

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MÉTHODE D'ANALYSE DES  
PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES TRANSITOIRES:  
APPLICATION À LA PROTECTION FOUDRE  
D'UN SITE ISOLÉ DE TÉLÉCOMMUNICATION

NATHALIE GRIGNON  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ET DE GÉNIE INFORMATIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)  
NOVEMBRE 1997



National Library  
of Canada

Acquisitions and  
Bibliographic Services

395 Wellington Street  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

Bibliothèque nationale  
du Canada

Acquisitions et  
services bibliographiques

395, rue Wellington  
Ottawa ON K1A 0N4  
Canada

*Your file Votre référence*

*Our file Notre référence*

The author has granted a non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of this thesis in microform, paper or electronic formats.

The author retains ownership of the copyright in this thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without the author's permission.

L'auteur a accordé une licence non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de cette thèse sous la forme de microfiche/film, de reproduction sur papier ou sur format électronique.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège cette thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

0-612-33141-5

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MÉTHODE D'ANALYSE DES  
PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES TRANSITOIRES:  
APPLICATION À LA PROTECTION Foudre  
D'UN SITE ISOLÉ DE TÉLÉCOMMUNICATION

présenté par: GRIGNON Nathalie

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. MARCEAU Richard, Ph.D., Président

M. LAURIN Jean-Jacques, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. DALLAIRE Daniel, M.Sc.A., membre et codirecteur de recherche

M. SAVARD Pierre, Ph.D., membre

*A Marie-Josée Senécal, ma mère,  
pour son dévouement de toujours*

## **Remerciements**

Grand merci tout d'abord à Hydro-Québec, pour la bourse qui m'a été octroyée et plus particulièrement à l'IREQ (Institut de recherche d'Hydro-Québec) dont les ressources techniques et documentaires ont été indispensables à la réalisation de ce projet de recherche.

Merci à Jean-Jacques Laurin, mon directeur de recherche à Polytechnique, pour les nombreux après-midis qu'il m'a consacrés et pour l'aide qu'il a apportée à diverses étapes du projet ainsi qu'à Guy Grignon pour ses judicieux conseils dans la dernière partie du travail. Je voudrais aussi souligner l'encouragement et la contribution de mon conjoint Roberto qui a réalisé les figures WordPerfect et les dessins Autocad présentés dans ce mémoire.

Mes plus sincères remerciements vont cependant à Daniel Dallaire, codirecteur du projet à IREQ, à qui je dois aujourd'hui de comprendre un peu plus le vaste domaine de l'électromagnétisme. Je lui suis particulièrement reconnaissante pour sa patience, sa grande disponibilité et son écoute tout au long de ces trois années. Les nombreuses heures de discussions que nous avons passées ensemble m'ont donné la confiance et un intérêt toujours grandissant pour la recherche. Merci de tout coeur!

Ce travail a été réalisé grâce aux bourses d'études universitaires octroyées par Hydro-Québec dans le cadre d'un programme de formation et de développement d'étudiants de deuxième cycle dans des domaines connexes à sa mission.

## RÉSUMÉ

L'utilisation massive d'appareils électroniques à haut débit numérique et à faible énergie de commutation a accru leur vulnérabilité aux perturbations électromagnétiques HF et a contribué à accroître l'importance accordée aux questions de conception des aménagements. Cette évolution récente a vu naître le concept de réseau maillé pour la mise à la masse des appareils interconnectés. L'utilisation d'une grille permettrait en effet selon cette philosophie de réduire les couplages par impédance commune et les couplages champ à boucle (loi de Faraday) survenant dans les installations dont la mise à la masse est traditionnellement réalisée par un réseau en étoile.

Le principal objectif de ce travail est de vérifier la validité de ce concept dans le cadre d'une étude de protection contre la foudre d'un site de relais micro-ondes typique du réseau de télécommunication d'Hydro-Québec. Cette étude a été effectuée à l'aide du programme NEC4 de méthode des moments dans le domaine fréquentiel et de l'analyse de Fourier, dont nous précisons en détail dans cet ouvrage les conditions d'utilisation correcte pour la reconstitution temporelle des signaux.

Contrairement à 'l'approche circuit' où l'on utilise des éléments localisés pour représenter les objets, la méthode des moments permet, par une modélisation en grandeur réelle des structures, de tenir compte simultanément de tous les couplages électromagnétiques présents entre ses divers éléments par application des lois fondamentales de l'électromagnétisme, c'est-à-dire des équations de Maxwell et des conditions frontières qui en découlent. Le programme NEC4 permet de plus de spécifier les caractéristiques des sols et d'en incorporer l'effet par application des intégrales de Sommerfeld.

Le dispositif analytique d'injection de courant élaboré dans ce travail nous a tout d'abord servi à mettre au point une méthode originale de calcul du spectre d'impédance harmonique des prises de terre. Nous avons à cette occasion mis en évidence le caractère hautement inductif des piquets verticaux de mise à la terre.

Cette méthode peut également être appliquée à l'analyse du comportement de réseaux de terre complexes.

En simulant le modèle simplifié d'un site de télécommunication isolé, nous avons par la suite reconstitué la réponse temporelle de la différence de potentiel entre des bâtis d'appareils survenant lors d'un coup de foudre sur un pylône adjacent. Nous avons mis en évidence le fait que le réseau de masse maillé joue bien son rôle en réduisant et en répartissant le courant perturbateur, améliorant ainsi l'équipotentialité globale du bâtiment, condition essentielle à la sécurité des personnes et au bon fonctionnement des équipements en cas de perturbation majeure.

Diverses simulations nous ont aussi permis de constater que d'autres mesures de correction pourraient être appliquées pour améliorer la protection des personnes et des équipements, en particulier l'amélioration globale de l'équipotentialité HF du réseau de terre du site ainsi que la dérivation des courants résiduels de foudre se propageant sur les guides d'onde par la mise à la terre de la plaque d'entrée des guides.

Il est donc possible, en agissant sur les pratiques d'ingénierie, d'améliorer la protection des personnes et des équipements sensibles contre les perturbations EM transitoires. La validité et la puissance d'un outil numérique comme NEC4 peut à ce titre apporter une aide appréciable dans l'optimisation de la conception des installations.

## ABSTRACT

The massive use of electronics with high speed of transmission and low level of energy has increased their susceptibility to high frequency perturbations.

This recent evolution has raised new grounding concepts, specifically the use of a grounding grid preventing common impedance coupling and electromagnetic induction happening in the traditional single-point grounding installations.

The analysis of this principle in the particular scope of lightning protection is investigated. The case considered is a typical microwave relay site of Hydro-Québec's telecommunication network. The proposed approach includes the thin-wire moment method in the frequency domain and Fourier analysis for processing in the time domain. This method requires important rules that will be presented in detail.

Contrasting with the 'circuit approach', the moment method requires a direct size modelling of structures and takes in account the electromagnetic couplings between elements by the direct application of Maxwell's equations and the related boundary conditions. Furthermore, the soil parameters and effects are taken into account in NEC4 by the use of Sommerfeld's integrals.

The direct injection analytical device we present in this work has first been used to calculate the harmonic variation of earth electrodes impedance. It has been shown that vertical grounding rods have a strong inductive component. This method could also be used for complex ground networks analysis.

Simulations of a simple telecommunication site model has shown that the transient voltages between colocated equipments produced by a direct current injection on an adjacent tower is considerably reduced by the use of a grounding grid network thus maintaining a better

equipotentiality in the equipment room, which is an essential requirement for the protection of persons and equipment during severe electromagnetic disturbances.

Our results also indicate that the direct grounding of waveguides entering the equipment building in order to divert more of the residual lightning current together with improvements to the earth network of a site are others ways to improve the protection of persons and sensitive equipments.

It so appears that, by intervening on engineering practices, it is possible to better prevent the effects of major EM transients disturbances. NEC4, as a powerful tool for the study of electromagnetic phenomena can certainly bring a valuable help in doing so.

## TABLE DES MATIÈRES

|                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>DÉDICACE</b> .....                                              | iv  |
| <b>REMERCIEMENTS</b> .....                                         | v   |
| <b>RÉSUMÉ</b> .....                                                | vii |
| <b>ABSTRACT</b> .....                                              | ix  |
| <b>LISTE DES TABLEAUX</b> .....                                    | xv  |
| <b>LISTE DES FIGURES</b> .....                                     | xvi |
| <b>LISTE DES ABRÉVIATIONS</b> .....                                | xx  |
| <b>LISTE DES ANNEXES</b> .....                                     | xxi |
| <b>INTRODUCTION</b> .....                                          | 1   |
| <br><b>CHAPITRE 1: LA MÉTHODE DES MOMENTS ET LE</b>                |     |
| <b>PROGRAMME NEC4</b> .....                                        | 4   |
| 1.1) Principe général de la méthode des moments .....              | 5   |
| 1.1.1) Fonctions de base et méthode d'association de points .....  | 6   |
| 1.1.2) Fonctions de poids et méthode des moments généralisée ..... | 9   |
| 1.2) Le programme NEC4 .....                                       | 10  |
| 1.2.1) Principales règles de modélisation dans NEC .....           | 12  |
| 1.2.2) Modèles de sources .....                                    | 13  |
| 1.2.2.1) Source de tension .....                                   | 13  |
| 1.2.2.2) Source de courant .....                                   | 13  |
| 1.2.2.3) Onde rayonnée .....                                       | 14  |
| 1.2.3) Analyse des sols .....                                      | 15  |
| 1.2.3.1) Sol parfait .....                                         | 15  |
| 1.2.3.2) Approximation des coefficients de réflexion .....         | 16  |
| 1.2.3.3) Traitement complet avec intégrales de Sommerfeld .....    | 17  |
| 1.2.4) Pertes dans les conducteurs .....                           | 18  |
| 1.2.5) Considérations sur le temps de calcul .....                 | 19  |

|                                                                               |           |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>CHAPITRE 2: ANALYSE DE FOURIER .....</b>                                   | <b>21</b> |
| 2.1) Analyse dans le domaine continu: séries et transformées de Fourier ..... | 21        |
| 2.2) Transformée discrète de Fourier .....                                    | 24        |
| 2.3) Reconstitution des signaux .....                                         | 31        |
| 2.4) Algorithme de la FFT .....                                               | 32        |
| <br><b>CHAPITRE 3: OBTENTION DE LA RÉPONSE TRANSITOIRE</b>                    |           |
| <b>D'UN SYSTÈME .....</b>                                                     | <b>36</b> |
| 3.1) Principe de la reconstitution temporelle.....                            | 36        |
| 3.2) Utilitaires pour l'analyse de Fourier .....                              | 42        |
| 3.3) Formes d'excitation du programme g_onde: la foudre .....                 | 46        |
| 3.4) Utilisation adéquate de l'analyse de Fourier pour l'étude des            |           |
| phénomènes transitoires .....                                                 | 48        |
| 3.4.1) Condition #1: Théorème d'échantillonnage .....                         | 49        |
| 3.4.2) Condition #2: Valeurs et nombre des fréquences d'analyse .....         | 50        |
| 3.4.3) Condition #3: Condition d'énergie nulle à la fin de la                 |           |
| période d'observation .....                                                   | 50        |
| 3.4.4) Condition #4: Correction de la composante continue .....               | 51        |
| 3.5) Exemple de reconstitution d'un signal par la FFT .....                   | 52        |
| 3.5.1) Effet du pas d'échantillonnage .....                                   | 52        |
| 3.5.2) Effet de la fenêtre d'observation .....                                | 53        |
| 3.5.3) Correction sur la composante continue .....                            | 54        |
| <br><b>CHAPITRE 4: VALIDATION DU PROCESSUS D'ANALYSE ET</b>                   |           |
| <b>OBTENTION DU POTENTIEL ÉLECTRIQUE SCALAIRE .....</b>                       | <b>56</b> |
| 4.1) Ligne de transmission .....                                              | 56        |
| 4.2) Structure de protection contre la foudre .....                           | 61        |
| 4.2.1) Réponse à une onde plane impulsionnelle .....                          | 61        |
| 4.2.2) Réponse à une injection de courant .....                               | 63        |
| 4.3) Prise de terre en courant continu .....                                  | 65        |
| 4.4) Détermination du potentiel électrique scalaire .....                     | 69        |

|                                                                                                                   |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.4.1) Obtention du potentiel électrique dans NEC4 .....                                                          | 70        |
| 4.4.2) Validation du calcul du potentiel électrique dans NEC4 .....                                               | 71        |
| 4.4.3) Remarque importante sur le calcul du potentiel en présence d'un sol .....                                  | 72        |
| <br><b>CHAPITRE 5: MÉTHODES DE CALCUL DE L'IMPÉDANCE</b>                                                          |           |
| <b>HARMONIQUE DES PRISES DE TERRE .....</b>                                                                       | <b>74</b> |
| 5.1) Définition de la notion d'impédance harmonique.....                                                          | 75        |
| 5.2) Caractérisation des sols .....                                                                               | 76        |
| 5.3) Dispositif pour le calcul de l'impédance harmonique d'une prise<br>de terre - la méthode fréquentielle ..... | 78        |
| 5.3.1) Calcul de l'impédance du bras de mesure du potentiel .....                                                 | 82        |
| 5.4) Résultats de la méthode fréquentielle .....                                                                  | 83        |
| 5.4.1) Impédance du bras de mesure du potentiel .....                                                             | 85        |
| 5.4.2) Spectre d'impédance harmonique du piquet .....                                                             | 86        |
| 5.5) Méthode transitoire .....                                                                                    | 87        |
| 5.6) Conclusion .....                                                                                             | 92        |
| <br><b>CHAPITRE 6: APPLICATION À LA PROTECTION FOUDRE</b>                                                         |           |
| <b>D'UN SITE ISOLÉ DE TÉLÉCOMMUNICATION .....</b>                                                                 | <b>94</b> |
| 6.1) Compatibilité électromagnétique .....                                                                        | 95        |
| 6.1.1) Origine et définition .....                                                                                | 95        |
| 6.1.2) Modes d'action des perturbations .....                                                                     | 96        |
| 6.2) Mise à la masse et mise à la terre .....                                                                     | 98        |
| 6.2.1) Mise à la masse en étoile .....                                                                            | 98        |
| 6.2.2) Vers l'équipotentialité: grille de mise à la masse .....                                                   | 101       |
| 6.3) Simulation d'un site de télécommunication typique du réseau<br>d'Hydro-Québec: étude comparative .....       | 103       |
| 6.3.1) Modèle du site de télécommunication .....                                                                  | 103       |
| 6.3.2) Description des simulations .....                                                                          | 107       |
| <u>simulation #1a</u> : configuration initiale .....                                                              | 107       |
| <u>simulation #1b</u> : bouclage fortuit par le panneau .....                                                     |           |

|                                                                                                                                                                                                                    |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| d'alimentation du bâtiment .....                                                                                                                                                                                   | 107 |
| <u>simulation #2</u> : fermeture des boucles enfouies .....                                                                                                                                                        | 107 |
| <u>simulation #3</u> : déviation du courant de foudre transporté par<br>le guide d'onde .....                                                                                                                      | 108 |
| <u>simulation #4</u> : remplacement du réseau étoilé par une<br>grille de mise à la masse .....                                                                                                                    | 108 |
| <u>simulation #4a</u> : effet de la grille seule .....                                                                                                                                                             | 109 |
| <u>simulation #5</u> : ajout de liens multiples entre le cerceau de<br>raccordement du pylône et le conducteur périphérique<br>du bâtiment .....                                                                   | 109 |
| 6.3.3) Résultats .....                                                                                                                                                                                             | 109 |
| 6.3.3.1) Justification de la formule 6.1 .....                                                                                                                                                                     | 109 |
| 6.3.3.2) Résultats des simulations #1a et #1b .....                                                                                                                                                                | 110 |
| 6.3.3.3) Etude comparative des diverses configurations .....                                                                                                                                                       | 112 |
| 6.4) Brèves remarques sur les résultats obtenus et sur quelques perspectives<br>de recherches futures - réflexion sur une méthode d'analyse des effets<br>d'une impulsion de foudre de type bi-exponentielle ..... | 115 |
| <b>CONCLUSION</b> .....                                                                                                                                                                                            | 118 |
| <b>RÉFÉRENCES</b> .....                                                                                                                                                                                            | 121 |
| <b>ANNEXES</b> .....                                                                                                                                                                                               | 130 |

## LISTE DES TABLEAUX

|                                                                                                                                                             |     |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Tableau 2.1: Résultats fournis par l'algorithme FFT.....                                                                                                    | 35  |
| Tableau 3.1: Analyse avec phaseurs pour une excitation unitaire à<br>à fréquence unique.....                                                                | 38  |
| Tableau 3.2: Analyse avec phaseurs pour une excitation quelconque.....                                                                                      | 38  |
| Tableau 3.3: Analyse avec fonctions trigonométriques pour une<br>excitation unitaire à fréquence unique.....                                                | 40  |
| Tableau 3.4: Analyse avec fonctions trigonométriques pour une<br>excitation quelconque.....                                                                 | 40  |
| Tableau 3.5: Description des programmes.....                                                                                                                | 43  |
| Tableau 6.1: Résumé des résultats obtenus sur la d.d.p. entre les bâtis<br>selon diverses modifications apportées à la configuration<br>de base (#1b) ..... | 113 |
| Tableau 6.2: Indice d'équipotentialité des différentes configurations .....                                                                                 | 114 |

## LISTE DES FIGURES

|                                                                                                                                                      |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 1.1: Fonctions de base typiques et distribution correspondante sur un conducteur .....                                                        | 7  |
| Figure 1.2: Evaluation du champ électrique crée par la distribution tubulaire de courant sur les segments .....                                      | 11 |
| Figure 1.3: Quadripôle pour la construction d'une source de courant dans NEC4 .....                                                                  | 14 |
| Figure 1.4: Polarisation horizontale et verticale d'une onde plane incidente sur le sol .....                                                        | 16 |
| Figure 1.5: Courants induits dans le sol .....                                                                                                       | 17 |
| Figure 2.1: Démonstration graphique du processus d'obtention de la formule de la transformée discrète de Fourier .....                               | 25 |
| Figure 2.2: Nombre de multiplications requises par application directe de la formule et par un algorithme FFT.....                                   | 34 |
| Figure 3.1: Schéma synoptique du processus d'analyse.....                                                                                            | 45 |
| Figure 3.2: Types de traceurs d'un coup de foudre .....                                                                                              | 46 |
| Figure 3.3: Onde bi-exponentielle standard .....                                                                                                     | 47 |
| Figure 3.4: Echantillonnage d'un signal.....                                                                                                         | 49 |
| Figure 3.5: Effet du pas d'échantillonnage ( $N=16$ ).....                                                                                           | 52 |
| Figure 3.6: Effet du pas d'échantillonnage ( $N=64$ ).....                                                                                           | 52 |
| Figure 3.7: Effet de la fenêtre d'observation ( $T_o=0,5\mu s$ ).....                                                                                | 53 |
| Figure 3.8: Effet de la fenêtre d'observation ( $T_o=0,5\mu s$ ).....                                                                                | 53 |
| Figure 3.9: Effet de la composante continue ( $T_o=0,25\mu s$ ).....                                                                                 | 55 |
| Figure 3.10: Effet de la composante continue ( $T_o=0,5\mu s$ ).....                                                                                 | 55 |
| Figure 4.1: Schéma de la ligne de transmission.....                                                                                                  | 56 |
| Figure 4.2: Courant sur le segment de source obtenu par le processus d'analyse et par l'équation des télégraphistes.....                             | 59 |
| Figure 4.3: Evaluation du second terme de l'équation 4.7: réflexions successives sur la ligne observées avec une fenêtre deux fois plus grande ..... | 60 |

|                                                                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figure 4.4: Structure élémentaire de protection d'un bâtiment contre la foudre ...                                                    | 61 |
| Figure 4.5: Evolution temporelle du champ électrique de l'onde impulsionnelle<br>incidente sur la structure.....                      | 62 |
| Figure 4.6: Courant sur la tige 1 causé par l'onde impulsionnelle incidente.....                                                      | 62 |
| Figure 4.7: Courant sur la tige 2 causé par l'onde impulsionnelle incidente.....                                                      | 62 |
| Figure 4.8: Dispositif d'injection de courant dans la structure.....                                                                  | 63 |
| Figure 4.9: Impulsion de courant injectée dans la structure.....                                                                      | 64 |
| Figure 4.10: Courant dans la tige 2 causé par l'injection directe de courant.....                                                     | 64 |
| Figure 4.11: Courant dans la tige 3 causé par l'injection directe de courant.....                                                     | 64 |
| Figure 4.12: Piquet vertical de prise de terre.....                                                                                   | 65 |
| Figure 4.13: Dispositif pour le calcul de la résistance d'une prise de terre.....                                                     | 66 |
| Figure 4.14: Rapport du potentiel produit par le piquet à une distance 'd'<br>et de son potentiel propre.....                         | 67 |
| Figure 4.14a: Répartition du potentiel autour d'un piquet et de son<br>hémisphère équivalent .....                                    | 67 |
| Figure 4.15: Autre dispositif pour le calcul de la résistance d'une prise de terre                                                    | 68 |
| Figure 4.16: Validation du calcul du potentiel scalaire électrique .....                                                              | 72 |
| Figure 4.17: Validation de la méthode alternative pour l'obtention de la<br>différence de potentiel entre deux points .....           | 73 |
| Figure 5.1: Mécanismes de foudroisement d'une ligne par impact direct<br>et par impact sur le fil de garde (amorçage en retour) ..... | 74 |
| Figure 5.2: Résistance et capacité d'un petit élément de sol .....                                                                    | 76 |
| Figure 5.3: Résistivité du sol en fonction de la fréquence .....                                                                      | 78 |
| Figure 5.4: Permittivité relative du sol en fonction de la fréquence .....                                                            | 78 |
| Figure 5.5: Dispositif pour le calcul de l'impédance harmonique<br>d'une prise de terre.....                                          | 79 |
| Figure 5.6: Dispositif pour le calcul de l'impédance du bras<br>de mesure du potentiel.....                                           | 82 |
| Figure 5.7: Processus d'analyse de la méthode fréquentielle.....                                                                      | 84 |

|                                                                                                                                                                          |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figure 5.8: Module de l'impédance en circuit ouvert du bras de mesure<br>du potentiel .....                                                                              | 85  |
| Figure 5.9: Module de l'impédance du bras de mesure du potentiel avec<br>résistance d'adaptation $R_{ad}$ .....                                                          | 85  |
| Figure 5.10: Spectre d'impédance harmonique du piquet (module)<br>obtenu par la méthode fréquentielle.....                                                               | 86  |
| Figure 5.11: Spectre d'impédance harmonique du piquet (phase)<br>obtenu par la méthode fréquentielle.....                                                                | 86  |
| Figure 5.12: Impulsion de courant de la source avec délai de $10\mu s$ .....                                                                                             | 87  |
| Figure 5.13: Potentiel $R_m \cdot I_m(t)$ sur le bras de mesure.....                                                                                                     | 88  |
| Figure 5.14: Courant $I_{inj}$ injecté dans la prise de terre.....                                                                                                       | 88  |
| Figure 5.15: Détail de la fig 5.13: 1ère impulsion de tension sur le bras<br>de mesure du potentiel .....                                                                | 89  |
| Figure 5.16: Détail de la fig 5.14: 1ère impulsion de courant dans le<br>segment d'injection dans la prise de terre .....                                                | 89  |
| Figure 5.17: Processus d'analyse de la méthode transitoire .....                                                                                                         | 91  |
| Figure 5.18: Spectre d'impédance harmonique du piquet (module) obtenu<br>par les méthodes transitoire et fréquentielle.....                                              | 90  |
| Figure 5.19: Spectre d'impédance harmonique du piquet (phase) obtenu<br>par les méthodes transitoire et fréquentielle.....                                               | 90  |
| Figure 6.1: Principe des couplages par impédance commune, carte à châssis,<br>par diaphonie inductive et capacitive, par couplage champ à fil<br>et champ à boucle ..... | 97  |
| Figure 6.2: Mise à la terre en étoile .....                                                                                                                              | 99  |
| Figure 6.3: Forte impédance commune et grande boucle de masse entre<br>appareils interconnectés mis à la masse en étoile .....                                           | 100 |
| Figure 6.4: Maillage des masses .....                                                                                                                                    | 102 |
| Figure 6.5: Impulsion de foudre se propageant sur un des conducteurs radiaux<br>enfouis de MALT du pylône .....                                                          | 110 |

|                                                                                                                             |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Figure 6.6: Détail de la fig. 6.5: impulsion de foudre se propageant sur un<br>des conducteurs radiaux enfouis.....         | 110 |
| Figure 6.7: Différence de potentiel entre les bâtis 1 et 2 (simulation #1a et #1b)                                          | 111 |
| Figure 6.8: Différence de potentiel entre les bâtis 3 et 2 (simulations #1a et #1b)                                         | 111 |
| Figure 6.9: Différence de potentiel entre les bâtis 1 et 2 selon les<br>diverses configurations .....                       | 112 |
| Figure 6.10: Différence de potentiel entre les bâtis 3 et 2 selon les<br>diverses configurations .....                      | 112 |
| Figure 6.11: Impédance de transfert de blindage de quelques câbles typiques .....                                           | 116 |
| Figure 6.12: Modèle du site pour les simulations #1a, #1b, #2 .....                                                         | 160 |
| Figure 6.13: Modèle du site pour la simulation #3.....                                                                      | 161 |
| Figure 6.14: Modèle du site pour les simulations #4, #4a et #5.....                                                         | 162 |
| Figure B.1: Répartition tubulaire uniforme de courant sur la périphérie<br>d'un conducteur.....                             | 134 |
| Figure C.1: Système de coordonnées pour l'étude d'un milieu à 2 couches .....                                               | 139 |
| Figure D.1: Résistance linéique interne d'un conducteur de cuivre 1/0 .....                                                 | 148 |
| Figure D.2: Inductance linéique interne d'un conducteur de cuivre 1/0 .....                                                 | 148 |
| Figure D.3: Résistance interne et de radiation d'un conducteur de cuivre 1/0 .....                                          | 150 |
| Figure D.4: Inductance interne et de radiation d'un conducteur de cuivre 1/0 .....                                          | 150 |
| Figure D.5: Module de l'impédance linéique totale d'un conducteur de cuivre<br>1/0 en fonction de la fréquence .....        | 150 |
| Figure F.1: Echelon de tension de l'excitation et réponse du système .....                                                  | 154 |
| Figure F.2: Réponse du système à une excitation périodique ( $T_0=2s$ )<br>constituée d'échelons de durée $T_d=0.5s$ .....  | 155 |
| Figure F.3: Réponse obtenue par analyse de Fourier avec<br>fenêtre d'observation $T_0$ trop courte .....                    | 156 |
| Figure F.4: Réponse du système à un seul échelon, à la suite d'échelons<br>et telle qu'obtenue par analyse de Fourier ..... | 157 |
| Figure F.5: Réponse du système obtenue par analyse de Fourier avec fenêtre<br>d'observation $T_0$ adéquate .....            | 157 |

## **LISTE DES ABRÉVIATIONS**

BF: basse fréquence

c.a.: courant alternatif

c.c.: courant continu

CEM: compatibilité électromagnétique

d.d.p.: différence de potentiel

EM: électromagnétique

HF: haute fréquence

MALM: mise à la masse

MALT: mise à la terre

## LISTE DES ANNEXES

|                  |                                                                                                                                                    |     |
|------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>ANNEXE A:</b> | ÉQUATIONS DE MAXWELL .....                                                                                                                         | 130 |
| <b>ANNEXE B:</b> | ÉQUATION INTÉGRALE DU CHAMP ÉLECTRIQUE ...                                                                                                         | 133 |
| <b>ANNEXE C:</b> | LES INTÉGRALES DE SOMMERFELD.....                                                                                                                  | 135 |
| <b>ANNEXE D:</b> | DÉMONSTRATION DES FORMULES D'IMPÉDANCE<br>LINÉIQUE INTERNE ET EXTERNE D'UN<br>CONDUCTEUR .....                                                     | 146 |
| <b>ANNEXE E:</b> | PREUVE DE LA RÉVERSIBILITÉ DE L'EXPRESSION<br>DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER INVERSE POUR<br>LE CALCUL DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER<br>DIRECTE ..... | 152 |
| <b>ANNEXE F:</b> | EFFET DE L'ÉNERGIE RÉSIDUELLE .....                                                                                                                | 154 |
| <b>ANNEXE G:</b> | DÉMONSTRATION DE L'ÉQUATION (4.8) .....                                                                                                            | 158 |
| <b>ANNEXE H:</b> | MODÈLES DU SITE .....                                                                                                                              | 159 |

*La recherche de la vérité est un  
long cheminement dans la forêt  
de l'erreur.*

*Monique Larue*

## INTRODUCTION

La tendance actuelle des équipements électroniques est à l'utilisation de plus en plus marquée d'appareils à signaux numériques dont la fréquence de transmission est de plus en plus élevée. Par le fait même, les perturbations de haute fréquence peu ou pas nuisibles pour les technologies analogiques le sont maintenant pour les nouvelles technologies numériques rapides, phénomène accru par le fait que les niveaux d'énergie nécessaires à la commutation (énergie par bit) ont chuté de façon importante.

Cette évolution récente a remis en question les anciens principes de mise à la masse et de mise à la terre en étoile. De nouvelles philosophies de conception ont émergé, en particulier l'utilisation de plans maillés permettant une équipotentialité supérieure des masses et assurant du même coup le bon fonctionnement des équipements, même en cas de perturbation EM majeure.

Ce projet a comme but principal de vérifier l'efficacité de ces nouveaux principes dans le cadre de la protection contre la foudre des sites de relais isolés du réseau de télécommunication d'Hydro-Québec, particulièrement vulnérables à ce genre d'agression. En effet, le pylône supportant les antennes des liaisons à faisceaux hertziens doit être par nature haut et dégagé; il est par conséquent exposé au foudroiement, ce qui présente un danger important pour les personnes se trouvant dans le bâtiment adossé, de même que pour l'intégrité et le bon fonctionnement des équipements sensibles qu'il contient.

Elaborée il y a environ 30 ans pour l'étude des antennes, la méthode des moments sera appliquée ici en vue d'obtenir la réponse en fréquence d'un modèle simple et représentatif d'un site isolé typique. À partir de cette réponse en fréquence obtenue du programme NEC4 ainsi que de l'utilisation de l'analyse de Fourier, nous serons en mesure de comparer l'efficacité de diverses configurations de mise à la masse et de mise à la terre dans le domaine du temps.

L'utilisation de la méthode des moments est relativement récente pour ce genre d'analyse. Elle permet, contrairement aux méthodes utilisant des éléments localisés, de tenir compte des couplages électromagnétiques (capacitif et inductif) entre les éléments, ce qui est essentiel pour l'analyse des phénomènes de haute fréquence. Ces phénomènes sont en effet caractérisés par le fait que les dimensions des structures à l'étude sont importantes par rapport à la longueur d'onde des perturbations. Les effets de couplage, qui à basse fréquence sont pratiquement inexistantes, prennent alors une place prépondérante.

La compatibilité électromagnétique des équipements, dont nous aborderons brièvement les principales notions, est définie comme étant leur capacité à fonctionner dans un environnement perturbé, sans produire eux-mêmes des perturbations intolérables pour tout ce qui se trouve dans cet environnement. Elle fait partie, comme la foudre, du vaste domaine de l'électromagnétisme et répond, avec des dimensions d'équipements toujours plus petites électriquement, à ses équations fondamentales.

Le chapitre premier du présent mémoire présente le formalisme de l'équation intégrale de la méthode des moments, fondement du programme NEC4, ainsi que quelques-uns des principaux aspects du code. La théorie relative à l'analyse de Fourier, en particulier de la FFT (transformée rapide de Fourier), constituera l'essentiel du chapitre 2.

Au chapitre 3, nous verrons comment la réponse en fréquence obtenue de NEC4 et traitée mathématiquement par analyse de Fourier permet de reconstituer la réponse temporelle d'une structure à une perturbation quelconque. Ce principe, de même que le bon fonctionnement de NEC4 et des programmes de reconstitution temporelle seront validés au chapitre 4 par des exemples connus.

Préalablement à l'analyse d'un modèle de site isolé, nous avons mis au point au chapitre 5 une méthode originale de calcul de l'impédance des prises de terre avec le programme NEC4. La méthode d'injection des courants qui y a été élaborée nous conduira au chapitre 6 au but ultime de ce travail, c'est-à-dire à l'étude des conséquences d'un coup de foudre

sur le pylône attenant au bâtiment contenant les équipements de télécommunication. Ces simulations, effectuées à l'aide d'un modèle simple, nous permettront de comparer la performance relative des anciennes et des nouvelles méthodes de mise à la masse et de mise à la terre.

## **CHAPITRE 1**

### **LA MÉTHODE DES MOMENTS ET LE PROGRAMME NEC**

Les fondements théoriques de la méthode des moments, aujourd'hui largement répandue pour l'analyse et la conception d'antennes, ont été élaborés par R. Harrington en 1968.

Très rapidement, les premiers programmes de calcul ont fait leur apparition notamment à l'instigation de J.H. Richmond (1974) qui a été un pionnier dans ce domaine.

Depuis, le développement rapide de l'informatique a rendu possible l'utilisation massive des méthodes numériques pour la résolution de problèmes d'électromagnétisme de plus en plus complexes.

Les premières versions de NEC (Numerical Electromagnetic Code - Burke, 1992), écrites à la fin des années soixante par des scientifiques de l'armée américaine, ont été élaborées dans le but de calculer les caractéristiques de rayonnement des antennes radar. Au cours des années, ce programme a fait l'objet d'améliorations continues dont la dernière version, NEC4 (1992), a été utilisée dans ce travail.

Nous allons dans ce chapitre présenter brièvement les principes fondamentaux de la méthode des moments en parallèle avec le traitement particulier effectué par NEC4. Les règles de modélisation adéquate des structures, indispensables à la validité du traitement analytique effectué par le programme seront précisées. Nous aborderons par la suite divers aspects de la méthode et du code: la modélisation des sources, les divers types de traitement des sols complexes ainsi que l'analyse des conducteurs avec pertes.

Ce court survol du programme NEC4 nous permettra d'apprécier la valeur et la complexité de ce puissant outil d'analyse des phénomènes électromagnétiques.

### 1.1) Principe général de la méthode des moments dans le domaine fréquentiel

Dans NEC4, la méthode des moments est utilisée dans le domaine fréquentiel<sup>1</sup> ce qui signifie que tout le traitement se fait en régime harmonique donc à fréquence unique<sup>2</sup>.

La première étape de l'analyse, comme dans toute méthode numérique, consiste à discrétiser la structure à l'étude par des éléments qui, pour des structures modélisées avec des tiges, seront constitués de simples segments de conducteurs.

Le principe fondamental de la méthode consiste par la suite à déterminer le courant (module et phase) circulant sur chacun de ces segments. La valeur de ces courants causés par une perturbation quelconque doit être telle que la condition frontière sur les segments soit respectée, c'est-à-dire qu'il doit y avoir annulation du champ électrique tangentiel à leur surface<sup>3</sup>.

$$\hat{n}(r) \times [\vec{E}^d(r) + \vec{E}^i(r)] = 0 \quad (1.1)$$

Dans cette dernière expression  $\vec{E}^i$  est le champ incident sur le segment,  $\vec{E}^d$  est le champ diffracté par ce segment, c'est-à-dire sa réponse à l'excitation à laquelle il est soumis, et  $\hat{n}$  est le vecteur unitaire normal à la surface du conducteur.

A l'annexe B, nous démontrons à partir des équations de Maxwell présentées à l'Annexe A, que cette réponse est donnée par:

$$\vec{E}^d = \frac{-j\eta}{4\pi\beta} \int_V \vec{J}(r') (\beta^2 + \nabla \nabla) g(r, r') dv' \quad (1.2)$$

---

<sup>1</sup> La version temporelle de la méthode des moments est présentée par Miller, Poggio et Burke (1973). Voir aussi Wang (1991).

<sup>2</sup> Nous verrons aux chapitres subséquents comment l'analyse de Fourier nous permettra d'obtenir la réponse des structures aux perturbations transitoires comme la foudre.

<sup>3</sup> Ceci n'est valable que pour les parfaits conducteurs. Nous verrons plus loin comment la méthode est modifiée pour tenir compte des pertes dans les conducteurs.

L'équation (1.1) devient donc:

$$-\hat{n}(r) \times \vec{E}^I = \frac{j\eta}{4\pi\beta} \hat{n}(r) \times \int_{V'} \vec{J}(r') (\beta^2 + \nabla\nabla) g(r, r') dv' \quad (1.3)$$

Cette équation, appelée **équation intégrale du champ électrique (EICE)** peut être simplifiée en négligeant les courants radiaux sur les segments, c'est-à-dire en utilisant l'approximation des fils minces. Ainsi, dans NEC4, le courant est traité comme une distribution tubulaire sur la périphérie de chaque segment et la condition frontière est imposée sur son axe. La symétrie azimutale découlant de cette procédure fut utilisée pour la simplification de l'EICE par Pocklington (voir Stutzman et Thiele (1981)) lors de la formulation de l'intégrale portant son nom.

$$E_{tan}^I(r) = \frac{j\eta}{4\pi\beta} \int_l I(l') \cdot (\beta^2 + \nabla\nabla) g(r, r') dl' \quad (1.4)$$

où  $E_{tan}^I$  est le champ incident tangentiel au conducteur.

Déterminer le courant  $I(l')$  satisfaisant cette équation constitue le coeur de tout programme de méthode des moments utilisant l'équation intégrale du champ électrique.

### 1.1.1) Fonctions de base et méthode d'association de points

Le courant circulant sur chaque segment est représenté par des fonctions de base. Ces fonctions peuvent avoir différentes formes par exemple les fonctions 'pulse' propres à un seul segment, ou encore les fonctions 'triangle' qui chevauchent deux segments à la fois.

Comme on peut le voir à la figure 1.1, les fonctions 'triangle' permettent de modéliser la distribution de courant sur les conducteurs de façon beaucoup plus continue que les fonctions 'pulse' ce qui représente mieux la réalité mais augmente du coup la complexité du problème.

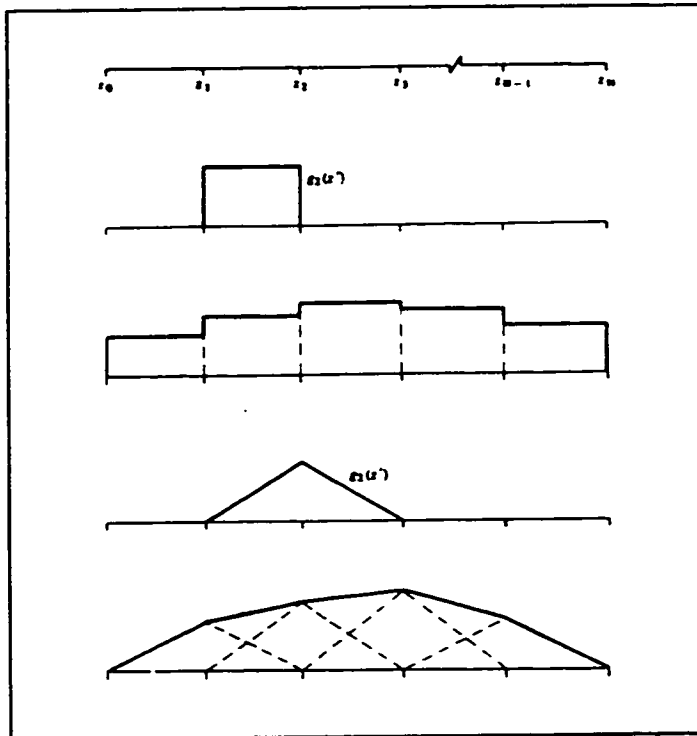


**Figure 1.1:** Fonctions de base typiques et distribution correspondante sur un conducteur (fig. extraite de Balanis (1982)).

*fonction pulse*

$$g_n(z) = \begin{cases} 1 & z_{n-1} < z < z_n \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

*fonction triangle*

$$g_n(z) = \begin{cases} \frac{z - z_{n-1}}{z_n - z_{n-1}} & z_{n-1} < z < z_n \\ \frac{z_{n+1} - z}{z_{n+1} - z_n} & z_n < z < z_{n+1} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Le traitement analytique effectué par la méthode des moments consistera donc à déterminer, à l'aide de l'équation intégrale du champ électrique, l'amplitude de chacune des fonctions de base représentant le courant sur chacun des segments avec lesquels la structure est modélisée.

Supposons par exemple que nous avons une tige située sur l'axe 'z' et qu'à chaque segment corresponde une seule fonction de base. Portons notre attention sur le *k*ème segment de la structure. L'EICE (1.4) a la forme suivante:

$$F(g(z')) = E_k^I \quad (1.5)$$

où  $F$  est l'opérateur intégral connu de l'EICE, où  $E_k^I$  est le champ incident connu sur le segment  $k$  et où  $g(z')$  est l'inconnue, c'est-à-dire le courant circulant sur l'ensemble de la structure.

En exprimant ce courant comme étant une distribution de fonctions de base  $g_m$  chacune d'amplitude  $c_m$  pour chaque segment ' $m$ ' composant la structure, nous avons:

$$g(z') = c_1 g_1(z') + c_2 g_2(z') + c_3 g_3(z') + \dots + c_N g_N(z') \quad (1.6)$$

ce qui veut dire que l'EICE aura, pour le  $k$ ème segment, la forme suivante:

$$\sum_{m=1}^{m=N} c_m F(g_m) = E_k^I \quad (1.7)$$

où chacune des fonctions  $g_m(z')$  s'applique sur son domaine d'existence propre.

Cette équation signifie qu'afin de satisfaire la condition frontière sur le  $k$ ème segment, la somme des contributions au champ électrique de chaque segment de la structure sur celui-ci doit être égale et opposée<sup>4</sup> au champ électrique incident sur ce segment, lequel provient d'une source de perturbation extérieure.

Nous avons ici  $N$  inconnues puisque la structure est constituée de  $N$  fonctions de base. Cela signifie que pour résoudre le problème, nous avons à établir un système matriciel de dimension  $N \times N$ :

$$[F] \cdot [c] = [E^I] \quad (1.8)$$

où la matrice  $[F]$  de dimension  $N \times N$  représente la matrice d'interaction entre les segments i.e. que chacun de ses éléments  $F_{mn}$  représente le couplage entre le segment  $m$  et le segment  $n$ . Le vecteur  $[E^I]$  de dimension  $N \times 1$  est le vecteur de champ incident sur chacun des  $N$  segments et le vecteur  $[c]$  est le vecteur inconnu des amplitudes des courants sur chacun des segments. Ainsi, la condition frontière d'annulation du champ électrique tangentiel sera satisfaite en  $N$  endroits sur la structure, généralement les centres des  $N$  segments dont elle est constituée.

Le terme de la diagonale sur la  $m$ ème rangée de cette matrice représente la contribution du  $m$ ème segment lui-même à l'annulation du champ électrique en son centre, alors que les  $N-1$

---

<sup>4</sup> Le signe - est inclus implicitement dans l'opérateur  $F$ .

autres termes de cette rangée représentent chacun la contribution des N-1 autres segments de la structure à l'annulation du champ électrique sur le même segment.

L'approche que nous venons de décrire est un cas particulier de la méthode des moments appelé méthode d'association de points ou de collocation. Dans la section suivante, nous aborderons brièvement la méthode des moments généralisée.

### 1.1.2) Fonctions de poids et méthode des moments généralisée

Dans le traitement que nous venons de présenter, la condition frontière est satisfaite pour chaque segment uniquement en son centre. L'utilisation combinée de fonctions de poids et des fonctions de base permet de satisfaire la condition frontière non pas en un seul point discret de chaque segment mais de la satisfaire de façon moyenne sur toute sa longueur. Cette méthode dite des "résidus pondérés" vise donc, par l'utilisation des fonctions de poids, aussi appelées fonctions test ou fonctions de pondération, à minimiser le résidu i.e. la différence entre ce que prévoit la condition frontière et le résultat effectivement obtenu sur l'ensemble du segment. Pour ce faire, la méthode utilise l'opérateur 'produit intérieur' qui est typiquement défini comme étant l'intégration sur le domaine étudié du produit de la fonction de pondération 'w' et de la fonction de base 'g' utilisée. Ainsi, le produit intérieur de 'w' et de 'g', noté  $\langle w, g \rangle$  est exprimé comme suit:

$$\langle w, g \rangle = \int_S w \cdot g \, ds \quad (1.9)$$

où  $S$  est la surface de la structure analysée.

Le système matriciel (1.8) défini plus haut devient donc:

$$[\langle w, F \rangle] \cdot [c] = [\langle w, E \rangle] \quad (1.10)$$

ce qui signifie que chaque terme  $F_m$  de la même rangée de la matrice sera pondéré par  $w_m$  sur le domaine où  $w_m$  existe i.e. la même fonction de poids. En d'autres mots, la contribution

d'un segment quelconque 'n' au champ produit sur le segment 'm' sera pondéré par la fonction de poids se trouvant sur ce segment. Ainsi, pour l'ensemble de la mième rangée, la pondération de l'ensemble des contributions des N segments annule le champ de façon moyenne sur le mième segment.

Le choix des fonctions de base et de poids est crucial dans le processus de calcul effectué par la méthode des moments. Chaque terme  $F_{mn}$  de la matrice d'interaction doit pouvoir être évalué et le système doit comporter N équations indépendantes. Pour faciliter les choses, les fonctions de poids sont souvent choisies identiques aux fonctions de base: c'est la méthode de Galerkin. Lorsque les fonctions de poids sont constituées de fonctions de Dirac positionnées au centre des segments, le traitement est identique à la méthode d'association de points présentée plus-haut.

## 1.2) Le programme NEC4

Dans NEC4, le courant sur chaque segment est représenté par une combinaison de fonctions de base sinusoidales:

$$I_j(s) = A_j + B_j \sin(k_s(s-s_j)) + C_j \cos(k_s(s-s_j)) \quad |s-s_j| < \frac{\Delta_j}{2} \quad (1.11)$$

où j désigne par exemple le jième segment de la structure,  $k_s$  désigne la constante de propagation du milieu dans lequel se trouve le segment et où  $s_j$  est la position s au centre du segment de longueur  $\Delta_j$ . Cette fonction comporte trois inconnues par segment dont deux sont éliminées dans le système matriciel en imposant les conditions appropriées au courant et à la charge aux jonctions et aux extrémités<sup>5</sup>. La troisième inconnue sera déterminée par la méthode des moments proprement dite avec la fonction de Dirac comme fonction de poids (méthode d'association de points).

---

<sup>5</sup> Parmi ces conditions, nous avons entre autres que le courant doit être nul aux extrémités libres, que l'équation de continuité  $dI(s)/ds = -dq/dt$  où  $q$  est la densité de charges sur le segment doit être respectée aux jonctions et où, pour une jonction multiple, cette condition doit être assortie de la loi des noeuds.

Une fois que le problème est entièrement résolu, la connaissance des courants partout sur la structure est utilisée pour la détermination des champ électrique et magnétique dans son environnement. Ainsi, chacun des segments de la structure est à son tour vu comme une source de courant produisant un champ électromagnétique (fig. 1.2).

Les formules permettant d'obtenir le champ électromagnétique crée par un segment de longueur quelconque sur lequel circule un courant sinusoïdal ont été dérivées pour la première fois par Brillouin en 1922 (Stratton, (1941)). Quant aux composantes du champ dues à la composante constante du courant circulant sur le segment, elles sont obtenues avec des formules beaucoup plus simples, surtout lorsque l'éloignement du point d'évaluation des champs permet d'utiliser l'approximation des rayons parallèles ( Stutzman et Thiele (1981)).

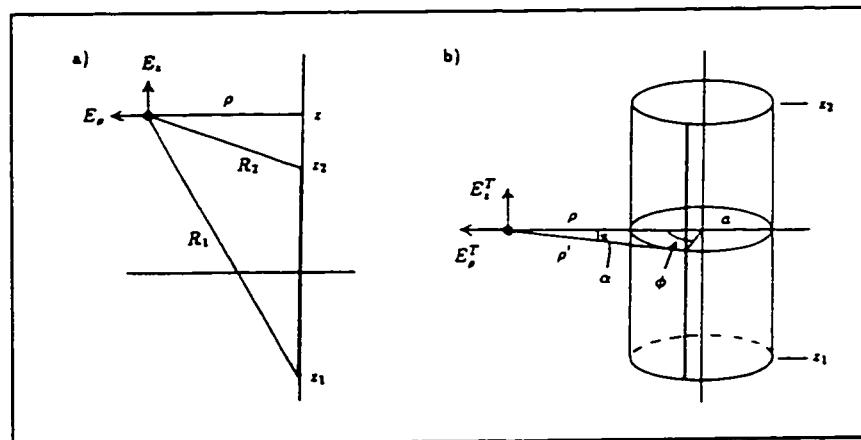


**Figure 1.2:** Evaluation du champ électrique crée par la distribution tubulaire de courant sur les segments (fig. extraite de Burke (1992)).

La distribution du courant sur la structure à l'étude constitue donc le paramètre d'importance première étant donné que tous les autres paramètres d'intérêt peuvent être évalués à partir de celui-ci à l'aide des formules appropriées<sup>6</sup>.

<sup>6</sup> Les champs électrique et magnétique fournis par NEC sont les champs diffractés ou rayonnés par les structures. Si l'excitation est une onde plane, on doit additionner à cette réponse le champ de l'excitation pour obtenir le champ total en tout point de l'espace.

Nous venons dans ces quelques pages d'exposer l'essentiel du traitement analytique de méthode des moments effectué par NEC4. Nous allons maintenant présenter les principales règles de modélisation des structures et nous poursuivrons avec trois aspects du programme qui nous concernent plus particulièrement dans ce travail: la modélisation des sources (tension, courant et onde rayonnée), l'analyse des divers types de sols dans NEC4 ainsi que le traitement des pertes dans les conducteurs.

### 1.2.1) Principales règles de modélisation dans NEC4

La modélisation des structures est sujette à certaines précautions qui sont essentielles à la validité des résultats. La principale considération concerne la dimension électrique des segments i.e. leur longueur par rapport à la longueur d'onde comme le stipule la règle #1 ci-dessous.

**Règle #1)** La longueur de chaque segment utilisé dans la modélisation d'une structure doit être inférieure à un dixième de la longueur d'onde dans le milieu dans lequel se trouve le segment à la fréquence d'analyse  $f$ . La longueur d'onde est donnée par:

$$\lambda = c/\eta f \quad \text{où} \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left[ \sqrt{\epsilon_r^2 + 3.23 \times 10^8 \left( \frac{\sigma}{f(\text{MHz})} \right)^2} + \epsilon_r \right]^{\frac{1}{2}} \quad (1.12)$$

où  $\eta$  désigne ici l'indice de réfraction du milieu et où  $\sigma$  et  $\epsilon_r$  sont respectivement la conductivité et la permittivité relative de ce milieu. Ainsi, les conducteurs enfouis dans le sol devront être modélisés par des segments plus courts que les segments de structures se trouvant dans l'air libre.

**Règle #2)** Le rapport de la longueur d'un segment ' $l$ ' à son rayon ' $a$ ' doit toujours être supérieur à 5. Cette condition est essentielle à la validité de l'approximation des fils minces.

**Règle #3)** Une tige peut pénétrer dans le sol à condition que le point de pénétration coïncide avec une jonction entre deux segments. Chacun de ces deux segments doit donc être complètement au-dessus ou au-dessous de l'interface ce qui permet de choisir la longueur de chaque segment selon la règle #1. De plus, il doit y avoir continuité du rayon à l'interface.

**Règle #4)** Il est préférable que la longueur des segments se situant de part et d'autre d'une source de tension soit égale à la longueur du segment de la source.

## 1.2.2) Modèles de source

### 1.2.2.1) Source de tension

Le modèle utilisé dans NEC4 pour représenter les sources de tension est le modèle du champ appliqué i.e. que le champ présent, par exemple sur le  $k$ ème segment où l'on applique une source de tension  $V_k$  sera donné par:

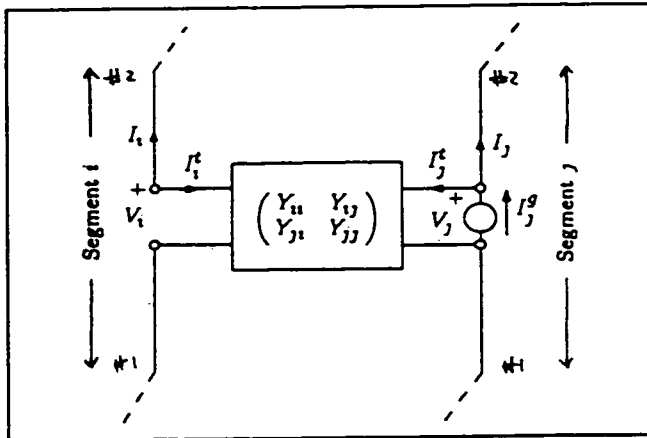
$$E_k^I = \frac{V_k}{\Delta_k} \quad (1.13)$$

où  $\Delta_k$  est la longueur de ce segment et où  $E_k^I$  sera le 'champ incident' sur le  $k$ ème segment. Nous avons vu que lorsque l'excitation est un champ rayonné (problème de diffraction), le vecteur de droite de l'équation (1.5) est constitué des champs incidents sur chacun des segments de la structure. Ainsi, pour un problème ne comportant qu'une source de tension (problème de source), le vecteur de droite sera entièrement nul sauf à la  $k$ ème position où se trouvera la valeur de champ donné par l'équation (1.13).

### 1.2.2.2) Source de courant

Les sources de courant peuvent être représentée dans NEC4 à l'aide d'un quadripôle caractérisé par ses paramètres d'admittance (fig. 1.3). Ainsi, pour modéliser une source de courant de  $I$  ampères sur le port  $i$ , il suffit de définir un segment éloigné, non-couplé à la

structure, sur lequel sera spécifiée la source de tension  $V_j$ . Les paramètres  $Y_{ii}$  et  $Y_{jj}$  doivent tous deux être nuls tandis que les paramètres  $Y_{ij}$  et  $Y_{ji}$  seront tous deux égaux à  $\pm I/V_j$ <sup>7</sup>. La relation définie par le quadripôle entre les segments qui y sont connectés est incorporée par le programme dans la matrice d'interaction.



$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ii} & Y_{ij} \\ Y_{ji} & Y_{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

$$Y_{ii} = \frac{I_i}{V_i} \Big|_{V_j=0} \quad Y_{ij} = \frac{I_i}{V_j} \Big|_{V_i=0}$$

$$Y_{ji} = \frac{I_j}{V_i} \Big|_{V_j=0} \quad Y_{jj} = \frac{I_j}{V_j} \Big|_{V_i=0}$$

**Figure 1.3:** Quadripôle pour la construction d'une source de courant dans NEC4 (fig. extraite de Burke (1992)).

### 1.2.2.3) Onde rayonnée

La direction de propagation, la polarisation et l'amplitude de l'onde sont les paramètres d'importance pour la simulation d'un cas dont l'excitation est une onde plane rayonnée se propageant à travers une structure.

Les phases des courants calculés par NEC4 en régime harmonique ont toujours la source comme référence temporelle et spatiale. Dans le cas d'une onde rayonnée, la référence spatiale est située à l'origine du système cartésien. Il est important de garder cette considération à l'esprit dans l'analyse de l'obtention de la réponse des structures aux perturbations rayonnées.

<sup>7</sup> Puisque la convention stipule que le courant entrant dans le quadripôle est connecté à l'extrémité #2 du segment et que le courant sortant est connecté à son extrémité #1, le signe - sera utilisé si l'on désire que le sens de la source de courant corresponde à l'orientation du segment, et le signe + sera utilisé dans le cas opposé.

Ainsi, pour simuler un coup de foudre tombant à 300 mètres d'une structure, il nous faudra placer cette structure à 300 mètres de l'origine dans la direction de propagation de l'onde, ou encore la placer à l'origine en imposant un délai de  $300/c$  secondes à l'excitation. Lorsque les dimensions de la structure sont importantes par rapport à la longueur d'onde, les phases relatives des courants en différents points de la structure seront conformes au délai de propagation de l'onde incidente à travers la structure.

### **1.2.3) Analyse des sols**

La présence d'un sol affecte la solution déterminée par la méthode des moments à trois égards. Premièrement, le sol affecte le champ incident sur la structure. En conséquence, le courant circulant sur celle-ci sera modifié ce qui aura par la suite une incidence sur le champ diffracté par la structure.

L'analyse des sols dans NEC4 peut être effectuée selon 3 traitements différents:

- 1) Analyse avec sol parfait
- 2) Analyse avec approximation des coefficients de réflexion
- 3) Traitement analytique complet avec intégrales de Sommerfeld

#### **1.2.3.1) Sol parfait**

L'analyse avec sol parfait suppose que la conductivité du sol est infinie. Dans ce cas, le concept utilisé est celui de l'image virtuelle. Comme son nom l'indique, l'image virtuelle n'a aucune réalité physique; elle est une pure abstraction qui, combinée à l'objet réel, produit le même effet qu'un sol parfaitement conducteur. Dans ce cas, la fonction de Green dans L'EICE dont est construit chaque terme de la matrice d'interaction doit être remplacée par la différence de la fonction de Green en espace libre du segment de la structure elle-même et de la fonction de Green en espace libre du segment de son image virtuelle.

### 1.2.3.2) Approximation des coefficients de réflexion

Lorsque le sol n'est pas parfaitement conducteur, l'approximation des coefficients de réflexion utilise essentiellement la même démarche à l'exception du fait que l'image virtuelle est pondérée par les coefficients de réflexion (aussi appelés coefficients de Fresnel) caractérisant le comportement de l'onde plane à l'interface air-sol. Ceux-ci sont respectivement donnés par:

$$R_v = \frac{\cos\theta - Z_r \sqrt{1 - (Z_r \sin\theta)^2}}{\cos\theta + Z_r \sqrt{1 - (Z_r \sin\theta)^2}} \quad R_h = \frac{-Z_r \cos\theta - \sqrt{1 - (Z_r \sin\theta)^2}}{Z_r \cos\theta + \sqrt{1 - (Z_r \sin\theta)^2}} \quad \text{où } Z_r = \left( \epsilon_r - \frac{j\sigma}{\omega\epsilon_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.15)$$

$R_v$  est utilisé pour les cas de polarisation verticale i.e. lorsque le champ électrique est parallèle au plan d'incidence alors que  $R_h$  est employé pour les cas de polarisation horizontale i.e. lorsque le champ électrique est perpendiculaire au plan d'incidence.

Ces expressions sont déduites des conditions frontières à l'interface, c'est-à-dire de la continuité des champs électrique et magnétique tangentiels.

La convention d'orientation des champs est illustrée à la figure ci-dessous:

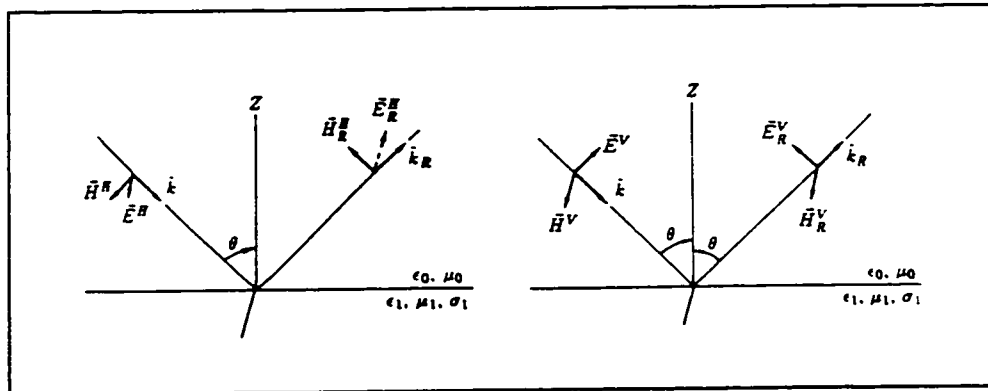


**Figure 1.4:** Polarisation horizontale et verticale d'une onde plane incidente sur le sol (fig. extraite de Burke (1992)).

Puisque l'approximation des coefficients de réflexion suppose que les ondes EM incidentes sur le sol sont des ondes planes, elle ne sera valable que lorsque les structures seront situées à une hauteur adéquate au-dessus du sol<sup>8</sup>.

Aussi, puisque ce traitement ne fait appel qu'aux seuls coefficients de réflexion (sans considérer la transmission des ondes dans le sol), il n'est utilisable que pour des structures et des points d'évaluation des champs se situant exclusivement au-dessus du sol. Ce traitement ne s'applique donc qu'aux problèmes d'antennes.

### 1.2.2.3) Traitement complet avec intégrales de Sommerfeld

Une analyse exacte de l'effet des sols est possible grâce à l'application des intégrales de Sommerfeld dérivées en 1909 (voir aussi Banos (1966)). Ces expressions très complexes permettent le traitement intégral des caractéristiques de rayonnement des structures, enfouies ou non, en tenant compte de leur interaction avec un sol de perméabilité, de permittivité et de conductivité quelconques. L'influence de la distribution des courants de conduction induits dans le sol est incluse dans ces intégrales, ce qui nous permet d'apprécier la puissance et la rigueur de ces expressions.

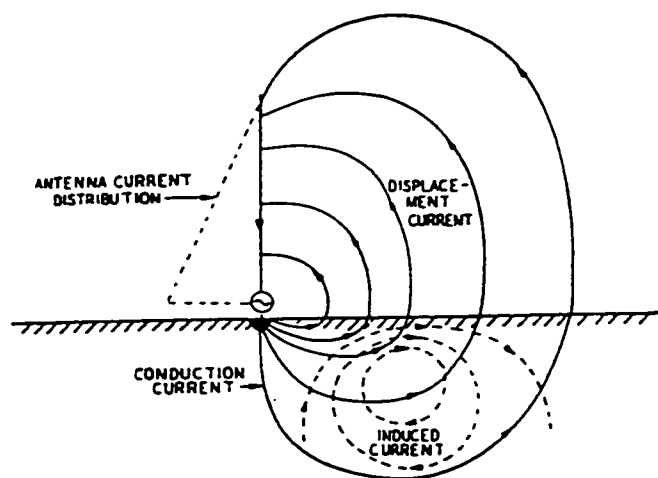


**Figure 1.5:** Courants induits dans le sol (figure extraite de Sunde (1949)).

<sup>8</sup> Selon les indications fournies, cette hauteur devrait être d'au moins  $\lambda/10$  à la fréquence considérée.

L'annexe C expose très brièvement le développement ayant mené à la formulation de ces intégrales. Les expressions du champ électrique pour les quatre cas de rayonnement d'un dipole simple (horizontal ou vertical, enfoui ou non-enfoui) ainsi que les huit variantes des intégrales fondamentales de Sommerfeld y sont présentées.

Le programme NEC4 évalue ces intégrales à l'aide de tables d'interpolation qui doivent être recalculées à chaque fréquence d'analyse. Le résultat de ces calculs est par la suite incorporé dans la matrice d'interaction afin que l'effet de la présence du sol soit considéré dans la détermination des courants circulant sur la structure.

Tous les résultats de simulations présentés dans ce travail et comportant des sols ont été obtenus avec NEC4 selon ce traitement global et rigoureux de leur effet.

#### 1.2.4) Pertes dans les conducteurs

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré les structures comme étant constituées de parfaits conducteurs.

Lorsque la conductivité des tiges est finie, l'équation intégrale du champ électrique est généralisée en modifiant la condition frontière de l'équation (1.1) par la suivante:

$$s^2 [E^d(r) + E^l(r)] = Z_{int} I(s) \quad (1.16)$$

où  $Z_{int}$  est l'impédance linéique interne en  $\Omega/m$  de la tige. Le terme de droite comporte l'inconnue i.e. le courant circulant sur le segment et sera donc combiné au terme de champ diffracté à gauche pour être incorporé à l'EICE. Ainsi, seuls les termes de la diagonale de la matrice d'interaction seront affectés par la présence de pertes sur le conducteur. L'impédance linéique interne  $Z_{int}$  est donnée par l'expression suivante:

$$Z_{int} = \frac{k}{2\pi r_0} \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} \quad (1.17)$$

où  $r_0$  est le rayon de la tige et où  $k=(1-j)/d_0$  où  $d_0$  est la profondeur de pénétration.

Cette formule est démontrée à l'annexe D et tracée en fonction de la fréquence pour un conducteur de cuivre de calibre 1/0. On y constate qu'une simple tige, quasi parfait

conducteur à basse fréquence, présente une impédance de plus en plus élevée à mesure que la fréquence augmente i.e. qu'elle présente un comportement inductif très important. Cette impédance inductive est essentiellement attribuable à l'inductance de radiation des tiges (environ  $1 \mu\text{H/m}$ ).

Lorsqu'une impédance ponctuelle est spécifiée sur des segments de conducteurs,  $Z_{\text{int}}$  est calculée simplement en effectuant le rapport de cette impédance à la longueur du segment sur lequel elle se trouve.

### 1.2.5) Considérations sur le temps de calcul

Dans NEC4, le processus de détermination des courants circulant sur une structure se fait en trois étapes:

- 1) Remplissage de la matrice d'interaction
- 2) Factorisation LU de la matrice d'interaction
- 3) Résolution proprement dite des courants

La première étape se fait en un temps  $T$  proportionnel au carré du nombre d'éléments de la structure ( $T \propto k_1 N^2$ ). La factorisation LU et la résolution proprement dite du système après factorisation sont effectuées en des temps proportionnels à  $N^3/3$  et  $N^2$  respectivement<sup>9</sup>.

Le facteur  $k_1$  dépend grandement du type de sols choisi pour l'analyse. Par exemple, avec les intégrales de Sommerfeld, le temps nécessaire au remplissage de la matrice d'interaction sera environ 8 fois plus long que pour le même problème considéré dans l'espace libre. L'approximation des coefficients de réflexion permettra de réduire ce temps par un facteur de 2 à 4.

La présence d'un sol parfaitement conducteur quant à elle, ne fait que doubler le temps nécessaire au remplissage de la matrice d'interaction ce qui est dû à l'inclusion dans celle-ci de l'effet de la structure image.

---

<sup>9</sup> Seules les multiplications et les divisions sont significatives dans l'évaluation du temps de calcul.

Comme nous venons de le voir, la factorisation LU de la matrice d'interaction est l'étape la plus longue du processus de résolution puisque cette opération nécessite un temps proportionnel au cube du nombre de segments. Ainsi, grosso modo, pour un même nombre de fréquences d'analyse, le fait de doubler le nombre de segments d'une structure multiplier par 8 le temps nécessaire à la résolution du problème.

Il va sans dire que le temps de calcul est aussi directement proportionnel au nombre de fréquences d'analyse puisque le processus de calcul est répété pour chacune des fréquences spécifiées.

## CHAPITRE 2: ANALYSE DE FOURIER

La décomposition des signaux en leurs composantes fréquentielles par analyse de Fourier est essentielle au traitement des résultats obtenus par la méthode harmonique des moments que nous avons décrite au chapitre précédent.

Les expressions des séries et transformées de Fourier seront ici présentées tout d'abord dans le domaine continu. Par après, nous passerons au domaine discret dans le cadre de la démonstration de la formule de la transformée discrète de Fourier (FFT). Nous verrons qu'il existe une étroite analogie entre les deux types de formulations puis nous discuterons brièvement des principaux aspects de la reconstitution des signaux ainsi que de l'algorithme de la transformée discrète de Fourier.

Ce chapitre constitue donc une étape indispensable devant nous mener au chapitre 3 où nous verrons comment l'analyse de Fourier, combinée aux résultats de NEC4, nous permet de reconstituer la réponse temporelle de structures soumises à des excitations transitoires comme la foudre.

### 2.1) Analyse dans le domaine continu: séries et transformées de Fourier

L'expression bien connue de la série de Fourier d'un signal périodique  $h(t)$  de période  $T_0$ , s'exprime par:

$$h(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} c_k e^{\frac{j2\pi kt}{T_0}} \quad (2.1)$$

où chaque coefficient  $c_k$  est donné par:

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} h(t) e^{\frac{-j2\pi kt}{T_0}} \quad (2.2)$$

L'équation (2.1), s'écrit aussi sous forme de série trigonométrique:

$$h(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T_0}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T_0}\right) \quad (2.3)$$

où les coefficients  $a_0$ ,  $a_k$  et  $b_k$  sont donnés par:

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} h(t) dt \quad (2.4)$$

$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} h(t) \cos\left(\frac{2\pi kt}{T_0}\right) dt \quad (2.5)$$

$$b_k = \frac{2}{T_0} \int_{T_0} h(t) \sin\left(\frac{2\pi kt}{T_0}\right) dt \quad (2.6)$$

L'expression (2.3) est facilement établie par la relation liant l'exponentielle complexe aux fonctions sinus et cosinus. Nous pouvons en effet par identification établir les relations suivantes entre les coefficients de Fourier de la série exponentielle et les coefficients de Fourier de la série trigonométrique.

$$\begin{aligned} c_0 &= a_0 & a_0 &= c_0 \\ c_k &= \frac{a_k}{2} - \frac{jb_k}{2} & a_k &= c_k + c_{-k} \\ c_{-k} &= \frac{a_k}{2} + \frac{jb_k}{2} & b_k &= jc_k - jc_{-k} \end{aligned} \quad (2.7) \quad (2.8)$$

Comme la partie réelle des coefficients  $c_k$  est une fonction paire de  $k$  et que la partie imaginaire est une fonction impaire, nous pouvons écrire:

$$\begin{aligned} a_k &= 2\operatorname{Re}(c_k) \\ b_k &= -2\operatorname{Im}(c_k) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Nous venons donc de voir comment un signal périodique quelconque peut être représenté sous forme de série de Fourier, c'est-à-dire d'une combinaison linéaire de fonctions harmoniques.

Lorsque le signal a une durée finie dans le temps, on considère alors sa période comme étant infinie dans l'analyse de Fourier. Ce cas extrême consiste alors en une transformée de Fourier définie analytiquement par<sup>1</sup>:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.10)$$

Le signal temporel  $h(t)$  est reconstitué à partir de sa transformée de Fourier  $H(f)$  selon l'expression suivante, la transformée inverse de Fourier:

$$h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(f) e^{j2\pi ft} df \quad (2.11)$$

Une relation très étroite existe entre la transformée de Fourier et la série de Fourier. En effet, le  $k$ ème coefficient de Fourier d'un signal périodique est obtenu du calcul de la transformée de Fourier d'une seule période du signal évaluée au  $k$ ème multiple de la fréquence fondamentale, cette dernière expression étant divisée par  $T_0$ , la période du signal.

$$c_k = \frac{1}{T_0} H(kf_0) \quad (2.12)$$

---

<sup>1</sup> Pour la démonstration de la représentation de signaux aperiodiques comme cas limite de séries de fonctions harmoniques tel que développé originalement par J.B. Fourier, voir Oppenheim et al. (1983).

Il est établi que la transformée de Fourier de  $e^{j2\pi f_0 t}$  est donnée par  $\delta(f-f_0)$  (voir Oppenheim et al. (1983)).

$$\mathcal{F}(e^{j2\pi f_0 t}) = \delta(f-f_0) \quad (2.13)$$

La transformée de Fourier d'un signal périodique exprimé selon l'équation (2.1), sera donc donnée par:

$$H(f) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} c_k \delta(f-kf_0) \quad (2.14)$$

Nous dirons donc que la transformée de Fourier d'un signal périodique est constituée d'un train d'impulsions positionnées dans le domaine fréquentiel aux multiples de la fréquence fondamentale du signal,  $f_0$ , et dont l'amplitude de chaque impulsion est donnée par le coefficient de Fourier correspondant de la série exponentielle.

## 2.2) Transformée discrète de Fourier

Les équations précédentes ont été développées dans le domaine continu. En pratique évidemment, tout signal est traité numériquement c'est-à-dire de façon discrète. Dans cette section, nous présenterons les équations de l'analyse de Fourier relatives au domaine discret, équations que nous dériverons comme étant un cas particulier de la transformée de Fourier dans le domaine continu. Les références que nous donnerons entre parenthèses se rapportent aux différentes étapes de la figure 2.1. Celle-ci nous permettra de visualiser graphiquement le processus mathématique que nous allons maintenant décrire dans le domaine temporel (colonne de gauche) et dans le domaine fréquentiel (colonne de droite).

Commençons tout d'abord par le domaine temporel. Soit un signal  $h(t)$  continu dans le temps. L'échantillonnage de celui-ci se traduit mathématiquement par une multiplication du signal avec un peigne de Dirac  $\Delta_0$  de période  $T$  où  $T$  est l'intervalle d'échantillonnage (étapes a, b et c).

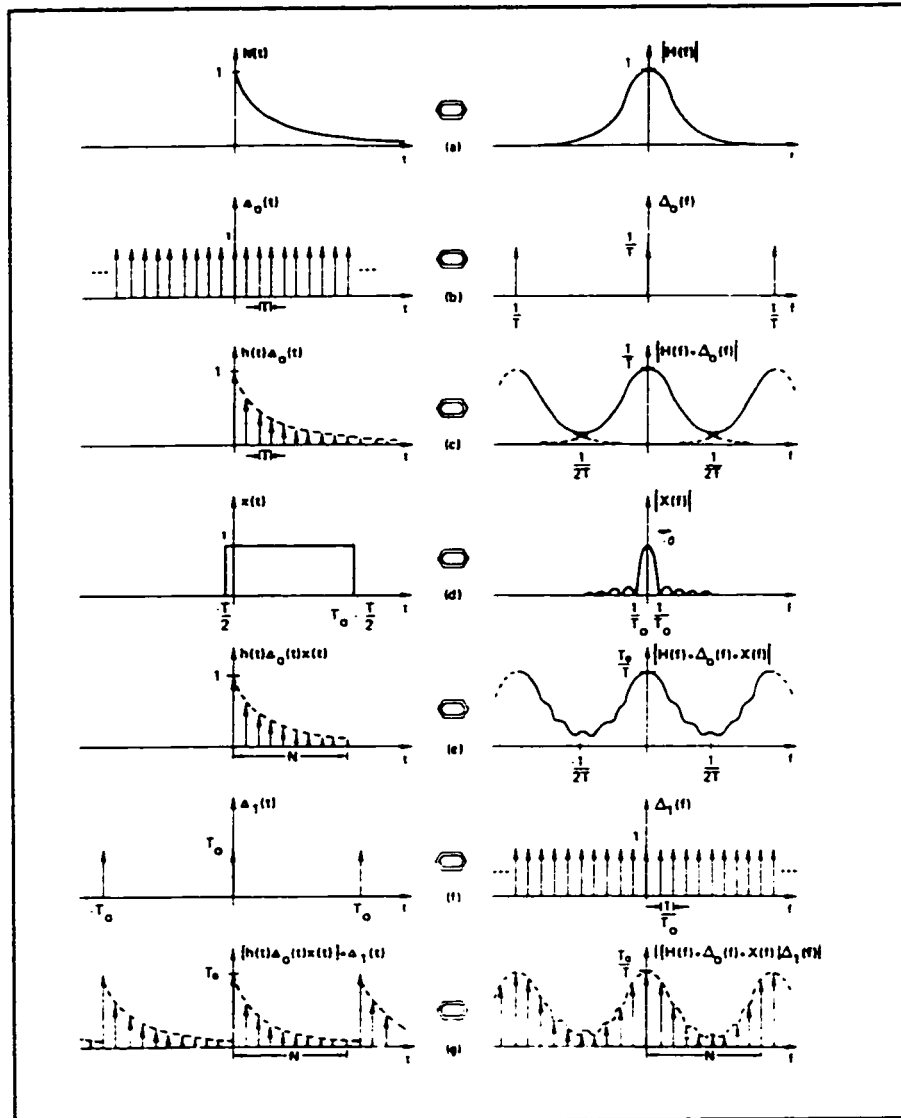


**Figure 2.1:** Démonstration graphique du processus d'obtention de la formule de la transformée discrète de Fourier (Brigham (1988)).

$$\Delta_o = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(t-nT) \quad (2.15)$$

$$h(t) \cdot \Delta_o = h(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(t-nT) \quad (2.16)$$

L'étape suivante consiste à multiplier ce résultat par une fenêtre rectangulaire d'observation  $x(t)$  de largeur  $T_0$ , où  $T_0 = NT$ ,  $N$  étant le nombre d'échantillons de la fenêtre (étapes d et e).

$$h(t) \cdot \Delta_0 \cdot x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \cdot \delta(t - nT) \quad (2.17)$$

où

$$\begin{aligned} x(t) &= 1 \quad \text{pour } 0 < t < T_0 \\ x(t) &= 0 \quad \text{ailleurs} \end{aligned} \quad (2.18)$$

On reporte par la suite l'échantillon obtenu sur plusieurs périodes, ce qui consiste à convoluer l'expression précédente avec un peigne de Dirac de période égale à la fenêtre d'observation<sup>2</sup> (étapes f et g).

$$h(t) \cdot \Delta_0 \cdot x(t) * T_0 \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \delta(t - rT_0) = T_0 \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \delta(t - nT - rT_0) \quad (2.19)$$

Cette équation représente une approximation numérique du signal initial. Par cette dernière opération, celui-ci a aussi été rendu artificiellement périodique de période égale à la fenêtre d'observation  $T_0$  après sa discrétisation et sa troncature. Nous dénoterons cette approximation périodique du signal original par  $h_e(t)$ .

$$h_e(t) = T_0 \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{N-1} h(nT) \delta(t - nT - rT_0) \quad (2.20)$$

Voyons maintenant comment les étapes précédentes se traduisent dans le domaine fréquentiel.

$$\mathfrak{F}(h_e(t)) = \mathfrak{F} \left( h(t) \cdot \Delta_0 \cdot x(t) * T_0 \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \delta(t - rT_0) \right) \quad (2.21)$$

---

<sup>2</sup> Le peigne de Dirac est ici multiplié par une constante égale à  $T_0$ , la période du signal afin que l'échantillonnage dans le domaine fréquentiel soit de 1.

$$H_e(f) = \mathcal{F}(h_e(t)) = \left[ H(f) * \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) * X(f) \right] \cdot \sum_{r=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{r}{T_o}\right) \quad (2.22)$$

où  $H(f)$  est la transformée de Fourier du signal original  $h(t)$ , et où :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{T} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) = \mathcal{F}(\Delta_o(t)) \quad (2.23)$$

et où

$$X(f) = \mathcal{F}(X(t)) = T_o \frac{\sin(\pi f T_o)}{\pi f T_o} e^{\frac{j^2 \pi f T_o}{2}} \quad (2.24)$$

où le facteur de phase  $e^{j^2 \pi f T_o / 2}$  change selon la position du centre de la fenêtre d'observation (qui est ici à  $T_o/2$ ) et affecte donc la phase du résultat sans en modifier le module.

La convolution temporelle par un peigne de Dirac de période  $T_o$  (étape f) se traduit par un échantillonnage de période  $1/T_o$  dans le domaine des fréquences. Le résultat (étape g) consiste donc dans ce domaine en un peigne de Dirac périodique dont chaque impulsion est donnée, tel que nous l'avons mentionné précédemment, par le coefficient de Fourier à la fréquence observée, du signal temporel discrétisé rendu artificiellement périodique. Ainsi, selon l'équation (2.14), nous aurons :

$$H_e(f) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_{ke} \delta(f - kf_0) \quad (2.25)$$

où

$$c_{ke} = \frac{1}{T_o} \int_{T_o} h_e(t) e^{\frac{j^2 \pi k t}{T_o}} dt \quad (2.26)$$

En remplaçant  $h_c(t)$  par l'équation (2.20), nous avons:

$$c_{ke} = \int_{T_o} \left[ \sum_{r=-\infty}^{r=\infty} \sum_{n=0}^{n=N-1} h(nT) \delta(t-nT-rT_o) \right] e^{\frac{-j2\pi kt}{T_o}} dt \quad (2.27)$$

ce qui se réduit à

$$c_{ke} = \int_{T_o} \left[ \sum_{n=0}^{n=N-1} h(nT) \delta(t-nT) \right] e^{\frac{-j2\pi kt}{T_o}} dt \quad (2.28)$$

étant donné que l'intégration ne se fait que sur une seule période (nous avons posé  $r=0$ ).

Nous pouvons aussi écrire:

$$c_{ke} = \sum_{n=0}^{n=N-1} h(nT) \int_{T_o} e^{\frac{-j2\pi kt}{T_o}} \delta(t-nT) dt \quad (2.29)$$

$$c_{ke} = \sum_{n=0}^{n=N-1} h(nT) e^{\frac{-j2\pi n k T}{T_o}} \quad (2.30)$$

donc,

$$c_{ke} = \sum_{n=0}^{n=N-1} h(nT) e^{\frac{-j2\pi n k}{N}} \quad (2.31)$$

puisque  $NT=T_o$ .

Après substitution de cette dernière expression dans l'équation (2.25), nous obtenons:

$$H_c(f) = \sum_{k=-\infty}^{k=\infty} \left[ \sum_{n=0}^{n=N-1} h(nT) e^{\frac{-j2\pi n k}{N}} \right] \delta(t-kf_o) \quad (2.32)$$

La somme infinie d'impulsions de Dirac traduit le fait que le patron se répète sur l'ensemble du spectre sous forme d'impulsions discrètes. En gardant cette considération à l'esprit, nous pouvons porter notre attention sur une seule période de ce spectre fréquentiel et écrire:

$$H_e(f) = \sum_{n=0}^{N-1} h(nT) e^{\frac{-j2\pi nk}{N}} = c_{ke} \quad (2.33)$$

Ainsi, ce que nous désignons par transformée discrète de Fourier est en fait l'ensemble des N coefficients de Fourier du signal original échantillonné par N points, par la suite tronqué et rendu artificiellement périodique dans le processus d'échantillonnage dans le domaine fréquentiel.

La représentation graphique de la figure 2.1 nous permet de constater qu'au terme du processus, le résultat obtenu dans le domaine fréquentiel comporte un facteur  $T_0/T$  multipliant la transformée de Fourier du signal initial (comparer étape a et étape g). Le dénominateur T provient de la transformée de Fourier du peigne de Dirac effectuant l'échantillonnage du signal original dans le domaine temporel (étape b) alors que le numérateur  $T_0$  provient de la transformée de Fourier de la fenêtre d'observation (étape d). Etant donné que  $T_0=NT$ , il nous faut donc modifier l'expression (2.33) par un facteur  $1/N$ .

$$c_{ke} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h(nT) e^{\frac{-j2\pi nk}{N}} \quad (2.34)$$

L'expression de la transformée inverse de Fourier qui permet à partir des coefficients de l'équation précédente de retrouver les échantillons de signal temporel sera donnée par la formule suivante:

$$h(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{\frac{j2\pi nk}{N}} \quad (2.35)$$

Le résumé ci-dessous nous permet de bien mettre en évidence les différences dans le traitement de l'analyse de Fourier en continu et en discret.

### Domaine continu

$$h(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{\frac{j2\pi kt}{T_0}} \quad \Leftrightarrow$$

$$c_k = \frac{1}{T_0} \int_{T_0} h_e(t) e^{-\frac{j2\pi kt}{T_0}} dt \quad \Leftrightarrow$$

### Domaine discret

$$h(nT) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k e^{\frac{j2\pi nk}{N}}$$

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h(nT) e^{-\frac{j2\pi nk}{N}}$$

1- Le signal continu est constitué d'une somme infinie de coefficients de Fourier pondérant les exponentielles à différentes fréquences, alors que le signal discret n'est constitué que de N composantes fréquentielles où N est le nombre d'échantillons du signal.

2- La détermination des coefficients de Fourier dans le domaine continu est effectuée par une intégrale alors qu'il s'agit d'une somme finie dans le domaine discret.

Une analogie très étroite peut ainsi être établie entre les deux domaines d'analyse:

| continu        |                   | discret         |
|----------------|-------------------|-----------------|
| t              | $\Leftrightarrow$ | nT              |
| f              | $\Leftrightarrow$ | kf <sub>0</sub> |
| T <sub>0</sub> | $\Leftrightarrow$ | NT              |

### 2.3) Reconstitution des signaux

L'examen de la figure 2.1 nous permet de mettre en évidence que le recouvrement spectral résultant de l'échantillonnage temporel (étape c) et que l'ondulation résiduelle provenant de la largeur de la fenêtre d'observation temporelle (étape e) sont les deux facteurs qui altèrent le résultat obtenu de la FFT par rapport au spectre réel du signal dans le domaine continu. Cette constatation nous permet d'énoncer deux concepts primordiaux dans l'utilisation de la transformée discrète de Fourier.

1) Afin de minimiser l'effet du recouvrement spectral aux hautes fréquences, la période d'échantillonnage temporel se doit d'être la plus petite possible. En effet, le spectre se répétant à tous les multiples de  $1/T$ , une diminution de  $T$  minimisera le recouvrement aux plus hautes fréquences du spectre (voir étapes a,b et c de la figure 2.1).

2) Plus large sera la fenêtre d'observation temporelle, plus petite sera l'erreur causée par la troncature du signal; dans le domaine fréquentiel en effet, la largeur du lobe principal et des lobes secondaires ainsi que l'amplitude de ces derniers s'amenuiseront ce qui se traduira par une atténuation de l'ondulation résiduelle (étapes d et e de la figure 2.1).

Ces considérations nous permettent maintenant de juger de la qualité de la reconstitution temporelle pour différentes classes de signaux.

#### 1) Signaux périodiques à bande limitée

(i.e. finis en fréquences, infinis dans le temps)

La reconstitution du signal sera parfaite si le théorème de Nyquist est respecté et si la fenêtre d'observation est exactement de une période.

#### 2) Signaux périodiques à bande illimitée

(i.e. infinis en fréquences, infinis dans le temps)

Comme le spectre est infini, le recouvrement spectral est inévitable. Par contre, si la fenêtre d'observation est égale à une période de signal, il n'y aura aucune erreur due à la troncature.

### 3) Signaux de durée finie

(i.e. apériodiques, infinis en fréquences, finis dans le temps)

Comme le spectre est infini, le recouvrement spectral est encore une fois inévitable. Cependant, comme le signal est fini dans le temps, la troncation n'est pas nécessaire et le résultat ne comportera donc aucune erreur due à celle-ci.

### 4) Signaux généraux

(i.e. apériodiques, infinis en fréquences, infinis dans le temps)

Le recouvrement spectral et l'erreur due à la troncation sont tous deux inévitables.

Les signaux étudiés en pratique font généralement partie de la classe (4). L'analyse de ces signaux fera donc l'objet d'un compromis entre l'importance de l'erreur résultant du recouvrement spectral et celle de l'erreur résultant de la troncature. En effet, pour un nombre  $N$  de points, nous pouvons choisir d'échantillonner très finement le signal ( $T$  très petit) au détriment de la largeur de la fenêtre d'observation ou au contraire, observer le signal sur une grande période de temps mais à intervalle moins fréquent. En général, si le signal possède un contenu fréquentiel restreint, l'effet du recouvrement spectral est faible et l'on peut alors se permettre de l'observer sur une plus grande étendue de temps à l'avantage de la résolution en fréquences ( $1/T_0$ ).

## 2.4) Algorithme de la FFT

L'évaluation de la transformée discrète de Fourier (équation 2.34), nécessite  $N$  multiplications et  $N-1$  additions de nombres complexes pour chacun des  $N$  coefficients  $c_k$ , c'est-à-dire  $N^2$  multiplications et  $N(N-1)$  additions pour l'ensemble des  $N$  coefficients à déterminer.

$$\begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_{N-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & W & W^2 & \dots & W^{N-1} \\ 1 & W^2 & W^4 & \dots & W^{2(N-1)} \\ 1 & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & W^{N-1} & W^{2(N-1)} & \dots & W^{(N-1)^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_{N-1} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

où

$$W = e^{-j \frac{2\pi}{N}} \quad (2.37)$$

Un des algorithmes les plus connus pour optimiser ce traitement est l'algorithme récursif de Cooley-Tukey (voir Brigham (1988) et Burrus et al. (1985)) dont il existe par ailleurs plusieurs variantes ou formes canoniques, comme l'algorithme de Sande-Tukey. Ces algorithmes sont particulièrement performants lorsque le nombre de points d'échantillonnages  $N$  est une puissance de 2.

La figure 2.2 montre la diminution significative du nombre de multiplications à effectuer par application directe de l'expression (2.34)<sup>3</sup> et par un algorithme FFT. Un gain énorme est par conséquent effectué au niveau du temps de calcul.

---

<sup>3</sup> L'expression de la transformée inverse de Fourier (expression 2.35) peut aussi être utilisée dans l'algorithme de la FFT pour évaluer la transformée discrète de Fourier en effectuant préalablement sur le vecteur d'entrée quelques manipulations détaillées à l'annexe E.

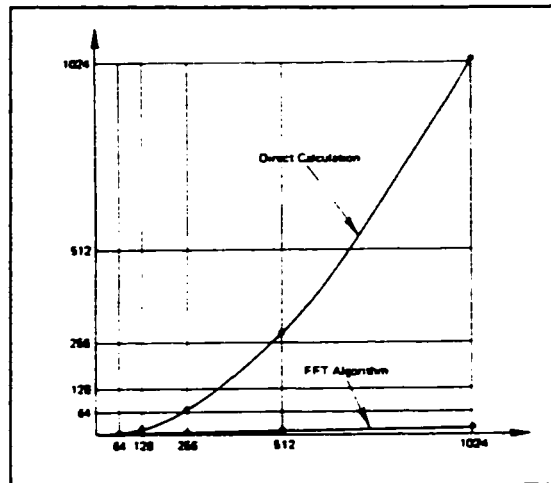


**Figure 2.2:** Nombre de multiplications requises par application directe de la formule (2.34) et par un algorithme FFT (Brigham (1988)).

La clé de l'efficacité de ces algorithmes réside dans la factorisation de la matrice  $N \times N$  de l'équation (2.36). Pour un nombre d'échantillons  $N$  quelconque, il en existe des formes plus sophistiquées qui nécessitent cependant un plus grand temps de calcul.

Les coefficients de Fourier de la série exponentielle d'un signal tels que calculés par les algorithmes FFT sont généralement fournis selon l'ordre montré au tableau 2.1 pour  $N$  étant une puissance de 2 et une fréquence fondamentale  $f_0$ . Comme on peut le voir dans ce tableau, les résultats relatifs à tout  $k$  supérieur à  $N/2$  concernent les fréquences 'négatives'. Ceci est facilement déduit à partir de la formule (2.34) dont un examen attentif révèle aussi que les résultats des parties réelles et imaginaires de  $c_k$  sont respectivement de symétrie paire et impaire par rapport à  $N/2$ , i.e.  $c_k^* = c_{N-k}$  pour tout  $k \in \{1, N/2\}$ .

**Tableau 2.1: Résultats fournis par l'algorithme FFT**

| position<br>(k+1) | fréquence<br>correspondante | coefficient<br>de Fourier<br>( $c_k$ ) |
|-------------------|-----------------------------|----------------------------------------|
| 1                 | 0                           | $c_0$                                  |
| 2                 | $f_0$                       | $c_1$                                  |
| 3                 | $2f_0$                      | $c_2$                                  |
| •                 | •                           | •                                      |
| N/2-1             | $(N/2-2)f_0$                | $c_{(N/2-2)}$                          |
| N/2               | $(N/2-1)f_0$                | $c_{(N/2-1)}$                          |
| N/2+1             | $(N/2)f_0$                  | $c_{N/2}$                              |
| N/2+2             | $(N/2+1)f_0$                | $c_{(N/2+1)} = c_{(N/2-1)}^*$          |
| N/2+3             | $(N/2+2)f_0$                | $c_{(N/2+2)} = c_{(N/2-2)}^*$          |
| •                 | •                           | •                                      |
| N-1               | $-2f_0$                     | $c_{N-2} = c_2^*$                      |
| N                 | $-f_0$                      | $c_{N-1} = c_1^*$                      |

Mentionnons simplement pour clore ce chapitre que l'interprétation adéquate des résultats fournis par la FFT requiert moins la connaissance de l'algorithme lui-même qu'une bonne compréhension des principes qui sous-tendent l'utilisation correcte de la transformée discrète de Fourier. Ces principes primordiaux seront précisés au chapitre suivant en parallèle avec la présentation des conditions de validité de l'analyse de Fourier pour l'obtention de la réponse transitoire d'un système.

## CHAPITRE 3

### OBTENTION DE LA RÉPONSE TRANSITOIRE D'UN SYSTÈME

Du développement théorique présenté au chapitre précédent, il apparaît que l'appellation de transformée discrète de Fourier n'est pas rigoureusement correcte bien que largement utilisée. Nous retiendrons en effet que ce nous désignons ainsi est en fait une opération mathématique qui détermine les coefficients d'une série de Fourier construite à partir d'un échantillon de signal, rendu artificiellement périodique.

Dans ce chapitre-ci, nous verrons comment nous pourrions obtenir la réponse d'un système à une excitation transitoire telle que la foudre par l'utilisation de l'analyse de Fourier et de la méthode fréquentielle des moments. Revoyons tout d'abord brièvement ce qui a été vu jusqu'à maintenant.

#### 3.1) Principe de la reconstitution temporelle

Au chapitre 1, nous avons vu comment la méthode des moments nous permet d'obtenir, à une fréquence donnée, la réponse du système à une excitation harmonique d'amplitude et de phase quelconques. Par un balayage fréquentiel du programme NEC4, nous pouvons déterminer la réponse en fréquence du système sur un spectre choisi.

Au chapitre 2, l'expression de la FFT a été démontrée. Elle permet d'obtenir la composition en fréquence d'une excitation transitoire devenue périodique.

**La réponse d'un système à cette excitation périodique sera obtenue en pondérant la réponse en fréquence obtenue de NEC4 par les coefficients de Fourier du signal d'excitation obtenus de sa FFT. Ainsi, la fonction de transfert du système (grandeur et phase) obtenue par NEC4 sera multipliée par le coefficient de Fourier (grandeur et phase) de l'excitation périodique à la fréquence correspondante et ce, pour l'ensemble**

**du spectre fréquentiel d'intérêt. Nous obtenons alors les coefficients de Fourier de la série représentant la réponse du système à l'excitation périodique en question.**

Ce processus est explicité aux tableaux 3.1 et 3.2 où nous avons procédé à une analyse avec phaseurs. Celle-ci s'effectue sur l'ensemble des coefficients de la série exponentielle de Fourier comprenant les fréquences "positives" et "négatives".

Aux tableaux 3.3 et 3.4, l'analyse est cette fois effectuée en termes de fonctions trigonométriques et des "fréquences positives" seulement, ce qui est tout à fait équivalent. La première forme avec phaseurs sera cependant utilisée puisque l'algorithme de la FFT fournit directement les coefficients de la série exponentielle de Fourier de l'excitation.

Nous obtenons donc au terme de ce processus un signal périodique permanent (voir équation (3.1) ou (3.2)) qui est la réponse du système à l'excitation elle-même périodique et permanente.

**Le comportement transitoire d'un système est maintenant obtenu en ne conservant de la réponse périodique précédente qu'une seule période de signal, c'est-à-dire en annulant toutes les autres périodes. Nous trouvons alors la réponse du système à une seule des périodes de l'excitation comme si cette excitation était elle-même constituée d'une seule période, en d'autres mots, d'une transitoire unique.**

### Analyse avec phaseurs

Tableau 3.1: Analyse avec phaseurs pour une excitation unitaire à fréquence unique

| Terme source    | Réponse de NEC4              | Excitation        | Réponse du système                                 |
|-----------------|------------------------------|-------------------|----------------------------------------------------|
| $e^{j\omega t}$ | $ H(j\omega)  e^{j\omega t}$ | $1 e^{j\omega t}$ | $ H(j\omega)  e^{j(\omega t - \angle H(j\omega))}$ |

Avec un balayage du programme sur  $N/2$  multiples de la fréquence fondamentale et une excitation dont nous connaissons les  $N$  coefficients de Fourier obtenus par FFT, nous avons:

Tableau 3.2: Analyse avec phaseurs pour une excitation quelconque

| Terme source           | Réponse de NEC4                                     | Excitation                      | Réponse du système                                                                     |
|------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------|
| $e^{\pm j\omega_0 t}$  | $ H(j\omega_0)  e^{\pm j\angle H(j\omega_0)}$       | $ c_1  e^{\pm j\angle c_1}$     | $ H(j\omega_0)  \cdot  c_1  e^{\pm j(\angle H(j\omega_0) + \angle c_1)}$               |
| $e^{\pm j2\omega_0 t}$ | $ H(j2\omega_0)  e^{\pm j\angle H(j2\omega_0)}$     | $ c_2  e^{\pm j\angle c_2}$     | $ H(j2\omega_0)  \cdot  c_2  e^{\pm j(\angle H(j2\omega_0) + \angle c_2)}$             |
| $e^{\pm j3\omega_0 t}$ | $ H(j3\omega_0)  e^{\pm j\angle H(j3\omega_0)}$     | $ c_3  e^{\pm j\angle c_3}$     | $ H(j3\omega_0)  \cdot  c_3  e^{\pm j(\angle H(j3\omega_0) + \angle c_3)}$             |
| $\vdots$               | $\vdots$                                            | $\vdots$                        | $\vdots$                                                                               |
| $e^{j(N/2)\omega_0 t}$ | $ H(j(N/2)\omega_0)  e^{j\angle H(j(N/2)\omega_0)}$ | $ c_{N/2}  e^{j\angle c_{N/2}}$ | $ H(j(N/2)\omega_0)  \cdot  c_{N/2}  e^{j(\angle H(j(N/2)\omega_0) + \angle c_{N/2})}$ |

où le signe + se rapporte aux fréquences positives c'est-à-dire aux  $N/2-1$  premiers coefficients de la série exponentielle de Fourier et où le signe - se rapporte aux fréquences négatives c'est-à-dire aux complexes conjugués des  $N/2-1$  premiers coefficients de la série exponentielle de Fourier.

La reconstitution temporelle de la réponse du signal sera donc donnée par:

$$\begin{aligned} signal(t) = & \quad 2|H(j\omega_0)| \cdot |c_1| \cdot \cos(\omega_0 t + \angle c_1 + |H(j\omega_0)|) \quad + \quad 2|H(j2\omega_0)| \cdot |c_2| \cdot \cos(2\omega_0 t + \angle c_2 + |H(j2\omega_0)|) \\ & + 2|H(j3\omega_0)| \cdot |c_3| \cdot \cos(3\omega_0 t + \angle c_3 + |H(j3\omega_0)|) \quad + \quad \dots \\ & + 2|H(j(N/2-1)\omega_0)| \cdot |c_{N/2-1}| \cdot \cos((N/2-1)\omega_0 t + \angle c_{N/2-1} + |H(j(N/2-1)\omega_0)|) \quad + \quad |H(jN/2\omega_0)| \cdot |c_{N/2}| \cdot \cos(N/2\omega_0 t + \angle c_{N/2} + |H(jN/2\omega_0)|) \end{aligned} \quad (3.1)$$

### Analyse avec fonctions trigonométriques

Tableau 3.3: Analyse avec fonctions trigonométriques pour une excitation unitaire à fréquence unique

| Terme source     | Réponse de NEC4              | Excitation | Réponse du système                           |
|------------------|------------------------------|------------|----------------------------------------------|
| $\cos(\omega t)$ | $ H(j\omega)  e^{j\omega t}$ | 1          | $ H(j\omega)  \cos(\omega t +  H(j\omega) )$ |
| $\sin(\omega t)$ | $ H(j\omega)  e^{j\omega t}$ | 1          | $ H(j\omega)  \sin(\omega t +  H(j\omega) )$ |

Avec un balayage du programme sur N/2 multiples de la fréquence fondamentale et une excitation dont nous connaissons les N coefficients de Fourier obtenus par FFT, nous avons:

Tableau 3.4: Analyse avec fonctions trigonométriques pour une excitation quelconque

| Terme source dans NEC4 | Réponse de NEC4                       | Excitation | Réponse du système                                              |
|------------------------|---------------------------------------|------------|-----------------------------------------------------------------|
| $\cos(\omega_0 t)$     | $ H(j\omega_0)  e^{jH(j\omega_0)t}$   | $a_1$      | $a_1 \cdot  H(j\omega_0)  \cos(\omega_0 t +  H(j\omega_0) )$    |
| $\sin(\omega_0 t)$     | $ H(j\omega_0)  e^{jH(j\omega_0)t}$   | $b_1$      | $b_1 \cdot  H(j\omega_0)  \sin(\omega_0 t +  H(j\omega_0) )$    |
| $\cos(2\omega_0 t)$    | $ H(j2\omega_0)  e^{jH(j2\omega_0)t}$ | $a_2$      | $a_2 \cdot  H(j2\omega_0)  \cos(2\omega_0 t +  H(j2\omega_0) )$ |

Tableau 3.4 (suite): Analyse avec fonctions trigonométriques pour une excitation quelconque

| Terme source dans NEC4  | Réponse de NEC4                                | Excitation | Réponse du système                                                      |
|-------------------------|------------------------------------------------|------------|-------------------------------------------------------------------------|
| $\sin(2\omega_0 t)$     | $ H(j2\omega_0)  e^{j H(j2\omega_0) }$         | $b_2$      | $b_2  H(j2\omega_0)  \sin(2\omega_0 t +  H(j2\omega_0) )$               |
| .                       | .                                              | .          | .                                                                       |
| $\cos((N/2)\omega_0 t)$ | $ H(j(N/2)\omega_0)  e^{j H(j(N/2)\omega_0) }$ | $a_{N/2}$  | $a_{N/2}  H(j(N/2)\omega_0)  \cos(N/2\omega_0 t +  H(j(N/2)\omega_0) )$ |

La reconstitution temporelle de la réponse du signal sera donc donnée par:

$$\begin{aligned}
 & a_1 |H(j\omega_0)| \cos(\omega_0 t + |H(j\omega_0)|) + b_1 |H(j\omega_0)| \sin(\omega_0 t + |H(j\omega_0)|) \\
 & + a_2 |H(j2\omega_0)| \cos(2\omega_0 t + |H(j2\omega_0)|) + b_2 |H(j2\omega_0)| \sin(2\omega_0 t + |H(j2\omega_0)|) \\
 & + a_3 |H(j3\omega_0)| \cos(3\omega_0 t + |H(j3\omega_0)|) + b_3 |H(j3\omega_0)| \sin(3\omega_0 t + |H(j3\omega_0)|) \\
 & \dots \\
 & + a_{N/2-1} |H(j(N/2-1)\omega_0)| \cos((N/2-1)\omega_0 t + |H(j(N/2-1)\omega_0)|) \\
 & + b_{N/2-1} |H(j(N/2-1)\omega_0)| \sin((N/2-1)\omega_0 t + |H(j(N/2-1)\omega_0)|) \\
 & + a_{N/2} |H(jN/2\omega_0)| \cos(N/2\omega_0 t + |H(jN/2\omega_0)|)
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

$$signal(t) =$$

Puisque  $a_n = 2\text{Re}(c_n)$  c'est à dire  $2|c_n| \cos(|c_n|)$ , que  $b_n = -2\text{Im}(c_n)$  c'est-à-dire  $-2|c_n| \sin(|c_n|)$ , que  $|c_{N/2}| = |c_{N/2}|$  et que  $|c_{N/2}| = |c_{N/2}| = 0$ , cette expression est équivalente à l'expression de la reconstitution temporelle du signal obtenue de l'analyse avec phaseurs (équation (3.1)). L'identité trigonométrique suivante doit être appliquée:

$$\cos(k\omega_0 t + |c_k| + H(jk\omega_0)) = \cos(k\omega_0 t + H(jk\omega_0)) \cos(|c_k|) - \sin(k\omega_0 t + H(jk\omega_0)) \sin(|c_k|) \tag{3.3}$$

### 3.2) Utilitaires pour l'analyse de Fourier

Le processus d'analyse que nous venons d'exposer nécessite l'utilisation successive de plusieurs programmes, la plupart écrits en langage FORTRAN, comme le programme NEC4 lui-même. La fonction de chacun des ces programmes est résumée au tableau 3.5 avec pour exemple une analyse que nous désignerons par 'struct', soumise à une excitation 'foudre'. La relation entre ces programmes et les différents fichiers d'entrée/sortie est présentée schématiquement à la figure 3.1. Ce diagramme permet en un coup d'oeil de comprendre la chronologie et la suite des étapes du processus d'analyse. Des considérations d'ordre pratique au niveau de la programmation en ont dicté le fractionnement de cette manière.

**Tableau 3.5: Description des programmes**

| <b>Programme</b>                                    | <b>Fonction</b>                                                                                                            | <b>Fichier(s) d'entrée</b>                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>Fichier(s) de sortie</b>                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>NEC4</b><br>Méthode fréquentielle<br>des moments | Calcul de la réponse en<br>fréquence du système aux<br>emplacements choisis                                                | <b>struct.nec</b><br>Contient la géométrie de la<br>structure, choix du spectre<br>fréquentiel, sélection du type<br>et des propriétés du sol, choix<br>de l'emplacement des points<br>de mesure (courant, champ E,<br>champ H, potentiel, etc) dans<br>l'espace ou sur la structure | <b>struct.rep</b><br>Contient la réponse en<br>fréquence (champ électrique,<br>champ magnétique, courant,<br>potentiel, etc) du système<br>aux positions choisies |
| <b>Spect_I</b><br>(programme fortran)               | Transformation de struct.rep<br>en un fichier binaire compact<br>pour les données relatives au<br>courant sur la structure | <b>struct.rep</b>                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>struct.ib</b>                                                                                                                                                  |
| <b>G_onde</b><br>(programme fortran)                | Choix de la forme de<br>l'excitation et génération de<br>ses coefficients de Fourier par<br>la FFT                         | -----                                                                                                                                                                                                                                                                                | * foudre.dat<br>(Forme temporelle de<br>l'excitation)<br>* foudre.fft<br>(Coefficients de Fourier de<br>l'excitation)                                             |
| <b>Ftr2</b><br>(programme fortran)                  | Reconstitution de la réponse<br>temporelle du système                                                                      | *struct.ib<br>et<br>* foudre .fft                                                                                                                                                                                                                                                    | struct.it<br>(Fichier binaire contenant la<br>réponse temporelle du<br>système)                                                                                   |

**Tableau 3.5 (suite): Description des programmes**

| <b>Programme</b>                     | <b>Fonction</b>                                                                          | <b>Fichier(s) d'entrée</b> | <b>Fichier(s) de sortie</b>                                                                                                                                                          |
|--------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Lire_1</b><br>(programme fortran) | Obtention de la réponse temporelle du courant sur des segments choisis de la structure   | struct.it                  | struct.i#<br>(Fichier ASCII contenant la réponse temporelle aux positions sélectionnées. # désigne le numéro du segment de la structure)                                             |
| <b>Lire_f</b><br>(programme fortran) | Obtention de la réponse en fréquence du courant sur des segments choisis de la structure | struct.ib                  | struct.f.i#<br>(Fichier ASCII contenant la réponse en fréquence aux positions sélectionnées. # désigne le numéro du segment de la structure ou de la position d'observation choisie) |
| <b>Trace</b><br>(programme matlab)   | Traçage de la réponse temporelle du système                                              | struct.i#                  | -----                                                                                                                                                                                |

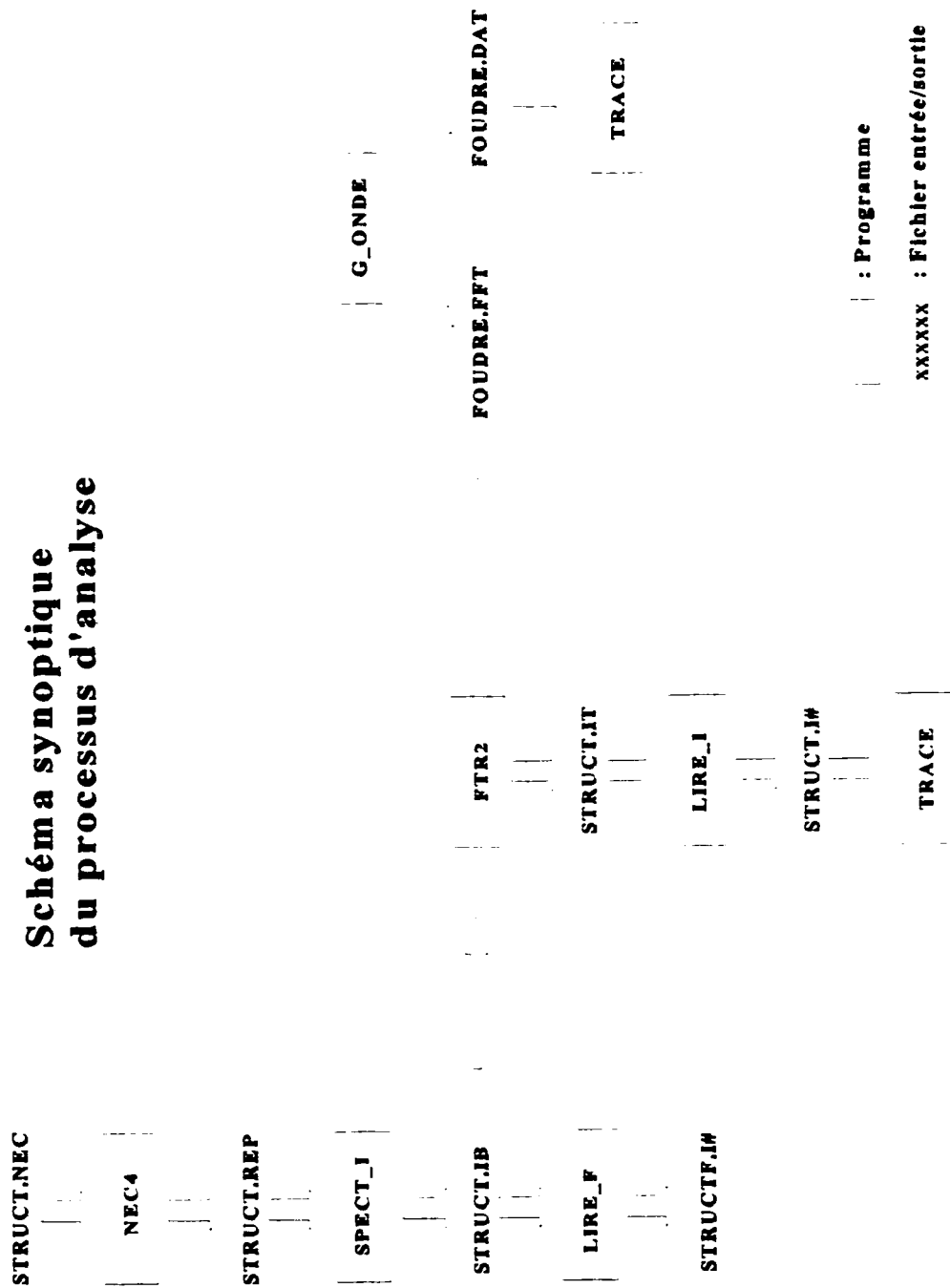


Figure 3.1: Schéma synoptique du processus d'analyse

### 3.3) Formes d'excitation du programme g\_ onde: la foudre

La phénoménologie de la foudre a fait l'objet d'intenses recherches dans le monde particulièrement en France et aux Etats-Unis. Il va sans dire qu'un nombre impressionnant d'articles ont été publiés à ce sujet et que l'étude de la foudre constitue à elle seule toute une spécialité en soi. Nous nous bornerons donc dans cette section à en résumer les principaux paramètres physiques qui seront utilisés dans ce travail.

Les coups de foudre ont été classés selon le signe des charges dont est constitué le précurseur ainsi que selon son sens de propagation. Nous avons donc quatre catégories possibles illustrées à la figure 3.2 tirée du livre de C. Gary sur la foudre (1994) (voir aussi Charoy (1992)).

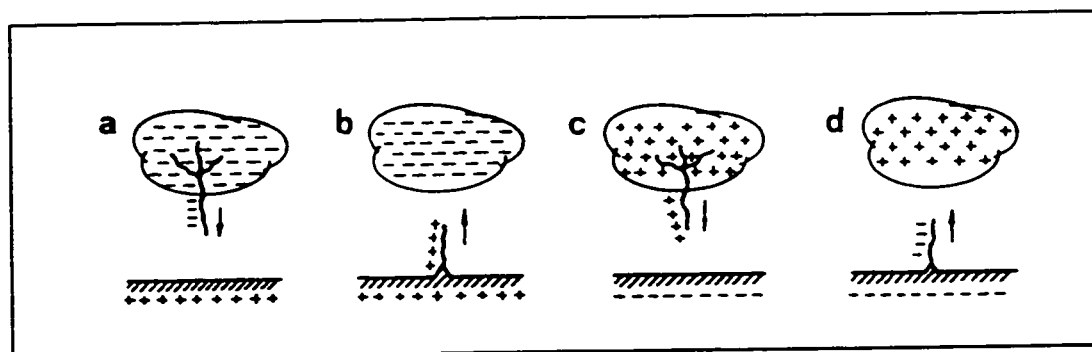


Figure 3.2: Types de traçeurs d'un coup de foudre (Gary (1994))

Dans nos régions tempérées, le coup de foudre négatif est de loin le plus fréquent (90%), ce qui signifie que les nuages orageux sont la plupart du temps chargés négativement induisant ainsi dans le sol des charges superficielles positives. Aussi, pour qu'un traçeur ascendant puisse se développer, la présence d'une proéminence (montagne, tour, arbre isolé) est requise. En terrain peu accidenté, le coup de foudre descendant négatif (a) sera donc le plus probable.

Analysons plus en détail la séquence des événements: à mesure qu'il se propage, le traçeur descendant se bâtit à partir des avalanches électroniques qui se développent à sa tête. Il génère ainsi un canal conducteur qui, une fois en contact avec le sol ou avec un traçeur

ascendant positif, forme un pont entre le nuage et la terre, préparant ainsi la voie à l'arc en retour: un courant intense de nature impulsionnelle, le coup de foudre proprement dit. Ce courant est constitué des charges négatives du nuage qui, en descendant dans le canal ionisé formé par le traçeur, neutralise les charges superficielles positives du sol.

La recherche moderne a permis de connaître les paramètres de l'arc en retour: son évolution temporelle est le plus souvent caractérisée par une bi-exponentielle de temps de front variant typiquement entre 2 et 20  $\mu\text{s}$  et un temps de queue variant entre 100 et 200  $\mu\text{s}$ <sup>1</sup>. Les amplitudes de courant s'étendent sur une très grande plage d'intensités: de 3000 A pour les plus faibles à environ 200000 A pour les plus fortes.

Le menu du programme g\_onda nous permet de choisir diverses formes d'excitation et d'en spécifier les divers paramètres, particulièrement ceux des formes d'onde de foudre normalisées dans le sous-menu 'Double-exponentielle'.

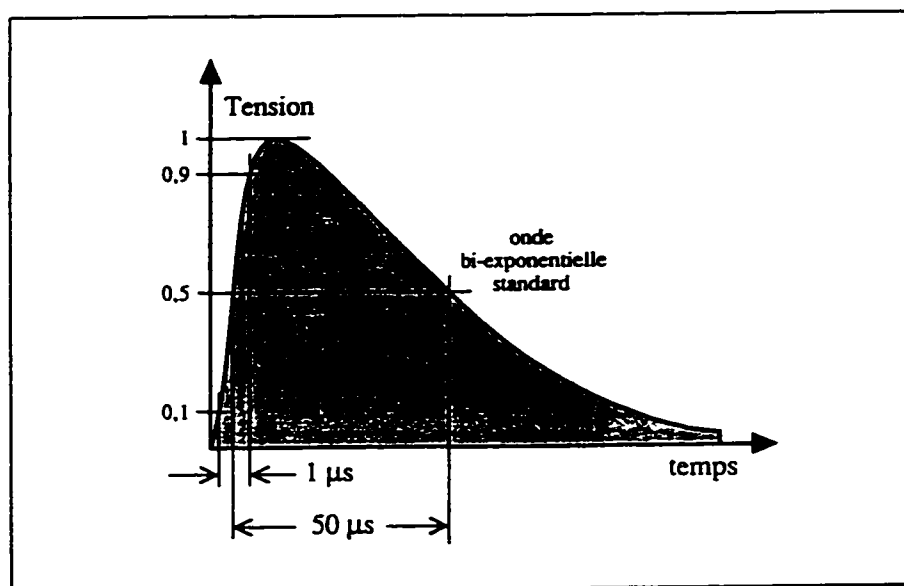


**Figure 3.3:** Onde bi-exponentielle standard (figure extraite de Charoy (1992)).

<sup>1</sup> Les définitions des temps de front et de queue varient selon les différentes normes en vigueur dans le monde. Mentionnons simplement qu'habituellement, le temps de front correspond au temps de montée entre 10% et 90% de la valeur maximale et que le temps de queue correspond au temps de la demi-décroissante. Pour plus de détails: normes internationales CEI 1024-1 (1993) et CEI 1312-1 (1995) et norme ANSI/IEEE Std 4-1978.

### Menu du programme g\_onda:

Choisissez la forme d'onde à générer parmi les suivantes:

- 1) Double exponentielle
- 2) Double exponentielle avec un temps de montée  
modifié par |fonction sinusoïdale|^n
- 3) Double exponentielle avec un temps de montée  
modifié par une ellipse
- 4) Sinus^2
- 5) Dérivée de sinus^2
- 6) Gaussienne
- 7) Dérivée d'une Gaussienne
- 8) |Sinus|^n
- 9) Rampe
- 10) Rampe avec un temps de montée  
modifié par |fonction sinusoïdale|^n
- 11) Injection de type Z
- 12) Injection de type Z avec un temps de montée  
modifié par |fonction sinusoïdale|^n
- 13) Echelon
- 14) |Cosinus|^n => |-0.5+cos(πt/2t0)+0.5|^n
- 15) Onde de foudre selon la norme CEI
- 16) Onde lue dans un fichier
- 0) Terminé

Cette forme d'onde est caractérisée par l'équation suivante:

$$s(t) = A * (e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad (3.4)$$

Le programme permet de déterminer précisément les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $A$  de cette équation en fonction de l'amplitude, du temps de front et de queue de l'onde de courant voulue.

### **3.4) Utilisation adéquate de l'analyse de Fourier pour l'étude des phénomènes transitoires.**

Le processus d'analyse exposé dans ce chapitre pour calculer la réponse d'une structure soumise à une perturbation impulsionnelle comme la foudre ne sera valable qu'à certaines conditions très importantes que nous allons maintenant présenter. Les deux premières conditions ont trait à l'échantillonnage des signaux d'excitation alors que les deux dernières sont liées au processus de reconstitution temporelle.

### 3.4.1) Condition #1: Théorème d'échantillonnage

Le théorème de Nyquist doit être respecté lors de l'échantillonnage du signal d'excitation du système, i.e que la fréquence d'échantillonnage du signal d'excitation ( $f_e = 1/T$ ) doit être plus élevée que le double de la plus haute fréquence contenue dans ce signal ( $f_{\max}$ ).

Une des façons de s'assurer que ce théorème sera respecté consiste à choisir une période d'échantillonnage ( $T$ ) plus petite que le temps de front de l'excitation, ce qui permet la reconstitution de la transition la plus rapide de la réponse du système.

$$f_e \gg 2f_{\max} \quad \text{où} \quad f_{\max} = \frac{1}{4t_f}$$

$$f_e = Nf_0$$

$$f_{\max_a} = \frac{Nf_0}{2} = \frac{f_e}{2} \Rightarrow f_{\max_a} \gg f_{\max} \quad (3.5)$$

$T$ : période d'échantillonnage

$f_e$ : fréquence d'échantillonnage du signal ( $1/T$ )

$N$ : Nombre de points d'échantillonnage

$T_0$ : période d'observation du signal ( $T_0 = NT$ )

$f_0$ : fréquence fondamentale d'analyse ( $1/T_0$ )

$t_f$ : temps de front de l'excitation

$f_{\max}$ : fréquence maximale contenue dans le signal d'excitation

$f_{\max_a}$ : fréquence maximale d'analyse dans NEC4 ( $Nf_0/2$ )

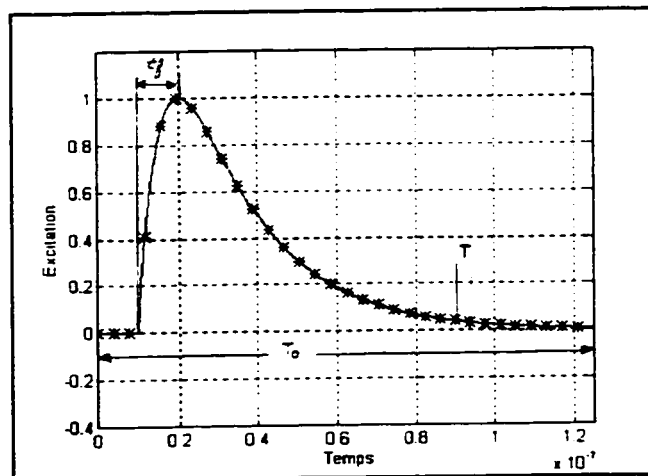


Figure 3.4: Echantillonnage d'un signal

Le meilleur moyen de vérifier que le signal d'excitation a été correctement échantillonné consiste à le reconstituer à partir des coefficients de Fourier obtenus de sa FFT. C'est ce que nous ferons à la section 3.5 où nous étudierons l'effet de divers paramètres du processus d'analyse de Fourier.

### **3.4.2) Condition #2: Valeurs et nombre des fréquences d'analyse**

Comme nous l'avons vu au chapitre 2, l'échantillonnage d'un signal d'excitation avec  $N$  points permet l'obtention de son spectre sur  $N/2$  fréquences "positives" i.e. les fréquences correspondant aux positions  $k=1$  à  $k=N/2$  dans le tableau 2.1 du chapitre 2.

Le spectre fréquentiel de la fonction de transfert calculé par NEC4 doit donc être composé des  $N/2$  premiers multiples de la fréquence fondamentale d'analyse  $f_0$  i.e. que NEC4 calculera la fonction de transfert du système aux fréquences  $f_0, 2f_0, 3f_0 \dots (N/2)f_0$  afin de correspondre aux  $N$  coefficients de la série exponentielle de Fourier de l'excitation.

### **3.4.3) Condition #3: Condition d'énergie nulle à la fin de la période d'observation**

La fenêtre d'observation  $T_0$  doit être plus grande que la durée totale du phénomène, c'est-à-dire de la réponse du système à l'excitation transitoire en question. Cette condition très importante exige donc que le signal se soit complètement amorti avant la fin de la période d'observation  $T_0$ .

La présence d'énergie résiduelle dans le système au-delà de la période d'analyse fournirait en effet une réponse corrompue par recouvrement: la reconstitution obtenue par analyse de Fourier serait construite de la superposition infinie de périodes de durée  $T_0$  adjacentes provenant de la réponse du système à une seule période d'excitation. Ce phénomène est clairement démontré à l'Annexe F à l'aide d'un petit circuit très simple.

Le choix d'une fenêtre d'observation  $T_0$  n'est donc pas facile, car bien qu'elle puisse être facilement déterminée pour l'amortissement total de l'excitation, elle peut ne pas être adéquate pour le système à l'étude; la durée de la réponse de la structure est en effet inconnue et risque donc de dépasser la période d'analyse  $T_0$  choisie a priori.

D'autre part, en choisissant une période  $T_0$  très grande pour éviter ce problème, la fréquence fondamentale d'analyse ( $1/T_0$ ) sera plus faible et un plus grand nombre de fréquences d'analyse (ou encore de points d'échantillonnage, ce qui revient au même) sera alors nécessaire pour respecter la condition #1, ce qui se traduit par un temps de calcul plus élevé.

#### 3.4.4) Condition #4: Correction de la composante continue

Le point de départ de la réponse du système à  $t=0$  obtenu au terme du processus d'analyse de Fourier ne sera pas nécessairement à zéro. Ceci est contraire au principe de causalité: en effet, la réponse d'un système au repos ne peut être autre chose que nulle au moment où l'excitation commence à être appliquée.

Il nous faudra donc effectuer une correction sur le signal réponse. Cette correction sera égale à  $-s(0)$  où  $s(0)$  est la valeur obtenue de la réponse du système à  $t=0$  (ou à  $t=T_0$ , à cause de la périodicité), ce qui aura pour effet de ramener le signal à 0 au début et à la fin de la période.

Cette correction peut sembler n'être exigée uniquement que pour satisfaire le principe de causalité. Sa justification mathématique peut cependant s'expliquer par le fait que  $N/2$  composantes fréquentielles du signal d'excitation ont été utilisées dans le processus sans que n'y soit incluse sa composante continue  $c_0$ ; il manque de même au signal obtenu au terme de l'analyse, la réponse du système à la composante continue de l'excitation.

Cette interprétation est toutefois sujette à caution. En effet, toute l'analyse effectuée ne vise qu'à déterminer la réponse transitoire du système, réponse dont la composante continue est bien entendu nulle puisque la période d'observation est théoriquement infinie. Cependant, comme nous l'avons mentionné précédemment, la notion de périodicité est inévitable dans l'analyse de Fourier et nous la supprimons par la suite en ne conservant qu'une seule des périodes du signal réponse comme si elle était unique.

Ainsi donc, en choisissant une période d'analyse  $T_0$  de plus en plus grande, la composante continue de l'excitation est de plus en plus faible et l'on peut alors constater que la correction  $-s(0)$  à apporter à la réponse du système est elle-même aussi de plus en plus faible. Ce

phénomène sera montré à la section 3.5 pour un exemple simple de reconstitution d'un signal par la FFT.

### 3.5) Exemple de reconstitution d'un signal par la FFT

Nous allons dans cette section effectuer la suite des étapes de l'analyse (figure 3.1) avec une fonction de transfert unitaire i.e. de grandeur 1 et de phase nulle, ce qui signifie qu'au terme du processus, nous obtiendrons simplement la reconstitution de l'excitation sans que celle-ci n'ait été modifiée par une quelconque fonction de transfert provenant de NEC4. Ceci nous permettra d'étudier différents aspects de la reconstitution des signaux dont nous avons parlé au chapitre 2.

#### 3.5.1) Effet du pas d'échantillonnage (T)

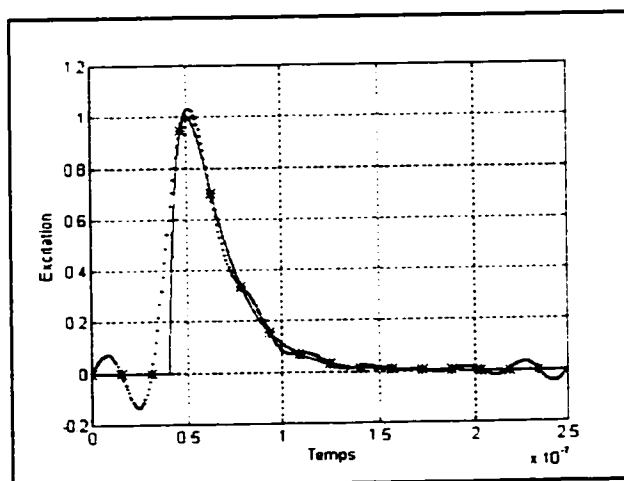


**Figure 3.5 -:** signal original  
 \*: points d'échantillonnage  
 ...: reconstitution du signal avec 8 fréquences (N=16).

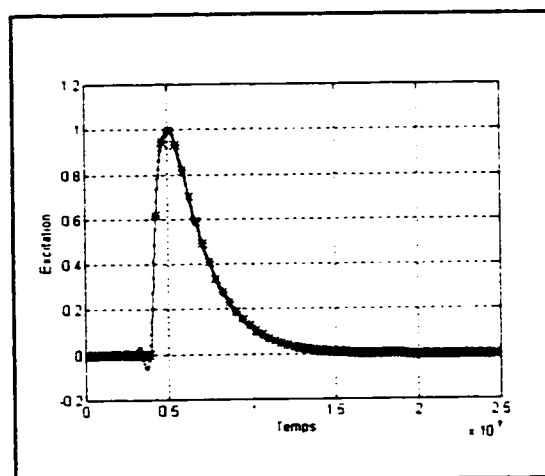


**Figure 3.6 -:** signal original  
 \*: points d'échantillonnage  
 ...: reconstitution du signal avec 32 fréquences (N=64).

Les figures 3.5 et 3.6 montrent une bi-exponentielle de temps de front de  $0.01 \mu\text{s}$  et de temps de queue de  $0.03 \mu\text{s}$  avec un délai de  $0.04 \mu\text{s}$ . Elle est échantillonnée à la figure 3.5 selon les paramètres suivants:  $T=0.015625 \mu\text{s}$ ,  $T_0=2.5 \times 10^{-7} \mu\text{s}$  et  $N=16$ . A la figure 3.6, le pas

d'échantillonnage est quatre fois plus petit et la fenêtre d'observation est égale. Le nombre de points d'échantillonnage est donc égal à 64.

Comme la fenêtre d'observation est la même pour les deux cas, nous avons la même fréquence fondamentale d'analyse. Étant donné que la fréquence d'échantillonnage est quadruplée à la figure 3.6, l'amélioration de la reconstitution du signal est donc due seulement à la diminution du recouvrement spectral (voir chap.2, section 2.3).

On peut voir à la figure 3.5 que les courbes des signaux reconstitués passent exactement par les points d'échantillonnage. Entre ces points, les courbes obtenues du processus de reconstitution (en pointillé) ne sont que des interpolations des signaux originaux. Cette interpolation déviara peu du signal original si le nombre de points d'échantillonnage est élevé, comme à la figure 3.6.

### 3.5.2) Effet de la fenêtre d'observation ( $T_0$ )

La figure 3.7 montre la première moitié de la reconstitution obtenue pour une fenêtre d'observation égale au double de celle de la figure 3.5 avec un pas d'échantillonnage égal ( $T=0.15625 \mu s$ ,  $N=32$ ). La figure 3.8 montre cette reconstitution sur l'ensemble de la fenêtre d'analyse. ( $T_0=5 \cdot 10^{-7} \mu s$ ).

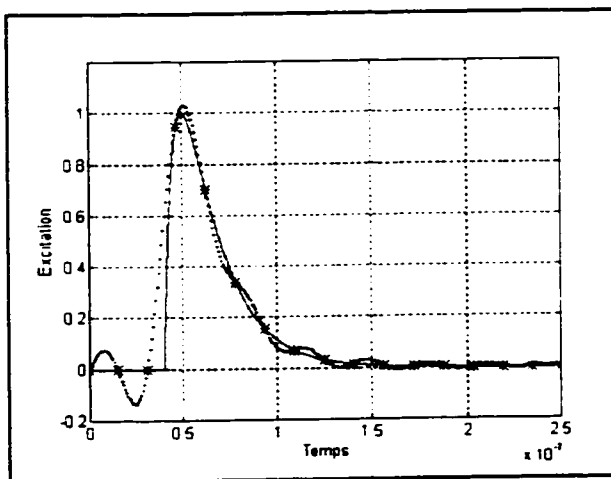


**Figure 3.7** -: signal original  
\*: points d'échantillonnage  
...:reconstitution du signal

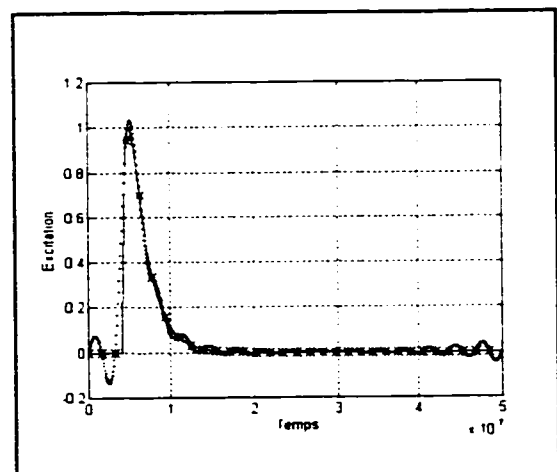


**Figure 3.8** -:signal original  
\*:points d'échantillonnage  
...:reconstitution du signal

Comme la fin de la fenêtre d'observation se termine lorsque le signal s'est complètement amorti, on ne peut à proprement parler ici de diminution de l'erreur due à la troncation (voir chap.2, section 2.3). D'ailleurs, une observation attentive des figures 3.5 et 3.7 nous permet de constater que la reconstitution du signal comme tel n'est pas de beaucoup améliorée par un doublement de la fenêtre d'observation.

Le fait de doubler la fenêtre d'observation nous permet cependant d'obtenir, pour un même pas d'échantillonnage, une résolution en fréquence deux fois plus élevée. Ceci ne nous permet cependant pas de déduire que la reconstitution sera meilleure. En effet, une résolution plus grande en fréquence ne fournira pas nécessairement un bon résultat si l'information sur le contenu haute fréquence du signal est corrompue par le recouvrement spectral, comme c'est le cas dans cet exemple (voir fig.2.1, étape c).

Pour un pas d'échantillonnage donné, l'élargissement de la fenêtre d'observation  $T_0$  dans la partie nulle du signal aura néanmoins l'avantage de nous permettre d'observer la réponse des systèmes sur une plus grande période de temps en éloignant les ondulations résiduelles de bout, mais surtout en nous assurant que la condition d'énergie résiduelle nulle sera satisfaite (condition #3 de la section précédente).

### 3.5.3) Correction sur la composante continue

Pour toutes les figures présentées jusqu'à maintenant, la composante continue a été corrigée de sorte que le signal est toujours nul au temps  $t=0$ .

Les figures 3.9 et 3.10 montrent les résultats des figures 3.5 ( $T_0=2.5*10^{-7}$   $\mu$ s,  $N=16$ ) et 3.8 ( $T_0=5*10^{-7}$   $\mu$ s,  $N=32$ ) sans correction sur la composante continue. On y voit que pour une plus grande fenêtre d'observation (figure 3.10), la correction à apporter est moindre, ce qui confirme le principe que nous avons énoncé à la section 3.4.4.

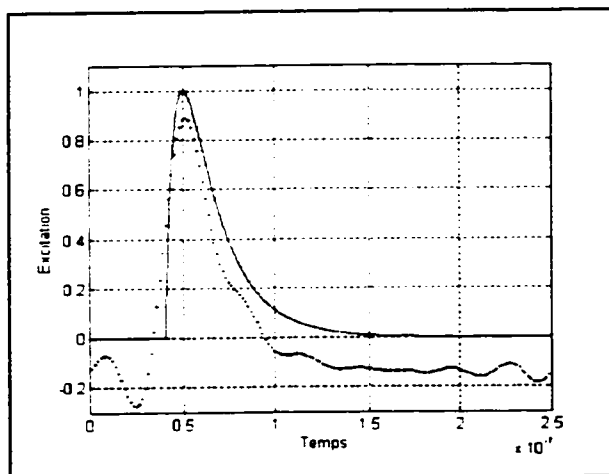


**Figure 3.9** -: signal original  
reconstitution sans correction de la  
composante continue avec  $T_0=0.25\mu s$ .

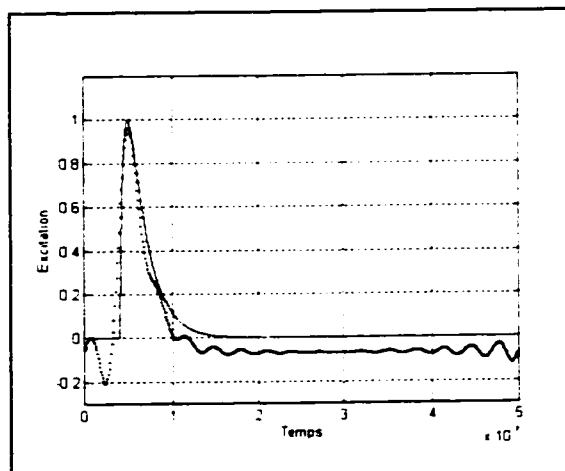


**Figure 3.10** -: signal original  
reconstitution du signal sans la correction  
de la composante continue avec  $T_0=0.5\mu s$ .

## CHAPITRE 4

### VALIDATION DU PROCESSUS D'ANALYSE ET CALCUL DU POTENTIEL ÉLECTRIQUE SCALAIRE

Afin de valider les résultats obtenus de NEC4 ainsi que le processus d'analyse explicité au chapitre précédent, nous allons dans ce chapitre reconstituer la réponse transitoire de deux systèmes dont le comportement est connu: une ligne de transmission uniforme sans pertes et une maquette d'une structure élémentaire de protection contre la foudre. Par la suite, nous montrerons comment NEC4 peut aussi être utilisé à très basse fréquence pour le calcul des prises de terre en courant continu.

La dernière partie de ce chapitre portera sur le calcul du potentiel scalaire électrique en électromagnétisme.

#### 4.1) Ligne de transmission bifilaire

La capacité linéique d'une ligne de transmission bifilaire est donnée par  $C' = \pi\epsilon_0 / \cosh^{-1}(d/2a)$ , son inductance linéique par  $L' = \mu / \pi \cosh^{-1}(d/2a)$  et donc, l'impédance caractéristique de cette ligne,  $Z_0 = \sqrt{L'/C'}$ , sera donnée par  $120 \cosh^{-1}(d/2a)$ .

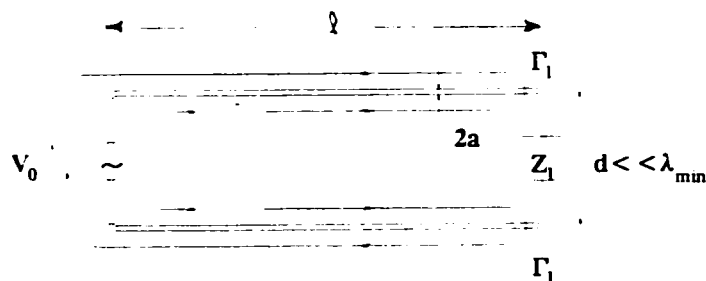


Figure 4.1: Schéma de la ligne de transmission.

Voici maintenant les équations des lignes de transmission:

$$V(x) = V_0 e^{-j\beta x} (1 + \Gamma e^{-2j\beta l}) \quad I(x) = \frac{V_0}{Z_0} e^{-j\beta x} (1 - \Gamma e^{-2j\beta l}) \quad (4.1)$$

où  $V(x)$  et  $I(x)$  sont respectivement la tension entre les deux branches de la ligne et le courant à la position  $x$ , et où

$$V_0 = \frac{V_1}{1 + \Gamma e^{-2j\beta l}} \quad (4.2)$$

où  $V_0$  est la tension de la source et où  $\Gamma$  est le coefficient de réflexion à la charge soit  $(Z_l - Z_0)/(Z_l + Z_0)$ , où  $Z_l$  est l'impédance de la charge en bout de ligne.

Nous allons dans cet exemple nous intéresser au courant circulant sur le segment de la source (à  $x=0$ ) dont la fonction de transfert, pour une fréquence correspondant au  $k$ ème multiple de la fréquence fondamentale est donnée par:

$$I(k) = \frac{V_0}{Z_0} \frac{\left(1 - \Gamma e^{-\frac{j2\pi k l}{T_0}}\right)}{\left(1 + \Gamma e^{-\frac{j2\pi k l}{T_0}}\right)} \quad (4.3)$$

en accord avec la seconde équation de (4.1) où  $\beta = 2\pi k f_0 / c$ . Ainsi, pour un signal  $e(t)$  de la source de tension exprimé selon  $N-1$  coefficients de Fourier  $c_k$  de la série exponentielle,

$$e(t) = \sum_{k=1}^{N-1} c_k e^{-\frac{j2\pi k t}{T_0}} \quad (4.4)$$

nous aurons comme réponse en fréquence du courant à la source

---

<sup>1</sup> La composante correspondant à  $k=0$  est bien entendu exclue de l'analyse; la correction ultérieure sur la composante continue nous permettra de corriger cette lacune comme nous l'avons expliqué au chapitre 3.

$$I(k) = \frac{c_k V_0}{Z_0} \frac{\left(1 - \Gamma e^{\frac{j4\pi kl}{cT_0}}\right)}{\left(1 + \Gamma e^{\frac{j4\pi kl}{cT_0}}\right)} \quad (4.5)$$

pour chacune des N-1 fréquences d'analyse, ce qui se traduit dans le domaine temporel par:

$$i(t) = \frac{V_0}{Z_0} \sum_{k=1}^{N-1} c_k \frac{(1 - \Gamma e^{\frac{j4\pi kl}{cT_0}})}{(1 + \Gamma e^{\frac{j4\pi kl}{cT_0}})} e^{\frac{j2\pi kt}{T_0}} \quad (4.6)$$

ou encore par:

$$i(t) = \frac{V_0}{Z_0} \sum_{k=1}^{N-1} c_k e^{\frac{j2\pi kt}{T_0}} + \frac{V_0}{Z_0} \sum_{k=1}^{N-1} c_k \frac{(-2\Gamma e^{\frac{j4\pi kl}{cT_0}})}{(1 + \Gamma e^{\frac{j4\pi kl}{cT_0}})} e^{\frac{j2\pi kt}{T_0}} \quad (4.7)$$

On peut montrer (voir Annexe G) que cette expression est équivalente à:

$$i(t) = \frac{V_0}{Z_0} \left( e(t) - 2\Gamma e(t-2l/c) + 2\Gamma^2 e(t-4l/c) - 2\Gamma^3 e(t-6l/c) \dots \right) \quad (4.8)$$

Ainsi, après un délai de  $2l/c$ , l'impulsion initiale  $e(t)$  revient à la source après avoir été atténuée par un facteur correspondant au coefficient de réflexion à la charge.

Cette impulsion de courant est doublée sur le segment de la source car elle est le résultat de la superposition de chacune des deux impulsions de charge positive et négative se propageant en sens contraire au moment où elles se croisent sur le segment de la source de tension constituant alors un court-circuit puisqu'elle ne débite plus (voir fig. 4.1). C'est ce qui explique le facteur 2 devant les termes correspondant aux réflexions successives. Ce phénomène se répète successivement à tous les multiples de  $2l/c$  secondes, i.e. 60ns puisque notre ligne a une longueur 'l' de 8.994m.

La figure 4.2 montre le courant sur le segment de la source obtenu avec NEC4 et le processus d'analyse exposé au chapitre précédent. L'excitation transitoire de tension est une bi-exponentielle de temps de front de 1 ns, de temps de queue de 2.7 ns et d'amplitude unitaire. Un délai  $\delta$  de 10 ns a été imposé. Les paramètres 'd' et 'a' ont été choisis égaux à 5cm et à 2.5mm, donc  $Z_0=359.187 \Omega$ . La charge en bout de ligne est de  $439\Omega$  ce qui produit un coefficient de réflexion de 0.1. Nous avons superposé à cette figure le résultat théorique obtenu par analyse de Fourier à l'aide de la fonction de transfert théorique de l'équation (4.3). La concordance des deux courbes est parfaite<sup>2</sup>.

Ce résultat nous permet aussi de constater que 'l'impédance transitoire'<sup>3</sup> d'une ligne est égale à son impédance caractéristique peu importe la valeur de la charge en bout de ligne ( $1V/359.187\Omega=2,78 \text{ mA}$ ). En effet, tant que l'excitation initiale n'a pas "vu" la charge et n'est pas revenue à la source, l'impédance vue par celle-ci est simplement l'impédance caractéristique de la ligne.

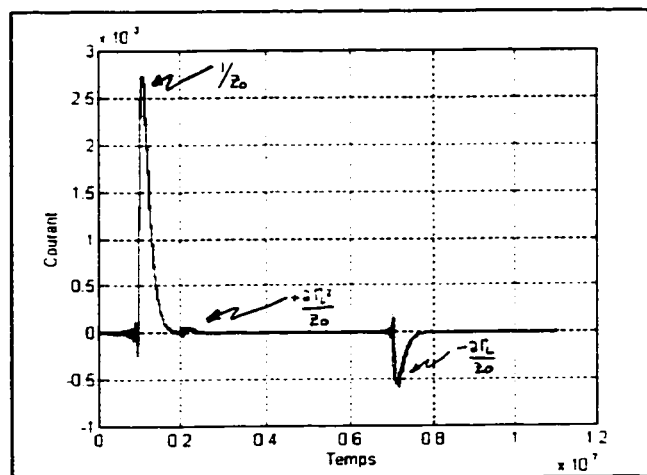


**Figure 4.2:** Courant sur le segment de source obtenu par le processus d'analyse et par l'équation des télégraphistes.

<sup>2</sup> Rappelons ici que la distance 'd' entre les branches de la ligne doit être inférieure à environ  $\lambda/20$  à la plus haute fréquence d'analyse afin que les équations des télégraphistes soient valables. En effet, ces équations sont déduites de l'hypothèse selon laquelle le temps de propagation des ondes EM entre les deux branches de la ligne est négligeable, i.e que leur couplage est instantané.

<sup>3</sup> Le terme 'impédance transitoire' a une signification autre dans les études d'isolation. Nous y reviendrons au chapitre 5.

Le second terme de l'équation (4.7) correspond à la somme des réflexions successives de l'impulsion initiale de courant émise par la source de tension. La figure 4.3 montre l'évaluation de ce terme. On constate qu'il est bel et bien nul pour tout temps  $t < \delta + 2l/c$ , c'est-à-dire 70 ns (voir <sup>4</sup>).

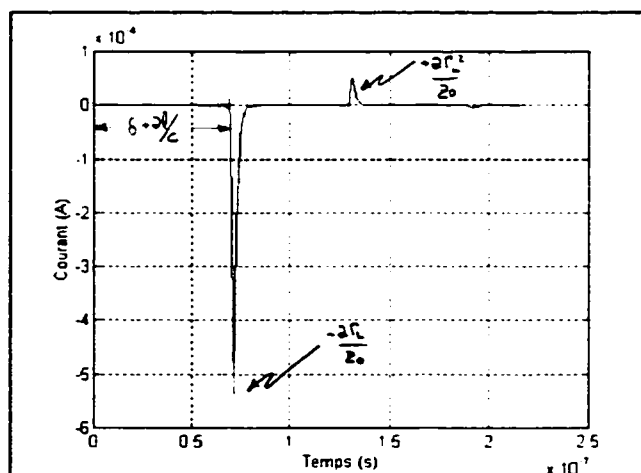


**Figure 4.3:** Evaluation du second terme de l'équation 4.7: réflexions successives sur la ligne observées avec une fenêtre deux fois plus grande.

La réponse transitoire initiale d'un système ('impédance transitoire') est donc obtenue en ne conservant du signal que la portion correspondant à  $t < 2l/c$ , i.e que le temps d'observation valable du phénomène doit être inférieur au temps d'aller-retour de l'impulsion initiale. Cet intervalle de temps ne doit pas comporter de superposition de signal, à moins que cette superposition ne soit clairement identifiable et puisse ainsi être rejetée.

<sup>4</sup> L'évaluation de ce terme est montrée ici pour une fenêtre deux fois plus grande que celle du résultat global de la figure 4.2 (220 ns au lieu de 110 ns) afin de montrer que le petit pulse situé à 20 ns sur la figure 4.2 est dû au phénomène de superposition d'énergie dont nous avons parlé à la section 3.4.4 (voir aussi Annexe F). Ce petit pulse correspond en effet à la seconde réflexion montrée à la figure 4.3 et située à 130 ns (130 ns-110 ns = 20 ns).

La superposition d'énergie n'est pas nuisible tant qu'on peut l'identifier et la positionner correctement. Les paramètres de cette simulation ont d'ailleurs été choisis à cet effet pour bien mettre ce phénomène en évidence.

Ce principe très important sera utilisé au chapitre 5 lors de la présentation de la méthode d'injection de courants de foudre pour la détermination de l'impédance harmonique des prises de terre.

## 4.2) Structure de protection contre la foudre

Dans cette section, nous étudierons la réponse transitoire d'une petite structure simple de protection d'un bâtiment contre la foudre. Cette structure, placée sur un plan parfaitement conducteur est montrée schématiquement à la figure 4.4.

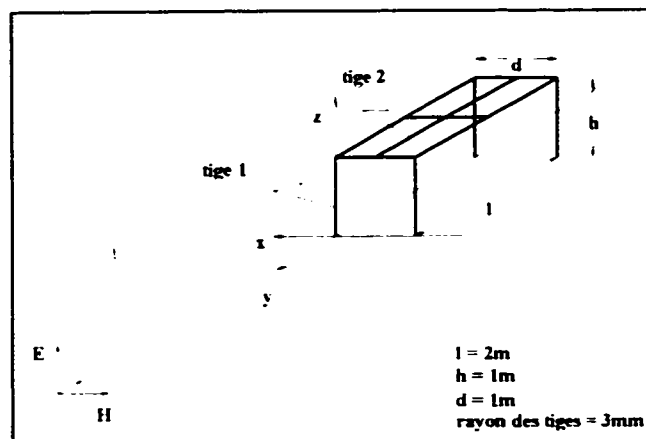


**Figure 4.4:** Structure élémentaire de protection d'un bâtiment contre la foudre.

Elle sera tout d'abord soumise à une onde impulsionnelle incidente et par la suite à une injection directe de courant. Les paramètres des simulations ont été tirés d'un article récent (Daguillon et al. (1994)).

### 4.2.1) Réponse à une onde plane impulsionnelle

Le champ électrique de l'onde impulsionnelle se propageant dans la direction -y est orienté selon l'axe z. Il est caractérisé par une impulsion bi-exponentielle représentée à la figure 4.5.

$$E(t) = E_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t})$$

où

$$E_0 = 75000 \text{ V/m}$$

$$\alpha = 4 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1} \quad \beta = 4.76 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$$

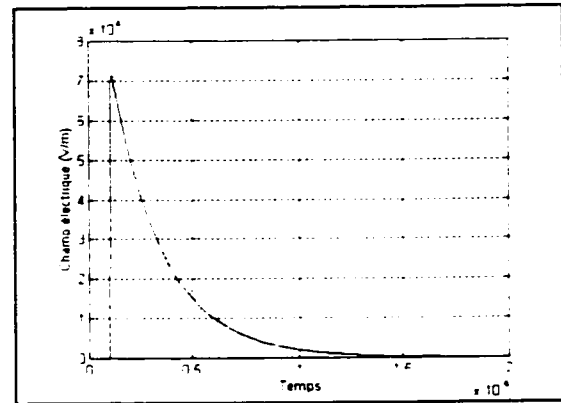


**Figure 4.5:** Evolution temporelle du champ électrique de l'onde impulsionnelle incidente sur la structure.

La reconstitution temporelle du courant circulant au milieu des tiges 1 et 2 est représentée aux figures 4.6 et 4.7. Ces courbes ont une forme identique à celle des résultats présentés dans l'article<sup>5</sup>.

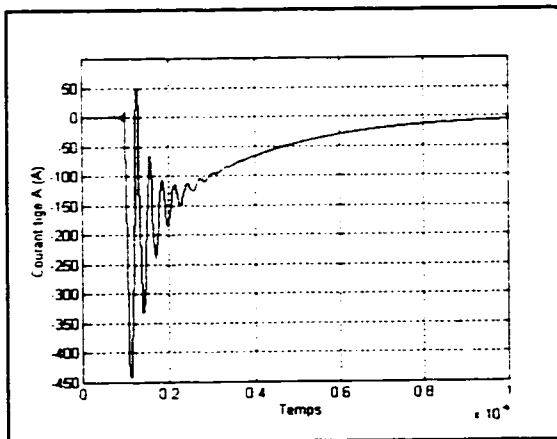


**Figure 4.6:** Courant sur la tige 1 causé par l'onde impulsionnelle incidente.

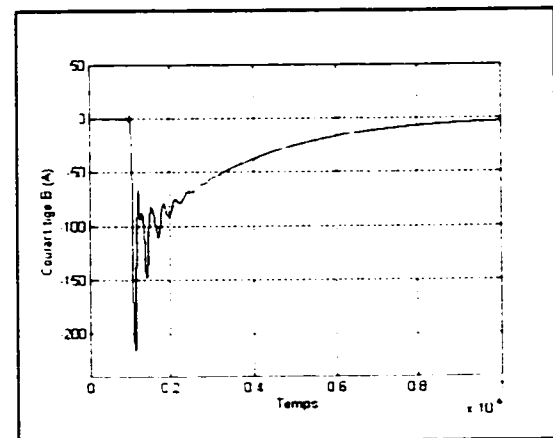


**Figure 4.7:** Courant sur la tige 2 causé par l'onde impulsionnelle incidente.

<sup>5</sup> Les courants obtenus ici sont cependant exactement deux fois plus intenses que ceux des courbes présentées dans Daguillon et al. (1994). Nous avons obtenu ce même résultat en simulant ce cas à l'aide d'un logiciel utilisant la méthode des différences finies, une technique d'analyse très différente de la méthode des moments. Après communication avec un des auteurs de l'article, il nous a été confirmé que leurs résultats ont été obtenus avec  $E_0 = 37500 \text{ V/m}$  plutôt qu'avec les  $75000 \text{ V/m}$  annoncés dans l'article.

La fréquence d'environ 35MHz de l'oscillation transitoire à la figure 4.6 peut être comprise en considérant les dimensions physiques du système (voir fig 4.4). En effet, le courant induit sur la tige #1 se propagera dans le sens longitudinal de la structure et sera réfléchi par le sol avant de revenir sur cette même tige provoquant ainsi une seconde impulsion de courant. Ce temps d'aller-retour des impulsions est évalué à  $2 \cdot (0.5 + 2 + 1) \text{ m/c}$ , ce qui donne 23.33 ns comme période d'oscillation du phénomène, soit 42.9 Mhz. Etant donné que ce calcul est très approximatif, notre interprétation est probablement correcte.

#### 4.2.2) Réponse à une injection de courant

Pour cette simulation, la structure précédente est cette fois soumise à une injection directe de courant en son centre. Les quatre branches de retour de courant ont été placées à une distance de 1m autour de la structure et à la même hauteur au-dessus de celle-ci. Ce dispositif est représenté à la figure 4.8. La figure 4.9 montre l'impulsion de courant injectée dans la structure.

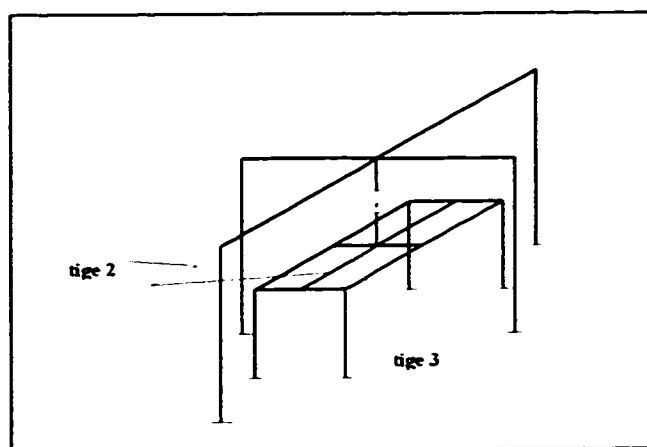


**Figure 4.8:** Dispositif d'injection de courant dans la structure.

$$i(t) = \begin{cases} At & \text{pour } t \leq t_0 \\ \frac{At_0 e^{-\alpha(t-t_0)}}{[1 - \beta(t-t_0)]^3} & \text{pour } t > t_0 \end{cases}$$

avec

$$A = 9.5 \cdot 10^6 \text{ A/s}, \quad t_0 = 7 \cdot 10^8 \text{ s}, \quad \alpha = \beta = 10^7 \text{ s}^{-1}$$

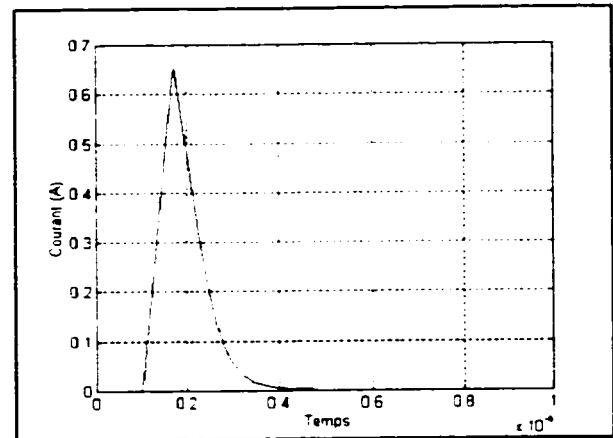


**Figure 4.9:** Impulsion de courant injectée dans la structure.

L'amplitude des courants se propageant au centre des tiges 2 et 3 (fig 4.10 et 4.11) est légèrement supérieure à celle des courbes présentées dans Daguiillon et al. (1994). Etant donné le manque d'informations dans cet article sur la modélisation des branches de retour de courant, ces résultats sont tout de même considérés comme très satisfaisants.

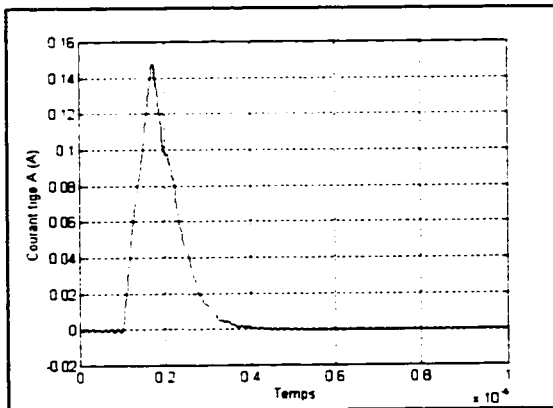


**Figure 4.10:** Courant dans la tige 2 causé par l'injection directe de courant.

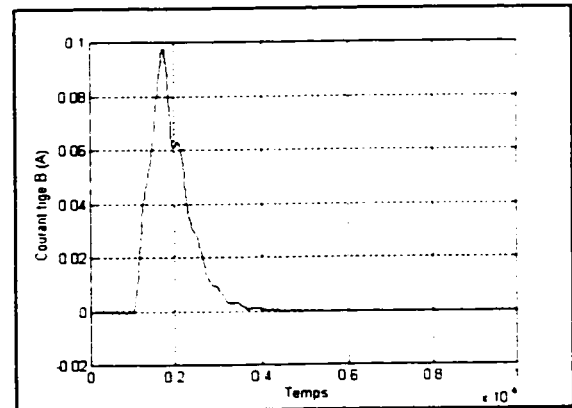


**Figure 4.11:** Courant dans la tige 3 causé par l'injection directe de courant.

### 4.3) Prise de terre en courant continu

Nous allons maintenant étudier le cas d'une prise de terre constituée d'un simple piquet vertical dont les caractéristiques sont montrées à figure 4.12.

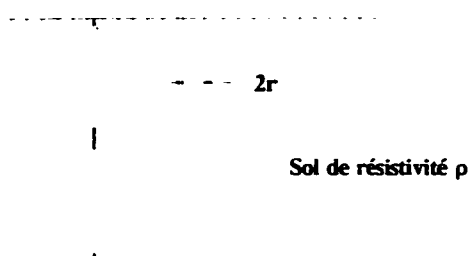


**Figure 4.12** Piquet vertical de prise de terre

Pour nos calculs, nous avons utilisé  $l=6\text{m}$ ,  $\rho=40\ \Omega\cdot\text{m}$  et  $r=1\text{ cm}$ . L'évaluation des formules obtenues des méthodes de l'ellipsoïde et du potentiel moyen (voir Hydro-Québec, Mise à la terre - conception des prises de terre dans les postes (1975)) nous fournissent respectivement  $7.5\ \Omega$  et  $7.2\ \Omega$  comme valeurs de résistance de prise de terre en courant continu pour ce piquet.

$$\begin{array}{ll} \text{Méthode de} & R = \frac{\rho}{2\pi l} \ln\left(\frac{2l}{r}\right) \quad R=7.5\Omega \\ \text{l'ellipsoïde} & \end{array} \quad (4.11)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Méthode du} & R = \frac{\rho}{2\pi l} \left( \ln\frac{4l}{r} - 1 \right) \quad R=7.2\Omega \\ \text{potentiel moyen} & \end{array} \quad (4.12)$$

L'obtention de la résistance de prise de terre en continu est théoriquement impossible avec une méthode fréquentielle comme la méthode des moments utilisée dans NEC4. Cependant,

en spécifiant pour l'analyse une fréquence très basse (1 hertz par exemple), nous aurons une situation équivalente à du courant continu<sup>6</sup>.

Nous allons modéliser le retour de courant par quatre branches disposées de façon symétrique comme dans le dispositif d'injection de la section précédente. Chacune de ces branches sera cependant terminée dans le sol par une prise de terre auxiliaire identique à la prise de terre à l'étude (voir fig. 4.13).

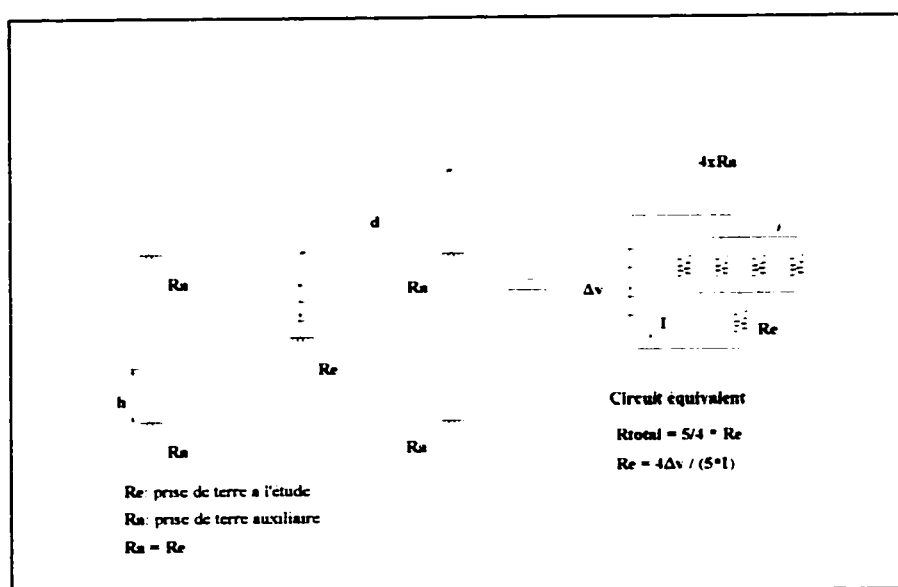


**Figure 4.13:** Dispositif pour le calcul de la résistance d'une prise de terre.

La mesure de la résistance de prise de terre nous sera fournie directement par la tension aux bornes de la source de courant puisque nous injectons un courant  $I^7$  de 1 A. Cette valeur devra cependant être multipliée par 4/5 comme le montre le circuit équivalent de la figure 4.13<sup>7</sup>.

<sup>6</sup> Il s'agit en effet pour cela que les dimensions du système à l'étude représentent une fraction négligeable de la longueur d'onde à la fréquence utilisée (analyse quasi-statique).

<sup>7</sup> La différence de potentiel aux bornes de la source de courant est calculée dans NEC avec le produit  $I * Z_e$  où  $Z_e$  est l'impédance d'entrée vue de la source telle qu'obtenue par la méthode des moments. Le calcul du potentiel absolu sera quant à lui abordé à la section 4.4.

Une étude de la sensibilité des résultats à différents paramètres comme la hauteur 'h' et l'éloignement des prises de terre auxiliaires 'd' a montré que les résultats ne changent pratiquement plus pour  $h > 1\text{m}$  et  $d > 100\text{m}$  environ. En effet, comme le montre la courbe de la figure 4.14, la zone d'influence du potentiel de terre du piquet décroît rapidement dans un rayon de quelques dizaines de mètres autour de celui-ci. Par exemple, à 10m, le potentiel produit par le piquet ne représente plus que 8% de son potentiel propre.

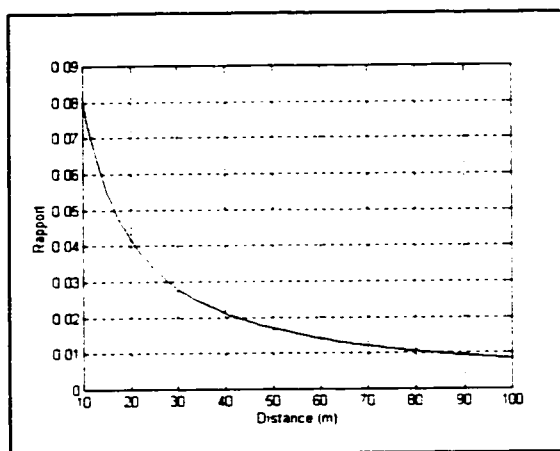


**Figure 4.14:** Rapport du potentiel produit par le piquet à une distance 'd' et de son potentiel propre.

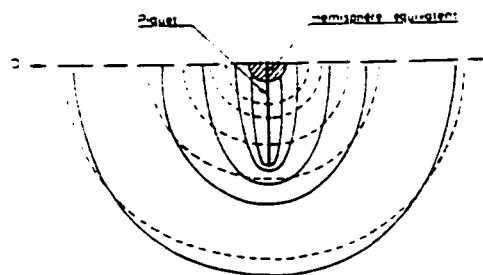


**Figure 4.14a:** Répartition du potentiel autour d'un piquet et de son hémisphère équivalent (EDF-DER, (1984)).

On peut donc considérer qu'avec  $d=100\text{m}$ , il n'y a pas de couplage entre la prise de terre à l'étude et les quatre prises de terre auxiliaires de notre dispositif de mesure. Celles-ci n'affectent donc en rien l'évacuation naturelle du courant qui se produirait dans le piquet en leur absence.

Le résultat fourni par NEC4 est de  $7.1\Omega$  ce qui est tout à fait comparable aux évaluations des formules théoriques présentées précédemment (équations 4.11 et 4.12)<sup>8</sup>.

Ce résultat est étonnant. En effet, ni la méthode des moments ni le programme n'ont été conçus pour l'analyse à aussi basse fréquence. Il est donc heureux de constater que le

<sup>8</sup> Les résultats obtenus de ces formules théoriques sont d'ailleurs reconnus comme étant légèrement surévalués (réf: travaux pratiques du cours ELE 6401 'Techniques de mise à la terre', Polytechnique).

programme NEC4 peut aussi servir au calcul de la résistance des prises de terre en courant continu.

L'utilisation d'un bras de mesure du potentiel constitue une alternative intéressante pour effectuer le même calcul<sup>9</sup>. Tout en conservant les quatre branches de retour de courant, nous ajoutons une branche sur laquelle se trouve une très grande résistance sur le segment adjacent à la prise de terre à l'étude. Cette branche est elle aussi terminée par une prise de terre auxiliaire identique aux autres (voir fig. 4.15). Dans ce cas, la résistance du piquet est donnée par:

$$R_e = \frac{R_m I_m}{I_e} \quad \text{si } R_a \ll R_m \quad (4.13)$$

Un essai avec NEC4 et  $R_m = 100\text{k}\Omega$  nous a fourni une valeur égale à la précédente.

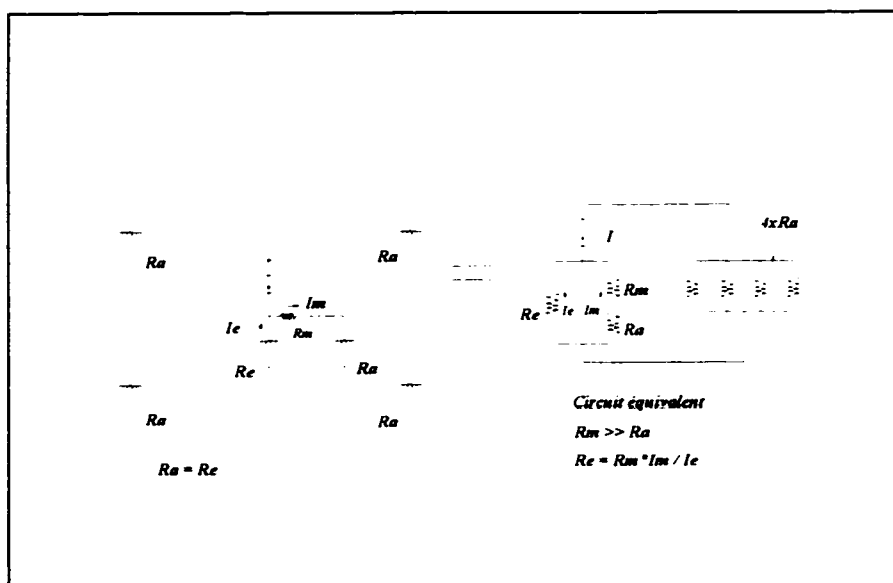


**Figure 4.15:** Autre dispositif pour le calcul de la résistance d'une prise de terre.

<sup>9</sup> Cette méthode nous a été inspirée de Ishii et Baba (1997) où elle a été utilisée pour le calcul de la réponse transitoire d'un pylône.

Cette méthode de mesure de l'élévation du potentiel de terre d'une prise de terre ( $V=R_m \cdot I_m$ ) à l'aide d'un bras de mesure de potentiel sera utilisée au chapitre suivant pour l'obtention du spectre d'impédance harmonique d'une prise de terre. Cette notion sera définie à la section 5.1.

#### 4.4) Détermination du potentiel électrique scalaire

La connaissance des différences de potentiel survenant entre divers endroits d'un site lors de perturbations électromagnétiques transitoires importantes comme la foudre est sans doute l'un des paramètres les plus importants dans les études de CEM. Ces calculs permettent de vérifier le maintien d'une relative équipotentialité de l'aménagement, condition indispensable à la sécurité des personnes et au bon fonctionnement des appareils comme nous le verrons au chapitre 6.

D'après la théorie de l'électromagnétisme, le potentiel scalaire est donné par:

$$\phi = -\nabla \cdot \vec{\Pi} \quad (4.14)$$

où  $\vec{\Pi}$  est le vecteur potentiel de Hertz. La démonstration de cette dernière équation à l'annexe A est entièrement fondée sur la condition de Lorentz.

D'autres conditions ou jauges sont possibles pour relier  $\vec{A}$  ou  $\vec{\Pi}$  à  $\phi$ , le potentiel scalaire électrique. En effet, les fonctions potentiel sont des fonctions auxiliaires qui peuvent être définies arbitrairement.

Selon Balmain et Jordan (1968), la condition de Lorentz doit être satisfaite afin que les solutions de  $\vec{A}$  et de  $\phi$  représentent des potentiels retardés i.e. pour que soit considéré le délai de propagation entre la source de champ électromagnétique et le point d'évaluation. Stratton (1941) montre par ailleurs que la condition de Lorentz est satisfaite par les solutions de  $\vec{A}$  et de  $\phi$  (voir Annexe A), en autant que l'équation de continuité le soit aussi.

Il existe aussi une autre évidence de la légitimité de la condition de Lorentz. Wait (1982) dérive à l'aide de cette condition, l'expression du potentiel scalaire électrique créé par un dipôle élémentaire de Hertz. En posant  $I=j\omega q$ , cette expression est équivalente au potentiel créé par un dipôle électrique en électrostatique (voir Balmain et Jordan (1968)), ce qui montre encore une fois que l'utilisation de la condition de Lorentz est tout à fait consistante.

Ces diverses considérations sur la condition de Lorentz nous permettent donc d'admettre l'équation 4.14 et donc de poser que:

**La valeur négative de la divergence du vecteur potentiel de Hertz en un point fournira le potentiel scalaire électrique absolu en ce point, i.e. la différence de potentiel entre ce point et un point de référence situé à l'infini.**

#### 4.4.1) Obtention du potentiel électrique dans NEC4

Afin d'ajouter le potentiel scalaire aux quantités électromagnétiques qu'il est possible de calculer dans NEC4, l'équation (4.14) a été introduite dans le programme. Cette expression nécessite la connaissance en tout point du vecteur potentiel magnétique,  $\vec{A}$ , directement relié au vecteur potentiel de Hertz par l'équation (A.19) de l'Annexe A. Cette quantité, évaluée à l'aide de l'équation (A.14), se simplifie par:

$$\vec{A}(r) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{l'} I(l') \frac{e^{-j\beta r}}{r} dl' \quad (4.15)$$

pour les distributions filamenteuses de courant telles que celles qui sont traitées par NEC4.

La distribution de courant  $I(l')$  sur la structure nous est connue: elle a été déterminée dans le programme par la méthode des moments. Le vecteur potentiel magnétique en tout point est donc obtenu par évaluation de l'équation (4.15) en additionnant les contributions de

chaque segment de courant à la position considérée. Par la suite, l'opérateur divergence appliqué à cette quantité nous fournira la valeur cherchée du potentiel scalaire électrique<sup>10</sup>.

#### 4.4.2) Validation du calcul du potentiel dans NEC4

Afin de valider le bon fonctionnement de l'implantation dans NEC4 des calculs présentés ci-haut, reprenons le cas simple de la ligne de transmission que nous avons présenté au début de ce chapitre, en nous intéressant cette fois à la tension sur cette ligne. Cette tension, c'est-à-dire la différence de potentiel entre les deux branches de la ligne est donnée en régime harmonique par la 1<sup>ère</sup> équation de (4.1).

L'évolution temporelle de cette tension le long de la ligne pour une excitation impulsionnelle en demi-cycle de sinus au carré de 1 volt d'amplitude et de 6 ns de temps de montée est montrée à la figure 4.16 aux positions correspondant à  $x=l/4$ ,  $x=l/2$  et  $x=3l/4$ .

Chacune des impulsions se situe aux positions prévues de  $t=\delta+l/(4c)$ ,  $t=\delta+l/(2c)$ ,  $\delta+3l/(4c)$  soient 17.5ns, 25ns et 32.5ns. ' $\delta$ ' est le délai initial de 10 ns et ' $l$ ' est la longueur de la ligne, soit 8.994 m. Mentionnons que la ligne a été adaptée dans ce cas afin d'éliminer les réflexions successives dont nous avons parlé à la section 4.1. L'amplitude de la tension entre les deux branches de la ligne est aussi correcte puisque nous avons appliqué 1 volt à la source.

---

<sup>10</sup> Ce calcul suppose que nous connaissons la valeur du vecteur  $A$  en six points équidistants autour de la position d'intérêt, en accord avec l'évaluation numérique de l'opérateur divergence :

$$\nabla \cdot A = \frac{\Delta A_x}{\Delta x} + \frac{\Delta A_y}{\Delta y} + \frac{\Delta A_z}{\Delta z}$$

Une méthode alternative à l'évaluation de la divergence du vecteur  $A$  consiste à calculer l'intégrale curviligne

$$\int_1^2 (E + j\omega A) dl'$$

entre les points 1 et 2 pour obtenir la différence de potentiel entre ces points. Ces calculs ont été introduits dans le programme NEC4 par D. Dallaire.

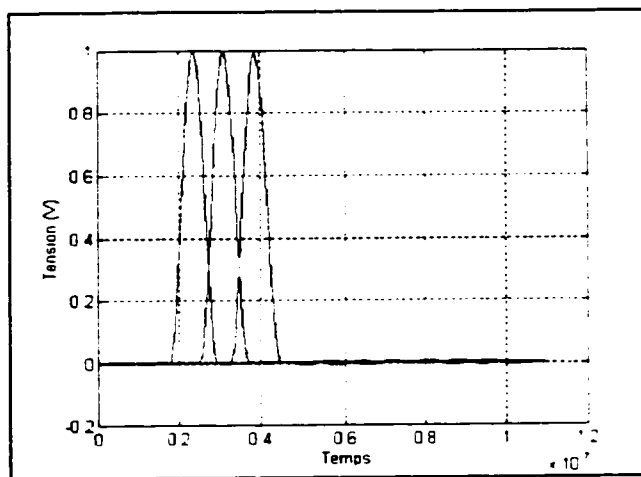


**Figure 4.16** Validation du calcul du potentiel scalaire électrique.

#### 4.4.3) Remarque importante sur le calcul du potentiel en présence d'un sol

La validation du bon fonctionnement du calcul du potentiel scalaire dans NEC4 a été effectuée pour un problème en espace libre (section 4.4.2) ainsi que pour un problème comportant un sol parfaitement conducteur.

Lorsqu'il y a présence d'un sol caractérisé par  $\epsilon$ ,  $\sigma$  et  $\mu$ , le vecteur potentiel magnétique  $\vec{A}$  doit être calculé en regard des conditions frontières à l'interface air-sol, c'est-à-dire de la façon dont le vecteur  $\vec{A}$  est affecté par les diverses positions possibles des segments de conducteurs et du point d'évaluation de cette quantité (air-air, air-sol, sol-sol, sol-air) (Voir section C.1 et fig.C.1 de l'Annexe C).

Ce travail reste à faire et il nous est donc impossible pour l'instant de calculer le potentiel scalaire autrement que pour une structure se trouvant dans l'espace libre ou en présence d'un sol parfait.

Une solution de rechange pour calculer la différence de potentiel entre deux points d'une structure en présence d'un sol consisterait à placer une résistance  $R_m$  élevée, par exemple

100 k $\Omega$ , entre ces deux points. En effet, si la distance 'd' les séparant est inférieure à une fraction de la longueur d'onde à la plus grande fréquence d'analyse ( $d < \lambda/20$ ), nous pouvons supposer que la différence de potentiel entre les deux points en question sera donnée par  $R_m \cdot I(f)$  où  $I(f)$  est le courant circulant en régime harmonique sur le segment chargé avec la résistance  $R_m$ .

La figure suivante montre la différence de potentiel obtenue par cette méthode à  $x=l/2$  pour la ligne de transmission précédente. Comme nous pouvons le constater, celle-ci est, à quelques pourcentages près, égale à celle de l'impulsion centrale à la figure 4.16.

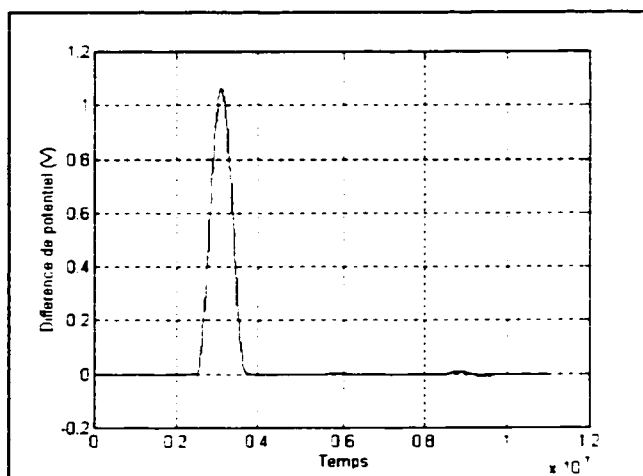


**Figure 4.17:** Validation de la méthode alternative pour l'obtention de la différence de potentiel entre deux points.

Cette alternative pour l'obtention des différences de potentiel entre deux points en présence d'un sol doit cependant être utilisée avec prudence. Il est en effet important que la résistance  $R_m$  ne charge pas trop la configuration étudiée, c'est-à-dire que cette résistance ne doit pas faire dévier une quantité trop importante du courant qui circulerait normalement à ses extrémités en son absence. A ce titre, chaque cas doit faire l'objet d'une évaluation particulière.

## CHAPITRE 5

### MÉTHODES DE CALCUL DE L'IMPÉDANCE HARMONIQUE DES PRISES DE TERRE

L'intérêt de la connaissance de l'impédance des prises de terre est bien connu des ingénieurs de lignes pour la protection du réseau de transport contre la foudre.

En effet, les coups de foudre peuvent provoquer des défauts soit par impact direct sur les conducteurs de phase ou par amorçage en retour dû à la montée en potentiel du sommet du pylône lorsqu'il est parcouru, jusqu'à sa prise de terre, par le courant de foudre s'évacuant dans le sol.

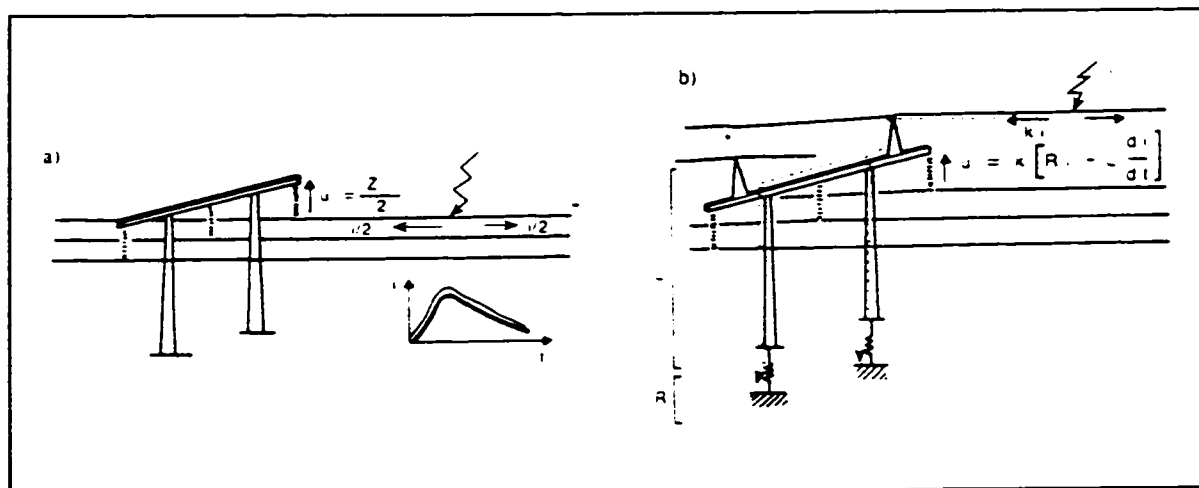


**Figure 5.1:** Mécanismes de foudroieement d'une ligne. a) par impact direct sur une ligne b) par impact sur le fil de garde (amorçage en retour) (Gary (1994) ).

Si la probabilité d'impact direct peut être minimisée par la présence des fils de garde, la défaillance par amorçage en retour le sera par la minimisation de l'impédance de la prise de terre du pylône. En effet, plus celle-ci sera petite, moins l'élévation de potentiel au sommet du pylône ne sera élevée et moins la probabilité de claquage ou de contournement de la chaîne d'isolateurs ne sera probable.

De même, la conception d'un bon réseau de mise à la terre HF dans les postes électriques et les sites de télécommunication est fondamentale afin de minimiser les différences de potentiel dangereuses survenant lors de perturbations électromagnétiques transitoires comme la foudre. Cet aspect est essentiel à la sécurité des personnes et au bon fonctionnement des appareils comme nous le verrons au chapitre suivant.

### 5.1) Définition de la notion d'impédance harmonique

A fréquence industrielle (60 hertz), le calcul de la résistance des prises de terre est facilité par le fait que l'on peut utiliser l'approche quasi-statique. En haute fréquence cependant, cette approche n'est plus valable car l'évacuation des courants par la prise ne se fait pas de façon uniforme comme le suppose l'approximation quasi-statique. S'ajoute aussi à cela le fait que la caractérisation des sols sur une large bande de fréquences est beaucoup plus complexe qu'en courant continu car l'effet de la permittivité du sol (effet capacitif), et non seulement de sa résistivité doit être considéré. Une représentation localisée des prises de terre n'est donc plus satisfaisante.

Il a par exemple été observé que lorsqu'un courant transitoire de courte durée s'écoulait à travers une prise de terre, l'impédance de celle-ci présentait une forte composante inductive et parfois même capacitive ( EDF-DER (1984), Kouteynikoff (1981), Rochereau (1988), et Kouteynikoff et Rochereau (1989)). L'importance de ces effets dépend beaucoup de la géométrie de la prise de terre, des caractéristiques du sol dans lequel elle est enfouie et de la forme du courant transitoire, c'est-à-dire de son contenu fréquentiel.

Ces considérations ont mené à la notion d'**impédance harmonique**  $Z(f)$  (Kouteynikoff, (1981)). Celle-ci est définie comme étant le rapport de l'amplitude de l'élévation de potentiel absolu de la prise de terre ( $V(f)$ ) et du courant qui la parcourt en régime harmonique ( $I(f)$ ).

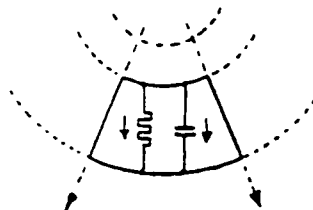
$$Z(f) = \frac{V(f)}{I(f)} \Big|_{f=f_1, f_2, f_3, \dots} \quad (5.1)$$

Il s'agit donc de l'extension de la notion de résistance de terre à tout le spectre choisi de fréquences. Contrairement à l'impédance transitoire<sup>1</sup>, l'impédance harmonique a ainsi l'avantage de caractériser l'efficacité d'une prise de terre sans égard à la forme du courant qu'elle doit évacuer.

Dans ce chapitre, nous présenterons deux méthodes de calcul de l'impédance harmonique d'une prise de terre avec NEC4: la méthode fréquentielle et la méthode transitoire. Nous verrons tout d'abord à la prochaine section de quelle façon les propriétés du sol varient en fréquence.

## 5.2) Caractérisation des sols

Comme le montre P.G.Laurent, chaque petit volume de sol peut être considéré comme étant la combinaison d'une résistance et d'une capacité en parallèle.



$$\begin{aligned} R &\propto \rho \\ C &\propto \epsilon \end{aligned} \quad (5.2)$$

**Figure 5.2:** Résistance et capacité d'un petit élément de sol (Laurent (1951)).

A basse fréquence, la capacité n'intervient pas et la terre est considérée comme étant purement résistive. Selon l'approche quasi-statique, on calcule alors la résistance des prises de terre en considérant simplement la forme de l'électrode et la résistivité du sol dans lequel est enfouie. Les formules déduites des méthodes de l'ellipsoïde et du potentiel moyen dont nous avons parlé au chapitre 4 sont basées sur ce principe.

<sup>1</sup> L'impédance transitoire ("surge impedance") est le rapport des valeurs instantanées de la tension et du courant au moment où survient le maximum de la tension. Cette définition tire son origine des études d'isolation. En effet, c'est à l'instant du maximum de la tension que le claquage ou le contournement d'une chaîne d'isolateurs est le plus probable.

A partir d'un certain seuil de fréquence, l'effet de la capacité du sol commencera à intervenir et l'évacuation du courant dans la prise de terre dépendra non seulement de sa résistivité, mais aussi de sa permittivité<sup>2</sup>. Ces deux paramètres dépendent fortement du type de sol, de son humidité, des sels minéraux qui y sont dissous, de sa granularité, de sa compacité et de la température.

A l'examen des résultats de mesures effectuées par Filho et Portela (1987-88) sur divers types de sols, on peut tirer les conclusions qualitatives suivantes:

- 1- La résistivité d'un sol varie de façon inversement proportionnelle à son pourcentage d'humidité.
- 2- La permittivité relative d'un sol varie de façon proportionnelle à son pourcentage d'humidité.
- 3- La résistivité et la permittivité relative d'un sol décroissent avec une augmentation de la fréquence<sup>3</sup>.

Afin de comparer le résultat de nos calculs aux mesures expérimentales présentées par Rochereau (1988) pour lesquelles un sol de  $40 \Omega.m$  a été utilisé, la courbe de résistivité présentée par Filho et Portela pour un sol moyen a, sans ayant subi une modification de son allure, été adaptée verticalement afin de satisfaire ce paramètre à basse fréquence. Faute d'information sur la permittivité relative, le même procédé a été appliqué à ce paramètre afin de satisfaire la valeur généralement admise de 10 comme permittivité relative du sol à 1 MHz pour une terre moyenne (voir Burrows et Gray (1941) et Collin (1985)). Les figures 5.3 et 5.4 montrent ces courbes de la résistivité et de la permittivité relative en fonction de la fréquence. Les équations correspondantes (5.3) et (5.4) ont été introduites dans NEC4 pour le calcul des résultats présentés dans ce chapitre<sup>4</sup>.

---

<sup>2</sup> Quant à la perméabilité magnétique, à moins que l'on soit en présence d'un minéral de fer ou de nickel par exemple, elle est généralement toujours considérée comme étant égale à celle de l'air c'est-à-dire à  $\mu_r = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m pour la plupart des sols.

<sup>3</sup> La permittivité des sols varie considérablement depuis les basses fréquences jusqu'à 1 GHz. Les données habituellement répertoriées dans les livres d'électromagnétisme ne concernent que les fréquences élevées ( $f > 1$  MHz) utilisées en communication et pour lesquelles la permittivité est faible et relativement constante ( $5 < \epsilon_r < 15$ ). Voir Olhoeft (1987) pour d'autres données plus exhaustives.

<sup>4</sup> Ces équations ne s'appliquent qu'à la plage de fréquences considérée ici.

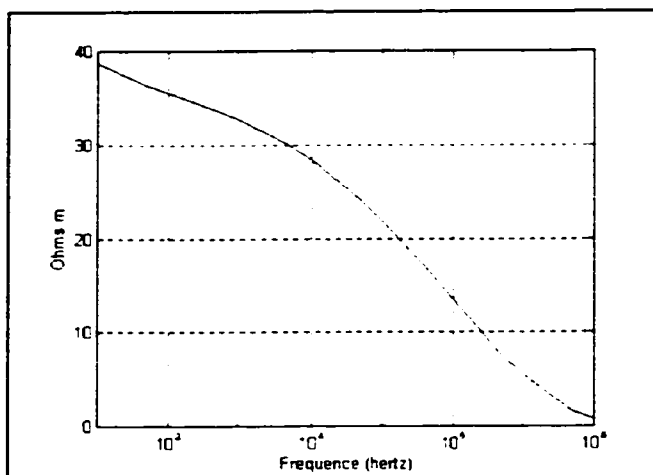


**Figure 5.3:** Résistivité du sol en fonction de la fréquence.

$$\rho(f) = a + b \ln(f) + c(\ln(f))^2 + d(\ln(f))^3 + e(\ln(f))^4$$

où

$$\begin{aligned} a &= 45.42, \\ b &= -4.338, \\ c &= 0.7589, \\ d &= -0.07058, \\ e &= 0.001902 \end{aligned} \quad (5.3)$$

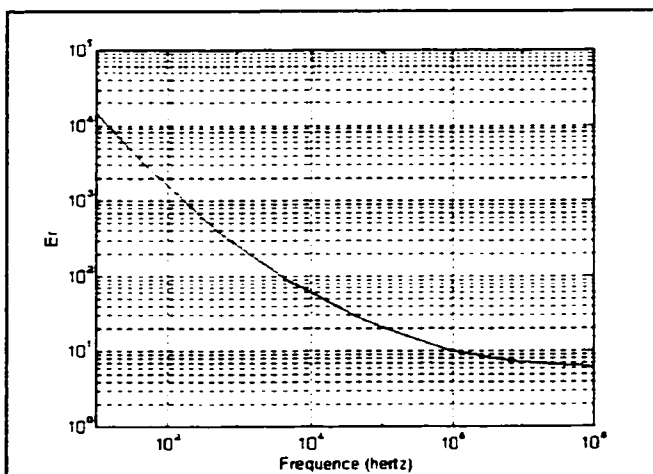


**Figure 5.4:** Permittivité relative du sol en fonction de la fréquence.

$$\epsilon(f) = a + bf^{0.5} + cf^{-1} + df^{-2}$$

où

$$\begin{aligned} a &= 5.75 \\ b &= 4340 \\ c &= 113335 \\ d &= 157360 \end{aligned} \quad (5.4)$$

### 5.3) Dispositif pour le calcul de l'impédance harmonique d'une prise de terre - la méthode fréquentielle

Etant donné que le calcul du potentiel scalaire en présence d'un sol autre que parfaitement conducteur n'est pas possible actuellement dans NEC4, la méthode du bras de mesure de potentiel présentée à la section 4.3 sera de nouveau utilisée pour la détermination du spectre

d'impédance harmonique d'une prise de terre moyennant quelques modifications importantes que nous allons maintenant préciser.

Pour comprendre la raison des changements que nous avons apportés au nouveau dispositif de mesure présenté à figure 5.5, reportons-nous aux deux méthodes précédentes de détermination de la résistance de terre c.c. d'un piquet, présentées aux figures 4.13 et 4.15 du chapitre 4.

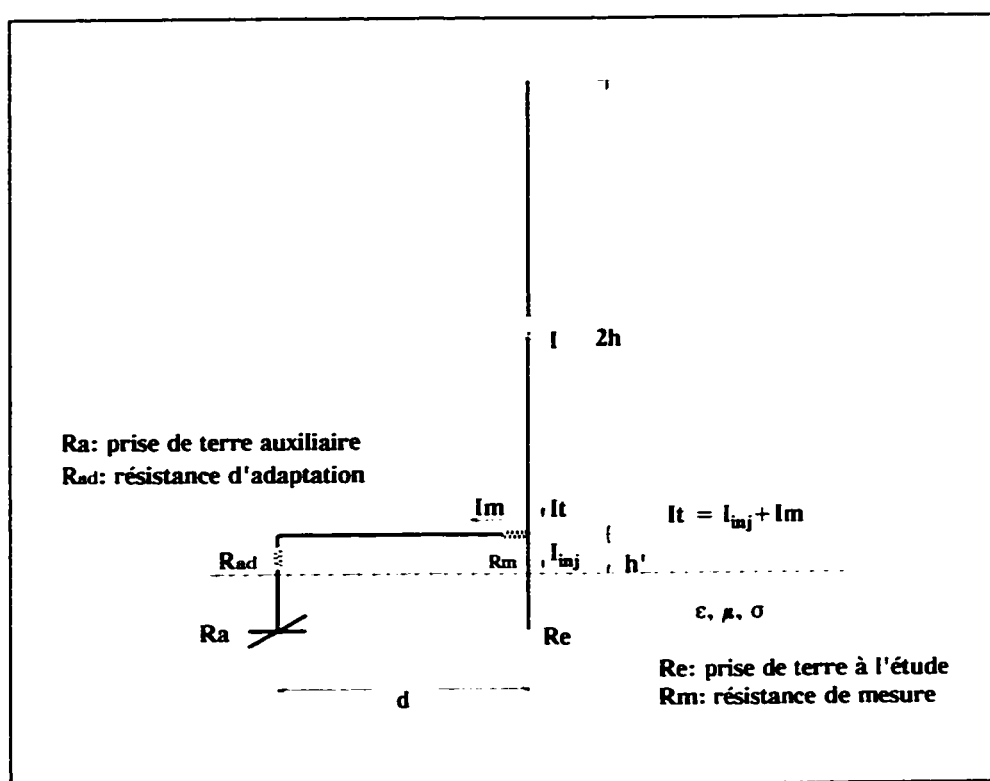


**Figure 5.5:** Dispositif pour le calcul de l'impédance harmonique d'une prise de terre

Dans la 1ère méthode (fig 4.13), nous avons obtenu la résistance du piquet en effectuant le quotient:

$$Z = \frac{\Delta V}{I} \quad (5.5)$$

où  $\Delta V$  est la différence de potentiel aux bornes de la source de courant calculée par le programme et où  $I$  est le courant débité par cette source.

En haute fréquence, ce calcul n'a aucune validité pour la détermination de  $Z$ . En effet, cette quantité représente l'impédance de l'ensemble du dispositif, c'est-à-dire non seulement celle de la prise de terre elle-même, mais aussi de l'ensemble des quatre boucles de retour de courant qui y sont connectées. Comme il est démontré à l'annexe D, l'impédance d'un simple fil est de moins en moins négligeable à mesure que la fréquence augmente, considération à laquelle il faut ajouter que les tiges de retour de courant constituent aussi d'immenses boucles inductives. Cette approche, valable à de très basses fréquences pour lesquelles les tiges de retour présentent une impédance quasi-nulle, doit donc être abandonnée à partir du moment où la fréquence d'analyse devient supérieure à quelques centaines de hertz.

Dans la seconde méthode (fig 4.15), nous avons calculé la résistance de terre du piquet à l'aide d'un bras de mesure de potentiel. Cette méthode élimine le problème précédemment mentionné mais comporte tout de même les difficultés suivantes:

1- A haute fréquence, les boucles de retour de courant sont couplées capacitivement et inductivement, entre elles, avec le bras de mesure de potentiel et avec le sol, ce qui fausse le calcul. De plus, la modélisation de ces boucles de courant nécessite un nombre de plus en plus considérable de segments à mesure que la fréquence d'analyse augmente.

2- le courant circulant sur le segment résistif de mesure est, en régime harmonique, la résultante des réflexions au bout du bras de mesure de potentiel. Ceci signifie que l'approximation voulant que l'impédance de ce bras ne soit donnée que par  $R_m$  n'est plus vraie, particulièrement aux fréquences de résonance du bras pour lesquelles il présente une forte impédance.

Le premier point nous amène à nous interroger sur l'utilité réelle des boucles de retour de courant; si elles sont indispensables en basse fréquence, elles risquent de s'avérer inutiles

à mesure que la fréquence augmente. En effet, en HF, le courant sera fortement atténué dans le sol avant même de retourner à la source par l'intermédiaire de ces boucles de retour.

Comme on peut le voir à la figure 5.5, le courant  $I_t$  se divisera à la jonction selon les valeurs relatives de l'impédance de la prise de terre et de l'impédance du bras de mesure du potentiel en régime harmonique. Comme dans la méthode présentée au chapitre 4, c'est le rapport  $I_m/I_{mj}$  qui nous importe pour déterminer  $Z(f)$  et ce rapport est indépendant de la présence ou non de boucles de retour de courant 'en amont' de la source.

Ces considérations nous amènent donc à n'utiliser qu'une simple tige verticale pour l'injection de courant. Ceci aura d'ailleurs plusieurs avantages: le couplage de cette tige d'injection avec le reste du dispositif (bras de mesure de potentiel et prise de terre) est de beaucoup inférieur à celui qu'entraînerait la présence des boucles de retour. Le nombre de segments nécessaires au calcul est grandement diminué et les quatre prises de terre auxiliaires des boucles de retour sont éliminées. La tige doit cependant être assez longue pour empêcher un fort couplage capacitif avec le sol.

Le problème relatif au point 2 est éliminé si l'impédance du bras de mesure du potentiel  $Z_{bras}(f)$  est négligeable par rapport à  $R_m$  même à ses fréquences de résonance.

$$Z_{bras}(f) \lll R_m \quad \left| \quad \text{pour } \omega = f \right. \quad (5.6)$$

Dans ce cas, l'impédance de la prise de terre peut être obtenue en régime harmonique par le calcul suivant:

$$Z(f) = \frac{R_m * I_m(f)}{I_{mj}(f)} \quad \left| \quad f = f_1, f_2, f_3, \dots \right. \quad (5.7)$$

Si ces hypothèses sont correctes, l'utilisation d'un bras de mesure de potentiel se révèle très avantageuse. En effet, cette technique nous dispense de connaître le potentiel absolu de la prise de terre  $V(f)$ , calcul qu'il nous est pour l'instant impossible d'effectuer comme nous l'avons mentionné à la section 4.4.3.

### 5.3.1) Calcul de l'impédance du bras de mesure de potentiel

Le comportement électromagnétique d'une tige horizontale placée au-dessus d'un sol a fait l'objet d'études théoriques (King et Wu (1974) et Chang et Olsen (1975)) dans lesquelles on retrouve la théorie de Sommerfeld<sup>5</sup>.

Pour les besoins de notre étude, un moyen simple de calculer l'impédance du bras de mesure de potentiel consiste à placer une source de tension au milieu d'une tige dont la longueur est deux fois plus grande que la longueur prévue du bras de mesure ( $d$ ) et dont la hauteur  $h'$  au-dessus du niveau du sol est la même.

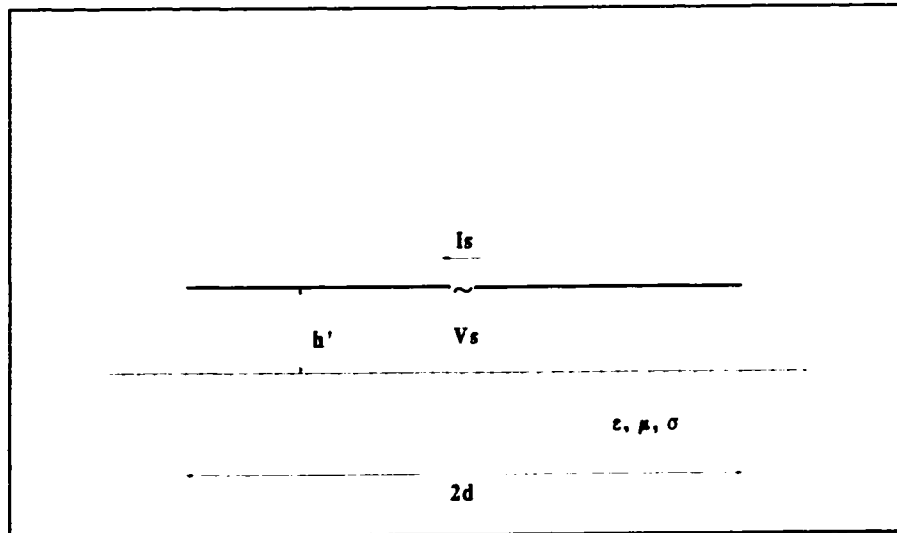


**Figure 5.6:** Dispositif pour le calcul de l'impédance du bras de mesure de potentiel.

L'impédance du bras de mesure est alors donnée par:

$$Z_{bras}(f) = \frac{V_s(f)}{2I_s(f)} \quad (5.8)$$

<sup>5</sup> On se trouve en présence du 'mode antenne' si la distance séparant la tige du sol est supérieure à  $\lambda/20$  ou dans une analyse du type 'ligne de transmission' dans le cas contraire. Cette configuration a été utilisée par les auteurs de NEC4 pour valider le traitement des sols (intégrales de Sommerfeld) effectué par le programme (Burke, (1992)).

où  $V_s(f)$  est la tension de la source et où  $I_s(f)$  est le courant débité par celle-ci<sup>6</sup>. Ce calcul doit être effectué pour toutes les fréquences du spectre d'intérêt de l'impédance harmonique de la prise de terre à l'étude afin de vérifier la validité de l'équation (5.6) et par conséquent de l'équation (5.7).

Le diagramme de la figure 5.7 résume l'ensemble de la procédure à suivre pour l'obtention du spectre d'impédance harmonique d'une prise de terre par la méthode fréquentielle. Plusieurs des programmes utilisés ont été présentés au chapitre 3. Leur rôle est par conséquent identique à celui qui a été précisé au tableau 3.5.

A l'étape 1, on vérifie tout d'abord la validité des équations (5.6) et (5.7). Le fichier d'entrée `bras.nec` contient les données de la configuration de la figure 5.6. Le programme `tracezb.m` calcule l'impédance du bras de mesure de potentiel selon la formule (5.8) et en trace le résultat.

Le calcul du spectre d'impédance harmonique du piquet comme tel est effectué à l'étape 2. Le fichier d'entrée NEC `piquet.nec` contient la configuration du dispositif complet de l'étude (fig. 5.5). La division en fréquence du courant  $I_m(f)$  par le courant  $I_{mj}(f)$  est calculée par `SPECT_I`, alors que la multiplication du résultat par  $R_m$  est effectuée à la toute fin par le programme Matlab `traceimp.m` qui trace la courbe de l'impédance harmonique de la prise de terre en fonction de la fréquence sur le spectre d'intérêt.

#### 5.4) Résultats de la méthode fréquentielle

Nous avons utilisé pour notre étude un piquet identique à celui dont nous nous sommes servi précédemment (fig 4.12) enfoui cette fois dans un sol dont les caractéristiques en fréquence sont montrées aux figures 5.3 et 5.4. Nous présenterons en premier lieu les résultats de la première étape du processus d'analyse soit le calcul de l'impédance du bras de mesure de potentiel et en second lieu le résultat du spectre d'impédance harmonique du piquet comme tel (étape 2).

---

<sup>6</sup> Cette formule suppose que le couplage entre les deux moitiés du bras de mesure est négligeable.

## Méthode fréquentielle

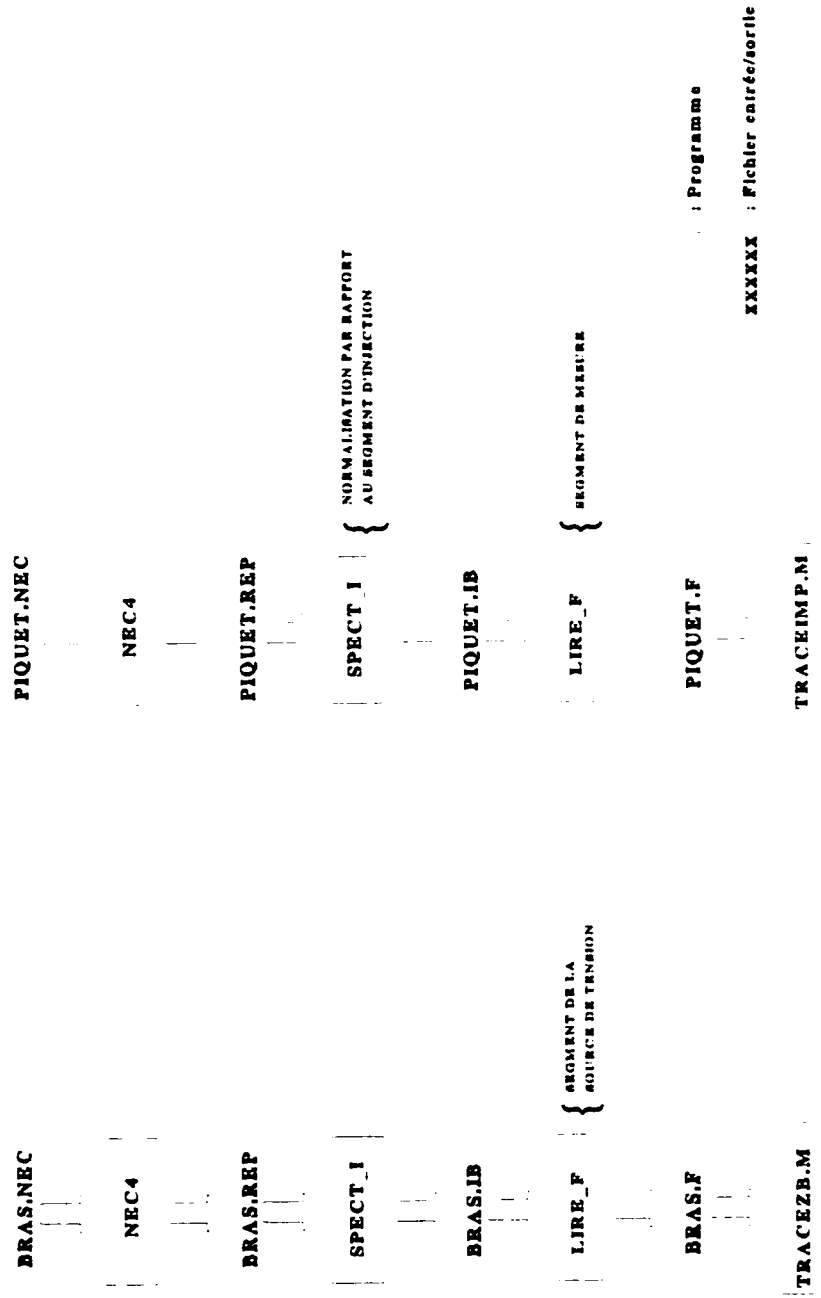


Figure 5.7: Processus d'analyse de la méthode fréquentielle

#### 5.4.1) Impédance du bras de mesure de potentiel

A l'aide du dispositif de mesure de l'impédance du bras de mesure du potentiel de la figure 5.6, nous avons obtenu le résultat de la figure 5.8 pour  $d=300\text{m}$ ,  $h'=1\text{m}$  et  $r=0.01\text{m}$  (rayon du bras de mesure du potentiel).

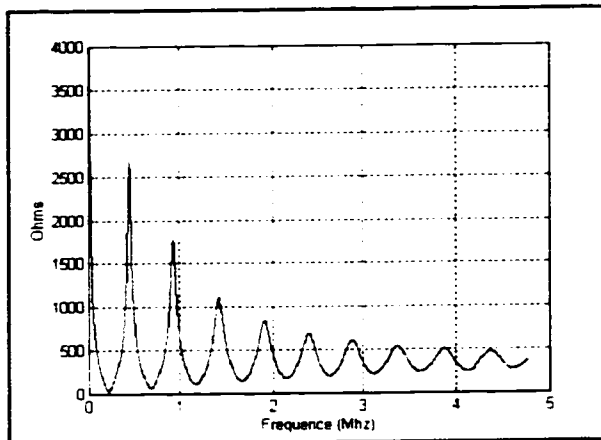


**Figure 5.8:** Module de l'impédance du bras de mesure de potentiel en circuit ouvert

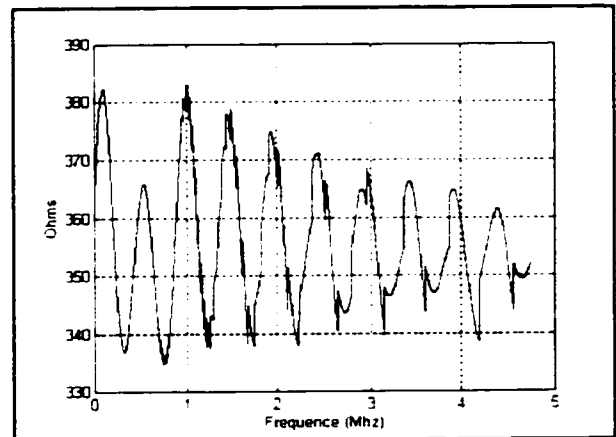


**Figure 5.9:** Module de l'impédance du bras de mesure de potentiel avec résistance d'adaptation  $R_{ad}$ .

L'impédance du bras de mesure montre de fortes résonances aux plus basses fréquences mais se stabilise autour de  $350\Omega$  à mesure que la fréquence augmente. En court-circuitant le bras de mesure au sol avec un segment portant cette résistance,  $R_{ad}=350\Omega$ , tel que montré à la figure 5.5, ces résonances sont fortement atténuées comme le montre la figure 5.9. On peut alors considérer que nous avons réalisé une forme d'adaptation d'impédance<sup>7</sup>.

Nous pouvons donc confirmer qu'avec une telle configuration, l'impédance du bras de mesure de potentiel  $Z_{bras}(f)$  est négligeable devant une résistance de mesure  $R_m$  de l'ordre de  $100\text{ k}\Omega$ , et ce, sur l'ensemble du spectre étudié. En effet, le spectre d'impédance harmonique

<sup>7</sup> En effet, si l'impédance ne montre plus de résonances à partir d'une certaine fréquence, c'est que l'excitation est atténuée avant son retour à la source, ce qui a d'ailleurs été vérifié en observant l'évolution temporelle du courant à différents endroits sur le bras de mesure. La source verrait alors l'impédance caractéristique de la ligne, dont l'effet des pertes serait alors négligeable sur  $Z_{in}$ , puisque cette quantité est constante pour ces fréquences. Une prise de terre auxiliaire,  $R_{aux}$ , comme on peut la voir à la fig. 5.5 a aussi été utilisée afin de fournir une bonne connection au sol.

que nous présenterons à la section suivante sera obtenu avec 1024 échantillons de fréquences par pas de 2500 hertz, ce qui signifie que le spectre s'étendra jusqu'à 2.56 MHz.

#### 5.4.2) Spectre d'impédance harmonique du piquet

Les figures 5.10 et 5.11 montrent le module et la phase de l'impédance harmonique du piquet vertical obtenue selon l'expression (5.7). On y retrouve le comportement inductif mis en évidence par les mesures expérimentales présentées par MM. Rochereau et Kouteynikoff. La pente de la courbe est cependant différente, ce qui est sans doute dû au fait que les caractéristiques fréquentielles du sol que nous avons étudié ne correspondent pas à celles du site où ces mesures ont été effectuées. L'influence de la permittivité relative du sol est en effet non-négligeable: un autre essai a montré qu'en la posant égale à 1 pour l'ensemble des fréquences d'analyse, la pente de la courbe de la fig. 5.10 s'accroît de façon notable. En effet, une diminution de  $\epsilon_r$  entraîne une diminution de la capacité du sol entourant la prise de terre, augmentant du même coup son impédance.

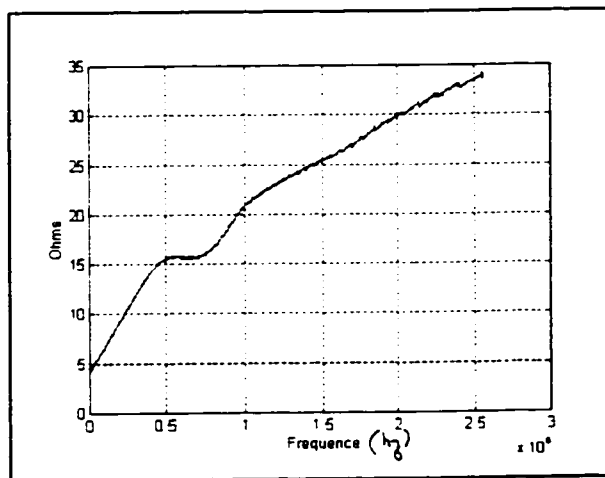


**Figure 5.10:** Spectre d'impédance harmonique du piquet (module) obtenu par la méthode fréquentielle.

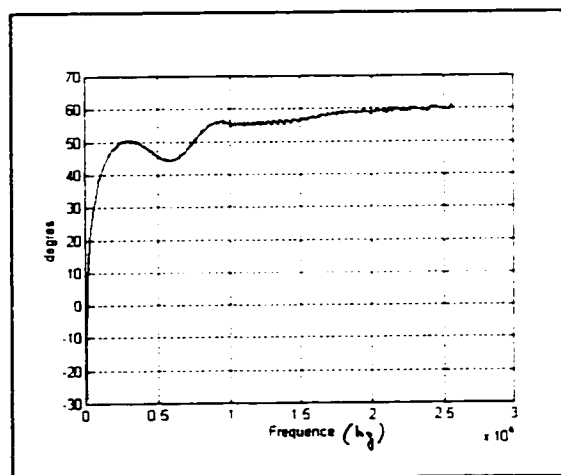


**Figure 5.11:** Spectre d'impédance harmonique du piquet (phase) obtenu par la méthode fréquentielle.

### 5.5) Méthode transitoire

La méthode transitoire pour le calcul de l'impédance harmonique que nous présenterons ici s'inspire grandement de celle qui a été utilisée lors des mesures expérimentales à Electricité de France (Rochereau (1988) et Kouteynikoff (1981), Rochereau et Kouteynikoff et Rochereau (1989) ). Elle consiste à injecter une impulsion de courant dans la prise de terre et à mesurer, dans le domaine du temps, l'élévation de potentiel qui en résulte sur le bras de mesure avec la relation:

$$v(t) = R_m * I_m(t) \quad (5.9)$$

La durée de l'impulsion étant très courte par rapport au temps de propagation qui lui est nécessaire pour parcourir tout le bras de mesure, celle-ci ne 'voit' que la résistance  $R_m$  en série avec  $Z_0$ , 'l'impédance caractéristique' du bras de mesure. Etant donné que celle-ci est négligeable, on peut considérer, comme en régime harmonique, que l'impédance du bras n'est constituée que de  $R_m$ .

L'impulsion de courant que nous avons imposée à la source au milieu de la tige d'injection (voir fig 5.5) est montrée à la figure 5.12. Les figures 5.13 et 5.14 montrent le potentiel calculé sur le segment résistif de mesure selon la relation (5.9) ainsi que le courant  $I_m(t)$  injecté dans la prise de terre.

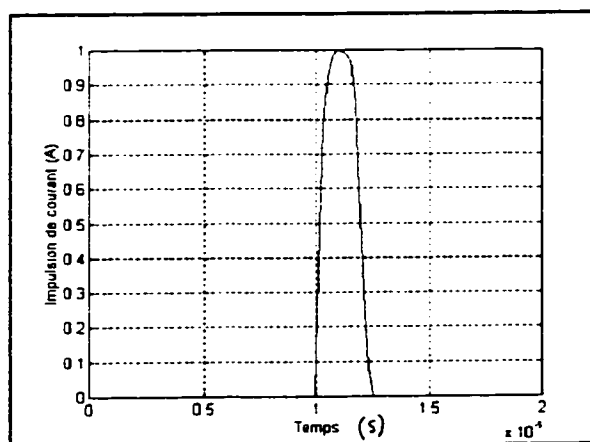


**Figure 5.12:** Impulsion de courant de la source avec délai de 10  $\mu$ s.

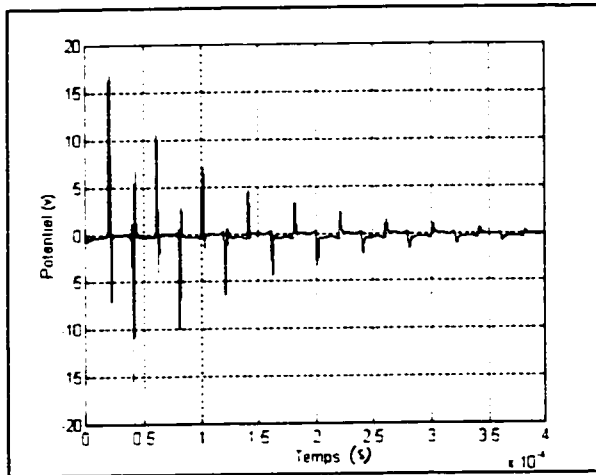


**Figure 5.13:** Potentiel  $v(t)=R_m \cdot I_m(t)$  sur le bras de mesure.

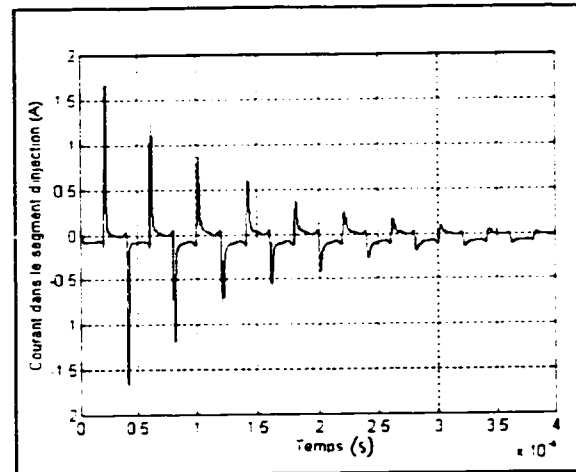


**Figure 5.14:** Courant  $I_{mj}$  injecté dans la prise de terre.

L'intervalle de temps entre les diverses impulsions aux figures 5.13 et 5.14 correspond au double de la durée du parcours entre la source de courant et la jonction entre le bras de mesure et le segment d'injection dans la prise de terre. Etant donné que la tige a une longueur de 6000m, cette distance est donc de 3000 m. Elle est parcourue en  $10\mu s$ , soit un temps d'aller-retour de  $20\mu s$ .

On remarque aussi dans les deux cas que les impulsions sont alternativement inversées. En effet, lorsque la première impulsion de courant constituée de charges positives s'approche du sol, elle y induit des charges négatives qui remonteront dans la tige d'injection pour subir une réflexion une fois arrivée à la source de courant 3000 m plus haut. La source représente en effet à ce moment un circuit ouvert puisqu'elle ne débite plus. En repassant dans les deux segments d'intérêt, cette impulsion constituera alors un courant négatif. Ce processus se répète en alternance jusqu'à ce que l'énergie du système soit épuisée, c'est-à-dire  $400\mu s$  après le début de la simulation, à la fin de la fenêtre d'observation<sup>8</sup>.

La méthode transitoire de calcul de l'impédance harmonique de la prise de terre consiste à effectuer un filtrage temporel de ces résultats, c'est-à-dire à ne sélectionner que la première

<sup>8</sup> Il est intéressant de remarquer que l'impulsion initiale de la source, tout en s'atténuant au cours de sa propagation sur la tige d'injection, s'élargit et se déforme. Ce phénomène, bien visible à la fig. 5.14, est dû au fait que l'énergie des composantes de hautes fréquences de l'impulsion est rapidement perdue en rayonnement. Bien qu'elle ne nous importe pas, mentionnons aussi que l'impulsion initiale de charges négatives injectée de l'autre côté de la source ('en amont') se propage alternativement de bas en haut et de haut en bas sur la branche supérieure de la tige d'injection en subissant le même phénomène.

impulsion de tension dans le bras de mesure à la figure 5.13 et que la première impulsion de courant injectée dans la prise de terre à la figure 5.14. En effet, les autres impulsions sont des réflexions causées par notre dispositif de mesure et doivent donc être éliminées afin de permettre uniquement l'observation du phénomène qui nous intéresse, soit la montée en potentiel instantanée due à une impulsion de courant unique.

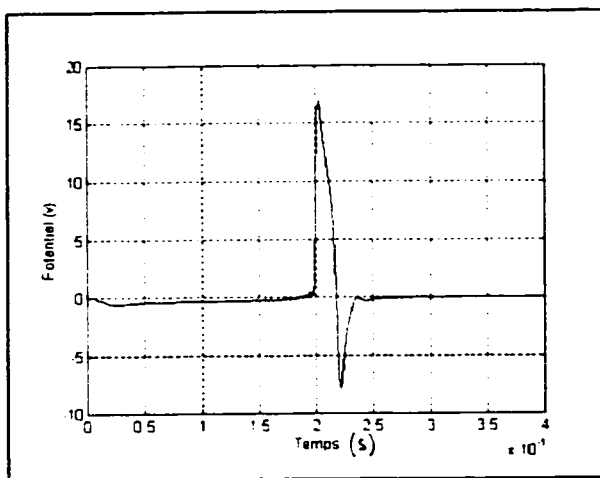


**Figure 5.15:** Détail de la fig 5.13: 1ère impulsion de tension sur le bras de mesure du potentiel.

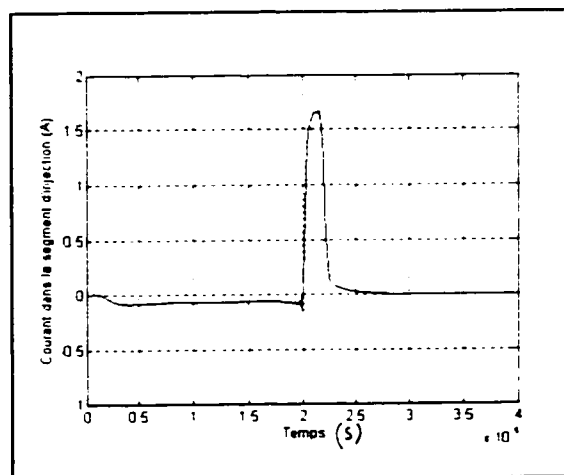


**Figure 5.16:** Détail de la figure 5.14: 1ère impulsion de courant dans le segment d'injection dans la prise de terre.

Le caractère inductif du piquet, établi précédemment dans le domaine fréquentiel est de nouveau mis en évidence dans le domaine temporel aux figures 5.15 et 5.16 par le fait que la tension monte plus rapidement que le courant. On remarque aussi sur ces figures la présence d'un faible résidu de superposition d'énergie résiduelle. En effet, le signal devrait être nul pour les 20 premières  $\mu\text{s}$ , (10  $\mu\text{s}$  de délai et 10  $\mu\text{s}$  de temps de propagation de l'impulsion initiale de la source jusqu'aux segments d'intérêt)<sup>9</sup>. Cette légère erreur n'aura pas d'incidence majeure sur les résultats comme nous le verrons plus loin.

<sup>9</sup> L'imposition d'un délai à l'excitation de source est un bon moyen de détecter la présence de superposition d'énergie. En effet, étant donné que la réponse du système ne peut survenir avant l'application de l'excitation, la présence de signal dans cet intervalle, ne peut être attribuée qu'à ce phénomène. Une réponse nulle dans le délai initial est donc une condition nécessaire mais non-suffisante pour s'assurer que le signal n'est pas corrompu par le phénomène de superposition d'énergie résiduelle.

Le spectre d'impédance harmonique du piquet sera cette fois obtenu en effectuant le quotient suivant:

$$Z(f) = \frac{R_m * I_{mc}(f)}{I_{inj}(f)} \quad (5.10)$$

où  $I_{mc}(f)$  et  $I_{inj}(f)$  désignent les transformées de Fourier des signaux  $I_{mc}(t)$  et  $I_{inj}(t)$ , pour lesquels seules les impulsions initiales ont été conservées.

La figure 5.17 résume la procédure à suivre pour l'obtention du spectre d'impédance harmonique d'une prise de terre selon la méthode transitoire que nous venons d'exposer.

Le programme `g_onde` est cette fois utilisé pour obtenir  $I_{mc}(f)$  et  $I_{inj}(f)$  à partir des données lues dans les fichiers `Imc.it` et `linjc.it`. Le programme Matlab `division.m` effectue la division fréquence par fréquence de ces deux spectres en plus d'effectuer la multiplication du résultat par  $R_m$ . Les figures (5.18) et (5.19) montrent les résultats obtenus avec cette méthode pour notre piquet vertical. Nous y avons superposé les résultats obtenus par la méthode fréquentielle (fig 5.10 et 5.11).

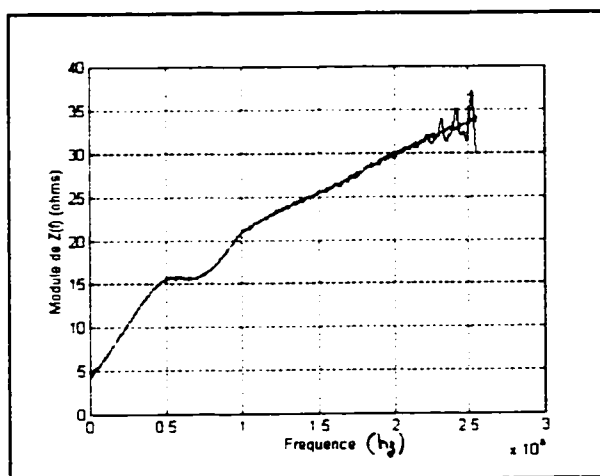


**Figure 5.18:** Spectre d'impédance harmonique du piquet (module) obtenu par les méthodes transitoire et fréquentielle.

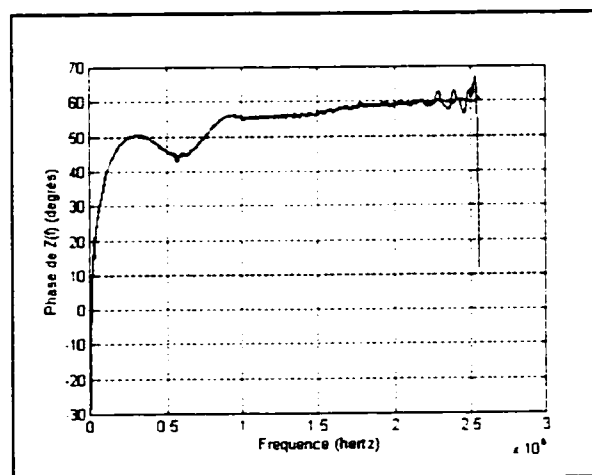


**Figure 5.19:** Spectre d'impédance harmonique du piquet (phase) obtenu par les méthodes transitoire et fréquentielle.



Les résultats obtenus selon les deux méthodes sont pratiquement identiques sauf aux plus hautes fréquences, phénomène sans doute attribuable à l'erreur engendrée par le filtrage temporel (introduction d'une faible discontinuité lors l'annulation du signal après la première impulsion).

Il nous faut mentionner ici que ce résultat, obtenu avec l'impulsion de source présentée à la fig. 5.12, a été sensiblement le même avec n'importe quelle autre type d'impulsion de la source de courant, en autant que la durée de ces impulsions ne cause pas de superposition d'énergie trop importante altérant alors les premiers événements de tension et de courant. En effet, l'impédance harmonique d'une prise de terre est indépendante de la forme de l'impulsion de courant injectée pour la déterminer. Il importe cependant de choisir un type d'impulsion ayant un contenu fréquentiel assez riche pour nous fournir l'impédance harmonique jusqu'aux fréquences désirées.

## 5.6) Conclusion

L'excellente concordance des résultats obtenus selon les deux méthodes d'analyse présentées dans ce chapitre confirme la validité de notre dispositif de calcul ainsi que la justesse de nos hypothèses de travail.

Cependant, à cause du nombre considérable de manipulations mathématiques que comporte la méthode transitoire, la méthode fréquentielle se révèle plus avantageuse; elle est plus rapide mais aussi plus simple et moins sujette aux erreurs.

En effet, une attention particulière doit être apportée dans la méthode transitoire au choix de la longueur de la tige d'injection afin de rendre possible la sélection des premières impulsions de tension et de courant ainsi qu'au choix de la durée de l'impulsion de courant et de la fenêtre temporelle d'observation (i.e. de la fréquence fondamentale d'analyse) pour éviter que les premières impulsions ne soient corrompues à cause de la superposition énergétique. Enfin, l'annulation des réflexions subséquentes à la 1<sup>ère</sup> impulsion dans les fichiers Im.it et Iinj.it doit être effectuée avec beaucoup de soins pour éviter l'introduction

artificielle de hautes fréquences causée par une coupure trop abrupte du signal lors de l'introduction des '0'.

Le spectre d'impédance harmonique d'une prise de terre étant connu, la montée en potentiel de celle-ci lors de l'injection d'une impulsion quelconque de courant pourra être obtenue par analyse de Fourier. Il suffira, tel que l'avons présenté au chapitre 3, d'effectuer le produit fréquence par fréquence du spectre d'impédance harmonique de la prise par le spectre fréquentiel de l'excitation à laquelle elle est soumise et de faire par la suite la reconstitution temporelle du spectre fréquentiel de potentiel ainsi obtenu.

## **CHAPITRE 6**

### **APPLICATION AUX SITES ISOLÉS DE TÉLÉCOMMUNICATION D'HYDRO-QUÉBEC**

Au chapitre précédent, nous avons présenté deux méthodes d'analyse pour l'obtention du spectre d'impédance harmonique d'une prise de terre. Les principes qui y ont été élaborés nous permettront dans ce chapitre d'effectuer l'analyse d'un système plus complexe, soit le réseau de masse et de terre d'un site isolé de télécommunication.

Le rôle d'un réseau de mise à la terre est généralement de permettre l'écoulement vers le sol de courants de toutes origines (courants de défaut à 60 hertz ou encore courants dûs à des coups de foudre). Sa conception doit permettre d'assurer en toutes conditions le maintien:

- de la sécurité des personnes;
- de la protection des installations et des équipements sensibles qu'elles contiennent;
- du bon fonctionnement des appareils.

Le comportement des réseaux de terre, dont les règles de conception sont bien documentées et normalisées à fréquence industrielle (voir guides techniques ANSI/IEEE (1986) et IEEE (1991)), fera dans ce chapitre l'objet d'une étude en haute fréquence rendue possible par l'utilisation des outils d'analyse qui ont été présentés jusqu'ici dans ce travail.

Nous allons débiter par un bref résumé des notions fondamentales de compatibilité électromagnétique. Nous présenterons par la suite les pratiques de mise à la masse actuellement utilisées ainsi que les nouvelles philosophies de conception élaborées par les spécialistes de CEM. Les résultats de simulation sur une configuration simple de mise à la masse et de mise à la terre d'un site isolé typique du réseau de télécommunication d'Hydro-Québec nous permettront de constater la supériorité de ces nouveaux principes.

## 6.1) Compatibilité électromagnétique

### 6.1.1) Origine et définition

Durant de nombreuses années, les équipements électroniques ont utilisé des signaux analogiques qui étaient peu ou pas affectés par des perturbations HF en dehors de leur bande passante. Qu'en est-il aujourd'hui? Avec l'utilisation massive de la technologie numérique rapide, les fréquences de travail ont considérablement augmenté alors même que l'énergie nécessaire à la commutation (énergie par bit) a diminué. La vulnérabilité des équipements se trouve donc accrue<sup>1</sup>. Comme quoi chaque nouveau progrès entraîne de nouveaux problèmes!

La compatibilité électromagnétique est née de cette récente évolution technologique de l'électronique. Le vocabulaire électrotechnique international la définit comme étant: *l'aptitude d'un appareil ou d'un système à fonctionner de façon satisfaisante dans son environnement électromagnétique sans produire lui-même des perturbations électromagnétiques intolérables pour tout ce qui se trouve dans son environnement.*

Les perturbations électromagnétiques sont généralement classées d'abord selon leur support de propagation: conduit ou rayonné. Par exemple, un coup de foudre frappant une structure injecte directement un courant dans celle-ci: il s'agit donc d'une perturbation conduite. Le même coup de foudre frappant à distance n'est pas pour autant sans effets: le rayonnement EM émis par le canal de foudre se propage et se couple à la structure du bâtiment ainsi qu'aux instruments qu'il contient. Nous sommes dans ce cas en présence d'une perturbation rayonnée. Certains spécialistes affirment que ce type de perturbation s'avère même être le plus dommageable. Les perturbations rayonnées se transforment d'ailleurs très souvent en

---

<sup>1</sup> En effet, dans les systèmes analogiques, la qualité de la transmission était caractérisée par le ratio signal/bruit dans la bande passante utile. Dans les systèmes numériques, outre le ratio signal/bruit, les taux de transmission binaire de plus en plus rapides, donc de bande passante équivalente de plus en plus grande, peuvent être affectés par des perturbations EM de faible contenu énergétique mais de haute fréquence. Alors que ce type de bruit avait une incidence négligeable pour les technologies analogiques, il peut corrompre un signal numérique de façon importante.

perturbations conduites par induction électromagnétique de façon presque instantanée. Viennent ensuite dans le classement la durée de la perturbation (permanente ou transitoire), son contenu fréquentiel (de basse ou de haute fréquence) ainsi que son origine (interne ou externe).

Nous analyserons dans ce chapitre le contenu de haute fréquence d'un coup de foudre direct sur le pylône d'antenne micro-ondes adjacent au bâtiment contenant les équipements de télécommunication d'un site isolé. Selon ce classement, il s'agit donc de l'étude d'une perturbation transitoire conduite de haute fréquence et d'origine externe au site à l'étude.

### **6.1.2) Modes d'action des perturbations**

Les perturbations électromagnétiques agissent selon différents mécanismes de couplage sur les câbles et appareils. La figure 6.1, extraite de la série d'Alain Charoy sur la CEM, illustrent les six modes de couplage électromagnétique (voir aussi Collection Electra, "Les perturbations électriques et électromagnétiques" (1991)).

De ces six modes de couplages, les cinq derniers sont nuls en c.c. Cette simple constatation nous permet de comprendre la nouvelle problématique du domaine de la haute fréquence. Les spécialistes de la CEM des équipements électroniques ont comme principale préoccupation d'empêcher les courants parasites, produits par diverses sources de perturbations selon l'un ou l'autre de ces types de couplage, de circuler sur les câbles en mode commun et de se transformer en mode différentiel, c'est-à-dire en signal utile.

La littérature de la CEM traite abondamment à ce sujet du blindage des câbles et de la notion d'impédance de transfert c'est-à-dire de l'impédance linéique, exprimée en ohms par

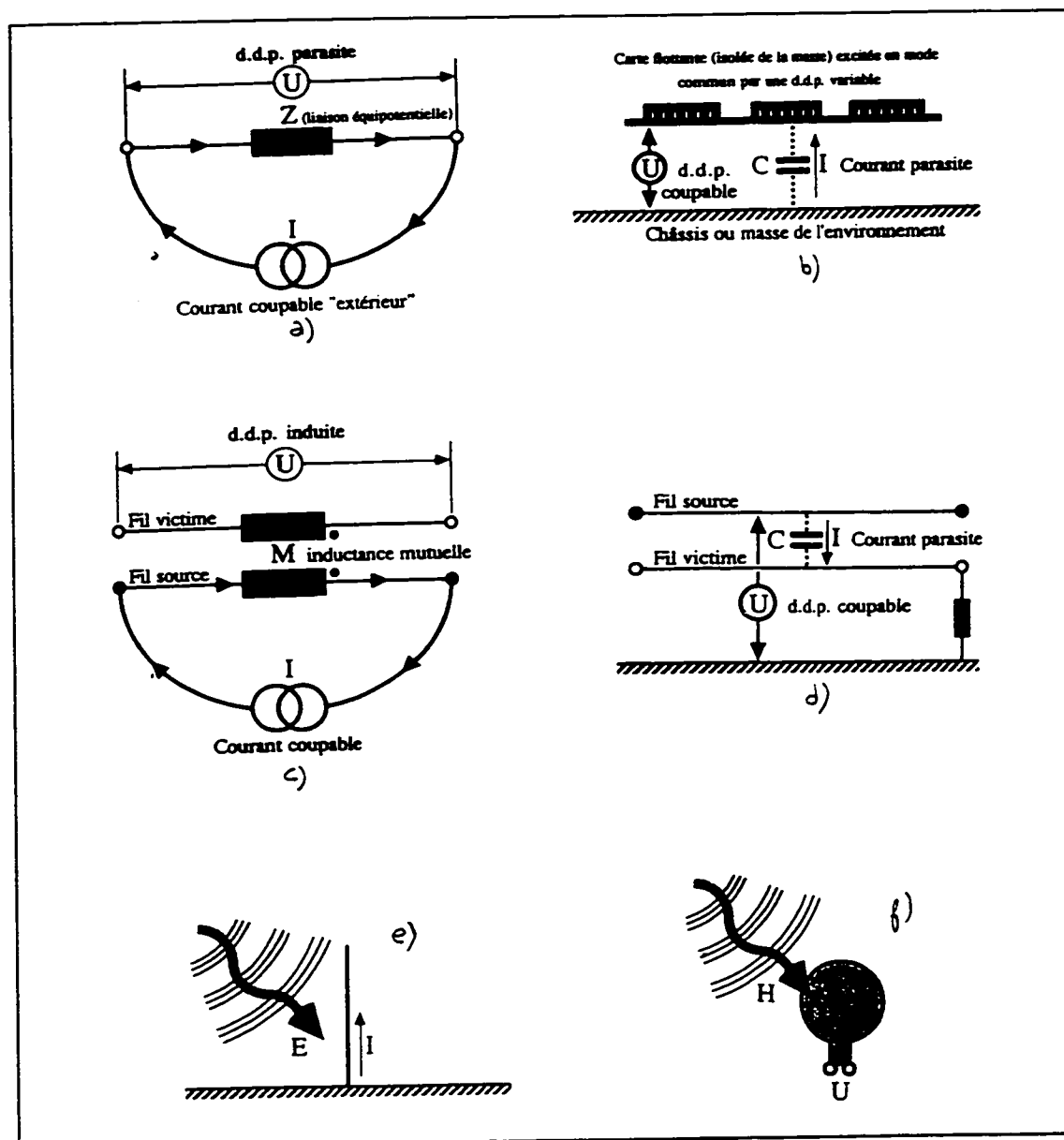


**Figure 6.1:** Principe des couplages par impédance commune (a), carte à châssis (b), par diaphonie inductive et capacitive (c-d), couplage champ à fil et champ à boucle (e-f) (fig. extraite de Charoy (1992)).

mètre, qui convertit le courant d'écran d'un câble coaxial en tension différentielle (voir Charoy (1992), Mardiguan (1992) et Ott (1976)). Par exemple, un câble dit de haute immunité est un câble dont l'écran présente une faible impédance de transfert.

Comme nous étudions dans ce travail diverses configurations du réseau de mise à la masse et de mise à la terre d'un site dans l'optique de la protection contre la foudre, nous nous

penchons sur l'aspect 'macroscopique' de la CEM. Les questions de conception des équipements électroniques et de leurs caractéristiques inhérentes de protection et d'immunité sont donc exclues. Tous les modes de couplage entreront en jeu à l'exception peut-être du couplage carte à châssis, qui pourrait être remplacé par analogie dans notre contexte, par 'couplage bâtis à châssis du bâtiment'. Nous reviendrons dans les prochaines sections sur la terminologie particulière de la CEM d'un bâtiment pour la protection contre la foudre.

## **6.2) Mise à la masse et mise à la terre**

La mise à la masse est différente de la mise à la terre, bien que dans la pratique quotidienne ces deux concepts soient souvent confondus par abus de langage.

La masse est la référence de potentiel d'un bâtiment près des appareils alors que la terre, éloignée des circuits, est toute partie conductrice en contact direct avec le sol. Bien que le réseau de masse soit connecté au réseau de terre, ce n'est que ce dernier qui écoule les courants perturbateurs directement dans le sol.

### **6.2.1) Mise à la masse en étoile**

L'ancienne méthode de mise à la masse en étoile repose sur un principe fort simple: chaque équipement doit être doté de son propre câble de mise à la masse jusqu'au connecteur de masse. La justification d'une telle philosophie est la suivante: 'lors d'un défaut, le courant circule dans une résistance de terre qui est commune aux masses de tous les équipements. Les potentiels de toutes ces masses s'élèvent simultanément par rapport à celui de la masse terrestre; il n'est alors plus possible de trouver, entre masses, des différences de potentiel dangereuses pour les personnes ou le matériel' (Hydro-Québec, Mise à la terre des installations de télécommunication (1989)). Aussi, selon ce principe, la circulation de courants perturbateurs est impossible puisque qu'il n'y a aucun parcours fermé permettant la circulation de ces courants parasites.

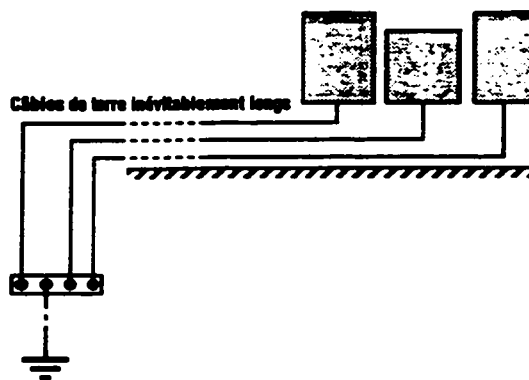


**Figure 6.2:** Mise à la terre en étoile (Charoy (1992)).

Ces raisonnements, valables en basse fréquence, ne tiennent plus pour des perturbations de haute fréquence. Par exemple, à partir du moment où deux appareils sont interreliés, et ils le sont de plus en plus, un tel arrangement génère une forte impédance commune entre les équipements (fig. 6.3a). En effet, un simple câble possède en haute fréquence une impédance inductive non-négligeable qui sera d'autant plus importante que le câble est long (Annexe D). Comme le principe de base de la mise à la masse en étoile stipule que chaque appareil doit être mis à la masse en un point unique au collecteur de masse, ces câbles s'étendent sur plusieurs mètres! Comme le disent Morrison et Lewis dans leur texte "The issue of ground loops" (voir 'Grounding and shielding in facilities' (1990)), une impulsion de foudre empruntant un tel routage de câble causera une différence de potentiel de milliers de volts entre différents points du bâtiments.

Outre ce problème, la mise à la masse en étoile d'équipements interconnectés par des câbles signaux engendre de gigantesques boucles de masse vulnérables au rayonnement électromagnétique (couplage champ à boucle, voir fig 6.3b).

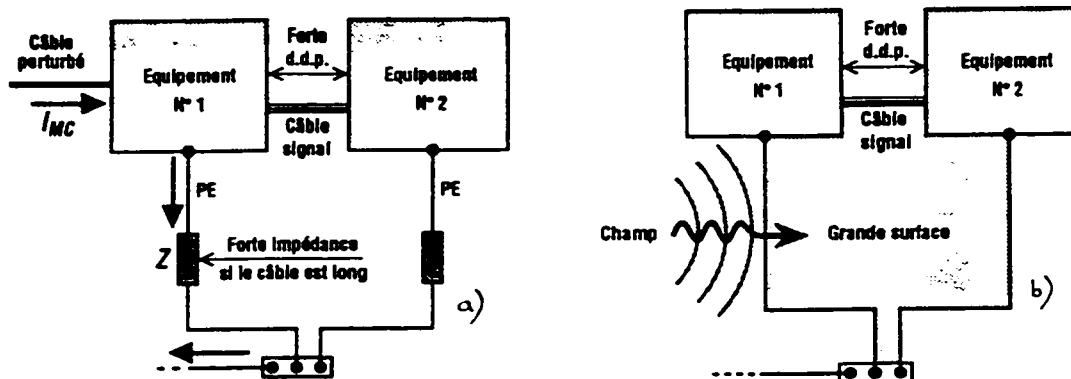


**Figure 6.3:** Forte impédance commune (a), et grande boucle de masse (b), entre appareils interconnectés mis à la masse en étoile (fig. tirée de Charoy (1992)).

L'induction électromagnétique de la foudre par exemple peut générer un courant parasite qui circulera sur la gaine des conducteurs reliant les différents bâtis. Par impédance de transfert, les signaux utiles circulant dans ces câbles seront dégradés. En l'absence d'interconnexion entre appareils proches, une forte différence de potentiel induite entre ceux-ci peut entraîner un claquage et donc une destruction des électroniques<sup>2</sup>.

Ouvrir les boucles de masse peut sans doute régler un problème de circulation de courants parasites à basse fréquence mais certainement pas en haute fréquence car les boucles se referment malgré tout par couplage capacitif. Avec l'interconnexion des appareils et les multiples boucles fermées fortuitement dans un bâtiment par l'acier d'armature ou les conduits métalliques, la 'règle d'or' des boucles ouvertes est de toute façon très difficile à appliquer... De plus, dans le contexte particulier des sites de télécommunication, la mise à la terre locale dédiées aux seules entrées téléphoniques ou aux panneaux d'alimentation, en dérogation du principe de mise à la masse en point unique, montre que cette philosophie est

<sup>2</sup> Le champ d'ionisation de l'air est de 30kV/cm ce qui est beaucoup. Cependant, la présence de proéminences, par effet de concentration de champ (effet de pointe), augmente le risque de claquage, phénomène qui n'est pas si rare comme le montrent les traces d'arc causées par la foudre dans un site de télécommunication (voir Hydro-Québec, Essais et expertises techniques, Essais de Malt-site Lac Épaule (1993)).

souvent en contradiction avec elle-même dans la pratique des installateurs. Nous reviendrons sur ce sujet à la section 6.3.2.

### 6.2.2) Vers l'équipotentialité: grille de mise à la masse

Lors d'un coup de foudre, il importe d'écouler le courant perturbateur dans la terre en conservant des différences de potentiel acceptables entre les équipements interconnectés du bâtiment. Il s'agit en effet, comme nous l'avons mentionné précédemment, d'empêcher la circulation de ce courant dans les câbles signaux ou encore le claquage entre les appareils. La recherche de l'équipotentialité est donc un des buts ultimes de la CEM; elle est la seule vertu nécessaire au bon fonctionnement des équipements même en cas de perturbation majeure comme la foudre.

Dans le petit exemple pratique de l'Annexe D, nous avons vu qu'il faut abandonner l'idée de pouvoir évacuer une perturbation de haute fréquence par un câble dédié à cet effet à cause de la forte impédance qu'il présente.

L'utilisation d'une grille de mise à la masse vise à raccorder chaque équipement au plus près en bénéficiant d'un maillage se rapprochant de la notion de plan parfait. En effet, la seule façon d'abaisser l'impédance entre deux points éloignés, et donc de réduire les différences de potentiel, consiste à diviser les courants parasites par un nombre aussi élevé que possible de conducteurs. L'impédance commune entre les équipements interconnectés est ainsi minimisée (en BF comme en HF) de même que la surface des boucles de masse.

Comme expliqué dans 'Les cahiers de l'ingénierie' (EDF, 1994), "un réseau de masses équipotentiel ne supprime pas les montées en potentiel en mode commun mais les masses de tous les appareils qui lui sont raccordés montent en potentiel en même temps. De ce fait, il ne circule plus de courant parasite entre ceux-ci et il n'apparaît plus de surtensions entre les masses des appareils, ni entre les conducteurs actifs et les masses"<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> Le maillage sera efficace jusqu'à plusieurs MHz si le côté de chacune des mailles est inférieur à un vingtième de la longueur d'onde à la plus haute fréquence ( $\lambda_{\text{min}}/20$ ) afin d'agir réellement comme un conducteur d'équipotentialité (voir 'Les cahiers de l'ingénierie' (1994) et Lewis (1985). Ainsi, les mailles des grilles utilisées dans les salles d'ordinateurs ont typiquement 50 cm de côté ce qui leur

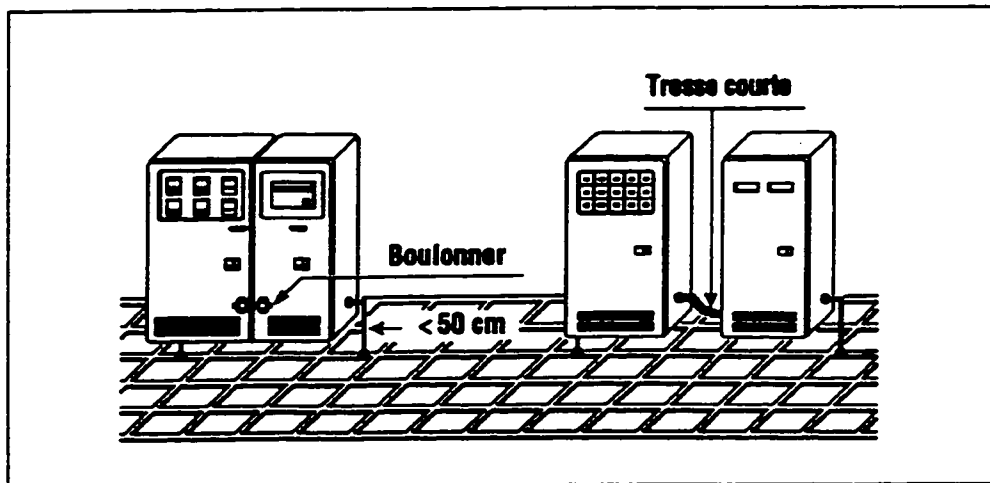


**Figure 6.4:** Maillage des masses (figure tirée de Charoy (1992)).

Pour maximiser cet effet bénéfique, il est aussi recommandé de pratiquer l'interconnexion de toutes les structures conductrices du bâtiment: étagères à câbles, tuyaux conducteurs, structure du bâtiment, huisserie, etc. En effet, tout conducteur peut participer à l'équipotentialité du réseau de masse.

Si les masses ne sont pas équipotentielles, les courants parasites de haute fréquence vont circuler là où ils le peuvent, en empruntant toujours les chemins à plus basse impédance qu'ils rencontrent, c'est-à-dire pas nécessairement là où ils sont le moins vulnérables!

Le maillage des masses, en réduisant la surface des boucles et en offrant de multiples chemins pour diviser et réduire les courants perturbateurs de mode commun serait donc, selon cette philosophie, la meilleure façon de préserver l'équipotentialité globale du site. C'est ce que nous montrerons à la section prochaine.

---

confère une bonne équipotentialité jusqu'à environ 30 MHz.

### **6.3) Simulation d'un site de télécommunication typique du réseau d'Hydro-Québec: étude comparative**

#### **6.3.1) Modèle du site de télécommunication**

La figure 6.12 à l'annexe H montre le schéma de mise à la masse et de mise à la terre d'un site isolé typique actuel du réseau de télécommunication d'Hydro-Québec tel que nous l'avons simulé dans NEC4. Ce schéma est inspiré en grande partie de plans et de photos du site de relais Brébeuf reliant les sites de Lévis et de Nicolet sur la rive sud du fleuve St-Laurent. Les renseignements contenus dans la série de guides, de spécifications techniques et de normes rédigés pour la plupart par le Service Télécommunications de l'entreprise ont aussi été utilisés dans cette modélisation (Hydro-Québec, dates de publications variant de 1989 à 1997)<sup>4</sup>.

On y voit en rouge le guide d'onde descendant dans le pylône supportant les antennes micro-ondes. Il est interconnecté électriquement à celui-ci à une hauteur de trois mètres au-dessus du niveau du sol avant de parcourir horizontalement la distance le séparant de la fenêtre d'entrée des guides d'onde du bâtiment contenant les équipements de télécommunication (pour les petits sites isolés, il s'agit généralement d'une roulotte préfabriquée). Une fois dans le bâtiment, il est branché à l'équipement micro-ondes situé non-loin de là, c'est-à-dire qu'il est électriquement connecté avec le bâti de l'appareil et donc avec le réseau de mise à la masse.

Le réseau de mise à la masse des équipements (en vert) est constitué de deux branches principales auxquelles est rattaché chaque équipement se trouvant dans l'une ou l'autre des deux rangées de bâtis (cadres métalliques formant des arêtes supportant les appareils). Ces deux branches sont reliées entre elles par un lien transversal au milieu du bâtiment. Ce réseau de mise à la masse, déposé dans des étagères à câbles près du plafond, converge (théoriquement!) en un point unique, le collecteur de masse, qui est mis à la terre au

---

<sup>4</sup> Il faut noter que certains de ces documents ont été publiés ultérieurement à la mise en fonction du site et que divers paramètres d'aménagement ont pu être modifiés depuis sa construction.

conducteur périphérique du bâtiment par l'intermédiaire d'un conducteur vertical. Le conducteur périphérique est enfoui à une profondeur de 0.5m et à une distance égale des murs du bâtiment. Il est raccordé en chaque coin à un piquet vertical de MALT et en un seul endroit au châssis du bâtiment.

Le pylône, d'une hauteur réelle de 105 mètres a été représenté uniquement sur une hauteur de 10 mètres sans les multiples membrures diagonales dont il est construit afin de réduire le temps de calcul. En effet, le pylône ne sert ici uniquement que de 'capteur' du coup de foudre et ne nous sommes pas préoccupés par son comportement électromagnétique mais bien par les différences de potentiel entre différents endroits du bâtiment.

Chacune des pattes du pylône est reliée à un cerceau enfoui raccordé à 3 piquets verticaux de mise à la terre, à un lien unique avec le conducteur périphérique enfoui du bâtiment et à 3 longues tiges radiales horizontales. Ces radiales se prolongent en réalité jusqu'aux ancrages des haubans du pylône situés à 75 mètres de celui-ci. Elles n'ont été modélisées dans notre simulation que sur 15 mètres conformément à la formule de longueur efficace des conducteurs horizontaux, longueur au-delà de laquelle l'impédance aux ondes de foudre ne diminue pas de façon significative:

$$L_e = 0.5\sqrt{\rho} \quad (6.1)$$

où  $\rho$  est la résistivité<sup>5</sup> du sol (Bouquegneau et Jacquet (1983) et Jacquet et Moore (1988)). Nous verrons à la section prochaine lors de la présentation des résultats que cette formule est tout à fait justifiée.

Nous avons représenté 3 bâtis. Le bâti #1 (équipement micro-onde) se trouve dans la rangée #1 alors que les deux autres se trouvent tous deux dans la rangée #2. Les deux paramètres nous permettant d'effectuer une étude comparative de l'efficacité des différentes

---

<sup>5</sup> La courbe de la résistivité du sol présentée à la figure 5.3. du chapitre précédent a été multipliée par 25 afin de correspondre à 1000  $\Omega.m$  à 0 hertz, valeur typique de la résistivité du sol dans cette région. La courbe de la permittivité relative du sol (fig 5.4) n'a pas été modifiée.

configurations de MALM et de MALT lors d'un coup de foudre seront les différences de potentiel calculées entre les bâtis #1 et #2 et entre les bâtis #2 et #3.

Ces différences de potentiel seraient grosso modo proportionnelles au courant parasite qui circulerait sur l'écran du câble signal reliant les bâtis<sup>6</sup>. Par l'utilisation de la notion d'impédance de transfert, la différence de potentiel entre les bâtis est donc aussi proportionnelle à la tension différentielle parasite induite dans le câble signal.

Comme nous l'avons vu au chapitre 4, le calcul de la différence de potentiel entre deux points n'est pas possible actuellement dans le programme par la méthode de la divergence du vecteur potentiel magnétique ou encore par la méthode de l'intégrale curviligne de  $\vec{E} + j\omega\vec{A}$  lorsqu'il y a présence d'un sol. Nous utiliserons donc la méthode alternative présentée à la section 4.4.3 pour mesurer la différence de potentiel entre les bâtis<sup>7</sup>.

Dans tous les cas, c'est le rapport et non la valeur absolue des différences de potentiel obtenues selon différentes configurations qui nous importera pour comparer l'efficacité relative de leur réseau de MALM et/ou de MALT.

Comme au chapitre précédent, l'injection du courant de foudre se fera par l'intermédiaire d'une longue tige verticale dont la hauteur dictera la durée de validité des résultats. En effet, comme nous l'avons déjà expliqué, après la réponse initiale du système à l'impulsion originale, un 'temps mort' correspondant à la durée de la propagation aller-retour de l'impulsion, du sol à la source et de nouveau au sol, sera observé. Après ce temps mort, le

---

<sup>6</sup>Cette affirmation est valable à condition que le câble reliant les bâtis soit électriquement court par rapport à la longueur d'onde la plus petite de la perturbation i.e. 60m. C'est bien le cas dans notre étude. En effet, les câbles signaux suivent un parcours parallèle au réseau de MALT (fil vert) puisque ce réseau de même que tous les câbles sont déposés dans les étagères à câbles au-dessus des bâtis. Les dimensions données à la figure 6 12 nous indiquent que le câble reliant les bâtis #1 et #2 parcourra, par l'intermédiaire de l'étagère à câbles transversale, une distance d'environ 5 mètres.

La d.d.p. en circuit ouvert entre les bâtis nous fournit la tension d'un équivalent Thévenin entre ces deux points. Le courant y circulant en court-circuit nous permettrait d'en connaître la résistance de Thévenin.

<sup>7</sup> Nous utiliserons, comme au chapitre 4, une résistance de 100k $\Omega$  pour effectuer cette étude.

reste de la réponse temporelle du système doit être rejeté car il ne correspond plus qu'à des réflexions artificielles de l'impulsion sur la source de courant, alors en circuit ouvert.

Comme nous ne sommes intéressés que par le contenu HF de l'impulsion de foudre, nous injecterons à la source une impulsion de courant en demi-cycle de sinus au carré, dont le temps de montée au maximum sera de 1  $\mu$ s, c'est-à-dire la valeur typique du temps de front des impulsions de foudre<sup>8</sup>. Notre analyse se fera jusqu'à 5.12 MHz.

La hauteur choisie de la source de courant est de 900m, ce qui signifie que nous disposons d'un temps d'observation valide d'environ 6  $\mu$ s après le moment où l'impulsion initiale arrive au sol (1800m/c). Comme toujours, la fenêtre d'observation temporelle doit être choisie de façon à ce que le signal soit complètement amorti à la fin de celle-ci. Ceci signifie que, bien que les réflexions subséquentes à la première ne nous intéressent pas, nous devons nous assurer qu'elles soient toutes amorties avant un temps  $T_0$  afin de ne pas corrompre par superposition le signal d'intérêt, c'est-à-dire le premier événement de la réponse du système. De nombreux essais nous ont permis de déterminer que la fenêtre d'observation doit avoir une durée minimale de 200  $\mu$ s pour les segments d'intérêt de notre modèle<sup>9</sup>. Ceci signifie que la fréquence fondamentale de notre analyse sera de 5000 Hz. Comme nous nous rendrons jusqu'à 5.12 MHz, le programme bouclera sur 1024 fréquences.

---

<sup>8</sup> Comme cette impulsion redescend rapidement à 0, contrairement aux bi-exponentielles caractéristiques de la foudre (de temps de queue de 50  $\mu$ s typiquement), la tige d'injection peut être considérablement raccourcie, car le 'temps mort' nécessaire à la sélection du 1<sup>er</sup> événement est plus court étant donné que l'impulsion est de faible durée. De même, la durée de la fenêtre d'observation peut être plus courte puisque les impulsions, de courte durée, s'atténueront plus rapidement, ce qui est très avantageux au point de vue du temps de calcul.

<sup>9</sup> Cette durée dépend du paramètre d'observation ou des segments d'intérêt: 200  $\mu$ s ont suffi pour que le courant soit amorti dans les segments résistifs de mesure reliant les bâtis. Pour d'autres segments, nous avons observé que 200  $\mu$ s ne suffisent pas, par exemple dans le cerceau de raccordement du pylône où le courant injecté par chaque nouvelle impulsion ne s'atténue que très lentement. Ce phénomène nécessiterait d'ailleurs une analyse plus poussée.

### 6.3.2) Description des simulations (voir figures à l'annexe H)

#### **Simulation #1a: configuration initiale (figure 6.12)**

Cette simulation, point de départ de toute la série d'essais, a été effectuée avec le modèle de la figure 6.12 représentative du réseau actuel de MALM et de MALT.

#### **Simulation #1b: bouclage fortuit par le panneau d'alimentation du bâtiment (figure 6.12)**

Selon le Code de l'électricité du Québec<sup>10</sup>, le boîtier du panneau d'alimentation c.a. du bâtiment, situé sur le mur opposé à celui du collecteur de masse doit être mis à la terre, c'est-à-dire connecté au conducteur périphérique du bâtiment en plus d'être, comme il se doit, rattaché au réseau de mise à la masse du bâtiment.

Par cette nouvelle connection, montrée en vert tireté à la figure 6.12, le réseau en étoile 'pur' de la configuration précédente et relié au réseau de terre en un point unique est altéré. En effet, une boucle de masse refermée par la terre et formée de cette nouvelle connection, du parcours du fil vert dans les étagères à câbles et du connecteur de masse est maintenant apparente, contredisant le principe de mise à la terre en un point unique.

#### **Simulation #2: Fermeture des boucles enfouies (figure 6.12)**

Selon la 'règle d'or' des boucles ouvertes de l'ancienne philosophie de MALM en étoile, nous pouvons voir, sur le schéma de la configuration actuelle à la fig. 6.12, qu'une ouverture est pratiquée dans le conducteur périphérique et le cerceau de raccordement du pylône "afin d'empêcher la circulation des courants".

Il n'y a selon nous pas de raison valable de pratiquer ces ouvertures. Une impulsion de haute fréquence y subira une réflexion (ce qui n'a a priori rien d'avantageux) et une partie du courant se transmettra de toutes façons par couplage capacitif ou pire, par claquage dans le sol. Pour cette simulation, nous avons repris la configuration de la simulation #1b en

---

<sup>10</sup> Section 10 du Code: Mise à la terre et continuité des masses.

refermant ces deux ouvertures. Nous avons aussi aligné le raccordement des pattes du pylône au cerceau de raccordement enfoui avec les trois conducteurs radiaux destinés à évacuer le courant de foudre.

**Simulation #3: Déviation du courant de foudre transporté par le guide d'onde (figure 6.13)**

Le guide d'onde qui descend dans le pylône et pénètre au coeur des électroniques est le point d'entrée privilégié du courant de foudre. Il convient donc d'en dériver le maximum à la terre avant son entrée dans le bâtiment.

Afin de réaliser cet objectif, nous avons relié dans cet essai la plaque d'entrée des guides d'onde au conducteur périphérique enfoui de la roulotte par l'intermédiaire de trois conducteurs verticaux tels qu'on peut les voir à la figure 6.13.

**Simulation #4: Remplacement du réseau étoilé par une grille de mise à la masse (figure 6.14)**

Le remplacement du réseau étoilé par une grille de mise à la masse au plafond est montré à la figure 6.14. Cette grille est connectée au conducteur périphérique enfoui par l'intermédiaire de quatre conducteurs de descente verticaux en chaque coin de la roulotte ainsi qu'au milieu de ses deux côtés les plus longs. Le châssis de la roulotte a de plus été relié à chacun des coins du conducteur périphérique contrairement aux simulations précédentes où il n'était connecté qu'en un seul point.

Le côté des maillons les plus gros de la grille (ceux de la rangée du centre reliant les bâtis 1 et 2) mesure 1.5 mètre, ce qui satisfait les critères énoncés précédemment pour une protection jusqu'à 10 Mhz, ce qui constitue un choix pratique pour la protection contre la foudre. Ce choix a été dicté par une utilisation opportune des étagères à câbles présentes actuellement entre les bâtis d'équipements (voir Hydro-Québec, 'Caractéristiques générales, emplacements, bâtiments et salles de télécommunication', (1994)).

### **Simulation #4a: Effet de la grille seule**

Par cet essai, nous avons cherché à calculer l'amélioration de l'efficacité attribuable à la grille de mise à la masse seulement sans inclure aucune modification du réseau enfoui de MALT initial. Nous avons donc essentiellement repris la configuration de la simulation #1b avec pour seule modification, le remplacement du réseau étoilé de mise à la masse par la grille de l'essai précédent.

### **Simulation #5: Ajout de liens multiples entre le cerceau de raccordement du pylône et le conducteur périphérique du bâtiment (figure 6.14)**

Le but de cette dernière simulation consiste à déterminer si l'ajout de liens multiples entre le cerceau de raccordement du pylône et le conducteur périphérique du bâtiment serait bénéfique. En effet, en vertu du principe d'équipotentialité, des connections multiples produisent un effet de dilution des courants perturbateurs et abaissent donc les différences de potentiel entre différents points d'une salle.

Par contre, étant donné que le pylône constitue le 'capteur' du courant de foudre, on peut aussi se demander si cette pratique, à cet endroit particulier, n'aurait pas un effet défavorable en 'drainant' en quelque sorte le courant de foudre vers le bâtiment contenant les équipements. Les résultats présentés à la section suivante nous permettront de répondre à cette question.

## **6.3.3) Résultats**

### **6.3.3.1) Justification de la formule 6.1**

Au premier essai (simulation #1a), nous avons vérifié le bien-fondé de l'utilisation de la formule 6.1. Les figures 6.5 et 6.6 montrent le courant circulant en 3 positions de l'une des radiales raccordée au cerceau de MALT du pylône pour une injection de 1 A d'amplitude de la source de courant.

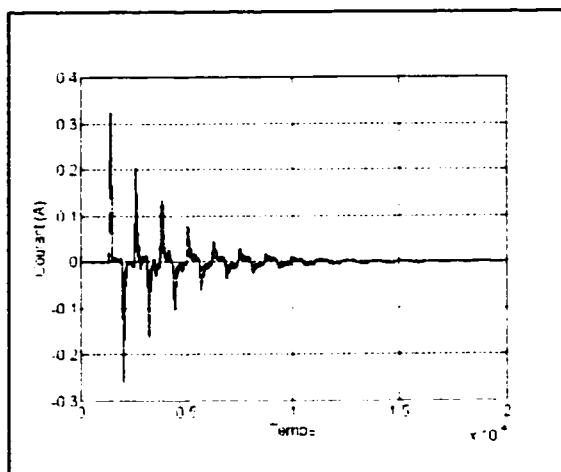


**Figure 6.5:** Impulsion de foudre se propageant sur un des conducteurs radiaux enfouis de MALT du pylône.

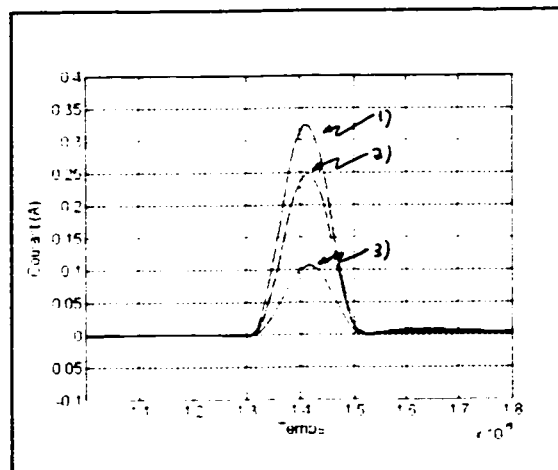


**Figure 6.6:** Détail de la fig. 6.5: impulsion de foudre se propageant sur un des conducteurs radiaux enfouis 1) près du cerceau, 2) au milieu 3) à l'extrémité.

On peut voir à la figure 6.6 la première impulsion de chacune des trois courbes superposées de la figure 6.5. La forte atténuation de l'impulsion de foudre subie sur le parcours de 15m montre que la formule 6.1 a une certaine validité.

La réponse temporelle de courant sur tout segment de la structure présente un profil semblable à celui des courbes de la figure 6.5: une première impulsion suivie de plusieurs autres qui doivent être rejetées. Nous ne conserverons donc comme résultats que les amplitudes relatives des 1ères impulsions des courbes temporelles de la différence de potentiel entre les bâtis selon les diverses configurations.

### 6.3.3.2) Résultats des simulations #1a et #1b

Les figures suivantes montrent l'évolution temporelle de la différence de potentiel entre les bâtis, obtenues avec les simulations #1a et #1b toujours pour une injection impulsionnelle de courant de foudre de 1A ayant une durée 2  $\mu$ s.

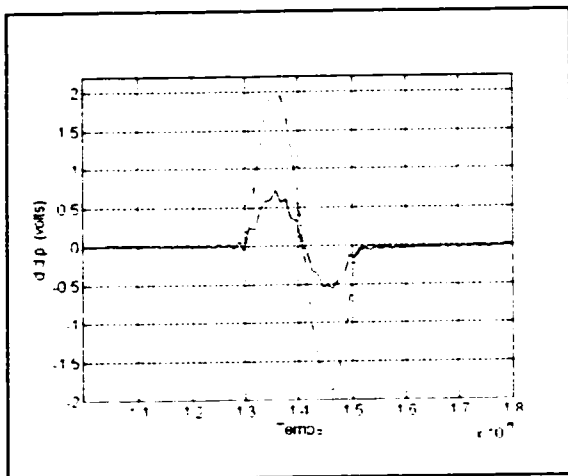


**Figure 6.7:** Différence de potentiel entre les bâtis 1 et 2.  
 trait plein: simulation #1a  
 trait tireté: simulation #1b

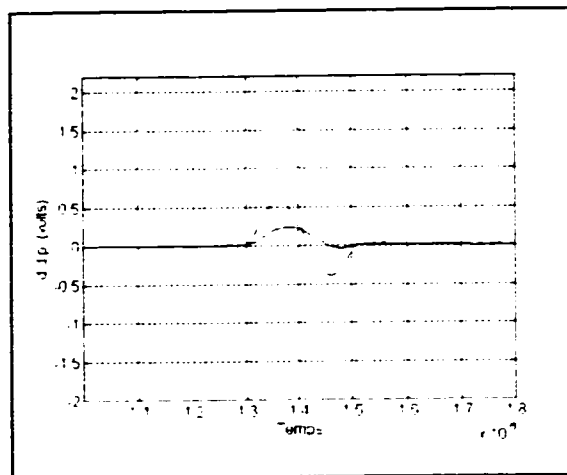


**Figure 6.8:** Différence de potentiel entre les bâtis 3 et 2.  
 trait plein: simulation #1a  
 trait tireté: simulation #1b

La circulation du courant par la boucle passant par le boîtier du panneau d'alimentation modifie considérablement le comportement de la salle comme on peut le voir sur ces deux figures. En effet, dans la simulation #1a, le courant entrant dans la salle par le guide d'onde sur le bâti #1 est évacué dans la terre par le conducteur vertical connecté au connecteur de masse alors que dans la simulation #1b, la nouvelle boucle créée permet aussi une évacuation par la MALT du panneau d'alimentation.

Dans les deux cas, la d.d.p. entre les bâtis 1 et 2 est plus élevée qu'entre les bâtis 3 et 2 et la présence de la boucle créée par le panneau d'alimentation de la roulotte a augmenté la d.d.p. entre les bâtis.

L'évolution temporelle de ces résultats nous laisse croire à une forte influence de l'induction électromagnétique dans les boucles ouvertes entre les bâtis. En effet, nous avons un passage par 0 au moment où l'impulsion devrait être à son maximum ( $14 \mu\text{s}$ )<sup>11</sup>.

<sup>11</sup> L'impulsion de courant arrive au niveau du sol à un temps estimé à  $13 \mu\text{s}$  dont  $10 \mu\text{s}$  sont attribuables au délai temporel imposé à la source et  $3 \mu\text{s}$  sont attribuables au temps de propagation de l'impulsion sur la tige d'injection ( $900\text{m/c}$ ). Comme cette impulsion dure  $2 \mu\text{s}$ , son maximum devrait avoir lieu à  $14 \mu\text{s}$ .

### 6.3.3.3) Etude comparative des différentes configurations

Les figures 6.9 et 6.10 montrent les résultats obtenus pour les simulations #1b, #2, #3, #4, #4a et #5.

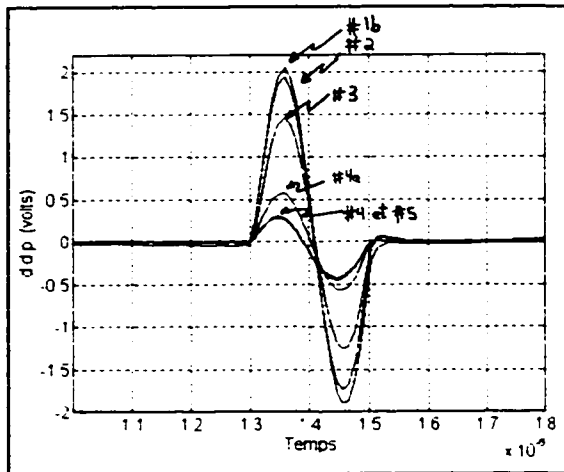


**Figure 6.9:** Différence de potentiel entre les bâtis 1 et 2 selon les diverses configurations.

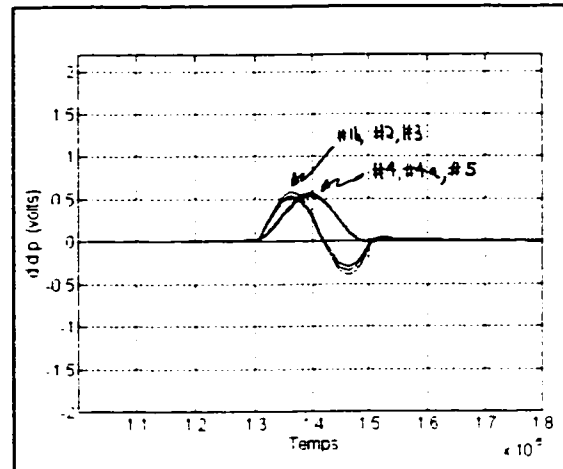


**Figure 6.10:** Différence de potentiel entre les bâtis 3 et 2 selon les diverses configurations.

D'une configuration à l'autre, la baisse de la différence de potentiel entre les bâtis 1 et 2 est bien notable. Entre les bâtis 2 et 3, il semble que l'ajout de la grille change le comportement inductif dont nous avons parlé précédemment puisqu'à partir de la simulation #4, nous retrouvons la forme de l'impulsion de courant de la source, alors que la d.d.p. a même augmenté légèrement. Nous croyons que dans ce cas l'amélioration due à l'ajout de la grille est absente car la distance qui sépare ces deux bâtis est inférieure à la longueur d'un maillon de cette grille (voir figure 6.14).

Le tableau 6.1 résume l'ensemble des résultats obtenus.

**Tableau 6.1: Résumé des résultats obtenus sur la d.d.p. entre les bâtis selon les diverses modifications apportées à la configuration de base (#1b).**

| Modification | Calcul                  | Bâtis 1-2<br>(dB) | Bâtis 2-3<br>(dB) |
|--------------|-------------------------|-------------------|-------------------|
| (A)          | $20\log(V_2/V_{1b})$    | -0.51             | -0.69             |
| (B)          | $20\log(V_3/V_2)$       | -2.49             | -0.38             |
| (C)          | $20\log(V_4/V_3)$       | -13.24            | +0.86             |
| (D)          | $20\log(V_5/V_4)$       | -0.52             | -0.28             |
| (E)          | $20\log(V_{4s}/V_{1b})$ | -11.21            | -0.73             |

**Modification (A):** Fermeture des boucles enfouies

**Modification (B):** Dérivation du courant de foudre à l'entrée de la plaque d'entrée des guides d'onde

**Modification (C):** Remplacement du réseau étoilé par la grille de mise à la masse

**Modification (D):** Ajout des liens multiples entre le cerceau de raccordement du pylône et le conducteur périphérique du bâtiment

**Modification (E):** Ajout de la grille seulement

On constate que c'est à l'ajout de la grille (modification (C)) que doit être attribué l'effet le plus marqué de la baisse des différences de potentiel entre les bâtis 1 et 2. Malgré le fait que cette amélioration soit absente entre les bâtis 2 et 3 pour la raison que nous avons évoquée précédemment, la différence de potentiel entre ces bâtis nous permet tout de même de constater que l'équipotentialité de la salle est meilleure en présence de la grille.

A ce titre, nous utiliserons un indice d'équipotentialité qui sera défini comme suit:

$$I_{eq} = \frac{\max(V_{12}, V_{23})}{\min(V_{12}, V_{23})} \quad (6.2)$$

où  $V_{12}$  est la différence de potentiel entre les bâtis 1 et 2 et où  $V_{23}$  est la différence de potentiel entre les bâtis 2 et 3.

**Tableau 6.2: Indice d'équipotentialité des différentes configurations**

| Simulation | $I_{eq}$ |
|------------|----------|
| #1a        | 3        |
| #1b        | 3.54     |
| #2         | 3.61     |
| #3         | 2.84     |
| #4         | 1.79     |
| #4a        | 1.06     |
| #5         | 1.84     |

La notion d'indice d'équipotentialité est significative surtout pour comparer les configurations avec grilles de celles qui n'en comportent pas. En effet, la modification du réseau de terre ou l'ajout de la plaque d'entrée des guides d'onde aura un impact sur la d.d.p. absolue entre deux points ou encore sur le courant circulant en un endroit précis de la salle, sans que l'on ne puisse s'attendre a priori à une amélioration globale de l'équipotentialité. A ce titre, on remarque une amélioration notable de l'équipotentialité surtout lors du passage des configurations #3 à #4 et du passage des configurations #1b à #4a.

Il semble de plus à l'examen du tableau 6.1 que l'ajout de liens supplémentaires entre le cerceau de raccordement enfoui à la base du pylône et le conducteur périphérique de la roulotte (modification (D)) ait légèrement amélioré la situation. Cette conclusion est cependant sujette à caution puisque l'indice d'équipotentialité s'est quant à lui légèrement détérioré (voir simulations #4 et #5, tableau 6.2).

#### **6.4) Brèves remarques sur les résultats obtenus et sur quelques perspectives de recherches futures - réflexion sur une méthode d'analyse des effets d'une impulsion de foudre de type bi-exponentielle**

Bien que nous ayons voulu dans ce chapitre effectuer une étude comparative de différentes configurations, il est intéressant de relier les valeurs obtenues à un véritable coup de foudre. Par exemple à la simulation #1b nous avons, pour un courant à la source de 1A d'amplitude, obtenu une d.d.p. d'environ 2 volts entre les bâtis 1 et 2. Pour un coup de foudre typique de 50 kA, nous aurions alors grosso modo une d.d.p. de 100 kvolts!

L'amélioration globale du réseau de terre et l'ajout de la grille nous permet d'obtenir une réduction de 17db (somme des atténuations successives des modifications A à D au tableau 6.1), abaissant ainsi la différence de potentiel à 14 kvolts, ce qui est beaucoup moindre quoique toujours élevé.

Nous sommes donc en mesure à l'examen des résultats des tableaux 6.1 et 6.2 de constater que le réseau de masse maillé a bien joué son rôle dans la réduction et la répartition du courant perturbateur abaissant par le fait même la d.d.p. entre bâtis.<sup>12</sup> La déviation du courant de foudre se propageant sur le guide d'onde à l'entrée du bâtiment de même que l'amélioration du réseau de terre, bien qu'ayant un effet moins prononcé, ont aussi été bénéfiques.

Bien que les câbles signaux reliant les bâtis soient parallèles au réseau de MALM pour les petites salles de télécommunication (roulottes) de sites isolés comme celui que nous simulons, il arrive dans de grandes salles, que deux bâtis soient connectés par un câble signal passant dans l'étagère à câble située directement au-dessus de ceux-ci, fermant de ce fait une boucle par une gaine de câble, ce qui est encore une fois en contradiction avec le principe de la mise à la masse en étoile.

---

<sup>12</sup> La légère augmentation de la d.d.p. entre les bâtis 2 et 3 après l'ajout de la grille est cependant surprenante. Il est possible en effet qu'étant donné la complexité du système, les choses ne se produisent pas localement comme nous nous y attendons (résonance, réflexion, superposition des effets de plusieurs phénomènes, etc.). Ce qui importe, c'est l'amélioration globale de l'équipotentialité de la salle comme le montre le tableau 6.2. Une étude approfondie nécessiterait à ce titre plusieurs points de mesure en divers point de la salle.

Il serait donc intéressant de remplacer le segment hautement résistif reliant les bâtis et servant à calculer les différences de potentiel entre ceux-ci par un lien ayant les caractéristiques de la gaine d'un câble coaxial typique par exemple le câble RG-58 qui possède une gaine dont l'impédance de transfert est caractérisée par une résistance linéique de 14 mΩ/m et une inductance linéique de 1 μH/m (voir fig 6.11). Dans le cas d'un câble coaxial en effet, le blindage (gaine) véhicule à la fois le signal utile et les courants parasites; la circulation de ceux-ci se rapporte donc directement en tension différentielle et l'impédance de transfert du câble correspond aussi à l'impédance linéique de la gaine. Il est intéressant de noter que le comportement inductif que nous avons démontré à l'Annexe D est de nouveau mis en évidence à la figure 6.11.

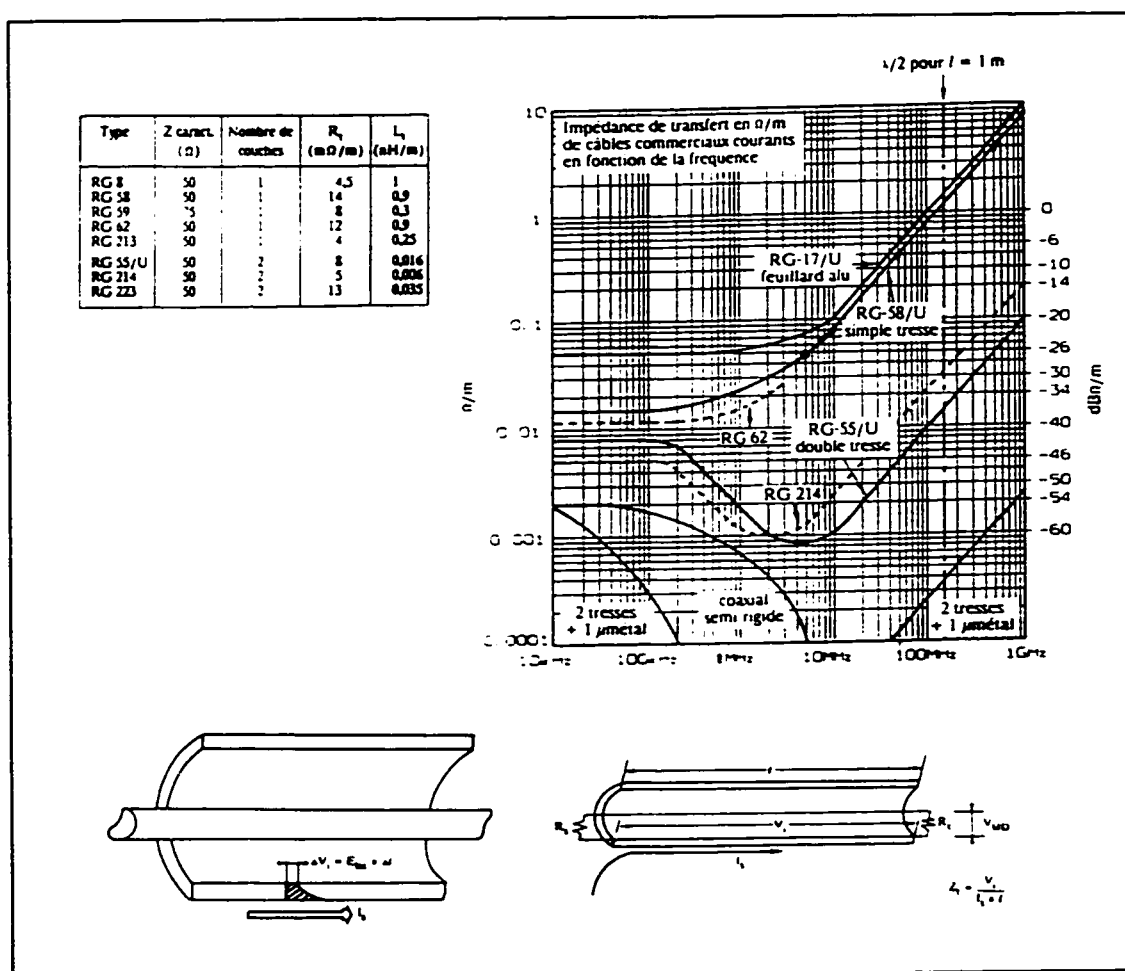


**Figure 6.11:** Impédance de transfert de blindage de quelques câbles typiques (figures extraites de Mardiguan (1992)).

Par ailleurs, nous avons mentionné que le temps d'observation valide des signaux se limite à 6  $\mu$ s après l'arrivée de l'impulsion, cette durée étant imposée par la longueur de la tige d'injection. L'étude directe de la réponse du système au contenu de basse fréquence de l'impulsion de foudre (queue de la bi-exponentielle) nécessiterait par conséquent une très longue tige d'injection de même qu'une très longue fenêtre temporelle d'observation et par conséquent un énorme temps de calcul.

En effectuant un filtrage temporel similaire à ce que nous avons montré au chapitre 5, c'est-à-dire en ne sélectionnant que la première impulsion de la réponse, et en calculant la FFT de ce signal, nous obtiendrions la réponse en fréquence (fonction de transfert) du paramètre à l'étude sans que celui-ci ne soit entaché par le phénomène des réflexions successives et par conséquent sans que la limitation due à la longueur de la tige d'injection ne restreigne le temps d'observation. Ce serait alors uniquement la fréquence fondamentale d'analyse ( $T_0=1/F_0$ ) qui dicterait la durée d'observation valide. Bien que cette durée de 200  $\mu$ s dans notre travail soit beaucoup plus longue que 6  $\mu$ s, ceci ne nous assure cependant pas qu'elle soit suffisante puisqu'une excitation de plus grande durée, bien qu'elle soit unique (contrairement aux réflexions multiples) risque d'entraîner une probabilité accrue de superposition énergétique.

La réflexion que nous venons de faire pourrait s'avérer être une piste intéressante à explorer pour l'étude de l'effet des basses fréquences des impulsions de foudre, c'est-à-dire de l'effet de persistance du courant dû à la queue de la bi-exponentielle qui les caractérise. Par l'apparition de phénomènes de plus longue durée, ce contenu de basse fréquence présenterait sans doute une réponse passablement différente de celle que nous avons pu observer dans ce chapitre pour l'injection d'une impulsion courte.

## CONCLUSION

La fonction de transfert calculée par le programme NEC4 de méthode des moments dans le domaine fréquentiel rend possible par analyse de Fourier la reconstitution de la réponse temporelle d'un système soumis à n'importe quelle forme d'excitation. Ce principe n'est exact que si les conditions présentées au chapitre 3 sont respectées. La maîtrise et la compréhension de ces notions sont en effet essentielles à quiconque utilise l'analyse de Fourier, sans quoi la valeur des résultats obtenus est sérieusement remise en question.

La validation du code ainsi que du processus mathématique d'analyse et de reconstitution des signaux a été effectuée au chapitre 4 à l'aide de cas connus. Nous y avons constaté que NEC4 peut aussi servir à la détermination de la résistance des prises de terre en courant continu. A défaut d'avoir en ce moment la possibilité de calculer le potentiel scalaire électrique dans ce programme, nous avons validé un petit dispositif analytique de mesure des d.d.p. entre deux points dans l'espace, en prévision des études subséquentes.

Au chapitre 5, nous avons élaboré deux méthodes de calcul du spectre d'impédance harmonique d'une prise de terre et nous avons fait ressortir le caractère inductif des piquets. Ces calculs ont nécessité la vérification préalable de la validité de notre dispositif de mesure, muni d'un bras résistif de détermination de l'élévation du potentiel de terre. Pour sa simplicité, la méthode fréquentielle s'est révélée plus avantageuse que la méthode transitoire. Cette dernière méthode aura cependant été utile pour corroborer les résultats tirés de la première. De plus, le principe du filtrage dans le domaine du temps que nous y avons présenté nous a conduit, dans notre conclusion du chapitre 6, à des pistes de solutions possibles pour l'étude éventuelle des composantes de basse fréquence de la foudre.

Le dispositif d'injection des courants de foudre élaboré au chapitre 5 peut être utilisé pour l'étude des conséquences d'un impact direct sur une structure quelconque. Nous avons

prouvé, à l'aide de notre modèle simplifié d'un site isolé typique, que les règles de protection présentées au chapitre 6 et basées sur le concept de réseau maillé abaissent, par la mise en parallèle des masses, les tensions entre bâtis subséquentes à une perturbation conduite. La déviation des courants de foudre se propageant sur le guide d'onde par le raccord de la plaque d'entrée au réseau de terre (conducteur périphérique enfoui du bâtiment) s'est aussi avéré être une mesure de correction avantageuse, le guide d'onde constituant en effet le point d'entrée privilégié des courants de foudre dans le bâtiment, au coeur même des équipements. Bien que l'accroissement de l'efficacité ait été moins notable dans le cas des modifications que nous avons apportées au réseau de terre (fermeture des boucles enfouies et alignement des raccords de MALT des pattes du pylône avec ses radiales), il nous apparaît que celui-ci puisse aussi être amélioré.

Ce travail pourrait se poursuivre encore longtemps afin d'approfondir et d'améliorer notre compréhension des phénomènes électromagnétiques dans l'optique particulière de la protection des installations contre la foudre. En effet, nous nous sommes limités au seul paramètre de la d.d.p. entre les bâtis pour comparer les différentes configurations. Une étude des champs électrique et magnétique présents en divers endroits du bâtiment de télécommunication pourrait apporter des éclaircissements dans l'explication des phénomènes observés en les mettant en relation les uns avec les autres.

Une analyse en profondeur du comportement du réseau de terre, c'est-à-dire de la façon dont le courant de foudre s'y distribue et s'y répartit, nous permettrait aussi d'optimiser sa configuration en apportant un éclairage nouveau sur les lacunes des configurations actuelles. pensées pour des perturbations en courant continu ou de basses fréquences, très différentes par leur nature même des phénomènes de hautes fréquences ou de fréquences intermédiaires comme celles qui caractérisent l'impulsion de foudre.

Il est donc possible, en agissant sur les règles d'ingénierie, de mieux prémunir les équipement sensibles contre les perturbations électromagnétiques. A ce titre, les méthodes d'analyse présentées dans ce travail ainsi que la validité et la puissance d'un outil numérique

comme NEC4 peuvent apporter une aide appréciable dans l'optimisation de la conception des installations (postes électriques, aménagements divers, etc.) là où les questions de CEM et de protection contre la foudre sont susceptibles de se présenter.

## RÉFÉRENCES

ANDERSON R.B., ERIKSON A.J. (1980) Les paramètres de la foudre en vue des applications industrielles. Electra, no.69, mars 1980.

ANSI/IEEE (1986) IEEE guide for safety in AC substation grounding, ANSI IEEE Std 80-1986.

ANSI/IEEE (1978) IEEE Standard Techniques for High Voltages Testing, Std 4-1978.

BALANIS.C.A.(1982) Antenna theory, analysis and design, Harper & Row, Publishers, New-York.

BANDINELLI M., BESSI F., CHITI S., INFANTINO M., POMPONI R., (1996) Numerical modeling for LEMP effect evaluation inside a telecommunication exchange. IEEE Trans. on EMC, vol.38 no.3 août 1996.

BANOS. A.(1966) Dipole radiation in the presence of a conducting half-space, Pergamon Press, New-York.

BAUCHET M. (1996) Protection foudre des installations au sol, RGE no.4 avril 1996

BLOCK.R.R.(1993) The grounds for lightning and EMP protection, Polyphaser corporation.

BOUQUEGNEAU C., JACQUET B. (1983) How to improve the lightning protection by reducing the ground impedance. 19th International Conference on Lightning Protection, La Haye, 1983, papier 2.3

BRIGHAM,E.O.(1988) The fast Fourier transform and its applications, Prentice-Hall.

BURKE, G.J. (1984) Modeling antennas near to and penetrating a lossy interface. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-32, no. 10, octobre 1984.

BURKE.G.J.(1992) Numerical electromagnetic code- NEC-4, method of moments, Lawrence Livermore National Laboratories (distribution limitée).  
Part 1-User manual;  
Part 2-Program description and theory.

BURKE G.J.(1992) A comparison of solutions for wires over ground. 1992 ACES Conference Proceedings.

BURROWS C.R.,GRAY M.C. (1941) The effect of th earth's curvature on ground-wave propagation. Proceedings of the IRE, janvier 1941.

BURRUS C.S.,PARKS T.W. (1985) DFT/FFT and convolution algorithms, theory and implementation. John Wiley and Sons.

CEI (1990) Protection des structures contre la foudre, principes généraux, Norme internationale 1024-1.

CEI (1993) Protection des structures contre la foudre, principes généraux - choix des niveaux de protection pour les installations de protection contre la foudre, Norme Internationale 1024-1-1.

CEI (1995) Protection contre l'impulsion électromagnétique générée par la foudre, Norme Internationale 1312-1.

CHAMPIOT G.,GUILLERY P. (1986) Pour avoir un bon réseau de terre: des règles simples pour respecter la physique de base. RGE no.10, nov. 1986.

CHAMPIOT G., GUILLERY P. (1991) Mise à la terre des ensembles électroniques. RGE, no.11 1991.

CHANG D.C.,OLSEN R.G.(1975) Excitation of an infinite antenna above a dissipative earth. Radio Science, vol. 10 août-septembre 1975.

CHAROY,A.(1992) Parasites et perturbations des electroniques, Dunod, Paris.  
tome 1, Sources-couplage-effets  
tome 2, Terre-masses-cablages  
tome 3, Blindages-filtres-cables blindés  
tome 4, Alimentation-foudre-remèdes

CHEW,W.C.(1990) Waves and fields in inhomogeneous media, Van Nostrand Reinhold. New-York.

COLLIN R.E., (1985) Antenna radiowave propagation, New-York,Mcgraw-Hill.

CRISTINA S., ORLANDI A. (1990) Lightning channel influence on currents and fields in a building struck by lightning, Proceedings of the IEEE INT. Symp. on EMC, Washington D.C, aug. 21-23.

CRISTINA S., D'AMORE M., ORLANDI A. (1989) The electromagnetic environment in a structure stroked by lightning, Int. Symp. on EMC, Nagoya, Japon, 1989

DAGUILLON, O., KARWOWSKI, A., ZEDDAM, A. (1994) Numerical modeling of lightning protection systems, Proceedings of the Euroem 95 Int. Symposium, Bordeaux, France.

DAGUILLON, O., KARWOWSKI, A., ZEDDAM, A. (1994) Caractérisation des courants induits par la foudre sur le système de protection d'un bâtiment de télécommunication, Conférence foudre et montagne, Chamonix-Mont-Blanc, 6-9 juin 1994

DAWALIBI F. (1993) Frequency response of substation ground systems subject to lightning strikes, CIGRÉ Symp. de Lausanne, 1993

DEGAUQUE, P., HAMELIN J. (1990) Compatibilité électromagnétique, bruits et perturbations radioélectriques, Dunod, Paris.

DEL VECCHIO P., GERI P., VECA A. (1988) Calculation of lightning's EM effects on surrounding structure, IEEE Trans. on Magnetics, vol.24, nov.6, 1988

ELECTRA (1991) Les perturbations électriques et électromagnétiques, Conception et amélioration des installations industrielles et tertiaires, Ouvrage réalisé par une équipe d'ingénieurs et de chercheurs animée par Guy-Gérard Champiot, Dopee 85, Chap.3: Modes de transmission des perturbations et Chap.8: Techniques d'amélioration de la CEM.

ÉLECTRICITE DE FRANCE-DIRECTION DES ETUDES ET RECHERCHES (1984), Principes de conception et de réalisation des mises à la terre, Norme H-115.

ELECTRICITÉ DE FRANCE (1994) Les cahiers de l'ingénierie, qualité de l'alimentation électrique, Guide de désenbilisation aux surtensions en milieu industriel et tertiaire  
1ère partie: Origines et effets des surtensions  
2ième partie: Diagnostic des surtensions et remèdes.

FELSEN, L.B., MARCUVITZ N. (1994) Radiation and scattering of waves, Prentice-Hall Microwaves and Fields Series.

FILHO, S.V., PORTELA, C.M. (1987) Soil permittivity and conductivity behaviour on frequency range of transient phenomena in electric power systems, Fifth Int. Symposium on High Voltage Engineering, Braunschweig, août 1987.

FILHO,S.V.,PORTELA,C.M.(1988) Investigation of soil as a lossy dielectric, Proceedings of the 2nd Int. Conf. on Properties and Applications of Dielectric Materials, cat. #88CH2587.

GARY,C.(1994) La foudre, des mythologies antiques à la recherche moderne, Masson.

GRCEV, L. DAWALIBI F. (1990) An electromagnetic model for transients in grounding systems, IEEE trans.on Power Delivery, vol.5, no.4, nov.1990.

GRCEV, L. (1992) Computation of transient voltages near complex grounding systems caused by lightning currents, IEEE/EMC Int. Symp., Anaheim, Californie, 17-21 août 92

GROUPE DE RECHERCHES DE ST-PRIVAT D'ALLIER (1982) Huit ans d'expériences sur la foudre à Saint-Privat d'Allier, RGE, no.9 1982.

HARRINGTON,R.F.(1968) Field computation by moment method, The Macmillan Co., New-York.

HYDRO-QUÉBEC (1975) Mise à la terre - Conception des prises de terre dans les postes, vol.1, Direction Générale Génie, Direction projets Electrotechniques, Hydro-Québec.

HYDRO-QUÉBEC(1989) Mise à la terre des installations de télécommunication GT-T-12.01.01 89-06, Service Projets, Direction Télécommunications.

HYDRO-QUÉBEC (1989) Installation des supports de câbles dans une salle de télécommunications et les méthode d'attaches des câbles, SN-T-09.07.02 89-07, Service Projets, Direction Télécommunications.

HYDRO-QUÉBEC (1989) Bâtiments-Disposition de l'équipement dans les salles de télécommunications et d'accumulateurs GT-T-11.01.01 89-06, Service Projets, Direction Télécommunications.

HYDRO-QUÉBEC (1990) Installation du réseau de mise à la terre des bâtiments et sites de télécommunications SN-T-12.01.01 90-11, Service Projets, Direction Télécommunications.

HYDRO-QUÉBEC (1993) Essais de Malt, site lac Epaule, Hydro-Québec, Direction Maintenance des équipements et sécurité des barrages, Service essais et études techniques, Division Etudes techniques-Transport.

HYDRO-QUÉBEC (1994) Caractéristiques générales, emplacements, bâtiments et salles de télécommunication, mise à la terre, câblage, blindages et raccords, CG-PT-CEM601-1, Direction Télécommunications, Service Planification, Division Réseau de Transmission.

HYDRO-QUÉBEC (1995) Installation du réseau de mise à la terre dans les postes SN-12.1d 95-12, Vice-Présidence Ingénierie et Services.

HYDRO-QUÉBEC (1995) Pylônes de télécommunications, GP-T-41.02.01 95-06, Service Ingénierie et Construction, Direction Télécommunications.

HYDRO-QUÉBEC (1995) Catalogue des liaisons hertziennes, Direction Télécommunications, janvier 95

HYDRO-QUÉBEC (1996) Antennes Micro-ondes et ligne de transmission, SN-T-21.03.01A 96-11, Direction Planification et Mise en place de l'infrastructure technologique, Service Mise en place des projets de télécommunications.

HYDRO-QUÉBEC (1997) Bâtiments préfabriqués pour sites de télécommunications, SN-T-40.02.01.A 97-04, Direction Planification et Mise en place des infrastructures technologiques.

IEEE (1982) IEEE Guide for the installation of electrical equipment to minimize electrical noise inputs to controllers from external sources, IEEE Std 518-1982.

IEEE (1991) IEEE Recommended practice for grounding of industrial and commercial power systems, IEEE Std 142-1991, 'Le livre vert de la mise à la terre'.

IEEE (1992) IEEE recommended practice for powering and grounding sensitive equipment, IEEE Std 1100-1992.

INFANTINO M., POMPONI R., MANZUELI A., PIERUCCI G. (1995) Simulated LEMP effects inside a telecommunication exchange: field test results, 11th EMC Symp., Zurich 1995

ISHII M., BABA Y. (1997) Numerical electromagnetic field analysis of tower surge response, IEEE Trans. on Power Delivery, vol. 12, no. 1, janvier 1997.

JACQUET B., MOORE W.B.R. (1988) Influence des courants de terre sur les canalisations et câbles enterrés, CIGRÉ, Session 1988, 28 août-3 sept. papier no. 36-06

JORDAN, E.C., BALMAIN, K.G. (1968) Electromagnetic waves and radiating systems, 2ième édition, Prentice Hall Electrical engineering series.

KING R.W.P., WU T.T. (1974) The horizontal wire antenna over a conducting or dielectric half space: current and admittance, Radio Science, vol.9, juillet 1974.

KOUTEYNIKOFF, P.(1981) Réponse impulsionnelle des prises de terre aux courants de foudre, Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques, Symposium 22-81, Stockholm.

KOUTEYNIKOFF P.. (1982) Modèle pour le calcul de l'impédance d'une prise de terre longue aux bases et aux hautes fréquences, EDF-Dép. Transport-Appareillage, div. lignes aériennes, janv.82.

KOUTEYNIKOFF,P.,ROCHEREAU, H.(1989) Protection des lignes et postes électriques contre la foudre: rôle et caractéristiques des prises de terre, Revue Générale de l'Electricité, mars 1989.

LAURENT,P.G.(1951) Les bases générales de la technique des mises à la terre dans les installations électriques, Bulletin de la Société Française des Electriciens, No 7, juillet 1951.

LEWIS W.L.: Recommended power and signal grounding for control and computer rooms, IEEE Trans. on Industry Applications, no 6, novembre/décembre 1985.

LEWIS W.H. (1989) The use and abuse of insulated/isolated grounding, IEEE Trans. on Industry. Applications. Vol.25, no.6, nov/déc 1989

MARDIGUIAN,M.(1992) Manuel pratique de compatibilité électromagnétique, Prédiction et solutions aux perturbations électromagnétiques, Pràna recherche & développement, Chap.X: Récapitulation sur les blindages de cables.

MARDIGUIAN,M.,WHITE,D. et al.(1988) A handbook series on electromagnetic compatibility, Interference Control Technologies inc., Gainesville, Virginia  
 vol.1: Fundamentals of electromagnetic compatibility  
 vol.2: Grounding and bonding  
 vol.3: Electromagnetic shielding  
 vol.4: Filters and power conditioning  
 vol.5: EMC in components and devices  
 vol.6: EMI Test methodology and procedures  
 vol.7 :EMC in telecommunications  
 vol.8: EMI control methodology and procedure  
 vol.9: United States commercial standards  
 vol.10: European and international commercial standards  
 vol.11: Military EMC standards  
 vol.12: Supporting military EMC standards

MILLER E.K., POGGIO A.J., BURKE G.J. (1973) An integro-differential equation technique for the time-domain analysis of thin wire structures, 1. The numerical method, Journal of Computational Physics 12, pp-24 à 48, 1973

MILLER E.K., POGGIO A.J., BURKE G.J. (1973) An integro-differential equation technique for the time-domain analysis of thin wire structures, 2. Numerical results, Journal of Computational Physics 12, pp-210 à 233, 1973

MITTRA,R.(1973) Computer techniques for electromagnetics, Pergamon Press.

MORRISON,R., LEWIS,W.H. (1990), Grounding and shielding in facilities, John Wiley & Sons.

OLHOEFT G.R. (1987) Electrical properties from  $10^{-3}$  to  $10^9$  hz - Physics and Chemistry, Proceedings of the 2nd int. Symp. on Physics and Chemistry of Porous Media, oct 1986-AIP Conf. Proceedings.

OPPENHEIM,A.V., WILLSKY,A.S., YOUNG,I.T.(1983) Signals and systems, Prentice-Hall.

ORLANDI A., SCHIETROMA F. (1996) Attenuation by a lightning protection system of induced voltages due to direct strikes to a building, IEEE Trans. on EMC, vol.38, no.1, fév. 1996.

OTT, H.W.(1976) Noise reduction techniques in electronic systems, John Wiley & Sons, New-York, Chap 2: Shielding of conductors.

PAUL,C.R.(1992) Introduction to electromagnetic compatibility, John Wiley & Sons.

PENNEAU P.A.,SCHMITT X.(1996) Réseaux en étoile et réseaux maillés, RGE no.4 avril 1996

REE (1996) Compatibilité électromagnétique, phénomènes, effets, enjeux, avril 96-no 4.

RGE (1986) Compatibilité électromagnétique des équipements d'automatismes industriels, novembre 86-no 10.

RGE (1989) La foudre:le phénomène, ses conséquences, la prévention, mars 89-no 3.

RGE (1991) Compatibilité électromagnétique (1ère partie), novembre 91-no 10.

RGE (1991) Compatibilité électromagnétique (2ième partie), décembre 91-no 11.

RGE (1994) Foudre et montagne, juin 94. no 6.

RGE (1995) Compatibilité électromagnétique, protection contre les perturbations, octobre 95. no hors-série, 105-116.

RGE (1995) Compatibilité électromagnétique: normes, mesures, simulations, novembre 95. no 5.

RICHMOND, J.H. (1974) Radiation and scattering by thin-wire structures in a homogeneous medium, Rapport CR-2396 (NASA), Hampton, Virginie.

RICHMOND, J.H. (1974) Computer program for thin-wire structures in a homogeneous conducting medium, National Technical Information Service, Rapport CR-2399 (NASA), Springfield, Virginie

ROCHEREAU, H. (1988) Comportement des prises de terre localisées parcourues par des courants à front raide. E.D.F Bulletin de la direction des études et recherches - Série B #2.

ROUSSEAU A., GARY C., BERGER G., Foudre et protection des bâtiments, Les techniques de l'ingénieur, vol. C3 II p.C3307, nov. 1993.

SOMMERFELD, A. (1909) Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie, Ann.Physik, Vol 28, pp.665-736.

STRATTON, J.A. (1941) Electromagnetic theory, Mcgraw-Hill book company.

STUTZMAN, W.L., THIELE, G.A. (1981) Antenna theory and design, John Wiley and Sons.

SUNDE E.D. (1949) Earth conduction effects in transmission systems, Van Nostrand Company

UIT-T, CCITT (1991) Protection contre les perturbations. Configurations équipotentiellles et mise à la terre à l'intérieur d'un bâtiment de télécommunications, Recommandation K.27.

UIT-T (1994) Protection contre les perturbations. Configurations équipotentiellles et mise à la terre à l'intérieur d'un bâtiment de télécommunications à l'intérieur d'un bâtiment d'abonné, Recommandation K.31.

WAIT, J.R. (1982) Geo-electromagnetism, Academic Press.

WANG, JOHNSON J.H.(1991).Generalized moment method in electromagnetics - Formulation and computer solution of integral equations, John Wiley & Sons inc, Appendice F, A thin-wire code

ZEDDAM A. (1992) Déclenchement artificiel de la foudre: application à la validation des méthodes de protection des installations de France Télécom. L'écho des recherches, no. 150 4ième trimestre 1992.

ZEDDAM A. (1994) Protection des installations de télécommunications contre la foudre. RGE, no.6 juin 1994.

## ANNEXE A: EQUATIONS DE MAXWELL

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} - (\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E} \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{A.4})$$

où

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} \quad \vec{B} = \mu\vec{H} \quad (\text{A.5})$$

Nous adopterons l'expression suivante comme définition du vecteur potentiel magnétique  $\vec{A}$ :

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \quad (\text{A.6})$$

Alors de (A.1), nous avons

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\nabla \times \vec{A} \quad (\text{A.7})$$

$$\vec{E} + j\omega\vec{A} = -\nabla\phi \quad (\text{A.8})$$

où  $\phi$  est le potentiel scalaire électrique.

En substituant les expressions (A.6) et (A.8) dans la seconde équation de Maxwell, et en utilisant l'identité vectorielle:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla \cdot \nabla \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} \quad (\text{A.9})$$

nous obtenons:

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu \vec{J} - \mu(\sigma + j\omega\epsilon)(\nabla\phi + j\omega\vec{A}) \quad (\text{A.10})$$

Hors, selon la condition de Lorentz

$$\nabla \cdot \vec{A} = -\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\phi \quad (\text{A.11})$$

il reste donc

$$\nabla^2 \vec{A} - \gamma^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad (\text{A.12})$$

c'est-à-dire l'équation de Helmholtz relative au potentiel vecteur magnétique où:

$$\gamma^2 = j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon) \quad (\text{A.13})$$

et dont la solution est

$$\vec{A}(r) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \vec{J}(r') \frac{e^{-\gamma|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (\text{A.14})$$

On trouve une très proche analogie entre le vecteur potentiel magnétique et le potentiel électrique scalaire. En effet, en substituant maintenant l'expression de  $\vec{E}$  de l'équation (A.8) dans la troisième équation de Maxwell et en utilisant la condition de Lorentz, nous obtenons l'équation de Helmholtz relative au potentiel électrique scalaire:

$$\nabla^2 \phi - \gamma^2 \phi = -\frac{\rho_v}{\epsilon} \quad (\text{A.15})$$

où  $\gamma^2$  est encore une fois donné par l'équation (A.13) et dont la solution est:

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{V'} \rho(r') \frac{e^{-\gamma|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (\text{A.16})$$

Le vecteur potentiel magnétique étant connu, les champ électrique et magnétique sont par la suite obtenus en fonction de ce paramètre et des caractéristiques du milieu selon les expressions suivantes:

$$\vec{E}(r) = \frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{A})}{\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} - j\omega\vec{A} \quad (\text{A.17})$$

$$\vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{A}}{\mu} \quad (\text{A.18})$$

où l'équation (A.17) est obtenue de l'équation (A.8) et de la condition de Lorentz.

Les quantités précédentes sont souvent exprimées en fonction du vecteur potentiel de Hertz  $\vec{\pi}$  dont la relation avec le vecteur potentiel magnétique est donnée par:

$$\vec{A} = \mu(\sigma + j\omega\epsilon)\vec{\pi} \quad (\text{A.19})$$

L'équation de Helmholtz (A.12) exprimée selon le vecteur potentiel de Hertz est alors donnée par:

$$\nabla^2 \vec{\pi} - \gamma^2 \vec{\pi} = \frac{-\vec{J}}{\sigma + j\omega\epsilon} \quad (\text{A.20})$$

alors que les expressions (A.17) et (A.18) sont transformées de la façon suivante:

$$\vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{\pi}) - \gamma^2 \vec{\pi} \quad (\text{A.21})$$

$$\vec{H} = (\sigma + j\omega\epsilon) \nabla \times \vec{\pi} \quad (\text{A.22})$$

De la condition de Lorentz, nous obtenons aussi l'expression reliant le vecteur potentiel de Hertz et le potentiel scalaire électrique:

$$\nabla \cdot \vec{\pi} = -\phi \quad (\text{A.23})$$

## ANNEXE B: EQUATION INTÉGRALE DU CHAMP ÉLECTRIQUE<sup>1</sup>

L'expression du champ électrique rayonné par une distribution de courant  $J(v')$  est obtenue en remplaçant l'expression du vecteur potentiel magnétique dans l'expression du champ électrique (voir annexe A).

$$\vec{A}(r) = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \vec{J}(r') \frac{e^{-j\beta|r-r'|}}{|r-r'|} dv' \quad (\text{B.1})$$

$$\vec{E}(r) = -j\omega\vec{A} + \frac{\nabla(\nabla \cdot \vec{A})}{j\omega\mu\epsilon} \quad (\text{B.3})$$

$$\vec{E}(r) = -j\omega\mu \int_v \frac{\vec{J}(r') e^{-j\beta|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} dv' + \nabla \left( \nabla \cdot \frac{1}{j\omega\epsilon} \int_v \frac{\vec{J}(r') e^{-j\beta|r-r'|}}{4\pi|r-r'|} dv' \right) \quad (\text{B.4})$$

$$\vec{E}(r) = \frac{-j\eta}{4\pi\beta} \int_v \vec{J}(r') (\beta^2 + \nabla \nabla) g(r, r') dv' \quad (\text{B.2})$$

où  $\beta$  et  $\eta$  sont respectivement les constantes de propagation et l'impédance du milieu.

$$\beta = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \quad (\text{B.5})$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (\text{B.6})$$

et où  $g(r, r')$  est la fonction de Green:

---

<sup>1</sup> Cette démonstration de l'équation intégrale du champ électrique est valable pour un milieu sans pertes ( $\sigma=0$  et  $\gamma=j\beta=j\omega\sqrt{\mu\epsilon}$ ).

$$g(r, r') = \frac{e^{-j\beta|r-r'|}}{|r-r'|} \quad (\text{B.7})$$

La simplification de l'équation intégrale du champ électrique formulée par Pocklington pour les conducteurs filamenteux découle des approximations suivantes:

- 1- la densité de courant  $J$  est restreinte à la périphérie de la surface des conducteurs.
- 2- cette densité linéique de courant tubulaire est uniforme.

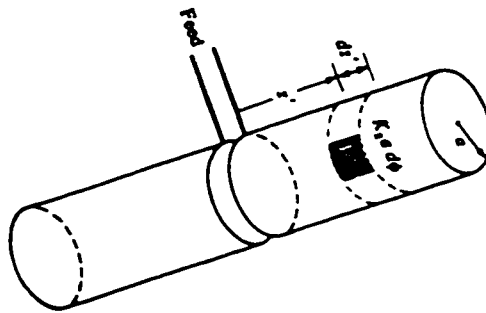


**Figure B.1:** Répartition tubulaire uniforme de courant sur la périphérie d'un conducteur

Ces deux conditions sont généralement désignées sous le terme d'approximation des fils minces ("thin-wire approximation") et réduisent l'intégrale vectorielle de l'équation intégrale du champ électrique du chapitre 1 (équation (1.3)) en une forme scalaire.

$$E_{\text{tan}}^I(r) = \frac{j\eta}{4\pi\beta} \int_{l'} I(l') \cdot (\beta^2 + \nabla\nabla) g(r, r') dl' \quad (\text{B.8})$$

## ANNEXE C: LES INTÉGRALES DE SOMMERFELD

Cette annexe présente l'essentiel des principales étapes du développement des équations du champ électrique d'un dipôle en présence d'un sol tel que présenté par Banos (réf.[12])<sup>1</sup> et menant à la formulation des intégrales fondamentales de Sommerfeld (réf.[11]).

### C.1) Conditions frontières

Pour un dipôle vertical, seule la composante en  $z$ ,  $\Pi_z$  du vecteur potentiel de Hertz est présente. Selon la condition frontière de continuité du champ magnétique tangentiel, nous avons:

$$(\sigma_1 - j\omega\epsilon_1)(\nabla \times \vec{\Pi}_{1z}) = (\sigma_2 - j\omega\epsilon_2)(\nabla \times \vec{\Pi}_{2z}) \quad \Big|_{z=0} \quad (C.1)$$

et on peut donc écrire:

---

<sup>1</sup> **Note importante:** Les intégrales de Sommerfeld présentées par Banos ont été développées en fonction de la forme alternative suivante des équations de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = j\omega\mu\vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = (\sigma - j\omega\epsilon)\vec{E}$$

Cette formulation découle du fait que le phaseur temporel  $e^{j\omega t}$  est remplacé par  $e^{-j\omega t}$ . L'équation de Helmholtz relative au vecteur potentiel de Hertz (A.20) se retrouve maintenant sous la forme suivante

$$\nabla^2 \vec{\Pi} + k^2 \vec{\Pi} = -\frac{\vec{J}}{\sigma - j\omega\epsilon}$$

où  $k^2$ , la constante de propagation au carré est donnée par:

$$k^2 = j\omega\mu(\sigma - j\omega\epsilon)$$

Il s'ensuit donc que les champs électrique et magnétique en fonction du vecteur potentiel de Hertz s'expriment selon:

$$\vec{E} = \nabla(\nabla \cdot \vec{\Pi}) + k^2 \vec{\Pi}$$

$$\vec{H} = (\sigma - j\omega\epsilon) \nabla \times \vec{\Pi}$$

$$k_1^2 \bar{\Pi}_{1z} = k_2^2 \bar{\Pi}_{2z} \quad \Big|_{z=0} \quad (\text{C.2})$$

puisque la perméabilité magnétique des deux milieux est supposée identique. En formulant la seconde condition frontière, c'est-à-dire la continuité du champ électrique tangentiel, nous avons:

$$\nabla(\nabla \cdot \Pi_{1z}) + k_1^2 \Pi_{1z} = \nabla(\nabla \cdot \Pi_{2z}) + k_2^2 \Pi_{2z} \quad \Big|_{z=0} \quad (\text{C.3})$$

dont on déduit, en développant et en utilisant la condition frontière précédente que:

$$\frac{\partial \Pi_{1z}}{\partial z} = \frac{\partial \Pi_{2z}}{\partial z} \quad \Big|_{z=0} \quad (\text{C.4})$$

Pour un dipôle horizontal orienté selon l'axe des x, seules les composantes en x et en z du vecteur potentiel de Hertz sont présentes.

Les conditions frontières précédentes (i.e. continuité des champs électrique et magnétique tangentiels) nous permettent pour ce cas de poser que:

$$k_1^2 \Pi_{1x} = k_2^2 \Pi_{2x} \quad \Big|_{z=0} \quad (\text{C.5})$$

$$k_1^2 \frac{\partial \Pi_{1x}}{\partial z} = k_2^2 \frac{\partial \Pi_{2x}}{\partial z} \quad \Big|_{z=0} \quad (\text{C.6})$$

$$k_1^2 \Pi_{1z} = k_2^2 \Pi_{2z} \quad \Big|_{z=0} \quad (\text{C.7})$$

$$\frac{\partial \Pi_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{1z}}{\partial z} = \frac{\partial \Pi_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial \Pi_{2z}}{\partial z} \quad \Big|_{z=0} \quad (\text{C.8})$$

## C.2) Fonction de Green

La fonction de Green

$$G(r) = \frac{e^{jk r}}{r} \quad (\text{C.9})$$

est la solution bien connue de l'équation de Helmholtz reliée au rayonnement d'un dipôle élémentaire situé à l'origine dans un milieu homogène.

$$\nabla^2 G + k^2 G = -4\pi J \quad (\text{C.10})$$

où

$$J = \delta(x)\delta(y)\delta(z) \quad (\text{C.11})$$

L'approche utilisée par Sommerfeld pour solutionner le problème d'un milieu à deux couches fut d'exprimer cette fonction par une triple intégrale de Fourier. En utilisant la méthode des résidus ainsi qu'une transformation vers le système de coordonnées cylindriques, il obtient:

$$G = e^{\frac{jk r}{r}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma} e^{-\gamma|z|} J_0(\lambda \sqrt{\epsilon^2 + \eta^2}) d\epsilon d\eta \quad \gamma = \sqrt{\epsilon^2 + \eta^2 - k^2} \xrightarrow{\epsilon, \eta \rightarrow 0} -jk \quad (\text{C.12})$$

que l'on peut aussi exprimer par:

$$G = \int_0^{\infty} \frac{1}{\gamma} e^{-\gamma|z|} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{avec } \gamma = \sqrt{\lambda^2 - k^2} \text{ où } \lambda = \sqrt{\epsilon^2 + \eta^2} \quad (\text{C.13})$$

où  $J_0$  est la fonction de Bessel du premier ordre.

Cette relation est à la base du processus qui va suivre pour la détermination des caractéristiques de rayonnement d'un milieu à deux couches.

### C.3) Milieu à deux couches: équations préliminaires à résoudre

#### Source située dans le milieu #1:

Considérons maintenant un dipôle élémentaire se trouvant dans le milieu #1 à une profondeur  $h$ . Les équations à résoudre dans chacun des milieux respectifs sont données par:

$$\nabla^2 \bar{\Pi}_1 + k_1^2 \bar{\Pi}_1 = -\frac{\bar{J}}{\sigma_1 - j\omega\epsilon_1} \quad (\text{C.14})$$

$$\nabla^2 \bar{\Pi}_2 + k_2^2 \bar{\Pi}_2 = 0 \quad (\text{C.15})$$

où

$$J = \delta(x)\delta(y)\delta(z+h) \quad (\text{C.16})$$

La solution particulière de l'expression (C.14) sera exprimée en fonction de  $G_{11}$  (voir note<sup>2</sup>) pour une source se trouvant dans le milieu #1:

$$G_{11} = \frac{e^{jk_1 R_1}}{R_1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_1} e^{-\gamma_1(h-z) - j(\epsilon x + \eta y)} d\epsilon d\eta \quad (\text{C.17})$$

On peut aussi montrer que l'expression  $G_{12}$  ci-dessous est proportionnelle à la solution de l'équation homogène de cette même expression (C.15) correspondant à l'image du dipôle se trouvant dans le milieu #2 à une hauteur  $h$ .

$$G_{12} = \frac{e^{jk_1 R_2}}{R_2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_1} e^{-\gamma_1(h-z) - j(\epsilon x + \eta y)} d\epsilon d\eta \quad (\text{C.18})$$

---

<sup>2</sup> Le premier indice de cette notation concerne le milieu dans lequel se trouve la source alors que le second indice se réfère à la distance entre le point d'observation et la position de la source ou de l'image comme le montre la figure C.1.

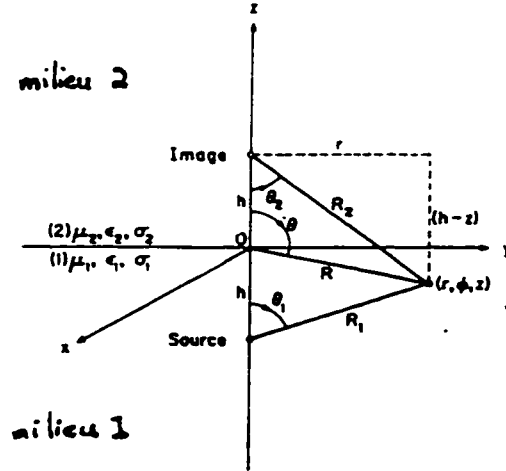


**Figure C.1:** Système de coordonnées pour l'étude d'un milieu à 2 couches (fig. tirée de [12].

Source située dans le milieu #2:

Si le dipôle se trouve dans le milieu 2 à une hauteur  $h$ , nous avons la situation inverse:

$$\nabla^2 \bar{\Pi}_2 + k_2^2 \bar{\Pi}_2 = \frac{-\bar{J}}{\sigma_2 - j\omega\epsilon_2} \quad (\text{C.19})$$

$$\nabla^2 \bar{\Pi}_1 + k_1^2 \bar{\Pi}_1 = 0 \quad (\text{C.20})$$

où

$$\bar{J} = \delta(x)\delta(y)\delta(z-h) \quad (\text{C.21})$$

Dans ce cas, nous aurons:

$$G_{22} = \frac{e^{jk_2 R_2}}{R_2} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\gamma_2} e^{-\gamma_2 |h-z| - j(\epsilon x + \eta y)} d\epsilon d\eta \quad (\text{C.22})$$

$$G_{21} = \frac{e^{jk_2 R_1}}{R_1} = \frac{1}{2\pi} \int \int \frac{1}{\gamma_2} e^{-\gamma_2(h-z) - j(\epsilon x + \eta y)} d\epsilon d\eta \quad (\text{C.23})$$

$G_{22}$  est cette fois lié à la solution particulière de l'équation (C.19) alors que  $G_{21}$  concerne la solution de l'équation homogène correspondante dans le milieu #1 pour le cas où la source se trouverait à une position  $+h$  dans le milieu #2 (image).

Les expressions  $G_{11}, G_{12}, G_{22}, G_{21}$  serviront plus loin à la simplification des équations du champ électrique des dipôles en présence d'un interface air-sol.

#### C.4) Milieu à deux couches: Solution complète

La solution complète du problème est la somme des solutions particulières et des équations homogènes des expressions (C.14) et (C.19), accompagnées des solutions des équations (C.15) et (C.20), toutes reliées entre elles par les conditions frontières. La méthode de résolution utilisée par Sommerfeld consiste à exprimer les valeurs cherchées en termes d'une intégrale d'une fonction "poids"  $g(\epsilon, \eta)$  inconnue pour chaque milieu.

##### C.4.1) Dipôle vertical se trouvant dans le milieu #1

$$\Pi_{1z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_1^2} \left( \frac{e^{jk_1 R_1}}{R_1} + \frac{1}{2\pi} \int \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\epsilon, \eta) e^{-\gamma_1(z-h) - j(\epsilon x + \eta y)} d\epsilon d\eta \right) \quad (\text{C.24})$$

$$\Pi_{2z} = \frac{j\omega\mu}{8\pi^2 k_2^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} g_2(\epsilon, \eta) e^{-\gamma_1 h - \gamma_2 z - j(\epsilon x + \eta y)} d\epsilon d\eta \quad (\text{C.25})$$

En reliant ces deux expressions par les conditions frontières établies à la section C.1.1, nous trouvons:

$$g_1 = -\frac{1}{\gamma_1} - \frac{2k_2^2}{N} \quad \text{et} \quad g_2 = \frac{2k_2^2}{N} \quad \text{où} \quad N = k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2 \quad (\text{C.26})$$

et nous avons donc que:

$$\Pi_{1z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_1^2} (G_{11} - G_{12} + k_2^2 V_{11}) \quad (\text{C.27})$$

$$\Pi_{2z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} V_{12} \quad (\text{C.28})$$

où

$$V_{11} = \int_0^\infty \frac{2e^{-\gamma_1(h-z)}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{C.29})$$

$$V_{12} = \int_0^\infty \frac{2e^{-\gamma_1 h - \gamma_2 z}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{C.30})$$

Selon l'équation exprimant la relation entre le champ électrique et le vecteur potentiel de Hertz, nous pouvons maintenant déduire les expressions du champ électrique dans chacun des deux milieux:

$$E_{1r} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_1^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} [G_{11} - G_{12} + k_2^2 V_{11}] \right) \quad (\text{C.31})$$

$$E_{1z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_1^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_1^2 \right) [G_{11} - G_{12} + k_2^2 V_{11}] \quad (C.32)$$

$$E_{2r} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \left( \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial r \partial z} \right) \quad (C.33)$$

$$E_{2z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \left( \left[ \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_2^2 \right] V_{12} \right) \quad (C.34)$$

Pour le cas où le dipôle se trouve dans le milieu #2, le champ électrique est obtenu en interchangeant les indices '1' des équations C.31 à C.34 par des indices '2' et vice-versa (1->2, 2->1) où les termes  $V_{22}$  et  $U_{12}$  seront donnés par:

$$V_{22} = \int_0^\infty \frac{2e^{-\gamma_2(h-z)}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (C.36)$$

$$V_{21} = \int_0^\infty \frac{2e^{\gamma_1 z - \gamma_2 h}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (C.37)$$

#### C.4.2) Dipôle horizontal se trouvant dans le milieu #1

Une procédure à fonctions de "poids" inconnues semblable à celle qui a été effectuée pour le dipôle vertical nous fournit les relations suivantes

$$\Pi_{1x} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_1^2} (G_{11} - G_{12} + U_{11}) \quad (C.38)$$

$$\Pi_{2x} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_2^2} U_{12} \quad (\text{C.39})$$

$$\Pi_{1z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_1^2} \frac{\partial W_{11}}{\partial x} \quad (\text{C.40})$$

$$\Pi_{2z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_2^2} \frac{\partial W_{12}}{\partial x} \quad (\text{C.41})$$

où les fonctions  $W_{11}$  et  $W_{12}$  peuvent être exprimées en fonction de  $G_{12}$ ,  $V_{11}$  et  $V_{12}$  selon les relations présentées par Baños [12]. On dérive de ces expressions:

$$E_{1r} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_1^2} \cos\phi \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} [G_{11} - G_{12} + k_1^2 V_{11}] + k_1^2 [G_{11} - G_{12} + U_{11}] \right) \quad (\text{C.42})$$

$$E_{1\phi} = \frac{-j\omega\mu}{4\pi k_1^2} \sin\phi \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [G_{11} - G_{12} + k_1^2 V_{11}] + k_1^2 [G_{11} - G_{12} + U_{11}] \right) \quad (\text{C.43})$$

$$E_{1z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi k_1^2} \cos\phi \left( \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} [G_{11} + G_{12} - k_2^2 V_{11}] \right) \quad (\text{C.44})$$

$$E_{2r} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \cos\phi \left[ \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial r^2} + U_{12} \right] \quad (\text{C.45})$$

$$E_{2\phi} = \frac{-j\omega\mu}{4\pi} \sin\phi \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial V_{12}}{\partial r} + U_{12} \right] \quad (\text{C.46})$$

$$E_{2z} = \frac{j\omega\mu}{4\pi} \cos\phi \left[ \frac{\partial^2 V_{12}}{\partial h \partial r} \right] \quad (\text{C.47})$$

où

$$U_{11} = \int_0^\infty \frac{2e^{-\gamma_1(h-z)}}{\gamma_2 + \gamma_1} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{C.48})$$

$$U_{12} = \int_0^\infty \frac{2e^{-\gamma_1 h - \gamma_2 z}}{\gamma_2 + \gamma_1} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{C.49})$$

Dans le cas où le dipôle se trouverait dans le milieu #2, les équations du champ électrique sont simplement obtenues en échangeant les indices '1' des équations (C.42) à (C.47) par des indices '2' et vice-versa où les termes  $U_{22}$  et  $U_{11}$  seront donnés par:

$$U_{22} = \int_0^\infty \frac{2e^{-\gamma_2(z-h)}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{C.50})$$

$$U_{21} = \int_0^\infty \frac{2e^{\gamma_1 z - \gamma_2 h}}{k_1^2 \gamma_2 + k_2^2 \gamma_1} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda \quad (\text{C.51})$$

### C.5) Interprétation des 'termes de Sommerfeld'

Les expressions de  $V_{11}, V_{12}, V_{22}, V_{21}$  et de  $U_{11}, U_{12}, U_{22}, U_{21}$  forment deux groupes désignés par 'Intégrales fondamentales de Sommerfeld'. Ces termes sont interprétés comme apportant la correction nécessaire à la situation où l'on aurait un sol parfaitement conducteur. En effet, les équations (C.31) et (C.32) fourniraient le champ électrique du dipôle dans le milieu 1 en présence d'un sol parfaitement conducteur, c'est-à-dire la contribution de la source et de son image, si ce n'était de la présence de  $V_{11}$ . De même, aux équations (C.33) et (C.34), le champ dans le milieu 2 serait nul sans la contribution de  $V_{12}$ , comme il se doit dans un parfait conducteur.

Les mêmes conclusions peuvent être tirées pour le cas du dipôle horizontal aux équations (C.42) à (C.47).

## **ANNEXE D: DÉMONSTRATION DES FORMULES D'IMPÉDANCE LINÉIQUE INTERNE ET EXTERNE D'UN CONDUCTEUR INFINIMENT LONG**

### **D.1) Impédance linéique interne d'un conducteur infiniment long**

Des deux premières équations de Maxwell, nous avons que:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\vec{E} \quad (\text{D.1})$$

Si on néglige la densité de courant de déplacement devant la densité de courant de conduction, l'expression (D.1) se simplifie:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\sigma\vec{E} \quad (\text{D.2})$$

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -j\omega\mu\sigma\vec{E} \quad (\text{D.3})$$

Puisque

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad \text{car } \rho_v = 0 \quad (\text{D.4})$$

nous obtenons

$$\nabla^2 \vec{E} - j\omega\mu\sigma\vec{E} = 0 \quad (\text{D.5})$$

Hors, étant donné que  $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ , nous obtenons aussi

$$\nabla^2 \vec{J} + k^2 \vec{J} = 0 \quad \text{où } k^2 = -j\omega\mu\sigma \quad (\text{D.6})$$

Cette dernière équation, désignée comme étant l'équation de distribution a comme solution

$$J(r) = \frac{kI}{2\pi r_o} \frac{J_0(kr)}{J_1(kr_o)} \quad (\text{D.7})$$

$$\text{où } k = \frac{(1-j)}{d_0} \quad \text{avec} \quad d_0 = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (\text{D.8})$$

et dont l'évaluation, pour  $r_0 \gg d_0$  est donnée par:

$$J(r) = \frac{kI}{2\pi r_0} \sqrt{\frac{r_0}{r}} e^{\frac{(1-j)(r_0-r)}{d_0}} \quad (\text{D.9})$$

où l'on reconnaît la loi de décroissance exponentielle de la densité de courant (effet de peau).  $J_n(kr)$  est la fonction de Bessel de 1ère espèce d'ordre 'n'.

A la surface du conducteur, i.e. à  $r=r_0$ , nous avons un champ électrique donné par

$$E(r_0) = \frac{kI}{2\pi r_0 \sigma} \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} \quad (\text{D.10})$$

On peut alors considérer la chute de tension le long du conducteur comme étant la conséquence de l'existence d'une résistance et d'une inductance linéiques internes  $R'_{int}$  et  $L'_{int}$

$$R'_{int} = \text{Re} \left( \frac{k}{2\pi r_0 \sigma} \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} \right) \quad (\text{D.11})$$

$$L'_{int} = \text{Im} \left( \frac{k}{2\pi r_0 \sigma \omega} \frac{J_0(kr_0)}{J_1(kr_0)} \right) \quad (\text{D.12})$$

Ces fonctions sont représentées aux figures D.1 et D.2 pour un conducteur de cuivre de calibre 1/0 (4.126 mm de rayon). Nous y avons aussi représenté les expressions asymptotiques de basse et de haute fréquence i.e. ce vers quoi tendent ces formules lorsque le rayon du conducteur est respectivement petit et grand devant l'épaisseur de peau  $d_\sigma$ .

$$R'_{int} r_o \gg d_o \rightarrow \frac{1}{\pi r_o^2 \sigma} \quad R'_{int} r_o \ll d_o \rightarrow \frac{1}{2\pi r_o} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} \quad (D.13)$$

$$L'_{int} r_o \gg d_o \rightarrow \frac{\mu}{8\pi} \quad L'_{int} r_o \ll d_o \rightarrow \frac{1}{2\pi r_o} \sqrt{\frac{\mu}{2\sigma\omega}} \quad (D.14)$$

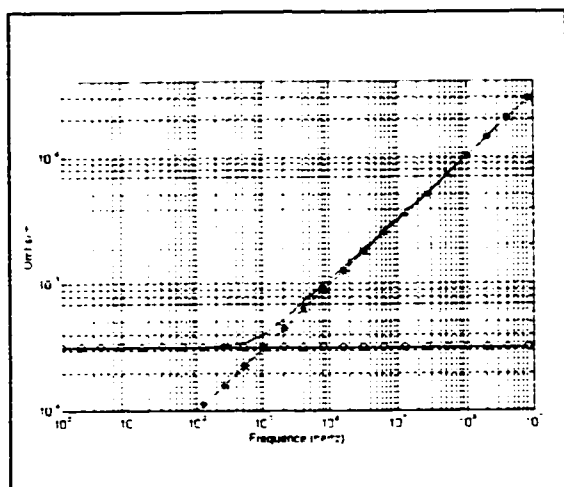


**Figure D.1:** Résistance linéique interne d'un conducteur de cuivre 1/0.  
 -: expression exacte  
 o: approx. de basse fréquence  
 \*: approx. de haute fréquence

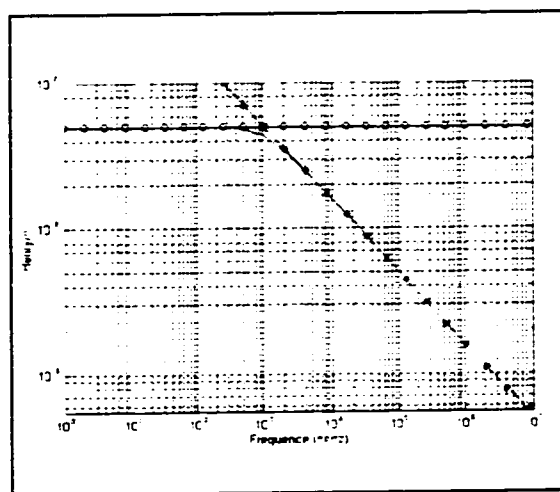


**Figure D.2:** Inductance linéique interne d'un conducteur de cuivre 1/0.  
 -: expression exacte  
 o: approx. de basse fréquence  
 \*: approx. de haute fréquence

## D.2) Impédance linéique externe (de radiation) d'un conducteur infiniment long

A l'extérieur d'un conducteur se trouvant dans l'air,  $\sigma=0$ , de sorte que l'équation (D.3) devient:

$$\nabla^2 \vec{E} + \omega^2 \mu \epsilon \vec{E} = 0 \quad (D.15)$$

dont la solution est

$$E(r) = \frac{\beta \eta I}{4} H_o^{(2)}(\beta r) \quad (\text{D.16})$$

où 'I' est le courant total circulant dans le conducteur, où  $\eta$  est l'impédance de l'air et où  $\beta$  est la constante de propagation  $\omega\sqrt{\mu\epsilon}$ . Le raisonnement précédent nous permet de poser:

$$R'_{ext} = \text{Re} \left( \frac{\beta \eta}{4} H_o^{(2)}(\beta r_o) \right) \quad (\text{D.17})$$

$$L'_{ext} = \text{Im} \left( \frac{\beta \eta}{4\omega} H_o^{(2)}(\beta r_o) \right) \quad (\text{D.18})$$

Puisque  $\beta r_o \ll 1$ , l'expression asymptotique de la fonction de Hankel de seconde espèce et d'ordre '0' ( $H_o^{(2)}$ ) nous permet d'obtenir:

$$R'_{ext} = \omega \pi \times 10^{-7} \quad (\text{D.19})$$

$$L'_{ext} = \frac{\mu}{2\pi} \ln \left( \frac{\lambda}{2\pi r_o} \right) \quad (\text{D.20})$$

Les figures D.3 et D.4 montrent les courbes de ces équations accompagnées des courbes des équations des impédances internes.

Ainsi, à mesure que la fréquence augmente, l'impédance linéique totale  $Z_{total}$  d'un conducteur de cuivre devient non-négligeable principalement à cause de son impédance de radiation.

$$Z_{total} = R_{int} + R_{ext} + j\omega(L_{int} + L_{ext}) \quad (\text{D.21})$$

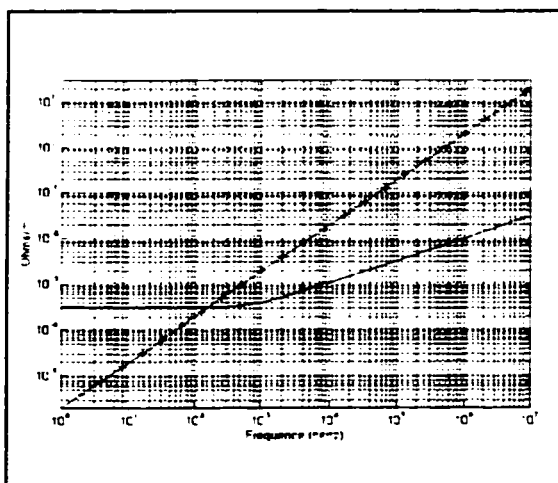


**Figure D.3:** Résistance interne et de radiation d'un conducteur de cuivre 1/0.

-: résistance interne  
+: résistance de radiation

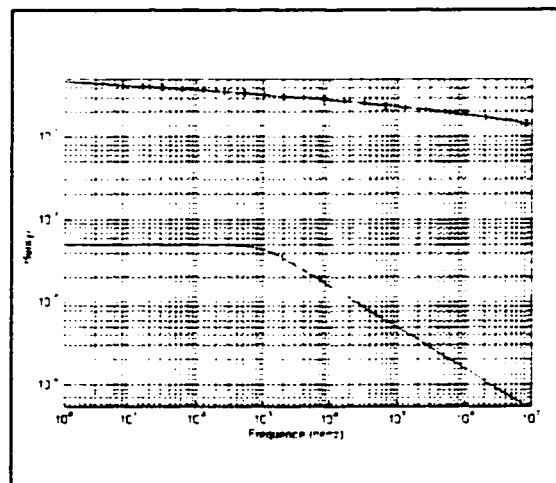


**Figure D.4:** Inductance interne et de radiation d'un conducteur de cuivre 1/0.

-: inductance interne  
+: inductance de radiation

La figure (D.5) montre le module de l'impédance  $Z_{\text{total}}$  du conducteur. On y reconnaît le comportement inductif caractérisé par une droite dont la pente correspond à l'inductance linéique. La pente de cette droite est d'environ  $2\mu\text{H/m}$ , comme on peut d'ailleurs le voir à la figure (D.4) sur la courbe presque horizontale de l'inductance de radiation.

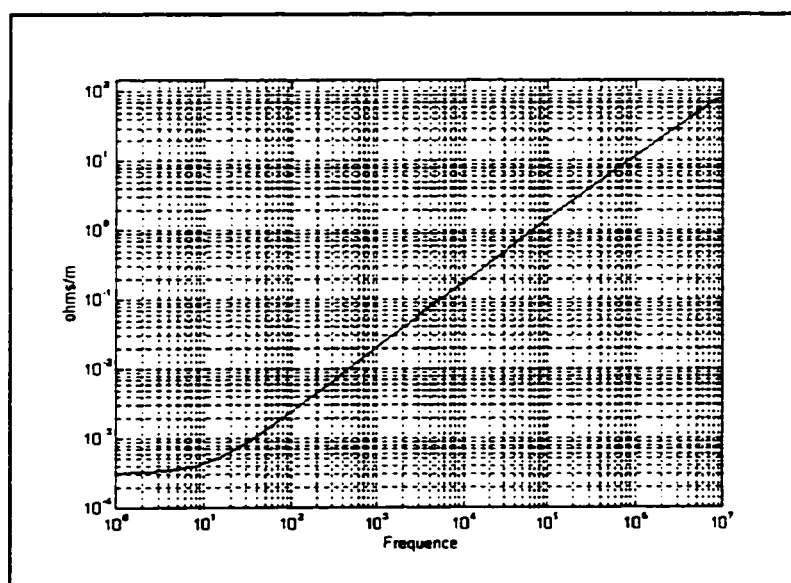


**Figure D.5:** Module de l'impédance linéique totale d'un conducteur de cuivre 1/0 en fonction de la fréquence.

En conclusion, l'impédance d'un conducteur est essentiellement inductive à haute fréquence, et cette inductance est due à l'inductance de radiation  $L_{\text{ext}}$ , l'inductance interne étant négligeable. Aux basses fréquences, l'impédance du conducteur est résistive, et cette résistance est attribuable surtout à la résistance interne du conducteur  $R_{\text{int}}$ .

Nous venons donc de démontrer la règle généralement admise voulant que l'inductance linéique d'un conducteur soit d'environ  $1\mu\text{H}/\text{m}^1$  à partir de quelques centaines de hertz.

### Exemple pratique:

Pour un câble électriquement court ( $l \ll \lambda$ ), nous pouvons faire le calcul suivant:

A 1 Mhz, un câble de 10 mètres de longueur aura une impédance d'environ 63 ohms.  
 $(2\pi * 1\text{Mhz} * 1\mu\text{H}/\text{m} * 10\text{m} = 63 \Omega)$ .

Un courant perturbateur de quelques dizaines d'ampères produit par la foudre suffira donc à y générer une différence de potentiel de plusieurs milliers de volts.

### Références:

- 1- FRÜLING A.(1966), Cours d'électricité, Dunod, Paris, tome 2, chapitre 34
- 2- BALMAIN G.K. et JORDAN E.C., (1968) Electromagnetic waves and radiating systems, Prentice-Hall, chapitre 14
- 3- STRATTON J.A., (1941) Electromagnetic Theory, Mcgraw-Hill, chapitre 9

---

<sup>1</sup> Cette valeur varie peu en fonction du rayon du conducteur.

**ANNEXE E****PREUVE DE LA RÉVERSIBILITÉ DE L'EXPRESSION DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER INVERSE POUR LE CALCUL DE LA TRANSFORMÉE DE FOURIER DIRECTE.**

Transformée  
de Fourier (E.1)

Transformée inverse  
de Fourier (E.2)

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{n=N-1} x(nT) e^{\frac{-j2\pi nk}{N}}$$

$$x(nT) = \sum_{k=0}^{k=N-1} c_k e^{\frac{j2\pi nk}{N}}$$

La procédure à suivre est la suivante:

- 1) Nous remplaçons les  $c_k$  de l'expression (E.2) par les  $x(nT)^*$ .
- 2) On utilise la conjuguée du résultat de l'expression (E.2) et on divise par N. Le résultat est identique à l'équation (E.1).

En effet,

$$x(nT)^* = \sum_{k=0}^{k=N-1} c_k^* e^{\frac{-j2\pi nk}{N}} \quad (\text{E.3})$$

Donc, selon la procédure

$$c_k = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=0}^{n=N-1} \left( \sum_{k=0}^{k=N-1} c_k^* e^{\frac{-j2\pi nk}{N}} \right) e^{\frac{j2\pi nk}{N}} \right] \quad (\text{E.4})$$

$$c_k = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=0}^{N-1} \left( c_0^* + c_1^* e^{-\frac{j2\pi n}{N}} + c_2^* e^{-\frac{j2\pi 2n}{N}} + \dots + c_{N-1}^* e^{-\frac{j2\pi (N-1)n}{N}} \right) e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} \right] \quad (\text{E.5})$$

$$c_k = \frac{1}{N} \left[ \sum_{n=0}^{N-1} c_0^* + \sum_{n=0}^{N-1} c_1^* \left( e^{-\frac{j2\pi (k-1)}{N}} \right)^n + \sum_{n=0}^{N-1} c_2^* \left( e^{-\frac{j2\pi (k-2)}{N}} \right)^n + \dots + \sum_{n=0}^{N-1} c_{N-1}^* \left( e^{-\frac{j2\pi (k-(N-1))}{N}} \right)^n \right] \quad (\text{E.6})$$

Hors,

$$\sum_{n=0}^{N-1} c_p^* \left( e^{-\frac{j2\pi (k-p)}{N}} \right)^n = \begin{cases} 0 & \text{pour } k \neq p \\ Nc_p^* & \text{pour } k=p \end{cases} \quad (\text{E.7})$$

Donc,

$$c_k = \frac{1}{N} [0 + 0 + \dots + Nc_k^* + \dots + 0] \quad (\text{E.8})$$

$$c_k = \frac{1}{N} [N(c_k)^*] \quad (\text{E.9})$$

Ce qui complète la preuve.

Ce procédé est employé dans l'algorithme de la routine IMSL (International mathematical subroutines library) utilisée dans ce travail pour le calcul de la FFT.

## ANNEXE F : EFFET DE L'ÉNERGIE RÉSIDUELLE

Pour illustrer l'effet de l'énergie résiduelle dans la réponse d'un système étudié par analyse de Fourier, nous utiliserons un exemple très simple: un circuit RC dont l'excitation est la tension  $V_s(t)$  et dont la réponse est la tension  $V_c(t)$  aux bornes du condensateur.

Soit la tension d'excitation  $V_s(t)$  constituée d'un échelon unique de durée  $T_d=0.5$  seconde et d'amplitude  $V_s$ . La réponse  $V_c(t)$  sera donnée par:

$$V_c(t) = \begin{cases} V_s(1 - e^{-t/RC}) & \text{pour } t < T_d \\ V_s(1 - e^{-T_d/RC})e^{-(t-T_d)/RC} & \text{pour } t > T_d \end{cases} \quad (\text{F.2})$$

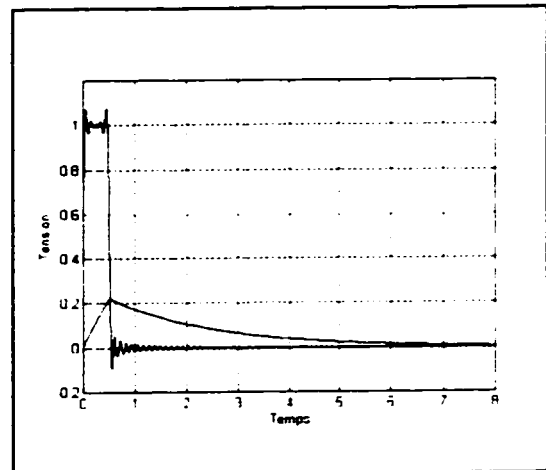
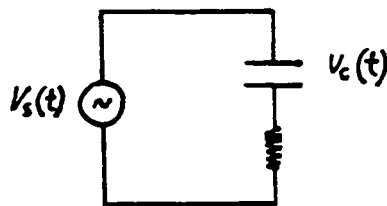


**Figure F.1:** Echelon de tension de l'excitation ( $V_s(t)$ ) et réponse du système ( $V_c(t)$ ).

Voyons maintenant ce que sera la réponse  $V_c(t)$  à une cette même excitation devenue périodique de période  $T_0=2$ . Nous pouvons analytiquement montrer que:

$$V_c(t) = \begin{cases} V_1(1 - e^{-t/RC}) & \text{pour } t < T_d \\ C_1 e^{-(t-T_d)/RC} & \text{pour } T_d < t < T_0 \\ C_2 e^{-(t-T_0)/RC} + V_1 & \text{pour } T_0 < t < (T_0 + T_d) \\ C_3 e^{-(t-(T_0+T_d))/RC} & \text{pour } (T_0 + T_d) < t < 2T_0 \\ C_4 e^{-(t-2T_0)/RC} + V_1 & \text{pour } 2T_0 < t < (2T_0 + T_d) \\ \text{etc.} \end{cases} \quad (\text{F.2})$$

ou

$$\begin{aligned} C_1 &= V_1(1 - e^{-T_d/RC}) & C_2 &= C_1(1 - e^{-(T_0+T_d)/RC}) - V_1 \\ C_3 &= C_2 e^{-T_d/RC} + V_1 & C_4 &= C_3(1 - e^{-(T_0+T_d)/RC}) - V_1 \\ &\text{etc.} \end{aligned}$$

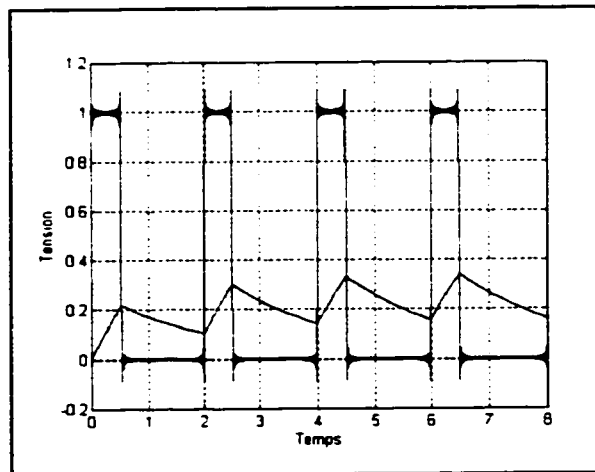


**Figure F.2:** Réponse du système à une excitation périodique ( $T_0=2$  s.) constituée d'échelons de durée  $T_d=0.5$  s.

Ainsi, la valeur du signal à la fin d'une période constitue la condition initiale de la réponse du signal pour la période suivante.

En effectuant maintenant l'analyse de Fourier selon le processus expliqué au chapitre 3, nous obtenons, pour le même cas, le signal montré à la figure F.3.

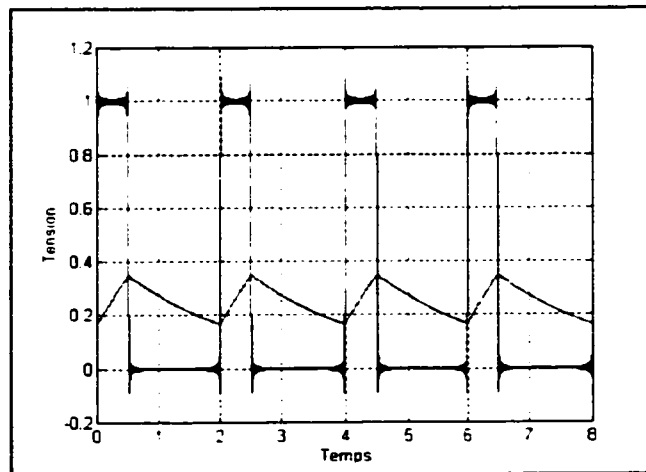


**Figure F.3:** Réponse obtenue par analyse de Fourier avec fenêtre d'observation  $T_0$  trop courte.

Il s'agit du régime permanent de la réponse, ce qui ne correspond en rien avec ce que nous cherchons, c'est-à-dire la réponse transitoire du système à une excitation unique telle qu'elle est montrée à la figure F.1.

La figure F.4 montre les trois réponses obtenues aux figures F.1, F.2 et F.3. L'effet de superposition mentionné précédemment y est clairement représenté. Ainsi, dans la seconde période, la courbe 2) est constituée de la somme de la courbe 1) dans les 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> périodes. Dans la troisième période, cette même courbe est constituée de la somme de la courbe 1) dans les 1<sup>ère</sup>, 2<sup>ème</sup> et 3<sup>ème</sup> périodes et ainsi de suite. Le résultat périodique obtenu par analyse de Fourier (courbe 3) correspond donc au régime permanent de la courbe 2).

A la figure F.5, nous avons choisi une période d'analyse  $T_0$  telle que le signal réponse se soit complètement amorti à la fin de cette dernière pour une excitation unique, soit  $T_0=8$ . On constate alors que chacune des périodes de la réponse obtenue au terme du processus de l'analyse de Fourier est bel et bien égale à la réponse du système à une seule période d'excitation (voir fig. F.1), tel qu'il le faut pour l'étude des phénomènes transitoires par analyse de Fourier.

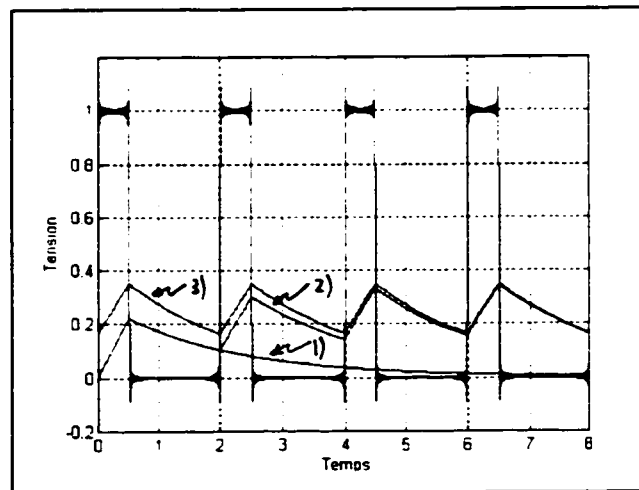


**Figure F.4:** Réponse du système 1- à un seul échelon (équation F.1), 2- à la suite d'échelons de tension (équation F.2), 3- obtenue par analyse de Fourier.

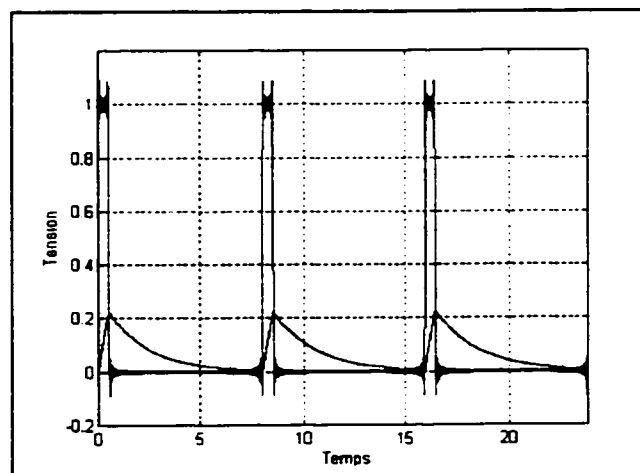


**Figure F.5:** Réponse du système obtenue par analyse de Fourier avec fenêtre d'observation  $T_0$  adéquate ( $T_0=8$  s.)

# **ANNEXE G: DÉMONSTRATION DE L'ÉQUATION (4.8)**

Il s'agit pour ce faire de poser

$$r = -\Gamma e^{\frac{-j2\pi k\phi}{T_0}} \quad \text{où} \quad \phi = \frac{2l}{c} \quad (\text{G.1})$$

Ainsi,

$$\frac{-2\Gamma e^{\frac{-j2\pi k\phi}{T_0}}}{1 + \Gamma e^{\frac{-j2\pi k\phi}{T_0}}} = 2(r + r^2 + r^3 + r^4 + r^5 + \dots) \quad (\text{G.3})$$

$$= 2(-\Gamma e^{\frac{-j2\pi k\phi}{T_0}} + \Gamma_l^2 e^{\frac{-j4\pi k\phi}{T_0}} - \Gamma_l^3 e^{\frac{-j6\pi k\phi}{T_0}} + \dots) \quad (\text{G.2})$$

Le second terme de l'expression (4.7) au chapitre 4 peut donc s'exprimer ainsi:

$$\frac{\Gamma_0}{Z_0} \sum_{k=1}^{N-1} c_k \frac{(-2\Gamma e^{\frac{-j2\pi k\phi}{T_0}})}{(1 + \Gamma e^{\frac{-j2\pi k\phi}{T_0}})} e^{\frac{j2\pi k t}{T_0}} = \frac{\Gamma_0}{Z_0} \sum_{k=1}^{N-1} 2c_k (-\Gamma_l e^{\frac{-j2\pi k\phi}{T_0}} + \Gamma_l^2 e^{\frac{-j4\pi k\phi}{T_0}} - \Gamma_l^3 e^{\frac{-j6\pi k\phi}{T_0}} + \dots) e^{\frac{j2\pi k t}{T_0}} \quad (\text{G.4})$$

ce qui, puisque

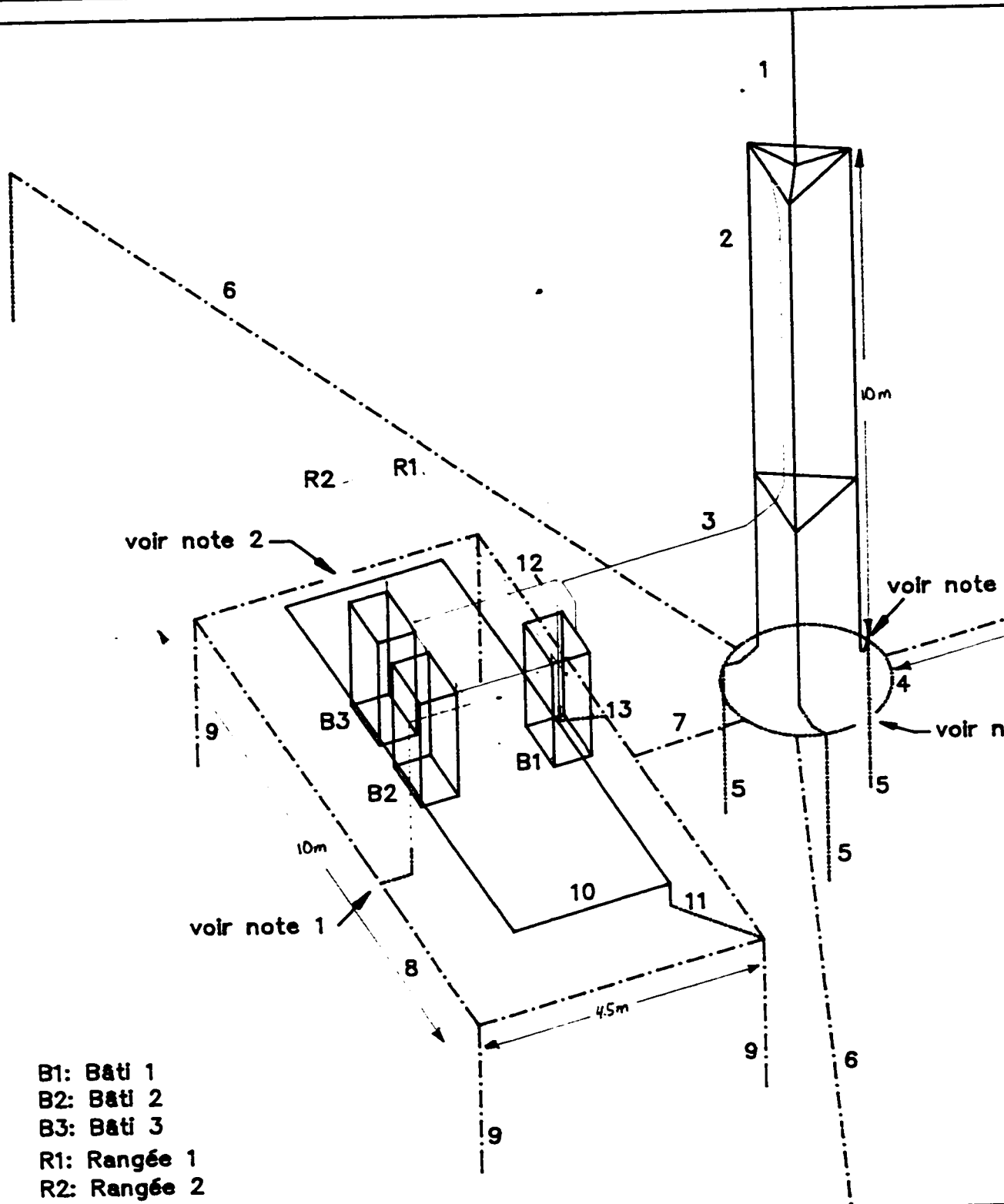
$$e(t) = \sum_{k=1}^{N-1} c_k e^{\frac{j2\pi k t}{T_0}} \quad (\text{G.5})$$

est équivalent à

$$\frac{V_0}{Z_0} \left( -2\Gamma_l e(t - \frac{2l}{c}) + 2\Gamma_l^2 e(t - \frac{4l}{c}) - 2\Gamma_l^3 e(t - \frac{6l}{c}) + \dots \right) \quad (\text{G.6})$$

ce qui complète la preuve.

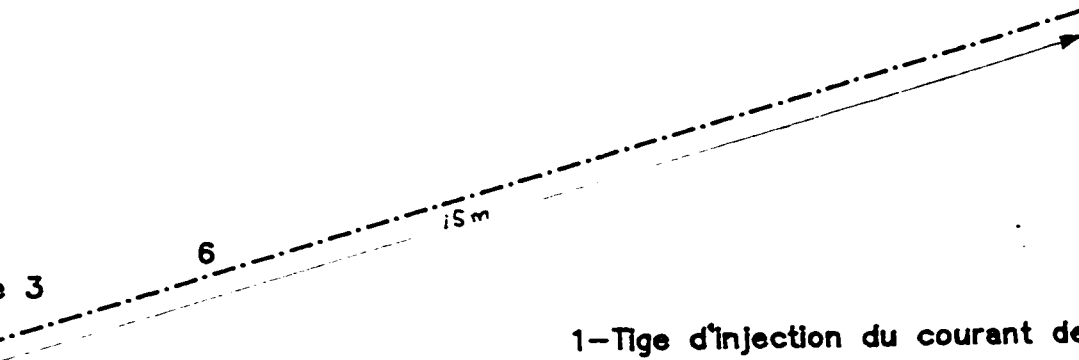
**ANNEXE H**  
**MODÈLES DU SITE**



ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
montréal



- : réseau de terre enfoui
- : guide d'onde
- : réseau de mise à la masse en étoile
- : raccordement du panneau d'alimentation c.a.
- : segments résistifs de mesure de la d.d.p./  
câbles coaxiaux RG-58 (simulation #1c)



note 2

- 1-Tige d'injection du courant de foudre
- 2-Pylône haubané
- 3-Guide d'onde ( $\phi=4\text{cm}$ )
- 4-Cerceau enfoui de raccordement du pylône
- 5-Piquets du cerceau de raccordement (4/0)
- 6-Conducteurs radiaux de MALT du pylône (4/0)
- 7-Lien avec le conducteur périphérique du bâtiment (4/0)
- 8-Conducteur périphérique du bâtiment (4/0)
- 9-Piquets (4/0)
- 10-Châssis du bâtiment
- 11-Raccord du châssis au conducteur périphérique (1/0)
- 12-Collecteur de masse
- 13-Mise à la terre du réseau de masse

- note 1) Lien présent pour les simulations #1b et suivantes.
- note 2) Ces ouvertures sont refermées pour la simulation #2.
- note 3) Les raccords des pattes du pylône sont alignés  
avec les conducteurs radiaux pour la simulation #2.

CHNIQUE  
al

titre: Figure 6.13: Modélisation du site  
(Simulations #1a, #1b, #1c et #2)

date:

équipe:

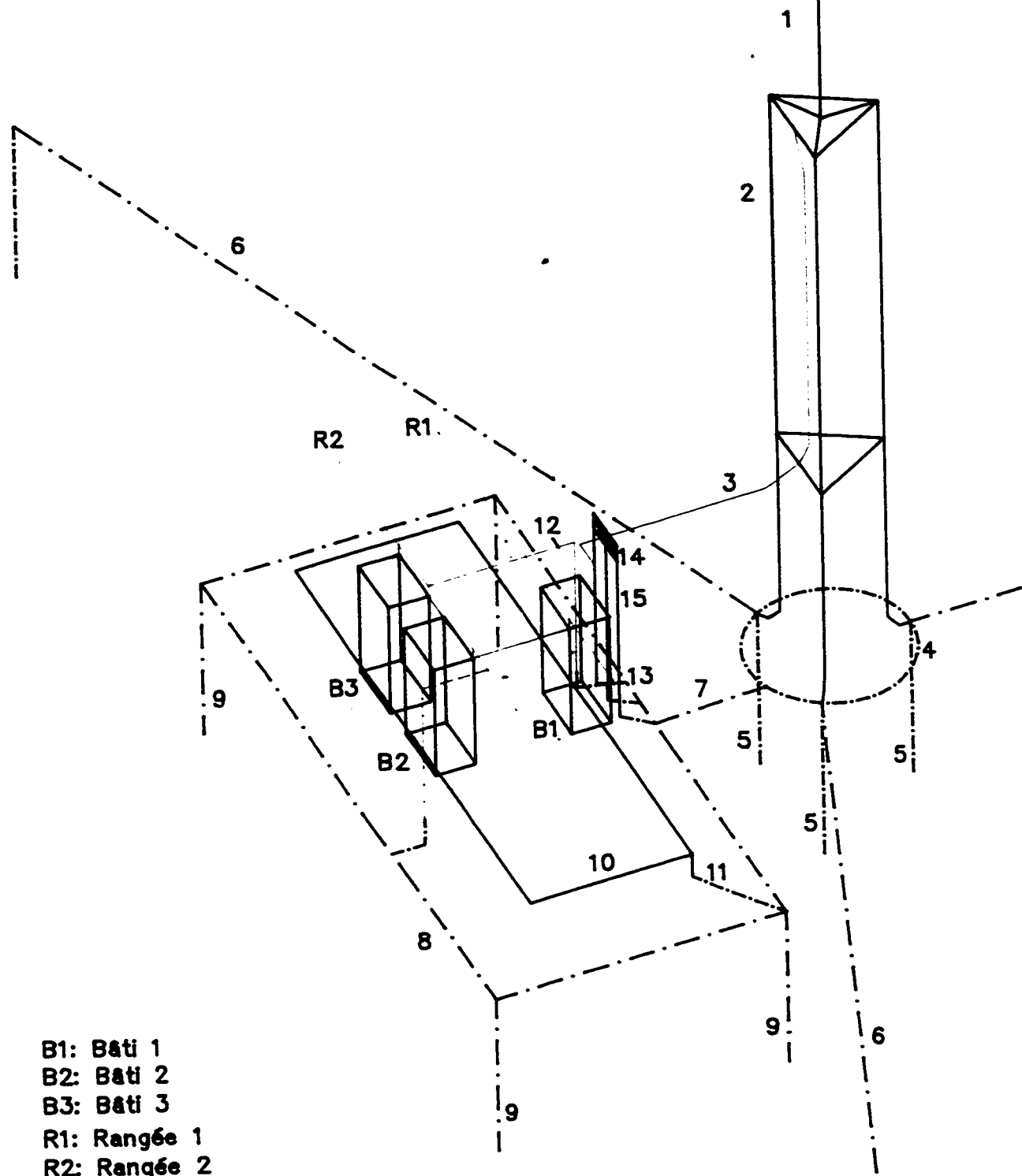
dessiné par:  
1- Roberto Marrano  
2- Nathalie Grignon

vérif. par:

échelle:

B-

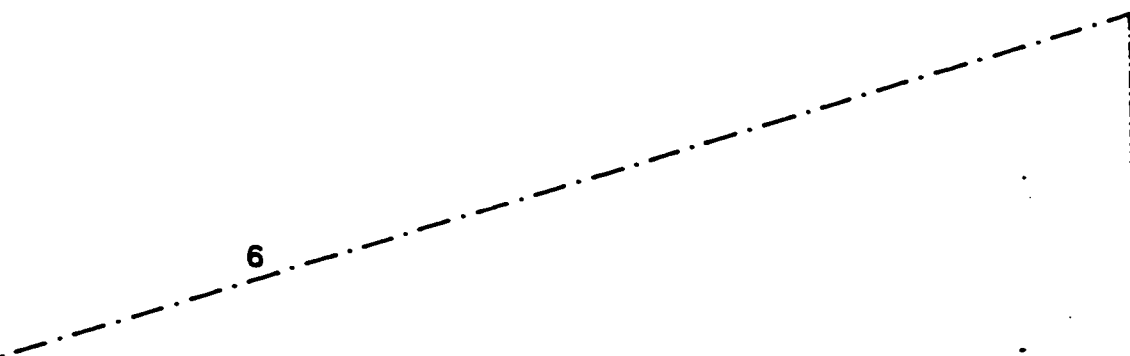




B1: Bâti 1  
 B2: Bâti 2  
 B3: Bâti 3  
 R1: Rangée 1  
 R2: Rangée 2



- : réseau de terre enfoui
- : guide d'onde
- : réseau de mise à la masse en étoile
- : raccordement du panneau d'alimentation c.a.
- : segments résistifs de mesure de la d.d.p.



- 1-Tige d'injection du courant de foudre
- 2-Pylône haubané
- 3-Guide d'onde ( $\varnothing=4\text{cm}$ )
- 4-Cerceau enfoui de raccordement du pylône
- 5-Piquets du cerceau de raccordement (4/0)
- 6-Conducteurs radiaux de MALT du pylône (4/0)
- 7-Lien avec le conducteur périphérique du bâtiment (4/0)
- 8-Conducteur périphérique du bâtiment (4/0)
- 9-Piquets (4/0)
- 10-Châssis du bâtiment
- 11-Raccord du châssis au conducteur périphérique (1/0)
- 12-Collecteur de masse
- 13-Mise à la terre du réseau de masse
- 14-Plaque d'entrée des guides d'onde
- 15-Raccords de la plaque d'entrée au conducteur périphérique enfoui

**ECHNIQUE**  
**éal**

titre: Figure 6.14: Modélisation du site  
(Simulation #3)

date:

équipe:

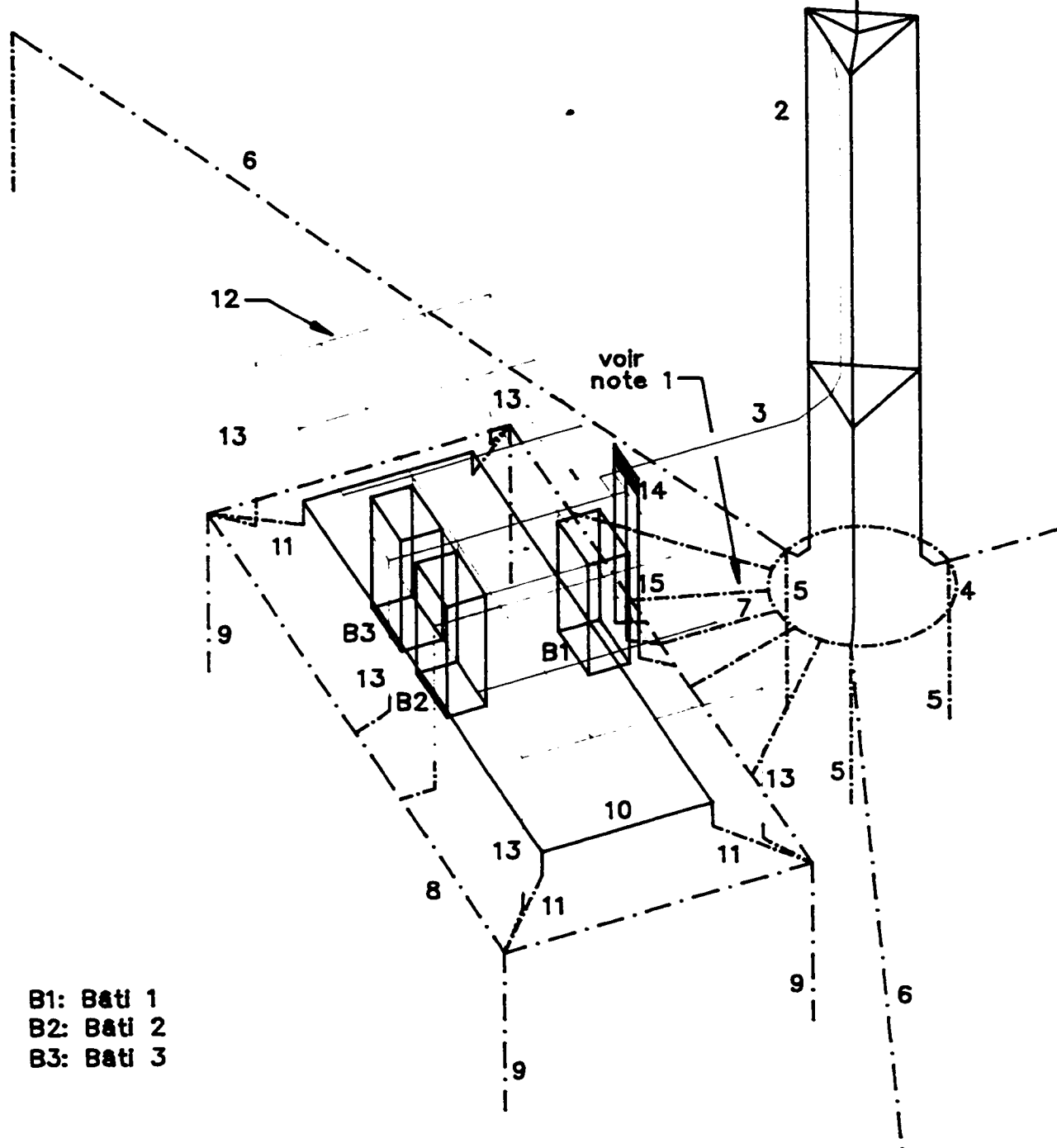
dessiné par:  
1- Roberto Marrano  
2- Nathalie Grignon

vérif. par:

échelle:

B-



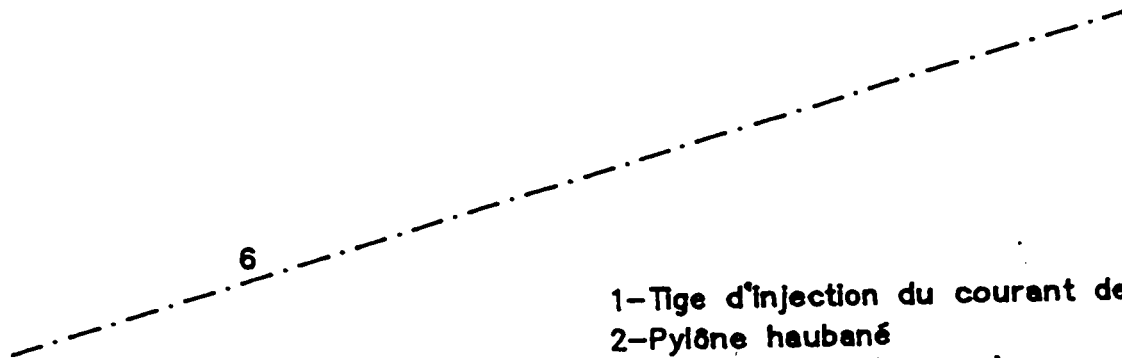


B1: Bati 1  
 B2: Bati 2  
 B3: Bati 3

ÉCOLE POLYTECHNIQUE  
 montréal



- : réseau de terre enfoui
- : guide d'onde
- : réseau de mise à la masse maillé
- : raccordement du panneau d'alimentation c.a.
- : segments résistifs de mesure de la d.d.p.



- 1-Tige d'injection du courant de foudre
- 2-Pylône haubané
- 3-Guide d'onde ( $\phi=4\text{cm}$ )
- 4-Cerceau enfoui de raccordement du pylône
- 5-Piquets du cerceau de raccordement (4/0)
- 6-Conducteurs radiaux de MALT du pylône (4/0)
- 7-Liens avec le conducteur périphérique du bâtiment (4/0)
- 8-Conducteur périphérique du bâtiment (4/0)
- 9-Piquets (4/0)
- 10-Châssis du bâtiment
- 11-Raccords du châssis au conducteur périphérique (1/0)
- 12-Grille de mise à la masse
- 13-Mise à la terre du réseau de masse (conducteurs de descente verticaux)
- 14-Plaque d'entrée des guides d'onde
- 15-Raccords de la plaque d'entrée au conducteur périphérique enfoui

note 1) liens multiples présents pour la simulation #5 seulement

**TECHNIQUE**  
**éal**

titre: Figure 6.15: Modélisation du site  
(Simulations #4 et #5)

date:

équipe:

dessiné par:

- 1- Roberto Marrano
- 2- Nathalie Grignon

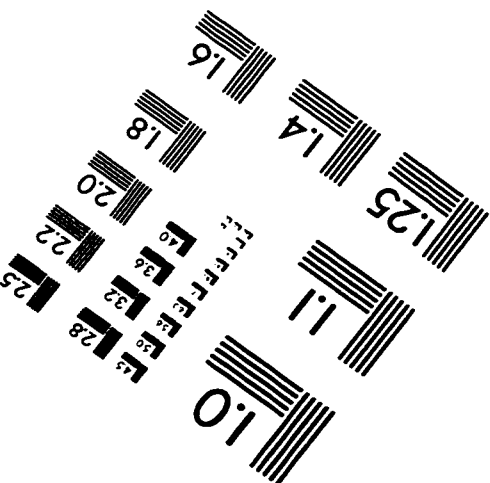
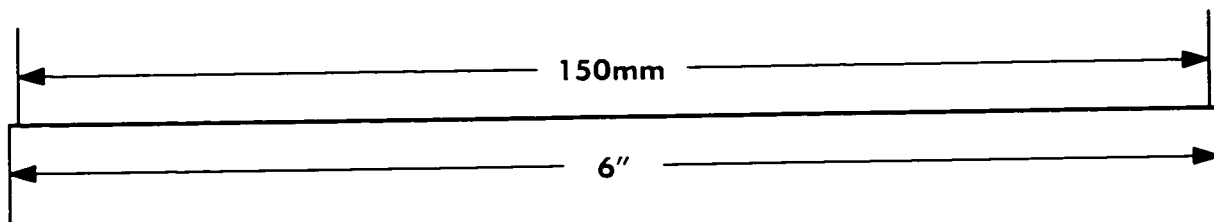
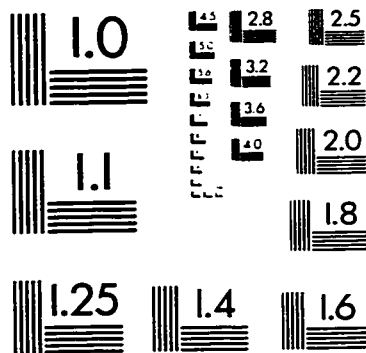
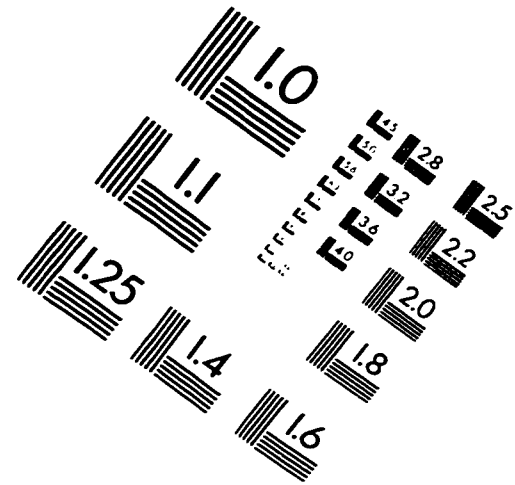
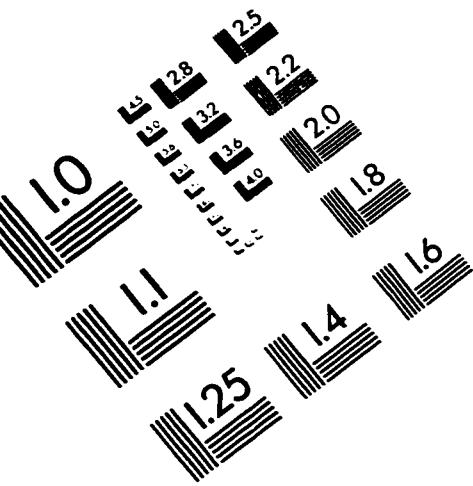
vérif. par:

échelle:

B-



# IMAGE EVALUATION TEST TARGET (QA-3)



APPLIED IMAGE, Inc  
1653 East Main Street  
Rochester, NY 14609 USA  
Phone: 716/482-0300  
Fax: 716/288-5989

© 1993, Applied Image, Inc.. All Rights Reserved

