PolyPublie
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Modèle d'optimisation pour la planification à moyen terme des mines à ciel ouvert
Auteur: Author:	Gabriel L'Heureux
Date:	2011
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	L'Heureux, G. (2011). Modèle d'optimisation pour la planification à moyen terme des mines à ciel ouvert [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/608/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/608/
Directeurs de recherche: Advisors:	Michel Gamache
Programme: Program:	Génie industriel

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

MODÈLE D'OPTIMISATION POUR LA PLANIFICATION À MOYEN TERME DES MINES À CIEL OUVERT

GABRIEL L'HEUREUX

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES ET DE GÉNIE INDUSTRIEL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION

DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES

(GÉNIE INDUSTRIEL)

JUIN 2011

© Gabriel L'Heureux, 2011.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

MODÈLE D'OPTIMISATION POUR LA PLANIFICATION À MOYEN TERME DES MINES À CIEL OUVERT

Présenté par : L'HEUREUX Gabriel

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. FRAYRET Jean-Marc, Ph.D., président

M. MARCOTTE Denis, Ph.D., membre

M. GAMACHE Michel, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. SOUMIS François, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

Education's purpose is to replace an empty mind with an open one.

-Malcolm Forbes

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, j'aimerais remercier Michel Gamache d'avoir déclenché mon intérêt pour la recherche opérationnelle par son enseignement de très grande qualité. Il n'est certainement pas aisé d'être professeur, mais Michel a su trouver sa place parmi les meilleurs.

Ensuite, j'aimerais remercier mon directeur et mon co-directeur de recherche, respectivement Michel Gamache et François Soumis, pour leur soutien, leur disponibilité et l'inspiration qu'ils m'ont fourni tout au long du projet. Leur constante implication fut un élément critique pour l'avancement de ce projet.

Finalement, j'aimerais remercier Stéphanie d'avoir été une source de motivation infinie tout au long de mon BMI et j'aimerais remercier mes parents, Andrée et Daniel, pour leurs encouragements et leur soutien. Tout ça n'a été possible que grâce à vous.

Merci.

RÉSUMÉ

L'exploitation d'une mine à ciel ouvert requiert un grand nombre d'étapes de planification, que ce soit au niveau de l'analyse du site, de l'organisation des installations ou de la gestion des activités de production. Cette planification est complexe puisque les opérations à planifier sont nombreuses et fortement dépendantes les unes des autres. Dans ce projet, nous nous intéressons principalement au problème de planification à moyen terme (i.e. une période allant jusqu'à 3 mois) de ces activités. Ce problème consiste à trouver l'ordre de traitement des blocs d'une mine, tout en minimisant les coûts de production. Ces séquences doivent respecter les liens de préséances entre les blocs et les contraintes de mélange, ainsi que considérer le déplacement des pelles et le groupement des blocs pour le forage/dynamitage.

Ce niveau de planification pour les mines à ciel ouvert a reçu peu d'attention dans la littérature jusqu'à présent. Ainsi, nous proposons un modèle composé d'entiers mixtes (MIP) avec lequel nous établissons l'organisation des opérations et la séquence d'extraction des blocs de la mine. Deux méthodes de résolution sont développées afin d'exploiter ce modèle.

En premier lieu, une méthode optimale faisant l'usage de stratégies de résolution est présentée. Parmi ces stratégies, nous retrouvons la fixation de variables, l'établissement de priorités pour l'arbre de branchement et l'inclusion de contraintes et de paramètres ayant la propriété d'éliminer les symétries dans les solutions. L'utilisation de ce type de stratégies est indispensable et améliore le temps de résolution de façon drastique.

Par la suite, une méthode heuristique exploitant le caractère intuitif d'extraire les blocs en séquence directe est développée. Cette méthode repose sur l'établissement d'une séquence intuitive qui sera ensuite proposée au solveur, lors de la résolution, par l'entremise de rabais dans la fonction objectif. Les résultats démontrent que cette façon de faire permet d'obtenir de bonnes solutions rapidement pour des modèles de taille très supérieure aux modèles pouvant être résolus de façon optimale.

ABSTRACT

Operating an open pit mine requires a large number of planning steps, either for the site analysis, the organization of facilities or the management of production activities. Such planning is complex as the activities to plan are numerous and highly co-dependent. In this project, we are primarily concerned with the problem of planning in the medium term (i.e. a period of up to 3 months) of these activities. This problem consists of finding the processing order for the blocks of the mine, while minimizing production costs. These sequences must respect the precedence relationships between blocks, the mixing constraints, the movements of the shovels and the grouping of blocks for drilling / blasting.

This level of planning for open pit mining has received little attention in the literature so far. Thus, we propose a model consisting of mixed integers (MIP) with which we establish the organization of operations and the removal sequence for the blocks of the mine. Two resolution methods are developed to use this model.

First, an optimal method making use of resolution strategies is presented. Among these strategies, we find the setting of variables, the setting of priorities for the tree branching and the inclusion of constraints and parameters with the property of eliminating symmetries in the solutions. The use of such strategies is essential and improves the solution time dramatically.

Subsequently, a heuristic exploiting the intuitiveness of extracting blocks in a direct sequence is developed. This method relies on the establishment of an intuitive sequence which is then strongly suggested to the solver during the resolution through discounts in the objective function. The results show that this approach achieves very good solutions quickly for models of size much greater than the models which can be solved optimally.

TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS IV

RÉSUMÉ V

ABSTRACT VI

TABLE DES MATIÈRES VII

LISTE DES TABLEAUX X

LISTE DES FIGURES XI

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS XII

LISTE DES ANNEXES XIII

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1

1.1 Horizons et niveaux de planification 2

1.1.1 Long terme (niveau stratégique) 3

1.1.2 Court terme (niveau opérationnel) 3

1.1.3 Moyen terme (niveau tactique) 3

1.2 Difficultés de résoudre ces problèmes 4

1.3 Objectifs du mémoire 5

1.4 Plan du mémoire 5

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE 7

2.1 Conception stratégique du contour ultime de la mine 7

2.2 Mise en séquence tactique des blocs 8

2.3 Gestion opérationnelle des équipements 10

2.4 Planification tactique des équipements et mise en séquence des blocs à moyen terme 11

CHAPITRE 3 MODÈLE MATHÉMATIQUE 12

3.1 Définitions et objectifs 12

3.2 Construction du modèle de base 15
3.2.1 La fonction objectif 15
3.2.2 Contraintes de mélange 17
3.2.3 Contraintes sur la localisation et la capacité des pelles 17
3.2.4 Contraintes sur l'utilisation des ressources à la période *t* 18
3.2.5 Contraintes d'ouverture et de fermeture des faces 19
3.2.6 Contraintes sur le déplacement des pelles 20
3.2.7 Contraintes de précédence 20
3.2.8 Contraintes de lien temporel 21
3.2.9 Contraintes de sélection des regroupements et de liaison 21
3.3 Présentation du modèle de base complet 22
CHAPITRE 4 MÉTHODES DE RÉSOLUTION OPTIMALE 27
4.1 Taille du problème 27
4.2 Générateur d'exemplaires 30
4.3 Plan d'expérimentation 31
4.3.1 Paramètres du solveur 32
4.3.2 Modèle de base 32
4.3.3 Modèle M1 34
4.3.4 Modèle M2 35
4.3.5 Modèle M3 38
4.3.6 Modèle M4 39
4.3.7 Résumé pour le plan d'expérimentation 41
CHAPITRE 5 MÉTHODES DE RÉSOLUTION HEURISTIQUE 45
5.1 Approche générale 45

5.2 Approche heuristique et générateur de séquences....46
5.2.1 Algorithme du générateur de séquences....48
5.3 Expérimentations....49
5.3.1 Tests initiaux et comparaison avec la méthode optimale....49
5.3.2 Variations dans la valeur des poids de la séquence....51
5.3.3 Tests supplémentaires et limitations....53
CHAPITRE 6 CONCLUSION....55
6.1 Contributions....55
6.2 Avenues de recherche....56
BIBLIOGRAPHIE....58
ANNEXE 1 – DISTRIBUTION DES CONTRAINTES SELON LE TYPE D'EXEMPLAIRE....60

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1: Résumé des paramètres des trois types d'exemplaire 28

Tableau 4.2 : Analyse du nombre de variables pour chaque type d'exemplaire.....29

Tableau 4.3 : Distribution partielle des contraintes selon le type d'exemplaire 30

Tableau 4.4 : Résultats du test pour le modèle de base.....33

Tableau 4.5 : Résultats des tests pour le modèle M1 35

Tableau 4.6 : Résultats des tests pour le modèle M2 37

Tableau 4.7 : Résultats des tests pour le modèle M3 39

Tableau 4.8 : Résultats des tests pour le modèle M4 41

Tableau 4.9 : Résultats pour les colonnes « Temps (secondes) », « 1ère Solution à 5% OPT (secondes) » et « Meilleure solution entière trouvée (secondes) » pour chaque étape de plan d'expérimentation, en excluant les tests pour le modèle de base.....42

Tableau 4.10 : Résultats pour le test T1.1 de chaque étape du plan d'expérimentation excluant M3 43

Tableau 5.1 : Résultats du premier test contenant les poids établis par la séquence 49

Tableau 5.2 : Résultats du deuxième test contenant les poids et la fixation des variables 50

Tableau 5.3 : Tableau comparatif entre la méthode de résolution optimale du chapitre 4 et la méthode de résolution heuristique du chapitre 5.....50

Tableau 5.4 : Résultats des tests sur la réduction de la valeur des poids 52

Tableau 5.5 : Résultats des tests pour une production minimale de 100% 52

LISTE DES FIGURES

Figure 3.1 : a) Un bloc, b) 3 faces de deux blocs, c) Un regroupement de 3 faces et un regroupement de 4 faces, d) Une zone 13

Figure 5.1 : Représentation graphique d'une séquence simple et intuitive 45

Figure 5.2 : Fonction triangulaire représentant l'étendue des poids pour une affectation 47

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

MIP	Programmation/Programme en entiers mixtes (*Mixted Integers Programming*)
NP-Difficile	Problèmes Non-déterministes Polynomiaux Difficile
PL	Programmation/Programme Linéaire
PLNE	Programmation/Programme Linéaire en Nombres Entiers

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE 1 – Distribution des contraintes selon le type d'exemplaire.....60

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

L'exploitation d'une mine à ciel ouvert requiert diverses étapes de planification, que ce soit au niveau de la délimitation de la fosse finale, de la localisation des installations de surface ou de la gestion de toutes les activités de production. Ce type de planification est assez complexe et s'appuie souvent sur l'expertise d'ingénieurs et sur l'utilisation de systèmes d'aide à la décision.

Dans un projet d'exploitation de mine à ciel ouvert, nous retrouvons au moins quatre étapes: (1) l'exploration et l'analyse de rentabilité, (2) la préparation du site, (3) l'exploitation et (4) la remise en état du site exploité. Ces étapes sont résumées ici, mais sont plus détaillées par Newman et al. (2010).

À la première étape, des gisements potentiels sont identifiés et un modèle géologique est établi si l'exploitation d'un de ces gisements est estimée rentable. Dans ce modèle, le gisement est discrétisé en blocs, pour lesquels la teneur en minerai et diverses caractéristiques mécaniques et chimiques sont établies à partir de l'analyse des carottes de forages et de méthodes géostatistiques. Ces blocs sont les unités de base utilisées lors de la planification à long et moyen terme.

À la seconde étape, on détermine quelles seront les limites de la fosse à la fin de sa vie économique. Ce problème consiste à déterminer quels blocs seront extraits et ceux qui resteront en place, tout en considérant l'ensemble des contraintes. Entre autres, on doit s'assurer que la pente des murs de la mine respecte l'inclinaison maximale permise et qu'un bloc n'est extrait que si les blocs qui le chapeautent le sont aussi. Ces contraintes font en sorte que le profil général de la mine ressemble plus ou moins à un cône. Ainsi, plus on souhaite creuser en profondeur, plus le cône devient large, ce qui indirectement implique de sélectionner des blocs dont la valeur économique est moins intéressante. Ceci nécessite alors la résolution d'un problème d'optimisation afin de connaître le contour final de la mine qui procurera les meilleurs profits. L'estimation du contour ultime de la mine à ciel ouvert permet de déterminer la localisation des installations de surfaces

Le site est alors prêt pour la troisième étape, pendant laquelle on extrait et transporte le minerai. L'extraction du minerai requiert l'organisation d'une multitude d'activités dépendantes les unes des autres dans l'objectif d'atteindre les cibles de productions. On retrouve, entres autres, les

activités suivantes : la sélection des blocs à extraire dans cette période, le forage des blocs, le dynamitage des blocs, l'extraction des blocs par les pelles et le transport du matériel par camion. Le minerai sera alors mis de côté sur des piles ou sera traité immédiatement à l'usine de traitement.

Finalement, la quatrième étape consiste à remettre le site dans un état similaire à celui existant avant son exploitation. À cette étape, on élimine les parcs de résidus et on favorise la croissance de la végétation environnante en effectuant une revégétation. Cette étape est atteinte à la fin de la vie économique de la mine.

Dans ce type d'entreprise, plusieurs aspects peuvent améliorer l'efficacité de l'exploitation : un choix judicieux des techniques de minage, l'automatisation de certaines tâches et une meilleure planification des activités de minage. Ce dernier item est celui dont la mise en place est la moins coûteuse et dont les gains peuvent être les plus significatifs. En exemple, la détermination des séquences de minage permet d'extraire plus rapidement les zones riches ce qui procure une augmentation des revenus et compense les frais élevés de démarrage. La planification permet également de répartir la charge de travail adéquatement sur un horizon donné et d'estimer les besoins en équipements.

1.1 Horizons et niveaux de planification

L'élément principal à considérer en planification est le niveau de détails qui rendra le plan pertinent. Habituellement, plus les décisions s'étalent sur une longue période de temps, moins les détails du quotidien possèdent un impact sur le résultat final. Ainsi, il existe différents niveaux décisionnels : stratégique, tactique et opérationnel. Le niveau stratégique concerne les décisions qui sont engagées pour une longue période de temps et qui orientent le projet en général. Le niveau tactique concerne les décisions de gestion générale ayant un impact à moyen terme. Finalement, le niveau opérationnel représente les décisions du quotidien. L'impact de ces décisions est minime et très bref. Dans les prochaines sous-sections, nous décrivons en détails ces différents niveaux de planification. Nous présentons d'abord la planification à long terme et celle à court terme. La définition de ces deux types de planification permettra de mieux cerner la planification à moyen terme.

1.1.1 Long terme (niveau stratégique)

La planification à long terme, relevant du niveau stratégique, a pour but de positionner une entreprise ou un projet avec son environnement. Les hauts dirigeants sont ceux qui prennent ce type de décisions occasionnelles, durables et difficilement réversibles. L'intérêt principal pour ce niveau de décision est d'obtenir une vue d'assemble sur les années à venir pour orienter les niveaux de décisions inférieurs. Dans le cas des mines à ciel ouvert, on tente de tracer le profil final de la mine et d'établir une séquence annuelle pour l'extraction des blocs, sans traiter des opérations particulières. Le profil et la séquence permettent, entres autres, d'établir les besoins en équipements et de planifier l'installation de l'infrastructure.

1.1.2 Court terme (niveau opérationnel)

Au niveau opérationnel, les décisions sont prises pour un horizon à court terme. C'est l'utilisation des ressources qui est l'élément le plus important de ce niveau décisionnel, rendant ces décisions fréquentes, flexibles et brèves. On y traite des opérations rencontrées durant un quart de travail, où on tente de minimiser l'écart entre la production ciblée par la planification à moyen terme et celle qui sera établie par le plan de production journalier. Pour les mines à ciel ouvert, ce niveau représente la gestion au quotidien des ressources d'extraction et le respect des cibles de mélange et de production.

1.1.3 Moyen terme (niveau tactique)

À moyen terme, c'est la gestion des ressources de façon plus globale qui importe. Ce type de décisions est faiblement réversible et à un impact certain sur le projet. L'embauche d'employés et l'achat de nouveaux équipements sont des exemples de décisions qui relèvent du niveau tactique. Pour un projet de mine à ciel ouvert, ce niveau décisionnel représente une zone grise, pour laquelle la planification peut se révéler être très bénéfique ou, au contraire, plutôt risquée, étant donné le compromis entre le niveau de détails et l'étendu des décisions sur une longue période de temps. En effet, si on établit une séquence d'actions très détaillée, il est peu probable que l'horaire soit respecté et que la solution obtenue représente une aide à la décision efficace. On doit gérer l'organisation des équipements, tout en précisant la séquence d'extraction des blocs de la mine. Plus spécifiquement, la séquence d'activités commence avec les équipes de forage et de dynamitage, qui préparent les blocs pour l'extraction, qui sera exécutée par les pelles et les

camions. Chacune de ces activités impliquent des déplacements d'équipements et d'employés. Les équipements doivent donc être disponibles et être utilisés de façon à respecter leur capacité respective. De plus, les blocs à traiter doivent être accessibles, ces derniers dépendant physiquement des blocs qui les entourent. L'extraction du minerai doit respecter des contraintes de mélange où des bornes inférieure et supérieure sont établies pour chacune des différentes caractéristiques du minerai. Toutes ces contraintes doivent être respectées, le tout dans l'objectif de minimiser les coûts d'opération sur une période de quelques mois. Si on s'intéresse à la structure du problème, on retrouvera le séquençage des blocs sur des longues périodes de temps, mais surtout l'organisation des ressources à chacune de ces périodes. Ce niveau décisionnel vient préciser les cibles de production, mais vérifie aussi la faisabilité de la planification à long terme. C'est à ce niveau qu'on doit préciser le moment auquel chacun des blocs est extrait, combien de ressources seront utilisées et si les critères de production sont réalistes.

1.2 Difficultés de résoudre ces problèmes

La taille des problèmes à résoudre est souvent le premier élément à considérer lorsqu'on tente d'établir le niveau de faisabilité d'un problème. Dans le cas de la planification des mines à ciel ouvert, le nombre de blocs à considérer et le nombre de périodes à couvrir sont les principales composantes qui influencent la taille du problème. Lors de la planification à moyen terme, plusieurs contraintes parmi celles qui seront ajoutées impliquent le produit de ces deux composantes. Malgré que le nombre de blocs considéré soit inférieur au problème de planification à long terme, le produit du nombre de blocs par le nombre de périodes fait en sorte que ces problèmes sont de très grande taille. De plus, la variété des contraintes ne permet pas la représentation du problème par une structure unique et simple à analyser comme pour la détermination du contour optimal de la mine. En effet, ce problème peut se résoudre en utilisant un algorithme de recherche du flot maximal dans un graphe. Pour le problème de planification à moyen terme, la synchronisation des activités présente des caractéristiques similaires au problème de « flow shop » et le déplacement des pelles s'apparente à un problème de tournée sur des nœuds, sans avoir l'avantage de pouvoir utiliser la structure propre à chacun de ces problèmes.

Dans le cas du problème de la séquence de minage, qui rejoint autant le long terme que le moyen terme, l'approche optimale implique des modèles de programmation linéaire en nombres entiers

qui se résolvent par des algorithmes d'évaluation et de séparation progressive. Malheureusement, l'approche optimale est toujours susceptible d'être inefficace dû à la structure du problème. Les problèmes de flow-shop et de tournée de véhicules étant NP-Difficiles, et celui de la planification à moyen terme dans les mines à ciel ouvert étant une combinaison de ceux-ci, ce dernier est nécessairement NP-Difficile. La puissance de calcul disponible pour résoudre le problème de planification à moyen terme dans son ensemble de façon optimale n'est pas suffisante et ne le sera surement pas encore avant très longtemps. Quelques modèles à long et court terme sont résolus de façon optimale, mais ces derniers n'ont pas beaucoup d'éléments communs avec les modèles à moyen terme.

Pour l'instant, les meilleures approches proposées sont des méthodes heuristiques, compte tenu du fait que ces problèmes sont NP-Difficiles. En effet, il n'est pas rare de faire usage de métaheuristiques ou de programmation par contraintes pour des problèmes d'ordonnancement. Ces méthodes sont en général rapides mais ne garantissent pas l'optimalité.

1.3 Objectifs du mémoire

L'objectif principal de ce mémoire est de proposer un modèle mathématique de planification à moyen terme et d'en définir les limites. Nous tenterons de développer un modèle de programmation linéaire en entiers mixtes pour résoudre des problèmes pour un horizon de planification entre 30 et 90 jours. Évidemment, le problème à la base est déjà plutôt difficile, donc nous tenterons ensuite d'analyser les limites du programme mathématique et les difficultés présentes dans sa structure. Dans cette analyse, il sera primordial d'identifier les contraintes difficiles et de se concentrer sur l'épuration des éléments du modèle, si possible. Par épuration, nous signifions le retrait de contraintes non pertinentes, le renforcement des contraintes actives, et l'utilisation de simplifications mathématiques. Une fois les limites déterminées, nous identifierons les pistes qui permettront d'obtenir des solutions pratiques pour ce problème, ce qui inclut de considérer une approche optimale et une approche heuristique.

1.4 Plan du mémoire

Dans ce chapitre, nous avons défini le problème de façon générale. Pour la suite du mémoire, nous proposons la structure suivante. Une brève revue de la littérature est effectuée au chapitre 2 pour permettre d'établir les bases de ce mémoire. Au chapitre 3, nous proposons d'abord un

premier modèle appelé le modèle de base. Aux chapitres 4 et 5, nous présentons les méthodes de résolutions optimales et heuristiques. Finalement, le chapitre 6 est constitué d'un retour sur les impacts et les défis de ce projet et d'une conclusion sur les éléments de ce mémoire.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Dans le but d'établir les bases de ce mémoire, nous présenterons dans ce chapitre les méthodes utilisées pour faciliter la planification dans les mines à ciel ouvert. Selon l'horizon de planification, nous retrouvons des modèles bien différents les uns des autres. Pour cette raison, les modèles seront regroupés selon le type de planification qu'ils représentent.

Newman et al. (2010) effectuent un excellent survol de tous les problèmes de planification présents dans la littérature pour les mines souterraines et les mines à ciel ouvert. Nous y retrouvons principalement des modèles de planification à long terme (stratégique/tactique) et à court terme (tactique/opérationnel).

Ce qui suit détaille ces différents types de modèles, auxquelles nous ajoutons une catégorie intermédiaire entre la mise en séquence tactique des blocs et la gestion opérationnelle des équipements. Le type de planification que vise ce mémoire correspond à cette nouvelle catégorie.

2.1 Conception stratégique du contour ultime de la mine

À ce niveau décisionnel, l'objectif est d'établir le contour optimal de la mine. C'est à ce moment que le contour ultime est tracé et que la durée du projet d'exploitation peut être établie. Le profil de la mine est établi en considérant les contraintes de précédence entre les blocs et la valeur qu'apporte l'extraction de chacun de ces blocs.

Hochbaum et Chen (2000) présentent le modèle en nombres entiers suivant qui sera utilisé en exemple pour ce type de problème. Ce type de modèle est classique et est utilisé par la majorité des auteurs traitant du problème de planification à long terme pour la conception du contour ultime d'une mine à ciel ouvert. Il est important de mentionner que le modèle géologique peut être représenté par un graphe *G (N, A)* où *N* est l'ensemble des nœuds (i.e. les blocs) et où *A* est l'ensemble des arcs (i.e. les contraintes de précédence entre les blocs).

$(a, b) \in A$: Ensemble des précédences entre les blocs (Prédéterminé).

p_b: la valeur obtenue par l'extraction du bloc b (paramètre).

x_b: 1 si le bloc b est extrait, 0 sinon (variable).

$$\max \sum_{b} p_b x_b$$

$$s.t. \quad x_b \leq x_a \quad \forall\, (a,b) \in A,$$

$$0 \leq x_b \leq 1.$$

Picard (1976) a démontré que ce problème s'apparente à un problème de fermeture maximale dans le graphe *G (N, A)* décrit plus haut. Ce dernier a également démontré qu'il est possible de transformer légèrement le graphe et de résoudre ce type de problème de façon efficace par un algorithme de flot maximal. Plusieurs recherches ont été effectuées sur ce problème, les plus récentes portant sur des approches tenant compte de l'incertitude des paramètres du modèle linéaire (i.e. les données du modèle géologique).

2.2 Mise en séquence tactique des blocs

Dans ce problème, nous considérons le moment où les blocs sont extraits en introduisant la notion de période. L'introduction de cet indice permet l'ajout de contraintes de ressources au modèle précédent et oblige la modification du fonctionnement des variables de décision x_b. Chicoisne et al. (2009) présentent le modèle dans la forme suivante. Cette formulation est similaire à celles utilisées par la majorité des auteurs traitant du problème de mise en séquence des blocs avec contraintes de ressources.

$p_{b,t}$: la valeur obtenue par l'extraction du bloc b (paramètre).

$q_{r,b}$: la quantité de ressource r utilisée par l'extraction du bloc b (paramètre).

$c_{r,t}$: la capacité de la ressource r au temps t (paramètre).

$(a,b) \in A$: Ensemble des précédences entres les blocs (Prédéterminé).

$x_{b,t}$: 1 si le bloc b est extrait à la période t ou avant, 0 sinon (variable).

$$\max \quad \sum_{b \in B} \sum_{t=1}^{T} p_{b,t}(x_{b,t} - x_{b,t-1}) \tag{1}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{b \in B} q_{r,b}\left(x_{b,t} - x_{b,t-1}\right) \leq c_{r,t} \quad \forall t = 1, \dots, T \; \forall r \in 1, \dots, r_{max} \tag{2}$$

$$x_{b,t} \leq x_{a,t} \qquad \forall (a,b) \in A, \forall t = 1, \dots, T \tag{3}$$

$$x_{b,t} \leq x_{b,t+1} \qquad \forall b \in B, \forall t = 1, \dots, T-1 \tag{4}$$

$$x_{b,0} = 0 \qquad \forall b \in B \tag{5}$$

$$x_{b,t} \in \{0,1\} \qquad \forall b \in B, \forall t = 1, \dots, T \tag{6}$$

Les contraintes (2) assurent le respect de la capacité de chacune des ressources et les contraintes (3) assurent le respect des précédences entre les blocs. Les contraintes (4) assurent le respect de la définition des variables $x_{b,t}$ et les contraintes (5) initialisent à zéro la valeur des variables de décision pour la période 0. Dans la fonction objectif, on maximise la somme des profits $p_{b,t}$ obtenus lors de l'extraction des blocs *b.* Plusieurs éléments de ce type de modèle sont repris et font partie du modèle présenté dans ce mémoire.

Ces problèmes contiennent habituellement un bon nombre de périodes et de blocs, ce qui rend la résolution optimale difficile et force les chercheurs à plutôt favoriser une approche heuristique.

En exemple, Chicoisne et al. (2009) ont développé une méthode de résolution heuristique qui génère des bornes inférieures de bonne qualité par un algorithme de triage des blocs et qui raffine la solution par une méthode de recherche locale.

Nous retrouvons aussi dans la littérature l'utilisation de métaheuristiques. Sattarvand et Niemann-Delius (2008) présentent une revue de littérature sur l'utilisation générale de ces méthodes pour ce type de problème. Nous y retrouvons l'algorithme génétique, le recuit simulé et la colonie de fourmis. L'utilisation de ces méthodes n'est pas encore commune pour ce problème de planification, mais présente un potentiel évident.

Pour ce qui est de la résolution optimale du modèle, nous retrouvons plusieurs types de stratégies de résolution. En exemple, Caccetta et Hill (1999) présentent une nouvelle méthode de « branch and cut ». Cette méthode contient plusieurs éléments clés dont le renforcement des liens entre les variables pour augmenter l'impact de la fixation des variables lors du branchement, l'ajout de

coupes, la combinaison entre la recherche « depth first » et la recherche « best first » et la génération de bornes inférieures efficaces à l'aide d'une méthode heuristique.

D'autre part, Boland, Fricke et Froyland (2006) font l'usage de contraintes renforçant la formulation originale. Ces contraintes fixent à zéro la valeur de $x_{b,t}$ si les blocs en précédence à b suffisent à remplir la demande pour un attribut donné jusqu'à la période t.

La structure du modèle présenté dans ce mémoire étant assez différente des structures des modèles traités par ces méthodes, nous n'avons présenté que les méthodes de résolution les plus pertinentes.

2.3 Gestion opérationnelle des équipements

Pour ce type de planification, plusieurs modèles existent. Ces modèles sont très différents les uns des autres et représentent habituellement un aspect en particulier de la gestion des équipements. À titre d'exemple, McKenzie, Newman et Tenorio (2008) présentent un modèle qui traite uniquement du déplacement des chargeurs. Pour les modèles considérant l'ensemble des équipements, le nombre de périodes est habituellement réduit et l'extraction des blocs n'est pas un élément principal du problème. Fioroni et al. (2008) présentent un modèle contenant des contraintes de production, de déplacements d'équipements et de mélange. Cependant, ce modèle ne considère qu'une seule période et ne considère pas les blocs individuellement. La liaison entre les différentes périodes se fait par simulation, les résultats de celle-ci étant les paramètres de la période suivante. Desgroseilliers (2009) présentent un modèle contenant des contraintes similaires et traitant du déplacement des camions entre les sources de minerai ou de stérile et les puits associés aux concasseurs et aux haldes à stérile. La fonction objectif de ce modèle maximise un profit relié au coût de transport des camions et à la qualité du minerai. Ce modèle contient environ une centaine de variables et de contraintes, ce qui rend la résolution optimale très accessible, au contraire des modèles de la section précédente et de la section suivante.

À ce niveau, la discrétisation des blocs du modèle n'existe plus et les équipements (e.g. les pelles) sont affectés en prétraitement à des zones. Seul les contraintes de mélange sont communes entre ce type de modèle et celui qui est présenté dans ce mémoire.

2.4 Planification tactique des équipements et mise en séquence des blocs à moyen terme

Cette nouvelle catégorie de planification constitue une zone grise entre la mise en séquence tactique des blocs et la gestion opérationnelle des équipements. Le problème de planification à moyen terme tel que nous le définissons fait partie de cette catégorie. On retrouve dans la littérature très peu de modèles pour ce type de problème.

Lestage et al. (1993) présentent une des rares méthodes de résolution pour ce type spécifique de problème. Les éléments de planification abordés dans ce papier sont la satisfaction des cibles de production et le respect des contraintes opérationnelles. L'objectif du problème est d'améliorer le contrôle en production de la teneur en minerai et l'utilisation des équipements. Un modèle de programmation dynamique par génération d'états est proposé pour résoudre ce problème. Un état du modèle représente une configuration de la mine comprenant l'état des blocs et la position des équipements pour une période. À chaque itération de la résolution (i.e. pour chacune des 90 périodes de l'horizon de planification), tous les états possibles de la mine sont générés. Les états les moins pénalisants en fonction de l'atteinte des cibles de production et de l'utilisation des équipements sont choisis et servent de base dans la génération des états pour les prochaines itérations. À la dernière période, la suite d'états la moins pénalisante est sélectionnée comme solution finale.

Le modèle présenté dans ce mémoire possède quelques éléments en commun avec le modèle de Lestage et al. (1993), notamment le regroupement des blocs pour certaines tâches et l'incorporation des activités de forage et de dynamitage.

Le chapitre suivant présente le modèle proposé dans ce mémoire.

CHAPITRE 3 MODÈLE MATHÉMATIQUE

3.1 Définitions et objectifs

Dans ce modèle de planification, nous ferons référence à différentes subdivisions du modèle géologique. Le bloc est la première unité utilisée dans ce type de modèle. De façon générale, le bloc est un cube d'environ 15m X 15m X 15m. À partir de ces blocs, nous avons créé deux autres unités de production : les faces et les regroupements. Une face se définit comme un ensemble de blocs possédant des caractéristiques communes. Il s'agit d'un ensemble de blocs adjacents qui seront exposés et accessibles simultanément. Chaque bloc appartient à une seule face. La face est l'unité de production utilisée pour la localisation des pelles. On considère qu'au plus une pelle peut être affectée à une face. Un regroupement (ou *cluster* en anglais) représente un ensemble de faces qui pourrait former une tâche de forage et de dynamitage. Une face peut appartenir à plus d'un regroupement, mais évidemment, un seul regroupement contenant cette face peut être foré et dynamité. Le modèle mathématique devra permettre à l'optimiseur de choisir parmi tous les regroupements ceux qui permettent d'obtenir un meilleur ordonnancement.

De plus, afin de mieux représenter les déplacements de pelles, nous utilisons le terme de « zone » pour un ensemble de regroupements rapprochés. Plus d'une pelle peut être affectée à une zone. Les déplacements au sein d'une même zone sont courts, alors que les déplacements entre deux zones sont beaucoup plus longs.

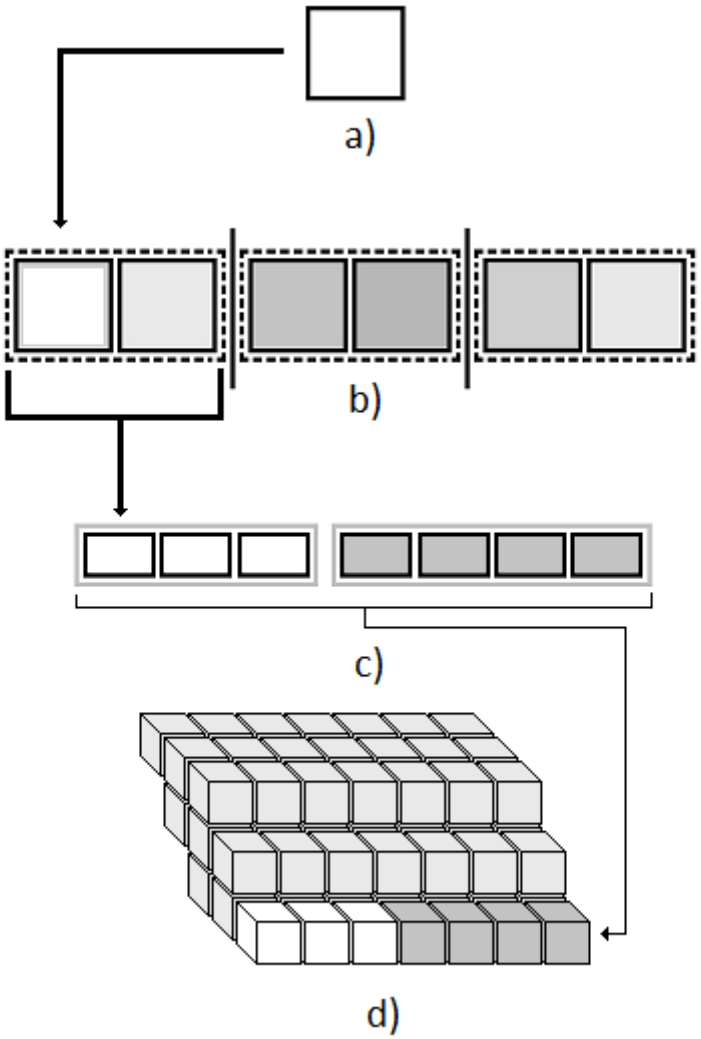

Figure 3.1 : a) Un bloc, b) 3 faces de deux blocs, c) Un regroupement de 3 faces et un regroupement de 4 faces, d) Une zone

L'objectif de ce type de planification est de minimiser les coûts d'exploitation en améliorant l'organisation et la planification des opérations tout en assurant que les cibles de production soient atteintes. À moyen terme, nous nous intéressons principalement aux coûts de déplacement des pelles et aux coûts de forage et de dynamitage. Toutefois, l'atteinte de ces objectifs doit se faire en respectant plusieurs contraintes opérationnelles. Nous dressons ici une liste d'éléments à considérer. Il faut :

1. Déterminer la période à laquelle chaque activité (i.e. forage, dynamitage ou extraction) est exécutée.
2. Établir la séquence des faces à traiter en considérant les précédences.
3. Connaître l'emplacement de chacune des pelles à chaque période.
4. Respecter la séquence de minage : le forage, le dynamitage, l'extraction et le transport du matériel fragmenté.
5. Respecter les contraintes de mélange et de production.
6. Évaluer le nombre de ressources qui sont disponibles.
7. Respecter la capacité de chacune des ressources (i.e. capacité des pelles, capacité du concasseur, etc.).
8. Planifier l'extraction partielle ou complète des faces.
9. Organiser le déplacement des pelles.
10. Choisir les regroupements de faces qui feront partie de la planification.
11. Connaître l'emplacement des équipements autres que les pelles et les foreuses.
12. Organiser l'affectation des camions aux pelles lors de chaque quart de travail.
13. Gérer les employés (i.e. embauche, qualifications, conditions de travail, horaire, etc.)
14. Planifier la maintenance des équipements.
15. Planifier la construction des routes.
16. Assurer l'établissement d'une zone de sécurité lors des dynamitages.

Les éléments à considérer dans un tel problème sont très diversifiés et dépendent principalement de l'horizon de planification pour lequel on doit obtenir une solution. Le problème visé dans ce mémoire est la planification à moyen terme dans laquelle on tente de gérer l'organisation des opérations, tout en établissant la séquence d'extraction de certains blocs de la mine. Pour ce faire, nous considérons dans notre modèle les items 1 à 10.

Les éléments 11 à 16 ont été jugés non pertinents pour le modèle ou ont été ignorés dans ce premier modèle par souci de simplification. L'unité temporelle utilisée dans le modèle étant

d'une journée et les activités des éléments 11 à 13 prenant moins qu'une unité de temps pour s'exécuter, nous pouvons supposer que la gestion plus détaillée de celles-ci revient plutôt à une planification par quart de travail et donc au problème de court terme. Les éléments 14 à 16 ajouteraient un niveau de détails intéressant pour le problème, toutefois ils engendrent une complexité plus élevée et augmentent la combinatoire. Dans ce mémoire, nous les avons ignorés par souci de simplicité. Il serait intéressant de les inclure éventuellement dans ce type de modèle.

3.2 Construction du modèle de base

Dans cette section nous présentons le modèle de base. Ce dernier a évolué considérablement au cours du projet afin de permettre la résolution du problème de planification à moyen terme. Chaque bloc de contraintes sera présenté individuellement et expliqué par la suite. Le modèle global sera présenté à la fin de cette section.

3.2.1 La fonction objectif

La fonction objectif consiste à minimiser la somme de trois coûts. Le premier élément représente le coût des très grands déplacements de pelles entre deux zones. Le deuxième élément représente le coût de se déplacer entre deux faces dans la même zone. Finalement, le troisième élément représente les coûts de forage et de dynamitage.

Afin de réduire la combinatoire, nous distinguons les déplacements de courte distance (intra-zone) de ceux de longue distance (extra-zone). Il est souhaitable de limiter les déplacements de longue distance, nous introduisons donc un coût très élevé pour ce type de déplacement. Nous avons considéré un coût fixe unique pour tout déplacement entre deux zones. Ceci évite de calculer la distance entre des faces de zones différentes et diminue ainsi la combinatoire. Nous considérons que cette approximation des coûts n'est pas trop pénalisante pour le modèle étant donné que ce type de déplacement sera peu fréquent dans les solutions. Il devient toutefois intéressant de faire cette distinction pour les petits déplacements intra-zone.

Voici les variables introduites dans la fonction objectif qui permettent de définir la nature des déplacements des pelles:

$z_{s,f}^{in,t}$ = $\begin{cases} 1 & \text{si la pelle } s \text{ est arrivée ("}in\text{") à la face } f \text{ depuis une autre zone au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

$z_{s,f}^{out,t}$ = $\begin{cases} 1 & \text{si la pelle } s \text{ a quitté ("}out\text{") la face } f \text{ vers une autre zone au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

z_{s,f_1,f_2}^{t} = $\begin{cases} 1 & \text{si la pelle } s \text{ est arrivée à la face } f_2 \text{ depuis la face } f_1 \\ & \text{(deux faces se trouvant dans la même zone) au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

Voici les variables qui permettent la planification pour le forage et le dynamitage :

d_c^t = $\begin{cases} 1 & \text{si le regroupement } c \text{ est foré au temps } t \text{ ou dans une période antérieure,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

b_c^t = $\begin{cases} 1 & \text{si le regroupement } c \text{ est dynamité au temps } t \text{ ou dans une période antérieure,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

Il est important de noter que la valeur dans le temps des variables d_c^t et b_c^t peut être représentée par une fonction en escalier possédant une seule marche. Ces variables représentent l'état au temps *t* du regroupement *c*.

Fonction objectif :

$$\min \sum_s \sum_t \sum_{\forall f_1 \in F} \left(TCU\left(z_{s,f_1}^{in,t} + z_{s,f_1}^{out,t}\right) + \sum_{\forall f_2 \in ARCS_{f_1}} TC_{f_1,f_2} * z_{s,f_1,f_2}^{t} \right)$$

$$+ \sum_c \left(DC_c^1 \, d_c^1 + BC_c^1 \, b_c^1 + \sum_{t=2}^{T} DC_c^t (d_c^t - d_c^{t-1}) + BC_c^t (b_c^t - b_c^{t-1}) \right) \qquad (1)$$

Dans la fonction objectif, le paramètre *TCU* (pour *Travel Cost Undefined*) représente la moitié du coût de déplacer une pelle entre deux zones, étant donné que le changement entre ces zones est représenté autant par la variable $z_{s,f_1}^{in,t}$ que la variable $z_{s,f_1}^{out,t}$. Le paramètre TC_{f_1,f_2} représente le coût de déplacer une pelle entre deux faces f_1 et f_2 d'une même zone et les paramètres DC_c et BC_c représentent le coût d'effectuer le forage et le dynamitage sur un regroupement *c*. L'ensemble $ARCS_f$ contient toutes les faces qui sont accessibles dans la même zone que la face *f*.

3.2.2 Contraintes de mélange

Ce bloc de contraintes assure le respect des cibles de mélange. Nous y trouvons l'indice *e* qui est associé aux différentes caractéristiques que l'on souhaite vérifier (teneur, propriétés mécaniques, propriétés chimiques, etc.).

Voici les variables introduites dans ce bloc de contraintes :

p_f^t = La fraction de matériel de la face f qui a été transporté depuis le début de la période de planification jusqu'au temps t.

La variable p_f^t est cumulative. Pour obtenir la quantité qui a été retirée au temps *t*, nous devons faire la différence entre le temps *t* et le temps *t-1*.

$$\sum_f m_f q_f^e (p_f^t - p_f^{t-1}) \geq L_e^t \sum_f m_f (p_f^t - p_f^{t-1}) \qquad t = 2, \dots, T, \forall e \quad (2)$$

$$\sum_f m_f q_f^e (p_f^t - p_f^{t-1}) \leq U_e^t \sum_f m_f (p_f^t - p_f^{t-1}) \qquad t = 2, \dots, T, \forall e \quad (3)$$

Ces contraintes limitent le niveau de production afin de respecter les bornes L_e^t et U_e^t de toutes les caractéristiques *e*. La caractéristique principale (i.e. *e = 1*) est la teneur en minerai du bloc. Ces contraintes assurent le respect du niveau de mélange acceptable. Cette formulation assure une teneur moyenne minimale et maximale pour la production. Le tonnage de la face est représenté par m_f et la quantité de l'élément *e* dans la face *f* est définie par q_f^e.

3.2.3 Contraintes sur la localisation et la capacité des pelles

Le bloc de contraintes pour contrôler le niveau de production des pelles nécessite l'introduction d'une variable binaire qui identifie la présence d'une pelle devant une face à chaque période, afin de lier la capacité de cette pelle au niveau de production qui sera effectué dans la face durant la période t.

$$w_{s,f}^t = \begin{cases} 1 & \text{si la pelle } s \text{ est utilisée dans la face } f \text{ au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Les contraintes suivantes limitent pour chaque période l'affectation d'au plus une seule face à chacune des pelles et d'au plus une seule pelle à chacune des faces.

$$\sum_{f} w_{s,f}^{t} \leq 1 \qquad \forall t, \forall s \quad (4)$$

$$\sum_{s} w_{s,f}^{t} \leq 1 \qquad \forall t, \forall f \quad (5)$$

Étant donné que les faces possèdent habituellement un tonnage supérieur à la capacité d'une pelle pour une période, nous limitons ici la production que peut effectuer chacune des pelles. La demande minimale et la capacité maximale sont traitées différemment. Les contraintes (7) limitent la production effectuée à une face durant une période *t* à la capacité maximale de la pelle qui y est affectée. Pour la production minimale (6), nous considérons une seule contrainte par période pour l'ensemble des pelles. On assure que la somme de la production des pelles soit supérieure à un pourcentage minimal de la capacité totale disponible. Une demande de capacité minimale individuelle pour chaque pelle pourrait rendre le problème non réalisable en forçant le déplacement des pelles lorsque la quantité de matériel est inférieure au minimum de production exigé ou encore force la solution à être sous-optimale en effectuant l'extraction sur plus de périodes afin d'être en mesure de pouvoir extraire le reste qui aurait été créé autrement.

$$\sum_{f} m_f (p_f^t - p_f^{t-1}) \geq LS \sum_{s} Us_s \qquad t = 2, \dots, T \quad (6)$$

$$m_f \left(p_f^t - p_f^{t-1}\right) \leq \sum_{s} Us_s \, w_{s,f}^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (7)$$

La présence de la variable $w_{s,f}^t$ dans le membre de droite des contraintes (7) fait en sorte qu'il ne peut y avoir de production que s'il y a présence de la pelle devant la face. De plus, on limite le tonnage qui peut être extrait d'une face *f* en fonction de la pelle *s* qui lui est attribuée (la capacité de la pelle *s* étant Us_s). Les contraintes (6) force un minimum de production en rapport avec une fraction *LS* du total de la capacité des pelles disponibles.

3.2.4 Contraintes sur l'utilisation des ressources à la période *t*

Le nombre d'équipes de forage et de dynamitage est limité et le nombre de périodes (nd_c et nb_c) que prennent ces deux opérations peut varier d'un regroupement à l'autre.

$$\sum_c (d_c^t - d_c^{t-nd_c}) \geq Ld^t \qquad t = 2, \dots, T \quad (8)$$

$$\sum_c (d_c^t - d_c^{t-nd_c}) \leq Ud^t \qquad t = 2, \dots, T \quad (9)$$

$$\sum_c (b_c^t - b_c^{t-nb_c}) \geq Lb^t \qquad t = 2, \dots, T \quad (10)$$

$$\sum_c (b_c^t - b_c^{t-nb_c}) \leq Ub^t \qquad t = 2, \dots, T \quad (11)$$

Ces contraintes assurent que le nombre de ressources en opération à chaque période (et ce, en fonction du temps nécessaire pour effectuer l'opération) est compris dans les fenêtres respectives ($[Ld^t, Ud^t]$ et $[Lb^t, Ub^t]$) pour le forage et le dynamitage.

3.2.5 Contraintes d'ouverture et de fermeture des faces

Nous souhaitons limiter le nombre de faces en production simultanément à chaque période. Pour ce faire, nous devons introduire les variables suivantes :

$$h_f^t = \begin{cases} 1 & \text{si le transport du matériel de la face } f \text{ est débuté au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$l_f^t = \begin{cases} 1 & \text{si le transport du matériel de la face } f \text{ est terminé au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Il est important de noter que la valeur dans le temps des variables h_f^t et l_f^t peut être représentée par une fonction en escalier possédant une seule marche. Ces variables représentent l'état au temps *t* des faces *f*.

Les contraintes suivantes limitent le nombre *nf* de faces qui peuvent être entamées simultanément dans une seule période.

$$\sum_f \left(h_f^t - l_f^t\right) \leq nf \qquad t = 2, \dots, T \quad (12)$$

Par la suite, il faut lier ces nouvelles variables à la variable d'extraction des faces.

$$l_f^t \leq p_f^t \qquad \forall t, \forall f \quad (13)$$

$$p_f^t \leq h_f^t \qquad \forall t, \forall f \quad (14)$$

Ces contraintes définissent le fonctionnement des variables h_f^t et l_f^t. Ces variables permettent de vérifier si l'extraction d'une face est débutée ou est terminée.

3.2.6 Contraintes sur le déplacement des pelles

Ces contraintes assurent la conservation du flot lorsque les pelles se déplacent.

$$w_{s,f_1}^t = w_{s,f_1}^{t-1} + \left(z_{s,f_1}^{in,t} + \sum_{\forall f_2 \in ARCS_{f_1}} z_{s,f_2,f_1}^t \right) - \left(z_{s,f_1}^{out,t} + \sum_{\forall f_2 \in ARCS_{f_1}} z_{s,f_1,f_2}^t \right) \qquad t = 2, \dots, T, \forall s, \forall f_1 \in F \quad (15)$$

Nous devons définir les déplacements dans le but d'obtenir les coûts associés. Cet ensemble de contraintes remplit cette fonction. Pour chaque déplacement de pelle (arrivée ou départ d'une face), on doit définir la provenance ou la destination de celle-ci. Les déplacements entre deux zones sont beaucoup plus coûteux que les déplacements entre deux faces d'une même zone.

3.2.7 Contraintes de précédence

Les précédences entre les différentes activités de production sont respectées grâce aux ensembles de contraintes (16) à (18). L'ensemble (16) implique qu'un regroupement ne peut pas être dynamité avant d'avoir été foré. L'ensemble (17) vérifie qu'au moins un des regroupements comprenant la face *f* soit dynamité avant de pouvoir amorcer l'extraction du matériel de la face *f*. Finalement, l'ensemble (18) impose que toutes les faces qui appartiennent à l'ensemble des prédécesseurs du regroupement *c* soient exploitées avant que le regroupement *c* puisse être dynamité. Notez que cela n'empêche pas le forage du regroupement *c*. L'ensemble F_c contient les faces qui doivent être exploitées avant que le regroupement *c* puisse être exploité et l'ensemble C_f contient les regroupements auxquels appartient la face *f*.

$$d_c^{t-nd_c} \geq b_c^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall c \quad (16)$$

$$\sum_{c \in C_f} b_c^{t-nb_c} \geq h_f^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (17)$$

$$l_f^{t-1} \geq b_c^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall c, \forall f \in F_c \quad (18)$$

3.2.8 Contraintes de lien temporel

Ces contraintes permettent le respect de la définition des variables d_c^t, b_c^t, h_f^t et l_f^t, et assurent que l'extraction cumulative d'une face est effectuée de façon croissante.

$$d_c^{t-1} \leq d_c^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall c \quad (19)$$
$$b_c^{t-1} \leq b_c^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall c \quad (20)$$

$$h_f^{t-1} \leq h_f^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (21)$$
$$l_f^{t-1} \leq l_f^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (22)$$
$$p_f^{t-1} \leq p_f^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (23)$$

3.2.9 Contraintes de sélection des regroupements et de liaison

Voici les variables introduites dans ce bloc de contraintes :

$$y_c = \begin{cases} 1 & \text{si le regroupement } c \text{ est utilisé,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

$$\sum_{c \in K_k} y_c \leq 1 \qquad \forall k \quad (24)$$

Ces contraintes représentent la sélection des regroupements *c* qui seront utilisés pour permettre l'exploitation des faces. Dans l'ensemble K_k on retrouve des ensembles de regroupements non compatibles entre eux. Chaque élément de l'indice *k* représente un tel ensemble. Les regroupements d'un tel ensemble ne sont pas compatibles car ils partagent au moins une face commune ce qui signifie qu'on ne peut sélectionner qu'un seul de ces regroupements.

Une fois que les regroupements compatibles sont établis, ces contraintes rendent possible le forage de ces regroupements.

$$d_c^T \leq y_c \qquad \forall c \quad (25)$$

3.3 Présentation du modèle de base complet

Soit les indices et les ensembles suivants :

t Indique la période d'exploitation (jour) | $t = 1,\ldots,T$

C Indique l'ensemble des regroupements

c Indique le numéro du regroupement (« cluster ») | $c \in C$

F Indique l'ensemble des faces

f Indique le numéro de la face | $f \in F$

S Indique l'ensemble des pelles

s Indique le numéro d'une pelle (« shovel ») | $s \in S$

E Indique l'ensemble des éléments

e Indique le numéro d'un élément (e.g. e = 1 représente la teneur en minerai) | $e \in E$

C_f L'ensemble des regroupements auxquels appartient la face $f \in F$

F_c L'ensemble des faces qui doivent être exploitées avant que le regroupement c puisse être exploité

k Indique le numéro d'une clique de regroupements non-compatibles

K_k L'ensemble des regroupements non-compatibles dans la clique k

$ARCS_f$ L'ensemble des faces qui sont dans la même zone que la face f

Soit les paramètres suivants :

m_f Le tonnage de la face f

q_f^e Le nombre d'unité de l'élément e dans la face f

U_e^t La limite supérieure sur la production de l'élément e au temps t

L_e^t La limite inférieure sur la production de l'élément e au temps t

Ud^t La limite supérieure sur le nombre d'équipes de forage disponibles au temps t

Ub^t La limite supérieure sur le nombre d'équipes de dynamitage disponibles au temps t

Ld^t La limite inférieure sur le nombre d'équipes de forage à utiliser au temps *t*

Lb^t La limite inférieure sur le nombre d'équipes de dynamitage à utiliser au temps *t*

Us_s La limite supérieure sur la capacité de production de la pelle *s*

LS La limite inférieure (en %) sur l'utilisation de la capacité totale des pelles.

nd_c Le nombre de périodes nécessaires pour effectuer le forage du regroupement *c*

nb_c Le nombre de périodes nécessaires pour effectuer le dynamitage du regroupement *c*

nf Le nombre maximal de faces pouvant être ouvertes simultanément

TC_{f_1,f_2} Le coût de se déplacer entre la face f_1 et la face f_2

TCU Le coût de se déplacer entre deux zones

DC_c^t Le coût de forer le regroupement *c* au temps *t*

BC_c^t Le coût de dynamiter le regroupement *c* au temps *t*

Soit les variables suivantes :

$d_c^t = \begin{cases} 1 & \text{si le regroupement } c \text{ est foré au temps } t \text{ ou dans une période antérieure,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

$b_c^t = \begin{cases} 1 & \text{si le regroupement } c \text{ est dynamité au temps } t \text{ ou dans une période antérieure,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

$h_f^t = \begin{cases} 1 & \text{si le transport du matériel de la face } f \text{ est débuté au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

$l_f^t = \begin{cases} 1 & \text{si le transport du matériel de la face } f \text{ est terminé au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

$y_c = \begin{cases} 1 & \text{si le regroupement } c \text{ est utilisé,} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

$w_{s,f}^t = \begin{cases} 1 & \text{si la pelle } s \text{ est utilisée dans la face } f \text{ au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

$z_{s,f}^{in,t} = \begin{cases} 1 & \text{si la pelle } s \text{ est arrivée ("in") à la face } f \text{ depuis une autre zone au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

$z_{s,f}^{out,t} = \begin{cases} 1 & \text{si la pelle } s \text{ a quitté ("out") la face } f \text{ vers une autre zone au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

z^t_{s,f_1,f_2} = $\begin{cases} 1 & \text{si la pelle } s \text{ est arrivée à la face } f_2 \text{ depuis la face } f_1 \\ & \text{(deux faces se trouvant dans la même zone) au temps } t, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$

p^t_f = La fraction de matériel de la face f qui a été transporté depuis le début de la période de planification jusqu'au temps t.

Fonction objectif :

$$\min \sum_s \sum_t \sum_{\forall f_1 \in F} \left(TCU\left(z^{in,t}_{s,f_1} + z^{out,t}_{s,f_1}\right) + \sum_{\forall f_2 \in ARCS_{f_1}} TC_{f_1,f_2} * z^t_{s,f_1,f_2} \right)$$

$$+ \sum_c \left(DC^1_c \, d^1_c + BC^1_c \, b^1_c + \sum_{t=2}^{T} DC^t_c (d^t_c - d^{t-1}_c) + BC^t_c (b^t_c - b^{t-1}_c) \right) \qquad (1)$$

Contraintes de mélange:

$$\sum_f m_f q^e_f (p^t_f - p^{t-1}_f) \geq L^t_e \sum_f m_f (p^t_f - p^{t-1}_f) \qquad t = 2, \dots, T, \forall e \quad (2)$$

$$\sum_f m_f q^e_f (p^t_f - p^{t-1}_f) \leq U^t_e \sum_f m_f (p^t_f - p^{t-1}_f) \qquad t = 2, \dots, T, \forall e \quad (3)$$

Contraintes sur la localisation et la capacité des pelles :

$$\sum_f w^t_{s,f} \leq 1 \qquad \forall t, \forall s \quad (4)$$

$$\sum_s w^t_{s,f} \leq 1 \qquad \forall t, \forall f \quad (5)$$

$$\sum_f m_f (p^t_f - p^{t-1}_f) \geq LS \sum_s Us_s \qquad t = 2, \dots, T \quad (6)$$

$$m_f \left(p^t_f - p^{t-1}_f\right) \leq \sum_s Us_s \, w^t_{s,f} \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (7)$$

Contraintes sur l'utilisation des ressources à la période *t* :

$$\sum_c (d_c^t - d_c^{t-nd_c}) \geq Ld^t \qquad t = 2, \dots, T \quad (8)$$

$$\sum_c (d_c^t - d_c^{t-nd_c}) \leq Ud^t \qquad t = 2, \dots, T \quad (9)$$

$$\sum_c (b_c^t - b_c^{t-nb_c}) \geq Lb^t \qquad t = 2, \dots, T \quad (10)$$

$$\sum_c (b_c^t - b_c^{t-nb_c}) \leq Ub^t \qquad t = 2, \dots, T \quad (11)$$

Contraintes d'ouverture et de fermeture des faces :

$$\sum_f \left(h_f^t - l_f^t\right) \leq nf \qquad t = 2, \dots, T \quad (12)$$

$$l_f^t \leq p_f^t \qquad \forall t, \forall f \quad (13)$$

$$p_f^t \leq h_f^t \qquad \forall t, \forall f \quad (14)$$

Contraintes sur le déplacement des pelles :

$$w_{s,f_1}^t = w_{s,f_1}^{t-1} + \left(z_{s,f_1}^{in,t} + \sum_{\forall f_2 \in ARCS_{f_1}} z_{s,f_2,f_1}^t \right) - \left(z_{s,f_1}^{out,t} + \sum_{\forall f_2 \in ARCS_{f_1}} z_{s,f_1,f_2}^t \right) \qquad t = 2, \dots, T, \forall s, \forall f_1 \in F \quad (15)$$

Contraintes de précédence :

$$d_c^{t-nd_c} \geq b_c^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall c \quad (16)$$

$$\sum_{c \in C_f} b_c^{t-nb_c} \geq h_f^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (17)$$

$$l_f^{t-1} \geq b_c^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall c, \forall f \in F_c \quad (18)$$

Contraintes de lien temporel :

$$d_c^{t-1} \leq d_c^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall c \quad (19)$$
$$b_c^{t-1} \leq b_c^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall c \quad (20)$$

$$h_f^{t-1} \leq h_f^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (21)$$
$$l_f^{t-1} \leq l_f^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (22)$$
$$p_f^{t-1} \leq p_f^t \qquad t = 2, \dots, T, \forall f \quad (23)$$

Contraintes de sélection des regroupements et de liaison

$$\sum_{c \in K_k} y_c \leq 1 \qquad \forall k \quad (24)$$
$$d_c^T \leq y_c \qquad \forall c \quad (25)$$

Déclaration des variables :

$$d_c^t \in \{0,1\} \qquad \forall t, \forall c \quad (26)$$

$$b_c^t \in \{0,1\} \qquad \forall t, \forall c \quad (27)$$

$$h_f^t \in \{0,1\} \qquad \forall t, \forall f \quad (28)$$

$$l_f^t \in \{0,1\} \qquad \forall t, \forall f \quad (29)$$

$$w_{s,f}^t \in \{0,1\} \qquad \forall t, \forall f, \forall s \quad (30)$$

$$z_{s,f}^{in,t} \in \{0,1\} \qquad \forall t, \forall f, \forall s \quad (31)$$

$$z_{s,f}^{out,t} \in \{0,1\} \qquad \forall t, \forall f, \forall s \quad (32)$$

$$z_{s,f_1,f_2}^t \in \{0,1\} \qquad \forall t, \forall f_1 \in F, \forall f_2 \in ARCS_{f_1}, \forall s \quad (33)$$

$$p_f^t \geq 0 \qquad \forall t, \forall f \quad (34)$$

$$y_c \in \{0,1\} \qquad \forall c \quad (35)$$

CHAPITRE 4 MÉTHODES DE RÉSOLUTION OPTIMALE

Dans ce chapitre, nous présentons des stratégies et des modèles pour favoriser une résolution rapide du modèle de base présenté au chapitre 3. D'abord, nous commençons par définir les valeurs que nous avons utilisées pour les principaux paramètres du modèle, ce qui nous permettra ensuite d'évaluer la taille du problème. Ensuite, nous décrivons brièvement le générateur de mines virtuelles qui a été développé et qui permettra d'évaluer les différents modèles. Finalement, nous décrivons le plan d'expérimentation qui est proposé pour tester les différentes stratégies de résolution.

4.1 Taille du problème

Généralement, plus un modèle contient de contraintes et de variables, plus ce modèle est difficile à résoudre. Dans cette section, nous allons calculer la taille des problèmes en fonction du nombre de contraintes et de variables présentes dans le modèle. Cette information permettra de mieux comparer les modèles entre eux et de définir, en quelque sorte, leur niveau de performance.

Avant d'évaluer la taille des problèmes qui seront résolus, nous devons d'abord définir la valeur des paramètres utilisés dans notre modèle. Voici les paramètres principaux qui sont utilisés dans le modèle pour tous les tests effectués :

- Le tonnage de chaque face est équivalent à la capacité maximale de production d'une pelle durant 3 périodes.
- Les regroupements sont composés d'au moins 3 faces.
- La production minimale exigée des pelles (*LS*) est de 80% du total de tonnage disponible.
- Le coût de déplacement d'une pelle d'une face à une autre dans la même zone est proportionnel à la distance euclidienne entre les faces. Si les faces sont dans des zones différentes, le coût de déplacement est fixe, unique et relativement grand.
- Les coûts de forage et de dynamitage sont décroissants dans le temps et proportionnels au nombre de faces dans le regroupement concerné. Les coûts sont décroissants dans la fonction objectif afin d'obtenir une solution plus réaliste dans laquelle le forage et le dynamitage sont effectués quelques périodes avant l'extraction des faces.
- La durée pour les activités de forage et de dynamitage (nd_c et nb_c) est d'une période.

- La teneur est la seule caractéristique du matériel qui est considérée (i.e. $e = 1$ est la seule valeur pour cet indice qui sera considérée).

Dans ce mémoire, trois types d'exemplaires sont produits. Les exemplaires sont des représentations de mines fictives contenant toutes les informations nécessaires à la résolution du modèle et ayant un horizon temporel bien défini. Le premier type d'exemplaires (T1) est utilisé pour effectuer les tests dans le plan d'expérimentation. La planification pour ces exemplaires s'effectue sur un horizon temporel de 10 périodes. Le deuxième type d'exemplaires (T2) sera utilisé dans le prochain chapitre où une méthode heuristique est proposée pour une planification s'effectuant sur 30 périodes. Finalement, le troisième type d'exemplaires (T3) représente un idéal pour le problème de planification à moyen terme et couvre une planification sur 90 périodes. Le tableau 4.1 résume les valeurs attribuées aux paramètres pour les trois exemplaires. Les cinq premières rangées du tableau indiquent le nombre de périodes comprises dans l'horizon de planification, ainsi que le nombre de faces, de zones, de faces par zone et de pelles. La sixième ligne indique le nombre de regroupements potentiels (i.e. tout agencement possible de 3 faces consécutives et plus sur un banc d'extraction donné). Finalement, les deux dernières lignes indiquent la taille du problème à résoudre.

Tableau 4.1: Résumé des paramètres des trois types d'exemplaire

	T1	**T2**	**T3**
Périodes	10	30	90
Faces	30	90	192
Zones	5	5	8
Faces par zone	6	18	24
Pelles	5	5	5
Regroupements	60	315	864
Variables	15,660	310,815	2,541,024
Contraintes	5,912	83,729	627,178

Il est important de remarquer que pour les exemplaires T3, le nombre de variables et de contraintes représente un obstacle évident à la résolution de ce modèle.

Si nous analysons la distribution des variables, nous remarquons que celles traitant du déplacement des pelles ($z^t_{s,f1,f2}$, $z^{in,t}_{s,f}$, $z^{out,t}_{s,f}$ et $w^t_{s,f}$) sont les plus nombreuses étant donné le nombre d'indices impliqués dans leur définition. En effet, pour chaque pelle *s* à chaque période *t* il existe une variable de déplacement pour chaque paire de faces dans une zone. Dans les exemplaires T3, les variables $z^t_{s,f1,f2}$ à elles seules représentent plus de 80% du total des variables.

Tableau 4.2 : Analyse du nombre de variables pour chaque type d'exemplaire

Variables	T1	T2	T3
$z^t_{s,f1,f2}$	57%	78%	82%
$w^t_{s,f}$	10%	4%	3%
$z^{in,t}_{s,f}$	10%	4%	3%
$z^{out,t}_{s,f}$	10%	4%	3%
d^t_c	4%	3%	3%
b^t_c	4%	3%	3%
h^t_f	2%	1%	1%
l^t_f	2%	1%	1%
p^t_f	2%	1%	1%
y_c	0%	0%	0%

La contribution de chaque bloc de contraintes dépend du type d'exemplaire considéré. Pour le premier type d'exemplaire (T1), ce sont les contraintes qui gèrent le déplacement (15) qui sont les plus nombreuses, alors que pour les deux exemplaires plus grands (T2 et T3), ce sont les contraintes qui supervisent le respect des précédences (18) qui représentent la plus grande portion du total des contraintes. Ceci est dû au fait que la somme des cardinalités des ensembles F_c, contenant les faces devant être exploitées avant de pouvoir dynamiter le regroupement *c*, augmente très rapidement en fonction du nombre de faces et du nombre de regroupements. En effet, pour les exemplaires de type T1, cette somme est de 50, alors qu'elle est de 1920 pour les exemplaires de type T3. Il s'agit d'un facteur d'augmentation de 38.4, alors que le nombre de

faces n'augmente que par un facteur de 6.4 et que le nombre de regroupements n'augmente que par un facteur de 14.4. Une discussion sur le raffinement de cet élément se trouve au chapitre 6. La distribution partielle des contraintes selon le type d'exemplaire est présentée ci-dessous. Les contraintes qui sont absentes du tableau 4.3 représentent chacune moins de 5% de la taille du modèle. Le tableau complet se trouve à l'annexe 1.

Tableau 4.3 : Distribution partielle des contraintes selon le type d'exemplaire

Contraintes	T1	T2	T3
15	23%	16%	14%
16	9%	11%	12%
19	9%	11%	12%
20	9%	11%	12%
18	8%	25%	27%

En prévision du plan d'expérimentation faisant usage d'exemplaires de type T1, nous pouvons affirmer que les éléments traitant du déplacement des pelles sont les plus nombreux et nous pouvons supposer que les améliorations les concernant auront un impact majeur sur la résolution du modèle.

4.2 Générateur d'exemplaires

Des données provenant d'exploitation n'ont pu être utilisées pour notre plan d'expérimentation. Nous présenterons donc dans cette section notre méthode pour générer des exemplaires.

Le générateur d'exemplaires a été développé dans le logiciel Excel 2007 et programmé en Visual Basic. L'utilisateur doit fournir les paramètres suivants au logiciel : la dimension des zones, le nombre de zones de cette dimension, le nombre de pelles et le nombre de périodes. Les zones sont générées niveau par niveau, selon le nombre choisis. Les faces au premier plan de chacun des niveaux sont directement accessibles dès la première période, ce qui donne une allure d'escalier à chaque zone. La teneur pour chacune des faces est générée en partie de façon aléatoire et en partie en fonction des faces voisines. Cette façon de faire permet une distribution plus réaliste des teneurs au sein d'une même zone. Les précédences sont ensuite établies selon la

règle qu'une face ne peut pas être utilisée si la face devant elle et la face au-dessus d'elle n'ont pas été enlevées. Étant donné l'utilisation des regroupements, ces règles sont suffisantes pour les exemplaires de type T1 et T2. Par contre, pour les exemplaires de type T3, il est important d'appliquer des règles de précédence supplémentaires afin de respecter les contraintes de pentes mentionnées au chapitre 1. Les regroupements sont déterminés à partir des faces adjacentes d'une même rangée et sur le même niveau; ainsi toutes les combinaisons séquentielles de trois faces adjacentes et plus sur chacune des rangées sont considérées. À partir de cette liste de regroupements, le logiciel établit la liste des regroupements incompatibles (i.e. les regroupements partageant au moins une face). Le générateur d'exemplaires fournit aussi la liste de tous les paramètres à importer dans le modèle.

Une fois que les données sont générées et importées, nous pouvons amorcer la résolution du modèle pour cet exemplaire.

4.3 Plan d'expérimentation

Dans cette section, nous présentons le plan d'expérimentation qui a été développé afin de connaître l'impact de chaque stratégie de résolution proposée. Chaque étape du plan représente l'ajout ou la modification d'une stratégie et les tests qui permettent de quantifier l'apport de cette stratégie. Par stratégie, nous entendons tous types d'éléments ou de méthodes permettant d'améliorer la performance de résolution optimale du modèle. Pour chaque modification du modèle, trois tests ont été effectués (T1.1, T1.2, T1.3). Chaque test se fait sur un exemplaire prédéfini de type T1. Les trois exemplaires (i.e. un pour chaque test) sont donc de même taille et ne diffèrent que par la teneur des faces. Il est important de noter que des tests sur des exemplaires de différents types et de différentes tailles auraient permis de mieux définir l'impact des stratégies. Cependant, les exemplaires plus petits que T1 ne sont pas pertinents car ils sont facilement résolus sans l'aide d'un solveur, tandis que ceux plus grands que T1 contiennent trop de variables et de contraintes pour permettre une résolution optimale. Notons que les stratégies du plan d'expérimentation ont été testées individuellement mais sont présentées par bloc dans ce mémoire par souci de simplification. D'autres combinaisons de stratégies ont été testées mais ne se retrouvent pas dans le plan d'expérimentation puisqu'elles ne contribuaient pas à réduire le temps de résolution de façon significative. Il est important de noter que la solution optimale ne change pas entre les étapes du plan d'expérimentation et donc que l'utilisation des stratégies

améliore le temps de résolution sans dégrader la solution. La mise en œuvre et les tests effectués pour chacune des étapes de ce plan sont détaillés dans les sections suivantes.

4.3.1 Paramètres du solveur

Pour tous les tests suivants, le logiciel utilisé pour la résolution du modèle est IBM ILOG CPLEX Optimization Studio V12.2. L'ordinateur sur lequel ce logiciel a été utilisé est composé d'un processeur bi-cœur de 3.00GHz, 8GB de RAM et fonctionne sur la plateforme Windows 7.

Le logiciel CPLEX Optimization Studio permet de sélectionner divers paramètres afin d'adapter la résolution au type de modèle et à sa structure. D'ailleurs, la documentation du logiciel recommande certaines modifications dans les paramètres pour les modèles tels que celui-ci. Par défaut, la majorité des paramètres sont initialisés à l'option « automatique ». Dans ce cas, c'est le logiciel qui choisit les paramètres. Afin de voir s'il était possible de trouver une combinaison idéale de paramètres, nous avons commencé par effectuer des tests sur des exemplaires de plus petite taille que T1. Les résultats associés au choix des paramètres sont très intéressants car dans certains cas le temps de résolution est diminué de plus de 60%. Cependant, ces résultats ne sont pas demeurés constants pour toutes les tailles d'exemplaire ou même entre deux exemplaires de même taille. Les paramètres suggérés de façon automatique par le logiciel ont donc été utilisés pour exécuter le plan d'expérimentation.

4.3.2 Modèle de base

Le modèle de base n'a été testé que pour l'exemplaire T1.1. Après 10 heures, ce qui correspond au critère d'arrêt fixé à 36 000 secondes, la résolution ne montrait aucun signe de convergence à court terme compte tenu l'écart entre la valeur de la meilleure solution en nombres entiers trouvée jusqu'à présent et celle de la meilleure solution fractionnaire à un nœud de branchement encore ouvert. En effet, la différence entre ces deux valeurs était encore de 9% au moment où le critère d'arrêt a été atteint. Le tableau 4.4 présente l'information relative à ce test. Dans ce tableau et pour ceux qui suivront, nous définissons l'information contenue dans les colonnes de la façon suivante.

Définition des colonnes :

# Contraintes Réduit	Le nombre de contraintes après la réduction effectuée en prétraitement par le logiciel.
# Variables Réduit	Le nombre de variables après la réduction effectuée en prétraitement par le logiciel.
# Nœuds Visités	Le nombre total de nœuds visités dans l'arbre de branchement.
Largeur max. de l'arbre	Le nombre maximal de nœuds restant à visiter pendant le branchement.
Temps (secondes)	Le temps requis pour atteindre la solution optimale ou tout autre critère d'arrêt.
Écart d'intégrité LP\OPT	Le pourcentage d'écart entre la solution trouvée par la relaxation linéaire initiale et la solution optimale.
1ère Solution à 5% OPT (secondes)	Le temps requis pour atteindre une solution entière à moins de 5% de la solution entière optimale.
Meilleure solution entière trouvée (secondes)	Le temps requis pour atteindre la meilleure solution entière.

Tableau 4.4 : Résultats du test pour le modèle de base

Modèle	Test	# Contraintes Réduit	# Variables Réduit	# Nœuds Visités	Largeur max. de l'arbre	Temps (secondes)	Écart d'intégrité LP\OPT	1ère Solution à 5% OPT (secondes)	Meilleure solution entière trouvée (secondes)
Base	T1.1	4060	12020	1457910	840000	36000	N/A	N/A	N/A

Pour ce test, plusieurs informations ne sont pas disponibles puisque la résolution n'a pas été complétée, mais nous pouvons observer que le nombre de nœuds visités est trop grand pour permettre une résolution rapide.

4.3.3 Modèle M1

Pour le modèle M1, deux nouvelles stratégies sont testées. Ces stratégies ont pour objectif de faciliter la résolution du problème en fixant a priori certaines variables à zéro et en précisant des priorités pour l'étape de branchement. Ces deux stratégies sont les suivantes :

A) Fixation des variables

La fixation des variables en prétraitement se base sur le calcul des moments « au plus tôt » en ne considérant que les contraintes de précédences entre les faces et les durées minimales d'extraction. Pour chaque face f, sachant que celle-ci ne peut pas être extraite avant la période $t = \alpha$, ceci implique nécessairement que toutes les variables associées à la face f avant cette période $t = \alpha$ sont égales à zéro. Les variables visées par ce prétraitement sont les suivantes : $p_f^t, h_f^t, l_f^t, w_{s,f}^t, d_c^t$ et d_c^t. Pour obtenir le modèle M1, nous ajoutons au modèle de base des contraintes fixant à zéro ces variables pour les périodes visées.

B) Établissement des priorités

Lors de la procédure de branchement, il est possible d'établir une priorité pour la sélection des variables. Dans ce problème, il y a certains avantages à rendre la valeur des variables $w_{s,f}^t$ entière en premier. En effet, la relaxation (PL) du programme linéaire en nombres entiers (PLNE) se résout très rapidement, mais la solution trouvée est loin d'être réaliste. Les pelles sont divisées et distribuées sur plusieurs faces en même temps, ce qui élimine la majorité des déplacements. La valeur de la solution du PL est souvent très loin de la valeur de la solution du PLNE. Il est donc important d'amorcer le branchement en fixant les variables associées aux pelles, ce qui influencera directement les variables pour les déplacements ($z_{s,f1,f2}^t$) et les variables pour l'extraction des faces (p_f^t) étant donné les liens directs entre ces ensembles de variables. L'établissement de ces priorités sur $w_{s,f}^t$ se fait sur la base qu'il est plus important de fixer les variables en suivant un ordre chronologique.

Compte tenu des résultats obtenus pour les tests T1.1 et T1.2 du modèle M1, le test T1.3 n'a pas été effectué. Voici les résultats de ces tests :

Tableau 4.5 : Résultats des tests pour le modèle M1

Modèle	Test	# Contraintes Réduit	# Variables Réduit	# Nœuds Visités	Largeur max. de l'arbre	Temps (secondes)	Écart d'intégrité LP\OPT	1ère Solution à 5% OPT (secondes)	Meilleure solution entière trouvée (secondes)
M1	T1.1	2680	10735	736204	117000	6464	31.5%	40	40
M1	T1.2	2680	10735	811274	138000	7483	31.4%	5	38

Nous remarquons immédiatement que le modèle M1 représente une amélioration sur le temps de résolution d'au moins 80% sur le modèle de base et est donc au moins 5 fois plus rapide que celui-ci. Le nombre de nœuds visités diminue d'au moins 50% et la largeur maximale de l'arbre de branchement diminue d'au moins 85%. Nous remarquons aussi que la solution optimale est trouvée assez rapidement (voir la dernière colonne) et que le reste du temps ne sert qu'à confirmer qu'il s'agit bien de la meilleure solution entière. En effet, le solveur prend près de 2 heures pour effectuer cette confirmation, alors que la meilleure solution entière est trouvée après 40 secondes.

Les stratégies suivantes tentent de réduire ce temps d'exploration de l'arbre de branchement ne permettant pas d'améliorer la valeur de la solution optimale.

4.3.4 Modèle M2

Le modèle M2 est basé sur le modèle M1 auquel nous ajoutons trois stratégies se traduisant par l'ajout d'un nouveau terme dans la fonction objectif et de deux nouveaux blocs de contraintes. Ces stratégies ont pour objectif d'éliminer la recherche de solutions fonctionnellement identiques et donc d'éliminer la symétrie entre les solutions. Ces trois stratégies sont les suivantes :

C) Rabais lié à la teneur

Ce rabais fait partie de la fonction objectif et vient favoriser l'utilisation des faces possédant les teneurs les plus élevées. Ceci vient différencier les faces qui sont autrement interchangeables dans plusieurs situations. L'application de ce rabais est tout à fait réaliste et vient favoriser une production plus riche en minerai de façon générale. Nous introduisons le paramètre r_f^t qui est directement proportionnel à la teneur de la face *f*. Ce

rabais est décroissant en fonction du temps pour favoriser une production plus riche au début de la planification et pour éliminer les symétries dans l'ordre d'extraction. Ce terme s'introduit dans la fonction objectif de la façon suivante :

$$-\sum_{t}\sum_{f} r_f^t p_f^t$$

D) Initialisation des pelles

Idéalement, le modèle est initialisé selon la situation actuelle de la mine. Ceci implique que certaines faces sont à différentes étapes d'extraction et que les équipements se trouvent à des endroits spécifiques à la première période. L'initialisation des pelles place celles-ci à des endroits prédéterminés pour les premières périodes. Afin d'éviter un biais trop grand ou la non-réalisabilité du modèle pour les petits exemplaires, nous attribuons une zone à chacune des pelles plutôt qu'une face en particulier. Les contraintes suivantes introduisent l'indice pour les zones (x) et l'ensemble des faces présentes dans une zone (X_x) :

$$\sum_{f \in X_s} w_{s,f}^t = 1 \qquad t = 1,2,3\,, \forall s \quad (36)$$

Cette contrainte attribue à la zone *x* la pelle *s* tel que *s* = *x* pour les trois premières périodes de la planification. En exemple, la pelle 1 sera affectée à la zone 1 et la pelle 2 sera affectée à la zone 2. Puisque les ressources et les faces ne sont pas toutes initialisées en prétraitement (i.e. la situation de départ n'est pas prédéfinie), les périodes 1 et 2 représentent des périodes d'initialisation moins contraintes que les suivantes, permettant au solveur de produire une solution avec une période d'initialisation réalisable. Il est donc important d'assurer que les pelles se trouvent dans leur zone jusqu'à la troisième période, cette période étant la première à être considérée dans chacun des blocs de contraintes. Dans notre cas, le nombre de pelles est égal ou inférieur au nombre de zones. Dans le cas où il y aurait moins de zones que de pelles, il est important d'adapter ce bloc de contraintes en conséquence.

E) Contraintes dédiées à l'élimination des symétries dans les solutions obtenues

Dans le problème, les pelles doivent extraire partiellement le tonnage total d'une des faces afin de respecter des contraintes de production et de mélange. Les pelles sont toutes identiques et les faces, sous certaines conditions, peuvent être considérées comme interchangeables. Cette situation génère des symétries dans les solutions potentielles. En effet, lors du branchement, plusieurs branches sont tout à fait identiques et mènent à des solutions similaires dans lesquelles les pelles sont simplement nommées dans un ordre différent. Ces solutions sont fonctionnellement identiques et pour résoudre le modèle, nous n'avons besoin que d'une seule d'entre elles.

Les contraintes qui ont été sélectionnées pour éliminer les symétries entre les solutions dans ce modèle forcent l'utilisation des pelles en ordre croissant du numéro d'identification qui leur a été attribué. Cette stratégie s'inspire de celle proposée par Albareda-Sabola et al. (2007) qui présentent un problème de localisation d'usines et d'affectation de véhicules à des clients. Voici donc le bloc de contraintes adapté pour le problème de planification à moyen terme des mines à ciel ouvert :

$$\sum_{f} w_{s,f}^{t} \geq \sum_{f} w_{s+1,f}^{t} \qquad \forall t, \forall s \in S \mid s \neq Max[S] \quad (37)$$

Dans le développement de ces stratégies ayant pour objectif de briser les symétries, d'autres contraintes ont été envisagées. Pour les tests du plan d'expérimentation, ces contraintes ne représentaient pas une amélioration suffisante pour être considérées ou n'étaient pas compatibles avec d'autres contraintes.

Tableau 4.6 : Résultats des tests pour le modèle M2

Modèle	Test	# Contraintes Réduit	# Variables Réduit	# Nœuds Visités	Largeur max. de l'arbre	Temps (secondes)	Écart d'intégrité LP\OPT	1ère Solution à 5% OPT (secondes)	Meilleure solution entière trouvée (secondes)
M2	T1.1	2423	8875	24682	4200	200	33.8%	5	37
M2	T1.2	2423	8875	15600	2250	107	33.7%	4	58
M2	T1.3	2423	6655	30983	4900	204	33.8%	0	14

L'ajout de ces stratégies améliore le temps de résolution d'environ 97% par rapport au modèle M1, qui lui-même améliorait le temps de résolution d'au moins 80% par rapport au modèle de base. Le modèle M2 est donc au moins 200 fois plus rapide que le modèle de base. Le nombre de contraintes et le nombre de variables après la réduction effectuée par CPLEX a aussi diminué d'environ 10%, malgré l'ajout de contraintes. Finalement, le nombre de nœuds visités dans l'arbre de branchement pour le modèle M2 est réduit de 97% par rapport au modèle M1. Cette réduction du nombre de nœuds visités est significative et est entièrement responsable de la réduction sur le temps de résolution. Ces nouvelles stratégies sont donc efficaces.

Malgré ces bons résultats, les possibilités d'amélioration sont encore présentes puisque la solution de la relaxation linéaire du programme linéaire en nombres entiers (PLNE) contient toujours un fractionnement irréaliste des pelles. Les stratégies suivantes tentent de favoriser les valeurs entières lors de la résolution du PL.

4.3.5 Modèle M3

Le modèle M3 est constitué du modèle M2 auquel nous ajoutons une seule stratégie. Cette stratégie a pour objectif d'obtenir de meilleures solutions lors de la résolution de la relaxation linéaire du PLNE. Voici cette stratégie :

F) Déplacements minimaux

Dans la résolution du PL, les variables $w_{f,s}^{t}$ indiquant la position de la pelle *s* à une face *f* au temps *t* sont très fractionnaires, ce qui élimine la majorité des déplacements et réduit fortement les coûts. Cette situation crée un écart important entre la valeur de la solution du PL et du PLNE. Dans le but de diminuer ce fractionnement, nous imposons un nombre minimale de déplacements pour les pelles. Il est possible de calculer ce nombre en prétraitement pour un exemplaire donné. Dans certaines occasions, l'ajout d'une contrainte qui oblige le nombre de déplacements à excéder ce minimum éliminera indirectement la présence de variables $w_{f,s}^{t}$ différentes de zéro mais dont la valeur est très faible. En effectuant la somme des déplacements entre deux faces de la même zone et la somme des déplacements entre les zones (en faisant bien attention de ne pas compter ceux-ci deux fois), nous pouvons obliger le nombre total de déplacements à être supérieur à une valeur prédéterminée (*VAL*).

$$\sum_{t}\sum_{f_1}\sum_{\forall f_2 \in ARCS_{f1}}\sum_{s} z_{s,f_1,f_2}^{t} + \sum_{t}\sum_{f_1}\sum_{s}(z_{s,f_1}^{in,t} + z_{s,f_1}^{out,t})/2 \geq VAL \quad (38)$$

Tableau 4.7 : Résultats des tests pour le modèle M3

Modèle	Test	# Contraintes Réduit	# Variables Réduit	# Nœuds Visités	Largeur max. de l'arbre	Temps (secondes)	Écart d'intégrité LP\OPT	1ère Solution à 5% OPT (secondes)	Meilleure solution entière trouvée (secondes)
M3	T1.1	2664	10557	38687	4000	400	0.8%	13	310
M3	T1.2	2664	7775	10521	1394	138	0.8%	19	28
M3	T1.3	2664	7844	1402	318	26	0.8%	13	14

La colonne la plus intéressante de cette série de tests est la colonne « Écart d'intégrité ». Cette colonne indique l'écart entre la valeur de la solution du PL et la valeur de la solution entière optimale. Un pourcentage inférieur à 1% démontre que la solution du PL est beaucoup plus proche de la solution optimale que dans les modèles M2 et M1. Malheureusement, ce gain au niveau de l'écart d'intégrité ne se traduit pas au niveau du temps de résolution de façon constante. En effet, nous ne pouvons pas quantifier de façon absolue l'amélioration qu'apporte le modèle M3 par rapport au modèle M2, mais nous savons qu'elle représente un avantage évident pour l'écart entre la solution optimale et la solution du PL, en plus d'être parfois beaucoup plus rapide en diminuant grandement le nombre de nœuds visités (e.g. le test T1.3). Notons que le nombre de nœuds visités en fonction du temps de résolution est beaucoup moins élevé pour le modèle M3 (moins de 100 nœuds/secondes) que pour le modèle M2 (plus de 125 nœuds/secondes) et donc que le temps de résolution par nœud de branchement augmente.

4.3.6 Modèle M4

Le modèle M4 est constitué du modèle M2 auquel nous ajoutons plusieurs contraintes regroupées sous une seule stratégie. Ces nouvelles contraintes ont pour objectif d'aider la fixation des valeurs entières et de renforcer les liens entre les variables. Il est important de noter que la stratégie du modèle M3 n'est pas présente dans le modèle M4. Des tests qui ne seront pas présentés ici ont démontrés que le modèle M4 était plus performant sans l'utilisation de la stratégie ajoutée dans le modèle M3.

G) Contraintes de renforcement des liens entre les variables

Ces contraintes visent à renforcer les liens entre les variables, afin d'atteindre des solutions entières plus rapidement et d'augmenter l'impact de la fixation des variables lors du branchement. Il s'agit donc d'ajouter des contraintes de liaison entre les variables.

Le premier bloc de contraintes de cette stratégie vient expliciter le lien entre les variables $w_{s,f}^t$ et les variables z_{s,f_1,f_2}^t. Si une pelle n'est pas présente au temps *t* à la face *f*, cela signifie qu'il ne peut pas y avoir de déplacement vers cette face au temps *t* ou de déplacement à partir de cette face au temps *t+1*.

$$w_{s,f_1}^t \geq \sum_{\forall f_2 \in ARCS_{f_1}} z_{s,f_2,f_1}^t \qquad \forall t, \forall f_1 \in F, \forall s \quad (39)$$

$$w_{s,f_1}^t \geq \sum_{\forall f_3 \in ARCS_{f_1}} z_{s,f_1,f_3}^{t+1} \qquad t = 1, \dots, T-1, \forall f_1 \in F, \forall s \quad (40)$$

Le deuxième bloc de contraintes de cette stratégie force des évidences dans la séquence des opérations. La première partie vient fixer à zéro les variables de fermeture des faces pour les périodes suivant immédiatement l'ouverture de ces même faces. La deuxième partie vient assurer que le dynamitage d'un regroupement soit effectué au plus tard 3 périodes après le forage et que la fermeture d'une face soit effectuée au plus tard 5 périodes après l'ouverture de cette face.

$$1 - \left(h_f^t - h_f^{t-1}\right) \geq l_f^{t+1} \qquad t = 2, \dots, T-1, \forall f \quad (41)$$

$$1 - \left(h_f^t - h_f^{t-1}\right) \geq l_f^{t+2} \qquad t = 2, \dots, T-2, \forall f \quad (42)$$

$$d_c^t = b_c^{t+3} \qquad t = 1, \dots, T-3, \forall c \quad (43)$$

$$h_f^t = l_f^{t+5} \qquad t = 1, \dots, T-5, \forall c \quad (44)$$

Le troisième et dernier bloc de contraintes de cette stratégie renforce la contrainte (25) du modèle de base qui fait le lien entre la sélection des regroupements et leur utilisation.

$$y_c = d_c^T \qquad \forall c \quad (45)$$

$$y_c = b_c^T \qquad \forall c \quad (46)$$

Tableau 4.8 : Résultats des tests pour le modèle M4

Modèle	Test	# Contraintes Réduit	# Variables Réduit	# Nœuds Visités	Largeur max. de l'arbre	Temps (secondes)	Écart d'intégrité LP\OPT	1ère Solution à 5% OPT (secondes)	Meilleure solution entière trouvée (secondes)
M4	T1.1	1718	830	22145	3500	31	33.4%	0	9
M4	T1.2	1718	830	732	400	7	33.4%	3	6
M4	T1.3	1718	830	14620	2500	27	33.3%	0	22

Le modèle M4 représente une amélioration du temps de résolution d'environ 70% par rapport au modèle M2. Le nombre de contraintes est réduit de 30% et le nombre de variables est réduit de 90%. Le nombre de nœuds est aussi diminué de 10% (e.g. pour T1.1) jusqu'à 95% (e.g. pour T1.2). La 1ère solution à moins de 5% de la solution optimale et la meilleure solution entière sont aussi trouvées plus rapidement. Ce modèle est au moins 1000 fois à 1500 fois plus rapide que le modèle de base.

4.3.7 Résumé pour le plan d'expérimentation

Suite aux tests effectués dans ce plan d'expérimentation, nous pouvons affirmer que le modèle M4 représente une amélioration sur le temps de résolution de 70% par rapport au modèle M2, ce dernier apportant une amélioration de 97% face au modèle M1, qui lui-même améliorait le temps de résolution d'au moins 80% sur le modèle de base. À titre comparatif, le nombre de nœuds visités lors des tests pour le modèle M4 représente moins de 1% du nombre de nœuds visités à l'atteinte du critère d'arrêt pour le test S1 du modèle de base. Le modèle M4 représente donc une grande amélioration du modèle de base et contient les stratégies suivantes :

A) Fixation des variables

B) Établissement des priorités

C) Rabais lié à la teneur

D) Initialisation des pelles

E) Contraintes dédiées à l'élimination des symétries dans les solutions obtenues

G) Contraintes de renforcement des liens entre les variables

Il est important de noter que le modèle M3 apporte une amélioration au niveau de la borne inférieure initiale, mais représente, en moyenne, une augmentation du temps de résolution.

De plus, notons que des solutions acceptables sont trouvées très rapidement en fonction du temps total de résolution. En effet, la colonne « 1ère Solution à 5% OPT (secondes) » représente le temps requis pour atteindre une solution possédant une valeur à 5% ou moins de la valeur de la solution entière optimale. Le tableau suivant présente un résumé des colonnes « Temps (secondes) », « 1ère Solution à 5% OPT (secondes) » et « Meilleure solution entière trouvée (secondes) » pour chaque étape de plan d'expérimentation, à l'exception des tests pour le modèle de base.

Tableau 4.9 : Résultats pour les colonnes « Temps (secondes) », « 1ère Solution à 5% OPT (secondes) » et « Meilleure solution entière trouvée (secondes) » pour chaque étape de plan d'expérimentation, en excluant les tests pour le modèle de base

Modèle	Test	Temps (secondes)	1ère Solution à 5% OPT (secondes)	Meilleure solution entière trouvée (secondes)
M1	T1.1	6464	40	40
M1	T1.2	7483	5	38
M2	T1.1	200	5	37
M2	T1.2	107	4	58
M2	T1.3	204	0	14
M3	T1.1	400	13	310
M3	T1.2	138	19	28
M3	T1.3	26	13	14
M4	T1.1	31	0	9
M4	T1.2	7	3	6
M4	T1.3	27	0	22

Les solutions entières acceptables (i.e. à 5% de l'optimum) sont trouvées jusqu'à 25 fois plus rapidement que les meilleurs solutions entières et l'atteinte de ces solutions acceptables s'effectue jusqu'à 1500 fois plus rapidement que le temps de résolution totale (e.g. le test T1.2 pour le modèle M1).

Ensuite, par l'ajout des différentes stratégies proposées dans ce chapitre, nous remarquons une grande diminution du nombre de contraintes et de variables après la réduction effectuée par CPLEX et du nombre de nœuds visités lors du branchement. Voici un tableau récapitulatif du test T1.1 pour chaque étape du plan d'expérimentation en excluant M3. Tel que précédemment mentionné, la solution optimale est identique pour chaque étape du plan. Seule la performance de résolution diffère.

Tableau 4.10 : Résultats pour le test T1.1 de chaque étape du plan d'expérimentation excluant M3

Modèle	Test	# Contraintes Réduit	# Variables Réduit	# Nœuds Visités	Largeur max. de l'arbre	Temps (secondes)	Écart d'intégrité LP\OPT	1ère Solution à 5% OPT (secondes)	Meilleure solution entière trouvée (secondes)
Base	T1.1	4060	12020	1457910	840000	36000	N/A	N/A	N/A
M1	T1.1	2680	10735	736204	117000	6464	31.5%	40	40
M2	T1.1	2423	8875	24682	4200	200	33.8%	5	37
M4	T1.1	1718	830	22145	3500	31	33.4%	0	9

Malgré une amélioration considérable de plus de 99.9% du temps de résolution (i.e. plus de 1000 fois plus rapide) entre le modèle M4 et le modèle de base et une diminution de 98% du nombre de nœuds visités, des tests supplémentaires démontrent que les exemplaires de taille supérieure à T1 ne peuvent pas être résolus de façon pratique même après l'ajout des stratégies du modèle M4.

Après 4 heures (i.e. 14400 secondes), pour un exemplaire de 15 périodes et 40 faces, l'écart entre la valeur de la meilleure solution en nombres entiers trouvée jusqu'à présent et celle de la meilleure solution fractionnaire à un nœud de branchement encore ouvert était supérieur à 17%.

Pour des exemplaires de type T1, une excellente solution peut facilement être trouvée par le planificateur. Le caractère avantageux de faire les faces en séquences directes n'est pas évident pour le solveur. Il faut l'y inciter, mais sans forcer la solution, ou au contraire, lui imposer une séquence et construire la solution en faisant l'usage d'une méthode heuristique.

CHAPITRE 5 MÉTHODES DE RÉSOLUTION HEURISTIQUE

Dans le chapitre précédent, nous avons établi les limites des méthodes de résolution optimale. Malgré l'ajout de plusieurs stratégies d'accélération au modèle de base et une amélioration du temps de résolution de plus de 99.9%, l'optimalité ne peut être atteinte que pour des exemplaires de type T1. En effet, une légère augmentation du nombre de pelles, de faces, de zones, de regroupements ou de périodes représente une augmentation substantielle du nombre de contraintes et de variables.

Dans le but de trouver des solutions pour des exemplaires plus grands que T1, nous présentons une approche heuristique dans ce chapitre.

5.1 Approche générale

Deux éléments posent les bases de l'approche heuristique présentée dans ce chapitre. Premièrement, les solutions obtenues par le modèle M4 du chapitre 4 contiennent toujours un écart d'intégrité supérieur à 30%. Ceci est expliqué par les valeurs fractionnaires que prennent les variables z^t_{s,f_1,f_2} et $w^t_{s,f}$ lors de la résolution du PL. Deuxièmement, l'extraction des faces en séquence, en ignorant les autres contraintes, est l'élément le plus intuitif pour un décideur. En effet, une séquence simple est une solution facile et habituellement plutôt efficace. Ce type de solution est un excellent point de départ et ne requiert aucune expertise particulière.

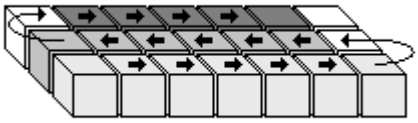

Figure 5.1 : Représentation graphique d'une séquence simple et intuitive

Sur ces bases, nous proposons une méthode de construction de séquence initiale pour le modèle afin d'exploiter la simplicité et l'efficacité de cette solution triviale. Nous développons dans cette section l'amorce de cette méthode heuristique qui se base sur l'établissement d'une séquence prédéterminée et proposée au solveur sous forme de poids (i.e. coûts négatifs) dans la fonction objectif pour les variables $w^t_{s,f}$.

5.2 Approche heuristique et générateur de séquences

L'approche présentée dans ce chapitre s'apparente à un problème d'ordonnancement de tâches sur des machines en parallèle. Dans ce problème, des tâches ayant des temps de traitement différents doivent être affectées à une seule des machines en parallèle disponibles. L'objectif de cette approche est de construire une séquence pour chacune des machines présentes. Dans notre cas, les tâches sont des faces, les machines sont des pelles et les temps de traitement sont identiques. Il ne s'agit donc pas de minimiser le temps de traitement total ou le temps de traitement maximal pour une machine comme dans le problème des machines parallèle, mais plutôt de minimiser le coût de transition entre les différentes tâches. La transition entre les tâches pour le problème de planification des mines à ciel ouvert représente le déplacement des pelles, alors que pour le problème d'ordonnancement des tâches sur des machines en parallèle, elle représente le temps ou le coût d'effectuer l'ajustement et la mise en course des machines.

Le générateur de séquences a été développé dans le logiciel Excel 2007 et programmé en Visual Basic. Pour construire la séquence, le générateur utilise la matrice des distances entre les faces, l'ensemble des regroupements dans lesquelles chaque face est inclue (C_f) et l'ensemble des faces devant être exploitées avant le dynamitage de chaque regroupement (F_c). Le séquenceur nécessite aussi de l'information sur le nombre de pelles, de faces, de périodes, de regroupements et de zones. L'utilisateur peut sélectionner les faces de départ pour chaque pelle selon la situation initiale de la mine. Habituellement, les faces à l'extrémité de chaque zone sont choisies comme position de départ si aucune situation initiale n'est définie. Lorsque le séquenceur est activé, ce dernier commence par noter la présence d'éléments préétablis dans la séquence et complète cette dernière pour chaque période et chaque pelle. Lors de la sélection de la face suivante pour une séquence, la face la plus proche faisant partie d'un regroupement accessible est ajoutée à la séquence. Un regroupement est accessible si toutes les faces en précédence ont été traitées (i.e. placé dans une séquence) depuis au moins 2 périodes, ce qui correspond au nombre de périodes nécessaires pour effectuer le forage et le dynamitage. Le processus est répété jusqu'à ce que les pelles soient occupées pour toutes les périodes. La séquence respecte la capacité maximale de production des pelles en attribuant 3 périodes complètes à chaque pelle pour effectuer l'extraction d'une face. La contrainte de production minimale est respectée du fait que le respect de la séquence produite assure une production à 100% de la capacité pour chaque pelle. La

demande minimale en teneur moyenne (i.e. la contrainte de mélange) est le seul élément non considéré dans la construction de la séquence et représente donc la seule déviation possible lors de la résolution du modèle.

Une fois les séquences établies, le séquenceur génère une liste de poids en fonction de la séquence obtenue. Chaque affectation d'une pelle à une face dans la séquence dure 3 périodes. Cependant, des poids sur 15 périodes sont accordés à cette affectation. Cette étendue débute 6 périodes avant le début et termine 6 périodes après la fin de l'affectation. Les poids attribués sur cette étendue sont représentés par une fonction triangulaire. Les poids augmentent rapidement jusqu'au début de l'affectation et diminuent plus lentement par la suite. La figure 5.1 illustre la fonction triangulaire représentant l'étendue des poids pour une affectation donnée (périodes *A*,*B* et *C*).

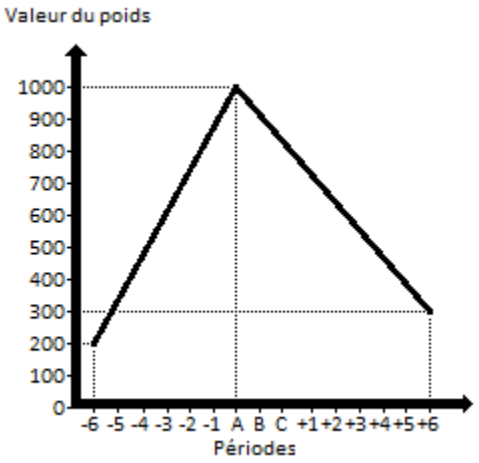

Figure 5.2 : Fonction triangulaire représentant l'étendue des poids pour une affectation

Ces poids sont utilisés dans la fonction objectif du modèle M4 comme étant des coûts négatifs pour les variables $w_{s,f}^{t}$ afin de fortement suggérer la séquence lors de la résolution et d'assurer la réalisabilité du problème. De plus, nous retirons les contraintes dédiées à l'élimination des symétries, ces dernières devenant inutiles étant donné l'introduction de la séquence. Une fois ces modifications effectuées, il est possible de résoudre le modèle et d'obtenir la solution découlant de la séquence préétablie. Notons que l'utilisation du générateur de séquence dans son état actuel prend plus de temps que la résolution en soit, mais ce temps peut facilement être réduit par une optimisation du code et une diminution de l'utilisation de l'interface d'Excel 2007.

5.2.1 Algorithme du générateur de séquences

Dans cette sous-section, nous présentons un pseudocode général représentant l'algorithme permettant de générer les séquences pour cette méthode heuristique.

1. Pour chaque regroupement *c* (for)
2. Déterminer le nombre de faces en précédence pour le regroupement *c*
3. Stocker l'information dans *degré(c)*
4. Prochain regroupement (next)
5. Pour chaque pelle *p* (for)
6. Noter la présence d'une face de départ (position de départ de la pelle *p*)
7. Ajouter cette face au début de la séquence pour cette pelle, soit *seq(1,p)*
8. Pour chaque regroupement *c* avec cette face en précédence (for)
9. *degré(c) = degré(c) – 1*
10. Prochain regroupement (next)
11. Prochaine pelle (next)
12. Pour chaque période *t* (for)
13. Pour chaque pelle *p* (for)
14. Trouver la face la plus proche de la face stockée dans *seq(t – 1, p)* dans un regroupement disponible (i.e. *degré(c) = 0* depuis au moins 2 périodes pour permettre le forage et le dynamitage)
15. Stocker la face trouvée dans *seq(t,p)*
16. Pour chaque regroupement *c* avec cette face en précédence (for)
17. *degré(c) = degré(c) – 1*
18. Prochain regroupement (next)
19. Prochaine pelle (next)
20. Prochaine période (next)

5.3 Expérimentations

Sauf indication contraire, tous les tests de ce chapitre ont été effectués sur des exemplaires de type T2 et avec le modèle M4 présenté à la fin du chapitre 4. Ces exemplaires contiennent 30 périodes, 90 faces et 315 regroupements. Les modèles correspondants contiennent environ 310 000 variables et 84 000 contraintes, soit 20 fois plus de variables et 15 fois plus de contraintes que les modèles des exemplaires de type T1.

5.3.1 Tests initiaux et comparaison avec la méthode optimale

Le premier test effectué concerne la résolution du modèle auquel les poids de la séquence ont été ajoutés. Concernant les tableaux suivants, la colonne « **Valeur de la solution optimale** » représente la valeur de la solution optimale en excluant la valeur des poids de la séquence.

Tableau 5.1 : Résultats du premier test contenant les poids établis par la séquence

Chargement du modèle (secondes)	Résolution du modèle (secondes)	Valeur de la solution optimale
4	29	2450

Ce temps de résolution peut être réduit de façon simple. À l'extérieur de l'étendue de 15 périodes pour chaque affectation, la valeur des poids est nulle. Pour les $w_{s,f}^{t}$ auxquelles nous attribuons un poids nul, le séquenceur peut fournir une liste de contraintes fixant les variables correspondantes à zéro. Il est important de noter que les contraintes renforçant le lien entre $w_{s,f}^{t}$ et z_{s,f_1,f_2}^{t} ajoutées dans le chapitre 4 pour le modèle M4 augmentent l'impact de la fixation à zéro des variables $w_{s,f}^{t}$.

Le test suivant concerne la résolution du modèle auquel les poids de la séquence et la fixation à zéro des variables $w_{s,f}^{t}$ ayant un poids nul ont été ajoutés.

Tableau 5.2 : Résultats du deuxième test contenant les poids et la fixation des variables

Chargement du modèle (secondes)	Résolution du modèle (secondes)	Valeur de la solution optimale
6	4	2450

Bien que le chargement soit un peu plus long étant donné l'ajout d'une quantité importante de contraintes, le temps de résolution lui est diminué de plus de 85%. La valeur de la solution optimale étant la même, la fixation des variables est un élément bénéfique à la résolution du modèle dans le cadre de cette approche.

À titre comparatif, nous présentons ici un tableau permettant de comparer la résolution optimale d'un exemplaire de type T1 en faisant l'usage des stratégies présentées au chapitre 4 et la résolution heuristique basée sur la séquence telle que précédemment définie. La colonne **OBJ** représente la valeur de la solution optimale obtenue en faisant l'usage de la méthode définie dans la colonne **Méthode**. OPT représente une résolution optimale en faisant l'usage du modèle M4 et des stratégies inclues dans celui-ci et OPT100% représente la même méthode pour laquelle nous fixons le paramètre *LS* (i.e. l'utilisation minimale des pelles) à 100%. HEUR représente une résolution basée sur la séquence définie dans ce chapitre.

Tableau 5.3 : Tableau comparatif entre la méthode de résolution optimale du chapitre 4 et la méthode de résolution heuristique du chapitre 5

Méthode	# Contraintes Réduit	# Variables Réduit	# Nœuds Visités	Largeur max. de l'arbre	Temps (secondes)	OBJ
OPT	1718	830	22145	3500	31	748
OPT100%	2963	3080	494	283	9	945
HEUR	1765	1290	0	0	1	970

La résolution est évidemment beaucoup plus rapide lorsque nous utilisons une séquence préétablie. Notons que la différence entre les deux dernières méthodes (i.e. OPT100% et HEUR) sur la valeur de la solution optimale est d'environ 2.5%. La valeur de la solution optimale pour la méthode OPT est de beaucoup inférieure aux deux autres méthodes étant donné la possibilité de

diminuer la production afin d'économiser sur le déplacement des pelles lorsque *LS* est fixé à 80%, ce qui n'est pas nécessairement souhaitable et ne permet pas une bonne comparaison entre la méthode optimale et la méthode heuristique.

5.3.2 Variations dans la valeur des poids de la séquence

Dans le but d'évaluer la sensibilité du temps de résolution et de la valeur de la solution sur des exemplaires de type T2 en fonction de l'utilisation des poids, nous évaluerons avec la prochaine série de tests l'influence des poids sur les autres coûts de la fonction objectif. En effet, plus les poids représentent une petite portion des coûts, moins la solution sera influencée par ceux-ci. Cela favorise l'obtention d'une meilleure solution, mais peut représenter une augmentation importante du temps de résolution. Dans le cas d'une méthode heuristique, la qualité de la solution et la rapidité de résolution à chaque itération sont deux facteurs très importants.

Pour ces tests, la valeur des poids a été divisée par un facteur croissant, ce qui a diminué de façon incrémentale la portion des coûts attribuable aux poids. Pour le tableau suivant, nous définissons l'information contenue dans les colonnes de la façon suivante :

% Coûts	Le pourcentage de la valeur de la solution qui est attribuable aux poids de la séquence.
Val. Sol.	La valeur de la solution en *excluant* la valeur des poids.
Temps (sec)	Le temps total pour atteindre la solution optimale en fonction de la séquence ou pour atteindre un autre critère d'arrêt (e.g. @180 représente un critère d'arrêt de 180 secondes).

Tous les tests suivants ont été effectués sur des exemplaires de type T2.

Tableau 5.4 : Résultats des tests sur la réduction de la valeur des poids

% Coûts	Val. Sol.	Temps (sec)
98%	2450	13
83%	2450	14
66%	2450	15
55%	2360	16
52%	2330	36
50%	2270	66
45%	2240	@180
31%	2431	@180

La diminution des poids de la séquence permet l'obtention d'une meilleure solution, mais implique une augmentation marquée du temps de résolution. Il est important de se rappeler que les poids sont négatifs dans la fonction objectif et ne sont pas considérés dans la colonne « **Val. Sol.** ». La diminution de ces valeurs est donc principalement due à la possibilité de diminuer la production des pelles jusqu'à 80% du total de capacité, ce qui n'est pas nécessairement désirable.

Afin d'éviter une diminution de l'utilisation des pelles, nous avons refait les tests précédents pour déterminer l'effet d'une contrainte de production minimale à 100% du total de capacité.

Tableau 5.5 : Résultats des tests pour une production minimale de 100%

% Coûts	Val. Sol.	Temps (sec)
98%	2725	13
81%	2725	13
64%	2725	13
52%	2725	14
50%	2725	15
47%	2725	19
43%	2725	68
31%	2725	145

Notons que la valeur de la solution optimale ne dépend pas ici de la diminution des poids de la séquence, ce qui prouve réellement que la diminution de la valeur de la solution optimale dans le test précédent est due à la possibilité de diminuer la production afin de rencontrer la demande minimale de 80%. Notons que les solutions sont trouvées beaucoup plus rapidement que dans le test précédent étant donné la diminution du nombre de combinaisons possibles pouvant satisfaire la contrainte de production minimale.

5.3.3 Tests supplémentaires et limitations

Le resserrement des contraintes représentant un avantage certain lors de la résolution, nous avons ensuite effectué des tests sur le resserrement des poids de la séquence. Dans ces tests, l'étendue des poids d'une affectation est passée de 15 périodes à 7 périodes avec des valeurs beaucoup plus élevées pendant les périodes *A, B* et *C*. Ces tests n'ont pas été concluants et ne présentaient aucune corrélation entre le resserrement de l'étendue des poids et l'amélioration du temps de résolution.

Suite à l'amélioration du temps de résolution lorsque nous considérons une séquence préétablie, un dernier test a été effectué afin de connaître la limite pratique d'utilisation de cette méthode. Pour ce test, un exemplaire de 45 périodes, 120 faces et 540 regroupements a été utilisé, ce qui représente un modèle de 330 000 contraintes et 750 000 variables. Pour cette taille de modèle, le logiciel est très instable puisqu'il contient une énorme quantité de données. La résolution n'a donc pas pu être effectuée de façon satisfaisante et aucun résultat n'est disponible.

Tel quel, l'établissement des séquences par la méthode des poids fonctionne très bien et donne de bonnes solutions assez rapidement pour des exemplaires de type T1 et T2. En 13 secondes, de bonnes solutions de base sont obtenues pour des modèles contenant 310 000 variables et 84 000 contraintes basés sur le problème de planification à moyen terme des mines à ciel ouvert. Notons que la production minimale demandée pour les pelles représente un élément critique. Cette contrainte peut rendre le problème non réalisable ou non pertinent. En effet, avec une demande minimale à 80% de la capacité totale disponible, les meilleures solutions contiennent des pelles produisant à 100% de leur capacité et d'autres pelles n'étant pas utilisées. D'autre part, la teneur moyenne minimale (L_e^t) pose le même problème, puisqu'une teneur trop élevée pourrait rendre le modèle non réalisable et une teneur trop basse rendrait le problème trop simple. Pour des valeurs

élevées de ces deux limites, l'augmentation de la taille de la mine représente une réalisabilité plus facile à atteindre et une pertinence accrue.

À ce sujet, il est important de remarquer que la génération de la séquence, dans l'état actuel de la méthode proposée, représente la seule étape nécessaire pour obtenir une solution. En effet, la méthode d'établissement des séquences permet d'obtenir la solution de façon directe. Ceci est dû à la structure du modèle définie par les paramètres choisis au début du chapitre 4 et à la provenance des données. Ainsi, il est attendu qu'un ensemble plus riche de données et de paramètres (e.g. provenant de mines réelles) sur des exemplaires plus grands permettrait une meilleure évaluation de la méthode et justifierait le raffinement de celle-ci, notamment par l'utilisation de différentes structures de poids, l'amélioration de l'impact de la phase d'optimisation et l'instauration d'un processus itératif permettant d'obtenir de meilleures solutions.

CHAPITRE 6 CONCLUSION

Dans ce mémoire, nous avons traité du problème de planification à moyen terme dans les mines à ciel ouvert. Ce problème est complexe et nécessite habituellement l'expertise d'ingénieurs et l'utilisation de systèmes d'aide à la décision. Les avantages d'améliorer la qualité de ces décisions sont nombreux. Une bonne planification peut évidemment engendrer une réduction des coûts (e.g. une meilleure gestion des équipements), mais surtout une augmentation des profits (e.g. une meilleure production de valeur). La nature des opérations d'une mine à ciel ouvert implique un engagement des équipements sur de longues périodes de temps, ce qui amplifie l'impact des décisions à court terme sur les décisions qui devront être prises dans le futur et limite la réversibilité des décisions prises. Ceci fait en sorte que ces problèmes sont très contraints et que les combinaisons possibles d'éléments de solution sont très nombreuses.

6.1 Contributions

L'objectif principal de ce mémoire était de présenter un nouveau modèle de programmation en nombre entiers permettant de résoudre le problème de planification à moyen terme des mines à ciel ouvert. Les modèles mathématiques traitant de ce problème sont très rares dans la littérature. Nous avons présenté un modèle détaillé qui permet de considérer, sur un horizon de 10 à 30 périodes, plusieurs éléments de la problématique tel que les contraintes de mélange, les contraintes de précédence entre les blocs, les contraintes de capacité de ressources, le déplacement des pelles effectuant l'extraction du matériel et la synchronisation des activités (incluant le forage et le dynamitage des blocs). Pour permettre la résolution de ce modèle, deux approches ont été présentées : une approche optimale et une approche heuristique.

Tout d'abord, une approche optimale a été développée. Suite à l'analyse du modèle de base, nous avons développé des stratégies permettant l'amélioration du temps de résolution. Ces stratégies contiennent, entre autres, la fixation en prétraitement de variables, le renforcement des liens entre les variables et l'ajout de contraintes dédiées à l'élimination des symétries dans les solutions obtenues. L'utilisation de ces stratégies a permis une résolution d'au moins 1000 fois à 1500 fois plus rapide que pour la résolution standard du modèle de base. Malgré l'efficacité de ces stratégies, la résolution optimale pour ce type de problème se limite à des modèles de taille réduite, c'est-à-dire des problèmes de planification pour horizon temporel d'environ 10 jours.

Afin d'obtenir des solutions pour des tailles supérieures du problème, une approche heuristique a été présentée. Cette approche exploite le caractère intuitif d'effectuer l'extraction des faces en séquence, menant au développement d'une méthode de construction de séquences. Ces séquences construites en prétraitement prennent en considération la majorité des contraintes, à l'exception des contraintes de mélange, et sont favorisées fortement dans le modèle lors de la résolution par l'introduction de coûts négatifs dans la fonction objectif. Cette méthode permet d'obtenir des solutions de base rapidement pour des problèmes de taille moyenne. En effet, il est possible d'obtenir une solution en 13 secondes pour un problème de planification visant un horizon de 30 périodes et contenant 90 faces, ce qui correspond à un modèle contenant plus de 83 000 contraintes et plus de 310 000 variables.

6.2 Avenues de recherche

Les développements effectués dans ce mémoire font partie d'une première étape dans l'émergence de modèles considérant la problématique de planification à moyen terme dans les mines à ciel ouvert. Le modèle présenté dans ce mémoire possède quelques éléments problématiques nécessitant une attention particulière. Tout d'abord, la demande de capacité de production minimale pour les pelles pourrait être couplée à l'amélioration des profits pour encourager une production supérieure, ce qui n'est actuellement pas le cas. L'élément de rabais sur l'extraction des faces ajouté dans la section 4.3.4, traitant du développement du modèle M2, est ce qui se rapproche le plus d'un élément de profit pour ce modèle. Cependant, cet élément n'a pas été développé dans l'objectif principal de stimuler la production, mais plutôt d'éliminer les symétries dans les solutions, sans biaiser la solution. Ce type de distinction nous amène à la prochaine limitation. L'analyse et le balancement des coûts dans la fonction objectif possède un impact majeur sur les solutions obtenues. À défaut d'obtenir une structure de coûts provenant d'une mine existante, ces coûts doivent être soigneusement choisis afin d'obtenir de bonnes solutions. Cependant, sans pouvoir comparer les solutions avec une planification préexistante, les hypothèses posées pour la sélection des coûts sont difficilement justifiables. De plus, certains raffinements pourraient être susceptibles d'améliorer l'efficacité du modèle. En effet, une logique de construction moins « gloutonne » des regroupements en prétraitement allègerait le modèle et diminuerait les combinaisons possibles d'éléments de solutions. D'ailleurs, il est attendu que l'établissement des regroupements pour un vrai problème de planification des tâches dans une

mine à ciel ouvert serait plutôt direct et beaucoup plus simple que la méthode choisie dans ce mémoire. Cette nécessité de raffinement touche aussi la gestion des précédences. Les contraintes (18) faisant l'usage des ensembles F_c sont responsables de plus de 25% du nombre total de contraintes dans le modèle lorsque nous considérons des exemplaires de type T2 et T3. Une structure de précédences plus simple et plus directe entre les faces pourraient diminuer le nombre de ces contraintes. Il faut cependant faire attention à respecter le lien entre les faces et leur regroupement, ce qui ne permet pas de faire une simple conversion pour les contraintes (18).

En définitive, notre approche optimale se prêterait bien à une planification sur 90 jours faisant l'usage d'une fenêtre mobile (i.e. un horizon fuyant) de 10 jours. Pour ce faire, il est important de diriger les tranches de 10 jours sur les objectifs à long terme et d'assurer la liaison entre celles-ci. Il est possible que l'augmentation de la taille de la mine oblige la diminution du nombre de périodes par tranche. Afin de contourner ce problème lors de la résolution d'un exemplaire de mine de très grande taille, une méthode s'apparentant à la recherche de grands voisinages peut être utilisée. Dans cette méthode, à chaque itération, une portion résoluble et partielle de la mine (i.e. de dimension semblable à des exemplaires complets de type T1) contenant un sous-ensemble des pelles présentes est sélectionnée pour être résolue alors que les éléments extérieurs à cette portion sont fixés. Ces façons de faire pourraient permettre d'obtenir de très bonnes solutions très rapidement.

BIBLIOGRAPHIE

Albareda-Sambola, M., Fernández E. & Laporte, G. (2009). The capacity and distance constrained plant location problem. *Computers & Operations Research*, 36 (2), 597-611.

Bley, A., Boland, N., Fricke, C. & Froyland, G. (2010). A strengthened formulation and cutting planes for the open pit mine production scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 37 (9), 1641-1647.

Boland, N. Fricke, C. & Froyland, G. (2006). A strengthened formulation for the open pit mine production scheduling problem. *Optimization Online*, Consulté le 20 mai 2011, tiré de http://www.optimization-online.org/DB_FILE/2007/03/1624.pdf.

Boland, N., Dumitrescu, I., Froyland, G. & Gleixner, A.M. (2009). LP-based disaggregation approaches to solving the open pit mining production scheduling problem with block processing selectivity. *Computers & Operations Research*, 36, 1064-1089.

Caccetta, L. (2007). Application of Optimisation Techniques in Open Pit Mining. In A. Weintraub, C. Romero, T. Bjørndal, & R. Epstein (Eds.), *Handbook of Operations Research in Natural Resources* (pp. 547-559), Springer.

Caccetta, L. & Hill, S.P. (1999) Optimization Techniques For Open Pit Mine Scheduling. *MODSIM 99*, 203, 895-900.

Chicoisne, R., Espinoza, D., Goycoolea, M., Moreno, E. & Rubio, E. (2009). A new algorithm for the open-pit mine scheduling problem (soumis pour publication).

Desgroseilliers, L.H. (2009). *Système automatisé de conception d'un plan de production minier avec rétroaction.* M.Sc.A. École Polytechnique de Montréal, Qc., Canada.

Dimitrakopoulos, R. & Ramazan, S. (2004). Uncertainty-based production scheduling in open pit mining. *SME Transactions*, 316, 106-112.

Fioroni, M.M., Franzese, L.A.G., Bianchi, T.J., Ezawa, L., Pinto, L.R. & de Miranda Jr., G. (2008). Concurrent Simulation and Optimization Models for Mining Planning. *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference*, Miami, FL, 759-767.

Gershon, M. (1987). Heuristic approaches for mine planning and production scheduling. *International Journal of Mining and Geological Engineering*, 5, 1-13.

Hochbaum, D.S., Chen, A. (2000). Performance analysis and best implementations of old and new algorithms for the Open – Pit Mining Problem. *Oper. Res.*, 48(6), 894-914.

Johnson, E.L., Nemhauser, G.L. & Savelsbergh, M.W.P. (2000). Progress in Linear Programming-Based Algorithms for Integer Programming: An Exposition. *INFORMS Journal on Computing*, 12 (1), 2-24.

Leite, A. & Dimitrakopoulos, R. (2007). Stochastic optimisation model for open pit mine planning: application and risk analysis at copper deposit. *Mining Technology*, 116 (3), 109-118.

Lestage, P., Mottola, L., Scherrer, R. & Soumis, F. (1993). A Computerized Tool for Short Range Production Planning in Use at the Mont Wright Operation. *Proceedings of the International Symposium on the application of computers and operations research in the mineral industries*, (Vol. 2, pp. 67-74). Montréal: Elbrond and Tang.

McKenzie, P., Newman, A.M. & Tenorio, L. (2008). Front Range Aggregates Optimizes Feeder Movements at Its Quarry. *Interfaces*, 38 (6), 436-447.

Newman, A.M., Rubio, E., Caro, R., Weintraub, A. & Eurek, K. (2010). A Review of Operations Research in Mine Planning. *Interfaces*, 40 (3), 222-245.

Picard, J.C. (1976). Maximal Closure of a Graph and Applications to Combinatorial Problems. *Management Science*, 22 (11), 1268-1272.

Ramazan, S. (2007). The new Fundemental Tree Algorithm for production scheduling of open pit mines. *European Journal of Operational Research*, 177, 1153-1166.

Sattarvand, J. & Niemann-Delius, C. (2008). Perspective of metaheuristics optimization methods in open pit production planning. *Proceedings of the XXI World Mining Congress*, Kraków, Poland, 143-155.

Smith, M.L. (1998). Optimizing short-term production schedules in surface mining: Integrating mine modeling software with AMPL/CPLEX. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 12 (4), 149-155.

ANNEXE 1 – DISTRIBUTION DES CONTRAINTES SELON LE TYPE D'EXEMPLAIRE

Contraintes	T1	T2	T3
15	22.8%	15.6%	13.6%
16	9.1%	10.9%	12.3%
19	9.1%	10.9%	12.3%
20	9.1%	10.9%	12.3%
18	7.6%	25.2%	27.2%
13	5.1%	3.2%	2.8%
14	5.1%	3.2%	2.8%
5	5.1%	3.2%	2.8%
7	4.6%	3.1%	2.7%
17	4.6%	3.1%	2.7%
21	4.6%	3.1%	2.7%
22	4.6%	3.1%	2.7%
23	4.6%	3.1%	2.7%
24	1.0%	0.4%	0.1%
25	1.0%	0.4%	0.1%
4	0.8%	0.2%	0.1%
2	0.2%	0.0%	0.0%
3	0.2%	0.0%	0.0%
6	0.2%	0.0%	0.0%
8	0.2%	0.0%	0.0%
9	0.2%	0.0%	0.0%
10	0.2%	0.0%	0.0%
11	0.2%	0.0%	0.0%
12	0.2%	0.0%	0.0%