

Titre: Contrôleur multivariable pour une centrale nucléaire CANDU 600
Title: MWe

Auteur: Spero Mensah
Author:

Date: 1982

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Mensah, S. (1982). Contrôleur multivariable pour une centrale nucléaire CANDU 600 MWe [Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/59645/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/59645/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** P. D. McMorran, W. Paskievici, & M. Polis
Advisors:

Programme: Génie nucléaire
Program:

UNIVERSITE DE MONTREAL

CONTROLEUR MULTIVARIABLE POUR
UNE CENTRALE NUCLEAIRE CANDU 600 MWe

par

SPERO MENSAH

INSTITUT DE GENIE NUCLEAIRE
ECOLE POLYTECHNIQUE

THESE PRESENTEE EN VUE DE L'OBTENTION DU
GRADE DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D)
(GENIE NUCLEAIRE)

Février 1982 -

CA2 PO
UP 10
1902
M548

A MARIE, Ma Femme
avec tout mon amour

A MAXIME et JOEL, mes Fils
avec toute mon affection

A mon Père,
A ma Mère,
A mes Frères et Soeurs
A mon Oncle Jo,
avec toute mon affection

A Tous ceux qui un jour m'ont appris
quelque chose.

SOMMAIRE

Ce projet de thèse est consacré à la conception d'un système de commande et de régulation multivariable pour une centrale nucléaire du type Gentilly-2.

A partir d'un modèle non-linéaire de simulation de la centrale G2SIM, nous avons obtenu un modèle relativement moins complexe en posant certaines hypothèses. En appliquant la théorie des petites perturbations autour de points d'équilibre, la linéarisation de ce modèle nous a permis d'obtenir les équations linéaires d'état de la centrale. La validation de ce modèle linéaire que nous avons appelé G2LDM a été effectuée par voie de simulation. Concrètement, nous avons comparé les résultats de simulation de G2SIM et G2LDM soumis aux mêmes types de perturbations. Le but de cette validation était de déterminer dans quelles mesures le modèle linéaire G2LDM pouvait être utilisé pour concevoir un régulateur pour le modèle non-linéaire G2SIM. Les conclusions de cette validation ont établi que G2LDM possède essentiellement la même dynamique que G2SIM, les différences de réponses entre les deux modèles étant surtout dues à certains phénomènes de non-linéarité et aux hypothèses qui ont été posées pour la linéarisation du modèle.

Nous avons ensuite soumis le modèle G2LDM à une série d'analyses en vue de son identification structurelle

et modale. Ces analyses nous ont permis d'établir certaines propriétés des matrices de la description dans l'espace des états de la centrale. Elles ont aussi permis de déterminer la commandabilité et l'observabilité du système. L'analyse modale a permis d'identifier les modes instables et dominants de la centrale, et d'évaluer leur relative invariance par rapport aux changements de points d'opération.

Après une revue critique des méthodes de conception de contrôleurs multivariables, nous avons décidé d'explorer l'avenue des contrôleurs par rétroaction des sorties avec positionnement de pôles. En nous inspirant des travaux de certains chercheurs, nous avons mis au point une série d'algorithmes à la fois puissants et souples pour effectuer le positionnement de pôles par rétroaction des sorties. Nous avons implanté ces algorithmes à l'intérieur d'un ensemble sophistiqué de modules pour la conception assistée par ordinateur.

Avec le modèle G2LDM, nous avons utilisé nos modules de positionnement de pôles pour la conception d'un contrôleur multivariable. Les performances de ce contrôleur sur le modèle linéaire G2LDM sont excellentes.

Nous avons ensuite mis au point l'infrastructure logicielle pour la discrétisation et l'implantation d'un contrôleur multivariable dans le modèle non-linéaire de

simulation, G2SIM. Finalement nous avons introduit dans G2SIM, le contrôleur multivariable conçu avec G2LDM. Après quelques ajustements, surtout de la partie dynamique du contrôleur, les résultats de simulation ont montré que les performances du contrôleur multivariable sur G2SIM sont pleinement satisfaisantes.

Pour réaliser ce projet qui intègre presque toutes les étapes de la conception d'un système de commande et de régulation, nous avons aussi dû concevoir une gamme variée et complexe de logiciels qui complètent les acquis tangibles de cette thèse.

D'abord commencé à l'Ecole Polytechnique de Montréal, ce projet a été complété durant un stage de deux ans au laboratoire d'analyse dynamique du Centre d'Etudes Nucléaires de Chalk River.

ABSTRACT

This project studied the problems of designing a multi-variable regulator for a nuclear power station of the Gentilly-2 type.

From a non-linear model called G2SIM, we derived a reduced non-linear model which has been linearized around steady state operating conditions. This linearization gave a linear model described by state-space equations. To validate the linear model also called G2LDM, we compared open-loop simulation results of G2SIM and G2LDM for several disturbances. The conclusions of this validation showed good agreement between transient responses of both models.

Some important properties of G2LDM were assessed by performing controllability and observability tests, cyclicity and rank tests. We also performed eigenanalysis to determine unstable and dominant modes and to evaluate the change of these modes with different operating conditions.

After a critical review of existing design techniques for multivariable controllers, we decided to explore the avenue of pole shifting with output feedback. Using and extending the results of some authors, we derived a comprehensive set of application-oriented algorithms which allow multivariable controller design with closed-loop pole-assignment techniques. These algorithms are implemented in a sophisticated computer-aided-design package via several modules.

The controller designed for the linear model G2LDM using these modules showed excellent performance.

Then we designed a general scheme for the implementation of a multivariable controller in G2SIM and introduced the designed controller inside the non-linear model. After adjustments of controller gains, mainly in the dynamic section of the feedback, the simulation results showed that the performance of the multivariable controller on G2SIM are satisfactory.

Along with this project which covered almost all the steps in the design of a control system, we developed a set of computer codes which added to the net gains of this thesis.

Started at Ecole Polytechnique de Montréal, this project was completed during a two year stage at Chalk River Nuclear Laboratories of Atomic Energy of Canada Limited.

REMERCIEMENTS

A NOS DIRECTEURS DE THESE,
DOCTEUR P.D. McMORRAN,
DOCTEUR W. PASKIEVICI,
DOCTEUR M. POLIS,

Qui ont dirigé nos pas tout le long de notre travail.

Les conseils, l'attention particulière qu'ils nous ont prodigués et l'immense patience qu'ils ont témoignée à notre égard sont autant de dettes envers lesquelles nous nous sentons redevables.

Qu'ils trouvent dans ce modeste travail le témoignage de notre profonde reconnaissance.

A L'INSTITUT DE GENIE NUCLEAIRE

A LA DIVISION COMMANDE DES REACTEURS DU LABORATOIRE DE L'EACL A
CHALK RIVER

A L'HYDRO QUEBEC (SERVICE EQUIPEMENT THERMIQUE & NUCLEAIRE)

Qui ont matériellement et techniquement rendu possible ce travail de recherche; nous leur en sommes profondément reconnaissant.

TABLE DES MATIERES

	page
SOMMAIRE.....	iv.
REMERCIEMENTS.....	ix.
TABLE DES MATIERES.....	x.
LISTE DES FIGURES.....	xiii.
LISTE DES TABLEAUX.....	xiv.
NOMENCLATURE.....	xv.
1. INTRODUCTION.....	1.
1.1 Identification du problème.....	1.
1.2 Objectifs du présent travail.....	5.
1.3 Méthodologie.....	6.
1.4 Organisation matérielle.....	8.
2. DESCRIPTION DE LA CENTRALE.....	9.
2.1 Introduction.....	9.
2.2 Le réacteur.....	10.
2.3 Le circuit de transport du caloporteur.....	10.
2.4 Le pressuriseur.....	13.
2.5 Le générateur de vapeur.....	13.
2.6 Le système turbo-alternateur.....	15.
2.7 Les systèmes de régulation.....	15.
2.7.1 Boucle de régulation de la puissance.....	15.
2.7.2 Boucle de régulation du réacteur.....	17.
2.7.3 Régulateur de la pression dans le générateur de vapeur.....	17.
2.7.4 Régulateur du niveau dans la chaudière.....	17.
2.7.5 Régulateur de la pression du primaire.....	18.
2.7.6 Boucle de régulation du niveau dans le pressuriseur.....	18.
3. MODELISATION DU SYSTEME.....	19.
3.1 Introduction.....	19.
3.2 Le circuit primaire.....	20.
3.2.1 Neutronique et thermique du réacteur.....	20.
3.2.2 Thermohydraulique du primaire.....	22.
3.3 Le pressuriseur.....	26.
3.3.1 Expansion ou compression adiabatique.....	26.
3.3.2 Mode de vaporisation instantanée.....	28.

TABLE DES MATIERES (suite)

	page
3.4 Le générateur de vapeur.....	30.
3.4.1 Le préchauffeur.....	30.
3.4.2 La chaudière.....	31.
3.4.3 Le ballon vapeur.....	32.
3.5 Le circuit secondaire.....	38.
3.5.1 Le turbo-alternateur.....	38.
3.5.2 Le circuit de l'eau d'alimentation.....	38.
3.6 Discussion.....	40.
4. LINEARISATION, ANALYSE STRUCTURELLE & MODALE DU SYSTEME.	41.
4.1 Introduction.....	41.
4.2 Linéarisation et formulation dans l'espace des états....	42.
4.2.1 Méthode.....	42.
4.2.2 Résultats.....	43.
4.2.3 Evaluation numérique des matrices de l'équation d'état.....	45.
4.3 Caractérisation structurelle du modèle.....	46.
4.3.1 Propriété des matrices B et C.....	46.
4.3.2 Contrôlabilité et observabilité du système.....	46.
4.3.3 Cyclicité de la matrice A.....	47.
4.3.4 Conclusion.....	48.
4.4 Analyse modale du système.....	48.
4.4.1 Introduction.....	48.
4.4.2 Méthode.....	49.
4.4.3 Application pratique.....	51.
4.4.4 Résultats et conclusions.....	52.
5. VALIDATION DU MODELE LINEAIRE.....	55.
5.1 Introduction.....	55.
5.2 Choix de méthodes et de points d'opération.....	55.
5.3 Description de la méthode et de la procédure suivies....	56.
5.3.1 Méthode.....	56.
5.3.2 Procédure pour la simulation en boucle ouverte de G2SIM.....	57.
5.3.3 Procédure pour simuler G2LDM en boucle ouverte....	58.
5.4 Résultats.....	59.
5.5 Discussions et conclusions.....	60.
6. CONTROLEUR MULTIVARIABLE.....	77.
6.1 Revue sommaire de l'état des connaissances.....	77.
6.2 Critères et choix d'une méthode.....	79.
6.3 Théorie de la méthode choisie.....	81.
6.3.1 Compensateur statique.....	81.
6.3.1.1 Formulation et théorème.....	81.
6.3.1.2 Affectation de p pôles.....	83.

TABLE DES MATIERES (suite)

	page
6.3.1.3 Protection de $m-1$ pôles et affectation de p pôles additionnels.....	87.
6.3.1.4 Algorithme du compensateur statique.....	88.
6.3.1.5 Discussion.....	90.
6.3.2 Compensateur dynamique.....	91.
6.3.2.1 Formulation et objectif.....	91.
6.3.2.2 Compensateur dynamique basé sur le système primal.....	93.
6.3.2.2A Développement.....	93.
6.3.2.2B Implantation du contrôleur.....	98.
6.3.2.3 Compensateur dynamique basé sur le système dual.....	102.
6.3.2.3A Compensateur dynamique basé sur le système dual.....	102.
6.3.2.3B Implantation du contrôleur.....	105.
6.3.2.5 Algorithme du compensateur dynamique.....	109.
6.4 Conclusions.....	112.
7. CONCEPTION & REALISATION PRATIQUE DU CONTROLEUR.....	114.
7.1 Introduction.....	114.
7.2 Modèle de conception.....	114.
7.3 Spécifications.....	116.
7.4 Conception du contrôleur.....	118.
7.4.1 Méthodologie.....	118.
7.4.2 Performance sur le modèle linéaire.....	120.
7.5 Intégration du contrôleur multivariable au modèle de référence G2SIM.....	124.
7.5.1 Philosophie.....	124.
7.5.2 Implantation.....	130.
8. RESULTATS.....	133.
8.1 Contrôleur multivariable pour G2SIM.....	133.
8.2 Ajustements du contrôleur.....	135.
8.3 Performances du contrôleur multivariable sur G2SIM.....	137.
9. CHAPITRE 9.....	148.
9.1 Conclusions.....	148.
9.2 Suggestions.....	150.
LISTE DES REFERENCES.....	152.
ANNEXES.....	159.

LISTE DES FIGURES

FIGURE		page
2.1	Schéma d'une centrale CANDU 600 MWe.	
2.2	Circuit de transport du caloporteur.	
2.3	Schéma d'un générateur de vapeur.	
2.4	Diagramme fonctionnel du régulateur.	
5.1-5.8	Validation à pleine puissance.	
5.9-5.14	Validation à 80% pleine puissance.	
6.1	Schéma analogique des équations (6.36).	
7.1-7.4	Réponse en boucle fermée du modèle linéaire.	

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAUX

page

4.1 Valeurs propres du système en boucle ouverte.

NOMENCLATURE

<u>Symbole</u> <u>Romain</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
$-a_i$	Coefficient du polynôme caractéristique en boucle ouverte (6.4)	-
A	Matrice des états du système en boucle ouverte (4.2)	-
A_{B100}	Surface de transfert de chaleur dans la chaudière (3.34)	cm ²
A_C	Matrice des états du compensateur dynamique (6.27), (7.5)	-
A_F	Surface de transfert de chaleur du combustible (3.6)	cm ²
A_P	Matrice des états du compensateur dynamique (6.37)	-
A_{P100}	Surface de transfert de chaleur du préchauffeur (3.52)	cm ²
A_1	Matrice des états du système en boucle fermée (6.10)	-
\tilde{A}	Matrice des états de la forme canonique commandable (6.4)	-
A^*	Matrice des états du système primal-compensateur (6.30)	-
\bar{A}	Matrice des états du système-compensateur (6.39), (6.57)	-
\hat{A}_1	Matrice des états de la forme diagonalisée (6.12)	-
A_D^*	Matrice des états du système dual-compensateur (6.43)	-
\tilde{b}	Matrice des entrées de la forme canonique commandable (6.4)	-
B	Matrice des entrées du système en boucle ouverte (4.2)	-
B_C	Matrice des entrées du compensateur dynamique (6.49), (7.5)	-

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
B^*	Matrice des entrées du système-compensateur (6.30), (6.43)	-
\bar{B}	Matrice des entrées du système-compensateur (6.39), (6.57)	-
\hat{B}	Matrice des entrées de la forme diagonalisée (6.12)	-
c	Vecteur d'entrée (6.41)	-
\tilde{c}	Matrice des sorties de la forme canonique commandable (6.4)	-
C	Matrice des sorties du système en boucle ouverte (4.3)	-
C_B	Chaleur spécifique du caloporteur dans la chaudière (3.34)	J/g
C_c	Matrice des sorties du compensateur (7.6)	-
C_{CP}	Chaleur spécifique du caloporteur dans le préchauffeur (3.51)	J/g
C_F	Chaleur spécifique du combustible (3.3)	J/g-°C
C_{RC}	Chaleur spécifique du caloporteur dans le coeur du réacteur (3.6)	J/g-°C
$C_1(t), C_2(t)$	Concentration des deux groupes de précurseurs (3.2)	-
\tilde{C}	Matrice des sorties du système-compensateur (6.33)	-
C^*	Matrice des sorties du système-compensateur (6.26)	-
\bar{C}	Matrice des sorties du système-compensateur (6.39), (6.57)	-
\hat{C}	Matrice des sorties de la forme diagonalisée (6.12)	-
C_D^*	Matrice des sorties du système dual-compensateur (6.43)	-
d_F	Diamètre du combustible (3.4)	cm

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
$D(s)$	Polynôme caractéristique du compensateur (6.47)	-
D_C	Matrice de rétroaction dans la forme générale du contrôleur (7.6)	-
$e(t)$	Vecteur des déviations (7.5), (7.6)	-
$e_i(t)$	Terme de l'expansion modale (4.7)	-
e_i^0	Condition initiale de l'expansion modale (4.8)	-
$f(.,.,.,.)$	Fonction vectorielle non-linéaire (3.66)	-
h_B	Coefficient de transfert de chaleur dans la chaudière (3.34)	$W/cm^2-^{\circ}C$
h_F	Coefficient de transfert de chaleur combustible-caloporteur (3.4)	$W/cm^2-^{\circ}C$
$H_B(t)$	Enthalpie de l'eau à la base de la chaudière (3.43)	J/g
$H_{ci}(t)$	Enthalpie du caloporteur à l'entrée du réacteur (3.14)	J/g
$H_D(t)$	Enthalpie dans le ballon vapeur (3.39)	J/g
$H_D^*(t)$	Enthalpie à la base du circuit de recirculation (3.43)	J/g
$H_{FG}(t)$	Chaleur latente dans la colonne de montée (3.45)	J/g
$H_{FGC}(t)$	Chaleur latente de vaporisation de l'eau lourde à la sortie du réacteur (3.20)	J/g
$H_{fgs}(t)$	Chaleur latente de l'eau lourde dans le pressuriseur (3.29)	J/g
$H_{fi}(t)$	Enthalpie de l'eau lourde à l'entrée/sortie du pressuriseur (3.27)	J/g
$H_{fs}(t)$	Enthalpie de l'eau lourde dans le pressuriseur (3.21-C), (3.28-C)	J/g

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
$H_{PS}(t)$	Enthalpie de saturation du secondaire (3.55)	J/g
$H_R(t), H_R^*(t)$	Enthalpie dans la colonne de montée (3.34)	J/g
$H_{ROH}(t)$	Enthalpie du caloporteur dans le collecteur de sortie (3.15)	J/g
$H_{SROH}(t)$	Enthalpie de saturation dans le collecteur de sortie (3.16)	J/g
k_F	Conductivité thermique du combustible (3.3)	W/cm-°C
k_i	Matrices de rétroaction (6.18), (6.42)	-
k_P	Coefficient de réactivité du combustible (3.1)	k
k_V	Coefficient de réactivité du vide (3.1)	k
Δk_{VO}	Réactivité du caloporteur non-bouillant (3.1)	k
$k_{i,i=0,2}^*$	Matrices de rétroaction (6.6), (6.14), (6.31), (6.44)	-
\tilde{k}_2	Matrice de rétroaction (6.33)	-
K_{BC}	Multiplicateur de transfert de chaleur dans la partie bouillante de la chaudière (3.52)	-
K_{CSDV}	Capacité de la vanne de décharge de vapeur dans le condenseur (3.59)	-
K_{dc}	Perte de pression par frottement dans la colonne de descente	psi
K_D	Matrice de rétroaction (6.49)	-
K_{F1}	Coefficient d'enthalpie de l'eau d'alimentation (3.65)	J/g-°C
K_{F2}	Coefficient d'enthalpie de l'eau d'alimentation (3.65)	J/g

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
K_{HP1}, K_{HP2}	Coefficients de température du système de chauffage haute pression de l'eau d'alimentation (3.63)	°C
$k_{Li, i=1,3}$	Coefficients de surface de la chaudière (3.37)	m ⁻²
K_{LST}	Coefficient de relation enthalpie-densité (3.21-a)	g ² /J-cm ³
K_P	Matrice de rétroaction (6.37)	-
K_T	Perte de pression du circuit vapeur (3.60)	MPa
K_Z	Taux maximum de variation de la réactivité zonale (3.10)	k/s
$\Delta K_Z(t)$	Variation de réactivité zonale (3.10)	k
$K_i, i=1,3$	Matrices de rétroaction (6.8), (6.14), (6.39), (6.57)	-
l	Vecteur défini dans l'équation (6.13)	-
l^*	Durée de vie moyenne des neutrons	s
$L_D(t)$	Niveau d'eau dans le ballon vapeur (3.37)	m
M_B	Masse du caloporteur dans la chaudière (3.34)	g
M_F	Masse du combustible (3.4)	g
M_{FP}	Masse de l'eau d'alimentation entre le système de chauffage et le préchauffeur (3.65)	g
M_{RC}	Masse du caloporteur dans le réacteur (3.6)	g
$n(t)$	Flux neutronique (normalisé) (3.1)	-
$N(s)$	Polynôme défini à l'équation (6.53)	-
$P_{CI_{ff}}$	Facteur de jonction de débit dans le pressuriseur (3.25)	-
$P_D(t)$	Pression dans le générateur de vapeur (3.41)	MPa

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
P_{DIAM}, P_{Leng}	Diamètre et longueur de la tuyauterie entre le collecteur de sortie et le pressuriseur (3.25)	ρ_i
$P_m(t)$	Puissance à la turbine (normalisée)(3.61)	-
$P_{ROH}(t)$	Pression dans le collecteur de sortie (3.9)	MPa
$P_S(t)$	Pression dans le pressuriseur (3.21-b), (3.28-b)	MPa
$P_T(t)$	Pression à la vanne d'arrêt de la turbine (3.60)	MPa
P_{T100}	Pression à pleine puissance à la vanne d'arrêt de la turbine (3.58)	MPa
$q_H(t)$	Puissance des éléments chauffants du pressuriseur (3.21-a)	W
q_0, q_1	Vecteurs définis dans les équations (6.3) et (6.17)	-
$Q_B'(t)$	Chaleur cédée dans la partie non-bouillante de la chaudière (normalisée), (3.50)	-
$Q_B''(t)$	Chaleur cédée dans la région en ébullition de la chaudière (normalisée), (3.53)	-
Q_{B100}	Chaleur totale transférée dans la chaudière (3.32)	W
$Q_d(t)$	Apport thermique des produits de fission en décroissance radioactive, (normalisée), (3.5)	-
Q_{H1}	Puissance maximale des éléments chauffants du pressuriseur (3.21-a)	-
$Q_P(t)$	Chaleur transférée dans le préchauffeur (normalisée) (3.32)	-
Q_{P100}	Chaleur transférée dans le préchauffeur à pleine puissance (3.52)	W

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
$Q_R(t)$	Chaleur cédée au caloporteur normalisée (3.11)	-
Q_{R100}	Chaleur cédée au caloporteur à pleine puissance (3.4)	W
$Q_u(t)$	Puissance thermique du réacteur (normalisée), (3.3)	-
r_i	Vecteur de la base réciproque (4.10)	-
s	Variable de Laplace (6.47)	s^{-1}
$S_{CSDV}(t)$	Ouverture de la vanne de décharge de vapeur dans le condenseur (3.59)	-
$S_{FW}(t)$	Demande d'ouverture de la vanne d'eau d'alimentation (3.33)	-
$S_G(t)$	Ouverture de la vanne de la turbine, $S_S(t)$ dans l'équation (3.58)	-
$S_Z(t)$	Demande d'ouverture de la vanne du contrôleur zonal (3.10)	-
S_o	Matrice de transformation de la forme canonique commandable (6.4)	-
t	Variable du temps	s
$T(t,r)$	Température du combustible (3.3)	°C
$T_B(t)$	Température moyenne du caloporteur dans la chaudière (3.34)	°C
$T_{BC0}(t)$	Température du primaire à l'entrée du préchauffeur (3.49)	°C
$T_{Bi}(t)$	Température du primaire à l'entrée du générateur de vapeur (3.48)	°C
$T_C(t)$	Température moyenne du primaire dans le réacteur (3.6)	°C
$T_{Ci}(t), T_{Ci}^*(t)$	Températures moyennes du caloporteur à l'entrée du réacteur (3.13), (3.7)	°C

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
$T_F(t)$	Température moyenne du combustible (3.4)	°C
$T_{HPF}(t),$ $T_{HPF}^*(t)$	Températures du secondaire à la sortie du réchauffeur (3.62), (3.63)	°C
$T_{Pi}(t)$	Température de l'eau d'alimentation à l'entrée du préchauffeur (3.64)	°C
$T_{PO}(t)$	Température du primaire à la sortie du préchauffeur (3.51)	°C
$T_{ROH}(t)$	Température du primaire dans le collecteur de sortie (3.17), (3.19)	°C
$T_S(t)$	Température à la surface de la gaine (3.12)	°C
$\tilde{T}(t)$	Température de saturation du secondaire (3.56)	°C
$u(t)$	Vecteur des entrées du système en boucle ouverte (4.2)	-
$u_D(t)$	Vecteur des entrées du système dual (6.40)	-
$U(t)$	Vecteur des entrées du système-compensateur en boucle fermée (6.31)	-
$U(s)$	Vecteur des entrées dans le domaine de Laplace (6.48)	-
$U_D(t)$	Vecteur des entrées du système dual-compensateur (6.44)	-
$U_{PROH}(t)$	Variable de commande du pressuriseur (3.9)	-
v_i	Vecteur propre (4.6)	-
V	Matrice des vecteurs propres (4.12)	-
V_D	Volume total de la chaudière (3.40)	m ³
V_F	Volume total du combustible (3.3)	m ³
$V_L(t)$	Volume d'eau dans le pressuriseur (3.21-a)	m ³
$V_r(t), V_r^*(t)$	Volumes de la colonne de montée (3.37)	m ³

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
$V_S(t)$	Volume de vapeur dans le pressuriseur (3.21-b)	m^3
V_{SM}	Volume du circuit principal de vapeur (3.40)	m^3
V_T	Volume total du pressuriseur (3.28-a)	m^3
$V_W(t)$	Volume d'eau dans le ballon vapeur (3.38)	m^3
W_C	Débit de masse du primaire à pleine puissance (3.15)	g/s
$W_{CSDV}(t)$	Débit normalisé de vapeur déchargée dans le condenseur (3.59)	-
$W_{DC}(t)$	Débit de masse normalisé dans la colonne de descente (3.46)	-
$W_F(t)$	Débit de masse normalisé de l'eau d'alimentation (3.33)	-
W_{F100}	Débit de l'eau d'alimentation à pleine puissance (3.32)	g/s
$W_R(t)$	Débit normalisé dans la colonne de montée (3.46)	-
$W_S(t)$	Débit normalisé de la vapeur (3.57)	-
$W_T(t)$	Débit normalisé de la vapeur admise à la turbine (3.58)	-
$x(t)$	Vecteur des états du système en boucle ouverte (4.2)	-
$x_D(t)$	Vecteur des états du système dual (6.40)	-
$X(t)$	Vecteur des états du système-compensateur en boucle fermée (6.28)	-
$X_D(t)$	Vecteur des états du système dual-compensateur en boucle fermée (6.43)	-
$X_e(t), X_{he}(t)$	Qualité dans le collecteur de sortie (3.8), (3.18)	-

<u>Symbole</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
$X_e^*(t)$	Qualité du primaire à l'entrée du générateur de vapeur (3.54)	-
$X_r(t), X_r^*(t)$	Qualité du secondaire dans la colonne de montée (3.36)	-
$y(t)$	Vecteur des sorties du système (4.2)	-
$y^{(i)}$	Dérivée d'ordre i de y (6.18)	-
$y_D(t)$	Vecteur des sorties du système dual (6.40)	-
$Y(t)$	Vecteur des sorties du système en boucle fermée (6.29)	-
$Y_D(t)$	Vecteur des sorties du système dual-compensateur en boucle fermée (6.43)	-
<u>Grec</u>		
$\alpha(t)$	Vecteur des états du compensateur (6.37)	-
β	Fraction totale des neutrons retardés (3.1)	-
β_1, β_2	Fraction des deux groupes de neutrons retardés (3.2)	-
$\beta'(t)$	Coefficient de longueur de la partie non-bouillante du primaire dans le générateur de vapeur (3.52)	-
γ	Constante adiabatique (3.21-b)	-
γ_h	Fraction des produits de fission (3.4)	-
δ_i	Coefficients du polynôme caractéristique du compensateur (6.18)	-
Δ	Perturbation (Annexes)	-
θ	Multiplicateur de perte de pression pour un mélange à deux phases (3.47)	-
κ	Matrice de Vandermonde (6.6)	-
λ	Pôles ou valeur propres (chapitres 4-8)	-

<u>Grec</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
λ_h	Constante de décroissance radioactive des produits de fission (3.5)	s^{-1}
λ_1, λ_2	Inverse des constantes de temps des deux groupes de neutrons retardés	s^{-1}
Λ	Matrice définie à l'équation (6.7)	-
μ	Vecteur des états du compensateur (6.24)	-
μ_0, μ_1	Variables d'entrée (6.3), (6.17)	-
$v_L(t), v_L^*(t)$	Débits d'eau entre le collecteur de sortie et le pressuriseur (3.22), (3.25)	m^3/s
$v_S(t)$	Débit de vapeur soutiré du pressuriseur (3.21-b)	m^3/s
ξ	Facteur de compressibilité calorifique (3.31)	J/MPa
ρ_D	Rang de la matrice C_D^* (6.45)	-
ρ_F	Densité du combustible (3.3)	g/cm^3
$\rho_{FV}(t)$	Densité de l'eau saturée dans le ballon vapeur (3.42)	g/m^3
$\rho_{fS}(t)$	Densité de l'eau lourde dans le pressuriseur	g/m^3
$\rho_{gS}(t)$	Densité de la vapeur d'eau lourde dans le pressuriseur (3.24)	g/m^3
$\rho_{gV}(t)$	Densité de la vapeur dans le ballon vapeur (3.40)	g/m^3
ρ_P	Rang de la matrice C^* (6.32)	-
$\rho_r(t)$	Densité moyenne du mélange à deux phases dans la colonne de montée (3.44)	g/m^3
τ_{BR}	Temps mort entre le générateur de vapeur et le réacteur (3.13)	s
τ_{FH}	Constante de temps du système de chauffage haute pression de l'eau d'alimentation (3.62)	s
τ_{FP}	Temps mort entre le système de chauffage haute pression et le préchauffeur (3.64)	s

<u>Grec</u>	<u>Définition</u>	<u>Unités</u>
τ_{FW}	Constante de temps de la vanne de commande du débit d'eau d'alimentation (3.33)	s
τ_m	Constante de temps de la turbine (3.61)	s
τ_{PF}	Temps de séjour de l'eau d'alimentation dans le préchauffeur (3.32)	s
τ_r	Temps de traversée de la colonne de montée (3.35)	s
τ_{rd}	Temps de variation du volume de la colonne de montée (3.37)	s
τ_{RB}	Durée de l'écoulement entre le réacteur et le générateur de vapeur (3.48)	s
τ_{RC}	Temps moyen de séjour du caloporteur dans le réacteur (3.6)	s
τ_x	Délai dans la formation du vide (3.8)	s
ϕ_r	Fraction du vide dans la colonne de montée	-

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

1.1 Identification du Problème

La neutronique et la thermique sont deux processus qui s'influencent et qui prédominent dans l'opération des centrales nucléaires. Pour des raisons économiques et sécuritaires, ces deux processus doivent être gardés sous contrôle en tout temps. Du point de vue de la commande et de la régulation, on peut considérer une unité nucléaire de production électrique comme étant essentiellement constituée de la centrale et de son contrôleur. En toute rigueur, la centrale possède la structure d'un système multivariable à paramètres distribués pouvant être d'une part décrite par des équations aux dérivées partielles et d'autre part caractérisée par plusieurs variables d'entrée et plusieurs variables de sortie.

Un tel système a un comportement interactif en ce sens que l'ajustement d'une variable d'entrée peut affecter plusieurs variables de sortie.

Traditionnellement, les contrôleurs des centrales sont conçus en appliquant les méthodes conventionnelles développées pour les systèmes scalaires. Concrètement, cela signifie que l'analyse et la synthèse de la commande de chaque boucle est traitée de façon indépendante, tout en simplifiant les

dépendances spatiales du système. Dans son livre "Control of Nuclear Reactors and Power Plants", Schultz [1] a très bien exposé les composantes essentielles de cette approche dite conventionnelle.

Depuis une dizaine d'années, l'orientation de l'industrie nucléaire vers la construction et l'opération "optimale" des gros réacteurs (600-1,200 MWe) révèle de plus en plus que l'extrapolation des méthodes scalaires pourrait entraîner des difficultés majeures.

Déjà en 1968 Wiberg [2] faisait remarquer que pour de très gros réacteurs, il faudrait tenir compte non seulement de la structure multivariable du système mais aussi envisager une approche modale pour le contrôle du flux neutronique. Cette remarque est particulièrement pertinente pour les gros réacteurs du type CANDU* PHW**. Wiberg a dérivé un modèle linéaire à paramètre distribué pour le réacteur, et a montré les avantages d'une solution avec les modes de Kaplan [3]. Il a ensuite exposé les étapes essentielles dans l'analyse et la synthèse de la commande modale optimale avec un critère quadratique.

En 1972, Chaudhuri [4] étudia le problème du contrôle optimal avec paramètres distribués pour un réacteur nucléaire

*CANada Deuterium Uranium
**Pressurized Heavy Water

en appliquant le principe du maximum. Il montra que la commande optimale était solution d'une équation aux dérivées partielles d'ordre élevé. Il exposa ensuite deux techniques numériques permettant de calculer la commande.

Pour sa thèse de doctorat, Stark [5] a aussi étudié le contrôle modal du réacteur. Il dériva d'abord une expression pour la composante spatiale et décomposa le flux neutronique en une série de Fourier dont les coefficients peuvent être déterminés à partir des mesures et d'une analyse de Fourier. Chaque coefficient est comparé avec la valeur désirée, et suivant le cas, un signal d'erreur est envoyé à un contrôleur linéaire pour activer les mécanismes de contrôle de réactivité.

Les résultats de ces travaux nécessairement exploratoires sont très partiels puisque les modèles utilisés sont extrêmement simplifiés et ne décrivent que la dynamique du coeur du réacteur.

En partant des équations de cinétique pour un réacteur ponctuel, plusieurs chercheurs ont étudié le problème de commande optimale linéaire quadratique surtout en regard d'un fonctionnement en suivi de la centrale [6-8].

En dépit de l'existence d'une solution explicite à ce type de problème, l'application concrète du contrôleur optimal linéaire quadratique se heurte à certaines difficultés d'ordre pratique.

- Pour la majorité des systèmes à contrôler, la définition d'un critère général de performance est difficile, sinon impossible.
- La considération d'un critère linéaire quadratique n'est donc en général que l'approximation d'un critère plus complexe [9].
- La sélection "optimale" des matrices de pondération est encore un sujet de recherche [10].
- A l'exception de la stabilité, il est difficile de rencontrer les spécifications "conventionnelles" avec un contrôleur optimal linéaire quadratique.
- Enfin, ce type de contrôleur exige la mesure de toutes les variables d'état ou tout au moins leur estimation par un observateur ou un filtre de Kalman [11].

Au cours de notre étude, nous avons pu constater que la majorité des chercheurs ont utilisé les techniques des systèmes multivariables dans l'espace des états. Cette quasi-exclusivité dans l'outil de base est due au fait que l'analyse des systèmes linéaires dans l'espace des états a bénéficié des contributions essentielles apportées par plusieurs chercheurs.

Mais en 1976, grâce aux travaux de Rosenbrock [12-15] et de MacFarlane [16-17] pour l'extension des méthodes fréquentielles aux systèmes multivariables, Hughes et Malloupa [18] montrèrent comment utiliser leurs résultats pour concevoir le contrôleur d'un générateur de vapeur dans une centrale nucléaire.

Malgré l'engouement actuel de la communauté scientifique pour l'étude des systèmes multivariables, les concepteurs de centrales hésitent encore à appliquer les techniques multivariables pour deux raisons principales [19]:

- (1) des méthodes pratiques de design ne sont pas encore tout à fait disponibles;
- (2) l'implantation des solutions obtenues à partir des techniques multivariables requiert toujours l'utilisation d'ordinateurs rapides et puissants.

A cet égard, la situation pourrait évoluer relativement plus vite au Canada qu'aux Etats-Unis car l'utilisation des ordinateurs s'est intégrée depuis longtemps dans la philosophie de contrôle des réacteurs CANDU [20,21].

1.2 Objectifs

Notre travail de thèse, né de la collaboration entre l'Ecole Polytechnique et le Centre d'Etudes Nucléaires de Chalk River, s'inscrit dans la ligne des efforts entrepris pour surmonter ces difficultés. De façon plus concrète, il s'agit d'étudier une centrale nucléaire CANDU-PHW 600 MWe et de concevoir le système de commande et de régulation en appliquant les techniques multivariables dans l'espace des états.

Le contrôleur doit être relativement simple dans sa réalisation et doit permettre de réaliser les objectifs suivants:

- (1) assurer la stabilité du système;
- (2) contrôler les transitoires pour éviter des interventions intempestives des systèmes de sécurité;
- (3) obtenir un temps de réponse suffisamment rapide et réduire les erreurs en régime permanent;
- (4) réduire la sensibilité de la réponse du système vis-à-vis d'éventuels changements de certains paramètres de la centrale.

Une partie substantielle du travail consiste à obtenir un modèle linéaire adéquat de la centrale et à la mise au point d'un algorithme souple et efficace qui intègre les différentes étapes de la conception du contrôleur tout en respectant les exigences d'un système réel.

1.3 Méthodologie

Dans cette section, nous décrivons dans ses grandes lignes la méthodologie qui a été suivie à différentes étapes de ce travail.

- (1) Développement d'un modèle mathématique pour décrire la dynamique des composantes de la centrale. Ce développement, fortement inspiré des travaux de Lucas [22] permet d'obtenir un système d'équations différentielles non-linéaires et une série d'équations algébriques.
- (2) La linéarisation de ces équations en appliquant la théorie

des petites perturbations autour d'un point d'équilibre permet d'obtenir un modèle linéaire que nous avons appelé G2LDM*.

- (3) Simulations en temps réel du modèle de Lucas que nous identifierons dans ce travail par G2SIM. Cette série de simulations a pour but d'obtenir les données en régime permanent nécessaires pour calculer les matrices de G2LDM.
- (4) Validation en boucle ouverte de G2LDM en comparant les résultats de sa simulation à ceux de G2SIM pour les mêmes types de perturbation en boucle ouverte.
- (5) Identification modale et analyse structurelle de G2LDM qui comportent deux volets:
 - (a) détermination des valeurs et vecteurs propres du système et de leur relative distribution dans les variables importantes du point de vue de la commande et l'identification des sous-systèmes fortement interactifs.
 - (b) caractérisation de certaines propriétés essentielles du modèle linéaire de la centrale.
- (6) Analyse et synthèse du contrôleur. Compte-tenu des objectifs préalablement définis et des conclusions dégagées à l'étape 5, nous avons choisi une technique de synthèse du contrôleur essentiellement inspirée par les travaux de Davison [23,24].
- (7) Implantation du contrôleur dans G2SIM et évaluation de ses performances.

*G2LDM = G2 Linear Design Model

1.4 Organisation matérielle

Le chapitre 2 présente une description sommaire d'une centrale CANDU 600 MWe. Dans le chapitre 3, nous développons les équations du modèle de référence. Le chapitre 4 présente le modèle linéaire dérivé à partir du modèle de référence et expose les analyses auxquelles le modèle linéaire a été soumis. Les résultats de la validation par simulation du modèle linéaire sont montrés au chapitre 5. Dans le chapitre 6, après une revue des techniques multivariables, le formalisme mathématique des méthodes choisies est exposé en détail. Le chapitre 7 présente la démarche suivie durant la conception et la réalisation pratique du contrôleur. Le chapitre 8 présente les performances du contrôleur sur le modèle de référence. Finalement, le chapitre 9 souligne les étapes importantes de cette étude, résume les principaux résultats obtenus, tire les conclusions qui s'imposent et propose des suggestions pour des travaux futurs.

CHAPITRE 2

DESCRIPTION DE LA CENTRALE

2.1 Introduction

Une centrale nucléaire CANDU PHW 600 MWe est comme toutes les autres centrales nucléaires, un système extrêmement complexe dont la description détaillée ne peut être faite dans le cadre de ce travail. Nous allons plutôt souligner quelques unes de ses caractéristiques fondamentales avant de donner une brève description de certaines de ses composantes.

- Le caloporteur sous pression et le modérateur sont de l'eau lourde.
- Le combustible est de l'uranium naturel.
- Les grappes de combustibles sont disposées dans des tubes de force horizontaux.
- Le rechargement bi-directionnel se fait en marche.

La centrale comprend deux parties essentielles, Figure 2.1.

Le réacteur, le système de transport du caloporteur, le pressuriseur et les quatre générateurs de vapeur constituent le circuit principal ou circuit primaire.

Le circuit secondaire comprend le circuit de transport de la vapeur, le turbo-alternateur, le condenseur-dégazeur, des réchauffeurs et le système de transport de l'eau d'alimentation.

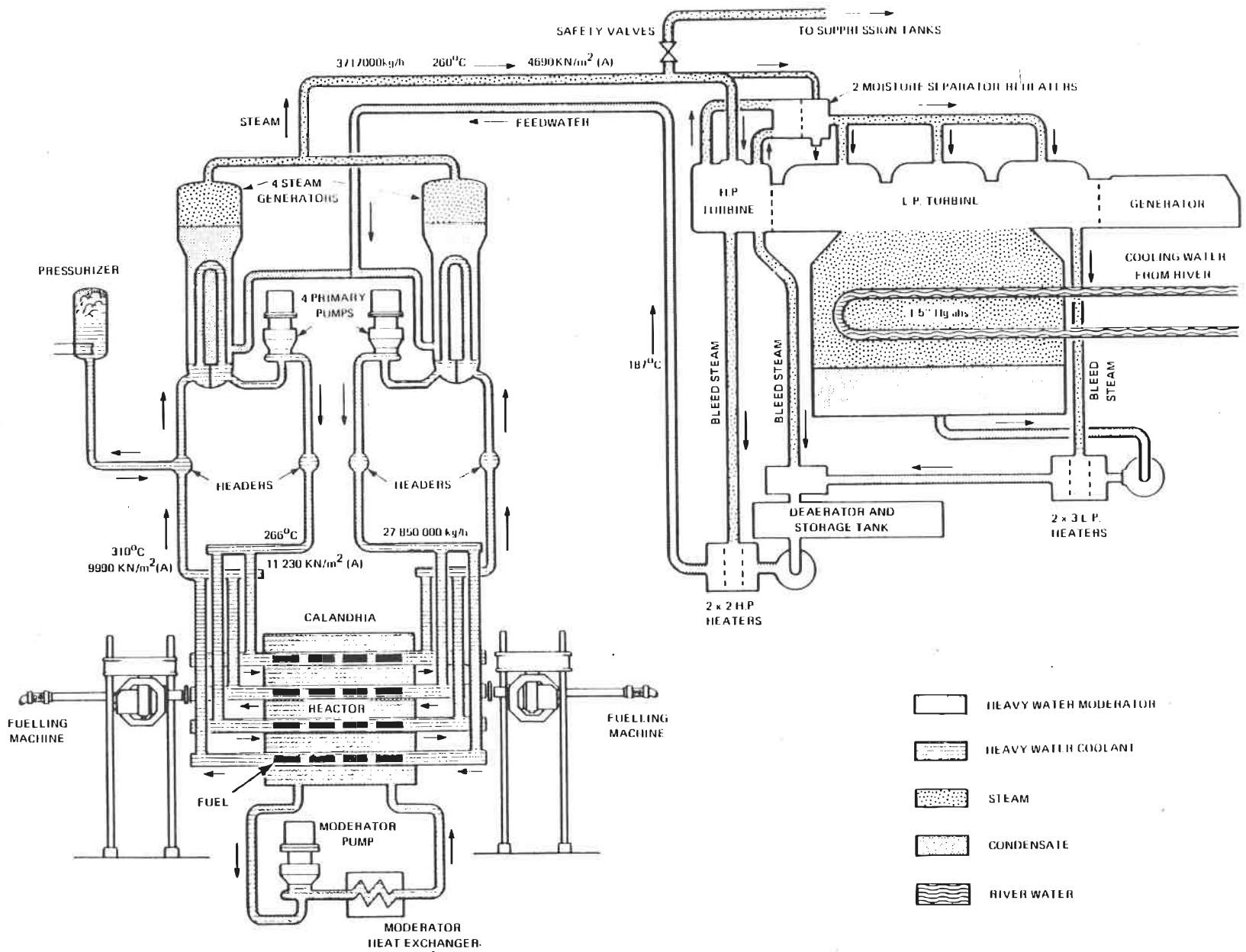


FIGURE 2.1 SCHEMA D'UNE CENTRALE CANDU 600 MWe

2.2 Le réacteur

Le réacteur est constitué d'une calandre de forme cylindrique en acier inoxydable. La calandre contient le modérateur, les mécanismes de contrôle de réactivité et 380 canaux horizontaux. A chaque extrémité la calandre est soutenue par les boucliers protecteurs. L'ensemble de la structure est logé dans une voute en béton renforcé remplie d'eau. L'eau sert à la fois d'écran thermique et biologique. Fabriqué dans un alliage de zirconium et de niobium chacun des 380 canaux est un tube de force de 105 mm de diamètre avec des culasses en acier allié à chaque extrémité. Chaque tube de force renferme 12 grappes de combustible continuellement refroidies par le caloporteur. Le combustible est sous forme de pastilles de bioxyde d'uranium (UO_2), environ 29 pastilles par élément de combustible. Chaque grappe est constituée de 37 éléments individuellement disposés dans une gaine d'alliage de zirconium.

2.3 Le circuit de transport du caloporteur

Le système de transport du caloporteur, Figure 2.2, comprend deux boucles refroidissant chacune une moitié du coeur du réacteur. A l'intérieur du réacteur l'écoulement du caloporteur est bi-directionnel dans les canaux adjacents. Chaque boucle possède deux collecteurs d'entrée, deux collecteurs de sortie et deux pompes placées chacune en amont des collecteurs d'entrée. En opération normale à pleine puissance, le caloporteur

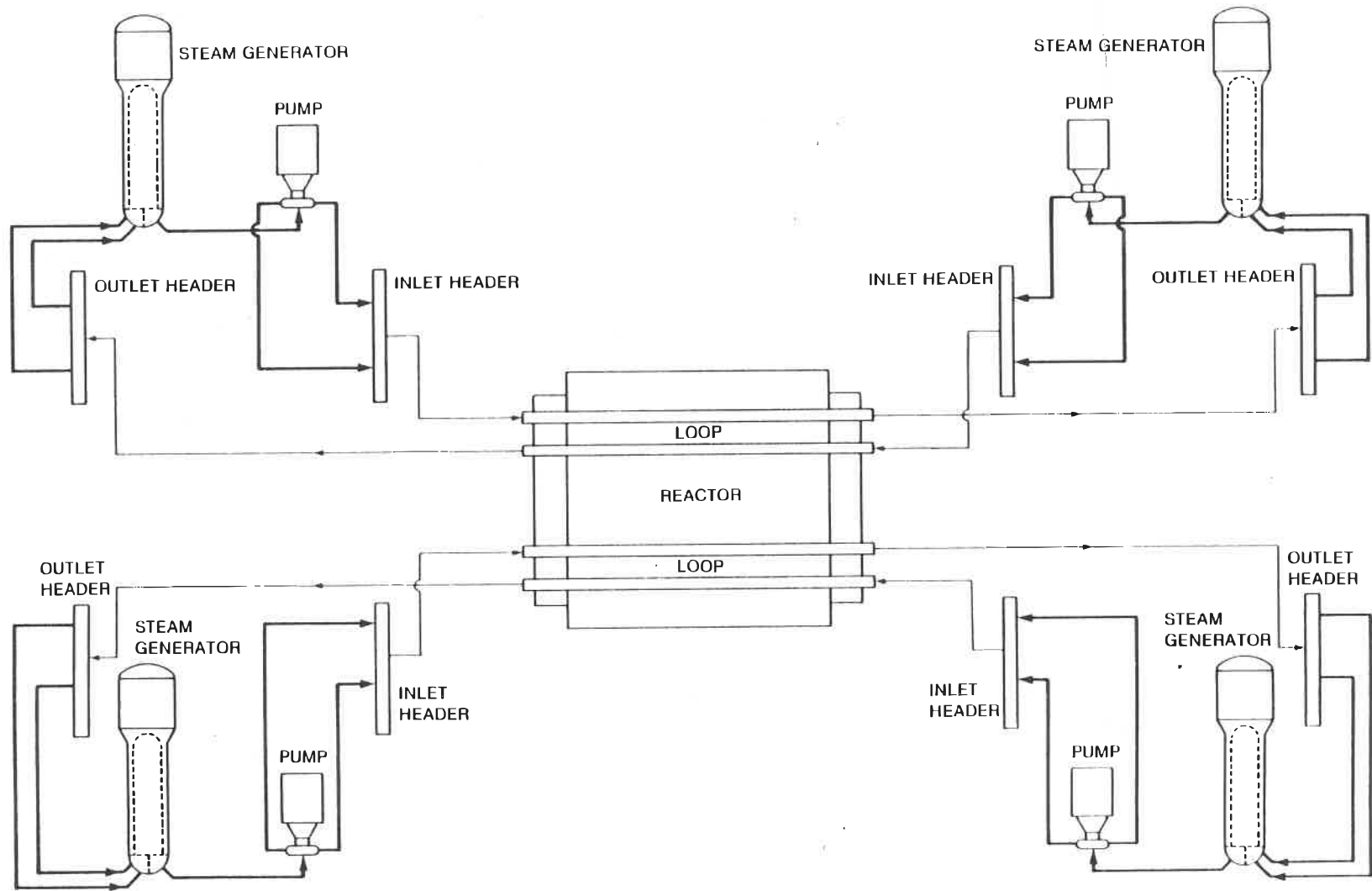


FIGURE 2.2 CIRCUIT DE TRANSPORT DU CALOPORTEUR

est en ébullition partielle avec un titre de 4% dans les collecteurs de sortie. Pour contrôler la chimie du caloporteur, le circuit primaire est couplé à un système de purification par filtration, un échangeur d'ions et un dégazeur. Le caloporteur cède sa chaleur au circuit secondaire dans les générateurs de vapeur.

2.4 Le pressuriseur

Le pressuriseur est une cuve cylindrique installée verticalement et reliée à un collecteur de sortie de chacune des deux boucles de transport du caloporteur. En opération, la pression du circuit primaire peut être augmentée en chauffant électriquement l'eau lourde emmagasinée dans le pressuriseur avec des éléments chauffants. On peut diminuer la pression en actionnant les vannes de soutirage de vapeur du pressuriseur.

2.5 Le générateur de vapeur

Conçu pour assurer le transfert thermique du primaire au secondaire, chaque générateur de vapeur, Figure 2.3, comprend un préchauffeur intégral, une zone d'ébullition et de recirculation de l'eau d'alimentation, un séparateur et un ballon vapeur. Dans le générateur de vapeur, le caloporteur circule dans des tubes en forme de U renversé. L'eau d'alimentation pénètre d'abord dans le préchauffeur qu'elle quitte à la température de saturation. Elle se mélange ensuite à l'eau de recirculation, bout de plus en plus et monte vers le séparateur qui assure la séparation de la vapeur

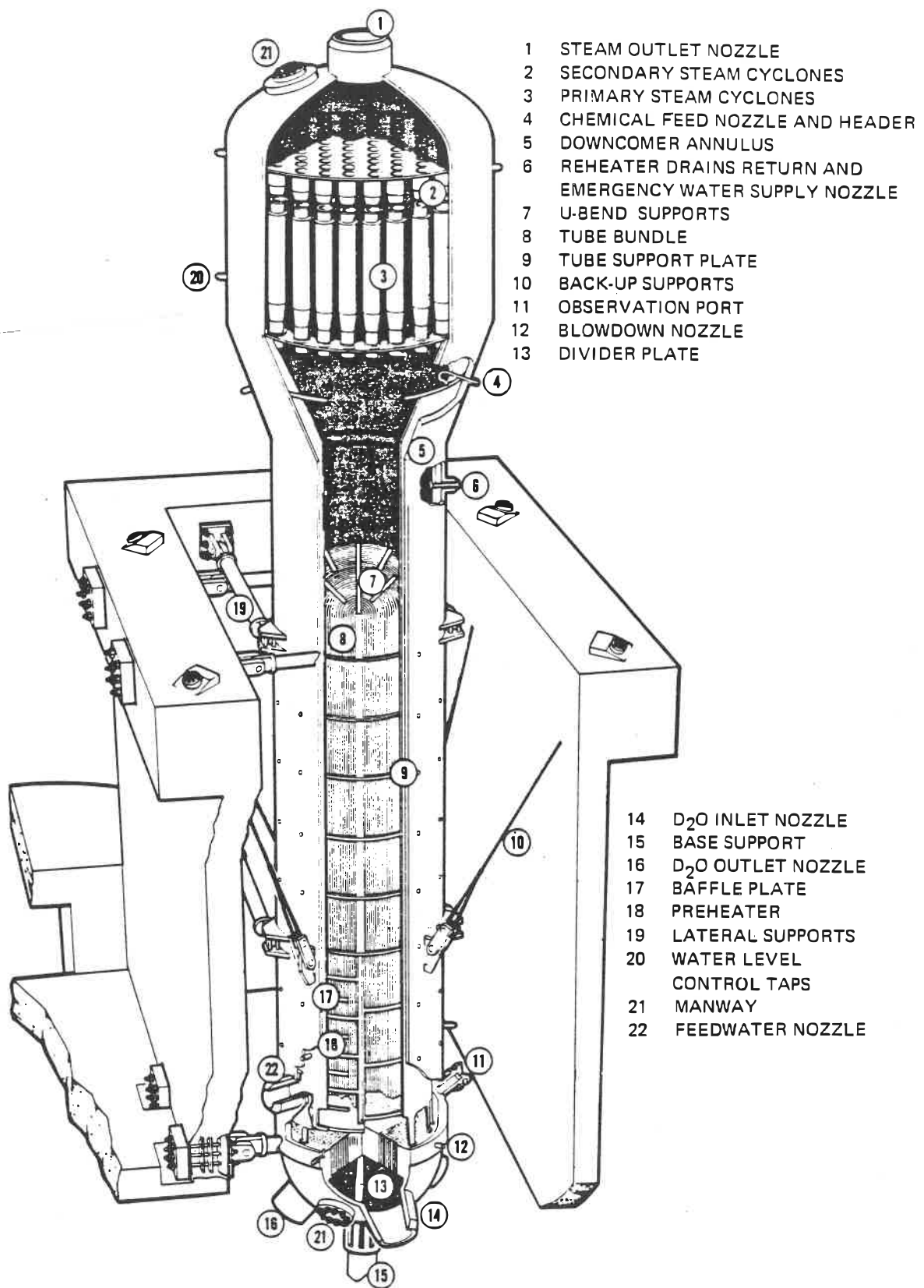


FIGURE 2.3 SCHEMA D'UN GENERATEUR DE VAPEUR

de l'eau. La vapeur sèche, avec moins de 0.25% d'humidité, est convoyée vers le turbo-alternateur.

2.6 Le système turbo-alternateur

Le système turbo-alternateur comprend un groupe turbo-alternateur couplé aux systèmes de condensation et d'eau d'alimentation. La turbine du groupe turbo-alternateur est constituée d'un étage haute pression et de deux étages basse pression. A l'entrée de l'étage haute pression, la vapeur a une température de 258°C et est sous une pression de 4.5 MPa à pleine charge. La génératrice est du type triphasé avec une capacité maximale de 685 MW, une tension de 24,000 volts, un facteur de puissance de 85% et une fréquence de 60 Hz.

2.7 Les systèmes de régulation

A l'image de la centrale, les systèmes de régulation sont complexes et divers; on peut néanmoins isoler les principales boucles de commande suivantes:

2.7.1 Boucle de régulation de la puissance

C'est un régulateur de type coordonné, Figure 2.4, qui manipule la puissance du réacteur eu égard à la charge de la turbine. La charge de la turbine est fixée à la puissance de consigne désirée, le réacteur est alors contrôlé pour fournir

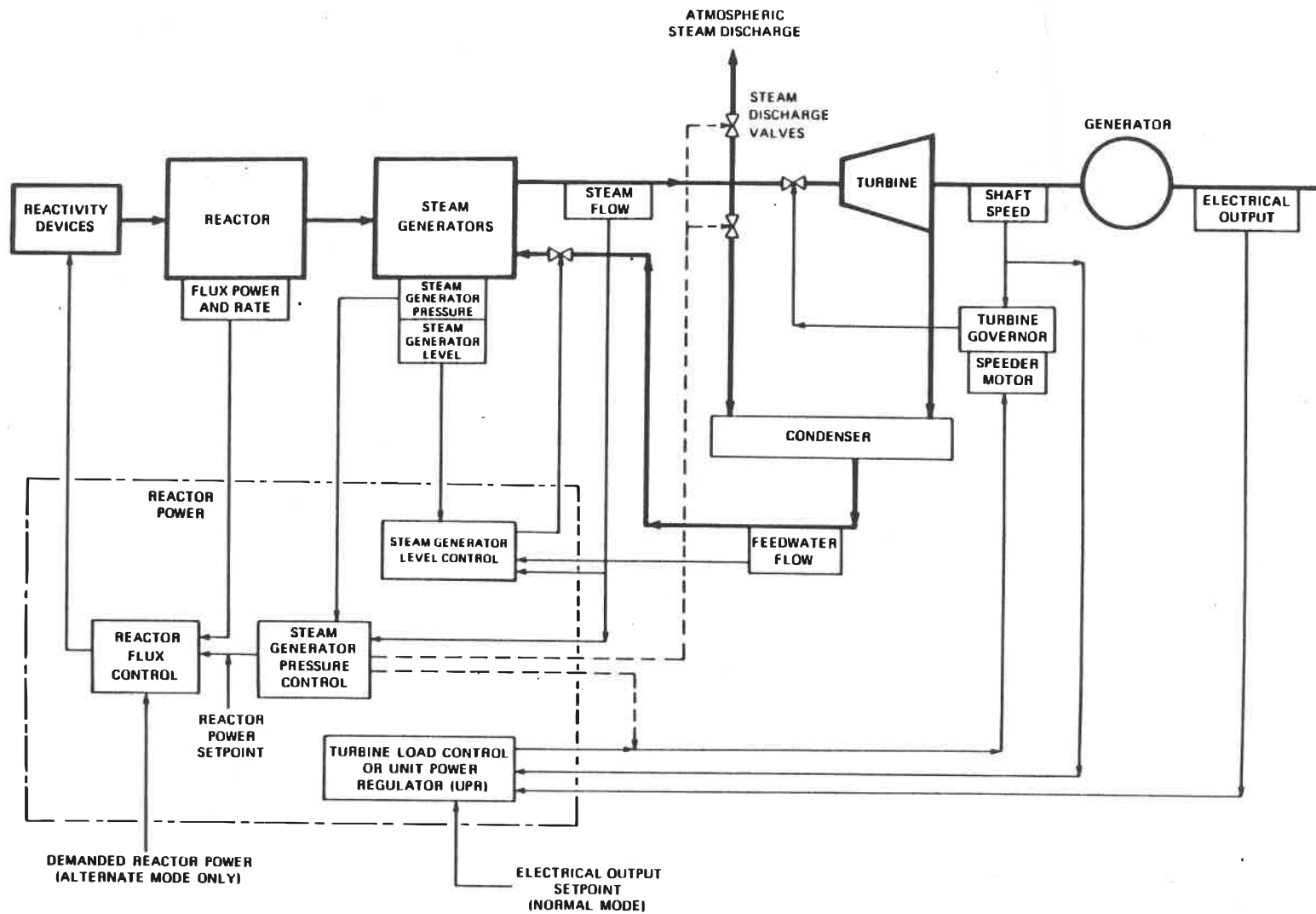


FIGURE 2.4 DIAGRAMME FONCTIONNEL DU REGULATEUR

cette puissance tout en maintenant une pression constante dans le générateur de vapeur. C'est le mode normal d'opération dit turbine prioritaire. Il existe un second mode de fonctionnement dit réacteur prioritaire; dans ce mode, c'est la puissance de consigne du réacteur qui est fixée et la puissance à la turbine est variée pour maintenir une pression constante dans le générateur de vapeur.

2.7.2 Boucle de régulation du réacteur

Elle manipule les mécanismes de contrôle de la réactivité, des barres absorbantes liquides et/ou des barres absorbantes solides, pour maintenir le niveau de flux neutronique compatible avec la charge et pour obtenir la forme de flux désirée.

2.7.3 Régulateur de la pression dans le générateur de vapeur

Il manipule l'intensité du flux neutronique du réacteur ou le débit de vapeur à la turbine pour maintenir la pression dans la chaudière constante.

2.7.4 Régulateur du niveau dans la chaudière

Il manipule les vannes d'admission de l'eau d'alimentation pour maintenir le niveau d'eau désiré dans les générateurs de vapeur.

2.7.5 Régulateur de la pression du primaire

Il contrôle le système de chauffage électrique du pressuriseur et les vannes de rejet de la vapeur pour maintenir la pression du circuit primaire constante.

2.7.6 Boucle de régulation du niveau dans le pressuriseur

Elle commande les vannes d'admission et de rejet de l'eau lourde dans le pressuriseur afin de maintenir le niveau d'eau désiré dans le pressuriseur.

CHAPITRE 3

MODELISATION DU SYSTEME

3.1 Introduction

Pour obtenir le modèle mathématique qui décrit la dynamique de la centrale nucléaire, nous allons suivre une approche modulaire. La centrale est donc considérée comme un ensemble de sous-systèmes qui sont individuellement modélisés.

Dans la dérivation du modèle, nous nous sommes inspirés des travaux effectués à l'E.A.C.L.* par Lucas pour développer un programme de simulation en temps réel de la centrale PHW 600 MWe de Gentilly. Outre plusieurs hypothèses additionnelles que nous avons posées, nous avons exclu du modèle de Lucas la dynamique des vannes. Notre modèle suppose donc que les vannes ont une réponse instantanée. Comme Lucas, nous avons négligé la propagation du vide et des ondes de pression dans la description des phénomènes thermohydrauliques où nous avons aussi supposé que les coefficients thermiques sont constants.

Pour éviter certaines lourdeurs dans la présentation de ce chapitre, nous développons les équations différentielles avant de décrire les équations algébriques. Les paramètres constants du modèle sont seulement explicités dans la nomenclature.

*EACL: Energie Atomique du Canada Limitée.

3.2 Le circuit primaire

Dans le cadre de ce sous-chapitre, le circuit primaire est constitué du coeur du réacteur et du système de transport du caloporteur. Dans le coeur du réacteur, les neutrons ralentis par le modérateur fissionnent les noyaux d'uranium dont les fragments en se ralentissant produisent de la chaleur. Cette chaleur est continuellement évacuée par le caloporteur. Pour les besoins de la modélisation il faut décrire les phénomènes suivants:

- la neutronique et la thermique du réacteur
- la thermohydraulique du primaire.

3.2.1 Neutronique et thermique du réacteur

L'état neutronique d'un réacteur est complètement déterminé par la densité angulaire des neutrons, $n(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$. En toute rigueur on peut établir le bilan neutronique en dérivant l'équation générale de transport des neutrons [25-27]. Mais dans la majorité des études portant sur la conception des réacteurs et pour éviter les problèmes associés à la dépendance angulaire, on applique plutôt les équations de diffusion [28-30] surtout valides dans un milieu isotrope et peu absorbant.

A partir des équation de diffusion, on peut établir les équations de cinétique qui décrivent la dépendance spatio-temporelle de la population neutronique du coeur [31,32]. On peut aussi obtenir les équations de cinétique directement des

équations du transport sans passer par l'approximation de la diffusion [33,34].

Dans ce travail, nous allons considérer un modèle ponctuel à un groupe de neutrons-thermiques et deux groupes de neutrons retardés dans un milieu homogène.

Avec ces hypothèses, et en tenant compte des effets de rétroaction du vide et de puissance, on peut écrire que

- la variation de la densité neutronique est

$$\dot{n}(t) = \frac{1}{\ell^*} \left[k_v X_e(t) - \Delta k_{VO} + k_p(1-Q_R(t)) - \beta \right] n(t) + \lambda_1 C_1(t) + \lambda_2 C_2(t) + \frac{\Delta K_z(t) n(t)}{\ell^*} \quad \dots(3.1)$$

où $X_e(t)$, le titre dans le collecteur de sortie est décrit à l'équation (3.8)

$Q_R(t)$, la quantité de chaleur cédée au caloporteur est donnée par l'équation (3.11) et

$\Delta K_z(t)$, la réactivité zonale est décrite par l'équation (3.10)

- Les équations différentielles régissant les deux groupes de précurseurs sont

$$\begin{aligned} \dot{C}_1(t) &= \frac{\beta_1}{\ell^*} n(t) - \lambda_1 C_1(t) \\ \dot{C}_2(t) &= \frac{\beta_2}{\ell^*} n(t) - \lambda_2 C_2(t) \end{aligned} \quad \dots(3.2)$$

Pour décrire la thermique du réacteur, tout le combustible

est considéré comme un volume cylindrique divisé en deux zones concentriques. Les profils axial et azimuthal de la température sont supposés uniformes. Avec ces hypothèses, la loi de diffusion thermique avec source de chaleur permet d'exprimer l'évolution de la température dans le combustible par l'équation aux dérivées partielles [35,36].

$$\frac{\partial T(t)}{\partial t} = \frac{1}{\rho_F C_F} \left(\frac{Q_u(t)}{V_F} + k_F \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) \quad \dots(3.3)$$

où $Q_u(t)$ est la puissance thermique du réacteur

En appliquant le principe des différences finies [37], et après quelques manipulations algébriques on obtient la variation de la température moyenne du combustible

$$\dot{T}_F(t) = \frac{Q_{R100}}{M_F C_F} \left\{ (1-\gamma_h) n(t) + Q_d(t) \right\} - \frac{4h_F}{\rho_F C_F d_F} \left(T_S(t) - T_C(t) \right) \quad \dots(3.4)$$

où $Q_d(t)$ l'apport thermique moyen de la décroissance radioactive des produits de fission est donné par

$$\dot{Q}_d(t) = \lambda_h \gamma_h n(t) - \lambda_h Q_d(t) \quad \dots(3.5)$$

3.2.2 Thermohydraulique du primaire

En assumant que le gradient de température du caloporteur le long du coeur est constant, la variation de la température moyenne du caloporteur dans le coeur peut s'écrire

$$\dot{T}_C(t) = \frac{h_F A_F}{M_{RC} C_{RC}} \left(T_S(t) - T_C(t) \right) - \frac{2}{\tau_{RC}} \left(T_C(t) - T_{Ci}(t) \right) \quad \dots(3.6)$$

où partout ailleurs la température moyenne à l'entrée du coeur est définie telle que

$$\dot{T}_{Ci}^*(t) = \frac{2}{\tau_{RC}} \left(T_{Ci}(t) - T_{Ci}^*(t) \right) \quad \dots(3.7)$$

Le titre et la pression dans le collecteur de sortie sont respectivement donnés par

$$\dot{x}_e(t) = \frac{1}{2\tau_x} \left(x_{he}(t) - x_e(t) \right) \quad \dots(3.8)$$

$$\dot{p}_{ROH}(t) = \frac{1}{K_e} \left[\dot{v}_{LS} + \dot{\phi} - v_L(t) + U_{P_{ROH}}(t) \right] \quad \dots(3.9)$$

où $U_{P_{ROH}}$ est la variable de contrôle de la pression.

Le terme de la réactivité zonale $\Delta K_z(t)$ est régi par l'équation différentielle non-linéaire

$$\dot{\Delta K}_z(t) = - \frac{(S_z^2(t) - 0.5)}{0.5} K_z \quad \dots(3.10)$$

où la variable de commande $S_z(t)$ est la demande d'ouverture de la vanne du contrôleur zonal.

Pour compléter la modélisation du circuit primaire il faut définir les variables suivantes:

- La quantité de chaleur cédée au caloporteur

$$Q_R(t) = \frac{h_F A_F}{Q_{R100}} (T_S(t) - T_C(t)) \quad \dots(3.11)$$

où la température à la surface du combustible est

$$T_S(t) = \frac{T_C(t) + \sigma k_S T_F(t)}{1 + \sigma k_S} \quad \dots(3.12)$$

- La température et l'enthalpie moyennes à l'entrée du coeur sont respectivement

$$T_{Ci}(t) = T_{PO}(t - \tau_{BR}) + 0.5 \quad \dots(3.13)$$

$$H_{Ci}(t) = -143.158 + 4.77321 T_{Ci}^*(t) \quad \dots(3.14)$$

où $T_{PO}(t)$ est définie dans l'équation (3.51).

- L'enthalpie dans le collecteur de sortie

$$H_{ROH}(t) = H_{Ci}(t) + \frac{Q_{R100}}{W_c} \cdot Q_R(t) \quad \dots(3.15)$$

- L'enthalpie de saturation dans le collecteur de sortie

$$H_{SROH}(t) = 826.573 + 64.254 P_{ROH}(t) - 1.15585 P_{ROH}^2(t) \quad \dots(3.16)$$

- La forme des expressions qui décrivent le titre réel et la température du primaire dans le collecteur dépend des valeurs relatives de $H_{ROH}(t)$ et $H_{SROH}(t)$:

$$\text{Si } H_{SROH} \geq H_{ROH}$$

$$x_{he}(t) = 0.0$$

et

$$T_{ROH}(t) = -58.377 + 0.36618 H_{ROH} - 6.931 \times 10^{-5} H_{ROH}^2 \quad \dots(3.17)$$

Mais si

$$H_{SROH} < H_{ROH}$$

$$x_{he}(t) = \frac{H_{ROH} - H_{SROH}}{H_{FGC}} + 0.005 \exp\left(-100 \cdot \frac{H_{ROH} - H_{SROH}}{H_{FGC}}\right) \quad \dots(3.18)$$

$$T_{ROH}(t) = 201.7 + 14.27 P_{ROH} - 0.3437 P_{ROH}^2 \quad \dots(3.19)$$

où la chaleur latente de vaporisation est

$$H_{FGC}(t) = 1809.62 - 63.9262 P_{ROH} \quad \dots(3.20)$$

\dot{V}_{LS} , $\dot{\phi}$, et K_e dans l'équation (3.9) sont explicités dans l'annexe A.2.

NOTE: Dans l'équation (3.15) comme partout ailleurs dans le modèle, nous avons supposé que le débit de masse du primaire, W_C , est constant.

3.3 Le pressuriseur

Le pressuriseur contrôle la pression dans le système de transport du primaire. Pour réaliser la régulation de la pression, l'inventaire d'eau lourde dans le pressuriseur est chauffé par un système électrique. Le fonctionnement du pressuriseur peut se faire suivant deux types de processus qui sont séparément modélisés.

3.3.1 Expansion ou compression adiabatique

Durant ce type de processus, les variations du volume d'eau, de la pression et de l'enthalpie sont respectivement décrites par:

$$\dot{V}_L(t) = v_L(t) + K_{LST} \frac{Q_{H1}}{\rho_{fs}^2(t)} q_H \quad \dots(3.21-a)$$

$$\dot{P}_S(t) = \frac{1}{V_S(t)} \left[\gamma P_S(t) \left(v_L(t) - v_S(t) \right) \right] \quad \dots (3.21-b)$$

$$\dot{H}_{fS}(t) = \frac{1}{V_L(t)} \left[v_L(t) \left(H_{fi}(t) - H_{fS}(t) \right) + \frac{Q_{H1} q_H}{\rho_{fS}(t)} \right] \quad (3.21-c)$$

où $q_H(t)$ et $v_S(t)$ sont des variables de commande.

La variation du débit d'eau entre le pressuriseur et le collecteur est

$$\dot{v}_L = \frac{1}{\tau_{PC}} \left[v_L^* - v_L \right] \quad \dots (3.22)$$

Pour compléter la description du processus, certaines variables supplémentaires doivent être explicitées.

- La densité de la phase liquide

$$\rho_{fS}(t) = 10^6 \left(1.01664 + 0.0308458 P_S(t) \right)^{-1} \quad \dots (3.23)$$

- La densité de la phase vapeur

$$\rho_{gS}(t) = 11007.7 + 1998.97 P_S(t) + 314.804^2 P_S^2(t) \quad \dots (3.24)$$

- Le débit instantané d'eau

$$v_L^*(t) = 0.022 P_{DIAM}^2 \left(\frac{P_{CI_{ff}} \cdot P_{DIAM} \cdot v_{FRB}}{0.4 P_{Leng}} \right)^{\frac{1}{2}} (P_{ROH} - P_S) \dots (3.25)$$

et finalement

$$\frac{\partial P_S}{\partial \rho_{gs}} = \left(1998.97 + 629.608 P_S(t) \right)^{-1} \dots (3.26)$$

$$H_{fi}(t) = \begin{cases} H_{fs} & \text{si } v_L \leq 0 \\ H_{ROH} & \text{si } v_L \geq 0 \end{cases} \dots (3.27)$$

3.3.2 Mode de vaporisation instantanée

La description du processus peut se faire en établissant le taux de variation des variables suivantes:

- Volume du liquide

$$\dot{V}_L(t) = \frac{\rho_{fs}}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} v_L(t) - \frac{\rho_{gs} v_S(t)}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} - \frac{V_T - V_L(t)}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} \left\{ \frac{\partial \rho_{gs}}{\partial P_S} \right\} \dot{P}_S \dots (3.28.a)$$

- Pression

$$\dot{P}_S(t) = \frac{1}{\xi(t)} \left\{ \frac{H_{fgs} \rho_{fs} \rho_{gs}}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} (v_L(t) - v_S(t)) + QH1 q_H \right\} \dots (3.28.b)$$

- Enthalpie

$$\dot{H}_{fs}(t) = \frac{1}{V_L(t)} \left\{ \left(H_{fi} - H_{fs} \right) v_L(t) + \frac{Q_{H1} q_H}{\rho_{fs}} + H_{fgs} \left(\dot{V}_L - v_L \right) \right\} \dots (3.28.c)$$

$$+ \frac{H_{fgs}}{\rho_{fs}} \left\{ \frac{\partial \rho_{fs}}{\partial P_s} \right\} \dot{P}_s$$

La modélisation du processus est complétée en explicitant certains termes qui apparaissent dans les trois équations précédentes:

- Chaleur latente de vaporisation

$$H_{fgs}(t) = 1809.62 - 63.9262 P_s(t) \dots (3.29)$$

d'où $\frac{\partial H_{fgs}}{\partial P_s} = -63.9262$

- Variation de l'enthalpie par rapport à la pression

$$\frac{\partial H_{fs}}{\partial P_s} = 64.254 - 2.3107 P_s(t) \dots (3.30)$$

et finalement le facteur de compressibilité calorifique

$$\xi = \left\{ \rho_{fs} V_L + \rho_{gs} (V_T - V_L) \right\} \frac{\partial H_{fs}}{\partial P_s} + \rho_{gs} (V_T - V_L) \frac{\partial H_{fgs}}{\partial P_s} \dots (3.31)$$

$$+ \frac{H_{fgs} \rho_{fs} (V_T - V_L)}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} \frac{\partial \rho_{gs}}{\partial P_s}$$

3.4 Le générateur de vapeur

Le générateur de vapeur est le système échangeur de chaleur qui assure le transfert de la chaleur du primaire au secondaire pour produire la vapeur. Dans le contexte de la modélisation qui va suivre, nous avons considéré que le générateur de vapeur est constitué de trois sous-ensembles.

3.4.1 Le préchauffeur

Dans le préchauffeur, le caloporteur cède sa chaleur résiduelle à l'eau d'alimentation qui se chauffe jusqu'à saturation. L'équation différentielle qui régit cet échange thermique est donnée par

$$\dot{Q}_P^* = \frac{2}{\tau_{PF}} \left\{ \frac{W_{F100}}{Q_{B100}} W_F(t) \left(H_{Ps}(t) - H_{Pi}(t) \right) - Q_P^*(t) \right\} \dots (3.32)$$

où le débit de l'eau d'alimentation est gouverné par l'équation

$$\dot{W}_F(t) = \frac{1}{\tau_{FW}} \left(S_{FW}(t) - W_F(t) \right) \quad \dots(3.33)$$

et où $S_{FW}(t)$ est une variable de commande.

3.4.2 La chaudière

Dans la chaudière, le secondaire en ébullition retire la chaleur du primaire dont la température moyenne peut être décrite par

$$\dot{T}_B(t) = \frac{-h_B^A B_{100}}{2 M_B C_B} \left(T_B(t) - \tilde{T}(t) \right) + \frac{W_C}{M_B \beta \tau} \left(T_{Bi}(t) - T_B(t) \right) \quad \dots(3.34)$$

La vapeur produite par l'ébullition du secondaire s'élève jusqu'au séparateur situé à l'entrée du ballon vapeur où une partie de la vapeur se condense pour retomber dans la bouilloire. Les variations de l'enthalpie, du titre et du volume dans la colonne de montée sont respectivement données par

$$\dot{H}_r(t) = \frac{2}{\tau_r} \left(H_r^*(t) - H_r(t) \right) \quad \dots(3.35)$$

$$\dot{X}_r(t) = \frac{2}{\tau_r} \left(X_r^*(t) - X_r(t) \right) \quad \dots(3.36)$$

$$\dot{V}_r(t) = \frac{1}{\tau_{rd}} \left(V_r^*(t) - V_r(t) \right) \quad \dots (3.37)$$

où

$$H_r^*(t) = H_B(t) + Q_{B100} \frac{(Q_B'(t) + Q_B''(t))}{W_{F100} (W_{DC}(t) + W_F(t))}$$

$$X_r^*(t) = \frac{H_r - H_{PS}}{H_{FG}(t)}$$

$$V_r^*(t) = V_{r100} + K_1 L_D(t) e^{-K_2 X_r(t)}$$

avec le niveau dans le ballon vapeur

$$L_D(t) = \begin{cases} k_{L1} (V_W - V_{WFP}) & V_W \geq 29.58 \\ k_{L2} (V_W - V_{D1}) & 29.58 > V_W \geq 15.83 \\ k_{L3} (V_W - V_{D2}) & 15.83 > V_W \geq 10.0 \\ k_{L4} (V_W - V_{D3}) & 10.0 > V_W \end{cases}$$

3.4.3 Le ballon vapeur

Dans le ballon vapeur, le séparateur permet d'obtenir de la vapeur sèche. Les équations différentielles permettant la

description de la dynamique du processus sont:

- Variation du volume d'eau

$$\dot{V}_W = \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}(t)} \left\{ (1-X_r(t)) W_r(t) - W_{DC}(t) \right\} - (1-\phi_r(t)) \dot{V}_r(t) \dots (3.38)$$

- Variation de l'enthalpie de la phase liquide

$$\dot{H}_D = \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}(t) V_W(t)} \left\{ (1-X_r(t)) W_r(t) (H_{PS}(t) - H_D(t)) \right\} \dots (3.39)$$

- Variation de la densité de la vapeur

$$\dot{\rho}_{gv} = \frac{W_{F100} \left(X_r(t) W_r(t) - W_S(t) \right) + \rho_{gv}(t) \left[\dot{V}_W(t) + (1-\phi_r(t)) \dot{V}_r(t) \right]}{V_D - V_W(t) + V_{SM} + V_r(t) \phi_r(t)} \dots (3.40)$$

Pour compléter la modélisation du générateur de vapeur, il faut explicitement définir les variables suivantes.

- Pression dans le ballon vapeur

$$P_D(t) = 0.09899 + 1.9356 \times 10^{-4} \rho_{gv}(t) \dots (3.41)$$

- Densité de saturation de l'eau

$$\rho_{FV}(t) = 10^6 \left(1.1098 + 0.03533 P_D(t) \right)^{-1} \quad \dots(3.42)$$

- L'enthalpie à la base de la chaudière

$$H_B(t) = \frac{H_D^*(t)W_{DC}(t) + H_{PS}(t)W_F(t)}{W_F(t) + W_{DC}(t)} \quad \dots(3.43)$$

où

$$H_D^*(t) = H_D(t - \tau_{DC})$$

- La densité du mélange à deux phases

$$\rho_r(t) = \rho_{FV}(t) - \phi_r(t) \left(\rho_{FV}(t) - \rho_{gV}(t) \right) \quad \dots(3.44)$$

où $\phi_r(t)$ la fraction de vide est une fonction de $X_r(t)$.

- La chaleur latente dans la colonne de montée

$$H_{FG}(t) = 2098.69 - 0.0229545 \rho_{gV}(t) + 1.91319 \times 10^{-7} \rho_{gV}^2(t) \quad (3.45)$$

- Le débit dans la colonne de montée

$$W_r(t) = W_{DC}(t) + W_F(t) - \frac{V_r(t)}{W_{F100}} \frac{\partial \rho_r}{\partial t} \quad \dots(3.46)$$

où $W_{DC}(t)$, le débit de recirculation est obtenu en résolvant le système d'équations

$$\Delta P(t) = f_1(X_r)$$

$$\Delta P(t) = K_{dc} W_{DC}^2(t) + K_r \theta W_r^2(t) \quad \dots(3.47)$$

avec

$$\theta = 1 + 56 X_r$$

La température du primaire à l'entrée du générateur de vapeur

$$T_{Bi}(t) = T_{ROH}(t - \tau_{RB}) \quad \dots(3.48)$$

La température du primaire à l'entrée du préchauffeur

$$T_{BC0}(t) = T_B(t) - \frac{Q_{B100} Q_B'(t)}{2 W_C C_B} \quad \dots(3.49)$$

où $Q_B'(t)$ la chaleur cédée dans la chaudière avant ébullition est donnée par

$$Q_B'(t) = \frac{h_B^A Q_{B100}^{\beta'}}{Q_{B100}} \left(T_B(t) - \tilde{T}(t) \right) \quad \dots(3.50)$$

La température du primaire à la sortie du préchauffeur

$$T_{PO}(t) = T_{BCO}(t) - \frac{Q_P^*(t)}{W_C C_{CP}} Q_{B100} \quad \dots(3.51)$$

Le facteur β' que l'on retrouve dans les équations (3.34) et (3.50) peut être défini par

$$\beta' = \frac{A_{B100} + A_{P100}}{A_{B100}} - W_F(t) \frac{A_{P100}}{A_{B100}} - K_{BC} Q_B'' \cdot \frac{Q_{B100}}{Q_{B100} - Q_{P100}} \quad \dots(3.52)$$

où $Q_B''(t)$ la chaleur cédée dans la zone d'ébullition est définie par

$$Q_B''(t) = \frac{x_e^*(t) W_C H_{FGC}(t)}{Q_{B100}} \quad \dots(3.53)$$

avec $x_e^*(t)$ le titre à l'entrée du générateur de vapeur donné par

$$x_e^*(t) = x_e(t - \tau_{RB}) \quad \dots(3.54)$$

et $H_{FGC}(t)$ la chaleur latente dans le collecteur de sortie a été définie dans l'équation (3.20).

L'enthalpie de saturation du secondaire est

$$H_{PS}(t) = 687.298 + 0.025265 \rho_{gv}(t) - 2.69098 \times 10^{-7} \rho_{gv}^2(t) \quad (3.55)$$

La température de saturation du secondaire

$$\tilde{T}(t) = 164.233 + 5.502 \times 10^{-3} \rho_{gv}(t) - 6.38363 \times 10^{-8} \rho_{gv}^2(t) \quad (3.56)$$

Le débit de vapeur qui quitte le générateur de vapeur

$$W_S(t) = W_T(t) + W_{CSDV}(t) \quad \dots(3.57)$$

où

$W_T(t)$ le débit de vapeur admis dans la turbine est

$$W_T(t) = \frac{W_{T100}}{P_{T100}} S_S(t) P_T(t) \quad \dots(3.58)$$

et $W_{CSDV}(t)$ le débit de vapeur rejeté dans le condenseur est

$$W_{CSDV}(t) = \frac{K_{CSDV}}{P_{T100}} S_{CSDV}(t) \cdot P_T(t) \quad \dots(3.59)$$

où

$P_T(t)$, la pression à la turbine, est exprimée en fonction des pression et débit de la vapeur du ballon vapeur

$$P_T(t) = P_D(t) - K_T W_S^2(t) \quad \dots(3.60)$$

$S_S(t)$ et $S_{CSDV}(t)$ sont des variables de commande.

3.5 Le circuit secondaire

La vapeur sèche produite dans le générateur de vapeur est dirigée vers la turbine qui est constituée d'un étage haute pression et de trois étages basse pression. La turbine est couplée à une génératrice dont la fonction est de convertir l'énergie mécanique en énergie électrique.

3.5.1 Le turbo-alternateur

Dans la modélisation du turbo-alternateur, nous supposons que la turbine est constituée d'un seul étage et nous considérons seulement

- la production de puissance mécanique

$$\dot{P}_m = \frac{1}{\tau_m} \left(W_T(t) - P_m(t) \right) \quad \dots (3.61)$$

3.5.2 Le circuit de l'eau d'alimentation

La détente de la vapeur est suivie de sa condensation dans le condenseur. L'eau qui quitte le condenseur est envoyée dans un dégazeur où elle est chauffée à l'aide de la vapeur soutirée des étages basse pression de la turbine. La pression et la température de cette vapeur varient avec la charge de la turbine. Mais

l'énorme volume du dégazeur tend à atténuer toutes les fluctuations éventuelles. C'est pourquoi le circuit d'alimentation est modélisé seulement à partir de la sortie du dégazeur rechauffeur.

La variation du profil de la température du secondaire à la sortie du rechauffeur peut être donnée par

$$\dot{T}_{\text{HPF}}(t) = \frac{1}{\tau_{\text{FH}}} \left\{ T_{\text{HPF}}^*(t) - T_{\text{HPF}}(t) \right\} \quad \dots(3.62)$$

où

$$T_{\text{HPF}}^*(t) = K_{\text{HP1}} + K_{\text{HP2}} W_{\text{T}}(t) - T_{\text{OS}} W_{\text{F}}(t) \quad \dots(3.63)$$

On peut maintenant définir la température et l'enthalpie du secondaire à l'entrée du préchauffeur du générateur de vapeur.

$$T_{\text{Pi}}(t) = T_{\text{HPF}}(t - \tau_{\text{FP}}) \quad \dots(3.64)$$

$$H_{\text{Pi}}(t) = K_{\text{F1}} T_{\text{Pi}}(t) - K_{\text{F2}} \quad \dots(3.65)$$

$$\text{avec } \tau_{\text{FP}} = \frac{M_{\text{FP}}}{\bar{W}_{\text{F}}(t) \bar{W}_{\text{F100}}}$$

3.6 Discussion

Les équations différentielles du modèle qui peuvent aussi s'écrire sous la forme compacte conventionnelle

$$\dot{x}(t) = f \left[x(t), x(t-\tau), u(t), u(t-\tau) \right] \quad \dots (3.66)$$

constituent une description approximative du système réel. Mais pour les besoins de notre travail nous estimons que ce modèle simplifié est suffisant car notre objectif n'est pas de développer un modèle détaillé et précis. Cependant, à cause de la relative simplicité que nous recherchons dans la structure du contrôleur, nous avons essayé d'obtenir avec beaucoup de soins, un modèle linéaire réduit suffisamment fidèle au modèle non-linéaire. Nous commençons cette démarche dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 4

LINEARISATION, ANALYSE STRUCTURELLE & MODALE DU SYSTEME

4.1 Introduction

Dans la majorité des systèmes, le bloc de commande et de régulation est essentiellement conçu pour maintenir et contrôler l'opération du système autour de points d'équilibre. En d'autres termes, la fonction principale du bloc de commande et de régulation est de contrôler le système soumis à de faibles perturbations. A cet égard, la philosophie de commande des centrales nucléaires du type CANDU, suit sensiblement la même approche. En effet dans ce type de centrale, on utilise des mécanismes fins de régulation - contrôleur zonal, ajusteur de pression etc. - et des mécanismes plus puissants qui interviennent lors des réductions rapides de puissance et pour éviter des pressions excessives. C'est cette approche traditionnelle qui justifie, du moins partiellement, l'utilisation d'un modèle linéaire. Mais, à notre avis, le recours presque systématique à des modèles linéaires dans les études conceptuelles des systèmes de commande, est essentiellement induit par l'abondance et la relative maturité des outils mathématiques disponibles pour l'analyse et la synthèse des systèmes linéaires. Pour toutes ces raisons, ce travail fait aussi recours à un modèle linéaire. Dans ce chapitre, nous allons dériver le modèle linéaire, le formuler dans l'espace des états et le soumettre à une série d'analyses.

4.2 Linéarisation et formulation dans l'espace des états

4.2.1 Méthode

Dans le cas spécifique de la présente étude, nous avons appliqué la théorie des petites perturbations [38] pour dériver le modèle linéaire à partir des équations établies dans le chapitre 3. A cause de la lourdeur du processus de linéarisation, l'essentiel de la dérivation est exposé dans l'Annexe A.1. En utilisant la notation habituelle, l'Annexe A.2 reformule les équations linéaires dans l'espace des états [39-41]. Cette reformulation en plus d'être simple et pratique dans son écriture, a l'avantage de se prêter adéquatement à certaines manipulations algébriques et certains types d'analyses que nous préciserons plus loin. Concrètement, la linéarisation et la reformulation dans l'espace des états du modèle permet d'écrire:

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{nl} \left\{ A_i x(t-\tau_i) + B_i u(t-\tau_i) \right\} \quad \dots(4.1)$$

où

- Les τ_i sont les délais avec $\tau_0=0$.
- $x(t)$ est le vecteur des états
- $u(t)$ est le vecteur des commandes
- et les matrices A_i et B_i dépendent des paramètres nucléaires, thermohydrauliques, et des conditions d'opération.

L'équation (4.1) indique que nous sommes en présence d'un système multivariable héréditaire. Pour un signal d'entrée donné, J. Hale [42] a exposé le formalisme permettant de calculer la solution des équations différentielles de ce type. L'analyse et la synthèse de la commande d'un système scalaire avec délais ont été étudiées par P. Harriot, C.L. Smith et O.J.M. Smith [43-45]. Mais les techniques proposées ne sont pas indiquées pour contrôler des systèmes multivariables fortement interactifs. Depuis quelques années, les travaux de plusieurs chercheurs sont venus jeter quelques lumières sur l'analyse et la synthèse de la commande optimale des systèmes héréditaires [46-50]. Manitius et Olbrot [51] viennent de proposer une technique de positionnement des pôles pour certains types de systèmes héréditaires. Néanmoins, la théorie de la commande des systèmes multivariables avec délais n'a pas encore atteint le même niveau de maturité que celle des systèmes sans délais. En conséquence, dans la dérivation du modèle linéaire et tout au long de cette étude, les délais ont été, soit approximés par un premier ordre, soit négligés. Ce compromis qui augmente légèrement "l'ordre" du système a permis de dériver les équations d'états décrites dans les Annexes A.1 et A.2.

4.2.2 Résultats

En adoptant la formulation habituelle, les équations d'états de l'Annexe A.2 peuvent être regroupées pour s'écrire

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \dots(4.2)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad \dots(4.3)$$

où:

$x(t)$ est le vecteur des états de dimension n

$u(t)$ est le vecteur des commandes de dimension m

$y(t)$ est le vecteur des sorties de dimension p

$A_{n \times n}$ est la matrice des états

$B_{n \times m}$ est la matrice de couplage des entrées et des états

$C_{p \times n}$ est la matrice des sorties

avec

$$n = 24$$

$$m = 7$$

$$p = 8$$

Les expressions analytiques des éléments non nuls de ces matrices sont explicitement définies dans l'Annexe A.2. Concrètement elles ont été établies en dérivant des jacobiens appropriés, i.e.

$$A = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]_{x^0, u^0} \quad \dots(4.4)$$

$$B = \left[\frac{\partial f}{\partial u} \right]_{x^0, u^0} \quad \dots(4.5)$$

où la fonction $f(x,u)$ est obtenue à partir de l'équation (3.66).

Les matrices sont donc fonctions des conditions d'opération. Nous

expliquons dans la section qui suit, la procédure suivie pour les évaluer numériquement.

4.2.3 Evaluation numérique des matrices de l'équation d'état

Pour l'évaluation numérique des éléments des matrices A, B et C, nous avons suivi les étapes suivantes.

1. On initialise G2SIM avec les données à pleine puissance.
2. On applique un échelon correspondant à la condition d'opération qui nous intéresse.
3. On laisse mourir les transitoires et on détermine si le régime permanent est atteint. Si oui, on demande à G2SIM de créer un fichier de données où sont stockées les valeurs de tous les paramètres.
4. On exécute le programme G2LDM qui fait appel au fichier créé par G2SIM. G2LDM calcule ensuite les matrices A, B et C qu'il place dans un autre fichier. Les matrices A, B et C sont montrées dans l'Annexe A.3 pour les données à pleine puissance.

G2SIM est un programme de simulation du modèle de Lucas. Au Laboratoire d'Analyse dynamique du centre d'étude nucléaires de Chalk River, G2SIM est simulé en temps réel avec un ordinateur PDP-11/55 et une calculatrice analogique AD-5.

G2LDM est un programme écrit en RATFOR et FORTRAN pour

exécuter la gestion des données et calculer les éléments des matrices A, B et C; il opère sur un ordinateur PDP-11/45.

4.3 Caractérisation structurelle du modèle

La caractérisation structurelle a pour but de préciser les caractéristiques structurelles du système en identifiant certaines propriétés des matrices A, B et C. Essentiellement, elle comporte des tests de rang, de contrôlabilité et d'observabilité. Pour des raisons qui sont expliquées dans le prochain chapitre, ces tests sont effectués avec les données à pleine puissance et à 80% de pleine puissance.

4.3.1 Propriété des matrices B et C

En utilisant le module de calcul de rang MVRANK de MVPACK nous avons obtenu

$$\text{Rang de B} = m$$

$$\text{Rang de C} = p$$

Les matrices B et C sont donc toutes deux de plein rang.

4.3.2 Contrôlabilité et observabilité du système

Ce sont deux concepts fondamentaux dans la théorie des systèmes. Leurs définitions et les critères qui leur sont associés sont exposés avec rigueur par Wonham [52-a]. Ici, pour qualitativement fixer les idées, nous dirons que

- (a) un système dynamique est contrôlable si une judicieuse manipulation de ses entrées peut toujours être trouvée pour obtenir un état désiré.
- (b) un système dynamique est observable si, étant donné ses entrées, un traitement approprié de ses sorties permet de reconstituer ses états.

Les critères de contrôlabilité impliquent exclusivement le couple (A,B) tandis que ceux d'observabilité impliquent seulement le couple (A,C). Le module de critères d'observabilité MVOBS de MVPACK a été utilisé pour établir les deux propriétés. Nous faisons remarquer que pour utiliser MVOBS dans le test de contrôlabilité, il suffit de remplacer (A,C) par (A',B')*. En conclusion, ces tests ont établis que (A,B,C) est complètement contrôlable et observable. De ce résultat, découle un corollaire important dans la suite de ce travail, c'est que (A',C',B') est aussi complètement contrôlable et observable.

4.3.3 Cyclicité de la matrice A

La matrice A est dite cyclique s'il existe un vecteur $b \in \mathbb{R}^n$ tel que la matrice $[b, Ab, A^2b \dots A^{n-1}b]$ est non-singulière ou de rang n [52-a]. Cette propriété revêt une importance particulière pour les algorithmes de conception que nous avons utilisés. L'inspection du système en boucle ouverte permet de constater qu'il possède deux sous-systèmes identiques entièrement découplés et que par conséquent la matrice A n'est

*A' = Matrice Transposée de A

pas cyclique [52-b]. Les algorithmes de design que nous avons conçus vérifient implicitement la propriété de cyclicité et rejettent les systèmes qui ne la possèdent pas. Dans le cas spécifique de cette étude l'artifice utilisé pour rendre le système cyclique est expliqué au chapitre 7.

4.3.4 Conclusion

En résumé la caractérisation structurelle a permis d'établir que:

- (a) Les systèmes (A,B,C) , (A',C',B') sont complètement contrôlables et observables.
- (b) Les matrices B et C sont de plein rang.
- (c) La matrice A n'est pas cyclique.

4.4 Analyse modale du système

4.4.1 Introduction

L'analyse modale consiste à étudier les valeurs et vecteurs propres de la matrice A afin d'identifier la distribution des modes à travers les variables d'état. La connaissance de cette distribution permet d'évaluer l'importance relative des différents modes sur les variables sensibles du point de vue de stratégie de commande, et de déterminer si en boucle ouverte ces variables sont surtout dominées par des modes instables ou lents. Nous avons effectué cette analyse avec les données à pleine puissance

et à 80% de pleine puissance; ceci dans le but d'identifier les modes invariants et leur influence sur les variables importantes à contrôler. Nous appelons modes invariants, des modes qui demeurent inchangés quelque soit le niveau de puissance. L'identification de ces modes et de leur distribution peut jeter quelque lumière sur le degré de réajustement à apporter aux paramètres du contrôleur aux différents niveaux de puissance.

4.4.2 Méthode

Nous supposons qu'aux n valeurs propres $\lambda_i, i=1,2,\dots,n$ de la matrice A correspondent n vecteurs propres linéairement indépendants

$$v_1, v_2 \dots v_n$$

Alors la trajectoire de la solution de l'équation (4.2) peut formellement être représentée par sa décomposition modale [39,53]

$$x(t) = e_1(t)v_1 + e_2(t)v_2 + \dots + e_n(t)v_n \quad \dots(4.6)$$

avec

$$e_i(t) = e^{\lambda_i t} e_i^0 + \int_0^t e^{\lambda_i(t-\tau)} \beta_i(\tau) d\tau \quad \dots(4.7)$$

où

$$e_i^0 = \langle r_i, x^0 \rangle \quad \dots(4.8)$$

$$\beta_i(\tau) = \langle r_i, Bu(\tau) \rangle \quad \dots(4.9)$$

et les r_i sont les vecteurs de la base réciproque des v_j

$$\langle r_i, v_j \rangle = \delta_{ij} \quad \dots(4.10)$$

En se rappelant que $x(t)$ est le vecteur des états, l'équation (4.6) permet d'obtenir la décomposition modale de chaque état du système.

$$x_j(t) = \sum_{i=1}^n e_i(t) v_{ji} \quad \dots(4.11)$$

$j=1, 2, \dots, n$

où les v_{ji} sont les éléments de la $j^{\text{ème}}$ ligne et de la $i^{\text{ème}}$ colonne de la matrice V des vecteurs propres

$$V = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \dots & v_n \end{bmatrix} \quad \dots(4.12)$$

L'équation (4.11) montre que la trajectoire d'un état est donnée par la somme des modes pondérée par la ligne correspondante de la matrice des vecteurs propres. Si nous considérons la matrice des vecteurs propres V et sa transposée V' , l'identification des

modes dans les états peut se faire en appliquant les règles suivantes.

- (a) L'inspection de la ligne i de la matrice V permet de déterminer les modes j qui apparaissent dans l'état i et leur coefficient de pondération
- (b) L'inspection de la ligne j de la matrice V' permet de déterminer les états i dans lesquels le mode j apparaît.

4.4.3 Application pratique

Les vecteurs propres étant définis à un coefficient près, il y a un degré d'arbitraire dans chaque vecteur propre dont il faut tenir compte. De plus, le système sous étude possède une matrice A dont les éléments sont caractérisés par d'énormes écarts d'amplitude; ceci entraîne l'assujettissement des vecteurs propres à des disparités numériques. Tous ces problèmes font que l'application aveugle des règles énoncées plus tôt pourrait conduire à des résultats incohérents. Pour réduire la plage des incertitudes, nous avons d'abord soumis la matrice A à une transformation d'échelle qui concrètement consiste à rendre les variables d'état sans unité. Les éléments diagonaux de la matrice de transformation sont donnés par le vecteur SF décrit à la fin de l'Annexe A.3.

Il est important de souligner que malgré le degré d'arbitraire contenu dans les vecteurs propres, l'équation (4.6)

est rigoureusement exacte parce que les vecteurs r_i de la base réciproque apportent la correction nécessaire.

4.4.4 Résultats et conclusions

Nous avons utilisé le module MG2NOR[†] pour transformer la matrice A, et le module EIGTST pour calculer les valeurs propres et la matrice des vecteurs propres ainsi que sa transposée. Le Tableau 4.1 montre les valeurs propres du système respectivement à pleine puissance et à 80% de pleine puissance. Pour éviter d'alourdir indument la présentation, nous avons omis de montrer la matrice des vecteurs propres. Le mode légèrement instable à 80% PP* est associé au volume d'eau de la chaudière. Les deux modes à l'origine sont respectivement associés au volume d'eau dans le pressuriseur et au niveau du contrôleur zonal. Les modes lent, $|\lambda| < 0.1$, sont surtout associés aux variables d'état du générateur de vapeur. Les modes relativement rapides, $0.1 \leq |\lambda| \leq 0.5$, se retrouvent dans les états du générateur de vapeur et du circuit primaire. Les pôles à $\lambda = -0.454545$ et $\lambda = -0.50$ sont respectivement les modes dominants pour la puissance générée par la turbine et le débit d'eau d'alimentation. Les pôles situés le plus à gauche dans le plan complexe représentent les modes du couplage primaire-pressuriseur à l'exception des trois derniers qui sont les modes du réacteur. Les modes dominants, c'est-à-dire les mode instables ou lents se retrouvent

† - Tous les modules utilisés appartiennent à MVPACK.

* PP - Pleine puissance

TABLEAU 4.1
Valeurs propres du système en boucle ouverte

A pleine puissance	80% de pleine puissance
0.0	3.7235×10^{-8}
0.0	0.0
-2.9057×10^{-8}	0.0
-7.0357×10^{-7}	-2.6478×10^{-7}
-1.9692×10^{-3}	-2.0196×10^{-3}
-1.1355×10^{-2}	-1.2209×10^{-2}
-2.7264×10^{-2}	-2.7197×10^{-2}
$-4.3236 \times 10^{-2} \pm j 1.3016 \times 10^{-2}$	$-4.1161 \times 10^{-2} \pm j 8.5069 \times 10^{-3}$
$-0.1331 \pm j 0.2924$	$-0.1570 \pm j 0.2488$
$-0.1562 \pm j 2.5030 \times 10^{-2}$	$-0.1714 \pm j 2.2243 \times 10^{-2}$
$-0.2040 \pm j 9.4621 \times 10^{-2}$	$-0.1986 \pm j 9.5860 \times 10^{-2}$
-0.3579	-0.2510
-0.4545	-0.3785
-0.50	-0.4545
-1.0854	-0.50
$-1.8139 \pm j 2.5989$	$-1.6169 \pm j 4.2942$
-2.5861	$-2.7374 \pm j 5.0924 \times 10^{-2}$
-2.8051	-6.6453
-6.6306	

assez bien distribués dans les variables de sorties, surtout dans les états mesurables du pressuriseur et du générateur de vapeur.

L'analyse du Tableau 4.1 montre en outre que la distribution des modes est relativement invariante, c'est-à-dire qu'à quelques exceptions près, les pôles se sont peu déplacés. Cependant à cause de la distribution des zéros du système, distribution sur laquelle il est difficile d'obtenir les mêmes types d'informations, on ne peut affirmer que le système possède la même dynamique autour des deux points d'opération étudiés ici.

Pour conclure, il faut remarquer que dans le cas de systèmes d'ordre élevé avec interactions complexes, l'analyse modale permet d'obtenir des informations utiles mais essentiellement qualitatives.

CHAPITRE 5

VALIDATION DU MODELE LINEAIRE

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons comparer les réponses dynamiques du modèle linéaire, G2LDM, à celles du modèle de référence, G2SIM. Cette comparaison permet d'évaluer la pertinence des hypothèses faites durant la dérivation des équations de G2LDM. Mais surtout elle établit le degré de confiance avec lequel G2LDM peut être utilisé dans la conception d'un régulateur pour G2SIM.

5.2 Choix de méthodes et de points d'opération

Pour comparer le comportement dynamique de deux modèles, il existe essentiellement deux avenues: les techniques de réponse en fréquence d'une part, et les méthodes qui utilisent la trajectoire des variables d'état d'autre part. Une technique type de réponse en fréquence consiste à perturber le système avec un signal SBPA* et à soumettre les résultats à une analyse de Fourier [54]. Pour G2SIM, les multiples interactions et la nécessaire inclusion des contrôleurs dans une telle mesure font qu'on ne peut plus parler de détermination de fonction de transfert de façon

*Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire

spécifique même s'il est possible d'obtenir des mesures de réponse en fréquence. Pour des fins de comparaison, il faudrait incorporer les mêmes contrôleurs à G2LDM; mais alors la validation de G2LDM n'est plus assurée si, comme c'est souvent le cas, la dynamique des contrôleurs est prépondérante. Toutes ces incertitudes et les limites de temps nous ont contraint à abandonner cette approche. Les mesures et les analyses pour la validation de G2LDM ont donc été effectuées dans le domaine temporel. La description de la méthode et de la procédure suivies est présentée dans le prochain sous-chapitre.

Nous avons choisi d'opérer la validation de G2LDM d'abord à pleine puissance, parce que c'est le point d'opération de référence de G2SIM, et ensuite à 80% PP, point où il n'y a plus d'ébullition dans le collecteur de sortie. Ces deux points d'opération sont respectivement décrits par les deux types de modèles de base de G2SIM. Donc si les performances de G2LDM sont acceptables à ces deux points d'opération, on peut raisonnablement prétendre qu'elles seront satisfaisantes aux autres points d'opération.

5.3 Description de la méthode et de la procédure suivies

5.3.1 Méthode

Essentiellement, elle consiste à réaliser la simulation en boucle ouverte de G2SIM et de G2LDM, chacun étant chaque fois

soumis au même type de perturbation. Pour chaque type de perturbation, les variables de sortie sont mesurées et comparées. Il faut s'assurer que les conditions de simulation et de mesures sont rigoureusement identiques pour G2SIM et G2LDM. Aux deux points d'opération étudiés, nous avons pu identifier que le pressuriseur pouvait passer d'un modèle adiabatique à un modèle de compression ou de vaporisation instantanée et vice versa dépendant du type de transitoire. Puisque par construction G2LDM ne peut exhiber un tel changement de modèle, nous avons chaque fois bloqué le pressuriseur de G2SIM dans le modèle suivant lequel il opérait avant l'introduction de la perturbation.

5.3.2 Procédure pour la simulation en boucle ouverte de G2SIM

- Installer les programmes G2SIM et G2IO*
- Fournir le fichier des données en régime permanent: REFFP.DAT à pleine puissance et REF80P.DAT à 80% PP
- Fournir le fichier des variables de sortie et les paramètres d'initialisation et d'échantillonnage
- Commencer la simulation
- Au bout d'une quinzaine de minutes, geler la simulation et s'assurer que le régime permanent est atteint.
- Débrancher tous les contrôleurs
- Déterminer le mode de fonctionnement du pressuriseur et le bloquer dans ce mode

*G2IO: Programme pour gérer la simulation interactive de G2SIM

- Définir la perturbation à introduire
- Remettre la simulation en marche en même temps que le processus d'échantillonnage des variables de sortie.

Tout au long de la simulation, ces variables échantillonnées sont automatiquement placées dans un fichier. A la fin de la simulation, il faut transférer ce fichier de l'ordinateur PDP-11/55 au PDP-11/45. Une fois ce transfert effectué, le programme MVG2EX est utilisé pour obtenir la version 'petit signal' des mesures et les convertir dans le format requis par le module de traçage de courbes MVTPL.

5.3.3 Procédure pour simuler G2LDM en boucle ouverte

- Suivre la démarche décrite dans le chapitre 4 afin d'obtenir les matrices A, B, C pour le point d'opération désiré.
- Utiliser le module de simulation MVSIMU de MVPACK pour exécuter la simulation.
- Les conditions initiales doivent toujours être nulles.
- Fournir le signal approprié pour la perturbation désirée.

A la fin de la simulation, MVSIMU place automatiquement les variables de sortie dans un fichier avec le format requis par le module de traçage de courbes MVTPL.

5.4 Résultats

Pour la validation de G2LDM autour de 100% de pleine puissance, nous avons choisi quatre types de transitoires.

- (1) Perturbation de la vanne du contrôleur zonal avec un échelon d'amplitude -2×10^{-4}
- (2) Ouverture de 2% de la vanne de rejet de vapeur du pressuriseur
- (3) Fermeture de 1% de la vanne d'admission de la vapeur à la turbine
- (4) Fermeture de 1% de la vanne d'eau d'alimentation.

La décision d'utiliser respectivement deux actionneurs du circuit primaire et deux actionneurs du circuit secondaire pour introduire les perturbations a été motivée par le souci d'exciter une gamme suffisamment complète de modes. De plus nous avons choisi des perturbations du type échelon parce que ces types de perturbation excitent de façon non-équivoque les modes dominants. Ceci constitue une caractéristique importante dans la validation d'un modèle développé pour la conception d'un régulateur.

Autour de 80% de pleine puissance nous avons appliqué les mêmes perturbations sauf que les résultats correspondant à l'excitation de la vanne de rejet de vapeur ne sont pas pertinents pour la validation. En effet avec cette perturbation, nous avons constaté que G2SIM, avec le pressuriseur bloqué en

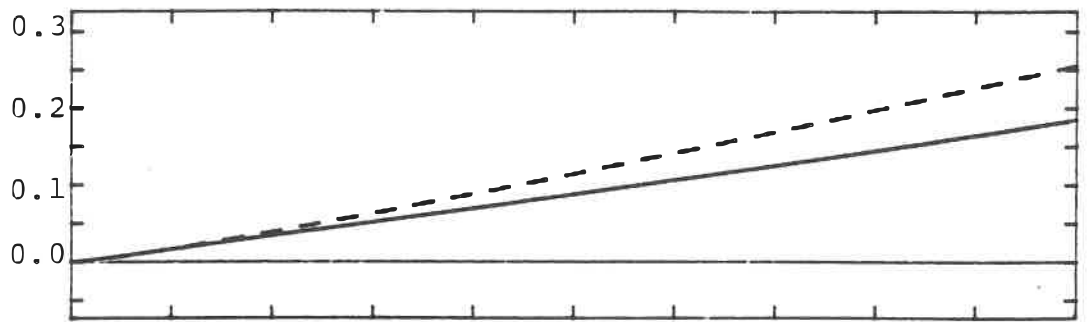
mode de vaporisation instantanée, passait globalement du modèle avec caloporteur non-bouillant à celui du caloporteur en ébullition, ce que G2LDM ne peut pas faire.

Les Figures 5.1 à 5.14 montrent les trajectoires des variables de sorties retenues pour la validation.

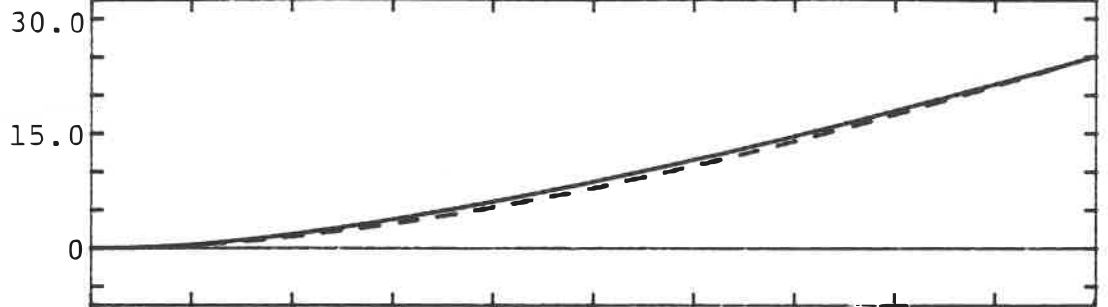
5.5 Discussions et conclusions

L'analyse de ces résultats montre que pour de faibles perturbations, G2LDM possède globalement un comportement dynamique semblable à celui de G2SIM. On peut constater qu'en aucun cas la dynamique de G2LDM n'est uniformément identique à celle de G2SIM. De plus, il apparaît que selon la perturbation, les similarités entre les réponses des deux modèles sont plus ou moins bonnes. Ceci est dû au fait que les erreurs introduites par le processus de linéarisation sont plus ou moins grandes selon le type de non linéarité des équations. Si une perturbation excite surtout un ou des modes largement pollués par les erreurs de linéarisation, la réponse du modèle linéaire se révèle sensiblement différente de celle de G2SIM. A une exception près, Figure 5.10 - Niveau d'eau dans le générateur de vapeur -, il n'y a pas de dynamique fondamentalement contradictoire entre aucune transitoire des deux modèles. Même si la validation de G2LDM doit s'effectuer à travers les résultats des Figures 5.1 à 5.14, elle ne peut se faire dans l'absolu. Il faut tenir compte des objectifs qu'on veut atteindre avec G2LDM et évaluer au moins qualitativement les

Variation de
Puissance du
Reacteur
(%)



Variation de
Pression du
Primaire
(kPa)



Variation du
Niveau d'eau
du Pressuriseur
(cm)

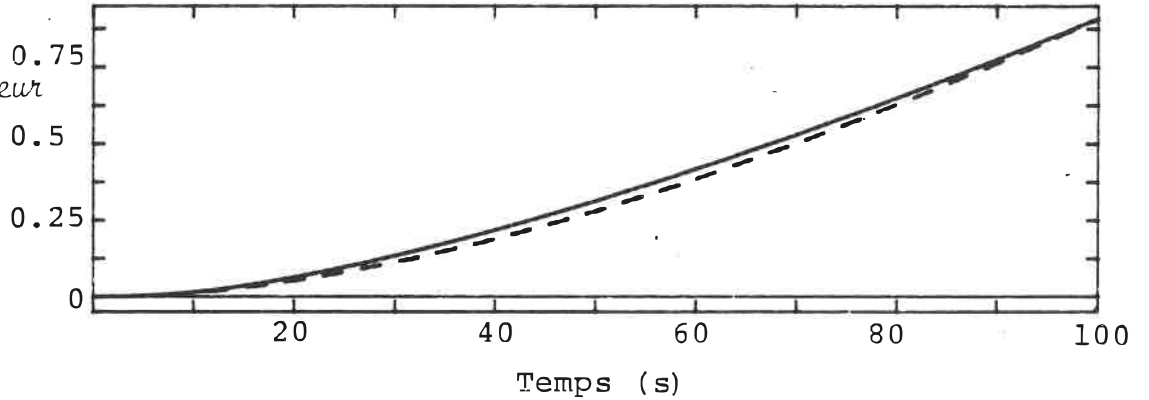
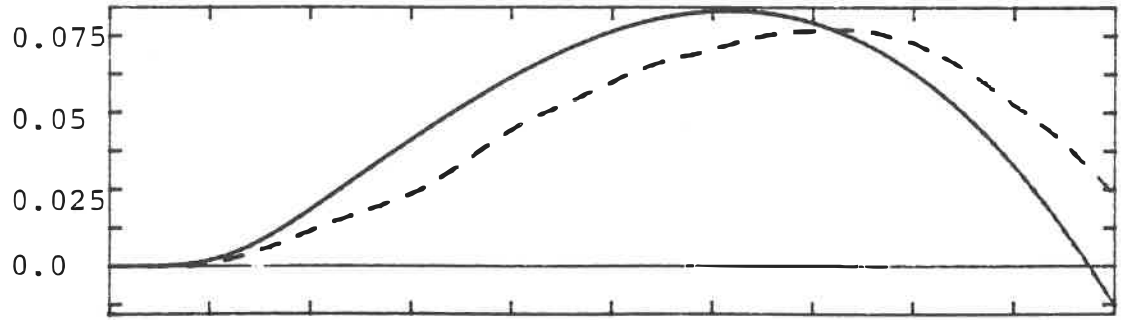


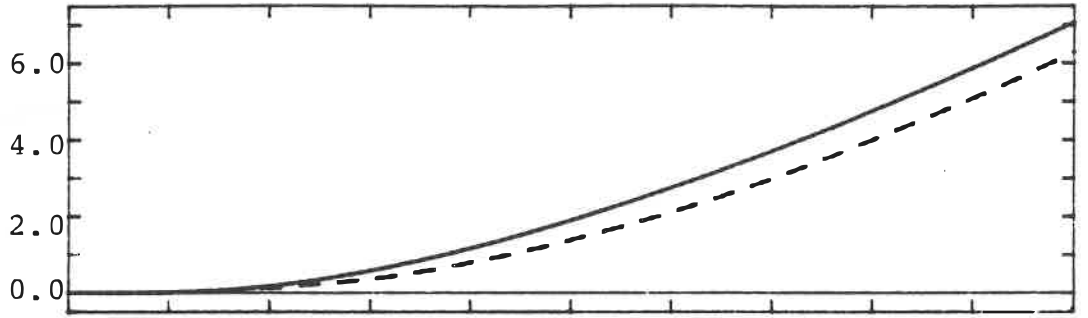
Figure 5.1 VALIDATION A PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LE NIVEAU DU CONTROLLEUR ZONAL

————— G2LDM
----- G2SIM

Variation du Niveau du GV (cm)



Variation de la Pression du GV (kPa)



Variation de Puissance de la Turbine (%)

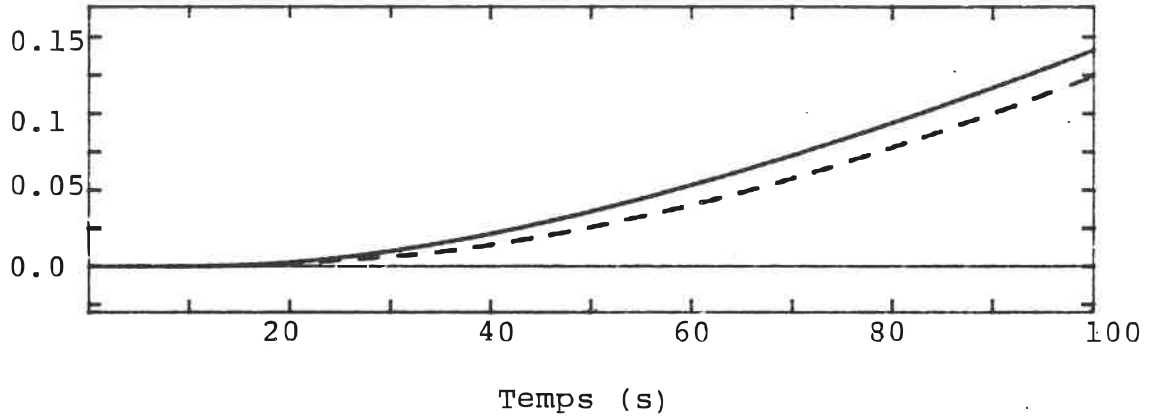
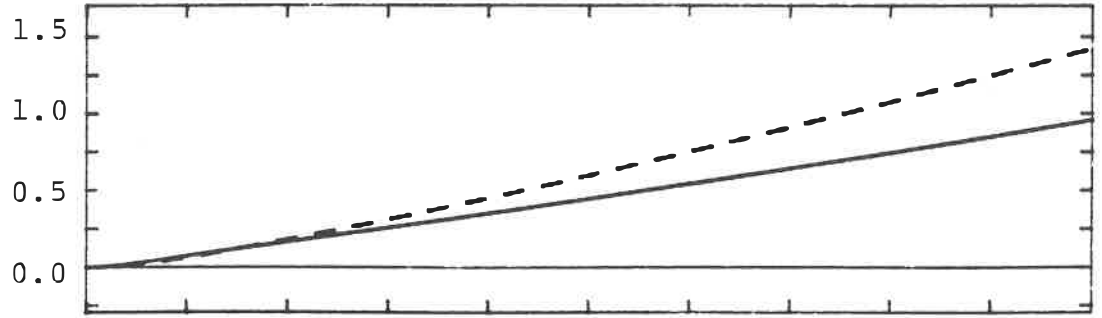


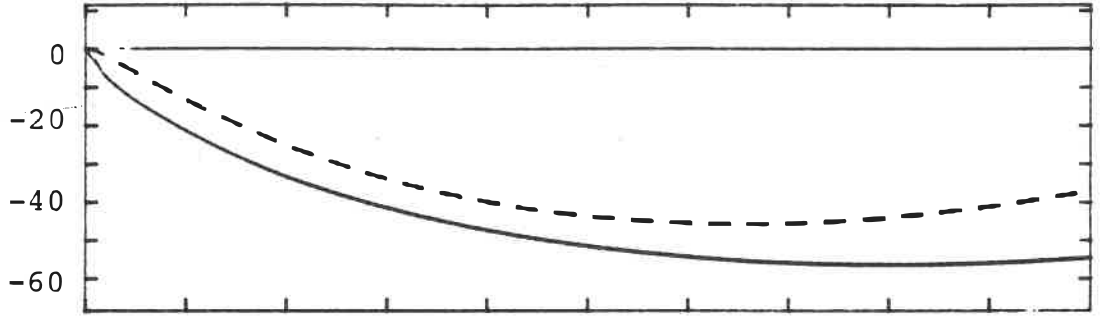
Figure 5.2 VALIDATION A PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LE NIVEAU DU CONTROLEUR ZONAL

— G2LDM
- - - G2SIM

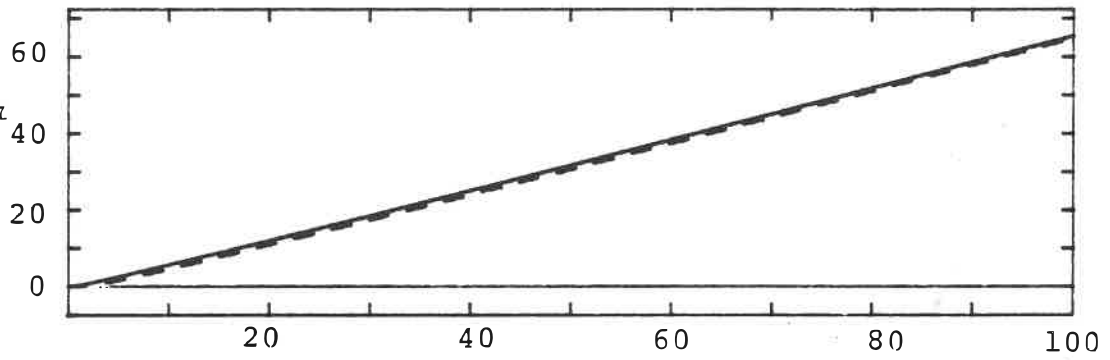
Variation de
Puissance du
Réacteur
(%)



Variation de
Pression du
Primaire
(kPa)



Variation du
Niveau d'eau
du Pressuriseur
(cm)

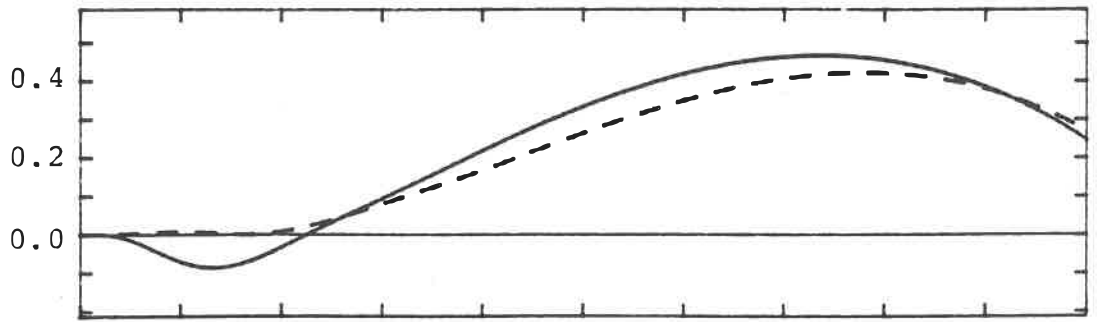


Temps (s)

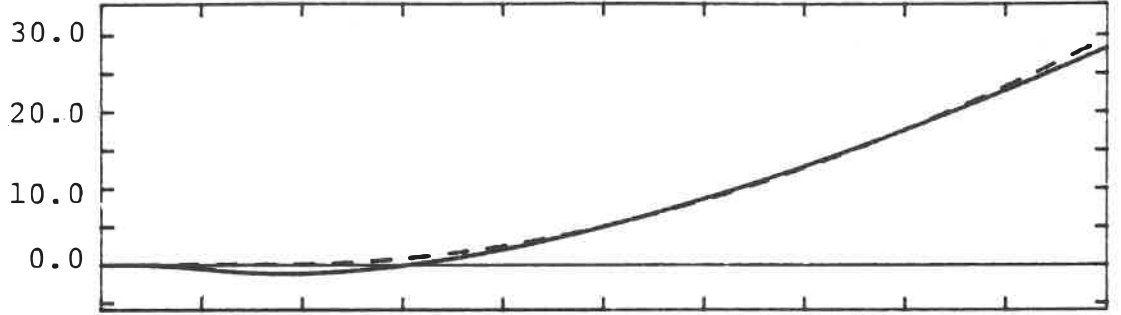
Figure 5.3 VALIDATION A PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE DE REJET DE VAPEUR DU PRESSURISEUR

————— G2LDM
----- G2SIM

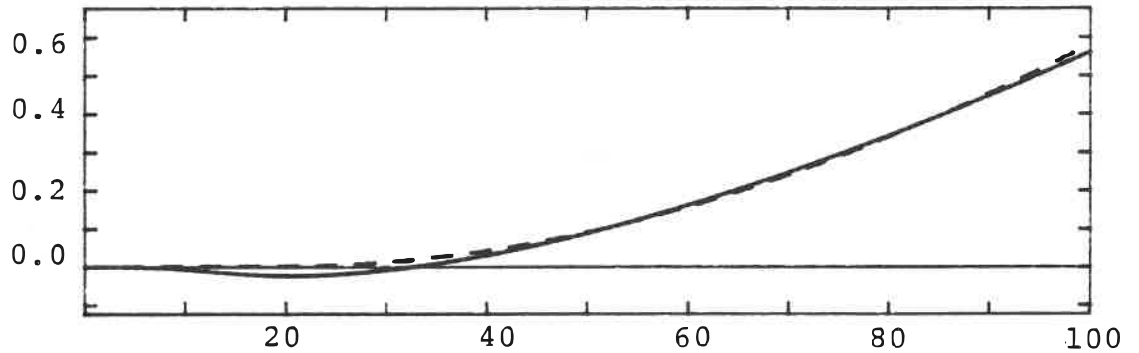
Variation du Niveau du GV (cm)



Variation de la Pression du GV (kPa)



Variation de Puissance de la Turbine (%)

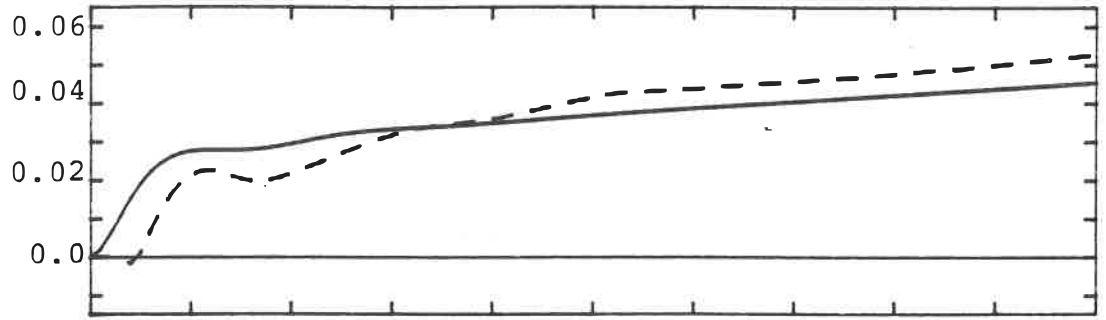


Temps (s)

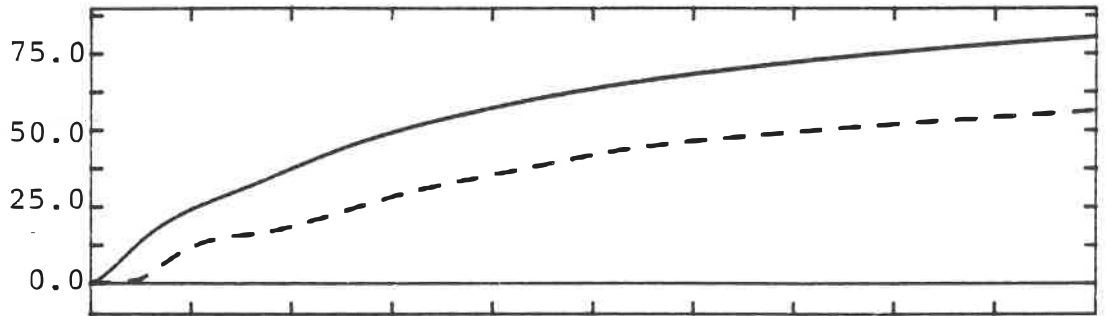
Figure 5.4 VALIDATION A PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE DE REJET DE VAPEUR DU PRESSURISEUR.

———— G2LDM
----- G2SIM

Variation de
Puissance du
Réacteur
(%)



Variation de
Pression du
Primaire
(kPa)



Variation du
Niveau d'Eau
du Pressuriseur
(cm)

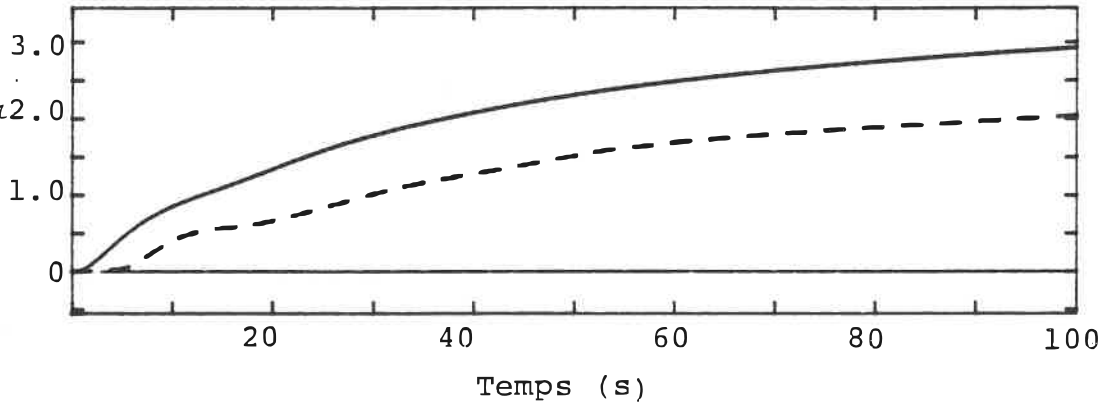
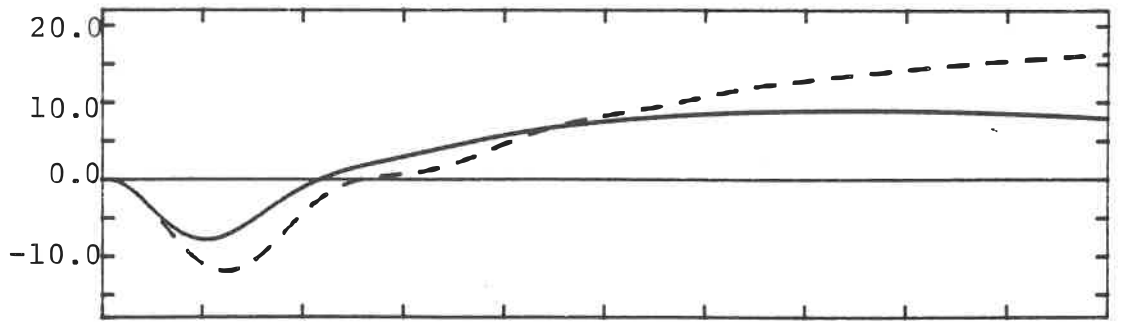


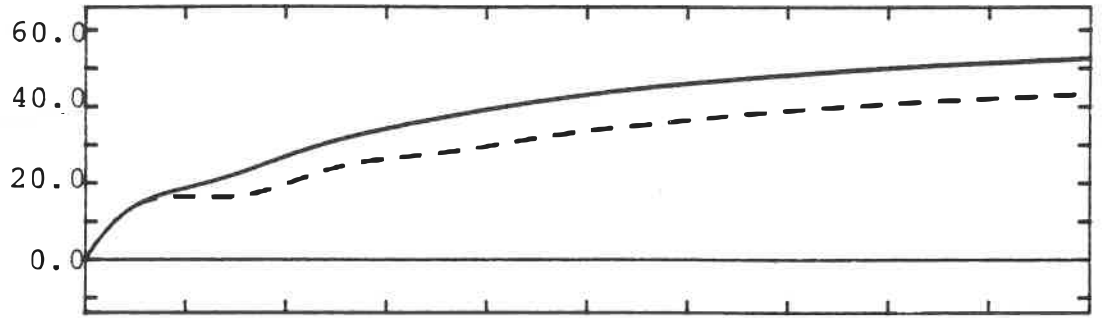
Figure 5.5 VALIDATION A PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION
SUR LA VANNE D'ADMISSION DE VAPEUR A LA TURBINE

————— G2LDM
----- G2SIM

Variation du Niveau du GV (cm)



Variation de Pression du GV (kPa)



Variation de Puissance de la Turbine (%)

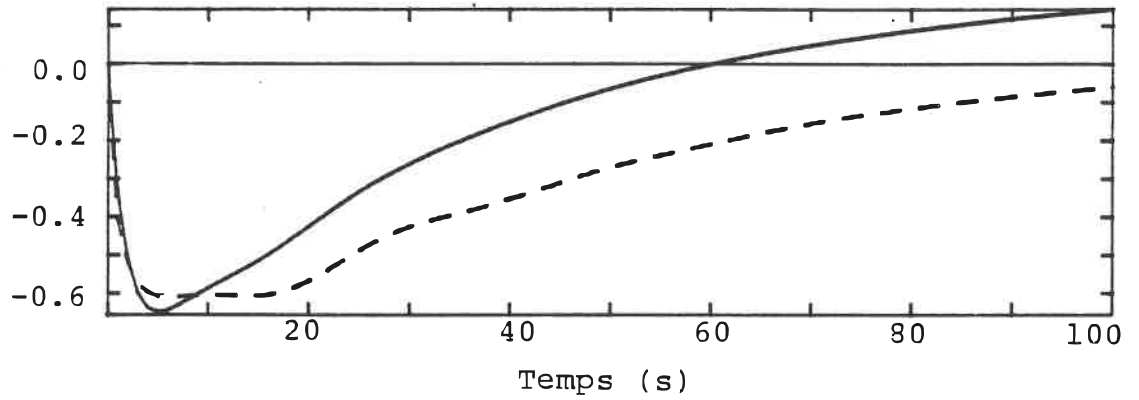
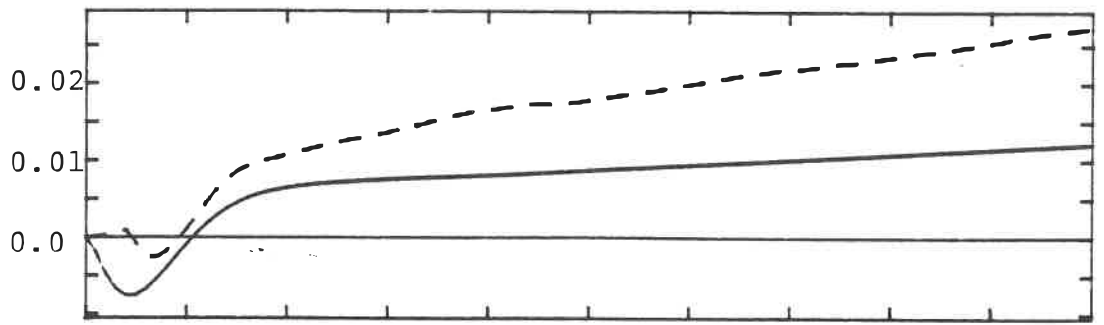


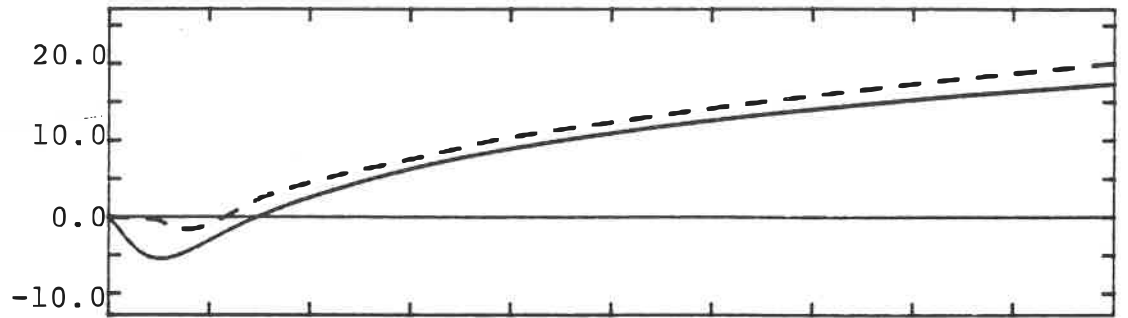
Figure 5.6 VALIDATION A PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE D'ADMISSION DE VAPEUR A LA TURBINE

— G2LDM
- - - G2SIM

Validation de
Puissance du
Réacteur
(%)



Variation de
Pression du
Primaire
(kPa)



Variation du
Niveau d'Eau
du Pressuriseur
(cm)

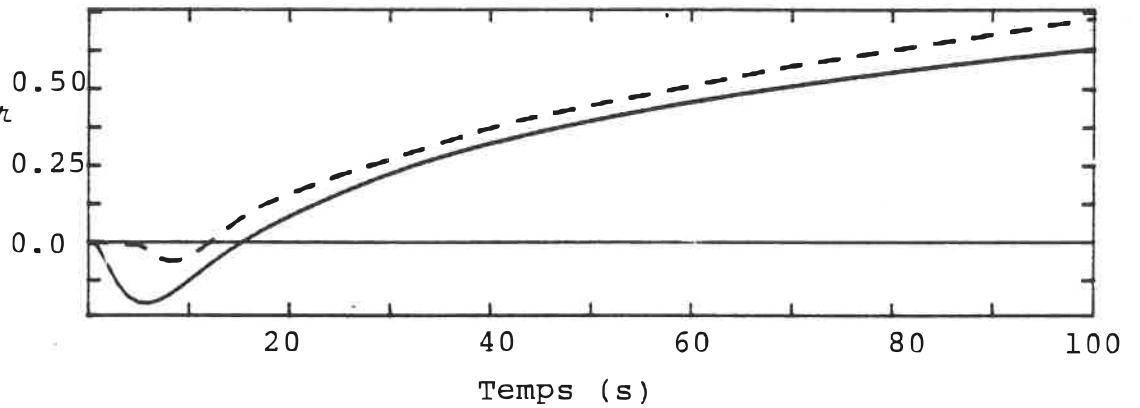


Figure 5.7 VALIDATION A PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE D'EAU D'ALIMENTATION

— G2LDM
- - - G2SIM

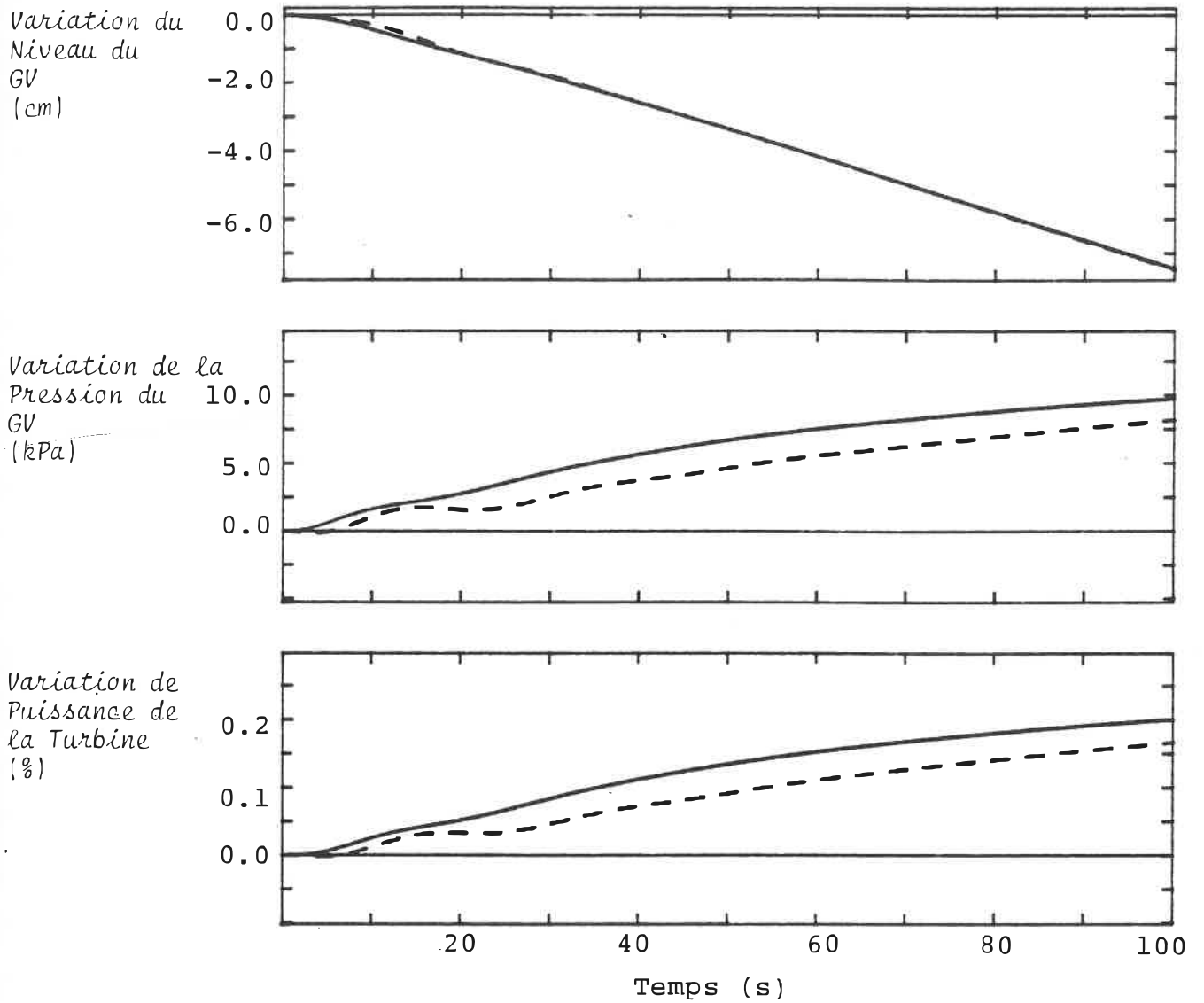
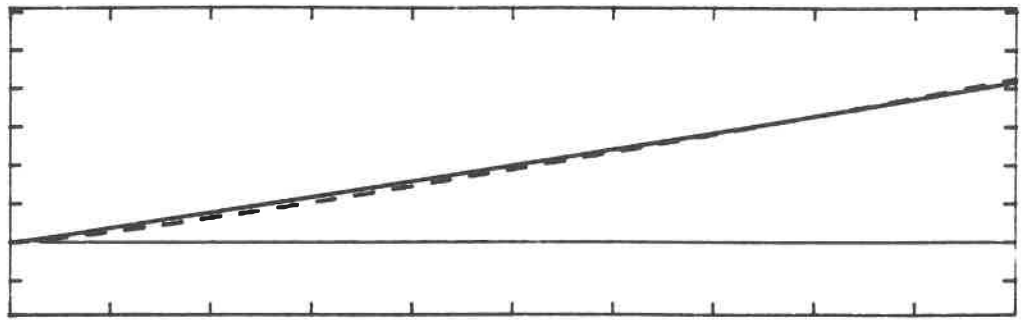


Figure 5.8 VALIDATION A PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE D'EAU D'ALIMENTATION

————— G2LDM
 - - - - - G2SIM

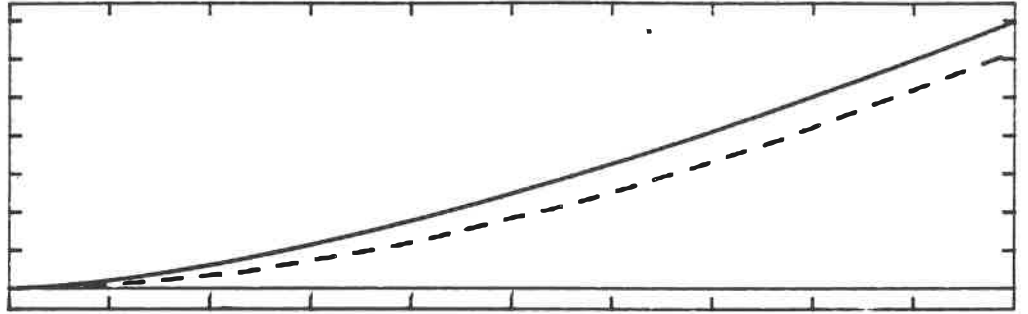
Variation de
Puissance du
Réacteur
(%)

0.2
0.1
0.0



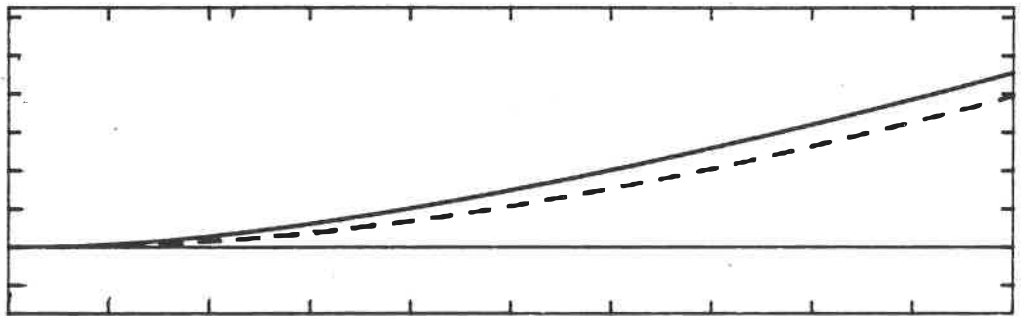
Variation de
Pression du
Primaire
(kPa)

6.0
4.0
2.0
0.0



Variation du
Niveau d'Eau
du Pressuriseur
(cm)

2.0
1.0
0.0



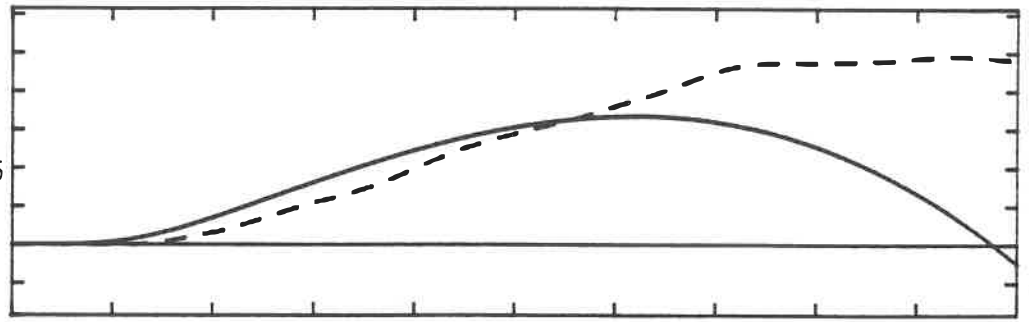
20 40 60 80 100
Temps (s)

Figure 5.9 VALIDATION A 80% PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION
SUR LE NIVEAU DU CONTROLEUR ZONAL

————— G2LDM
----- G2SIM

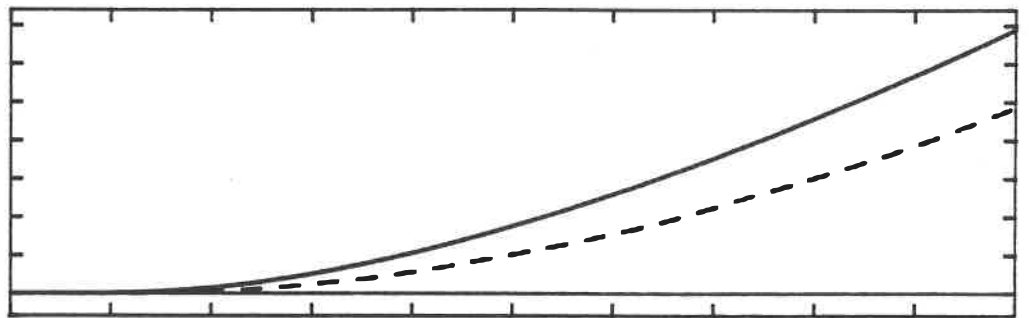
Variation du Niveau du GV (cm)

0.1
0.05
0.0



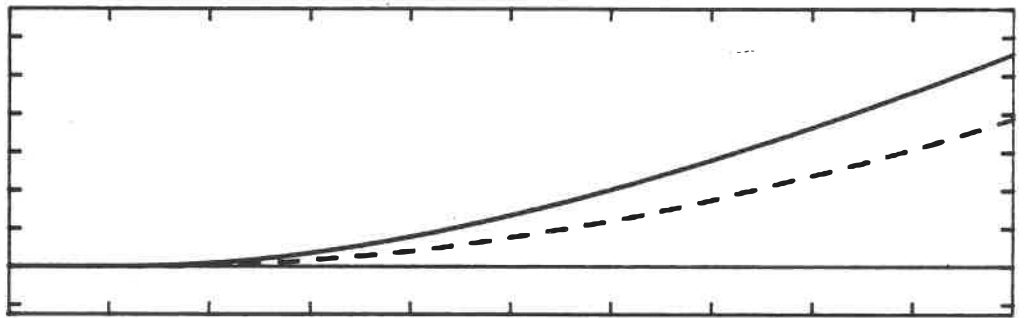
Variation de la Pression du GV (kPa)

7.5
5.0
2.5
0



Variation de Puissance de la Turbine (%)

0.15
0.1
0.05
0.0



20 40 60 80 100
Temps (s)

Figure 5.10 VALIDATION A 80% PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LE NIVEAU DU CONTROLEUR ZONAL

— G2LDM
- - - G2SIM

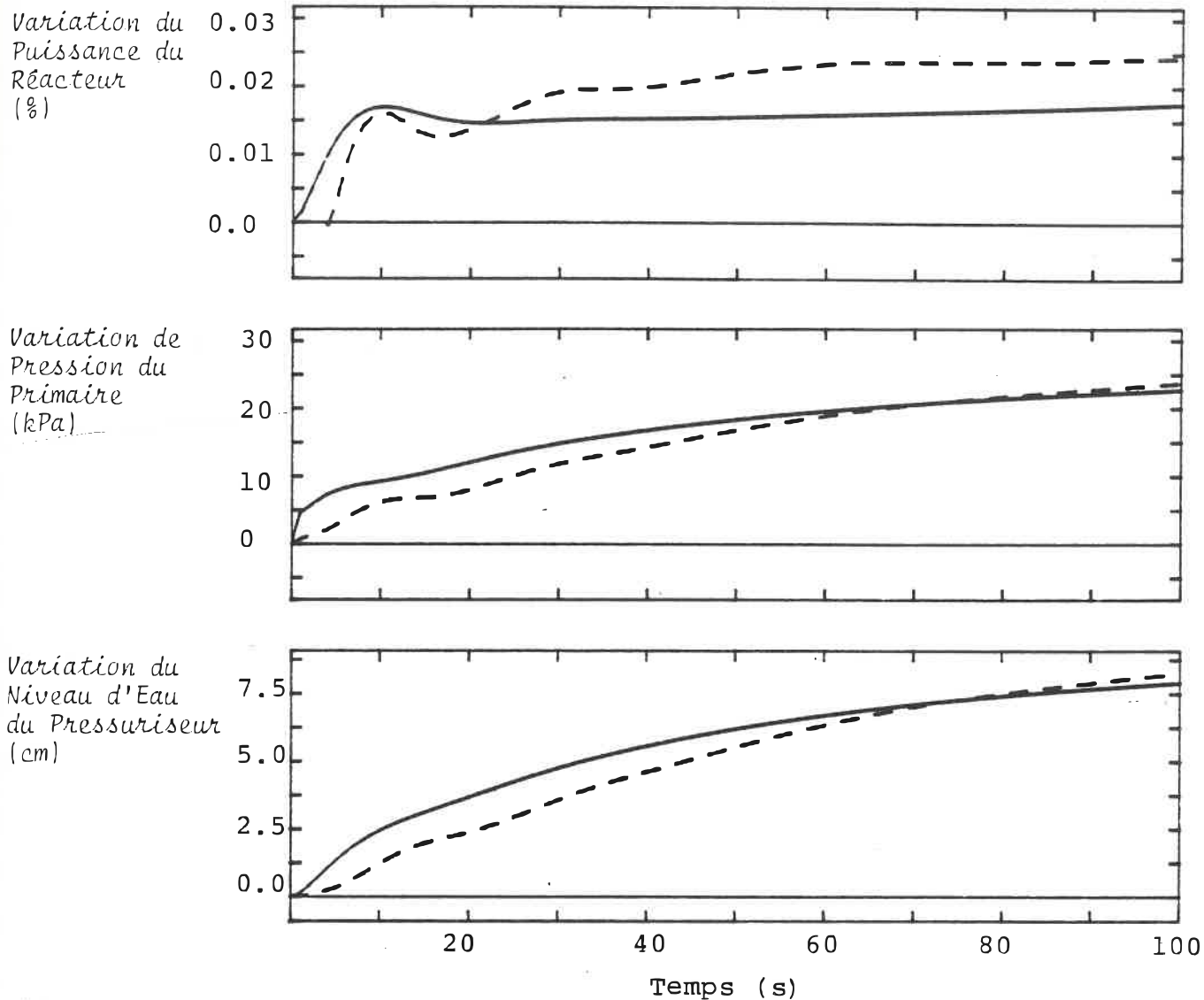


Figure 5.11 VALIDATION A 80% PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE D'ADMISSION DE VAPEUR A LA TURBINE

———— G2LDM
 - - - - - G2SIM

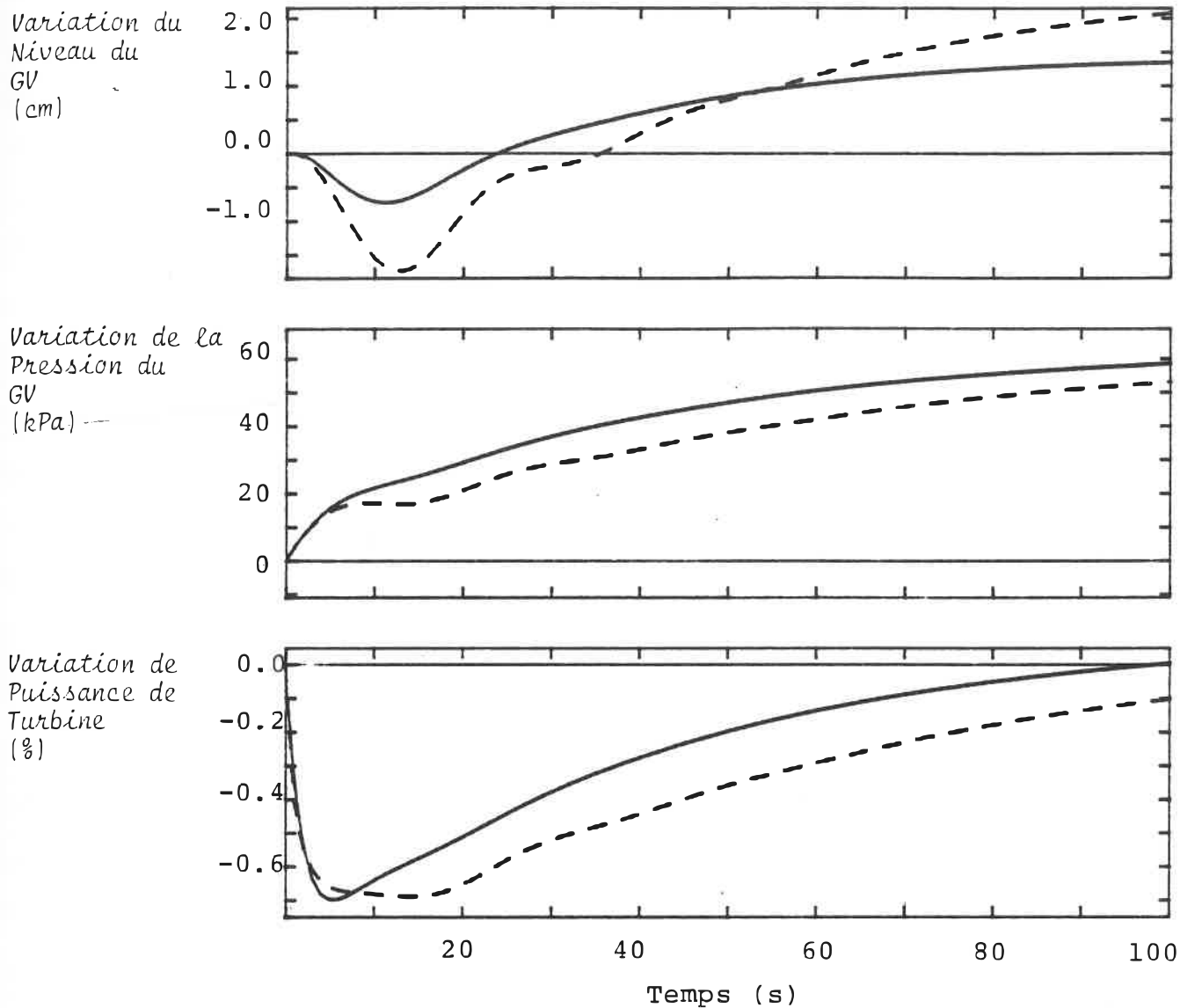
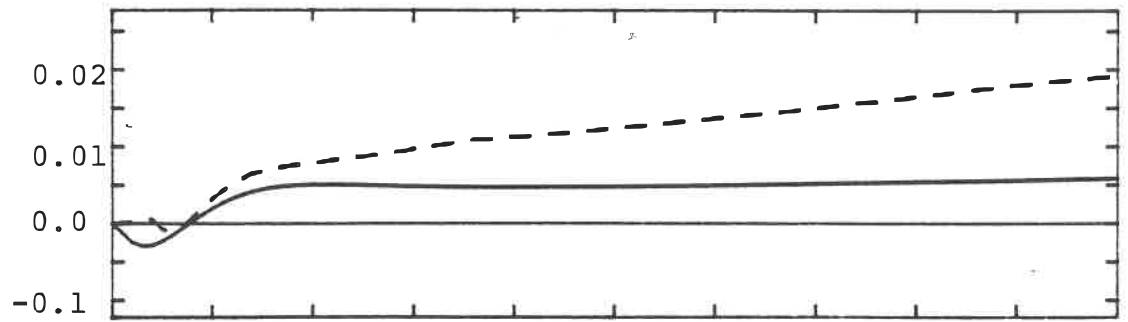


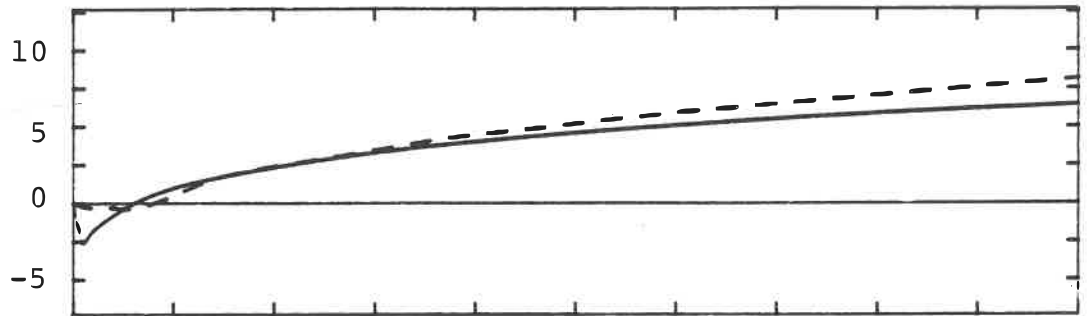
Figure 5.12 VALIDATION A 80% PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE D'ADMISSION DE VAPEUR A LA TURBINE

— G2LDM
 - - - G2SIM

Variation de
Puissance du
Réacteur
(%)



Variation de
Pression du
Primaire
(kPa)



Variation du
Niveau d'Eau du
Pressuriseur
(cm)

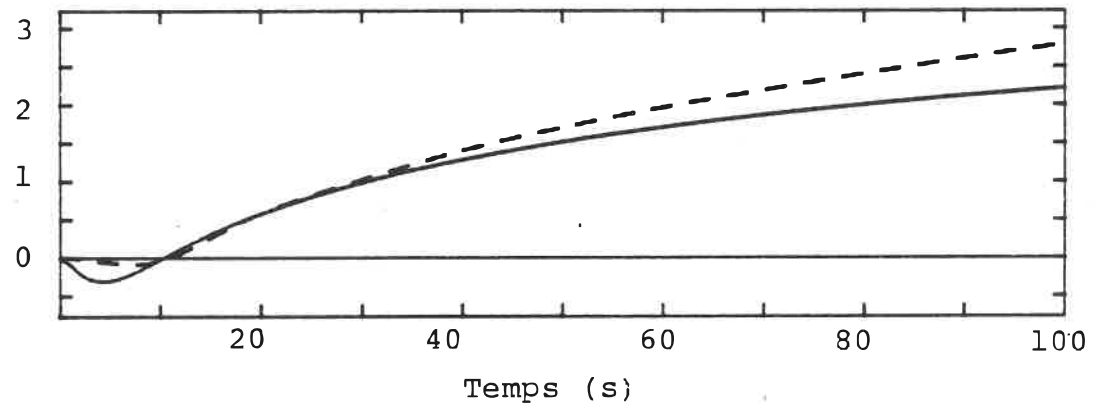
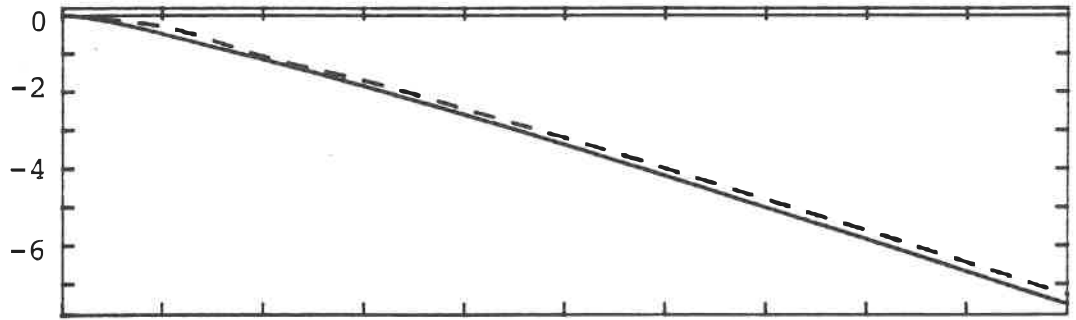


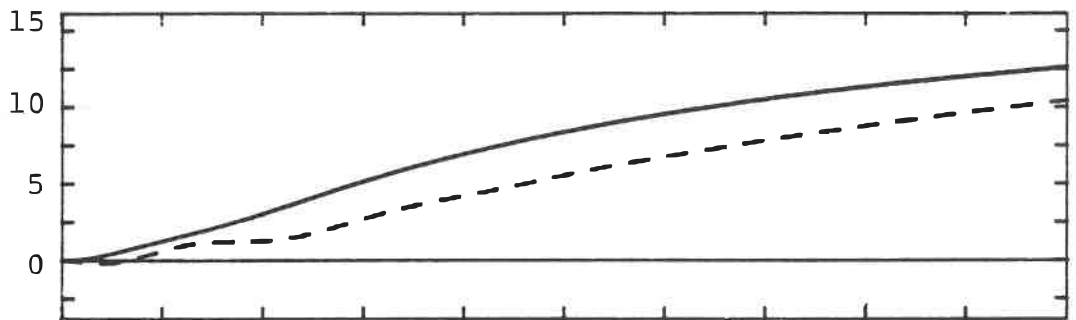
Figure 5.13 VALIDATION A 80% PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE D'EAU D'ALIMENTATION

———— G2LDM
----- G2SIM

Variation du Niveau du GV (cm)



Variation de la Pression du GV (kPa)



Variation de Puissance de la Turbine (%)

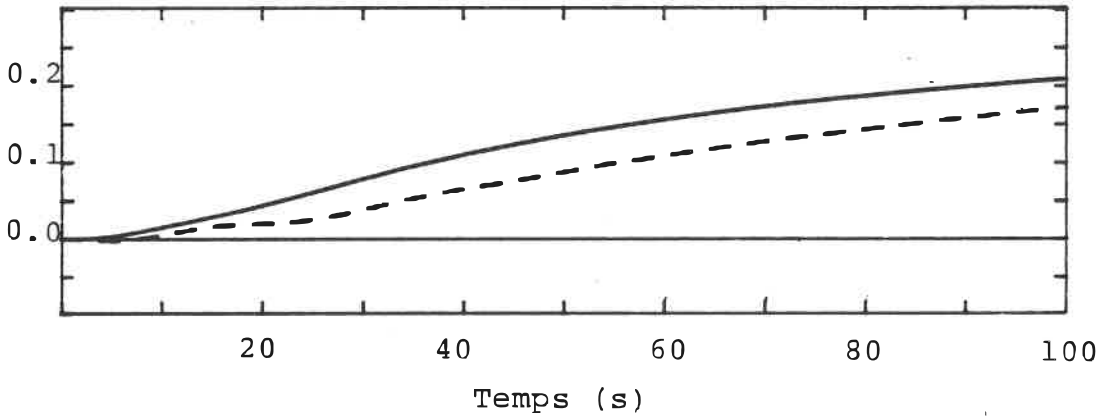


Figure 5.14 VALIDATION A 80% PLEINE PUISSANCE: PERTURBATION SUR LA VANNE D'EAU D'ALIMENTATION

— G2LDM
- - - G2SIM

conséquences des hypothèses faites durant la modélisation. Trois types d'hypothèses expliquent l'essentiel des différences observées entre G2LDM et G2SIM.

- (1) Certains sous-systèmes et variables de G2SIM décrits par des équations d'ordre deux ou d'ordre supérieure ont été modélisés dans G2LDM par des équations de premier ordre. Ce processus empirique de réduction de l'ordre du modèle entraîne l'élimination de certains modes dont les effets selon le type d'excitation ne sont pas toujours négligeables.
- (2) La linéarisation du modèle réduit implique un second niveau d'élimination de modes en principe négligeable dans un contexte de faible perturbation. Mais si l'expression à linéariser est soit quadratique, soit bilinéaire et rationnelle avec des variables nulles en régime permanent, nous avons pu vérifier que le contexte 'petit signal' de la linéarisation peut rapidement s'évanouir même si la perturbation initiale est relativement faible. La linéarisation de ces types d'équations néglige les variations de certains termes qui ne sont définitivement pas des effets de second ordre [55].
- (3) Le système étant multivariable avec interaction multiple, l'élimination de la plupart des retards dans la modélisation de G2LDM peut entraîner des modifications substantielles dans les transitoires. Là où ce fut possible, nous avons évalué quantitativement ces effets en relachant

certaines des hypothèses, en calculant les paramètres des expressions linéaires et en les comparant à leurs homologues non-linéaires. Cette vérification a surtout été effectuée pour les équations de type bilinéaire.

Notre conclusion est que le modèle linéaire peut être amélioré au prix d'une augmentation de l'ordre du système et d'une laborieuse linéarisation autour de points moyens d'opération. Mais étant donné que le modèle linéaire est utilisé pour la conception d'un régulateur avec retroaction, et que la retroaction tend à corriger les erreurs de modélisation, on peut conclure que le modèle G2LDM est satisfaisant dans le cadre de l'objectif fixé.

CHAPITRE 6

CONTROLEUR MULTIVARIABLE

6.1 Revue sommaire de l'état des connaissances

Depuis plusieurs années, l'utilisation des techniques multivariables dans la conception des systèmes de commande et de régulation a beaucoup préoccupé la communauté des automaticiens [56,57]. Les théories de la commande optimale quadratique [11] et de l'affectation de pôles avec retroaction sur les états [58] fournissent des méthodes de design aujourd'hui bien connues mais qui malheureusement requièrent la disponibilité de toutes les variables d'état dans la retroaction. Puisque le vecteur des états est rarement mesurable dans sa totalité, on utilise pour les systèmes déterministes, un observateur [59] et pour les systèmes stochastiques un filtre de Kalman [60] pour estimer les états. En plus des difficultés intrinsèques associées à la conception de ces reconSTRUCTEURS d'états, leur introduction dans le système de commande peut compliquer inutilement la structure du contrôleur et même se révéler irréalisable dans le cas des systèmes d'ordre élevé. Très tôt il apparut donc que la détermination des contrôleurs multivariables en utilisant seulement les variables de sortie dans la retroaction est d'une importance capitale du point de vue des réalisations pratiques. Spécifiquement l'affectation des pôles par retroaction des variables de sortie a reçu une attention particulière pour deux raisons principales:

- (1) Elle conduit à un contrôleur structurellement simple parce qu'elle ne nécessite pas d'estimateur d'états.
- (2) Dans un contexte idéal elle permet de placer les pôles pour rencontrer d'une façon explicite les spécifications traditionnelles des systèmes de commande: Amortissement suffisant et temps de réponse rapide.

Pour un système d'ordre n avec m entrées et p sorties, Davison et Wang [24], Topaloglu et Seborg [61] ont montré que sous certaines conditions un contrôleur proportionnel avec retour des sorties peut positionner $\min(n, m+p-1)$ pôles arbitrairement dans le plan complexe.

Certains chercheurs ont voulu établir des relations d'équivalence entre d'une part les lois de retroaction d'états et d'autre part les lois de retroaction sur les variables de sortie [62-65]. Les conclusions de leurs travaux montrent que cette équivalence n'existe que dans des cas très particuliers.

Après le résultat partiel de Kimura [67] et les travaux de Moore [68], Porter, Bradshaw et Fletcher [69-71] ont établis les conditions pour une affectation conjointe valeurs-vecteurs propres via une retroaction avec les variables de sortie. Une analyse de ces conditions montre que cette affectation conjointe n'est effective que dans des cas très spéciaux.

Shapiro et al. [72] ont aussi étudié le problème d'affectation de pôles mais en l'intégrant dans le cadre plus général de l'optimisation du contrôleur; c'est une approche qui présente une avenue qui a été peu explorée mais qui avec la disponibilité de gros calculateurs sera de plus en plus étudiée.

Dans une série d'articles, Seraji [73-76] a exposé les résultats de ses travaux sur les problèmes d'affectation de pôles pour les systèmes décrits par leur fonction de transfert; ses résultats peuvent être considérés comme l'analogie dans le domaine fréquentiel des résultats obtenus dans l'espace des états. Cependant dans le domaine fréquentiel, c'est Munro et Novin [77] qui ont systématiquement généralisé les idées de Davison et Seborg.

6.2 Critères et choix d'une méthode

La commande optimale linéaire quadratique et les méthodes nécessitant la rétroaction de tous les états sont à priori rejetées parce que nous ne voulons pas encombrer la structure du contrôleur avec un estimateur d'états. Mais la raison principale de ce rejet, c'est que l'expérience a montré que les centrales nucléaires du type CANDU peuvent être contrôlées avec des systèmes de commande et de régulation n'utilisant dans la rétroaction que les variables mesurables. Nous avons aussi ignoré toutes les méthodes qui ne peuvent s'appliquer avec succès qu'à des systèmes très particuliers car les conclusions de la caractérisation

structurelle et de l'analyse modale effectuées au chapitre 4 montrent que la centrale ne pouvait se classer parmi ce type de systèmes. Par contre les méthodes proposées par Davison et Seborg d'une part, Seraji, Munro et Novin d'autre part peuvent s'appliquer à presque tous les systèmes linéaires multivariables. Les algorithmes associés à ces méthodes sont relativement peu complexes tout au moins dans leurs formulations et conduisent à des contrôleurs structurellement simples. Les méthodes fréquentielles de Seraji, Munro et Novin exigent la description du système sous forme de fonction de transfert. Pour les systèmes d'ordre élevé, l'obtention pratique de la représentation, fonction de transfert, à partir de la description, équations d'états, et la réalisation des opérations prescrites par leurs algorithmes nécessitent l'utilisation d'un logiciel pouvant manipuler des matrices polynomiales. Un tel logiciel est en développement au Laboratoire d'analyse dynamique du Centre d'études nucléaires de Chalk River [78]. Pour leur part, les algorithmes de Davison et Seborg partent de la représentation par les équations d'états, mais font ensuite appel à la forme canonique commandable dont la réalisation pour les systèmes d'ordre élevé comporte des difficultés numériques majeures [79-80]. Cependant, nous avons choisi de demeurer dans l'espace des états parce que

- nous avons développé le modèle de la centrale dans l'espace des états
- les analyses structurelles et modales du chapitre 4 ont été réalisées dans l'espace des états et

- finalement nous disposons d'un logiciel sophistiqué d'algèbre linéaire.

Mais en tout état de cause la méthode que nous allons exposer dans le prochain sous-chapitre est une synthèse des idées des cinq auteurs ci-dessus cités. La structure générale s'inspire des algorithmes de Davison et Seborg [24,61]. L'utilisation de compensateur dynamique avec pôles présélectionnés est une idée de Seraji [74] et la combinaison successive de contrôleurs proportionnel et dynamique a été proposée par Munro et Novin [77]. Ce qui est nouveau et original, c'est le développement mathématique que nous avons fait pour intégrer les trois idées dans un formalisme conceptuel qui a conduit à un algorithme souple et puissant de conception assistée.

6.3 Théorie de la méthode choisie

6.3.1 Compensateur statique

6.3.1.1 Formulation et théorème

Supposons qu'autour d'un point d'opération le modèle petit signal de la centrale est décrit par

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \right\} \dots(6.1)$$

où

$x(t)$ est le vecteur d'état de dimension n

$u(t)$ est le vecteur des entrées de dimension m

$y(t)$ est le vecteur des sorties de dimension p

A , B et C sont les matrices du système et de dimensions appropriées

L'objectif de cette sous-section est de montrer que l'on peut placer un certain nombre de pôles en des lieux spécifiques dans le plan complexe en utilisant seulement un contrôleur proportionnel. La distribution de ces lieux est définie par les performances dynamiques du système en boucle fermée.

Le développement qui va suivre est basé sur le théorème énoncé ci-dessous et qui a été démontré de façon indépendante par Davison et Wang [24], Topaloglu et Seborg [61].

Théorème-1

Si le système décrit par les équations (6.1) est cyclique [52], complètement commandable et observable, et si B et C sont des matrices de plein rang, alors il existe presque toujours une loi de rétroaction

$$u = K y \quad \dots(6.2)$$

telle que $\min(n, m+p-1)$ valeurs propres de la matrice en boucle

fermée $A+BKC$ sont arbitrairement placées près de $\min(n,m+p-1)$ valeur spécifiées. Toute valeur complexe est choisie avec sa conjuguée complexe.

Dans le développement qui va suivre nous supposons que $\max(m,p)=p$. Pour le cas $m > p$, la procédure est identique si le triplet (A,B,C) est remplacé par son dual (A',C',B') .

6.3.1.2 Affectation de p pôles

Si le système décrit par les équations (6.1) respecte les hypothèses du Théorème-1, il existe un vecteur q_0 tel que le système à une entrée scalaire

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bq_0 \mu_0 \\ y &= Cx \end{aligned} \quad \dots(6.3)$$

est complètement commandable. Pour un tel système, il existe une transformation S_0 qui le transforme dans sa forme canonique commandable, i.e.

$$(A, Bq_0, C) \rightarrow (\tilde{A}, \tilde{b}, \tilde{c})$$

telle que

$$\dot{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ a_1 & a_2 & & & a_n \end{bmatrix} \tilde{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mu_0$$

$$\tilde{y} = \tilde{c}\tilde{x} \quad \dots (6.4)$$

où

$$\tilde{A} = S_0 A S_0^{-1}$$

$$\tilde{b} = S_0 B q_0$$

$$\tilde{c} = C S_0^{-1}$$

$-a_i, i=1,2,\dots,n$ sont les coefficients du Pôlyôme caractéristique du système en boucle ouverte.

$$\lambda^n - a_n \lambda^{n-1} - \dots - a_2 \lambda - a_1$$

Il existe plusieurs façons d'obtenir la matrice S_0 . Mais pour un système d'ordre élevé, dépendant de l'amplitude relative des éléments de A et Bq_0 , des difficultés numériques peuvent apparaître dans l'évaluation de S_0 . Pour éviter ces difficultés, Davison [81] suggère une technique de mise à l'échelle qui malheureusement échoue dans le cas de systèmes très mal-conditionnés. Après de multiples prospections, l'algorithme d'Aplevich [80] s'est avéré être la méthode la plus fiable pour réaliser la transformation.

Maintenant, si pour placer à $\lambda_i, i=1,2,\dots,p, p$ valeurs propres de $\tilde{A} + \tilde{b}k_0^*\tilde{c}$, on applique la loi de retroaction linéaire $\mu_0 = k_0^*\tilde{y}$, telle que $k_0^*\tilde{c} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$, l'équation caractéristique du système en boucle fermée devient

$$\lambda^n - (a_n + d_n)\lambda^{n-1} - (a_{n-1} + d_{n-1})\lambda^{n-2} + \dots + -(a_2 + d_2)\lambda - a_1 - d_1 = 0 \quad (6.5)$$

Par substitution des λ_i , $i=1,2,\dots,p$ dans cette équation on obtient

$$(\tilde{C}\kappa)' k_o^* = \Lambda' \quad \dots(6.6)$$

κ est la matrice de Vandermonde [82] pour les λ_i , $i=1,2,\dots,p$

$$\Lambda = (\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_p)$$

... (6.7)

$$\Delta_i = \lambda_i^n - a_n \lambda_i^{n-1} \dots - a_2 \lambda_i - a_1$$

La matrice de gain de la rétroaction est alors

$$K_1 = q_o k_o^* \quad \dots(6.8)$$

où k_o^* est la solution de l'équation (6.6).

Dans le cas $m > p$ et où on aurait utilisé le système dual (A', C', B') dans le développement qui précède, la matrice de gain à utiliser pour le système direct est

$$K_1 = k_o^* q_o' \quad \dots(6.9)$$

Dans les deux cas, le système en boucle fermée

$$\dot{x} = A_1 x + Bu$$

$$y = Cx \quad \dots(6.10)$$

$$\text{avec } A_1 = A + BK_1 C$$

possède p pôles situés près des lieux spécifiés par les λ_i ,
 $i=1,2,\dots,p$.

L'application de la loi de commande (6.8) ou (6.9) tout en permettant l'assignation de $\max(m,p)$ pôles peut aussi affecter les autres pôles et ceci parfois d'une façon désastreuse. En effet sous l'action de cette rétroaction, certains des pôles stables en boucle ouverte peuvent devenir instables réduisant à néant le processus d'affectation de pôles.

Pour les systèmes ayant au moins $n - \max(m,p)$ pôles stables en boucle ouverte, nos investigations [83] ont montré qu'un choix judicieux du vecteur q_0 pouvait confiner ces pôles à l'intérieur de leur configuration originelle tout en effectuant avec succès l'affectation des autres pôles.

Comme l'ont proposé Davison [24] et Seborg [61], si la configuration des pôles du système (6.10) n'est pas satisfaisante on peut placer un certain nombre de pôles additionnels tout en protégeant d'autres dont la position est acceptable.

Nous décrivons ci-dessous la procédure à suivre dans le cas $\max(m,p) = p$.

6.3.1.3 Protection de m-1 pôles et affectation de p pôles additionnels

La diagonalisation du système des équations (6.10) par sa matrice modale suivie d'une permutation appropriée transforment les matrices A_1 , B et C en \hat{A}_1 , \hat{B} et \hat{C} telles que

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & 0 \\ 0 & \hat{A}_{22} \end{bmatrix}; \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix}$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} \hat{C}_1 & \hat{C}_2 \end{bmatrix} \quad \dots(6.11)$$

avec

$$\hat{A}_{22} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_{m-1}) \quad \dots(6.12)$$

où les λ_i , $i=1, m-1$ sont les pôles qu'on veut protéger.

Maintenant, il existe presque toujours un vecteur ℓ tel que

$$\hat{B}_2 \ell = 0 \quad \dots(6.13)$$

et chaque élément de $\hat{B}_1 \ell \neq 0$

Dans ce cas, le triplet $(\hat{A}_{11}, \hat{B}_1 \ell, \hat{C}_1)$ représente le sous-espace complètement contrôlable et observable de $(\hat{A}_1, \hat{B} \ell, \hat{C})$. Donc, $(\hat{A}_{11}, \hat{B}_1 \ell, \hat{C}_1)$ respecte les hypothèses du théorème-1 et par conséquent p de ses pôles en boucle fermée peuvent être arbitrairement placés. L'application de la procédure décrite dans la section précédente à $(\hat{A}_{11}, \hat{B}_1 \ell, \hat{C}_1)$ permet d'obtenir la matrice de rétroaction

$$K_2 = \ell k_1^* \quad \dots (6.14)$$

L'introduction de la loi de commande

$$u = (K_1 + K_2)y \quad \dots (6.15)$$

dans les équations (6.1) permet donc au total de placer $(m+p-1)$ pôles.

La combinaison des étapes qui ont permis d'obtenir les équations (6.8) et (6.14) conduit à l'algorithme décrit dans la prochaine sous-section.

6.3.1.4 Algorithme du compensateur statique

L'algorithme est divisé en deux modules. Le premier module permet d'assigner p pôles, le second module protège $(m-1)$ pôles et place p pôles additionnels. Chacun des deux modules peut être exécuté de façon itérative pour obtenir le meilleur résultat possible.

Module I Affectation de p pôles

- Etape 1 Entrer les matrices A, B et C. Calcul de la structure modale (valeurs et vecteurs propres) du système en boucle ouverte.
- Etape 2 Calcul du vecteur q_0 , tel qu'indiqué dans [83].
- Etape 3 Calcul de la forme canonique commandable en utilisant l'algorithme d'Aplevich.
- Etape 4 Sélection des pôles à placer, calcul de l'équation (6.7) et de la matrice de Vandermonde.
- Etape 5 Solution de l'équation (6.6) et calcul de la matrice de rétroaction en utilisant l'équation (6.8).
- Etape 6 Calcul de la structure modale en boucle fermée. Si le système est stable, fin du Module I ou aller au Module II. Sinon, reprendre le module à partir de l'étape 2 ou passer au second module.

Module II Protection de (m-1) pôles et affectation de p pôles additionnels

- Etape 1 Permutation de la forme diagonalisée du système décrit par les équations (6.10).
- Etape 2 Formation du sous-espace contrôlable, utilisation des étapes 3, 4 et 5 du premier module pour placer p pôles.
- Etape 3 Calcul de la matrice en boucle fermée $A_2 = A + B(K_1 + K_2)C$
- Etape 4 Calcul des valeurs propres de la matrice A_2 . Si le système n'est pas stable, reprendre l'un ou l'autre des deux modules avec de nouveaux choix de pôles.

Quand le système est stable après l'un quelconque des deux modules, un contrôleur intégral peut être ajouté pour éliminer les erreurs en régime permanent. L'ensemble du système en boucle fermée peut être directement simulé pour évaluer sa performance en régimes transitoire et permanent. Nous avons implanté toute cette procédure de design à l'intérieur du programme de conception assistée MVPACK [84] via quatre modules.

MVREG1 Assignment de $\max(m,p)$ pôles
 MVREG2 Protection de $\min(m,p)-1$ pôles et assignation de $\max(m,p)$ pôles
 MVGRL Calcul du contrôleur intégral
 MVRSIM Préparation des matrices du système en boucle fermée et simulation.

6.3.1.5 Discussion

Pour les systèmes d'ordre $n \leq m+p-1$, la procédure décrite offre un moyen simple et puissant de concevoir un contrôleur qui tout en stabilisant le système permet de rencontrer les spécifications traditionnelles des systèmes de commande: amortissement satisfaisant, temps de réponse suffisamment rapide, élimination d'erreur en régime permanent, etc.

Si $n > m+p-1$, la méthode peut encore permettre de stabiliser le système mais des restrictions plus ou moins sévères apparaissent quant à la configuration choisie pour placer les

($m+p-1$) pôles. Les autres pôles qui ne pouvaient être spécifiquement positionnés peuvent se déplacer de façon telle que la performance globale du système en boucle fermée ne soit pas satisfaisante. Souvent le système demeure tout simplement instable même si $m+p-1$ de ces pôles sont placés tels que désirés. C'est pour résoudre d'une manière efficace tous ces problèmes que nous avons développé une méthode analogue pour la conception d'un compensateur dynamique qui permet l'affectation d'un plus grand nombre de pôles.

6.3.2 Compensateur dynamique

6.3.2.1 Formulation et objectif

Considérons encore un système qui autour d'un point d'opération peut être décrit par

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \dots(6.16)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

où

$x(t)$ est le vecteur d'état de dimension n

$u(t)$ est le vecteur des entrées de dimension m

$y(t)$ est le vecteur des sorties de dimension p

Les matrices A , B et C de dimensions appropriées sont telles que les hypothèses du Théorème-1 sont respectées.

Notre objectif est à la fois de stabiliser le système et d'obtenir des performances dynamiques satisfaisantes en appliquant une loi de commande constituée par un compensateur dynamique d'ordre r donné et dont l'effet primordial est de placer un certain nombre de pôles.

Dépendant du système, il existe un avantage, explicitement souligné plus loin, à utiliser la représentation primale (A, B, C) ou duale (A', C', B') du système dans la conception du compensateur dynamique. Malgré une certaine similarité dans les dérivations des deux représentations, les différences substantielles qui subsistent justifient que nous exposons leurs développements de façon séparée.

La première motivation du formalisme mathématique exposé dans les deux sous-sections qui suivent est de pouvoir exploiter d'une façon originale le théorème suivant, démontré par Davison et Chatterjee [85].

Théorème-2

Si le système décrit par les équations (6.16) est cyclique, complètement contrôlable et observable, et si B et C sont des matrices de plein rang, alors une loi linéaire de retroaction,

$$u = Ky$$

peut presque toujours être définie pour assigner $\max(m,p)$ valeurs propres de la matrice $A+BKC$. Toute valeur propre complexe est choisie avec sa conjuguée complexe.

6.3.2.2 Compensateur dynamique basé sur le système primal

6.3.2.2A Développement

Pour le système décrit par les équations (6.16) il existe un vecteur q_1 tel que le système équivalent avec une entrée scalaire

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + b\mu_1(t) \\ y &= Cx \\ b &= Bq_1 \end{aligned} \right\} \dots(6.17)$$

est complètement commandable et observable.

Supposons que la variable d'entrée $\mu_1(t)$ est obtenue à partir d'un compensateur dynamique d'ordre r qui est décrit par

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu}_1 &= \mu_2 \\ \dot{\mu}_i &= \mu_{i+1} \\ \dot{\mu}_r &= - \sum_{i=0}^{r-1} \delta_i \mu_{i+1} + \sum_{i=0}^r k_i y^{(i)} \end{aligned} \right\} \dots(6.18)$$

où

les δ_i sont des coefficients constants qui sont choisis

pour préspecifier les pôles du compensateur en boucle ouverte,

les k_i sont des matrices de retroaction de dimension $l \times p$ et les $y^{(i)}$ sont les dérivées successives de y telles que

$$y^{(0)} = Cx \quad \dots(6.19)$$

$$y^{(1)} = CAx + Cb \mu_1 \quad \dots(6.20)$$

$$y^{(2)} = CA\dot{x} + Cb \dot{\mu}_1 \quad \dots(6.21)$$

Par substitution de \dot{x} de l'équation (6.17) et $\dot{\mu}_1$ de l'équation (6.18) dans l'équation (6.21) on a

$$y^{(2)} = CA^2x + CAB \mu_1 + Cb \mu_2 \quad \dots(6.22)$$

En suivant cette procédure jusqu'à la dérivée d'ordre r on a

$$y^{(r)} = CA^r x + CA^{r-1} \cdot b \mu_1 + CA^{r-2} b \cdot \mu_2 + \dots + Cb \mu_r \quad (6.23)$$

Si nous posons

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \mu_r \end{bmatrix} \quad \dots(6.24)$$

et que nous regroupons sous forme matricielle les équations (6.19) à (6.23) on a

$$\begin{bmatrix} y^{(0)} \\ y^{(1)} \\ \cdot \\ \cdot \\ y^{(r)} \end{bmatrix} = C^* \begin{bmatrix} x \\ \mu \end{bmatrix} \quad \dots (6.25)$$

où la matrice C^* de dimension $(r+p) \times (n+r)$ est donnée par

$$C^* = \begin{bmatrix} C & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ CA & Cb & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ CA^r & CA^{r-1}b & \cdot & \cdot & CAb & Cb \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

L'équation du compensateur peut alors s'écrire

$$\dot{\mu} = A_c \mu + \begin{bmatrix} 0 \\ k_0, k_1, k_2, \dots, k_r \end{bmatrix} C^* \begin{bmatrix} x \\ \mu \end{bmatrix} \quad \dots (6.27)$$

où

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ -\delta_0 & -\delta_1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -\delta_{r-1} \end{bmatrix}$$

Maintenant, si nous définissons un vecteur d'état augmenté de dimension $n+r$

$$X = \begin{bmatrix} x \\ \mu \end{bmatrix} \quad \dots (6.28)$$

et un vecteur augmenté des sorties

$$Y = C^*X \quad \dots (6.29)$$

les équations (6.17) et (6.27) peuvent être combinées pour donner

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= A^*X + B^*U \\ Y &= C^*X \end{aligned} \right\} \quad \dots (6.30)$$

$$U = k_2^*Y \quad \dots (6.31)$$

où

$$A^* = \begin{bmatrix} A & b, \underline{0} \\ 0 & A_c \end{bmatrix}$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$k_2^* = [k_0, k_1 \dots k_r]$$

C^* a été définie dans l'équation (6.26).

Par construction, le système décrit par les équations (6.30) est cyclique, complètement contrôlable et observable.

Si ρ_p est le rang de la matrice C^* , alors

$$\rho_p \leq \min[(r+1)p, (n+r)] \quad \dots (6.32)$$

Donc, pour une matrice C^* de rang plein, le Théorème-2 peut être directement appliqué au système des équations (6.30) pour positionner $\min[(r+1)p, (n+r)]$ pôles avec la loi de rétroaction (6.31). Quand la matrice C^* est de rang déficitaire, une matrice de plein rang $\tilde{C}_{\rho_p \times (n+r)}$ peut toujours être obtenue à partir de C^* . Alors l'application du Théorème-2 au système (A^*, B^*, \tilde{C}) permet de positionner ρ_p pôles avec la loi de rétroaction

$$u = \tilde{k}_2 \tilde{C} \quad \dots (6.33)$$

\tilde{k}_2 est obtenue en retirant de k_2^* les colonnes correspondant aux lignes linéairement dépendantes de la matrice C^* .

Dans tous les cas, les matrices de rétroaction k_2^* ou \tilde{k}_2

peuvent être calculées en suivant les étapes 3, 4 et 5 du Module I de la section 6.3.1. Par contre, si la matrice C^* n'est pas de plein rang, la matrice k_2^* doit être reconstruite en fixant à zéro ses colonnes correspondant aux lignes linéairement dépendantes de C^* et en complétant avec les colonnes de \tilde{k}_2 .

6.3.2.2B Implantation du contrôleur

La loi de commande à appliquer pour le système de l'équation (6.10) est

$$u(t) = q_1 \mu_1(t) \quad \dots(6.34)$$

où $\mu_1(t)$ peut être obtenue à partir des équations (6.18) et (6.27). Les formes de ces deux équations pourraient porter à croire qu'il faudrait dans un cas obtenir les dérivées des variables de sortie et dans l'autre, mesurer tous les états. La dérivation qui suit montre que la retroaction ne nécessite que la mesure des variables de sortie du système et de certains états du compensateur.

Les équations (6.18) du compensateur peuvent aussi s'écrire

$$\mu_1^{(r)} = -\sum_{i=0}^{r-1} \delta_i \mu_1^{(i)} + \sum_{i=0}^r k_i y^{(i)} \quad \dots(6.35)$$

En intégrant r fois cette équation, on a

$$\mu_1 = \iint \dots \int \left\{ k_r \frac{d^r y}{dt^r} + \left(k_{r-1} \frac{d^{r-1} y}{dt^{r-1}} - \delta_{r-1} \frac{d^{r-1} \mu_1}{dt^{r-1}} \right) + \dots \right. \\ \left. + \left(k_1 \frac{dy}{dt} - \delta_1 \frac{d\mu_1}{dt} \right) + \left(k_0 y - \delta_0 \mu_1 \right) \right\} dt \dots dt \quad \dots (6.36)$$

ou encore

$$\mu_1 = k_r y + \int \left\{ \left(k_{r-1} y - \delta_{r-1} \mu_1 \right) + \int \left[k_{r-2} y - \delta_{r-2} \mu_1 + \int \left(\dots \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \int \left(k_1 y - \delta_1 \mu_1 + \int \left(k_0 y - \delta_0 \mu_1 \right) dt \right) \dots \right) dt \right] dt \right\} dt$$

Cette équation permet d'obtenir, en supposant des intégrateurs non-inverseurs, le schéma de la Figure 6.1 qui conduit à la représentation d'état

$$\left. \begin{aligned} \dot{\alpha} &= A_p \alpha + K_p y \\ \mu_1 &= \alpha_1 + k_r y(t) \end{aligned} \right\} \quad \dots (6.37)$$

où

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_r \end{bmatrix} \text{ est le vecteur d'état du compensateur}$$

$$A_p = \begin{bmatrix} -\delta_{r-1} & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ -\delta_{r-2} & 0 & 1 & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ -\delta_0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{bmatrix}$$

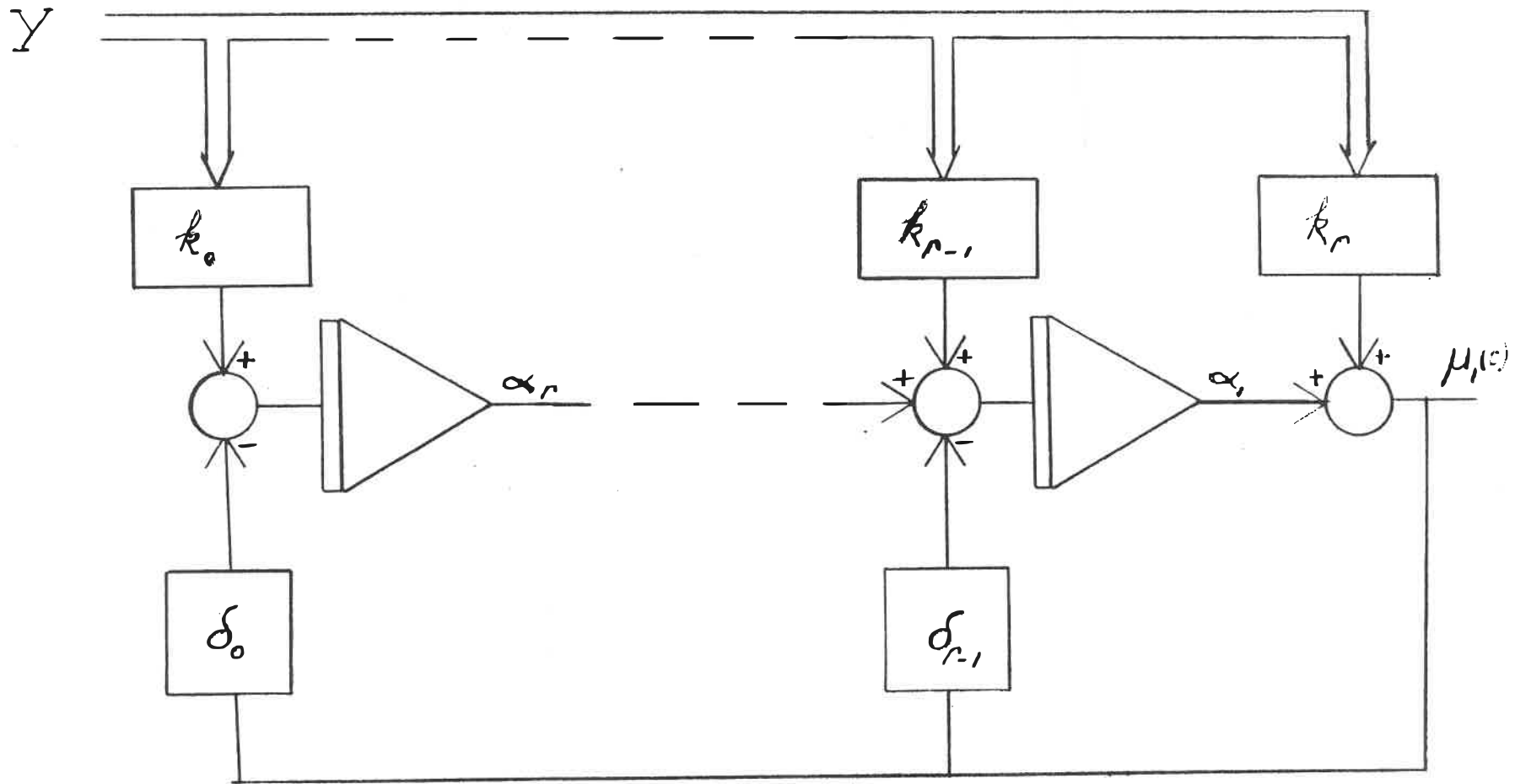


Figure 6.1 SCHEMA ANALOGIQUE DES EQUATIONS (6.36)

$$K_p = \begin{bmatrix} k_{r-1}^{-\delta} k_r \\ k_{r-2}^{-\delta} k_r \\ \vdots \\ k_0^{-\delta} k_r \end{bmatrix}$$

L'équation (6.34) devient alors

$$u(t) = q_1 \alpha_1(t) + q_1 k_r y(t) \quad \dots (6.38)$$

En définissant un vecteur d'état augmenté

$$X = \begin{bmatrix} x \\ \alpha \end{bmatrix}$$

et un vecteur de sortie

$$Y = \begin{bmatrix} y \\ \alpha_1 \end{bmatrix}$$

et en regroupant les équations (6.16), (6.37) et (6.38) on a avec le vecteur U réaménagé, l'équation du système en boucle fermée

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= \bar{A}X + \bar{B}U \\ Y &= \bar{C}X \\ U &= K_3 Y \end{aligned} \right\} \dots (6.39)$$

où

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_p \end{bmatrix};$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & 1,0 \end{bmatrix};$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} q_1 k_r & q_1 \\ K_p & 0 \end{bmatrix}$$

avec I_r la matrice identité d'ordre r .

6.3.2.3 Compensateur dynamique basé sur le système dual

6.3.2.3A Développement

Le système dual du système décrit par les équations (6.16) est

$$\dot{x}_D = A'x_D + C'u_D$$

... (6.40)

$$y_D = B'x_D$$

Par construction, ce système possède les mêmes propriétés que le système direct et par conséquent respecte les hypothèses du Théorème-1. Il existe donc aussi un vecteur q_1 tel que le système équivalent avec une entrée

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_D &= A'x_D + c\mu_1 \\ y_D &= B'x_D \\ c &= C'q_1 \end{aligned} \right\} \dots (6.41)$$

est complètement commandable.

Supposons que μ_1 est obtenue à partir d'un compensateur dynamique d'ordre r décrit par

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_1 &= \mu_2 \\ \dot{\mu}_i &= \mu_{i+1} \end{aligned} \dots (6.42)$$

$$\dot{\mu}_r = - \sum_{i=0}^{r-1} \delta_i \mu_{i+1} + \sum_{i=0}^r k_i y_D^{(i)}$$

où

les δ_i sont des coefficients choisis pour préspecifier les pôles du compensateur en boucle ouverte,

les k_i sont des matrices de rétroaction de dimensions $l \times m$ et

les $y_D^{(i)}$ sont les dérivées d'ordre i de y_D .

En reprenant les mêmes manipulations que celles effectuées pour le système primal on obtient

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}_D &= A_D^* X_D + B^* U_D \\ Y_D &= C_D^* X_D \end{aligned} \right\} \dots (6.43)$$

$$U_D = k_2^* Y_D \dots (6.44)$$

où

$$X_D = \begin{bmatrix} x_D \\ \mu \end{bmatrix} \quad \text{avec } \mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_r \end{bmatrix}$$

$$A_D^* = \begin{bmatrix} A' & c, \underline{0} \\ 0 & A_C \end{bmatrix} \quad \text{avec } A_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdot & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -\delta_0 & -\delta_1 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ & & & & & -\delta_{r-1} \end{bmatrix}$$

$$B^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_D^* = \begin{bmatrix} B' & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ B'A' & B'c & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & & & & \\ \cdot & & & & \\ B'A', r & B'A', r-1 c & \cdot & \cdot & B'c \end{bmatrix} \quad (r+1) \text{ mx } (n+r)$$

$$k_2^* = [k_0, k_1 \dots k_r]$$

Le nombre ρ_D de pôles qu'on peut assigner avec les équations (6.43) et (6.44) est égal au rang de la matrice C_D^* qui est tel que

$$\rho_D \leq \min[(r+1)m, (n+r)] \quad \dots (6.45)$$

Dépendant de la structure particulière d'un système, la matrice C_D^* peut être de rang supérieur à la matrice C^* . Par conséquent il y a des systèmes pour lesquels l'utilisation de la forme duale permet de placer un plus grand nombre de pôles.

La matrice de rétroaction k_2^* de l'équation (6.44) est aussi obtenue en appliquant les étapes 3, 4 et 5 du Module I de la section 6.3.1. Si la matrice C_D^* est de rang déficitaire, il faut la remplacer par une matrice C_f^* formée avec les lignes linéairement indépendantes de C_D^* .

6.3.2.3B Implantation du contrôleur

Même si la matrice k_2^* a été obtenue avec le système dual, c'est évidemment avec le système réel que sa synthèse doit s'opérer.

La transformée de Laplace [86] des équations (6.42) et une série de substitutions permettent d'écrire

$$\mu_1(s) = \frac{\sum_{i=0}^r k_i s^i Y_D}{D(s)} \quad \dots (6.46)$$

où

$$D(s) = s^r + \sum_{i=0}^{r-1} s^i \delta_i \quad \dots (6.47)$$

Pour le système primal, la commande à appliquer est [74]

$$U(s) = \frac{\sum_{i=0}^r K_i s^i q_1' y}{D(s)} \quad \dots (6.48)$$

où $K_i = k_i'$

Maintenant nous allons exprimer cette loi de commande dans l'espace des états. Pour cela nous postulons que la structure

$$\left. \begin{aligned} \dot{\mu} &= A_c \mu + B_c y \\ u &= K_r q_1' y + K_D \mu \end{aligned} \right\} \quad \dots (6.49)$$

où

A_c a été définie dans les équations (6.43)

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ q_1' \end{bmatrix}$$

$$K_D = \left[K_0^{-\delta} K_r, K_1^{-\delta} K_r, \dots, K_{r-1}^{-\delta} K_r \right]$$

est rigoureusement équivalente à l'équation (6.48).

Preuve

La transformée de Laplace des équations (6.49) et le regroupement des termes donnent

$$\mu(s) = (sI - A_C)^{-1} B_C y(s) \quad \dots (6.50)$$

et

$$U(s) = K_r q_1' y(s) + K_D \mu(s) \quad \dots (6.51)$$

A cause de la forme particulière de la matrice A_C , on peut établir que

$$(sI - A_C)^{-1} = \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} Q(s) & N(s) \end{bmatrix} \quad \dots (6.52)$$

où $N(s)$ est explicitement donnée par

$$N(s) = \begin{bmatrix} 1 \\ s \\ s^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ s^{r-1} \end{bmatrix} \quad \dots (6.53)$$

La combinaison des équations (6.50), (6.52) et (6.53) avec la substitution de B_C par sa valeur permettent d'obtenir

$$u(s) = \frac{1}{D(s)} \begin{bmatrix} q_1' y(s) \\ sq_1' y(s) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ s^{r-1} q_1' y(s) \end{bmatrix} \quad \dots (6.54)$$

En portant l'équation (6.54) dans l'équation (6.51) et en y remplaçant K_D et $D(s)$ par leurs valeurs on obtient

$$U(s) = K_r q_1' y(s) + \frac{(K_0 - \delta_0 K_r) q_1' y(s) + (K_1 - \delta_1 K_r) q_1' s y(s) + \dots + (K_{r-1} - \delta_{r-1} K_r) q_1' s^{r-1} y(s)}{s^{r+\delta_{r-1}} s^{r-1} + \dots + \delta_1 s + \delta_0} \quad \dots (6.55)$$

En mettant au même dénominateur et en éliminant les termes qui s'annulent on a

$$U(s) = \frac{K_0 q_1' y(s) + K_1 q_1' s y(s) + \dots + K_r q_1' s^r y(s)}{D(s)}$$

ou sous une forme compacte

$$U(s) = \frac{\sum_{i=0}^r K_i s^i q_1' y(s)}{D(s)} \quad \dots (6.56)$$

C.Q.F.D.

L'équation du système en boucle fermée s'obtient en regroupant les équations (6.16) et (6.49)

$$\left. \begin{aligned} \dot{X} &= \bar{A}X + \bar{B}U \\ Y &= \bar{C}X \\ U &= K_3 Y \end{aligned} \right\} \dots(6.57)$$

où

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_c \end{bmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B_c \end{bmatrix}$$

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I_r \end{bmatrix}; \quad K_3 = \begin{bmatrix} K_r q_1' & K_D \\ I_p & 0 \end{bmatrix}$$

avec I_p matrice identité d'ordre p .

6.3.2.5 Algorithme du compensateur dynamique

Les développements effectués dans les deux sous-sections qui précèdent conduisent à un algorithme qui permet de positionner les pôles d'un système en utilisant un compensateur dynamique de rang unité. Les pôles du compensateur étant préspecifiés, ils peuvent être placés pour garantir la stabilité du contrôleur en

boucle ouverte ou pour explicitement introduire un effet intégral. L'algorithme offre deux modes distincts d'utilisation. Dans le premier mode, il peut être directement utilisé pour stabiliser un système donné et rencontrer les spécifications habituelles des systèmes de commande. Dans le second mode, il peut être utilisé comme substitut du Module-II pour compléter le Module-I décrit dans le sous-chapitre qui précède; cette alternative est particulièrement attrayante si on veut assigner le plus grand nombre de pôles possible avec un compensateur d'ordre relativement peu élevé.

Pour réaliser l'algorithme, nous avons choisi une structure hiérarchisée avec un module principal appelé Module III et deux sous-modules séquentiellement appelés par le module principal pour exécuter des tâches précises.

Module-III

- Etape 1 Affichage des hypothèses et choix du mode d'utilisation (Mode 1 ou Mode 2).
- Etape 2 Appel du sous Module-A.
- Etape 3 Retour du sous Module-A, sélection des pôles à positionner et calcul de la matrice k_2^* .
- Etape 4 Appel du sous Module-B.
- Etape 5 Retour du sous Module-B et affichage des pôles du système en boucle fermée.
- Etape 6 Choix d'itération à partir de l'Etape 2 ou de l'Etape 3, à la discrétion du concepteur. Fin.

Sous Module-A

- Etape 1 Reconnaissance du mode d'utilisation. Si en Mode 1 aller à l'Etape 2. Si en Mode 2, choix des pôles à protéger, formation du sous-espace contrôlable, sélection de l'ordre du compensateur et calcul de la matrice C^* .
Aller à l'Etape 5.
- Etape 2 Charger (A,B,C): Système Primal
Choix du vecteur q_1 et de l'ordre du compensateur, formation de la matrice C^* et calcul de son rang.
- Etape 3 Obtenir (A',C',B'): Système Dual
Sélection du vecteur q_1 , formation de la matrice C_D^* et le calcul de son rang.
- Etape 4 Choix discrétionnaire ou automatique de la représentation (Primale ou Duale) à retenir pour la suite de l'algorithme.
- Etape 5 Formation de la matrice \tilde{C} ou C_f^* à partir de C^* ou de C_D^* .
- Etape 6 Sélection de la matrice A_c du compensateur et formation des matrices A^* ou A_D^* , et de B^* .
- Etape 7 Calcul de la forme canonique commandable de (A^*, B^*) ou ou de (A_D^*, B^*) .

Sous Module-B

- Etape 1 Reconnaissance du mode d'utilisation, reconnaissance de la représentation (primale ou duale).
- Etape 2 Calcul des matrices \bar{A} , \bar{B} et \bar{C} des équations (6.39) ou (6.57).

Etape 3 Calcul de la matrice K_P ou de la matrice K_D et formation de la matrice K_3 .

Etape 4 Calcul des pôles en boucle fermée.

Le module principal et ses deux sous-modules avec respectivement pour nom de code MVDCOM, MVCOM1 et MVDCFB ont été implantés à l'intérieur de MVPACK, leur structure hiérarchisée offre à l'utilisateur une procédure de conception assistée caractérisée par une remarquable transparence.

6.4 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons d'abord exposé les raisons qui ont motivé le choix du type de contrôleur par affectation de pôles. Ensuite en exploitant les résultats des travaux de Davison et de Seborg [24,61], nous avons dans un premier temps, dérivé un contrôleur proportionnel et indiqué comment le degré de liberté offert par la sélection du vecteur q_0 pouvait être judicieusement utilisé. Dans un second temps, nous avons montré comment un compensateur dynamique possédant une structure spécifique, pouvait être utilisé conjointement avec les résultats de Davison et de Chatterjee [85] pour positionner un plus grand nombre de pôles. Enfin nous avons établi comment réaliser d'une façon efficace la synthèse du compensateur dynamique. A notre connaissance c'est la première fois qu'une telle formulation est proposée et concrètement démontrée.

Prise dans son ensemble, la méthode implantée dans MVPACK via les trois modules MVREG1, MVREG2 et MVDCOM, offre plusieurs options:

- MVREG1 peut être utilisé pour placer $\max(m,p)$ pôles
- MVREG1 et MVREG2 peuvent être utilisés dans cet ordre pour effectuer l'affectation de $\min[(m+p-1),n]$ pôles.
- MVDCOM peut être utilisé pour positionner jusqu'à $\text{Max}\{\min[(r+1)p, (n+r)], \min[(r+1)m, (n+r)]\}$ pôles.
- MVREG1 et MVDCOM peuvent être combinés dans cet ordre pour réaliser le positionnement d'un plus grand nombre de pôles.

La méthode offre aussi au concepteur plusieurs degrés de liberté,

- choix des vecteurs q_0 et q_1
- sélection de l'ordre et des pôles du compensateur et
- choix des pôles à assigner

Compte-tenu de la souplesse et de la variété des avenues proposées, il est raisonnable de croire que la méthode va s'appliquer avec succès à une multitude de systèmes.

CHAPITRE 7

CONCEPTION ET REALISATION PRATIQUE DU CONTROLEUR

7.1 Introduction

Avant d'entreprendre concrètement la conception et la réalisation pratique d'un contrôleur, il est fondamental de définir une approche conceptuelle globale, c'est-à-dire pouvoir spécifier le cadre, les objectifs et les outils. Dans une certaine mesure, les résultats et conclusions des chapitres 4, 5 et 6 conditionnent et limitent les avenues à suivre. Cependant, il reste encore à prendre les décisions les plus importantes. Ce chapitre expose d'abord les éléments qui ont définitivement scellé la structure du contrôleur avant de montrer les résultats obtenus avec le modèle linéaire.

7.2 Modèle de conception

Nous appelons modèle de conception, le modèle qui est concrètement utilisé pour générer la plupart des paramètres du contrôleur.

A partir du modèle décrit et validé dans les chapitres 4 et 5, nous avons essayé d'obtenir un modèle réduit en utilisant les techniques de réduction de systèmes linéaires proposées par Davison [87], Skira et DeHoff [88]. En utilisant le module de réduction de modèles MVREDN de MVPACK, nous avons généré deux

modèles réduits respectivement d'ordre 9 et 13. Nous avons ensuite tenté d'appliquer nos algorithmes d'affectation de pôles à ces modèles, mais en vain. Dans le cas spécifique du modèle G2LDM, il semble que le processus de réduction conduit à des modèles réduits qui d'une façon pathologique, sont numériquement très mal conditionnés.

Comme modèle de conception, nous avons donc décidé de garder le modèle G2LDM débarrassé des variables d'entrée qui ne sont pas sollicitées durant les transitoires de faibles perturbations. Le modèle résultant que nous avons dénommé G2LDMD peut être décrit par:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \right\} \dots(7.1)$$

Il est d'ordre 24, possède 5 variables d'entrée et 8 variables de sortie. La matrice A n'est pas cyclique mais le modèle demeure complètement contrôlable et observable. Les matrices A, B et C de ce modèle sont montrées dans l'Annexe A.3.

Les variables d'entrée sont:

- u₁ Demande d'ouverture de la vanne du contrôleur zonal
- u₂ Puissance de l'élément chauffant du pressuriseur ou ouverture de la vanne de rejet de vapeur.

- u₃ Débit d'alimentation ou de soutirage de l'eau lourde
- u₄ Demande d'ouverture de la vanne d'eau d'alimentation
- u₅ Ouverture de la vanne de la turbine.

Les variables de sortie sont:

- y₁ Variation de la puissance du réacteur
- y₂ Variation de la pression dans le collecteur de sortie
- y₃ Variation du niveau d'eau dans le pressuriseur
- y₄ Variation du niveau d'eau dans le générateur de vapeur (GV)
- y₅ Variation de la pression dans le GV
- y₆ Différence entre les débits de la vapeur et de l'eau d'alimentation
- y₇ Variation de la puissance à la turbine
- y₈ Variation de la pression dans le pressuriseur.

7.3 Spécifications

Les exigences qu'un système et son contrôleur en boucle fermée doivent respecter sont nombreuses et parfois contradictoires. Leur importance varie suivant les objectifs mais la plupart des systèmes possèdent les spécifications suivantes.

Stabilité. Le système en boucle fermée doit être asymptotiquement stable, c'est-à-dire que tous ses pôles doivent posséder une partie réelle négative.

Marge de stabilité. Pour un système en boucle fermée avec des pôles complexes à $\lambda = \sigma + jw$, l'angle $\theta = \tan^{-1} \sigma/w$ est une mesure de marge de stabilité. Il permet d'évaluer l'amortissement et d'indiquer les risques d'instabilité due au changement de paramètres [15].

Dépassement. En réponse à un échelon, un système peut avoir des variables de sortie qui dépassent d'abord leurs valeurs en régime permanent avant de s'en rapprocher plus ou moins rapidement. Pour la plupart des systèmes, ce dépassement doit être strictement contrôlé.

Temps de réponse. Le temps mis par un système pour répondre à un échelon est une indication importante de son aptitude à suivre les variations prescrites à son entrée. Un temps de réponse rapide dépend du lieu des pôles dominants; ils ne doivent pas être trop proche de l'origine.

Performance en régime permanent. En régime permanent, le système doit pouvoir suivre les points de consigne avec une erreur nulle ou acceptable.

Sensibilité. La réponse du système doit pouvoir résister aux perturbations intempestives et à certaines variations de ses paramètres.

Parfois les paramètres du contrôleur peuvent être calculés pour respecter dans une certaine mesure, certaines de ses spécifications. Les autres ne peuvent être vérifiées qu'après les résultats de simulation.

La plupart de ces spécifications ont été définies pour baliser le processus de conception de contrôleur pour les systèmes à une entrée et une sortie. Dans le cas des systèmes multivariables, ces spécifications demeurent encore valides mais leur exploitation quantitative par le concepteur devient plus diffuse et difficile suivant les méthodes de design. De plus, le comportement interactif des systèmes multivariables vient réduire à néant l'avantage des recettes traditionnelles.

Dans la présente étude, nous avons conçu le contrôleur pour que le système en boucle fermée soit asymptotiquement stable, que la marge de stabilité soit supérieure à 45° , que l'amortissement soit supérieure ou égale à l'amortissement critique et que la réponse à un échelon se stabilise entre 70 et 200 secondes. Il faut aussi qu'en régime permanent, le système rejette toute perturbation et qu'il résiste aux variations de paramètres.

7.4 Conception du contrôleur

7.4.1 Méthodologie

Le premier volet du processus de conception se formule de la façon suivante:

Etant donné le modèle G2LDMD décrit par les équations (7.1), trouver une loi de commande par rétroaction des sorties qui confère au système en boucle fermée les spécifications

désirées. La loi de commande devant être générée par une combinaison appropriée des modules MVREG1, MVREG2 et MVDCOM.

Avant de pouvoir utiliser ces modules avec succès, il faut rendre le système cyclique. Il est souvent entendu [61,81] que ceci peut être fait en appliquant une loi arbitraire de rétroaction. Nos investigations ont montré que tout en rendant le système cyclique, une loi arbitraire de rétroaction peut créer une distribution de pôles difficile à reconfigurer avec les algorithmes d'affectation de pôles. Nous recommandons de rendre le système cyclique avec une matrice de rétroaction ajustée de façon itérative avec les algorithmes d'affectation de pôles pour obtenir les meilleurs résultats possibles.

Par ailleurs, les trois modules d'affectation de pôles offrent plusieurs choix de combinaisons. Pour G2LDMD, la combinaison MVREG1-MVDCOM est théoriquement la plus avantageuse parce qu'elle permet de positionner tous les pôles avec un compensateur d'ordre 2. Malheureusement, les gains requis dans la matrice de rétroaction sont énormes et nous avons donc rejeté cette option.

La combinaison MVREG1-MVREG2 ne permet pas l'affectation d'un nombre suffisant de pôles pour obtenir les performances dynamiques désirées.

Nous avons donc utilisé le module MVDCOM avec un compensateur d'ordre deux dont nous avons fixé les pôles à l'origine

pour introduire implicitement un effet intégrateur dans le contrôleur. Nous avons sélectionné les éléments du vecteur q_1 pour découpler autant que possible la réponse du système. La position des pôles a été choisie pour rencontrer les spécifications de stabilité, d'amortissement et de rapidité de réponse.

7.4.2 Performance sur le modèle linéaire

Nous présentons ici un cas type de conception du contrôleur et les résultats de simulation du système en boucle fermée.

Pour rendre le système cyclique, nous avons choisi la matrice de rétroaction

$$K_O = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -309.8723 & 0 & & 0 \\ 1.32714 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & & & & 0 \\ 0 & 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (7.2)$$

5x8

Les pôles en boucle ouverte du système cyclique sont:

$$1.9129 \times 10^{-8}$$

$$0.0$$

$$-3.6673 \times 10^{-4} \pm j 1.521 \times 10^{-3}$$

$$-5.6089 \times 10^{-3}$$

$$-0.016$$

$$-0.02762$$

$$-0.0442 \pm j 0.0128$$

$$-0.133 \pm j 0.2921$$

$$-0.1596 \pm j 0.02684$$

$$-0.20 \pm j 0.0983$$

$$-0.3613$$

$$-0.4545$$

$$-0.50$$

$$-1.119$$

$$-1.827 \pm j 2.616$$

$$-2.585$$

$$-2.805$$

$$-6.632$$

Le vecteur q_1 sélectionné est

$$q_1 = [1.25, 1., 0.75, 1., 1.]' \quad \dots(7.3)$$

Avec un compensateur d'ordre 2, le nombre de pôles qu'on peut positionner est 18.

La position des pôles choisis est

$$-0.025 \pm j 0.018$$

$$-0.04$$

$$-0.06$$

$$-0.07$$

$$-0.08$$

-0.1
 -0.15
 -0.2
 -0.3
 -0.35
 -0.4
 -0.455
 -0.505
 -0.600
 -0.75
 -0.9
 -1.15

La matrice de rétroaction calculée par MVDCOM pour le système en boucle fermée est

$$K_3 = \begin{bmatrix}
 1.898 & -10.608 & -9848.7 & 6.042E-02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.25 \\
 1.519 & -8.486 & -7878.96 & 4.834E-02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \\
 1.139 & -6.365 & -5909.22 & 3.625E-02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.75 \\
 1.519 & -8.486 & -7878.96 & 4.834E-02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \\
 1.519 & -8.486 & -7878.96 & 4.834E-02 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \\
 0.774 & 14.933 & -23145.0 & 0.167 & 3.727 & -11.466 & 0 & 0 & 0 \\
 3.8748E-02 & 14552.2 & -1687.46 & -9.172E-02 & 1.284 & -5.638 & -7.660E-07 & -14552.6 & 0
 \end{bmatrix}$$

Les pôles du système en boucle fermée sont

$$-9.13274 \times 10^{-5}$$

$$-4.90836 \times 10^{-3}$$

$$-0.01546$$

$$-0.02295$$

$$-0.025 \pm j 0.01799$$

$$-0.04$$

$$-0.06$$

$$-0.07$$

$$-0.08$$

$$-0.1$$

$$-0.15$$

$$-0.20$$

$$-0.30$$

$$-0.35$$

$$-0.4$$

$$-0.455$$

$$-0.505$$

$$-0.60$$

$$-0.75$$

$$-0.9$$

$$-1.15$$

$$-2.141$$

$$-2.945$$

$$-7.014 \pm j 0.9268$$

Tous les pôles ont une partie réelle négative et dix-huit d'entre eux sont effectivement affectés aux lieux désirés. Les quatre pôles les plus lents du système n'appartiennent pas à l'ensemble des pôles spécifiés et on pourrait craindre que leur influence dégrade la dynamique du système. Les tests par simulations et les analyses d'expansion modale que nous avons effectués ont montré que l'effet de ces pôles est négligeable. Les Figures 7.1 à 7.4 montrent la réponse du système à une perturbation constante de -0.1 mk sur la réactivité. On peut constater que la réponse du système est stable et suffisamment rapide, que les transitoires sont bien amorties et que la performance en régime permanent est excellente. En fait avec les matrices de rétroaction des équations (7.2) et (7.4) le modèle linéaire respecte les spécifications désirées.

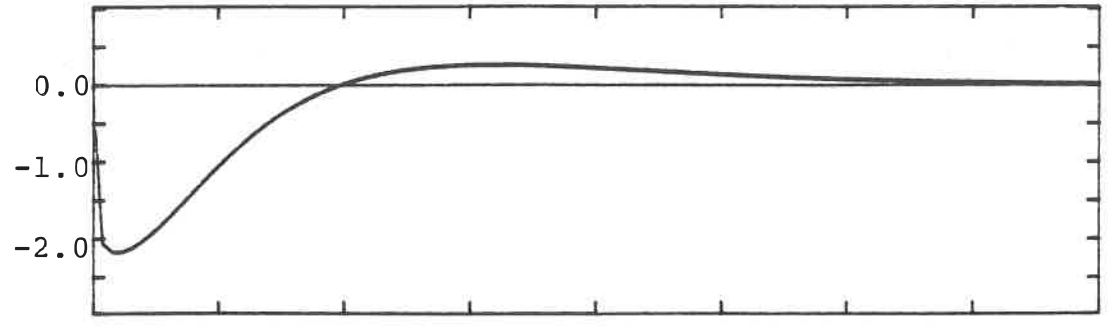
7.5 Intégration du contrôleur multivariable au modèle de référence G2SIM

7.5.1 Philosophie

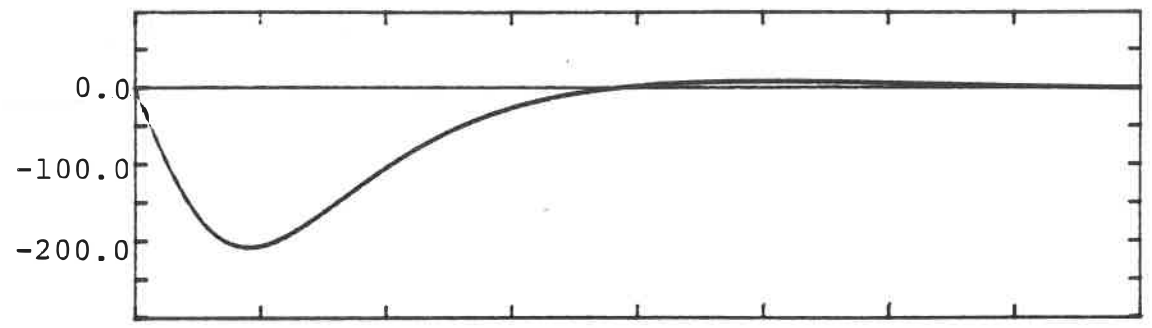
Le second volet du processus de conception peut être formulé de la façon suivante:

Etant donné un contrôleur performant obtenu avec le modèle linéaire, concevoir l'infrastructure dans laquelle ce contrôleur va s'intégrer au modèle non-linéaire de référence. La philosophie qui a prévalu durant la mise au point de cette infrastructure est basée sur les critères suivants.

Variation de
Puissance du
Réacteur
(%)



Variation de
Pression du
Primaire
(kPa)



Variation du
Niveau d'eau
du Pressuriseur
(cm)

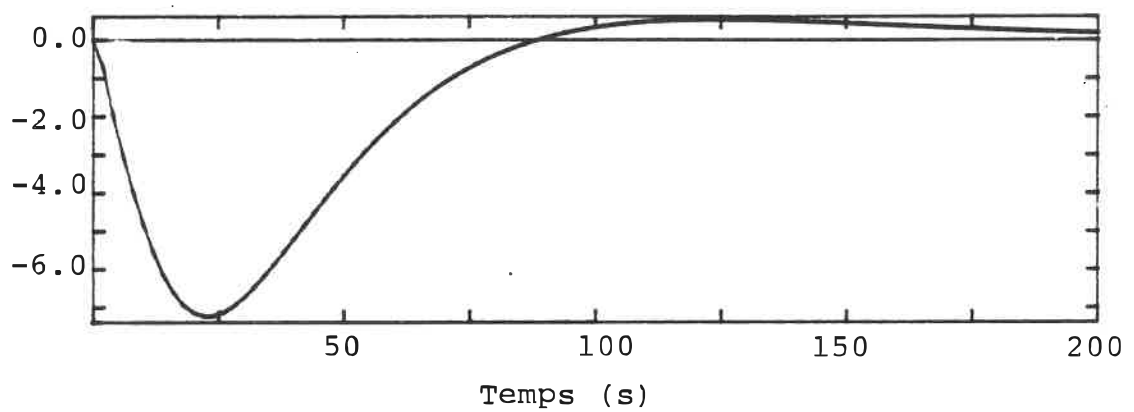
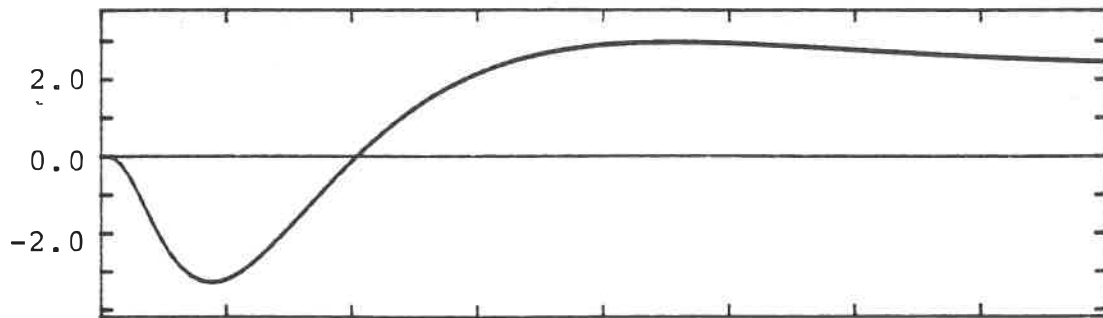
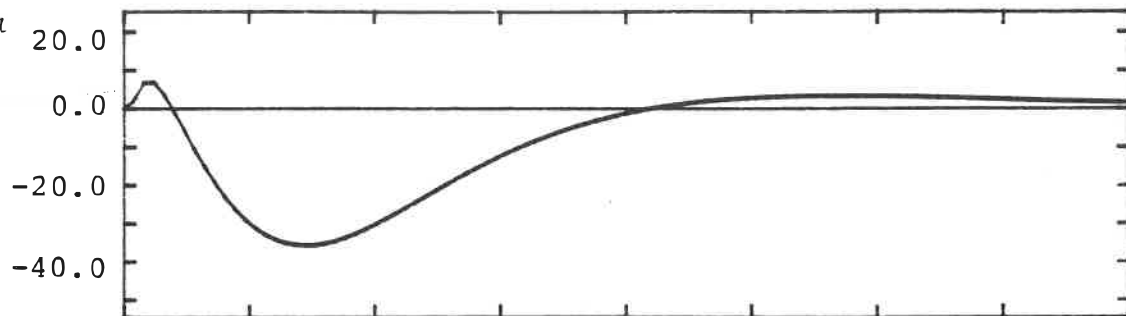


Figure 7.1 REPONSE EN BOUCLE FERMEE DU MODELE LINEAIRE
A UNE PERTURBATION DE -0.1 mk SUR LA REACTIVITE

Variation du Niveau du GV (cm)



Variation de la Pression du GV (kPa)



Variation de Puissance de la Turbine (%)

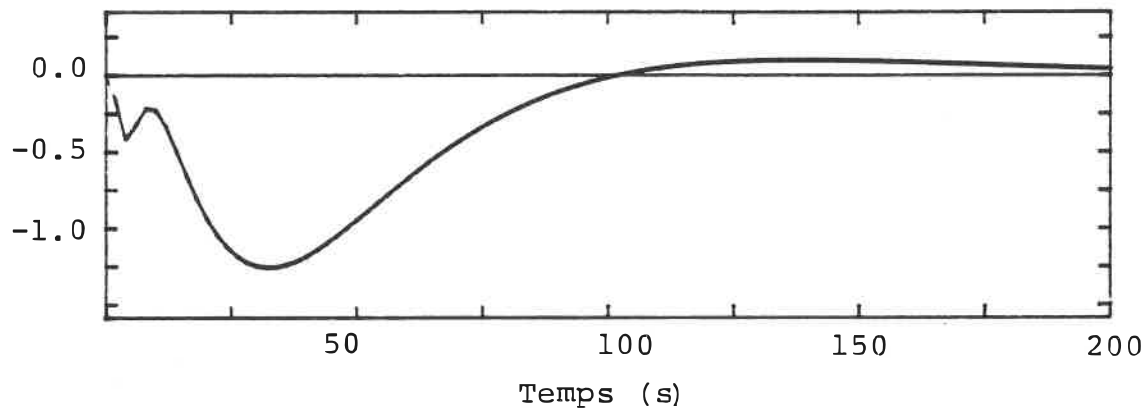


Figure 7.2 REPONSE EN BOUCLE FERMEE DU MODELE LINEAIRE A UNE PERTURBATION DE -0.1 mk SUR LA REACTIVITE

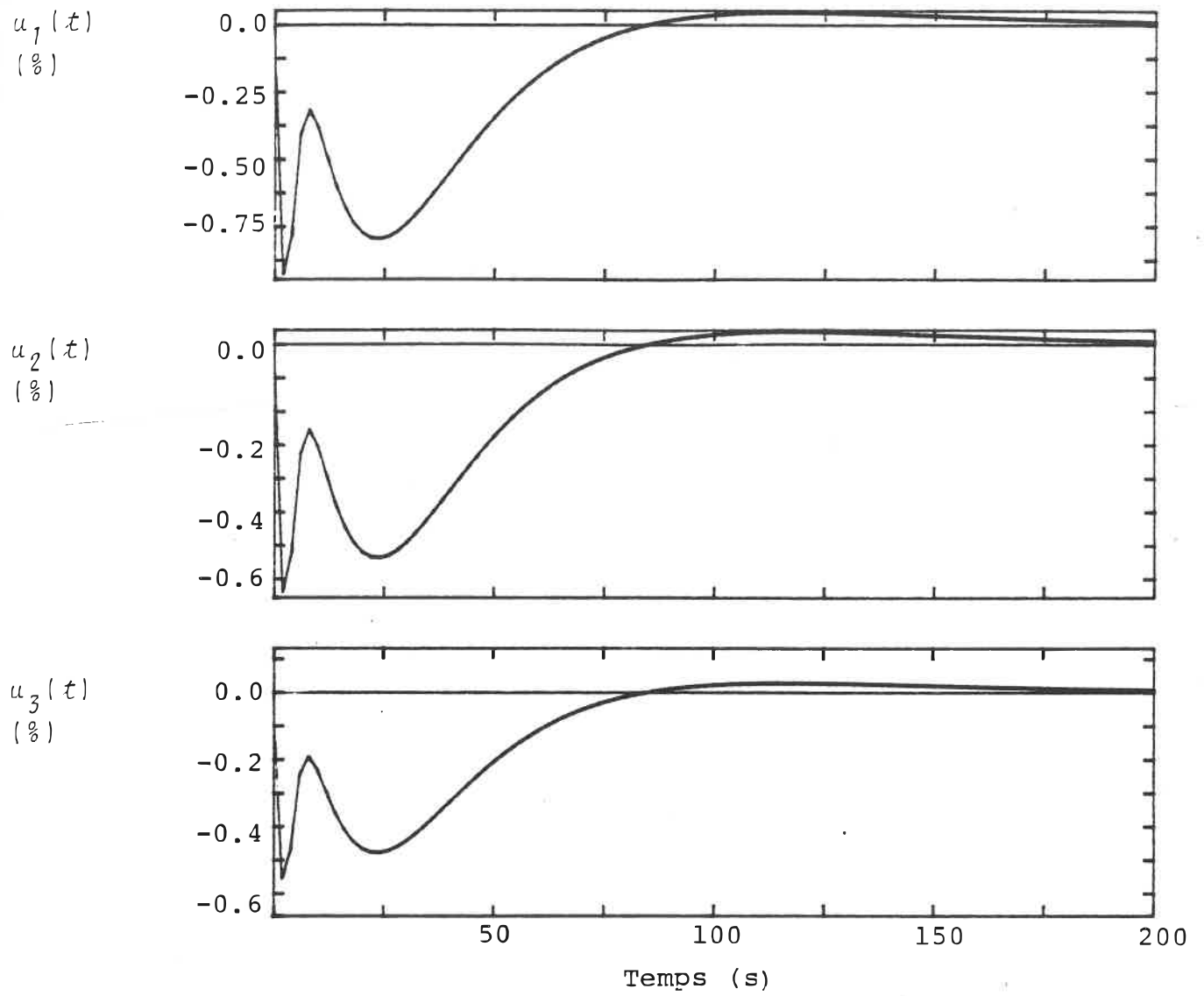


Figure 7.3 REPONSE EN BOUCLE FERMEE DU MODELE LINEAIRE
A UNE PERTURBATION DE -0.1 mk SUR LA REACTIVITE

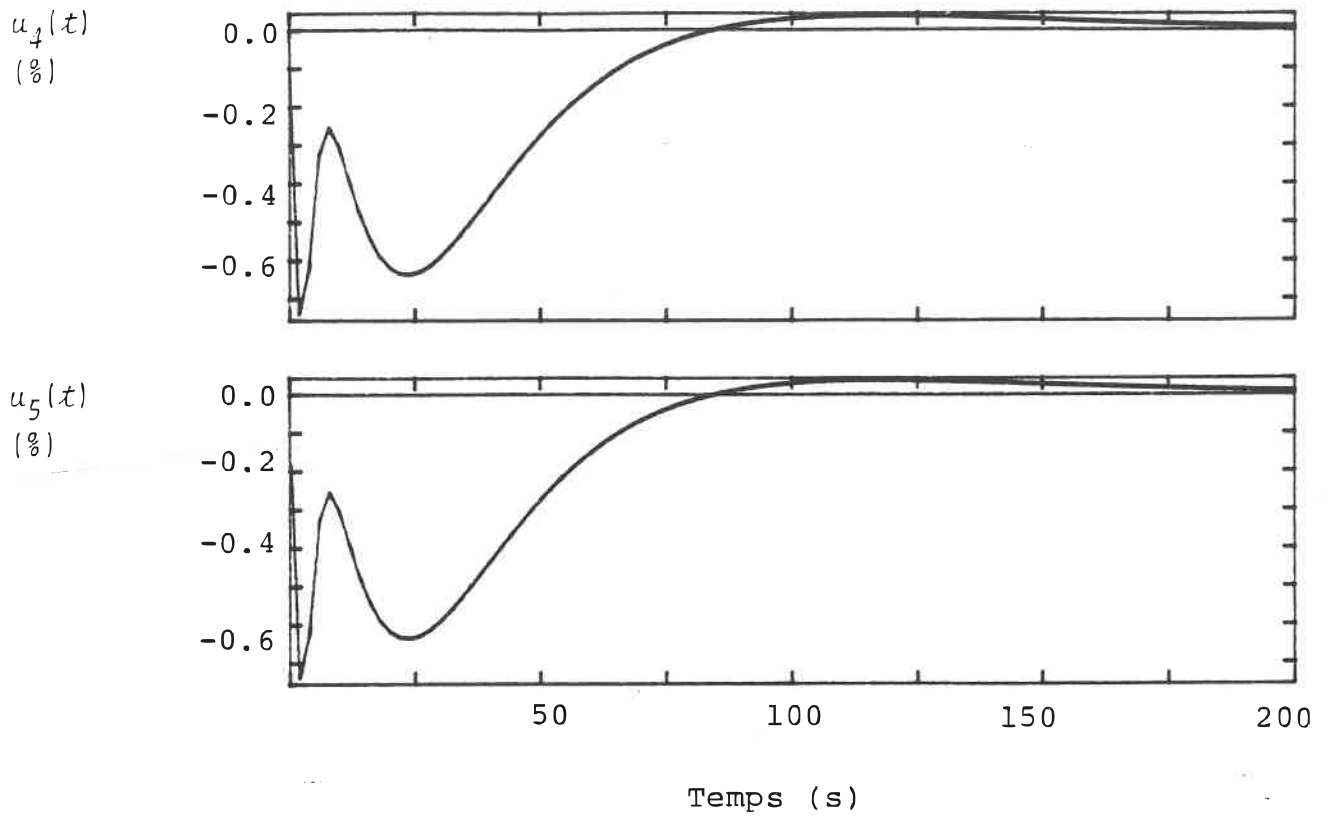


Figure 7.4 REPONSE EN BOUCLE FERMEE DU MODELE LINEAIRE
A UNE PERTURBATION DE -0.1 mk SUR LA REACTIVITE

Reformulation du contrôleur dans un formalisme mathématique pouvant accommoder la description de n'importe quel contrôleur

$$\dot{\alpha} = A_c \alpha + B_c e \quad \dots(7.5)$$

$$u = C_c \alpha + D_c e \quad \dots(7.6)$$

où

α Vecteur d'état du contrôleur

$e = y - y_{ref}$ Déviation des variables de sortie par rapport aux valeurs de consigne y_{ref}

u Vecteur des variables d'entrée du système

Les matrices A_c , B_c , C_c et D_c s'obtiennent à partir des résultats du chapitre 6.

Pour le système primal

$$A_c = A_p \quad , \quad B_c = K_p$$

$$C_c = [q_1 \ 0] \quad , \quad D_c = q_1 k_r$$

Pour le système dual

$$A_c = A_c \quad , \quad B_c = B_c$$

$$C_c = K_D \quad , \quad D_c = K_r q_1'$$

L'implantation du contrôleur doit affecter le moins possible

la structure originale du modèle non-linéaire, elle doit tenir compte des contraintes sur l'amplitude et les taux de variation des signaux de commande.

L'infrastructure d'intégration doit permettre une douce commutation entre le contrôleur original et le contrôleur multivariable. Elle doit permettre la vérification continue des paramètres d'entrée et de sortie du contrôleur. Elle doit respecter l'intégrité des données et les exigences de la simulation en temps réel.

7.5.2 Implantation

Il est important de souligner que le contrôleur ayant été conçu pour un système continu, il doit être discrétisé avant d'être implanté sur le modèle non-linéaire.

L'implantation s'est essentiellement inspirée des idées développées au Laboratoire de Chalk River [89].

En terme d'accroissement, la version discrétisée des équations (7.5) et (7.6) peut s'écrire

$$\Delta \alpha_k = (A_1 - I) \alpha_{k-1} + B_1 e_{k-1} \quad \dots (7.7)$$

$$\Delta u_k = C_c \Delta \alpha_k + D_c \Delta e_k \quad \dots (7.8)$$

où

$$A_1 = \phi(T)$$

$$B_1 = \left[\int_0^T \phi(T-\varepsilon) d\varepsilon \right] B_C$$

avec T période d'échantillonnage et

$\phi(t)$ = matrice de transition d'état de l'équation (7.5).

Les matrices A_1 et B_1 peuvent être obtenues à partir de séries matricielles bien connues [90]. Mais dans cette étude l'expérience a montré que nous pouvons utiliser avec succès l'approximation [89]

$$A_1 - I \approx T(I - \frac{1}{2}A_C T)^{-1} A_C \quad \dots(7.9)$$

$$B_1 \approx T(I - \frac{1}{2}A_C T)^{-1} B_C \quad \dots(7.10)$$

Les équations (7.7 et (7.8) permettent d'obtenir directement les vecteurs α et u à chaque période d'échantillonnage.

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} + \Delta\alpha_k \quad \dots(7.11)$$

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k \quad \dots(7.12)$$

Nous avons écrit un module de MVPACK, MVDUMP pour former les matrices des équations (7.5) et (7.6) à partir des résultats du module MVDCOM. MVDUMP calcule aussi les matrices $A_1 - I$ et B_1 des équations (7.9) et (7.10) et place les résultats dans un fichier.

Nous avons modifié la version originale de G2SIM pour respecter la philosophie d'implantation adoptée, pour charger les données du fichier créé avec MVDUMP et calculer les équations (7.7), (7.8), (7.11) et (7.12) du contrôleur multivariable. Il nous paraît important de répéter que la nouvelle version de G2SIM permet d'analyser tous les types de contrôleurs, conventionnel ou multivariable.

L'implantation de l'infrastructure d'intégration de contrôleurs multivariables dans G2SIM complète la batterie de logiciels que nous avons dû développer durant ce projet.

Dans le chapitre qui va suivre, nous donnons des détails sur le contrôleur conçu avec le modèle linéaire, nous discutons des considérations pratiques qui ont entouré son introduction dans G2SIM et des ajustements qu'il a fallu faire avant de présenter les résultats obtenus.

CHAPITRE 8

RESULTATS

8.1 Contrôleur multivariable pour G2SIM

Tous les contrôleurs conçus avec le modèle linéaire ont été soumis à une série d'analyses par simulation. Nous avons évalué leurs performances respectives face à différents types de perturbations: erreurs sur les conditions initiales, perturbations du type échelon sur certains états et variations des points de consigne. Parmi tous ces contrôleurs, nous avons retenu celui qui a permis d'obtenir les meilleures performances et dont les matrices de gain offraient la flexibilité nécessaire aux ajustements ultérieurs. Le contrôleur choisi a été obtenu avec des conditions absolument identiques à celles du chapitre précédent à l'exception du vecteur q_1 qui est maintenant

$$q_1 = [1.25, 0., 0.75, 1., 1.]' \quad \dots (8.1)$$

Ce choix de q_1 signifie que la variable d'entrée u_2 n'intervient pas explicitement durant le processus d'affectation de pôles. Ce qui veut dire qu'elle peut être utilisée après coup pour améliorer la réponse de la pression dans le collecteur de sortie.

Avec une période d'échantillonnage de 1 seconde, les matrices de la version discrétisée du contrôleur, équations (7.7) et (7.8), sont

$$A_1 - I = \begin{bmatrix} 0. & 1. \\ 0. & 0. \end{bmatrix} \quad \dots (8.2)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 14.9 & -42.3 & 0.7 & 1.9 & -0.7 & 0 & -0.2 \\ 0.04 & -0.005 & 0.9 & -0.09 & 0.14 & -0.19 & 0 & -0.34 \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

$$C_C = \begin{bmatrix} 1.25 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.75 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (8.4)$$

$$D_C = \begin{bmatrix} 1.9 & -10.6 & 0 & -2.2 & 5.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3 & -0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.47 & -6.36 & 0 & -1.30 & 3.45 & 0 & 0 & 0 \\ 1.52 & -8.48 & 0 & -1.73 & 4.60 & 0 & 0 & 0 \\ 1.52 & -8.48 & 0 & -1.73 & 4.60 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots (8.5)$$

Avec ces matrices, les résultats par simulation ont montré que la performance du contrôleur sur G2SIM est inacceptable. Cette sévère constatation est néanmoins courante dans la conception de contrôleurs pour les systèmes non-linéaires à partir de

modèles-linéaires réduits. Il existe plusieurs explications à cet état de chose.

Le modèle linéaire est une approximation du modèle de référence.

Dans le cas spécifique de cette étude, notre contrôleur fait une distribution pondérée des actions de régulation à travers tout le système; ceci pourrait comporter un effet déstabilisateur si le modèle de référence exhibe des interactions qui sont absentes du modèle linéaire.

Pour corriger la situation, il est souvent proposé d'ajuster les gains du contrôleur. Cependant, à notre connaissance, aucun article n'a jusqu'à ce jour rapporté les moyens et techniques pour ajuster un contrôleur linéaire sur un système non-linéaire. Dans le sous-chapitre qui suit, nous décrivons l'approche que nous avons suivie pour opérer les ajustements et nous présentons les résultats.

8.2 Ajustements de contrôleur

Une judicieuse observation des matrices du contrôleur montre que sa structure s'apparente à celle d'un régulateur proportionnel-intégral (P-I). Seulement, ici, l'effet intégral se fait sur une combinaison linéaire de toutes les variables de sortie et est appliqué sur presque toutes les variables

d'entrée. Nous avons donc décidé de concentrer l'effet intégral sur les variables de sortie qui autrement, auraient eu en régime permanent des erreurs intolérables. Cette décision simplifie considérablement la matrice B_1 et modifie la structure des matrices (A_1-I) et C_C . En fait, nous avons maintenant

$$A_1 - I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots(8.6)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.14 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots(8.7)$$

$$C_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -0.007 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad \dots(8.8)$$

Ce qui signifie que le contrôleur intégral opère seulement sur le niveau d'eau et la pression dans le générateur de vapeur. Les éléments non nuls de la matrice B_1 sont les gains initiaux

du contrôleur multivariable. Les éléments de la matrice C_c ont été ajustés pour tenir compte de la nouvelle configuration.

La portion non-dynamique du contrôleur a aussi été modifiée. Essentiellement, nous avons augmenté le gain du contrôleur zonal et nous avons débranché la rétroaction des variables du circuit primaire dans le contrôleur de la pression du générateur de vapeur. Avec ces opérations la matrice D_c devient

$$D_c = \begin{bmatrix} 10.29 & -0.11 & 0.0 & -2.2 & 5.75 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3 & -0.003 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.47 & -6.36 & 0.0 & -1.30 & 3.45 & 0 & 0 & 0 \\ 1.52 & 0 & 0 & -1.73 & 4.60 & 0.99 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dots (8.9)$$

8.3 Performances du contrôleur multivariable sur G2SIM

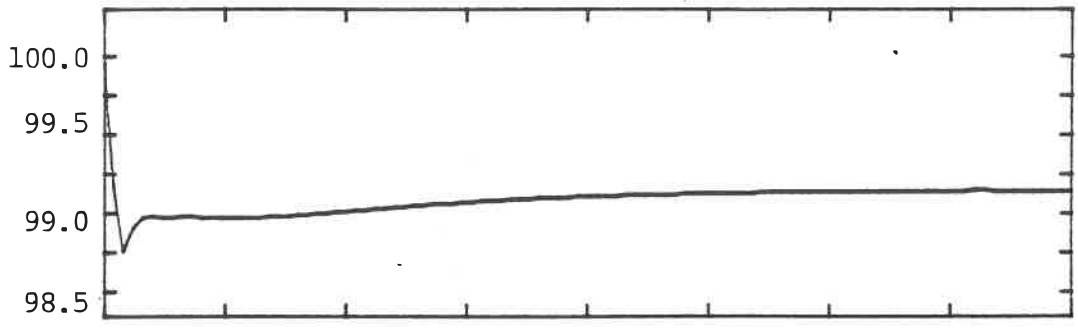
Pour évaluer les performances du contrôleur multivariable sur le modèle de référence, nous avons simulé G2SIM en mode d'opération, réacteur prioritaire. Nous commençons la simulation avec l'ancien contrôleur et après quelques minutes, le temps de vérifier que tout fonctionne bien, nous transférons la commande et la régulation au contrôleur multivariable. Ce transfert de contrôle s'opère sans saut et en douceur. Nous attendons quelques minutes et nous introduisons la perturbation. Les Figures 8.1 et

8.2 montrent la réponse de G2SIM autour de 100% de pleine puissance (PP) à une baisse de 1% de la puissance de consigne du réacteur. On peut constater que le contrôleur multivariable stabilise et régularise efficacement la dynamique du système. La puissance du réacteur exhibe un dépassement que nous avons jugé acceptable. Après quelques secondes de temps mort la puissance à la turbine décroît pour se stabiliser autour de 99% de pleine puissance (PP). La transitoire de la pression du générateur de vapeur (GV) est excellent, en fait sa variation totale est inférieure à 0.2%.

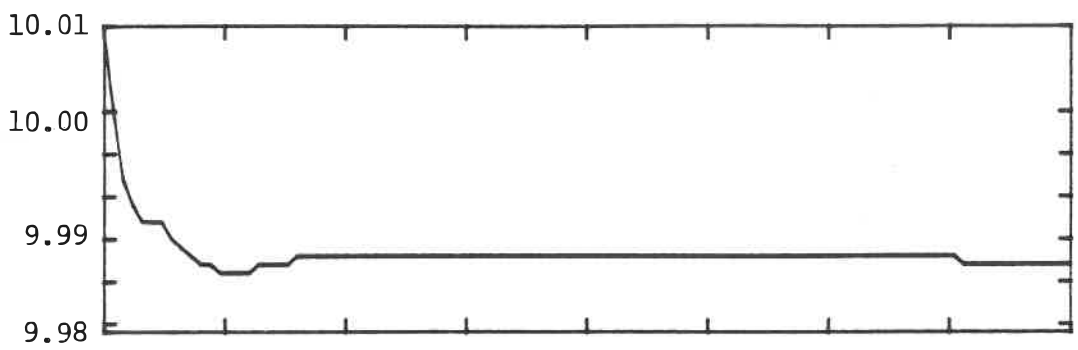
Les Figures 8.3 et 8.4 comparent les résultats du contrôleur multivariable à ceux de l'ancien contrôleur autour de 100% PP pour le même type de perturbation. On peut observer que globalement, le contrôleur multivariable démontre une meilleure performance que l'ancien contrôleur. Cette observation constitue un résultat fondamental parce qu'elle établit pourquoi un contrôleur multivariable peut être préférable à un contrôleur conventionnel.

Pour compléter l'évaluation du contrôleur multivariable, les Figures 8.5 à 8.8 montrent les résultats obtenus dans les mêmes conditions que précédemment mais avec G2SIM opérant autour de 80% PP. Ces résultats viennent établir que les conclusions que nous avons tirées pour les tests autour de 100% PP demeurent valables à 80% PP. Ceci signifie que le même contrôleur multivariable, sans aucun ajustement supplémentaire de gains, stabilise

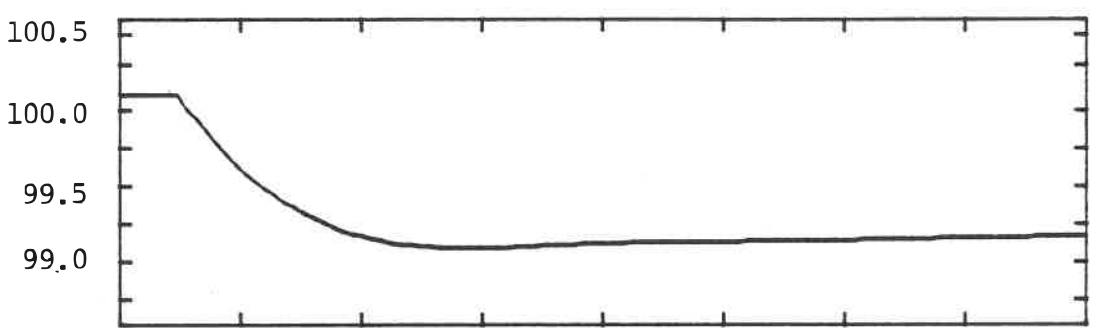
Puissance du Réacteur (%)



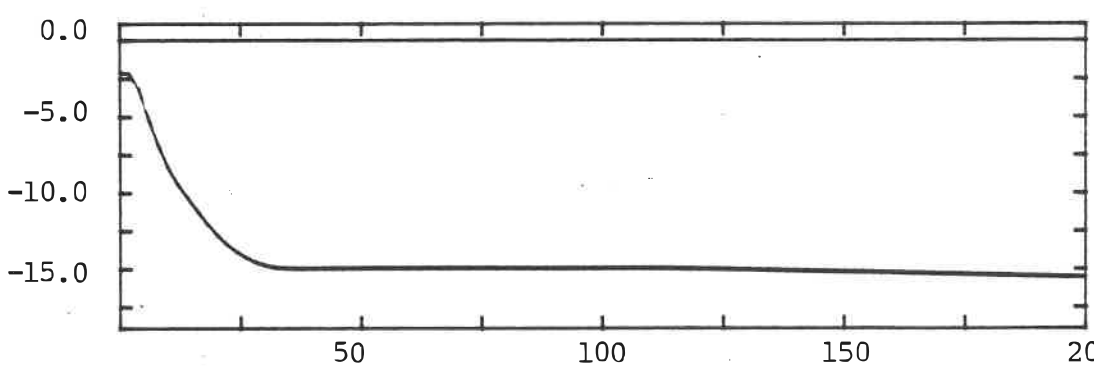
Pression du Primaire (MPa)



Puissance à la Turbine (%)



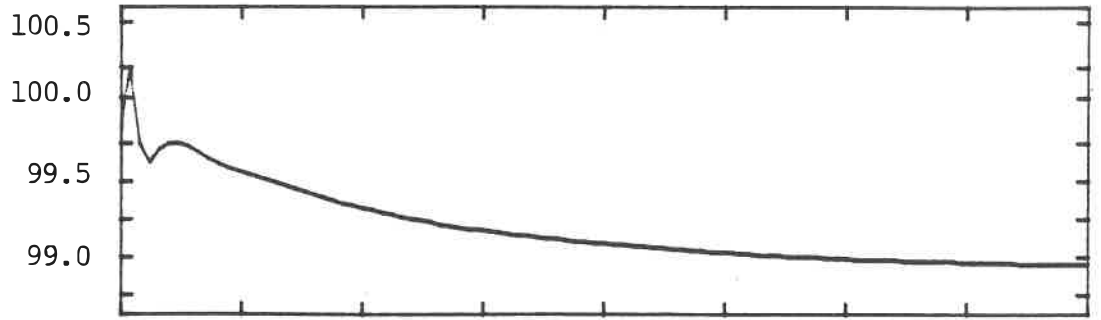
Niveau d'Eau du Pressuriseur (cm)



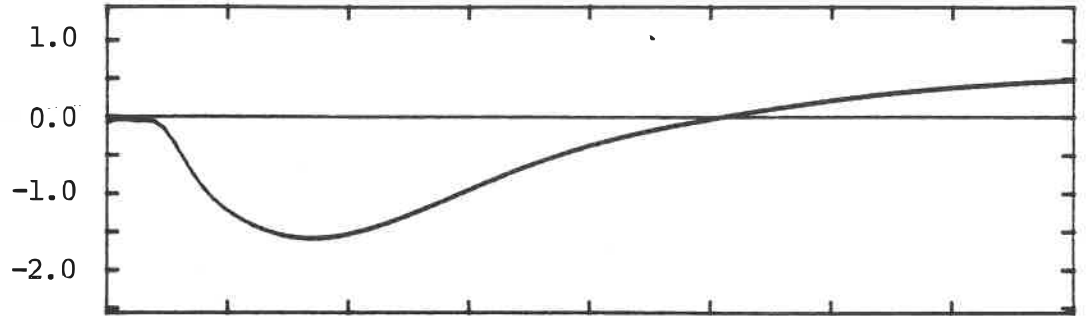
TEMPS (s)

Figure 8.1 G2SIM: CONTROLEUR MULTIVARIABLE
REACTEUR PRIORITAIRE A 100% PP
BAISSE DE PUISSANCE DE 1%

Débit d'Eau
d'Alimentation
(%)



Niveau du
GV
(cm)



Pression du
GV
(MPa)

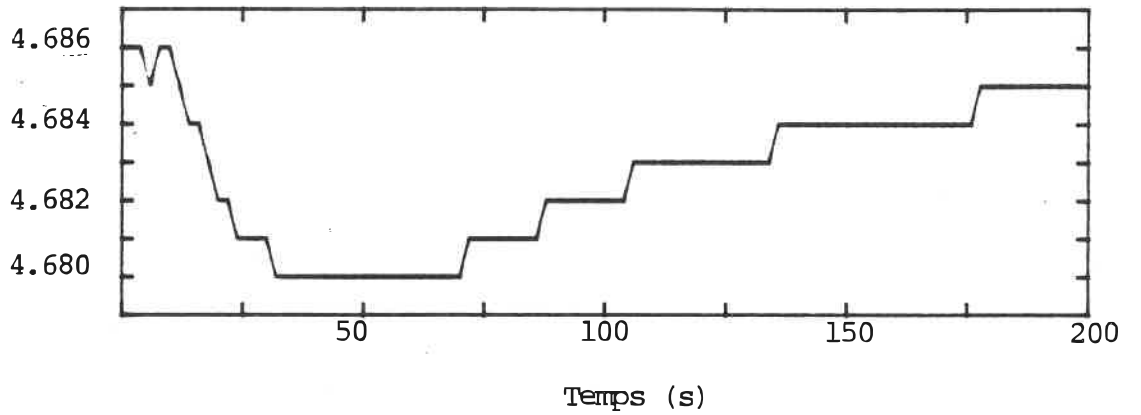
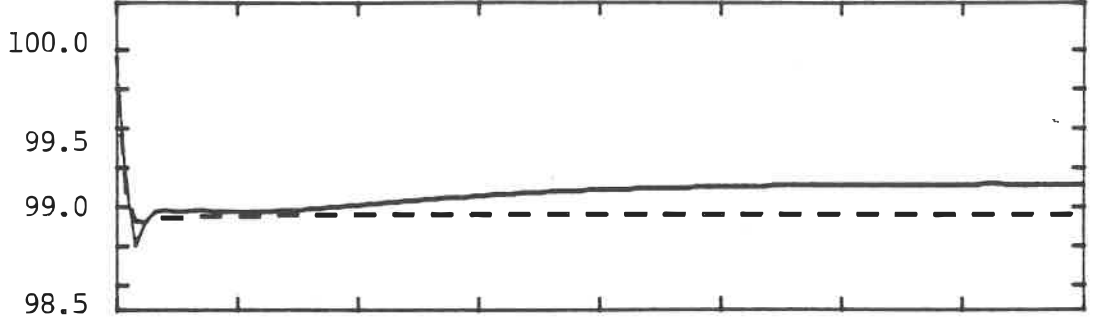
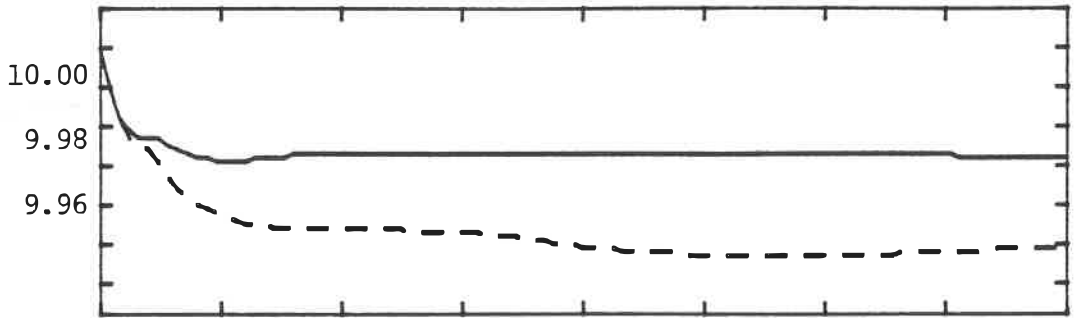


Figure 8.2 G2SIM: CONTROLEUR MULTIVARIABLE
REACTEUR PRIORITAIRE A 100% PP
BAISSE DE PUISSANCE DE 1%

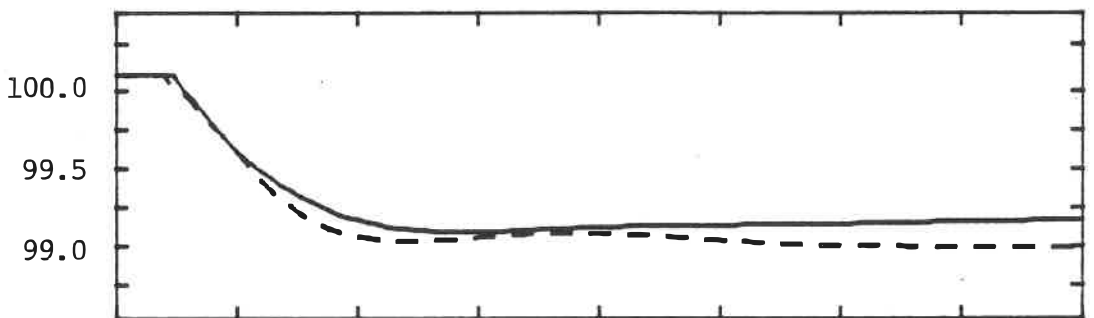
Puissance du Réacteur (%)



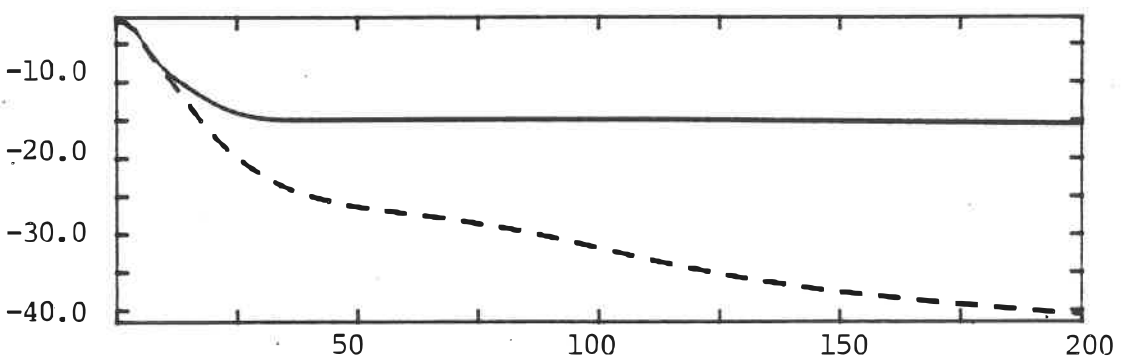
Pression du Primaire (MPa)



Puissance à la Turbine (%)



Niveau d'Eau du Pressuriseur (cm)

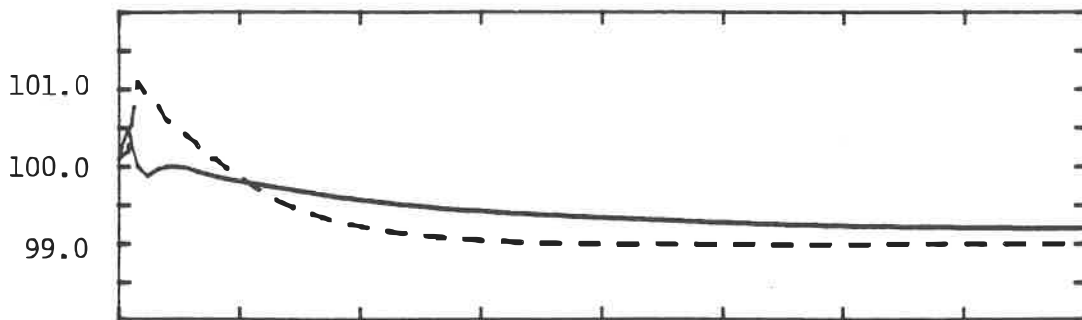


Temps (s)

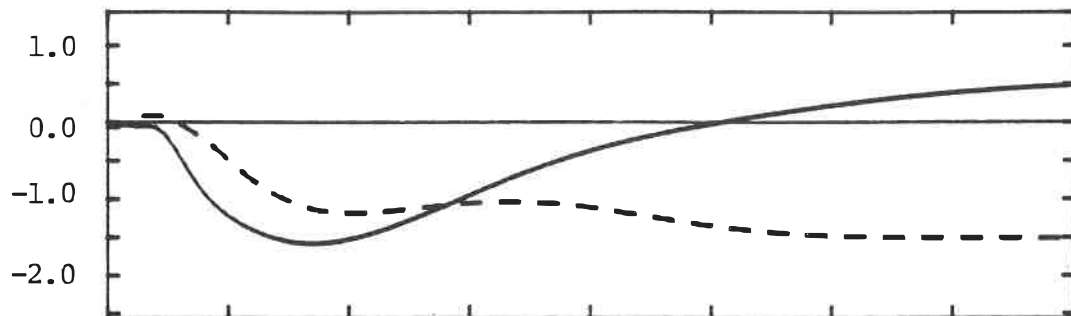
Figure 8.3 G2SIM: COMPARAISON DES CONTROLEURS REACTEUR PRIORITAIRE A 100% PP BAISSSE DE PUISSANCE DE 1%

————— CONTROLEUR MULTIVARIABLE
----- CONTROLEUR CONVENTIONNEL

Débit d'Eau
d'Alimentation
(%)



Niveau du
GV
(cm)



Pression du
GV
(MPa)

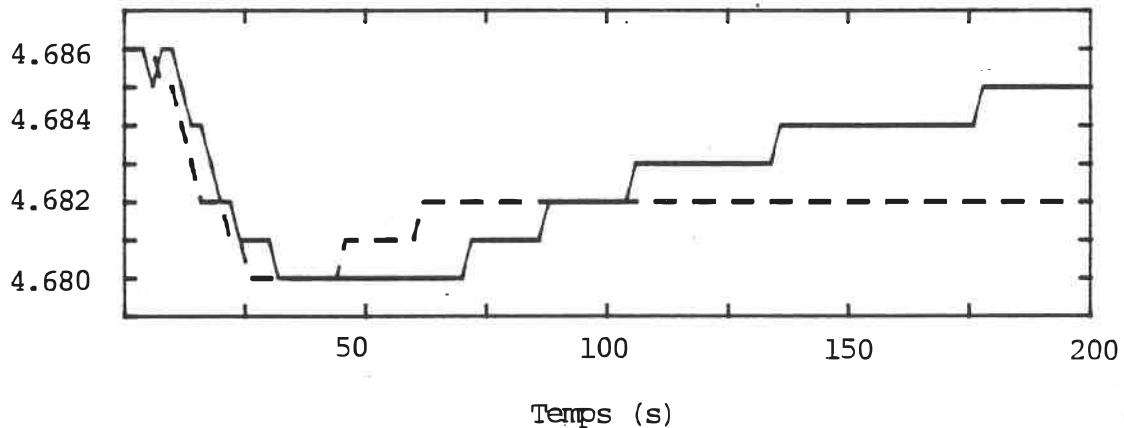
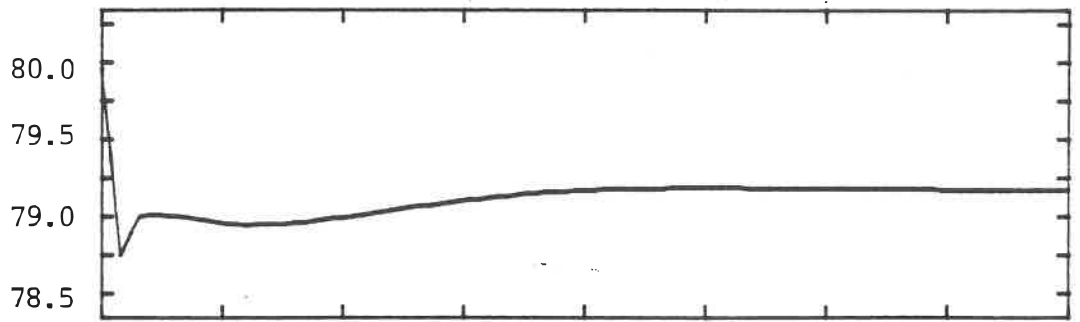


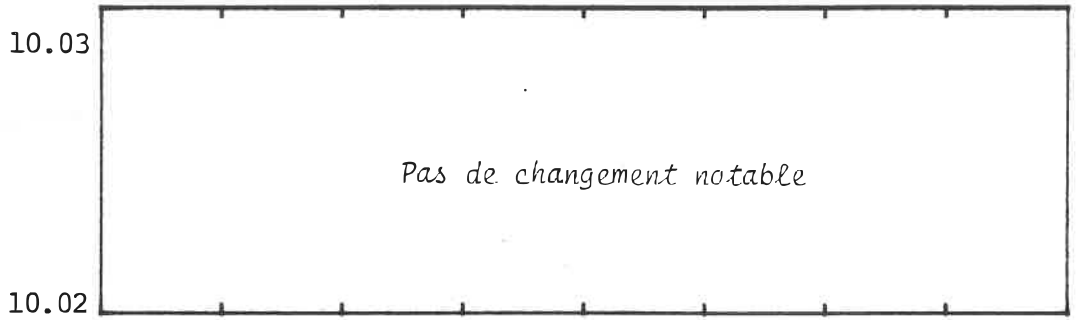
Figure 8.4 G2SIM: COMPARAISON DES CONTROLEURS
REACTEUR PRIORITAIRE A 100%
BAISSE DE PUISSANCE DE 1%

————— CONTROLEUR MULTIVARIABLE
----- CONTROLEUR CONVENTIONNEL

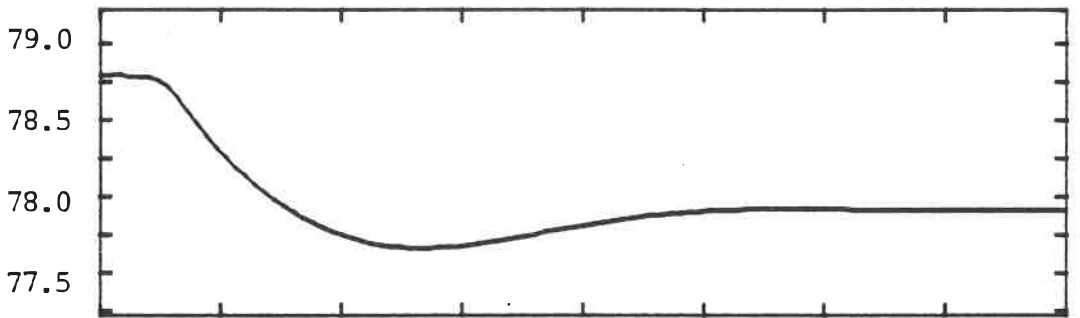
Puissance du Réacteur (%)



Pression du Primaire (MPa)



Puissance à la Turbine (%)



Niveau d'Eau du Pressuriseur (m)

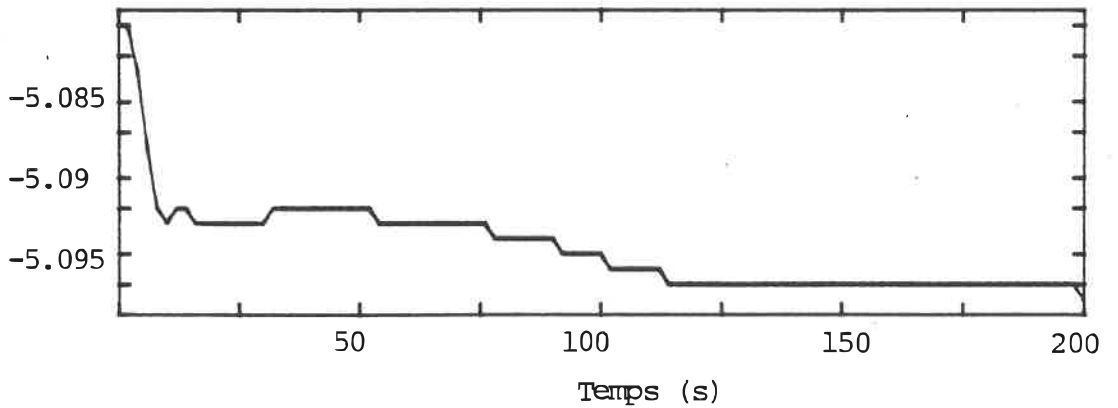
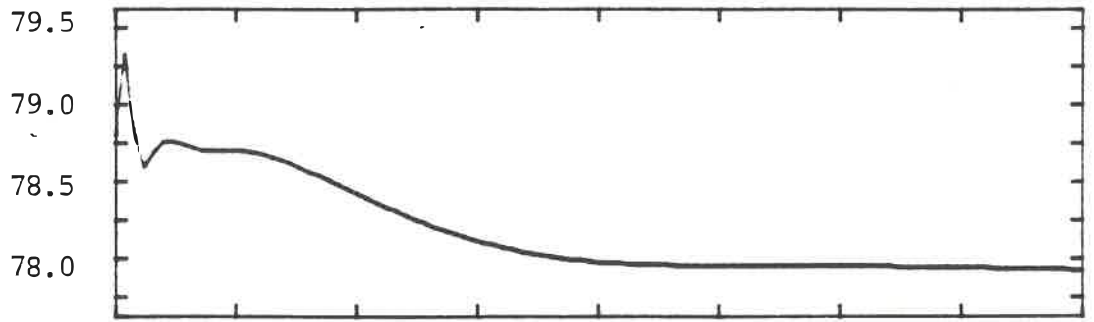
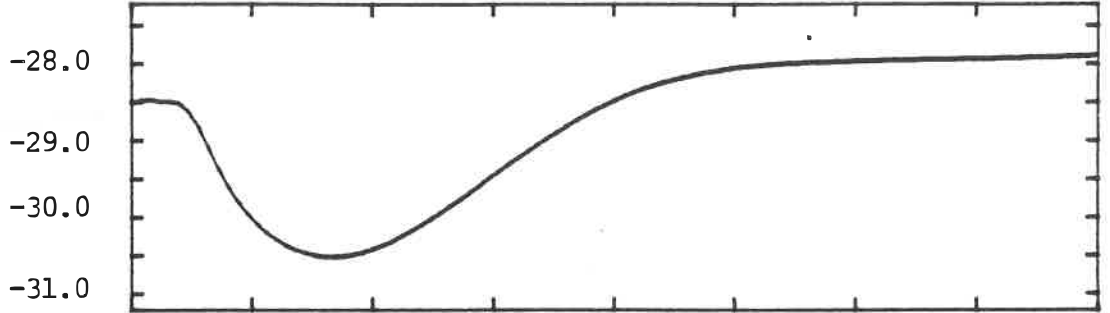


Figure 8.5 G2SIM: CONTROLEUR MULTIVARIABLE
REACTEUR PRIORITAIRE A 80% PP
BAISSE DE PUISSANCE DE 1% PP

Débit d'Eau
d'Alimentation
(%)



Niveau du
GV
(cm)



Pression du
GV
(MPa)

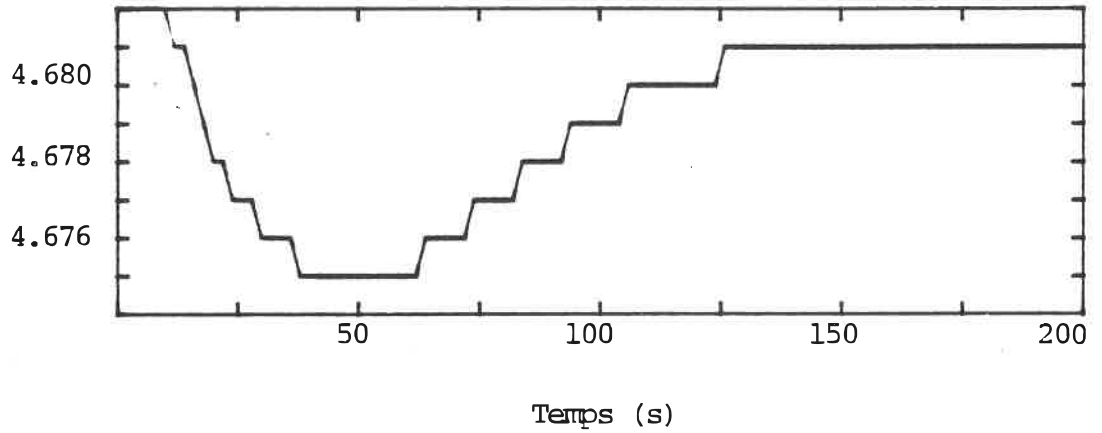
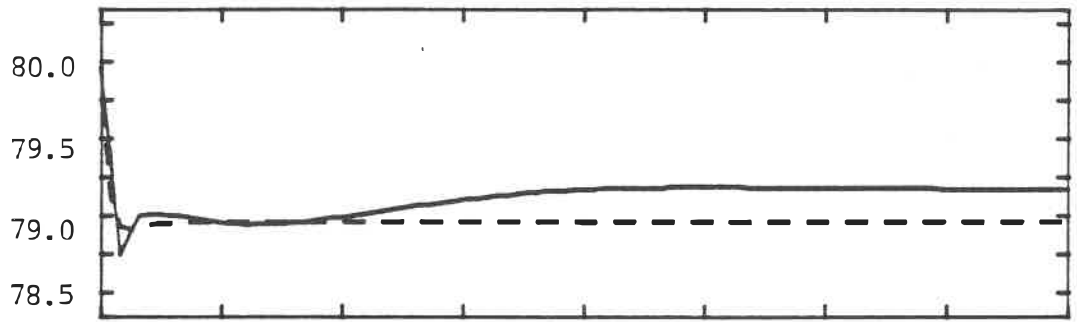
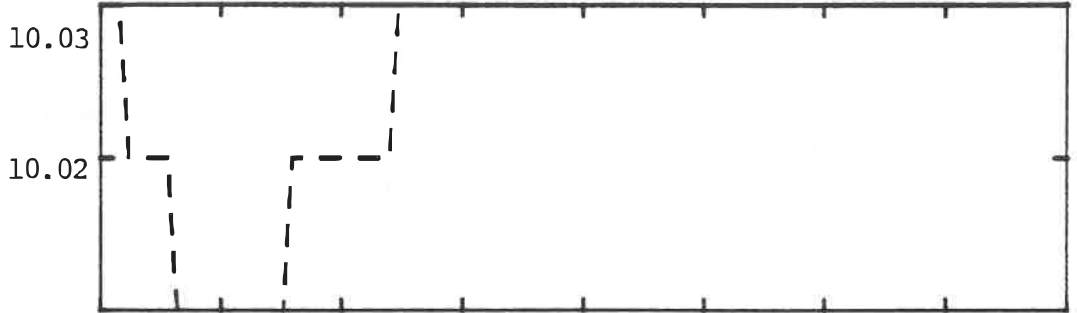


Figure 8.6 G2SIM: CONTROLEUR MULTIVARIABLE
REACTEUR PRIORITAIRE A 80% PP
BAISSE DE PUISSANCE DE 1% PP

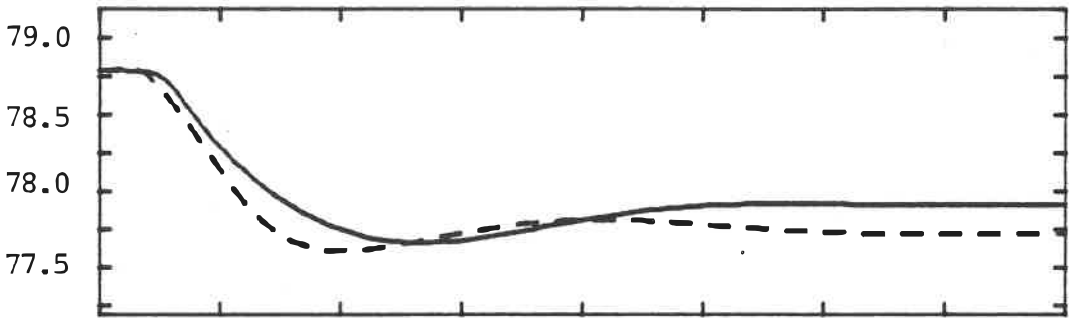
Puissance du Réacteur (%)



Pression du Primaire (MPa)



Puissance à la Turbine (%)



Niveau d'Eau du Pressuriseur (m)

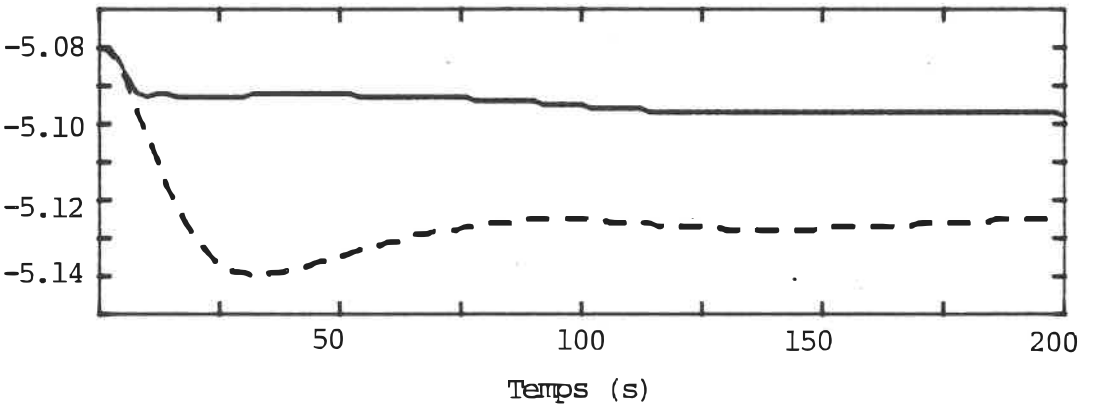
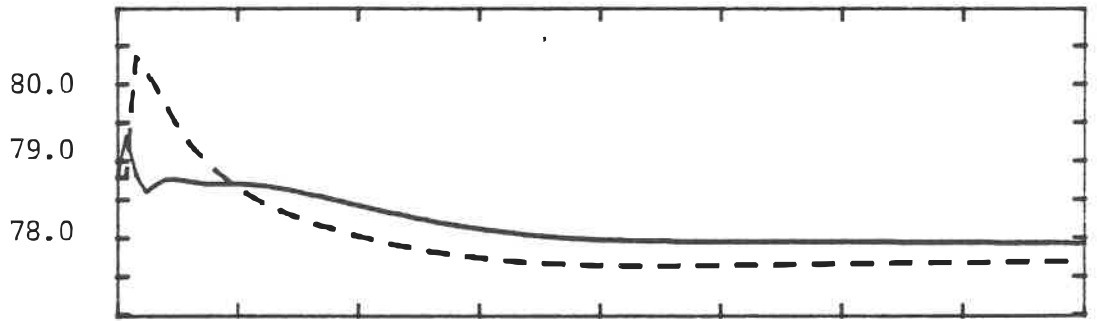


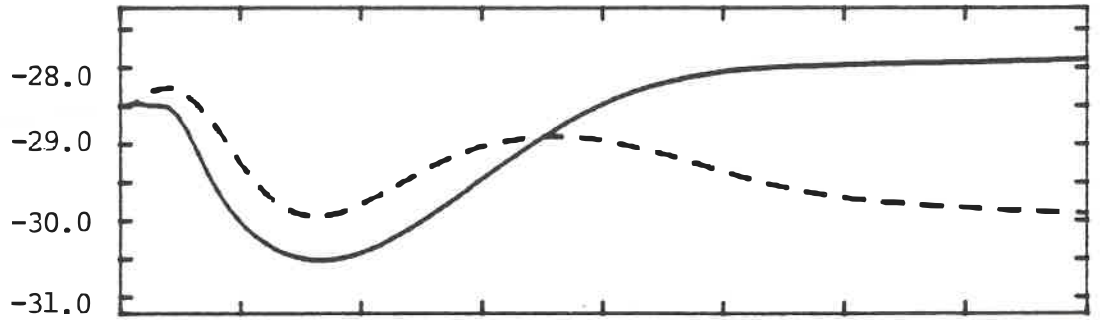
Figure 8.7 G2SIM: COMPARAISON DES CONTROLEURS
REACTEUR PRIORITAIRE A 80% PP
BAISSE DE PUISSANCE DE 1% PP

————— CONTROLEUR MULTIVARIABLE
----- CONTROLEUR CONVENTIONNEL

Débit d'Eau
d'Alimentation
(%)



Niveau du
GV
(cm)



Pression du
GV
(MPa)

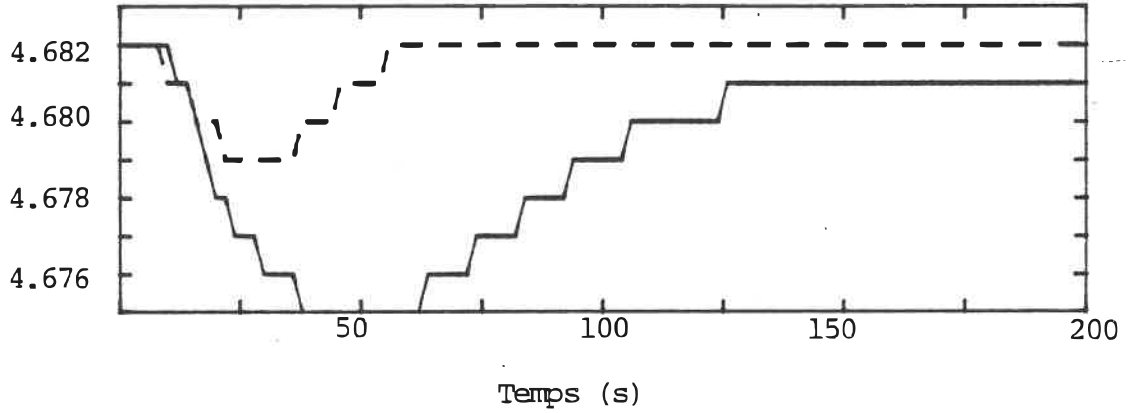


Figure 8.8 G2SIM: COMPARAISON DES CONTROLEURS
REACTEUR PRIORITAIRE A 80% PP
BAISSE DE PUISSANCE DE 1% PP

————— CONTROLEUR MULTIVARIABLE
----- CONTROLEUR CONVENTIONNEL

et régularise G2SIM autour de deux points d'opération qui sont décrits par des modèles relativement différents. Cette constatation apporte une preuve tangible de la robustesse du contrôleur que nous avons conçu.

CHAPITRE 9

CONCLUSIONS & SUGGESTIONS

9.1 Conclusions

A partir d'un modèle de référence, G2SIM, nous avons développé un modèle moins complexe pour décrire la dynamique d'une centrale CANDU PHW 600 MWe. Ce modèle simplifié a ensuite été linéarisé autour de conditions d'équilibre pour obtenir un modèle linéaire nommé G2LDM. Après avoir soumis G2LDM à une série d'analyses, nous avons procédé à la comparaison des résultats de simulation en boucle ouverte des modèles G2SIM et G2LDM. Les résultats de ce processus de validation, Figures 5.1 à 5.14, ont clairement mis en évidence les faits suivants:

- Les hypothèses et les approximations qui ont présidé à la dérivation du modèle linéaire sont raisonnables.
- Le modèle G2LDM possède essentiellement la même dynamique que le modèle de référence G2SIM.
- Les différences entre les deux modèles sont surtout dues à certains types de non-linéarités qui se prêtent très mal au processus classique de linéarisation.
- Le modèle G2LDM peut être utilisé avec une certaine confiance pour concevoir un régulateur multivariable pour le modèle de référence G2SIM.

Pour concevoir ce contrôleur multivariable, nous avons, après une revue critique de l'état des connaissances, opté pour

les techniques de régulation avec affectation de pôles par rétroaction des variables mesurables. En nous inspirant des travaux de certains chercheurs, nous avons mis au point une série d'algorithmes pour effectuer l'affectation de pôles avec retour des sorties. Nous avons implanté ces algorithmes à l'intérieur d'un ensemble sophistiqué de modules pour la conception assistée par ordinateur.

Les résultats des Figures 7.1 à 7.4 montrent que nos algorithmes peuvent être utilisés avec succès dans la conception de contrôleurs performants pour un système linéaire d'ordre élevé.

Après avoir mis au point l'infrastructure d'intégration d'un contrôleur multivariable à G2SIM, nous avons conçu et introduit dans G2SIM un système de commande et de régulation multivariable. L'exploitation habile de la structure particulière de notre contrôleur, combinée à quelques ajustements de gains, a permis de stabiliser et de contrôler efficacement G2SIM. Les résultats des Figures 8.3-8.4 et des Figures 8.7-8.8 montrent que le contrôleur multivariable que nous avons conçu est globalement plus performant que le contrôleur conventionnel.

Ce travail a couvert presque toutes les étapes de la conception d'un système de régulation et de commande. C'est un premier pas important vers l'introduction effective des techniques multivariabiles dans la commande et la régulation des centrales

nucléaires CANDU. Dans ce cadre, il a permis d'identifier certaines difficultés, il a proposé une approche méthodologique cohérente et surtout, il a permis d'obtenir des indications concrètes sur la supériorité des performances d'un contrôleur multivariable.

9.2 Suggestions

Cependant, il reste à trouver des solutions systématiques et cohérentes à un certain nombre de problèmes avant l'application effective des techniques multivariées à la commande et à la régulation des centrales nucléaires CANDU.

D'abord la dérivation d'un modèle linéaire analytique est une entreprise fastidieuse dont les résultats peuvent être sujets à des erreurs difficiles à identifier. Il est donc essentiel de mettre au point des techniques systématiques et efficaces pour l'obtention de modèles linéaires à partir de modèles non-linéaires complexes. Deux avenues méritent d'être explorées plus à fond: la linéarisation par les techniques numériques et les méthodes d'identification de systèmes linéaires. Il est même possible d'essayer de combiner les deux avenues.

Ensuite il est recommandable de concevoir d'autres contrôleurs multivariés avec le modèle G2LDM mais en utilisant d'autres types de techniques. L'analyse comparative des performances des différents contrôleurs sur G2SIM permettrait d'avoir une évaluation objective des diverses techniques.

Enfin, il faudra nécessairement intégrer l'évaluation des performances d'un contrôleur multivariable dans le contexte plus global de l'économie et de la sûreté.

LISTE DES REFERENCES

1. M.A. Schultz, "Control of Nuclear Reactors and Power Plants", 2nd Edition, McGraw-Hill, 1961.
2. D.M. Wiberg, "Optimal Control of Nuclear Reactor Systems", Advances in Control, Vol.7, 1967, pp.301-387.
3. S. Kaplan, "The Property of Finality and the Analysis of Problems in Reactor Space-Time Kinetics by Various Modal Expansions", Nucl. Sci. Eng., Vol.9, pp.357-361, 1961.
4. S.P. Chaudhuri, "Distributed Optimal Control in a Nuclear Reactor", Int. J. Control, 1972, Vol.16, no.5, pp.927-937.
5. K. Stark, "Modal Control of a Nuclear Power Reactor", Automatica, Vol.12, pp.613-618, 1976.
6. B. Frogner and L.M. Grossman, "Estimation and Optimal Feedback Control Theory Applied to a Nuclear Boiler Water Reactor", Nucl. Sci. and Eng., 58, pp.265-277, 1975.
7. A. Hoeld and D. Beraka, "A Non-Linear Digital Simulator for BWR Nuclear Power Plants and its Application Within the Scope of Optimal Digital Load Following Control", Trans. of IMACS, Vol.21, no.2, Aug.1979, pp.150-162.
8. B. Blomsnes and R. Espefält, "Two Applications of Linear Quadratic Theory to LWR Plant Control", in Proc. 1977 Joint Automat. Contr. Conf., San Francisco, Ca., Vol.1, 1977, pp.367-374.
9. C. Karmokolias, "Suboptimal Control with Optimal Quadratic Regulators", Inst. for Elect. Sci. Texas Tech. Univ. May 1979.
10. C. Karmokolias and R. Sacks, "Optimal Selection of Weighting Matrices in Kalman Regulators", Proc. 21st Midwest Symp. on Circ. and Syst., pp.72-76, Aug.1978.
11. M. Athans, "The Role and Use of the Stochastic Linear-Quadratic-Gaussian Problem in Control System Design", IEEE Trans. Auto. Cont. AC-16, No.6, Dec.1971, pp.529-552.
12. H.H. Rosenbrock, "On the Design of Linear Multivariable Control Systems", Proc. 3rd Congress IFAC, London, 1966.
13. H.H. Rosenbrock, "Design of Linear Multivariable Control Systems Using the Inverse Nyquist Array", Proc. IEE 116, 1929-1936, 1969.

14. H.H. Rosenbrock, "Progress in the Design of Multivariable Control Systems", Trans. Inst. Measurement Control 4, pp.9-11, 1971.
15. H.H. Rosenbrock, "Computer-Aided Control System Design", Academic Press 1974.
16. A.G.J. MacFarlane, "The Return Difference and Return Ratio Matrices and their Use in the Analysis and Design of Multivariable Control Systems", Proc. IEE 117, pp.2027-2049, 1970.
17. A.G.J. MacFarlane, "Use of Characteristic Transfer Functions in the Design of Multivariable Control Systems", Proc. 2nd IFAC Conf. Dusseldorf, 1971.
18. F.M. Hughes and A. Mallouppa, "Frequency Response Methods for Nuclear Station Boiler Control", Automatica Vol.12, pp.201-210, 1976.
19. B. Frogner and H.S. Rao, "Control of Nuclear Power Plant", IEEE Trans. Automat. Contr. AC-23, No.3, June 1978.
20. J.E. Smith, "Experience with Process Control Computers in the Canadian Nuclear Power Program", IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-20, pp.724-735, Feb.1973.
21. J.W. Beare, "Nuclear Safety Considerations with Emphasis on Instrumentation and Control Systems", AECB-111, October 1977.
22. J.P. Lucas, "Summary of G-2 Generating Station Simulation Model Dynamics", Hydro-Québec, AECL restricted report.
23. E.J. Davison, "On Pole Assignment in Linear Systems with Incomplete State Feedback", IEEE Trans. Aut. Control, AC-15, pp.348-351, 1970 June.
24. E.J. Davison and S.H. Wang, "On Pole Assignment in Linear Multivariable Systems Using Output Feedback", IEEE Trans. Aut. Control, AC-20, pp.516-518, 1975 August.
25. A.F. Henry, "Nuclear Reactor Analysis", Ch.3, p.67, and Ch.8, p.333, the MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1975.
26. G.I. Bell and Samuel Glasstone, "Nuclear Reactor Theory", Ch.1, Van Nostrand, Princeton, N.J., 1970.
27. D. Rozon, "L'analyse numérique des réacteurs nucléaires" Ecole Polytechnique: à paraître, Ch.6.
28. Réf. 25, Ch.4.

29. Réf. 26, Ch.3.
30. Réf. 27, Ch.7.
31. Réf. 25, Ch.7.
32. W. Paskievici, "Cinétique et dynamique des réacteurs", Institut de génie nucléaire, Ecole Polytechnique de Montréal, 1972.
33. Réf. 27, Ch.6.
34. Réf. 26, Ch.9.
35. M.M. El-Wakil, "Nuclear Heat Transport", Scranton International Textbook Company, Ch.5, 1971.
36. A. Tapucu, "Thermique des réacteurs", Document IGN-52, Ecole Polytechnique de Montréal, page 8.
37. G.E. Forsythe, W.R. Wasow, "Finite Difference Methods for Partial Differential Equations", New York Wiley, 1960.
38. J.D. Cole, "Perturbation Methods in Applied Mathematics", Blaisdell Publishing Company, 1969.
39. L.A. Zadeh and C.A. Desoer, "Linear System Theory, the State Space Approach", McGraw-Hill, New York, 1963.
40. O. Katsuhiko, "State Space Analysis of Control Systems", Prentice-Hall, N.J., 1967.
41. R.C. Dorf, "Les variables d'état dans l'analyse et la synthèse des systèmes de commande", Dunod, Paris, 1967.
42. J. Hale, "Functional Differential Equations", Applied Mathematical Sciences, Vol.3, Springer Verlag, New York, 1971.
43. P. Harriot, "Process Control", McGraw-Hill, New York, 1964.
44. C.L. Smith, "Digital Computer Process Control", Int. Textbook Company, New York, 1972.
45. O.J.M. Smith, "A Controller to Overcome Dead-Time", ISA J. 6 pp.28-33, 1959.
46. H.T. Banks and A. Manitius, "Application of Abstract Variational Theory to Hereditary Systems - A Survey", IEEE Trans. Auto. Contr. AC-19 pp.524-533, 1974.
47. G.L. Kharatishvili, "Maximum Principle in the Theory of Optimum Time Delays Processes", Dokl. Akad. Nauk., 136, pp. 39-42, 1961.

48. Y. Alekal, P. Brunovsky, D.H. Chyung and E.B. Lee, "The Quadratic Problem for Systems with Time Delays", IEEE Trans. Auto. Contr. AC-16, pp.673-687, 1971.
49. H.N. Koivo and E.B. Lee, "Controller Synthesis for Linear Systems with Time Delays", Automatic, Vol.8, pp.203-208, 1972.
50. H.N. Koivo and A.J. Koivo, "Control and Estimation of Systems with Time Delays", from Control and Systems Theory, Vol.6, Ch.5, 1978.
51. A.Z. Manitius and A.W. Olbrot, "Finite Spectrum Assignment Problem for Systems with Delays", IEEE Trans. Auto. Contr. AC-24, pp.541-552, 1979 August.
- 52a. W.M. Wonham, "Linear Multivariable Control: A Geometric Approach", Springer Verlag, New York, p.16, 1979.
 - b. B. Gopinath, "On the Control of Linear Multiple Input-Output Systems", The Bell System Technical Journal, Vol.50, No.3, pp.1063-1081, March 1971.
53. P.M. DeRusso, R.J. Roy and C.M. Close, "State Variables for Engineers", Wiley, New York, 1965.
54. C.B. Lawrence and A. Pearson, "Measurement Techniques Using a Pseudo-Random Binary Sequence and Fourier Transformation for Determining a System's Transfer Function", AECL-3601, April 1970.
55. E.M. Grabbe, S. Ramo and D.E. Wooldridge, "Handbook of Automation, Computation, and Control", Vol.1, New York. John Wiley and Sons, Inc., 1958, page 25-12.
56. A.G.J. MacFarlane, "A Survey of Some Recent Results in Linear Multivariable Feedback Theory", Automatica, Vol.8, pp.455-492, 1972.
57. P.D. McMorran, "Multivariable Control in Nuclear Power Stations, Survey of Design Methods", AECL-6583, D cembre 1979.
58. W.M. Wonham, "On Pole Assignment in Multi-Input Controllable Linear Systems", IEEE Trans. Aut. Control, AC-12, pp.660-665, 1967 Dec.
59. D.G. Luenberger, "Observers for Multivariable Systems", IEEE Trans. Aut. Control, AC-11, pp.190-197, 1966 April.
60. R.E. Kalman and R.S. Bucy, "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory", Trans. ASME, J. Basic Eng. Ser. D, pp.95-108, 1961 March.
61. T.J. Topaloglu and D.E. Seborg, "A Design Procedure for Pole Assignment Using Output Feedback", Int. J. Control, Vol.23 pp.741-748, 1975.

62. N. Munro and A. Vardulakis, "Pole-Shifting Using Output Feedback", *Int. J. Control*, Vol.18, pp.1267-1273, 1973.
63. H. Seraji, "On Pole Shifting Using Output Feedback", *Int. J. Control*, Vol.20, pp.721-726, 1974.
64. R.V. Patel, "On Output Feedback Pole Assignability", *Int. J. Control*, Vol.20, pp.955-959, 1974.
65. B. Porter, "Eigenvalue Assignment in Linear Multivariable Systems by Output Feedback", *Int. J. Control*, Vol.25, pp.483-490, 1977.
66. G. Bengtsson and S. Lindahl, "A Design Scheme for Incomplete State or Output Feedback with Applications to Boiler and Power System Control", *Automatica*, Vol.10, pp.15-30, 1974.
67. H. Kimura, "Pole Assignment by Gain Output Feedback", *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-20, pp.509-516, August 1975.
68. B.C. Moore, "On the Flexibility Offered by State Feedback in Multivariable Systems Beyond Closed-Loop Eigenvalue Assignment", *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-21, pp.689-692, Oct. 1976.
69. B. Porter and A. Bradshaw, "Design of Linear Multivariable Continuous-Time Output-Feedback Regulators", *Int. J. Systems Sci.*, Vol.9, pp.445-450, 1978.
70. A. Bradshaw, L.R. Fletcher and B. Porter, "Synthesis of Output-Feedback Control Laws for Linear Multivariable Continuous-Time Systems", *Int. J. Systems Sci.*, Vol.9, pp.1331-1340, 1978.
71. L.R. Fletcher, "An Intermediate Algorithm for Pole Placement by Output Feedback in Linear Multivariable Control Systems", *Int. J. Control*, Vol.31, pp.1131-1136, 1980.
72. E.Y. Shapiro, D.A. Fredricks, R.H. Rooney and B.R. Barnish, "Pole Placement with Output Feedback", *Proceedings of J.A.C.C., WPl-C*, August 1980, San Francisco.
73. H. Seraji, "Pole Assignment Techniques for Multivariable Systems Using Unity Rank Output Feedback", *Int. J. Control*, Vol.21, pp.945-954, 1975.
74. H. Seraji, "Pole Assignment Using Dynamic Compensators with Prespecified Poles", *Int. J. Control*, Vol.22, pp.271-279, 1975.
75. H. Seraji, "Pole Placement in Multivariable Systems Using Proportional-Derivative Output Feedback", *Int. J. Control*, Vol.31, pp.195-207, 1980.

76. H. Seraji, "Design of Multivariable PID Controllers for Pole Placement", *Int. J. Control*, Vol.32, pp.661-668, 1980.
77. N. Munro and S. Novin, "Pole Assignment Using Full-Rank Output-Feedback Compensators", *Control Systems Centre Report No.387*, Univ. of Manchester, Inst. of Science and Technology, Oct. 1977.
78. M. Parent, "MPMATH - Polynomial Matrix Arithmetic Library", *CRNL Reactor Control Branch Internal Report*, March 1981.
79. D. Jordan and B. Shridar, "An Efficient Algorithm for Calculation of Luenberger Canonical Form", *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-18, pp.292-295, June 1973.
80. J.D. Aplevich, "Direct Computation of Canonical Form for Linear Systems by Elementary Matrix Operations", *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-19, pp.124-126, April 1974.
81. E.J. Davison and S. Chow, "An Algorithm for the Assignment of Closed-Loop Poles Using Output Feedback in Large Multivariable Systems", *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-18, pp.74-75, 1973 February.
82. M. Marcus and H. Minc, "A Survey of Matrix Theory and Matrix Inequalities", *Allyn and Bacon, Boston*, p.15, 1964.
83. S. Mensah, P.D. McMorran, M. Polis and W. Paskievici, "Multivariable Controller for Nuclear Plants Based on Pole Shifting", *AECL-7249*, February 1981.
84. P.D. McMorran, "Development of Multivariable Methods for Plant Control", *Proceedings of 7th Simulation Symposium on Reactor Dynamics and Plant Control*, Ecole Polytechnique de Montréal, Unpublished report, 1980 May.
85. E.J. Davison and R. Chatterjee, "A Note on Pole Assignment in Linear Systems with Incomplete Feedback", *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-16, pp.98-99, Feb.1971.
86. M.R. Spiegel, "Theory and Problems of Laplace Transforms", *Schaum, McGraw-Hill*, 1965.
87. E.J. Davison, "A Method for Simplifying Linear Dynamic Systems", *IEEE Trans. Aut. Control*, AC-11, pp.93-101, January 1966.
88. C.A. Skira and R.L. DeHoff, "A Practical Approach to Linear Model Analysis for Multivariable Turbine Engine Control Design", in M.K. Sain, J.L. Peczkowski and J.L. Melsa, eds., "Alternatives for Linear Multivariable Control", *National Electronics Conference Inc., Chicago* 1978, pp.31-46.

89. P.D. McMorran, "Gentilly-2 Control Simulation, Computer Implementation of Multivariable Controllers", Chalk River Nuclear Laboratories, Reactor Control Branch Internal Report, November 1981.
90. G.J. Bierman, "Power Series Evaluation of Transition and Covariance Matrices", IEEE Trans. Aut. Control, AC-17, pp.228-232, April 1972.

ANNEXES

Les annexes qui suivent sont écrites en anglais. L'annexe A.1 linéarise les équations du modèle du chapitre 3. L'annexe A.2 calcule les éléments des matrices A, B et C de l'équation (4.2); ces éléments sont exprimés en fonction des coefficients définis dans l'annexe A.1. L'annexe A.3 montre les valeurs numériques des éléments des matrices A, B et C. Elle montre aussi la liste des programmes d'ordinateur que nous avons développés durant ce projet.

ANNEXE A.1

DERIVATION OF LINEAR ANALYTICAL MODEL

In this appendix, linearization of the model developed in Chapter 3 is derived.

A.1.1 Primary Circuit

Expansion and linearization of kinetic equation (3.1) gives

$$\begin{aligned} \Delta \dot{n} = & \frac{1}{\ell^*} (k_p - \beta - \Delta k_{vo}) \Delta n(t) + \frac{k_v n_o}{\ell^*} \Delta X_e(t) + \frac{k_v X_e^o}{\ell^*} \Delta n(t) - k_p \frac{n_o}{\ell^*} \Delta Q_R(t) \\ & - k_p \frac{Q_R^o}{\ell^*} \Delta n(t) + \lambda_1 \Delta C_1(t) + \lambda_2 \Delta C_2(t) + \frac{n_o}{\ell^*} \Delta K_z(t) + \frac{\Delta K_z^o}{\ell^*} \Delta n(t) \end{aligned} \quad (A.1.1)$$

Combining equations (3.11) and (3.12) yields

$$\Delta Q_R(t) = \frac{h_F A_F \sigma k_S}{Q_{R100} (1 + \sigma k_S)} (\Delta T_F(t) - \Delta T_C(t)) \quad (A.1.2)$$

Combining (A.1.1) and (A.1.2) gives

$$\begin{aligned} \Delta \dot{n} = & \frac{1}{\ell^*} (k_p - \beta - \Delta k_{vo} + k_v X_e^o - k_p Q_R^o + \Delta K_z^o) \Delta n(t) + \frac{k_v n_o}{\ell^*} \Delta X_e(t) \\ & + \lambda_1 \Delta C_1(t) + \lambda_2 \Delta C_2(t) - k_p \frac{n_o}{\ell^*} \frac{h_F A_F \sigma k_S}{Q_{R100} (1 + \sigma k_S)} (\Delta T_F(t) - \Delta T_C(t)) \\ & + \frac{n_o}{\ell^*} \Delta K_z(t) \end{aligned}$$

Assuming that at any steady state $\Delta K=0$, i.e.

$(k_p - \Delta k_{VO} + k_v X_e^O - k_p Q_R^O + \Delta K_Z^O) = 0$, and the above equation becomes

$$\begin{aligned} \Delta \dot{n}(t) = & -\frac{\beta}{\ell^*} \Delta n(t) + k_v \frac{n_O}{\ell^*} \Delta X_e(t) - k_p \frac{n_O}{\ell^*} \frac{h_F A_F \sigma k_S}{1 + \sigma k_S} (\Delta T_F(t) - \Delta T_C(t)) \\ & + \frac{n_O}{\ell^*} \Delta K_Z(t) + \lambda_1 \Delta C_1(t) + \lambda_2 \Delta C_2(t) \end{aligned} \quad (A.1.3)$$

Precursors are already described by linear differential equations so that

$$\Delta \dot{C}_1 = \frac{1}{\ell^*} \Delta n(t) - \lambda_1 \Delta C_1(t) \quad (A.1.4)$$

$$\Delta \dot{C}_2 = \frac{2}{\ell^*} \Delta n(t) - \lambda_2 \Delta C_1(t) \quad (A.1.5)$$

Fuel mean temperature, equation (3.4), is linearized to give

$$\Delta \dot{T}_F = \frac{Q_{R100}}{M_F C_F} (1 - \gamma_h) \Delta n(t) + \frac{Q_{R100}}{M_F C_F} \Delta Q_d(t) - \frac{4 h_F \sigma k_S}{\rho_F C_F d_F (1 + k_S)} (\Delta T_F(t) - \Delta T_C(t)) \quad (A.1.6)$$

with

$$\Delta \dot{Q}_d = \lambda_h \gamma_h \Delta n(t) - \lambda_h \Delta Q_d(t) \quad (A.1.7)$$

Linearization of equation describing the coolant average temperature in reactor gives

$$\Delta \dot{T}_C = \frac{-h_F A_F \sigma k_S}{M_{RC} C_{RC} (1 + \sigma k_S)} (\Delta T_C(t) - \Delta T_F(t)) - \frac{2}{\tau_{RC}} (\Delta T_C(t) - \Delta T_{Ci}(t)) \quad (A.1.8)$$

Neglecting time delay in equation (3.13) and combining equations (3.49) to (3.51) yields

$$\begin{aligned} \Delta T_{Ci}(t) = & \left(1 - \frac{h_B A_{B100} \beta'_o}{2W_C C_{CB}} \right) \Delta T_B + h_B \frac{A_{B100}}{2W_C C_{CB}} \beta'_o \Delta \tilde{T} \\ & - \frac{h_B A_{B100}}{2W_C C_{CB}} (T_B^o - \tilde{T}_o) \Delta \beta' - \frac{Q_{B100}}{W_C C_{CP}} \Delta Q_P^*(t) \end{aligned} \quad (A.1.9)$$

Linearizing equations (3.52), (3.56) and (3.20) we obtain

$$\begin{aligned} \Delta \beta'(t) = & - \frac{A_{P100}}{A_{B100}} \Delta W_F(t) - \frac{K_{BC} W_C}{Q_{B100} - Q_{P100}} H_{FGC}^o \Delta X_e(t) \\ & + \frac{63.9262 K_{BC} X_e^o W_C}{Q_{B100} - Q_{P100}} \Delta P_{ROH}(t) \end{aligned}$$

$$\Delta \tilde{T}(t) = (5.502 \cdot 10^{-3} - 1.2764 \cdot 10^{-7} \rho_{gv}^o) \Delta \rho_{gv}(t) \quad (A.1.10)$$

Then

$$\begin{aligned} \Delta T_{Ci}(t) = & a_{1C} \Delta T_B(t) + a_{2C} \Delta X_e(t) + a_{3C} \Delta P_{ROH}(t) + a_{4C} \Delta \rho_{gv}(t) \\ & + a_{5C} \Delta W_F(t) + a_{QC} \Delta Q_P^*(t) \end{aligned} \quad (A.1.11-a)$$

where

$$\begin{aligned} a_{1C} = & 1 - \frac{h_B A_{B100}}{2W_C C_{CB}} \beta'_o \\ a_{2C} = & \frac{K_{BC} h_B A_{B100} (T_B^o - \tilde{T}_o)}{2(Q_{B100} - Q_{P100}) C_{CB}} H_{FGC}^o \end{aligned}$$

$$a_{3C} = - \frac{h_B^A A_{B100} (T_B^O - \tilde{T}_O)}{2C_{CB} (Q_{B100} - Q_{P100})} \cdot 63.9262 K_{BC} X_e^O$$

$$a_{4C} = \frac{h_B^A A_{B100} \beta'_O}{2W_C C_{CB}} (5.502 \cdot 10^{-3} - 1.2767 \cdot 10^{-7} \rho_{gV}^O)$$

$$a_{5C} = \frac{h_B^A A_{P100} (T_B^O - \tilde{T}_O)}{2W_C C_{CB}}$$

$$a_{QC} = - \frac{Q_{B100}}{W_C C_{CP}}$$

If the specific heat of primary coolant in boiler, C_{CB} , and in preheater, C_{CP} , cannot be assumed constant, equation (1.11-a) becomes

$$\begin{aligned} \Delta T_{Ci}(t) = & a_1 \Delta T_B(t) + a_2 \Delta X_e(t) + a_3 \Delta P_{ROH}(t) + a_4 \Delta \rho_{gV}(t) \\ & + a_5 \Delta W_F(t) + a_Q \Delta Q_P^*(t) \end{aligned} \quad (A.1.11-b)$$

where

$$a_1 = \frac{1 + TPD1}{1 - TPD1} \left(1 + TBD1 - \frac{h_B^A A_{B100} \beta'_O}{2W_C C_{CB}^O} \right)$$

$$a_2 = a_{2C} \frac{(1 + TPD1)}{(1 - TPD1)}$$

$$a_3 = a_{3C} \frac{(1 + TPD1)}{(1 - TPD1)}$$

$$a_4 = a_{4C} \frac{(1 + TPD1)}{(1 - TPD1)}$$

$$a_5 = a_{5C} \frac{(1 + TPD1)}{(1 - TPD1)}$$

$$a_Q = \frac{a_{QC}}{1 - \text{TPD1}}$$

with

$$\text{TPD1} = \frac{Q_{B100} Q_{PO}^*}{2W_C (C_{CP}^O)^2} (-0.114251 + 4.75632 \cdot 10^{-4} \cdot \text{TPO})$$

$$\text{TBD1} = \frac{Q_{B100} Q_B^O}{2W_C (C_{CB}^O)^2} (-0.114251 + 4.75632 \cdot 10^{-4} \cdot T_B^O)$$

$$\text{TPO} = \frac{1}{2} (T_B^O + T_{PO}^O)$$

Combining equations (A.1.8) and (A.1.11-b) gives:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{T}_C(t) = & - \left[\frac{h_F A_F \sigma k_S}{M_{RC} C_{RC} (1 + \sigma k_S)} + \frac{2}{\tau_{RC}} \right] \Delta T_C(t) + \frac{h_F A_F \sigma k_S}{M_{RC} C_{RC} (1 + \sigma k_S)} \Delta T_F(t) \\ & + \frac{2}{\tau_{RC}} a_1 \Delta T_B(t) + \frac{2}{\tau_{RC}} a_2 \Delta X_e(t) + \frac{2}{\tau_{RC}} a_3 \Delta P_{ROH}(t) + \frac{2}{\tau_{RC}} a_4 \Delta \rho_{gv}(t) \\ & + \frac{2}{\tau_{RC}} a_5 \Delta W_F(t) + \frac{2}{\tau_{RC}} a_Q \Delta Q_P^*(t) \end{aligned} \quad (\text{A.1.12})$$

and the reactor inlet coolant temperature is

$$\begin{aligned} \Delta \dot{T}_{Ci}^*(t) = & \frac{2}{\tau_{RC}} \left\{ a_1 \Delta T_B(t) + a_2 \Delta X_e(t) + a_3 \Delta P_{ROH}(t) + a_4 \Delta \rho_{gv}(t) \right. \\ & \left. + a_5 \Delta W_F(t) \right\} - \frac{2}{\tau_{RC}} \Delta T_{Ci}^*(t) \end{aligned} \quad (\text{A.1.13})$$

Perturbation in reactor outlet header quality is obtained by linearizing equation (3.8) and equation (3.18) and by combining equations (3.15), (3.16) and (3.20). After some algebraic manipulations, we obtained

$$\begin{aligned} \Delta \dot{X}_e(t) = & \frac{1}{2\tau_x} (a_{T_{Ci}} \Delta T_{Ci}^*(t) + a_{T_C} \Delta T_C(t) + a_{T_F} \Delta T_F(t) \\ & + a_{P_{ROH}} \Delta P_{ROH}(t) - \Delta X_e(t)) \end{aligned} \quad (A.1.14)$$

where

$$\begin{aligned} a_{T_{Ci}} &= \frac{4.77321(1 - 0.5 e^{-100X_{he}^0})}{1809.62 - 63.9262 P_{ROH}^0} \\ a_{T_C} = -a_{T_F} &= \frac{-h_F A_F \sigma k_s (1 - 0.5 e^{-100X_{he}^0})}{W_C H_{FGC}^0 (1 + \sigma k_s)} \\ a_{P_{ROH}} &= \left[- \frac{(64.254 - 2.3117 P_{ROH}^0)}{H_{FGC}^0} + \frac{(H_{ROH}^0 - H_{SROH}^0) 63.9262}{H_{FGC}^0} \right] \\ &\quad \cdot (1 - 0.5 e^{-100X_{he}^0}) \end{aligned}$$

Note: Equation (A.1.14) is valid when reactor coolant is boiling, above 85% of full power.

For non-boiling coolant, the coefficients of equation (A.1.14) become

$$a_{T_{Ci}} = \frac{4.77321 e^{100X_{he}^0}}{2H_{FGC}^0}$$

$$a_{T_C} = -a_{T_F} = \frac{-h_F A_F \sigma k_S e^{100X_{he}^O}}{2W_C (1 + \sigma k_S) H_{FGC}^O}$$

$$a_{P_{ROH}} = \frac{-(64.254 - 2.3117P_{ROH})}{H_{FGC}^O} + \frac{(H_{ROH}^O - H_{S_{ROH}}) 63.9262}{H_{FGC}^{O2}}$$

Detailed linearization of equation (3.9) is given in Appendix A.2.

A.1.2 Pressurizer

A.1.2.1 Adiabatic Compression/Expansion

Liquid volume in surge tank is given by

$$\dot{V}_L = v_L + 404.71 \frac{Q_{H1}}{\rho_{fs}^2} q_H$$

This equation can be linearized to give

$$\Delta \dot{V}_L = v_L + \frac{K_{LST} Q_{H1}}{\rho_{fs}^2} q_H \quad (A.1.15)$$

where it is assumed that

$$q_H^O = 0 \text{ and } v_L^O = 0 \quad (A.1.16)$$

Assuming $v_S^O = 0$, the pressure equation

$$\dot{P}_S = 1.27 P_S \frac{(\dot{V}_L - v_S)}{V_T - V_L}$$

is linearized to give

$$\Delta \dot{P}_S = \frac{1.27 P_S^O}{V_T - V_L^O} \dot{\Delta V}_L - \frac{1.27 P_S^O}{V_T - V_L^O} v_S \quad (\text{A.1.17})$$

A.1.2.2 Flashing Mode

With the same assumptions as in adiabatic mode, the equations describing the pressurizer are formulated and linearized.

Pressure:

$$\dot{P}_S = \left[\frac{\rho_{fs}^H \rho_{gs}}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} (v_L - v_S) + Q_{H1} q_H \right] \frac{1}{\xi}$$

so

$$\Delta \dot{P}_S = \frac{1}{\xi^O} \frac{\rho_{fs}^O \rho_{gs}^O}{\rho_{fs}^O - \rho_{gs}^O} (\Delta v_L - \Delta v_S) + \frac{Q_{H1}}{\xi^O} q_H \quad (\text{A.1.18})$$

Liquid Volume:

$$\begin{aligned} \dot{V}_L = & \frac{\rho_{fs}}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} v_L - \frac{\rho_{gs}}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} v_S - \frac{\dot{P}_S}{\rho_{fs} - \rho_{gs}} (-3.08458 \cdot 10^{-8} P_S^2 V_L \\ & + (V_T - V_L) \frac{\partial \rho_{gs}}{\partial P_S}) \end{aligned}$$

Then

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_L = & \frac{\rho_{fs}^O}{\rho_{fs}^O - \rho_{gs}^O} \Delta v_L - \frac{\rho_{gs}^O}{\rho_{fs}^O - \rho_{gs}^O} \Delta v_S \\ & - \frac{(-3.09458 \cdot 10^{-8} P_S^2 V_L^O + (V_T - V_L) \frac{\partial \rho_{gs}}{\partial P_S}}{\rho_{fs}^O - \rho_{gs}^O} \Delta \dot{P}_S \end{aligned} \quad (\text{A.1.19})$$

A.1.3 Steam Generator

A.1.3.1 Preheater Section

Linearization of equation (3.32) gives

$$\Delta \dot{Q}_P^* = (a_6 - a_8) \Delta W_F(t) + a_7 \Delta H_{PS}(t) - a_7 \Delta H_{Pi}(t) - \frac{2}{\tau_{PF}} \Delta Q_P^*(t) \quad (\text{A.1.20})$$

where

$$a_6 = \frac{2}{\tau_{PF}} \frac{W_{F100}}{Q_{B100}} H_{PS}^o$$

$$a_7 = \frac{2}{\tau_{PF}} \frac{W_{F100}}{Q_{B100}} W_F^o$$

$$a_8 = \frac{2}{\tau_{PF}} \frac{W_{F100}}{Q_{B100}} H_{Pi}^o$$

Using equations (3.55) and (3.64) to obtain $\Delta H_{PS}(t)$ and $\Delta H_{Pi}(t)$, equation (A.1.20) becomes

$$\Delta \dot{Q}_P^* = (a_6 - a_8) \Delta W_F + a_7 \frac{\partial H_{PS}}{\partial \rho_{gv}} \Delta \rho_{gv}(t) - K_{F1} a_7 \Delta T_{Pi}(t) - \frac{2}{\tau_{PF}} \Delta Q_P^*(t) \quad (\text{A.1.21})$$

with

$$\frac{\partial H_{PS}}{\partial \rho_{gv}} = (0.025265 - 5.38196 \cdot 10^{-7} \rho_{gv}^o) \quad (\text{A.1.22})$$

$$\tau_{PF} = \frac{M_{P100}}{W_{F100}}$$

A.1.3.2 Boiler Section

Average temperature of boiler coolant, equation (3.34), is linearized to give

$$\begin{aligned} \Delta \dot{T}_B = & - \frac{h_B A_{B100}}{2M_B C_{CB}} \Delta T_B(t) + \frac{h_B A_{B100}}{2M_B C_{CB}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \rho_{gv}} \Delta \rho_{gv}(t) - \frac{W_C}{M_B \beta'_O} \Delta T_B(t) \\ & + \frac{W_C}{M_B \beta'_O} \Delta T_{Bi}(t) + \frac{W_C}{M_B \beta'^2_O} (T_B^O - T_{Bi}^O) \Delta \beta'(t) + \frac{h_B A_{B100} (T_B^O - \tilde{T}^O)}{2M_B C_{CB}^2} \Delta C_{CB}(t) \end{aligned} \quad (A.1.23)$$

To carry on the derivation, we assume that

$$T_{Bi}(t) = T_{ROH}(t)$$

Then if the coolant is not boiling, we have, from equation (3.17),

$$\Delta T_{Bi} = \Delta T_{ROH} = \frac{\partial T_{ROH}}{\partial H_{ROH}} \Delta H_{ROH} \quad (A.1.24-a)$$

But from equation (3.15)

$$\Delta H_{ROH} = \Delta H_{Ci}(t) + \frac{Q_{R100}}{W_C} \Delta Q_R(t) \quad (A.1.24-b)$$

where

$\Delta H_{Ci}(t) = 4.77321 \Delta T_{Ci}^*(t)$ is obtained from equation (3.14) and $\Delta Q_R(t)$ is given by equation (A.1.2).

If the specific heat of primary coolant in boiler cannot be assumed constant

$$\Delta C_{CB} = (-0.114251 + 4.756 \cdot 10^{-4} T_B^O) \Delta T_B \quad (\text{A.1.24-c})$$

Combining equations (A.1.24) with equations (A.1.23) and (A.1.10) gives

$$\begin{aligned} \Delta \dot{T}_B = & b_1 (\Delta T_F - \Delta T_C) + b_2 \Delta T_{Ci}^* + b_3 \Delta P_{ROH} + b_4 \Delta X_e + b_5 \Delta T_B + b_6 \Delta \rho_{gv} \\ & + b_7 \Delta W_F \end{aligned} \quad (\text{A.1.25})$$

For a boiling coolant, we have from equation (3.19)

$$\Delta T_{Bi} = \Delta T_{ROH} = \frac{\partial T_{ROH}}{\partial P_{ROH}} \Delta P_{ROH}$$

and

$$\Delta \dot{T}_B = (b_3 + b_8) \Delta P_{ROH} + b_4 \Delta X_e + b_5 \Delta T_B + b_6 \Delta \rho_{gv} + b_7 \Delta W_F \quad (\text{A.1.26})$$

The coefficients are defined as follows:

$$b_1 = \frac{h_F A_F \sigma k_S}{M_B \beta'_O (1 + \sigma k_S)} \frac{\partial T_{ROH}}{\partial H_{ROH}}$$

$$b_2 = \frac{4.77321 W_C}{M_B \beta'_O} \frac{\partial T_{ROH}}{\partial H_{ROH}}$$

$$b_3 = - \frac{K_{BC} x_{eC}^O W_C^2 (T_B^O - T_{Bi}^O)}{M_B \beta'^2 (Q_{B100} - Q_{P100})} \frac{\partial H_{FGC}}{\partial P_{ROH}}$$

$$\frac{\partial T_{ROH}}{\partial P_{ROH}} = 14.27 - 0.6874 P_{ROH}^O$$

$$\frac{\partial H_{FGC}}{\partial P_{ROH}} = -63.9262$$

A.1.3.3 Riser Section

The linearized form of riser model is obtained from equations (3.35) to (3.37) such that

Enthalpy

$$\Delta \dot{H}_r = \frac{2}{\tau_r} \Delta H_r^*(t) - \frac{2}{\tau_r} \Delta H_r(t) \quad (\text{A.1.27})$$

Quality

$$\Delta \dot{X}_r = \frac{2}{\tau_r} \Delta X_r^*(t) - \frac{2}{\tau_r} \Delta X_r(t) \quad (\text{A.1.28})$$

Volume

$$\Delta \dot{V}_r = \frac{1}{\tau_{rd}} \Delta V_r^*(t) - \frac{\Delta V_r}{\tau_{rd}}(t) \quad (\text{A.1.29})$$

From equation (3.35a) we can write

$$\Delta H_r^* = \Delta H_B(t) + \frac{Q_{B100}}{W_{F100}} \frac{(\Delta Q_B' + \Delta Q_B'')}{(W_{DC}^O + W_F^O)} - \frac{Q_{B100} (Q_B^{O'} + Q_B^{O''})}{W_{F100} (W_{DC}^O + W_F^O)^2} (\Delta W_{DC} + \Delta W_F) \quad (\text{A.1.30})$$

But from (3.43), if we assume $H_D^*(t) = H_D(t)$ together with $H_{PS}^O = H_D^O$, we can write

$$\Delta H_B(t) = \frac{W_{DC}^O}{W_F^O + W_{DC}^O} \Delta H_D(t) + \frac{W_F^O}{W_F^O + W_{DC}^O} \frac{\partial H_{PS}}{\partial \rho_{gv}} \Delta \rho_{gv}(t) \quad (A.1.31)$$

Also, from equations (3.50) and (3.53), we have

$$\begin{aligned} \Delta Q_B' &= \frac{h_{B100}^A}{Q_{B100}} (T_B^O - \tilde{T}^O) \Delta \beta'(t) + \frac{\beta_O' h_{B100}^A}{Q_{B100}} \Delta T_B(t) \\ &\quad - \frac{h_{B100}^A}{Q_{B100}} \beta_O' \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \rho_{gv}} \Delta \rho_{gv}(t) \end{aligned}$$

and

$$\Delta Q_B'' = \frac{W_{CFG}^O}{Q_{B100}} \Delta X_e(t) - \frac{63.9262}{Q_{B100}} W_C X_e^O \Delta P_{ROH}(t) \quad (A.1.32)$$

where $\Delta \beta'(t)$ has been defined in (A.1.10). These two expressions, together with equation (A.1.31), give, after some algebraic manipulations

$$\begin{aligned} \frac{2}{\tau_r} \Delta H_r^*(t) &= b_9 \Delta P_{ROH}(t) + b_{10} \Delta X_e(t) + b_{11} \Delta T_B(t) + b_{12} \Delta H_D(t) \\ &\quad + b_{13} \Delta \rho_{gv}(t) + b_{14} \Delta W_F(t) + b_{15} \Delta X_r(t) + b_{16} \Delta \dot{\rho}_{gv}(t) \\ &\quad + b_{17} \Delta \dot{X}_r(t) \end{aligned} \quad (A.1.33)$$

It should be noted that $\Delta \dot{X}_r$, ΔX_r and $\Delta \dot{\rho}_{gv}$ are introduced by ΔW_{DC} which is defined in equation (A.1.43).

Now, combining equations (3.45) and (3.55) into equation (3.36a) yields

$$\frac{2}{\tau_r} \Delta X_r^*(t) = \frac{2 \Delta H_r(t)}{\tau_r^{O_{HFG}}} + b_{18} \Delta \rho_{gv}(t) \quad (A.1.34)$$

$$b_4 = - \frac{K_{BC} W_C^2 (T_B^O - T_{Bi}^O)}{M_B \beta'_O{}^2 (Q_{B100} - Q_{P100})} H_{FGC}^O$$

$$b_5 = - \left[\frac{h_{B100}^A}{2M_B C_{CB}} + \frac{W_C}{M_B \beta'_O} \right] + \frac{h_{B100}^A}{2M_B C_{CB}^O} (T_B^O - \tilde{T}^O) \frac{\partial C_{CB}}{\partial T_B}$$

$$b_6 = \frac{h_{B100}^A}{2M_B C_{CB}} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \rho_{gv}}$$

$$b_7 = - \frac{W_C^A P_{100} (T_B^O - T_{Bi}^O)}{A_{B100} M_B \beta'_O{}^2}$$

$$b_8 = \frac{\partial T_{ROH}}{\partial P_{ROH}} \frac{W_C}{M_B \beta'_O}$$

$$\frac{\partial T_{ROH}}{\partial H_{ROH}} = 0.36618 - 1.386 \times 10^{-4} H_{ROH}^O$$

$$H_{FGC}^O = 1809.62 - 63.9262 P_{ROH}^O$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \rho_{gv}} = 5.5592 \times 10^{-3} - 1.2767 \times 10^{-7} \rho_{gv}^O$$

$$\frac{\partial C_{CB}}{\partial T_B} = -0.114251 + 4.756 \times 10^{-4} T_B^O$$

so that equations (A.1.27) and (A.1.28) become

$$\begin{aligned} \Delta \dot{H}_r &= -\frac{2}{\tau_r} \Delta H_r + b_9 \Delta P_{ROH} + b_{10} \Delta X_e + b_{11} \Delta T_B + b_{12} \Delta H_D \\ &= \\ &+ b_{13} \Delta \rho_{gv} + b_{14} \Delta W_F + b_{15} \Delta X_r + b_{16} \Delta \dot{X}_r + b_{17} \Delta \dot{\rho}_{gv} \end{aligned}$$

$$\Delta \dot{X}_r(t) = -\frac{2}{\tau_r} \Delta X_r(t) + \frac{2}{\tau_r \frac{OH}{FG}} \Delta H_r(t) + b_{18} \Delta \rho_{gv}(t) \quad (\text{A.1.35})$$

Simulation results from G2SIM showed that the riser volume can be assumed constant, i.e. $\Delta \dot{V}_r = 0$.

The coefficients in these equations are defined as follows:

$$b_9 = \frac{2}{\tau_r^0} \left[\frac{63.9262 W_C X_e^0}{W_{F100} (W_F^0 + W_{DC}^0)} \left\{ \frac{K_{BC} h_B A_{B100} (T_B^0 - \tilde{T}^0)}{Q_{B100} - Q_{P100}} - 1 \right\} \right]$$

$$b_{10} = \frac{2}{\tau_r^0} \left[\frac{W_C H_{FGC}^0}{W_{F100} (W_F^0 + W_{DC}^0)} - \frac{K_{BC} W_C H_{FGC}^0 h_B A_{B100} (T_B^0 - \tilde{T}^0)}{(Q_{B100} - Q_{P100}) (W_F^0 + W_{DC}^0) W_{F100}} \right]$$

$$b_{11} = \frac{2}{\tau_r^0} \frac{h_B A_{B100} \beta'_O}{W_{F100} (W_F^0 + W_{DC}^0)}$$

$$b_{12} = \frac{2}{\tau_r^0} \frac{W_{DC}^0}{(W_F^0 + W_{DC}^0)}$$

$$b_{13} = \frac{2}{\tau_r^o} \left[\frac{W_F^o}{W_F^o + W_{DC}^o} \frac{\partial H_{PS}}{\partial \rho_{gv}} - \frac{\beta_o' h_{BA}^{A_{B100}}}{W_{F100} (W_F^o + W_{DC}^o)} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \rho_{gv}} \right]$$

$$b_{14} = -\frac{2}{\tau_r^o} \left[\frac{h_{BA}^{A_{P100}} (T_B^o - \tilde{T}^o)}{W_{F100} (W_F^o + W_{DC}^o)} + \frac{Q_{B100} (Q_B^{o'} + Q_B^{o''})}{W_{F100} (W_F^o + W_{DC}^o)^2} (1 + C_{16}) \right]$$

$$b_{15} = -\frac{2}{\tau_r^o} \frac{Q_{B100} (Q_B^{o'} + Q_B^{o''})}{W_{F100} (W_F^o + W_{DC}^o)^2} C_{13}$$

$$b_{16} = -\frac{2}{\tau_r^o} \frac{Q_{B100} (Q_B^{o'} + Q_B^{o''})}{W_{F100} (W_F^o + W_{DC}^o)^2} C_{14}$$

$$b_{17} = -\frac{2}{\tau_r^o} \frac{Q_{B100} (Q_B^{o'} + Q_B^{o''})}{W_{F100} (W_{DC}^o + W_F^o)^2} C_{15}$$

$$b_{18} = -\frac{2}{\tau_r^o} \left[\frac{H_r - H_{PS}^o}{H_{FG}^o} \frac{\partial H_{FG}}{\partial \rho_g} - \frac{1}{H_{FG}^o} \frac{\partial H_{PS}}{\partial \rho_{gv}} \right]$$

A.1.3.4 Steam Drum

Perturbation on liquid volume in steam drum is derived from equation (3.38)

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_W = & 6.8385 \times 10^{-12} W_{F100} [(1 - X_r^o) W_r^o - W_{DC}^o] \Delta \rho_{gv}(t) \\ & + \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}^o} (1 - X_r^o) \Delta W_r(t) - \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}^o} W_r^o \Delta X_r(t) - \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}^o} \Delta W_{DC}(t) \end{aligned}$$

(A.1.36)

From equations (3.46) and (3.47) we have

$$\Delta W_r = \Delta W_{DC}(t) + \Delta W_F(t) - \frac{V_r^O}{W_{F100}} \Delta \dot{\rho}_r \quad (\text{A.1.37})$$

and

$$\begin{aligned} \text{SLOPP} \cdot \Delta X_r &= 2K_{DC} W_{DC}^O \Delta W_{DC}(t) + 56K_r W_r^{O2} \Delta X_r(t) \\ &+ 2K_r \theta^O W_r^O \Delta W_r(t) \end{aligned} \quad (\text{A.1.38})$$

which by substitution gives

$$\begin{aligned} \Delta W_r &= \frac{\text{SLOPP} - 56 \cdot K_r W_r^{O2}}{2(K_{DC} W_{DC}^O + K_r \theta^O W_r^O)} \Delta X_r(t) + \frac{K_{DC} W_{DC}^O}{K_{DC} W_{DC}^O + K_r \theta^O W_r^O} \Delta W_F(t) \\ &- \frac{K_{DC} W_{DC}^O V_r^O}{W_{F100} (K_{DC} W_{DC}^O + K_r \theta^O W_r^O)} \Delta \dot{\rho}_r(t) \end{aligned} \quad (\text{A.1.39})$$

But from equation (3.44) we can write

$$\Delta \dot{\rho}_r = (1 - \phi_r^O) \Delta \dot{\rho}_{FV} + (\rho_{gv}^O - \rho_{FV}^O) \Delta \dot{\phi}_r + \phi_r^O \Delta \dot{\rho}_{gv} \quad (\text{A.1.40})$$

Let

$$\frac{\partial \rho_{FV}}{\partial t} = \frac{\partial \rho_{FV}}{\partial P_D} \frac{\partial P_D}{\partial t}$$

and

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_r}{\partial t} &= \frac{\partial \phi_r}{\partial X_r} \frac{\partial X_r}{\partial t} \\ &= \text{SLOP} \dot{X}_r \end{aligned}$$

Then, after substitutions, we have

$$\Delta \dot{\rho}_r = \left[\phi_r^0 - \frac{6.8385(1-\phi_r^0)}{(1.1098+0.03533P_D^0)^2} \right] \Delta \dot{\rho}_{gv} + (\rho_{gv}^0 - \rho_{FV}^0) SLOP \Delta \dot{X}_r \quad (A.1.41)$$

Combining equations (A.1.39) and (A.1.41) gives

$$\Delta W_r = C_3 \Delta X_r(t) + C_4 \Delta W_F(t) + C_5 \Delta \dot{\rho}_{gv} + C_6 \Delta \dot{X}_r \quad (A.1.42)$$

Also, ΔW_{DC} can be stated as a function of ΔW_r
so that

$$\Delta W_{DC} = C_3 \Delta X_r(t) + C_4 \Delta W_F + C_5 \Delta \dot{\rho}_{gv} + C_6 \Delta \dot{X}_r - \Delta W_F + \frac{V_r^0}{W_{F100}} \Delta \dot{\rho}_r$$

or

$$\Delta W_{DC} = C_{13} \Delta X_r(t) + C_{14} \Delta \dot{\rho}_{gv}(t) + C_{15} \Delta \dot{X}_r(t) + C_{16} \Delta W_F(t) \quad (A.1.43)$$

where

$$\rho_{FV} = \frac{10^6}{1.1098 + 0.03533P_D}$$

$$\Delta \rho_{FV} = - \frac{3.533 \times 10^4 \Delta P_D}{(1.1098+0.03533P_D^0)^2}$$

$$\Delta P_D = 1.9356 \times 10^{-4} \Delta \rho_{gv}$$

$$\Delta \rho_{FV} = - \frac{6.8385}{(1.1098+0.03533 P_D^0)^2} \Delta \rho_{gv}$$

$$\frac{\partial H_{FG}}{\partial \rho_{gv}} = -0.02295 + 3.8264 \times 10^{-7} \rho_{gv}^{\circ}$$

$$C_3 = \frac{SLOPP - 56K_r W_r^{\circ 2}}{2(K_{DC} W_{DC}^{\circ} + K_r \theta^{\circ} W_r^{\circ})}$$

$$C_4 = \frac{K_{DC} W_{DC}^{\circ}}{K_{DC} W_{DC}^{\circ} + K_r \theta^{\circ} W_r^{\circ}}$$

$$C_5 = -\frac{V_r^{\circ} C_4}{W_{F100}} \left[\phi_r^{\circ} - \frac{6.8385(1-\phi_r^{\circ})}{(1.1098 + 0.03533 P_D^{\circ})^2} \right]$$

$$C_6 = -\frac{V_r^{\circ} C_4}{W_{F100}} \left(\rho_{gv}^{\circ} - \rho_{FV}^{\circ} \right) SLOP$$

$$C_{10} = -\frac{V_r^{\circ} \rho_r^{\circ} C_5}{W_{F100} W_r^{\circ 2}}$$

$$C_{11} = -\frac{V_r^{\circ} \rho_r^{\circ} C_6}{W_{F100} W_r^{\circ 2}}$$

$$C_{12} = -\frac{V_r^{\circ} \rho_r^{\circ} C_4}{W_{F100} W_r^{\circ 2}}$$

$$C_{13} = C_3$$

$$C_{14} = C_5 + \frac{V_r^O}{W_{F100}} \left[\phi_r^O - \frac{6.8385(1-\phi_r^O)}{(1.1098 + 0.03533 P_D^O)^2} \right]$$

$$C_{15} = C_6 + \frac{V_r}{W_{F100}} \text{SLOP}(\rho_{gv}^O - \rho_{FV}^O)$$

$$C_{16} = C_4 - 1$$

Now equations (A.1.42) and (A.1.43) can be brought into equation (A.1.36) to give

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_W = & C_{18} \Delta X_r(t) + C_{19} \Delta \dot{X}_r(t) + C_{21} \Delta \rho_{gv}(t) \\ & + C_{22} \Delta \dot{\rho}_{gv}(t) + C_{23} \Delta W_F(t) \end{aligned} \quad (\text{A.1.44})$$

Perturbation on boiler drum liquid enthalpy can be derived from equation (3.39), as follows:

$$\Delta \dot{H}_D = \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}^O V_W^O} (1-X_r^O) W_r^O \left\{ \frac{\partial H_{PS}}{\partial \rho_{gv}} \Delta \rho_{gv}(t) - \Delta H_D(t) \right\} \quad (\text{A.1.45})$$

where $H_{PS}^O = H_D^O$ was assumed

$$\Delta \dot{H}_D = C_{27} \Delta H_D(t) + C_{28} \Delta \rho_{gv}(t) \quad (\text{A.1.46})$$

The coefficients are defined, as follows:

$$C_{18} = \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}^O} ((1-X_r^O) C_3 - C_{13} - W_r^O)$$

$$C_{19} = \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}^0} ((1-x_r^0)C_6 - C_{15})$$

$$C_{21} = 6.8385 \times 10^{-12} W_{F100} [(1-x_r^0)W_r^0 - W_{DC}^0]$$

$$C_{22} = \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}^0} [(1-x_r^0)C_5 - C_{14}]$$

$$C_{23} = \frac{W_{F100}}{\rho_{FV}^0} [(1-x_r^0)C_4 - C_{16}]$$

$$C_{27} = - \frac{W_{F100} (1-x_r^0)W_r^0}{\rho_{FV}^0 V_W^0}$$

$$C_{28} = \frac{W_{F100}}{V_W^0} (1-x_r^0)W_r^0 \left[\frac{1}{\rho_{FV}^0} \frac{\partial H_{PS}}{\partial \rho_{gv}} \right]$$

Now the linear differential equation of the boiler drum vapor density is derived by expanding and linearizing equation (3.40).

Since $\dot{V}_r = 0$, equation (3.40) becomes

$$\dot{\rho}_{gv} = \frac{W_{F100} (x_r W_r - W_S)}{V_D - V_W + V_{SM} + V_r \phi_r} + \frac{\rho_{gv} \dot{V}_W}{V_D - V_W + V_{SM} + V_r \phi_r} \quad (A.1.47)$$

$$\Delta \dot{\rho}_{gv} = \frac{W_{F100} W_r^O}{DENO} \Delta X_r + \frac{W_{F100} X_r^O \Delta W_r}{DENO} - \frac{W_{F100}}{DENO} \Delta W_S + \rho_{gv}^O \frac{\Delta \dot{V}_W}{DENO}$$

(A.1.48)

where

$$DENO = V_D - V_W^O + V_{SM} + V_r \phi_r^O$$

Now equations (A.1.42) and (A.1.44) can be brought into equation (A.1.48) to give

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\rho}_{gv} = & d_1' \Delta X_r(t) + \frac{W_{F100} X_r^O}{DENO} \left\{ C_3 \Delta X_r + C_4 \Delta W_F \right. \\ & \left. + C_5 \Delta \dot{\rho}_{gv} - \frac{2C_6}{\tau_r^O} \Delta X_r + \frac{2C_6}{\tau_r^O H_{rFG}^O} \Delta H_r + b_{18} C_6 \Delta \rho_{gv} \right\} \\ & + \frac{\rho_{gv}^O}{DENO} \left\{ C_{18} X_r + C_{19} \left(-\frac{2}{\tau_r^O} \Delta X_r \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{2}{\tau_r^O H_{rFG}^O} \Delta H_r + b_{18} \Delta \rho_{gv} \right) + C_{21} \Delta \rho_{gv} + C_{22} \Delta \dot{\rho}_{gv} \right. \\ & \left. + C_{23} \Delta W_F \right\} - \frac{W_{F100}}{DENO} \Delta W_S \\ & + \frac{W_{F100} (X_r^O W_r^O - W_S^O)}{[DENO]^2} \Delta V_W(t) \end{aligned} \quad (A.1.49)$$

Perturbation on measured steam flow can be evaluated together with turbine steam flow by linearizing equations (3.57) to (3.60) and by solving the resultant set of linear algebraic equations.

$$\Delta W_S = \Delta W_T + \Delta W_{CSDV} \quad (A.1.50)$$

$$\Delta W_T = \frac{W_{T100}}{P_{T100}} P_T^O \Delta S_S + \frac{W_{T100}}{P_{T100}} S_S^O \Delta P_T \quad (A.1.51)$$

$$\Delta W_{CSDV} = \frac{K_{CSDV} P_T^O}{P_{T100}} \Delta S_{CSDV} \quad (A.1.52)$$

$$\Delta P_T = \Delta P_D - 2K_T W_S^O \Delta W_S \quad (A.1.53)$$

$$\Delta P_D = 1.9356 \times 10^{-4} \Delta \rho_{gv} \quad (A.1.54)$$

where it is assumed that

$$S_{CSDV}^O = 0$$

Relevant solutions to this set of equations are

$$\Delta P_T = \frac{1.9356 \times 10^{-4}}{d_3'} \Delta \rho_{gv}(t) - d_4' \Delta S_S(t) - d_4' \frac{K_{CSDV}}{W_{T100}} \Delta S_{CSDV}(t) \quad (A.1.55)$$

$$\Delta W_T = d_5' \Delta S_S(t) - \frac{S_S^O d_4'}{P_{T100}} K_{CSDV} \Delta S_{CSDV}(t) + d_8' \Delta \rho_{gv}(t) \quad (A.1.56)$$

$$\Delta W_S = d_5' \Delta S_S(t) + d_7' \Delta S_{CSDV}(t) + d_8' \Delta \rho_{gv}(t) \quad (A.1.57)$$

Substitution of (A.1.58) into (A.1.50) gives

$$\begin{aligned} \Delta \dot{\rho}_{gv} = & d_1 \Delta X_r(t) + d_3 \Delta H_r(t) + d_4 \Delta V_W(t) + d_5 \Delta \rho_{gv}(t) \\ & + d_7 \Delta W_F(t) + d_8 \Delta S_{CSDV}(t) + d_9 \Delta S_S(t) \end{aligned} \quad (A.1.58)$$

$$d_1' = \frac{W_{F100} W_r^O [V_D - V_W^O + V_{SM} + V_r^O \phi_r^O]}{[V_D - V_W^O + V_{SM} + V_r^O \phi_r^O]^2}$$

$$d_2' = - \frac{W_{F100} (X_r^O W_r^O - W_S^O) \phi_r^O}{[V_D - V_W^O + V_{SM} + V_r^O \phi_r^O]^2}$$

$$d_3' = \left[1. + 2K_T W_S^O \frac{W_{T100}}{P_{T100}} S_S^O \right]$$

$$d_4' = \frac{2K_T W_S^O W_{T100} P_T^O}{d_3' P_{T100}}$$

$$d_5' = \frac{W_{T100} P_T^O}{P_{T100} d_3'}$$

$$d_6' = \frac{W_{T100}}{P_{T100}} \left(P_T^O - \frac{S_S^O d_4'}{60D_{GOV}} \right)$$

$$d_7' = \frac{K_{CSDV}}{P_{T100}} \left(P_T^O - S_S^O d_4' \right)$$

$$d_8' = \frac{W_{T100}}{P_{T100}} S_S^O \frac{1.9356 \times 10^{-4}}{d_3'}$$

$$d_1 = \frac{1}{C_{30}} \left[d_1' + \frac{W_{F100} X_r^O (C_3 - 2C_6 / \tau_r^O)}{V_D - V_W^O + V_{SM}^O + V_r^O \phi_r^O} + \frac{\rho_{gv} (C_{18} - 2C_{19} / \tau_r^O)}{V_D - V_W^O + V_{SM}^O + V_r^O \phi_r^O} \right]$$

$$d_2 = \frac{d_2'}{C_{30}}$$

$$d_3 = \frac{1}{C_{30}} \left[\frac{2(C_6 W_{F100} X_r^O + C_{19} \rho_{gv}^O)}{(V_D - V_W^O + V_{SM}^O + V_r^O \phi_r^O) \tau_r^O H_{FG}^O} \right]$$

$$d_4 = \frac{1}{C_{30}} \left[\frac{W_{F100} (X_r^O W_r^O - W_S^O)}{(V_D - V_W^O + V_{SM}^O + V_r^O \phi_r^O)^2} \right]$$

$$d_5 = \frac{1}{C_{30}} \left[\frac{b_{18} (C_6 W_{F100} X_r^O + C_{19} \rho_{gv}^O) + \rho_{gv}^O C_{21} - W_{F100} d_8'}{V_D - V_W^O + V_{SM}^O + V_r^O \phi_r^O} \right]$$

$$d_6 = \frac{1}{C_{30}} \left[- \frac{W_{F100} d_6'}{(V_D - V_W^O + V_{SM}^O + V_r^O \phi_r^O)} \right]$$

$$d_7 = \frac{1}{C_{30}} \left[\frac{C_4 W_{F100} X_r^0 + \rho_{gv}^0 C_{23}}{V_D - V_W^0 + V_{SM} + V_r^0 \phi_r^0} \right]$$

$$d_8 = \frac{-W_{F100} d_7'}{C_{30} (V_D - V_W^0 + V_{SM} + V_r^0 \phi_r^0)}$$

$$d_9 = \frac{-W_{F100} d_5'}{C_{30} (V_D - V_W^0 + V_{SM} + V_r^0 \phi_r^0)}$$

Turbine power and Feedwater circuit equations are directly linearized in state-space equations in next Annexe.

ANNEXE A.2

STATE SPACE DESCRIPTION OF G-2 LINEAR ANALYTICAL MODEL

In this appendix, the conventional state space notations are adopted to describe the model linear equations. Tables A.2.1 to A.2.3 give the lists of states, measurable and control variables. With this symbolism, the state-space equations of the linear model are obtained from equations developed in Appendix A.1.

TABLE A.2.1

STATE VARIABLES

$x_1(t) = \Delta n(t)$	$x_{13}(t) = \Delta T_B(t)$
$x_2(t) = \Delta C_1(t)$	$x_{14}(t) = \Delta H_r(t)$
$x_3(t) = \Delta C_2(t)$	$x_{15}(t) = \Delta X_r(t)$
$x_4(t) = \Delta T_F(t)$	$x_{16}(t) = \Delta V_W(t)$
$x_5(t) = \Delta Q_d(t)$	$x_{17}(t) = \Delta H_D(t)$
$x_6(t) = \Delta T_C(t)$	$x_{18}(t) = \Delta \rho_{gv}(t)$
$x_7(t) = \Delta T_{Ci}^*(t)$	$x_{19}(t) = \Delta P_m(t)$
$x_8(t) = \Delta P_{ROH}(t)$	$x_{20}(t) = \Delta v_L(t)$
$x_9(t) = \Delta X_e(t)$	$x_{21}(t) = \Delta W_F(t)$
$x_{10}(t) = \Delta K_Z(t)$	$x_{22}(t) = \Delta Q_P^*(t)$
$x_{11}(t) = \Delta V_L(t)$	$x_{23}(t) = \Delta T_{HPF}(t)$
$x_{12}(t) = \Delta P_S(t)$	$x_{24}(t) = \Delta T_{Pi}(t)$

TABLE A.2.2

MEASURABLE VARIABLES

$$\begin{aligned}
 y_1(t) &= \Delta n(t) \\
 y_2(t) &= \Delta P_{ROH}(t) \\
 y_3(t) &= \Delta L_P(t) \\
 y_4(t) &= \Delta L_D(t) \\
 y_5(t) &= \Delta P_D(t) \\
 y_6(t) &= \Delta W_S(t) - W_F(t) \\
 y_7(t) &= \Delta P_m(t) \\
 y_8(t) &= \Delta P_S(t)
 \end{aligned}$$

TABLE A.2.3

CONTROL VARIABLES

$$\begin{aligned}
 u_1(t) &= \Delta S_z(t) \\
 u_2(t) &= \Delta q_H(t) \\
 u_3(t) &= \Delta v_S^*(t) \\
 u_4(t) &= \Delta S_{FW}(t) \\
 u_5(t) &= \Delta S_{CSDV}(t) \\
 u_6(t) &= \Delta S_S(t) \\
 u_7(t) &= U_{PROH}(t) = v_{FD}^* - v_{BL}^*
 \end{aligned}$$

Neutron flux

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 = & a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + a_{1,3}x_3 + a_{1,4}x_4 \\ & + a_{1,6}x_6 + a_{1,9}x_9 + a_{1,10}x_{10}\end{aligned}\quad (\text{A.2.1})$$

Precursor concentrations - 2 groups

$$\dot{x}_2 = a_{2,1}x_1 + a_{2,2}x_2 \quad (\text{A.2.2})$$

$$\dot{x}_3 = a_{3,1}x_1 + a_{3,3}x_3 \quad (\text{A.2.3})$$

Fuel mean temperature and decay heat from fission products

$$\dot{x}_4 = a_{4,1}x_1 + a_{4,4}x_4 + a_{4,5}x_5 + a_{4,6}x_6 \quad (\text{A.2.4})$$

$$\dot{x}_5 = a_{5,1}x_1 + a_{5,5}x_5 \quad (\text{A.2.5})$$

Coolant mean temperatures in the core and at the inlet of the core

$$\begin{aligned}\dot{x}_6 = & a_{6,4}x_4 + a_{6,6}x_6 + a_{6,8}x_8 + a_{6,9}x_9 \\ & + a_{6,13}x_{13} + a_{6,18}x_{18} + a_{6,21}x_{21} \\ & + a_{6,22}x_{22}\end{aligned}\quad (\text{A.2.6})$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_7 = & a_{7,7}x_7 + a_{7,8}x_8 + a_{7,9}x_9 + a_{7,13}x_{13} \\ & + a_{7,18}x_{18} + a_{7,21}x_{21} + a_{7,22}x_{22}\end{aligned}\quad (\text{A.2.7})$$

Quality in Reactor Outlet Header

$$\dot{x}_9 = a_{9,4}x_4 + a_{9,6}x_6 + a_{9,7}x_7 + a_{9,8}x_8 + a_{9,9}x_9 \quad (\text{A.2.8})$$

Zone Reactivity

$$\dot{x}_{10} = b_{10,1}u_1(t) \quad (\text{A.2.9})$$

The coefficients in the above equations are defined, as follows:

$$a_{1,1} = -\frac{\beta}{\ell^*}$$

$$a_{1,2} = \Lambda_1 \left[\frac{\sum_{i=1}^3 \beta_i}{\sum_{i=1}^3 \beta_i / \lambda_i} \right]$$

$$a_{1,3} = \Lambda_2 = \left[\frac{\sum_{i=4}^6 \beta_i}{\sum_{i=4}^6 \beta_i / \lambda_i} \right]$$

$$a_{1,4} = - \left[\frac{n_o}{\ell^*} \cdot \frac{k_p h_F A_F \sigma k_S}{Q_{R100} (1 + \sigma k_S)} \right]$$

$$a_{1,6} = -a_{1,4}$$

$$\sigma k_S = 0.05716$$

$$a_{1,9} = \frac{k_v n_o}{\ell^*}$$

$$a_{1,10} = \frac{n_o}{\ell^*}$$

$$a_{2,1} = \frac{\sum_{i=1}^3 \beta_i}{\ell^*}$$

$$a_{2,2} = -a_{1,2}$$

$$a_{3,1} = \frac{\sum_{i=4}^6 \beta_i}{\ell^*}$$

$$a_{3,3} = -a_{1,3}$$

$$\beta = \sum_{i=1}^6 \beta_i$$

$$a_{4,1} = Q_{R100} \frac{(1-\gamma_h)}{M_F C_F} \text{ with } \gamma_h = \sum_{i=1}^3 \gamma_i$$

$$a_{4,4} = - \frac{4h_F \sigma k_S}{\rho_F C_F d_F (1 + \sigma k_S)}$$

$$a_{4,5} = \frac{Q_{R100}}{M_F C_F}$$

$$a_{4,6} = -a_{4,4}$$

$$a_{5,1} = \lambda_h \gamma_h$$

$$a_{5,5} = -\lambda_h \text{ with } \lambda_h = \frac{\sum_{i=1}^3 \lambda_{hi} \gamma_i}{\sum_{i=1}^3 \gamma_i}$$

$$a_{6,4} = \frac{h_F A_F \sigma k_S}{M_{RC} C_{RC} (1 + \sigma k_S)}$$

$$a_{6,6} = - \left(a_{6,4} + \frac{2}{\tau_{RC}} \right)$$

$$a_{6,8} = \frac{2}{\tau_{RC}} a_3$$

$$a_{6,9} = \frac{2}{\tau_{RC}} a_2$$

$$a_{6,13} = \frac{2}{\tau_{RC}} a_1$$

$$a_{6,18} = \frac{2}{\tau_{RC}} a_4$$

$$a_{6,21} = \frac{2a_5}{\tau_{RC}}$$

$$a_{6,22} = a_{7,22} = \frac{2}{\tau_{RC}} a_Q$$

$$a_{7,7} = -\frac{2}{\tau_{RC}}$$

$$a_{7,8} = a_{6,8}$$

$$a_{7,9} = a_{6,9}$$

$$a_{7,13} = a_{6,13}$$

$$a_{7,18} = a_{6,18}$$

$$a_{7,21} = a_{6,21}$$

$$a_Q = - \frac{2Q_{B100}}{\tau_{RC} W_C C_{CP}}$$

$$a_{9,4} = \frac{a_{TF}}{2\tau_x}$$

$$a_{9,6} = - \frac{a_{TC}}{2\tau_x}$$

$$a_{9,7} = \frac{a_{TCi}}{2\tau_x}$$

$$a_{9,8} = \frac{a_{PROH}}{2\tau_x}$$

$$a_{9,9} = - \frac{1}{2\tau_x}$$

$$b_{10,1} = -4K_Z S_Z^O$$

Detailed Linearization of Equation (3.9), i.e. Pressure in Reactor Outlet Header

$$\dot{P}_{ROH} = \frac{1}{K_e} [\dot{V}_{LS} + \dot{\phi} - v_L + UP_{ROH}] \quad (A.2.10)$$

where

$$K_e = \left[\frac{V_{RB}^{-\phi}}{v_{FRB}} + \frac{V_{BR}}{FBR} + \frac{V_{CB}}{v_{FB}} + \frac{V_{CR}}{v_{FR}} \right] \times$$

$$\left\{ \frac{\partial v_F}{\partial P_{ROH}} \right\} \frac{P_{ROH100}}{P_{ROH}} - \phi \rho_g \left\{ \frac{\partial v_g}{\partial P_{ROH}} \right\}$$

Small perturbation theory is applied to linearize equation (A.2.10)

$$\Delta \dot{P}_{ROH} = \frac{1}{K_e^0} [\Delta \dot{V}_{LS} + \Delta \dot{\phi}] - \frac{\Delta v_L}{k_e^0} + \frac{\Delta U_{PROH}}{K_e^0} \quad (A.2.11)$$

Now, let us evaluate each of the terms in this equation.

$$\Delta \dot{V}_{LS} = \Delta \dot{V}_{RL} + \Delta \dot{V}_{BL} + \Delta \dot{V}_{PP} \quad (A.2.12)$$

$$\Delta \dot{V}_{RL} = V_{CR} \left\{ \frac{\partial v_{FR}}{\partial T_C} \right\}^0 \frac{1}{v_{FR}^0} \Delta \dot{T}_C \quad (A.2.13)$$

$$\Delta \dot{V}_{BL} = V_{CB} \left\{ \frac{\partial v_{FB}}{\partial T_B} \right\}^0 \frac{1}{v_{FB}^0} \Delta \dot{T}_B \quad (A.2.14)$$

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_{PP} &= \left(V_{RB} - \phi \right) \left\{ \frac{\partial v_{FRB}}{\partial T_{RB}} \right\}^0 \frac{1}{v_{FRB}^0} \Delta \dot{T}_{RB} \\ &+ V_{BR} \left\{ \frac{\partial v_{FBR}}{\partial T_{BR}} \right\}^0 \frac{1}{v_{FBR}^0} \Delta \dot{T}_{BR} \end{aligned} \quad (A.2.15)$$

The derivation is carried on with the following assumptions

$$T_{RB} = T_{ROH}$$

$$T_{BR} = T_{Ci}^*$$

Then

$$\Delta T_{RB} = \Delta \dot{T}_{ROH}$$

If the coolant is not boiling

$$\begin{aligned} \Delta \dot{T}_{RB} = & (1.75 - 6.62 \times 10^{-4} H_{ROH}^O) \Delta \dot{T}_{Ci}^* \\ & + \frac{h_F A_F \sigma k_S}{W_C (1 + \sigma k_S)} (0.36618 - 1.386 \times 10^{-4} H_{ROH}^O) (\Delta \dot{T}_F - \Delta \dot{T}_C) \end{aligned} \quad (A.2.16)$$

and

$$\Delta \dot{T}_{BR} = \Delta \dot{T}_{Ci}^*$$

Combining these two expressions with equation (A.2.15) gives

$$\Delta \dot{V}_{PP} = p_1 \Delta \dot{T}_{Ci}^* + p_2 (\Delta \dot{T}_F - \Delta \dot{T}_C) \quad (A.2.17)$$

If the coolant is boiling

$$\Delta \dot{T}_{RB} = \Delta \dot{T}_{ROH} = 14.27 \Delta \dot{P}_{ROH} - 0.6874 P_{ROH}^O \Delta \dot{P}_{ROH}$$

Then

$$\Delta \dot{V}_{PP} = p_3 \Delta \dot{T}_{Ci}^* + p_4 \Delta \dot{P}_{ROH} \quad (A.2.18)$$

Therefore, in case of a non-boiling coolant, equation (A.2.12) gives

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_{LS} = & V_{CR} \left\{ \frac{\partial v_{FR}}{\partial T_C} \right\}^O \frac{1}{v_{FR}^O} \Delta \dot{T}_C + V_{CB} \left\{ \frac{\partial v_{FB}}{\partial T_B} \right\}^O \frac{1}{v_{FB}^O} \Delta \dot{T}_B \\ & + p_1 \Delta \dot{T}_{Ci}^* + p_2 (\Delta \dot{T}_F - \Delta \dot{T}_C) \end{aligned} \quad (A.2.19)$$

While for a boiling coolant it becomes

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_{LS} = & V_{CR} \left\{ \frac{\partial v_{FR}}{\partial T_C} \right\}^{\circ} \frac{1}{v_{FR}^{\circ}} \Delta \dot{T}_C + V_{CB} \left\{ \frac{\partial v_{FB}}{\partial T_B} \right\}^{\circ} \frac{1}{v_{FB}^{\circ}} \Delta \dot{T}_B \\ & + p_3 \Delta \dot{T}_{Ci}^* + p_4 \Delta \dot{P}_{ROH} \end{aligned} \quad (A.2.20)$$

On the other hand we have

$$\Delta \dot{\phi} = (463.48 - 4161.4 X_e^{\circ}) \Delta \dot{X}_e$$

The coefficients are defined as follows:

$$v_{FR}^{\circ} = 2.052 \times 10^{-6} - 8.911 \times 10^{-9} T_C^{\circ} + 2.118 \times 10^{-11} T_C^{\circ 2}$$

$$\left\{ \frac{\partial v_{FR}}{\partial T_C} \right\}^{\circ} = -8.911 \times 10^{-9} + 4.236 \times 10^{-11} T_C^{\circ}$$

$$v_{FB}^{\circ} = 2.052 \times 10^{-6} - 8.911 \times 10^{-9} T_B^{\circ} + 2.118 \times 10^{-11} T_B^{\circ 2}$$

$$\left\{ \frac{\partial v_{FB}}{\partial T_B} \right\}^{\circ} = -8.911 \times 10^{-9} + 4.236 \times 10^{-11} T_B^{\circ}$$

$$v_{FRB}^{\circ} = 2.052 \times 10^{-6} - 8.911 \times 10^{-9} T_{ROH}^{\circ} + 2.118 \times 10^{-11} T_{ROH}^{\circ 2}$$

$$\left\{ \frac{\partial v_{FRB}}{\partial T_{RB}} \right\}^{\circ} = -8.911 \times 10^{-9} + 4.236 \times 10^{-11} T_{ROH}^{\circ}$$

$$v_{FBR}^{\circ} = 2.052 \times 10^{-6} - 8.911 \times 10^{-9} T_{Ci}^* + 2.118 \times 10^{-11} T_{Ci}^{\circ 2}$$

$$\left\{ \frac{\partial v_{\text{FBR}}}{\partial T_{\text{BR}}} \right\}^{\circ} = -8.911 \times 10^{-9} + 4.236 \times 10^{-11} T_{\text{Ci}}^{\circ}$$

$$\left\{ \frac{\partial v_{\text{g}}}{\partial P_{\text{ROH}}} \right\}^{\circ} = -7.435 \times 10^{-6} + 5.359 \times 10^{-7} P_{\text{ROH}}$$

$$P_3 = V_{\text{BR}} \frac{\partial v_{\text{FBR}}}{\partial T_{\text{BR}}} \frac{1}{v_{\text{FBR}}}$$

$$P_1 = (V_{\text{RB}} - \phi) \frac{\partial v_{\text{FRB}}}{\partial T_{\text{RB}}} (1.75 - 6.62 \times 10^{-4} H_{\text{ROH}}^{\circ}) \frac{1}{v_{\text{FRB}}} + P_3$$

$$P_2 = (V_{\text{RB}} - \phi) \frac{\partial v_{\text{FRB}}}{\partial T_{\text{RB}}} \frac{h_{\text{F}} A_{\text{F}} \sigma k_{\text{S}}}{(1 + \sigma k_{\text{S}})} (0.3668 - 1.386 \times 10^{-4} H_{\text{ROH}}^{\circ}) \frac{1}{W_{\text{C}} v_{\text{FRB}}}$$

$$P_4 = (V_{\text{RB}} - \phi) \frac{\partial v_{\text{FRB}}}{\partial T_{\text{RB}}} (14.27 - 0.6874 P_{\text{ROH}}) \frac{1}{v_{\text{FRB}}}$$

$$P_5 = \left(\frac{(V_{\text{RB}} - \phi)}{v_{\text{FRB}}} + \frac{V_{\text{BR}}}{v_{\text{FBR}}} + \frac{V_{\text{CB}}}{v_{\text{FB}}} + \frac{V_{\text{CR}}}{v_{\text{FR}}} \right) \frac{\partial v_{\text{F}}}{\partial P_{\text{ROH}}} \frac{P_{\text{ROH}}}{P_{\text{ROH}100}}$$

$$K_{\text{e}}^{\circ} = P_5 - \phi P_{\text{g}}^{\circ} \left(\frac{\partial v_{\text{g}}}{\partial P_{\text{ROH}}} \right)$$

Then equation (A.2.11) gives for a non-boiling coolant

$$\begin{aligned} \dot{x}_8 &= a_{8,1}x_1 + a_{8,4}x_4 + a_{8,5}x_5 + a_{8,6}x_6 + a_{8,7}x_7 \\ &+ a_{8,8}x_8 + a_{8,13}x_{13} + a_{8,18}x_{18} + a_{8,20}x_{20} \\ &+ a_{8,21}x_{21} + a_{8,22}x_{22} + b_{8,7}u_7 \end{aligned} \quad (\text{A.2.21})$$

where

$$a_{8,4} = pp_1 a_{6,4} + \frac{p_2}{K_e^0} a_{4,4} + pp_3 a_{13,4}$$

$$pp_1 = \frac{1}{K_e^0} \left[\left\{ \frac{\partial v_{FR}}{\partial T_C} \right\}^0 \frac{V_{CR}}{v_{FR}^0} - p_2 \right]$$

$$pp_2 = \frac{p_1}{K_e^0}$$

$$pp_3 = \frac{V_{CB}}{K_e^0} \left\{ \frac{\partial v_{FB}}{\partial T_B} \right\}^0 \frac{1}{v_{FB}^0}$$

$$pp_4 = \frac{463.48 - 4161.4 x_e^0}{(K_e^0 - p_4)}$$

$$a_{8,6} = pp_1 a_{6,6} + \frac{p_2}{K_e^0} a_{4,6} + pp_3 a_{13,6}$$

$$a_{8,7} = pp_2 a_{7,7} + pp_3 a_{13,7}$$

$$a_{8,8} = pp_1 a_{6,8} + pp_2 a_{7,8} + pp_3 a_{13,8}$$

$$a_{8,13} = pp_1 a_{6,13} + pp_2 a_{7,13} + pp_3 a_{13,13}$$

$$a_{8,18} = pp_1 a_{6,18} + pp_2 a_{7,18} + pp_3 a_{13,18}$$

$$a_{8,21} = pp_1 a_{6,21} + pp_2 a_{7,21} + pp_3 a_{13,21}$$

$$b_{8,7} = \frac{1}{K_e^0}$$

$$a_{8,1} = \frac{p_2}{K_e^0} a_{4,1}$$

$$a_{8,5} = \frac{p_2}{K_e^0} a_{4,5}$$

$$a_{8,20} = -\frac{1}{K_e^0}$$

$$a_{8,22} = pp_1 a_{6,22} + pp_2 a_{7,22}$$

Equation (A.2.11) becomes, in the case of a boiling coolant,

$$\begin{aligned} \dot{x}_8 &= a'_{8,4} x_4 + a'_{8,6} x_6 + a'_{8,7} x_7 + a'_{8,8} x_8 + a'_{8,9} x_9 \\ &+ a'_{8,13} x_{13} + a'_{8,18} x_{18} + a'_{8,20} x_{20} + a'_{8,21} x_{21} \\ &+ a'_{8,22} x_{22} + b'_{8,7} u_7 \end{aligned}$$

(A.2.22)

$$a'_{8,4} = pp_6 a_{6,4} + pp_4 a_{9,4}$$

$$pp_6 = \frac{V_{CR}}{K_{e-p_4}^0} \left\{ \frac{\partial v_{FR}}{\partial T_C} \right\}^0 \frac{1}{v_{FR}^0}$$

$$pp_7 = \frac{p_3}{K_{e-p_4}^0}$$

$$pp_8 = \frac{V_{CB}}{K_{e-p_4}^0} \left\{ \frac{\partial v_{FB}}{\partial T_B} \right\}^0 \frac{1}{v_{FB}^0}$$

$$a'_{8,6} = pp_6 a_{6,6} + pp_4 a_{9,6}$$

$$a'_{8,7} = pp_7 a_{7,7} + pp_4 a_{9,7}$$

$$a'_{8,8} = pp_6 a_{6,8} + pp_7 a_{7,8} + pp_8 a_{13,8} + pp_4 a_{9,8}$$

$$a'_{8,9} = pp_6 a_{6,9} + pp_7 a_{7,9} + pp_8 a_{13,9} + pp_4 a_{9,9}$$

$$a'_{8,13} = pp_6 a_{6,13} + pp_7 a_{7,13} + pp_8 a_{13,13}$$

$$a'_{8,18} = pp_6 a_{6,18} + pp_7 a_{7,18} + pp_8 a_{13,18}$$

$$a'_{8,20} = - \frac{1}{K_{e-p_4}^0}$$

$$a'_{8,21} = pp_6 a_{6,21} + pp_7 a_{7,21} + pp_8 a_{13,21}$$

$$a'_{8,22} = pp_6 a_{6,22} + pp_7 a_{7,22}$$

$$b'_{8,7} = \frac{1}{K_e - p_4}$$

A.2.2 PRESSURIZER

A.2.2.1 In Adiabatic mode

Liquid Volume in Surge Tank

$$\dot{x}_{11} = a_{11,20} x_{20} + b_{11,2} u_2 \quad (\text{A.2.23})$$

$$a_{11,20} = 1$$

$$b_{11,2} = \frac{404.71}{\rho_{fs}^2} Q_{H1}$$

Pressure

$$\dot{x}_{12} = a_{12,20} x_{20} + b_{12,2} u_2 + b_{12,3} u_3 \quad (\text{A.2.24})$$

$$a_{12,20} = \frac{1.27 P_S^O}{V_T - V_L^O}$$

$$b_{12,2} = \frac{1.27 P_S^O}{V_T - V_L^O} b_{11,2}$$

$$b_{12,3} = - \frac{1.27 P_S^O}{V_T - V_L^O}$$

A.2.2.2 In flashing modePressure

$$\dot{x}_{12} = a_{12,20}x_{20} + b_{12,3}u_3 + b_{12,2}u_2 \quad (\text{A.2.25})$$

$$a_{12,20} = \frac{\rho_{fs}^o \rho_{gs}^o H_{fgs}^o}{\xi^o (\rho_{fs}^o - \rho_{gs}^o)}$$

$$b_{12,2} = \frac{Q_{H1}}{\xi^o}$$

$$b_{12,3} = -a_{12,20}$$

Liquid Volume

$$\dot{x}_{11} = a_{11,20}x_{20} + b_{11,2}u_2 + b_{11,3}u_3 \quad (\text{A.2.26})$$

$$a_{11,20} = \frac{\rho_{fs}^o}{\rho_f^o - \rho_{gs}^o} - V_5 a_{12,20}$$

$$b_{11,2} = -V_5 b_{12,2}$$

$$b_{11,3} = -V_5 b_{12,3} - \frac{\rho_{gs}^o}{\rho_{fs}^o - \rho_{gs}^o}$$

$$V_5 = \left(-3.08458 \times 10^{-8} P_S^2 V_L + (V_T - V_L) \frac{\partial \rho_{gs}}{\partial P_S} \right) \frac{1}{\rho_{fs}^0 - \rho_{gs}^0}$$

A.2.3 STEAM GENERATOR

A.2.3.1 Preheater - Heat Transferred

$$\dot{x}_{22} = a_{22,22}x_{22} + a_{22,18}x_{18} + a_{22,21}x_{21} + a_{22,24}x_{24} \quad (\text{A.2.27})$$

A.2.3.2 Boiler section

Coolant Average Temperature in the Boiler

1. Coolant is not boiling

$$\begin{aligned} \dot{x}_{13} = & a_{13,4}x_4 + a_{13,6}x_6 + a_{13,7}x_7 + a_{13,8}x_8 \\ & + a_{13,9}x_9 + a_{13,13}x_{13} + a_{13,18}x_{18} + a_{13,21}x_{21} \end{aligned}$$

2. Coolant is boiling

$$\begin{aligned} \dot{x}_{13} = & a_{13,8}x_8 + a_{13,9}x_9 + a_{13,13}x_{13} \\ & + a_{13,18}x_{18} + a_{13,21}x_{21} \end{aligned} \quad (\text{A.2.29})$$

where

$$a_{22,18} = a_7 (0.025265 - 5.38196 \times 10^{-7} \rho_{gv}^0)$$

$$a_{22,21} = a_6 - a_8$$

$$a_{22,22} = -\frac{2}{\tau_{PF}}$$

$$a_{22,24} = -a_7 K_{F1}$$

$$a'_{13,8} = a_{13,8} + \frac{(14.27 - 0.6874 P_{ROH}^O)}{M_{B'O}^{\beta'}} W_C$$

A.2.3.3 Riser section

Enthalpy

$$\begin{aligned} \dot{x}_{14} = & a_{14,8}x_8 + a_{14,9}x_9 + a_{14,13}x_{13} \\ & + a_{14,14}x_{14} + a_{14,15}x_{15} + a_{14,16}x_{16} \\ & + a_{14,17}x_{17} + a_{14,18}x_{18} + a_{14,21}x_{21} \\ & + b_{14,5}u_5 + b_{14,6}u_6 \end{aligned} \quad (A.2.30)$$

Quality

$$\dot{x}_{15} = a_{15,14}x_{14} + a_{15,15}x_{15} + a_{15,18}x_{18} \quad (A.2.31)$$

$$a_{14,8} = b_9$$

$$a_{14,9} = b_{10}$$

$$a_{14,13} = b_{11}$$

$$a_{14,14} = -\frac{2}{\tau_r} + b_{16}d_3 + \frac{2b_{17}}{\tau_{r}^{O_HO}} \tau_{r}^{FG}$$

$$a_{13,4} = \frac{h_{FF}^A (0.36618 - 1.386 \times 10^{-4} H_{ROH}^O)}{M_B \beta'_O (1 + \sigma k_S)} \sigma k_S$$

$$a_{13,6} = -a_{13,4}$$

$$a_{13,7} = \frac{4.77321 W_C (0.36618 - 1.386 \times 10^{-4} H_{ROH}^O)}{M_B \beta'_O}$$

$$a_{13,8} = \frac{W_C}{M_B (\beta'_O)^2} \frac{(T_B^O - T_{Bi}^O)}{(Q_{B100} - Q_{P100})} 63.9262 K_{BC} W_C X_e^O$$

$$a_{13,9} = - \frac{k_{BC} W_C^2 (T_B^O - T_{Bi}^O)}{M_B (\beta'_O)^2 (Q_{B100} - Q_{P100})} (1809.62 - 63.9262 P_{ROH}^O)$$

$$a_{13,13} = - \left[\frac{h_{B100}^A}{2M_B C_{CB}} + \frac{W_C}{M_B \beta'_O} \right] + \frac{h_{B100}^A}{2M_B C_{CB}^2} (T_B^O - \tilde{T}^O) \frac{\partial C_{CB}}{\partial T_B}$$

$$a_{13,18} = \frac{h_{B100}^A}{2M_B C_{CB}} (5.502 \times 10^{-3} - 1.2767 \times 10^{-7} \rho_{gV}^O)$$

$$a_{13,21} = - W_C \frac{A_{P100}}{A_{B100}} \frac{(T_B^O - T_{Bi}^O)}{M_B (\beta'_O)^2}$$

$$a_{14,15} = b_{15} + b_{16}d_1 - \frac{2b_{17}}{\tau_r^O}$$

$$a_{14,16} = b_{16}d_4$$

$$a_{14,17} = b_{12}$$

$$a_{14,18} = b_{13} + b_{16}d_5 + b_{17}b_{18}$$

$$a_{14,21} = b_{14} + b_{16}d_7$$

$$b_{14,5} = b_{16}d_8$$

$$b_{14,6} = b_{16}d_9$$

$$a_{15,14} = \frac{2}{\tau_r^{O_{H_2O}_{FG}}}$$

$$a_{15,15} = -\frac{2}{\tau_r^O}$$

$$a_{15,18} = - \frac{2}{\tau_r} \left[\frac{0.02527 - 5.382 \times 10^{-7} \rho_{gv}^{\circ}}{H_{FG}^{\circ}} + \frac{(H_r^{\circ} - H_{PS}^{\circ})}{H_{FG}^{O_2}} (-0.02296 + 3.826 \times 10^{-7} \rho_{gv}^{\circ}) \right]$$

$$a_{15,18} = b_{18}$$

A.2.3.4 Steam drum

Liquid Volume

$$\begin{aligned} \dot{x}_{16} &= a_{16,14}x_{14} + a_{16,15}x_{15} + a_{16,16}x_{16} \\ &+ a_{16,18}x_{18} + a_{16,21}x_{21} + b_{16,5}u_5 \\ &+ b_{16,6}u_6 \end{aligned} \tag{A.2.32}$$

where

$$a_{16,14} = C_{22}d_3 + \frac{2}{\tau_r} C_{19} \frac{1}{H_{FG}^{\circ}}$$

$$a_{16,15} = C_{18} + C_{22}d_1 - \frac{2}{\tau_r} C_{19}$$

$$a_{16,16} = C_{20} + C_{22}d_4$$

$$a_{16,18} = C_{22} + C_{22}d_5 + C_{19}b_{18}$$

$$a_{16,21} = C_{23} + C_{22}d_7$$

$$b_{16,5} = C_{22}d_8$$

$$b_{16,6} = C_{22}d_9$$

Liquid Enthalpy in Boiler Drum

$$\begin{aligned} \dot{x}_{17} = & a_{17,15}x_{15} + a_{17,16}x_{16} + a_{17,17}x_{17} \\ & + a_{17,18}x_{18} + a_{17,21}x_{21} \end{aligned} \quad (\text{A.2.33})$$

with the coefficients defined as follows:

$$a_{17,15} = C_{24}$$

$$a_{17,16} = C_{26}$$

$$a_{17,17} = C_{27}$$

$$a_{17,18} = C_{28}$$

$$a_{17,21} = C_{29}$$

Vapor Density in Boiler Drum

$$\begin{aligned} \dot{x}_{18} = & a_{18,14}x_{14} + a_{18,15}x_{15} + a_{18,16}x_{16} \\ & + a_{18,18}x_{18} + a_{18,21}x_{21} + b_{18,5}u_5 \\ & + b_{18,6}u_6 \end{aligned} \quad (\text{A.2.34})$$

where

$$a_{18,14} = d_3$$

$$a_{18,15} = -d_1$$

$$a_{18,16} = d_4$$

$$a_{18,18} = d_5$$

$$a_{18,21} = -d_7$$

$$b_{18,5} = d_8$$

$$b_{18,6} = d_9$$

A.2.4 TURBINE - GENERATOR AND SECONDARY CIRCUIT

Turbine Mechanical Power

$$\dot{x}_{19} = a_{19,18}x_{18} + a_{19,19}x_{19} + b_{19,5}u_5 + b_{19,6}u_6 \quad (\text{A.2.35})$$

where

$$a_{19,18} = \frac{d'_8}{\tau_m}$$

$$a_{19,19} = -\frac{1}{\tau_m}$$

$$b_{19,5} = \frac{-S^O d'_4}{\tau_m^P T_{100}} K_{CSDV}$$

$$b_{19,6} = \frac{d'_5}{\tau_m}$$

High Pressure Feedheater Temperature

$$\begin{aligned} \dot{x}_{23} = & a_{23,18}x_{18} + a_{23,21}x_{21} + a_{23,23}x_{23} \\ & + b_{23,5}u_5 + b_{23,6}u_6 \end{aligned} \quad (\text{A.2.36})$$

where

$$a_{23,18} = 55.18 \frac{d'_8}{\tau_{FH}}$$

$$a_{23,21} = - \frac{T_{OS}}{\tau_{FH}}$$

$$a_{23,23} = - \frac{1}{\tau_{FH}}$$

$$b_{23,5} = 55.18 \frac{DI71}{\tau_{FH}}$$

$$b_{23,6} = 55.18 \frac{CF45}{\tau_{FH}}$$

Feedwater Temperature at Preheater Inlet

$$\dot{x}_{24} = a_{24,23}x_{23} + a_{24,24}x_{24} \quad (\text{A.2.37})$$

with

$$a_{24,23} = \frac{1}{\tau_{FP}}$$

$$a_{24,24} = -\frac{1}{\tau_{FP}}$$

Feedwater Flow

$$\dot{x}_{21} = a_{21,21}x_{21} + b_{21,4}u_4 \quad (\text{A.2.38})$$

where

$$a_{21,21} = -\frac{1}{\tau_{FW}}$$

$$b_{21,4} = \frac{1}{\tau_{FW}}$$

LIQUID FLOW RATE BETWEEN ROH* AND SURGE TANK FROM G2SIM

$$\dot{v}_L = \frac{1}{\tau_{PC}} (v_L^*(t) - v_L(t)) \quad (\text{A.2.39})$$

$$v_L^* = 0.022 P_{DIAM}^2 \sqrt{\frac{P_{CIFF} P_{DIAM}^V P_{FRB}}{P_{Leng} \times 0.4}} (P_{ROH} - P_S) \quad (\text{A.2.40})$$

When combined and linearized, these two equations give

$$\dot{x}_{20} = a_{20,8} x_8 + a_{20,12} x_{12} + a_{20,20} x_{20} \quad (\text{A.2.41})$$

where

$$a_{20,12} = -a_{20,8} = -A_1 / \tau_{PC}$$

$$a_{20,20} = -1. / \tau_{PC}$$

with

$$A_1 = 0.22 P_{DIAM}^2 \sqrt{\frac{P_{CIFF} P_{DIAM}^V P_{FRB}}{0.4 P_{Leng}}}$$

A.2.5 MEASURABLE VARIABLES

Neutron Flux

$$y_1(t) = C_{1,1} x_1(t) \quad (\text{A.2.42})$$

$$C_{1,1} = 1.$$

*ROH = Reactor Outlet Header

Pressure in ROH

$$y_2(t) = C_{2,8}x_8(t) \quad (\text{A.2.43})$$

$$C_{2,8} = 1.$$

Surge Tank Level

$$y_3(t) = C_{3,11}x_{11}(t) \quad (\text{A.2.44})$$

$$C_{3,11} = 1./2.94$$

Boiler Drum Level

$$y_4(t) = C_{4,16}x_{16}(t) \quad (\text{A.2.45})$$

$$C_{4,16} = k_{Li}$$

Boiler Pressure

$$y_5(t) = C_{5,18}x_{18}(t) \quad (\text{A.2.46})$$

$$C_{5,18} = 1.9356 \times 10^{-4}$$

Difference Between Measured Steam Flow and Feedwater Flow

$$y_6(t) = C_{6,18}x(t) + C_{6,21}x_{21}(t) \quad (\text{A.2.47})$$

$$C_{6,18} = d'_8$$

$$C_{6,21} = -1$$

Turbine Mechanical Power

$$y_7(t) = C_{7,19}x_{19}(t) \quad (\text{A.2.48})$$

$$C_{7,19} = 1.$$

Surge Tank Pressure

$$y_8(t) = C_{8,12}x_{12} \quad (\text{A.2.49})$$

$$C_{8,12} = 1$$

ANNEXE A.3

A.3.1 Matrices of the linear model G2LDM

The linear model state-space matrices computed in Chapter 4 are shown here for a full power operating condition.

Matrix A (continued)

0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	1.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.930171	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	2.51040
20.9211	0.000000	0.000000	0.000000	-0.497303	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	4.442664E-04	0.000000	0.000000	1.32189	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.391571
183.691	0.000000	0.000000	0.000000	1.88748	2.381033E-02	-382.339	-7.070638E-08
0.220903	-7.122380E-03	0.000000	0.000000	-16.3393	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	1.611606E-04	-0.267913	0.000000
0.000000	-1.624104E-06	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3.330113E-02	-60.1633	-8.071343E-09
0.000000	-3.460754E-04	0.000000	0.000000	1.29045	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
-0.118022	1.477882E-03	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	3.68563	3982.65	-7.141252E-05
0.000000	-0.129882	0.000000	0.000000	-28.5643	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	1.825349E-05	-0.454545	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	5.43010
0.000000	0.000000	0.000000	-5.43010	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	-2.85714	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.500000	0.000000	0.000000	0.000000

0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	1.144245E-06	0.000000	0.000000	3.102095E-02	-0.182832	0.000000	-3.960314E-04
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	1.107950E-04	0.000000	0.000000	-0.250000	0.000000	-5.000000E-02	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	2.127660E-02	-2.127660E-02

Matrix B

0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.655545
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
-3.252706E-04	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	7.115836E-04	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	6.618943E-04	-0.930171	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

A.3.2 Normalizing vector

The normalizing vector SF is used to scale system matrix A. This scaling process was found necessary to improve results of eigenstructure analysis. The elements of vector SF are defined in terms of model variables as follows.

$$SF(1) = n_o, \quad SF(2) = C_1^o, \quad SF(3) = C_2^o$$

$$SF(4) = T_F^o - T_C^o, \quad SF(5) = Q_d^o, \quad SF(6) = SF(4)$$

$$SF(7) = T_{CI}^{*o} - T_{Pi}^o$$

$$SF(8) = \frac{H_{FG}^o W_C}{Q_R^o Q_{R100}}, \quad SF(10) = 1$$

$$SF(11) = V_L, \quad SF(12) = SF(8), \quad SF(13) = T_B^o - \tilde{T}$$

$$SF(14) = H_r^o - H_D^o, \quad SF(15) = \frac{H_{FG}^o W_R^o W_{F100}}{Q_R^o Q_{R100}}$$

$$SF(16) = V_W^o, \quad SF(17) = SF(14)$$

$$SF(18) = P_D^o \left. \frac{\partial \rho_{gv}}{\partial P_D} \right|_o; \quad SF(19) = P_m^o$$

$$SF(20) = SF(8), \quad SF(21) = W_F^o, \quad SF(22) = Q_P^{*o}$$

$$SF(23) = SF(7); \quad SF(24) = SF(7)$$

A.3.3 Matrices of linear design model G2LDMD.

Matrices A and C are the same as in G2LDM, matrix B becomes

Matrix B

0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.655545	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
-3.252706E-04	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	7.115836E-04	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	5.518943E-04	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-2.15561
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-0.246070
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	-2177.14
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.428516
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.500000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	2.50101
0.000000	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

A.3.4 List of computer programs

A list of the computer codes we developed during this work is given with a short summary of their purposes

MVREG1	}	for Pole assignment
MVREG2		
MVDCOM		
MVCOM1		
MEIGDC		
MVDCFB		

MVGRL computes Integral controller

MVRSIM for simulation of closed-loop system

MVG2EX converts G2SIM data into MVPACK formats

MG2NOR to scale plant state matrix before eigenanalysis

MVRANK to test rank of matrix specially partitioned.

MVDUMP computes matrix of equations (7.5), (7.6), (7.9) and
(7.10).

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00291498 2