

Titre: Détermination de l'épaisseur du mort-terrain par inversion des données électromagnétiques aéroportées
Title: données électromagnétiques aéroportées

Auteur: Zakaria Boudour
Author:

Date: 2011

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Boudour, Z. (2011). Détermination de l'épaisseur du mort-terrain par inversion des données électromagnétiques aéroportées [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/667/>
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/667/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Michel C. Chouteau
Advisors:

Programme: Génie minéral
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉTERMINATION DE L'ÉPAISSEUR DU MORT-TERRAIN PAR INVERSION DES
DONNÉES ÉLECTROMAGNÉTIQUES AÉROPORTÉES

ZAKARIA BOUDOUR

DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MINÉRAL)

AOÛT 2011

© Zakaria Boudour, 2011.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

DÉTERMINATION DE L'ÉPAISSEUR DU MORT-TERRAIN PAR INVERSION DES
DONNÉES ÉLECTROMAGNÉTIQUES AÉROPORTÉES

Présenté par : BOUDOUR Zakaria

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MARCOTTE Denis, Ph.D, président

M. CHOUTEAU Michel, Ph.D, membre et directeur de recherche

M. VALLÉE Marc-A, Ph.D, membre

DÉDICACE

Merci à mon Dieu, qui m'a permis de réaliser ce modeste travail et le dédier en reconnaissance de ma gratitude et de mes profonds respects à :

Mon défunt père et ma mère qui sont la cause et la raison de ma réussite,

Ma femme,

Mes enfants Imene et Yahya.

« Donner un poisson à quelqu'un c'est le nourrir un jour...

Lui apprendre à pêcher c'est le nourrir toujours... »..

REMERCIEMENTS

Au terme de ce travail, je tiens à exprimer ma reconnaissance et ma profonde gratitude à Monsieur Michel Chouteau pour toute la confiance qu'il a eue en moi lors de la réalisation de ce projet. Je le remercie beaucoup pour sa disponibilité, sa générosité et son enthousiasme tout au long de ce travail mais aussi pour son ouverture sur le monde de la géophysique.

J'exprimerais également ma reconnaissance envers Madame Isabelle d'Amours du Ministère des Ressources Naturelles et de la Faune, Monsieur Denis Marcotte professeur à l'École Polytechnique, Monsieur Michel Parent de la commission géologique du Canada (CGC-Québec) et Monsieur Marc Vallée de la compagnie Fugro Airborne Surveys dont la participation à ce projet a été déterminante et grandement appréciée.

Je tiens aussi à remercier les membres du jury d'avoir accepté de juger ce mémoire et pour l'intérêt qu'ils portent à mon travail.

Je tiens aussi à remercier l'organisme québécois DIVEX pour avoir financé ce projet.

Un grand merci, bien sûr, à toute l'équipe du laboratoire de géophysique de Polytechnique pour leur appui, en particulier Messieurs Abdelhamid Madani et Abderrezak Bouchedda.

Finalement, je remercie tous mes amis qui de près ou de loin m'ont soutenu dans ce projet.

RÉSUMÉ

La présente recherche vise à cartographier le mort-terrain par inversion des données électromagnétiques aéroportées de type MEGATEM dans la région d'Abitibi. L'utilisation de ces données couplées avec les informations stratigraphiques connues en certains endroits pourrait permettre de cartographier l'épaisseur du mort-terrain en Abitibi à peu de frais. Trois approches d'inversion de données ont été utilisées.

La première approche consiste à supposer un modèle constitué d'une couche conductrice (le mort-terrain) recouvrant un socle très résistant. Le code d'inversion des données EM aéroportés 1D développé par CSIRO (Chen et Raiche 1998) appelé Airbeo a été utilisé dans ce projet. Il permet de trouver un modèle de couches ajusté aux données dans le domaine du temps ou des fréquences pour fournir un estimé de la résistivité (l'inverse de la conductivité) et de l'épaisseur des couches. La ligne du vol est discrétisée en stations et un modèle de couches est calculé pour chaque station. Le programme Airbeo utilise la méthode de décomposition en valeurs singulières (SVD); cette technique permet de stabiliser et de faire converger la solution. L'inconvénient principal de cette approche est son incapacité à estimer l'épaisseur et la conductivité individuellement. Par contre la conductance (produit conductivité-épaisseur) est bien déterminée.

Comme la solution n'est pas unique, l'utilité d'une deuxième approche s'avère nécessaire. Elle consiste en l'application des contraintes sur les paramètres physiques du mort-terrain (épaisseur et résistivité) pour diminuer le nombre de solutions possibles dans la méthode d'inversion. Cette technique nécessite la connaissance de ces paramètres dans quelques endroits de la région d'étude pour que les solutions soient les plus réalistes possible. Pour vérifier la fiabilité des résultats issus de l'inversion des données électromagnétiques aéroportées, un sondage électromagnétique au sol exécuté avec le système Protem 47 ainsi qu'un sondage diagraphique effectué à l'aide d'un système EM39, conçus tous les deux par le constructeur Geonics, ont été effectués aux alentours du forage RO-201 situé au Nord-Ouest de la ville de Lebel-Sur-Quévillon. Il faut signaler que ce forage a aussi été couvert par les levés aéroportés. Une bonne concordance a été constatée entre les résultats d'inversion des données électromagnétiques au sol et aéroportées.

La dernière approche est le cokrigeage. C'est une méthode d'interpolation spatiale qui permet l'estimation simultanée de deux ou plusieurs variables régionalisées, corrélées entre elles. Dans cette étude deux variables ont été utilisées, une est identifiée comme principale (l'épaisseur du mort-terrain au niveau des forages) et une autre variable dite secondaire (les produits conductivité-épaisseur calculés par inversion). Le cokrigeage est un moyen pour palier l'indétermination de l'épaisseur et de la conductivité individuellement par les approches précédentes.

Ces méthodes ont été testées sur des données synthétiques, ainsi que sur des données réelles de la région de la rivière Octave, située au Nord-Ouest de l'Abitibi. En général, la réalité géologique est très complexe. Pour cela, et afin de tester la capacité et les limites du programme 1D à retrouver les paramètres géoélectriques et physiques du mort-terrain, une modélisation 3D a été réalisée en utilisant le code LokiAir développé par CSIRO ([Wilson, Sugeng and Raiche, 2007](#)).

L'étude réalisée ici a permis d'avoir un bon estimé des conductances calculées par inversion avec ou sans contraintes d'inégalité en utilisant un modèle initial fixe ou variable. L'utilisation de l'inversion 1D en utilisant la réponse d'un modèle 3D permet une bonne récupération du modèle réel. Ce travail a également permis d'améliorer les estimations des épaisseurs des forages dans les endroits non échantillonnés en utilisant la technique de cokrigeage.

ABSTRACT

This research aims to map the overburden by inversion of airborne (EM) data in the Abitibi area.

The use of coupled Airborne EM data and known stratigraphic information in some areas would allow to map the thickness of the overburden in Abitibi inexpensively. Three inversion approaches were used.

The first approach is to assume a model consisting of a conductive layer (the overburden) covering a very resistant bedrock. The airborne EM inversion program 1D called Airbeo developed by CSIRO ([Chen and Raiche 1998](#)) was used in this project. It allows an adjustment of a layer model to the data in both time and frequency domain to provide an estimate of the resistivity (the inverse of conductivity) and thickness. The flight line is discretized in stations, a layer model is calculated for each station. The Airbeo program uses the method of singular value decomposition (SVD). This technique helps to stabilize and converge the solution.

The non-uniqueness of the solution requires the use of a second approach; it consists of applying physical constraints to the parameters of the overburden (thickness and resistivity) to reduce the possible number of solutions in the inversion process. This technique requires knowledge of these parameters in some parts of the study area for more realistic solutions. To ensure the reliability of airborne EM inversion results, a TEM and logging surveys with the Earth's electromagnetic system Protem 47 and EM39 logging system, designed both by Geonics Ltd were carried out around borehole RO-201 located in the northwest of Lebel-Sur-Quévillon city. It should be noted that this borehole was also covered by airborne surveys. A good agreement has been found between TEM inverted data and Airborne EM inversion results.

The last approach is the cokriging. This is a spatial interpolation technique that allows the simultaneous estimation of two or more regionalized correlated variables. In this study two variables were used, one is identified as the primary (the thickness of overburden at the level of drilling) and another variable called secondary (conductivity-thickness product calculated by

inversion). The cokriging is a way to overcome the uncertainty of the thickness and conductivity individually by previous approaches.

These methods were tested on synthetic data, as well as on real data from the Octave River area, northwest of Abitibi. In general, the area has a very complex geology. To solve this issue and to test the capabilities and limitations of the 1D program in order to find the geoelectric and physical parameters of the overburden, a 3D modeling was performed using the code developed by CSIRO LokiAir (Wilson, Sugeng and Raiche, 2007).

The study conducted allowed to have a good estimate of the conductances calculated by inversion with or without inequality constraints by using a fixed or variable initial model. The use of 1D inversion using the response of a 3D model allows a good recovery of the real model. This work has also improved the estimates of the thicknesses of wells in areas not sampled using the technique of cokriging.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT	VII
TABLE DES MATIÈRES	IX
LISTE DES TABLEAUX.....	XII
LISTE DES FIGURES	XIV
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	XXII
LISTE DES ANNEXES	XXV
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 SYSTÈMES ÉLECTROMAGNÉTIQUES.....	2
1.1 Revue de littérature :	2
1.2 Objectifs :	3
1.3 Historique :	4
1.4 Système Protém 47 :.....	5
1.5 Système EM39 :	5
1.6 Système aéroporté :	6
1.7 Plan du mémoire :	7
CHAPITRE 2 MÉTHODE ÉLECTROMAGNÉTIQUE.....	8
2.1 Principe théorique de la méthode TDEM :.....	8
2.1.1 Caractéristiques de la méthode TDEM au sol:.....	11
2.1.2 Réponse d'un demi-espace homogène :	13
2.1.3 Réponse d'un terrain stratifié horizontalement :	15

CHAPITRE 3	CONFIGURATION DU SYSTÈME MEGATEM.....	16
3.1	Système MEGATEM :	16
3.1.1	Différentes sources d'erreur :	21
3.2	Acquisition et traitement des données aéroportées :	22
3.2.1	Acquisition des données aéroportées :	22
3.2.2	Traitement des données aéroportées :	22
CHAPITRE 4	MODÉLISATION ET INVERSION DES DONNÉES	24
4.1	Modélisation des données:	24
4.1.1	Discretisation du modèle :	26
4.1.2	Méthode des équations intégrales :	27
4.1.3	Méthode des différences finies :	28
4.1.4	Méthode des éléments finis :	29
4.1.5	Paramètres de modélisation :	29
4.2	Inversion des données:	31
4.2.1	Méthode de décomposition en valeurs singulière SVD :	33
4.2.2	Inversion en utilisant les informations a priori :	34
4.2.3	Description du programme d'inversion des données EM aéroportés (Airbeo) :	35
4.2.4	Description du modèle :	36
4.2.5	Description du programme d'inversion des données EM au sol (EM1DINV) :	36
CHAPITRE 5	MÉTHODES DE LA GÉOSTATISTIQUE.....	37
5.1	Principe théorique du krigeage :	37
5.2	Définition du variogramme:	39
5.2.1	Différents comportements d'un variogramme expérimental :	39
5.2.2	Principaux modèles de variogrammes :	41

5.3	Principe théorique du cokrigage:.....	42
5.3.1	Cokrigage ordinaire:.....	43
CHAPITRE 6 APPLICATION SUR DES DONNÉES SYNTHÉTIQUES.....		ERROR!
BOOKMARK NOT DEFINED.		
6.1	Application sur des données synthétiques :.....	46
6.1.1	Test de bruit appliqué sur les données EM aéroportées :.....	48
6.1.2	Inversion des données :.....	52
6.1.3	Cokrigage des données :.....	56
6.1.4	Test de modélisation 3D :.....	71
6.1.5	Test sur la limite de détermination de l'épaisseur et de la conductivité lorsque le mort-terrain passe d'une plaque mince à une plaque épaisse:.....	75
6.1.6	Discussion des résultats :.....	76
6.2	Application sur des données réelles:.....	77
6.2.1	Présentation du site d'étude :.....	77
6.2.2	Mesure et interprétation des données TDEM au sol :.....	81
6.2.3	Mesure et interprétation des données TDEM aéroportées MEGATEM :.....	83
CHAPITRE 7 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....		104
BIBLIOGRAPHIE		107
ANNEXES		120

LISTE DES TABLEAUX

3.1 Caractéristiques du système MEGATEM	18
3.2 Position des canaux pour une fréquence de base 90 Hz	20
6.1 Les valeurs dénormalisées de l'ajustement des variogrammes des conductances avec ou sans contrainte et des variogrammes des épaisseurs réelles	57
6.2 Les coefficients de corrélation et les covariances croisées calculés entre les épaisseurs réelles et les conductances	58
6.3 Les résultats de l'ajustement des variogrammes des épaisseurs réelles et des variogrammes des conductances	74
6.4 Calcul de la profondeur de pénétration associée aux premiers canaux du temps mort	75
6.5 Comparaison des épaisseurs estimées par inversion en utilisant un modèle initial fixe et les épaisseurs réelles au niveau des forages	90
6.6 Comparaison des épaisseurs estimées par inversion en utilisant un modèle initial variable et les épaisseurs réelles au niveau des forages	91
6.7 Comparaison des épaisseurs estimées par inversion en utilisant un modèle initial fixe et les épaisseurs réelles au niveau des forages	97
6.8 Comparaison des épaisseurs estimées par inversion en utilisant un modèle initial variable et les épaisseurs réelles au niveau des forages	98
6.9 Les valeurs dénormalisées de l'ajustement des variogrammes des conductances avec ou sans contrainte et des variogrammes des épaisseurs réelles	57
6.10 Erreurs associées à la validation croisée	107
A.1 Résultats d'inversion (avec et sans contraintes d'inégalité) en utilisant un modèle initial fixe pour la ligne L46701	121
A.2 Résultats d'inversion (avec et sans contraintes d'inégalité) en utilisant un modèle initial	

variable pour la ligne L46701	122
B.1 Résultats de cokrigage en utilisant les données d'inversion sans contraintes d'inégalité comme variable secondaire	124
B.2 Résultats de cokrigage en utilisant les données d'inversion avec contraintes d'inégalité comme variable secondaire	125
C.1 Réponse calculée par modélisation 3D pour les canaux 1 à 10	126
C.2 Réponse calculée par modélisation 3D pour les canaux 11 à 20	127

LISTE DES FIGURES

Figure 6-1: Augmentation de la zone effective d’exploration des systèmes transitoires aéroportés.....	4
Figure 6-2: Évolution des systèmes vers une puissance plus élevée (site de Fugro Airborne Surveys).....	4
Figure 6-3: Principales composantes du système TDEM Geonics - (1) émetteur TEM47 - (2) récepteur Protem - (3) boucle de réception d’une surface équivalente de 31.4 m ² (adaptée du manuel de Geonics, Protem-47D).....	5
Figure 6-4: Dispositif EM39 pour la mesure de la conductivité et du rayonnement gamma naturel au niveau des forages.....	6
Figure 6-5: Schéma d'un système aéroporté EM à ailes fixes, montrant l'avion, émetteur, récepteur, et le sol. Les champs magnétiques primaires et secondaires sont également indiqués. Des exemples de systèmes à ailes fixes sont le système MEGATEM et le système GEOTEM.....	7
Figure 2-1: Principe de base de la méthode EM.....	9
Figure 2-2: Courants induits “piégés” dans un horizon conducteur.....	9
Figure 2-3: Courants induits diffusant rapidement à travers un horizon résistant.....	9
Figure 2-4: Propagation des courants comme des ronds de fumée.....	10
Figure 2-5: Décroissance du champ mesuré en fonction de la résistivité du milieu.....	12
Figure 2-6: Mesure de la tension en fonction des temps courts et longs.....	14
Figure 2-7: Principe de la méthode TDEM au sol: (a) Schématisation de la diffusion des boucles de courant dans le sol après la coupure du courant injecté, (b) La forme de l’onde de courant injectée avec la force électromotrice générée dans le sol lors de la coupure du courant, (c) Illustration de l’échantillonnage du signal mesuré (McNeill, 1990).....	15

Figure 3-1: Onde de référence pour le système GEOTEM ou MEGATEM.....	16
Figure 3-2: Onde de référence du système MEGATEM et les champs magnétiques primaire et secondaire.....	16
Figure 3-3: Système MEGATEM de Fugro Airborne Surveys.....	17
Figure 3-4: Onde d'émission du MEGATEM pour une fréquence de base 90 Hz.....	19
Figure 4-1: Modélisation en utilisant la superposition du modèle (a) sur la grille des différences finies en (b).....	27
Figure 5-1: Exemple d'un variogramme expérimental.....	40
Figure 5-2: Covariance et variogramme exponentiel.....	41
Figure 5-3: Comportements à l'origine d'un variogramme.....	41
Figure 5-4: Principaux modèles de variogramme.....	42
Figure 6-1: Modèle#1 l'épaisseur varie entre 10 à 100 m avec une résistivité constante égale à 30 Ω .m.....	47
Figure 6-2: Modèle#2 l'épaisseur varie entre 10 à 100 m et la résistivité varie entre 10 à 100 Ω .m.....	47
Figure 6-3: Résultats d'inversion : (a) Sans bruit, (b) En ajoutant 1% de bruit, (c) En ajoutant 3% de bruit, (d) En ajoutant 5% de bruit, (e) En ajoutant 10% de bruit.....	49
Figure 6-4: Réponse MEGATEM calculée pour le modèle#1: (a) Temps-marche (canal#1 à #5), (b) Temps-mort (canal#6 à #12), (c) Temps-mort (canal#13 à #20).....	50
Figure 6-5: Réponse MEGATEM calculée pour le modèle#2: (a) Temps-marche (canal#1 à #5), (b) Temps-mort (canal#6 à #12), (c) Temps-mort (canal#13 à #20).....	51
Figure 6-6: Résultats d'inversion (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Épaisseurs obtenues par inversion	

sans contrainte.....	52
Figure 6-7: Résultats d'inversion (Modèle#1) : (a) Conductances Réelles, (b) Conductances obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Conductances obtenues par inversion sans contrainte.....	53
Figure 6-8: Résultats d'inversion (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte.....	54
Figure 6-9: Résultats d'inversion (Modèle#2) : (a) Conductances Réelles, (b) Conductances obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Conductances obtenues par inversion sans contrainte.....	55
Figure 6-10: Modèle sphérique pour ajuster les variogrammes des conductances avec ou sans contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectives de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m) Modèle#1 avec un palier égal à 1.25 et un effet de pépite égal à 0 (les valeurs du variogramme sont normalisées par l'écart type au carré des données utilisées).....	56
Figure 6-11: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la première distribution des puits.....	59
Figure 6-12: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs	

obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la deuxième distribution des puits.....60

Figure 6-13: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la troisième distribution des puits.....61

Figure 6-14: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la première distribution des puits.....62

Figure 6-15: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contraintes et les données de la deuxième distribution des puits.....63

Figure 6-16: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contraintes et les données de la troisième distribution des puits.....64

Figure 6-17: Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la première distribution des puits.....65

- Figure 6-18:** Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la deuxième distribution des puits.....66
- Figure 6-19:** Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la troisième distribution des puits.....67
- Figure 6-20:** Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la première distribution des puits.....68
- Figure 6-21:** Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la deuxième distribution des puits.....69
- Figure 6-22:** Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la troisième distribution des puits.....70
- Figure 6-23:** (a) Modèle direct vue sur une tranche, (b) : Modèle direct vue 3D, (c) : Modèle direct vue en tranches (d) : Les paramètres physiques et géoélectriques du modèle direct.....72
- Figure 6-24:** Résultats d'inversion en utilisant le programme 1D Airbeo: (a) Épaisseurs calculées par inversion, (b) Conductances calculées par inversion.....73

Figure 6-25: Résultats du cokrigage.....	74
Figure 6-26: Région d'étude au Nord-Ouest de la ville de Lebel-Sur-Quévillon.....	77
Figure 6-27: Localisation des forages et les profils MEGATEM dans la région d'étude.....	78
Figure 6-28: Fiche stratigraphique selon la CGC et selon nos données du sondage EM39 au niveau du forage RO-201.....	80
Figure 6-29: Niveau de bruit enregistré avec une fréquence de 75 Hz.....	81
Figure 6-30: Courbe schématisée par des symboles (i) indique la variation de la résistivité apparente observée en fonction du temps, la courbe en trait continu indique la variation de la résistivité apparente calculée par inversion en fonction du temps.....	82
Figure 6-31: Résultats d'inversion avec le module SEMDI du code EM1DINV.....	82
Figure 6-32: Mesure de la composante verticale de la dérivée par rapport au temps du champ magnétique mesuré pour les premières fenêtres « temps-mort » qui représente le mort- terrain de la région d'étude.....	83
Figure 6-33: Réponse MEGATEM (ligne L46701): (a) Temps-marche (canal#1 à #5), (b) Temps-mort (canal#6 à #12), (c) Temps-mort (canal#13 à #20).....	84
Figure 6-34: Épaisseurs calculées par inversion (ligne L46701).....	85
Figure 6-35: Résistivités calculées par inversion (ligne L46701).....	85
Figure 6-36: Réponse MEGATEM (ligne L44201) : (a) Temps-marche (canal#1 à #5), (b) Temps-mort (canal#6 à #12), (c) Temps-mort (canal#13 à #20).....	86
Figure 6-37: Épaisseurs calculées par inversion (ligne L44201).....	87
Figure 6-38: Résistivités calculées par inversion (ligne L44201).....	87
Figure 6-39: Conductances du mort terrain estimées par inversion des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.....	89

Figure 6-40: Conductances du mort-terrain estimées par inversion des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.....	89
Figure 6-41: Épaisseur du mort-terrain calculée par inversion (avec contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.....	92
Figure 6-42: Épaisseur du mort-terrain calculée par inversion (avec contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.....	92
Figure 6-43: Résistivité du mort-terrain calculée par inversion (avec contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.....	93
Figure 6-44: Résistivité du mort-terrain calculée par inversion (avec contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.....	93
Figure 6-45: Épaisseur du mort-terrain calculée par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.....	95
Figure 6-46: Épaisseur du mort-terrain calculée par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.....	95
Figure 6-47: Résistivité du mort-terrain calculée par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.....	96
Figure 6-48: Résistivité du mort-terrain calculée par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.....	96
Figure 6-49: Conductances du mort-terrain estimées par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.....	99
Figure 6-50: Conductances du mort-terrain estimées par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.....	99

- Figure 6-51:** Modèle sphérique pour ajuster les variogrammes des conductances avec ou sans contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectives de 4 m à 70 m et 10 Ω .m à 200 Ω .m) en utilisant un modèle initial fixe ou variable avec un palier égal à 1.0341 et un effet de pépite égal à 0 (les valeurs du variogramme sont normalisées par l'écart type au carré des données utilisées).....101
- Figure 6-52:** Épaisseur du mort-terrain calculée par cokrigeage en utilisant un modèle initial fixe ou variable dans l'inversion.....102

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

- a Coté de la boucle d'émission (m)
- A Matrice de sensibilité (ou jacobienne)
- B Induction magnétique (T)
- Bz Composante verticale de champ secondaire (T)
- $\partial B/\partial t$ Intensité de la décroissance temporelle du champ magnétique secondaire
- CSIRO Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization
- CGQ Centre Géoscientifique de Québec
- d Données observées
- D Densité de flux électrique (C/m²)
- e Erreur entre les données calculées et observées
- EM Électromagnétique
- E Intensité du champ électrique (V/m)
- E_p Intensité du champ électrique de la source ou primaire
- E_s Intensité du champ électrique induit ou secondaire
- fem Force électromotrice
- f Fréquence (Hz)
- f⁰ Réponse du modèle initial
- H Intensité du champ magnétique (A/m)
- H_p Intensité du champ magnétique de la source ou primaire
- H_s Intensité du champ magnétique induit ou secondaire
- g Différence entre les données observées et la réponse du modèle de départ
- I Intensité de courant électrique (A)
- INPUT Induced Pulse Transient

- J Densité de courant électrique (A/m^2)
- k Nombre d'onde
- m Moment dipolaire (Am^2)
- m Vecteur des paramètres à estimer
- m^0 Modèle initial
- n Nombre d'observations
- p Paramètres à estimer
- Rms Erreur quadratique moyenne.
- r Distance du point de mesure au point de référence
- S Conductance (mS)
- S_r Surface du récepteur (m^2).
- SVD Méthode de décomposition singulière
- t Temps
- TDEM Électromagnétisme dans le domaine temporel
- U Matrice de vecteurs propres de données
- V Matrice de vecteurs propres de paramètres
- v Vitesse des ondes électromagnétiques dans le sol (m/s)
- V Tension ou voltage (V)
- X Direction horizontale du champ magnétique
- Y Direction transversale du champ magnétique
- Z Direction verticale du champ magnétique
- μ Perméabilité magnétique (H/m)
- μ_0 Perméabilité magnétique du vide (H/m)
- σ Conductivité électrique (S/m)

σt Conductance (S) (conductivité \times épaisseur)

ρ Résistivité électrique ($\Omega.m$)

ρ_a Résistivité apparente ($\Omega .m$)

δ Profondeur de peau

n Nombre d'observations

ω Fréquence angulaire

Φ Fonction objectif

λ Facteur de Lagrange

Λ Matrice diagonale de valeurs propres

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A : Convention des fichiers du code Airbeo et EM1DINV et le résultat d'inversion de la ligne L46701	120
ANNEXE B : Aperçu sur le cokrigage simple et le résultat du cokrigage des données	123
ANNEXE C : Données de la composante verticale du champ calculée par modélisation 3D.....	126

INTRODUCTION

La majeure partie de l'Abitibi est recouverte d'une épaisse couverture de dépôts glacières qu'on appelle mort-terrain. Cette formation stérile est considérée comme un bruit géologique par toutes les méthodes géophysiques. Un mort-terrain avec des épaisseurs variables rend difficile l'interprétation des données géophysiques de surface en masquant la réponse de la géologie du socle. En général, l'épaisseur du mort-terrain est obtenue à l'aide de plusieurs forages réalisés sur la zone prospectée. Un travail colossal a été réalisé par le Centre Géoscientifique de Québec CGQ (Boisvert et Parent, 2008) pour déterminer l'attitude du socle sous la surface en utilisant 27,000 forages répertoriés pour l'Abitibi québécois dans la base du Ministère des Ressources Naturelles et de la Faune MRNF. De plus, une campagne ciblée de 134 forages stratigraphiques jusqu'au socle dans la région de la Rivière Octave (Parent et al. 2009) a permis de déterminer localement la profondeur au socle et de déterminer la stratigraphie des dépôts sédimentaires. Malgré cet effort important, la connaissance de l'attitude du socle est au mieux connue en un point par 5 km² en moyenne! On a en effet environ 27 000 forages pour une superficie de l'Abitibi québécois de 300 km x 400 km. De plus, la distribution des forages est loin d'être uniforme. Cependant une telle approche devient très coûteuse sur des zones de vaste étendue. Pour remédier à ce problème, une bonne partie de l'Abitibi a fait l'objet de levés électromagnétiques aéroportés de type transitoire (MEGATEM), couvrant une grande partie de l'Abitibi. Ces données sont sensibles à la conductivité et à l'épaisseur du mort-terrain, et leur résolution est de l'ordre de 15 m au sol le long des lignes et de 200 m entre les lignes. L'inversion de ces données et l'utilisation des informations stratigraphiques connues en certains endroits permet de déterminer l'épaisseur du mort-terrain.

CHAPITRE 1 SYSTÈMES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

1.1 Revue de littérature :

Les sondages TDEM sont utilisés pour identifier les variations de la résistivité du sous-sol, cette dernière peut être liée aux changements des propriétés physiques et chimiques des roches et des fluides. Les méthodes d'inversion 1D ont été proposées pour inverser les données électromagnétiques au sol et aéroportées dans le domaine de temps (Chen et Raiche 1998). Ces méthodes utilisent une inversion 1D avec le choix d'un modèle direct complexe. Elles permettent d'avoir un estimé de la résistivité et de l'épaisseur du mort-terrain.

Christiansen et Christensen (2003) ont fait une étude comparative entre l'inversion des données électromagnétiques au sol et aéroportées, ils ont mentionné dans leur travail que le système EM au sol peut résoudre des modèles de trois à quatre couches et parfois jusqu'à un modèle de cinq couches avec une profondeur de pénétration de 170m. Le système aéroporté peut résoudre un modèle de trois couches au maximum avec une profondeur de pénétration de 300m. Généralement les paramètres calculés par inversion classique ne sont pas réalistes et ne reflètent pas la géologie réelle des zones prospectées. Pour palier à ce problème des techniques d'inversion utilisant des contraintes latérales ont été développées. L'application de ces contraintes consiste à introduire une matrice de rugosité qui est résolue simultanément avec la matrice jacobienne dans une inversion itérative pour déterminer les paramètres du modèle (épaisseur et résistivité).

Les concepts d'inversion utilisant des contraintes latérales ont été introduits par Auken et al. (2002). Auken et Christiansen (2004) ont présenté plus de détails sur les techniques d'inversion avec des contraintes latérales en utilisant un modèle direct 2D. Auken et al. (2004, 2005a, 2006) ont inversé des données EM au sol et aéroportées dans le domaine temporel en utilisant le concept d'inversion latérale.

Vallée et Smith (2009) ont modifié Airbeo, un code d'inversion EM 1D développé par le CSIRO (Chen et Raiche 1998) pour y inclure l'inversion avec contraintes latérales et l'ont appliqué aux données EM dans le domaine de temps. Tartaras (2006), Pirttijärvi Lerssi (2006) et Siemon et al. (2008) ont présenté des applications de l'inversion 1D avec des contraintes latérales des données EM aéroportées dans le domaine fréquentiel.

Pendant de nombreuses années, certains auteurs ont traité l'effet des structures 3D dans une interprétation 1D des données EM, à titre d'exemple nous pouvons citer les travaux de [Newmann et al, \(1987\)](#), [Goldman et al. \(1994\)](#), [Auken,\(1995\)](#), [Hördt et Scholl, \(2004\)](#) et [Auken et al \(2008\)](#). En général, ces études montrent que, si l'environnement géologique se compose de différentes structures 3D avec des contrastes de résistivité modérés, l'approche d'inversion 1D dans de nombreux cas, donne une bonne récupération du modèle réel.

1.2 Objectifs :

L'objectif principal du projet est la cartographie du mort terrain en utilisant des données TDEM aéroportées. Un mort terrain avec des épaisseurs variables peut masquer la géologie du socle des régions d'études et peut être considéré comme une entrave à toute interprétation géophysique. En gravimétrie par exemple, l'anomalie de Bouguer est une synthèse des réponses de toutes les variations latérales de densité du sous-sol, donc il est préférable d'enlever l'effet du mort-terrain de l'anomalie gravimétrique pour interpréter uniquement les structures dans le socle.

D'autre part, une bonne partie de l'Abitibi a fait l'objet de levés électromagnétiques aéroportés de type transitoire (MEGATEM). Ces données ont été transférées par Xstrata et Virginia au MRNF pour les rendre publics. Ces données sont sensibles à la conductivité et à l'épaisseur du mort-terrain.

Un logiciel d'inversion (Airbeo) en domaine du temps sera utilisé pour inverser des données EM aéroportées de type MEGATEM. L'acquisition des données aéroportées en domaine du temps permet de produire une grande quantité de données, généralement présentées sous forme de profils. Toutes les techniques d'inversion supposent que chaque mesure est influencée par le sol à la verticale située en dessus du capteur. Par la suite des contraintes d'inégalité seront introduites dans le code d'inversion à fin que la solution soit plus proche de la réalité géologique de la région d'étude.

Enfin, un cokrigeage sera utilisé. Il permet de combiner les résultats trouvés par la technique d'inversion (produit conductivité-épaisseur) avec les données des épaisseurs du mort-terrain au niveau des forages. Cette technique d'interpolation géostatistique permettra d'obtenir en tout point un estimé précis de l'épaisseur du mort-terrain.

1.3 Historique :

La méthode TDEM a été mise en œuvre au début des années cinquante, et cela aux USA et au Canada, pour l'exploration des corps conducteurs profonds. Généralement, l'émetteur était fixe et de grandes dimensions, et le récepteur placé à intervalles réguliers sur le terrain ou dans le forage. En 1958, la méthode EM aéroportée INPUT (Induced Pulse Transient) est mise au point et permet pour la première fois la prospection des zones plus vastes. Les systèmes aéroportés ont commencés à explorer des zones effectives de l'ordre de 50 m de profondeur jusqu'à atteindre des zones de l'ordre de 250 m avec le système Geotem et Megatem (figure 1-1).

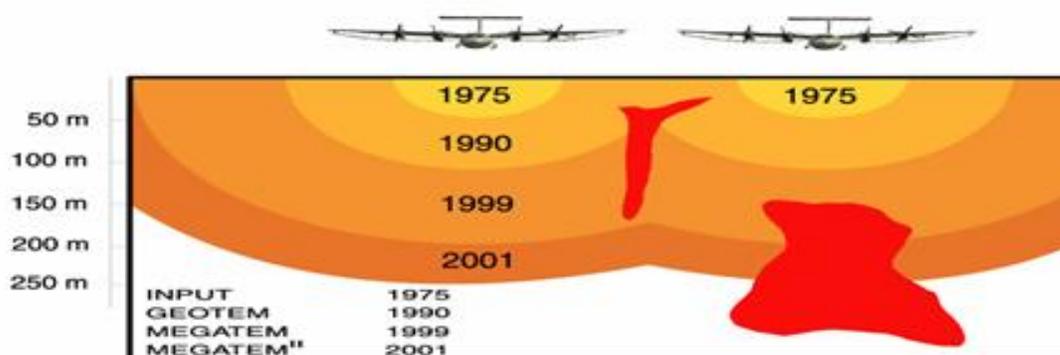


Figure 1-1: Augmentation de la zone effective d'exploration des systèmes transitoires aéroportés.

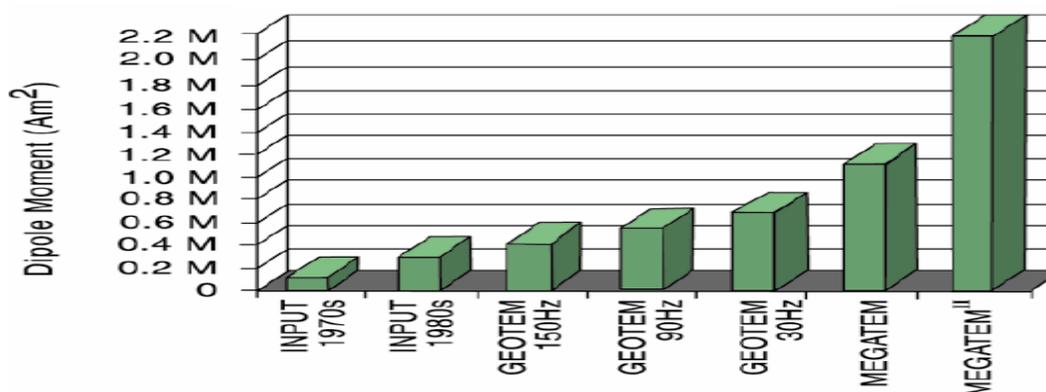


Figure 1-2: Évolution des systèmes vers une puissance plus élevée (site de Fugro Airborne Surveys).

Dans cette étude, trois systèmes électromagnétiques transitoires ont été utilisés :

1.4 Système Protém 47 :

Ce système est conçu par le constructeur Geonics (Toronto, Canada) pour des investigations peu profondes (figure 1-3). Une boucle centrale (30 m×30 m) a été utilisée pour recueillir le sondage TDEM. Ce dispositif utilise comme récepteur un dipôle situé au centre de la boucle d'émission. Cette configuration est fréquemment utilisée, elle reste relativement simple à mettre en œuvre sur le terrain et minimise certains effets magnétiques. La bobine réceptrice a une surface effective de 31.4 m². Le protém 47 produit des courants de l'ordre de 1 à 2.7 Ampères, dans cette étude un courant de 1 à 2.5 Ampère a été utilisé. Les fréquences de répétition utilisées par ce système sont : 285 Hz (Ultra-Haute), 75 Hz (Très-Élevée) et 30 Hz (Élevée).



Figure 1-3: Principales composantes du système TDEM Geonics - (1) émetteur TEM47 - (2) récepteur Protém - (3) boucle de réception d'une surface équivalente de 31.4 m² (adaptée du manuel de Geonics, Protém-47D).

1.5 Système EM39 :

Ce système est aussi conçu par Geonics, il est utilisé pour mesurer et analyser les conductivités électriques du sous-sol le long de forage (figure 1-4). L'EM39 nous a permis de faire deux mesures :

- Mesure de la conductivité des roches et des fluides interstitiels avec un rayon effectif d'exploration de 1,5 m du centre du trou de forage. La mesure n'est pas affectée par la présence d'un boîtier en plastique ou par un fluide conducteur dans le forage.

- Mesure de l'émission de rayonnement gamma naturel des matériaux du sous-sol à l'aide d'une sonde secondaire, le Gamma 39 fournit des informations sur la teneur relative en argile par la présence de l'isotope en potassium K40.

Ces mesures peuvent être affichées graphiquement en fonction de la profondeur sous forme d'un carottage.



Figure 1-4: Dispositif EM39 pour la mesure de la conductivité et du rayonnement gamma naturel au niveau des forages.

1.6 Système aéroporté :

Les systèmes électromagnétiques aéroportés ont été développés il y a environ 60 ans (Fountain, 1998). Au départ, l'intention était de les utiliser pour explorer des gisements minéraux, par la suite, on les a adaptés, surtout sous leur forme hélicoptérée, pour des problèmes hydrogéologiques, environnementaux ou géotechniques. Il existe deux familles de systèmes EM aéroportés : les systèmes Hélicoptérés et les systèmes à ailes fixes. La figure 1-5 montre un diagramme schématisé d'un système à ailes fixes, le récepteur est remorqué derrière l'appareil sur un câble d'environ 120 m de long. Pour les systèmes hélicoptérés, le récepteur est plus proche de l'émetteur.

La réponse EM dépend de la conductivité électrique (σ) des matériaux dans le sous-sol. Si la conductivité du matériau est élevée, alors la réponse sera en général plus importante et s'amortira plus lentement avec le temps que si les matériaux sont moins conducteurs (Grant et West, 1965).

Pour cette raison, les systèmes EM aéroportés ont très bien réussi à découvrir des structures ou des corps très conducteurs.

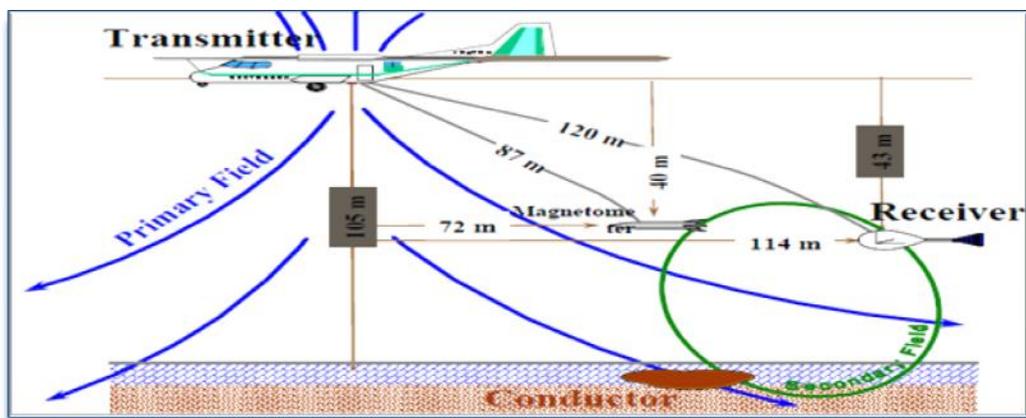


Figure 1-5: Schéma d'un système aéroporté EM à ailes fixes, montrant l'avion, émetteur, récepteur, et le sol. Les champs magnétiques primaires et secondaires sont également indiqués. Des exemples de systèmes à ailes fixes sont le système MEGATEM et le système GEOTEM.

1.7 Plan du mémoire :

Le présent mémoire est divisé en sept chapitres :

Le premier chapitre présente une introduction suivi par une description des différents systèmes électromagnétiques utilisés dans ce travail.

Le deuxième chapitre présente la théorie relative aux techniques EM transitoires utilisées pour la cartographie du mort-terrain ainsi que leurs sources d'erreur associées.

Le troisième chapitre est consacré à la configuration du système aéroporté MEGATEM. Par la suite, nous présenterons les étapes d'acquisition et de traitement des données aéroportées.

Le quatrième chapitre est destiné à l'inversion et modélisation des données EM aéroportées. Nous présenterons également une description des codes d'inversion utilisés dans ce projet.

Le cinquième chapitre présente un survol des techniques d'interpolation géostatistiques utilisées pour le calcul d'un estimé précis de l'épaisseur du mort-terrain.

Le sixième chapitre présente des exemples d'application des techniques d'inversion et de cokrigage sur des modèles synthétiques et réels.

Le septième chapitre fait la synthèse de l'étude, en présentant les principales conclusions ainsi que quelques recommandations.

CHAPITRE 2 MÉTHODE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

2.1 Principe théorique de la méthode TDEM :

Le principe théorique de cette méthode repose sur les équations de Maxwell et plus précisément sur l'induction électromagnétique. L'émetteur a la forme d'une boucle de taille variable. Lorsqu'un courant est injecté dans cette boucle, un champ magnétique primaire est généré. L'équation de Maxwell suivante (éq. 2.1) ou théorème d'Ampère représente le champ magnétique H créé par la circulation d'un courant électrique (J et D) :

$$\nabla \times H = J + \partial D / \partial t \quad (2.1)$$

Où H est l'Intensité du champ magnétique (A/m), J est la densité de courant électrique (A/m²) et D est la densité de flux électrique (C/m²).

Cette période d'émission dure suffisamment longtemps pour que le courant atteigne sa pleine amplitude et qu'elle demeure constante dans la boucle. La coupure brusque du courant crée une variation temporelle du champ magnétique primaire. La variation temporelle du flux magnétique induit une force électromotrice (fem) qui se concrétise dans un corps conducteur par la circulation des courants de Foucault. Ce phénomène est décrit par l'équation de Maxwell suivante (éq. 2.2) ou loi de Faraday :

$$\nabla \times E = -\partial B / \partial t \quad (2.2)$$

Où E est l'intensité du champ électrique (V/m) et B est l'induction magnétique (T)

Un champ magnétique secondaire est associé à la circulation des courants électriques induits. Les courants et le champ magnétique secondaire sont atténués dans l'espace et dans le temps. Le récepteur mesure l'intensité de la décroissance temporelle du champ magnétique secondaire ($\partial B / \partial t$). Il faut signaler que le courant de l'émetteur ne disparaît pas après la coupure, il met un certain temps à décroître, ce temps s'appelle la rampe. La mesure effectuée au récepteur doit être prise après le temps de la rampe afin que seule la décroissance du champ magnétique secondaire soit échantillonnée (figure 2-1, 2-2 et 2-3).

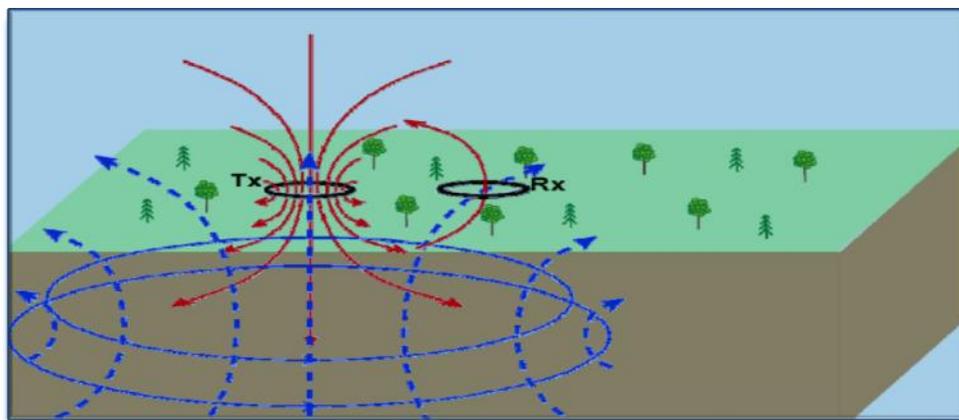


Figure 2-1: Principe de base de la méthode EM

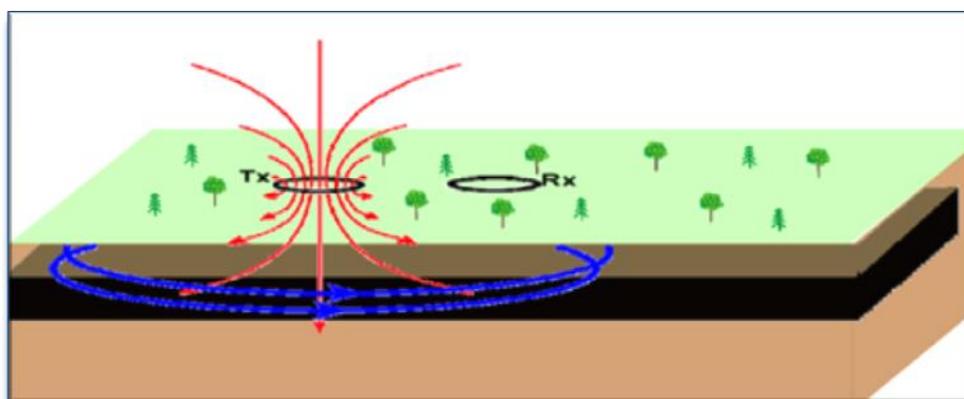


Figure 2-2: Courants induits "piégés" dans un horizon conducteur

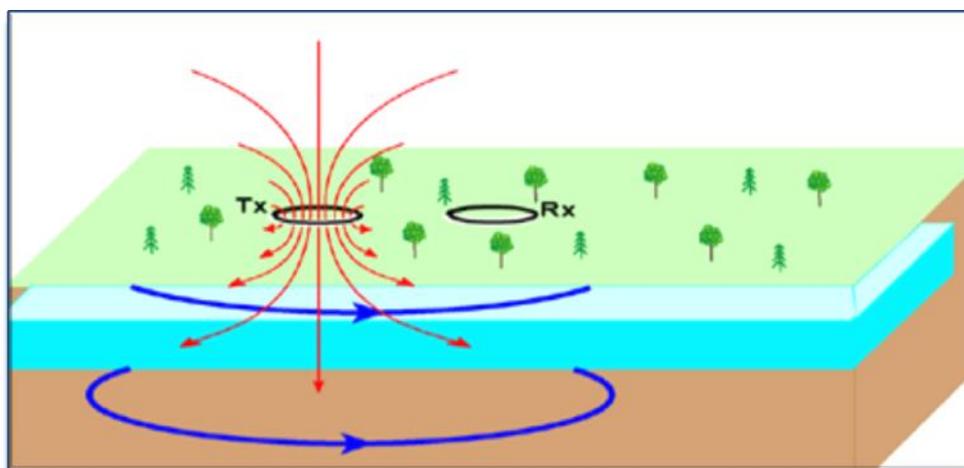


Figure 2-3: Courants induits diffusant rapidement à travers un horizon résistant

Nabighian (1979) a décrit le comportement des courants induits dans le temps, ces derniers se propagent dans le sol en profondeur et latéralement comme des ronds de fumée (figure 2-4). L'atténuation des courants est directement liée à la conductivité du milieu.

La vitesse, la profondeur, ainsi que le rayon, caractérisent les filets de courant à un instant t et sont donnés par les relations suivantes :

$$v = \frac{2}{\pi\mu\sigma t} \quad z = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{4t}{\sigma\mu}\right)^{1/2} \quad r = \left(\frac{4.37t}{\sigma\mu}\right)^{1/2} \quad (2.3)$$

Avec

σ : Conductivité électrique (Siemens/m);

μ : Perméabilité magnétique (Henry/m).

Au début de l'induction, les ronds de courants circulent à la surface du conducteur perpendiculaire au champ magnétique primaire, ce stade se nomme «premiers temps». Le champ magnétique secondaire n'est pas influencé par le milieu, mais uniquement par l'intensité du courant et la taille de la boucle d'émission. Lorsque les courants induits circulent à travers tout le conducteur «derniers temps», à ce moment, seules les propriétés du conducteur, soit sa conductivité, sa forme et sa taille influencent la décroissance du champ magnétique secondaire.

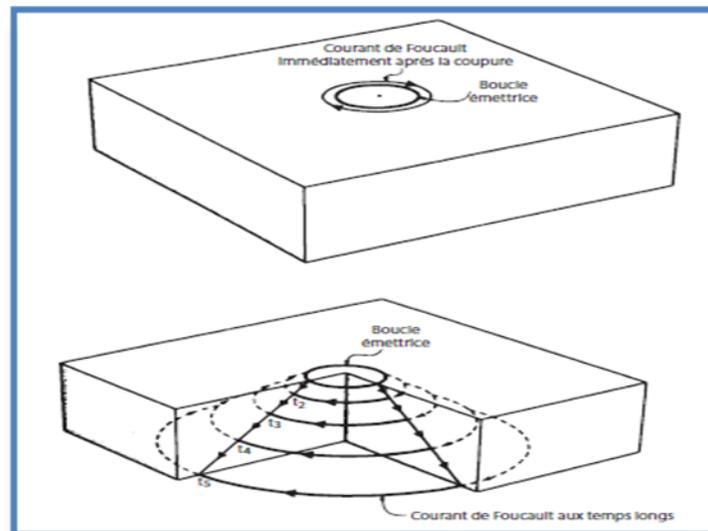


Figure 2-4: Propagation des courants comme des ronds de fumée.

2.1.1 Caractéristiques de la méthode TDEM au sol:

2.1.1.1 Signal source :

Généralement, un courant de forme demi-sinus, carrée, triangulaire, trapézoïdale, etc., est utilisé comme le signal source. On peut constater qu'à chaque second quart de période, le courant est coupé brusquement pendant un quart de période pour être de nouveau repris dans un sens opposé. La mesure s'effectue pendant l'arrêt de l'émission (temps-mort), c'est-à-dire en absence du champ primaire initial. On choisit d'inverser périodiquement le sens du courant d'injection de manière à connaître le zéro relatif du signal. En particulier la durée du temps-mort s'accroît en augmentant l'intensité du courant, la longueur du câble d'émission et le nombre de spires. La période d'injection est choisie en fonction des profondeurs d'investigation souhaitées. Puisque la dynamique du signal est importante, la plupart des constructeurs ont choisi de fractionner l'acquisition en plusieurs cadences, chacune comporte 20 fenêtres. De cette manière, le signal sera échantillonné convenablement, les séries de mesures issues de différentes cadences se recouvrant partiellement dans le temps.

2.1.1.2 Signal mesuré :

La bobine réceptrice nous permet de mesurer le champ B ou sa dérivée $\partial B/\partial t$. Ce dipôle pourrait être orienté selon trois directions perpendiculaires X, Y et Z. Les applications les plus communes ne mesurent que la composante verticale du champ secondaire. La forme du signal enregistrée dépend aussi de la position du capteur par rapport à la boucle d'émission. La figure 2-5 montre que la forme de la décroissance dépend de la conductivité du milieu. La mesure avec un dispositif central des trois composantes du champ secondaire fournit un moyen de reconnaître si, à l'aplomb du sondage, la structure géoélectrique peut être considérée ou non comme 1D.

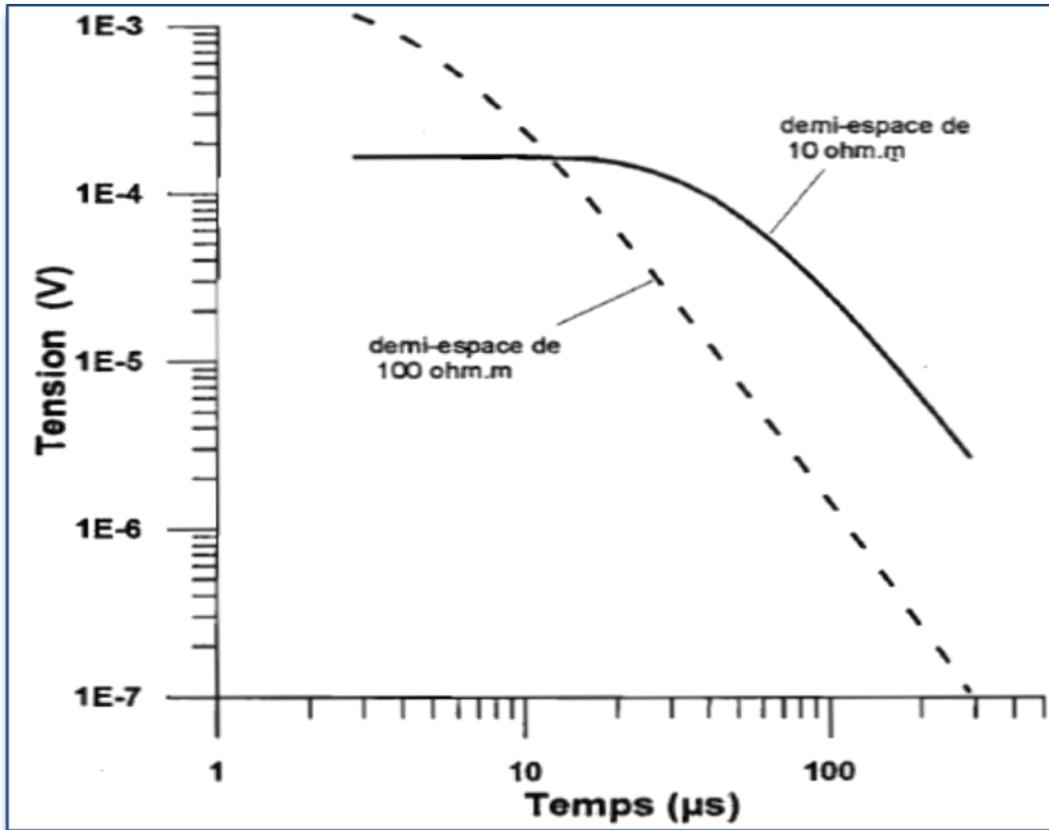


Figure 2-5: Décroissance du champ mesuré en fonction de la résistivité du milieu.

2.1.1.3 Profondeur d'investigation :

C'est la profondeur à laquelle la méthode, pour un terrain ou une configuration donnée, pourra détecter le terrain le plus profond et le caractérisera. Cette profondeur sera limitée, lorsque le transitoire est plus faible que le bruit du fond. En électromagnétisme, cette profondeur est aussi appelée profondeur de peau. Les courants induits décroissent d'amplitude avec une profondeur croissante et une fréquence décroissante.

$$z = (2t/\mu\sigma)^{1/2} \quad (2.4)$$

Avec z la profondeur de peau.

2.1.2 Réponse d'un demi-espace homogène :

Étant donné que la mesure de la composante verticale de champ secondaire B_z est réalisée à l'aide d'un capteur assimilable à un dipôle, la tension V mesurée dans celui-ci sera :

$$V = \mu_0 S_r \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2.5)$$

V est exprimé en volts, S_r étant la surface du récepteur (m^2).

Pour analyser l'influence des différents paramètres sur la réponse TDEM d'un demi-espace homogène, nous prendrons l'exemple des expressions V_1 et V_c enregistrées sur le capteur pour les temps longs et courts respectivement.

2.1.2.1 Temps courts :

$$V_c = -\mu_0 S_r (-3 I / \sigma \mu_0 a^3) \quad (2.6)$$

La tension V_c est inversement proportionnelle à σ . En terrain résistant, la réponse en temps courts possédera une plus grande amplitude que pour les terrains conducteurs. La tension V_c est directement proportionnelle à I et constante dans le temps pour le demi-espace homogène conducteur de $10 \Omega.m$ (figure 2-5).

2.1.2.2 Temps longs :

$$V_1 = -\mu_0 S_r [(- I \sigma^{3/2} \mu_0^{3/2} a^2) / (20\pi^{1/2} t^{5/2})] \quad (2.7)$$

Après être passé par le domaine intermédiaire, le phénomène d'induction aborde la zone proche. C'est ce domaine qui est plus généralement utilisé. La tension mesurée dépend de $\sigma^{3/2}$, ce qui rend plus sensible aux faibles variations de la conductivité que les autres méthodes à courant continu. La décroissance produit une pente de $t^{-5/2}$, ce qui est très rapide et rend la mesure techniquement plus difficile.

L'expression d'un résultat de transitoire est souvent normalisée par rapport à la surface S_r , ce qui permet de comparer les résultats des différents transitoires issus de mesures réalisées avec différents récepteurs ou émetteurs.

[Fitterman et Stewart \(1986\)](#) donnent l'expression de la résistivité apparente ρ_a en temps longs pour un dispositif central en fonction de la tension V_1 enregistrée.

$$\rho_a = \mu_0 / 4\pi t \left[(2\pi \mu_0 a^2 S_r I) / (5t V_1) \right]^{2/3} \quad (2.8)$$

Avec :

ρ_a : résistivité apparente des terrains traversés ($\Omega.m$);

a : coté de la boucle d'émission (m);

S_r : surface de la boucle de réception (m^2);

I : courant injecté (A);

V : voltage induit dans la boucle de réception (V);

μ_0 : perméabilité magnétique (Henry/m).

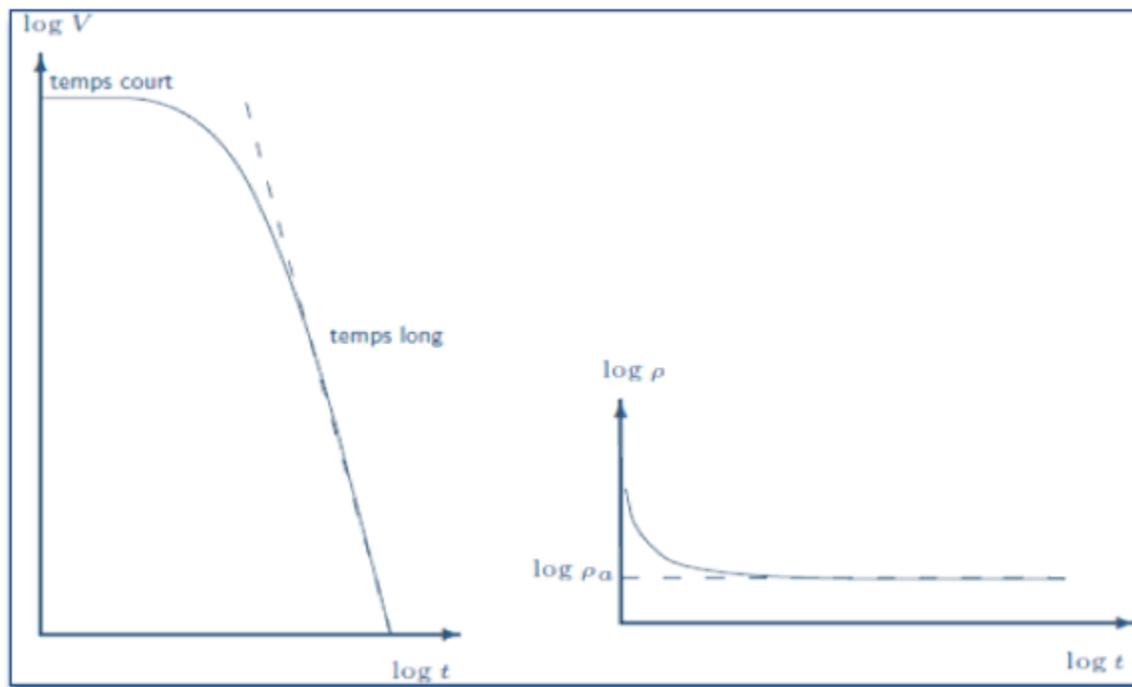


Figure 2-6: Mesure de la tension en fonction des temps courts et longs.

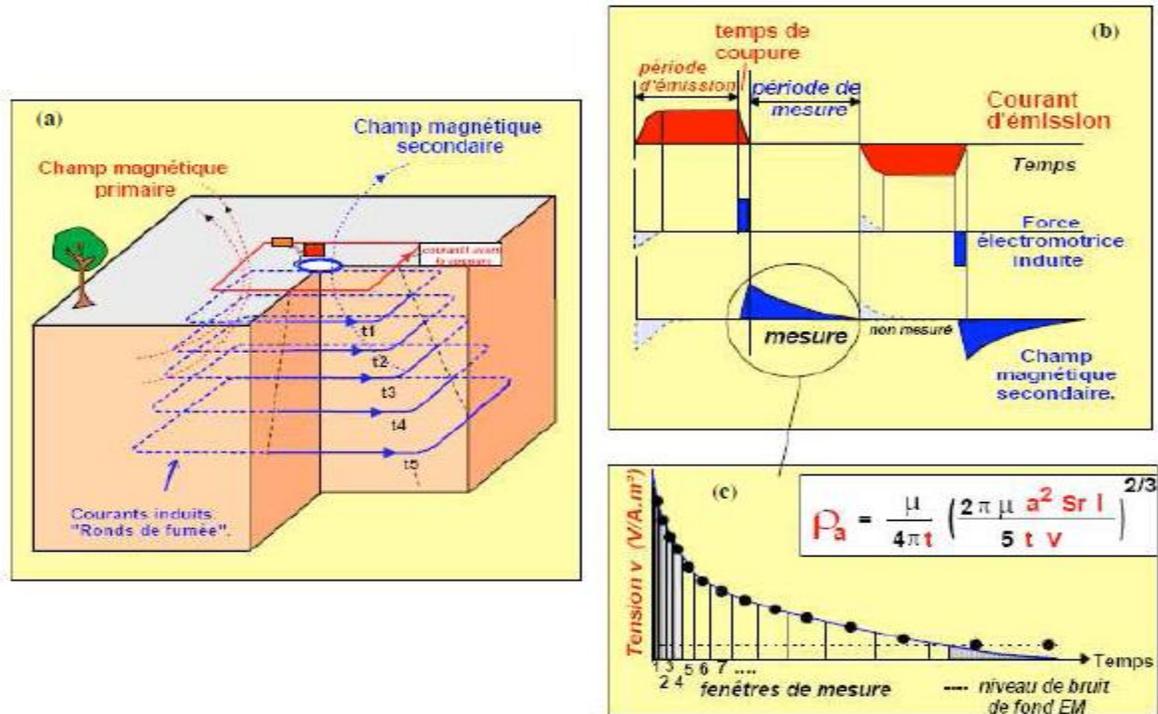


Figure 2-7: Principe de la méthode TDEM au sol: (a) Schématisation de la diffusion des boucles de courant dans le sol après la coupure du courant injecté, (b) La forme de l'onde de courant injectée avec la force électromotrice générée dans le sol lors de la coupure du courant, (c) Illustration de l'échantillonnage du signal mesuré (McNeill, 1990).

2.1.3 Réponse d'un terrain stratifié horizontalement :

Dans le cas d'un terrain stratifié, on mesure une résistivité apparente qui dépend de la profondeur de pénétration des courants de Foucault.

Les méthodes EM au sol sont plus sensibles à l'épaisseur h d'un terrain résistant peu épais qu'à sa résistivité ρ . Pour un terrain conducteur peu épais, elles sont sensibles à la conductance σh . Pour les conducteurs, elles sont plus sensibles à la conductivité σ qu'à h . Quelques cas d'étude présentés par Spies, et Frischknecht (1991) tendent à prouver qu'on obtient empiriquement le paramètre d'équivalence suivant :

- Pour les conducteurs : $\sigma\sqrt{h}$
- Pour les résistants : ρh^2

CHAPITRE 3 CONFIGURATION DU SYSTÈME MEGATEM

3.1 Système MEGATEM :

Les données utilisées dans ce projet sont des données aéroportées EM prises avec un système MEGATEM utilisant une fréquence de base (90Hz) avec une longueur d'impulsion (2,4 ou 6 ms). Le système mesure durant l'impulsion (on time) et durant le temps mort (off-time) la composante $\partial B/\partial t$ (figure 3-1).

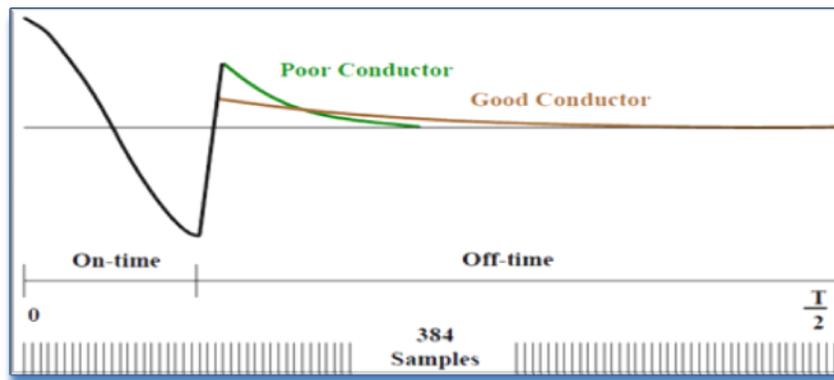


Figure 3-1: Onde de référence pour le système GEOTEM ou MEGATEM.

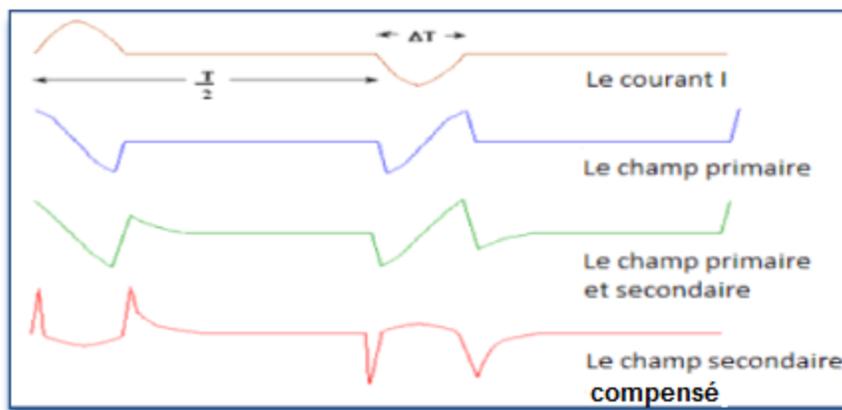


Figure 3-2: Onde de référence du système MEGATEM et les champs magnétiques primaire et secondaire.

Le MEGATEM est un système électromagnétique transitoire aéroporté dit à oiseau (récepteur) remorqué. Il comprend une boucle émettrice d'une aire de 406 m^2 , faisant plusieurs tours (5 ou 6) autour de l'avion (figure 3-3). Selon la fréquence de base 90 Hz ou 30 Hz, le moment dipolaire m est de $1.71 \times 10^6 \text{ Am}^2$ et $2.18 \times 10^6 \text{ Am}^2$ respectivement.



Figure 3-3: Système MEGATEM de Fugro Airborne Surveys.

Le récepteur ou ‘oiseau EM’ est attaché à l’arrière de l’avion, il mesure les trois composantes perpendiculaires X, Y et Z de dB/dt .

En réalité l’oiseau EM est un contenant où un récepteur à trois composantes est placé dans un système de suspension pour minimiser l’effet de la turbulence. Le câble utilisé est non magnétique pour éviter toute interaction avec le champ primaire.

La géométrie du système est asymétrique. Le récepteur se trouve à une position moyenne, par rapport au centre de la boucle d’émission, de 120 m horizontalement et 43 m plus bas verticalement (voir la figure 1-5). Cette position peut varier légèrement à cause de la turbulence dans l’air causée par l’avion, et très considérablement en présence de vents forts et/ou par les manœuvres du pilote pour essayer de stabiliser l’appareil et suivre la topographie. La distance au sol du récepteur est de 70 m. Un magnétomètre à vapeur de Césium est aussi remorqué à l’arrière mis à une position de 72 m horizontalement et 40 m verticalement.

Les principales caractéristiques du système sont résumées dans le tableau suivant :

Tableau 3.1: Caractéristiques du système MEGATEM en 2002.

Fréquence	30 ou 25 Hz	90 ou 75 Hz
La longueur d'une impulsion	4 ms	2 ms
Boucle émettrice	5 tours	6 tours
Aire de la boucle émettrice	406 m ²	406 m ²
Moment dipolaire (approx.)	2.18 x 10 ⁶ Am ²	1.71 x 10 ⁶ Am ²
Maximum du courant dans le Tx	1340 ampères	840 ampères
Nbre d'échant. par ½ cycle	384	128
Largeur de bande	Fréquence de base – 10 KHz	
Récepteur	3-composantes de dB /dt	
Réponse Mesurée	voltage (dB/dt) et le champ B	
Nbre de réponses sommées	4 par seconde	
Enregistrement numérique	Les données brutes de tous les canaux	

Le MEGATEM utilise un courant en forme de demi-sinus comme le montre la figure 3-4. Ce courant est réparti sur 20 canaux avec une impulsion de fréquence de base 90 Hz. Cinq canaux se situent dans la période de temps d'émission et 15 autres sur ce qui reste du demi-cycle qui correspond au temps où le transmetteur est éteint.

Ce système a été introduit pour la première fois par [Barringer \(1958\)](#) dans le système INPUT. Un tel choix se justifie par la simplicité de son électronique ([Gupta Sarma et al, 1976](#)). Il existe bien d'autres formes comme la forme carrée, triangulaire, trapézoïdale, etc., qui sont plus compliquées à réaliser et qui ont été adaptées dans certains systèmes héliportés.

La fréquence de base est fonction des conditions géologiques, plus le mort terrain est conducteur et/ou le corps recherché est profond, plus la fréquence de base utilisée est basse.

En effet, c'est aux temps longs que l'effet du mort terrain tend à disparaître et que la réponse des corps profonds existe.

Comme le champ magnétique est proportionnel au courant utilisé, et que le récepteur mesure sa dérivée, la réponse du récepteur au champ primaire est par conséquent un demi-cosinus.

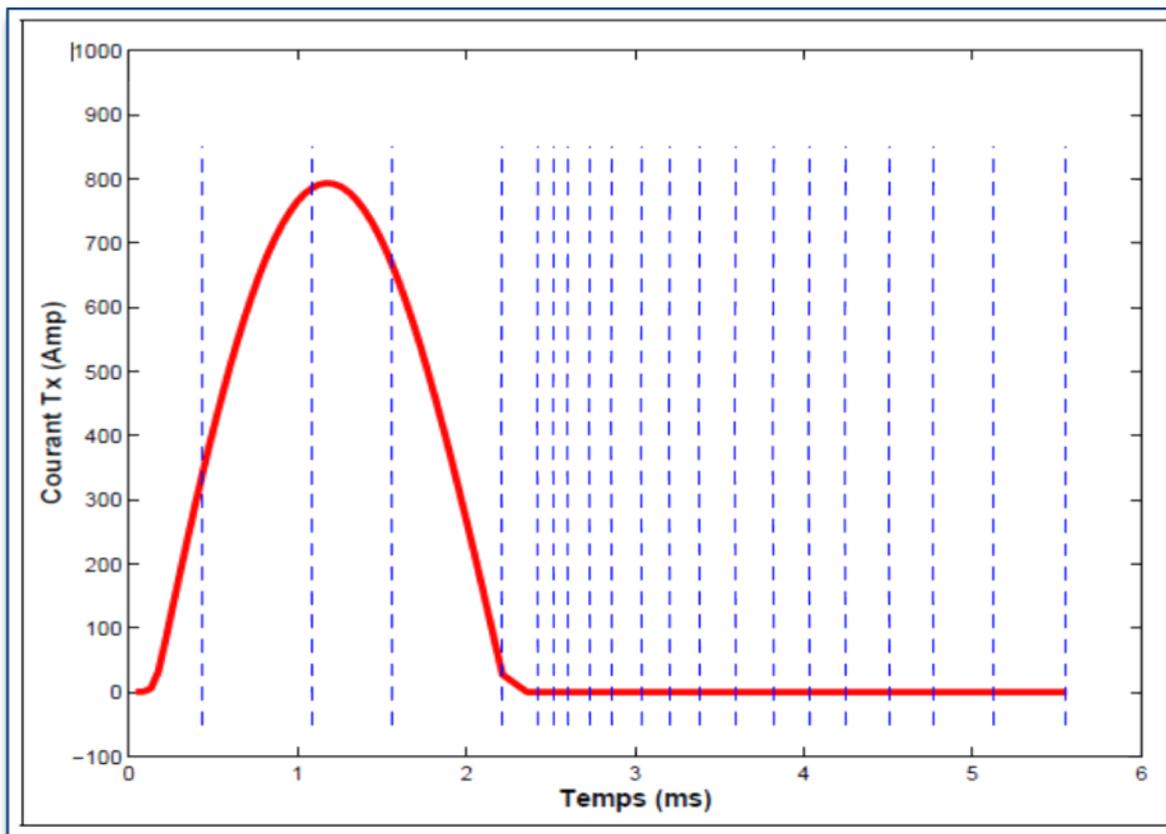


Figure 3-4: Onde d'émission du MEGATEM pour une fréquence de base 90 Hz.

Enfin, la répartition des 20 canaux pour une fréquence de base de 90 Hz est donnée par le tableau 3.2.

Tableau 3.2: Position des canaux pour une fréquence de base 90 Hz.

Canal	Début (# point)	Fin (# point)	Largeur (points)	Début (ms)	Fin (ms)	Milieu (ms)
1	4	10	7	0.13	0.434	0.282
2	11	25	15	0.434	1.085	0.76
3	26	36	11	1.085	1.563	1.324
4	37	51	15	1.536	2.214	1.888
5	52	56	5	2.214	2.431	2.322
6	57	58	2	2.431	2.512	2.474
7	59	60	2	2.517	2.604	2.561
8	61	63	3	2.604	2.734	2.669
9	64	66	3	2.734	2.865	2.799
10	67	70	4	2.865	3.038	2.951
11	71	74	4	3.038	3.212	3.125
12	75	78	4	3.212	3.385	3.299
13	79	83	5	3.385	3.602	3.494
14	84	88	5	3.602	3.819	3.711
15	89	93	5	3.819	4.036	3.928
16	94	98	5	4.036	4.253	4.145
17	99	104	6	4.253	4.514	4.384
18	105	110	6	4.514	4.774	4.644
19	111	118	8	4.774	5.122	4.948
20	119	128	10	5.122	5.556	5.339

3.1.1 Différentes sources d'erreur :

Les sources d'erreur peuvent être classées en plusieurs types :

3.1.1.1 Bruits géologiques :

On peut définir ce bruit comme tout phénomène géologique qu'on ne cherche pas à mettre en évidence mais dont l'effet apparaît sur notre signal.

On pourra citer un exemple de ce bruit qui est de loin l'un des principaux obstacles aux méthodes EM: une couverture superficielle conductrice et/ou un encaissant conducteur (le cas de cette étude, c'est le mort terrain qui est très conducteur). Son effet se manifeste essentiellement dans les premiers canaux du temps-mort quand sa conductance n'est pas trop élevée, mais dans le cas contraire il peut cacher complètement l'anomalie d'une cible potentielle et la méthode EM en général n'est pas appropriée.

3.1.1.2 Mouvement de l'oiseau :

On en distingue deux effets : le premier est dû au mouvement du récepteur dans le champ géomagnétique. Cela crée un bruit de très basse fréquence. Il varie d'un système à un autre ([Annan, 1983](#), [Munkholm, 1997](#)).

Quant au second, à cause du mouvement de rotation et de translation du récepteur la géométrie du système varie avec le temps. Il en résulte que les deux champs, primaire et secondaire, sont déformés.

3.1.1.3 Effet de l'avion :

Il existe un bruit qui est la réponse de l'avion lui-même au champ primaire. Pour s'en débarrasser, des mesures à haute altitude où la réponse de l'avion et le champ primaire seulement existent, sont effectués. Cet enregistrement est appelé « onde de référence ». Cette onde de référence est utilisée pour compenser les variations de l'intensité du champ primaire.

3.2 Acquisition et traitement des données aéroportées :

3.2.1 Acquisition des données aéroportées :

L'enregistrement des données à bord de l'avion s'effectue en trois étapes :

1. les données brutes (stream data) : les trois composantes de dB/dt ainsi que le courant I sont numérisées au récepteur par un convertisseur analogique numérique à 16 bit avec 512 échantillons par cycle, puis sous-échantillonnées à 256 échantillons par cycle (pour une fréquence de base de 90 Hz) et stockées sur une unité mémoire. Le fichier des données brutes ainsi obtenu est constitué d'un tableau de quatre colonnes comprenant dans l'ordre (I, dBx/dt, dBy/dt, dBz/dt). Ces derniers sont enregistrés en format binaire.
2. les données sommées : un traitement en temps réel est lancé pour éliminer le bruit. À la fin, on obtient des données sommées avec 128 échantillons par impulsion et 4 impulsions par seconde.
3. les données triées par canaux : après sommation, les valeurs aux points correspondants aux canaux décrits dans le tableau 3.2, sont extraites et moyennées pour donner 4 points par seconde pour chaque canal. On obtient ainsi, vingt courbes identifiées chacune par un canal et prêtes à subir encore quelques traitements avant la phase d'interprétation.

3.2.2 Traitement des données aéroportées :

Pour extraire seulement l'information qui nous intéresse, la réponse des conducteurs, on effectue ce qu'on appelle « le traitement », qui constitue une étape très importante avant l'interprétation. Le but du traitement est d'éliminer le bruit ou plutôt de diminuer son importance par rapport au signal utile.

Les données des canaux 1 à 5 (temps-marche) et de 6 à 20 (temps-mort) ont été corrigées en appliquant plusieurs étapes de traitements. En particulier, les réponses issues des bobines réceptrices ont été affectées par plusieurs sources de bruit, ce qui masque la réponse du sous-sol.

Les étapes de traitements appliqués sur les données du champ B ou sur sa dérive $\partial B/\partial t$ sont :

1. les données brutes sont corrigées pour le mouvement de l'oiseau;
2. la sommation : les signaux sont sommés afin d'obtenir 4 réponses par seconde;
3. l'effet des décharges atmosphériques est éliminé en analysant la décroissance après chaque impulsion. Les points qui s'éloignent trop d'une décroissance exponentielle sont enlevés et remplacés par une interpolation;
4. l'élimination de l'effet du champ primaire;
5. fenêtrage des données : le signal est mis sous forme de 20 courbes correspondant chacune à un canal;
6. correction de la dérive du transmetteur;
7. un filtre adaptatif dans le domaine temporel basé sur un opérateur triangulaire est appliqué pour éliminer le bruit résiduel et rehausser les anomalies causées par des conducteurs;
8. rééchantillonnage des canaux des trios composantes X, Y, Z à cinq points par seconde pour synchroniser avec les données magnétiques.

CHAPITRE 4 MODÉLISATION ET INVERSION DES DONNÉES

L'interprétation géophysique en général se divise en deux types de méthodes : l'une est appelée méthode "directe" ou modélisation dans laquelle on calcule la réponse magnétique d'un modèle typique tel un prisme rectangulaire, un cylindre vertical, etc. L'autre méthode dite "inverse", consiste à trouver par optimisation un modèle de paramètres physique dont la réponse calculée va correspondre aux données d'observation. L'optimisation se fait généralement en minimisant la somme des erreurs au carré entre la réponse calculée du modèle et les données réelles.

4.1 Modélisation des données:

Plusieurs méthodes existent pour modéliser les champs électromagnétiques. Chacune de ces méthodes possède ses avantages, ses inconvénients et ses limites d'application. Les méthodes les plus connues sont : analytiques, à équations différentielles, aux différences finies, aux éléments finis et les méthodes hybrides. La résolution directe des équations de l'électromagnétisme correspond aux méthodes analytiques.

Les équations de Maxwell peuvent se résoudre dans le domaine du temps ou dans le domaine des fréquences. La modélisation électromagnétique est basée sur la recherche de solutions aux équations de Maxwell.

Les équations de Maxwell dans le domaine temporel :

$$\nabla \cdot \mathbf{b} = 0 \quad (4.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{d} = \partial \rho / \partial t \quad (4.2)$$

$$\mathbf{d} = \epsilon \mathbf{e} \quad (4.3)$$

$$\nabla \times \mathbf{e} + \partial \mathbf{b} / \partial t = 0 \quad (4.4)$$

$$\mathbf{b} = \mu \mathbf{h} \quad (4.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{h} = \mathbf{j} + \partial \mathbf{b} / \partial t \quad (4.6)$$

$$\mathbf{j} = \mathbf{j}_0 + \sigma \mathbf{e} \quad (4.7)$$

Pour une source électrique :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{e} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{e}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} = - \mu \frac{\partial \mathbf{J}_0}{\partial t} \quad (4.8)$$

Pour une source magnétique :

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{h} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial t^2} + \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t} = - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{m}_0}{\partial t} \quad (4.9)$$

On peut résoudre ces équations directement à travers une procédure appelée *incrément de temps* (“time-stepping”). Ces méthodes sont pratiques mais peuvent engendrer des problèmes d’instabilité numérique. Une faible erreur se produisant aux premiers temps de calcul peut se répercuter sur tout le processus. De plus, certains phénomènes physiques varient selon la fréquence et ne peuvent donc pas être modélisés par ces méthodes. Par conséquent, il est plus courant de résoudre les équations dans le domaine des fréquences et utiliser les transformées de Fourier pour obtenir les champs électromagnétiques dans le domaine du temps.

Les équations de la transformée de Fourier sont données comme suit :

$$b(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} B(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (4.10)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \text{Re}\{B(\omega)\} \cos(\omega t) d\omega \quad (4.11)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \int_0^{+\infty} \text{Im}\{B(\omega)\} \sin(\omega t) d\omega \quad (4.12)$$

Les équations de Maxwell dans le domaine fréquentiel :

$$\nabla \bullet \mathbf{B} = 0 \quad (4.13)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (4.14)$$

$$\nabla \bullet \mathbf{D} = i\omega \rho \quad (4.15)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (4.16)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + i\omega \mu \mathbf{H} = 0 \quad (4.17)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (4.18)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + i\omega \varepsilon \mathbf{E} \quad (4.19)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = -i\omega \mu \mathbf{J}_0 \quad (4.20)$$

$$k^2 = i\omega \mu (\sigma + i\omega \varepsilon) \quad (4.21)$$

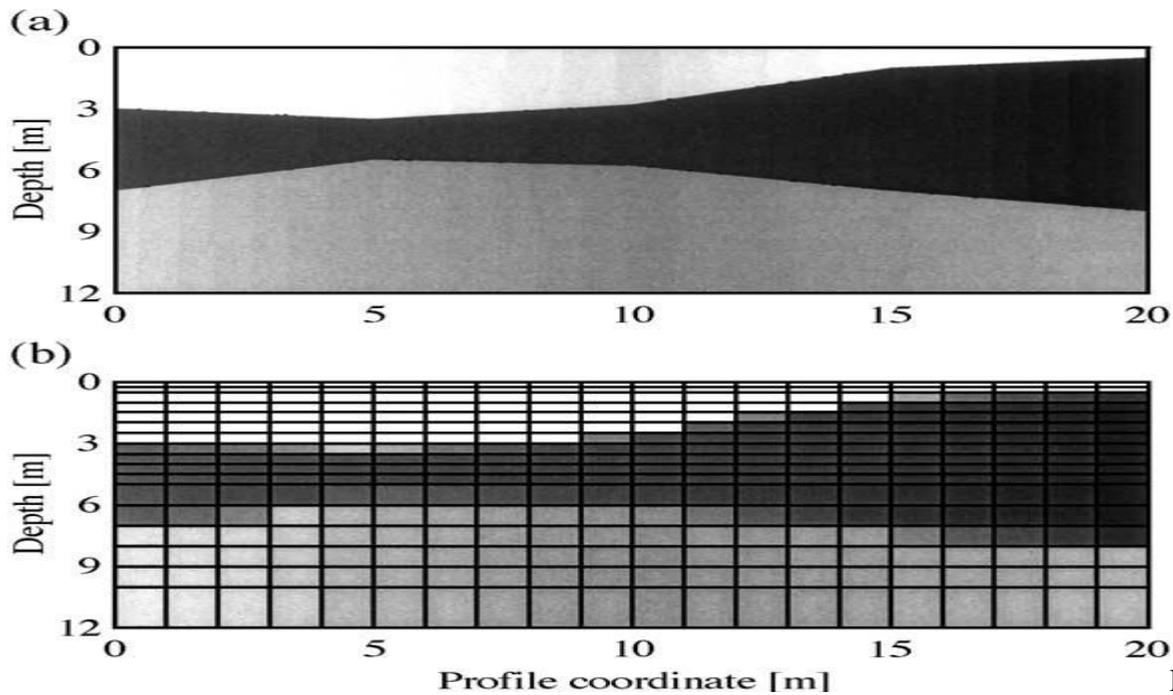
$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = -i\omega \mu \mathbf{M}_0 \quad (4.22)$$

$$\varepsilon = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / (\text{N} \times \text{m}^2)$$

Deux types de solutions peuvent être employées pour la modélisation électromagnétique ; les solutions directes ou les solutions itératives. Les solutions directes utilisent une formulation mathématique pour établir une réponse calculée causée par un modèle donné de paramètres. Elles permettent une solution immédiate de la matrice d'inconnues. Il s'agit d'une méthode stable, très rapide avec plusieurs points de mesures mais très coûteuse en temps de calcul pour de larges matrices (corps complexes ou modèles tridimensionnels). Les méthodes itératives sont moins stables et plus sensibles aux problèmes mal conditionnés. Elles sont particulièrement efficaces avec peu de points de mesure et sont plus rapides que les méthodes directes pour résoudre les larges matrices.

4.1.1 Discrétisation du modèle :

Il est crucial de choisir une procédure de discrétisation qui décrit adéquatement les observations. Cette technique consiste à discrétiser en fines cellules tout le volume de l'environnement à modéliser; l'encaissant comme le conducteur (figure 4-1). Le maillage doit être fait de façon à ce que la cible conductrice demeure loin des extrémités du volume afin d'éviter des effets indésirables causés par ses limites (effets de bouts). Une immense quantité de cellules doit donc être générée ce qui alourdit les calculs. La réponse finale calculée au récepteur passe alors par la résolution de tous les systèmes d'équations électromagnétiques propre à chacune des cellules.



Figure

4-1: Modélisation en utilisant la superposition du modèle (a) sur la grille des différences finies en (b).

Ces systèmes s'écrivent très simplement sous forme matricielle :

$$A X = S_J \quad (4.23)$$

A : est la matrice de rigidité, elle contient des informations sur la géométrie et les paramètres du modèle ainsi que la méthode de modélisation utilisée.

X : est un vecteur composé des valeurs inconnues des champs pour chaque nœud dans le maillage.

S_J : est un vecteur qui contient des informations sur la source à la $j^{\text{ième}}$ position pour chaque nœud dans le maillage.

4.1.2 Méthode des équations intégrales :

$$E(r, \omega) = E_p(r, \omega) + \int \sigma_a(r') \bullet G(r, r', \omega) \cdot E(r, \omega) d^3 r' \quad (4.24)$$

$\sigma_a(r')$ est la conductivité anormale.

On définit G par la fonction de Green, elle est donnée par la relation suivante :

$$G(r, r', \omega) = \frac{e^{-k_* |r-r'|}}{4\pi |r-r'|} \quad (4.25) \quad \text{avec} \quad k_*^2 = -i\omega\mu_0\sigma_* \quad (4.26)$$

On définit σ_* comme la conductivité normale d'un terrain stratifié en l'absence d'hétérogénéité.

La fonction de Green est un opérateur exprimant les relations géométriques en tous points r de l'espace en fonction d'une source de position connue r' . Cet opérateur varie selon le terrain d'étude et des termes doivent être ajoutés afin de résoudre les nombreux types de terrains modélisables. L'opérateur de Green prend compte des frontières géologiques existantes et permet la résolution des équations des champs électromagnétiques.

4.1.3 Méthode des différences finies :

La méthode des différences finies approxime les dérivées des équations par des différences finies entre les cellules.

Cette approximation est justifiable pour de petites distances si l'on juge que de faibles changements de conductivité surviennent entre des cellules adjacentes. On obtient un système d'équations exprimant les valeurs de conductivité en tous points d'une grille rectangulaire.

Voici l'expression de ce système d'équations à résoudre pour un cas bidimensionnel. On a pris comme exemple, le champ électrique.

$$\nabla^2 E + k^2 E = S \quad (4.27)$$

Avec S : est la source ou :

$$d^2 E / dx^2 + d^2 E / dz^2 + k^2 E = S \quad (4.28)$$

$$\text{Avec le nombre d'ondes } k = (-i\omega\mu_0\sigma)^{1/2} \quad (4.29)$$

La résolution de ce système doit se faire en appliquant les différences finies suivantes en tous points $x(i)$, $z(k)$.

$$[(E_{i+1,k} - 2E_{i,k} + E_{i-1,k}) / (2h_i^2)] + [(E_{i,k+1} - 2E_{i,k} + E_{i,k-1}) / (2h_k^2)] + k^2 E_{i,k} = S_{i,k} \quad (4.30)$$

Il faut signaler que les méthodes des différences finies sont restreintes à une grille rectangulaire qui ne permet pas de représenter les géologies les plus complexes. Les méthodes à différences finies sont faciles à comprendre car elles se basent sur des équations mathématiques relativement simples.

4.1.4 Méthode des éléments finis :

Les éléments finis permettent de décrire le champ électromagnétique à l'intérieur d'une cellule j en utilisant une fonction définie pour chaque composante Akin (1982). Cette fonction peut être linéaire, quadratique ou même exponentiellement décroissante aux frontières du domaine.

L'exemple suivant montre le champ représenté par une fonction de forme quadratique. Les coefficients $a(i, j)$ peuvent être écrits en termes de valeurs des huit nœuds indiqués.

$$E(j^{\text{ième}} \text{ cellule}) = a_0 + a_{1j}x^2 + a_{2j}z^2 + a_{3j}x + a_{4j}z + a_{5j}xz + a_{6j}x^2z + a_{7j}xz^2 \quad (4.31)$$

D'une manière générale, on peut écrire :

$$E_k = \sum_{i=1}^{\text{nœud}} N_i e_{i,k} \quad (4.32)$$

E_k est le champ vectoriel dans l'élément k , N_i est la fonction associée au nœud i et $e_{i,k}$ est le champ vectoriel au nœud i de l'élément k .

Il faut noter que les méthodes des éléments finis ont la possibilité de modéliser n'importe quelle forme, car il n'y a pas de restriction sur la disposition géométrique des nœuds.

Le code d'inversion Airbeo utilise la méthode des équations intégrales pour la modélisation des données.

4.1.5 Paramètres de modélisation :

Comme dans toutes modélisations, plusieurs paramètres doivent être entrés afin de modéliser les réponses souhaitées. Pour la modélisation électromagnétique transitoire, il faut entrer les paramètres concernant le courant initial dans le transmetteur, la fréquence d'émission, l'appareil

servant à prendre les mesures, la géométrie et les composantes des récepteurs, les positions de mesure, les temps d'écoute, la lithologie ainsi que l'hétérogénéité.

a) Onde initiale :

L'onde initiale émise par le MEGATEM est de forme demi-sinusoïdale, suivie d'un temps mort pendant lequel les données sont prises à des canaux de temps précis. Le modèle de classification est développé pour une fréquence d'émission de 90 Hz.

b) Transmetteur :

La boucle du MEGATEM est composée de cinq (5) tours d'une boucle carrée de 406 m² d'aire. A cause de l'angle de vol de l'appareil, la boucle n'est pas parfaitement horizontale et un angle de 6° doit être pris en compte pour ne pas fausser les données.

Avec un courant maximal injecté de huit cents Ampères (800 A), un moment dipolaire de $1.625 \times 10^6 \text{ Am}^2$ est produit.

c) Récepteurs :

Trois bobines électromagnétiques servent de récepteurs pour le MEGATEM et permettent de recueillir les dérivées des champs magnétiques dans les trois directions principales. dbx/dt est pris dans la ligne de vol de l'appareil, dby/dt est perpendiculaire à la ligne de vol et dbz/dt est positif vers le bas. Les récepteurs sont situés dans une coquille, appelée l'oiseau, qui est traînée par un câble 120 m derrière et 43 m sous l'avion. Les données du MEGATEM sont exprimées en Nano-Tesla par seconde (nT/s).

d) Lithologie :

En Abitibi, un mort-terrain plus ou moins conducteur est présent au-dessus d'un socle rocheux très résistant. Le mort-terrain, bien que d'épaisseur et de résistivité variables, fut modélisé comme une couche de 10m à 100m d'épaisseur et de 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$ de résistivité. Le mort-terrain est situé au-dessus d'un socle résistant de 7000 $\Omega.m$ à 10000 $\Omega.m$.

4.2 Inversion des données:

En géophysique, le problème inverse se réduit à déterminer un modèle qui minimise l'écart entre les données calculées $f(m)$, $m = (m_1, m_2, \dots, m_p)$ étant le vecteur des p paramètres à estimer et les n observations que l'on appellera $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)$.

En d'autres termes, on souhaite calculer des réponses se rapprochant le plus possible des observations. Cet écart peut s'illustrer par le vecteur erreur :

$$e = d - f(m) \quad (4.13)$$

Soit m_j^0 est l'estimé initial des paramètres m_j , ($j=1, \dots, p$), et f^0 la réponse du modèle initial. Assumant que la réponse du modèle $f(m)$ est une fonction linéaire autour de m^0 de sorte qu'une petite perturbation de la réponse du modèle au voisinage de m^0 peut être représentée par la série de Taylor de premier ordre :

$$f(m) = f(m^0) + \left\{ \sum_{j=1}^p \frac{\partial f_i(m^0)}{\partial m_j} \Big|_{m=m^0} (m_j - m_j^0) \right\}, \quad (4.14)$$

Soit en notation matricielle :

$$f = f^0 + A \cdot \delta m \quad (4.15)$$

$$\text{où } A_{ij} = \frac{\delta f_i}{\delta m_j} \quad (4.16)$$

A est la matrice de sensibilité (ou jacobienne). Les éléments $a_{i,j}$ de la matrice A représentent la contribution du $j^{\text{ème}}$ paramètre de la réponse calculée à la position de la $i^{\text{ème}}$ observation.

$$\text{Et le terme } \delta m = m_j - m_j^0 \quad (4.17)$$

δm est le vecteur de perturbation des paramètres p_j .

En substituant l'expression (4.15) dans l'équation (4.13), l'erreur entre les données observées (d_i) et la réponse du modèle (f) s'écrit :

$$e = d - (f^0 + A \cdot \delta m) \quad (4.18)$$

$$= (d-f^0) - A \cdot \delta m \quad (4.19)$$

$$= g - A \cdot \delta m \quad (4.20)$$

$$\text{avec } g = d - f^0 \quad (4.21)$$

Le vecteur g représente la différence entre les données observées et la réponse du modèle de départ.

Résoudre l'équation linéaire $g - A \cdot \delta m$ revient à déterminer δm en connaissant A et g . Ce problème inverse possède un caractère « mal-posé » qui se manifeste sous deux formes.

- Le problème est surdéterminé vu que $n > p$ et un système surdéterminé a en général une solution optimale au sens des moindres-carrés.
- De plus ce problème est mal conditionné car les équations peuvent être contradictoires en raison des bruits de mesures.

Habituellement, il s'agit de trouver δm tel que $\|g - A \delta m\|$ soit minimum. La solution est alors d'essayer de minimiser la norme des erreurs au carré ($e^T e$) qu'on appelle la fonction objective :

$$\Phi = e^T e = (g - A \cdot \delta m)^T (g - A \cdot \delta m) \quad (4.22)$$

La racine carrée de ce terme divisée par le nombre d'observations est connue sous le nom d'erreur quadratique moyenne ou erreur RMS ("Root Mean Square error").

La minimisation de la fonction Φ implique que $\partial \Phi / \partial m = 0$, ce qui donne la solution de :

$$m = m^0 + (A^T A)^{-1} A^T g \quad (4.23)$$

L'équation 4.23 est connue sous le nom de solution de Gauss-Newton ([Lines and Treitel, 1984](#)). En effet, la matrice A étant généralement mal conditionnée, la matrice $(A^T A)$ l'est plus encore (quasi-singularité).

Pour résoudre ce problème de singularité, [Levenberg \(1944\)](#) a imposé une nouvelle condition qui représente une contrainte additionnelle sur les variations possibles des paramètres. Elle a été développée par la suite par [Marquardt \(1963\)](#). Le principe consiste à effectuer un choix parmi les

solutions plausibles grâce à un opérateur de régularisation λ . Le nouveau problème consiste à trouver δm tel que :

$$\Phi = \|g - A \cdot \delta m\| + \lambda \|\delta m - \delta m_0\| \text{ soit minimum} \quad (4.24)$$

La minimisation de la nouvelle fonction objective Φ donne la nouvelle forme pour l'équation normale :

$$\delta m = (A^T A - \lambda I)^{-1} A^T g \quad (4.25)$$

λ est un facteur d'atténuation (d'amortissement) et dépend du type d'information que l'on souhaite ajouter et I est la matrice identité.

Lorsque λ est petit, $(\lambda \cdot I)$ est négligeable et (4.25) devient équivalent à (4.23).

Lorsque λ est grand, l'équation (4.25) montre que δm est proportionnel à $(-A^T g)$ c'est-à-dire que la solution est similaire à la méthode de la plus grande pente (gradient maximum).

4.2.1 Méthode de décomposition en valeurs singulière SVD :

Le programme Airbeo utilisé dans cette étude pour l'inversion des données électromagnétiques aéroportées utilise la méthode de décomposition en valeurs singulière SVD qui utilise la technique des paramètres amortis de (Jupp and Vossoff 1975, Chen and Raiche 1998). Cette méthode consiste à factoriser la matrice A en un produit de trois autres matrices :

$A = U \Lambda V^T$ (4.26) avec $U_{n \times p}$ et $V_{n \times p}$ sont respectivement les matrices de vecteurs propres des données et des paramètres et $\Lambda_{p \times p}$ une matrice diagonale qui contient le maximum de valeurs propres r non nulles de la matrice A , avec $r \leq p$ les éléments de la matrice Λ ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) sont appelées les valeurs singulières de la matrice A . Cette factorisation est connue sous le nom de décomposition en valeurs singulières de A (Lanczos, 1961).

La méthode **SVD** est très populaire chez les géophysiciens pour analyser les données, elle est considérée comme une technique robuste et stable.

La solution aux moindres carrés d'un problème inverse sous forme de $g = A \cdot \delta m$ peut s'écrire :

$$\delta \mathbf{m} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{g} \quad (4.26)$$

En utilisant la méthode SVD on pourra écrire la matrice \mathbf{A}^T comme suit :

$$\mathbf{A}^T = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T \quad (4.27)$$

Il faut savoir que la méthode SVD est utilisée sur une matrice carrée.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} \mathbf{V}^T = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^2 \mathbf{V}^T \quad (4.28)$$

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I} \quad (4.29)$$

$$\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{I} \quad (4.30)$$

Avec \mathbf{I} = Identité.

L'inverse de la matrice $(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}$ est simple et égal à $\mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^{-2} \mathbf{V}^T$

L'inverse généralisé est donné par la formule suivante :

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^{-2} \mathbf{V}^T \mathbf{V} \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}^T = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{U}^T \quad (4.31)$$

La solution par moindres carrés est donnée comme suit :

$$\delta \mathbf{m} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{d} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{g} \quad (4.32)$$

$$\text{ou simplement } \delta \mathbf{m} = (\mathbf{V} / \mathbf{\Lambda}) (\mathbf{U}^T \mathbf{g}) \quad (4.33)$$

Avec $\delta \mathbf{m}$ un vecteur, $(\mathbf{V} / \mathbf{\Lambda})$ une matrice et $(\mathbf{U}^T \mathbf{g})$ un vecteur.

Pour amortir les valeurs des paramètres estimés, on peut ajouter simplement un facteur λ aux valeurs propres. La matrice diagonale s'écrira comme suit :

$$\mathbf{\Lambda}^{-1}_{\text{amorti}} = \mathbf{\Lambda} / (\mathbf{\Lambda} + \lambda)^2 \quad (4.34)$$

La solution est donnée par la formule suivante:

$$\delta \mathbf{m}_{\text{amorti}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A} + \lambda^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{g} = (\mathbf{V} \mathbf{\Lambda}^{-1}_{\text{amorti}}) (\mathbf{U}^T \mathbf{g}) \quad (4.35)$$

4.2.2 Inversion en utilisant les informations a priori :

La majorité des problèmes inverses présentent l'inconvénient d'avoir une multitude de solutions (non unicité). On peut trouver de nombreux modèles dont la réponse correspond parfaitement aux

données observées mais malheureusement ils peuvent être non réalistes. Par conséquent, on peut incorporer des informations géologiques où des données des forages dans notre modèle, ces informations vont aider à la vraisemblance de notre solution et peuvent être introduites mathématiquement comme suit :

$$Dm = h \quad (4.36)$$

Avec D : matrice diagonale, h = vecteur qui contient les valeurs a priori.

Le but est de minimiser la fonction objective Φ .

$$\Phi = (g - Am)^T (g - Am) + \lambda^2 (Dm - h)^T (Dm - h) \quad (4.37)$$

Avec λ : multiplicateur de Lagrange et $D=I$ =Identité.

La solution de cette équation est :

$$\delta m = (A^T A + \lambda^2 I)^{-1} (A^T g + \lambda^2 h) \quad (4.38)$$

4.2.3 Description du programme d'inversion des données EM aéroportés (Airbeo) :

Airbeo est un programme d'inversion des données EM aéroportés 1D développé par CSIRO (Chen and Raiche, 1998). Il permet d'ajuster un modèle de couches aux données dans les domaines du temps ou de la fréquence. La ligne de vol est discrétisée en stations, un modèle de couches est calculé pour chaque station. Dans le domaine du temps, l'utilisateur peut inverser selon :

- la composante verticale Z;
- la composante horizontale X;
- les deux composantes;
- la composante totale.

Le programme Airbeo permet l'inversion des données EM basé sur un modèle stratifié en intégrant plusieurs contraintes sur les épaisseurs et sur les résistivités.

4.2.4 Description du modèle :

L'utilisateur peut exprimer le modèle en termes d'épaisseur de couches ou en termes de profondeur à la base de chaque couche. La lithologie des couches est composée de la résistivité, la constante diélectrique relative et la perméabilité magnétique relative. Le programme Airbeo fait l'inversion pour l'obtention de la résistivité, l'épaisseur des couches ou la profondeur. Les autres paramètres lithologiques ne varient pas au cours de l'inversion.

4.2.4.1 Système :

Airbeo peut être utilisé pour modéliser n'importe quel système EM existant en domaine du temps ou de fréquence. L'émetteur est modélisé comme un dipôle magnétique dont l'axe est dans le plan vertical le long de la trajectoire du vol.

4.2.4.2 Convention des réponses:

Si l'utilisateur spécifie que le signal enregistré au niveau du récepteur est celui du champ B, le programme va supposer que le champ magnétique va commencer à zéro à une valeur faible et s'élever à un point positif max avant de revenir à zéro. Dans le cas où l'utilisateur spécifie que le signal au niveau du récepteur est dB/dt , le programme suppose que la réponse sera portée à un max positif, suivi d'un max négatif avant d'osciller autour de zéro pour des petites amplitudes.

4.2.5 Description du programme d'inversion des données EM au sol (EM1DINV) :

Pour vérifier la fiabilité des résultats d'inversion des données aéroportées, un sondage EM au sol aux alentours du forage RO-201 a été effectué. Ce dernier a été déjà couvert par la campagne EM aéroportée MEGATEM. Le programme utilisé pour l'inversion des données électromagnétiques est EM1DINV développé par l'université d'Aarhus (Danemark). EM1DINV est un programme 1D, qui permet une modélisation dans le domaine temporel ou fréquentiel. L'inversion des données est réalisée par une approche itérative au sens des moindres carrés.

CHAPITRE 5 MÉTHODES DE LA GÉOSTATISTIQUE

La géostatistique se réfère aux méthodes d'analyse probabiliste pour étudier des phénomènes corrélés dans l'espace appelés phénomènes régionalisés. A ce titre elle fournit différents outils pour répondre au problème posé par la cartographie du mort terrain de l'Abitibi. Une variable régionalisée quantifie des grandeurs mesurées sur l'espace géographique. L'espace dans lequel cette variable prend ses valeurs est appelé champ.

Exemple de variable régionalisée : la profondeur du mort terrain, mesurée par des levés électromagnétiques aéroportés dans une zone géographique située au Nord –Ouest de l'Abitibi.

Exemple de champ : la zone géographique située au Nord –Ouest de l'Abitibi.

La méthode géostatistique utilisée dans cette étude est le krigeage et plus précisément le cokrigeage. La différence entre le krigeage et le cokrigeage est que le krigeage utilise une seule variable aléatoire tandis que le cokrigeage utilise deux variables aléatoires ou plus. Il est à signaler que dans le cas de ce projet, deux variables sont utilisées à savoir l'épaisseur du mort-terrain au niveau des forages comme variable primaire et la conductance (produit conductivité épaisseur) estimée par inversion comme variable secondaire.

5.1 Principe théorique du krigeage :

Le krigeage est une méthode d'interpolation spatiale. Les travaux de l'ingénieur minier sud-africain (Krigé, 1951) sont précurseurs de la méthode. Cependant, le terme *krigeage* et le formalisme de cette méthode sont dus au français (Matheron, 1962, 1963a,b), qui en a aussi assuré le développement au Centre de Géostatistique de l'École des Mines de Paris. En fait, les fondements de la méthode ont été développés parallèlement par d'autres chercheurs, notamment le météorologue (Gandin, 1963) de l'ex-URSS, mais c'est aujourd'hui sous la terminologie proposée par Matheron qu'elle est la plus connue (Cressie, 1990).

L'idée de base du krigeage est de prévoir la valeur de la variable régionalisée étudiée en un site non échantillonné par une combinaison linéaire de données ponctuelles adjacentes. En se basant sur un champ de mesure d'une variable aléatoire Z , on peut calculer une estimation de cette variable en n'importe quel point de ce champ. L'estimateur du krigeage est de la forme :

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^p \lambda_i Z(x_i) \quad (5.1)$$

$Z^*(x_0)$ est une estimation de Z au point x_0 , λ_i est le poids affecté à la valeur de Z au point x_i , et p est le nombre total des points de mesure de la variable Z .

La variable Z est considérée comme une fonction aléatoire, et les mesures de cette variable sont une réalisation particulière. La fonction aléatoire n'est pas connue mais on peut reconstituer ces moments. Pour étudier cette fonction aléatoire, nous devons introduire certaines hypothèses :

a) Stationnarité du second ordre :

Une fonction aléatoire $Z(x)$ est stationnaire du 2^{ième} ordre quand l'espérance mathématique existe et ne dépend pas du point x , et que la covariance entre chaque paire $(Z(x+h), Z(x))$ existe et ne dépend que de h (distance).

- L'espérance mathématique ne dépend pas de x : $\forall x, E(Z(x)) = m$ constante indépendante de x .

- La covariance entre $Z(x)$ et $Z(x+h)$ ne dépend que de h :

$\forall x, x+h, \text{cov}(Z(x+h), Z(x)) = C(h)$ ne dépend que de h et non de x , $C(h)$ est appelé fonction de covariance ou covariogramme.

- La variance existe en tout site x et est une constante indépendante du site x :

$\forall x, \text{Var}(Z(x)) = \text{cov}(Z(x), Z(x)) = C(0) = \text{constante}$

- Le covariogramme et le variogramme sont liés :

$\forall x, x+h, \text{var}(Z(x+h) - Z(x)) / 2 = g(h) = C(0) - C(h)$

b) L'hypothèse intrinsèque :

On dit qu'une fonction aléatoire $Z(s)$ est intrinsèque quand ses accroissements $Z(x+h) - Z(x)$ sont stationnaires d'ordre 2. C'est-à-dire que

- L'espérance des écarts est zéro : $E(Z(x+h) - Z(x)) = 0 \quad \forall x \text{ et } h \text{ fixe}$

- La variance des écarts ne dépend que de h : $\text{var}(Z(x+h) - Z(x)) = E[(Z(x+h) - Z(x))^2] = 2 \gamma(h)$

Cette hypothèse permet de dire que la variabilité entre les valeurs prises en deux points différents ne dépend que de h (la distance entre ces points).

5.2 Définition du variogramme:

Le variogramme de la fonction aléatoire intrinsèque Z s'écrit :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2}E[(Z(x+h)-Z(x))^2] \quad (5.11)$$

Cette fonction peut être estimée à partir des couples de points d'une réalisation. Pour des couples distants de h , nous pouvons faire l'estimation de la fonction de structure, ce qui nous permet de construire le variogramme expérimental basé sur la formulation suivante :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2 \times N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i + h) - Z(x_i)]^2 \quad (5.12)$$

$N(h)$ est le nombre de couples distants de h .

Dans la pratique, on dispose d'un réseau de mesure fini, ce qui limitera le nombre de paires pour une distance h précise. Pour éviter cela, on construit autour d'une distance h une classe $h+\Delta h$ qui permet d'avoir un nombre minimal de paires.

5.2.1 Différents comportements d'un variogramme expérimental :

Dans un variogramme expérimental, on distingue deux comportements, le premier est à l'origine et le deuxième à l'infini.

A l'origine, nous pouvons observer un comportement continu de type parabolique ou linéaire, ou un autre discontinu avec un effet de pépité ou pépité pure (figure 5-1). La pépité est due à des erreurs de mesure ou bien à un phénomène micro-régional à une échelle très inférieure au pas de distance étudié. Un effet de pépité pur montre que la variable n'a pas de structure spatiale.

Le variogramme est une fonction de h , croissante et souvent caractérisé par trois paramètres :

- Effet pépité : C_0
- Palier : $C+C_0$
- Portée : a

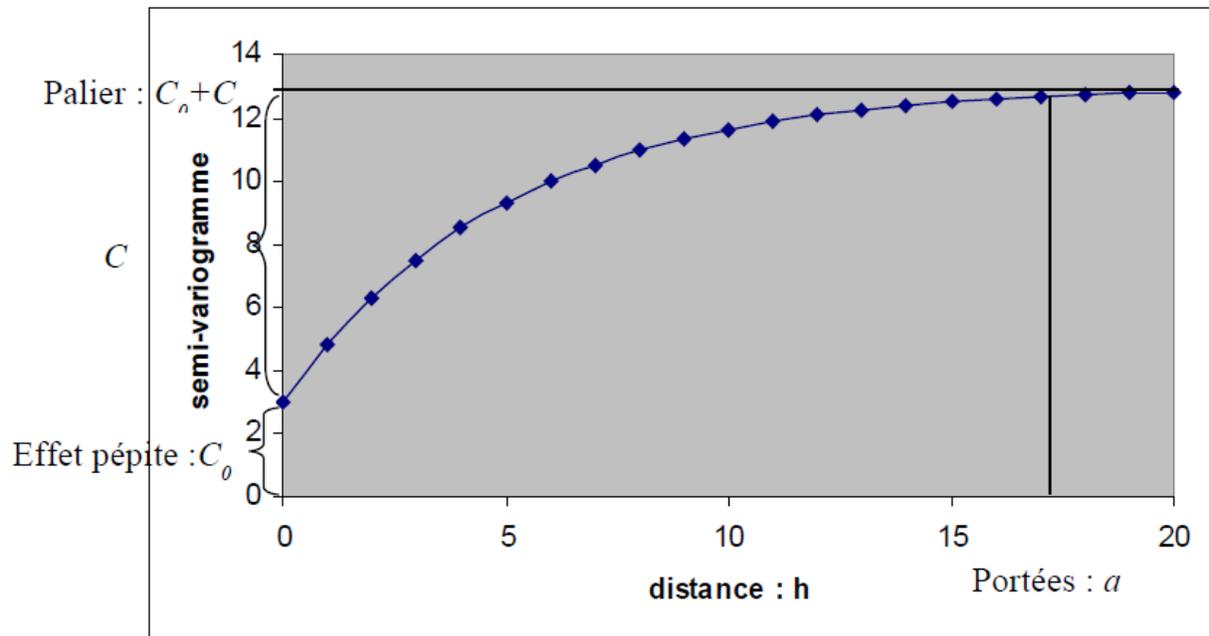


Figure 5-1: Exemple d'un variogramme expérimental.

- a) **Effet de pépité** : le comportement à l'origine du variogramme reflète le degré de régularité spatiale de la variable régionalisée. Si le variogramme présente un saut abrupt à l'origine (effet de pépité), cela indique une absence partielle de corrélation entre les valeurs prises en deux sites très proches. C'est-à-dire qu'il y a une faible ressemblance entre les valeurs régionalisées très voisines.
- b) **Palier** : valeur du variogramme pour la distance égale à la portée
- c) **Portée** : distance où deux observations ne se ressemblent plus du tout. Leur covariance est nulle.

La covariance mesure la ressemblance entre les valeurs en fonction de leur éloignement alors que le variogramme mesure la dissemblance entre les valeurs en fonction de leur éloignement.

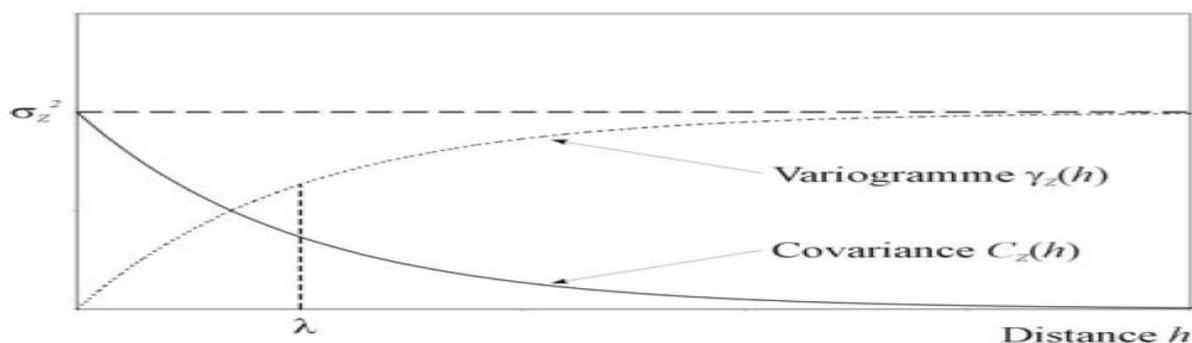


Figure 5-2: Covariance et variogramme exponentiel.

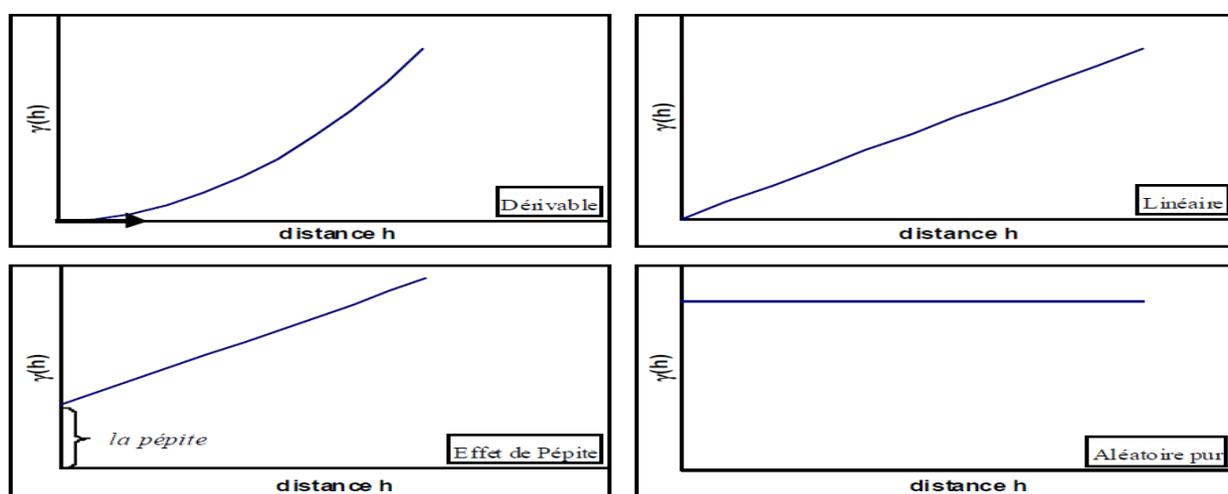


Figure 5-3: Comportements à l'origine d'un variogramme.

Le comportement à l'infini est défini par un variogramme borné ou non borné. Le variogramme borné devient constant au-delà d'une distance de décorrélation (corrélation nulle) appelée portée, cette constante correspond à la variance de la variable Z appelée palier. Dans le cas d'un variogramme non borné, la variable n'est pas stationnaire d'ordre 2.

5.2.2 Principaux modèles de variogrammes :

A partir d'un variogramme empirique, on essaie de caler une fonction qui sera le modèle ajusté. Ce modèle sera utilisé dans l'interpolation. On dispose de nombreux modèles pratiques à l'ajustement, mais on distingue 4 principaux modèles, à savoir le sphérique, l'exponentiel, le gaussien et puissance (figure 5-4) :

On peut citer 5 autres modèles courants: le circulaire, le périodique, logarithmique, pentasphérique et le modèle de Bessel.

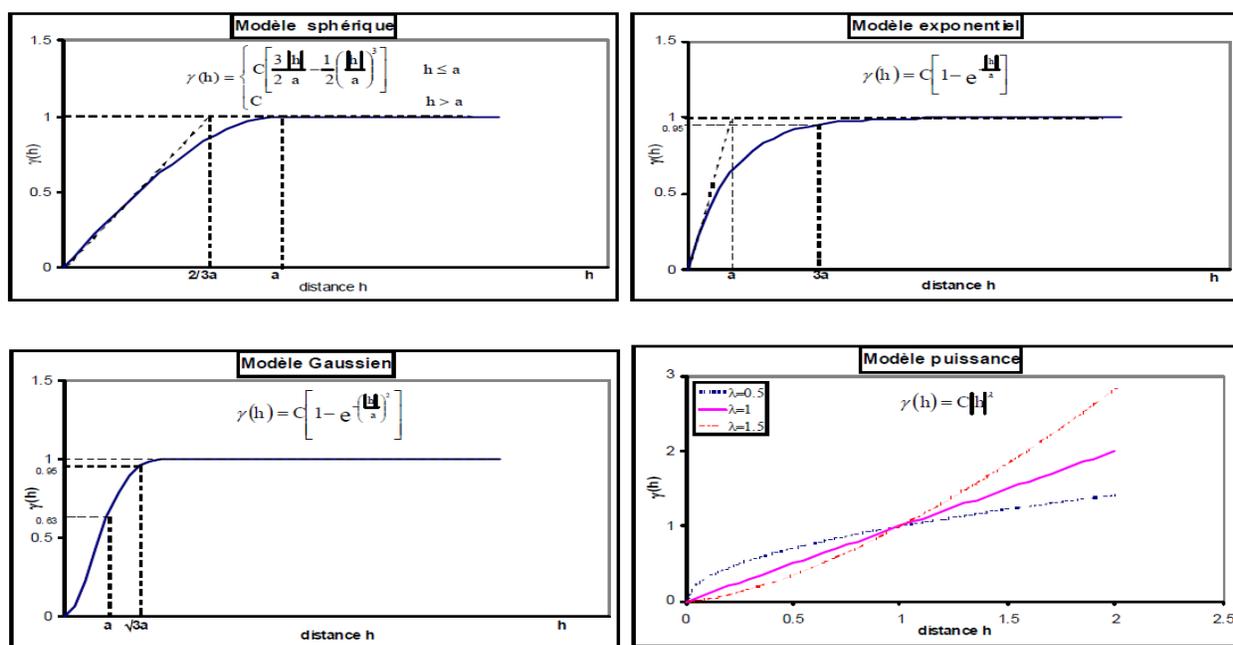


Figure 5-4: Principaux modèles de variogramme.

5.3 Principe théorique du cokrigage:

Le cokrigage est une technique d'estimation simultanée de deux ou plusieurs variables régionalisées, corrélées entre elles. C'est une extension du krigeage lorsque plusieurs variables régionalisées sont disponibles. Ces variables peuvent être ou ne pas être connues aux mêmes points de mesure, appelées alors respectivement variables isotopiques ou hétérotopiques. Le cokrigage est un moyen d'améliorer l'estimation de la variable étudiée par l'apport de variables auxiliaires mieux échantillonnées.

Dans cette étude deux variables ont été utilisées, une est identifiée comme principale ou prioritaire Z (donnée du puits) et une autre variable dite secondaire Y (donnée inversée). Le cokrigage permet d'utiliser l'information de la variable secondaire pour améliorer l'estimation de la variable principale.

Il y a deux type de cokrigage à savoir le cokrigage simple (les moyennes m_z et m_y des variables Z et Y sont connues) et le cokrigage ordinaire (les moyennes m_z et m_y des variables Z et Y ne sont pas connues). Il faut savoir que le cokrigage ordinaire est le plus souvent utilisé.

5.3.1 Cokrigage ordinaire:

Le cokrigage ordinaire est l'outil utilisé dans notre projet. Il est nécessaire d'avoir au moins une observation de la variable principale et 2 observations de la variable secondaire pour effectuer le cokrigage ordinaire.

L'estimateur est une combinaison linéaire de poids, λ et α , avec les données de deux variables situés à des points d'échantillonnage dans le voisinage du point x_0 .

$$Z_0^* = \sum_{i=1}^p \lambda_i Z_i + \sum_{l=1}^m \alpha_l Y_l \quad (5.2)$$

Pour ne pas biaiser l'estimation on pose :

$$\sum_{i=1}^p \lambda_i = 1 \quad \text{et} \quad \sum_{l=1}^m \alpha_l = 0 \quad (5.3)$$

Z_0^* est l'épaisseur estimée en x_0 , Z est l'épaisseur mesurée en x_i et Y est la conductance estimée par inversion en x_l . λ_i et α_l sont les poids attribués aux valeurs de Z_i et Y_l .

L'indice '0' indique que l'estimation est réalisée au point x_0 , est omis. Il est cependant évident que les poids varieront en fonction du point x_0 pour lequel l'estimation est réalisée.

Le cokrigage s'obtient en minimisant la variance de l'erreur d'estimation donnée par :

$$\sigma^2 = E[(Z_0 - \sum_{i=1}^p \lambda_i Z_i - \sum_{l=1}^m \alpha_l Y_l)^2] \quad (5.4)$$

Sous réserve que celle-ci est bien une combinaison linéaire autorisée, respectant la condition (5.3). Cela conduit à un système linéaire à résoudre pour λ_i et α_l en chaque endroit où la variance doit être estimée, impliquant le calcul des covariances et covariances croisées.

La covariance peut être estimée par le variogramme décrit ci-dessous. La méthode des multiplicateurs de Lagrange (Demarsily, 1986) est utilisée pour minimiser la fonction objective pour ces deux contraintes et donner l'estimation de la variable à tout point x_0 . Cependant le but du cokrigage est de déterminer les poids λ_i et α_l en exploitant des informations préalables relatives à la variabilité spatiale des variables considérées.

La variance de l'erreur d'estimation s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{var}(Z_0, Z_0^*) = & \text{var}(Z_0) + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^p \lambda_i \lambda_j \cdot \text{cov}(Z_i, Z_j) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_i \alpha_j \cdot \text{cov}(Y_i, Y_j) + 2 \\ & \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^m \lambda_i \alpha_j \cdot \text{cov}(Z_i, Y_j) - 2 \sum_{i=1}^p \lambda_i \cdot \text{cov}(Z_0, Z_i) - 2 \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot \text{cov}(Z_0, Y_i) \end{aligned} \quad (5.5)$$

En ajoutant des multiplicateurs de Lagrange pour ne pas baisser l'estimation on pourra écrire :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^p \lambda_i \text{cov}(Z_i, Z_j) + \sum_{i=1}^m \alpha_i \text{cov}(Z_i, Y_j) + \mu_1 = \text{cov}(Z_0, Z_j), \quad \forall j=1, \dots, p \\ \sum_{i=1}^p \lambda_i \text{cov}(Y_i, Z_j) + \sum_{i=1}^m \alpha_i \text{cov}(Y_i, Y_j) + \mu_2 = \text{cov}(Z_0, Y_j), \quad \forall j=1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^p \lambda_i = 1 \text{ et } \sum_{i=1}^m \alpha_i = 0 \\ \text{où } \mu_1, \mu_2 \text{ sont les multiplicateurs de Lagrange.} \end{array} \right. \quad (5.6)$$

L'équation (5.6) peut s'écrire sous une autre forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^p \lambda_i \gamma_{ij}^1 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \gamma_{ij}^{12} + \mu_1 = \gamma_{0j}^1, \quad \forall j=1, \dots, p \\ \sum_{i=1}^p \lambda_i \gamma_{ij}^{12} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \gamma_{ij}^2 + \mu_2 = \gamma_{0j}^{12}, \quad \forall j=1, \dots, m \\ \sum_{i=1}^p \lambda_i = 1 \text{ et } \sum_{i=1}^m \alpha_i = 0 \end{array} \right. \quad (5.7)$$

avec γ^1 et γ^2 , respectivement les variogrammes des variables Z_i et Y_i ;

γ^{12} , le variogramme croisé de Z_i et Y_i , défini comme suit :

$$\gamma^{12}(\mathbf{h}) = \frac{1}{2} \mathbf{E} \{ [(Z(x_0 + \mathbf{h}) - Z(x_0)) [(Y(x_0 + \mathbf{h}) - Y(x_0))] \} \quad (5.8)$$

Le variogramme croisé mesure la covariance entre deux variables différentes en fonction du vecteur de distance entre les points où ces variables sont définies.

Substituons (5.6) dans (5.5) on aura :

$$\sigma_{\text{ck}}^2 = \text{var}(Z_0) - \sum_{i=1}^p \lambda_i \text{cov}(Z_0, Z_i) - \sum_{i=1}^m \alpha_i \text{cov}(Z_0, Y_i) - \mu_1 \quad (5.9)$$

Ce système s'écrit très simplement sous forme matricielle :

$$K\lambda=k \quad (5.10)$$

$$\sigma_{ck}^2 = \text{var}(Z_0) - \lambda'k \quad (5.11)$$

où la matrice K de taille $(p+m+2) \times (p+m+2)$ contient toutes les covariances des points d'observation pour les 2 variables, le vecteur k $(p+m+2)$ contient toutes les covariances entre le point à estimer et les points de données pour les 2 variables.

On peut représenter le cokrigage ordinaire par le système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} K_{zz} & K_{zy} & 1 & 0 \\ K_{yz} & K_{yy} & 1 & 0 \\ 1' & 0' & 0 & 0 \\ 0' & 1' & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \alpha \\ \mu_z \\ \mu_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{zz} \\ k_{yz} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

K_{zz} est $(p \times p)$; K_{zy} est $(p \times m)$; K_{yz} est $(m \times p)$; K_{yy} est $(m \times m)$; k_{zz} est $(p \times 1)$; k_{yz} est $(m \times 1)$.

Les matrices de cokrigage sont toujours symétriques $\Rightarrow K_{zy} = K'_{yz}$, Toutefois, les fonctions de covariances croisées, elles, ne sont pas nécessairement symétriques, en effet :

$C_{zy}(h) = \text{Cov}(Z(x), Y(x+h)) = \text{Cov}(Y(x+h), Z(x)) = C_{yz}(-h)$ mais, en général :

$C_{zy}(h) = \text{Cov}(Z(x), Y(x+h)) \neq \text{Cov}(Y(x), Z(x+h)) = C_{yz}(h) = C_{zy}(-h)$

La fonction la plus utilisée en géostatistique pour décrire la continuité spatiale est le variogramme. La continuité spatiale est réalisée lorsque les valeurs prises entre deux sites proches l'un de l'autre sont similaires.

Le cokrigage simple est représenté dans l'annexe B.

Un outil important pour vérifier la performance du cokrigage est la validation croisée. Elle consiste à estimer la valeur par cokrigage à une position dont on connaît la valeur vraie en excluant cette valeur de l'estimation au départ. Si la différence entre les données mesurées et calculées est faible, alors, le cokrigage fonctionne bien.

CHAPITRE 6 APPLICATION SUR DES DONNÉES SYNTHÉTIQUES ET RÉELLES

Dans ce chapitre, nous présentons les résultats d'inversions et de cokrigeage obtenus sur des données synthétiques et réelles en utilisant les différents codes.

6.1 Application sur des données synthétiques :

Le but principal est de tester la robustesse des codes utilisés dans le cadre de ce mémoire pour inverser des données EM, d'explorer la capacité et les limites des programmes à retrouver les paramètres géométriques et physiques et, surtout, de déterminer l'épaisseur du mort terrain de la région d'étude.

Ces codes ont été appliqués sur des données synthétiques. Au total, 24 points de mesures ont été utilisés.

Deux modèles à deux couches ont été choisis, le premier est constitué d'une couche supérieure ou l'épaisseur varie entre 10 à 100 m avec une résistivité constante de 30 $\Omega.m$. Le deuxième modèle est constitué d'une couche supérieure où l'épaisseur varie entre 10 à 100 m avec une résistivité qui varie entre 10 à 100 $\Omega.m$. La couche inférieure pour les deux modèles a une résistivité de 10000 $\Omega.m$ pour mieux représenter le caractère résistif du socle (figure 6-1 et 6-2). Les valeurs de résistivité et épaisseur ont été choisies en tenant compte des mesures faites par les études précédentes (Palacky, 1989).

Nous avons utilisé deux types d'inversion :

La première est une inversion classique et la deuxième est une inversion en introduisant des contraintes d'inégalité sur les épaisseurs et sur les résistivités. *Les contraintes d'inégalité sont introduites dans le programme d'inversion Airbeo de telle sorte que l'épaisseur et la résistivité du mort terrain devraient être situées respectivement dans des intervalles de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$.*

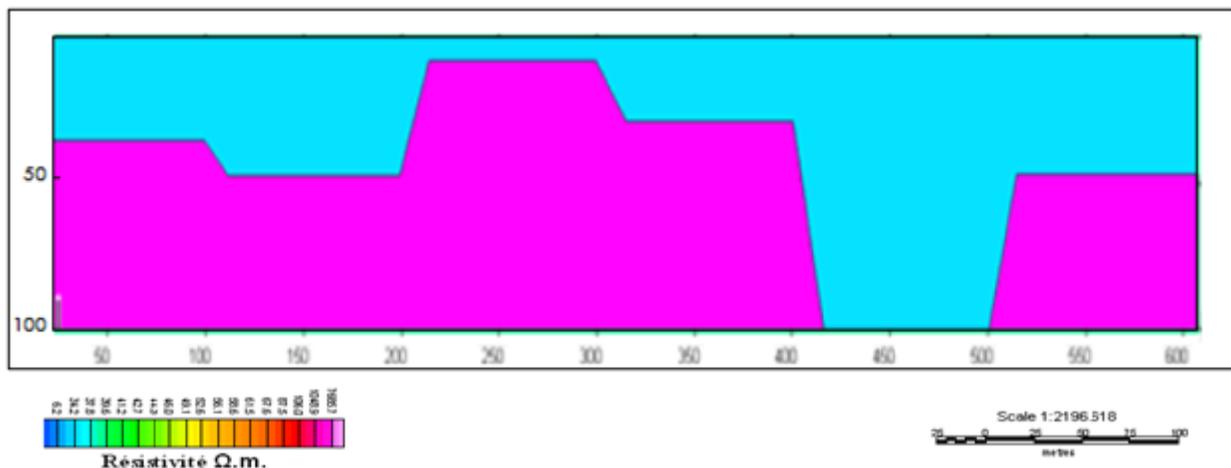


Figure 6-1: Modèle#1 l'épaisseur varie entre 10 à 100 m avec une résistivité constante égale à 30 $\Omega.m$.

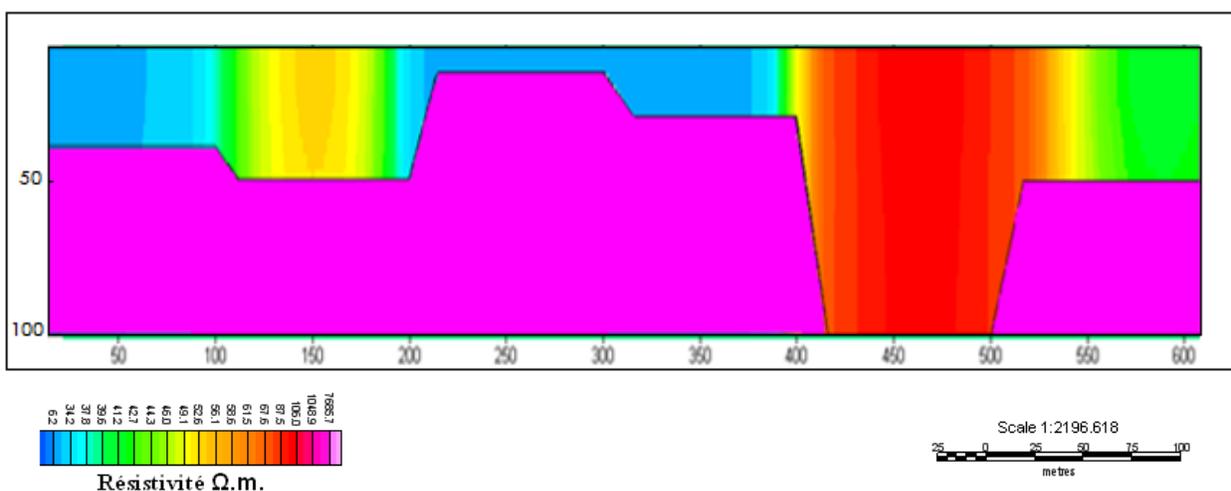


Figure 6-2: Modèle#2 l'épaisseur varie entre 10 à 100 m et la résistivité varie entre 10 à 100 $\Omega.m$.

Les résultats de l'inversion dépendent essentiellement du choix du modèle initial ainsi que de l'information a priori pour effectuer le calcul des paramètres du modèle. Pour cela, un modèle initial à deux couches a été utilisé avec une résistivité de la première couche de 15 $\Omega.m$ et une épaisseur de 50 m et la résistivité de la deuxième couche est de 7000 $\Omega.m$.

En ce qui concerne le cokrigage, le programme de D Marcotte a été utilisé. Pour l'ajustement des covariogrammes, le programme Easy krig (Chu, 2004) nous permet d'ajuster manuellement les variogrammes.

Dans notre étude, on a utilisé deux variables pour le cokrigeage. La variable primaire est l'épaisseur au niveau des puits et la variable secondaire est la conductance calculée par inversion. Pour cela, plusieurs scénarios ont été générés en fonction de la localisation des puits.

Nous avons choisi de prendre la conductance comme variable secondaire au lieu de l'épaisseur parce que la conductance obtenue par inversion sans contraintes ou avec contraintes nous a permis de reproduire très bien la conductance réelle (figures 6-7 et 6-9).

6.1.1 Test de bruit appliqué sur les données EM aéroportées :

Le but principal de l'introduction de bruit est de tester la robustesse des codes développés pour inverser les données EM aéroportées. Ce test de bruit est intéressant du fait que les données de terrain sont toujours bruitées et par conséquent, inclure le bruit dans le calcul représente un vrai test de performance pour le programme d'inversion.

Pour étudier l'impact du bruit sur la fiabilité et la précision de la méthode d'inversion Airbeo, les données EM aéroportées d'un Modèle constitué d'un mort-terrain d'une épaisseur de 10 m et une résistivité de 30 Ω .m ont été contaminées par un bruit de distribution gaussienne avec un écart type de 1%, 3%, 5% et 10% du maximum de la valeur absolue des données du champ magnétique secondaire (figure 6-3).

Nous avons constaté que la technique d'inversion est sensible à un niveau de bruit à partir d'un écart type de 5% avec des conductances mal estimées. Pour les autres niveaux de bruits (1% et 3%), on remarque qu'ils montrent peu d'effets sur les estimés de conductance.

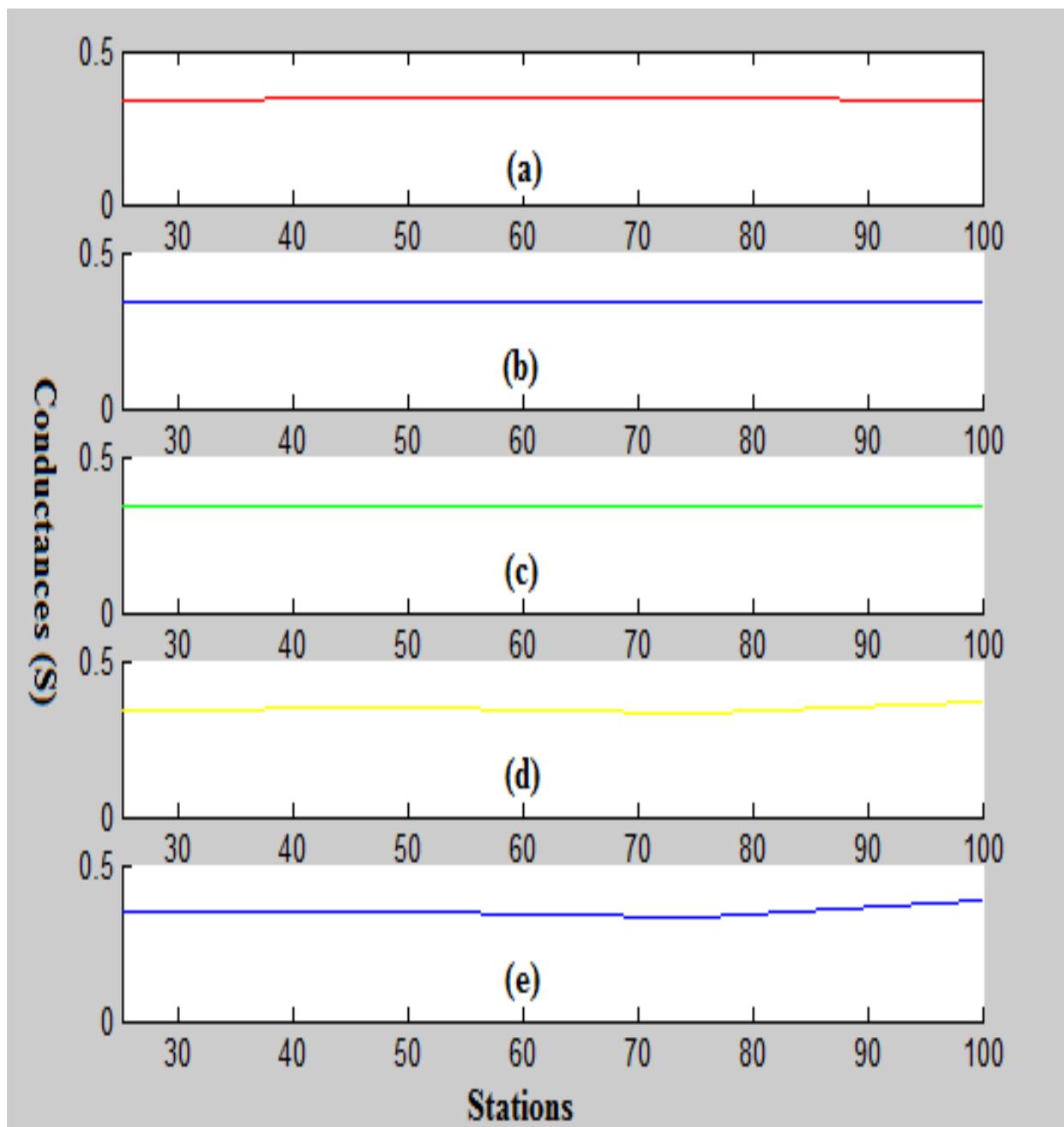


Figure 6-3: Résultats d'inversion : (a) Sans bruit, (b) En ajoutant 1% de bruit, (c) En ajoutant 3% de bruit, (d) En ajoutant 5% de bruit, (e) En ajoutant 10% de bruit.

Les réponses MEGATEM calculées respectivement pour le modèle#1 et le modèle#2 sont montrées par les figures suivantes:

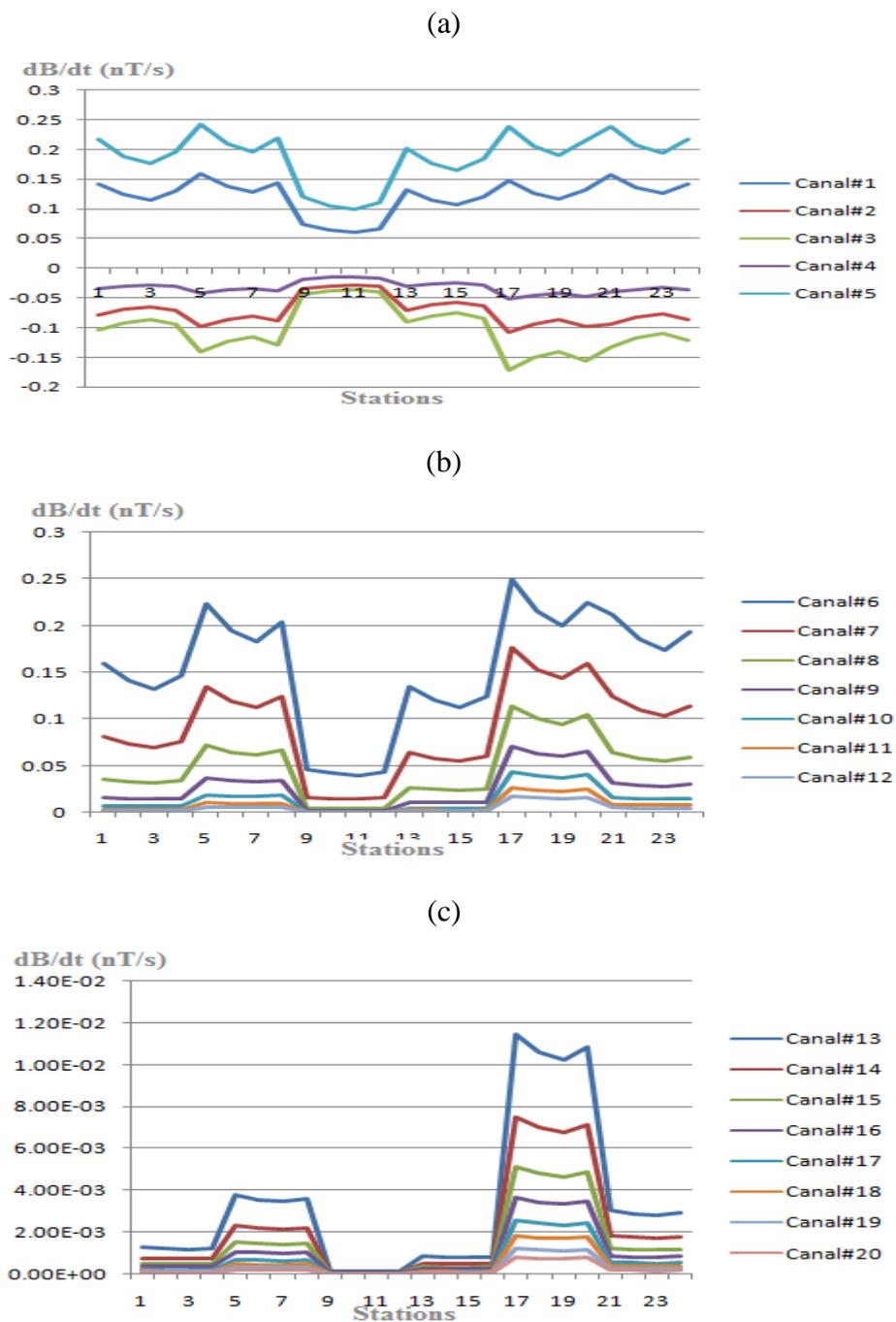
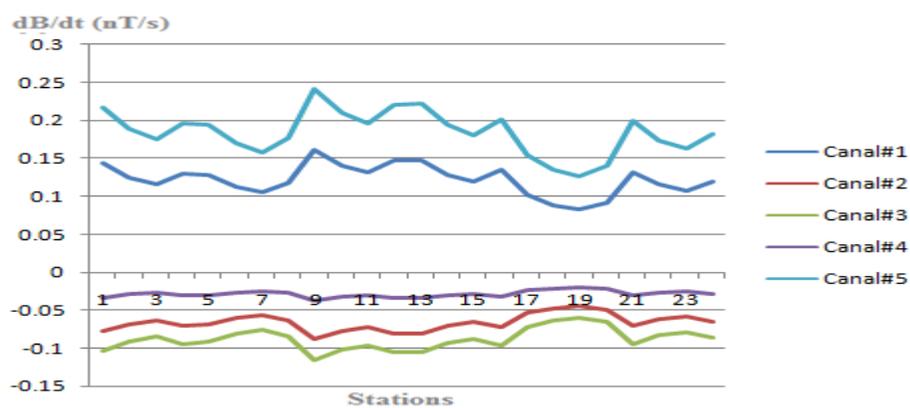
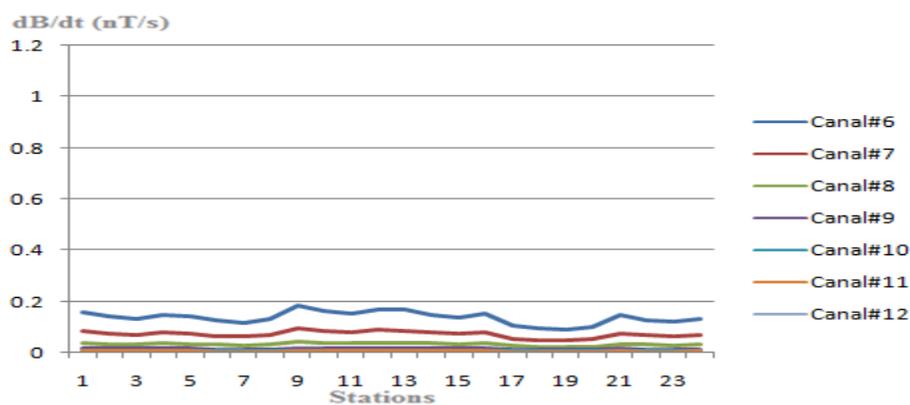


Figure 6-4: Réponse MEGATEM calculée pour le modèle#1: (a) Temps-marche (canal#1 à #5), (b) Temps-mort (canal#6 à #12), (c) Temps-mort (canal#13 à #20).

(a)



(b)



(c)

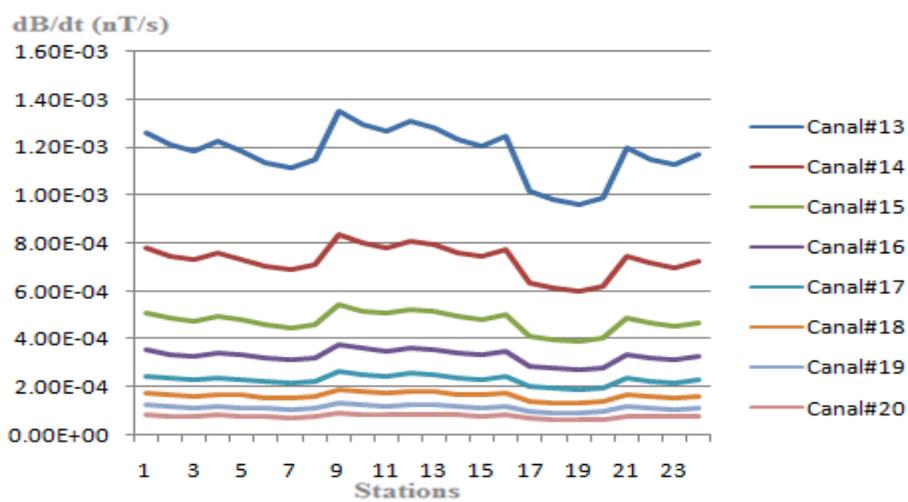


Figure 6-5: Réponse MEGATEM calculée pour le modèle#2: (a) Temps-marche (canal#1 à #5), (b) Temps-mort (canal#6 à #12), (c) Temps-mort (canal#13 à #20).

6.1.2 Inversion des données :

6.1.2.1 Inversion des données (Modèle#1) :

a) Inversion des données (en termes d'épaisseurs) :

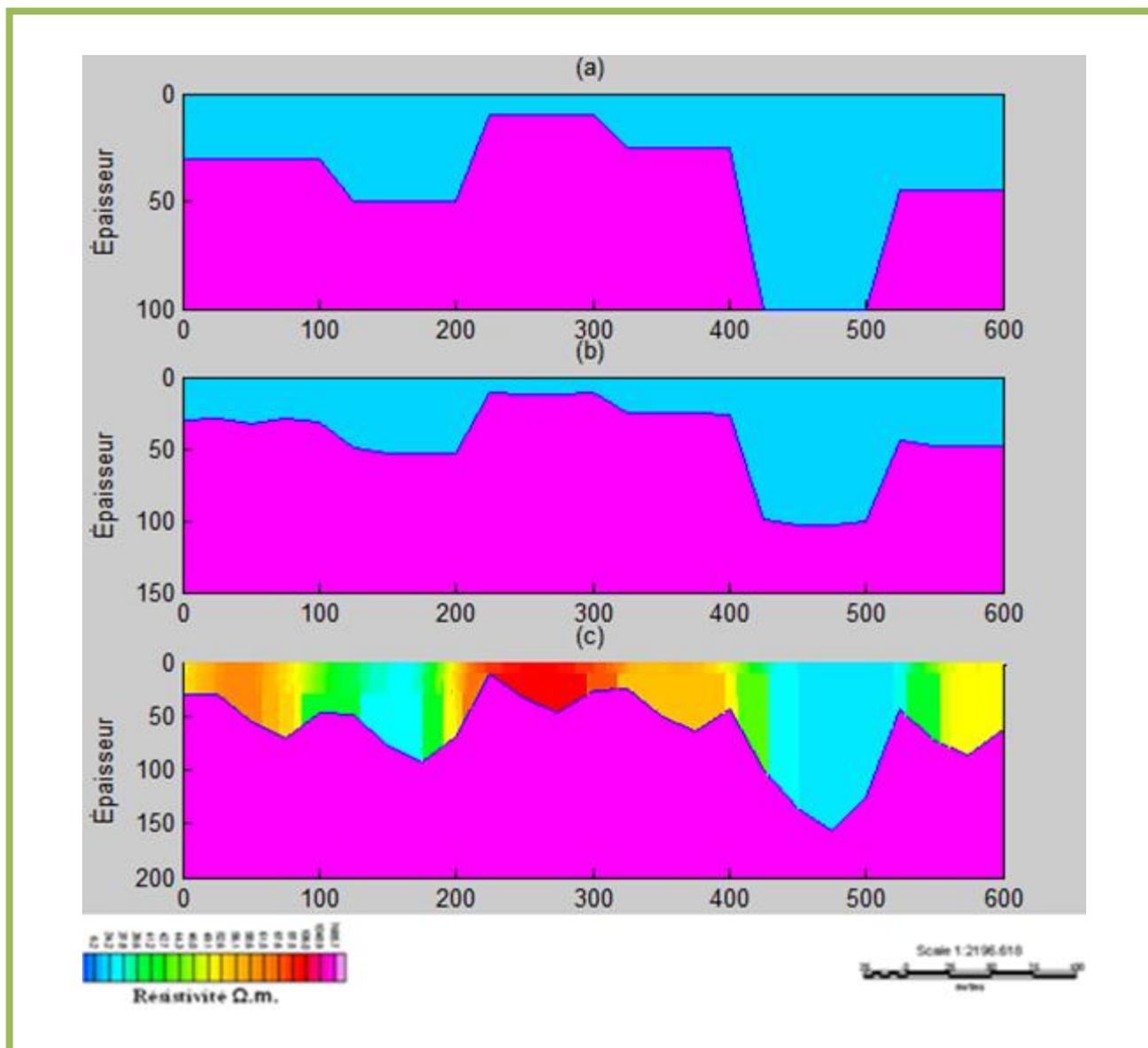


Figure 6-6: Résultats d'inversion (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte.

b) Inversion des données (en termes de conductances $S=h/\rho$):

Avec S : La conductance en Siemens, h : L'épaisseur en mètre et ρ : La résistivité en $\Omega.m$.

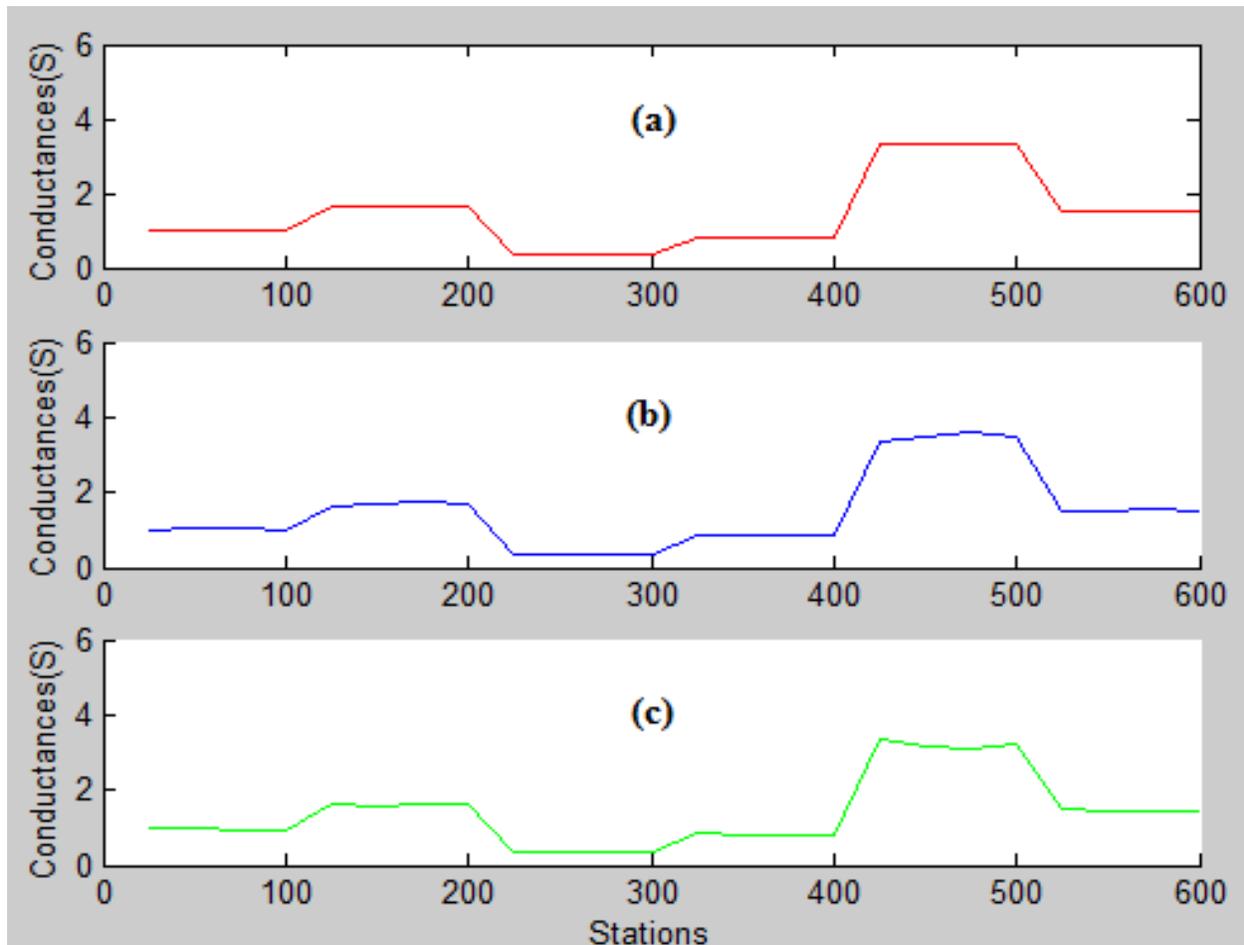


Figure 6-7: Résultats d'inversion (Modèle#1): (a) Conductances Réelles, (b) Conductances obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Conductances obtenues par inversion sans contrainte.

L'analyse des figures 6-6 et 6-7 montre que les conductances obtenues par inversion avec ou sans contrainte reproduisent bien les conductances réelles. Cependant, les épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte reproduisent très bien les épaisseurs réelles contrairement aux épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte qui sont mal estimées.

6.1.2.2 Inversion des données (Modèle#2):

a) Inversion des données (en termes d'épaisseurs):

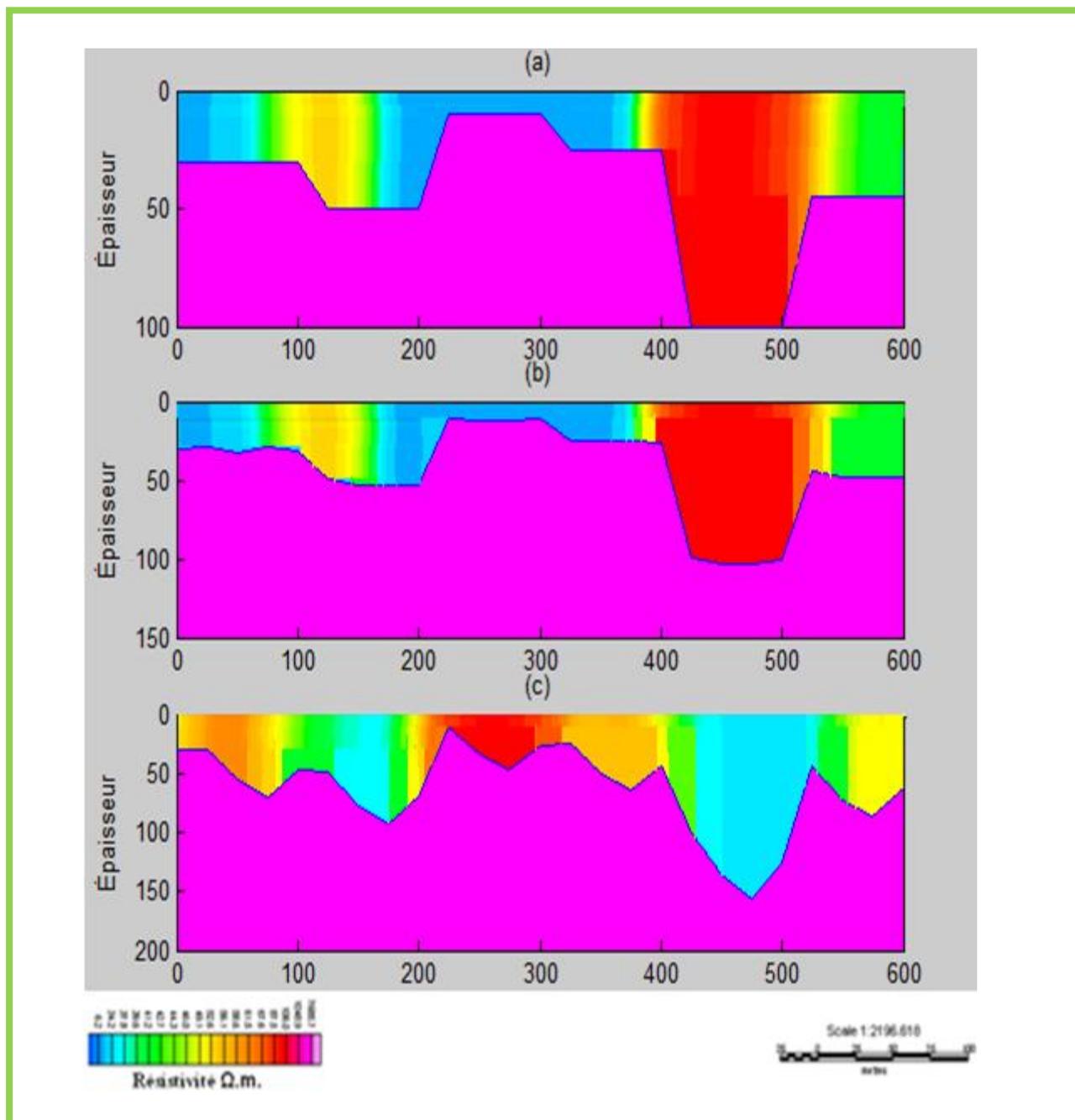


Figure 6-8: Résultats d'inversion (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte.

b) Inversion des données (en termes de conductances $S=h/\rho$):

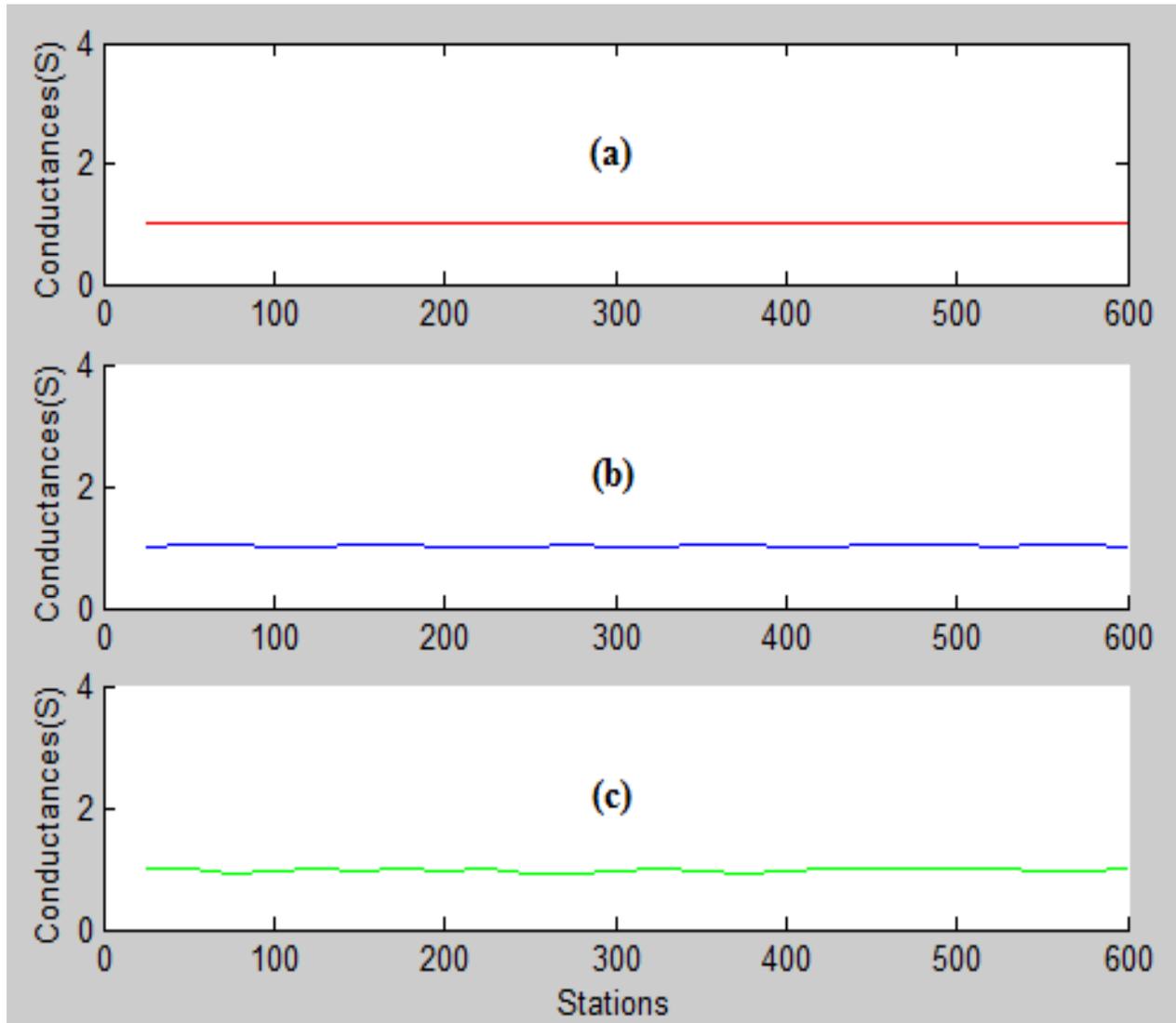


Figure 6-9: Résultats d'inversion (Modèle#2) : (a) Conductances Réelles, (b) Conductances obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Conductances obtenues par inversion sans contrainte.

La même constatation que pour le modèle#1; les conductances obtenues par inversion avec ou sans contrainte reproduisent bien les conductances réelles.

6.1.3 Cokrigage des données :

Le code de Denis Marcotte a été utilisé pour le cokrigage des données. Pour l'ajustement des variogrammes, le modèle sphérique avec un effet de pépité égal à 0 est celui qui convenait le mieux pour cette étude synthétique, après avoir essayé aussi d'autres modèles (gaussien, exponentiel...). La figure 6-10 illustre l'ajustement du modèle de variogramme avec le module Easy Krig. Il faut noter que les résultats du code Easy Krig sont normalisés par l'écart type au carré des données utilisées.

Puisque les conductances calculées par inversion avec ou sans contrainte sont presque similaires. Cependant, nous avons utilisé le même modèle d'ajustement pour les deux variogrammes.

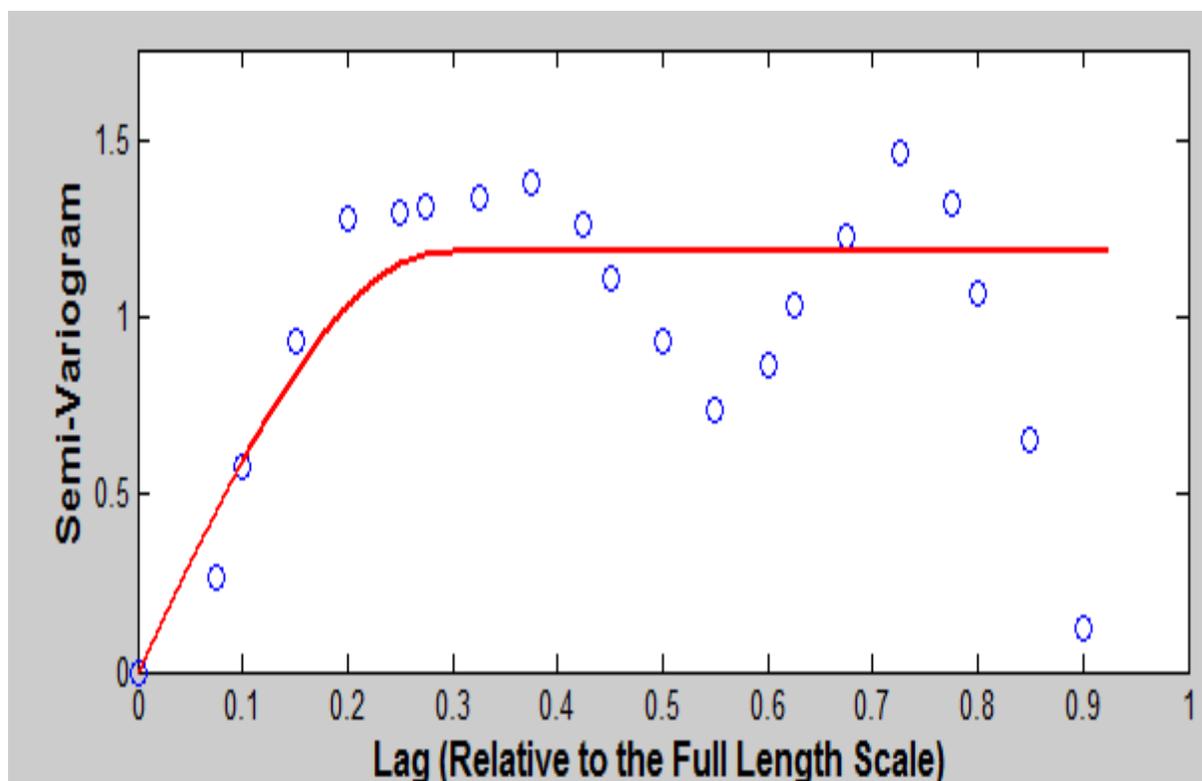


Figure 6-10: Modèle sphérique pour ajuster les variogrammes des conductances avec ou sans contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectives de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m) Modèle#1 avec un palier égal à 1.25 et un effet de pépité égal à 0 (les valeurs du variogramme sont normalisées par l'écart type au carré des données utilisées).

Pour tester la robustesse et la fiabilité du cokrigeage, on a testé plusieurs scénarios en changeant la localisation et la disposition des puits (trois scénarios pour chaque modèle).

Les données dénormalisées du modèle sphérique utilisé pour l'ajustement des variogrammes des conductances avec ou sans contrainte et des variogrammes des épaisseurs réelles sont présentées dans le tableau suivant :

Tableau 6.1 : Les valeurs dénormalisées de l'ajustement des variogrammes des conductances avec ou sans contrainte et des variogrammes des épaisseurs réelles.

	Effet de pépite (S)	Palier (S)	Portée (m)
Variogramme des conductances	0	0.00047	200
Variogramme des épaisseurs réelles 1 ^{ère} disposition de forages	0	976.6	200
Variogramme des épaisseurs réelles 2 ^{ème} disposition de forages	0	274.6	200
Variogramme des épaisseurs réelles 3 ^{ème} disposition de forages	0	1477.5	200

Pour modéliser le covariogramme croisé, nous avons exécuté un krigeage des conductances aux points où la variable primaire est échantillonnée. Par la suite le coefficient de corrélation entre les deux variables est calculé ce qui nous permet de déterminer la covariance croisée en utilisant la formule suivante :

$$\text{Covariance-croisée} = r * \sqrt{\text{variance}(\text{épaisseurs}) * \text{variance}(\text{conductances})}$$

avec r = coefficient de corrélation

Les coefficients de corrélation et les covariances croisées calculés pour cette étude synthétique sont donnés dans le tableau 6.2.

Tableau 6.2 : Les coefficients de corrélation et les covariances croisées calculés entre les épaisseurs réelles et les conductances.

	Épaisseurs de la 1 ^{ère} disposition de forages et les conductances	Épaisseurs de la 2 ^{ème} disposition de forages et les conductances	Épaisseurs de la 3 ^{ème} disposition de forages et les conductances
Coefficient de corrélation	0.95	0.53	0.52
Covariance croisée	0.65	0.19	0.43

6.1.3.1 Cokrigage des données (Modèle#1) :

6.1.3.1.1 Cokrigage des données inversées avec contraintes et les données des forages en changeant la disposition des puits:

a) Première disposition des forages :

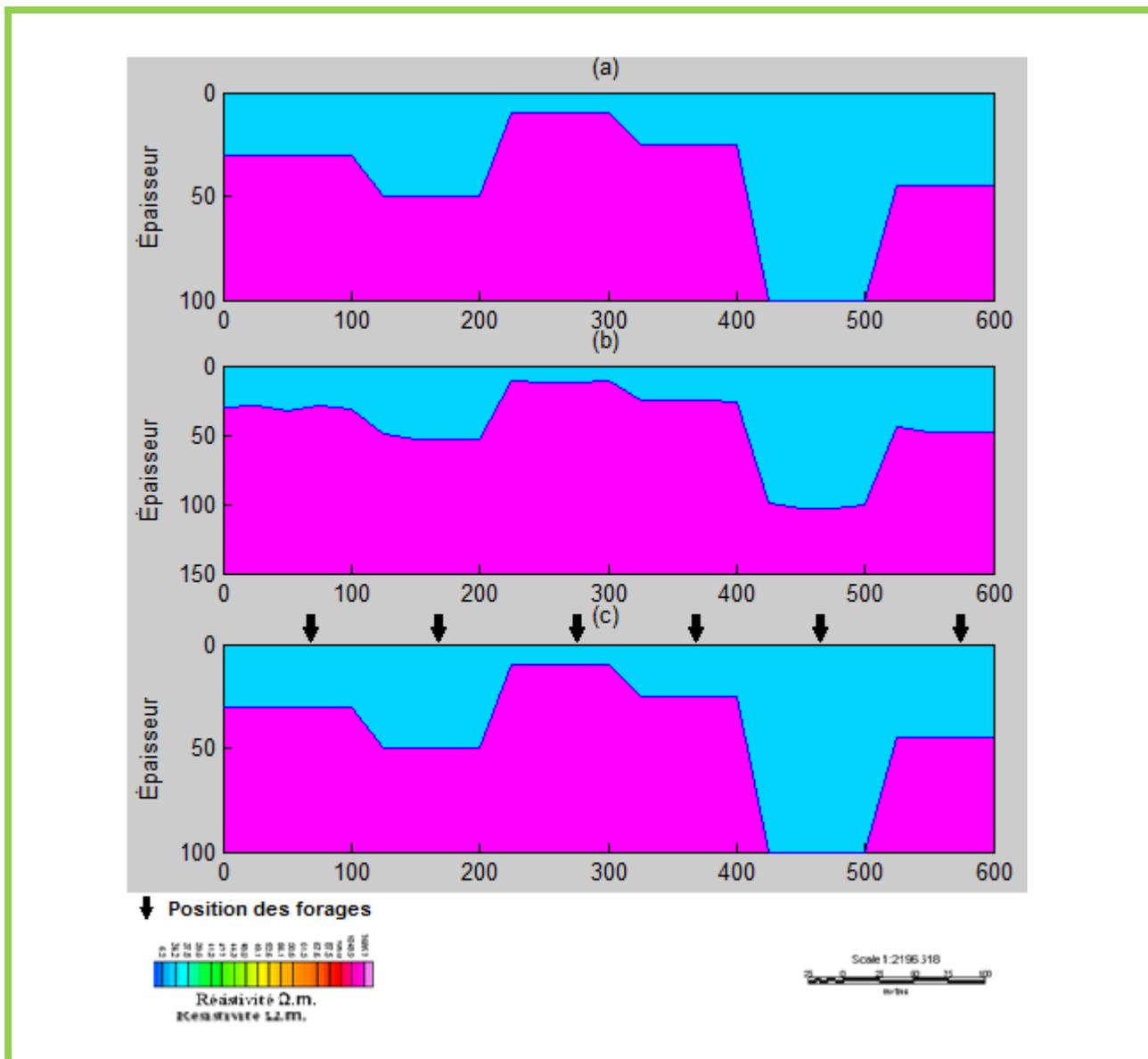


Figure 6-11: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la première distribution des puits.

b) Deuxième disposition des forages :

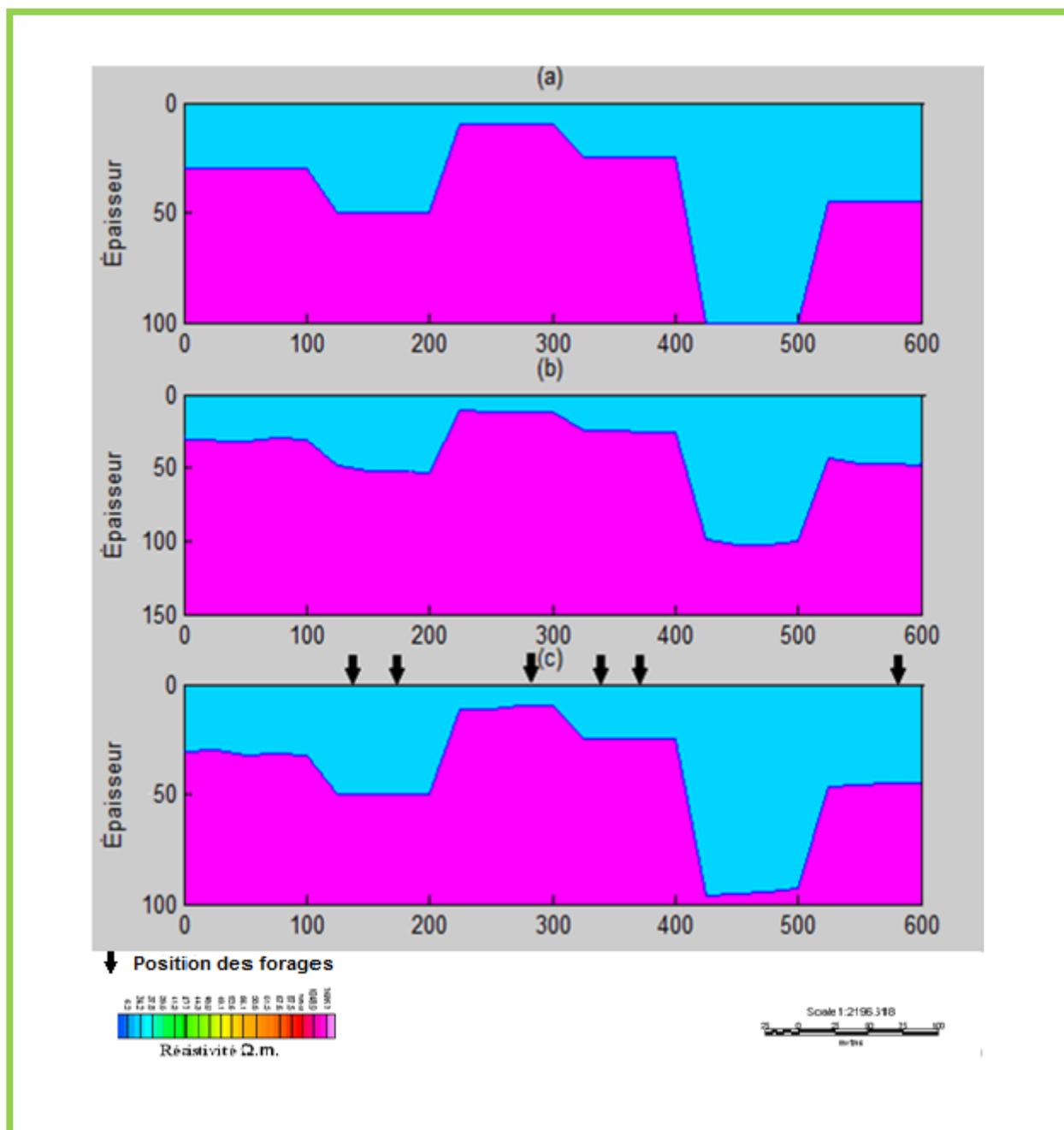


Figure 6-12: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la deuxième distribution des puits.

c) Troisième disposition des forages :

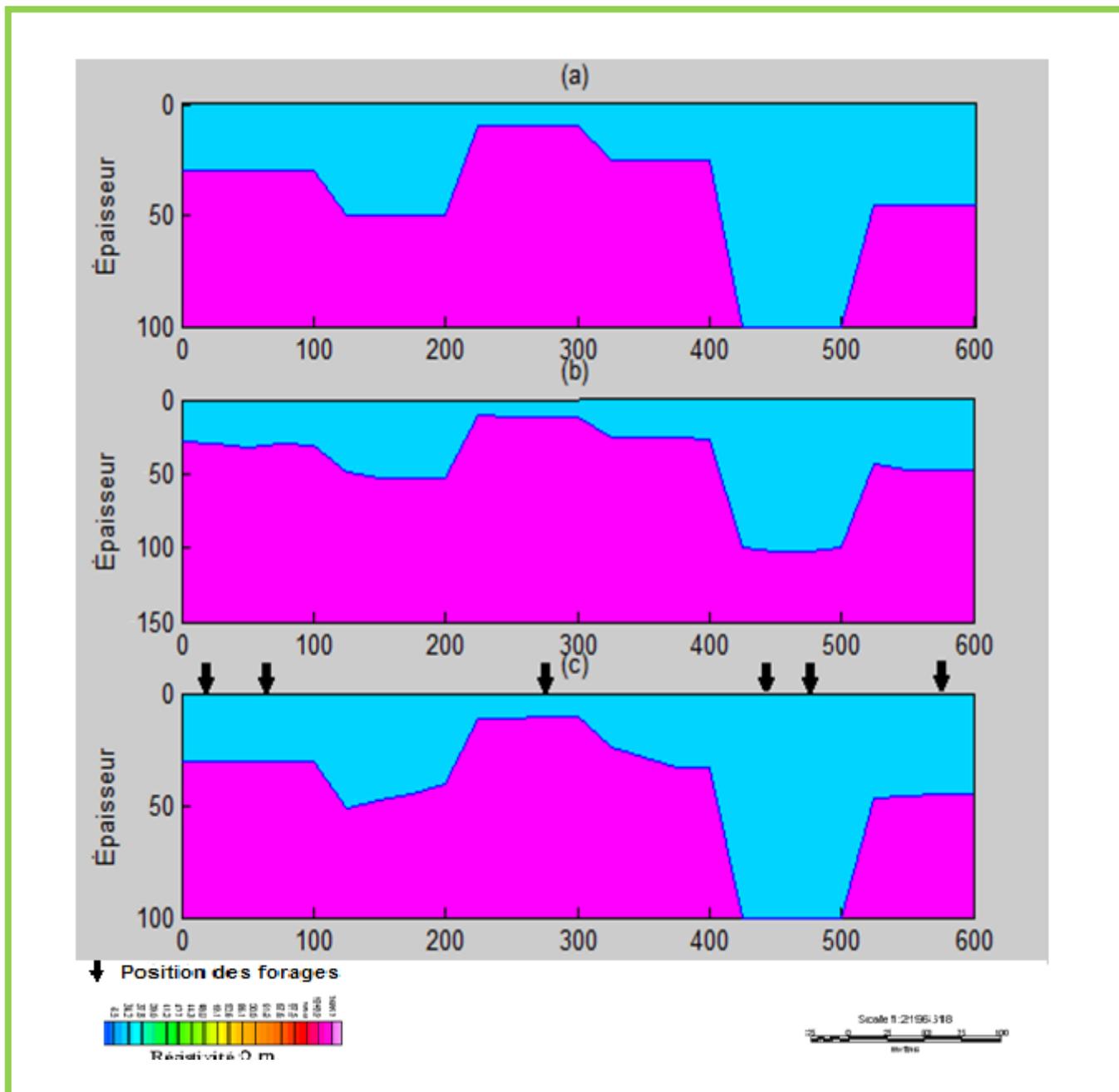


Figure 6-13: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la troisième distribution des puits.

6.1.3.1.2 Cokrigage des données inversées sans contraintes et les données des puits en changeant la disposition des puits:

a) Première disposition des forages :

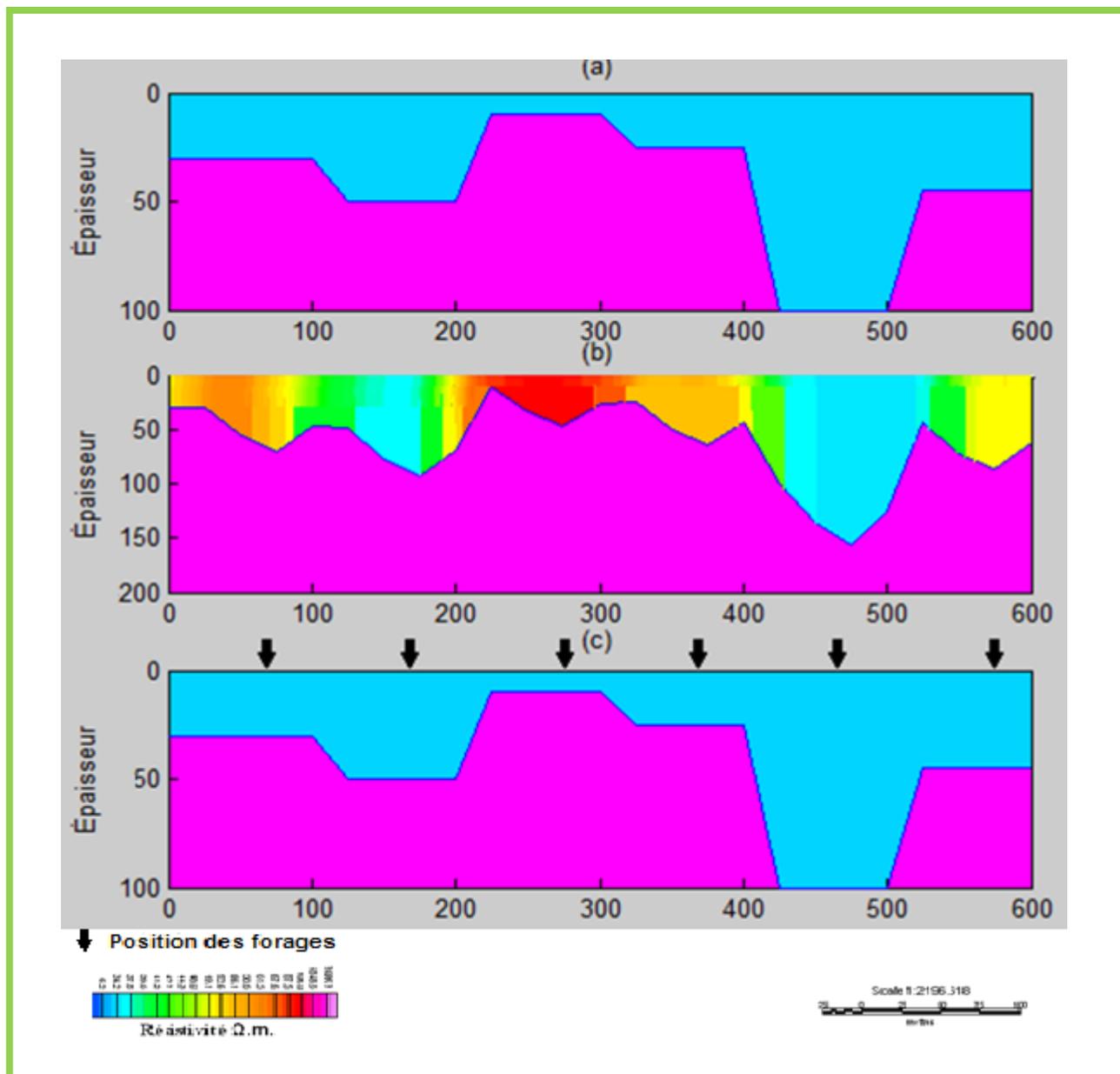


Figure 6-14: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la première distribution des puits.

c) Deuxième disposition des forages :

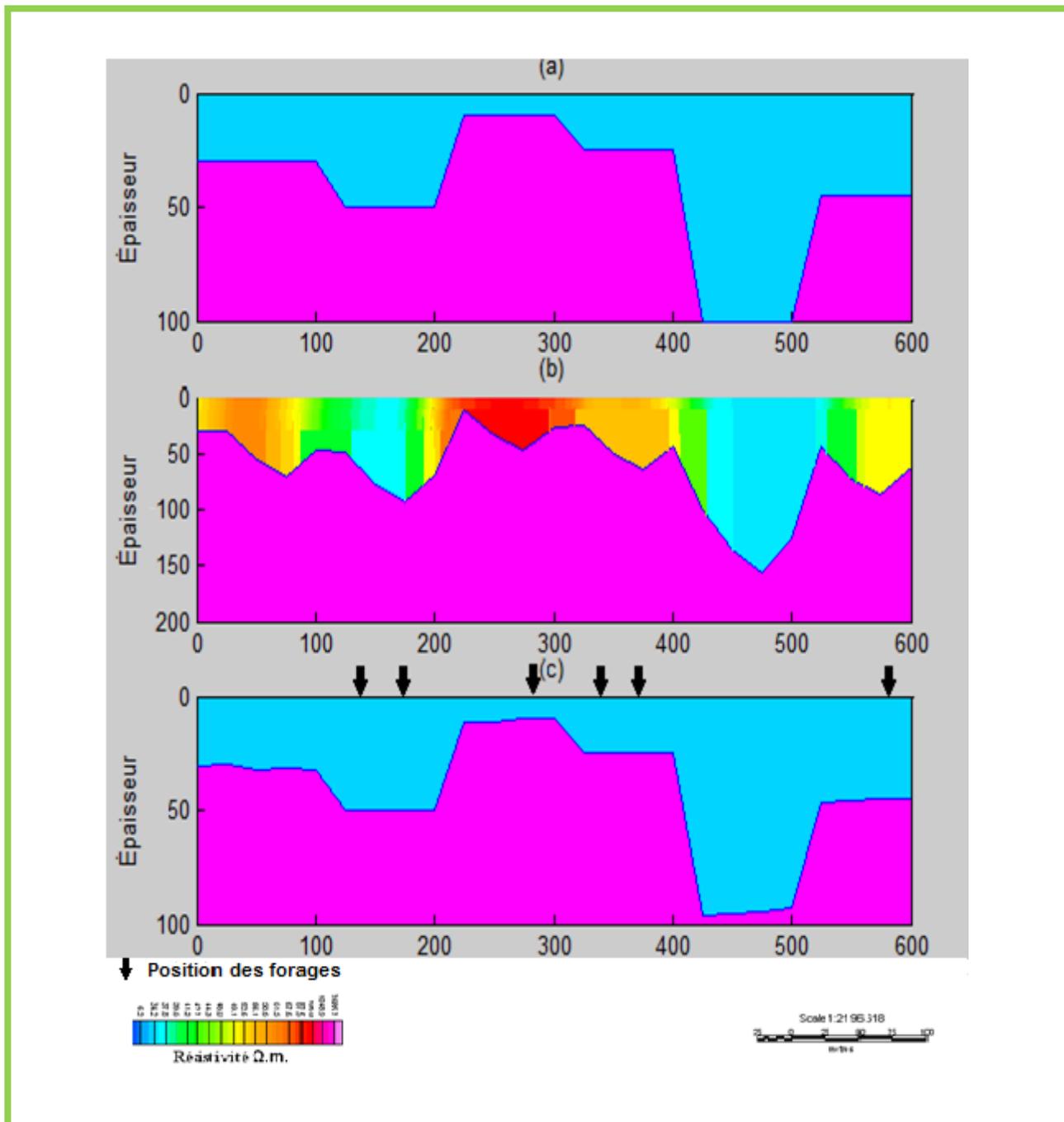


Figure 6-15: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la deuxième distribution des puits.

d) Troisième disposition des forages :

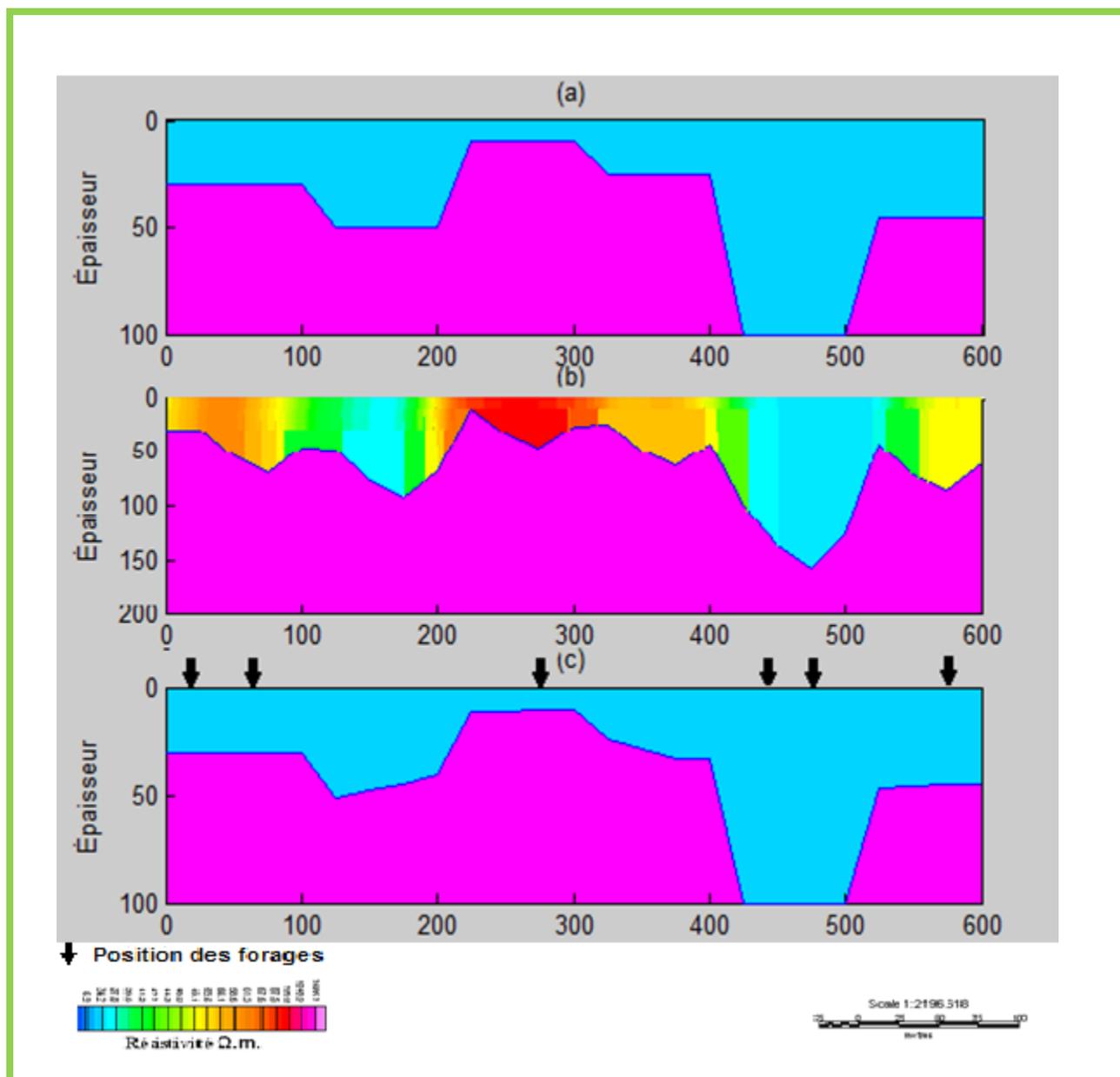


Figure 6-16: Cokrigage des données (Modèle#1) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contraintes et les données de la troisième distribution des puits.

6.1.3.2 Cokrigage des données (Modèle#2):

6.1.3.2.1 Cokrigage des données inversées avec contraintes et les données des puits en changeant la disposition des puits:

a) Première disposition des forages :

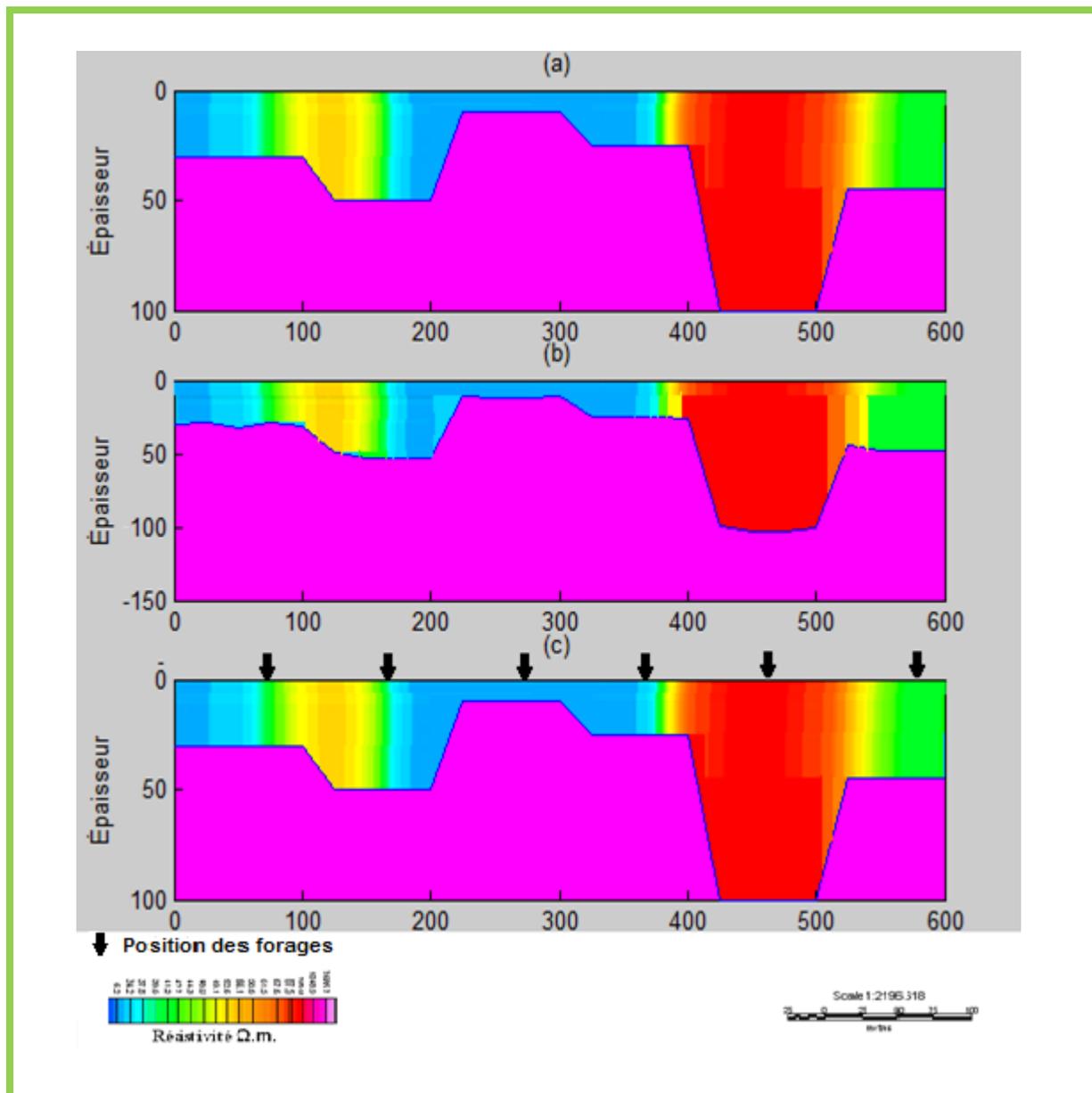


Figure 6-17: Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la première distribution des puits.

b) Deuxième disposition des forages :

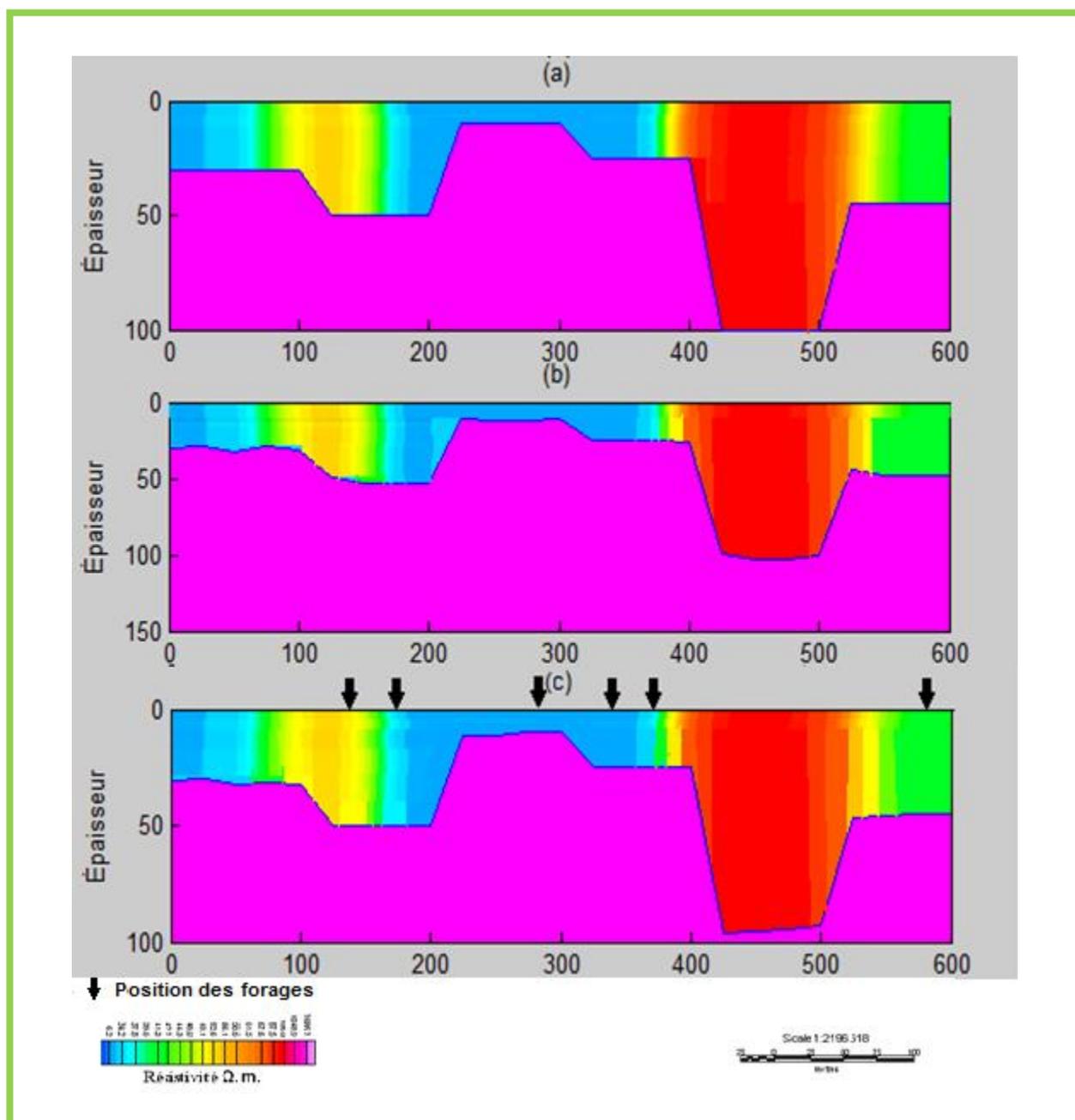


Figure 6-18: Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la deuxième distribution des puits.

c) Troisième disposition des forages :

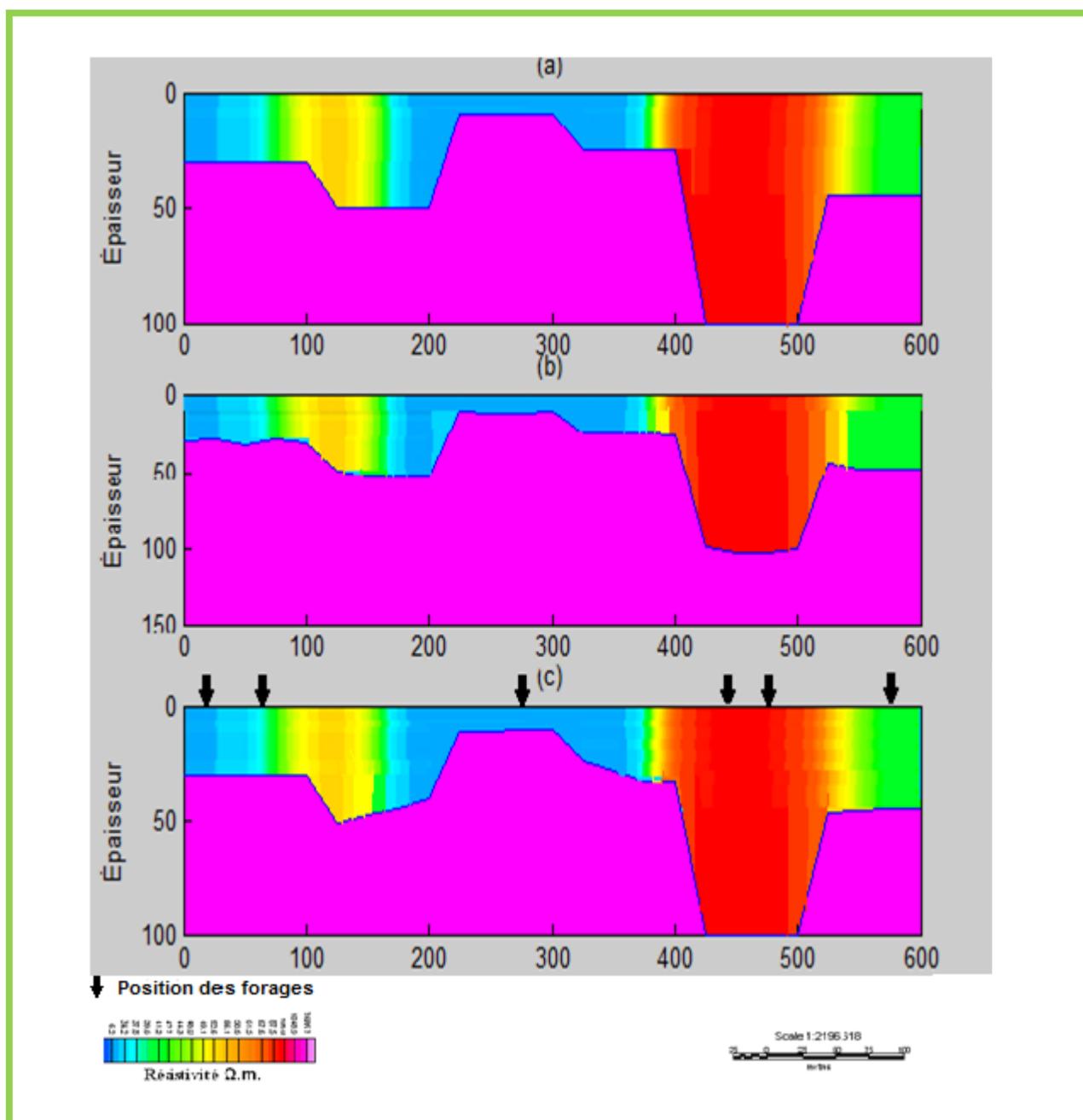


Figure 6-19: Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion avec contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectifs de 10 m à 100 m et 10 Ω .m à 100 Ω .m), (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion avec contrainte et les données de la troisième distribution des puits.

6.1.3.2.2 Cokrigage des données inversées sans contraintes et les données des puits en changeant la disposition des puits:

a) Première disposition des forages :

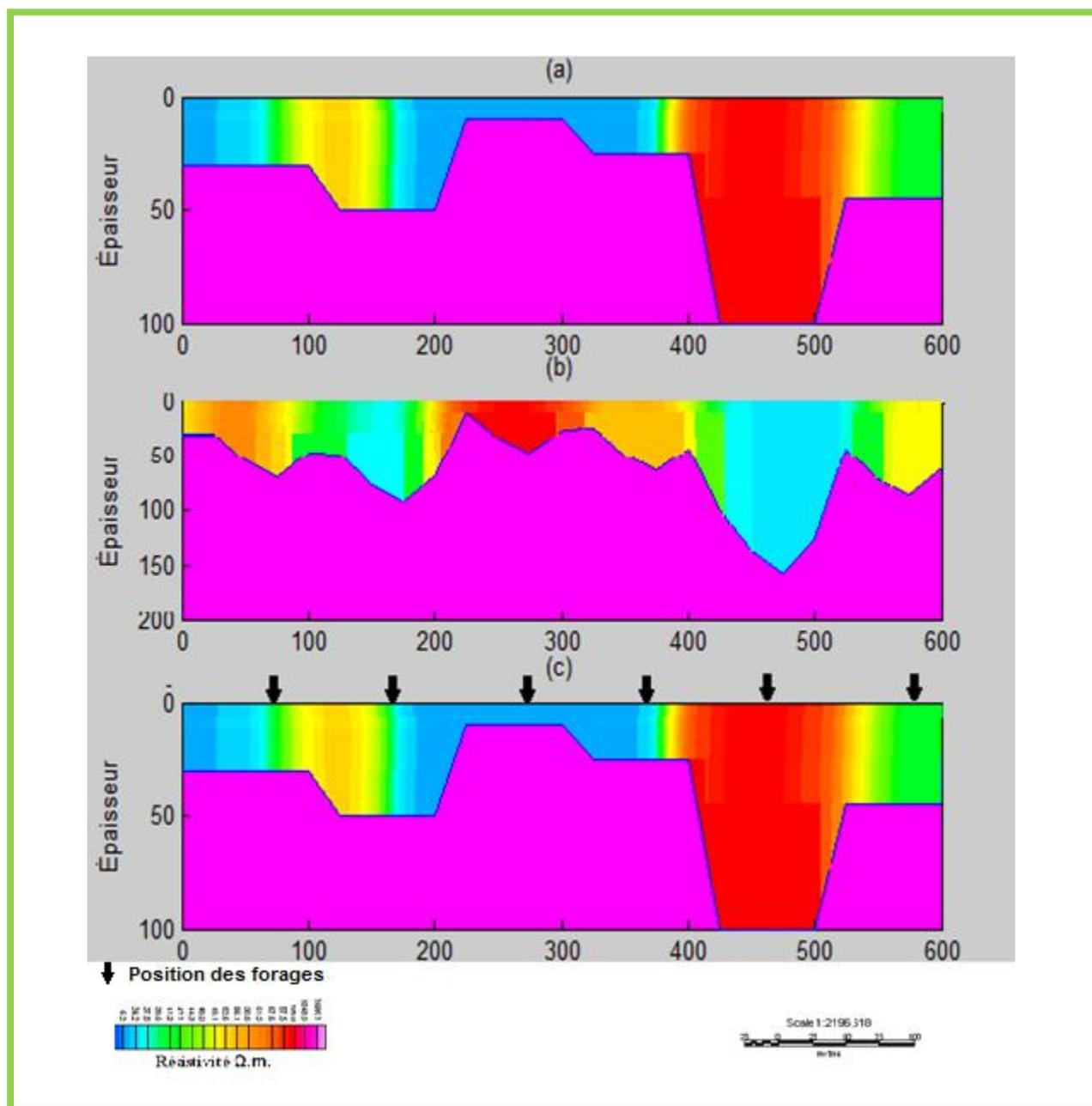


Figure 6-20: Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la première distribution des puits.

b) Deuxième disposition des forages :

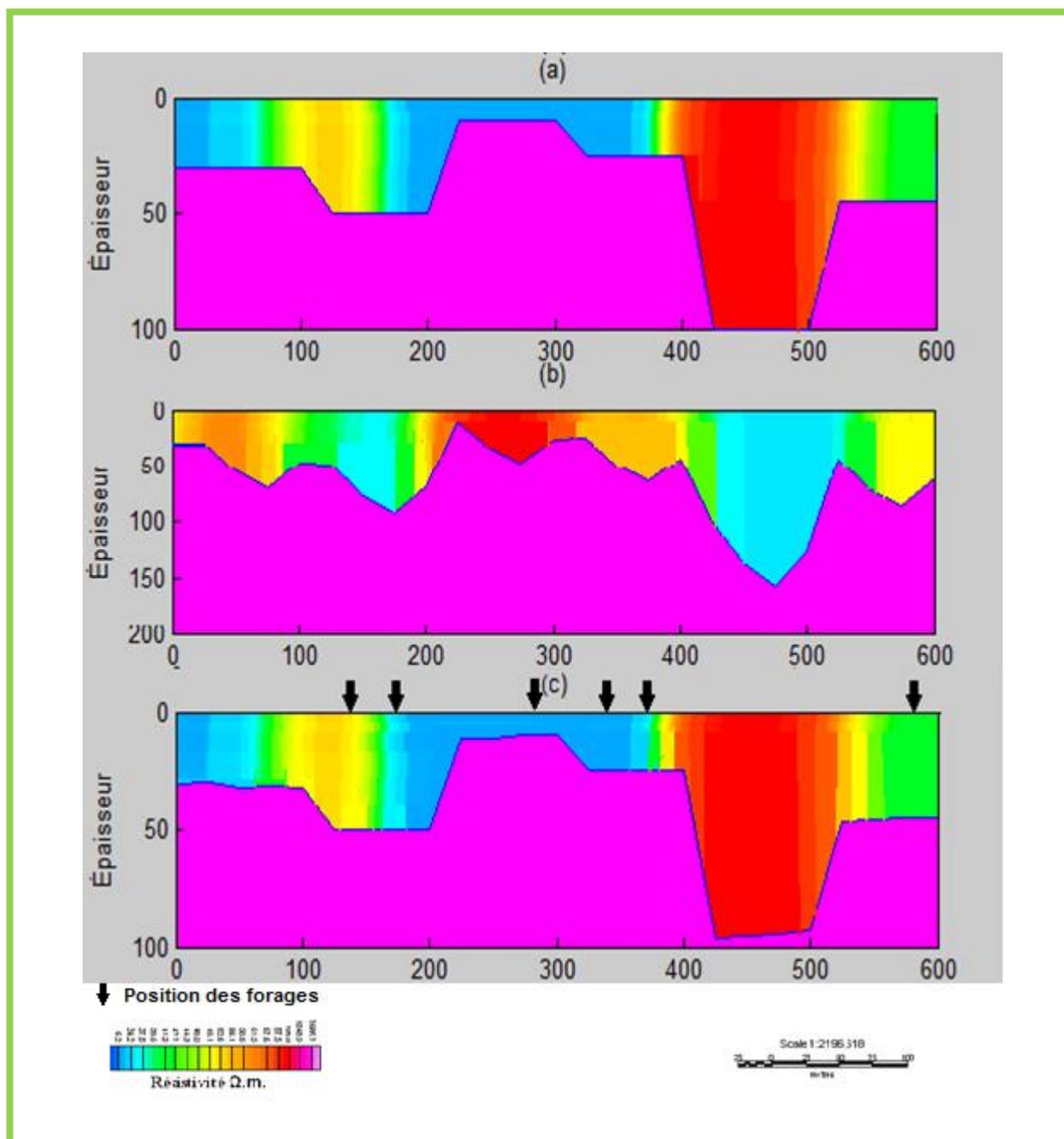


Figure 6-21: Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la deuxième distribution des puits.

c) Troisième disposition des forages :

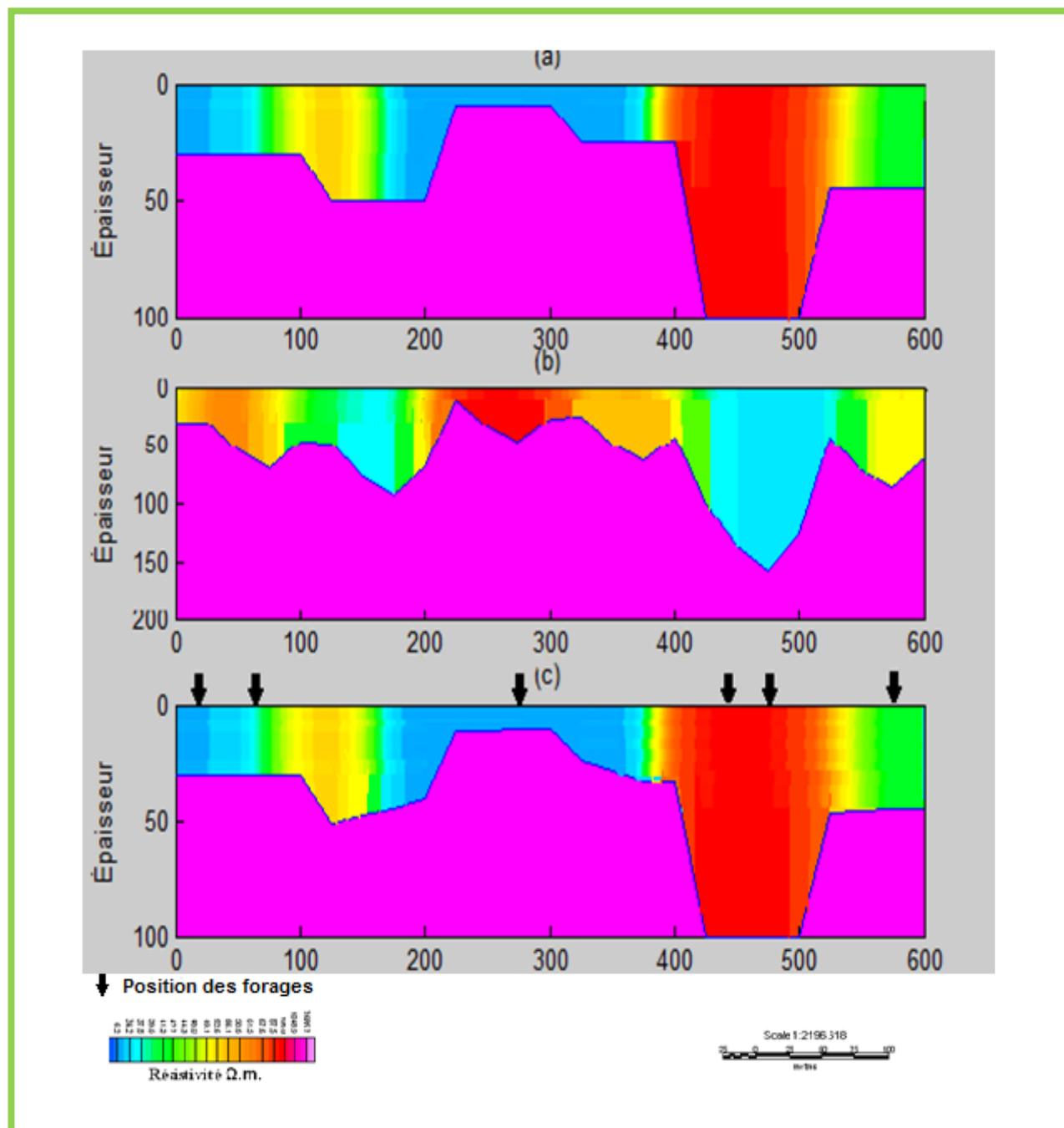


Figure 6-22: Cokrigage des données (Modèle#2) : (a) Épaisseurs réelles, (b) Épaisseurs obtenues par inversion sans contrainte, (c) Cokrigage des conductances estimées par inversion sans contrainte et les données de la troisième disposition des puits.

L'analyse des résultats du cokrigage des modèles #1 et #2 a montré qu'en cokrigant les conductances inversées sans ou avec contraintes et les épaisseurs des trois distributions de puits, les résultats des épaisseurs cokrigées sont similaires. On en déduit que le cokrigage permet d'avoir des résultats satisfaisants même si on n'introduit pas de contraintes d'inégalité sur les données inversées.

6.1.4 Test de modélisation 3D :

Le but principal de cette modélisation 3D est de tester la capacité et les limites du programme 1D à retrouver les paramètres géoélectriques et physiques du mort-terrain. Plusieurs études ont traité l'effet des structures 3D dans une interprétation 1D entre autres [Newmann et al \(1987\)](#), [Goldman et al \(1994\)](#), [Auken \(1995\)](#), [Hördt et Scholl \(2004\)](#) et [Auken et al \(2008\)](#). Toutes ces études ont montré que, dans le cas d'un environnement géologique composé de différentes structures 3D avec des contrastes de résistivité modérés, l'approche d'inversion 1D, donne une bonne récupération du modèle réel.

Pour confirmer cela, nous avons effectué une modélisation 3D en utilisant le code *LokiAir* développé par CSIRO ([Wilson, Sugeng and Raiche, 2007](#)). Il permet de calculer les réponses d'un modèle 3D de résistivité à un système EM dans le domaine du temps ou de fréquence. Pour cela, un modèle à deux couches a été choisi. Il comporte une couche conductrice avec une résistivité de 30 $\Omega.m$ et une épaisseur qui varie entre 10 à 60m. La couche inférieure est très résistive avec une résistivité de 10000 $\Omega.m$ (figure 6-23). Il faut signaler que ce modèle reflète la réalité géologique de la région d'étude.

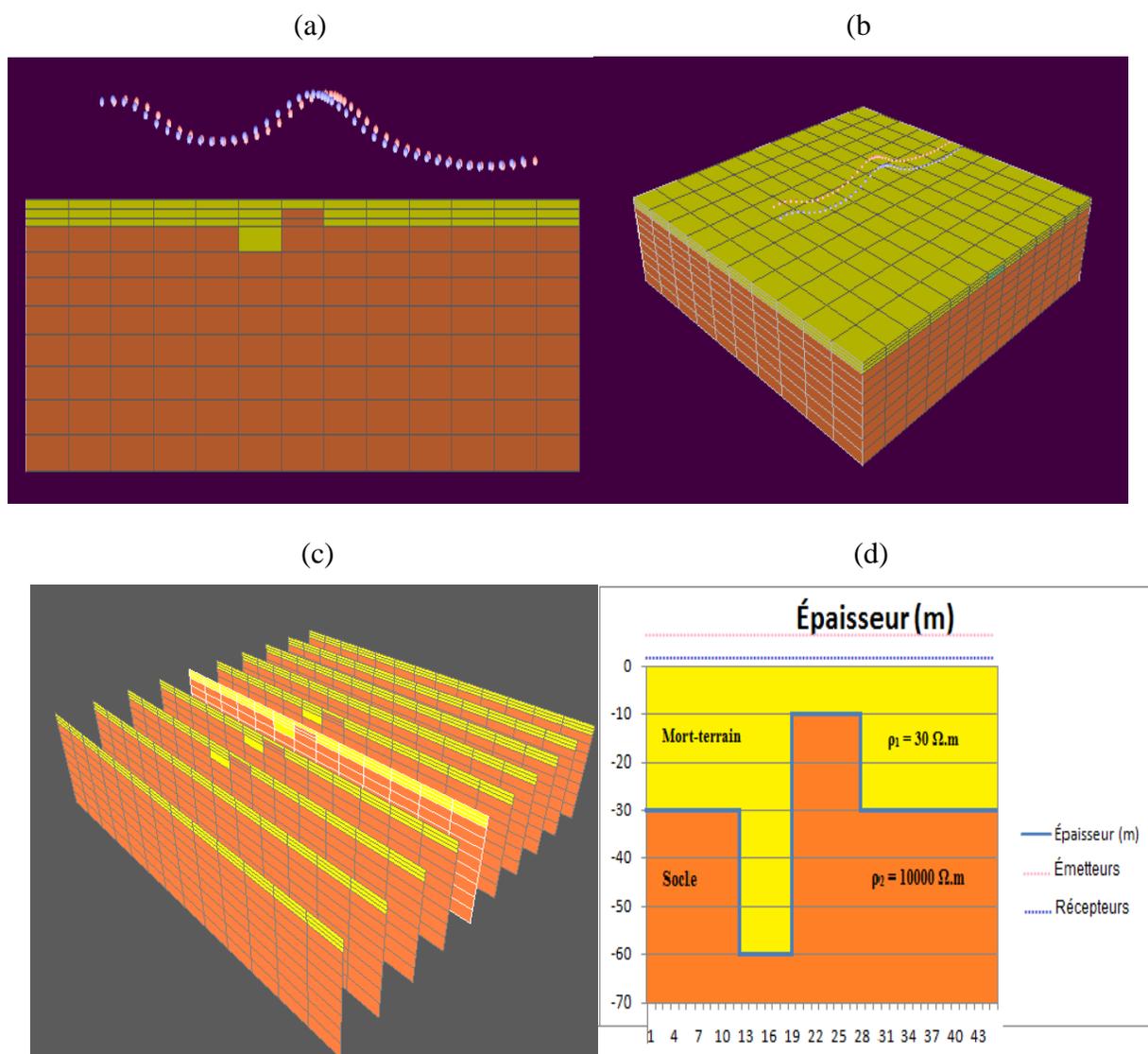
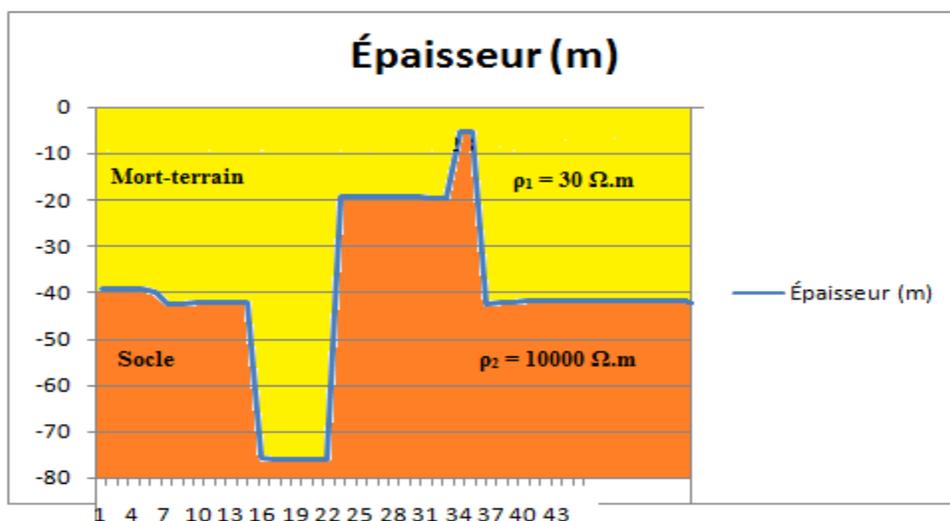


Figure 6-23: (a) Modèle direct vue sur une tranche, (b) : Modèle direct vue 3D, (c) : Modèle direct vue en tranches (d) : Les paramètres physiques et géoélectriques du modèle direct.

La réponse calculée par modélisation 3D est illustrée dans l'annexe C.

Par la suite nous avons appliqué une inversion 1D avec le programme Airbeo sur la réponse calculée par le module LokiAir (figure 6-24). Un modèle initial à deux couches a été utilisé avec une résistivité de la première couche de $15 \Omega.m$ et une épaisseur de 50 m et la résistivité de la deuxième couche est de $17000 \Omega.m$.

(a)



(b)

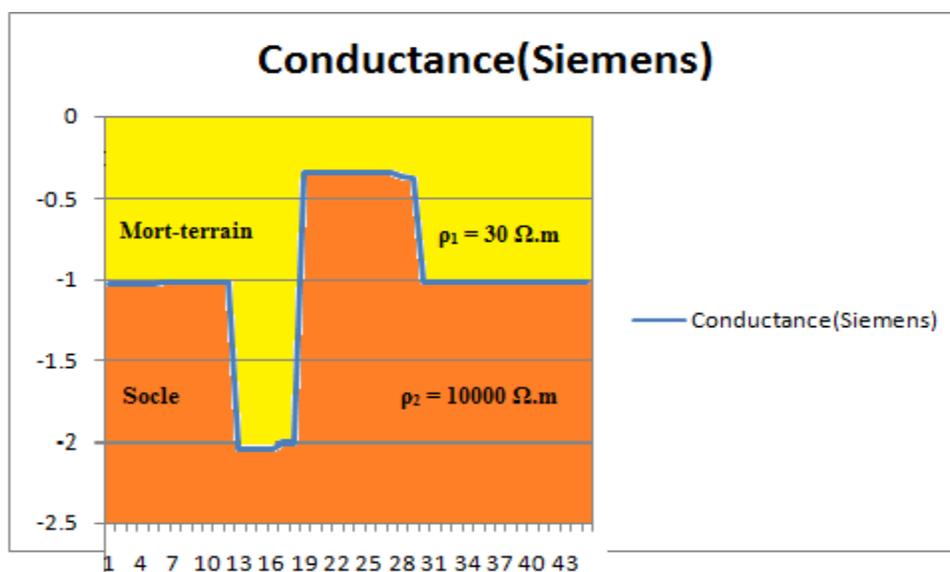


Figure 6-24: Résultats d'inversion en utilisant le programme 1D Airbeo: (a) Épaisseurs calculées par inversion, (b) Conductances calculées par inversion.

A partir de la figure 6-24 nous pouvons constater que les conductances calculées par inversion en utilisant le code Airbeo reproduisent bien les conductances réelles modélisées avec le programme LokiAir 3D. Ceci, contrairement aux épaisseurs calculées par inversion, qui sont mal estimées.

Un cokrigage ordinaire a été effectué (figure 6-25), Pour cela, on a utilisé l'épaisseur du mort-terrain au niveau de trois forages comme variable primaire et les conductances inversées en utilisant un modèle 3D comme variable secondaire. Pour l'ajustement des variogrammes, le modèle sphérique est celui qui convenait le mieux pour ces données.

Tableau 6.3 : Les résultats de l'ajustement des variogrammes des épaisseurs réelles et des variogrammes des conductances.

	Effet de pépite (S)	Palier (S)	Portée (m)
Variogramme des épaisseurs réelles	0	133.3	200
Variogramme des conductances	0	0.25294	200

Pour cela, nous avons calculé un coefficient de corrélation et une covariance croisée entre les épaisseurs réelles et les conductances respectivement de l'ordre de 0.97 et 5.63.

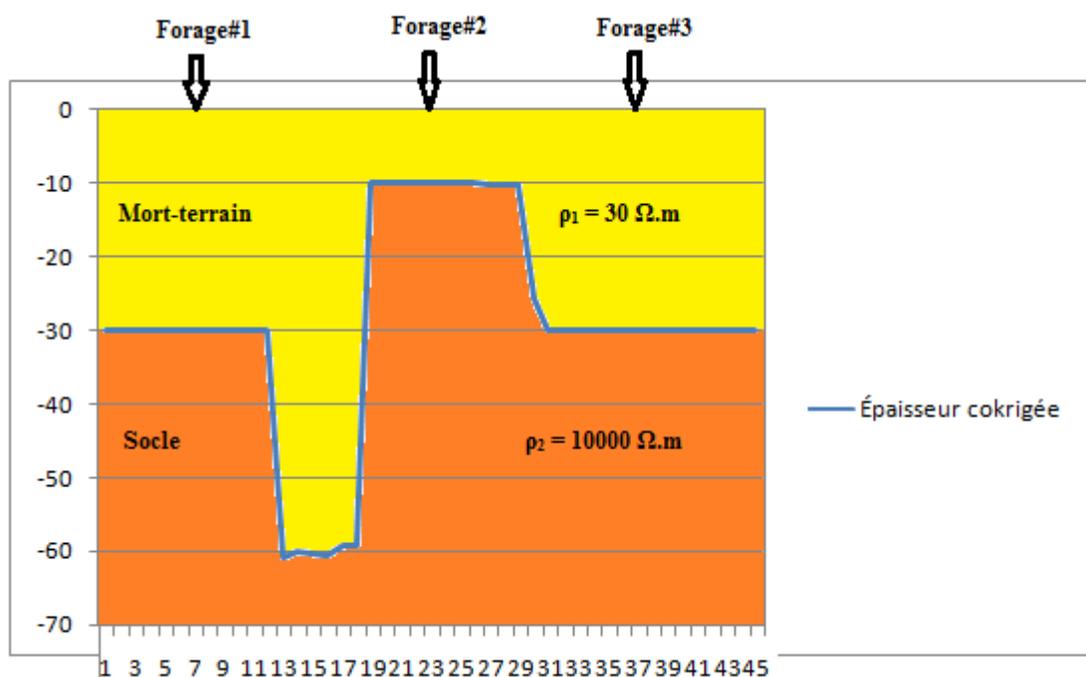


Figure 6-25: Résultats du cokrigage.

La figure 6-25 montre que le cokrigeage a permis de reproduire les épaisseurs réelles. On en déduit qu'Airbeo est capable de retrouver les conductances réelles en utilisant la réponse calculée d'un modèle 3D.

6.1.5 Test sur la limite de détermination de l'épaisseur et de la conductivité lorsque le mort-terrain passe d'une plaque mince à une plaque épaisse:

Plusieurs auteurs se sont intéressés à déterminer la limite où une couche est considérée comme mince. En général, dans le cas des couches minces, il est impossible de séparer les ensembles épaisseurs et conductivités. Par contre la conductance est bien estimée. Buselli (1980) affirme que du point de vue géophysique, une plaque est considérée mince lorsque son épaisseur ne dépasse pas 10 % de la longueur du côté de la boucle. Par contre, d'autres auteurs font intervenir la profondeur de diffusion δ dans la définition d'une plaque mince. La profondeur de pénétration caractérise la pénétration d'une onde électromagnétique dans un matériau conducteur de conductivité σ lorsque l'amplitude de cette dernière a été atténuée de $1/e$ (Sheriff, 1999) :

$$\delta = (2t/\mu\sigma)^{1/2} \approx 503.3(t/\sigma)^{1/2}$$

Entre autre, Nabighian et Macnae (1991) et Ogilvy (1983) qualifient une plaque de mince lorsque son épaisseur représente moins de 10 % de la profondeur de pénétration. Nous pouvons appliquer les résultats de cette étude sur nos données. Nous savons que l'effet du mort-terrain se manifeste dans les premiers canaux du temps-mort. A partir des mesures de l'EM39, la résistivité moyenne du mort terrain est de l'ordre de 50 $\Omega.m$. Le tableau 6.4 présente la profondeur de pénétration δ pour les premières fenêtres du temps-mort.

Tableau 6.4: Calcul de la profondeur de pénétration associée aux premiers canaux du temps-mort.

# canaux	Temps (ms)	Profondeur de pénétration (m)
6	2.496	177.8
7	2.582	180.83
8	2.691	184.61

L'analyse des résultats de ce tableau 6.4 montre qu'un mort-terrain est considéré comme mince pour des épaisseurs de l'ordre de 18 m avec une résistivité de 50 Ω .m, Cela représente un produit conductivité-épaisseur de l'ordre de 0.36 Siemens.

6.1.6 Discussion des résultats :

En analysant les résultats d'inversion des données synthétiques, nous pouvons dire que les épaisseurs trouvées par inversion sans contraintes d'inégalité sur les épaisseurs et les résistivités sont mal estimées. En ce qui concerne les épaisseurs trouvées par inversion en introduisant des contraintes d'inégalité, généralement elles sont satisfaisantes. Pour les conductances obtenues par inversion sans ou avec contraintes, nous avons constaté qu'elles reproduisent bien les conductances réelles, ce qui nous a poussé à les utiliser comme une variable secondaire dans le cokrigeage.

L'examen des résultats de l'inversion a montré que pour les deux modèles utilisés pour cette étude, les épaisseurs obtenues avec ou sans contraintes sont presque similaires malgré que les résistivités de ces deux modèles soient différentes. En outre, pour l'intégration des contraintes d'inégalité il faut avoir une certaine connaissance géophysique ou géologique de la région d'étude. Des erreurs de l'ordre de 0.4 % et 0.9 % sont associées respectivement au modèle#1 et au modèle#2. Ceci permet d'avoir une bonne confiance dans l'interprétation des profondeurs des interfaces. Le test d'Airbeo sur un modèle 3D a donné un résultat très satisfaisant. Il nous a permis de reproduire les conductances réelles.

Pour la technique du cokrigeage, on a testé plusieurs scénarios en changeant la localisation et la disposition des forages (trois scénarios pour chaque modèle) afin de voir les limites de la technique. Nous avons constaté que la résolution est en fonction de la disposition des forages. Elle est bonne pour des forages rapprochés et elle n'est pas de même lorsque ceux-ci sont éloignés. L'analyse des résultats du cokrigeage a montrée que le cokrigeage en utilisant les différentes distributions des puits nous a permis de reproduire nos épaisseurs réelles dans les endroits rapprochés des puits. Dans le cas des endroits éloignés des puits, on a pu retrouver l'allure de la variation de l'épaisseur du mort-terrain, et cela grâce aux conductances très bien estimées par inversion.

En général, le cokrigeage a beaucoup amélioré les estimations des épaisseurs des forages dans les endroits non échantillonnés. Il faut signaler aussi que le cokrigeage a donné presque les mêmes résultats soit en utilisant les conductances obtenues par inversion avec ou sans contraintes d'inégalité.

A partir de cette étude synthétique, on en déduit qu'en général l'approche par inversion 1D pour estimer la conductance suivie du cokrigeage des épaisseurs par la conductance ont donné des résultats jugés très satisfaisants.

6.2 Application sur des données réelles:

6.2.1 Présentation du site d'étude :

Après tous les tests effectués et les résultats positifs obtenus en général sur les différents exemples théoriques, les approches seront testées sur des données réelles.

Les techniques d'inversion et de cokrigeage ont été appliquées sur les données d'une région forestière située au Nord-Ouest de la ville de Lebel-Sur-Quévillon (figure 6-26).

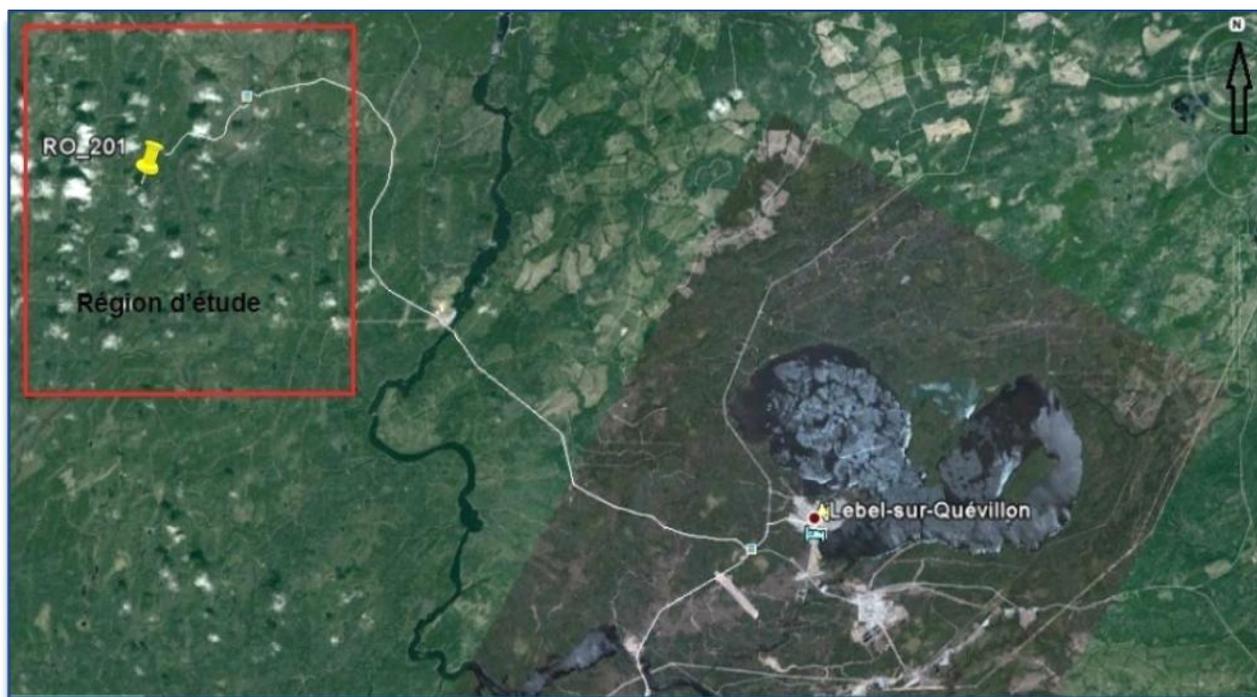


Figure 6-26: Région d'étude au Nord-Ouest de la ville de Lebel-Sur-Quévillon.

Des mesures d'EM39 et TDEM au sol ont été prises aux alentours du forage RO-201. Ces mesures vont nous servir de calage et d'un moyen de comparaison avec les résultats d'inversion des données aéroportées.

La région d'étude a fait l'objet de levés électromagnétiques aéroportés de type transitoire (MEGATEM) effectués en janvier 2002, dont les résultats ont été transféré par Xstrata et Virginia au MRNF pour les rendre publics. Au total, 50 profils espacés de 300 m ont été utilisés dans ce travail, le nombre de station varie de 525 à 750 stations par profil, chaque station étant espacée de 8 m. La figure 6-27, montre la localisation des forages et les profils EM aéroportés exécutés dans la région d'étude.

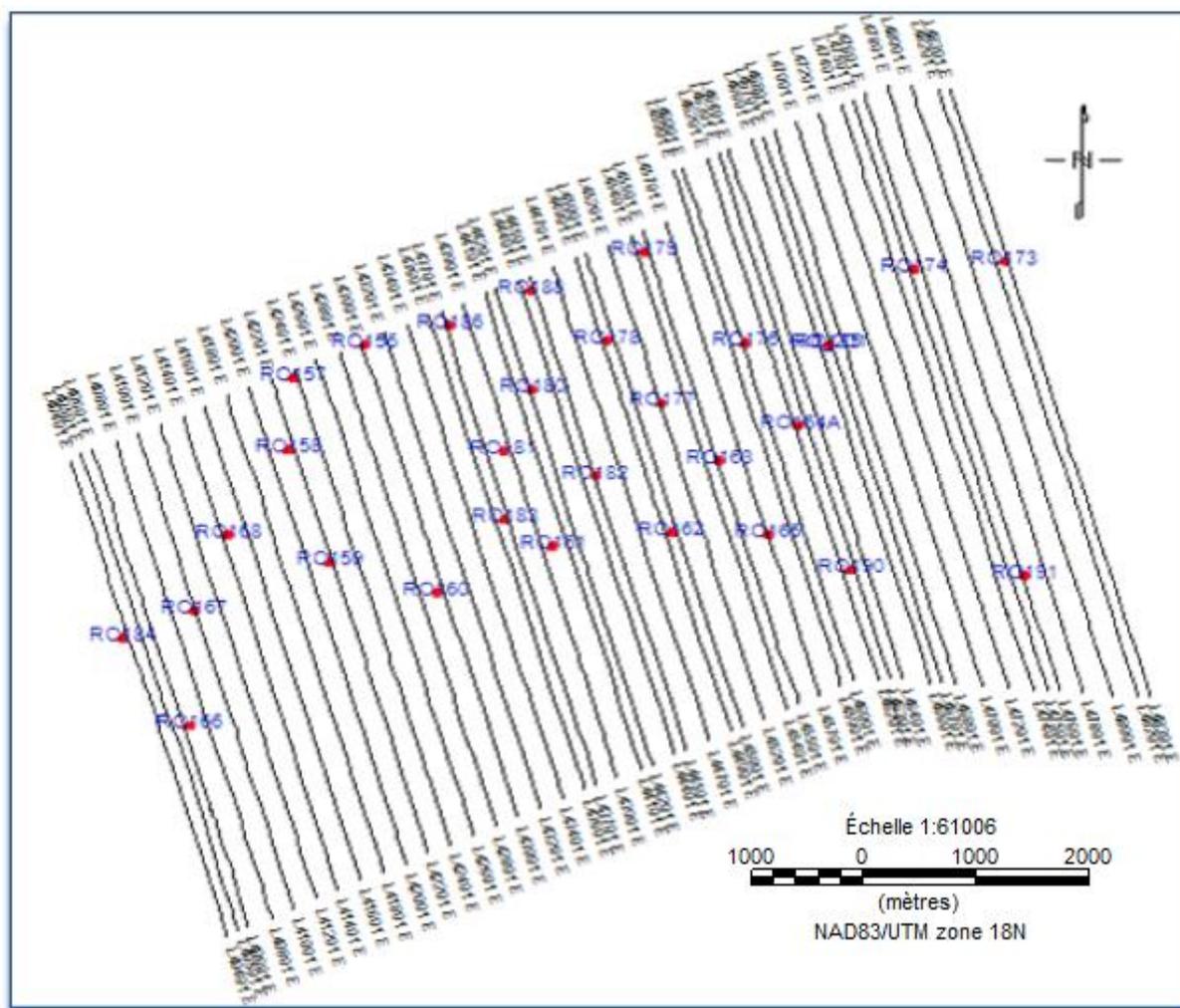


Figure 6-27: Localisation des forages et les profils MEGATEM dans la région d'étude.

L'examen de la fiche stratigraphie du puits RO-201 établi par Michel Parent de la CGQ (figure 6-28) montre que le mort terrain est caractérisé :

- De 0 à 0.5m de profondeur on constate la présence du remblai. Par la suite on note l'existence d'une couche de 1.63m d'épaisseur formée de sédiments fins silto-argileux finement démembrés. Ce démembrement pourrait être associé à une vidange soudaine. Cette hypothèse est soutenue par la présence de quelques "Bleuets de Matagami" (clay balls).
- A une profondeur de 2.13 à 12.2 m des sédiments fins laminés (varves) du lac Ojibway sont présents. Nous remarquons aussi la présence de silts sableux massifs. Le dernier silt de 1.5 m d'épaisseur a un caractère diamictique. Une concrétion calcaire est observée à 16 m de profondeur. Ces sédiments fins laminés sont posés sur un banc de sable fin à moyen silteux de 0,63 m d'épaisseur.
- De 18 à 21.45 m, on note la présence de diamicton à matrice très abondante. Les clasts sont à l'état de trace. Cependant le matériel est cohésif et compact. Une fossilité est apparue, il s'agit probablement de till de Matheson supérieur. Le contact avec le till sous-jacent est franc.
- De 21.45 à 28.1m, on signale la présence d'un till très compact avec une proportion significative de clasts, il s'agit probablement du till de Matheson inférieur. Une odeur de matière organique est sentie à partir de 24.5 m jusqu'à 26.1 m.
- De 28.1 à 29.45m nous constatons la présence de diamicton (till) compact, caillouteux à matrice silteuse.

Le système EM39 nous a permis de prendre des mesures de conductivité et de gamma naturel sur le forage RO-201. Ce dernier a été également couvert par les levés TDEM aéroportés. L'analyse de la fiche stratigraphie du puits RO-201 faite par la CGQ soutient très bien nos mesures EM39 (figure 6-29). Nous constatons que la mesure de rayonnement gamma est très importante pour les

argiles et moins importante pour les diamictons et les sables et inversement pour la résistivité, elle est moins importante pour les argiles et plus importante pour les diamictons et les sables.

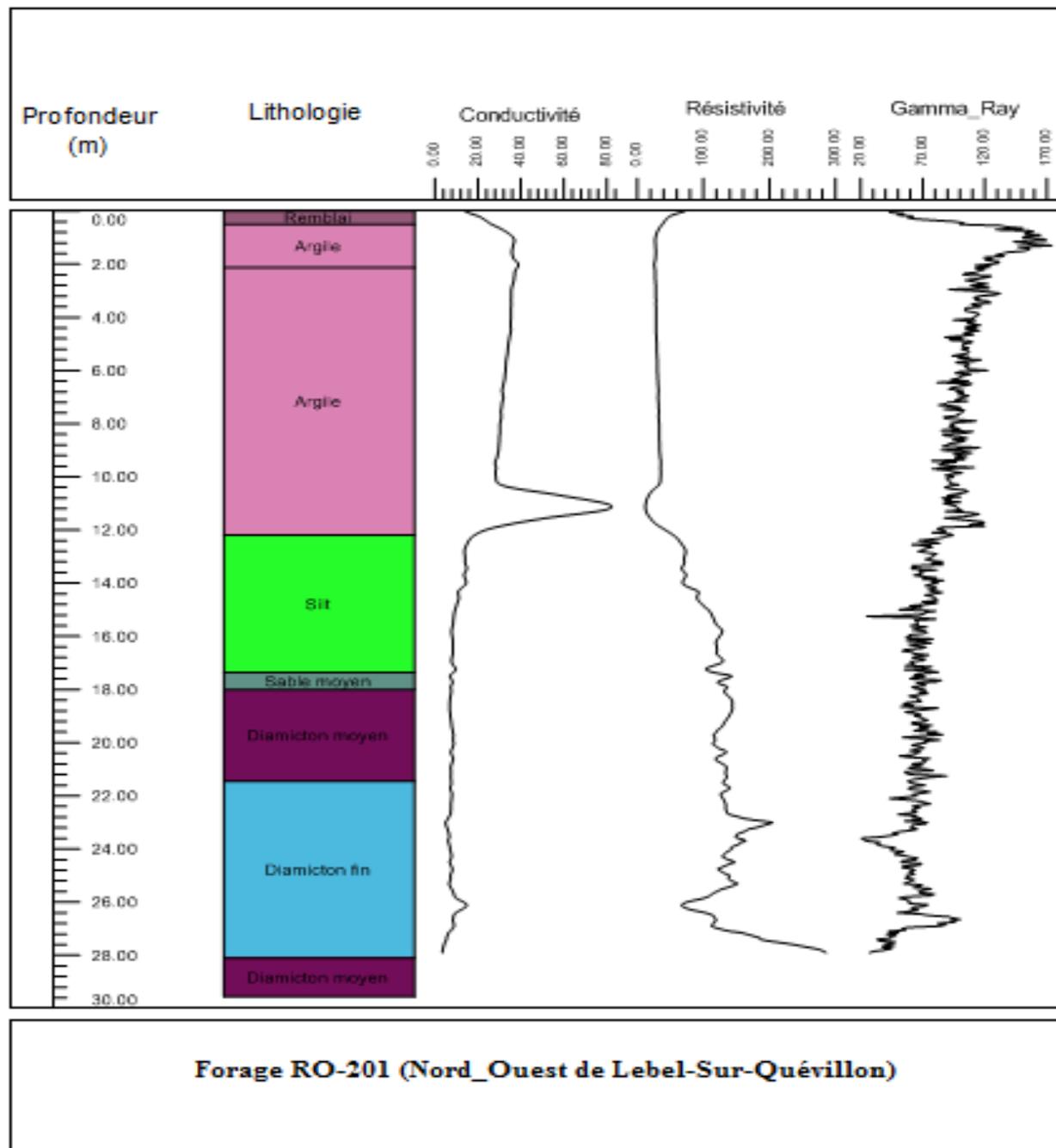


Figure 6-28: Fiche stratigraphique selon la CGC et selon nos données du sondage EM39 au niveau du forage RO-201.

6.2.2 Mesure et interprétation des données TDEM au sol :

Un sondage TDEM au sol a été effectué à l'aide d'un dispositif numérique Protem 47 aux alentours du forage RO-201 situé au Nord-Ouest de la ville de Lebel-Sur Quévillon (figure 6-27). La configuration utilisée est celle d'une boucle (carrée) centrale de 30 m de côté. Les mesures ont été effectuées avec les trois fréquences d'enregistrement, soit 285, 75 et 30 Hz. La dérivée partielle du champ magnétique secondaire, $\partial B/\partial t$ pour les composantes verticales Z et horizontales X, Y est mesurée sur 20 fenêtres de temps étalées entre la coupure du courant et le début de la prochaine impulsion. La durée de chacune de ces fenêtres augmente avec une progression logarithmique. La période de temps séparant la coupure complète de courant au début des mesures (turn-off-time) est d'environ 2.4 μ S. Le niveau de bruit a été enregistré sur la fenêtre de fréquence 75 Hz.

Un traitement a été effectué pour extraire seulement l'information qui nous intéresse à savoir la réponse du mort-terrain. Le but du traitement est d'éliminer le bruit ou plutôt de diminuer son importance par rapport au signal utile (figure 6-29).

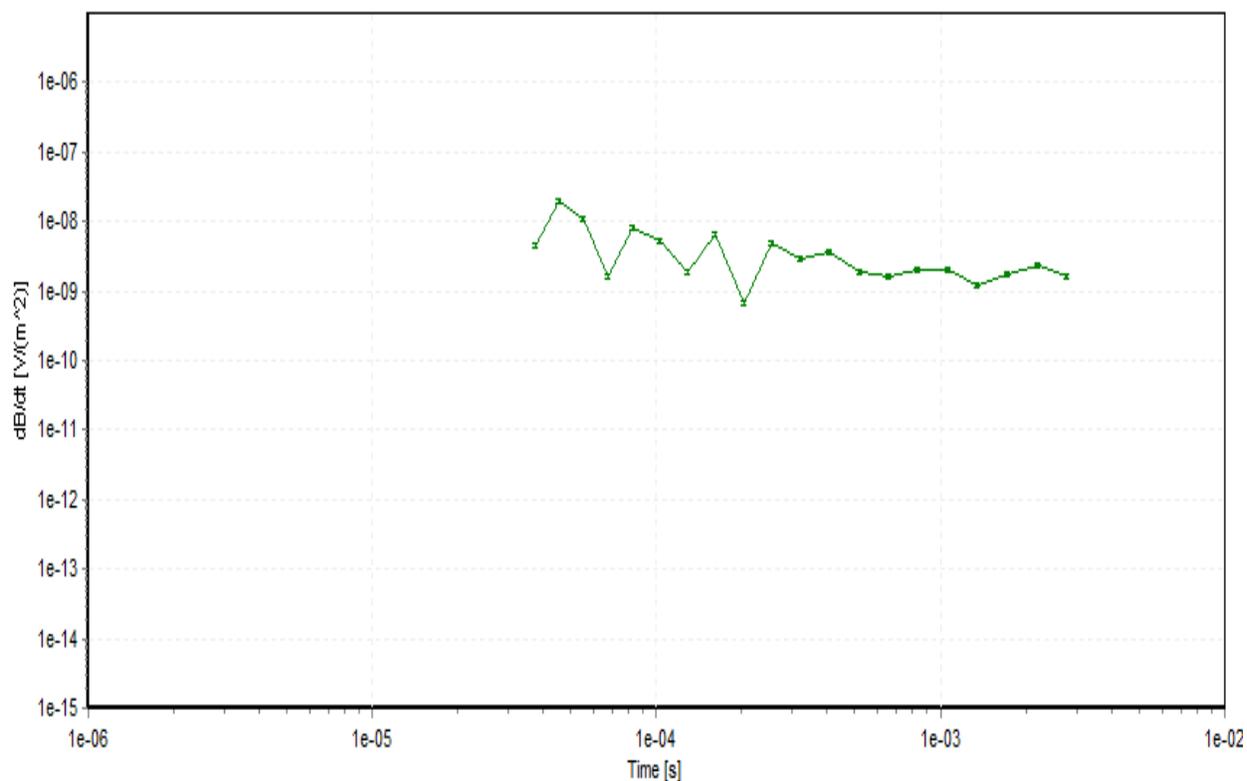


Figure 6-29: Niveau de bruit enregistré avec une fréquence de 75 Hz.

Le module SEMDI du code EM1DINV a été utilisé pour interpréter les résultats d'inversion des données TDEM au sol (figure 6-30 et 6-31). Un modèle initial à quatre couches, dont un mort-terrain conducteur constitué de trois couches avec une épaisseur de 10 m et une résistivité de 50 $\Omega.m$ pour chacune de ces trois couches. La couche inférieure est représentée par un socle résistant de résistivité de 10000 $\Omega.m$.

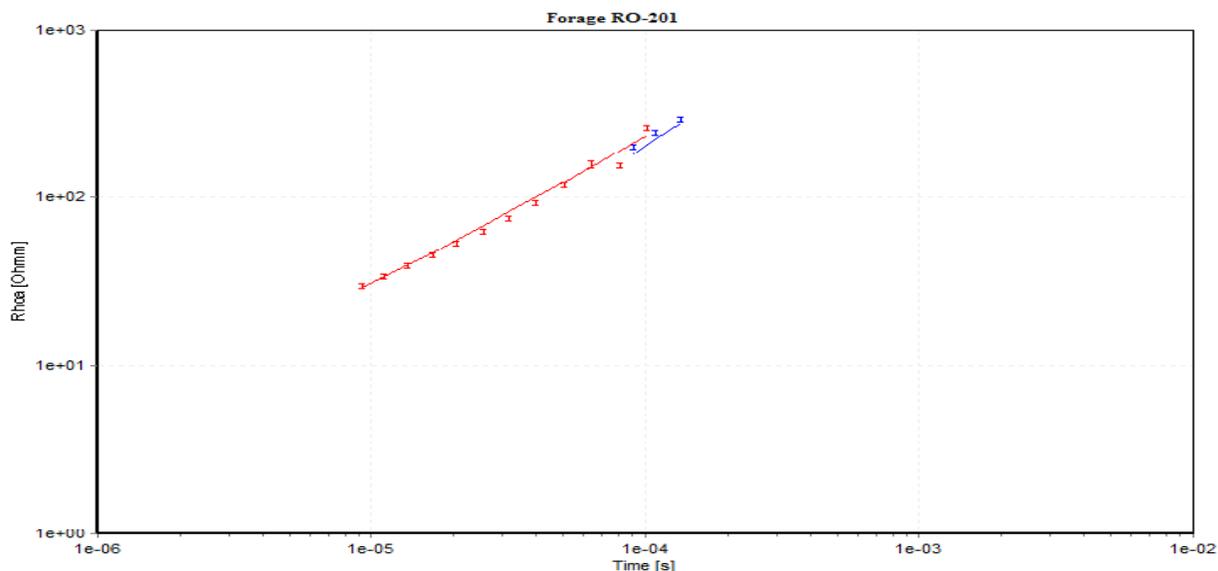


Figure 6-30: Courbe schématisée par des symboles (I) indique la variation de la résistivité apparente observée en fonction du temps, la courbe en trait continu indique la variation de la résistivité apparente calculée par inversion en fonction du temps.

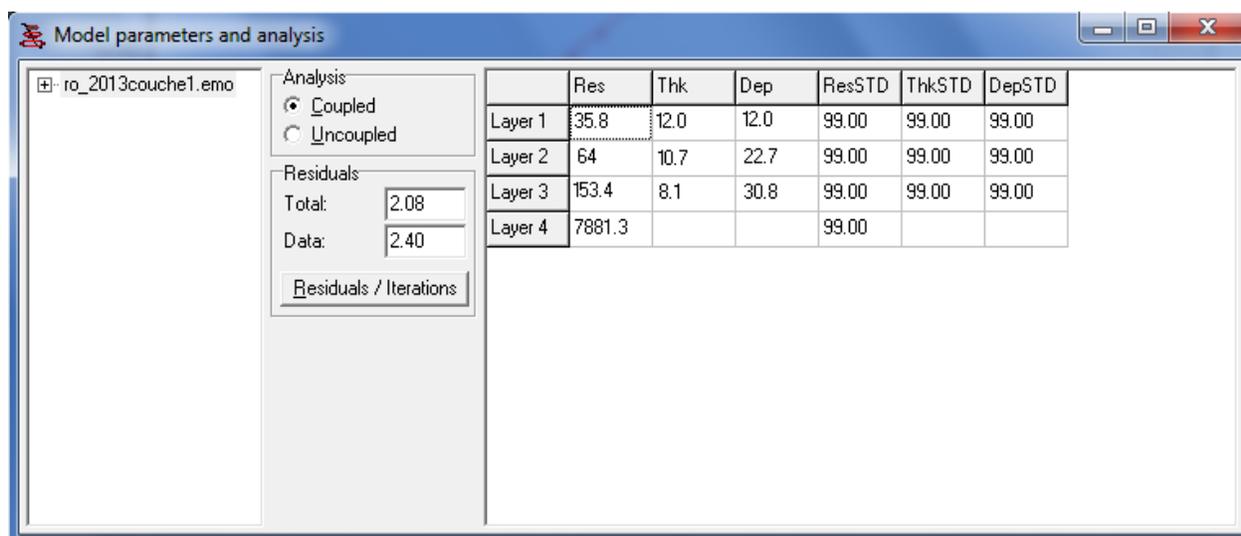


Figure 6-31: Résultats d'inversion avec le module SEMDI du code EM1DINV.

L'examen de la figure 6-30 montre que la courbe calculée pour le modèle de couche s'ajuste bien avec la courbe observée. Nous pouvons constater que les valeurs observées sont bien reproduites par les réponses calculées avec une erreur quadratique moyenne de l'ordre de 2.4 % (figure 6-31). Cela indique que les mesures sont de bonne qualité et que les variations de résistivité mises en évidence dans les sections reflètent bien les changements dans les propriétés électriques du mort-terrain.

L'analyse des résultats TDEM (figure 6-31) nous montre que le mort terrain a une résistivité moyenne de 84.4 Ω .m et une épaisseur de 30.8 m. Le socle très résistant est caractérisé par une résistivité de 7881.3 Ω .m.

6.2.3 Mesure et interprétation des données TDEM aéroportées MEGATEM :

La carte de la dérivée par rapport au temps du champ magnétique mesuré (figure 6-32) permet clairement de voir les variations des anomalies dues au mort-terrain. Ces anomalies sont probablement causées par les changements rapides des paramètres géoélectriques du mort-terrain à savoir l'épaisseur et la résistivité. Nous pouvons constater qu'il y a une alternance d'anomalies suivant la direction N-S. Nous pouvons remarquer également que la partie sud de la région d'étude est très magnétique.

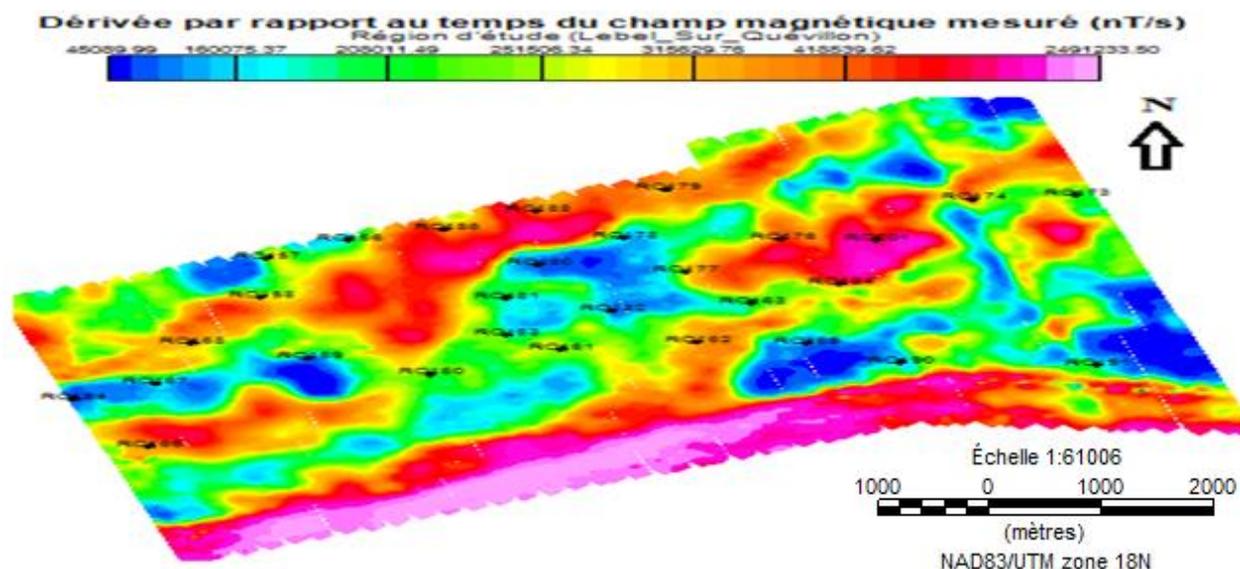


Figure 6-32: Mesure de la composante verticale de la dérivée par rapport au temps du champ magnétique mesuré pour les premières fenêtres « temps-mort » qui représente le mort-terrain de la région d'étude.

6.2.3.1 Choix du modèle initial :

Deux façon ont été utilisées pour choisir le model initial, la première est de prendre un modèle initial fixe pour toutes les stations, ce modèle est caractérisé par une lithologie à deux couches, dont un mort-terrain conducteur de 30 m d'épaisseur et de 50 $\Omega.m$ de résistivité au-dessus d'un socle résistant de résistivité de 10000 $\Omega.m$. La deuxième façon est de prendre un modèle initial variable, il s'agit d'utiliser comme modèle pour une station le résultat de l'inversion de la station précédente.

La réponse MEGATEM mesurée (ligne#L46701) est donnée par la figure suivante :

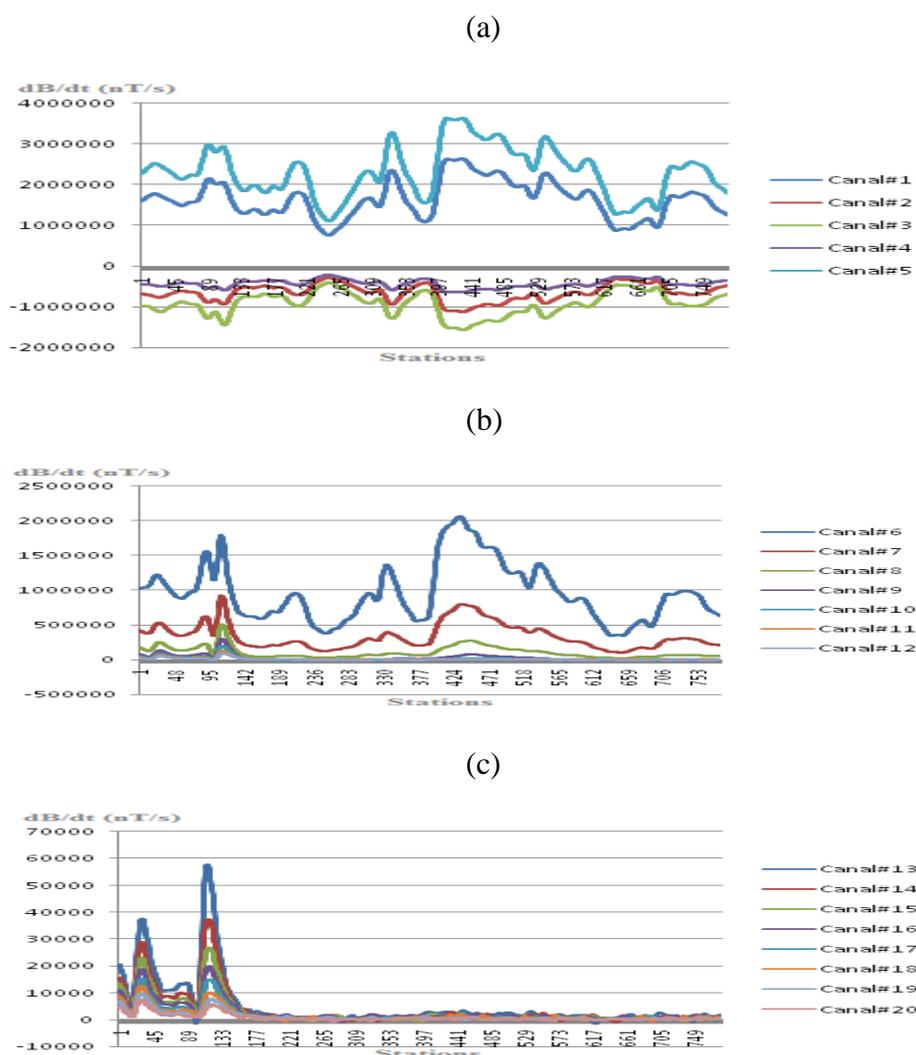


Figure 6-33: Réponse MEGATEM (ligne L46701): (a) Temps-marche (canal#1 à #5), (b) Temps-mort (canal#6 à #12), (c) Temps-mort (canal#13 à #20).

Les épaisseurs et les résistivités calculées par inversion de la réponse MEGATEM (ligne L46701) avec contraintes (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectives de 4 m à 70 m et 10 $\Omega.m$ à 200 $\Omega.m$) et sans contraintes sont représentées par les figures suivantes :

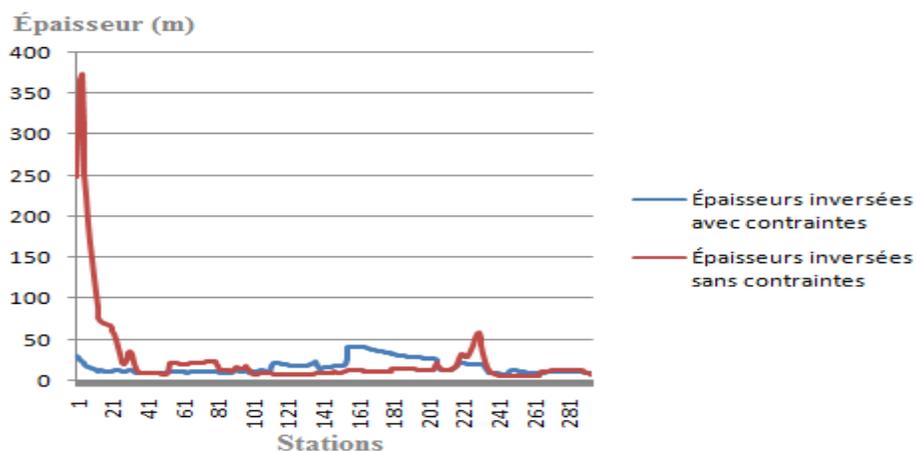


Figure 6-34: Épaisseurs calculées par inversion (ligne L46701).

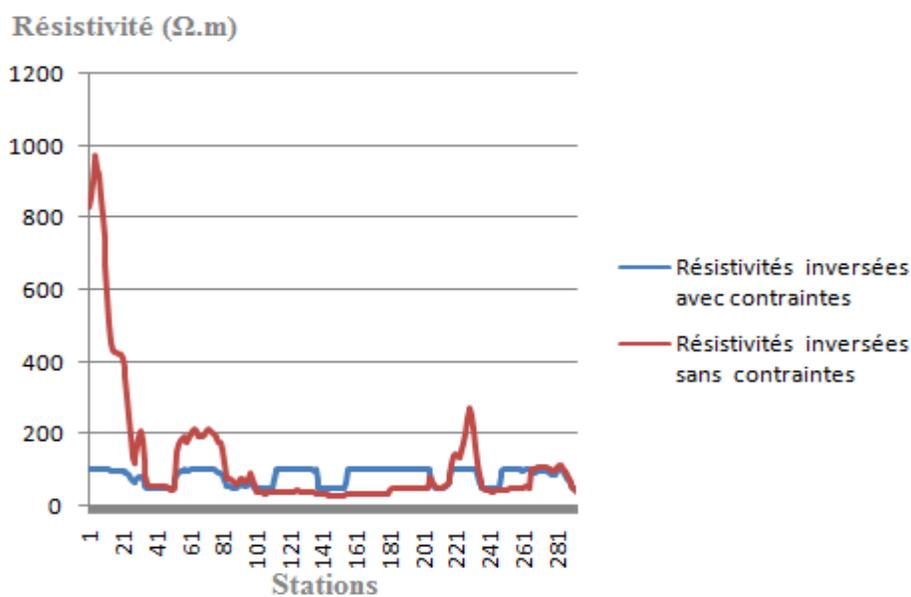
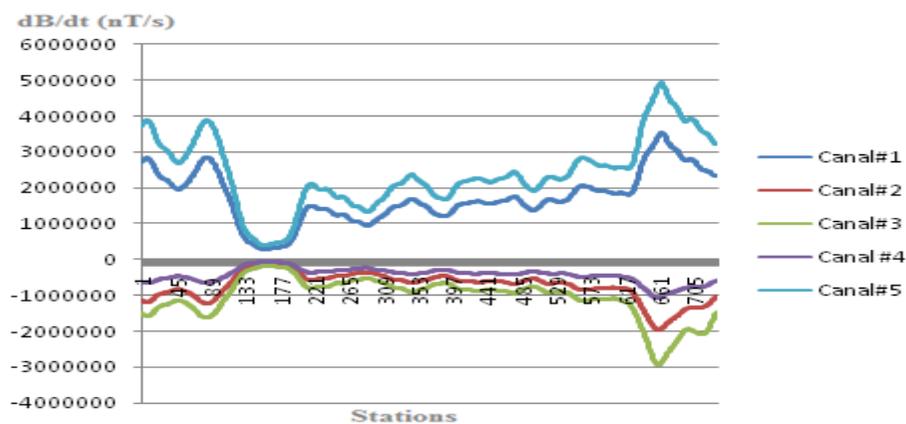


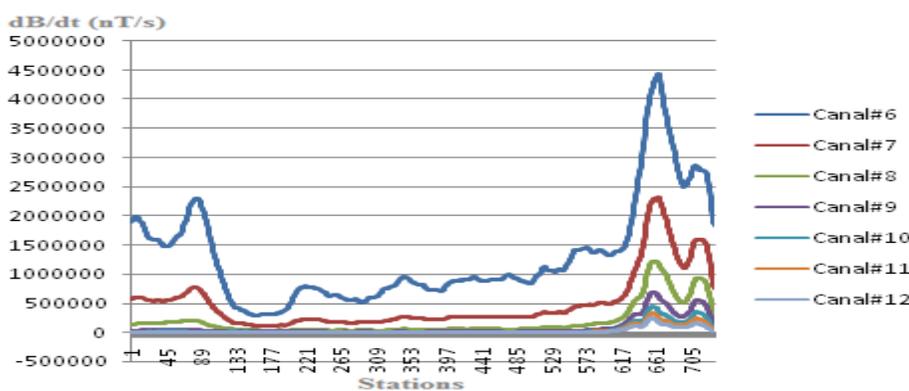
Figure 6-35: Résistivités calculées par inversion (ligne L46701).

La réponse MEGATEM mesurée (ligne#L44201) est donnée par la figure suivante :

(a)



(b)



(c)

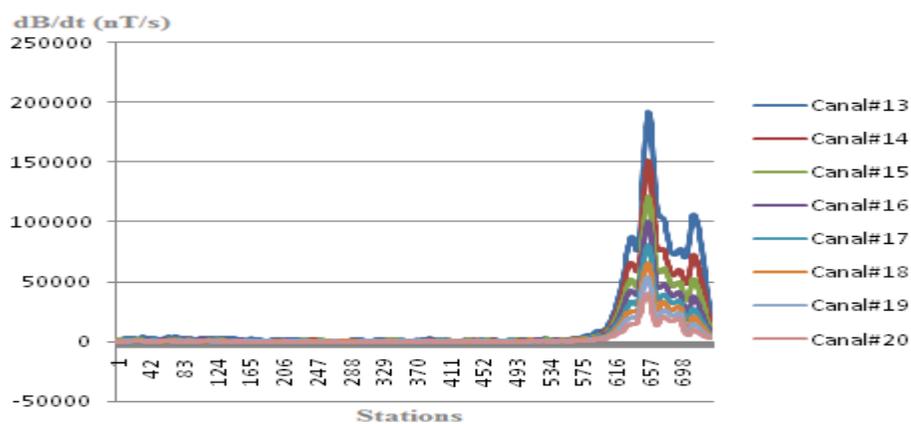


Figure 6-36: Réponse MEGATEM (ligne L44201) : (a) Temps-marche (canal#1 à #5), (b) Temps-mort (canal#6 à #12), (c) Temps-mort (canal#13 à #20).

Les épaisseurs et les résistivités calculées par inversion de la réponse MEGATEM (ligne L44201) avec contraintes (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectives de 4 m à 70 m et 10 $\Omega.m$ à 100 $\Omega.m$) et sans contraintes sont représentées par les figures suivantes:

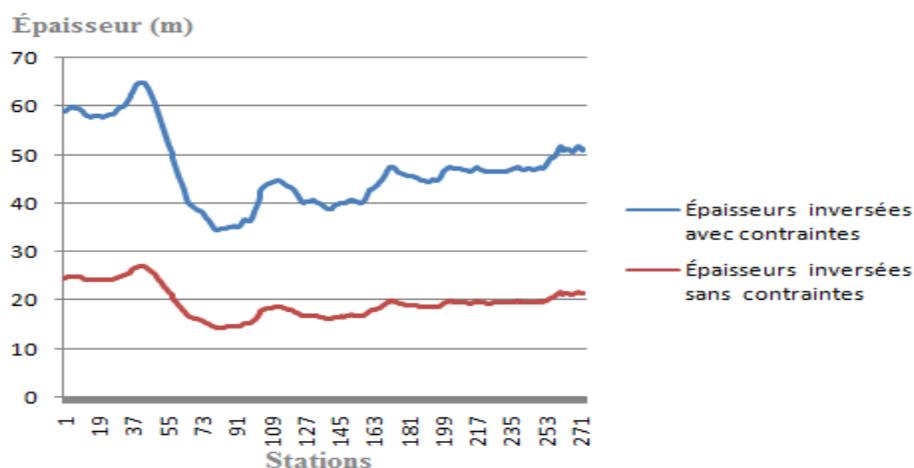


Figure 6-37: Épaisseurs calculées par inversion (ligne L44201).

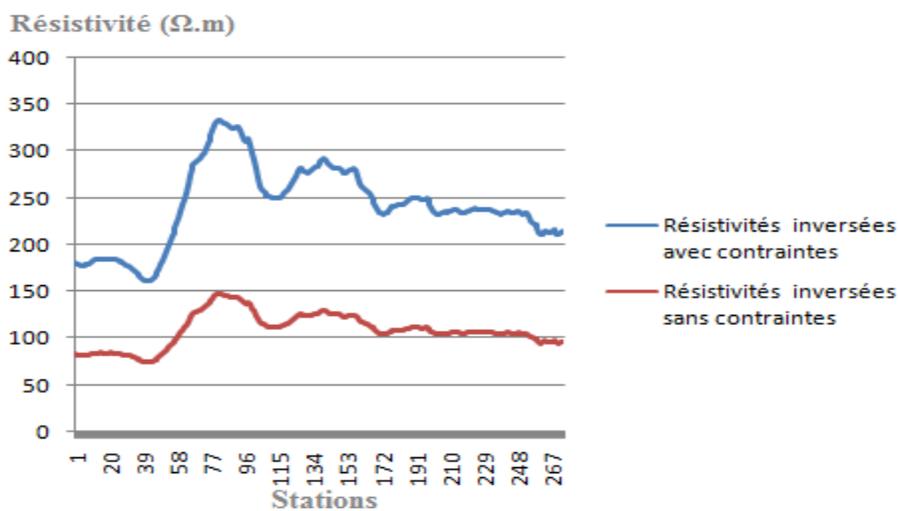


Figure 6-38: Résistivités calculées par inversion (ligne L44201).

6.2.3.2 Discussion des résultats d'inversion et de cokrigeage (en appliquant des

contraintes d'inégalité) :

La plupart des méthodes d'inversion présentent l'inconvénient d'avoir plusieurs solutions (non unicité). On peut trouver de nombreux modèles dont la réponse correspond parfaitement aux données observées mais ils ne reflètent pas la réalité géologique de la zone étudiée. Pour remédier à ce problème, on peut rajouter des informations dans le processus de l'inversion de manière à déterminer une solution stable et unique. *Pour cela, des informations sur les épaisseurs et les résistivités du mort-terrain sont introduites dans le code d'inversion Airbeo de telle sorte que l'épaisseur et la résistivité du mort terrain devraient être situées respectivement dans des intervalles de 4 m à 70 m et 10 $\Omega.m$ à 200 $\Omega.m$. Ces informations sont appelées les contraintes d'inégalité.*

A partir des cartes des conductances du mort terrain estimées par inversion des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe et variable en appliquant des contraintes d'inégalité (figure 6-39, 6-40), nous pouvons dire que ces cartes sont très similaires à la carte de la dérivée par rapport au temps du champ magnétique mesuré (figure 6-32), cela soutient l'hypothèse présentée par (Spies, and Frischknecht , 1991).

Cette hypothèse précise que pour un terrain conducteur peu épais, les mesures TDEM sont sensibles à la conductance (produit conductivité épaisseur σh). Nous pouvons conclure que les conductances sont très bien estimées.

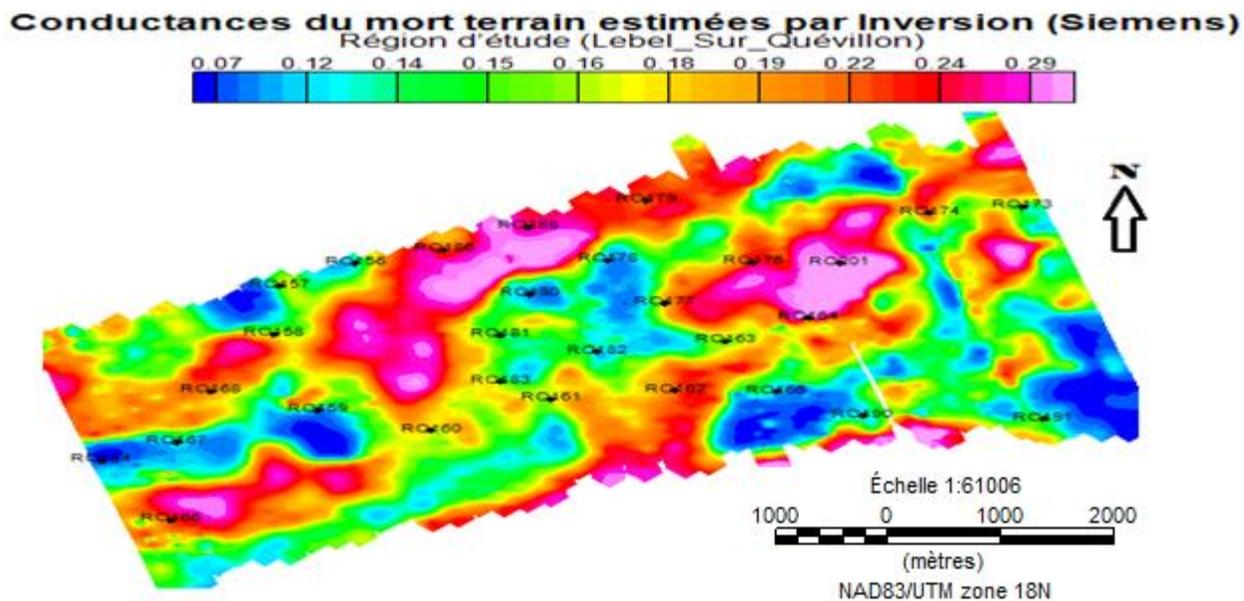


Figure 6-39: Conductances du mort-terrain estimées par inversion des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.

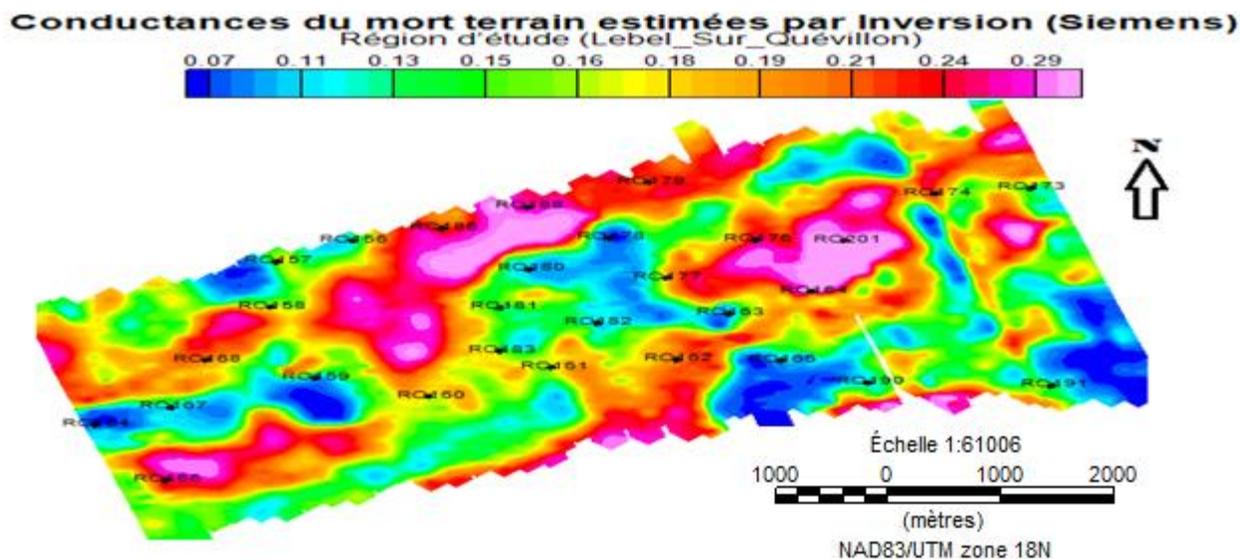


Figure 6-40: Conductances du mort-terrain estimées par inversion des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.

Si l'on s'intéresse maintenant aux épaisseurs obtenues par inversion avec un modèle initial fixe ou variable (Tableaux 6.5 et 6.6), on observe que les épaisseurs inversées au niveau de la majorité des forages sont bien estimées. On note également une bonne ressemblance entre les conductances calculées en utilisant un modèle initial fixe ou variable. On en déduit que quelque soit le modèle initial utilisé les conductances sont généralement bien reproduites.

Tableau 6.5: Comparaison des épaisseurs et des conductances estimées par inversion (avec contrainte) en utilisant un modèle initial fixe et les épaisseurs réelles au niveau des forages.

Forages	Épaisseurs réelles du mort terrain au niveau des forages	Épaisseurs du mort terrain calculées par inversion	Résistivités du mort terrain calculées par inversion	Conductances du mort terrain calculées par inversion
RO156	5.18	6.72	80	0.084
RO157	11.5	13.62	85	0.160235
RO158	10.66	11.73	100	0.1173
RO159	35.05	34.84	191.5	0.181932
RO160	26.92	25.61	145	0.176621
RO161	9.44	9.95	105	0.094762
RO162	17.67	18.11	95	0.190632
RO163	11.27	12.17	139.8	0.087053
RO164A	38.7	38.61	106.1	0.363902
RO165	13.1	13.95	150	0.093
RO166	14.62	15.04	110	0.136727
RO167	10.66	10.24	130	0.078769
RO168	31.61	33.24	162.5	0.204554
RO173	9.75	10.62	75	0.1416
RO174	28	27.55	159.1	0.173162
RO176	14.32	13.54	50.22	0.269614
RO177	19.2	19.42	135	0.143852
RO178	9.72	9.31	100	0.0931
RO179	48.16	47.72	179.7	0.265554
RO180	35.65	35.73	327	0.109266
RO181	23.42	23.66	179	0.132179
RO182	19.81	18.64	95.42	0.195347
RO183	17.37	17.53	139	0.126115
RO184	6.9	6.96	120	0.058
RO186	19.65	19.25	80	0.240625
RO188	43.27	42.66	142.2	0.3
RO190	14.02	14.36	145	0.099034
RO191	5.18	5.49	73	0.075205
RO201	31.08	30.74	99.24	0.309754

Tableau 6.6: Comparaison des épaisseurs et des conductances estimées par inversion (avec contrainte) en utilisant un modèle initial variable et les épaisseurs réelles au niveau des forages.

Forages	Épaisseurs réelles du mort terrain au niveau des forages	Épaisseurs du mort terrain calculées par inversion	Résistivités du mort terrain calculées par inversion	Conductances du mort terrain calculées par inversion
RO156	5.18	5.95	73.73	0.0807
RO157	11.5	13.62	85	0.160235
RO158	10.66	11.93	112.3	0.106233
RO159	35.05	34.71	194.4	0.178549
RO160	26.92	25.31	143.5	0.176376
RO161	9.44	10.12	92.3	0.109642
RO162	17.67	18.21	95	0.191684
RO163	11.27	13	155	0.083871
RO164A	38.7	36.97	102.1	0.362096
RO165	13.1	13.78	140.2	0.098288
RO166	14.62	14.96	100	0.1496
RO167	10.66	10.94	130	0.084154
RO168	31.61	33.26	162.7	0.204425
RO173	9.75	9.32	52.33	0.178101
RO174	28	28.04	149.7	0.187308
RO176	14.32	13.65	50	0.273
RO177	19.2	19.93	111.5	0.178744
RO178	9.72	10.18	100	0.1018
RO179	48.16	47.11	180	0.261722
RO180	35.65	35.44	324.9	0.10908
RO181	23.42	23.28	158	0.147342
RO182	19.81	18.11	91.81	0.197255
RO183	17.37	16.76	121.4	0.138056
RO184	6.9	8.16	119.9	0.068057
RO186	19.65	19.64	80	0.2455
RO188	43.27	44.74	150	0.298267
RO190	14.02	14.23	144.1	0.098751
RO191	5.18	5.05	61.54	0.08206
RO201	31.08	32.32	100	0.3232

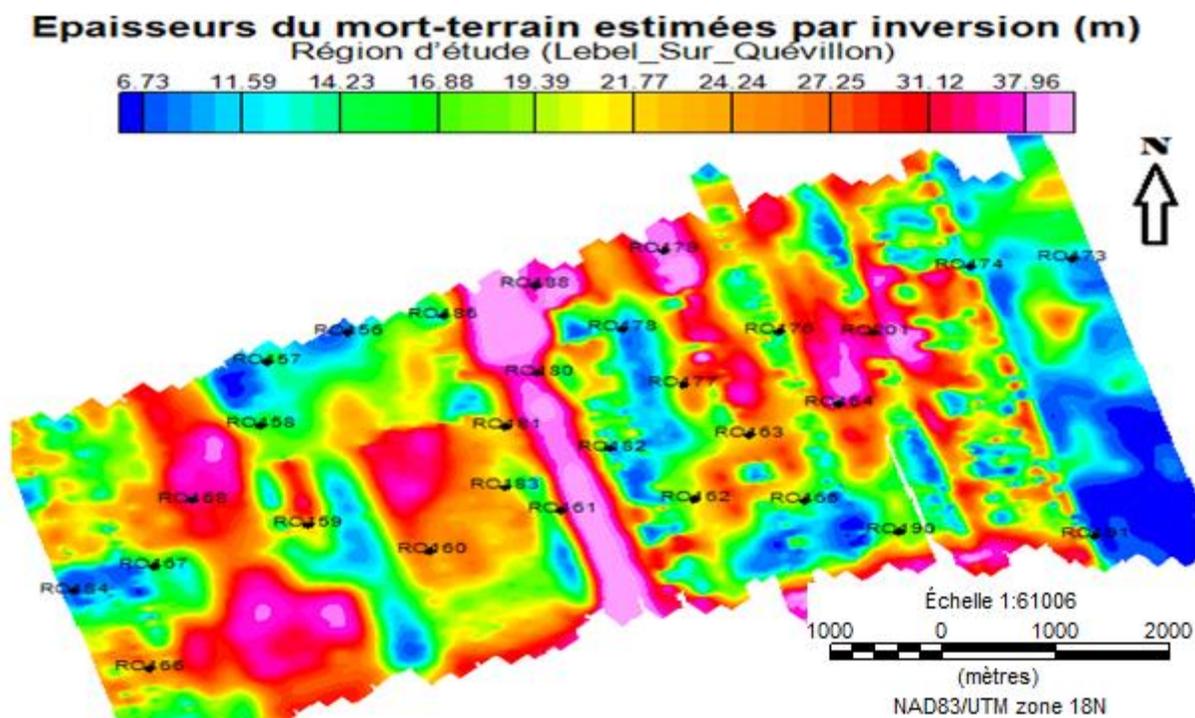


Figure 6-41: Épaisseur du mort-terrain calculée par inversion (avec contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.

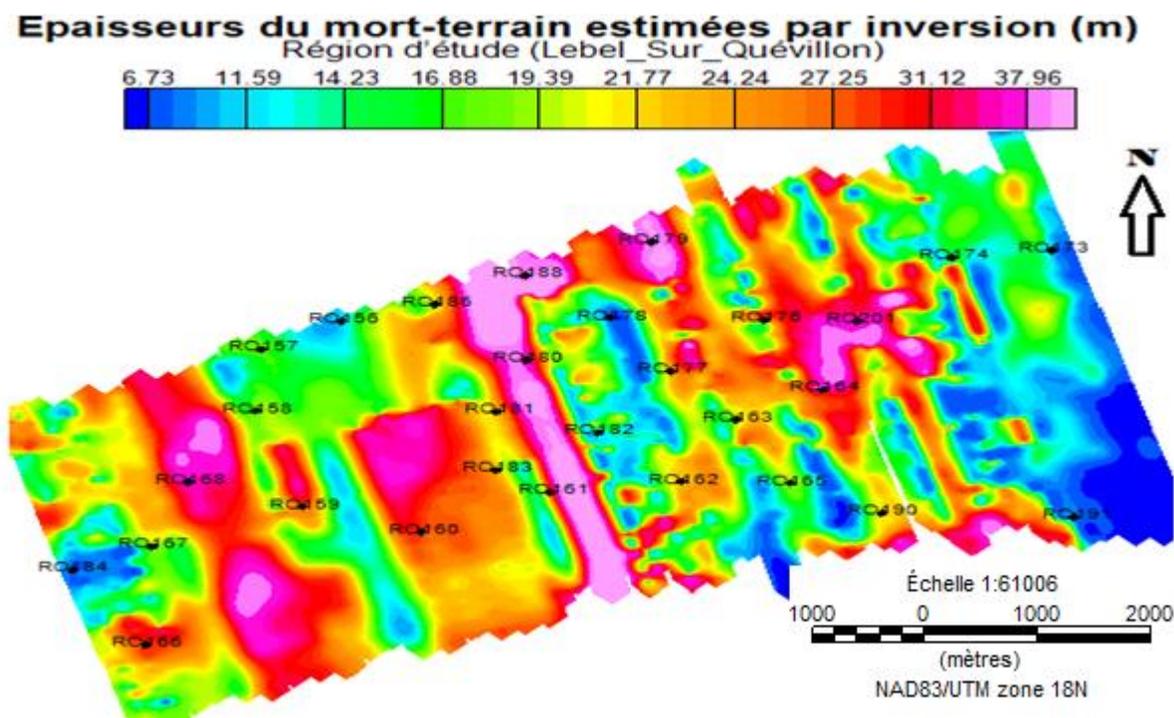


Figure 6-42: Épaisseur du mort-terrain calculée par inversion (avec contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.

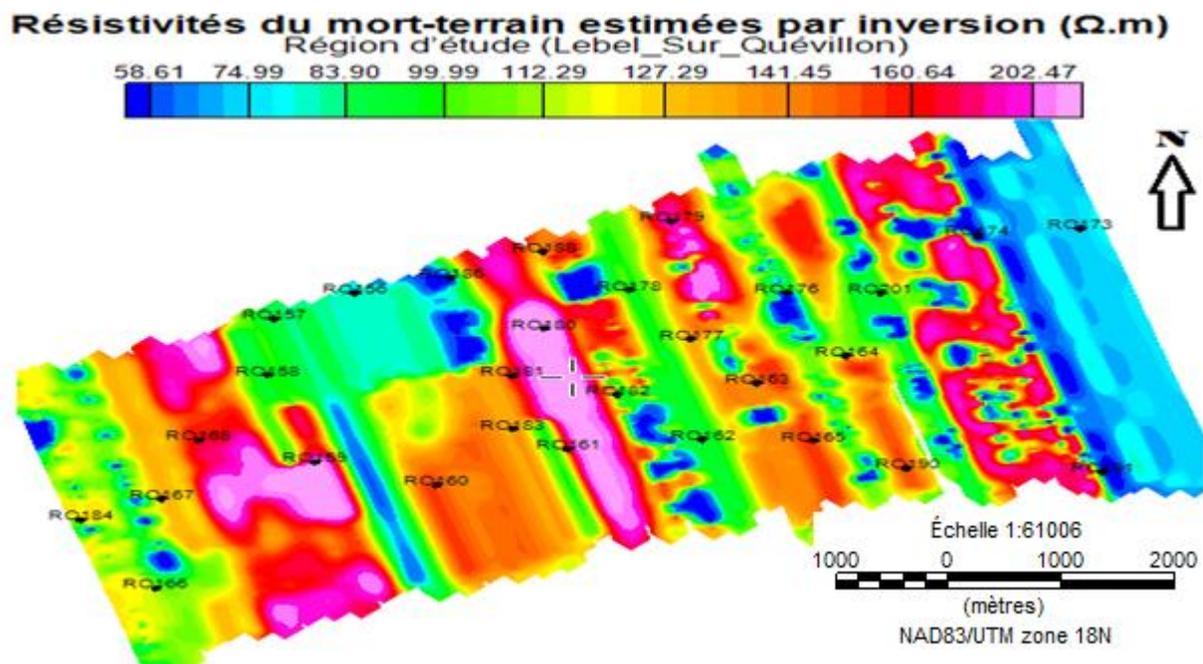


Figure 6-43: Résistivité du mort-terrain calculée par inversion (avec contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.

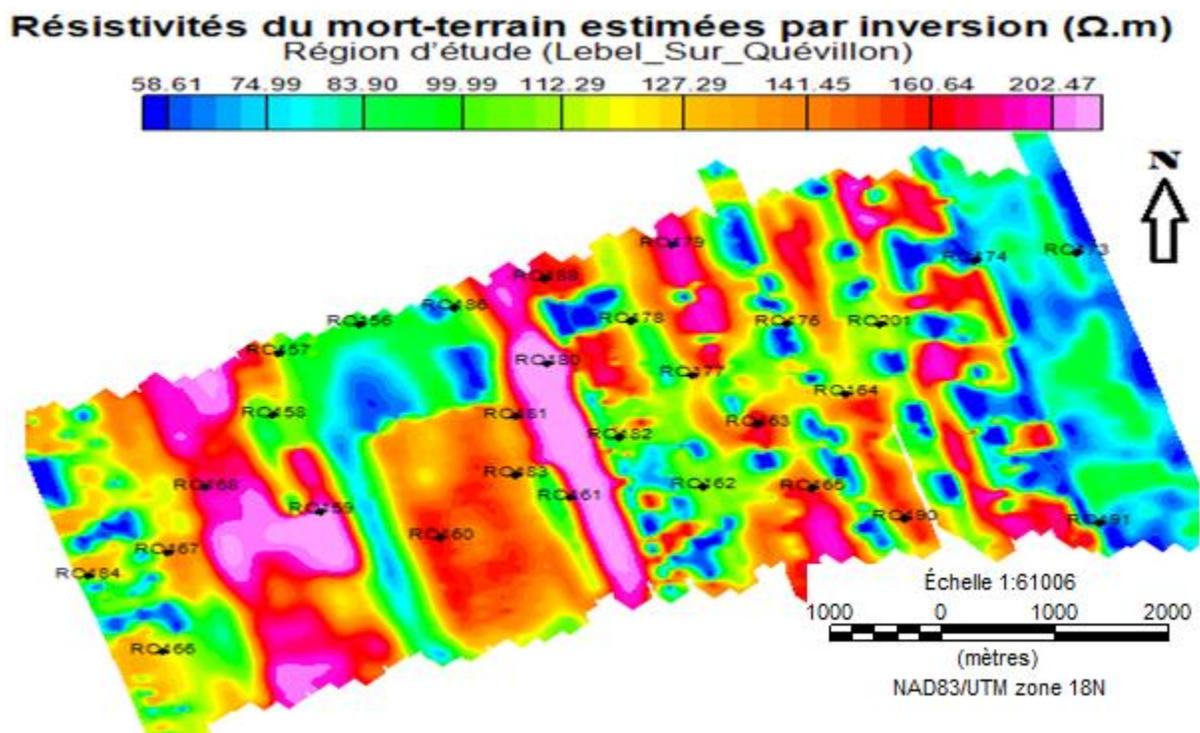


Figure 6-44: Résistivité du mort-terrain calculée par inversion (avec contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.

Les figures 6-41, 6-42, 6-43 et 6-44 montrent respectivement les épaisseurs et les résistivités du mort-terrain calculées par inversion en utilisant un modèle initial fixe ou variable. L'examen de ces cartes montre que les épaisseurs et les résistivités calculées par inversion sont influencées par le modèle initial utilisé. On a remarqué la présence d'un effet de lignes (les structures suivent la direction des lignes). Cet effet est dû probablement au type d'inversion 1D utilisé dans cette étude et/ou aux contraintes d'inégalité appliquées sur les lignes. Contrairement à la carte de la dérivée temporelle du champ magnétique secondaire mesuré et les cartes des conductances ou on a constaté une alternance des structures dans la direction N-S, les cartes des épaisseurs et des résistivités calculées par inversion présentent une alternance dans la direction O-E.

Nous avons constaté une erreur quadratique moyenne qui varie entre 0.86% à 5.5%. Cela indique que les réponses des modèles ajustent bien les données observées et que les variations d'épaisseur et de résistivité mises en évidence par inversion reflètent bien conjointement les changements dans les propriétés géoélectriques du mort-terrain.

Un autre effet très important à relever sur les cartes de conductance et d'épaisseurs inversées c'est que les structures se ressemblent sur la plupart des forages sauf sur les forages RO-159, RO-180 et RO181. Cette contradiction est due principalement à la forte résistivité constatée sur ces forages (figures 6-43 et 6-44) par rapport à la résistivité moyenne de la région d'étude. Nous pouvons expliquer cela, par la nature de certains dépôts du mort-terrain qui peuvent posséder des caractéristiques différentes des paramètres du modèle initial. Par conséquent, nous pouvons attribuer ces fortes résistivités probablement à l'existence des petites couches sableuses très résistives dans le mort-terrain.

6.2.3.3 Discussion des résultats d'inversion et de cokrigeage (sans l'application des contraintes d'inégalité) :

Les résultats de l'inversion sans l'introduction des contraintes en utilisant un modèle initial fixe ou variable ont montré une mauvaise estimation de l'épaisseur et de la résistivité du mort-terrain. L'examen de ces résultats a montré une épaisseur et une résistivité maximale respectivement de 374 m et de 957.81 Ω .m. Ces résultats ne reflètent pas la réalité géoélectrique du mort-terrain de la région d'étude connue du point de vue épaisseur du moins par forage stratigraphique. La technique d'inversion a généré une erreur quadratique moyenne de l'ordre de 0.93% à 6.7%.

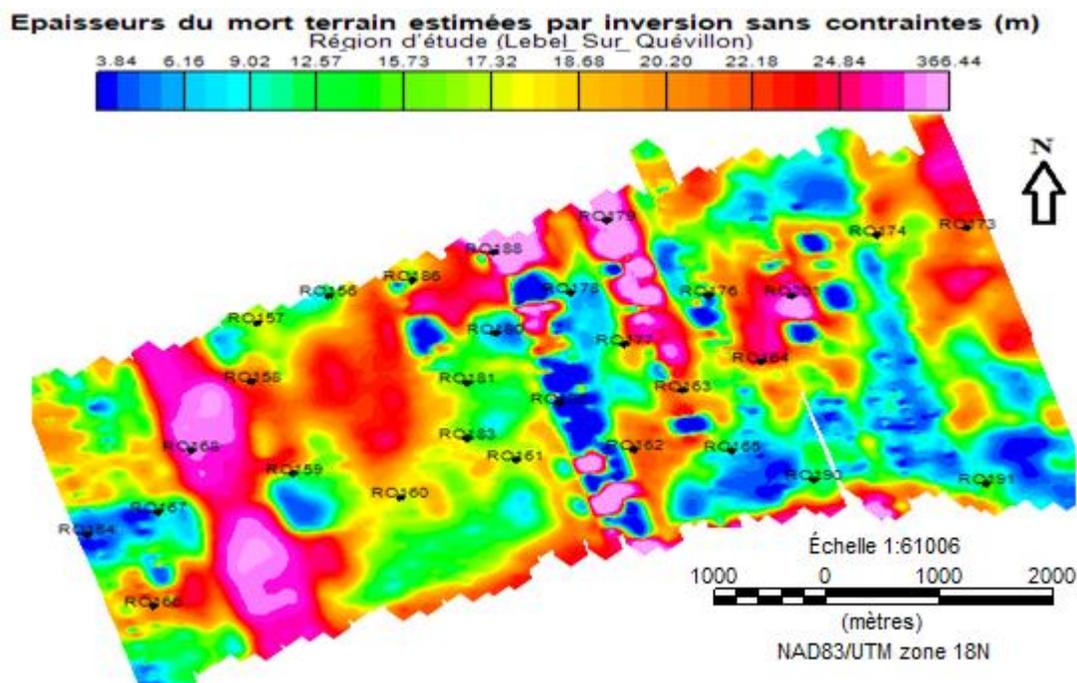


Figure 6-45: Épaisseur du mort-terrain calculée par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.

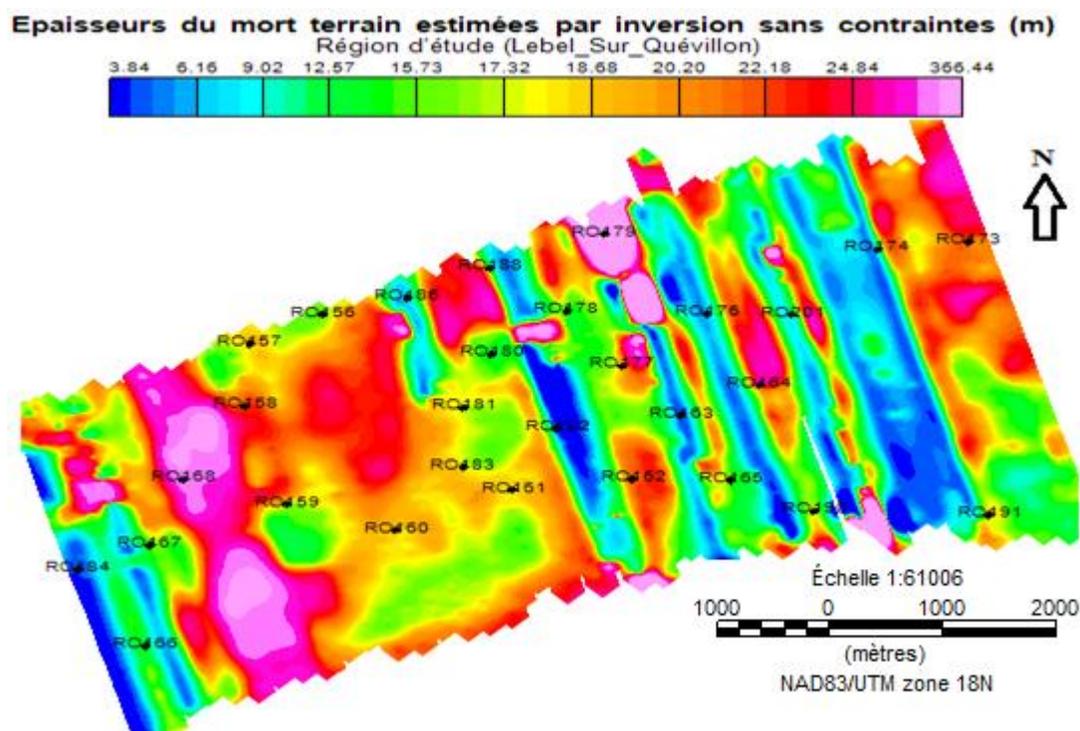


Figure 6-46: Épaisseur du mort-terrain calculée par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.

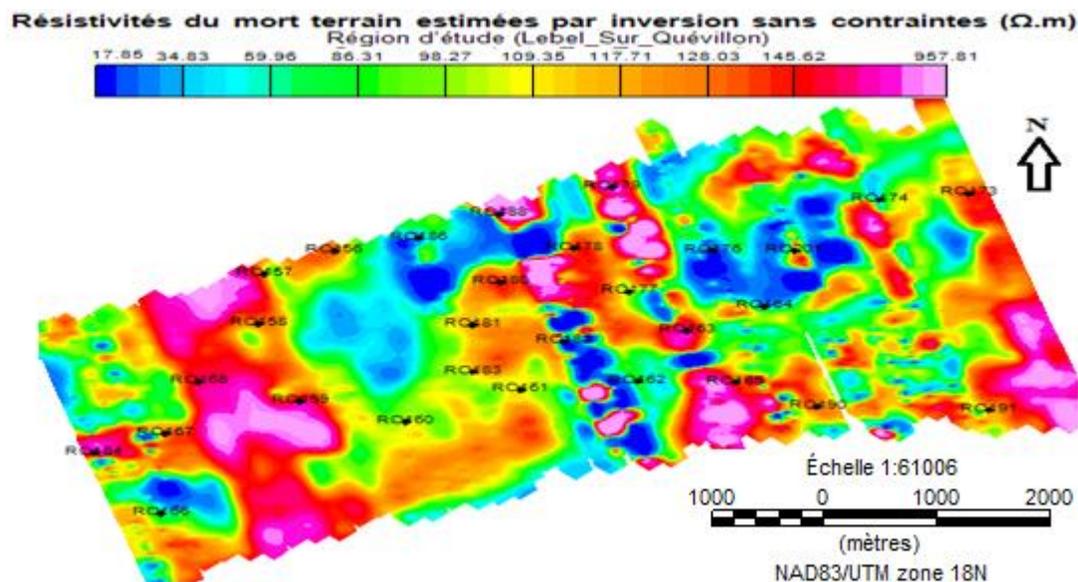


Figure 6-47: Résistivité du mort-terrain calculée par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.

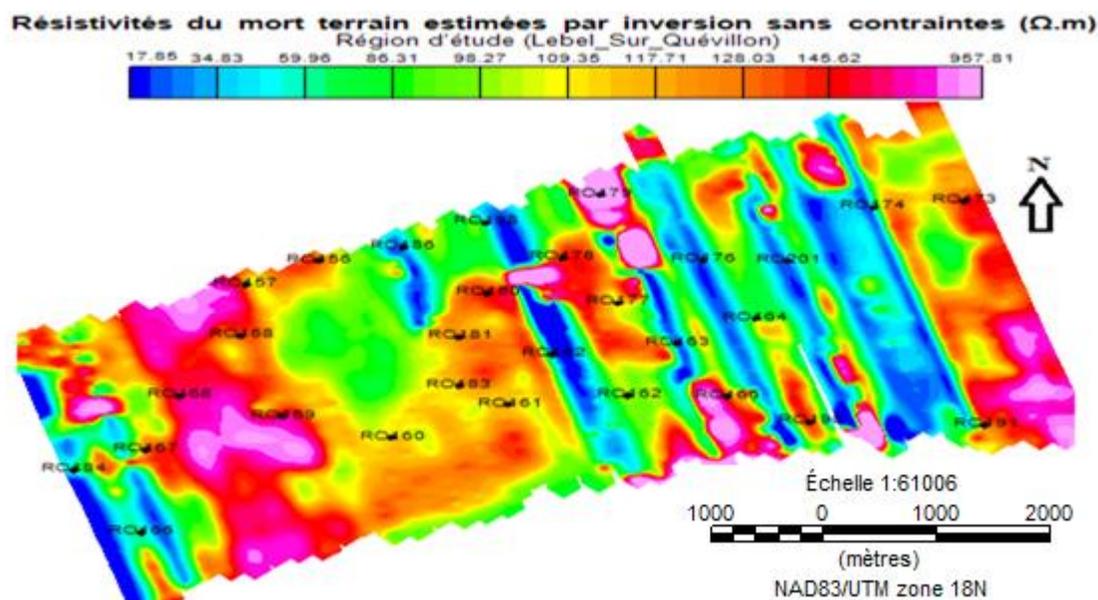


Figure 6-48: Résistivité du mort-terrain calculée par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.

De plus, l'épaisseur estimée par inversion n'est pas en accord avec l'épaisseur réelle au niveau des forages. Les tableaux 6.7 et 6.8 donnent une comparaison des épaisseurs estimées par inversion en utilisant un modèle initial fixe ou variable et les épaisseurs réelles au niveau des forages.

Tableau 6.7: Comparaison des épaisseurs et des conductances estimées par inversion (sans contrainte) en utilisant un modèle initial fixe et les épaisseurs réelles au niveau des forages.

Forages	Épaisseurs réelles du mort terrain au niveau des forages	Épaisseurs du mort terrain calculées par inversion	Résistivités du mort terrain calculées par inversion	Conductances du mort terrain calculées par inversion
RO156	5.18	17.09	125.7	0.135959
RO157	11.5	18.54	114.3	0.162205
RO158	10.66	19.64	159.7	0.122981
RO159	35.05	20.46	147.9	0.138337
RO160	26.92	19.12	110.5	0.173032
RO161	9.44	16.87	127.9	0.1319
RO162	17.67	21.38	98.12	0.217896
RO163	11.27	21.03	200.7	0.104783
RO164A	38.7	26.64	75.92	0.350896
RO165	13.1	15.54	138.4	0.112283
RO166	14.62	17.64	120.8	0.146026
RO167	10.66	15.85	135.6	0.116888
RO168	31.61	33.24	162.5	0.204554
RO173	9.75	23.7	125.4	0.188995
RO174	28	17.98	109.6	0.164051
RO176	14.32	11.97	44.58	0.268506
RO177	19.2	19.44	109.2	0.178022
RO178	9.72	16.94	126.6	0.133807
RO179	48.16	42.24	188.9	0.22361
RO180	35.65	14.76	145.8	0.101235
RO181	23.42	17.55	121.5	0.144444
RO182	19.81	5.154	46.86	0.109987
RO183	17.37	17.7	121	0.146281
RO184	6.9	12.51	206.2	0.060669
RO186	19.65	23.72	100.9	0.235084
RO188	43.27	93.58	333.6	0.280516
RO190	14.02	16.45	131	0.125573
RO191	5.18	17.59	120.5	0.145975
RO201	31.08	31.58	111.6	0.282975

Tableau 6.8: Comparaison des épaisseurs et des conductances estimées par inversion (sans contrainte) en utilisant un modèle initial variable et les épaisseurs réelles au niveau des forages.

Forages	Épaisseurs réelles du mort terrain au niveau des forages	Épaisseurs du mort terrain calculées par inversion	Résistivités du mort terrain calculées par inversion	Conductances du mort terrain calculées par inversion
RO156	5.18	17.08	125.7	0.135879
RO157	11.5	18.54	114.3	0.162205
RO158	10.66	19.64	159.9	0.122827
RO159	35.05	20.17	146	0.138151
RO160	26.92	19.02	110	0.172909
RO161	9.44	16.74	126.8	0.132019
RO162	17.67	21.49	98.61	0.217929
RO163	11.27	3.626	29.47	0.12304
RO164A	38.7	26.98	76.82	0.351211
RO165	13.1	15.49	138.1	0.112165
RO166	14.62	17.72	121.6	0.145724
RO167	10.66	15.74	134.6	0.116939
RO168	31.61	33.26	162.7	0.204425
RO173	9.75	23.89	126.3	0.189153
RO174	28	5.223	28.16	0.185476
RO176	14.32	6.073	22.49	0.270031
RO177	19.2	19.33	108.6	0.177993
RO178	9.72	16.88	125.9	0.134075
RO179	48.16	130.6	449.7	0.290416
RO180	35.65	14.55	143.8	0.101182
RO181	23.42	17.55	121.6	0.144326
RO182	19.81	3.361	30.74	0.109336
RO183	17.37	17.56	120.2	0.14609
RO184	6.9	4.62	57.37	0.16753
RO186	19.65	6.85	26.77	0.255883
RO188	43.27	7.67	32.42	0.236582
RO190	14.02	16.14	128.6	0.125505
RO191	5.18	17.64	120.9	0.145906
RO201	31.08	13.79	44.54	0.309609

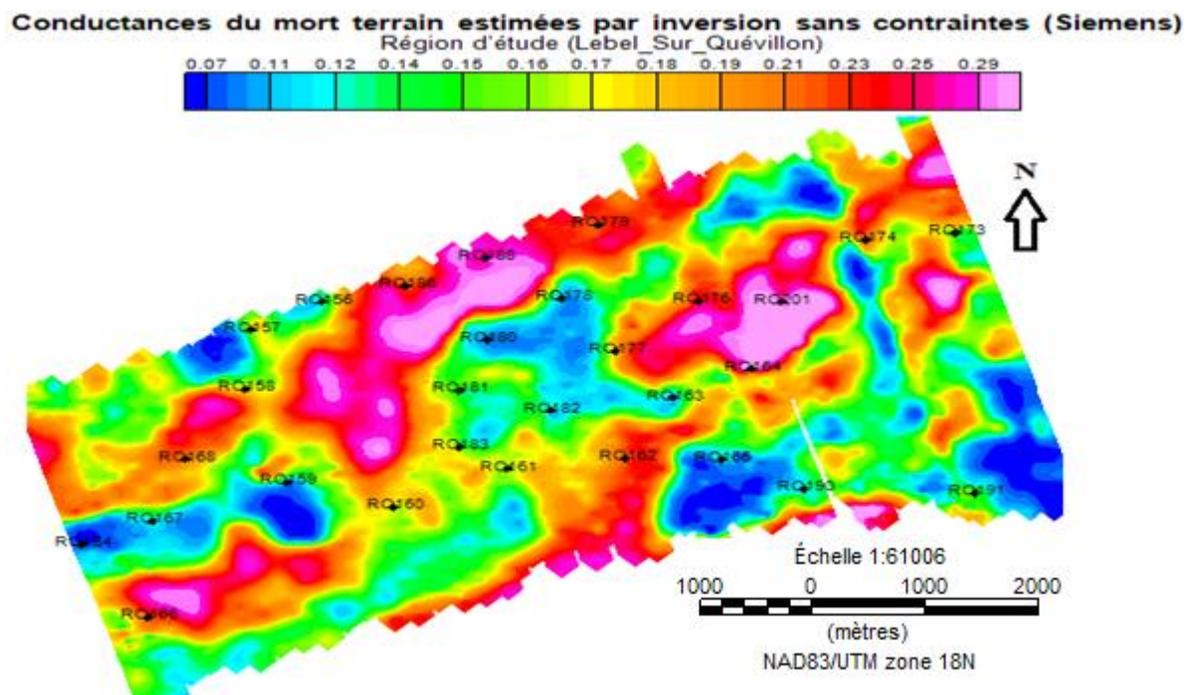


Figure 6-49: Conductances du mort-terrain estimées par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial fixe.

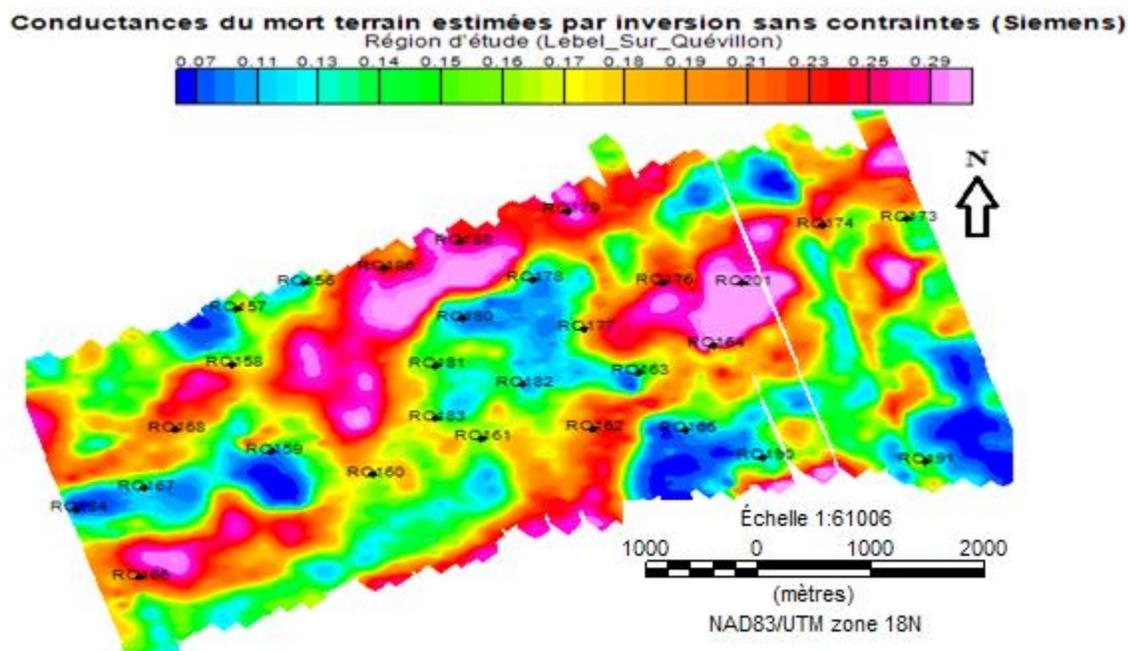


Figure 6-50: Conductances du mort-terrain estimées par inversion (sans contrainte) des données aéroportées en utilisant un modèle initial variable.

Les résultats d'inversion sans contraintes avec un modèle initial fixe ou variable permettent de tirer les constatations suivantes :

- on a constaté le même effet de lignes sur les cartes d'épaisseur et de résistivité sans contraintes et celles avec contraintes, ce qui nous laisse à expliquer cela par l'utilisation d'un code d'inversion 1D sur les lignes;
- l'estimation des épaisseurs et des résistivités par inversion est fortement influencée par le modèle initial que l'on emploie;
- on a remarqué que quelque soit le type d'inversion utilisée avec contraintes ou sans contraintes, les conductances sont bien estimées;
- on a pu encore reconfirmer l'étude empirique de [Spies et Frischknecht, \(1991\)](#) qui précise que la réponse TDEM pour un terrain conducteur peu épais est sensible à la conductance.

La dernière étape est l'estimation des épaisseurs du mort-terrain par cokrigage. Le cokrigage est un moyen d'améliorer l'estimation de la variable étudiée qui est l'épaisseur du mort-terrain par l'apport d'une variable auxiliaire qui est la conductance mieux échantillonnée.

Pour cette étude, le modèle sphérique a été utilisé pour un ajustement satisfaisant selon les données des conductances inversées et épaisseurs du mort-terrain. Puisque les conductances calculées par inversion (avec ou sans contrainte) en utilisant un modèle initial fixe ou variable sont presque identiques. Nous avons utilisé le même modèle pour l'ajustement de ces covariogrammes.

La figure 6-49 illustre l'ajustement du modèle de variogramme avec le module Easy Krig.

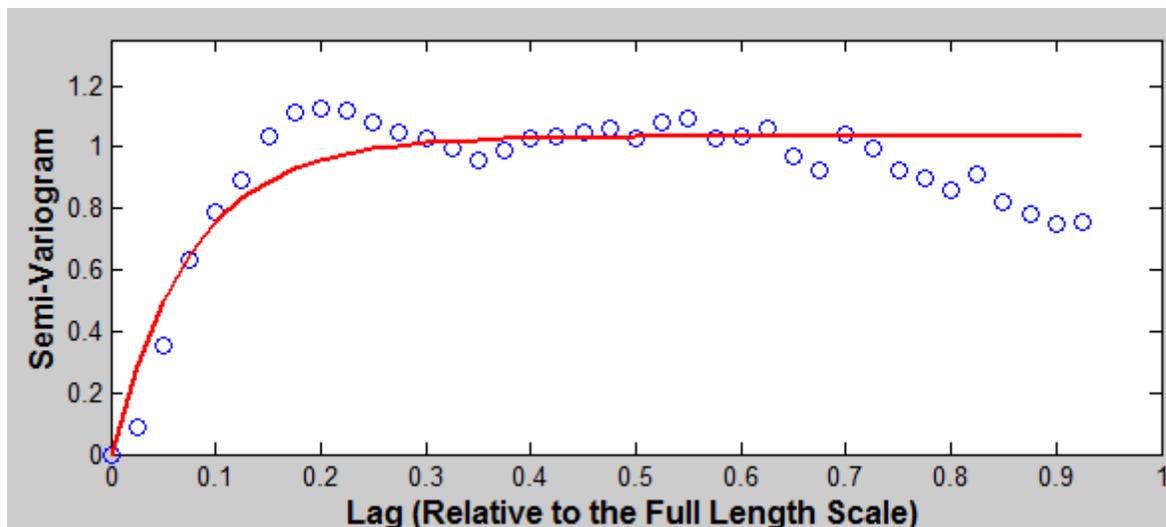


Figure 6-51: Modèle sphérique pour ajuster les variogrammes des conductances avec ou sans contrainte (épaisseur et résistivité situées dans des intervalles respectives de 4 m à 70 m et 10 $\Omega.m$ à 200 $\Omega.m$) en utilisant un modèle initial fixe ou variable avec un palier égal à 1.0341 et un effet de pépite égal à 0 (les valeurs du variogramme sont normalisées par l'écart type au carré des données utilisées).

Les résultats dénormalisés du modèle sphérique utilisé pour l'ajustement des variogrammes des conductances avec ou sans contrainte et des variogrammes des épaisseurs réelles sont présentées dans le tableau suivant :

Tableau 6.9 : Les valeurs dénormalisées de l'ajustement des variogrammes des conductances avec ou sans contrainte et des variogrammes des épaisseurs réelles.

	Effet de pépite (S)	Palier (S)	Portée (m)
Variogramme des conductances	0	0.004	2500
Variogramme des épaisseurs réelles	0	141	2500

Pour cela, nous avons calculé un coefficient de corrélation et une covariance croisée entre les épaisseurs réelles et les conductances respectivement de l'ordre de 0.52 et 0.39.

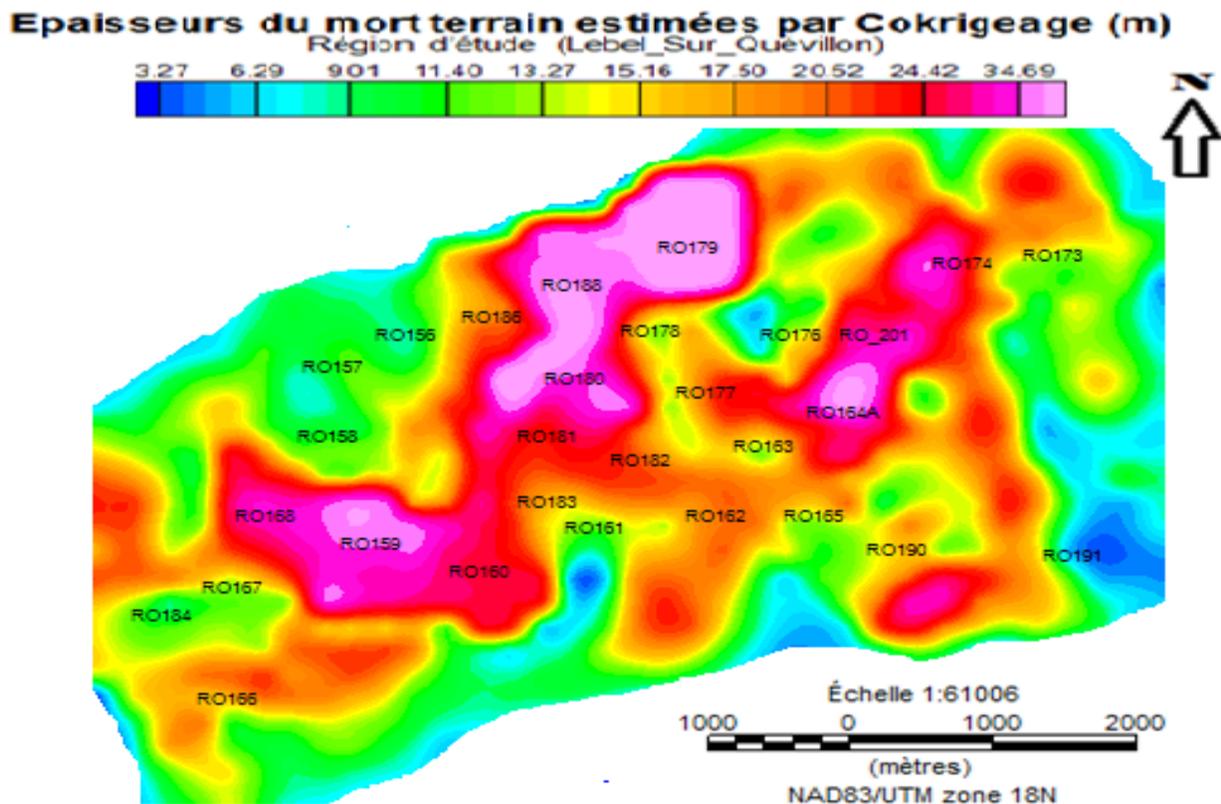


Figure 6-52: Épaisseur du mort-terrain calculée par cokrigage en utilisant un modèle initial fixe ou variable dans l'inversion.

Un premier coup d'œil sur la carte des épaisseurs cokrigées montre que cette carte est plus réaliste que les cartes des épaisseurs inversées. Nous pouvons constater que l'épaisseur du mort-terrain varie rapidement, ce qui va masquer la géologie du socle et rend difficile l'interprétation des données des autres méthodes géophysiques. Un autre résultat positif relevé est la disparition de l'effet de lignes, cela grâce au code du cokrigage qui agit sur les deux directions, contrairement au code d'inversion qui est un programme 1D. Nous pouvons constater également que le mort-terrain est plus épais au centre de la région d'étude que sur les frontières.

L'analyse des cartes des épaisseurs cokrigées montre une alternance des structures dans la direction N-S. Cette même alternance a déjà été constatée dans la carte de la dérivée par rapport au temps du champ magnétique mesuré et la carte des conductances inversées. Cela suggère que les épaisseurs calculées par cokrigage sont mieux estimées. En outre, l'examen de ces cartes montre l'existence d'une contradiction avec la carte des conductances inversées au niveau des forages RO-159, RO-180 et RO181; ce résultat a été déjà constaté sur la carte des épaisseurs

inversées avec contraintes qui est dû principalement à la forte résistivité du mort-terrain dans ces forages.

Afin de tester la performance du cokrigeage, une validation croisée est réalisée. La validation croisée consiste à enlever une station d'observation dans l'échantillon et à interpoler sans utiliser cette station. On compare ensuite la valeur estimée obtenue avec la valeur réelle observée à la station. On répète cette étape pour chaque station de l'échantillon. La valeur moyenne de tous les écarts observés constitue le critère de fiabilité du programme de cokrigeage. Les résultats détaillés de la validation croisée (erreurs RMS) sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 6.10 : Erreurs associées à la validation croisée.

Moyenne	Épaisseurs calculés par inversion sans contrainte	Épaisseurs calculées par krigage	Épaisseurs calculées par cokrigeage
RMS (m)	11	10	8

A partir des résultats du tableau 6.10, nous constatons que l'erreur RMS associée au cokrigeage est plus petite que celles associées à l'inversion sans contrainte et au krigage. Nous pouvons dire que le cokrigeage permet d'améliorer l'épaisseur du mort-terrain en exploitant l'apport de la conductance calculée par inversion.

Finalement, nous pouvons faire une petite comparaison entre cette étude et celle faite par [Vallée et Smith \(2009\)](#). Ils ont modifié le programme Airbeo 1D, en incorporant des contraintes latérales. L'application de ces contraintes consiste à introduire une matrice de rugosité qui est résolue simultanément avec la matrice jacobienne dans une inversion itérative pour déterminer les paramètres du modèle (épaisseur et résistivité). Le travail de [Vallée et Smith \(2009\)](#) a montré que les résultats d'inversion sans l'introduction des contraintes latérales ne reflètent pas l'image géologique étudiée, contrairement aux résultats issus par inversion en appliquant des contraintes latérales qui ont amélioré beaucoup l'image géologique. Nous pouvons dire que notre étude a abouti à des résultats similaires, nous avons vu que nos épaisseurs calculées par inversion ne reflètent pas la réalité géologique de la région d'étude. L'utilisation du cokrigeage qui utilise les épaisseurs réelles au niveau des forages comme variable principale et les conductances calculées par inversion comme variable secondaire a beaucoup amélioré nos images géologiques.

CHAPITRE 7 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Les différents travaux présentés dans ce mémoire avaient pour objectif principal de déterminer l'épaisseur du mort-terrain. Pour cela, un modèle initial de deux couches a été utilisé pour représenter la région d'étude. Ce modèle est représenté par une couche conductrice qui est le mort-terrain et un socle très résistant. Pour atteindre cet objectif, nous avons utilisé la méthode TDEM sensible aux conducteurs. Comme la région d'étude appartient à une zone forestière très vaste, l'utilisation des sondages TDEM au sol s'avère impossible. Pour cela, une bonne partie de cette région a fait l'objet de levés électromagnétiques aéroportés de type transitoire (MEGATEM). Dans ce cadre, deux algorithmes ont été utilisés.

Le premier algorithme est basé sur la technique d'inversion avec ou sans contraintes d'inégalité sur les épaisseurs et les résistivités du mort-terrain. La solution de l'inversion est fortement influencée par le modèle initial que l'on emploie. Cela pour les épaisseurs et les résistivités mais beaucoup moins pour les conductances.

Le deuxième algorithme utilise la technique du cokrigage. Cette technique d'interpolation spatiale consiste à améliorer la variable principale qui est l'épaisseur du mort-terrain au niveau des forages en exploitant les données des conductances estimées par inversion qui sont mieux échantillonnées.

Ces deux algorithmes ont été appliqués sur des données synthétiques et réelles. Les résultats obtenus sur les données synthétiques montrent que les deux algorithmes ont très bien performés. De plus, l'algorithme d'inversion a montré une bonne robustesse dans le cas d'un niveau de bruit élevé. Les cartes des épaisseurs et résistivités calculées par inversion ont montré la présence d'un effet de lignes, cela pourra être expliqué par l'utilisation d'un code d'inversion 1D. L'analyse des résultats d'inversion avec contraintes d'inégalité montre que le mort terrain est caractérisé par des épaisseurs qui varient entre 5 à 60 m et des résistivités qui varient entre 20 $\Omega.m$ à 140 $\Omega.m$, ce qui représente très bien la région d'étude. Les résultats d'inversion sans contraintes ont montré une épaisseur qui varie entre 7 m à 374 m avec une résistivité qui varie entre 20 $\Omega.m$ à 957.81 $\Omega.m$. Cela ne reflète pas la réalité géologique de la région. Toutefois les cartes de conductances réalisées nous ont convaincu de la pertinence et de l'utilité de cette méthode d'inversion dans l'exploration du mort-terrain. Nous avons pu confirmer dans cette étude que la réponse TDEM est sensible à la conductance du fait que la carte de la dérivée par rapport au temps du champ

magnétique mesuré est très semblable à la carte des conductances inversées, ce qui est en accord avec l'hypothèse présentée par [Spies et Frischknecht \(1991\)](#).

Les estimations effectuées sur les données de terrain confirment les résultats obtenus sur les données synthétiques. Certaines estimations sont très précises tandis que d'autres donnent des résultats trompeurs, par exemple les conductances au niveau des forages RO-159, RO-180 et RO181. Cette contradiction est probablement due à la géologie des dépôts et au choix du modèle initial.

Pour le cokrigage, nous pouvons dire que cette technique a amélioré les résultats d'inversion. La résolution est en fonction de la disposition des forages. Elle est bonne pour des forages rapprochés et elle ne l'est pas lorsque ceux-ci sont éloignés. Le cokrigage nous a permis de reproduire nos épaisseurs réelles dans les endroits rapprochés des puits. Dans le cas des endroits éloignés des puits, nous avons pu retrouver l'allure de la variation de l'épaisseur du mort-terrain, et cela grâce aux conductances bien estimées par inversion et utilisées comme variable secondaire dans le cokrigage. Cela nous a également permis de corriger l'effet de lignes qui existait sur les cartes des épaisseurs et des résistivités inversées. Un autre résultat important est que la carte des épaisseurs cokrigées ressemble à la carte des conductances inversées. Comme on sait que les conductances sont bien estimées par inversion, cela renforce notre confiance pour les épaisseurs cokrigées.

Finalement, pour améliorer les travaux futurs dans cette région nous proposons quelques recommandations :

- ✓ pour corriger l'effet de ligne sur les cartes des épaisseurs et des résistivités calculées par inversion, nous proposons d'exécuter des profils perpendiculaires aux profils utilisés dans cette étude. Donc ces nouveaux profils vont servir comme un outil de rattachement avec les anciens profils, ils vont jouer le rôle de points de calage et ils peuvent aider à assurer la continuité des structures sur les deux directions. Nous pouvons appuyer cette recommandation par l'étude faite par [Christiansen, Auken, Foged, et Soerensen \(2006\)](#).

Ils ont exécuté deux types d'inversion, la première consiste à appliquer des contraintes latérales le long des lignes de vol. La deuxième consiste à faire une inversion spatialement contrainte le long et à travers les lignes. Ils ont trouvé que la première technique a engendré des effets de lignes sur les cartes établies. Ils ont expliqué cela par l'absence d'information entre les lignes adjacentes. Pour la deuxième technique, ils ont constaté que les effets de lignes et quelques artefacts ont disparu sur les cartes.

pour enlever l'ambiguïté sur les conductances des forages RO-159, RO-180 et RO-181, nous proposons des mesures diagraphiques avec le dispositif EM39, pour expliquer le caractère résistif du mort-terrain au niveau de ces forages.

BIBLIOGRAPHIE

Akin, J.E. (1982). Application and Implementation of Finite Element Methods. Computational Mathematics and Applications Series. Academic Press.

Alumbaugh, D.L., et Newman, G.A. (2000). Image appraisal for 2-D and 3-D electromagnetic inversion. *Geophysics*, 65, 1455–1467.

Annan, A.P., et Lockwood, R. (1991). An application of airborne GEOTEM in Australian conditions. *Exploration Geophysics*, 22, 5-12.

Annan, A.P., Smith, R.S., Lemieux, J., O'Connell, M.D., et Pedersen, R.N. (1996). Resistive-limit, time-domain AEM apparent conductivity. *Geophysics*, 61, 93–99.

Auken, E. (1995). 1D time domain electromagnetic interpretations over 2D and 3D structures. Proceedings of the Symposium on the Application of Geophysics to Engineering and Environmental Problems, Orlando, USA. EEGS, pp. 329–338.

Auken, E., Pellerin, L., et Sorensen, K. (2001). Mutually constrained inversion (MCI) of electrical and electromagnetic data. 71st SEG Meeting, San Antonio, Texas, USA, Expanded Abstracts, 1455–1458.

Auken, E., Foged N. et Sørensen, K.I. (2002). Model recognition by 1-D laterally constrained inversion of resistivity data: 9th Meeting, Environmental and Engineering Geophysical Society-European Section, Proceedings, 241-244.

Auken, E., Jørgensen, F., Sørensen, K.I.(2003). Large-scale TEM investigation for groundwater. *Exploration Geophysics*, 33, 188–194.

Auken, E., Christiansen, A.V., Jacobsen, L., et Soerensen, K. (2004). Laterally constrained 1D inversion of 3D TEM data. *Near Surface 2004*, Utrecht, the Netherlands, Expanded Abstracts.

Auken, E., et Christiansen, A.V. (2004). Layered and laterally constrained 2D inversion of resistivity data. *Geophysics*, 69, 752–761.

Auken, E., Christiansen, A.V., Jacobsen, B.H., Foged, N., et Sørensen, K.I. (2005). Piecewise 1D laterally constrained inversion of resistivity data. *Geophysical Prospecting*, 53, 497–506.

Auken, E., Christiansen, A.V., Jacobsen, L., et Soerensen, K. (2005). Laterally constrained 1D inversion of 3D TEM data. *SAGEEP 2005*, Atlanta, USA, Expanded Abstracts.

Auken, E., Christiansen, A.V., Jacobsen, L., et Soerensen, K. (2008). A resolution study of buried valleys using laterally constrained inversion of TEM data. *Journal of Applied Geophysics*, 65, 10–20.

Baillargeon, S. (2005). *Le krigeage : revue de la théorie et application à l'interpolation spatiale de données de précipitations*. Maîtrise ès sciences appliquées, Faculté des sciences et de génie Université LAVAL Québec, Canada.

Best, M.E., Duncan, P., Jacobs, F.J., et Scheen, W.L. (1995). Numerical modeling of the electromagnetic response of three-dimensional conductors in a layered earth. *Geophysics*, 50, 665–676.

Bouchedda, A. (2005). Traitement des données « MEGATEM^{II} ». Maîtrise ès sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.

Broyden, C.G. (1965). A class of methods for solving nonlinear simultaneous equations. *Mathematics of Computation*, 19, 577–593.

Chasseriau, P. (2003). Inversion gravimétrique tridimensionnelle utilisant un modèle de covariance des paramètres. Maîtrise ès sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.

Chemam, A. (2006). Inversion magnétique tridimensionnelle des anomalies Circulaires ‘‘KIMBERLITIQUES’’ isolées avec Présence ou sans Rémanence. Maîtrise ès sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.

Chen, J., et Raiche, A. (1998). Inverting AEM data using a damped eigenparameter method. *Exploration Geophysics*, 29, 128–132.

Chouteau, M. (2010). Détermination à haute résolution spatiale de l'épaisseur du mort-terrain et évaluation de sa stratigraphie par géophysique. Rapport de la diversification de l'exploration minière au Québec a <http://www.divex.ca/index.php>.

Christensen, N. B., Sørensen, K. I., Christiansen, A. V., Rasmussen, T. M., et Poulsen, L. H. (2000). The use of airborne electromagnetic systems for hydrogeological investigations. Proc. Symp. on the Application of Geophysics to Environmental and Engineering Problems (SAGEEP), 73–82.

Christensen, N.B. (2000). Difficulties in determining electrical anisotropy in subsurface investigations. *Geophysical Prospecting*, 48, 1–19.

Christensen, N.B., et Wolfgram, P. (2006). Approximate 2D inversion of airborne TEM data. Australian Society of Exploration Geophysicists Annual Meeting.

Christiansen, A.V., et Christensen, N.B. (2003). A quantitative appraisal of airborne and ground-based transient electromagnetic (TEM) measurements in Denmark. *Geophysics*, 68 (2), 523–534.

Christiansen, A.V., et Auken, E. (2003). Layered 2-D inversion of profile data, evaluated using stochastic models. Proceedings volume, 3DEM-III, February 2003, Adelaide.

Christiansen, A.V., et Auken, E. (2005). Optimizing a layered and laterally constrained 2D inversion of resistivity data using Broyden's update and 1D derivatives. *Journal of Applied Geophysics*, 56, 247– 261.

Christiansen, A.V., Auken, E., Foged, N., and Soerensen, K. (2006). Spatially constrained inversion of area covering datasets. Near Surface 2006, Helsinki, Finland, Expanded Abstracts.

Christiansen, A.V., Auken, E., Foged, N., et Sørensen, K.I. (2007). Mutually and laterally constrained inversion of CVES and TEM data: a case study. *Near Surface Geophysics*, 5, 115–124.

Claproud, M. (2005). Classification automatique d'anomalies MEGATEM de type plaque mince. Maîtrise ès sciences appliquées, école polytechnique de Montréal, Canada.

Danielsen, J.E., auken, E., Jørgensen, F., Søndergaard, V.H., et Sørensen, K.I. (2003). The application of the transient electromagnetic method in hydrogeophysical surveys. *Journal of applied geophysics*, 53, 181–198.

Demouilly, G. T., et Becker, A. (1984). Automated interpretation of airborne electromagnetic data: *geophysics*, 49, 1301–1312.

Descloitres, M. (1998). Les sondages électromagnétiques en domaine temporel (TDEM) : application à la prospection d'aquifères sur les volcans de Fogo (Cap vert) et du piton de la fournaise. Thèse de doctorat de l'université de Paris 6, France.

Despaigne, W. (2005). Méthodes géostatistique pour l'interpolation et la modélisation en 2d/3d des données spatiales. Rapport de stage, université de Bretagne sud, France.

Djrboua, A. (2001). Prédétermination des pluies et crues extrêmes dans les Alpes franco-italiennes : prévision quantitative des pluies journalières par la méthode des analogues. Thèse de doctorat de l'institut national polytechnique de Grenoble, France.

Ellis, R.G. (1998). Inversion of airborne electromagnetic data. *Exploration Geophysics*, 29, 121-127. Fitterman, D.V., et Anderson, W.L. (1987). Effect of transmitter turn-off time on transient soundings. *Geoexploration*, 24, 131–146.

Fitterman, D.V., et Stewart, M.T. (1986). Transient electromagnetic sounding for groundwater. *Geophysics*, 51, 995–1005.

Gloaguen, E., Chouteau, M., et Marcotte, D. (2000). Utility of cokriging gpr and hydrogeological data for aquifer evaluation. *Eegs-es proceeding*, Bochum, Germany: gr07.

Gloaguen, E., Chouteau, M., Marcotte, D., et Chapuis, R. (2001). Estimation of hydraulic conductivity of an unconfined aquifer using cokriging of gpr and hydrostratigraphic data. *Journal of Applied Geophysics*, 47, 135–152.

Goldman, M., Tabarovsky, L., et Rabinovich, M. (1994). On the influence of 3-D structures in the interpretation of transient electromagnetic sounding data: *Geophysics*, 59, 889–901.

Haber, E., et Oldenburg, D.W. (1997). Joint inversion: a structural approach. *Inverse problems*, 13, 63–77.

Haber, E., Ascher, U.M., et Oldenburg, D.W. (2004). Inversion of 3D electromagnetic data in frequency and time domain using an inexact all-at-once approach. *Geophysics*, 69, 1216.

Intissar, R. (2009). Apport des méthodes électriques à la détermination de la structure interne d'une halde à stériles. *Maîtrise ès sciences appliquées*, école polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.

Jacobsen, L.H. (2004). 1D-LCI-inversion of transient electromagnetic data, master thesis, department of earth sciences, university of Aarhus. Last seen February 2007 at <http://www.gfs.au.dk/?id=195#afhandlinger>.

Jørgensen, F., Sandersen, P., et Auken, E. (2003). Imaging buried Quaternary valleys using the transient electromagnetic method. *Journal of Applied Geophysics*, 53, 199–213.

Lines, L.R., Schultz, A.K., et Treitel, S. (1988). Cooperative inversion of geophysical data. *Geophysics*, 53, 8–20.

Lines, L. et Treitel, S. (1984). A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophysical Prospecting*, 159–186.

Liu, G., et Asten, M.W. (1993). Conductance-depth image of airborne TEM data. *Expl. Geophys.*, 24, 655–662.

Loke, M.H., et Barker, R.D. (1996). Rapid least squares inversion of apparent resistivity pseudosections by a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, 131–152.

Loke, M.H., Dahlin, T. (2002). A comparison of the Gauss–Newton and quasi-Newton methods in resistivity imaging inversion. *Journal of Applied Geophysics*, 49, 149–162.

Macnae, J., et Lamontagne, Y. (1987). Imaging quasi-layered conductive structures by simple processing of transient electromagnetic data. *Geophysics*, 52, 545–554.

Macnae, J., King, A., Stolz, N., Osmakoff, A., et Blaha, A. (1998). Fast AEM data processing and inversion. *Expl: Geophys.*, 29, 163–169.

Malo-Lalande, C. (2003). Application de la méthode électromagnétique transitoire en boucle simple pour l'exploration de gisements de type plaque. Maîtrise ès sciences appliquées, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada.

Marcotte, D. (1996). Cours de géologie minière 7.420 (partie géostatistique). École Polytechnique de Montréal.

Marcotte, D. (1991). Cokriging with Matlab. *Computer and Geosciences*, 17, 1265–1280.

Marcotte, D. (1993). Corrigendum. *Computer and Geosciences*, 19, 871. *Geophysics*, 56, 102–114.

Marquardt, D. (1970). Generalized inverses, ridge regression, biased linear estimation, and nonlinear estimation. *Technometrics*, 12.

Matheron, G. (1965). Les variables régionalisées et leur estimation, une application de la théorie des fonctions aléatoires aux sciences de la nature. Masson, Paris.

Matheron, G. (1969). Cours de géostatistiques. Les cahiers du centre de morphologie mathématique de Fontainebleau, fascicule 2, école nationale supérieure des mines de Paris édition.

Meju, M.A. (2005). Simple relative space-time scaling of electrical and electromagnetic depth sounding arrays: implications for electrical static shift removal and joint DC-TEM data inversion with the most-squares criterion. *Geophysical Prospecting*, 53, 463–480.

Menke, W. (1989). *Geophysical data analysis, rev. edn.: Discrete inverse theory*. Academic Press Inc.

Menke, W. (1989). *Geophysical Data Analysis—Discrete Inverse Theory*. (Rev. ed.). International Geophysics Series. Academic Press, San Diego.

Munkholm, M. S., et Auken, E. (1996) Electromagnetic noise contamination on transient electromagnetic soundings in culturally disturbed environments. *J. Environmental and Eng. Geophys.*, 1, 119–127.

Myers, D.E. (1982). Matrix formulation of co-kriging. *Journal of Mathematical Geology*, 14, 249–257.

Nabighian, M.N., et Macnae, J.C. (1991). Time domain electromagnetic prospecting methods. In: *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*. Vol. 2 (ed. M.N. Nabighian), pp. 427–520. *Investigations in Geophysics*. Society of Exploration Geophysicists.

Newman, G.A., Anderson, W.L., et Hohmann, G.W. (1987). Interpretation of transient electromagnetic soundings over three-dimensional structures for the central-loop configuration. *Geophysical Journal Of The Royal Astronomical Society*, 89, 889–914.

Nyquist, J.E., Doll, W.E., Davis, R.K., et Hopkins, R.A. (1996). Cokriging surface topography and seismic refraction data for bedrock topography. *JEEG*, 1, 67–74.

Oldenburg, D.W., et Ellis, R.G. (1991). Inversion of geophysical data using an approximate inverse mapping. *Geophysical Journal International*, 105, 325– 353.

Oldenburg, D.W., et Li, Y. (1994). Inversion of induced polarization data. *Geophysics*, 59, 1327–1341.

Ontario Geological Survey. (2000). Airborne magnetic and electromagnetic surveys, Reid-Mahaffy airborne geophysical test site survey. Ontario Geological Survey. Miscellaneous Release Data (MRD)-55.

Palacky, G. J. (1989). Advances in geological mapping with airborne electromagnetic systems. Dans *Proceedings of Exploration 87*. Editeur : G. D. Garland. Ontario Geological Survey, Special Volume, 3, 137-152.

Parent, M., Rhéaume, P, Boisvert, É., Dubé-Loubert, H., Hardy, F., et Bédard, K., Garneau, M.P.(2009). Stratigraphie et provenance des tills en Abitibi- Application à l'exploration minérale dans la Bande Volcanique Nord; présenté au Congrès Abitibi Cuivre- Abitibi 2009, Rouyn-Noranda, 29 septembre 2009.

Poulsen, L. H. (2000). Inversion of airborne transient electromagnetic data. Geological Survey of Denmark and Greenland, Ministry of Environment and Energy, Rapport, 2000/82.

Quenum, M. (2009). Cartographie à l'échelle de la parcelle agricole de variables indicatrices de la capacité des sols à fixer le phosphore à l'aide de la télédétection et des nouvelles technologies. Thèse de Doctorat de l'institut national de la recherche scientifique, Université du Québec, Québec, Canada.

Raiche, A.P., Jupp, D.L.B., Rutter, H., et Vozoff, K. (1985). The joint use of coincident loop transient electromagnetic and Schlumberger sounding to resolve layered structures. *Geophysics*, 50, 1618–1627.

Raiche, A. (1998). Modelling the time-domain response of AEM systems. *Exploration Geophysics*, 29, 103–106.

Roy, P. (2009). Analyse et Validation des extrêmes et de la Variabilité des Températures et de la précipitation du Modèle régional canadien du climat. Maîtrise ès sciences appliquées, Université du Québec à Montréal, Montréal, Canada.

Santos, F.A.M., Dupis, A., Afonso, A.R.A. et Victor, L.A.M. (1997). 1D joint inversion of AMT and resistivity data acquired over a graben. *Journal of Applied Geophysics*, 38, 115–129.

Santos, F.A.M. (2004). 1-D laterally constrained inversion of EM34 profiling data. *Journal of Applied Geophysics*, 56, 23–134.

Sattel, D. (2005). Inverting airborne electromagnetic (AEM) data with Zohdy's method. *Geophysics*, 70, G77-G85.

Smith, R. S., et Keating, P. B. (1996). The usefulness of multicomponent, time-domain airborne electromagnetic measurements. *Geophysics*, 61, 74–81.

Smith, R. S., et Lee, T. J. (2002). Using the moments of a thick layer to map the conductance and conductivity from airborne electromagnetic data. *J. Appl. Geophys.*, 49, 173–183.

Smith, R.S., O'Connell, M.D. et Poulsen, L.H. (2004). Using airborne electromagnetics surveys to investigate the hydrogeology of an area near Nyborg, Denmark. *Near Surface Geophysics*, 3, 123-130.

Sørensen, K., Thomsen, P., Auken, E., et Pellerin, L. (2001). Effect of coupling in electromagnetic data. 7th Mtg., Environmental and Eng. Geophys. Soc. Euro. Section, Proc., 108–109.

Sørensen, K.I., et Auken, E. (2004). a new high-resolution helicopter transient electromagnetic system. *Exploration Geophysics*, 35, 191–199.

Stolz, E. M., and et Macnae, J. C. (1998). Evaluating EM waveforms by singular-value decomposition of exponential basis functions. *Geophysics*, 63, 64–74.

Tarantola, A., et Valette B. (1982). Generalized nonlinear inverse problems solved using a least squares criterion. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20, 219–232.

Toft, M.W. (2001). Three-dimensional TEM modelling of near-surface resistivity variations, Masters Thesis, Department of Earth Sciences, University of Aarhus. At www.hgg.au.dk.

Vallée, M.A, et Smith, R.(2008) 1D Laterally constrained inversion of time domain airborne data. 5th International Conference on Airborne Electromagnetics Haikko Manor, Finland.

Vallée, M. A., et Smith, R.(2009). Inversion of airborne time-domain electromagnetic data to a 1D structure using lateral constraints. *Near Surface Geophysics*,7,63-71.

Vallée, M. A., et Smith, R. (2009). Application of Occam's inversion to airborne time-domain Electromagnetic. *The Leading Edge*, 284-287.

Vozoff, K., et Jupp, D.L.B. (1975). Joint inversion of geophysical data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 42, 977-991.

Wannamaker, P.E., Hohmann, G.W., et SanFilipo, W.A. (1984). Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations. *Geophysics*, 49, 60-74.

Ward, S.H., et Hohmann, G.W. (1988). Electromagnetic theory for geophysical applications. In: Nabighian, M.N. (Ed.), *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics*. Society of exploration geophysicists (SEG), pp. 131-311.

Wolfgram, P., et Karlik, G. (1995) Conductivity-depth transform of GEOTEM data. *Exploration Geophysics*, 26, 179-185.

ANNEXE A

Convention des fichiers du code Airbeo et EM1DINV et résultat d'inversion de la ligne L46701:

Dans cette annexe, nous présentons les conventions des fichiers des codes Airbeo et EM1DINV et les résultats d'inversion avec et sans contraintes pour le profil L46701.

Convention des fichiers du code Airbeo :

Airbeo.cfl : c'est un fichier d'entrée de contrôle, il est lu à partir du numéro d'unité logique NR=3.

Airbeo.inv : c'est un fichier qui contient les données à inverser, il est lu à partir du numéro d'unité logique NR=13.

Airbeo.out : c'est un fichier de sortie, il est lu à partir du numéro d'unité logique NR=4.

Airbeo.log : c'est un fichier qui contient des messages à propos des données ou des erreurs d'exécution du programme, il est lu à partir du numéro d'unité logique NR=9.

Airbeo.mv1 : c'est un fichier qui contient les résultats d'inversion pour le traçage des cartes, il est lu à partir du numéro d'unité logique NR=14.

Airbeo.md1 : c'est un fichier qui contient des résistivités suivis par des épaisseurs de toutes les couches en commençant par le top.

Convention des fichiers du code EM1DINV :

EM1DINV.con : c'est un fichier qui permet de contrôler le processus d'inversion.

EM1DINV.mod : ce fichier contient le nom des fichiers de données, les paramètres du modèle et les informations à priori.

EM1DINV.tem : il contient la géométrie de l'émetteur et les paramètres de la l'ondelette.

EM1DINV.emm : il contient les résultats de l'inversion des données EM.

Tableau A.1: Résultats d'inversion (avec et sans contraintes d'inégalité) en utilisant un modèle initial fixe pour la ligne L4670.

x	y	Épaisseurs	Résistivités	Conductances	Épaisseurs	Résistivités	Conductances
		calculées avec contraintes	calculées avec contraintes	calculées avec contraintes	calculées sans contraintes	calculées sans contraintes	calculées sans contraintes
332884	5446400	33.43	95.04	0.351747	51.72	153.7	0.336499675
332876	5446427	33.13	95.98	0.345176	50.01	153.1	0.326649249
332868	5446454	32.74	96.63	0.338818	46.7	146.5	0.318771331
332861	5446480	32.4	97.02	0.333952	43.83	139.6	0.313968481
332852	5446506	32.17	97.29	0.330661	41.96	134.9	0.311045219
332844	5446533	31.93	97.22	0.32843	39.56	127.4	0.310518053
332836	5446559	31.68	97.35	0.325424	37.61	121.9	0.308531583
332828	5446586	31.47	97.54	0.322637	36.15	117.9	0.306615776
332820	5446613	31.24	97.64	0.319951	34.46	112.9	0.305225864
332812	5446640	31.05	97.98	0.316901	33.48	110.6	0.302712477
332804	5446666	30.85	98.49	0.31323	32.7	109.3	0.299176578
332796	5446693	30.59	99.4	0.307746	32.06	109.4	0.293053016
332784	5446733	29.74	99.24	0.299678	31.58	111.6	0.28297491
332780	5446746	29.59	99.73	0.296701	31.83	114.4	0.278234266
332772	5446772	29.32	99.91	0.293464	32.1	119.3	0.269069573
332764	5446799	29.04	99.91	0.290662	32.78	127.4	0.257299843
332757	5446825	28.75	99.91	0.287759	32.91	133.9	0.245780433
332749	5446852	28.55	99.91	0.285757	32.39	134.5	0.240817844
332741	5446879	28.41	99.91	0.284356	31.84	133.6	0.238323353
332734	5446905	28.29	99.91	0.283155	23.64	88.8	0.266216216
332726	5446932	28.21	99.91	0.282354	23.55	88.97	0.264695965
332719	5446959	28.12	99.91	0.281453	23.47	89.27	0.262910272
332711	5446985	28.08	99.91	0.281053	23.42	89.34	0.262144616
332703	5447012	28.08	99.91	0.281053	29.69	124.6	0.238282504
332696	5447039	28.08	99.91	0.281053	29.09	120.4	0.241611296

Tableau A.2 : Résultats d'inversion (avec et sans contraintes d'inégalité) en utilisant un modèle initial variable pour la ligne L4670.

x	y	Épaisseurs calculées avec contraintes	Résistivités calculées avec contraintes	Conductances calculées sans contraintes	Épaisseurs calculées sans contraintes	Résistivités Calculées sans contraintes	Conductances calculées Sans contraintes
332892	5446374	38.44	100	0.3844	11.07	30.87	0.358601
332884	5446400	37.71	100	0.3771	10.98	31.13	0.352714
332876	5446427	37.02	100	0.3702	10.89	31.39	0.346926
332868	5446454	36.35	100	0.3635	10.8	31.64	0.34134
332861	5446480	35.8	100	0.358	10.74	31.84	0.337312
332852	5446506	35.4	100	0.354	10.69	31.98	0.334271
332844	5446533	35.11	100	0.3511	10.66	32.08	0.332294
332836	5446559	34.8	100	0.348	10.62	32.21	0.329711
332828	5446586	34.51	100	0.3451	10.58	32.33	0.32725
332820	5446613	34.22	100	0.3422	10.54	32.45	0.324807
332812	5446640	33.92	100	0.3392	10.5	32.58	0.322284
332804	5446666	33.56	100	0.3356	10.45	32.75	0.319084
332796	5446693	33.06	100	0.3306	10.37	33	0.314242
332784	5446733	32.32	100	0.3232	13.79	44.54	0.309609
332780	5446746	31.91	100	0.3191	13.73	44.74	0.306884
332772	5446772	31.39	100	0.3139	13.62	45.11	0.301929
332764	5446799	30.85	100	0.3085	13.51	45.5	0.296923
332757	5446825	30.27	100	0.3027	13.39	45.91	0.291658
332749	5446852	29.83	100	0.2983	13.31	46.2	0.288095
332741	5446879	29.51	100	0.2951	13.25	46.39	0.285622
332734	5446905	29.25	100	0.2925	13.21	46.57	0.283659
332726	5446932	29.06	100	0.2906	13.17	46.68	0.282134
332719	5446959	28.88	100	0.2888	13.14	46.83	0.280589
332711	5446985	28.77	100	0.2877	13.12	46.88	0.279863
332703	5447012	28.74	100	0.2874	13.12	46.87	0.279923

ANNEXE B

Aperçu sur le cokrigage simple et résultat du cokrigage des données

Dans cette annexe, nous présentons un aperçu sur le cokrigage simple et les résultats de cokrigage en utilisant les données d'inversion avec un modèle initial fixe ou variable comme variable secondaire.

Cokrigage simple:

Les deux moyennes, m_z et m_y sont connues dans le cas du cokrigage simple, on n'a qu'à les soustraire et à travailler avec les résidus. On estime alors en x_0 un résidu auquel on rajoute la moyenne m_z . Les conditions de non-biais ne sont plus requises. La matrice de cokrigage est alors de taille $(nz+ny) \times (nz+ny)$. Il résulte:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^p \lambda_i \text{cov}(Z_i, Z_j) + \sum_{l=1}^m \alpha_l \text{cov}(Z_l, Y_j) = \text{cov}(Z_0, Z_j) \quad , \forall j=1, \dots, p \\ \sum_{i=1}^p \lambda_i \text{cov}(Y_i, Z_j) + \sum_{l=1}^m \alpha_l \text{cov}(Y_l, Y_j) = \text{cov}(Z_0, Y_j) \quad , \forall j=1, \dots, m \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

et

$$\sigma_{\text{ck}}^2 = \text{var}(Z_0) - \sum_{i=1}^p \lambda_i \text{cov}(Z_0, Z_i) - \sum_{l=1}^m \alpha_l \text{cov}(Z_0, Y_l) \quad (\text{B.2})$$

On peut représenter le Cokrigage simple par le système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} K_{zz} & K_{zy} & 1 & 0 \\ K_{yz} & K_{yy} & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{zz} \\ k_{yz} \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Tableau B.1 : Résultats de cokrigage en utilisant les données d'inversion sans contraintes d'inégalité comme variable secondaire.

x	y	Épaisseurs (modèle initial fixe)	Épaisseurs (modèle initial variable)
323874	5437274	7.1931	7.5431
324374	5437274	6.2079	6.349
324874	5437274	6.2704	6.4123
320874	5437774	5.3401	5.8961
321374	5437774	5.56	6.23
321874	5437774	6.12	6.898
322374	5437774	6.78	7.43
322874	5437774	7.56	8.676
323374	5437774	8.56	9.67
323874	5437774	9.9766	10.2255
324374	5437774	9.4437	9.4874
324874	5437774	9.1111	9.1326
325374	5437774	8.6258	8.6479
325874	5437774	8.9782	8.987
326374	5437774	8.4563	8.6433
326874	5437774	6.4082	6.4082
320874	5438274	6.5444	7.5213
321874	5438274	7.32	7.987
322374	5438274	8.563	8.234
322874	5438274	9.243	9.566
323374	5438274	10.676	10.23
323874	5438274	11.5444	11.5551
324374	5438274	13.2339	13.2407
324874	5438274	13.3159	13.3374
325374	5438274	13.1665	13.1925
325874	5438274	13.4914	13.5127

Tableau B.2 : Résultats de cokrigage en utilisant les données d'inversion avec contraintes d'inégalité comme variable secondaire.

x	y	Épaisseurs (modèle initial fixe)	Épaisseurs (modèle initial variable)
323874	5437274	6.939	7.6946
324374	5437274	6.0664	6.3569
324874	5437274	6.1235	6.4234
320874	5437774	5.6024	5.4025
321374	5437774	6.22	6.122
321874	5437774	6.998	6.99773
322374	5437774	7.132	7.5464
322874	5437774	8.3324	8.4554
323374	5437774	9.00132	9.1324
323874	5437774	9.7846	10.2479
324374	5437774	9.2942	9.4477
324874	5437774	8.9979	9.1494
325374	5437774	8.4662	8.6646
325874	5437774	8.6713	8.7311
326374	5437774	8.4642	8.2444
326874	5437774	6.4082	6.0217
320874	5438274	7.2044	6.4605
321874	5438274	7.993	7.22552
322374	5438274	8.233	8.1332
322874	5438274	9.5543	9.0043
323374	5438274	10.112	10.443
323874	5438274	11.5656	11.5595
324374	5438274	13.2175	13.2448
324874	5438274	13.2116	13.3548
325374	5438274	12.9895	13.0973
325874	5438274	13.2466	13.1194

ANNEXE C

Données de la composante verticale du champ calculée par modélisation 3D

La composante verticale du champ magnétique calculée par modélisation 3D en utilisant le programme LokiAir développé par CSIRO (Wilson, Sugeng and Raiche, 2007).

Tableau C.1 : Réponse calculée par modélisation 3D pour les canaux 1 à 10.

Canal#1	Canal#2	Canal#3	Canal#4	Canal#5	Canal#6	Canal#7	Canal#8	Canal#9	Canal#10
5.76E-02	-3.37E-02	-4.70E-02	-1.42E-02	8.76E-02	7.40E-02	4.23E-02	2.18E-02	1.06E-02	5.35E-03
5.48E-02	-3.22E-02	-4.51E-02	-1.36E-02	8.34E-02	7.10E-02	4.08E-02	2.11E-02	1.04E-02	5.25E-03
5.76E-02	-3.37E-02	-4.70E-02	-1.42E-02	8.76E-02	7.40E-02	4.23E-02	2.18E-02	1.06E-02	5.35E-03
6.53E-02	-3.78E-02	-5.23E-02	-1.60E-02	9.91E-02	8.22E-02	4.63E-02	2.35E-02	1.13E-02	5.62E-03
7.93E-02	-4.52E-02	-6.19E-02	-1.91E-02	0.1203	9.68E-02	5.34E-02	2.64E-02	1.23E-02	6.04E-03
9.70E-02	-5.45E-02	-7.38E-02	-2.30E-02	0.147	0.1149	6.18E-02	2.98E-02	1.36E-02	6.51E-03
0.116	-6.43E-02	-8.64E-02	-2.71E-02	0.1756	0.1341	7.06E-02	3.32E-02	1.47E-02	6.94E-03
0.1315	-7.23E-02	-9.66E-02	-3.05E-02	0.199	0.1496	7.75E-02	3.58E-02	1.56E-02	7.27E-03
0.145	-7.93E-02	-0.1054	-3.34E-02	0.2191	0.1631	8.35E-02	3.81E-02	1.64E-02	7.53E-03
0.1511	-8.25E-02	-0.1094	-3.47E-02	0.2283	0.1693	8.63E-02	3.91E-02	1.67E-02	7.65E-03
0.1532	-8.36E-02	-0.1108	-3.52E-02	0.2314	0.1715	8.72E-02	3.95E-02	1.68E-02	7.69E-03
0.1511	-8.25E-02	-0.1094	-3.47E-02	0.2283	0.1693	8.63E-02	3.91E-02	1.67E-02	7.65E-03
0.1608	-0.1037	-0.1539	-4.47E-02	0.2478	0.2427	0.1549	8.90E-02	4.82E-02	2.64E-02
0.147	-9.54E-02	-0.1423	-4.14E-02	0.2272	0.2233	0.1435	8.32E-02	4.55E-02	2.51E-02
0.1266	-8.32E-02	-0.125	-3.64E-02	0.1967	0.1948	0.1268	7.46E-02	4.14E-02	2.32E-02
0.1029	-6.88E-02	-0.1048	-3.05E-02	0.1609	0.1617	0.1071	6.43E-02	3.65E-02	2.08E-02
8.05E-02	-5.52E-02	-8.52E-02	-2.48E-02	0.1269	0.1302	8.80E-02	5.40E-02	3.14E-02	1.82E-02
6.35E-02	-4.47E-02	-7.00E-02	-2.04E-02	0.101	0.1058	7.29E-02	4.57E-02	2.71E-02	1.61E-02
3.06E-02	-1.47E-02	-1.87E-02	-6.96E-03	4.84E-02	2.31E-02	9.38E-03	3.41E-03	1.16E-03	4.80E-04
2.87E-02	-1.39E-02	-1.76E-02	-6.53E-03	4.53E-02	2.20E-02	9.02E-03	3.31E-03	1.15E-03	4.76E-04
2.84E-02	-1.37E-02	-1.75E-02	-6.47E-03	4.49E-02	2.18E-02	8.96E-03	3.29E-03	1.14E-03	4.76E-04
2.87E-02	-1.39E-02	-1.76E-02	-6.53E-03	4.53E-02	2.20E-02	9.02E-03	3.31E-03	1.15E-03	4.76E-04
2.93E-02	-1.42E-02	-1.80E-02	-6.67E-03	4.63E-02	2.24E-02	9.14E-03	3.34E-03	1.15E-03	4.77E-04
2.99E-02	-1.44E-02	-1.83E-02	-6.82E-03	4.74E-02	2.27E-02	9.26E-03	3.37E-03	1.16E-03	4.79E-04
3.09E-02	-1.49E-02	-1.89E-02	-7.04E-03	4.89E-02	2.33E-02	9.45E-03	3.42E-03	1.17E-03	4.80E-04
3.26E-02	-1.57E-02	-1.98E-02	-7.43E-03	5.17E-02	2.43E-02	9.77E-03	3.50E-03	1.18E-03	4.82E-04
3.64E-02	-1.74E-02	-2.20E-02	-8.31E-03	5.80E-02	2.65E-02	1.05E-02	3.68E-03	1.21E-03	4.87E-04
7.52E-02	-4.31E-02	-5.91E-02	-1.82E-02	0.1141	9.26E-02	5.14E-02	2.56E-02	1.20E-02	5.92E-03
9.18E-02	-5.18E-02	-7.04E-02	-2.18E-02	0.1392	0.1097	5.94E-02	2.88E-02	1.32E-02	6.38E-03
0.1128	-6.27E-02	-8.43E-02	-2.64E-02	0.1709	0.1309	6.91E-02	3.26E-02	1.45E-02	6.87E-03
0.1371	-7.53E-02	-0.1002	-3.17E-02	0.2074	0.1552	8.00E-02	3.68E-02	1.59E-02	7.38E-03
0.1618	-8.81E-02	-0.1164	-3.70E-02	0.2443	0.1803	9.11E-02	4.09E-02	1.73E-02	7.84E-03

Tableau C.2 : Réponse calculée par modélisation 3D pour les canaux 11 à 20.

Canal#11	Canal#12	Canal#13	Canal#14	Canal#15	Canal#16	Canal#17	Canal#18	Canal#19	Canal#20
2.84E-03	1.70E-03	1.04E-03	6.43E-04	4.20E-04	2.89E-04	2.00E-04	1.39E-04	9.57E-05	6.31E-05
2.80E-03	1.67E-03	1.02E-03	6.34E-04	4.15E-04	2.85E-04	1.97E-04	1.37E-04	9.43E-05	6.21E-05
2.84E-03	1.70E-03	1.04E-03	6.43E-04	4.20E-04	2.89E-04	2.00E-04	1.39E-04	9.57E-05	6.31E-05
2.96E-03	1.76E-03	1.08E-03	6.66E-04	4.35E-04	3.00E-04	2.07E-04	1.44E-04	9.93E-05	6.58E-05
3.15E-03	1.87E-03	1.14E-03	7.03E-04	4.59E-04	3.16E-04	2.19E-04	1.52E-04	1.06E-04	7.02E-05
3.36E-03	1.98E-03	1.21E-03	7.44E-04	4.86E-04	3.35E-04	2.32E-04	1.62E-04	1.13E-04	7.55E-05
3.55E-03	2.09E-03	1.27E-03	7.84E-04	5.12E-04	3.53E-04	2.45E-04	1.72E-04	1.20E-04	8.08E-05
3.69E-03	2.17E-03	1.32E-03	8.14E-04	5.32E-04	3.67E-04	2.55E-04	1.80E-04	1.25E-04	8.50E-05
3.80E-03	2.23E-03	1.36E-03	8.38E-04	5.48E-04	3.79E-04	2.64E-04	1.86E-04	1.30E-04	8.85E-05
3.85E-03	2.26E-03	1.37E-03	8.49E-04	5.55E-04	3.84E-04	2.68E-04	1.89E-04	1.32E-04	9.01E-05
3.87E-03	2.27E-03	1.38E-03	8.53E-04	5.58E-04	3.86E-04	2.69E-04	1.90E-04	1.33E-04	9.07E-05
3.85E-03	2.26E-03	1.37E-03	8.49E-04	5.55E-04	3.84E-04	2.68E-04	1.89E-04	1.32E-04	9.01E-05
1.48E-02	9.08E-03	5.65E-03	3.54E-03	2.33E-03	1.61E-03	1.11E-03	7.66E-04	5.24E-04	3.38E-04
1.42E-02	8.73E-03	5.46E-03	3.43E-03	2.26E-03	1.56E-03	1.08E-03	7.44E-04	5.09E-04	3.28E-04
1.32E-02	8.20E-03	5.15E-03	3.24E-03	2.15E-03	1.49E-03	1.03E-03	7.10E-04	4.86E-04	3.13E-04
1.20E-02	7.51E-03	4.75E-03	3.01E-03	2.01E-03	1.39E-03	9.62E-04	6.67E-04	4.56E-04	2.94E-04
1.07E-02	6.77E-03	4.32E-03	2.76E-03	1.85E-03	1.28E-03	8.92E-04	6.20E-04	4.25E-04	2.73E-04
9.57E-03	6.12E-03	3.93E-03	2.53E-03	1.70E-03	1.19E-03	8.29E-04	5.78E-04	3.96E-04	2.55E-04
2.51E-04	1.60E-04	1.05E-04	6.92E-05	4.79E-05	3.45E-05	2.51E-05	1.87E-05	1.34E-05	9.50E-06
2.49E-04	1.58E-04	1.03E-04	6.79E-05	4.69E-05	3.38E-05	2.45E-05	1.82E-05	1.31E-05	9.23E-06
2.49E-04	1.58E-04	1.03E-04	6.77E-05	4.67E-05	3.36E-05	2.44E-05	1.81E-05	1.30E-05	9.19E-06
2.49E-04	1.58E-04	1.03E-04	6.79E-05	4.69E-05	3.38E-05	2.45E-05	1.82E-05	1.31E-05	9.23E-06
2.50E-04	1.59E-04	1.04E-04	6.83E-05	4.72E-05	3.40E-05	2.47E-05	1.83E-05	1.32E-05	9.32E-06
2.50E-04	1.60E-04	1.04E-04	6.88E-05	4.76E-05	3.43E-05	2.49E-05	1.85E-05	1.33E-05	9.41E-06
2.51E-04	1.61E-04	1.05E-04	6.94E-05	4.81E-05	3.47E-05	2.52E-05	1.87E-05	1.35E-05	9.55E-06
2.53E-04	1.62E-04	1.07E-04	7.06E-05	4.90E-05	3.54E-05	2.57E-05	1.92E-05	1.38E-05	9.79E-06
2.56E-04	1.66E-04	1.10E-04	7.31E-05	5.09E-05	3.69E-05	2.69E-05	2.01E-05	1.45E-05	1.03E-05
3.10E-03	1.84E-03	1.12E-03	6.93E-04	4.53E-04	3.12E-04	2.15E-04	1.50E-04	1.04E-04	6.90E-05
3.30E-03	1.95E-03	1.19E-03	7.33E-04	4.79E-04	3.30E-04	2.28E-04	1.59E-04	1.11E-04	7.40E-05
3.52E-03	2.07E-03	1.26E-03	7.78E-04	5.08E-04	3.51E-04	2.43E-04	1.70E-04	1.19E-04	7.99E-05
3.74E-03	2.19E-03	1.33E-03	8.24E-04	5.39E-04	3.72E-04	2.59E-04	1.82E-04	1.27E-04	8.65E-05
3.94E-03	2.31E-03	1.40E-03	8.68E-04	5.68E-04	3.93E-04	2.74E-04	1.94E-04	1.36E-04	9.29E-05
4.09E-03	2.40E-03	1.46E-03	9.03E-04	5.92E-04	4.10E-04	2.87E-04	2.04E-04	1.43E-04	9.83E-05