Titre: Title:	Etat, économie et culture : éléments d'une formalisation
Auteurs: Authors:	Camille Bronsard, & Daniel Leblanc
Date:	1978
Type:	Rapport / Report
Référence: Citation:	Bronsard, C., & Leblanc, D. (1978). Etat, économie et culture : éléments d'une formalisation. (Rapport technique n° EP-R-78-47). https://publications.polymtl.ca/5943/

Génie Industriel

ETAT, ECONOMIE ET CULTURE:

ELEMENTS D'UNE FORMALISATION

Rapport technique no EP78-R-47

Par

Camille Bronsard

Daniel Leblanc

NOVEMBRE 1978

Ecole Polytechnique de Montréal

Campus de l'Université
de Montréal
Case postale 6079
Succursale 'A'
Montréal, Québec
H3C 3A7

ETAT, ECONOMIE ET CULTURE:
ELEMENTS D'UNE FORMALISATION

PAR

Camille BRONSARD * et
Daniel LEBLANC **

RAPPORT TECHNIQUE NO EP78-R-47

NOVEMBRE 1978

* Département de Science Economique, Université de Montréal

** Département de Génie Industriel, Ecole Polytechnique de Montréal.

L'ingénieur trouvera ici une démarche intellectuelle à laquelle il est habitué, celle du "transport" des résultats d'un domaine scientifique spécialisé dans un autre domaine scientifique spécialisé. (Par exemple le "transport" des résultats de la physique, disons l'élasticité des matériaux, dans le domaine de la métallurgie par exemple). Cette communicabilité entre domaines scientifiques est le plus souvent facilité par la mathématique, c'est également le cas pour les résultats obtenus ici.

Les deux domaines spécifiques considérés ici sont l'économique et l'anthropologie culturelle. Les économistes traversent présentement une période privilégiée où une synthèse est élaborée entre la microéconomie et la macroéconomie. On en trouvera un exemple dans la première partie de ce texte: un équilibre keynésien (associé traditionnellement à la macroéconomie) est un substitut à un équilibre concurrentiel après taxes (tel que caractérisé habituellement en microéconomie).L'anthropologue culturel peut tirer profit d'une pareille perspective: c'est pour des raisons culturelles que l'on peut vouloir substituer un équilibre keynésien à un équilibre concurrentiel après taxes. En prolongement, il peut asseoir son analyse des conséquences culturelles de cette substitution sur les propriétés des différents types d'organisations des échanges économiques tels que les ont décrits les économistes. Présentés en filigrane dans la première partie du texte, cette idée est inventoriée dans la seconde partie.

Ces résultats seront publiés dans les compte-rendus du colloque organisé par le C.R.D.E. et sur "les problèmes économiques du Québec évalués sous différents choix politiques", (Montréal les 5 et 6 octobre 1978). On trouvera là, d'autres analyses et applications au cas du Québec.

0. Cadre d'analyse et notations

On considère une économie partitionnée en n + 1 "centres", chacun d'entre eux étant repéré par un indice $i = o,1,\ldots,n$. Un centre peut être par exemple un pays, une région, un groupe culturel, un sexe, un groupe religieux ou encore une race. On suppose que chaque centre i est en équilibre concurrentiel domestique et que cet équilibre est paramétré par ses échanges extérieurs. On représente ces échanges par les relations:

$$x^i (p^i, m^i) = y^i(p^i) + z^i + \omega^i, \; i \in [o, n] \subset N \qquad \text{(I)}$$

où x^i est une fonction de demande à valeur vectorielle;

- p^i, un système de prix strictement positifs;
- m^i, un niveau de revenu;
- y^i, une fonction d'offre à valeur vectorielle;
- z^i, un vecteur d'échanges extérieurs;
- ω^i, un vecteur de dotations initiales.

Les composantes positives de $x^i(p^i,m^i)$ sont des inputs pour le centre i. Ces inputs peuvent provenir soit de la productión domestique (la composante correspondante positive de $y^i(p^i)$ est donc un output), soit de l'importation (la composante correspondante positive de z^i est un input pour le centre i), soit des dotations initiales de l'économie (la composante correspondante positive de ω^i). On étend facilement ces conventions par symétrie: les composantes négatives de x^i sont des outputs pour le centre i,... .

Les prix p^i sont définis dans l'unité de compte du centre i. On peut donc imaginer un taux de change ρ^i tel que $\rho^i p^i$ exprime p^i dans l'unité de compte d'un autre centre. Soit p le système de prix d'un centre abstrait, par exemple un système de prix mondiaux, un système de prix affichés,... . Nous pouvons exprimer p^i dans l'unité de compte de p de la manière suivante: l'unité de compte du système de prix p^i étant définie par sa "condition de référence"*1 avec le produit scalaire $w'p^i = s^i$ et celle du système de prix p, (celle du centre fictif), par $w'p=s$, un taux de change ρ^i sera donc donné par $\rho^i = w'p/w'p^i$.

Les n + 1 centres dont les équilibres sont comptabilisés par les relations (I), sont reliés entre eux dans leurs échanges par une fonction à valeur vectorielle g telle que

$$g\ (z^o,\ \ldots,\ z^i,\ \ldots, z^n) = 0\ . \tag{II}$$

---

*1 Selon l'expression de M. Allais (1943 p. 64-8). w est un vecteur de poids et s un facteur d'échelle qui permettent de définir l'unité de compte en dimension et grandeur. En spécifiant la structure du vecteur w, on peut retrouver comme cas particulier la plupart des normalisations habituelles dans la littérature économique (voir Bronsard-Leblanc (1978)). Il est à remarquer que dans les équilibres non-concurrentiels le choix de la normalisation n'est pas neutre sur l'équilibre réel (voir par exemple, Bronsard (1973)).

Par exemple $\sum_{i=o}^{n} z^i = 0$ est une spécification de (II) impliquant la nullité des coûts de transports et de transactions.

Chaque centre s'astreint ou est astreint à un équilibre financier

$$p'^i z^i = \beta^i \quad , \quad i \in [o,n] ,$$

où $p'^i z^i$ est un produit scalaire mesurant la valeur des échanges du centre i dans son unité de compte. Il est clair que dans cette dernière relation β^i ne peut se définir que par rapport à l'unité de compte du pays i ,de sorte que l'on peut écrire

$$\beta^i = \alpha^i \, w'p^i$$

où α^i est un multiple de cette unité de compte. D'où

$$p'^i z^i = \alpha^i \, w'p^i \quad , \quad i \in [o,n] . \qquad \text{(III)}$$

Lorsque nous imposons à l'ensemble des centres d'avoir le même système de prix à la consommation, nous posons,

$$\rho^i p^i = p \quad , \quad i \in [o,n] \qquad \text{(IV)}$$

où $\rho^i = w'p/w'p^i$ est alors une constante.

Les relations (I), (II), (III) et (IV) définissent les états accessibles de l'économie considérée. (En fait nous comparerons des économies qui satisfont ou non à (IV)).

Un optimum de cette économie est alors un état maximal par rapport au préordre représenté par

$$\sum_{i=o}^{n} \lambda^i \, v^i \, (p^i, m^i) \qquad \text{(V)}$$

où les v^i sont les fonctions d'utilité indirecte et les λ^i les poids associés à chaque centre i. La détermination univoque de ces λ^i définit (V) comme une fonction d'utilité collective. On a $\sum_{i=o}^{n} \lambda^i = 1$ et $\lambda^i \geqslant 0$ pour tout i. (En général on dit que (V) définit une fonction d'utilité collective si tous les λ^i sont strictement positifs. Nous nous écarterons donc de cet usage et nous servirons au contraire de l'annulation de certains λ^i pour exclure certains centres de la coalition sociale). Les fonctions d'utilité indirecte sont convexes en p^i et m^i et strictement convexes lorsqu'on normalise. Par ailleurs elles sont strictement croissantes par rapport aux prix des outputs du consommateur, décroissantes par rapport aux prix de ses inputs et strictement croissantes par rapport à son revenu. Elles sont deux fois continûment différentiables de sorte que par les identités de Roy (1942), les fonctions de demande sont elles-mêmes différentiables et satisfont aux conditions de Slutsky. Comme les fonctions de demande, les fonctions d'offre $y^i(p^i)$ satisfont aux propriétés usuelles. De même la fonction g est deux fois continûment différentiable.

1. Caractérisations des extrema

Soit $\pi^i \in R^\ell$, $\phi \in R^\ell$, $\psi^i \in R$, $\zeta^i \in R^\ell$, les multiplicateurs de Lagrange associés au problème de minimisation de (V) sous respectivement les contraintes (I), (II), (III), (IV). Les conditions du premier ordre pourront s'écrire alors:

$$L_{p^i} = \lambda^i v'^i_{p^i} - \pi'^i [X^i - Y^i] - \psi^i [z^i - \alpha^i w]' - \zeta'^i \rho^i = 0, i \in [o,n] \quad (1)$$

$$L_{m^i} = \lambda^i v'^i_{m^i} - \pi'^i x^i_{m^i} = 0 \quad , \quad i \in [o,n] \quad (2)$$

$$L_{z^i} = - \phi' G^i + \pi'^i - \psi^i p'^i = 0 \quad , \; i \in [o,n] \quad (3)$$

$$L_p = \sum_{i=o}^{n} \zeta^i = 0 \quad . \tag{4}$$

X^i et $x_m^i{}^i$ sont les matrices d'effets-prix et d'effets-revenus sur la demande du centre i. Y^i est la matrice des effets-prix sur l'offre du centre i, G^i la matrice des dérivées de g par rapport à z^i (une matrice d'ordre $\ell \times \ell$).

Par les identités de Roy (1942), (1) et (2) impliquent

$$- Z^i \pi^i = \psi^i [z^i - \alpha^i w] + \rho^i \zeta^i \tag{5}$$

avec $Z^i = K^i - Y^i$, K^i étant la matrice de Slutsky. La matrice Z^i étant homogène de degré -1 en p^i et m^i, on a:

$$\frac{1}{\rho^i} Z^i (p^i, m^i) \equiv Z^i (\rho^i p^i, \rho^i m^i) \equiv Z^i (p, p'x^i) \quad .$$

D'où

$$- Z^i \pi^i = \frac{\psi^i}{\rho^i} [z^i - \alpha^i w] + \zeta^i \ . \tag{6}$$

Lorsqu'on substitue (3) dans (6) on obtient

$$- Z^i G'^i \phi = \frac{\psi^i}{\rho^i} [z^i - \alpha^i w] + \zeta^i \tag{7}$$

qui peut se transformer comme

$$- Z^i G'^i \frac{\phi}{w'\phi} = \frac{\psi^i}{\rho^i w'\phi} [z^i - \alpha^i w] + \frac{\zeta^i}{w'\phi} \tag{8}$$

et

$$- Z^i G'^i q = \gamma^i [z^i - \alpha^i w] + \frac{\zeta^i}{w'\phi} \tag{9}$$

où $q = \phi/w'\phi$ peut s'interpréter comme un système de prix d'imports-exports et $\gamma^i = \psi^i/\rho^i w'\phi$.

Lorsqu'on donne les relations (9) propres à chaque centre et que l'on utilise la propriété (4) sur les ζ^i, on obtient finalement

$$-\sum_{i=o}^{n} Z^i G'^i q = \sum_{i=o}^{n} \gamma^i [z^i - \alpha^i w] . \tag{10}$$

Nous allons nous servir de ces conditions pour engendrer deux séries de modèles. Dans la première série nous ferons abstraction des contraintes (IV) d'unicité de prix. Pour pouvoir utiliser les caractérisations de prix dans cette série, il suffit de poser que les ζ^i sont nuls (ce qui est évidemment une procédure cavalière puisqu'on ne veut pas dire que pour ces extrema les contraintes (IV) ne seraient pas opératoires, mais plutôt que l'on a trouvé ces extrema sans tenir compte de ces contraintes).

Les extrema se caractérisent alors par (I), (II), (III) et (9) où $\zeta^i = 0$.

Dans la deuxième série de modèles nous imposons l'unicité des prix de sorte que les extrema se caractérisent par (I), (II), (III), (IV) et (10).

Pour faciliter les interprétations, nous poserons que $G^i = I$ pour tout i, c'est-à-dire que (III) se réduit à

$$\sum_{i=o}^{n} z^i = 0 \quad .$$

On se trouve ainsi à annuler les coûts de transport et certains coûts de transaction.

2. Modèles de type 1

Donc l'optimum se caractérise (avec $G^i = I$, $i \in [o,n]$) si $\zeta^i = 0$, $i \in [o,n]$ par les équations.

$$x^i(p^i,m^i) = y^i(p^i) + z^i + \omega^i, \; i \in [o,n] \subset N \tag{I}$$

$$\sum_{i=o}^{n} z^i = 0, \tag{II}$$

$$p'^i z^i = \alpha^i w' p^i \quad , \; i \in [o,n], \subset N \tag{III}$$

$$-Z^i q = \gamma^i [z^i - \alpha^i w] . \tag{9'}$$

Résultat 1:

S'il n'existe aucun conflit entre la répartition des revenus réels et celle des revenus nominaux et que tous les agents utilisent la même unité de compte, les relations (I), (II), (III), (9') caractérisent une situation qui peut être atteinte par un équilibre concurrentiel.

Preuve: S'il y a absence de conflit entre la répartition des revenus réels et celle des revenus nominaux, on peut poser que $\psi^i = 0$ pour tout i (puisque la répartition des revenus nominaux n'est pas contraignante dès lors que l'on se donne les λ^i). Ceci implique également que tous les λ^i soient strictement positifs . Par (9') on a donc

$$Z^i q = 0 \quad , \; i \in [o,n] . \tag{11}$$

Puisque $Z^i p^i = 0$ et que Z^i est de rang n-1, on a aussitôt que les systèmes de prix intérieurs p^i sont tous colinéaires à q et donc colinéaires entre eux. Ils seront identiques si $w'p^i = w'p = w'q$, c'est-à-dire si tous les centres utilisent la même unité de compte. ■

Résultat 2:

Dans une société où la répartition désirée des revenus réels est conflictuelle avec celle des revenus nominaux, l'optimum se caractérise par la discrimination par les prix entre les centres de consommation. Si les agents calculent dans la même unité de compte la société est un monopole de puissance $\gamma^i < 0$ pour ceux qu'elle veut spolier et un "antimonopole" de puissance $\gamma^i > 0$ pour ceux qu'elle veut aider.

Preuve:

Soit H^i une inverse g-reflexive de la matrice Z^i, choisie de telle manière que

$$H^i Z^i = I - \frac{p^i w'}{w' p^i} \tag{12}$$

où I est la matrice identité d'ordre ℓ.

En prémultipliant (9') par cette matrice et en tenant compte de ce que tous les centres ont la même unité de compte, c'est-à-dire que $w'p^i = w'q$ on obtient

$$q = \frac{p^i}{w'p^i} - \gamma^i H^i z^i \quad . \tag{13}$$

Pour comprendre cette relation, considérons l'expression de la recette et de la dépense dans l'espace des quantités c'est-à-dire $m(x,s) = x'p(x,s)$ *1 où s définit la grandeur de l'unité de compte. Le vecteur des recettes marginales est donné par $m'_x = x'P + p'$ où P est une matrice d'effets-quantités *2. (Ceci n'est que l'analogue n-dimensionnel de $R_m = p + x'\ (dp/dx)$) . Postmultiplions ce vecteur par la matrice $[I - \frac{wp'}{w'p}]$ et notons $H = P\,[I - \frac{wp'}{w'p}]$. On a

---

*1 Le lecteur intéressé à approfondir cet aspect peut se reporter à à Bronsard-Leblanc (1978), Lefebvre (1976), Leblanc (1976). Bronsard (1973) montre comment l'équilibre de monopole dépend de la normalisation du système de prix.

*2 Semblable à celle étudiée par Wold (1943) par exemple.

$$m_x' \left[I - \frac{wp'}{w'p} \right] = x'H \quad . \tag{14}$$

Si on divise par $m_x'w$, on obtient finalement,

$$\frac{m'x}{m_x'w} - \frac{p'}{w'p} = - \gamma^M x'H \tag{15}$$

où $\gamma^M = -(1/m_x'w)$. Le terme de gauche dans cette relation est la différence entre les recettes marginales relatives et les prix relatifs. On appellera "équilibre de monopole" toute situation dans laquelle <u>les prix relatifs de la production sont égaux aux recettes marginales relatives c'est-à dire telle que</u> $\frac{q}{w'q} = \frac{m_x}{w'm_x}$.

Substituons en (15), nous avons:

$$\frac{q}{w'q} - \frac{p}{w'p} = (-\gamma^M) \, x'H \quad . \tag{16}$$

Dans cette situation $(-\gamma^M)$ mesure le pouvoir de monopole: nous avons les péages à gauche et la flexibilité des prix à droite. Et à cette situation de péage correspond un $(-\gamma^M)$ donné. Supposons maintenant un coefficient $(-\gamma)$ quelconque que l'on substitue à $(-\gamma^M)$ en (16). On aura

$$\frac{q}{w'q} - \frac{p}{w'p} = (-\gamma) \, x'H \, . \tag{17}$$

Si $\gamma = 0$ et que $w'q = w'p$, on retrouve la caractérisation d'un équilibre concurrentiel. Si $\gamma = \gamma^M$, on retrouve (16) et l'équilibre de monopole. On dira que l'on a un monopole de puissance γ si γ est négatif (si $\gamma < \gamma^M$ on a un supermonopole). De même si γ est positif, on a un antimonopole de puissance γ (grosso-modo, un antimonopole subventionne plutôt qu'il taxe lorsque $w'q = w'p$).

La suite du résultat 2 découle de cette interprétation de l'équation (13). ■

<u>Remarque</u>: Le sens général du résultat 2 est que l'on peut moduler le pouvoir de monopole selon l'utilité marginale nette d'une unité de revenu dans le centre i: si ψ^i est négatif on taxe, si ψ^i est positif on subventionne.

On peut interpréter ces relations dans un esprit bon enfant: si je pondère d'avantage les pauvres et ne peut procéder à une répartition des revenus nominaux, alors je peux les aider en biaisant les prix en leur faveur (on exerce donc un pouvoir d'antimonopole). Inversement, si je pondère moins un riche que le suggère sa dotation en revenus nominaux, je peux le taxer en biaisant les prix en sa défaveur.

Cependant, les situations opposées sont possibles. Les deux corollaires suivants exposent ces points de vue pour engendrer d'une part un modèle d'impérialisme économique de type "métropolitain" et d'autre part un modèle de "marginalisation" d'un groupe ou d'une région socio-économique.

<u>Corollaire 1</u>

<u>Soit une situation dans laquelle $\lambda^o > 0$ et $\lambda^i = 0$ pour $i \varepsilon [1,n]$, $\psi^o = 0$ et $\psi^i \neq 0$, pour $i \varepsilon [1,n]$, (ce dernier point est impliqué par $\lambda^i = 0$). Alors l'équilibre de l'économie se caractérise par un équilibre concurrentiel domestique du centre o et par un équilibre de monopole de puissance γ^i partout ailleurs.</u>

<u>Corollaire 2</u>

<u>Soit une situation dans laquelle $\lambda^o = 0$, $\lambda^i > 0$ pour $i \varepsilon [1,n]$, $\psi^i = 0$ pour $i \varepsilon [1,n]$ et $\psi^o \neq 0$ (ce dernier point est impliqué par $\lambda^o = 0$). Alors l'équilibre de l'économie se caractérise par un équilibre concurrentiel en chaque centre i et entre les centres autres que le centre o, et par un équilibre de monopole de puissance γ^o au centre o.</u>

3. Modèles de type 2

Dans cette série de modèles, où l'unicité des prix sera imposée, l'optimum se caractérise par

$$x^i(p^i,m^i) = y^i(p^i) + z^i + \omega^i \quad , \quad i \in [o,n] \subset N , \qquad \text{(I)}$$

$$\sum_{i=o}^{n} z^i = 0 , \qquad \text{(II)}$$

$$p'^i \, z^i = \alpha^i w' p^i \quad , \quad i \in [o,n] \subset N , \qquad \text{(III)}$$

$$\rho^i p^i = p \quad , \quad i \in [o,n] \quad , \qquad \text{(IV)}$$

$$- [\sum_{i=o}^{n} Z^i] q = \sum_{i=o}^{n} \gamma^i [z^i - \alpha^i w] \quad . \qquad \text{(10)}$$

Si toutes les contraintes sont opératoires ensemble, l'une des contraintes (III) est nécessairement satisfaite lorsque les contraintes (IV) le sont et donc le multiplicateur de Lagrange ψ^i correspondant est nul (ainsi que le γ^i associé). Du système d'équations (I), (II), (III), (IV), (10) il s'ensuit directement que:

i) on retrouve toujours l'équilibre concurrentiel comme solution si les γ^i sont nuls;

ii) l'optimum décrit dans le résultat 2 de la section précédente n'est évidemment plus accessible. Pour compenser en partie la perte, on lèvera donc des péages entre les prix à la production et les prix à la consommation en pondérant les consommations de chaque centre comme l'indique l'équation (10) qui peut encore s'écrire après inversion:

$$p - q = - H \sum_{i=o}^{n} \gamma^i \, z^i \qquad \text{(18)}$$

où H est l'inverse g-réflexive de la matrice de substitution agrégée $\sum_{i=0}^{n} Z^i$ et où l'on a posé que $w'p = w'q$.

iii) Si tous les γ^i sont nuls sauf le premier, γ^o, la solution précédente peut s'écrire

$$p - q = \gamma^o H[-\sum_{i=1}^{n} z^i] = \gamma^o H^o z^o \quad . \tag{19}$$

Les péages entre les prix à la production et les prix à la consommation sont en sorte déterminés par rapport au comportement du seul "deviant" (déviant par rapport à la fonction d'utilité collective possiblement tronquée avec $\lambda^o = 0$). Autrement dit, le centre ^{o} est marginalisé par rapport à l'ensemble des centres et la majorité l'exploite en subventionnant ses propres importations et taxant ses propres exportations. Ceci est le correspondant du corollaire 2 dans la section précédente. Ici on n'a pas un équilibre concurrentiel domestique entre chaque centre puisque $p - q$ est différent de zéro partout. Ce dernier point n'est possible que parce que les ζ^i sont non nuls dans les équations (9). Nous allons nous intéresser maintenant à leur rôle.

<u>Résultat 3</u>
<u>Les multiplicateurs ζ^i des équations(4)et(9)sont proportionnels à une redistribution fictive $\tilde{\zeta}^i$ des quantités telle que les rationnements fictifs $(z^i - \tilde{\zeta}^i)$ procurent l'unicité des prix.</u>

<u>Preuve:</u> Considérons (9) sous sa forme explicite

$$-Z^i\phi = \frac{\psi^i}{\rho^i w'\phi} [z^i - \alpha^i w] + \frac{\zeta^i}{w'\phi} \quad . \tag{19}$$

Nous savons déjà par la série de modèles de type 1 que lorsque les ζ^i sont nuls, ces relations conduisent à des systèmes de prix différentiés p^i. Il est donc intuitif que les ζ^i sont des variables d'écart compensant pour l'unicité imposée des prix. Pour mieux saisir leur nature et leur rôle, posons

$$\tilde{\zeta}^i = -(\rho^i \zeta^i / \psi^i) \text{ et substituons en (19); alors}$$

$$-Z^i q = \gamma^i \,[(z^i - \tilde{\zeta}^i) - \alpha^i w] \,. \tag{20}$$

Il est clair que z^i et $\tilde{\zeta}^i$ sont de même dimension (de sorte que $(z^i - \tilde{\zeta}^i)$ correspond a un rationnement - de fait le niveau de consommation qui donne au centre i le système de prix p). Ainsi $\tilde{\zeta}^i$ correspond à une redistribution fictive des quantités. ■

Remarque 1:

La redistribution fictive de biens $\tilde{\zeta}^i$ satisfait aux deux propriétés:

$$p'\tilde{\zeta}^i = 0 \,, \tag{21}$$

$$\sum_{i=0}^{n} \gamma^i \tilde{\zeta}^i = 0, \tag{22}$$

propriétés que l'on tire respectivement de la prémultiplication de(20) par p et de la relation(4) .

Remarque 2:

La propriété (22) correspond à un déséquilibre fictif sur les marchés puisque $\sum_{i=0}^{n} (z^i - \tilde{\zeta}^i) \neq 0$. Ceci suggère que dans certaines circonstances il peut être intéressant d'utiliser des rationnements réels et donc un déséquilibre réel (du moins ex-ante). C'est ce que nous allons étudier dans la section 4 .

4. <u>Des rationnements fictifs aux rationnements réels</u>

Considérons le cas général engendrant les modèles de type 2, c'est-à-dire l'économie définie par

$$x^i(p, m^i) = y^i(p) + z^i + \omega^i \quad , \quad i \in [o,n] \quad , \tag{23}$$

$$-Zq = \sum_{i=o}^{n} \gamma^i [z^i - \alpha^i w] \, , \tag{24}$$

$$\sum_{i=o}^{n} z^i = 0 \quad . \tag{25}$$

Dans ces relations, l'unicité des prix a été imposée ce qui implique qu'un tel équilibre est <u>moins bon</u> qu'un équilibre à prix différentiés. Moins bon, soit au sens de Pareto, soit au sens d'une majorité exploitant une minorité.

Pour fixer les idées, nous allons développer ce dernier point de vue. Supposons qu'une majorité ne peut se consoler des pertes engendrées par l'obligation de l'unicité des prix et rêve toujours des avantages d'un équilibre à prix discriminatoires caractérisé par les relations

$$x^i(p^i, m^i) = y^i(p^i) + z^i + \omega^i \quad , \quad i \in [o,n] \quad , \tag{I}$$

$$-Z^i q = \gamma^i [z^i - \alpha^i w] \quad , \quad i \in [o,n] \quad , \tag{9'}$$

$$\sum_{i=o}^{n} z^i = 0 \quad . \tag{II}$$

Les n + 1 systèmes de prix des équations (I), (9'), (II) entrent en contradiction avec notre contrainte (IV) d'unicité des prix. Toutefois on peut imaginer de réaliser les niveaux de vie et même les niveaux de consommation et production impliqués par (I), (9'), (II) grâce à <u>des rationnements quantitatifs réels</u> même si on impose l'unicité des prix. Autrement dit, je peux considérer la contrainte d'unicité des prix comme une contrainte nominale et pour ainsi dire, m'arranger pour l'enfreindre en termes réels.

Pour cela utilisons la remarque 2 de la section précédente et posons $\tilde{z}^i = z^i - \tilde{\zeta}^i$ où $\tilde{\zeta}^i$ vérifie $\sum_{i=0}^{n} \gamma^i \tilde{\zeta}^i = 0$; on peut réécrire (24) comme

$$- Z_q = \sum_{i=0}^{n} \gamma^i \left[(z^i - \tilde{\zeta}^i) - \alpha^i w \right]. \tag{26}$$

Une condition suffisante pour que (26) soit satisfaite est donc que

$$- Z^i{}_q = \gamma^i \left[(z^i - \tilde{\zeta}^i) - \alpha^i w \right], \tag{27}$$

$$- Z^i{}_q = \gamma^i \left[\tilde{z}^i - \alpha^i w \right] \quad . \tag{28}$$

Le rationnement réel apparait en (28). On considérera $\tilde{z}^i$ comme la demande ex-post du centre i. A cette demande ex-post, on peut associer non seulement (28), mais encore les équilibres ex-post:

$$x^i(p,m^i) = y^i(p) + \tilde{z}^i + \omega^i \quad , \quad i \in [o,n] \quad , \tag{29}$$

$$\sum_{i=0}^{n} \tilde{z}^i = 0 \; . \tag{30}$$

Autrement dit, on rompt l'équilibre (23), (24), (25) et engendre l'équilibre ex-post sous rationnement (28), (29), (30). A cet équilibre ex-post correspond un déséquilibre ex-ante réel

$$\sum_{i=0}^{n} \tilde{z}^i = 0 = \sum_{i=0}^{n} z^i + \sum_{i=0}^{n} \tilde{\zeta}^i \tag{31}$$

où $\sum_{i=0}^{n} \tilde{\zeta}^i \neq 0$ implique $\sum_{i=0}^{n} z^i \neq 0$,

$$- Z^i_q = \gamma^i [z^i - \alpha^i w] + \zeta^i / w'\phi \tag{32}$$

$$x^i(p, m^i) = y^i(p) + z^i + \omega^i + \tilde{\zeta}^i \ , \ i \in [o,n] \quad . \tag{33}$$

A (31), (32), (33), on peut faire correspondre l'équilibre ex-ante fictif à prix discriminatoires (I), (9'), (II). Autrement dit je réalise (I), (9), (II) par (31), (32), (33).

En quelque sorte, si je détermine les rationnements quantitatifs dans une économie réelle de manière à lui faire engendrer un équilibre fictif ex-ante à prix discriminatoires, mon équilibre ex-post n'est que la réalisation par dualité de cet équilibre discriminatoire.

D'où le résultat:

Résultat 4

Un K-équilibre peut être un substitut pour un équilibre à prix discriminatoires.

5. Conclusion

1) On remarquera que l'équilibre à prix discriminatoires peut être supérieur au sens de Pareto à un équilibre non-discriminatoire. Il s'ensuit donc par le résultat 4 qu'un équilibre sous rationnements quantitatifs peut dominer au sens de Pareto, un équilibre sans rationnements. En particulier un équilibre keynésien peut dominer un équilibre général après taxes.

(Le lecteur peut être sous l'impression que la discrimination est à priori quelque chose de mauvais. En fait cette discrimination est presque toujours désirable du fait des contraintes financières qui pèsent sur l'économie. Par exemple dans le modèle de Boiteux (1956), elle est désirable. La raison en est que plus on dispose de marchés pour étaler une cause de perte économique, plus la perte de bien-être peut être faible).

2) Nous n'avons pas encore parlé de biens publics et pourtant nous avons implicitement démontré la proposition I de l'annexe:si $\lambda^o = 0$, le centre o ne peut disposer d'aucun bien public qui lui soit spécifique et en fait d'aucun bien privé spécifique non plus. (D'une manière générale, les propensions marginales à payer pour les biens publics et privés par le minoritaire, dépendront de son poids dans la fonction d'utilité collective. On peut admettre qu'à des λ^i nuls correspondront des propensions marginales à payer nulles ou très faibles qui reflètent davantage leur pauvreté que leurs goûts et leurs projets culturels).

3) En représentant les relations entre majorité et minorité par la pondération des λ^i, on donne pour ainsi dire toute liberté institutionnelle à la majorité. Il est clair que les minorités peuvent (en tout cas un peu) s'adapter institutionnellement au moyen de contre-institutions. C'est même peut-être une affirmation culturelle. En revanche, la majorité peut à son tour se donner une représentation des fonctions de réaction des minorités ...

4) De la même manière nous n'avons pas abordé explicitement les biais psychologiques engendrés par les biais institutionnels et en particulier les effets d'identification (appartenance à un groupe, mutations), les effets d'information (publicité, médias, communications, ...). On peut cependant remarquer que le dumping culturel fait intégralement partie de nos modèles. Par exemple, l'analyse de (9') peut révéler disons que les Américains ont intérêt à subventionner le film américain vendu en terre canadienne parce qu'il est un "vendeur" de genre de vie; l'analyse de (32) peut révéler la manière institutionnelle de réaliser cette discrimination: vous faites du rationnement quantitatif par le contrôle des réseaux de distribution. Pour approfondir cet exemple, voir le chapître correspondant du Livre blanc sur la culture (1978). On y trouvera également beaucoup d'autres exemples qui peuvent être analysés à l'aide des modèles développés ci-dessus.

Bibliographie sommaire

ALLAIS Maurice, (1943) Traité d'Economie pure, deuxième édition, C.N.R.S., Paris.

BOITEUX Marcel, (1956), "Sur la gestion des monopoles publics astreints à l'équilibre budgétaire" Economica, 24.

BRONSARD Camille, (1973), "Monopolistic Equilibrium Compromise Benefit and the Theory of Second Best", Metroeconomica, 25.

BRONSARD Camille, LEBLANC Daniel, (1978), Théorie générale du consommateur et applications, Rapport technique du Département de Génie Industriel, Ecole Polytechnique de Montréal.

LEBLANC Daniel, (1976), Dualité des théories de la demande et de l'évaluation: résultats théoriques et applicabilité, thèse de Ph.D., Université de Montréal.

LEFEBVRE Pierre, (1976), La frontière d'Edgeworth, thèse de Ph.D., Université de Montréal.

Ministère d'Etat au développement culturel, (1978) Livre blanc sur la culture, Editeur officiel du Québec.

ROY René, (1942), De l'utilité, contribution à la théorie des choix, Hermann et Cie éditeurs, Paris.

WOLD Herman (1943), A Synthesis of Pure Demand Analysis, Skandinavisk Aktuarictidskrift 26-7.

ANNEXE *

ETAT, ECONOMIE ET CULTURE

PAR

C. BRONSARD

-I-

Lorsque la Commission Pépin-Robarts s'est présentée à Montréal, au printemps, elle a regroupé ses auditions sous quatre chefs, dont l'un était l'Economie et un autre la Culture. Elle entérinait ainsi l'une des constantes du débat actuel sur la place du Québec dans la Confédération, à savoir le postulat de la séparabilité de la Culture par rapport à l'Economie et par rapport aux interventions économiques de l'Etat. En vertu de ce postulat, la souveraineté culturelle peut s'accorder facilement et, de fait, tous les éditorialistes torontois nous l'accordent, pourvu que le Canada conserve un gouvernement central ayant la gestion de l'Economie. Autrement dit, si on postule que l'Economie et la régulation de l'Economie n'ont pas d'incidence culturelle, le problème canadien est relativement simple et repose sur des abus de pouvoir passés plutôt que sur un défaut inhérent à la conception de l'Etat et au fonctionnement de l'Economie.

Un peu de réflexion montre que pareille théorie est assez simpliste; elle revient à dire que sont sans incidence culturelle autant la détermination en quantité et en qualité des biens et services publics comme la radio, la télévision et l'éducation que la détermination en

---

Texte présenté au colloque du C.R.D.E. sur "les problèmes économiques du Québec évaluer sous différents choix politiques" à Montréal, les 5 et 6 octobre 1978).

qualité des biens privés, autant l'interdiction de certains biens que le rationnement de certains autres, autant la formation des prix que la répartition des revenus. Cependant, même si l'on est convaincu que l'Etat, l'Economie et la Culture sont en relation de mutuelle dépendance (ou de causalité), il reste à se donner une représentation un peu systématique de cette idée si l'on veut avancer dans la recherche d'une solution au problème général de la survivance des minorités culturelles et au problème particulier du Québec. C'est ce que je vais faire ici en donnant une interprération culturelle des équilibres sous rationnements quantitatifs (en fait, d'une légère généralisation).

Voyons d'abord le problème dans ses grands traits. Nous accepterons sans discussion qu'en Occident les Basques, les Bretons, les Ecossais, les Galois et les Québécois forment des minorités culturelles. Leur comportement conduit à ce qu'on pourrait appeler le paradoxe de Bertrand de Jouvenel : plus les moyens matériels d'intégration progressent, plus"la dissociation des ethnies"s'accentue. En fait, si les moyens d'intégration dont on parle servent à investir toute minorité culturelle par la culture majoritaire, il ne subsiste aucun paradoxe - à une action plus forte correspond une réaction plus forte. Si de plus les moyens auxquels on se réfère pourraient tout aussi bien servir de support à l'identification culturelle des minorités (ce qui est évident dans le cas de la télévision) il ne subsiste au contraire qu'une conséquence parfaitement logique dans ses manifestations et dans l'amertume qu'elle peut créer. Mais quels sont les ressorts de cette logique? C'est ce que nous allons étudier ici en regroupant nos interrogations sous trois propositions dont on trouvera d'abord une présentation informelle, puis en Annexe, une analyse mathématique.

Les préférences d'un consommateur sont définies dans un espace de biens et services qui ne coïncide nullement avec celui des biens disponibles sur les marchés de sorte que plusieurs composantes du complexe des consommations échappent à leur détermination par l'individu en tant que tel. Au premier chef, on retrouve les biens publics. Ceux-ci sont déterminés en quantité et en qualité par l'Etat. L'incidence culturelle est immédiate : la télévision, la radio, l'école, l'armée, la fonction publique peuvent être (et sont le plus souvent) des instruments d'uniformisation culturelle. La représentation extérieure d'un pays est davantage celle de la culture majoritaire (ou, pour tenir compte du cas rhodésien, de la culture au pouvoir) que celle de ses minorités. Dans certains cas, une minorité culturelle peut, soit par son gouvernement local, soit par un club, se doter de services publics compensateurs. Ceci suppose un certain niveau de richesse (puisque qu'une double taxation est impliquée), peut s'inscrire dans une règlementation négative (l'Etat peut défendre les écoles séparées ou snober leurs finissants) et ne peut se généraliser à la représentation extérieure et à la sécurité publique. Ainsi, même en admettant la souveraineté du consommateur, il faut admettre qu'elle s'exerce dans un moule majoritaire et que celui-ci est partiellement défini par les biens publics. Sans être des biens publics, certains biens n'entrent pas sur les marchés tout simplement parce qu'ils sont interdits. Au Canada, cette liste est impressionnante et va de la plupart des autos européennes jusqu'à la cervelle de mouton. L'incidence culturelle varie, évidemment, avec le consommateur considéré mais il ne faut pas perdre de vue que l'espace des biens privés est également lui-même structuré par l'Etat.

Si l'on considère les composantes de notre vecteur de consommation qui sont disponibles sur les marchés (du moins a priori - c'est-à-dire si on exclut les rationnements), il faut d'abord remarquer que l'Etat en fixe la qualité par règlementation. L'Etat a une politique de l'habitation, du meuble, de l'alimentation et du travail, qui n'est jamais culturellement neutre - par exemple, la SCHL a toujours conçu des stéréotypes pour l'ensemble du Canada, remet toujours à plus tard sa politique d'encouragement des architectures régionales et ne conçoit pas encore de politique de logement fondée sur la dynamique culturelle des minorités au sein de chaque région. Ces simples remarques conduisent à la proposition I.

Proposition I : *Du point de vue du minoritaire, l'impérialisme culturel se définit d'abord par une structuration préalable de l'espace des biens publics et des biens privés.*

-III-

Considérons maintenant les prix et les revenus. D'une manière générale, il faut d'abord remarquer que les prix sont fonction de la répartition des revenus (dans un équilibre keynésien comme dans un équilibre walrassien). Ainsi, la répartition internationale des revenus explique facilement la valorisation excessive des oeuvres d'art occidentales aux dépens des oeuvres d'art asiatiques ou africaines. Pour s'en convaincre, il suffit d'imaginer une répartition égalitaire à l'échelle mondiale et de se demander ce que devient le prix du Picasso sous cette hypothèse. D'une manière analogue, à l'intérieur d'un pays, le consommateur d'une minorité culturelle pauvre est défavorisé dans son projet culturel par rapport au représentant d'une minorité culturelle riche non seulement parce qu'il est plus pauvre mais aussi parce que les prix réflètent davantage la direction des préférences du plus riche.

Par ailleurs, les prix contiennent des coûts marginaux, des coûts de transaction, des tarifs douaniers, des taxes, des subventions et des péages de monopole. Il serait évidemment trop long et trop fastidieux d'étudier chacun de ces items. En revanche, ce que l'on peut faire assez facilement c'est se donner une représentation des relations entre majoritaires et minoritaires qui conduise naturellement à l'apparition d'écarts entre les prix et les coûts marginaux.

Pour cela, donnons-nous une fonction d'utilité collective et admettons pour fixer les idées que certains consommateurs puissent y avoir un poids nul. Par exemple, la majorité blanche nord-américaine du XIXième siècle n'accorde aucune signification marginale au niveau de vie de la minorité indienne. Il est clair qu'en maximant une pareille fonction d'utilité sous les contraintes habituelles, on dépouillera systématiquement la minorité indienne.

Mais admettons, dans une deuxième étape, que la majorité blanche tout en n'accordant aucune signification marginale au niveau de vie de la minorité indienne, soit respectueuse de la propriété privée de cette dernière. Alors l'optimum d'un tel modèle se caractérisera par un équilibre concurrentiel au sein de la majorité blanche et par l'utilisation d'un système de prix discriminatoire dans ses relations avec la minorité indienne de telle manière que celle-ci soit dépouillée pour ainsi dire par l'exercice d'un pouvoir de monopole et par les marchés plutôt que par le vol pur et simple.

Continuons de civiliser notre majorité blanche et supposons qu'elle accepte certaines règles de "fair-play" comme "à travail égal salaire égal". Autrement dit, reconnaissons la propriété privée, acceptons l'unicité des prix à la consommation et maximons notre fonction d'utilité collective sans accorder de poids (marginal) à la minorité indienne. Cette fois-ci, nous aboutirons à un optimum se caractérisant par un équilibre concurrentiel après taxes ou après péages. Toutefois les écarts entre les prix à la consommation et les prix à la production seront indicés non par sur les recettes marginales relatives de l'ensemble de l'économie mais sur la flexibilité des prix à la consommation <u>pondérée</u> par les seules transactions faites avec le groupe minoritaire.

Racontée pour la majorité blanche et la minorité indienne, cette histoire peut s'atténuer et se concevoir d'autres façons : à la place d'une minorité indienne nous pouvons mettre une région, une classe sociale, un sexe, un groupe religieux, une colonie, etc.; à la place d'un poids nul on peut substituer dans la fonction d'utilité collective un poids qui soit trop faible pour que la propriété privée d'un groupe minoritaire soit réellement préservée. Ceci nous conduit à la proposition II.

Proposition II : Du point de vue du minoritaire, l'impérialisme culturel se définit ensuite par la structuration préalable de l'espace des prix et des revenus : la valeur réelle des revenus dépend du niveau d'impérialisme économique et le système de prix correspondant à la répartition des revenus représente la direction des préférences du majoritaire s'il est unique et discrimine contre le minoritaire s'il ne l'est pas.

<u>Remarque</u> : A côté des effets spécifiques des taxes et des subventions il faut regarder la stabilité de leur assiette dans le cas où une minorité est assez heureuse pour disposer d'un pouvoir de taxation. Par exemple, nous venons de célébrer au Québec une brillante victoire de notre gouvernement sur le gouvernement central. Ce n'est en rien une victoire si le pouvoir de taxation du Québec y devient conjoncturel. Autrement dit, il a pu arriver qu'en rendant conjoncturelles des taxes provinciales qui ne l'étaient pas et qu'en stabilisant des taxes d'accises qui étaient conjoncturelles pour ainsi dire par vocation, le gouvernement central vienne d'infliger au Québec sa pire défaite constitutionnelle depuis la fin de la guerre.

Nous venons de voir que lorsqu'une majorité est astreinte à l'unicité des prix et au respect de la propriété privée son optimum se caractérise par un équilibre concurrentiel après péages paramétré sur ses transactions avec la minorité. Evidemment cette solution est moins bonne pour la majorité qu'un équilibre à prix discriminatoires. On peut donc imaginer que la majorité rompe l'équilibre concurrentiel pour engendrer, par le rationnement quantitatif, un équilibre avec unicité des prix à la consommation qui soit aussi bon pour elle que l'équilibre avec prix discriminatoires. Autrement dit, lorsque Galbraith dit que dans un équilibre keynésien le chômage frappe surtout les travailleurs non-qualifiés et non-éduqués dont la plupart sont des jeunes, des noirs et des femmes, il associe un phénomène de discrimination à un phénomène de régulation économique qui n'est pas nécessairement neutre. En fait, l'équilibre keynésien peut être désiré par une majorité et par le gouvernement qui la représente, parce qu'il est un substitut à un équilibre avec prix discriminatoires. La proposition III est beaucoup plus modeste et se contente d'affirmer que l'impérialisme majoritaire se définit par le niveau et la répartition des rationnements quantitatifs.

Proposition III : Du point de vue du minoritaire, l'impérialisme culturel se définit enfin par le niveau des rationnements quantitatifs discriminatoires.

L'Etat contemporain est par définition le bras séculier de la majorité : il préside pour ainsi dire au processus d'uniformisation culturelle que nous venons de décomposer par les propositions I, II, III. Dès lors, il me semble que même si je n'ai parlé du Québec que pour illustrer la dépendance mutuelle de l'Etat, l'Economie et la Culture, j'ai avancé et me suis avancé beaucoup. En effet, si on est d'accord avec ce qui précède, il est clair que le fond du problème constitutionnel actuel est celui de la définition même de l'Etat. Nous avons hérité de l'Etat du XIXième siècle et un tel Etat, conçu pour asseoir une nation, ne peut respecter aucune minorité culturelle. Il est donc normal - et c'est le cas un peu partout à travers le monde - que les minorités culturelles protestent et se révoltent. Supposons maintenant - puisque c'est en grande partie notre travail - que nous soyons assez ingénieux pour inventer un Etat qui respecte la dynamique culturelle de ses minorités. Alors, si le Canada anglais accepte cette formule pour lui-même, les Québécois francophones sont pour ainsi dire indifférents entre cette formule et l'indépendance puisque, cette dernière échéant, ils devront aussi respecter leurs propres minorités. Supposons le contraire. Alors les Québécois devront se résigner à l'indépendance ou à leur disparition en tant que groupe culturel.

Bibliographie sommaire

On trouvera une présentation générale des équilibres sous rationnements quantitatifs dans Bénassy (1976) et Malinvaud (1977). La définition générale de la Culture et l'optimalité de la diversité culturelle dans le monde sont étudiées par Eliot (1948) et Lévi-Strauss (1961). Le Libre Blanc sur la culture (Québec, 1978) est un document magnifique dans cette perspective mais les interrelations avec l'Economique sont sous-étudiées.

Bénassy, J.-P., (1976), Théorie du déséquilibre et fondement microéconomique de la macroéconomie, _Revue économique_, sept. 1976.

Eliot, T.S., (1948), _Notes Toward the Definition of Culture_, Faber and Faber Ltd., London.

Lévi-Strauss, C., (1961), _Race et Histoire_, Gauthier, Paris.

Malinvaud, E., (1977), _The Theory of Unemployment Reconsidered_, Basil Blackwell, Oxford.

De Jouvenel, B., (1976), _Les débuts de l'Etat moderne_, Fayard, Paris.