

**Titre:** Diagramme de Nyquist inverse et stabilité d'un système asservi  
Title:

**Auteurs:** Quang Tran Vu, & Romano M. De Santis  
Authors:

**Date:** 1975

**Type:** Rapport / Report

**Référence:** Vu, Q. T., & De Santis, R. M. (1975). Diagramme de Nyquist inverse et stabilité d'un système asservi. (Rapport technique n° EP-R-75-27).  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/6145/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/6145/>  
PolyPublie URL:

**Version:** Version officielle de l'éditeur / Published version

**Conditions d'utilisation:** Tous droits réservés / All rights reserved  
Terms of Use:

## Document publié chez l'éditeur officiel

Document issued by the official publisher

**Institution:** École Polytechnique de Montréal

**Numéro de rapport:** EP-R-75-27  
Report number:

**URL officiel:**  
Official URL:

**Mention légale:**  
Legal notice:



# DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE

## SECTION AUTOMATIQUE

Rapport Technique EP-75-R-27

Classification: Library of Congress no.....

### DIAGRAMME DE NYQUIST INVERSE & STABILITE D'UN SYSTEME ASSERVI

par

Quang T. Vu

&

Romano M. De Santis

23 mai 1975

Ecole Polytechnique de Montréal

CA2PQ  
UP4  
75R27  
FRE

Campus de l'Université  
de Montréal  
Case postale 6079  
Succursale 'A'  
Montréal, Québec  
H3C 3A7



Bibliothèque  
École  
Polytechnique  
MONTRÉAL

CLASSIFICATION

CA2PQ

No D'ENTRÉE

UP4

76787

75R27 FRE

3 JUN 1975

-dm-

**A CONSULTER  
SUR PLACE**

Rapport Technique EP-75-R-27

Classification: Library of Congress no.....

DIAGRAMME DE NYQUIST INVERSE  
& STABILITE D'UN SYSTEME ASSERVI

par

Quang T. Vu

26787

&

Romano M. De Santis

23 mai 1975

# DIAGRAMME DE NYQUIST INVERSE

ET

## STABILITE D'UN SYSTEME ASSERVI<sup>(+)</sup>

Quang T. Vu\*

Romano M. De Santis\*

### SOMMAIRE

Ce rapport concerne la stabilité d'un asservissement bouclé, linéaire, invariant dans le temps et univariable. La fonction de transfert en chaîne ouverte est supposée être donnée par le produit  $L_1 L_2$ , où  $L_1$  représente la fonction de transfert de l'organe asservi, et  $L_2$  la fonction de transfert du compensateur. L'objectif est de présenter une méthode graphique qui permet d'étudier la stabilité à partir de la représentation polaire des réponses en fréquence  $L_1(j\omega)$  et  $- \frac{1}{L_2(j\omega)}$ . Cette méthode est applicable aux systèmes continus dans le temps ainsi qu'aux systèmes échantillonés, et s'intègre bien avec la méthode graphique pour l'étude de la sensibilité qui a été proposée récemment par le deuxième auteur.

---

\* Ecole Polytechnique, Montréal, Québec.

(+) Cette recherche a été en partie subventionnée par le Conseil National de la recherche du Canada, Octroi A-8244.

## 1. INTRODUCTION

Ce rapport concerne l'analyse de la stabilité d'un système de commande linéaire invariant dans le temps et univariable du type représenté à la Figure 1. Dans cette Figure,  $L_1$  représente l'organe asservi et  $L_2$  joue le rôle de système de compensation.

En général le critère classique pour l'étude de la stabilité d'un système de ce type prévoit l'emploi du diagramme de Nyquist de  $L_1 L_2$ . Cependant lorsque  $L_2$  est un simple compensateur proportionnel, alors la stabilité est normalement déterminée en fonction des diagrammes de Nyquist de  $L_1$  et  $-\frac{1}{L_2}$ . Notre objectif est de généraliser cette dernière procédure au cas où  $L_2$  est un compensateur quelconque.

Cette généralisation est intéressante dans le sens qu'elle permet de déterminer la stabilité du système bouclé à partir des mêmes constructions graphiques qui sont normalement requises pour une étude de la sensibilité (Voir [1], [2]). De plus, son application se révèle particulièrement efficace dans les problèmes de synthèse lorsque  $L_2$  doit être spécifié en fonction d'un  $L_1$  assigné (Voir par exemple [3]).

Nos principaux résultats sont constitués par les assertions 1-2-3 à la section 4. Ces assertions sont obtenues en utilisant la modification du critère de Nyquist présenté à la section 2, et les propriétés géométriques discutées à la section 3. Enoncé d'abord dans le cas des systèmes continus dans le temps, nos résultats sont également applicables aux systèmes échantillonnés<sup>(\*)</sup> (section 5). Les modalités d'application pratique sont illustrées

---

(\*) Dans le cas des systèmes échantillonnés les diagrammes de Nyquist peuvent être aisement obtenus en utilisant PASSA [4].

par l'énoncé du critère 1 à la section 3 et par les nombreux exemples de la section 6.

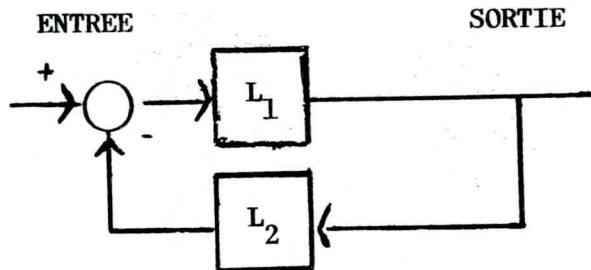


Figure 1: Système en étude.

## II. CRITERE DU REVERS GENERALISE

En relation avec le diagramme de Nyquist de  $L_1 L_2(j\omega)$  (Figure 2), nous dénoterons par la lettre D le point de départ  $L_1 L_2(0)$  et par la lettre A le point d'arrivée  $L_1 L_2(\infty)$ . Afin de rendre possible le développement des résultats des sections suivantes nous cherchons à présenter le critère de stabilité sous une forme plutôt analytique que géométrique. A cette fin, nous trouverons important de considérer une ou plusieurs des conditions suivantes:

$$|L_1 L_2(j\omega)| > 1 \Leftrightarrow |L_1(j\omega)| > \left| \frac{-1}{L_2(j\omega)} \right| \quad (C-1)$$

$$|L_1 L_2(j\omega)| < 1 \Leftrightarrow |L_1(j\omega)| < \left| \frac{-1}{L_2(j\omega)} \right| \quad (C-2)$$

$$\arg L_1 L_2(j\omega) = (2r+1)\pi, \quad r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (C-3)$$

$$\arg L_1 L_2(j\omega) = 2r\pi, \quad r = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (C-4)$$

$$\frac{\Delta \arg L_1 L_2(j\omega)}{\Delta\omega} < 0^* \Leftrightarrow \frac{\Delta \arg L_1(j\omega)}{\Delta\omega} < \frac{\Delta \arg -\frac{1}{L_2(j\omega)}}{\Delta\omega} \quad (C-5)$$

$$\frac{\Delta \arg L_1 L_2(j\omega)}{\Delta\omega} > 0 \Leftrightarrow \frac{\Delta \arg L_1(j\omega)}{\Delta\omega} > \frac{\Delta \arg -\frac{1}{L_2(j\omega)}}{\Delta\omega} \quad (C-6)$$

En correspondance avec chaque intersection du diagramme de Nyquist avec l'axe réel nous pouvons associer une fréquence  $\omega_i$  ayant certaines des conditions ci-haut mentionnées. Nous considérerons principalement les quatre ensembles de fréquences  $\omega_i$ , dénotés par les lettres  $N$ ,  $M$ ,  $N^1$  et  $M^1$ , ayant chacun les propriétés suivantes:

i) (C-1), (C-3) et (C-5) pour l'ensemble  $N$

ii) (C-1), (C-3) et (C-6) pour l'ensemble  $M$

iii) (C-2), (C-3) et (C-6) ou (C-4) et (C-5) pour l'ensemble  $N^1$

iv) (C-2), (C-3) et (C-5) ou (C-4) et (C-6) pour l'ensemble  $M^1$

En correspondance, nous désignerons par les lettres  $n$ ,  $m$ ,  $n^1$  et  $m^1$  les nombres des éléments des ensembles  $N$ ,  $M$ ,  $N^1$  et  $M^1$ . Au point de vue

\* On note par définition:

$$\frac{\Delta \arg L_1 L_2(j\omega)}{\Delta\omega} = \frac{d \arg L_1 L_2(j\omega)}{d\omega} = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \frac{\arg L_1 L_2(j\omega + j\Delta\omega) - \arg L_1 L_2(j\omega)}{\Delta\omega}$$

graphique,  $n$  représente le nombre de fois que le diagramme de Nyquist  $L_1 L_2(j\omega)$  coupe l'axe réel à la gauche du point  $(-1,0)$  "en montant",  $m$  le nombre de fois que ce dernier coupe l'axe réel à la gauche du point  $(-1,0)$  "en descendant" (dans le cas de la figure 2 nous avons par exemple  $n = m = 1$ ).

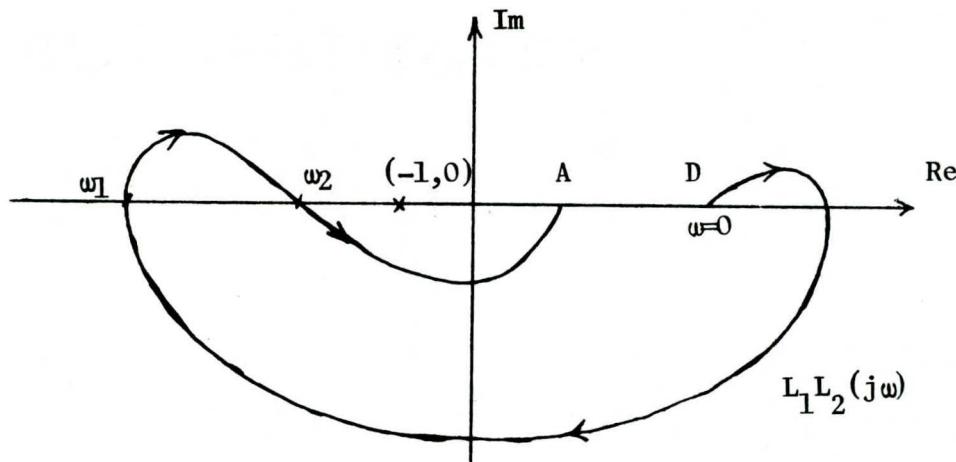


Figure 2: Exemple de diagramme de Nyquist

Enoncé du critère de stabilité:

Le critère de stabilité dépend des positions des points de départ D et d'arrivée A de  $L_1 L_2(j\omega)$  par rapport au point (-1,0) de l'axe réel. Nous distinguons quatre cas différents.

Cas 1: D et A à droite du point (-1,0)

Le système à la Figure 1 est stable si et seulement si:

- i) le nombre de pôles instables, p, de  $L_1 L_2(s)$  est pair ou nul, et:
- ii)  $m - n = p/2$  (1)

Cas 2: D à gauche de (-1,0) et A à droite de (-1,0).

Le système à la Figure 1, est stable si et seulement si:

- i) le nombre de pôles instables de  $L_1 L_2(s)$  est impair et:
- ii -a)  $m - n = \frac{p + 1}{2}$  quand  $\frac{\Delta \arg L_1 L_2(j\omega)}{\Delta \omega} > 0$  à  $\omega = 0$  (2)
- ii -b)  $m - n = \frac{p + 1}{2}$  quand  $\frac{\Delta \arg L_1 L_2(j\omega)}{\Delta \omega} < 0$  à  $\omega = 0$  (3)

Cas 3: D et A à gauche de (-1,0)

Le critère de stabilité est similaire au critère du cas 1 sauf qu'on doit remplacer m par  $m^1$  et n par  $n^1$  dans l'équation (1).

Cas 4: D à droite de (-1,0) et A à gauche de (-1,0).

Le critère de stabilité est similaire au critère du cas 3 sauf qu'on doit remplacer m par  $m^1$ , et n par  $n^1$  dans les équations (2) et (3).

### III. CRITERES GEOMETRIQUES POUR LA DETERMINATION DES INTERSECTIONS

#### DE $L_1 L_2(j\omega)$ AVEC L'AXE REEL

Pour présenter les critères géométriques qui permettent de déterminer les points d'intersection de  $L_1 L_2(j\omega)$  avec l'axe réel à partir des diagrammes de Nyquist de  $L_1$  et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega)$ , nous aurons besoins des définitions suivantes:

Soient  $r_1$  et  $r_2$ , deux vecteurs associés avec deux demi droites  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  passantes par l'origine (Figure 3). Nous appelons secteur  $s(r_1, r_2)$  l'ensemble des points du plan complexe balayé par la demi droite  $\Delta_1$  lorsque  $\Delta_1$  tourne dans le sens anti-horaire jusqu'à la rencontre de la demi-droite  $\Delta_2$ . Nous appelons secteur complémentaire de  $s(r_1, r_2)$  le secteur  $s(r_2, r_1)$ , et secteur opposé de  $s(r_1, r_2)$  le secteur  $s(-r_1, -r_2)$ .

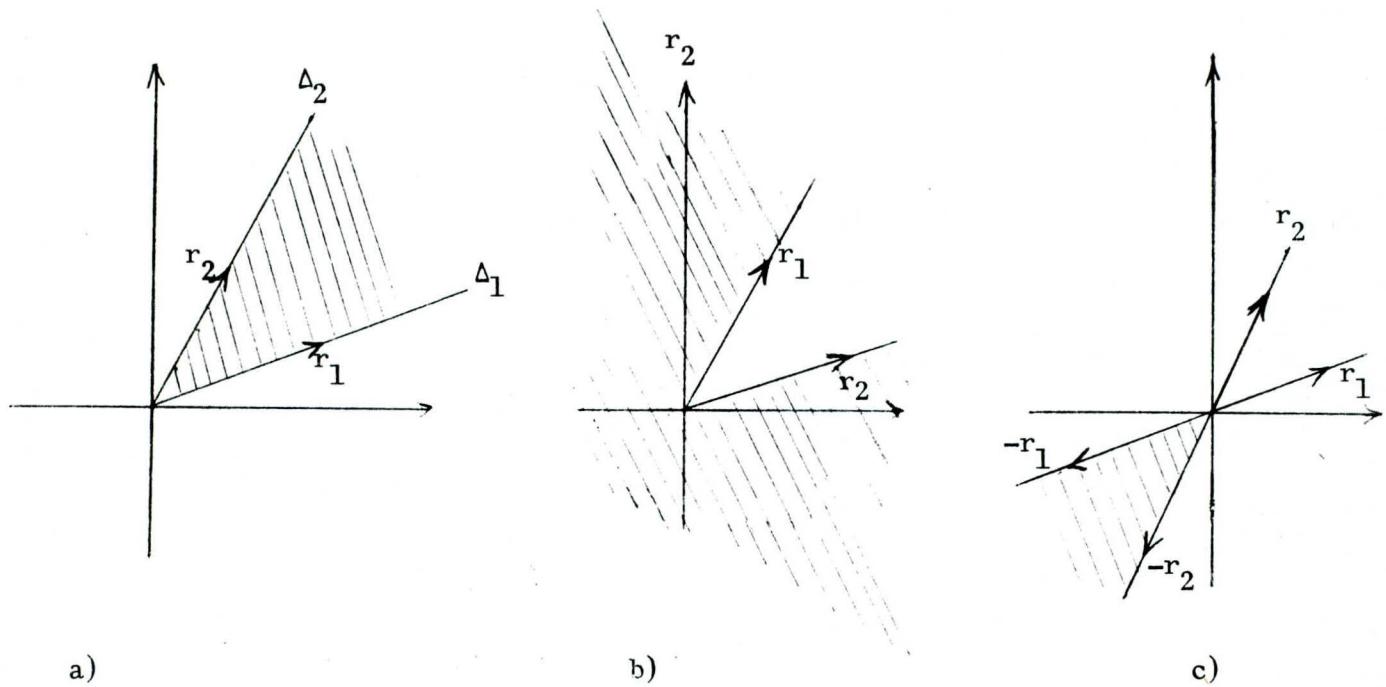


Figure 3: a) Secteur  $s(r_1, r_2)$ ;  
 b) Secteur complémentaire  $s(r_2, r_1)$ ;  
 c) Secteur opposé  $s(-r_1, -r_2)$

Avec ces données nous sommes maintenant en mesure d'énoncer les principaux résultats de cette section.

Proposition 1:

Le diagramme de Nyquist de  $L_1 L_2(j\omega)$  n'a pas d'intersection avec l'axe réel négatif dans l'intervalle de fréquence  $[\omega_1, \omega_2]$ , si  $L_1(j\omega)$  est contenu dans un secteur  $s(r_1, r_2)$ , et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega)$  est contenu dans le secteur complémentaire  $s(r_2, r_1)$ , (Voir la Figure 4).

Preuve: Si  $L_1(j\omega) \in s(r_1, r_2)$  et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega) \in s(r_2, r_1)$ ,

alors  $\arg L_1(j\omega) \neq \arg [-\frac{1}{L_2}(j\omega)] + 2r\pi$ , c'est-à-dire  $\arg L_1 - \arg \frac{1}{L_2} \neq 2r\pi$ .

En observant que  $\arg L_1 L_2 = \arg L_1 - \arg -\frac{1}{L_2} + \pi$ , ceci implique que  $L_1 L_2(j\omega)$  n'a pas de point d'intersection avec l'axe réel négatif.

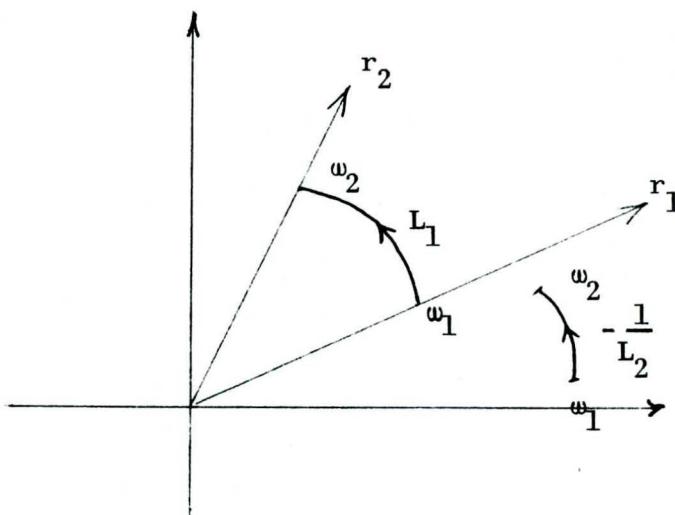


Figure 4: Exemple d'un cas où il n'y a pas d'intersection avec l'axe réel négatif.

Proposition 2:

Si, pour une intervalle de fréquence  $[\omega_1, \omega_2]$ , il existe une courbe fermé,  $\Gamma$ , contenant l'origine et ayant un seul point d'intersection avec tout rayon partant de l'origine, telle que  $L_1(j\omega)$  est intérieur à  $\Gamma$  et  $-\frac{1}{L_2(j\omega)}$  en est à l'extérieur, alors le diagramme de Nyquist de  $L_1 L_2(j\omega)$  n'a pas d'intersection avec l'axe réel à gauche du point  $(-1,0)$  pour cette intervalle de fréquence.

Preuve: Evidemment si la relation  $\arg L_1 L_2 = (2r+1)\pi$  est vérifiée, la condition que  $L_1$  est à l'intérieur de  $\Gamma$  et  $-\frac{1}{L_2}$  en est à l'extérieur impliquera que  $|L_1| < \left| -\frac{1}{L_2} \right|$ . Ceci veut dire que les intersections de  $L_1 L_2$  avec l'axe réel négatif sont à droites du point  $(-1,0)$ .

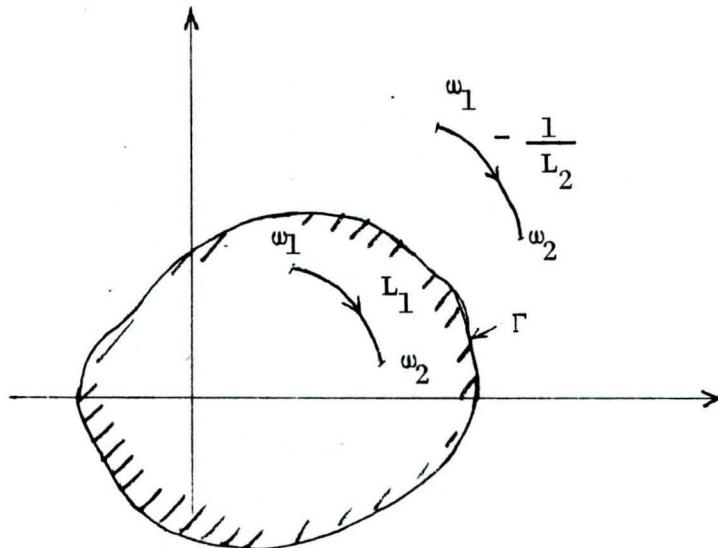


Figure 5: Exemple d'un cas où il n'y a pas d'intersection à gauche du point  $-1$ .

Proposition 3:

Si, pour une intervalle de fréquence  $[\omega_1, \omega_2]$ ,  $L_1(j\omega)$  est contenu dans un secteur  $s(r_1, r_2)$ , et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega)$  est contenu dans le secteur opposé  $s(-r_1, -r_2)$ , le diagramme de Nyquist de  $L_1 L_2(j\omega)$  n'a pas d'intersection avec l'axe réel positif dans l'intervalle de fréquence considéré.

Preuve: Le même raisonnement utilisé dans la preuve de la proposition 1 permet d'établir la proposition 3.

Pour toutes les propositions qui vont suivre nous utiliserons la notation  $S^1(\omega_1, \omega_2)$  pour désigner le secteur  $s(r_1, r_2)$  où  $r_1$  et  $r_2$  sont deux vecteurs dont les extrémités sont définies par les quantités  $L_1(j\omega_1)$  et  $L_1(j\omega_2)$ . D'une façon similaire nous désignerons par  $S^2(\omega_1, \omega_2)$  le secteur  $s(r_3, r_4)$  avec  $r_3$  et  $r_4$  définis par les quantités  $-\frac{1}{L_2}(j\omega_1)$  et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega_2)$ . Nous supposons que pour l'intervalle de fréquence  $[\omega_1, \omega_2]$ ,  $L_1(j\omega)$  est contenu par  $S^1(\omega_1, \omega_2)$ , et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega)$  par  $S^2(\omega_1, \omega_2)$ . Nous supposerons aussi que toute droite passante par l'origine n'a qu'un seul point d'intersection avec  $L_1(j\omega)$  et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega)$  dans les secteurs  $S^1(\omega_1, \omega_2)$  et  $S^2(\omega_1, \omega_2)$ .

Proposition 4:

Si, pour une intervalle de fréquence  $[\omega_1, \omega_2]$ , il existe une courbe fermée  $\Gamma$  contenant l'origine et ayant un seul point d'intersection avec tout rayon partant de l'origine telle que  $-\frac{1}{L_2}(j\omega)$  est intérieur à  $\Gamma$  et  $L_1(j\omega)$  en est à l'extérieur, et si l'une ou l'autre des deux conditions suivantes:

i)  $s^2(\omega_1, \omega_2) \subset s^1(\omega_1, \omega_2)$ ,  $\frac{\Delta \arg L_1(\omega)}{\Delta \omega} < 0$

ii)  $s^1(\omega_1, \omega_2) \subset s^2(\omega_1, \omega_2)$ ,  $\frac{\Delta \arg -\frac{1}{L_2(\omega)}}{\Delta \omega} > 0$

est satisfaite, alors nous avons:

$$n_1 - m_1 = 1$$

où  $n_1$  et  $m_1$  sont les nombres de fréquences  $\omega_i \in N$  et  $\omega_j \in M$  dans l'intervalle  $[\omega_1, \omega_2]$ , c'est-à-dire que  $n_1$  et  $m_1$  sont les nombres de fois que  $L_1 L_2(j\omega)$  coupe l'axe réel à gauche du point  $(-1,0)$  "en montant" et "en descendant" dans l'intervalle  $[\omega_1, \omega_2]$ , (voir la Figure 6).

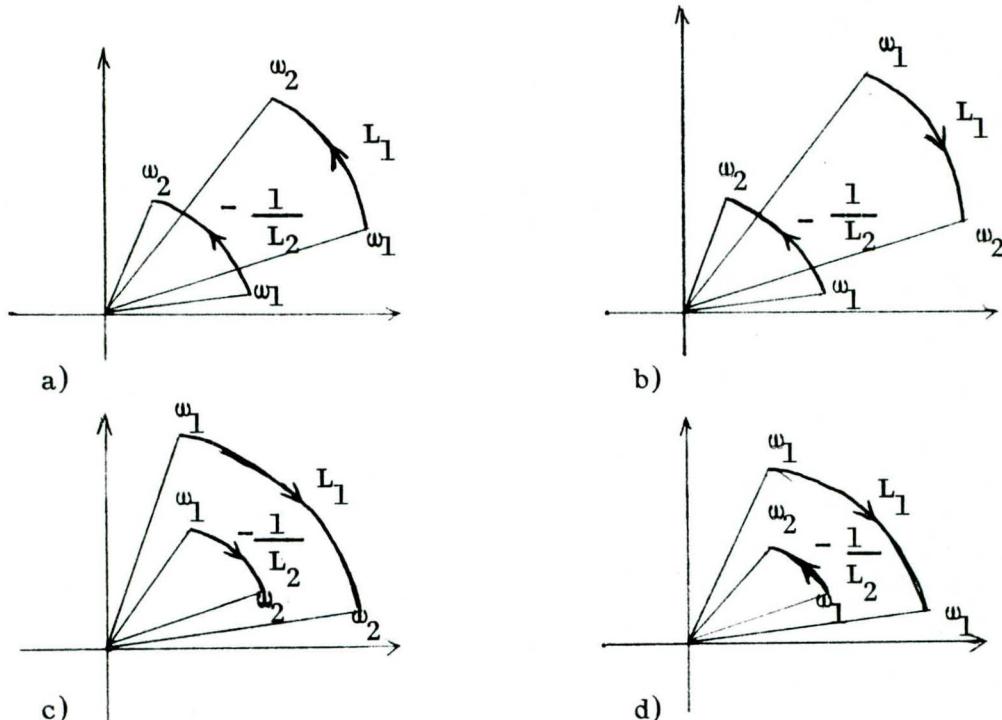


Figure 6: a) et c) Cas où on a  $n_1 - m_1 = 1$

b) et d) Cas où on a  $n_1 = 1$  et  $m_1 = 0$

Proposition 5:

Si, pour une intervalle de fréquence  $[\omega_1, \omega_2]$ , une courbe  $\Gamma$  de la proposition 4 existe, et si l'une ou l'autre des deux conditions suivantes:

i)  $S^2(\omega_1, \omega_2) \subset S^1(\omega_1, \omega_2)$  ,  $\frac{\Delta \arg L_1(\omega)}{\Delta \omega} > 0$

ii)  $S^1(\omega_1, \omega_2) \subset S^2(\omega_1, \omega_2)$  ,  $\frac{\Delta \arg -\frac{1}{L_2}(\omega)}{\Delta \omega} < 0$

est satisfaite nous avons:

$$m_1 - n_1 = 1$$

où  $m_1$  et  $n_1$  ont les mêmes significations données à la proposition 4.

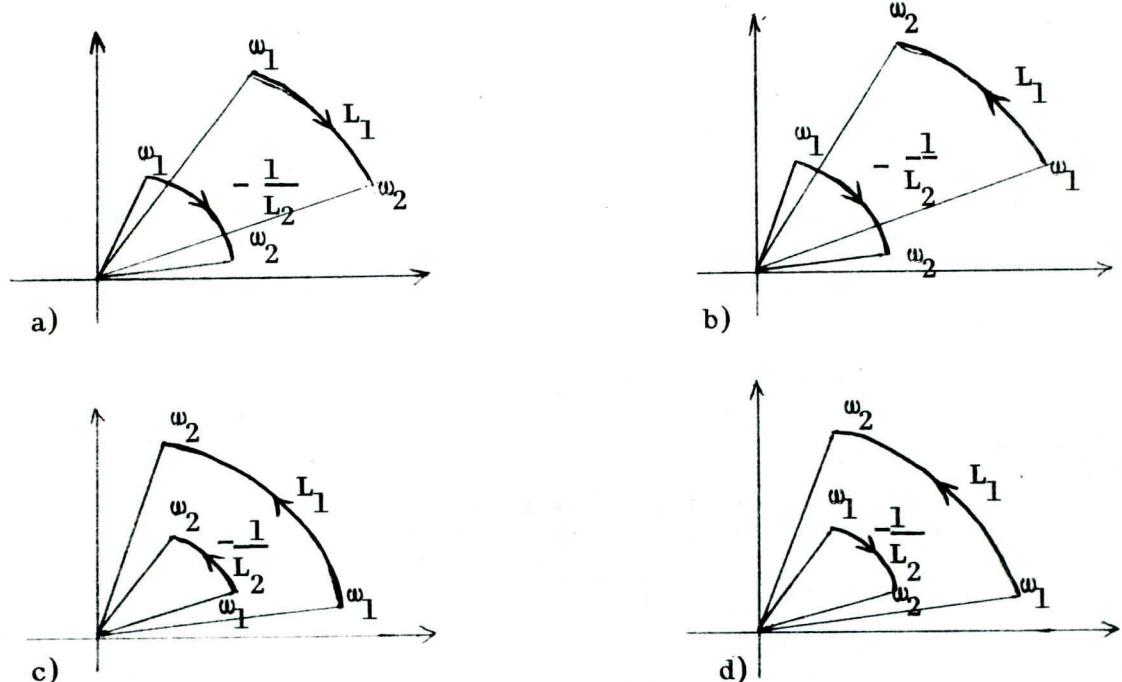


Figure 7:

a) et c) Cas où on a  $m_1 - n_1 = 1$

b) et d) Cas où on a  $m_1 = 1$  et  $n_1 = 0$

Les critères graphiques pour déterminer les intersections de  $L_1 L_2 (j\omega)$  à droite du point  $(-1,0)$  de l'axe réel sont similaires aux critères énoncés aux propositions 4 et 5. Pour les intersections avec le segment de droite  $[ (0,0) , (-1,0) ]$ ,  $L_1$  doit maintenant être à l'intérieur d'une courbe  $\Gamma$ , et  $-\frac{1}{L_2}$  en être à l'extérieur. Pour les intersections avec l'axe réel positif le secteur  $S^2(\omega_1, \omega_2)$  doit-être remplacé par son opposé, et la condition d'une courbe fermée  $\Gamma$  peut être supprimée.

#### IV. CRITERES GEOMETRIQUES DE STABILITE

La combinaison des résultats obtenus aux sections 2 et 3 nous permet d'établir un critère graphique de stabilité qui prend en considération les diagrammes de Nyquist de  $L_1(j\omega)$  et  $-\frac{1}{L_2(j\omega)}$  du système de base montré à la figure 1. Le critère de stabilité est illustré dans les propositions qui suivent.

##### Proposition 1:

Si les points de départ D et d'arrivée A de  $L_1 L_2(j\omega)$  dans le plan complexe sont à droite du point (-1,0) de l'axe réel, alors le système bouclé de la figure 1 est stable si et seulement si le nombre de pôles instables, p, du système en boucle ouverte  $L_1 L_2(s)$  est pair ou nul, et  $I - J = \frac{p}{2}$ , où I est le nombre de fois que les situations énoncées à la proposition 5 se produisent, et J le nombre de fois que les situations énoncées à la proposition 4 se produisent.

Cette proposition est une conséquence directe du critère annoncé à la section 2 et les résultats de la section 3.

##### Corollaire 1:

Si le système en boucle ouverte  $L_1 L_2(j\omega)$  est stable et les points de départ D et d'arrivée A de  $L_1 L_2(j\omega)$  sont à droite du point (-1,0), alors le système en boucle fermé est stable si on peut diviser l'intervalle de fréquence  $[0, \infty]$  en des intervalles de fréquence  $[\omega_r, \omega_s]$  tels que l'une ou

l'autre des deux conditions suivantes soient vérifiées:

- i)  $L_1(j\omega)$  est situé dans le secteur  $S^1(\omega_r, \omega_s)$  et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega)$  dans le secteur complémentaire, pour  $\omega \in [\omega_r, \omega_s]$ .
- ii)  $L_1(j\omega)$  est à l'intérieur d'une courbe fermée  $\Gamma$  contenant l'origine et ayant un seul point d'intersection avec tout rayon partant de l'origine et  $-\frac{1}{L_2}(j\omega)$  est à l'extérieur de cette courbe, pour  $\omega \in [\omega_r, \omega_s]$ .

Proposition 2:

Si le point de départ D de  $L_1 L_2(j\omega)$  est à gauche de  $(-1,0)$ , et le point d'arrivée A en est à droite, le système bouclé de la figure 1 est stable si et seulement si le nombre de pôle instable p est impair, et

$$- a) I - J = \frac{p+1}{2} \quad \text{si} \quad \frac{\Delta \arg L_1(\omega)}{\Delta \omega} > \frac{1}{\Delta \omega} \quad \text{à } \omega = 0$$

$$- b) I - J = \frac{p-1}{2} \quad \text{si} \quad \frac{\Delta \arg L_1(\omega)}{\Delta \omega} < \frac{1}{\Delta \omega} \quad \text{à } \omega = 0$$

où I et J sont définis comme dans l'assertion 1.

Si les points de départ D et d'arrivée A sont à gauche du point  $(-1,0)$ , ou si D est à gauche et A à droite du point  $(-1,0)$ , les critères géométriques de stabilités sont semblables aux assertions 1 et 2 respectivement, sauf qu'on doit remplacer I par  $I^1$ , J par  $J^1$  où  $I^1$  et  $J^1$  ont une interprétation similaire à celle de I et J.

## V. SYSTEMES ECHANTILLONNES

Le critère de Nyquist est valide pour les systèmes continus aussi bien que les systèmes échantillonnés, ([5], p.100). En plus les résultats obtenus dans les paragraphes précédents sont basés sur les propriétés géométriques du lieu de Nyquist dans le plan complexe. Les critères géométriques de stabilité sont donc valides pour les systèmes échantillonnés présentés à la Figure 8. Evidemment au lieu de considérer l'intervalle de fréquence  $[0, \infty]$  on considéra l'intervalle de fréquence  $[0, \frac{\omega T}{2}]$  où  $\frac{\omega T}{2}$  est la fréquence d'échantillonnage.

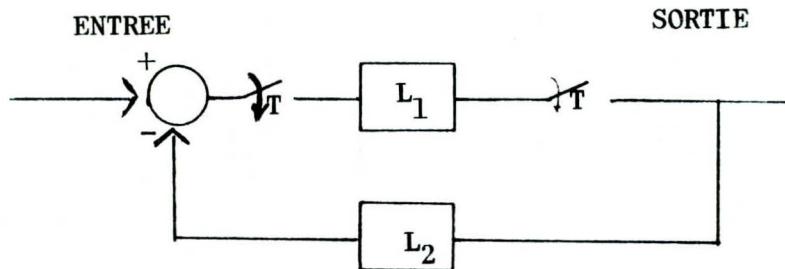


Figure 8: Système échantillonné en étude.

## VI. EXEMPLES D'APPLICATION

Tous les exemples considérés ont les points de départ D et A d'arrivée à droite de  $(-1, 0)$ , sauf l'exemple 4.

Exemple 1: Le système bouclé est stable d'après le corollaire 1.

Exemple 2: Le système bouclé est stable d'après le corollaire 1.

Exemple 3: Le système initial  $L_1 L_2(s)$  a 2 pôles instables.

D'après la figure de l'exemple 3 pour  $\omega \in [1.4, 4.8]$  on a une situation illustrée à la figure 9. On a donc:  $m - n = 1 = \frac{P}{2}$ . Le système bouclé est stable d'après la proposition 1.

Exemple 4: Le système initial  $L_1 L_2$  a un pôle instable.

D'après la figure de l'exemple 4 on a:

$$\frac{\Delta \arg L_1(\omega)}{\Delta \omega} > \frac{\Delta \arg -\frac{1}{L_2(\omega)}}{\Delta \omega} \quad \text{à } \omega = 0$$

On a d'autre part un  $\omega_i \in M$  ( $\omega_i = 0$ ).

La relation:

$$I - J = \frac{(P + 1)}{2} \quad \text{est vérifiée car:}$$

$$1 - 0 = \frac{(1 + 1)}{2} = 1$$

Le système bouclé est stable d'après la proposition 2.

Exemple 5: Le système en boucle ouverte comporte deux intégrateurs. On doit donc faire attention aux points d'intersection avec l'axe réel à l'infini. Dans cet exemple il y a un  $\omega_i \in N$  à l'infini. Le système bouclé est instable d'après la proposition 1.

Exemple 6: On a un système échantillonné. Le système bouclé est stable d'après le corollaire 1.

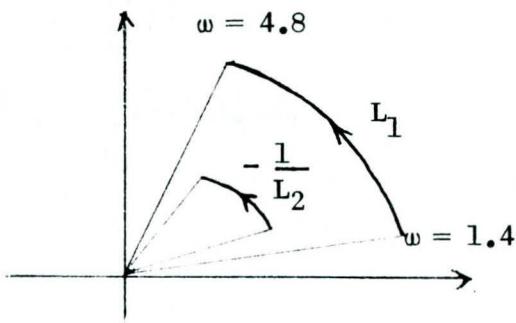
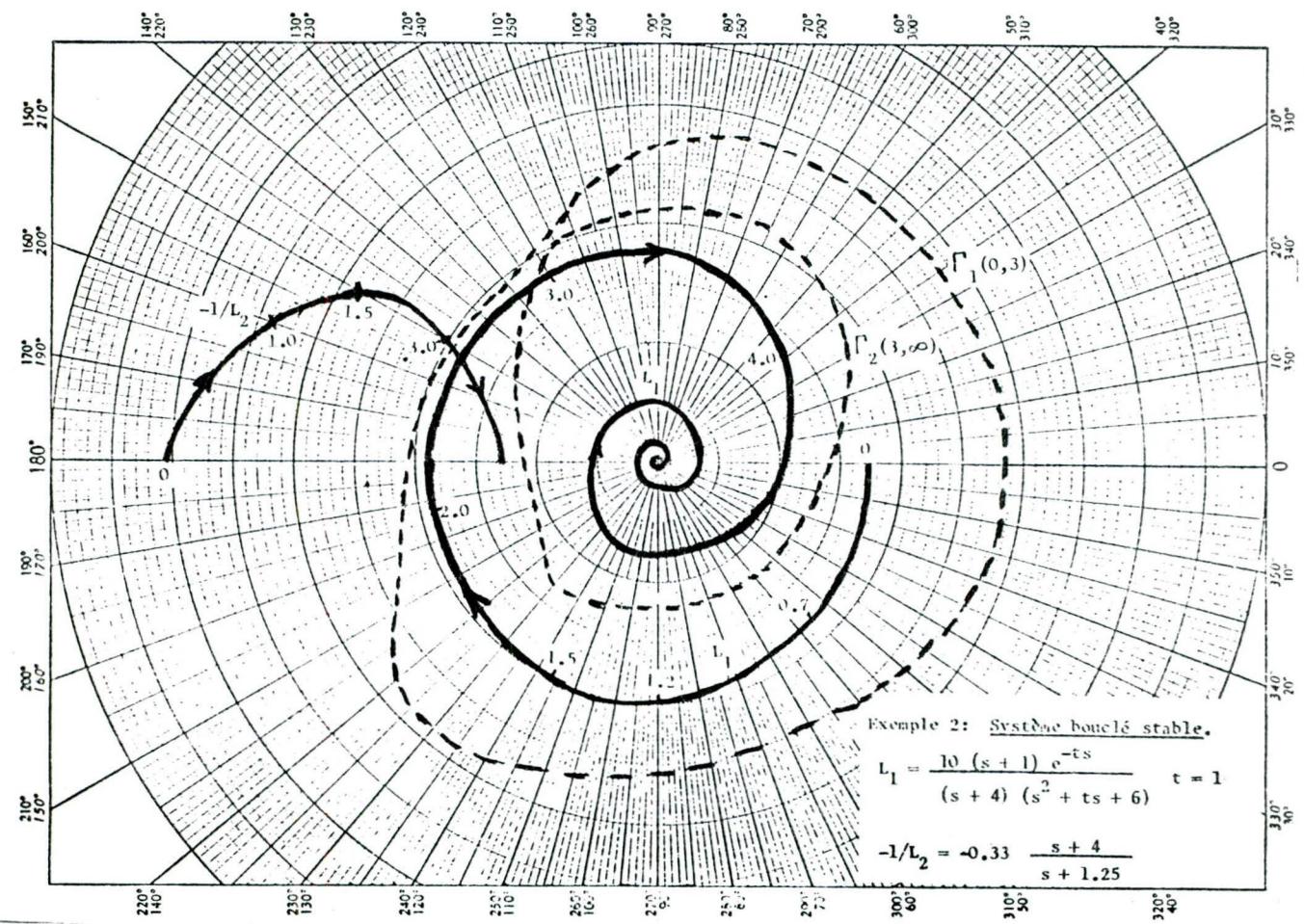
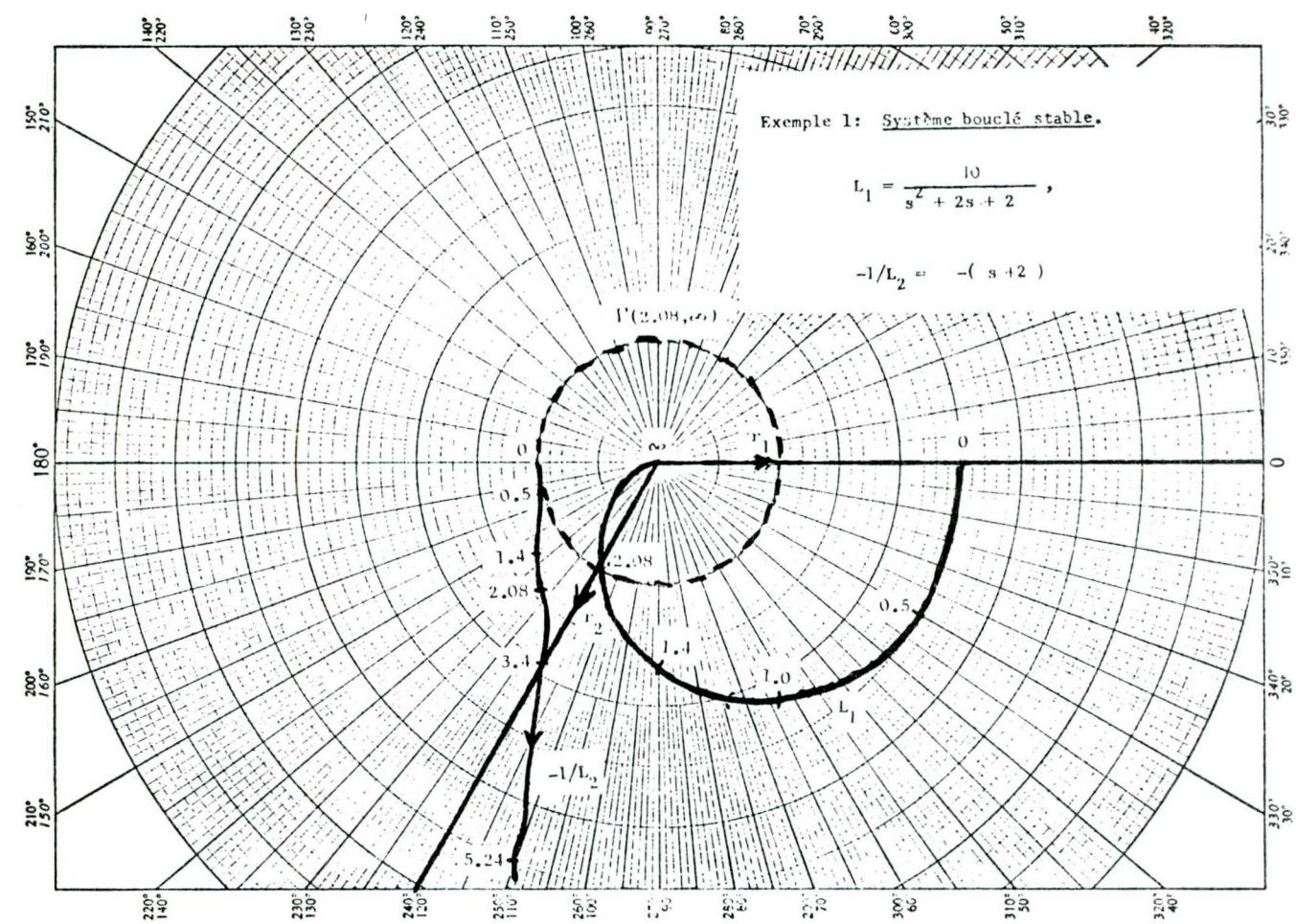
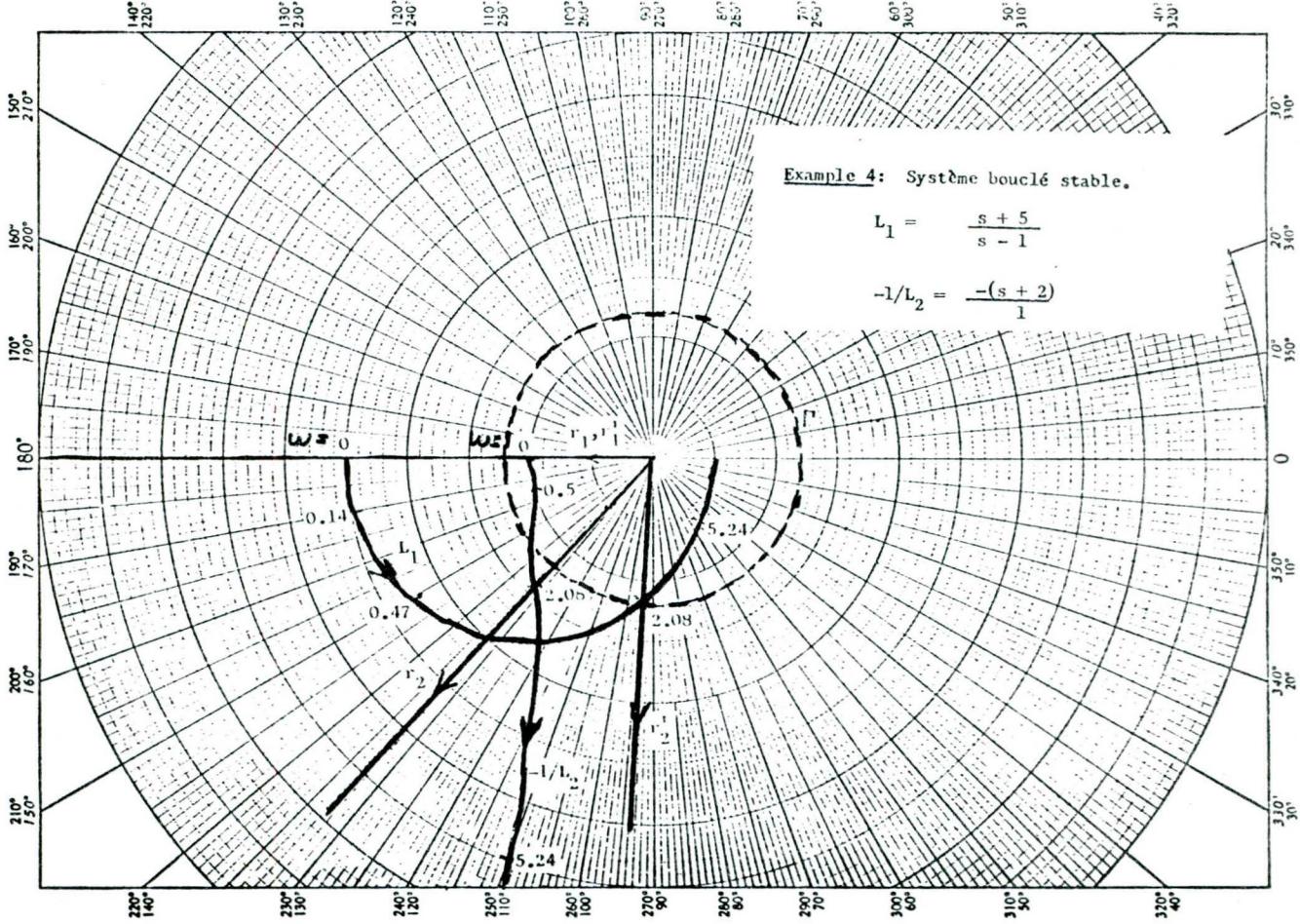
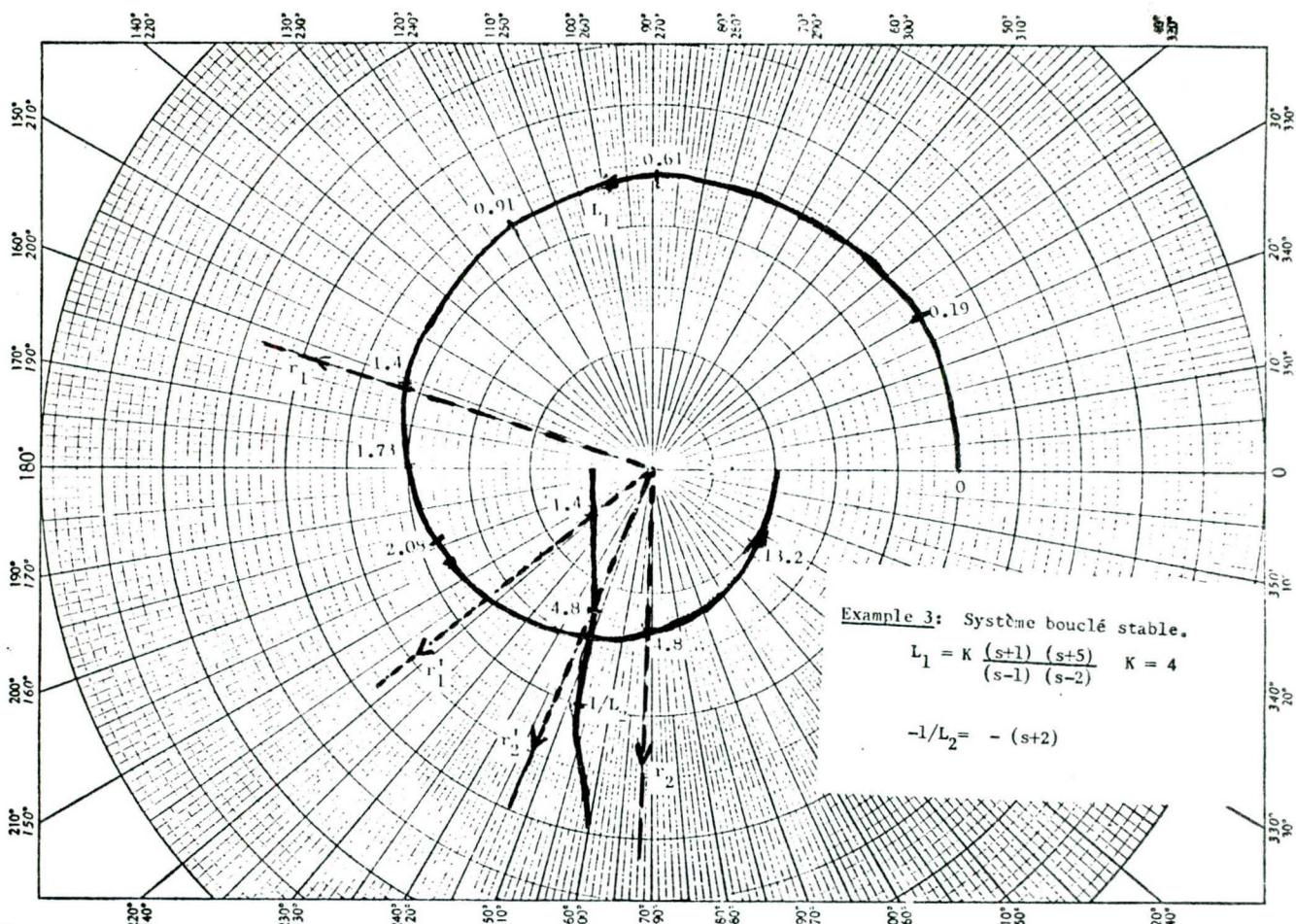
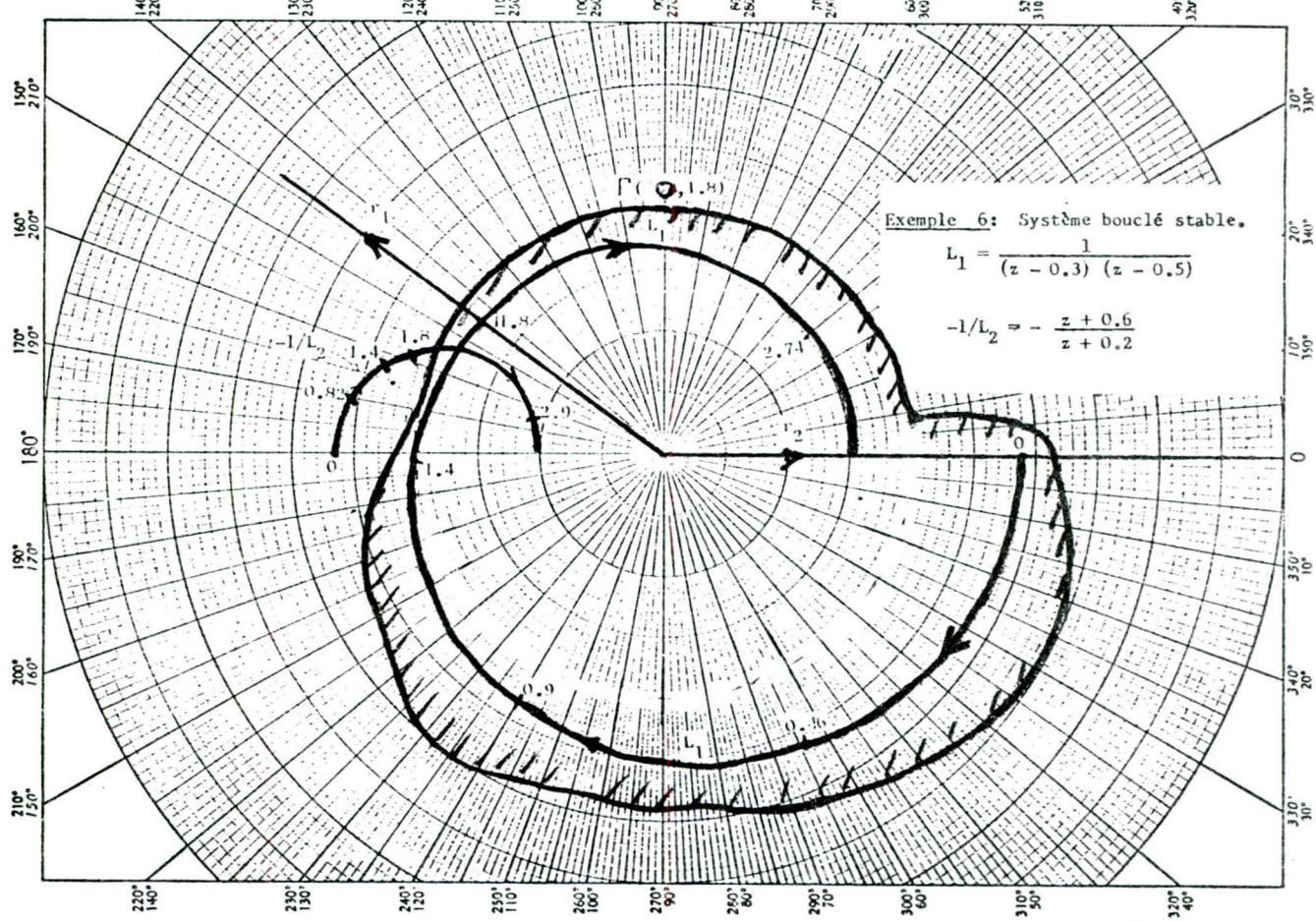
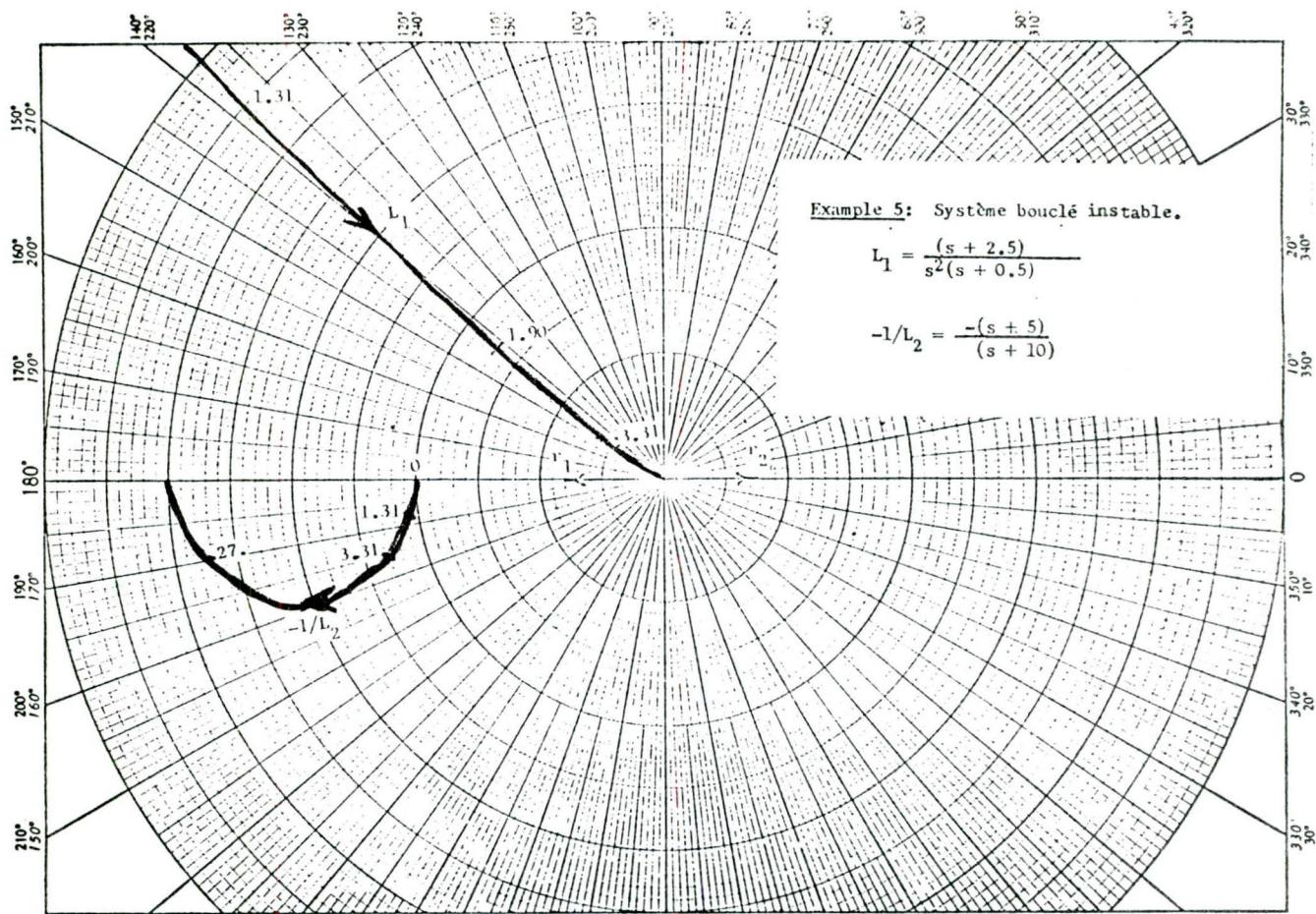


Figure 9: Positions de  $L_1$  et  $-\frac{1}{L_2}$  pour  $\omega \in [1.4, 4.8]$ .







#### REFERENCES

- [1] De Santis, R.M., "Practical Sensitivity Reduction Tests for Linear and Non-linear Systems", Rapport Technique de l'Ecole Polytechnique EP74-R-28.
- [2] De Santis, R.M., Porter W.A., "Circle Type Conditions for Sensitivity Reduction", ACTA, Vol. 2, No. 2, Mai 1974.
- [3] Conan, J., De Santis, R.M., "Réglage Optimale de Tension et Fréquence dans une Centrale Electrique", ACFAS, Mai 1975.
- [4] Augustin, M., Conan J., De Santis, R.M., "PASSA: Programme pour l'Analyse et la Synthèse des Systèmes Asservis" Rapport Technique de l'Ecole Polytechnique de Montréal, EP-74-R-38, Sept. 1974.
- [5] Ragazzini, J.R., Franklin, G.F., Sampled Data Control Systems, McGraw Hill 1958.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00288807 9