



**Titre:** Mesures et identification des paramètres de diverses configurations  
Title: de transformateurs triphasés et étude des courants magnétisants

**Auteur:** Zahra Amini  
Author:

**Date:** 2011

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Amini, Z. (2011). Mesures et identification des paramètres de diverses  
Citation: configurations de transformateurs triphasés et étude des courants magnétisants  
[Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
<https://publications.polymtl.ca/661/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/661/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Guy Olivier, & Frédéric Sirois  
Advisors:

**Programme:** génie électrique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MESURES ET IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DE DIVERSES  
CONFIGURATIONS DE TRANSFORMATEURS TRIPHASÉS  
ET ÉTUDE DES COURANTS MAGNÉTISANTS

ZAHRA AMINI

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉLECTRIQUE)

Août 2011

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

MESURES ET IDENTIFICATION DES PARAMÈTRES DE DIVERSES  
CONFIGURATIONS DE TRANSFORMATEURS TRIPHASÉS  
ET ÉTUDE DES COURANTS MAGNÉTISANTS

Présenté par : AMINI Zahra

En vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. KOCAR Ilhan, Ph.D., président

M. OLIVIER Guy, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. SIROIS Frédéric, Ph.D., membre et codirecteur

M. ARFA Khaled, Ph.D., membre

## DÉDICACE

*A mon époux Sadreddin*

*Mes parents et tous les membres de ma famille*

## REMERCIEMENTS

- Je tiens à remercier mon directeur de recherche Prof. Guy Olivier, pour sa patience, son dévouement, ainsi que son soutien technique et financier. Il m'a consacré pas mal de temps pour me faire bien préparer les essais et mieux comprendre les phénomènes.
- Je tien à remercier Prof. Frédéric Sirois qui m'a bien aidé dans la rédaction de ce mémoire. Sa ponctualité, sens de l'organisation, l'efficacité et son respect envers les étudiants ainsi que leurs contraintes professionnelles me serviront comme un modèle de succès.
- Je tien à remercier Prof. Khaled Arfa qui m'a fait confiance et qui m'a offert la possibilité de m'améliorer en français en étant en contact avec ses étudiants.
- Je tiens également à remercier M. Radu Cojocaru pour son soutien technique et son humeur.
- Je n'oublierai jamais l'encouragement de la part de Prof. Gilles Roy; celui qui m'a dit : « Tu apprendras bien le français et tu surpasseras les difficultés qui en découlent. » Et finalement, je voudrais bien remercier mon époux pour les encouragements qu'il m'a offerts ainsi que pour ses soutiens moral et scientifique tout au long de mes études. Ce remerciement va également à mes parents aux membres de ma famille qui m'ont encouragé beaucoup en dépit de la distance.

## RÉSUMÉ

Les transformateurs sont des composants indispensables des réseaux et des circuits électriques, et doivent donc être bien étudiés et bien compris. Ils sont fabriqués et employés depuis longtemps, pourtant il existe peu de références écrites sur les détails physiques de leur fonctionnement, et peu de documentation sur leur caractérisation. Ce document tente de pallier en partie à cette lacune, en présentant notamment les méthodes de caractérisation des transformateurs Dy, T et Scott, ainsi que des explications détaillées sur leur fonctionnement à vide.

Plus particulièrement, après une brève introduction des transformateurs, leurs variantes et caractéristiques générales, tout au long des deux parties de ce mémoire nous cherchons à reconstruire les courants magnétisants triphasés à partir des courants magnétisants obtenus par des essais à vide monophasés. Dans la deuxième partie, nous essayons en plus de modéliser le comportement des transformateurs en T soumises aux conditions de travail nominales.

Dans le cas des transformateurs Dy, chapitre 1), la courbe d'aimantation du noyau, c'est-à-dire  $B$  vs  $H$ , est obtenue expérimentalement ( $B$  et  $H$  sont respectivement la densité de flux et l'intensité du champ magnétique). Ceci nécessite généralement d'utiliser une approximation des sections et de la longueur moyenne des jambes du noyau. Cette approximation, de fait, introduit une certaine erreur dans le modèle. Étant donné le type de noyau, deux courbes d'aimantation sont obtenues, représentant respectivement les branches externes et centrales du noyau. Afin de faciliter l'étude analytique des courbes d'aimantation, certaines autres approximations sont appliquées, lesquelles contribuent aussi à l'erreur de modélisation.

Les courbes d'aimantation sont déterminées d'abord en calculant la densité du flux magnétique  $B$  (qui est d'ailleurs une fonction de la tension appliquée aux enroulements et de la section du noyau dans laquelle le flux circule), puis en déduisant l'intensité du champ magnétique  $H$ . L'intensité du champ magnétique se calcule à partir du courant mesuré lors des essais à vide, ainsi qu'à partir de la longueur effective du parcours du flux et du nombre de tours effectifs des enroulements. Les flux de fuite sont négligés. Les dimensions du noyau sont directement mesurables, mais le calcul du nombre de tours effectifs se fait à partir d'une analyse des prises du transformateur, décrite dans la sous-section 1.2.1.

Dans le chapitre 2, lorsque les courbes d'aimantation du noyau sont connues, les courants magnétisants monophasés de chaque enroulement bobiné sur les colonnes sont calculés conformément à la procédure suivante : a) calculer la densité de flux magnétique à partir de la tension appliquée et des sections des colonnes; b) utiliser la courbe pour déterminer le  $H$  respectif; c) trouver la force magnétomotrice ( $F=H*I$ ); et finalement d) calculer le courant de magnétisation ( $F=N*I$ ).

Le chapitre 3 explique comment les courants magnétisants triphasés de phases et de lignes d'un transformateur Dy sans neutre, vus des côtés Y et Delta, sont obtenus à partir des courants magnétisants monophasés. Du côté Y, il suffit d'enlever le composant homopolaire des courants magnétisants monophasés pour trouver la forme d'onde des courants magnétisants triphasés. Du côté Delta, les courants de ligne se trouvent par la somme (en phaseur) des courants de phase. Les courants de phase sont constitués des composants inverse et direct de courant du côté Y, réduits par le rapport de transformation. Il est à noter que pour calculer les courants de ligne du côté Delta, il n'est pas nécessaire de connaître les composants homopolaires des courants de phase. En ce qui concerne les courants de phase, seule une portion de composants homopolaires des courants magnétisants monophasés, réduits par le rapport de transformation, contribue aux courants de phases. Les formes d'onde de courant calculées et mesurées présentées dans ce mémoire nous ont permis de confirmer les conclusions ci-dessus. Les courants magnétisants triphasés directement mesurés et ceux qui ont été calculés démontrent un excellent accord. Des travaux supplémentaires sont nécessaires pour comprendre les principes de la relation entre le composant homopolaire du courant de phase du côté Delta et le composant homopolaire des courants obtenus dans les essais à vide.

Dans la deuxième partie de ce mémoire, dans le chapitre 4, on présente les particularités des transformateurs en T. Le chapitre 5 introduit et élabore un modèle matriciel afin de prédire le comportement de ces transformateurs. Le chapitre 6 contient les résultats expérimentaux qui serviront à valider ce modèle. Dû à la simplicité des circuits magnétiques des transformateurs en T (deux circuits mutuellement isolés), la procédure de calcul des courants magnétisants triphasés en fonction des courants magnétisants monophasés est plus simple et ne nécessite pas de connaître le détail des circuits magnétiques. Le chapitre 7 est dédié au calcul des courants magnétisants des transformateurs en connexion T.

Le transformateur en T est bien répandu dans le domaine de la distribution électrique. Il est utilisé pour effectuer une transformation triphasée à l'aide de deux transformateurs monophasés. Les deux transformateurs sont généralement identiques du point de vue électrique et magnétique. Il y a deux variations du transformateur en T : a) la connexion  $T_{tn}$ , avec et sans neutre et b) la connexion Scott. Pour la première connexion, on considère qu'un transformateur en  $T_{tn}$  est formé de trois enroulements au primaire et de quatre enroulements au secondaire, et ensuite on caractérise les paires des enroulements formant un transformateur monophasé. Un des transformateurs peut être appelé « transformateur vertical » et l'autre « transformateur horizontal ». La deuxième variation correspond à la connexion Scott. Cette connexion est utilisée pour produire une transformation de trois phases en deux phases. Nous avons obtenu les courants magnétisants de ce deux transformateurs par mesure directe ainsi qu'analytiquement.

Nous avons aussi modélisé ces transformateurs à l'aide de la théorie des transformateurs à plusieurs enroulements (TPE). De plus, nous avons vérifié la théorie TPE, qui décrit les relations entre les courants et les tensions d'un transformateur. Selon cette théorie, le comportement d'un transformateur monophasé à plusieurs enroulements peut être décrit par la tension aux bornes d'enroulement primaire et les courants des enroulements secondaires, ou vice versa (matrice d'entrée monophasée). De plus, les tensions aux secondaires et les courants aux primaires d'un transformateur monophasé (matrice de sortie monophasée), qui fournissent les impédances mutuelles ( $G_{ij}$ ) de chaque paire d'enroulements, les rapports mutuels de nombre de tours des enroulements ( $m_{ij}$ ) et l'admittance de magnétisation ( $y_0$ ) (matrice de réponse monophasée) peuvent être déterminés. Enfin, le comportement des transformateurs à « n » phases peut être modélisé si les matrices de réponse monophasée de toutes les phases sont connues. Donc, à l'aide de cette théorie, nous présentons les détails des calculs théoriques des paramètres des matrices de réponse des transformateurs monophasés formant les transformateurs a) de type Scott; b) de type  $T_{t1}$  avec neutre; et c) de type  $T_{t1}$  sans neutre, ainsi que des matrices de réponse de ces transformateurs multiphasés, afin de présenter tout le savoir-faire acquis avec les méthodes de mesure directe des sous-matrices  $G$  et  $Z_T$ . Nous employons ces méthodes pour vérifier les valeurs obtenues avec les modèles.

En résumé, l'objectif de ce projet de maîtrise est de bien comprendre les courants magnétisants monophasés, triphasés et leurs interdépendances, puis de les calculer. Pour ce faire, nous avons obtenu et tracé des diagrammes d'hystérésis, et, par la suite, calculé et reproduit les courants

magnétisants monophasés à partir de la tension appliquée et du diagramme d'hystérésis. Nous avons de plus étudié la composition des courants magnétisants triphasés dans les transformateurs Dy à partir des courants magnétisants monophasés. Enfin, afin de compléter notre savoir-faire, nous avons inclus une méthode de calcul des courants magnétisants triphasés à partir des courants magnétisants monophasés pour les transformateurs en T. En effet, les courants magnétisants triphasés d'un transformateur en T sont déterminés à partir des courants magnétisants monophasés et d'un modèle de répartition de ces courants.

## ABSTRACT

Transformers are one of the most important parts of an electrical network; therefore they deserve to be well understood. They have been used since long time ago; however, a shortage on the physical details of their internal electromagnetic interactions can easily be observed. Furthermore, for already installed transformers, documentations are often unavailable and there is no reference that contains the detailed characterisation methods of transformers from the scratch. Here we offer details of physical interactions in the Dy and T transformers as well as associated characterisation methods.

Especially, we are looking for reconstruction of three-phase magnetisation currents upon the values we obtain from mono-phase open circuit tests. To achieve this, the core magnetisation curve, e.g.,  $B$  vs.  $H$ , is experimentally obtained ( $B$  and  $H$  are respectively the flux density and the magnetic field intensity). This needs an approximation of the length and the cross section of core branches. The approximation involves averaging which indeed introduce error in calculations. In our case, considering the core type, two magnetisation curves, respectively corresponding to the external and central branches are obtained.

The magnetisation curves are determined, in the first place, by calculating the magnetic flux, which is a pure function of applied voltage and the flux cross-section. Then, the magnetic field intensity,  $H$ , is calculated using the measured flowing current and effective flux path as well as effective winding turn. In such a calculation, the leakage fluxes are often neglected. In order to approximate branch cross sections and effective flux path there is no way but direct dimensional measurement. Effective winding turn counts are calculated according to section 1.2.1.

Once magnetisation curves of a given core are available, the single-phase magnetisation currents for each winding can be found through the following steps: a) to calculate the flux density using the applied voltage and the cross sections of the branches, b) to determine the magnetic field intensity,  $H$ , using the magnetisation curve, c) to find the magnetic force by integration of  $H$  over a closed flux loop, and finally d) to calculate the magnetisation current using  $F=N*I$ .

One should be aware that the magnetisation currents also depend on the wiring schema of the transformer, being either Y or Delta, with or without neutral connection. Employing single-phase magnetisation currents, the three-phase magnetisation currents for a Dy transformer, without

neutral connection, seen from Y and Delta sides have been calculated. On the Y side it is enough to remove the zero sequence current component of equally spaced by  $120^\circ$  single-phase magnetisation currents. On the Delta side, the line currents are the phasor sum of the phase currents at the nodes. They are formed by the direct and inverse components of magnetisation currents on the Y side, however, reduced by the transformation ratio.

It should be noticed that there is no need to know the zero sequence content of the magnetisation currents in the phases on the Delta side or single-phase magnetisation currents on the Y side; they simply get subtracted and are removed. In order to determine the phase currents on the Delta side, we need to know the zero sequence content of the phase current. Just a small portion of the magnetisation currents on the Y side, brought to the Delta side assuming the transformation ratio, contributes in the phase current on the Delta side. It is around 45%. The waveforms of the measured and calculated currents confirm the above results; they show an excellent degree of similarity. Supplementary works are needed to understand the fundamentals of interdependency of zero sequence currents in Dy transformers or alike.

In the second part of this thesis, we have studied T transformers. They are often used where the weight and the space are limited. A special type of T transformers, named Scott transformer, is used to make a three phase out of a two phase system, or vice versa. They are formed by two, electrically and magnetically, identical single-phase transformers. There are two variations: a)  $T_{tn}$ , with and without neutral connection, and b) Scott. The first one,  $T_{tn}$  with neutral connection at both sides, has four windings on each side. The actual, as well as schematics of, connections can be found in the thesis. The second type has just one neutral connection on one side; therefore it has four windings on one side and three on the other side. And finally  $T_{tn}$  with no neutral connection has three windings on each side. The primary windings are divided in two groups and wound on two magnetic cores. The secondary windings also are divided in two groups and wound on those cores. One of the cores is called “vertical transformer”, and the other one is called “horizontal transformer”. In the case of Scott transformers, one of the primary or secondary set of windings has two electrically isolated windings. It is often used to produce a three-phase connection out of a two phase system. We have also obtained, both analytically and experimentally, the magnetisation currents of those T transformers.

We have also modeled those transformers using “many windings transformers” (abbreviated by TPE in French) theory. In our modeling we were interested in describing the relations between the currents and voltages of all the windings under a multiphase excitation, while we have just some of the currents and voltages under single-phase excitation condition. According to the many-windings transformer theory, the behaviour of a transformer can be described/predicted if one knows the supply voltages of the primary windings (in a three-phase schema) and the currents of the secondary windings. The key point is to find the appropriate response matrix. Such a three-phase response matrix can be calculated using single-phase response matrices. Single-phase response matrices written for the three windings excited in a three-phase schema, while excited by a single phase, relate the excitation voltage and current to the currents and voltages on the other windings. As a result, the response matrices for the Scott,  $Tt_1$  (with and without neutral connection) transformers have been found. Some verification methods to ensure the measurement/calculation results are also provided.

To resume it all, we are looking to well-understand and calculate the single-phase/three-phase magnetisation phenomena and current forms, as well as their interdependencies. Therefore, we have presented how to find the hysteresis curves, mono-/three-phase magnetisation currents and the way they are coupled together in Dy and T transformers. In addition to the above, we have presented a mathematical model for predicting currents and voltages in a T transformer; either  $Tt_n$  or Scott.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	IX
TABLE DES MATIÈRES .....	XII
LISTE DES TABLEAUX.....	XVI
LISTE DES FIGURES.....	XX
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XXVI
LISTE DES ANNEXES.....	XXIX
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 DÉTERMINATION DES COURBES D'AIMANTATION.....	6
1.1    Méthodologie de détermination des courbes d'aimantation de notre transformateur .....	7
1.2    Description physique du transformateur Dy à trois colonnes .....	8
1.2.1    Vérification du nombre de tours des enroulements.....	10
1.2.2    Dimensions réelles du noyau.....	10
1.2.3    Calcul des longueurs effectives du chemin de flux magnétique .....	12
1.2.4    Calcul des sections effectives du noyau de transformateur.....	13
1.2.5    Calcul de la puissance triphasée du transformateur .....	14
1.3    Procédure de l'essai à vide .....	15
1.4    Détermination des courbes d'aimantation.....	17
1.4.1    Courbe d'aimantation des colonnes externes .....	18
1.4.2    Courbe d'aimantation de la colonne centrale.....	22
1.5    Sommaire .....	28

CHAPITRE 2 DÉTERMINATION ANALYTIQUE DES COURANTS MAGNÉTISANTS MONOPHASÉS POUR LES ENROULEMENTS BOBINÉS SUR UN NOYAU À TROIS COLONNES.....	29
2.1 Méthode de calcul du courant magnétisant dans un essai monophasé.....	30
2.1.1 Méthode générale du calcul de courant magnétisant .....	30
2.1.2 Calcul du courant magnétisant des branches externes .....	30
2.1.3 Calcul de courant magnétisant de la branche centrale .....	32
2.2 Courants magnétisants mesurés et calculés.....	33
2.2.1 Courant magnétisant mesuré et calculé dans les branches externes.....	33
2.2.2 Courant magnétisant de l'enroulement bobiné sur la branche centrale .....	40
2.3 Sommaire .....	44
CHAPITRE 3 DÉTERMINATION ANALYTIQUE DES COURANTS MAGNÉTISANTS TRIPHASÉS DU TRANSFORMATEUR DY <sub>1</sub> .....	45
3.1 Méthode de calcul des courants magnétisants triphasés .....	47
3.1.1 Courants magnétisants vus du côté y d'un transformateur Dy sans neutre.....	47
3.1.2 Courants magnétisants vus du côté D d'un transformateur Dy.....	50
3.2 Vérification des courants magnétisants triphasés.....	52
3.3 Calcul et vérification des courants magnétisants triphasés côté y .....	53
3.4 Calcul et vérification des courants magnétisants triphasés de phase du côté Delta .....	61
3.5 Calcul et vérification des courants magnétisants triphasés de ligne du côté Delta .....	68
3.6 Sommaire .....	73
CHAPITRE 4 TRANSFORMATEUR EN T : VARIATIONS ET APLICATIONS .....	74
4.1 Description physique du transformateur en T à l'étude .....	76
4.2 Vérification de nombre de tours des enroulements.....	78
4.3 Mesure de la résistance à froid des enroulements .....	79

4.4	Sommaire .....	80
CHAPITRE 5 MODÉLISATION DES TRANSFORMATEURS EN T.....		81
5.1	Théorie générale des transformateurs à plusieurs enroulements.....	81
5.2	Méthodes expérimentales pour déterminer les paramètres des matrices de réponses monophasée et multiphasée.....	85
5.2.1	Méthode expérimentale pour déterminer les paramètres de la matrice de réponse monophasée.....	85
5.2.2	Méthode expérimentale pour déterminer les paramètres de la matrice de réponse multiphasée.....	88
5.3	Variations du transformateur en T et leurs modèles .....	90
5.3.1	Transformateur en connexion Scott .....	90
5.3.2	Transformateur $Tt_1$ avec neutre.....	93
5.3.3	Transformateur $Tt_1$ sans neutre .....	94
5.4	Détermination des paramètres des matrices de réponse des transformateurs Scott et $Tt_1$ avec et sans connexion neutre .....	97
5.4.1	Détermination des matrice $m_i$ , $m_e$ et $Z_T$ en connexion Scott.....	97
5.4.2	Détermination des matrices $m_i$ , $m_e$ et $Z_T$ en connexion $Tt_1$ avec neutre .....	101
5.4.3	Détermination des matrice $m_i$ , $m_e$ et $Z_T$ en connexion $Tt_1$ sans neutre .....	108
5.5	Sommaire .....	113
CHAPITRE 6 DÉTERMINATION THÉORIQUE ET VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DES MATRICES DE RÉPONSE DES TRANSFORMATEURS SCOTT ET $TT_1$ AVEC ET SANS NEUTRE.....		115
6.1	Détermination des paramètres de modèle du transformateur Scott.....	115
6.1.1	Détermination des matrices de réponse monophasées du transformateur Scott .....	115
6.1.2	Détermination de la matrice de réponse du transformateur Scott .....	120
6.2	Détermination des paramètres de modèle du transformateur $Tt_1$ avec neutre.....	122

6.2.1	Détermination des matrices de réponse monophasée du transformateur $Tt_1$ avec neutre.....	122
6.2.2	Détermination des matrices de réponse monophasée du transformateur $Tt_1$ avec neutre.....	128
6.3	Détermination des paramètres de modèle du transformateur $Tt_1$ sans neutre .....	130
6.3.1	Détermination des matrices de réponse monophasée du transformateur $Tt_1$ sans neutre.....	130
6.3.2	Détermination de la matrice de réponse du transformateur $Tt_1$ sans neutre.....	135
6.4	Sommaire .....	137
CHAPITRE 7 COURANTS MAGNÉTISANTS MONO- ET TRIPHASES DES TRANSFORMATEURS EN T.....		138
7.1	Courants magnétisants dans les transformateurs en T .....	138
7.2	Calcul et vérification des courants magnétisants triphasés du transformateur en T ....	139
7.3	Sommaire .....	144
RÉFÉRENCES.....		145
ANNEXES .....		147

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1 : Dimensions et sections effectives du noyau.....	13
Tableau 1.2 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de la tension et du courant magnétisant obtenues par l'essai à vide monophasé sur les branches externes .....	19
Tableau 1.3 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de la tension obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche centrale au côté y .....	21
Tableau 1.4 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de la tension et du courant magnétisant obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche centrale .....	23
Tableau 1.5 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de la tension obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche centrale du côté y .....	25
Tableau 1.6 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des tensions correspondantes des différents niveaux de tension.....	26
Tableau 1.7 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des courants magnétisants à différents niveaux de tension.....	26
Tableau 1.8 : Valeurs des puissances (efficaces) mesurées pour différents niveaux de tension (efficace). $S_1$ , $P_1$ , $Q_1$ sont les valeurs des puissances pour l'harmonique principale.....	27
Tableau 2.1 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des tensions mesurées par PM6000 .....	34
Tableau 2.2 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques du courant magnétisant obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche droite.....	39
Tableau 2.3 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de tension mesurée par PM6000 .....	40
Tableau 2.4 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques du courant magnétisant mesuré, obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche centrale .....	44
Tableau 3.1 : Valeurs efficaces de courant magnétisant monophasé obtenues en essais à vide du côté y .....	47

Tableau 3.2 : Valeurs efficaces des composants symétriques des courants magnétisants monophasés du côté y. ....	54
Tableau 3.3 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de tension et de courant mesuré du côté (y).....	58
Tableau 3.4 : Valeurs efficaces des composantes symétriques des courants magnétisants mesurés du côté y .....	58
Tableau 3.5 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de courant vues du côté Delta et en considérant le nombre de tours des enroulements .....	61
Tableau 3.6 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des tensions et des courants de phase mesurés du côté Delta par PM6000 .....	65
Tableau 3.7 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des tensions et des courants de ligne mesurées du côté Delta par PM6000.....	70
Tableau 4.1 : Nombre de tours des enroulements verticaux et horizontaux du transformateur en T selon le fabricant .....	78
Tableau 4.2 : Résistances à froid des enroulements du transformateur en T mesurées .....	79
Tableau 6.1 : Valeurs de tension, de courant et de perte en essais à vide de deux transformateurs monophasés formant le transformateur Scott.....	116
Tableau 6.2 : Impédances de court-circuit des enroulements verticaux et horizontaux du transformateur Scott .....	118
Tableau 6.3 : Valeurs calculées des impédances mutuelles, $G_{ij}$ , des deux matrices de réponse monophasée pour le transformateur Scott à l'étude .....	119
Tableau 6.4 : Impédances mutuelles monophasées, $G_{ij}$ , calculées et mesurées pour le transformateur Scott .....	120
Tableau 6.5 : Impédances du transformateur Scott équivalent .....	120
Tableau 6.6 : Rapports de transformation en courant et en tension en connexion Scott .....	121
Tableau 6.7 : Impédances calculées et mesurées du transformateur Scott équivalent .....	122

Tableau 6.8 : Valeurs de tension, de courant et de perte de deux transformateurs monophasés en essais à vide formant le transformateur $Tt_1$ avec neutre.....	123
Tableau 6.9 : Impédances de court-circuit des enroulements verticaux du transformateur $Tt_1$ avec neutre.....	124
Tableau 6.10 : Impédances de court-circuit des enroulements horizontaux du transformateur $Tt_1$ avec neutre.....	125
Tableau 6.11 : Valeurs calculées des impédances mutuelles, $G_{ij}$ , des deux matrices de réponse monophasée pour le transformateur Scott étudié .....	126
Tableau 6.12 : Impédances mutuelles monophasées, calculées et mesurées, du transformateur $Tt_1$ avec neutre.....	127
Tableau 6.13 : Impédances du transformateur $Tt_1$ équivalent avec neutre calculées.....	128
Tableau 6.14 : Rapport de transformation en courant et en tension en connexion $Tt_1$ avec neutre .....	128
Tableau 6.15 : Impédances, calculées et mesurées, du transformateur $Tt_1$ équivalent avec neutre .....	130
Tableau 6.16 : Valeur de tension, de courant et de perte de deux transformateurs monophasés en essais à vide du transformateur $Tt_1$ sans neutre.....	131
Tableau 6.17 : Impédances de court-circuit des enroulements horizontaux du transformateur $Tt_1$ sans neutre .....	132
Tableau 6.18 : Valeurs calculées des impédances mutuelles, $G_{ij}$ et $G'_{ij}$ , des deux matrices de réponse monophasée pour le transformateur Scott à l'étude.....	133
Tableau 6.19 : Impédances mutuelles des enroulements, calculées et mesurées, du transformateur $Tt_1$ sans neutre .....	134
Tableau 6.20 : Impédances du transformateur $Tt_1$ équivalent sans neutre calculées .....	135
Tableau 6.21 : Rapport de transformation en courant et en tension en connexion $Tt_1$ sans neutre .....	135
Tableau 6.22 : Impédances calculées et mesurées du transformateur $Tt_1$ équivalent sans neutre	137

Tableau 7.1 : Valeurs efficaces mesurées (non corrigées) des harmoniques du courant magnétisant $I_{CT}$ et de la tension.....	140
Tableau 7.2 : Valeurs efficaces mesurées (non corrigées) des harmoniques de courant magnétisant $I_{AB}$ mesuré et de la tension.....	141

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : a) Transformateur $Dy_1$ à trois colonnes à enroulement en aluminium et b) sa plaque signalétique.....	9
Figure 1.2 : Le noyau et ses dimensions. ....	11
Figure 1.3 : Dimensions de la section des culasses (l'unité des valeurs est le mètre). ....	11
Figure 1.4 : Dimensions de la section des colonnes (l'unité des valeurs est le mètre). ....	12
Figure 1.5 : Schéma d'essai à vide pour un transformateur monophasé. $W$ :.....	16
Figure 1.6 : Circuit équivalent d'un transformateur monophasé en 2 enroulements. $R_p, R_s$ : résistances ohmiques des enroulements; $X_p, X_s$ : réactances de fuite associée aux enroulements; $R_{fe}$ : résistance équivalente correspondant aux pertes dans le noyau; $X_\phi$ : réactance de magnétisation; $V_p, V_s$ : tensions appliquées côté primaire ou secondaire; $I_p, I_s$ : courants des enroulements. ....	16
Figure 1.7 : a) Configuration destinée à obtenir la courbe d'aimantation sur les colonnes externes, b) Schéma du circuit électrique. ....	18
Figure 1.8 : Forme de courant magnétisant observée par oscilloscope et obtenue par un essai monophasé sur les branches externes.....	19
Figure 1.9 : La forme de courant magnétisant obtenue par superposition des harmoniques, pour l'essai effectué sur les colonnes externes.....	20
Figure 1.10 : La forme de courbe d'aimantation pour les colonnes externes. L'essai est du côté secondaire (côté y), et la tension appliquée aux deux enroulements en série est de 240 V. ...	21
Figure 1.11 : Forme d'onde de courant magnétisant observée à l'oscilloscope. ....	23
Figure 1.12 : Forme de courant magnétisant obtenue par superposition des harmoniques. L'essai est sur les colonnes externes.....	24
Figure 1.13 : Forme de courbe d'aimantation pour la colonne centrale. L'essai est du côté secondaire (côté y) et la tension appliquée aux deux enroulements en série est de 234 V. ...	25
Figure 1.14 : Courbes d'aimantation obtenues pour les différents niveaux de tension appliquées. ....	27

Figure 2.1 : Circuit destiné à obtenir le courant magnétisant monophasé de.....	31
Figure 2.2 : Circuit destiné à obtenir le courant magnétisant monophasé de.....	33
Figure 2.3 : Formes de la tension d'alimentation, ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement A de la branche droite du côté primaire (D).....	35
Figure 2.4 : Formes de la tension aux bornes d'enroulement central du côté secondaire (y), ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement A de la branche droite du côté primaire (D). ....	35
Figure 2.5 : Formes de la tension aux bornes de l'enroulement à gauche du côté secondaire (y), ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement A de la branche droite du côté primaire (D). ....	36
Figure 2.6 : Forme de la tension mesurée de la branche droite (A) et la branche centrale au côté secondaire (y). ....	37
Figure 2.7 : Forme de la tension mesurée de la branche droite (A) et la branche à gauche au côté secondaire (y). ....	37
Figure 2.8 : Forme de courant magnétisant obtenu des branches externes (droite et gauche). ....	38
Figure 2.9 : Forme d'onde de la tension et du courant magnétisant observée par oscilloscope et obtenue d'un essai sur la branche droite. ....	39
Figure 2.10 : Formes de la tension appliquée, ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement B de la branche centrale du côté primaire (D). ....	41
Figure 2.11 : Formes de la tension aux bornes des enroulements aux branches externes au côté secondaire, ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement B de la branche centrale au côté primaire (D). ....	42
Figure 2.12 : Forme de courant magnétisant obtenu de la branche centrale. ....	43
Figure 2.13 : Forme de courant magnétisant observée par oscilloscope et obtenue d'un essai sur la branche centrale.....	43

Figure 3.1 : Forme d'onde des courants magnétisants monophasés à l'aide d'un essai monophasé du côté y. ....	46
Figure 3.2 : Forme d'onde des courants magnétisants monophasés à l'aide d'un essai monophasé du côté y en divisant le courant de la branche centrale par deux. ....	46
Figure 3.3: Circuit destiné à obtenir les courants magnétisants triphasés du côté secondaire (y). ....	48
Figure 3.4 : Courants magnétisants triphasés du côté Delta. ....	51
Figure 3.5 : Schéma triphasé de l'essai à vide en connexion Dy. ....	52
Figure 3.6 : Schéma triphasé de l'essai à vide en connexion Yd. ....	53
Figure 3.7 : Courant analytiquement calculé de la phase (a) du côté secondaire (côté y). ....	55
Figure 3.8 : Courant analytiquement calculé de la phase (b) du côté secondaire. ....	55
Figure 3.9 : Courant analytiquement calculé de la phase (c) du côté secondaire (côté y). ....	56
Figure 3.10 : Courant homopolaire obtenu par la soustraction d'ensemble des séquences direct et inverse des courants magnétisants monophasés.....	56
Figure 3.11 : Courants magnétisants triphasés mesurés du côté secondaire (côté y) et vus par l'oscilloscope.....	57
Figure 3.12 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase a) du côté secondaire (côté y). ....	59
Figure 3.13 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase b) du côté secondaire (côté y). ....	60
Figure 3.14 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase c) du côté secondaire (côté y). ....	60
Figure 3.15 : Forme d'onde des courants magnétisants monophasés à l'aide d'un essai monophasé du côté Delta. ....	62
Figure 3.16 : Forme d'onde du courant de la séquence homopolaire du côté y.....	62
Figure 3.17 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la phase (AB) du côté primaire (côté D).....	63

Figure 3.18 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la phase (BC) du côté primaire (côté D).....	64
Figure 3.19 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la phase (CA) du côté primaire (côté D).....	64
Figure 3.20 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase AB) du côté primaire (côté D). ....	66
Figure 3.21 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase BC) du côté primaire (côté D). ....	66
Figure 3.22 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase CA) du côté primaire (côté D). ....	67
Figure 3.23 : Courants magnétisants triphasés mesurés du côté primaire (côté D) et vus par l'oscilloscope.....	67
Figure 3.24 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la ligne A du côté delta ( $I_A = I_{AB} - I_{CA}$ ). ....	68
Figure 3.25 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la ligne B du côté Delta ( $I_B = I_{BC} - I_{AB}$ ). ....	69
Figure 3.26 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la ligne C du côté Delta ( $I_C = I_{CA} - I_{BC}$ ). ....	69
Figure 3.27 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la ligne A) du côté primaire (côté D).....	71
Figure 3.28 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la ligne B) du côté primaire (côté D).....	71
Figure 3.29 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la ligne C) du côté primaire (côté D).....	72
Figure 3.30 : Forme d'onde des courants magnétisants triphasés de ligne mesurés du côté D par PM6000. ....	72
Figure 4.1 : Schémas généraux de transformateur Scott. ....	74

Figure 4.2 : Schémas généraux de transformateur $Tt_1$ avec neutre. ....	74
Figure 4.3 : Schémas généraux de transformateur $Tt_1$ sans neutre. ....	75
Figure 4.4 : a) Transformateur en T à deux colonnes et à enroulement en cuivre, et b) sa plaque signalétique.....	76
Figure 4.5 : Configuration des enroulements du transformateur $Tt_1$ original. ....	77
Figure 5.1 : Transformateur à n enroulements. ....	82
Figure 5.2 : Transformateurs à 3 enroulements.....	86
Figure 5.3 : Transformateurs à 3 enroulements.....	87
Figure 5.4 : Configuration de court-circuit des enroulements du côté primaire du transformateur en T.....	89
Figure 5.5 : Configuration et identification des bornes du transformateur en T à notre disposition. Il a été originalement configuré comme un transformateur $Tt_1$ . ....	91
Figure 5.6 : Transformateurs Scott; première configuration.....	92
Figure 5.7 : Transformateurs Scott; deuxième configuration. ....	92
Figure 5.8 : Transformateur en connexion $Tt_1$ avec neutre.....	93
Figure 5.9 : Transformateur en connexion $Tt_1$ sans neutre. ....	94
Figure 7.1 : Directions conventionnelles des courants magnétisants monophasés dans un transformateur en T. ....	139
Figure 7.2 : Formes de courants magnétisants monophasés obtenues pour le transformateur horizontal, $I_{AB}$ , (en haut), et vertical, $I_{CT}$ , (en bas).....	141
Figure 7.3 : Forme du courant magnétisant, $I_{CT}$ , observée par oscilloscope et obtenue d'un essai sur le transformateur vertical.....	142
Figure 7.4 : Forme du courant magnétisant, $I_{AB}$ , observée par oscilloscope et obtenue d'un essai sur le transformateur horizontal. ....	142
Figure 7.5 : Forme des courants magnétisants triphasés reconstruits par Matlab.....	143

Figure 7.6 : Forme des courants magnétisants triphasés observée par oscilloscope et obtenue d'un essai à vide triphasé sur le transformateur en T. ....	144
---	-----

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

La liste des sigles et abréviations présente, dans l'ordre alphabétique, les sigles et abréviations utilisés dans le mémoire ou la thèse ainsi que leur signification. En voici quelques exemples :

A :	Section, mètre carré ( $m^2$ )
$A_{co}$ :	Section des colonnes, mètre carré ( $m^2$ )
$A_{cu}$ :	Section des culasses, mètre carré ( $m^2$ )
$A_{ex}$ :	Section des branches externes, mètre carré ( $m^2$ )
B :	Densité de flux, tesla (T)
e :	Épaisseur effective, mètre (m)
E :	Tension, volt (V)
$E_1$ :	Tension d'enroulement primaire, volt (V)
$E_{cc}$ :	Tension appliquée en essai de court-circuit, volt (V)
$E_{sec}$ :	Matrices verticales des tensions des enroulements secondaires, volt (V)
F :	Force magnétisante, ampère-tour (At)
G :	Matrice des impédances mutuelles
$G_{ij}$ :	Impédances mutuelles des enroulements
h :	Hauteur effective, mètre (m)
H :	Intensité du champ, ampère-tour/mètre (At/m)
I :	Courant, ampère (A)
$I_{\phi}$ :	Courant déwatté, ampère (A)
$I_0$ :	Courant magnétisant, ampère (A)
$I_o$ :	Courant de séquence homopolaire, ampère (A)
$I_1$ :	Courant d'enroulement primaire, ampère (A)

$I_c$ :	Courant magnétisant de la branche centrale, ampère (A)
$I_{cc}$ :	Courant mesuré en essai de court-circuit, ampère (A)
$I_d$ :	Courant magnétisant de la branche à droite, ampère (A)
$I_{fe}$ :	Courant watté, ampère (A)
$I_g$ :	Courant magnétisant de la branche à gauche, ampère (A)
$I_p$ :	Courant d'enroulement primaire, ampère (A)
$I_s$ :	Courant d'enroulement secondaire, ampère (A)
$I_{sec}$ :	Matrices verticales des courants des enroulements secondaires, ampère (A)
$l$ :	Longueur effective du parcours où la densité du flux est constante, mètre (m)
$L$ :	Largeur effective, mètre (m)
$l_{1,3}$ :	Longueurs effectives des branches externes, mètre (m)
$l_2$ :	Longueur effective de la branche centrale, mètre (m)
$m$ :	Matrice de rapport de transformation en tension
$m_e$ :	Rapport de transformation en courant et en tension
$m_i$ :	Rapport de transformation en courant et en tension
$m_{ji}$ :	Rapport de transformation
$m^T$ :	Matrice de rapport de transformation en courant
$N$ :	Nombre de tours effectifs
$N_p$ :	Nombre de tours des enroulements au primaire
$P$ :	Puissance, watt (W)
$P_1$ :	Puissance réelle fondamentale, watt (w)
$Q$ :	Puissance réactive, voltampère réactif (Var)
$Q_1$ :	Puissance réactive fondamentale, voltampère réactif (Var)

$R$ :	Résistance, ohm ( $\Omega$ )
$R_{\text{eq}}$ :	Résistance équivalente, ohm ( $\Omega$ )
$R_{\text{fe}}$ :	Résistance équivalente des pertes au noyau, ohm ( $\Omega$ )
$R_{i,j}$ :	Résistance mesurée à froid, ohm ( $\Omega$ )
$R_P$ :	Résistance ohmique d'enroulement primaire, ohm ( $\Omega$ )
$R_S$ :	Résistance ohmique d'enroulement secondaire, ohm ( $\Omega$ )
$S$ :	Puissance apparente, voltampère (VA)
$S_1$ :	Puissance apparente fondamentale, voltampère (VA) ( $\text{m}^3$ )
$V_P$ :	Tensions appliquées côté primaire, volt (V)
$V_S$ :	Tensions appliquées côté secondaire, volt (V)
$v_1$ :	Volume des coulasse, mètre en cube, ( $\text{m}^3$ )
$v_2$ :	Volume des colonnes, mètre en cube, ( $\text{m}^3$ )
$X_{\text{eq}}$ :	Réactance équivalente, ohm ( $\Omega$ )
$X_P$ :	Réactance d'enroulement primaire, ohm ( $\Omega$ )
$X_S$ :	Réactance d'enroulement secondaire, ohm ( $\Omega$ )
$X_\phi$ :	Réactance équivalente des champs de fuite, ohm ( $\Omega$ )
$y_0$ :	Admittance de magnétisation
$Z_T$ :	Impédance équivalent du transformateur
$\phi$ :	Flux magnétique, weber (Wb)

## LISTE DES ANNEXES

<b>ANNEXE 1 :</b>	Correction des langues de l'appareil de l'analyseur de puissance PM6000.....	147
<b>ANNEXE 2 :</b>	Courbe de la perte du transformateur en fonction la densité du flux.....	148
<b>ANNEXE 3 :</b>	Fichier technique.....	149
<b>ANNEXE 4 :</b>	Calcul d'admittance de magnétisation.....	150

## INTRODUCTION

### Généralités

Les transformateurs sont des appareils électriques largement utilisés dans l'industrie de la production, du transport et de la distribution de l'énergie électrique, ainsi que dans beaucoup d'autres secteurs fonctionnant avec l'énergie électrique [1]. Un transformateur est un appareil électrique ayant au moins deux enroulements bobinés sur un même noyau magnétique. Les enroulements ainsi bobinés peuvent transférer l'énergie d'un enroulement à l'autre par l'entremise d'un flux magnétique commun, créé et partagé par les deux enroulements [2]. Le nombre des enroulements permet de modifier la tension et le courant d'un enroulement à l'autre. Les transformateurs sont utilisés dans diverses applications, notamment pour changer le niveau de tension, le niveau de courant, la compensation de déséquilibre dans le réseau, etc. Selon le nombre de phases, les transformateurs les plus couramment utilisés sont : a) le transformateur monophasé et b) le transformateur triphasé. Dans les réseaux de transmissions et de distributions, les transformateurs triphasés sont souvent utilisés pour la conversion de la tension sans changement de la fréquence. Trois configurations particulières nous intéressent dans la présente étude : a) la connexion  $Dy_1$ ; b) la connexion en T; et c) la connexion Scott. Les deux dernières se bobinent sur deux noyaux distincts et possèdent donc deux circuits magnétiques séparés. La première se bobine sur un noyau à trois colonnes, où une paire des bobines (bobines sur la colonne centrale) est partagée entre deux circuits magnétiques. La connexion Scott est utilisée pour une transformation de trois phases en deux phases.

Les transformateurs se classent en fonction : 1) du milieu réfrigérant et 2) du type de construction. Ces deux aspects sont indépendants l'un de l'autre [3, 4]. Le transformateur n'est pas un appareil parfait, il produit des pertes qui se traduisent par de la chaleur ou de l'échauffement causés par le transfert de l'énergie. En effet, il y a deux types de milieu réfrigérant : a) l'air et b) l'huile [3]. Les deux types de construction des transformateurs sont : a) le type cuirassé et b) le type à colonnes [3]. Le type cuirassé comporte un circuit magnétique à cinq branches, où les enroulements primaire et secondaire de toutes les phases se trouvent autour des trois branches centrales. Par contre, dans le type à colonnes, les enroulements de chaque phase se situent autour d'une colonne différente des autres enroulements. Autrement dit, dans un transformateur à trois colonnes, chacune des colonnes porte les enroulements associés à la phase

correspondante du circuit triphasé. Le flux magnétique produit par chaque enroulement primaire a une forme sinusoïdale. Habituellement, les bobinages de tension élevée sont à l'extérieur et les bobinages de basse tension sont à l'intérieur[5]. Dans ce mémoire, nous nous intéressons aux transformateurs réels sans aucune charge raccordée ainsi qu'aux transformateurs à deux et trois colonnes. Le transfert d'énergie dans un transformateur engendre des pertes par deux effets : a) l'effet Joule dans les enroulements et le noyau (courant des enroulements et courants de Foucault), et b) l'effet de magnétisation (hystérésis) [1]. On néglige souvent les pertes associées au noyau, car elles sont normalement beaucoup plus petites que la puissance transférée. Il est à noter que les pertes dues à l'effet Joule sont encore négligeables par rapport à la puissance nécessaire pour la magnétisation de noyau [5]. À ce stade-ci, il est nécessaire de rappeler certains détails. Les pertes générées représentent environ 1 à 2 % de la puissance nominale du transformateur [6]. Les pertes par effet Joule sont majoritairement des pertes d'énergie dans les enroulements en cuivre. En réalité, à cause de l'effet Joule, un transformateur réel transfère également l'énergie à l'environnement sous forme de chaleur et donc ses enroulements fonctionnent comme un générateur de chaleur. Cette perte dépend de la résistance des différents enroulements et de l'intensité des courants primaire et secondaire du transformateur. Lors des essais en court-circuit, la puissance dissipée devient considérable. Pour éviter l'échauffement des enroulements, le court-circuit se fait normalement du côté à basse tension au courant nominal et en considérant la tension sinusoïdale appliquée entre 5 à 10 % de la tension nominale [3]. Autrement dit, afin de limiter le courant dans les enroulements à une valeur acceptable ou « courant nominal », il faut réaliser l'essai en court-circuit en appliquant une tension sinusoïdale entre 5 à 10 % de la tension nominale. Dans ce mémoire, comme on le verra plus loin, nous négligeons les pertes dues à l'effet Joule lorsque nous déterminons les courants magnétisants triphasés, et nous considérons que le courant du transformateur, si aucune charge n'est connectée, est déterminé plutôt par la magnétisation du noyau [7]. Peu importe la configuration, le nombre des enroulements et des phases, et la forme de noyau, le transformateur consomme une petite partie de l'énergie à transférer à la charge. Cette énergie est consommée pour la magnétisation du noyau. Le courant correspondant à cette énergie consommée est nommé le courant magnétisant [7]. En effet, la tension alternative appliquée fait varier la direction des dipôles magnétiques du noyau, et, ainsi, le flux magnétique varie. Ceci, à son tour, induit un courant dans l'enroulement alimenté qui correspond au courant magnétisant (à condition que tous les autres enroulements

soient ouverts). Dans la première partie de ce mémoire (chapitres 1 et 2), nous cherchons à reconstruire les courants magnétisants triphasés à l'aide des formes des courants magnétisants monophasés.

Les transformateurs à connexions en T sont de nature asymétrique [8], ce qui les rend naturellement comme des éléments déséquilibrés. Ces transformateurs ont des applications intéressantes dans l'industrie, d'où le besoin de développement d'un modèle complet et facile à appliquer afin de connaître le déséquilibre entre les tensions secondaires. Les modèles existant sont compliqués, fastidieux et difficiles à utiliser. En utilisant les impédances de court-circuit des transformateurs monophasés résultant de la décomposition du transformateur en T, le modèle proposé devient plus simple à appliquer [8]. Donc, les paramètres de ce modèle sont faciles à déterminer. Dans la deuxième partie de cet ouvrage, en plus de déterminer les courants magnétisants triphasés [9], nous validerons ce modèle à l'aide d'essais à vide et en court-circuit sur le transformateur en T.

## **Objectifs du travail**

Comme il est mentionné ci-dessus, ce travail vise deux objectifs techniques différents ainsi qu'un objectif pédagogique. Les deux objectifs techniques sont les suivants :

- Obtenir la forme des courants magnétisants triphasés à l'aide des formes des courants magnétisants obtenus par les essais monophasés;
- Caractériser les transformateurs en T selon un modèle déjà établi.

L'objectif pédagogique est d'acquérir une base rigoureuse, théorique et expérimentale sur les mécanismes magnétiques d'un transformateur, ainsi que sur les méthodes de modélisation de ce dernier. Les méthodologies associées seront présentées aux chapitres correspondants.

La première étude consiste à suivre les courants magnétisants triphasés du transformateur en connexion  $Dy_1$  à l'aide de la forme de courant magnétisant monophasé du transformateur. Dans le cadre de cette étude, le transformateur utilisé est un transformateur de distribution à sec basse tension.

## Organisation du travail

Ce mémoire est composé d'une introduction et de 7 chapitres présentés en deux parties :

L'introduction générale, consiste en une présentation générale des transformateurs à l'étude ainsi que des objectifs et des conditions de cette recherche.

La partie un regroupe les trois premiers chapitres du mémoire. Elles portent sur la détermination des courants magnétisants triphasés à partir des courants magnétisants monophasés de chacune des phases d'un transformateur Dy. Les titres descriptifs ci-dessous résument les objectifs visés dans chaque chapitre :

Chapitre 1 Description du transformateur et acquisition expérimentale de ses caractéristiques, ainsi que détermination de la courbe d'alimentation du noyau.

Chapitre 2 Détermination des courants magnétisants monophasés.

Chapitre 3 Détermination des courants magnétisants triphasés du transformateur Dy<sub>1</sub>.

La partie deux réunit les quatre derniers chapitres du mémoire. Les trois premiers chapitres ont pour objet la correction et la validation d'un modèle matriciel décrivant des transformateurs Tt<sub>1</sub> avec et sans neutre, et Scott. Le quatrième est dédié à la détermination des courants magnétisants. Les objectifs visés dans chaque chapitre sont les suivants :

Chapitre 4 Présentation des transformateurs en T.

Chapitre 5 Présentation du modèle matriciel.

Chapitre 6 Présentation des résultats de caractérisation des transformateurs Tt<sub>1</sub> avec et sans neutre, et Scott.

Chapitre 7 Détermination des courants magnétisants triphasés du transformateur en T.

Dans la première partie du mémoire, nous déterminerons la courbe d'aimantation du transformateur Dy<sub>1</sub> d'abord en calculant la densité du flux magnétique B, puis en calculant l'intensité du champ magnétique H. La densité du flux magnétique B est une fonction de la tension appliquée aux enroulements et de l'aire de la section du noyau, et l'intensité du champ magnétique se calcule à partir du courant mesuré lors des essais à vide ainsi qu'à partir de la longueur effective du parcours du flux et du nombre de tours effectifs des enroulements [3, 10].

À l'aide de la ou des courbes d'aimantation d'un noyau, nous calculerons les courants magnétisants monophasés de chaque enroulement bobiné sur les colonnes [3]. À partir des courants magnétisants monophasés, nous obtiendrons les courants magnétisants triphasés d'un transformateur Dy sans neutre, vus des cotés Y et Delta, pour les phases et les lignes. Ensuite, nous ferons un essai à vide triphasé sur le transformateur de n'importe quel côté afin de mesurer les courants magnétisants triphasés. Nous verrons que les courants magnétisants triphasés calculés et mesurés sont en bon accord.

Dans la deuxième partie, nous verrons qu'il est possible de prédire le comportement d'un transformateur en T en le décomposant en deux transformateurs monophasés. Nous caractériserons d'abord les transformateurs monophasés utilisés pour réaliser une connexion Scott et une connexion T (admittance complexe de magnétisation, tensions et courants primaires et secondaires, rapport de tours, impédances des enroulements). Puis, afin de déterminer les impédances équivalentes du transformateur, nous appliquerons un modèle matriciel basé sur les caractéristiques obtenues. Finalement, nous vérifierons l'exactitude des modèles à partir des valeurs expérimentales.

## CHAPITRE 1 DÉTERMINATION DES COURBES D'AIMANTATION

La première étape pour caractériser un transformateur est de connaître les caractéristiques magnétiques de son noyau. De plus, afin de déterminer les courants magnétisants, on doit connaître la courbe d'aimantation du noyau, c'est-à-dire  $B$  vs  $H$ ,  $B$  et  $H$  étant respectivement la densité de flux et l'intensité du champ magnétique. Ce chapitre présente une méthodologie visant à déterminer ces courbes.

Généralement, on obtient cette courbe soit par l'entremise du fabricant, soit par la mesure. Pour ce projet de maîtrise, le fabricant a fourni la courbe moyenne d'aimantation seulement pour les tensions allant jusqu'à la tension nominale du transformateur. Nous avons donc obtenu les courbes d'hystérésis expérimentalement. Pour ce faire, on a besoin de connaître la densité de flux magnétique  $B$ , qui est directement proportionnelle au flux magnétique et inversement proportionnelle à la section effective du flux (sensiblement égale à la section du noyau si on néglige les flux de fuite) [11]. Par conséquent, la courbe d'aimantation dépend de la section du noyau et donc de la section des « colonnes » et des « culasses ». Les culasses sont les parties de noyau qui ne sont pas couvertes par les enroulements [12]. Les colonnes, par ailleurs, le sont. Dans un transformateur à 3 colonnes, chacune des colonnes externes a deux culasses. Donc l'ensemble des culasses à gauche (à droite) et la colonne correspondante forment la « branche à gauche » (« branche à droite »). La « branche centrale » contient uniquement la colonne centrale.

Ainsi, si les sections des colonnes et des culasses d'un noyau à colonnes (ici à trois colonnes) sont uniformes et égales, une seule courbe d'aimantation peut représenter les trois branches. Pourtant, comme on le verra plus loin, la section des culasses est légèrement différente de celle des colonnes. Donc, afin de calculer  $B$  et  $H$ , on a besoin de définir deux sections effectives différentes : l'une pour la branche centrale et l'autre pour les branches externes. Conséquemment, on obtient deux courbes d'aimantation représentant les branches externes et centrale. En effet, les courbes d'aimantation des branches externes sont identiques, mais différentes de celle de la branche centrale. Une série d'essais à vide monophasés sont nécessaires pour obtenir les deux courbes d'aimantation en question. Ces essais sont indépendants l'un de l'autre. Les détails des essais sont présentés dans les sous-sections 1.4.1 et 1.4.2.

Les courbes d'aimantation sont déterminées en calculant d'abord la densité du flux magnétique  $B$  (qui est d'ailleurs une fonction de la tension appliquée aux enroulements et de l'aire de la section du flux), puis l'intensité du champ magnétique  $H$  [3, 4]. L'intensité du champ magnétique se calcule à partir du courant mesuré lors des essais à vide, ainsi qu'à partir de la longueur effective de parcours du flux et du nombre de tours effectifs des enroulements. Les dimensions du noyau sont directement mesurables, mais le calcul du nombre de tours effectifs se fait à partir d'une analyse des prises du transformateur, expliquée dans la sous-section 1.2.1.

Une fois la ou les courbes d'aimantation d'un noyau à colonnes connues, on peut déterminer les courants de magnétisation pour chaque enroulement bobiné sur les colonnes, en suivant la procédure suivante : a) calculer la densité de flux magnétique à partir de la tension appliquée et des sections des colonnes; b) utiliser la courbe de magnétisation pour déterminer le  $H$  correspondant; c) trouver la force magnétomotrice ( $F=H \cdot l$ ), et d) calculer le courant de magnétisation ( $F=N \cdot I$ ).

## 1.1 Méthodologie de détermination des courbes d'aimantation de notre transformateur

À l'aide d'un essai à vide (voir section 1.4), et en prenant la tension appliquée et l'aire des sections des branches, on calcule le flux  $\varphi$  et la densité de flux magnétique  $B$  comme suit :

$$\varphi = \frac{1}{N} \int_0^t e dt \quad (1.1)$$

$$B = \frac{\varphi}{A} \quad (1.2)$$

$B$  : densité du flux [T],

$\varphi$  : flux magnétique [Wb],

$A$  : section du noyau [m<sup>2</sup>]

La section  $A$  est souvent considérée comme étant la section moyenne du noyau; on néglige le flux de fuite. La raison est que la perméabilité des noyaux est considérablement supérieure à celle de l'air; le champ passe majoritairement dans le noyau.

Simultanément avec la mesure de tension, on mesure les courants dans l'enroulement alimenté. Le champ magnétique (H) peut ensuite être calculé à l'aide du nombre de tours d'enroulements ainsi que de la longueur effective du chemin fermé du flux, comme suit :

$$H = \frac{\sum F_i}{\sum l_i} = \frac{\sum (N_i \times I_i)}{\sum l_i} \quad (1.3)$$

où

$H_i$  : intensité du champ [At/m],

$F_i$  : force magnétomotrice [At],

$l_i$  : longueur effective du parcours où la densité du flux est constante [m],

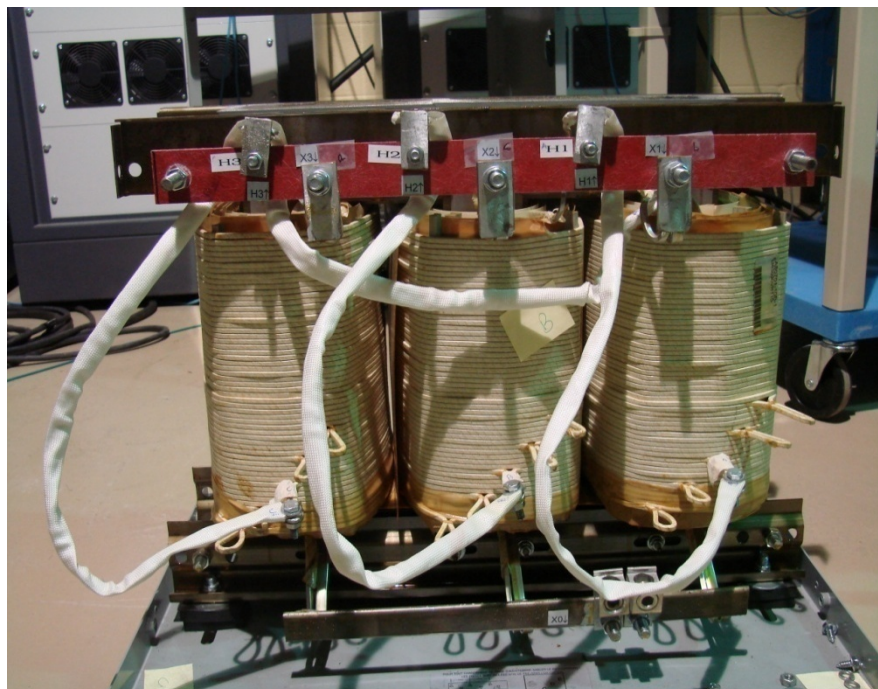
$N_i$  : nombre de tours effectifs,

$I_i$  : courant [A]

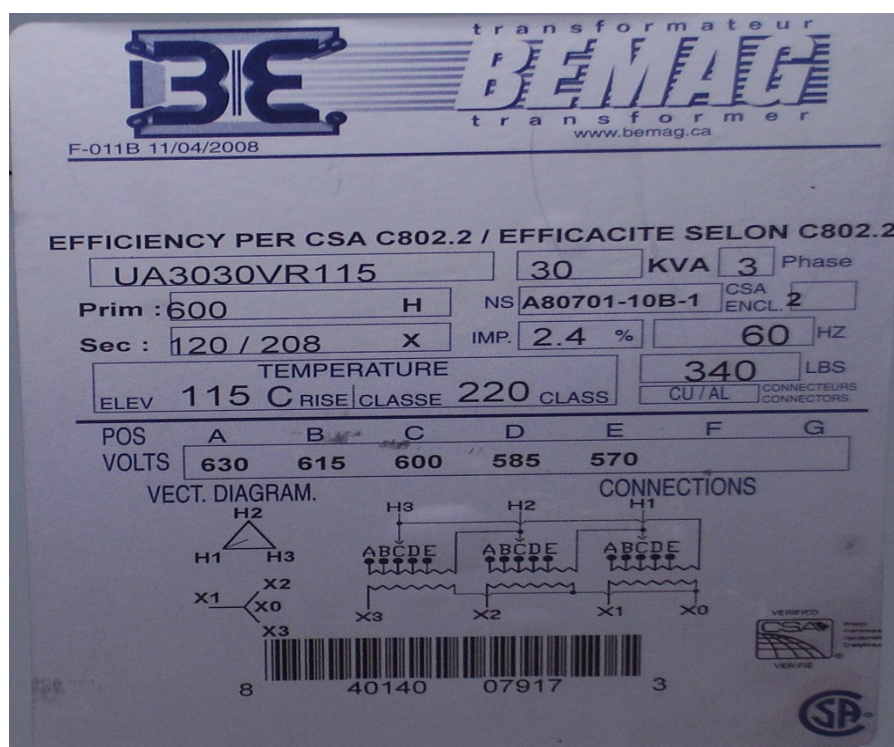
**Il est très important de noter que dans l'équation (1.3), la densité du flux magnétique est supposée uniforme tout au long de la longueur « l ».** En plus, on a besoin de connaître le nombre effectif de tours des enroulements (N) et la longueur effective (l) de la colonne du noyau. Les procédures pour déterminer ces paramètres sont données dans les sous-sections 1.2.1 et 1.2.3.

## 1.2 Description physique du transformateur Dy à trois colonnes

Le transformateur de distribution faisant l'objet de ce mémoire est : a) de type sec; b) avec des enroulements en aluminium; et c) avec un noyau à trois colonnes. La puissance nominale de ce transformateur est de 30 kVA. Les enroulements primaires du transformateur sont connectés en delta (D) et leur tension nominale est de 600 V. Les enroulements secondaires sont connectés en étoile (y) et leur tension nominale est de 120 V / 208 V. La figure 1.1 montre en a) le transformateur et en b) sa plaque signalétique.



a)



b)

Figure 1.1 : a) Transformateur  $Dy_1$  à trois colonnes à enroulement en aluminium et b) sa plaque signalétique.

### 1.2.1 Vérification du nombre de tours des enroulements

Vu que les enroulements ne sont normalement pas visibles de l'extérieur, on profite des prises variables d'ajustement de tension du transformateur et des tensions de sortie connues de ces variables pour déterminer le rapport et le nombre de tours des enroulements. On sait que :

- La prise A permet l'application d'une tension maximale, ou 630 V (prise A=630 V);
- La prise E permet l'application d'une tension minimale, ou 570 V (prise E=570 V);
- La différence de tension entre les prises A et E est  $V=60$  V.

Le nombre de tours entre les prises A et E est égal à 20,5 tours. Par conséquent, en connaissant les tensions au primaire et au secondaire, on peut calculer le nombre des tours :

$$60/20,5 = 600/\text{nombre de tours au primaire} = 120/\text{nombre de tours au secondaire}$$

Donc, le nombre de tours pour la tension 600 V est égal à 205, et celui pour la tension 120 V est de 41.

### 1.2.2 Dimensions réelles du noyau

La forme du noyau résultant de l'empilement des tôles formant le noyau, ainsi que ses dimensions sont présentées à la figure 1.2. Les longueurs  $l_1$ ,  $l_2$ , et  $l_3$  sont les longueurs effectives des colonnes, qui seront calculées selon la méthode décrite dans la sous-section 1.2.3. La forme de la section des colonnes et des culasses est aussi illustrée aux figures 1.3 et 1.4. Il est à noter que les dimensions des sections des culasses et des colonnes sont différentes.

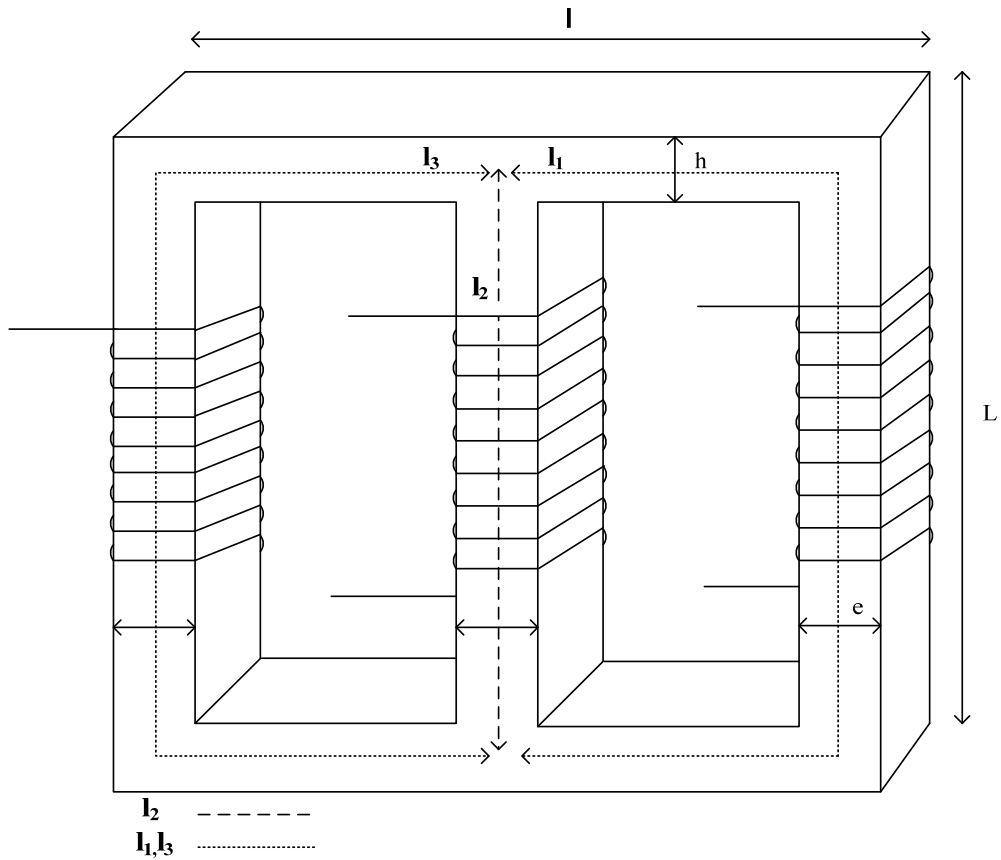


Figure 1.2 : Le noyau et ses dimensions.

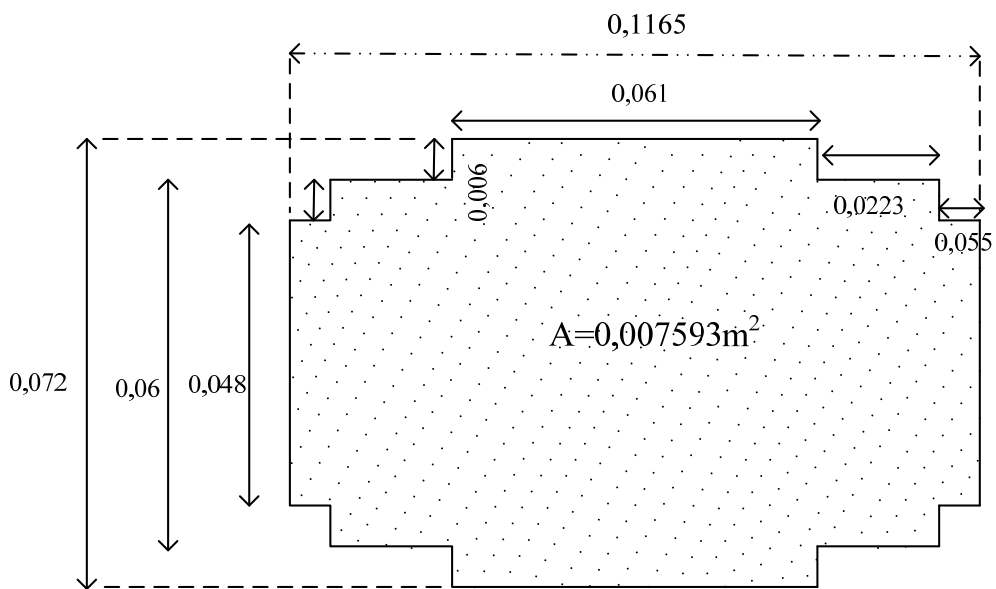


Figure 1.3 : Dimensions de la section des culasses (l'unité des valeurs est le mètre).

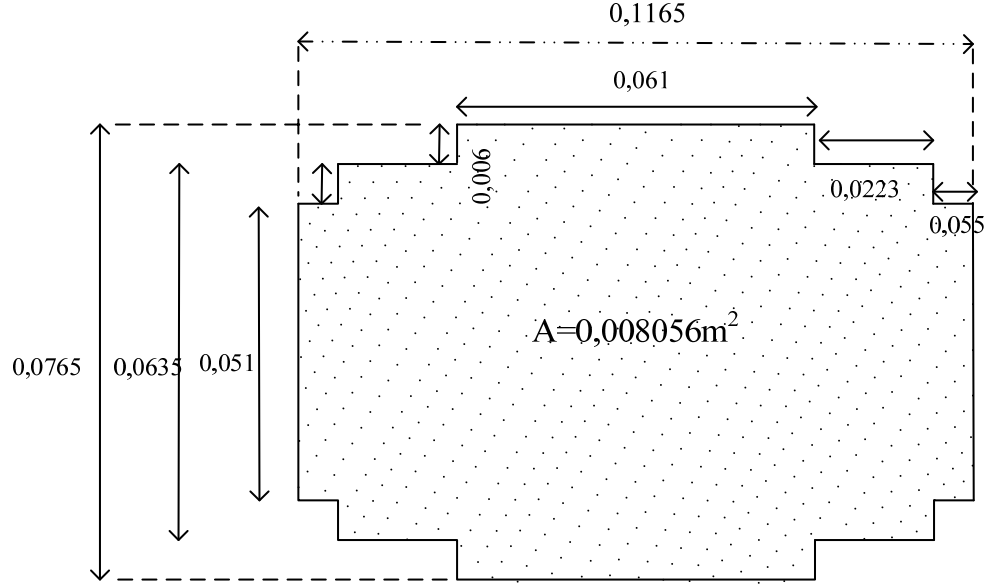


Figure 1.4 : Dimensions de la section des colonnes (l'unité des valeurs est le mètre).

### 1.2.3 Calcul des longueurs effectives du chemin de flux magnétique

On souhaite étudier le magnétisme des noyaux en évitant les méthodes numériques, au prix d'une perte de précision acceptable, et établir une relation simple et analytique entre le courant magnétisant et la tension appliquée. Ainsi, en définissant les longueurs effectives des branches du noyau, on réduit l'ensemble des colonnes et des culasses tridimensionnelles à un ensemble de colonnes et des culasses monodimensionnelles. Donc, les colonnes et les culasses sont présentées comme une ligne virtuelle passant au centre des branches. Sur le noyau de notre transformateur, il y a deux chemins de passage pour le flux magnétique : a) le chemin des colonnes externes et b) le chemin de la colonne centrale. La longueur effective de la branche centrale et celle des branches externes sont respectivement déterminées comme suit :

$$\text{Branche centrale} \quad l_2 = (L - 2 \times \frac{h}{2}) \quad (1.4)$$

$$\text{Branches externes} \quad l_1 = l_3 = 2 \times (\frac{l}{2} - \frac{e}{2}) + (L - 2 \times \frac{h}{2}) \quad (1.5)$$

### 1.2.4 Calcul des sections effectives du noyau de transformateur

Vu que les sections des colonnes et des culasses sont différentes, le calcul précis simultané de la densité de flux et de l'intensité du champ magnétique,  $B$  et  $H$ , devient laborieux, sauf dans le cas des logiciels de simulations numériques. Ici, nous avons comme but de présenter un modèle analytique sans avoir recours à la simulation numérique. Par conséquent, au prix d'un niveau d'erreur acceptable, nous définissons (et utilisons) une section moyenne effective pour les branches externes. Ceci simplifiera notre calcul. L'erreur ainsi introduite est de l'ordre de l'erreur introduite par la différence entre la section des enroulements et celles des colonnes de noyau. Cette erreur est aussi comparable aux erreurs introduites par les champs de fuite provenant des intervalles d'air entre les enroulements eux-mêmes d'un côté, et les enroulements et le noyau d'un autre côté. La section moyenne effective se définit par l'équation (1.6), et uniquement pour les colonnes externes, à partir : a) des sections des colonnes externes et b) de la section de la culasse. Les dimensions effectives sont calculées par l'équation (1.5) et les valeurs résultantes sont fournies au tableau 1.1 ci-dessous.

$$\text{Sect. eff. des branches externes} = \frac{[\text{l'aire de la section de la culasse} + \text{l'aire de la section de la colonne}]}{2} \quad (1.6)$$

Tableau 1.1 : Dimensions et sections effectives du noyau

Dimensions (m)				Section physique (m <sup>2</sup> )		Section effective (m <sup>2</sup> )
Longueur effective (l)	Largeur effective (L)	Épaisseur effective (e)	Hauteur effective (h)	des colonnes ( $A_{col}$ )	des culasses ( $A_{cul}$ )	des branches externes ( $A_{ex}$ )
0,392	0,395	0,06367	0,06	0,008056	0,007593	0,0078245

On observe bien que la section effective de la branche centrale est plus grande que celle de la section effective des branches externes. Donc, selon l'équation (1,2), la densité du flux de la

branche centrale, pour la même tension appliquée, devient ainsi plus petite que celles des branches externes.

### 1.2.5 Calcul de la puissance triphasée du transformateur

Comme toutes les machines électriques, le transformateur occasionne des pertes de puissance. Ces pertes sont constituées : 1) de l'effet Joule, qui s'exprime par la formule  $P = RI_0^2$ , 2) de l'hystérésis et des courants de Foucault dans le fer. Autrement dit, la perte maximale due à l'effet Joule ne dépasse pas de 2 % la perte du transformateur en essai à vide[5]. Souvent, la perte due à l'effet Joule est négligeable puisque, à partir d'un petit R, le courant magnétisant  $I_0$  ne dépasse pas de 3 % à 8 % le courant nominal du transformateur (2 % pour le courant watté ( $I_{fe}$ ) et 1-6 % pour le courant déwatté ( $I_\phi$ )) [5].

Souvent, les fabricants fournissent une courbe de la perte spécifique (pertes par unité de masse) en fonction de la densité du flux maximale. Dans notre cas, le fabricant a fourni la courbe de la perte spécifique en fonction de la densité du flux jusqu'à  $B=1,45$  T. Il est possible de calculer la puissance triphasée du transformateur à l'aide de cette courbe, l'épaisseur du noyau et le matériau constituant le noyau (par exemple : non oriented-Acesita M210-35A) [13-15], ainsi que l'aire des sections des culasses et des colonnes du transformateur. La courbe de la perte du transformateur en fonction de la densité du flux est présentée à l'annexe 2.

La référence [13] fournit la masse volumique de ce matériau, qui est de  $7,65 \text{ kg/dm}^3$ . Il est également possible de calculer le volume du noyau en considérant l'aire des dimensions du transformateur fournies à la sous-section 1.2.4. Donc, on aura :

$$\text{Volume des culasses : } v_1 = A_{cul} \times 2 \times l = 0,007593 \times 2 \times 0,392 = 5,953 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$\text{Volume des colonnes : } v_2 = A_{col} \times 3 \times (L - 2 \times 7,2)$$

$$= 0,008056 \times 3 \times (0,395 - 2 \times 0,072) = 6,066 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

Ainsi, le volume total devient :

$$v = v_1 + v_2 = 5,953 \times 10^{-3} + 6,066 \times 10^{-3} = 12,019 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

La masse du noyau se calcule à partir de :

$$\frac{m}{v} = 7,65 \text{ kg/dm}^3 \Rightarrow \boxed{m = 91,945 \text{ kg} = 202,5 \text{ lb}}$$

Ainsi, à l'aide de la courbe présentée à l'annexe 2, on trouve que les pertes dans le matériau constituant le noyau pour une densité du flux de 1,45 T à 60 Hz sont de 1,04 W/lb. La contribution des courants Foucault est minimale due à la structure laminaire de noyau. Conséquemment, la puissance ainsi consommée par le noyau du transformateur (i.e. les pertes fer) se trouve par :

$$P(W) = \text{masse}(\text{kg ou lb}) \cdot A\left(\frac{W}{\text{kg}} \text{ ou } \frac{W}{\text{lb}}\right) = 202,5 \times 1,04 = 210,6 \text{ W}$$

Cette puissance calculée s'accorde relativement bien avec les pertes à vide mesurées de 224 W. Les pertes à vide du transformateur indiquées par le fabricant sont de 207 W (voir annexe 3). Par conséquent, en calculant la puissance de pertes triphasée du transformateur, nous avons pu vérifier la fiabilité des dimensions du transformateur, notamment les aires des sections (culasse et colonnes).

### 1.3 Procédure de l'essai à vide

L'essai à vide est un terme pour décrire l'alimentation du transformateur sans raccorder aucune charge au transformateur [16]. Dans la littérature, cet essai est aussi appelé « essai en circuit ouvert ». Cet essai peut être autant appliqué du côté à haute tension que du côté à basse tension [17]. Lorsqu'il n'y a aucune charge branchée du côté secondaire d'un transformateur, le courant qui passe du côté primaire (côté alimenté) s'identifie souvent comme « le courant de magnétisation ». Il soutient la magnétisation du noyau (flux désiré) et son environnement (flux de fuite). De plus, par l'entremise de l'effet d'induction électromagnétique, la tension appliquée crée les courants de Foucault. Ces courants sont à l'origine d'une partie des pertes dans le transformateur.

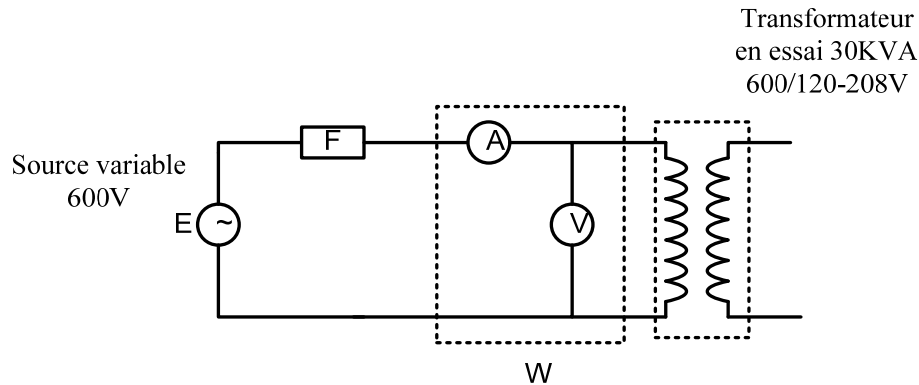


Figure 1.5 : Schéma d'essai à vide pour un transformateur monophasé. W : wattmètre, A: ampèremètre, V : voltmètre et F : fusible.

La connexion d'un essai à vide pour un transformateur monophasé est illustrée dans la figure ci-dessus. Dans le modèle électrique d'un transformateur, les effets dus aux courants de Foucault et les pertes dues aux flux de fuite se manifestent respectivement par les paramètres  $R_{fe}$  et  $X_p$  ou  $X_s$ , qui sont placés dans la branche de magnétisation, comme le montre la figure 1.6 ci-dessous.

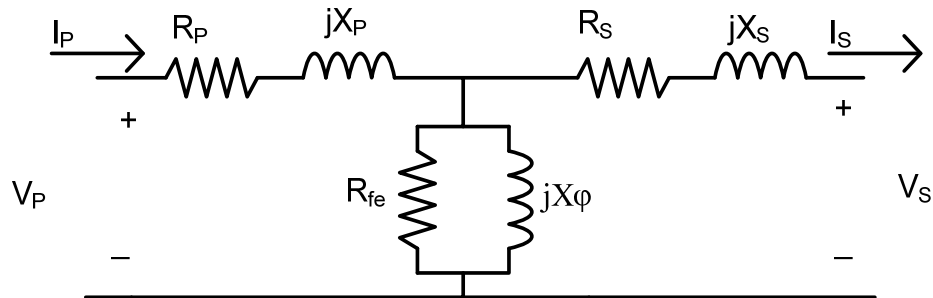


Figure 1.6 : Circuit équivalent d'un transformateur monophasé en 2 enroulements.  $R_P$ ,  $R_S$ : résistances ohmiques des enroulements;  $X_P$ ,  $X_S$ : réactances de fuite associée aux enroulements;  $R_{fe}$ : résistance équivalente correspondant aux pertes dans le noyau;  $X_\phi$ : réactance de magnétisation;  $V_P$ ,  $V_S$ : tensions appliquées côté primaire ou secondaire;  $I_P$ ,  $I_S$ : courants des enroulements.

Les courants de Foucault engendrent des « pertes Foucault » (ou des « pertes joules dans le noyau ») et le chauffent. Ce type de perte est aussi inclus dans ce qui est connu sous le nom de « perte de fer ». Les noyaux sont normalement conçus pour présenter des pertes Foucault très faibles, de sorte que, en première estimation, on peut les négliger devant l'énergie magnétique

requis pour soutenir le flux magnétisant. Ceci se fait en ayant un noyau avec une structure laminaire. En prenant des feuilles isolées (et peu conductrices) de fer (ou de fer en alliage) pour former le noyau et les placer en parallèle avec la direction de champ magnétique le courant Foucault se limite à de petites valeurs. Les pertes fer incluent également un composant qui provient du mouvement des dipôles magnétiques. Cette perte représente la difficulté avec laquelle les dipôles magnétiques s'alignent selon la direction du champ. En effet, la structure microscopique du matériau solide, à un certain degré, empêche le mouvement de ces dipôles. Afin de magnétiser le noyau, il faut fournir une certaine énergie (provenant du courant électrique), qui se transforme en chaleur. Cette énergie correspond à la surface englobée par la courbe d'aimantation. Le flux magnétique de fuite et l'énergie consommée par ce dernier sont, à leur tour, plutôt négligeables devant le flux magnétique du noyau et l'énergie requise pour la magnétisation du noyau, si et seulement si, la section des enroulements est bien remplie par le noyau et la distance entre les conducteurs adjacents tend vers zéro. Une partie du courant magnétisant dans les enroulements est l'origine de ces trois phénomènes. Lorsqu'on les néglige, ceci veut également dire que les courants associés aux effets Foucault, hystérésis, et champ de fuite, dans les enroulements, sont aussi négligeables.

## **1.4 Détermination des courbes d'aimantation**

Dans ce chapitre, nous déterminerons les courbes d'aimantation dont nous avons besoin. Dans un premier temps, les courbes d'aimantation de chaque colonne doivent être déterminées par des essais à vide monophasés indépendants sur chacune des trois colonnes. Cependant, la forme du noyau fait en sorte que la densité de flux magnétique ( $B$ ) n'est pas uniforme partout, et ceci engendre des difficultés en ce qui concerne le calcul de l'intensité du champ  $H$ . Donc, afin d'éviter les calculs complexes, laborieux et inutiles, nous proposons une seule configuration d'essai pour les deux types de branches. Pour compenser la forme du noyau, nous varions la tension de façon à ce que le flux magnétique soit identique dans les trois colonnes. Cette variation de tension compense la différence de l'aire de section et de la longueur effective des branches du noyau. Ainsi, nous déterminons deux courbes de magnétisation indépendantes pour les branches externes et centrale. Les détails des essais et les résultats obtenus sont fournis dans les deux sous-sections suivantes.

### 1.4.1 Courbe d'aimantation des colonnes externes

Afin d'obtenir la courbe d'aimantation pour les branches externes, nous avons mis en série les deux enroulements secondaires (côté Y). Ceci assure un flux magnétique presque nul ou négligeable dans la branche centrale, ainsi qu'un flux uniforme dans les branches externes. Il est à noter que les enroulements du côté Delta (côté primaire) ont une tension nominale de 600 V; donc, pour alimenter les deux enroulements en série à leurs tensions nominales, nous avons besoin de  $600\text{ V} + 600\text{ V} = 1200\text{ V}$ . Le côté Delta n'a pas donc été choisi pour l'alimentation puisque notre source d'alimentation est limitée à 600 V, et donc il est impossible d'alimenter deux enroulements en série à leurs tensions nominales.

Sachant que la tension nominale aux bornes de chaque enroulement du côté secondaire (Y) est égale à 120 V, nous avons appliqué une tension de  $E = 240\text{ V}$ , comme illustré à la figure 1.7 ci-dessous.

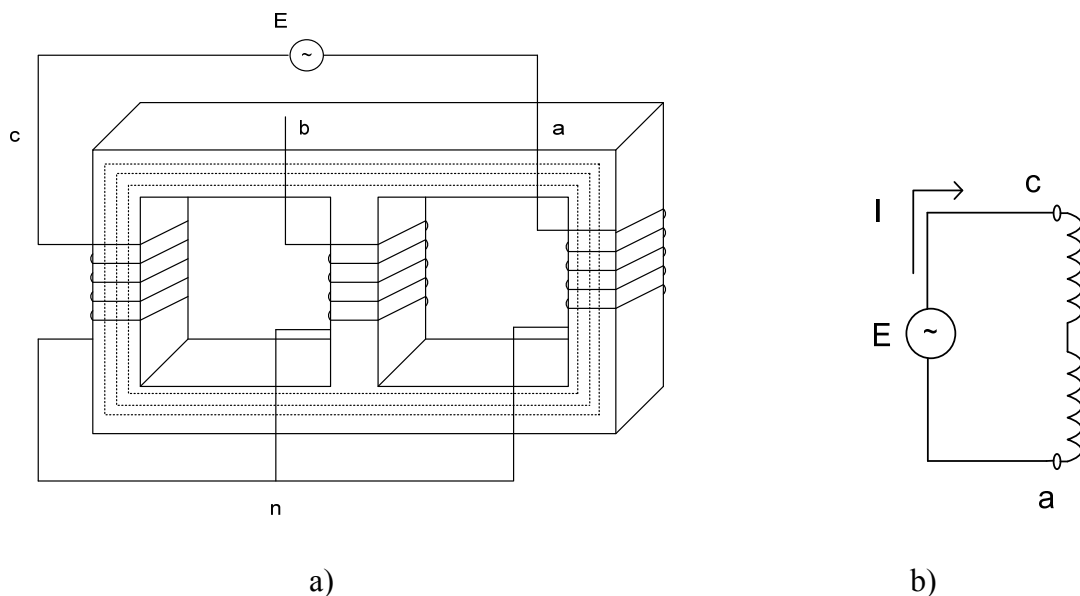


Figure 1.7 : a) Configuration destinée à obtenir la courbe d'aimantation sur les colonnes externes, b) Schéma du circuit électrique.

Nous avons mesuré le courant magnétisant et les tensions appliquées pour chacun des enroulements à l'aide de l'analyseur de puissance PM6000. Ces courants et tensions contiennent

des éléments harmoniques. Le tableau 1.2 fournit les composants en harmoniques des tensions et des courants correspondants. Une correction de phase doit être faite sur les amplitudes et les phases des courants et des tensions mesurées par l'analyseur de puissance PM6000. Les détails de correction sont présentés à l'annexe 1. Le tableau 1.2 met en évidence la déformation du courant magnétisant causée par un composant important de troisième harmonique [18].

Tableau 1.2 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de la tension et du courant magnétisant obtenues par l'essai à vide monophasé sur les branches externes

	Harmoniques					
	1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension (V)	$240 \angle 0^\circ$	$0,19 \angle -158,2^\circ$	$2,57 \angle 144,6^\circ$	$0,55 \angle -94,5^\circ$	$0,08 \angle 154,8^\circ$	$0,25 \angle -35,8^\circ$
Courant (A)	$4,35 \angle -79,5^\circ$	$53,5 \angle -81,0^\circ$	$20,8 \angle -78,6^\circ$	$6,7 \angle -78,6^\circ$	$1,8 \angle -90,2^\circ$	$0,52 \angle -116,9^\circ$

La forme du courant magnétisant mesuré par oscilloscope est présentée à la figure 1.8.

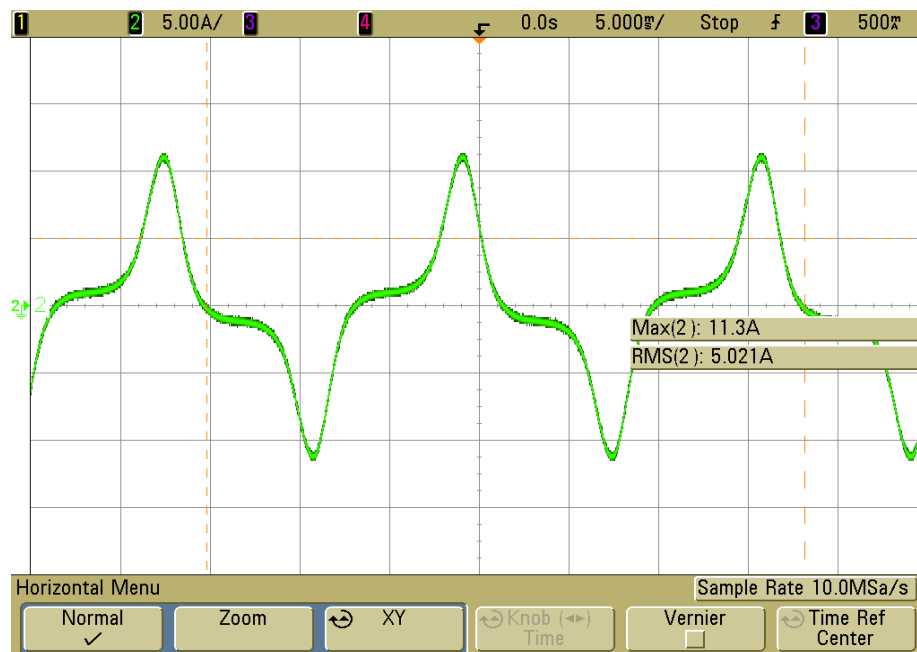


Figure 1.8 : Forme de courant magnétisant observée par oscilloscope et obtenue par un essai monophasé sur les branches externes.

Afin de vérifier l'exactitude de nos mesures de tension et de courant, les résultats de l'ensemble des harmoniques de tension et de courant ont été tracés dans la figure 1.8. Le déphasage attendu de  $90^\circ$  entre le courant et la tension est bien visible [3]. Il est à noter que la résistance des enroulements est considérée comme négligeable. Il est bien clair que les deux graphiques s'accordent bien.

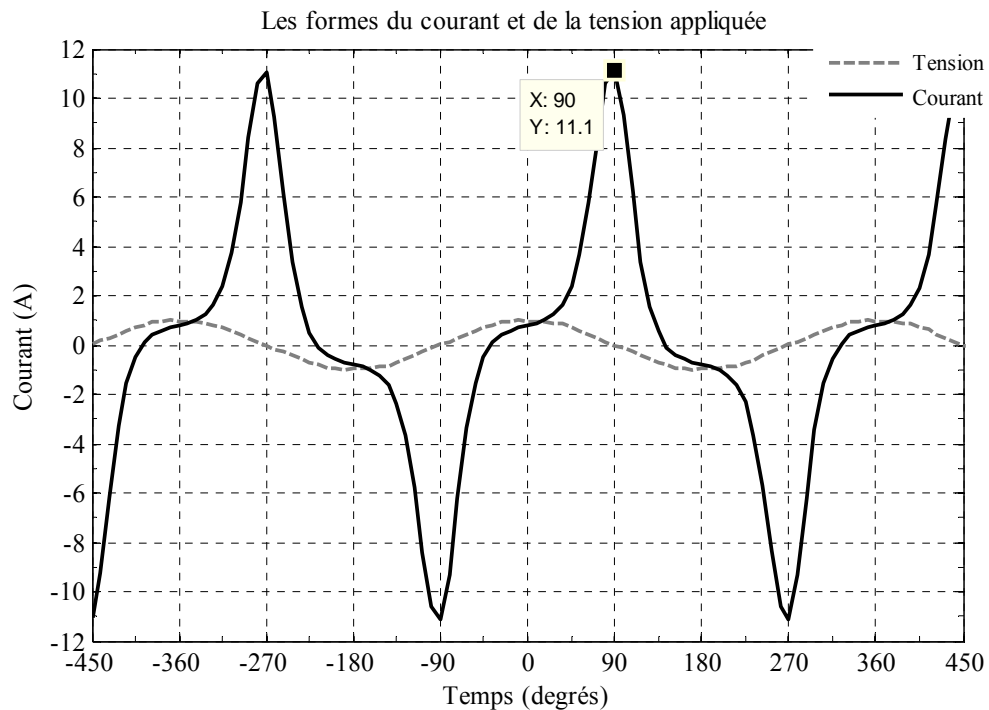


Figure 1.9 : La forme de courant magnétisant obtenue par superposition des harmoniques, pour l'essai effectué sur les colonnes externes.

Il est important de noter qu'ici, il existe un petit flux qui passe sur la branche centrale. En effet, la tension aux bornes de l'enroulement ouvert du côté secondaire (y) sur la branche centrale n'est pas parfaitement zéro. On obtient donc les valeurs des harmoniques de tension présentées dans le tableau 1.3.

Tableau 1.3 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de la tension obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche centrale au côté y

	Harmoniques					
	1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension (V)	1,5 $\angle$ 345,3°	34,4 $\angle$ 149°	75,7 $\angle$ 234°	23,5 $\angle$ 287°	11,4 $\angle$ 141,4°	8,7 $\angle$ 150°

À l'aide de la méthode expliquée à la section 1.1, on calcule H et B. La figure 1.10 illustre la courbe d'aimantation résultante, H vs B. Pour obtenir la courbe d'aimantation, la longueur et la section effective du chemin de flux magnétique sont utilisées.

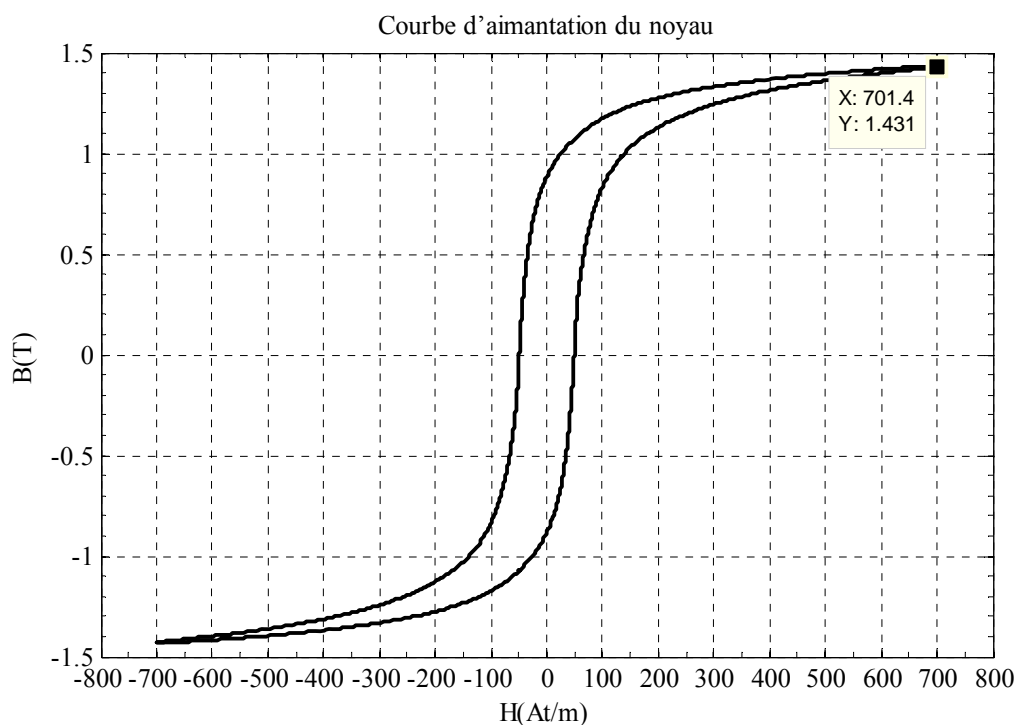


Figure 1.10 : La forme de courbe d'aimantation pour les colonnes externes. L'essai est du côté secondaire (côté y), et la tension appliquée aux deux enroulements en série est de 240 V.

### 1.4.2 Courbe d'aimantation de la colonne centrale

L'aire de la section effective de la colonne centrale étant supérieure à celles des sections externes, les courbes d'aimantation associées ne sont pas identiques. Deux méthodes permettent d'obtenir la courbe d'aimantation de la colonne centrale : a) l'application de la tension nominale aux bornes de l'enroulement central, et b) l'application d'une tension légèrement moins que le double de la tension nominale sur les enroulements des colonnes externes connectés en série, comme ce qu'on a vu dans la sous-section 1.4.1. La tension réduite de cette méthode tient compte de la légère différence dans l'aire effective des sections des branches externes et centrale, et la compense de façon à arriver aux mêmes niveaux de densité de flux que ceux trouvés dans l'essai sur les colonnes externes. Autrement dit, la diminution de la tension compense l'aire de la section légèrement plus grande à la colonne centrale. Contrairement à cette méthode, la première approche ne peut pas maintenir l'uniformité de la densité du flux tout au long du parcours du champ magnétique, et elle nécessite qu'on établisse certaines hypothèses pour connaître le  $H$  et le  $B$  aux bornes de la colonne centrale. Pour éviter les erreurs provenant de ces hypothèses, il est nécessaire de connaître la répartition transversale du flux magnétique, ce qui est difficile à mesurer directement. La deuxième méthode élimine aussi les erreurs potentielles provenant des différents patrons de champ de fuite sous deux configurations différentes. Nous avons trouvé la courbe d'aimantation de la branche centrale par les deux méthodes. Cependant, dans cette sous-section, nous présentons seulement la deuxième méthode, qui est plus précise.

La tension qui génère le même niveau de densité de flux  $B$  obtenu dans l'essai sur les branches externes est de 234 V. Autrement dit, cette tension est choisie ainsi afin de maintenir le champ magnétique nominal de noyau. En appliquant la source de tension de 234 V à notre circuit, nous obtenons les harmoniques de la tension et du courant magnétisant résultant présentés au tableau 1.4.

Tableau 1.4 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de la tension et du courant magnétisant obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche centrale

	Harmoniques					
	1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension (V)	$234 \angle 0^\circ$	$0,19 \angle -161,8^\circ$	$2,52 \angle 142,9^\circ$	$0,6 \angle -94,3^\circ$	$0,07 \angle 148,8^\circ$	$0,28 \angle -31,2^\circ$
Courant (A)	$3,66 \angle -78,1^\circ$	$51,3 \angle -80,5^\circ$	$19,2 \angle -78,3^\circ$	$6,2 \angle -78,9^\circ$	$1,8 \angle -92,4^\circ$	$0,63 \angle -113,0^\circ$

La forme d'onde du courant magnétisant mesuré par oscilloscope est présentée à la figure 1.11.

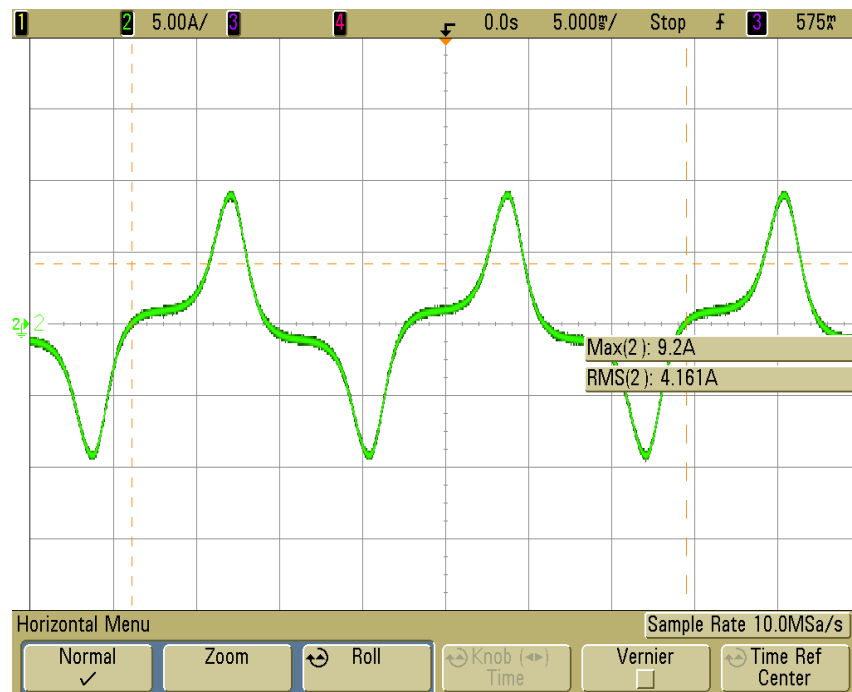


Figure 1.11 : Forme d'onde de courant magnétisant observée à l'oscilloscope.

Ainsi afin de vérifier l'exactitude de nos mesures de tension et de courant, comme nous l'avons fait dans la section de calcul de la courbe d'aimantation des colonnes externes, nous traçons la tension appliquée et le courant magnétisant résultant à partir des amplitudes et des phases des harmoniques mesurées. Le résultat est présenté à la figure 1.11. Encore une fois, nous observons

un bon accord entre les résultats ainsi que le déphasage attendu de  $90^\circ$  entre le courant et la tension. Il y a une différence d'amplitude de 0,101 A, équivalent à 1,1 %, entre la mesure par oscilloscope et la reproduction de courant à partir des harmoniques.

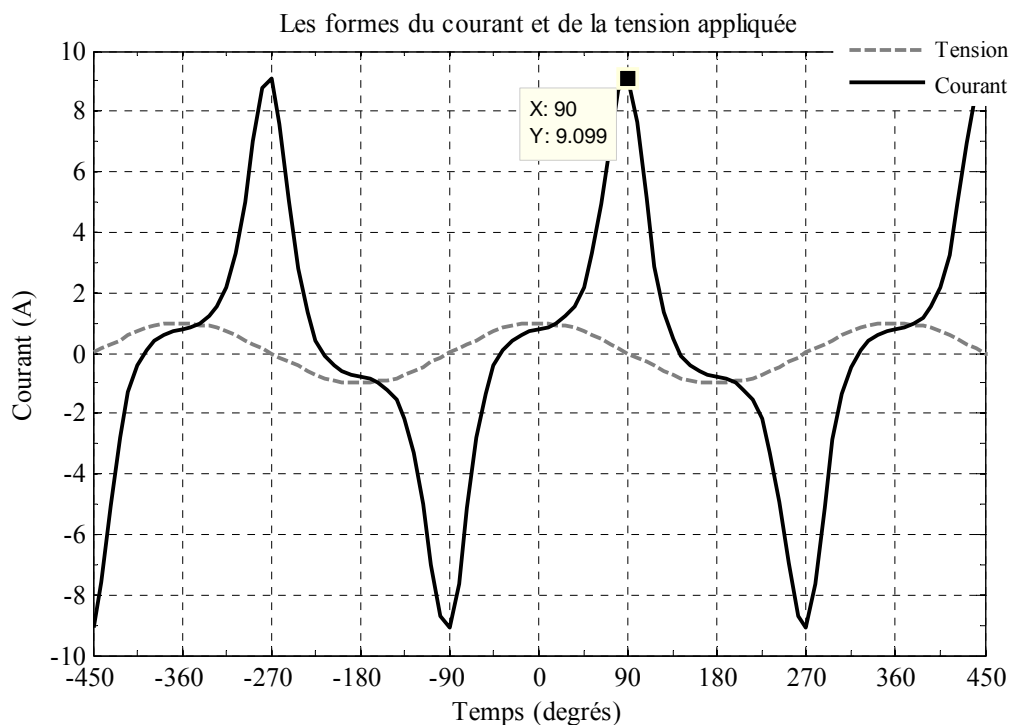


Figure 1.12 : Forme de courant magnétisant obtenue par superposition des harmoniques. L'essai est sur les colonnes externes.

Vu que la tension aux bornes des enroulements externes change, une petite tension apparaît aux bornes de l'enroulement ouvert du côté secondaire (y) sur la branche centrale. Le Tableau 1.5 indique les valeurs des harmoniques de tension mesurées sur la branche centrale.

Tableau 1.5 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de la tension obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche centrale du côté y

	Harmoniques					
	1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension (V)	$1,5 \angle 345,3^\circ$	$26,6 \angle 132,6^\circ$	$64,3 \angle 230^\circ$	$23,3 \angle 281^\circ$	$6,7 \angle 183,5^\circ$	$5,0 \angle 164,6^\circ$

En considérant la longueur et la section effective du chemin de flux magnétique à la colonne centrale, on peut calculer et tracer le H vs B en appliquant la méthode fournie à la section 1.1. La figure 1.13 illustre la courbe d'aimantation résultante, H vs B.

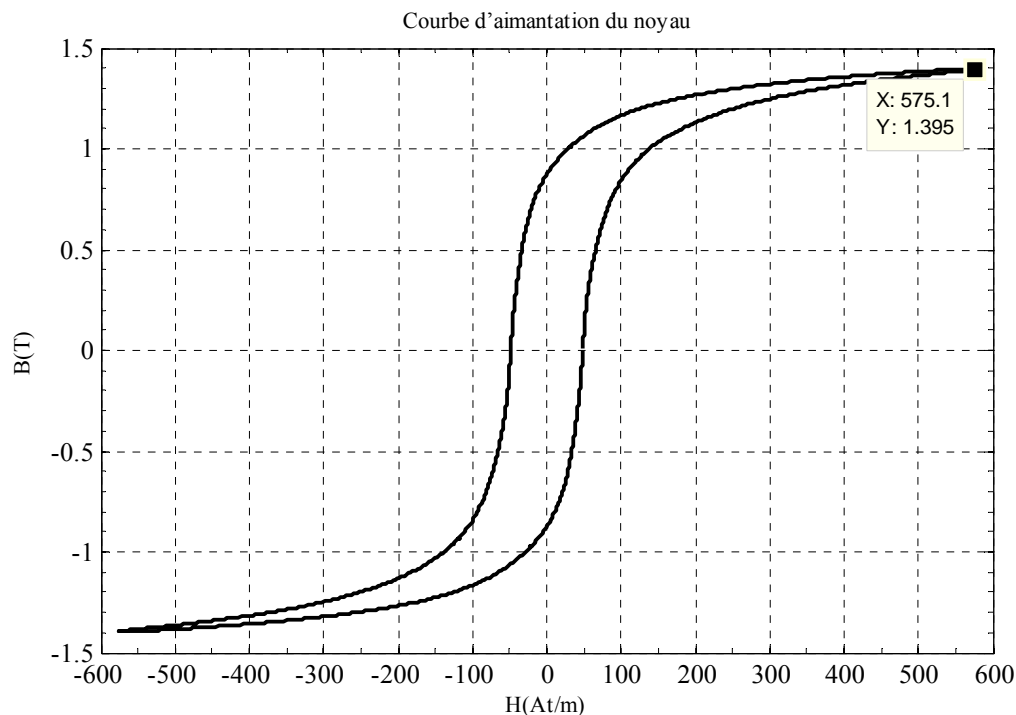


Figure 1.13 : Forme de courbe d'aimantation pour la colonne centrale. L'essai est du côté secondaire (côté y) et la tension appliquée aux deux enroulements en série est de 234 V.

Afin de vérifier l'ensemble de notre méthode de calcul ainsi que nos mesures, nous avons appliqué différents niveaux de tension à notre circuit, c'est-à-dire 240 V, 234 V, 180 V, et 120 V. Nous avons mesuré les composants en harmoniques de ces tensions et ceux des courants

magnétisants résultants présentés aux tableaux 1.6 et 1.7 Nous les avons tracés ainsi que les courbes d'aimantation correspondantes. La figure 1.14 présente les courbes d'aimantation obtenues. Les points extrêmes des courbes d'hystérésis doivent tous être sur la courbe d'aimantation moyenne (moyenne tout au long de l'axe de la densité magnétique, B). Autrement dit, la courbe d'aimantation moyenne pour chaque tension appliquée doit être parfaitement superposable à celles des autres.

Tableau 1.6 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des tensions correspondantes des différents niveaux de tension

		Harmoniques des tensions					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tensions appliquées (V)	240	240 $\angle$ 0°	0,19 $\angle$ -158,2°	2,57 $\angle$ 144,6°	0,55 $\angle$ -94,5°	0,08 $\angle$ 154,8°	0,25 $\angle$ -35,8°
	234	234 $\angle$ 0°	0,19 $\angle$ -161,8°	2,52 $\angle$ 142,9°	0,6 $\angle$ -94,3°	0,07 $\angle$ 148,8°	0,28 $\angle$ -31,2°
	180	180,4 $\angle$ 0°	0,34 $\angle$ -60,0°	2,4 $\angle$ 144,9°	0,58 $\angle$ -87,2°	0,04 $\angle$ 161,2°	0,26 $\angle$ -39,2°
	120	120,3 $\angle$ 0°	0,44 $\angle$ -57,4°	2,28 $\angle$ 144,3°	0,68 $\angle$ -81,7°	0,03 $\angle$ 150,9°	0,26 $\angle$ -21,7°

Tableau 1.7 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des courants magnétisants à différents niveaux de tension

		Harmoniques des courants					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tensions appliquées (V)	240	4,35 $\angle$ -79,5°	53,5 $\angle$ -81,0°	20,8 $\angle$ -78,6°	6,7 $\angle$ -78,6°	1,8 $\angle$ -90,2°	0,52 $\angle$ -116,9°
	234	3,66 $\angle$ -78,1°	51,3 $\angle$ -80,5°	19,2 $\angle$ -78,3°	6,2 $\angle$ -78,9°	1,8 $\angle$ -92,4°	0,63 $\angle$ -113,0°
	180	1,22 $\angle$ -63,4°	34,3 $\angle$ -78,5°	8,2 $\angle$ -84,0°	2,3 $\angle$ -92,7°	0,94 $\angle$ -121,4°	0,53 $\angle$ -132,2°
	120	0,6 $\angle$ -50,0°	20,7 $\angle$ -83,7°	3,3 $\angle$ -110,8°	0,99 $\angle$ -121,1°	0,4 $\angle$ -136,4°	0,19 $\angle$ -115,3°

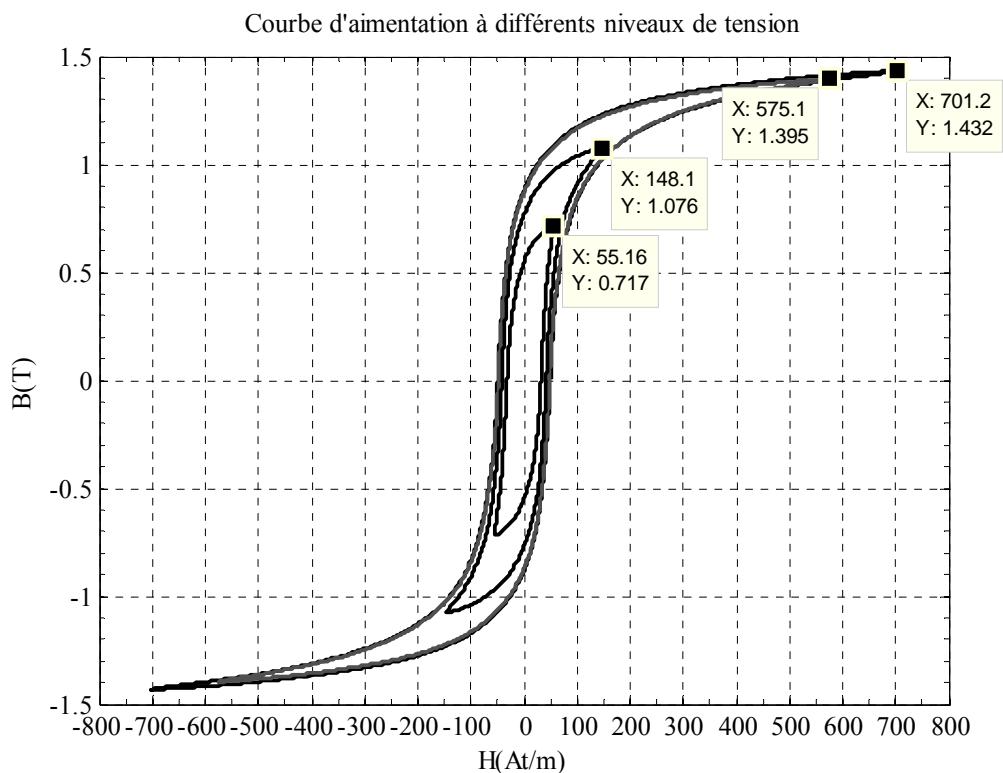


Figure 1.14 : Courbes d'aimantation obtenues pour les différents niveaux de tension appliquées.

Les puissances apparentes, réelles et réactives totales sont celles associées à l'harmonique fondamentale de tension; elles sont présentées dans le tableau suivant :

Tableau 1.8 : Valeurs des puissances (efficaces) mesurées pour différents niveaux de tension (efficace).  $S_1$ ,  $P_1$ ,  $Q_1$  sont les valeurs des puissances pour l'harmonique principale

		$S(VA)$	$P(W)$	$Q(VAR)$	$S_1$	$P_1$	$Q_1$
Tensions appliquées (V)	240	1207	188	1192	1044	190	1027
	234	978	176	962	856	177	837
	180	234	99	212	220	99	197
	120	73	46	57	71	46	55

## 1.5 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons déterminé la densité du flux magnétique à partir de la tension appliquée aux enroulements secondaires du transformateur (côté y) et les sections des colonnes ainsi que l'intensité du champ magnétique, et ceci, sans avoir accès aux feuilles de spécification. De plus, considérant certaines approximations simplifiant les calculs, nous avons obtenu expérimentalement les courbes d'aimantation correspondant aux colonnes externes et centrale d'un noyau à trois colonnes, et nous avons décrit en détails les méthodes associées. En effet, on a démontré comment caractériser le noyau d'un transformateur à trois colonnes, selon les caractéristiques des enroulements et la tension appliquée. La complexité provient du couplage magnétique entre les colonnes. D'ailleurs, nous avons aussi vérifié la forme du courant magnétisant en comparant les formes visualisées par l'oscilloscope et les formes reconstruites à l'aide des harmoniques mesurés par PM6000. La même méthode pourrait être utilisée pour la vérification des formes d'ondes de la tension d'alimentation.

## **CHAPITRE 2 DÉTERMINATION ANALYTIQUE DES COURANTS MAGNÉTISANTS MONOPHASÉS POUR LES ENROULEMENTS BOBINÉS SUR UN NOYAU À TROIS COLONNES**

La détermination des courants magnétisants monophasés approfondit notre connaissance sur la nature des courants magnétisants. On utilise ces courants pour déduire les courants magnétisants triphasés, sujet qui fera l'objet du chapitre 3.

Dans le chapitre précédent, on a vu que la détermination des courants magnétisants nécessite la connaissance de la courbe d'aimantation  $B$  vs  $H$ . Une fois la courbe déterminée, on peut déduire les courants magnétisants pour chaque enroulement bobiné sur les colonnes, à condition de connaître les densités du flux magnétique. En fait, la densité de flux  $B$  est utilisée pour déterminer l'intensité du champ magnétique  $H$ , à l'aide de la courbe d'aimantation. La force magnétisante  $F$  peut ensuite être déterminée, qui est elle-même égale à l'intensité du champ magnétique multipliée par la longueur effective du parcours fermé du flux [4]. La densité de flux  $B$  se calcule à partir de la tension d'alimentation des enroulements et de l'aire de la section du noyau dans laquelle circule le flux.

Il arrive souvent que l'aire de la section du noyau varie le long du parcours des lignes de flux. Cette variation a un impact direct sur la magnétisation de chacune des sections du transformateur, et nécessite le recours à une courbe flux-courant différente pour chaque partie du parcours magnétique ayant une section différente. Dans le chapitre précédent, nous avons déterminé deux courbes d'aimantation, l'une pour les branches externes et l'autre pour la branche centrale. En fait, on pourrait diviser les branches externes en trois morceaux, soit une colonne et deux culasses, et ainsi déterminer deux courbes d'aimantation, l'une pour les colonnes, et l'autre pour les culasses. Cependant, ceci pourrait apporter des complexités inutiles de calcul. Donc, pour les branches externes, on prend la moyenne des sections des culasses et des colonnes, au prix d'un niveau d'erreur raisonnable. Cette moyenne est utilisée pour déterminer les courants magnétisants des enroulements bobinés sur les branches externes. Il est à noter que lors du calcul des courbes d'aimantation, nous avons exploité cette même approximation.

Étant donné que les courbes d'aimantation des branches externes sont identiques, leurs courants magnétisants sont également identiques, mais ils sont différents de celui de la branche centrale.

La raison se trouve dans la différence entre les courbes d'aimantation des branches externes et celle de la branche centrale (voir le chapitre précédent).

Dans le chapitre 2, nous décrivons en détail la méthode de calcul des courants magnétisants, et nous validons les résultats des calculs par les résultats d'une série d'essais à vide monophasés sur un transformateur mis à notre disposition.

## **2.1 Méthode de calcul du courant magnétisant dans un essai monophasé**

Le transformateur est considéré comme une configuration d'essais à vide, où une seule phase est alimentée. Dans notre cas, par exemple, le côté y est ouvert et on alimente une seule phase du côté D; les autres enroulements sont ouverts. À partir de la tension nominale de 600 V appliquée et des courbes d'aimantation appropriées, on cherche à déterminer le courant magnétisant de l'enroulement alimenté.

### **2.1.1 Méthode générale du calcul de courant magnétisant**

Connaissant la tension appliquée et utilisant l'équation (1.1) [19, 20], on calcule le flux magnétique. Puis, à l'aide de la section correspondant à chaque branche, et à partir de l'équation (1.2), on calcule la densité du flux magnétique  $B$  à la colonne correspondant à l'enroulement alimenté. Ensuite, on détermine l'intensité du champ  $H$  à l'aide de la courbe d'aimantation respective et de la densité de flux  $B$ . En conséquence, si  $B$  est uniforme tout au long du chemin du flux, la force magnétisante,  $F$ , égale à  $(H \times l)$ , sachant que la force magnétique est égale à une intégrale de «  $H$  » sur «  $l$  », «  $l$  » étant la longueur du chemin du flux [3]. D'ailleurs, la force magnétisante,  $F$ , permet de calculer le courant magnétisant si le nombre de tours d'enroulements est connu, car

$$I = F / N \quad (2.1)$$

Par symétrie, les courants magnétisants dans les enroulements sur les deux branches externes du noyau doivent être identiques. Les sections suivantes présentent plus de détails sur le calcul.

### **2.1.2 Calcul du courant magnétisant des branches externes**

On calcule le courant magnétisant de la branche à droite. Selon la loi des nœuds magnétiques, lorsqu'on alimente un enroulement sur une branche externe, les forces magnétisantes aux bornes

de la branche centrale et de la branche externe non alimentée (à gauche) sont essentiellement égales [3].

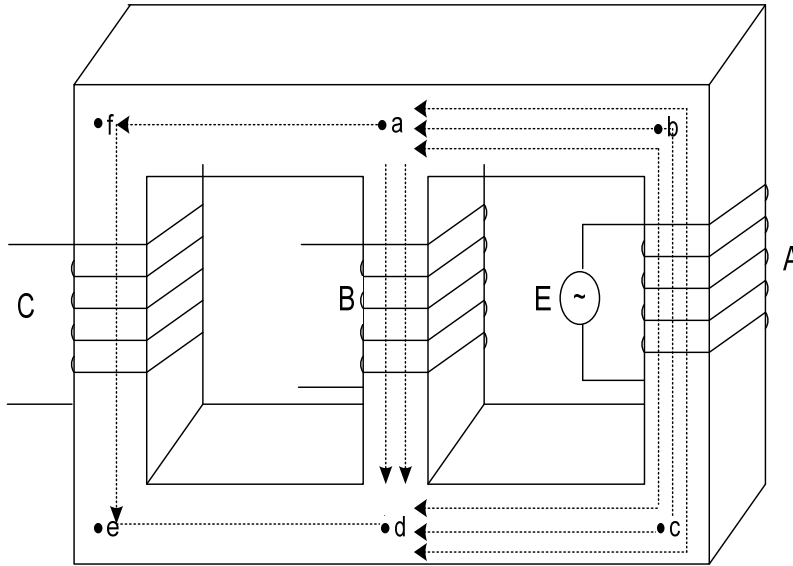


Figure 2.1 : Circuit destiné à obtenir le courant magnétisant monophasé de la branche droite.

Afin de déterminer la force magnétique,  $F$ , il faut calculer l'intégrale de «  $H \cdot l$  » sur un parcours fermé de «  $l$  », comme le montre l'équation (2.2). En fait, on a considéré un parcours fermé du flux, formé par la branche à droite et la branche centrale.

$$F = \int H \times dl = F_{totale} = F_{centrale} + F_{droite} = H_{ad} \times l_2 + H_{abcd} \times l_1 \quad (2.2)$$

où  $l_1$  et  $l_2$  [m] sont déjà définis dans la sous-section 1.2.3,  $F_{droite}$ ,  $F_{centrale}$ ,  $H_{abcd}$ ,  $H_{ad}$  sont les forces magnétisantes [At], et les intensités du champ magnétique [At/m] considérées sont sur les branches droite et centrale du transformateur.

Pour calculer la force magnétisante,  $F$ , on doit connaître les  $H_{abcd}$  and  $H_{ad}$ , que l'on peut trouver à partir : a) de la répartition de la densité du flux  $B$  dans les branches, et b) des courbes d'aimantation des branches. Les courbes ont déjà été obtenues dans le chapitre précédent. Donc, on peut soit calculer, soit mesurer la répartition du flux dans les branches. La méthode de « calcul » de répartition des flux dans les branches, basée sur la géométrie des noyaux, est

laborieuse et complexe. En plus, la géométrie des noyaux varie d'un noyau à l'autre. La difficulté de cette méthode provient de la variation des sections au long du parcours du flux; les culasses et les colonnes appartiennent à des sections différentes. Donc, lorsque le transformateur est à portée de main, il est plus pratique de « mesurer » les tensions aux bornes des enroulements secondaires (qui ne sont pas alimentés), et de calculer les flux dans les branches respectives. Il est évident que le calcul de la répartition de la densité du flux magnétique  $B$  requiert la connaissance exacte des tensions aux bornes des enroulements, y compris de leurs harmoniques. Les densités du flux magnétique,  $B_c$  et  $B_d$ , se trouvent donc à l'aide des équations (1.1) et (1.2). Les deux courbes d'aimantation déjà obtenues dans le chapitre précédent et les densités du flux permettent de trouver les intensités magnétiques,  $H_{abcd}$ ,  $H_{ad}$ , à partir desquelles les forces magnétisantes se calculent. De cette façon, le courant magnétisant de la branche à droite,  $I_d$ , devient :

$$I_d = \frac{F_{totale}}{N_p} \quad (2.3)$$

$N_p$  : nombre de tours des enroulements au primaire.

Nous rappelons que  $I_d = I_g$ ,  $I_g$  est le courant magnétisant de la branche à gauche.

### 2.1.3 Calcul de courant magnétisant de la branche centrale

Le courant magnétisant de la branche centrale se calcule de la même façon que les courants magnétisants des branches externes, sauf que, pour calculer la répartition du flux dans le noyau, il faut connaître les tensions aux bornes des enroulements au secondaire sur les branches externes, et ceci, lorsque l'enroulement central est alimenté, comme illustré à la figure 2.2.

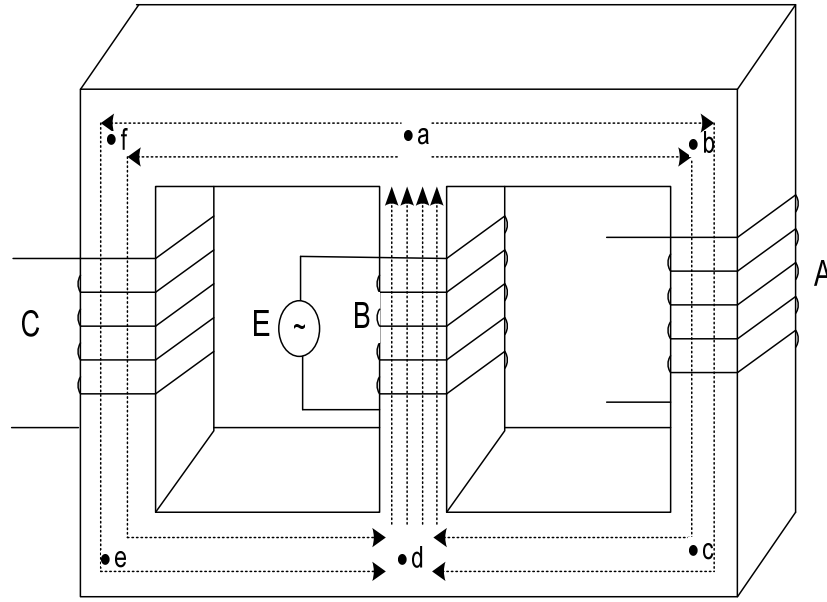


Figure 2.2 : Circuit destiné à obtenir le courant magnétisant monophasé de la branche centrale.

## 2.2 Courants magnétisants mesurés et calculés

Les courants magnétisants mesurés et calculés (selon la méthode ci-dessus) sont fournis et comparés dans les deux sous-sections suivantes.

### 2.2.1 Courant magnétisant mesuré et calculé dans les branches externes

Lorsqu'on alimente l'enroulement du côté primaire (côté D), bobiné sur la branche externe à droite, par une tension de 600 V, on mesure une tension de 120 V aux bornes de l'enroulement secondaire respectif (côté y). Sous la même condition, les tensions aux bornes des enroulements secondaires bobinés sur la branche centrale et à gauche sont respectivement 83,61 V et 39,48 V. On peut observer que la tension aux bornes de l'enroulement central est presque le double de la tension aux bornes de l'enroulement bobiné sur la branche à gauche (non alimentée) [3, 12]. Ceci est en parfait accord avec ce qu'on attend intuitivement; le flux se divise approximativement à une proportion de 2 à 1 dans les branches centrale et gauche. En effet, dans la branche externe non alimentée, on aura un maximum de flux équivalant à un tiers ( $1/3$ ) du flux dans la branche alimentée. Ainsi, dans la branche centrale, le flux maximal équivaut aux deux tiers ( $2/3$ ) du flux dans la branche alimentée. La figure 2.1 résume la configuration et la distribution du flux

magnétique. Les harmoniques pour les tensions associées aux branches, des côtés primaire et secondaire, sont fournies dans le tableau 2.1. On peut observer qu'il existe une composante importante de troisième harmonique de tension sur la branche centrale et la branche externe non alimentée (à gauche). Dans le tableau 2.1, les amplitudes de tension sont en pourcentage de la valeur fondamentale de tension.

Tableau 2.1 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des tensions mesurées par PM6000

		Harmoniques des tensions					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension appliquée (côté D)	branche droite	$600 \angle 0^\circ$	$0,38 \angle -80,2^\circ$	$2,9 \angle 123^\circ$	$0,41 \angle 86,5^\circ$	$0,05 \angle 167,5^\circ$	$0,44 \angle -41,1^\circ$
	branche droite	$120,3 \angle -180^\circ$	$0,37 \angle 89,7^\circ$	$2,92 \angle -56^\circ$	$0,41 \angle -89,5^\circ$	$0,07 \angle -7,4^\circ$	$0,43 \angle 137,9^\circ$
	branche centrale	$82,5 \angle 4,4^\circ$	$16,7 \angle 177,4^\circ$	$1,6 \angle 159,7^\circ$	$0,63 \angle -50^\circ$	$0,25 \angle 116,1^\circ$	$0,4 \angle -87,9^\circ$
	branche à gauche	$37,3 \angle -9,9^\circ$	$33,2 \angle 24,6^\circ$	$8,4 \angle 154,9^\circ$	$2,6 \angle -161,6^\circ$	$0,34 \angle 16,3^\circ$	$0,6 \angle 69,9^\circ$

Les trois figures qui suivent présentent les tensions provenant de la superposition des harmoniques mesurées et présentées dans le tableau ci-dessus. Elles illustrent aussi les formes du flux et de la densité du flux magnétique qui résultent de cette superposition.

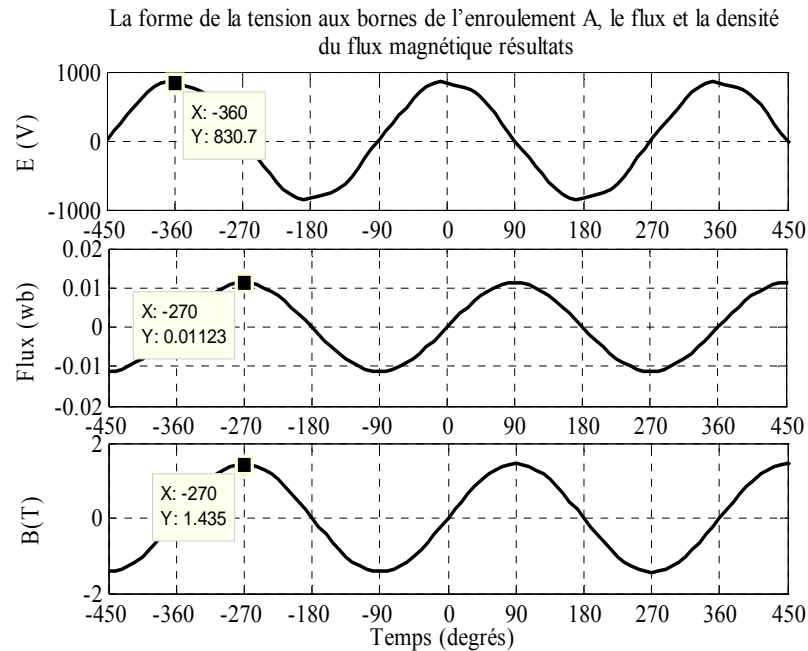


Figure 2.3 : Formes de la tension d'alimentation, ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement A de la branche droite du côté primaire (D).

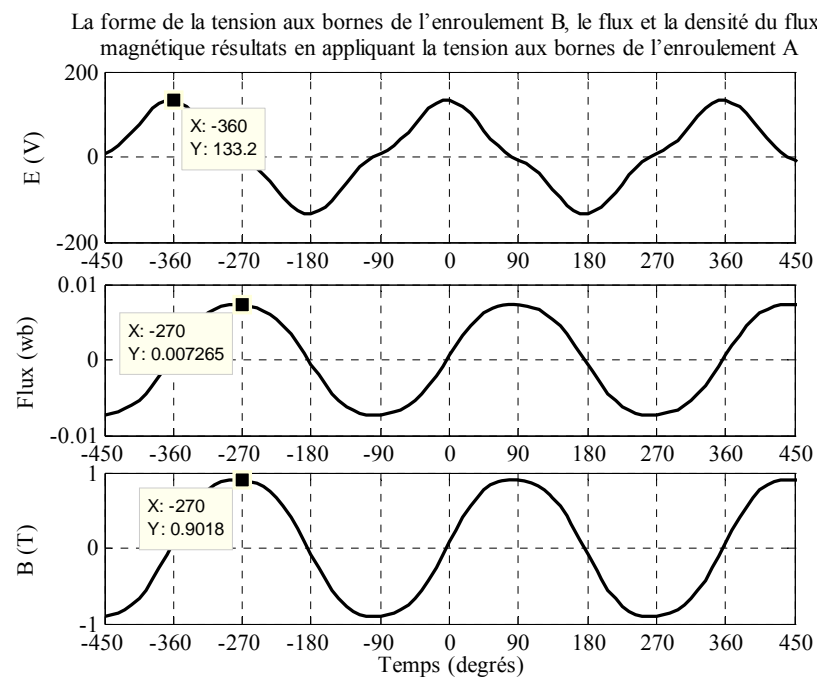


Figure 2.4 : Formes de la tension aux bornes d'enroulement central du côté secondaire (y), ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement A de la branche droite du côté primaire (D).

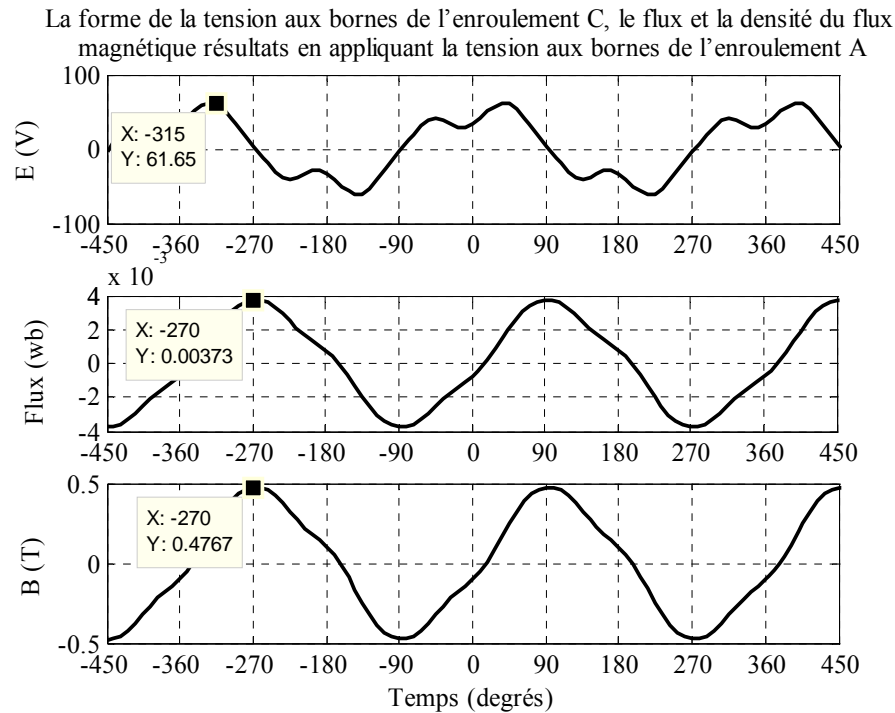


Figure 2.5 : Formes de la tension aux bornes de l'enroulement à gauche du côté secondaire (y), ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement A de la branche droite du côté primaire (D).

Une déformation de la forme de tension sur les branches centrale et à gauche est bien visible et démontrée dans les figures 2.4 et 2.5. Toutefois, on observe une forme presque sinusoïdale pour le flux magnétique ainsi que pour la densité du flux. Les figures 2.6 et 2.7, ci-dessous, représentent, respectivement, la forme des tensions « mesurées » du côté secondaire et au niveau des branches à droite et centrale. La forme de la tension mesurée appliquée à la branche à droite, est aussi fournie aux fins de comparaisons. Elles sont parfaitement en accord avec les formes calculées et reproduites plus haut.

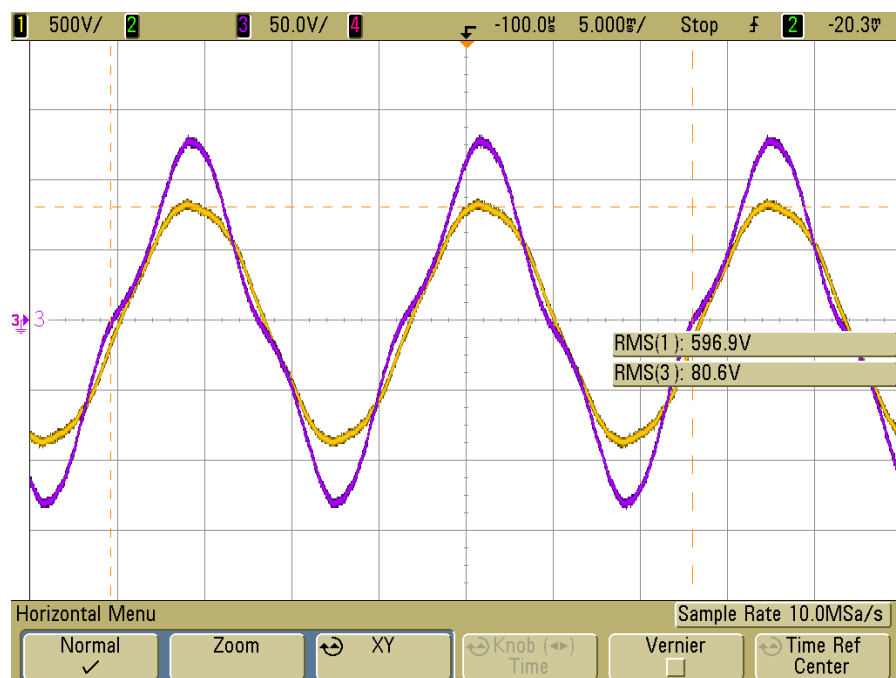


Figure 2.6 : Forme de la tension mesurée de la branche droite (A) et la branche centrale au côté secondaire (y).

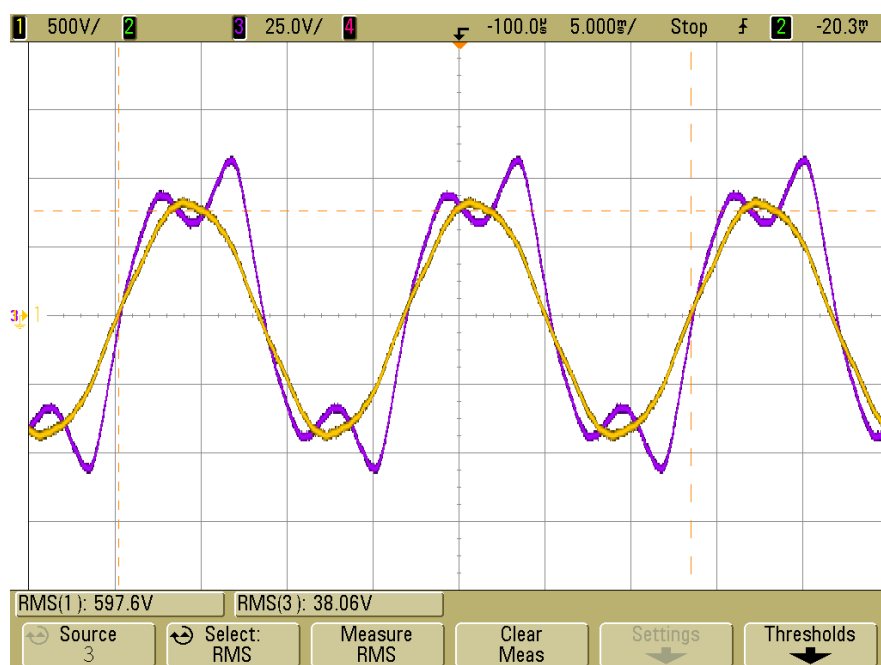


Figure 2.7 : Forme de la tension mesurée de la branche droite (A) et la branche à gauche au côté secondaire (y).

En utilisant les courbes d'aimantation déjà obtenues dans le chapitre 1, ainsi que la méthode présentée dans la sous-section 2.1.1, on trouve le courant magnétisant de la branche droite présenté à la figure 2.8. On observe bien le déphasage attendu de presque  $90^\circ$  entre le courant et la tension.

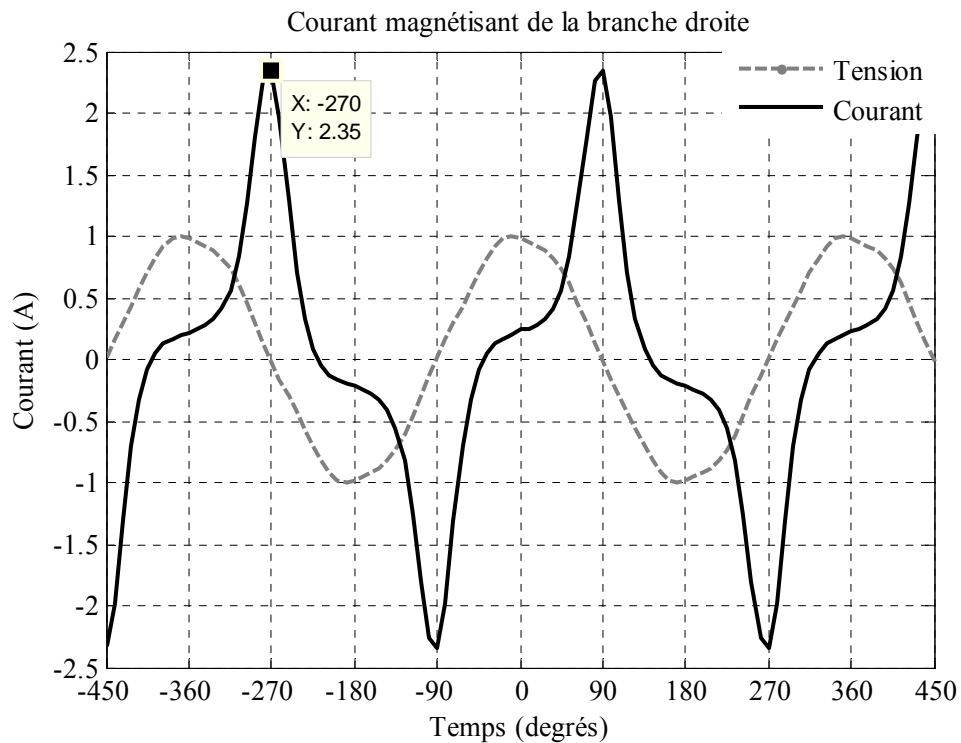


Figure 2.8 : Forme de courant magnétisant obtenu des branches externes (droite et gauche).

Afin de vérifier l'accord entre les courants magnétisants calculés et mesurés, on a utilisé la forme visualisée par l'oscilloscope du courant magnétisant présenté à la figure 2.9. On observe que les courants calculés et mesurés des figures 2.8 et 2.9 s'accordent bien.

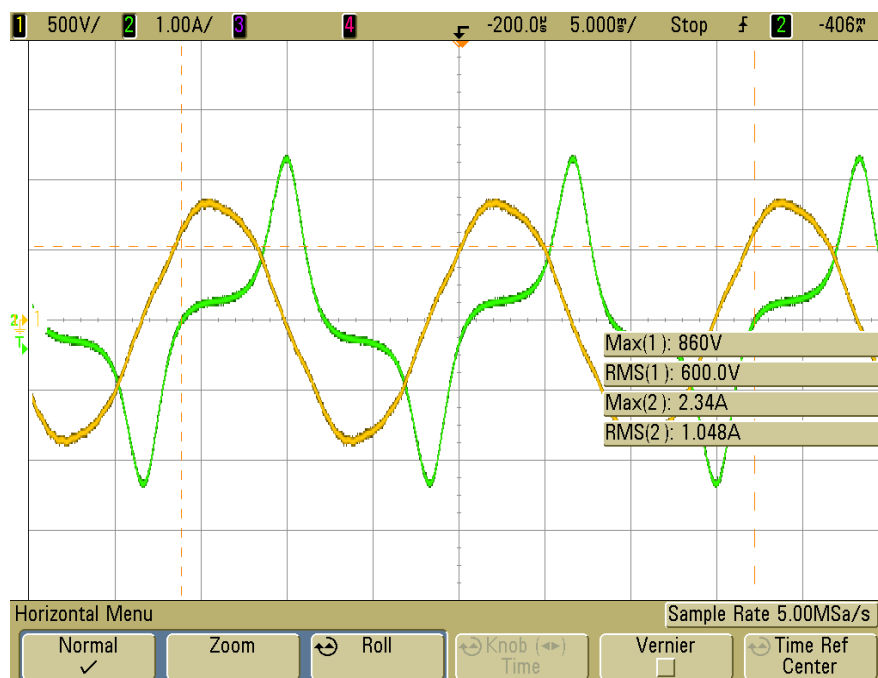


Figure 2.9 : Forme d'onde de la tension et du courant magnétisant observée par oscilloscope et obtenue d'un essai sur la branche droite.

Les formes et l'amplitude des courants calculés et mesurés s'accordent raisonnablement. Le contenu en harmoniques du courant mesuré à l'aide de l'analyseur de puissance PM6000 est présenté au tableau 2.2

Tableau 2.2 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques du courant magnétisant obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche droite

	Harmoniques					
	1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Courant (A)	$0,915 \angle -77^\circ$	$51,9 \angle -80,2^\circ$	$20,4 \angle -76,9^\circ$	$7,02 \angle -71,1^\circ$	$2,14 \angle -71,1^\circ$	$0,7 \angle -80^\circ$

### 2.2.2 Courant magnétisant de l'enroulement bobiné sur la branche centrale

Pour obtenir le courant magnétisant dans l'enroulement primaire (côté D) bobiné sur la colonne centrale, une tension de 599,87 V est appliquée (ce qui est presque 600 V). Dans ce cas, les tensions aux bornes des enroulements secondaires (côté y) bobinés sur les branches externes et la branche centrale, deviennent 60 V et 120 V respectivement. On observe que les tensions aux bornes des enroulements externes sont presque la moitié de la tension aux bornes de l'enroulement central. Ceci est encore en parfait accord avec ce qu'on attend intuitivement; le flux se divise de façon approximativement égale dans les branches externes. En effet, dans les branches externes non alimentées, on aura un flux maximal de un demi (1/2) du flux dans la branche alimentée. Les harmoniques de tension, mesurées à la branche centrale des côtés primaire et secondaire ainsi qu'au niveau des branches externes du côté secondaire, sont montrées au tableau 2.3.

Tableau 2.3 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de tension mesurée par PM6000

		Harmoniques des tensions					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension appliquée (côté D)	branche centrale	599,5 $\angle$ 0°	0,41 $\angle$ -79,6°	2,9 $\angle$ 121,9°	0,52 $\angle$ 84,5°	0,06 $\angle$ 161,5°	0,36 $\angle$ -46,8°
	branche droite	60,6 $\angle$ -0,4°	0,3 $\angle$ -162,3°	3 $\angle$ 124,3°	0,57 $\angle$ 83,4°	0,09 $\angle$ 145,2°	0,37 $\angle$ -47°
	branche centrale	119,9 $\angle$ 180°	0,4 $\angle$ 94°	2,97 $\angle$ -57,3°	0,51 $\angle$ -93°	0,06 $\angle$ -13,6°	0,36 $\angle$ 132,5°
Tensions mesurée (côté y)	branche à gauche	59,3 $\angle$ 0,2°	0,74 $\angle$ -80,2°	3 $\angle$ 121°	0,48 $\angle$ 89,1°	0,05 $\angle$ -163°	0,35 $\angle$ -46,6°

Afin de déterminer le courant magnétisant de la branche centrale, suivant les équations (1.1) et (1.2), on a besoin de calculer le flux magnétique ainsi que la densité du flux qui le traverse. Ici, évidemment, la section de flux  $A$  correspond à la section de la branche centrale. Les résultats sont présentés à la figure 2.10.

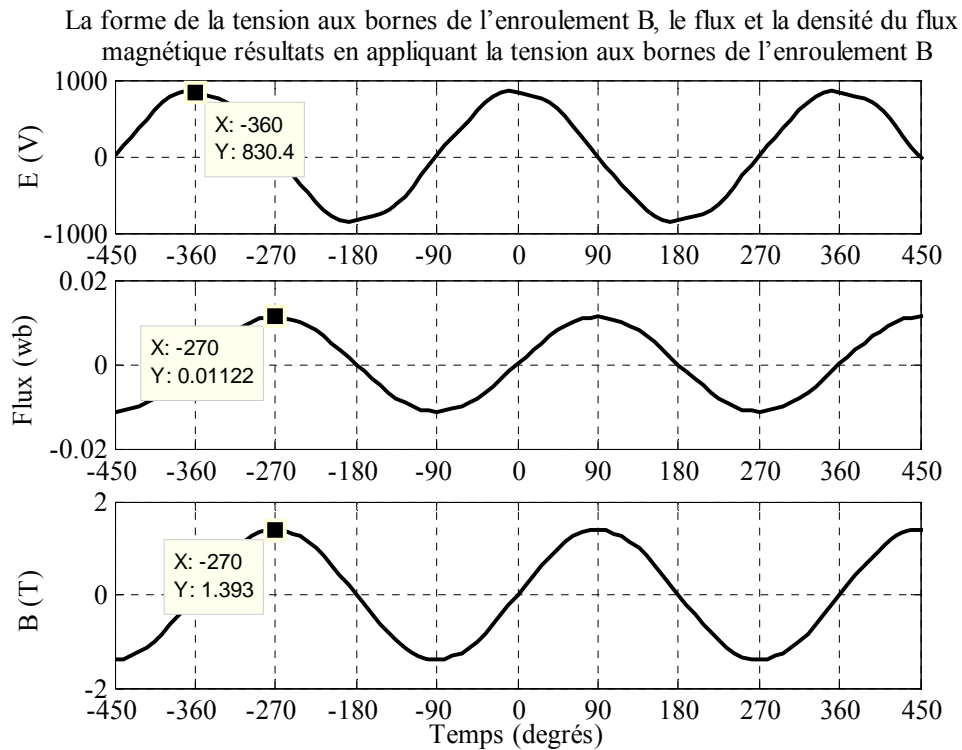


Figure 2.10 : Formes de la tension appliquée, ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement B de la branche centrale du côté primaire (D).

De la même façon, on mesure et calcule les tensions, les flux et les densités du flux pour les branches externes. Les résultats sont fournis ci-dessous à la figure 2.11.

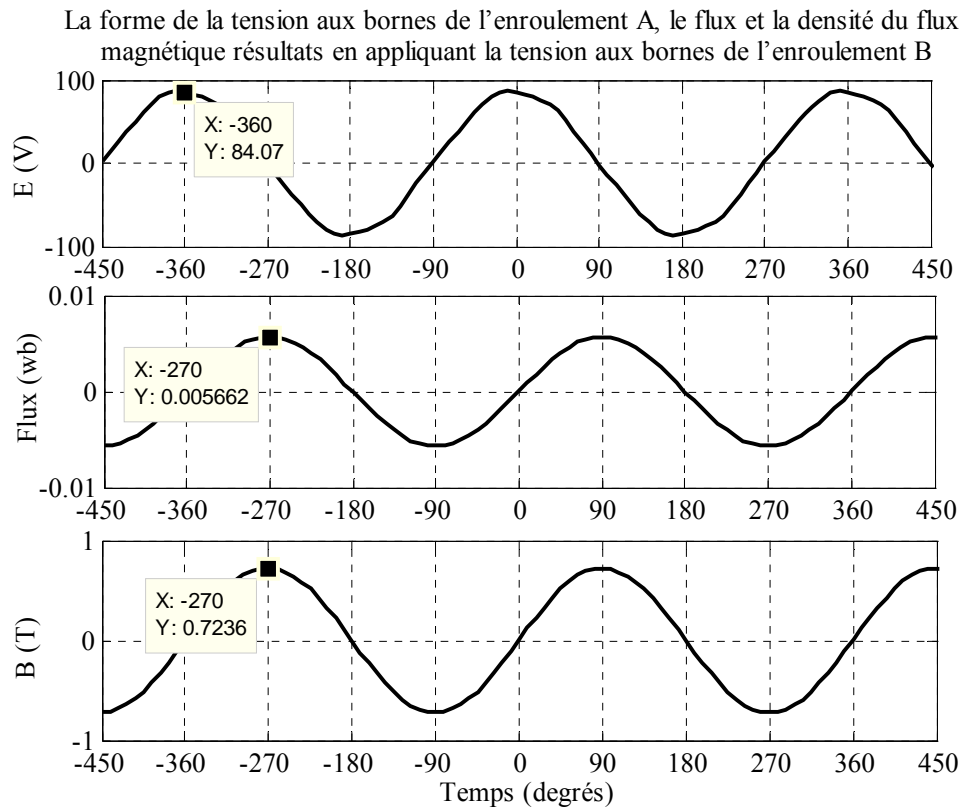


Figure 2.11 : Formes de la tension aux bornes des enroulements aux branches externes au côté secondaire, ainsi que le flux et la densité du flux magnétique résultants lorsqu'on alimente l'enroulement B de la branche centrale au côté primaire (D).

À l'aide des courbes d'aimantation et suivant la loi des boucles magnétiques, on additionne les forces magnétisantes de la branche centrale et celle de la branche droite pour trouver la force magnétisante totale, qui équivaut au produit du nombre de tours des enroulements primaires (côté D) et du courant magnétisant, comme exprimé dans l'équation (2.3). Ainsi, en ayant le nombre de tours associés à l'enroulement bobiné sur la colonne centrale, on peut déterminer le courant magnétisant recherché. La forme de courant magnétisant calculé à l'enroulement primaire sur la branche centrale du transformateur est illustrée dans la figure 2.12. On observe bien le déphasage attendu de presque  $90^\circ$  entre le courant et la tension.

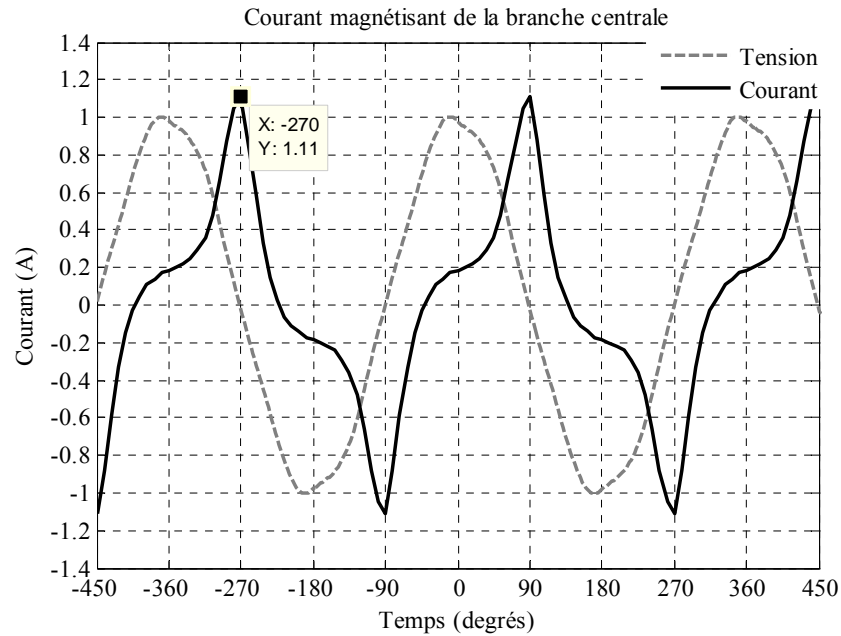


Figure 2.12 : Forme de courant magnétisant obtenu de la branche centrale.

Le courant magnétisant à l'enroulement bobiné sur la colonne centrale ainsi que la tension d'alimentation correspondante, visualisés par oscilloscope, sont présentés à la figure 2.13.

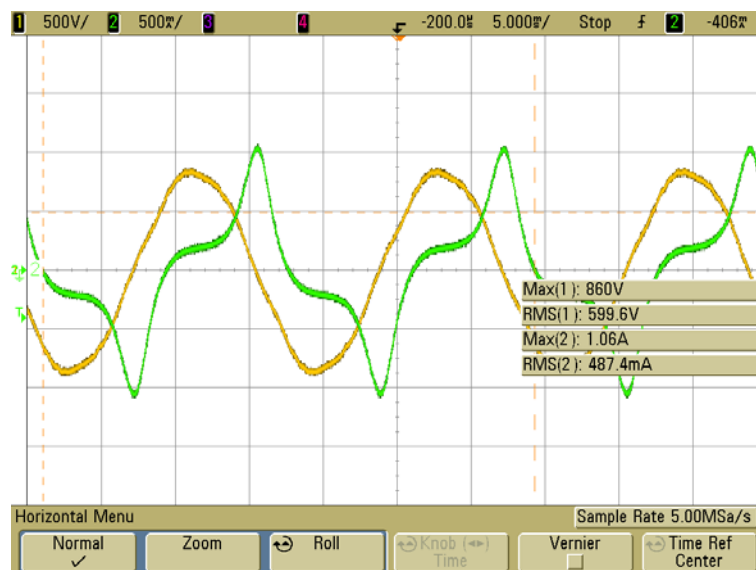


Figure 2.13 : Forme de courant magnétisant observée par oscilloscope et obtenue d'un essai sur la branche centrale.

Comme on peut le voir, les courants calculés et mesurés dans les figures 2.12 et 2.13 s'accordent bien. Le contenu en harmoniques du courant est mesuré à l'aide de l'analyseur de puissance PM6000, comme illustré au tableau 2.4.

Tableau 2.4 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques du courant magnétisant mesuré, obtenues par l'essai à vide monophasé sur la branche centrale

	Harmoniques					
	1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Courant (A)	$0,43 \angle -71,1^\circ$	$47 \angle -80,2^\circ$	$17,8 \angle -77,2^\circ$	$6,83 \angle -72,5^\circ$	$2,65 \angle -75^\circ$	$1,03 \angle -81^\circ$

Les courbes d'aimantation des branches externes étant identiques, les courants magnétisants sont également identiques, mais ils sont différents de celui de la branche centrale. La raison se trouve dans la différence entre les courbes d'aimantation.

## 2.3 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons déterminé les courants magnétisants monophasés des enroulements au primaire d'un transformateur Dy bobiné sur un noyau à trois colonnes à partir de la tension appliquée et les courbes d'aimantations. De plus, nous avons mesuré directement les courants magnétisants, et ceci à des fins de comparaisons. Il s'agit de mesures et de calculs monophasés, lorsqu'une seule phase est alimentée. Les résultats obtenus démontrent un excellent accord.

### **CHAPITRE 3 DÉTERMINATION ANALYTIQUE DES COURANTS MAGNÉTISANTS TRIPHASÉS DU TRANSFORMATEUR DY<sub>1</sub>**

Dans le chapitre 1, nous avons obtenu les deux courbes d'aimantation pour les branches externes et centrale. Pour les branches externes, nous avons mis une excitation de 240 V aux bornes des deux enroulements externes, configurés en série, au primaire. Pour la branche centrale, nous avons mis une excitation de 234 V aux bornes des mêmes bobines en série. La tension réduite est choisie pour maintenir le même niveau de densité de flux magnétique que dans les branches externes. Cette tension réduite compense la différence de l'aire de la section des branches externes et centrale. Il est à noter que la tension nominale aux bornes des enroulements du côté secondaire (y) est égale à 120 V. Nous n'avons pas alimenté séparément ces enroulements afin de simplifier le calcul de l'intégrale de la force magnétique, donnée par l'équation (2.2). En raison de cette configuration, la force magnétisante durant l'essai équivaut à deux fois de la force magnétisante nominale de la branche centrale. Donc, pour obtenir le vrai courant magnétisant de la branche centrale, on doit diviser par deux le courant obtenu de l'essai de la sous-section 1.4.2. Les courants magnétisants obtenus par les essais utilisés aux sections 1.4.1, 1.4.2, et les courants magnétisants monophasés associés aux enroulements sont illustrés dans les figures 3.1 et 3.2. Le tableau 3.1 présente les courants magnétisants monophasés. Les déphasages de  $120^\circ$  sont ajoutés afin de faciliter les comparaisons avec les essais triphasés.

Dans ce chapitre, nous présenterons les calculs du courant magnétisant pour les deux côtés du transformateur, de même que les relations mathématiques correspondantes aux configurations triphasées Y et Delta. Notre méthode requiert le calcul des composants symétriques des courants magnétisants monophasés déjà trouvés aux chapitres 1 et 2. Les détails sont fournis dans les deux sous-sections suivantes.

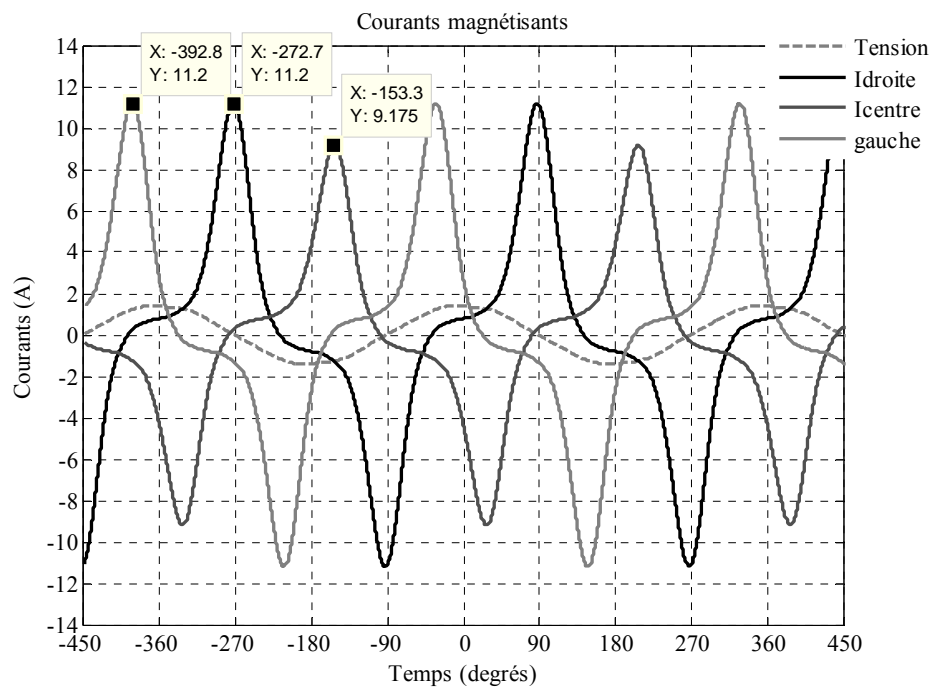


Figure 3.1 : Forme d'onde des courants magnétisants monophasés à l'aide d'un essai monophasé du côté y.

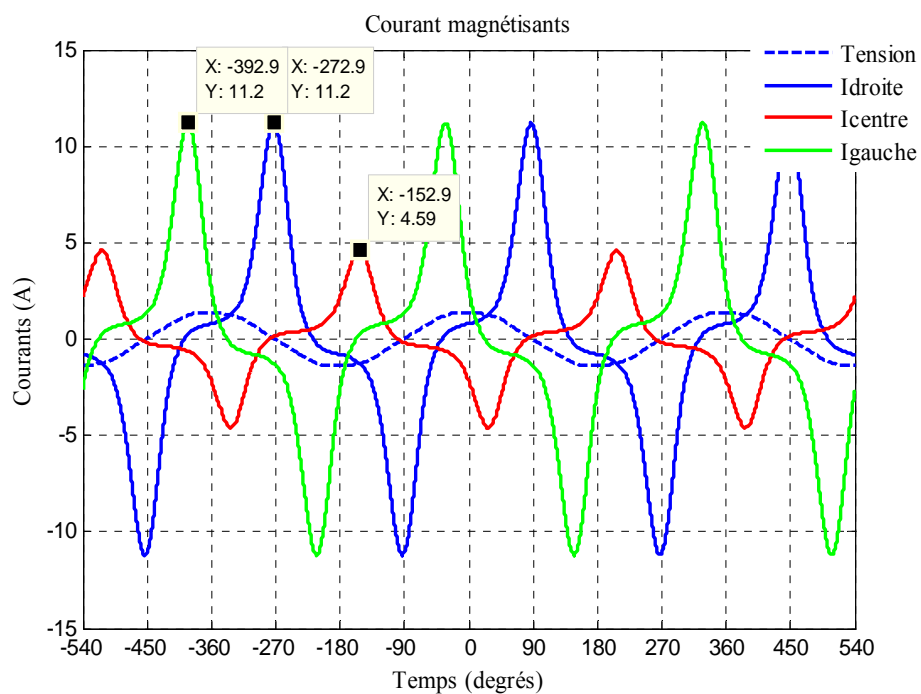


Figure 3.2 : Forme d'onde des courants magnétisants monophasés à l'aide d'un essai monophasé du côté y en divisant le courant de la branche centrale par deux.

Tableau 3.1 : Valeurs efficaces de courant magnétisant monophasé obtenues en essais à vide du côté y

		Harmoniques des courants					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Courants mesurés (A)	branche droite	$4,35 \angle -79,5^\circ$	$2,33 \angle 99^\circ$	$0,906 \angle -78,6^\circ$	$0,33 \angle 101,4^\circ$	$0,078 \angle -90,2^\circ$	$0,0234 \angle 63,1^\circ$
	branche centrale	$1,83 \angle -198,1^\circ$	$0,94 \angle 99,5^\circ$	$0,351 \angle 41,7^\circ$	$0,114 \angle -18,9^\circ$	$0,034 \angle -92,4^\circ$	$0,011 \angle 187^\circ$
	branche à gauche	$4,35 \angle 40,5^\circ$	$2,33 \angle 99^\circ$	$0,906 \angle -18,6^\circ$	$0,33 \angle 221,4^\circ$	$0,078 \angle -90,2^\circ$	$0,0234 \angle -56,9^\circ$

### 3.1 Méthode de calcul des courants magnétisants triphasés

Afin de déterminer les courants magnétisants d'un transformateur triphasé, nous déterminons d'abord le côté du transformateur où se trouvent les courants qui nous intéressent. Puis, à l'aide d'une analyse appropriée qui tient compte de la configuration (y ou Delta), nous formulons les relations qui les décrivent en fonction des courants magnétiques monophasés présentés dans l'introduction.

#### 3.1.1 Courants magnétisants vus du côté y d'un transformateur Dy sans neutre

Dans cette sous-section, nous proposons une méthode pour obtenir les courants magnétisants triphasés correspondant du côté y sans neutre. Les courants de phase et de ligne de cette configuration ne peuvent jamais avoir un composant homopolaire.

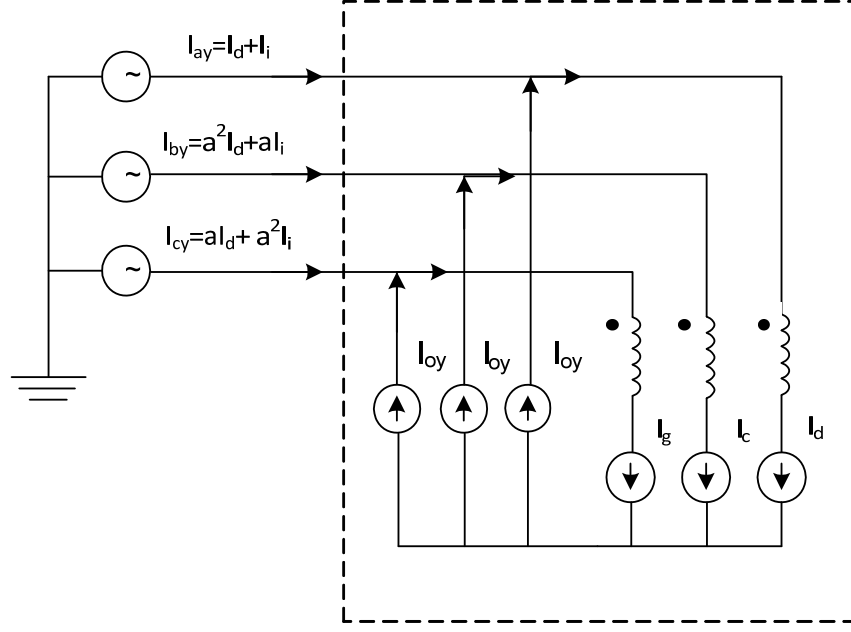


Figure 3.3: Circuit destiné à obtenir les courants magnétisants triphasés du côté secondaire (y).

Nous proposons l'hypothèse suivante : « *Les courants de ligne dans cette configuration se trouvent en omettant le composant homopolaire des trois courants magnétisants monophasés.* » La figure 3.3 illustre un circuit équivalent qui assure l'absence des courants homopolaires dans les lignes. Chacune des paires de courant  $I_o$  et  $I_{c,g,d}$  correspond à une des phases (ainsi qu'à une des colonnes de noyau). Ce circuit implique que l'énergie magnétique associée aux courants homopolaires est accumulée en dehors de noyau. Autrement dit, il existe un flux soit disant « de fuite » correspondant au courant homopolaire. Il est à noter que le courant au point commun des phases du modèle est égal à trois fois le courant de séquence homopolaire ( $I_n = 3 \cdot I_o$ ).

En résumé, on a :

$$I'_{ay} = I_{dy} + I_{iy} + I_{oy} \quad (3.1)$$

$$I'_{by} = a^2 \times I_{dy} + a \times I_{iy} + I_{oy} \quad (3.2)$$

$$I'_{cy} = a \times I_{dy} + a^2 \times I_{iy} + I_{oy} \quad (3.3)$$

$I'_{ay}, I'_{by}, I'_{cy}$  : les courants magnétisants obtenus par les trois essais monophasés du côté y (figure 3.2);

$I_{iy}, I_{dy}, I_{oy}$  : les séquences directe, inverse et homopolaire des courants magnétisants obtenus par les trois essais monophasés du côté y .

Donc, les courants magnétisants triphasés du côté y du transformateur (sans neutre) sont :

$$I_{ay} = I_{dy} + I_{iy} \quad (3.4)$$

$$I_{by} = a^2 \times I_{dy} + a \times I_{iy} \quad (3.5)$$

$$I_{cy} = a \times I_{dy} + a^2 \times I_{iy} \quad (3.6)$$

$I_{ay}, I_{by}, I_{cy}$  : les trois courants magnétisants triphasés de ligne et de phase du côté y (sans neutre) du transformateur à l'étude.

En fait, vu que les tensions nominales pour chaque enroulement sont les mêmes pour tous les essais monophasés et triphasés, les niveaux d'exploitation magnétique du noyau sont identiques. Autrement dit, pour les essais monophasés et triphasés, les flux et les densités de flux magnétique dans les branches du noyau sont similaires. D'un autre côté, le matériau du noyau, et donc sa courbe d'hystérésis sont aussi les mêmes dans les deux cas. En conséquence, on peut associer les trois composants symétriques des courants magnétisants aux trois composants du flux. Dans une configuration « y » sans neutre, le flux correspondant au composant homopolaire, en raison de la configuration, ne peut pas générer un courant dans les enroulements de côté « y ». Autrement dit, il ne peut pas passer dans les branches du noyau magnétique, sinon il générerait un courant mesurable dans les enroulements de phase et donc dans les lignes, ce qui est impossible de voir dans les configurations « y ». En fait, ce flux se manifeste comme une induction soit disant « de fuite » ne passant pas dans le noyau. Ce flux de fuite en question est à l'origine d'une tension qui se développe entre la neutre et la masse, déjà signalée au [5,18]; donc, cette explication est en parfait accord avec la nôtre. Par contre, dans le côté Delta une connexion étoile avec neutre, on

s'attend à ce que toutes les séquences, directe, inverse et homopolaire, de courant de phase et de ligne existent.

### 3.1.2 Courants magnétisants vus du côté D d'un transformateur Dy

Afin de mieux comprendre les interactions entre les connexions, nous avons déterminé les courants magnétisants « monophasés » vus du côté Delta dans le chapitre 2. Ces courants sont tout simplement un cinquième des courants magnétisants monophasés du côté y. Les courants magnétisants monophasés vus des côtés y et Delta ont un composant de séquence homopolaire. On sait par contre que le courant de ligne au côté Delta ne contient aucun composant homopolaire (attention :  $I_{d\Delta} = I_{dy}/m$ ,  $I_{i\Delta} = I_{iy}/m$ ). **Donc on aura :**

$$I_{AB(d\&i)} = I_{d\Delta} + I_{i\Delta} \quad (3.7)$$

$$I_{BC(d\&i)} = a^2 \times I_{d\Delta} + a \times I_{i\Delta} \quad (3.8)$$

$$I_{CA(d\&i)} = a \times I_{d\Delta} + a^2 \times I_{i\Delta} \quad (3.9)$$

où,

$I_{AB(d\&i)}$ ,  $I_{BC(d\&i)}$  et  $I_{CA(d\&i)}$  : la portion des courants magnétisants triphasés (de phase), du côté Delta, qui contient les composants direct et inverse ;

$I_{d\Delta}$ , et  $I_{i\Delta}$  : les composants direct et inverse des courants magnétisants monophasés vus du côté Delta.

Les courants de ligne sont d'ailleurs calculés par :

$$I_A = I_{CA} - I_{BC} \quad (3.10)$$

$$I_B = I_{AB} - I_{CA} \quad (3.11)$$

$$I_C = I_{BC} - I_{AB} \quad (3.12)$$

donc les courants de ligne au côté Delta deviennent :

$$I_A = \sqrt{3}(I_{dy} \angle -30 + I_{iy} \angle +30) / m \quad (3.13)$$

$$I_B = \sqrt{3}(a^2 \times I_{dy} \angle -30 + a \times I_{iy} \angle +30) / m \quad (3.14)$$

$$I_C = \sqrt{3}(a \times I_{dy} \angle -30 + a^2 \times I_{iy} \angle +30) / m \quad (3.15)$$

où

$m$  : le rapport de nombre de tours des enroulements ;

$I_A$ ,  $I_B$  et  $I_C$  : les trois courants magnétisants triphasés (de ligne), côté Delta.

Il est à noter que pour calculer les courants de ligne, il n'est pas nécessaire de connaître les courants homopolaires, car, même connus, ils s'annulent dans les équations (3.10) à (3.12). En effet, le courant homopolaire circule dans les phases, c'est-à-dire dans le triangle de connexion Delta. Donc, on peut schématiser les courants magnétisants, comme illustré à la figure 3.4.

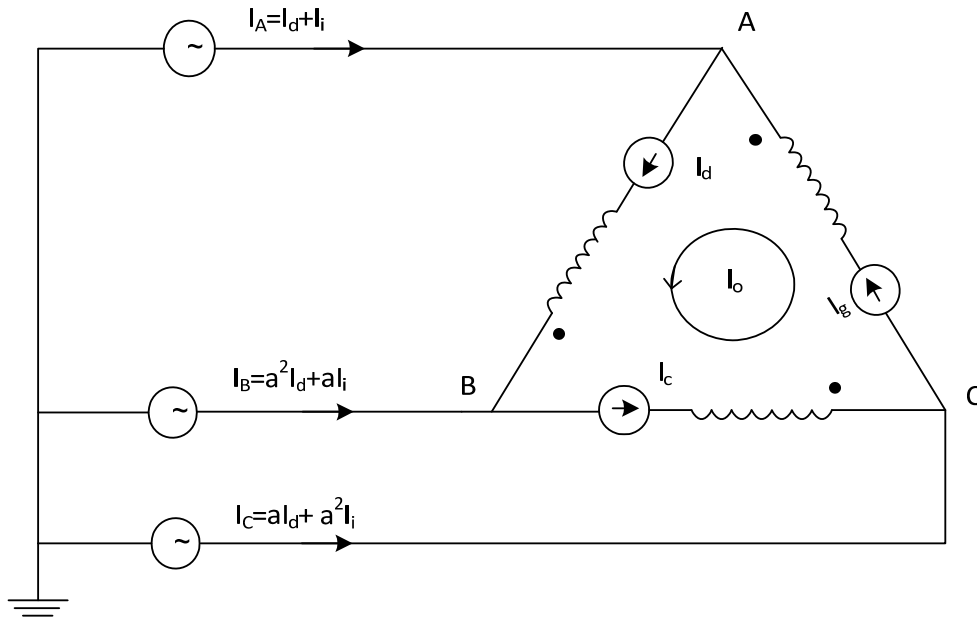


Figure 3.4 : Courants magnétisants triphasés du côté Delta.

On a donc :

$$I_{AB} = (I_{dy} + I_{iy}) / m + I_{od} \quad (3.16)$$

$$I_{BC} = (a^2 \times I_{dy} + a \times I_{iy}) / m + I_{od} \quad (3.17)$$

$$I_{CA} = (a \times I_{dy} + a^2 \times I_{iy}) / m + I_{od} \quad (3.18)$$

où  $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ , et  $I_{CA}$  sont les courants magnétisants triphasés (de phase) du côté Delta. *Le  $I_{od}$  dans les relations (3.16) à (3.17) est le courant homopolaire circulant dans le triangle de la connexion delta. Le  $I_{oy}$  est le courant homopolaire associé aux trois courants de magnétisation vus au côté Delta, démontrés à la figure 3.3. , donc, la relation entre  $I_{od}$  et  $I_{oy}$  est compliquée. Autrement dire, notre étude démontre bien que  $I_{od}=I_{oy}/m$  n'est pas du tout valide.* Cette non-validité sera démontrée dans les sections suivantes.

### 3.2 Vérification des courants magnétisants triphasés

Les courants magnétisants triphasés se trouvent par un « essai à vide » ou un « essai en circuit ouvert ». Ce sont des termes pour décrire l'alimentation du transformateur sans aucune charge raccordée au transformateur. Les montages utilisés pour l'essai à vide triphasé sont montrés dans les figures 3.5 et 3.6.

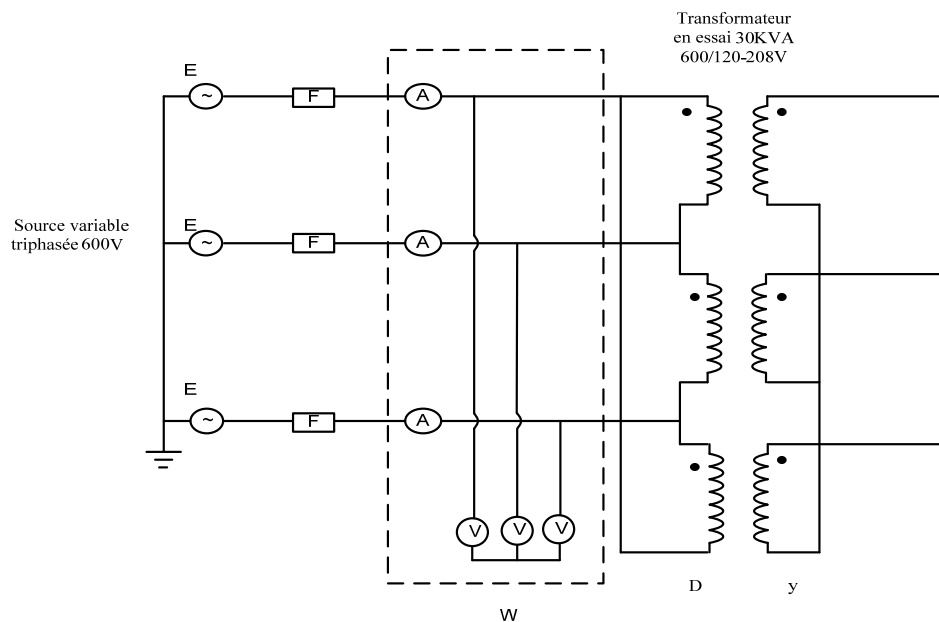


Figure 3.5 : Schéma triphasé de l'essai à vide en connexion Dy.

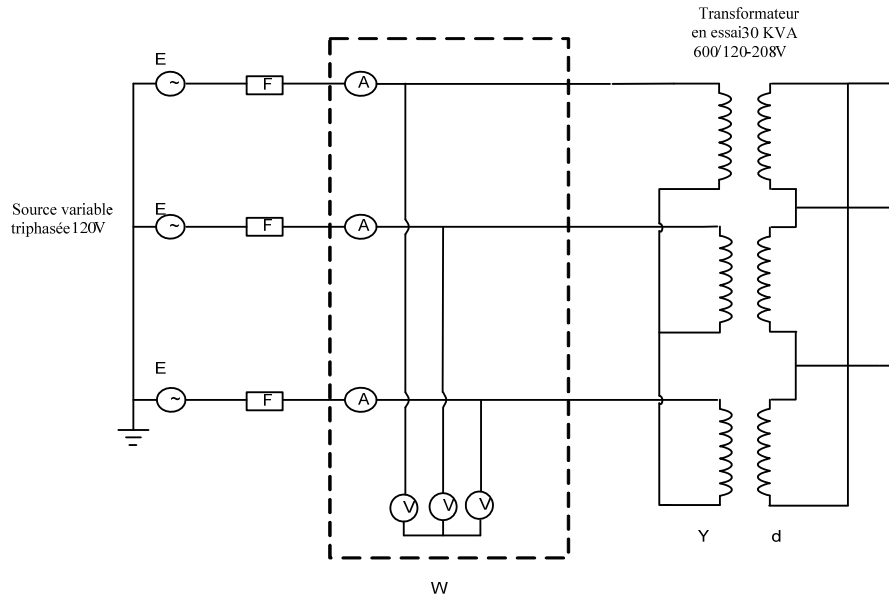


Figure 3.6 : Schéma triphasé de l'essai à vide en connexion Yd.

Vu que le transformateur utilisé est en connexion Dy, et que le rapport de transformation est de 600 V/120-208 V, les tensions appliquées pour les côtés y et D sont respectivement de 120 V et 600 V. Les courants magnétisants triphasés ainsi mesurés seront présentés plus loin, et comparés avec les courants magnétisants calculés.

### 3.3 Calcul et vérification des courants magnétisants triphasés côté y

Dans ce chapitre, nous déterminerons les courants magnétisants de phase et de ligne d'une configuration y. Dans une configuration y, les courants de phase et les courants de ligne correspondants sont identiques. Par conséquent, il n'est pas nécessaire de calculer les deux types de courants, le calcul des courants de phase est suffisant. Par la symétrie, aux chapitres 1 et 2, nous avons démontré que l'amplitude des courants magnétisants monophasés est similaire dans les deux branches externes du transformateur, mais qu'elle diffère de celui de la branche centrale. Ces courants sont déjà illustrés à la figure 3.2. Le tableau 3.2 fournit les composants des séquences directe, inverse et homopolaire des harmoniques de ces courants magnétisants.

Tableau 3.2 : Valeurs efficaces des composants symétriques des courants magnétisants monophasés du côté y.

		Courant des séquences		
		$I_d(A)$	$I_i(A)$	$I_o(A)$
Harmoniques	1	$3,5 \angle -79,3^\circ$	$0,84 \angle -140,6^\circ$	$0,84 \angle -20,5^\circ$
	3	$0,46 \angle 38,7^\circ$	$0,46 \angle 158,7^\circ$	$1,87 \angle 99,1^\circ$
	5	$0,185 \angle -18,8^\circ$	$0,72 \angle -78,6^\circ$	$0,185 \angle -138,9^\circ$
	7	$0,234 \angle 101,4^\circ$	$0,06 \angle 41,6^\circ$	$0,06 \angle 161,6^\circ$
	9	$0,015 \angle -148,7^\circ$	$0,015 \angle -28,6^\circ$	$0,063 \angle -90,6^\circ$
	11	$0,004 \angle 119,1^\circ$	$0,019 \angle 63,9^\circ$	$0,004 \angle -0,92^\circ$

Selon ce tableau, ces courants magnétisants monophasés contiennent une séquence homopolaire. Pourtant, une configuration étoile sans neutre ne peut jamais contenir une séquence homopolaire de courant. Donc, pour obtenir les courants magnétisants triphasés du côté secondaire (côté y), on enlève la séquence homopolaire des courants magnétisants, comme cela est indiqué à la sous-section 3.1.1. En utilisant les équations (3.4) à (3.6) et en éliminant le courant homopolaire, on obtient les formes de courant illustrées dans les figures 3.7 à 3.9. La figure 3.10 présente la forme de séquence homopolaire du courant magnétisant.

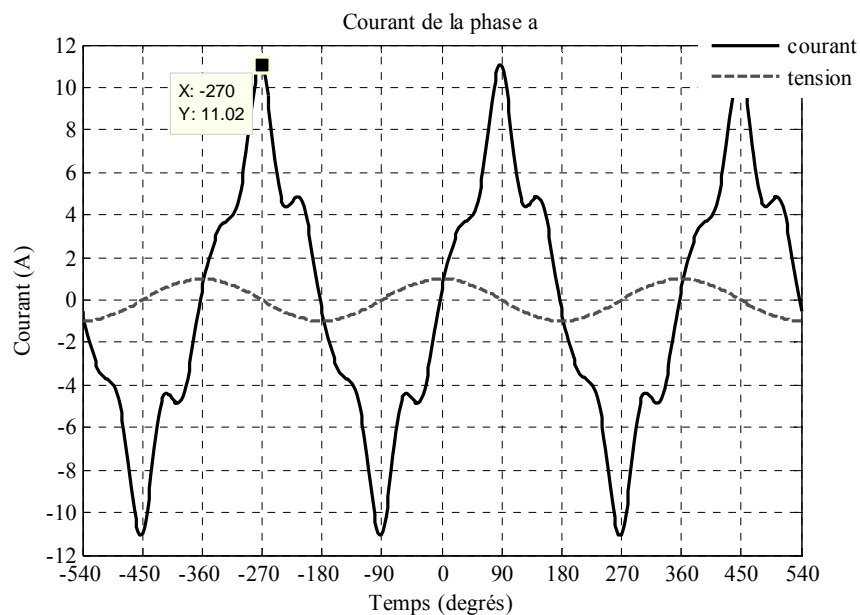


Figure 3.7 : Courant analytiquement calculé de la phase (a) du côté secondaire (côté y).

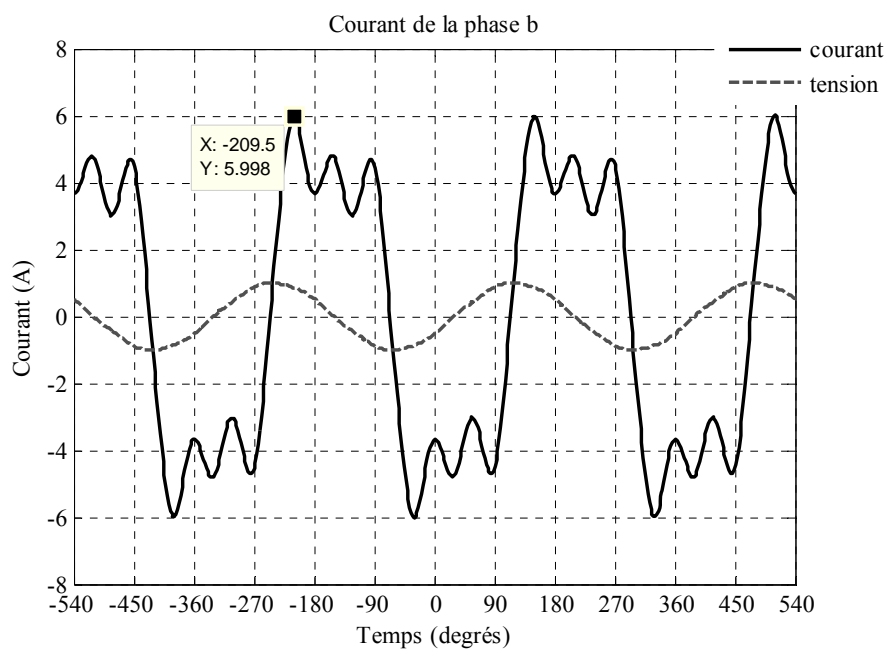


Figure 3.8 : Courant analytiquement calculé de la phase (b) du côté secondaire.

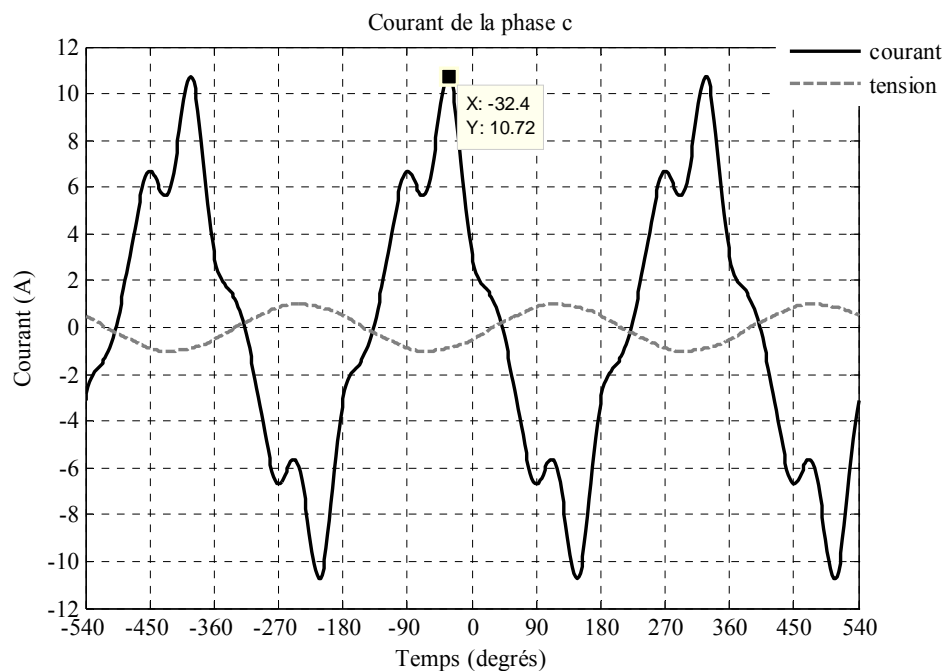


Figure 3.9 : Courant analytiquement calculé de la phase (c) du côté secondaire (côté y).

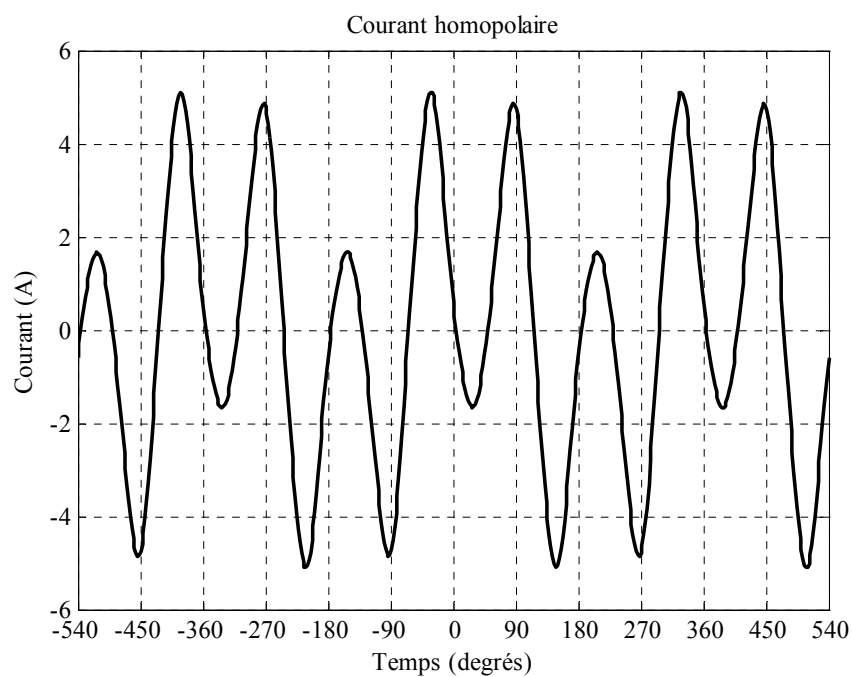


Figure 3.10 : Courant homopolaire obtenu par la soustraction d'ensemble des séquences direct et inverse des courants magnétisants monophasés

Afin de vérifier les résultats de calcul des courants magnétisants triphasés, nous avons alimenté les enroulements du côté secondaire (côté y) par sa tension nominale de 120 V. En laissant le côté primaire en circuit ouvert (côté D), et à l'aide du PM6000, nous avons mesuré les courants magnétisants pour chaque phase. La figure 3.11 ci-dessous illustre les courants magnétisants triphasés mesurés. Les composants en harmoniques de ces courants, ainsi que ceux des tensions d'alimentation, sont fournis au tableau 3.3. Les valeurs données sont les valeurs mesurées non corrigées.

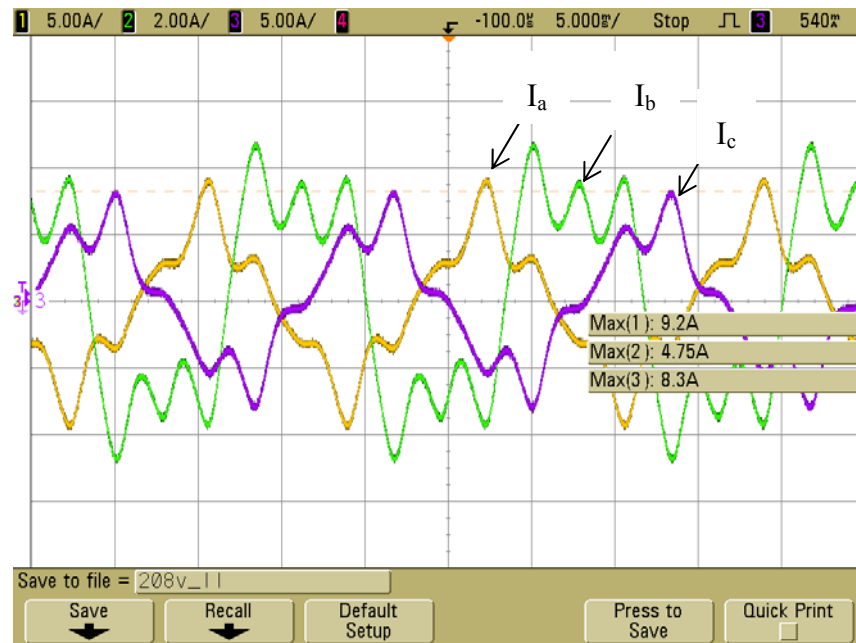


Figure 3.11 : Courants magnétisants triphasés mesurés du côté secondaire (côté y) et vus par l'oscilloscope.

Tableau 3.3 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de tension et de courant mesuré du côté (y)

		Harmoniques des tensions					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tensions de phase (V) (côté y)	E <sub>a</sub>	120,3∠ 0°	0,24∠39,1°	1,85∠-28,6°	0,16∠54,2°	0,082∠33,3°	0,47∠-49,2°
	E <sub>b</sub>	120,7∠-120,5°	0,065∠158,1°	2,34∠-151,7°	0,38∠-67°	0,06∠-122,3°	0,36∠-164,9°
	E <sub>c</sub>	120,5∠119,5°	0,34∠-1,4°	2,29∠103,4°	0,31∠146,3°	0,119∠-45,3°	0,43∠ 64,4°
Courants de ligne(A) (côté y)	I <sub>a</sub>	4,15∠-92,1°	10,98∠-76,3°	26,05∠-72,8°	10 ∠-97°	0,62∠-84,2°	1,5∠-103,3°
	I <sub>b</sub>	2,75∠161°	38,76∠-21,9°	25,47∠155,7°	10,9∠153,9°	1,8∠-33,6°	1,7∠135,5°
	I <sub>c</sub>	4,27∠49,8°	14,44∠33,5°	25,94∠26,7°	9,7∠43,7°	0,59∠ 13,4°	1,4∠6,6°

Les amplitudes des harmoniques de courant sont en pourcentage de leur harmonique fondamental. On observe qu'il existe un composant important de troisième harmonique dans les courants de ligne (qui sont d'ailleurs égales aux courants de phase) du côté y.

Tableau 3.4 : Valeurs efficaces des composantes symétriques des courants magnétisants mesurés du côté y

		Courant des séquences		
		I <sub>d</sub> (A)	I <sub>i</sub> (A)	I <sub>o</sub> (A)
Harmoniques	1	3,67∠ -80,5°	0,93∠ -145,2°	0,0034∠ 67,9°
	3	0,508∠ 32,8°	0,56∠ 162,8°	0,0017∠ 28,7°
	5	0,24∠-20,3°	0,95∠ -83,4°	0,013∠ -155°
	7	0,37∠ 93,5°	0,08∠ 33,2°	0,0075∠ -11,5°
	9	0,022∠ -153,5°	0,028∠ -37,8°	0,00053∠ -157,3°
	11	0,008∠ 120,9°	0,055∠ 72,8°	0,0018∠ -3,6°

En décomposant les harmoniques aux séquences directe, inverse et homopolaire (tableau 3.4), on observe bien que la séquence homopolaire n'existe pas : leur amplitude est négligeable.

Afin de simplifier la comparaison, à partir du tableau 3.3, nous reconstruisons et superposons les courants magnétisants triphasés mesurés (figures 3.12 à 3.14). On voit clairement que les formes obtenues sont fidèles; cependant, il existe une erreur d'amplitude de l'ordre de 25 %. Cette erreur provient de la différence dans les parcours (longueur) moyens mesuré et réel du flux, la section réel et calculée, ainsi que la négligence du flux de fuite, etc.

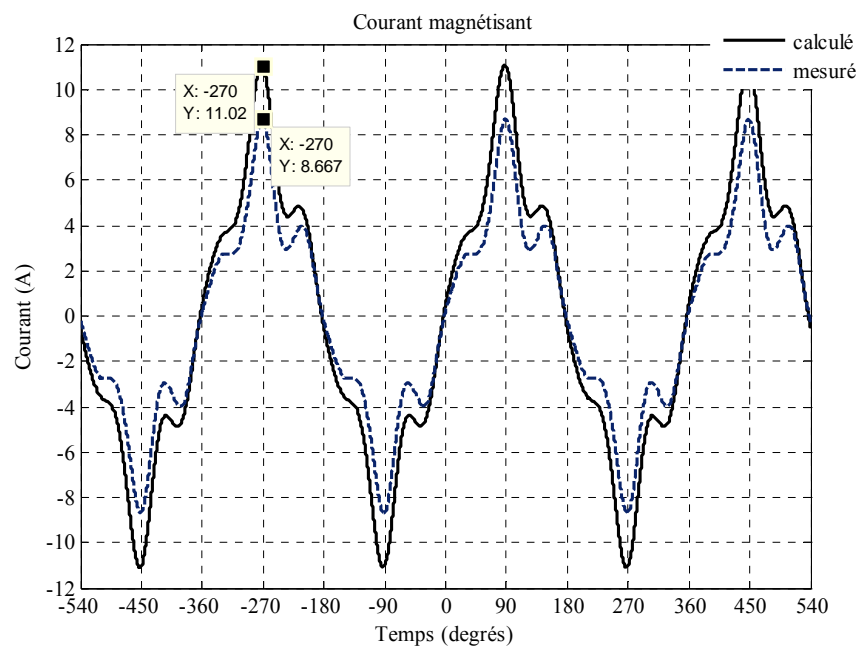


Figure 3.12 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase a) du côté secondaire (côté y).

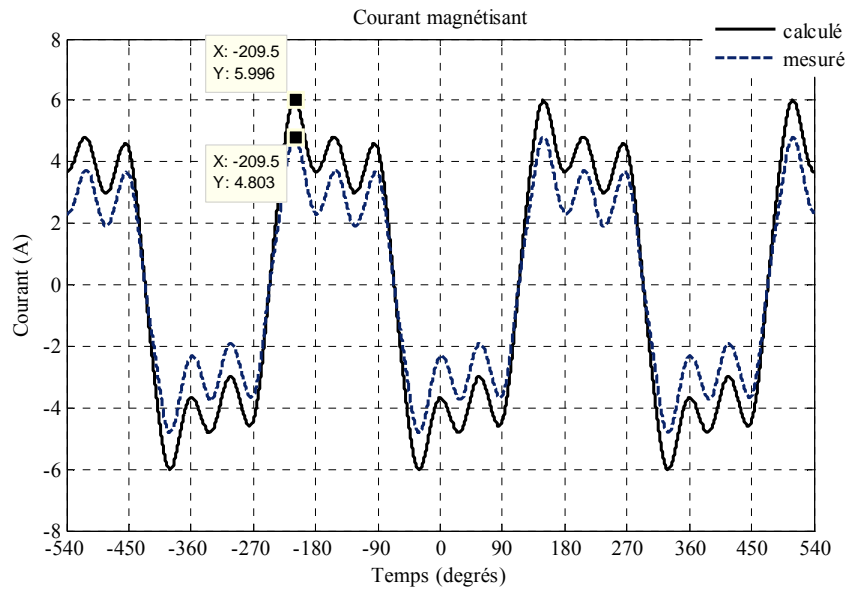


Figure 3.13 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase b) du côté secondaire (côté y).

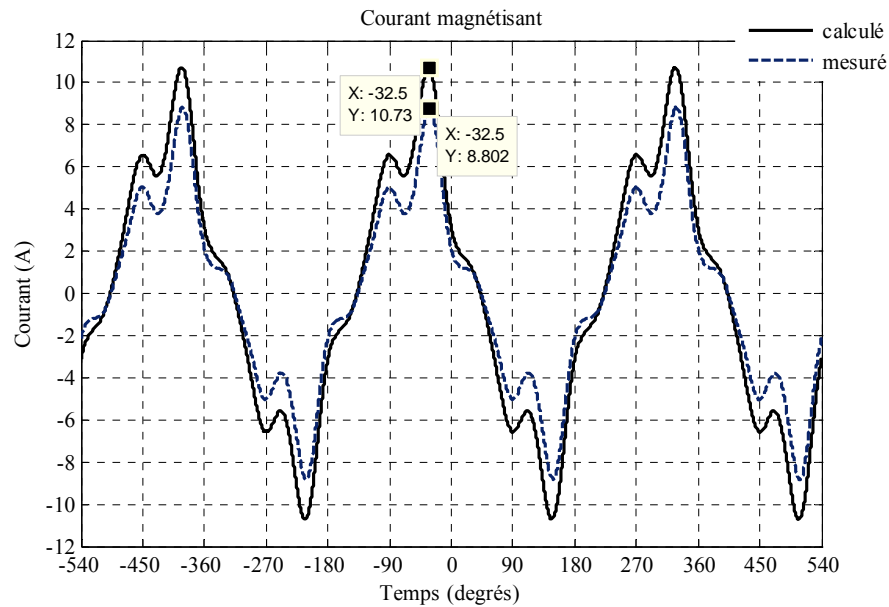


Figure 3.14 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase c) du côté secondaire (côté y).

### 3.4 Calcul et vérification des courants magnétisants triphasés de phase du côté Delta

Selon le modèle présenté à la section 3.1.2, dans une connexion Delta, il existe une séquence homopolaire qui circule dans les phases. Par contre, les courants de ligne ne peuvent pas contenir une séquence homopolaire. Donc, si on décompose les courants magnétisants monophasés du côté y en ses composants symétriques, et si on les transfère du côté Delta en les divisant par le rapport de transformation,  $m$ , on obtient les séquences directe et inverse traversant les phases du côté Delta. À l'aide des équations (3.10), (3.11), et (3.12), on calculera, séparément, les composants direct et inverse de courant des lignes, puis, en les additionnant, on déterminera les courants totaux de ligne. Tout ça est équivalent à utiliser les équations (3.13), (3.14), et (3.15). Les harmoniques des courants de phase du côté Delta ainsi calculés sont présentés au tableau 3.5. Pour les trouver, nous avons utilisé les harmoniques des courants magnétisants monophasés obtenus du côté y (tableau 3.1).

Tableau 3.5 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques de courant vues du côté Delta et en considérant le nombre de tours des enroulements

		Harmoniques des courants					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Courants (A)	branche droite	$0,87 \angle -79,5^\circ$	$0,47 \angle 99^\circ$	$0,181 \angle -78,6^\circ$	$0,07 \angle 101,4^\circ$	$0,016 \angle -90,2^\circ$	$0,0047 \angle 63,1^\circ$
	branche centrale	$0,37 \angle -198,1^\circ$	$0,19 \angle 99,5^\circ$	$0,07 \angle 41,7^\circ$	$0,023 \angle -18,9^\circ$	$0,007 \angle -92,4^\circ$	$0,0022 \angle 187^\circ$
	branche à gauche	$0,87 \angle 40,5^\circ$	$0,47 \angle 99^\circ$	$0,181 \angle -18,6^\circ$	$0,07 \angle 221,4^\circ$	$0,016 \angle -90,2^\circ$	$0,0047 \angle -56,9^\circ$

La figure 3.15 présente les formes des courants magnétisants monophasés vus du côté Delta. Elles sont construites à partir du tableau 3.5

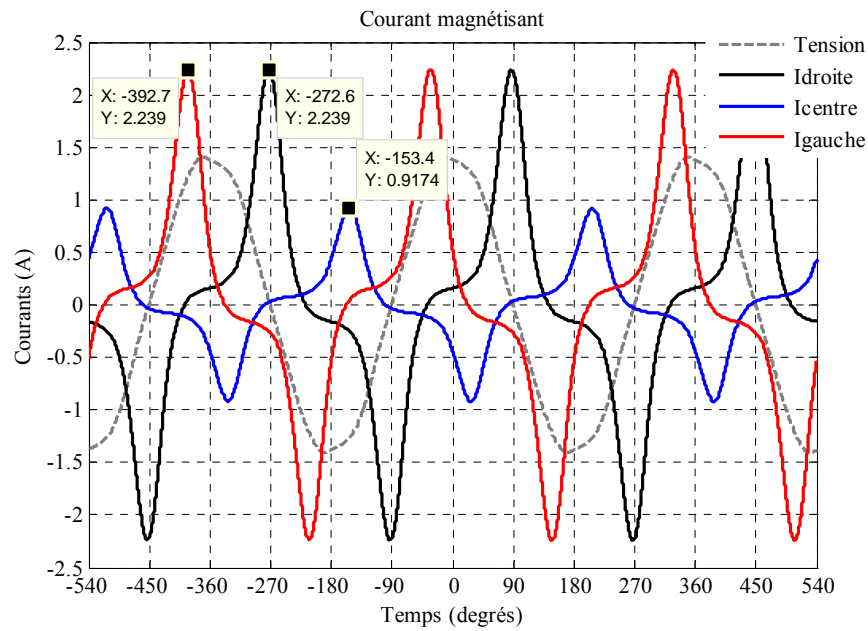


Figure 3.15 : Forme d'onde des courants magnétisants monophasés à l'aide d'un essai monophasé du côté Delta.

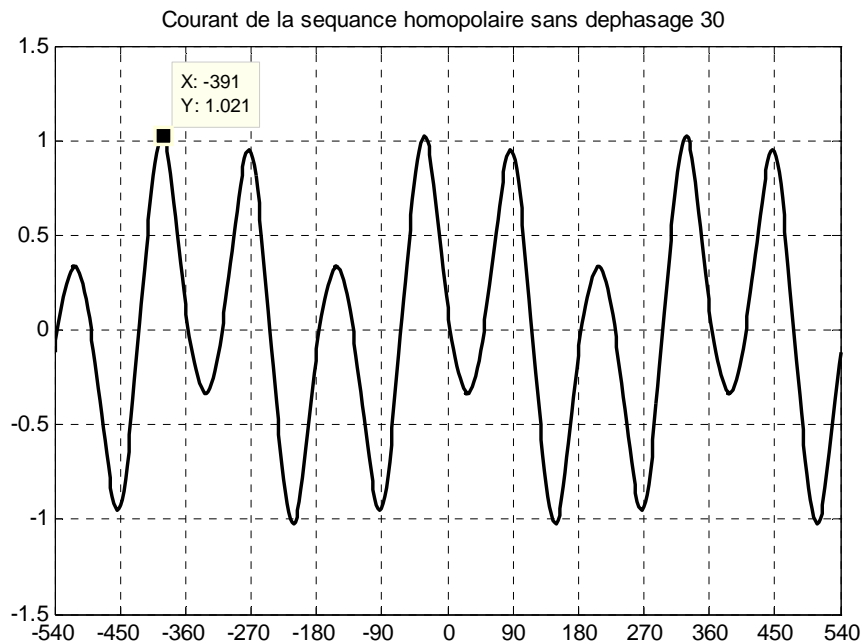


Figure 3.16 : Forme d'onde du courant de la séquence homopolaire du côté y.

La figure 3.16 illustre la séquence homopolaire des courants présentés au tableau 3.5, qui est égale à  $I_{oy}/m$ . Les courants de phase sont calculés suivant les équations 3.16 à 3.18, et en considérant  $I_{od}=0.5*I_{oy}/m$ . En effet, ceci permet une meilleure régression avec les mesures directes (qui seront présentées un peu plus loin). Il est à noter que les formes des courants de phase obtenues pour 25 % à 50 % de  $I_{oy}/m$  s'accordent relativement bien avec les formes mesurées. Ceci confirme que : 1) une force magnétisante se développe en dehors de noyau; 2) presque 50 % de cette force magnétisante est associée à l'intervalle d'air entre les deux enroulements (les enroulements du côté Delta sont bobinés sur les enroulements du côté y); le reste est associé au flux soit disant « de fuite » forcé à cause de la configuration delta; et 3) cette dernière force magnétisante est à l'origine de la portion de courant homopolaire vue aux phases du côté Delta. L'étude détaillée de ce fait sera l'objet d'un autre projet de maîtrise. Les figures 3.17 à 3.19 présentent les formes d'ondes des courants de phase prédits.

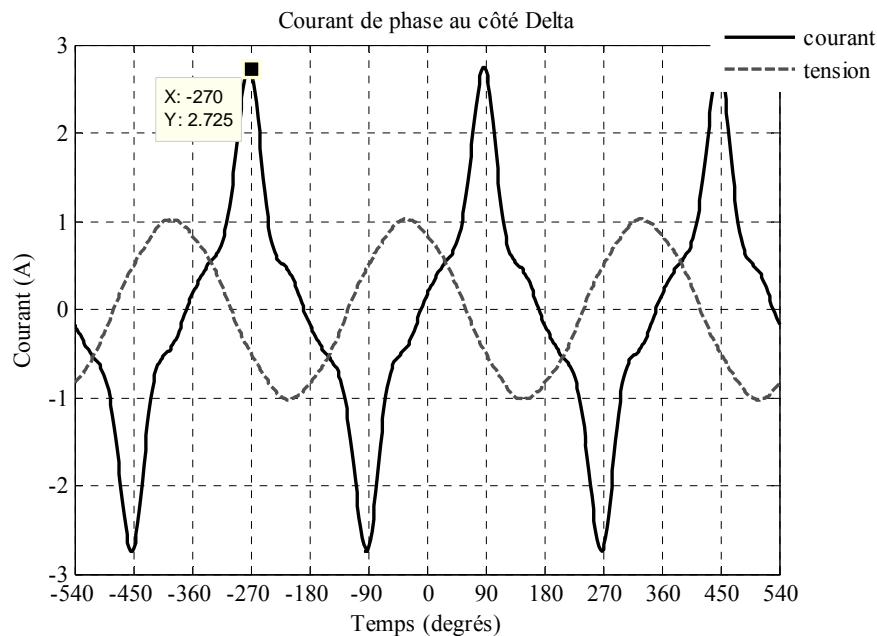


Figure 3.17 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la phase (AB) du côté primaire (côté D).

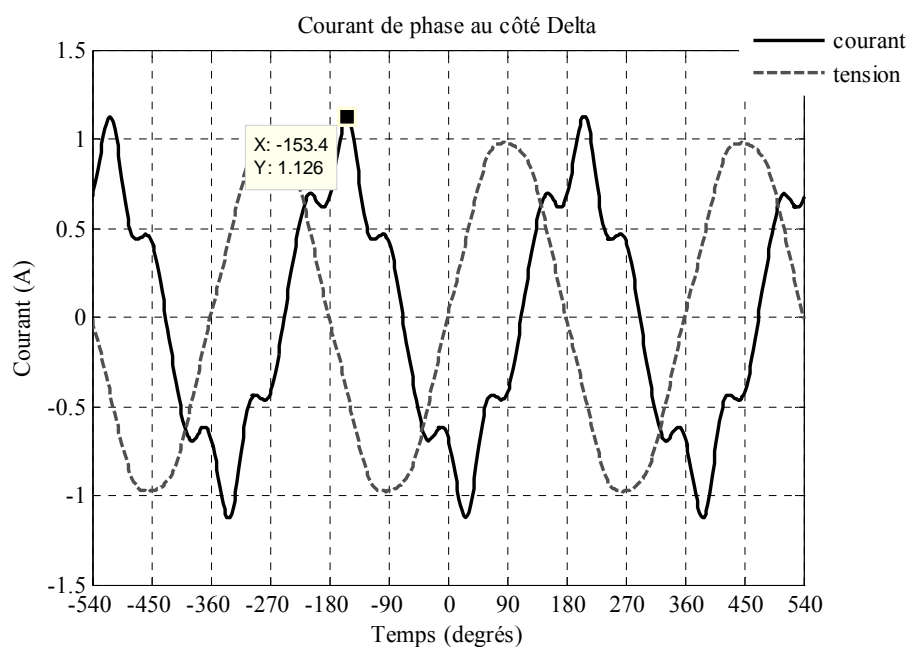


Figure 3.18 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la phase (BC) du côté primaire (côté D).

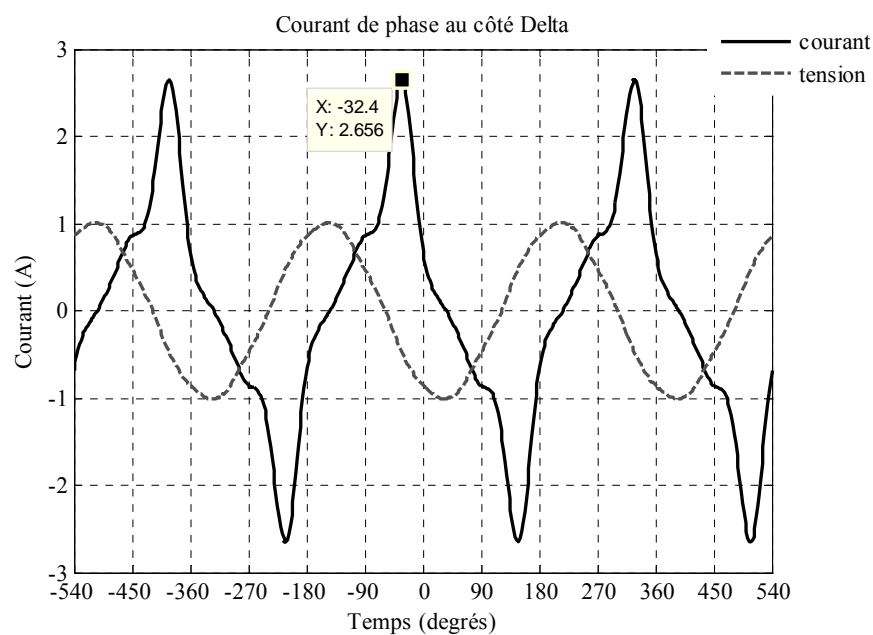


Figure 3.19 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la phase (CA) du côté primaire (côté D).

Afin de vérifier l'exactitude des courants calculés, nous avons alimenté les enroulements du côté primaire (côté D), en essai à vide triphasé, par une tension de 600 V, puis nous avons mesuré les courants magnétisants de phase. Nous avons observé que, dans les phases, le troisième harmonique est dominant. Le tableau ci-dessous présente les harmoniques des courants magnétisants ainsi que les harmoniques des tensions de phase mesurés à l'aide de l'analyseur de puissance PM6000. Les amplitudes des courants et des tensions sont en pourcentage de l'amplitude de leur harmonique fondamentale.

Tableau 3.6 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des tensions et des courants de phase mesurés du côté Delta par PM6000

		Harmoniques des tensions					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tensions de phase (V) (côté D)	$E_{AN}$	$346,2 \angle 0^\circ$	$0,39 \angle 38,2^\circ$	$2,2 \angle -30,6^\circ$	$0,16 \angle -23,8^\circ$	$0,07 \angle 56,3^\circ$	$0,39 \angle -55,6^\circ$
	$E_{BN}$	$346,5 \angle -120,3^\circ$	$0,29 \angle 41,8^\circ$	$2,7 \angle -152,7^\circ$	$0,27 \angle -80,4^\circ$	$0,04 \angle -156,9^\circ$	$0,3 \angle -177,5^\circ$
	$E_{CN}$	$346,2 \angle 119,6^\circ$	$0,35 \angle 16,1^\circ$	$2,6 \angle 99,4^\circ$	$0,38 \angle 122,5^\circ$	$0,09 \angle -43,7^\circ$	$0,38 \angle 56,9^\circ$
Courants de phase(A) (côté D)	$I_{droite}$	$0,796 \angle -62,5^\circ$	$31,1 \angle -52,3^\circ$	$22,5 \angle -38,4^\circ$	$7,5 \angle -58,7^\circ$	$1,7 \angle -57,4^\circ$	$0,7 \angle -78,8^\circ$
	$I_{centre}$	$0,535 \angle -168,8^\circ$	$8,5 \angle 19,8^\circ$	$22,0 \angle -168,7^\circ$	$7,4 \angle -168,9^\circ$	$0,96 \angle -175,4^\circ$	$0,73 \angle 157,7^\circ$
	$I_{gauche}$	$0,818 \angle 81,6^\circ$	$32,9 \angle 66,4^\circ$	$22,0 \angle 58,7^\circ$	$6,5 \angle 82,7^\circ$	$1,3 \angle 61^\circ$	$0,53 \angle 16,8^\circ$

Les trois figures qui suivent démontrent la superposition des courants de l'essai à vide mesurés et des courants calculés. Pour fins de comparaison, les formes d'ondes des courants triphasés visualisés par oscilloscope sont fournies à la figure 3.23. Comme on peut le voir, ces courants (calculés et mesurés) sont en bon accord. Néanmoins, il y a 25 % d'erreur sur l'amplitude maximale.

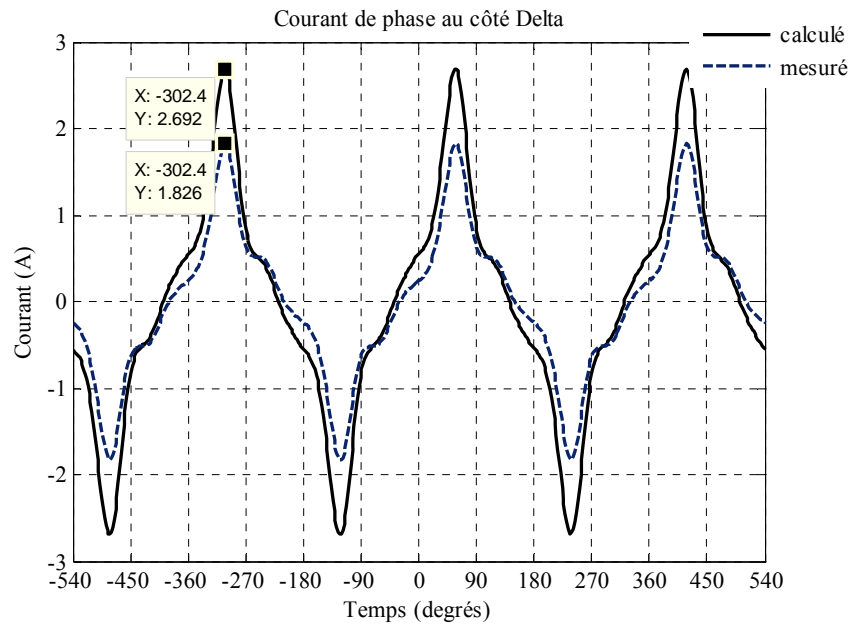


Figure 3.20 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase AB) du côté primaire (côté D).

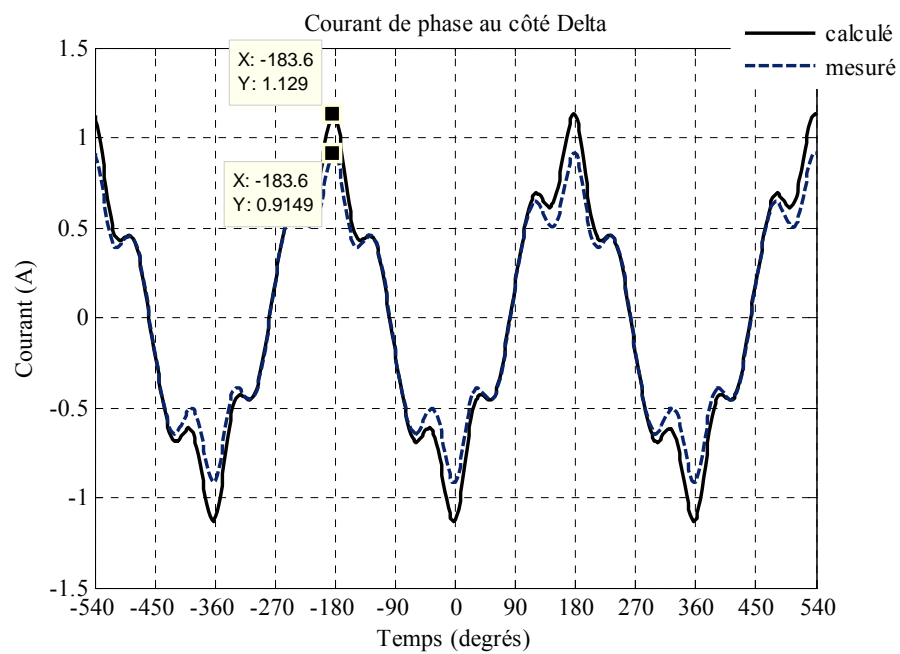


Figure 3.21 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase BC) du côté primaire (côté D).

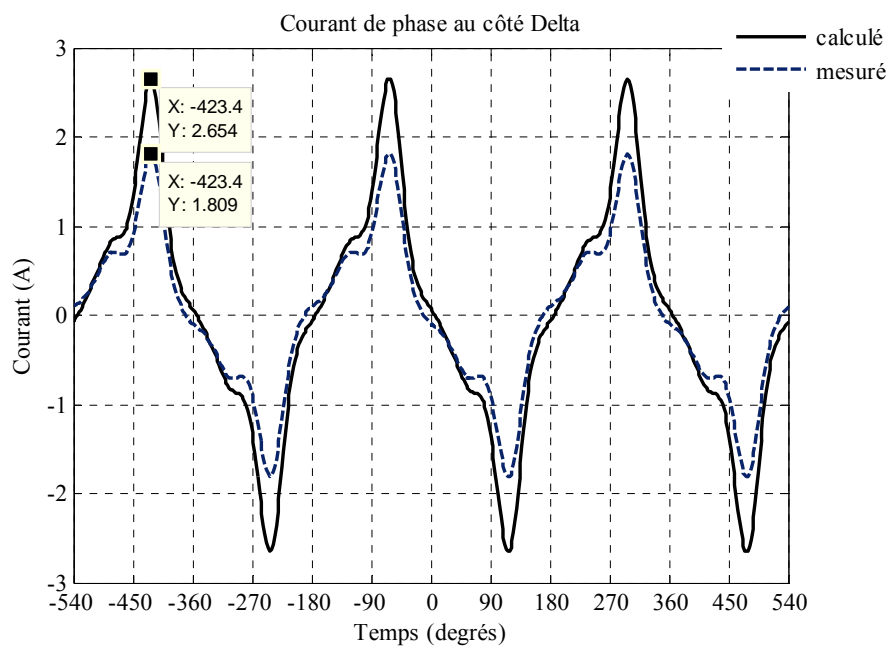


Figure 3.22 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la phase CA) du côté primaire (côté D).

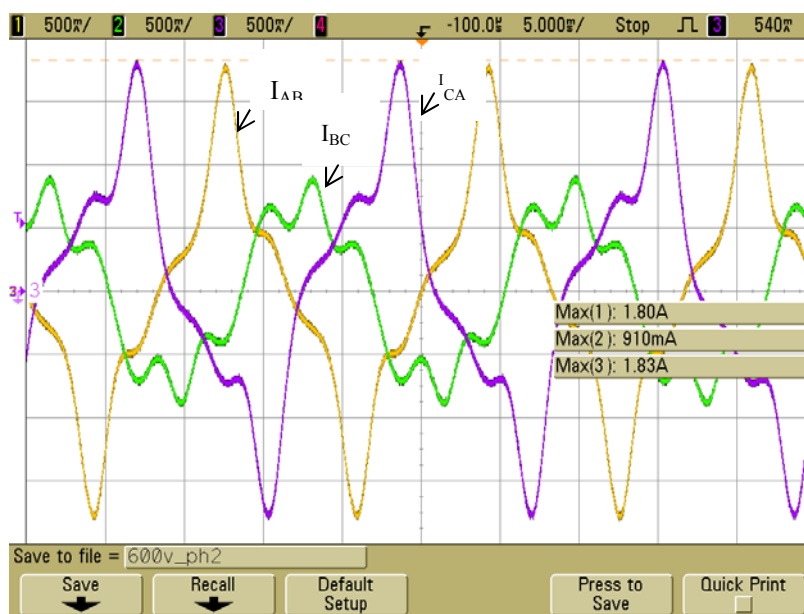


Figure 3.23 : Courants magnétisants triphasés mesurés du côté primaire (côté D) et vus par l'oscilloscope.

### 3.5 Calcul et vérification des courants magnétisants triphasés de ligne du côté Delta

À l'aide des données obtenues des essais à vide monophasés du côté y et de la méthode présentée à la section 3.1.2, qui sont d'ailleurs résumées par les relations (3.13) à (3.15), nous avons calculé les courants magnétisants triphasés de ligne du côté Delta. Ces courants sont présentés dans les figures 3.24, 3.25 et 3.26.

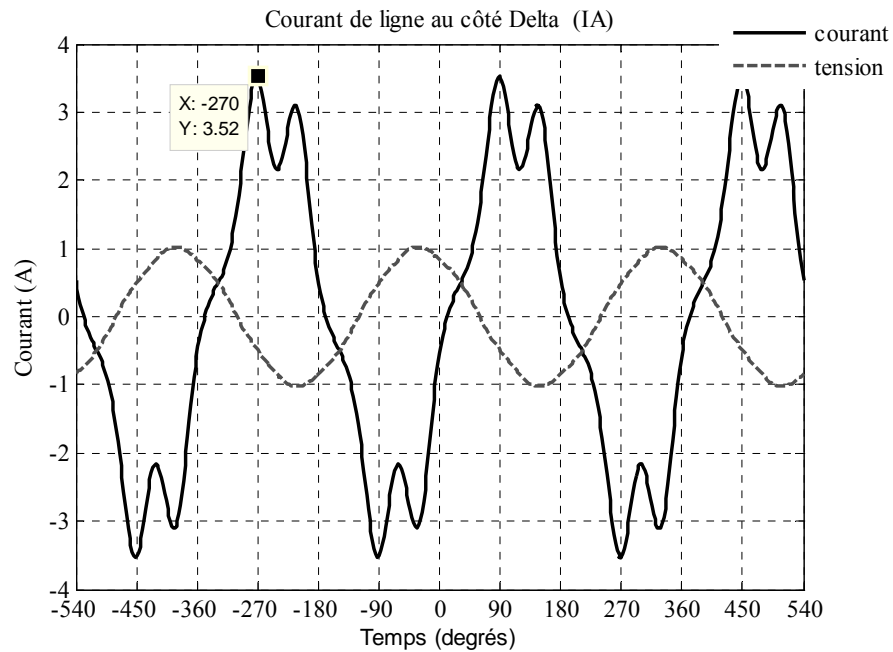


Figure 3.24 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la ligne A du côté delta ( $I_A = I_{AB} - I_{CA}$ ).

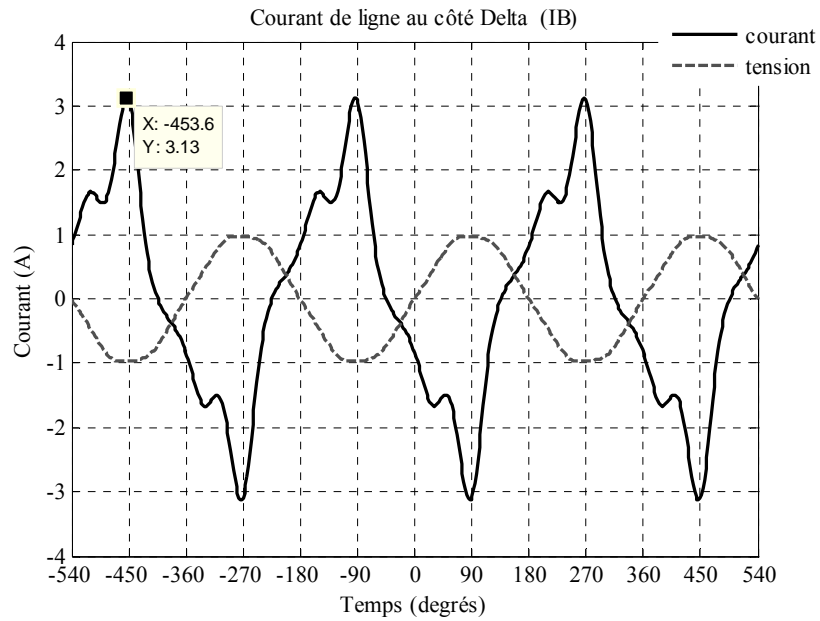


Figure 3.25 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la ligne B du côté Delta ( $I_B = I_{BC} - I_{AB}$ ).

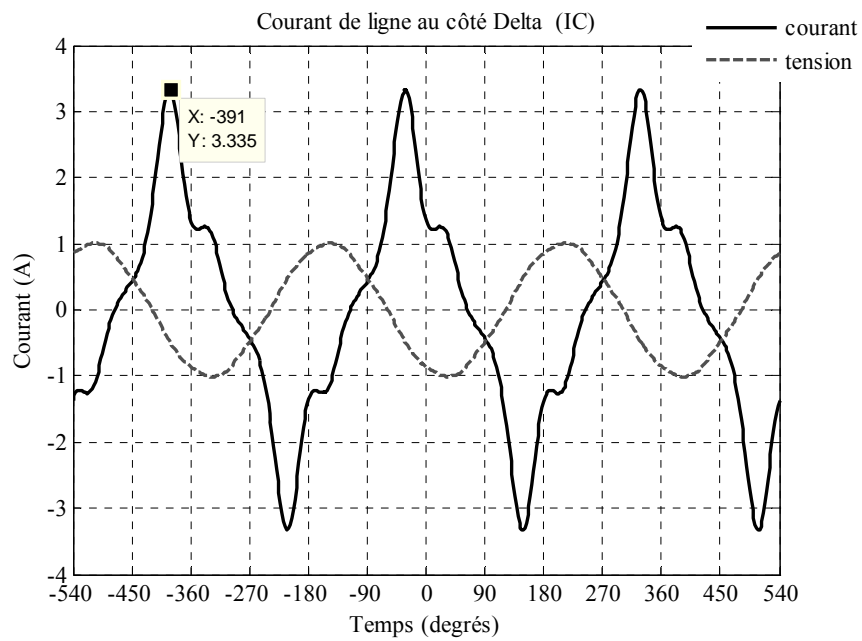


Figure 3.26 : Forme d'onde de courant analytiquement calculé de la ligne C du côté Delta ( $I_C = I_{CA} - I_{BC}$ ).

Ces courants, obtenus à partir de notre théorie, sont vérifiés par une mesure triphasée des courants de ligne lors d'un essai à vide. Les résultats de cette mesure sont présentés au tableau 3.7.

Tableau 3.7 : Valeurs efficaces (non corrigées) des harmoniques des tensions et des courants de ligne mesurées du côté Delta par PM6000

		Harmoniques des tensions					
		1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension des phases (V)	E <sub>AB</sub>	600,1∠29,8°	0,34∠-50,3°	2,4∠174,9°	0,14∠-117,2°	0,05∠-154,4°	0,34∠-22,3°
	E <sub>BC</sub>	599,6∠-90,3°	0,25∠-65,6°	2,7∠63,3°	0,37∠112,6°	0,07∠-0,4°	0,33∠-155,3°
	E <sub>CA</sub>	598,3∠149,8°	0,42∠-62,3°	2,3∠-52,7°	0,3∠-48°	0,08∠90,4°	0,41∠90,1°
Courant des lignes (A)	I <sub>A</sub>	1,53∠-80,6°	1,44∠170,6°	22,1∠99,5°	6,92∠102,1°	0,20∠-169,9°	0,6∠-125,7°
	I <sub>B</sub>	1,07∠146°	27,17∠69,8°	22,7∠-5°	7,67∠-31,5°	0,78∠-117,1°	0,73∠136,1°
	I <sub>C</sub>	1,11∠54,9°	28∠128,7°	21,7∠-153,1°	6,76∠-125,9°	0,45∠-60,7°	0,55∠-4,7°

Encore une fois, l'analyseur de puissance PM6000 a été utilisé pour mesurer les courants magnétisants triphasés de ligne ainsi que les tensions appliquées. Le tableau 3.7 regroupe les composants en harmoniques des tensions et des courants correspondants. Les amplitudes de courant et de tension sont en pourcentage de l'amplitude de composant fondamental. Les figures 3.27, 3.28, et 3.29 montrent la superposition des courants mesurés et calculés. On observe que les formes des courants calculés et mesurés s'accordent bien en forme; cependant, il existe une erreur d'amplitude importante. La forme des courants de ligne lors d'un essai à vide triphasé du côté Delta, visualisée par l'oscilloscope, est présentée à la figure 3.30.

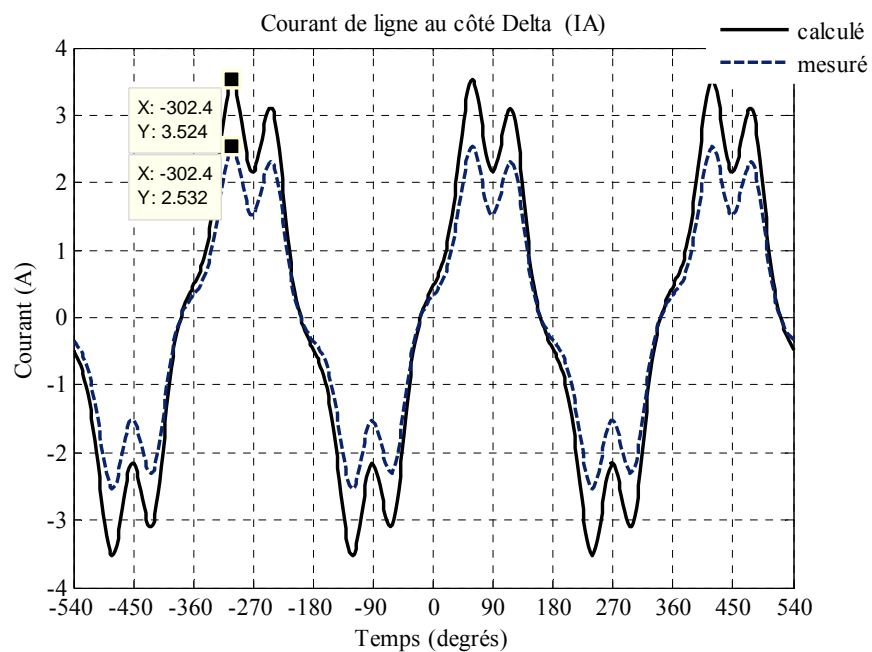


Figure 3.27 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la ligne A) du côté primaire (côté D).

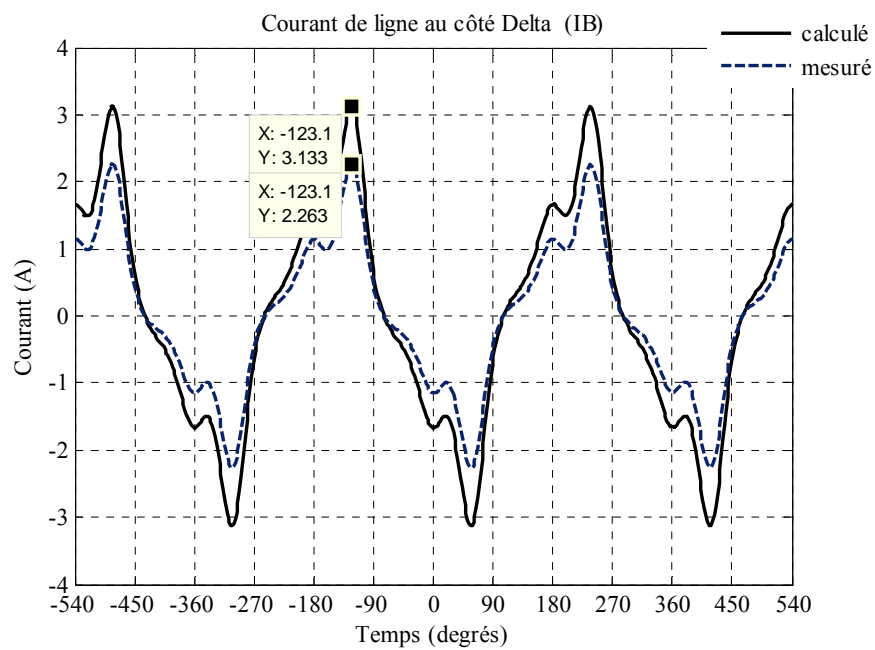


Figure 3.28 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la ligne B) du côté primaire (côté D).

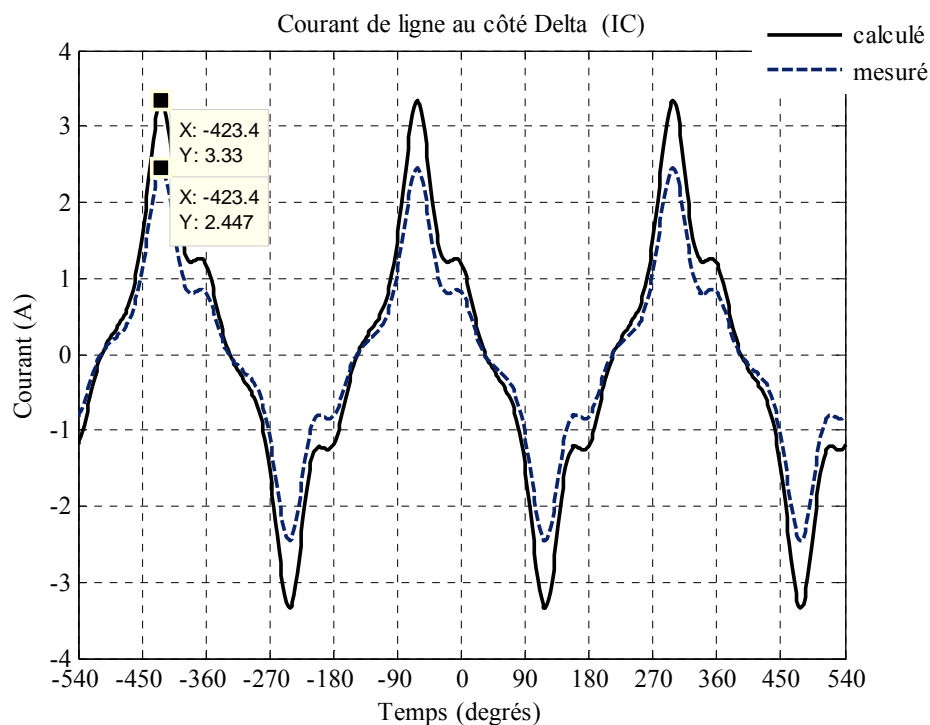


Figure 3.29 : Courants mesurés et calculés (par des harmoniques de la ligne C) du côté primaire (côté D).

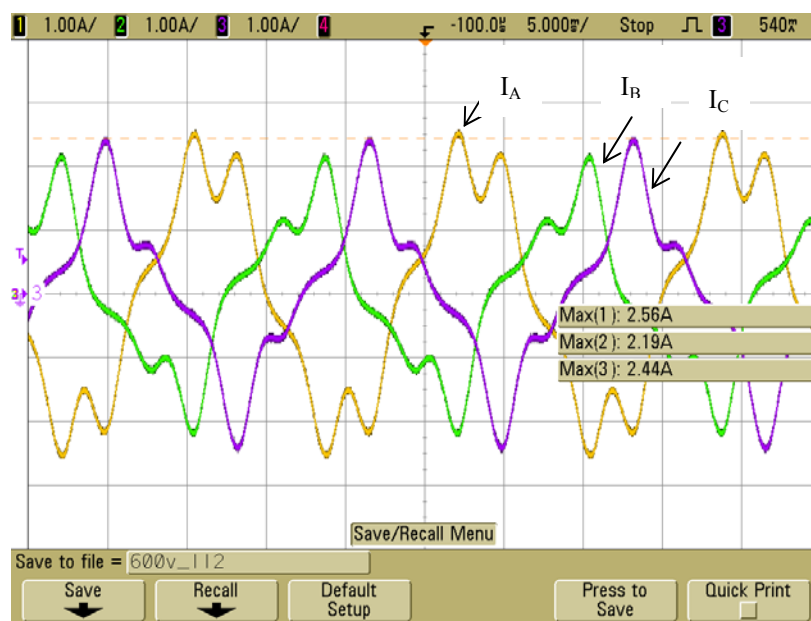


Figure 3.30 : Forme d'onde des courants magnétisants triphasés de ligne mesurés du côté D par PM6000.

### 3.6 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons déterminé les courants magnétisants triphasés d'un transformateur  $Dy_1$  à trois colonnes en utilisant deux méthodes : a) la mesure directe, b) le calcul à partir des courants magnétisants monophasés du côté y. Les résultats obtenus démontrent un excellent accord entre la forme des courants magnétisants triphasés mesurés et calculés.

## CHAPITRE 4 TRANSFORMATEUR EN T : VARIATIONS ET APPLICATIONS

Les transformateurs en T ont deux variations : a)  $T_{t_n}$ , et b) Scott [8, 9]. Dans la variation Scott, l'un des deux côtés, le primaire ou le secondaire, possède deux phases, tandis que l'autre est triphasé. Par contre, le côté primaire et secondaire des transformateurs  $T_{t_n}$  sont triphasés. Les transformateurs en T sont formés de deux transformateurs monophasés [21]. Les deux transformateurs, du point de vue électrique et magnétique, sont généralement identiques. L'un des transformateurs peut être appelé « transformateur vertical » et l'autre « transformateur horizontal ». Les connexions Scott et  $T_{t_n}$  sont schématisées ci-dessous dans les figures 4.1, 4.2 et 4.3.

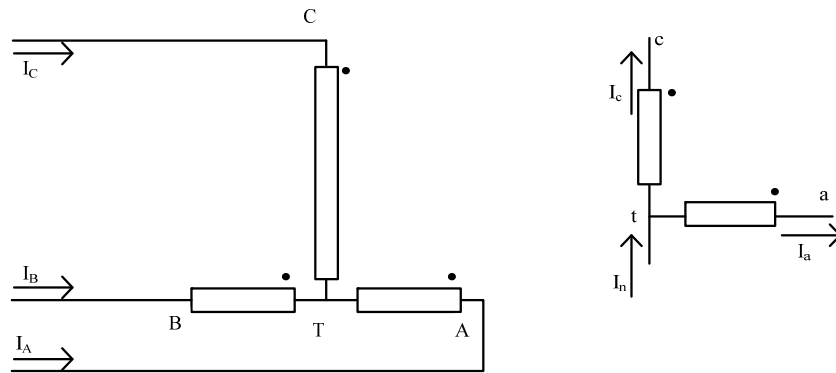


Figure 4.1 : Schémas généraux de transformateur Scott.

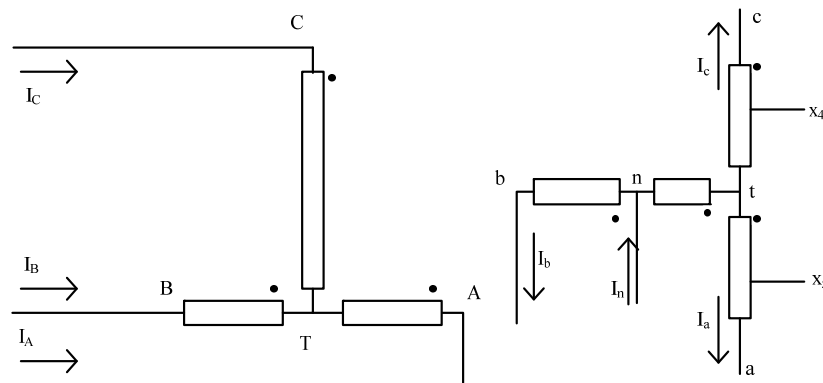


Figure 4.2 : Schémas généraux de transformateur  $T_{t_1}$  avec neutre.

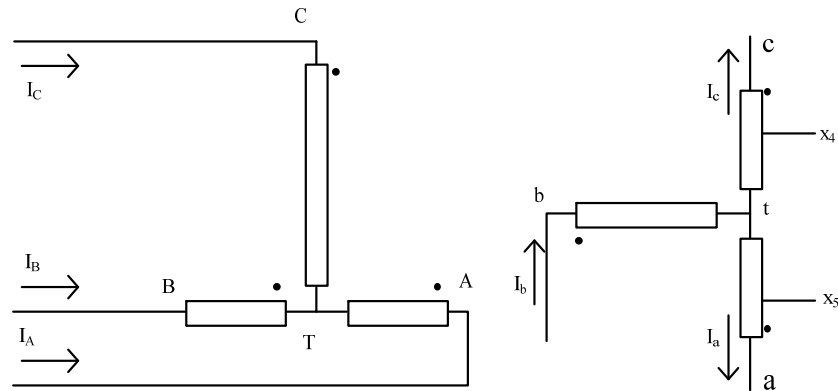


Figure 4.3 : Schémas généraux de transformateur  $Tt_1$  sans neutre.

Les transformateurs en T sont pratiques, car ils possèdent un paire d'enroulement de moins que les transformateurs Dy, zigzag, Yy, etc., et ils sont donc plus légers pour une puissance donnée à transmettre. Conséquemment, ils sont moins chers, plus flexibles, demandent moins de maintenance, chauffent moins et sont mécaniquement plus fiables. Les trois configurations  $Tt_n$  les plus répandues sont  $Tt_1$ ,  $Tt_{11}$  et  $Tt_0$ , où les déphasages respectifs sont de  $-30^\circ$ ,  $30^\circ$  et  $0^\circ$  [9, 22]. La connexion Scott est utilisée pour produire une transformation de trois phases à deux phases, ou l'inverse [3, 21]. Le déphasage entre les tensions du côté biphasé du transformateur Scott est de  $90^\circ$  [3]. Les transformateurs en T sont souvent modélisés en employant la théorie des transformateurs à plusieurs enroulements (TPE) [23].

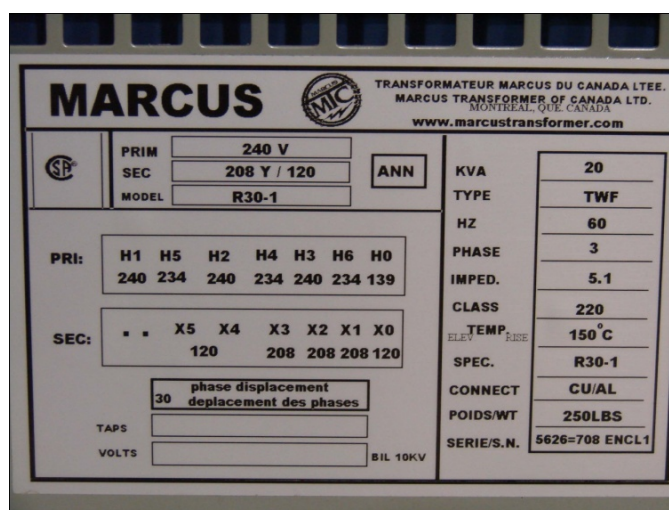
Dans le chapitre 5 de ce mémoire, nous présenterons la théorie TPE et nous modéliserons les transformateurs Scott et  $Tt_1$  avec et sans neutre, en plus de déterminer les paramètres associés. Au chapitre 6, nous comparerons les résultats obtenus par les modèles et les valeurs directement mesurées. Enfin, au chapitre 7, nous trouverons la forme des courants magnétisants triphasés à l'aide des courants magnétisants monophasés. Mais d'abord, dans le présent chapitre, nous introduisons le transformateur utilisé pour réaliser les trois connexions Scott et  $Tt_1$  avec et sans neutre. De plus, nous présentons les résultats de certaines mesures des résistances et les nombres de tours des enroulements qui font partie des caractéristiques du transformateur original.

## 4.1 Description physique du transformateur en T à l'étude

Le transformateur en T utilisé pour réaliser les transformateurs Scott et  $Tt_1$  avec et sans neutre est un transformateur a) de type sec, b) avec des enroulements en cuivre et c) possédant deux noyaux presque isolés magnétiquement. Il est fabriqué par la compagnie « Transformateurs Marcus du Canada ». La puissance nominale de ce transformateur est de 20 kVA. Les tensions nominales des transformateurs  $Tt_1$  sont de 240/120-208 V, et celles du Scott sont de 240/120 V. La figure 4.4 illustre le transformateur original et sa plaque signalétique.



a)



b)

Figure 4.4 : a) Transformateur en T à deux colonnes et à enroulement en cuivre, et b) sa plaque signalétique.

La connexion et l'emplacement des prises ainsi que le nombre de tours des enroulements sont illustrés à la figure 4.5 ci-dessous.

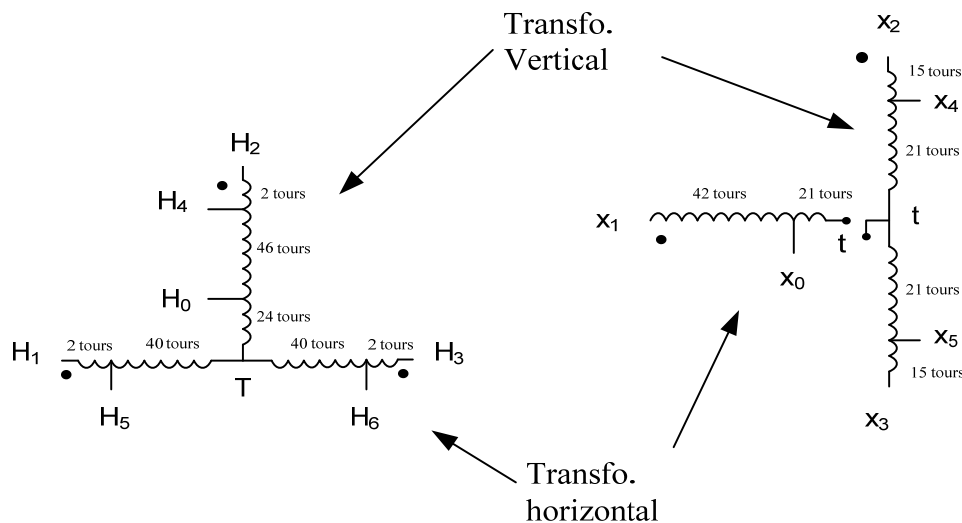


Figure 4.5 : Configuration des enroulements du transformateur  $Tt_1$  original.

**Point important :** Pour faciliter la compréhension et nous conformer à la notation académique courante dans les transformateurs  $Tt_1$  avec et sans neutre, nous avons renommé les bornes  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$  du côté secondaire et les bornes  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$  du côté primaire, respectivement, points b, c, a et points B, C et A. Comme indiqué dans la plaque signalétique, du côté primaire du transformateur, on a :

- Les prises permettant l'application d'une tension maximale de 240 V :  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$ ;
- La prise permettant l'application d'une tension de 234 V :  $H_4$ ;
- La prise permettant l'application d'une tension minimale de 139 V :  $H_0$ .

Pour le côté secondaire du transformateur, on a :

- Les prises permettant l'application d'une tension maximale de 208 V :  $x_1$ ,  $x_2$  et  $x_3$ ;
- Les prises permettant l'application d'une tension minimale de 120 V :  $x_0$  (=n),  $x_4$  et  $x_5$ .

## 4.2 Vérification de nombre de tours des enroulements

Le nombre de tours des enroulements est fourni par le fabricant. Cependant, afin de vérifier l'exactitude des nombres de tours des enroulements du transformateur, on peut les trouver expérimentalement. Vu que les enroulements ne sont normalement pas visibles de l'extérieur, et que par contre, les prises variables des transformateurs sont accessibles, on peut les utiliser pour déterminer les rapports de nombre de tours des enroulements.

Tableau 4.1 : Nombre de tours des enroulements verticaux et horizontaux du transformateur en T selon le fabricant

	Nombre de tours des enroulements verticaux		Nombre de tours des enroulements horizontaux	
Côté primaire	H <sub>2</sub> T	72	H <sub>1</sub> H <sub>3</sub>	84
	H <sub>4</sub> T	70	H <sub>1</sub> T	42
	H <sub>0</sub> T	24	H <sub>5</sub> T	40
	H <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	2	H <sub>1</sub> H <sub>5</sub>	2
	H <sub>4</sub> H <sub>0</sub>	46	H <sub>3</sub> T	42
	H <sub>2</sub> H <sub>0</sub>	48	H <sub>6</sub> T	40
			H <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	2
Côté secondaire	x <sub>2</sub> x <sub>3</sub>	72	x <sub>1</sub> t	63
	x <sub>2</sub> t	36	x <sub>1</sub> n	42
	x <sub>4</sub> t	21	n t	21
	x <sub>2</sub> x <sub>4</sub>	15		
	x <sub>3</sub> t	36		
	x <sub>5</sub> t	21		
	x <sub>3</sub> x <sub>5</sub>	15		

Il suffit d'appliquer une tension du côté primaire et de mesurer la tension aux bornes des enroulements du côté secondaire lorsqu'ils sont ouverts. Le rapport des deux tensions nous donne le rapport de transformation, et, par conséquent, le rapport des tours. En connaissant le nombre de tours d'un enroulement, on peut donc déterminer les autres. Pourtant, ce sont les rapports de transformation qui ont des valeurs pratiques. Quelques mesures ont été suffisantes pour réaliser, comme il était attendu, que l'erreur dans le rapport et les nombres de tours est plutôt négligeable.

Conséquemment, dans le tableau 4.1, on présente le nombre de tours des enroulements fournis par le fabricant.

### 4.3 Mesure de la résistance à froid des enroulements

Une série de paramètres importante pour les transformateurs sont les résistances à froid de leurs enroulements. Des études démontrent [24, 25] que la résistance des enroulements du transformateur dépend de la température ambiante.

Tableau 4.2 : Résistances à froid des enroulements du transformateur en T mesurées

	Enroulements verticaux		Enroulements horizontaux	
	Enroulement	Résistance (mΩ)	Enroulement	Résistance (mΩ)
Côté primaire	H <sub>2</sub> T	62,5	H <sub>1</sub> T	25
	H <sub>2</sub> H <sub>4</sub>	2,9	T H <sub>3</sub>	45,8
	H <sub>2</sub> H <sub>0</sub>	39,7	H <sub>1</sub> H <sub>3</sub>	70,8
	H <sub>4</sub> H <sub>0</sub>	37,5	H <sub>1</sub> H <sub>5</sub>	2,4
	H <sub>4</sub> T	60,6	H <sub>1</sub> H <sub>6</sub>	68
	H <sub>0</sub> T	23,2	H <sub>5</sub> T	24,7
			H <sub>5</sub> H <sub>6</sub>	67,6
			H <sub>5</sub> H <sub>3</sub>	69,8
			T H <sub>6</sub>	43,2
			H <sub>6</sub> H <sub>3</sub>	3,5
Côté secondaire	x <sub>2</sub> t	18,1	x <sub>1</sub> n	26,9
	t x <sub>3</sub>	34,8	x <sub>1</sub> t	43,9
	x <sub>2</sub> x <sub>3</sub>	49	n t	16,5
	x <sub>4</sub> x <sub>5</sub>	29,3		
	x <sub>2</sub> x <sub>4</sub>	7,5		
	x <sub>2</sub> x <sub>5</sub>	36		
	x <sub>4</sub> x <sub>3</sub>	42,2		
	x <sub>5</sub> x <sub>3</sub>	13,6		

Ainsi, si la température ambiante augmente, la résistance des enroulements augmente aussi [24, 25]. À l'aide de l'appareil de mesure (l'ohmmètre de transformateur AVTM 830280-F), nous avons mesuré les résistances à froid des enroulements du transformateur en courant continu. La mesure a été faite à la température ambiante de 22,2 °C. Les valeurs mesurées des résistances à froid sont indiquées au tableau 4.2. Nous employons ces valeurs aux fins de vérifications lors de l'application des calculs théoriques. Étant donné que la résistance équivalente vue à partir de l'enroulement « i » se calcule comme :

$$Z_{eq}(\text{vue d'enroulement \#i}) = Z_i + m_{ji}^2 Z_j \quad (4.1)$$

donc

$$R_{eq}(\text{vue d'enroulement \#i}) = R_i + m_{ji}^2 R_j \quad (4.2)$$

$$X_{eq}(\text{vue d'enroulement \#i}) = X_i + m_{ji}^2 X_j \quad (4.3)$$

où :

$R_{eq}$  : résistance équivalente vue d'enroulement #i [ $\Omega$ ],

$R_i$  : résistance mesurée à froid de l'enroulement #i [ $\Omega$ ],

$R_j$  : résistance mesurée à froid de l'enroulement #j [ $\Omega$ ],

$m_{ji}$  : rapport de transformation ( $n_j/n_i$ ).

## 4.4 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons présenté le transformateur en T mis à notre disposition pour ce projet de maîtrise et nous avons décrit ses caractéristiques (résistances à froid et nombres de tours de ses enroulements). Nous nous servirons de ces caractéristiques, dans le chapitre 5, pour l'élaboration des modèles des transformateurs en T et, dans le chapitre 6, pour la vérification des résultats de ces modèles.

## CHAPITRE 5 MODÉLISATION DES TRANSFORMATEURS EN T

### 5.1 Théorie générale des transformateurs à plusieurs enroulements

Il existe une théorie qui décrit les relations entre les courants et les tensions d'un transformateur à plusieurs enroulements (TPE) [8, 26]. Cette théorie tire son origine de la « théorie des variables d'état dans un circuit linéaire ».

Selon la théorie TPE, le comportement d'un transformateur monophasé à plusieurs enroulements peut être décrit par la tension aux bornes de l'enroulement primaire et les courants des enroulements secondaires, ou vice versa (matrices d'entrée). Autrement dit, lorsqu'on connaît la tension au primaire et les courants aux secondaires, on peut déterminer le courant primaire et les tensions aux bornes des enroulements secondaires, ou vice versa. L'équation mathématique (5.1) résume l'explication ci-dessus[23] :

$$\begin{bmatrix} I_l \\ E_{sec} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 & -m^T \\ m & G \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_l \\ I_{sec} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

qui prend la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} \text{Matrice de Sortie} \\ \text{Monophasée} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Matrice de Réponse} \\ \text{Monophasée} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Matrice d'Entrée} \\ \text{Monophasée} \end{bmatrix}$$

où :

$E_l, I_l$  : tension et courant d'enroulement primaire ( $1 \times 1$  élément),

$E_{sec}, I_{sec}$  : matrices verticales des tensions et des courants des enroulements secondaires  $((n-1) \times 1$  éléments),

Matrice de

réponse : une matrice carrée ( $n \times n$ ) comportant les sous-matrices  $y_0, m, m^T$  et  $G$ ,

$y_0$  : admittance de magnétisation,

$m$  et  $m^T$  : matrices de rapport de transformation en tension  $((n-1) \times 1)$  et en courant  $(1 \times (n-1))$ ,

$G$  : matrice des impédances mutuelles  $((n-1) \times (n-1))$ .

Le schéma d'un transformateur à n enroulements est présenté à la figure 5.1.

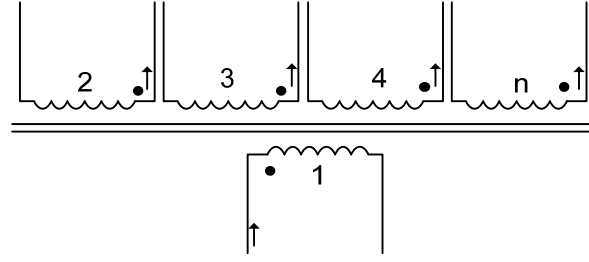


Figure 5.1 : Transformateur à n enroulements.

La matrice de réponse contient donc quelques éléments d'impédance et un élément d'admittance, qui sont définis sous certaines configurations bien spécifiques, ainsi que quelques rapports de tours effectifs des enroulements. Ces rapports de tours sont aussi des rapports de transformation en tension et en courant. La forme détaillée d'une matrice de réponse monophasée est :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ \dots \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 & -m_{21} & -m_{31} & \dots & -m_{n1} \\ m_{21} & G_{22} & G_{23} & \dots & G_{2n} \\ m_{31} & G_{32} & G_{33} & \dots & G_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & G_{n2} & G_{n3} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \dots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

où :

$y_0$  : admittance complexe de magnétisation,

$E_1, I_1$  : tension et courant de l'enroulement primaire,

$E_i, I_i$  : tensions et courants des enroulements secondaires, ( $i \geq 2$ )

$m_{i1}$  : rapports de tours,

$G_{ij}$  : impédances mutuelles des enroulements.

Les  $G_{ij}$ , se calculent par

$$G_{ii} = Z_{ii} \cdot m_{i1}^2 \quad (5.3)$$

$$G_{ij} = (Z_{ii} + Z_{jj} - Z_{ij} / m_{i1}^2) \cdot (m_{i1} \cdot m_{j1}) / 2 \quad (5.4)$$

où  $Z_{ij}$  sont les impédances de court-circuit des paires d'enroulements (i, j) vues de l'enroulement « i » [20] lorsque ce dernier est alimenté, et l'enroulement « j » est en court-circuit. Le choix d'enroulement primaire est tout à fait arbitraire.

Un transformateur, de par sa nature, est un dispositif non linéaire, en raison des non-linéarités provenant de la magnétisation des noyaux, reflétés ici par  $y_0$ . En effet, la valeur de  $y_0$  dépend de la tension et du courant. Pourtant, dans les transformateurs de puissance (génération, transport et distribution), la puissance et le courant de magnétisation sont négligeables comparativement à la puissance transportée et au courant de charge fourni. Ainsi, l'effet de cette non-linéarité est négligeable et presque nul.

Selon la théorie TPE, présentée dans [8], le comportement des transformateurs à « n » phases peut être modélisé si les matrices de réponse monophasée de toutes les phases sont connues. Par exemple, pour un système à trois phases configuré en Yy1, à partir des trois équations matricielles (5.5), (5.6) et (5.7), il est possible de trouver la matrice de réponse triphasée exprimée à l'équation (5.8) :

$$\begin{bmatrix} I_{AN} \\ E_{an} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{0a} & -m_a \\ m_a & G_{11a} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AN} \\ I_{an} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\begin{bmatrix} I_{BN} \\ E_{bn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{0b} & -m_b \\ m_b & G_{11b} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{BN} \\ I_{bn} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

$$\begin{bmatrix} I_{CN} \\ E_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{0c} & -m_c \\ m_c & G_{11c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{CN} \\ I_{cn} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\begin{bmatrix} I_{AN} \\ I_{BN} \\ I_{CN} \\ E_{an} \\ E_{bn} \\ E_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & N_{14} & N_{15} & N_{16} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & N_{24} & N_{25} & N_{26} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & N_{34} & N_{35} & N_{36} \\ N_{41} & N_{42} & N_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ N_{51} & N_{52} & N_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ N_{61} & N_{62} & N_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AN} \\ E_{BN} \\ E_{CN} \\ I_{an} \\ I_{bn} \\ I_{cn} \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Les détails de cette théorie peuvent être trouvés dans [23] et [8]. En général, la matrice de réponse multiphasée (5.8) peut être réécrite de façon compacte comme l'équation (5.9).

$$\begin{bmatrix} I_{prim} \\ E_{sec} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y & m_i \\ m_e & Z_T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{prim} \\ I_{sec} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

qui a la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \text{Matrice de Sortie} \\ \text{Multiphasée} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Matrice de Réponse} \\ \text{Multiphasée} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Matrice d'Entrée} \\ \text{Multiphasée} \end{bmatrix}$$

où :

$y$  : admittance de magnétisation,

$m_i, m_e$  : rapport de transformation en courant et en tension,

$Z_T$  : impédance équivalent du transformateur,

$I_{prim}, I_{sec}$  : courants de lignes au primaire et secondaire,

$E_{prim}, E_{sec}$  : tensions de ligne primaire et tensions de phases au secondaire.

Selon le modèle ci-dessus, on peut déterminer les tensions aux secondaires et les courants aux primaires d'un transformateur multiphasé en effectuant certains essais monophasés, qui fournissent les impédances mutuelles ( $G_{ij}$ ) de chaque paire d'enroulements, les rapports mutuels de nombre de tours des enroulements ( $m_{ij}$ ) et l'admittance de magnétisation ( $y_0$ ).

Dans ce mémoire, nous appliquons la théorie TPE aux transformateurs en T de type Scott et  $Tt_1$  avec et sans neutre. Les sections 5.4.1, 5.4.2 et 5.4.3 sont respectivement dédiées aux présentations des modèles. Les calculs des paramètres de ces modèles feront l'objet des sections 6.1, 6.2 et 6.3 respectivement. Mais, avant tout, nous présentons les méthodes de mesure directe

des sous matrice  $G$  et  $Z_T$ . On emploie ces méthodes pour vérifier les valeurs obtenues par les modèles.

**Point important :** les paramètres  $y_{ij}$  dans l'équation (5.8), qui sont considérés égaux à nul puisque les non-linéarités sont négligeables [8], peuvent être calculés selon la méthode présentée à l'annexe 4. Ils déterminent la part du courant de magnétisation dans le courant total de l'enroulement primaire. Pourtant, étant non linéaires, ils sont valables juste pour un seul essai avec des tensions et des courants donnés.

## 5.2 Méthodes expérimentales pour déterminer les paramètres des matrices de réponses monophasée et multiphasée

### 5.2.1 Méthode expérimentale pour déterminer les paramètres de la matrice de réponse monophasée

Comme nous l'avons déjà indiqué à la section 5.1,  $y_0$  représente l'effet de magnétisation. Cet effet est non linéaire et sa puissance associée est normalement négligeable par rapport à la puissance linéairement transférée de côté primaire du côté secondaire. Donc, cet effet est négligé (égal à zéro). Les paramètres  $m_{i1}$  sont des rapports de transformation et égalent  $n_i/n_1$ . Toutefois, la procédure de mesure des paramètres  $G_{ij}$  est plus complexe. Il faut a) alimenter un des enroulements secondaires; b) mesurer une seule fois le courant de l'enroulement alimenté; et c) effectuer une série de mesure de tension aux bornes de tous les enroulements secondaires. Il faut de plus respecter les conditions suivantes : a) l'enroulement primaire doit être court-circuité ( $E_1=0$ ) et b) tous les autres enroulements, sauf l'enroulement alimenté, doivent être ouverts ( $I_i=0$  sauf pour l'enroulement alimenté) [8]. Afin d'éviter tout échauffement pendant les essais de court-circuit, la tension d'alimentation,  $E_{cc}$ , est limitée de façon à ce que le courant de court-circuit ne dépasse pas de 15 % le courant nominal des enroulements sous essai [8]. Donc, la relation matricielle (5.2) devient :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ E_{cc} \\ E_3 \\ \dots \\ E_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 & -m_{21} & -m_{31} & \dots & -m_{n1} \\ m_{21} & G_{22} & G_{23} & \dots & G_{2n} \\ m_{31} & G_{32} & G_{33} & \dots & G_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & G_{n2} & G_{n3} & \dots & G_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ I_{cc} \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Conséquemment, l'impédance  $G_{22}$  peut être obtenue par le ratio de la tension appliquée aux bornes d'enroulement numéro 2,  $E_{cc}$ , et du courant de court-circuit mesuré au même enroulement. Les impédances mutuelles  $G_{i2}$  peuvent être calculées suivant les relations (5.11) à (5.13), qui font intervenir le ratio de la tension en circuit-ouvert de l'enroulement « i »,  $E_i$ , et le courant de court-circuit mesuré à l'enroulement numéro 2. Ce concept est mathématiquement exprimé comme :

$$G_{22} = E_{cc} / I_{cc} \quad (5.11)$$

$$G_{32} = E_3 / I_{cc} \quad (5.12)$$

.....

$$G_{n2} = E_n / I_{cc} \quad (5.13)$$

Pour les éléments  $G_{ij}$ , on suit le même principe. Il faut donc : a) court-circuiter l'enroulement primaire (l'enroulement numéro 1); b) alimenter l'enroulement numéro « j »; et c) diviser les tensions  $E_i$  ( $i > 1$ ) par le courant  $I_j$  [8]. L'analyseur de puissance PM6000 peut être utilisé afin de mesurer les tensions appliquées et le circuit-ouvert, ainsi que le courant de l'enroulement alimenté. La figure ci-dessous donne un exemple d'un transformateur à 3 enroulements.

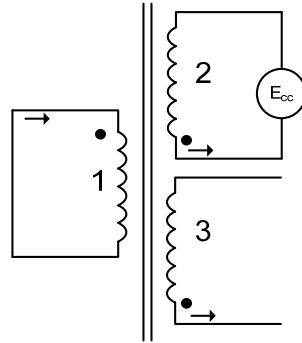


Figure 5.2 : Transformateurs à 3 enroulements.

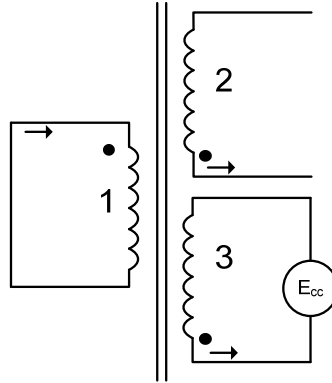


Figure 5.3 : Transformateurs à 3 enroulements.

Lorsqu'on alimente l'enroulement #2, l'équation matricielle devient :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ E_{cc} \\ E_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -m_{21} & -m_{31} \\ m_{21} & G_{22} & G_{23} \\ m_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ I_{cc} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Donc :

$$I_1 = -m_{21} \cdot I_{cc}$$

$$E_2 = E_{cc} = G_{22} \cdot I_{cc} \Rightarrow G_{22} = \frac{E_{cc}}{I_{cc}} \quad E_3 = G_{32} \cdot I_{cc} \Rightarrow G_{32} = \frac{E_3}{I_{cc}}$$

Et lorsqu'on alimente l'enroulement #3, comme illustré ici, on a :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ E_3 \\ E_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -m_{21} & -m_{31} \\ m_{21} & G_{22} & G_{23} \\ m_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I_{cc} \end{bmatrix}$$

Par conséquent :

$$I_1 = -m_{31} \cdot I_{cc} \quad E_3 = E_{cc} = G_{33} \cdot I_{cc} \quad E_2 = G_{23} \cdot I_{cc}$$

d'où :

$$G_{23} = \frac{E_2}{I_{cc}} \quad \text{et} \quad G_{33} = \frac{E_{cc}}{I_{cc}}$$

### 5.2.2 Méthode expérimentale pour déterminer les paramètres de la matrice de réponse multiphasée

La matrice complète est illustrée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ E_{an} \\ E_{bn} \\ E_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & y_{13} & N_{14} & N_{15} & N_{16} \\ y_{21} & y_{22} & y_{23} & N_{24} & N_{25} & N_{26} \\ y_{31} & y_{32} & y_{33} & N_{34} & N_{35} & N_{36} \\ N_{41} & N_{42} & N_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ N_{51} & N_{52} & N_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ N_{61} & N_{62} & N_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.14)$$

Étant donné que l'énergie consommée par les effets non linéaires provenant de la magnétisation du noyau est normalement négligeable par rapport à l'énergie transférée, on néglige les paramètres  $y_{ij}$ , c'est-à-dire  $y_{ij}=0$ . La matrice de réponse multiphasée aura la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ .... \\ E_{an} \\ E_{bn} \\ E_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{14} & N_{15} & N_{16} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{24} & N_{25} & N_{26} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{34} & N_{35} & N_{36} \\ .... & .... & .... & \vdots & .... & .... & .... \\ N_{41} & N_{42} & N_{43} & \vdots & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ N_{51} & N_{52} & N_{53} & \vdots & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ N_{61} & N_{62} & N_{63} & \vdots & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ .... \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

Les rapports de tensions et de courants (les  $N_{ij}$ ) sont aussi facilement et directement mesurables. Donc, notre mandat se réduit à proposer une méthode de mesure directe pour les  $Z_{ij}$  [8]. Pour ce faire, on court-circuite simultanément les trois bornes du côté primaire du transformateur c'est-à-dire ( $E_{AB}=E_{BC}=E_{CA}=0$ ), puis on applique une tension réduite entre le point neutre, « n » et les bornes « a », « b » et « c » du côté secondaire, comme illustré à la figure 5.4.

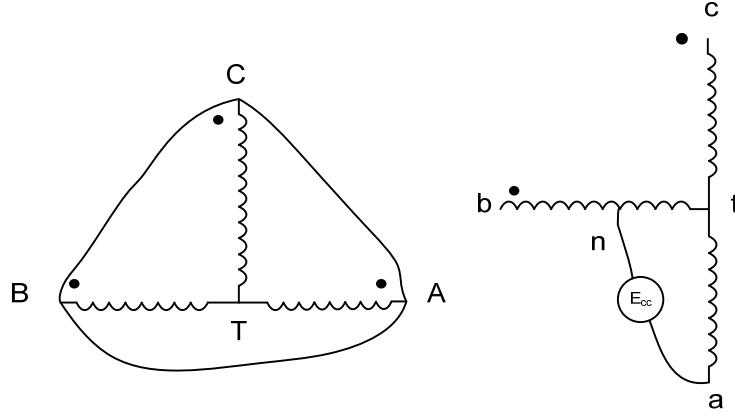


Figure 5.4 : Configuration de court-circuit des enroulements du côté primaire du transformateur en T.

Si, on applique une tension réduite aux bornes « a » et « n » du côté secondaire du transformateur et qu'on court-circuite le côté primaire, l'équation matricielle (5.15) devient :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ E_{cc} \\ E_{bn} \\ E_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & N_{14} & N_{15} & N_{16} \\ 0 & 0 & 0 & N_{24} & N_{25} & N_{26} \\ 0 & 0 & 0 & N_{34} & N_{35} & N_{36} \\ N_{41} & N_{42} & N_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ N_{51} & N_{52} & N_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ N_{61} & N_{62} & N_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_{cc} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

Par conséquent, on obtient les relations suivantes :

$$E_{cc} = Z_{44} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{44} = \frac{E_{cc}}{I_{cc}}$$

$$E_{bn} = Z_{54} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{54} = \frac{E_{bn}}{I_{cc}}$$

$$E_{cn} = Z_{64} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{64} = \frac{E_{cn}}{I_{cc}}$$

Les éléments  $Z_{45}, Z_{55}, Z_{65}$  sont obtenus en appliquant la tension réduite entre le neutre et les bornes « b » du côté secondaire. On aura alors :

$$E_{an} = Z_{45} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{45} = \frac{E_{an}}{I_{cc}}$$

$$E_{cc} = Z_{55} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{55} = \frac{E_{cc}}{I_{cc}}$$

$$E_{cn} = Z_{65} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{65} = \frac{E_{cn}}{I_{cc}}$$

Et si on applique la tension aux bornes de la prise « n » et la borne « c », on obtiendra  $Z_{46}$ ,  $Z_{56}$  et  $Z_{66}$ , comme suit :

$$E_{an} = Z_{46} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{46} = \frac{E_{an}}{I_{cc}}$$

$$E_{bn} = Z_{56} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{56} = \frac{E_{bn}}{I_{cc}}$$

$$E_{cc} = Z_{66} \cdot I_{cc} \Rightarrow Z_{66} = \frac{E_{cc}}{I_{cc}}$$

### 5.3 Variations du transformateur en T et leurs modèles

Ce chapitre présente les façons de réaliser des transformateurs Scott et  $Tt_1$  avec et sans neutre à partir du transformateur en T à notre disposition, schématisé dans les figures 4.2 et 4.3. Elle présente également les équations matricielles qui les décrivent, dont deux matrices de réponse monophasée correspondant aux transformateurs « vertical » et « horizontal », et une matrice de réponse du transformateur multiphasé.

#### 5.3.1 Transformateur en connexion Scott

On peut réaliser la connexion Scott de deux manières. Les figures 5.6 et 5.7 schématisent les deux configurations possibles. En considérant notre transformateur en T illustré à la figure 5.5, on trouve que :

a) Les enroulements  $H_2T$  et  $x_{4t}$  (ou  $x_{5t}$ ) formant le transformateur vertical, et les enroulements  $H_1T$ ,  $H_3T$  et  $x_{0t}$  formant le transformateur horizontal. Le nombre de tours des deux enroulements au secondaire est égal à 21;

b) Les enroulements  $H_2T$  et  $x_4x_5$  formant le transformateur vertical, et les enroulements  $H_1T$ ,  $H_3T$  et  $x_0x_1$  formant le transformateur horizontal. Le nombre de tours des deux enroulements au secondaire est égal à 42.

Dans le premier cas, les bornes  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$  représentent respectivement les bornes de phase B, C, et A au primaire, et les bornes  $x_4$  (ou  $x_5$ ) et  $x_0$  représentent les bornes de phase « c » et « a » au secondaire. Dans le deuxième cas, les bornes  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$  représentent toujours les bornes de phase B, C, et A au primaire, et les bornes  $x_4$ ,  $x_1$  représentent les bornes de phase « c » et « a » au secondaire. Les bornes  $x_0$  et  $x_5$  sont connectées et forment la prise « t ». En fait, le côté primaire reste intact, mais on forme deux enroulements au secondaire dont le nombre de tours est identique.

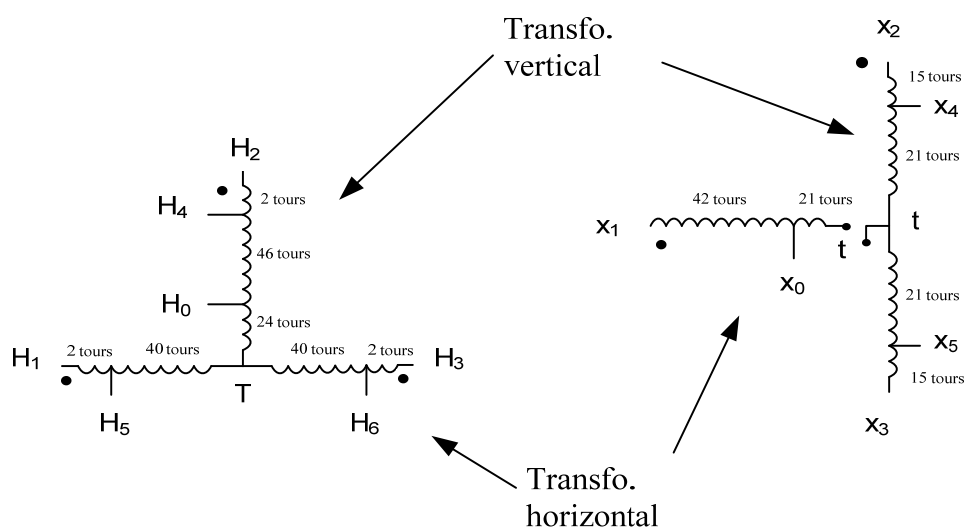


Figure 5.5 : Configuration et identification des bornes du transformateur en T à notre disposition. Il a été originalement configuré comme un transformateur  $Tt_1$ .

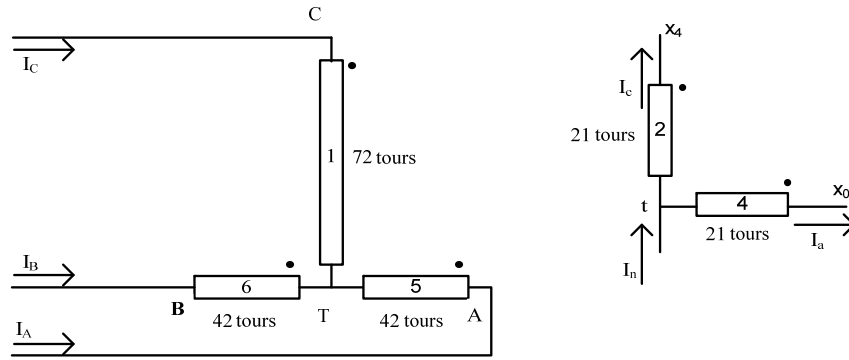


Figure 5.6 : Transformateurs Scott; première configuration.

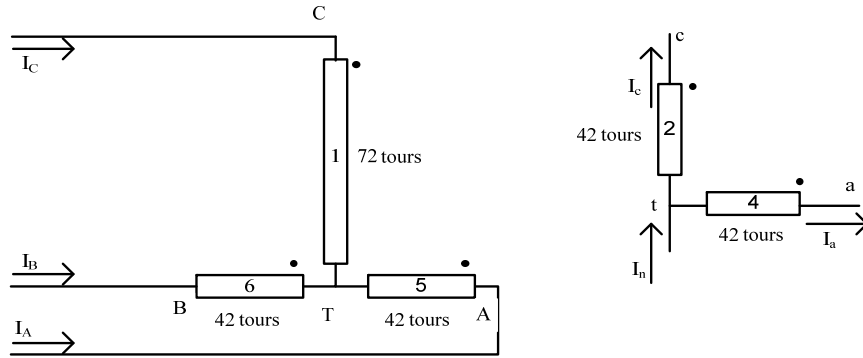


Figure 5.7 : Transformateurs Scott; deuxième configuration.

Dans cette étude, nous considérons la deuxième configuration [8]. Par conséquent, les deux équations matricielles qui contiennent les deux matrices de réponse monophasée décrivant le transformateur Scott deviennent :

Pour le transformateur vertical

$$\begin{bmatrix} I_c \\ E_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{01} & -m_{21} \\ m_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{ct} \\ -I_c \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

Pour le transformateur horizontal

$$\begin{bmatrix} -I_a \\ E_{AT} \\ E_{TB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{02} & -m_{54} & -m_{64} \\ m_{54} & G_{55} & G_{56} \\ m_{64} & G_{65} & G_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{at} \\ I_A \\ -I_B \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

L'équation matricielle provenant du modèle proposé et décrivant le comportement de notre transformateur Scott prend donc la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ \dots \\ E_{at} \\ E_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{14} & N_{15} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{24} & N_{25} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{34} & N_{35} \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ N_{41} & N_{42} & N_{43} & \vdots & Z_{44} & Z_{45} \\ N_{51} & N_{52} & N_{53} & \vdots & Z_{54} & Z_{55} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ \dots \\ I_a \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

### 5.3.2 Transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre

Contrairement à la connexion Scott, une seule configuration est possible pour le transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre. La figure 5.8 présente cette configuration; on y distingue deux transformateurs monophasés, l'un correspondant au transformateur vertical avec 3 enroulements et l'autre au transformateur horizontal avec 4 enroulements. Les bornes H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub> et H<sub>3</sub> représentent respectivement les bornes de phase B, C, et A au primaire, et les bornes x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub> représentent les bornes de phase « b », « c » et « a » au secondaire.

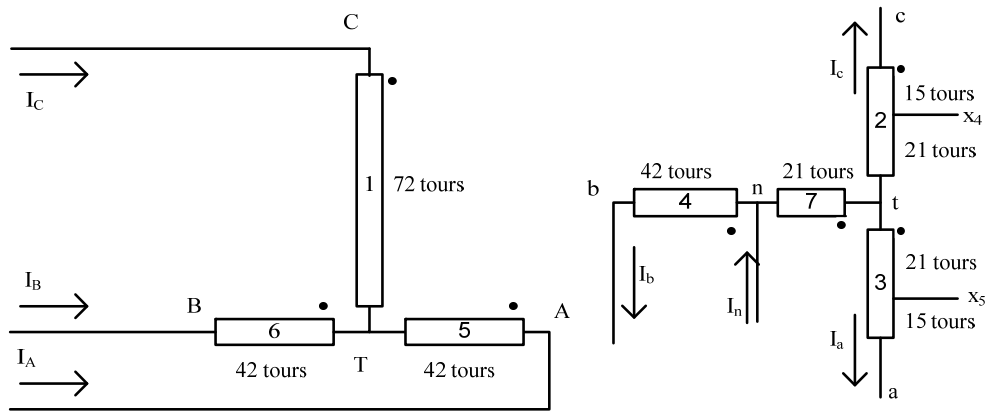


Figure 5.8 : Transformateur en connexion Tt<sub>1</sub> avec neutre.

Ainsi, les deux équations matricielles décrivant les deux transformateurs vertical et horizontal composant le transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre, seront :

Pour le transformateur vertical

$$\begin{bmatrix} I_C \\ E_{ct} \\ E_{ta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{01} & -m_{21} & -m_{31} \\ m_{21} & G_{22} & G_{23} \\ m_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{CT} \\ -I_c \\ I_a \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Pour le transformateur horizontal

$$\begin{bmatrix} I_b \\ E_{AT} \\ E_{TB} \\ E_{tn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{02} & -m_{54} & -m_{64} & -m_{74} \\ m_{54} & G_{55} & G_{56} & G_{57} \\ m_{64} & G_{65} & G_{66} & G_{67} \\ m_{74} & G_{75} & G_{76} & G_{77} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{nb} \\ I_A \\ -I_B \\ -(I_a + I_c) \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

L'équation matricielle provenant du modèle proposé et décrivant le comportement de notre transformateur  $Tt_1$  avec neutre prend donc la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ .... \\ E_{an} \\ E_{bn} \\ E_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{14} & N_{15} & N_{16} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{24} & N_{25} & N_{26} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & N_{34} & N_{35} & N_{36} \\ .... & .... & .... & \vdots & .... & .... & .... \\ N_{41} & N_{42} & N_{43} & \vdots & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} \\ N_{51} & N_{52} & N_{53} & \vdots & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} \\ N_{61} & N_{62} & N_{63} & \vdots & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ .... \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

### 5.3.3 Transformateur $Tt_1$ sans neutre

La seule possibilité de faire une connexion  $Tt_1$  sans neutre est de garder la configuration  $Tt_1$  avec neutre et de ne pas connecter la prise « n ». Ceci est illustré à la figure 5.9.

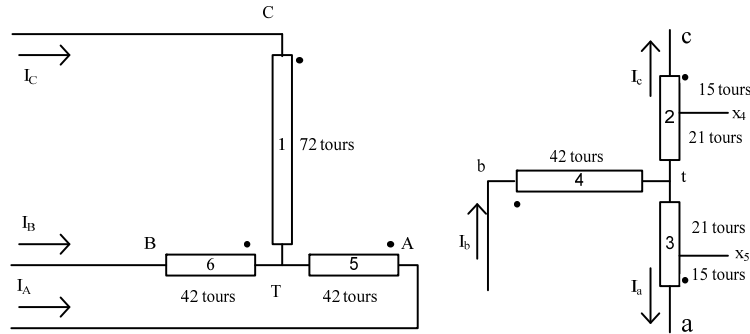


Figure 5.9 : Transformateur en connexion  $Tt_1$  sans neutre.

Encore une fois, on distingue deux transformateurs monophasés : l'un vertical et l'autre horizontal, chacun ayant 3 enroulements [8]. Les bornes  $H_1$ ,  $H_2$  et  $H_3$  représentent respectivement les bornes de phase B, C, et A au primaire, et les bornes  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  représentent les bornes de phase « b », « c » et « a » au secondaire. Ainsi, les deux équations matricielles décrivant les transformateurs vertical et horizontal monophasés deviennent :

$$\text{Pour la branche verticale} \quad \begin{bmatrix} I_C \\ E_{ct} \\ E_{ta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{01} & -m_{21} & -m_{31} \\ m_{21} & G_{22} & G_{23} \\ m_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{CT} \\ -I_c \\ I_a \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

$$\text{Pour la branche horizontale} \quad \begin{bmatrix} I_b \\ E_{AT} \\ E_{TB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'_{02} & -m'_{54} & -m'_{64} \\ m'_{54} & G'_{55} & G'_{56} \\ m'_{64} & G'_{65} & G'_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{tb} \\ I_A \\ -I_B \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

L'équation matricielle provenant du modèle proposé et décrivant le comportement de notre transformateur  $Tt_1$  sans neutre prend donc la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ \dots \\ E_{at} \\ E_{bt} \\ E_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & N'_{14} & N'_{15} & N'_{16} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & N'_{24} & N'_{25} & N'_{26} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & N'_{34} & N'_{35} & N'_{36} \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ N'_{41} & N'_{42} & N'_{43} & \vdots & Z'_{44} & Z'_{45} & Z'_{46} \\ N'_{51} & N'_{52} & N'_{53} & \vdots & Z'_{54} & Z'_{55} & Z'_{56} \\ N'_{61} & N'_{62} & N'_{63} & \vdots & Z'_{64} & Z'_{65} & Z'_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ \dots \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

Prendre note que les primes « ' » sont ajoutés pour exprimer le fait que ces paramètres seront déterminés en réduisant la matrice de réponse monophasée du transformateur horizontal (4×4) à une matrice (3×3). Autrement dit, même si on peut déterminer ces paramètres avec l'approche directe utilisée pour le modèle d'un transformateur  $Tt_1$  avec neutre, on les détermine en réduisant la matrice de réponse monophasée associée au transformateur horizontal.

**a. Calcul des paramètres de la matrice de réponse du transformateur  $Tt_1$  sans neutre par la méthode de réduction de la matrice de réponse du transformateur  $Tt_1$  avec neutre**

Dans le transformateur  $Tt_1$  sans neutre, l'enroulement numéro 4 est la combinaison des enroulements numéros 4 et 7 du transformateur  $Tt_1$  avec neutre. Le développement suivant permet d'identifier les éléments de la matrice de réponse horizontale de ce transformateur  $Tt_1$  sans neutre à partir des éléments de la matrice de réponse horizontale du transformateur  $Tt_1$  avec neutre. Les matrices de réponse verticale et horizontale de  $Tt_1$  sans neutre sont donc :

$$\begin{bmatrix} I_C \\ E_{ct} \\ E_{ta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{01} & -m_{21} & -m_{31} \\ m_{21} & G_{22} & G_{23} \\ m_{31} & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{CT} \\ -I_c \\ I_a \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$\begin{bmatrix} I_b \\ E_{AT} \\ E_{TB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'_{02} & -m'_{54} & -m'_{64} \\ m'_{54} & G'_{55} & G'_{56} \\ m'_{64} & G'_{65} & G'_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{tb} \\ I_A \\ -I_B \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Habituellement, les nombres de tours des enroulements secondaires « at » et « ct » (verticaux) ainsi que des enroulements primaires AT et TB (horizontaux) sont identiques. Seule une erreur grossière dans la réalisation des bobines pourrait faire en sorte que ces nombres de tours soient différents [8]. Par conséquent, les relations suivantes sont valides :

$$m_{21} = m_{31} = m$$

$$m'_{54} = \frac{m_{54}}{1 + m_{74}}$$

$$m'_{64} = \frac{m_{64}}{1 + m_{74}}$$

D'ailleurs  $m_{54} = m_{64}$ . Par conséquent :

$$m'_{54} = m'_{64} = n' = \frac{m_{54}}{1 + m_{74}} \quad (5.28)$$

de sorte que (5,26) et (5,27) deviennent :

$$\begin{bmatrix} I_C \\ E_{ct} \\ E_{ta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{01} & m & m \\ m & G_{22} & G_{23} \\ m & G_{32} & G_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{CT} \\ -I_c \\ I_a \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

$$\begin{bmatrix} I_b \\ E_{AT} \\ E_{TB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y'_{02} & -n' & -n' \\ n' & G'_{55} & G'_{56} \\ n' & G'_{65} & G'_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{tb} \\ I_A \\ -I_B \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

D'un autre part, les éléments  $G_{ij}$ , se calculent comme suit :

$$G'_{55} = G_{55} + n'^2 \cdot G_{77} - 2 \cdot n' \cdot G_{57} = 0 \quad (5.31)$$

$$G'_{66} = G_{66} + n'^2 \cdot G_{77} - 2 \cdot n' \cdot G_{67} = 0 \quad (5.32)$$

$$G'_{65} = G'_{56} = G_{56} + n'^2 \cdot G_{77} - n' \cdot G_{57} - n' \cdot G_{67} = 0 \quad (5.33)$$

## 5.4 Détermination des paramètres des matrices de réponse des transformateurs Scott et $Tt_1$ avec et sans connexion neutre

Dans les chapitres suivantes, nous déterminons les matrices de réponse des transformateurs Scott et  $Tt_1$  avec et sans neutre.

### 5.4.1 Détermination des matrices $m_i$ , $m_e$ et $Z_T$ en connexion Scott

#### a. Détermination de la matrice $m_i$

À l'aide des équations matricielles (5.17), (5.18), et (5.19), et en négligeant l'effet des courants magnétisants (c'est-à-dire les paramètres  $y_i=0$  expliqués dans les sous-sections 5.1, 5.2.1, 5.2.2), on peut déterminer les éléments de la matrice de réponse du transformateur Scott en fonction des éléments des matrices de réponse des transformateurs vertical et horizontal correspondants [8]. L'approche générale est de former une identité entre, d'une part, les équations obtenues par les deux matrices de réponse des transformateurs vertical et horizontal, et, d'autre part, celles obtenues par la matrice de réponse du transformateur Scott. Ces équations doivent donc être identiques pour toutes les valeurs de la matrice des variables d'entrée du transformateur Scott.

Conséquemment, en utilisant la première ligne de l'équation (5.17) et la troisième ligne de l'équation (5.19), on peut calculer  $N_{34}$  et  $N_{35}$ .

$$I_C = m_{2l} \cdot I_c$$

$$I_C = N_{34} \cdot I_a + N_{35} \cdot I_c$$

Ces deux équations doivent être identiques; par conséquent :

$$\boxed{N_{34} = 0 \quad \text{et} \quad N_{35} = m_{2l}} \quad (5.34)$$

De la même façon, la première ligne de l'équation (5.18), et le fait que la somme des trois courants primaires est nulle,  $I_A + I_B + I_C = 0$ , donne :

$$-I_a = -m_{54} \cdot I_A + m_{64} \cdot I_B \quad (5.35)$$

Dans l'équation (5.35), et en remplaçant  $I_B$  par  $(-I_A - I_C)$ , on aura :

$$\begin{aligned} I_A &= \frac{I_a}{m_{54}} + \frac{m_{64}}{m_{54}} I_B = \frac{I_a}{m_{54}} - \frac{m_{64}}{m_{54}} (I_A + I_C) = \frac{I_a}{m_{54}} - \frac{m_{64}}{m_{54}} (I_A + m_{2l} I_c) \\ &= \frac{I}{m_{54} + m_{64}} I_a - \frac{m_{2l} \cdot m_{64}}{m_{54} + m_{64}} I_c \end{aligned} \quad (5.36)$$

Ceci doit être identique à l'équation associée à la première ligne de l'équation (5.19); donc :

$$\boxed{N_{14} = \frac{I}{m_{54} + m_{64}} \quad \text{et} \quad N_{15} = -\frac{m_{2l} \cdot m_{64}}{m_{54} + m_{64}}} \quad (5.37)$$

De plus, l'équation (5.36) ainsi que la deuxième ligne de l'équation (5.19) permettent d'obtenir  $N_{24}$  et  $N_{25}$ .

$$I_B = \frac{m_{54}}{m_{64}} \left[ \frac{I}{m_{54} + m_{64}} I_a - \frac{m_{2l} \cdot m_{64}}{m_{54} + m_{64}} I_c \right] - \frac{I}{m_{64}} I_a = \frac{-I}{m_{54} + m_{64}} I_a - \frac{m_{2l} \cdot m_{54}}{m_{54} + m_{64}} I_c \quad (5.38)$$

D'où

$$\boxed{N_{24} = \frac{-I}{m_{54} + m_{64}} \quad \text{et} \quad N_{25} = \frac{-m_{2l} \cdot m_{54}}{m_{54} + m_{64}}} \quad (5.39)$$

### b. Détermination des matrices $m_e$ et $Z_T$

Dans cette sous-section, on obtient les éléments de la matrice  $m_e$  (rapport de transformation en tension) ainsi que les éléments de la matrice  $Z_T$  (impédances du transformateur équivalent). D'une part, les lignes 4 et 5 de l'équation (5.19), donnent :

$$E_{at} = N_{41} \cdot E_{AB} + N_{42} \cdot E_{BC} + N_{43} \cdot E_{CA} + Z_{44} \cdot I_a + Z_{45} \cdot I_c \quad (5.40)$$

$$E_{ct} = N_{51} \cdot E_{AB} + N_{52} \cdot E_{BC} + N_{53} \cdot E_{CA} + Z_{54} \cdot I_a + Z_{55} \cdot I_c \quad (5.41)$$

D'autre part, les deux dernières lignes de (5.18) donnent :

$$E_{AT} = m_{54} \cdot E_{at} + G_{55} \cdot I_A - G_{56} \cdot I_B \quad (5.42)$$

$$E_{BT} = m_{64} \cdot E_{at} + G_{65} \cdot I_A - G_{66} \cdot I_B \quad (5.43)$$

En additionnant les équations (5.42) et (5.43), on aura :

$$E_{AB} = E_{AT} + E_{TB} = (m_{54} + m_{64}) E_{at} + (G_{55} + G_{65}) I_A - (G_{56} + G_{66}) I_B$$

Vu que  $I_A$  et  $I_B$  sont déjà trouvés aux équations (5.36) et (5.38), on obtient :

$$E_{AB} - (G_{55} + G_{65}) I_A + (G_{56} + G_{66}) I_B = (m_{54} + m_{64}) E_{at}$$

d'où :

$$E_{at} = \frac{E_{AB}}{m_{54} + m_{64}} - \frac{G_{55} + 2G_{56} + G_{66}}{(m_{54} + m_{64})^2} I_a + m_{21} \frac{m_{64}(G_{55} + G_{65}) - m_{54}(G_{56} + G_{66})}{(m_{54} + m_{64})^2} I_c$$

En formant une identité avec (5.19), on obtient :

$$\boxed{N_{41} = \frac{1}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{42} = 0 \quad N_{43} = 0} \quad (5.44)$$

$$\boxed{Z_{44} = -\frac{G_{55} + 2G_{56} + G_{66}}{(m_{54} + m_{64})^2}} \quad (5.45)$$

$$\boxed{Z_{45} = m_{21} \frac{m_{64}(G_{55} + G_{65}) - m_{54}(G_{56} + G_{66})}{(m_{54} + m_{64})^2}} \quad (5.46)$$

Pour trouver le reste des paramètres, il faut trouver une expression pour  $E_{ct}$ . Ceci est possible en employant la deuxième ligne de la matrice (5.17), c'est-à-dire :

$$E_{ct} = m_{21}E_{CT} - G_{22}I_c \quad (5.47)$$

De plus, la relation suivante est valide :

$$E_{CT} = E_{CA} + E_{AT}$$

En considérant l'équation (5.42),  $E_{AT} = m_{54}E_{at} + G_{55}I_A - G_{56}I_B$ , on aura :

$$\begin{aligned} E_{ct} = m_{21}E_{CA} &+ \frac{m_{21}m_{54} \cdot E_{AB}}{m_{54} + m_{64}} - \frac{m_{21}m_{54}(G_{55} + 2G_{56} + G_{66})}{(m_{54} + m_{64})^2} I_a \\ &+ \left( m_{21}^2 m_{54} \frac{m_{64}(G_{55} + G_{65}) - m_{54}(G_{56} + G_{66})}{(m_{54} + m_{64})^2} I_c \right) + m_{21}G_{55} \left( \frac{I_a}{m_{54} + m_{64}} - \frac{m_{21}m_{64}}{m_{54} + m_{64}} I_c \right) \\ &+ m_{21}G_{56} \left( \frac{I_a}{m_{54} + m_{64}} + \frac{m_{21}m_{54}}{m_{54} + m_{64}} I_c \right) - G_{22}I_c \end{aligned}$$

En comparant ceci avec l'équation (5.19), on obtient :

$$\boxed{N_{51} = \frac{m_{21}m_{54}}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{52} = 0 \quad N_{53} = m_{21}} \quad (5.48)$$

$$\boxed{Z_{54} = Z_{45} = m_{21} \frac{m_{64}(G_{55} + G_{65}) - m_{54}(G_{56} + G_{66})}{(m_{54} + m_{64})^2}} \quad (5.49)$$

$$\boxed{Z_{55} = m_{21}^2 \frac{2m_{64}m_{54}G_{56} - m_{64}^2G_{55} - m_{54}^2G_{66}}{(m_{54} + m_{64})^2} - G_{22}} \quad (5.50)$$

Finalement, la matrice de réponse du transformateur Scott prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ \dots \\ E_{at} \\ E_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & \frac{1}{m_{54}+m_{64}} & -\frac{m_{21} \cdot m_{64}}{m_{54}+m_{64}} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & \frac{-1}{m_{54}+m_{64}} & -\frac{m_{21} \cdot m_{54}}{m_{54}+m_{64}} \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & m_{21} \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ \frac{1}{m_{54}+m_{64}} & 0 & 0 & \vdots & \frac{G_{55}+2G_{56}+G_{66}}{(m_{54}+m_{64})^2} & m_{21} \frac{m_{64}(G_{55}+G_{65})-m_{54}(G_{56}+G_{66})}{(m_{54}+m_{64})^2} \\ \frac{m_{21}m_{54}}{m_{54}+m_{64}} & 0 & m_{21} & \vdots & m_{21} \frac{m_{64}(G_{55}+G_{65})-m_{54}(G_{56}+G_{66})}{(m_{54}+m_{64})^2} & m_{21}^2 \frac{2 \cdot m_{64}m_{54}G_{56}-m_{54}^2G_{66}-m_{64}^2G_{55}}{(m_{54}+m_{64})^2} - G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ \dots \\ I_a \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.51)$$

Dans la sous section 6.1, nous présenterons les résultats des essais monophasés et nous calculerons la matrice de réponse d'un transformateur Scott suivant la méthode ci-dessus. Nous comparerons la matrice de réponse ainsi calculée avec la matrice de réponse directement mesurée. La procédure de mesure directe est celle présentée à la section 5.2.

## 5.4.2 Détermination des matrices $m_i$ , $m_e$ et $Z_T$ en connexion $Tt_1$ avec neutre

### a. Détermination de la matrice $m_i$

On peut déterminer les éléments de la matrice de réponse d'un transformateur  $Tt_1$  avec neutre en utilisant la procédure suivie pour trouver les éléments de la matrice de réponse d'un transformateur Scott. Toujours en négligeant l'effet du courant magnétisant, on détermine les éléments de la matrice  $m_i$  (rapport de transformation en courant). En utilisant la première ligne de la matrice (5.20) et la troisième ligne de la matrice (5.22), on peut calculer  $N_{34}$ ,  $N_{35}$  et  $N_{36}$ . En effet, on a :

$$I_C = m_{21} \cdot I_c - m_{31} \cdot I_a$$

$$I_C = N_{34} \cdot I_a + N_{35} \cdot I_b + N_{36} \cdot I_c$$

Il s'ensuit :

$$\boxed{N_{34} = -m_{31} \quad N_{35} = 0 \quad \text{et} \quad N_{36} = m_{21}} \quad (5.52)$$

Par la suite, à l'aide de la première ligne de la matrice (5.21) et en sachant que la somme des trois courants primaires est nulle, ainsi qu'en remplaçant le courant  $I_C$ , on déterminera  $I_A$ , c'est-à-dire :

$$I_b = -m_{54} \cdot I_A + m_{64} \cdot I_B + m_{74} \cdot I_a + m_{74} \cdot I_c \quad (5.53)$$

$$I_A + I_B + I_C = 0 \Rightarrow I_B = -(I_A + I_C)$$

$$I_C = m_{21} \cdot I_c - m_{31} \cdot I_a$$

d'où :

$$I_A = \left( \frac{-m_{64} \cdot m_{21} + m_{74}}{m_{54} + m_{64}} \right) I_c + \left( \frac{m_{74} + m_{64} \cdot m_{31}}{m_{54} + m_{64}} \right) I_a - \left( \frac{I}{m_{54} + m_{64}} \right) I_b \quad (5.54)$$

Donc en comparant (5.54) avec l'équation suivante, qui provient de la première ligne de la matrice (5.22), on trouvera  $N_{14}$ ,  $N_{15}$  et  $N_{16}$ , comme suit :

$$\boxed{N_{14} = \frac{m_{74} + m_{64} \cdot m_{31}}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{15} = -\frac{I}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{16} = \frac{-m_{64} \cdot m_{21} + m_{74}}{m_{54} + m_{64}}} \quad (5.55)$$

Les paramètres  $N_{24}$ ,  $N_{25}$  et  $N_{26}$  se calculent à l'aide de mêmes équations (5.53) et (5.54) ainsi qu'avec l'équation résultante de la 2<sup>e</sup> ligne de (5.22) :

$$I_b = -m_{54} \cdot I_A + m_{64} \cdot I_B + m_{74} \cdot I_a + m_{74} \cdot I_c$$

$$I_A = \left( \frac{-m_{64} \cdot m_{21} + m_{74}}{m_{54} + m_{64}} \right) I_c + \left( \frac{m_{74} + m_{64} \cdot m_{31}}{m_{54} + m_{64}} \right) I_a - \left( \frac{I}{m_{54} + m_{64}} \right) I_b$$

Donc :

$$I_b = -m_{54} \cdot \left[ \left( \frac{-m_{64} \cdot m_{21} + m_{74}}{m_{54} + m_{64}} \right) I_c + \left( \frac{m_{74} + m_{64} \cdot m_{31}}{m_{54} + m_{64}} \right) I_a - \left( \frac{I}{m_{54} + m_{64}} \right) I_b \right] + m_{64} \cdot I_B + m_{74} \cdot I_a + m_{74} \cdot I_c$$

Ce qui donne :

$$I_B = \frac{I}{m_{54} + m_{64}} I_b - \frac{m_{21} \cdot m_{54} + m_{74}}{m_{54} + m_{64}} I_c + \frac{m_{54} \cdot m_{31} - m_{74}}{m_{54} + m_{64}} I_a \quad (5.56)$$

Par conséquent, en comparant (5.56) avec l'équation suivante, qui provient de la 2<sup>e</sup> ligne de la matrice (5.22), on trouvera  $N_{24}$ ,  $N_{25}$  et  $N_{26}$ , comme suit :

$$\boxed{N_{24} = \frac{m_{54} \cdot m_{31} - m_{74}}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{25} = \frac{I}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{26} = -\frac{m_{21} \cdot m_{54} + m_{74}}{m_{54} + m_{64}}} \quad (5.57)$$

### b. Détermination des matrices $m_e$ et $Z_T$

Afin d'obtenir la matrice  $m_e$  (rapport de transformation en tension) et les impédances du transformateur équivalent, on réécrit les trois équations résultantes de l'équation matricielle (5.22) comme suit :

$$E_{an} = N_{41} \cdot E_{AB} + N_{42} \cdot E_{BC} + N_{43} \cdot E_{CA} + Z_{44} \cdot I_a + Z_{45} \cdot I_b + Z_{46} \cdot I_c \quad (5.58)$$

$$E_{bn} = N_{51} \cdot E_{AB} + N_{52} \cdot E_{BC} + N_{53} \cdot E_{CA} + Z_{54} \cdot I_a + Z_{55} \cdot I_b + Z_{56} \cdot I_c \quad (5.59)$$

$$E_{cn} = N_{61} \cdot E_{AB} + N_{62} \cdot E_{BC} + N_{63} \cdot E_{CA} + Z_{64} \cdot I_a + Z_{65} \cdot I_b + Z_{66} \cdot I_c \quad (5.60)$$

De plus, on sait que

$$E_{AB} = E_{AT} + E_{TB}$$

Par l'entremise des deux dernières lignes de l'équation (5.21), on trouve :

$$E_{AT} = m_{54} \cdot E_{nb} + G_{55} \cdot I_A - G_{56} \cdot I_B - G_{57} (I_a + I_c) \quad (5.61)$$

$$E_{TB} = m_{64} \cdot E_{nb} + G_{65} \cdot I_A - G_{66} \cdot I_B - G_{67} (I_a + I_c) \quad (5.62)$$

Les courants  $I_A$  et  $I_B$  s'obtiennent à l'aide de la première et de la deuxième ligne de l'équation (5.22), comme suit :

$$I_A = N_{14} \cdot I_a + N_{15} \cdot I_b + N_{16} \cdot I_c$$

$$I_B = N_{24} \cdot I_a + N_{25} \cdot I_b + N_{26} \cdot I_c$$

Une expression pour  $E_{bn}$  en fonction de  $E_{AB}$  peut être trouvée en additionnant ces deux équations et en remplaçant  $I_A$  et  $I_B$  par leurs équations indiquées plus haut :

$$E_{AB} = (m_{54} + m_{64}) E_{nb} + (G_{55} + G_{65}) I_A - (G_{56} + G_{66}) I_B - (G_{57} + G_{67}) (I_a + I_c)$$

$$\begin{aligned}
E_{bn} = & -\frac{I}{m_{54} + m_{64}} E_{AB} + \frac{(G_{55} + G_{65})N_{14} - (G_{56} + G_{66})N_{24} - G_{57} - G_{67}}{m_{54} + m_{64}} I_a \\
& + \frac{(G_{55} + G_{65})N_{15} - (G_{56} + G_{66})N_{25}}{m_{54} + m_{64}} I_b \\
& + \frac{(G_{55} + G_{65})N_{16} - (G_{56} + G_{66})N_{26} - G_{57} - G_{67}}{m_{54} + m_{64}} I_c
\end{aligned} \tag{5.63}$$

En comparant cette équation avec l'équation (5.22) on trouve :

$$\boxed{N_{51} = \frac{-I}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{52} = 0 \quad N_{53} = 0} \tag{5.64}$$

d'où :

$$N_{25} = -N_{15}$$

Donc :

$$\boxed{Z_{54} = (G_{55} + G_{65})N_{14}.N_{25} - (G_{56} + G_{66})N_{24}.N_{25} - (G_{57} + G_{67})N_{25}} \tag{5.65}$$

$$\boxed{Z_{55} = -(G_{55} + 2.G_{65} + G_{66})N_{25}^2} \tag{5.66}$$

$$\boxed{Z_{56} = (G_{55} + G_{65})N_{16}.N_{25} - (G_{56} + G_{66})N_{26}.N_{25} - (G_{57} + G_{67})N_{25}} \tag{5.67}$$

Une deuxième série de paramètres peuvent être trouvés si on obtient une expression pour  $E_{an}$ . On sait que :

$$E_{an} = E_{at} + E_m = -E_{ta} + E_m$$

$$E_{CT} = E_{CA} + E_{AT} \tag{5.68}$$

$$E_{AT} = m_{54}.E_{nb} + G_{55}.I_A - G_{56}.I_B - G_{57}(I_a + I_c)$$

Donc, on fait la somme des deux équations provenant des deux dernières lignes de la matrice (5.20) et (5.21) données ci-dessous :

$$E_{ta} = m_{31}E_{CT} - G_{32}I_c + G_{33}I_a$$

$$E_m = m_{74}E_{nb} + G_{75}I_A - G_{76}I_B - G_{77}(I_a + I_c)$$

Par conséquent, on a :

$$E_{an} = -m_{31}E_{CT} + G_{32}I_c - G_{33}I_a + m_{74}E_{nb} + G_{75}I_A - G_{76}I_B - G_{77}(I_a + I_c)$$

À l'aide des équations (5.68), (6.59) et (6.61), on obtient :

$$E_{an} = -m_{31}[E_{CA} + G_{55}I_A - G_{56}I_B - G_{57}(I_a + I_c)] + G_{32}I_c - G_{33}I_a \\ + G_{75}I_A - G_{76}I_B - G_{77}(I_a + I_c) - (m_{74} - m_{31}m_{54})(N_{51} \cdot E_{AB} + Z_{54} \cdot I_a + Z_{55} \cdot I_b + Z_{56} \cdot I_c)$$

En remplaçant les courants  $I_A$  et  $I_B$ , on aura :

$$E_{an} = -m_{31}E_{CA} + (-m_{74}N_{51} + m_{31}m_{54}N_{51})E_{AB} - (m_{31}G_{55}N_{14} - G_{75}N_{14} - m_{31}G_{56}N_{24} \\ + G_{76}N_{24} - m_{31}G_{77} + G_{33} + G_{77} + m_{74}Z_{54} - m_{31}m_{54}Z_{54})I_a \\ - (m_{31}G_{55}N_{15} - G_{75}N_{15} - m_{31}G_{56}N_{25} + G_{76}N_{25} + m_{74}Z_{55} - m_{31}m_{54}Z_{55})I_b \\ - (m_{31}G_{55}N_{16} - G_{75}N_{16} - m_{31}G_{56}N_{26} + G_{76}N_{26} - G_{32} + G_{77} + m_{74}Z_{56} - m_{31}m_{54}Z_{56})I_c \quad (5.69)$$

Les paramètres suivants se trouvent en comparant l'équation précédente et l'équation (5.22) :

$$N_{41} = \frac{m_{74} - m_{31}m_{54}}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{42} = 0 \quad N_{43} = -m_{31} \quad (5.70)$$

Ainsi :

$$Z_{44} = -m_{31}(G_{55}N_{14} - G_{56}N_{24} - G_{57} - m_{54}Z_{54}) - G_{33} + G_{75}N_{14} - G_{76}N_{24} - G_{77} - m_{74}Z_{54} \quad (5.71)$$

$$Z_{45} = m_{31}[N_{25}(G_{55} + G_{56}) + m_{54}Z_{55}] - N_{25}(G_{75} + G_{76}) - m_{74}Z_{55} \quad (5.72)$$

$$Z_{46} = m_{31}(-G_{55}N_{16} + G_{56}N_{26} + G_{57} + m_{54}Z_{56}) + G_{32} + G_{75}N_{16} - G_{76}N_{26} - G_{77} - m_{74}Z_{56} \quad (5.73)$$

Le reste des paramètres se détermine en établissant une expression pour  $E_{cn}$ . On sait que

$$E_{cn} = E_{ct} + E_{tn}$$

$$E_{ct} = m_{21}E_{CT} - G_{22}I_c + G_{23}I_a$$

$$E_{tn} = m_{74}E_{nb} + G_{75}I_A - G_{76}I_B - G_{77}(I_a + I_c)$$

$$E_{CT} = E_{CA} + E_{AT}$$

$$E_{AT} = m_{54}E_{nb} + G_{55}I_A - G_{56}I_B - G_{57}(I_a + I_c)$$

d'où :

$$\begin{aligned}
 E_{cn} &= m_{21} \cdot E_{CT} - G_{22} \cdot I_c + G_{23} \cdot I_a + m_{74} \cdot E_{nb} + G_{75} \cdot I_A - G_{76} \cdot I_B - G_{77} (I_a + I_c) \\
 E_{cn} &= m_{21} [E_{CA} + G_{55} \cdot I_A - G_{56} \cdot I_B - G_{57} (I_a + I_c)] - G_{22} I_c + G_{23} I_a \\
 &\quad + (m_{74} + m_{21} \cdot m_{54}) (N_{51} \cdot E_{AB} + Z_{54} I_a + Z_{55} I_b + Z_{56} I_c) \\
 &\quad + G_{75} I_A - G_{76} I_B - G_{77} (I_a + I_c)
 \end{aligned} \tag{5.74}$$

D'autre part,

$$I_A = N_{14} \cdot I_a + N_{15} \cdot I_b + N_{16} \cdot I_c$$

$$I_B = N_{24} \cdot I_a + N_{25} \cdot I_b + N_{26} \cdot I_c$$

Conséquemment :

$$E_{cn} = N_{61} \cdot E_{AB} + N_{62} \cdot E_{BC} + N_{63} \cdot E_{CA} + Z_{64} \cdot I_a + Z_{65} \cdot I_b + Z_{66} \cdot I_c$$

Finalement, on trouve :

$$\boxed{N_{61} = \frac{m_{74} + m_{21} \cdot m_{54}}{m_{54} + m_{64}} \quad N_{62} = 0 \quad N_{63} = m_{21}} \tag{5.75}$$

$$\boxed{Z_{64} = m_{21} (G_{55} \cdot N_{14} - G_{56} \cdot N_{24} - G_{57} - m_{54} \cdot Z_{54}) + G_{75} \cdot N_{14} - G_{76} \cdot N_{24} + G_{23} - G_{77} - m_{74} \cdot Z_{54}} \tag{5.76}$$

$$\boxed{Z_{65} = m_{21} (G_{55} \cdot N_{15} - G_{56} \cdot N_{25} - m_{54} \cdot Z_{55}) + G_{75} \cdot N_{15} - G_{76} \cdot N_{25} - m_{74} \cdot Z_{55}} \tag{5.77}$$

$$\boxed{Z_{66} = m_{21} (G_{55} \cdot N_{16} - G_{56} \cdot N_{26} - G_{57} - m_{54} \cdot Z_{56}) + G_{75} \cdot N_{16} - G_{76} \cdot N_{26} - G_{22} - G_{77} - m_{74} \cdot Z_{56}} \tag{5.78}$$

La matrice de réponse du transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre est présentée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ \dots \\ E_{an} \\ E_{bn} \\ E_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \frac{m_{74} - m_{31} \cdot m_{54}}{m_{54} + m_{64}} & 0 & -m_{31} & \vdots \\ -1 & 0 & 0 & \vdots \\ \frac{m_{54} + m_{64}}{m_{74} + m_{21} \cdot m_{54}} & 0 & m_{21} & \vdots \\ m_{54} + m_{64} & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cc} \frac{m_{74} + m_{64} \cdot m_{31}}{m_{54} + m_{64}} & -\frac{1}{m_{54} + m_{64}} \\ \frac{m_{54} \cdot m_{31} - m_{74}}{m_{54} + m_{64}} & \frac{1}{m_{54} + m_{64}} \\ -m_{31} & 0 \\ \dots & \dots \\ -m_{31}(G_{55} \cdot N_{14} - G_{56} \cdot N_{24} - G_{57} \cdot m_{54} \cdot Z_{54}) - G_{33} + G_{75} \cdot N_{14} - G_{76} \cdot N_{24} - G_{77} \cdot m_{74} \cdot Z_{54} & m_{31} \left[ N_{25}(G_{55} + G_{56}) + m_{54} \cdot Z_{55} \right] - N_{25}(G_{75} + G_{76}) \cdot m_{74} \cdot Z_{55} \\ (G_{55} + G_{65}) \cdot N_{14} \cdot N_{25} - (G_{56} + G_{66}) \cdot N_{24} \cdot N_{25} - (G_{57} + G_{67}) \cdot N_{25} & -(G_{55} + 2 \cdot G_{65} + G_{66}) \cdot N_{25}^2 \\ m_{21}(G_{55} \cdot N_{14} - G_{56} \cdot N_{24} - G_{57} \cdot m_{54} \cdot Z_{54}) + G_{75} \cdot N_{14} - G_{76} \cdot N_{24} + G_{23} - G_{77} \cdot m_{74} \cdot Z_{54} & m_{21}(G_{55} \cdot N_{15} - G_{56} \cdot N_{25} - m_{54} \cdot Z_{55}) + G_{75} \cdot N_{15} - G_{76} \cdot N_{25} - m_{74} \cdot Z_{55} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{-m_{64} \cdot m_{21} + m_{74}}{m_{54} + m_{64}} \\ \frac{m_{21} \cdot m_{54} + m_{74}}{m_{54} + m_{64}} \\ m_{21} \\ \dots \\ m_{31}(-G_{55} \cdot N_{16} + G_{56} \cdot N_{26} + G_{57} \cdot m_{54} \cdot Z_{56}) + G_{32} + G_{75} \cdot N_{16} - G_{76} \cdot N_{26} - G_{77} \cdot m_{74} \cdot Z_{56} \\ (G_{55} + G_{65}) \cdot N_{16} \cdot N_{25} - (G_{56} + G_{66}) \cdot N_{26} \cdot N_{25} - (G_{57} + G_{67}) \cdot N_{25} \\ m_{21}(G_{55} \cdot N_{16} - G_{56} \cdot N_{26} - G_{57} \cdot m_{54} \cdot Z_{56}) + G_{75} \cdot N_{16} - G_{76} \cdot N_{26} - G_{22} - G_{77} \cdot m_{74} \cdot Z_{56} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ \dots \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

Dans la sous-section 6.2, nous présenterons les résultats des essais monophasés et nous calculerons la matrice de réponse d'un transformateur  $Tt_1$  avec neutre suivant la méthode ci-dessus. Nous comparerons la matrice de réponse ainsi calculée avec la matrice de réponse mesurée directement. La procédure de mesure directe est celle présentée à la section 5.2.

### 5.4.3 Détermination des matrice $m_i$ , $m_e$ et $Z_T$ en connexion $Tt_1$ sans neutre

Dans le cas d'un transformateur  $Tt_1$  sans neutre, on suit la méthode présentée à la section 5.3.3. Au lieu de prendre la méthode directe utilisée pour les transformateurs Scott et  $Tt_1$  avec neutre, on extrait les paramètres de la matrice de réponse à partir de la matrice de réponse associée au transformateur  $Tt_1$  avec neutre.

#### a. Détermination de la matrice $m_i$

Toujours en négligeant l'effet du courant magnétisant, on détermine d'abord les éléments de la matrice  $m_i$  (rapport de transformation en courant). En utilisant la première ligne de la matrice (5.29) et la troisième ligne de la matrice (5.25) on peut calculer  $N'_{34}$ ,  $N'_{35}$ , et  $N'_{36}$ . En effet, on a :

$$I_C = m \cdot I_c - m \cdot I_a$$

$$I_C = N'_{34} \cdot I_a + N'_{35} \cdot I_b + N'_{36} \cdot I_c$$

Il s'ensuit :

$$\boxed{N'_{34} = -m \quad N'_{35} = 0 \quad \text{et} \quad N'_{36} = m} \quad (5.80)$$

Par la suite, à l'aide de la première ligne de la matrice (5.30) et en sachant que la somme des trois courants du côté primaire est nulle, et qu'on peut remplacer le courant  $I_C$ , on arrive à déterminer  $I_A$ , c'est-à-dire :

$$I_b = -n' \cdot I_A + n' \cdot I_B \quad (5.81)$$

$$I_C = m \cdot I_c - m \cdot I_a$$

$$I_A + I_B + I_C = 0 \Rightarrow I_B = -(I_A + I_C)$$

d'où :

$$I_A = \frac{m}{2} I_a - \frac{I}{2 \cdot n'} I_b - \frac{m}{2} I_c \quad (5.82)$$

Par conséquent,, en comparant (5.82) avec l'équation suivante, qui provient de la première ligne de la matrice (5.25), on trouvera  $N'_{14}$ ,  $N'_{15}$ , et  $N'_{16}$  comme suit :

$$\boxed{N'_{14} = \frac{m}{2} \quad N'_{15} = -\frac{I}{2 \cdot n'} \quad N'_{16} = -\frac{m}{2}} \quad (5.83)$$

Les paramètres  $N'_{24}$ ,  $N'_{25}$ , et  $N'_{26}$  se calculent à l'aide des mêmes équations (5.81) et (5.82) ainsi qu'avec l'équation résultante de 2<sup>e</sup> ligne de l'équation (5.25) :

$$I_b = -n' \cdot I_A + n' \cdot I_B$$

$$I_A = \frac{m}{2} I_a - \frac{I}{2 \cdot n'} I_b - \frac{m}{2} I_c$$

Donc :

$$I_b = -n' \cdot \left( \frac{m}{2} I_a - \frac{I}{2 \cdot n'} I_b - \frac{m}{2} I_c \right) + n' \cdot I_B$$

Ce qui donne :

$$I_B = \frac{I}{2 \cdot n'} I_b + \frac{m}{2} I_a - \frac{m}{2} I_c \quad (5.84)$$

Par conséquent, en comparant (5.84) avec l'équation suivante, qui provient de la 2<sup>e</sup> ligne de la matrice (5.25), on trouvera  $N'_{24}$ ,  $N'_{25}$ , et  $N'_{26}$  comme suit :

$$\boxed{N'_{24} = \frac{m}{2} \quad N'_{25} = \frac{I}{2 \cdot n'} \quad N'_{26} = -\frac{m}{2}} \quad (5.85)$$

## **b. Détermination des matrices $m_e$ et $Z_T$ :**

Afin d'obtenir la matrice  $m_e$  (rapport de transformation en tension) et les impédances du transformateur équivalent, on réécrit les trois équations résultantes de l'équation matricielle (5.25) :

$$E_{at} = N'_{41} \cdot E_{AB} + N'_{42} \cdot E_{BC} + N'_{43} \cdot E_{CA} + Z'_{44} \cdot I_a + Z'_{45} \cdot I_b + Z'_{46} \cdot I_c \quad (5.86)$$

$$E_{bt} = N'_{51} \cdot E_{AB} + N'_{52} \cdot E_{BC} + N'_{53} \cdot E_{CA} + Z'_{54} \cdot I_a + Z'_{55} \cdot I_b + Z'_{56} \cdot I_c \quad (5.87)$$

$$E_{ct} = N'_{61} \cdot E_{AB} + N'_{62} \cdot E_{BC} + N'_{63} \cdot E_{CA} + Z'_{64} \cdot I_a + Z'_{65} \cdot I_b + Z'_{66} \cdot I_c \quad (5.88)$$

En plus, on sait que

$$E_{AB} = E_{AT} + E_{TB}$$

À l'aide des deux dernières lignes de l'équation (5.30), on trouve :

$$E_{AT} = n' \cdot E_{tb} + G'_{55} \cdot I_A - G'_{56} \cdot I_B \quad (5.89)$$

$$E_{TB} = n' \cdot E_{tb} + G'_{65} \cdot I_A - G'_{66} \cdot I_B \quad (5.90)$$

Une expression pour  $E_{bt}$  en fonction de  $E_{AB}$  peut être trouvée en additionnant ces deux équations et en remplaçant  $I_A$  et  $I_B$  par leurs équivalents indiqués ci-dessus.

$$E_{AB} = 2 \cdot n' \cdot E_{tb} + (G'_{55} + G'_{65}) I_A - (G'_{56} + G'_{66}) I_B$$

$$E_{bt} = -E_{tb}$$

$$E_{bt} = -\frac{I}{2 \cdot n'} E_{AB} - \frac{m(G'_{66} - G'_{55})}{4 \cdot n'} I_a - \frac{G'_{66} + G'_{55} + 2 \cdot G'_{56}}{4 \cdot n'^2} I_b - \frac{m(G'_{55} - G'_{66})}{4 \cdot n'} I_c \quad (5.91)$$

En comparant cette équation avec l'équation (5.25) on trouve :

$$\boxed{N'_{51} = -\frac{I}{2 \cdot n'}, \quad N'_{52} = 0, \quad N'_{53} = 0} \quad (5.92)$$

Donc,

$$\boxed{Z'_{54} = -\frac{m(G'_{66} - G'_{55})}{4 \cdot n'}} \quad (5.93)$$

$$\boxed{Z'_{54} = -\frac{m(G'_{66} - G'_{55})}{4 \cdot n'}} \quad (5.94)$$

$$\boxed{Z'_{56} = -\frac{m(G'_{55} - G'_{66})}{4 \cdot n'}} \quad (5.95)$$

Une deuxième série des paramètres peuvent être trouvés si on obtient une expression pour  $E_{at}$ . On

sait que

$$E_{CT} = E_{CA} + E_{AT} \quad (5.96)$$

$$E_{AT} = n' \cdot E_{tb} + G'_{55} \cdot I_A - G'_{56} \cdot I_B$$

$$E_{bt} = -\frac{I}{2 \cdot n'} E_{AB} - \frac{m(G'_{66} - G'_{55})}{4 \cdot n'} I_a - \frac{G'_{66} + G'_{55} + 2 \cdot G'_{56}}{4 \cdot n'^2} I_b - \frac{m(G'_{55} - G'_{66})}{4 \cdot n'} I_c$$

Donc, on utilise la troisième ligne de la matrice (5.29) donnée ci-dessous.

$$E_{ta} = m \cdot E_{CT} - G_{32} \cdot I_c + G_{33} \cdot I_a$$

À l'aide des équations (5.96), (5.89) et (5.91), on obtient :

$$E_{ta} = m \cdot [E_{CA} + n' \cdot E_{tb} + G'_{55} \cdot I_A - G'_{56} \cdot I_B] - G_{32} \cdot I_c + G_{33} \cdot I_a$$

En remplaçant les courants  $I_A$  et  $I_B$  et l'équation  $E_{bt}$ , on aura :

$$\begin{aligned} E_{at} &= -E_{ta} \\ E_{at} &= -m \cdot E_{CA} - \frac{m}{2} E_{AB} - \left( \frac{m^2}{4} G'_{66} + \frac{m^2}{4} G'_{55} - \frac{m^2}{4} G'_{56} + G_{33} \right) I_a \\ &\quad + \left( \frac{m}{4 \cdot n'} G'_{55} - \frac{m}{4 \cdot n'} G'_{66} \right) I_b \\ &\quad - \left( -\frac{m^2}{4} G'_{55} - \frac{m^2}{4} G'_{66} + \frac{m^2}{4} G'_{56} - G_{32} \right) I_c \end{aligned} \quad (5.97)$$

Les paramètres suivants se trouvent en comparant l'équation précédente et l'équation (5.25).

$$\boxed{N'_{41} = -\frac{m}{2} \quad N'_{42} = 0 \quad N'_{43} = -m} \quad (5.98)$$

$$\boxed{Z'_{44} = \frac{2 \cdot m^2 \cdot G'_{56} - m^2 \cdot G'_{66} - m^2 \cdot G'_{55} - 4 \cdot G_{33}}{4}} \quad (5.99)$$

$$\boxed{Z'_{45} = \frac{m}{4 \cdot n'} (G'_{55} - G'_{66})} \quad (5.100)$$

$$\boxed{Z'_{46} = \frac{m^2 \cdot G'_{55} + m^2 \cdot G'_{66} - 2 \cdot m^2 \cdot G'_{56} + 4 \cdot G_{32}}{4}} \quad (5.101)$$

Le reste des paramètres se détermine en établissant une expression pour  $E_{ct}$  On sait que

$$E_{ct} = m \cdot E_{CT} - G_{22} \cdot I_c + G_{23} \cdot I_a$$

$$E_{CT} = E_{CA} + E_{AT}$$

$$E_{AT} = n' \cdot E_{tb} + G'_{55} \cdot I_A - G'_{56} \cdot I_B$$

d'où :

$$E_{ct} = m(E_{CA} + n' \cdot E_{tb} + G'_{55} \cdot I_A - G'_{56} \cdot I_B) - G_{22} \cdot I_c + G_{23} \cdot I_a$$

D'autre part,

$$I_A = N'_{14} \cdot I_a + N'_{15} \cdot I_b + N'_{16} \cdot I_c$$

$$I_B = N'_{24} \cdot I_a + N'_{25} \cdot I_b + N'_{26} \cdot I_c$$

$$E_{tb} = \frac{I}{2 \cdot n'} E_{AB} + \frac{m(G'_{66} - G'_{55})}{4 \cdot n'} I_a + \frac{G'_{66} + G'_{55} + 2 \cdot G'_{56}}{4 \cdot n'^2} I_b + \frac{m(G'_{55} - G'_{66})}{4 \cdot n'} I_c \quad (5.102)$$

Conséquemment :

$$E_{ct} = N'_{61} \cdot E_{AB} + N'_{62} \cdot E_{BC} + N'_{63} \cdot E_{CA} + Z'_{64} \cdot I_a + Z'_{65} \cdot I_b + Z'_{66} \cdot I_c$$

Finalement, on trouve :

$$\boxed{N'_{61} = \frac{m}{2} \quad N'_{62} = 0 \quad N'_{63} = m} \quad (5.103)$$

$$\boxed{Z'_{64} = \frac{m^2 \cdot G'_{66} + m^2 \cdot G'_{55} - 2 \cdot m^2 \cdot G'_{56} - 4 \cdot G_{23}}{4}} \quad (5.104)$$

$$\boxed{Z'_{65} = \frac{m}{4 \cdot n'} (G'_{66} - G'_{55})} \quad (5.105)$$

$$\boxed{Z'_{66} = \frac{-m^2 \cdot G'_{55} - m^2 \cdot G'_{66} + 2 \cdot m^2 \cdot G'_{56} - 4 \cdot G_{22}}{4}} \quad (5.106)$$

La matrice de réponse du transformateur  $Tt_1$  avec neutre est présentée ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ \dots \\ E_{at} \\ E_{bt} \\ E_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{y_{01}}{4} + y'_{02} & 0 & -\frac{y_{01}}{2} \\ -\frac{y_{01}}{4} - y'_{02} & 0 & -\frac{y_{01}}{2} \\ \frac{y_{01}}{2} & 0 & y_{01} \\ \dots & \dots & \dots \\ -\frac{m}{2} & 0 & -m \\ -\frac{1}{2n'} & 0 & 0 \\ \frac{m}{2} & 0 & m \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \vdots & \frac{m}{2} & \frac{1}{2n'} & -\frac{m}{2} \\ \vdots & \frac{m}{2} & \frac{1}{2n'} & -\frac{m}{2} \\ \vdots & -m & 0 & m \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \frac{m^2(2G'_{56} - G'_{66} - G'_{55}) - 4G_{33}}{4} & \frac{m}{4n'}(G'_{55} - G'_{66}) & \frac{m^2(G'_{55} + G'_{66} - 2G'_{56}) + 4G_{32}}{4} \\ \vdots & -\frac{m(G'_{66} - G'_{55})}{4n'} & -\frac{G'_{66} + G'_{55} + 2G'_{56}}{4n'^2} & -\frac{m(G'_{55} - G'_{66})}{4n'} \\ \vdots & \frac{m^2(G'_{66} + G'_{55} - 2G'_{56}) + 4G_{23}}{4} & \frac{m}{4n'}(G'_{66} - G'_{55}) & \frac{m^2(2G'_{56} - G'_{55} - G'_{66}) - 4G_{22}}{4} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ \dots \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (5.107)$$

Dans la sous section 6.3, nous présenterons les résultats des essais monophasés et nous calculerons la matrice de réponse d'un transformateur  $Tt_1$  sans neutre suivant la méthode ci-dessus. Nous comparerons la matrice de réponse ainsi calculée avec la matrice de réponse mesurée directement. La procédure de mesure directe est celle présentée à la section 5.2.

## 5.5 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons présenté la théorie générale des transformateurs à plusieurs enroulements (TPE), qui comporte une matrice d'entrée, une matrice de sortie ainsi qu'une matrice de réponse. Selon la théorie TPE, le comportement d'un transformateur monophasé à plusieurs enroulements peut être décrit par la tension aux bornes de l'enroulement primaire et les courants aux bornes des enroulements secondaires, ou vice versa (matrices d'entrée). La matrice

de réponse contient quelques éléments d'impédance et un élément d'admittance ainsi que des rapports de transformation en tension et en courant. Le comportement des transformateurs à « n » phases peut être modélisé si les matrices de réponse monophasée de toutes les phases sont connues.

## CHAPITRE 6 DÉTERMINATION THÉORIQUE ET VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE DES MATRICES DE RÉPONSE DES TRANSFORMATEURS SCOTT ET TT<sub>1</sub> AVEC ET SANS NEUTRE

Dans ce chapitre, nous présentons les détails de calcul théorique des paramètres des matrices de réponse des transformateurs monophasés formant les transformateurs de type a) Scott; b) Tt<sub>1</sub> avec neutre; et c) Tt<sub>1</sub> sans neutre, ainsi que des matrices de réponse des transformateurs multiphasés, selon les modèles proposés au chapitre 5, et nous vérifions les valeurs obtenues. De plus, afin de démontrer le savoir-faire acquis, nous présentons les méthodes et les résultats de vérification des paramètres intermédiaires.

### 6.1 Détermination des paramètres de modèle du transformateur Scott

Dans ce chapitre, nous déterminons les paramètres du modèle à l'aide du transformateur Scott décrit à la section 5.4.1.

#### 6.1.1 Détermination des matrices de réponse monophasées du transformateur Scott

Comme nous l'avons indiqué à la sous-section 5.3.1, un transformateur Scott est constitué de deux transformateurs monophasés [8] (comme tous les autres transformateurs en T) et possède donc deux matrices de réponse monophasée à l'aide desquelles la matrice de réponse du transformateur Scott peut être décrite. Pour déterminer ces matrices, on a besoin des rapports de transformations,  $m_{ij}$ , de l'admittance de magnétisation,  $y_0$ , et des impédances mutuelles,  $G_{ij}$ , déterminées par les impédances de court-circuit vues de chacun des enroulements,  $Z_{ij}$ . Afin de trouver les valeurs des  $m_{ij}$ , on utilise les nombres de tours fournis par le fabricant (voir section 4.2). Les calculs suivants sont donnés à titre d'exemple :

$$m_{21} = m_{31} = \frac{E_{ct}}{E_{CT}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{42}{72} \Rightarrow m_{21} = 0,5833$$

$$m_{54} = \frac{E_{TA}}{E_{at}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{42}{42} \Rightarrow m_{54} = 1$$

$$m_{64} = \frac{E_{BT}}{E_{at}} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{42}{42} \Rightarrow m_{64} = 1$$

Le paramètre  $y_0$ , pour chaque transformateur monophasé, soit vertical ou horizontal, est déterminé à partir de la puissance de perte d'un essai à vide. Les essais à vide sur les phases du transformateur Scott ont donné les valeurs présentées au tableau 6.1.

Tableau 6.1 : Valeurs de tension, de courant et de perte en essais à vide de deux transformateurs monophasés formant le transformateur Scott

	Branche verticale (Enroulements verticaux)	Branche horizontale (Enroulements horizontaux)
Tension appliquée (V)	$E_{CT}=208,4$	$E_{at}=119,8$
Perte à vide (W)	47,1	45,4
Courant à vide (A)	0,56	0,94
Tension secondaire (V)	$E_{ct}=121,5$	$E_{BT}=119,6$ $E_{TA}=119,8$

Pour le transformateur vertical, on a :

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_1}{E_{CT} \cdot I_1} = \frac{47,1}{208,4 \cdot 0,56} \Rightarrow \cos \varphi_1 = 0,4 \Rightarrow \varphi_1 = -66,2^\circ$$

$$y_{01} = \frac{I_1}{E_{CT}} = \frac{0,56}{208,4} \Rightarrow y_{01} = 2,68 \text{ms} \angle -66,2^\circ$$

Et pour le transformateur horizontal, on obtient :

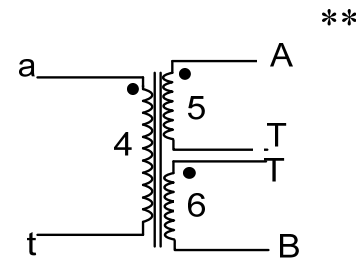
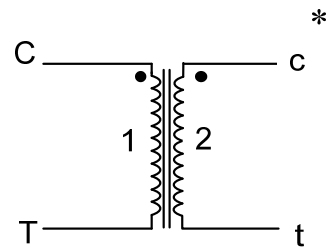
$$\cos \varphi_2 = \frac{P_2}{E_{TA} \cdot I_2} = \frac{45,4}{119,8 \cdot 0,94} \Rightarrow \cos \varphi_2 = 0,403 \Rightarrow \varphi_2 = -66,22^\circ$$

$$y_{02} = \frac{I_2}{E_{TA}} = \frac{0,94}{119,8} \Rightarrow y_{02} = 7,85 \text{ms} \angle -66,22^\circ$$

On trouve les impédances de court-circuit,  $Z_{ij}$ , à l'aide des essais de court-circuit sur chaque paire d'enroulement des deux transformateurs monophasés, conformément à la méthode présentée à la section 5.1. Les  $Z_{ij}$  obtenus pour le transformateur Scott à l'étude sont présentées au tableau 6.2. Comme vérification préliminaire, nous avons comparé les composants réels de ces impédances avec les résistances à froid équivalentes vues de chaque enroulement et calculées à l'aide des rapports de transformation (la dernière colonne). Les valeurs obtenues sont aussi présentées dans le tableau 6.2. Comme on peut le constater, il existe un bon accord entre les valeurs trouvées.

Tableau 6.2 : Impédances de court-circuit des enroulements verticaux et horizontaux du transformateur Scott

	Enroulement			Tension (V)		Courant d'enroulement alimenté $I_{cc}$ (A)	Impédance de court-circuit (mΩ) $Z_{\acute{e}q} = \frac{E_{alim.}}{I_{cc}}$		Résistance à froid mesurée (mΩ)		Rapport de transformation (n)	$R_{\acute{e}q} = R_{1cc} + n^2 R_{2cc}$
	Alimenté	Court-circuit	Ouvert	Alimenté	Ouvert				$R_{1cc}$	$R_{2cc}$		
1	CT	ct	....	$1,009 \angle 0^\circ$	....	$5,23 \angle -37,3^\circ$	$Z_{12=}$	$153+117j = 193 \angle 37,3^\circ$	63	29	72/42	148
2	ct	CT	....	$0,432 \angle 0^\circ$	....	$6,61 \angle -37,5^\circ$	$Z_{21=}$	$52+40j = 65 \angle 37,5^\circ$	29	63	42/72	50
3	BT	AT	at	$0,703 \angle 0^\circ$	$0,465 \angle 0,1^\circ$	$4,87 \angle -59,2^\circ$	$Z_{65=}$	$74+124j = 144 \angle 59,2^\circ$	25	46	42/42	71
4	BT	at	AT	$0,500 \angle 0^\circ$	$0,215 \angle -43,2^\circ$	$7,63 \angle -35,7^\circ$	$Z_{64=}$	$53+38j = 65 \angle 35,7^\circ$	25	27	42/42	52
5	AT	BT	at	$0,713 \angle 0^\circ$	$0,250 \angle 177,7^\circ$	$4,93 \angle -59,0^\circ$	$Z_{56=}$	$74+124j = 144 \angle 59,0^\circ$	46	25	42/42	71
6	AT	at	BT	$0,537 \angle 0^\circ$	$0,140 \angle -54,3^\circ$	$4,97 \angle -46,3^\circ$	$Z_{54=}$	$74+78j = 108 \angle 46,3^\circ$	46	27	42/42	73
7	at	BT	AT	$0,450 \angle 0^\circ$	$0,342 \angle 202,1^\circ$	$6,81 \angle -35,3^\circ$	$Z_{46=}$	$54+38j = 66 \angle 35,3^\circ$	27	25	42/42	52
8	at	AT	BT	$0,552 \angle 0^\circ$	$0,489 \angle 13,6^\circ$	$5,09 \angle -46,1^\circ$	$Z_{45=}$	$75+78j = 108 \angle 46,1^\circ$	27	46	42/42	73



On peut déterminer les impédances mutuelles monophasées,  $G_{ij}$ , des matrices de réponse monophasée à l'aide des impédances de court-circuit,  $Z_{ij}$ , du tableau 6.2, ainsi que des rapports de transformation et des relations décrivant notre modèle, présentés à la section 5.1,. Les résultats sont donnés au tableau 6.3.

Tableau 6.3 : Valeurs calculées des impédances mutuelles,  $G_{ij}$ , des deux matrices de réponse monophasée pour le transformateur Scott à l'étude

Impédance mutuelle (m $\Omega$ )	Impédance calculée
$G_{22}$	$51,6+39,5j=65\angle 37,4^\circ$
$G_{55}$	$75,0+78,0j=108\angle 46,1^\circ$
$G_{66}$	$54,0+38,0j=66\angle 35,1^\circ$
$G_{56}=G_{65}$	$27,5-4,0j=27,8\angle -8,3^\circ$

#### 6.1.1.1 Vérification des matrices de réponse monophasée du transformateur Scott par la mesure directe des impédances mutuelles monophasées $G_{ij}$

Les paramètres  $y_0$  et  $m_{ij}$  n'ont pas besoin d'être vérifiés, car leur détermination est directe et claire. Par contre, nous avons vérifié les impédances mutuelles monophasées,  $G_{ij}$ , par une mesure directe dans les conditions bien spécifiques présentées à la section 5.2.1. Les valeurs calculées et mesurées sont fournies au tableau 6.4. L'excellent accord est évident.

Tableau 6.4 : Impédances mutuelles monophasées,  $G_{ij}$ , calculées et mesurées pour le transformateur Scott

Impédance	Enroulement			Tension (V)		Courant d'enroulement alimenté $I_{cc}$ (A)	Impédance (m $\Omega$ )	
	Alimenté	Court-circuit	Ouvert	Alimenté	Ouvert		Mesurée	Calculée
$G_{22}$	ct	CT	....	$0,432\angle 0^\circ$	.....	$6,6\angle -37,5^\circ$	$\frac{E_{a\text{lim.}}}{I_{cc}} = 65\angle 37,5^\circ$	$65\angle 37,4^\circ$
$G_{55}$	AT	at	....	$0,537\angle 0^\circ$	.....	$4,97\angle -46,3^\circ$	$\frac{E_{a\text{lim.}}}{I_{cc}} = 108\angle 46,3^\circ$	$108\angle 46,1^\circ$
$G_{66}$	BT	at	....	$0,500\angle 0^\circ$	.....	$7,63\angle -35,7^\circ$	$\frac{E_{a\text{lim.}}}{I_{cc}} = 65\angle 35,7^\circ$	$66\angle 35,1^\circ$
$G_{56}$	BT	at	AT	.....	$0,215\angle -43,2^\circ$	$7,63\angle -35,7^\circ$	$\frac{E_{\text{ouvert.}}}{I_{cc}} = 28\angle -7,5^\circ$	$28\angle -8,3^\circ$
$G_{65}$	AT	at	BT	.....	$0,140\angle -54,3^\circ$	$4,97\angle -46,3^\circ$	$\frac{E_{\text{ouvert.}}}{I_{cc}} = 28\angle -8,0^\circ$	$28\angle -8,3^\circ$

### 6.1.2 Détermination de la matrice de réponse du transformateur Scott

Nous avons calculé tous les coefficients de la matrice de réponse d'un transformateur Scott, donnés à l'équation (5,16), section 5.3.1, selon la procédure décrite à la section 5.4.1. Pour les impédances du transformateur Scott équivalent,  $Z_{ij}$ , on obtient donc les valeurs présentées au tableau 6.5.

Tableau 6.5 : Impédances du transformateur Scott équivalent

Impédance équivalente (m $\Omega$ )	Impédance calculée
$Z_{44}$	$-46,0-27,0j=53,3\angle -149^\circ$
$Z_{55}$	$-58,4-50,4j=77,1\angle -139,2^\circ$
$Z_{45} = Z_{54}$	$3,1+5,8j=6,5\angle 62,3^\circ$

Et les éléments des sous matrices  $m_i$  et  $m_e$ , définies à l'équation (5.9), prennent les valeurs du tableau 6.6.

Tableau 6.6 : Rapports de transformation en courant et en tension en connexion Scott

Rapport de transformation en courant	Rapport de transformation en tension
$N_{14}=0,5$	$N_{41}=0,5$
$N_{15}, N_{25}=-0,291$	$N_{42}, N_{43}, N_{52}=0$
$N_{24}=-0,5$	$N_{51}=0,291$
$N_{34}=0$	$N_{53}=0,583$
$N_{35}=0,583$	

Les valeurs des  $y_0$  pour tous les deux transformateurs monophasé, vertical et horizontal, sont négligeables par rapport aux autres éléments des matrices de réponse monophasée. Malgré ce fait, les valeurs des  $y_{ij}$ , peuvent être calculées selon la méthode de l'annexe 4. Pourtant, les calculs démontrent qu'elles sont aussi négligeables, dû au fait que la puissance transmise est beaucoup plus grande que la puissance dissipée dans le noyau. Par conséquent, nous les avons prises égales à 0. L'équation matricielle décrivant notre transformateur Scott prend donc la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ \dots \\ E_{at} \\ E_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & 500 & -291 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -500 & -291 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 583 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots \\ 500 & 0 & 0 & \vdots & -46-27j & 3,1+5,8j \\ 291 & 0 & 583 & \vdots & 3,1+5,8j & -58,4-50,4j \end{bmatrix} \times 10^{-3} \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ \dots \\ I_a \\ I_c \end{bmatrix}$$

### 6.1.2.1 Vérification de la matrice de réponse du transformateur Scott par la mesure directe des impédances $Z_{ij}$

Pour nous assurer de la précision du modèle, nous avons directement mesuré les impédances équivalentes du transformateur Scott,  $Z_{ij}$ . La procédure de cette mesure directe est décrite à la section 5.2.2. Aux fins de comparaison, les résultats des mesures directes ainsi que les valeurs obtenues avec le modèle sont présentés au tableau 6.7.

Tableau 6.7 : Impédances calculées et mesurées du transformateur Scott équivalent

	Enroulement		Tension (V)		Courant mesuré (A) $I_{cc}$	Impédance (m $\Omega$ )	
	Alimenté	Court-circuit	Alimenté	Ouvert		Mesurée	Calculée
$Z_{44}$	at	ABC	$0,479\angle 0^\circ$	....	$9,12\angle 149^\circ$	$\frac{E_{a\lim.}}{I_{cc}} = 0,053\angle -149^\circ$	$0,053\angle -149^\circ$
$Z_{54}$				$0,064\angle 211,2^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}} = 0,007\angle 62,2^\circ$	$0,007\angle 62,3^\circ$
$Z_{45}$	ct	ABC	$0,479\angle 0^\circ$	$0,042\angle 200,6^\circ$	$6,27\angle 138,8^\circ$	$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}} = 0,007\angle 61,8^\circ$	$0,007\angle 62,3^\circ$
$Z_{55}$				.....		$\frac{E_{a\lim.}}{I_{cc}} = 0,076\angle -38,8^\circ$	$0,077\angle -139,2^\circ$

## 6.2 Détermination des paramètres de modèle du transformateur $Tt_1$ avec neutre

Dans cette sous-section, nous déterminons les paramètres de modèle du transformateur  $Tt_1$  avec neutre décrit à la section 5.4.2.

### 6.2.1 Détermination des matrices de réponse monophasée du transformateur $Tt_1$ avec neutre

Les transformateurs  $Tt_1$  sont aussi constitués de deux transformateurs monophasés et, de ce fait, ils possèdent aussi deux matrices de réponse monophasée. Les éléments de ces matrices de réponse sont, encore une fois, les rapports de transformations,  $m_{ij}$ , l'admittance de magnétisation,  $y_0$ , et les impédances mutuelles,  $G_{ij}$ , déterminées par les impédances de court-circuit,  $Z_{ij}$ , vues de chacun des enroulements. Comme pour le transformateur Scott, les valeurs des  $m_{ij}$  sont déterminées en utilisant les nombres de tours fournis par le fabricant, et sont équivalentes à :

$$m_{21} = m_{31} = 0,5 \quad m_{64} = m_{54} = 1 \quad m_{74} = 0,5$$

Encore une fois, le paramètre  $y_0$  est déterminé à partir de la puissance de perte de l'essai à vide correspondant; les valeurs obtenues sont présentées au tableau 6.8.

Tableau 6.8 : Valeurs de tension, de courant et de perte de deux transformateurs monophasés en essais à vide formant le transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre

	Branche verticale (Enroulements verticaux)	Branche horizontale (Enroulements horizontaux)
Tension appliquée (V)	$E_{CT}=208,6$	$E_{bn}=119,8$
Perte à vide (W)	47,3	45,4
Courant à vide (A)	0,56	0,94
Tension secondaire (V)	$E_{ct}=104,6$ $E_{ta}=104,3$	$E_{nt}=60$ $E_{BT}=119,7$ et $E_{TA}=119,6$

Comme on peut l'observer, les admittances de magnétisation,  $y_{01}$  et  $y_{02}$ , du transformateur Tt<sub>1</sub> sont égales aux admittances correspondantes du transformateur Scott, car les essais à vide ont été faits sur les mêmes enroulements. Suivant le même calcul, on obtient :

$$y_{01} = 2,68 \text{ ms } \angle -66,2^\circ \quad \text{et} \quad y_{02} = 7,85 \text{ ms } \angle -66,22^\circ$$

Ces valeurs sont toujours négligeables par rapport aux autres éléments des matrices de réponse. Les impédances de court-circuit,  $Z_{ij}$ , obtenues pour le transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre, sont présentées aux tableaux 6.9 et 6.10. Encore une fois, nous avons fait une vérification en comparant les composants réels des impédances calculées et les résistances à froid équivalentes vues de chaque enroulement. Le bon accord entre les résultats des mesures et des calculs est évident.

Tableau 6.9 : Impédances de court-circuit des enroulements verticaux du transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre

	Enroulement			Tension (V)		Courant d'enroulement alimenté I <sub>cc</sub> (A)	Impédance de court-circuit (mΩ) $Z_{\acute{e}q} = \frac{E_{alim.}}{I_{cc}}$		Résistance à froid mesurée (mΩ)		Rapport de transformation (m)	$R_{\acute{e}q} = R_{1cc} + m^2 R_{2cc}$
	Alimenté	Court-circuit	Ouvert	Alimenté	Ouvert				R <sub>1cc</sub>	R <sub>2cc</sub>		
1	CT	ct	ta	0,901 ∠0°	0,397 ∠21,6°	5,00 ∠-39,3°	Z <sub>12=</sub>	139+114j = 180 ∠39,4°	63	18	72/36	135
2	CT	ta	ct	1,305 ∠0°	0,597 ∠14,5°	5,00 ∠-42,0°	Z <sub>13=</sub>	193+175j = 260 ∠42,2°	63	35	72/36	203
3	ct	CT	ta	0,464 ∠0°	0,178 ∠-60,2°	10,39 ∠-39,7°	Z <sub>21=</sub>	34+28j = 44 ∠39,5°	18	63	36/72	34
4	ct	ta	CT	0,488 ∠0°	0,592 ∠-2,1°	4,96 ∠-58,7°	Z <sub>23=</sub>	51+84j = 98 ∠58,7°	35	63	36/72	51
5	ta	CT	ct	0,569 ∠0°	0,150 ∠-63,0°	8,78 ∠-42,6°	Z <sub>31=</sub>	48+44j = 65 ∠42,5°	18	35	36/36	53
6	ta	ct	CT	0,479 ∠0°	0,387 ∠2,0°	4,86 ∠-58,6°	Z <sub>32=</sub>	51+84j = 98 ∠58,7°	35	18	36/36	53
7	CN	NT	ca	0,749 ∠0°	0,803 ∠0,1°	4,99 ∠-22,5°		139+57j = 150 ∠22,3°	40	23	48/24	132
8	NT	CN	ca	0,439 ∠0°	0,398 ∠-1,1°	12,02 ∠-22,9°		34+14j = 36 ∠22,4°	23	40	24/48	33

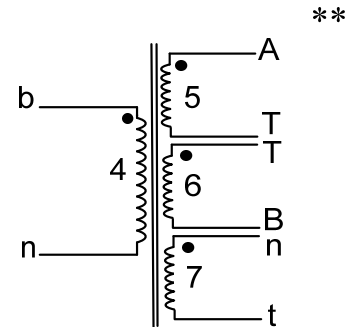
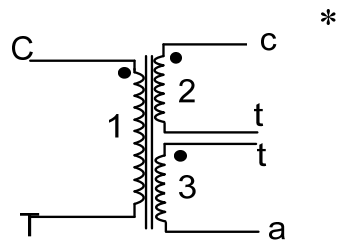


Tableau 6.10 : Impédances de court-circuit des enroulements horizontaux du transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre

	Enroulement horizontal				Tension (V)			Courant d'enroulement alimenté I <sub>cc</sub> (A)	Impédance de court-circuit (mΩ) $Z_{eq} = \frac{E_{alim.}}{I_{cc}}$		Résistance à froid mesurée (mΩ)		Rapport de transformation (m)	R <sub>eq</sub> = R <sub>1cc</sub> + m <sup>2</sup> R <sub>2cc</sub>
	Alimenté	Court-circuit	Ouvert(1)	Ouvert(2)	Alimenté	Ouvert (1)	Ouvert (2)				R <sub>1cc</sub>	R <sub>2cc</sub>		
1	BT	TA	bn	nt	0,729 ∠0°	0,482 ∠0,3°	0,172 ∠-13,8°	5,07 ∠-59,4°	Z <sub>65=</sub>	73+124j = 144 ∠59,5°	25	46	42/42	71
2	BT	bn	nt	TA	0,436 ∠0°	0,094 ∠-43,3°	0,187 ∠-43,1°	6,67 ∠-35,6°	Z <sub>64=</sub>	53+38j = 65 ∠35,6°	25	27	42/42	52
3	BT	nt	bn	TA	0,643 ∠0°	0,413 ∠-11,8°	0,362 ∠-36,6°	5,20 ∠-40,2°	Z <sub>67=</sub>	94+80j = 124 ∠40,4°	25	17	42/21	93
4	TA	BT	bn	nt	0,718 ∠0°	0,252 ∠-2,2°	0,200 ∠10,6°	4,96 ∠-59,1°	Z <sub>56=</sub>	74+124j = 145 ∠59,2°	46	25	42/42	71
5	TA	bn	nt	BT	0,550 ∠0°	0,104 ∠-0,4°	0,142 ∠-54,5°	5,10 ∠-46,4°	Z <sub>54=</sub>	74+78j = 108 ∠46,5°	46	27	42/42	73
6	TA	nt	bn	BT	0,630 ∠0°	0,346 ∠-21,1°	0,342 ∠-21,2°	4,96 ∠-24,6°	Z <sub>57=</sub>	115+53j = 127 ∠24,7°	46	17	42/21	114
7	bn	nt	BT	TA	0,518 ∠0°	0,402 ∠9,2°	0,353 ∠-15,4°	4,99 ∠-19,1°	Z <sub>47=</sub>	98+34j = 104 ∠19,1°	27	17	42/21	95
8	bn	BT	TA	nt	0,427 ∠0°	0,326 ∠22,6°	0,160 ∠24,1°	6,53 ∠-35,6°	Z <sub>46=</sub>	53+38j = 65 ∠35,6°	27	25	42/42	52
9	bn	TA	BT	nt	0,546 ∠0°	0,482 ∠13,5°	0,169 ∠-0,2°	5,06 ∠-46,4°	Z <sub>45=</sub>	74+78j = 108 ∠46,5°	27	46	42/42	73
10	nt	BT	TA	bn	0,452 ∠0°	0,599 ∠30,4°	0,367 ∠18,1°	14,74 ∠-40,5°	Z <sub>76=</sub>	23+20j = 31 ∠41,0°	17	25	21/42	23
11	nt	bn	BT	TA	0,431 ∠0°	0,240 ∠-27,2°	0,344 ∠28,0°	16,50 ∠-18,7°	Z <sub>74=</sub>	25+8j = 26 ∠17,7°	17	27	21/42	24
12	nt	TA	bn	BT	0,429 ∠0°	0,462 ∠20,9°	0,460 ∠21,2°	13,62 ∠-24,6°	Z <sub>75=</sub>	29+13j = 31 ∠24,1°	17	46	21/42	29

Nous déterminons les impédances mutuelles,  $G_{ij}$ , à l'aide des impédances de court-circuit  $Z_{ij}$  des tableaux 6.9 et 6.10, des rapports de transformation et des relations décrivant notre modèle, présentés à la section 5.1. Les résultats sont montrés dans le tableau 6.11.

Tableau 6.11 : Valeurs calculées des impédances mutuelles,  $G_{ij}$ , des deux matrices de réponse monophasée pour le transformateur Scott étudié

Impédance mutuelle (m $\Omega$ )	Impédance calculée
$G_{22}$	$34,8+28,5j=45\angle 39,4^\circ$
$G_{33}$	$48,3+43,7j=65,1\angle 42,2^\circ$
$G_{55}$	$74,0+78,0j=107,5\angle 46,5^\circ$
$G_{66}$	$53,0+38,0j=65,2\angle 35,6^\circ$
$G_{77}$	$24,5+8,5j=26\angle 19,1^\circ$
$G_{23}=G_{32}$	$16,0-6,0j=17\angle -20,1^\circ$
$G_{56}=G_{65}$	$26,5-4,0j=26,8\angle -8,6^\circ$
$G_{67}=G_{76}$	$14,2+2,0j=14,3\angle -7,9^\circ$

### 6.2.1.1 Vérification des matrices de réponse monophasée du transformateur $Tt_1$ avec neutre par la mesure directe des impédances mutuelles monophasées $G_{ij}$

Les éléments des impédances mutuelles,  $G_{ij}$ , peuvent être mesurés directement à partir de la méthode présentée à la section 5.2.1. Les résultats obtenus sont donnés au tableau 6.12. Comme on peut le constater, il y a un bon accord entre les valeurs directement mesurées et les valeurs obtenues par le modèle.

Tableau 6.12 : Impédances mutuelles monophasées, calculées et mesurées, du transformateur Tt<sub>1</sub> avec neutre

Impédance	Enroulement			Tension alimentée (V)		Courant d'enroulement alimenté I <sub>cc</sub> (A)	Impédance (mΩ)	
	Alimenté	Court-circuit	Ouvert	Alimenté	Ouvert		Mesurée $Z_{eq} = \frac{E_{alim.}}{I_{cc}}$	Calculée
G <sub>22</sub>	ct	CT	ct	0,464 ∠0°	.....	10,4 ∠-39,7°	0,045 ∠39,7°	0,045 ∠39,4°
G <sub>33</sub>	ta	CT	ta	0,569 ∠0°	.....	8,78 ∠-42,6°	0,065 ∠42,6°	0,065 ∠42,2°
G <sub>23</sub>	ta	CT	ct	.....	0,150 ∠-63,0°	8,78 ∠-42,6°	0,017 ∠-20,4°	0,017 ∠-20,1°
G <sub>32</sub>	ct	CT	ta	.....	0,178 ∠-60,2°	10,39 ∠-39,7°	0,017 ∠-20,5°	0,017 ∠-20,1°
G <sub>55</sub>	TA	bn	TA	0,550 ∠0°	.....	5,10 ∠-46,4°	0,108 ∠46,5°	0,108 ∠46,5
G <sub>66</sub>	BT	bn	BT	0,436 ∠0°	.....	6,67 ∠-35,6°	0,065 ∠35,6°	0,065 ∠35,6°
G <sub>77</sub>	nt	bn	nt	0,431 ∠0°	.....	16,50 ∠-18,7°	0,026 ∠18,7°	0,026 ∠19,1°
G <sub>56</sub>	BT	bn	TA	.....	0,187 ∠-43,1°	6,67 ∠-35,6°	0,028 ∠-7,5°	0,027 ∠-8,6°
G <sub>65</sub>	TA	bn	BT	.....	0,142 ∠-54,5°	5,10 ∠-46,4°	0,028 ∠-8,1°	0,027 ∠-8,6°
G <sub>57</sub>	nt	bn	TA	.....	0,344 ∠28,0°	16,50 ∠-18,7°	0,021 ∠46,7°	0,021 ∠45,9°
G <sub>75</sub>	TA	bn	nt	.....	0,104 ∠-0,4°	5,10 ∠-46,4°	0,020 ∠46°	0,021 ∠45,9°
G <sub>67</sub>	nt	bn	BT	.....	0,240 ∠-27,2°	16,50 ∠-18,7°	0,015 ∠-8,5°	0,014 ∠-7,9°
G <sub>76</sub>	BT	bn	nt	.....	0,094 ∠-43,3°	6,67 ∠-35,6°	0,014 ∠-7,7°	0,014 ∠-7,9°

## 6.2.2 Détermination des matrices de réponse monophasée du transformateur $Tt_1$ avec neutre

Il était déjà expliqué, dans la section 5.1, que les éléments  $y_{ij}=0$ . Les rapports de transformation effectifs, en courant et en tension, c'est-à-dire les  $N_{ij}$  et les impédances du transformateur  $Tt_1$  équivalent avec neutre, sont déterminés à partir des résultats présentés dans la section 5.4.2. Le tableau 6.13 contient les valeurs obtenues.

Tableau 6.13 : Impédances du transformateur  $Tt_1$  équivalent avec neutre calculées

Impédance équivalente (m $\Omega$ )	Impédance calculée (m $\Omega$ )
$Z_{44}$	$-77,0-57,0j=95,8\angle-143,5^\circ$
$Z_{55}$	$-45,0-27,0j=52,5\angle-149^\circ$
$Z_{45} = Z_{54}$	$10,9+12,1j=16,3\angle48,1^\circ$
$Z_{46} = Z_{64}$	$-0,90-7,0j=7\angle-97,1^\circ$
$Z_{56} = Z_{65}$	$5,6+2,1j=6\angle20,7^\circ$

Les éléments des sous-matrices,  $m_i$  et  $m_e$ , du rapport de transformation en courant et en tension peuvent aussi être calculés. Les valeurs des  $m_i$  et  $m_e$  sont démontrées dans le tableau 6.14.

Tableau 6.14 : Rapport de transformation en courant et en tension en connexion  $Tt_1$  avec neutre

Rapport de transformation en courant	Rapport de transformation en tension
$N_{14}, N_{25}, N_{36}=0,5$	$N_{41}, N_{42}, N_{52}, N_{53}, N_{62}=0$
$N_{15}, N_{26}, N_{34}=-0,5$	$N_{51}, N_{43}=-0,5$
$N_{16}, N_{24}, N_{35}=0$	$N_{61}, N_{63}=0,5$

Par conséquent, l'équation (5.79) pour un transformateur  $Tt_1$  avec neutre prend la forme :

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ \dots \\ E_{an} \\ E_{bn} \\ E_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & 500 & -500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 0 & 500 & -500 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & -500 & 0 & 500 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & -500 & \vdots & -77-57j & 10,9+12,1j & -0,9-7j \\ -500 & 0 & 0 & \vdots & 10,9+12,1j & -45-27j & 5,6+2,1j \\ 500 & 0 & 500 & \vdots & -0,9-7j & 5,6+2,1j & -58,3-48,5j \end{bmatrix} \times 10^{-3} \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ \dots \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Dans la sous-section qui suit, nous vérifions, par la mesure directe des éléments,  $Z_{ij}$ , la matrice de réponse du transformateur  $Tt_1$  ainsi obtenue .

### 6.2.2.1 Vérification de la matrice de réponse du transformateur $Tt_1$ avec neutre par la mesure directe des éléments $Z_{ij}$

On sait déjà que  $y_{ij}=0$ , et que les éléments  $N_{ij}$  sont assez fiables. Donc, pour nous assurer de la précision du modèle, nous ne mesurons directement que les éléments  $Z_{ij}$ , c'est-à-dire les impédances équivalentes du transformateur  $Tt_1$  avec neutre. La section 5.2.2 explique bien la procédure de cette mesure directe. Aux fins de comparaison, les résultats des mesures directes ainsi que les valeurs obtenues à l'aide du modèle sont fournis au tableau 6.15.

Tableau 6.15 : Impédances, calculées et mesurées, du transformateur Tt<sub>1</sub> équivalent avec neutre

Impédance	Enroulement		Tension (V)		Courant mesuré (A) $I_{cc}$	Impédance (mΩ)	
	Alimenté	Court-circuit	Alimenté	Ouvert		Mesurée	Calculée
$Z_{44}$	an	ABC	$0,511\angle 0^\circ$	....	$5,31\angle 143,5^\circ$	$\frac{E_{a\text{ lim.}}}{I_{cc}}$ $0,096\angle -143,5^\circ$	$0,096\angle -143,5^\circ$
$Z_{54}$				$0,09\angle 190,5^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}}$ $0,017\angle 47^\circ$	$0,016\angle 48,1^\circ$
$Z_{64}$				$0,037\angle 33,7^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}}$ $0,007\angle -109,8^\circ$	$0,007\angle -97,1^\circ$
$Z_{45}$	bn	ABC	$0,447\angle 0^\circ$	$0,144\angle 196,1^\circ$	$8,51\angle 149^\circ$	$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}}$ $0,017\angle 47,1^\circ$	$0,016\angle 48,1^\circ$
$Z_{55}$				....		$\frac{E_{a\text{ lim.}}}{I_{cc}}$ $0,053\angle -149^\circ$	$0,053\angle -143^\circ$
$Z_{65}$				$0,055\angle 170^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}}$ $0,006\angle 21^\circ$	$0,006\angle 20,7^\circ$
$Z_{46}$	cn	ABC	$0,501\angle 0^\circ$	$0,048\angle 30^\circ$	$6,58\angle 140,5^\circ$	$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}}$ $0,007\angle -110,5^\circ$	$0,007\angle -97,1^\circ$
$Z_{56}$				$0,041\angle 160^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}}$ $0,006\angle 19,5^\circ$	$0,006\angle 20,7^\circ$
$Z_{66}$				.....		$\frac{E_{a\text{ lim.}}}{I_{cc}}$ $0,076\angle -140,5^\circ$	$0,076\angle -140,2^\circ$

### 6.3 Détermination des paramètres de modèle du transformateur Tt<sub>1</sub> sans neutre

Dans ce chapitre, nous modélisons le transformateur Tt<sub>1</sub> sans neutre décrit à la section 5.4.3 selon les équations (5.23) et (5.24).

#### 6.3.1 Détermination des matrices de réponse monophasée du transformateur Tt<sub>1</sub> sans neutre

Comme pour les deux autres transformateurs, pour un transformateur de type Tt<sub>1</sub> sans neutre, on définit deux matrices de réponse monophasée à l'aide desquelles la matrice de réponse décrivant le transformateur peut être déterminée. La section 5.4.3 décrit comment trouver les  $m_{ij}$ , qui sont égaux à :

$$m_{21} = m_{31} = 0,5 \quad m_{64'} = m_{54'} = 0,67 \quad m_{74} = 0,5$$

Le paramètre  $y_0$ , pour chaque transformateur monophasé, soit vertical ou horizontal, est déterminé à partir de la puissance de perte d'un essai à vide. Les essais à vide sur les phases de notre transformateur  $Tt_1$  sans neutre ont permis d'obtenir les valeurs présentées au tableau 6.16.

Tableau 6.16 : Valeur de tension, de courant et de perte de deux transformateurs monophasés en essais à vide du transformateur  $Tt_1$  sans neutre

	Branche verticale (Enroulements verticaux)	Branche horizontale (Enroulements horizontaux)
Tension appliquée (V)	$E_{CT}=208,6$	$E_{bt}=180,4$
Perte à vide (W)	47,3	45,9
Courant à vide (A)	0,56	0,64
Tension secondaire (V)	$E_{ct}=104,6$ $E_{ta}=104,3$	$E_{BT}=120,6$ $E_{TA}=120,4$

D'où, on aura :

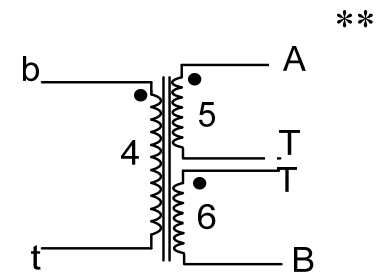
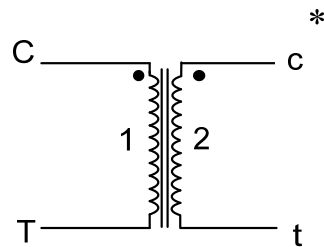
$$y_{0l} = 2,68\text{ms} \angle -66,2^\circ \quad \text{et} \quad y_{0j} = 1,4 + 3,3j = 3,55\text{ms} \angle 66,6^\circ$$

L'admittance de magnétisation pour le transformateur vertical est la même que celle obtenue pour les transformateurs Scott et  $Tt_1$  avec neutre. Cependant, pour le transformateur horizontal, ce paramètre est différent de ceux qui ont été obtenus pour les transformateurs Scott et  $Tt_1$  avec neutre.

Les impédances de court-circuit,  $Z_{ij}$ , obtenues pour notre transformateur  $Tt_1$  sans neutre, sont présentées au tableau 6.17. Seul les  $Z_{ij}$  correspondant au transformateur monophasé horizontal sont présentés, car les autres restent intacts. Nous avons comparé les composants réels de ces impédances avec les résistances à froid équivalentes, vues de chaque enroulement et calculées à l'aide des rapports de transformation. L'accord des valeurs est excellent.

Tableau 6.17 : Impédances de court-circuit des enroulements horizontaux du transformateur Tt<sub>1</sub> sans neutre

	Enroulement			Tension (V)		Courant d'enroulement alimenté I <sub>cc</sub> (A)	Impédance de court-circuit (mΩ) $Z_{éq} = \frac{E_{a \text{ lim.}}}{I_{cc}}$		Résistance à froid mesurée (mΩ)		Rapport de transformation (m)	$R_{éq} = R_{1cc} + m^2 R_{2cc}$
	Alimenté	Court-circuit	Ouvert	Alimenté	Ouvert				R <sub>1cc</sub>	R <sub>2cc</sub>		
1	BT	bt	TA	0,471 ∠0°	0,161 ∠-67,6°	7,41 ∠-44,4°	Z <sub>64=</sub>	45+44j = 63 ∠44,4°	25	44	42/63	45
2	BT	TA	bt	0,743 ∠0°	0,664 ∠-3,5°	5,15 ∠-59,2°	Z <sub>65=</sub>	74+124j = 144 ∠59,2°	25	46	42/42	71
3	TA	bt	BT	0,454 ∠0°	0,109 ∠-67,0°	5,0 ∠-43,1°	Z <sub>54=</sub>	66+62j = 91 ∠43,2°	46	44	42/63	66
4	TA	BT	bt	0,739 ∠0°	0,460 ∠4,0°	5,14 ∠-59,3°	Z <sub>56=</sub>	73+124j = 144 ∠59,5°	46	25	42/42	71
5	bt	BT	TA	0,713 ∠0°	0,446 ∠19,3°	4,97 ∠-44,2°	Z <sub>46=</sub>	103+100j = 143 ∠44,2°	44	25	63/42	100
6	bt	TA	BT	1,042 ∠0°	0,653 ∠13,0°	5,07 ∠-42,9°	Z <sub>45=</sub>	150+140j = 205 ∠43,0°	44	46	63/42	148



Afin de déterminer les impédances mutuelles des enroulements horizontaux  $G'_{ij}$  donnés au tableau 6.18, nous avons utilisé les équations de (5.31) à (5.33) décrivant notre modèle, présentées à la section 5.3.3. Les impédances mutuelles en connexion Tt<sub>1</sub> sans neutre se calculent à l'aide des impédances mutuelles des enroulements en connexion Tt<sub>1</sub> avec neutre. De plus, les impédances mutuelles des enroulements verticaux restent inchangées.

Tableau 6.18 : Valeurs calculées des impédances mutuelles,  $G_{ij}$  et  $G'_{ij}$ , des deux matrices de réponse monophasée pour le transformateur Scott à l'étude

Impédance mutuelle (mΩ)	Impédance calculée
$G_{22}$	$34,8+28,5j=45\angle 39,4^\circ$
$G_{33}$	$48,3+43,7j=65,1\angle 42,2^\circ$
$G_{23}, G_{32}$	$16,0-6,0j=17\angle -20,1^\circ$
$G'_{55}$	$65,9+62,1j=90,5\angle 43,3^\circ$
$G'_{66}$	$44,9+44,4j=63,1\angle 44,7^\circ$
$G'_{56}, G'_{65}$	$18,4-8,7j=20,3\angle -25,4^\circ$

### 6.3.1.1 Vérification des matrices de réponse monophasée du transformateur Tt<sub>1</sub> sans neutre par la mesure directe des éléments $G_{ij}$

Les éléments de l'impédance  $G_{ij}$  ont été directement mesurés conformément à la méthode décrite à la section 5.2.1. Ils sont présentés au tableau 6.19. L'accord entre les valeurs calculées et mesurées est manifeste.

Tableau 6.19 : Impédances mutuelles des enroulements, calculées et mesurées, du transformateur Tt<sub>1</sub> sans neutre

Impédance	Enroulement			Tension alimentée (V)		Courant d'enroulement alimenté I <sub>cc</sub> (A)	Impédance (mΩ)	
	Alimenté	Court-circuit	Ouvert	Alimenté	Ouvert		Mesurée $Z_{eq} = \frac{E_{alim.}}{I_{cc}}$	Calculée
G <sub>22</sub>	ct	CT	ct	0,464 ∠0°	.....	10,4 ∠-39,7°	44,6 ∠39,7°	45,0 ∠39,4°
G <sub>33</sub>	ta	CT	ta	0,569 ∠0°	.....	8,78 ∠-42,6°	67,1 ∠42,6°	65,0 ∠42,2°
G <sub>23</sub>	ta	CT	ct	.....	0,150 ∠-63,0°	8,78 ∠-42,6°	17,0 ∠-20,4°	17,0 ∠-20,1°
G <sub>32</sub>	ct	CT	ta	.....	0,178 ∠-60,2°	10,39 ∠-39,7°	17,1 ∠-20,5°	17,0 ∠-20,1°
G' <sub>55</sub>	TA	bt	TA	0,454 ∠0°	.....	5,0 ∠-43,1°	90,8 ∠43,1°	90,5 ∠43,0°
G' <sub>66</sub>	BT	bt	BT	0,471 ∠0°	.....	7,41 ∠-44,4°	63,5 ∠44,4°	63,1 ∠44,7°
G' <sub>56</sub>	BT	bt	TA	.....	0,161 ∠-67,6°	7,41 ∠-44,4°	21,7 ∠-23,2°	20,3 ∠-25,4°
G' <sub>65</sub>	TA	bt	BT	.....	0,109 ∠-67,0°	5,0 ∠-43,1°	21,8 ∠-23,9°	20,3 ∠-25,4°

### 6.3.2 Détermination de la matrice de réponse du transformateur $Tt_1$ sans neutre

Tous les coefficients de l'équation (5.107) décrivant le modèle complet du transformateur  $Tt_1$  sans neutre peuvent être calculés. Pour les impédances équivalentes du transformateur,  $Z_{ij}$ , on a donc :

Tableau 6.20 : Impédances du transformateur  $Tt_1$  équivalent sans neutre calculées

Impédance équivalente (m $\Omega$ )	Impédance calculée (m $\Omega$ )
$Z'_{44}$	$-52,9-51,5j=73,8\angle-135,7^\circ$
$Z'_{55}$	$-83,0-50,1j=96,9\angle-148,9^\circ$
$Z'_{66}$	$-39,4-36,3j=53,5\angle-137,3^\circ$
$Z'_{45} = Z'_{54}$	$3,9+3,3j=5,1\angle40^\circ$
$Z'_{46} = Z'_{64}$	$20,6+1,9j=20,7\angle5,2^\circ$
$Z'_{56} = Z'_{65}$	$-3,9-3,3j=5,1\angle-139,9^\circ$

Les éléments des sous-matrices  $m_i$  et  $m_e$ , du rapport de transformation en courant et en tension peuvent être aussi calculés. Ils sont démontrés dans le tableau 6.21.

Tableau 6.21 : Rapport de transformation en courant et en tension en connexion  $Tt_1$  sans neutre

Rapport de transformation en courant	Rapport de transformation en tension
$N'_{14}, N'_{24}, N'_{26} = 0,25$	$N'_{42}, N'_{52}, N'_{53}, N'_{62} = 0$
$N'_{15} = -0,746$	$N'_{51} = -0,746$
$N'_{16} = -0,25$	$N'_{41} = -0,25$
$N'_{25} = 0,746$	$N'_{61} = 0,25$
$N'_{34} = 0,5$	$N'_{63} = 0,5$
$N'_{36} = -0,5$	$N'_{43} = -0,5$
$N'_{35} = 0$	

Par conséquent, le modèle complet du transformateur  $Tt_1$  avec neutre, présenté par les coefficients de la matrice de réponse ci-dessous, sont maintenant connus.

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ \dots \\ E_{at} \\ E_{bt} \\ E_{ct} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & 250 & -746 & -250 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 250 & 746 & 250 \\ 0 & 0 & 0 & \vdots & 500 & 0 & -500 \\ \dots & \dots & \dots & \vdots & \dots & \dots & \dots \\ -250 & 0 & -500 & \vdots & -52,9-51,5j & 3,9+3,3j & 20,6+1,9j \\ -746 & 0 & 0 & \vdots & 3,9+3,3j & -83-50,1j & -3,9-3,3j \\ 250 & 0 & 500 & \vdots & 20,6+1,9j & -3,9-3,3j & -39,4-36,3j \end{bmatrix} \times 10^{-3} \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \\ \dots \\ I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Afin de vérifier notre méthode, nous mesurons directement les éléments  $G_{ij}$  et  $Z_{ij}$  (les impédances mutuelles ainsi que des impédances du transformateur équivalent). Dans les sections 5.2.1 et 5.2.2, nous avons expliqué la procédure de mesure des éléments du modèle complet ainsi que des deux modèles du transformateur. Les impédances mutuelles mesurées et calculées résultantes ainsi que des impédances du transformateur équivalent sont fournies dans les tableaux 6.19 et 6.22.

### 6.3.2.1 Mesure directe et vérification des éléments de la matrice $Z_{ij}$ de la connexion en $Tt_1$ sans neutre

Pour nous assurer de la précision de notre méthode, nous avons mesuré directement les éléments  $Z_{ij}$  (les impédances du transformateur multiphasé équivalent). Dans la section 5.2.2, nous avons expliqué la procédure de cette mesure directe. Aux fins de comparaison, les résultats des mesures directes ainsi que les valeurs obtenues à l'aide du modèle sont fournis au tableau 6.22.

Tableau 6.22 : Impédances calculées et mesurées du transformateur  $Tt_1$  équivalent sans neutre

Impédance	Enroulement		Tension (V)		Courant mesuré (A) $I_{cc}$	Impédance (m $\Omega$ )	
	Alimenté	Court-circuit	Alimenté	Ouvert		Mesurée	Calculée
$Z'_{44}$	at	ABC	$0,506 \angle 0^\circ$	.....	$6,91 \angle 135,0^\circ$	$\frac{E_{a \text{ lim.}}}{I_{cc}} = 73,2 \angle -135,0^\circ$	$73,8 \angle -135,7^\circ$
$Z'_{54}$				$0,037 \angle 176,9^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}} = 5,3 \angle 41,9^\circ$	$5,1 \angle 40,0^\circ$
$Z'_{64}$				$0,139 \angle 140,4^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}} = 20,1 \angle 5,4^\circ$	$20,7 \angle 5,1^\circ$
$Z'_{45}$	bt	ABC	$0,487 \angle 0^\circ$	$0,025 \angle 196,1^\circ$	$5,01 \angle 149,0^\circ$	$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}} = 5,0 \angle 47,1^\circ$	$5,1 \angle 40,0^\circ$
$Z'_{55}$				.....		$\frac{E_{a \text{ lim.}}}{I_{cc}} = 97,2 \angle -149^\circ$	$99,1 \angle -149,5^\circ$
$Z'_{65}$				$0,04 \angle 9,5^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}} = 5,9 \angle -139,5^\circ$	$5,1 \angle -139,9^\circ$
$Z'_{46}$	ct	ABC	$0,435 \angle 0^\circ$	$0,167 \angle 142,0^\circ$	$8,25 \angle 136,8^\circ$	$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}} = 20,2 \angle 5,2^\circ$	$20,7 \angle 5,1^\circ$
$Z'_{56}$				$0,042 \angle -1,4^\circ$		$\frac{E_{ouvert.}}{I_{cc}} = 5,1 \angle -138,2^\circ$	$5,1 \angle -139,9^\circ$
$Z'_{66}$				.....		$\frac{E_{a \text{ lim.}}}{I_{cc}} = 52,7 \angle -136,8^\circ$	$53,5 \angle -137,4^\circ$

## 6.4 Sommaire

Ce chapitre avait pour objectif de présenter les détails théoriques de calcul des paramètres des matrices de réponse des transformateur monophasés formant les transformateur de type a) Scott; b)  $Tt_1$  avec neutre; et c)  $Tt_1$  sans neutre, ainsi que des matrices de réponse associées aux configurations triphasées de ces transformateurs. Les valeurs des paramètres obtenues ont été vérifiées. Les méthodes et les résultats de vérification des paramètres, ainsi que les résultats intermédiaires ont été aussi présentés.

## CHAPITRE 7 COURANTS MAGNÉTISANTS MONO- ET TRIPHASES DES TRANSFORMATEURS EN T

Ce mémoire avait comme objectif principal de bien comprendre les courants magnétisants monophasés, triphasés, et leurs interdépendances, et de les calculer. Dans les chapitres 1 et 2, nous avons expliqué comment former, calculer et tracer les courants magnétisants monophasés à partir de la tension appliquée et du diagramme d'hystérésis. Ensuite, au chapitre 3, nous avons étudié la formation des courants magnétisants triphasés, dans les transformateurs Dy, à partir des courants magnétisants monophasés. L'étude de cette configuration Dy a donné un bon aperçu de l'ensemble de la physique et du calcul des courants magnétisants mono- et triphasés. Cette procédure est aussi valide pour les transformateurs Dd<sub>n</sub> et Yy<sub>n</sub>. Cependant, afin de compléter notre savoir-faire, nous avons inclus, dans le présent chapitre, une méthode de calcul des courants magnétisants triphasés à partir des courants magnétisants monophasés pour les transformateurs en T.

### 7.1 Courants magnétisants dans les transformateurs en T

Comme nous l'avons déjà mentionné au chapitre 4, un transformateur en T peut se décomposer en deux transformateurs monophasés. Dans ce chapitre, notre but est de reconstruire les courants magnétisants triphasés à partir des deux courants magnétisants associés à ces deux transformateurs monophasés. Vu que les essais de ce chapitre sont faits sur le côté configuré en T, le type de configuration, Tt<sub>n</sub> ou Scott, importe peu.

Un courant magnétisant est un courant complexe qui résulte de l'ensemble des phénomènes magnétiques [5, 8]. Il est généralement constitué de deux composants en quadrature : 1) un composant actif, et 2) un composant réactif. Le premier composant est résistif (et nommé « courant watté ») et est associé aux pertes dans le circuit magnétique [8]. Le deuxième est un courant purement inductif (ce composant est aussi appelé « courant d'excitation » ou « courant déwatté ») associé au flux. Le premier composant (composant actif) fournit l'énergie dissipée par les mécanismes de pertes actives dans le noyau, c'est-à-dire la perte par l'hystérésis et la perte par le courant induit. Habituellement, ces pertes sont négligeables et inférieures à un pour cent (<1 %) de la puissance nominale des transformateurs [3]. Le deuxième composant (composant réactif) est la conséquence du passage du flux dans le noyau magnétique. Dans un transformateur

en T, si on suppose que les deux noyaux sont de dimension et de masse identiques et qu'ils sont exploités magnétiquement au même niveau, on peut démontrer que les courants magnétisants forment un ensemble triphasé équilibré [8]. Les sections suivantes présentent le calcul des courants magnétisants triphasés du transformateur en T (240 V/120-208 V) à l'aide des courants magnétisants monophasés mesurés.

## 7.2 Calcul et vérification des courants magnétisants triphasés du transformateur en T

L'existence des deux courants magnétisants monophasés, associés respectivement au transformateur monophasé vertical et horizontal, permet la reconstruction des courants magnétisants triphasés. Il serait évidemment possible de déterminer ces courants à partir de la courbe d'aimantation, et les tensions appliquées à partir de la méthode décrite au chapitre 1, mais cette procédure est redondante et le savoir-faire associé est déjà acquis et vérifié, d'où notre décision d'utiliser les courants magnétisants mesurés pour réaliser cette reconstruction. Autrement dire, nous mesurons et traçons ces deux courants magnétisants monophasés et nous les utilisons ensuite pour obtenir les courants magnétisants triphasés. La figure 7.1 démontre les chemins conventionnels empruntés par les courants magnétisants monophasés lorsque la configuration triphasée est formée.

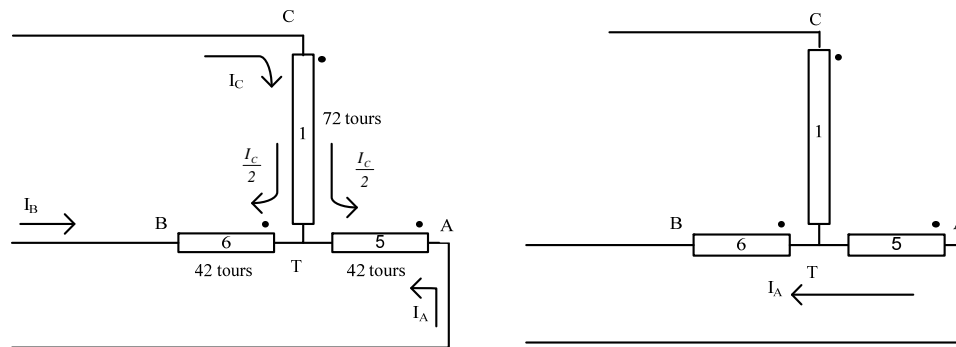


Figure 7.1 : Directions conventionnelles des courants magnétisants monophasés dans un transformateur en T.

On observe bien que le courant magnétisant du transformateur vertical rentre par la borne C et se divise en deux de façon égale au point T, car les deux enroulements de la branche horizontale sont égaux [8, 9]. D'ailleurs, le courant magnétisant du transformateur horizontal rentre par la borne A et sort par la borne B [8, 9]. Donc, il est désormais possible de déterminer les courants magnétisants triphasés du transformateur selon les équations suivantes :

$$I_C = I_{CT} \quad (7.1)$$

$$I_A = I_{AB} - \frac{I_C}{2} \quad (7.2)$$

$$I_B = -I_{AB} - \frac{I_C}{2} \quad (7.3)$$

Pour vérifier l'hypothèse ci-dessus, on mesure les courants magnétisants monophasés, ( $I_{CT}$ ) et ( $I_{AB}$ ), pour les deux transformateurs vertical et horizontal, en appliquant, respectivement et séparément, les tensions de 208 V et 240 V aux bornes des enroulements vertical et horizontal du côté primaire du transformateur en T. Les deux tableaux qui suivent présentent respectivement les mesures du courant magnétisant et de la tension appliquée ainsi que leur contenant en harmoniques. Les mesures ont été prises à l'aide de l'analyseur de puissance PM6000.

Tableau 7.1 : Valeurs efficaces mesurées (non corrigées) des harmoniques du courant magnétisant  $I_{CT}$  et de la tension

	Harmoniques					
	1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension(V)	208,7 $\angle$ 0°	0,242 $\angle$ 154,2°	1,97 $\angle$ 322,9°	0,087 $\angle$ 103°	0,099 $\angle$ 54,6°	0,515 $\angle$ 339,4°
Courant(A)	0,51 $\angle$ 296,2°	43,12 $\angle$ 284,7°	13,75 $\angle$ 282,1°	3,82 $\angle$ 280,5°	1,89 $\angle$ 282,3°	1,29 $\angle$ 270,9°

Tableau 7.2 : Valeurs efficaces mesurées (non corrigées) des harmoniques de courant magnétisant  $I_{AB}$  mesuré et de la tension.

	Harmoniques					
	1	3(%)	5(%)	7(%)	9(%)	11(%)
Tension(V)	$239,5 \angle 0^\circ$	$0,218 \angle 143,4^\circ$	$2,03 \angle 322,8^\circ$	$0,038 \angle 99,9^\circ$	$0,099 \angle 67,2^\circ$	$0,554 \angle 334,9^\circ$
Courant(A)	$0,433 \angle 296^\circ$	$40,99 \angle 283,0^\circ$	$11,47 \angle 278,3^\circ$	$2,02 \angle 270,1^\circ$	$0,84 \angle 280,5^\circ$	$0,92 \angle 272,1^\circ$

La figure 7.2 représente les formes des courants magnétisants  $I_C$  et  $I_{AB}$ , ainsi que les tensions appliquées à chacun des transformateurs, retracées à l'aide du logiciel Matlab et des tableaux 7.1 et 7.2.

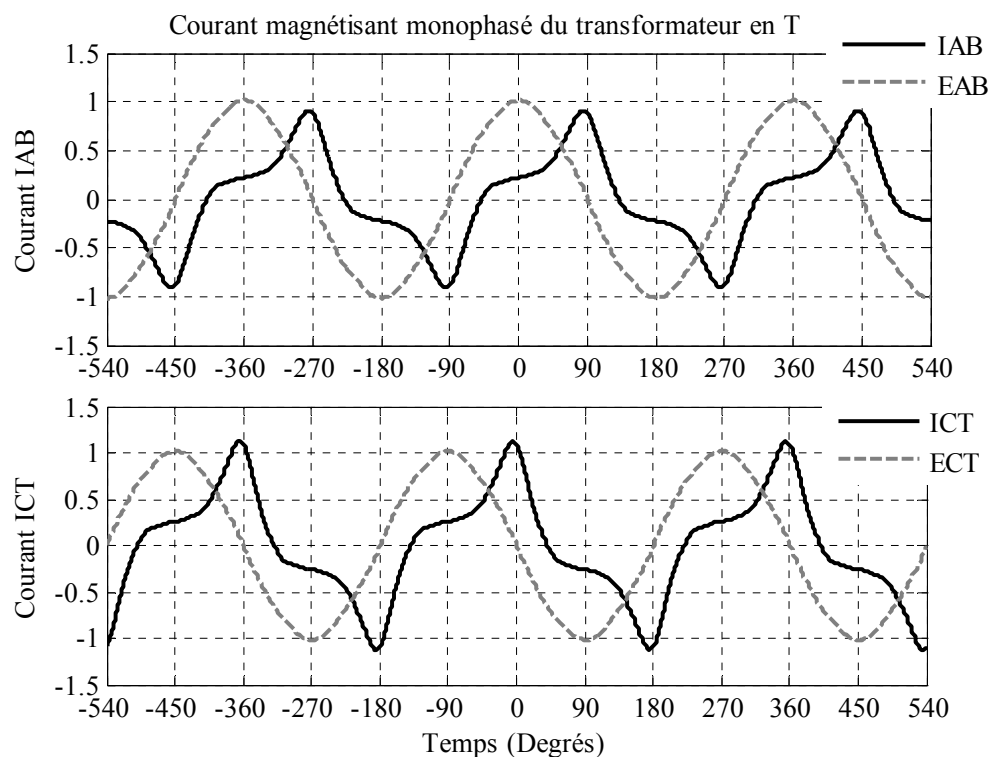


Figure 7.2 : Formes de courants magnétisants monophasés obtenues pour le transformateur horizontal,  $I_{AB}$ , (en haut), et vertical,  $I_{CT}$ , (en bas).

Les figures 7.3 et 7.4 montrent les formes de tensions et des courants visualisées à l'oscilloscope.

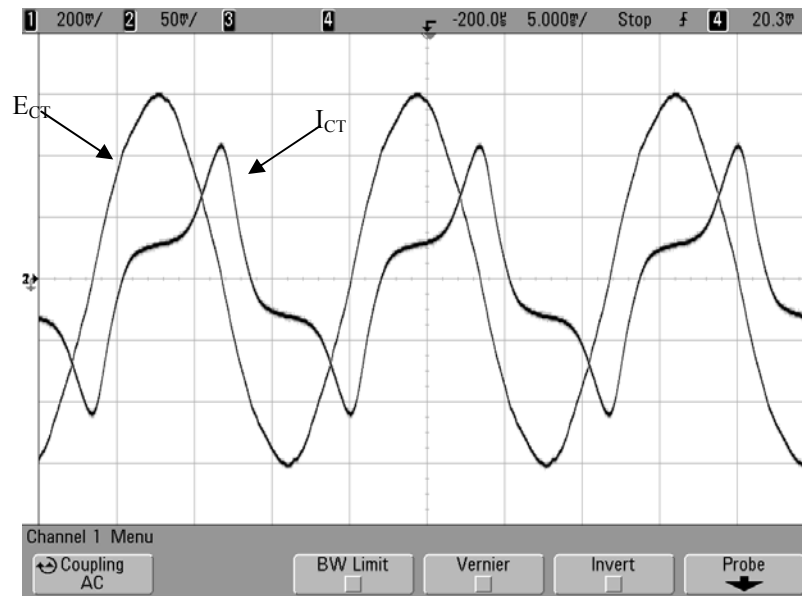


Figure 7.3 : Forme du courant magnétisant,  $I_{CT}$ , observée par oscilloscope et obtenue d'un essai sur le transformateur vertical.

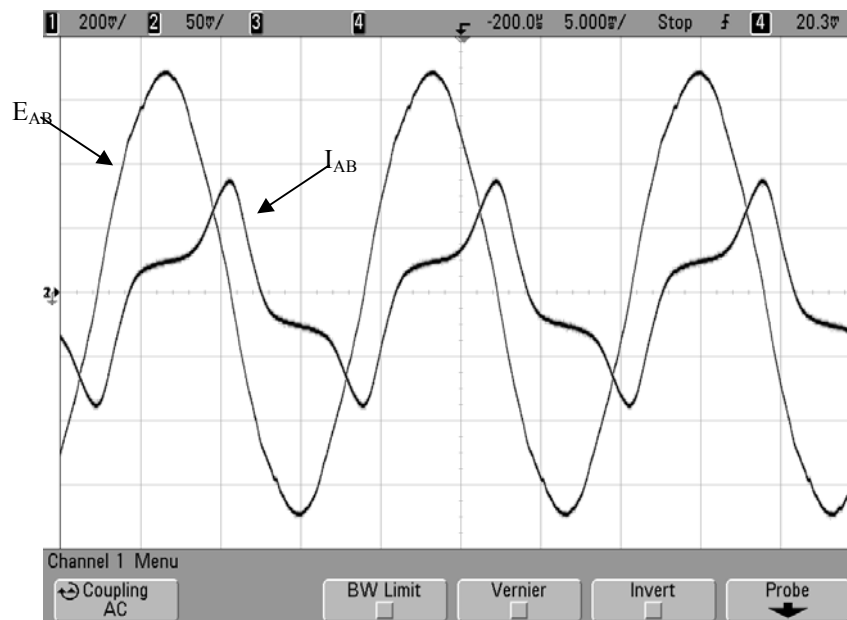


Figure 7.4 : Forme du courant magnétisant,  $I_{AB}$ , observée par oscilloscope et obtenue d'un essai sur le transformateur horizontal.

L'accord entre ces courbes est excellent. On observe que les courants sont en retard de près de  $64^\circ$  par rapport aux tensions, et il est bien visible que les courants sont déformés. D'ailleurs, il est facile de constater, à partir des valeurs mesurées aux tableaux 7.1 et 7.2, que la répartition des harmoniques de courant suit la règle suivante [3] :

- 30 à 50 % de troisième harmonique,
- 10 à 16 % de cinquième harmonique,
- 2 à 4 % de septième harmonique,
- 1 % de neuvième harmonique.

Nous avons obtenu et tracé les courants magnétisants triphasés à l'aide des équations (7.1 à 7.3), des résultats des essais monophasés et du logiciel Matlab. La figure 7.5 représente la forme de la tension appliquée et des courants magnétisants triphasés reconstruits ainsi que leur composant fondamental en harmonique.

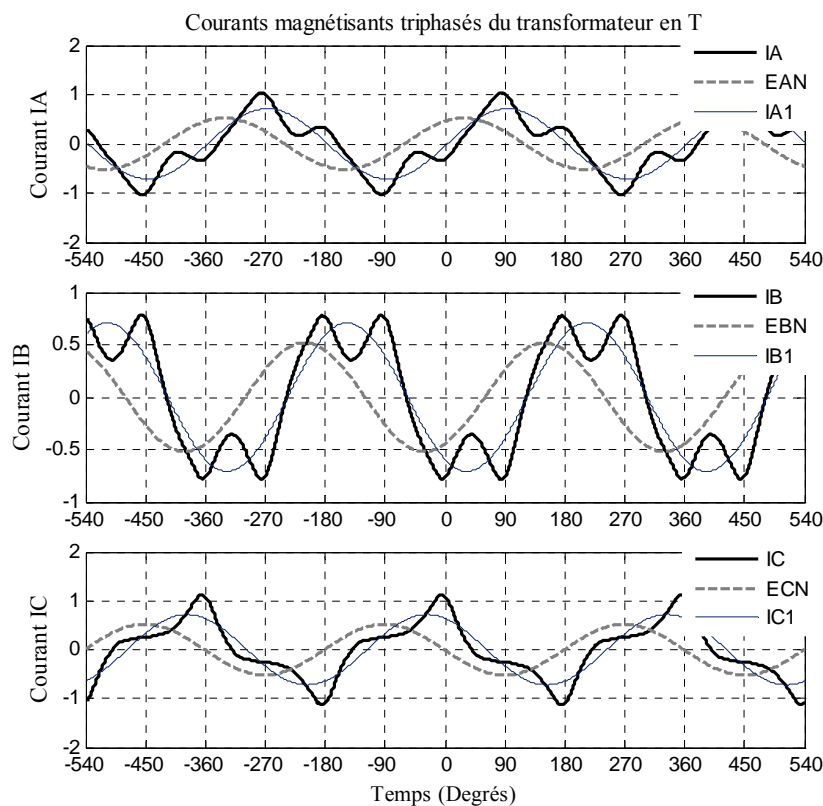


Figure 7.5 : Forme des courants magnétisants triphasés reconstruits par Matlab.

Le schéma suivant illustre les formes des courants magnétisants triphasés mesurés à l'oscilloscope. En comparant les courants magnétisants triphasés mesurés et reconstruits à partir des courants magnétisants monophasés, on observe un excellent accord de la forme et de l'amplitude.

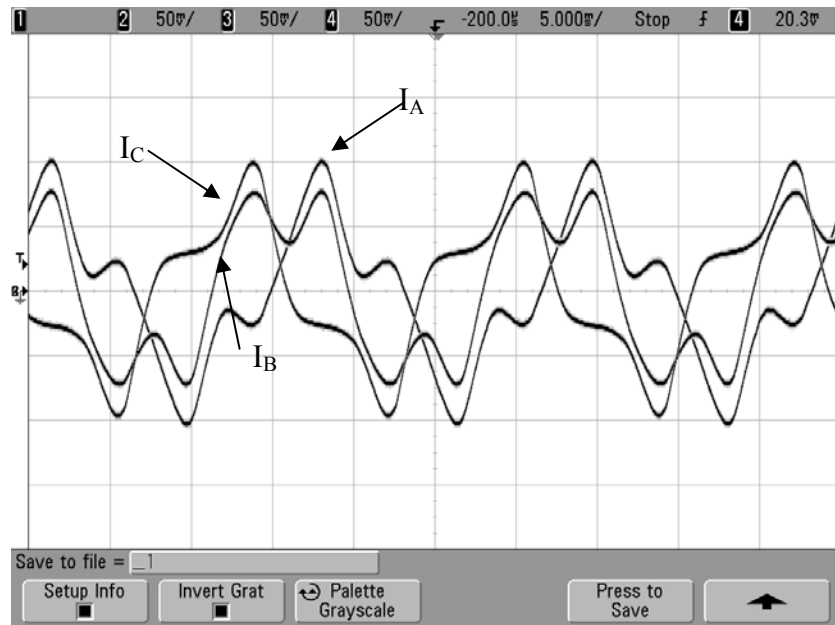


Figure 7.6 : Forme des courants magnétisants triphasés observée par oscilloscope et obtenue d'un essai à vide triphasé sur le transformateur en T.

### 7.3 Sommaire

Dans ce chapitre, nous avons déterminé les courants magnétisants triphasés d'un transformateur en T à partir des courants magnétisants monophasés. Vu que les circuits magnétiques des enroulements sont isolés et il n'y a aucune interaction entre eux, on n'a pas besoin de connaître les courbes hystérésis. Donc, un modèle de répartition des courants, comme celui utilisé dans cette étude, suffit. Un bon accord entre les formes d'onde des courants mesurés et reconstruits a été observé.

## RÉFÉRENCES

1. Wildi, T., Électrotechnique. 3<sup>e</sup> ed. 2000, Quebec: Les Entreprises Sériska Ltée.
2. Bartkiw, W.L., et Sookhoo, K.T., Electrical systems technology. 1986, Canada: McGraw-Hill. P58-77.
3. Bouchard, R.P., et Olivier, G., Électrotechnique. 2<sup>e</sup> ed. 1999, Montréal: École polytechnique de Montréal.
4. Chapman, S.J., Electric Machinery Fundamental. 1985, Singapore: McGraw-Hill.
5. Motalebi, A., Transformateur. 5<sup>e</sup> ed. Vol. 1 et 2. 1996, Tehran: nashr Afrouz.
6. Bwan, R.L., Chackan, N., Moore, H.R., et Wentz, E.C., Transformer for the Electric Power Industry. 1959.
7. Saint-Jean, B., Electrotechnique et machnies electriques. 3<sup>e</sup> ed. 1977, Montréal: Lidec. P1-124.
8. Olivier, G., Modélisation du transformateur en T: Montréal.
9. Germain, N.S., Analyse de la connexion en T, in Département de génie électrique. 1993, École polytechnique de Montréal: Montréal.
10. Lasne, L., Electrotechnique. 2008, Paris: Dunod.
11. Poloujadoff, M., Traitement de l'énergie électrique. 1969, Montreal: Dunod. P46-87.
12. Saraiva, E., Chaves, M.L.R, et Camacho, J.R. Three-phase transformer representation using FEMM, and a methodology for air gap calculation. 2008. Vilamoura, Algarve, Portugal: Inst. of Elec. and Elec. Eng. Computer Society.
13. Electrical Steels, Grain Oriented Silicon Steels, Non-Oriented Silicon Steels, Timoteo: Arcelormittal Inox Brasil.
14. O'handley, R.C., Modern Magnetic Materials. 2000, New York: John Wiley.
15. Russak, C., Magnetic Materials and their applications. 1974, New York: Butterworth.
16. Pislariu, I., Installation d'essais de transformateurs de distribution à sec in Département de génie électrique. 2005, École polytechnique de Montréal: Montréal.
17. Bosela, T.R., Electrical system design. 2003, USA: Pearson Education. P366-409.
18. Kostenko, M., et Piotrovski, L., Machines electriques. Vol. 1. 1979, Moscou: Traduction P446-452.
19. Bareille, D., et Daunis, J.P., Transformateur et Machines Tournantes. 2006, Paris: Dunod. P22-51.
20. Herman, S.L., Electrical Transformers & Rotating Machines. 2006, USA: Delmar. P1-110.
21. Manning, E.W., The T-Connected 3-Phase Transformer. Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, 1958. **77**(3): p. 1021-1023.

22. Chenweth, R.D., et Ayoub, A.K. Equivalents circuits for Multi-Winding Transformers: A Genreal procedure,IEEE PES Winter Meeting, 1973. New York.
23. Olivier, G., Cojocaru, R., et Lefevre, A. Analytical model of a T-connected three-phase transformer. 2003. Netherlands: Elsevier.
24. IEEE Guide for diagnostic field testing of electric power apparatus. 1995.
25. NEMA Standards publication TP 2-2005, Standard test method for measuring the energy consumption of distribution transformers. 2005.
26. Gudefin, E.J., et Olivier, G. Modeling of Multiple-Winding Transformers. in Computational and Applied Mathematics. 1994. Atlanta.

## ANNEXES

### ANNEXE 1 – Correction des angles de l'analyseur de puissance PM6000

Le PM6000 est un analyseur de puissance de nouvelle génération. Il est constitué de six canaux qui mesurent six tensions, six courants, et donc six puissances, ainsi que d'autres paramètres comme les impédances, les phases, etc. À l'aide de l'analyseur de puissance PM6000, on peut mesurer des paramètres de circuits monophasés et multiphasés. Afin de mesurer des paramètres des circuits multiphasés, l'analyseur considère le premier canal comme le canal de référence par rapport aux autres canaux.

Dans tous les chapitres de ce mémoire, les valeurs d'amplitude et d'angle mesurés à l'aide de PM6000 dans les tableaux sont une série de Fourier en sinusoïdes. Les amplitudes mesurées dans tous les tableaux sont en valeurs efficaces. Afin de trouver les phases relatives pour, par la suite, tracer et superposer les harmoniques mesurées, il est nécessaire de faire une correction des phases lues. Cette correction assure la cohérence temporelle et spatiale des harmoniques. En effet, il faut ajouter les angles suivants aux angles de phase des harmoniques de chaque canal.

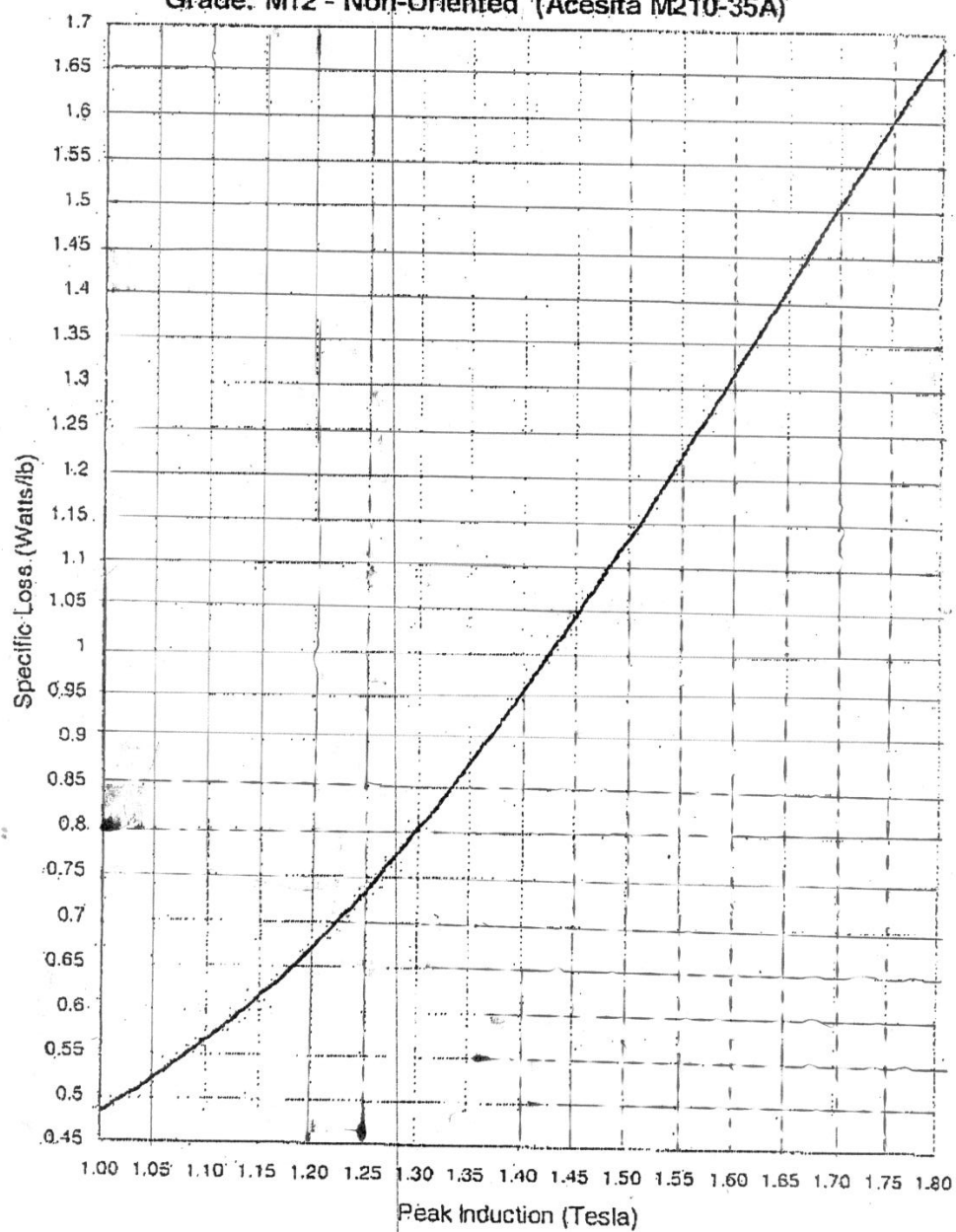
Harmoniques	Canaux d'analyseur de puissance					
	1	2	3	4	5	6
1	0	0	0	0	0	0
3	+180	-60	+60	0	+120	-120
5	0	-120	+120	0	-120	+120
7	+180	-180	+180	0	0	0
9	0	+120	-120	0	+120	-120
11	+180	+60	-60	0	-120	+120
13	0	0	0	0	0	0
15	+180	-60	+60	0	+120	-120

## ANNEXE 2 – Courbe de la perte du transformateur en fonction la densité du flux



Cogent Power Inc.  
845 Laurentian Drive,  
Burlington, Ontario, Canada L7N 3W7  
Tel: (905) 637-3033 Fax: (905) 637-7968

Typical Specific Loss per Peak Induction - Watts/lb @ 60Hz  
Grade: M12 - Non-Oriented (Acesita M210-35A)



## ANNEXE 3 – Fichier technique



TEL : (450) 293-8998, (800) 822-3565 FAX : (450) 293-8999 WEB : WWW.BEMAG.CA

## TECHNICAL DATA : UA3030VR115.

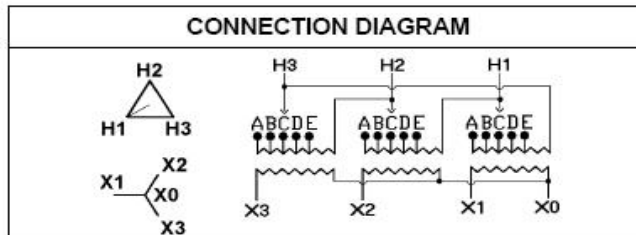
DESCRIPTION	
Type	DRY TYPE DISTRIBUTION
KVA	30
Primary (Volts)	600
Secondary (Volts)	120 / 208
Phase	3
Enclosure NEMA	NEMA 2
Impedance	2.4 %
Temp. Rise	115 °C
Temp. Class	220 °C
Frequency	60 Hz
K Factor	1
Weight	362 Lbs / 165 Kg

TAPS							
Pos	A	B	C	D	E	F	G
%	+5	+2.5	0	-2.5	-5		
Volts	630	615	600	585	570		

Primary connectors by phase 1 #2 AWG - #14 AWG
Secondary connectors by phase 1 250 MCM
Primary Winding in Aluminium
Secondary Winding in Aluminium

PERFORMANCES	
No Load loss	207 Watts
Load loss 135 °C	535.6 Watts
Load loss per C802 (35%)	70.5 Watts
Total loss	742.6 Watts
Excitation current	2.91 %
Noise level	45 DB
Impedance from secondary	0.06 Ohm (Line To Line)

% EFFICIENCY (AT 35% FULL LOAD)		% REGULATION (FULL LOAD)				
Minimum per C802	97.50	1.00	0.95	0.90	0.85	
Estimated	97.56	1.80%	2.20%	2.31%	2.37%	



## PHYSICAL DIMENSIONS

The figure consists of two technical drawings of a transformer enclosure. The left drawing is a front view showing a rectangular unit with three horizontal sections of cooling fins. The right drawing is a side view showing the profile of the enclosure with mounting details.

**Front View Dimensions:**

- Overall width: 27.00
- Top section width: 25.00 (DI)
- Top section width: 23.00 (BI)
- Height of middle section: 7.00 (EI)
- Height of bottom section: 9.50

**Side View Dimensions:**

- Top section width: 20.94
- Top section width: 15.50 (CI)
- Height of top section: 3.00
- Height of middle section: 25.00 (AI)
- Height of bottom section: 3.00
- Bottom section width: 2.50

### ENCLOSURE

	INCHES	MM
A	25	635
B	23	584
C	15.5	394
D	25	635
E	7	178

## MOUNTING : WALL AND FLOOR

Customer / PO	ECOLE POLYTECHNIQUE	COMMENTS
Contact	DAWEI ZHU	
Project		
Revised by	Frédéric Dubeau	
Revision Date	Thursday, 9 apr. 2009 13:05	

## ANNEXE 4 – Calcul d'admittance de magnétisation

Considérons l'équation ci-dessous :

$$\begin{bmatrix} I_{prim} \\ E_{sec} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_0 & m_i \\ m_e & Z_T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{prim} \\ I_{sec} \end{bmatrix}$$

En général,  $y_0$  est une sous-matrice qui tient compte des phénomènes magnétiques dans le noyau. Cependant, étant non linéaires, les admittances ( $y_0$ ) sont valables juste pour un seul essai avec des tensions et des courants donnés.

En effet, les  $y_{ij}$  sont des paramètres décrivant certains effets non linéaires négligeables dans le noyau. Donc, on néglige les paramètres  $y_{ij}$ , et les considère comme étant nuls. En plus, le traitement et la formulation du modèle ne sera pas valide si la matrice de réponse,  $\begin{bmatrix} y_0 & m_i \\ m_e & Z_T \end{bmatrix}$ , contient des éléments non linéaires (l'algèbre linéaire ne s'applique plus).

Considérant l'explication ci-dessus, on détermine et estime les paramètres non linéaires,  $y_{ij}$  (admittance de magnétisation).

Dans la figure 7.1, on observe bien que le premier transformateur, qui est vertical, comporte deux enroulements (enroulements  $E_{AT}$  et  $E_{TB}$ ). Ces deux enroulements ont respectivement un nombre de tours de  $N_5$  et  $N_6$ . Donc, l'enroulement  $E_{AB}$  a  $N_{5+6} = N_5 + N_6$  tours. On aura :

$$I_C = y_{0_i} \cdot E_{CT} \quad (IV.1)$$

On sait que la relation suivante est valide :

$$E_{CT} + E_{TA} = E_{CA} \quad (IV.2)$$

Et en ayant l'équation ci-dessous :

$$E_{AT} = \frac{N_5}{N_{5+6}} E_{AB} \quad (IV.3)$$

On obtient :

$$I_C = y_{0_i} \cdot E_{CT} = y_{0_i} \cdot (-E_{TA} + E_{CA}) = y_{0_i} \cdot \left( \frac{N_5}{N_{5+6}} E_{AB} + E_{CA} \right) \quad (IV.4)$$

Le courant ( $I_c$ ) se divise au point T en fonction du nombre de tours des enroulements  $N_5$  et  $N_6$ , d'où

$$N_5 I_A = N_6 I_B \quad (IV.5)$$

Dans l'équation (VIII.5), et en remplaçant  $I_B$  par  $(-I_A - I_C)$ , on aura :

$$N_5 I_A = N_6 I_B \rightarrow I_{A_1} = -\frac{N_6}{N_{5+6}} I_C \quad (IV.6)$$

En plus, en utilisant les équations (VIII.1), (VIII.2) et (VIII.3) on obtient :

$$I_{A_1} = -\frac{N_5 N_6}{N_{5+6}^2} y_{0_1} E_{AB} - \frac{N_6}{N_{5+6}} y_{0_1} E_{CA} \quad (IV.7)$$

Et

$$I_{B_1} = -\frac{N_5}{N_{5+6}} I_C = -\frac{N_5^2}{N_{5+6}^2} y_{0_1} E_{AB} - \frac{N_5}{N_{5+6}} y_{0_1} E_{CA} \quad (IV.8)$$

Pour le second transformateur (transformateur horizontal) :

$$I_{A_2} = y_{0_2} E_{AB} \quad (IV.9)$$

d'où

$$I_{B_2} = -I_{A_2} \quad (IV.10)$$

où  $y_{02}$  est l'admittance de magnétisation du second transformateur vue de l'enroulement AB.

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{N_5 N_6}{N_{5+6}^2} y_{0_1} + y_{0_2} & 0 & -\frac{N_6}{N_{5+6}} y_{0_1} \\ -\frac{N_5^2}{N_{5+6}^2} y_{0_1} - y_{0_2} & 0 & -\frac{N_5}{N_{5+6}} y_{0_1} \\ \frac{N_5}{N_{5+6}} y_{0_1} & 0 & y_{0_1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{AB} \\ E_{BC} \\ E_{CA} \end{bmatrix} \quad (IV.11)$$