Titre: Title:	Contrôle des systèmes sujets aux perturbations extérieures
Auteurs: Authors:	D. Dufrène, & Romano M. De Santis
Date:	1973
Type:	Rapport / Report
Référence: Citation:	Dufrène, D., & De Santis, R. M. (1973). Contrôle des systèmes sujets aux perturbations extérieures. (Rapport technique n° EP-R-73-24). https://publications.polymtl.ca/6137/

Institution:	École Polytechnique de Montréal
Numéro de rapport: Report number:	EP-R-73-24
URL officiel: Official URL:	
Mention légale: Legal notice:	

DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE
SECTION AUTOMATIQUE

Rapport Technique EP73-R-24

Classification: Library of Congress no ....

CONTROLE DES SYSTEMES SUJETS AUX PERTURBATIONS EXTERIEURES

par

M. Denis Dufrène et M. Romano De Santis

4 juillet 1973

Ecole Polytechnique de Montréal

C.P. 501
Snowdon
Montréal 248

CONTROLE DES SYSTEMES SUJETS AUX PERTURBATIONS EXTERIEURES

par

Denis Dufrène

Projet exécuté sous la direction de M. Romano De Santis, Professeur Agrégé

Département de Génie Electrique
Section d'Automatique
Ecole Polytechnique
Montréal, Québec

CONTROLE DES SYSTEMES SUJETS AUX PERTURBATIONS EXTERIEURES(+)

Denis Dufrène*

SOMMAIRE

Cet article se propose de donner une vue générale des différentes méthodes de synthèse des systèmes sujets aux perturbations extérieures. L'approche "classique" de ce genre de problème par la théorie du contrôle stochastique est évoquée, ainsi que de nouvelles méthodes, ne nécessitant que la connaissance des propriétés statistiques des perturbations. L'intérêt particulier et les implications pratiques de chaque méthode sont discutés et une bibliographie concernant chaque approche possible du problème est donnée.

---

* Ecole Polytechnique, Montréal, Québec

(+) Cette recherche a été subventionnée en partie par le Conseil National de la Recherche du Canada, Octroi A-8244. Le projet a été exécuté sous la direction de Romano De Santis.

0. INTRODUCTION

Considérons le système représenté sur la figure 1, où les perturbations extérieures w et v sont plus ou moins connues à priori. Le système* S étant défini, le problème consiste à déterminer le controleur** C devant assurer en présence des perturbations w et v, la régulation ou le maintient à proximité d'une trajectoire idéale de la sortie y ou de l'état x du système, ces performances pouvant être réalisées de façon optimale ou non.

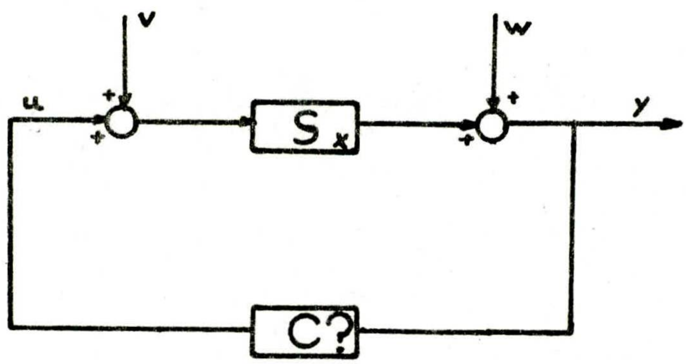

Fig. 1 Configuration générale des systèmes sujets aux perturbations extérieures.

Afin d'illustrer ce problème, observons le servomécanisme classique de position représenté sur la figure 2: le moteur à

---

* Dans ce qui suit, sauf indication contraire, le système S sera linéaire, continu, variant dans le temps, multivariable.

** La commande peut être directement générée à partir de l'état du système lorsque celui-ci est accessible à la mesure. Sinon, le controleur C contiendra en général un "observateur" de l'état du système.

courant continu doit assurer une position angulaire déterminée θ_0 de la sortie. La commande u devant assurer cette performance est une tension appliquée au stator du moteur par l'intermédiaire de l'amplificateur K.

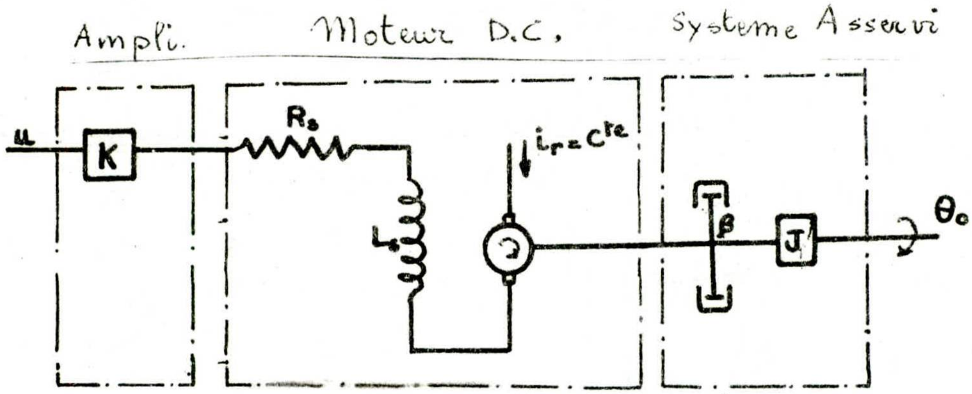

Fig. 2 Servomécanisme de position.

L'entrée et la sortie de ce système peuvent être perturbés. Nous pouvons alors utiliser la représentation de la figure 1 avec u tension d'entrée, w perturbation de cette tension (due en particulier aux bruits introduits par l'amplificateur), S transmitance du système de la figure 2 (de la forme $\frac{K'}{s(s+p_1)(s+p_2)}$), V bruit de la sortie, et Y angle de sortie.

La littérature offre 4 approches possibles pour résoudre ce problème, ces approches étant directement liées au type de connaissance des perturbations:

- <u>L'approche stochastique</u> qui utilise une description statistique des perturbations (moyenne, variance, etc...)
- <u>L'approche déterministe</u> qui utilise une description plus concrète des perturbations allant de la connaissance complète à la connaissance des "modes" intervenant dans les perturbations.
- <u>L'approche par la théorie des ensembles</u> où l'amplitude, où l'énergie des perturbations sont confinées dans des domaines connus.
- <u>L'approche fonctionnelle</u> où les perturbations sont totalement inconnues mais toutefois assez faibles afin que l'on puisse utiliser le concept de "sensibilité" (qui utilise avantageusement l'analyse fonctionnelle).

Nous nous limiterons dans cet article à une introduction succinte de chaque approche possible, celle-ci étant étudiée plus en détail dans [1].

1. APPROCHE STOCHASTIQUE

La synthèse des systèmes perturbés par l'approche stochastique est, et de loin, celle qui a donné lieu au plus grand nombre de publications durant ces dernières décennies. Introduite par Wiener [2], [3] en 1946 et développée notamment par Kalman (théroie du filtrage), elle a connu depuis 1960 un essort considérable avec l'apparition de la programmation dynamique [4].

Le principal résultat concernant notre problème est le "théorème de séparation" [5]-[10], qui s'applique lorsque S est linéaire, w et v sont des bruits blancs (Gaussien, Poisson), et qui stipule qu'une commande optimale existe et est de la forme:

$$u = \psi(t,\hat{x}(t))$$

où $\hat{x}(t)$ est une estimation de l'état $x(t)$ de S générée à partir de la sortie et de la commande du système. Cette estimation peut être obtenue par l'utilisation d'un filtre de Kalman [11].

D'autres résultats évoqués dans [1] et concernant les systèmes non-linéaires, les systèmes en boucle ouverte, l'application de la théorie des jeux (théorie de décision statistique) ont été trouvés mais leur application pratique demeure en général délicate vu les difficultés de calcul ou les hypothèses contraignantes qui doivent être posées.

2. APPROCHE DETERMINISTE

2.1. Quelques cas particuliers

Lorsque les perturbations w et v sont entièrement connues à priori, la synthèse du contrôleur C ne pose pas de difficultés en principe. Ce cas d'intérêt pratique limité a été étudié avec une approche optimale par Kalman [12] et Salukadze [13] ($v = 0$) et par Athans et Falb [14]($w \equiv 0$).

Lorsque les perturbations peuvent être connues au moment de leur application (accessibles à la mesure), certaines techniques particulières telles que le "Feedforward control" peuvent être appliquées [15],[16]. Citons également le cas particulier où une perturbation de type "crénaux" peut être connue un peu avant son application, étudié par Oldenburger et Chang [17], [18].

Ces problèmes particuliers ne sont en général que rarement rencontrés dans la pratique, les perturbations étant souvent inconnues et inaccessibles à la mesure.

2.2. Cas des perturbations constantes

Des circonstances intervenant beaucoup plus souvent dans la pratique sont celles où les perturbations sont connues comme étant constantes sans que la valeur de ces constantes soient toutefois connues. Ce problème résolu classiquement par l'utilisation d'intégrateurs a été étudié en occupant des conditions d'optimalité, par Bélanger [19]($w = 0$, observateur de Luenberger [20],[21]), Johnson [22]($v = 0$, commande et perturbation scalaire, état accessible), et Latour [23](généralisation de [22]aux commandes et perturbations vectorielles), et par la technique d'affectation des pôles, par Davison [24](v=0,w constant par morceaux, S stationnaire).

Ces divers travaux conduisent à des généralisations aux systèmes multivariables, du correcteur classique Proportionnel + Intégral.

2.3. Cas des perturbations aux modes connus

Un cas plus général et intervenant souvent dans la pratique est celui où les perturbations sont à "modes" connus sans que l'on connaisse toutefois la façon dont intervient chaque mode dans les perturbations. Ce type de connaissance des perturbations peut être décrit en écrivant que les perturbations satisfont des équations différentielles aux coefficients connus, forcées par des fonctions d'impulsions $\sigma_i(t)$ entièrement inconnues et aléatoires. En effet, les équations homogènes ont pour solutions des combinaisons linéaires déterminées des solutions fondamentales (les "modes" des perturbations), et les fonctions d'impulsions ont pour effet de faire "sauter" de façon aléatoire et totalement inconnue, les coefficients des combinaisons linéaires. Ainsi, nous décrivons parfaitement le type de connaissance des perturbations citées plus haut*.

---

* Remarquons l'analogie qui existe entre cette description due à Johnson [25], et celle, statistique, connue sous le nom de "processus Markovien" [26], où un bruit non blanc est décrit comme la sortie d'un système dynamique forcé par un bruit blanc.

Utilisant cette description des perturbations, Johnson [25] ($v = 0$), procède comme suit:

1/ Application du principe du maximum de Pontryagin au système S avec les perturbations non-forcées : on obtient une commande qui est optimale dans la mesure où $\sigma_i(t) = 0$.

2/ Conjecture : Johnson suppose que la commande déterminée en l'absence des $\sigma_i(t)$, reste optimale lorsque $\sigma_i(t)$ sont des fonctions d'impulsions totalement inconnues et aléatoires.

3/ Généralisation de l'observateur de Luenberger [20] [21] aux systèmes variant dans le temps afin de générer une estimation de l'état de S et de la perturbation w, à partir de la sortie et de la commande, pour implanter la commande optimale calculée précédemment.

Ces résultats sont applicables aux problèmes de régulation et aux systèmes suiveurs [27]. Ils permettent en outre, 3 types d'accomodation aux perturbations : Annulation des effets des perturbations lorsque S et F ont des structures appropriées; Minimisation des effets lorsque l'annulation est impossible; Utilisation optimale des perturbations comme une contribution pour atteindre l'objectif de la commande.

La validité de cette méthode est directement liée à celle de la conjecture, et les performances obtenues ne sont satisfaisantes que dans la mesure où les impulsions des $\sigma_i(t)$ ne sont pas trop rapprochées dans le temps.

Le cas plus particulier où les perturbations satisfont des équations différentielles non-forcées (c'est à dire que les modes <u>et</u> la façon dont ils interviennent sont connus) a été étudié par Davison [28]($v \equiv 0$,S stationnaire). S est un système suiveur, et la trajectoire idéale est supposée satisfaire la même équation différentielle que la perturbation w. La méthode vise à déterminer un correcteur <u>d'ordre minimal</u> par la technique d'affectation des pôles ou par la minimisation d'un critère de performance quadratique. Le correcteur ainsi déterminé assure la régulation asymptotique de la sortie y vers la trajectoire désirée.

3. APPROCHE PAR LA THEORIE DES ENSEMBLES

Lorsque les propriétés statistiques ou les modes de perturbations sont impossibles ou trop difficiles à obtenir, il est toutefois souvent possible de déterminer la commande du système S si nous connaissons ou pouvons estimer dans quels domaines l'amplitude ou l'énergie des perturbations sont susceptibles d'évoluer. Les conditions initiales du système peuvent également être sujettes au même type d'indétermination.

En partant d'un tel type de description des indéterminations, Schweppe et Glover [29](domaines de l'amplitude de w et v) et Bertsekas [30](domaines de l'énergie de w et v) ont étudié la commande assurant le maintient de l'état de S dans un domaine entourant la trajectoire idéale. La résolution, baséesur la manipulation de domaines bornés convexes, aboutit à la détermination du domaine des commandes satisfaisantes. Le choix d'une commande particulière dans ce domaine s'effectue suivant des critères pratiques et économiques (commande linéaire, minimisation,...). Lorsque l'état du système est inaccessible, ou trop entaché d'erreurs, on utilise un observateur donnant le domaine dans lequel se trouve l'état de S [31], [31],[32]. Les divers algorithmes de calculs conduisent, sur le plan pratique, à l'utilisation de calculatrices travaillant en parallèle avec le système. Afin de ne pas saturer la capacités des mémoires, des éllipsoides (ou des polyhêdres [34]) approximant les divers domaines sont utilisés, limitant ainsi quelque peu les chances de trouver une solution au problème.

Une recherche optimale a été étudiée par Witsenhausen [35] et Bersekas et Rhodes [36], en partant du même type de description des indéterminations ($v \equiv 0$). Cette approche conduit à la notion de "performance garantie" qui nécessite le calcul de:

$$V = \inf_{u \in U} \sup_{q \in Q} J(u,q)$$

où U est le domaine des commandes admissibles u, et Q le domaine des indéterminations q (perturbations, conditions initiales). La valeur de v correspond à la commande optimale. Ce problème connu sous le nom de "min-max control" ne peut être résolu en général par l'application directe de la théorie des jeux [37], ou du calcul variationnel [38], vu les hypothèses que ces approches impliquent (en particulier, l'inversion des opérations inf et sup). L'utilisation du principe de superposition et l'extrapolation de tous les effets au temps final permettent de réduire le problème à un jeu géométrique d'addition de vecteur avec information parfaite. Dès lors, l'utilisation de la programmation dynamique devient immédiate; l'utilisation de transformés de Frenchel permet de simplifier les algorithmes obtenus en ne faisant intervenir les domaines que leur "fonction support".

Précisons enfin que ces techniques s'appliquent aux systèmes continus ou échantillonnés.

4. APPROCHE FONCTIONNELLE

La théorie de la sensibilité offre des techniques de synthèse [39]-[42] assurant la réduction de la sensibilité des systèmes aux faibles perturbations extérieures et paramétriques (variations de S). Nous évoquerons ici les travaux de Porter [43]-[49]concernant ce problème $(w = 0, v$ "faible", S stable).

La commande du système S étant déterminée en l'absence de perturbations (fig. 3), nous désirons réduire la sensibilité du système aux perturbations par l'adjonction des correcteurs M et N (fig. 4). Naturellement, les systèmes des figures 3 et 4 doivent être nominalement équivalents, c'est-à-dire équivalents en l'absence de perturbation. Cette condition d'équivalence étant assurée par N (qui est alors fonction de M), il reste à déterminer M assurant la réduction de sensibilité.

Une fonction de sensibilité ainsi que sa mesure étant définie, une approche optimale directe du problème s'avère inopérante. En effet, si l'on cherche à minimiser les variations de la sortie dues aux perturbations, nous obtenons un correcteur M non borné et par conséquent, des problèmes éventuels de saturation à l'entrée. D'autre part, si l'on cherche à minimiser une combinaison de la variation de la sortie et de l'entrée du système, des termes d'anticipation interdisent la détermination pratique de M.

La réduction de sensibilité peut être obtenue en optant pour un correcteur M du type "gain pur". Cette option étant faite, il est alors possible de maximiser la réduction de sensibilité et M est déterminé comme satisfaisant une équation matricielle.

Ces travaux utilisant l'analyse fonctionnelle peuvent être appliqués aux systèmes continus ou échantillonnés, stationnaire, et à quelques cas particuliers de système variant dans le temps.

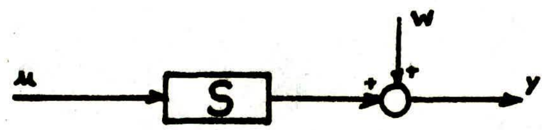

Fig. 3 Système perturbé non compensé

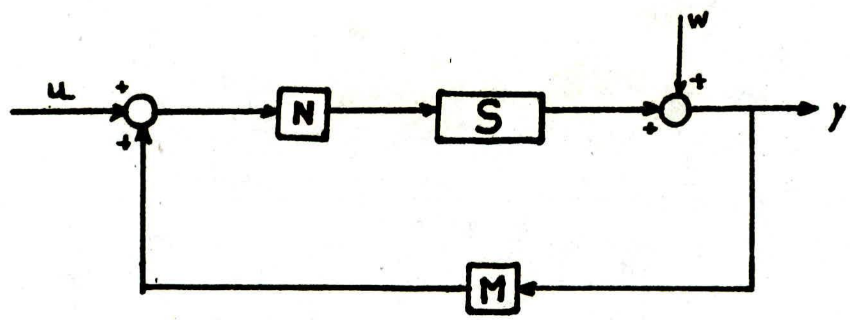

Fig. 4 Système perturbé compensé

5. CONCLUSIONS

La synthèse des systèmes perturbés par l'approche stochastique est souvent entravée par la complexité des calculs et les difficultés d'obtention des propriétés statistiques des perturbations. Les nouvelles approches possibles de ce problème semblent pouvoir palier dans certains cas à ces difficultés. En effet l'obtention des modes des perturbations ou de leur domaine, est souvent plus facile que celle de leurs propriétés statistiques. Bien qu'en général, ces nouvelles méthodes de synthèse n'apportent rien de fondamentalement nouveau sur le plan théorique, elles constituent sans doute, des outils précieux là où l'approche stochastique est inopérante ou trop coûteuse. En particulier, la méthode de Johnson permet de réduire considérablement les calculs lorsque les modes des perturbations sont disponibles. L'approche par la théorie des ensembles malgré les investissements pratiques qu'elle implique, à l'avantage d'obtenir des performances garanties (alors que l'approche stochastique ne donne que des performances probables) puisqu'elle place le problème dans les circonstances les plus défavorables qui soient susceptibles d'intervenir; enfin, l'approche fonctionnelle permet de traiter de faibles perturbations totalement inconnues sans toutefois garantir de performances précises (réduction de sensibilité).