POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Étude de la résistance en flexion des extensions en porte-à-faux de la corde supérieure de poutrelles à treillis en acier
Auteur: Author:	Michel-Ange Assily Alegre
Date:	2021
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Assily Alegre, M.-A. (2021). Étude de la résistance en flexion des extensions en porte-à-faux de la corde supérieure de poutrelles à treillis en acier [Ph.D. thesis, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/6334/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/6334/
Directeurs de recherche: Advisors:	Robert Tremblay
Programme: Program:	Génie civil

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Étude de la résistance en flexion des extensions en porte-à-faux de la corde supérieure de poutrelles à treillis en acier

MICHEL-ANGE ASSILY ALEGRE

Département des Génie civil, géologique et des mines

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*

Génie Civil

Mai 2021

© Michel-Ange Assily Alegre, 2021.

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

Étude de la résistance en flexion des extensions en porte-à-faux de la corde supérieure de poutrelles à treillis en acier

présentée par **Michel-Ange ASSILY ALEGRE**

en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Bruno MASSICOTTE, président

Robert TREMBLAY, membre et directeur de recherche

Mahdi BEN FTIMA, membre

Anjan BHOWMICK, membre externe

DÉDICACE

À Papa

À ce génie, tous domaines confondus, et à cet esprit brillant. J'aurais aimé que tu sois là pour me dire « Bien joué, Petit. ». J'espère qu'on te rend fier 'na akiri yetu', et que, là où tu es, tu frimes à fond en parlant de nous.

À ma sœur

Carine, oui on « pense trop », mais cela fait de nous des êtres merveilleux. Il est temps que l'on vive comme tel. Toi qui es la fondatrice de 'Los Tres Mosqueteros' et son ciment, tu sais mieux que quiconque que ça va être un travail d'équipe. Tous pour un et un pour tous ! Ke Kebo la Cabeunna, Kouick !

À maman

C'est simple, juste après Dieu lui-même, c'est à toi que je dois tout (et je ne parle pas seulement de tout l'argent que tu as mis dans ces études, jaja !). Je prie donc pour que ce même Dieu nous accorde, à Carine et à moi, la grâce de te le rendre au centuple.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier Robert Tremblay qui, après avoir accepté de me superviser dans ce projet de recherche, m'a démontré de la confiance et a persévéré avec moi pendant ces (assez nombreuses) années de maîtrise et de doctorat. J'ai apprécié le privilège de bénéficier de sa grande expérience déversée dans des rencontres toujours inscrites dans le respect mutuel. Je vous remercie en particulier pour les efforts fournis lors du sprint final extrêmement chargé.

Mes remerciements au Groupe CANAM qui, en tant que partenaire industriel du projet, a non seulement contribué financièrement mais a également fourni les spécimens de test et les éléments du montage et nous a fourni un support technique. Un merci particulier à Sébastien Paré, Daniel Fecteau et Marie-Ève Dorion. Je remercie le FQRNT, le NSERC et MITACS pour le soutien financier qu'ils ont apporté à ce projet de recherche.

Je remercie également les professeurs Bruno Massicotte, Mahdi Ben Ftima, Richard Simon et Anjan Bhowmick d'avoir accepté de présider et de composer le jury de mon examen. Merci également à tous les professeurs et assistants du département de génie civil, et d'autres départements de l'École Polytechnique, qu'il m'est arrivé de consulter à travers cette grande aventure académique. Un des points fort de ce projet de recherche a été l'imposant programme expérimental que l'on a eu la chance de réaliser. Je n'aurais pu souhaiter meilleure équipe pour m'aider à mener ces essais. Je remercie donc toute l'équipe du Laboratoire de Structures qui m'a apporté un excellent soutien technique dont, Xavier Willem, Patrice Bélanger, Martin Leclerc, David Ek et tous les stagiaires qui se sont amusés à briser des poutrelles avec moi. Et bien évidemment un merci très particulier à Jonathan Auger (aka Gandalf), Yann Blanchard et Faouzia Rafiki avec qui nous avons formé une équipe de choc qui a de l'avenir en tant que briqueteurs! Un grand merci à Julie Dallaire pour avoir répondue présente à chaque fois que j'ai crié au secours, merci pour ton écoute, ton efficacité est ta disponibilité. Merci à Adèle El-Murr pour sa compréhension dans le sprint final.

Merci à tous les collègues que j'ai eu à Poly durant ces années d'étude, un salut particulier à Véronique, Jalila, Alex, Maxime et Paul avec qui j'ai partagé de si agréables moments dans nos nombreux bureaux ! Merci à Paul (aka Frozen) pour sa disponibilité et sa sollicitude. Un merci particulier à Amadou El Thiaw et à sa belle Umutangana qui sont passés de collègues à amis, puis d'amis à « familia », et notre histoire ne fait que commencer! Je dois également remercier cette

chère École Polytechnique en général. J’ai, en tant qu’étudiant, une relativement longue histoire commune avec ses couloirs, ses locaux et son personnel. Ça a un peu été ma résidence secondaire pendant presque 20 ans, haha. Il faut croire que je m'y sens tellement bien que j’ai essayé d’étirer l’aventure au maximum.

Je tiens également à remercier tous ceux qui, en dehors de Poly, m’ont accompagné et épaulé par leur amitié et leurs encouragements. Merci à ma mini-familia de Greenfield Park rencontrée grâce à Poly, à Julien (aka King Julian), à Marine (aka Frustroconique) et à leur deux petit princes, James et Jonas. Merci aux amis de longue date qui ont rendu ma vie montréalaise si agréable, et qui me permettent de me défouler devant un jeu de société ou au volley, tant que je le peux encore. Merci à Momo, Caro, Nico, Alain, Pierre, Darshan, Mayi, Maaleki, Henriette, Billy, Nassima et les autres. Momo, en attendant que la Mamba Mentality de Kobe émerge, je vais déjà apprécier cet accomplissement-ci. Merci à Pierre Costa Pinto. Un merci tout particulier à maman Kris pour son inestimable support de chaque instant et à l’enfant Gygy pour la joie que tu as apporté à ces années, votre aide est une bénédiction que je valorise beaucoup. Merci à la team MCI. Et merci aux Wolves ! Boubé, Élisée, Kabir, je suis prêt pour notre prochaine aventure.

Un énorme Merci à ma mère et à ma sœur pour le support indéfectible et omniprésent malgré la distance et tout le stress que je vous cause ! Os quiero ! Je finis par le plus important, asanti sana Mungu wangu; comme dirait Paul, si Il est pour moi, qui sera contre moi !

À l’image de nombreuses phases de ce projet de recherche, ces remerciements sont rédigés en toute dernière minute. Si j’ai oublié des gens sous la pression du temps, ne m’en tenez pas rigueur, je produirai volontiers des addendas personnels en cas de réussite !

RÉSUMÉ

Les poutrelles à treillis en acier sont couramment utilisées dans le domaine des constructions métalliques. Combinées à un tablier métallique, elles présentent des avantages significatifs comme celui de pouvoir être rapidement et facilement montées, de permettre l'installation de conduits mécaniques et autres éléments à travers leur âme, ou encore d'avoir des planchers ou toits à faible poids propre. On désigne par extension le prolongement de la membrure supérieure des poutrelles au-delà du siège d'appui de ces poutrelles. Ces extensions, utilisées pour prolonger le plancher d'une mezzanine ou poursuivre une toiture, constituent alors des éléments en porte-à-faux qui doivent supporter des charges gravitaires comme les charges permanentes du toit ou du plancher et les surcharges due à la neige ou à l'occupation.

La membrure supérieure de ces extensions, soit celle qui est tendue, est retenue latéralement par le tablier métallique, et c'est à la hauteur de cette membrure supérieure que la charge est appliquée, ce qui constitue des conditions propices a de l'instabilité globale. De plus, les sections employées pour ces extensions peuvent n'avoir qu'un seul ou aucun axe de symétrie et être sujettes à de l'instabilité locale. De telles caractéristiques rendent leur résistance en flexion difficile à évaluer car ces paramètres, surtout combinés, ne sont pas traités dans les codes d'usage ni dans la littérature portant sur la résistance des pièces fléchies en acier. En l'absence de règles de calcul adaptées à ce type d'élément, la pratique est d'utiliser des méthodes conservatrices dont le niveau de fiabilité ne peut être évalué et qui donnent généralement lieu à des structures non économiques. Dans cette étude, le comportement structural de l'extension de corde supérieure de poutrelle a été établi en combinant des recherches expérimentales et analytiques. Sa résistance en flexion ainsi que l'influence, sur cette résistance, des différents paramètres qui caractérisent cet élément structural ont été étudiés, et une méthode de calcul simple est proposée. Cette méthode de calcul reflète plus fidèlement la résistance que développent les extensions étudiées et représente un gain de capacité par rapport aux méthodes sécuritaires couramment utilisées.

Des travaux antérieurs avaient permis de constater le manque de méthodes théoriques de calcul de résistance couvrant ce type d'élément en porte-à-faux. C'est dans cette étude antérieure qu'il a été établi que la méthode des éléments finis était l'outil adéquat pour étudier ces extensions. Les modes d'instabilité pouvant intervenir dans la réponse en flexion de ces extensions ont également été déterminé dans cette étude. La principale lacune de ces travaux était qu'ils n'avaient pas fait l'objet

d'une validation expérimentale, c'est pourquoi un programme expérimental a été conçu et exécuté. Un total de 15 spécimens de poutrelles de taille réelle avec des extensions de membrures supérieure de 2,5 m ont été testés jusqu'à la rupture. Les extensions testées variaient de par leur type de section, les dimensions de profilés de ces sections et les conditions de frontière qui leur étaient appliquées. L'utilisation de potentiomètres à corde, de jauges de déformation, d'un système de corrélation d'images numériques et le recours à la numérisation tridimensionnelle des extensions testées ont permis de collecter les forces, déformations et déplacements des spécimens et d'observer leur déformées. Ces observations indiquent que les ruptures se sont produites par une combinaison de plastification de la section, de déversement et de voilement local. Ce programme expérimental a également permis d'étudier l'influence des conditions de retenue de l'extension et du type de section sur sa résistance en flexion. Des essais de traction et de flexion à 4 points ont également été menés sur des portions intactes des extensions pour permettre la caractérisation des matériaux utilisés pour leur fabrication.

Les données collectées dans les essais avaient pour objectif principal de permettre la validation de simulations numériques en construisant des modèles en éléments finis capables de reproduire ces résultats. Les propriétés des matériaux de fabrication des spécimens ont été caractérisées en modélisant les essais de traction et de flexion à 4 points menés dans le programme expérimental, et en modifiant les propriétés matériaux jusqu'à ce que les résultats correspondent. Le développement de modèles en éléments finis de poutrelle à treillis avec extension de la membrure supérieur a ensuite été effectué pour chacun des spécimens testés. Les premiers modèles, qui incluaient des contraintes résiduelles et des imperfections géométriques dans l'extension, n'ont pas atteint une correspondance satisfaisante. La poutre servant de support au siège de poutrelle a alors été ajoutée pour simuler la relative flexibilité de celui-ci, et la charge uniformément distribuée que l'on appliquait sur l'extension a été remplacée par une structure de distribution de charge activée par déplacement afin que le modèle numérique reproduise plus fidèlement les conditions des essais. Pour finir, des ajouts ont été faits à certains modèles pour simuler des détails de fabrication et de montage dont l'influence sur la réponse des extensions a été mise en évidence dans cette étude. Ces travaux de modélisation ont ainsi abouti à des modèles dont les extensions reproduisent adéquatement les spécimens réels en termes de résistance ultime, de mécanisme de rupture et de relation moment-déflexion; se faisant, ces travaux ont mis en lumière les impacts multiples qu'avaient des éléments tels que le tablier métallique ou encore les espaceurs connectant les

profilés d'une extension sur la réponse structurale de celle-ci. Ces modèles raffinés permettent donc de reproduire et étudier la réponse complète et complexe des poutrelles avec extension en porte-à-faux. Ils requièrent cependant des efforts de modélisation et du temps de calcul important. Or, pour le traitement d'un grand nombre de cas d'extension que prévoyait la méthodologie dans la dernière phase du projet, seule la résistance ultime et le mécanisme de rupture ont été retenus comme résultats devant être fournis par les analyses numériques. Une version plus simplifiée de modèle d'extension a donc été développée. Ce modèle ne comprend que la partie en porte-à-faux, suppose un encastrement à l'appui, n'inclut pas les contraintes résiduelles, qui se sont avérées peu significatives, et est sollicité par une charge uniformément distribuée. Des ajouts de ressorts et de contraintes ont permis de simuler les effets du tablier métallique. Ce nouveau modèle, validé par le modèle complet et les essais, permet d'obtenir une bonne estimation de la résistance ultime et des mécanismes de rupture avec un temps d'analyse fortement réduit et une modélisation en série beaucoup moins laborieuse et plus rapide. Sous la supervision du partenaire industriel de ce projet, nous avons établi la liste de toutes les sections d'extension à considérer dans l'étude. Cette liste comprend 19 sections regroupées en 5 types de sections, à savoir un profilé en C simple, deux profilés en C dos-à-dos, un profilé en C renforcé d'une cornière, deux cornières dos-à-dos et enfin quatre cornières. Le modèle simplifié a d'abord été utilisé pour évaluer le moment ultime de ces extensions en considérant des propriétés plastiques nominales de matériaux. Les courbes de Moment ultime *vs* Longueur d'extension ont ainsi été construites pour chacune des sections. La méthodologie prévoyait d'étudier la possibilité d'utiliser le concept de la méthode direct de calcul de résistance de la norme CSA S136-17 pour développer une méthode de calcul. Dans la méthode directe, le calcul de la résistance nominale se fait à partir des charges critiques élastiques reliées aux différents types d'instabilité possibles. Des analyses de flambement ont donc été réalisées sur nos modèles d'extension, avec cette fois-ci des propriétés élastiques, pour ensuite construire, étudier et interpréter les courbes de Moments critiques de déversement et de voilement local en fonction de la longueur d'extension. Pour finir, des graphiques combinant les courbes de moments ultimes et de moments critiques élastiques avec les limites élastiques et plastiques des sections ont été formés et interprétés. L'influence de la longueur d'extension et de l'épaisseur de section a été étudiée au-delà de l'intervalle des valeurs des cas visés par ce projet de recherche. Ceci a permis de situer le comportement de nos cas d'extension et de conclure que les modes de flambement élastiques n'avaient que peu d'impact sur leur résistance en flexion. En effet leurs caractéristiques

(épaisseurs et types de sections, longueurs d'extension, type de chargement et conditions de retenues) leur permettent d'atteindre la plastification complète de la section à la manière de sections de classe 2 bien qu'elles devraient être classifiées comme étant de classe 3. Il y aurait donc un gain de capacité à considérer dans la conception de ces éléments et, au lieu de baser la méthode de calcul de résistance de ces membrures sur une méthode comparable à la méthode directe qui inclut l'effet des modes d'instabilités locaux et globaux, de baser leur résistance en flexion sur le moment résistant plastique de la section.

ABSTRACT

Open web steel joists are commonly used in metal constructions. Combined with a steel deck, they have significant advantages such as being quickly and easily assembled, to allow the installation of mechanical ducts and other elements through their web, or to have floors or roofs with low dead load. The term “extension” designates the prolongation of the top chord of the joists beyond the support seat of these joists. These extensions, used to extend the floor of a mezzanine or continue a roof, then constitute cantilevered elements which must withstand gravity loads such as permanent loads from the roof or floor and overloads due to snow or to occupation.

The top chord of these extensions, the one under tension, is laterally restrained by the steel deck, and it is at the height of that top chord that the load is applied, which constitutes conditions conducive to global instability. In addition, the sections used for these extensions may have only one or no axis of symmetry and be subject to local instability. Such characteristics make their flexural strength difficult to assess because these parameters, especially when combined, are not addressed in codes of practice or in the scientific literature dealing with the strength of steel flexural members. In the absence of calculation rules suitable for this type of element, the practice is to use conservative methods whose level of reliability cannot be assessed, and which generally result in uneconomic structures. In this study, the structural behavior of the joist top chord extension was established by combining experimental and analytical research. Its flexural strength as well as the influence, on this strength, of the various parameters that characterize this structural element have been studied, and a simple calculation method is proposed. This calculation method more accurately reflects the resistance developed by the extensions studied and represents a gain in capacity compared to the conservative methods currently used.

In previous work we have highlighted the lack of theoretical resistance calculation methods covering this type of cantilever element. It is in this previous study that we established the finite element method as the appropriate tool to study these extensions. The instability modes which could intervene in the flexural response of these extensions had also been determined. The main flaw of that work was that it had not been subjected to experimental validation, which is why we designed and executed an experimental program. A total of 15 full-size joist specimens with 2.5m top chord extensions were tested to failure. The extensions tested varied by their type of section, the profiles dimensions and the boundary conditions applied to them. The use of string

potentiometers, strain gauges, a digital image correlation system and the use of three-dimensional digital scanning of the extensions tested allowed us to collect the forces, strains and displacements of the specimens and to observe their deformed shapes. These observations tell us that failure occurred by a combination of section flexural yielding, lateral-torsional buckling and local buckling. That experimental program also made it possible to study the influence of the restraint conditions of the extension and the type of section on its bending strength. Tensile tests and 4-point bending tests were also carried out on intact portions of the extensions to allow the characterization of the materials used in their manufacture.

The main objective of the data collected in the tests was to allow the validation of numerical simulations by building finite element models capable of reproducing these results. The material properties of the specimens were first characterized by modeling the tensile tests and the 4-point bending tests conducted in the experimental program and modifying the material properties until the results match. The development of finite element models of open web steel joist with extension of the top chord was then carried out for each of the specimens tested. The first models, which included residual stresses and geometric imperfections in the extension, did not achieve a satisfactory match. The beam supporting the joist seat was then added to simulate its relative flexibility, and the uniformly distributed load that was applied to the extension was replaced with a load distribution structure activated by displacement so that the numerical model more faithfully reproduces the test conditions. Finally, additions were made to certain models to simulate manufacturing and assembly details whose influence on the response of extensions was highlighted in this study. Models whose extensions adequately reproduce the real specimens in terms of ultimate strength, failure mechanism and moment-deflection curves were thus obtained; in doing so, we highlighted the multiple impacts that elements such as the steel deck or the spacers connecting the profiles of an extension had on its structural response. These refined models therefore make it possible to reproduce and study the complete and complex response of joists with cantilever extension. However, they require modeling efforts and significant computing time. However, for the analyzes of a large number of extension cases planned by the methodology in the last phase of the project, only the ultimate strength and the rupture mechanism were retained as results to be provided by the numerical analyzes. A more simplified version of the extension model was therefore developed, this model only includes the cantilevered part, assumes a embedded support, does not include the residual stresses, which have turned out to be negligible, and is loaded

by a uniformly distributed load. Springs and constraints have been added to simulate the effects of the steel deck. This new model, validated by the complete model and the tests, makes it possible to obtain a good estimate of the ultimate strength and the failure mechanisms with a greatly reduced analysis time and much less laborious and faster modeling. Under the supervision of the industrial partner of this project, we have established the list of all the extension sections to be considered in the study. That list includes 19 sections grouped into 5 types of sections, namely: single channel, double channels back-to-back, single channel reinforced with an angle, double angles back-to-back and finally four angles. The simplified model was first used to assess the ultimate moment of these extensions by considering nominal plastic properties of materials. The curves of Ultimate Moment vs Extension Length were thus built for each of the sections. The methodology planned to study the possibility of using the concept of the direct strength method of calculation of resistance from CSA S136-17 standard to develop a method of calculation. In the direct strength method, the calculation of the nominal resistance is made from the elastic critical loads related to the different types of possible instability. Buckling analyzes were therefore carried out on our extension models, this time with elastic properties, in order to construct, study and interpret the curves of critical moments of lateral torsional buckling and local buckling as a function of the length of extension. Finally, graphs combining the curves of ultimate moments and elastic critical moments with the elastic and plastic limits of the sections were formed and interpreted. The influence of extension length and section thickness was investigated beyond the range of values of the cases covered by this research project. This allowed to place the behavior of our extension cases and to conclude that the elastic buckling modes did not have a significant impact on their flexural strength. Indeed their characteristics (thicknesses and types of sections, extension lengths, type of loading and restraint conditions) allow them to achieve complete yielding of the section in the manner of Class 2 sections although they should be classified as Class 3. There would therefore be a gain in capacity to be considered in the design of these elements and, instead of basing the method of calculating the resistance of these members on a method comparable to the direct strength method which includes the effect of local and global instabilities, to base their flexural strength on the plastic moment resistance of the section.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE III

REMERCIEMENTS IV

RÉSUMÉ VI

ABSTRACT X

LISTE DES TABLEAUX XVII

LISTE DES FIGURES XVIII

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS XXV

LISTE DES ANNEXES XXVII

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1

1.1 Mise en contexte - Problématique 1

1.2 Travaux antérieurs à cette recherche 2

1.3 Objectifs et portée de l'étude 3

1.4 Méthodologie 4

1.4.1 Revue de littérature 4

1.4.2 Programme expérimental 4

1.4.3 Développement de modèles en éléments finis validés par les essais 5

1.4.4 Utilisation de modèles en éléments finis validés pour développer une méthode de calcul de la résistance en flexion des extensions 5

1.5 Organisation de la thèse 6

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE 8

2.1 Extension de la corde supérieure des poutrelles en acier 8

2.2 États limites ultimes 12

2.3 Solutions classiques au problème de déversement élastique des poutres 15

2.4 Méthodes numériques pour déterminer la résistance en flexion 29

2.4.1 Évaluation du moment critique par l'analyse par éléments finis 29

2.4.2 Évaluation de la résistance en flexion par l'analyse par éléments finis 33

2.4.3 Évaluation des charges critiques par la méthode des bandes finies 35

2.5 Résistance en flexion dans les normes et codes 37

2.5.1 CSA S16-14 - Règles de calcul des charpentes en acier 37

2.5.2 CSA S136-17 - Norme nord-américaine pour le calcul des éléments de charpente en acier formés à froid 40

2.6 Comparaison des paramètres et scénarios pris en compte par diverses méthodes de calcul du moment critique élastique 44

2.6.1 Les paramètres, catégories et scénarios considérés.....45

2.6.2 Les neuf solutions théoriques considérées 47

2.6.3 Les trois logiciels considérés.....48

2.6.4 Tableaux de comparaison des paramètres et cas couverts par les neuf références théoriques et les trois logiciels considérés 49

2.7 Conclusion de la revue de littérature 53

CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE ET DÉMARCHE DU TRAVAIL DE RECHERCHE.... 54

3.1 Contexte de lancement du projet de recherche – problématique et état des connaissances ……..54

3.2 Études antérieures menées par l'auteur 56

3.3 Programme expérimental sur spécimens à l'échelle pour servir de validation à des modèles numériques.....60

3.4 Développement de modèles par éléments finis pouvant reproduire les résultats des essais ……..65

3.5 Utilisation de modèles par éléments finis validés pour développer une méthode de calcul de la résistance des extensions 67

CHAPITRE 4 ARTICLE 1: EXPERIMENTAL PROGRAM ON THE FLEXURAL RESPONSE OF STEEL JOIST TOP CHORD EXTENSIONS 70

4.1 ABSTRACT 70

4.2 INTRODUCTION 71

4.3 TEST PROGRAM 74

4.3.1 Test specimens 74

4.3.2 Test setup 77

4.3.3 Instrumentation used in the tests 83

4.3.4 Test procedure 85

4.4 TEST RESULT 86

4.4.1 Ancillary tests 86

4.4.2 Load-deformation responses of the top chord extension specimens 91

4.4.3 Observed failure modes 93

4.4.4 Influence of key parameters 98

4.5 CONCLUSIONS 102

4.6 ACKNOWLEDGEMENTS 104

4.7 REFERENCES 105

CHAPITRE 5 ARTICLE 2: FINITE ELEMENT ANALYSIS OF FLEXURAL RESPONSE OF STEEL JOIST TOP CHORD EXTENSIONS 107

5.1 ABSTRACT 107

5.2 INTRODUCTION 108

5.3 MATERIAL CHARACTERIZATION 111

5.3.1 Tensile tests on angles 111

5.3.2 Four-point bending tests on the C-shapes 115

5.4 FINITE ELEMENT SIMULATIONS OF THE TOP CHORD EXTENSION TESTS 122

5.4.1 Basic FE model of the steel joist-top chord extension assembly 122

5.4.2 Modifications to the basic finite element models 130

5.4.3 Finite element simulations results 140

5.5 CONCLUSIONS 147

5.6 ACKNOWLEDGEMENTS 148

5.7 REFERENCES 149

CHAPITRE 6 RÉSISTANCE EN FLEXION D'UN ENSEMBLE REPRÉSENTATIF D'EXTENSIONS DE LA CORDE SUPÉRIEURE DE POUTRELLES FABRIQUÉES PAR LE GROUPE CANAM 152

6.1 DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE EN ÉLÉMENTS FINIS SIMPLIFIÉ 152

6.2 DÉTERMINATION DE LA RÉSISTANCE NOMINALE ET DES MODES D'INSTABILITÉ À LA RUPTURE 154

6.2.1 Étude paramétrique 154

6.2.2 Méthode proposée pour calculer la résistance en flexion des extensions couvertes par cette étude 155

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE 157

CHAPITRE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS 159

RÉFÉRENCES 162

ANNEXES 165

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2-1 Formules des paramètres CL, CH et CB utilisés dans le calcul du moment critique de déversement élastique selon Ziemian (2010) 29

Tableau 2-2 Identification des 9 solutions théoriques et des équations qui s'y rapportent 47

Table 4-1 Test specimens: characteristics, lateral restraint conditions, measured ultimate capacity, and failure modes. 75

Table 5-1 Description of the test specimens and measured flexural capacities. 110

Table 5-2 Selected material properties for the finite element modelling of the angles. 114

Table 5-3 Final material properties used in the finite element models of the C shapes..... 121

Table 5-4 Elastic buckling loads and critical load ratios for the C150x12 top chord extension. 126

Table 5-5 Ultimate loads and ultimate load ratios of the C150x12 and C200x17 extension members. 127

Table 5-6 Additional modifications specific to each specimen 139

Table 5-7 Ultimate flexural strength, and vertical deflections at ultimate capacity from the tests and finite element analyses. 141

Tableau 6-1: Sections d'extensions de corde supérieure considérées dans l'étude..... 154

Tableau 6-2: Valeurs moyennes des ratios M_n/M_p des extensions étudiées sur l'intervalle de longueur de 700 mm à 3000 mm..... 155

LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 Extension de corde supérieure de poutrelle à treillis 2

Figure 2-1 Illustration d'un siège de poutrelle de 203 mm de hauteur - vue partielle du dessin d'atelier et schéma du siège 9

Figure 2-2 Exemple de poutrelle CANAM avec extension de corde supérieure – photo prise sur un projet à Varennes en octobre 2014 11

Figure 2-3 Exemples de connecteurs tirés du catalogue en ligne de « Systèmes de fixation des tabliers en acier » de HILTI (https://submittals.us.hilti.com/PTGDeckFasteningFR/files/assets/basic-html/index.html#I) 12

Figure 2-4 Dimensions du tablier métallique P-3615 tiré du catalogue de tablier métallique de CANAM 12

Figure 2-5 Courbe théorique de la relation moment-courbure (M-ϕ) d'une poutre restreinte et compacte en flexion 13

Figure 2-6 Types d'instabilité pour un profilé en C formé à froid soumis à un moment constant : a) voilement local; b) distorsion de la section; et c) déversement. Tiré du chapitre 3 des notes du cours « Calcul avancé des charpentes d'acier CIV6506 » (Automne 2013) -Professeur : Robert Tremblay. 14

Figure 2-7 Illustration de l'axe principal η de la section en court de rotation 17

Figure 2-8 Valeurs du facteur γ_2 proposé par Timoshenko et Gere (1963)..... 17

Figure 2-9 Facteurs de longueur effective "K" proposés par Nethercot (1983) pour les porte-à-faux 21

Figure 2-10 Facteurs de longueur effective suggérés par Kirby et Nethercot (1979) et repris par CISC (1989) 23

Figure 2-11 Valeurs des coefficients λ4 et λ5 fournies dans l'article de Roberts et Burt (1985).. 24

Figure 2-12 Paramètres fournis dans l'article de Wang et Kitipornchai (1986) pour le calcul de charge critique 25

Figure 2-13 Facteurs de longueur effective "K" proposés par Essa et Kennedy (1994) 27

Figure 2-14 Exemple illustratif d'un modèle de poutre en éléments finis de type coque et de son maillage - logiciel SAP2000 31

Figure 2-15 Exemple visuel de deux modes de déversement calculés par éléments finis sur un profilé en C 32

Figure 2-16 Exemple visuel d'un mode d'instabilité par voilement local de l'aile supérieure calculé par éléments finis sur un profilé en C 33

Figure 2-17 Exemple visuel d'une combinaison de déversement et de voilement local calculé par éléments finis sur un profilé en C 33

Figure 2-18 Résultat typique d'une analyse de stabilité élastique par la méthode des bandes finies tiré du cours "Calcul avancé des charpentes d'acier - CIV6506" du Professeur Robert Tremblay (Automne 2013) 36

Figure 2-19 Graphique illustrant le concept de transformation de M_u en M_r de la norme CSA S16 38

Figure 2-20: Types de comportement matériau et d'instabilité pris en compte par trois logiciels et 9 méthodes théoriques de calcul de charge critique. 50

Figure 2-21: Types d'appui et de retenue latérale pris en compte par trois logiciels et 9 méthodes théoriques de calcul de la charge critique de déversement. 51

Figure 2-22: Types de section, de charge et de hauteur de chargement pris en compte par trois logiciels et 9 méthodes théoriques de calcul de la charge critique de déversement 52

Figure 3-1 Exemple de graphiques Moment Ultime *vs* Longueur extension produit dans les travaux antérieurs. 58

Figure 3-2: Exemple de graphique de charges pondérées produit dans les travaux antérieurs 59

Figure 3-3: Spécimens de poutrelles à treillis avec extensions de corde supérieure utilisés pour les essais 62

Figure 3-4: Dalle épaisse et presse 12 MN du laboratoire de structure. 63

Figure 3-5: Illustration du montage utilisé pour les essais de flexion sur extension de corde supérieure de poutrelle. 63

Figure 3-6: Montage utilisé pour effectuer les essais de traction sur cornières (essai sur cornière L64x64x6 montré ici avec lecture par capteur LVDT). 64

Figure 3-7: Lecture des numérisation 3D des cornières testées en traction pour établir leurs aires transversales moyennes (cornière L64x64x6 montrée ici). 64

Figure 3-8: Montage utilisé pour effectuer les essais de flexion à 4 points sur profilés en C placés dos-à-dos (essai sur profilés C100x8). 65

Figure 3-9: Déformée du Spécimen J280 (C100x8 + L54x54x5) – Essai vs modèle EF 67

Figure 4-1: Extension of the top chord members of open web steel joists 72

Figure 4-2: Steel joists with top chord extensions for a cantilevered floor in an industrial building: prior to erection (Left) and after installation (Right) 72

Figure 4-3: Steel joist test specimens with top chord extensions as delivered in the laboratory. . 74

Figure 4-4: Supporting beam and column system anchored to the laboratory strong floor. 77

Figure 4-5: Vertical support and lateral bracing conditions for the steel joist specimen. 78

Figure 4-6: Lifting operation of the "exterior joists - steel deck - guardrail" assembly..... 78

Figure 4-7: Gravity load on the interior joist span: a) Loading diagram; b) SAP2000 analysis of the 3-joist assembly after removal of the diagonal bridging members and deck panels; and c) Masonry blocks used to apply the gravity load on the central joist. 80

Figure 4-8: a) Installation of the horizontal frame with steel deck panels providing lateral bracing; b) Hinged connections of the horizontal frame. 81

Figure 4-9: Steel angle used to provide point bracing at the tip of the bottom flange of the C-shaped top chord extension. 82

Figure 4-10: Uniformly distributed loading system. 84

Figure 4-11: String potentiometers used to track 3D displacements of the top and bottom flanges 84

Figure 4-12: Digital image correlation system. 85

Figure 4-13: Tensile test setup on full size L64x64x6 specimens: a) Filler block and steel rod used in the grips; b) LVDT mounted on the filler blocks. 86

Figure 4-14: Stress-strain response of tensile tests on angle specimens: a) L54x54x5; b) L64x64x6; and c) L76x76x8. 87

Figure 4-15: Four-point bending test assembly for characterization of the flexural strength of the C200x17 shapes. 89

Figure 4-16: LVDT sensors used to read the vertical deflections in four-point bending tests. 89

Figure 4-17: Moment-deflection responses from the 4-point bending tests on the C200x17 specimens with a beam span of: a) 925 mm; b) 950 mm; and c) 1000 mm. 90

Figure 4-18: Moment-deflection response of 4-point bending tests on C100x8 specimens. 90

Figure 4-19: Moment-deflection response of the test specimens: a) Single and reinforced C100 cross-sections and double angle section; b) Single C200 cross-sections; and c) reinforced C200 cross-sections. 92

Figure 4-20: Yielding and local buckling of Specimens: a) J252 with 2L cross-sections; and b) J11 with 2 C100x8 cross-sections. 94

Figure 4-21: LTB and LB responses of Specimen J205 with 2 C200x17 cross-section. 94

Figure 4-22: Top chord extension failure by lateral-torsional buckling. 96

Figure 4-23: Failure modes combining lateral-torsional buckling and local buckling. 97

Figure 4-24: Effect of lateral restraint on single C100x8 specimens. 99

Figure 4-25: Effect of lateral restraint on single C200x17 specimens: a) Load vs tip vertical deflection; b) Load vs tip top flange lateral displacement; and c) Load vs tip bottom flange lateral displacement. 99

Figure 4-26: Effect of lateral restraint on C200+L specimens. 100

Figure 4-27: Effect of reinforcing a single C with an angle: a) Single C100x8 vs C100+L specimens; b) Single C200x17 vs C200+L specimens without lateral bracing ; and c) Single C200x17 vs C200+L specimens with top flange bracing. 101

Figure 4-28: Effect of adding an angle to a single C200x17 extension without lateral bracing: a) Load vs tip top flange lateral displacement; and b) Load vs tip bottom flange lateral displacement. 101

Figure 4-29: Effect of section symmetry for extension with: a) C100x8 cross-sections; b) C200x17 cross-sections. 102

Figure 5-1: Extension of the top chord members of open web steel joists. 108

Figure 5-2: FE modelling of the angle tensile tests: a) Boundary conditions simulating grip actions; b) Reference point (RP) fixed along U3 at one end; and c) Displacement U3 imposed to the clamped surfaces at the opposite end. 112

Figure 5-3: Necking and fracture of the L64x64x6.4 angle specimens in the test and from FE analysis. 113

Figure 5-4: Stress-strain response of tensile tests on angle specimens vs Finite element models results: a) L54x54x5 angles; b) L64x64x6 angles (group 1); c) L64x64x6 angles (group 2); and d) L76x76x8 angles. 114

Figure 5-5: Four-point bending test assembly for material characterization of the C200x17 shapes. 115

Figure 5-6: 3D Solid meshing used for 2-C100 back-to-back C shapes model. 116

Figure 5-7: Modelling contact and boundary conditions for the 4-point bending tests on C shapes: (A) Surface-to-surface contact between the rollers and the specimen; (B) MPC Tie link between the support lines and two reference points; (C) Laterally restrained portion of the C shape top and bottom flanges. 117

Figure 5-8: Constraints specified in the C200x17 model: (A) Surface-to-surface contact between the outer web surfaces of the C shapes; (B) Tie Constraint link between the nodes of the webs of the C shapes near end supports. 117

Figure 5-9: Residual stresses patterns adopted for the C shapes (C100x8 shown). 118

Figure 5-10: Comparison of the predicted and observed deformed shapes at the end of the bending test on the C200x17 shapes. 119

Figure 5-11: Illustration of the transformations made on the curves of the 4-point bending tests. 120

Figure 5-12: Measured and predicted moment-deflection responses for the 4-points bending tests: a) C100x8 shapes; b) C200x17 shapes (FE prediction not shown)..... 121

Figure 5-13: Von Mises stresses near ultimate load from the analysis of a 2-C200 model (grey areas = yielded zones). 121

Figure 5-14: Components of the base finite element model and its linking constraints (2L54x54x5 top chord extension specimen shown). 123

Figure 5-15: Lateral restraint conditions considered in the validation study (800 mm long extensions shown). 126

Figure 5-16: Residual stress distribution of hot rolled equal angle section. 128

Figure 5-17: Comparison between predicted and measured moment vs tip deflection responses for Specimen J2-2 with a single C100x8 top chord extension..... 130

Figure 5-18: W-beam support added to the FE model. 131

Figure 5-19: Addition of the loading system to the FE model. 133

Figure 5-20: Addition of horizontal springs along the bottom flange of the top chord extension members to simulate the rotational restraint exerted by the steel deck panels. 135

Figure 5-21: Horizontal springs added at extension top flange to simulate partial lateral restraint exerted by the contact with the steel deck. 136

Figure 5-22: Impact of the location of the first spacer on the response of Specimen J252. 137

Figure 5-23: Extension of the first web diagonal member beyond the joist seat in Specimens J205 and J11: a) Description (left) and Modelling (right); b) Impact one the response of Specimen J11. 138

Figure 5-24: Buckled shape of Specimen J1 - Test vs FE model. 142

Figure 5-25: Buckled shape of Specimen J280 - Test vs FE model. 142

Figure 5-26: Buckled shape of Specimen J283 - Test vs FE model. 143

Figure 5-27: Moment-deflection responses from the tests and finite element analyses. 145

Figure 6-1: Modèle en éléments finis simplifié de l'extension J282_T avec une extrémité encastrée (A) et une retenue latérale continue (B) sous une charge uniformément répartie (C). 153

Figure 6-2: Modes d’instabilité à la rupture prédits avec les modèles EF raffinés et simplifiés pour les extensions: a) J280_T; et b) J283_TB. 153

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

E. *: module d'élasticité de l'acier*

FEA. *: Finite element analysis*

F_u. *: contrainte de rupture en traction minimale prescrite*

F_y. *: limite élastique minimale prescrite, limite élastique*

LTB. *:Lateral-Torsional Buckling (Déversement)*

LVDT. *: Linear variable displacement transducers*

M_{cr}. *: moment critique élastique*

M_{crd}. *: moment produisant la distorsion de la section*

M_{cre}. *: moment produisant le déversement élastique*

M_{crl}. *: moment produisant le voilement local de la section*

M_n. *: moment résistant ultime nominal*

M_p. *: moment résistant plastique*

M_u. *: moment ultime en flexion*

M_{ult}. *: moment résistant ultime*

M_y. *: moment résistant élastique*

RP. *: Reference Point*

S. *: module élastique de section*

w_{cr}. *: charge uniformément distribuée correspondant à la charge critique d'un des mode de flambement élastique*

w_{ult}. *: charge uniformément distribuée correspondant à la charge ultime*

Z. *: module plastique de section*

ϕ. : *coefficient de tenue (= 0.9 pour acier de construction)*

Δ_{ult}. *: déflexion de l'extrémité libre de l'extension en porte-à-faux correspondant à la charge ultime*

ε_{sh}. : *déformation à la fin du plateau plastique*

ε_u. *: déformation à l'atteinte de la contrainte de rupture en traction Fu*

ν. *: coefficient de Poisson*

LISTE DES ANNEXES

Annexe A RÉSISTANCE EN FLEXION D'UN ENSEMBLE REPRÉSENTATIF D'EXTENSIONS DE LA CORDE SUPÉRIEURE DE POUTRELLES FABRIQUÉES PAR LE GROUPE CANAM 165

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Mise en contexte - Problématique

L'extension de la corde supérieure des poutrelles à treillis, au-delà de leur appui en rive de bâtiment ou sur une poutre d'appui, constitue une technique simple et efficace pour prolonger le plancher d'une mezzanine ou encore poursuivre une toiture et ainsi construire un abri (voir Figure 1-1). C'est une situation courante, notamment dans le domaine de la construction industrielle. Cette membrure supérieure en porte-à-faux doit supporter des charges gravitaires agissant vers le bas, comme les charges permanentes du toit ou du plancher, les surcharges due à la neige (toit) ou d'occupation (planchers), de même que les charges agissant vers le haut comme le soulèvement causé par le vent pour les poutrelles de toit.

Cette étude porte sur la résistance en flexion des extensions en porte-à-faux de membrures supérieures de poutrelles de toit sous des charges gravitaires. Cette résistance peut être limitée par la plastification de la section ou par une rupture par instabilité globale de la membrure (déversement) ou une rupture par instabilité locale de la section de la membrure (voilement local ou distorsion). La résistance en flexion est difficile à évaluer pour les extensions de la corde supérieure des poutrelles car elle dépend de plusieurs facteurs, dont :

- Les conditions de retenue à la semelle supérieure : retenue latérale apportée par le tablier métallique et/ou une cornière transversale;
- Les conditions de retenue à la semelle inférieure : aucune ou une cornière transversale à l'extrémité;
- L'utilisation de sections uni-symétriques ou asymétriques qui se déforment en torsion;
- L'influence de la travée intérieure de la poutrelle pouvant se traduire par une résistance au déversement réduite en raison de retenues plus flexible au niveau de l'appui.

Ces paramètres ne sont pas traités de manière exhaustive par les ouvrages de référence sur la résistance en flexion des éléments structuraux, principalement parce qu'il n'y pas eu d'études portant spécifiquement sur les extensions en porte-à-faux de la corde supérieure des poutrelles.

Ce manque d'études et de connaissances sur le comportement de ce type de membrure a pour conséquence que, dans la pratique courante de la conception structurale, il n'y a actuellement pas de méthode de calcul reconnue et appliquée qui intègre toutes ces particularités. Il est donc usuel d'utiliser des méthodes conservatrices dont le niveau de fiabilité ne peut être quantifié et qui donnent généralement lieu à des conceptions non économiques.

Par simplification, l'extension en porte-à-faux de la corde supérieure des poutrelles à treillis sera souvent désignée dans le présent document par le terme « extension ».

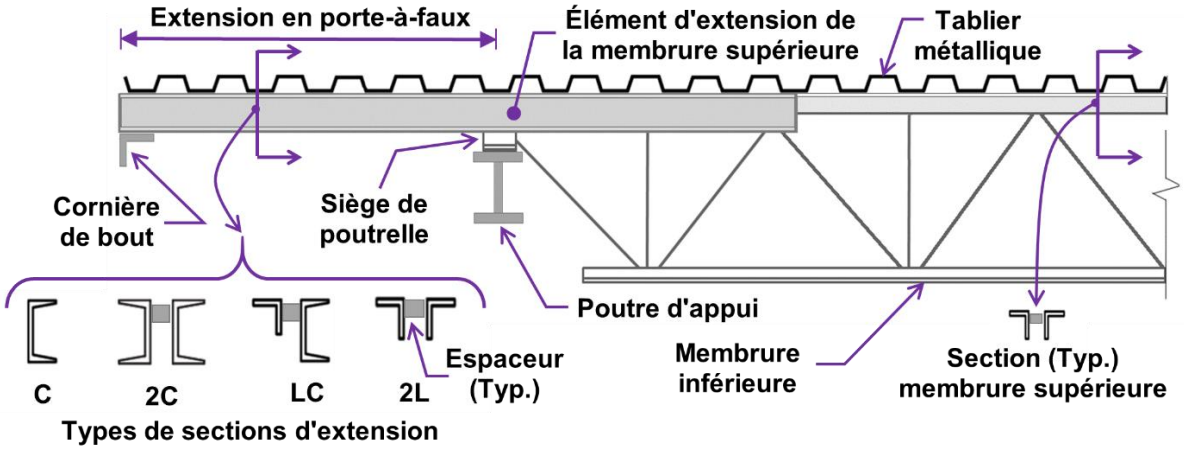


Figure 1-1 Extension de corde supérieure de poutrelle à treillis

1.2 Travaux antérieurs à cette recherche

Préalablement aux travaux présentés ici, une étude d'envergure a été complétée par l'auteur de la présente thèse, Michel-Ange Assily Alegre, dans le cadre d'un programme de maîtrise. Cette étude a permis d'acquérir les connaissances qui ont facilité l'élaboration des phases de ces travaux-ci.

Dans cette étude paramétrique, les résistances en flexion de 325 cas d'extensions de la corde supérieure de poutrelles pouvant être fabriquées par le partenaire industriel de ce projet, le Groupe CANAM, ont été calculées par la méthode des éléments finis (Assily Alegre, M.-A. et Tremblay, 2018). Cette étude visait principalement à déterminer les modes de rupture en flexion de ces extensions. Les travaux qui ont été menés dans cette étude ainsi que leurs résultats sont décrits plus en détail à la Section 3.2.

Les résultats obtenus ont montré que la rupture pouvait se produire par plastification complète de la section ou par déversement inélastique de la membrure, l'un et l'autre pouvant être accompagné de voilement local des parois de la section. L'étude a confirmé que l'instabilité par distorsion de la section ne se produisait pas pour les types de profilés concernés.

Cette étude présentait cependant certaines limitations dont les suivantes :

- Les résultats se limitaient aux seules sections, profilés et caractéristiques des cas qui avaient été considérés dans l'étude ;
- Les modèles utilisés dans les analyses ne prenaient pas en compte l'effet négatif des contraintes résiduelles sur la résistance en flexion ;
- Les modèles en éléments finis utilisés dans cette étude, les résultats des analyses effectuées, ainsi que toutes les conclusions se rapportant à la réponse en flexion des extensions et à l'influence des différents paramètres, n'avaient pas fait l'objet d'une vérification expérimentale.

1.3 Objectifs et portée de l'étude

Ce projet de recherche a pour objectif général de proposer une méthode simple permettant de prédire la résistance en flexion des extensions en porte-à-faux de cordes supérieures de poutrelles de toit soumises à des charges gravitaires. Ceci à travers une approche analytique autant que par des méthodes expérimentales permettant de cerner les paramètres qui influencent de manière significative le comportement de ce type d'élément structural afin de contribuer à l'avancement des connaissances dans le domaine de la charpente d'acier et de la structure en général. Ce projet a été réalisé en partenariat avec le Groupe CANAM, un important fabricant de poutrelles en acier en Amérique du Nord. Le projet portera donc sur les produits fabriqués par ce partenaire.

Pour atteindre l'objectif principal du projet, on vise l'atteinte des objectifs spécifiques suivants :

- Obtenir des données expérimentales complètes sur les différents types d'extensions en porte-à-faux visés afin de permettre la validation de modèles en éléments finis et de confirmer les hypothèses posées quant à l'influence de paramètres clés;

- Développer des modèles en éléments finis capables de reproduire les essais et de prédire avec précision la réponse en flexion et la résistance ultime des extensions de la corde supérieure des poutrelles en acier;

- Utiliser des modèles en éléments finis validés pour calculer par analyses numériques les charges critiques de déversement « M_{cre} », les charges critiques de voilement local « M_{crl} », ainsi que les valeurs de résistance ultime en flexion (« M_{ult} ») pour une liste exhaustive de cas d'extensions pouvant être fabriqués par le partenaire industriel. Ceci dans le but de produire les courbes de ces moments de flexion en fonction de la longueur d'extension et d'utiliser ces graphiques pour développer une/des équation(s) permettant de calculer la résistance en flexion de tous les cas d'extensions considérés.

1.4 Méthodologie

Dans le but d'atteindre les objectifs visés, l'approche méthodologique utilisée a scindé le travail en plusieurs étapes que voici :

1.4.1 Revue de littérature

Une revue de la littérature a été réalisée sur les membrures étudiées et sur les méthodes actuellement disponibles pour évaluer la résistance en flexion des poutres en porte-à-faux, incluant les méthodes analytiques, les méthodes numériques et les méthodes utilisées dans les codes et normes. Cette revue de l'état des connaissances a permis de cerner les paramètres influençant le comportement en flexion des poutres en porte-à-faux et d'identifier ceux qui n'ont pas fait l'objet d'études approfondies dans le passé.

1.4.2 Programme expérimental

Un programme expérimental a été réalisé en utilisant des spécimens de poutrelles à échelle réelle qui intègrent les différents paramètre clés et leurs variations. Ces essais ont été analysés pour

identifier les mécanismes de rupture des extensions et l'influence des paramètres clés. Ils ont fourni les données permettant la validation de modèles en éléments finis par comparaison des comportements structuraux observés. À la suite de ces tests, des segments d'extension intacts ont été soumis à des essais de flexion et de traction pour permettre la caractérisation des matériaux utilisés pour la fabrication des spécimens.

1.4.3 Développement de modèles en éléments finis validés par les essais

Les essais de caractérisation menés dans le programme expérimental ont été utilisés conjointement à des modèles numériques pour obtenir, par un processus itératif, les propriétés des matériaux à considérer dans la modélisation des extensions. On a ensuite développé des modèles en élément finis de poutrelles complètes incluant ces propriétés de matériau mais aussi des contraintes résiduelles et des éléments du montage des essais tels que la structure d'application des charges et des éléments de support des spécimens. Les modèles numériques des différents spécimens utilisés dans les essais ont alors été peaufinés individuellement jusqu'à l'obtention de modèles capables de reproduire les comportements, les modes de rupture et les résistances en flexion observés dans les essais en laboratoire.

1.4.4 Utilisation de modèles en éléments finis validés pour développer une méthode de calcul de la résistance en flexion des extensions

Les modèles en éléments finis complexes développés précédemment ont été fortement simplifiés pour réduire le temps de modélisation et la durée des analyses tout en permettant une bonne prédiction des modes de rupture et de la résistance des extensions. Cette version simplifiée du modèle a ensuite été utilisée pour modéliser une liste exhaustive de cas d'extensions établie par le partenaire industriel, et calculer les charges critiques de flambement élastique global (déversement « M_{cre} ») et local (voilement « M_{crl} ») ainsi que les valeurs de résistance nominale en flexion (« M_n »). Ces données ont permis de construire des courbes de charges critiques et de résistances flexionnelles en fonction de la longueur de l'extension pour chacune des sections considérées. L'intention première étant de vérifier s'il est possible et pertinent de reprendre le concept des équations empiriques proposées par la méthode directe de la norme CSA S136 (CSA, 2017), les

courbes des valeurs de M_{cr} et M_n en fonction des longueurs d'extensions ont été regroupées. La combinaison de ces résultats a été étudiée en termes de rapports élastique *vs* inélastique mais aussi en termes d'impact de la longueur de porte-à-faux, des épaisseurs de sections et du type de chargement. Ceci a permis de cerner le niveau d'influence des modes de flambement élastique sur la capacité nominale des extensions et de situer le type de comportement structural qui caractérise les éléments dont font l'objet cette étude. À partir de ces résultats, une méthode de calcul a été proposée pour le calcul de la résistance en flexion des extensions de corde supérieure de poutrelle.

1.5 Organisation de la thèse

Cette thèse est présentée en 8 chapitres. Elle est composée d'articles qui ont été rédigés à partir des résultats de la recherche doctorale et qui ont été soumis à une revue pour publication. Le Chapitre 1 introduit le sujet de la recherche, décrit l'élément structural à l'étude, présente la problématique visée, et expose les objectifs poursuivis, la portée du projet ainsi que l'approche méthodologique utilisée pour parvenir à ces objectifs. Au Chapitre 2, une revue de littérature présente l'état des connaissances ainsi que les méthodes et outils développés à ce jour pour prédire la résistance d'éléments structuraux en porte-à-faux. Ce deuxième chapitre fournit également une description des possibilités offertes par des méthodes numériques ainsi qu'un résumé de travaux antérieurs à ceux présentés ici. La démarche de l'ensemble des travaux et l'approche adoptée pour atteindre les objectifs de la recherche sont détaillés au Chapitre 3. Les chapitres 4 et 5 présentent les deux articles suivants qui ont été soumis pour publication dans une revue scientifique :

- Experimental program on the flexural response of steel joist top chord extensions; by Michel-Ange Assily Alegre and Robert Tremblay, submitted to *Journal of Constructional Steel Research* on April 13, 2021.

- Finite element analysis of flexural response of steel joist top chord extensions; by Michel-Ange Assily Alegre and Robert Tremblay, submitted to *Journal of Constructional Steel Research* on April 14, 2021.

Le chapitre 6 présente les travaux qui, en utilisant les acquis des travaux présentés dans les deux articles, ont mené à la proposition d'une méthode de calcul de la résistance en flexion des extensions traitées. Une discussion générale concernant l'ensemble de l'étude et ses résultats est présentée au chapitre 7. Finalement, on présente au Chapitre 8 les principales conclusions de ce projet de recherche ainsi qu'une liste de recommandations pour de futures recherches.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Dans ce chapitre, on décrit d'abord les extensions de la corde supérieure des poutrelles fabriquées par le partenaire industriel et on présente les états limites ultimes pouvant gouverner la résistance de ces membrures. Par la suite, on fait état des équations qui ont été développées pour prédire la résistance au déversement élastique de ces membrures, l'aspect le plus complexe dans l'évaluation de la résistance en flexion des extensions. La section suivante explore les possibilités offertes par les méthodes numériques que sont la méthode des éléments finis et celle des bandes finies dans le calcul de la résistance en flexion. Les équations proposées dans les normes canadiennes pour le calcul de cette résistance sont ensuite sommairement résumées, puis le chapitre se termine par une comparaison des paramètres et scénarios pris en compte par trois logiciels et 9 méthodes théoriques de calcul de charge critique présentées plus tôt.

2.1 Extension de la corde supérieure des poutrelles en acier

Les poutrelles à treillis sont des éléments structuraux couramment utilisés dans le domaine de la construction métallique. Combinée à un tablier métallique, pour ainsi former un plancher ou un toit, elles s'avèrent être une solution avantageuse qui permet de faire des économies basées, entre autres, sur la rapidité et la facilité de montage, la possibilité d'installer des conduits mécaniques et autres éléments à travers les membrures d'âme des poutrelles, et le faible poids propre de plancher et de toit qui permet une réduction de la dimension des colonnes et des fondations par rapport à une charpente de béton.

Le Groupe CANAM, partenaire industriel de ce projet de recherche, est un fabricant de ce type d'élément structural. Leur catalogue de poutrelles et fermes fournit de l'information pertinente sur ce produit. Les composantes principales de leurs poutrelles ont usuellement comme matériel standard (CANAM, 2012):

- Membrures supérieure et inférieure : deux cornières dos à dos avec un écartement variant de 25 mm (1 po) à 76 mm (3 po);
- Diagonales : profilés en « U » ou deux cornières dos à dos;
- Verticales : profilés en « U » ou profilés tubulaires (HSS).

Quant aux sièges des poutrelles, ils sont habituellement formés de deux cornières dos à dos soudées à la membrure supérieure. Ces cornières ont une longueur d'aile verticale choisie pour accommoder la hauteur de siège recherchée, et l'aile horizontale peut être coupée selon la largeur de siège prévue et trouée pour être boulonnée à l'élément structural d'appui. La hauteur de siège typique est de 100 mm mais l'on peut également avoir des sièges qui font 150 ou 200 mm de hauteur. À titre d'exemple, la Figure 2-1 illustre un siège de 203 mm de hauteur avec une vue partielle du dessin d'atelier qui indique le matériel utilisé et un schéma à l'échelle montrant une coupe du siège. Lorsque la poutrelle est munie d'une extension de corde supérieure en porte-à-faux et que cette extension est faite d'un profilé en C, ce dernier remplace habituellement la cornière servant de siège à la poutrelle au niveau de l'appui de celle-ci.

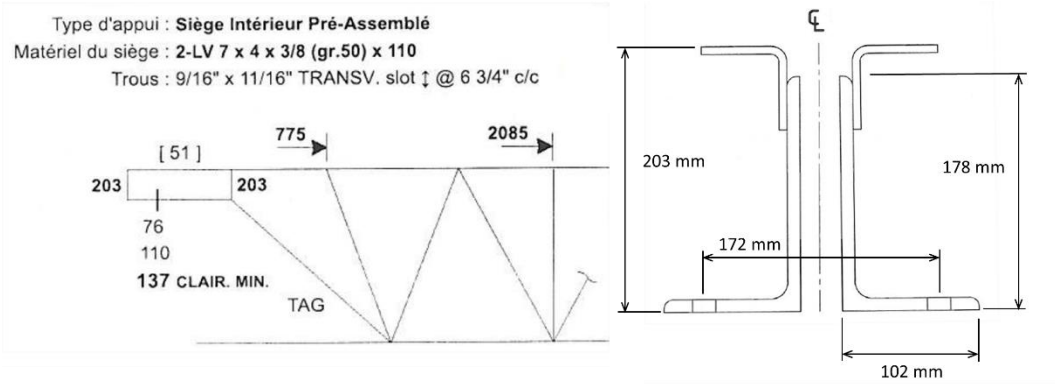


Figure 2-1 Illustration d'un siège de poutrelle de 203 mm de hauteur - vue partielle du dessin d'atelier et schéma du siège

On désigne par extension un prolongement de la membrure supérieure au-delà de l'appui. La section de la membrure supérieure prolongée varie selon les charges de conception, la longueur de l'extension, le critère de flèche et les conditions d'appui et d'ancrage. La section peut être renforcée si requis. Dans une section non renforcée, le matériel de l'extension est le même que celui de la membrure supérieure entre les appuis. Les longueurs d'extension peuvent varier énormément d'un projet de construction à un autre et sont dictées par les besoins architecturaux du projet.

Les différentes sections que CANAM utilise pour ces extensions renforcées sont illustrées sur la Figure 1-1 présentée au chapitre précédent. Ces sections peuvent être faites d'un profilé en C simple (C), de deux profilés en C dos-à-dos (2C), d'un profilé en C renforcé d'une cornière (LC) ou encore de deux cornières dos-à-dos (2L). La Figure 2-2 montre un exemple de poutrelles CANAM avec une extension de corde supérieure particulièrement longue et imposante; celle-ci est faite de cornières doubles laminées à chaud.

Les profilés en C sont laminés à chaud et, pour ces profilés, CANAM utilise habituellement une nuance d'acier conforme à la nuance CSA G40.21-350W (F_y = 350 MPa, F_u = 450 MPa). Les cornières peuvent également être laminées à chaud, mais habituellement elles sont de plus petites dimensions et sont formées à froid par profilage continu à partir de tôles d'acier conformes à la norme ASTM A1011 HSLAS 55 de classe 2 (F_y = 380 MPa, F_u = 450 MPa).

Pour les sections d'extension qui combinent deux profilés, ceux-ci sont connectés par des espaceurs (spacers) soudés aux deux profilés et placés à 600 mm c/c sur toute la longueur du porte-à-faux et au bout de celui-ci. Ces espaceurs peuvent être des profilés en « U », des bouts de cornière ou encore des bouts de barre métallique (rod). Ces espaceurs sont systématiquement placés sur la partie haute de la section et, dépendamment de la hauteur de cette section, peuvent être rajoutés au bas de celle-ci également.

Une section renforcée se prolonge sur un ou plusieurs panneaux intérieurs, de façon à ce que la poutrelle puisse résister aux efforts de flexion et de cisaillement causés par le prolongement de la membrure supérieure. La longueur de prolongation dans les panneaux intérieurs est décidée par le concepteur de la poutrelle en fonction de la longueur du porte-à-faux.

Figure 2-2 Exemple de poutrelle CANAM avec extension de corde supérieure – photo prise sur un projet à Varennes en octobre 2014

La retenue typique de cette membrure supérieure en porte-à-faux est un tablier métallique supporté par l'extension et fixé à sa semelle supérieure au moyen de soudures ou connecteurs mécaniques (clous ou vis à 305 mm c/c). La Figure 2-3 montre des exemples de connecteurs mécaniques. Le tablier métallique de toit le plus courant est le tablier P-3615 de CANAM avec 38 mm de profondeur et 0.76 mm (22 ga) d'épaisseur nominale (voir Figure 2-4).

Une cornière de rive peut être ajoutée au bout de la membrure inférieure de l'extension, celle-ci relie les extensions entre elles et à un point d'appui, et constitue alors une retenue latérale du bout de la fibre inférieure de l'extension. Cet ajout dépend du concepteur de la poutrelle.

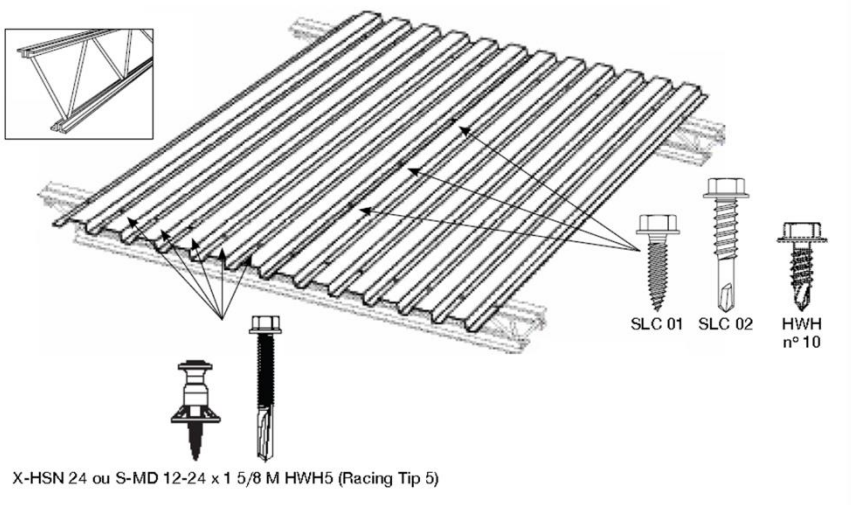


Figure 2-3 Exemples de connecteurs tirés du catalogue en ligne de « Systèmes de fixation des tabliers en acier » de HILTI (https://submittals.us.hilti.com/PTGDeckFasteningFR/files/assets/basic-html/index.html#I)

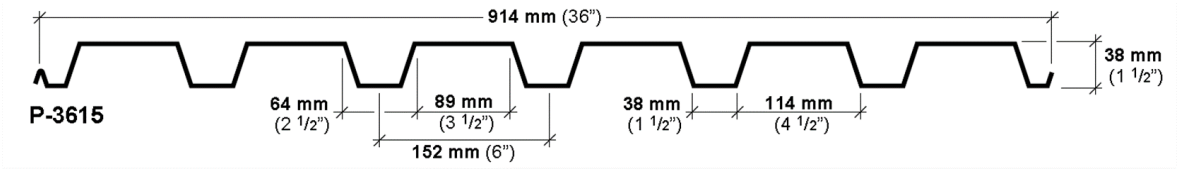


Figure 2-4 Dimensions du tablier métallique P-3615 tiré du catalogue de tablier métallique de CANAM

2.2 États limites ultimes

La rupture en flexion d'une poutre en acier peut se produire par plastification de sa section. Lorsque cette poutre est soumise à des charges produisant une déflexion verticale, elle se comportera de manière élastique au départ et ses déformations verticales seront linéairement liées à la charge appliquée. Au fur et à mesure que le chargement augmente, les régions subissant le plus de contraintes (les fibres extrêmes) développent des déformations supérieures à la limite d'élasticité, ce qui entraîne une perte de rigidité locale. Les déflexions vont alors commencer à augmenter plus rapidement. L'augmentation de la charge entraînera ce processus jusqu'à ce que la plastification complète soit atteinte sur toute une section transversale. Ce point correspond à la charge maximale théorique en flexion qui peut être supportée par la poutre sans écrouissage. La courbe moment-

courbure de la Figure 2-5 représente ce comportement. Dans ce graphique, M_p et M_y sont les moments plastique et élastique de la section, ils se calculent ainsi :

- $M_y = SF_y$, où S est le module de section élastique et F_y la limite élastique
- $M_p = ZF_y$, où Z est le module de section plastique et F_y la limite élastique

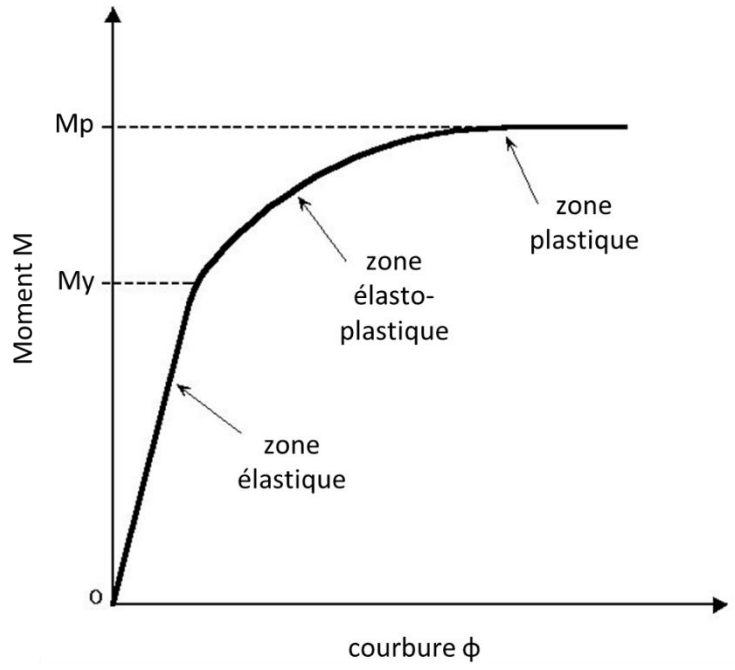


Figure 2-5 Courbe théorique de la relation moment-courbure (M-ϕ) d'une poutre restreinte et compacte en flexion

La rupture d'une poutre non restreinte peut aussi survenir par instabilité avant d'atteindre la résistance en flexion associée à la plastification de la section. Cette instabilité peut se produire sous différents modes dont : le déversement, ou flambement en flexion latérale et en torsion (lateral-torsional buckling) de la membrure, le voilement local des parois formant la section de la membrure (local buckling), ou encore la distorsion de la section de la membrure (distortional buckling). La Figure 2-6 illustre ces trois modes d'instabilité pour le cas d'un profilé en C formé à froid avec des raidisseurs au bout des semelles. Ces modes d'instabilité peuvent se produire de façon indépendante ou combinée. Dans le second cas, il y aura interaction entre les modes d'instabilité et la résistance obtenue est généralement plus faible que celle évaluée pour chacun des modes traités individuellement. De plus, comme la corde supérieure des poutrelles peut être constituée de

deux pièces liées entre elles par des espaceurs, le déversement peut se faire de façon combinée (déversement des deux pièces ensemble) ou individuellement (déversement individuel d'une ou des deux pièces(s)). Ces modes d'instabilité peuvent se produire en régime élastique ou inélastique dépendamment de l'amplitude des contraintes atteintes au moment de la rupture par rapport à la limite élastique de l'acier. Finalement, ces modes d'instabilité peuvent dépendre de nombreux facteurs dont la forme de la section, la longueur de la membrure, les conditions de retenue de la membrure, la distribution de la charge qui est appliquée à la membrure et la hauteur du point d'application de la charge par rapport au centre de cisaillement de la section de la membrure.

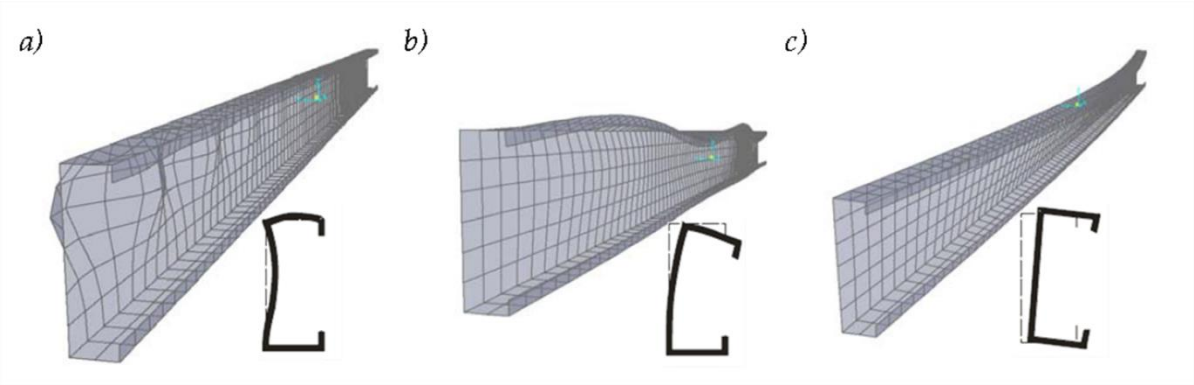


Figure 2-6 Types d'instabilité pour un profilé en C formé à froid soumis à un moment constant : a) voilement local; b) distorsion de la section; et c) déversement. Tiré du chapitre 3 des notes du cours « Calcul avancé des charpentes d'acier CIV6506 » (Automne 2013) -Professeur : Robert Tremblay.

Vu que les extensions traitées dans ce projet ont des sections faites de profilés en C laminés à chaud ou de cornières non raidies, et aussi parce que les parois sont relativement épaisses, il est peu probable de voir de la distorsion. Quant au voilement local, c'est un mode d'instabilité bien couvert par les méthodes et outils actuellement disponibles. Mais le déversement de ces membrures est un phénomène complexe, c'est pourquoi la recherche qui a été effectuée dans la littérature scientifique se penche particulièrement sur ce mode d'instabilité-là. Ce déversement est un mode d'instabilité global qui se produit sur la longueur totale des pièces, ou entre les points de retenues intermédiaires lorsque de telles retenues sont présentes. Il est caractérisé par une translation et rotation combinées de la section.

Comme le soulignent Kitipornchai *et al.* (1984), il est essentiel de pouvoir déterminer la résistance associée aux modes de rupture par instabilité. Même dans le cas où la rupture de la membrure dans la structure complétée se produirait par plastification de la section en flexion, il est important de pouvoir évaluer la résistance par instabilité pour des conditions de retenue ou de chargement plus propices à la rupture par instabilité qui pourraient être présentes, par exemple, durant la construction de la structure (Kitipornchai *et al.*, 1984). Pour ce faire, la méthode habituelle consiste à évaluer la résistance aux modes d'instabilité dans le domaine élastique et de corriger ensuite cette résistance pour tenir compte du comportement inélastique de la membrure. La première étape du calcul nécessite donc d'avoir des outils pour évaluer la résistance aux modes d'instabilité en régime élastique. On désigne par charge critique la charge qui correspond à la résistance associée à l'instabilité élastique.

Enfin, la rupture d'une telle extension peut également se produire par cisaillement ou encore par l'écrasement des parois verticales des sièges. Mais ces autres états limites ultimes ne sont pas étudiés ici car ces travaux se concentrent sur la résistance à la flexion des extensions étudiées.

2.3 Solutions classiques au problème de déversement élastique des poutres

La recherche bibliographique s'est particulièrement attardée sur la détermination de la charge critique élastique de flambement de poutres en porte-à-faux qui apparaît comme étant un élément clé à partir duquel la résistance de l'élément structural étudié peut être dérivé. De nombreux documents sur le sujet ont été parcourus et analysés, parmi lesquels des thèses, des articles et des sections de livres. De plus, plusieurs références traitant du comportement des poutres en porte-à-faux dans le domaine inélastique ont été consultée, ainsi que des références traitant de cas de poutres en porte-à-faux non encastrées à leur appui et enfin des références traitant de méthodes de résolution numérique, de modélisation numérique et d'essais expérimentaux sur des poutres. Bien qu'aucune des méthodes répertoriées ici ne semble couvrir exactement le cas complexe de l'extension de corde supérieure de poutrelle dont fait l'objet cette étude, il est possible qu'une ou plusieurs de ces méthodes puissent représenter un bon point de départ pour l'éventuel élaboration d'une formule intégrant les particularités du cas étudié ici. Dans ce qui suit, un parcours succinct des travaux d'importances dans le domaine est effectué et un bref aperçu des méthodes de calcul qui en découlent est présenté.

L'étude du flambement latéral d'une poutre à comportement élastique a commencé avec les travaux de Prandtl (1899) et Michell (1899) qui sont, tous deux, parvenus à dériver la même solution, soit une équation différentielle du second ordre. Il s'agissait alors du cas d'une poutre à section rectangulaire étroite simplement appuyée et soumise à un moment constant sur toute la longueur. Timoshenko (1910) a élargi l'application de ces travaux aux cas d'une section en I doublement symétrique mais toujours soumise à un moment constant.

Dès lors, plusieurs études ont été menées pour approfondir les connaissances sur le déversement des poutres. Timoshenko et Gere (1963) apportent des avancées importantes dans ce domaine avec leurs analyses théoriques utilisant la variation de l'énergie potentielle et l'ajout de la rigidité de gauchissement dans leurs équations. Ils forment ainsi ce qui deviendra la base de la formule du moment critique de déversement élastique que l'on retrouve aujourd'hui, entre autres, dans la norme canadienne.

Timoshenko et Gere (1963) ont examiné également le cas d'une poutre en porte-à-faux faite d'un profilé en I au bout de laquelle est appliquée une charge concentrée à hauteur du centroïde de la section. Pour ce cas, ils étudient l'impact du déplacement vertical de cette charge concentrée sur la section. Dans ces travaux, seul le cas d'un chargement à l'extrémité libre est abordé pour les poutres en porte-à-faux faite d'un profilé en I. Toutefois, leurs résultats permettent d'établir que la charge critique d'une poutre est fonction de sa longueur non supportée, des propriétés du matériau dont elle est faite, du type de charge qui lui est appliquée, et, dans le cas d'une charge concentrée, de la position de cette charge sur la longueur de la poutre comme sur la hauteur de la section. Ils proposent de déterminer la charge concentrée critique en bout de porte-à-faux et appliquée au centroïde d'une section doublement symétrique avec la formule suivante:

$$P_{cr} = \gamma_2 \frac{\sqrt{EI_\eta GJ}}{l^2} \tag{2.1}$$

dans laquelle

E = module d'élasticité de l'acier

I_η = moment principal d'inertie de la section par rapport à l'axe η de la section en cours de rotation (voir Figure 2-7)

G = module de Coulomb

J = constante de torsion de St-Venant

l = longueur du porte-à-faux

et γ_2 est un facteur adimensionnel qui dépend du ratio l^2C/C_1 où C=GJ, la rigidité à la torsion, et C_1=EC_w, la rigidité au gauchissement (où C_w est la constante de torsion de gauchissement). La Figure 2-8 présente les valeurs possibles de γ_2. Lorsque l^2C/C_1 croît, γ_2 tend vers la valeur limite 4.013 qui correspond à la charge critique d'une barre de section rectangulaire étroite (C_1=0).

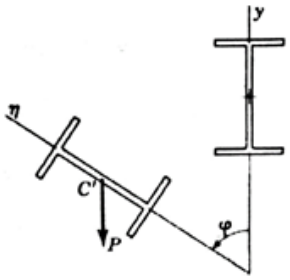


Figure 2-7 Illustration de l'axe principal η de la section en court de rotation

VALUES OF THE FACTOR γ_2 FOR CANTILEVER BEAMS OF I SECTION

$\frac{l^2C}{C_1}$	0.1	1	2	3	4	6	8
γ_2	44.3	15.7	12.2	10.7	9.76	8.69	8.03
$\frac{l^2C}{C_1}$	10	12	14	16	24	32	40
γ_2	7.58	7.20	6.96	6.73	6.19	5.87	5.64

With **C=GJ** & **C_1=ECw**

Figure 2-8 Valeurs du facteur γ_2 proposé par Timoshenko et Gere (1963)

Pour de grandes valeurs de l^2C/C_1 , les auteurs proposent la formule approximative suivante pour déterminer γ_2:

$$\gamma_2 = \frac{4.013}{\left(1 - \sqrt{C_1/l^2C}\right)^2} \tag{2.2}$$

Dans le cas où la charge concentrée ne serait pas appliquée au centre de cisaillement, les auteurs proposent l'équation suivante, avec ici le paramètre γ_2 correspondant à une poutre dont la section serait un rectangle étroit:

$$P_{cr} = \frac{4.013\sqrt{EI_yGJ}}{l^2}\left(1 - \frac{a}{l}\sqrt{\frac{EI_y}{GJ}}\right) \tag{2.3}$$

dans laquelle le paramètre "a" représente la distance verticale du point d'application de la charge par rapport au centre de cisaillement et est considéré positif au-dessus et négatif en-dessous de ce centre de cisaillement.

Cette méthode permet donc de traiter les cas de porte-à-faux avec:

- Section :
  - Une section doublement symétrique.
- Conditions de retenue :
  - Un appui encastré.
  - Une extrémité libre.
- Conditions de chargement :
  - Une charge concentrée au bout du porte-à-faux.
  - Un point d'application à l'aile supérieure / au centre de cisaillement / à l'aile inférieure / et à tout autre point intermédiaire.

Trahair (1963) remarque que le modèle considéré jusque-là pour établir la capacité d'une poutre au regard de son déversement élastique était un modèle idéal rarement rencontré en pratique à savoir, une poutre à appuis simples fléchies selon son axe fort par un moment constant avec comme conditions de frontière une retenue latérale des semelles aux deux extrémités. Il entreprend d'étudier l'influence qu'ont d'autres profils de moment et des conditions de retenue différentes sur

la charge critique d'une poutre en I et remarque que ces paramètres changent cette charge critique. Les recherches de Trahair vont apporter la notion de longueur effective d'une poutre résultant de la multiplication de la longueur totale par un facteur "k" nommé facteur de longueur effective. Il introduira cette constante dans l'équation basique de la contrainte critique de déversement élastique pour aboutir à :

$$f_{bc} = \frac{\pi^2 E I_y}{(kL)^2} \frac{h}{2Z_x} \sqrt{1 + \frac{4GJ(kL)^2}{\pi^2 h^2 E I_y}} \tag{2.4}$$

où

I_y = moment d'inertie selon l'axe y (axe faible, ici l'axe vertical)

h = distance entre les centroïdes des semelles

L = longueur de la poutre

Nethercot (1973) va étudier les facteurs de longueur effective de poutres en porte-à-faux ayant deux types de conditions de retenue aux extrémités, soit une retenue complète et une retenue en translation au niveau du centre de cisaillement, et deux types de chargement, soit une charge concentrée au bout libre et une charge uniformément répartie. Il va développer le concept d'un coefficient de flambement effectif "γ_e" et va proposer une équation plus générale permettant d'estimer le moment critique de déversement élastique d'une poutre en porte-à-faux :

$$M_{cr} = \frac{\gamma_e}{L} \left(\sqrt{E I_y G J} \right) \tag{2.5}$$

où

$$\gamma_e = \alpha \gamma \tag{2.6}$$

$$\gamma = \pi \left(1 + \frac{\pi^2}{R^2} \right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.7}$$

$$R^2 = \frac{L^2 G J}{E C_w} \tag{2.8}$$

et α = coefficient de flambement latéral dont la valeur dépend de R^2, du type de charge and des conditions de retenue latérales

Nethercot (1983) va établir le lien entre le coefficient "γ_e" et le facteur "k" et proposer des facteurs de longueur effective, qu'il identifie par la lettre majuscule "K", pour plusieurs scénarios de poutre en porte-à-faux à section bi-symétrique en faisant varier le type d'appui, les conditions de retenue latérale à l'appui et à l'extrémité libre, et la hauteur d'application du chargement sur la section; tout ceci en considérant une charge uniformément répartie et une charge concentrée au bout du porte-à-faux. La Figure 2-9 présente ces facteurs "K". Plusieurs des méthodes de calcul utilisées aujourd'hui reprennent ces facteurs tels quels. Nethercot revisite l'équation développée initialement par Trahair (1963) pour la rendre plus générale et propose de traiter le problème de déversement élastique d'un porte-à-faux en utilisant une équation réaménagée et exprimée ainsi :

$$M_{cr} = \frac{\pi}{(KL)}\left(\sqrt{EI_yGJ}\right)\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{KL}\right)^2 \frac{EC_w}{GJ}} \tag{2.9}$$

Cette méthode permet donc de traiter les cas de porte-à-faux avec:

- Section :
  - Une section doublement symétrique.
- Conditions de retenue :
  - Un appui encastré / continu avec semelle supérieure retenue latéralement / continu avec semelle supérieure et inférieure retenue latéralement.
  - Une extrémité libre / retenue à la membrure supérieure / retenue aux membrures supérieure et inférieure.
- Conditions de chargement :
  - Une charge concentrée au bout du porte-à-faux / uniformément distribuée.
  - Un point d'application à l'aile supérieure / au centre de cisaillement et à l'aile inférieure (regroupé dans "autres cas").

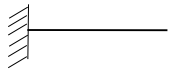
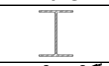
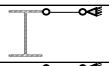
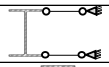
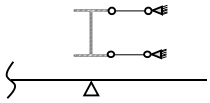
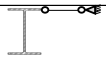
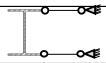
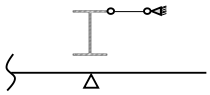
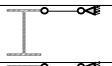
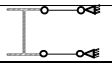
Coefficient de longueur effective, K_c, pour porte-à-faux			
Condtion de retenue latérale		**Kc**	
Au support du porte-à-faux	À l'extrémité libre	Charge sur aile supérieure	Tous les autres cas
		1.4	0.8
		1.4	0.7
		0.6	0.6
		2.5	1.0
		2.5	0.9
		1.5	0.8
		7.5	3.0
		7.5	2.7
		4.5	2.4

Figure 2-9 Facteurs de longueur effective "K" proposés par Nethercot (1983) pour les porte-à-faux

Trahair (1983) traite particulièrement du cas d'une poutre en I doublement symétrique qui se poursuit en porte-à-faux au-delà de son appui. Il fournit également des formules approximatives, assez denses, de calcul de charge critique de flambement pour un porte-à-faux encastré. Pour le cas d'une charge concentrée, P_∞, en bout de porte-à-faux il propose la formule suivante :

$$\frac{P_\infty L^2}{\sqrt{EI_yGJ}} = 11\left\{1 + 1.2\varepsilon/\sqrt{1 + 1.2^2\varepsilon^2}\right\} + 4(K-2)\left\{1 + 1.2(\varepsilon - 0.1)/\sqrt{(1 + 1.2^2(\varepsilon - 0.1)^2)}\right\} \tag{2.10}$$

où

$$K = \sqrt{\pi^2 EC_w/GJL^2} \tag{2.11}$$

$$\varepsilon = (\bar{a}/L)\sqrt{(EI_y/GJ)} \tag{2.12}$$

et

$$\bar{a} = hauteur\ du\ point\ d'applicationde\ la\ charge\ \text{à}\ partir\ du\ centre\ de\ cisaillement$$

Pour le calcul de la charge distribuée, w_∞, correspondant au moment critique élastique, l'équation suivante est proposée :

$$\frac{w_\infty L^3}{\left(2\sqrt{(EI_yGJ)}\right)} = 27\left\{1 + 1.4(\varepsilon - 0.1)/\sqrt{(1 + 1.4^2(\varepsilon - 0.1)^2)}\right\} + 10(K-2)\left\{1 + 1.3(\varepsilon - 0.1)/\sqrt{(1 + 1.3^2(\varepsilon - 0.1)^2)}\right\} \tag{2.13}$$

Cette méthode permet de traiter les cas de porte-à-faux avec:

- Section :
  - Une section en I doublement symétrique.
- Conditions de retenue :
  - Un appui encastré mais également continu au-delà de l'appui.
  - Une extrémité libre.
- Conditions de chargement :
  - Une charge concentrée au bout du porte-à-faux / uniformément distribuée.
  - Un point d'application à l'aile supérieure / au centre de cisaillement / à l'aile inférieure.

Plusieurs codes et ouvrage techniques vont reprendre l'expression de Nethercot (équation (2.9)) et proposer de l'appliquer avec différents facteurs de longueur effective. C'est, par exemple, le cas de l'ouvrage technique du CISC (1989) traitant d'un type particulier de porte-à-faux et de poutrelles à treillis pour toiture qui va suggérer l'utilisation de l'équation (2.9) avec les facteurs de longueur effective suggérés par Kirby et Nethercot (1979) (voir Figure 2-10).

Restraint at Root *	Restraint at Tip	Value of K for load at Top Flange	Value of K for load at Other Part
Top flange laterally supported		2.5	1.0
		2.5	0.9
bottom flange laterally supported and section torsionally restrained about its longitudinal axis		1.2	0.7
Top flange laterally unsupported		7.5	3.0
		7.5	2.7
bottom flange lateral-torsionally restrained about its longitudinal axis		3.6	2.1

Figure 2-10 Facteurs de longueur effective suggérés par Kirby et Nethercot (1979) et repris par CISC (1989)

Roberts et Burt (1985) ont abordé le cas de sections en I mono-symétriques. En passant par des résolutions numériques d'équations d'énergie dans lesquelles les déformées des modes de flambement sont représentés par des séries trigonométriques, les auteurs aboutissent à une équation similaire à celle proposée par Timoshenko et Gere (1963) pour le calcul de la charge concentrée critique en bout de porte-à-faux:

$$P_{cr} = \lambda_4 \frac{\sqrt{EI_yGJ}}{a^2} \tag{2.14}$$

Où a est la longueur du porte-à-faux, identifié par l ou L dans les autres formules. Ils fournissent dans une table les valeurs du coefficient λ_4 en fonction du paramètre de mono-symétrie β de la section (qui est égale à 0 dans le cas d'une section bi-symétrique) de la hauteur d'application de la charge et du paramètre de torsion 'K' vu plus haut (équation (2.11)). La même équation est proposée pour le cas d'une charge uniformément repartie avec cette fois-ci un coefficient λ_5 dont

les valeurs sont également fournies dans l'article. Les deux tables de l'article fournissant les valeurs de λ_4 et λ_5 sont présentée à la Figure 2-11.

TABLE 5. VALUES OF λ_4 FOR CANTILEVERS WITH CONCENTRATED END LOADS

κ	μ	β = 1.0	0.5	0	−0.5	−1.0
0	1.0	0.63	0.78	1.00	1.30	1.74
	0.5	0.84	1.20	1.82	2.98	5.17
	0	1.13	1.96	4.12	8.75	14.7
	−0.5	1.06	2.02	5.14	10.79	17.36
	−1.0	1.06	2.05	5.40	11.35	18.2
1	1.0	1.04	1.22	1.47	1.83	2.37
	0.5	1.56	2.00	2.74	4.12	6.87
	0	2.86	4.46	7.65	12.59	18.5
	−0.5	4.83	7.20	10.87	15.89	21.77
	−1.0	5.43	7.82	11.61	16.86	23.02
2	1.0	1.74	2.02	2.40	2.94	3.76
	0.5	2.63	3.30	4.38	6.26	9.69
	0	4.94	7.29	11.29	16.69	22.57
	−0.5	10.03	13.54	17.7	22.5	27.86
	−1.0	12.34	15.59	19.66	24.52	30.02
3	1.0	2.83	3.27	3.86	4.68	5.88
	0.5	4.23	5.24	6.76	9.22	13.21
	0	7.67	10.65	15.15	20.87	27.02
	−0.5	14.97	19.29	23.94	28.89	34.15
	−1.0	19.37	23.1	27.34	32.06	37.23

TABLE 6. VALUES OF λ_5 FOR CANTILEVERS WITH UNIFORMLY DISTRIBUTED LOADS

κ	μ	β = 1.0	0.5	0	−0.5	−1.0
0	1.0	1.42	1.84	2.48	3.49	5.17
	0.5	1.84	2.75	4.64	8.93	19.3
	0	2.21	4.16	13.39	37.6	67.9
	−0.5	2.33	4.64	21.29	55.8	90.3
	−1.0	2.36	4.74	25.8	67.2	105.1
1	1.0	3.52	4.15	5.04	6.38	8.48
	0.5	5.25	6.80	9.51	14.8	26.8
	0	9.74	15.85	29.93	53.69	81.8
	−0.5	19.6	31.8	51.3	77.5	107.0
	−1.0	25.5	39.6	62.0	91.2	123.1
2	1.0	6.59	7.66	9.11	11.19	14.34
	0.5	9.99	12.59	16.8	24.35	38.91
	0	19.3	29.1	47.2	72.7	100.99
	−0.5	43.1	60.4	81.2	105.4	132.1
	−1.0	57.6	75.1	96.9	122.5	150.6
3	1.0	11.0	12.8	15.0	18.3	22.96
	0.5	16.7	20.7	26.9	37.0	54.2
	0	31.1	44.0	64.4	90.9	119.9
	−0.5	65.1	85.6	107.9	132.0	157.7
	−1.0	88.7	107.7	129.3	153.4	179.5

Figure 2-11 Valeurs des coefficients λ4 et λ5 fournies dans l'article de Roberts et Burt (1985)

Cette méthode permet donc de traiter les cas de porte-à-faux avec:

- Section :
  - Une section en I bi-symétrique et mono-symétrique.
- Conditions de retenue :
  - Un appui encastré.
  - Une extrémité libre.
- Conditions de chargement :
  - Une charge concentrée au bout du porte-à-faux / uniformément distribuée.
  - Un point d'application à l'aile supérieure / au centre de cisaillement / à l'aile inférieure / et à mi-distance de ces points d'application.

Comme la précédente méthode, celle proposée par Wang et Kitipornchai (1986) inclut également la mono-symétrie des sections en I. Les auteurs de cet article ont eu recourt à la méthode des intégrales finies et à l'approche énergétique de Rayleigh-Ritz. Ils proposent des formules

approximatives de calcul de charge de flambement qui reprennent une forme générale déjà vue précédemment:

$$P_c = \gamma_c \frac{\sqrt{EI_yGJ}}{L^2} \quad \text{, pour une charge critique en bout de porte-à-faux} \tag{2.15}$$

$$w_c = \gamma_c \frac{\sqrt{EI_yGJ}}{L^3} \text{, pour une charge uniformément distribuée.} \tag{2.16}$$

Dans ces formules, le paramètre γ doit être calculé à partir d'une formule plus complexe qui implique plusieurs paramètres (m, f1, f2, f3 et g) qui dépendent du type de charge transversale, de la mono-symétrie de la section et du point d'application de la charge. Les valeurs de ces paramètres sont fournies dans l'article et repris ici à la Figure 2-12.

$$\gamma_c = m\pi\left[\left\{1 + 4\rho(1-\rho)Kf_1 + K^2\left(f_2(\zeta+\rho) + f_3\frac{\beta_x}{h}\right)^2\right\}^g + K\left(f_2(\zeta+\rho) + f_3\frac{\beta_x}{h}\right)\right]$$

End point load:

$$m = \frac{4.21}{\pi}$$

Load at top flange:

$g = 0.5 \quad f_1 = 0.305 \quad f_2 = -5.291 \quad f_3 = 4.683 \quad 0.9 < \rho < 1$

$g = 0.4 \quad f_1 = 0.080 \quad f_2 = 0.335 \quad f_3 = -0.424 \quad 0.1 < \rho < 0.9$

$g = 0.45 \quad f_1 = 0.285 \quad f_2 = 0.424 \quad f_3 = -0.294 \quad 0 < \rho < 0.1$

Load at shear centre:

$g = 0.4 \quad f_1 = 1.261 \quad f_2 = 0.618 \quad f_3 = -1.412 \quad 0 < \rho < 1$

$g = 0.5 \quad f_1 = 1.261 \quad f_2 = -0.246 \quad f_3 = -0.980 \quad \rho = 0 \text{ and } 1$

Load at bottom flange:

$g = 0.5 \quad f_1 = 4.199 \quad f_2 = 0.060 \quad f_3 = -1.060 \quad 0 < \rho < 1$

Uniformly distributed load:

$$m = \frac{12.9}{\pi}$$

Load at top flange

$g = 0.5 \quad f_1 = 0.507 \quad f_2 = -9.955 \quad f_3 = 9.266 \quad 0.9 < \rho < 1$

$g = 0.25 \quad f_1 = 0.071 \quad f_2 = 0.032 \quad f_3 = 0.072 \quad 0.1 < \rho < 0.9$

$g = 0.45 \quad f_1 = 0.023 \quad f_2 = -2.028 \quad f_3 = 5.224 \quad 0 < \rho < 0.1$

Load at shear centre

$g = 0.4 \quad f_1 = 0.928 \quad f_2 = 1.492 \quad f_3 = -2.239 \quad 0 < \rho < 1$

$g = 0.5 \quad f_1 = 0.928 \quad f_2 = -0.330 \quad f_3 = -1.537 \quad \rho = 0 \text{ and } 1$

Load at bottom flange

$g = 0.5 \quad f_1 = 9.689 \quad f_2 = 0.167 \quad f_3 = -1.553 \quad 0 < \rho < 1$

With:

$$\rho = \frac{I_{yT}}{I_{yT} + I_{yB}} \qquad 0 < \rho < 1.0$$

$$K = \left[\frac{\pi^2 EI_y h^2}{4GJL^2}\right]^{1/2}$$

$$\frac{\beta_x}{h} \simeq 0.9(2\rho - 1)\left[1 - \left(\frac{I_y}{I_x}\right)^2\right]$$

$$\zeta = \frac{2a}{h} = -2(1-\rho) \quad \text{top flange loading}$$

$$= 0 \quad \text{shear centre loading}$$

$$= 2\rho \quad \text{bottom flange loading}$$

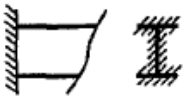
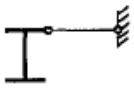
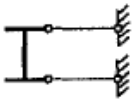
Figure 2-12 Paramètres fournis dans l'article de Wang et Kitipornchai (1986) pour le calcul de charge critique

Cette méthode permet donc de traiter les cas de porte-à-faux avec:

- Section :
    - Une section en I bi-symétrique et mono-symétrique.
- Conditions de retenue :
    - Un appui encastré.
    - Une extrémité libre.
- Conditions de chargement :
    - Une charge concentrée au bout du porte-à-faux / uniformément distribuée.
    - Un point d'application à l'aile supérieure / au centre de cisaillement / à l'aile inférieure.

Essa et Kennedy (1994) proposent un raffinement des valeurs de facteur de longueur effective "K" de Nethercot (1983) pour le cas d'un porte-à-faux à section en I doublement symétrique recevant une charge concentrée à son extrémité libre. Ils soutiennent que ces valeurs ne correspondent pas aux conditions de retenues qui étaient considérées originellement dans les calculs de dérivation de Nethercot (1973) et qu’elles ne sont donc applicables qu'à des poutres relativement longues dont le paramètre de torsion ‘K’ (équation (2.11)) est compris entre 0 et 1.57.

Tout en reprenant l'équation (2.9) de moment critique de déversement élastique, Ils vont proposer des facteurs de longueur effective "K" qui intègrent les effets du type de charge, de la hauteur d'application, du type de retenue latérale au bout du porte-à-faux et qui sont fonctions du paramètre de torsion ‘K’ décrit plus haut (équation (2.11)) et appelé ‘X’ dans l’article de Essa et Kennedy. Ces facteurs, présentés à la Figure 2-13, ont été obtenus en approximant des courbes à des résultats de modèles en éléments finis.

Restraint conditions		Effective length factor, k	
At root	At tip	Top flange loading	Shear centre loading (All other cases)
		$0.57+0.71X-0.1X^2$ (1.4)	0.75 (0.8)
		$1.2-0.161/X-0.184/X^2 \geqslant 0.85$ (1.4)	0.5 (0.7)
		0.44 (0.6)	0.44 (0.6)

Note: Bracketed figures and column heading are from the SSRC Guide

Figure 2-13 Facteurs de longueur effective "K" proposés par Essa et Kennedy (1994)

Cette méthode permet donc de traiter les cas de porte-à-faux avec:

- Section :
  - Une section en I doublement symétrique.
- Conditions de retenue :
  - Un appui encastré mais également continu au-delà de l'appui.
  - Une extrémité libre / retenue à la membrure supérieure / retenue aux membrures supérieure et inférieure.
- Conditions de chargement :
  - Une charge concentrée au bout du porte-à-faux.
  - Un point d'application à l'aile supérieure / au centre de cisaillement / et à tout autre point intermédiaire.

Plusieurs ouvrages comme, par exemple, celui de Bradford *et al.* (2001), vont proposer de reprendre l'équation simple de la méthode de la longueur effective (équation (2.9)) utilisée pour

calculer la charge de flambement d'une poutre simplement appuyée en y remplaçant la longueur de poutre par deux fois la longueur du porte-à-faux pour calculer le moment de déversement d'une poutre en porte à faux. Autrement dit, ils utilisent K=2 comme facteur de longueur effective, de la même façon que cela se fait dans la méthode de la longueur effective pour obtenir la charge de flambement d'une colonne à bout libre.

L'équation utilisée pour trouver le moment critique de déversement élastique d'une poutre en porte-à-faux doublement symétrique subissant un moment constant selon l'axe fort de la section et n'ayant aucune retenue latérale est donc:

$$M_{cr} = \frac{\pi}{(2l)}\sqrt{EI_yGJ + \left(\frac{\pi E}{2l}\right)^2 I_yC_w} \tag{2.17}$$

Dans la dernière édition de ce guide de référence, Ziemian (2010) a laissé de côté les coefficients de longueur effective de Nethercot (1983) au profit de la méthodologie de Dowswell (2004) qui, à partir de données d'analyses réalisées en éléments finis auxquelles il a associé des courbes d'approximation, a développé l'équation suivante pour calculer le moment critique de déversement élastique d'un porte-à-faux encastré:

$$M_{cr} = C_LC_HC_B\frac{\sqrt{EI_yGJ}}{L} \tag{2.18}$$

Dans cette équation, les coefficients C_L, C_H et C_B permettent respectivement de considérer le type de charge, la hauteur d'application de la charge et les conditions de retenue latérale. Cette méthode permet de traiter les cas de porte-à-faux avec :

- Section :
  - Une section en I doublement symétrique.
- Conditions de retenue :
  - Un appui encastré mais également continu au-delà de l'appui.
  - Une extrémité libre
  - Une membrure en tension retenue latéralement en continu ou ponctuellement au bout du porte-à-faux.

- Conditions de chargement :
  - Une charge concentrée au bout du porte-à-faux / une charge uniformément distribuée.
  - Un point d'application à l'aile supérieure / au centre de cisaillement et plus bas.

Le Tableau 2-1 résume les formules à utiliser pour déterminer ces coefficients selon les différents cas de figure. Dans ces formules, tirées directement de Ziemian (2010), le paramètre 'W' correspond au paramètre de torsion '*K*' décrit plus haut (équation (2.11)).

Tableau 2-1 Formules des paramètres CL, CH et CB utilisés dans le calcul du moment critique de déversement élastique selon Ziemian (2010)

			charge concentrée au bout du porte-à-faux:	***charge uniformément distribuée:***
C_L =			**=3.95+3.52W**	**=5.83+8.71W**
C_H =	***Charge appliquée au C.C. et plus bas***		**1.0**	**1.0**
	Charge appliquée au dessus du C.C.		**=0.76+0.51W+0.13W^2**	**=0.49+0.27W+0.06W^2**
C_B =	***Aucune retenue latérale***		**1.0**	**1.0**
	retenue latérale continue, ou ponctuelle au bout du p-à-f, à la semelle tendue	***Charge appliquée au C.C.***	**=1.42+0.88W-0.26W^2**	**=1.42+0.88W-0.26W^2**
		Charge appliquée au dessus du C.C.	**=1.48+0.16W**	**=1.48+0.16W**

2.4 Méthodes numériques pour déterminer la résistance en flexion

2.4.1 Évaluation du moment critique par l'analyse par éléments finis

Comme la section précédente le démontre, la détermination des charges critiques de déversement élastique s'est raffinée à travers les nombreuses recherches menées sur la question en englobant plus de paramètres et de scénarios au fil des travaux et en rendant ainsi les calculs plus généraux. Cependant, Plusieurs articles et thèses soutiennent que l'approche classique de détermination de la

charge critique exacte de déversement est trop complexe à entreprendre et, qu'avec les outils informatiques actuels, la méthode des éléments finis constitue une alternative fiable et adéquate. (cf. thèses de Liu, Sheng (2003) ou Özdemir (2005) entre autres). En effet, il est devenu extrêmement compliqué d'envisager l'élaboration d'une formule exacte de calcul de la charge critique pour un cas de poutre en porte-à-faux impliquant des conditions comme une section asymétrique, un chargement non-uniforme ou, encore, des conditions de retenues complexes, en ayant recourt aux équations différentielles ou encore à la méthode basée sur l'énergie potentielle de Timoshenko.

L'essor de l'informatique et des ordinateurs en ont fait des outils incontournables et puissants dans de nombreux domaines. La capacité qu'ont ces machines à résoudre des problèmes d'envergure a su profiter au domaine du génie des structures par l'utilisation de méthodes telles que la méthode des éléments finis dont l'usage est maintenant devenu courant. En gros, cette méthode permet de modéliser des structures imposantes et complexes en un ensemble de petits éléments à géométrie simple dont le comportement structural est défini par des équations liant les efforts ou contraintes internes, la rigidité de l'élément et les déplacements des nœuds. La méthode permet ainsi une analyse simplifiée qui aboutit à des résultats pour le modèle dans son ensemble. Des travaux comme ceux de Akay *et al.* (1977), entre autres, ont permis d'établir que la méthode des éléments finis représente un outil efficace pour prédire les charges de flambement d'éléments à parois relativement minces.

La méthode des éléments finis s'impose donc comme une solution plus générale et polyvalente car elle permet d'intégrer la plupart des paramètres complexes que les méthodes classiques peinent à prendre en compte. En effet, comme l'énonçaient déjà Barsoum et Gallagher (1970) dans leur article traitant de problèmes de stabilité résolus par cette méthode, la méthode des éléments finis permet de modéliser et de faire varier à souhait le type de section, les conditions de retenue, le type de chargement et la position de ces chargements; elle permet même d'inclure la non-linéarité des matériaux pour aller au-delà de l'analyse de stabilité élastique, tel que discuté plus bas.

Cette méthode est une technique de résolution numérique d'un problème physique par un modèle mathématique. Le modèle mathématique s'exprime souvent sous forme d'un problème aux valeurs limites constitué d'une ou de plusieurs équations différentielles avec des conditions de frontières. Ces équations sont obtenues à partir de lois physiques, traduisant l'équilibre des forces, la

conservation de l'énergie, de la masse ou de la quantité de mouvement. Résoudre le problème aux valeurs limites consiste à déterminer les valeurs de la variable d'état en tout point du domaine étudié

On peut utiliser des éléments linéiques, surfacique ou encore volumiques selon le type de structure que l'on modélise. Et pour chaque type d'élément fini, le nombre de nœuds peut varier, et avec lui les propriétés et capacités de l'élément en question. Et lors de la modélisation, le choix de la discrétisation du maillage a une grande importance sur la précision du résultat ainsi que sur l'effort de calcul. Plus ce maillage est fin, plus la solution que l'on obtient par la méthode des éléments finis sera précise et proche de la « vraie » solution de l'équation. Et il faut veiller à avoir des éléments se rapprochant d'un polygone régulier.

À titre d'exemple, la Figure 2-14 montre le maillage d'une poutre en porte-à-faux modélisée uniquement pour fin d'illustration avec le logiciel SAP2000 (CSI, 2017). Cette poutre faite d'un profilé en C100x11 de 1000 mm de longueur a été modélisée avec des élément de type « coque » (« shell ») puis soumise à une analyse modale considérant une charge verticale uniformément distribuée sur l'âme du profilé. La Figure 2-15 montre les déformées prédites par le logiciel pour les deux premiers modes caractérisés par du déversement. Il faut noter que les modes d'instabilité issus d'une analyse par éléments finis ne correspondent pas nécessairement à un des trois modes présentés plus haut (déversement, voilement local, distorsion) de manière individuelle.

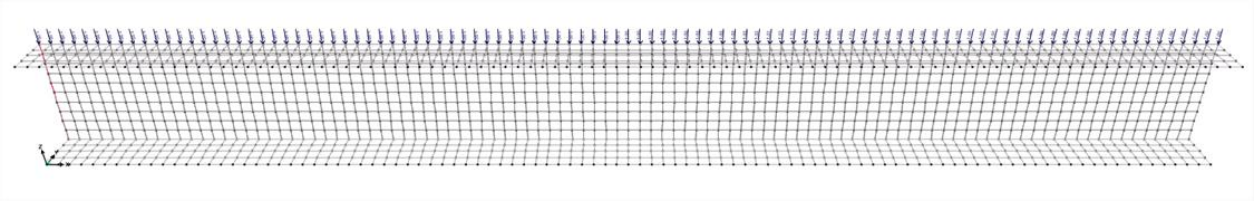


Figure 2-14 Exemple illustratif d'un modèle de poutre en éléments finis de type coque et de son maillage - logiciel SAP2000

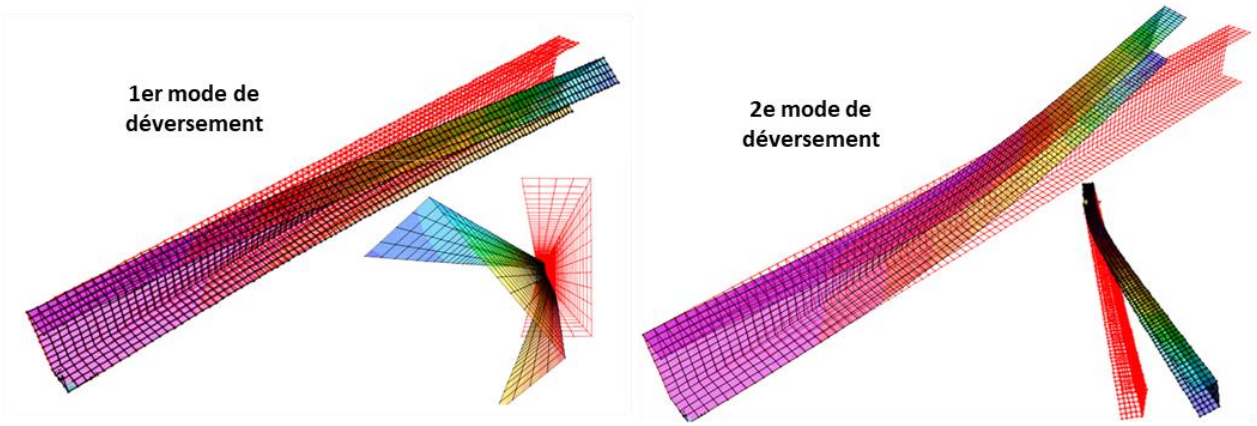


Figure 2-15 Exemple visuel de deux modes de déversement calculés par éléments finis sur un profilé en C

La méthode des éléments finis permet donc de déterminer le moment critique associé au déversement élastique et ce en considérant pratiquement toutes les situations de retenues et de chargement usuellement rencontrées. Elle permet également de déterminer les modes et charges critiques de n'importe quel autre mode d'instabilité tel que le voilement local, la distorsion de la section (voir illustration de ces modes d'instabilité à la Figure 2-6), ou une combinaison de plusieurs de ces modes. La Figure 2-16 montre la déformée prédite par le logiciel pour le premier mode d'instabilité caractérisé par du voilement local tandis que la Figure 2-17 illustre le cas où deux modes d'instabilité sont combinés, en l'occurrence du déversement et du voilement local. La méthode des éléments finis ne permet pas de distinguer et d'identifier de manière automatique chacun des modes d'instabilité individuellement impliqué ou leur taux de participation dans un cas de mode d'instabilité combiné.

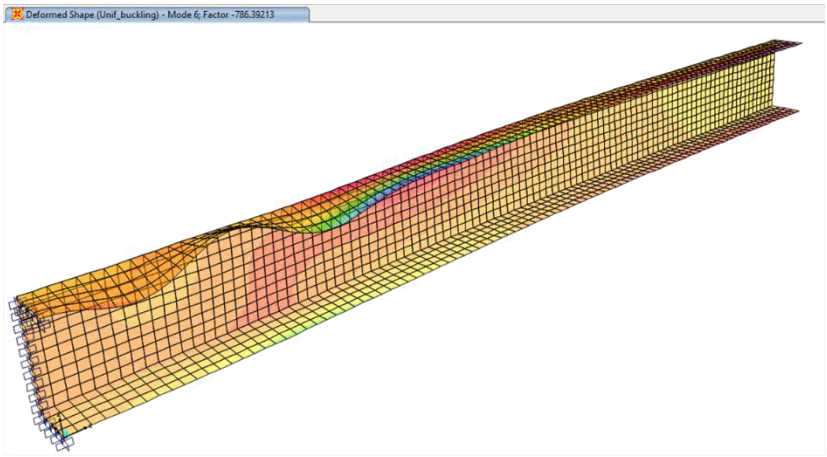


Figure 2-16 Exemple visuel d'un mode d'instabilité par voilement local de l'aile supérieure calculé par éléments finis sur un profilé en C

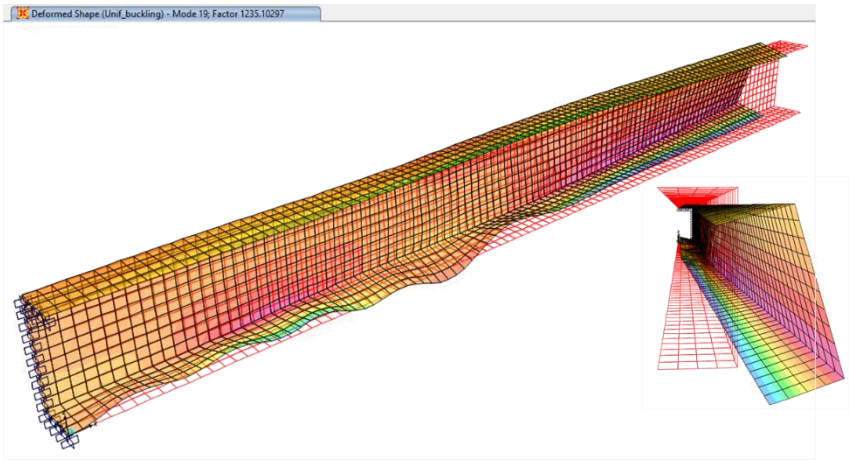


Figure 2-17 Exemple visuel d'une combinaison de déversement et de voilement local calculé par éléments finis sur un profilé en C

Certains logiciels utilisant la méthode par éléments finis peuvent permettre de déterminer la résistance ultime en flexion, tel que discuté plus bas.

2.4.2 Évaluation de la résistance en flexion par l'analyse par éléments finis

Au-delà du fait que tous les logiciels ayant recourt à la méthode des éléments finis peuvent être utilisés pour déterminer les charges critiques élastiques associées à n'importe quel mode

d'instabilité, certains d'entre eux permettent de déterminer la résistance ultime en flexion des élément structuraux.

En effet, avec des logiciels d'analyses avancées par éléments finis tel que ABAQUS (SIMULIA Inc., 2017), qui a particulièrement été utilisé dans ce projet de recherche, il est possible de déterminer la résistance ultime d'une membrure en tenant compte des aspects suivants :

- Le comportement inélastique du matériau :

  Dans ABAQUS, l'utilisateur peut introduire, et attribuer au matériau, les contraintes et déformations réelles de la portion plastique de leurs courbes de comportement σ-ε afin que l'analyse tienne compte du changement de dimension des corps solides et puisse inclure la plastification, l'écrouissage et la striction du matériau;

- Les imperfections géométriques :

  Il est possible de mener une première analyse modale et d'en extraire le mode que l'on souhaite considérer, attribuer un facteur multiplicateur à l'amplitude de cette déformée et considérer cet état comme étant l'état de déformation initiale du modèle à partir duquel les charges peuvent être appliquées dans une analyse qui considère le comportement non-linéaire du matériau. On peut également induire ce défaut de rectitude en appliquant, dans une première étape, une petite charge latérale initiale qui induira la déformée initiale souhaitée;

- Les contraintes résiduelles :

  Diverses méthodes permettent d'introduire des contraintes résiduelles dans les modèles. Dans ABAQUS on peut par exemple procéder à une première analyse dont les sollicitations (thermiques ou autres) aboutiraient au développement des contraintes résiduelles visées; puis établir cet état de contraintes comme étant l'état initiale du modèle avant l'exécution des étapes de chargement.

Si le modèle est sollicité en flexion, cela permet d'obtenir la résistance finale en flexion. De plus, dépendamment du niveau de raffinement et de détails structurel intégré au modèle, on peut également détecter et prédire la résistance pour d'autre états limites tels que le cisaillement, l'écrasement à l'appui et l'interaction de tous ces modes entre eux.

2.4.3 Évaluation des charges critiques par la méthode des bandes finies

Comme on a pu le constater à travers les travaux menés dans ce projet, la méthode des éléments finis est la plus polyvalente car elle permet de modéliser la plupart des conditions frontières et des types de chargement qui sont rencontrés en pratique. Cependant les résultats de l'analyse de stabilité que fournit la méthode des éléments finis demandent à être interprétés et il n'est pas aisé d'y distinguer clairement les types d'instabilité énumérés plus haut et donc la contrainte critique qui est associée à chacun d'eux. Or, un outil de calcul tel que la méthode directe de la norme CSA S136, que l'on présente plus loin dans ce chapitre, nécessite que l'on obtienne la contrainte ou l'effort le plus faible provocant chacun des types d'instabilité concernés par la pièce étudiée.

La méthode d'analyse par bandes finies, quant à elle, permet une identification plus facile des différents modes d'instabilité. En effet, dans cette méthode-là, la pièce est discrétisée en bandes parallèles et la contrainte critique de compression produisant l'instabilité selon des modes prédéfinis est évaluée pour une plage de longueurs d'instabilité. Les contraintes ou efforts critiques sont ensuite présentés en ordre croissant de la longueur d'instabilité. Pour le voilement local et la distorsion, s'il y a lieux, on retient les résultats pour la longueur qui donne lieu à la contrainte critique minimum. Pour le déversement, on utilise le résultat correspondant à la longueur de la poutre, soit celle sur laquelle peut se produire le déversement global de celle-ci. La Figure 2-18 présente un résultat graphique type de cette méthode d'analyse pour un cas de poutre faite d'un profilé formé à froid et fléchie par un moment constant.

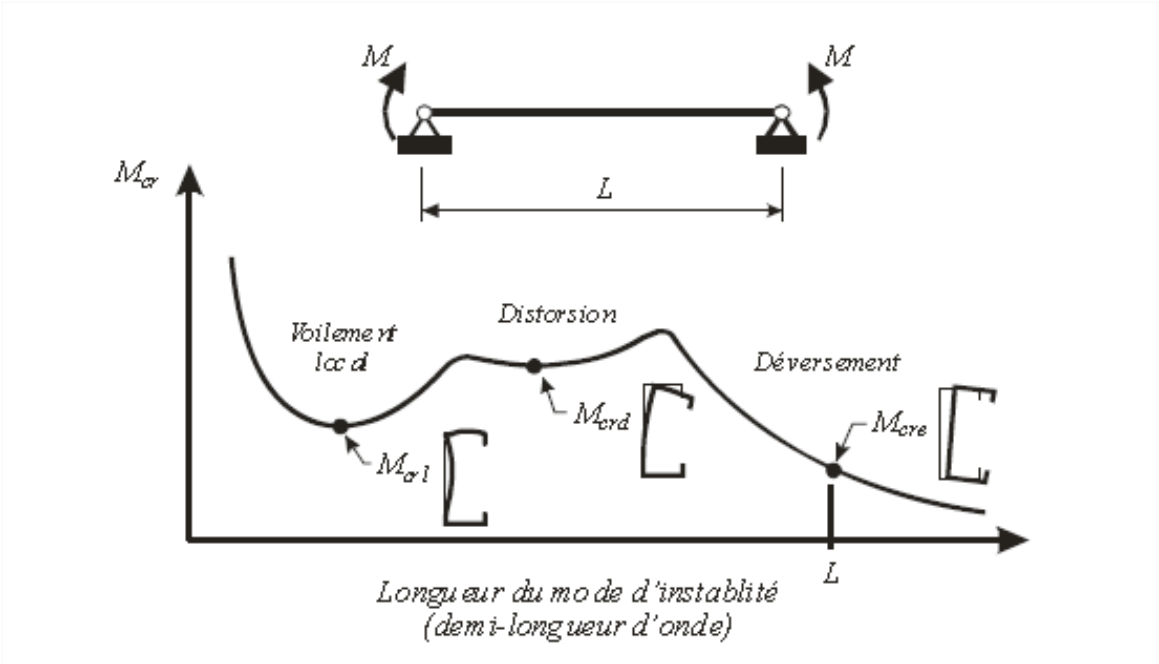


Figure 2-18 Résultat typique d'une analyse de stabilité élastique par la méthode des bandes finies tiré du cours "Calcul avancé des charpentes d'acier - CIV6506" du Professeur Robert Tremblay (Automne 2013)

Mais la méthode des bandes finies présente certaines limitations. Elle est, par exemple, généralement limitée aux pièces ayant un chargement uniforme sur toute leur longueur comme c'est le cas dans le logiciel CUFSM (Schafer et Li) que l'on a considéré dans les travaux présentés ici. Ce logiciel, présenté plus en détail à la section 2.6.3, a pour principal intérêt qu'il utilise la méthode des bandes finies et permet donc le calcul des valeurs et vecteurs propres tout en permettant de séparer les trois modes d'instabilité. Cet avantage est exploité dans la méthode directe de la norme CSA S136, comme cela est décrit à la section 2.5.2.

2.5 Résistance en flexion dans les normes et codes

2.5.1 CSA S16-14 - Règles de calcul des charpentes en acier

La norme canadienne de calcul des charpentes en acier CSA S16-14 (CSA, 2014) établie une classification des sections en fonction du rapport maximal entre la largeur (ou diamètre) et l'épaisseur de l'élément soumis aux forces de compression pour tenir compte du voilement local. Les différentes classes y sont définies ainsi :

a) Sections de classe 1. Ces sections permettent d'atteindre le moment plastique ainsi que la redistribution ultérieure du moment de flexion ;
b) Sections de classe 2. Ces sections permettent d'atteindre le moment plastique sans garantir une redistribution ultérieure du moment ;
c) Sections de classe 3. Ces sections permettent d'atteindre le moment élastique ; et
d) Sections de classe 4. Ces sections élancées présentent de manière générale un flambement local dans le cas des éléments en compression comme limite de résistance. Quand l'âme et l'aile comprimée d'une section sont de classe 4, la norme CSA S16 renvoie, pour le calcul de M_r, à la norme CSA S136 qui propose une méthode simplifiée pour tenir compte du voilement local.

L'article 13.5 de la norme fournit les équations permettant de calculer la résistance pondérée en flexion d'une pièce fléchie qui est retenue latéralement et ne peut donc pas déverser. Les équations sont :

- Pour des sections de classe 1 et 2

$$M_r = \phi M_p \tag{2.21a}$$

- Pour des sections de classe 3

$$M_r = \phi M_y \tag{2.21b}$$

, où le coefficient de tenue ϕ est égal à 0.9 pour l'acier structural.

La norme CSA S16 traite de la résistance des pièces fléchies dont la semelle comprimée n'est pas retenue latéralement de façon continue (comme c'est le cas pour l'extension étudiée ici) en son article 13.6. Cet article donne les équations pour établir la résistance pondérée en flexion M_r qui dépend du moment M_u (le moment élastique d'une poutre sans contreventement latéral, qui correspond à M_{cr}). Cette résistance pondérée en flexion consiste en une transformation qui vise à faire le passage du comportement élastique au comportement inélastique. C'est-à-dire que le moment élastique critique est réduit pour tenir compte de l'effet des défauts de rectitude, de l'excentricité des charges, de la non-linéarité du matériau et des contraintes résiduelles pour déterminer la charge ultime limitée au moment de plastification total de la section (voir Figure 2-19).

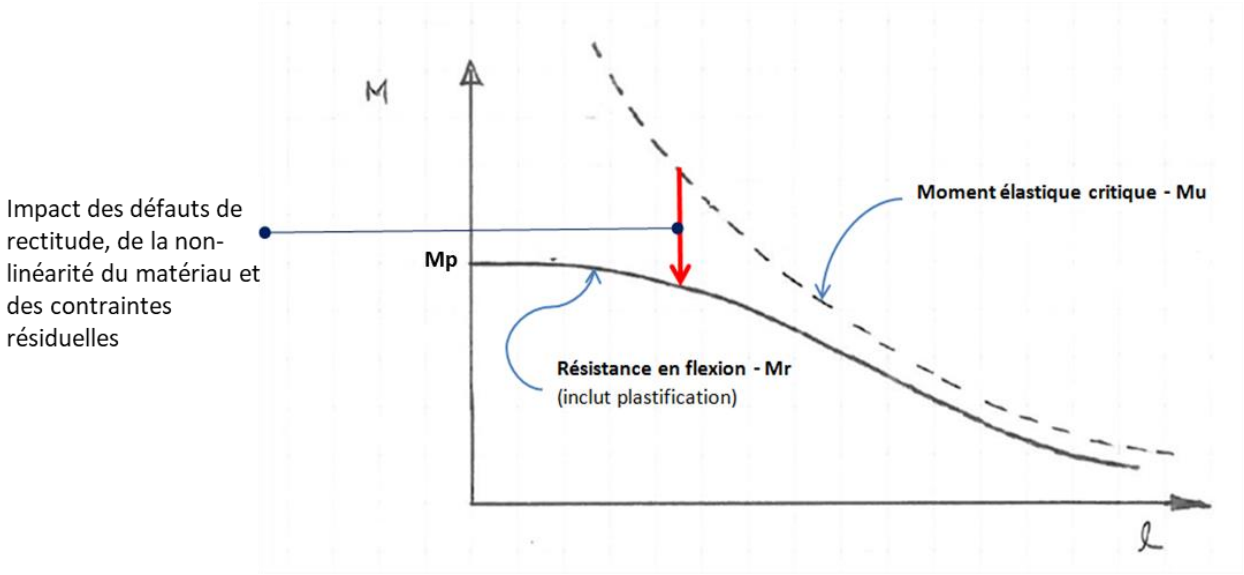


Figure 2-19 Graphique illustrant le concept de transformation de M_u en M_r de la norme CSA S16

Les équations proposées par cette norme sont :

- Pour les sections de classes 1 et 2 à symétrie double, à l'exception des sections HSS carrées et circulaires :

$$M_r = 1.15\phi M_p \left[1 - \frac{0.28M_p}{M_u}\right] \leq \phi M_p \qquad , si\ M_u > 0.67\ M_p \tag{2.22a}$$

$$M_r = \phi M_u \qquad , si\ M_u \leq 0.67\ M_p \qquad (2.22b)$$

- Pour les sections de classes 3 et 4 à double symétrie, à l'exception des sections HSS carrées et circulaires, et pour les profilés en C:

$$M_r = 1.15\phi M_y \left[1 - \frac{0.28M_y}{M_u}\right] \qquad , si\ M_u > 0.67\ M_y \qquad (2.23a)$$

$$M_r = \phi M_u \qquad , si\ M_u \leq 0.67\ M_p \qquad (2.23b)$$

Où le moment élastique critique M_u est calculé avec l'équation suivante (pour les sections de classe 1, 2, 3 et 4 doublements symétriques, à l'exception des sections HSS carrées et circulaires) :

$$M_u = \frac{\omega_2 \pi}{L} \sqrt{EI_y GJ + \left(\frac{\pi E}{L}\right)^2 I_y C_w} \qquad (2.24)$$

où

ω2 = coefficient tenant compte de la majoration du moment résistant d'une section de poutre sans appui latéral soumise à un gradient de moment. Pour le cas de charges appliquées au niveau de la semelle supérieure, la norme propose, en remplacement d'une analyse rationnelle plus précise, de déterminer M_u en utilisant ω2 = 1.0 et une longueur efficace égale à 1.2L dans le cas de poutres simplement supportées et à 1.4L dans tous les autres cas.

L = longueur du segment non contreventé de la poutre

En ce qui concerne le calcul de la résistance pondérée à la flexion pour les poutres en porte-à-faux, aucune équation n'est donnée. La norme suggère de faire appel à une méthode d'analyse rationnelle tenant compte des conditions de retenue latérale et en torsion aux appuis et à l'extrémité libre du porte-à-faux, des conditions de chargement ainsi que de la flexibilité de la poutre dans la travée adjacente. Elle ne traite pas non plus de pièces particulières, comme par exemple celles faites de deux profilés en C ou en L placés dos-à-dos et assemblés par des connecteurs ponctuels, qui font parties des cas à considérer dans cette étude.

Il est à noter que dans la dernière version de la norme CSA S16 (CSA, 2019), des équations sont désormais proposées pour les cas de poutres en porte-à-faux constituées de sections en I à double symétrie qui sont entièrement retenues contre la torsion et le gauchissement à une extrémité et qui sont soumises à des charges transversales uniquement. Ce qui n'inclut toujours pas le cas des sections d'extension de membrures supérieures de poutrelles dont traite ce projet.

2.5.2 CSA S136-17 - Norme nord-américaine pour le calcul des éléments de charpente en acier formés à froid

Selon cette norme qui traite de profilé en acier formés à froid, La rupture d'une pièce en flexion peut se produire localement, par plastification de l'acier et voilement des parois de la section, ou encore par déversement, si la membrure n'est pas supportée contre le mouvement latéral ou la torsion sur une partie de sa longueur.

Pour la rupture des sections ouvertes par plastification et voilement de la section, la norme propose deux méthodes différentes pour calculer la résistance pondérée en flexion M_r.

Selon la méthode I, la résistance M_r s'obtient avec l'équation :

$$M_r = \phi_b S_e F_y \tag{2.25}$$

où $\phi_b = 0{,}9$ et S_e est le module de section élastique de la section effective, une propriétés de section que l'on obtient en ne considérant que la largeur effective des segments droits de la section qui sont comprimés. Le concept de la largeur effective a été introduit pour tenir compte du voilement local. Cette largeur effective peut être définie comme étant la partie de la largeur complète du segment qui serait requise pour reprendre la charge qui correspond à la résistance ultime si la contrainte était uniforme et égale à F_y sur cette largeur. Cette largeur effective dépend de l'amplitude des contraintes appliquées sur ces segments, et ces contraintes doivent être calculées avec les propriétés de la section effective. Comme les contraintes dépendent de la position de l'axe neutre et que celle-ci dépend de largeur effective des parois, le processus de détermination de la largeur effective est itératif.

Dans ces calculs, la distorsion est prise en compte à travers le paramètre R_I qui est calculé pour vérifier si un raidisseur de rive, lorsqu'il y en a un, a une rigidité suffisante pour supporter le segment droit adjacent.

Selon cette première méthode, la résistance en flexion correspond au moment qui produit la première plastification à l'une des fibres extrêmes de la section.

La méthode II de la norme CSA S136 permet d'exploiter un gain de résistance occasionné par la possibilité que les déformations unitaires dépassent ε_y (= F_y/E) et que la plastification progresse vers le centre de la section avant que la rupture ne se produise. Cette deuxième méthode requiert le calcul de la déformation unitaire maximale que peut subir la fibre extrême comprimée. La méthode I est celle qui s'utilise le plus couramment en pratique, parce que plus générale, conservatrice et beaucoup plus simple d'application.

Pour la rupture des sections ouvertes par déversement, la norme CSA S136 propose de limiter la résistance pondérée en flexion à :

$$M_r = \phi_b S_c F_c \tag{2.26}$$

où ϕ_b = 0.9, S_c est le module de section élastique de la section effective, calculé par rapport à la fibre extrême comprimée en posant f = F_c à cette fibre, et F_c est la contrainte de calcul à la fibre extrême comprimée qui tient compte du déversement :

$$F_c = F_y \qquad , si\ F_e \geq 2.78\ F_y \tag{2.27a}$$

$$F_c = \frac{10}{9}\ F_y \left(1 - \frac{10F_y}{36F_e}\right) \qquad , si\ 2.78\ F_y > F_e > 0.56\ F_y \tag{2.27b}$$

$$F_c = F_e \qquad , si\ F_e \leq 0.56\ F_y \tag{2.27c}$$

La norme CSA S136 propose plusieurs équations pour calculer F_e, la contrainte critique de déversement élastique.

Enfin, la norme CSA S136 propose également de déterminer les résistances P_r, M_r et V_r par la méthode directe qui est une alternative à l'utilisation des équations classiques de la stabilité. Cette

méthode, désormais principale, permet entre autres de déterminer la résistance en flexion des pièces fléchies. La démarche suggérée par cette méthode commence par la détermination de la contrainte critique produisant chacun des différents types d'instabilité possibles et ce par analyse élastique de la stabilité et non par les équations classiques de la stabilité qui sont parfois limitées en termes d'inclusion de paramètres, comme c'est le cas de l'équation de déversement élastique des pièces fléchies par exemple. On calcule ensuite les efforts critiques à partir des contraintes critiques obtenues de l'analyse de stabilité et en considérant les propriétés de la section brute de l'élément. Puis, avec ces efforts critiques, on détermine les résistances nominales (M_n) de la pièce, qui incluent les effets du comportement inélastique du matériau et les imperfections géométriques, en appliquant des équations que la norme propose selon qu'il s'agit de cas de compression ou de flexion. Et, finalement, on applique à la plus faible de ces résistances nominales un coefficient de tenue (ϕ_b) pour obtenir la résistance pondérée (M_r) que l'on recherche.

Voici un résumé des équations permettant de calculer la résistance des pièces fléchies selon la méthode directe de la norme CSA S136 :

- La résistance nominale associée au déversement M_{ne} est déterminée à partir du moment critique de déversement élastique, M_{cre}, et du moment résistant élastique M_y ainsi :

$$M_{ne} = M_{cre} \qquad , si\ M_{cre} < 0.56\ M_y \qquad (2.28a)$$

$$M_{ne} = \frac{10}{9}\ M_y \left(1 - \frac{10M_y}{36M_{cre}}\right) \qquad , si\ 2.78\ M_y \geq M_{cre} \geq 0.56\ M_y \qquad (2.28b)$$

$$M_{ne} = M_y \qquad , si\ M_{cre} > 2.78\ M_y \qquad (2.28c)$$

, où :

$$M_y = S_{fy} F_y \qquad (2.28d)$$

- La résistance nominale M_{nl} associée au voilement local des parois de la section nécessite le moment critique M_{crl} produisant le voilement local et est calculé ainsi:

$$M_{nl} = M_{ne} \qquad , si\ \lambda_l \leq 0.776 \qquad (2.29a)$$

$$M_{nl} = \left[1 - 0.15\left(\frac{M_{crl}}{M_{ne}}\right)^{0.4}\right]\left(\frac{M_{crl}}{M_{ne}}\right)^{0.4} M_{ne} \qquad , si\ \lambda_l > 0.776 \qquad (2.29b)$$

, où :

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{M_{ne}}{M_{crl}}} \qquad (2.29c)$$

- La résistance nominale en flexion telle que limitée par la distorsion de la section, M_{nd}, nécessite le moment critique M_{crd} produisant la distorsion de la section et est donnée par:

$$M_{nd} = M_y \qquad , si\ \lambda_d \leq 0.673 \qquad (2.30a)$$

$$M_{nd} = \left[1 - 0.22\left(\frac{M_{crd}}{M_y}\right)^{0.5}\right]\left(\frac{M_{crd}}{M_y}\right)^{0.5} M_y \qquad , si\ \lambda_d > 0.673 \qquad (2.30b)$$

, où :

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{M_y}{M_{crd}}} \qquad (2.30c)$$

Cette méthode n'a cependant été établie et validée que pour certaines sections et donc elle n'est en principe garantie et applicable que pour ces sections dites "pré-qualifiées" et pour les matériaux pour lesquels elle a été validée. On souligne ici que les sections laminées à chaud dont sont faites les extensions étudiées dans ce rapport ne font pas parties des sections pré-qualifiées; celles-ci incluent essentiellement des profilés minces formés à froid. Mais cela signifie simplement que les facteurs de pondération prédéfinis dans la norme CSA S136 ne peuvent pas être utilisés tels quel. Une étude devra être menée pour vérifier si les facteurs déjà proposés sont applicables ou si de nouveaux facteurs plus appropriés aux cas d'extension à l'étude peuvent être établis.

La méthode requiert donc de commencer, pour le cas des pièces fléchies, par déterminer la contrainte F_e ou le moment M_{cre} produisant le déversement élastique, la contrainte F_l ou le moment M_{crl} produisant le voilement local de la section, et la contrainte F_d ou le moment M_{crd} produisant la

distorsion de la section, même si il paraît fort peu probable que ce dernier type d'instabilité se produise dans le cas des sections qui dont font l'objet cette étude, qui sont épaisses et sans raidisseurs de rive aux bouts des ailes. En effet, ces contraintes ou efforts critiques dépendront de plusieurs facteurs dont le type de section, la longueur de la poutre, les conditions aux frontières, les conditions de chargement et les retenues latérales présentes sur la longueur de la pièce. Idéalement, la méthode d'analyse devrait permettre de tenir compte de ces paramètres.

La norme CSA S136, en son annexe 2, suggère deux méthodes numériques: la méthode des éléments finis et la méthode des bandes finies.

On a donc là une méthode dont le concept pourrait être utilisé pour développer un outil de calcul général et précis capable de traiter tous les cas d'extension en porte-à-faux étudiés ici et en évaluer la résistance pondérée. Mais un travail d'adaptation doit être fait pour que les différentes étapes de cette méthode, établies pour des cas bien précis de profilés formés à froid, puissent être transposées aux cas concernés par ce projet de recherche.

2.6 Comparaison des paramètres et scénarios pris en compte par diverses méthodes de calcul du moment critique élastique

Cette revue de littérature a, jusque-là, mis en lumière le fait qu'on ne dispose actuellement pas d'une méthode de calcul couvrant spécifiquement les cas de porte-à-faux complexes que sont les extensions étudiées dans ce projet. Cependant, des méthodes de calcul de capacité de poutres en porte-à-faux peuvent quand même être trouvées dans la littérature, mais celles-ci se limitent à certains cas et certaines catégories de poutre en porte-à-faux bien spécifiques. Neuf références ont été sélectionnées car fournissant chacune une méthode d'évaluation de la charge critique de déversement élastique d'une poutre en porte-à-faux. Dans cette section trois tableaux schématiques sont présentés. Ces tableaux résument les paramètres que chacune de ces méthodes considère; on y indiquera également les paramètres que l'on pense pouvoir prendre en compte dans l'utilisation de trois logiciels d'analyse structurale que sont SAP2000, ABAQUS et CUFSM. Ceci permettra d'évaluer la polyvalence et l'applicabilité de chacun de ces douze outils de calculs.

2.6.1 Les paramètres, catégories et scénarios considérés

Dans cette revue de littérature il a été question des différents paramètres qui influençaient le comportement d'une poutre en porte-à-faux en ce qui a trait spécifiquement au moment de déversement élastique. On en fait ici un bref résumé en listant, pour chacun de ces paramètres, les catégories et cas qui ont été considérés dans la comparaison établie entre les différents outils de calcul:

- La résistance du matériau :

  Dans les normes, la prise en compte de la résistance du matériau se fait par le biais de la transformation du moment critique élastique M_u (appelé « M_{cr} » de façon générale dans ce document) à M_r. La valeur de M_u peut provenir de solutions analytiques ou d'analyses élastiques. Une analyse élastique considère donc que le matériau est linéaire élastique et l'analyse de flambement vise à déterminer la charge critique élastique.

  Dans les analyses, on peut tenir compte directement de la résistance du matériau en faisant une analyse inélastique où le comportement non linéaire du matériau est modélisé et pris en compte dans l'analyse. La résistance obtenue de cette analyse doit être multipliée par le coefficient de tenue ϕ pour obtenir la résistance pondérée M_r.

  Il est à noter que dans les neuf méthodes théoriques considérées, aucune ne traite du cas non-linéaire à part deux sources qui font référence à la méthode de la norme CSA S16 qui, comme dit plus haut, consiste en un processus de réduction de la charge critique élastique pour obtenir la charge ultime. Bien que la comparaison effectuée ici se concentre sur le calcul du moment critique élastique, la capacité de considérer la non-linéarité du matériau a également été ajoutée au tableau comparatif car celle-ci sera nécessaire pour la suite des travaux.

- Le mode d'instabilité :

  Dépendamment de plusieurs paramètres, la capacité d'une poutre peut être contrôlée par un phénomène de voilement local, de distorsion ou de déversement global. Il faut souligner qu'aucune des références théoriques reprises ici ne traitent les cas de voilement local et de distorsion. Quant aux logiciels SAP2000 et ABAQUS, une observation visuelle avertie des nombreux modes de flambement obtenus peut permettre de déceler ces deux modes

d'instabilité mais ces logiciels ne les distinguent pas spécifiquement par eux-mêmes, ce que CUFSM peut faire (voir section 2.6.3).

- Les conditions de frontière aux appuis :

  Une poutre en porte-à-faux peut avoir un appui encastré comme elle peut se poursuivre au-delà de l'appui dans une travée intérieure. Ce dernier type d'appui continu est celui qui s'appliquerait en principe à l'extension de corde supérieure de poutrelle que l'on traite, mais dans nos travaux il sera question d'évaluer l'utilisation de modèles avec appuis encastrés comme simplification pour l'étude à grande échelle de cas d'extension,

- Les conditions de retenue :

  Celles-ci peuvent être assez variées mais on se restreindra ici aux dispositifs empêchant la translation latérale à des hauteurs spécifiques de la section soit à la semelle supérieure, à la semelle inférieure ou au centre de cisaillement. Cette retenue latérale peut être continue sur toute la longueur de la poutre en porte-à-faux ou discrète à une position précise sur cette longueur,

- Les types de section :

  De manière générale, la section peut être bi-symétrique, mono-symétrique ou asymétrique. Ce dernier cas est probablement le moins couvert par la théorie et le plus complexe, or il représente une grande partie des cas d'extension en porte-à-faux à l'étude,

- Les types de charge :

  Dans cette ce travail de comparaison entre méthodes de calcul, on se contentera de considérer le cas d'une charge concentrée à l'extrémité de la poutre en porte-à-faux, celui d'une charge uniformément distribuée sur la longueur du porte-à-faux et enfin le cas d'un moment constant sur toute la longueur du porte-à-faux,

- La hauteur d'application de la charge :

  En ce qui concerne les charges transversales telles que la charge concentrée et la charge uniformément distribuée, on considérera les cas spécifiques où elles sont appliquées à hauteur de la fibre supérieure ou de la fibre inférieure, ou au niveau du centre de cisaillement de la section.

2.6.2 Les neuf solutions théoriques considérées

Le parcourt de l'état des connaissances théoriques au sujet des poutres en porte-à-faux semble indiquer que le cas particulier de l'extension étudiée ici n'avait pas encore fait l'objet d'une étude aboutissant à une méthode de calcul exact de sa capacité en flexion. Cependant, plusieurs des travaux trouvés pendant la recherche biographique avancent quand même des méthodes de calcul pour approximer la charge critique de déversement élastique de poutre en porte-à-faux en considérant certains des paramètres listés précédemment. Neuf d'entre eux ont été choisi. Ces derniers proposaient des formules concrètes de calcul de charge critique. Ces 9 références ont été présentées à la section 2.3 et tous les paramètres de porte-à-faux que ces formules prennent en considération ont été répertoriés afin de compléter les tableaux à venir qui montrent la portée de chacune de ces méthodes. La Tableau 2-2 résume les équations et références de paramètres utilisés par chacune des 9 solutions théoriques; les numéros d'identification utilisé dans cette table seront repris dans les tableaux de comparaison présentés à la section 2.6.4.

Tableau 2-2 Identification des 9 solutions théoriques et des équations qui s'y rapportent

N° d'identification de la solution théorique	N° d'équation correspondante (voir section 2.3)	Référence des valeurs à utiliser pour les paramètres requis (s'il y a lieu)
1	(2.9)	Figure 2-9
2	(2.18)	Tableau 2-1
3	(2.1)	Figure 2-8
4	(2.9)	Figure 2-10
5	(2.9)	Figure 2-13
6	(2.14)	Figure 2-11
7	(2.15) & (2.16)	Figure 2-12
8	(2.10) à (2.13)	-
9	(2.17)	-

2.6.3 Les trois logiciels considérés

Devant les limites et lacunes des méthodes théoriques, le recours aux logiciels d'analyse structurale semble être la voie permettant de traiter le cas de l'extension en porte-à-faux en intégrant les particularités qui lui sont propres. Nous avons donc considéré deux logiciels de calcul par éléments finis, SAP2000 et ABAQUS, ainsi qu'un troisième logiciel, CUFSM, qui, lui, a recours à la méthode d'analyse par bandes finies.

- SAP2000 :

Ce logiciel de calcul par éléments finis a l'avantage d'être convivial et de permettre une modélisation rapide car, entre autres, il propose à l'utilisateur des paramètres déjà prédéfinis tel que des propriétés de matériau nominales ou encore le type d'élément fini qu'il utilise en arrière-plan. Un parcours du logiciel et quelques tests basiques ont permis de vérifier ce qu'il est en mesure de considérer comme paramètres pour la modélisation envisagée dans ce projet. Cependant des analyses simulant un effort de traction sur une barre de section carrée incluant la non-linéarité du matériau n'ont pas été très concluantes. On a donc supposé que la considération de la plastification du matériau dans l'analyse n'était pas une des forces du logiciel.

- ABAQUS :

Il s'agit ici d'un logiciel de calcul par éléments finis plus complexe mais probablement plus complet que le précédent. Il propose une modélisation plus précise et détaillée avec, entre autres, un module de dessin très complet. Toutefois cette modélisation est plus laborieuse car elle demande à l'utilisateur de définir la plupart des paramètres comme la courbe réelle de contrainte-déformation dont chaque point doit être introduit dans la définition du matériau, ou encore le type d'élément fini et le maillage dont les détails doivent être décidés par l'utilisateur. Les analyses simulant un effort de traction sur une barre de section carrée, reproduits également avec ce logiciel, ont permis de conclure que lorsque la caractérisation du comportement plastique du matériau est correctement effectuée, et que les types d'élément fini et d'analyse sont appropriés, le comportement non-linéaire est adéquatement traité par ce logiciel.

- CUFSM :

CUFSM est un logiciel utilisant la méthode d’analyse par bandes finies qui permet d’identifier plus facilement les modes d’instabilité pertinents. Cette méthode évalue la contrainte critique de compression produisant l’instabilité selon des modes prédéfinis pour une plage de longueurs d’instabilité. Il est rapide, facile à utiliser, et permet de distinguer et d’observer isolément les différents modes d’instabilité pouvant se produire sur le cas modélisé. Cependant il comporte certaines limitations comme le fait qu’il ne considère que le cas élastique ou encore que les seuls cas de chargement possibles jusqu'ici soient une charge axiale, un moment constant ou une combinaison de ces deux chargements.

2.6.4 Tableaux de comparaison des paramètres et cas couverts par les neuf références théoriques et les trois logiciels considérés

Les Figures 2.20 à 2.22 qui suivent établissent la comparaison des capacités de calcul de chaque outil et méthode de calcul de la charge critique élastique d'une poutre en porte-à-faux. Chaque paramètre ou cas dont la case est cochée et grisée est pris en compte par la méthode ou l'outil dont c'est la colonne. Les cases cochées mais non grisées indiquent que la source n'intègre pas concrètement et complètement le paramètre dans sa méthode. Celle-ci propose de se référer à une autre source, n'intègre que partiellement le paramètre considéré ou manque de clarification sur la considération exacte du dit paramètre.

Ces figures illustrent bien le fait que les méthodes théoriques actuellement proposées par la littérature scientifique pour calculer la charge critique d'une poutre en porte-à-faux ne prennent pas en compte plusieurs cas de figure et plusieurs paramètres.

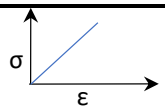
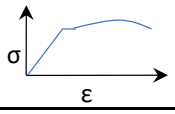
			Logiciels			solutions théoriques (voir Tableau 2.2)								
			CUFSM	SAP2000	ABAQUS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Type d'analyse	LINÉAIRE		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	NON-LINÉAIRE			X	X				X	X				
Type d'instabilité	Voilement local		X	X	X									
	Distortion		X	X	X									
	Déversement		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X

Figure 2-20: Types de comportement matériau et d'instabilité pris en compte par trois logiciels et 9 méthodes théoriques de calcul de charge critique.

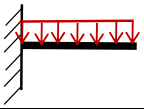
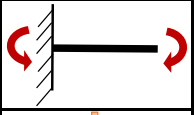
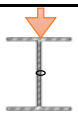
			Logiciels			solutions théoriques (voir Tableau 2.2)								
			CUFSM	SAP2000	ABAQUS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Type de section	Bi-symétrique		X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Mono-symétrique (axe Vert.)		X	X	X	X					X	X		
	Mono-symétrique (axe Hor.)		X	X	X		X							
	Asymétrique		X	X	X									
Type de charge	Charge concentrée			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Charge uniforme			X	X	X	X	X			X	X	X	
	Moment uniforme		X	X	X							X	X	X
Hauteur d'application de charge	Membrure supérieure			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	
	Centre de cisaillement			X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X
	Membrure inférieure			X	X			X			X	X	X	

Figure 2-21: Types d'appui et de retenue latérale pris en compte par trois logiciels et 9 méthodes théoriques de calcul de la charge critique de déversement.

			Logiciels			solutions théoriques (voir Tableau 2.2)								
			CUFSM	SAP2000	ABAQUS	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Type d'appui	continu													
	encastré													
Type de retenue latérale	Aucune													
	Membrure supérieure	*												
		* * * * * * *												
		x *												
	Centre de cisaillement	*												
		* * * * * * *												
		x *												
	Membrure inférieure	*												
		* * * * * * *												
		x *												

Figure 2-22: Types de section, de charge et de hauteur de chargement pris en compte par trois logiciels et 9 méthodes théoriques de calcul de la charge critique de déversement.

2.7 Conclusion de la revue de littérature

En conclusion, nombreuses sont les recherches qui ont été effectuées avec pour objectif de fournir une procédure permettant d'évaluer la résistance en flexion de divers cas de poutres en porte-à-faux. Cependant, et ce malgré les nombreuses méthodes et les différents principes de calcul que tous ces travaux ont exploré, il semble que la capacité d'obtenir des formules exactes de calcul des charges critiques de flambement ait plafonné à partir d'un certain niveau de complexification des cas de porte-à-faux. Que cette complexification vienne du type de chargement impliquant un gradient de moment, du type de condition de retenue partiel ou continue, du type de section ou encore de la combinaison de plusieurs de ces paramètres entre eux et avec d'autres considérations; l'état des connaissances actuelles semble indiquer que, par les méthodes mathématiques classiques de détermination de formules exactes, l'intégration de ces paramètres supplémentaires rend le processus trop complexe.

Il y a certes un engouement autour de l'utilisation de méthodes numériques telles que la méthode des éléments finis, et plusieurs études un peu plus récentes ont eu largement recourt à cette méthode dont les capacités augmentent chaque jour avec le développement continuel de machines plus puissantes. Plusieurs projets de recherche ont conclu que cet outil était fiable quand il s'agissait d'évaluer les charges critiques de flambement, qu'il pouvait inclure tout autre mode d'instabilité et que la non-linéarité des matériaux pouvait également être considérée. Certains de ces travaux ont établi des formules à partir de courbes approximant les résultats d’analyses par éléments finis.

Mais malgré toutes ces avancées, force est de constater que le cas spécifique de poutre en porte-à-faux qu'est l'extension de membrures supérieures de poutrelle n'a apparemment pas encore fait l'objet d'une étude aboutissant à une méthode de calcul exact de sa résistance en flexion. Il ne semble pas y avoir actuellement de procédure de calcul de capacité en flexion reconnue et appliquée qui intègre toutes les particularités structurales de l'élément dont traite le présent projet.

CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE ET DÉMARCHE DU TRAVAIL DE RECHERCHE

3.1 Contexte de lancement du projet de recherche – problématique et état des connaissances

La problématique principale concernant l'extension en porte-à-faux de poutrelle en acier est l'absence de littérature traitant de ce type d'élément supporté sur des appuis en acier et ayant la fibre supérieure retenue latéralement par du pontage métallique. C'est ainsi que fût synthétisée par le Groupe CANAM, partenaire industriel de ce projet de recherche, la lacune que ces travaux visent à combler.

Avant de démarrer les travaux, une revue de littérature fut entreprise afin de définir l'objet à l'étude, constater l'état des connaissances sur le sujet et définir la problématique spécifique devant être traitée. Cette revue de littérature, présentée au Chapitre 2, commence par présenter plus en détail l'extension en porte-à-faux et préciser que sa rupture peut se produire par plastification de sa section au droit de l'appui, mais aussi par instabilité globale de sa membrure comprimée et peut, dans le cas de sections faites de parois minces et élancées, survenir par instabilité locale de la section près de l'appui. Ces modes de ruptures pouvant se produire de façon indépendante ou combinée. Les solutions analytiques disponibles traitant de poutres en porte-à-faux et de déversement de ces éléments ont ensuite été explorées. On a ainsi constaté que malgré les nombreuses études réalisées sur ces sujets, aucune des solutions analytiques proposées dans la littérature scientifique consultée ne permet de traiter le cas des extensions de corde supérieure des poutrelles en acier fabriquées par le Groupe CANAM. Les solutions analytiques classiques pour prédire la capacité exacte des pièces fléchies deviennent trop complexes pour le cas de poutres ayant des sections non symétriques et/ou présentant diverses conditions de chargement et de retenue latérale rencontrées en pratique. Un parcours des solutions numériques disponibles pour traiter les pièces fléchies a mis en valeur deux méthodes. La première est la méthode d'analyse par éléments finis. Cette méthode permet d'étudier la stabilité de structures en faisant varier à souhait le type de section, les conditions de retenue, le type et la distribution du chargement. On peut également inclure des contraintes résiduelles dans la pièce, des défauts de rectitude et la non-

linéarité des matériaux pour aller au-delà de l'analyse de stabilité élastique et déterminer la résistance ultime d'une pièce fléchie. La deuxième méthode est la méthode d'analyse par bandes finies. Elle permettrait, à travers des logiciels tels que CUFSM, d'obtenir les moments produisant les modes de déversement, de voilement local ou de distorsion, mais ces logiciels ne peuvent cependant pas traiter le cas de membrures comme les extensions de la corde supérieur des poutrelles où l'application de la charge et la retenue latérale se situent au niveau de la semelle supérieure. Pour finir, la revue de littérature se penche sur le traitement du calcul de résistance d'éléments fléchis dans les normes et codes en vigueur. On constate que la norme canadienne de calcul des charpentes en acier CSA S16-14 propose des équations pour plusieurs types de pièces fléchies dont la semelle comprimée n'est pas retenue latéralement, mais elle ne traite cependant pas du cas des poutres en porte-à-faux. Pour ce cas-là, la norme recommande d'employer une méthode d'analyse rationnelle tenant compte des conditions de retenue latérale et en torsion aux appuis et à l'extrémité libre du porte-à-faux, des conditions de chargement ainsi que de la rigidité de la poutre dans la travée adjacente. Cette norme ne traite pas non plus des pièces faites de deux angles ou de deux profilés en C placés dos-à-dos et reliés par des espaceurs. Quant à la norme nord-américaine pour le calcul des éléments de charpente en acier formés à froid CSA S136, elle propose la méthode directe. Cette méthode propose une démarche qui commence par le calcul des efforts produisant l'instabilité élastique dans chaque mode d'instabilité possible. Ces efforts peuvent être obtenus d'une analyse élastique de la stabilité et non par des solutions analytiques ou équations empiriques classiques qui sont parfois limitées. À partir de ces efforts, on détermine les résistances nominales correspondantes de la pièce qui inclut les effets du comportement inélastique du matériau, des contraintes résiduelles et des imperfections géométriques par le biais d'équations empiriques proposées dans la norme. La méthode ne peut cependant être appliquée qu'aux membrures et sections dites "pré-qualifiées" pour lesquelles elle a été validée par des essais en laboratoire et/ou analyses par éléments finis permettant d'obtenir la résistance ultime. En raison de ses caractéristiques particulières (type de section, conditions de chargement et conditions de retenue), l'extension de la corde supérieure des poutrelles en acier ne fait pas partie des cas pré-qualifiés par la norme CSA S136.

3.2 Études antérieures menées par l'auteur

Une fois les conclusions de la revue de littérature établies, des travaux ont été mené sur l'évaluation de la résistance en flexion des extensions. Ces travaux ont fait l'objet d'un rapport de recherche (Assily Alegre, M.-A. et Tremblay, 2018). La première étape de ces travaux a été de déterminer l'outil idéal pour évaluer la résistance en flexion des membrures étudiées en prenant en considération les paramètres principaux pouvant l'influencer. Aux vues des limites et lacunes des méthodes théoriques, on s'est tourné vers les outils numériques pour le traitement de l'extension de poutrelle. Des cas identiques de poutres en flexion ont été modélisés, analysés et comparés sur deux logiciels de calcul par éléments finis, SAP2000 (CSI, 2017) et Abaqus (SIMULIA Inc., 2017), ainsi que sur un troisième logiciel, CUFSM (Schafer et Li), qui a recours à la méthode d'analyse par bandes finies. Avec le logiciel SAP2000, la modélisation s'est avérée particulièrement rapide et conviviale, mais la considération du comportement plastique des matériaux a paru laborieuse et problématique. CUFSM permet d'identifier facilement chaque mode d'instabilité de manière individuelle, mais il ne considère que le cas élastique et les seuls types de chargement qu'il peut considérer pour l'instant sont des charges axiales, des moments uniformes ou une combinaison de ces deux sollicitations. Abaqus nécessite une modélisation plus laborieuse mais elle est précise et détaillée dans le paramétrage des matériaux et dans le choix des types d'éléments et de leurs maillages. Lorsque la caractérisation des propriétés plastiques du matériau est correctement effectuée, et que les types d'élément fini et d'analyse sont appropriés, le comportement non-linéaire est adéquatement traité par ce logiciel. Ce dernier critère étant déterminant dans les travaux, il a été conclu qu'Abaqus était l'outil le plus approprié pour traiter le cas des extensions en porte-à-faux.

Une étude préliminaire a ensuite permis d'établir les paramètres de base ayant une influence sur la résistance en flexion d'une extension soumise à une charge uniformément distribuée. On a considéré deux longueurs d'extension, quatre conditions de retenue et 2 sections, l'une faite d'un profilé en C et l'autre combinant ce même profilé en C à une cornière. La comparaison des charges ultimes atteintes en considérant un matériau plastique a permis de constater que le gain de résistance apporté par l'ajout de la cornière ou des retenue latérale amenait l'extension dans le domaine plastique et lui permettait même, dans certains cas, d'atteindre le moment plastique M_p de la section. Afin de pouvoir mener une étude plus large, on a fait varier la combinaison des

paramètres de base que sont la longueur, la section et les conditions de retenue de l'extension, pour constituer une liste de 325 cas d'extensions de poutrelle. Les longueurs considérées variaient de 600 mm à 2500 mm, les extensions pouvaient n'avoir aucune retenue latérale ou une retenue latérale à l'extrémité de la membrure supérieure uniquement ou encore une retenue latérale à l'extrémité de la membrure supérieure et inférieure, et 17 sections différentes ont été considérées. Ces 325 cas ont été modélisés en éléments finis tridimensionnels sur Abaqus. Comme dans l'étude préliminaire, seule la portion en porte-à-faux de l'extension de poutrelle était modélisée, l'appui était encastré et les modèles n'incluaient pas de contraintes résiduelles.

Les modes d'instabilité et mécanismes de rupture des modèles numériques ont été identifiés par observation de la déformée des extensions fléchies et par l'analyse des répartitions de contraintes. Sur l'ensemble des 325 cas d'extension analysés, la plastification complète de la section, et donc par l'atteinte ou le dépassement du moment plastique M_p, a gouverné la résistance en flexion dans 63% des cas, un déversement global inélastique sans atteinte de M_p est survenu dans environ 26% des cas, 5% des cas ont eu du voilement local sans atteindre M_p, et les 6% restant ont été limités par du déversement élastique, c'est-à-dire sans même atteindre le moment élastique M_y. L'instabilité par distorsion de la section n'a été observé pour aucun des cas traités. Le rapport explore et présente ces modes de rupture par types de section.

Les résultats de ces analyses sont finalement présentés sous formes graphiques et commentés. Une première série de graphiques présente la relation Moment Ultime à l'appui *vs* Longueur d'extension en intégrant également les limites élastiques et plastique des sections. La Figure 3-1 présente un exemple de cette première série de graphiques, il s'agit du cas de la section d'extension C200x17 où l'on peut constater l'augmentation de résistance amenée par l'ajout de retenues latérales à l'extrémité supérieure et inférieure de l'extension. Dans la deuxième série de graphiques, la charge ultime atteinte par les modèles est exprimée sous forme de charge uniformément distribuée sur l'extension à laquelle on a appliqué un coefficient de tenue de 0.90. Chaque graphique rassemble les résultats d'un même type de section et identifie les 3 conditions de retenue considérées. Une échelle logarithmique a été utilisée en ordonnée pour faciliter la distinction des différentes courbes. La Figure 3-2 présente à titre d'exemple un des graphiques de charges pondérée ainsi produits, il s'agit de celui des extensions faites d'un profilé en C. Cette dernière série de graphique avait pour ambition de constituer un outil pratique d'aide à la conception des extensions.

Comme le soulignent les conclusions du rapport, ces travaux présentent plusieurs limitations dont le fait que les résultats obtenus se limitent aux cas (sections, longueurs et conditions de frontière) qui ont été considérées dans l'étude, mais aussi et surtout le fait que les modèles en éléments finis utilisés n'ont aucunement fait l'objet d'une vérification expérimentale. Cela signifie que les nombreuses hypothèses de modélisation, comme par exemple la façon de modéliser les conditions de retenue de l'extension, ou le fait de ne pas considérer les contraintes résiduelles, n'ont pas été validées par des essais et que

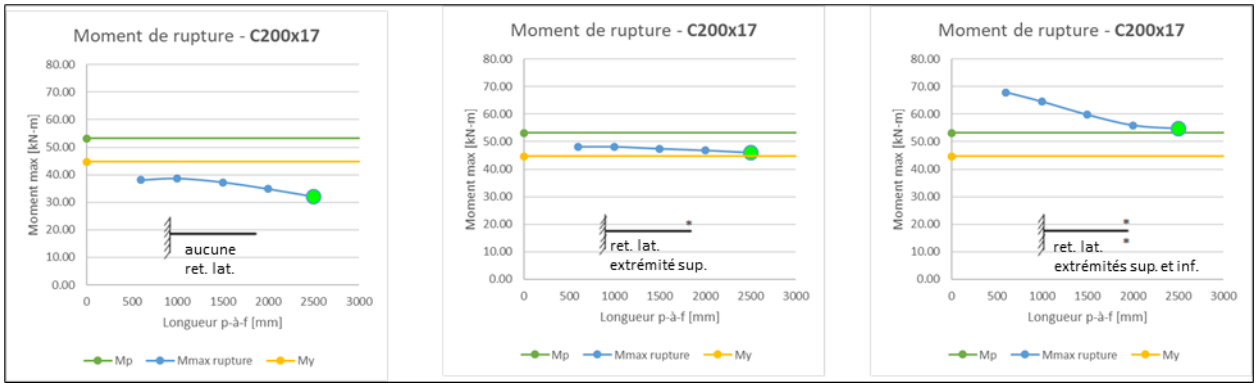


Figure 3-1 Exemple de graphiques Moment Ultime *vs* Longueur extension produit dans les travaux antérieurs.

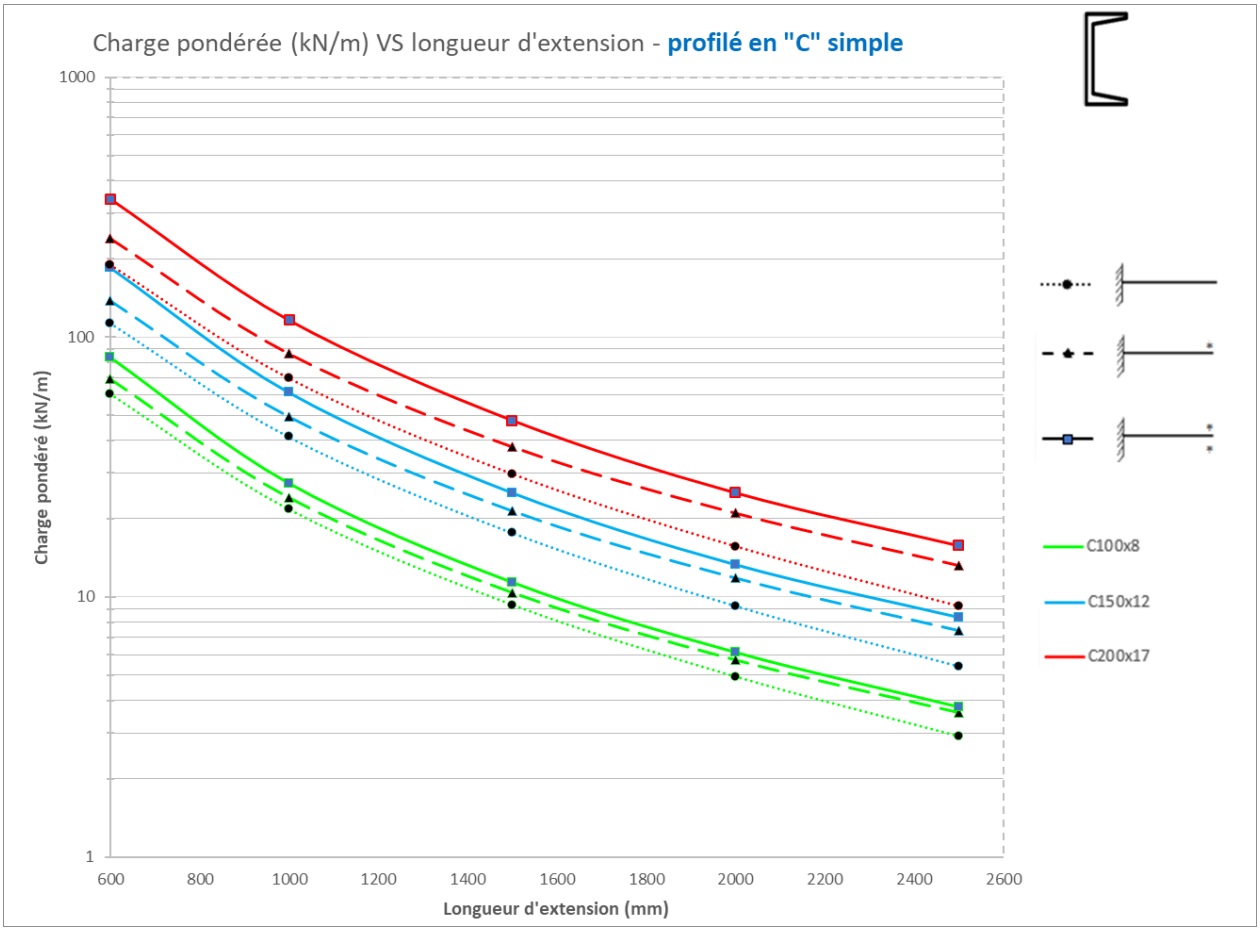


Figure 3-2: Exemple de graphique de charges pondérées produit dans les travaux antérieurs

Les travaux entrepris dans le programme de maîtrise ont permis d'acquérir des connaissances sur les extensions elles-mêmes, mais également sur les connaissances théoriques actuelles, sur les méthodes de conception que l'on pourrait explorer pour développer un outil de calcul, et sur les outils appropriés actuellement disponibles pour étudier plus en détail le comportement en flexion de ces éléments. Ces connaissances essentielles ont permis d'établir des objectifs spécifiques à atteindre pour être en mesure d'accomplir l'objectif principal qui est de fournir une méthode de calcul de la résistance en flexion des extensions de cordes supérieures de poutrelles qui reflète fidèlement la capacité développée par ces éléments. Ces objectifs spécifiques sont présentés à la section 1.3.

À partir de ces objectifs spécifiques, une méthodologie a été mise en place. Celle-ci est présentée à la section 1.4. Cette méthodologie scinde l'ensemble des travaux en quatre lots de travail

clairement déterminés dont la séquence a été dictée par le fait les éléments nécessaires au démarrage d'un lot de travail sont les résultats obtenus du lot précédent. La méthodologie adoptée prévoyait de commencer par un approfondissement de la revue de littérature effectuée dans les travaux de maîtrise, ce qui a été fait et est présenté au Chapitre 2. Les trois lots de travail suivants ont chacun donné lieu à la rédaction d'un article dont les deux premiers ont été soumis pour publication. Ces trois étapes de la méthodologie sont brièvement présentées dans ce qui suit en mettant l'accent sur la cohérence de la séquence des travaux effectués dans ce projet de recherche.

3.3 Programme expérimental sur spécimens à l'échelle pour servir de validation à des modèles numériques

La revue de littérature et des méthodes et outils proposés actuellement a permis d'établir que l'extension de membrures supérieures de poutrelle ne bénéficiait pas d'études ayant abouti à une méthode de calcul précis de sa résistance en flexion. Ce travail de recherche a également permis de constater que la méthode d'analyse par éléments finis semble être l'outil à privilégier pour étudier la réponse en flexion de ces éléments en porte-à-faux.

Les travaux effectués dans le programme de maîtrise ont quant à eux permis d'en apprendre plus sur les mécanismes de rupture pouvant être enclenchés lors de la flexion des extensions et sur l'influence des conditions de retenue de l'extension sur ces mécanismes de rupture et sur la capacité ultime des extensions. Cependant, les résultats obtenus dans ces travaux ont tous été obtenus à partir de modèles en éléments finis qui n'avaient pas fait l'objet de validation par des essais. Pour démarrer les travaux de recherche présentés dans cette thèse, il était donc nécessaire de commencer par combler cette lacune.

C'est ainsi que la première phase des travaux a consisté en l'élaboration et l'exécution d'un programme expérimental dont l'objectif était d'étudier la réponse en flexion des extensions de corde supérieure de poutrelle, et de fournir les données nécessaires à la validation de modèles en éléments finis. Ces travaux sont décrits dans l'Article 1 présenté au Chapitre 4.

Ce programme d'essais a été réalisé au laboratoire de structures de l'École Polytechnique de Montréal. Quinze spécimens de poutrelles de toit en acier avec extension de la corde supérieure de taille réelle (voir Figure 3-3) ont été testés. Tous les spécimens ont été fournis par le Groupe

CANAM, partenaire industriel de ce projet de recherche. Pour tous les spécimens, la poutrelle faisait 9 m de portée et l'extension en porte-à-faux avait une longueur de 2.5 m. Le montage était ancré à la dalle épaisse du laboratoire, illustrée à la Figure 3-4, et l'extension était sollicitée par sa presse de 12 MN. Afin de reproduire le plus fidèlement possible des conditions réelles, les poutrelles étaient appuyées sur des poutres en acier semblables à celles que l'on retrouve dans les structures de bâtiment. Un tablier métallique était posé sur la poutrelle à l'essai de même que sur deux poutrelles secondaires disposées parallèlement à la poutrelle d'essais. Le tablier métallique était fixé mécaniquement à la semelle supérieure de l'extension pour reproduire les conditions de retenue latérale présentes dans un vrai bâtiment. Dans une première phase de chargement, une charge uniformément distribuée était appliquée sur la partie de la travée intérieure de la poutrelle. Dans la deuxième phase de chargement, l'extension en porte-à-faux subissait une charge uniformément distribuée qui était augmentée graduellement jusqu'à sa rupture. Pour cette seconde phase, un dispositif spécial avait été conçu et fabriqué pour permettre d'appliquer le chargement par le biais du tablier métallique tout en s'assurant que la charge appliquée demeurait verticale et uniformément distribuée tout au long de l'essai. Le montage utilisé est illustré à la Figure 3-5 et décrit en détail au chapitre 4.

Ce programme d'essai incluait également des essais de traction sur des cornières (voir Figure 3-6) et des essais de flexion à 4 points sur des profilés en C (voir Figure 3-8). Les cornière et les profilés en C ainsi testés était extrait des extensions de poutrelle testées en flexion. Pour l'interprétation des résultats des essais de traction, la numérisation tridimensionnelle des cornières a été mise à contribution pour établir les aires transversales moyennes des spécimens (voir Figure 3-7).

Ces essais de traction et de flexion à 4 points ont fourni des données permettant, par comparaison avec des simulations numériques, de caractériser les matériaux utilisés pour fabriques les spécimens d'extensions testés. Quant aux essais en flexion menés sur les poutrelles, ils ont permis d'étudier les modes de rupture des extensions, de déterminer l'influence des paramètres clés de ces extensions, et d'obtenir les données de chargement et de déplacement des extensions qui définissent leur réponse en flexion et permettent la validation de modèles numériques.

Figure 3-3: Spécimens de poutrelles à treillis avec extensions de corde supérieure utilisés pour les essais.

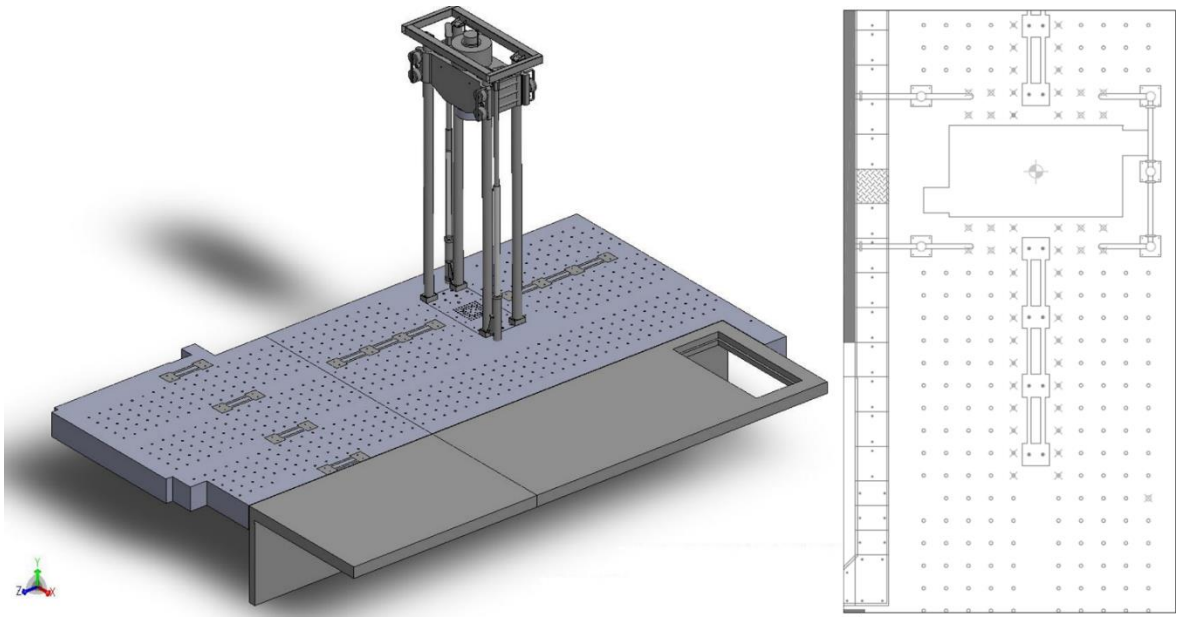


Figure 3-4: Dalle épaisse et presse 12 MN du laboratoire de structure.

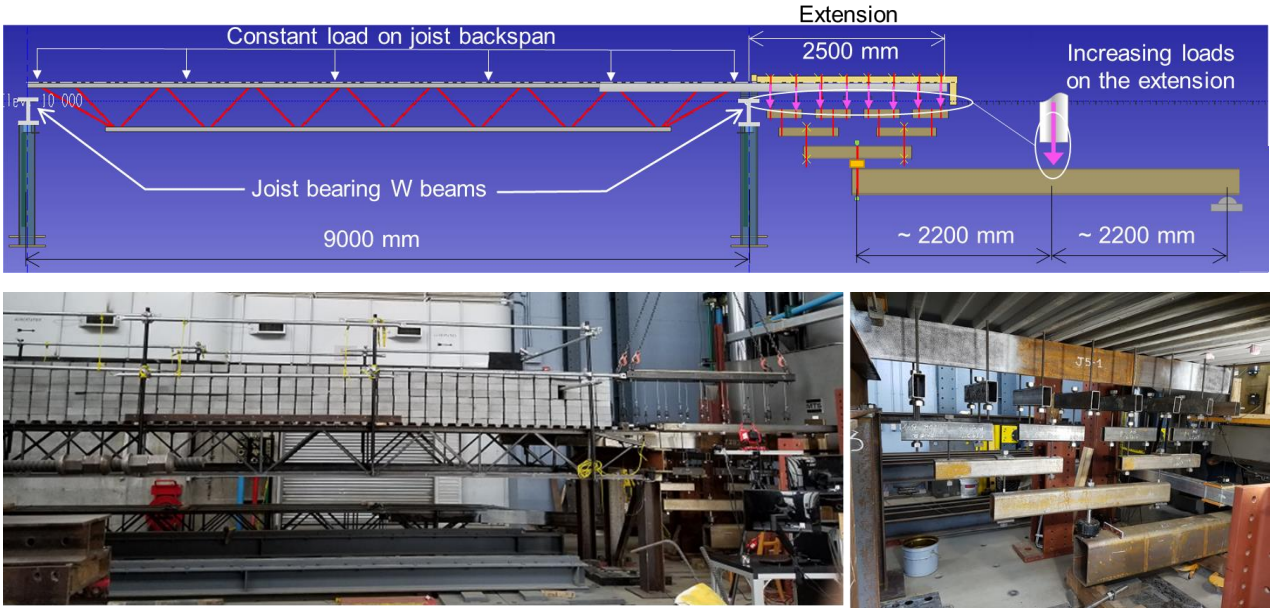


Figure 3-5: Illustration du montage utilisé pour les essais de flexion sur extension de corde supérieure de poutrelle.

Figure 3-6: Montage utilisé pour effectuer les essais de traction sur cornières (essai sur cornière L64x64x6 montré ici avec lecture par capteur LVDT).

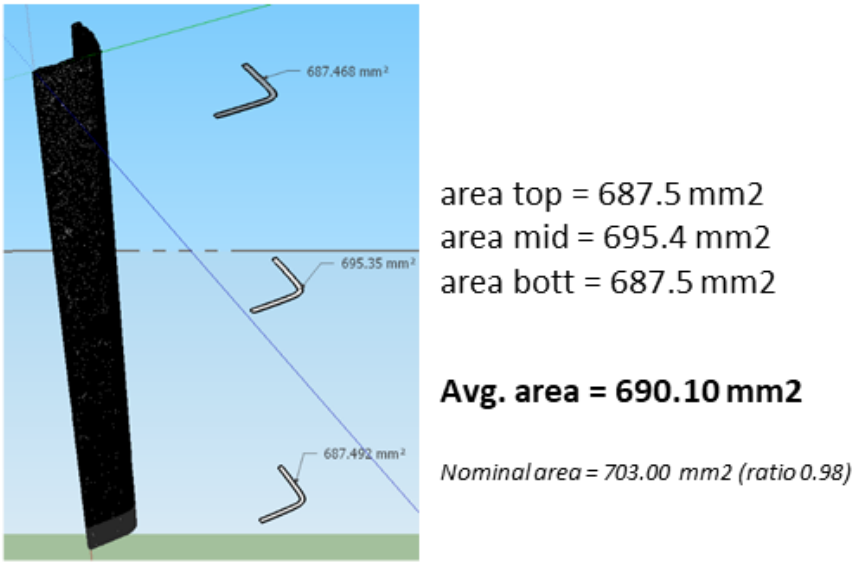


Figure 3-7: Lecture des numérisation 3D des cornières testées en traction pour établir leurs aires transversales moyennes (cornière L64x64x6 montrée ici).

Figure 3-8: Montage utilisé pour effectuer les essais de flexion à 4 points sur profilés en C placés dos-à-dos (essai sur profilés C100x8).

3.4 Développement de modèles par éléments finis pouvant reproduire les résultats des essais

Le programme expérimental a permis d'obtenir les données nécessaires à la validation de modèles numériques. La phase suivante des travaux était dont de développer des modèles en éléments finis capables de reproduire la réponse en flexion des extensions de corde supérieure de poutrelle observée dans les essais. Ces travaux de modélisation sont décrits dans l'Article 2 présenté au Chapitre 5.

En premier lieu, les propriétés des matériaux utilisés pour fabriquer les extensions testées ont été caractérisées. Pour ce faire, des analyses par éléments finis ont été réalisés pour reproduire les essais de flexion à 4 points et de traction menés sur des échantillons des profilés utilisés pour fabriquer les extensions. Les matériaux utilisés dans ces simulations numériques étaient modifiés par itération jusqu'à l'obtention de correspondances satisfaisantes avec les résultats des essais.

Des modèles basiques de poutrelles complètes ont ensuite été développés pour chaque spécimen d'extension différent testé dans les essais. Les propriétés de matériau qui avaient été déterminées

ont été inclues dans ces modèles. Des contraintes résiduelles et des imperfections géométriques ont également été introduites dans les extensions de ces modèles. Pour améliorer la corrélation avec les résultats des essais, la poutre de support et le système de distribution de charge utilisés dans les essais ont été rajoutés. Ces modèles ont ensuite été raffinés et améliorés individuellement jusqu'à l'obtention d'une excellente correspondance avec les résultats du programme expérimental. Ce travail de modélisation a permis d'acquérir une meilleure compréhension de l'influence d'éléments tels que le tablier métallique fixé à l'extensions, ou les espaceurs connectant les deux profilés des extensions à sections composées, sur la réponse en flexion de ces éléments en porte-à-faux. Les modèles en éléments finis raffinés de poutrelles complètes avec extension de corde supérieure ainsi développés rencontre l'objectif de cette phase des travaux, à savoir l'obtention de modèles numériques validés car capables reproduire adéquatement la résistance ultime, les mécanismes de rupture et les courbes moment-déflexion observés dans les essais. La Figure 3-9 donne un exemple de la correspondance des déformations obtenue entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques.

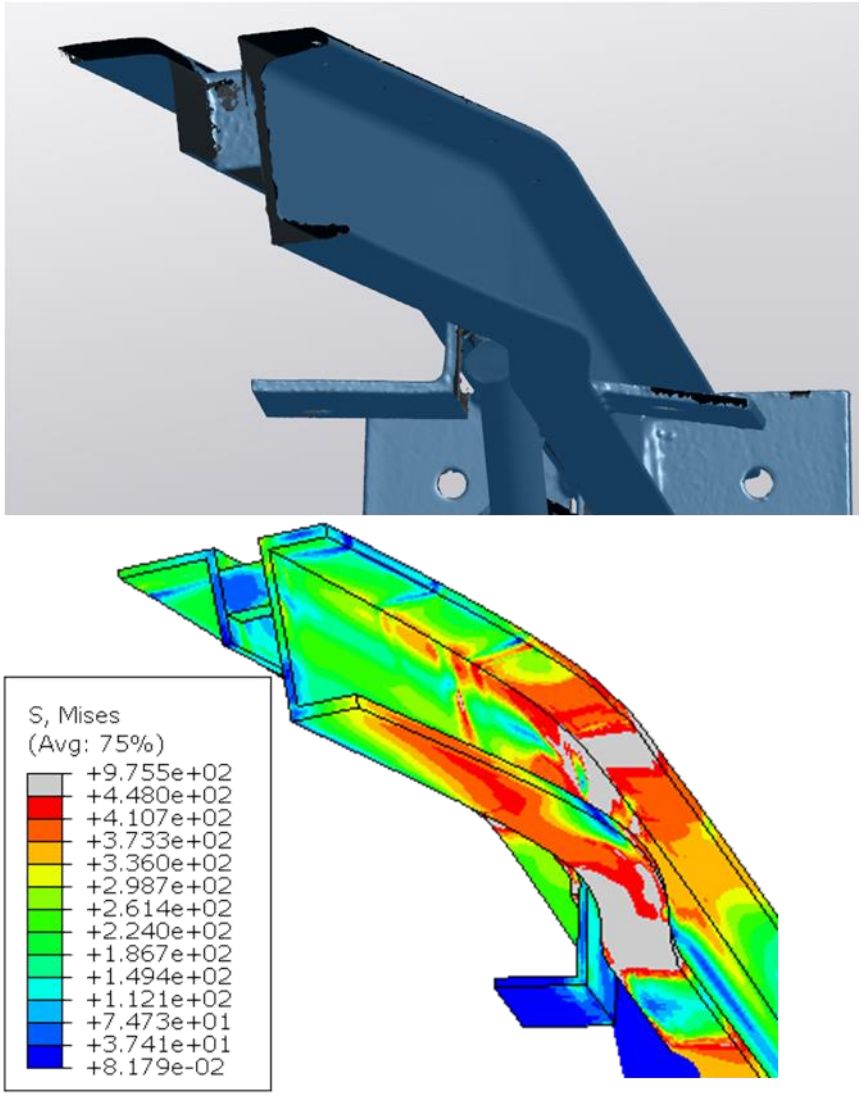


Figure 3-9: Déformée du Spécimen J280 (C100x8 + L54x54x5) – Essai vs modèle EF

3.5 Utilisation de modèles par éléments finis validés pour développer une méthode de calcul de la résistance des extensions

Les travaux de la phase précédente ont permis d'obtenir un concept de modélisation numérique de poutrelle avec extensions validé par des essais. Les acquis obtenus de ce développement de modèle peuvent être repris pour modéliser d'autres cas d'extensions et en étudier la réponse en flexion. C'est ce qui a été entrepris dans la dernière phase du projet de recherche. Dans cette phase des travaux, les résultats obtenus précédemment ont été utilisés pour construire des modèles

d'extension en élément finis pratiques. Ces modèles ont servi à produire des courbes de résistance en fonction de la longueur d'extension qui ont, à leur tour, permis de définir une méthode de calcul de la résistance valable pour tous les cas d'intérêt. Ces travaux sont présentés au Chapitre 6.

Les modèles raffinés qui ont été développés permettent une étude détaillée de la réponse des poutrelles avec extension en porte-à-faux. Cependant, pour l'établissement d'une méthode de calcul de la résistance en flexion des extensions, seul deux facteurs ont été retenus, à savoir leur résistance ultime et le mécanisme menant à leur rupture. Des modèles simplifiés ont donc été développés et validés grâce aux modèles raffinés créés précédemment et aux essais. Ces modèles simplifiés permettent une modélisation, une analyse et un post-traitement plus rapide tout en prédisant adéquatement la résistance ultime et le mécanisme de rupture. Une liste des cas d'extension devant être couverts par les travaux de cette phase finale a été établie en collaboration avec le partenaire industriel du projet pour s'assurer de cibler les cas les plus couramment fabriqués par ce partenaire. Cette liste de cas est définie par les types et dimensions de sections d'extension à considérer, le type de condition de retenue à inclure et les longueurs de travée à couvrir. Les modèles numériques simplifiés ont été utilisé dans un premier temps pour calculer les moments ultimes (M_{ult}) de tous les cas d'extension d'intérêt. Puis, Pour être en mesure d'estimer l'impact des modes d'instabilité sur la réponse des extensions, les modèles numériques ont été utilisés pour calculer les moments critiques de flambement élastique (M_{crl} et M_{cre}) de ces extensions. L'intérêt étant que, si la contribution de ces modes de flambement, dans le mécanisme de rupture des extensions, s'avérait non-négligeable, il serait alors envisageable d'appliquer un principe tel que celui de la méthode directe de la norme CSA S136 pour développer une méthode de calcul de la résistance en flexion des extensions étudiées. Les courbes de M_{ult}, M_{crl} et M_{cre} ainsi obtenues ont été combinées dans des graphiques auxquels ont également été ajoutés les valeurs de limite élastique (M_y) et plastique (M_p) des sections. L'étude de ces graphiques a permis de définir le comportement en flexion des extensions étudiées, de situer ce comportement sur un éventail de cas plus large, et d'identifier le mécanisme de rupture prédominant. Il a ainsi été constaté que l'ensemble des extensions visées par cette dernière phase des travaux parvenaient à atteindre la plastification complète de leur section. Les modes d'instabilité, bien que présents, n'avaient donc que peu d'influence sur la résistance de ces extensions de corde supérieure de poutrelle. Ces résultats suggère qu'il serait possible de considérer la limite plastique de section, M_p, pour déterminer la résistance en flexion de ces éléments en porte-à-faux.

Le Chapitre 7 de la thèse présente une discussion générale sur les travaux entrepris dans ce projet de recherche.

Les conclusions de cette étude ainsi que des recommandations sont présentées au Chapitre 8.

CHAPITRE 4 ARTICLE 1: EXPERIMENTAL PROGRAM ON THE FLEXURAL RESPONSE OF STEEL JOIST TOP CHORD EXTENSIONS

Manuscript submitted for review and possible publication in the

Journal of Constructional Steel Research

Michel-Ange Assily Alegre [a,*] and Robert Tremblay [a]

[a] Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montreal, P.O. Box 6079, Station Centre-Ville, Montréal (Québec), Canada, H3C 3A7

E-mail addresses (* Corresponding author) : michel-ange.assily-alegre@polymtl.ca, robert.tremblay@polymtl.ca

4.1 ABSTRACT

This article describes an experimental program performed to investigate the stability response of the top chord member of open web steel joists extending as cantilevered members to support floor or roof extensions. The program included 15 full-scale specimens. Four different cross-sections were examined: single-C's, double C's back-to-back, double angle back-to-back, and cross-sections formed by a C-shape and an angle placed back-to-back. C and angle cross-section profiles were varied as well as the boundary conditions used for the top chord extension. The buckled shapes were examined using digitally scanned 3D renderings and monitored image correlation data. The ultimate strength, strains and the displacements of the extensions were measured to characterize their behaviours and be able to reproduce the test results with numerical simulations. Tensile tests and 4-point bending tests were performed to characterize the material properties. The influence of the restraint conditions and the type of section on flexural strength is presented. In all extension tests, failure took place at, or near the support by a combination of flexural yielding, lateral-torsional buckling (LTB) and local buckling. Extensions built with single C shapes without top flange lateral bracing failed by LTB and could not reach their plastic flexural strength. All specimens with top flange bracing could attain their plastic flexural capacity, although local buckling was observed near the bearing seats in most cases. For the deeper 2-C cross-sections, LTB

of the individual C shapes also occurred near the support. Design methods for joist top chord extensions must account for these instability mechanisms.

Keywords: Cantilever; Steel deck; Steel joist; Top chord extension; Stability response.

4.2 INTRODUCTION

Extending the top chord of open web steel joists beyond the edge beam supporting the steel joist bearing seat is a simple and cost-effective technique to build a cantilevered floor or roof area extending outside of the building structure (Figure 4-1). Joist top chord extensions are commonly used to create overhang roof shelters along the exterior walls of cantilevered walkways. Being able, in this way, to conveniently constitute cantilevered parts in structures adds to the many advantages associated with the use of steel joists and steel deck systems. Figure 4-2 shows an example of the use of these extensions on building structures. Unlike cantilevered I-shaped beams commonly used in structures, joist top chord extensions form a family of structural elements exhibiting special features that may affect their flexural strength, including as the shape of the cross-section used, the lateral restraint conditions and the type of support. These characteristics, detailed below, raise questions as to their behaviour near ultimate load, the influence of torsion in the failure mechanism, and whether the rupture occurs suddenly or in a ductile and predictable manner.

Steel joist top chords are generally built with double steel angles placed back-to-back and separated by a clear distance to allow the connection of the web members. Steel spacers are typically used between the angles. Top chord extensions can be achieved by simply extending the two angle members beyond the joist bearing seat with steel spacers placed at regular intervals along the cantilevered span. In case of longer or heavily loaded cantilevers, the extension can be built from stronger double angle members, single C's, double C's arranged back-to-back, or mixed cross-sections formed by a C-shape and an angle placed back-to-back. These stronger top chord extension members typically extend into the joist span up to the first joist panel point to ensure proper anchoring. When channels are used, they often replace the steel joist shoe at the bearing point. The angles and channels can be hot rolled or cold formed members, depending on the joist manufacturer.

Cantilevered joist top chord extensions typically support corrugated metal deck panels that can be topped or un-topped with a concrete slab. The latter is more commonly seen for overhang floors. The steel deck panels can be spot welded or mechanically fastened to the top chord extension, such that they can provide continuous lateral bracing at the top flange of the extension member. In roof applications, fabricators may also place a continuous edge angle at the cantilever end, field-welded at either the top or bottom flange of the extension member to create a brace point at the member tip. Top chord extensions must be designed to resist roof or floor gravity loads, as well as wind uplift for roof extensions. Resistance to shear forces and tip deflection limits may also govern their design.

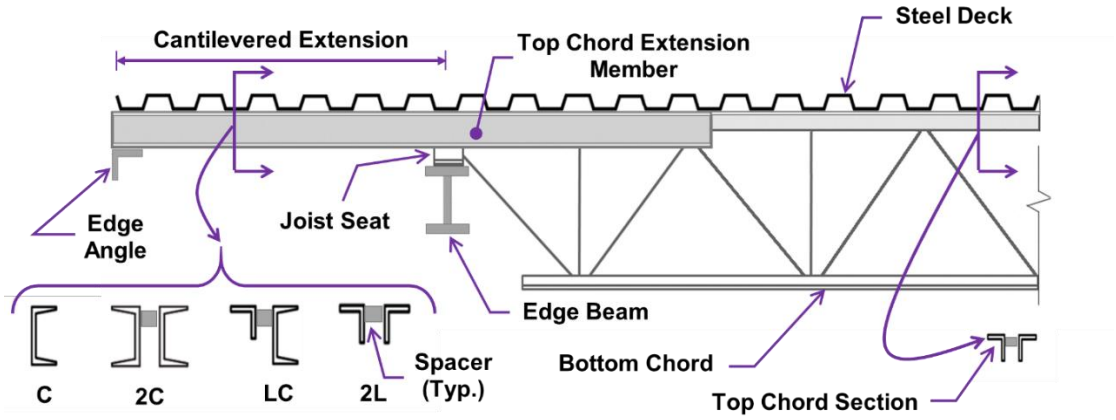


Figure 4-1: Extension of the top chord members of open web steel joists

Figure 4-2: Steel joists with top chord extensions for a cantilevered floor in an industrial building: prior to erection (Left) and after installation (Right)

Numerous experimental, analytical and numerical studies have been conducted in the past to investigate the response and develop design tools for cantilevered steel members acting in bending. However, most studies have focused on members with doubly symmetric hot-rolled I-shapes [1-8]. Some studies have looked at cantilevered singly symmetric members [8-11] or cold formed

members [12-14]. Load tables for standard joist top chord extensions have been developed by the industry [15] but no comprehensive method has been proposed yet to predict the flexural resistance of top chord extensions having various cross-sections, seat depths, lateral bracing conditions, or back-span flexibilities, that accounts for yielding, lateral-torsional buckling, local buckling, distortional buckling, web crippling, or any combination of these failure modes. It is therefore customary to use conservative approaches whose level of reliability cannot be quantified, and which may lead to non-economical solutions.

Finite element analysis techniques available today can be used to understand the behaviour of these complex cantilevered members and assess their flexural strength. Finite element analysis can also provide buckling solutions that can be used in the direct strength design methods for design as prescribed in design standards [16]. However, such numerical models must first be validated and calibrated against realistic test data. This article presents a comprehensive experimental program that has been recently completed to examine the stability response of cantilevered steel joist top chord extensions and generate data for the validation of numerical solutions. The experimental program included a total of 15 tests that were performed on full-scale steel joist specimens with top chord extensions. The variables examined included the type and size of the members' cross-sections and lateral bracing conditions. The article describes the test program, including the test setup and test specimens. Results from the ancillary tests performed to characterize the material properties and the extension flexural yield strength are then described. The load-deformation response and observed failure modes of the top chord extension specimens are then presented and discussed, including the effects of the cross-section shape and bracing conditions on the ultimate flexural capacity of the top chord extensions.

4.3 TEST PROGRAM

4.3.1 Test specimens

The list of test specimens is given in Table 4-1 and the test specimens as delivered in the laboratory are shown in Figure 4-3. Top chord extensions made from a single C, a single C with an angle back-to-back, 2-C back-to-back, and two angles back-to-back were examined. Two sizes of C-sections were considered: C100x8 and C200x17. The channels were hot-rolled shapes made from CSA G40.21-350 W steel with nominal properties F_y = 350 MPa and F_u = 450 MPa. The angles were cold rolled from ASTM A1011 HSLAS Grade 55 Class 2 steel plates with F_y = 380 MPa and F_u = 450 MPa, except for the L76x76x8 angles which were hot-rolled from CSA G40.21-380 W steel with F_y = 380 MPa and F_u = 480 MPa.

Figure 4-3: Steel joist test specimens with top chord extensions as delivered in the laboratory.

Table 4-1 Test specimens: characteristics, lateral restraint conditions, measured ultimate capacity, and failure modes.

Test no.	Cross-Section	Lateral Restraint	Failure Mode(s)	M_{ult} (kN-m)	Δ_{ult} (mm)	M_p (kN-m)	M_{ult}/M_p ( )
J1	C100x8	F	LTB	13.3	127	14.7	0.91
J2-1[1]	C100x8	T	-	-	-	14.7	-
J2-2	C100x8	T	LTB	16.6	302	14.7	1.13
J280	C100x8+L54x54x5	T	LTB+LB	20.9	256	19.7	1.06
J11	2-C100x8	T	Y+LB	> 40.6[2]	560	29.4	-
J4	C200x17	F	LTB	45.2	85	57.0	0.79
J5-1	C200x17	T	LTB	57.7	101	57.0	1.01
J5-2[3]	C200x17	T	LTB	55.6	90	57.0	0.98
J6	C200x17	TB	LTB	59.7	110	57.0	1.05
J281	C200x17+L64x64x6	F	LTB	71.1	145	71.9	0.99
J282-1	C200x17+L64x64x6	T	LTB+LB	76.6	184	71.9	1.07
J282-2	C200x17+L64x64x6	T	LTB+LB	71.1	148	71.9	0.99
J283	C200x17+L64x64x6	TB	LTB+LB	73.6	184	71.9	1.02
J205[4]	2-C200x17	T	Y+LTB+LB	139	275	129.5	1.07
J252[4]	2-L76x76x8	F	LB+Y	19.3	373	17.5	1.10

1. Test cancelled because part of the applied load was resisted by the test setup.
2. Test halted before reaching the ultimate load, when the tip deflection of the chord extension reached the limits of the test setup.
3. Test halted after premature failure of the metal steel deck panel connectors.
4. Part of the applied load was temporarily resisted by test setup; the problem was corrected shortly after noticing it.

For all specimens, the o/c span of the steel joist was 9 m and the length of the cantilevered top chord extension was 2.5 m. This long overhang was selected to favor lateral-torsional buckling of

the top chord extension members. For the built-up top-chord extensions (2C, C+L, and 2L), the two individual shapes were separated by a clear distance of 25 mm using steel welded spacers at 600 mm o/c. Specimen J252 with the double angle top chord had conventional 100 mm deep bearing seats. In specimens with top chord extensions built with C100x8 or C200x17 channels, the channels formed the bearing seats resulting in seat depths of 102 and 203 mm, respectively.

Lateral bracing (restraint) conditions for the top chord extensions are also given in Table 4-1. Free condition (F) means that neither the top or bottom flange was laterally supported over the full 2.5 m cantilever length. The steel deck panels were simply placed on the extension top flange with no fasteners. As shown, this condition was present for top chords with single C, C+L, and double angle cross-sections. Other specimens with single C, 2C, and C+L top chords had continuous lateral bracing at the top flange (T). Two specimens with the deep C200x17 top chord extensions had continuous lateral bracing at the top flange and point lateral bracing at the tip of the bottom flange (TB). Top flange lateral bracing was provided by Canam P3606 steel deck panels connected with #12 self-tapping screws spaced at 305 mm o/c along the length of the cantilever. The deck panels were 38 mm deep and 914 mm wide, with 6 trapezoidal flutes across the width. They were made of 0.91 mm thick, ASTM A653M, Grade SS 230, zinc-coated (Z275) steel with F_y = 230 MPa and F_u = 410 MPa. Self-tapping screws were also used at 305 mm o/c at the side-lap joints. Point bracing at the bottom flange of the top chord extension was done using a horizontal L41x41x3.0 bolted under the perimeter frame. Top and bottom bracing conditions are further discussed in the next section.

As shown in Table 4-1, the test program was originally planned with a total of 15 specimens. The first test was performed on Specimen J2-1 that included a single C100x8 chord extension that was laterally braced at its top flange. During that test, a problem occurred with the test setup, which invalidated the observed response and the measurements. The results from Test J2-1 are therefore not reported in this article. After that first test, the setup was corrected, which allowed the remaining 14 tests to be successfully conducted. Specimen J2-2 was identical to Specimen J2-1, and the behaviour and test results for this top chord extension design could then be obtained and are described in the article.

Table 4-1 also presents the observed failure mechanism, the measured ultimate flexural strength, corresponding to the maximum moment reached in the test, as calculated at the center of the bearing

seat, M_{ult}, and the tip deflection at ultimate load, Δ_{ult}. , as well. These test results are presented and discussed in Section 4.4.3. The last two columns in Table 4-1 respectively give the plastic moment capacity of the test specimens, M_p, as predicted from the results of the ancillary test program and finite element simulations, and the ratios between bending moments M_{ult} and M_p. These results are also discussed in Section 4.4.3.

4.3.2 Test setup

In each test, the joist specimen was placed on vertical supports spaced 9 m o/c. The supports were 2.8 m long, ASTM A992 W250x58 transverse beams supported on three columns resting on the strong floor of the laboratory (Figure 4-4). As shown in Figure 4-5, the test specimen was placed between two parallel and identical steel joists also supported on the two transverse beams. The three joists were spaced 1.2 m o/c. Four rows of cross bridging were installed between the three joists, and 2.5 m long, Canam P3606 steel deck panels were laid on the three joists over the 9 m span to provide lateral stability to the tested joist.

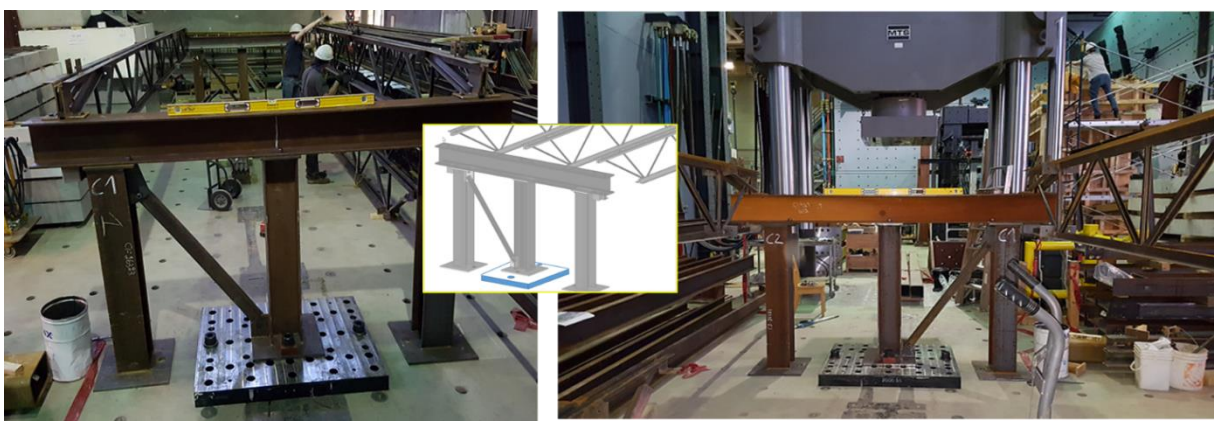


Figure 4-4: Supporting beam and column system anchored to the laboratory strong floor.

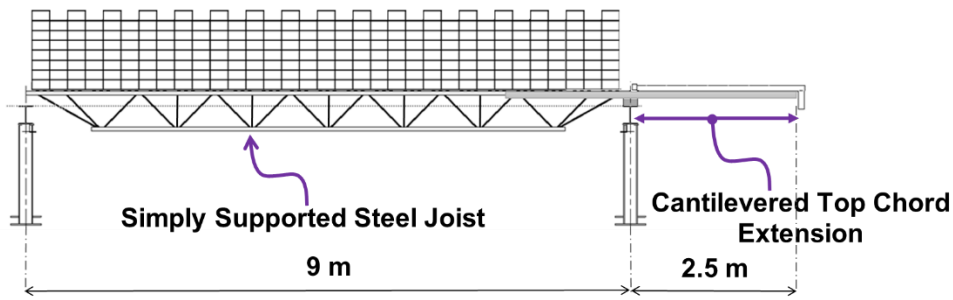
Figure 4-5: Vertical support and lateral bracing conditions for the steel joist specimen.

To reduce the time required for replacing specimens between tests, the steel deck panels over the interior joist span the two exterior joists and the guardrail system were assembled together to form a single unit that could be lifted with the overhead crane and placed on the laboratory slab (Figure 4-6) while replacing the test specimen for the next test.

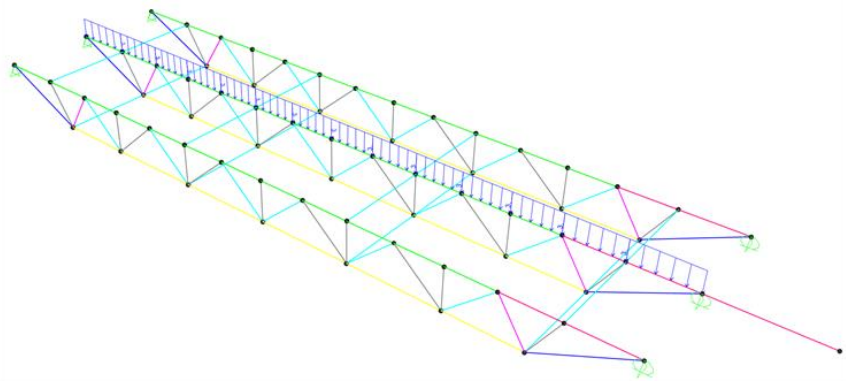
Figure 4-6: Lifting operation of the "exterior joists - steel deck - guardrail" assembly.

Prior to applying the vertical load to the cantilevered top chord extension, a uniformly distributed gravity load corresponding to service loading conditions from dead plus snow loads was applied over the interior joist span. As shown in Figure 4-7 , this load was applied using masonry blocks forming a 400 mm thick wall over the tested joist. Analysis of the test setup using SAP2000 [17] showed that the vertical load would be shared between the central joist and the exterior joists because of the bridging and steel deck panels. When removing these components from the analysis model, the vertical deflection at the central joist mid-span under the gravity load was determined. In the test setup, masonry blocks were gradually added until the central joist reached the target deflection at its mid-span, which ensured that the joist was carrying the proper amount of gravity load prior to starting the test.

a)



b)



c)

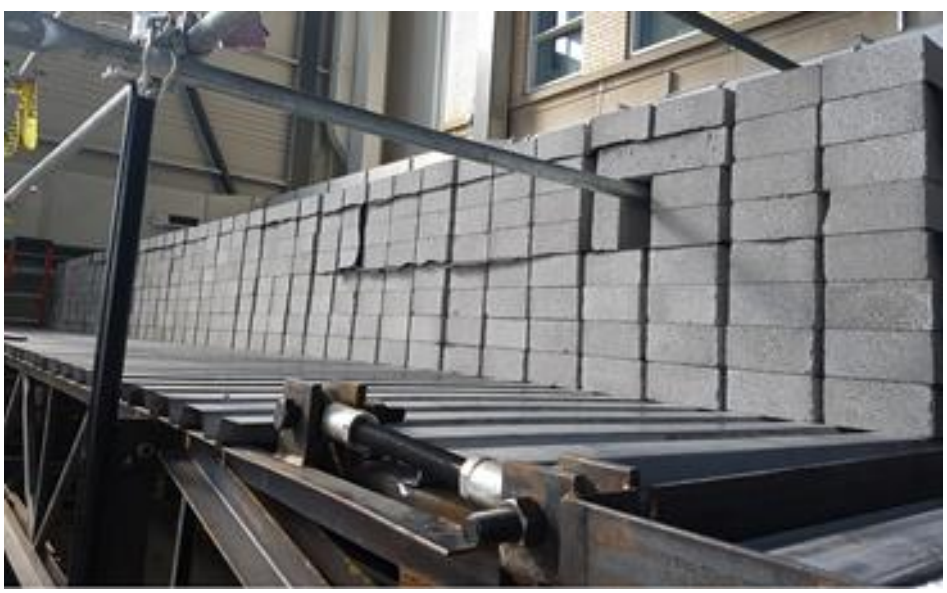


Figure 4-7: Gravity load on the interior joist span: a) Loading diagram; b) SAP2000 analysis of the 3-joist assembly after removal of the diagonal bridging members and deck panels; and c) Masonry blocks used to apply the gravity load on the central joist.

As shown in Figure 4-8a, a horizontal frame with 2.5 m x 2.5 m plan dimensions was placed on the joist top chord extension to apply the gravity load to the top chord extension and provide lateral bracing at the extension top flange, when specified. The horizontal frame was constructed with perimeter L76x76x6.4 members and the 38 mm deep steel deck panels. The frame perimeter members were connected horizontally in the longitudinal direction to the ends of the two exterior joists to prevent in-plane movements. These connections were made with steel bars with rod ends and spherical bearings (Figure 4-8b) to allow free rotation of the frame as the tested top chord extension deflected under gravity loads. Point bracing at the tip of the bottom flange of the top chord extension was provided with a transverse steel angle that was transversally restrained by vertical members extending downward from the horizontal frame (Figure 4-9).

a)

b)

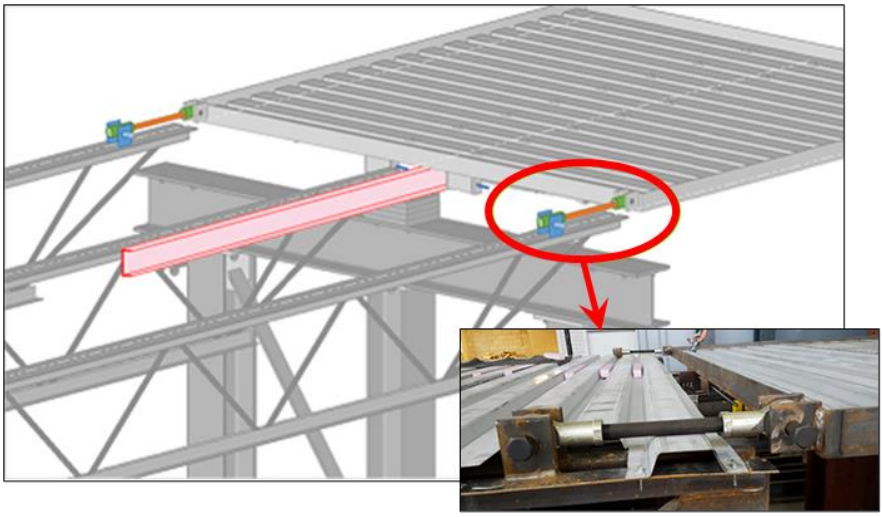


Figure 4-8: a) Installation of the horizontal frame with steel deck panels providing lateral bracing; b) Hinged connections of the horizontal frame.

Figure 4-9: Steel angle used to provide point bracing at the tip of the bottom flange of the C-shaped top chord extension.

During the test, a uniformly distributed vertical load was applied to the top chord extension by means of the special loading system illustrated in Figure 4-10. The system included HSS beam members and threaded rods with custom-made rocking nuts to evenly apply two rows of 8 equally spaced point loads on the steel deck panels, one row on each side of the top chord extension. Vertical loading was applied to the load distributing system by means of a horizontal loading beam supporting a concentrated vertical load imposed by the 12 MN load frame of the structural laboratory. A load cell was used to monitor the applied load. The load frame was operated in a displacement-control mode so that the specimens could be loaded in the post-peak region after reaching the ultimate load. With this system, gravity loads were applied to the top chord extension through the deck panels, as is the case in actual constructions. Furthermore, all point loads on the steel deck panels had the same amplitude and remained acting in the vertical direction even when the top chord extension was experiencing large vertical deflection. When required, the top flange of the chord extension was laterally restrained by fastening the steel deck panels with the screw connectors placed at every other flute.

4.3.3 Instrumentation used in the tests

Six string potentiometers were used to track the 3D displacements at the tip at the top and bottom flanges (3 potentiometers per flange) of the top chord extension. As shown in Figure 4-11, the potentiometers were installed to measure displacements along the horizontal, vertical and longitudinal axes. The vertical and transversal displacements as well as the rotation at the end of the top chord extension could then be deduced from the continuous reading of these instruments. An additional string potentiometer was installed at mid-span of the central joist to track the vertical deflection caused by the weight of the masonry blocks and the subsequent uplifting that occurred when loading the top chord extension.

Digital image correlation was also used for selected specimens to monitor the development of instability failure modes during the tests. Measurements were obtained by means of two high-precision cameras and a speckled finish paint that had been applied to the top chord extension (Figure 4-12). The system could capture three-dimensional deformations of the cross-section surfaces, allowing to deduce strains and displacements.

In some of the tests, strain gauges were installed on the top and bottom flanges of the chord extension, close to its support, to validate bending moment calculations. Additional strain gauges were used to obtain axial forces and bending moments induced in web and chord members of the steel joist back-span as a result of the bending moment imposed by the cantilevered top chord extension.

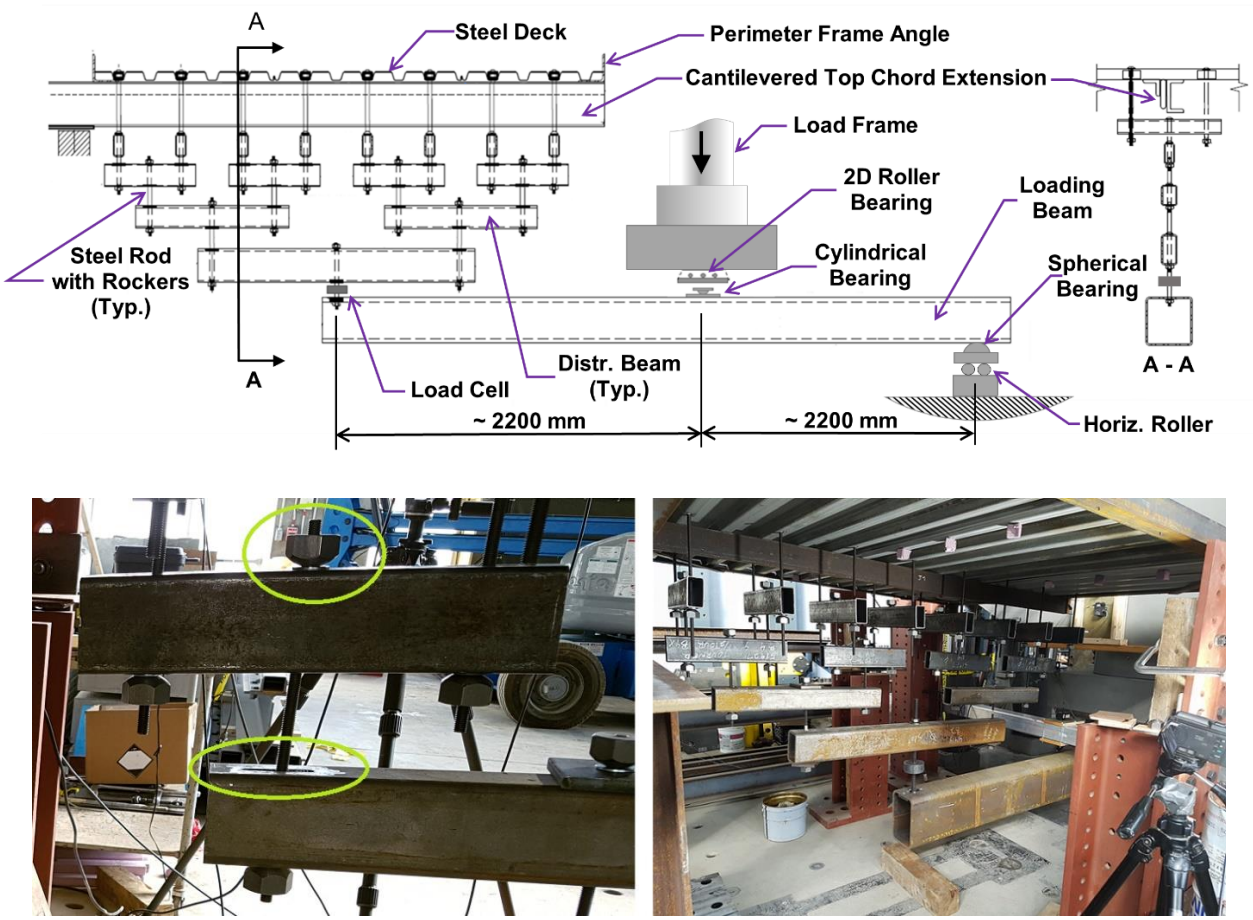


Figure 4-10: Uniformly distributed loading system.

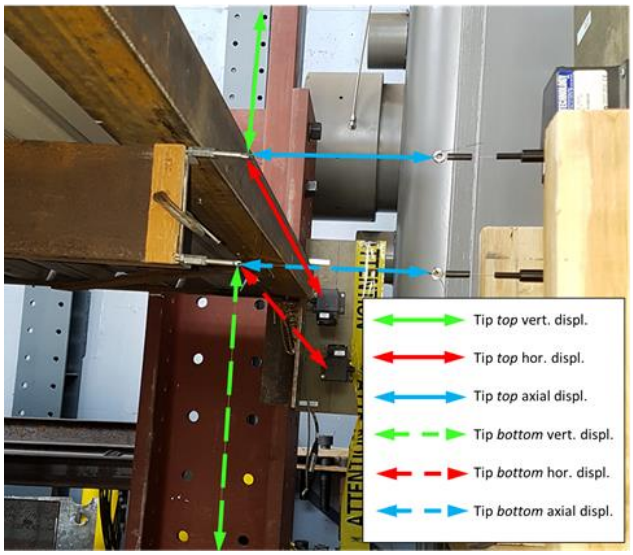


Figure 4-11: String potentiometers used to track 3D displacements of the top and bottom flanges

Figure 4-12: Digital image correlation system.

4.3.4 Test procedure

The loading protocol applied to the top chord extension included three phases. In the first phase, the load was gradually increased up the value imposing an end moment equal to 20% of the estimated nominal flexural strength of the top chord cross-section. The load was then reduced to zero. This first loading phase was applied to verify the behaviour of the test specimen and test setup and obtain data on the elastic flexural stiffness of the specimen. In the second loading phase, the load was gradually increased up to the service load level to verify if the specimen response would remain elastic up to this load level. The load was then returned to approximately 20% of the estimated nominal capacity of the specimen. The third loading phase was then initiated during which the load was gradually increased up to the ultimate flexural strength of the specimen reached. The test was then pursued in the post-peak range to examine the development of the failure mechanism.

4.4 TEST RESULT

4.4.1 Ancillary tests

Ancillary tests were performed to determine the actual material properties of the steel shapes used for the fabrication of the top chord extension specimens examined in the test program. For the angles, simple monotonic tension tests were performed on specimens that consisted of short angle members with their full cross-section. The use of this type of specimens, instead of smaller coupons cut from the angle legs, was intended to obtain average material strength properties for the entire cross-section. The tests were performed in an Instron 2.5 MN universal testing machine equipped with hydraulic grips. In the grips, a filler steel block with a machined V-groove was used together with a steel rod to achieve proper clamping of the specimens, as shown in Figure 4-13a for one of the angles. Linear variable displacement transducers (LVDTs) mounted on the filler blocks were used to record the elongation of the specimens (Figure 4-13b). In some of the tests, LVDT sensors were replaced by digital image correlation to capture the deformations. Prior to testing, the angle specimens were digitally scanned to obtain their cross-sectional area used to determine the average axial tension stresses applied during the tests. The measured elongations were transformed into strains. Test results obtained for each of the three angle sizes are plotted in Figure 4-14.

a) b)

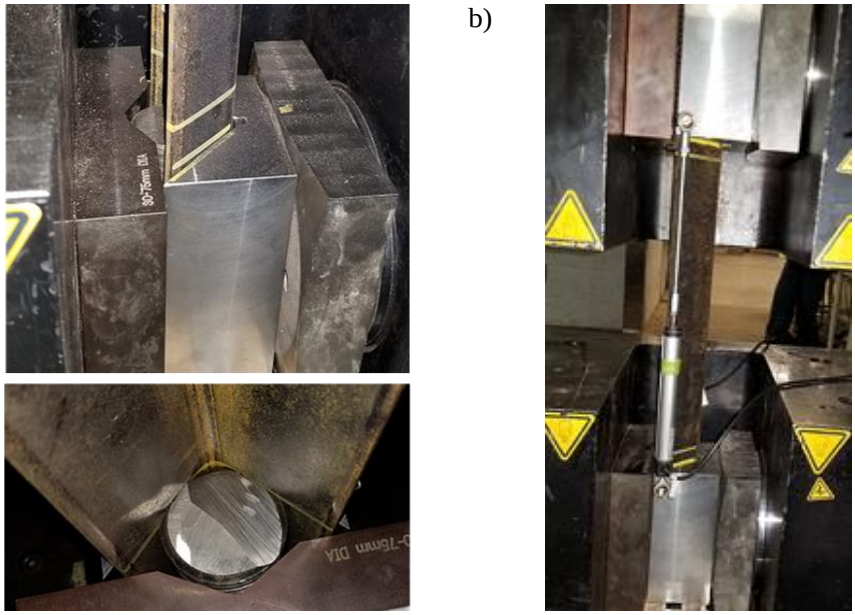


Figure 4-13: Tensile test setup on full size L64x64x6 specimens: a) Filler block and steel rod used in the grips; b) LVDT mounted on the filler blocks.

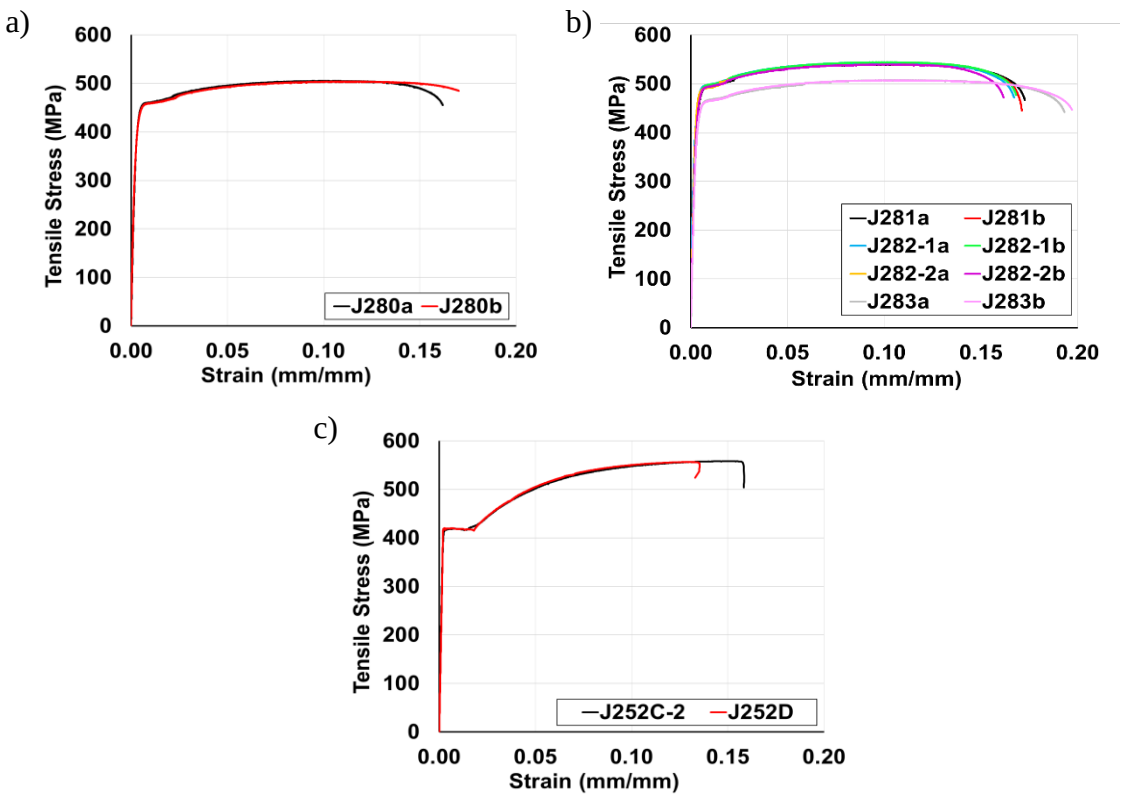


Figure 4-14: Stress-strain response of tensile tests on angle specimens: a) L54x54x5; b) L64x64x6; and c) L76x76x8.

For the C shapes, 4-point bending tests were performed on beam specimens fabricated with the C shapes arranged in a back-to-back configuration with zero clear distance between them to avoid lateral-torsional buckling. Similar to the tension tests on the angles, this type of test was selected to obtain directly, in a global sense, the flexural capacity of the C shapes, including residual stress effects and possible variations in yield strength over the cross-section.

The setup used for the C200x17 specimens is illustrated in Figure 4-15. The tests were performed in the 2.5 MN load frame using a dedicated setup that include vertical side plates to provide continuous lateral bracing of the specimen's top flange. Friction between the side plates and the specimen top flange was minimized by using a stainless steel-PTFE interface along the edge of the top flanges. Beam deflection was measured under the two loading points using LVDT sensors located under the specimen (see Figure 4-16). Tests for the C200x17 shapes were conducted using beam specimens having o/c span lengths equal to 925 mm, 950 mm, and 1000 mm. The tests on the C100x8 cross-sections were performed on beam specimens having o/c span length of 1000 mm.

The o/c distance between the two loading points was 325 mm for the C200x17 specimens, and 440 mm for the C100x8 specimens.

During the tests, local buckling occurred in the top flanges, as well as localized yielding due to bearing at the loading and reaction points. Therefore, the yield strength and hardening properties of the material could not be extracted directly from the measured load-deformation responses. Instead, the global flexural response was recorded on the form of the bending moment calculated between the loading points *vs* the average of the two measured vertical deflections. The results from the tests on the C200x17 and C100x8 shapes are presented in Figure 4-17 and 4.18, respectively. In the figures, the specimen numbers correspond to that of the chord extension specimens in Table 4.1. As shown, all specimens displayed progressive yielding followed by strain hardening responses. The latter was more pronounced for the C100x8 shapes.

Detailed nonlinear finite element models of the angles and C shapes were developed using the FE analysis software Abaqus [18] to reproduce the results of the ancillary test program. In the FE models, the steel properties were adjusted through an iterative process until good correlation was achieved between the test and experimental results. The steel yield strength obtained from that process was then used to establish the plastic moment capacities of the cross-sections studied. This finite element calibration and simulation work is described in [19]. The so-obtained values of M_p are reported in Table 4-1 and are used herein as a reference to determine whether the top chord extension specimens could reach their full plastic flexural strength or a lower resistance governed by instability failure modes.

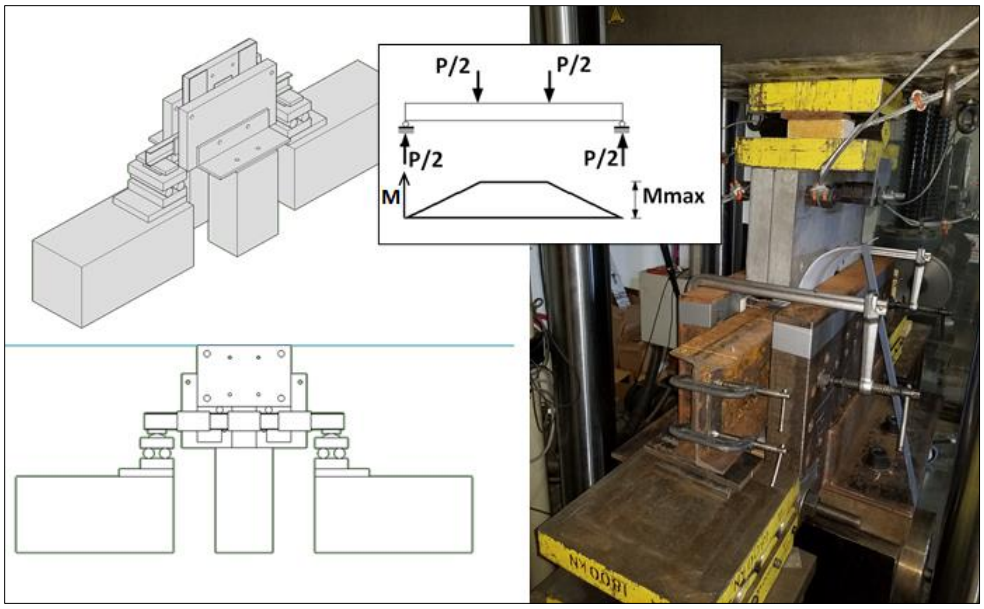


Figure 4-15: Four-point bending test assembly for characterization of the flexural strength of the C200x17 shapes.

Figure 4-16: LVDT sensors used to read the vertical deflections in four-point bending tests.

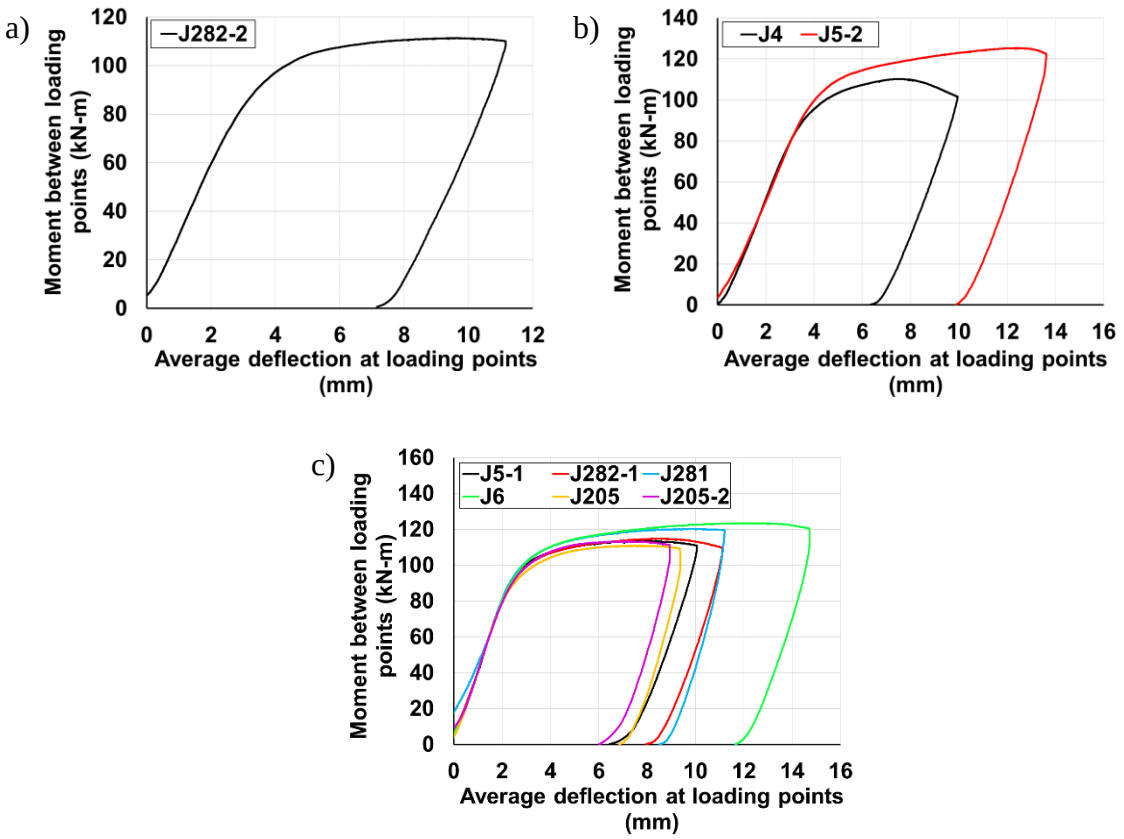


Figure 4-17: Moment-deflection responses from the 4-point bending tests on the C200x17 specimens with a beam span of: a) 925 mm; b) 950 mm; and c) 1000 mm.

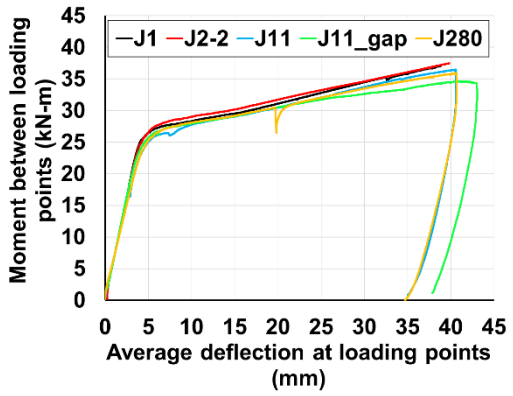


Figure 4-18: Moment-deflection response of 4-point bending tests on C100x8 specimens.

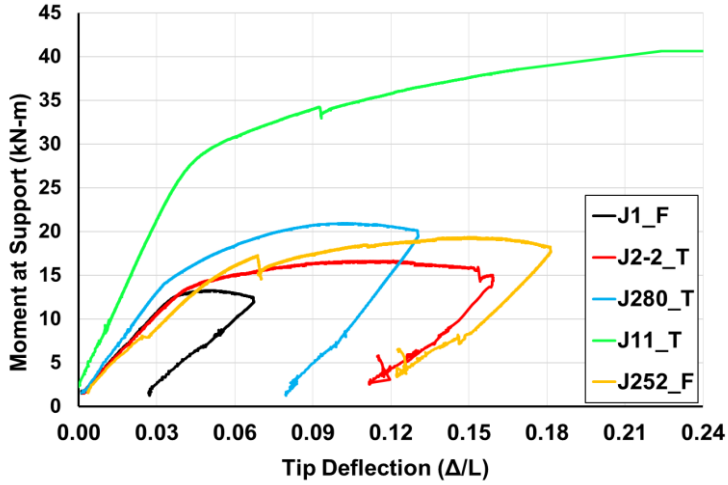
4.4.2 Load-deformation responses of the top chord extension specimens

In all tests, the specimens remained essentially elastic during the first two loading phases. Upon unloading after the second phase, the measurements revealed limited permanent deflections, less than 0.001 L, which were attributed to small movements in the test setup.

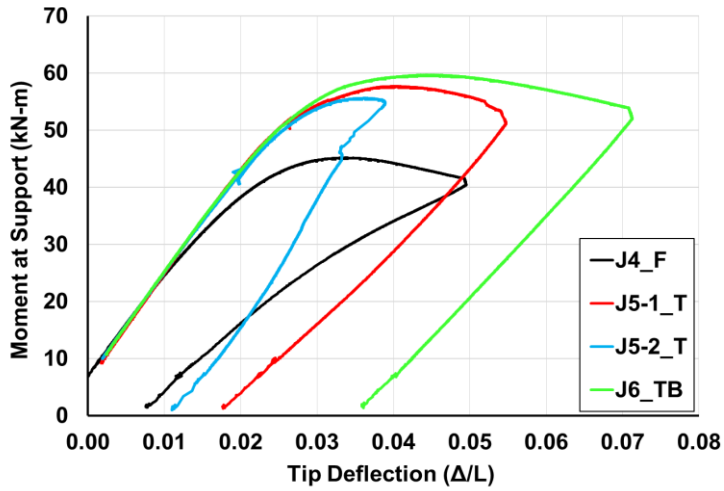
The global load-deformation response of all specimens in the third loading phase are presented in Figure 4-19. In the graphs, bending moments computed at the centre of the bearing seats are plotted as a function of the vertical deflection measured at the tip of the top flange of the specimens. As shown, tip vertical displacements are normalized with respect to the cantilever length L = 2.5 m.

The test performed on Specimen J11, having a doubly-symmetrical (2-C100x8) top chord cross-section, had to be interrupted before reaching the extension ultimate load because the specimen sustained large deflections that exceeded the limits of the instrumentation. Although the ultimate capacity of that specimen could not be measured, the data from the test is, however, valid and exploitable, and is therefore presented herein. During the test on specimen J5-2, shortly after reaching the peak load, several # 12 screw heads used as steel deck connectors passed through the steel deck. This resulted in a loss of lateral restraint which led to sudden buckling of the top chord extension and the test had to be halted and the specimen unloaded. This explains the difference between the measured responses for Specimens J5-1 and J5-2, especially the absence of post-peak response data for the latter. For all other specimens, the tests could be performed as intended, i.e. up to and beyond the peak load. The ultimate moment capacity obtained from the tests are given in Table 4-1. In all tests, the specimens exhibited linear response followed by a gradual softening up to the ultimate loads. The rate of stiffness softening and amount of nonlinear response before reaching the peak load varied depending on cross-section type and lateral restraint conditions. In the post-peak range, all specimens showed moderate strength degradation, suggesting ductile failure involving marked yielding of the cross-section. This behaviour is confirmed by examining the values of the M_{ult}/M_p ratios given in Table 4-1: except for the laterally unbraced single-C specimens J1 and J4, all chord extensions could reach or exceed their plastic flexural strength.

a)



b)



c)

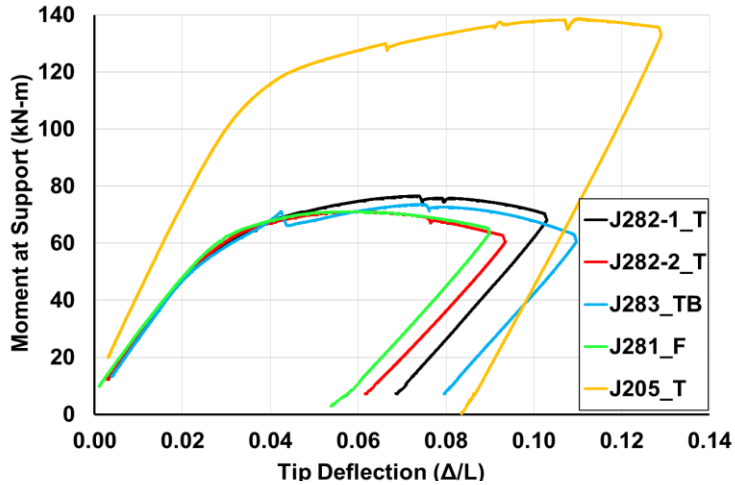


Figure 4-19: Moment-deflection response of the test specimens: a) Single and reinforced C100 cross-sections and double angle section; b) Single C200 cross-sections; and c) reinforced C200 cross-sections.

4.4.3 Observed failure modes

Although the measured moment-deformation responses indicate ductile failure dominated by cross-section yielding for most specimens, visual observations during the tests revealed that instability mechanisms also developed near ultimate load. The stability failure modes were identified by visual observations of the specimens during the tests and confirmed by the digitally scanned 3D renderings of the deformed specimens and image correlation techniques that monitored the specimen's deformations and strains near the bearing seats.

The observed failure modes that were identified for each specimen are given in Table 4-1: Y = flexural yielding, LTB = lateral-torsional buckling, and LB = local buckling. No web crippling nor distortional buckling was observed. In this section, the specimens are grouped based on their observed dominant failure modes. The buckling modes are illustrated using photos taken during the tests as well as digitally scanned 3D renderings of the failed specimens after testing.

4.4.3.1 Flexural yielding (Y) with local buckling (LB)

Failure of the double angle top chord extensions was governed by local buckling of the vertical legs after significant flexural yielding had occurred, as shown in Figure 4-20a. Specimen J11 with a top chord extension built with 2-C100x8 back-to-back also developed significant flexural yielding followed by limited local buckling of the bottom flanges (Figure 4-20b). For this doubly-symmetrical 2C-section, flexural yielding governed the flexural behaviour and strength, which resulted in the stable strain-hardening response shown in Figure 4-19a.

4.4.3.2 Flexural yielding (Y) with combined lateral-torsional and local buckling (LTB+LB)

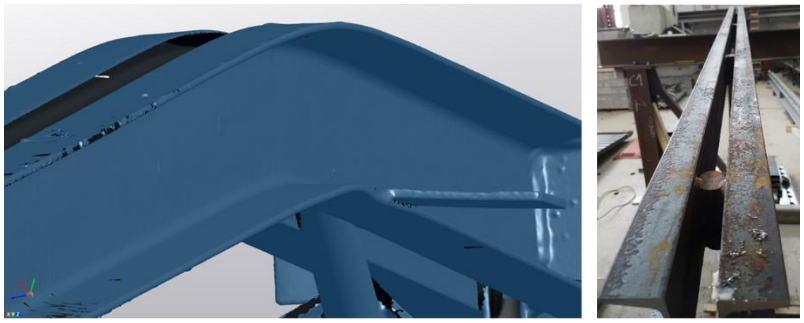
Flexural yielding also dominated the response of the top chord extension constructed with the deeper bi-symmetrical 2-C200x17 back-to-back cross-section. However, as shown in Figure 4-21, lateral-torsional buckling of the individual C elements was observed when approaching the peak resistance. This different behaviour compared to the 2-C100x8 top chord extension, is attributed to the fact that the spacers in the C200 members were placed closer to the top flange, i.e. farther from

the bottom flange in compression, which favored LTB of the individual C-shapes. For this specimen, local buckling was also observed after LTB had initiated.

a)

J252

b)



J11

Figure 4-20: Yielding and local buckling of Specimens: a) J252 with 2L cross-sections; and b) J11 with 2 C100x8 cross-sections.

J205

Figure 4-21: LTB and LB responses of Specimen J205 with 2 C200x17 cross-section.

4.4.3.3 Lateral-torsional buckling (LTB)

Test Specimens nos. J1, J4, J5-1 and J5-2 with single C top chord extensions experienced significant lateral-torsional buckling. For these specimens, buckling was characterized by pronounced twisting that gradually progressed from the bearing seat to the tip of the member (top of Figure 4-22). For Specimens J1 and J4, this behaviour was promoted by the laterally unrestrained top flange condition, resulting in ultimate capacities smaller than the plastic flexural strength. The top flange of Specimens J5-1 and J5-2 was laterally restrained but LTB still developed because of the large depth of their cross-section (200 mm) and the laterally unbraced condition of the bottom flange.

Specimens J2-1, J2-2, J6, and J281 also exhibited the same LTB failure except that twisting was less pronounced and concentrated near the bearing seat, not at the free end (bottom of Figure 4-22). For Specimens J2-1, J2-2 with single C100x8 cross-sections, lateral bracing at the top flange was more effective than for Specimens J5-1 and J5-2 with deeper cross-sections. Specimen J6 is identical to Specimens J5-1 and J5-2 but the additional bottom flange point bracing restrained twisting of the member. Specimen J281 had no lateral restraint at the top and bottom flanges, as was the case for Specimen J4; however, this top chord extension has a C+L cross-section and the presence of the angle increased its torsional properties and created a wider contact area with the steel deck panels which also contributed to reducing the twisting response.

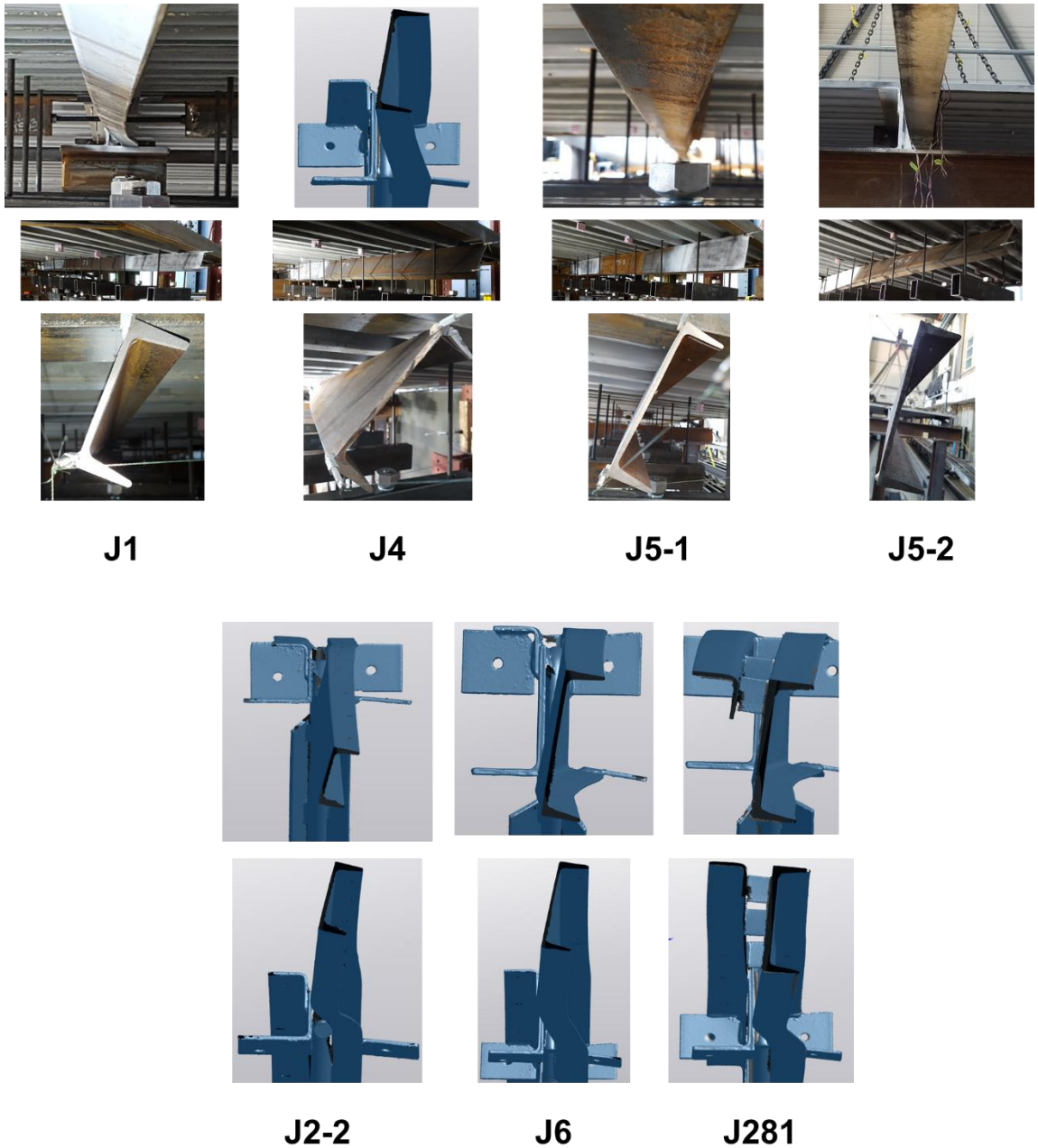


Figure 4-22: Top chord extension failure by lateral-torsional buckling.

4.4.3.4 Lateral-torsional buckling (LTB) combined with local buckling (LB)

Top chord extensions nos. J280, J282-1, J282-2 and J283 all had an C+L cross-section and lateral restraint at their top flanges (Figure 4-23). Specimen J283 was also provided with a point bracing at the tip of the bottom flange. Contrary to the 4 specimens shown at the bottom of Figure 4-22,

these specimens were characterized by the combination of lateral restraint and angles. These conditions reduced further the tendency for twisting, which delayed LTB and resulted in higher flexural stresses that led to the formation of local buckling in the bottom flange. It is noted that although identical, Specimens J282-1 and J282-2 experienced lateral-torsional buckling that developed in opposite directions. For Specimen J282-2, lateral displacement of the channel bottom flange occurred towards the angle. That buckling mode resulted in lower flexural strength and ductility compared to Specimen J282-1, as shown in Figure 4-19c. This suggests that top chord extensions built with a single deep C-shape reinforced with an angle may buckled in either direction, and the direction of buckling may affect its flexural strength and ductility. In Figure 4.19c, it can also be observed that both Specimen J282-2 and Specimen J281, which had no top flange lateral bracing, exhibited similar moment-deflection responses and reached the same flexural capacity. In Figure 4-23, it is seen that these two extensions buckled in the same direction. These observations suggest that top flange lateral bracing has limited efficiency for top chord extensions built with a single deep C-shape reinforced with an angle. For Specimen J283 with point bottom flange restraint, local buckling extended in the web of the C shape, a behaviour that was not observed in the other specimens. This response is discussed further later.

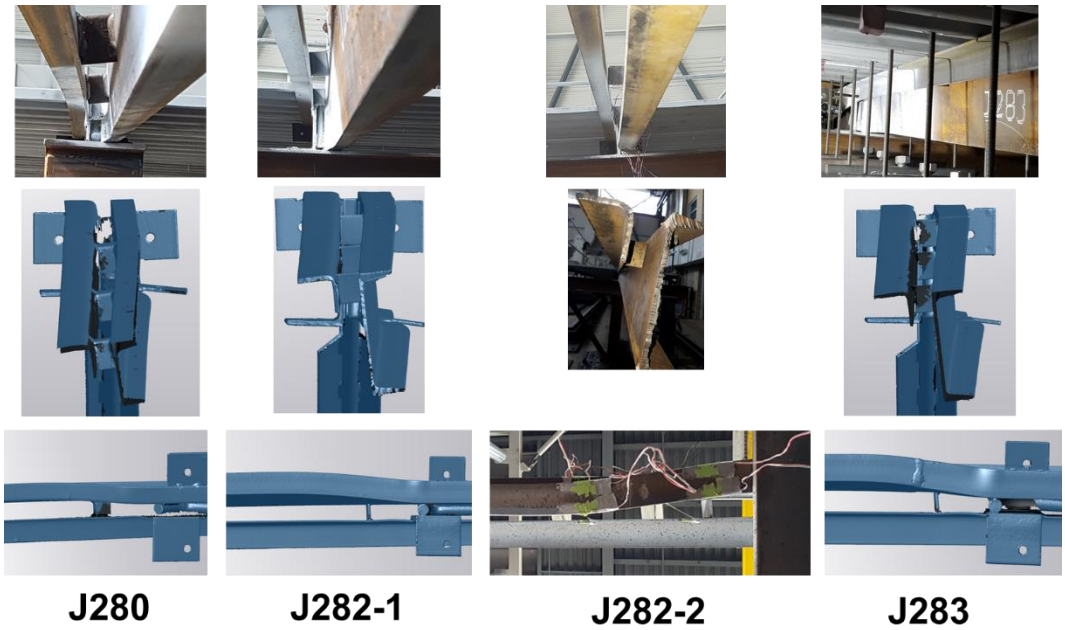


Figure 4-23: Failure modes combining lateral-torsional buckling and local buckling.

4.4.4 Influence of key parameters

4.4.4.1 Influence of lateral restraint conditions

The effect of the lateral restraint is examined in Figure 4-24 to 4.26. For the single C100x8 top chord extensions of Figure 4-24, top flange lateral bracing had a significant positive influence on the member flexural ultimate strength, as revealed by the 25% higher M_{ult} value for Specimen J2-2 compared to Specimen J1 in Table 4-1. For these two specimens, the figure shows that lateral bracing had an even greater positive effect on the ductility of the top chord extension. For the single C200x17 extension members in Figure 4-25a, the benefit of providing top flange bracing in Specimens J5-1 and J6 was essentially for the flexural capacity, with a similar increase of approximately 25% compared to the same extension with no lateral bracing (J4). The presence of the point lateral bracing at the tip of the bottom flange in Specimen J6 did not significantly increase its flexural strength compared to the specimen with top flange bracing only (J5-1), but improved its ductility. For these three specimens, Figure 4-25b shows that the top chord extension with no top flange bracing (J4) experienced very limited lateral displacement at the tip of its top flange, the top tension flange in contact with the steel deck must have been retained laterally by the friction with the latter. Twisting of the section essentially developed as a result of the lateral displacement of the compressed bottom flange, as shown in Figure 4-25c where lateral displacement of the bottom flange tip of the J4 extension gradually developed from the beginning of the test. This displacement is delayed in the case of Specimen J5 with top flange bracing and is mostly prevented in the case of Specimen J6 with top flange and point bracing. In Figure 4-25b and 4.25c, it is noted that tip lateral displacements are normalized with respect to the section height, *h*. Figure 4.26 shows the effect of adding lateral restraint on the response of top chord extensions with a C200+L cross-section. In that case, the response of Specimen J283 with TB lies between the responses observed for the J282-1 (T) and J282-2 (T) and J281 (F) Specimens. For this top chord extension cross-section type, the addition of an angle (see Section 3.3.2) had already increased significantly its resistance to LTB and the presence of continuous lateral bracing at the top flange and point bracing at the bottom flange had no significant effect on its flexural capacity. As discussed in Section 4.4.3.4, the direction of buckling appears to be the parameter influencing most the flexural response and capacity of these extensions.

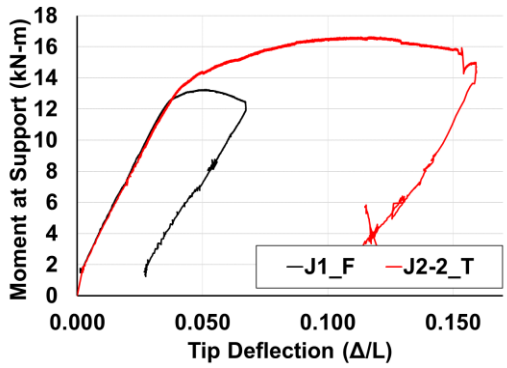


Figure 4-24: Effect of lateral restraint on single C100x8 specimens.

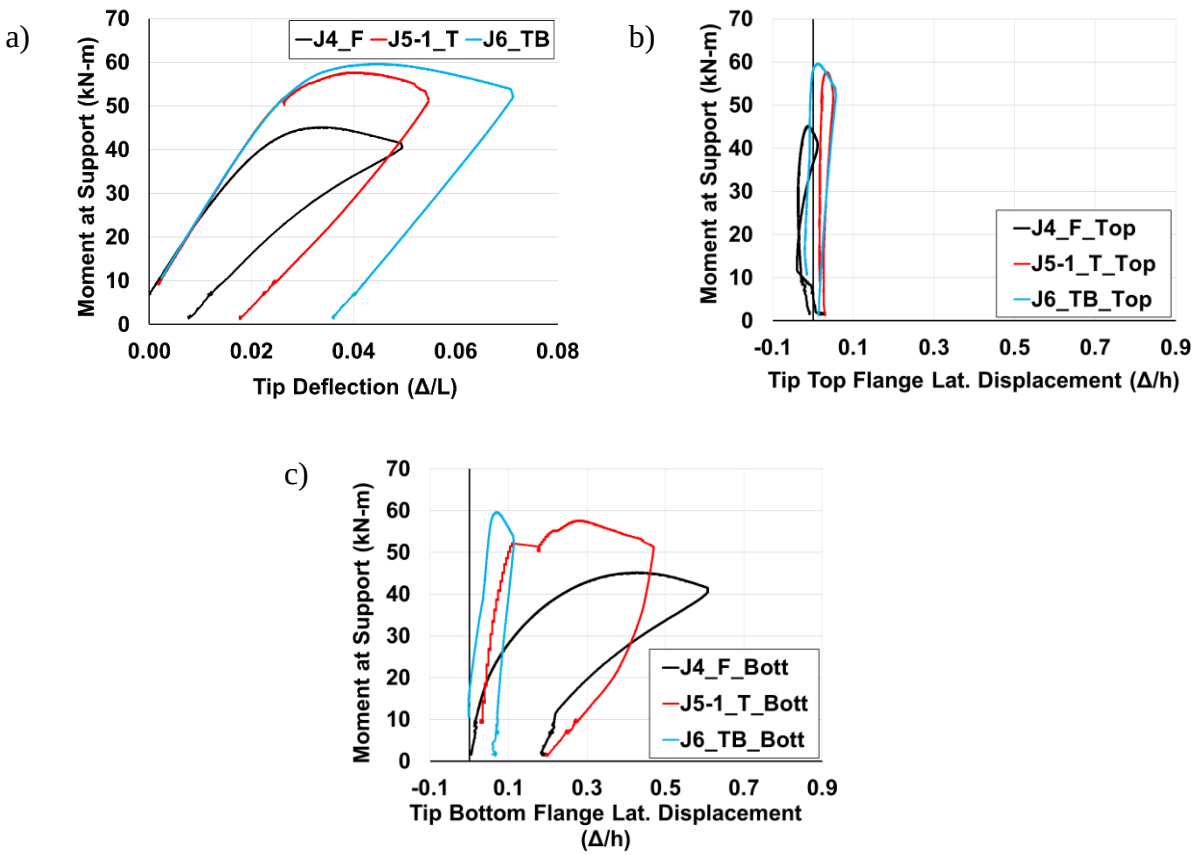


Figure 4-25: Effect of lateral restraint on single C200x17 specimens: a) Load vs tip vertical deflection; b) Load vs tip top flange lateral displacement; and c) Load vs tip bottom flange lateral displacement.

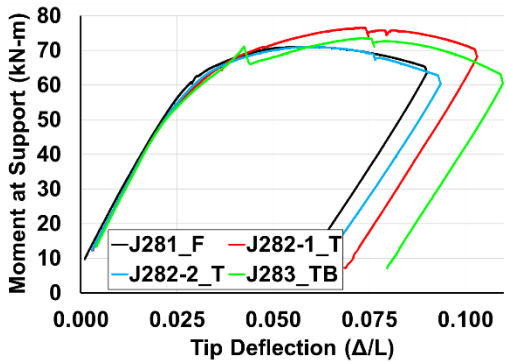


Figure 4-26: Effect of lateral restraint on C200+L specimens.

4.4.4.2 Single C vs C+L cross-sections

As expected, in all cases shown in Figure 4-27, the flexural strengths of the single C top chord extensions were increased when adding an angle to the cross-section. The increase was much more pronounced for Specimen J4 made of a single C200x17 not laterally braced at the top flange (Figure 4-27b) because this member was very sensitive to LTB. The lateral displacements of the tip of the extensions, presented in Figure 4-28, show that the addition of the angle greatly restrained twisting of the cross-section, thus increasing its resistance to LTB. The impact of the added angle was less pronounced for the single C100x8 and C200x17 members with the top flange laterally braced. For the deeper C200 top chord extensions, the increase in flexural capacity was accompanied by an increase in ductility, likely because the addition of the angle delayed LTB and activated greater inelastic response.

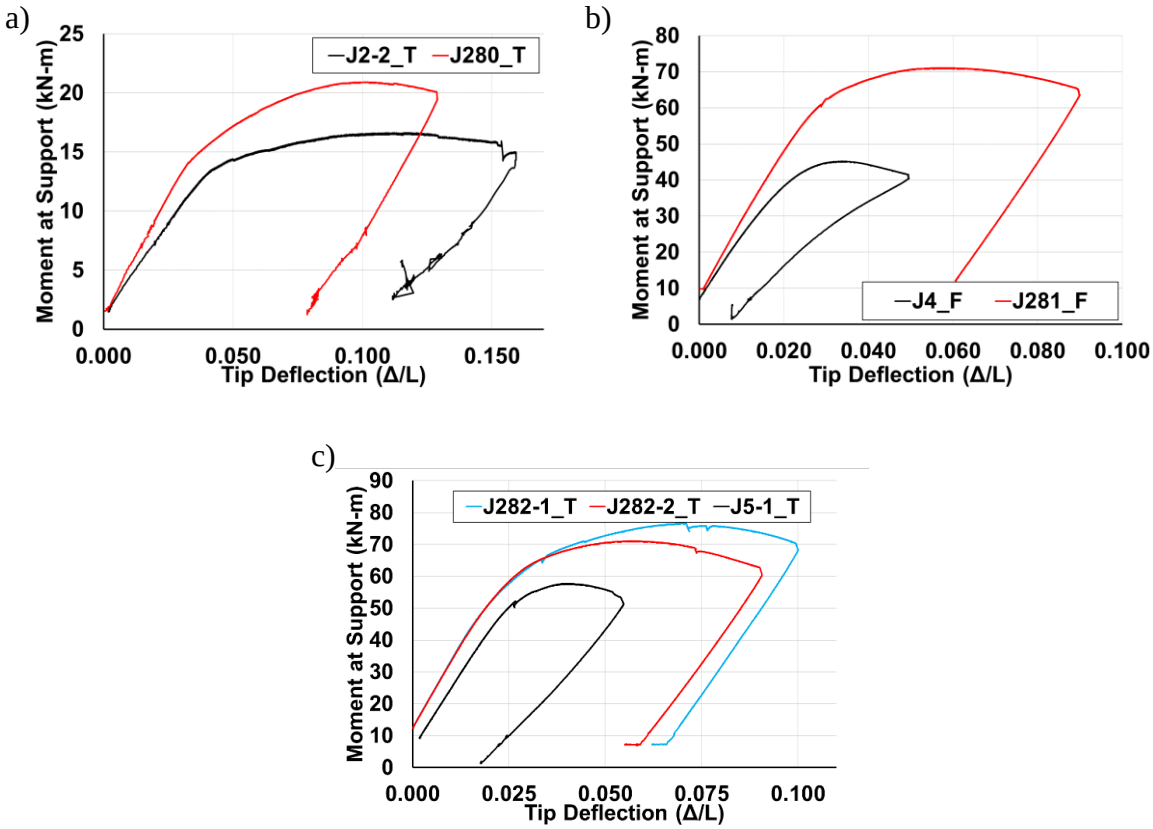


Figure 4-27: Effect of reinforcing a single C with an angle: a) Single C100x8 vs C100+L specimens; b) Single C200x17 vs C200+L specimens without lateral bracing ; and c) Single C200x17 vs C200+L specimens with top flange bracing.

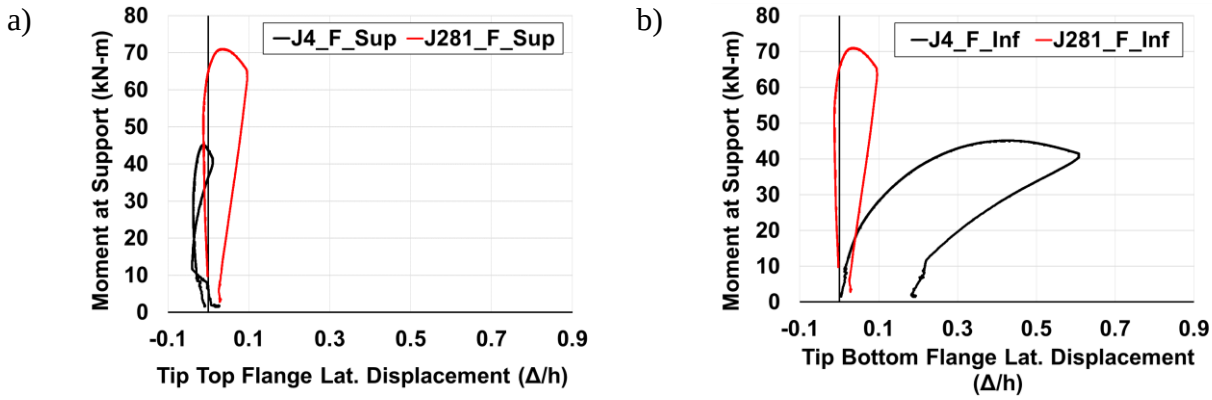


Figure 4-28: Effect of adding an angle to a single C200x17 extension without lateral bracing: a) Load vs tip top flange lateral displacement; and b) Load vs tip bottom flange lateral displacement.

4.4.4.3 Double vs single C-sections

The effect of using a doubly symmetric cross-section with back-to-back C shapes for the top chord extension compared to a single-C cross-section is examined in Figure 4-29 for members built with C100x8 and C200x17 shapes. In both cases, the 2C cross-sections resulted in significant increases in strength and ductility. For the members with C100 shapes, the increase in strength is 308%, which means that the 2C cross-section is 1.54 times more effective than the single-C cross-section for the same amount of steel. The corresponding figures for the members made of C200x17 shapes are 243% and 1.21, respectively. This improved behaviour is due to the change in failure mode, from LTB for single-C cross-sections to essentially flexural yielding for the 2C cross-sections. As discussed previously, failure of Specimen J205 was still influenced to some extent by LTB of the individual C shapes, which explains the relatively lower gain exhibited for the top chord extensions made with the deeper C shapes.

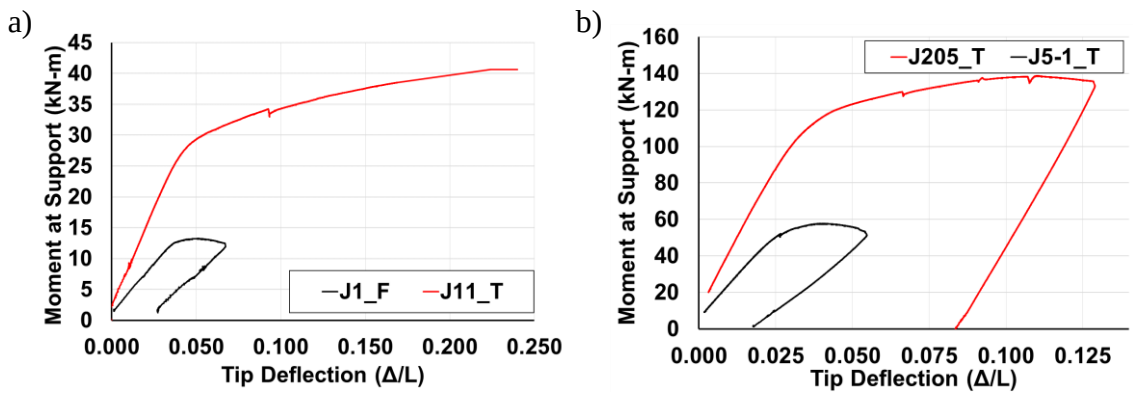


Figure 4-29: Effect of section symmetry for extension with: a) C100x8 cross-sections; b) C200x17 cross-sections.

4.5 CONCLUSIONS

A test program was conducted to study the flexural stability response of cantilevered extension of the top chord members of open web steel joists. The results from 14 tests were used to investigate the flexural strength and failure mode of top chord extensions built with double angles back-to-back, double C shapes back-to-back, single C shapes and single C shapes with angle back-to-back. The influence of the boundary conditions was also investigated. The full-scale test specimens

included a 9 m long simply supported steel joist plus the 2.5 m top chord extension to properly reproduce the actual boundary conditions at the joist bearing seat. In the tests, the top chord extension was subjected to a uniformly distributed vertical load that was gradually incremented up to failure. Instability failure modes were identified using digitally scanned 3D renderings of the deformed specimens and image correlation techniques. 4-point bending tests and tensile tests have been performed on specimens of steel shapes used for the top chord extensions to characterize the material properties and obtain the plastic flexural capacity of the top chord extension specimens. The conclusions of the test program can be summarized as follows:

- Failure of the double angle top chord extensions was governed by local buckling of the angle vertical legs after significant flexural yielding had developed. The top chord with the back-to-back C100 shapes failed by flexural yielding with limited local buckling of the bottom flanges. The same failure mode was observed for the specimen with the back-to-back C200 shapes except that lateral-torsional buckling of the individual C shapes was observed near the bearing seat. The development of this instability mechanism was permitted by the fact that the spacers connecting the two C shapes were positioned near the member top flange.
- The top chord extension specimens built with single C shapes , with and without an angle reinforcement, experienced lateral-torsional buckling response of the C shape, that was combined, for most specimens with a reinforcement angle, with local buckling of the C shape bottom flange and the angle vertical leg. The sequence and extent of the buckling modes varied with the cross-section type. For members built with the deeper C shapes, lateral-torsional bucking was more pronounced with larger twist deformations.
- For members that exhibited lateral-torsional buckling response, lateral bracing at the member top flange reduced the extent of lateral-torsional buckling and increased the flexural strength of the member. The presence of a point bracing at the tip of the bottom flange had no or limited impact on the flexural strength of the tested top chord extensions.
- For top chord extensions with single C200 shapes, the addition of an angle increased the flexural strength to a point such that the restraining conditions no longer had a significant effect. The tests also showed that these extensions with deep C sections reinforced with an angle can buckle either direction. The direction of buckling can significantly impact the flexural capacity and ductility of the extension.

- The presence of the back span steel joist supporting its service level gravity load had no visible impact on the failure mode and flexural strength of the top chord extension members.
- Ancillary testing based on tension and flexural tests appeared as an effective means of obtaining average material properties relevant for a flexural test program.
- Digital scanning of the tests specimens after failure is an accurate and effective tool to properly identify instability failure modes. The so-collected data was found to be most useful for the validation of finite element models performed in the subsequent phases of this research.
- In the test program, all top chord extensions with top flange lateral bracing could reach or exceed their plastic flexural capacity. Nonetheless, instability mechanisms were observed near ultimate load that must be considered in design. As expected, top chord extensions with singly-symmetric C shapes failed by lateral-torsional buckling at loads below their plastic flexural strength when no lateral bracing was present at the top flange. This behaviour must also be accounted for in design.

4.6 ACKNOWLEDGEMENTS

Financial support for this research was provided by the Fonds Québécois pour la Recherche sur la Nature et Technologies (FRQNT) of the Government of Quebec, Canada [grant number 190434], the Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC) of Canada [grant number 476445], Mitacs through the Mitacs Accelerate Program [grant number IT12835], and the Canam Group, Saint-Georges, QC, Canada. The Canam Group supplied the test specimens and components of the test setup. The authors wish to acknowledge the most valuable assistance and technical input from the technical staff of the Structural Engineering Laboratory at Polytechnique Montreal.

4.7 REFERENCES

[1] Nethercot D.A., “The effective lengths of cantilevers as governed by lateral buckling”, *The* Structural Engineer, **51**(5), 161-168, 1973.

[2] Özdemir K.M., *Lateral buckling of overhanging beams*. M.Sc. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2005.

[3] Bradford, M.A., “Buckling of doubly symmetric cantilevers with slender webs”, *Engineering Structures*, **14**(5), 327-334, 1992.

[4] Assadi, M. and Roeder, C., “Stability of Continuously Restrained Cantilevers”, *Journal of engineering mechanics*, **111**(12), 1440-1456, 1985.

[5] Kitipornchai S., Dux P.F., and Richter, N.J., “Buckling and bracing of cantilevers”, *Journal of Structural Engineering*, **110**(9), 2250-2262, 1984.

[6] Trahair, N.S., *Lateral buckling of overhanging beams*. Proceedings of The Michael R. Horne Conference on the Instability and Plastic Collapse of Steel Structures (L. J. Morris ed.), Granada Publishing, London, England, 503-518, 1983.

[7] Trahair, N.S., "Steel cantilever strength by inelastic lateral buckling". *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(8-9), 993-999, 2010.

[8] Trahair, N.S., "Inelastic lateral buckling of steel cantilevers". *Engineering Structures*, **208**, 109918, 2020.

[9] Nethercot D.A., and Rockey K.C. “Unified approach to elastic lateral buckling of beams”, *Engineering Journal*, AISC, **9**(3), 96-107, 1972.

[10] Anderson, J.M., and Trahair, N.S., “Stability of monosymmetric beams and cantilevers”, *Journal of the Structural Division*, **98**(1), 269-286, 1972.

[11] Roberts, T.M., and Burt, C.A., "Instability of monosymmetric I-beams and cantilevers". *International Journal of Mechanical Sciences*, **27**(5), 313-324, 1985.

[12] Kurniawan, C.W. and Mahendran, M., “Elastic Lateral Buckling of Cantilever Litesteel Beams Under Transverse Loading”, *International Journal of Steel Structures*, **11**(4), 395-407, 2011.

[13] Smith, B.S., and Jesien, W., “Two-Beam model for static analysis of mono-symmetrical thin-walled cantilevers”, *Thin Walled Structures*, **11**(4), 343-358, 1991.

[14] Kitipornchai, S., Wang, C.M., and Thevendran, V., *Buckling of braced monosymmetric cantilevers: Timoshenko energy approach*, Research report series no. CE 74, Dept. of Civil Engineering, University of Queensland,1986.

[15] SJI, *Standard Specifications Load Tables and Weight Tables for Steel Joists and Joist Girders*, 44th ed., Steel Joist Institute (SJI), Florence, SC. 2017.

[16] CSA, *CSA S136-17, North American specification for the design of cold-formed steel structural members*, Canadian Standards Association (CSA), Toronto, ON, 2017.

[17] CSI, *SAP2000 , version 19*, Computers and Structures, Inc. (CSI), Berkeley, CA, 2017.

[18] SIMULIA Inc., *ABAQUS 2017: a computer software for finite element analysis*, 2017.

[19] Assily Alegre, M.-A., and Tremblay, R., "Finite element analysis of the flexural response of steel joist top chord extensions". *Journal of Constructional Steel Research*, (submitted).

CHAPITRE 5 ARTICLE 2: FINITE ELEMENT ANALYSIS OF FLEXURAL RESPONSE OF STEEL JOIST TOP CHORD EXTENSIONS

Manuscript submitted for review and possible publication in the

Journal of Constructional Steel Research

Michel-Ange Assily Alegre [a,*] and Robert Tremblay [a]

[a] Department of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montreal, P.O. Box 6079, Station Centre-Ville, Montréal (Québec), Canada, H3C 3A7

E-mail addresses (* Corresponding author) : michel-ange.assily-alegre@polymtl.ca, robert.tremblay@polymtl.ca

5.1 ABSTRACT

This article describes the development of numerical finite element models to reproduce the flexural response of cantilevered top chord extensions of open web steel joists. The material properties were obtained from preliminary finite element analyses performed to reproduce the results from ancillary 4-point bending tests and tensile tests conducted on samples of the steel shape used to fabricate the joist top chord extensions. Detailed numerical models were then developed for each of the 13 test specimens considered in the test program. The specimens studied have different cross-sections and restraint conditions. Residual stresses and geometric imperfections were included in the models. To improve the correlation with test results, the models were modified to also include the load distribution system that was used in the experimental program. The models were refined and enhanced further until excellent correspondence could be achieved between observed and numerically predicted ultimate strength, failure mechanisms and moment-deflection curves. The finite element analyses permitted to better understand the response of the test specimens and identify key parameters influencing the flexural response of joist top chord extensions. Among the parameters investigated, the restraint provided by the steel deck panels and proper location of the spacers in built-up extension members were found to positively impact the flexural capacity of the top chord extensions.

Keywords: Cantilever; Finite element method; Material characterization; Steel joists; Top chord extension.

5.2 INTRODUCTION

In building structures, the top chord of open web steel joists can be extended beyond the edge beam supporting the steel joist bearing seat to easily create overhang roof shelters along the exterior walls of cantilevered walkways or cantilevered floor areas. As shown in Figure 5-1, various cross-sections can be used for the extensions. For short or lightly loaded cantilevers, the extension can be simply obtained by extending the back-to-back angles (ultimate forming the steel joist top chord. For more sever conditions, the extension can be built using a single C shape (C), C shapes arranged back-to-back (2C), or single C shapes with an angle also placed back-to-back (LC). In these cases, the extensions would start at the first panel point of the joist to ensure proper anchorage against overturning moments. Typically, the supported steel deck panels are connected to the top flange of the extension to provide continuous lateral bracing at that level. In roof applications, point bracing can also be provided at the tip of the extension bottom flange by means of a continuous edge angle.

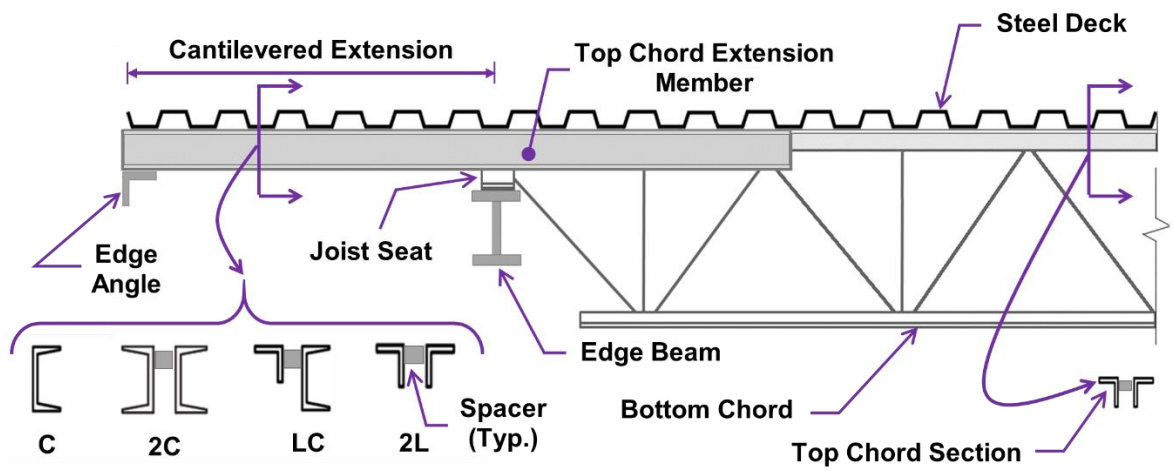


Figure 5-1: Extension of the top chord members of open web steel joists.

Numerous studies have been conducted on cantilever doubly-symmetric or mono-symmetric I-shaped beams commonly used in structures, which permitted to propose expressions that can be used in design to predict their flexural capacities [1-3]. No such comprehensive study has been

performed yet for steel joist top chord extensions, therefore no method has been proposed yet to predict the flexural resistance of top chord extensions having different cross-sections, seat depths, lateral bracing conditions, back-span flexibility effects, that accounts for yielding, lateral-torsional buckling, local buckling, distortional buckling, or web crippling failure modes. It is therefore customary to use conservative approaches whose level of reliability cannot be quantified, and which may lead to non-economical solutions.

In the last decades, advanced nonlinear finite element analysis has become an effective and reliable tool for predicting the ultimate capacity of flexural members, as limited by instability failure modes for various loading and restraint conditions, and develop expressions that can be used for design. [4-9]. The FEA method can account for geometric and material nonlinearities, including the effects of residual stresses and geometric imperfections. Finite element analysis can also provide elastic buckling solutions that can be used in the direct strength design methods for design as prescribed in design standards [10].

Prior to using finite element analysis for new applications, the models must first be validated and calibrated against realistic test data. In this article, nonlinear finite element models are developed to reproduce the flexural response of steel joist top chord extensions that was obtained from a comprehensive experimental program that was performed in a previous phase of this research project [11]. The experimental program included a total of 14 tests that were performed on full-scale steel joist specimens with top chord extensions. The variables examined included the type and size of the members' cross-sections and lateral bracing conditions. In all tests, the specimens comprised a 9 m long, simply supported steel joists built with a 2.5 m long cantilevered top chord extension. For each test, service load was applied on the 9 m steel joist and the extension was then subjected to a uniformly distributed load that was gradually increased up to ultimate capacity. For all specimens, the tests were pursued in the post-peak range using a displacement-control strategy. The test program included the tests on the top chord extension specimens as well as ancillary tests to characterize the material properties of the steel shapes used in the fabrication of extension specimens. The properties and test results for each specimen are presented in Table 5-1, including the specimen ID, the lateral bracing conditions, the ultimate moment capacity, $M_{\mathrm{ult,exp}}$, the tip vertical deflection at ultimate load, Δ_{ult}, the cross-section plastic flexural strength, M_{p}, and the ratio $M_{\mathrm{ult,exp}}/M_{\mathrm{p}}$.

Table 5-1 Description of the test specimens and measured flexural capacities.

Specimen ID	Cross-Section	Lateral Restraint[4]	$M_{ult,exp}$ (kN-m)	$\Delta_{ult,exp}$ (mm)	M_p (kN-m)	M_{ult}/M_p
J1	C100x8	F	13.3	127	14.7	0.91
J2-2	C100x8	T	16.6	302	14.7	1.13
J280	C100x8+L54x54x5	T	20.9	256	19.7	1.06
J11[1]	2-C100x8	T	> 40.6	560	29.4	-
J4	C200x17	F	45.2	85	57.0	0.79
J5-1	C200x17	T	57.7	101	57.0	1.01
J5-2[2]	C200x17	T	55.6	90	57.0	0.98
J6	C200x17	TB	59.7	110	57.0	1.05
J281	C200x17+L64x64x6	F	71.1	145	71.9	0.99
J282-1	C200x17+L64x64x6	T	76.6	184	71.9	1.07
J282-2	C200x17+L64x64x6	T	71.1	148	71.9	0.99
J283	C200x17+L64x64x6	TB	73.6	184	71.9	1.02
J205[3]	2-C200x17	T	139	275	129.5	1.07
J252[3]	2-L76x76x8	F	19.3	373	17.5	1.10

1. Test halted before reaching the ultimate load because the deflection exceeded the limits of the test setup.
2. Test halted after premature failure of the metal steel deck panel connectors.
3. Part of the applied load was temporarily resisted by the test setup; the problem was corrected shortly after noticing it.
4. F (free) = no lateral support; T = continuous lateral bracing at the top flange; TB = T with additional point bracing at the tip of the bottom flange.

The first section of the article describes the characterization of the steel material used in the test specimens, which was done by reproducing the results from the tensile and 4-point bending ancillary tests using nonlinear finite element simulations. The subsequent section presents the finite element analysis of the top chord extension tests. A first series of models were developed that

included the steel joist-top chord extension assemblies of each specimen. included in these models, residual stresses and initial imperfections in the extension part were considered. The failure modes, the ultimate flexural capacities, and the moment-deformation responses from the simulations are compared to those obtained from the tests. The initial models were then expanded to include the beam supporting the joist bearing seats as well as the load distributing system that were used in the test program. The effects of these components are presented and discussed. In the last section of the article, the expanded models are used to reproduce the flexural response of the test specimens. For each specimen, the models were refined further to include specific details pertinent to each of the test specimens.

5.3 MATERIAL CHARACTERIZATION

In the test program, monotonic tensile tests were performed on the angle specimens and 4-point bending tests were carried out on C shape specimens. Thereafter detailed analyses were conducted with the finite element analysis program Abaqus [12] to determine the material properties required to reproduce the entire response of the specimens.

5.3.1 Tensile tests on angles

5.3.1.1 Finite elements modelling

The angle tensile test specimens were modelled using, twenty-node quadratic brick C3D20R elements with reduced integration, with structured meshing of 5 mm element size. At each end of the specimens, boundary conditions were assigned to the 4 surfaces defined by the two faces of the two legs to reproduce the action of the load frame grips and allow the axial elongation of the specimen as well as Poisson’s effect into the grips (Figure 5-2a). The two exterior surfaces were blocked in U1 and U2. The interior surface perpendicular to U1 translation axe was blocked in U2 and vice versa for the other remaining interior surface. At the fixed end (bottom left in Figure 5-2), a "Beam" type Multi-Point-Constraint linked the clamped region to a Reference Point (RP) for which translation U3 was blocked. The reaction at the reference point RP was used as the axial load carried by the specimen. (Figure 5-2b). Axial load was applied by imposing a gradually

increasing axial displacement through a General Static Analysis to the clamped surfaces at the opposite end of the specimen (Figure 5-2c).

This research only examines the flexural response of top chord extensions under monotonic loading conditions, and a simple steel material model was used that could reproduce the measured yielding and strain hardening responses. An isotropic material with steel elastic properties (E = 200000 MPa, ν = 0.3) was selected. Inelastic response was defined by specifying true stress-strain data points generated from an engineering stress-strain curve exhibiting a yield plateau at a stress F_y up to a strain ε_{sh}, followed by a strain hardening region in which the stress gradually increased following an exponential relationship up to the ultimate tensile stress F_u at a strain ε_u. Values for F_y, ε_{sh}, F_u, and ε_u were adjusted in the FE model until good correlation could be achieved between angle test data and the FE predictions. The same material properties were assigned for all elements of the model and no residual stresses were included at this stage.

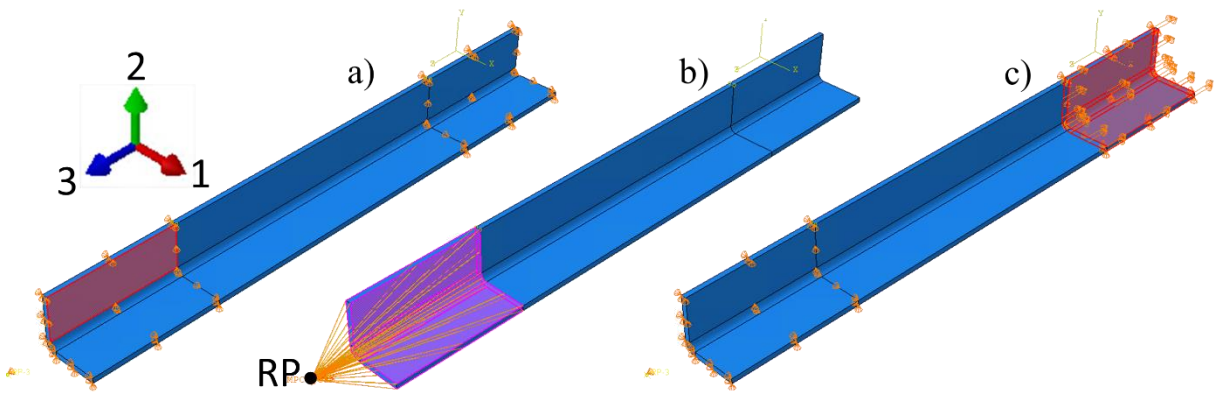


Figure 5-2: FE modelling of the angle tensile tests: a) Boundary conditions simulating grip actions; b) Reference point (RP) fixed along U3 at one end; and c) Displacement U3 imposed to the clamped surfaces at the opposite end.

5.3.1.2 Results

During the tests, all angles exhibited a similar behaviour, elastic response, followed by a yield plateau, strain hardening, necking of the cross-section, and, finally, rupture in tension in the reduced cross-section region. The selected values of F_y, ε_{sh}, F_u, and ε_u for the finite element models used for each angle size are given in

Table 5-2. As shown in Figure 5-3 and 5.4, the finite element models could reproduce very well the observed inelastic response obtained from the tests. In the case of the L64x64x6 cold-formed

angles, two different set of properties were required to achieve good correlation. It is also noted that the hot-rolled L76x76x8 angles displayed a different response with a more defined yield plateau and more pronounced strain hardening compared to the cold-formed angles.

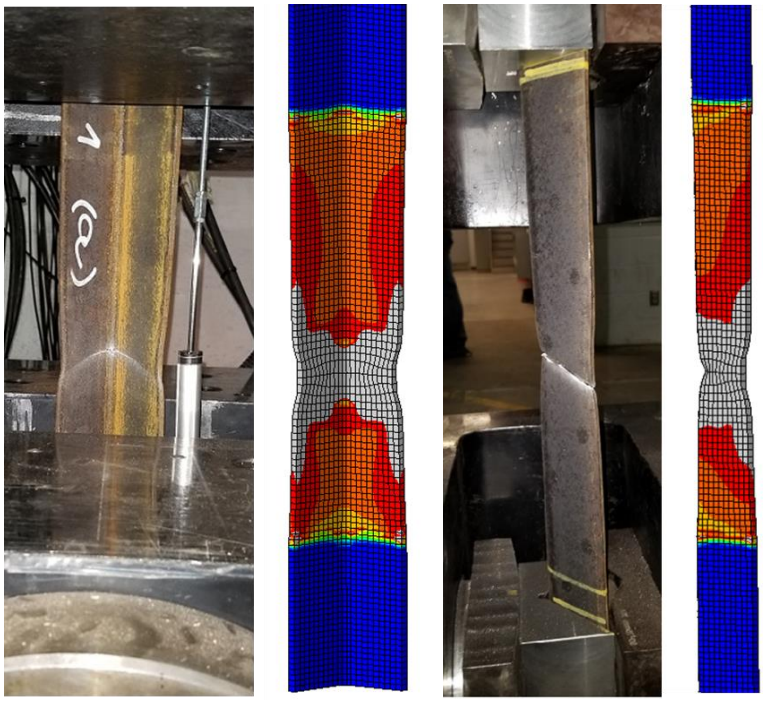


Figure 5-3: Necking and fracture of the L64x64x6.4 angle specimens in the test and from FE analysis.

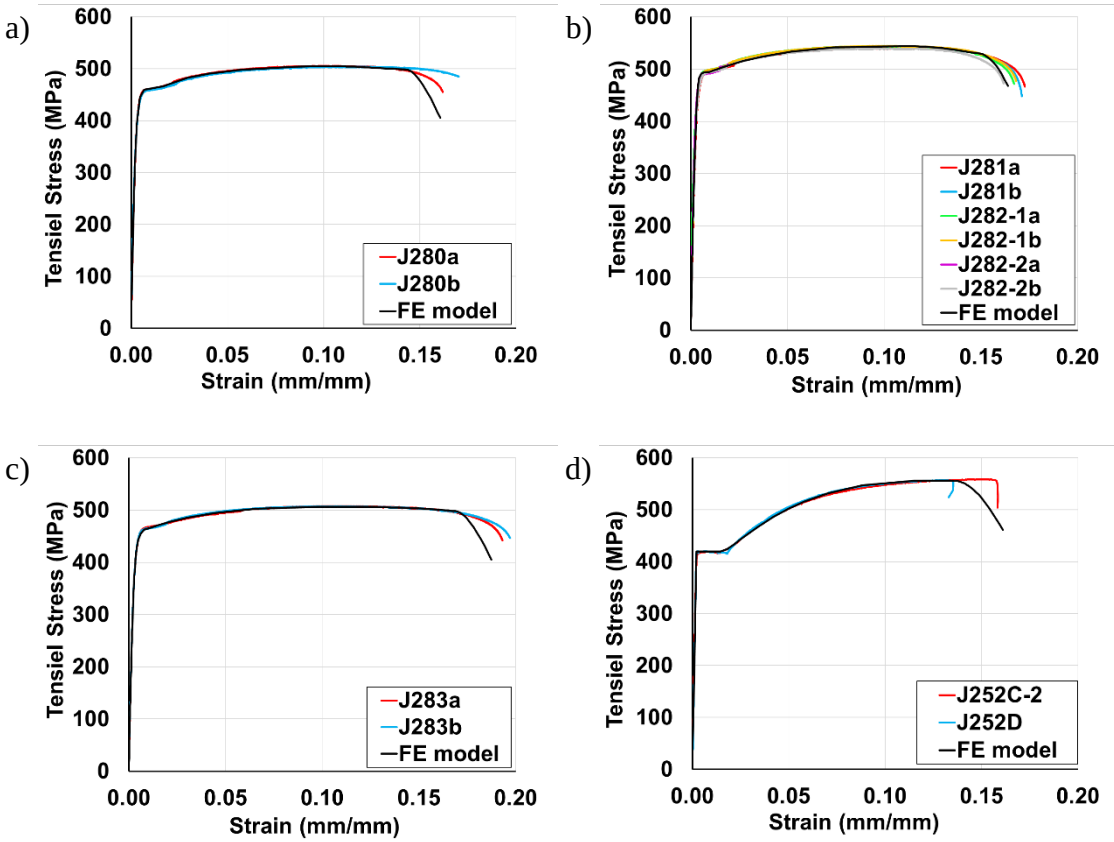


Figure 5-4: Stress-strain response of tensile tests on angle specimens vs Finite element models results: a) L54x54x5 angles; b) L64x64x6 angles (group 1); c) L64x64x6 angles (group 2); and d) L76x76x8 angles.

Table 5-2 Selected material properties for the finite element modelling of the angles.

Angle Section	Extension Specimen IDs	F_y (MPa)	ε_{sh} ( )	F_u (MPa)	ε_u ( )
L54x54x5	J280	448	0.021	502	0.12
L64x64x6	J281, J282	487	0.014	534	0.11
L64x64x6	J283	457	0.010	497	0.11
L76x76x8	J252	419	0.020	555	0.13

5.3.2 Four-point bending tests on the C-shapes

5.3.2.1 Finite elements modelling

Four-point bending tests were performed to determine the material properties for the C shapes. The specimens were built with two C's arranged in a back-to-back configuration with zero clear distance between them to avoid LTB failure in the tests. The setup used is illustrated in Figure 5-5. The moment between loading point *vs* vertical deflection at the loading point response was measured during the tests. As was the case for the angles, the material properties for the C shapes were determined by reproducing the test results suing a finite element model.

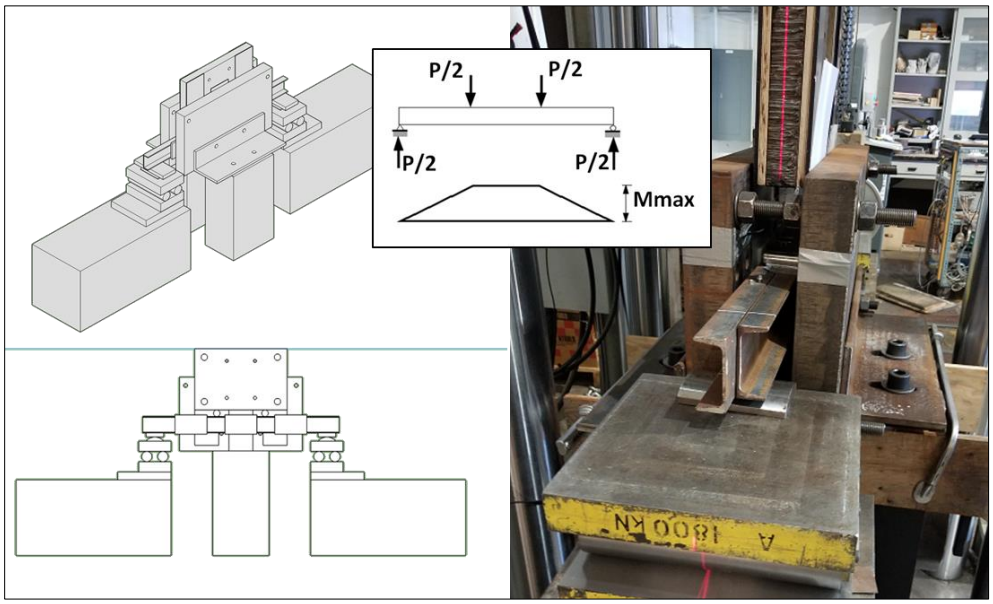


Figure 5-5: Four-point bending test assembly for material characterization of the C200x17 shapes.

The model was constructed using C3D20R finite elements with structured meshing of 10 mm element size, except for two portions of the member length under the loading points where 5 mm element size was used in anticipation of localized yielding and local buckling due to flexure and bearing stresses (see Figure 5-6). The two rollers used to apply the vertical loads were modeled with C3D15 finite elements, which are 15-node quadratic triangular prism elements, with sweep meshing of 10 mm element size.

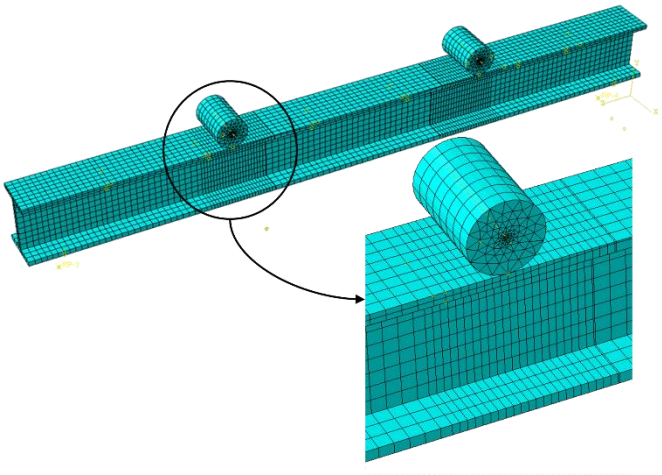


Figure 5-6: 3D Solid meshing used for 2-C100 back-to-back C shapes model.

In the analyses, vertical loading was applied by imposing a gradually increasing vertical displacement to the 2 rollers In the models, « Surface-to-surface contact » interaction was assigned between the outer surface of the rollers and the upper surface of the C shape top flanges around the roller regions (see (A) in Figure 5-7). To model the two end supports, all degrees of freedom (DOFs) of the nodes of he surfaces under the C shape's bottom flanges corresponding to the region of contact between the specimens and the roller supports were connected by Multi-Point-Constraints type "Tie" to two reference points (RP) (see (B) in Figure 5-7). One RP was assigned boundary conditions for a pinned support whereas the other RP was considered as a roller. The vertical reactions at these two RPs were used to obtain the total load applied on the specimens. The top and bottom flanges of the two C shapes were laterally restrained along their edges in the middle region where lateral restraint made of thick steel plates with PTFE interface were used in the test setup (see (C) in Figure 5-7).

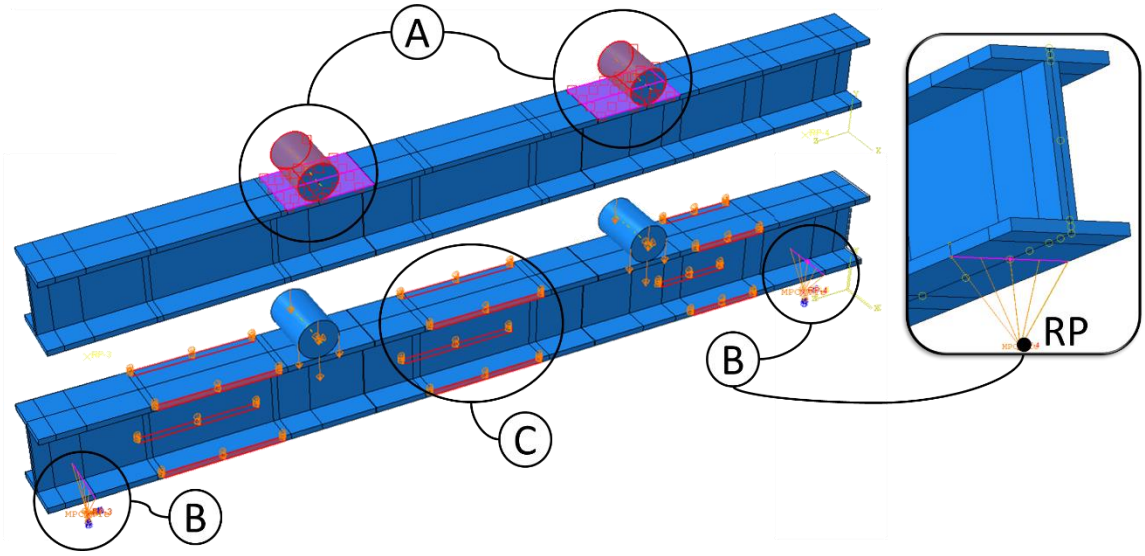


Figure 5-7: Modelling contact and boundary conditions for the 4-point bending tests on C shapes: (A) Surface-to-surface contact between the rollers and the specimen; (B) MPC Tie link between the support lines and two reference points; (C) Laterally restrained portion of the C shape top and bottom flanges.

"Surface-to-surface" contact interaction was also assigned between the outer web surfaces of the two C shapes. In the model of the two C100x8 shapes, this interaction was assigned over the full length of the specimen. For the model with the C200x17 shapes, surface-to-surface interaction was limited to the critical regions below the two loading points (see (A) in Figure 5-8) to avoid convergence difficulties. At the two ends of the C200 beam model, a Tie Constraint linked all the DOFs of the two web nodes (see (B) in Figure 5-8) to reproduce the effects of the C-clamps that were used at these locations in the tests to avoid web crimpling.

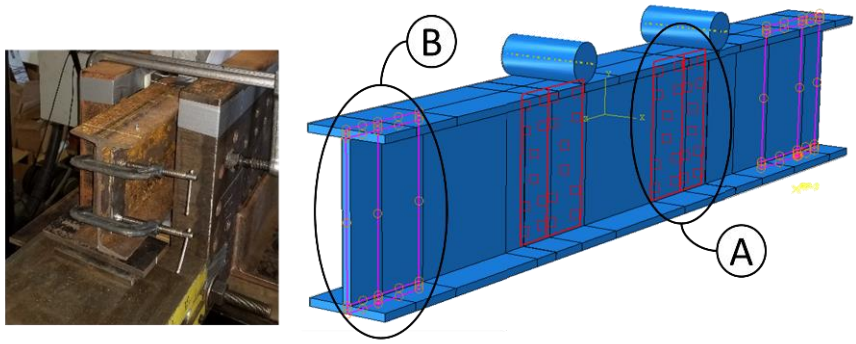


Figure 5-8: Constraints specified in the C200x17 model: (A) Surface-to-surface contact between the outer web surfaces of the C shapes; (B) Tie Constraint link between the nodes of the webs of the C shapes near end supports.

5.3.2.2 Modelling residual stresses and geometric imperfections C shapes

Unlike the hot-rolled angles, the load-deformation curves from the 4-point bending tests showed progressive yielding between initial elastic and strain hardening responses, without any well-defined yield plateau. This behaviour was attributed to the presence of residual stresses and those were included in the FE model used to determine material characteristics. In absence of standardized residual stress patterns for C shapes, measurements obtained for the C310x31 shape in [13] were adapted for the C100 and C200 shapes examined herein. The residual stress patterns adopted for the C shapes are shown in Figure 5-9. These residual stresses were introduced in the flange and web of the C models by means of thermal loads with amplitudes varying along the cross-section in proportion to the residual stress distribution using an appropriate isotropic thermal expansion coefficient. For this thermal load case, boundary conditions were assigned on all surfaces of the model to prevent expansion or contraction of the specimens, such that longitudinal stresses S33 could develop. The so-generated stress state was used an initial state prior to applying the vertical loading.

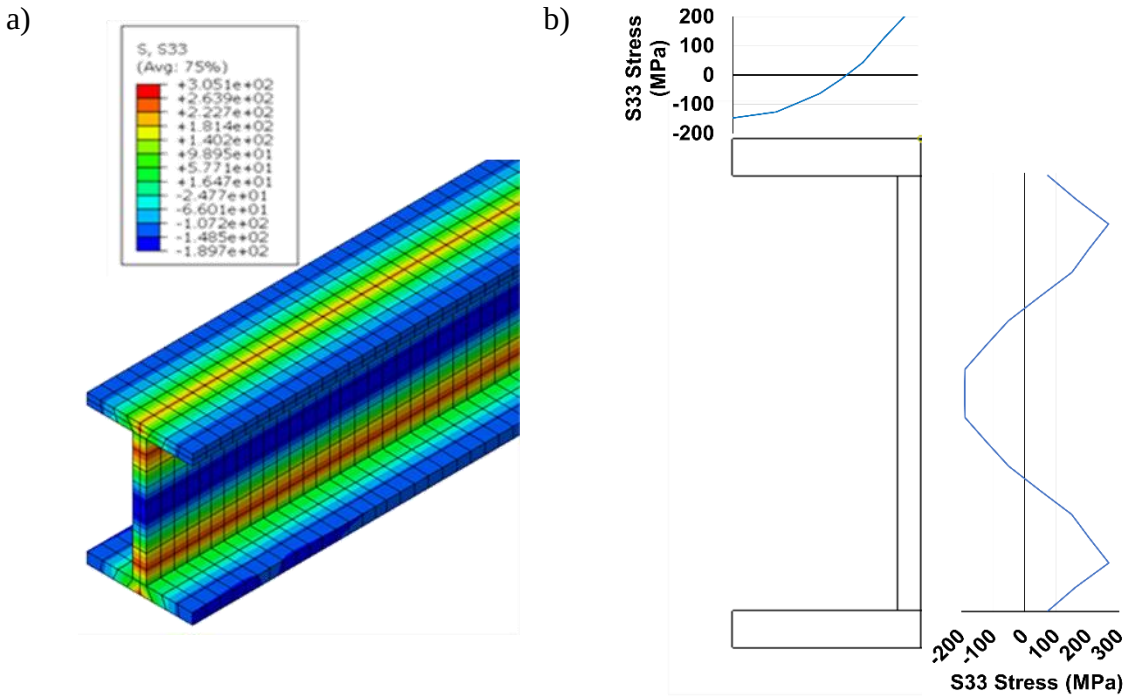


Figure 5-9: Residual stresses patterns adopted for the C shapes (C100x8 shown).

Realistic geometric imperfections had to be also included in the models to reproduce the flexural response measured in the 4-point bending tests. Since LTB of the specimens was prevented in the tests, only the imperfections associated to flange local buckling were introduced. Those were obtained from the first elastic buckling mode involving flange local buckling with an amplitude adjusted such that the maximum displacement was 1 mm.

5.3.2.3 Results

In the test program, 4-point bending tests were performed on specimens having different length. Only the tests on the 1000 mm long specimens were used to characterize the material properties. In Figure 5-10, the deformations and damage predicted by the FE model are compared to those observed at the end of the bending test on one of the C200x17 specimens. As shown, local flange buckling combined with web crippling developed under the loading points, a behaviour that was well reproduced with the FE model. Limited web crippling also developed at the end supports.

Figure 5-10: Comparison of the predicted and observed deformed shapes at the end of the bending test on the C200x17 shapes.

Prior to comparing FE and test load-deformation responses, the measured responses had to be corrected to eliminate the deformations that took place at the beginning of the test (horizontal shift) as the specimens set up, and remove the effects from elastic deformations that developed in other components of the test setup. The two corrections are schematically illustrated in Figure 5-11.

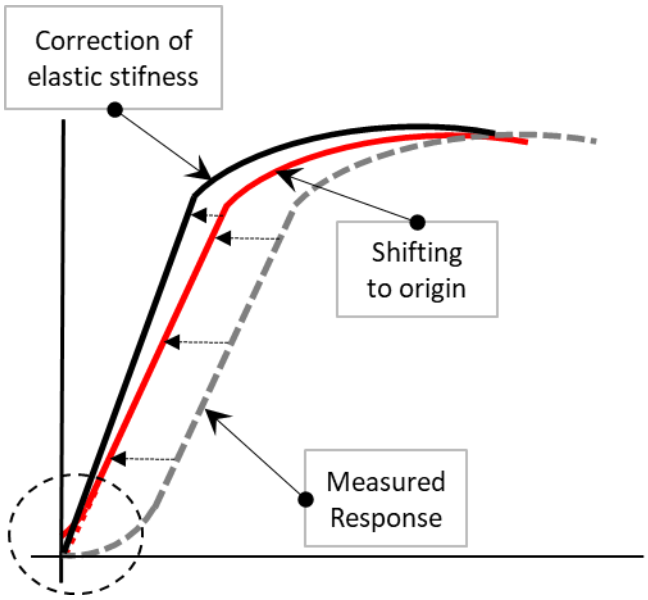


Figure 5-11: Illustration of the transformations made on the curves of the 4-point bending tests.

Five bending tests were performed on the C100x8 shapes. As shown in Figure 5-12a, very consistent measured responses were obtained from all these tests. The numerically predicted response is also plotted in the figure, as obtained with the material properties presented in Table 5-3. The results from the 6 bending tests on C200x17 specimens are presented in Figure 5-12b. As shown, larger variation was obtained in these tests. This was attributed to the short span-to-depth ratios for these specimens, which resulted in a more complex yielding and failure mechanism, compared to the simpler plastic hinge mechanism that was observed for the C100x8 specimens. As shown in Figure 5-13, distribution of yielding in compression and tension between the point loads is different from the stress distribution expected under pure flexure, which likely affected the flexural strength and stiffness of the specimens in the inelastic range.

In view of these results, it was decided to determine the material properties for the C200x17 shapes using the finite element models that were developed to reproduce the top chord extension tests on 5 specimens with C200x17 shapes. This work is presented in Sections 5.4.1 and 5.4.2. The material properties as obtained from this process are presented in Table 5-3 and discussed in Section 5.4.2.1. The finite element prediction of the 4-point bending test is therefore not shown in Figure 5-12b.

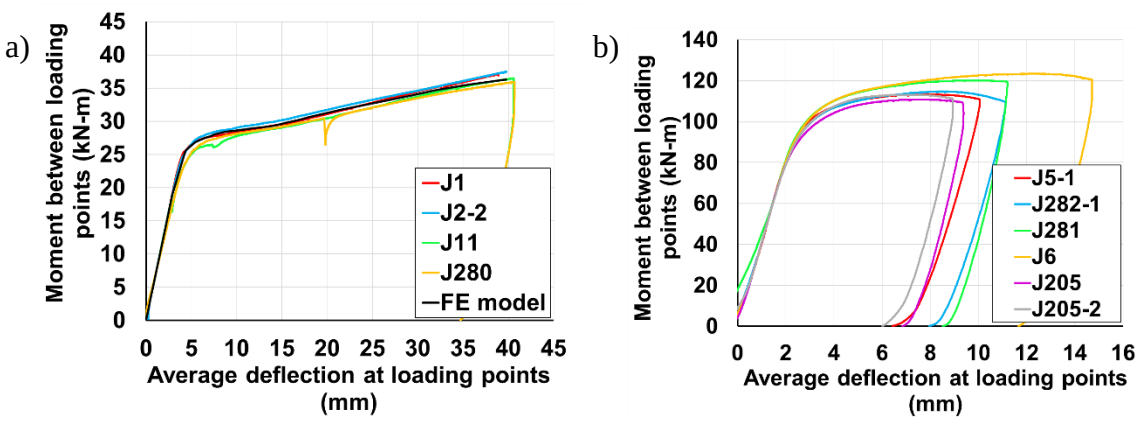


Figure 5-12: Measured and predicted moment-deflection responses for the 4-points bending tests: a) C100x8 shapes; b) C200x17 shapes (FE prediction not shown).

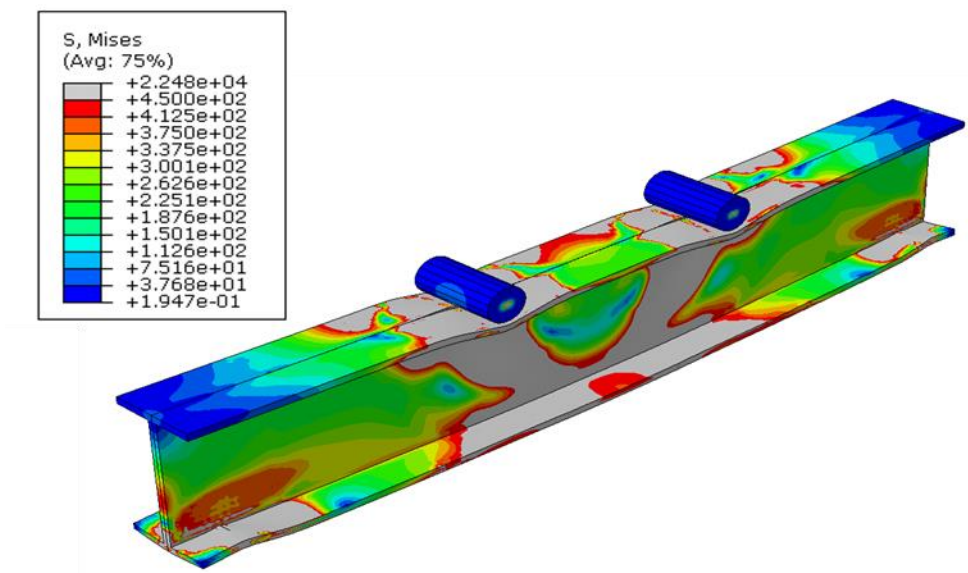


Figure 5-13: Von Mises stresses near ultimate load from the analysis of a 2-C200 model (grey areas = yielded zones).

Table 5-3 Final material properties used in the finite element models of the C shapes.

Angle Section	Extension Specimen IDs	F_y (MPa)	ε_{sh} ( )	F_u (MPa)	ε_u ( )
C100x8	J1, J2-2, J11, J280	400	0.009	590	0.07
C200x17[1]	J4, J5-1, J5-2, J6, J281, J282-1, J282-2, J283	370	0.002	500	0.07
C200x17[1]	J205	420	0.01	550	0.04

1. Obtained from FE simulation of the flexural test on top chord extensions (see Section 5.4.2.1)

5.4 FINITE ELEMENT SIMULATIONS OF THE TOP CHORD EXTENSION TESTS

This section presents the development of the finite element models that were used to reproduce the results from the tests performed on the top chord extensions. For all specimens, a basic model was first developed that include both the steel joist and the cantilevered top chord extension. These models were then expanded to include the beam supporting the joist bearing seat and the distributed load mechanism. For each of the specimens, the expanded model was refined to account for specific details.

5.4.1 Basic FE model of the steel joist-top chord extension assembly

A total of 12 different top chord extensions had to be modeled, but many basic elements were common to the steel joists to which the extensions were attached. The development of the basic model common to all extension cases is presented in this subsection.

5.3.3.1 Finite elements modelling and linking constraints used for the base model

The basic finite element model is illustrated in Figure 5-14. This figure shows the main components of the model, the boundary conditions, and the interaction constraints that were used between the various components.

The joist support (A) is modelled as a roller in the longitudinal direction (U1 = U2 = UR3 = 0). The web diagonal and vertical members (B) are two-node, three-dimensional, linear displacement T3D2 truss elements, with elastic steel material properties and cross-sectional areas corresponding to the test specimen designs. The top and bottom chords (C) were modelled with single two-node, linear B31 beam elements, with elastic steel material properties and customized cross-sectional area, principal moments of inertia I11 & I22, and St. Venant torsional constant *J* corresponding to the test specimen designs. Joist panel points (D) are pinned junctions between the truss and beam elements. The top chord extension C shapes and angles (E), including the first two top chord back-span panels and the spacers, are made of 5 mm 3D solid elements C3D20R with elastic-plastic steel

material properties as described in Section 5.3. At the junction between the top chord solid elements and beam elements, coupling is achieved by means of coupling constraints (F) involving all 6 DOFs. The end nodes of the web diagonal truss element were linked to the 3D solid spacers placed at the panel points by means of coupling constraints (G) of the translational DOFs. The joist bearing seat details (H) depends on the top chord extension cross-section. For top chord extensions that comprise single or 2-C back-to-back, the C shapes form the joist seat and their bottom flanges are fixed boundary conditions over the width of the top flange (203 mm) of the W250x58 supporting beam. For the specimens with double angle top chord extensions, as shown in Figure 5-14, a standard, 100 mm deep joist seat was used. That seat was modeled using inverted angles built with 3D solid elements and their 102 mm x 51 mm x 5 mm horizontal legs had fixed boundary conditions. A Tie Constraint (I) linking the chord extension to the seat angle simulated the weld between those two elements in the test specimens. For all top chord extensions made of two steel shapes, the two shapes were connected by 50 mm x 25 mm x 25 mm cuboids used as spacers and modelled with 3D solid elements with elastic-plastic steel material properties that were linked to the two shapes of the extension by Tie Constraints (J).

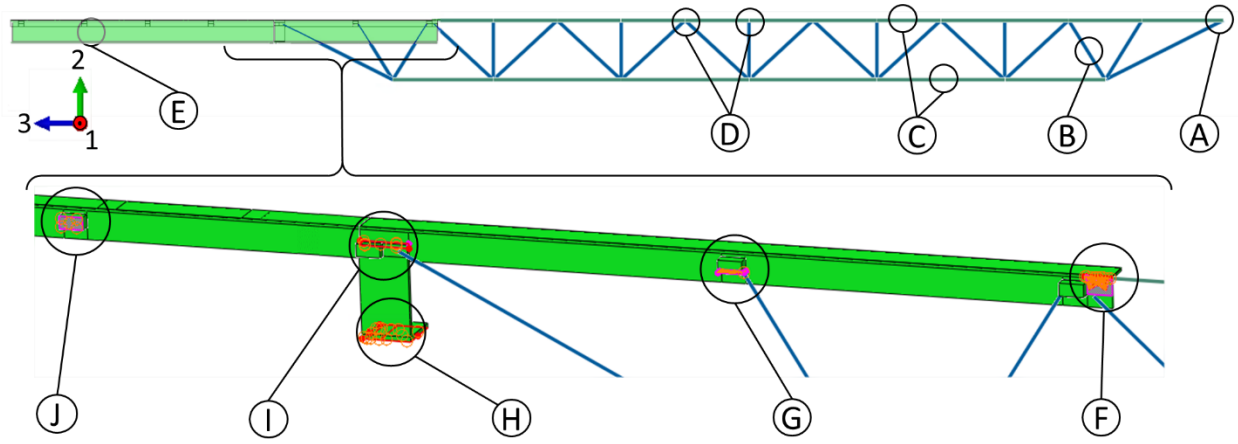


Figure 5-14: Components of the base finite element model and its linking constraints (2L54x54x5 top chord extension specimen shown).

5.3.3.2 Modelling of the lateral restraint conditions

In the simply supported joist back-span, lateral bracing with infinite stiffness was assigned at the joist bottom chord at every location where X-bridging members were located in the test specimens.

The joist top chord was continuously laterally supported over the full joist span to reproduce the lateral bracing provided by the steel deck panels.

The cantilever top chord extension represents the area of greatest interest in this research and care was taken to realistically reproduce the lateral bracing conditions present in the test setup while keeping the model as simple as possible for computational efficiency. A continuous and infinitely rigid lateral restraint could have been used to model the restraint offered by the steel deck panels connected at every 305 mm to the top flange of the chord extensions. Prior to using such a simple approach, a 2-phase validation was performed to compare various methods of simulating this lateral restraint. In the first phase, the influence of lateral bracing condition on elastic buckling loads was investigated. In the second phase, effects of lateral bracing conditions on the flexural strength of the extension members was examined. In the first phase, the case of top chord extensions made of a single C shape subjected to a uniformly distributed load was examined, as it represents the most critical one in terms of lateral torsional buckling. The C shape was modelled with 8-node, quadratic S8R shell elements with reduced integration with a size of 10 mm. Three C shapes were examined: C100x8, C150x12, and C200x17. For each shape, three different lengths were considered: 800, 1600, and 3000 mm, as well as four different restraint conditions for the upper fiber of the C shape web: F = no lateral restraint; P-R = infinitely stiff point lateral restraints at 300 mm apart; C-R = infinitely stiff continuous lateral restraint, and P-S = flexible point lateral bracing spaced 300 mm apart. The latter condition aimed at more realistically reproducing the stiffness of the lateral bracing as provided by in-plane diaphragm formed by the steel deck panels connected to the top flange of the top chord extensions. In the model, this was achieved by adding a beam parallel to the C shape that was linked to the C-shapes by means of elastic springs spaced 300 mm o/c. The springs were assigned a stiffness k = 23.31 kN/mm that corresponds to the shear flexibility, S_f, of #12 screws connecting an 0.76 mm thick steel sheets to a supporting steel member, as obtained from Cl. D5.2.2 of the AISI S310-16 standard [14]. In the model, the added beam member acted as a horizontal cantilever beam having an infinite flexural stiffness and a shear stiffness adjusted to simulate a shear diaphragm stiffness *G*' of 1.9 kN/mm. That value of *G'* was obtained for a roof diaphragm built with 38 mm deep x 914 mm wide trapezoidal steel deck panels made of 0.76 mm thick steel with support connections placed on a 914/4 support connection pattern and side-lap screw connectors at 900 mm o/c. This value represents a lower bound shear stiffness for steel deck panels providing lateral bracing of top chord extensions in practice, with the purpose of assessing the

maximum error that can be made when using C-R restraint condition in an FE model to represent lateral bracing provided by a steel deck diaphragm.

Figure 5-15 illustrates the 3 lateral restraint conditions for the 800 mm long extensions.

Table 5-4 presents the critical lateral torsional buckling loads (w_{cre}) and critical loads associated to local buckling (w_{crl}) obtained from elastic buckling analyses of the C150x12 extensions. In the table, the ratio of the buckling loads with respect to those obtained for the P-S case are also given, P-S being the case closest to reality. Except for the extensions without top flange lateral bracing (F), the w_{cre} ratios for this C150 shape with P-R and C-R lateral bracing conditions are all within 5% of the critical loads obtained for the P-S condition. If only conditions C-R and P-S are compared for the C100x8 and C200x17 cross-sections, the average critical load ratios are equal to 1.02 (C100x8) and 1.00 (C200x17) for LTB, and 0.99 (C100x8) and 1.00 (C200x17) for local buckling.

In the second phase of the validation, the flexural strength of the 800 and 3000 mm long C150x12 and C200x17 members were determined for the lateral restraint conditions C-R and P-S. The results are shown in

Table 5-5. The average ratio between the C-R and P-S conditions is 1.00 with a minimum of 1.00 and a maximum of 1.01.

The differences between the elastic buckling loads and ultimate flexural capacities obtained with the C-R and P-S lateral bracing models in this two-phase validation are very small, which suggests that top flange lateral bracing of joist top chord extensions as provided by a steel deck diaphragm can be simply modelled with an infinitely stiff continuous restraint (C-R) condition in finite element simulations.

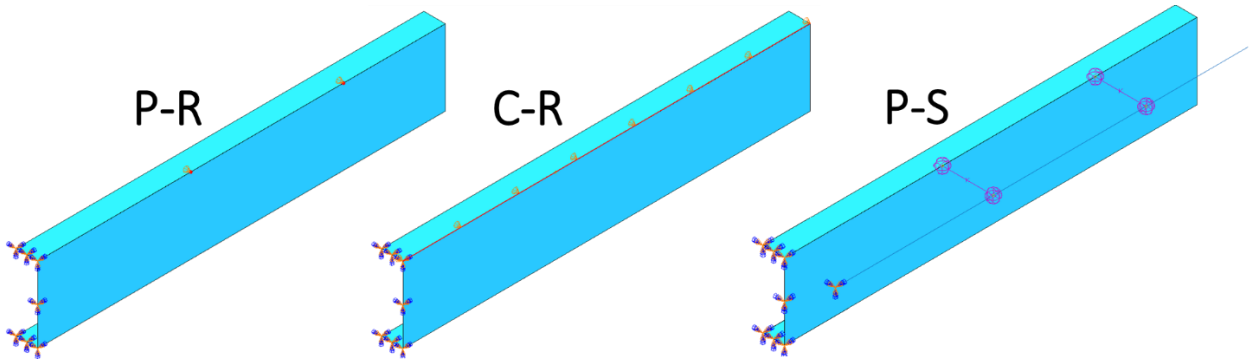


Figure 5-15: Lateral restraint conditions considered in the validation study (800 mm long extensions shown).

Table 5-4 Elastic buckling loads and critical load ratios for the C150x12 top chord extension.

Cross-section	Length (mm)	Type of lat. restraint	w_{cre} value (kN/m)	w_{cre} ratio	w_{crl} value (kN/m)	w_{crl} ratio
C150x12	800	F	193	0.52	1103	1.23
C150x12	800	P-R	383	1.03	904	1.01
C150x12	800	C-R	387	1.05	910	1.02
C150x12	800	P-S	370	1.00	894	1.00
C150x12	1600	F	28.4	0.53	308	1.17
C150x12	1600	P-R	54.0	1.00	264	1.01
C150x12	1600	C-R	54.0	1.00	266	1.01
C150x12	1600	P-S	53.8	1.00	262	1.00
C150x12	3000	F	4.75	0.53	81.6	0.99
C150x12	3000	P-R	9.05	1.00	82.4	1.00
C150x12	3000	C-R	9.06	1.00	82.5	1.00
C150x12	3000	P-S	9.04	1.00	82.4	1.00

Table 5-5 Ultimate loads and ultimate load ratios of the C150x12 and C200x17 extension members.

Cross-section	Length (mm)	Type of lat. restraint	w_{ult} value (kN/m)	w_{ult} ratio
C150x12	800	C-R	109	1.003
C150x12	800	P-S	109	1.000
C150x12	3000	C-R	6.16	1.002
C150x12	3000	P-S	6.15	1.000
C200x17	800	C-R	193	1.007
C200x17	800	P-S	191	1.000
C200x17	3000	C-R	10.8	1.002
C200x17	3000	P-S	10.8	1.000

5.3.3.3 Residual stresses used in the basic finite element models

As mentioned earlier, the flexural response of joist top chord extensions made of double hot rolled angles, single or double C shapes, or single C shapes reinforced with a cold-formed angle had to be numerically investigated in this research. In the models, consideration of the residual stresses was accomplished differently depending on the steel shapes.

For the hot-rolled C's, the residual stress patterns adapted from [13] were used, as described in Section 5.3.2.2. For the hot rolled angles, several studies suggested that residual stress effects on axial compressive strength are negligible under certain loading conditions. Their influence can be significant for concentrically loaded angles but marginal (less than 5%) for angles under eccentrically applied compression loaded [15]. In [16], numerical simulations with and without residual stresses of hot rolled angles showed that their effects could be minimal and could result in an increase or a decrease in capacity. Dinis *et al*. [17] showed that residual stresses could reduce the capacity of hot-rolled angles by only 3 to 4.7%. In this study, only the J252 extension specimen is made of two hot rolled angles arranged in a back-to-back configuration. For this specimen, the residual stress pattern shown in Figure 5-16 was applied to the two angles. As shown, maximum residual stresses in tension and compression are equal to 0.3 F_y, which is consistent with peak

values generally adopted in codes and standards, such as the AISC 360 Specification [18], and similar numerical investigations.

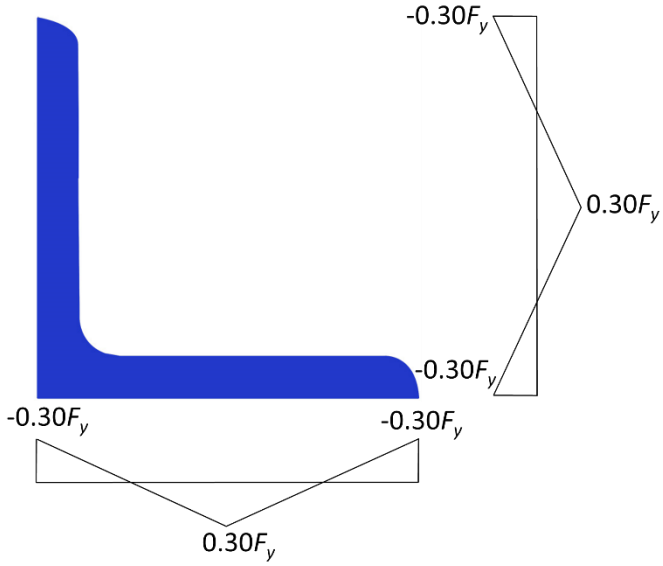


Figure 5-16: Residual stress distribution of hot rolled equal angle section.

For the cold-rolled angles, the forming process induces residual stresses that vary across the angle thickness and can have highly irregular and non-standardized distributions and amplitudes over the cross-section [19]. It is therefore difficult to define a realistic residual stress pattern for a specific angle unless the forming process is properly replicated through nonlinear finite element simulations. In past numerical studies on cold-formed angles such as the work by Dinis and Camotim [20], the authors have chosen to ignore residual in their finite element models. On this basis, and considering that the angles in the top chord extension specimens serve essentially as a reinforcement for the single C shape that contributes most to the extension flexural strength, it was decided not to integrate residual stresses for the cold formed angles in the extension FE models.

5.3.3.4 Initial imperfections

In preliminary analysis with the basic FE models, it was observed that deformations experienced by the steel joist in the back-span when the service gravity load was applied in the first loading step, induced deformations of the cantilevered top chord extensions. These deformations

constituted initial geometric defects for the extension that were present at the beginning of the subsequent loading step when increasing vertical load was gradually applied to the extension. In all cases, these initial defects were within the applicable manufacturing tolerances specified for open web steel joist members. In addition, 9 of the 12 extension specimens were built of a single C shape, with or without a reinforcement angle. In both cases, this resulted in a non-symmetrical cross-section with respect to the vertical loading axis, and the eccentricity between the point of application of the vertical load and the shear center of the cross-section for these extensions also represented in itself an initial imperfection. For these specimens, it was therefore decided not to include additional initial out-of-straightness for the top chord extension in the FE model as the inherent geometric defects and eccentricity were deemed sufficient to trigger potential instability failure mechanisms upon flexure. For the two top chord extensions specimens with a doubly-symmetric cross-sections made of 2 C shapes back-to-back, a geometric out-of-straightness was introduced by applying a small transverse load at the tip of the top chord extension bottom flange to create an initial lateral displacement of 5 mm, i.e. a sweep of L/500 which corresponds to the manufacturing tolerance specified for open web steel joist members in the CSA S16-14 standard [21].

5.3.3.5 Preliminary analysis using the basic FE models

In this first series of analyses, a uniformly distributed vertical load with gradually increasing amplitude was applied on the top chord extension through a static analysis using the Riks arc length method. In all cases, convergence could be achieved in the analyses and ultimate flexural strength values could be obtained for all test specimens. Good correlation was obtained, on average, between the predicted and measured flexural capacities with a mean predicted-to-test ratio of 1.02. However, the ratios varied from 0.78 to 1.25, with a standard deviation of 0.14.

An example of predicted *vs* measured moment-deflection responses is presented in Figure 5-17. In the figure, the vertical axis is the moment computed at the center of the joist bearing seat and the vertical tip deflection, Δ, is normalized with respect to the length of the cantilever (L = 2500 mm). As shown, excellent correspondence is observed in the linear elastic range. The two responses then start to deviate from each other after initiation of nonlinear behaviour with the test specimen exhibiting more progressive softening up to ultimate capacity compared to the FE analysis that

predicted a steadily increasing resistance up to the peak value. Numerical and test peak resistances are vey close with a difference of less than 1%. Post-peak responses also differ as the analysis predicted a more pronounced strength degradation compared to what was observed in the test. Similar discrepancies between predicted and measured moment-deflection responses were obtained for the other specimens, suggesting that the basic FE model required adjustments to more accurately reproduce the experimentally obtained behaviour. The modifications made to the basic model are described in the next section.

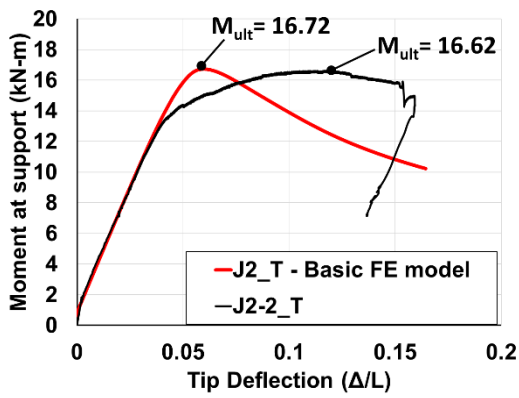


Figure 5-17: Comparison between predicted and measured moment vs tip deflection responses for Specimen J2-2 with a single C100x8 top chord extension.

5.4.2 Modifications to the basic finite element models

Two main modifications were made to all basic models as an attempt to improve the numerical predictions: addition of the edge beam supporting the joist bearing seats and explicit modelling of the load distributing system. Additional refinements to each test specimen model were then implemented to more closely account for specific details that could affect the extension responses.

5.3.1.1 Common modifications to the basic finite element model

The first modification consisted in adding the W250x58 beam that was used in the test setup to simulate an edge beam supporting the steel joist at the fixed end of the top chord extension [11]. Figure 5-18 illustrates the supporting beam as implemented in the model, including the restraint conditions and the different linking interactions with other elements of the model. The main motivation for including this component in the model was to account for the flexibility of the

supporting beam web which allowed some rotation of the joist bearing shoe, a behaviour that was not accounted for in the basic model. The beam was modelled with 3D solid elements which were assigned elastic steel material properties. As shown in the figure, the beam in the tests was supported on three steel columns and this bearing condition was replicated in the model by means of three bearing areas (B) for which rigid embedment was specified. Boundary conditions (C) were assigned at both ends of the beam top flange to reproduce the horizontal restraint along the joist longitudinal axis that was provided by the two edge steel joists of the back-span structural system. These boundary conditions assigned to surfaces C also prevented twisting of the supporting beam at its two ends. To ease convergence and minimize computational time, the joist bearing seats were linked to the beam top flange using tie constraints (D).

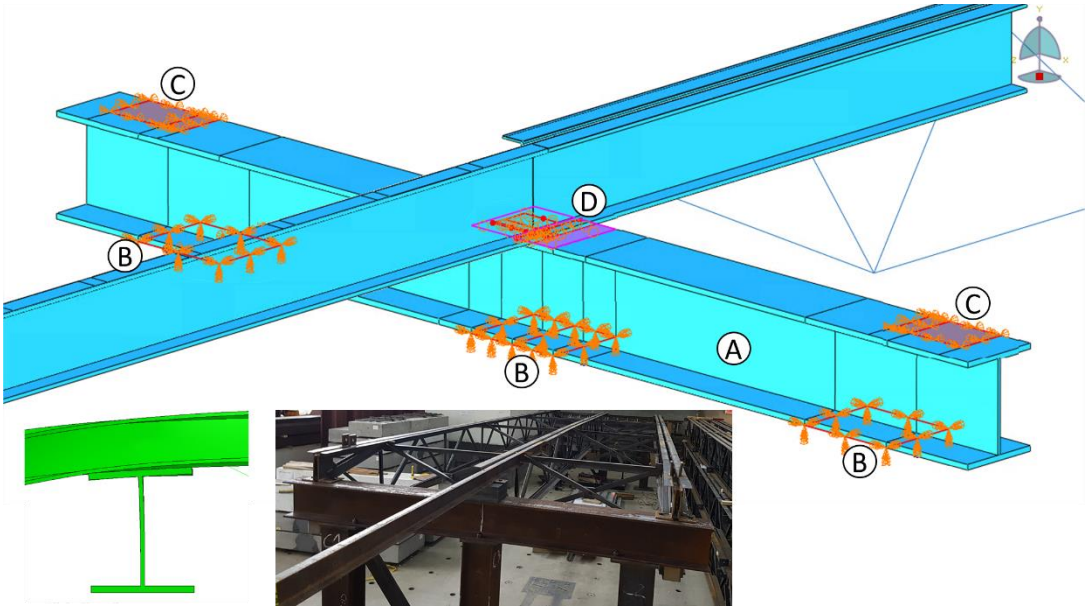


Figure 5-18: W-beam support added to the FE model.

The second modification to the model was the addition of the loading system that was used in the tests to apply a vertical uniformly distributed load to the top chord extension specimens. In the basic model, the vertical load was applied along the intersection of the web and top flange of the C shapes or along the heel of the angles forming the top chord extension. For top chord extensions made with two steel shapes (2C, C+L or 2L), this approach raised an issue on the distribution of the vertical load between the two steel shapes. In addition, no load was applied at along the edge of the top flange opposite to the web for the C shapes, nor at the tip of the horizonal leg for the angles, as opposed to the condition that existed in the laboratory because the gravity load was in

fact applied to the steel deck panels sitting on the top flange of the top chord extension, as described in [11]. The loading system used in the tests included HSS beam members and threaded rods with custom-made rocking nuts, arranged in an inverted pyramidal configuration, to evenly distribute at two series of 8 point loads located on the steel deck panels, on either side of the top chord extension. A point vertical load imposed by the 12 MN load frame of the structural laboratory was applied in a displacement-control mode at the bottom end of the loading system. Figure 5-19 illustrates the addition of this loading system to the FE model. The model includes B31 elastic beam elements to simulate the horizontal HSS beams (A) loaded in bending, T3D2 truss elements for the threaded rods acting in tension (B). These elements were pin-connected (C) to each other. A gravity load had to be applied to this structure to keep it stable during loading step of the joist back-span, and boundary conditions had to be introduced to prevent twisting of the horizontal beam elements. The point loads were applied on the top flange of the steel shapes by means of a constraint of the type "MPC - Link" (D) constraint linking the top nods of the load distribution system to an area defined on the extension top flange that corresponded to the contact area between the bottom flange of the steel deck ribs and the extension top chord . The load was therefore applied on the form of a contact pressure on the top flange, which more closely reproduced the steel deck panels bearing on the extension top chord. In the analyses, the vertical load was induced by imposing a gradually increasing downward displacement (E) to the lowest node of the load distributing structure. The vertical reaction monitored at point E was used to determine the total vertical load applied to the extension and, thereby, the bending moment acting in the top chord extension at mid-length of the bearing seat. Convergence could be achieved in all analyses except for Specimen J4 which had a laterally unbraced single C200x17 top chord extension. This specimen was particularly prone to lateral torsional buckling and the analysis could only be completed by applying a uniformly distributed load as defined in the basic FE model.

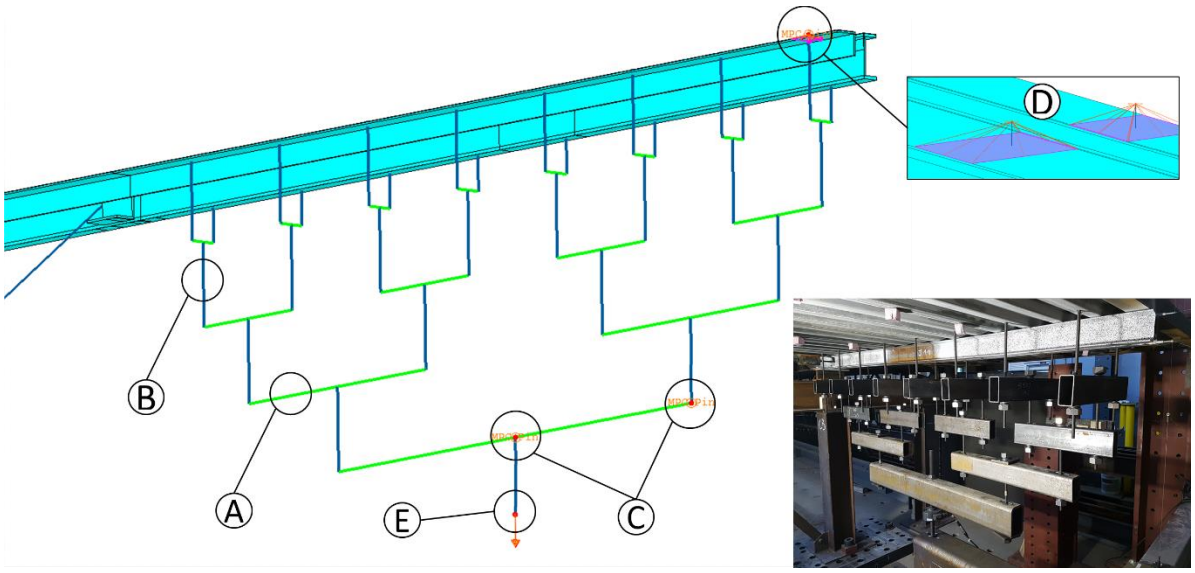


Figure 5-19: Addition of the loading system to the FE model.

These two modifications resulted in an expanded model that improved the quality of the numerical ultimate load predictions, with 0.98 mean and 0.09 standard deviation predicted-to-test ratio values. The load application structure activated by the control-displacement method also reduced the computational effort and improved the correspondence between the numerically obtained deformed shapes of the extensions and those observed in the tests. The addition of the supporting beam brought the computed tip extension deflections closer to those monitored during the tests. However, further refinements had to be implemented to obtain satisfactory correlation with the experimental responses.

One refinement that was implemented at this stage was the determination of proper material properties for the C200x17 shapes. As discussed in Section 5.3, characterisation of the nonlinear material properties for the angles and C100x8 shapes could be successfully achieved using the results from the ancillary tension and 4-point bending tests, respectively; however, the process could not lead to conclusive results for the material properties of the C200x17 shapes. Using the joist-top chord extensions expanded model with the supporting beam and load distributing system, analyses were conducted on Specimen J5-1 having a laterally restrained top chord extension made with a single C200x17 shape to determine by successive iterations the material properties required to achieve proper match with the measured response. These properties were then used in the 8 other models with extensions involving C200x17 C shapes. Excellent correlation for the elastic-inelastic

transition zone and the ultimate flexural strength was achieved for all cases except for Specimen J205 made with two C200x17 back-to-back. Separate material characterization was performed for this top chord extension, which led to the two set of material properties given in Table 5-3 for the C200x17 shapes.

5.3.1.2 Specific refinements to the expanded finite element models

The three main modifications described in the previous section improved the numerical predictions, but did not permit to obtain a satisfactory correspondence for the deflections when reaching the peak of the moment-deflection curves. A careful examination of the fabrication details for each specimen was then carried out to identify specific conditions or elements not present in the models that could have influenced the responses obtained from the tests. The search also included a careful review of the behavior of the extensions during the tests as recorded on videos and monitored with the image correlation system. The models were then refined and analyses redone to examine the influence of various parameters. This detailed review work led to the findings and corrections described below. A summary of the specific changes made to the models is given in Table 5-6.:

- In the previous models, the contribution of the metal steel deck panels was limited to providing lateral bracing for the top flange of the joist chord extensions. In the test, however, the deck also contributed through bending to limiting the twisting of the top chord extensions. The bending stiffness of the deck panels was found to be sufficient to delay twisting of the extension member and, thereby, smoothen the response towards the ultimate load and increase the vertical deflections at peak load. Further study would be needed and more refined models compared to the ones described herein would be needed to fully capture that deck-top chord interaction. In this study, this interaction was introduced by adding horizontal springs acting in the transverse direction at the level of the bottom chord of the extensions (see Figure 5-20). These springs, combined with the lateral restraints applied to the top chord of the extension, limited the rotation of the extension cross-section, as would have been achieved by adding rotational springs placed at the top flange of the extensions. The stiffness and location of these additional lateral springs were iteratively adjusted individually for each extension, and the values are given in Table 5-6.

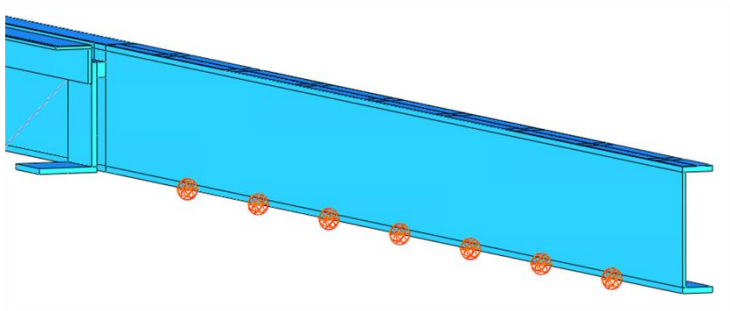


Figure 5-20: Addition of horizontal springs along the bottom flange of the top chord extension members to simulate the rotational restraint exerted by the steel deck panels.

- In tests J1 and J4, the steel deck panels were not mechanically connected to the single C shapes forming the top chord extensions to create laterally unsupported conditions for these specimens. This lateral bracing condition was reproduced in the FE models, which allowed the top flange of the steel shapes to laterally displace freely in the analysis. The predicted lateral displacements were, however, notably larger than the ones measured in the laboratory tests. In fact, partial horizontal restraint was created by the friction between the deck panels and the extension top flange due to the fact that the vertical load was applied to the top chord extensions by the deck panels. In some cases, additional lateral restraint was introduced by localized deformations of the bottom flange of the deck profile bearing against the edge of the top flange of the extension members To account for this partial restraint condition, horizontal springs acting in the transverse direction (U1) with stiffness properties adjusted on a case-by-case basis to match the observed lateral displacements. As shown in Figure 5-21, these springs were either placed on the top nodes of the loading structure or distributed along the top edge of the web of the C shapes. Details are given in Table 5-6.

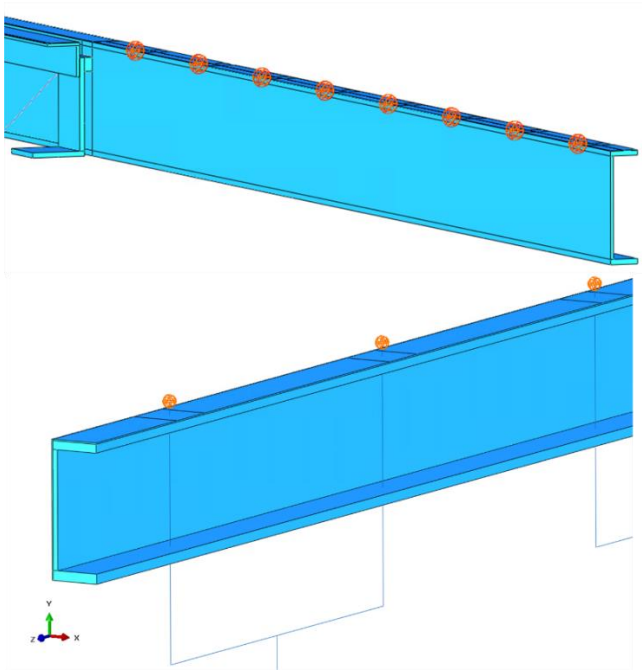


Figure 5-21: Horizontal springs added at extension top flange to simulate partial lateral restraint exerted by the contact with the steel deck.

- The extensions made up of 2 steel shapes were modeled with a first spacer located 600 mm away from the bearing seat and subsequent spacers at 600 mm c/c. In several of the specimens, it was noted that the first spacer was welded between 40 and 150 mm from the joist seat. Such a closer spacing in the region of maximum bending moment is likely to improve the local stability response and overall flexural behaviour of the top chord extension. For instance, Figure 5-22 shows the impact of the location of the first spacer on the moment-deflection response of Specimen J252. A similar effect was observed in Specimen J280. This beneficial effect of the extended web member is also attributed to a stronger interaction between the two steel shapes forming the extension in the critical region.

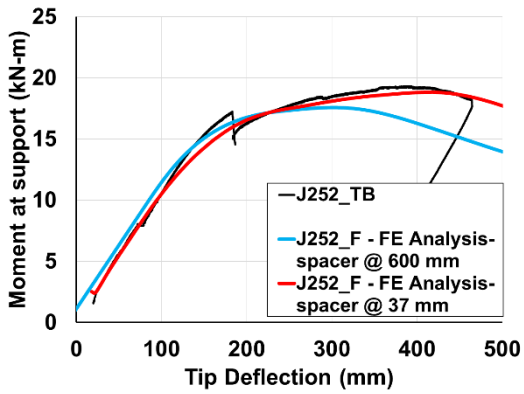


Figure 5-22: Impact of the location of the first spacer on the response of Specimen J252.

- Another fabrication detail which potentially affected the response of Specimens J11 and J205 with back-to-back C shapes is the first diagonal web member that was extended into the top chord extension over a length of approximately 200 mm. This detail is shown in Figure 5-23a. In addition to acting as a long spacer between the two C shapes back-to-back, this 28.575 mm diameter rod element significantly strengthened the critical region of the top chord extension. For these two specimens, an inclined bar modelled with 3D solid elements was added in the gap between the 2 C shapes, as illustrated in Figure 5-23a.

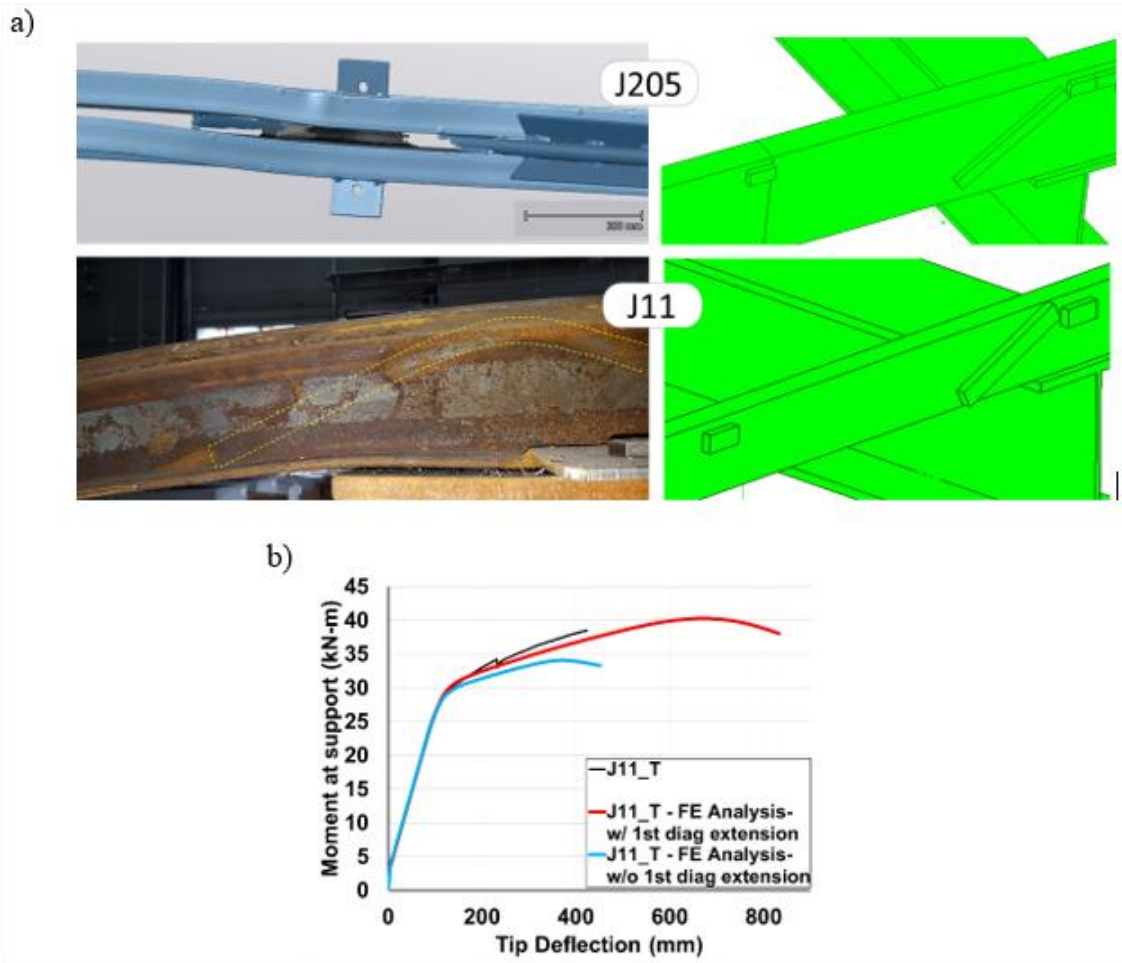


Figure 5-23: Extension of the first web diagonal member beyond the joist seat in Specimens J205 and J11: a) Description (left) and Modelling (right); b) Impact one the response of Specimen J11.

Table 5-6 Additional modifications specific to each specimen

Specimen	Specific additions to the model
J1	8 springs with k_{U1} = 0.003 kN/mm @ 275 mm o/c at bottom flange 8 springs with k_{U1} = 0.100 kN/mm at the 8 top nodes of the loading system
J2-2	3 springs with k_{U1} = 0.010 kN/mm @ 25 mm o/c at bottom flange 7 springs with k_{U1} = 0.010 kN/mm @ 275 mm o/c at bottom flange
J280	8 springs of k_{U1}= 0.040 kN/mm @ 275 mm c/c at the bottom flange First spacer at 10 mm from bearing seat
J11	10 (5x2) springs of k_{U1}= 0.050 kN/mm @ 350 mm c/c at the bottom flange Inclined bar modeled in the gap between the 2 C shapes at support
J4	8 springs of k_{U1}= 0.100 kN/mm @ 305 mm c/c at the top flange 7 springs of k_{U1}= 0.007 kN/mm @ 275 mm c/c at the bottom flange
J5	8 springs of k_{U1}= 0.010 kN/mm @ 175 mm c/c at the bottom flange 5 springs of k_{U1}= 0.070 kN/mm @ 175 mm c/c at the bottom flange
J6	8 springs of k_{U1}= 0.030 kN/mm @ 175 mm c/c at the bottom flange 5 springs of k_{U1}= 0.070 kN/mm @ 175 mm c/c at the bottom flange
J281	16 springs with k_{U1} = 0.075 kN/mm at the 16 top nodes of the loading system 5 springs of k_{U1}= 0.040 kN/mm @ 70, 527, 1075, 1100 & 1125 mm from bearing seat
J282	1 spring of k_{U1}= 0.150 kN/mm @ 850 mm from bearing seat
J283	8 springs of k_{U1}= 0.010 kN/mm @ 300 mm c/c at the bottom flange 5 springs of k_{U1}= 0.020 kN/mm @ at the tip bottom flange
J205	12 (6x2) springs of k_{U1}= 0.011 kN/mm @ 300 mm c/c at the bottom flange Inclined bar modeled in the gap between the 2 C shapes at support
J252	First spacer at 37 mm from bearing seat

5.4.3 Finite element simulations results

This section presents a comparison between finite element predictions and test results using the expanded numerical models with specific corrections, as described in the previous section. More specifically, the comparison focuses on: 1) the ultimate flexural capacity of the extension; 2) the failure mode, including the instability mechanism, and 3) the overall response, as expressed with the moment-deflection curves.

The predicted values of the ultimate flexural strength, and vertical deflections at ultimate capacity, $M_{ult,Fe}$ and $\Delta_{ult,FE}$, for the 13 cases studied, including the duplicates Specimens J5 and J282, are compared to the experimental values in Table 5-7. Predicted-to-test ratios for the flexural strength, $M_{ult,Fe}/M_{ult,exp}$ are also given in the table. For all these cases, this predicted-to-test ratios varies from 0.97 to 1.06, with a mean value of 1.01 and a standard deviation of 0.02. It is noted that the test-to-predicted ratio for Specimen J11 is not given in Table 5-7 because the test on this extension had to be halted prior to reaching its ultimate capacity. Nonetheless, finite element analysis of this specimen was performed as it was most useful in the model calibration and adjustment process described in the previous section using the data collected in the test. In Table 5-7, it is also noted that good correlation was also obtained between predicted and measured deflections when reaching the ultimate moment capacity.

Table 5-7 Ultimate flexural strength, and vertical deflections at ultimate capacity from the tests and finite element analyses.

Specimen ID	Cross-Section	$M_{ult,exp}$ (kN-m)	$\Delta_{ult,exp}$ (mm)	$M_{ult,Fe}$ (kN-m)	$\Delta_{ult,Fe}$ (mm)	$M_{ult,Fe}/M_{ult,exp}$
J1_F	C100x8	13.3	127	13.4	115	1.00
J2-2_T	C100x8	16.6	302	16.6	270	1.00
J280_T	C100x8+L54x54x5	20.9	256	21.2	224	1.01
J11_T[1]	2-C100x8	> 40.6	560	40.3	670	-
J4_F	C200x17	45.2	85	45.1	92	1.00
J5-1_T	C200x17	57.7	101	57.4	100	1.00
J5-2_T[2]	C200x17	55.6	90	57.4	100	1.03
J6_TB	C200x17	59.7	110	58.1	104	0.97
J281_F	C200x17+L64x64x6	71.1	145	73.7	155	1.04
J282-1_T	C200x17+L64x64x6	76.6	184	75.1	197	0.98
J282-2_T	C200x17+L64x64x6	71.1	148	75.1	197	1.06
J283_TB	C200x17+L64x64x6	73.6	184	75.1	198	1.02
J205_T[3]	2-C200x17	139	275	138.5	275	1.00
J252_F[3]	2-L76x76x8	19.3	373	18.8	417	0.98

1. Test halted before reaching the ultimate load because the deflection exceeded the limits of the test setup
2. Test halted after premature failure of the metal steel deck panel connectors.
3. Part of the applied load was temporarily resisted by the test setup; the problem was corrected shortly after noticing it.

Failure modes as predicted from analyses have been compared and validated against the experimental observations. Examples are given in Figure 5-24 to 5.26. In these figures, the deformed shapes from finite element analysis are in green while those of the tested specimens are illustrated using photos taken during the tests or by the deformed shapes in blue as obtained from

the three-dimensional scan of the specimens after completion of the tests. In Figure 5-24, the lateral-torsional buckling of the single C100x8 Specimen J1 could be well reproduced. In Figure 5-25, both buckling modes observed for the C100x8+L54x54x5 Specimen J280 could also be well predicted by the FE model, i.e. lateral-torsional buckling of the C shape combined with local buckling of the bottom flange of the C shape near the joist seat, and local buckling of the angle vertical leg. The example in Figure 5-26 also illustrates the coupling of several instability mechanisms for Specimen J283 with a C200x17+L64x64x6 steel cross-section. In this case, local buckling occurred in both the bottom flange and the web of the C shape but was not observed in the angle. This behaviour was correctly predicted with the finite element model.

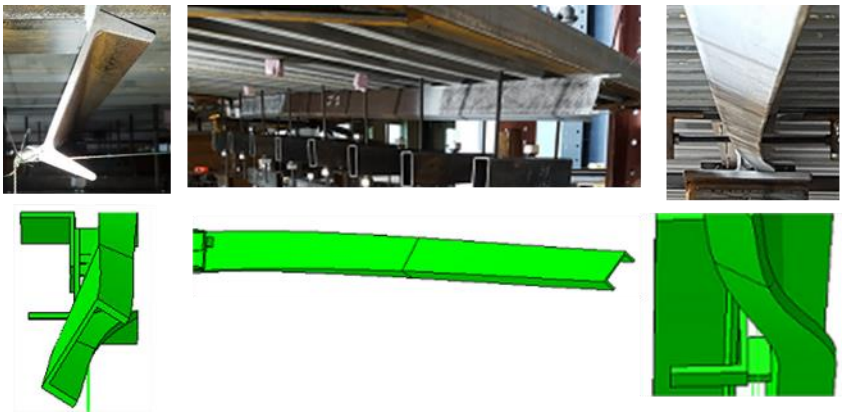


Figure 5-24: Buckled shape of Specimen J1 - Test vs FE model.

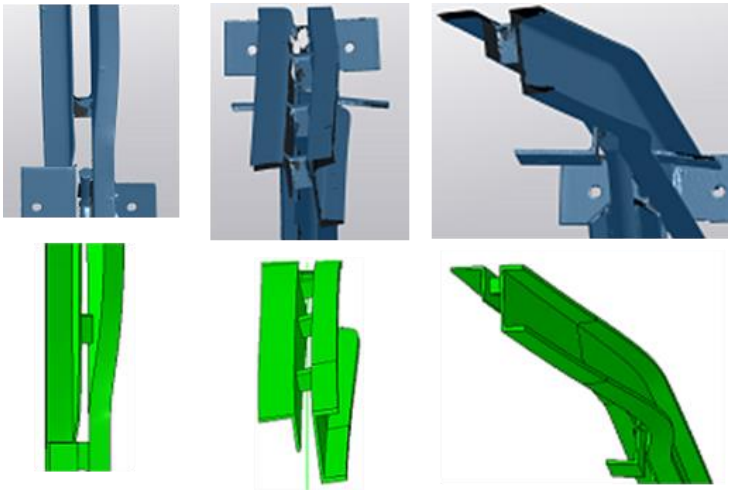


Figure 5-25: Buckled shape of Specimen J280 - Test vs FE model.

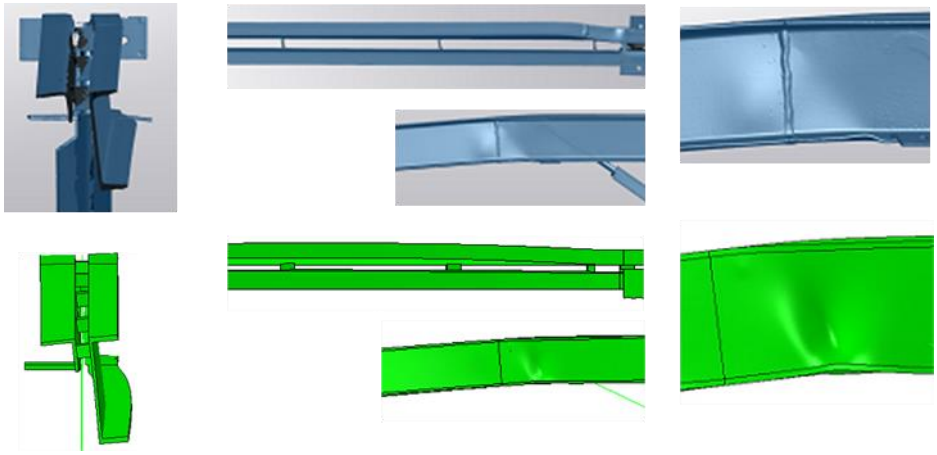


Figure 5-26: Buckled shape of Specimen J283 - Test vs FE model.

For three specimens, the comparison revealed that the FE analyses predicted the correct twisting and buckling modes but the deformed shapes from analysis occurred in the direction opposite to what had been observed in the tests. This was the case for Specimen J205, which can be explained by the fact that this extension has a doubly-symmetric cross-section (C200x17 back-to-back) and the direction of buckling only depends on the sing of the imperfections and other initial defects. The other two cases are Specimens J281 and J282 extensions, both being made with a C200x17 C shape reinforced with an L64x64x6 angle. In this case, it is important to recall that the test program included two identical specimens J282-1 and J282-2. In the tests on these two specimens, the bottom flange of the C shape laterally moved away from the angle in Test J282-1 and towards the angle in Test J282-2. For this extension, the analysis predicted a lateral displacement of the bottom flange in the direction opposite to the angle, as in Test J282-1. These results indicate that buckling of top chord extensions with this cross-section type can occur in any of the two directions.

Moment-deformation responses from the analyses are presented and compared to the measured responses in Figure 5-27 for all the specimens. As shown, excellent correspondence could be obtained in all cases over the full range of deflection imposed during the tests, including the post-peak region. In particular, the FE models were capable of predicting the smooth transition between the linear segment and subsequent nonlinear range and the deflection at maximum moment. For two specimens for which duplicates were tested, J5 and J282, it is noted that the measured and predicted responses do not match well beyond the linear region for one of two tests. As described in [11], the test on specimen J5-2 had to halted due to premature failure of the #12 screws connecting the steel deck panels to the top flange of the chord extension. The loss of lateral restraint

led to sudden buckling of the top chord extension and the specimen had to be unloaded, resulting in the sharp difference with Specimens J5-1. Therefore, Test J5-2 should not be considered for comparison with the FE prediction beyond a deflection of 80 mm. As described above, LTB deformations in Test J282-2 occurred in the direction opposite to that observed in test J282-1 and that obtained wit the FE model. In this case, this change in buckling direction resulted in a reduced capacity and a lower ductility, which indicates that both buckling modes must be investigated in future FE predictions, by assigning initial imperfections in both directions, such that the most critical case can be identified and characterized.

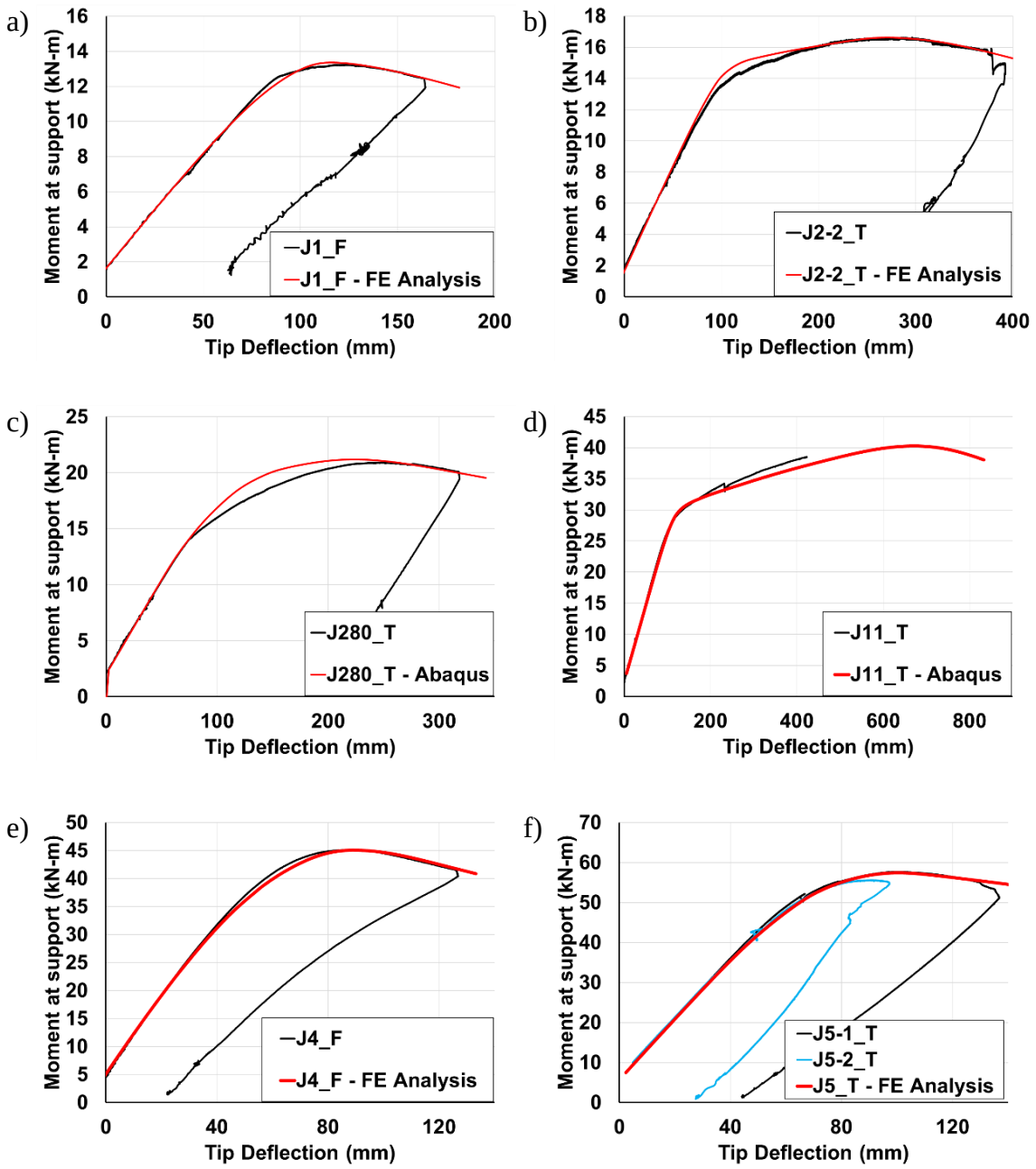


Figure 5-27: Moment-deflection responses from the tests and finite element analyses.

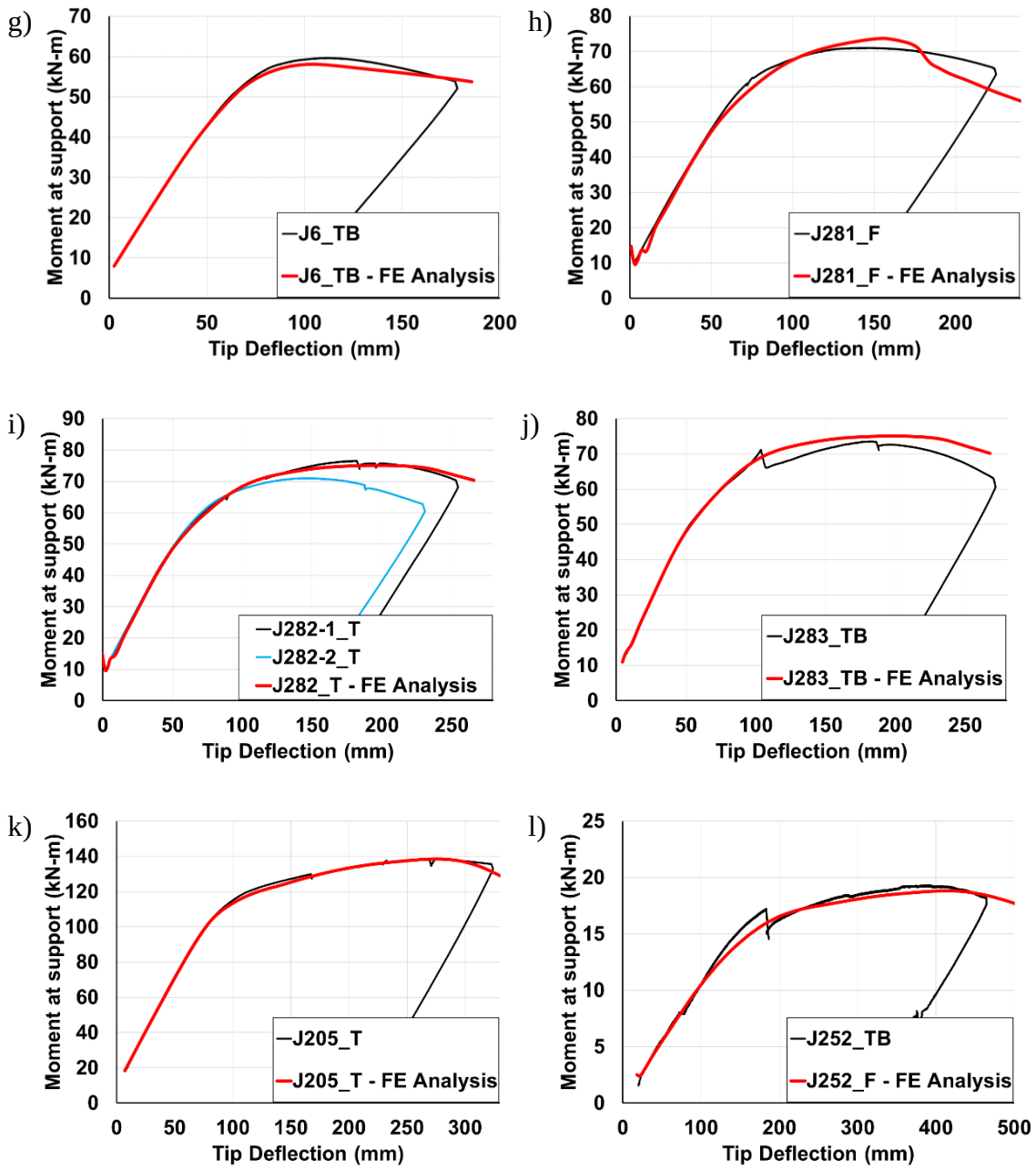


Figure 5.27 (cont'd): Moment-deflection responses from the tests and finite element analyses. results.

5.5 CONCLUSIONS

Finite element models of open web steel joists with top chord extensions were developed on Abaqus to be able to digitally reproduce the results of tests carried out on real-size joist specimens whose cantilever extensions were subjected to bending forces.

This article described the finite element modelling and analysis of 12 different top chord extension specimens subjected to uniformly distributed loading that was gradually increased up to failure. The tested top chord extensions had various cross-sections: double angle back-to-back, double C-shapes back-to-back, single C-shapes and single C-shapes with angle back-to-back. Lateral bracing conditions were also varied in the tests. A basic finite element analysis of the ancillary tensile and 4-point bending tests to characterize the nonlinear material properties of the steel shapes used to fabricate the top chord specimens. A basic finite element model was then developed for the top chord extension and steel joist back span assembly. That model was then expanded also include the supporting beam and the load distributing systems that were used in the test program. Further refinements to the FE models were implemented to account for specific details that could have affected the moment-deflection curves in the tests. The conclusions of this work can be summarized as follows:

- The use of numerical simulations reproducing tensile and 4-point bending tests to obtain, by iterations, the steel material properties of the cantilever extensions was successful for all angles as well as for C100x8 C shapes. The approach was less conclusive for the C200x17 C shapes because the length-to-depth ratio of the samples used for the 4-points bending tests was too low to obtain pure flexural response. The characterization of the C200x17 materials was then preformed using the finite element analysis of the top chord extension tests.
- The first basic model of a the joist-top chord extension assembly, without including the support beam and the load distributing system , permitted to obtain a good correspondence with the measured response of the extensions in the linear phase, as well as good predictions of the rupture mechanisms. However, this correspondence was not satisfactory in the nonlinear phase of the tests. To achieve good correlation up to and beyond the ultimate load, it was necessary to expand the model to include the support beam and the load distribution system used in the test program. Additionally, frictional and rotational

restraints contributed by the steel deck panels and fabrication details specific to certain extension cases also had to be included to obtain acceptable predictions of the nonlinear responses.

- This model refinement phase permitted to shed light on the contributions of the steel deck attached to the upper flange of the chord extensions, as well as the benefits of having a spacer connecting the two steel profiles of built-up extensions close to the joist bearing seat, or and the extension of the first diagonal web member beyond the bearing seat.

The work performed in this study resulted in finite element models that can realistically and reliably reproduce the complex flexural response and predict the ultimate capacity and failure modes of cantilevered steel joist top chord extensions with various cross-section and lateral bracing conditions. The analyses also permitted to enhance the knowledge on the contribution of the different components that influence the flexural behaviour of top chord extensions. In future studies, these models could be used to optimize the design of steel joist top chord extensions for a wide range of applications, in terms of the cross-section, the location and properties of the spacers, and the required lateral bracing.

5.6 ACKNOWLEDGEMENTS

Financial support for this research was provided by Mitacs through the Mitacs Accelerate Program [grant number IT12835] and the Canam Group, Saint-Georges, QC, Canada. The authors wish to acknowledge the most valuable assistance and technical input from the technical staff of the Structural Engineering Laboratory at Polytechnique Montreal for the processing of the test data.

5.7 REFERENCES

[1] Trahair, N.S., "Steel cantilever strength by inelastic lateral buckling". *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(8-9), 993-999, 2010.

[2] Ozbasaran, H., Aydin, R., and Dogan, M., "An alternative design procedure for lateral–torsional buckling of cantilever I-beams". *Thin-Walled Structures*, **90**, 235-242, 2015.

[3] Trahair, N.S., "Inelastic lateral buckling of steel cantilevers". *Engineering Structures*, **208**, 109918, 2020.

[4] Xiong, G., Kang, S.-B., Yang, B., Wang, S., Bai, J., Nie, S., Hu, Y., and Dai, G., "Experimental and numerical studies on lateral torsional buckling of welded Q460GJ structural steel beams". *Engineering Structures*, **126**, 1-14, 2016.

[5] Kala, Z., and Valeš, J., "Global sensitivity analysis of lateral-torsional buckling resistance based on finite element simulations". *Engineering Structures*, **134**, 37-47, 2017.

[6] Subramanian, L., and White, D.W., "Reassessment of the lateral torsional buckling resistance of rolled I-section members: Moment gradient tests". *Journal of Structural Engineering*, **143**(4), 04016203, 2017.

[7] Reichenbach, M.C., Liu, Y., Helwig, T.A., and Engelhardt, M.D., "Lateral-torsional buckling of singly symmetric I-girders with stepped flanges". *Journal of Structural Engineering*, **146**(10), 04020203, 2020.

[8] Liu, S., *Lateral Bracing Requirements for Cantilever Steel I-beams*. Ph.D. Thesis, McGill University, Montreal, Canada, 2003.

[9] Özdemir K.M., *Lateral buckling of overhanging beams*. M.Sc. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2005.

[10] CSA, *S136-17, North American specification for the design of cold-formed steel structural members*, Canadian Standards Association (CSA), Toronto, ON, 2017.

[11] Assily Alegre, M.-A., and Tremblay, R., "Experimental program on the flexural response of steel joist top chord extensions". *Journal of Constructional Steel Research*, (submitted).

[12] SIMULIA Inc., *ABAQUS 2017: a computer software for finite element analysis*, 2017.

[13] Comeau, E., *Étude expérimentale du comportement de poutres de roulement unisymétriques pour pont roulants*, Rapport No. EPM/GCS-1998-10, Département de Génie Civil, École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC., 1998.

[14] AISI, *S310-16, North American Standard for the Design of Profiled Steel Diaphragm Panels*, American Iron and Steel Institute (AISI), Washington, DC, 2016.

[15] Liu, Y., and Hui, L., "Finite element study of steel single angle beam–columns". *Engineering Structures*, **32**(8), 2087-2095, 2010.

[16] Hussain, A., Liu, Y.-P., and Chan, S.-L., "Finite element modeling and design of single angle member under bi-axial bending". *Structures*, **16**, 373-389, 2018.

[17] Dinis, P.B., Camotim, D., and Vieira, L., "DSM design approach for hot-rolled steel angle columns". *ce/papers*, **1**(2-3), 3781-3790, 2017.

[18] AISC, *ANSI/AISC 360-10, Specification for structural steel buildings*, American Institute of Steel Construction (AISC), Chicago, IL., 2010.

[19] Roy, G., Polyzois, D., and Mohamedien, M.A., "Residual stresses in cold formed steel sections". In *International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, 691-703, St. Louis, MO; United States, 1994.

[20] Dinis, P.B., and Camotim, D., "A novel DSM-based approach for the rational design of fixed-ended and pin-ended short-to-intermediate thin-walled angle columns". *Thin-Walled Structures*, **87**, 158-182, 2015.

[21] CSA, *S16-14, Design of Steel Structures*, Canadian Standards Association (CSA), Mississauga, ON, 2014.

CHAPITRE 6 RÉSISTANCE EN FLEXION D'UN ENSEMBLE REPRÉSENTATIF D'EXTENSIONS DE LA CORDE SUPÉRIEURE DE POUTRELLES FABRIQUÉES PAR LE GROUPE CANAM

Les travaux résumés dans ce chapitre court sont présentés de manière détaillée et sous forme d'un rapport technique à **l'Annexe A** du présent document.

6.1 DÉVELOPPEMENT D'UN MODÈLE EN ÉLÉMENTS FINIS SIMPLIFIÉ

Les modèles en éléments finis raffinés qui ont été présentés dans le chapitre 5 permettent de reproduire avec précision le comportement en flexion complet des poutrelles avec extension de la corde supérieure. Cependant ils requièrent des efforts de modélisation et du temps de calcul important. Pour l'étude paramétrique devant être mené sur un ensemble représentatif d'extensions, seule résistance ultime et le mécanisme de rupture ont été retenus comme résultats devant être fournis par les analyses numériques. Un modèle EF simplifié a alors été développé pour augmenter l'efficacité des analyses. L'adéquation du modèle a été vérifiée par rapport aux résultats obtenus avec les modèles EF raffinés qui avaient été validés par rapport aux résultats des essais obtenus lors des phases précédentes des travaux. Ce modèle simplifié, illustré à la Figure 6-1, ne comprend que la partie en porte-à-faux de l'extension. Il suppose un encastrement à l'appui, n'inclut pas les contraintes résiduelles, qui se sont avérées peu significatives, et il est sollicité par une charge uniformément distribuée. Des ajouts de ressorts ont permis de simuler, lorsque nécessaire, les effets du tablier métallique.

Comme l'illustrent les deux exemples présentés à la Figure 6-2, les modèles simplifiés fournissent une prédiction adéquate des mécanismes de rupture observés dans les essais et reproduits par les modèles EF raffinés. Comme le montre les résultats graphiques présentés à l'Annexe A, dans le cas des extensions de corde supérieure avec retenue latérale de la membrure supérieure, les modèles en éléments finis simplifiés prédisent adéquatement les charges ultimes obtenues dans les essais.

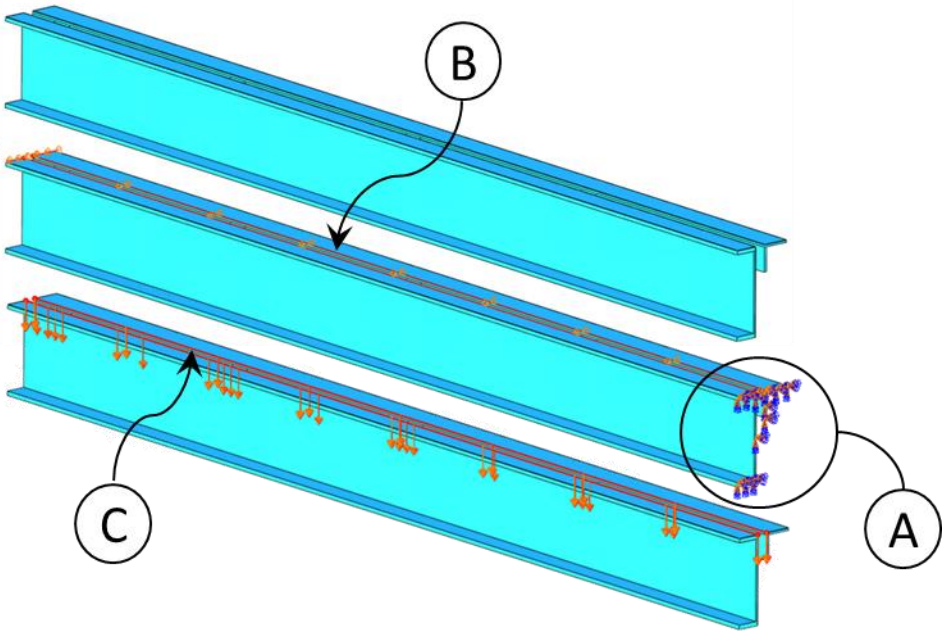


Figure 6-1: Modèle en éléments finis simplifié de l'extension J282_T avec une extrémité encastrée (A) et une retenue latérale continue (B) sous une charge uniformément répartie (C).

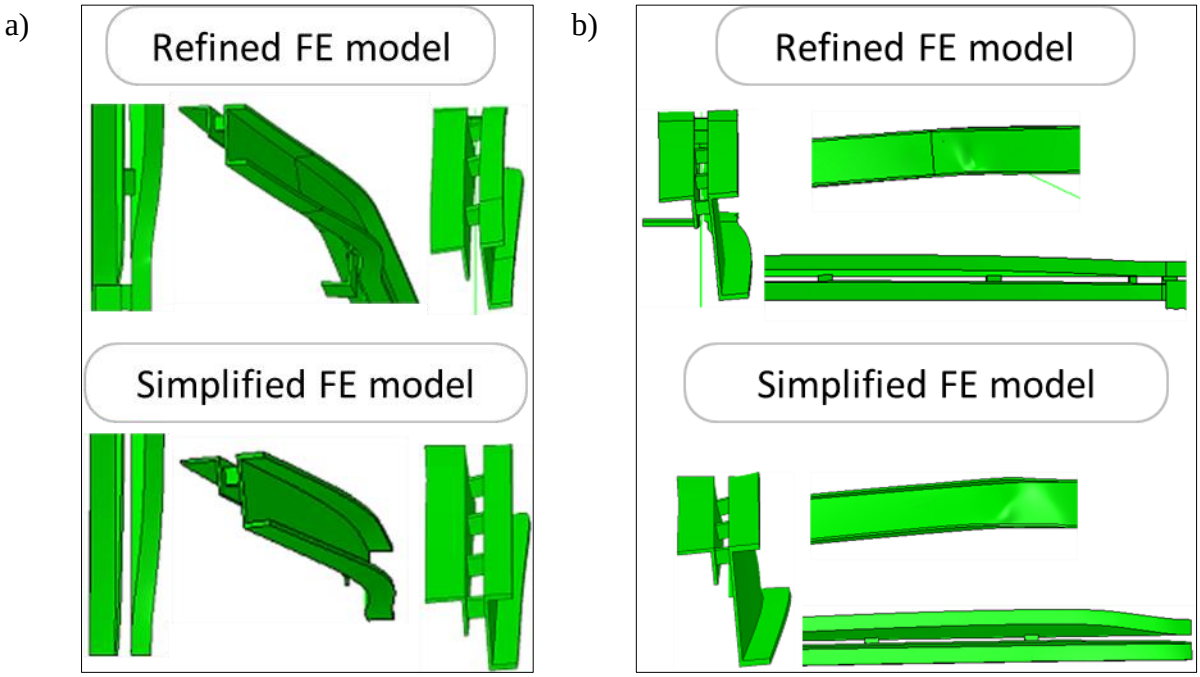


Figure 6-2: Modes d'instabilité à la rupture prédits avec les modèles EF raffinés et simplifiés pour les extensions: a) J280_T; et b) J283_TB.

6.2 DÉTERMINATION DE LA RÉSISTANCE NOMINALE ET DES MODES D'INSTABILITÉ À LA RUPTURE

6.2.1 Étude paramétrique

L'étude paramétrique présentée ici a été réalisée sur un ensemble représentatif d'extensions de la corde supérieure de poutrelles fabriquées par le partenaire industriel du projet, le Groupe CANAM. Les caractéristiques des extensions ont été établies par le partenaire industriel afin de couvrir la gamme des extensions couramment utilisées dans la pratique. Les extensions sélectionnées sont présentées dans le Tableau 6-1. Cinq types de section ont été considérés. Pour chaque type de section, les profilés les plus fréquemment rencontrés ont été choisis et la longueur du porte-à-faux a été variée de 700 à 3000 mm.

Tableau 6-1: Sections d'extensions de corde supérieure considérées dans l'étude

C	2C	2L	4L	C+L
C100x8	2 C100x8	LL44x44x4	LL44x44x4 (top) + LL89x89x5 (bottom)	C100x8 + L44x44x4
C150x12	2 C150x12	LL54x54x6	**LL76x76x8**[1] (top) + LL89x89x5 (bottom)	C100x8 + L54x54x5
C200x17	2 C200x17	**LL76x76x8**[1]	**LL51x51x6.4**[1] (top) + **LL76x76x8**[1] (bottom)	C100x8 + L60x60x5
			LL51x51x6.4[1] (top) + **LL89x89x9.5**[1] (bottom)	C150x12 + L44x44x4
				C200x17 + L44x44x4
				C200x17 + L64x64x6

[1] Cornières laminées à chaud; autres cornières formées à froid

Ces extensions ont été modélisées avec le concept du modèle simplifié pour, dans un premier temps, évaluer leurs moments ultimes en considérant des propriétés plastiques nominales de

matériaux. Tel qu'observé dans les essais, la rupture des 19 types d'extensions de corde supérieures étudiées était dominée par de la plastification près de l'appui. Cependant, dans la plupart des cas, le mode de rupture incluait également des mécanismes d'instabilité sous forme de voilement local et de déversement qui se sont développés à l'approche de la charge ultime.

Les cas d'extensions étudiées ont ensuite été modélisées avec éléments finis de type coque (Shell Éléments) et des propriétés élastiques afin de procéder à des analyses de flambement élastique. Les résultats des ces analyses ont été utilisés pour identifier les modes de flambement critiques élastiques associés au déversement et au voilement local et déterminer la valeur des moments critiques s'y rapportant. L'étude a montré que le moment critique de voilement local varie avec la longueur du porte-à-faux en raison du gradient de moment présent dans les extensions. Dans tous les cas étudiés, les moments critiques élastiques M_{cre} et M_{crl} sont significativement plus élevés que les moments ultimes M_n, ainsi que les moments élastiques et plastiques M_y et M_p des sections. Il a également été constaté que les moments ultimes issus des analyses numériques dépassent toujours M_y. Comme l'indique les résultats présentés au Tableau 6-2, les sections étudiées ont été en mesure d'atteindre le moment plastique M_p et de le dépasser du fait de l'écrouissage. L'influence de l'épaisseur de la section et de la longueur des extensions a été étudiée au-delà de l'intervalle des valeurs des cas visés par ce projet de recherche afin de situer le comportement des extensions traitées.

Tableau 6-2: Valeurs moyennes des ratios M_n/M_p des extensions étudiées sur l'intervalle de longueur de 700 mm à 3000 mm.

	C	2C	2L	4L	C+L
M_n/M_p	1.07	1.19	1.14	1.06	1.07

6.2.2 Méthode proposée pour calculer la résistance en flexion des extensions couvertes par cette étude

Les résultats obtenus à partir du programme expérimental et des analyses par éléments finis indiquent que les modes de rupture par instabilité locale et globale ont une influence limitée sur la

capacité en flexion des extensions de membrures supérieures des poutrelles qui ont été examinées dans cette étude. Toutes les extensions avec retenue latérale de leur membrure supérieure ont atteint la résistance en flexion correspondant au moment plastique M_p avant la rupture. Ce comportement est conforme à la réponse attendue des éléments en acier laminés à chaud supportés latéralement avec sections de classe 2 dans la norme CSA S16. Pour ces extensions, il semble donc non nécessaire de recourir à une méthode de conception globale, comme la méthode directe, pour tenir compte des éventuels effets négatifs des mécanismes de flambement sur leur résistance à la flexion. Ces résultats et conclusions suggèrent que le moment résistant pondéré des extensions de corde supérieure de poutrelles avec retenue latérale de la membrure supérieure examinées dans cette étude peut être déterminé à partir de:

$$M_r = \phi M_p \tag{6.1}$$

, où:

$M_p = ZF_y$

Z = module de section plastique du profilé

F_y = limite élastique minimale prescrite, limite élastique

ϕ = coefficient de tenue (= 0.9 pour acier de construction)

Cette méthode n'est applicable qu'aux extensions de la corde supérieure de poutrelles qui ont été examinées dans cette étude, puisqu'il faut considérer que la capacité en flexion de ces éléments puisse être affectée par plusieurs facteurs dont l'influence n'a pas été examinée en détail dans cette étude paramétrique: la flexibilité en flexion et en cisaillement du tablier métallique retenant la semelle supérieure des extensions, les détails de fabrication des sièges de poutrelle, la disposition des espaceurs reliant les profilés de sections d'extension composées, et le prolongement de la première diagonale de la travée intérieure de la poutrelle entre les profilés formant des extensions de corde supérieure composées. Des études supplémentaires seraient requises pour tenir compte de l'influence possible de ces éléments sur la résistance en flexion des éléments étudiés.

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE

Bien qu'il n'ait pas été nécessaire d'appliquer le principe de la méthode directe de la norme CSA S136 pour développer une méthode de calcul de la résistance en flexion pour les éléments étudiés dans ce projet, la méthodologie établie ici reste applicable à d'autres cas. Il serait donc intéressant de reprendre cette méthodologie pour des éléments de structure qui se prêteraient mieux à un principe comme celui de la méthode directe de la CSA S136, c'est-à-dire des éléments dont la capacité serait plus à même d'être affectée par des modes d'instabilité. Des éléments tels que des poutres en flexion plus longues, plus profondes, plus élancées, ou encore des diagonales en compression. Dans ce sens, tout ce qui a été fait dans ce projet représente un outil ou un processus à explorer pour accomplir la tâche d'établir des méthodes de calcul de résistance.

Les travaux entrepris à travers les différentes phases de ce projet ont permis d'étudier l'influence de plusieurs facteurs sur la réponse en flexion de l'extension de corde supérieure de poutrelle à l'étude. Parmi ces facteurs certains étaient attendus comme par exemple l'influence du type de section, des dimensions de ces sections, ou encore des conditions de retenue auxquelles est soumise l'extension. L'importance de certains facteurs sur la réponse de l'extension ont cependant été mis en lumière à travers les essais et leur simulation numériques. C'est le cas par exemple des espaceurs proche du siège de poutrelle ou du prolongement de la première diagonale de poutrelle au-delà de son siège. Parmi ces facteurs influençant le comportement de l'extension il y a l'effet de retenue en torsion qu'exerce le tablier métallique fixé à la membrure supérieure de cette extension. Cet effet a été modélisé numériquement par des ressorts exerçant leur retenue dans le sens transversal « U1 » des modèles et appliqués à la membrure inférieure de ceux-ci. Leur positionnement le long de l'extension ainsi que la rigidité qui leur a été octroyée ont été établis par un processus itératif visant à reproduire le comportement observé sur les essais correspondant. Il faut reconnaître qu'il s'agit ici d'une solution peu généralisable pour simuler l'effet de retenue offert par la rigidité en flexion du tablier métallique. Notre observation du phénomène nous porte à croire que cet effet de retenue offert par le tablier métallique ne dépend pas seulement de sa rigidité en flexion dans le sens transversale à l'élément en porte-à-faux, mais qu'il dépend également du patron de fixation des connecteurs reliant ce tablier à l'extension, de la largeur de la membrure supérieure de l'extension en contact avec le tablier, et des propriétés de section de cette extension. La complexité

de ce phénomène nécessiterait en soi une étude plus approfondie, d’où la recommandation émise dans ce sens à l’issue de ce projet.

CHAPITRE 8 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

Le projet de recherche présenté dans cette thèse avait pour objectif d'étudier la réponse en flexion de l'extension en porte-à-faux de la corde supérieure de poutrelle, d'identifier les facteurs et éléments ayant de l'influence sur cette réponse en flexion, et de proposer une méthode de calcul de la résistance en flexion de cette extension qui reflète fidèlement la capacité développée par cet élément structural en prenant en compte les mécanismes de rupture qui contrôlent cette capacité.

Un programme expérimental a été conduit dans lequel 15 spécimens de poutrelles de 9 m avec des extensions de corde supérieure de 2,5 m ont été testées. Les extensions testées avaient différents types de section, différentes dimensions de profilés utilisés pour composer ces sections, et différentes conditions de retenue de l'élément en porte-à-faux. Les forces appliquées et les déformations et déplacements engendrés dans les spécimens testés ont été collectés durant les essais par des potentiomètres à corde, des jauges de déformation et un système de corrélation d'images numériques. Les déformées des extensions testées ont pu être étudiées grâce à la numérisation tridimensionnelle des spécimens après essai. Les mécanismes de rupture opérant dans la réponse en flexion des extensions ont été identifiés et l'influence des conditions de retenue de l'extension et du type de section sur sa résistance en flexion ont été étudiés. Ce programme expérimental incluait également des essais de tension et de flexion à 4 points sur des spécimens de cornière et de profilé en C extraits des extensions testées pour permettre la caractérisation des matériaux utilisés pour leur fabrication.

Dans la phase suivante du projet, les propriétés des matériaux de fabrication des spécimens ont été caractérisées en reproduisant numériquement les essais de traction et de flexion à 4 points menés dans le programme expérimental. Des modèles en éléments finis de poutrelle avec extension de la corde supérieure ont ensuite été développés. Ils incluaient des contraintes résiduelles et des imperfections géométriques dans l'extension. La poutre servant de support au siège de poutrelle ainsi que la structure de distribution des charges utilisée dans les essais ont été rajoutés aux modèles. Un raffinement individuel a finalement été effectué sur ces modèles afin d'ajouter des détails de fabrication et de montage et atteindre une correspondance satisfaisante avec les résultats des essais.

Pour la dernière phase du projet, des modèles simplifiés ont été développés à partir des modèles en éléments raffinés et validés par ces derniers et par les essais. Ces modèles simplifiés ont ensuite été utilisés pour modéliser tous les cas d'extensions que le partenaire industriel du projet a identifié comme devant être couverts par l'étude. Les modèles numériques ainsi construits ont été utilisés pour calculer les moments ultimes de tous les cas d'intérêt sur une plage de longueur établie par le partenaire industriel. Des analyses de flambement ont par la suite permis d'obtenir les moments critiques élastiques de déversement et de voilement local pour ces mêmes cas d'extension. L'influence de la longueur d'extension et de l'épaisseur de section a été étudiée au-delà de l'intervalle des valeurs des cas visés par ce projet de recherche. Et finalement la comparaison des moments critiques élastique aux moments plastiques et de plastification de chaque section a permis de situer le comportement des cas d'extension étudiés et de proposer une méthode de calculer la résistance en flexion de ces extensions qui reflète leur capacité réelle.

Les conclusions de ce projet de recherche peuvent être résumées comme suit:

- Ces travaux ont permis d'établir une méthodologie qui, en combinant des recherches expérimentales avec des méthodes numériques, rend possible l'étude de la résistance d'éléments structuraux et des paramètres qui influent sur cette résistance. La connaissance, ainsi acquise, des mécanismes de rupture dictant la capacité des éléments permet le développement de méthodes de calcul de cette résistance qui reflète le comportement observé.
- Le comportement général de l'élément structural en porte-à-faux dont fait l'objet cette étude a été clairement établi à travers les différentes étapes entreprises.
- Ces travaux et leurs résultats ont permis d'établir que les modes d'instabilité ont peu d'influence sur la résistance en flexion dans le cas des éléments que le Groupe CANAM souhaitait étudier; c'est la plastification de la section qui contrôle la résistance en flexion.

Cette dernière conclusion n'est applicable qu'aux extensions de la corde supérieure de poutrelles qui ont été examinées dans cette étude car la capacité en flexion de ces éléments peut être affectée par plusieurs facteurs dont l'influence n'a pas été examinée en détail dans ce projet : la flexibilité en flexion et en cisaillement du tablier métallique retenant la semelle supérieure des extensions, les détails de fabrication des sièges de poutrelle, la disposition des espaceurs reliant les profilés de sections d'extension composées, et le prolongement de la première diagonale de la travée intérieure

de la poutrelle entre les profilés formant des extensions de corde supérieure composées. Des études supplémentaires seraient requises pour tenir compte de l'influence possible de ces éléments sur la résistance en flexion des éléments étudiés.

La méthodologie présentée dans ce projet, qui consistait à contraster les charges critiques élastiques avec les charges ultimes de l'élément et ses limites élastique et plastique de section, demeure toutefois intéressante en ce sens qu'elle pourrait être utilisée pour développer des équations reprenant le principe de la méthode directe proposée par la norme CSA S136. Il serait donc recommandé d'utiliser cette méthodologie sur d'autres types d'éléments plus à même d'être influencés de manière plus importante par les modes d'instabilité. Cela pourrait par exemple être le cas de poutres plus élancées, ou d'éléments en flexion ou compression faits de sections à parois plus minces que celles considérées dans cette étude. Des outils tels que les modèles en éléments finis raffinés développés dans ce projet pourraient permettre d'intégrer l'influence des facteurs tels que l'emplacement des espaceurs ou encore les retenues latérales et en torsion offertes par le tablier métallique. Vu l'influence non négligeable qu'a eu le tablier métallique sur le comportement des extensions, au-delà de constituer une retenue latérale de sa membrure supérieure, il serait recommandé de mener des études plus approfondies sur sa capacité à limiter la rotation de ces éléments fléchis. Des études permettant de définir et quantifier la rigidité de cet effet de retenue en prenant en compte tous les paramètres influençant celle-ci.

RÉFÉRENCES

AISC, *ANSI/AISC 360-10, Specification for structural steel buildings*, American Institute of Steel Construction (AISC), Chicago, IL., 2010.

AISI, *S310-16, North American Standard for the Design of Profiled Steel Diaphragm Panels*, American Iron and Steel Institute (AISI), Washington, DC, 2016.

Akay, H.U., Johnson, C.P., et Will, K.M., "Lateral and local buckling of beams and frames". *Journal of the Structural Division*, **103**(ST9), 1821-1832, 1977.

Assily Alegre, M.-A., et Tremblay, R. "*Évaluation par la méthode des éléments finis de la résistance en flexion des extensions en porte-à-faux des poutrelles à treillis en acier*." Rapport GRS/SR-18-04, Groupe de recherche en génie des structures, Département des génies civil, géologique et des mines. Polytechnique Montréal, Montréal, QC, 2018.

Assily Alegre, M.-A., et Tremblay, R., "Experimental program on the flexural response of steel joist top chord extensions". *Journal of Constructional Steel Research*, submitted.

Barsoum, R.S., et Gallagher, R.H., "Finite element analysis of torsional and torsional–flexural stability problems". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **2**(3), 335-352, 1970.

Bradford, M.A., Nethercot, D., et Trahair, N., *Behaviour and Design of Steel Structures to BS 5950*, 3e ed., Taylor & Francis Ltd, London, United Kingdom, 2001.

CANAM. "Poutrelles et fermes." edited by Groupe CANAM. Saint-Gédéon, QC, 2012.

CISC, *Handbook of Steel Construction, 11th ed.*, Canadian Institute of Steel Construction (CISC), Willowdale, Ont., 2015.

CISC, *Roof Framing with Cantilever (Gerber) Girders & Open Web Steel Joists*, Canadian Institute of Steel Construction, Canada, 1989.

Comeau, E. "*Étude expérimentale du comportement de poutres de roulement unisymétriques pour pont roulants*," Translated by Departement de Genie Civil. Rapport No. EPM/GCS-1998-10 Montreal, QC.: Ecole Polytechnique de Montreal, 1998.

CSA, *CSA S16-14, Design of Steel Structures*, Canadian Standards Association (CSA), Mississauga, ON, 2014.

CSA, *CSA S16-19, Design of Steel Structures*, Canadian Standards Association (CSA), Toronto, ON, 2019.

CSA, *CSA S136-17, North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members*, Canadian Standards Association (CSA), Toronto, ON, 2017.

Computers and Structures, Inc. (CSI), *SAP2000*, version 19, Berkeley, CA, 2017.

Dinis, P.B., et Camotim, D., "A novel DSM-based approach for the rational design of fixed-ended and pin-ended short-to-intermediate thin-walled angle columns". *Thin-Walled Structures*, **87**, 158-182, 2015.

Dinis, P.B., Camotim, D., et Vieira, L., "DSM design approach for hot-rolled steel angle columns". *ce/papers*, **1**(2-3), 3781-3790, 2017.

Dowswell, B.O., "Lateral-torsional buckling of wide flange cantilever beams". *Engineering Journal*, **41**(3), 135-147, 2004.

Essa, H.S., et Kennedy, D.J.L., "Design of cantilever steel beams - Refined approach". *Journal of Structural Engineering*, **120**(9), 2623-2636, 1994.

SIMULIA Inc., *ABAQUS 2017: a computer software for finite element analysis*, 2017.

Hussain, A., Liu, Y.-P., et Chan, S.-L., "Finite element modeling and design of single angle member under bi-axial bending". *Structures*, **16**, 373-389, 2018.

Kala, Z., et Valeš, J., "Global sensitivity analysis of lateral-torsional buckling resistance based on finite element simulations". *Engineering Structures*, **134**, 37-47, 2017.

Kirby, P.A., et Nethercot, D.A., *Design for structural stability*, Halsted Press, 1979.

Kitipornchai, S., Dux, P.F., et Richter, N.J., "Buckling and bracing of cantilevers". *Journal of Structural Engineering*, **110**(9), 2250-2262, 1984.

Liu, S., *Lateral Bracing Requirements for Cantilever Steel I-beams.* Ph.D. Thesis, McGill University, Montreal, Canada, 2003.

Liu, Y., et Hui, L., "Finite element study of steel single angle beam–columns". *Engineering Structures*, **32**(8), 2087-2095, 2010.

Michell, A.G.M., "Elastic stability of long beams under transverse forces". *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, **48**(292), 298-309, 1899.

Nethercot, D.A., "The effective lengths of cantilevers as governed by lateral buckling". *The Structural Engineer*, **51**(5), 161-168, 1973.

Nethercot, D.A., *Elastic lateral buckling of beams*, Beams and Beam Columns-Stability in Strength (Ed. R. Narayanan), Applied Science Publishers, Barking, Essex, England, 1983.

Ozbasaran, H., Aydin, R., et Dogan, M., "An alternative design procedure for lateral–torsional buckling of cantilever I-beams". *Thin-Walled Structures*, **90**, 235-242, 2015.

Özdemir, K.M., *Lateral buckling of overhanging beams.* M.Sc. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2005.

Prandtl, L., *Kipp-Erscheinungen, ein Fall von instabilem elastischem Gleichgewicht.* Ph.D. Thesis, Ludwigs-Maximilians-Universitaet, Munich, 1899.

Reichenbach, M.C., Liu, Y., Helwig, T.A., et Engelhardt, M.D., "Lateral-Torsional Buckling of Singly Symmetric I-Girders with Stepped Flanges". *Journal of Structural Engineering*, **146**(10), 04020203, 2020.

Roberts, T.M., et Burt, C.A., "Instability of monosymmetric I-beams and cantilevers". *International Journal of Mechanical Sciences*, **27**(5), 313-324, 1985.

Roy, G., Polyzois, D., et Mohamedien, M.A. "Residual stresses in cold formed steel sections." In *International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, 691-703. St. Louis, MO; United States, 1994.

Schafer, B.W., et Li, Z., *CUFSM v.4.05, elastic buckling analysis of thin-walled members by finite strip analysis*, 2012.

Subramanian, L., et White, D.W., "Reassessment of the lateral torsional buckling resistance of rolled I-section members: Moment gradient tests". *Journal of Structural Engineering*, **143**(4), 04016203, 2017.

Timoshenko, S.P., "Einige Stabilitätsprobleme der Elastizitätstheorie". *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, **58**(4), 337-385, 1910.

Timoshenko, S.P., et Gere, J.M., *Theory of Elastic Stability*, 2e ed., McGraw-Hill Book Company, New York, 1963.

Trahair, N.S., "The effective lengths of simply supported rolled steel joists". *Journal of the Institution of Engineers, Australia*, **35**(6), 121-128, 1963.

Trahair, N.S., *Lateral buckling of overhanging beams*. Proceedings of The Michael R. Horne Conference on the Instability and Plastic Collapse of Steel Structures (L. J. Morris ed.), Granada Publishing, London, England, 503-518, 1983.

Wang, C.M., et Kitipornchai, S., "On stability of monosymmetric cantilevers". *Engineering Structures*, **8**(3), 169-180, 1986.

Xiong, G., Kang, S.-B., Yang, B., Wang, S., Bai, J., Nie, S., Hu, Y., et Dai, G., "Experimental and numerical studies on lateral torsional buckling of welded Q460GJ structural steel beams". *Engineering Structures*, **126**, 1-14, 2016.

Ziemian, R.D., *Guide to stability design criteria for metal structures*, 6e ed., John Wiley & Sons, Hoboken, N.J., 2010.

ANNEXE A RÉSISTANCE EN FLEXION D'UN ENSEMBLE REPRÉSENTATIF D'EXTENSIONS DE LA CORDE SUPÉRIEURE DE POUTRELLES FABRIQUÉES PAR LE GROUPE CANAM

Note: La présente annexe a été rédigée sous forme de rapport technique pour le partenaire industriel de ce projet de recherche.

FLEXURAL RESISTANCE OF SELECTED CANTILEVERED TOP CHORD EXTENSIONS OF CANAM OPEN WEB STEEL JOISTS

1. ABSTRACT

This article describes the use of finite element analysis (FEA) to determine the flexural resistance of cantilevered top chord extensions of open web steel joists. The article also explores the possibility of using the direct strength method of the CSA S136 standard for the design of top chord extensions. The study is performed for 19 top chord extensions built with 5 different types of cross-section and for lengths varying from 700 mm to 3000 mm. The influence of the wall thickness of the cross-sections was also studied. The top chord extensions are assumed to be in roof structures and continuously laterally braced at their top flange by the roof steel deck panels. A simplified FEA model was developed to increase computational efficiency; the adequacy of the model was verified against the results obtained with a refined FE model that had been validated against test results obtained in previous phase of the work. Nonlinear static analysis and elastic buckling analysis were performed to determine the ultimate flexural strength (M_n) of the extensions as well as the elastic critical moments associated to local (M_{crl}) and global (M_{cre}) instability. The study showed that the moment M_{crl} varies with the cantilever length due to the moment gradient present in the extensions. For the extensions studied, the flexural capacity was dominated by yielding of the cross-sections, with no or limited impact from instability failure mechanisms, a context not propitious for the use of the direct strength method. The influence of the cross-section thickness and the length of the extensions is studied. The extensions considered in the study were able to attain their plastic flexural capacity. Therefore, it is recommended to consider the plastic limit M_p as a method for calculating the flexural resistance of the joist top chord extensions rather than the elastic limit M_y currently used.

Keywords: Cantilever; Finite element analysis; Top chord extension; Flexural Resistance; Elastic Critical Moment; Section class.

2. INTRODUCTION

The extension of open web steel joist top chords beyond the edge beam supporting the steel joist bearing seat is a simple and commonly used method to create overhang roof shelters along the exterior walls of buildings or cantilevered walkways or floor areas. As illustrated on Figure 1, these extensions can be made from a variety of cross-sections depending on the overhang length and the loading conditions. For lighter applications, the extension can simply consist in lengthening of the back-to-back angles of the joist top chord. For heavier loads or longer spans, the extension can be built using a single C shape (C), C shapes arranged back-to-back (2C), or a mixed cross-section formed by a C shape and an angle placed back-to-back (LC). For these more robust cases, the members used for the extension is often extended into the joist span up to the first joist panel point to ensure proper anchoring. Gravity loads are typically applied to the extension by steel deck panels that are connected to its top flange to also provide continuous lateral bracing. In roof applications, point bracing can also be provided at the tip of the extension bottom flange by means of a continuous edge angle.

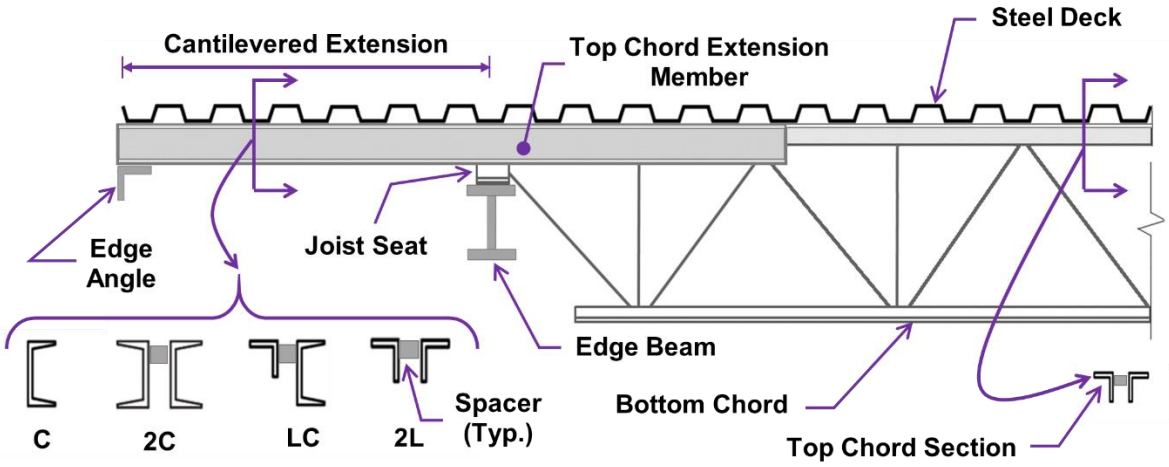


Figure 1: Extension of the top chord members of open web steel joists.

The flexural response of cantilevered steel members has been investigated in numerous past studies with the objective of developing design methods. Most of these studies have focused on members with doubly-symmetric or mono-symmetric I-shaped beams commonly used in structures [1-3]. No such study has been carried out yet for steel joist top chord extensions, and a practical design approach is needed to reliably predict the flexural strength for extensions having various cross-

sections and top flange lateral bracing conditions, that would account for the possible limit states including yielding, lateral-torsional buckling, local buckling, distortional buckling, web crippling, or any combination thereof.. Currently, it is customary to use conservative approaches that may not capture well the critical failure mode or result in non-economical solutions.

In the last decades, the use of nonlinear finite element analyses has become a very effective means of predicting the flexural response of beams with unusual cross-sections or boundary conditions. This method is now recognized as being effective and reliable for predicting the ultimate capacity of flexural members, as limited by local and global instability mechanisms for various loading and restraint conditions and develop simple expressions that can be used in design practice [4-9]. Finite strip and finite element analysis methods can also be used to obtain elastic buckling solutions that can be used in the direct strength design method prescribed in the CSA S136 design standard [10].

A research project was recently completed to apply the direct strength method for the design of open web steel joist extension. The first phase of the project consisted in a comprehensive experimental program which permitted to examine the flexural behaviour of 15 steel joists with 2.5 m long top chord extensions [11]. Tests were performed on 2L top chord extensions as well as extensions built with C100x8 and C200x17 shapes, in the C, 2C, and LC configurations. Lateral bracing conditions were also varied. The data collected during the tests was used in the second phase of the research during which detailed finite element analyses were carried out to reproduce the responses obtained in the test program [12]. The finite element analyses permitted to better understand the response of the test specimens and identify key parameters influencing the flexural response of joist top chord extensions. Among the parameters investigated in the numerical simulations, the restraint provided by the steel deck panels and the presence of a spacer near the fixed end of built-up extension members were found to positively impact the flexural capacity of the top chord extensions. The properties of each specimen are presented in Table 1.

This article presents a study that was performed to evaluate the flexural resistance of cantilevered top chord extensions of roof open web steel joists, including global and local instability failure modes. The study encompasses 19 top different chord extensions having 5 different types of cross-section and lengths varying from 700 mm to 3000 mm. The flexural strength of the extensions is first evaluated using nonlinear finite element analysis. The possibility of using the direct strength method of the CSA S136 standard for the design of top chord extensions in practice is also

evaluated. The first section of the article describes the development and validation of a simplified finite element model that was used to evaluate the flexural resistance of the joist top chord extensions. The two subsequent sections present the evaluation of the plastic moments and the elastic critical moments causing local buckling and lateral torsional buckling of selected extensions. The influence of the extension length on the elastic local and global buckling modes and critical moments is investigated. In the last section of the article, the structural behaviour of the extensions studied is established based on the combination of the results obtained previously and the identification of the predominant failure mechanisms. In this section, a further study is performed to examine the influence of the length and thickness of the cross-section elements of top chord extensions on the elastic critical moments and flexural capacity. The applicability of cross-section slenderness limits specified in current standard [13] is examined and discussed and a method for evaluating the flexural strength of the joist top chord extensions studied is proposed.

3. DEVELOPMENT OF A SIMPLIFIED FINITE ELEMENT MODEL

In previous phases of this research project, a comprehensive full-scale test program was conducted to investigate the flexural response and flexural capacity of 2.5 m long top chord extensions with various cross-sections and lateral bracing conditions. The test specimens included the top chord extension as well as a 9 m long steel joist back-span subjected to service gravity loads. The characteristics of the test specimens are given in Table 1, including the specimen ID, the extension cross-section, and the lateral bracing conditions. The table also presents the measured ultimate moment capacity, $M_{\mathrm{ult,exp}}$ and tip vertical deflection at ultimate load, $\Delta_{\mathrm{ult,exp}}$. The cross-section plastic moment, M_{p}, and the ratio $M_{\mathrm{ult,exp}}/M_{\mathrm{p}}$ are also given for reference. As shown, except for the laterally unbraced top chord extensions specimens J1 and J4, all specimens could develop a flexural resistance close to or exceeding the plastic bending moment. However, during the tests, all specimens exhibited local or lateral-torsional buckling responses when approaching ultimate load. After completion of the test program, detailed finite element models of the test specimens were developed to reproduce the observed responses and flexural capacities of the test specimens [12]. The predicted values of the ultimate flexural strength and vertical deflections at ultimate capacity obtained from the finite element analysis, $M_{\mathrm{ult,Fe}}$ and $\Delta_{\mathrm{ult,FE}}$, are also given in Table 1, together with

the predicted-to-test ratios for the flexural strength, $M_{ult,Fe}/M_{ult,exp}$. As shown, excellent correlation could be obtained between the numerical and experimental results.

The finite element models used in this previous study were complex to build and the analyses required extensive computational time. In particular, the models include the steel joist back-span and good prediction of the entire moment-vertical deflection response from tests required extensive details in the numerical models. In this study, a simplified finite element representation of top chord extensions was needed in view of the large number of cases to be examined. This section describes the development and validation of this simplified model.

Table 1 Ultimate flexural strength, and vertical deflections at ultimate capacity from the tests and the finite element analyses on expanded FE models.

Specimen ID	Cross-Section	Lateral Restraint[4]	$M_{ult,exp}$ (kN-m)	$\Delta_{ult,exp}$ (mm)	M_p (kN-m)	$M_{ult,exp}/M_p$	$M_{ult,Fe}$ (kN-m)	$\Delta_{ult,Fe}$ (mm)	$M_{ult,Fe}/M_{ult,exp}$
J1	C100x8	F	13.3	127	14.7	0.91	13.4	115	1.00
J2-2	C100x8	T	16.6	302	14.7	1.13	16.6	270	1.00
J280	C100x8+L54x54x5	T	20.9	256	19.7	1.06	21.2	224	1.01
J11[1]	2-C100x8	T	> 40.6	560	29.4	-	40.3	670	-
J4	C200x17	F	45.2	85	57.0	0.79	45.1	92	1.00
J5-1	C200x17	T	57.7	101	57.0	1.01	57.4	100	1.00
J5-2[2]	C200x17	T	55.6	90	57.0	0.98	57.4	100	1.03
J6	C200x17	TB	59.7	110	57.0	1.05	58.1	104	0.97
J281	C200x17+L64x64x6	F	71.1	145	71.9	0.99	73.7	155	1.04
J282-1	C200x17+L64x64x6	T	76.6	184	71.9	1.07	75.1	197	0.98
J282-2	C200x17+L64x64x6	T	71.1	148	71.9	0.99	75.1	197	1.06
J283	C200x17+L64x64x6	TB	73.6	184	71.9	1.02	75.1	198	1.02
J205[3]	2-C200x17	T	139	275	129.5	1.07	138.5	275	1.00
J252[3]	2-L76x76x8	F	19.3	373	17.5	1.10	18.8	417	0.98

1. Test halted before reaching the ultimate load because the deflection exceeded the limits of the test setup
2. Test halted after premature failure of the metal steel deck panel connectors.
3. Part of the applied load was temporarily resisted by the test setup; the problem was corrected shortly after noticing it.
4. F (free) = no lateral support; T = continuous lateral bracing at the top flange; TB = T with additional point bracing at the tip of the bottom flange.

3.1.Description of the simplified FEA model

The objective of this study was to predict the flexural capacity of the top chord extensions. To achieve this, the simplified numerical models had to give reliable estimates of the flexural strength and correctly predict the failure mode including possible local and global instability mechanisms. The simplified models were then developed and calibrated such that they could reproduce well these two response parameters for the test specimens described in in Table 1. Results from the tests and the detailed finite element models were used in that process.

The analyses were performed with finite element analysis software Abaqus [14] and an example of a simplified model is shown in Figure 2. The models only included the cantilevered portion of the top chord extension with a fixed-end condition at one end. The member was modelled using twenty-node quadratic brick finite elements C3D20R with reduced integration, and the mesh size was set to 5 mm. Lateral restraint by the steel deck, when present, was modeled with a continuous and infinitely rigid lateral restraint boundary condition at the extension top flange level. Uniformly distributed loading was applied through a linear load assigned at the top flange, along the central edges of the cross-section. The possible effect of residual stresses on flexural capacity and mode of failure was investigated by creating two series of models, one with residual stresses and one without residual stresses. Modelling of residual stresses is described in [11]. For the models without residual stresses of extensions with a symmetric cross-section, an initial geometric imperfection was introduced on the form of a lateral displacement of 5 mm at the free end of the lower chord of the extension, this displacement amplitude corresponding to the out-of-straightness tolerance of L/500 specified in the CSA S16-14 standard [13] for the sweep of a joist or any portion of the length of the joist. The refined FE model used in the previous phase of the project included the torsional restraint from the steel deck panels acting in bending, the lateral restraint from friction between the steel deck panels and the extension top flange for the laterally unbraced specimens, and, for built-up cross-sections, the effect of the presence of a spacer located close to the joist bearing seat and the last joist web diagonal members extending in the extensions. These details were ignored in the simplified models.

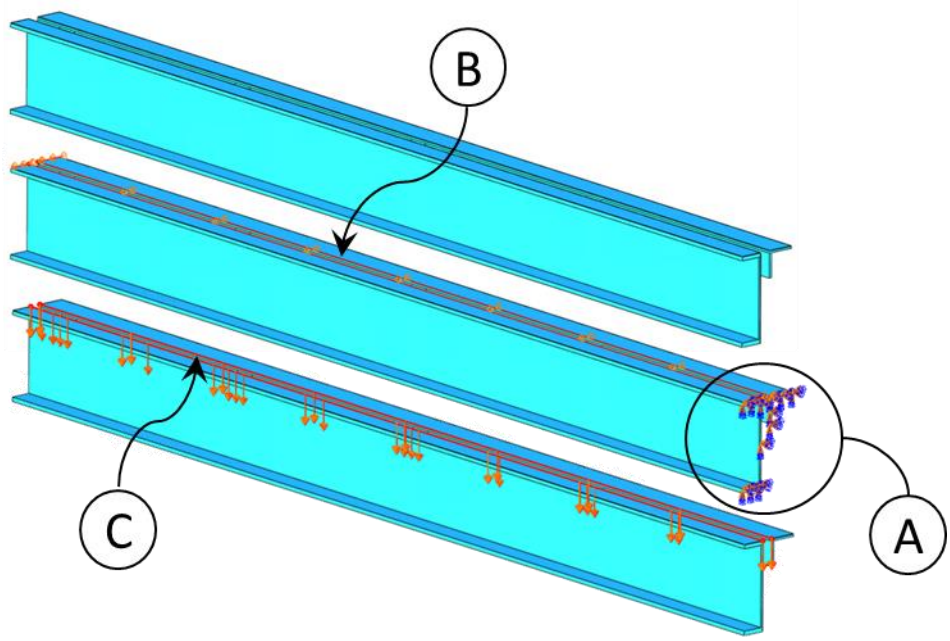


Figure 2: Simplified finite element model of J282_T extension with a fixed-end condition (A) and continuous lateral restraint (B) under a uniformly distributed load (C).

3.2. Analysis results from the simplified models

As expected, the time required for preparing and conducting the analyses with the simplified models was considerably shortened compared to the refined models used previously. As also anticipated, it was not possible to obtain a very good match between the predicted and measured moment-deflection responses. This is illustrated for Specimen J2-2_T in Figure 3. Stiffer response is obtained with the FE model prior to reaching the ultimate capacity, essentially due to the perfectly rigid end support condition assumed in the model. The numerical model also predicts sharper strength degradation in the post-peak region, which is attributed to the aforementioned simplifications made regarding the contribution of the deck panels to lateral bracing and the presence of the spacer and web member for extensions with built-up cross-sections. Despite these discrepancies between moment-deflection curves, the figure shows that the ultimate capacity of the specimen could be adequately predicted with the simplified model and was not significantly affected by the residual stresses.

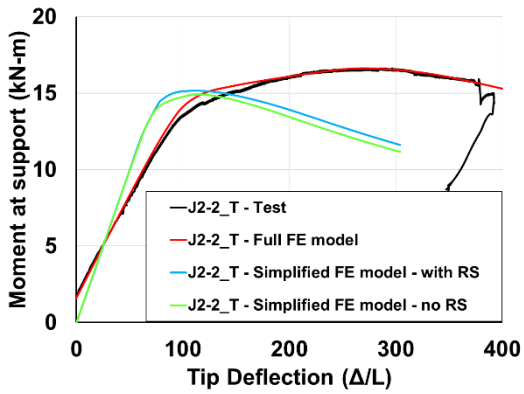


Figure 3: Moment-deflection responses of test specimen J2-2_T obtained from the test, the refined FE model, and the simplified FE models with and without residual stresses.

Instability failure modes predicted by the simplified models are compared to those obtained with the refined models in Figure 4 and 5. In Figure 4, the refined and simplified models predict nearly identical buckled shapes for specimens J280_T and J283_TB with continuous top flange lateral bracing . For Specimen J1_F with no lateral bracing in Figure 5, the simplified model predicted more pronounced lateral displacements and twisting than the refined model, the difference being attributed to the fact that frictional horizontal resistance from the steel deck panels bearing on the extension top flange was included in the refined model. Nonetheless, the buckling deformations obtained from the two models are identical.

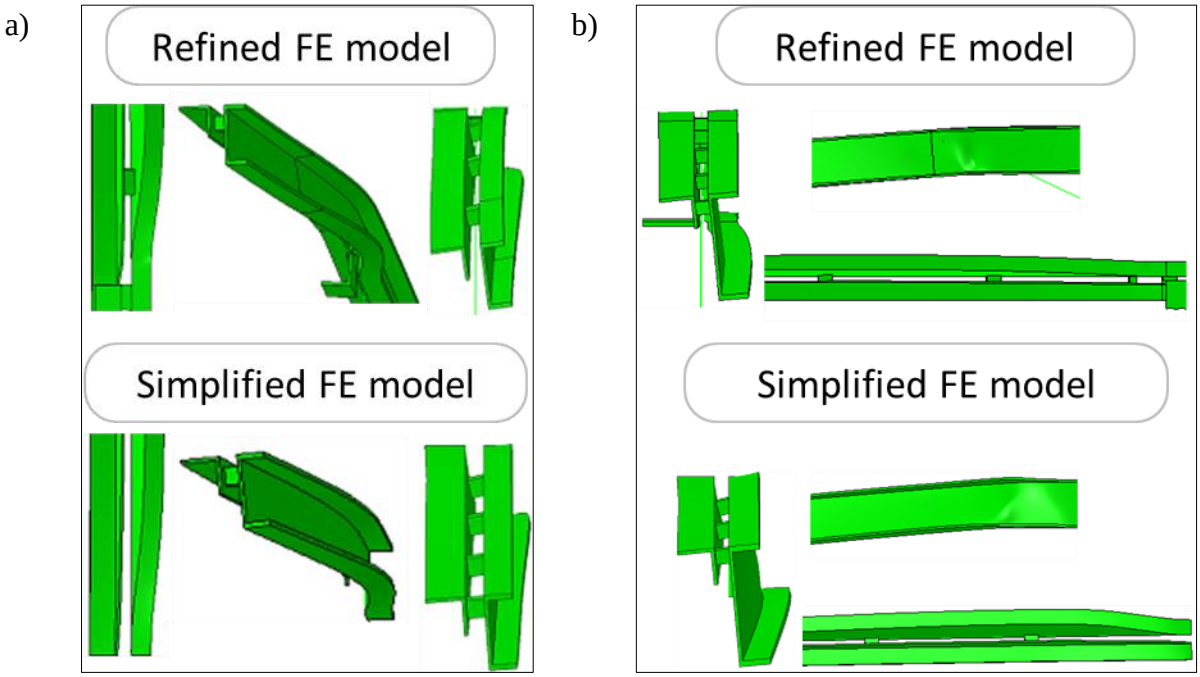


Figure 4: Instability failure modes predicted with the refined and simplified FE models in tests: a) J280_T; and b) J283_TB.

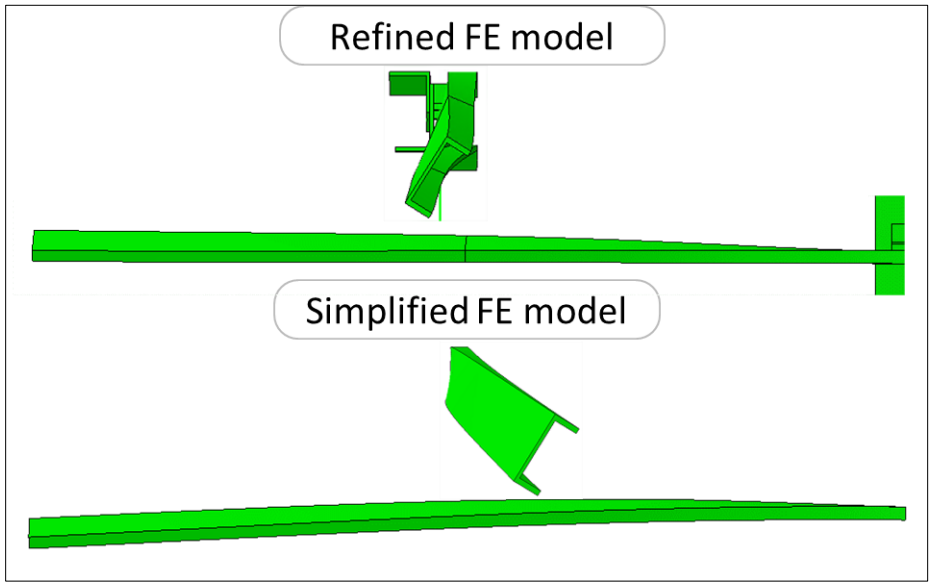


Figure 5: Buckled shape of J1_F – Refined FE model vs Simplified FE model.

For all 12 different test specimens, the ratios between the ultimate resistances obtained from the simplified models without residual stresses and the refined models vary between 0.69 and 1.00,

with a mean value of 0.88 and a standard deviation of 0.11 When the residual stresses are included in the simplified model, the ratios vary between 0.67 to 0.98, with a mean value of 0.89 and a standard deviation of 0.10. The effect of the residual stresses is small and was neglected in the simplified models used in the subsequent analyses. Among all specimens, the three cases where the top chord extension is laterally unbraced are the ones that give the lower ratios: 0.80 for the single C100x8 extension (J1_F), 0.73 for the single C200x17 extension (J4_F), and 0.69 for the single C200x17 extension with L64x64x6 reinforcement (J281_F). This is because the partial lateral restraint from the friction between the steel deck panels and the extension top flange was ignored in the simplified model. If these three tests are omitted, the ultimate capacity ratios between the simplified and refined models vary between 0.99 and 0.81, with a mean value of 0.93 and a standard deviation of 0.06. Considering that the simplified models consistently give conservative estimates and all top chord extensions examined later in this study are assumed to be continuously laterally braced, the simplified model was deemed as satisfactory for the subsequent FE analyses.

Out of the nine remaining test specimens, the ultimate moment ratios between simplified and refined models for three extensions were between 0.95 and 1.00, and no additional modification was made to the simplified models for these extension types: back-to-back angles, single C shapes reinforced with an angle, and single C shape with lateral restraint at the top flange and at the tip of the bottom flange (J6). For the other specimens with ultimate moment ratios lower than 0.95, the simplified models were modified to improve the correspondence with the results from the refined models. For the extensions made of a single C shape with a top lateral restraint, horizontal transverse springs were added at the extension bottom flange to simulate the torsional restraint from the steel deck panels, thus improving the ratios from 0.88 to 0.98 for the J5-1 and from 0.90 to 0.98 for the J2-2. While the extension made of two C200x17 did not require modification (ratio of 0.97), horizontal springs were also added to the extension made of two C100x8 back-to-back. Additionally, for this last case, a solid bar was modelized in the gap of the extension support to reproduce the part of the first diagonal that extended beyond the seat, these changes improved his ratio from 0.81 to 1.00. Details are given in Table 2.

Table 2 Modifications to the simplified models for Specimens J2-2, J5-1 and J11

Specimen	Specific additions to the simplified model
J2-2 C100x8	1 spring with k_{U1} = 0.200 kN/mm at the bottom flange, @ 0.12L from the end support 1 spring with k_{U1} = 0.060 kN/mm at the tip bottom flange
J5-1 C200x17	1 spring with k_{U1} = 0.200 kN/mm at the bottom flange, @ 0.12L from the end support 1 spring with k_{U1} = 0.060 kN/mm at the tip bottom flange
J11 2C100x8	4 (1x4) springs with k_{U1} = 0.080 kN/mm at the bottom flange, @ 0.18L from the end support 2 (1x2) springs with k_{U1} = 0.060 kN/mm at the tip bottom flange Web member added between the 2 C shapes at the end support

The results obtained for the 8 top chord extension specimens with top flange lateral bracing and the 2L top chord extension with no lateral bracing (J252) are presented in Figure 6. In each case, moment-deflection responses from the simplified FE model, the refined FE model and from the test are given. Test results for the duplicated specimens are also presented.

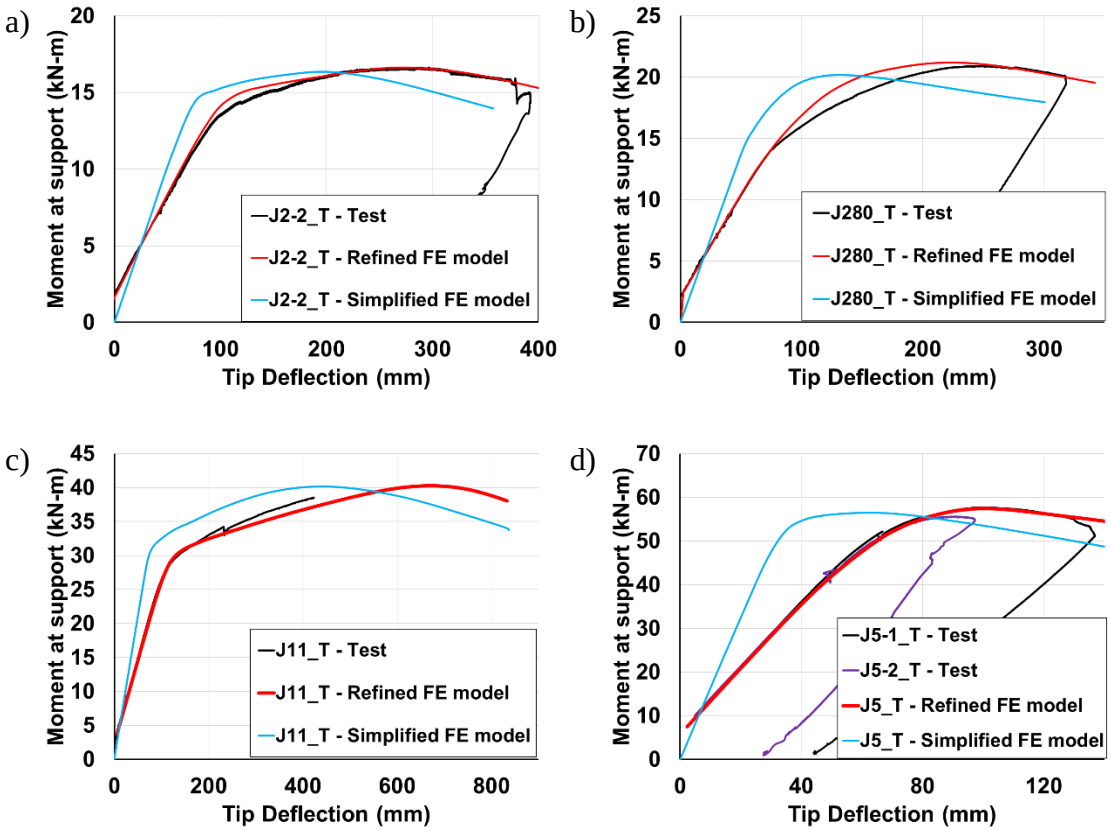


Figure 6: Moment-deflection responses from the tests, refined finite element models and simplified finite element models.

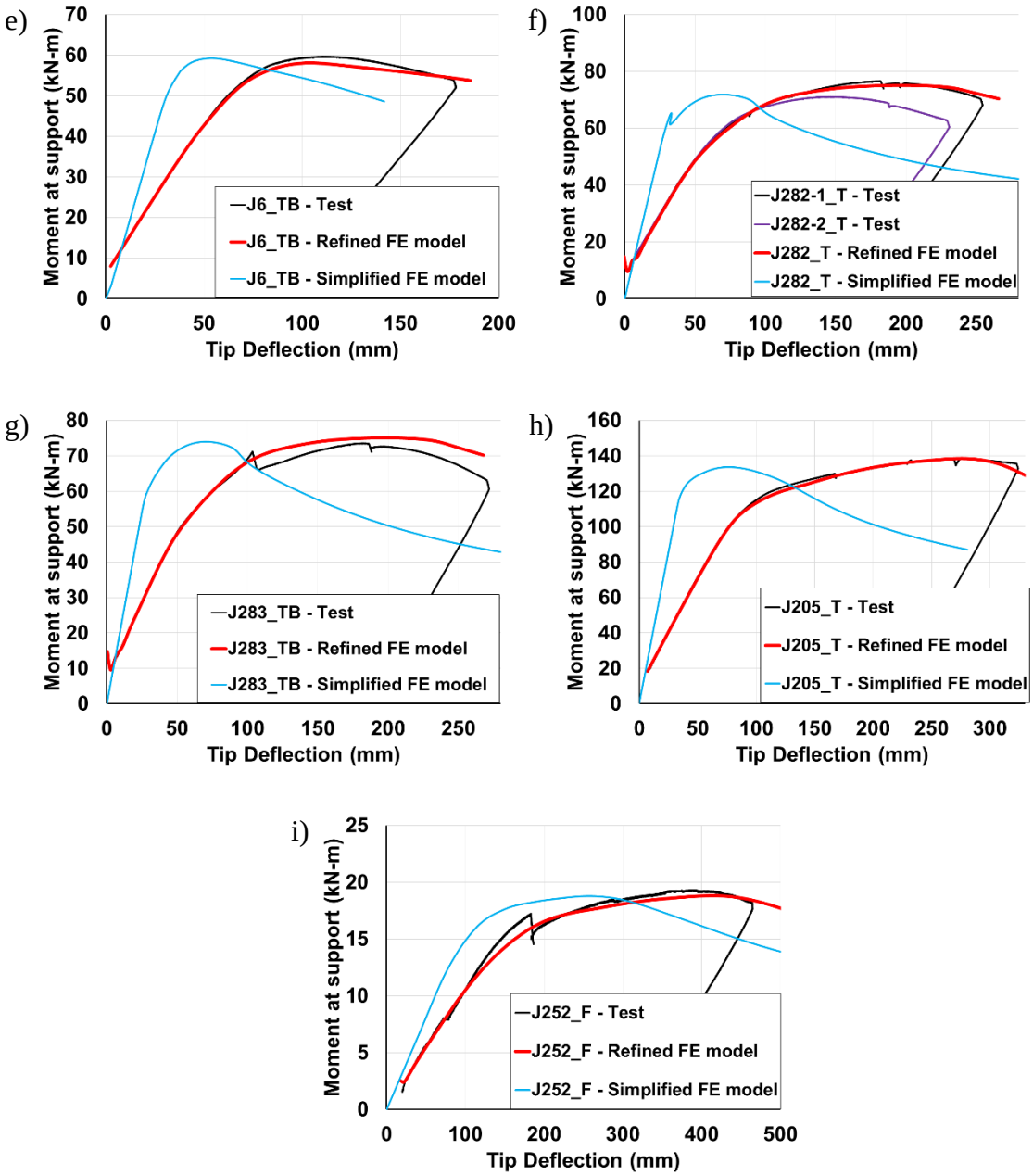


Figure 6 (cont'd): Moment-deflection responses from the tests, refined finite element models and simplified finite element models.

4. ULTIMATE LOAD PREDICTIONS FOR THE EXTENSIONS STUDIED

4.1. Top chord extensions studied

The characteristics of the studied extensions was established in collaboration with the industrial partner for this research project to cover the range of top chord extensions commonly used in practice. The selected extensions are presented in Table 3. Five types of cross- section were considered. For each type, the most frequently encountered profiles were chosen and the length of the cantilever was varied from 700 to 3000 mm, as discussed further below. Using such a diverse range of top chord extensions members aimed at developing conclusive statements that could apply for the design of top chord extensions. All selected C shapes are hot rolled members. In Table 3, angle sizes indicated in bold characters are hot rolled angles; the other angles are cold formed.

Table 3 Top chord extension cross-sections examined in the study

C	2C	2L	4L	C+L
C100x8	2 C100x8	LL44x44x4	LL44x44x4 (top) + LL89x89x5 (bottom)	C100x8 + L44x44x4
C150x12	2 C150x12	LL54x54x6	**LL76x76x8**[1] (top) + LL89x89x5 (bottom)	C100x8 + L54x54x5
C200x17	2 C200x17	**LL76x76x8**[1]	**LL51x51x6.4**[1] (top) + **LL76x76x8**[1] (bottom)	C100x8 + L60x60x5
			LL51x51x6.4[1] (top) + **LL89x89x9.5**[1] (bottom)	C150x12 + L44x44x4
				C200x17 + L44x44x4
				C200x17 + L64x64x6

[1] Hot rolled angles; other angles are cold-formed

4.2. Numerical models

Simplified models of the cantilevered top chord extensions were prepared for each of the 19 cross-sections of Table 3. As previously mentioned, all extensions studied are assumed to be laterally braced at their top flange by the steel deck panels, as would typically be the case in roof structures. For the extensions with a single C and 2C100x8 back-to-back cross-sections, the modifications described in Table 2 were implemented in the models. As for the cantilever lengths, approximately 14 different values were considered from 700 mm to 3000 mm for each extension cross-section processed. The C shapes were assumed to be hot-rolled sections made from CSA G40.21-350W steel. The hot-rolled angles, as indicated in Table 3 were made from CSA G40.21-380W steel whereas the cold formed angles are produced by rolling of ASTM A1011 HSLAS Grade 55 Class 2 steel plates. Nominal material properties were used in the analyses. For each steel grade, the true stress-true strain relationship assigned to the material in the numerical models was determined from the engineering properties given in Table 4. In the table, ε_{sh} is the strain at the end of the yield plateau and ε_u is the strain at the ultimate tensile stress F_u.

Table 4 Engineering stress-strain data used for the extension materials

Type of profile	E (GPa)	F_y (MPa)	F_u (MPa)	ε_{sh} ( )	ε_u ( )
Hot rolled C shapes	200	350	450	0.015	0.11
Hot rolled angles	200	380	480	0.015	0.11
Cold formed angles	200	380	450	0.020	0.065

4.3. Analysis results

As was observed in the tests and subsequent finite element analyses of the top chord extensions described in Table 1, failure of the 19 top chord extensions studied was dominated by flexural yielding of the extensions near the fixed end support. However, in most cases, the failure also included instability mechanisms on the form of local buckling and lateral-torsional buckling that developed when approaching the ultimate load. Distortional buckling mode was not observed in none of the extensions.

The flexural resistances as obtained from the nonlinear finite element analysis with the simplified model were determined using nominal material properties, and, therefore are designated thereafter as nominal moment resistances M_n. In order to more easily see the possible influence of the instability mechanisms on the flexural strength, the computed values of M_n were normalized with respect to the plastic moment capacity of the extension cross-sections, M_p, and the ratios are presented graphically in Figure 7 as a function of the extension length for each top chord cross-section. In the figure, the results are grouped by cross-section type.

For the majority of the extensions studied, the M_n/M_p ratios reach and exceed unity, confirming the prevalence of flexural yielding on their flexural resistance. As expected, the ratios generally decrease as the length is increased, indicating an increasing influence of lateral-torsional buckling for the longer extensions. This influence seems to be more pronounced for the extensions with 2C back-to-back, shallower single C reinforced with an angle.

A method for determining the flexural strength of top chord extensions would require to account for the possibility of local and lateral-torsional bucking. The direct strength method included in the CSA S136 standard has been established with the specific objective of including the effect of local, distortional and lateral-torsional buckling in the determination of the flexural strength of cold-formed steel members. The method uses as input the elastic critical moments producing local buckling, M_{crl}, distortional buckling, M_{crd}, and lateral-torsional buckling, M_{cre}, and the nominal flexural strength of a member is a function of the ratios between these critical moments and the member yield flexural moment. In the next sections, using the direct strength method as a model, elastic critical moments of the top chord extensions studied herein are evaluated and compared to their plastic moment capacities to determine whether instability mechanisms must be considered in the design of top chord extensions.

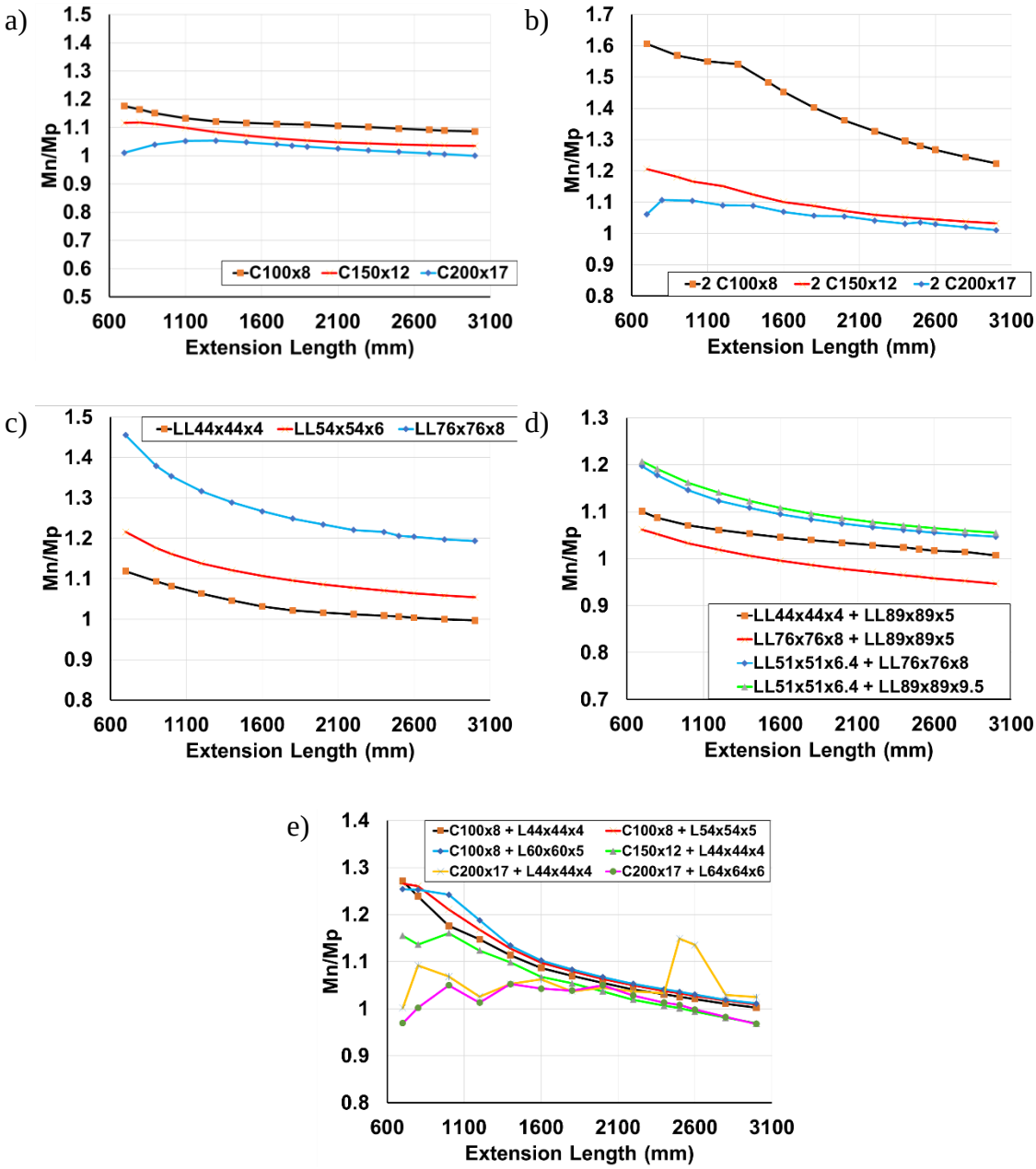


Figure 7: Nominal moment resistance to plastic moment capacity ratios Mn/Mp from simplified finite element models: a) single C shapes; b) back-to-back C shapes; c) back-to-back angles; d) two pairs of back-to-back angles; e) single C shape reinforced with an angle.

5. EXAMINATION OF THE INSTABILITY FAILURE MODES

In this section, the elastic critical moments associated to local buckling and lateral-torsional buckling of the top chord extensions that are used as input in the direct strength method of the CSA S136 standard. These moments are then compared to the extension's plastic moment capacities to assess the significance of the observed instability failure mechanisms on the flexural capacity of the top chord extensions. First, the application of the direct strength method is illustrated for a simple beam with a cold-formed C shape cross-section to illustrate the application of the method and compare its results to the predictions from nonlinear finite elements analysis.

5.1. Application of the direct strength method

The first step in the determination of the nominal flexural strength of a member with the direct strength method of CSA S136 is the calculation of the elastic critical moments of the member associated to local buckling, M_{crl}, distortional buckling, M_{crd}, and lateral-torsional buckling, M_{cre}. The nominal flexural strength is then determined by taken into consideration inelasticity effects on the buckling stresses. Interaction between local and lateral-torsional buckling is also accounted for in the method. The elastic critical moment for each buckling mode can be determined from elastic buckling analysis using the finite strip or finite element analysis method. The method has been developed and validated for certain sections and therefore it is applicable only to sections that fall with applicability limits.

To illustrate the use of the method with elastic critical moments determined from finite element analysis, the nominal flexural strength of a simple beam with a cold-formed thin-walled channel cold-formed thin-walled C360x100x2.28 cross-section is determined with the direct strength method and compared with the value obtained from nonlinear finite element analysis. The member cross-section is shown in Figure 8. The beam is simply supported and subjected to a uniform bending moment. The beam is laterally supported only at its ends. First, buckling analyses were carried out on beam model constructed of 8-nodes quadratic thick shell elements with reduced integration S8R. The beam length is varied from 400 mm to 10,000 mm. For each beam length the critical local, distortional and lateral-torsional buckling modes and associated critical moments were obtained from buckling analysis and visual inspection of the buckled shapes. Figure 9 shows

the three buckling modes for a given beam length. The obtained critical moment M_{crl}, M_{crd}, and M_{cre} are plotted in Figure 10 as a function of the beam length. These moments were then used to obtain the beam nominal flexural resistance values using the direct strength method, $M_{n,S136}$, also presented in Figure 10. As shown, for the shorter beams, $M_{n,S136}$ is governed by local and distortional buckling, and flexural yielding. The resistance of the longer beams is controlled by lateral-torsional buckling.

As a second step, nonlinear finite element analyses were performed to determine the nominal flexural strength for all beam length cases. In these analyses, the beams were modelled using C3D20R twenty-node quadratic brick elements with reduced integration. Riks analysis (Arc Length) was adopted. A material with nominal plastic properties was assigned to the elements and an initial geometric imperfection corresponding to a critical buckling mode with a maximum amplitude of L/1000. Values of M_n from nonlinear FE analysis, $M_{n,FE}$, are plotted in Figure 10. Overall, there is a good correspondence between the flexural resistances $M_{n,FE}$ and $M_{n,S136}$..

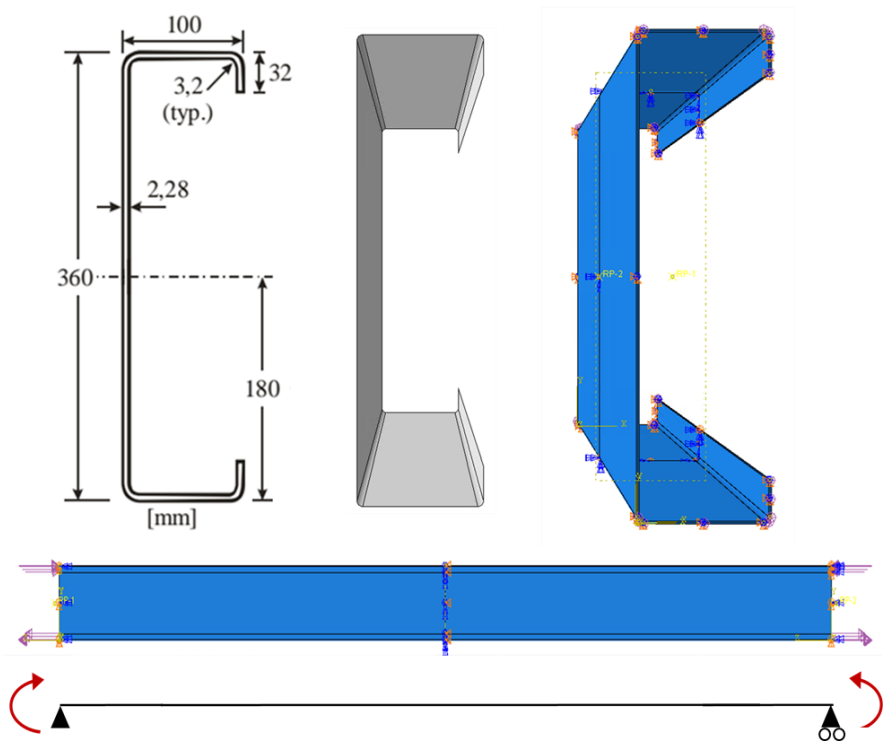


Figure 8: Cold-formed C360x100x2.28 beam: cross-section dimensions and Abaqus finite element model.

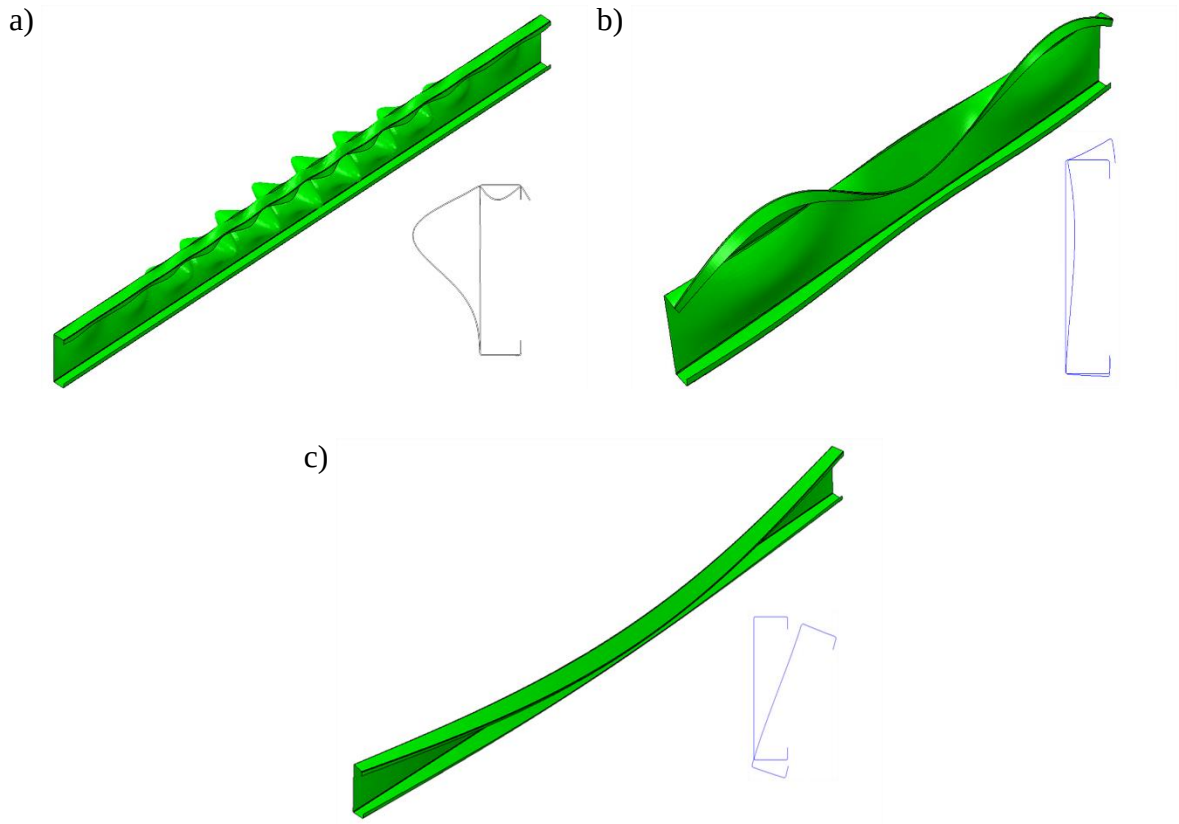


Figure 9: Deformed shapes of the buckling modes identified on the C360x100x2.28 model: a) local buckling; b) distortion; c) lateral torsional buckling.

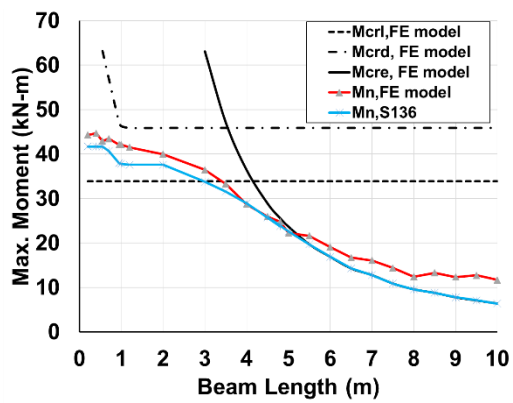


Figure 10: Variation of the elastic critical moments and nominal flexural resistance as function of the length for the C360x100x2.28 beam.

5.2. Modeling of extensions and identification of elastic critical loads

In this sub-section, elastic critical moments M_{cre} and M_{crl} are determined for the 19 top chord extensions described in section 4.1. The extensions were modelled using 10 mm S8R shell elements as these elements are very suitable for elastic stability and buckling analyses. They can also accurately predict both global and local buckling modes with fewer elements than solid elements and, therefore, improve computational efficiency. Furthermore, when using FE analysis for determining M_{cre} and M_{crl}, the modes of interest must be identified by visual inspection, which can be achieved more easily with shell element models. For built-up cross-sections, the spacers connecting the two profiles were modeled with brick elements. For all elements, the elastic isotropic steel material properties were assigned, i.e. E = 200GPa and ν = 0.3. The boundary conditions and lateral bracing conditions described in Section 4.2 were used in the analyses, and elastic buckling analysis was performed on the extensions subjected to a uniformly distributed vertical load. Figure 11 shows examples of the shell element models used for each cross-section type.

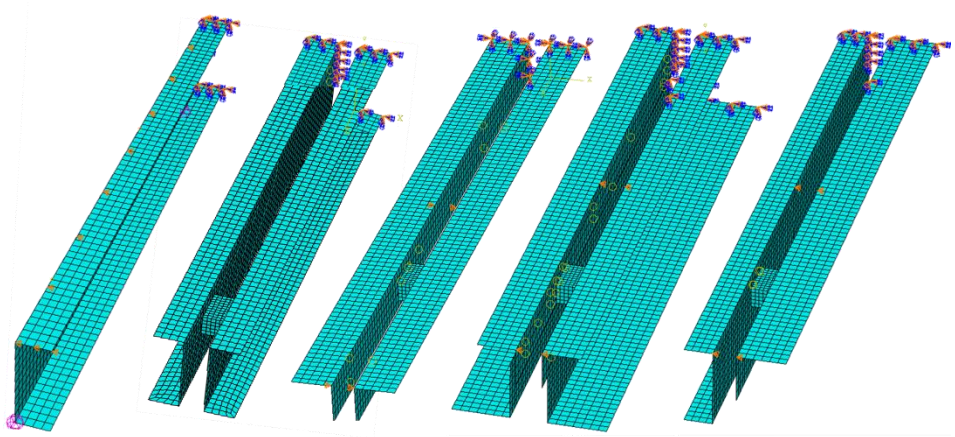


Figure 11: Shell element models of 800 mm long extensions used to determine elastic critical moments.

5.3.Results

Examples of lateral-torsional buckling modes and local buckling modes obtained from elastic buckling analysis are presented in Figures 12 and 13, respectively. The variation of the elastic critical moment producing lateral-torsional buckling as a function of the extension length is presented in Figure 14.

The extensions studied in this project are built with hot-rolled C shapes and unstiffened angles with relatively thick flat elements. Distortional buckling was therefore not expected and none was observed in the extensions studied. In the case of top chord extensions with 2L cross-sections, the only mode of instability observed was local buckling of the horizontal and vertical legs near the support, as shown in Figure 13a.

For the extensions with an LC cross-section and other built-up sections, the lateral torsional buckling mode involved the two profiles. This global instability mode is characterized by twisting of the member, with limited deformations of the cross-section along the extension length. Local buckling modes takes place in either one of the two profiles (see Figures 13c and 13d). In some of the short extensions, local buckles formed in both sections. Two critical moment values for local buckling were therefore retained for each extension: one for the case where the local buckling occurs only in the angle, and the other one for the case where it occurs in the C shape only, or in both profiles. The results can be seen in Figure 15e, where the solid and dashed lines represent the moments M_{crl} producing local buckling in the C shape and the angle, respectively. For lengths shorter than the length at the points where these two lines intersect, local buckling occurs in both profiles, as represented by the dotted lines.

For extensions built with 4 angles, local buckling only developed in the angles of the bottom pair. For this cross-section type, global lateral torsional buckling without global buckling was only observed in a few cases of longer extensions. For the other 4-angle extensions, the buckling analyses revealed a combination of global buckling and global buckling combined with local buckling of the angles of the bottom two angles (See Figure 12d). In Figure 14c, the dashed lines indicate the cases of lateral torsional buckling accompanied by local buckling in the lower angles, whereas the solid lines represent the cases characterized by lateral-torsional buckling only.

Local buckling typically occurs on the form of short half-wave lengths and, for member lengths beyond the wave length corresponding to the minimum local buckling stresses, it is expected that M_{crl} would not vary with the member length. However, the analysis results in Figure 15 clearly show M_{crl} values that vary with the length of the extensions. In the cold-formed C shape beam studied in the previous sub-section, M_{crl} was constant in Figure 10, as one would expect. The top chord extension cases examined in this study differ from the C beam example in terms of type and thickness of the cross-section, boundary conditions, and loading conditions. Factors leading to varying M_{crl} values are examined in the next sub-section.

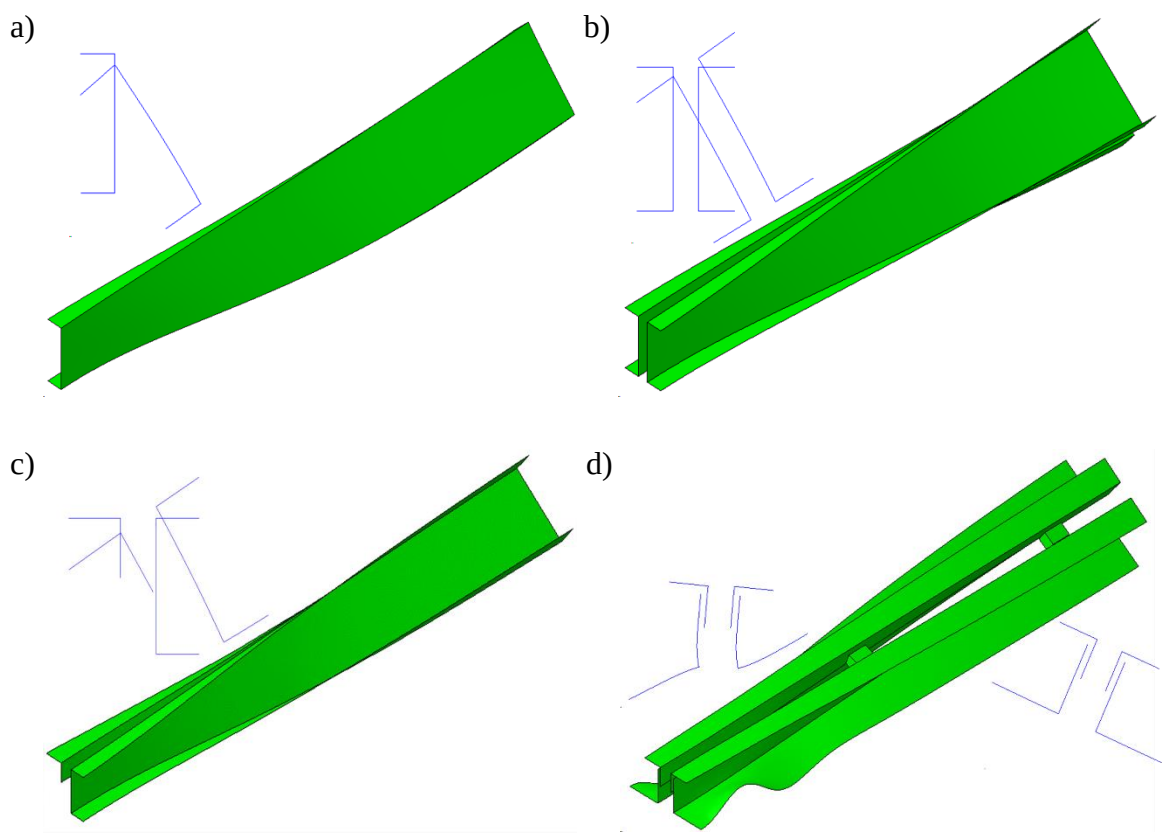


Figure 12: Examples of lateral-torsional buckling modes from shell element models for extension cross-sections: a) C; b) 2C; c) CL; d) 4L.

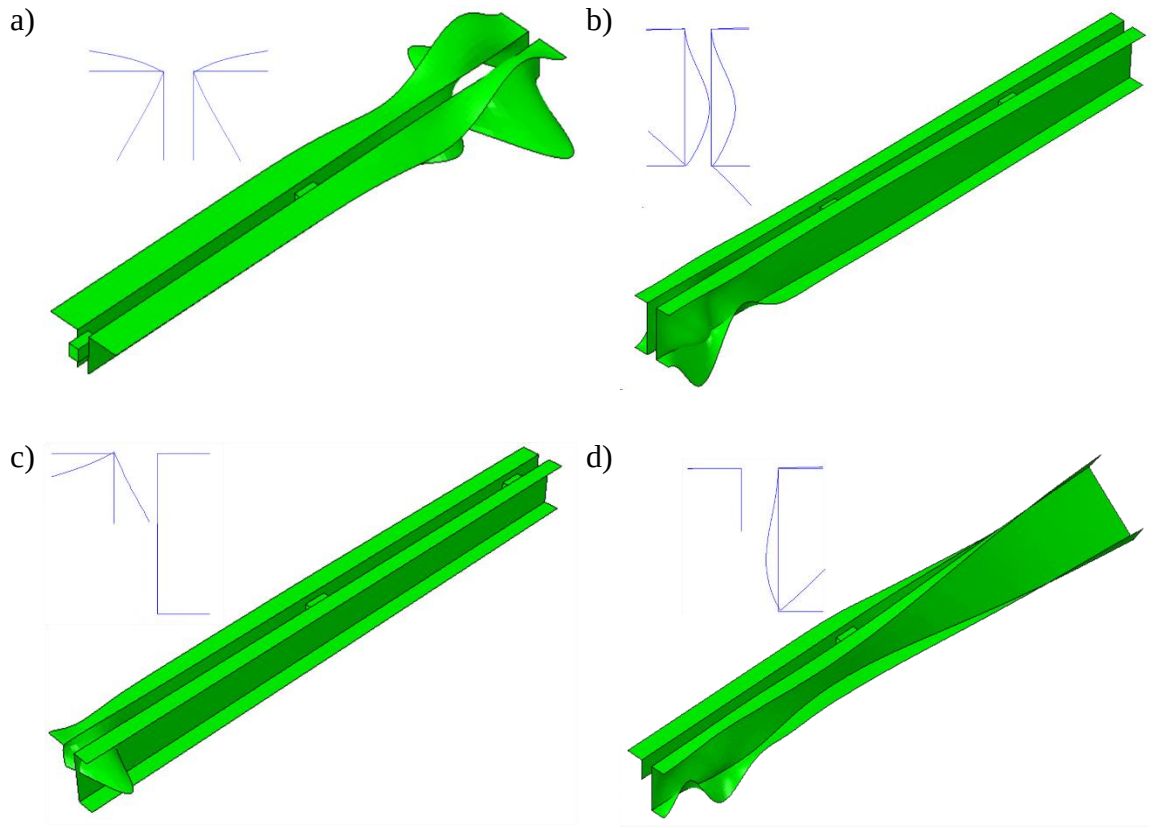


Figure 13: Elastic local buckling modes from shell element models of extension cross-sections a) 2L; b) 2C; c) CL(local buckling of angle legs); and d) CL (local buckling of the C shape flange).

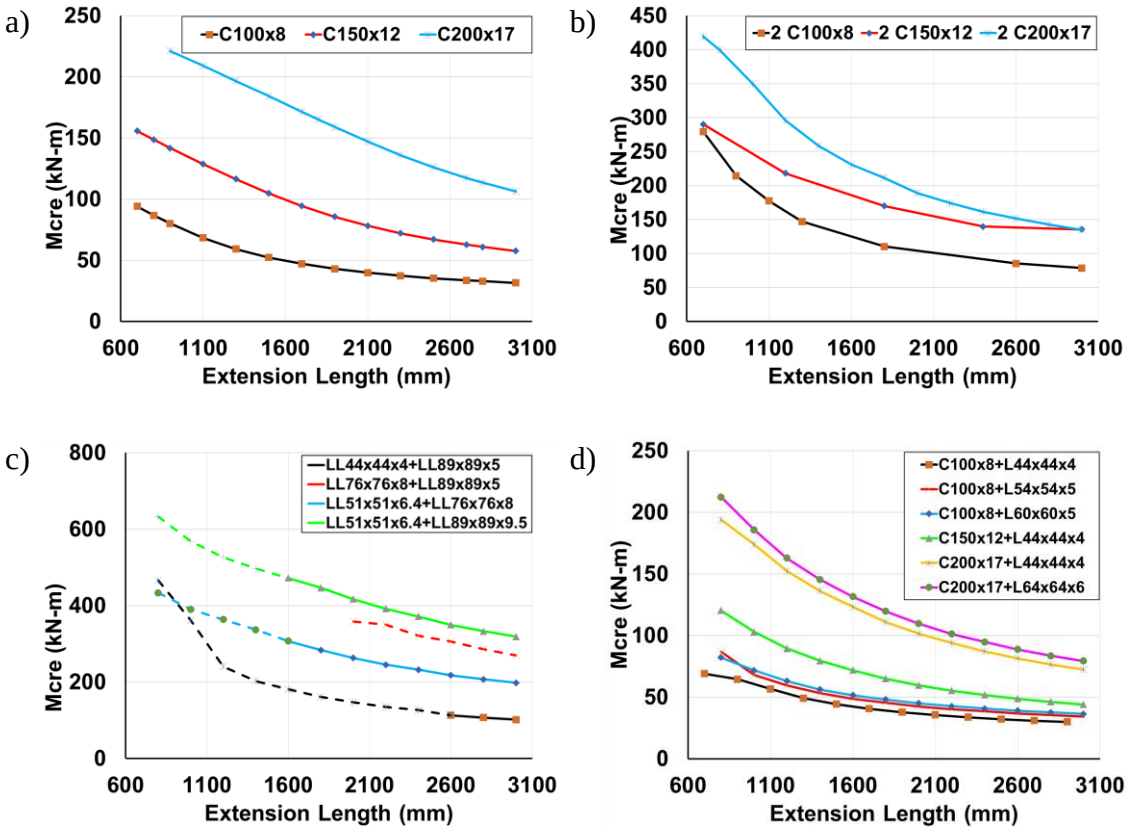


Figure 14: Variation of the moment Mcre with length for extension cross-sections : a) C; b) 2C; c) 4L; and d) LC.

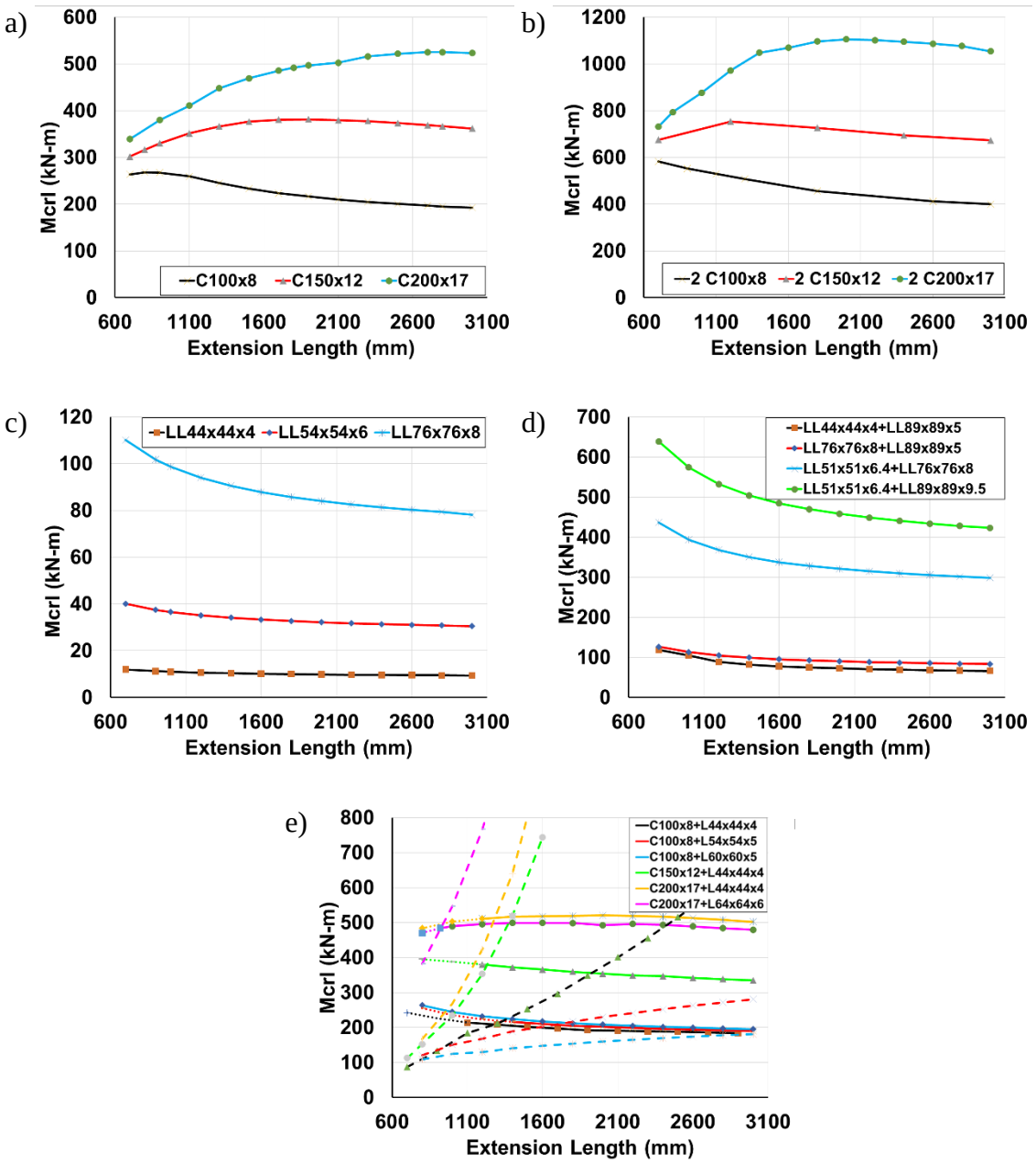


Figure 15: Variation of the moment Mcrl with length for extension cross-sections: a) C; b) 2L; c) 2C; d) 4L; and e) LC.

5.4. Varying critical moments M_{crl}

As discussed above, the elastic critical moments associated to local buckling varied as a function of the length of the joist top chord extensions, which is contrary to the anticipated behaviour. The first hypothesis was that this difference came from the fact that the cross-sections of the top chord extensions have relatively thick flat elements. To verify this hypothesis, local buckling response was studied for a simple cantilever beam subjected to a uniform bending moment. The beam is made of a single angle with equal legs, with the horizontal leg forming the beam top flange in tension. The beam is laterally braced over its entire length. Different cross-section properties and beam lengths were considered:

- Leg width: 28.6 mm (1 1/8 in) & 76.2 mm (3 in),
- Leg thickness: 2.286 mm (0.09 in), 3.988 mm (0.157 in), 5.994 mm (0.236 in), 7.937 mm (5/16 in) & 9.525 mm (3/8 in),
- Beam length: 300 mm, 650 mm, 1000 mm, 2500 mm, 5000 mm & 8000 mm.

Elastic buckling analysis was performed for each of these cases using Abaqus. The so-obtained elastic critical moments M_{crl} are plotted in Figure 16. As shown, moments M_{crl} are constant over the entire length range, except for very short lengths where M_{crl} increases as the length is reduced. This behaviour is expected because the elastic buckling stresses of a plate increases when the buckling wave-length is reduced. This increase is more pronounced for the angles with the wider and thicker legs.

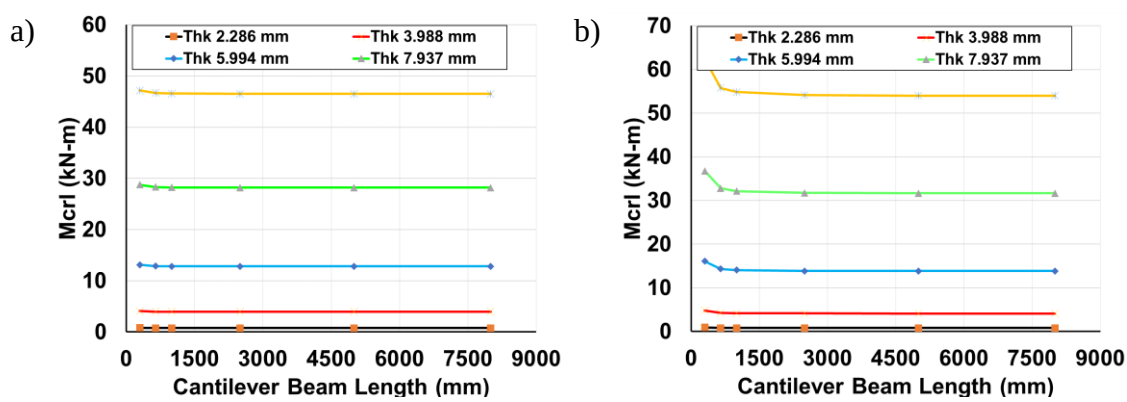


Figure 16: Variation of the moment Mcrl with length for cantilever beams with back-to-back angle cross-sections subjected to a uniform moment: a) 2L 28.6x28.6; b) 2L76.2x76.2.

Elastic buckling analysis of the same beams was repeated with the beam subjected to a uniformly distributed load, similar to the loading condition for the top chord extensions. The results are presented in Figure 17. As shown, the increase of M_{crl} is more pronounced when reducing the beam length and that variation is observed over a wider range of beam length. This is due to the linear variation of the compressive longitudinal stresses along the beam length that is induced by the uniformly distributed loading. To illustrate further the effect of the loading condition, Figure 18 compares the values of M_{crl} determined for the L76x76x9.525 beam under a uniform bending moment and a uniformly distributed load. . Clearly, the variation in M_{crl} is more marked and occurs over a longer beam length range under the a uniformly distributed load case.

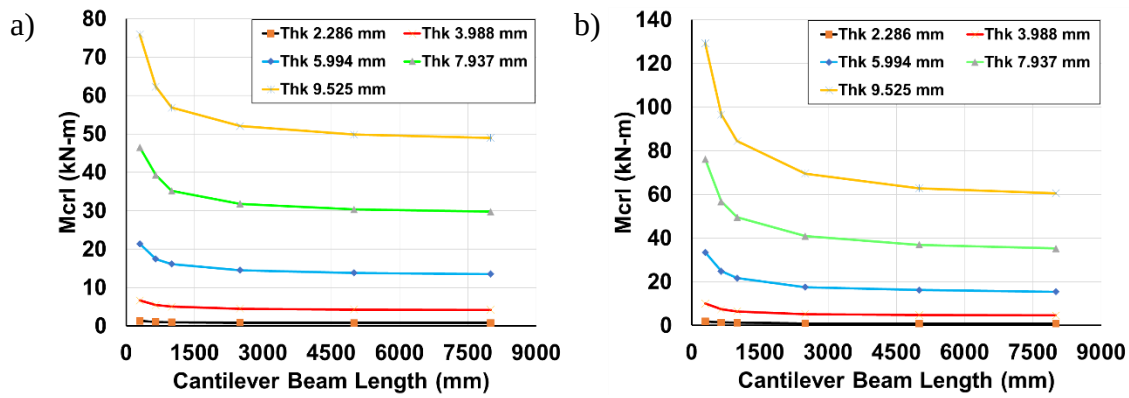


Figure 17: Variation of the moment Mcrl with length for cantilever beams with back-to-back angle cross-section subjected to a uniformly distributed load: a) 2L 28.6x28.6; b) 2L 76.2x76.2.

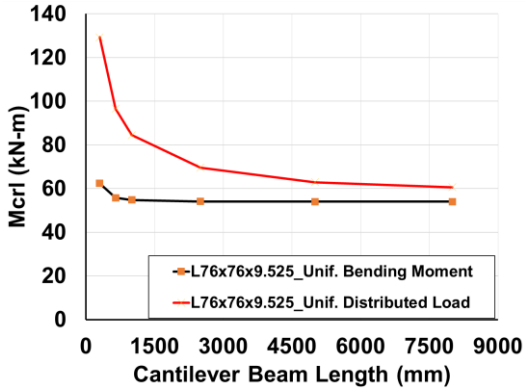


Figure 18: Variation of the moment Mcrl with length for cantilever beams with a single L76x76x9.53 cross-section subjected to a uniform moment and a uniformly distributed load.

The observed difference is attributed to the difference in longitudinal axial stress distribution in the beam. Figure 19 shows isosurface renderings of the longitudinal stresses present in the vertical leg of the L76x76x9.53 angle for 8000 mm and 1000 mm long cantilevered beams subjected to a uniform moment. For these beams, the stress distribution is constant along the beam length and of nearly the same amplitude for both beam lengths, which is expected under a constant moment. Figure 20 presents the same renderings for the same beams under a uniformly distributed load. In this case, the moment is maximum at the fixed end and decreases towards the beam free end, and the moment M_{crl} is taken as the moment at the beam fixed ends. As shown, the portion of the beam length subjected to high compressive stresses near the fixed end decreases as the beam length is reduced, and local buckling in this region therefore occurs under higher moment at the fixed end compared to the case of the beam subjected to uniform bending moment.

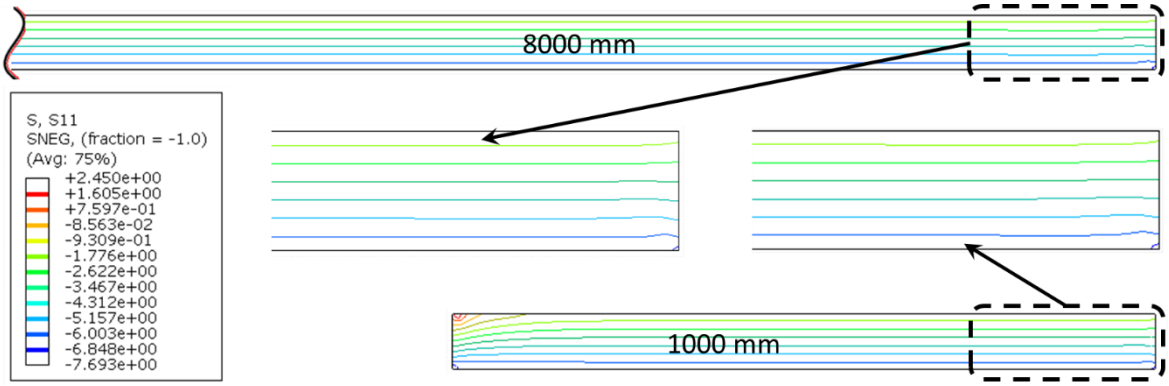


Figure 19: Longitudinal stresses S11 in the vertical leg of an L76x76x9.53 cantilever beams subjected to a uniform moment.

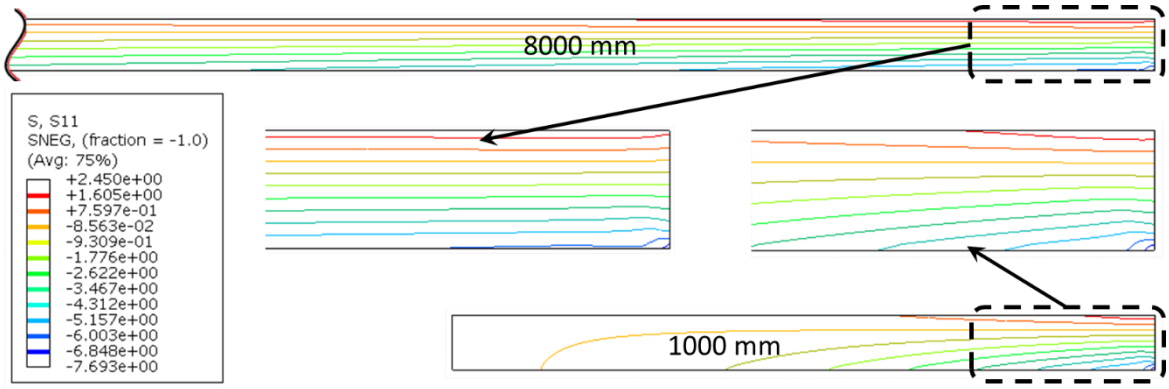


Figure 20: Longitudinal stresses S11 in the vertical leg of an L76x76x9.53 cantilever beam subjected to uniformly distributed load.

6. PROPOSED METHOD FOR DETERMINING THE FLEXURAL STRENGTH

6.1.Nominal flexural strength including inelasticity effects

Cross-section yielding represents the upper limit for the flexural strength of members subjected to bending. That limit can be based on the yield moment, $M_y = SF_y$, or the plastic moment $M_p = ZF_y$, depending on the slenderness of the flat elements of the member's cross-sections, where S and Z is the elastic and plastic section moduli, respectively, and F_y is the steel yield strength.. For the top chord extensions, the nominal yield strength is equal to 350 MPa for the C shapes and 380 MPa for the angles. For cross-sections of the LC type, a yield strength of 350 MPa was adopted as the C shape dominates the flexural capacity of the member.

Figures 21 to 25 show the elastic critical moments M_{cre} and M_{crl}, the nominal flexural resistance M_n from finite element analysis with the simplified model, and moments M_y and M_p of all extensions. As before, the extensions are grouped in accordance with the type of cross-section. In all cases studied, the critical moments M_{cre} and M_{crl} are significantly higher than the moments M_n, M_y and M_p. The flexural strength of thin-walled cold-formed sections typically is strongly influence by local or global buckling modes, as was illustrated in the example presented in Section 5.1. In that example, the M_{cre}/M_y ratio varied between 0.13 and 1.27, and the moment M_{crl} was equal to $0.68M_y$. These ratios are much higher for the top chord extensions examined in this study. For instance, for the extensions made of a single C shape, the M_{cre}/M_y ratios range from 2.4 to ~11.6 and the M_{crl}/M_y ratios vary from 4.6 to approximately 20. These results indicate that for the types of cross-section and the range of lengths that are typical for steel joist top chord extensions, local and global buckling are unlikely to develop prior to yielding of the cross-section and, thereby, will have limited impact on the their ultimate flexural capacities . In the direct strength method, local buckling can be ignored in the calculation of M_n if M_{crl}/M_{cre} or $M_{crl}/M_y > 1.66$. These two conditions are met for all top chord extensions studied in this project.

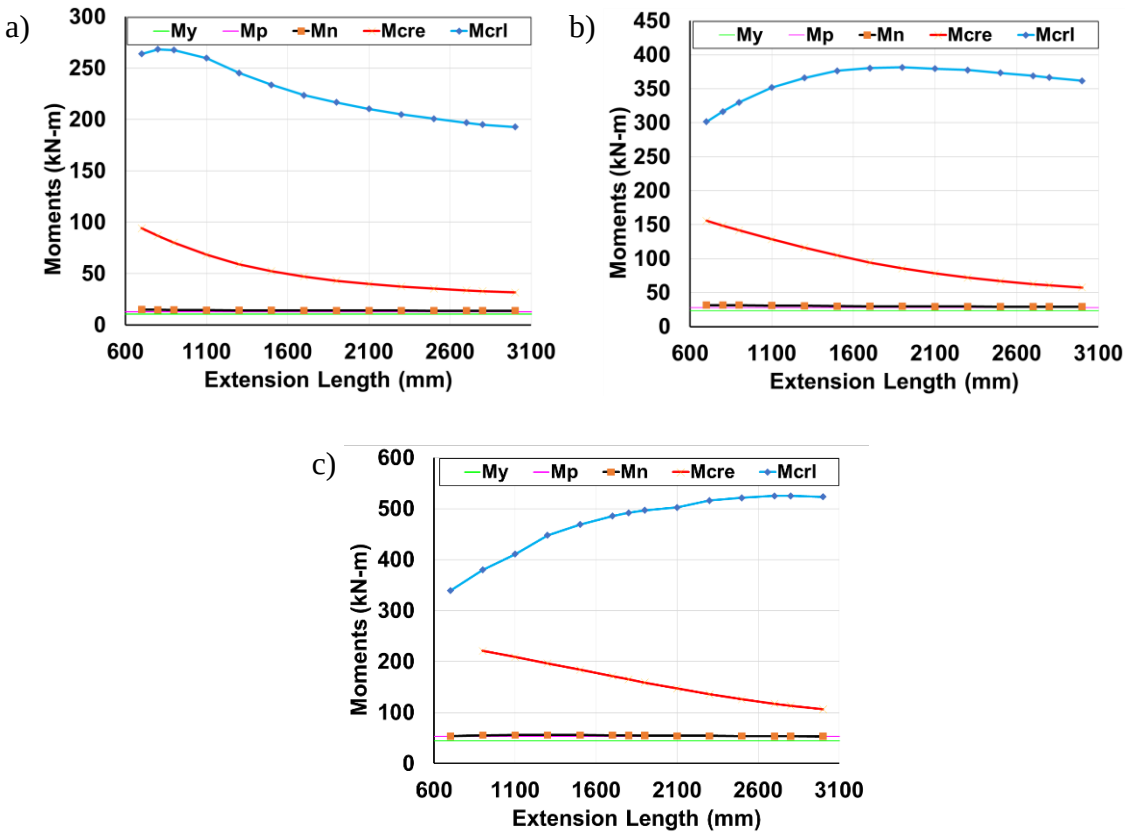


Figure 21: Variation of moments Mn, Mcre, Mcrl, My and Mp with length for extensions made of a single C shape: a) C100x8; b) C150x12; c) C200x17.

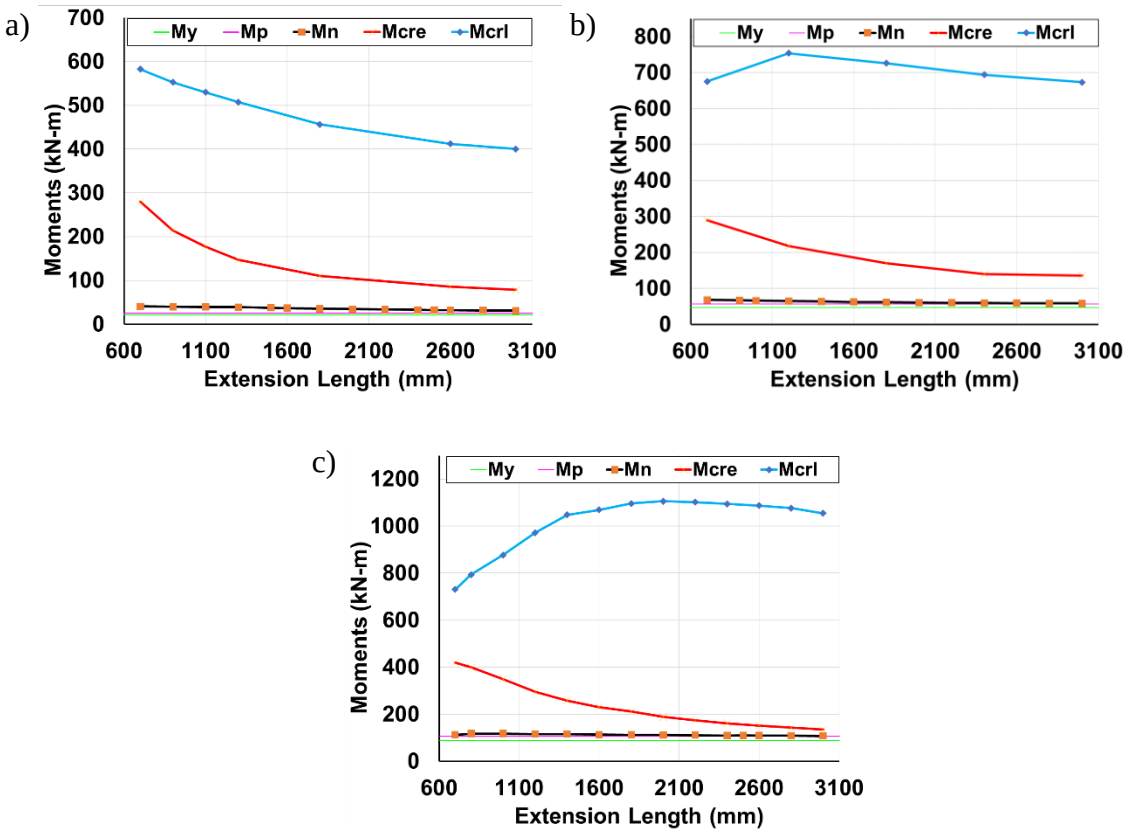


Figure 22: Variation of moments Mn, Mcre, Mcrl, My and Mp with length for extensions made of back-to-back C shapes: a) 2 C100x8; b) 2 C150x12; c) 2 C200x17.

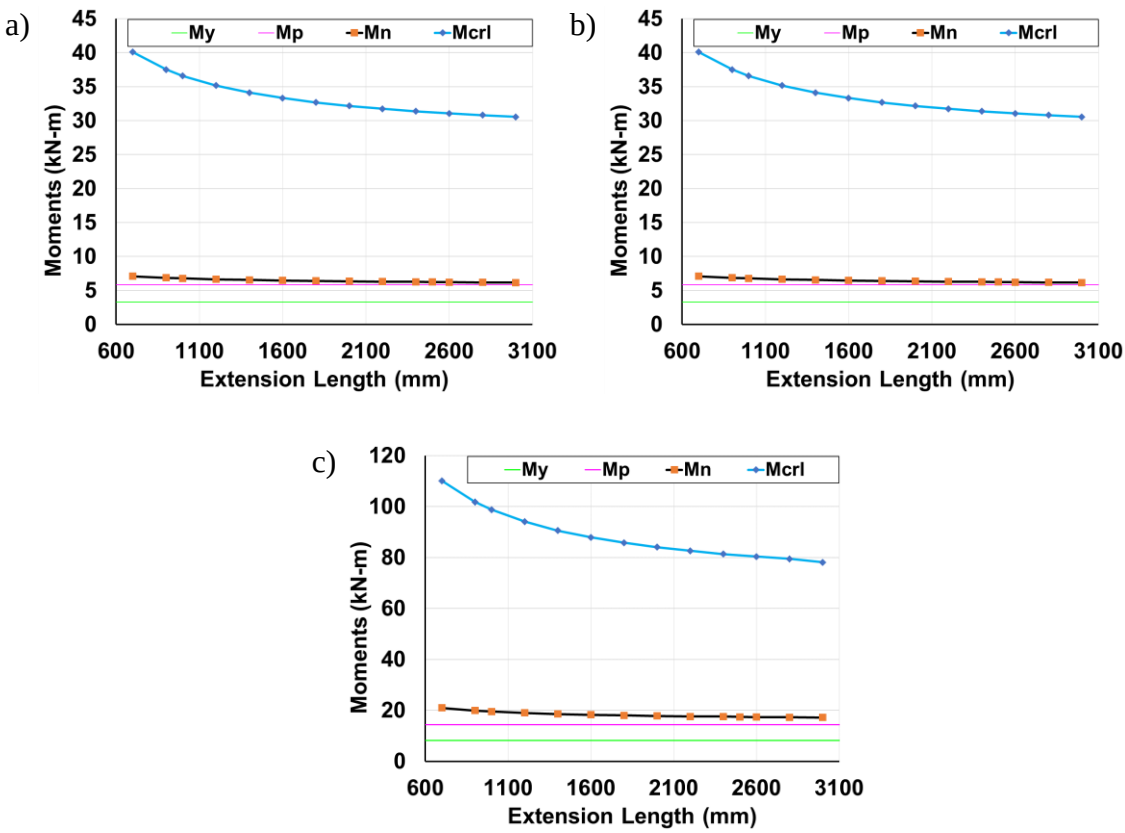


Figure 23: Variation of moments Mn, Mcrl, My and Mp with length for extensions made of back-to-back angles: a) 2L44x44x4; b) 2L54x54x6; c) 2L76x76x8.

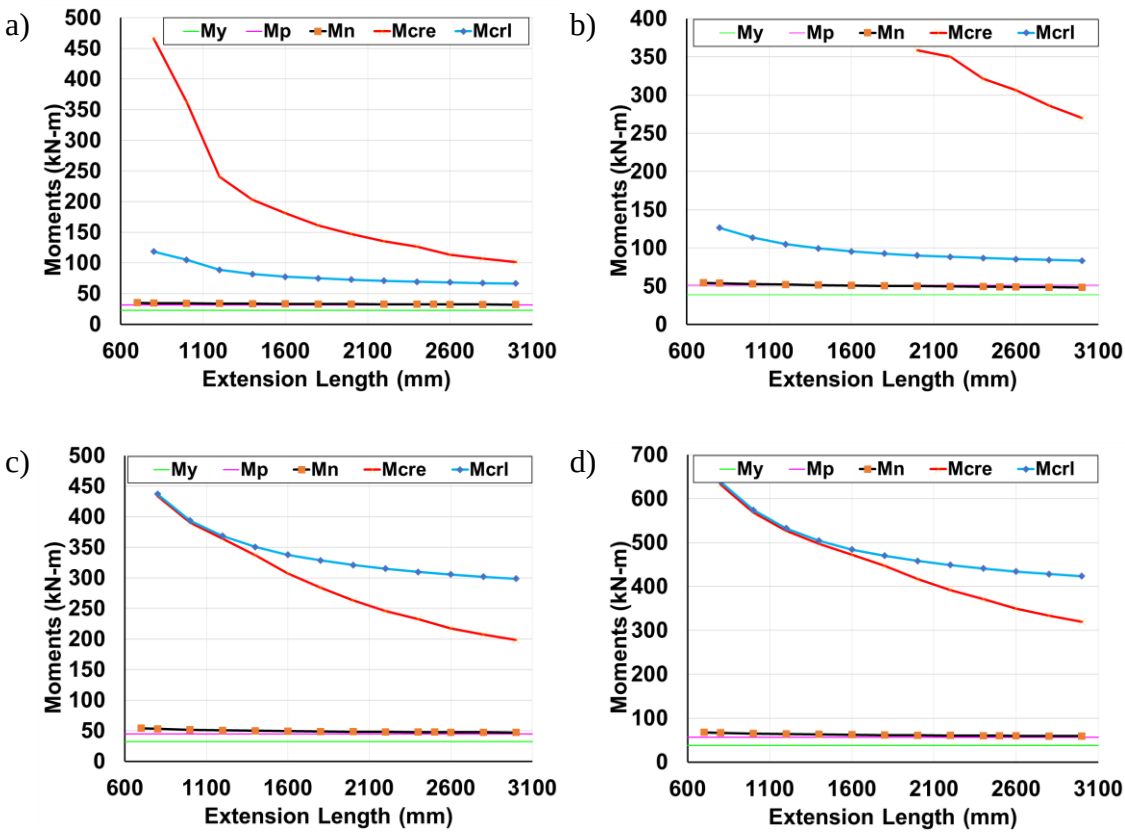


Figure 24: Variation of moments Mn, Mcre, Mcrl, My and Mp with length for extensions made of two pairs of back-to-back angles: a) 2L44x44x4 + 2L89x89x5; b) 2L76x76x8 + 2L89x89x5; c) 2L51x51x6.4 + 2L76x76x8; d) 2L51x51x6.4 + 2L89x89x9.5.

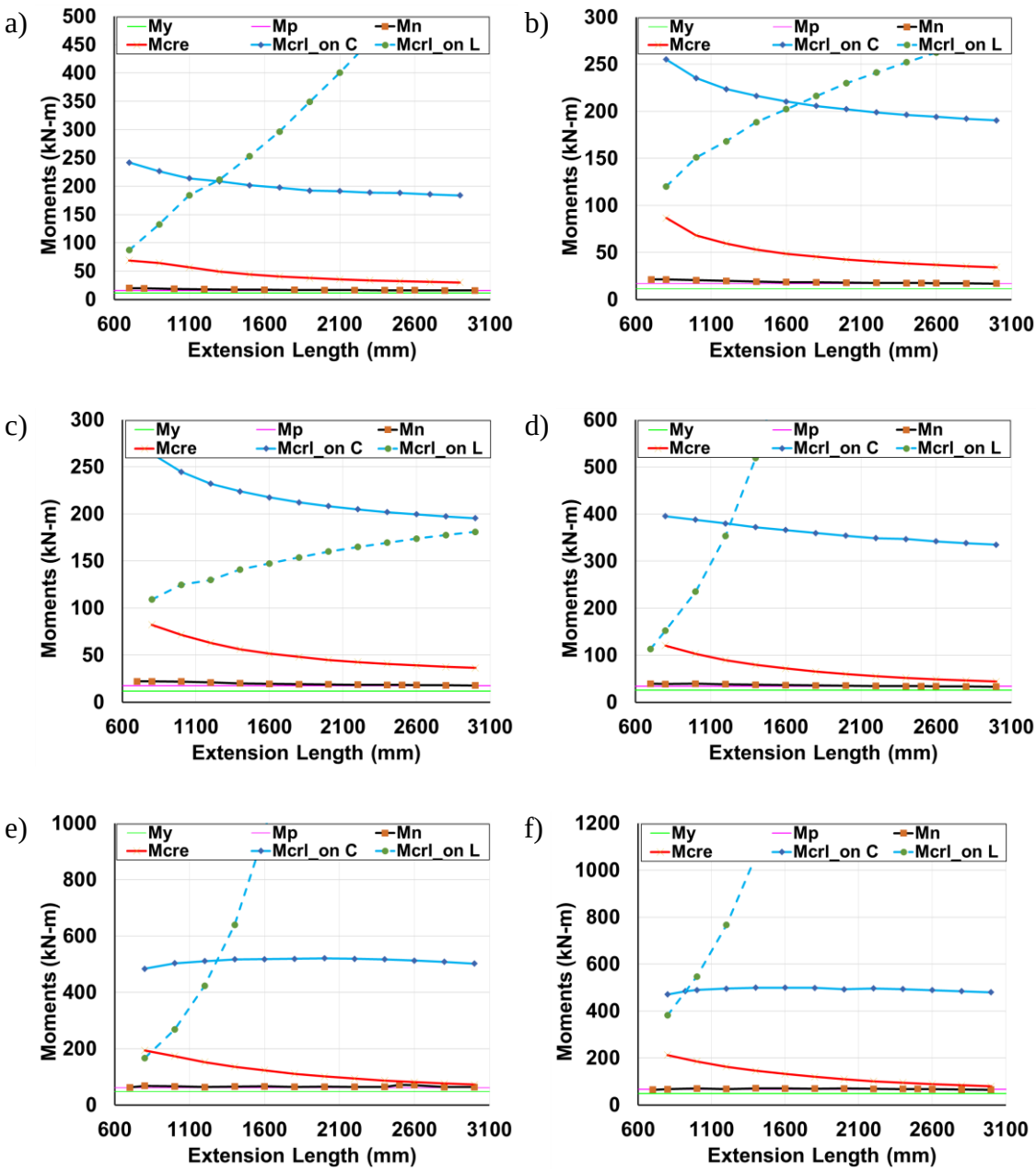


Figure 25: Variation of moments Mn, Mcre, Mcrl, My and Mp with length for extensions made of a single C shape reinforced with an angle: a) C100x8 + L44x44x4; b) C100x8 + L54x54x5; c) C100x8 + L60x60x5; d) C150x12 + L44x44x4; e) C200x17 + L44x44x4; f) C200x17 + L64x64x6.

Examination of the plots in Figures 21 to 25 also show that the nominal moment from finite element analysis always exceeds yield moment M_y. In fact, if only M_n, M_y and M_p are plotted, as is done in Figure 26 for the extension with a single C100x8 it can be observed that the cross-section can attain, and exceed because of strain hardening, its full plastic moment capacity over the entire range of lengths considered. The same behaviour was observed for all cross-sections, which can be attributed to the presence of a continuous lateral bracing at the extension top flange.

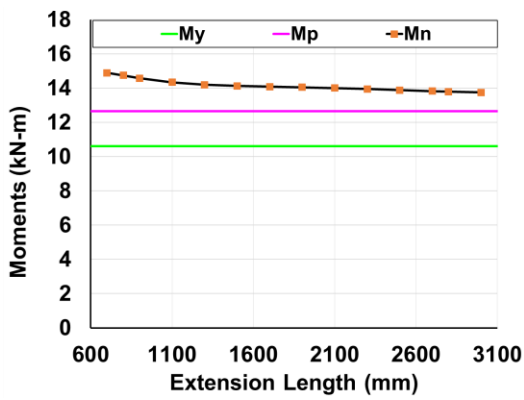


Figure 26: Variations of moments Mn, My and Mp with length for an extension made of a single C100x8 shape.

The results obtained from the experimental program [12] confirm this conclusion from the numerical study, as revealed by ultimate to plastic moment ratios, $M_{ult,exp}/M_p$ ratios in Table 1 being close to or larger than 1.0 for all test specimens with top flange lateral bracing. In the table, the plastic moment capacities were calculated using the measured yield strength of the top chord extension specimens. Visual observations during the tests on these specimens showed that local and lateral-torsional buckling developed near the ultimate load, after initiation of yielding of the cross-section, but these instability mechanisms had no significant effects on the flexural strength of the specimens.

6.2. Influence of the extension length and cross-section thickness

The results presented in the previous section suggest that the studied extensions can reach their plastic flexural strength M_p, and that local or global instability does not seem to affect their resistance. This finding was obtained from analyses conducted on extensions with lengths varying

from 700 mm to 3000 mm, and relatively stocky cross-sections not susceptible to local buckling. To examine the sensitivity of the results to these two parameters, additional finite element analyses were conducted on longer extensions built with more slender cross-sections. These supplementary analyses were conducted for the extension made of a single C200x17 shape.

First, the influence of the member length on the nominal flexural strength and critical moment related to elastic lateral-torsional buckling was explored. Analyses were conducted for lengths up to 12.0 m to extract the values of M_n, M_{cre} and M_{crl} . It is noted that this extended cantilever length range significantly exceeds the usable range for this cross-section for typical loading conditions and allowable vertical deflection limits, but it is still used to examine the possible influence of local buckling and LTB on M_n. The results are presented in Figure 27. In Figure 27a, the moment M_{crl} does not vary much when increasing the length of the cantilever, . with an M_{crl}/M_y ratio that remains above 10 for lengths greater than 1500 mm. It can therefore be concluded that this buckling mode has negligible effect on the member flexural resistance. In Figure 27b, moment M_{crl} is excluded to see better the variations of the moments M_{cre} and M_n. The figure shows that moment M_n becomes lower than moments M_p and M_y beyond a certain length. It is also apparent that beyond 6 m, the M_n curve follows the M_{cre} curve, indicating that failure is governed by lateral-torsional buckling for extension loner than 6m. For lengths greater than approximately 9 mm, the analyses show that rupture occurs by elastic lateral-torsional buckling.

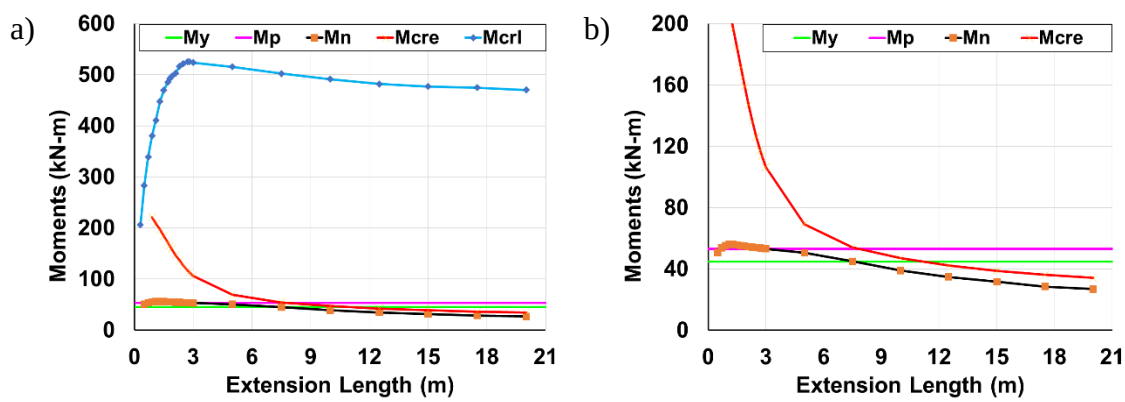


Figure 27: Variation of moment capacities with length for an extension made of a C200x17 shape: a) Moments Mn, Mcre, Mcrl, My and Mp; b) Moments Mn, Mcre, My and Mp.

The influence of the thickness of the cross-section elements was done by reducing the thickness of the C200x17 shape from 5.6 mm for the web and 9.9 mm for the flanges to 3 mm for both elements. Moments M_y and M_p for this new cross-section were recalculated and elastic buckling analysis and nonlinear finite element analysis were performed on this modified extension. In that case, the analyses were performed for lengths up to 7.5 mm. The results are presented in Figure 28. For a length of 5 m and beyond, moments M_n and M_{cre} converge, the rupture then occurring by elastic lateral-torsional buckling. The cross-section with thinner elements was more prone to local buckling, which resulted in lower M_{crl} moments that are lower than M_{cre} for lengths less than 2800 mm. In the analyses local buckling near the fixed end support could be clearly observed for extensions shorter than this length. As a result of local buckling, the nominal flexural resistance of the extension just reached or is lower than M_p for the shorter extensions. A sign that this buckling mode influences the resistance for the shorter cases even if it seems that the extension has nevertheless reached the complete yielding of its section and that it is M_p which limits the resistance of the extension for that range of length. This behaviour is markedly different than the response of the same extension with the original C200x17 shape shown in Figure 27.

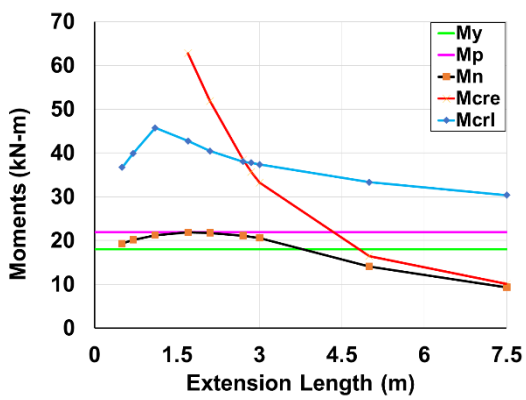


Figure 28: Variation of moments Mn, Mcre, Mcrl, My and Mp with length for an extension made of a C200x17 shape with flange and web thicknesses reduced to 3 mm.

This limited investigation showed that the flexural resistance of top chord extensions with high global and local slenderness properties, beyond the typical range of application, could be strongly affected by global and local instability failure modes. For top chord extensions commonly used in practice, the results indicate that the lateral restraint provided by the steel deck, combined with the end support (cantilever) and loading conditions, leads to flexural resistances being essentially

governed by flexural yielding. For such members, a design method like the CSA S136 direct strength method that can account for the various possible instability modes would be unnecessary. The flexural resistance could be obtained directly from the yield moment or the plastic moment, depending on the section class, as discussed in the next sub-section.

6.3. Flexural strength for yielding

In the CSA S16-14 standard for the design of steel structures in Canada [13], the flexural resistance as governed by yielding for hot-rolled steel shapes essentially depends on the section class. A section is designated as Class 1 when it permits attainment of M_p and subsequent redistribution of bending moments through ductile plastic rotation, Class 2 when it permits attainment of M_p with no or limited plastic rotation capacity, Class 3 when it permits attainment of M_y, or Class 4 when local buckling governs the failure, prior to reaching M_y. For section classes 1 to 3, CSA S16-14 prescribes maximum values for the width-to-thickness ratios, b_{el}/t, of the cross-section elements, and a section is designated as Class 4 when the limits for section Class 3 are not satisfied. In addition, CSA S16-14 requires that a Class 1 and Class 2 sections have an axis of symmetry in the plane of loading. For Class 2 sections, this requirement can be waived if the effects of asymmetry are included in the analysis.

The flexural resistance of the cold-formed angles used in some of the extensions considered in this study would have to be established in accordance with the CSA S136-17 standard for the design of cold-formed steel members [11]. In that standard, the flexural resistance associated to yielding is based on the moment M_y. However, it is permitted to consider the inelastic reserve capacity beyond M_y that can be mobilized through partial yielding and stress redistribution for members that are not prone to lateral-torsional buckling. For instance, when using the direct strength method, the flexural strength M_n can be determined based on the plastic moment M_p, instead of M_y, when $M_{cre} > 2.78$ M_y.

The three hot rolled C shapes considered in this study (C100x8, C150x12, and C200x17) satisfy the limits on the width-to-thickness ratio for Class 1 sections, meaning that they are capable of developing their moment M_p and sustain plastic rotations prior to occurrence of local buckling. However, C shapes do not meet the requirement that Class1 and Class 2 sections must have an axis

of symmetry in the plane of loading, even when used in the 2C back-to-back configuration because of the clear spacing between the two C's. The results from the test program and subsequent finite element analyses described previously showed, however, that these sections could develop their full plastic moment resistances when laterally braced by steel deck panels, despite the fact that instability mechanisms were observed near ultimate capacity. This behaviour is attributed to the low width-to-thickness ratios of the cross-sections, and the lateral and torsional restraints provided by the steel deck panels. In addition, the maximum bending moment occurs near the joist bearing seat, where the seat and, for the built-up cross-sections, the spacer connecting the two profiles, provide additional torsional restraint for the steel shapes.

The test and analyses also showed that the extensions with 2L or 4L cross-sections studied herein could develop their plastic moment M_p. The hot rolled angles L89x89x9.5 and L76x76x8 met the Class 3 limit on b_{el}/t of CSA S16, whereas the L51x51x6.4 angle met the limit for Class 2 sections. When treated individually, neither of these hot rolled angles met the requirement for symmetry about the plane of loading. However, the restraining and loading conditions pertinent to top chord extensions likely have contributed to the attainment of M_p for these members. For the top chord extensions made with cold-formed angles, the FE analyses showed that the M_{cre}/M_y ratios were higher than 2.78 in all cases, therefore allowing the use of M_p for the determination of their flexural strength.

6.4. Proposed method for calculating the flexural strength of the cantilever extensions covered by this study

The results obtained from the test program and the finite element analyses indicate that local and global instability failure modes have a limited influence on the flexural capacity of the joist top chord extensions that were examined in this study. All top chord extensions with top flange lateral bracing could reach their yield flexural strength corresponding to the plastic moment M_p prior to failure. This behaviour complies with the intended response for laterally supported hot-rolled steel members with a Class 2 section in the CSA S16 standard. It is also consistent with the response of cold-formed steel members for which inelastic reserve capacity is permitted to be used in the CSA S136 standard. For these extension members, it therefore appears that it would not be necessary to resort on a comprehensive design method, like the direct strength method, to account for the

possible detrimental effects of buckling mechanisms on their flexural strength. These results and findings suggest that the factored moment resistance of the steel joist top chord extensions with top flange lateral bracing examined in this study can be determined from:

$$M_r = \phi M_p \tag{1.1}$$

, where:

$M_p = ZF_y$

Z = plastic section modulus of the cross-section

F_y = specified minimum yield strength

ϕ = resistance factor (= 0.9 for structural steel)

7. CONCLUSIONS

A simplified finite element model was developed for the determination of the flexural strength of open web steel joist top chord extensions used in roof application. The model was validated against the results from full-scale tests and detailed finite element analysis to ensure that it could predict correctly the failure mode and ultimate flexural capacity. The model was then utilized to evaluate the nominal flexural strength of 19 different top chord extensions built with 5 cross-section types and having cantilever lengths varying from 700 to 3000 mm, as used in practice. Moments associated to elastic critical modes of the extensions were also determined using buckling analysis to investigate the possible influence of instability failure modes on their flexural strength. A simple design method was then proposed for determining the factored flexural resistance of the joist top chord extensions studied.

The conclusions of this study can be summarized as follows:

- Failure of the top chord extensions occurred by flexural yielding combined with local buckling and lateral torsional buckling. However, the observed local and global instability mechanisms had negligible effects on the flexural strength of the extensions considered in

the study, as all studied extension members could develop a flexural capacity equal to or exceeding the plastic moment M_p. It was therefore concluded that there was no need to resort on a design method like the direct strength method of CSA S136 standard that accounts for various instability failure modes to predict the flexural capacity of the studied top chord extensions.

- Additional finite element analyses conducted on longer top chord extensions built with thinner cross-sections, outside the range encountered in typical roof joist applications, showed that failure could be affected by local and global instability.
- Although the cross-section of the top chord extensions built with hot rolled steel shapes did not comply with the symmetry requirement for Class 2 sections of CSA S16, the results showed that they could attain their plastic moment capacity. For the top chord extensions built with cold-formed angles, the analyses showed that failure by lateral-torsional buckling was unlikely, which permitted the mobilisation of the member's inelastic reserve strengths. This behaviour was attributed to a combination factors, of which low width-to-thickness ratios of the elements of the cross-sections, the lateral and rotational restraint of the extension's top flange provided by the steel deck panels, and the bending moment gradient present in cantilevered members that contributed to increasing the resistance to local buckling.
- The results suggest that the factored flexural resistance of the top chord extensions examined in this study can be taken equal to the plastic moment M_p, without consideration of local, distortional and lateral buckling. It is noted that this finding applies only to the top chord extensions that were examined in this study as it is expected that the flexural strength of these members can be affected by several fabrication details such as the joist bearing seats, the presence and location of the spacers used to connect the steel shapes for extensions with built-up sections, etc.

These conclusions are only applicable to the top chord extensions that were examined in this study, as it is expected that the flexural capacity of these members can be affected by several factors whose influence has not been examined in detail in this parametric study: the flexural and shear flexibility of the steel deck restraining the top flange of the extensions, the fabrication details of the joist seats, the arrangement of the spacers connecting the profiles for built-up extension cross-

sections, and the extension of the diagonal web members between the profiles forming built-up top chord extensions. Further studies would be required to take into account the possible influence of these elements on the flexural strength of the studied elements.

8. ACKNOWLEDGEMENTS

Financial support for this research was provided by Mitacs through the Mitacs Accelerate Program [grant number IT12835] and the Canam Group, Saint-Georges, QC, Canada.

9. REFERENCES

[1] Trahair, N.S., "Steel cantilever strength by inelastic lateral buckling". *Journal of Constructional Steel Research*, **66**(8-9), 993-999, 2010.

[2] Ozbasaran, H., Aydin, R., and Dogan, M., "An alternative design procedure for lateral–torsional buckling of cantilever I-beams". *Thin-Walled Structures*, **90**, 235-242, 2015.

[3] Trahair, N.S., "Inelastic lateral buckling of steel cantilevers". *Engineering Structures*, **208**, 109918, 2020.

[4] Xiong, G., Kang, S.-B., Yang, B., Wang, S., Bai, J., Nie, S., Hu, Y., and Dai, G., "Experimental and numerical studies on lateral torsional buckling of welded Q460GJ structural steel beams". *Engineering Structures*, **126**, 1-14, 2016.

[5] Kala, Z., and Valeš, J., "Global sensitivity analysis of lateral-torsional buckling resistance based on finite element simulations". *Engineering Structures*, **134**, 37-47, 2017.

[6] Subramanian, L., and White, D.W., "Reassessment of the lateral torsional buckling resistance of rolled I-section members: Moment gradient tests". *Journal of Structural Engineering*, **143**(4), 04016203, 2017.

[7] Reichenbach, M.C., Liu, Y., Helwig, T.A., and Engelhardt, M.D., "Lateral-torsional buckling of singly symmetric I-girders with stepped flanges". *Journal of Structural Engineering*, **146**(10), 04020203, 2020.

[8] Liu, S., *Lateral Bracing Requirements for Cantilever Steel I-beams*. Ph.D. Thesis, McGill University, Montreal, Canada, 2003.

[9] Özdemir K.M., *Lateral buckling of overhanging beams*. M.Sc. Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 2005.

[10] CSA, *CSA S136-17, North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members*, Canadian Standards Association (CSA), Toronto, ON, 2017.

[11] Assily Alegre, M.-A., and Tremblay, R., "Finite element analysis of flexural response of steel joist top chord extensions". *Journal of Constructional Steel Research*, (submitted).

[12] Assily Alegre, M.-A., and Tremblay, R., "Experimental program on the flexural response of steel joist top chord extensions". *Journal of Constructional Steel Research*, (submitted).

[13] CSA, *CSA S16-14, Design of Steel Structures*, Canadian Standards Association (CSA), Mississauga, ON, 2014.

[14] SIMULIA Inc., *ABAQUS 2017: a computer software for finite element analysis*, 2017.

[15] CISC, *Handbook of Steel Construction, 11th ed.*, Canadian Institute of Steel Construction (CISC), Willowdale, Ont., 2015.