  : erreur de position de l'outil du robot relativement à l'axe Y

$e$  : coefficient de restitution

$\varepsilon$  : coefficient exprimant le degré d'incertitude sur  $w$ .

$f$  : force d'impact

$f_d$  : force désirée

$f_r$  : force de réaction

$f_{sw}$  : force de réaction minimum détectable

$f_x$  : force dans le plan cartésien

$f_{xc}$  : force dans le repère  $X_c Y_c$  qui oscille avec l'environnement

$\hat{f}^c$  : impulsion durant la phase de compression

$\hat{f}^d$  : impulsion durant la phase de décompression

$\hat{f}$  : impulsion total durant l'impact

$\Lambda$  : constante

$k$  : raideur de l'environnement

$k_1$  : gain de l'observateur # 1

$k_2$  : gain de l'observateur # 2

$k_{s1}^T$  : gain de l'observateur à mode glissement # 1

$k_{s2}^T$  : gain de l'observateur à mode glissement # 2

$k_{fp}$  : gain proportionnel

$k_{fi}$  : gain intégral

$k_{fv}$  : gain dérivée

$K_p$  : matrice diagonale de rigidité

$K_v$  : matrice diagonale d'amortissement

$h$  : profondeur de déformation de l'environnement sous l'action d'une force statique

$J(\theta)$  : matrice jacobienne

$\lambda(\theta)$  : matrice d'inertie traduisant la résistance des actionneurs et des articulations à tout mouvement impulsif

$M(\theta)$  : matrice d'inertie

$N(\theta, \dot{\theta})$  : matrice incluant les termes d'énergies potentielles et dissipatives

$n$  : normal au plan osculateur de  $P_1$  et  $P_2$

$\theta$  : variables articulaires généralisées

- $\varphi$  : phase de l'angle d'oscillation  
 $P_I$  : point d'impact situé sur le corps  $C_I$   
 $P_2$  : point d'impact situé sur le corps  $C_2$   
 $\mathbf{r}$  : rayon vecteur localisant le point  $P$  dans le repère  $XY$   
 $\mathbf{r}_0$  : rayon vecteur localisant  $Q_I$  dans  $XY$   
 $\mathbf{r}_I$  : rayon vecteur localisant  $P$  dans le repère  $X_cY_c$   
 $\mathbf{R}_\alpha$  : matrice de rotation  
 $\mathbf{S}_\alpha$  : tenseur antisymétrique  
 $t_{sw}$  : temps marquant l'instant de détection de l'impact  
 $\tau$  : couple articulaire  
 $\tau_f$  : effet des couples extérieurs s'exerçant sur l'extrémité du robot  
 $\mathbf{U}_{kk}$  : tenseur projetant l'impulsion  $\hat{\mathbf{f}}$  dans l'espace des vitesses du corps  $C_k$   
 $v_m$  : vitesse maximum désirée dans le suivi de trajectoire  
 $v_P$  : vitesse de  $P$  vu de  $O$   
 $v_{P_I}$  : vitesse du point  $P_I$  avant impact  
 $v_{rel}$  : vitesse de  $P$  vu de  $Q_I$ .  
 $v_{rel_I}$  : vitesse de  $P$  vu de  $Q_I$  exprimée selon le repère  $X_cY_c$   
 $v_{P_2}$  : vitesse du point  $P_2$  avant impact  
 $w$  : pulsation du mouvement harmonique de la poutre  
 $\dot{x}_c(t_{sw})$  : vitesse de l'extrémité du robot dans la direction de contrainte à l'instant  $t_{sw}$ .

# Chapitre 1

## INTRODUCTION

Le contrôle des robots englobe trois grands domaines qui sont: le contrôle de la dynamique, la coordination de mouvement et la génération de trajectoire, l'interaction avec l'environnement. De cette interaction du robot avec l'environnement naît des forces de contact dont le contrôle permettrait l'utilisation des robots, sur une large échelle, dans les tâches de préhension nécessitant une vitesse d'exécution élevée.

Parmi ces forces, les forces d'impact qui résultent de l'interaction du robot, de la tâche et de la stratégie, surgissent lors du contact entre le robot et la surface à usiner (ou l'objet à appréhender). Elles sont la cause d'instabilités fréquentes observées avec les méthodes classiques de commande. L'amplitude des forces d'impact peut saturer les capteurs et au pire, avoir des conséquences destructives sur le robot. De plus, les forces d'impact dont la caractéristique temporelle se rapproche de l'impulsion de Dirac, génèrent dans l'espace fréquentiel des composantes hautes fréquences susceptibles d'exciter les non-linéarités imparfaitement modélisées du robot. Également, la collision qui génère les forces d'impact entraîne un saut dans l'espace d'état.

Dans cette étude nous nous intéressons à la commande force-position d'un robot planaire qui rentre en contact avec une poutre. Cette poutre qui constitue notre environnement, peut osciller ou rester immobile. Nous réalisons différentes simulations pour comparer les performances des contrôleurs de force explicite, contrôleur hybride, et contrôleur discontinu.

## 1.1 Problématique

L'objectif du contrôle de force est de réguler la force exercée par un robot sur un environnement, sans exiger une connaissance aussi précise des coordonnées des objets manipulés, comme le requiert le contrôle de position et vitesse.

Ainsi le contrôle de force explicite avec contre-réaction sur la force de réaction permet de s'affranchir (moyennant une bonne mesure de la force) du modèle exact de l'environnement.

Selon Whitney [27], on ne peut parler de contrôle de force sans prendre en compte les six conditions suivantes :

- disposer d'une description exhaustive de la tâche à exécuter;
- définir de la relation entre la force et le mouvement ( c'est-à-dire l'impédance );
- élaborer une stratégie d'exécution de la tâche;
- choisir des capteurs de mesure;
- choisir le contrôleur approprié;
- limiter les problèmes de stabilité.

Les principales sources d'instabilité proposées par les auteurs dans la littérature sont : la dynamique des senseurs, la dynamique de l'environnement, la flexibilité du robot, la largeur de bande des actionneurs, les pertes de contact, le temps d'échantillonnage, et le backlash au niveau des transmetteurs de mouvements. Le problème du contrôle de force consiste donc à remplir les 6 critères précités et à garantir la stabilité du contrôleur choisi dans l'exécution de la tâche définie.

Cette étude s'intéresse surtout aux problèmes d'instabilité dus aux pertes de contact dans le contexte d'un environnement qui bouge. Pour une surface rigide et plane, oscillant à une fréquence et amplitude constantes, connaissant l'orientation instantanée de la normale à la surface et sa position angulaire, il existe une trajectoire désirée telle que le robot garde le contact avec la surface dans l'hypothèse de roulement sans friction.

La problématique de notre étude, est d'obtenir en temps réel cette trajectoire en reconstruisant le mouvement de la surface oscillante à partir de la seule mesure de l'angle d'oscillation, et de trouver un contrôleur qui permet au robot de garder le contact tout en minimisant les forces d'impact lors du contact robot environnement.

## 1.2 Revue de littérature

La recherche en robotique s'est intéressée très tôt au contrôle de force (depuis 1952). L'objectif en général a été d'appliquer par l'extrémité du robot, une force prédéfinie, en utilisant la plupart du temps un contrôle de force explicite. Plusieurs méthodes ont été développées [27], selon le type d'environnement et la tâche à effectuer. Ces méthodes reposent toutes sur les deux hypothèses suivantes :

- L'extrémité du manipulateur initialement en contact avec l'environnement, garde le contact durant l'exécution de la tâche.
- Les forces de frottement sont négligeables.

Ces hypothèses escamotent le problème d'établir le contact entre le robot et l'environnement, et de plus elles ne permettent pas de se prononcer sur le comportement du robot si le contact était perdu durant l'exécution de la tâche.

Il a fallu attendre la décennie des années 1980, pour que soient proposés des travaux qui tiennent compte de la dynamique du robot avant, pendant et après le contact avec l'environnement, ainsi que du problème des forces d'impact. Zheng et Hemami [33] proposent un modèle dynamique du robot pendant sa collision avec un objet fixe. Ce modèle s'intéresse à l'expression des vitesses généralisées avant et après impact, et ne tient pas compte de la déformation plastique durant l'impact. Selon ce modèle, la force d'impact entraîne un saut de vitesse. Également, plusieurs stratégies de contrôle ont été proposées. Malgré la variété des travaux nous pouvons distinguer essentiellement deux groupes :

- le premier groupe de contrôleur permet de minimiser voire d'éviter la perte de contact;

- le second groupe de contrôleur admet la perte de contact mais assure une reprise du contact dans un temps fini.

Dans la première approche, Walker [24] utilise la redondance du robot pour trouver des configurations qui minimisent la force d'impact. An et Hollerback [1] suggèrent d'utiliser la compliance passive du robot pour absorber l'énergie d'impact.

De Santis [7] a développé une méthode de design d'un contrôleur hybride basé sur la méthode du couple précalculé. Cette approche projette le contrôle de force et de position dans deux espaces orthogonaux. Ce contrôleur assure la stabilité globale sous l'hypothèse que le contact est maintenu et les frottements sont nuls. L'originalité de la méthode consiste à définir une relation entre la force et la position permettant de conserver le découplage du contrôle de force et de position.

Dans le second groupe, Volpe et Khosla [23] d'abord puis Tarn, Wu, Xi, et Isidori [21] proposent de diviser le contrôle du robot en trois phases: contrôle dans l'espace libre, contrôle durant l'impact, et contrôle avec contact. Cette approche permet d'utiliser soit un contrôleur optimisé pour chaque phase, soit un contrôleur général pour les trois phases. La littérature foisonne de différentes méthodes de contrôle utilisées durant ces trois phases. Mills et Lokhorst [14], Tarn, Wu, Xi, et Isidori [21] utilisent une approche de contrôle discontinu qui commute d'un contrôle de position à un contrôle hybride à partir d'une règle de décision basée sur la détection de la force d'impact. Tarn, Wu, Xi, et Isidori posent les bases de stabilité d'un contrôleur discontinu. Cette loi de commande est expérimentée avec des résultats intéressants sur un robot PUMA 560.

Youcef-Toumi et Gutz [31] utilise un filtre passe bas (intégrale de la force) pour amortir la force d'impact, Khatib et Burdick [13] proposent une formulation dans l'espace opérationnel en tenant compte de la flexibilité du capteur de force à l'extrémité du robot. Neville Hogan [11] utilise un contrôleur d'impédance qui permet un contrôle stable de la force exercée sans mesure de la force de réaction.

Volpe et Khosla [23] à partir du modèle linéaire du robot utilise un contrôleur de force explicite avec anticipation. Ils montrent que ce contrôleur est analogue au contrôle d'impédance avec une inertie désirée très élevée durant la phase d'impact.



Aucune de ces méthodes ne propose un modèle d'évaluation de la force ou de l'impulsion d'impact qui tient compte du modèle non linéaire du robot. De plus, la tâche à exécuter se limite à exercer une force sur une surface dure, immobile et parfaitement connue.

Weng et Young [26] proposent une stratégie de contrôle à deux niveaux : un contrôleur d'impédance soumis à un contrôleur flou de trajectoire. Les règles floues sont définies en s'inspirant du réflexe humain. Aucune démonstration théorique n'a été faite sur la stabilité.

Enfin, nous notons l'existence d'une approche stochastique. Chui et Lee [4] représentent la dynamique d'impact en terme de système linéaire à sauts. Les sauts dépendent des états d'un processus stochastique. Le contrôleur qui est implanté, optimise au sens des moindres carrés, la vitesse d'approche du robot.

## 1.3 Objectifs du mémoire

Ce mémoire vise les objectifs suivants :

- modéliser les forces impulsions d'impact qui surgissent lorsqu'un robot entre en collision avec un autre corps;
- valider ce modèle par voie de simulation sur un corps simple;
- comparer le comportement des contrôleurs suivants: contrôleur de force explicite, contrôleur hybride, et contrôleur discontinu durant la phase de contact robot – environnement, afin d'exhiber le contrôleur qui réduit le plus la force d'impact;
- étudier par voie de simulation, les performances de ce dernier contrôleur dans l'exécution d'une tâche sur un environnement oscillant.

## 1.4 Organisation du mémoire

En plus de l'introduction qui constitue son premier chapitre, ce mémoire est articulé autour de cinq autres chapitres .

Le chapitre 2 présente la modélisation des forces d'impact ainsi que l'interaction entre le robot et l'environnement.

Le chapitre 3 décrit les différents contrôleurs, leurs avantages et inconvénients.

Le chapitre 4 est consacré à la validation du modèle d'impact. Nous présentons dans un premier temps la structure de notre programme de simulation et dans un second temps nous présentons la simulation du modèle d'impact sur un corps simple.

Le chapitre 5 présente les résultats obtenus avec la simulation des trois types de contrôleurs retenus. Dans ce chapitre nous nous prononçons pour le choix du contrôleur qui minimise les forces d'impact lors du contact robot environnement.

Enfin, la conclusion nous permet de discuter des débouchés de recherches.

## 1.5 Particularités du sujet

La modélisation de la force d'impact par une impulsion entraîne un saut dans l'espace d'état. Il existe donc une discontinuité entre l'expression de la vitesse généralisée du robot avant impact et après impact. Cette discontinuité pose des problèmes de stabilité. Pour modéliser la force d'impact, nous avons utilisé un formalisme basé sur la dynamique des systèmes de corps articulés [28]. Le modèle obtenu est similaire à celui proposé par Yoshida, K. Mavroidis, C. Dubowsky, S.[30].

En outre, notre programme de simulation intègre trois modèles du robot pour les différentes phases du contrôle de force. Chaque modèle étant relatif à l'une des phases suivantes : déplacement du robot dans l'espace libre, phase de contact entre le robot et l'environnement, exécution de la tâche sur l'environnement. La commutation d'un modèle à l'autre dépend de l'état du robot.

## 1.6 Contributions

Cette étude nous a permis d'apporter les contributions suivantes:

- développement d'un modèle de l'impulsion d'impact;
- développement d'un programme en Matlab qui permet de simuler le comportement d'un robot planaire à deux membrures dans l'espace libre, durant la phase d'impact, et durant l'exécution d'une tâche de contrôle de force position sur une poutre pouvant être mobile ou immobile;
- comparaison par voie de simulation de trois types de contrôleurs pour le problème de perte de contact;
- développement d'un observateur non linéaire à mode de glissement permettant d'éviter la mesure de la vitesse et de l'accélération angulaire de la poutre.

## Chapitre 2

# MODÉLISATION

### 2.1 Introduction

Le système que nous voulons modéliser est composé d'un robot planaire à deux membrures et d'une poutre (environnement) rotative. Les paramètres du robot (voir Annexe A) sont similaires aux paramètres du robot expérimental du banc d'essai de la section automation du département de génie électrique. La Figure 2.1 ci contre, illustre la configuration du système. Le robot est muni à son extrémité d'une roue qui lui permet de rouler sans glisser sur la poutre. La poutre oscille indépendamment du robot et nous admettons que son inertie est telle que la force exercée par le robot ne modifie pas son mouvement. Notre objectif est de trouver le contrôleur le plus performant dans la tâche qui consiste à exercer une force perpendiculaire à la poutre, tout en se déplaçant parallèlement.

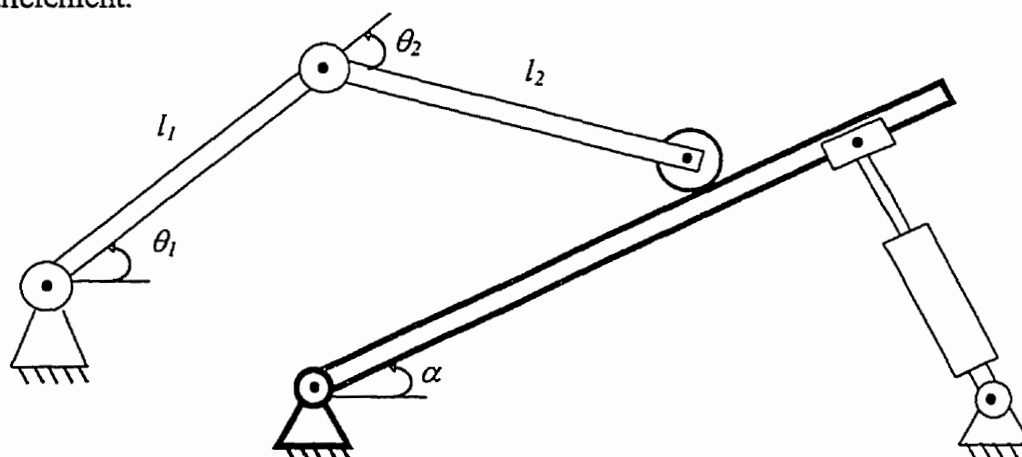


Figure 2.1 : Schéma du montage.

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps le formalisme qui permet d'évaluer l'impulsion d'impact résultant de la collision de deux corps. Dans un second temps, nous présentons le modèle du robot dans l'espace libre, le modèle du robot après impact avec la poutre et le modèle du robot avec les contraintes holomiques introduites par le déplacement le long de la poutre. Dans la dernière partie du chapitre, nous présentons l'observateur qui estime la vitesse et l'accélération angulaire de la poutre.

## 2.2 Collision des systèmes multi-corps

La collision de deux corps génère deux ondes de compression qui se propagent dans deux directions opposées. Ces ondes de compression sont réfléchies aux extrémités libres des deux corps et reviennent vers le point de contact comme des ondes de tension [22]. La Figure 2.2 illustre le cas simple de deux barres longitudinales de même matériau, qui se déplacent dans la même direction à des vitesses respectives de  $v_1$  et  $v_2$  ( $v_1 > v_2$ ).

a) Avant impact

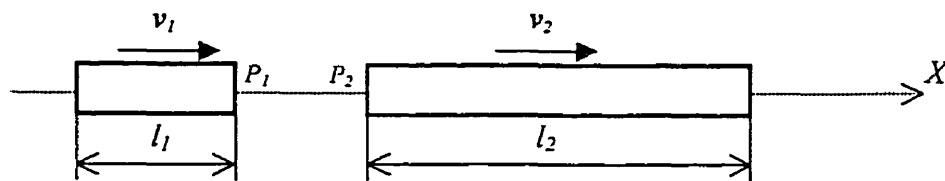


Figure 2.2 : Collision de deux corps longitudinaux.

b) Pendant impact

À l'instant  $t = 0^+$  de l'impact, deux ondes planes de compression sont générées aux points de contact  $P$ , et se propagent dans deux directions opposées comme le montre la Figure 2.3. Après un intervalle de temps  $t_1 = l_1 / c$  ( $c$  vitesse de déplacement des ondes dans le matériau), les ondes arrivent à l'extrémité du corps 1 d'où, réfléchies sous

forme d'ondes de tension, elles viennent annuler les ondes incidentes en  $P$  après un intervalle de temps  $t_2 = 2l_1/c$ .

Les deux tiges cependant restent en contact jusqu'au retour de l'onde réfléchie du corps 2.

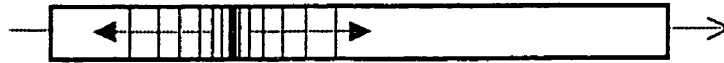


Figure 2.3: Propagation des ondes durant l'impact.

Dans le cas plus général de deux multi-corps (Figure 2.4), il est évident que des réflexions multiples avec amortissement se produisent aux différents points de liaison. La détermination de la direction et du coefficient d'amortissement des ondes réfléchies n'est pas aisée. De plus, si le contact entre les deux corps n'est pas ponctuel, une partie de l'onde se déplace transversalement. L'évolution des vitesses instantanées durant l'impact, est régie alors par un système d'équations aux dérivées partielles des fonctions d'ondes. La résolution d'un tel système d'équations n'est pas simple. Cependant, on peut s'affranchir de cette résolution si l'on s'intéresse uniquement à l'expression des vitesses après impact, en posant les hypothèses qui suivent [28].

Hypothèse 1: les corps  $C_1$  et  $C_2$  sont rigides et globalement indéformables avant, durant et après l'impact.

Hypothèse 2: l'impact se produit en un intervalle de temps  $\Delta t$  infinitésimal ( $\Delta t \rightarrow 0$ ).

Hypothèse 3: seules les forces impulsives provoquent une discontinuité de vitesse. Cette hypothèse signifie que la contribution des forces dissipatives et potentielles au changement de vitesse est nulle.

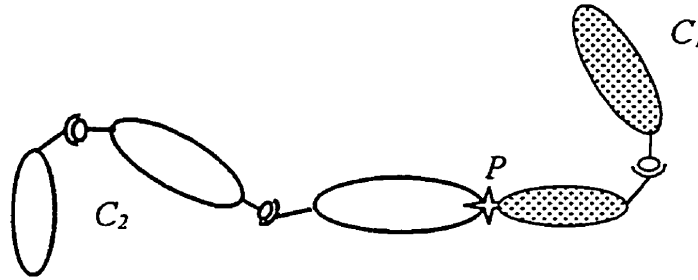


Figure 2.4: Collision de deux systèmes multi-corps.

Rappel: Une force  $f(t)$  est dite impulsive si 
$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f(t) \cdot dt = \hat{f} . \quad (2.1)$$

L'équation (2.1)  $\Rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} |f(t)| \rightarrow \infty . \quad (2.2)$

$\hat{f}$  est un vecteur de module fini appelé impulsion, qui a la dimension d'une quantité de mouvement.

Hypothèse 4: les vitesses de translations et vitesses angulaires des corps  $C_1$  et  $C_2$  restent finies durant l'impact.

Hypothèse 5: les positions et orientations angulaires des corps  $C_1$  et  $C_2$  restent finies (corollaire de l'hypothèse 4).

Hypothèse 6: les forces et couples agissant au sein des corps  $C_1$  et  $C_2$  (couples produits par les actionneurs) sont finis durant l'intervalle de temps  $\Delta t$ .

Hypothèse 7: le point d'impact appartient à un volume infinitésimal englobant deux zones de déformation localisées au niveau des deux corps.

Hypothèse 8: les dimensions de cette zone de déformation sont si petites que l'hypothèse 1 reste valable.

Hypothèse 9: l'impact se déroule en deux phases:

- Une phase de compression et de déformation à la fin de laquelle les vitesses relatives des deux corps au point d'impact sont nulles.

- Une phase de décompression partielle ou totale durant laquelle l'énergie de déformation de la phase de compression est restituée . À la fin de la décompression les deux corps se séparent.

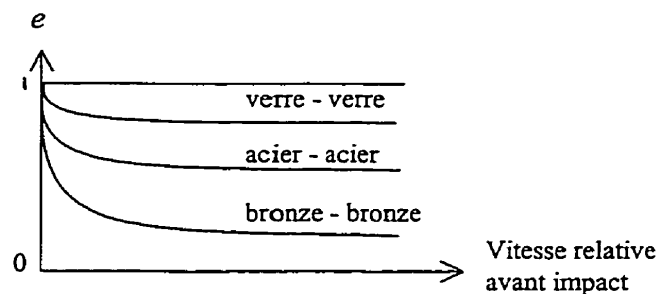
Le rapport de l'impulsion pendant la phase de décompression sur l'impulsion au cours de la phase de compression est appelé coefficient de restitution et noté  $e$  ( $0 \leq e \leq 1$ ).  
 $e = 0$  : compression plastique ;  $e = 1$  : compression élastique.

Ces neuf hypothèses délimitent le cadre théorique qui nous permet de modéliser le robot après le choc du contact avec l'environnement.

Soit :  $\hat{f}^c$  vecteur impulsion durant la phase de compression,  
 $\hat{f}^d$  vecteur impulsion durant la phase de décompression,  
 $\hat{f}$  vecteur impulsion durant l'impact,

$$\hat{f} = \hat{f}^c + \hat{f}^d = (1 + e)\hat{f}^c \quad (\hat{f} \text{ est une quantité de mouvement}).$$

La durée de l'impact dépend des matériaux et de la nature du contact (sphérique, anguleux, etc). Elle est également proportionnelle à la vitesse relative des deux corps. Le coefficient de restitution, quoique variant avec le matériau, tend vers 1 quand la vitesse relative tend vers 0 (voir Figure 2.5) [15]. Cependant, dans notre étude nous conservons un coefficient de restitution constant ( $e = 0.65$ ).





## 2.3 Modèle de l'impulsion d'impact

Ce modèle nous permet de répondre à la question suivante : lorsque survient une collision entre les corps  $C_1$  et  $C_2$  au point  $P$  (Figure 2.3) à l'instant  $t_0$ , comment pouvons-nous exprimer l'impulsion d'impact reçue et surtout les vitesses des points  $P_1$  et  $P_2$  après impact (Figure 2.6), connaissant les vitesses avant impact de ces mêmes points?

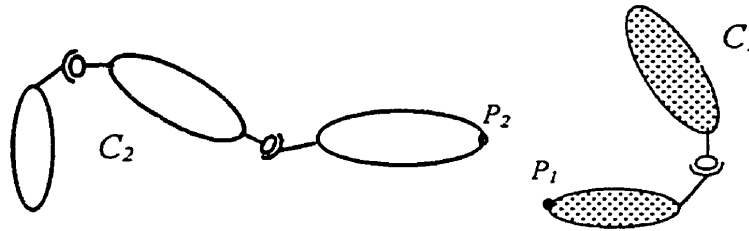


Figure 2.6 : Configuration après impact de deux systèmes multi-corps.

Pour répondre à cette question, isolons le corps  $C_1$  qui a reçu une impulsion  $\hat{f}$  durant l'impact (Figure 2.7).

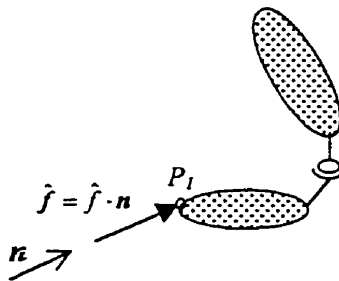


Figure 2.7: Diagramme de corps libre de  $C_1$ .

Introduisons les grandeurs suivantes :

$\Delta v_{P_1}^c$  : incrément de vitesse du point  $P_1$  à la fin de la compression,

$\Delta v_{P_1}$  : incrément de vitesse du point  $P_1$  après impact,

- $v_{P_1}$  : vitesse du point  $P_1$  avant impact  
 $v_{P_2}$  : vitesse du point  $P_2$  avant impact  
 $\Delta v_{P_2}$  : incrément de vitesse du point  $P_2$  après impact  
 $\Delta v_{P_2}^c$  : incrément de vitesse du point  $P_2$  à la fin de la compression  
 $n$  : normal au plan tangent à  $C_1$  et  $C_2$  au point  $P$

L'hypothèse 9 nous permet de poser les deux équations suivantes :

$$\text{en fin de compression : } [(v_{P_1} + \Delta v_{P_1}^c) - (v_{P_2} + \Delta v_{P_2}^c)] \bullet n = 0, \quad (2.3)$$

Le symbole  $(\bullet)$  dénote un produit scalaire entre deux vecteurs.

$$\text{en fin de décompression : } \Delta v_{P_2} = (1+e) \Delta v_{P_2}^c \quad ; \quad \Delta v_{P_1} = (1+e) \Delta v_{P_1}^c. \quad (2.4)$$

En combinant les deux équations (2.3) et (2.4), nous obtenons:

$$[(v_{P_1} + \Delta v_{P_1}) - (v_{P_2} + \Delta v_{P_2})] \bullet n = -e (v_{P_1} - v_{P_2}). \quad (2.5)$$

$$\text{L'hypothèse 3 nous suggère l'expression suivante : } \Delta v_{P_1} = U_{kk} \hat{f}. \quad (2.6)$$

$U_{kk}$  projette l'impulsion  $\hat{f}$  dans l'espace des vitesses ( $\hat{f}$  est une quantité de mouvement).

Dans le cas général,  $U_{kk}$  est un tenseur dont la valence dépend des dimensions des espaces qu'il relie. Dans le cas planaire,  $U_{kk}$  est une matrice ou un scalaire.

L'impulsion reçue par  $C_1$  étant égale en module et opposée en sens à celle de  $C_2$

$$\text{nous avons : } \Delta v_{P_1} = U_{11} \hat{f} \quad \text{et} \quad \Delta v_{P_2} = U_{22} (-\hat{f}). \quad (2.7)$$

En remplaçant (2.7) dans (2.5) nous obtenons :

$$[(v_{P_1} + U_{11} \hat{f}) - (v_{P_2} + U_{22} (-\hat{f}))] \bullet n = -e (v_{P_1} - v_{P_2}) \bullet n. \quad (2.8)$$

$$\text{De l'équation (2.8), il vient : } (v_{P_1} - v_{P_2}) \bullet n + n \bullet (U_{11} \hat{f} + U_{22} \hat{f}) = -e (v_{P_1} - v_{P_2}) \bullet n, \quad (2.9)$$

$$\text{en réarrangeant nous obtenons } \hat{f} n \bullet (U_{11} + U_{22}) n = -(1+e) (v_{P_1} - v_{P_2}) \bullet n. \quad (2.10)$$

$$\text{Finalement : } \hat{f} = -(1+e)[n \bullet (U_{11} + U_{22}) n]^{-1} (v_{P_1} - v_{P_2}) \bullet n. \quad (2.11)$$

Nous obtenons ainsi le modèle cinétique des corps  $C_1$  et  $C_2$  après l'impact :

$$\Delta v_{P_1} = -(U_{11} (1+e)[n \bullet (U_{11} + U_{22}) n]^{-1} (v_{P_1} - v_{P_2}) \bullet n) n \quad (2.12)$$

$$\Delta v_{P_2} = (U_{22} (1+e)[n \bullet (U_{11} + U_{22}) n]^{-1} (v_{P_1} - v_{P_2}) \bullet n) n \quad (2.13)$$

La détermination des  $U_k$  dépend des équations dynamiques régissant les corps  $C_1$  et  $C_2$ . Il importe de remarquer que l'équation (2.11) nous donne l'impulsion d'impact et non la force d'impact. En effet pour calculer la vitesse après impact des deux corps en collision, la connaissance de la force d'impact n'est pas indispensable. La vitesse après impact étant égale à la somme de la vitesse avant impact et de l'incrément de vitesse dû à l'impact. Une fois les deux corps séparés, la vitesse après impact sert de condition initiale pour l'intégration de l'équation dynamique de chaque corps pris individuellement. En général la force d'impact est modélisée comme une impulsion rectangulaire ou comme une fonction de Gauss dont l'intégrale sur la durée de l'impact est égale à l'impulsion d'impact.

La durée de l'impact dépend de la nature du contact, du matériau constituant les deux corps et de leurs dimensions. Ces paramètres étant fixés, la durée de l'impact devient alors une constante. Par conséquent, minimiser la force d'impact revient à minimiser l'impulsion d'impact.

## 2.4 Modèle du robot

Considérons le robot planaire de la Figure 2.8, dont l'extrémité muni d'une roue, roule sans glisser sur la poutre  $QQ'$ .

$$\text{Le modèle de ce robot est de la forme : } \tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + N(\theta, \dot{\theta}) + \tau_f \quad (2.14)$$

$\tau$  : vecteur couple

$\theta$  : vecteur des variables articulaires

$M(\theta)$  : matrice d'inertie définie positive (voir Annexe A)

$C(\theta, \dot{\theta})$  : matrice définie telle que  $C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta}$  donne les couples dus aux forces de Coriolis et centrifuge

$N(\theta, \dot{\theta})$  : matrice incluant les termes d'énergies potentielles et dissipatives

$\tau_f$  : effet des couples extérieurs s'exerçant sur l'extrémité du robot.

Nous posons les hypothèses suivantes :

- Le comportement du robot est assimilable à un modèle à paramètre localisé [5].
- Les forces de friction sont négligeables. Par conséquent,  $N(\theta, \dot{\theta}) = N(\theta)$ .

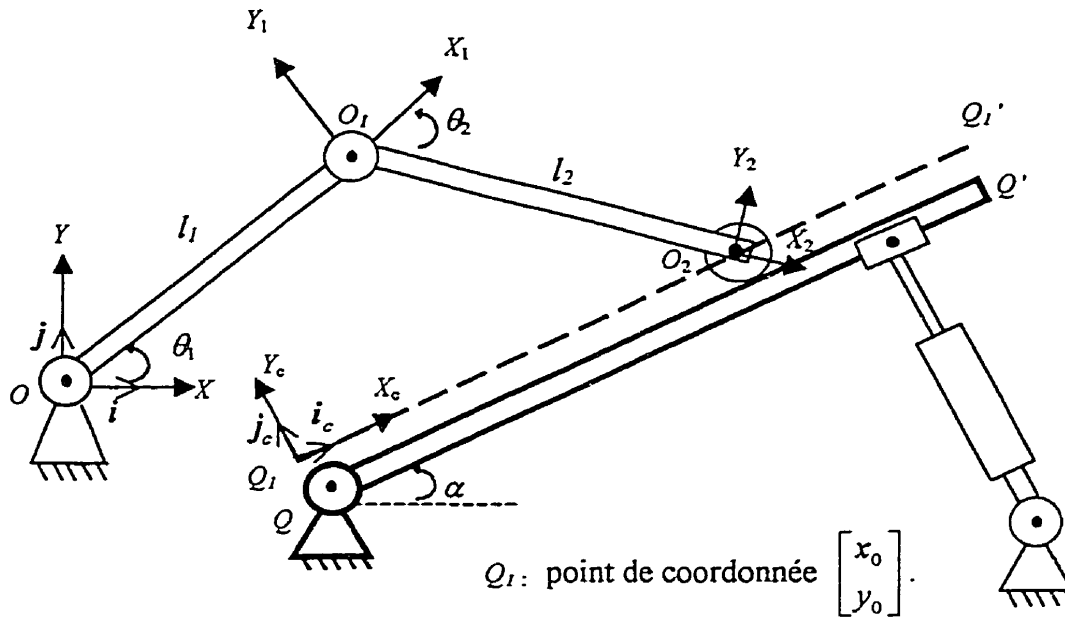


Figure 2.8 : Schéma du montage avec référentiels.

### 2.4.1 Modèle du robot dans l'espace libre

Lorsque aucune force extérieure ne s'exerce sur le robot nous avons le modèle suivant:  $\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + N(\theta)$ .

Ce modèle, exprimé dans le plan cartésien  $XY$  devient :

$$f_x = M_x(\theta)\ddot{x} + C_x(\theta, \dot{\theta})\dot{x} + N_x(\theta) \quad (2.15)$$

$$f_x = M_x(\theta)\ddot{x} + V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) \quad (2.16)$$

$x$  : rayon vecteur de l'extrémité du robot.  $x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  en  $XY$ .

$f_x = J^{-T}(\theta)\tau$  : vecteur force dans l'espace cartésien.

$J(\theta)$  : matrice jacobienne définie telle que  $\dot{x} = J(\theta)\dot{\theta}$ .

$$M_x(\theta) = J^{-T}(\theta)M(\theta)J^{-1}(\theta) \quad (\text{voir Annexe A})$$

$$C_x(\theta, \dot{\theta}) = J^{-T}(\theta)(C(\theta, \dot{\theta})J^{-1}(\theta) + M(\theta)\frac{d}{dt}(J^{-1}(\theta)))$$

$$V_x(\theta, \dot{\theta}) = J^{-T}(\theta)(C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - M(\theta)J^{-1}(\theta)J(\theta)\dot{\theta})$$

$$N_x(\theta) = J^{-T}(\theta)N(\theta)$$

$$\ddot{\theta} = J^{-1}(\theta)\ddot{x} + \frac{d}{dt}J^{-1}(\theta)\dot{x} = J^{-1}(\theta)\ddot{x} - J^{-1}(\theta)\frac{d}{dt}J(\theta)\dot{\theta}$$

Nous pouvons également exprimer le modèle du robot relativement au repère  $X_c Y_c$  lié à la poutre.

$$\text{Posons } x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix},$$

$$x = \text{Rot}(\alpha) \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} = \text{Rot}(\alpha) x_c + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

$\text{Rot}(\alpha)$  : matrice de rotation tel que  $\text{Rot}(\alpha)^{-1} = \text{Rot}(\alpha)^T$ ,

Pour commodité de notation nous notons  $\text{Rot}(\alpha) = R_\alpha$ .

L'expression des équations (2.15) et (2.16) dans le nouveau repère  $X_c Y_c$  donne le modèle suivant:

$$f_{xc} = R_\alpha^{-1} f_x = (R_\alpha^{-1} M_x R_\alpha) \cdot \ddot{x}_c + (R_\alpha^{-1} C_x R_\alpha) \cdot \dot{x}_c + R_\alpha^{-1} N_x, \quad (2.18)$$

$$f_{xc} = R_\alpha^{-1} f_x = (R_\alpha^{-1} M_x R_\alpha) \cdot \ddot{x}_c + (R_\alpha^{-1} x_c) + (R_\alpha^{-1} N_x). \quad (2.19)$$

$$\dot{x}_c = R_\alpha^{-1} \dot{x} \quad \text{et} \quad \ddot{x}_c = R_\alpha^{-1} \ddot{x}. \quad (2.20)$$

Si la poutre bouge avec une vitesse angulaire  $\dot{\alpha}$ , avec  $Q_1 Q_1' \parallel Q Q'$  alors l'équation (2.20) devient :

$$\dot{x} = R_\alpha \dot{x}_c + S_\alpha R_\alpha x_c \Rightarrow \dot{x}_c = R_\alpha^{-1} \dot{x} - R_\alpha^{-1} S_\alpha R_\alpha x_c, \quad (2.21)$$

$$\ddot{x} = R_\alpha \ddot{x}_c + 2S_\alpha R_\alpha \dot{x}_c + (\dot{S}_\alpha R_\alpha + S_\alpha^2 R_\alpha) x_c, \quad (2.22)$$

avec  $S_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\alpha} \\ \dot{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$ ;  $\dot{S}_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & -\ddot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} & 0 \end{bmatrix}$ ;  $S_\alpha^2 = -\dot{\alpha}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ .

$S_\alpha$  est un tenseur antisymétrique qui vérifie les relations suivantes:

$$\dot{R}_\alpha = S_\alpha R_\alpha \quad ; \quad \frac{d}{dt}(R_\alpha^{-1}) = -\frac{d}{dt}(R_\alpha^T) = -R_\alpha^T S_\alpha$$

Les équations (2.21) et (2.22) nous permettent de formuler le modèle du robot relativement au repère  $X_c Y_c$ . Nous obtenons:

$$f_{xc} = R_\alpha^{-1} f_x = M_{xc}(\theta, \alpha) \ddot{x}_c + C_{xc}(\theta, \alpha, \dot{\alpha}) \dot{x}_c + N_{xc}(\theta, \dot{\theta}, \alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}, x_c), \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} M_{xc}(\theta, \alpha) &= R_\alpha^{-1} M_x(\theta) R_\alpha, \\ C_{xc}(\theta, \alpha, \dot{\alpha}) &= 2R_\alpha^{-1} M_x(\theta) S_\alpha R_\alpha, \\ N_{xc} &= R_\alpha^{-1} M_x(\theta) (\dot{S}_\alpha + S_\alpha^2) R_\alpha x_c + R_\alpha^{-1} (V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta)). \end{aligned}$$

Si:  $V_{xc} = C_{xc} \dot{x}_c + N_{xc}$  Il vient alors que :

$$f_{xc} = M_{xc}(\theta, \alpha) \ddot{x}_c + V_{xc}(\theta, \dot{\theta}, \alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}, x_c, \dot{x}_c). \quad (2.24)$$

L'intérêt du modèle donné par (2.24) est que nous pouvons alors exprimer la trajectoire à exécuter, dans le repère de la tâche de façon simple.

## 2.4.2 Modèle d'impact du robot

Ce modèle (cinétique) consiste à trouver l'expression des vitesses généralisées après impact, leurs valeurs avant impact étant connues. En d'autres termes, il s'agit de déterminer le tenseur  $U_{II}$  de la formule (2.12). Pour ce faire, reprenons l'équation (2.14) tout en spécifiant  $\tau_f$ .

$$\text{Nous avons : } \tau = M(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + N(\theta) + J^T(\theta) f \quad (2.25)$$

$f$  : force d'impact exercée sur l'extrémité du robot

$$\text{Il vient : } \ddot{\theta} = M(\theta)^{-1} [\tau - C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} - N(\theta) - J^T(\theta) f] \quad (2.26)$$

En négligeant la variation instantanée de  $J(\theta)$  nous pouvons poser :

$$\dot{x} = J(\theta) \dot{\theta} \Rightarrow \Delta \dot{x} = J(\theta) \Delta \dot{\theta} \quad \text{Cette équation combinée avec l'équation (2.6) donne :}$$

$$\Delta\dot{\theta} = J^{-1}(\theta)U_{11}\hat{f} \quad \text{or} \quad \Delta\dot{\theta} = \int_0^{\Delta\dot{\theta}} d\dot{\theta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \ddot{\theta} dt$$

En combinant cette dernière équation avec l'équation(2.26) il vient :

$$\Delta\dot{\theta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} M^{-1}(\theta) [\tau - C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - N(\theta, \dot{\theta}) - J^T(\theta)f] dt$$

Les hypothèses 2 et 3 de la section 2.2 nous permettent de faire les simplifications

$$\text{suivantes: } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} M^{-1}(\theta) [C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - N(\theta, \dot{\theta})] dt = 0$$

$$\text{D'où : } \Delta\dot{\theta} = -M^{-1}(\theta) \left[ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \tau dt + J^T(\theta) \left( \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} f dt \right) \right] \quad (2.27)$$

$$\Delta\dot{\theta} = -M^{-1}(\theta) [\lambda(\theta)\Delta\dot{\theta} + J^T(\theta)\hat{f}]$$

$$\text{avec } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \tau dt = \hat{\tau} = \lambda(\theta)\Delta\dot{\theta}$$

$\lambda(\theta)$  de dimension  $[\text{kgm}^2]$ , traduit la résistance à tout mouvement impulsif due à la friction et aux non-linéarités des actionneurs, articulations et transmetteurs de mouvements [30]. Il en découle que:

$$[M(\theta) + \lambda(\theta)]\Delta\dot{\theta} = -J^T(\theta)\hat{f} \Rightarrow \Delta\dot{\theta} = -[M(\theta) + \lambda(\theta)]^{-1} J^T(\theta)\hat{f}$$

$$\text{or nous avons posé précédemment : } \Delta\dot{\theta} = J^{-1}(\theta)U_{11}\hat{f}$$

Par identification nous obtenons finalement:

$$\begin{aligned} U_{11} &= -J(\theta)[M(\theta) + \lambda(\theta)]^{-1} J^T(\theta) && \text{dans l'espace articulaire} \\ U_{11} &= -[M_x(\theta) + \lambda_x(\theta)]^{-1} && \text{dans l'espace cartésien} \end{aligned} \quad (2.28)$$

En négligeant la friction au niveau des actionneurs, nous avons  $\lambda(\theta) = 0$ .

La vitesse après impact est égale à la vitesse avant impact plus l'incrément de vitesse. Par conséquent, soit  $\dot{x}_{i-1}$ , la vitesse de l'extrémité du robot au temps  $t_{i-1}$  avant impact. Si l'extrémité du robot entre en collision avec un corps  $C_2$  au point d'impact  $P_2$ , nous avons après impact (c'est à dire au temps  $t_{i+1}$ ):

$$\dot{x}_{i+1} = \dot{x}_{i-1} + [(1+e)M_x^{-1}(\theta) [n \bullet (M_x^{-1}(\theta) + U_{22})n]^{-1} (\dot{x}_{i-1} - v_{P_2}) \bullet n] n \quad (2.29)$$

- $\mathbf{n}$  : normal au point d'impact  
 $\mathbf{v}_{P_2}$  : vitesse (exprimée dans l'espace cartésien) de la poutre au point  $P_2$  avant impact

## 2.5 Modèle de l'environnement

Notre environnement (Figure 2.7) est constitué d'une poutre dont l'axe  $QQ'$  peut osciller autour du point  $Q$ . Cette oscillation est produite par un moteur linéaire (vérin) dont la commande ne sera pas étudié dans ce projet.

Le diamètre de la roue dont est munie l'extrémité du robot étant connu, et en supposant sa déformation négligeable, nous pouvons rapporter les forces de réaction sur l'axe  $Q_I Q_I'$ , pour commodité d'analyse.

En outre nous posons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- la masse de la membrure est pratiquement infinie; cette hypothèse signifie que lors de la collision entre le robot et la poutre, la dynamique de cette dernière n'est pas modifiée ( $U_{22} = 0$ );
- la poutre oscille selon un mouvement harmonique parfait;
- l'angle d'oscillation est mesurable en tout temps;
- la fréquence d'oscillation de la poutre est connu avec imprécision.

Le modèle du mouvement de la poutre est le suivant :

$$\begin{aligned}
 \tilde{\alpha} &= \alpha_0 + \text{am} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \\
 \dot{\tilde{\alpha}} &= \text{am} \cdot \omega \cos(\omega t + \varphi) \\
 \ddot{\tilde{\alpha}} &= -\text{am} \cdot \omega^2 \sin(\omega t + \varphi)
 \end{aligned}
 \tag{2.30}$$

$\alpha_0$  étant mesurable, nous pouvons définir une nouvelle variable  $\alpha$  tel que :



$$\begin{aligned}
\alpha &= am \sin(\omega t + \varphi) \\
\dot{\alpha} &= am \omega \cos(\omega t + \varphi) \\
\ddot{\alpha} &= -am \omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 \alpha
\end{aligned} \tag{2.31}$$

Le modèle d'état de ce système linéaire donne:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix}; \quad \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A} \mathbf{x}_a \quad y_a = \mathbf{C} \mathbf{x}_a$$

Pour réduire l'ordre du modèle nous pouvons décomposer le système en deux sous-systèmes.

$$(1) \quad \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}; \quad \alpha = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{a_1} = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_{a_1} \quad y_{a_1} = \mathbf{C}_1 \mathbf{x}_{a_1}$$

$$(2) \quad \begin{bmatrix} \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix}; \quad \dot{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} \tag{2.34}$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{a_2} = \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{a_2} \quad y_{a_2} = \mathbf{C}_2 \mathbf{x}_{a_2}$$

Le rang de la matrice d'observabilité est égale à 2.

### 2.5.1 Problème de suivi de trajectoire

Le repère  $X_c Y_c$ , tourne autour de  $O$  à la vitesse  $\dot{\alpha} = \dot{\alpha} \cdot \mathbf{k}$  tel que le montre la Figure 2.9.  $\mathbf{k}$  est défini tel que  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  forment un trièdre droit.

Soit les vecteurs suivants (les coordonnées de tous les vecteurs sont exprimées dans le repère  $XY$ , sauf précision) .

$\mathbf{r}$  : rayon vecteur localisant le point  $P$  dans le repère  $XY$

$\mathbf{r}_0$  : rayon vecteur localisant  $Q_1$  dans  $XY$

$\mathbf{r}_1$  : rayon vecteur localisant  $P$  dans le repère  $X_cY_c$

$\mathbf{v}_{rel}$  : vitesse de  $P$  vue de  $Q_1$   $\mathbf{v}_{rel} = R_\alpha \frac{d\mathbf{r}_1}{dt} = R_\alpha \mathbf{v}_{rel_1}$

$\mathbf{a}_{rel}$  : accélération de  $P$  vue de  $Q_1$   $\mathbf{a}_{rel} = R_\alpha \frac{d^2\mathbf{r}_1}{dt^2} = R_\alpha \mathbf{a}_{rel_1}$

$\mathbf{v}_{rel_1}$  : vitesse de  $P$  vue de  $Q_1$  exprimée selon le repère  $X_cY_c$

$\mathbf{a}_{rel_1}$  : accélération de  $P$  vue de  $Q_1$  exprimée selon le repère  $X_cY_c$

$\mathbf{v}_P$  : vitesse de  $P$  vue de  $O$

$\mathbf{a}_P$  : accélération de  $P$  vue de  $O$

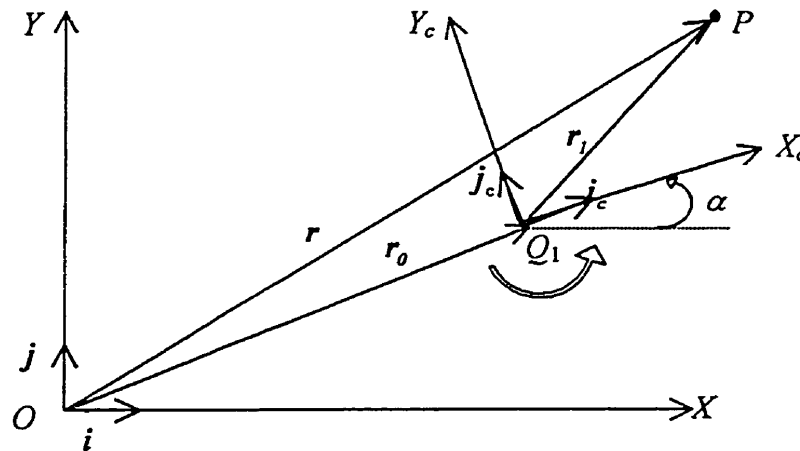


Figure 2.9: Suivi de trajectoire: coordonnées relatives

$$\mathbf{v}_P = \frac{d\mathbf{r}_0}{dt} + \mathbf{v}_{rel_1} + \dot{\alpha} \times \mathbf{r}_1$$

Les vecteurs  $\mathbf{a}_P$  et  $\mathbf{v}_P$  peuvent aussi être exprimés en fonction des matrices de rotation.

Soit  $\alpha$  l'angle entre  $\mathbf{i}$  et  $\mathbf{i}_c$ .

Soit  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  et  $\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}$ , respectivement les coordonnées de  $P$  dans les repères  $XY$  et  $X_cY_c$ .

Soit  $\begin{bmatrix} x_{0_1} \\ y_{0_1} \end{bmatrix}$ , coordonnée de  $Q_1$  dans le repère  $XY$ ,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} x_{O_1} \\ y_{O_1} \end{bmatrix} + R_\alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{v}_P &= \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{O_1} \\ y_{O_1} \end{bmatrix} + \frac{dR_\alpha}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + R_\alpha \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{v}_P &= \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{O_1} \\ y_{O_1} \end{bmatrix} + S_\alpha R_\alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + R_\alpha \mathbf{v}_{rel_1}, \\
\mathbf{a}_P &= \frac{d^2}{dt^2} \begin{bmatrix} x_{O_1} \\ y_{O_1} \end{bmatrix} + S_\alpha^2 R_\alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \dot{S}_\alpha R_\alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + 2S_\alpha R_\alpha \mathbf{v}_{rel_1} + R_\alpha \mathbf{a}_{rel_1}.
\end{aligned}$$

Si  $Q_1$  (Figure 2.9) est fixe par rapport à  $XY$ , alors :

$$\mathbf{v}_P = \dot{\alpha} R_\alpha \begin{bmatrix} -y_1 \\ x_1 \end{bmatrix} + R_\alpha \mathbf{v}_{rel_1}, \quad (2.35)$$

$$\mathbf{a}_P = -\dot{\alpha}^2 R_\alpha \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \ddot{\alpha} R_\alpha \begin{bmatrix} -y_1 \\ x_1 \end{bmatrix} + 2S_\alpha R_\alpha \mathbf{v}_{rel_1} + R_\alpha \mathbf{a}_{rel_1}, \quad (2.36)$$

Considérons le point  $O_2$  sur la Figure 2.10 (ci-après). Nous désirons que ce point se déplace de  $P_0$  à  $P_3$  selon une trajectoire assignée pour les grandeurs relatives ( $P$  et  $O_2$  étant confondus). Nous notons  $p$  la coordonnée de  $P$  tel que  $\mathbf{p} = p \mathbf{i}_c$  dans le repère  $X_c Y_c$ .  $\mathbf{v}_P$  et  $\mathbf{a}_P$  étant respectivement la vitesse et l'accélération de  $P$  exprimées dans  $XY$ . L'application des équations (2.35) et (2.36) donne les expressions suivantes:

$$\mathbf{v}_P = R_\alpha \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{rel} \\ \dot{\alpha} \cdot p \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{a}_P = R_\alpha \begin{bmatrix} -\dot{\alpha}^2 p + \mathbf{a}_{rel} \\ \ddot{\alpha} \cdot p + 2\dot{\alpha} \cdot \mathbf{v}_{rel} \end{bmatrix}. \quad (2.37)$$



$$p = v_m (t - t_1) + p_1$$

$$p = p_2; \quad v_{rel} = v_m; \quad a_{rel} = 0$$

• de  $t_2$  à  $t_3$

$$a_{rel} = -a_c$$

$$v_{rel} = -a_c (t - t_2) + v_m$$

$$\text{d'où } t_3 = t_2 + \frac{v_m}{a_c}$$

$$p = -0.5 a_c (t - t_2)^2 + v_m (t - t_2) + p_2$$

• à  $t = t_3$

$$p = p_3; \quad v_{rel} = 0; \quad a_{rel} = 0$$

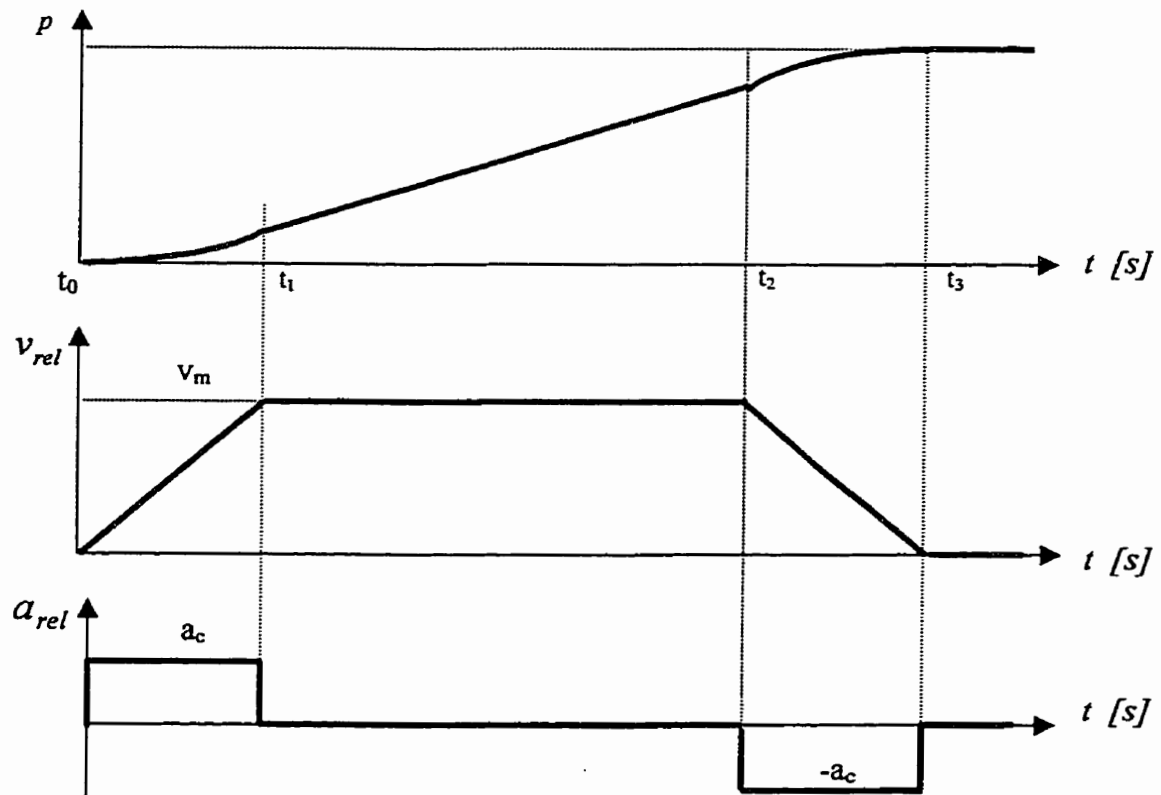


Figure 2.11 : Suivi de trajectoire : tracé des fonctions.

### 2.5.2 Évaluation de la force de réaction

En pratique, tout effort exercé par le robot sur la poutre  $QQ'$  résulte en une déformation localisée au point de contact entre la roue et la surface de la poutre.

Les contraintes de pression restant dans le domaine d'élasticité, nous modélisons cet effet par un ressort. Ainsi, le point P peut se déplacer perpendiculairement à  $Q_I Q_I'$ . Cependant, pour que les équations développées précédemment soient toujours valables, ce déplacement  $h$  doit être négligeable par rapport à  $\overline{P_0 P_3}$ .

Soit  $f_r$  la force de réaction

$$f_r = k h \mathbf{n} \quad ; \quad k = 10000 \text{ [N/m]} \quad (2.38)$$

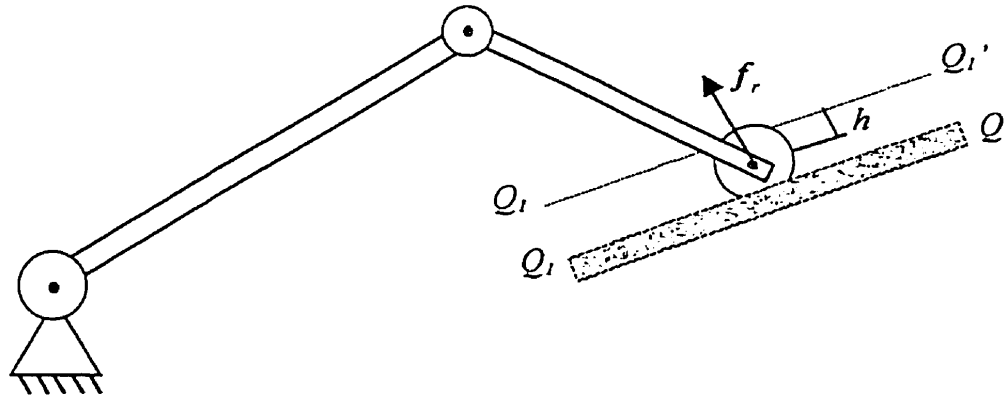


Figure 2.12 : Force de réaction.

### 2.5.3 Méthode d'observation

Les équations (2.24) et (2.37) exigent la connaissance de  $\dot{\alpha}$  et  $\ddot{\alpha}$ . Ces grandeurs n'étant pas mesurables, il faut donc les observer.

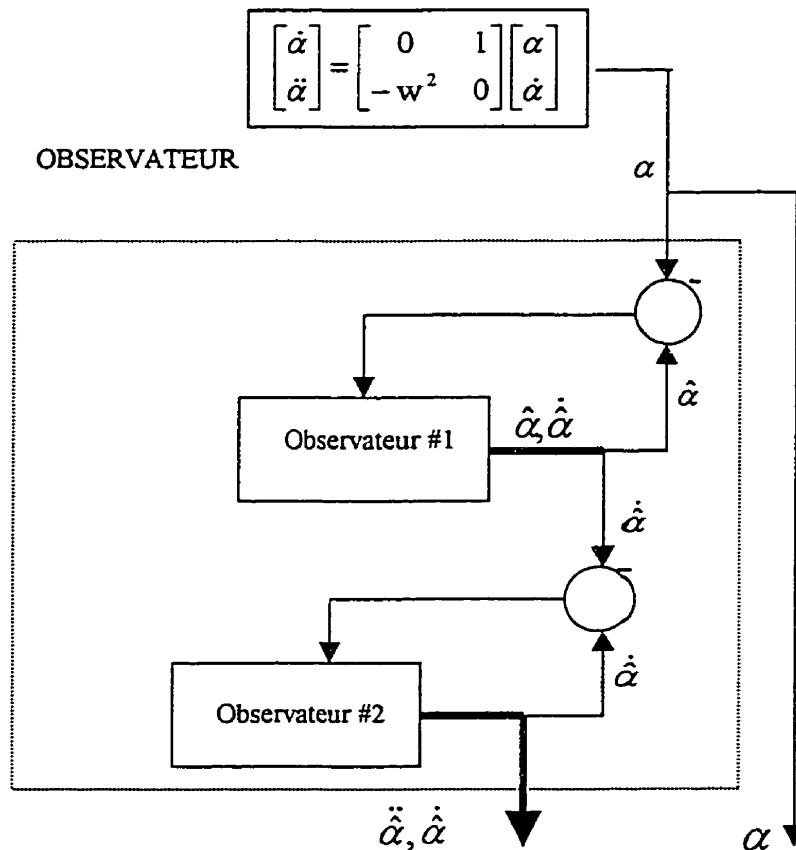


Figure 2.13: Schéma d'Observation

L'observateur #1 et l'observateur #2 observent respectivement les sous systèmes 1 et 2. Si  $w$  était parfaitement connu, nous pourrions nous contenter d'un observateur linéaire. Cependant, les imperfections inhérentes à tout modèle risqueraient de faire diverger un observateur linéaire. Il est donc judicieux d'implanter dans ce cas un observateur robuste.

Dans la section suivante, nous comparons les performances d'un observateur linéaire simple avec un observateur à mode de glissement.

### 2.5.4 Performance des observateurs

Introduisons d'abord les définitions suivantes:

$$A_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(\varepsilon w)^2 & 0 \end{bmatrix} \quad ; \quad \hat{x}_{a_1} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \dot{\hat{\alpha}} \end{bmatrix} \quad \hat{x}_{a_2} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \ddot{\hat{\alpha}} \end{bmatrix}$$

$\varepsilon$  exprime le degré d'incertitude sur  $w$ . ( $\varepsilon > 0$ )

$\hat{x}_{a_1}$  : estimé de  $x_{a_1}$

$\hat{x}_{a_2}$  : estimé de  $x_{a_2}$

Pour établir les performances des observateur linéaire et non linéaire, nous procédons à leur comparaison par voie de simulation. Les paramètres du système sont :

$$\alpha = am \cdot \sin(wt + \varphi)$$

$$am = \pi/180 \text{ rad}$$

$$\varphi = 30 \pi/180 \text{ rad}$$

$$w = 2 \pi 1.5 \text{ rad}$$

#### 2.5.4.1 Observateur linéaire

$$\begin{aligned} \hat{\dot{x}}_{a_1} &= A_\varepsilon \hat{x}_{a_1} + k_1 C_1 (x_{a_1} - \hat{x}_{a_1}) && \text{Observateur \# 1} \\ \hat{\dot{x}}_{a_2} &= A_\varepsilon \hat{x}_{a_2} + k_2 C_2 (x_{a_2} - \hat{x}_{a_2}) && \text{Observateur \# 2} \end{aligned} \tag{2.39}$$

Les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  sont choisies pour que les matrices  $A_\varepsilon - k_1 C_1$  et  $A_\varepsilon - k_2 C_2$  aient des valeurs propres négatives.



### 2.5.4.2 Observateur à mode de glissement [19]

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{a_1} &= \mathbf{A}_\varepsilon \hat{\mathbf{x}}_{a_1} + k_1 C_1 (\mathbf{x}_{a_1} - \hat{\mathbf{x}}_{a_1}) + k_{g_1} \operatorname{sgn}[C_1 (\mathbf{x}_{a_1} - \hat{\mathbf{x}}_{a_1})] && \text{Observateur \# 1} \\ \hat{\mathbf{x}}_{a_2} &= \mathbf{A}_\varepsilon \hat{\mathbf{x}}_{a_2} + k_2 C_2 (\mathbf{x}_{a_2} - \hat{\mathbf{x}}_{a_2}) + k_{g_2} \operatorname{sgn}[C_2 (\mathbf{x}_{a_2} - \hat{\mathbf{x}}_{a_2})] && \text{Observateur \# 2}\end{aligned}\quad (2.40)$$

$k_1$  et  $k_2$  sont choisis tels que les matrices  $\mathbf{A}_\varepsilon - k_1 C_1$  et  $\mathbf{A}_\varepsilon - k_2 C_2$  aient des valeurs propres négatives.

Soit  $S(\mathbf{x}_i)$  la loi de commutation :  $S(\mathbf{x}_i) = C_i (\mathbf{x}_{a_i} - \hat{\mathbf{x}}_{a_i})$ .

La condition de glissement est exprimée par :  $S(\mathbf{x}_a) \dot{S}(\mathbf{x}_a) < 0$ . (2.41)

### 2.5.4.3 Simulation # 2.1 Réponse des deux observateurs dans les conditions nominales

#### Objectif :

Par ce test, nous désirons valider le fonctionnement de notre méthode d'observation.

#### Modalités :

$\varepsilon = 1$  ;  $k_1$  et  $k_2$  choisis pour que les pôles soient à  $-30 (1 \pm j)$ .

$$k_{g_1}^T = [0 \ 5] ; k_{g_2}^T = [0 \ 1]$$

#### Résultats :

Les Figures 2.14, 2.15, 2.16, 2.17 nous permettent de conclure que l'observateur non linéaire a le meilleur temps de réponse.

#### Commentaires :

L'observateur # 2 ( dans les cas linéaire et non linéaire ) se comporte comme un filtre.

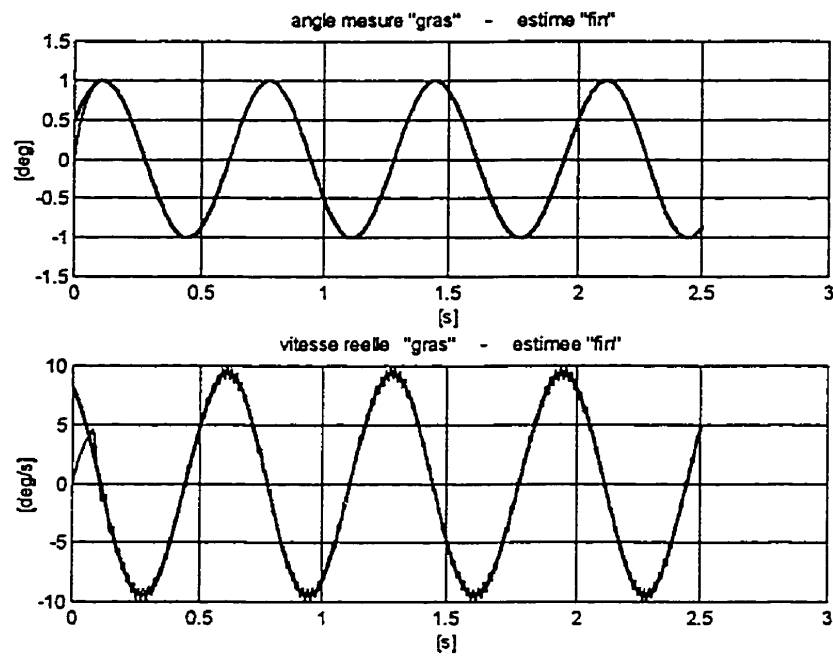


Figure 2.14: Observateur non linéaire # 1 :  $w$  connu.

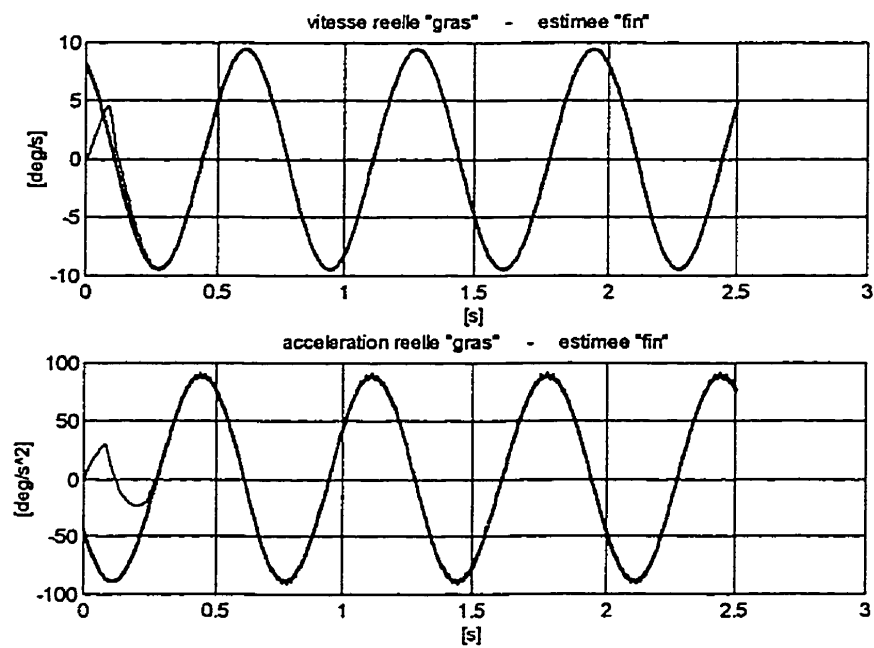


Figure 2.15: Observateur non linéaire # 2 :  $w$  connu.

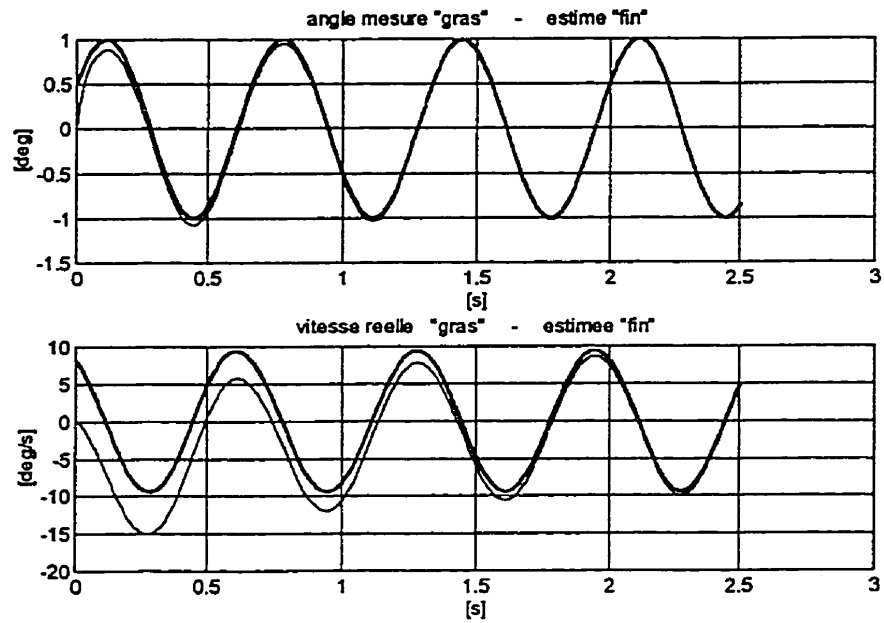


Figure 2.16: Observateur linéaire # 1 :  $w$  connu.

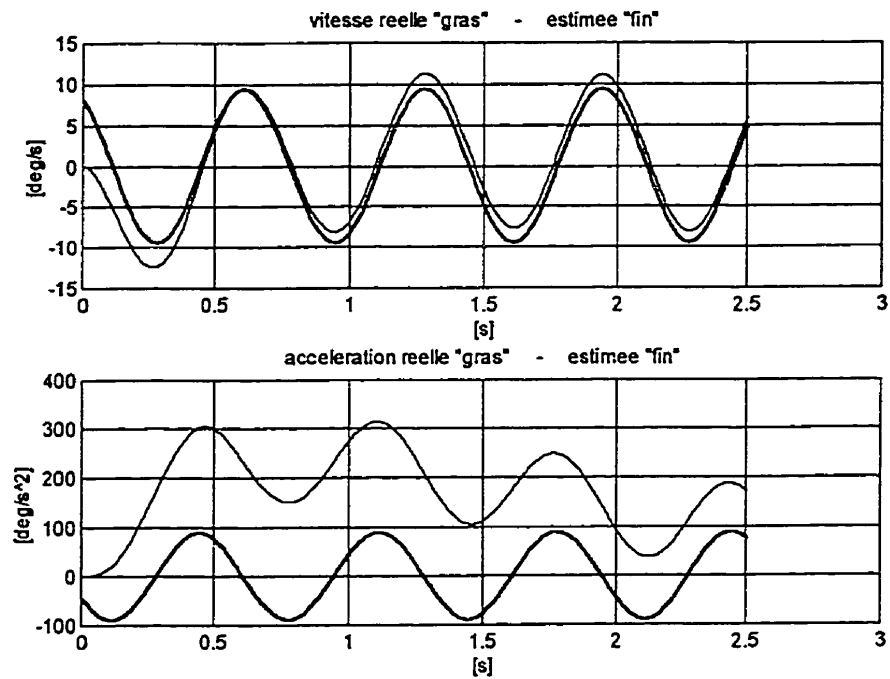


Figure 2.17: Observateur linéaire # 2 :  $w$  connu.

#### 2.5.4.4 Simulation # 2.2 Robustesse des deux observateurs

##### Objectif :

Nous désirons vérifier la robustesse des deux observateurs, face à une variation de la pulsation angulaire  $w$  de -25 % .

##### Modalités :

$\varepsilon = 0.75$  ;  $k_1$  et  $k_2$  choisis tels que les pôles soient à  $-30 (1 \pm j)$ .

$$k_{g_1}^T = [0 \ 10] \ ; \ k_{g_2}^T = [0 \ 2] .$$

##### Résultats :

Les résultats de cette simulation sont présentés par les Figures 2.18 à 2.21. Nous constatons que l'estimation de l'accélération diverge dans le cas de l'observateur linéaire. Nous constatons que l'estimation de la vitesse converge, avec cependant une erreur d'amplitude. Nous remarquons un écart de phase, dans le cas de l'accélération estimée par l'observateur non linéaire.

##### Commentaires :

Nous pouvons conclure avec cette deuxième simulation, que l'observateur à mode de glissement est plus efficace pour notre système. Avec les gains  $k_{g_1}^T$  et  $k_{g_2}^T$ , nous avons deux degrés de liberté de plus pour régler les performances de l'observateur non linéaire.

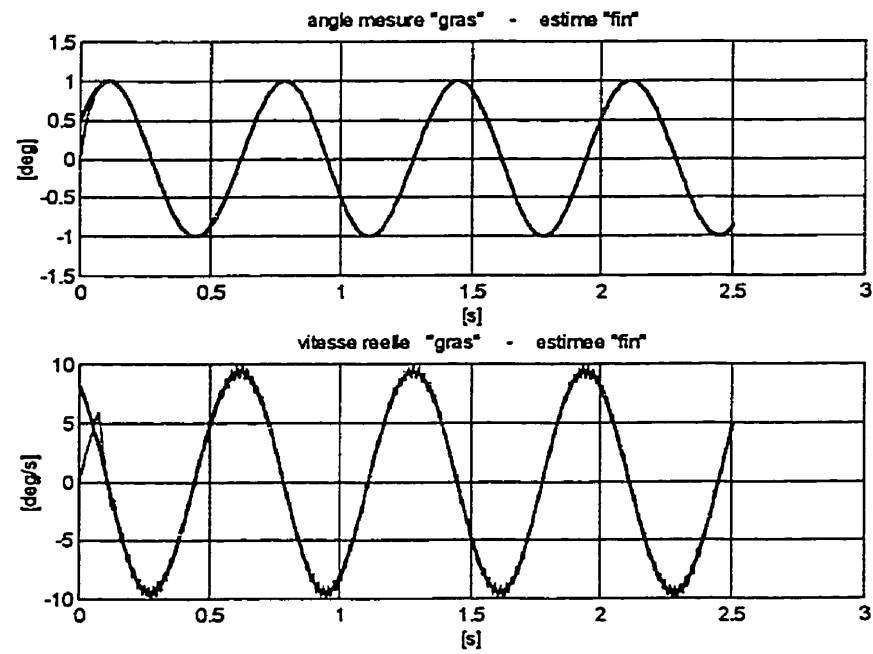


Figure 2.18: Observateur non linéaire # 1:  $w$  connu avec imprécision.

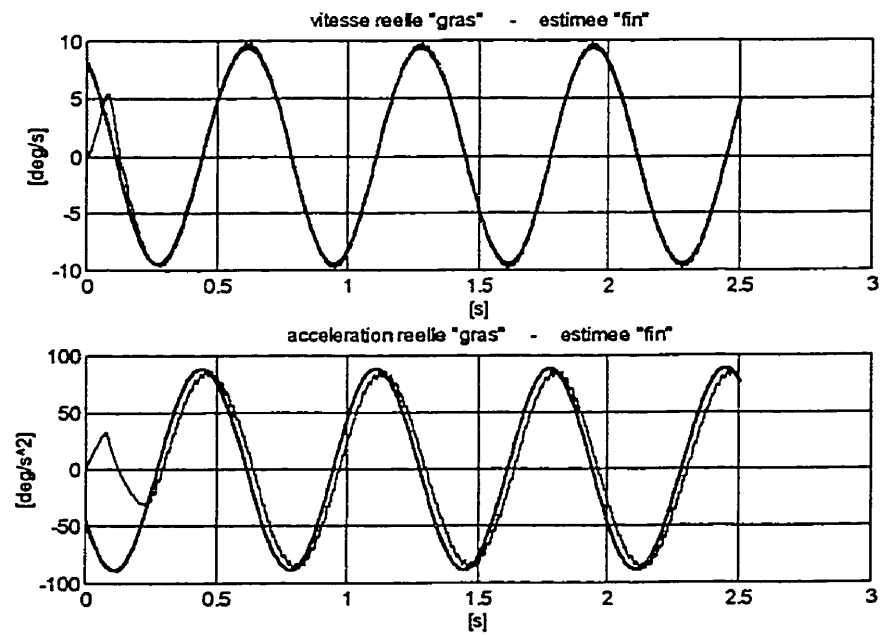


Figure 2.19: Observateur non linéaire # 2:  $w$  connu avec imprécision.

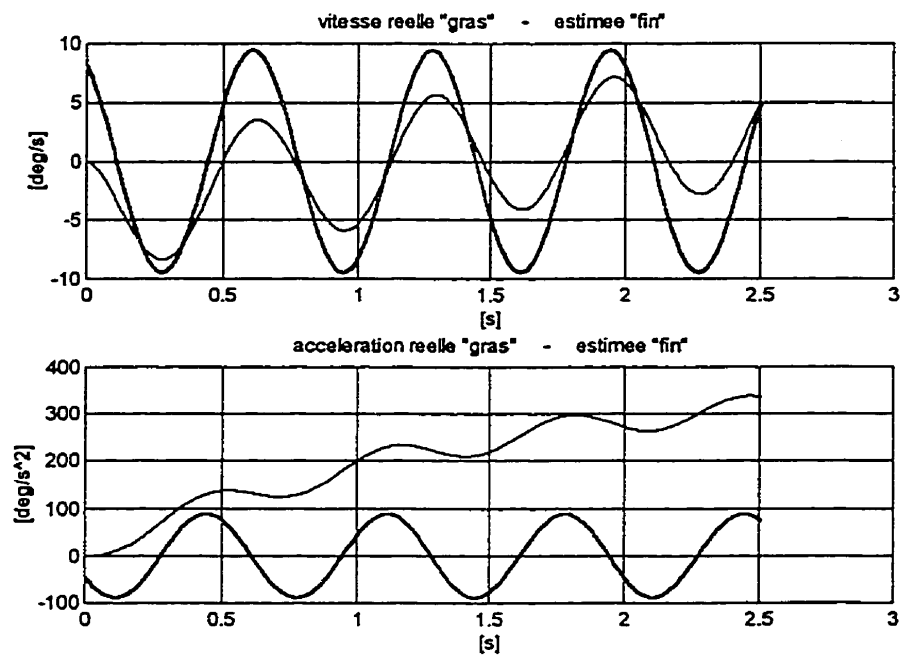


Figure 2.20: Observateur linéaire # 1 :  $w$  connu avec imprécision.

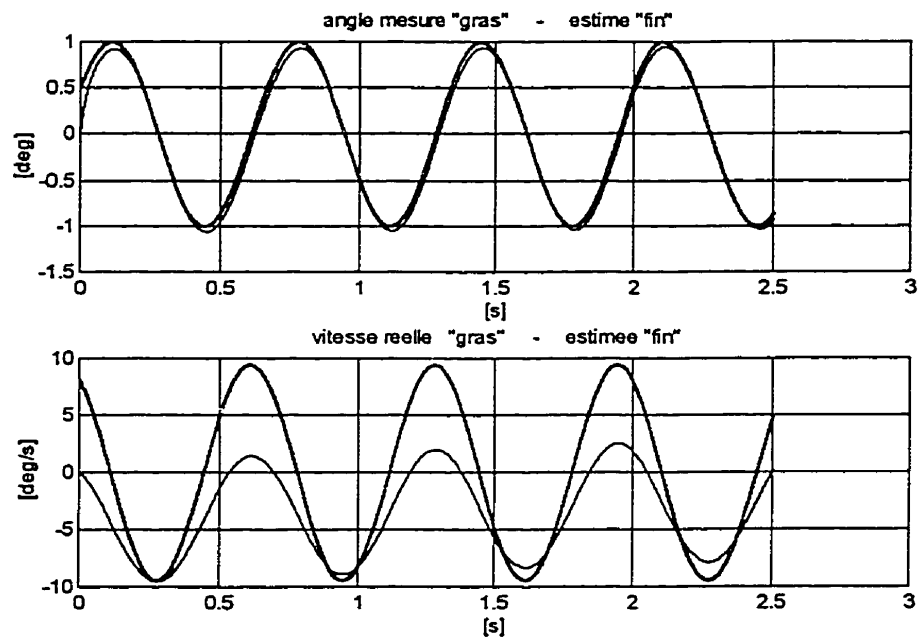


Figure 2.21: Observateur non linéaire # 2 :  $w$  connu avec imprécision.

#### 2.5.4.5 Simulation # 2.3 Estimation de la pulsation $w$

##### Objectif :

Nous désirons améliorer la performance des deux observateurs, face à une imprécision +200 % sur la connaissance de la pulsation angulaire  $w$ .

##### Modalités :

Algorithme adaptatif pour estimer  $w$  (voir annexe B)

$$a_m = 2\pi/180 \text{ rad}, \quad \varphi = 30\pi/180 \text{ rad}$$

$$w = 3\pi, \quad \Lambda = 2 \cdot 10^9,$$

$$w_0 = 3w, \quad \hat{w} = 4w, \quad \xi = 0.05$$

$$\varepsilon = 0.75; \quad k_1 \text{ et } k_2 \text{ choisis tels que les pôles soient à } -30(1 \pm j).$$

$$k_{g_1}^T = [0 \ 10]; \quad k_{g_2}^T = [0 \ 2].$$

##### Résultats :

Les résultats de cette simulation sont présentés par les Figures 2.22 à 2.21. L'estimation de l'accélération diverge dans le cas de l'observateur linéaire. L'estimation de la vitesse converge. Nous notons cependant, une erreur d'amplitude. Nous remarquons également un écart de phase dans le cas de l'accélération estimée par l'observateur non linéaire.

##### Commentaires :

La conclusion de cette deuxième simulation est que l'observateur à mode de glissement, se trouve être le meilleur estimateur efficace pour notre système.

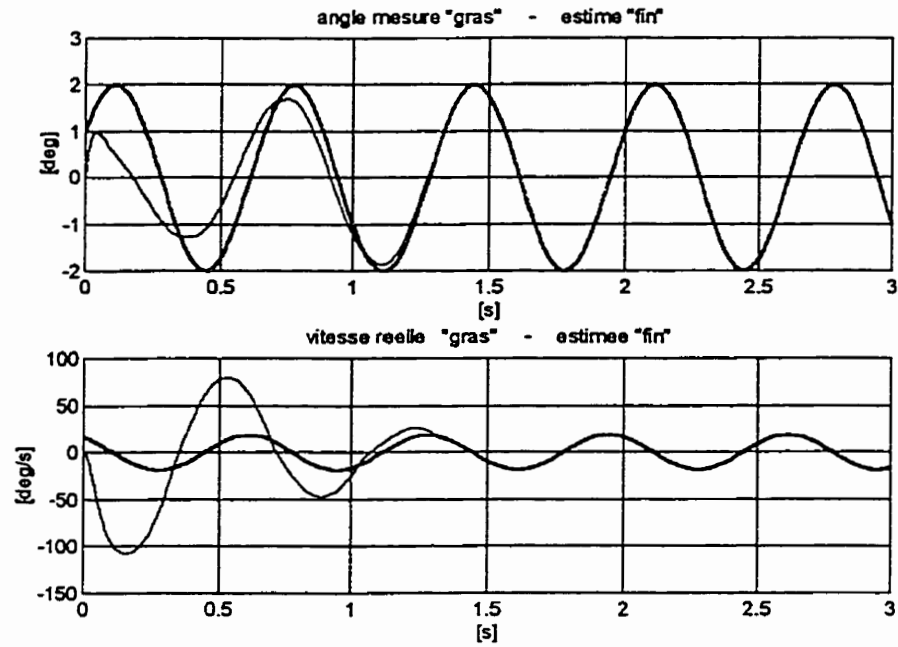


Figure 2.22: Observateur non linéaire # 1 :  $w$  estimée.

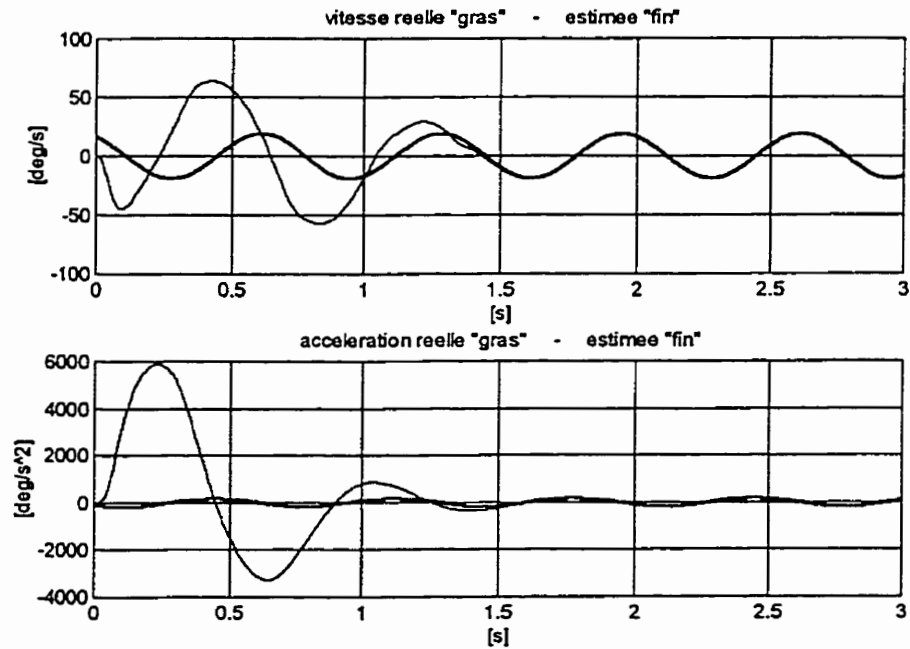


Figure 2.23: Observateur non linéaire # 2 :  $w$  estimée.



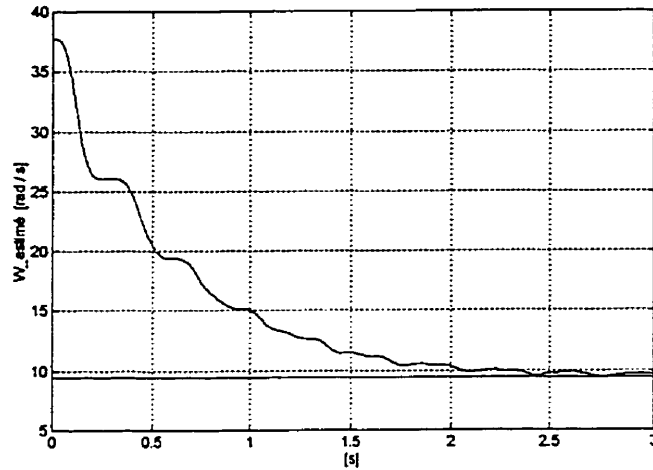


Figure 2.24: Estimation de  $w$ .

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le modèle du robot dans l'espace libre, le modèle du robot lié au référentiel de la poutre et le modèle après la phase d'impact. Nous avons aussi présenté le modèle de l'environnement (poutre). Pour que le robot garde le contact avec la poutre, il nous faut connaître la position, la vitesse et l'accélération angulaire de la poutre. Pour ce faire, nous avons présenté une méthode d'observation permettant d'observer la vitesse et l'accélération angulaire de la poutre.

## Chapitre 3

# STRATÉGIES DE COMMANDE FORCE - POSITION

### 3.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de présenter les quatre types de contrôleurs les plus utilisés en contrôle de force. Il s'agit du contrôle de force explicite, du contrôle d'impédance, du contrôle hybride et du contrôle discontinu. Pour un système non linéaire comme celui représenté par l'équation (2.14), ces contrôleurs constituent la commande auxiliaire d'un contrôleur à couple précalculé qui linéarise et découple la commande du robot. La loi de commande comporte deux parties :  $\tau = \tau_f + \tau_p$ .

- le terme  $\tau_f$  est la partie anticipative qui correspond au couple nécessaire pour rester sur la trajectoire nominale. Il réalise également la linéarisation du système.
- le terme  $\tau_p$  est la partie retro-active rendue indispensable par la présence de perturbations et autres erreurs de modélisation. Il découple le système.

## 3.2 Contrôle de force explicite

L'intérêt du contrôle de force explicite est qu'il permet de faire agir le robot sur un environnement dont la position n'est pas connue. Les auteurs proposent dans la littérature plusieurs méthodes dont certaines prennent en compte la variable de position de l'environnement [23]. Cependant, le contrôle de force explicite tel que défini par Whitney [27] implique que la commande dépend de la consigne de force et de la mesure de la force de réaction à l'extrémité du robot.

Soit le modèle du robot dans l'espace cartésien :

$$f_x = M_x(\theta)\ddot{x} + V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) + f_r. \quad (3.1)$$

Soit la loi de commande suivante :

$$f_x = V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) + f_d + k_{fp}(f_d - f_r) - k_{fv}\dot{x}. \quad (3.2)$$

Combinant (3.1) et (3.2) nous obtenons :

$$(k_{fp} + 1)(f_d - f_r) = M_x(\theta)\ddot{x} + k_{fv}\dot{x}. \quad (3.3)$$

Le robot se comporte comme une inertie  $\frac{M_x(\theta)}{k_{fp} + 1}$ , avec un coefficient d'amortissement  $k_{fv}$  sous l'action d'une force  $(f_d - f_r)$ . On peut ajouter une composante intégrale à l'équation (3.2) pour obtenir la loi de commande suivante:

$$f_x = V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) + f_d + k_{fp}(f_d - f_r) - k_{fv}\dot{x} + k_{fi} \int (f_d - f_r) dt$$

À lui seul, le contrôle de force explicite ne peut convenir que dans l'exécution d'une tâche simple comme insérer un boulon dans un trou. Pour une tâche un peu plus complexe qui exige un contrôle de position, il faut introduire la variable de position dans (3.2). La loi de commande devient alors soit un contrôle d'impédance soit un contrôle hybride, selon l'orientation de l'axe de contrôle de position par rapport à l'axe de contrôle de force.

### 3.3 Contrôle d'impédance

Lorsqu'un robot entre en contact avec un environnement, il s'établit une interaction dynamique. L'idée du contrôle d'impédance est de ne plus considérer cette interaction comme une perturbation mais comme faisant partie intégrante de la tâche [10]. La tâche est décrite non pas en terme de force ou de position uniquement, mais en terme d'une relation force-position. Cette relation est appelée impédance. Le rôle de ce contrôleur est de réguler ou d'asservir le système à une impédance désirée. Sa mise en oeuvre nécessite la définition de l'impédance désirée du robot. Pour un robot qui ne se déplace pas rapidement, le comportement dynamique est dicté essentiellement par la matrice d'inertie (lorsque la gravité est compensée). La pratique de l'art a consacré pour cette configuration, le choix d'une impédance désirée de second ordre.

Soit la loi de commande suivante :

$$\tau = J^T(\theta) \left( V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) + f_r + M_x(\theta) \left( \ddot{x}_d + K_v(\dot{x}_d - \dot{x}) + K_p(x_d - x) - \ddot{x} \right) \right). \quad (3.4)$$

Sachant que  $\tau = J^T f_x$ , combinons (3.4) avec (3.1). Nous obtenons:

$$f_d = \ddot{x}_d - \ddot{x} + K_v(\dot{x}_d - \dot{x}) + K_p(x_d - x). \quad (3.5)$$

Posons:  $e_x = x_d - x$ .

Nous obtenons l'impédance  $f_d = (s^2 + sK_v + K_p)e_x$  ( $s$ : opérateur laplacien). (3.6)

Le choix approprié de  $K_v$  et de  $K_p$  (matrices diagonales d'amortissement et de rigidité) assigne l'impédance désirée au robot. La stabilité de cette loi de commande est traitée dans [15]. L'erreur  $e_x$  tend asymptotiquement vers 0, à condition que  $K_v$  et  $K_p$  soient choisis telle que les racines de l'équation (3.6) soient à gauche dans le plan  $s$ .

La dynamique assignée en (3.6) est relative au repère  $XY$ . Si l'on veut déplacer le robot selon l'orientation de l'axe  $X_c$  comme spécifié dans la section 2.4.1, deux choix s'imposent :

- soit le design du contrôleur se fait selon une dynamique définie dans le repère  $X_c Y_c$  ( voir équation 2.24);
- soit le contrôleur est implanté selon une dynamique définie dans le repère  $XY$  avec la trajectoire désirée calculée comme suit:

$$\mathbf{x} = \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c + \begin{bmatrix} x_\theta \\ y_\theta \end{bmatrix} = \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_\theta,$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{R}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_c + \mathbf{S}_\alpha \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c \Rightarrow \dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{R}_\alpha^{-1} \dot{\mathbf{x}} - \mathbf{S}_\alpha \mathbf{x}_c,$$

$$\ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{R}_\alpha \ddot{\mathbf{x}}_c + 2\mathbf{S}_\alpha \mathbf{R}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_c + (\dot{\mathbf{S}}_\alpha + \mathbf{S}_\alpha^2) \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c \Rightarrow \ddot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{R}_\alpha^{-1} \ddot{\mathbf{x}} - 2\mathbf{S}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_c - (\dot{\mathbf{S}}_\alpha + \mathbf{S}_\alpha^2) \mathbf{x}_c.$$

L'équation 3.6 devient :

$$\begin{aligned} & (\ddot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{R}_\alpha \ddot{\mathbf{x}}_c - 2\mathbf{S}_\alpha \mathbf{R}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_c - (\dot{\mathbf{S}}_\alpha + \mathbf{S}_\alpha^2) \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c) + \mathbf{K}_v (\dot{\mathbf{x}}_d - \mathbf{R}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_c - \mathbf{S}_\alpha \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c) + \\ & + \mathbf{K}_p (\mathbf{x}_d - \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c - \mathbf{x}_\theta) = \mathbf{f}_r. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Posons :

$$\mathbf{x}_d = \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c + \mathbf{x}_\theta + \mathbf{x}_{cd} - \mathbf{x}_c,$$

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{R}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_c + \mathbf{S}_\alpha \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c + \dot{\mathbf{x}}_{cd} - \dot{\mathbf{x}}_c, \quad (3.8)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{R}_\alpha \ddot{\mathbf{x}}_c + 2\mathbf{S}_\alpha \mathbf{R}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_c + (\mathbf{S}_\alpha + \mathbf{S}_\alpha^2) \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c + \ddot{\mathbf{x}}_{cd} - \ddot{\mathbf{x}}_c,$$

$$\text{alors l'équation (3.7) devient } e_{xc}(s^2 + s\mathbf{K}_v + \mathbf{K}_p) = \mathbf{f}_r, \text{ avec } e_{xc} = \mathbf{x}_{cd} - \mathbf{x}_c. \quad (3.9)$$

Par contre si nous posons :

$$\mathbf{x}_d = \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_{cd} + \mathbf{x}_\theta,$$

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{R}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_{cd} + \mathbf{S}_\alpha \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c, \quad (3.10)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{R}_\alpha \ddot{\mathbf{x}}_{cd} + 2\mathbf{S}_\alpha \mathbf{R}_\alpha \dot{\mathbf{x}}_c + (\mathbf{S}_\alpha + \mathbf{S}_\alpha^2) \mathbf{R}_\alpha \mathbf{x}_c,$$

l'équation (3.7) devient :

$$e_{xc}(s^2 + s\mathbf{R}_\alpha^{-1} \mathbf{K}_v \mathbf{R}_\alpha + \mathbf{R}_\alpha^{-1} \mathbf{K}_p \mathbf{R}_\alpha) = \mathbf{f}_r, \quad (3.11)$$

Si  $\mathbf{K}_p = k_p \mathbf{I}$  et  $\mathbf{K}_v = k_v \mathbf{I}$  alors l'équation 3.11 est équivalente à l'équation (3.9).

$\mathbf{I}$  : matrice unité.

### 3.4 Contrôle hybride

Ce type de contrôle répond au besoin de déplacer le robot dans une direction tout en exerçant une force dans une autre direction. Un exemple de ce type de tâche serait l'écriture. Le contrôleur hybride regroupe donc un contrôleur de position et un contrôleur de force. En d'autres mots, le contrôleur hybride intègre le contrôle de position dans une direction et le contrôle d'impédance dans l'autre. Pour que ces deux contrôleurs n'interagissent pas, les deux directions doivent être perpendiculaires. Un développement exhaustif de ce type de contrôleur est présenté dans [6].

En général le contrôleur de position en l'absence de perturbation est un du type PD (ou un PID s'il y a perturbation). Le contrôle de force est un proportionnel plus une anticipation. En présence d'une sévère perturbation, on ajoute une composante intégrale avec le risque d'interférer avec le contrôle de position. Ce type de contrôle permet de commander le robot dans l'espace libre et dans l'espace contraint. L'équation (3.12) donne la loi de commande type.

$$\tau = J^T(\theta) \left( V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) + M_x(\theta) \Pi_x (\ddot{x}_d - K_v \dot{e}_x - K_p e_x) + \Pi_f [f_d + k_f (f_d - f_r)] \right) \quad (3.12)$$

$$\Pi_f = I - \Pi_x \quad (3.13)$$

$\Pi_x$  permet de choisir une direction de position qui soit perpendiculaire à la direction de force.

### 3.5 Contrôle discontinu

L'idée sous-jacente est de commander le robot avec le contrôleur le mieux adapté à chacune des deux phases suivantes: mouvement dans l'espace libre, mouvement dans l'espace contraint. Cette méthode implique la définition d'une règle de décision permettant de passer d'une phase à l'autre.

La méthode la plus courante est de commander le robot en position dans l'espace libre, et en force (ou contrôle hybride) dans l'espace contraint. Tarn, Wu, Xi, Isidori [21] ont proposé la règle suivante:

si  $\{\dot{x}_c(t_{sw}) > 0\} \cap [f_r = f_{sw}] \cup f_r < f_{sw}$  alors appliquer le contrôle de position. (3.14a)

$$\tau = J^T (V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) + M_x(\theta)(\ddot{x}_d - K_v \dot{e}_x - K_p e_x))$$

si  $\{\dot{x}_c(t_{sw}) \leq 0\} \cap [f_r = f_{sw}] \cup f_r > f_{sw}$  alors appliquer le contrôle hybride. (3.14b)

$$\tau = J^T (V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) + M_x(\theta)\Pi_x(\ddot{x}_d - K_v \dot{e}_x - K_p e_x) + \Pi_f[f_d + k_f(f_d - f_r)])$$

$t_{sw}$  : temps de détection de l'impact

$\dot{x}_c(t_{sw})$  : vitesse de l'extrémité du robot dans la direction de contrainte.

$f_{sw}$  : force de réaction minimum détectable (nous choisissons  $f_{sw} = 0$ )

$f_r$  : force de réaction

Si le robot est initialement en contact avec l'environnement, la stabilité de cette loi de commande est assurée si et seulement si la trajectoire d'état définie par (3.14a) et la trajectoire d'état définie par (3.14b) convergent toutes les deux vers un même point d'équilibre stable. La stabilité du contrôleur discontinu est alors locale et asymptotique [19], le nombre de commutation est fini. Le contrôle discontinu devient, après un intervalle de temps fini, un contrôle hybride. Dans le cas où (3.14a) et (3.14b) définissent deux points d'équilibre différents, le système possède alors deux foyers d'attraction avec possibilité de cycle limite. S'il y a perte de contact, la stabilité dépend de la nature du choc (élastique ou inélastique), de la commande disponible, des délais et des constantes de temps des actionneurs.

## 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les quatre principaux contrôleurs utilisés en contrôle de force, à savoir le contrôle de force explicite, le contrôle d'impédance, le contrôle hybride et le contrôle discontinu. Ce dernier est une règle de décision qui commute entre le contrôle de position (lorsque le robot est dans l'espace libre) et le contrôle hybride (lorsque le robot est en contact avec la poutre). Sa stabilité implique une bonne connaissance de la raideur de l'environnement, et est garantie dans un voisinage proche de la surface de contact.

Il importe cependant de remarquer que le terme  $f_r$  ( module de la force de réaction) suite à un impact, peut prendre une valeur très élevée; valeur pouvant même devenir supérieure à l'effort de commande disponible. Ceci entraîne une saturation dont la durée dépend du temps de réponse du capteur de force. Dans ces conditions, la stabilité des différentes lois de commandes présentées n'est plus garantie. En outre, l'étude de la stabilité des différents contrôleurs ne tient pas compte du saut d'état (équation 2.29) généré par la force d'impact.



## Chapitre 4

# MÉTHODE DE SIMULATION

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous décrivons notre programme de simulation. L'objectif de ce programme est de simuler le comportement du robot dans l'espace libre et dans l'espace contraint (contact avec la poutre), en incluant le modèle d'impact. Nous décrivons l'algorithme d'intégration numérique utilisé ; enfin, nous procédons à la validation du modèle de calcul de l'impulsion d'impact en simulant un cas de figure simple dont les résultats sont connus empiriquement.

### 4.2 Organigramme

L'organigramme présenté à la page suivante donne la structure de notre simulation. Certains modules réalisent des opérations qui ont été expliquées précédemment. Nous allons donc nous intéresser uniquement aux modules qui présentent une information nouvelle.

Pour des raisons de clarté et de concision, l'organigramme ainsi présenté ne donne pas la topologie de tous les fichiers utilisés. En effet, notre programme de simulation se compose d'un fichier principal qui fait appel à un fichier de paramètre, à une procédure d'intégration non linéaire, ainsi qu'à un fichier de calcul des matrices du modèle dynamique et de la cinématique inverse du robot.

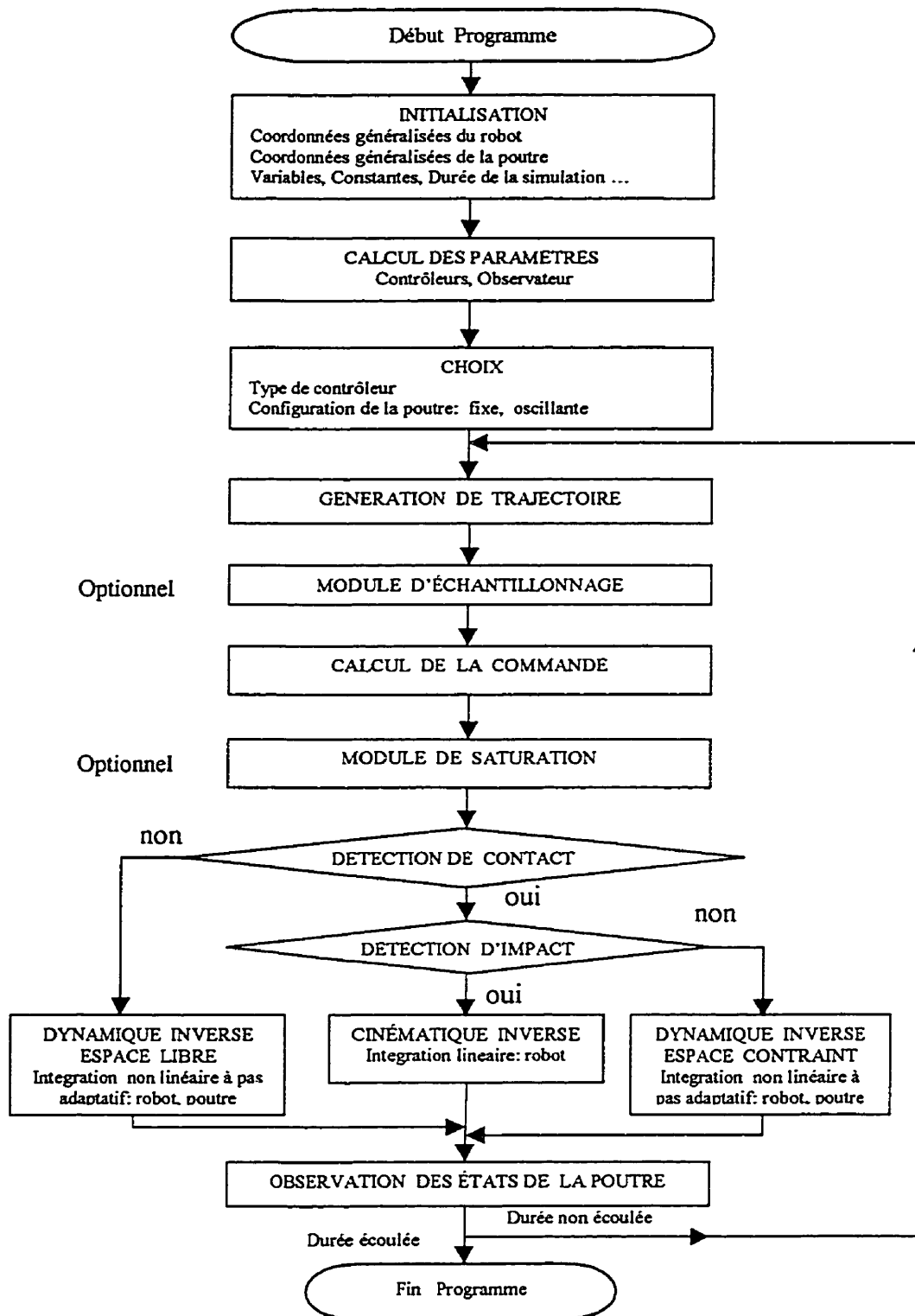


Figure 4.1: Organigramme de simulation.

### 4.2.1 Module d'échantillonnage

Ce module effectue la discrétisation du contrôleur choisi, et simule un échantillonneur bloqueur d'ordre zéro.

### 4.2.2 Module de saturation

Le but de ce module est de rapprocher notre simulation le plus possible de la réalité. En effet notre modèle représente un robot expérimental dont les actionneurs, articulations et membrures sont connus (voir Annexe A). L'introduction de la saturation permet de faciliter une éventuelle expérimentation.

Soit  $u(t)$  la commande calculée (couple), soit  $u_{max}$  la commande maximale disponible aux actionneurs. Le module de saturation implante l'algorithme suivant :

$$|u(t)| > u_{max} \Rightarrow u(t) = u_{max} \text{sign}(u(t)) \quad (4.4)$$

Nous avons aussi simulé la constante de temps mécanique ( $t_d$ ) inhérente à tout actionneur physique.

Soient  $u(t)$  la commande calculée à l'instant  $t$ , et  $u_p(t-i)$  la commande appliquée à l'instant  $t-i$ .

$$\text{Nous avons, } u_p(t) = u_p(t-1) + [u(t) - u_p(t-1)] (1 - e^{(-1/t_d)}). \quad (4.5)$$

$$\text{L'algorithme de saturation devient, } u_p(t) > u_{max} \Rightarrow u_p(t) = u_{max} \text{sign}(u_p(t)) \quad (4.6)$$

### 4.2.3 Détection de contact

Ce module décisionnel détermine et définit le contact entre la roue dont est munie le robot et la poutre qui tient lieu d'environnement. Conformément à la section 2.5 nous pouvons rapporter l'analyse de ce contact à celui de la position du point  $P$  par rapport à la droite définie par  $Q_I Q_I'$  (Figure 2.8). La droite  $Q_I Q_I'$ , définie dans le repère cartésien  $XY$  une équation de la forme générale:  $ax + by + c = 0$  (4.7)

Soit  $j_c$  et  $i_c$  respectivement, vecteurs unitaires, normal et colinéaire à  $Q_I Q_I'$ .

$$j_c = \begin{bmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}; \quad i_c = \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \begin{bmatrix} b \\ -a \end{bmatrix} \quad (\text{dans le repère } XY)$$

$$j_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \quad i_c = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{dans le repère } X_c Y_c)$$

Lorsque la poutre oscille, les coefficients  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sont recalculés à chaque pas d'intégration.

$$\text{Si } Q_I = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \quad (\text{exprimé dans le repère } XY) \quad \text{alors} \quad c = -(b \cdot y_0 + a \cdot x_0).$$

De façon rigoureuse, il y a contact si et seulement si,

$$ax_p + by_p + c = 0 \quad \text{avec} \quad P = \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix}.$$

Cependant, à cause des problèmes de troncation numérique, il faut introduire une zone morte ( $Zm$ ) aussi petite que nécessaire telle que :

$$\begin{aligned} ax_p + by_p + c &\geq Zm &\Rightarrow &\text{Pas de contact} \\ Zm > ax_p + by_p + c &\geq 0 &\Rightarrow &\text{Contact sans force de réaction} \\ ax_p + by_p + c &< 0 &\Rightarrow &\text{Contact avec force de réaction (voir section 2.5.2)} \end{aligned} \quad (4.8)$$

En ce qui concerne la mesure de la force de réaction, nous avons modélisé le capteur de force comme un ressort dont la raideur est égale à la raideur de l'environnement. Le rapport raideur de l'environnement sur la raideur du capteur est donc égal à l'unité. Ceci nous permet d'augmenter les gains [ 27].

#### 4.2.4 Détection d'impact

Le module de détection d'impact intervient après la transition d'un état de non contact à un état de contact. Ce module calcule l'impulsion d'impact selon l'équation (2.11). En combinant (2.11) et (2.28), nous obtenons :

$$\hat{f} = (1+e) \left[ \mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_x^{-1}(\theta) \mathbf{n} \right]^{-1} (\dot{\mathbf{x}}_{i-l} - \mathbf{v}_{P_i}) \cdot \mathbf{n} \quad (4.9)$$

- $\hat{f}$  : impulsion d'impact (scalaire)  
 $\dot{\mathbf{x}}_{i-l}$  : vitesse avant impact du point  $P$  sur le robot  
 $\mathbf{v}_{P_i}$  : vitesse avant impact du point  $P$  sur la poutre  
 $\mathbf{n}$  : normale au point d'impact  
 $\mathbf{M}_x(\theta)$  : matrice d'inertie du robot  
 $e$  : coefficient de restitution

Le critère de détection d'impact est le suivant :

- $\hat{f} < \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \text{Pas d'impulsion d'impact,}$   
 $\hat{f} \geq \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \text{Impulsion d'impact } (\varepsilon \text{ est choisi aussi petit que possible).}$

L'équation (4.9) nous suggère, par inspection, trois façons d'annuler l'impulsion d'impact lors du contact entre le robot et la poutre :

- $[\mathbf{n} \cdot \mathbf{M}_x(\theta) \mathbf{n}]^{-1} = 0 \quad (4.10)$

Cette condition signifie qu'au moment de l'impact,  $\mathbf{M}_x(\theta)$  doit être tel que  $\mathbf{n}$  appartienne au noyau de  $\mathbf{M}_x^{-1}(\theta)$ . Cependant, à moins de disposer d'un robot redondant (dans ce cas précis,  $\theta$  est différent du vecteur généralisé), il est impossible de résoudre (4.10) en fonction de  $\theta$ .

- $\dot{\mathbf{x}}_{i-l} = \mathbf{v}_{P_i}$  : cette condition signifie que le contrôleur doit résoudre un problème de poursuite. Cette condition est réalisable avec un contrôle de vitesse.
- $(\dot{\mathbf{x}}_{i-l} - \mathbf{v}_{P_i}) \perp \mathbf{n}$  : cette condition signifie que la trajectoire d'approche du robot doit être parallèle à la surface de contact de la poutre.

Zheng et Yuka [32] ont montré que l'incorporation de la force mesurée, durant l'impact, dans la loi de commande est l'une des principales cause d'instabilité. Ils ont expérimenté un dispositif de détection de cette force, permettant de ne pas l'inclure dans le calcul de la loi de commande juste après impact. Notre simulation utilise également ce résultat.

#### 4.2.5 Méthode d'intégration

Les tests de détection de contact et d'impact ainsi que la commutation entre 3 modèles différents du robot, (la commutation est fonction des états) excluent l'utilisation de l'outil d'intégration non-linéaire de Matlab®, et imposent l'implantation d'une méthode d'intégration.

Quoique notre contrôleur soit linéarisant et découplant, nous utilisons une méthode d'intégration non linéaire. Ce choix nous permet de simuler de façon rigoureuse, les conditions d'échantillonnage et de saturation. Nous utilisons la méthode d'intégration de Runge-Kutta d'ordre 4 à pas adaptatif.

Cette méthode présente l'avantage d'être simple et stable. (ce qui n'est pas le cas des méthodes prédicteur-correcteur). Son inconvénient est le temps de calcul relativement long.

Le pas adaptatif permet de contrôler la précision. Cette précision est au pire de l'ordre de  $10^{-6}$  [16].

### 4.3 Validation de la méthode de simulation

L'objet de cette section est de tester notre programme sur un cas de figure simple, dont les résultats sont connus. Ainsi, nous allons simuler la chute libre d'une masse ponctuelle animée d'une vitesse initiale horizontale, sur une surface plane.

#### 4.3.1 Simulation # 4.1 Chute libre d'une masse ponctuelle

##### Objectif :

Nous désirons valider notre programme ( calcul de l'impulsion d'impact méthode d'intégration, structure de l'organigramme).

##### Modalités:

Masse ponctuelle de 1 kg en chute libre sous le champ gravitationnel

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2.$$

Position initiale :  $Y = 2 \text{ m}$

$$X = 0 \text{ m}$$

Vitesse initiale :  $V_y = 0 \text{ m/s}$

$$V_x = 1 \text{ m/s}$$

La masse tombe sur une surface rigide plane situé à l'ordonnée  $Y = 1 \text{ m}$

##### Résultats : ( voir Figure 4.2)

Coefficient de restitution = 0

Le choc est plastique. Après l'impact de contact, le corps roule sans rebondissement sur la surface plane.

Coefficient de restitution = 0.5

Nous observons un rebondissement avec amortissement rapide.

Coefficient de restitution = 0.75

Nous observons plusieurs rebondissements avec un amortissement plus lent.

Coefficient de restitution = 1

Le choc est élastique. Nous observons un rebondissement périodique sans amortissement.

##### Commentaires :

Ces résultats sont prévisibles et conformes à l'observation quotidienne. Nous en concluons que notre méthode de simulation est valide.

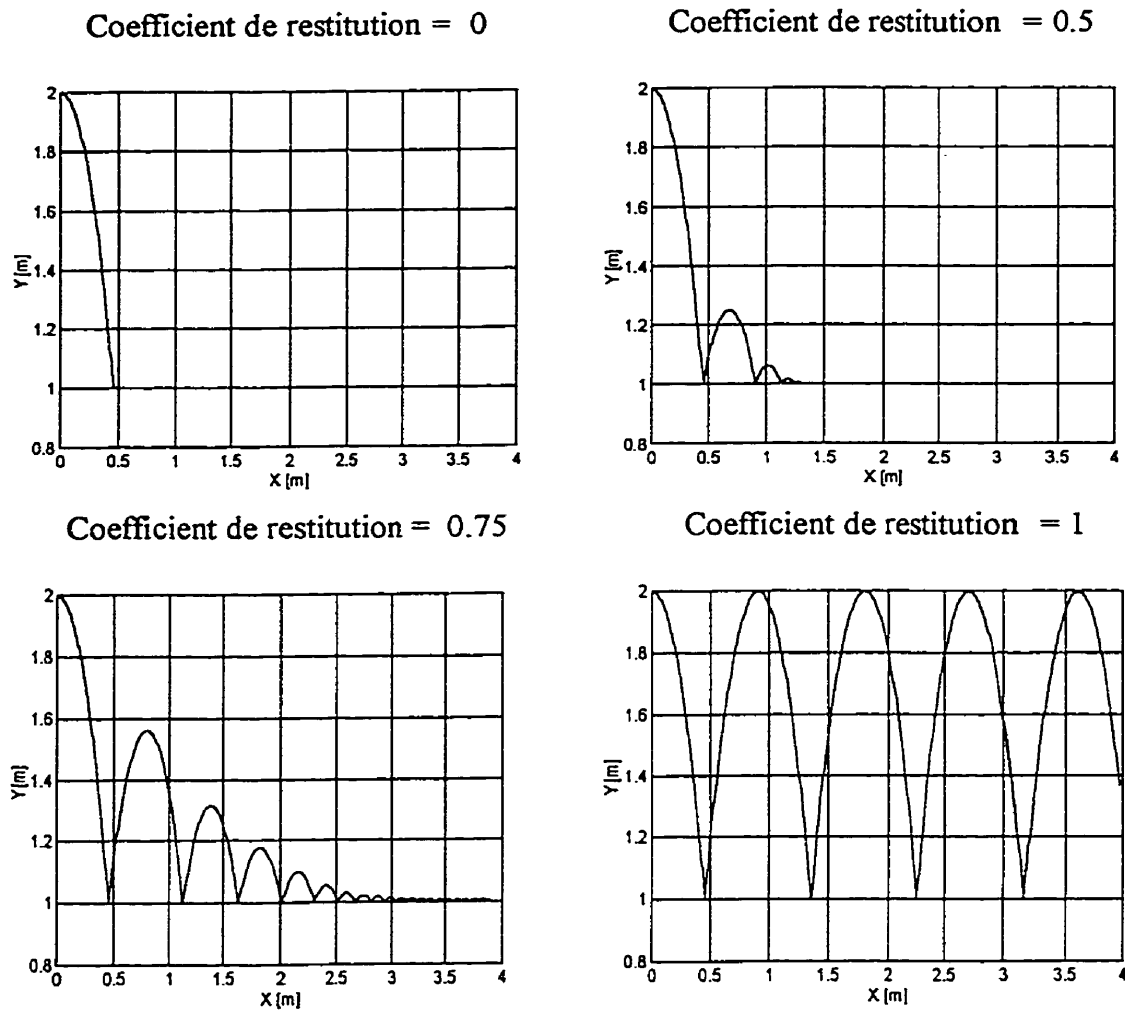


Figure 4.2: Simulation d'une masse ponctuelle en chute libre.

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de présenter notre méthode de simulation. Les différents modules qui constituent le programme ont été définis et présentés sous forme d'organigramme. Enfin nous avons validé le programme en simulant la chute libre d'une masse ponctuelle.



## Chapitre 5

# COMPARAISON DES CONTRÔLEURS

### 5.1 Introduction

Ce chapitre fait état des performances des contrôleurs (contrôle de force explicite, contrôle hybride, contrôle discontinu) dans l'exécution des tâches suivantes :

- la première tâche consiste à maintenir une force d'une intensité de 1 N en un point de la poutre (immobile). À l'état initial, le robot est en contact avec la poutre mais exerce une force nulle.
- La deuxième tâche est identique à la précédente, à la différence que la poutre est en oscillation.
- la troisième tâche consiste à appliquer sur une longueur définie de la poutre (immobile), une force d'une intensité de 1 N, de façon répétitive en décrivant un parallélogramme (voir Figure 2.21 trajectoire en pointillée).
- la quatrième tâche enfin, combine la troisième tâche et l'oscillation de la poutre.

## 5.2 Simulations tâche 1

Les lois de commandes utilisées sont définies en (3.2); (3.13); (3.14). La durée de la simulation est de 2 s. Comme condition initiale, la roue à l'extrémité du robot est placée sur la poutre  $QQ'$  (voir Figure 2.10) à l'abscisse (sur l'axe  $X_c$ ) désirée. Après la période transitoire de 0.6 s, une force de perturbation de type échelon est générée au point de contact, (perpendiculairement à la poutre) pour provoquer la perte de contact. Cette série de simulations nous permet de vérifier également l'influence de l'échantillonnage, de la saturation et de la constante de temps des actionneurs et l'influence des différents gains.

### 5.2.1 Simulation # 5.1 Contrôle de force explicite : tâche 1 : maintien du contact robot – poutre

#### Objectif :

Nous désirons vérifier si le contrôleur de force explicite peut maintenir le robot en contact avec la poutre.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$k_{fp} = 1$

$k_{fi} = 0$

$k_{fv} = 70$

$f_d = 1 \text{ N}$

#### Résultats : (voir Figure 5.1)

Le contact est maintenu. L'erreur sur la force désirée tend vers 0. Après la perte de contact due à la perturbation, le contrôleur permet de retrouver le contact.

Commentaires :

L'erreur de force nulle s'explique par le fait qu'il existe une relation de proportionnalité entre la position et la force (voir équation 2.48).

Posons :  $f_r = k(x - x_0)$  et  $e_f = f_d - f_r$

L'équation (3.3) devient :  $M_x(\theta)s^2 e_f + sk_{fv}e_f + k(k_{fp} + 1)e_f = 0$  (5.1)

$M_x(\theta)$  étant définie positive, il existe au moins une combinaison de gains  $k, k_{fp}, k_{fv}$  telle que l'erreur sur la force soit nulle.

Le gain  $k_{fv}$  ralentit le système. Plus il est élevé, plus l'amplitude des impulsions diminue.

Le gain  $k_{fp}$  rend le système plus rapide et plus instable. Il tend à augmenter l'amplitude des impulsions d'impact.

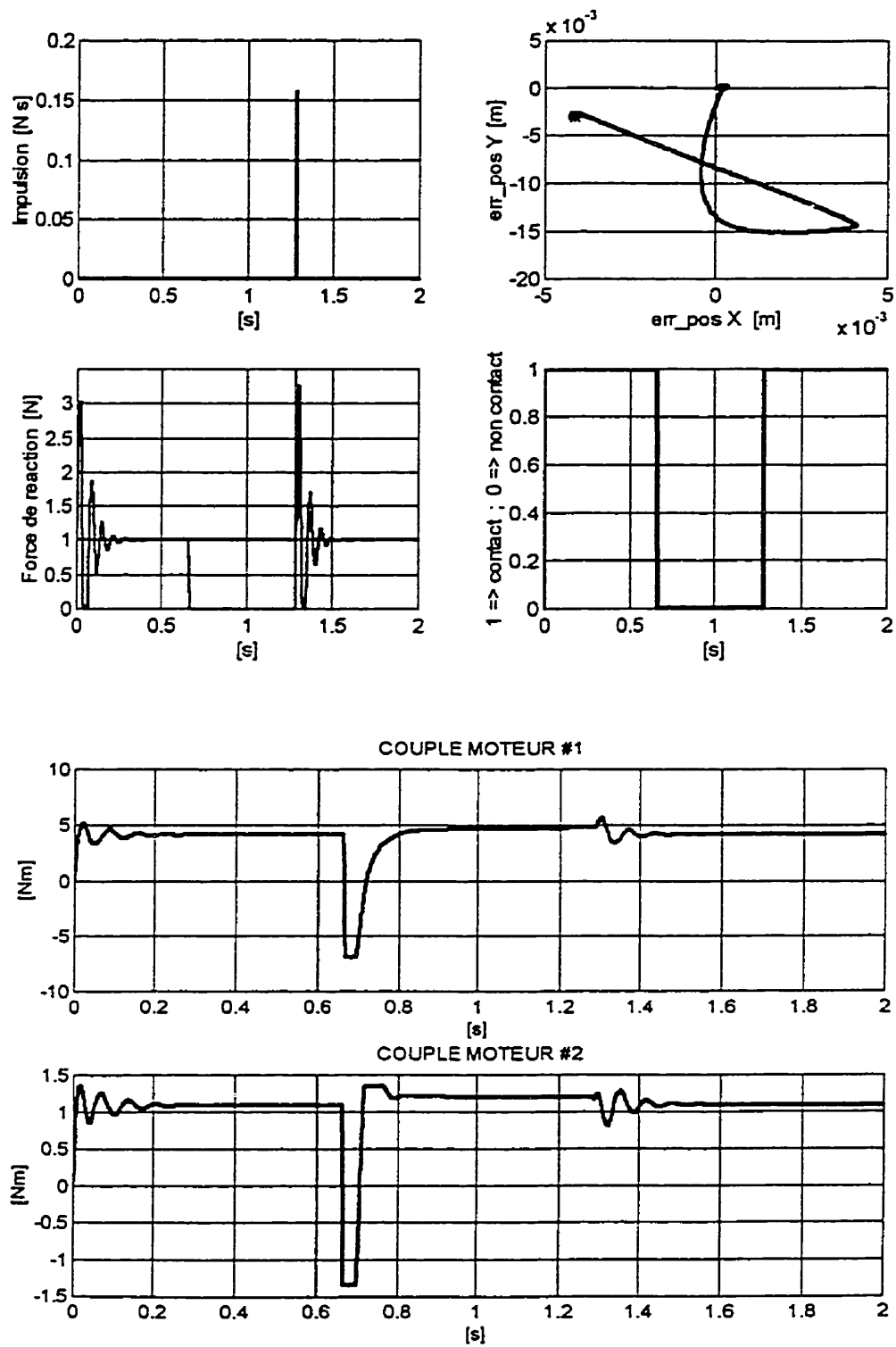


Figure 5.1: Contrôle de force explicite : tâche 1 : maintien du contact robot – poutre.

### 5.2.2 Simulation # 5.2    Contrôle de force explicite : tâche 1 : composante intégrale

#### Objectif :

Vérifier les performances du contrôle de force explicite lorsqu'une composante intégrale est ajoutée.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs    = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs    = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force    = 0 ms

$k_{fp} = 1$

$k_{fi} = 20$

$k_{fv} = 70$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.2)

Le temps de réponse est plus long. L'impulsion d'impact est plus importante que dans le cas précédent (0.58 Ns versus 0.15 Ns). Après la perturbation, nous observons des impulsions d'impact multiples. La composante intégrale réduit la compliance du robot. En effet, le robot reprend contact avec la poutre après 1 s au lieu de 1.3 s dans le cas précédent.

#### Commentaires:

La composante intégrale ralentit le système. Elle augmente l'amplitude de l'impulsion d'impact et réduit la marge de stabilité. Cependant l'erreur de force s'annule asymptotiquement.

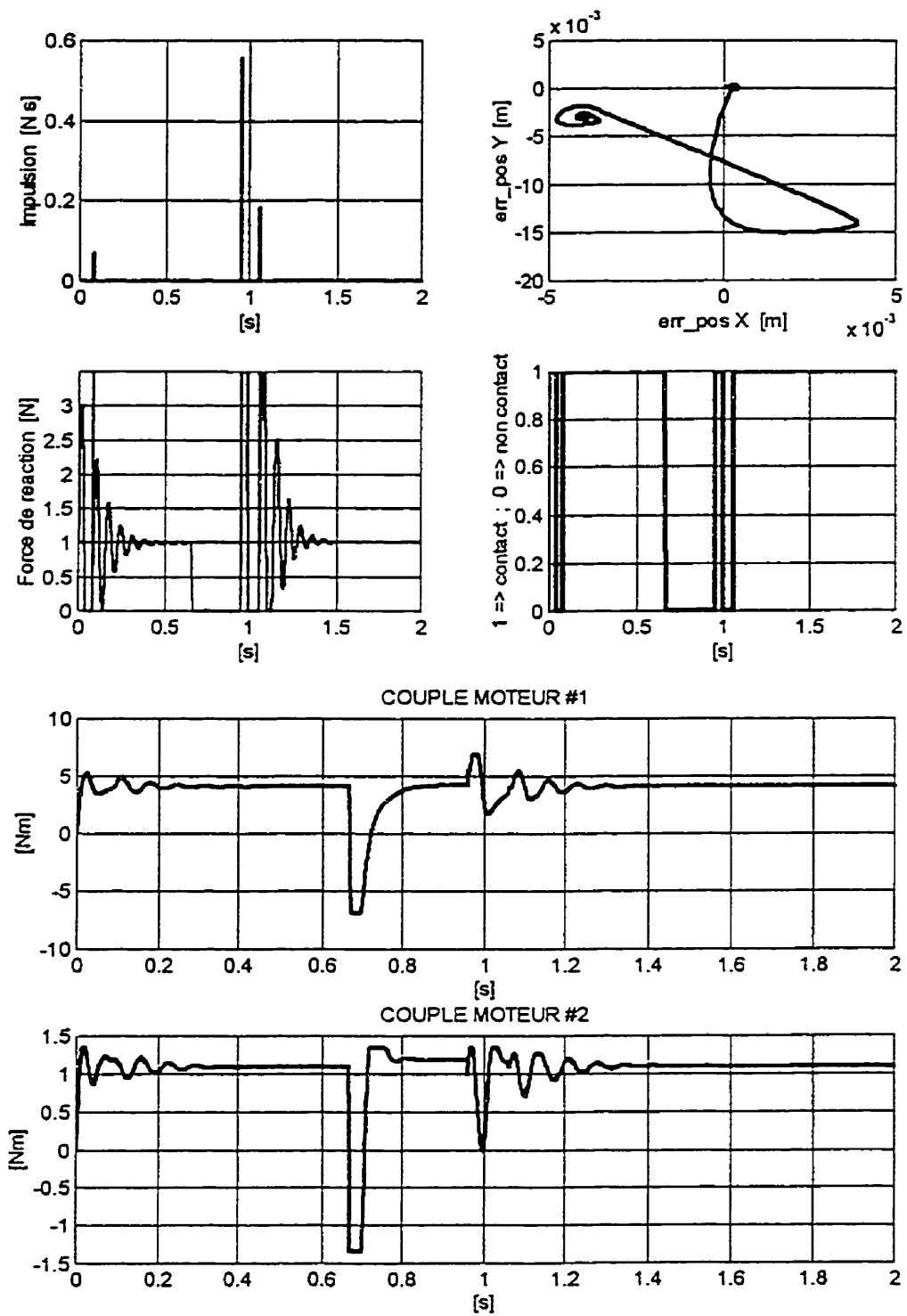


Figure 5.2: Contrôle de force explicite : tâche 1 : composante intégrale .

### 5.2.3 Simulation # 5.3 Contrôle de force explicite : tâche 1 : saturation de la commande

#### Objectif :

Vérifier l'influence de la saturation des actionneurs.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 3.5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$k_{fp} = 1$

$k_{fi} = 0$

$k_{fv} = 170$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.3)

L'erreur de force tend à s'atténuer graduellement. Le temps de réponse est plus long. L'amplitude de l'impulsion d'impact atteint 0.16 N s.

#### Commentaires :

Ce niveau de saturation permet encore de maintenir le contact. La saturation entraîne un comportement non linéaire. Ainsi, en l'absence de la composante intégrale, l'annulation de l'erreur de force ne peut plus être garantie. L'amplitude de l'impulsion d'impact est réduite par rapport à la simulation précédente. Les performances se sont dégradées.

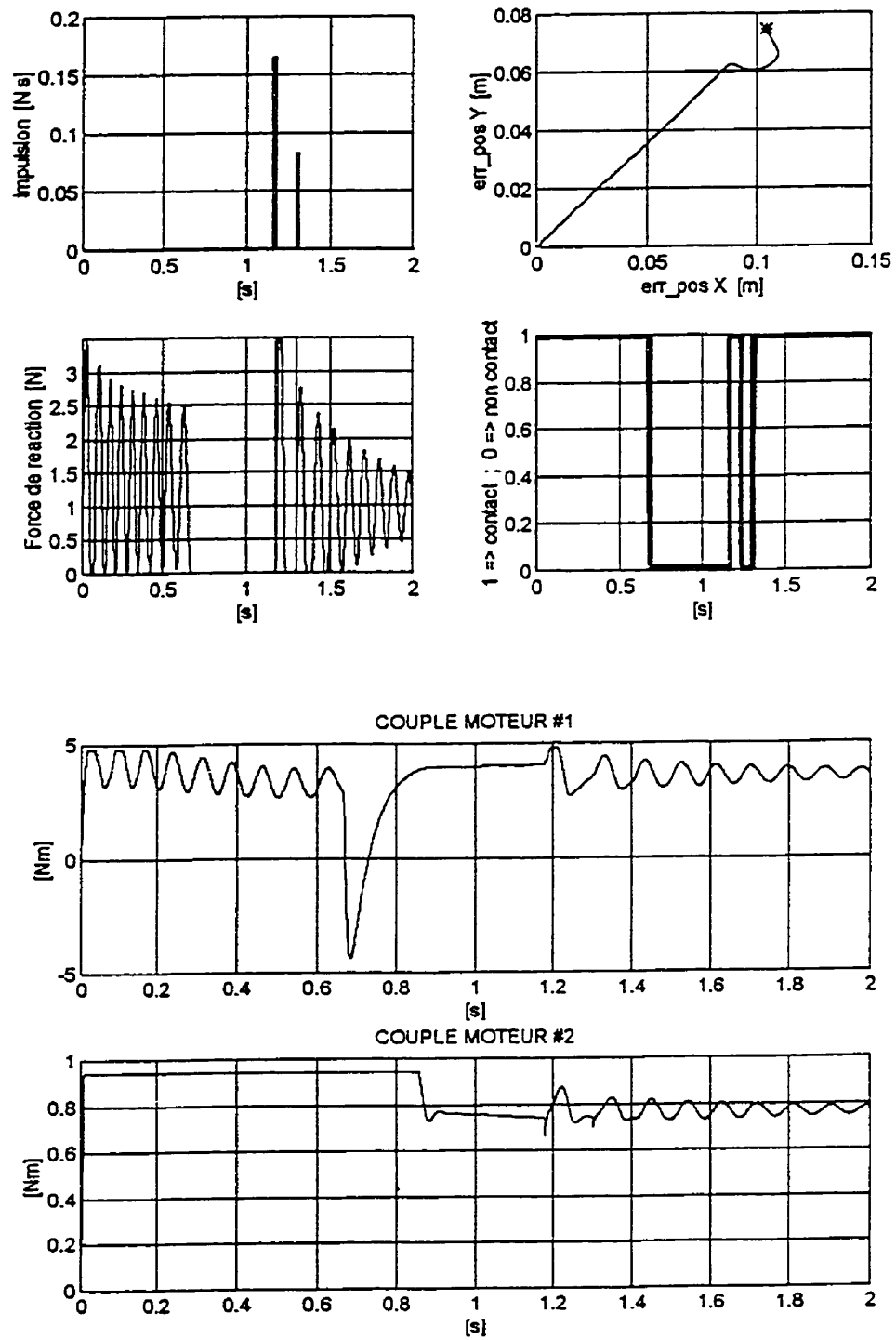


Figure 5.3: Contrôle de force explicite : tâche 1 : saturation de la commande .



#### 5.2.4 Simulation # 5.4 Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de la constante de temps des actionneurs / gain proportionnel

##### Objectif :

Analyser l'influence de la constante de temps versus le gain proportionnel.

##### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [0 ; 0] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$k_{fp} = 10$

$k_{fi} = 0$

$k_{fv} = 70$

$f_d = 1$  N

##### Résultats : (voir Figure 5.4)

Le système est stable. Après la perte de contact due à la perturbation, le robot reprend le contact avec la poutre à 0.83 s. L'erreur de force s'annule.

##### Commentaires :

La constante de temps joue un rôle très important dans la stabilité du contrôle de force. Les performances s'améliorent quand la constante de temps tend vers 0. Elle n'a pas d'influence sur l'amplitude de l'impulsion d'impact.

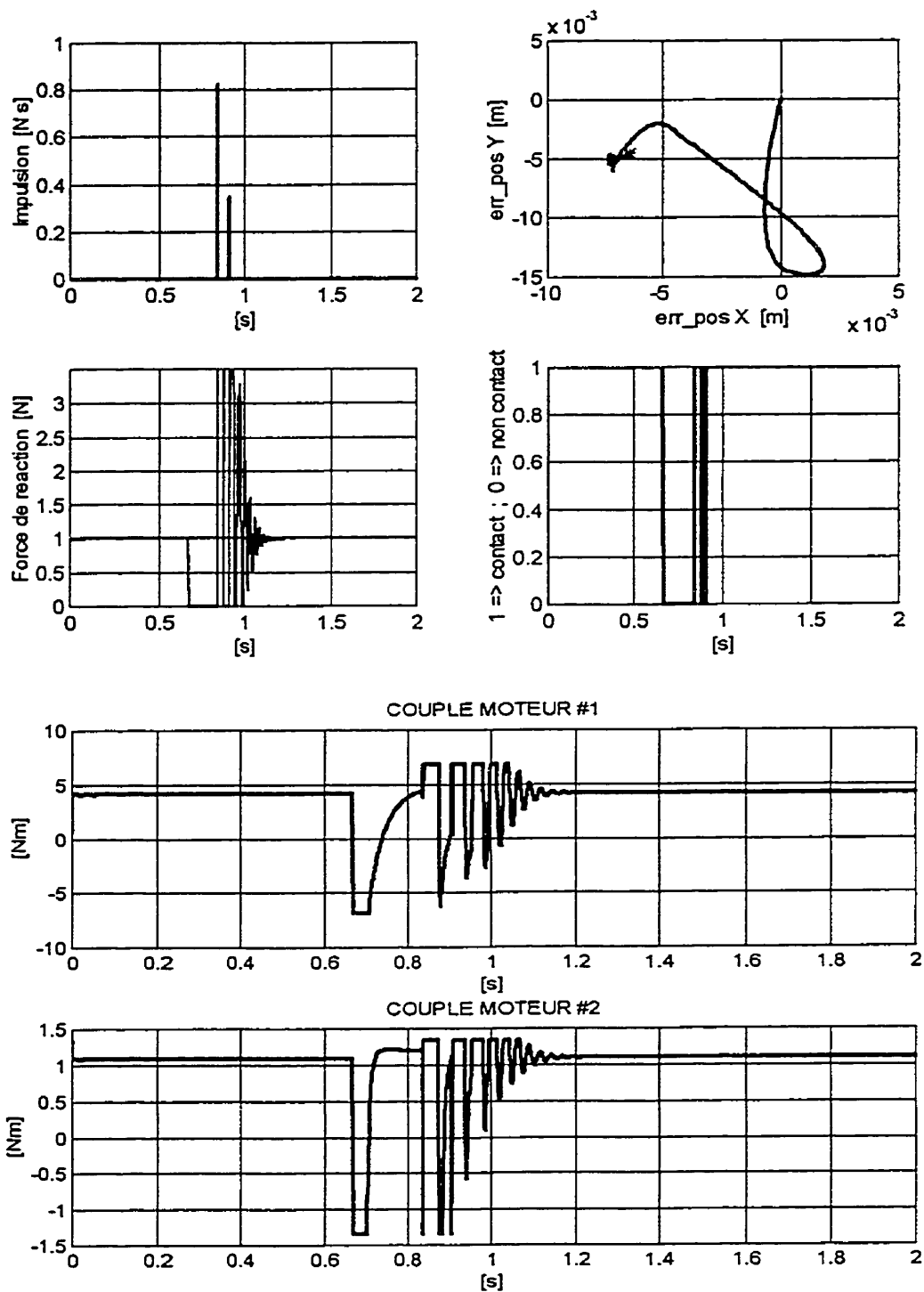


Figure 5.4: Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de la constante de temps / gain proportionnel

### 5.2.5 Simulation # 5.5 Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1

#### Objectif :

Vérifier l'influence de l'échantillonnage.

#### Modalités :

Simulation en discret

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$T_{ech} = 1$  ms

$k_{fp} = 1$

$k_{fi} = 0$

$k_{fv} = 70$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.5)

Nous enregistrons deux impulsions d'impact. L'erreur de force s'annule.

#### Commentaires :

Nous notons une impulsion d'impact de plus comparativement à la simulation # 5.1

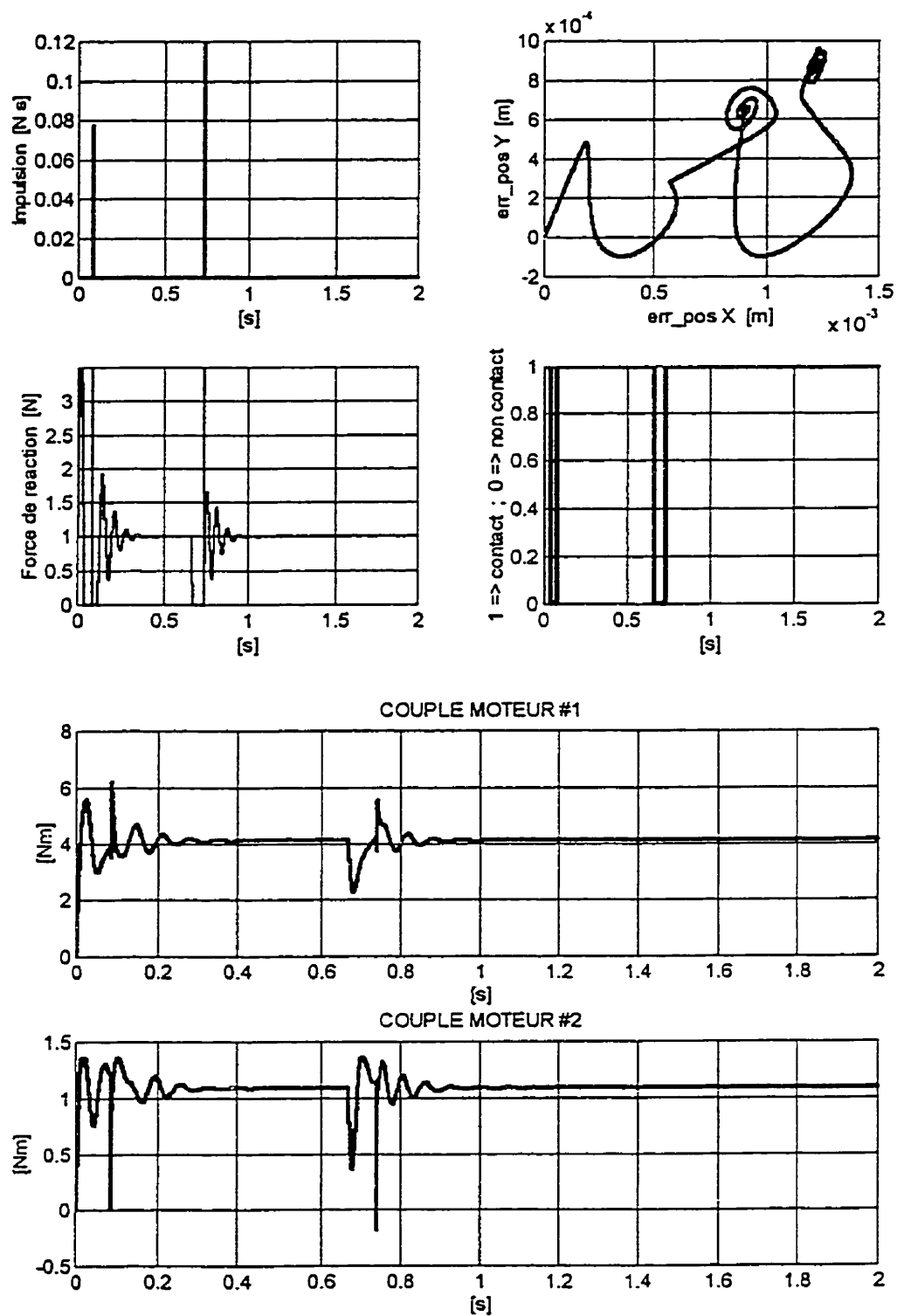


Figure 5.5: Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1.

### 5.2.6 Simulation # 5.6 Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2

#### Objectif :

Vérifier l'influence de l'échantillonnage.

#### Modalités :

Simulation en discret

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$T_{ech} = 2$  ms

$k_{fp} = 1$

$k_{fi} = 0$

$k_{fv} = 70$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.6)

La stabilité est critique.

#### Commentaires :

Le contact est retrouvé après la perturbation. Cependant les performances se dégradent comparativement à la simulation précédente.

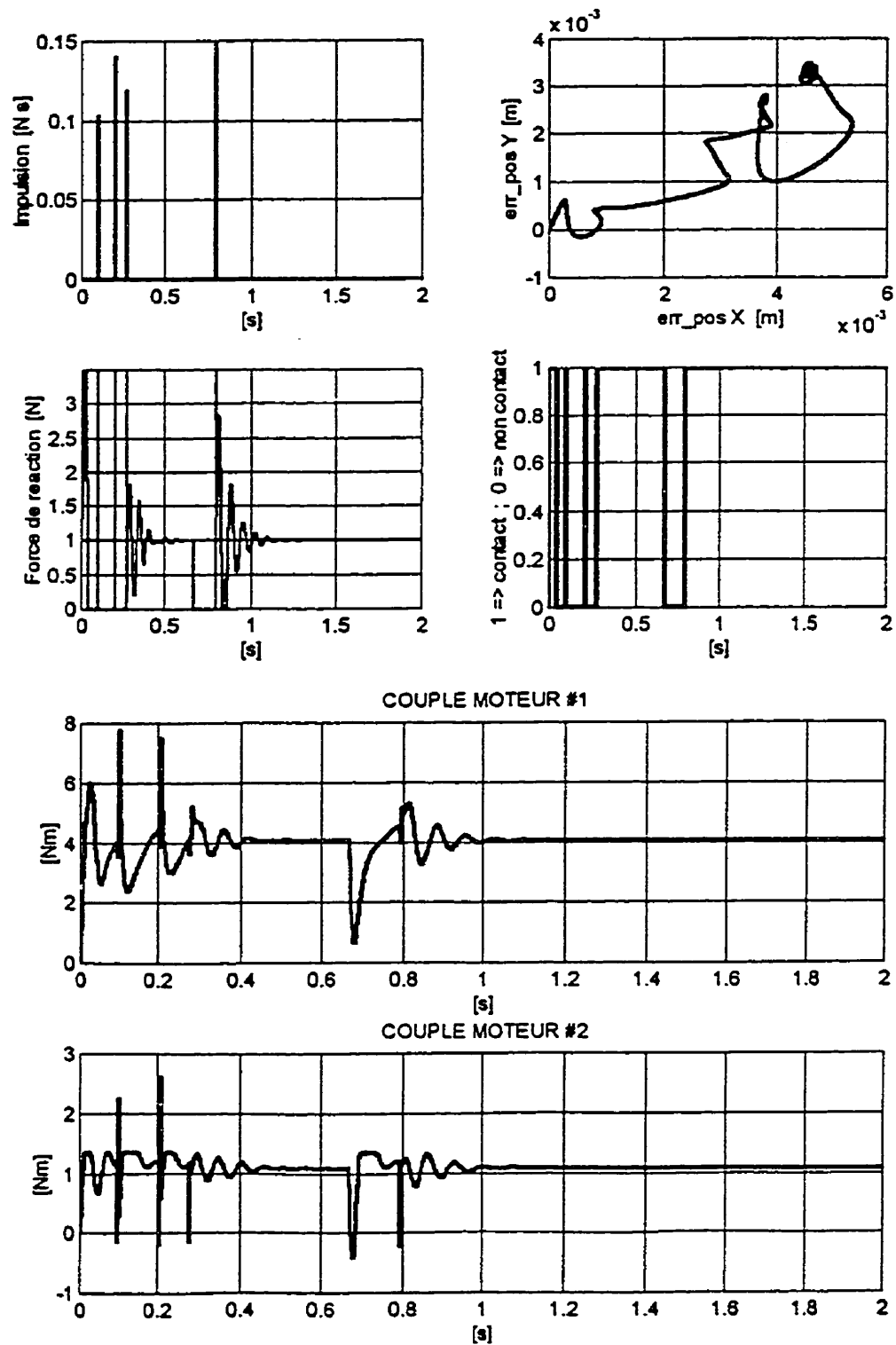


Figure 5.6: Contrôle de force explicite : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2.

### 5.2.7 Simulation # 5.7 Contrôle hybride : tâche 1 : maintien du contact robot – poutre

#### Objectif :

Nous désirons vérifier si le contrôleur de force explicite peut maintenir le robot en contact avec la poutre.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles = -25 [1,1] ; -35 [1,1] (pôles du polynôme caractéristique).

$K_p$  = [625, 0 ; 0,1225]

$K_v$  = [50,0 ; 0,70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.7)

Le contact maintenu. L'erreur de force et l'erreur de position s'annulent.

#### Commentaires :

En l'absence d'erreur de modélisation ou de perturbation, le contrôleur de position PD permet d'annuler l'erreur de position. Le découplage entre la force et la position désirée permet d'éviter une interférence entre le contrôle de position et le contrôle de force. Plus les pôles sont éloignés à gauche dans le plan  $s$ , plus les gains sont élevés. Ceci augmente la rapidité du système (régulation de la force) mais également l'amplitude des impulsions d'impact. Si les gains sont très élevés, la commande se sature et la stabilité est remise en cause.

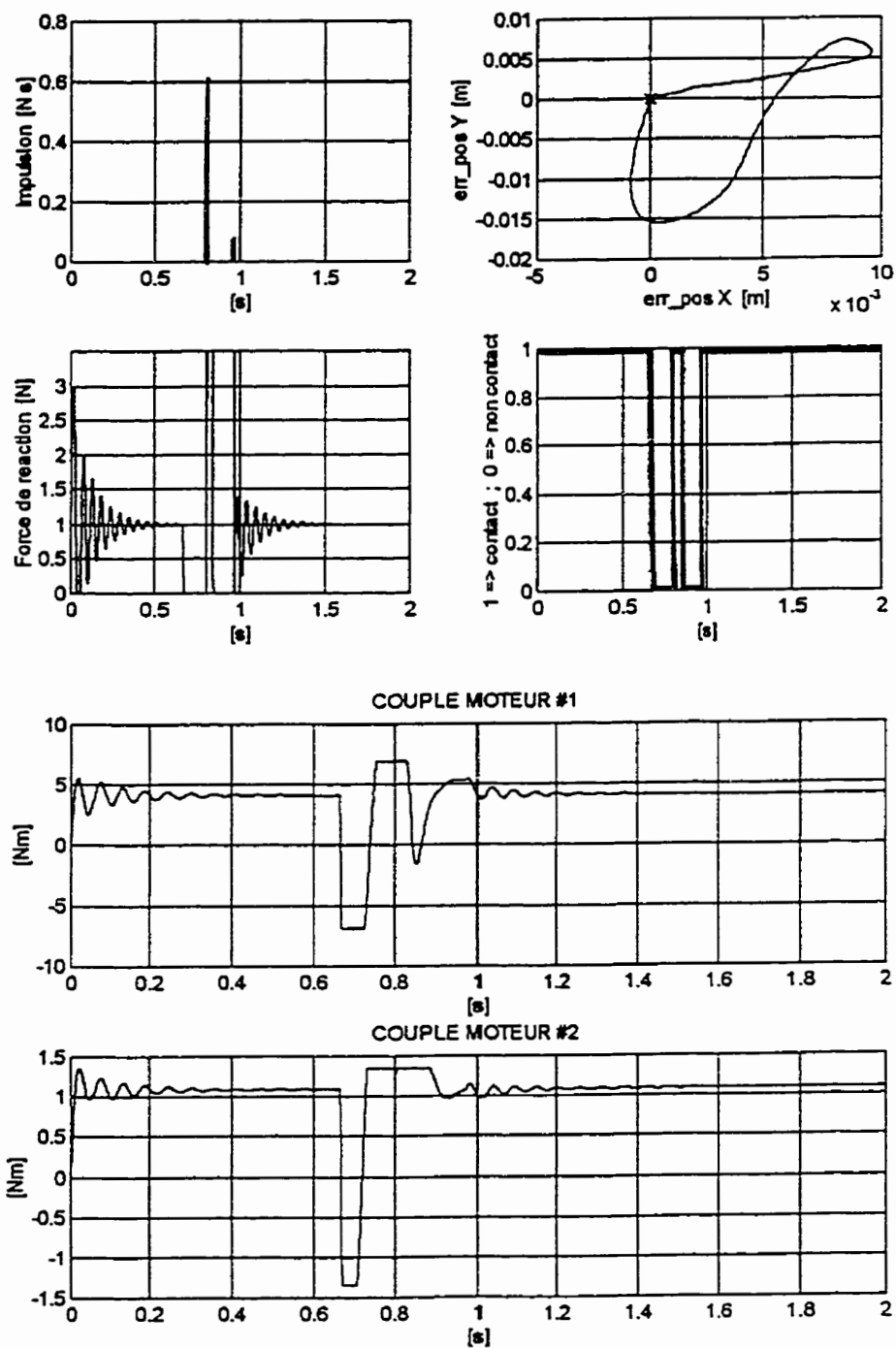


Figure 5.7: Contrôle hybride : tâche 1 : maintien du contact robot – poutre.



### 5.2.8 Simulation # 5.8 Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes

#### Objectif :

Établir l'influence des pôles complexes.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles = -25 [1-j, 1+j] ; -35 [1-j, 1+j]

$K_p$  = [1250, 0 ; 0, 2450]

$K_v$  = [50, 0 ; 0, 70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.8)

Le système est stable. Les erreurs de force et de position tendent asymptotiquement vers 0.

#### Commentaires :

Les pôles complexes à cause du dépassement qu'ils amènent, entraînent des impacts multiples. À cause des impacts, le temps de réponse pour la régulation de la force est plus long que dans le cas des pôles réels.

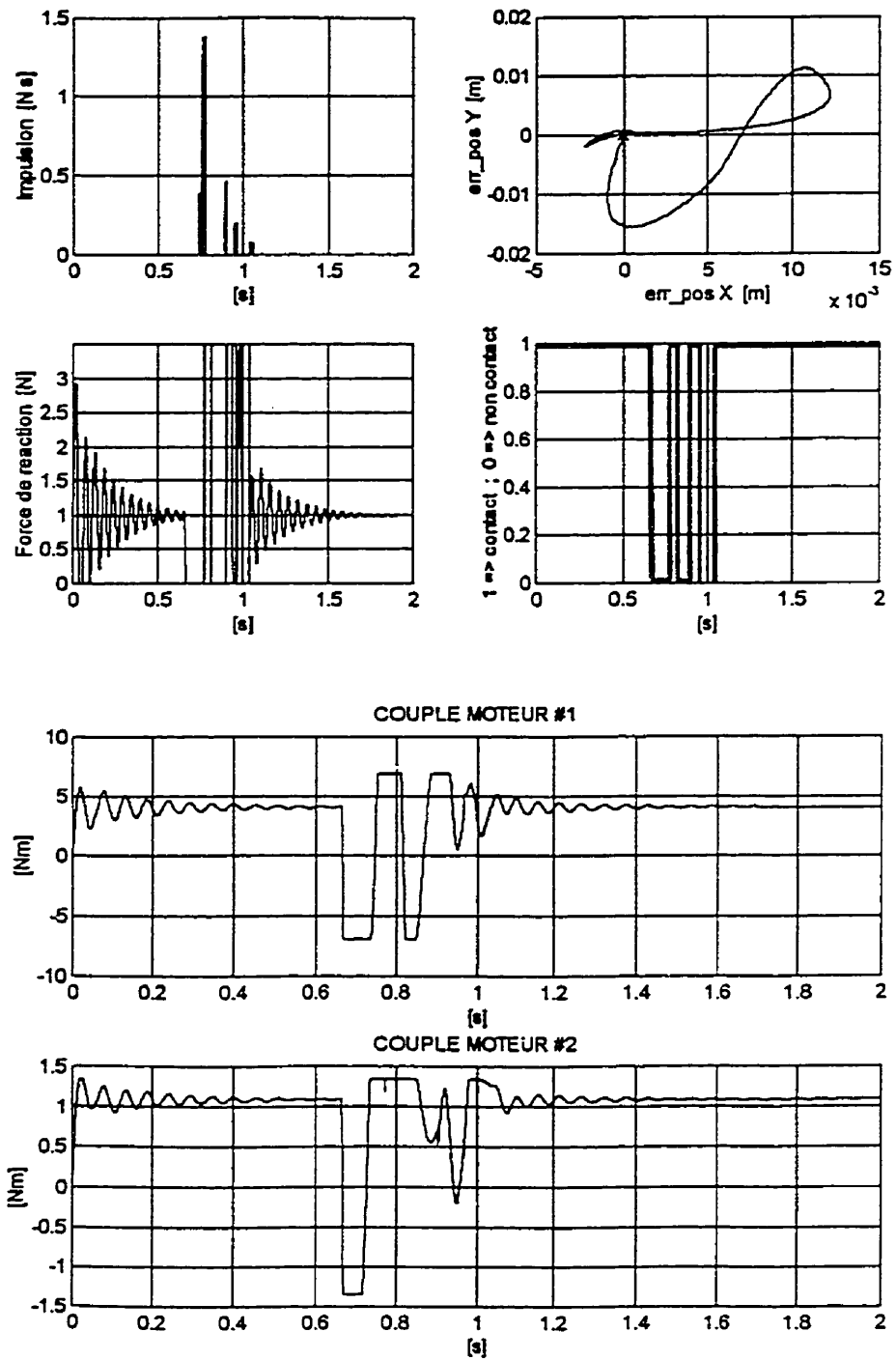


Figure 5.8: Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes.

### 5.2.9 Simulation # 5.9 Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation

#### Objectif :

Vérifier l'influence des pôles complexes en l'absence de saturation.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs  $= [\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs  $= [7 ; 8.5]$  ms

Constante de temps du capteur de force  $= 0$  ms

Pôles  $= -25 [1-j, 1+j] ; -35 [1-j, 1+j]$

$K_p = [1250, 0 ; 0, 2450]$

$K_v = [50, 0 ; 0, 70]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.9)

Par rapport à la simulation # 5.7 nous notons une réduction de l'amplitude et du nombre d'impulsion d'impact. Également, l'allure de la convergence de l'erreur de position est différente. La régulation de la force n'est pas améliorée.

#### Commentaires :

Au dessus d'un certain seuil, la saturation de la commande joue un rôle mineur dans la régulation de la force désirée. Cependant elle influence l'amplitude des impulsion d'impacts.

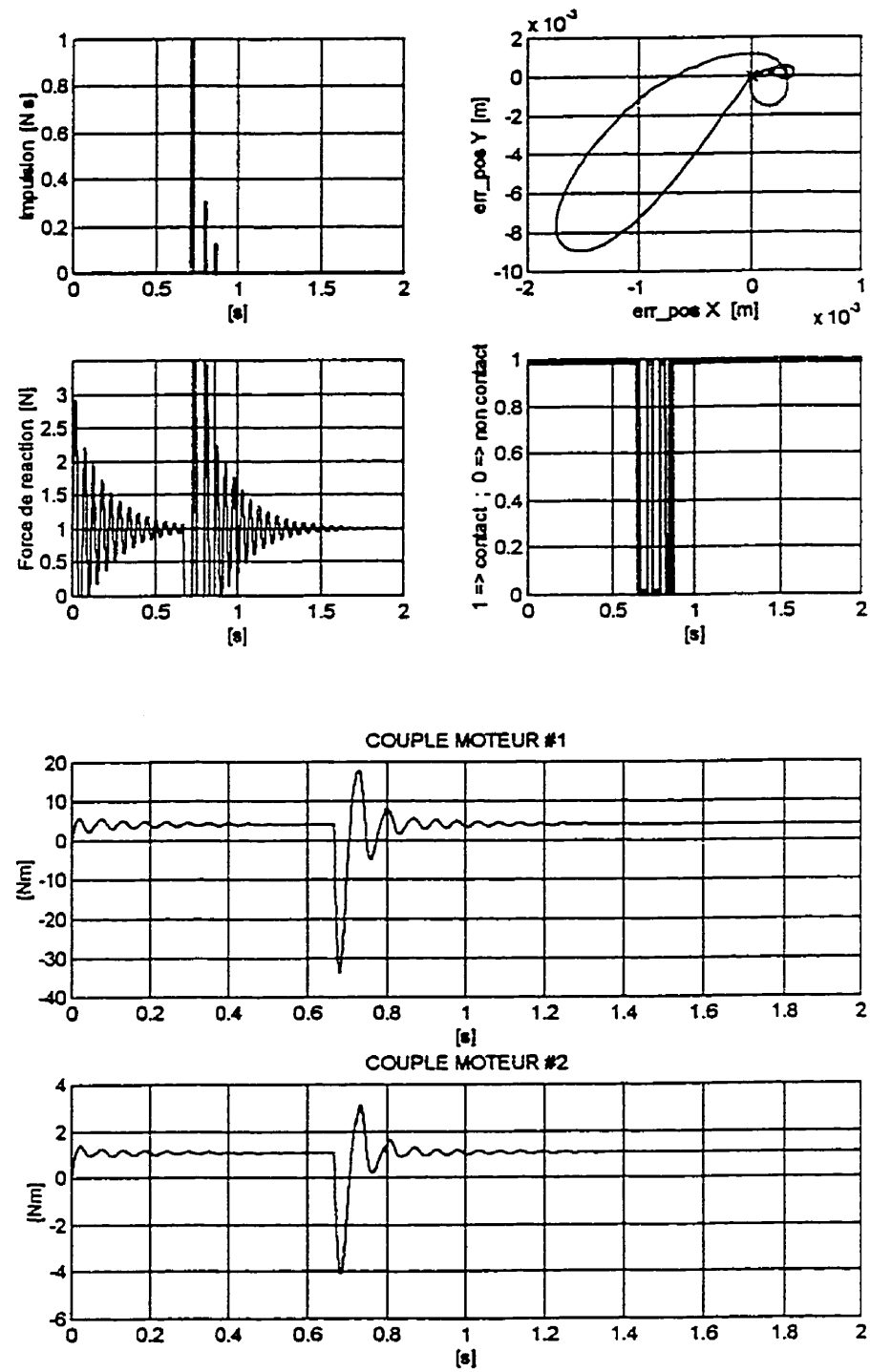


Figure 5.9: Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation .

### 5.2.10 Simulation # 5.10 Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation et sans la constante de temps des actionneurs

#### Objectif :

Vérifier l'influence des pôles complexes, en l'absence de la saturation et de la constante de temps.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-25 [1-j, 1+j]$  ;  $-35 [1-j, 1+j]$

$K_p$  =  $[1250, 0 ; 0, 2450]$

$K_v$  =  $[50, 0 ; 0, 70]$

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.10)

Nous relevons un seul impact d'amplitude relativement faible par rapport aux précédentes simulation. Le temps de réponse pour la régulation de la force est très court.

#### Commentaires :

Ici encore, nous constatons que la constante de temps joue un rôle primordiale, en ce qui concerne le temps de réponse, le nombre, et l'amplitude des impulsions d'impact.

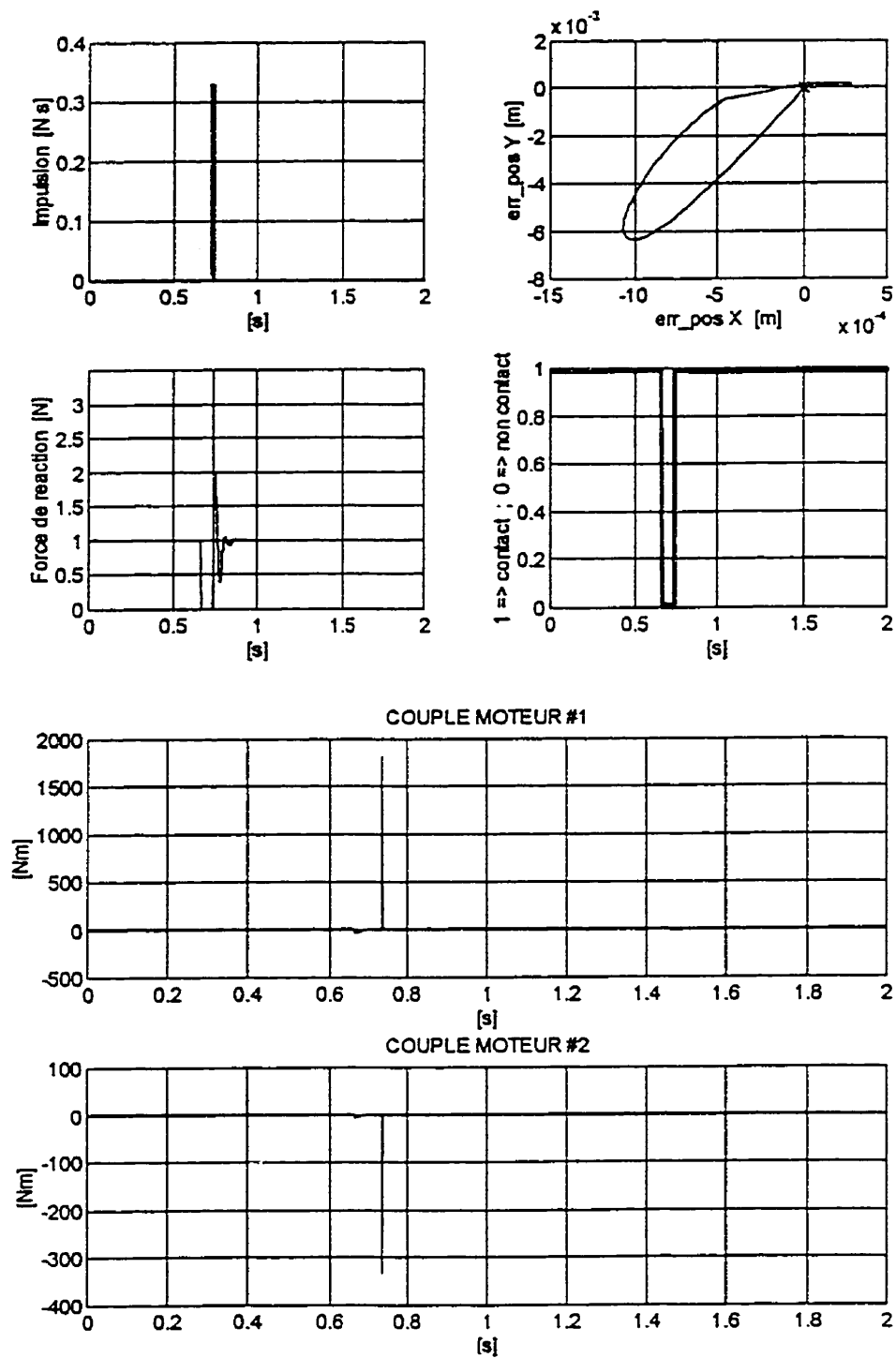


Figure 5.10: Contrôle hybride : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation et sans constante de temps.

### 5.2.11 Simulation # 5.11 Contrôle hybride : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1

#### Objectif:

Cette simulation nous permet de nous prononcer sur l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

#### Modalités :

Simulation en discret

Perturbation de type échelon après la transitoire

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$T_{ech} = 1$  ms

Pôles = -25 [1, 1] ; -35 [1, 1]

$K_p$  = [625, 0 ; 0, 1225]

$K_v$  = [50, 0 ; 0, 70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.11)

Le contact est maintenu, mais le temps de réponse est assez long.

#### Commentaires :

Comparativement à la simulation # 5.9 les performances sont moins bonnes.

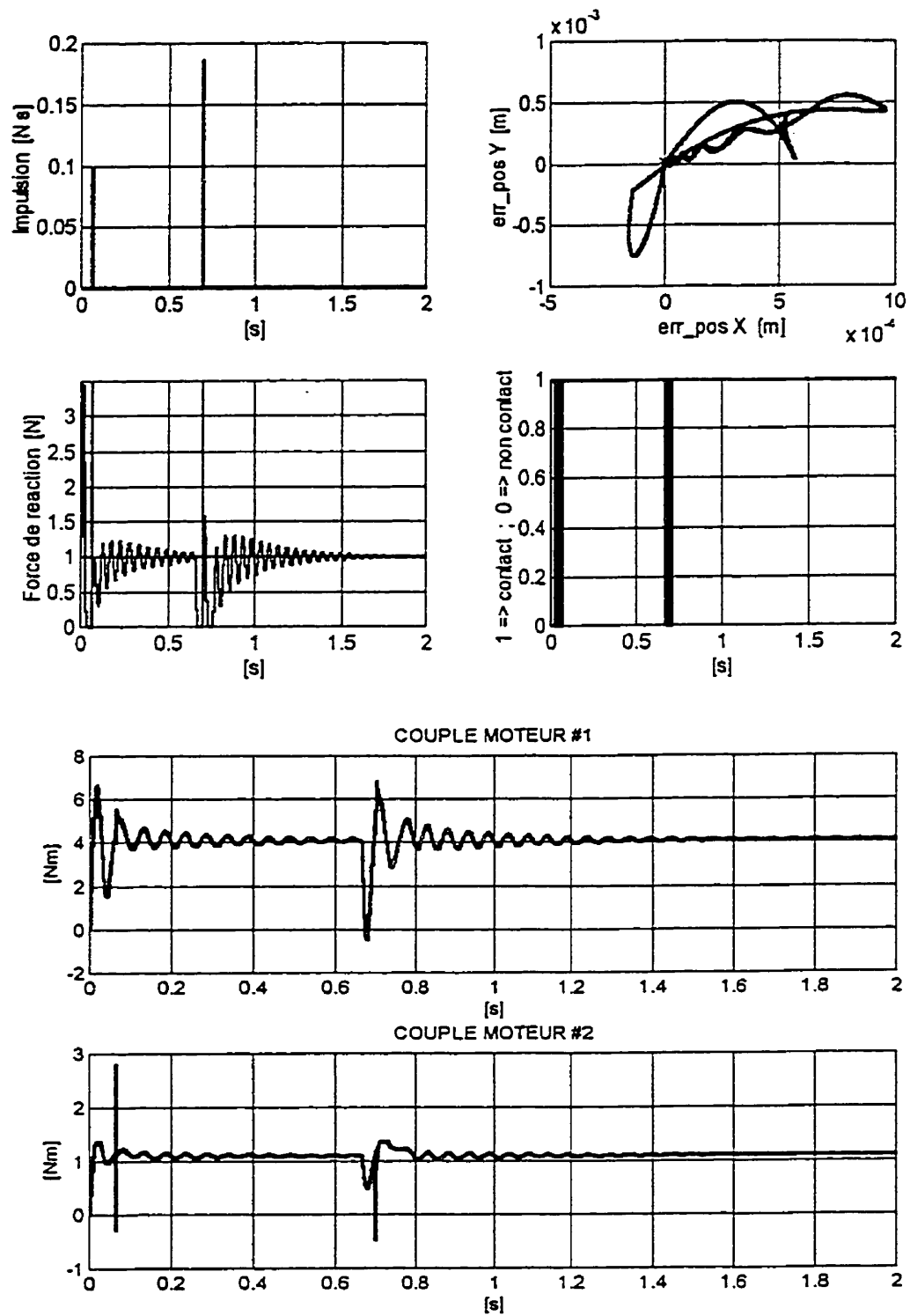


Figure 5.11: Contrôle hybride : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1.



### 5.2.12 Simulation # 5.12 Contrôle hybride : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2

#### Objectif :

Vérifier l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

#### Modalités :

Simulation en discret

Perturbation de type échelon après la transitoire

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$T_{ech} = 2$  ms

Pôles = -25 [1, 1] ; -35 [1, 1]

$K_p$  = [625, 0 ; 0, 1225]

$K_v$  = [50,0 ; 0,70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.12)

Contact maintenu. Stabilité critique

#### Commentaires :

Un fois de plus, nous voyons la détérioration des performances due à l'échantillonnage.

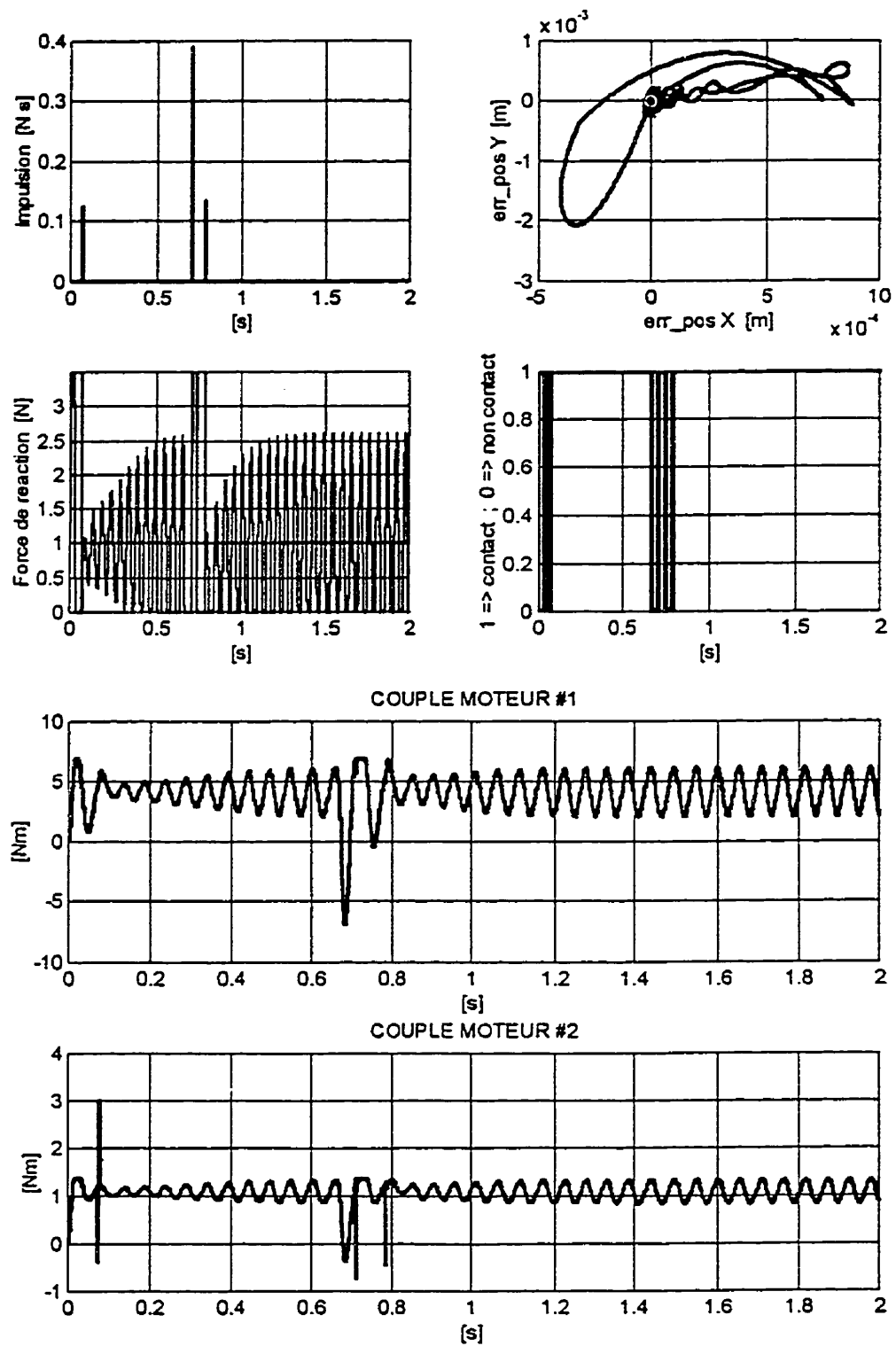


Figure 5.12: Contrôle hybride : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2.

### 5.2.13 Simulation # 5.13 Contrôle discontinu : tâche 1 : maintien du contact robot poutre

#### Objectif :

Nous désirons vérifier si le contrôleur discontinu peut maintenir le robot en contact avec la poutre.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles = -25 [1,1] ; -35 [1,1]

$K_p$  = [625, 0 ; 0,1225]

$K_v$  = [50,0 ; 0,70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.13)

L'erreur de position et l'erreur de force s'annulent. Nous enregistrons une impulsion d'impact d'amplitude plus faible que dans le cas simulation # 5.7.

#### Commentaires :

Le contrôleur discontinu réduit l'amplitude de l'impulsion d'impact mieux que le contrôleur hybride.

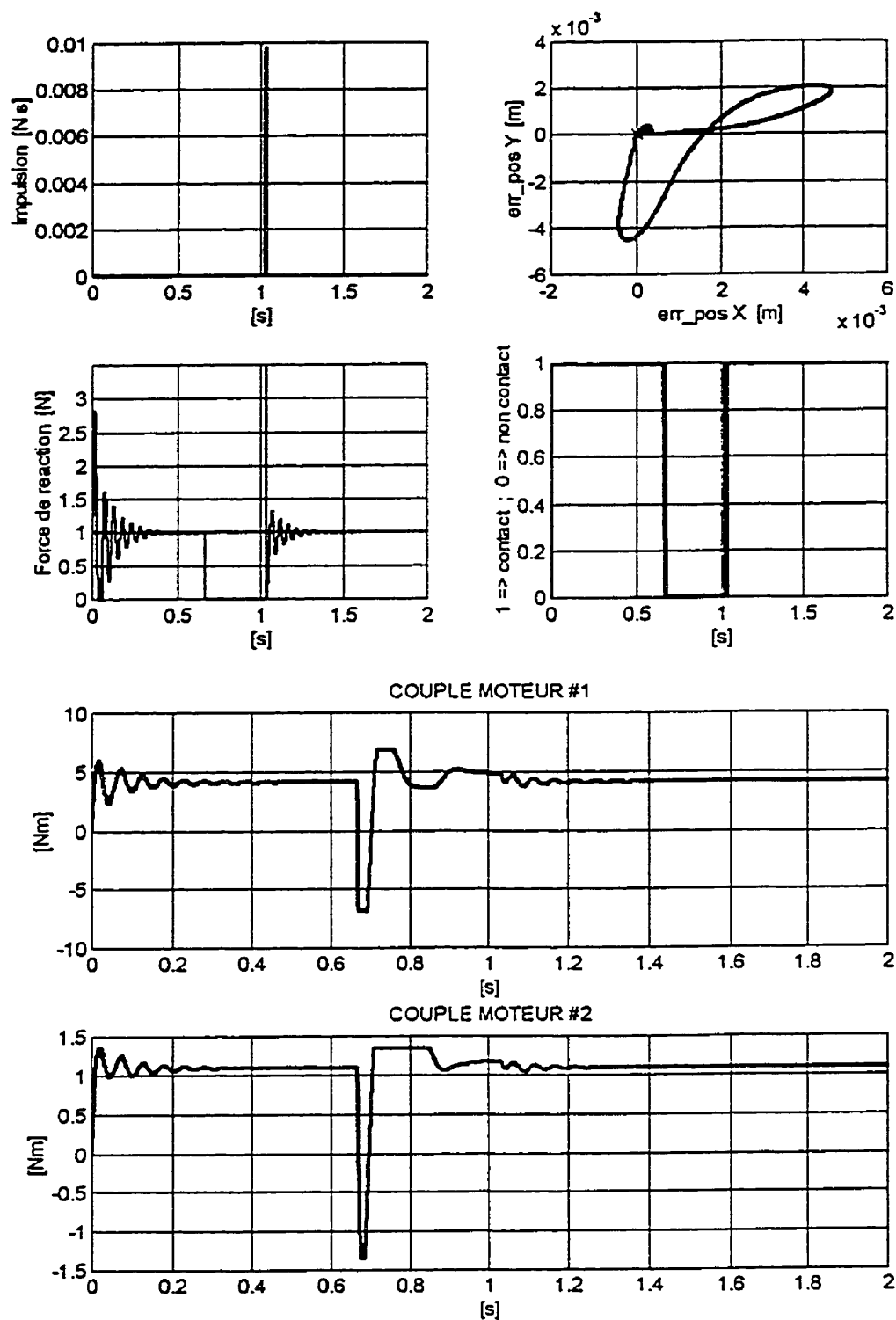


Figure 5.13 Contrôle discontinu : tâche 1 : maintien du contact robot – poutre.

### 5.2.14 Simulation # 5.14 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes

#### Objectif :

Vérifier l'influence des pôles complexes et comparer les résultats à la simulation # 5.8.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles = -25 [1-j, 1+j] ; -35 [1-j, 1+j]

$K_p$  = [1250, 0 ; 0, 2450]

$K_v$  = [50, 0 ; 0, 70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats :

Les résultats sont similaires à ceux obtenus dans la simulation 5.8. Nous notons cependant, que le nombre d'impulsion d'impact lors du contact robot - poutre, est réduit.

#### Commentaires :

Les pôles complexes occasionnent un dépassement qui explique les impacts observés. Même dans ce cas, les performances du contrôleur discontinu, à effort de commande égal, sont plus intéressantes comparativement au contrôleur hybride.

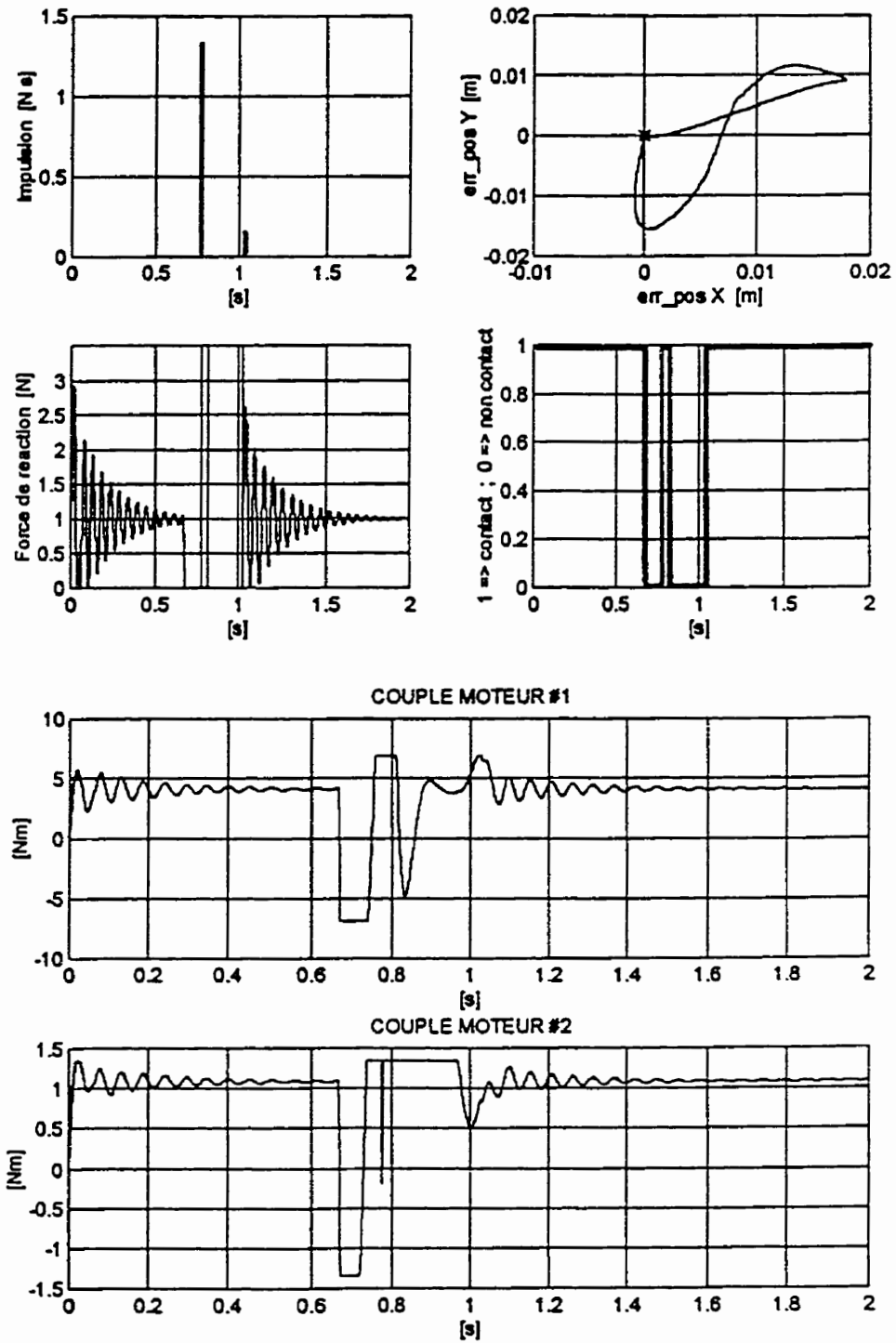


Figure 5.14 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes.

### 5.2.15 Simulation # 5.15 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation

#### Objectif :

Vérifier l'influence des pôles complexes en l'absence de la constante de temps des actionneurs et de la saturation.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles = -25 [1-j, 1+j] ; -35 [1-j, 1+j]

$K_p$  = [1250, 0 ; 0, 2450]

$K_v$  = [50, 0 ; 0, 70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.15)

Nous notons une impulsion d'impact. La rapidité du système est améliorée comparativement à la simulation précédente.

#### Commentaires :

L'amplitude de l'impulsion d'impact est réduite comparativement à la simulation # 5.9.

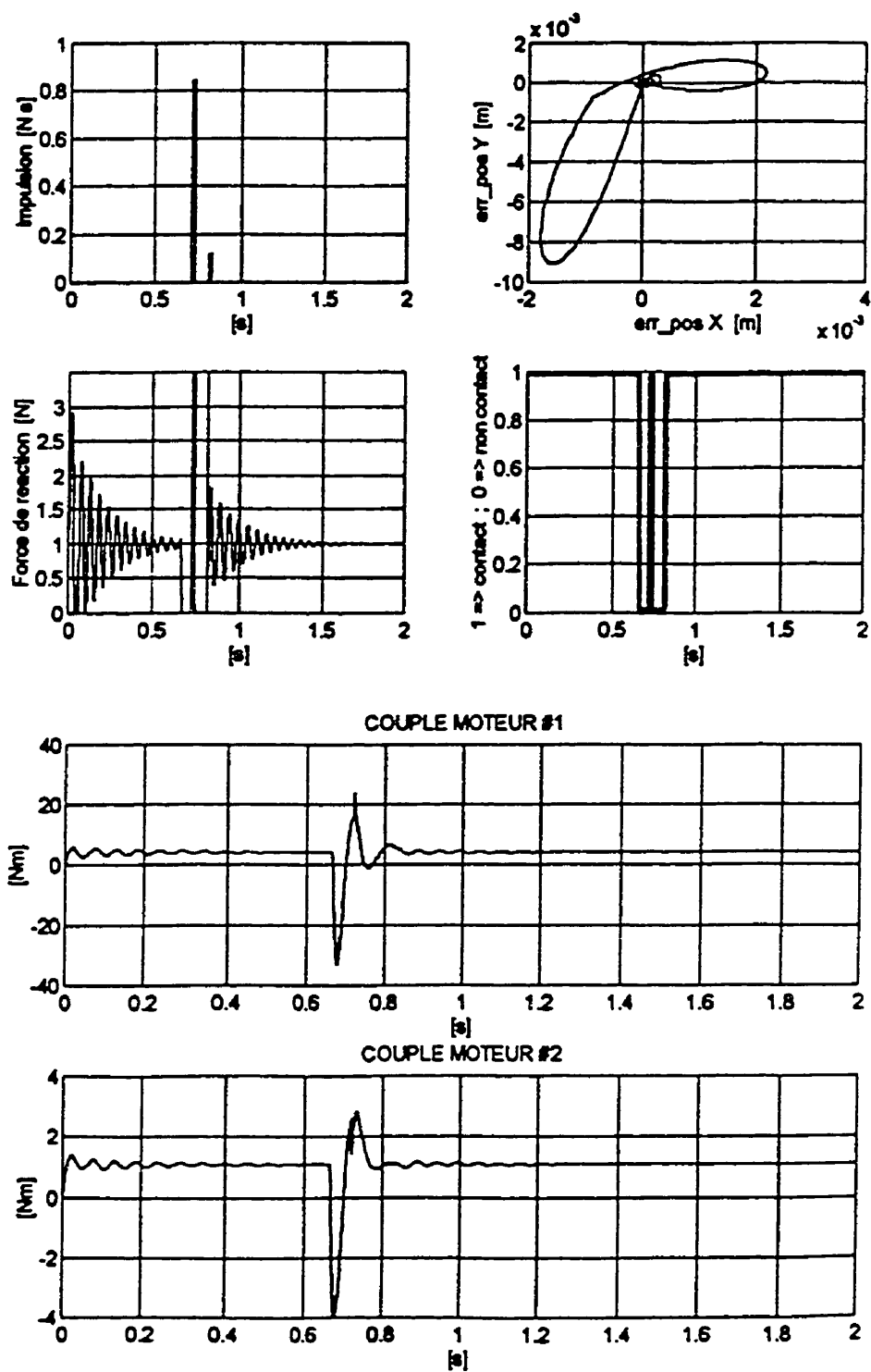


Figure 5.15 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation .



### 5.2.16 Simulation # 5.16 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation et sans la constante de temps des actionneurs

#### Objectif :

Vérifier l'influence des pôles complexes en l'absence de la constante de temps des actionneurs et de la saturation.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-25 [1-j, 1+j]$  ;  $-35 [1-j, 1+j]$

$K_p$  =  $[1250, 0 ; 0, 2450]$

$K_v$  =  $[50, 0 ; 0, 70]$

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.16)

Nous notons une impulsion d'impact. La rapidité du système est améliorée comparativement à la simulation précédente.

#### Commentaires :

L'amplitude de l'impulsion d'impact est réduit comparativement à la simulation # 5.10.

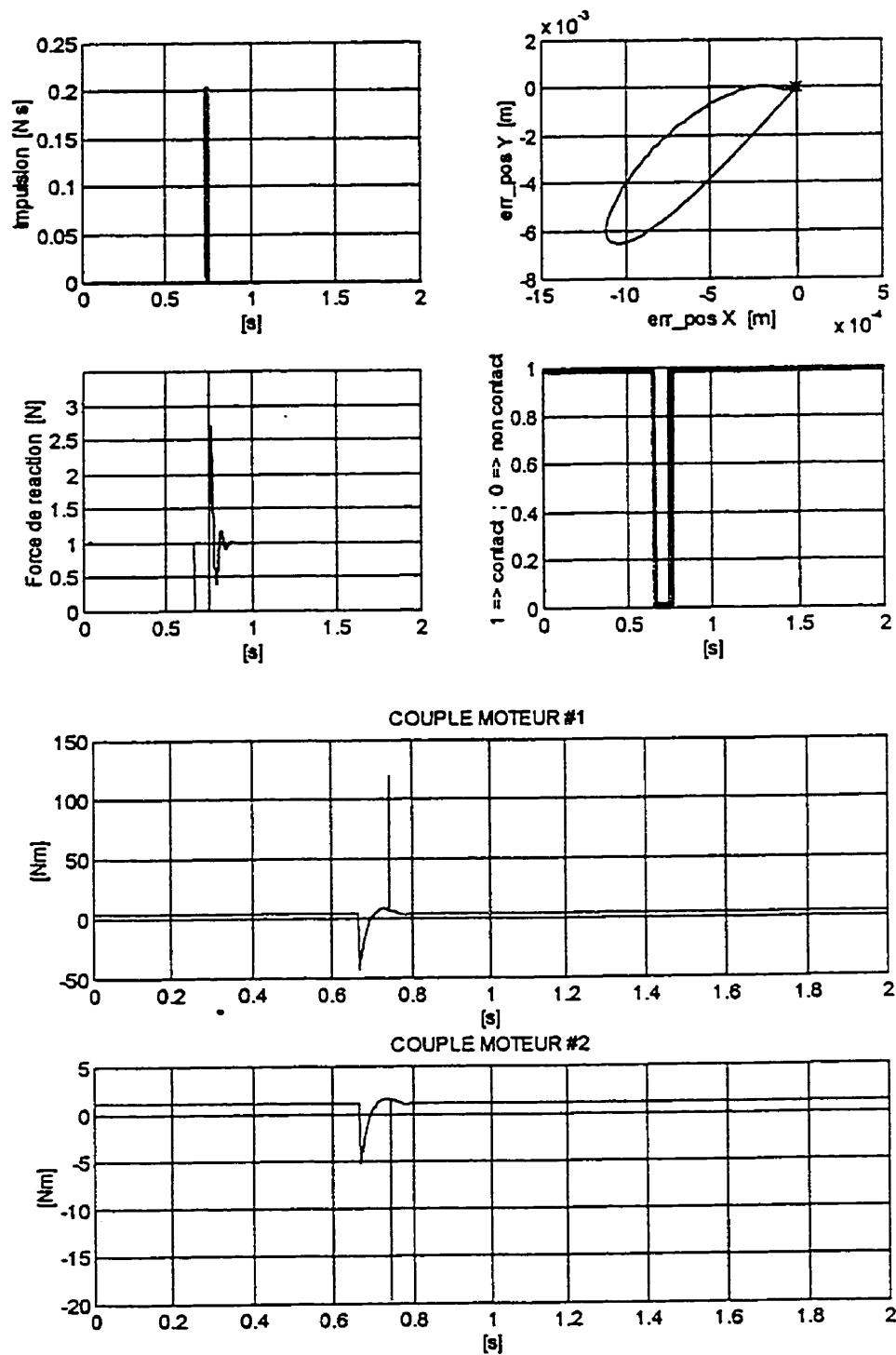


Figure 5.16 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence des pôles complexes sans saturation et sans constante de temps.

### 5.2.17 Simulation # 5.17 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1

#### Objectif :

Cette simulation nous permet de nous prononcer sur l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

#### Modalités :

Simulation en discret

Perturbation de type échelon après la transitoire

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$T_{ech} = 1$  ms

Pôles = -25 [1, 1] ; -35 [1, 1]

$K_p = [625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v = [50, 0 ; 0, 70]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.17)

Le contact est maintenu, mais le temps de réponse est assez long.

#### Commentaires :

Comparativement à la simulation # 5.13 les performances sont moins bonnes.

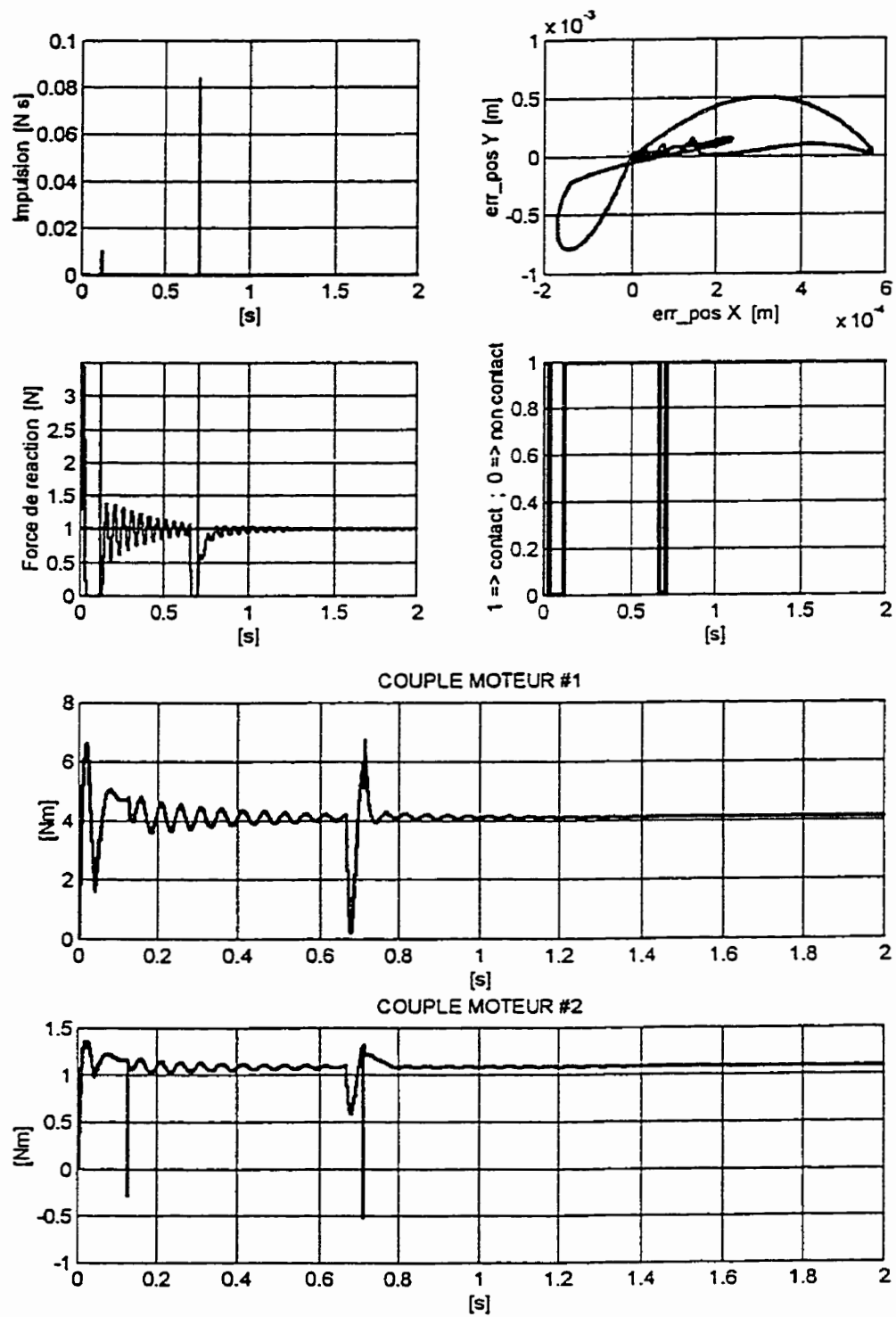


Figure 5.17: Contrôle discontinu : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 1.

### 5.2.18 Simulation # 5.18 Contrôle discontinu : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2

#### Objectif :

Cette simulation nous permet de nous prononcer sur l'influence de la fréquence d'échantillonnage.

#### Modalités :

Simulation en discret

Perturbation de type échelon après la transitoire

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$T_{ech} = 2$  ms

Pôles = -25 [1, 1] ; -35 [1, 1]

$K_p = [625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v = [50, 0 ; 0, 70]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.18)

Le contact est maintenu, mais le temps de réponse est assez long.

#### Commentaires :

Comparativement à la simulation précédente les performances sont moins bonnes.

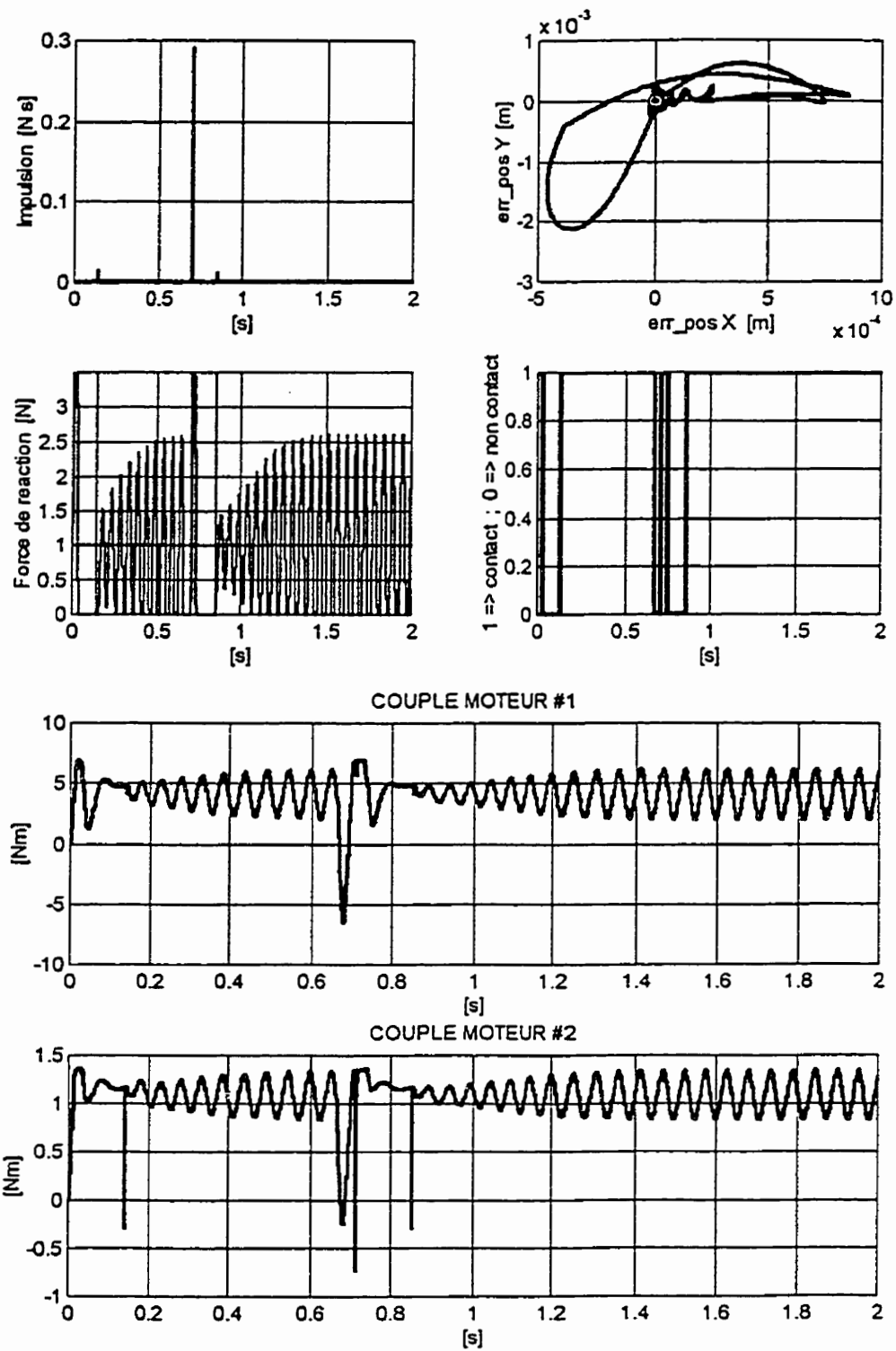


Figure 5.18 : Contrôle discontinu : tâche 1 : influence de l'échantillonnage, cas 2.

### 5.2.19 Conclusion de la tâche 1

Cette série de simulations pour la tâche 1 nous a permis de comparer le contrôle de force explicite, le contrôle hybride et le contrôle discontinu (commutation entre le contrôle de position et le contrôle hybride). De ces simulations, nous faisons les observations qui suivent.

- Le contrôleur discontinu réduit l'amplitude des impacts mieux que les deux autres contrôleurs.
- La constante de temps influence largement la stabilité du système.
- Le nombre d'impulsions d'impact diminue avec la constante de temps.
- Plus la constante de temps est élevée, plus le système devient instable.
- La saturation influence l'amplitude des impulsions d'impact.
- Plus la fréquence d'échantillonnage est faible, plus le système tend vers l'instabilité.
- Le gain proportionnel  $k_f$  sur la mesure de force tend à dégrader les performances s'il est supérieur à l'unité et que la commande est bornée.
- Le gain sur la dérivée de position est indispensable pour assurer la stabilité du contrôle de force explicite.
- Lorsque la dynamique du robot est rapide, le temps de réponse est meilleur mais l'amplitude des impulsions d'impact augmente.
- Lorsque la dynamique du robot est lente, l'amplitude des impulsions d'impact diminue mais le temps de réponse est plus long.

### 5.3 Simulations tâche 2

La tâche 2 est similaire à la tâche 1 à la différence que la poutre est désormais animée d'un mouvement harmonique tel que décrit par l'équation (2.31). Les lois de commande des contrôleurs hybride et discontinu restent inchangées. Cependant, pour le contrôle de force explicite nous introduisons la variable  $\dot{x}_d$ , qui représente la vitesse linéaire du point de référence (sur la poutre) où la force désirée est appliquée. La loi de commande de force explicite utilisée dans cette simulation est la suivante:

$$f_x = V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta) + f_d + k_{fp}(f_d - f_r) - k_{fv}(\dot{x} - \dot{x}_d) + k_{fi} \int (f_d - f_r) dt . \quad (5.2)$$



### 5.3.1 Simulation # 5.19 Contrôle de force explicite : tâche 2 : maintien du contact robot – poutre

#### Objectif :

L'objet de cette simulation, est d'analyser les performances du contrôleur de force explicite par rapport aux performances obtenues lors de la simulation # 5.1.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$k_{fp} = 1$

$k_{fi} = 0$

$k_{fv} = 70$

$f_d = 1$  N

$\alpha m = \pi / 180$  rad;  $\varphi = 0.67$  rad;  $\omega = \pi$  rad .

#### Résultats : (voir Figure 5.19)

Le système est instable. Nous notons une dérive de l'erreur de position.

#### Commentaires :

Cette simulation nous permet de constater qu'un mouvement harmonique d'une fréquence de 0.5 Hz suffit à rendre le système instable.

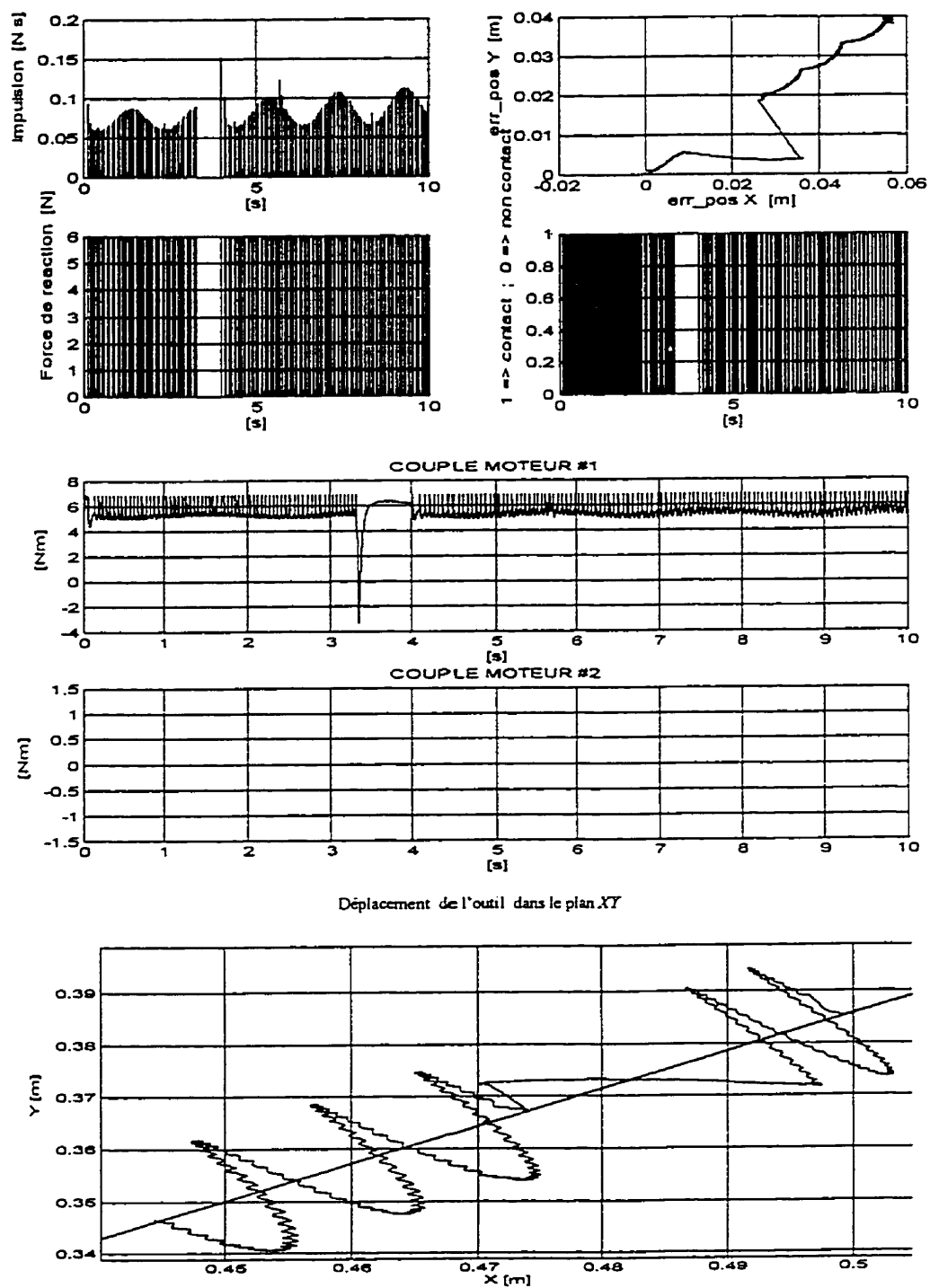


Figure 5.19: Contrôle de force explicite: tâche 2: maintien du contact robot – poutre.

### 5.3.2 Simulation # 5.20 Contrôle de force explicite : tâche 2 : influence du gain $k_{fv}$

#### Objectif :

Le but de cette simulation, est d'arriver à réguler la force désirée et de rendre stable le système précédemment instable.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$k_{fp} = 1$

$k_{fi} = 0$

$k_{fv} = 1000$

$f_d = 1$  N

$\alpha m = \pi / 180$  rad;  $\varphi = 0.67$  rad;  $w = \pi$  rad .

#### Résultats : (voir Figure 5.20)

Le contact est maintenu. Il existe cependant une erreur de force résiduelle. Cette erreur oscille à la même fréquence que la poutre. Notons également une erreur de position permanente.

#### Commentaires :

Le gain  $k_{fv}$  a une influence directe sur la stabilité du système. Il augmente l'amortissement. Également il réduit l'amplitude des impulsions d'impact.

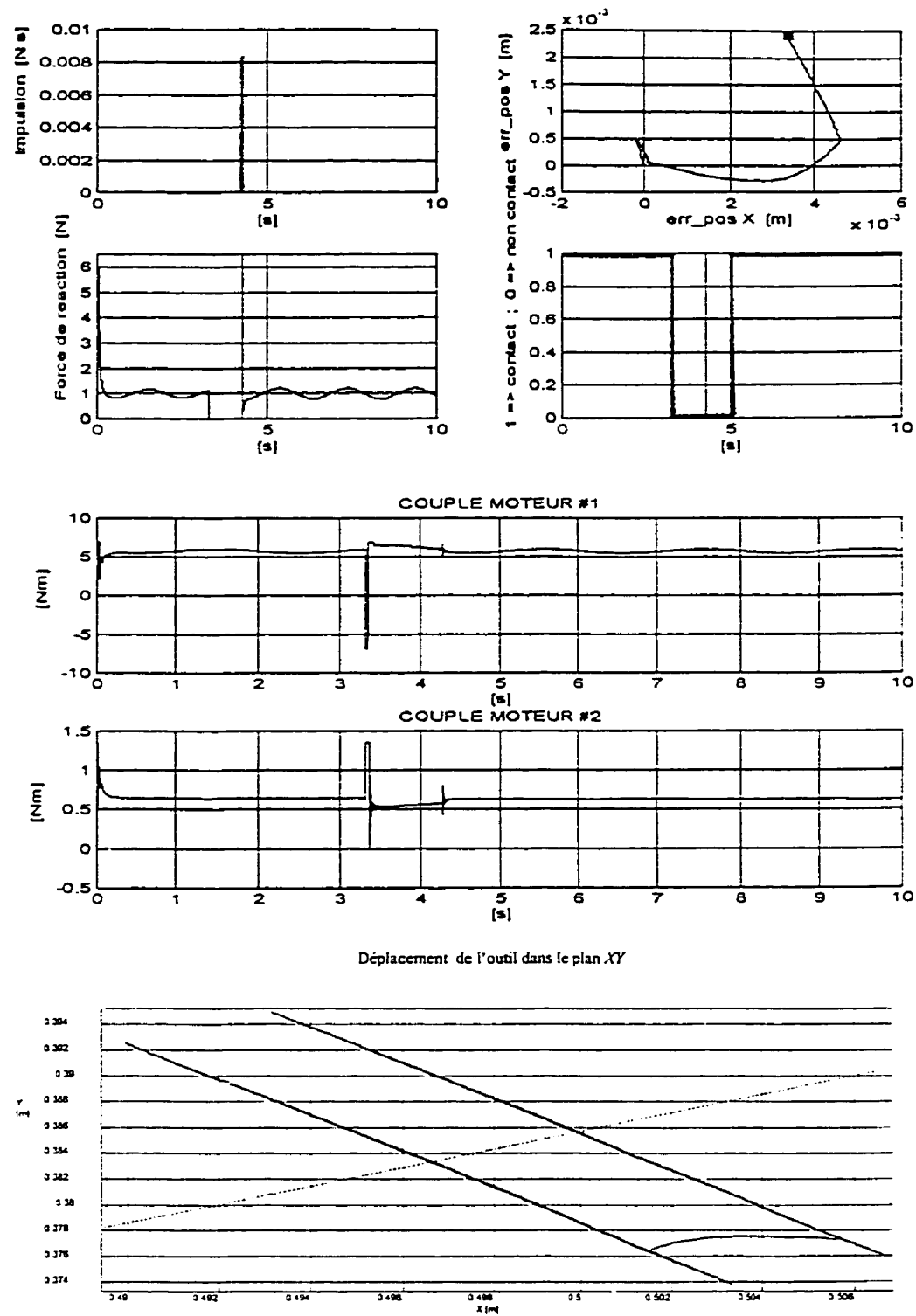


Figure 5.20: Contrôle de force explicite: tâche 2 : influence du gain  $k_{fv}$ .

### 5.3.3 Simulation # 5.21    Contrôle de force explicite : tâche 2 : composante intégrale

#### Objectif :

Cette simulation vise à annuler l'erreur de force résiduelle de la simulation précédente.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

$k_{fp} = 1$

$k_{fi} = 200$

$k_{fv} = 1000$

$f_d = 1$  N

$am = \pi / 180$  rad;  $\varphi = 0.67$  rad;  $w = \pi$  rad.

#### Résultats: (voir Figure 5.21)

Le contact est maintenu et l'erreur sur la force est annulée par la composante intégrale.

#### Commentaires:

La loi de commande (5.2) minimise la vitesse relative entre la roue du robot et la poutre. Le comportement du système est ramené au cas d'une poutre sans oscillation. Moyennant une augmentation des gains pour rendre la dynamique du robot assez rapide pour suivre la poutre, nous pouvons obtenir des résultats similaires aux performances obtenus dans l'exécution de la tâche 1.

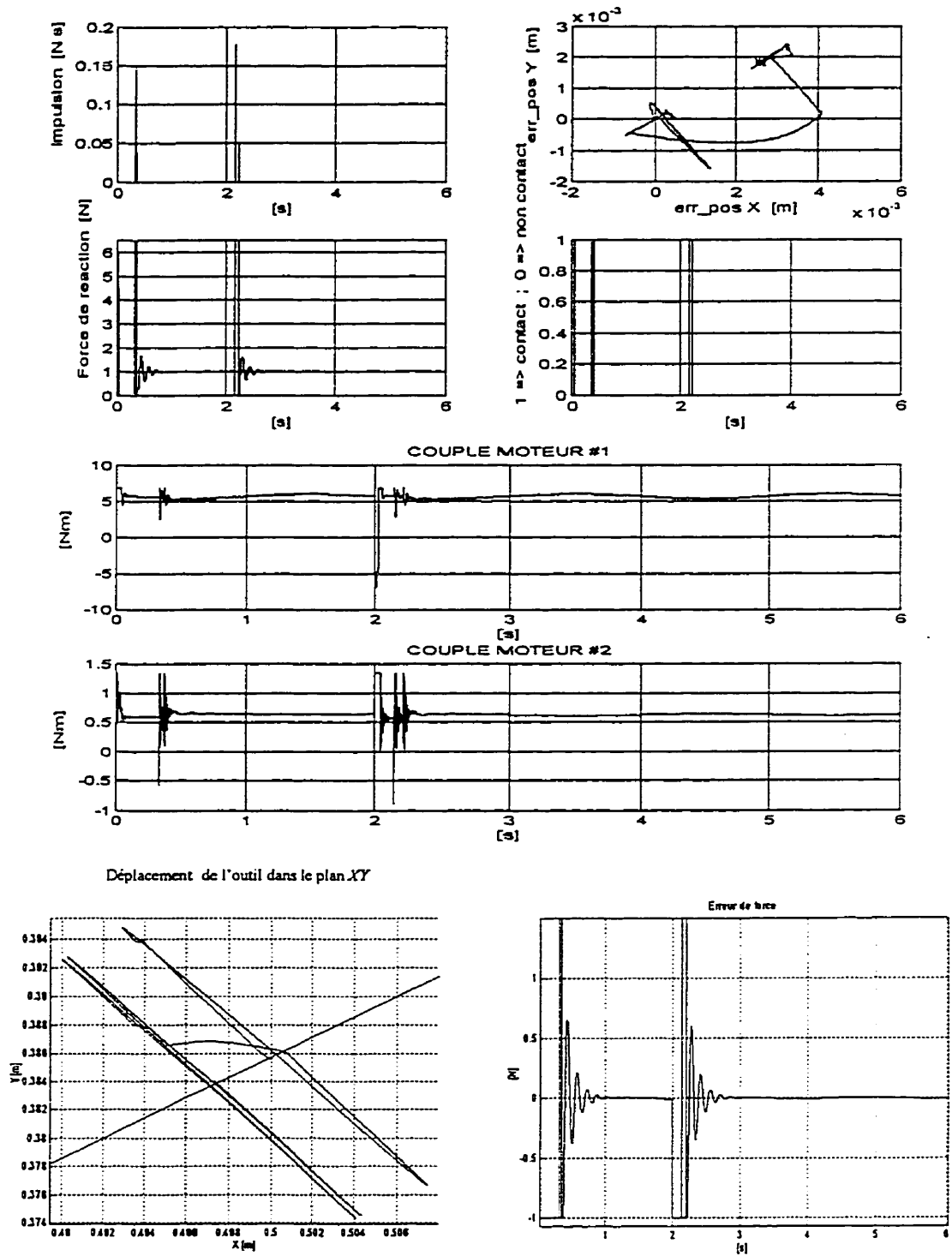


Figure 5.21 : Contrôle de force explicite : tâche 2 : composante intégrale .

### 5.3.4 Simulation # 5.22 Contrôle hybride : tâche 2 : maintien du contact

#### Objectif :

Nous désirons vérifier si le contrôleur de force explicite peut maintenir le robot en contact avec la poutre en oscillation avec les modalités de la simulation 5.7.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles = -25 [1,1] ; -35 [1,1]

$K_p$  = [625, 0 ; 0,1225]

$K_v$  = [50,0 ; 0,70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

$am$  =  $\pi / 180$  rad ;  $\varphi$  = 0.67 rad ;  $w$  =  $\pi$  rad .

#### Résultats : (voir Figure 5.22)

Le système est instable.

#### Commentaires :

Comparée à la simulation 5.7, nous concluons que l'oscillation de la poutre rend le système instable pour les mêmes valeurs de gains.

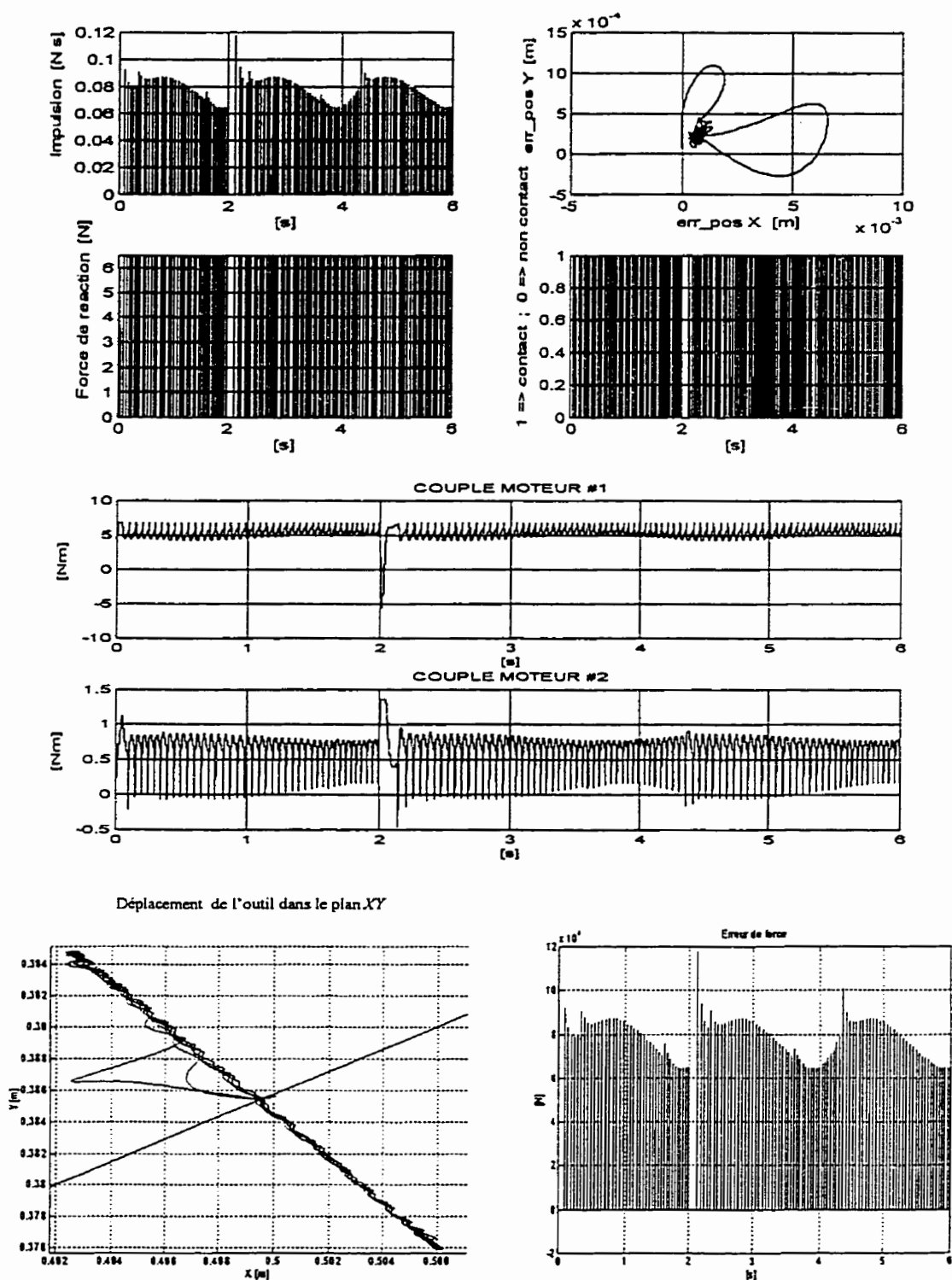


Figure 5.22: Contrôle hybride: tâche 2: maintien du contact



### 5.3.5 Simulation # 5.23 Contrôle hybride : tâche 2 : influence des pôles

#### Objectif :

L'objet de cette simulation est de rendre le système stable en éloignant les pôles plus à gauche.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles = -50 [1,1] ; -70 [1,1]

$K_p$  = [2500, 0 ; 0,4900]

$K_v$  = [100,0 ; 0,140]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

$\alpha m$  =  $\pi / 180$  rad ;  $\varphi$  = 0.67 rad ;  $w$  =  $\pi$  rad .

#### Résultats: (voir Figure5.3)

Le contact est maintenu. L'erreur de position s'annule. L'erreur de force résiduelle oscille à la fréquence d'oscillation de la poutre. Ceci est dû au fait que la partie contrôle de force du contrôleur hybride est un simple proportionnel (voir équation 3.12).

#### Commentaires :

L'éloignement des pôles permet de rendre la dynamique du robot assez rapide, pour suivre la poutre.

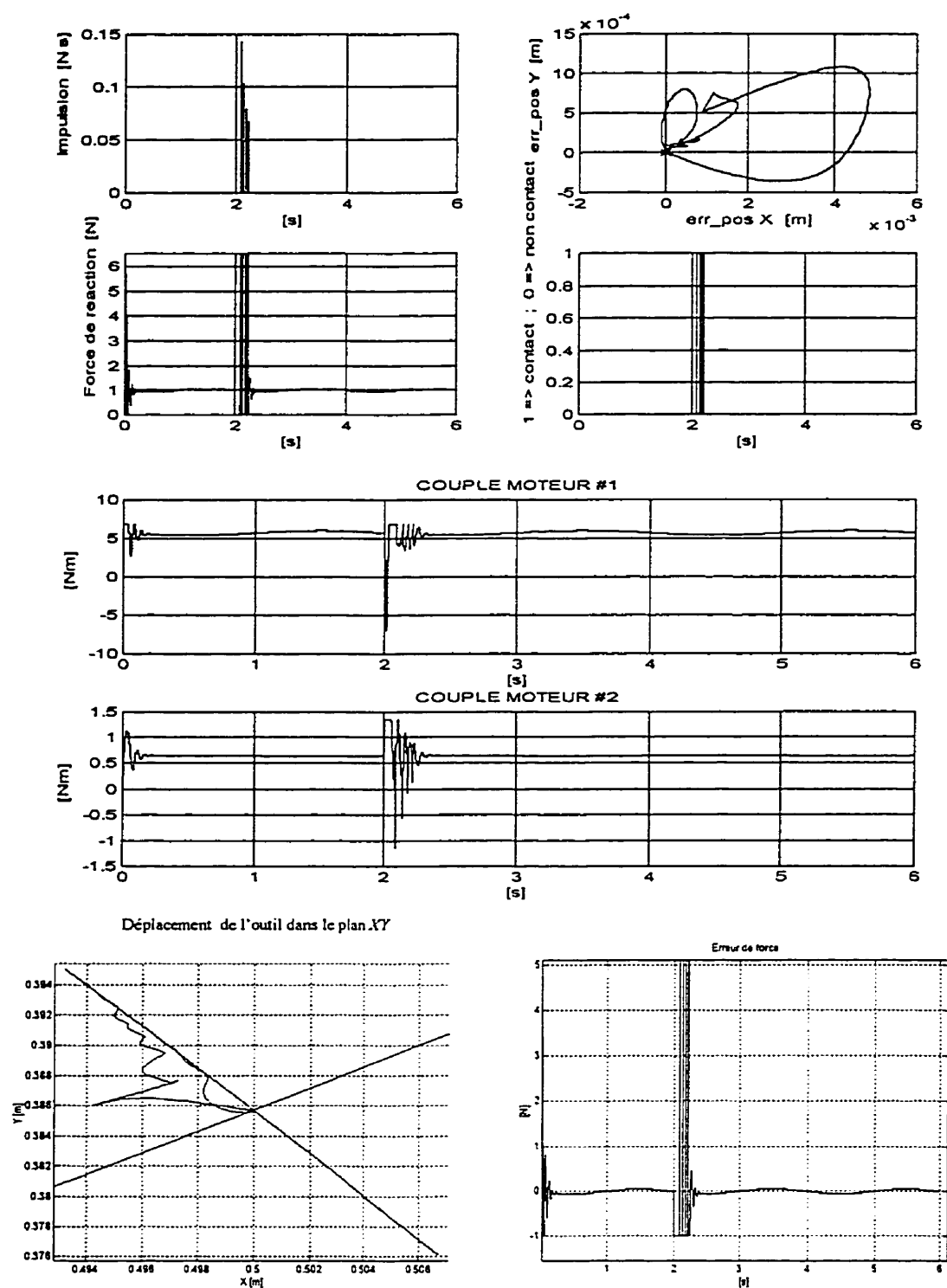


Figure 5.23 : Contrôle hybride : tâche 2 : influence des pôles.

### 5.3.6 Simulation # 5.24 Contrôle discontinu : tâche 2 : maintien de contact

#### Objectif :

Nous désirons vérifier si le contrôleur discontinu conserve les mêmes performances que dans la simulation # 5.25.

#### Modalités :

Simulation en continu

Perturbation de type échelon

Couple maximum disponible aux actionneurs = 5 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles = -25 [1,1] ; -35 [1,1]

$K_p$  = [625, 0 ; 0, 1225]

$K_v$  = [50, 0 ; 0, 70]

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

$am$  =  $\pi/180$  rad ;  $\varphi$  = 0.67 rad ;  $w$  =  $\pi$  rad .

#### Résultats :

Le contact est maintenu. L'erreur de position s'annule. Il existe cependant une erreur de force résiduelle.

#### Commentaires :

En l'absence d'erreur de modélisation ou de perturbation, le contrôleur de position *PD* permet d'annuler l'erreur de position. La connaissance de la raideur de l'environnement, permet de choisir la position désirée compatible avec la force désirée.

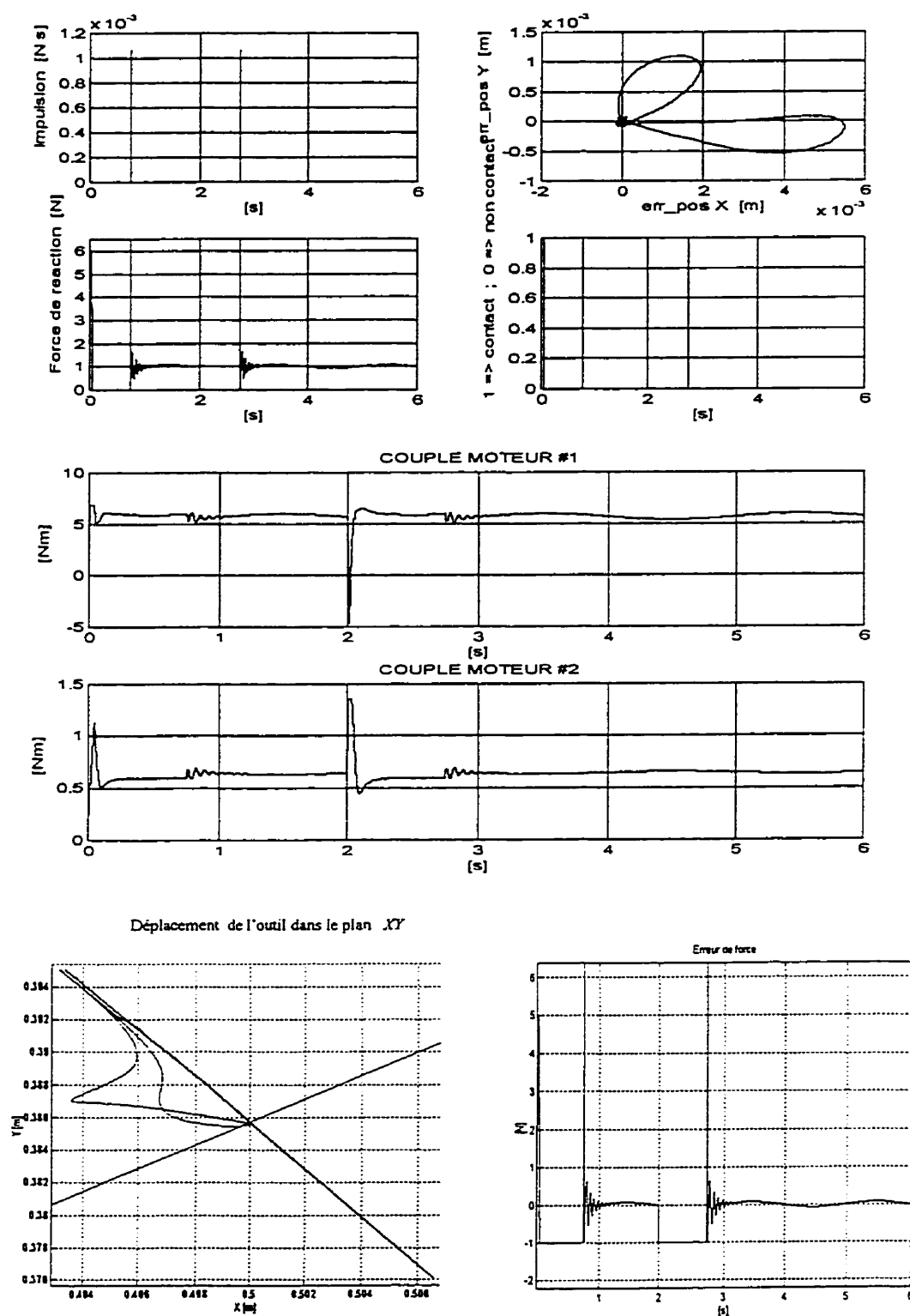


Figure 5.24 : Contrôle discontinu: tâche 2: maintien de contact.

### 5.3.7 Conclusion de la tâche 2

Cette série de simulation pour la tâche 2, nous permet de tirer les conclusions qui suivent.

- Le contrôle discontinu minimise l'amplitude des impacts mieux que les deux autres contrôleurs. Ceci est dû au fait que ce contrôleur fait un contrôle de position pour établir le contact. Si les pôles choisis sont réels et si la commande disponible est illimité, sans constante de temps, alors le contact peut être établi sans force d'impact. Une fois le contact établi, le contrôleur discontinu commute en contrôle hybride et les performances obtenues en régulation de force sont similaires à celles des deux autres contrôleurs.
- L'oscillation de la poutre affecte la stabilité du système, surtout pour le contrôle de force explicite et le contrôle hybride.
- Pour que le système soit stable dans les trois cas (contrôle de force explicite, contrôle hybride, contrôle discontinu), les lois de commande doivent assigner au robot une dynamique plus rapide que celle de la poutre en oscillation.

Tableau 5.1 : Performances des contrôleurs.

	Amplitude de l'impulsion d'impact	Erreur de position	Erreur de force
Contrôle de force explicite	moyenne	permanente	dépend des gains
Contrôle hybride	moyenne	nulle ou permanente	dépend des gains
Contrôle discontinu	faible ou nulle	nulle ou permanente	dépend des gains

## 5.4 Simulations tâche 3

La tâche 3 consiste à décrire un parallélogramme dans le plan  $XY$ . Un des côtés du parallélogramme est formé par une section  $\overline{P_0P_3}$  de la poutre (voir Figure 2.10). La poutre étant immobile, il s'agit de faire rouler sans glissement l'extrémité du robot muni de la roue sur la section  $\overline{P_0P_3}$ . Étant donné la nature hybride de cette tâche (contrôle de force dans une direction et déplacement dans la direction perpendiculaire), seuls les contrôleurs hybride et discontinu sont appropriés. Le calcul de la trajectoire désirée se fait selon les équations développées dans la sous-section 2.5.1.

De  $P_0$  à  $P_3$  (0.2 m) le robot effectue un suivi de trajectoire avec une vitesse désirée trapézoïdale (voir Figure 2.11). La consigne de force est alors de 1 N. Dans l'espace libre, le robot se déplace selon sa dynamique entre les points  $P_3, P_4, P_5$ , et  $P_0$ , dont les coordonnées sont données en guise de consigne. Ceci nous permet de faire des déplacements rapides sans augmenter exagérément les gains. De plus, la trajectoire dans l'espace libre n'a pas d'incidence sur la trajectoire dans l'espace contraint en régime permanent. La consigne de force (force désirée) est nulle de  $P_3$  à  $P_4$  et de  $P_4$  à  $P_5$ .

### 5.4.1 Simulation # 5.25 Contrôle hybride: tâche 3: maintien de contact

#### Objectif :

Réaliser durant la phase de contact, le suivi de trajectoire en accélération, en vitesse, et en position.

#### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-17.677 [1+j, 1-j]$  ;  $-24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p$  =  $[625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v$  =  $[35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.25)

Le contact est maintenu. L'erreur de position et l'erreur de force s'annulent. Les pôles étant complexes nous obtenons un léger dépassement au niveau des consignes de position.

#### Commentaires :

Le suivi de trajectoire est réalisé durant la phase de contact. Dans l'espace libre les références sont uniquement des consignes de position. Les pôles complexes permettent d'avoir un bon temps de réponse dans l'espace libre.

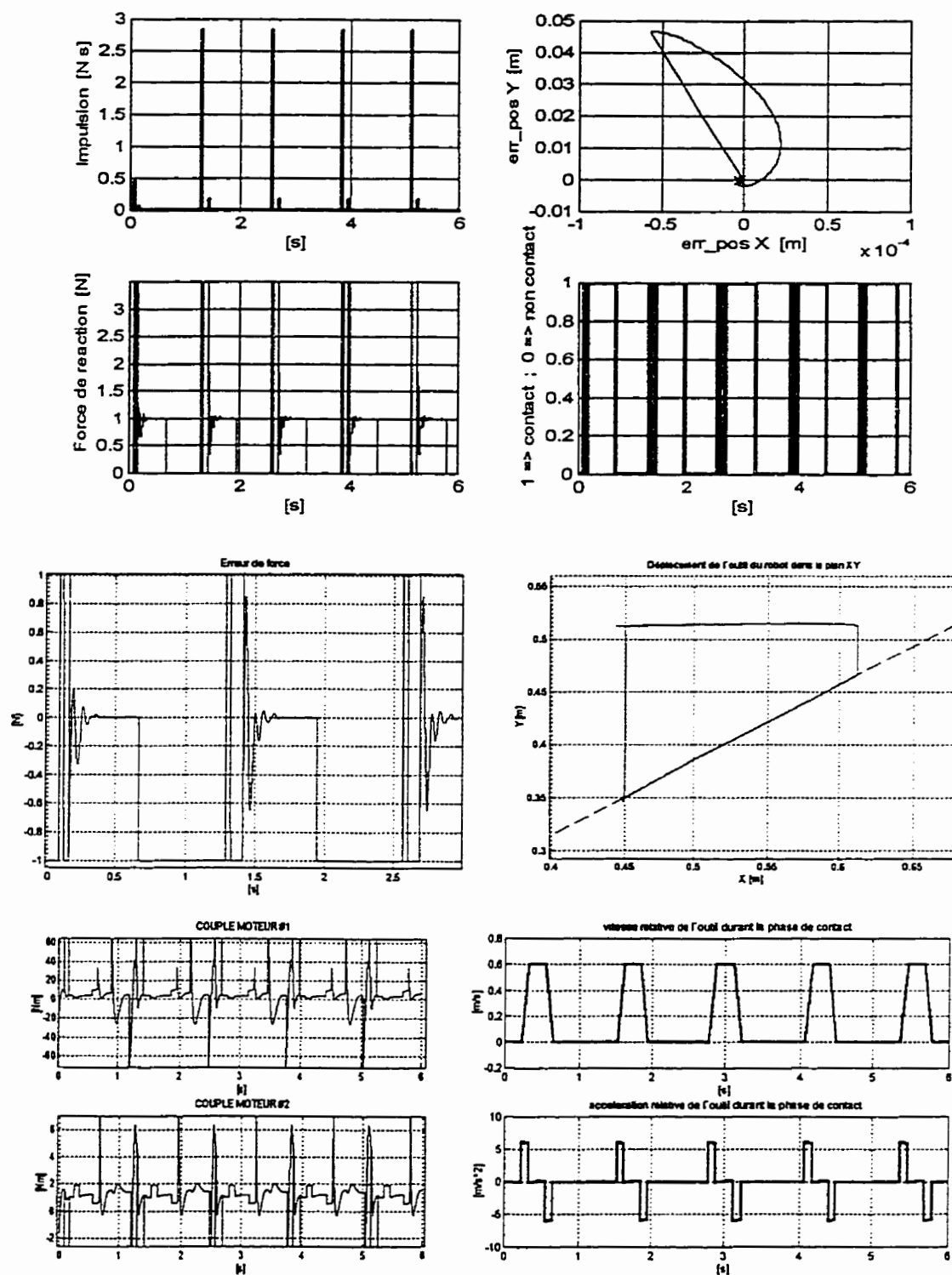


Figure 5.25: Contrôle hybride: tâche3: maintien de contact.



### 5.4.2 Simulation # 5.26 Contrôle hybride : tâche 3 : influence de la composante intégrale

#### Objectif :

Établir l'influence du gain de l'intégral de l'erreur de force sur la stabilité du système.

#### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-17.677 [1+j, 1-j] ; -24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p$  =  $[625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v$  =  $[35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_{fi}$  = 50

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.26)

Comparativement à la simulation précédente, la réponse du système est plus lente. L'erreur de force s'annule exponentiellement. Par contre une erreur de position résiduelle demeure.

#### Commentaires :

L'intégrale de l'erreur de force ralentit le système et tend à le déstabiliser. En effet il suffit d'un gain  $k_{fi} = 100$ , pour que le système soit complètement instable.

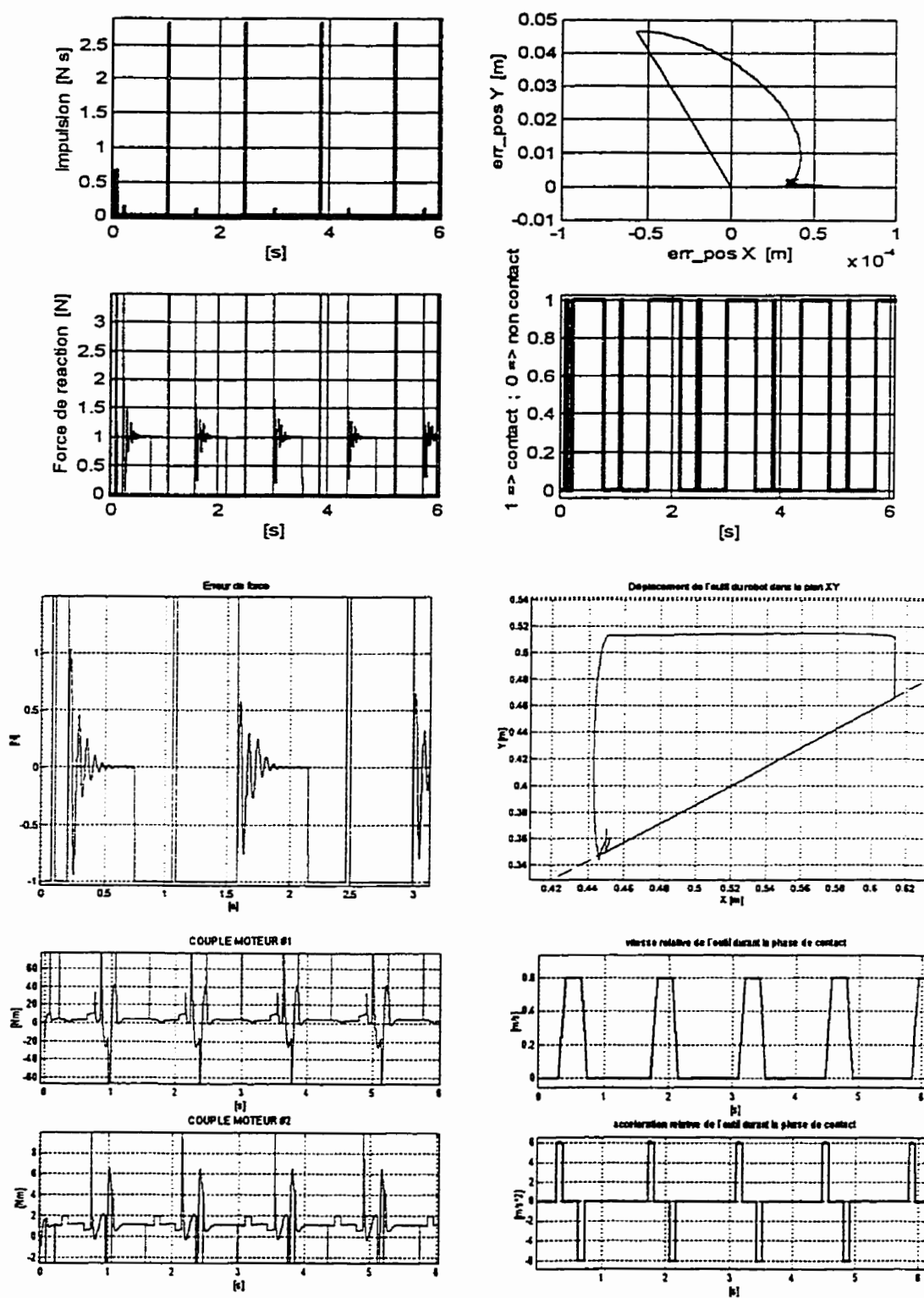


Figure 5.26: Contrôle hybride: tâche3: influence de la composante intégrale.

### 5.4.3 Simulation # 5.27 Contrôle hybride: tâche 3: influence de la constante de temps du capteur de force

#### Objectif :

Vérifier l'importance de la constante de temps du capteur de force au regard de la stabilité du système.

#### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs  $= [\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs  $= [0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force  $= 2$  ms

Pôles  $= -17.677 [1+j, 1-j] ; -24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p = [625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v = [35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

#### Résultats: (voir Figure 5.27)

Le contact est maintenu entre le robot et la poutre. Nous notons une erreur de position permanente durant la phase de contact du robot et de la poutre. Par contre, l'erreur de force s'annule asymptotiquement. Le système demeure stable. Les courbes des couples moteurs sont plus lissées, comparativement à la simulation précédente.

#### Commentaires:

Le suivi de trajectoire est réalisé durant la phase de contact. Dans l'espace libre les références sont uniquement des consignes de position. La constante de temps du capteur de force modélise ici, la constante de temps du capteur proprement dit, le délais dû à sa carte d'acquisition et les constantes de temps des filtres de lissage (filtre de garde).

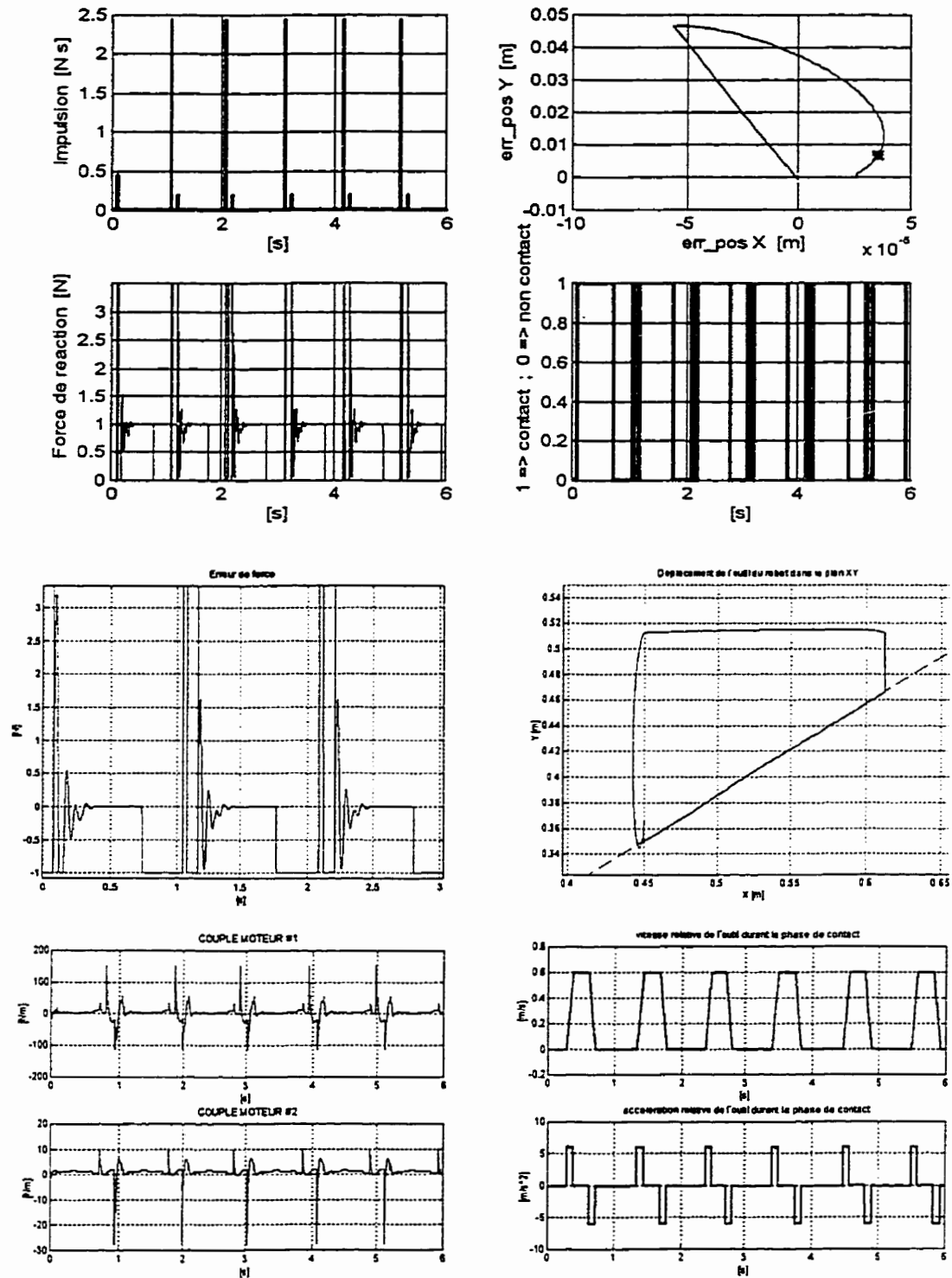


Figure 5.27: Contrôle hybride: tâche 3: influence de la constante de temps du capteur de force.

#### 5.4.4 Simulation # 5.28 Contrôle hybride: tâche 3: influence de la constante de temps des actionneurs

##### Objectif :

Vérifier l'importance de la constante de temps des actionneurs au regard de la stabilité du système.

##### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[7 ; 8.5]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-17.677 [1+j, 1-j]$  ;  $-24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p$  =  $[625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v$  =  $[35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

##### Résultats : (voir Figure 5.28)

Le système est marginalement stable. En effet, quoique le contact soit maintenu entre le robot et la poutre, l'erreur de force tend à diverger. Nous notons également une erreur de position permanente.

##### Commentaires :

La constante de temps des actionneurs semble être un paramètre critique dans la stabilité du contrôle de force. Bien qu'elle soit deux fois plus faible que la constante de temps du capteur de force, elle entraîne un retard dans la commande qui empêche la régulation de la force désirée.

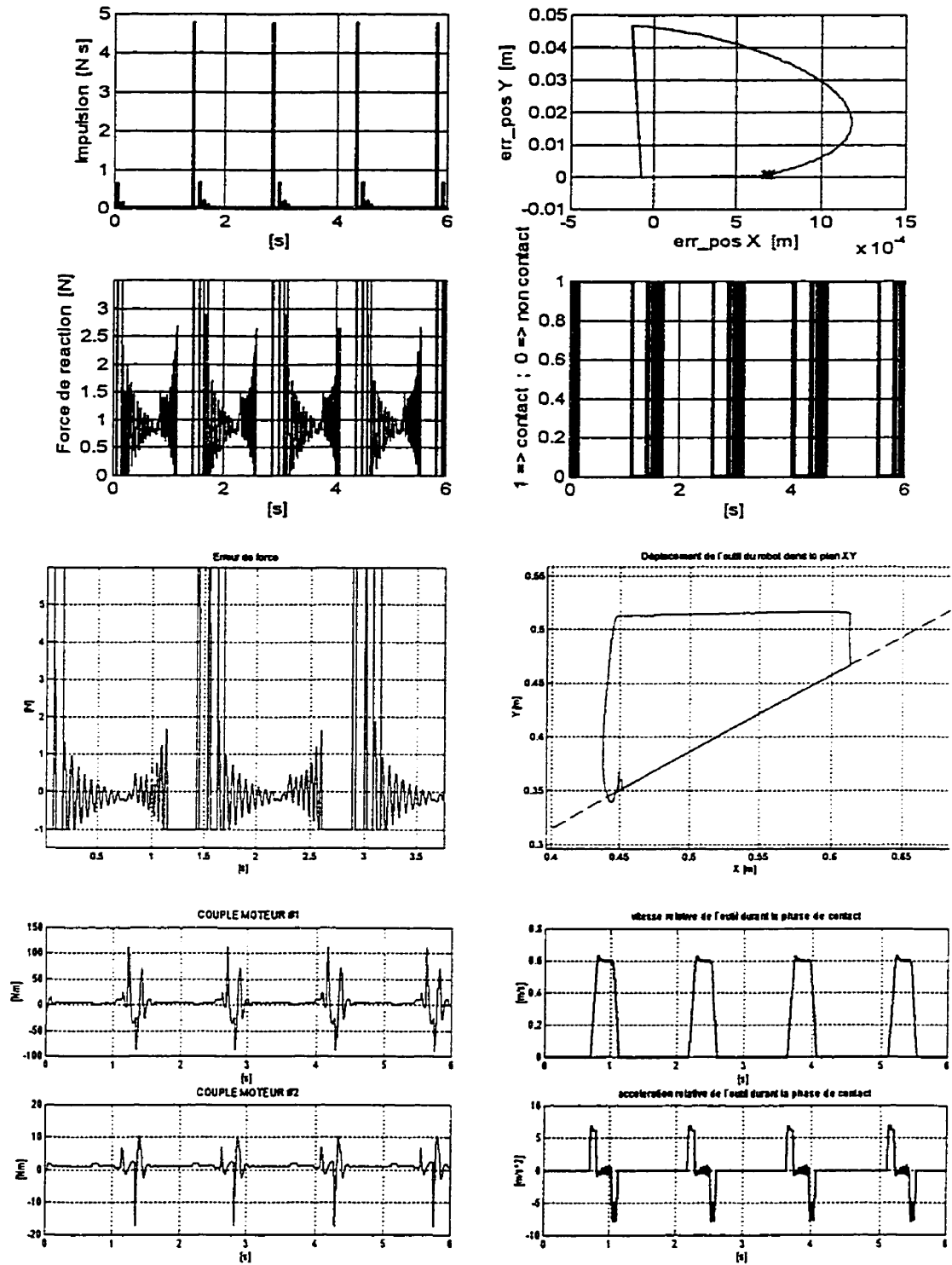


Figure 5.28: Contrôle hybride: tâche 3: influence de la constante de temps des actionneurs.

### 5.4.5 Simulation # 5.29 Contrôle hybride : tâche 3 : influence de l'échantillonnage

#### Objectif :

Réaliser durant la phase de contact, le suivi de trajectoire en accélération, en vitesse, et en position.

#### Modalités :

Simulation en discret

Couple maximum disponible aux actionneurs = 15 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [0.7 ; 0.85] ms

Constante de temps du capteur de force = 2 ms

$T_{ech} = 1$  ms

Pôles = -17.677 [1+j, 1-j] ; -24.7485[1+j, 1-j]

$K_p = [625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v = [35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.29)

Durant la phase d'exécution de la tâche, l'erreur de position converge vers 0 et l'erreur de force est en moyenne nulle.

#### Commentaires :

La constante de temps des actionneurs est de dix fois inférieure à sa valeur dans la simulation # 5.28 pour que le système soit stable. La fréquence d'échantillonnage de 1 kHz paraît suffisamment élevée pour maintenir la régulation de la force désirée.

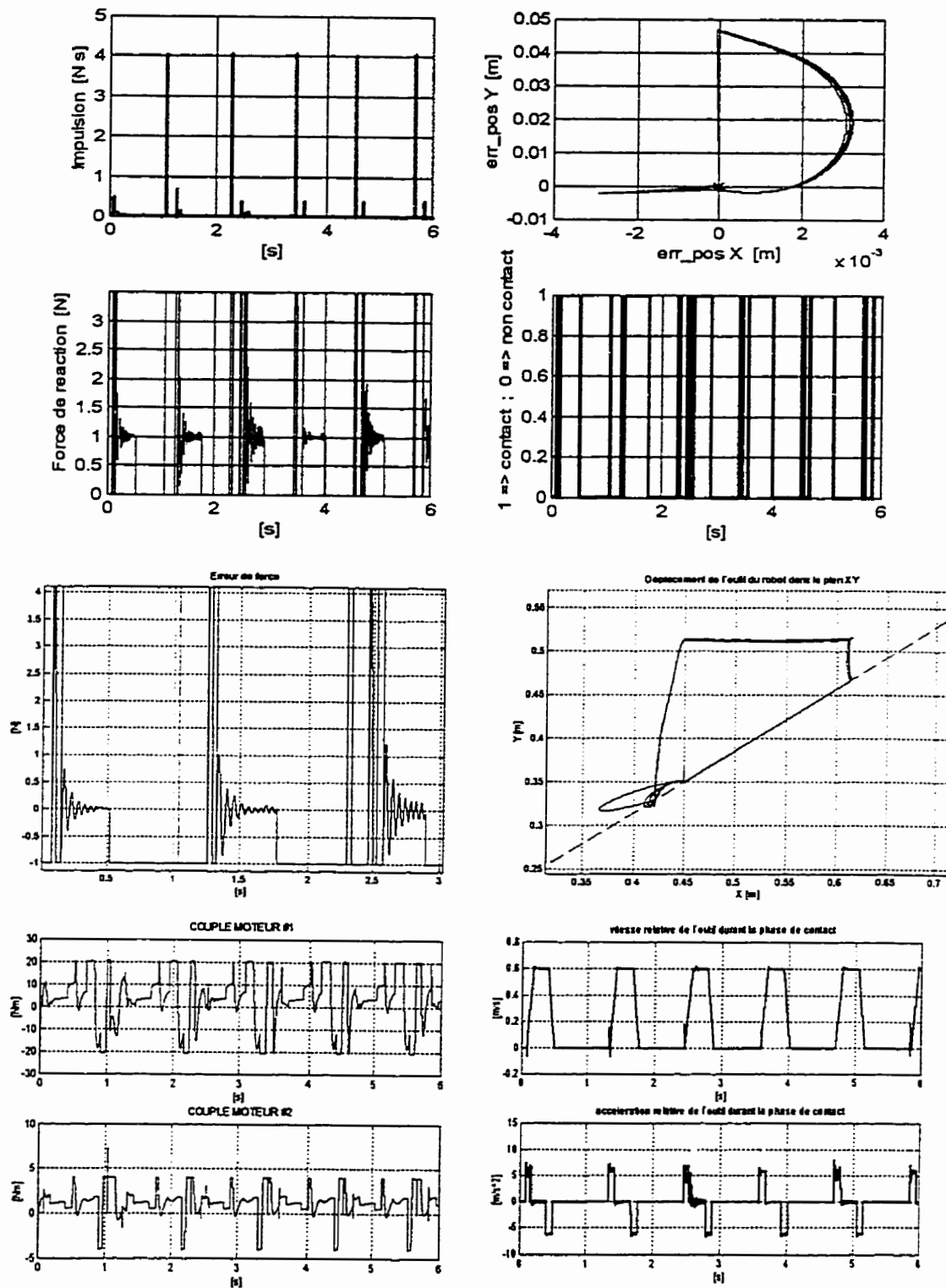


Figure 5.29: Contrôle hybride: tâche 3: influence de l'échantillonnage.



### 5.4.6 Simulation # 5.30 Contrôle discontinu : tâche 3 : maintien du contact

#### Objectif :

Réaliser durant la phase de contact, le suivi de trajectoire en accélération, en vitesse, et en position.

#### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-17.677 [1+j, 1-j] ; -24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p$  =  $[625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v$  =  $[35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.30)

Le contact est maintenu. L'erreur de position et l'erreur de force s'annulent.

#### Commentaires :

Le suivi de trajectoire est réalisé durant la phase de contact. Dans l'espace libre les références sont uniquement des consignes de position.

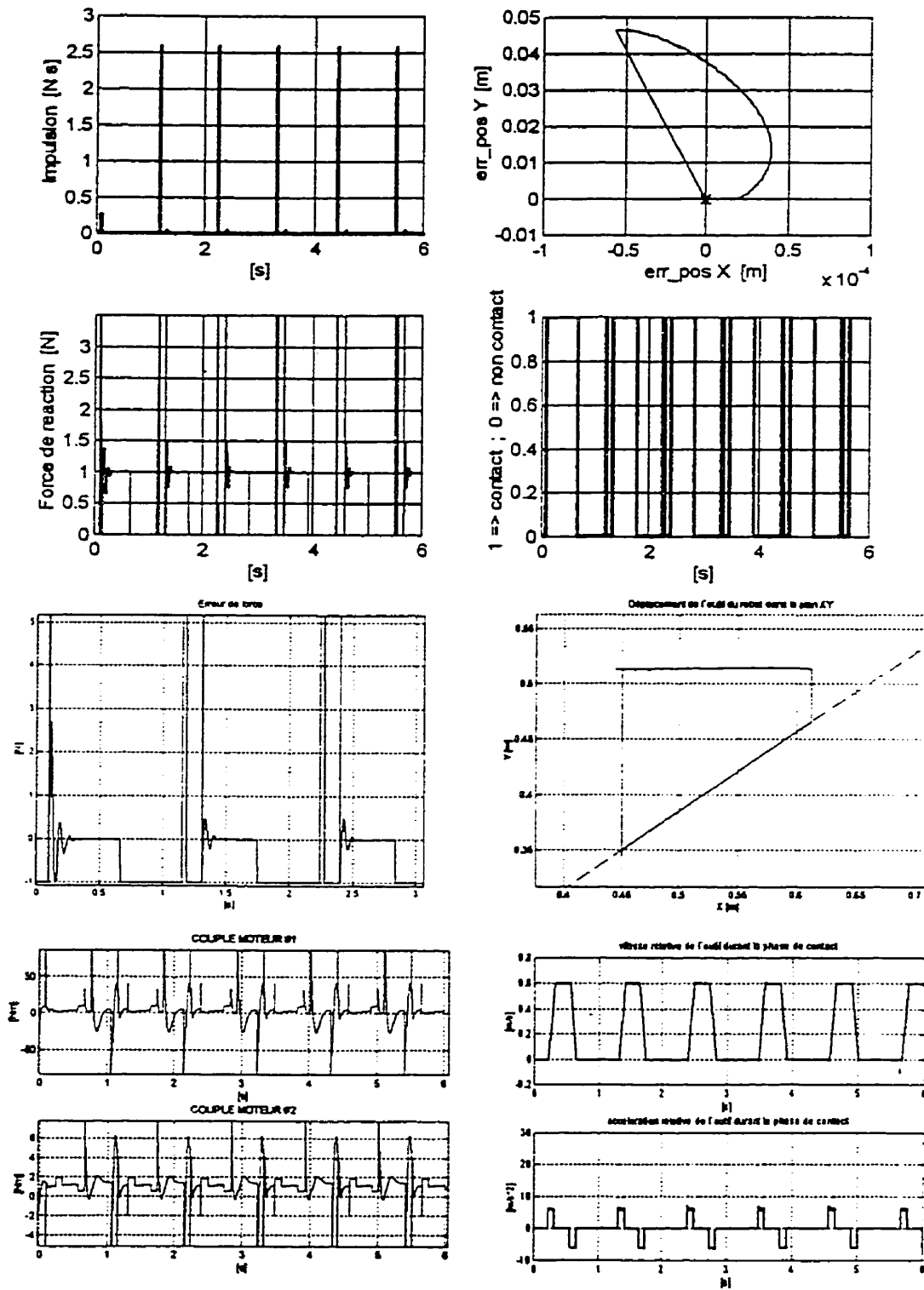


Figure 5.30: Contrôle discontinu: tâche 3: maintien du contact.

#### 5.4.7 Simulation # 5.31 Contrôle discontinu : tâche 3 : influence de la composante intégrale

##### Objectif :

Établir l'influence du gain de l'intégral de l'erreur de force, sur la stabilité du système.

##### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-17.677 [1+j, 1-j]$  ;  $-24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p$  =  $[625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v$  =  $[35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_{fi}$  = 50

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

##### Résultats : (voir Figure 5.31)

Comparativement à la simulation # 5.26, l'amplitude des impulsions d'impact est réduite. L'erreur de force converge vers 0. Nous notons que le nombre d'impacts a augmenté par rapport à la simulation précédente.

##### Commentaires :

Le gain sur l'intégral de l'erreur de force, tend à déstabiliser le système. Ainsi il suffit d'un gain  $k_{fi} = 100$  pour que le système devienne complètement instable. L'allure de la transitoire de l'erreur de force est différente de celle obtenue dans la simulation # 5.26.

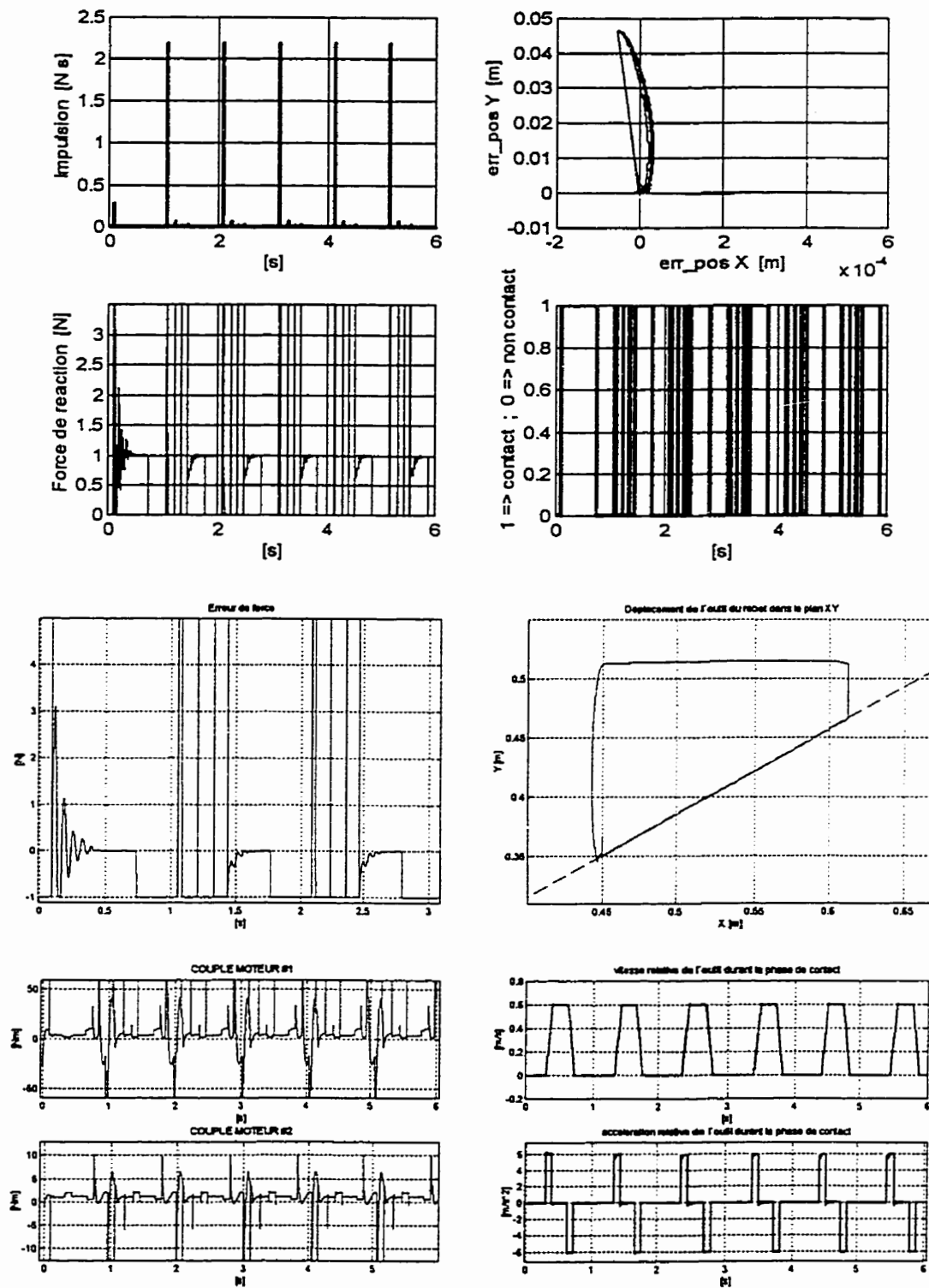


Figure 5.31: Contrôle discontinu: tâche 3: influence de la composante intégrale.

#### 5.4.8 Simulation # 5.32 Contrôle discontinu: tâche 3: influence de la constante de temps du capteur de force

##### Objectif :

Vérifier l'importance de la constante de temps du capteur de force sur la stabilité du système.

##### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 2 ms

Pôles =  $-17.677 [1+j, 1-j]$  ;  $-24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p$  =  $[625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v$  =  $[35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

##### Résultats : (voir Figure 5.32)

Contact maintenu. L'erreur de position et l'erreur de force s'annulent.

##### Commentaires :

Le suivi de trajectoire est réalisé durant la phase de contact. Dans l'espace libre les références sont uniquement des consignes de position. Suite aux résultats de la simulation, nous concluons que la constante de temps du capteur de force joue un rôle mineur au regard de la stabilité.

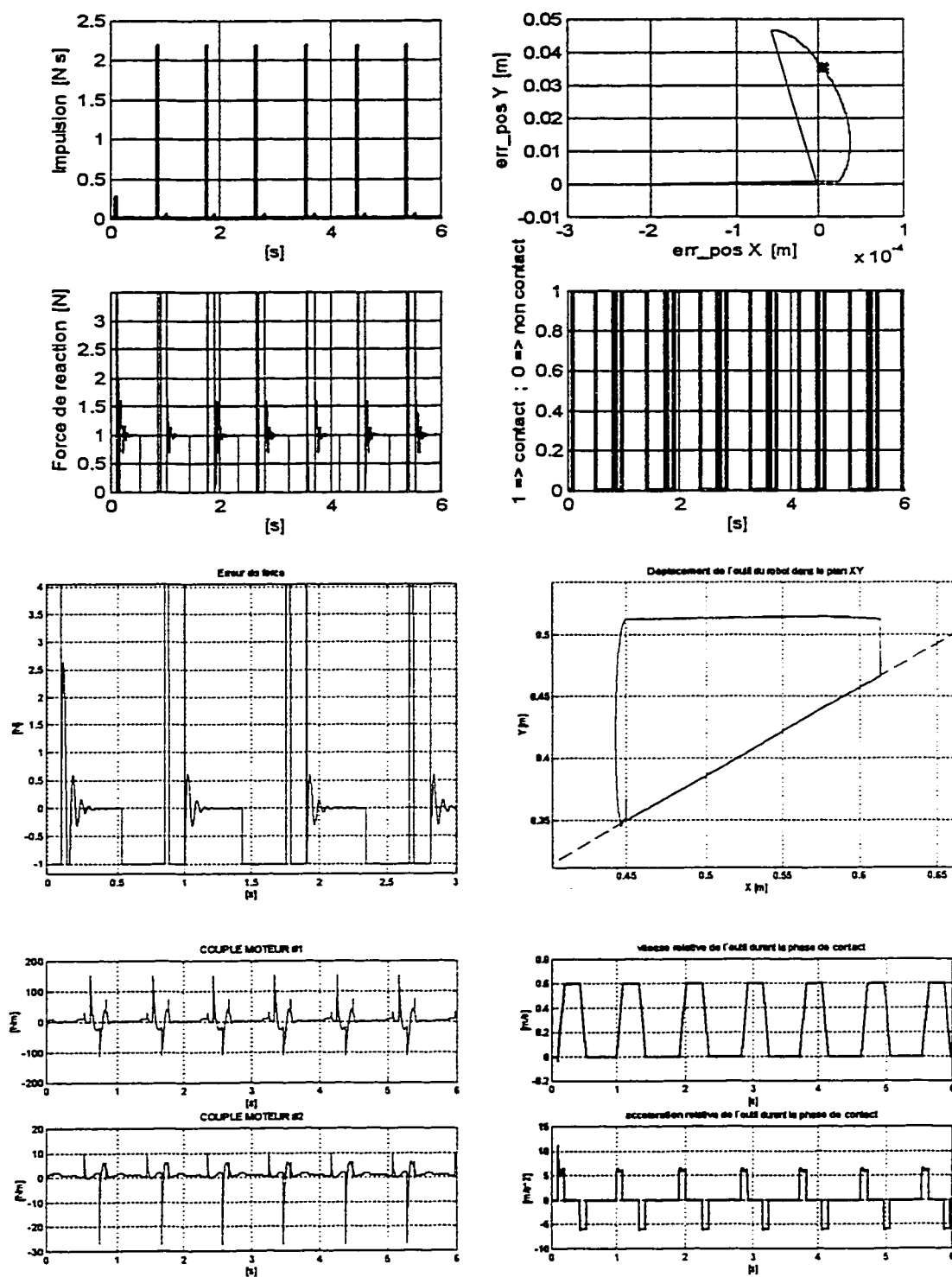


Figure 5.32: Contrôle discontinu: tâche 3: influence de la constante de temps du capteur de force.

#### 5.4.9 Simulation # 5.33 Contrôle discontinu : tâche 3: influence de la constante des actionneurs

##### Objectif :

Vérifier l'importance de la constante de temps des actionneurs au regard de la stabilité du système.

##### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[7 ; 8.5]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-17.677 [1+j, 1-j]$  ;  $-24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p$  =  $[625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v$  =  $[35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

##### Résultats : (voir Figure 5.33)

Le système est à la limite de la stabilité. L'erreur de force tend à augmenter.

##### Commentaires :

Le caractère critique de la constante de temps des actionneurs est confirmé ici une fois de plus.

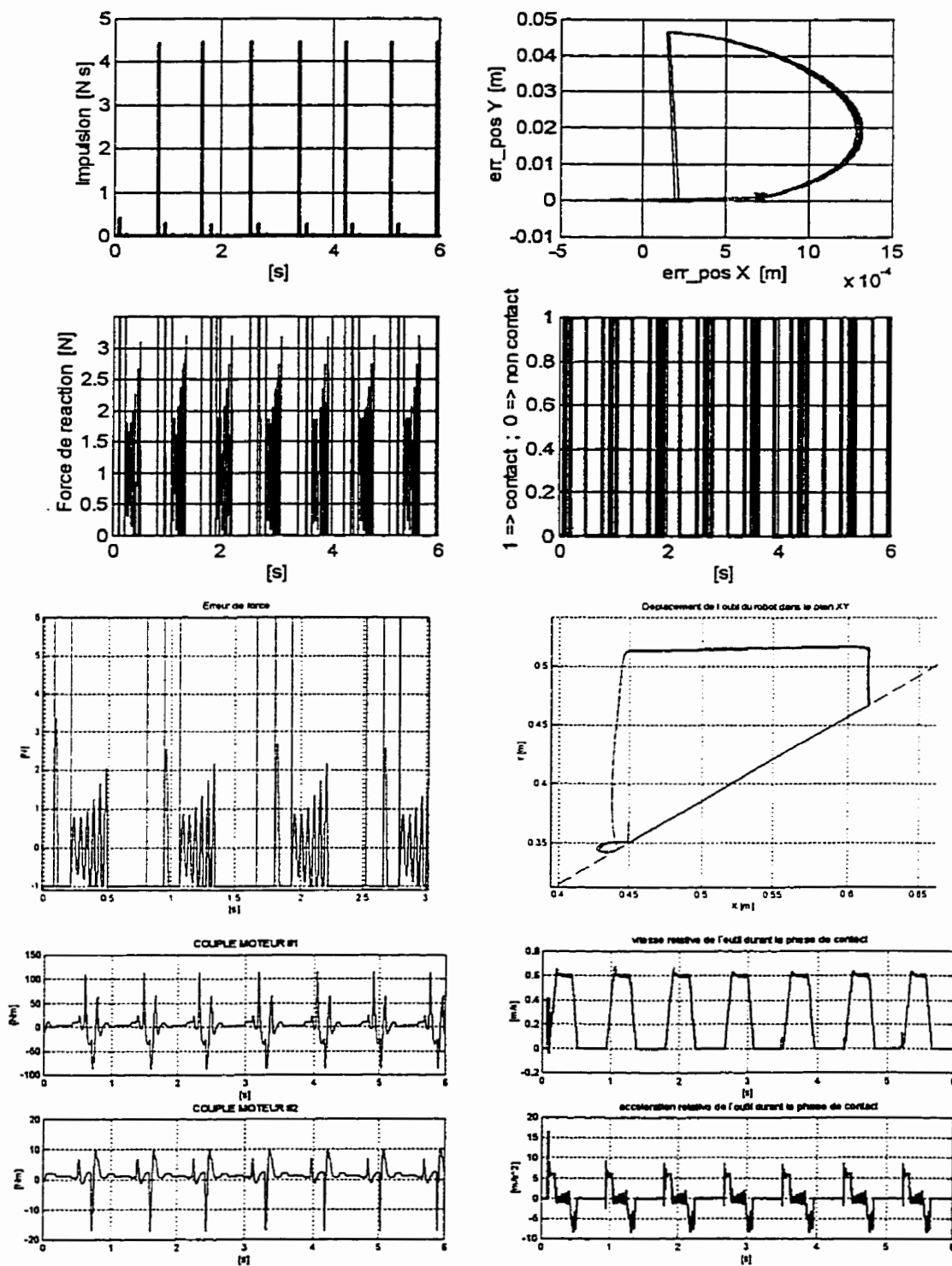


Figure 5.33: Contrôle discontinu: tâche 3: influence de la constante de temps des actionneurs.



#### 5.4.10 Simulation # 5.34 Contrôle discontinu: tâche 3: influence de l'échantillonnage

##### Objectif :

Mettre en évidence, l'influence de l'échantillonnage sur le système.

##### Modalités:

Simulation en discret

Couple maximum disponible aux actionneurs = 15 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [7 ; 8.5] ms

Constante de temps du capteur de force = 2 ms

$T_{ech} = 1$  ms

Pôles = -17.677 [1+j, 1-j] ; -24.7485[1+j, 1-j]

$K_p = [625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v = [35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

##### Résultats: (voir Figure 5.34)

Le système est stable et régule la force exercée sur la poutre.

##### Commentaires :

Par rapport à la simulation 5.30, l'amplitude des impulsions d'impact est plus élevée.

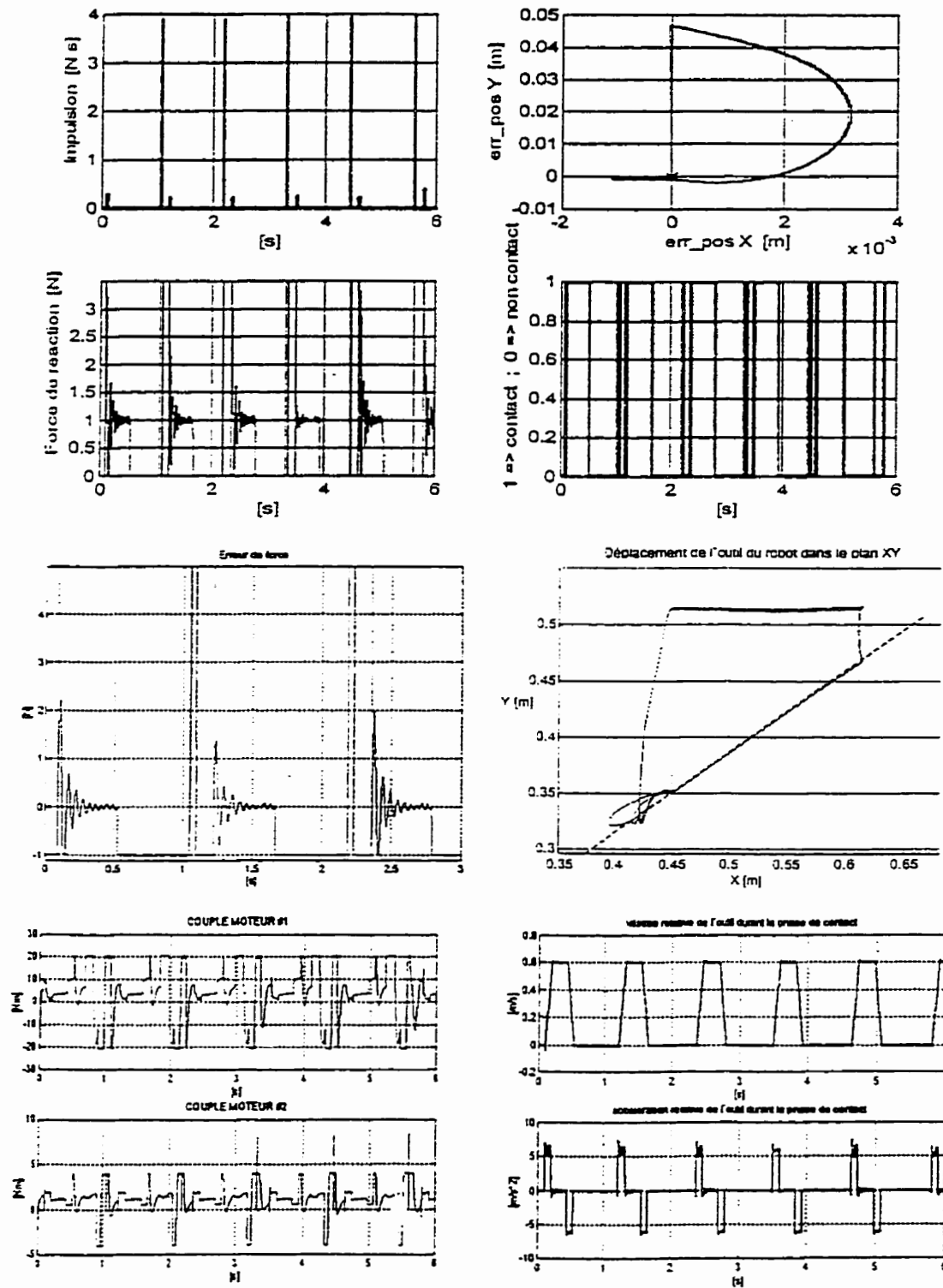


Figure 5.34: Contrôle discontinu: tâche 3: influence de l'échantillonnage.

#### 5.4.11 Conclusion de la tâche 3

La tâche 3 nous a permis d'établir que la stabilité du système dépend plus de la constante de temps des actionneurs que de la constante de temps du capteur de force. Plus les constantes de temps sont faibles, plus stable est le système. Ces simulations confirment que le contrôle discontinu réduit mieux l'amplitude des impulsions d'impact comparativement au contrôle hybride. Cependant, en régime permanent lorsque le robot suit sa trajectoire le long de la poutre, les deux lois de commande précitées ont les mêmes performances. Ceci est tout à fait normal car, le contrôle discontinu commute en contrôle hybride dans l'espace contraint. Pour toutes ces raisons, nous nous intéresserons uniquement au contrôle discontinu dans le restant des simulations.

Enfin, cette série de simulations nous donne l'idée des performances envisageables dans le contrôle de force position sur un environnement immobile et connu.

## 5.5 Simulations tâche 4

La tâche 4 consiste à se déplacer le long de la poutre en oscillation (voir Figure 2.10). La poutre oscille à la fréquence de 0.5 Hz avec une amplitude d'oscillation ( $am$ ) de  $2\pi/180$  rad. La roue du robot doit rouler sans glisser de  $P_0$  à  $P_3$ . Dans l'exécution de cette tâche, le manipulateur marque un temps d'arrêt en  $P_0$ , avant de se déplacer le long de la poutre sur une longueur de 0.2 m ( $P_3$ ). Nous avons implantés un observateur non linéaire à mode de glissement pour reconstituer les états de poutre.

### 5.5.1 Simulation # 5.35 Contrôle discontinu : tâche 4 : maintien de contact

#### Objectif :

Vérifier que le contact est maintenu, lorsque tous les états sont connus.

#### Modalités :

Simulation en continu

Couple maximum disponible aux actionneurs =  $[\infty ; \infty]$  Nm

Constante de temps des actionneurs =  $[0 ; 0]$  ms

Constante de temps du capteur de force = 0 ms

Pôles =  $-17.677 [1+j, 1-j]$  ;  $-24.7485[1+j, 1-j]$

$K_p$  =  $[625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v$  =  $[35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f$  = 1

$f_d$  = 1 N

#### Résultats : (voir Figure 5.35)

Le système est stable.

#### Commentaires :

L'amplitude des impulsions d'impact dans cette simulation est comparable à celle de la simulation # 5.30. La pente observée au niveau de la vitesse durant la phase de contact, est due au mouvement oscillant de la poutre.

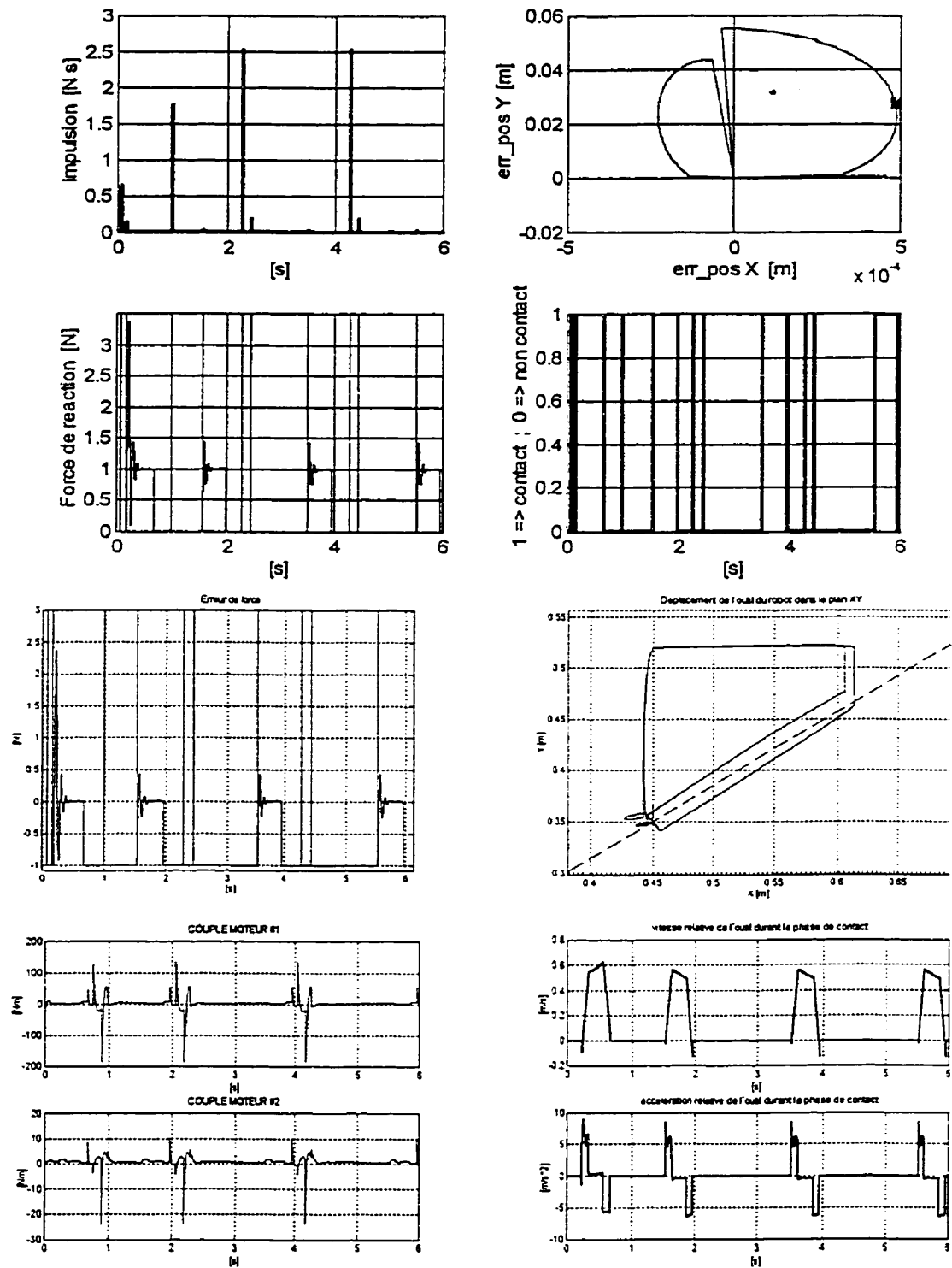


Figure 5.35: Contrôle discontinu: tâche 4: maintien de contact.

### 5.5.2 Simulation # 5.36    Contrôle discontinu : tâche 4 : influence de l'échantillonnage

#### Objectif :

Cette simulation permet d'observer l'influence de la fréquence d'échantillonnage sur le suivi de trajectoire, lorsque tous les états de la poutre sont disponibles.

#### Modalités :

Simulation en discret

Couple maximum disponible aux actionneurs = 15 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [0.7 ; 0.85] ms

Constante de temps du capteur de force = 2 ms

$T_{ech} = 1$  ms

Pôles = -17.677 [1+j, 1-j] ; -24.7485[1+j, 1-j]

$K_p = [625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v = [35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

#### Résultats : (voir Figure 5.36)

Le contact est toujours maintenu, quoique l'amplitude des impulsions d'impact soit plus élevée par rapport à la simulation précédente.

#### Commentaires :

Nous remarquons qu'à cette fréquence d'échantillonnage, le système conserve encore de bonnes performances.

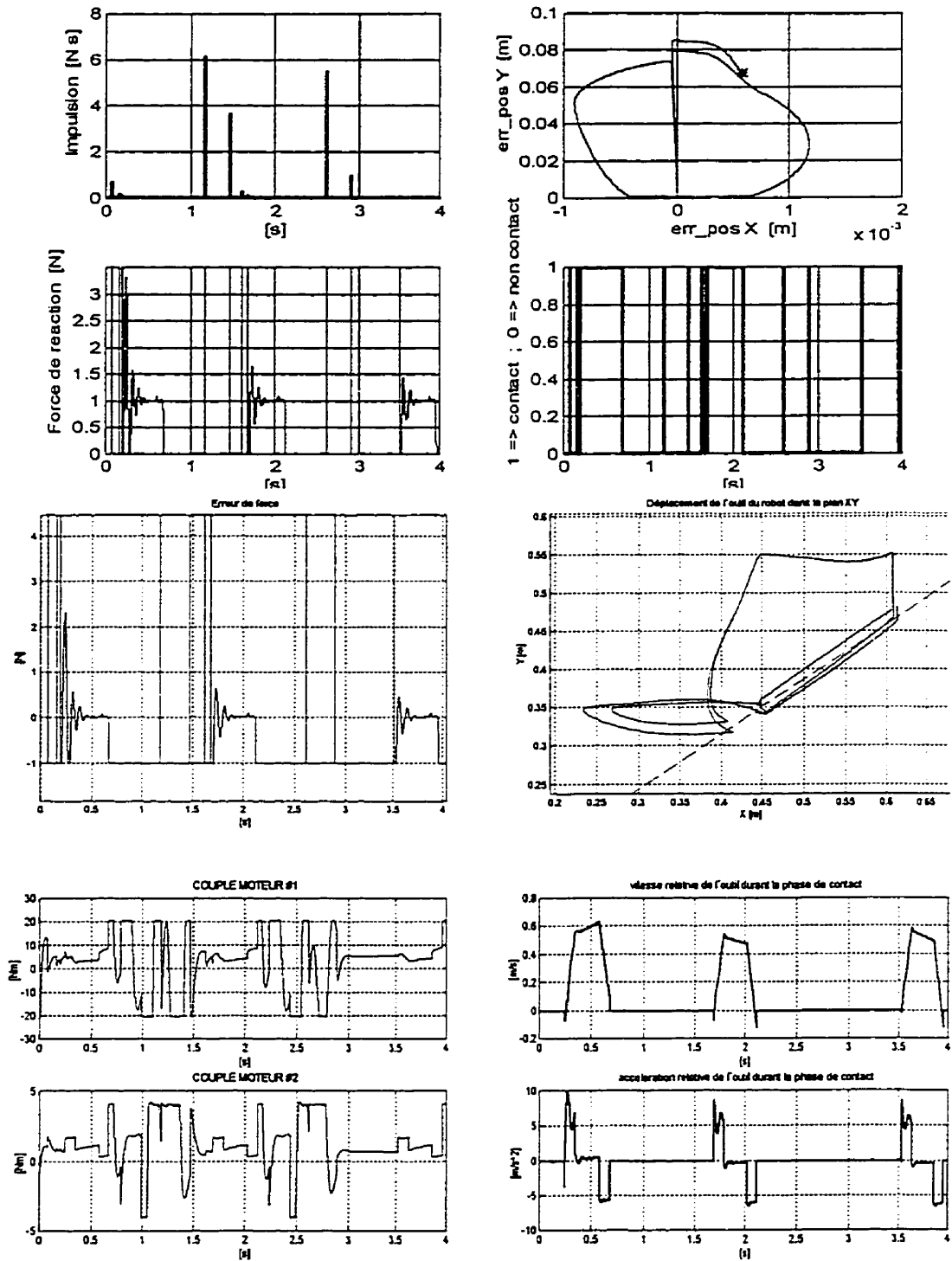


Figure 5.36: Contrôle discontinu: tâche 4: influence de l'échantillonnage.

### 5.5.3 Simulation # 5.37      Contrôle discontinu : tâche 4 : états estimés, cas 1

#### Objectif :

Vérifier l'efficacité de l'observateur non linéaire qui reconstitue la vitesse et l'accélération angulaire de la poutre en oscillation.

#### Modalités :

Simulation en discret

Couple maximum disponible aux actionneurs = 15 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [0.7 ; 0.85] ms

Constante de temps du capteur de force = 2 ms

$T_{ech} = 1$  ms

Pôles = -17.677 [1+j, 1-j] ; -24.7485[1+j, 1-j]

$K_p = [625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v = [35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

$k_{g_i}^T = [0 \ 3] \ ; \ k_{g_i}^T = [0 \ 15] \ ; \ \varepsilon = 1.5$

#### Résultats : (voir Figure 5.37)

Malgré l'estimation de la vitesse et de l'accélération angulaire, Les résultats sont similaires à la simulation précédente.

#### Commentaires :

Dans cette simulation, l'erreur d'estimation de la fréquence d'oscillation de la poutre est de 50%. Malgré cela le système reste stable.



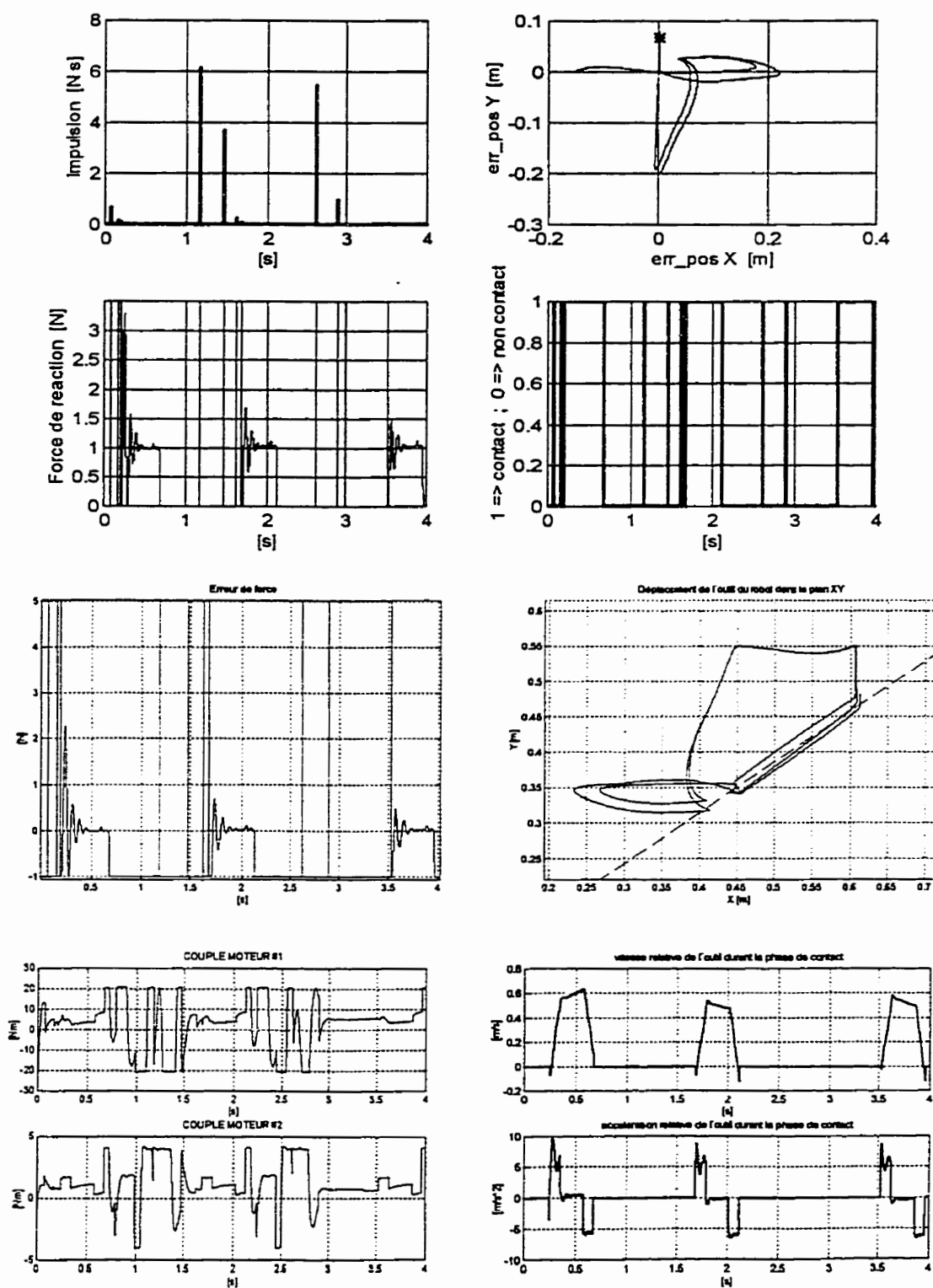


Figure 5.37: Contrôle discontinu: tâche 4: états estimés, cas 1.

#### 5.5.4 Simulation # 5.38      Contrôle discontinu : tâche 4 : états estimés, cas 2

##### Objectif :

Vérifier l'efficacité de l'observateur non linéaire qui reconstitue la vitesse et l'accélération angulaire de la poutre en oscillation.

##### Modalités :

Simulation en discret

Couple maximum disponible aux actionneurs = 15 [1.370 ; 0.270] Nm

Constante de temps des actionneurs = [0.7 ; 0.85] ms

Constante de temps du capteur de force = 2 ms

$T_{ech} = 1$  ms

Pôles = -17.677 [1+j, 1-j] ; -24.7485[1+j, 1-j]

$K_p = [625, 0 ; 0, 1225]$

$K_v = [35.353, 0 ; 0, 49.497]$

$k_f = 1$

$f_d = 1$  N

$k_{g_i}^T = [0 \ 3] \ ; \ k_{g_i}^T = [0 \ 15] \ ; \ \varepsilon = 3$

##### Résultats: (voir Figure 5.38)

Nous notons que l'erreur de force et l'erreur de position sont permanentes.

##### Commentaires:

Dans cette simulation, la fréquence d'oscillation de la poutre est surestimée de 200%. Cependant, le système est toujours stable. En surestimant d'avantage la fréquence d'oscillation, nous avons atteint une valeur limite de  $\varepsilon = 6$ , pour que le système devienne instable.

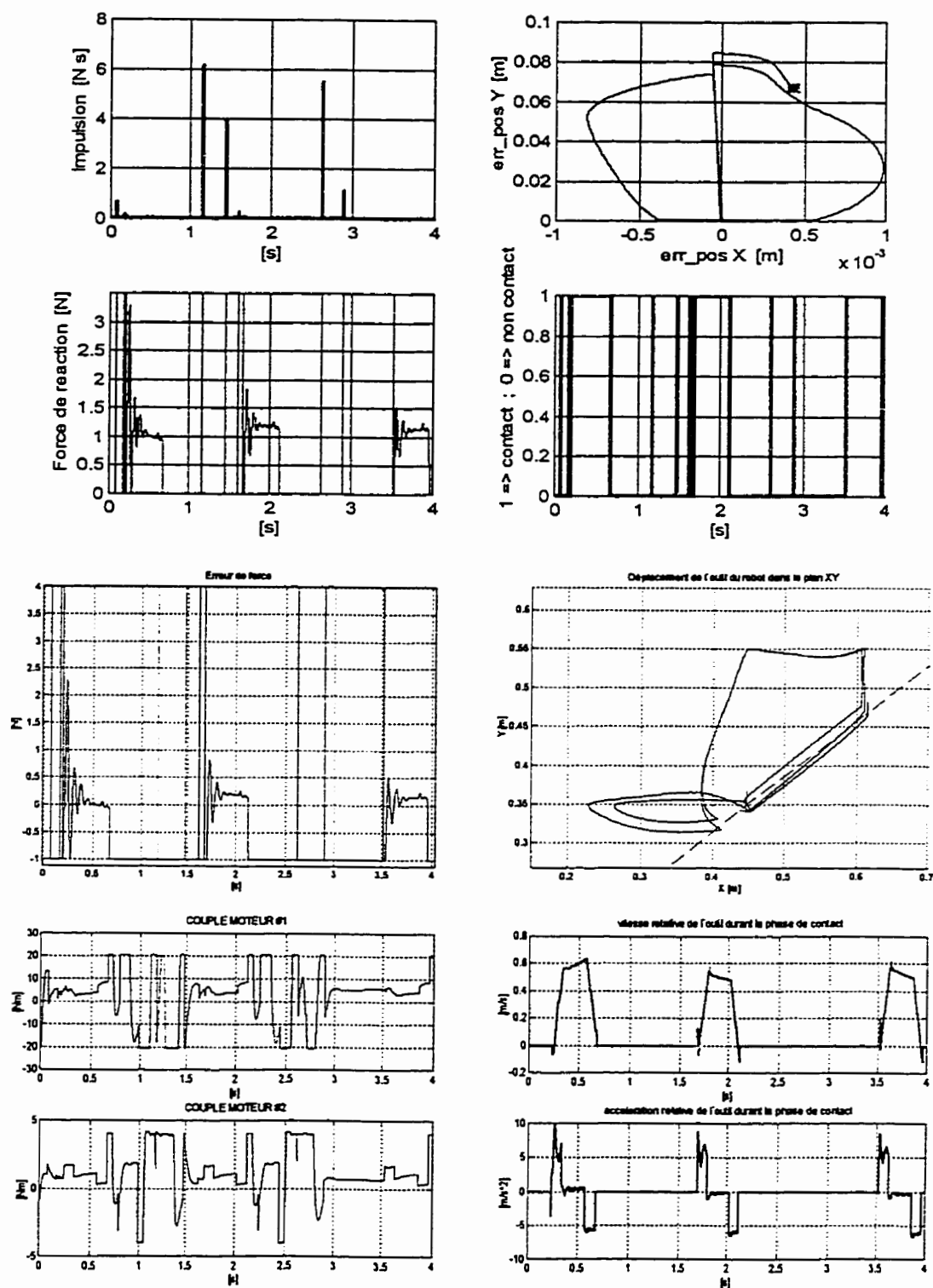


Figure 5.38: Contrôle discontinu: tâche 4: états estimés, cas 2.

#### 5.5.5 Conclusion de la tâche 4

Cette série de simulation pour la tâche 4 nous permet de conclure que le contrôle de force sur une poutre en oscillation est réalisable. Les gains du contrôleur sont choisis pour que la dynamique du robot soit suffisamment rapide pour suivre l'oscillation de la poutre. La régulation de la force est moins performante si l'estimée de la vitesse angulaire est fortement biaisée. La pente observée au niveau de la vitesse relative, durant la phase de contact, est due à l'accélération d'entraînement de la poutre sur le manipulateur. La fréquence d'échantillonnage et la constante de temps des actionneurs diminuent la plage de stabilité du système.

## CONCLUSION

Dans cette étude nous nous sommes intéressés aux problèmes de pertes de contact qui surviennent lors de l'interaction entre un robot et un objet. Nous avons modélisé les forces d'impact comme des impulsions, et nous avons développé un programme de simulation (dans l'environnement Matlab®) pour comparer les performances des contrôleurs dits de force explicite, hybride et discontinu.

Le modèle de force d'impact a été validé par la simulation de la chute libre d'une masse ponctuelle. En vue de comparer les contrôleurs, les simulations se sont déroulées en quatre étapes.

Dans la première étape nous avons étudié le cas d'un robot déjà en contact avec une poutre immobile. Cette simulation nous a permis de constater l'influence de différents gains dans les lois de commande, et de remarquer que le contrôleur discontinu réduit l'amplitude des impulsions d'impact.

La seconde étape de simulation concerne le cas d'un robot en contact initial avec une poutre qui oscille à une fréquence fixe. Cette simulation a mis en évidence, les limites de stabilité dues à la fréquence d'échantillonnage, à la constante de temps et à l'oscillation de la poutre. Également nous avons observé que les performances du contrôleur discontinu étaient les meilleurs comparativement aux autres contrôleurs.

La troisième étape de simulation a consisté à décrire un parallélogramme avec suivi de trajectoire force-position durant la phase de contact entre le robot et la poutre immobile. Ce suivi de trajectoire permet de minimiser l'effort de commande et donc, la «nervosité» du système. La faisabilité de cette tâche permet d'envisager l'utilisation des robots dans les tâches industrielles. L'effet de dégradation introduit par la composante intégrale de l'erreur de force a été observé.

Enfin dans la quatrième et dernière étape, le suivi de trajectoire a été réalisé sur une poutre en oscillation. La reconstitution des états de la poutre à l'aide d'un

observateur non linéaire permet d'avoir des performances comparables aux simulations de la troisième étape.

Nous retenons de toute cette étude que la fréquence d'échantillonnage et les constantes de temps influencent grandement la stabilité en contrôle de force. La saturation des capteurs permet de réduire l'amplitude des impulsions d'impact tout en ralentissant le système. Le contrôleur discontinu durant la phase de contact est en fait un contrôleur de position qui minimise la vitesse relative d'approche du robot de la poutre. L'impulsion d'impact étant une fonction des vitesses relatives robot – poutre, réduire la vitesse revient à réduire la force d'impact. Il y a donc lieu de choisir une solution de compromis entre un temps de réponse élevé et de faibles forces d'impact .

Les débouchés de recherches futures seraient par exemple, la définition d'une trajectoire optimale qui minimiserait la vitesse d'approche en un temps minimum. Également les particularités des robots redondants devraient permettre d'utiliser leur redondance pour trouver des configurations d'approche du robot qui minimiseraient la force d'impact tout en assurant un suivi de trajectoire force – position.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] AN, C.H., HOLLERBACK, J.M. (1986). Dynamic Stability Issues in Force Control of Manipulators, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 890-896.
- [2] ANDERSON, BRIAND,D.O.,BITMEAD, ROBERT, R., JOHNSON, RICHARD, J.C., KOKOTOVIC, PETER, V., KOSUT, ROBERT, L., MARCELS, IVEN, M.Y., PRALY, LAURENT, RIEDLE, BRADLEY, D. (1986). Stability of Adaptative Systems: Passivity and Averaging Analysis, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 143-151.
- [3] BRACH, R.M. (1991). Mechanical Impact Dynamics: Rigid Body Collisions, John Wiley& sons.
- [4] CHUI, D.; LEE, S. (1995). Robust Jump Impact Controller for Manipulators, International Conference on Intelligent Robots and Systems, Pittsburgh, Pennsylvania, 299-304.
- [5] CRAIG, J.J. (1989). Introduction to Robotics: Mechanics and Control. Second edition, Addison-Wesley Publishing Company, Menlo Park, 199-205.
- [6] CYRIL, M., HARRIS (1987). Shock vibration handbook, McGraw-Hill, New-York, 9-10.
- [7] DE SANTIS, R. (1995). Motion / Force Control of Robotic Manipulator. EPM/RT-95/04, École Polytechnique de Montréal, Canada, 11.
- [8] EPPINGER, S.D.; SEERING, W.P. (1986). On Dynamic Models of Robot Force Control, Proceedings of International Conference on Robotics and Automation. IEEE, April, 1986, 29-34.
- [9] GÉRADIN, M., RIXEN D. (1992). Théorie des Vibrations: Application à la Dynamique des Structures, Masson.
- [10] GOERTZ, R. C. (1952). Fundamentals of general purpose remote manipulators, Nucleonics, Vol.10, 36 - 42.

- [11] HOGAN, N. (1987). Stable execution of contact tasks using impedance control, Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, 1047 - 1054
- [12] KAHNG, J., AMIROUCHE, F. (1988). Impact Force Analysis in Mechanical Hand Design, International Journal of Robotics and Automation, 158-164.
- [13] KHATIB, O., BURDICK, J. (1986). Motion and Force Control of Robot Manipulators, IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1986, 1381-1386.
- [14] MILLS, J.K., LOKHORST, D.M. (1993). Control of Robotic Manipulators During General Task Execution: A Discontinuous Control Approach, The International Journal of Robotics Research, Vol. 12, No. 2, April, 1993.
- [15] MERIAM, J.L., KRAUGE, L.G. (1992). Engineering Mechanics Dynamics, Third edition, Vol.2, John Wiley & Sons, 219-221.
- [16] MURRAY, M., R., LI, Z., SASTRY, S.,S. ( 1994). A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation, CRC Press, Boca Raton, USA.
- [18] PELLETIER, M. (1994). On the Implementation and Performance of Impedance Control on Position Controlled Robots, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation.
- [17] PRESS, W., FLANNERY, B., TEUKOLSKY, S., VETTERLING, W. (1990). Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing, Cambridge University Press, New-York, 1990, 574 -577
- [19] SAMSON, C., LE BORGNE, M., ESPIAU, B. (1991). Robot Control: The task Function Approach, Oxford Science Publications, 169-217.
- [20] SLOTINE, J.-J.E., HEDRICK, J.K., MISAWA, E.A. (1987). On Sliding Observers for Nonlinear Systems, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,, Transactions of the ASME, September, 1987, Vol.109, 245-252.
- [21] TARN, T., WU, Y., XI, N., ISIDORI, A. (1996). Force Regulation and Contact Transition Control, IEEE International Conference on Robotics and Automation.
- [22] TIMOSHENKO, S., GOODIER, J.N. (1951). Theory of elasticity, McGraw-Hill, New-York, 444 - 445.
- [23] VOLPE, R., KHOSLA, P. (1993). A Theoretical Experimental Investigation of Impact Control for Manipulators, The International Journal of Robotics Research, Vol.12, No. 4, August, 1993, 351-365.



- [24] WALKER, I.D. (1994). Impact Configurations and Measures for Kinematically Redundant and Multiple Armed Robot Systems, IEEE Transaction on Robotics and Automation, Vol. 10, No. 5, 670-683.
- [25] WANG, Y., MASON, M. (1987). Modeling Impact Dynamics for Robotic Operations, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, April, 1987, 678-685.
- [26] WENG, S., YOUNG, K. (1996). Robot Impact Control inspired by Human Reflex, Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Robotics and Automation., Minneapolis, Minnesota, April, 1996, 2579-2585.
- [27] WHITNEY, D. (1987). Historical Perspective and state of the art in Robot Force Control, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Vol. 6, No. 1, Spring 1987, 670-683.
- [28] WITENBURG, J. (1977). Dynamics of Systems of rigid bodies, B.G. Teubner, Stuttgart, 191- 213.
- [29] WU, Y., TARN, T., XI, N. (1995). Force and Transition Control with Environmental Uncertainties, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nagoya, Japan, May 1995.
- [30] YOSHIDA, K., MAVROIDIS, C., DUBOWSKY, S. (1996). Impact Dynamics of Space Long Reach Manipulators, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Minneapolis, Minesota, April 1996, 1909-1916.
- [31] YUCEF-TOUMI, K., GUTZ, D.A. (1994). Impact and Force Control: Modeling and Experiments, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, March, 1994, Vol.116, 89-98.
- [32] ZHENG, Y. F., FAN, Y. (1991). Robot Force Sensor Interacting with Environments, IEEE Transaction on Robotics and Automation, Vol.7, No.1, 156-163.
- [33] ZHENG, Y. F., HEMAMI, H. (1985). Mathematical modeling of a robot collision with its environnement, Journal of Robotics Systems, Vol. 2, No.3, 289-307.

## ANNEXE A

### Modèle du robot

Nous présentons ici, l'expression mathématique du robot telle que présentée dans [5]. Le robot est modélisé comme deux segments articulés, de longueur  $l_1$  et  $l_2$  dont les masses respectives  $m_1$  et  $m_2$ , sont concentrées à leur extrémité supérieur.

Rappel des équations présentées:

$$\tau = M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + N(\theta) \quad \text{avec} \quad \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}; \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$f_x = M_x(\theta)\ddot{x} + C_x(\theta, \dot{\theta})\dot{x} + N_x(\theta); \quad \text{avec} \quad x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \quad f_x = \begin{bmatrix} f(x) \\ f(y) \end{bmatrix}$$

$$f_x = M_x(\theta)\ddot{x} + V_x(\theta, \dot{\theta}) + N_x(\theta)$$

$$f_x = J^{-T}(\theta)\tau$$

$$J(\theta) : \text{matrice jacobienne définie telle que} \quad \dot{x} = J(\theta)\dot{\theta}$$

$$M_x(\theta) = J^{-T}(\theta)M(\theta)J^{-1}(\theta)$$

$$C_x(\theta, \dot{\theta}) = J^{-T}(\theta)(C(\theta, \dot{\theta})J^{-1}(\theta) + M(\theta)\frac{d}{dt}(J^{-1}(\theta)))$$

$$V_x(\theta, \dot{\theta}) = J^{-T}(\theta)(C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - M(\theta)\dot{J}^{-1}(\theta)J(\theta)\dot{\theta})$$

$$N_x(\theta, \dot{\theta}) = J^{-T}(\theta)N(\theta)$$

Posons:

$$c_i = \cos(\theta_i)$$

$$s_i = \sin(\theta_i)$$

$$c_{ij} = \cos(\theta_i + \theta_j)$$

$$s_{ij} = \sin(\theta_i + \theta_j)$$

Alors, nous obtenons pour les grandeurs suivantes:

$$J(\theta) = J = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix},$$

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} l_2^2 m_2 + 2l_1 l_2 m_2 c_2 + l_1^2 (m_1 + m_2) & l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 c_2 \\ l_2^2 m_2 + l_1 l_2 m_2 c_2 & l_2^2 m_2 \end{bmatrix},$$

$$N(\theta) = \begin{bmatrix} m_2 l_2 g c_{12} + (m_1 + m_2) l_1 g c_1 \\ m_2 l_2 g c_{12} \end{bmatrix},$$

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_2 & -m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_2 \\ m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Applications numériques:

$$m_1 = 1 \text{ kg}$$

$$m_2 = 0.5 \text{ kg}$$

$$l_1 = 0.6 \text{ m}$$

$$l_2 = 0.3 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \text{ m/s}^2$$

## ANNEXE B

### Identification de $w$

Soit  $\alpha = am \cdot \sin(wt + \varphi)$  (rappel de l'équation 2.31).

Nous présentons ici l'algorithme qui donne l'estimé de  $w$  ( $\hat{w}$ ) étant donné  $y(t)$  la mesure de  $\alpha$ .

#### Application de l'algorithme d'identification proposé par [2]

L'équation (2.31) s'exprime par :  $\ddot{\alpha} = -w^2 \alpha \Rightarrow s^2 y(s) = -w^2 y(s)$ . (B.1)

$s$  : opérateur laplacien

Soit la fonction de transfert  $F_i(s) = \frac{s^{2-i}}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2}$ , (B.2)

avec  $F_1(s) = \frac{s}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2}$ ,  $F_2(s) = \frac{1}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2}$ .

Si nous multiplions les deux membres de l'équation (B.1) par  $F_2(s)$  nous obtenons:

$$\frac{s^2 y(s)}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2} = \frac{-w^2 y(s)}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2}.$$

Par réarrangement, il vient que  $y(s) - \frac{2\xi w_0 s y(s)}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2} = \frac{(w_0^2 - w^2) y(s)}{s^2 + 2\xi w_0 s + w_0^2}$ . (B.3)

Introduisons les définitions suivantes :

$w_0$  : estimé grossier de  $w$ ,  $\varpi = w_0^2 - w^2$ ,

$\hat{\varpi} = w_0^2 - \hat{w}^2$  (estimé de  $\varpi$ ),

$\Phi = F_2 y(s)$ ,

$H = \Phi \varpi$ .

Nous pouvons alors réécrire l'équation (B.3) sous cette forme :

$$H = y(s) - 2\xi w_0 F_1 y(s).$$

Soit l'erreur  $e_r = H - \Phi \hat{w}$ , la dérivée temporelle de  $\hat{w}$  est égale à ([2]) :

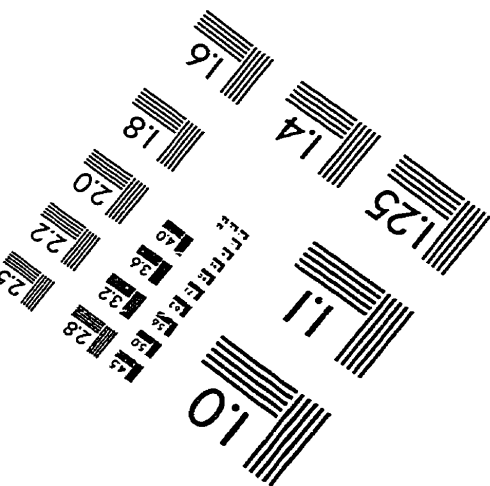
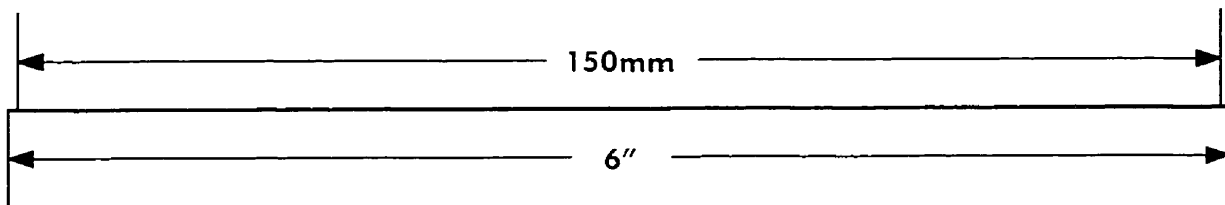
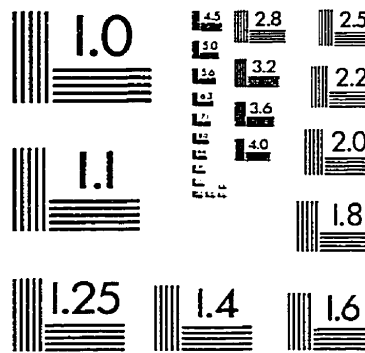
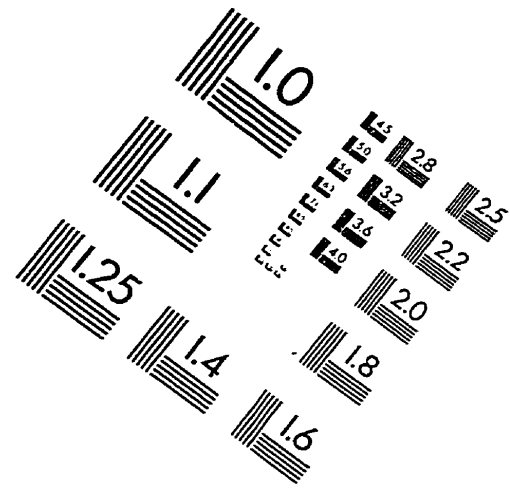
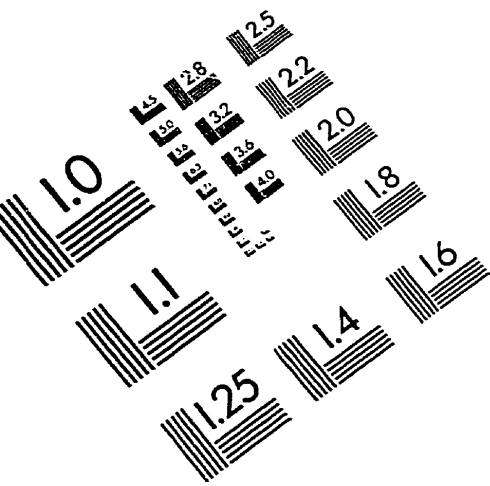
$$\dot{\hat{w}} = \Lambda \Phi \cdot e_r, \quad \text{avec } \Lambda \text{ une constante.} \quad (\text{B.4})$$

En développant l'équation (B.4) nous obtenons :  $\dot{\hat{w}} = \Lambda \Phi (H - \Phi \hat{w}) = -\Lambda \Phi \Phi (\hat{w} - w).$  (B.5)

L'algorithme d'estimation se résume à la séquence suivante :

1. Choisir  $w_0$  et  $\xi$  tels que  $w$  soit compris dans la bande passante de  $F_1(s)$  et  $F_2(s)$
2. Choisir la valeur initiale  $\hat{w}$  (aussi proche que possible de la valeur réelle escomptée)
3. Filtrer  $y(s)$  pour obtenir  $\Phi = F_2(s) y(s)$
4. Calculer  $H = y(s) - 2\xi w_0 F_1 y(s)$
5. Calculer  $\hat{w} = w_0^2 - \hat{w}^2$
6. Résoudre l'équation non linéaire :  $\dot{\hat{w}} = -\Lambda \Phi (\Phi \hat{w} - H)$ , pour trouver  $\hat{w}$
7.  $\hat{w} = \sqrt{w_0^2 - \hat{w}}$
8. Retourner à l'étape 3 jusqu'à convergence.

# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc  
1653 East Main Street  
Rochester, NY 14609 USA  
Phone: 716/482-0300  
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc., All Rights Reserved

