

Titre: Utilisation pratique de l'Abaque de Nichol pour la synthèse des compensateurs pour les asservissements et les régulateurs
Title: Practical use of the Nichol's slide rule for the synthesis of compensators for servo-mechanisms and regulators

Auteurs: André B. Turgeon
Authors:

Date: 1978

Type: Rapport / Report

Référence: Turgeon, A. B. (1978). Utilisation pratique de l'Abaque de Nichol pour la synthèse des compensateurs pour les asservissements et les régulateurs. (Rapport technique n° EP-R-78-41). <https://publications.polymtl.ca/5985/>
Citation:

Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/5985/>
PolyPublie URL:

Version: Version officielle de l'éditeur / Published version

Conditions d'utilisation: Tous droits réservés / All rights reserved
Terms of Use:

Document publié chez l'éditeur officiel

Document issued by the official publisher

Institution: École Polytechnique de Montréal

Numéro de rapport: EP-R-78-41
Report number:

URL officiel:
Official URL:

Mention légale:
Legal notice:



DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE

SECTION AUTOMATIQUE

Rapport Technique EP78-R-41

Classification: Library of Congress no.....

UTILISATION PRATIQUE DE L'ABAQUE DE NICHOL
POUR LA SYNTHESE DES COMPENSATEURS POUR
LES ASSERVISSEMENTS ET LES REGULATEURS

par

Dr. André B. TURGEON
Professeur Titulaire
Département de Génie Electrique

Octobre 1978

Ecole Polytechnique de Montréal

CA2PQ
UP4
78R41
FRE

Campus de l'Université
de Montréal
Case postale 6079
Succursale 'A'
Montréal, Québec
H3C 3A7

18 OCT 1978

Don

UTILISATION PRATIQUE DE L'ABAQUE DE NICHOL
POUR LA SYNTHESE DES COMPENSATEURS POUR
LES ASSERVISSEMENTS ET LES REGULATEURS

par

Dr. André B. TURGEON
Professeur Titulaire
Département de Génie Electrique

**À CONSULTER
SUR PLACE**

TABLE DES MATIERES

	PAGE
PRESENTATION	iv
SOMMAIRE	v
1. NOTIONS GENERALES	1
1.1 Le lieu de transfert en boucle fermée	1
1.2 La sensibilité face à une perturbation	3
1.3 La stabilité	4
1.3.1 Le problème de base	4
1.3.2 Singularité à l'origine	5
1.3.3 Nombre de pôles instables de $G_1(s)G_2(s)$	5
1.3.4 Relevé des points où le lieu passe à l'infini	5
1.3.5 Les intersections à l'axe réel	5
1.3.6 Constatations sur la relation de phase	6
1.3.7 Constatations à partir de la relation de gain	7
1.3.8 Variation de phase aux points $P(w_i)$	8
1.3.9 Application du critère de Nyquist	8
1.3.10 Marge de phase et marge de gain	10
2. SYNTHESE DES COMPENSATEURS POUR LA COMMANDE EN ASSERVISSEMENT	11
2.1 Introduction	11
2.2 Mise au point d'un PD ou d'un PDD ²	11
2.3 Application pratique I	15
3. LA SYNTHESE EN FONCTION DE LA REGULATION	16
3.1 Notions générales	16
3.2 Compensation des systèmes à boucles multiples	20
3.2.1 Le problème de base	20
3.2.2 Compensation	22
3.2.3 Imposition de contraintes	27
3.2.4 Notes relatives à des simplifications de calcul	29

<u>4. APPLICATION A LA REGULATION D'UNE CENTRALE AUTONOME</u>	31
4.1 Régulation de type proportionnel	31
4.2 Régulation du type PDD ²	32
4.3 Régulation du type PID	32
REFERENCES	44

PRESENTATION

Ce projet concerne les systèmes de puissance et est subventionné par une subvention du Ministère de l'Education du Québec FCAC-378-76. Nous tenons à souligner que les discussions avec notre collègue R.M. De Santis ont été précieuses. Les projets de fin d'études MM. Alain Grenier et P.A. Tellier apportent une contribution au niveau de la simulation.

SOMMAIRE

Dans cet exposé deux aspects importants de la synthèse sont abordés:

- le développement d'un compensateur qui maintient une marge de stabilité définie pour des systèmes à boucle unique;
- la mise au point de compensateurs pour des boucles multiples avec une contrainte sur la marge de stabilité.

Le problème de la stabilité de la régulation de fréquence et de tension d'une centrale de génération électrique est largement discuté.

1. NOTIONS GENERALES

1.1 Le lieu de transfert en boucle fermée

L'abaque de Hall permet de calculer dans un plan polaire la réponse en fréquence en boucle fermée d'un système à retour unitaire dont la fonction de transfert en boucle ouverte est donnée. C'est

$$H_A(jw) = \frac{G_1(jw) G_2(jw)}{1+G_1(jw)G_2(jw)} = \frac{R(jw)}{E(jw)} \quad (1)$$

avec $G_1(jw)$ le système et $G_2(jw)$ le réseau compensateur comme l'indique la Figure 1.

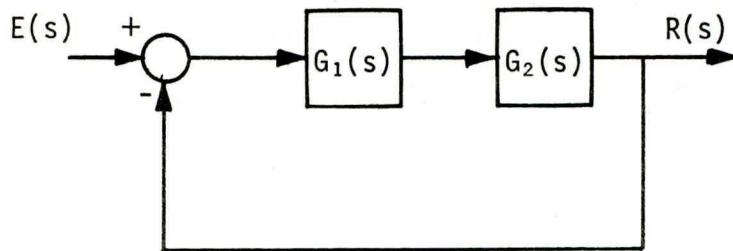


Figure 1. Système à retour unitaire

Dans ce cas simple le point critique est fixe.

Toutefois en pratique, l'application du critère de Nyquist doit se faire par l'utilisation d'un lieu critique. C'est le lieu des points de la fonction $-1/G_1(jw)$ dans le plan polaire. L'abaque de Hall doit donc être adapté en conséquence à partir d'une modification de $H_A(jw)$, soit

$$H_A(jw) = \frac{G_2(jw)}{\frac{1}{G_1(jw)} + G_2(jw)} \quad (2)$$

Les lieux à contours λ constants (gain en boucle fermée) sont des cercles de centre (α, β) et de rayon R avec

$$\alpha = \frac{-\lambda^2}{\lambda^2 - 1} A(w) \quad (3) \quad \beta = \frac{-\lambda^2}{\lambda^2 - 1} B(w) \quad (4)$$

$$R = \frac{\lambda}{\lambda^2 - 1} [A(w)]^2 + [B(w)]^2 \quad (5)$$

$$A = \text{Reel} \left[-\frac{1}{G_1(jw)} \right] \quad (6) \quad B = \text{Im} \left[-\frac{1}{G_1(jw)} \right] \quad (7)$$

En normalisant ces lieux par rapport à la distance du point critique à l'origine, l'abaque traditionnel de Hall est retrouvé. Les lieux à phase Ψ constante sont aussi établies. La disposition de l'abaque est donné en Figure 2 il s'agit d'une rotation de l'abaque sur un cercle de rayon unitaire; l'origine étant figée.

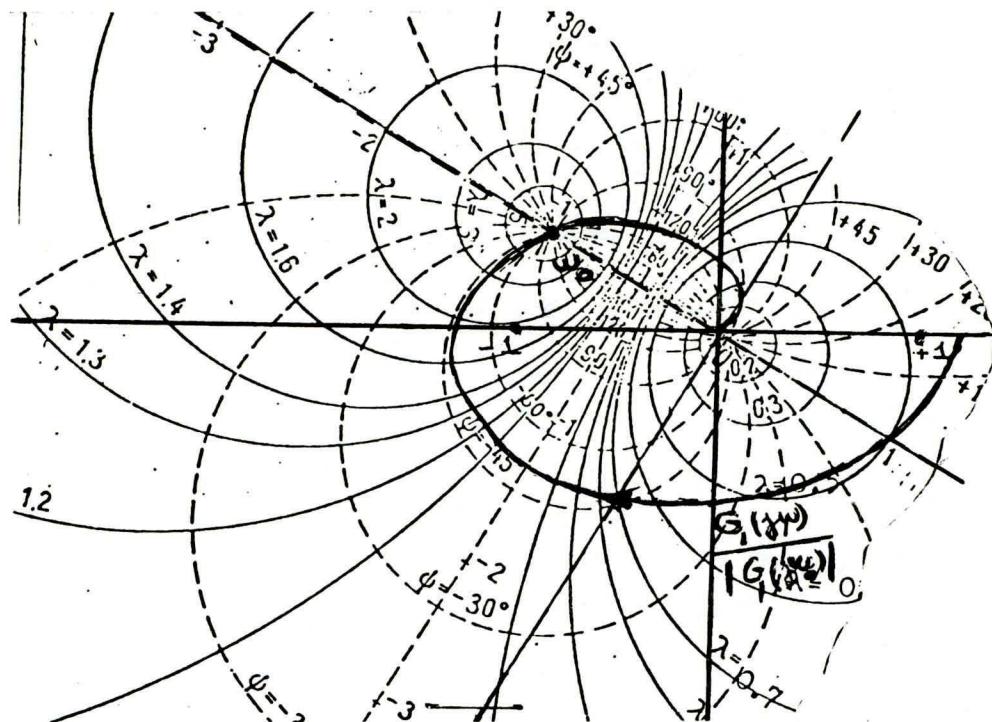


Figure 2. Abaque de Hall pour un point critique normalisé

$$-\frac{|G_1(jw)|}{G_1(jw)}$$

Cependant le changement de rayon dans le plan polaire impose une modification correspondante de gain de la fonction $G_2(jw)$.

Dès lors, il apparaît que l'étude dans un plan de Black avec un abaque de Nichol sera plus simple et pratique. Le déplacement du point (0dB, -180°) de l'abaque sur le lieu critique étant compensé par la position relative que prend le lieu de transfert de $G_2(jw)$. Ces propriétés sont exploitées depuis longtemps pour l'analyse des systèmes non linéaires par la méthode de Kochenburger (1) mais n'ont pas été exploitées pour la synthèse des systèmes linéaires. Nous ferons des propositions dans ce sens.

1.2 La sensibilité face à une perturbation

La Figure 3 peut présenter le système en fonctionnement régulateur

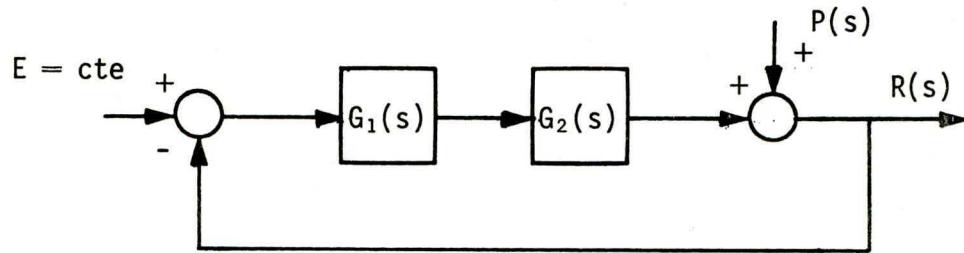


Figure 3. Fonctionnement en régulateur

Avec cette structure il vient

$$H_R(jw) = \frac{1}{1+G_1(jw) G_2(jw)} = \frac{R(jw)}{P(jw)} \quad (8)$$

$P(s)$ est la perturbation.

Avec cette formulation il convient d'observer que des lieux tout à fait conformes à ceux existants dans l'abaque de Hall seront établis. Il suffit de prendre pour fonction

$$H_R(jw) = \frac{1/G_1(jw)}{G_2(jw) + \frac{1}{G_1(jw)}} \quad (9)$$

Si le point critique de l'abaque de Hall est placé en $G_2(jw)$ normalisé, alors l'adaptation en conséquence du gain de la fonction $[-\frac{1}{G_1(jw_0)}]$ permet la lecture du gain et de la phase. Encore une fois, l'abaque de Nichol est plus pratique pour l'analyse. Ces propriétés peuvent être utilisées avec avantage pour la mise au point de compensateur en fonction de critère de sensibilité face aux perturbations.

1.3 La stabilité

1.3.1 Le problème de base

L'étude de la stabilité d'une boucle se fait à partir de son équation caractéristique. Le cas où le point critique évolue avec la fréquence présente quelques difficultés. Le critère de Nyquist est toujours applicable mais il faut déduire l'allure générale du lieu global $G_1(jw) G_2(jw)$.

Pour ce faire il faut:

- relever le nombre de singularités à l'origine;
- relever le nombre de pôles instables en boucle ouverte;
- relever les points où le lieu passe par un gain infini et préciser les variations brusques de phase;
- relever les pulsations et les amplitudes où le lieu global rencontre l'axe des réels et en donner l'orientation de la traversée.

Une proposition intéressante a été apportée à la solution de ce problème par R. De Santis (2). Nous apportons ici quelques données de base sur chaque thème.

1.3.2 Singularité à l'origine

Le calcul du nombre de pôles à l'origine de la fonction $G_1(s) G_2(s)$ est immédiat. La valeur à $w \Rightarrow 0^+$: définit le point de départ du lieu de Nyquist.

1.3.3 Nombre de pôles instables de $G_1(s) G_2(s)$

Cette donnée est directe à l'examen des deux fonctions en cause.

1.3.4 Relevé des points où le lieu passe à l'infini

C'est la déduction des pôles situés sur l'axe des imaginaires. La connaissance de $G_1(s) G_2(s)$ rend ce problème trivial. Une attention spéciale doit être apportée au variation brusque de phase par le calcul de la phase de l'ensemble à $w = w_p - \varepsilon$ et $w = w_p + \varepsilon$ ($\varepsilon \rightarrow 0$). w_p étant la pulsation d'oscillation.

1.3.5 Les intersections à l'axe réel

Les points d'intersection doivent satisfaire la relation

$$G_2(w_i) e^{j\varphi_2(w_i)} = - \frac{1}{G_1(w_i) e^{j\varphi_1(w_i)}} \quad (10)$$

D'où deux relations: l'une de gain

$$G_2(w_i) = \frac{1}{G_1(w_i)} \quad (11)$$

l'autre de phase

$$\varphi_2(w_i) + \varphi_1(w_i) = \varphi_t(w_i) = \lambda\pi \quad (\lambda \text{ nombre entier}) \quad (12)$$

ou encore

$$\varphi_2(w_i) - \varphi_1^*(w_i) = \varphi_t(w_i) + \pi = (\lambda + 1)\pi \quad (13)$$

avec $G_1(w)$ et $G_2(w)$ gain de $G_1(jw)$ et $G_2(jw)$ en valeur absolue
 $\varphi_1(jw)$ et $\varphi_2(jw)$ phase de $G_1(jw)$ et $G_2(jw)$

$\varphi_1^*(w)$ la phase de $[-\frac{1}{G_1(jw)}]$

et $\varphi_t(w)$ la phase de $G_1(jw)G_2(jw)$

Le point d'intersection est donc

$$P(w_i) = G_1(w_i) G_2(w_i) e^{j\varphi(w_i)} \quad (14)$$

Les valeurs i de w_i indiquent l'ordre croissant des intersections dans le sens de la progression de w .

1.3.6 Constatations sur la relation de phase

Constatation #1

Si $\varphi_2(w_i) - \varphi_1^*(w_i) = 2\lambda\pi$ l'intersection est à droite de l'origine.

Constatation #2

Si $\varphi_2(w_i) - \varphi_1^*(w_i) = (2\lambda + 1)\pi$ l'intersection est à gauche de l'origine.

Constatation #3

Si dans l'intervalle (w_d, w_f) les lieux de Black de $G_2(jw)$ et $1/G_1(jw)$ sont situés dans une même fenêtre ou bande de phase alors le lieu de transfert global coupe l'axe des réels négatifs.

Dans le cas contraire il n'y a pas d'intersection à gauche de l'origine.

Constatation #4

Le lieu coupe l'axe des réels positifs si les lieux de Black de $G_2(jw)$ et de $-1/G_1(jw)$ sont inclus dans deux fenêtres de phase décalées de 180° soient $\alpha < \varphi < \beta$ et $(180+\alpha) < \varphi < (180+\beta)$.

Dans le cas contraire il n'existe pas d'intersection à droite de l'origine.

1.3.7 Constatations à partir de la relation de gain

Constatation #5

Tous les points $P(w_i)$ où on a $20\lg G_2(w_i) \leq 20 \lg -1/G(w_i)$ sont des points d'intersection dans l'intervalle $-1 < \alpha < +1$. Sinon les points sont à l'extérieur de cet intervalle.

Constatation #6

Si $G_1(w_i) G_2(w_i) = 0 \Rightarrow -\infty \text{ dB}$ alors l'intersection est à l'origine et la phase d'entrée à ce point est $\varphi_t(w_i) = \varphi_2(w_i) + \varphi_1(w_i)$. C'est souvent une direction asymptotique à $w = \infty$.

Constatation #7

Si $G_1(w) G_2(w) = \infty \Rightarrow +\infty$ dB alors en ces points il existe un pôle sur l'axe des jw et il faut tenir compte de la phase et de sa variation brusque.

1.3.8 Variation de phase aux points $P(w_i)$

Le sens de la variation de phase du lieu global observé dans la direction des pulsations croissantes est de première importance dans l'application du critère de Nyquist. Elle se calcule aux points $P(w_i)$ par la relation de phase c'est

$$\frac{\Delta\varphi(w_i)}{\Delta w} = \frac{\Delta\varphi_2(w_i)}{\Delta w} - \frac{\Delta\varphi_1^*(w_i)}{\Delta w} \quad (15)$$

1.3.9 Application du critère de Nyquist

Puisque le point critique est toujours $(-1,0)$ il n'est pas nécessaire de calculer les points d'intersection à l'axe des réels dans l'intervalle $-1 < \alpha < +1$. Il faut cependant connaître les trajectoires d'entrée et de sortie à un cercle $R = 1-\varepsilon$ centrée à l'origine.

D'après la constatation #5 ces points sont

$$20 \lg G_2(w_c) = -20 \lg G_1(w_c) \quad (16)$$

Ce sont des trajectoires d'entrée si à $w = w_e$ il existe

$$20 \lg G_2(w_e + \varepsilon) < -20 \lg G_1(w_e + \varepsilon) \quad (17)$$

Et des trajectoires de sortie du cercle unitaire si à $w = w_s$ est vérifiée

$$20 \lg G_2(w_s + \varepsilon) > -20 \lg G_1(w_s + \varepsilon) \quad (18)$$

ε est un nombre positif très petit.

La phase en ces points est

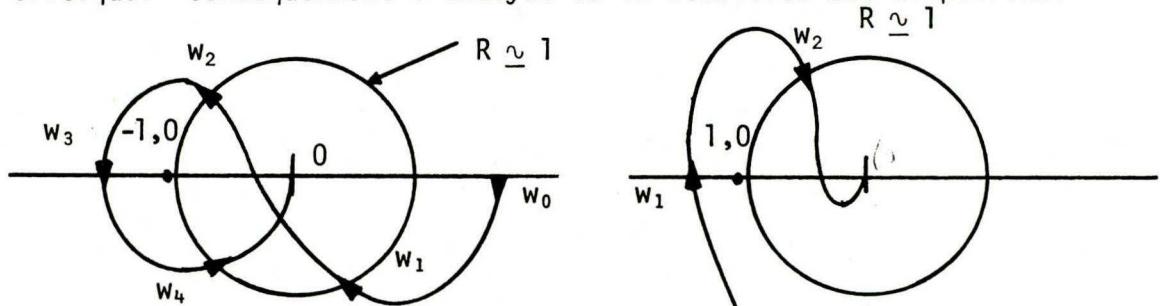
$$\varphi_t(w_c) = \varphi_2(w_c) - \varphi_1^*(w_c) - 180 \quad (19)$$

Elle doit être connue grossièrement.

Nous avons réuni toutes les données utiles à l'application du critère de Nyquist.

Ainsi comme l'indique la Figure 4a nous avons un système stable. A la Figure 4b le système est instable.

Une remarque peut être ajoutée. Dans la pratique le nombre de point $P(w_i)$ à l'extérieur du cercle $R = 1-\varepsilon$ est limité. Il en va de même pour les points à l'infini, les entrées et les sorties au cercle critique. Conséquemment l'analyse de la stabilité est simplifiée.



Système a

Aucun pôle à l'origine
2 pôles instables en boucle ouverte
Système stable en boucle fermée

Système b

1 pôle à l'origine
Aucun pôle instable en boucle ouverte
Système instable en boucle fermée

Figure 4. Application du critère de Nyquist

1.3.10 Marge de phase et marge de gain

Puisque dans l'application du théorème de Nyquist simplifié il faut déterminer les entrées et sorties au cercle $R \approx 1$, la marge de phase est facilement déduite de la constatation #5. La figure 5 indique la marge de phase au point d'entrée. La marge de gain est aussi représentée. La figure 5a représente le cas stable, la figure 5b donne le cas d'une résonance instable et ceci selon la constatation #5.

Figure 5a. Marges de gain et de phase; système stable

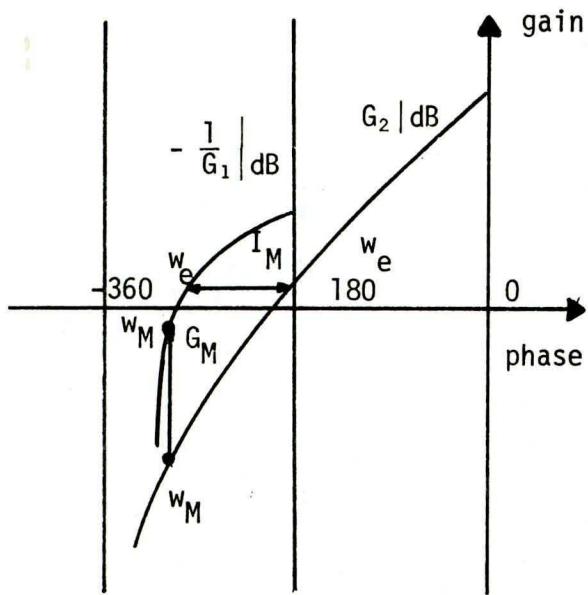
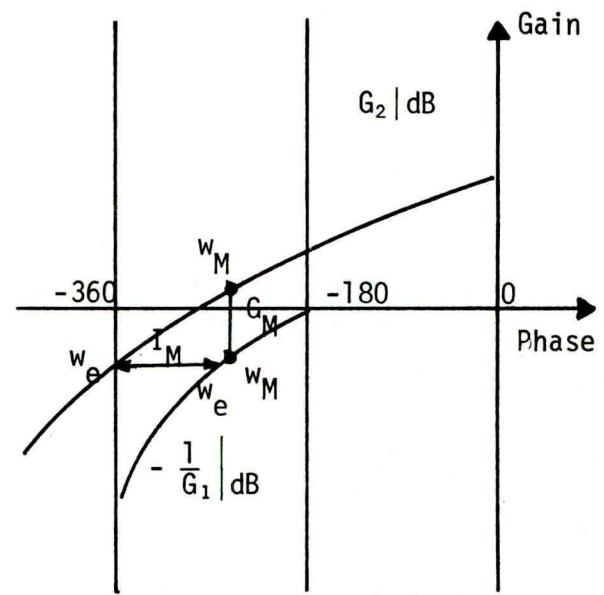


Figure 5b. Marges de gain et de phase; système instable



2. SYNTHESE DES COMPENSATEURS POUR LA COMMANDE EN ASSERVISSEMENT

2.1 Introduction

Le but de ce paragraphe est d'utiliser le lieu critique normalisé des compensateurs usuels pour le calcul des paramètres du correcteur. En déplaçant le point critique de l'abaque de Nichol sur le lieu critique il sera possible de relever le gain du compensateur par un déplacement approprié du lieu de transfert du système et une calibration du lieu normalisé.

Ainsi l'ensemble bouclé pourra conserver des performances pré-établies: marge de phase et de gain, facteur de surtension. Le problème de la stabilité est complètement tenu en compte par le critère de Nyquist simplifié.

2.2 Mise au point d'un PD ou d'un PDD²

A titre d'exemple simple, prenons un compensateur PD ou PDD². Comme l'indique la Figure 6 il suffit d'ajuster le gain A_o et la constante w_n avec un choix à priori de δ dans le cas du PDD².

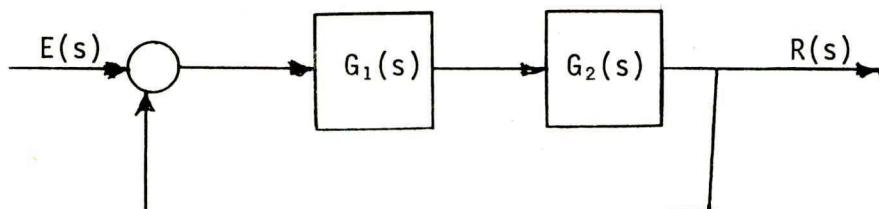


Figure 6. Compensation PD ou PDD².

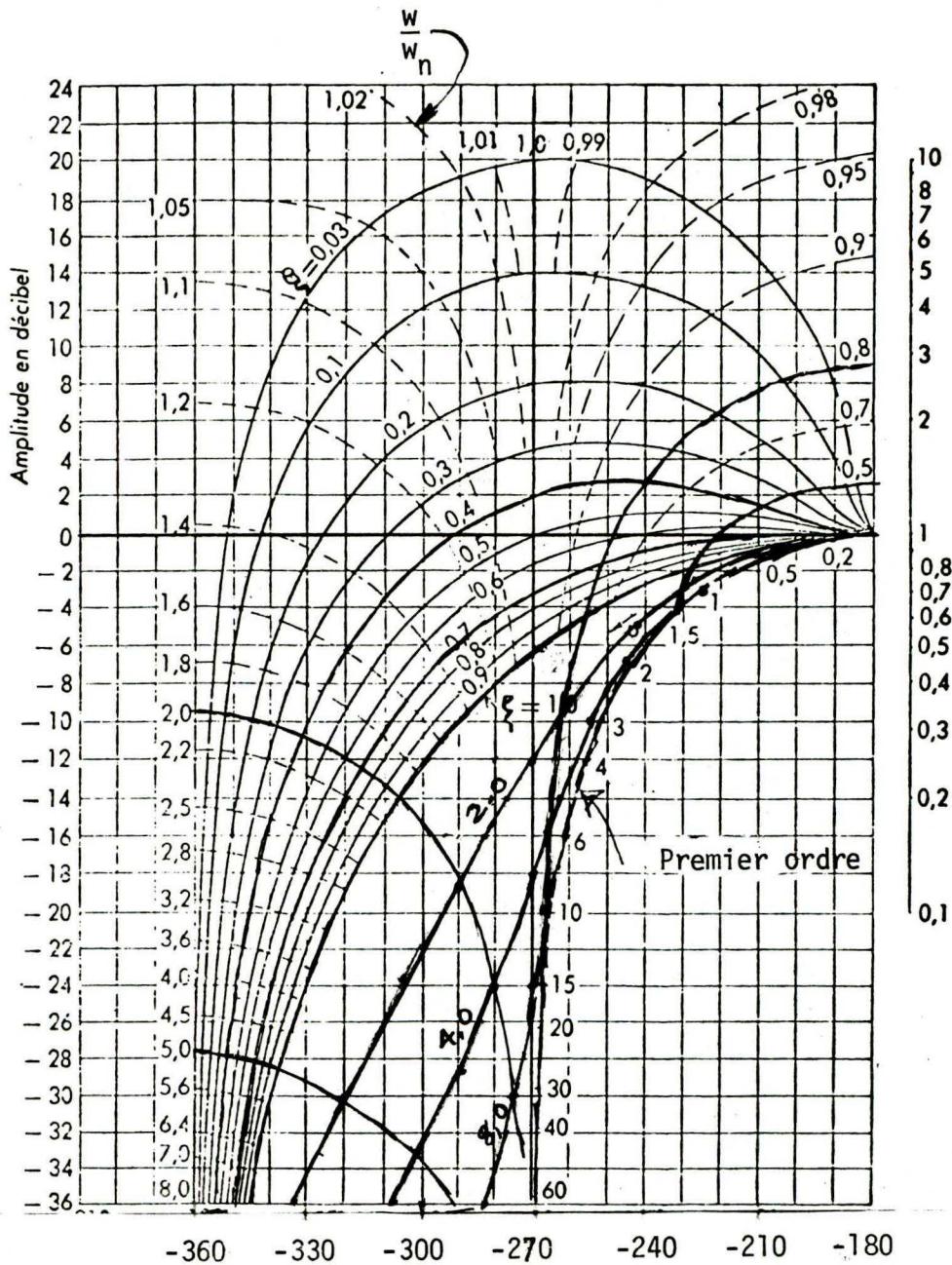


Figure 7. Diagrammes de Black pour des compensateurs PD et PDD²

$$-\frac{1}{1+j\frac{w}{w_n}} ; \quad -\frac{1}{1+2\xi j\frac{w}{w_n} - \frac{w^2}{w_n^2}} ; \quad u = \frac{w}{w_n}$$

La normalisation du lieu critique procure

$$-\frac{1}{G_1(ju)} = -\frac{1}{A_0(1+ju)} ; \frac{1}{A_0(1+2\xi ju-u^2)} \text{ avec } u = \frac{w}{w_n} \quad (20)$$

Ce lieu inverse peut être tracé définitivement dans un plan de Black Figure 7.

En plaçant le point critique de l'abaque de Nichol sur un point quelconque de valeur u_0 il est possible de relever le lieu de $G_2(jw)$ pour obtenir la tangence à un contour donné λ_0 de l'abaque de Nichol Figure 7.

Le lieu critique a maintenant une valeur définie de gain A_0 et de τ ce sont

$A_{01} \Rightarrow$ déplacement requis du lieu $G_2(jw)$

$$u_{01} = \frac{w_{01}}{w_{n1}} \quad \boxed{\frac{w_{n1} - w_{01}}{u_{01}}} \quad \text{au point de tangence}$$

Il demeure deux points à élucider:

- a) la valeur λ_0 est-elle maximum; d'où w_0 une résonance
- b) le système est-il stable

Pour répondre à la première question il faut employer une procédure systématique semblable à celle proposée par Kochenburger pour les systèmes non linéaire. Le déplacement de l'abaque sur le lieu critique permet d'obtenir le gain en boucle fermée à chaque fréquence. Déplaçons l'abaque jusqu'à l'obtention de la résonance comme on le relève à la Figure 8.

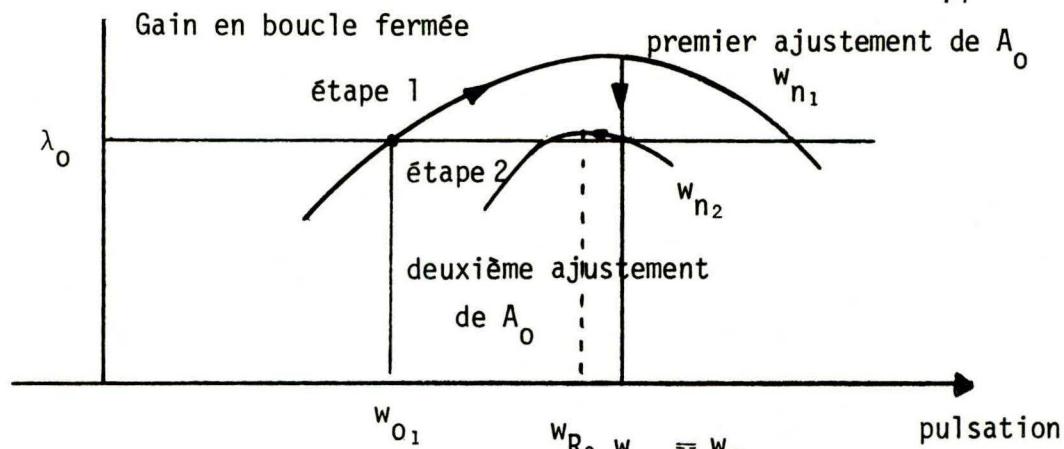


Figure 8. Courbe de résonance en boucle fermée

Ayant trouvé la résonance λ_{R_1} dans une première étape il faut réduire le gain si l'on désire obtenir la valeur λ_0 de départ. Ajustons A_0 où A_{0_1} pour avoir une tangence de $G_2(jw)$ en w_{0_2} . Evidemment le point critique de l'abaque est maintenu en w_{R_1} et nous allons recalculer une valeur de w_{n_2}

$$u_{R_1} = \frac{w_{0_2}}{w_{n_2}}$$

$$\boxed{\tau_1 = u_{R_1} \frac{w}{w_{0_2}}}$$

Le tracé de la courbe de résonance est refait. Reprenons la procédure si nécessaire. La convergence est très rapide puisque nous travaillons dans la région de résonance que peut produire ce type de compensateur. On peut aussi continuellement ajuster la calibration de τ et le gain A_0 pour accélérer la recherche de la résonance.

Le problème de la stabilité ne présente pas de grandes difficultés après que le gain A_{on} et la constante w_n sont ajustés. Pour l'application du critère de Nyquist il faut

- 1) relever le nombre de singularités à l'origine
- 2) relever le nombre de pôles instables en boucle ouverte

- 3) trouver les points de départs à $w = 0^+$
- 4) relever les pulsations et les amplitudes de rencontres à l'axe réel hors l'intervalle $-1 < \alpha < +1$ et leur angle de traversée de l'axe
- 5) relever les angles et pulsations d'entrée et de sortie au cercle $R \approx 1$

L'application du critère de Nyquist est alors classique comme on l'a vu précédemment.

2.3 Application pratique I

Soit le système donné à la Figure 9

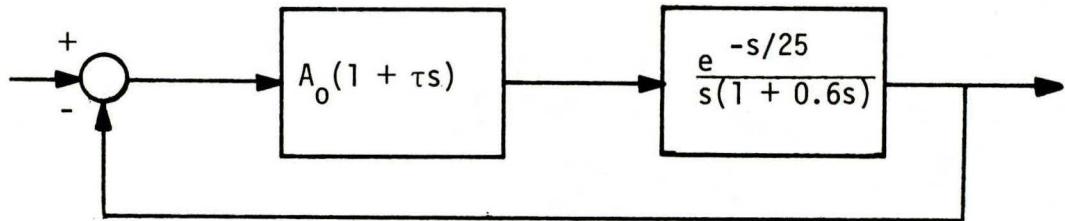


Figure 9. Système à compenser

On désire ajuster les valeurs de A_0 et τ de manière à obtenir les caractéristiques suivantes

- Facteur de surtension de $Q \approx 2.3\text{dB}$
- Bande passante de l'ordre de 3 rad/sec

Solution

Le tracé du lieu critique $-1/(1+jw)$ est fait et celui de la fonction $G_2(jw)$. A la Figure 10 ces lieux sont représentés et le lieu de $G_2(jw)$ est relevé de manière à faire tangence avec le

contour $\lambda = 2.3 \text{dB}$ en $w_R = 3 \text{ rad/sec.}$

D'après des calculs approchés, il vient

$$u = 0.42 \quad w_0 = 3 \quad \tau = \frac{0.42}{3} = 0.14$$

$$A_0 \approx 15.6 \Rightarrow 6.02$$

La simulation et l'analyse des résultats (Figure 11) montrent que la résonance est à $w_R = 2.7$ et $\lambda_{\max} = 2.74$. La variation rapide du gain de $G_2(jw)$ en boucle ouverte impose un deuxième calcul mais cette fois nous fixons la marge de phase.

Soit $\Delta\varphi_M = 45^\circ$ alors il faut $u = 0.47$ et $w_0 = 3.1$

$$\boxed{\tau = 0.149}$$

$$A_0 = 15.7 \text{ db} \Rightarrow 6.10$$

La Figure 12 donne l'ajustement de gain et de τ . La Figure 11 montre la réponse en boucle fermée à la résonance. On observe que la compensation exige une bonne précision sur le gain A mais elle est un peu moins exigeante sur la constante τ .

3. LA SYNTHESE EN FONCTION DE LA REGULATION

3.1 Notions générales

Lorsque la mise au point d'une boucle est faite en fonction de la régulation on est porté à croire que les critères concernant la

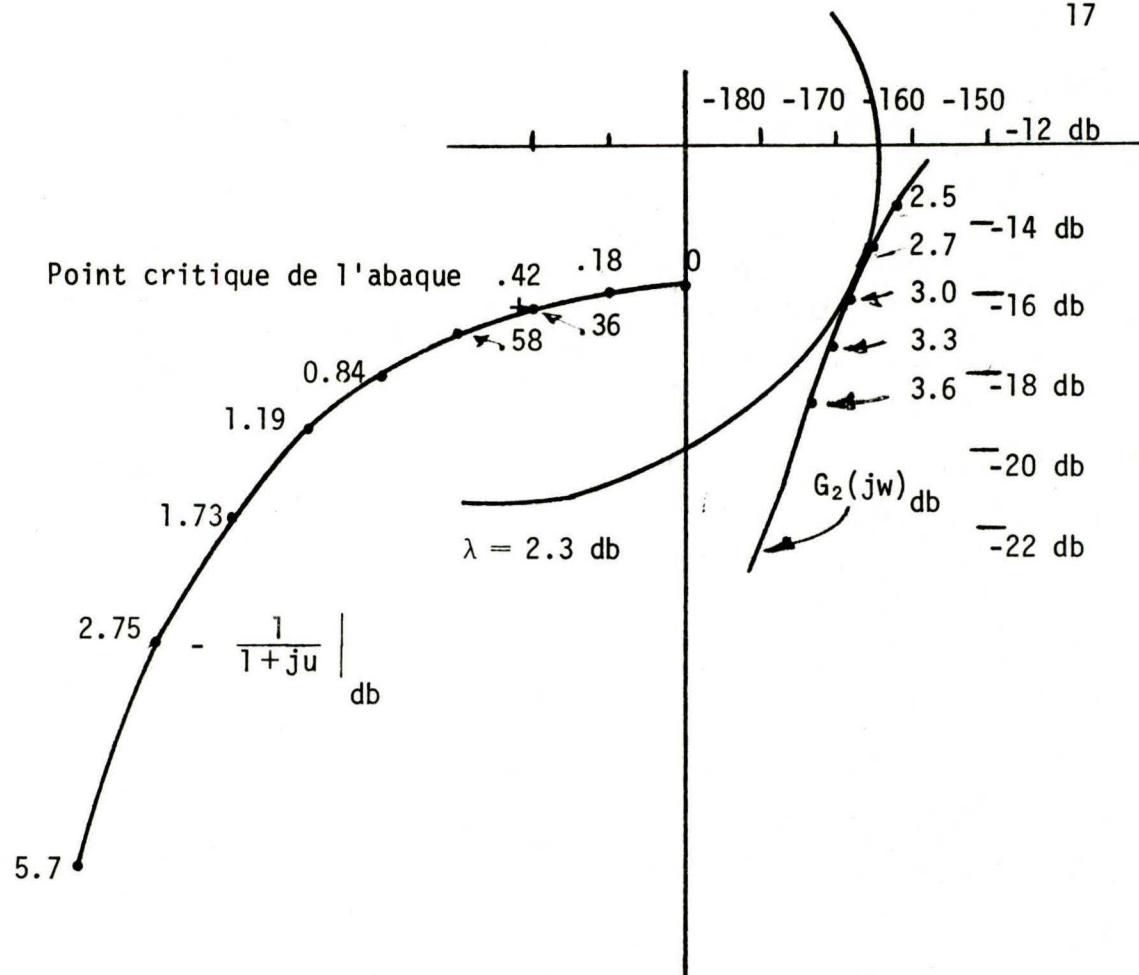


Figure 10. Compensation PD sur plan de Black

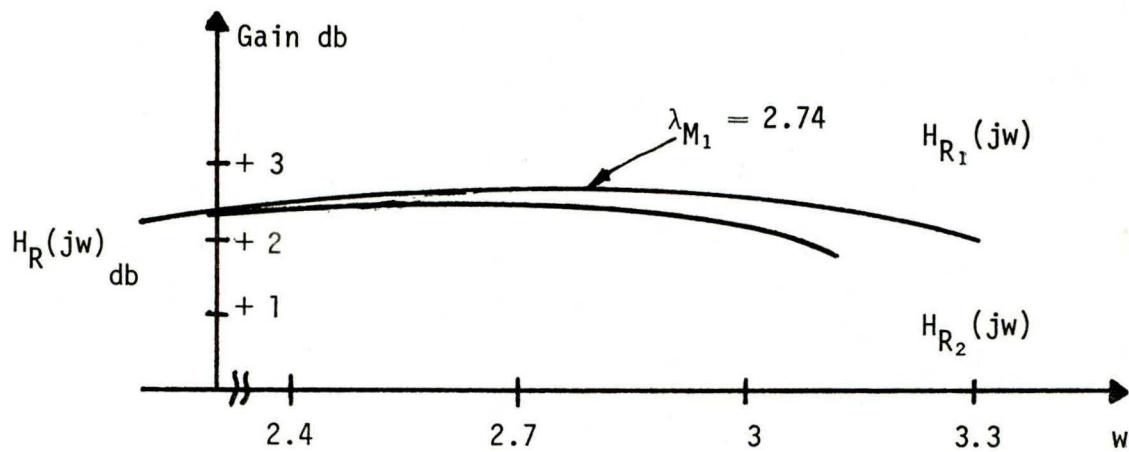


Figure 11. Gain à la résonance en boucle fermée

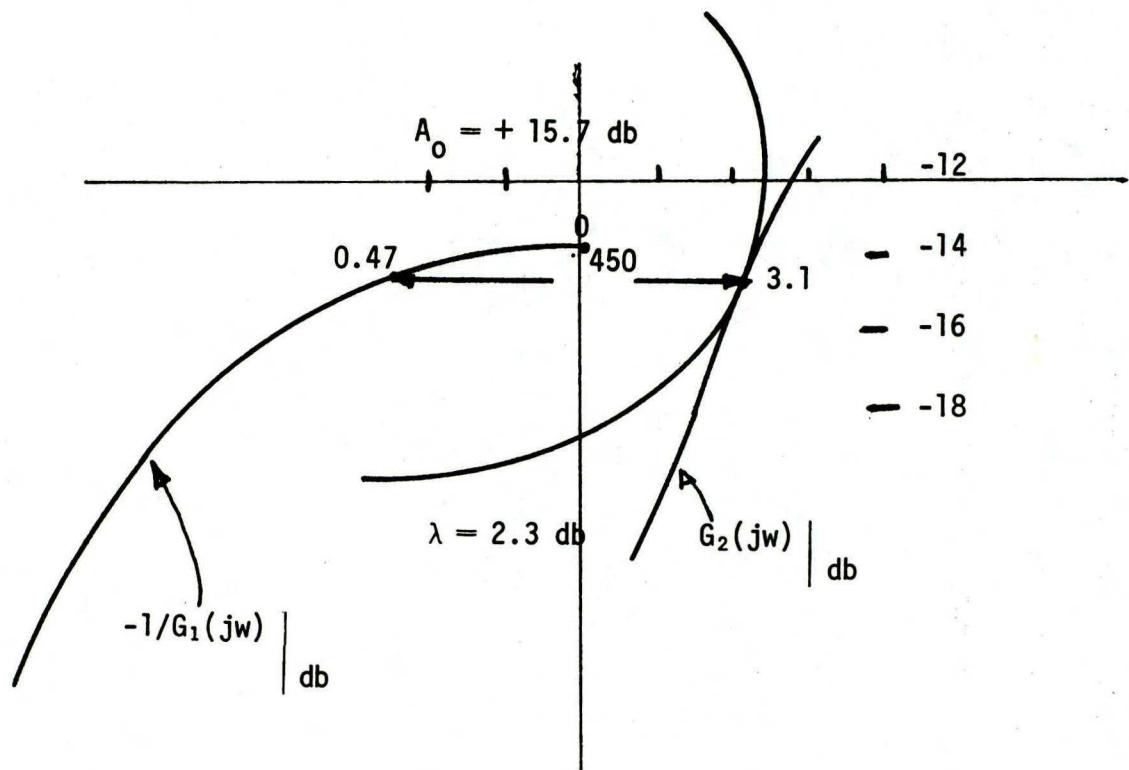


Figure 12. Ajustement suivant la marge de phase

rapidité, l'amortissement, la précision pour le fonctionnement en asservissement peuvent être relégués au second plan. La commande étant figée le système n'a plus de régime transitoire forcée par l'entrée mais le régime transitoire provoqué par la perturbation existe. Au début de la transitoire c'est toute la perturbation qui apparaît à l'erreur et ceci tant que la boucle de rétroaction n'a pas construit son signal inhibiteur. Donc une boucle d'asservissement vive réduit rapidement la perturbation.

Il découle donc de cette constatation que la largeur de bande du "passe-pas" atténuateur de la boucle de régulation est toujours plus étroite que la bande passante de l'asservissement passe-bas. Deuxièmement, à la région d'atténuation face aux sollicitations de l'entrée correspond une région passe-tout face aux bruits.

La théorie est donc simple, la boucle d'asservissement classique donne un très bon régulateur: les exigences sur l'un, sont bénéfiques pour l'autre.

Ces constatations sont présentées schématiquement à la Figure 13.

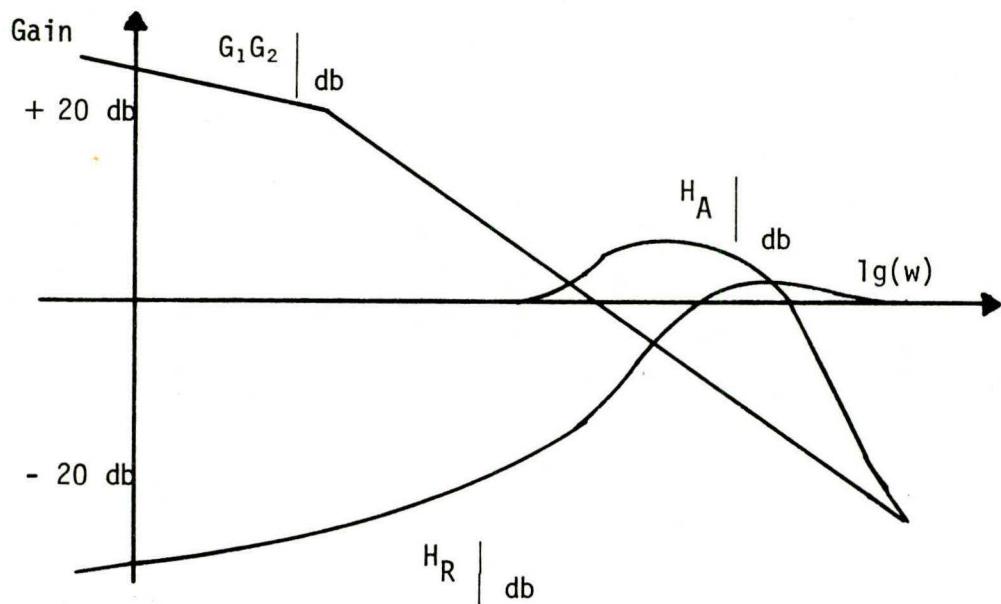


Figure 13. Réponses en fréquence de la boucle d'asservissement H_A et de régulation H_R

Cette manière de raisonner est valable pour les asservissements à boucles uniques. Le problème est plus complexe lorsque les boucles sont multiples. Dans ces conditions l'asservissement d'une boucle change le couplage entre les commandes et les perturbations. Il faut donc avoir une procédure qui intègre le rôle des fonctions en asservissement et en régulation. Diverses propositions ont été faites pour la solution de ce problème (3) (4). Nous allons reprendre ici les propositions de R. M. De Santis et S. Lefebvre (5)(6)(7). Notre contribution concerne surtout l'utilisation de l'abaque de Nichol pour résoudre le problème de la régulation avec la contrainte que l'on désire maintenir un facteur de surtension fixe pour chacune des boucles.

3.2 Compensation des systèmes à boucles multiples

3.2.1 Le problème de base

Nous allons reprendre l'étude d'un système de régulation de fréquence et de tension d'une centrale électrique autonome (7) (8).

Posons

- C_1 - tension à l'induit du moteur C.C
- f - fréquence de sortie de la tension générée
- C_2 - tension de l'inducteur de la génératrice
- V - tension de sortie de la génératrice
- h - perturbation de charge en watts

Les équations de base sont

$$\begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1(s) \\ C_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(s) \\ V(s) \end{bmatrix} \quad (21)$$

avec

$$G_{11}(s) = \frac{f(s)}{C_1(s)} \quad (22) \quad G_{21}(s) = \frac{V(s)}{C_1(s)} \quad (23)$$

pour $C_2 = 0$ ou constant

$$G_{22}(s) = \frac{V(s)}{C_1(s)} \quad (24) \quad G_{12}(s) = \frac{f(s)}{C_1(s)} \quad (25)$$

pour $C_1 = 0$ ou constant.

De plus au niveau des perturbations de puissance exigées à la charge on écrit

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = F_1(s) \quad (26) \quad \text{avec } C_1 \text{ et } C_2 \text{ constants}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta h} = F_2(s) \quad (27) \quad \text{avec } C_1 \text{ et } C_2 \text{ constants}$$

La représentation du système est donnée en Figure 14.

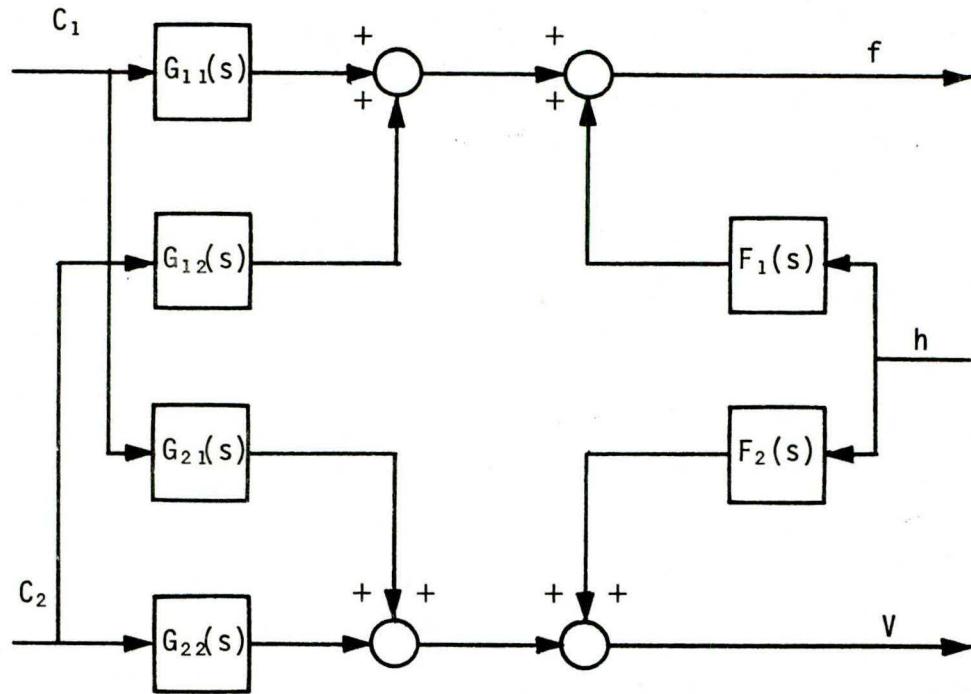


Figure 14. Diagramme fonctionnel du système

Les fonctions $G_{11}(s)$ et $G_{21}(s)$ sont obtenues à partir des réponses $\Delta f(t)$ et $\Delta V(t)$ à un échelon de variation ΔC_1 . De même pour $G_{22}(s)$ et $G_{12}(s)$ et $F_1(s)$ et $F_2(s)$ à partir de ΔC_2 et Δh . Des études harmoniques ont été faites lorsque nécessaire.

3.2.2 Compensation

Dans les boucles classiques les compensateurs sont du type PI puisque l'on désire aucune erreur en régime permanent sur la tension et la fréquence.

Nous allons toutefois étudier la compensation la plus simple; le type proportionnel. La Figure 15 présente le diagramme fonctionnel de base pour un type de régulation.

En posant d'abord $M_{22} = 0$ il vient

$$\frac{\Delta f}{\Delta E_1} = \frac{M_{11}G_{11}(s)}{1+M_{11}G_{11}(s)} = H_{11}(s) \quad (28) \text{ boucle fermée isolée}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta E_1} = \frac{M_{11}G_{21}(s)}{1+M_{11}G_{11}(s)} = H_{21}(s) \quad (29) \text{ nouveau couplage}$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = \frac{F_1(s)}{1+M_{11}G_{11}(s)} = F_1(s) \quad \frac{H_{11}(s)}{M_{11}G_{11}(s)} \quad (30)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta h} = \frac{F_2(s) [1+M_{11}G_{11}(s)] - F_1(s) M_{11}G_{21}(s)}{1+M_{11}G_{11}(s)} \quad (31)$$

$$= [F_2(s) - F_1(s) H_{21}(s)] \quad (32)$$

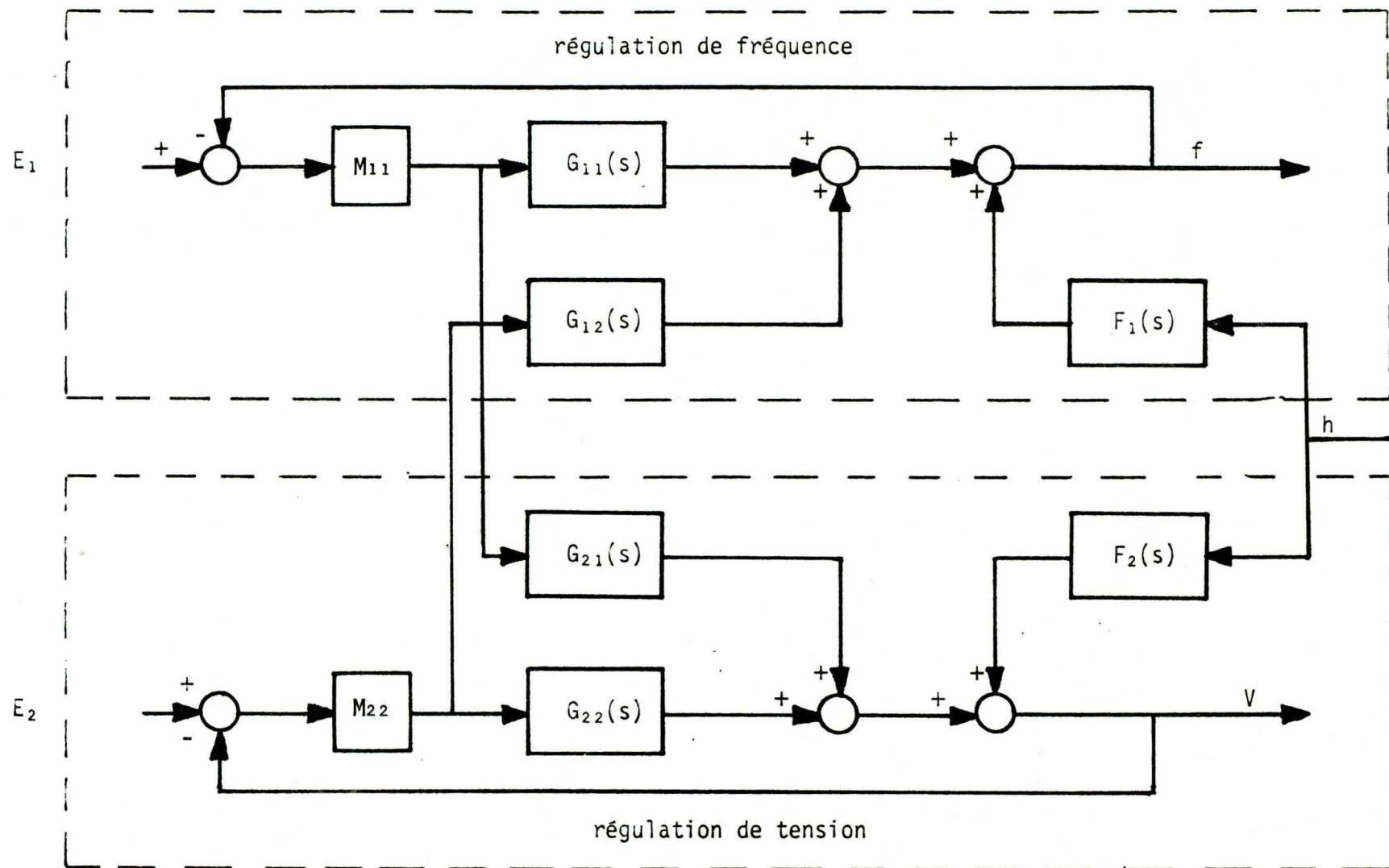


Figure 15 Régulation de tension et de fréquence du type P

La boucle de régulation de fréquence influence la perturbation sur les deux variables à commander. La réduction de l'influence sur la première sortie est possible mais il y a accroissement possible sur la seconde sortie.

Posons $M_{11} = 0$ les équations sont déduites par analogie avec la boucle de régulation de fréquence

$$H_{22}(s) = \frac{M_{22}G_{22}(s)}{1+M_{22}G_{22}(s)} = \frac{\Delta V}{\Delta E_2} \quad (33)$$

$$H_{12}(s) = \frac{M_{22}G_{12}(s)}{1+M_{22}G_{22}(s)} = \frac{\Delta f}{\Delta E_2} \quad (34)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta h} = F_2(s) \quad \frac{H_{22}(s)}{M_{22}G_{22}(s)} \quad (35)$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = F_1(s) - F_2(s) H_{12}(s) \quad (36)$$

Maintenant si le système possède deux boucles il existe

$$\frac{\Delta f}{\Delta E_1} = \frac{M_{11}G_{11}(s) [1 + M_{22}(s) G_{22}(s)] - M_{11}M_{22}G_{12}(s) G_{21}(s)}{[1+M_{11}G_{11}(s)][1+M_{22}G_{22}(s)] - M_{11}M_{22}G_{12}(s) G_{21}(s)} \quad (37)$$

$$= \frac{H_{11}(s) - H_{12}(s) H_{21}(s)}{1 - H_{12}(s) H_{21}(s)} = \frac{G_{11}(M_{22})}{\frac{1}{M_{11}} + G_{11}(M_{22})} \quad (38)$$

Vis à vis la perturbation h on a

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = \frac{F_1(s) [1+M_{22}G_{22}(s)] - F_2(s) M_{22}G_{12}(s)}{[1+M_{11}G_{11}(s)][1+M_{22}G_{22}(s)] - M_{11}M_{22}G_{12}(s) G_{21}(s)} \quad (39)$$

$$= \frac{F_1(s) - F_2(s) H_{12}(s)}{1 - H_{12}(s) H_{21}(s)} \quad \frac{H_{11}(s)}{M_{11}G_{11}(s)} \quad (40)$$

De la même manière on obtient

$$\frac{\Delta V}{\Delta E_2} = \frac{H_{22}(s) - H_{12}(s) H_{21}(s)}{1 - H_{12}(s) H_{21}(s)} = \frac{G_{22}(M_{11})}{\frac{1}{M_{22}} + G_{22}(M_{11})} \quad (41)$$

et

$$\frac{\Delta V}{\Delta h} = \frac{F_2(s) - F_1(s) H_{21}(s)}{1 - H_{12}(s) H_{21}(s)} = \frac{H_{22}(s)}{M_{22} G_{22}(s)} \quad (42)$$

3.2.3 Formulation du problème de l'asservissement et du régulateur.

Les formules finales en tenant compte de l'invariance et de l'ajustement possible des paramètres s'écrivent:

$$\frac{\Delta f}{\Delta E_2} = \frac{M_{11}(s) G_{11}(M_{22})}{1 + M_{11}(s) G_{11}(M_{22})} \quad (43)$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = F_1(s) \cdot \frac{1}{\frac{M_{11}(s)}{1 + G_{11}(s)} \cdot \frac{1}{M_{22}(s)} + P^{22}(s)} \cdot \frac{1}{\frac{M_{22}(s)}{1 + G_{22}(M_{11})}} \quad (44)$$

pour ce qui est de la fréquence avec

$$P^{22}(s) = \frac{F_1(s) G_{22}(s) - F_2(s) G_{12}(s)}{F_1(s)} \quad (45)$$

l'inverse négatif de cette fonction est le compensateur à invariance absolu (7).

$$G_{22}(M_{11}) = G_{22}(s) - \frac{G_{12}(s) G_{21}(s)}{1 + M_{11} G_{11}(s)} \cdot M_{11} \quad (46)$$

Ce qui représente l'influence de la boucle fermée par M_{11} sur la fonction G_{22} . De mêmes types de développement procurent pour la tension

$$\frac{\Delta V}{\Delta E_2} = \frac{M_{22}(s) G_{22}(M_{11})}{1 + M_{22}(s) G_{22}(M_{11})} \quad (47)$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta h} = F_2(s) \cdot \frac{\frac{1}{M_{22}(s)}}{\frac{1}{M_{22}(s)} + G_{22}(s)} \cdot \frac{\frac{1}{M_{11}(s)} + P^{11}(s)}{\frac{1}{M_{11}(s)}} \cdot \frac{\frac{1}{M_{11}(s)}}{\frac{1}{M_{11}(s)} + G_{11}(M_{22})} \quad (48)$$

avec la fonction invariante

$$P^{11}(s) = \frac{F_2(s) G_{11}(s) - F_1(s) G_{21}(s)}{F_2(s)} \quad (49)$$

En ajustant $M_{11}(s)$ égal à l'inverse négative de cette fonction, la perturbation serait inhibée. La chaîne d'action de la boucle G_{11} est influencée par la valeur M_{22} :

$$G_{11}(M_{22}) = G_{11} - \frac{G_{12}(s) G_{21}(s) M_{22}}{1 + M_{22} G_{22}(s)} \quad (50)$$

Il est possible de définir les étapes logiques d'ajustement des compensateurs $M_{11}(s)$ et $M_{22}(s)$. Par exemple on ajuste M_{11} avec $M_{22} = 0$ de manière à obtenir les meilleures atténuations des perturbations sur la fréquence et la tension et à conserver une bonne stabilité.

Ensuite, on ajuste M_{22} avec la valeur calculée en première étape mais cette fois la chaîne d'action est modifiée: c'est $G_{22}(M_{11})$.

Il faut réviser la valeur de $M_{11}(s)$ en tenant compte de $M_{22}(s)$ dans $G_{11}(M_{22})$. Nous obtenons ainsi un cycle de calcul. Remarquons que les fonctions entre accolades peuvent être ajustées indépendamment avec des valeurs définies une fois pour toute. Par contre les fonctions entre crochets dépendent du couplage entre les boucles et des paramètres ajustables; elles doivent être ajustées à chaque cycle.

3.2.3 Imposition de contraintes

A chaque étape d'ajustement d'un compensateur il est quelquefois requis de chercher à rencontrer une certaine contrainte. Ainsi en première étape de calcul d'un compensateur [$M_{22} = 0$] on a du point de vue sensibilité

$$\frac{\Delta f}{\Delta h} = F_1(s) \cdot \frac{\frac{1}{M_{11}(s)}}{\frac{1}{M_{11}(s)} + G_{11}(s)} = F_1(s) \alpha_{11}(s) \quad (51)$$

et

$$\frac{\Delta V}{\Delta h} = F_2(s) \cdot \frac{\frac{1}{M_{11}(s)} + P^{11}(s)}{\frac{1}{M_{11}(s)} + G_{11}(s)} \cdot \frac{1}{\frac{1}{M_{11}(s)} + G_{11}(s)} = F_2(s) \beta_{11}(s) \quad (52)$$

avec

$$\beta_{11}(s) = \frac{\alpha_{11}(s)}{\gamma_{11}(s)} \quad (53) \qquad \gamma_{11}(s) = \frac{\frac{1}{M_{11}(s)}}{\frac{1}{M_{11}(s)} + P^{11}(s)} \quad (54)$$

Avec ce formalisme nous avons toutes des fonctions d'atténuation.

L'introduction des contraintes se fait souvent par

$$\begin{aligned} \alpha_{11} < \alpha & \text{ pour } w \in (w_1, w_2) \\ \beta_{22} < \beta & \text{ pour } w \in (w_1, w_2) \end{aligned} \quad (55)$$

Il nous est possible de rencontrer ces exigences et de les exprimer en fonction des valeurs permises de $M_{11}(s)$. En effet, les fonctions $G_{11}(s)$ et $P^{11}(s)$ étant fixées dans un plan de Black il est possible par inspection de trouver la valeur de fréquence qui est la plus contraignante. A partir de cette valeur la zone de valeurs de $M_{11}(s)$ permises est déterminée.

Remarquons qu'il faut rendre $\alpha_{11}(s)$ le plus petit possible et $\gamma_{11}(s)$ le plus grand possible. Le choix de α_{11} le plus petit possible joue favorablement pour l'ajustement de β_{11} . Toutefois c'est presque toujours les restrictions sur la stabilité qui limitent la gamme de α_{11} possible.

La Figure 16 donne le domaine des valeurs de $-1/M_{11}(jw)$ permis pour des lieux de G_{11} et P^{11} fictifs.

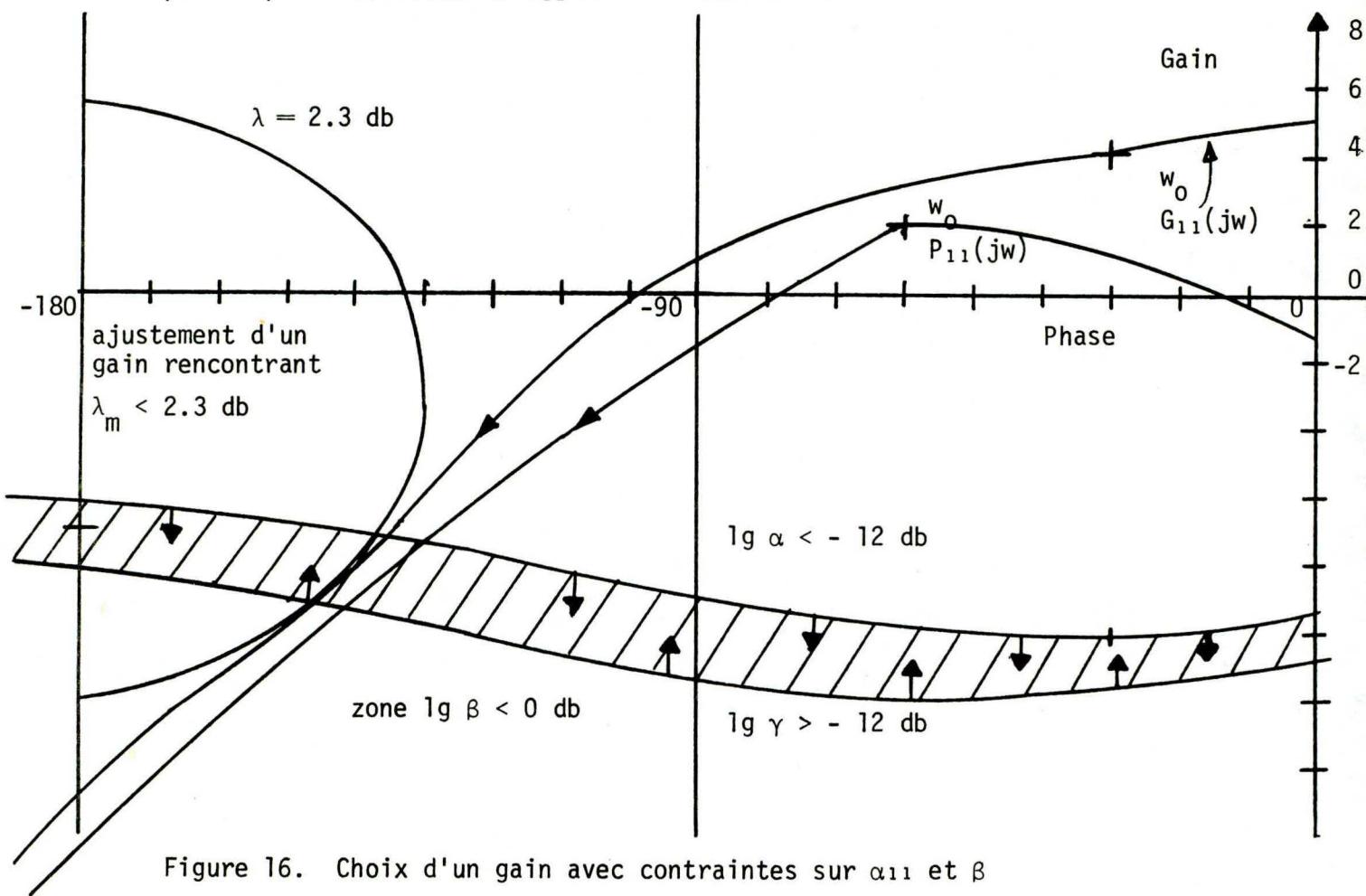


Figure 16. Choix d'un gain avec contraintes sur α_{11} et β

3.2.4 Notes relatives à des simplifications de calcul

Dans un asservissement à plusieurs boucles il arrive souvent que l'on puisse distinguer une boucle à temps de réponse rapide et une autre qui est lente. Il est ainsi possible d'opérer des simplifications importantes. Voyons ce type d'hypothèse.

Soit w_1 la bande passante de la boucle de fréquence (boucle 1) et w_2 celle de la boucle de tension (boucle 2) avec $w_2 > w_1$.

Dans ces conditions à la pulsation w_2 on a

$$\frac{G_{11}M_{11}}{1 + G_{11}M_{11}} \approx \frac{1}{G_{11}M_{11}} \quad (56)$$

et ainsi

$$G_{22}(M_{11}) = G_{22} - M_{11}G_{12}G_{21} \quad (57)$$

De sorte que l'ajustement de la boucle 2 n'est affectée que par le paramètre M_{11} . De plus, il arrive souvent qu'à la pulsation w_2 il existe $M_{11}G_{12}G_{21} \ll G_{22}$. Ainsi la boucle 2 n'est aucunement influencée par la première boucle.

Pour la boucle 1 donc la résonance est à w_1 on a

$$G_{11}(M_{22}) = G_{11} - H_{22}(M_{22}) \frac{G_{12}G_{21}}{G_{22}} \quad (58)$$

avec

$$H_{22}(M_{22}) = \frac{M_{22}G_{22}(0)}{1 + M_{22}G_{22}(0)} \quad (59)$$

Deux cas simples,

a) $M_{22}G_{22}(0) \gg 1$ alors $H_{22}(M_{22}) = 1$

Et ainsi $G_{11}(M_{22}) \approx G_{11} - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{22}}$ (60)

- b) $M_{22}G_{22}(0)$ n'est pas très élevé. Alors le gain statique en boucle fermée de la boucle 2 influence le couplage sur la boucle 1

$$G_{11}(M_{22}) = G_{11} - H_{22}(M_{22}) \frac{G_{12}G_{21}}{G_{22}} \quad (61)$$

On remarquera que la relation (61) converge vers la relation (60) et qu'en fait la contrainte sur (60) du point de vue stabilité est plus exigeante.

4. APPLICATION A LA REGULATION D'UNE CENTRALE AUTONOME

4.1 Régulation de type proportionnel

L'identification par des essais fréquentiels et temporels procure (8)

$$G_{11}(s) = \frac{0.51}{(1 + 0.18s)(1 + 0.31s + 0.21s^2)}$$

$$G_{12}(s) = \frac{0.145}{(1 + 0.18s)(1 + 0.55s + 0.045s^2)}$$

$$G_{21}(s) = \frac{1.775}{1 + 0.31s + 0.015s^2}$$

$$G_{22}(s) = 0.675 \frac{(1 + 0.62s)}{(1 + 0.48s)} \cdot \frac{1}{(1 + 0.12s + 0.0022s^2)}$$

pour les fonctions d'action direct et de couplage. Ensuite

$$F_1(s) = \frac{-0.188}{1 + 0.48s + 0.058s^2}$$

$$F_2(s) = \frac{-1.2}{1 + 0.24s}$$

sont les fonctions de perturbation de charge. Ces fonctions sont reliées à l'exposé du problème au paragraphe 3.2.1.

Une étude préliminaire a montré que la boucle de régulation de tension était faiblement influencée par la commande de fréquence. Ainsi il est logique d'ajuster d'abord le gain M_{22} en fonction du tracé de $G_{22}(jw)$ (voir Figure 17). Il vient en première ajustement

$$M_{22} = 12.6$$

$$M_{11} \equiv 0$$

Ensuite le gain de M_{11} est ajusté. Mais pour obtenir une surtension en boucle fermée de 2.3 db il faut tenir compte que le gain à pulsation nulle n'est pas unitaire (Figure 18). Après divers calculs et ajustements on trouve les valeurs finales suivantes:

$$M_{11} = 2.5$$

$$M_{22} = 9.0$$

Ces ajustements tiennent compte des effets de couplage sur G_{11} et G_{22} . Les figures 19 et 20 donnent la sensibilité des régulations de fréquence et de tension face à des perturbations de charges.

4.2 Régulation du type PDD²

Nous reproduisons ici les résultats (9) (10) que l'on peut attendre d'une compensation du type PDD² avec

$$M_{11}(s) = 0.0392 (s + 20.97)^2$$

et

$$M_{22}(s) = 8.10 (s + 1.95)$$

Les figures 21 et 22 donnent les fonctions de sensibilité avec de mêmes contraintes sur la stabilité: soit une surtension moindre que 2.3 db. La compensation de la boucle de fréquence étant la plus exigeante.

4.3 Régulation du type PID

La régulation de la fréquence et de la tension autour de leur niveau défini fait que la déviation est proportionnelle à l'amplitude de la perturbation de charge. Nous examinons maintenant le cas où il est exigé une erreur nulle en régime permanent. Cela impose des compensations de type intégrales; la stabilisation requiert des PID. La figure 23 représente une compensation de type PID pour

la boucle de fréquence, les pôles et les zéros des compensateurs ont été insérés dans les fonctions $G_{11}(s)$ et $G_{21}(s)$ seul le gain est ajustable.

Par contre les fonctions $G_{22}^*(s)$ et $G_{12}^*(s)$ renferment le PID de la boucle de tension avec son gain réel. La représentation dans Black montre que le facteur de surtension 2.3 db est protégé avec $M_{11} = 18.6$. La figure 24 donne les performances en sensibilité pour la boucle de fréquence.

Nous reprenons une représentation analogue (Figure 25) en ce qui concerne le gain de la seconde boucle (celle de tension) en tenant compte de l'effet d'intercouplage de la première boucle. Dans ce cas on voit dans un plan de Black qu'il faut $M_{22} = 2800$. La figure 26 donne les performances de la boucle de tension face aux perturbations.

Nous pouvons atteindre les résultats en deux étapes parce que nous avons maintenu les conditions de découplage. Pour ce faire il faut respecter la réalité du système physique: la régulation de fréquence se fait par une commande de puissance à l'induit du moteur. Ensuite, la boucle de fréquence est lente par rapport à la régulation de tension.

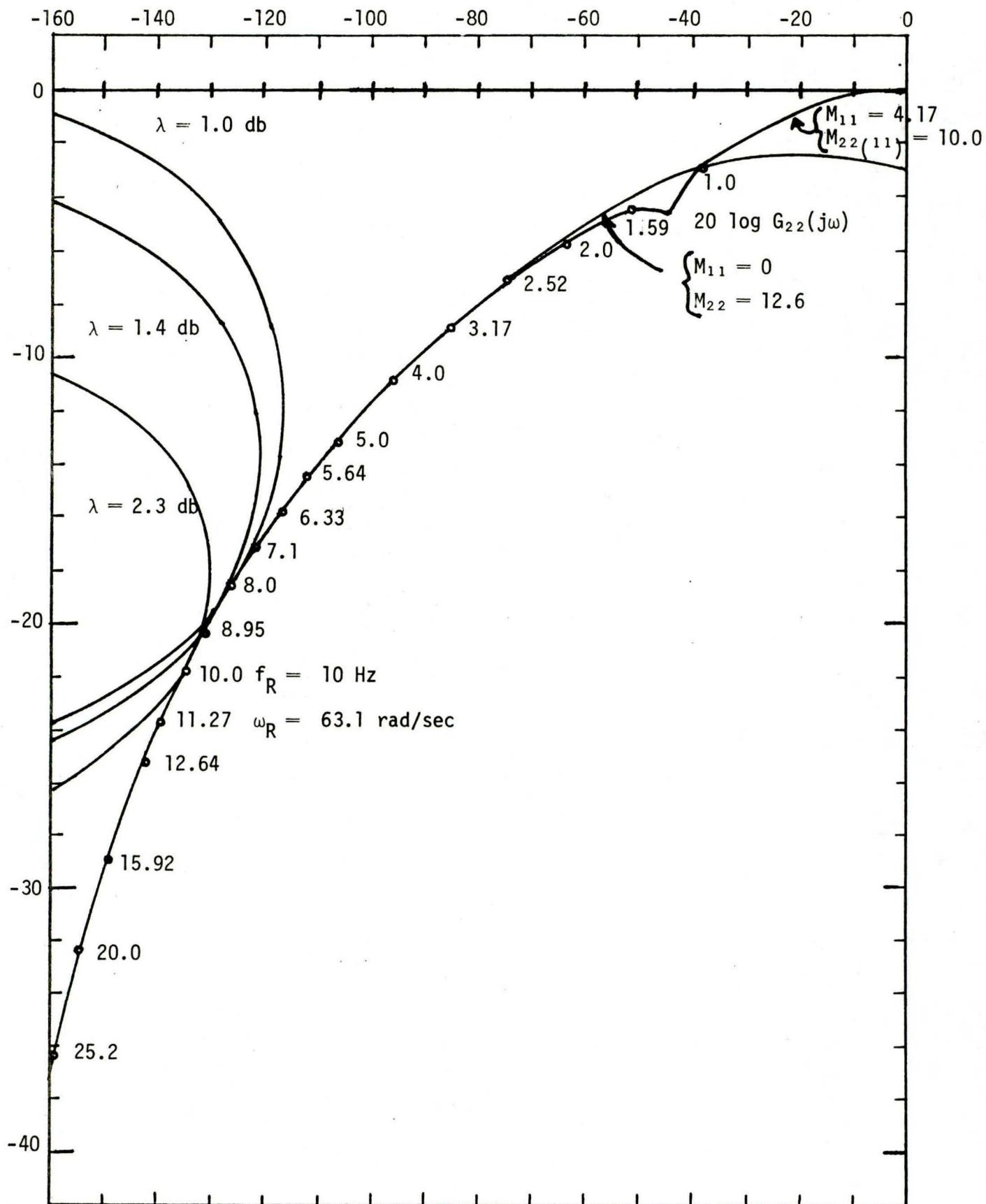


Figure 17 Ajustement du gain de la boucle de tension
(Compensation proportionnelle)

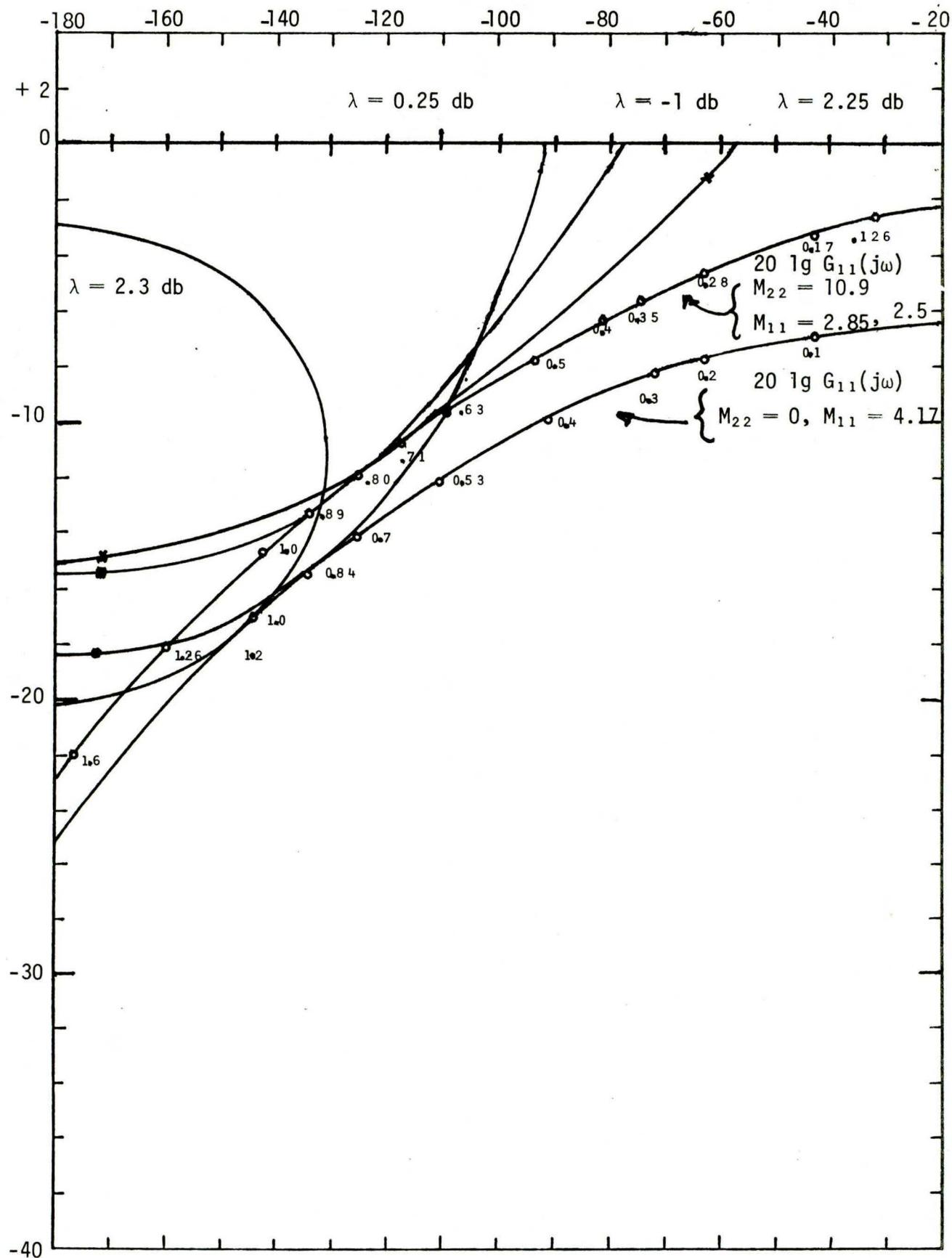


Figure 18 Ajustement du gain de la boucle de fréquence
Compensation proportionnelle

Figure 19 Régulation de fréquence $\frac{\Delta f}{\Delta n}$

$M_{11} = 2.5 \quad M_{22} = 9.0$

hz

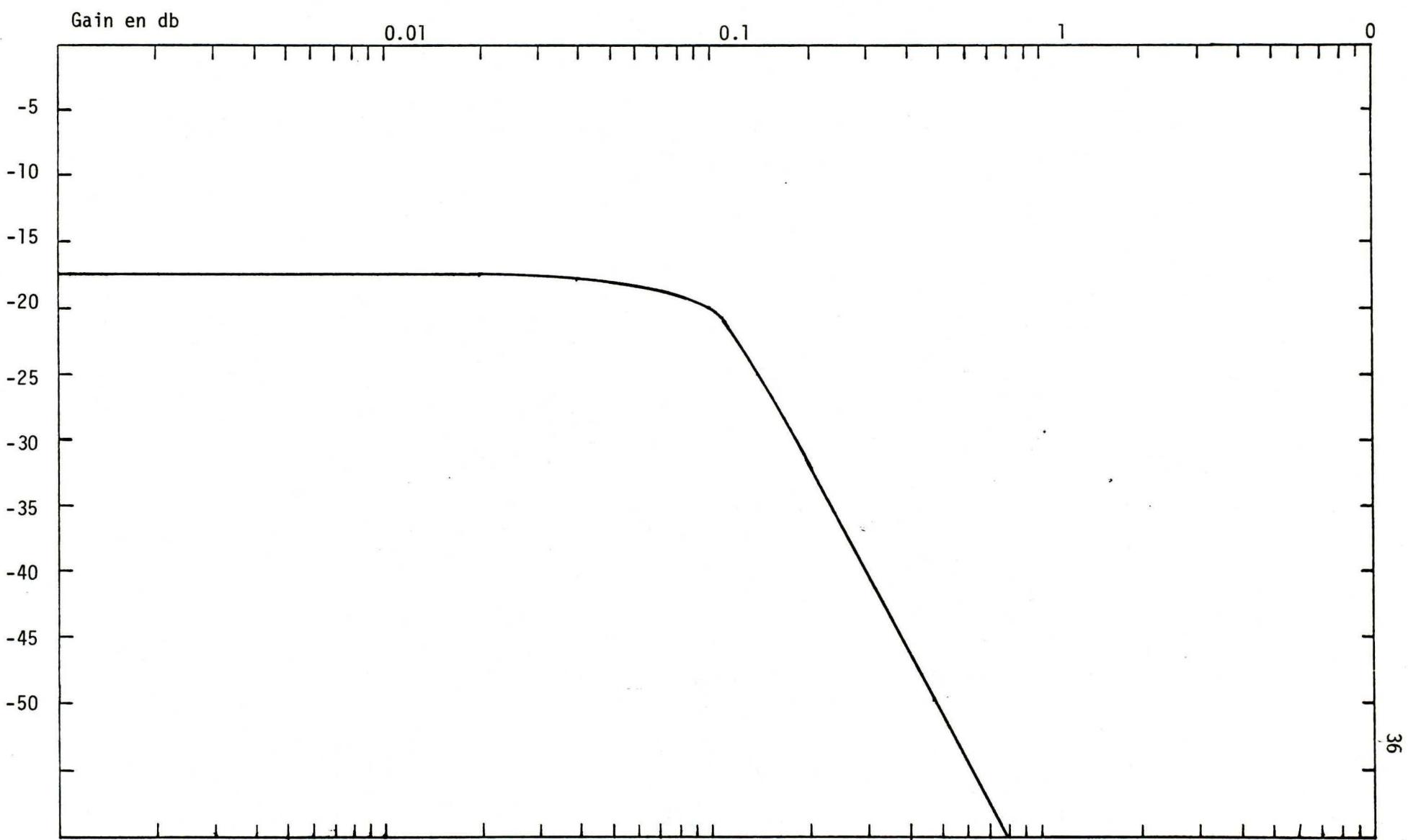


Figure 20 Régulation de tension $\frac{\Delta V}{\Delta n}$

$M_{11} = 2.5, M_{22} = 9.0$

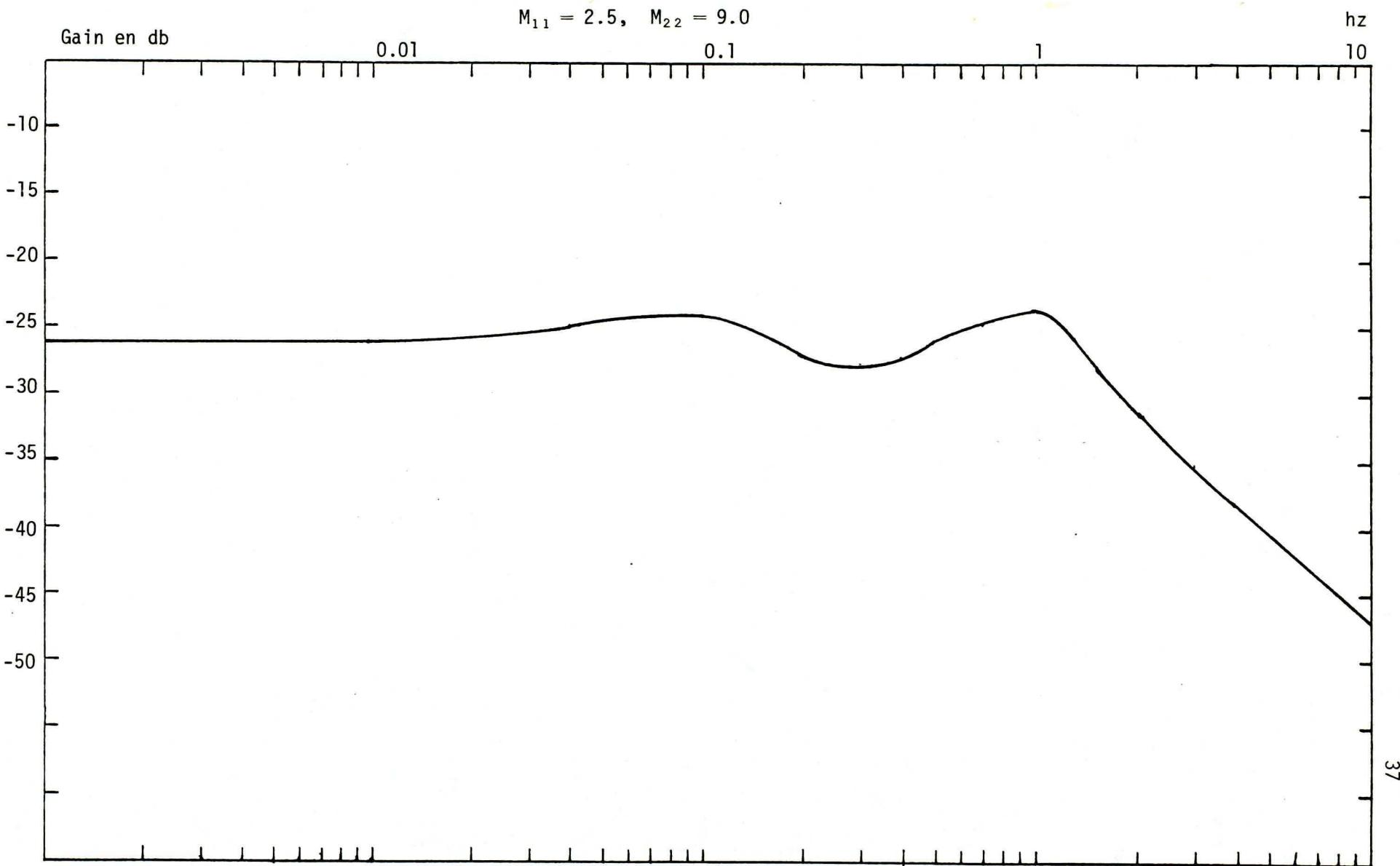
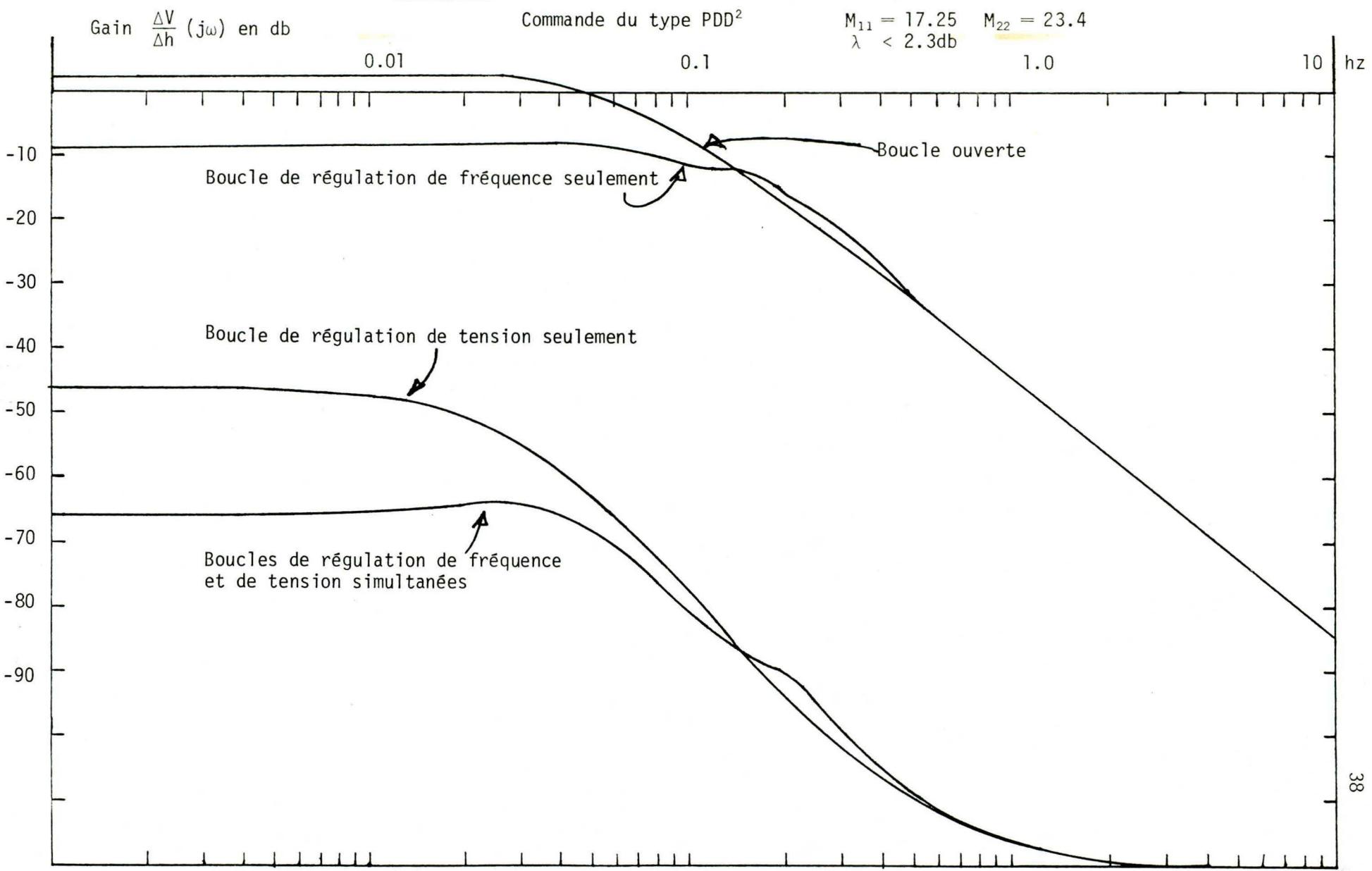


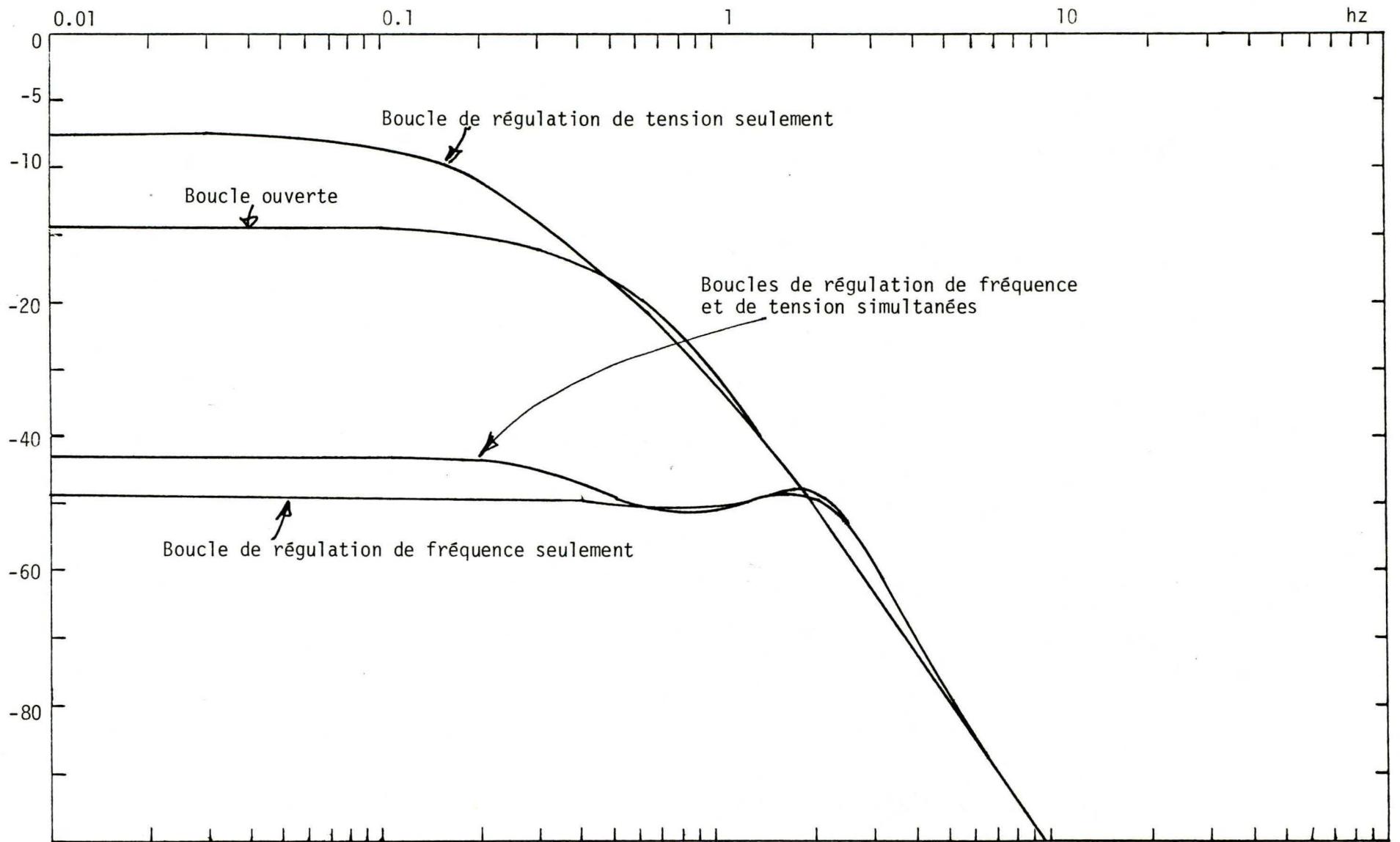
Figure 21 Sensibilité de la tension face aux perturbations



Gain $\frac{\Delta f}{\Delta h}$ ($j\omega$) en db

Figure 22 Sensibilité de la fréquence face aux perturbations de charge

Commande de type PDD² $P_1 = 17.25$ $P_2 = 23.4$
 $\lambda = 2.3$ db



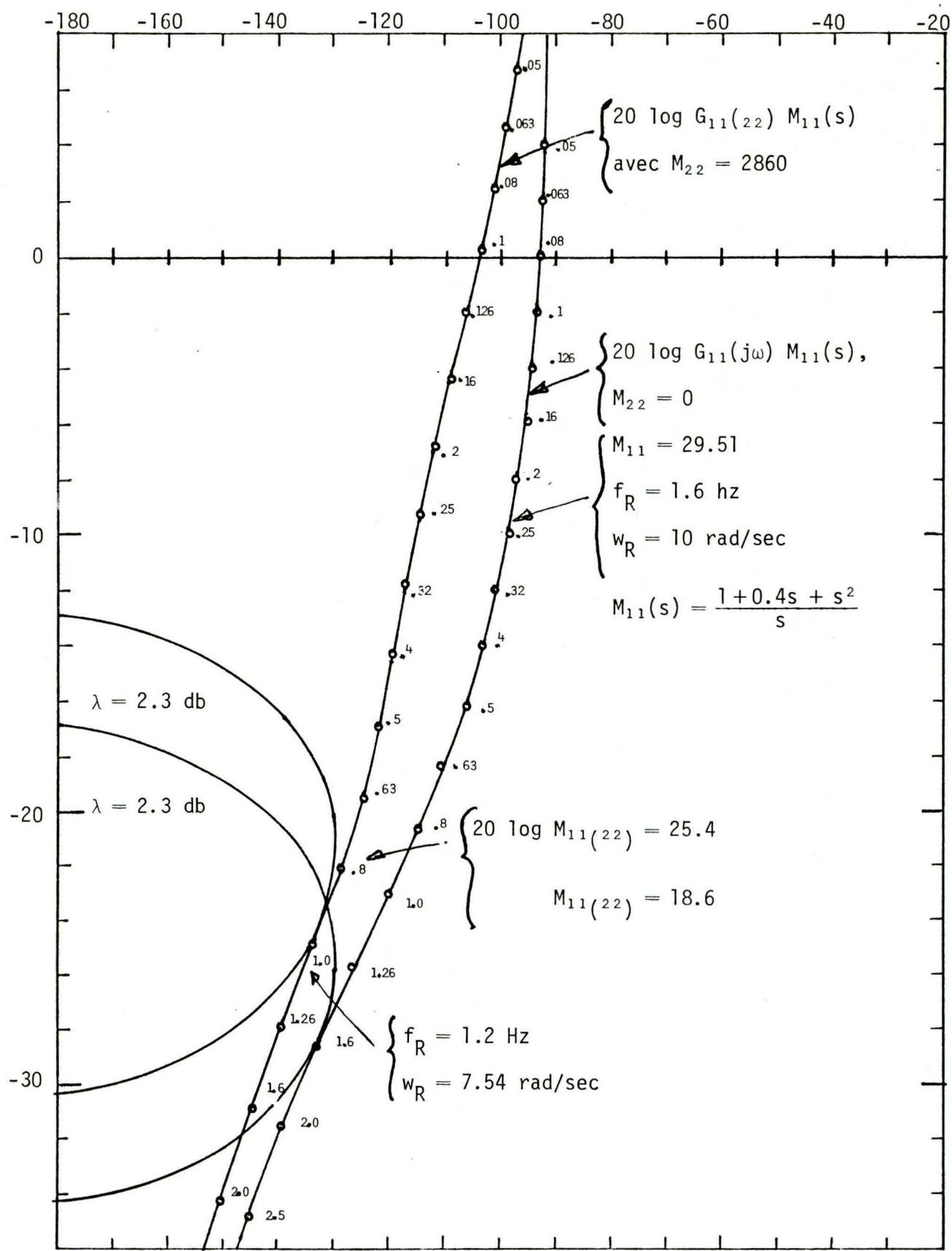


Figure 23 Ajustement du gain de la boucle de fréquence
(Système compensé)

Figure 24 Sensibilité de la régulation de fréquence

Compensation PID

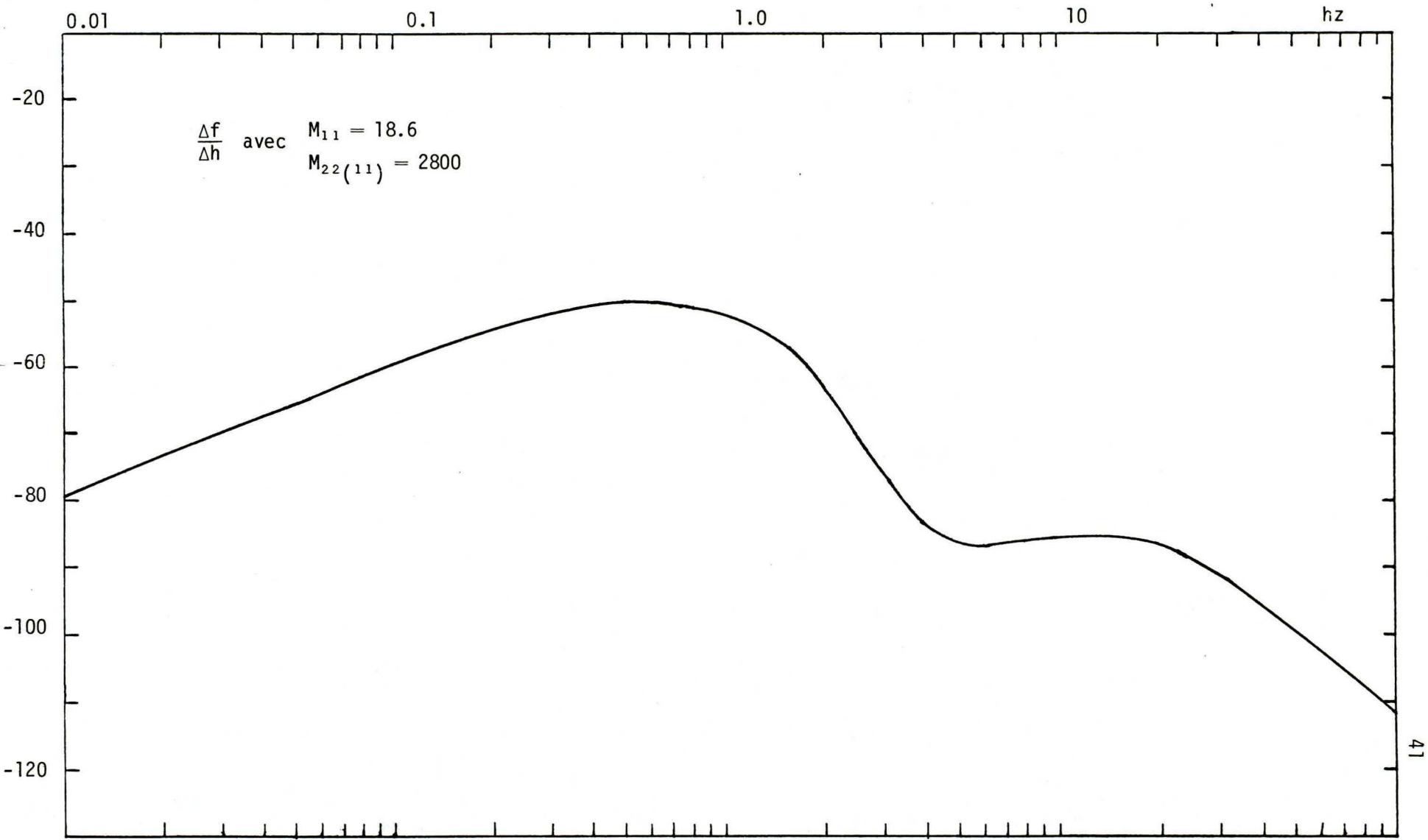


Figure 25 Ajustement de gain de la boucle de tension
(Système compensé)

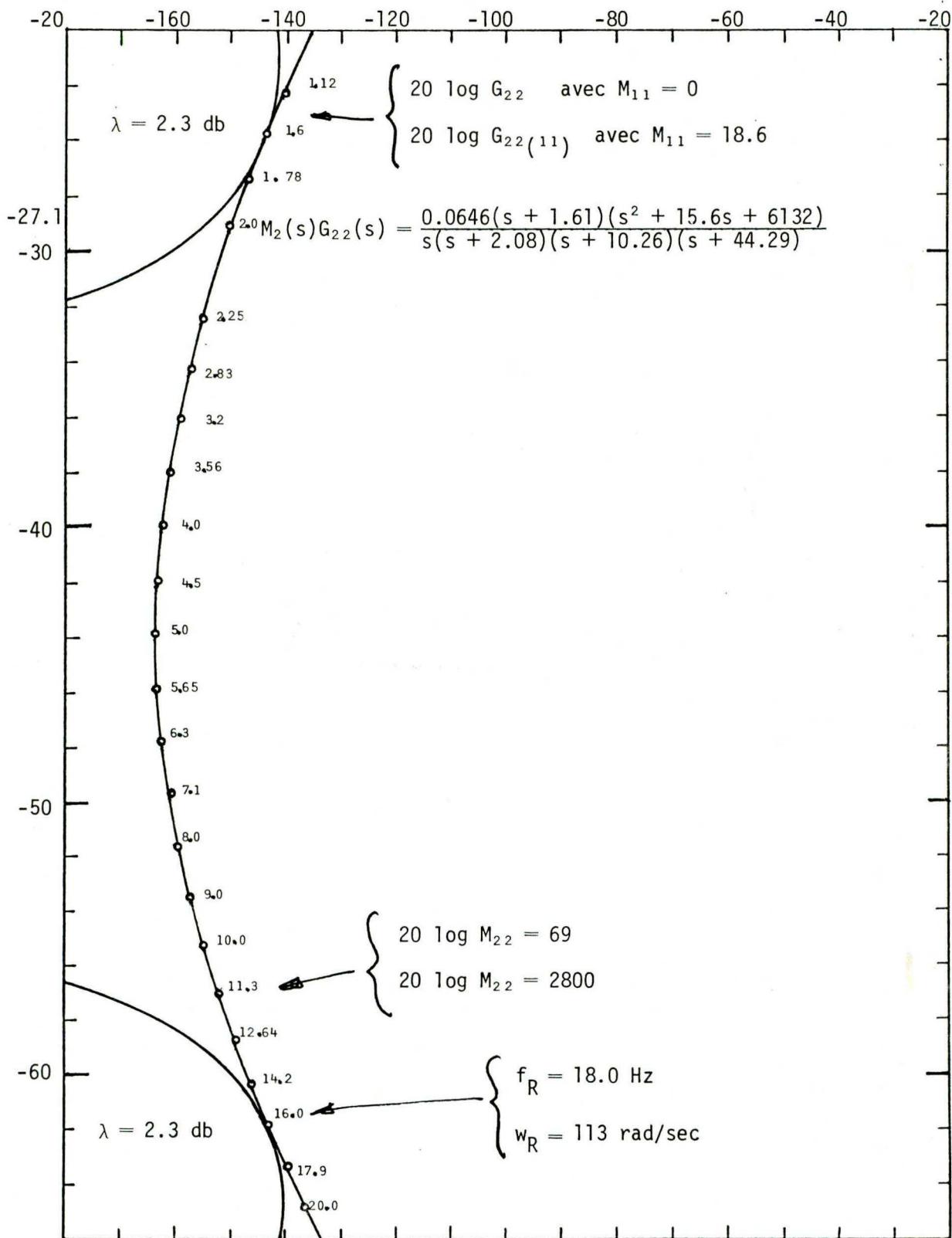
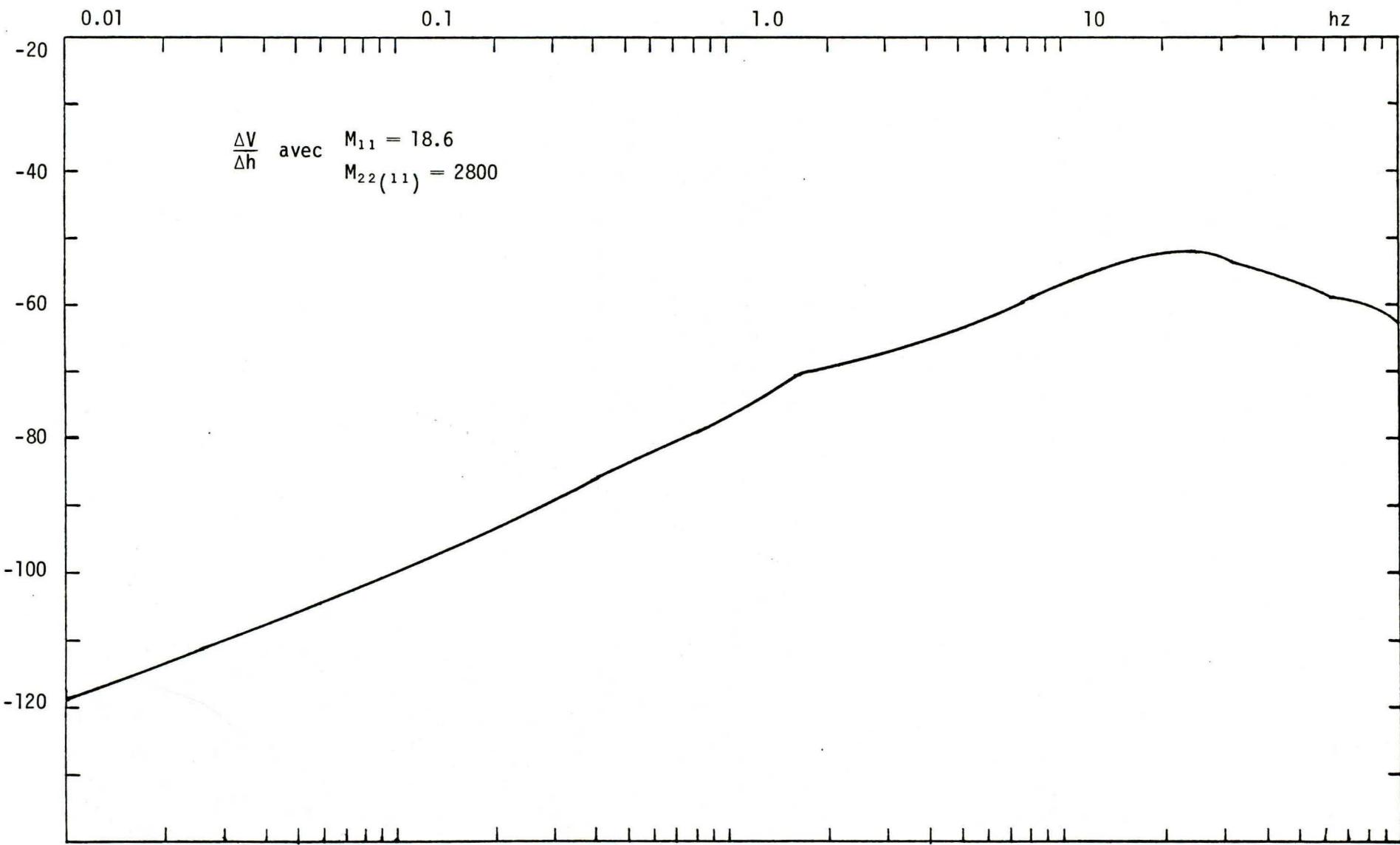


Figure 26 Sensibilité de la régulation de tension

Compensation PID



REFERENCES

- (1) Kochergurger R., "A Frequency Method for Analyzing and Synthesizing Contactor Servomechanisms", Trans. AIEE Vol. 69, pp. 270-280, 1950.
- (2) De Santis R.M., "On the Use of the Compensator Inverse Nyquist Plot for Feedback Systems Stability Analysis", 19th Midwest Symposium on Circuits and Systems, Milwaukee, 1976.
- (3) Rosenbrock H.H., "Computed-Aided Control System Design", Academic Press 1974.
- (4) Macfarlane A.G.J., "A Survey of Some Recent Results in Linear Multivariable Feedback Theory" Automatica Vol. #8, pp. 455-492, 1972.
- (5) De Santis R.M., Lefebvre S., "Comparative, Sensitivity and Absolute Invariant Compensators with applications to a DC-AC Converter", 14th Allerton Conference, University of Illinois, Oct. 1976.
- (6) De Santis R.M., Conan J., "Practical Sensivity Reduction Tests with Application to Power System, Inst. Journal of Systems Science, Vol. #8-9, pp. 1067-1080, 1977.
- (7) Lefebvre S., "Le principe d'invariance appliqué au design des systèmes multivariables", Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique, Sept. 1977.
- (8) Turgeon A.B., "Techniques de mise au point de la régulation de fréquence et de tension d'une mini-centrale autonome", Rapport technique EP78-R-2, Ecole Polytechnique, Janvier 1978.
- (9) Turgeon A.B., "Méthode directe de compensation des systèmes asservis", Thèse de maîtrise, ENSA, Paris, 1962.
- (10) Tellier P.A., "Mise au point d'un régulateur de fréquence et de tension à l'aide du principe d'invariance", Projet de fin d'études, Ecole Polytechnique, Mai 1978.

A CONSULTER
SUR PLACE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00288966 3