

Titre: Méthodes de calcul pour écoulements de turbomachines en transsonique
Title:

Auteurs: Ricardo Camarero
Authors:

Date: 1980

Type: Rapport / Report

Référence: Camarero, R. (1980). Méthodes de calcul pour écoulements de turbomachines en transsonique. (Technical Report n° EP-R-80-15).
Citation: <https://publications.polymtl.ca/6222/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/6222/>
PolyPublie URL:

Version: Version officielle de l'éditeur / Published version

Conditions d'utilisation: Tous droits réservés / All rights reserved
Terms of Use:

 **Document publié chez l'éditeur officiel**
Document issued by the official publisher

Institution: École Polytechnique de Montréal

Numéro de rapport: EP-R-80-15
Report number:

URL officiel:
Official URL:

Mention légale:
Legal notice:



MATHÉMATIQUES

Rapport Technique EP80-R-15

Classification: Library of Congress no

METHODES DE CALCUL POUR ECOULEMENTS
DE TURBOMACHINES EN TRANSSONIQUE

RICARDO CAMARERO

Mars 1980

Ecole Polytechnique de Montréal

CA2PQ
UP 5
R80-15

Campus de l'Université
de Montréal
Case postale 6079
Succursale 'A'
Montréal, Québec
H3C 3A7

METHODES DE CALCUL POUR ECOULEMENTS DE TURBOMACHINES EN TRANSSONIQUE

RICARDO CAMARERO

DEPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE

MARS 1980

**A CONSULTER
SUR PLACE**

don

TABLE DES MATIERES

	page
INTRODUCTION.....	1
METHODES DE CALCUL.....	2
CHOIX D'UNE METHODE.....	6
ILLUSTRATIONS.....	7
BIBLIOGRAPHIE.....	10

Introduction

La demande pour une hausse dans le rendement des turbomachines industrielles nécessite une meilleure connaissance de l'écoulement complexe dans de telles machines. Un pas dans cette direction consiste dans le développement de méthodes rapides et précises pour le calcul du champ aérodynamique dans les éléments ou composantes que l'on retrouve dans une turbomachine tels que les roues de soufflante, redresseurs, compresseur, la turbine, et finalement les canalisations. La recherche d'optimisation des performances comme la poussée font que le moteur devient de plus en plus encombrant. On peut minimiser ceci en augmentant le débit par unité de surface frontale, et en réduisant le rapport de moyeu. Ceci donne lieu à des vitesses périphériques élevées en extrémité d'aube, avec le nombre de Mach de l'écoulement relatif devenant supersonique à l'intérieur d'une région plus ou moins importante pouvant se terminer par un choc.

De tels écoulements où le nombre de Mach peut varier de subsonique à supersonique à l'intérieur de régions adjacentes sont appelés transsoniques. Cette région croît avec le nombre de Mach ainsi que la force et la taille de l'onde de choc. Le coefficient de portance augmente également tandis que le coefficient de traînée demeure essentiellement constant jusqu'à une certaine valeur du nombre de Mach après quoi la traînée croît très rapidement à cause des effets visqueux et de l'onde de choc accompagnée par une chute dans la portance. Ce point est reconnu comme donnant le meilleur rapport portance/trainée d'où l'intérêt d'opérer en son voisinage.

Une autre contrainte technologique qui influe sur l'aérodynamique interne des turbomachines est le poids, c'est-à-dire l'encombrement axial. Le tassement de l'encombrement axial d'une roue conduit à l'augmentation des conicités moyennes des parois du canal interaube introduisant de fortes courbures locales des lignes de courant, donnant lieu à un écoulement fortement tridimensionnel.

Ces deux aspects, la nature mixte des écoulements transsoniques et leur caractère tridimensionnel constituent la difficulté essentielle des écoulements dans les turbomachines après des hypothèses simplificatrices

consistant à négliger les phénomènes liés à la viscosité et à la conductivité thermique du fluide. Leur prise en compte pourra intervenir dans un second temps dans l'approximation classique de la couche limite.

Les progrès considérables accomplis au cours des dernières années dans le domaine de l'électronique aussi bien que dans le domaine de l'analyse numérique permettent des calculs en mécanique des fluides de plus en plus complexes. Bien que la résolution des équations de Navier-Stokes complètes soit hors de question à moyen terme à cause des problèmes que pose la complexité des géométries et des mouvements relatifs, on peut envisager néanmoins dès aujourd'hui certaines solutions. Ces méthodes ne sont cependant pas encore suffisamment développées pour le genre de calcul routinier et répétitif que l'on nécessite au cours de la conception aérodynamique d'une grille d'aubes par exemple. Les possibilités et limites du calcul numérique appliqué à la mécanique des fluides dans le cadre des contraintes actuelles sont illustrées à la Figure 1.

Les méthodes de calcul disponibles et utilisables dès à présent pour la détermination d'écoulements tridimensionnels dans des turbomachines, sont toutes basées sur un modèle de Wu qui consiste à décomposer l'écoulement réel en deux écoulements bidimensionnels; c'est-à-dire

- i) Un écoulement moyen (habituellement à symétrie axiale)
- ii) Une famille d'écoulements de grilles sur des surfaces de courant de révolution de l'écoulement moyen.

Ceci est illustré à la figure 2. Ainsi décomposé le problème de l'écoulement tridimensionnel est ramené à la résolution d'une succession de problèmes bidimensionnels beaucoup plus simples à résoudre. Les grilles d'aubes peuvent être considérées à bien des égards comme l'élément de base dans ce genre de calcul car il doit être effectué sur plusieurs surfaces de courant. Donc les calculs de grilles doivent être très efficaces et plusieurs méthodes pour de tels calculs seront maintenant discutées et évaluées.

Méthodes de calcul

Les équations qui décrivent l'écoulement compressible non visqueux, adiabatique d'un gaz parfait sont les équations d'Euler. En régime bidimensionnel

on obtient un système de quatre équations non linéaires aux dérivées partielles pour quatre inconnues. L'étude d'un écoulement transsonique implique la solution d'équations de types mixtes, c'est-à-dire elliptiques ou hyperboliques selon la valeur locale du nombre de Mach. Dans une solution numérique cette difficulté peut être résolue de deux façons.

- 1) En utilisant des schémas aux différences du genre "type-dépendent" de Murman et Cole et des variantes de cette approche.
- 2) En introduisant la variable temps dans les équations d'Euler qui deviennent ainsi hyperboliques dans tout le champ de l'écoulement.

Dans la première approche les équations d'Euler peuvent être d'abord simplifiées par l'hypothèse d'irrotationnalité, ce qui a l'avantage de réduire le système de quatre équations en une seule équation pour le potentiel de la vitesse. Du point de vue d'un programme de calcul, cette simplification réduit la mémoire et le temps de calcul par un facteur de quatre. Une seconde approximation dans le cadre de la théorie des faibles perturbations permet d'obtenir une équation plus simple pour le potentiel de la vitesse mais surtout pour laquelle l'imposition des conditions sur les parois est très simple.

Le tableau suivant compare ces deux approches.

Potentiel exacte

non-visqueux, irrotationnel
 nombre de Mach local légèrement supersonique < 1.4
 chocs faibles, chocs obliques, angle $< 20^\circ$
 conditions frontières sont appliquées de façon exacte à la paroi du profil
 les chocs sont pris en compte automatiquement par une viscosité artificielle ne donnant pas les valeurs de Rankine-Hugoniot

Petite Perturbation

non-visqueux, irrotationnel
 nombre de Mach local légèrement supersonique < 1.4
 chocs faibles
 conditions frontières sont appliquées sur une ligne ou un plan moyen plutôt qu'à la paroi
 les chocs sont pris en compte automatiquement soit par la forme divergente de l'équation ou par une viscosité artificielle

suite

nécessite la constitution
d'un maillage adapté au
profil

solution précise près du
bord d'attaque, pour des
profils épais, et incidences
élevées

la direction de la dérivée
dans le sens des x n'est
pas nécessairement alignée
avec le courant, ce qui peut
causer des instabilités dû
à la zone d'influence mal
circonscrite. On peut y re-
médier avec un maillage adapté
ou en utilisant des schémas
de Jameson localement décalé
le long de la ligne de courant

méthode de relaxation a con-
vergence rapide. Peut être
accélérée par des méthodes
semi-directes ou "multigrids"
mise en oeuvre plus difficile

extension à 3-D
plus difficile

maillage cartésien

erreur de calcul dans les régions
où les lignes de courant sont
fortement courbées c'est-à-dire
au bord d'attaque, pour de fortes
incidences, ou profils épais

domaine de dépendance différentiel
est respecté par différences finies

méthode de relaxation, à conver-
gence deux à trois fois plus
rapide
mise en oeuvre facile

extension à 3-D
très facile

La solution des équations d'Euler pour un écoulement transsonique est possible en régime instationnaire ou évolutif. La solution est alors obtenue asymptotiquement pour des grandes valeurs du temps. L'inconvénient majeur de cette approche est le temps de calcul réputé relativement long. Par contre pour des écoulements où l'hypothèse d'isentropie n'est pas valable à cause de la présence d'ondes de chocs intenses, les méthodes dite "instationnaires" sont les seules actuellement utilisables.

On peut diviser ces méthodes en deux groupes selon que les chocs sont traités de façon explicite, (shock fitting) ou non (shock capturing). Dans le premier groupe on distingue, deux approches selon que l'onde de choc coïncide avec une des coordonnées ou que l'onde de choc se déplace

entre les noeuds du maillage (floating shock fitting).

Shock fitting	Floating shock fitting
ondes de choc traitées de façon explicite avec les relations de Rankine-Hugoniot	ondes de choc traitées de façon explicite avec les relations de Rankine-Hugoniot
chocs sont alignés avec coordonnées	chocs "flottent" entre les noeuds du maillage
maillage doit être recalculé après chaque pas dans le temps	maillage est simple et ne change au cours du calcul
détection des chocs est difficile	détection des chocs est difficile
interaction entre chocs difficile mais possible	interaction entre chocs difficile mais possible
utilise un schéma aux différences basé sur la méthode de "finite volume" ou des différences finies	utilise un schéma aux différences finies ou bien une méthode des caractéristiques
extension pour écoulements tridimensionnels très difficile	extension pour écoulements tridimensionnels très difficile

Les méthodes dites "shock capturing" utilisent les équations sous forme divergente permettant le calcul automatique des discontinuités. Par ailleurs afin d'assurer la stabilité du calcul il est nécessaire de rajouter à chaque pas dans le temps un lissage dans la forme d'une viscosité artificielle. La forme non-divergente des équations avec l'addition explicite d'un terme de viscosité artificielle permet également le calcul automatique de solutions faibles. Ces dernières seraient plus efficaces car il n'est pas nécessaire de coder les variables conservatives.

Les solutions d'écoulements par les méthodes évolutives ne dépendent pas des conditions initiales mais surtout des conditions aux frontières qu'il convient de calculer très précisément car toute erreur issue des parois en régime transsonique se propage dans tout le champ. La méthode des caractéristiques est probablement la méthode la mieux adaptée pour le calcul des conditions aux frontières. Cependant à cause des nombreuses

interpolations le temps de calcul par point est assez élevé et la méthode des caractéristiques ne devrait pas être utilisée pour le calcul de points courant intérieurs. Pour ces derniers un schéma aux différences du type MacCormack serait plus avantageux, avec les équations sous forme non divergente. Les chocs seraient calculés par l'addition d'une viscosité artificielle.

Choix d'une méthode

Les critères dans le choix d'une méthode numérique pour le calcul d'un écoulement transsonique sont la précision, le coût du calcul et l'effort pour la mise en oeuvre. Evidemment ces critères sont contradictoires. Il est possible de classer les trois approches discutées précédemment dans un ordre croissant pour le temps de calcul et l'effort pour la mise en oeuvre et qui correspond à un ordre décroissant pour la précision de la solution: Les méthodes de relaxation appliquées à l'équation du potentiel de vitesse dans le cadre de la théorie des faibles perturbations; les méthodes de relaxation appliquées à l'équation exacte du potentiel, et finalement les méthodes instationnaires pour la résolution des équations d'Euler.

Il semble que les équations obtenues à partir de l'hypothèse d'irrotationalité dans le cadre de la théorie des faibles perturbations appliquées aux calculs de grilles d'aubes ne donnent pas d'aussi bons résultats que pour les ailes isolées. Cependant la facilité de la mise en oeuvre de ces méthodes, leur rapidité et la possibilité de "corriger" les résultats par des facteurs du type de Riegel les rendent très intéressantes. De plus leurs extensions pour des écoulements tridimensionnels seront les plus faciles à mettre en oeuvre, étant donné que de telles approches sont déjà utilisées pour des calculs d'ailes et nécessite de l'ordre 4 minutes sur un ordinateur IBM 370-158.

Les équations complètes du potentiel de vitesse sont réputées donner de bons résultats en transsonique pour des profils épais et des écoulements allant jusqu'à des incidences assez élevées. Par contre le calcul est exécuté sur un maillage adapté à la forme du profil afin de prendre en compte de façon précise les conditions aux parois. Ceci évidemment rallonge le temps de calcul mais il existe plusieurs méthodes efficaces pour la construction de tels maillages et cette approche est

déjà utilisée pour le calcul de grille d'aubes. L'extension à des écoulements tridimensionnels est possible selon deux approches. La première serait une approche quasi-tridimensionnelle où l'écoulement est décomposé par un nombre d'écoulements bidimensionnels ainsi que proposé par Wu, et utilisé couramment. La seconde serait d'utiliser les équations complètes du potentiel de vitesse en trois dimensions, dans un maillage adapté au canal interaube. Les équations peuvent être résolues en utilisant des schémas de Jameson permettant de circonscrire correctement la zone d'influence d'un point dans les régions supersoniques. De plus, de façon implicite ou explicite des termes de viscosité artificielle peuvent être introduits permettant le calcul automatique d'onde de chocs. Selon l'expérience acquise dans les applications en aéronautique, (ailes en flèche) ces chocs doivent être faibles ($M < 1.3$) afin de respecter l'hypothèse d'irrotationalité, et si ils sont obliques, l'angle doit demeurer inférieur à 20 degrés. Les temps de calcul sont de l'ordre de 80 minutes (CDC 6600) pour des écoulements sur des ailes isolées. Donc, il ne faudrait pas envisager de telles méthodes pour des calculs de conception mais seulement pour des calculs de recherche, ou alors des calculs avec très peu de points donnant alors des solutions qualitatives. Des efforts sont présentement en cours pour réduire le temps de calcul par la mise au point de méthodes très rapides, des méthodes dites "multi-grid".

Pour des écoulements dans des turbomachines, les hypothèses d'irrotationalité et de faibles perturbations ne sont probablement pas toujours satisfaites et il est alors nécessaire de résoudre les équations d'Euler. Les méthodes instationnaires souffrent de mauvaise réputation soit parce qu'elles demandent des temps de calcul longs lorsque l'on résout les équations sous forme divergente, ou bien à cause de la difficulté de la mise en oeuvre lorsque l'on utilise des schémas du type "shock fitting". La précision d'un calcul en régime évolutif dépend du traitement des conditions frontières (entrée, sortie, parois, chocs). Or les schémas utilisant les équations sous forme divergente ces conditions ne sont pas traitées très précisément et par conséquent nécessitent beaucoup de points. Une façon intéressante de palier à cet inconvénient serait d'utiliser des schémas différents selon le type de point. Par exemple un schéma basé sur la méthode des caractéristiques serait utilisé pour

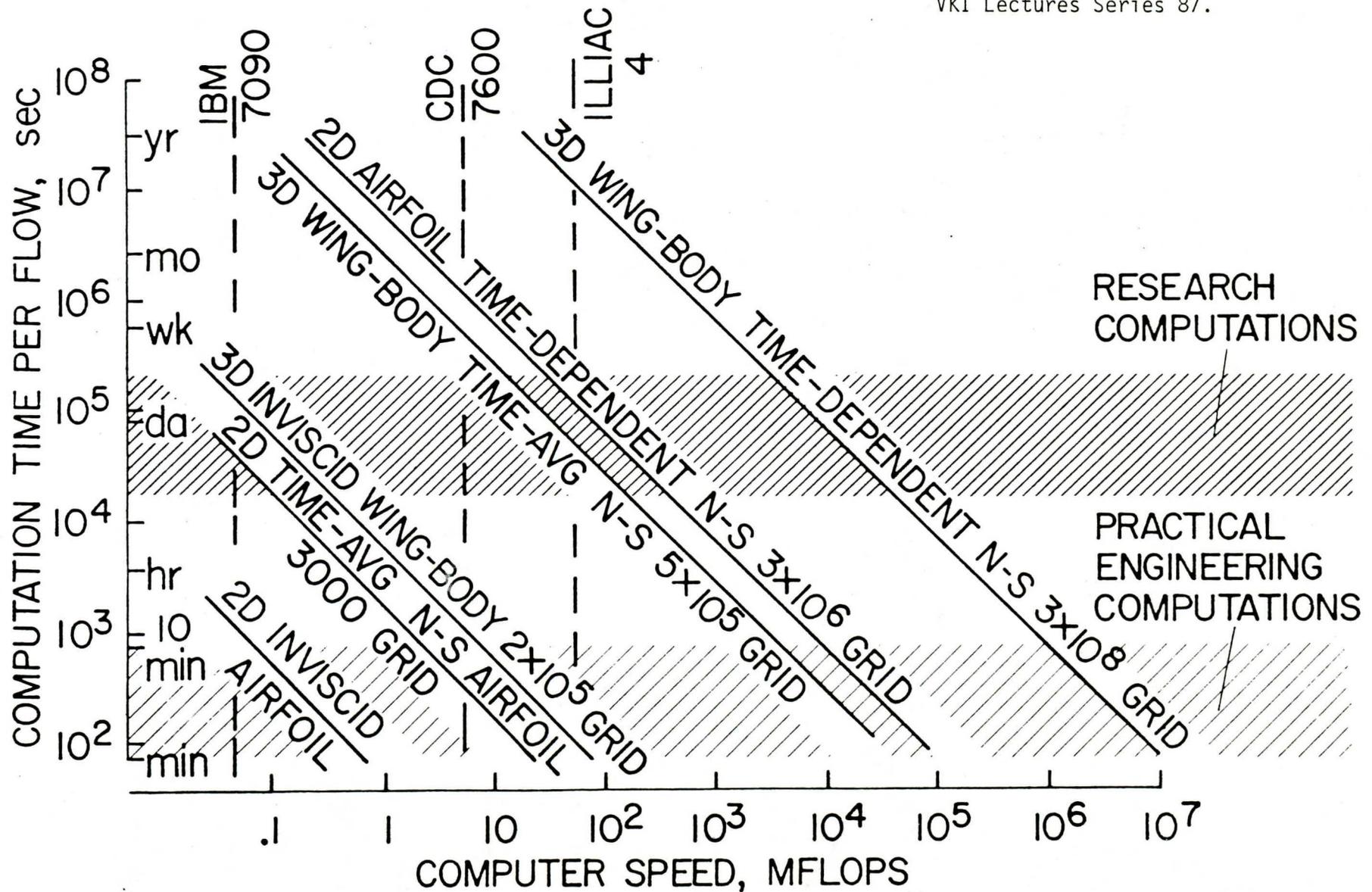
tous les points frontières pour la précision et un schéma aux différences du type McCormak pour les points courants intérieurs pour la rapidité. Il demeure ensuite le choix entre une méthode de "shock capturing" ou de "shock fitting" pour le calcul des chocs. Si on désire un programme pour résoudre des configurations de chocs très générales (voir fig. 3) alors le choix devra porter sur la première méthode. Par contre, il sera possible d'obtenir un calcul beaucoup plus rapide si a priori on restreint la méthode à une configuration donnée. Dans cette optique une méthode de "shock fitting" serait alors préférable sans que la mise en oeuvre ne soit trop compliquée. On envisage qu'une telle méthode pourrait donner des résultats très précis pour des écoulements en grilles en environ deux à trois minutes, sur un ordinateur CDC 6600.

Le calcul d'écoulements tridimensionnels par des méthodes instantanées ne pose en principe aucune difficulté si ce n'est au niveau du temps de calcul et de la mémoire. On peut envisager des calculs avec un nombre restreint de points donnant des résultats à un niveau qualitatif uniquement. Pourtant ce genre de solution s'avère de plus en plus nécessaire car l'approximation du caractère tridimensionnel de l'écoulement dans une turbomachine par l'approche proposée par Wu ne s'applique qu'à des écoulements faiblement tridimensionnels et où l'écoulement moyen est subsonique.

FIGURE 1

APPROXIMATE COMPUTATION TIMES WITH 1976 NUMERICAL METHODS

D. R. Chapman,
Status and Prospects of
Computational Fluid Dynamics
VKI Lectures Series 87.



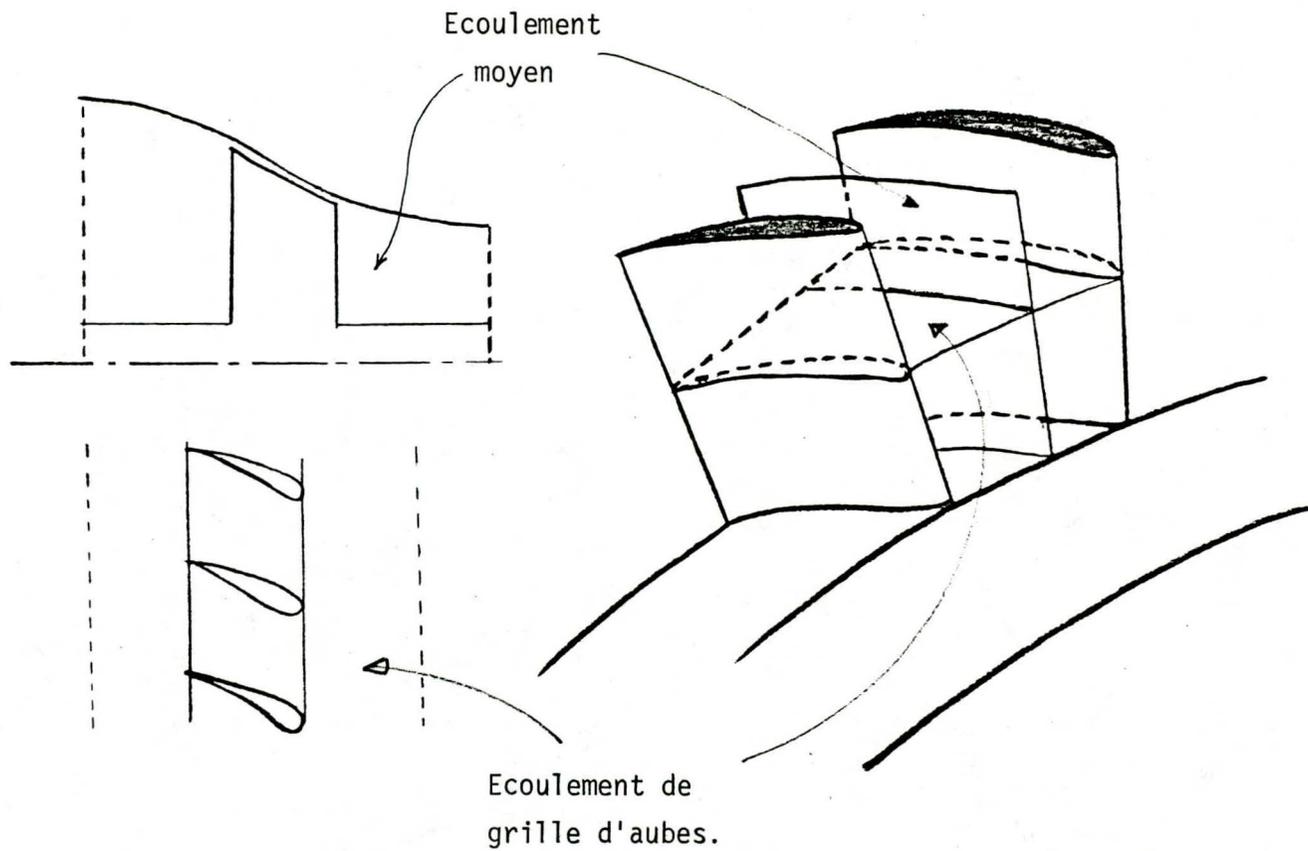


Figure 2

Décomposition de l'écoulement tridimensionnel
en un écoulement moyen et un écoulement de grille d'aubes.

MACH AMONT

Subsonique

sonique et supersonique

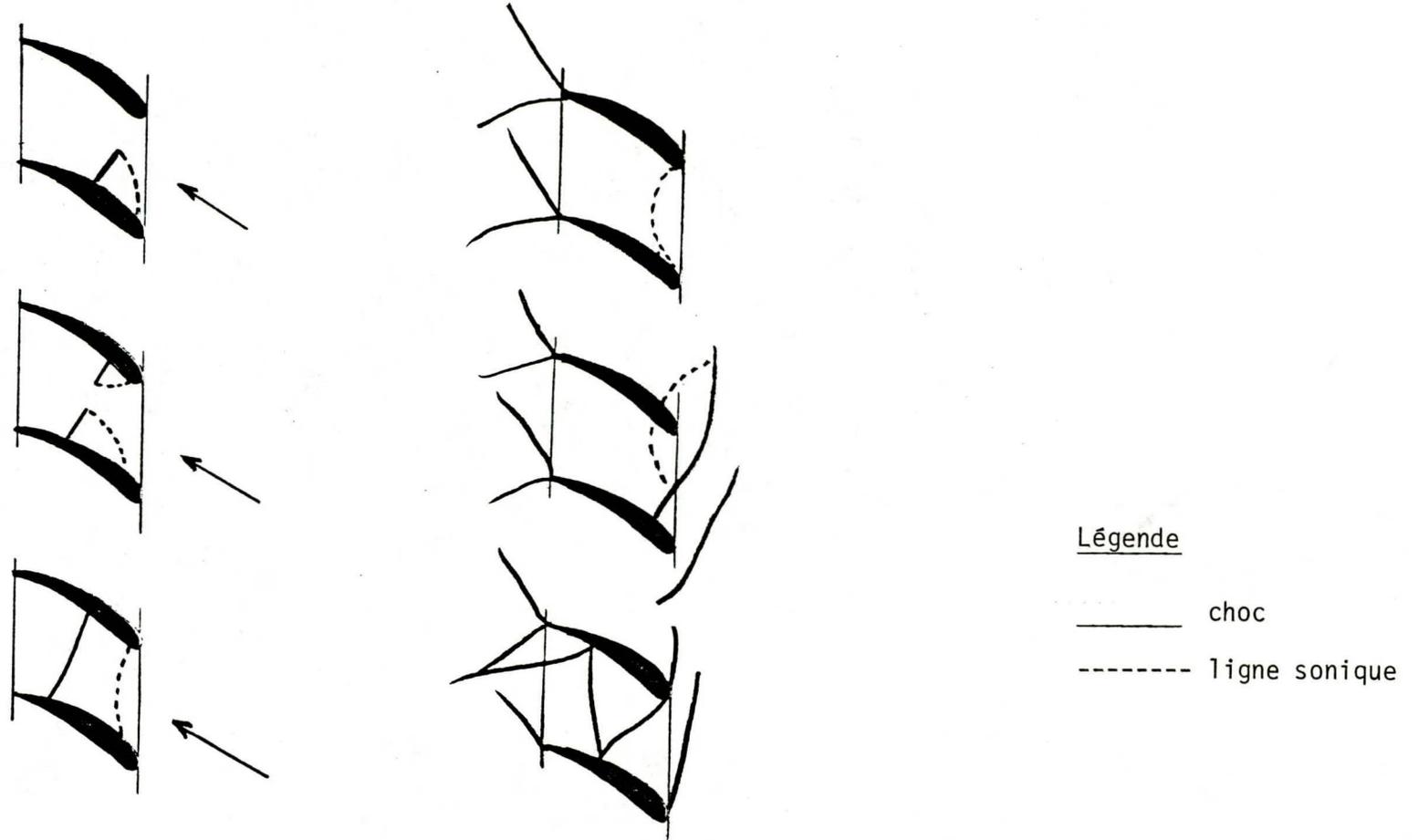


Figure 3

Effet de compressibilité et du Nombre de Mach sur la topographie de l'écoulement dans une grille d'aubes.

BIBLIOGRAPHIE

A Finite Difference Scheme for Computing Supercritical Flows
in Arbitrary Co-ordinate Systems
C. M. Albone
Procurement Executive, Ministry of Defence C.P. No. 1313 (1975)

Computational Fluid Dynamics (Some Recent Progress in Transonic Flow Computation)
William F. Ballhaus
NASA Ames, Lecture Series 87 (1976)

Numerical Calculations of Two-Dimensional, Unsteady Transonic Flows
with Circulation
Richard M. Beam et al.
NASA Technical Note no D-7605

Computational Fluid Dynamics (Status and Prospects of Computational
Fluid Dynamics)
R. Chapman
NASA-Ames, Lecture Series 87 (1976)

NAP: A Computer Program for the Computation of Two-Dimensional,
Time-Dependent, Inviscid Nozzle Flow
Michael C. Cline
Los Alamos Scientific Lab. No LA-5984, UC-34 (1977)

Twenty Years of Transonic Flow
Julian D. Cole
Boeing Scientific Res. Lab. Document No. D1-82-0878 (1969)

Transonic Flow Analysis in Axial-Flow Turbomachinery Cascades by a
Time-Dependent Method of Characteristics
R. A. Delaney et al.
Transactions of the ASME no 356 (1976)

A Time Marching Method for Two- and Three-Dimensional Blade to
Blade Flows
J. D. Denton
Central Electricity Generating Board, Reports and Memoranda No 3775
(1974)

A Non-Orthogonal Numerical Method for Solving Cascade Flows
P.R. Dodge
ASME report no 76-GT-63

Suite Bibliographie /2

A Finite-Element Method for Through Flow Calculations in Turbomachines
 CH. Hirsch et al.
 Journal of Fluids Engineering (1976 /403)

Transonic Flow Calculations
 A. Jameson
 Computational Fluid Dynamics, (1976)

Progress in Numerical Turbomachinery Analysis
 David Japikse
 ASME Numerical/Laboratory Computer Methods in Fluid Mechanics

Numerical Generation of a System of Curvilinear Coordinates for
 Turbine Cascade Flow Analysis
 U. Ghia et al.
 Dept. of Aerospace Eng. Report No AFL 75-4-17

Prediction des Performances des Grilles d'aubes Transsoniques
 à Haute Deflexion et Faible Allongement
 H. Griepentrog
 Thèse Université de Liège (1969)

Calcul de l'écoulement transsonique avec choc à travers une grille
 d'aubes
 T. S. Luu
 Association Technique Maritime et Aéronautique (1975)

Floating Shock Fitting Technique for Imbedded Shocks in Unsteady
 Multidimensional Flows
 Gino Moretti
 Polytechnic Institute of New York 74-9

Experiments in Multi-Dimensional Floating Shock-Fitting
 Gino Moretti
 Polytechnic Institute of Brooklyn Pibal report No 73-18

A Nearly Three-Dimensional Intrablade Computing System for Turbomachinery-
 Part 1: General Description
 R. A. Novak et al.
 ASME report no 76-FE-19

Suite Bibliographie /3

A Nearly Three-Dimensional Intrablade Computing System for Turbo-
machinery - Part II: System Details and Additional Examples

R. A. Novak et al.

ASME report no 76-FE-20

Application of a Multi-Level Grid Method to Transonic Flow Calculations

J. C. South, Jr. et al.

ICASE Report no. 76-8

An Assessment of the Quality of Selected Finite Difference Schemes
for Time Dependent Compressible Flows

K. Srinivas et al.

Journal of Computational Physics 20, (1976)

Symposium Transsonicum II

Editors K. Oswatitsch and D. Rues

International Union of Theoretical and Applied Mechanics

Gottingen, 8-13 (1975)

Calculation of the Quasi Three-Dimensional Flow in a Turbomachine
Blade Row

Jean Pierre Veuillot

Journal of Engineering for Power(1977)

Upwind Second-Order Difference Schemes and Applications in Unsteady
Aerodynamic Flows

R. F. Warming et al.

AIAA 2nd Computational Fluid Dynamics Conference (Proceedings) (1975)

6044312

**A CONSULTER
SUR PLACE**

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00289085 1