

Titre: Étude unidirectionnelle de la distribution de température dans un échantillon viscoélastique en fatigue de flexion
Title: Unidirectional study of temperature distribution in a viscoelastic sample under bending fatigue

Auteurs: Robert Vinet, Richard Connolly, & Raymond Gauvin
Authors:

Date: 1980

Type: Rapport / Report

Référence: Vinet, R., Connolly, R., & Gauvin, R. (1980). Étude unidirectionnelle de la distribution de température dans un échantillon viscoélastique en fatigue de flexion. (Rapport technique n° EP-R-80-32). <https://publications.polymtl.ca/6014/>
Citation:

Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/6014/>
PolyPublie URL:

Version: Version officielle de l'éditeur / Published version

Conditions d'utilisation: Tous droits réservés / All rights reserved
Terms of Use:

Document publié chez l'éditeur officiel

Document issued by the official publisher

Institution: École Polytechnique de Montréal

Numéro de rapport: EP-R-80-32
Report number:

URL officiel:
Official URL:

Mention légale:
Legal notice:

BIBLIOTHÉQUE

NOV 3 1980

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL



DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

SECTION DESIGN de MACHINES

ETUDE UNIDIRECTIONNELLE DE LA DISTRIBUTION
DE TEMPERATURE DANS UN ÉCHANTILLON
VISCOELASTIQUE EN FATIGUE DE FLEXION

par

ROBERT VINET, RICHARD CONNOLLY

et

RAYMOND GAUVIN

Octobre 1980

No. EP-80-R-32

Ecole Polytechnique de Montréal

CA2PQ
UP 5
R80-32

Campus de l'Université
de Montréal
Case postale 6079
Succursale 'A'
Montréal, Québec
H3C 3A7

Bibliothèque

COTE

CH2PQ

NP 5

RBO-32

Ecole
Polytechnique

MONTRÉAL



BIBLIOTHÉQUE

NOV 3 1980

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
MONTRÉAL

ETUDE UNIDIRECTIONNELLE DE LA DISTRIBUTION DE TEMPERATURE
DANS UN ECHANTILLON VISCOELASTIQUE EN FATIGUE DE FLEXION

par

Robert Vinet, Richard Connolly

et

Raymond Gauvin

Rapport No. EP-80-R-32

Département de Génie Mécanique

Ecole Polytechnique

Montréal, Québec, Canada

Octobre 1980

A CONSULTER
SUR PLACE

RESUME

Le présent travail traite de la distribution de température, à l'état permanent, dans un échantillon thermoplastique, soumis à des essais de fatigue en flexion.

Un modèle mathématique de l'échantillon a été développé pour solutionner les équations de transfert de chaleur dans une direction choisie, analytiquement et par différences finies. La section minimale de l'échantillon est analysée, à cause de la symétrie de la génération de chaleur près de cet endroit. La simplicité du modèle et la connaissance de la solution analytique nous permettent de se familiariser avec les méthodes numériques de Gauss-Seidel et de relaxation successive (SOR), pour le même problème.

Ces méthodes numériques seront appliquées ultérieurement dans des modèles à deux et trois dimensions, idéalisant l'échantillon entièrement. Le facteur de relaxation, le critère de convergence et la dimension de l'élément de la grille ont été optimisés. L'acétal homopolymère et le nylon 66 ont été étudiés. On a tenu compte, dans le modèle numérique, de la variation en fonction de la température, de certaines propriétés mécaniques de ces matériaux telles que le facteur de dissipation et le module de Young.

Table des matières

Résumé	ii
Liste des figures	v
Introduction	1
Chapitre I	3
Etude analytique du modèle mathématique	
1.1 Contrainte et génération de chaleur	3
1.2 Idéalisation du modèle	5
1.3 Distribution de température analytique du modèle	5
Chapitre II	13
Analyse numérique du modèle mathématique	
2.1 Méthode itérative de Liebmann	13
2.2 Méthode de surrelaxation successive (SOR)	15
Chapitre III	18
Equations d'équilibre théorique du modèle mathématique	
3.1 Equation du noeud à la base du modèle	18
3.2 Equation du noeud interne	19
3.3 Equation du noeud près de la surface	19
3.4 Equation du noeud à la surface	20
3.5 Critère de convergence	21
3.6 Programmation numérique	21
Chapitre IV	23
Etude des propriétés mécaniques de l'acétal homopolymère et du Nylon 66	
Chapitre V	32
Comparaison de la méthode numérique avec la méthode analytique	

5.1	Facteur de relaxation optimal	32
5.2	Critère de convergence	33
5.3	Dimension de l'élément de la grille du modèle	34
5.4	Comparaison de la solution numérique et analytique	34
	dans le modèle	
<u>Chapitre VI</u>	45
Comparaison des résultats expérimentaux et numériques obtenus des échantillons d'acétal homopolymère et de Nylon 66		
<u>Chapitre VII</u>	50
Conclusion	50
Références	53
<u>Appendice A</u>	Localisation de la contrainte maximale à la surface de l'échantillon	A.1
<u>Appendice B</u>	Evaluation du coefficient de convection h au centre de la partie courbe de l'échan- tillon en mouvement de flexion	B.1
B.1	Calcul de h en convection libre	B.1
B.2	Calcul de h en convection forcée	B.5
B.2.1	Evaluation de la vitesse moyenne au centre de la surface courbe de l'échantillon durant une période	B.6
B.2.2	Evaluation de la flèche au centre de la partie	B.7
B.2.3	Résultats	B.8
B.2.4	Conclusion	B.9
<u>Appendice C</u>	Imprimé du programme ECHANTILLON 1-D	C.1

Liste des figures

Figure 1.1	Géométrie et dimensions de l'échantillon	8.
Figure 1.2	Montage de l'échantillon	9.
Figure 1.3	Contrainte et taux de génération de chaleur à la fibre externe d'un échantillon d'acétal homopolymère	10.
Figure 1.4	Contrainte et taux de génération de chaleur à la fibre externe d'un échantillon de nylon 66	11.
Figure 1.5.a	Idéalisation du modèle unidirectionnel	12.
Figure 1.5.b	Modèle étudié	12.
Figure 2.1	Ordre de balayage du calcul de chaque noeud (i, j)	17.
Figure 3.1	Subdivision du modèle unidirectionnel en éléments discrets..	22.
Figure 4.1	Facteur de dissipation de chaleur - tan δ pour l'acétal Delrin (.812 oz/po ³)	26.
Figure 4.2	Module dynamique de Young - E' pour l'acétal Delrin (.812 oz/po ³)	27.
Figure 4.3	Facteur de dissipation de chaleur - tan δ pour l'acétal Delrin (.835 oz/po ³)	28.
Figure 4.4	Module dynamique de Young - E' pour l'acétal Delrin (.835 oz/po ³)	29.
Figure 4.5	Facteur de dissipation de chaleur - tan δ pour le Nylon 66 (50% HR)	30.
Figure 4.6	Module dynamique de Young - E' pour le nylon 66 (50% HR) ...	31
Figure 5.1	Etude du facteur de relaxation optimal pour l'acétal Delrin	35.
Figure 5.2	Etude du facteur de relaxation optimal pour le nylon 66.....	36 .
Figure 5.3	Variation du facteur de relaxation optimal en fonction de la dimension de la grille pour l'acétal Delrin	37.
Figure 5.4	Variation du facteur de relaxation optimal en fonction de la grille pour le nylon 66	38.
Figure 5.5	Convergence des températures numériques à l'axe neutre..... pour l'acétal Delrin	39.

Figure 5.6	Convergence des températures numériques à l'axe neutre 40. pour le nylon 66
Figure 5.7	Températures numériques et analytiques à l'axe neutre 41. selon les dimensions de la grille pour l'acétal Delrin
Figure 5.8	Températures numériques et analytiques à l'axe neutre 42. selon les dimensions de la grille pour le nylon 66
Figure 5.9	Comparaison de la solution numérique et analytique du 43. modèle pour l'acétal Delrin
Figure 5.10	Comparaison de la solution numérique et analytique du 44. modèle pour le nylon 66
Figure 6.1	Comparaison des résultats expérimentaux à la section 47. minimale de l'échantillon d'acétal et des résultats numériques du modèle
Figure 6.2	Comparaison des résultats expérimentaux à la section 48. minimale de l'échantillon de nylon 66 et des résultats numériques du modèle.

ETUDE UNIDIRECTIONNELLE DE LA DISTRIBUTION DE TEMPERATURE DANS UN ECHANTILLON VISCOELASTIQUE EN FATIGUE DE FLEXION

INTRODUCTION

Un échantillon d'un matériau viscoélastique soumis à des charges cycliques de flexion génère une quantité de chaleur en fonction du type de chargement et des propriétés du matériau. Le comportement viscoélastique de celui-ci et les mécanismes de dissipation de chaleur contribue à l'établissement d'un régime permanent de température à l'intérieur de l'échantillon. Dans un tel cas, l'analyse des contraintes maximales est insuffisante à elle seule pour prédire le point de départ d'une rupture en fatigue. En effet, la température maximale n'est pas nécessairement située là, où la contrainte est maximale. Comme la capacité de charge des thermoplastiques est fortement influencée par la température, le point d'amorce d'une fissure peut très bien se situer sous la surface, à l'intérieur de l'échantillon. Ceci fut d'ailleurs observé expérimentalement pour certains thermoplastiques. Une connaissance de la distribution de température à l'état permanent et la localisation des températures maximales à l'intérieur de l'échantillon est donc nécessaire.

Ce rapport a pour objet l'étude du comportement thermomécanique en fatigue de flexion des matériaux viscoélastiques, à l'aide des techniques numériques par différences finies. Pour mieux coordonner ces travaux avec ceux menés sur les engrenages, l'épaisseur minimale de l'échantillon utilisé dans cette étude a été choisie égale à l'épaisseur d'une dent (.1896"), au cercle de base d'un engrenage ayant un pas diamétral de 10 et un angle de pression de 20°. Tenant compte, suivant la direction longitudinale de l'échantillon,

de la symétrie de la génération de chaleur près de cette épaisseur minimale, la distribution de température à l'intérieur d'une tranche unitaire le long de cette épaisseur minimale, i.e. perpendiculairement à l'axe longitudinal sera analysée. Le modèle mathématique ainsi étudié est unidirectionnel et la solution analytique de la température peut être obtenue. Les techniques numériques de Gauss-Seidel et de surrelaxation successive (SOR) seront utilisées. Un facteur de relaxation, utilisé dans SOR, réduisant au minimum le nombre d'itération, un critère de convergence (précision) permettant la convergence des résultats et une dimension de la grille, minimisant la différence entre la solution exacte et numérique seront trouvés.

Le facteur de dissipation ($\tan \delta$) et le module de Young (E') varient considérablement avec la température pour les matériaux thermoplastiques étudiés. De façon à tenir compte de cette variation dans le modèle, ces paramètres seront approximés pour l'écart de température analysé avec un polynôme du 6 ième degré. Les coefficients du polynôme seront trouvés à l'aide de la technique de lissage de courbe par la méthode des moindres carrés. A chaque itération durant le calcul numérique, ces paramètres seront réévalués selon la température à chaque noeud. Finalement, une comparaison des résultats numériques et analytiques (solution exacte) sera présentée avec quelques résultats expérimentaux obtenus à la section minimale de l'échantillon, à partir d'essais en fatigue de flexion sur les matériaux d'acétal homopolymère de nylon 66.

CHAPITRE I

ETUDE ANALYTIQUE DU MODELE MATHEMATIQUE

Dans cette étude, nous analyserons le comportement d'un échantillon soumis à de la flexion par rotation d'encastrement. La forme de l'échantillon est montrée à la figure 1.1. L'épaisseur minimale de la section la plus sollicitée correspond à l'épaisseur, à la racine d'une dent d'un engrenage d'un pas de 10 et d'un angle de pression de 20° . Les dimensions de l'engrenage sont de 3 pouces de diamètre et un pouce de largeur.

L'essai de flexion en fatigue de l'échantillon est basé sur la méthode de déformation à amplitude constante. L'appareil utilisé a été développé à l'Ecole Polytechnique, département de génie mécanique (1). Dans cet appareil, une extrémité de l'échantillon est encastrée tandis que l'autre extrémité est fixée à un roulement qui se déplace dans une rainure horizontale (figure 1.2). L'encastrement oscillant suivant un angle donné induit des contraintes dans l'échantillon qui sont mesurées à l'aide d'un extensomètre pré-calibré, fixé à l'autre extrémité du spécimen.

1.1 Contrainte et génération de chaleur

Lorsqu'un tel échantillon est soumis à la flexion, l'analyse de la contrainte à la fibre externe démontre que la contrainte maximale pour l'acétal et le nylon se situe à environ 0.033" à gauche (vers l'encastrement) du point d'épaisseur minimale tel que montré à la figure 1.3 et 1.4 respectivement. Le développement mathématique calculant la position de la contrainte maximale est montré à l'appendice A.

Cette contrainte est calculée selon la théorie développée pour une poutre en flexion:

$$\sigma = \frac{My}{I} \quad (1.1)$$

où M = moment fléchissant

y = distance de l'axe neutre

I = moment d'inertie de la section

Le taux de génération de chaleur par unité de volume d'un échantillon soumis à des efforts cycliques en flexion est exprimé selon l'équation suivante: (2), (3).

$$GR = \frac{W\sigma^2 \operatorname{tg} \delta}{2E'(1 + \operatorname{tg}^2 \delta)} \quad (1.2)$$

où W = fréquence d'oscillation

σ = contrainte

$\operatorname{tg} \delta$ = facteur de dissipation

E' = module d'élasticité réel (Young)

Ce taux de génération étant fonction du carré de la contrainte, le maximum apparaîtra au point où la contrainte est maximale tel que montré à la figure 1.3 et 1.4 pour l'acétal et le nylon respectivement.

1.2 Idéalisation du modèle

A cause de la symétrie observée dans la courbe du taux de génération de chaleur (figure 1.3 et 1.4) située très près (.033") de l'épaisseur minimale de l'échantillon, une tranche unitaire le long de cette épaisseur sera étudiée en supposant un écoulement unidirectionnel suivant l'axe y (figure 1.5). La longueur de cette tranche sera la moitié de l'épaisseur minimale de l'échantillon, soit .0948".

1.3 Distribution de température analytique du modèle

Une balance d'énergie en régime permanent pour le calcul de la distribution de température analytique du modèle nous amène à l'équation elliptique de Poisson (4). Pour un écoulement de chaleur unidirectionnel suivant y , en supposant que $\text{tg } \delta$, E' et k sont constants dans le domaine d'intérêt, nous avons:

$$\frac{d^2T}{dy^2} + \frac{GR}{k} = 0 \quad (1.3)$$

où GR = taux de génération de chaleur

k = coefficient de conductibilité

Le modèle est pris comme étant isolé à sa base, à cause de la symétrie de part de d'autre de l'axe neutre. Il est par contre exposé à l'air ambiant à son extrémité, représentant la surface de l'échantillon (voir figure 1.5). Les conditions aux frontières sont les suivantes:

$$dT/dy = 0 \quad y = 0$$

$$kdT/dy + h(T - T_a) = 0 \quad y = L$$

où h = coefficient de convection

T_a = température ambiante

L = longueur du modèle

Remplaçant la contrainte (1.1) dans (1.2) en utilisant la coordonnée y , le taux de génération de chaleur est exprimé comme suit:

$$GR = Ky^2 \quad (1.4)$$

où

$$K = \frac{WM^2 \ tg \delta}{2E'I^2 (1+tg^2\delta)}$$

Remplaçant (1.4) dans (1.3) et intégrant, nous avons:

$$\frac{dT}{dy} + \frac{Ky^3}{3k} = c_1 \quad (1.5)$$

Intégrant de nouveau (1.5), nous obtenons la distribution de température:

$$T = -\frac{Ky^4}{12k} + c_1y + c_2 \quad (1.6)$$

Avec les conditions aux frontières données, la solution analytique de la distribution de température dans le modèle unidirectionnel est:

$$T = K \left[\frac{-y^4}{12k} + \frac{L^3}{3h} + \frac{L^4}{12k} \right] + T_a \quad (1.7)$$

Le choix de $\operatorname{tg} \delta$ et E' pour le calcul de la solution analytique se fera à partir de la moyenne des températures numériques obtenus à la convergence. A partir de cette température moyenne, ces paramètres seront évalués selon les matériaux tel que décrits au chapitre 4. De la distribuiton de température analytique trouvée avec (1.7), la moyenne des températures sera trouvée. Si de cette température, les valeurs de $\operatorname{tg} \delta$ et E' ne correspondent pas au choix précédent de ces paramètres, ceux-ci seront réévalués de nouveau à partir de cette température moyenne et une nouvelle solution analytique sera calculée jusqu'à ce qu'une convergence soit réalisée avec une précision de 0.1°F .

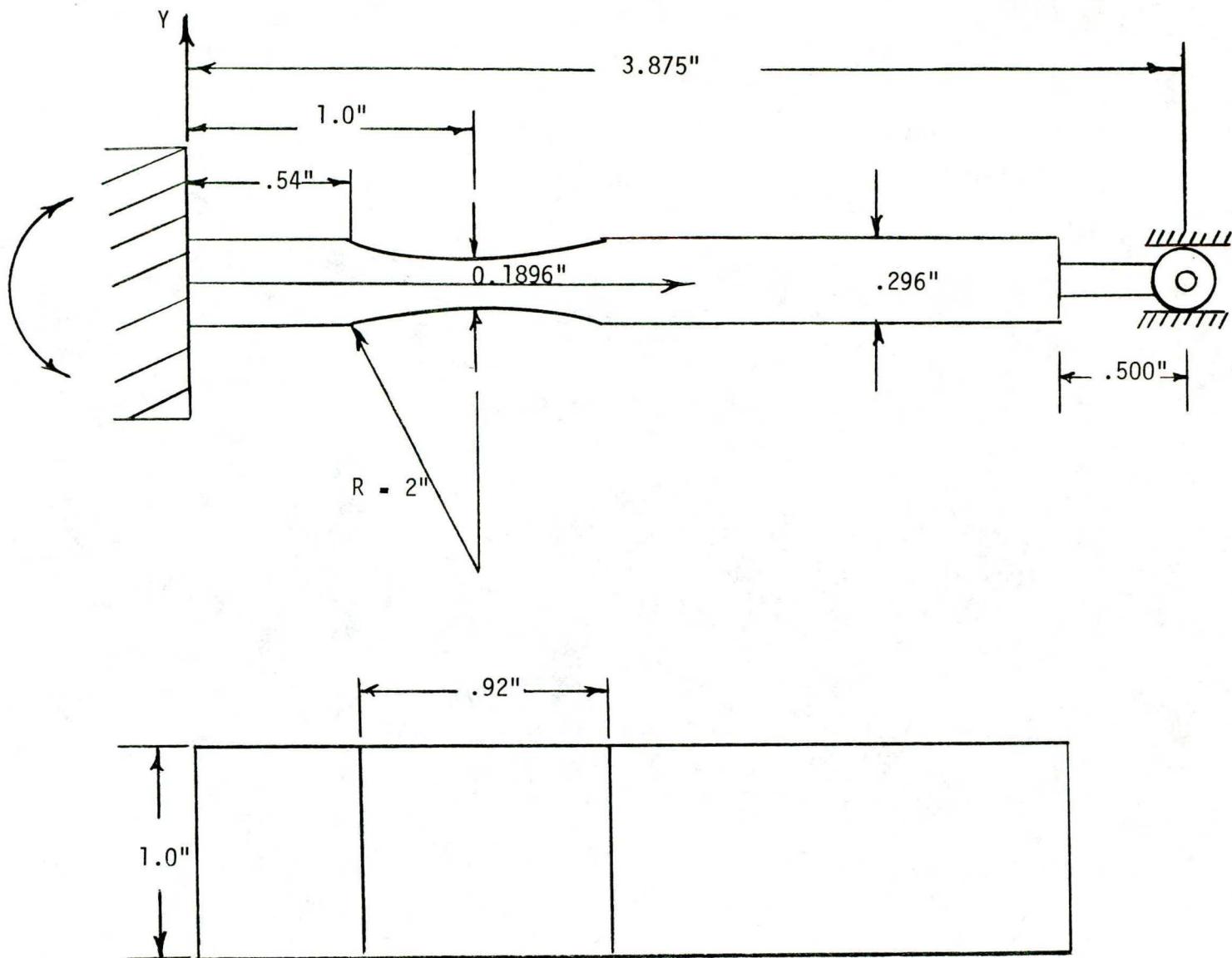


Figure 1.1 Géométrie et dimensions de l'échantillon

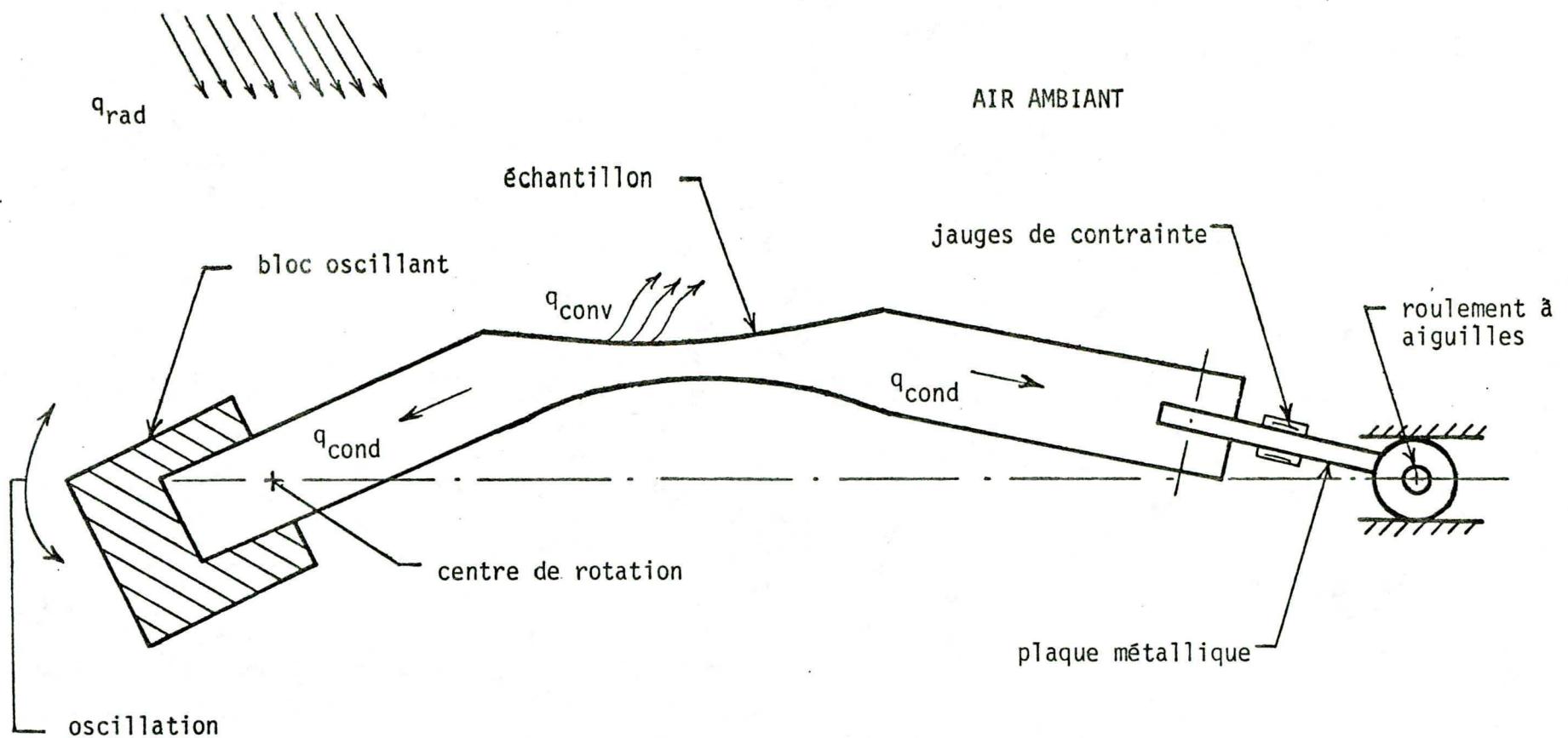


FIG. 1.2 Montage de l'échantillon

Taux de génération de chaleur (BTU/hr pi³)

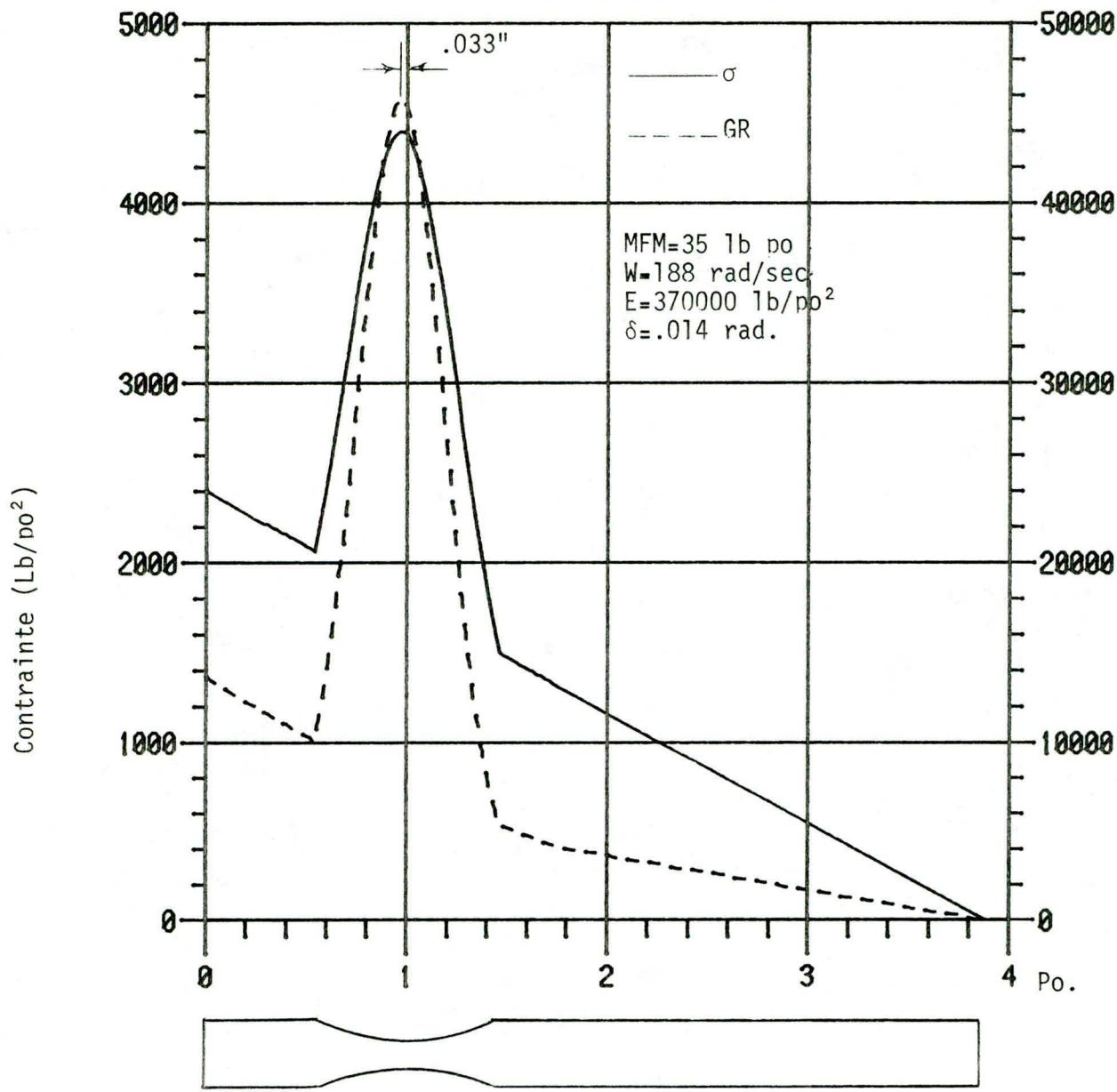


Figure 1.3 Contrainte et taux de génération de chaleur à la fibre externe d'un échantillon d'acétal Delrin.

Taux de génération de chaleur (BTU/hr pi³)

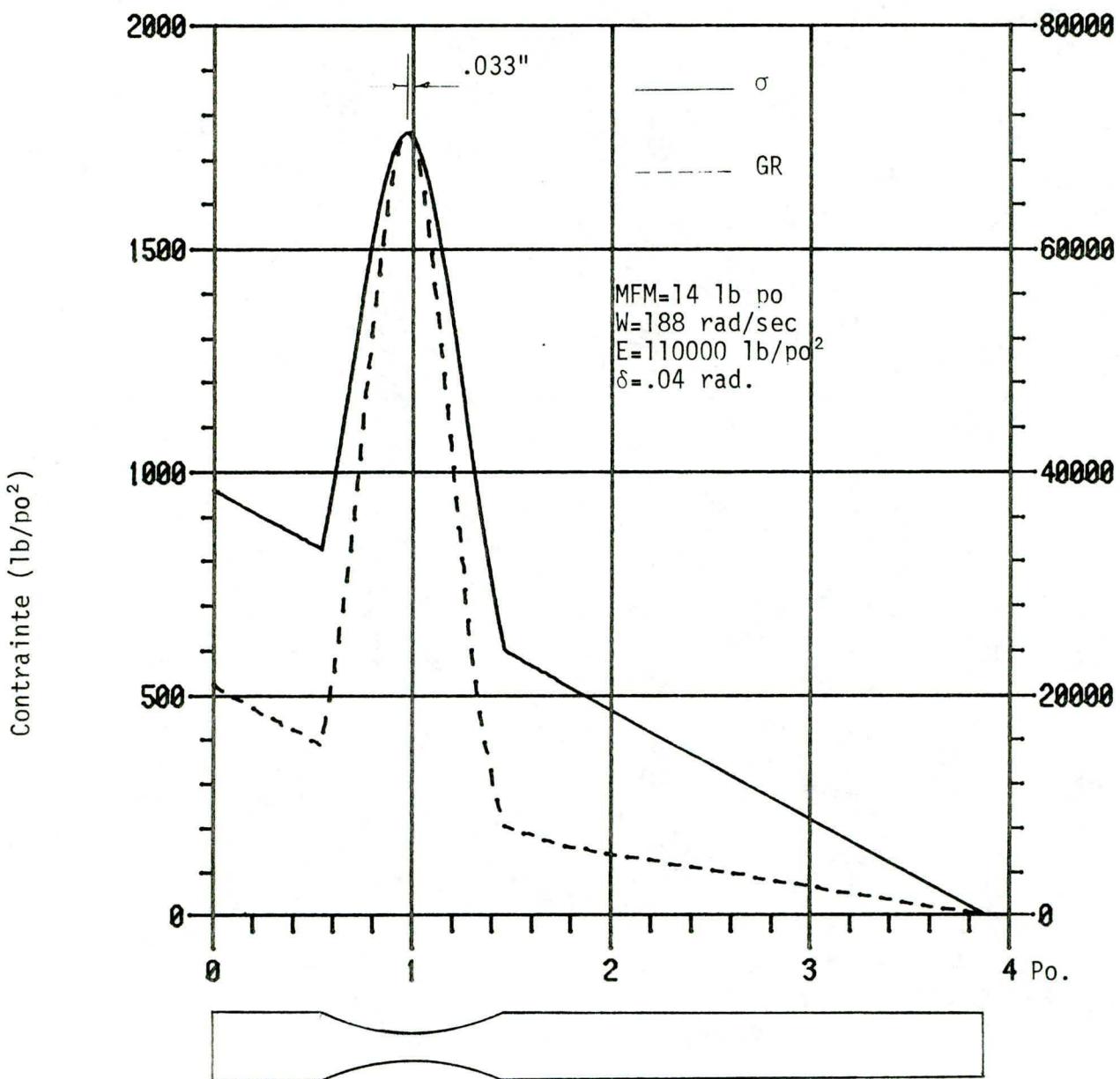


Figure 1.4 Contrainte et taux de génération de chaleur à la fibre externe d'un échantillon de nylon 66.

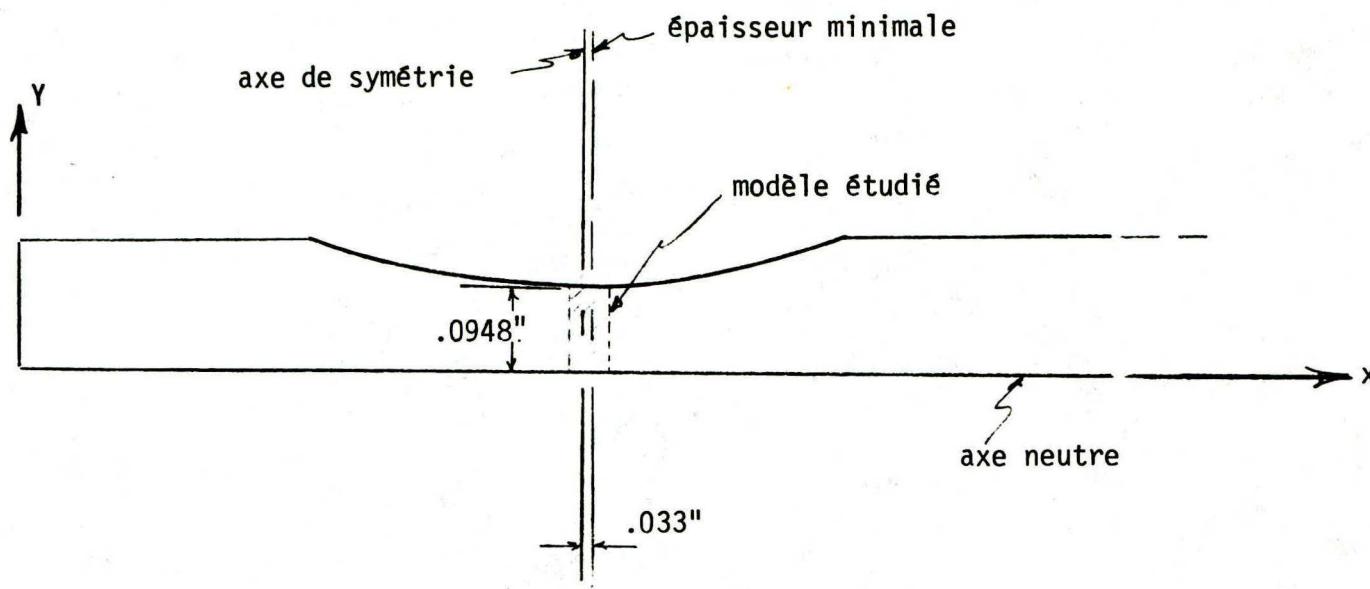


Figure 1.5.a Idéalisation du modèle unidirectionnel

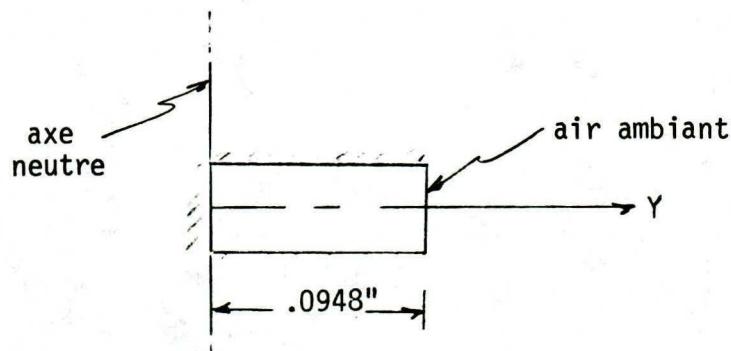


Figure 1.5.b Modèle étudié

CHAPITRE II
ANALYSE NUMERIQUE DU MODELE MATHEMATIQUE

La méthode itérative par différences finies, utilisée pour l'analyse du modèle en régime permanent, est la méthode de Gauss-Seidel ou méthode des déplacements successifs. Pour le cas particulier, de la solution d'une équation différentielle elliptique comme l'équation de Poisson, on l'appelle la méthode de Liebmamn (5), (7). Afin d'accélérer la convergence de la solution, nous utilisons la méthode de surrelaxation successive (SOR) (6) qui consiste à appliquer un facteur, appelé facteur de relaxation, sur le résidu afin de faire tendre celui-ci à zéro plus rapidement. Nous utiliserons ces méthodes pour solutionner le modèle à une dimension. Une description sommaire sera présentée ici pour expliciter la méthodologie que nous utiliserons.

2.1 Méthode itérative de Liebmamn (7)

Pour le cas de problème thermique, en deux dimensions, avec génération de chaleur, nous avons à résoudre l'équation de Poisson

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{GR(x,y)}{k} = 0$$

où $GR(x,y)$ = taux de génération de chaleur

k = coefficient de conductibilité

La partie gauche de l'équation est approximé par différences finies de la façon suivante:

$$\nabla^2 U(x,y) = \frac{1}{h^2} [U(x+h,y) + U(x,y+h) + U(x-h,y) + U(x,y-h) - 4U(x,y)]$$

où h = dimension de l'élément de la grille

En ajoutant le taux de génération de chaleur à cette approximation, nous pouvons écrire selon Liebmann pour l'itération n .

$$U_n(x,y) = \frac{1}{4} [U_n(x,y-h) + U_n(x-h,y) + U_{n-1}(x,y+h) + U_{n-1}(x+h,y)] + \frac{h^2 GR}{4k} (x,y) \quad (2.1)$$

L'ordre de balayage lors du calcul de chaque noeud est important, car on utilise pour les noeuds précédents le noeud choisi (x,y) , les valeurs U calculées durant l'itération actuelle (n). La figure 2.1 montre, pour une grille rectangulaire, l'ordre de balayage de bas en haut et de gauche à droite.

2.2 Méthode de surrelaxation successive (SOR) (6), (7), (8)

L'équation (2.1) peut être réarrangée de la façon suivante:

$$\begin{aligned} U_n(x,y) &= U_{n-1}(x,y) + \left\{ \frac{1}{4} \left[U_{n-1}(x+h,y) + U_{n-1}(x,y+h) + U_n(x-h,y) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + U_n(x,y-h) - 4U_{n-1}(x,y) + h^2 \frac{\text{GR}}{k}(x,y) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

où la partie entre {} s'appelle le résidu

Le but de la méthode itérative est de faire tendre ce résidu à zéro le plus rapidement. Pour accélérer le processus d'itération, au lieu de corriger la valeur $U_n(x,y)$ par ce résidu, nous le corrigerons par le produit de ω par le résidu où ω est un facteur de relaxation et $0 < \omega < 2$. Pour les valeurs de $0 < \omega < 1$, le processus s'appelle de la sousrelaxation et pour les valeurs de $1 < \omega < 2$, de la surrelaxation. Différentes méthodes pour calculer ω sont décrites dans les références (9), (10) utilisant des équations empiriques ou des équations fonctions de la plus petite valeur propre du système d'équations différentielles. Pour l'étude de notre modèle, nous choisirons un facteur de relaxation optimal après différents essais de ce facteur pour un nombre d'itérations minimal.

L'équation (2.2) sera donc réécrite suivant SOR

où:

$$\begin{aligned} U_n(x,y) &= U_{n-1}(x,y) + \omega \left\{ \frac{1}{4} \left[U_{n-1}(x+h,y) + U_{n-1}(x,y+h) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + U_n(x-h,y) + U_n(x,y-h) - 4U_{n-1}(x,y) + h^2 \frac{\text{GR}}{k}(x,y) \right] \right\} \end{aligned}$$

Isolant le terme $U_{n-1}(x,y)$, nous avons:

$$U_n(x,y) = (1 - \omega) U_{n-1}(x,y) + \omega \left\{ \frac{1}{4} \left[U_{n-1}(x+h,y) + U_{n-1}(x,y+h) \right. \right. \\ \left. \left. + U_n(x-h,y) + U_n(x,y-h) + h^2 \frac{GR}{k}(x,h) \right] \right\} \quad (2.3)$$

Ainsi, l'équation (2.3) pour la méthode de surrelaxation successive peut être obtenue de l'équation (2.1) de Liebmann par le processus suivant:

$$U_n(x,y) = (1 - \omega) U_{n-1}(x,y) + \omega \left\{ \begin{array}{l} \text{le membre de droite de l'équation} \\ (2.1) \text{ ou son équivalent pour } U_n(x,y) \\ \text{selon Liebmann.} \end{array} \right\}$$

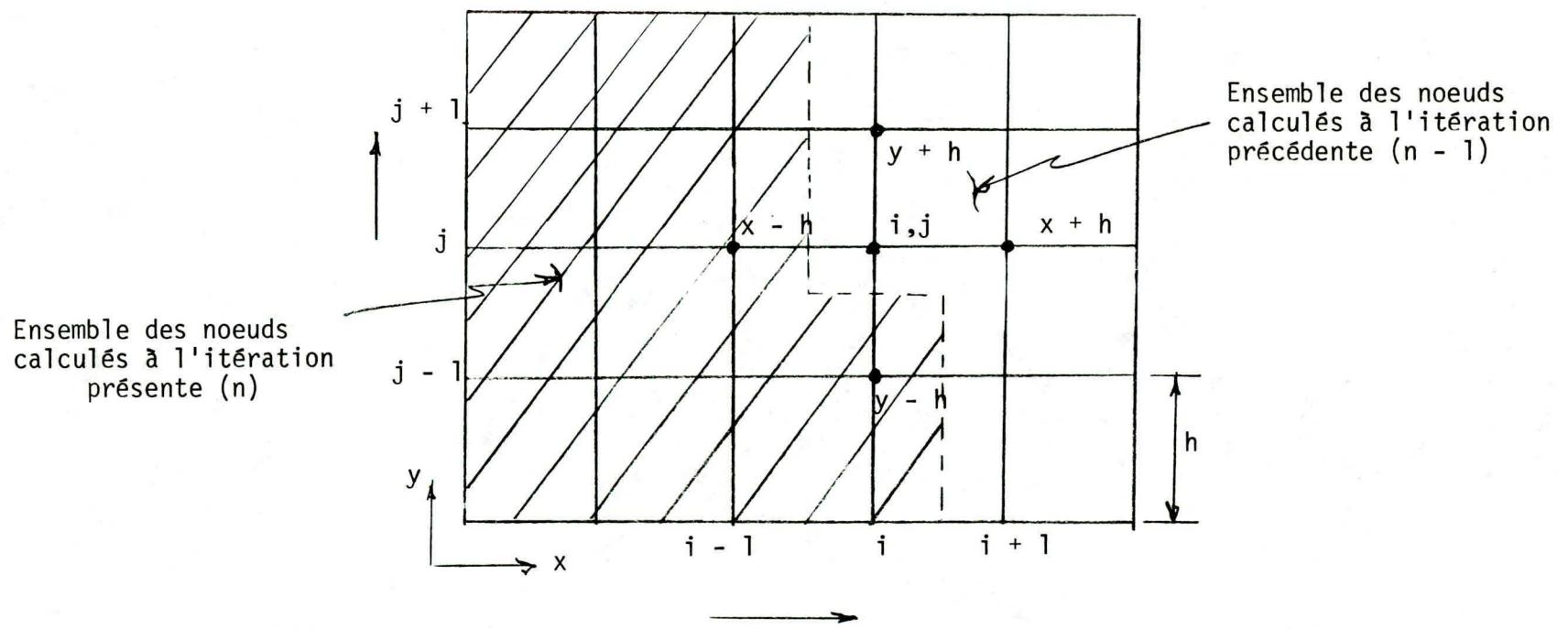


Figure 2.1 Ordre de balayage du calcul de chaque noeud (i, j)

CHAPITRE IIIEQUATIONS D'EQUILIBRE THERMIQUE DU MODELE MATHEMATIQUE

Le modèle unidirectionnel subdivisé en éléments discrets est montré à la figure 3.1. Quatre noeuds sont caractéristiques dans cette subdivision et nécessitent des équations de transfert de chaleur différentes selon leur position dans le modèle.

Les noeuds sont les suivants:

1. noeud à la base du modèle ($y = 0$)
2. noeud interne ($0 < y < L - b\Delta y$)
3. noeud près de la surface ($y = L - b\Delta y$)
4. noeud à la surface ($y = L$)

Les équations de conservation d'énergie à ces noeuds seront développées.

3.1 Equation du noeud à la base du modèle

Cette frontière est située à l'axe neutre de l'échantillon et est considérée comme isolée par symétrie. Aussi le taux de génération de chaleur est nul à l'axe neutre.

d'où pour $i = 1$

$$k \left[\frac{T(i+1) - T(i)}{\Delta y} \right] = 0$$

où $T(i)$ = Température au noeud i

k = coefficient de conductibilité

et

$T(1) = T(2)$

De (2.3), à l'itération n , nous avons pour un facteur de relaxation ω

$$T(1)_n = (1 - \omega) T(1)_{n-1} + \omega T(2)_{n-1}$$

3.2 Equation du noeud interne

Par conservation d'énergie, l'équation de transfert de chaleur d'un noeud interne par rapport aux noeuds adjacents est:

$$k \left[\frac{T(i+1) - T(i)}{\Delta y} \right] + k \left[\frac{T(i-1) - T(i)}{\Delta y} \right] + GR(i) \Delta y = 0$$

où GR = Taux de génération de chaleur par unité de volume

Isolant $T(i)$ et réarrangeant pour l'itération n , nous obtenons:

$$T(i)_n = (1 - \omega) T(i)_{n-1} + \frac{\omega}{2} \left[T(i+1)_{n-1} + T(i-1)_n + GR(i) \frac{(\Delta y)^2}{k} \right]$$

3.3 Equation du noeud près de la surface

L'élément n'étant parfois pas complet à la surface, nous utiliserons le facteur b pour indiquer la partie d'élément considéré, pour le transfert de chaleur de ce noeud au noeud à la surface.

Par conservation d'énergie, l'équation de transfert de chaleur du noeud près de la surface aux noeuds adjacents est:

$$k \left[\frac{T(i-1) - T(i)}{\Delta y} \right] + k \left[\frac{T(i_{\max}) - T(i)}{b\Delta y} \right] + \frac{GR(i) \Delta y (1+b)}{2} = 0$$

Isolant $T(i)$ et réarrangeant pour l'itération n , nous obtenons:

$$T(i)_n = (1 - \omega) T(i)_{n-1} + \frac{\omega}{1 + \frac{1}{b}} \left[T(i-1)_n + \frac{1}{b} T(i_{\max})_{n-1} + \frac{GR(i) (\Delta y)^2 (1+b)}{2k} \right]$$

3.4 Equation du noeud à la surface

Ce noeud étant en contact avec l'air ambiant, le phénomène de convection sera considéré en plus de la conductibilité du noeud près de la surface.

Par conservation d'énergie, l'équation de transfert de chaleur du noeud à la surface est:

$$k \left[\frac{T(i_{\max} - 1) - T(i_{\max})}{b\Delta y} \right] + GR(i_{\max}) \frac{b\Delta y}{2} + h \left[Ta - T(i_{\max}) \right] = 0$$

où h = coefficient de convection

Ta = température ambiante

Isolant $T(i_{\max})$ et définissant $BI = h\Delta y/k$, nous obtenons pour l'itération n :

$$T(i_{\max})_n = (1 - \omega) T(i_{\max})_{n-1} + \frac{\omega}{1 + BI} \left[\frac{T(i_{\max} - 1)_n}{b} + \frac{GR(i_{\max}) b (\Delta y)^2}{2k} + BI \cdot Ta \right]$$

3.5 Critère de convergence

A la fin de chaque itération, la température actuelle est comparée avec la température calculée durant l'itération précédente. La différence entre ces deux températures est le résidu. Théoriquement, ce résidu doit tendre vers zéro. Le critère de convergence choisi ou la précision demandée sera comparé à ce résidu et terminera le processus itératif lorsque le résidu sera inférieur à ce critère. Pour notre modèle mathématique, la racine de la moyenne de la somme du carré du résidu à chaque noeud (r.m.s.) sera comparée au critère de convergence afin d'uniformiser l'erreur sur le modèle.

$$\text{résidu moyen} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n R_i^2}{n}}$$

où n = nombre de noeuds

R_i = résidu du noeud i

3.6 Programmation numérique

Les équations de température furent programmées en langage FORTRAN IV dont la liste du programme apparaît à l'appendice C.2.

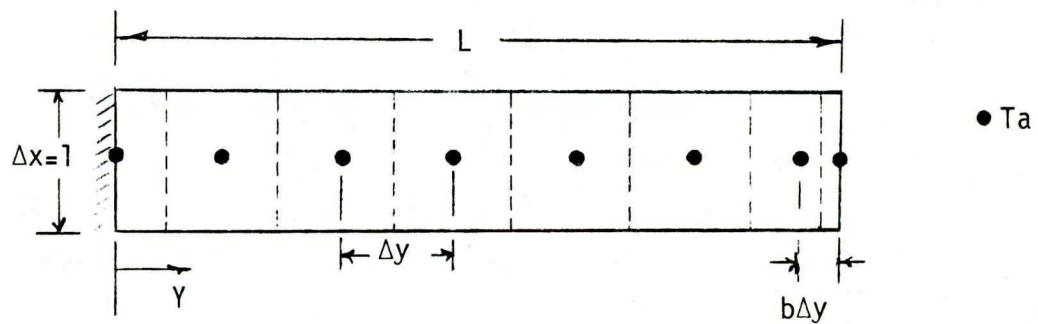


Figure 3.1 Subdivision du modèle unidirectionnel en éléments discrets

CHAPITRE IV

ETUDE DES PROPRIETES MECANIQUES DE L'ACETAL

HOMOPOLYMER ET DU NYLON 66

La comparaison des résultats numériques avec les résultats expérimentaux obtenu d'un échantillon thermique nécessite un choix des propriétés mécaniques de l'échantillon se rapprochant le plus de la réalité associée aux matériaux étudiés et aux types d'essais. Les propriétés utilisées dans notre modèle seront choisies dans la littérature. Les deux paramètres démontrant le plus de variations avec l'élévation de température sont le module dynamique de Young (E') et le facteur de dissipation de chaleur ($\tan \delta$).

Pour l'acetal, deux échantillons de densité différente seront étudiés. Le module de Young E' , sera obtenu à partir du module de cisaillement (12) avec la relation:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

où: G = module de cisaillement

E = module de Young

ν = coefficient de Poisson (0.35)

Le facteur de dissipation sera évalué à partir du décrément logarithmique mesuré par la méthode du pendule de torsion (ASTM - D2236).

où

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\Delta}{\pi}$$

Δ = décrément logarithmique

Avec le nylon, le facteur de dissipation présenté (13) est pour une atmosphère légèrement humide. Le nylon étant très sensible à l'humidité, une correction sera faite sur ce facteur.

Connaissant la variation de la température de la relaxation α (région de transition) en fonction de l'humidité relative, nous effectuerons une translation du facteur de dissipation dans la région de la relaxation α , zone d'intérêt étudiée correspondant à une humidité relative de 50%. Le module de Young sera choisi à partir du module de flexion variant en fonction de la température pour une humidité relative de 50%.

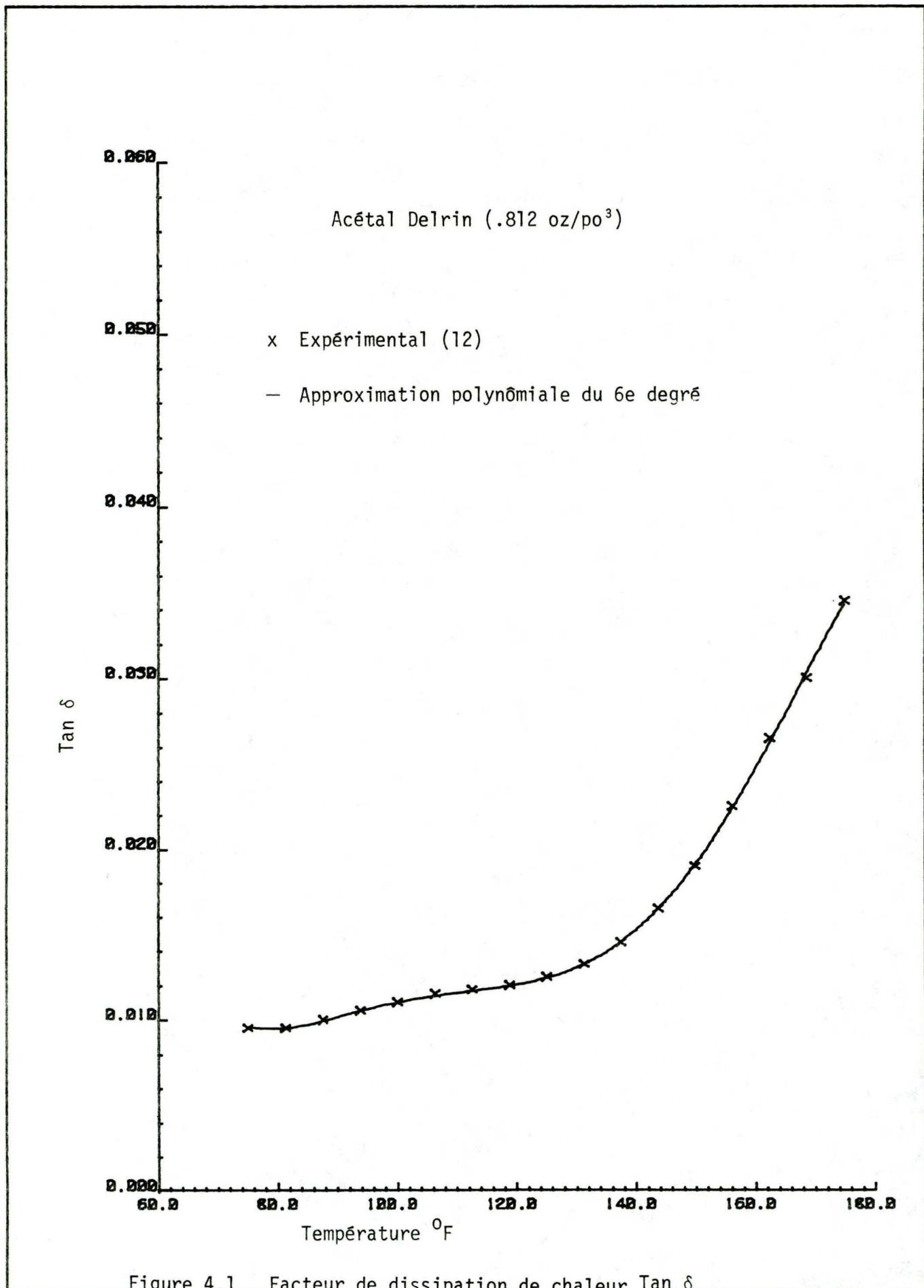
A cause de leur variation considérable avec la température, nous tiendrons compte de ce changement durant le processus itératif du modèle. Ainsi, à chaque itération, pour chaque noeud, un nouveau module et un nouveau facteur de dissipation seront réévalués selon la température actuelle.

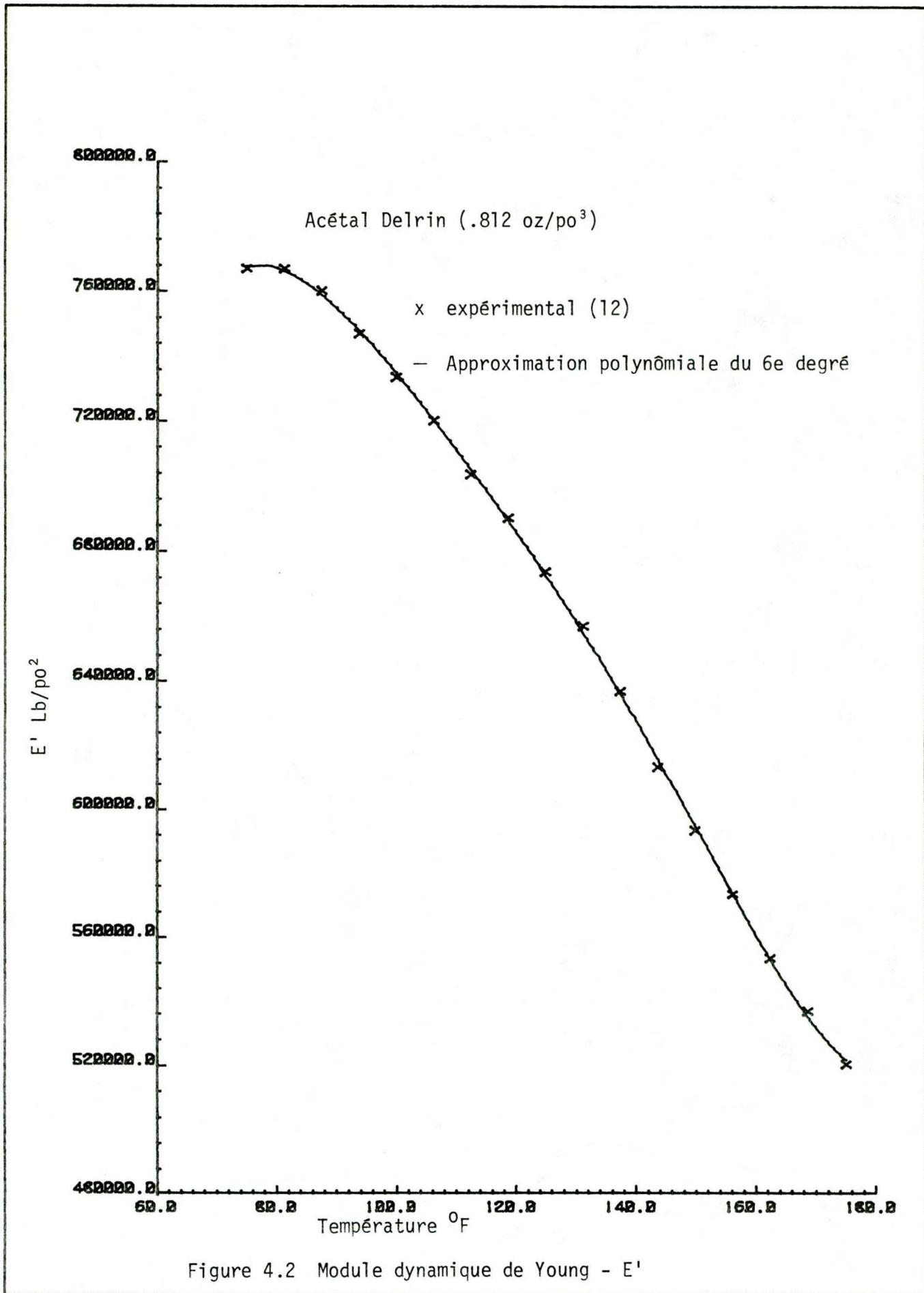
L'évaluation de ces paramètres est obtenue à l'aide d'une fonction polynômiale du sixième degré approximant une série de points de ces paramètres en fonction de la température. L'approximation est faite par lissage de courbe utilisant la méthode des moindres carrés. Les figures 4.1 à 4.6 montrent l'approximation polynômiale de ces paramètres pour les deux matériaux étudiés.

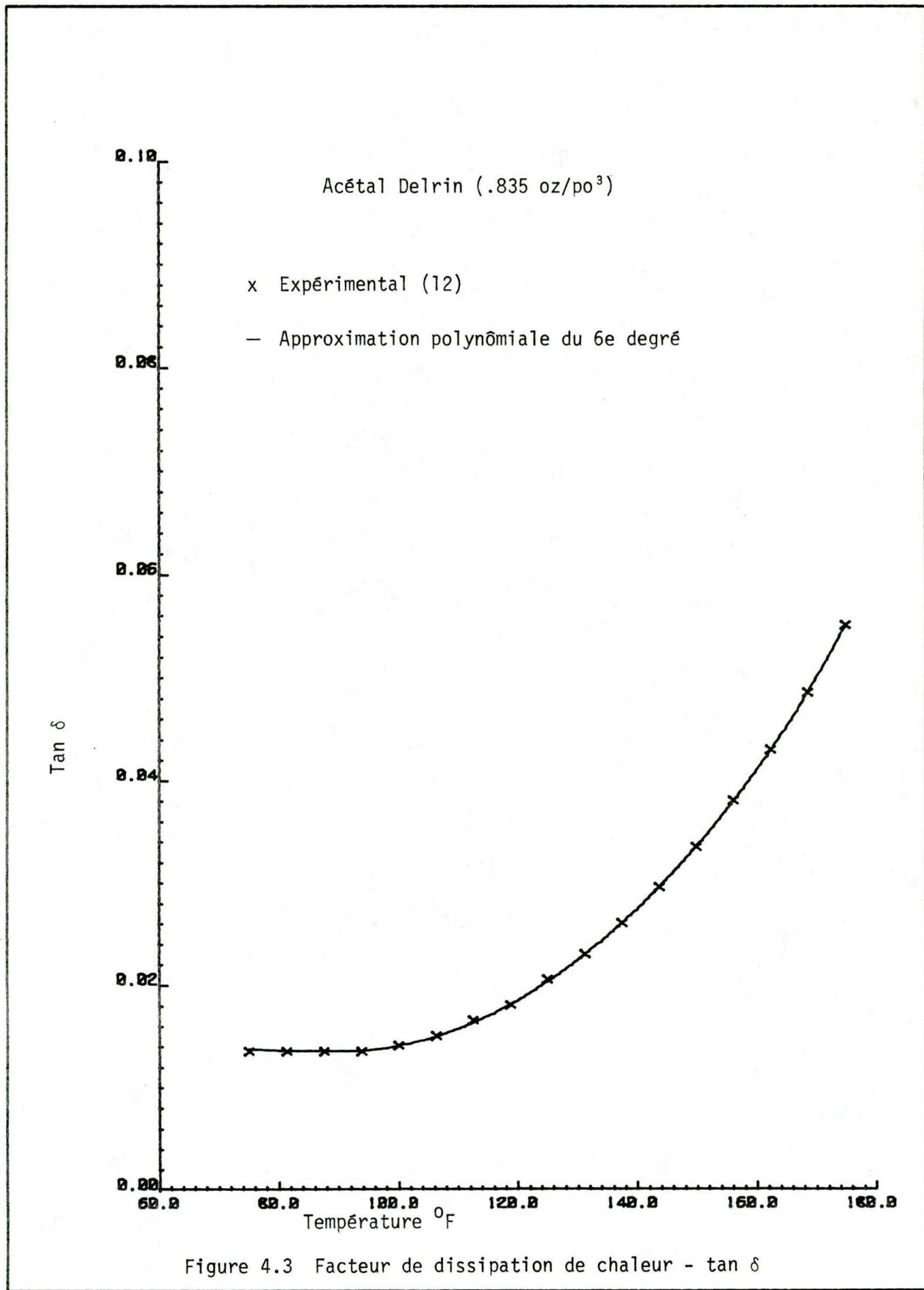
Le coefficient de conductibilité est choisi dans la littérature (11). L'oscillation de l'échantillon provoque une convection de type forcée dans la région de l'épaisseur minimale. Les valeurs publiées (4) pour ce type de convection varient de 2 à 50 BTU/hr pi²F. L'évaluation de h au centre de la partie courbe de l'échantillon en mouvement de flexion est montrée à l'appendice B. Les valeurs suivantes ont été utilisées pour les paramètres h et k:

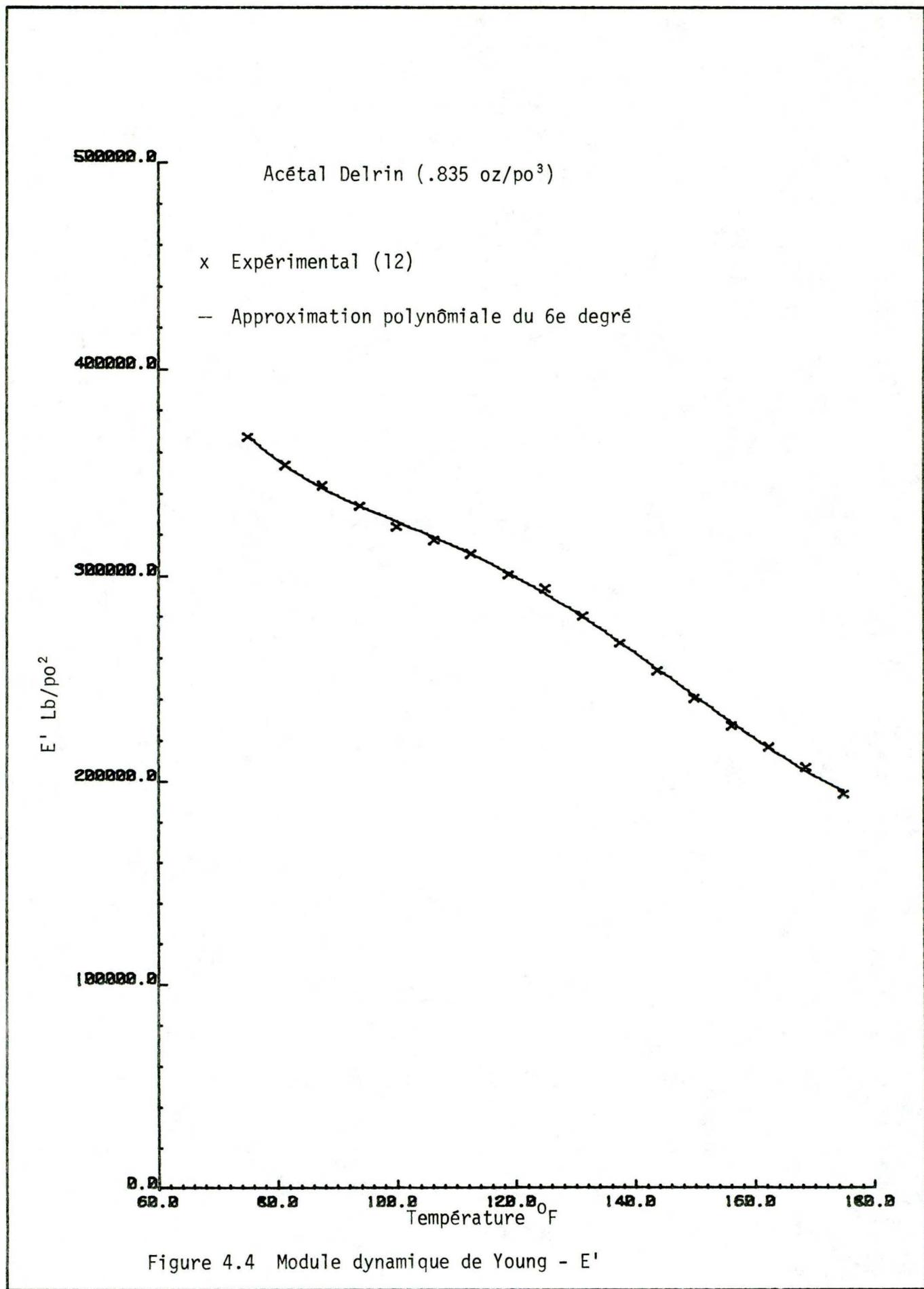
ACETAL: $h = 2-15 \text{ BTU/hr pi}^2\text{F}$, $k = 0.13 \text{ BTU/hr pi}^0\text{F}$

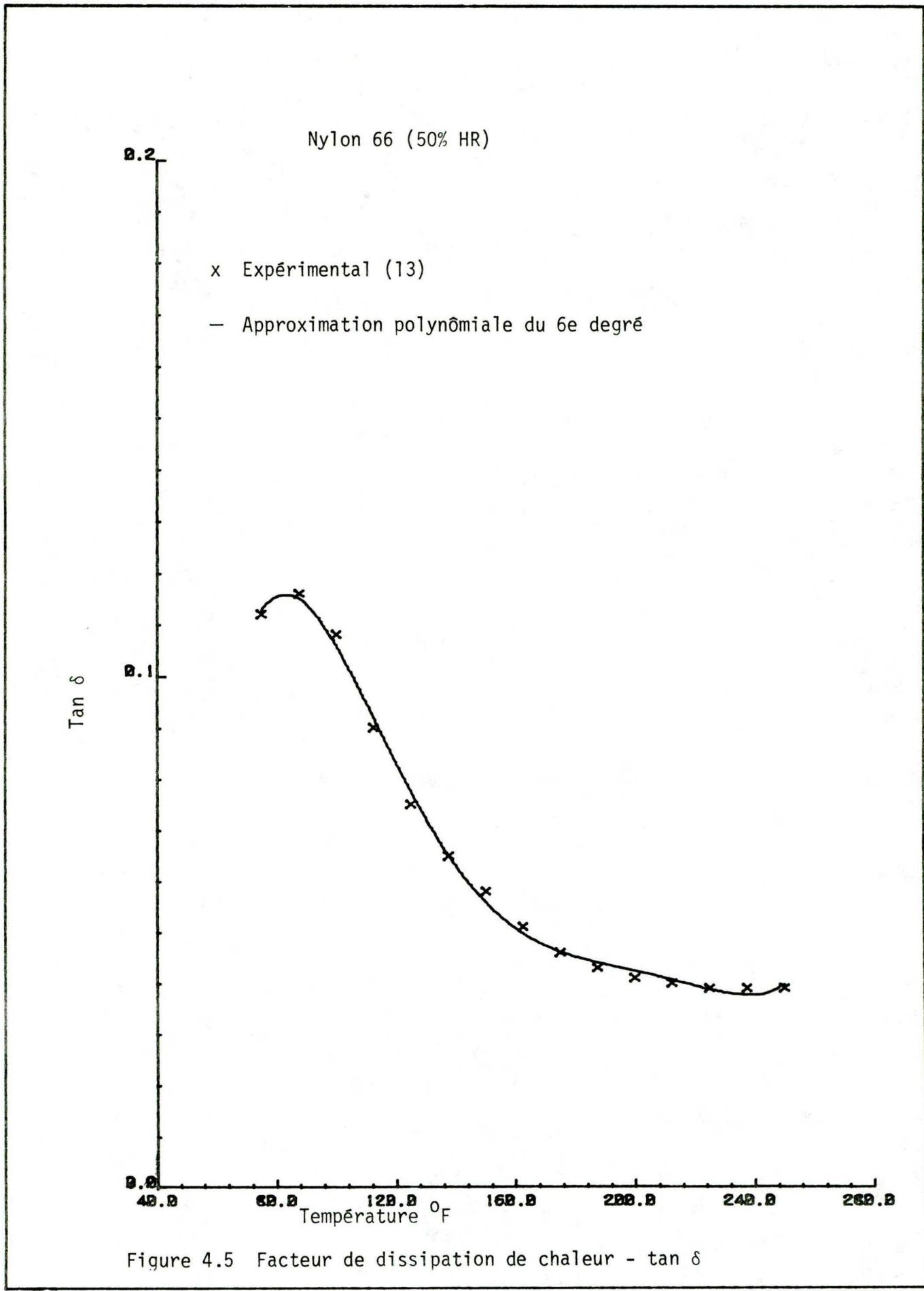
NYLON 66: $h = 2-15 \text{ BTU/hr pi}^2\text{F}$, $k = 0.14 \text{ BTU/hr pi}^0\text{F}$

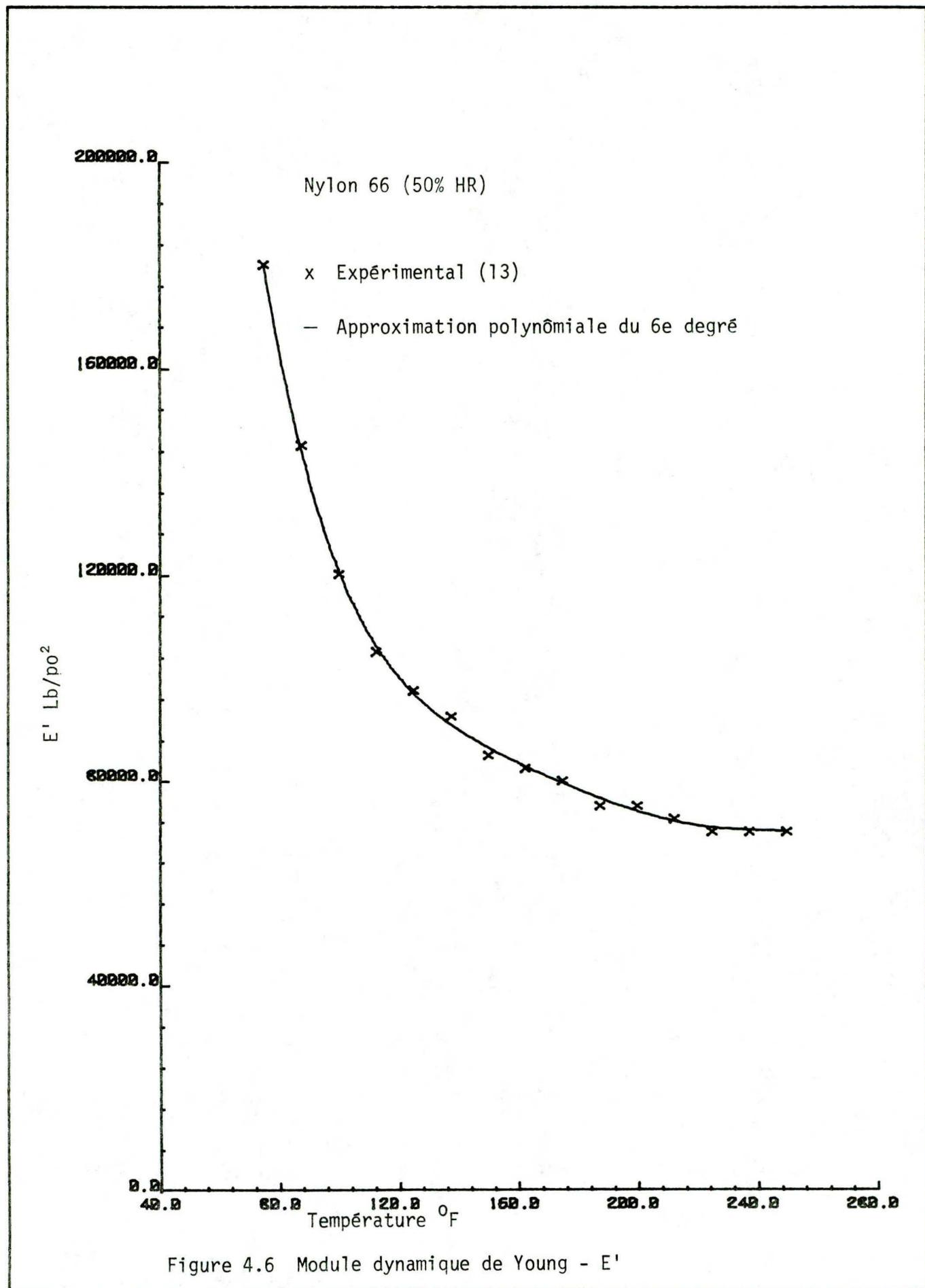


Figure 4.2 Module dynamique de Young - E'









CHAPITRE VCOMPARAISON DE LA METHODE NUMERIQUE AVEC LA METHODE ANALYTIQUE

Afin d'étudier et de vérifier les méthodes numériques de Gauss-Seidel et de SOR, l'acétal Delrin et le nylon 66 seront analysés avec le modèle et les résultats seront comparés avec la solution analytique. Les propriétés mécaniques de ces deux matériaux employés dans le modèle mathématique ainsi que les autres données sont les suivantes:

		<u>Acétal</u>	<u>Nylon</u>
MFM	Moment fléchissant maximal (lb/in)	35	14
W	Fréquence d'oscillation (rad/sec)	188.5	188.5
TINIT	Température initiale ($^{\circ}$ F)	85	85
h	Coefficient de convection (BTU/hr pi ² $^{\circ}$ F)	5	6
k	Coefficient de conductibilité (BTU/hr pi $^{\circ}$ F)	.13	.14
p	Densité (oz/in ³)	.812	----

Trois paramètres seront étudiés dans cette analyse. Soit le facteur de relaxation ω utilisé dans la méthode de surrelaxation successive (SOR), le critère de convergence (CDC) nécessaire à l'arrêt des itérations et la dimension optimale de l'élément de la grille (Δy)

5.1 Facteur de relaxation optimal (ω)

Le facteur ω optimal a été trouvé après essais successifs avec différents critères de convergence (précision) variant de 0.1 à 0.0001 $^{\circ}$ F.

Les figures 5.1 et 5.2 montrent la variation du nombre d'itérations en fonction du facteur de relaxation avec différentes précisions demandées pour l'acétal et le nylon respectivement. La dimension de la grille (Δy) utilisée pour le facteur ω étudié est de 0.02". Le facteur ω optimal trouvé pour l'acétal est 1.85, ceci pour n'importe quel critère de convergence analysé.

Le facteur ω optimal varie selon la dimension de la grille tel que montré aux figures 5.3 et 5.4 pour l'acétal et le nylon. En effet, à mesure que la dimension de la grille diminue, le facteur ω optimal se déplace vers sa valeur limite égale à 2.0.

5.2 Critère de convergence

Le choix d'un critère judicieux est important pour l'obtention de la convergence de la solution. En effet, une faible précision demandée, termine le processus d'itération avant la convergence de la température, le résidu ayant atteint la valeur du critère. Une précision trop élevée, par contre, entraîne une répétition de calculs inutiles, la convergence ayant été atteinte. Les figures 5.5 et 5.6 montrent la convergence de la température numérique à l'axe neutre vs le critère de convergence pour différentes valeurs de Δy et un facteur de relaxation de 1.85 et 1.8 pour l'acétal et le nylon respectivement. Pour des dimensions de la grille supérieures à 0.01", la stabilisation est atteinte à environ 10^{-4} °F. Pour des dimensions de la grille inférieures à 0.01", une précision de l'ordre de 10^{-6} °F est requise pour obtenir la convergence de la température. La température analytique également montrée sur ces figures, nous permet d'évaluer approximativement la dimension optimale de la grille.

5.3 Dimension de l'élément de la grille du modèle (Δy)

Différentes valeurs de Δy variant de 0.002" à 0.03", furent étudiées dans le modèle mathématique. Pour ces dimensions de la grille, les températures numériques et analytiques à l'axe neutre du modèle sont montrées aux figures 5.7 et 5.8 correspondant à l'acétal et le nylon respectivement.

Le nombre de noeuds dans le modèle correspondant aux dimensions de la grille analysée varie de 49 à 5 noeuds. Pour l'acétal, la dimension optimale de la grille se situe environ à 0.006" (17 noeuds), lieu d'intersection entre la solution numérique et analytique. Avec le nylon, l'intersection des solutions n'est pas possible et la dimension optimale de la grille sera choisie selon la précision requise.

5.4 Comparaison de la solution numérique et analytique dans le modèle

Les figures 5.9 et 5.10 montrent la distribution de température numérique et analytique au travers du modèle avec une dimension de la grille de 0.02 pouces pour l'acétal et le nylon respectivement. Tel que prévu, une température maximale à l'axe neutre est trouvée. L'erreur maximale est calculée avec le rapport de la plus grande différence dans le modèle entre la température numérique et analytique et la température analytique à l'axe neutre comme référence. L'erreur ainsi trouvée, utilisant ce modèle (6 noeuds) est environ 0.2% pour l'acétal et 0.7% pour le nylon.

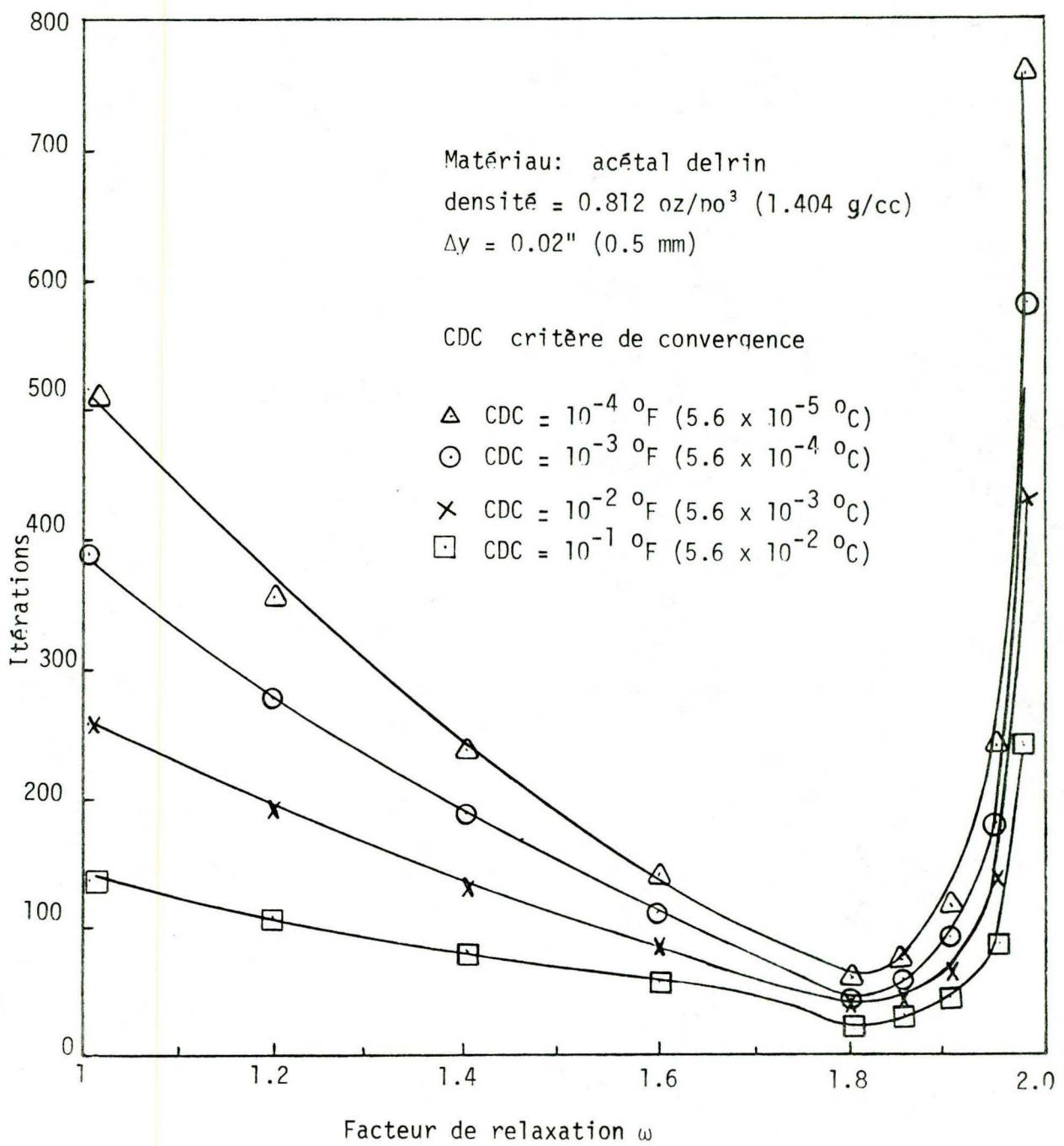


Figure 5.1 Etude du facteur de relaxation optimal pour l'acétal delrin

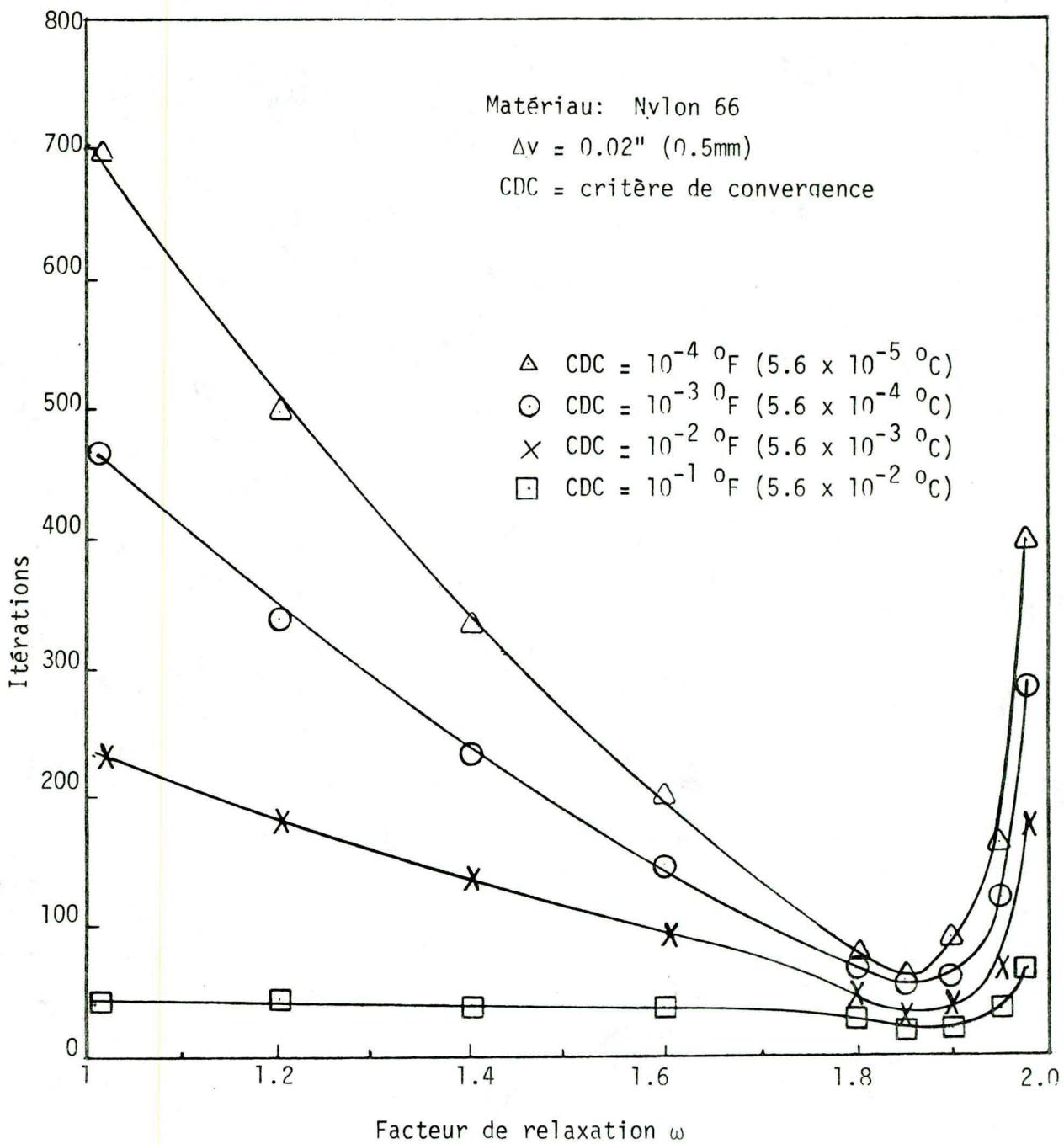


Figure 5.2 Etude du facteur de relaxation optimale pour le Nylon 66

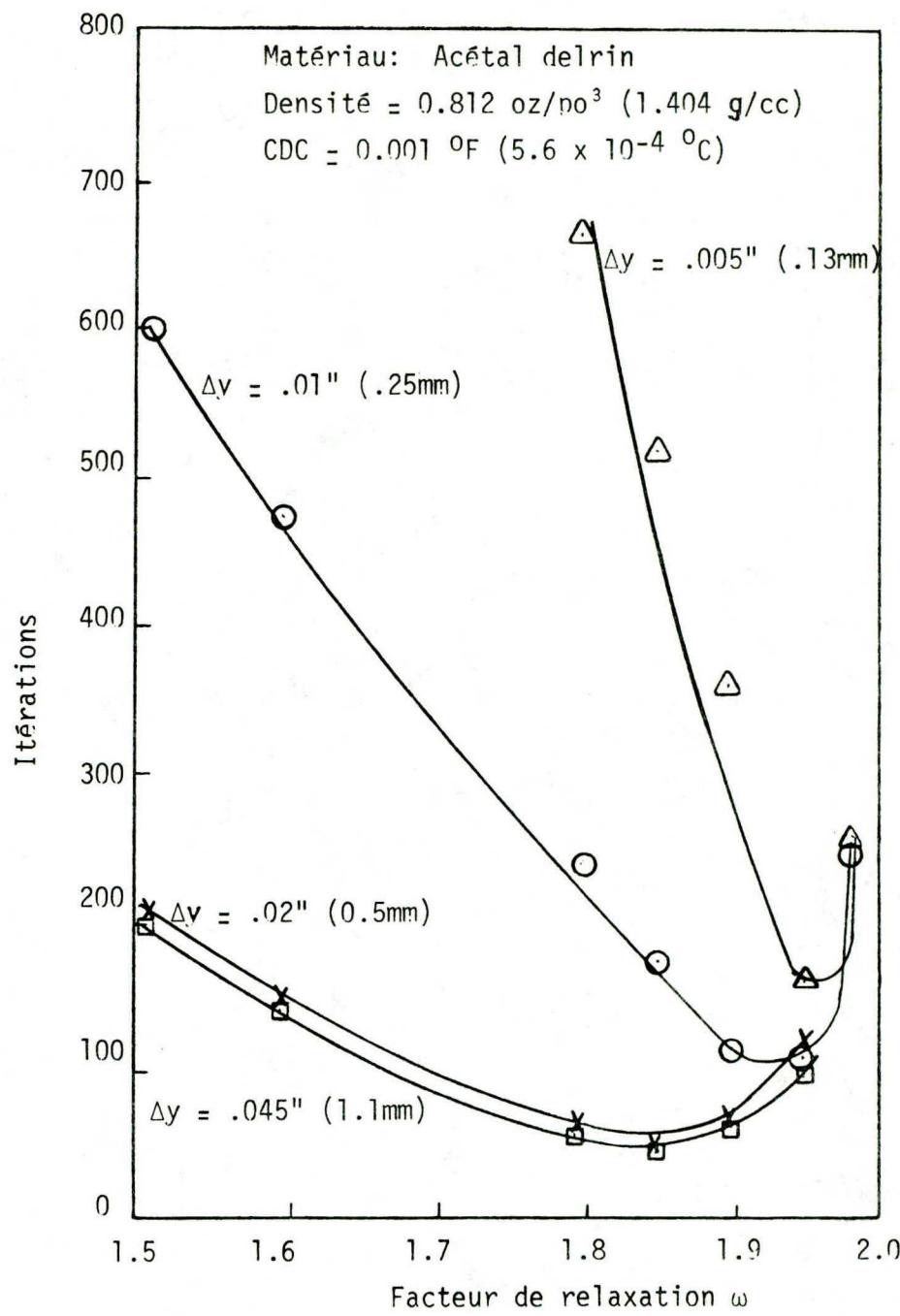


Figure 5.3 Variation du facteur de relaxation optimal en fonction de la dimension de la grille pour l'acétal delrin.

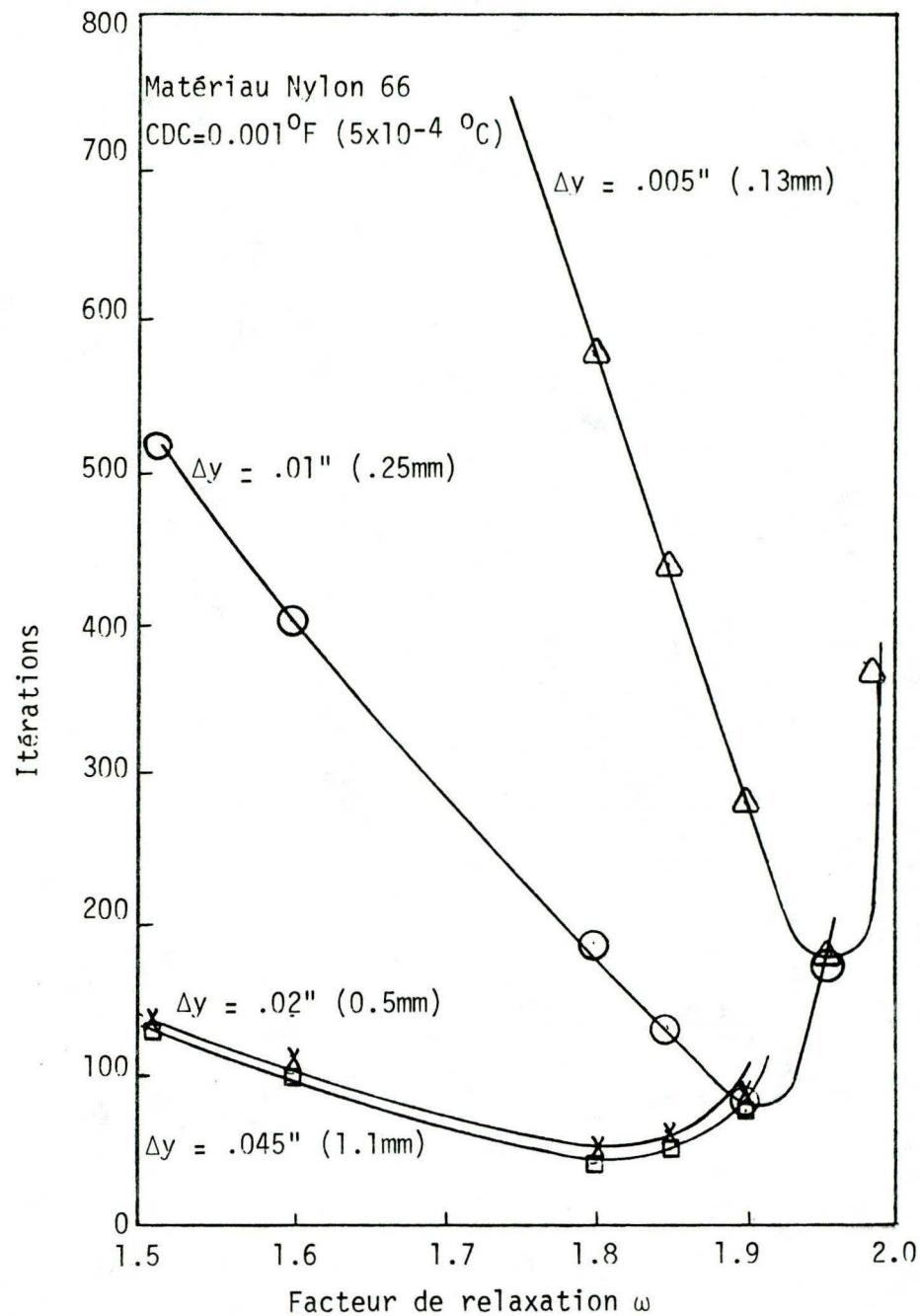


Figure 5.4 Variation du facteur de relaxation optimal en fonction de la dimension de la grille pour le nylon 66

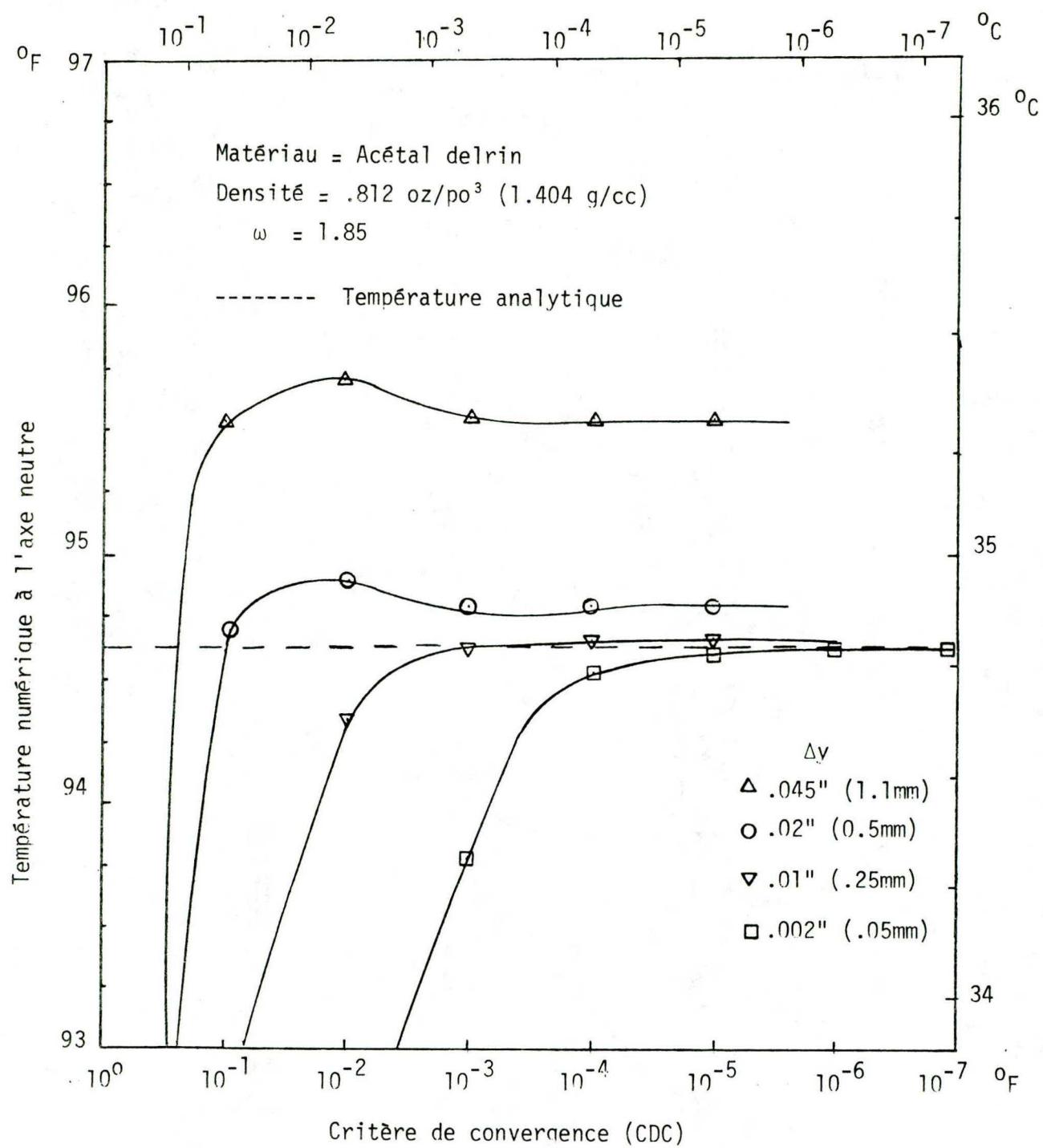


Figure 5.5 Convergence des températures numériques à l'axe neutre pour l'acetal delrin.

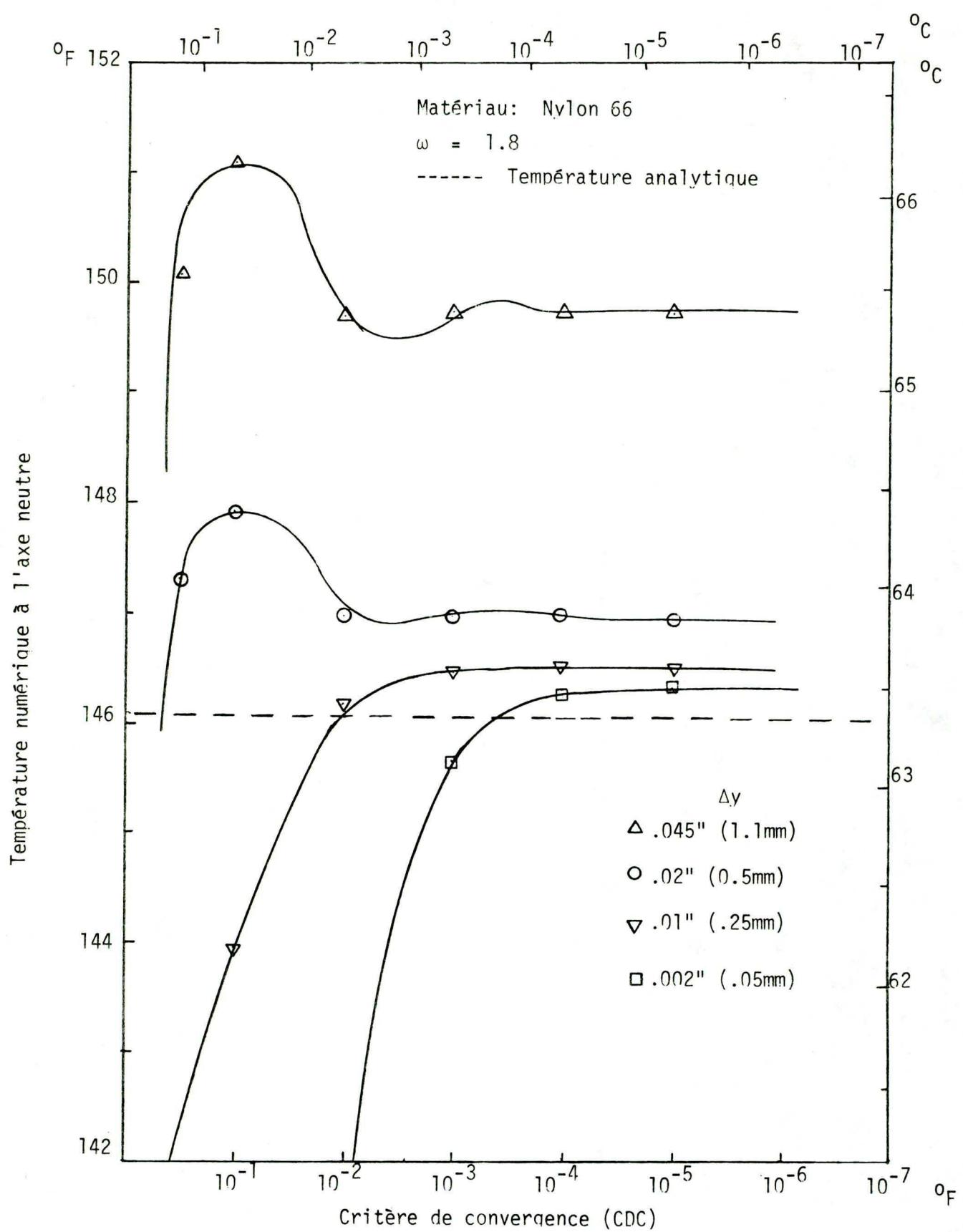


Figure 5.6 Convergence des températures numériques à l'axe neutre pour le nylon 66.

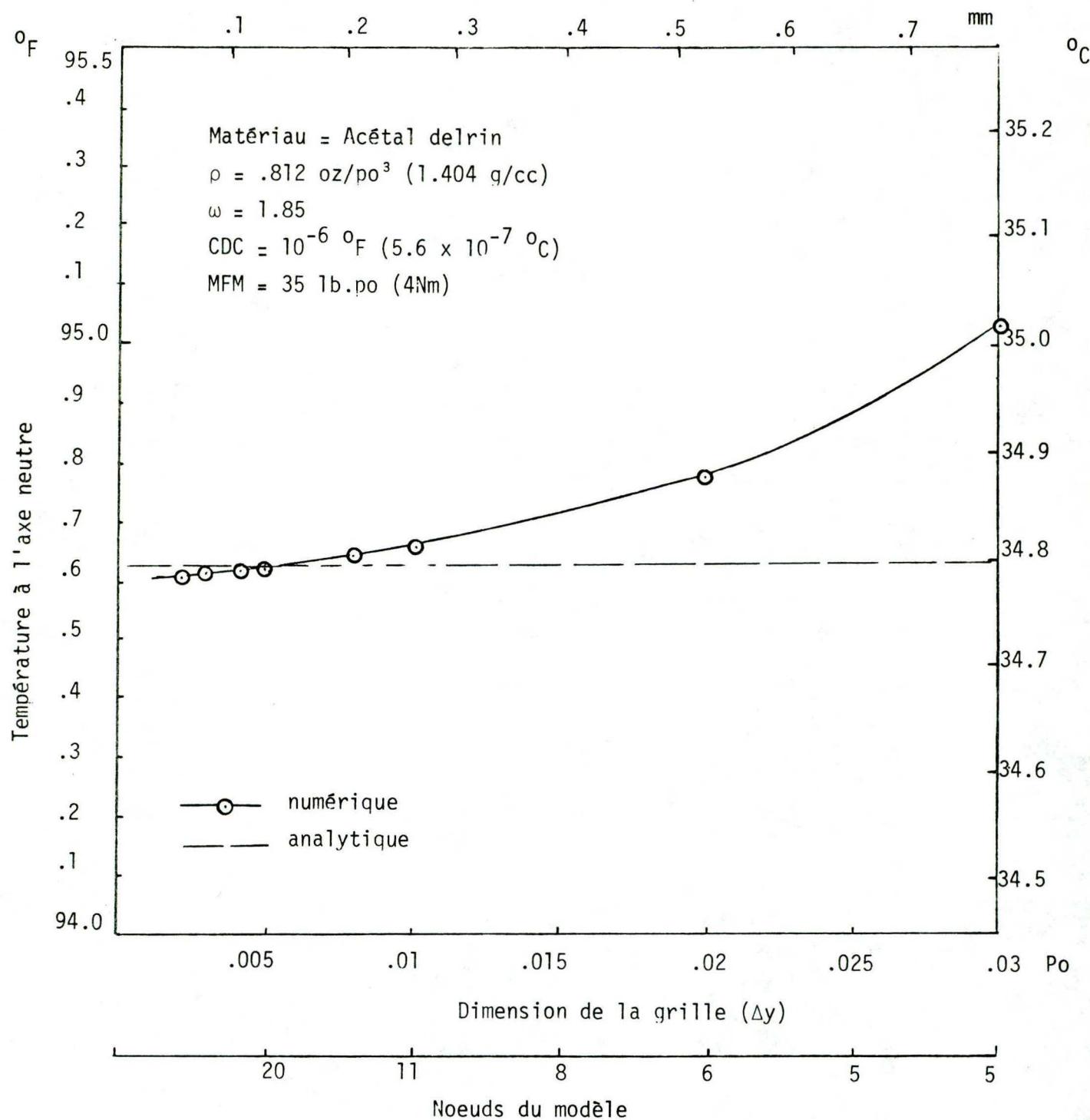


Figure 5.7 Températures numériques et analytiques à l'axe neutre selon les dimensions de la grille pour l'acétal delrin

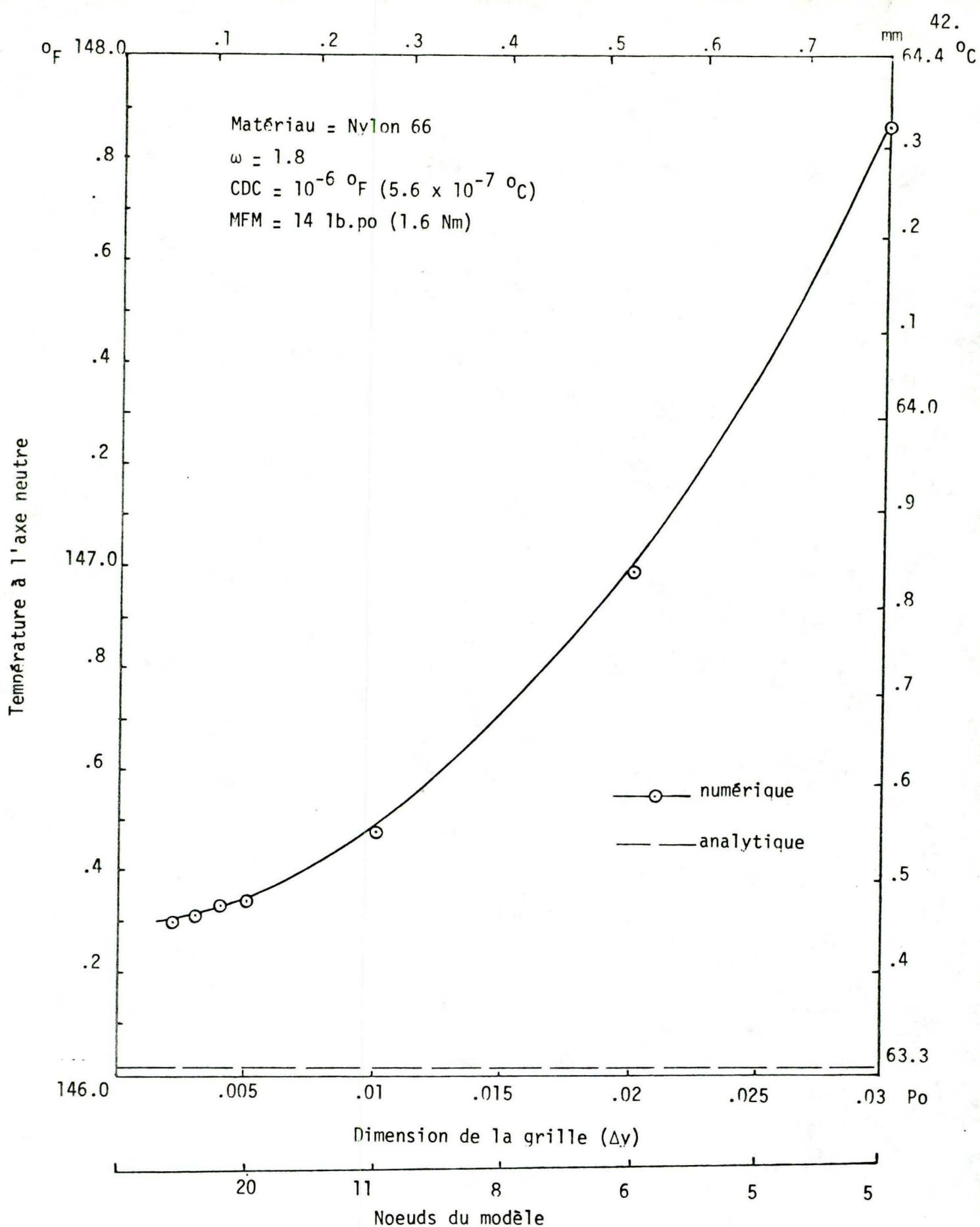


Figure 5.8 Températures numériques et analytiques à l'axe neutre selon les dimensions de la grille pour le Nylon 66

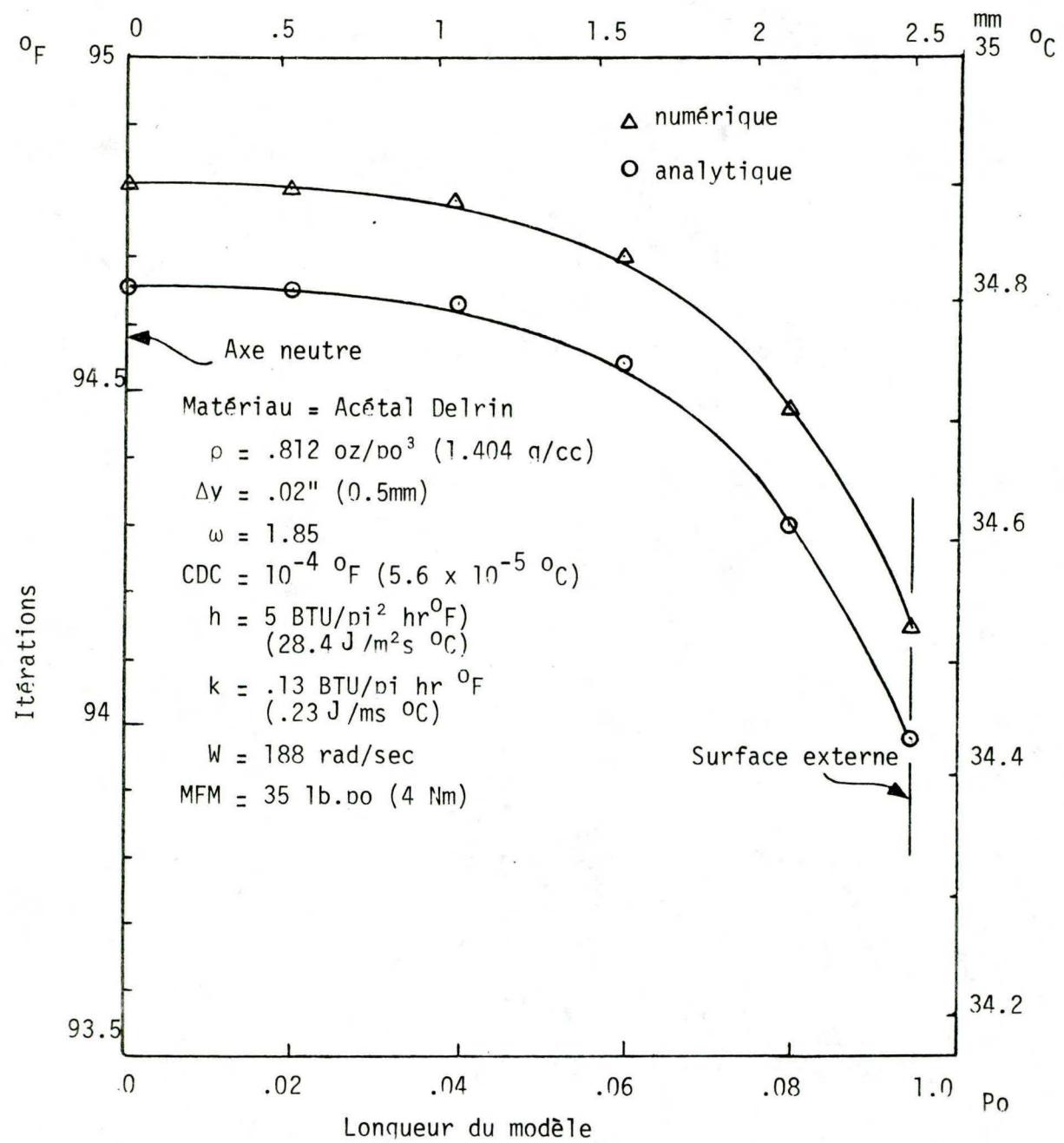


Figure 5.9 Comparaison de la solution numérique et analytique du modèle pour l'acétal delrin

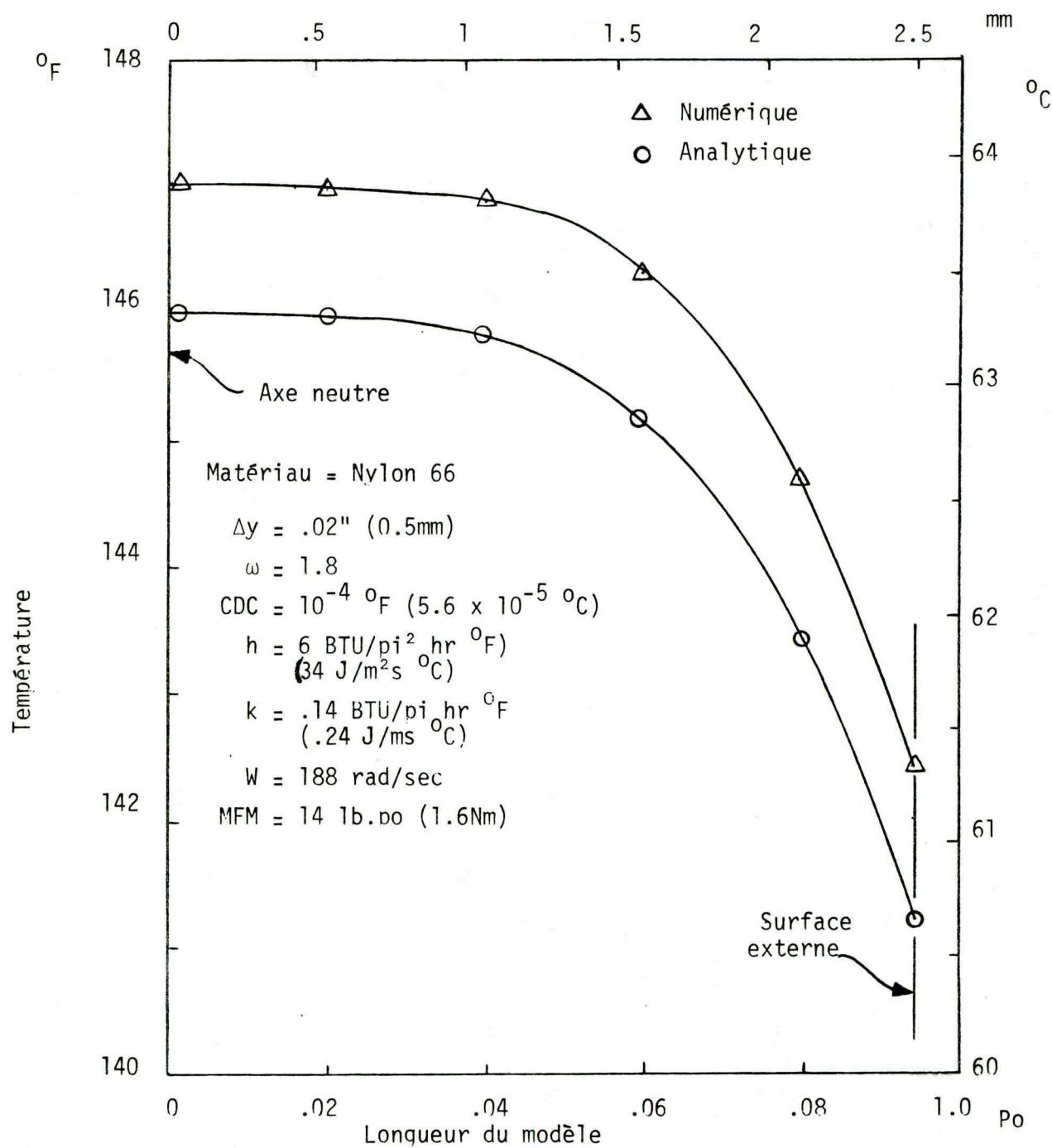


Figure 5.10 Comparaison de la solution numérique et analytique du modèle pour le Nylon 66

CHAPITRE VI

COMPARAISON DES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET NUMERIQUES OBTENUS DES ECHANTILLONS D'ACETAL HOMOPOLYMERÉ ET DE NYLON 66

Des mesures de température ont été faites à l'intérieur des échantillons (14) à l'aide de thermocouples insérés dans la section de l'épaisseur minimale. Ces thermocouples sont espacés chacun de 0.03 po. à partir de l'axe neutre de l'échantillon jusqu'à la surface. De part la symétrie de la génération de chaleur, près de l'épaisseur minimale, il est intéressant de comparer les températures mesurées à cet endroit, avec les températures calculées numériquement à l'aide du modèle unidirectionnel. Le modèle calcule la température au travers de l'épaisseur minimale (axe y), avec l'hypothèse qu'il n'y a aucun écoulement de chaleur de part et d'autre de cette épaisseur.

La table 6.1 indique les paramètres utilisés dans le modèle, correspondant au type d'essais en fatigue de flexion, effectués sur les échantillons d'acétal et de nylon 66.

Tel que mentionné au chapitre 5, un facteur de relaxation ω de 1.9 sera choisi et une dimension de la grille de .02 pouce sera utilisée à cause du nombre de noeuds réduit (6 noeuds) et de la précision (.2%) avec un critère de convergence (CDC) de 0.0001°F .

Le facteur de dissipation de chaleur ($\tan \delta$) et le module de Young (E) nécessaires au calcul du taux de génération de chaleur sont variables selon la température durant le processus itératif. De la température

des noeuds obtenue à la convergence, ces paramètres sont retrouvés aux figures 4.1, 4.2, 4.5 et 4.6 pour ces deux matériaux. Les figures 6.1 et 6.2 montrent les résultats numériques pour différentes valeurs de h , et les valeurs des températures, obtenues des thermocouples, de l'acétal Delrin 500 et du nylon 66 (50% hr.).

Pour l'acétal, les solutions numériques se rapprochant le plus des valeurs expérimentales sont calculées avec des coefficients h situés entre 5 et 7, tandis que pour le nylon, les coefficients se situent entre 6 et 7.

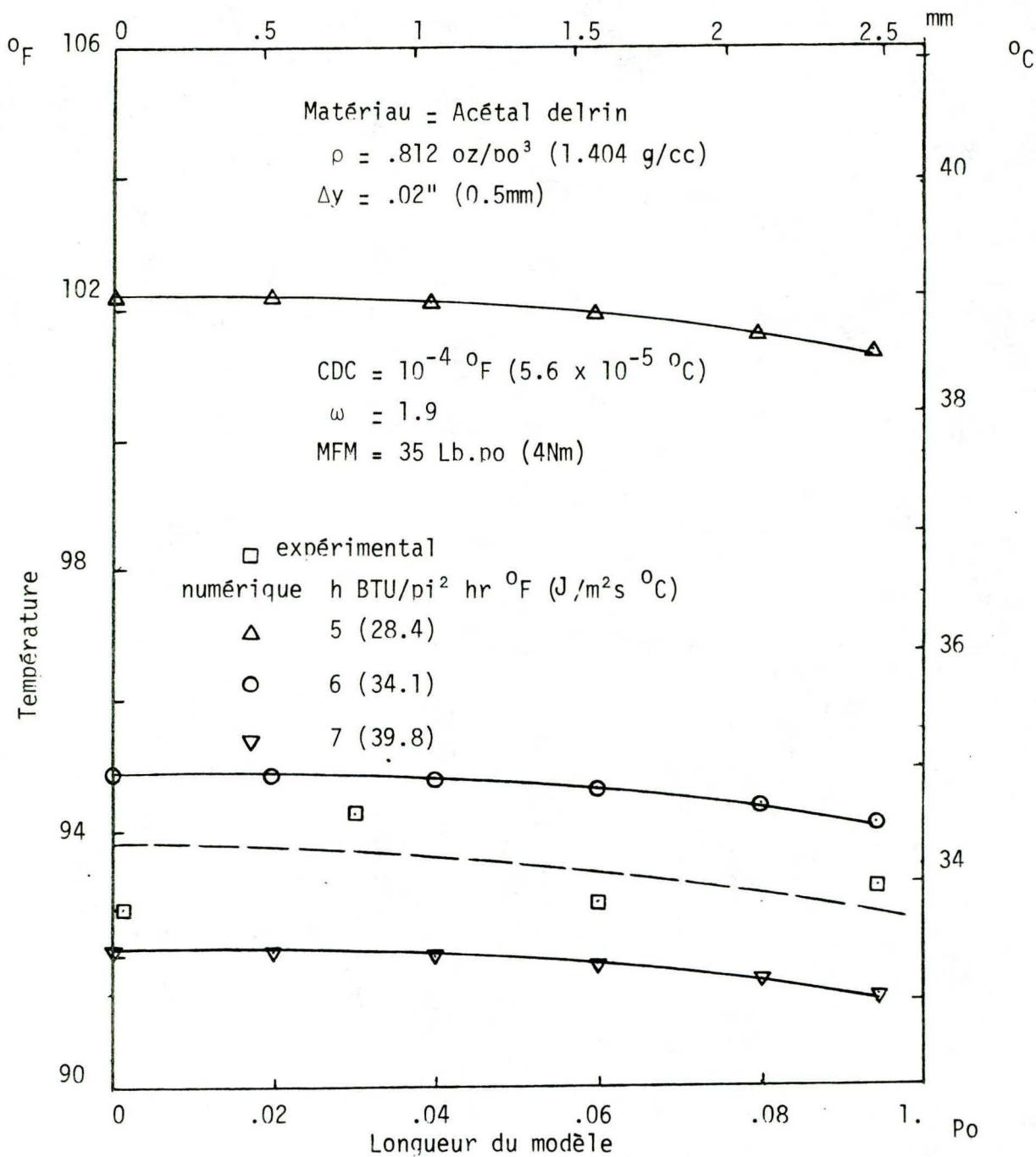


Figure 6.1 Comparaison des résultats expérimentaux à la section minimale de l'échantillon d'acetal et des résultats numériques du modèle

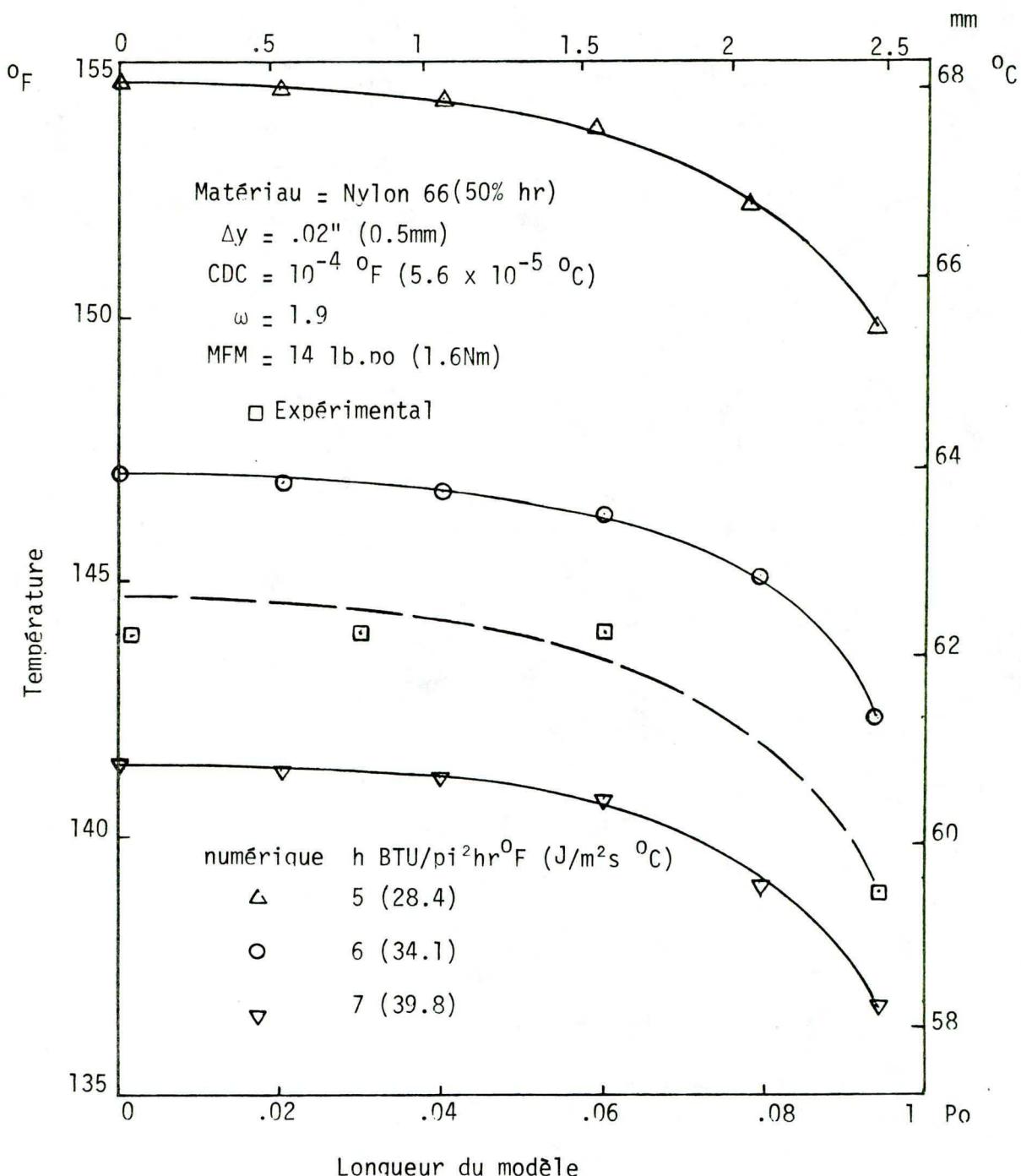


Figure 6.2 Comparaison des résultats expérimentaux à la section minimale de l'échantillon de nylon 66 et des résultats numériques du modèle.

PARAMETRES	ECHANTILLONS	
	ACETAL	NYLON 66
Δy	.02	.02
W	188.5	188.5
T _a	85	85
h	2-15	2-15
k	.13	.14
MFM	35	14
ω	1.9	1.9
ρ	.812	---

TABLE 6.1 Paramètres du modèle numérique

- Δy dimension de la grille (po)
 W fréquence d'excitation (rad/sec)
 T_a Température ambiante ($^{\circ}$ F)
 h coefficient de convection (BTU/hr pi² $^{\circ}$ F)
 k coefficient de conductibilité (BTU/hr pi $^{\circ}$ F)
 MFM Moment fléchissant maximum (lb.po)
 ω Facteur de relaxation
 ρ Densité (oz/po³)

CHAPITRE VII

CONCLUSION

Le calcul, par transfert de chaleur des températures dans un échantillon thermoplastique, utilisant des techniques numériques comme les différences finies, est plus réaliste avec un modèle en deux et trois dimensions car il décrit la géométrie complète de notre échantillon. Néanmoins, un modèle unidirectionnel de la section minimale de l'échantillon était nécessaire, afin de maîtriser les méthodes numériques employées, tout en ayant la possibilité de vérifier ces méthodes, en comparant la solution numérique de notre modèle avec une approche analytique, celle-ci solutionnant le transfert de chaleur unidirectionnellement au travers du modèle.

Les résultats obtenus de la méthode numérique de Gauss-Seidel (Liebmann), comparés avec l'approche analytique, démontre pour l'acétal Delrin une précision variant environ de 0.01% à 1% correspondant à des dimensions de la grille variant de .005" (20 noeuds) à .045" (4 noeuds). Pour le nylon 66, avec les mêmes dimensions de la grille, la précision varie de .2% à 3%. Le raffinement de la grille au delà de cette limite est inutile, la variation de l'erreur étant négligeable et le temps de calcul considérable. Dans l'éventualité d'un modèle en deux ou trois dimensions, le choix d'une dimension de la grille à 0.02" (6 noeuds) serait convenable, la précision étant de 0.2% pour l'acétal et 0.7% avec le nylon.

L'étude du facteur de relaxation réduisant le nombre d'itérations au minimum a apporté un facteur ω optimal de 1.85 pour l'acétal et 1.80 pour le nylon avec une dimension de la grille de 0.02" et des critères de convergence variant de 0.1^0F à 0.0001^0F .

La variation de la dimension de la grille influence le facteur de relaxation optimal. En effet pour une variation de la grille de 0.045" à 0.005" le facteur ω optimal varie environ de 1.85 à 1.97 pour l'acétal et de 1.8 à 1.95 pour le nylon.

La recherche d'un critère de convergence, assurant la stabilisation des températures numériques, démontre qu'un critère ou une précision de 10^{-4}^0F est sécuritaire pour des dimensions de la grille supérieures à 0.01", ceci pour les deux matériaux étudiés. Pour des dimensions inférieures, un critère de l'ordre de 10^{-6}^0F est nécessaire.

De la comparaison des résultats numériques du modèle mathématique avec les résultats expérimentaux obtenus, à l'aide de thermocouples introduits dans la section minimale, une grande sensibilité du modèle numérique avec la variation du coefficient de convection a été observée, d'où la nécessité d'une recherche expérimentale sur ce coefficient. Une corrélation des températures numériques avec les températures mesurées expérimentalement dans la section étudiée, a été obtenue avec des coefficients de convection de 6.0 et 6.5 BTU/hre π^2^0F pour l'acétal et le nylon respectivement.

Toutefois, en utilisant les propriétés mécaniques de $\tan \delta$ et E' pour l'acetal avec une densité de .835 oz/ po^3 , le coefficient h , nécessaire à la coïncidence des résultats expérimentaux avec, ceux obtenus numériquement, doit être égale à 17 BTU/hre pi^2 0F . Ces propriétés mécaniques, mesurées en laboratoire, sont obtenues avec une précision variant de $\pm 30\%$ pour le module de cisaillement G ; dans la région de transition vitreuse (17). Il est donc recommandable de mesurer ces propriétés sur les échantillons à étudier. Une recherche numérique utilisant un modèle à deux et trois dimensions avec les méthodes numériques décrites dans ce travail est aussi à envisager afin de prédire la distribution complète de température dans l'échantillon.

REFERENCES

- 1) A new method of test for flexural fatigue of plastics.
R. Gauvin et J.P. Trotignon
Journal of Testing and Evaluation, Vol. 6, No. 1, Janv. 1978, pp. 48-51.
- 2) Fatigue and Cyclic Thermal softening of thermoplastics
I. Constable, J.G. Williams and D.J. Burns
Journal of Mechanical Engineering science vol. 12, no 1, 1970.
- 3) Etude préliminaire théorique et pratique de la répartition des températures dans un échantillon de plastique lors d'un essai en fatigue
R. Gauvin et Patrick Girard
Ecole Polytechnique no EP 76-R-24, nov. 1976.
- 4) F. Kreith, Principals of Heat Transfer 2d. Ed.
International textbook company, 1965.
- 5) Finite-difference methods for partial differential equations , p. 236.
G.E. Forsythe W. R. Wasow
John Wiley and Sons Inc.
- 6) Numerical Methods for partial differential equations , p. 106.
W.F. Ames
Nelson Co., 1969.

- 7) Introduction to Numerical Analysis, p. 310.
Carl-Erik Fhoeborg
Addison-Wesley publishing Co.
- 8) Methods of Mathematical Analysis and Computation, p.186.
John G. Herriot
John Wiley and Sons, Inc.
- 9) Iterative Solution of large linear systems, p. 200.
David M. Young
Academic Press
- 10) Boundary value Problems of heat conduction, p. 407.
M. Necati Ozisik
International Textbook Co.
- 11) Modern Plastic Encyclopedia
Vol. 54, No. 10A, McGraw Hill Pub. 1977-1978
- 12) Internal Friction in Polyoxymethylene
N.G. McCrum
Journal of Polymer Science Vol. 54, P. 561-568 (1961)
- 13) Transitions and Relaxation in Nylon
Howard W. Starkweather JR. p. 307-325
Nylon Plastics
Melvin I. Kohan
John Wiley & Sons , 1973.

- 14) Etude théorique et expérimentale du comportement thermique de matériaux viscoélastiques lors d'un essai de fatigue en flexion
Georges Salloum
Mémoire M.Sc.A
Ecole Polytechnique Année 1979.
- 15) Heat Transfer
Holman, J.P.
4th edition, 1976, McGraw-Hill, Inc.
- 16) Heat Transfert
Gebhart
McGraw-Hill, Book Co. 1961.
- 17) Standard Test Method for Dynamic Mechanical Properties of Plastics
by Means of a Torsional Pendulum
American National Standard
ANSI/ASTM D2236-70 (Reapproved 1976).

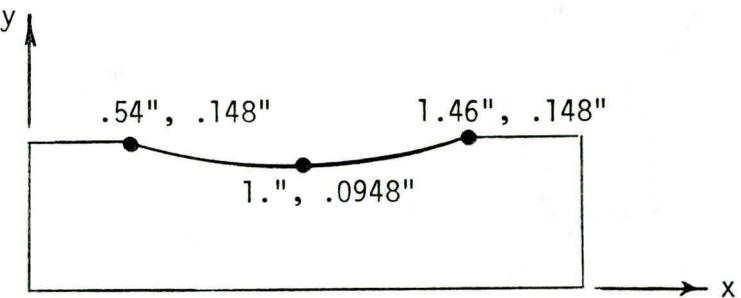
Appendice A

Localisation de la contrainte maximale à la surface de l'échantillon

Seule la partie courbe de l'échantillon sera analysée, la contrainte maximale étant située à cet endroit. A l'aide du système de coordonnées, tel que montré à la figure ci-contre

l'équation du cercle:

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$



sera utilisée pour représenter la surface courbe. Solutionnant pour trois points donnés de la courbe, les coefficients de l'équation sont:

$$a = -2.0$$

$$b = -4.19$$

$$c = 1.387$$

La contrainte calculée selon (1.1), s'exprime suivant:

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

La distribution du moment appliqué à la poutre est donnée, en fonction du moment fléchissant maximal (MFM) à l'enca斯特rement, par:

$$M = \frac{M_{FM}}{\ell} (\ell - x)$$

où ℓ longueur de l'échantillon (3.875")

Transformant l'équation de la contrainte en fonction de y à la surface:

$$\sigma = \frac{1.5 \text{ MFM} (\ell - x)}{\ell y^2} \quad (\text{A.1})$$

Pour $.54'' < x < 1.46$, la fonction y est représentée par l'équation du cercle, où:

$$y = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4(x^2 + ax + c)}}{2} \quad (\text{A.2})$$

Remplaçant A.2 dans A.1, la contrainte à la surface de la région courbe de l'échantillon est:

$$\sigma = \frac{6 \text{ MFM} (\ell - x)}{\ell (-b - \sqrt{b^2 - 4(x^2 + ax + c)})^2}$$

En dérivant σ par rapport à la variable x , nous trouvons:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = -\frac{6 \text{ MFM}}{\ell} \frac{[R(-b - R) + (\ell - x)(4a + 8x)]}{R (-b - R)^3}$$

$$\text{où } R = \sqrt{b^2 - 4(x^2 + ax + c)}$$

Posant le numérateur nul et solutionnant l'équation correspondante, les maximums sont trouvés.

Dans le domaine d'intérêt, $.54 \leq x \leq 1.46$, nous trouvons une valeur de x , où la contrainte est maximale, soit:

$$x = .9668 \text{ po.}$$

L'écart entre la section d'épaisseur minimale et le lieu de la contrainte maximale est donc .033 pouces vers l'encastrement.

Appendice B

Evaluation du coefficient de convection h au centre de la partie courbe de l'échantillon en mouvement de flexion

L'échantillon étant en mouvement de flexion, nous avons affaire à une convection plus ou moins forcée dépendant du nombre de Reynolds que nous calculerons ici. Comme point de repère, on trouvera aussi le coefficient h en convection libre.

B.1 Calcul de h en convection libre

Pour une plaque mince, avec un déplacement d'air perpendiculaire à la surface, le coefficient h moyen en convection libre est trouvé avec l'expression suivante (15).

$$\bar{Nu}_f = \frac{\bar{h} L}{k_f} = c(Gr_f \cdot Pr_f)^m \quad (B.1)$$

où \bar{Nu}_f = nombre de Nusselt moyen

k_f = conductibilité thermique au film

L = dimension caractéristique

Pr = nombre de Prandtl

Gr = nombre de Grashof

A la partie supérieure d'une plaque chauffante avec $2 \times 10^4 < Gr_f \cdot Pr_f < 8 \times 10^6$, il est suggéré d'utiliser $C = 0.54$ et $m = 0.25$.

Le nombre de Prandtl Pr se définit comme suit: (15)

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (\text{B.2})$$

où ν = viscosité cinétique

α = diffusibilité thermique

et le nombre de Grashof comme suit: (15)

$$\text{Gr} = \frac{g \beta (T_w - T^\infty) L^3}{\nu^3} \quad (\text{B.3})$$

où

$$\beta = \frac{1}{T_f} \quad T_f = \frac{T_w + T^\infty}{2}$$

et

T_f = température au film (^0K)

T_w = température à la surface

T^∞ = température ambiante

g = accélération gravitationnelle

Le nombre de Grashof étant fonction de la température en surface, le coefficient h sera donc fonction du niveau de contrainte imposé à l'échantillon. Par conséquent, le calcul de h sera fait pour les choix utilisés dans le calcul numérique et les résultats expérimentaux de l'acetal et du nylon. La table ci-dessous indique la valeur des paramètres utilisés.

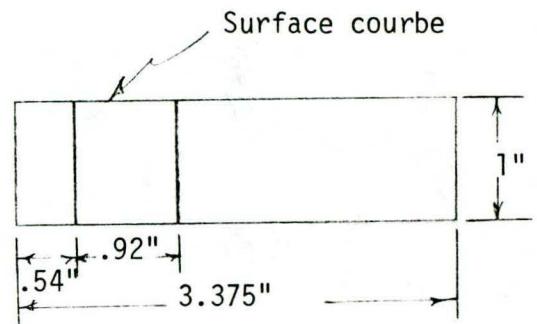
PARAMETRES	ECHANTILLON	
	ACETAL	NYLON
MFM (Lb/po)	35	14
T _∞ (°F)	85	85
T _w (°F)	95	145
T _f (°K)	305	320
k (W/m. °C)	0.02662 (0.01538 BTU/hre pi °F)	0.02776 (0.01604 BTU/hre pi °F)
v (m ² /sec)	16.188x10 ⁻⁶ (174.2x10 ⁻⁶ pi ² /sec)	17.712x10 ⁻⁶ (190.7x10 ⁻⁶ pi ² /sec)
∞ (m ² /sec)	22.927x10 ⁻⁶ (246.8x10 ⁻⁶ pi ² /sec)	25.228x10 ⁻⁶ (271.6 pi ² /sec)
Pr	0.706	0.702

Paramètres utilisés pour le calcul de h

La dimension caractéristique L est évaluée comme étant la moyenne de deux dimensions pour une surface rectangulaire.

Pour les dimensions de l'échantillon tel que montré dans la figure ci-contre:

$$L = \frac{3.375 + 1.0}{2} = 2.1875 \text{ po.}$$



De (B.1), (B.2) et (B.3) les valeurs de h moyen en convection libre sont montrées dans la table ci-dessous, pour les deux matériaux étudiés.

	ACETAL	NYLON
\bar{h} (BTU/hre π^2 0F)	0.772	1.19
Gr Pr	8.2493×10^4	3.9183×10^4

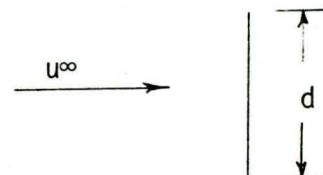
B.2 Calcul de h en convection forcée

Pour une plaque mince, avec un déplacement d'air perpendiculaire à la surface, le coefficient h moyen en convection forcée est trouvé avec l'expression suivante (15):

$$\overline{Nu}_f = \frac{\overline{h} d}{k_f} = C (Re_f)^n Pr_f^{1/3} \quad (B.4)$$

où Re_f = Nombre de Reynolds

Pour une plaque mince:



$$4 \times 10^3 < Re_f < 1.5 \times 10^4$$

$$C = 0.228$$

$$n = 0.731$$

$$d = 1 \text{ po.}$$

Le nombre de Reynolds s'exprime comme suit (15):

$$Re_f = \frac{u^\infty d}{v_f} \quad (B.5)$$

où u^∞ = vitesse de l'air sur la plaque

v_f = viscosité cinétique au film

Nous considérons u^∞ comme la vitesse moyenne de la plaque au centre de la partie courbe de l'échantillon.

Le coefficient h , en convection forcée, peut aussi être calculé de la façon suivante (16):

$$\overline{Nu}_f = \frac{\overline{h} d}{k_f} = B (\text{Re}_f)^n \quad (\text{B.6})$$

où $B = 0.2$

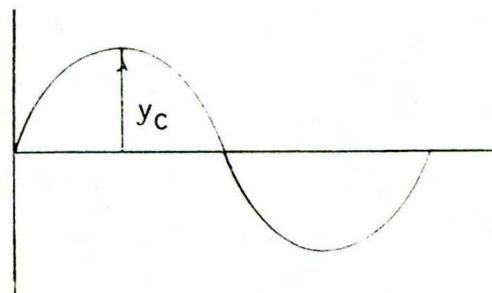
$n = 0.75$

B.2.1 Evaluation de la vitesse moyenne au centre de la surface courbe de l'échantillon pour une période

La vitesse moyenne v_m est définie comme étant le rapport de l'espace totale parcourue par l'échantillon pendant un cycle complet de flexion.

soit:

$$v_m = \frac{\text{espace complet}}{\text{temps}} = \frac{4y_c}{T}$$



où la période

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

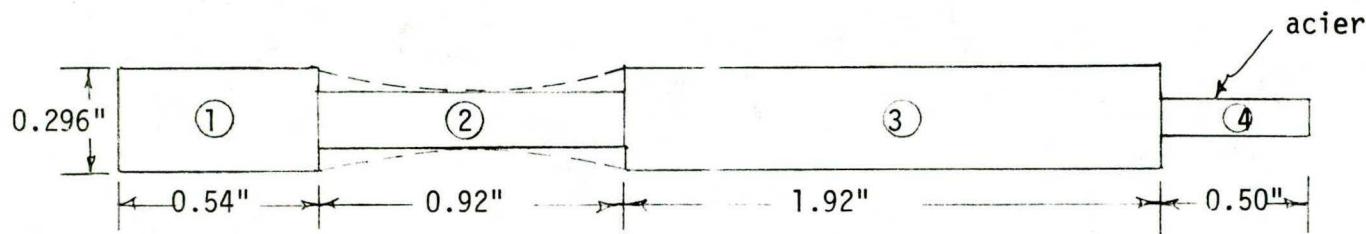
et

$$v_m = \frac{2\omega y_c}{\pi} \quad (\text{B.7})$$

Considérons y_c comme étant la flèche statique au centre de la partie courbe.

B.2.2 Evaluation de la flèche au centre de la partie courbe

La théorie des moments d'aire avec poutre à sections variables sera utilisée pour calculer la déflection au centre de la partie courbe. La figure ci-dessous montre l'idéalisation de la poutre.



Caractéristique de l'échantillon

largeur

$$b_1 = b_2 = b_3 = 1.0 \text{ po.} \quad b_4 = 0.3846 \text{ po.}$$

épaisseur

$$h_1 = h_3 = 0.296 \text{ po.} \quad h_2 = 0.1896 \text{ po.} \quad h_4 = 0.078 \text{ po.}$$

Moment d'inertie

$$I_1 = I_3 = 2.16119 \times 10^{-3} \text{ po}^4$$

$$I_2 = 567.98 \times 10^{-6} \text{ po}^4 \quad I_4 = 15.21 \times 10^{-6} \text{ po}^4$$

Modules de Young

$$E_4 = 30 \times 10^6 \text{ Lb/po}^2 \text{ (acier)}$$

$E_1 = E_2 = E_3$	$\left\{ \begin{array}{ll} \text{Acétal } (95^{\circ}\text{F}) & 747000 \text{ Lb/po}^2 \\ .812 \text{ oz/po}^3 & \\ \text{Nylon } (145^{\circ}\text{F}) & 85000 \text{ Lb/po}^2 \\ 50\% \text{ HR} & \end{array} \right.$
-------------------	--

Moment à l'encastrement

$$\text{MFM acétal} = 35 \text{ Lb po}$$

$$\text{MFM nylon} = 14 \text{ Lb po}$$

Appliquant la théorie des moments d'aire par rapport au centre de la surface courbe, la flèche y_c calculée est:

$$\text{Acétal } y_c = 0.045 \text{ po}$$

$$\text{Nylon 66 } y_c = 0.156 \text{ po}$$

B.2.3 Résultats

Des équations (B.4), (B.5), (B.6) et (B.7) le coefficient h sera évalué en convection forcée pour l'acétal et le nylon. Le tableau ci-dessous nous montre les résultats pour les différents paramètres étudiés.

Paramètres	Echantillon	
	ACETAL	NYLON 66
y_c (po)	0.045	0.156
U_∞ (po/sec)	5.40	18.72
Re_f	215.21	681.88
(15) h (BTU/hre $\pi^2 0^{\circ}\text{F}$)	1.90	4.60
(16) \bar{h}	2.08	5.14

B.2.4 Conclusion

Pour les deux matériaux analysés, dans nos conditions d'utilisation, nous obtenons avec les deux types de convections étudiées les valeurs du coefficient \bar{h} moyen au centre de la partie courbe de l'échantillon tel que montrées dans le tableau suivant:

ECHANTILLON	CONVECTION	
	LIBRE	
		FORCEE
ACETAL	0.8	2
NYLON	1.2	5

Valeurs de \bar{h} (BTU/hre pi² °F)

Les nombres de Reynolds calculés étant inférieurs à la gamme permise ($< 4 \times 10^3$), nous supposons les équations empiriques valides pour notre cas de faible convection forcée. Conséquemment, le coefficient h utilisé dans le modèle numérique et analytique devrait se situer dans la partie inférieure de la gamme permise (2-50 BTU/hre pi² °F) pour une convection de type forcée.

Appendice C

Imprimé du programme ECHANTILLON 1-D

```

C PROGRAMME ECHANTILLON 1-D (TAN(DELTA), E VARIABLES) MAI 1980 R.C
C
C UTILISE POUR CALCULER LA DISTRIBUTION DE TEMPERATURE DANS UN
C ECHANTILLON VISCO-ELASTIQUE EN UNE DIMENSION PAR LA METHODE
C DES DIFFERENCES FINIES. LA METHODE NUMERIQUE DE GAUSS-SEIDEL
C ET LA METHODE DE SOUS-RELAXATION SUCCESSIVE(SOR) SERONT UTILISEES
C ICI. LA DEMI-EPAISSEUR AU CENTRE DE L'EPROUVEtte SERA ANALYSEE.
C L'ERREUR DU CALCUL EST EXPRIME PAR LA RACINE DE LA MOYENNE DES CARRS
C LE TAUX DE DISSIPATION DE CHALEUR ET LE MODULE D'ELASTICITE DYNAMIQUE
C SERONT VARIABLES SELON LA TEMPERATURE DE CHAQUE NOEUD, L'APPROXIMATION
C DE CES FONCTIONS SERA FAITE A L'AIDE D'UN LISSAGE DE COURBE POLYNOMIALE
C LES CALCULS DES TEMPERATURES SERONT FAITS EN DOUBLE PRECISION
C

DIMENSION ECHANT(20),PDT(20),PE(20),TDAP(-1),EAP(-1),XAP(-1),
1X(20)
C ECHANT... TYPE DE L'ECHANTILLON ANALYSE
C PDT... POINTS DE LA FONCTION TAN(DELTA)DIM * NOMBRE DE POINTS
C PE... POINTS DE LA FONCTION E DIM * NOMBRE DE POINTS
C TDAP,EAP,XAP,,, DIMENSION = ITF,,TEMPERATURE MAXIMALE DE L'APPROXIMATION
C (SI ON VERIFIE L'APPROXIMATION SEULEMENT)
C
C DE POINTS DE TAN(DELTA) OU DE E.
C DIMENSION C1( 7),C2( 7),C3( 7),P1(25),P2(25),P3(25)
C COMMON /LISS/ TD(100),E(100),COEFDT(7),COEFE(7),IHARM,ITI,ITF
C C1,C2,C3,COEFDT,COEFE,,, LISSAGE DE COURBE DIMENSION * DEGRE DU POL.
C P1,P2,P3,,, LISSAGE DE COURBE DIMENSION * NOMBRE DE POINTS DONNES
C TD(I)... TAN(DELTA) DE CHAQUE NOEUD
C E(I)... MODULE DE YOUNG DE CHAQUE NOEUD
C COMMON /CONS2/ RI,RL,LU,IP
C COMMON /GRANO/ XMGCM,XMDCM,YMBCM,YMHCM,NCADRE,NSURX,NSUBY
C *,NDX,NDY,ICX,LCX,ICY,LCY
C DOUBLE PRECISION T(100,2),GR(100),TT(100),Y(100)
C T(I,1)... TEMPERATURE PRECEDENTE
C T(I,2)... TEMPERATURE ACTUELLE
C GR(I)... TAUX DE GENERATION DE CHALEUR
C TT(I)... TEMPERATURE THEORIQUE
C Y(I)... COORDONNE DE CHAQUE NOEUD
C
C I... NOMBRE DE NOEUDS (SERA DETERMINE PAR LA DIMENSION
C DE L'ELEMENT)
C DOUBLE PRECISION DY,FR,CDC,W,TA,H,RK,TINIT,RMFM,RI,RL,DYPI,BI,B,
C 1CONST,GRC,DT,DET,TMOY,TTMOY,C,RLPI,RM,CA
C
C REAL ITI,ITF
C
C RL... DEMI-EPAISSEUR DU CENTRE DE L'EPROUVEtte (PO)

```

```
C      RI,,, MOMENT D'INERTIE          (PO4)
C      LU,IP,,, UNITE LOGIQUE DU LECTEUR DE CARTE ET DE L'IMPRIMANTE
C
C      LECTURE DES DONNEES
C
C      3000 READ(LU,50) (ECHANT(I),I=1,20)
C
C      50 FORMAT(20A4)
C      ECHANT,,, TYPE DE L'ECHANTILLON ANALYSE
C
C      READ(LU,100) DY,FR,CDC
C
C      100 FORMAT(8D10.4)
C      DY,,, DELTA Y DE L'ELEMENT (PO)
C      FR,,, FACTEUR DE RELAXATION
C      CDC... DIFFERENCE DE TEMPERATURE REQUISE POUR LA FIN DE L'ITERATION
C
C      READ(LU,100) W,TA,H,RK,TINIT,RMFM
C
C      W,,, FREQUENCE D'EXCITATION DE L'ECHANTILLON (RAD/SEC)
C      TA,,, TEMPERATURE AMBIANTE (DEG F)
C      H,,, COEFFICIENT DE CONVECTION (BTU/(HRXPI2XDEG F))
C      RK,,,          CONDUCTIBILITE (BTU/(HRXPIXDEG F))
C      TINIT,,, TEMP. INITIALE AU DEBUT DE L'ITERATION
C      RMFM,,, MOMENT FLECHISSANT MAXIMUM (L8XP0)
C
C      READ(LU,102) NDT,NE,ITI,ITF,EMIN,EMAX,TMAX
C
C      102 FORMAT(215,5F10.4)
C      NDT,,, NOMBRE DE POINTS REQUIS POUR APPROXIMER TAN(DELTA)
C      NE,,, NOMBRE DE POINTS REQUIS POUR APPROXIMER E DYNAMIQUE
C      ITI... TEMPERATURE MINIMALE DE LA FONCTION A APPROXIMER
C      ITF... TEMPERATURE MAXIMALE DE LA FONCTION A APPROXIMER
C      EMIN... MODULE E MIN POUR GRAPH
C      EMAX... MODULE E MAX. POUR GRAPH
C      TMAX... TAN(DELTA) MAX. POUR GRAPH
C
C      READ(LU,103) (PDT(I),I=1,NDT)
C      READ(LU,103) (PE(I),I=1,NE)
C
C      PDT,,, POINTS A APPROXIMER POUR TAN(DELTA)
C      PE,,, POINT A APPROXIMER POUR E
C
C      103 FORMAT(8F10.4)
C
C      READ(LU,101) IPDET,ITMAX,IVER,IHARM,ICONT
C
C      101 FORMAT(16I5)
```

```
C IPDET... IMPRIME DET(RESIDU) A TOUS LES 'IPDET' ITERATIONS
C ITMAX... NOMBRE MAXIMUM D'ITERATIONS
C IVER... VERIFICATION DE L'APPROXIMATION POLYNOME. IVER#1 OUI,#0 NON
C IHARM... ORDRE DU POLYNOME + 1
C ICINT... CALCUL CONTINU A TOUS LES MULTIPLE DE .1 DEG. JUSQU'A 10-
C          POUR CDC. (IMPRIME A CHAQUE MULTIPLE) OUI #1 , NON # 0
C READ(LU,101) NSUBX,NSUBY,NDX,NDY
C          POUR GRAPHIQUE
C NSUBX,NSURY... NOMBRE DE SUBDIVISIONS EN X ET Y
C NDX,NDY... NOMBRE DE DIVISION EN X ET Y
C
C          CALCUL DU MOMENT AU CENTRE DE L'EPROUVEtte
C
C RM=RMFM*(1.00-1.00/.387501)
C
C DYPI=DY/12.00
C B=(H*DYPi)/RK
C
C          CALCUL DU NOMBRE DE NOEUDS ET DU DU FACTEUR "R" A LA SURFACE
C
C N=RL/DY
C IF(N*Dy.EQ.RL) GO TO 150
C B=(RL-N*Dy)/DY
C NINT=N-1
C GO TO 160
150 R=1.00
NINT=N-2
C
C          CALCUL DE LA COORDONNEE Y
C
C 160 Y(1)=0.0
C          WRITE(IP,1000) ECHANT,W,TA,H,RK,DY,FR,CDC,B,TINIT,RMFM,ITI,ITF,
C          IICOMPT,DET
C          NINT1=NINT+1
C          DO 200 I=1,NINT1
C 200 Y(I+1)=I*Dy
C          Y(NINT+3)=Y(NINT+2)+R*Dy
C
C          CALCUL DES COEFFICIENTS POUR TAN(DELTA) ET E
C
C          ICOMPT=ITF-ITI+1
C          TTINTER=FLOAT(ICOMPT-1)/(NDT-1)
C          DO 320 I=1,NDT
C 320 X(I)=(I-1)*TTINTER+ITI
C          CALL ORTHO(NDT,X,PDT,IHARM,C1,C2,C3,P1,P2,P3,COEFDT)
C          TTINTER=FLOAT(ICOMPT-1)/(NE-1)
C          DO 321 I=1,NE
```

```

321 X(I)=(I-1)*TINTER+ITI
      CALL ORTHO(NE,X,PE,IHARM,C1,C2,C3,P1,P2,P3,COEFE)
C
C      CALCUL DE LA GENERATION DE CHALEUR SANS TAN(DELTA) ET E
      CONST=W*RM**2*,6663496022D3/(2,00*RI**2)
      NINT3=NINT+3
      DO 300 I=1,NINT3
300  GR(I)=CONST*Y(I)**2
C
C      VERIFICATION DE L'APPROXIMATION DE TAN(DELTA) ET E
C
      IF(IVER.EQ.0) GO TO 350
      WRITE(IP,1111)
      WRITE(IP,301) NDT,NE
301 FORMAT(1X,'NOMBRE DE POINTS POUR TAN(DELTA) * ',IS,/,1X,'NOMBRE DE
1 POINTS POUR E * ',IS/)
      WRITE(IP,302)
302 FORMAT(3X,'NO POINTS',5X,'TAN(DELTA)',5X,'E(LB/P02)''')
      I=NE
      IF(NDT.GT.NE) I=NDT
      WRITE(IP,315) (J,PDT(J),PE(J),J=1,I)
      WRITE(IP,305) IHARM
305 FORMAT(1H1,/5X,'DEGRE DU POLYNOME * ',IS,
1//10X,'APPROXIMATION PAR LISSAGE DE COURBE',//,5X,'DEG FAR',5X,
2'TAN(DELTA)',5X,'E(LB/P02)'')
      J=ITI
      K=ITF
      DO 310 I=J,K
      I1=I-ITI+1
      CALL CALC(FLOAT(I),EAP(I1),COEFE,IHARM)
      CALL CALC(FLOAT(I),TDAP(I1),COEFDT,IHARM)
      XAP(I1)=I
310  WRITE(IP,315) I,TDAP(I1),EAP(I1)
315 FORMAT(7X,IS,7X,F6.4,9X,F7.0)
      WRITE(IP,1111)
      TI=ITI
      TF=ITF
C      TRACE E - FONCTION DONNEE
C      CALL GRAFIC(TT,PE,TI,TF,EMIN,EMAX,NE,1,2,0,3)
C      TRACE E - FONCTION APPROXIME
C      CALL GRAFIC(XAP,EAP,TI,TF,EMIN,EMAX,ICOMPT,0,3,0,3)
      TI=ITI
      TF=ITF
      TINTER=FLOAT(ICOMPT-1)/(NDT-1)
      DO 322 I=1,NDT
322  TT(I)=(I-1)*TINTER+ITI
C      TRACE TAN(DELTA) - FONCTION DONNEE

```

```

C      CALL GRAFIC(TT,PDT,ti,tf,0.,tdmax,nut,1,2,0,3)
C      TRACE TAN(DELTA) APPROXIME
C      CALL GRAFIC(XAP,TDAP,ti,tf,0.,tdmax,icompt,0,3,0,3)
C
C      INITIALISATION DES TEMPERATURES
C
 350 DO 400 I=1,NINT3
      T(I,1)=TINIT
 400 T(I,2)=TINIT
C
C      DEBUT DE LA BOUCLE D'ITERATION
C
      icompt=1
C
C      CALCUL DE LA TEMPERATURE AU NOEUD SUR LA PAROIE ISOLEE
C
 450 T(1,2)=(1.00-FR)*T(1,1)+FR*T(2,1)
      CALL GENER(GR,GRC,1,T(1,1))
C      WRITE(IP,2000) FR,T(1,1),T(2,1),T(1,2),GRC
C2000 FORMAT(' FR ',F5.2,' T(1,1) ',E15.8,' T(2,1) ',E15.8,'/T(1,2) ',
C      1E15.8,' GRC ',E15.8)
C
C      CALCUL DE LA TEMP. AUX NOEUDS INTERNES
C
      DO 500 I=2,NINT1
      CALL GENER(GR,GRC,I,T(I,1))
      T(I,2)=(1.00-FR)*T(I,1)+.5D0*FR*(T(I+1,1)+T(I-1,2)+GRC*DYPI**2/RK)
C      CPU#I+1 =
C      IMU#I-1
C      WRITE(IP,3500) I,FR,GRC,DYPI,RK,T(I,1),T(IPU,1),T(IMU,2),T(I,2)
C3500 FORMAT(' I ',I3,' FR ',F5.2,' GRC ',E15.8,'DYPI ',E15.8,' RK ',
C      1E15.8/,' T(I,1) ',E15.8,' T(I+1) ',E15.8,' T(I-1,2) ',E15.8/,
C      2' T(I,2) ',E15.8)
 500 CONTINUE
C
C      CALCUL DU NOEUD PRES DE LA SURFACE
C
      NINT2=NINT2+2
      CALL GENER(GR,GRC,NINT2,T(NINT2,1))
      T(NINT2,2)=(1.00-FR)*T(NINT2,1)+FR/(1.00+1.00/B)*(T(NINT1,2)+1.00/
      1B*T(NINT3,1)+GRC*DYPI**2*(1.00+B)/(2.00*RK))
C      WRITE(IP,3100) NINT2,FR,GRC,DYPI,RK,B,T(NINT2,1),T(NINT3,2),T(NINT
C      13,1),T(NINT2,2)
C3100 FORMAT(' NINT2 ',I3,' FR ',F5.2,' GRC ',E15.8,' DYPI ',E15.8,
C      1' RK ',E15.8/,' B ',E15.8,' T(NINT2,1) ',E15.8,' T(NINT1,2) ',E15.
C      28/,' T(NINT3,1) ',E15.8,' T(NINT2,2) ',E15.8)
C

```

```

C      CALCUL DU NOEUD A LA SURFACE
C
C      CALL GENER(GR,GRC,NINT3,T(NINT3,1))
C      T(NINT3,2)=(1.00-FR)*T(NINT3,1)+FR/(1.00/B+BI)*(1.00/B*T(NINT2,2)+
C      1GRC*B*DYPI**2/(2.00*RK)+BI*TA)
C      WRITE(IP,4000) NINT3,FR,GRC,DYPI,RK,B,BI,TA,T(NINT3,1),T(NINT2,2),
C      1T(NINT3,2)
C4000 FORMAT(' NINT3 ',13,' FR ',F5.2,' GRC ',E15.8,' DYPI ',E15.8,
C      1' RK ',E15.8,' B ',E15.8,' BI ',E15.8,' TA ',F5.1,' T(NINT3,1) ',
C      1E15.8/, ' T(NINT2,2) ',E15.8,' T(NINT3,2) ',E15.8)
C
C
C      CALCUL DE LA MOYENNE DES CARRES DES DIFFERENCES DE TEMPERATURE
C
C      DET=0.00
C      RLPI=RL/12.00
C      DO 600 I=1,NINT3
C      DT=0ABS(T(I,2)-T(I,1))
C      DET=DET+DT**2
C      WRITE(IP,5000) I,DT,DET
C5000 FORMAT(' I ',13,' DT ',E22.15,' DET ',E22.15)
C      600 CONTINUE
C      DET=DSQRT(DET/NINT3)
C
C      VERIFICATION DE L'ITERATION
C
C      IF(ICOMPT-IPDET*(ICOMPT/IPDET).EQ.0) WRITE(IP,760) ICOMPT,DET,T(1,
C      12)
C560 FORMAT(1X,'ITERATION NO : ',I5,5X,'RESIDU # ',E20.9,' TEMP(Y# 0) # '
C      1',F15.9)
C      IF(DET.LE.CDC) GO TO 800
C      IF(ICOMPT.EQ.ITMAX) GO TO 800
C      ICOMPT=ICOMPT+1
C      DO 750 I=1,NINT3
C750 T(I,1)=T(I,2)
C      GO TO 450
C
C      CALCUL DE LA MOYENNE DES TEMPERATURES NUMERIQUES
C$OPTIONS LIST
C
C      800 TMOY=0.
C      DO 850 I=1,NINT3
C850 TMOY=TMOY+T(I,2)
C      TMOY=TMOY/NINT3
C      WRITE(IP,6000) TMOY
C6000 FORMAT('TEMP NUM MOYENNE # ',E22.15)
C      925 TTMOY=TMOY

```

```

C
C      CALCUL DE TAN(DELTA) ET E A CETTE TEMP. MOYENNE
C
C      TR=TMOY
C      CALL CALC(TR,TDM,COEFDT,IHARM)
C      CALL CALC(TR,EM,COEFE,IHARM)
C      WRITE(IP,7000) TR,TDM,EM
C7000 FORMAT(' TR ',E15.8,' TDM ',E15.8,' EM ',E15.8)

C
C      CALCUL DE LA DISTRIBUTRITION ANALYTIQUE
C
C      LA TEMPERATURE ANALYTIQUE SERA CALCULEE AVEC 49 POINTS(DY=.002")
C
DO 930 I=1,47
930 GR(I+1)=I*.002D0
GR(49)=GR(48)+.0004D0
C=CONST*TDM/(EM*(1+TDM**2))
C      WRITE(IP,8000) C,CONST
C8000 FORMAT(' C ',E22.15,' CONST ',E22.15)
DO 900 I=1,49
900 TT(I)=C*(-(GR(I)/12.D0)**4/(12.D0*RK)+RLPI**3/(3.D0*H)+RLPI**4/
1(12.D0*RK))*144.D0+TA
C
C      CALCUL DE LA MOYENNE DES TEMPERATURES ANALYTIQUE
C
C      TMOY=0.D0
DO 950 I=1,49
950 TMOY=TMOY+TT(I)
TMOY=TMOY/49
C
C      CA... CRITERE D'ARRET POUR LA RECHERCHE DE LA TEMPERATURE ANALYTIQ
C      EN FONCTION DES PARAMETRES VARIABLES TAN(DELTA) ET E.
C
CA=.1D0
IF(DABS(TMOY-TTM0Y).GT.CA) GO TO 925
C=CONST*TDM/(EM*(1+TDM**2))
DO 960 I=1,NINT3
960 TT(I)=C*(-(Y(I)/12.D0)**4/(12.D0*RK)+RLPI**3/(3.D0*H)+RLPI**4/
1(12.D0*RK))*144.D0+TA
C
C      IMPRIME LES RESULTATS
C
WRITE(IP,1000) ECHANT,W,TA,H,RK,DY,FR,CDC,B,TINIT,RMFM,ITI,ITF
1,ICOMPT,DET
1000 FORMAT(1H1,///5X,41HDISTRIBUTION DE TEMPERATURE - 1 DIMENSION,/
113X,26HECHANTILLON VISCOELASTIQUE,/15X,22HMETHODE : DIFF, FINIES//,
2//,5X,14HECHANTILLON : ,//20A4,///,5X,25HFREQUENCE D'EXCITATION : ,

```

```

3F10.4,7HRAD/SEC,
4/5X,'TEMPERATURE AMBIANTE : ',  

5F6.2,8HDEG FAR.,/5X,31HCOEFFICIENT DE CONVECTION(H) : ,F10.2,  

618HBTU/(HRXPT12XDEG F),/5X,35HCOEFFICIENT DE CONDUCTIBILITE(K) : ,  

7F10.4,17HBTU/(HRXPIXDEG F)//,5X,23HDELTA Y DE L'ELEMENT : ,F10.5,  

82HPO,/5X,24HFACTEUR DE RELAXATION : ,F10.5,/5X,36HDELTA T POUR TER  

9MINER L'ITERATION : ,F20.9,'DEG FAR.'/5X,'FACTEUR B : ',E11.4/5X,  

A'TEMPERATURE INITIALE : ',F6.2,' DEG ',  

B'FAR',//5X,'MOMENT FLECHISSANT MAXIMUM : ',F5.2,/5X,'LIMITE MINIMAL  

DE : ',F5.0,' DEG FAR',//5X,'LIMITE MAXIMALE : ',F5.0,' DEG FAR',//  

D5X,'NOMBRE D'ITERATION : ',I5,//5X,'RESIDU * ',F20.10,' DEG FA.')
C
      WRITE(IP,1100)
1100 FORMAT(1H1,//10X,50HDISTRIBUTION DE TEMPERATURE NUMERIQUE ET THEOR  

    IQUE,//16X,21HTEMPERATURE (DEG FAR)//,1X,5HNOEUD,2X,'Y(P0)',3X,9HNU  

    2MERIQUE,3X,9HTHEORIQUE, 3X,'IT(NUM-THEOR)',2X,'TAN(DELTA)',3X,'E(L  

    3B/P02)'//)
C
      DO 1200 I=1,NINT3
      DTN=T(I,2)-TT(I)
1200 WRITE(IP,1300) I,Y(I),T(I,2),IT(1),DTN,T0(I),E(I)
1300 FORMAT(I5,2X,F6.4,2X,F9.3,3X,F9.3,4X,E11.4,6X,F6.4,5X,F7.0)
      WRITE(IP,1400) TMOY,TDM,EM
1400 FORMAT(///,' TEMPERATURE ANALYTIQUE MOYENNE * ',F10.2,' DEG F.'//,  

    1' TAN(DELTA) MOYEN * ',F10.5//,' E MOYEN * ',F10.0,' LB/P02')
      WRITE(IP,1111)
1111 FORMAT(1H1)
C
      IF(ICONT.EQ.0) GO TO 1350
      CDC=CDC*,100
      IF(CDC.LT.1.0-7) GO TO 1350
      GO TO 450
C1350 WRITE(7,1234)
C1234 FORMAT('FIN DU PROGRAMME ? OUI#1 NON#0')
C      READ(7,1235) IFIN
C1235 FORMAT(I1)
C      IF(IFIN.EQ.0) GO TO 3000
1350 STOP
      END

```

```
BLOCK DATA
COMMON /CONS2/ RI,RL,LU,IP
DOUBLE PRECISION RI,RL
COMMON /GRANO/ XMGCM,XMDCM,YMBCM,YMHCM,NCADRE,NSUBX,NSUBY
*,NDX,NDY,ICX,LCX,ICY,LCY
DATA RI/560465.0-9/,RL/.0944D0/,LU/5/,IP/6/
DATA ICX/0/,LCX/2214/,ICY/0/,LCY/3075/
C NSUBX : NOMBRE DE SUBDIVISIONS EN X (5)
C NSUBY : NOMBRE DE SUBDIVISIONS EN Y (5)
C XMGCM : MARGE DE L'ABSCISSE A GAUCHE EN CM (1.0)
C XMDCM : MARGE DE L'ABSCISSE A DROITE EN CM (1.0)
C YMBCM : MARGE DE L'ORDONNEE EN BAS EN CM (1.0)
C YMHCM : MARGE DE L'ORDONNEE EN HAUT EN CM (1.0)
C NCADRE : SI * 1 : AVEC CADRE ; SI * 0 : SANS CADRE (1)
      END
```

```
SUBROUTINE GENER(GR,GRC,I,T)
C UTILISE POUR CALCULER LA GENERATION DE CHALEUR A CHAQUE NOEUD
C SELON LA TEMPERATURE DU NOEUD
C
C DOUBLE PRECISION GR(I),GRC,T
C COMMON /LISS/ TD(100),E(100),COEFDT(7),COEFE(7),IHARM,ITI,ITF
C REAL ITI,ITF
C IF(T.LT.ITI) WRITE(6,10) T,ITI
10 FORMAT(/1X,'TEMPERATURE # ',F10.2,' INFERIEURE A LA',
1' LIMITES MINIMALE # ',I5/)
C IF(T.GT.ITF)WRITE(6,20) T,ITF
20 FORMAT(/1X,'TEMPERATURE # ',F10.2,' SUPERIEURE A LA',
1' LIMITES MAXIMALE # ',I5/)
C CALCUL TAN (DELTA)
C TR=T
C CALL CALC(TR,TD(1),COEFDT,IHARM)
C CALCUL DU MODULE E
C CALL CALC(TR,E(I),COEFE,IHARM)
C
C CALCUL DE GR(I) (TAUX DE DISSIPATION D'ENERGIE)
C UNITE # LBXPO/(P03XSEC)*666,3496022# BTU/(HREXP)3
C
C GRC=GR(I)*TD(I)/(E(I)*(1+TD(I)**2))
C WRITE(6,1234) I,T,TD(I),E(I),GRC
C1234 FORMAT(1X,'NO ',I3,1X,'T ',F4.0,' TD ',F6.4,' E ',F7.0,' GRC ',E11
C   1,4)
C      RETURN
CEND
```

```
SUBROUTINE CALC(T,F,COEF,N1)
C UTILISE POUR EVALUER LA VALEUR D'UNE FONCTION APPROXIMER PAR
C UN POLYNOME POUR UNE TEMPERATURE DONNEE
DIMENSION COEF(1)
F=COEF(1)
DO 10 I=2,N1
10 F=F+COEF(I)*T**(I-1)
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE ORTHO(N,X,Y,M1,C1,C2,C3,P1,P2,P3,COFF)
C UTILISE POUR LISSE UNE COURBE PAR LA METHODE DES MOINDRES CARRES
C
C N... NOMBRE DE POINTS DE LA COURBE
C X... ABSISSE
C Y... ORDONNE
C M1... ORDRE DU POLYNOME + 1
C COEF... COEFFICIENT DU POLYNOME
C DIMENSION X(N),Y(N),C1(M1),C2(M1),C3(M1),P1(N),P2(N),P3(N),COFF(M1
1)
M=M1-1
IER=0
IF(N-M) 1,1,2
1 IER=1
RETURN
2 C2(1)=0.
C3(1)=1.
CJ=0.
DO 20 I=1,N
P2(I)=0.
P3(I)=1.
20 CJ=CJ+Y(I)
S2=N
S3=S2
CJ=CJ/S3
COEF(1)=CJ
DO 60 J=2,M1
C1(J)=0.
C2(J)=0.
COEF(J)=0.
JM1=J-1
DO 22 I=1,JM1
C1(I)=C2(I)
22 C2(I)=C3(I)
DO 23 I=1,N
P1(I)=P2(I)
23 P2(I)=P3(I)
S1=S2
S2=S3
AJ=0.
BJ=0.
DO 24 I=1,N
T=X(I)*P2(I)
AJ=AJ+T*P2(I)
24 BJ=BJ+T*P1(I)
AJ=AJ/S2
```

```
BJ=BJ/S1
CJ=0.
S3=0.
DO 25 I=1,N
T=(X(I)-A,I)*P2(I)-BJ*P1(I)
CJ=CJ+Y(I)*T
S3=S3+T*T
25 P3(I)=T
T=CJ
CJ=CJ/S3
C3(1)=-AJ*C2(1)-BJ*C1(1)
COEF(1)=COEF(1)+CJ*C3(1)
29 DO 32 I=2,J
C3(I)=C2(I-1)-AJ*C2(I)-BJ*C1(I)
COEF(I)=COEF(I)+CJ*C3(I)
32 CONTINUE
60 CONTINUE
RETURN
END
```

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00289061 2