UNVERSITÉ DE MONTRÉAL

OPTIMISATION DU MONTAGE EN SURFACE DE CARTES IMPRIMÉES

par

Luc DEBARGIS
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU GRADE DE MAÎTRE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)
(MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES)
Avril 1990

©Luc Debargis 1990

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Canadian Theses Service
Service des thèses canadiennes

Ottawa, Canada
K1A 0N4

The author has granted an irrevocable non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of his/her thesis by any means and in any form or format, making this thesis available to interested persons.

L'auteur a accordé une licence irrévocable et non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de sa thèse de quelque manière et sous quelque forme que ce soit pour mettre des exemplaires de cette thèse à la disposition des personnes intéressées.

The author retains ownership of the copyright in his/her thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without his/her permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège sa thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

ISBN 0-315-58941-8

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Ce mémoire intitulé:

OPTIMISATION DU MONTAGE
EN SURFACE DE CARTES IMPRIMÉES

présenté par: Luc Debargis

en vue de l'obtention du grade de: MAÎTRE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES (M.Sc.A.)

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. Benjamin Smith ..... Ph.D., président

M. François Soumis ..... Ph.D.

M. Chelliah Sriskandarajah ..... D.Sc.

A mes parents Robert et Huguette Debargis

A mes frères Éric et Jean-Marc Debargis

A ma fiancée Astrid Turquetil

"Ce n'est pas la technique qui représente
le vrai danger pour la civilisation,
c'est l'inertie des structures."

Louis Armand – *Plaidoyer pour l'avenir*

"Le talent sans génie est peu de chose.
Le génie sans le talent n'est rien."

Paul Valéry – *Mélange*

"On peut enlever un général à son armée,
mais non à un homme sa volonté.

Confucius – *Entretiens*

Sommaire

Ce mémoire propose une méthode permettant d'optimiser l'affectation de composants électroniques sur des robots de montage en surface travaillant en série. L'utilisation des robots en série permet de placer un plus grand nombre de types de composants et de produire plusieurs lots de cartes sans intervention humaine. Toutefois l'utilisation des robots en série pose le problème de la répartition des composants entre les stations de travail de façon à équilibrer la chaîne de production pour plusieurs types de cartes imprimées. Ce problème a été étudié pour un atelier de la compagnie Northern Telecom Canada Ltée, fabriquant des produits de réseaux de télécommunication.

Un modèle mathématique, tenant compte des caractéristiques de l'atelier, des spécifications des machines et des techniques de production a été élaboré. La minimisation de la somme des temps de production de n lots de cartes imprimées est formulée comme un problème d'affectation mathématique avec des coûts linéaires par morceaux.

Ce problème est reformulé comme un problème de programmation linéaire en nombres entiers. Une bonne solution réalisable et une borne inférieure de ce problème de programmation en nombres entiers est obtenue en résolvant une relaxation Lagrangienne avec une technique de sous-gradient.

Plusieurs essais de production ont été effectués à l'aide de l'algorithme de résolution (programmé en langage Turbo-Pascal). Les résultats obtenus montrent que l'on peut équilibrer la chaîne de production, pour que la différence de charge de travail entre les machines soit inférieure à 3%.

Abstract

The purpose of this thesis is to elaborate a method that will optimize the assigment of electronic components on surface mounted robots; in other words, to distribute equally the workstation tasks, to reduce the amount of human intervention, to minimize the number of setups and, to minimize the total production time. The study was done at Northern Telecom Canada Ltée on a production line that builds telecommunication network products.

Based on the characteristics of the production line, that is the machines specifications and the production techniques, we have built a mathematical model. The study consists of minimizing the sum of the total time needed for the production of n sets of m_n printed circuit boards (PCB). The weights used correspond to the time necessary to install the individual electronic components.

After transforming the model into its dual form, we solve the problem using the Lagrangian relaxation method and a sub-gradient technique. Many samples, of the production line were used to test the algorithm, which is programmed with a high-level structured language (Turbo Pascal 5.5). The method produced good results.

Remerciements

En premier, j'aimerais exprimer toute ma gratitude à mon directeur de recherche, le professeur François Soumis, pour ses encouragements et ses suggestions. J'ai le plaisir également de souligner la confiance qu'il m'a témoigné ainsi que le temps qu'il a consacré à cette recherche. Je reste très sensible à l'aide financière qu'il m'a accordée.

Mes remerciements s'adressent également à "Northern Telecom Canada Ltée", en particulier à Monsieur Michel Messier et son équipe pour avoir attribué le sujet de ce mémoire à mon directeur de recherche.

J'exprime ma reconnaissance à l'attention de l'organisme "Fonds pour la formation des chercheurs et l'aide à la recherche (FCAR)", pour la bourse du deuxième cycle qui m'a été octroyée.

Remerciements sincères à mes parents, Monsieur et Madame Robert et Huguette Debargis, pour leurs encouragements tout au long de mes études. Remerciements non moins sincères à ma fiancée, Astrid Turquetil, pour son aide et sa patience, durant toutes mes études universitaires.

Enfin, pour le remarquable travail de dactylographie effectué par Madame Anne-Marie Goulet, j'adresse également, un grand merci.

Table des Matières

Sommaire vi

Abstract viii

Remerciements ix

Liste des figures xiv

Liste des tableaux xvii

Introduction 1

1 Notions générales sur le développement des cartes imprimées 4

1.1 Progrès récent dans l'industrie de la production de cartes électroniques 5

1.2 La production et l'assemblage de cartes imprimées à l'aide de composants de montage en surface 9

1.3 Description et caractéristiques de deux machines à montage en surface: le modèle MS-72 et HS-180 de Siemens 14

1.3.1 Étude du modèle MS-72 14

1.3.2 Étude du modèle HS-180 29

2 Analyse globale du problème **35**

2.1 La production 35

2.1.1 La production d'un lot et la préparation des machines . . . 36

2.1.2 La production de plusieurs lots 37

2.2 Le problème de l'organisation de l'atelier 38

2.2.1 L'atelier de montage en surface 38

2.2.2 Description du problème 39

2.3 Les objectifs 40

2.3.1 Les scénarios à étudier 41

2.3.2 La répartition des composants par station de travail 43

2.3.2.1 Les contraintes du modèle HS-180 43

2.3.2.2 Les contraintes des modèles MS-72 44

2.3.3 L'allocation des composants aux positions des chargeurs et/ou des positions sur les présentoirs 45

3 Le problème et sa modélisation **47**

3.1 Les étapes du problème 48

3.2 Approximation et affectation des composants 52

3.2.1 Approximation par rapport aux cartes imprimées 52

3.2.1.1 Le temps de production d'une carte imprimée sur une station 52

3.2.2 Approximations par rapport aux alimenteurs 54

3.2.2.1 Les catégories d'alimenteurs 54

3.2.2.2 Les types d'alimenteurs 54

3.3 Modèle mathématique pour l'affectation des composants 57

3.3.1 Les coûts 57

3.3.1.1 Le temps relatif aux opérations humaines 58
3.3.1.1.1 Le temps de préparation (TP): 58
3.3.1.1.2 Le temps d'approvisionnement (TA): . . 61
3.3.1.2 Les temps relatifs aux composants électroniques . 63
3.3.2 Le développement du Modèle 66
3.3.3 Représentation du modèle - Problème simplifié 69
3.3.4 Représentation du modèle – Problème réel 72

4 Méthode de résolution **79**
4.1 Relaxation Lagrangienne et résolution du problème dual 80
4.1.1 La relaxation Lagrangienne 80
4.1.2 Méthode de sous-gradient 83
4.2 Résolution du modèle mathématique 84
4.2.1 Transformation du modèle mathématique 84
4.2.2 Résolution du problème dual par une méthode de sous-gradient 87
4.2.2.1 L'approche classique 87
4.2.2.2 L'approche pondérée 89
4.2.2.3 Algorithme de résolution 89

5 Analyses des Résultats **94**
5.1 Efficacité de l'algorithme 94
5.2 Analyse de la production 101
5.2.1 Caractéristique de l'outil logiciel 101
5.2.2 Interprétation et gestion de la production 102
5.3 Conclusion 108

Conclusion **110**

Bibliographie **113**

A Les temps des opérations humaines **122**

A.1 Les temps et moyennes de temps 122

B Formules de calculs **126**

B.1 Données réelles sur les robots 126

B.2 Notions d'origine et de distance 129

B.3 Calcul des temps à partir des distances 131

B.4 Calcul des temps pour les composants spéciaux 134

B.5 Calcul du temps de changement de carte imprimée 137

C Détail des lots de production **140**

C.1 Présentation des quatre lots 140

C.2 Tests de production 144

Figures

1.1 Le robot de placement automatique MS–72 15

1.2 Alimentation en cartes imprimées 16

1.3 Plateau mobile avec ses trois présentoirs 18

1.4 Chargeur linéaire à convoyeur vibrant 19

1.5 Chargeur à ruban embobiné 20

1.6 a) Numérotation des positions de chargeurs — b) Détail de la numérotation du présentoir 1 21

1.7 Le côté recto ou le côté composants 22

1.8 Le côté verso ou le côté soudure 23

1.9 Le bras du robot 23

1.10 Fonctions de la tête. a) Prise — b) Test de l'élément — c) Rotation — d) Placement 24

1.11 Mécanisme parallèle: colle-composant 26

1.12 Utilisation d'un adaptateur pour composant 26

1.13 Le robot de placement automatique HS-180 29

1.14 a) Numérotation sur les trois unités — b) Numérotation sur un plateau 31

1.15 Le bras du robot en forme de "T" 32

3.1 Organigramme principal du problème 51

3.2 Déplacement du bras "Prise – Dépôt" 53

3.3 Régions par type d'alimenteur sur l'unité 1 du modèle HS-180 . . . 55

3.4 Graphe d'affectation – cas simplifié 73

3.5 Graphe d'affectation – problème réel 78

5.1 Affectation des composants par secteur – Production 3 107

B.1 Points de référence de l'unité 3 du robot HS-180 129

B.2 Détail des points de référence du robot MS-72 129

B.3 Variation de la vitesse *vs* le temps 131

B.4 Trajet pour placer un composant ayant besoin d'un adaptateur . . 134

B.5 Trajet d'un composant ayant besoin d'un adaptateur et d'un centrage 136

Tableaux

1.1 Caractéristiques du chargeur linéaire 19

1.2 Caractéristiques du chargeur à ruban embobiné 20

1.3 Valeurs limites des composants 25

1.4 Caractéristiques des adaptateurs 27

1.5 Données du fabricant sur le modèle MS-72 28

1.6 Caractéristiques des adaptateurs 33

1.7 Données du fabricant sur le modèle MS-180 34

3.1 Type d'alimenteurs vs les caractéristiques 56

5.1 Caractéristiques de la production 3 95

5.2 Bornes inférieures et supérieures de la production 3 97

5.3 Résultats de tous les tests 100

5.4 Détail des temps de production 104

5.5 Temps de production 105

5.6 Pourcentage du temps de travail des stations 109

A.1 Les moyennes de temps pour les tâches d'un opérateur de machines 125

B.1 Caractéristiques des stations du robot HS-180 126

B.2 Données communes du robot HS-180 127

B.3 Données sur le robot MS-72 128

C.1 Données du lot 1 141

C.2 Données du lot 2 141

C.3 Données du lot 3 142

C.4 Données du lot 4 142

C.5 Production des lots 143

C.6 Production des 4 lots suivant plusieurs configurations 144

Introduction

L'organisation du travail, la répartition des tâches, la productivité et la rentabilité sont des principes aussi vieux que l'homme. Au cours des siècles, tous les secteurs de travail ont fontionné avec ces principes, même s'ils n'ont souvent été appliqués qu'inconsciemment.

Avec l'ère industrielle, est apparu un besoin de rationalisation et de rigueur. Pour atteindre cet objectif, techniciens et gestionnaires ont uni leurs travaux. C'est l'apparition des grandes théories sur la production, le Taylorisme, la production de masse et le travail à tâche unique (première chaîne de montage de voiture créée en 1913 par Henry Ford).

Devant les résultats révolutionnaires de ces théories, l'ensemble de l'industrie se transforma peu à peu. Ainsi sera créée une nouvelle discipline de production dans laquelle l'ingénierie et la gestion scientifique occuperont une place prépondérante: prévoir l'obsolescence de la technologie industrielle. Le point ultime de la production industrielle sera atteint avec l'automatisation et le remplacement du travail humain par des machines (Bonetto, R.(1987)).

Le but de tout industriel est d'améliorer sa productivité, ses produits et son

service. Faisant face à deux phénomènes constants; la concurrence et la compétitivité, les techniques de production ont évolué vers la flexibilité automatique. Ce concept a engendré le vocable "atelier flexible".

Comme tous les mots à la mode, il se retrouve sur toutes les lèvres et son concept est le centre de préoccupation de tous les secteurs de production. L'industrie électronique est certainement le domaine qui utilise le plus ces notions.

L'intégration massive d'ateliers flexibles dans l'industrie de production vient d'ouvrir la porte à la recherche en haute technologie (CAO/FAO/IAO) de manière à utiliser judicieusement les robots disponibles. Il faut reconnaître que les ateliers flexibles représentent un outil merveilleux que la technologie met à notre disposition pour la réalisation de progrès sensibles, mais quel que soit le niveau technologique et humain, on ne peut les utiliser sans méthode. Nous faisons appel aux mathématiques appliquées.

La gestion des ateliers flexibles se prête bien à l'approche rationnelle et quantitative de la recherche opérationnelle. Les mathématiques proposées par cette spécialité comportent entre autres, l'optimisation en présence de contraintes du temps de production et de la transformation du protocole de fabrication. Des travaux de recherches ont permis de mettre en relief les avantages de ce type de modélisation mathématique dans l'analyse visant l'optimisation en production. Ces recherches spécifiques portent sur l'exploitation et l'exploration de la programmation mathématique et sur l'intégration d'algorithmes rapides sur ordinateur.

Ce mémoire porte sur l'utilisation optimale de robots dans l'industrie électronique, qui effectuent du montage en surface de composants sur des cartes impri-

mées. Dans ce cas, le problème consiste à optimiser le temps de travail des robots tout en minimisant l'intervention humaine. Il s'agit en d'autres termes d'augmenter la productivité de l'atelier flexible considéré.

Le mémoire débutera par une revue historique de la production automatisée dans le secteur de l'électronique. Nous ferons également une étude des caractéristiques des différents robots spécialisés composant l'atelier flexible en question. Dans une seconde partie, nous exposerons les détails du problème en vue de proposer des objectifs d'études. La troisième partie traite de l'analyse du problème et de sa modélisation mathématique tandis que la quatrième décrira la méthode de résolution. Enfin, dans une cinquième partie, nous ferons une analyse des résultats portant sur la performance de la méthode proposée.

Chapitre 1

Notions générales sur le développement des cartes imprimées

Voilà plus de dix ans que de nombreux travaux de recherches sont consacrés à la fabrication robotisée (appareillages de hautes technologies). Les termes d'ateliers flexibles, chaînes de montages et robots spécialisés sont des expressions caractérisant de vastes sujets d'études en génie, en mathématiques appliquées (recherche opérationnelle) pour n'en citer que quelques-uns. Ce champ d'activité est en croissance rapide à cause de son importance économique.

Ce chapitre arbore une historique générale du développement des ateliers flexibles dans différentes industries de production pour la fabrication et l'assemblage de cartes imprimées. Il présente également un aperçu des multiples domaines se rat-

tachant au sujet et une étude plus spécifique des robots sur laquelle porte cette recherche.

En prémisse, nous allons faire une rétrospective de l'évolution au cours des dernières années de la production de cartes électroniques.

1.1 Progrès récent dans l'industrie de la production de cartes électroniques

Qu'est-ce qu'une carte imprimée? Pour nos besoins, il nous suffira de savoir que l'idée revient à M. P. Eisler en 1941 comme l'a mentionné M. Colonna Ceccaldi (1979). Il s'agit de la reproduction d'un circuit électrique, par gravure d'un stratifié plastique revêtu d'une feuille métallique, soit par photogravure, soit par gravure sur plaque. Par voie de conséquence, la carte imprimée multicouche est constituée de couches conductrices et isolantes superposées suivant un ordre prédéterminé et liées par laminage sous presse (Grand LAROUSSE (1987)). M. Colonna Ceccaldi (1979), précise que dans le langage courant, on désigne souvent sous le nom de circuit imprimé ce qui est en réalité une carte imprimée.

Le secteur de la fabrication et de l'assemblage des cartes imprimées a évolué de façon étonnante, passant de l'insertion manuelle des composants au montage en surface de micro composants par des robots spécialisés.

Faisons un bref rappel historique des trente dernières années sur ce sujet. A ses débuts l'assemblage se faisait manuellement, mais très rapidement les compagnies

ont ouvert leurs portes aux machines automatiques. Le pantographe à insertion des années cinquante, souligne Stellhorn J.E. (1986), représente le premier pas de l'automatique industrielle dans ce domaine.

Pour faire face à la demande du marché, des machines semi-automatiques puis totalement automatiques ont pris la relève. L'amélioration constante des procédés de fabrication et des flots de production, a permis aux industries des années soixante d'augmenter considérablement leurs productions tout en réduisant le temps alloué. Vers le milieu des années soixante-dix, l'évolution technologique permit le développement de machines intelligentes munies de contrôles rétroactifs, réduisant ainsi le nombre d'employés par station de travail. Toujours inquiètes de la rentabilité de l'entreprise et de leur place sur le marché industriel, les Compagnies se préoccupent beaucoup de l'apport économique créé par l'intégration d'équipement de haute technologie.

Avec l'introduction de systèmes complexes de production automatisée, les Entreprises sont devenues plus sensibles envers l'association ordinateurs-machines, gagnant ainsi une grande flexibilité des opérations. Ceci permet la combinaison idéale: la production à bas prix de produits innovateurs. Cette contrainte économique a engendré ces dernières années une nouvelle approche dans la production et l'assemblage de cartes imprimées soit, l'atelier flexible. La terminologie désigne une unité de production automatisée dont la structure permet le travail sur des produits différents. La production par type de produit peut être modulée en fonction de la demande, de l'état des stocks etc. En général ces ateliers réunissent, robots, machines à commande numérique, convoyeurs ou chariots automatiques. L'ensemble étant géré par un ordinateur central, on se réfèrera au texte d'Artigues

F. et al. (1985). Cette nouvelle philosophie ouvre un large champ d'activités sur les problèmes d'organisations, pour lesquels, l'application des concepts théoriques de la recherche opérationnelle est très bien adapté, comme l'exprime Stellhorn J.E. (1986), car les objectifs et contraintes sont quantitatifs et ne possèdent pas de facteurs humains.

Sur le plan international, la majorité des pays se sont lancés dans le marché de l'électronique. Parmi les plus importants, pour n'en citer que quelques-uns, nous retrouvons les États-Unis, le Japon (Tanaka N. (1986)), la Russie, le Canada (Keys L.K. et al. (1986)), la France (Jegou P. et al. (1985)), l'Allemagne (Knoner E. (1987)), la Grande Bretagne (Potts D. (1983)), les pays Asiatiques et sud-Asiatiques dont l'Inde (Gudsoorkar A.G. (1986)). Malgré l'orientation différente suivie par les compagnies dans leur pays respectifs, elles sont unanimes sur le fait que le contrôle, assisté par ordinateur d'ateliers flexibles, est le nombre d'or de la productique. Les exemples sont nombreux, comme le montre Potts D. (1983), une compagnie anglaise de Birmingham a vu s'accroître sa part du marché de 1000% en intégrant cette technologie.

L'esprit relevant de cette nouvelle approche, permet à l'industrie de comprendre, de mesurer les difficultés d'un système de production et de constamment l'améliorer. Muni d'un réseau informatique puissant, soutenu par un système d'organisation dynamique, il fournit les bases des opérations, des tactiques et des stratégies de la planification de la production. Il gère chaque unité de travail dans le détail des tâches tout en recevant de l'information sur l'état des machines en prévision de défaillances techniques. Mise à part ces principes fondamentaux qui ont fait l'objet d'une étude chez IBM Co. par Edosomwan J.A. (1986), l'impact

se retrouve surtout sur la gestion des priorités en fonction du programme de production planifié par l'ordonnancement central. Il en découle, l'amélioration de la fluidité de la production, la réduction de la taille des lots, l'optimisation des temps de préparation des machines pour l'enchaînement des lots et la génération d'indicateurs de performance sur les délais, la productivité, la qualité. Ces critères ont été très bien identifiés dans un centre industriel de la société TRT en France et retranscrits par Jegou P. et al. (1985).

Avec ces états, des Compagnies telles Rascal-Milgo Fabl (Anon P. (1986)) ont augmenté de 50% leur production, d'autres comme National Sionics (Furnari G. (1983)) ont accru leur seuil de qualité de 400%. Les industries Toshiba (Tanaka N. (1986)) sont arrivées à automatiser 95% de leurs opérations, dans le but de réduire l'erreur humaine. Mais la tendance actuelle se range beaucoup plus sur l'exploitation optimale des ateliers flexibles, comme le mentionne Knight H. (1988). De nombreuses études en simulation, basées sur des principes de recherche opérationnelle, ont permis de rendre optimal le cycle de production comme chez Siemens, Philips et AT&T (Knoner E. (1987), Fortuin L. et al. (1988) et Johri P.K. et al. (1985)). Des analyses approfondies par station de travail, permettent de mettre à jour les variables et contraintes d'une optimisation, dans le but de réduire le coût unitaire. Ceux-ci sont clairement arborés chez des compagnies comme Texas Instruments, Northern Telecom et Bell Northern Research (Meyers M.R. (1987) et Keys L.K. et al. (1986)). Les objectifs apparents sont en général, la réduction des stocks, la rapidité de livraison, la production "Juste En Temps" et une meilleure qualité.

Après l'introduction de ces nouveaux principes d'organisation et de gestion,

il faut plutôt se pencher sur des techniques d'assemblage variant selon l'état de la commande. Ces dernières pouvant changer suivant l'importance du lot et la catégorie des composants requis. Le secteur d'utilisation des cartes électroniques est également important et son étendue est très diversifiée, par exemple, l'armée, l'aérospatiale, les systèmes de contrôle, la médecine, l'éducation, les ordinateurs, la télécommunication, l'équipement commercial... (Gudsoorkar A.G. (1986)). Chaque secteur peut nécéssiter une technologie différente dans l'assemblage. Le domaine commercial demande des composants réguliers se retrouvant dans une gamme de 200 éléments, tandis que les secteurs de l'aérospatiale, des télécommunications et de l'armée requièrent des éléments de micro électronique dont la variété par carte s'échelonne entre 300 et 1500. Des robots de montage en surface à haute vitesse d'insertion sont nécéssaires pour satisfaire ces derniers secteurs, comme l'expliquent Garin J. et al. (1987).

1.2 La production et l'assemblage de cartes imprimées à l'aide de composants de montage en surface

La réalisation de cartes imprimées se fait en deux étapes majeures, la production des cartes et l'assemblage de composants électroniques sur ces dernières.

La première étape se fragmente en trois parties complexes, le tracé du circuit, la fabrication des cartes et la vérification de celles-ci. Toutes les phases de la conception à la fabrication des circuits sont automatisées, du laboratoire au

bureau d'études, au moyen de solution CAO/FAO globales. Ces systèmes permettent un transfert relationnel des données entre progiciels et poste de travail, de la simulation au placement-routage, de l'implantation physique aux commandes de phototraceurs et banc de test automatique (Gross C. (1984).

Après la création du circuit électronique, par des ingénieurs, il est dessiné et installé sur un système CAD et la fabrication des cartes imprimées peut commencer (voir Qu'est-ce qu'une carte imprimée? cf. §1.1). Cette partie fait l'objet d'intenses recherches, au niveau de la physique du solide (Haining F.W. et al. (1986)) et au niveau des procédés. L'optimisation du routage dans le cycle de production des cartes permet une meilleure efficacité de ce dernier. Des algorithmes basés sur des procédures d'énumérations ("Branch and Bound") jumelées à des techniques de programmation linéaire, offrent des heuristiques réalisables pour le programme de production (Shapiro G.W. et al. (1988)). Il sont en général accompagnés d'une étude simulatoire sur des progiciels comme SLAM II (Lin L. et al. (1987)), permettant d'évaluer l'équilibre du flot de production et d'estimer le pourcentage de qualité par des procédures de tests statistiques comme celle de Kolmogorov-Smirnov. Les dits tests, aidés par des techniques de vision artificielle, comme le système de prise d'image par laser à bas voltage (< 10 Watts), peuvent être rapidement exécutés (Feltham S. et al. (1988) et Tanaka N. (1986)). Ils sont capitals pour déceler les courts-circuits, les circuits ouverts et autres défauts.

Ces préparatifs font place à l'étape d'assemblage des cartes imprimées, sur des robots à grande vitesse d'insertion. Les composants électroniques sont placés dans des alimenteurs (dévidoir, linéaire à vibrations, ruban (Siemens, User's manual (1986) et Siemens, User's manual (1988)), eux-mêmes déposés sur un ou plusieurs

présentoirs pour faciliter la fonction du bras lors de l'assemblage. Il s'agit de prises successives d'éléments à des positions différentes des alimenteurs et de déposer sur une carte imprimée ces éléments à des positions prédéterminées. La carte imprimée est acheminée au préalable dans le robot par un convoyeur, puis déposée sur des fixations dentelées. Certains composants ont besoin d'opérations supplémentaires (centrage, dépôt de colle (Siemens, User's manual (1986) et Siemens, User's manual (1988)), avant leur mise en place. Une fois la carte complètée, les opérations de soudure sont effectuées, ensuite viennent les opérations de test.

Les robots, communément appelés machines à montage en surface, diffèrent sur leurs caractéristiques physiques. Le robot CNC (Ahmadi J. et al. (1988)) possède deux têtes de placement sur un bras, le robot GMF modèle A-510 SCARA possède un bras pouvant prendre six composantes à la fois, le robot modèle A-300 R-Théta (Garin J. et al. (1987)) est une amélioration du précédant au niveau des axes de déplacement (6 axes), le robot MS-72 (Siemens, User's manual (1986)) est muni d'un plateau d'éléments, lequel est mobile et le robot HS-180 (Siemens, User's manual (1988)) possède trois bras en série. Malgré ces variantes, le principe reste le même.

La phase du montage des composants a fait l'objet de multiples recherches en mathématiques appliquées, en statistiques et en génie industriel. Les plus marquantes utilisent les méthodes du contrôle de la qualité et de la recherche opérationnelle.

Dans le but de réduire le goulet d'étranglement créé par la succession des opérations, le point de mire est d'optimiser le temps de placement des composants pour un ou plusieurs lots de cartes identiques. Ceci soulève trois problèmes classifiés

par Ball M.O. et al. (1988):

(i) l'allocation des types de composants aux machines;

(ii) l'allocation des types des composants aux positions des alimenteurs sur le ou les présentoirs; et

(iii) la séquence de prise et de dépôt d'éléments.

Dans le but d'économiser du temps de production, des modèles mathématiques en programmation linéaire (Lissens G. et al. (1987)) et en nombres entiers ont été élaborés pour optimiser les problèmes (i) et (ii). Considérons le problème (i): la solution de ce dernier implique l'affectation des composants aux machines. En général, ce type de problème est considéré comme étant NP-difficile même avec trois machines (Ball M.O. et al. (1988)). En considérant le problème (ii) pris dans ses versions les plus simples (une machine et un type de lot), il peut se traiter par les structures classiques d'affectations (Ball M.O. et al. (1988)) et d'affectations quadratiques, si les coordonnées de position sur la carte imprimée sont prises en considération (Bruijs P.A. (1984), Burkard R.E. (1984) et Leipala T. et al. (1989)). Mais, si la solution cherchée doit satisfaire au mieux différents lots de production, alors les techniques d'algorithmes d'énumérations par séparation et évaluation ("Branch and Bound") sont requises, comme le justifient Cunnigham P. et al. (1986). Nous retouverons le détail de ces approches dans les deux prochains chapitres.

Si nous regardons le problème (iii), il s'agit d'optimiser les déplacements successifs entre la prise d'éléments sur le présentoir, suivant la position des alimenteurs,

et le dépôt sur la carte imprimée en fonction des positions prédéterminées. La majorité des recherches aboutit au même problème, celui du voyageur de commerce ("Traveling Salesman Problem") (Ahmadi J. et al. (1988) et Ball M.O. et al. (1988)). Des analyses similaires ont pris forme pour développer une solution optimale dans les tests des cartes assemblées (Anon P. (1986), Hroundras G. (1987), Johri P.K. et al. (1985), Keys L.K. et al. (1986), Stalzer M.A. (1987) et Tiberghien J. et al. (1985)).

Les fruits de ces recherches sont implantés sur des systèmes informatiques de toutes tailles, passant du micro-ordinateur IBM pc (Lissens G. et al. (1987)) au MicroVax II (Stalzer M.A. (1987)) ou au HP 3000/III (Gunderson R. (1982)). Ils sont également utilisés par des logiciels commerciaux tels, le LP-software (Lissens G. et al. (1987)), SPCB (Gross C. (1984)), Stuffmaster et Dipmaster (Thorogood T. (1986)).

Comme il a été mentionné précédemment, l'industrie de l'assemblage électronique s'est tournée vers la technologie du montage en surface. Cet intérêt a forcé les manufacturiers à changer ou transformer leurs chaînes de production. Le défi dans l'implantation d'une nouvelle technologie réside dans le choix des équipements, dans l'organisation des cellules de travail, et surtout dans les logiciels contrôlant ces équipements inertes.

1.3 Description et caractéristiques de deux machines à montage en surface: le modèle MS-72 et HS-180 de Siemens

1.3.1 Étude du modèle MS-72

La machine de placements automatiques d'éléments électroniques MS-72 est présentée à la figure 1.1 (Siemens, User's manual (1986)) et sa décomposition physique peut s'effectuer en trois étapes:

(1) L'alimentation en cartes imprimées;

(2) l'alimentation en composants électroniques; et

(3) le placement des composants.

L'alimentation en cartes imprimées identiques pour un lot se fait à l'aide d'un magasin placé sur un chargeur à mouvement descendant. Le magasin est un élément amovible ayant la forme d'un parallélépipède rectangle, à l'intérieur duquel se place en étage une trentaine de cartes imprimées. Un mécanisme de traction place une carte imprimée sur un convoyeur en prévision de l'assemblage. Ce dernier accepte un maximum de quatre cartes et chacune d'elle se trouve à un stade différent de l'assemblage, c'est-à-dire:

(1) dépôt de colle (si nécéssaire);

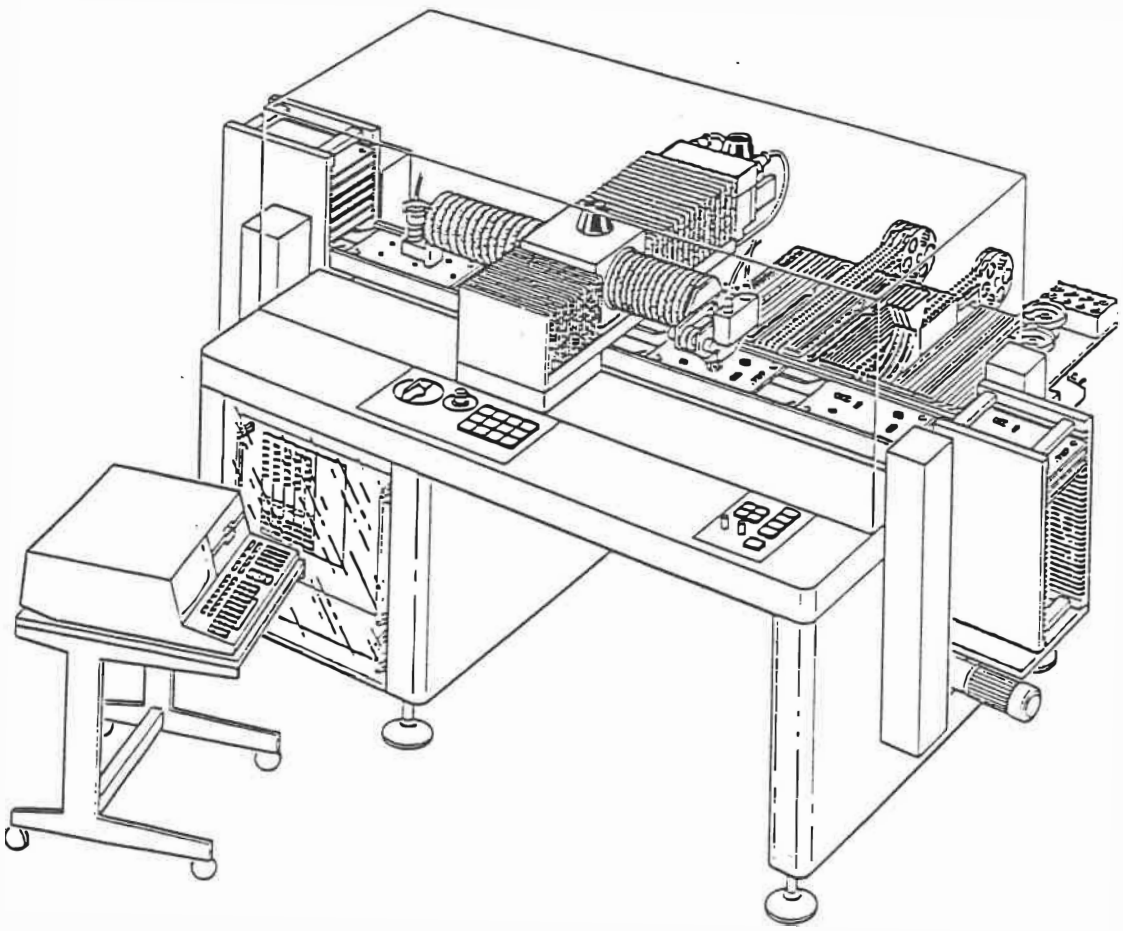


Figure 1.1: Le robot de placement automatique MS–72

(2) mise en attente;

(3) assemblage des composants; et

(4) mise en attente avant la sortie.

Pour permettre à l'assemblage de s'effectuer avec précision, le convoyeur s'arrête et s'abaisse, déposant ainsi les cartes imprimées en question sur des fixations métalliques. Chaque carte assemblée se fait acheminer dans un magasin de sortie, lequel est placé sur un chargeur ascendant, (cf. figure 1.2).

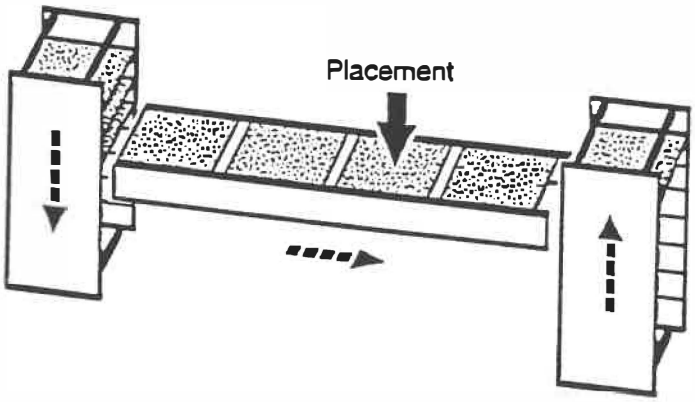


Figure 1.2: Alimentation en cartes imprimées

Les stades (1) et (3) se font aux mêmes positions et en même temps, sur des cartes qui n'ont pas le même emplacement sur le convoyeur. Elles sont indentiques ce qui permet le parallélisme fonctionnel du bras du robot.

L'alimentation en composants électroniques se fait à l'aide de chargeurs. Ces derniers sont modulaires et peuvent être placés sur les présentoirs suivant la combinaison désirée. Précisons qu'il y a trois présentoirs fixes de douze chargeurs chacun (36 chargeurs) sur un plateau mobile. Ce dernier se déplace suivant l'axe des x (cf. figure 1.3).

Les différents types de chargeurs sont:

- linéaire à convoyeur vibrant;
- ruban embobiné;
- cuvette rotative vibrante;
- convoyeur vibrant rectangulaire; et
- dévidoir vertical.

Seuls les deux premiers chargeurs sont utilisés dans notre étude. Les figures 1.4 et 1.5 présentent ces derniers et les tableaux 1.1 et 1.2 présentent leurs caractéristiques. Les chargeurs à six rails de composants ne sont pas utilisés, mais des chargeurs à un seul rail le sont.

L'assignation d'un chargeur se fait par numéro, identifiant le présentoir et l'une des douze positions possibles sur ce dernier. Les numéros varient entre 101 et 172 avec un pas de six pour le premier présentoir, entre 201 et 272 pour le second et entre 301 et 372 pour le troisième. De manière à clarifier cette numérotation, précisons que cette dernière dépend également du nombre de rails des chargeurs. Prenons l'exemple suivant: un chargeur linéaire à trois rails de composants se

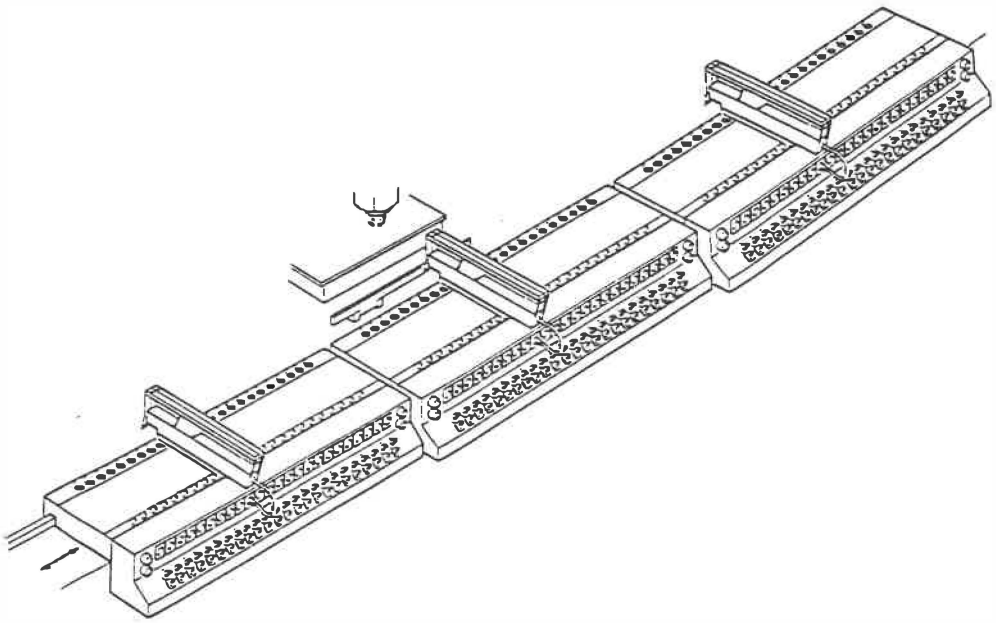


Figure 1.3: Plateau mobile avec ses trois présentoirs

plaçant sur le premier présentoir à la première position possèdera les numéros 101, 103 et 105 pour chaque rail. Tandis qu'un chargeur à deux rails pour le même emplacement aura les numéros 101 et 104, (cf. figure 1.6).

Avant de parler du placement des éléments électroniques, il faut décrire l'organisation des deux côtés des cartes imprimées. Le développement des composants a été accompagné par un développement parallèle de deux techniques de soudure: la soudure par vague et la soudure par chaleur. Les deux techniques sont en général utilisées sur la même carte imprimée, mais pas sur le même côté. Le côté recto d'une carte est assigné aux composants qui utilisent la soudure par chaleur et le côté verso pour les composants nécessitant une soudure par vague.

Le côté recto des cartes est d'abord soumis au dépôt de pâte à soudure sur les conducteurs. Le placement d'éléments s'effectue et par la suite le passage au four

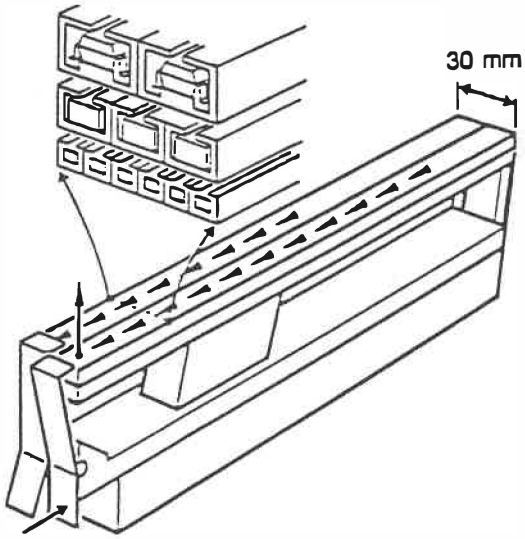


Figure 1.4: Chargeur linéaire à convoyeur vibrant

Largeur du chargeur	30 mm
Longueur du chargeur	419 mm
Nombre de rails	2, 3 ou 6*
Nombre maximum de chargeurs	36
Nombre maximum de rails	72 ou 108
Nombre de composants par rail	25 à 50

* n'est pas utilisé

Tableau 1.1: Caractéristiques du chargeur linéaire

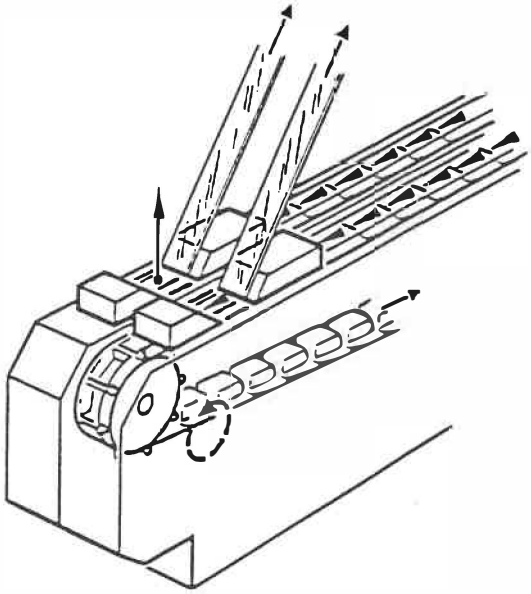
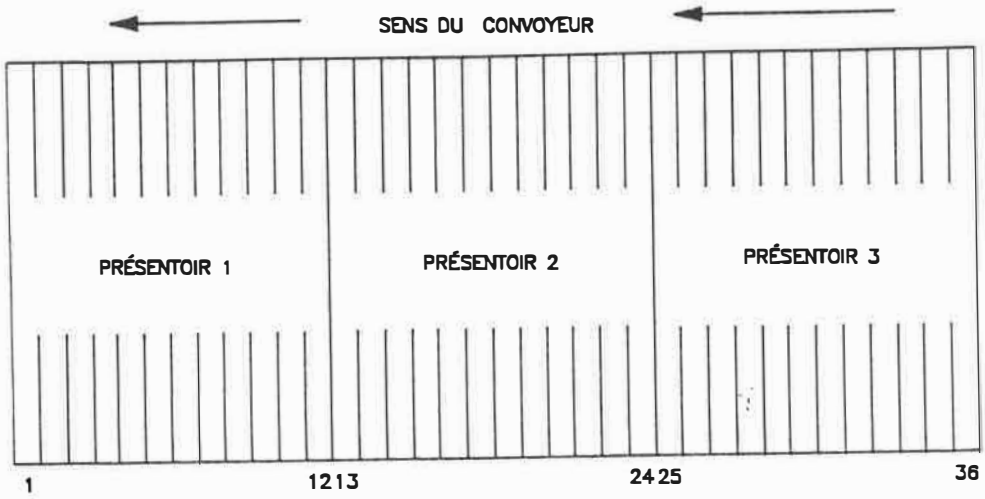


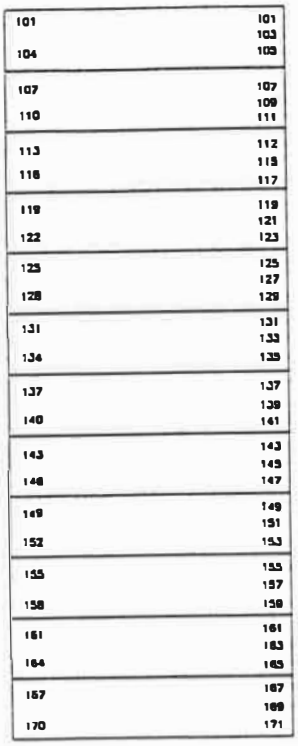
Figure 1.5: Chargeur à ruban embobiné

Largeur du chargeur	30 mm
Nombre de bobines	2 (ruban de 8 mm)
Nombre maximum de bobines	72
Capacité d'une bobine	≈ 4000 comp. pour bobine de 17.78 cm
Diamètre d'une bobine	17.78 et 25.4 cm (7" et 10")

Tableau 1.2: Caractéristiques du chargeur à ruban embobiné



a)



b)

Figure 1.6: a) Numérotation des positions de chargeurs — b) Détail de la numérotation du présentoir 1

à chaleur vient sceller les éléments dans la pâte à soudure, (cf. figure 1.7). Cette technique permet une soudure sans utilisation de colle.

Le côté verso des cartes nécéssite en premier lieu l'application de points de colle, dont l'arrangement et la taille des points dépendent de la forme du composant. Une fois l'assemblage effectué, la colle est séchée suivant deux procédés variant selon sa composition (par chaleur ou par radiation ultra-violette). La carte est ensuite acheminée à la soudure par vague de plomb, (cf. figure 1.8).

Il faut mentionner que l'assemblage des cartes débute par le côté verso, c'est-à-dire avec les composants ayant besoin de points de colle, puis se complète par le côté recto. Dans le langage courant, le côté recto se nomme, le côté composants et le côté verso, le côté soudure.

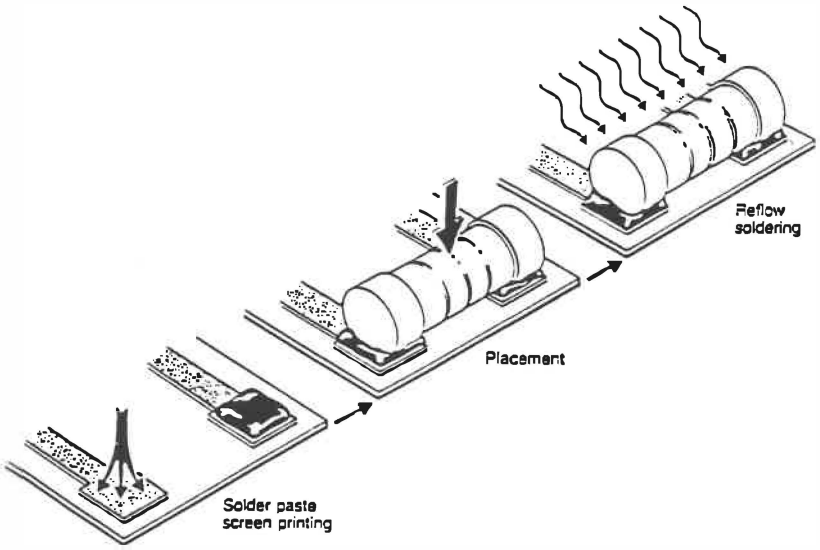


Figure 1.7: Le côté recto ou le côté composants

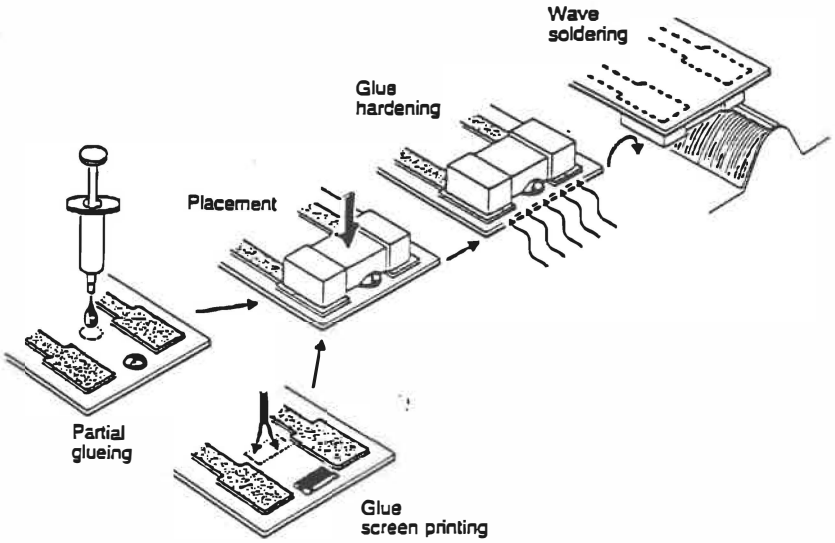


Figure 1.8: Le côté verso ou le côté soudure

Le placement des composants électroniques se fait à l'aide d'un double mécanisme. Le déplacement du plateau des trois présentoirs mettant en position l'un d'entre eux et le déplacement du bras, (cf. figure 1.9). Ce dernier a la forme

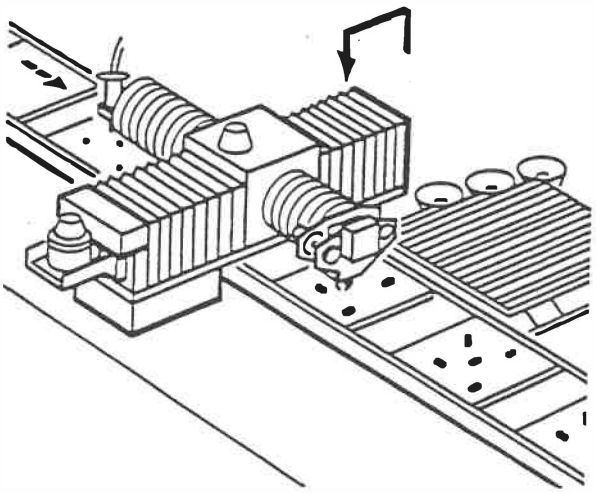


Figure 1.9: Le bras du robot

d'une croix, permettant ainsi les mouvements selon l'axe des x et des y. L'une des branches de la croix possède à une extrémité une pipette de colle et à l'autre une tête conçue pour la préhension d'éléments. Cette tête a les fonctions suivantes: mouvement vertical suivant l'axe des z; aspiration pour la prise d'éléments; mouvement rotatif; test de la valeur des composants par quatre dents; et placement d'éléments par refoulement, (cf. figure 1.10, tableau 1.3). Le mouvement du bras

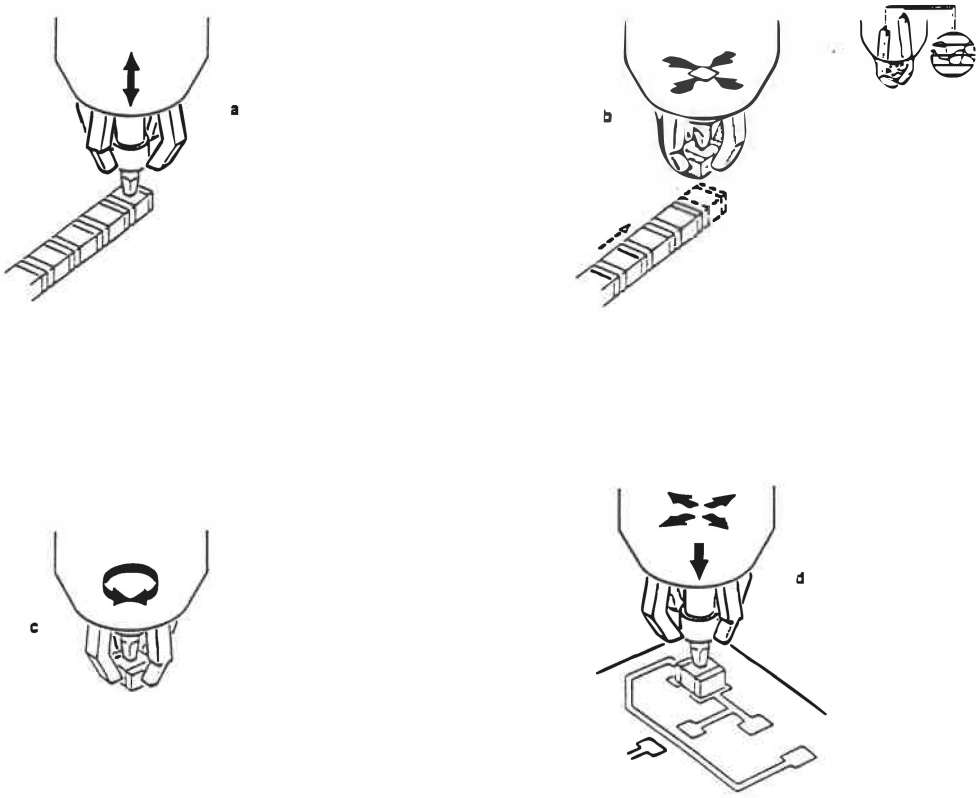


Figure 1.10: Fonctions de la tête. a) Prise — b) Test de l'élément — c) Rotation — d) Placement

Capacitances	1 pF – 10 pF
Résistances	10 Ω – 10 MΩ
Diodes	Polarité
Diodes Zener	1V – 50 V
Temps de mesure	max. 50 ms
Tolérance	± 10%*

* Est augmenté à ± 20% par programmation.

Tableau 1.3: Valeurs limites des composants

est effectué par des moteurs à courant continu (dc) indépendants: l'un pour le déplacement en x et l'autre pour le déplacement en y. Le bras en lui-même possède deux fonctions en parallèle: l'application de colle et le placement d'éléments. Ces fonctions se font donc aux mêmes positions (x, y) mais sur deux cartes différentes, (cf. figure 1.11). L'application de colle (si nécéssaire) se fait par dépôt de gouttelettes (une ou plusieurs) et elle ralentit très légèrement la prise d'éléments. La taille des composants peut également ralentir le mécanisme de prise d'éléments. Pour des composants de plus de 14 × 14 mm de côté, le bras doit aller chercher, avant la prise, un bec d'adaptation ou adaptateur (cf. figure 1.12) se situant en face des présentoirs. Il y a trois types d'adaptateurs (numérotés de 1 à 3), utilisés différemment en fonction de la taille de l'élément (cf. tableau 1.3.1). De manière à assurer un placement précis des éléments ayant besoin d'adaptateurs no 2 et 3, ils doivent se faire centrer à une station de centrage.

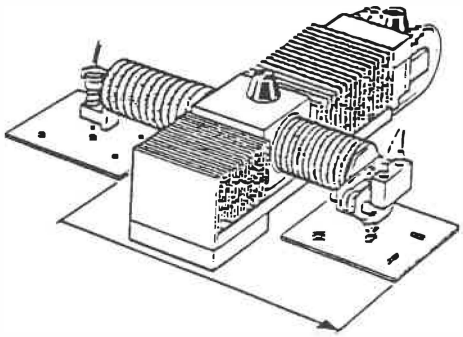


Figure 1.11: Mécanisme parallèle: colle-composant

Le modèle MS-72 est régi par des contraintes du fabricant, limitant ses fonctions, (cf. tableau 1.5).

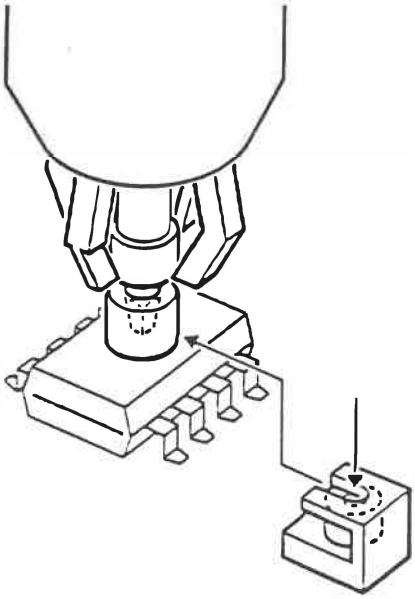


Figure 1.12: Utilisation d'un adaptateur pour composant

Adaptateur 1	Long ou larg > 14 mm Nb de pâtes > 20	Pas de centrage
Adaptateur 2	ne sert pas	Centrage 2 dents
Adaptateur 3	Long et larg > 14 mm	Centrage 4 dents
Temps de changement	2s	——
Diamètre maximal	10 mm	——

Tableau 1.4: Caractéristiques des adaptateurs

Trajectoire de traversée $x - y$	360 × 360 mm
Précision absolue	± 0.05 mm
Répétition périodique	± 0.02 mm
Vitesse	0.8 m/s
Accélération	10 m/s^2
Temps moyen de dépôt	180 ms pour 50 mm
Taille des composants	1.2 × 1.8 × 0.4 à 14 × 14 × 6 mm
Précision de placement	± 0.08 mm
Répétition périodique	± 0.02 mm
Taux de placement	4200 c/h pour un pcb 50 × 50 mm
Fiabilité de placement	erreur < 20 ppm
Pression d'aspiration	6 bar
Haut. max. de levée avec bec	12 mm
Force de la pesée	1 à 4 N
Intervalle de rotation	0 - 360 degrés
Incrémentation angulaire min.	1 degré
Temps de changement de cartes	3 s
Format max. des cartes	240 × 270 mm
Format min. des cartes	50 × 50 mm
Épaisseur d'une carte	max. 2 mm
Marge servant au transport	2 mm par côté
Espace de sécurité des comp.	20 mm
Capacité des magasins	30 cartes

Tableau 1.5: Données du fabricant sur le modèle MS-72

1.3.2 Étude du modèle HS-180

Le système de placement automatique d'éléments électroniques HS-180 est présenté à la figure 1.13 (Siemens, User's manual (1988)) et sa décomposition physique

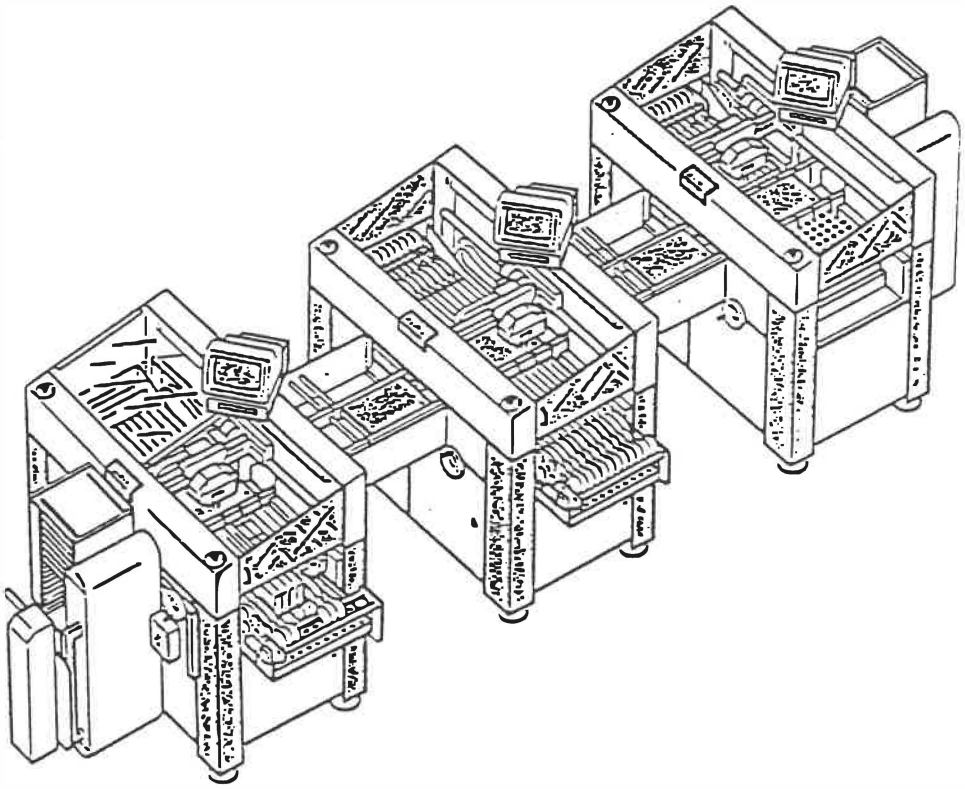


Figure 1.13: Le robot de placement automatique HS-180

possède les mêmes étapes que le modèle MS-72.

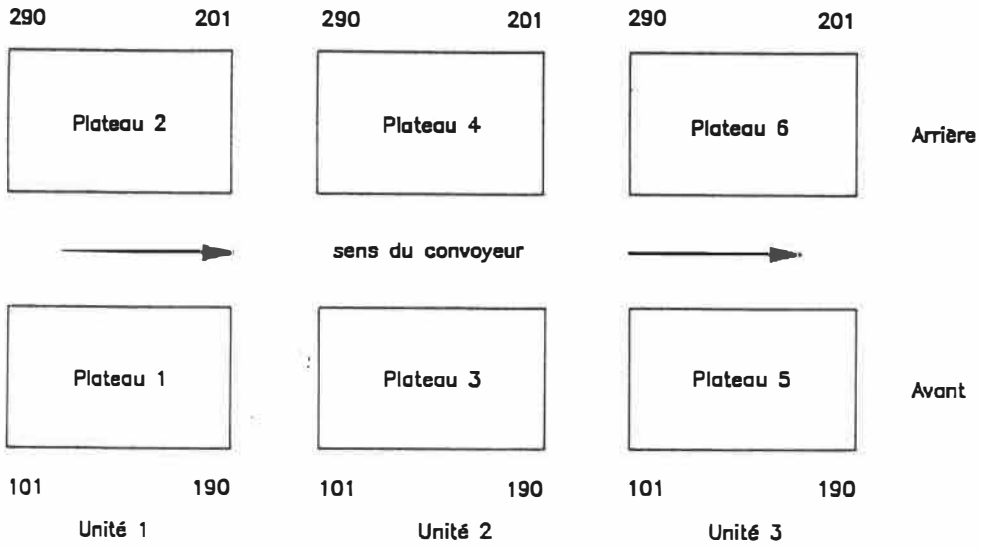
Au préalable, le robot HS-180 est un ensemble de trois unités de placements en série possèdant chacune des fonctions différentes. Le modèle HS-180 ne comporte pas de station de dépôt de colle.

L'alimentation en cartes imprimées se fait de la même manière que sur le robot MS-72, à la différence que le convoyeur transporte sept cartes. Il y en a trois qui sont positionnées pour l'assemblage et deux en attente entre chaque unité.

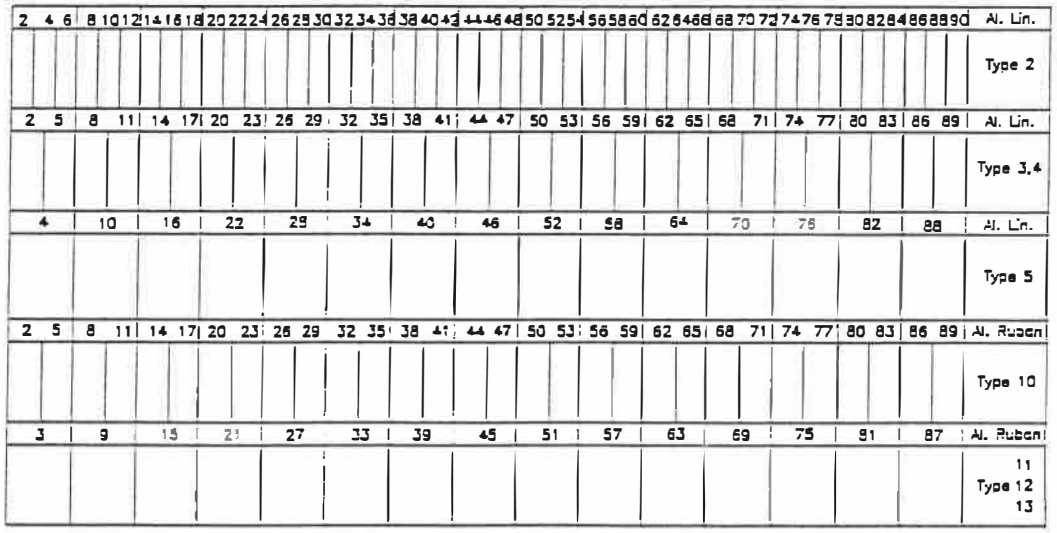
L'alimentation en composants électroniques se fait à l'aide de chargeurs linéaires à convoyeur vibrant et de rubans embobinés du même type que ceux utilisés pour le robot MS-72. Ces chargeurs sont placés sur des plateaux fixes. Il y en a deux par unité, donc six au total. Ils sont disposés de chaque côté du convoyeur et possèdent chacun quinze emplacements pour la reception des chargeurs, excepté un plateau sur la troisième unité qui n'en possède que douze. Il y a donc 87 positions de chargeurs sur le robot HS-180. L'assignation des chargeurs se fait également par numéro, comme pour le modèle MS-72. Chaque unité possède la même numérotation soit, de 101 à 190 pour le plateau avant et de 201 à 290 pour le plateau arrière. L'affectation d'un chargeur est donc définie par l'un de ces numéros combiné à un second caractérisant l'unité de placement variant entre 1 et 3 (cf. figure 1.14).

Avant de parler de placement des éléments, il faut préciser que le robot HS-180 ne possède pas d'unité de dépôt de colle. L'assemblage des cartes imprimées ne se fait que du côté recto en présence de pâte à soudure.

Le placement des éléments se fait à l'aide d'un bras en forme de "T" muni d'une tête se déplaçant sur l'une des branches du bras. Ce dernier assure le mouvement selon l'axe des y et la tête assure le mouvement selon l'axe des x, (cf. figure 1.15). Les fonctions propres de la tête sont les mêmes que celles présentées pour le robot MS-72.



a)



b)

Figure 1.14: a) Numérotation sur les trois unités — b) Numérotation sur un plateau

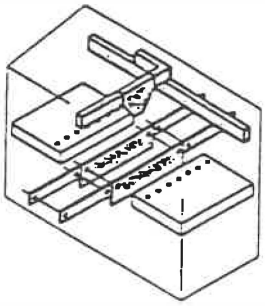


Figure 1.15: Le bras du robot en forme de "T"

Comme nous l'avons mentionné précédemment, les trois unités de placements du modèle HS-180 possèdent des fonctions différentes.

L'unité 1, possède une tête munie d'une pipette standard qui peut prendre et déposer des composants de moyennes tailles.

L'unité 2, possède une tête munie d'une petite pipette, pouvant prendre et déposer de petits éléments.

L'unité 3, possède une tête munie d'une pipette standard acceptant des composants de moyennes et grosses tailles, d'une station de trois adaptateurs, et d'une station de centrage (cf. tableau 1.3.2).

Le modèle HS-180 est limité par des contraintes imposées par le fabricant, ces dernières sont reprises au tableau 1.7.

Adaptateur 1	$< 14 \times 14$ mm	Pas de centrage
Adaptateur 2	Larg. < 14 mm Long. > 14 mm	Centrage 2 dents
Adaptateur 3	$> 14 \times 14$ mm	Centrage 4 dents
Temps de changement	2s	——
Temps de centrage	2s	——
Précision de centrage	$\pm$ 0.1 mm	——

Tableau 1.6: Caractéristiques des adaptateurs

Trajectoire de traversée $x - y$	465 × 720 mm
Précision absolue	± 0.01 mm
Vitesse	1.5 m/s
Accélération	15 m/s^2
Taille des composants	1.2 × 1.8 × 0.4 à 14 × 14 × 6 mm
Précision de placement	± 0.08 mm
Taux de placement	12000 c/h
Fiabilité de placement	erreur < 20 dpm
Pression d'aspiration	6 bar
Haut. max. de levée avec bec	12 mm
Force de la pesée	2 à 8 N
Intervalle de rotation	0 - 360 degrés
Incrémentation angulaire min.	1 degré
Temps de changement de cartes	2.5 s
Format max. des cartes	460 × 460 mm
Format min. des cartes	50 × 50 mm
Épaisseur d'une carte	max. 2 mm
Marge servant au transport	3 mm par côté
Espace de sécurité des comp.	40 mm
Capacité des magasins	30 cartes

Tableau 1.7: Données du fabricant sur le modèle MS-180

Chapitre 2

Analyse globale du problème

Plusieurs modèles mathématiques en recherche opérationnelle ont été développés pour la planification des opérations effectuées par des robots spécialisés dans le montage de cartes imprimées. Ces études touchent aux notions de temps de production, qualité de production et rentabilité de production. Mais le nerf central reste le temps de production ou encore le temps de chaque opération.

Le présent chapitre a précisément pour objectif d'aborder le problème dans son contexte global. Il donnera une vue générale sur les approches de résolution énoncées par différents auteurs, ainsi qu'une approche proposée.

2.1 La production

La production réalisée dans l'atelier se fait par succession de lots de cartes imprimées. Un lot est une commande d'un client se définissant par n cartes imprimées,

toutes de même type, à assembler. La production d'un lot nécéssite généralement plusieurs passages sur le ou les robots utilisés. Il en résulte, qu'entre chaque passage, un changement des composants est effectué. Il y a donc, de façon générale, plus d'une station utilisée pour manufacturer un lot. Ce dernier suit un ordre préétabli dans sa confection, passant d'une station à l'autre si et seulement si toutes les opérations de la station précédente sont complétées avec succès.

Un horaire de production de 14 à 21 jours environ est généralement fourni aux opérateurs des machines. L'ordonnancement des lots est prévu par des administrateurs, pour les urgences de production, ou par des ingénieurs, pour la production régulière. Leurs indices de priorités se basent sur la date de mise en production, la date d'échéance et le temps approximatif de production (respectivement en anglais "release date, due date and process time"). D'autres critères sont en général pris en considération comme le temps statistique d'une machine hors service lors d'une production ou l'indice de ressemblance d'une carte. Ce dernier étant défini par la taille de la carte, le nombre de composants identiques et leur importance.

2.1.1 La production d'un lot et la préparation des machines

La production d'un lot ne veut pas dire implicitement la production de cartes pour un client. Ces cartes peuvent constituer un ou deux lots. Cela dépend si elles ont besoin d'insertion sur un ou deux côtés. Les étapes préliminaires à la production d'un lot sont les suivantes:

La première étape est une activité informatique, il s'agit de la charge de fi-

chiers concernant la carte: le schéma d'un côté de la carte ainsi que les données caractéristiques. Elles incluent entre autre la ou les stations utilisées, la taille de la carte, les composants électroniques nécessaires, leurs positions cartésiennes sur la carte, leurs emplacements sur les présentoirs, le type de chargeur etc.

La deuxième étape est l'intervention d'opérateurs. Ils doivent règler la largeur du convoyeur, changer les fixations métalliques sur lesquelles se dépose une carte, placer les composants électroniques dans des chargeurs, placer les chargeurs sur les présentoirs des stations utilisées, placer les cartes dans les magasins et les installer en tête de la chaîne de production.

La troisième étape est la mise en marche de la production. Durant les opérations d'assemblage, les opérateurs ont le rôle de vérifier le bon fonctionnement de la production et d'alimenter respectivement les chargeurs et magasins vides en composants électroniques et cartes imprimées.

2.1.2 La production de plusieurs lots

Cela revient à dire qu'il s'agit de produire plusieurs lots différents. Donc après chaque lot terminé, il faut reprendre la préparation de chaque station de travail, comme il a été mentionné précédemment. Cette préparation est caractérisée par des activités courtes et d'autres relativement longues. Les activités courtes sont: les procédures informatiques et les modifications concernant le ou les convoyeurs. Par ailleurs, les activités longues sont: l'alimentation des chargeurs en composants et le placement et/ou retrait des chargeurs aux positions prévues sur les présentoirs.

Le temps de préparation des machines (en anglais "Setup time") peut être court ou relativement long. Cela est directement relié à l'importance accordée à l'enchaînement des lots.

2.2 Le problème de l'organisation de l'atelier

2.2.1 L'atelier de montage en surface

Les robots définissant l'atelier en question sont considérés comme des stations de travail. Le modèle HS-180 possède trois stations en série et les modèles MS-72 sont considérés comme deux stations indépendantes. Chaque station de travail est un lieu où s'effectuent deux types d'opérations distinctes. Nous y retrouvons la fonction du robot et l'intervention d'un ou plusieurs opérateurs. Respectivement, il s'agit de l'insertion de composants électroniques et de l'alimentation en composants des chargeurs et des machines en cartes imprimées.

Nous sommes donc en présence de cinq stations de travail: trois sont en série et deux peuvent ou non l'être. Il y a donc quatre types de configurations possibles: cinq stations en série, quatre en série plus une en parallèle, trois en série plus deux en série et trois en série plus deux en parallèle. Ces configurations flexibles permettent de rencontrer les urgences de production ou de parer aux impondérables techniques d'une ou plusieurs machines.

Mais le changement de configuration, dans l'organisation de la chaîne de montage, entraine des coûts en temps de préparation des stations, très élevés.

2.2.2 Description du problème

Le problème à l'étude consiste à analyser l'atelier de montage en surface, de manière à réduire l'interaction des opérateurs, lors de la préparation des stations de travail.

La production des lots peut se réaliser par des stations de travail en parallèle ou en série. Si nous considérons l'utilisation des stations de travail en parallèle, nous devons nous attendre à une production ralentie. Elle l'est, car le nombre de passages des cartes pour complèter un lot, sur cette station, augmente. Ceci est la cause du nombre limité de chargeurs d'éléments différents qu'il est possible de placer. Il faut donc s'attendre à une longue préparation des stations de travail entre chaque passage et entre chaque lot. Comme les lots ne sont pas identiques en quantité et en complexité, le temps de préparation des stations peut être parfois plus long que la production d'un lot. C'est le cas avec les petits lots. Il y a donc un déséquilibre entre la phase active des stations de travail (productivité) et la phase inactive (préparation).

Une autre forme d'organisation de l'atelier peut se faire. Il s'agit de mettre plusieurs stations en série, comme le robot HS-180, qui en possède trois. Il est possible également d'additionner d'autres stations en série au robot HS-180, par exemple un ou deux robots MS-72. L'utilisation des stations en série, possède plusieurs avantages. Elle permet de charger en même temps, un plus grand nombre de composants. Elle donne également la possibilité de produire un lot en un seul passage et même plusieurs lots, dont la famille de composants peut être chargée en même temps.

L'organisation en série soulève un problème d'affectation des composants électroniques à chaque station. Il faut équilibrer le travail des stations. Car le temps de production d'une carte, sur la chaîne de montage, est aussi long que le temps utilisé par la plus lente des stations.

Soulignons que le problème d'affectation des composants et celui de l'équilibre du travail entre les stations, représentent le problème principal de cette étude.

2.3 Les objectifs

Nous faisons donc face à un atelier de production qui fonctionne sept jours par semaine, vingt-quatre heures par jour à raison de trois tranches de huit heures. Il y a donc un enchaînement de lots très important et la gestion du temps de préparation des machines devient une priorité pour optimiser la production.

Il n'est pas de notre ressort de prévoir l'ordonnancement des lots de production. Mais, à partir d'un ordonnancement déterminé, il faut trouver une façon de préparer les stations de travail, pour minimiser l'intervention humaine pendant et entre la production de lots. Il s'agit donc d'optimiser le temps de préparation des stations pour l'enchaînement des lots.

1. Il est donc nécessaire, d'étudier différents scénarios, afin de trouver l'organisation des stations de travail, pour éviter les goulets d'étranglements ou les temps morts.

2. Or, en définissant ces derniers, il faut trouver la répartition optimale et

réaliste des composants électroniques par station de travail.

3. À la suite de cette étape, il faut trouver l'assignation de ces composants aux différents types de chargeurs. Il y en a cinq: le chargeur linéaire à un, deux ou trois rails et le chargeur à ruban de deux ou trois rails. Enfin, il faut trouver l'affectation de ces chargeurs aux différentes positions des présentoirs.

Par voie de conséquence, ces objectifs doivent être envisagés pour satisfaire au mieux le plus grand nombre de lots possibles, avec une intervention humaine réduite aux exceptions de chaque lot.

2.3.1 Les scénarios à étudier

Rappelons que l'atelier comporte cinq stations de travail, trois pour le modèle HS-180 et deux pour les modèles MS-72. Elles sont numérotées de un à cinq ($M = m_1, \ldots, m_5$) et correspondent aux modèles mentionnés. Les stations m_1, m_2 et m_3 représentent le modèle HS-180, la station m_4 représente le premier modèle HS-72 et la station m_5 le deuxième modèle MS-72. Les stations m_1 à m_3 sont en série et sont physiquement indivisibles, ce qui n'est pas le cas des autres stations de travail.

Le choix des stations de travail dépend de plusieurs contraintes, pour satisfaire la production de lots. Ces contraintes proviennent du département de IAO/FAO de la compagnie Northern Telecom et des caractéristiques des lots à produire. Plusieurs configurations de l'atelier sont possibles suivant le regroupement des machines en série. Le département de IAO/FAO suggère fortement que l'atelier

soit divisé en deux configurations:

Configuration 1: Les stations m_1, m_2 et m_3 en série; et les stations m_4 et m_5 en série. Donc m_1, m_2 et m_3 sont en parallèle avec m_4 et m_5.

Configuration 2: Les stations m_1, m_2 et m_3 en série; et les stations m_4 et m_5 en parallèle. Donc m_1, m_2 et m_3 sont en parallèle avec m_4 et avec m_5.

Nous introduirons également deux autres configurations qui feront partie de l'étude. Précisons, que les stations m_4 et m_5 ne peuvent pas se mettre en série à la suite de la station m_3, car cette dernière débouche sur un four. Les configurations sont les suivantes:

Configuration 3: La station m_4 en série avec les stations m_1, m_2 et m_3. La station m_5 en parallèle avec les autres.

Configuration 4: Les cinq stations m_4, m_5, m_1, m_2, m_3 en série.

Soulignons, qu'il existe cinq autres configurations possibles, si une ou plusieurs stations sont mises hors service.

Les caractéristiques des lots imposent des restrictions fortes sur le choix des stations, comme la taille d'une carte imprimée ou le besoin de colle pour fixer les composants électroniques. Si la taille des cartes est supérieure à 240 mm $\times$ 270 mm (cf. tableau 1.5) les stations m_4 et m_5 sont éliminées du choix et seulement les stations m_1 à m_3 peuvent assumer la production. Par ailleurs, si le lot ou les lots ont besoin d'un assemblage au verso des cartes (éléments ayant besoin de colle), cette partie ne peut s'effectuer que sur les stations m_4 et/ou m_5.

2.3.2 La répartition des composants par station de travail

La production d'un lot peut être satisfaite par une des chaînes de la configuration considérée (cf. §2.3.1). Cette chaîne de montage contient une ou plusieurs stations.

La répartition des composants électroniques se fait donc sur plusieurs stations de travail pour la majorité des lots. La solution à ce problème se caractérise par un problème d'affectation: affecter des composants aux stations choisies où le nombre de types de composants assignés par station, doit être inférieur ou égal au nombre de positions disponibles. Cette approche est d'ailleurs présentée par Ball M.O. et Magazine M.J. (1988). Ce type de problème est non-polynomial difficile (NP-difficile), même avec seulement trois stations de travail (Garey R.M. et Johnson D.S.(1979)).

Dans notre cas, l'affectation des composants doit s'étudier par ensemble de stations de la chaîne, car des contraintes différentes limitent ces stations.

2.3.2.1 Les contraintes du modèle HS-180

Les stations m_1, m_2 et m_3 n'acceptent pas toutes les mêmes composants électroniques.

La station m_1 accepte tous les composants, sauf ceux ayant besoin d'un adaptateur.

La station m_2 accepte uniquement de petits composants électroniques car la

tête de prise d'éléments est munie d'une petite pipette.

La station m_3 accepte tous les composants ayant besoin d'un adaptateur (les gros composants) et également des composants comme ceux de la station m_1 ou m_2.

Donc l'affectation des composants doit respecter trois priorités:

- La priorité forte s'applique aux éléments ayant besoin d'un adaptateur.
- La priorité moyenne s'applique aux petits éléments.
- La priorité faible s'applique aux autres éléments.

2.3.2.2 Les contraintes des modèles MS-72

Si les stations m_4 et m_5 sont utilisées en parallèle, alors l'affectation est simple. Mais, si ces stations sont en série, alors le problème est plus complexe.

Ces stations acceptent tous les composants électroniques. Il faut donc lors de l'affectation équilibrer le nombre de composants par station en fonction de la fréquence d'apparition et des opérations supplémentaires (adaptateurs, centrage). Ceci permet de prévenir les temps morts ou les engorgements.

2.3.3 L'allocation des composants aux positions des chargeurs et/ou des positions sur les présentoirs

Le problème peut se voir sous plusieurs aspects. La première approche est de maximiser le nombre de différents chargeurs de composants sur un minimum de positions sur les présentoirs. Cette approche est bonne dans le cas où il est permis de placer plusieurs fois les mêmes composants à des positions différentes. Une solution basée sur les principes de la programmation linéaire est présentée par Lissens G., Broeckx F. et Raes J. (1987).

Il est également possible de jumeler ce problème avec la séquence de placement des composants sur les cartes imprimées. Il s'agit d'une généralisation du problème d'affectation quadratique et de solutionner un plus court chemin Hamiltonien. A partir de ce dernier, il a été proposé un échange par paires de composants, basé sur la méthode de Heider, aussi longtemps qu'il y a une amélioration à apporter. Cette approche fut présentée par Leipala T. et Navalainen O. (1989).

Mais avec la contrainte de ne pas répéter plus d'une fois un composant pour toutes stations en série et de plus si la séquence de placement n'intervient pas, alors, le problème peut se résoudre par un problème d'affectation. Ceci est également l'avis de Ball M.O. et Magazine M.J. (1988). Précisons, qu'ils n'ont considéré qu'une seule machine munie de chargeurs identiques à un conposant.

Une formulation de la solution par programmation en nombres entiers fait l'objet d'une étude par Ahmadi J., Grotzinger S. et Jonhson D. (1988). Ils considèrent une machine et maximisent le nombre de composants à placer pour produire un maximum de cartes imprimées complètées.

Le problème, dans notre cas, demeure un problème d'affectation, mais plus complexe que ceux énoncés précédemment.

Nous devons considérer, à la fois plusieurs stations de travail et plusieurs types de chargeurs possèdant un nombre variable de rails (un, deux ou trois rails). Il s'agit d'affecter les composants aux chargeurs, en respectant leurs contraintes et d'affecter les chargeurs aux positions des présentoirs, ces derniers étant différents par station de travail. Cette étude d'affectation des composants se fait en conformité avec la configuration choisie (cf. §2.3.1).

Il est également important de prévoir, lors de l'affectation, les futurs changements des chargeurs pour respecter les particularités de chaque lot. Ceci est nécessaire, dans le cas où le nombre de composants est supérieur au nombre de positions existantes. Cette remarque a été soulignée par Cunnigham P. et Browne J. (1986).

Chapitre 3

Le problème et sa modélisation

L'optimisation complète d'un atelier de production du genre considéré (cf. chapitre 2) constitue une tâche de vaste envergure et dépasse très largement les limites de cette maîtrise.

Par conséquence, ce mémoire se concentre sur l'optimisation du placement des composants électroniques sur plusieurs stations de travail en série, par rapport à un ordonnancement des lots préétablis. Pour réaliser la production, des groupes de lots sont préparés, conforment à la configuration des stations utilisées (cf. §2.3.1). Deux problèmes se dégagent de l'analyse:

Le problème particulier se définit, par l'affectation de composants sur plusieurs stations, pour traiter un groupe formé d'une suite de lots. Le nombre de composants utilisés respectent la capacité totale d'acceuil des stations.

Le problème global se définit par la planification et la formation des groupes qui doivent s'enchaîner de manière à respecter le plan de production.

Nous présentons dans ce chapitre deux volets: les étapes du problème global et la place du problème particulier. Puis une méthode d'optimisation, basée sur la résolution du problème d'affectation mathématique pour satisfaire un groupe de lots ne nécessitant qu'une seule préparation des stations.

3.1 Les étapes du problème

L'envergure de la gestion et de l'optimisation de la production des lots de cartes imprimées se base sur un horaire prédéterminé, de deux à trois semaines de production. Pour traiter la production, dans le sens des objectifs de notre problème (cf. §2.3), un organigramme détaillé est fourni (cf. figure 3.1) dont les étapes sont:

ÉTAPE 1: Le choix d'une configuration

Ce module est la seule partie inter-active qui permet à l'utilisateur d'intervenir. Le choix d'une configuration des stations de travail (cf. §2.3.1) est laissé à la discrétion de l'utilisateur, car de nombreux facteurs peuvent motiver un choix plutôt qu'un autre.

ÉTAPE 2: Entrée de l'ordonnancement des lots

Ce module reçoit l'information des lots à produire d'une base de données centrale, dont l'ordre est prédéterminé. Cette information, après traitement est conservée dans un fichier de données. Ce dernier recevra également de l'information

complémentaire sur chaque lot, soit les stations utilisées pour la production et le temps de production estimé.

ÉTAPE 3: Classification des lots

Ce module divise les tâches de travail par station en fonction de la configuration préalablement choisie. Les caractéristiques de chaque lot, provenant d'une base de données centrale, déterminent le type de station de travail nécessaire à la production. Quelques critères saillants sont le besoin de colle et les dimensions des cartes imprimées.

ÉTAPE 4: Détermination du nombre de lots

Ce module détermine le nombre de lots qui s'enchaînent par station de travail et qui ne nécessitent qu'une préparation initiale de ces dernières. Ce module se sert donc des caractéristiques de chaque lot (composants électroniques) et de la configuration choisie. Des groupes de lots sont ainsi créés et entre chaque groupe il y a une nouvelle préparation des stations.

ÉTAPE 5: Amélioration possible

Ce module permet d'augmenter ou non le nombre de lots par groupe en modifiant la séquence initial. L'étude se fait entre deux groupes consécutifs. Il s'agit d'évaluer la possibilité d'insérer plusieurs lots du deuxième groupe dans le premier groupe pour créer un nouveau premier groupe. L'étape suivante se fait avec

le deuxième groupe résultant et le troisième groupe pour générer un nouveau deuxième groupe, ainsi de suite jusqu'à épuisement des groupes. Les informations sur ces nouveaux groupes sont conservés dans un fichier de données.

ÉTAPE 6: Existence de groupe

Ce module vérifie les fichiers de données pour savoir s'il reste des groupes de lots non traités. S'il n'y a plus de groupe l'exécution se termine et s'il en reste la suite de l'organigramme se poursuit.

ÉTAPE 7: Préparation des stations

Ce module fait l'objet de ce mémoire de maîtrise, qui concerne l'optimisation de la préparation des stations de travail dans le sens de la répartition des composants électroniques sur ces dernières.

Ce module reçoit comme entrée un groupe de lots à traiter, des données caractérisant chaque composant électronique appartenant aux lots (base de données centrale) et l'état initial de chaque station provenant d'un fichier de données.

Ce module détermine une affectation des composants électroniques à chaque station de manière à réduire le temps machine lors de l'assemblage et le temps d'intervention humaine pour l'alimentation en composants. Cette affectation est conservée dans un fichier de données qui servira d'état initial pour le prochain groupe. Pour chaque lot du groupe, des temps de production sont estimés et l'information est conservée dans deux fichiers de données.

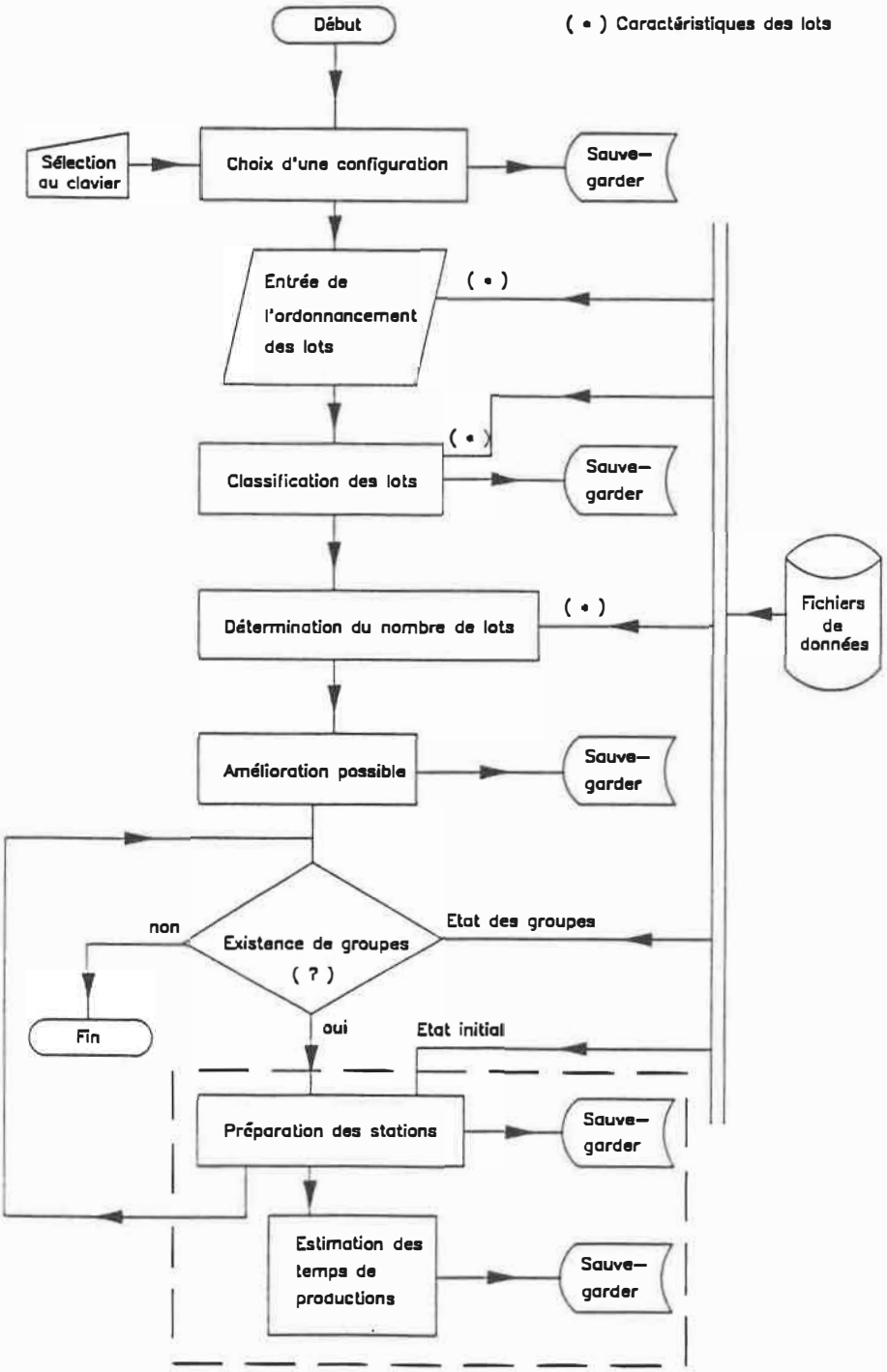


Figure 3.1: Organigramme principal du problème

3.2 Approximation et affectation des composants

L'analyse du sujet et l'étude des machines, nous amène à considèrer certaines données comme négligeables. Il devient donc nécessaire de les évaluer pour ne pas les faire disparaître entièrement. Les approximations se font par rapport au cartes imprimées et aux alimenteurs.

3.2.1 Approximation par rapport aux cartes imprimées

De façon générale les dimensions d'une carte imprimée (cf. Tableau 1.5 et 1.7) sont relativement inférieures aux dimensions des présentoirs et des distances les séparants. A l'aide de ceux-ci, nous considérons comme négligeable le déplacement sur le circuit et prenons comme lieu de dépôt des composants, le centre de la carte imprimée.

3.2.1.1 Le temps de production d'une carte imprimée sur une station

Définissons les variables suivantes:

$M =$ $\{M_i | i = 1, \cdots, 5\}$ l'ensemble des stations de travail.

$J_{M_i} =$ {l'ensemble des composants j placés par M_i}

$k =$ $1, 2, \cdots, K_i$, les positions des composants sur les présentoirs de la station i.

Nous pouvons dire que le temps est indépendant de l'ordre des composants car les déplacements avec ou sans composant sont égaux (cf. figure 3.2).

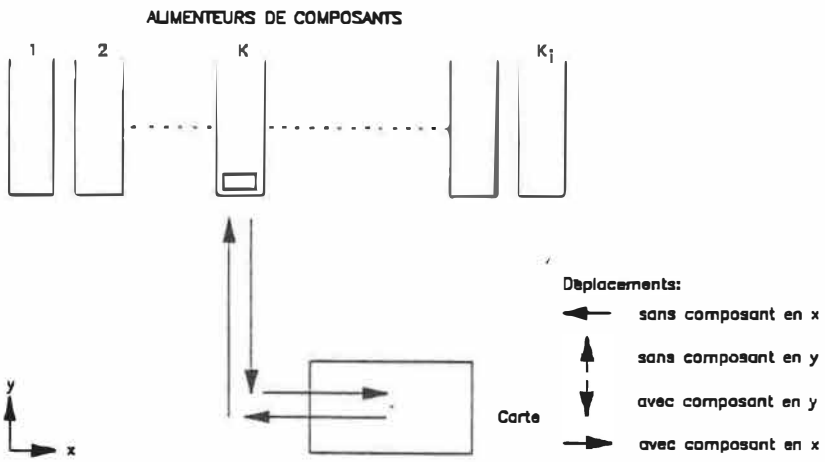


Figure 3.2: Déplacement du bras "Prise – Dépôt"

Les déplacements en X dépendent des composants j et de leurs positions k_j, tandis que les déplacements en Y ne varient pas pour les cartes imprimées d'un même lot car elles sont identiques.

Les deux déplacements en X et Y se font en parallèle (deux moteurs indépendants). Donc pour un composant j, son temps associé de placement est défini par:

$$T_{jk_j} = 2 \cdot \max(T_x, T_y) \tag{3.1}$$

De façon générale, le temps de production d'une carte imprimée sur une station M_i prend la forme suivante:

$$\sum_{j \in J_{M_i}} (n_j \cdot T_{jk_j}) = T_i \tag{3.2}$$

avec n_j = nombre de composants j placés sur une carte imprimée par M_i

3.2.2 Approximations par rapport aux alimenteurs

À la suite de plusieurs analyses de l'atelier en question et du mode de fonctionnement des opérateurs sur les stations de travail, il en résulte deux décisons. Ces dernières se rapportent aux alimenteurs.

3.2.2.1 Les catégories d'alimenteurs

Comme nous l'avons mentionné au chapitre 1, il y a cinq types d'alimenteurs en composants regroupés en deux catégories: linéaire ou ruban. Face à ces deux catégories, l'intervention humaine est différente.

Les alimenteurs linéaires (capacité variant entre 25 et 50 composants) prennent plus de temps d'intervention humaine que les alimenteurs rubans (capacité moyenne de 4000 composants), car il faut les remplir plus souvent. Comme il est obligatoire de remplir ces alimenteurs, il est donc nécessaire de diminuer le temps de trajet des opérateurs en les mettant le plus accessible possible. Pour obtenir cela, les alimenteurs de cette catégorie seront placés prioritairement sur les plateaux 1,3 et 6 du robot HS-180 (cf. figure 1.14 a). En ce qui concerne le robot MS-72, le problème ne se pose pas car les plateaux sont tous du même côté et n'occasionnent pas de différences en temps d'accès.

3.2.2.2 Les types d'alimenteurs

Pour des raisons d'efficacité en ce qui concerne les opérateurs et pour notre propre solution face à la répartition des composants, les cinq types d'alimenteurs

seront groupés par type sur les présentoirs de façon proportionnelle à leur nombre.

Le choix des régions sur les présentoirs où seront affectés ces types d'alimenteurs respecte plusieurs critères.

Le critère principal est la fréquence d'un type pour un groupe de lots où les plus fréquents seront placés proche de la plaque imprimée et les moins fréquents aux extrémités des présentoirs (cf. figure 3.3).

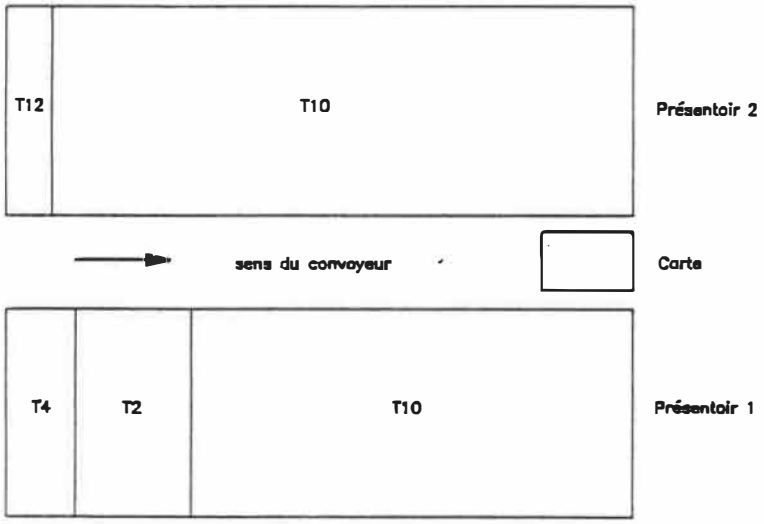


Figure 3.3: Régions par type d'alimenteur sur l'unité 1 du modèle HS-180

Précisons également que dans l'ensemble des composants, leur appartenance à un type d'alimenteur est aussi disproportionné (cf. tableau 3.1).

Le deuxième critère se base sur les tâches particulières associées à des composants fournis par les alimenteurs du type 4 et 5. Ces derniers possèdent des composants ayant besoin d'adaptateurs différents et d'un centrage. Ces tâches supplé-

	type 2	type 4	type 5	type 10	type 12
Adaptateur	non	oui	oui	non	non
Catégorie	linéaire	linéaire	linéaire	ruban	ruban
Nb. de composants	120	26	6	406	1
Nb. de composants par alimenteur	3	2	1	2	1
Correspondance en alimenteur	40	13	6	203	1
% des composants	21.46	4.65	1.07	72.63	0.18
% des alimenteurs	15.21	4.94	2.28	77.18	0.38

Tableau 3.1: Type d'alimenteurs vs les caractéristiques

mentaires demandent du temps et il devient donc normal d'assigner ces types d'alimenteurs proches des stations de centrage et d'adapteurs. Ces critères n'affectent que l'unité 3 du robot HS-180 et les deux robots MS-72.

3.3 Modèle mathématique pour l'affectation des composants

Cette étape se compose de trois parties importantes qui permettent de mieux visualiser la solution du problème.

La première partie développe les différentes notions concernant les coûts en unité de temps.

La deuxième partie développe le modèle mathématique dans son ensemble.

La troisième partie développe les graphes associés à la résolution.

3.3.1 Les coûts

Le terme "coût" dans notre étude doit s'interpréter comme un temps nécessaire pour accomplir une tâche précise. Il y a plusieurs types de coûts, le temps relatif aux opérations humaines et le temps relatif aux composants électroniques (TC).

3.3.1.1 Le temps relatif aux opérations humaines

Il y a deux classes d'opérations humaines qu'il faut considérer comme distinctes aux niveaux de l'évaluation du temps. Il y a le temps de préparation des stations de travail avant la production d'un groupe de lots (TP) et le temps d'approvisionnement pendant la production (TA).

3.3.1.1.1 Le temps de préparation (TP): Le temps de préparation TP des stations de travail se calcule à l'aide de l'équation (3.3). Rappelons afin de mieux comprendre cette équation que les actions élémentaires d'un opérateur sont: retirer un alimenteur, mettre un alimenteur ou changer de position un alimenteur.

$$TP = \sum_{i=1}^{5}\left\{M_i \cdot (N_i \cdot TV + \sum_{a=1}^{5}\left[F_{ia} \cdot \sum_{b=1}^{2}[(NR_{iab} \cdot TR_{ab}) + (NM_{iab} \cdot TM_{ab})] + \sum_{c=1}^{3}(NB_{iac} \cdot TB_{ac})\right]\right)\right\} + TCI + Tt \tag{3.3}$$

$$\text{avec} \quad TV = Tro + Tl + Tst \tag{3.4}$$

$$TR_{ab} = 2 \cdot Tm_b + Tr_{ab} \tag{3.5}$$

$$TM_{ab} = 2 \cdot Tm_b + Tp_{ab} \tag{3.6}$$

$$TB_{ac} = \begin{cases} 2 \cdot Tm_1 + Tr_{a1} + Tp_{a1} & \text{pour} \quad c = 1, \forall a \\ Tm_1 + Tm_2 + Ttr + Tr_{a1} + Tp_{a2} & \text{pour} \quad c = 2, \forall a \\ 2 \cdot Tm_2 + Tr_{a2} + Tp_{a2} & \text{pour} \quad c = 3, \forall a \end{cases} \tag{3.7}$$

où

i : indice des stations de travail

$$i = \begin{cases} 1,2,3 & \text{modèle HS-180,} \\ 4,5 & \text{modèle Ms-72.} \end{cases}$$

a : indice des types d'alimenteurs.

$$a = \begin{cases} 1 & \text{pour le type 2,} \\ 2 & \text{pour le type 4,} \\ 3 & \text{pour le type 5,} \\ 4 & \text{pour le type 10,} \\ 5 & \text{pour le type 12.} \end{cases}$$

b : indice du plateau d'alimenteurs.

$$b = \begin{cases} 1 & \text{plateau avant,} \\ 2 & \text{plateau arrière.} \end{cases}$$

c : indice du type de changement d'alimenteur.

$$c = \begin{cases} 1 & \text{plateau avant – plateau avant,} \\ 2 & \text{plateau avant – plateau arrière ou} \\ & \text{plateau arrière – plateau avant,} \\ 3 & \text{plateau arrière – plateau arrière,} \end{cases}$$

M_i : Ensemble des stations de travail.

$$M_i = \begin{cases} 1 & \text{présence de la station } i, \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

F_{ia} : Validation d'un alimenteur.

$$F_{ia} = \begin{cases} 1 & \text{présence du type d'alimenteur } a \text{ sur la station } i, \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

N_i : nombre d'alimenteurs par station qui nécessite une intervention humaine.

NR_{iab} : nombre d'alimenteurs du type a, à retirer du plateau b d'une station i.

NM_{iab} : nombre d'alimenteurs du type a, à mettre sur le plateau b d'une station i.

NB_{iac} : nombre d'alimenteurs du type a, qui doivent être bouger d'après c sur la station i.

TV : temps à vide.

Avec

Tro : temps de réaction d'un opérateur face à un évènement.

Tl : temps de lecture d'une instruction par un opérateur.

Tst : temps de recherche de la station pour accomplir une opération.

TR_{ab} : temps pour retirer un alimenteur a d'un plateau b.

Avec

Tm_b : temps pour se déplacer vers le plateau b.

(le coefficient "2" tient compte de l'aller-retour).

Tr_{ab} : temps pour retirer un alimenteur a d'un plateau b.

TM_{ab} : temps pour mettre un alimenteur a sur un plateau b.

Avec

Tp_{ab} : temps pour poser un alimenteur a sur un plateau b.

TB_{ac} : temps pour bouger un alimenteur a d'après c.

Avec

Ttr : temps du trajet entre le plateau avant et le plateau arrière ou le contraire.

TCI : temps pour placer un chargeur de cartes imprimées.

Tt : temps pour que les machines testent les positions des alimenteurs.

L'équation principale (3.3) et les équations secondaires (3.4) à (3.7) tiennent comptes des opérations humaines indispensables aux préliminaires d'une production. La base des valeurs temporelles utilisées dans ces équations sont des moyennes obtenues après un chronomètrage des différentes opérations dans l'atelier (cf. Annexe A). L'équation (3.3) donne une valeur constante, qui est utilisée dans la fonction objective du modèle mathématique.

3.3.1.1.2 Le temps d'approvisionnement (TA): Le temps d'approvisionnement TA des stations de travail pendant la production se décompose en deux classes. L'approvisionnement des alimenteurs vides et des chargeurs de cartes imprimées. Ce temps se calcul à l'aide de l'équation suivante:

$$TA = \sum_{n=1}^{N} P_n \cdot \frac{TCI}{C_n} + \sum_{i=1}^{5} M_i \cdot \sum_{a=1}^{5} F_{ia} \cdot \sum_{b=1}^{2} B_{iab} \cdot \sum_{j=1}^{J} X_{iabj} \cdot N_j \cdot \frac{TL_{ab}}{C_a} \tag{3.8}$$

avec

$$TL_{ab} = TV + 2 \cdot Tm_b + To_{ab} \tag{3.9}$$

et

$$To_{ab} = \begin{cases} Tf_{ab}, & \text{pour} \quad a = 1,2,3. \\ Tr_{ab} + Tp_{ab} + Tf_{ab}, & \text{pour} \quad a = 4,5 \end{cases} \tag{3.10}$$

où n : indice du type de lot dans le groupe en production.

j : indice des composants présents pour la production d'un groupe de lots.

Les indices i, a, b sont déjà défini (cf. §3.3.1.1.1).

P_n : fréquence du type n.

C_n : capacité d'un chargeur de cartes. (en général $C_n = 30 \ \forall n$).

$$B_{iab} = \begin{cases} 1 & \text{présence de l'alimenteur } a, \text{ sur} \\ & \text{un plateau } b, \text{ sur la machine } i. \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$

$$X_{iabj} = \begin{cases} 1 & \text{présence du composant } j \text{ dans un} \\ & \text{alimenteur } a, \text{ sur un plateau } b, \\ & \text{sur la machine } i. \\ 0 & \text{autrement.} \end{cases}$$

N_j : nombre de composants du type j.

C_a : capacité d'un alimenteur de type a par rail.

TL_{ab} : temps d'approvisionnement d'un alimenteur a, sur un plateau b.

Avec

To_{ab} : temps d'opération propre.

Tf_{ab} : temps fixe de l'opération sur l'alimenteur a, du plateau b.

Les variables $TV, Tm_b, Tr_{ab}, Tp_{ab}, M_i, F_{ia}$ sont déjà definies (cf. §3.3.1.1.1).

L'équation principale (3.8) tient compte des interventions nécessaires des opérateurs, durant la production d'un groupe de lots. Ces interventions doivent être prisent en considération car la chaîne de montage est interrompue durant chacune d'elles. Les temps utilisés dans cette équation sont des moyennes (cf. Annexe A) et l'équation elle-même donne une valeur temporelle constante qui est utilisée dans la fonction objective du modèle mathématique.

3.3.1.2 Les temps relatifs aux composants électroniques

L'évaluation du temps relatif aux composants électroniques se fait à l'aide de deux classes de calculs. Pour un composant électronique j donné, nous avons le temps dû à la distance de trajet et possiblement un temps dû à certaines caractéristiques du composant.

Nous fixons l'origine des points au coin inférieur droit des cartes imprimées (cf. Annexe B–2). Prenons un composant j, ayant comme coordonnées (x_j, y_j, z_j), où (x_j, y_j) représente le point de prise de l'élément dans l'alimenteur en position k. Le z_j représente la hauteur entre la tête du bras et l'élément j. Considérons également les coordonnées (x_c, y_c, z_c) du point central de la carte imprimée comme étant le lieu d'insertion. Les mouvements étant simultanés dans le plan $x - y$, la distance à considérer pour le calcul du temps devrait-être représentée par l'équation (3.11).

$$d((x_j, y_j), (x_c, y_c)) = \max\{|x_j - x_c| - |y_j - y_c|\} \tag{3.11}$$

Mais comme les vitesses et accélérations ne sont pas les mêmes en x et en y, et varient également suivant les stations de travail, il faut convertir les distances en temps de trajet (cf. Annexe B.3). La base du calcul des temps est donc évaluée à l'aide de l'équation (3.1) modifiée pour respecter tous les temps.

$$Tt_{jk_j} = 2 \cdot \max(Tx, Ty)_{(j,c)} + 4 \cdot Tz \tag{3.12}$$

avec Tz : temps du déplacement vertical.

$\max(Tx, Ty)_{(j,c)}$: maximum du temps en x ou y pour le parcours de j à c.

Certains composants électroniques ont besoin d'adaptateurs pour être déplacés et d'autres ont besoin d'un centrage avant l'insertion. Ces caractéristiques propres à quelques composants créent des déplacements supplémentaires du bras des robots, ce qui augmente le temps de déplacement des composants. Pour ces deux caractéristiques, le bras du robot se déplace à la position 286 pour le modèle HS-180 (à la position 104, 204 ou 304 pour le modèle MS-72), accomplit sa tâche spéciale puis revient vers un alimenteur ou la carte imprimée (cf. Annexe B-4). Les temps se calculent comme suit:

- un composant nécessitant un adaptateur:

$$Tt_{jk_j} = \max(Tx, Ty)_{(c,p)} + \max(Tx, Ty)_{(p,j)} + \max(Tx, Ty)_{(j,c)} + 4 \cdot Tz + Ta \tag{3.13}$$

où c : centre de la carte

p : point de repère du bras

(= 286 pour le modèle HS-180

= 104,204 ou 304 pour le modèle MS-72).

- un composant nécessitant un adaptateur et un centrage:

$$Tt_{jk_j} = 2 \cdot \max(Tx, Ty)_{(c,p)} + 2 \cdot \max(Tx, Ty)_{(p,j)} + 4 \cdot Tz + Ta + Ts \quad (3.14)$$

où Ta : temps pour prendre un adaptateur

Ts : temps pour effectuer le centrage

Donc de façon générale, le temps de production d'une carte imprimée sur une station M_i, quelles que soient les caractéristiques des composants, prend la forme de l'équation (3.2).

$$\sum_{j \in J_{M_i}} (n_j \cdot Tt_{jk_j}) = T_i \quad (3.15)$$

où J_{M_i} : ensemble des composants placés par M_i

n_j : nombre de composants du type j.

Il faut également tenir compte dans l'évaluation du temps de production, du changement de cartes imprimées occasionné par le mouvement du convoyeur. Quelle que soit la configuration utilisée dans l'atelier, le temps de déplacement des cartes imprimées se calcule (cf. Annexe B-5) à l'aide de l'équation suivante:

$$T_n = \sum_{s=1}^{3} X_s \cdot TF_s \cdot (P_n + C_s) \quad (3.16)$$

où s : indice des robots

(1 = HS-180; 2 = MS-72 station 4; 3 = MS-72 station 5)

X_s : 1 présence du robot

: 0 autrement

TF_s : temps fixe (cf. Annexe B-5)

P_n : nombre de carte du type n

C_s : capacité en carte des convoyeurs (cf. Annexe B-5)

Donc pour un groupe de lots en production, le temps total de changement des cartes imprimées à l'aide du ou des convoyeurs est:

$$TN = \sum_{n=1}^{N} T_n \tag{3.17}$$

où n est l'indice du type de lot dans le groupe en production.

3.3.2 Le développement du Modèle

Ayant défini mathématiquement les coûts inhérents au problème, nous allons dans cette section définir le modèle dans son ensemble.

À l'aide d'une configuration prédéterminée, les étapes principales sont la préparation des machines et la production. La préparation des machines est principalement constituée de l'affectation des alimenteurs de composants aux positions des présentoirs de chaque station de travail. L'optimisation de l'atelier réside donc sur le temps de traitement des lots de cartes imprimées. Pour un lot donné, le temps de production prend la forme: "(nombre de cartes) $\cdot$ max (temps sur M_i)". Il en résulte qu'il faut équilibrer la chaîne de montage pour réduire l'attente des

machines moins occupées et par conséquent réduire le temps de production. Le problème maintenant est de minimiser le temps de production.

$$\min \sum_{n=1}^{N} P_n \cdot \max_{1 \leq i \leq 5}(T_i) \tag{3.18}$$

L'équation (3.18) représente uniquement le temps de production des machines sur un groupe de N lots continu. Il faut pour compléter la fonction objective, inclure les temps de préparation et d'approvisionnement des machines ainsi que le temps associé aux cartes imprimées. L'équation (3.18) devient:

$$\min \left(\sum_{n=1}^{N} P_n \cdot \max_{1 \leq i \leq 5}(T_i) \right) + TP + TA + TN \tag{3.19}$$

En remplaçant T_i par l'équation (3.15), le modèle prend la forme suivante:

$$\min \left(\sum_{n=1}^{N} P_n \cdot \max_{1 \leq i \leq 5} \sum_{j \in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} X_{jik} \cdot Tt_{jk_j} \right) + TP + TA + TN \tag{3.20}$$

sous les contraintes

$$\sum_{i=1}^{I} \sum_{k=1}^{K_i} X_{jik} = 1 \quad \forall j \tag{3.21}$$

$$\sum_{j} X_{jik} = 1 \quad \forall i, \forall k \tag{3.22}$$

$$X_{jik} = 0 \quad \text{ou} \quad 1$$

avec n : indice du type de lots. $1 \leq n \leq N$

P_n : fréquence du type n.

J_n : ensemble des composants du type n.

i : indice des stations de travail. $1 \leq i \leq 5$

k : $1, \ldots, K_i$ positions sur la station i.

n_j : nombre de composants du type $j \in J_n$.

X_{jik} : 1 composant j, placé sur i en position k, 0 autrement.

TP : temps de préparation des stations de travail.

TA : temps d'approvisionnement des stations.

TN : temps de déplacement des cartes imprimées.

Tt_{jk_j} : temps de déplacement du composant j de la position k vers la carte imprimée.

La fonction objective (3.20) fait la somme des temps ou coûts définissant le problème, tout en minimisant le temps de production. L'équation (3.21) précise que chaque composant est placé une fois sur l'ensemble "I" des stations de travail considérées. L'équation (3.22) indique que l'on place un composant par position.

Nous allons éliminer temporairement du modèle les variables TP, TA, et TN qui deviennent constantes pour un traitement spécifique. Elles seront réintégrées après minimisation du modèle simplifié de façon à obtenir un temps de production réaliste. Le modèle simplifié prend la forme suivante:

$$\min \left(\sum_{n=1}^{N} P_n \cdot \max_{1 \leq i \leq 5} \sum_{j \in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} X_{jik} \cdot Tt_{jk_j} \right) \tag{3.23}$$

sous les contraintes

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K_i} X_{jik} = 1 \quad \forall j$$

$$\sum_{j} X_{jik} = 1 \quad \forall i, \forall k$$

$$X_{jik} = 0 \text{ ou } 1$$

3.3.3 Représentation du modèle - Problème simplifié

Prenons un cas particulier du problème et traitons le graphiquement. Posons l'hypothèse que notre problème se réduit à l'affectation d'un ensemble de composants différents appartenant à un seul type. Ces composants sont donc apparentés à un seul modèle d'alimenteur (choisissons le type 10).

Les composants de cette catégorie sont disponibles en ruban et se montent par paires sur les alimenteurs (cf. figure 1.5; Tableau 1.2 et 3.1). Le groupe de composants considérés se divise en deux sous-groupes à cause des caractéristiques des stations de travail. Le premier se compose de composants pouvant s'installer sur toutes les stations et le deuxième se compose de composants ne pouvant s'installer que sur les stations m_2 (HS-180), m_4 et m_5 (MS-72).

Le bras de transport des composants de chaque station ne réagit pas de la même façon d'un composant à l'autre. La vitesse de déplacement du bras est le facteur hétérogène pour le groupe de composants considéré. Pour ce dernier, il y a trois classes:

1. rapide: accélération, décélération et mouvement vertical rapides.

2. lente: accélération, décélération et mouvement vertical lents.

3. intermédiaire: accélération et décélération rapides, mouvement vertical lent.

Le placement des composants sur les stations de travail est déterminé en résolvant un problème d'affectation à coût minimum sur un graphe qui est généré par des ensembles, des noeuds et des arcs.

Définissons tout d'abord l'enveloppe externe du graphe.

Les ensembles:

- $SGT_{10,S}$ et $SGT_{10,R}$ sont associés à chaque sous-groupe de composants de la catégorie considérée (Sans restriction; avec Restriction).
- V_1, V_2 et V_3 sont associés à chaque classe de vitesse des composants électroniques.
- $M_{1,3}$ est associé aux positions des stations m_1 et m_3 n'acceptant que des éléments du sous-groupe $SGT_{10,S}$.
- $M_{2,4,5}$ est associé aux positions des stations m_2, m_4 et m_5 qui acceptent tous les composants de $SGT_{10,S}$ et $SGT_{10,R}$.

Maintenant définissons le squelette du graphe:

Les noeuds:

- "C." sont associés à chaque composant.
- "P.,." sont associés à chaque position sur les stations.

$P_{1,p}$ ou $P_{2,p}$ = station 1 ou 2, position p (p = 1..60)

$P_{3,p}$ = station 3, position p (p = 1..54)

$P_{4,p}$ ou $P_{5,p}$ = station 4 ou 5, position p (p = 1..72)

Les noeuds positions sur les stations de travail sont déterminés en premier lieu par la configuration choisie de l'atelier et en deuxième lieu par le nombre de composants en jeu. La configuration de l'atelier détermine le nombre de stations à considérer et crée une limite sur le nombre de positions disponibles. Le nombre de composants va déterminer l'espace réservé sur les présentoirs de manière à équilibrer les stations. Ceci limite également le nombre de positions par station.

Le nombre total de noeuds varie au niveau de l'ensemble représentant les composants. Ce nombre est égal au Card(noeuds) où:

$$\text{Card(noeuds)} = \text{Card(composants)} + \text{Card(positions)}$$
$$\text{Card(positions)} = \text{Card(composants)}$$

$$\text{Card(noeuds)} = 2 \times \text{Card(composants)}$$

Les arcs:

- Ceux reliant les "C." aux "P.,." possèdent une capacité minimale de 0 et maximale de 1 avec des coûts spécifiques à chaque composant.

L'indicateur de limites (min, max, coût) caractérisant un arc doit s'interpréter ainsi:

min: capacité minimale de composants pouvant passer sur cet arc.

max: capacité maximale de composants pouvant passer sur cet arc.

coût: le coût du passage des composants.

Dans le cas des arcs "C." à "P.,.", les coûts pour un lot n se calculent comme suit:

$$\text{Coût} \quad = n_j \cdot c_j \cdot P_n \tag{3.24}$$

où $P_n =$ nombre de cartes du type n.

$n_j =$ nombre total de composants j nécessaires.

$c_j =$ coût unitaire pour prendre et déposer un composant j.

Le nombre total d'arcs varie suivant le nombre de noeuds "C.". Ce nombre est égal au Card(arcs) où:

$$\begin{aligned}\text{Card(arcs)} = \; & \{\text{Card(composants)} \times \text{Card(positions de } M_{2,4,5})\} \\ & + \{\text{Card(composants de } SGT_{10,S}) \\ & \times \text{Card(positions de } M_{1,3})\}.\end{aligned}$$

Pour mieux comprendre la description du graphe, nous prenons l'exemple suivant avec un nombre n de composants (cf. figure 3.4).

3.3.4 Représentation du modèle – Problème réel

À partir de l'étude du sous-problème (cf. §3.3.3), il est possible d'étendre ces notions au problème entier.

Nous disposons de plusieurs groupes de composants, de plusieurs classes de vitesses et d'une classification des secteurs sur les présentoirs des stations de travail (cf. §3.2.2).

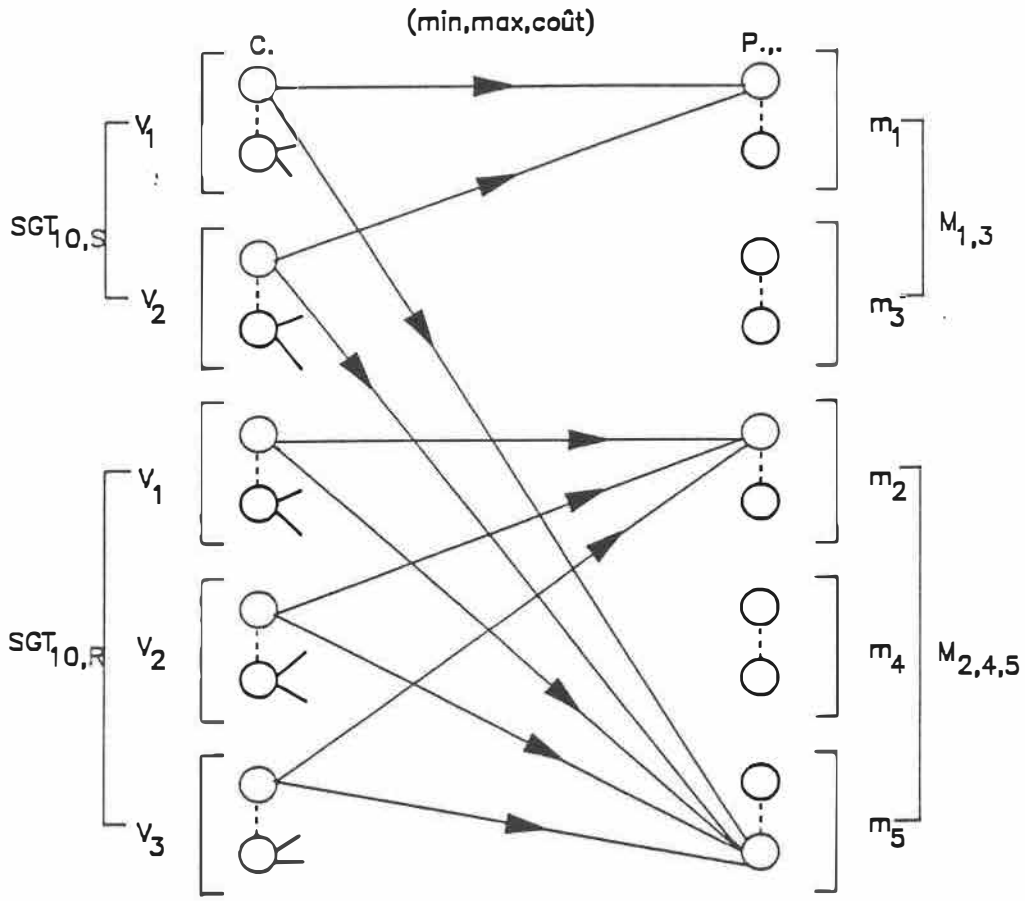


Figure 3.4: Graphe d'affectation – cas simplifié

De façon précise, il y a cinq groupes de composants dont l'un d'eux se divise en deux sous-groupes. Ceci permet de les identifier par type d'alimenteurs. À l'intérieur de ces groupes ou sous-groupes, les composants se voient divisés par classe de vitesse. Le bras de préhension d'éléments ne réagissant pas de la même façon d'un composant à l'autre. Il y a en totalité cinq classes de vitesse différente:

1. rapide: accélération, décélération et mouvement vertical rapides.
2. lente: accélération, décélération et mouvement vertical lents.
3. intermédiaire 1: accélération et décélération rapides, mouvement vertical lent.
4. intermédiaire 2: accélération lente et décélération et mouvement vertical rapides.
5. intermédiaire 3: accélération et mouvement vertical rapides et décélération lente.

Comme il a été mentionné antérieurement (cf. §3.2.2), les présentoirs d'éléments sont divisés par secteurs non bornés, représentant des régions d'un même type d'alimenteurs. La position d'un secteur est définie par l'importance relative qu'un ensemble d'éléments a par rapport à un autre. Le classement par ordre d'importance décroissante est le suivant: type 10, type 2, type 4, type 5 et type 12. Tous les secteurs n'apparaîtront pas sur chaque station (dû aux caractéristiques des composants) et l'ampleur d'un même secteur d'une station à l'autre sera sensiblement la même, de manière à équilibrer le travail des stations.

Un ensemble de composants faisant partie d'un même type se verra réparti sur plusieurs stations seulement à partir d'un quantum minimal équivalent à six alimenteurs.

Le problème réel de placement des composants est déterminé en résolvant un problème d'affectation à coût minimum sur graphe qui est généré par des ensembles, des noeuds, des arcs.

Définissons en premier lieu l'enveloppe externe du graphe.

Les ensembles:

- G et P: représentent respectivement le groupe des différentes classes de composants et de positions.
- $GT_2, GT_4, GT_5, GT_{10}$ et GT_{12}: sont associés à chaque catégorie de composants.
- $SGT_{10,R}$ et $SGT_{10,S}$ sont associés à chaque sous-catégorie de GT_{10} avec restriction ou sans restriction de placements.
- V_1 à V_5: sont associés à chaque classe de vitesse.
- m_1 à m_5: sont associés à chaque type de station.
- $M_{1,3}$ et $M_{2,4,5}$: sont associés à un ensemble de station.
- $PT_2, PT_4, PT_5, PT_{10}$ et PT_{12}: sont associés à un ensemble de position d'un type de composants pour un sensemble de stations.

Maintenant définissons le squelette du graphe:

Les noeuds:

- "C." sont associés à chaque composant.
- "P.,." sont associés à chaque position sur les stations.
  * $P_{1,p}$ ou $P_{2,p}$ = station 1 ou 2, position p ($p = 1 \ldots 180$)
  * $P_{3,p}$ = station 3, position p ($p = 1 \ldots 162$)
  * $P_{4,p}$ ou $P_{5,p}$ = station 4 ou 5, position p ($p = 1 \ldots 216$)

Le nombre total de noeuds varie au niveau de l'ensemble représentant les composants et se dénombre par Card(noeuds).

$$\begin{aligned} \text{Card(noeuds)} &= \text{Card(composants)} + \text{Card(positions)} \\ \text{Card(composants)} &= \text{Card (postions)} \end{aligned}$$

$$\text{Card(noeuds)} = 2 \times \text{Card(composants)}$$

Les arcs:

- Les arcs reliant les "C." aux "P.,." possèdent une capacité minimale de 0 et maximale de 1 avec des coûts spécifiques à chaque composant. Chaque noeud "C." possède une capacité initiale de "1" représentant la présence de ce composant et chaque noeud "P.,." possède une capacité minimale et maximale de "1" pour s'assurer qu'il y a au moins un et un seul composant à la position considérée.

L'indicateur de limite caractérisant les bornes et les coûts est similaire à la section précédante (cf. §3.3.3). Les coûts spécifiques aux composants imputés sur les arcs reliant les "C." aux "P.,." se calculent à l'aide de l'équations (3.24).

Le nombre total d'arcs varie suivant le nombre de noeuds "C." et est égal à Card(arcs).

$$\begin{aligned}\text{Card(arcs)} = \; & \text{Card(composants de } G) + \\ & \text{Card(composants de } GT_2)^2 + \\ & \text{Card(composants de } GT_4)^2 + \\ & \text{Card(composants de } GT_5)^2 + \\ & \text{Card(composants de } GT_{12})^2 + \\ & \{\text{Card(composants de } SGT_{10,S}) \times \\ & \text{Card(positions de } PT_{10})\} + \\ & \{\text{Card(composants de } SGT_{10,R}) \times \\ & \text{Card(positions de } M_{2,4,5})\} + \\ & \text{Card(positions de } P)\end{aligned}$$

$$\text{Card(composants de } G) = \text{Card(positions de } P)$$

Donc,

$$\begin{aligned}\text{Card(arcs)} = \; & 2 \times \text{Card(composants de } G) + \\ & \text{Card(composants de } GT_2)^2 + \\ & \text{Card(composants de } GT_4)^2 + \\ & \text{Card(composants de } GT_5)^2 + \\ & \text{Card(composants de } GT_{12})^2 + \\ & \{\text{Card(composants de } SGT_{10,S}) \times \\ & \text{Card(positions de } PT_{10})\} + \\ & \{\text{Card(composants de } SGT_{10,R}) \times \\ & \text{Card(positions de } M_{2,4,5})\}\end{aligned}$$

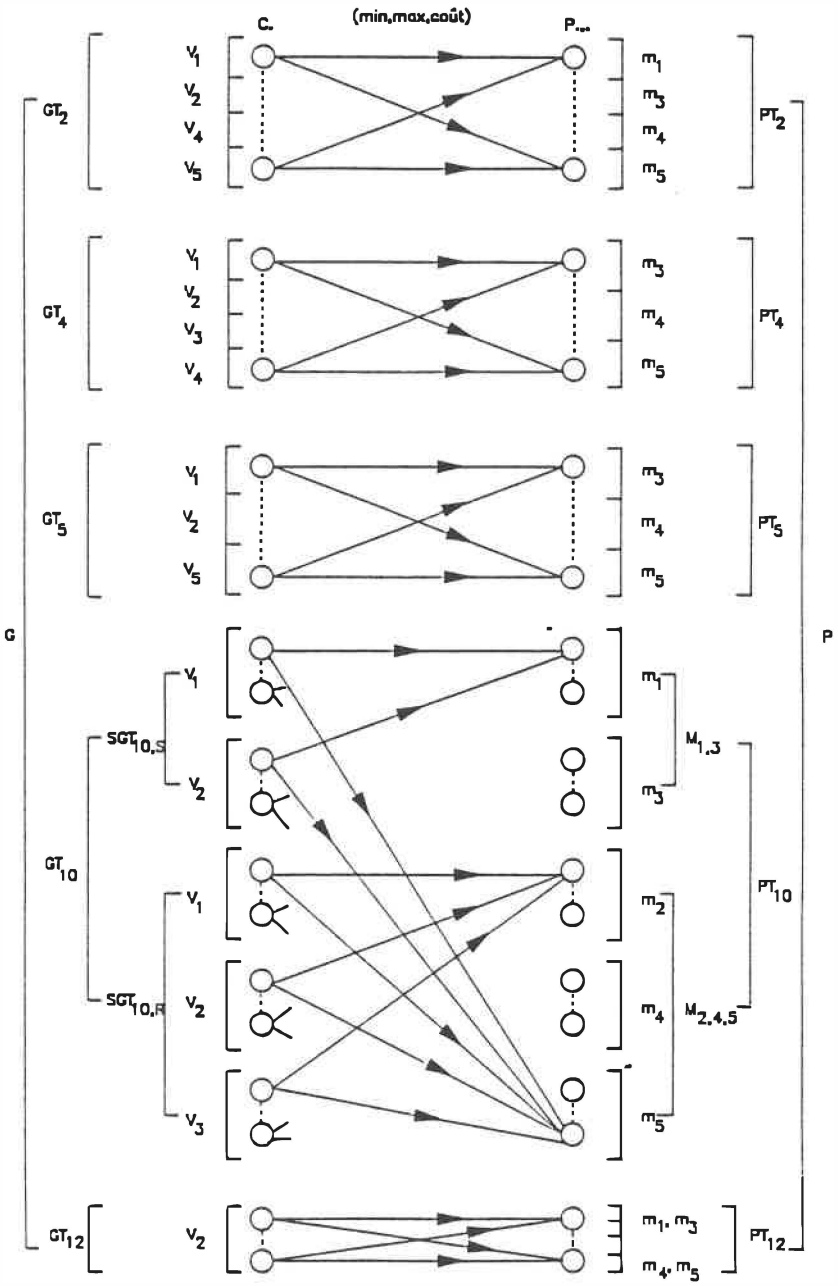


Figure 3.5: Graphe d'affectation – problème réel

Chapitre 4

Méthode de résolution

La résolution du problème mathématique tel qu'énoncé au chapitre 3 (équations (3.23)), va prendre forme en utilisant la méthode de relaxation Lagrangienne. Généralement, le traitement du problème dual obtenu se résout de deux façons: par programmation linéaire ou par une méthode de sous-gradient. Nous allons utiliser une méthode de sous-gradient pour résoudre le problème dual.

Ce chapitre est consacré à la méthode de résolution, composé de deux parties principales. La première partie est une approche théorique de la relaxation Lagrangienne et d'une méthode de sous-gradient. La deuxième est la résolution de notre modèle mathématique à l'aide des techniques présentées en première partie.

4.1 Relaxation Lagrangienne et résolution du problème dual

Pour faciliter la présentation de la relaxation Lagrangienne et de la résolution du problème dual, utilisons les notations de Gondran M. et Minoux M. (1985) sur le problème de programmation discrète.

4.1.1 La relaxation Lagrangienne

Étant donné un ensemble d'indice, $I = \{1, 2, \ldots, m\}$ et des fonctions quelconques $f(x)$ et $g_i(x)(i \in I)$,

$$(P) \begin{cases} & \min z = f(x) \\ s.l.c.^1 & \\ & g_i(x) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \ldots, m) \\ & x \in S \\ & x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T \end{cases} \tag{4.1}$$

où S est un ensemble fini discret, appelé ensemble des solutions du problème. Une solution réalisable $x \in S$ vérifie les contraintes de (4.1).

Définissons la fonction de Lagrange comme étant la somme des fonctions $f(x)$ et $g_i(x)$, en associant à chaque contrainte i $(1 \leq i \leq m)$ de (4.1) une variable duale

[1]Nous utiliserons l'abréviation *s.l.c.* dans ce chapitre en guise de "sous les contraintes".

λ_i $(\lambda_i \geq 0)$ ou multiplicateur de Lagrange.

La fonction de Lagrange prend la forme suivante:

$$\mathcal{L}(x, \lambda) = f(x) + \lambda \cdot g(x)$$

où:

$$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_m) \quad et \quad g(x) = [g_1(x), g_2(x), \ldots, g_m(x)]^T$$

On définit le problème relaxé (PR_λ) de la façon suivante:

$$(PR_\lambda) \begin{cases} \min[\mathcal{L}(x, \lambda)] \\ x \in S \end{cases} \tag{4.2}$$

Par définition, le problème dual associé à (PR_λ) est le problème:

$$(D) \begin{cases} \max \min[\mathcal{L}(x, \lambda)] \\ \lambda \in \mathbb{R}^{m+} \end{cases} \tag{4.3}$$

ou encore, en introduisant la fonction $L(\lambda) = \min_{x \in S}[\mathcal{L}(x, \lambda)]$ appelée fonction duale, (4.3) devient:

$$(D) \begin{cases} \max L(\lambda) \\ \lambda \in \mathbb{R}^{m+} \end{cases}$$

Propriété 1:

En tout point $\lambda \in \mathbb{R}^{m+}$ et pour tout x solution réalisable de (P), on a $L(\lambda) \leq z$ et par conséquence $L(\lambda) \leq z^*$ où z^* est un optimum absolu de (P). $L(\lambda)$ est donc considéré comme un minorant de l'optimum z^* de (P). $\square$

Le problème dual de (P) est précisément de trouver le meilleur des minorants $(L(\lambda^*) = \max L(\lambda))$. Précisons que si le dual (D) a un optimum non borné $(+\infty)$ alors le primal (P) n'a pas de solution.

Propriété 2:

La fonction duale $L(\lambda)$ est une fonction concave de λ et elle est linéaire par morceaux. $\square$

Une conséquence immédiate de la propriété 2 est que tout optimum local est un optimum global.

Très souvent, lorsqu'on cherche à résoudre un problème de type (P), le problème dual (D) est utilisé pout obtenir un minorant de la valeur d'une solution optimale. Mais l'intérêt du programme dual (D), ne se réduit pas à cette unique approche, il est multiple. Le problème dual (D) est plus facile à résoudre que le problème primal (P). Sa résolution (exacte ou approchée) fournit des bornes inférieures de z^* et donne généralement comme résultats intermédiaires des solutions admissibles entières de (P) souvent proches de l'optimum. Il est parfois préférable d'obtenir rapidement une bonne solution approchée de (D), plutôt qu'une solution exacte à grands frais. La connaissance d'une solution primale admissible (optimale ou suboptimale) permet d'encadrer z^* et donne la possibilité d'interrompre l'optimisation si l'on se trouve dans des limites d'une tolérance ϵ fixée.

L'approche que nous allons exposer, consiste à résoudre le dual (D) de façon approchée pour obtenir une borne inférieure de z^*. La méthode de sous-gradient constitue une alternative intéressante en évitant les principaux inconvénients de

la programmation linéaire (stockage, inversion de matrices, erreurs d'arrondis, dégénérescences...). Elle a été utilisée avec succès par Held M., Wolfe P. et Crowder H.P. (1974) et également par Camerini P.M., Fratta L. et Maffiolo F. (1975).

4.1.2 Méthode de sous-gradient

La propriété 2 nous dit que $L(\lambda)$ est une fonction concave de $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$ et par conséquent elle n'est pas partout différentiable.

Dans l'analyse de $L(\lambda)$ deux cas se présentent: si L est différentiable au point λ ou non.

Si la fonction est différentiable, on utilise comme direction de déplacement, le gradient de L en λ noté: $\nabla L(\lambda)$ et si elle n'est pas différentiable on utilise le sous-gradient de L en λ.

On dit que γ est un sous-gradient de L en λ si et seulement si on a:

$$L(\lambda') - L(\lambda) \leq (\lambda' - \lambda) \cdot \gamma \quad \forall \lambda', \lambda \in \mathbb{R}^{m+}$$

Précisons que l'ensemble de tous les sous-gradients en λ est un ensemble convexe fermé (noté $\partial L(\lambda)$) et appelé le sous-différentiel en λ (Legendre J.P. et Minoux M. (1977); Gondran M. et Minoux M. (1985)).

Les différents auteurs sont unaniment sur le point que la direction de déplacement $\gamma(\lambda)$ ne garantit pas l'augmentation de la fonction $L(\lambda)$. Ils favorisent l'idée de réévaluer à chaque étape $\gamma(\lambda)$. Nous retiendrons deux algorithmes de sous-gradients, l'un où la direction de déplacement suit la théorie classique (Held M. et

al. (1974); Legendre J.P. et al. (1977); Gondran M. et al (1985)) et l'autre qui est une combinaison convexe du sous-gradient et de la direction pondérée (Camerini P.M. et al. (1975)).

L'étude des conditions de convergences et de l'estimation des coefficients de relaxation seront orientés vers les recherches de Held M., Wolfe P. et Crowder H.P. (1974) et également d'après les travaux de Camerini P.M., Fratta L. et Maffioli F. (1975).

4.2 Résolution du modèle mathématique

D'après les équations du modèle mathématique (cf. §3.3.2) obtenues à la suite de l'analyse du problème, nous allons le résoudre à l'aide de la relaxation Lagrangienne et d'une méthode de sous-gradient.

4.2.1 Transformation du modèle mathématique

Soit le modèle 3.23:

$$(P)\begin{cases} \min\left\{\sum_{n=1}^{N} P_n \cdot \max_{1\leq i\leq 5}\left(\sum_{j\in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{ijk}\cdot Tt_{jk_j}\right)\right\} \\ s.l.c. \\ \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K_i} x_{jik} = 1 \quad \forall j \\ \sum_{j\in J_n} x_{jik} = 1 \quad \forall i, \forall k \\ x_{jik} = 0 \text{ ou } 1 \end{cases}$$

Le modèle présenté possède la forme d'un problème d'affectation à engorgement multiple (en anglais "multiple bottleneck assignement problem") (Wild Jr. B. et Karwan M.H. (1988)). Il n'est pas linéaire à cause de la présence du maximum ($\max_{1\leq i\leq 5}$) dans la fonction objective. Pour traiter ce modèle et l'apparenter à un problème d'affectation, nous allons procéder à une linéarisation de la fonction. Le modèle prend donc la forme suivante:

$$(PL)\left\{\begin{array}{lll} & \min\left\{\sum_{n=1}^{N} P_n \cdot Z_n\right\} & \\ s.l.c. & & \\ & \sum_{j\in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{jik} \cdot Tt_{jk_j} \leq Z_n & \forall n, \forall i \\ & \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K_i} x_{jik} = 1 & \forall j \\ & \sum_{j\in J_n} x_{jik} = 1 & \forall i, \forall k \\ & 0 \leq x_{ijk} \leq 1 & \end{array}\right. \tag{4.4}$$

où Z_n est le temps de production d'une carte imprimée du lot n. Le modèle obtenu est un modèle linéaire de grosse taille et les solutions par traitement direct ne sont pas entières. Nous allons donc appliquer à 4.4 la méthode de relaxation Lagrangienne en relaxant les contraintes d'inégalités. Associons à chaque contrainte d'inégalité un multiplicateur de Lagrange ou variable duale ($\lambda_{ni} \leq 0$, dû à la forme du modèle mathématique). Par définition, le problème dual de (4.4) prend la forme

suivante:

$$(D)\begin{cases} \max \quad \min \sum_{n=1}^{N} P_n \cdot Z_n - \sum_{n=1}^{N}\sum_{i=1}^{I} \lambda_{ni} \cdot \\ \left(\sum_{j\in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{jik} \cdot Tt_{jk_j} - Z_n\right) \\ s.l.c. \\ \sum_{i=1}^{I}\sum_{k=1}^{K_i} x_{jik} = 1 \quad \forall j \\ \sum_{j\in J_n} x_{jik} = 1 \quad \forall i, \forall k \\ \lambda_{ni} \leq 0 \end{cases} \tag{4.5}$$

où λ_{ni} est le prix d'une unité de temps pour une carte imprimée du lot n sur une machine i.

Définissons par $L(\lambda)$ la fonction de Lagrange ou fonction duale prenant la forme suivante d'après le modèle (4.5):

$$L(\lambda) = \min \left\{ \sum_{n=1}^{N} P_n \cdot Z_n - \sum_{n=1}^{N}\sum_{i=1}^{I} \lambda_{ni} \cdot \left(\sum_{j\in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{jik} \cdot Tt_{jk_j} - Z_n\right) \right\} \tag{4.6}$$

Transformons $L(\lambda)$ de manière à isoler les Z_n. La fonction de Lagrange devient:

$$L(\lambda) = \min \left\{ \sum_{n=1}^{N} \left[\left(P_n + \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ni}\right) \cdot Z_n - \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ni} \cdot \sum_{j\in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{jik} \cdot Tt_{jk_j} \right] \right\} \tag{4.7}$$

Pour obtenir une solution réalisable finie, il faut que le terme $\left(P_n + \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ni}\right)$ soit nul, ce qui fait disparaître Z_n. Dans le cas contraire, la fonction de Lagrange tend vers $-\infty$, ne donnant pas de solution réalisable. Le problème dual sans terme en Z_n s'interprète comme un problème d'affectation pour des variables duales λ_{ni} fixées et produit des solutions réalisables entières. Le problème dual ainsi obtenu se résout plus facilement que le problème primal.

4.2.2 Résolution du problème dual par une méthode de sous-gradient

Les méthodes de sous-gradients sont un compromis entre la programmation linéaire et les heuristiques duales. Elles produisent une excellente borne inférieure, en temps raisonnable. En pratique, nous observons que $t_{heu.} < t_{s-grad} < t_{pr.\ lin.}$ où (t.: temps d'une méthode).

L'utilisation de la direction de déplacement $\gamma(\lambda)$ ne garantit pas l'augmentation de la fonction $L(\lambda)$, il est donc inutile de chercher à l'optimiser dans la direction $\gamma(\lambda)$. Nous allons aborder deux méthodes de sous-gradients: l'approche classique et l'approche pondérée.

4.2.2.1 L'approche classique

Il s'agit à chaque étape du calcul de déterminer à priori, la valeur du déplacement dans la direction $\gamma(\lambda)$ et par conséquent la valeur du pas (π) sera évaluée (Legendre J.P. et Minoux M. (1977); Gondran M. et Minoux M. (1985)). L'algorithme de calcul est le suivant:

a) À l'étape 0, on ne sait pas à priori sur quelle machine une carte imprimée a son maximum (en temps de placement). On prend des variables duales de départ λ^o_{ni} égales ($\forall i$) et elles se calculent comme suit:

$$\lambda^o_{ni} = -\frac{P_n}{I}, \qquad \forall i \tag{4.8}$$

On définit une suite de nombres π_j telle que $\pi_j \to 0$ quand $j \to +\infty$.

b) À l'étape j, on est au point λ^j. On détermine un sous-gradient $\gamma(\lambda^j) \in \partial L(\lambda^j)$, en ce point λ^j en calculant:

$$\gamma(\lambda^j) = \sum_{j \in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{jik} \cdot Tt_{jk_j} \tag{4.9}$$

c) Définir λ^{j+1} par

$$\lambda^{j+1} = \lambda^j - \pi_j \cdot \gamma(\lambda^j) \tag{4.10}$$

retourner en b).

La principale difficulté est de choisir les déplacements π_j de façon à obtenir une convergence satisfaisante. En utilisant les conditions de convergences mentionnées par Held M., Wolfe P. et Crowder H.P. (1974):

$$\begin{cases} \pi_j \to 0 & (j \to +\infty) \\ \sum_{j=0}^{\infty} \pi_j = +\infty \end{cases}$$

et si on choisit à chaque étape j des π_j définis par:

$$\pi_j = \rho_j \cdot \frac{L(\lambda^*) - L(\lambda^j)}{||\gamma(\lambda^j)||^2} \tag{4.11}$$

où $||\gamma(\lambda^j)||$ est la norme euclidienne et où le coefficient de relaxation ρ_j vérifie l'inégalité $\epsilon < \rho_j \leq 2$ $(\forall_j)$ ($\epsilon > 0$, fixé), alors la suite $L(\lambda^j)$ converge géométriquement vers $L(\lambda^*)$. Les travaux de Held M. et al. (1974) montre que l'on peut estimer par excès la valeur de $L(\lambda^*)$ par $(\overline{L} > L(\lambda^*))$ sans affecter la convergence. On choisira comme valeur $\overline{L}$, la valeur $\overline{z}$ de z atteinte par la meilleure solution primale réalisable rencontrée dans les étapes précédentes. Il s'agit d'une borne supérieure de z^* donc de $L(\lambda^*)$.

4.2.2.2 L'approche pondérée

Les premières étapes de l'algorithme sont les mêmes que celles présentées dans l'approche classique. Mais pour augmenter l'efficacité de la technique de relaxation Camerini P.M., Fratta L. et Maffioli F. (1975) emploient un sous-gradient modifié.

Nous avons $\lambda^{j+1} = \lambda^j - \pi_j \cdot S^j$, et S^j est le sous-gradient de L en λ^j.

Le sous-gradient modifié se calcule comme suit:

$$S^j = \gamma^j + \beta_j \cdot S^{j-1} \tag{4.12}$$

où $\gamma^j = \gamma(\lambda^j)$ et β_j un coefficient de relaxation ($S^{j-1} = 0$ pour $j = 0$).

L'évaluation des coefficients β et π à chaque étape se fait de la façon suivante:

$$\beta_j = \begin{cases} -\alpha \cdot \dfrac{S^{j-1} \cdot \gamma^j}{||S^{j-1}||^2} & \text{, si } \; S^{j-1} \cdot \gamma^j < 0 \;\; \text{et} \;\; j \neq 0 \\ 0 & \text{, autrement} \end{cases} \tag{4.13}$$

où $\alpha = 1.5$ (cf. Camerini P.M. et al. (1975)) et

$$\pi_j = \rho_j \cdot \frac{L(\lambda^*) - L(\lambda^j)}{||S^j||^2} \tag{4.14}$$

où $L(\lambda^*)$ est remplacé par une estimation par excès $\overline{L}$ (cf. §4.2.2.1) représentant une borne supérieure globale.

4.2.2.3 Algorithme de résolution

À l'aide des étapes concernant le modèle primal (3.23), le modèle dual (4.5) et des techniques de sous-gradients, il nous est possible de présenter un algorithme de résolution. Ce dernier utilise l'approche classique dans la méthode de sous-gradient

car elle s'est avérée plus efficace dans notre problème. En effet, les réoptimisations engendrées par les itérations de l'algorithme nous ont semblées plus rapides par cette méthode.

L'algorithme proposé se formule comme suit:

Étape 0 (Initialisation)

- $z = 0$, (Etiquette de l'itération)
- $BS = \overline{L}$, (Borne supérieure de départ)
- $BI = 0$, (Borne inférieure de départ)
- $\lambda_{ni}^{z} = \lambda_{ni}^{0} = -\dfrac{P_n}{I}$,(Solution de départ)
- $\rho_z = \rho_o = 2$, (Coefficient de relaxation de départ)
- $\epsilon = 10^{-10}$, (Borne inférieure de $\rho_z, \epsilon < \rho_z \leq 2$)
- SERIE $= 0$, (Nombre d'itérations consécutives sans augmentation de BI)
- MAXSERIE $= 0$, (Nombre maximum de séries consécutives sans augmentation de BI)

Étape 1 (Calcul du Lagrangien)

$$L(\lambda_{ni}^{z}) = \min_{x} \left\{ \sum_{n=1}^{N} \left[\left(P_n + \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ni}^{z} \right) \cdot Z_n - \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ni}^{z} \cdot \sum_{j \in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{jik}^{z} \cdot Tt_{jk_j} \right] \right\}$$

- Problème d'affectation

Étape 2 (Calcul de BS)

- $\overline{L}^{z} = \sum_{n=1}^{N} P_n \cdot \max_{i} \left(\sum_{j \in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{jik}^{z} \cdot Tt_{jk_j} \right)$

- Si $z = 0$,

  alors $BS = \overline{L}^z$.

Étape 3 (Mise à jour de BI)

- Si $L(\lambda_{ni}^z) > BI$,

  alors $BI = L(\lambda_{ni}^z)$,

  $\rho_{z+1} = \rho_z$,

  SERIE $= 0$,

  MAXSERIE $= 0$.

  sinon SERIE $=$ SERIE $+ 1$.

- Si SERIE $= 5$,

  alors $\rho_{z+1} = \dfrac{\rho_z}{2}$,

  MAXSERIE $=$ MAXSERIE $+ 1$,

  SERIE $= 0$.

- Si MAXSERIE $= 3$,

  alors TERMINÉ. (critère d'arrêt)

Étape 4 (Mise à jour de BS)

- Si $\overline{L}^z < BS$,

  alors $BS = \overline{L}^z$.

Étape 5 (Calcul du sous-gradient)

- $\gamma(\lambda_{ni}^z) = \sum_{j \in J_n} n_j \cdot \sum_{k=1}^{K_i} x_{jik}^z \cdot Tt_{jk_j}$
- Faire une projection.

Calculer $\overline{\gamma}(\lambda^z_{ni}) = \dfrac{\sum_{i=1}^{I} \gamma(\lambda^z_{ni})}{\sum_{i=1}^{I} 1}$,

et $\gamma'(\lambda^z_{ni}) = \gamma(\lambda^z_{ni}) - \overline{\gamma}(\lambda^z_{ni})$

Étape 6 (Calcul du pas)

$$\pi_z = \rho_z \cdot \frac{(BS - L(\lambda^z_{ni}))}{||\gamma'(\lambda^z_{ni})||^2}$$

Étape 7 (Mise à jour des multiplicateurs de Lagrange)

- $\lambda^{z+1}_{ni} = \lambda^z_{ni} - \pi_z \cdot \gamma'(\lambda^z_{ni})$
- Vérifier que nous avons l'égalité suivante:

$$\left(P_n + \sum_{i=1}^{I} \lambda^{z+1}_{ni}\right) = 0, \qquad \forall n$$

- $z = z + 1$
- retour à l'étape 1.

Nous devons faire remarquer que dans l'algorithme de résolution, les variables duales sont négatives. Ceci est dû à la forme du problème dual et particulièrement au terme "$\left(P_n + \sum_{i=1}^{I} \lambda_{ni}\right) \cdot Z_n$" qui doit être nul pour obtenir une solution finie lors de l'évaluation de la fonction de Lagrange.

Une caractéristique importante de l'algorithme proposé, ci-haut, est la valeur de la solution de départ λ^0_{ni}. Les variables duales initiales sont prises toutes égales de manière à obtenir une solution finie de la fonction de Lagrange. Le choix de ces valeurs initiales est également lié au fait que nous ne savons pas à l'avance quelle station de travail sera la plus lente.

Dans la méthode de résolution proposée ci-haut, l'affectation des composants électroniques aux positions des stations de travail se fait en utilisant un algorithme de flot à coût minimal (Gondran M. et Minoux M. (1985)). L'algorithme en question permet d'obtenir les solutions du problème d'Hitchcock qui est une généralisation de la procédure combinatoire (algorithme Hongrois) développée par Kuhn H.W. (1955) à propos du problème d'affectation optimale. Dans notre étude, le processus consiste à résoudre une suite de problèmes de flot maximal (Ford L.R. et Fulkerson D.R. (1962; Minoux M. et Bartnik G. (1986)). Conséquemment, chaque étape de l'algorithme requiert $0(n^2)$ opération arithmétiques, où n est le nombre de noeuds et cette limite est prouvée (Papadimitriou C.H. et Steiglitz K. (1982)).

La solution obtenue par la méthode de résolution nous donne l'affectation des composants aux stations et le temps total de placement, mais nous n'obtenons pas le temps total de production. Pour l'obtenir il nous faut rajouter au temps obtenu trois valeurs temporelles calculées aux équations (3.3), (3.8) et (3.16). Ces dernières représentent l'interaction humaine (cf. équation (3.20)).

Chapitre 5

Analyses des Résultats

Nous allons présenter dans ce chapitre une analyse des tests effectués. Les résultats obtenus à l'aide de l'algorithme de résolution (cf. §4.2.2.3) sont basés sur des données réelles fournies par la compagnie Northern Télécom. Ces données sont représentatives de l'état de production de l'atelier flexible étudié.

Ce chapitre est consacré à l'analyse de notre méthode de résolution. Nous allons d'une part évaluer l'efficacité de notre algorithme par une étude de convergence et d'autre part nous effectuerons une analyse des résultats sur le plan de la production industrielle. Cette partie permettera d'exposer le rendement de l'atelier flexible.

5.1 Efficacité de l'algorithme

Les développements qui précèdent seront d'abord illustrés sur l'exemple suivant:

# de la production	3
Nombre de machines	3 en série (HS-180)
Configuration	1 ou 2 (m_4 et m_5 à vide)
Nombre de lots	4
Nombre de cartes à produire	1680 (150+700+30+800)
Nombre de composants électroniques distincts	114
Nombre de composants au total	345 570
Nombre d'alimenteurs	54 (Max. 87)
Occupation des machines	62.07%

Tableau 5.1: Caractéristiques de la production 3

Les conditions initiales de l'algorithme nous donnent comme variables duales la matrice $\boldsymbol{\lambda}^o$

$$\boldsymbol{\lambda}^o = \begin{pmatrix} -150 & -150 & -150 \\ -700 & -700 & -700 \\ -30 & -30 & -30 \\ -800 & -800 & -800 \end{pmatrix}$$

où les lignes représentent les lots et les colonnes les stations de travail. La solution obtenue pour la borne supérieure et inférieure (Lagrangien) est (cf. tableau 5.2): $BS = 229927.460$; $L(\boldsymbol{\lambda}^o_{ni}) = 172584.400$. La valeur initiale du Lagrangien est donc de 24.94% inférieure à la borne supérieure qui correspond à l'optimum de (P) pour cette itération.

Chaque fois qu'une meilleure solution réalisable de coût $c < BS$ est rencontrée, on donne à BS la nouvelle valeur c (estimation par excès à trois décimales). À partir de $\boldsymbol{\lambda}^o$, la suite des points $\boldsymbol{\lambda}^z$ est définie par

$$\lambda^{z+1}_{ni} = \lambda^z_{ni} - \rho_z \cdot \frac{BS - L(\lambda^z_{ni})}{||\gamma(\lambda^z_{ni})||^2} \cdot \gamma(\lambda^z_{ni}),$$

où $\gamma(\lambda^z_{ni}) \in \partial L(\lambda^z_{ni})$ et où ρ_z est le coefficient de relaxation.

Les résultats sont obtenus en utilisant $\rho_z = 2.0 \quad (\forall z)$, tant que $L(\lambda^z_{ni}) > L(\lambda^{z-1}_{ni})$, dans le cas contraire on utilise $\rho_{z+1} = \frac{\rho_z}{2}$, d'après les modalités imposées par l'ÉTAPE 3 de l'algorithme de résolution (cf. §4.2.2.3).

Suite à l'utilisation de l'algorithme sur l'exemple présenté au tableau 5.1, les résultats par itération se retrouvent au tableau 5.2.

On voit que la procédure fournit des solution réalisables acceptables rapide-

Itérations	Bornes Inférieures (sec.)	Bornes Supérieures (sec.)	ρ_{z+1}
1	172584.40	229927.46	2.0
2	202361.37	218150.49	2.0
3	195292.83	217432.80	2.0
4	204792.05	215875.38	2.0
5	203562.74	215875.88	2.0
6	203987.68	211436.49	2.0
7	205127.32	210468.78	2.0
8	204728.34	210468.78	2.0
9	205842.28	210468.78	2.0
10	206008.02	210468.78	2.0
11	205640.10	210468.78	2.0
12	205901.64	210468.78	2.0
13	206127.11	210468.78	2.0
14	206132.52	210468.78	2.0
15	206133.12	210468.78	2.0
20	206133.12	210468.78	1.0
25	206133.12	210468.78	0.5
30	206133.12	210468.78	0.25

Tableau 5.2: Bornes inférieures et supérieures de la production 3

ment. Remarquons dans le tableau que l'on obtient dès la deuxième itération, une excellente borne inférieure de l'optimum. La meilleure est trouvée à l'itération 15, et elle reste constante jusqu'au critère d'arrêt. La solution réalisable trouvée est de coût égale à 210468.78 secondes. Cette solution représente le temps d'assemblage des cartes imprimées pour les quatre lots produits sur le modèle HS-180.

Mentionnons que la plus grande valeur de $L(\lambda^z_{ni})$ est obtenue en 15 itérations pour des variables duales suivantes:

$$\lambda^{15} = \begin{pmatrix} -149.9173 & -151.0254 & -149.0573 \\ -700.1199 & -700.9059 & -698.9741 \\ -29.9551 & -28.1200 & -31.9249 \\ -799.1017 & -801.8893 & -799.0090 \end{pmatrix}$$

Les variables duales nous indiquent l'état des stations de travail par rapport à chaque lot en production. Nous voyons que de façon générale la station 3 (colonne 3) est la plus lente sur le modèle HS-180. La raison principale de cet état s'explique par la présence de la station de centrage et d'adaptateurs qui lorsqu'ils sont utilisés pour certains composants, occasionnent des délais supplémentaires de placement. La station de travail en question est la seule qui offre aux composants spéciaux ce traitement. Il est donc facile d'envisager qu'elle sera potentionnellement la plus lente.

Quant aux autres, nous voyons que la station 2 est la plus rapide tandis que la station 1 se trouve en temps de travail dans l'intervalle des stations 2 et 3.

L'approximation de l'algorithme est excellente, car l'encadrement de l'opti-

mum, est de 2.06%.

$$206133.12 \leq z^* \leq 210468.78 \qquad (2.06\%)$$

En réalité, 210468.78 secondes représente la solution optimale, et on voit que le problème possède un saut primal-dual de

$$z^* - L(\lambda^*) = 210468.78 - 206133.12 = 4335.66$$

Dans le cadre de notre exemple, pour une production industrielle qui s'échelonne sur deux jours et demi (210468.78 s = 58 h 27 min 48 s 78 cs) sans arrêt, le saut primal-dual obtenu est raisonnable.

Nous avons procédé à plusieurs tests de productions, de manière à vérifier le comportement de l'algorithme et les variations pouvant exister en utilisant d'autres configurations de l'atelier flexible (cf. tableau 5.3). Il faudra remarquer, en particulier, que l'encadrement de l'optimum est généralement excellent. En raison de la grande variété des composants utilisés dans les lots et de la demande variable par composant nécessaire pour assumer la production, il semble difficile de pouvoir abaisser beaucoup plus cet encadrement de l'optimum (ceci ne s'applique pas à la production faite sur une seule machine).

Il a semblé pertinent dans le tableau 5.3 de mentionner le temps d'exécution de l'algorithme[1] car il permet de montrer que la méthode utilisée est réaliste du point de vue industriel.

Les valeurs optimales de chaque test varient beaucoup, mais celles-ci seront discutées dans la prochaine partie.

[1] L'ordinateur utilisé est un IBM PS/2 modèle 50 possédant un processeur 80286 à 10Mhz, un coprocesseur arithmétique 80287 et d'une mémoire vive de 3.0 M-octets.

Tests	# Machines	Lots	Bornes Inférieures	Bornes Supérieures	Itérations	Encadrement de l'optimum	Temps de calcul
1	5	L1 à L4	126493.210	129736.570	16	2.49 %	4 min 37 s
2	4	L1 à L4	157813.120	161050.110	24	2.01 %	6 min 42 s
3	3	L1 à L4	206133.120	210468.780	30	2.06 %	8 min 38 s
4	4	L1, L3, L4	94378.610	96186.924	26	1.88 %	5 min 11 s
5	1	L2	324303.000	324303.000	1	0 %	
5	1	L2	324303.000	324303.000	1	0 %	2 min 37 s
6	1	L3	12347.670	12347.670	1	0 %	
7	3	L1, L4	118295.500	120612.260	16	1.92 %	
7	3	L1, L4	118296.500	120612.260	16	1.92 %	3 min 18 s
8	2	L2, L3	168008.280	171770.040	22	2.19 %	
7	3	L1, L4	118296.500	120612.260	16	1.92 %	2 min 37 s
9	1	L2, L3	337800.370	337800.370	1	0 %	
10	3	L2, L4	158838.270	162013.740	24	1.96 %	8 min 35 s
11	2	L1, L3	113256.010	115804.000	18	2.20 %	

Tableau 5.3: Résultats de tous les tests

5.2 Analyse de la production

Il est important d'aborder cette analyse en séparant l'aspect technique de l'aspect gestion. Nous allons donc présenter quelques caractéristiques physiques et techniques de l'outil logiciel mis au point et une interprétation personnelle de la gestion de l'atelier.

5.2.1 Caractéristique de l'outil logiciel

Le programme qui solutionne l'optimisation du montage en surface de cartes imprimées a entièrement été conçu en langage Turbo Pascal (version 5.5) et utilise les fonctions du coprocesseur arithmétique 80287. Ce programme nécessite pour une parfaite exécution, une mémoire vive disponible d'au moins 122 K-octets afin de gérer les variables locales et globales sans risque.

Il faut toutefois préciser que ce programme possède une limite stricte sur la planification à long terme de la production de l'atelier flexible. Il ne permet qu'un maximum de trois semaines et demi ($\approx$ 24 jours et 20 heures) de planification pour un groupe de lots sans réarrangement des machines ("set-up" inter-groupe).

Cette limite est imposé par l'utilisation de variables du type LONG ENTIER[2] pour représenter les matrices de coûts temporel dans l'algorithme Hongrois. Nous avons utilisé des valeurs entières pour représenter des temps (avec une précision au millième de seconde), dans le but d'éviter des problèmes de cyclage engendrés

[2]La valeur limite positive est de 2147483647 et correspond à 24 jours 20 heures 31 min. 23 sec. 647 ms., car notre référence est du millième de seconde.

par des erreurs d'arrondis sur des valeurs réelles, lors de la recherche de flots maximums ou de coupes minimales.

La limite présentée ci-haut est largement suffisante et ne doit pas susciter d'inquiétude car de façon générale les commandes de production pour l'atelier flexible ne dépassent jamais deux semaines et correspondent à plusieurs groupes de lots.

Il est cependant possible de contouner cette limite imposée par le langage Turbo Pascal sur les variables du type LONG ENTIER. Il suffit d'écrire une procédure externe en langage machine qui va chercher la précision maximale des LONG ENTIERS du coprocesseur 80287 ($\approx 2.0 \cdot 10^{18}$ en nombre entier). Cette valeur correspond, d'après notre précision (millième de seconde) à 63.376 millions d'années de production.

5.2.2 Interprétation et gestion de la production

Pour valider notre étude, les lots de productions utilisés sont détaillés sous forme de tableaux à l'annexe C (cf. tableau C.1 à C.6).

À l'aide de ces données nous avons étudié plusieurs configurations de l'atelier flexible pour évaluer le gain en temps de production (cf. tableau 5.4 et 5.5). Suite à l'obtention des valeurs optimales produites par notre algorithme, il faut ajouter à ces dernières les temps de préparation des stations (TP), les temps d'approvisionnement (TA) et les temps de changement de cartes imprimées (TN), (cf. équation (3.20)). On obtient donc le temps de production réel de l'atelier. Il faut préciser

que les temps TP et TA sont sujet à discussion, car ils dépendent de la rapidité des opérateurs. D'après le département de la gestion du temps de la compagnie Northern Telecom, il faut envisager une variation de ces deux valeurs pouvant atteindre 13%. Cette variation peut augmenter le temps de production de 0 à 20 minutes environ pour nos données.

La production complète des quatre lots varie énormément suivant la configuration choisie de l'atelier. Les temps de production varient entre quarante heures (40) et quatre-vingt quinze heures (95) environ (cf. tableau 5.5). Le minimum rencontré est à la configuration 4 (5 machines en série). Il ne faut pourtant pas tirer trop rapidement de conclusion car d'autres configurations semblent très acceptables comme la configuration 3 (Production 2) et la configuration 1 (Production 6 et 8). Ces dernières configurations donnent à l'atelier une structure de quatre machines en série et de trois machines en série parallèle à deux machines en série.

L'affectation des lots aux machines est un élément déterminant sur le temps de production, car l'atelier est muni de trois stations rapides (HS-180) et de deux stations lentes (MS-72). Il faut donc s'assurer que les lots importants soient produits sur les stations rapides. L'importance d'un lot doit-être déterminé par le nombre de composants total nécessaire et non par le nombre de cartes à produire.

Il est important de préciser que les configurations 1, 2 et 3 permettent, une flexibilité intéressante, car il est possible d'effectuer rapidement des productions urgentes sans trop perturber la production en cours.

Les données utilisées permettent de souligner que la configuration 4 (5 machines en série) est la meilleure (40 heures et 6 minutes), mais elle paralyse l'ate-

Numéro de Production	Numéro de la Configuration		Lots	Bornes Supérieures (valeurs optimales) (sec.)	Temps TP (sec.)	Temps TA (sec.)	Temps TN (sec.)	Temps de Production Total (sec.)
1	4	(m_1 à m_5)	L1 à L4	129736.570	2521.3	7077.245	5064.0	144399.12
2	3	(m_1 à m_4)	L1 à L4	161050,110	2736.7	6923.763	5052.0	175762.57
3	1 ou 2	(m_1 à m_3)	L1 à L4	210468.780	2880.9	7099.548	4217.5	224666.73
4	3	(m_1 à m_4)	L1,L3,L4	96186.924	2584.2	6435.492	2952.0	108158.62
		(m_5)	L2	324303.000	1697.8	684.499	2112.0	328797.3
5	2	(m_5)	L2	324303.000	1697.8	684.499	2112.0	328797.3
		(m_4)	L3	12347.670	1194.8	135.959	102.0	1378.429
		(m_1 à m_3)	L1, L4	120612.260	2067.5	6381.458	2392.5	131453.72
6	1	(m_1 à m_3)	L1, L4	120612.260	2067.5	6381.458	2392.5	131453.72
		(m_4, m_5)	L2, L3	171770.040	1870.5	921.666	2214.0	176776.21
7	2	(m_1 à m_3)	L1, L4	120612.260	2067.5	6381.458	2392.5	131453.72
		(m_4)	L2, L3	337800.370	1560.8	745.716	2202.0	342308.89
8	1	(m_1 à m_3)	L2, L4	162013.740	2692.3	6637.596	3767.5	175111.14
		(m_4 à m_5)	L1, L3	115804.000	1332.8	2325.370	564.0	120026.17

Tableau 5.4: Détail des temps de production

Production	Configuration	Temps de production (heures:minutes:secondes)
1	4	40:06:39
2	3	48:49:22
3	1 ou 2	62:24:26
4	3	30:02:38
		91:19:57
5	2	91:19:57
		3:49:40
		36:30:52
6	1	36:30:53
		49:06:16
7	2	36:30:53
		95:05:08
8	1	48:38:31
		33:20:26

Tableau 5.5: Temps de production

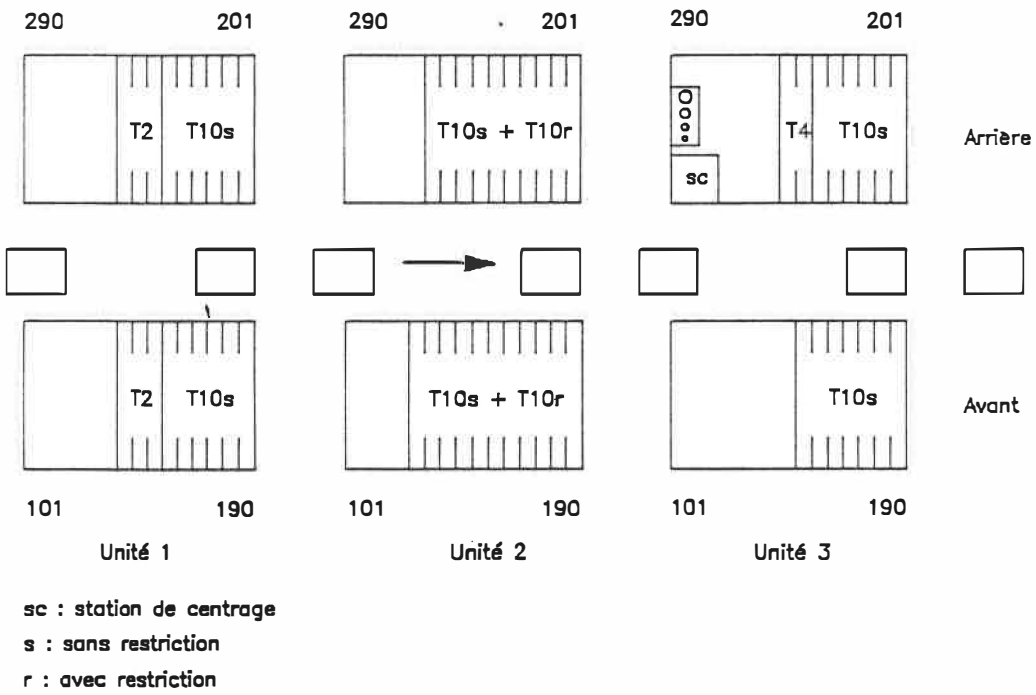
lier en cas d'urgence. Donc cette configuration n'est à recommander que si les circonstances l'obligent. Par ailleurs, les configurations 1 (3 machines en série//2 machines en série) et 3 (4 machines en série//1 machine) sont très efficaces et s'adaptent beaucoup plus aux types de production existant à Northern Telecom. Relevons également l'inefficacité engendrée par des machines travaillant toutes en parallèle. L'exemple de la production 5 (cf. tableau 5.4 et 5.5) nous le montre bien (91 heures de production). Il est donc juste de porter notre attention sur des configurations comprenant un grand nombre de machines en série. L'économie en temps de production est considérable, pouvant atteindre jusqu'à plus de 50%.

L'algorithme de résolution propose également, la position de chaque composant sur les présentoirs des stations. Cette position varie suivant le problème considéré, de manière à respecter les caractéristiques de chaque production.

Le résultat de l'affectation des composants respecte nos décisions prises sur le regroupement des types d'alimenteurs (cf. §3.2.2.2). Cette affectation par secteur (cf. figure 5.1) permet de diminuer la recherche d'un alimenteur, par les techniciens machinistes. Il s'agit donc d'un gain de temps sur les opérations humaines.

Du côté algorithme, ces décisions réduisent le nombre d'opérations, donc par conséquent le temps de calcul de la solution optimale. Mais cette approche limite l'équilibre des stations en temps de travail. Il sera donc improbable d'avoir un encadrement de l'optimum proche de 0%.

Suite à cette remarque, il est rassurant de constater (cf. tableau 5.6) que la méthode de résolution offre un excellent équilibre des stations de travail. Indépendamment de la configuration de l'atelier choisie, les machines travaillant en



sc : station de centrage
s : sans restriction
r : avec restriction

Figure 5.1: Affectation des composants par secteur – Production 3

série sont équilibrées au niveau du temps de production. La charge de travail entre chaque station, se trouve dans un intervalle compris entre 97% et 100% du temps total de production.

En se basant sur les exemples de production utilisés définis par le nombre de composants distincts (cf. Annexe C, tableau C.1 à C.4) et par le pourcentage d'occupation des stations de travail (cf. Annexe C, tableau C.6), il est possible d'estimer le nombre total de lots pouvant être produit sans réarrangement des machines. D'après les données, l'estimation porte à quinze ou vingt le nombre de lots pouvant constituer un groupe de production.

5.3 Conclusion

La méthode de résolution employée nous a permis d'évaluer l'efficacité de la méthode de relaxation Lagrangienne. Cette méthode donne de très bons résultats sur les exemples utilisés.

Les différents essais effectués sur la configuration de l'atelier, nous ont permis de relever l'importance de la flexibilité d'une salle de production. Il serait toutefois utile de comparer nos résultats avec ceux de l'atelier réel, afin d'améliorer notre outil logiciel.

Production	# Machines	m_1 (HS-180)	m_2 (HS-180)	m_3 (HS-180)	m_4 (MS-72)	m_5 (MS-72)
1	5	98.98 %	98.92 %	100 %	97.92 %	97.51 %
2	4	99.07 %	98.81 %	100 %	97.99 %	sans travail
3	3	99.01 %	97.94 %	100 %	sans travail	sans travail
4	4	93.30 %	99.27 %	100 %	98.12 %	----
	1	----	----	----	----	100 %
5	3	100 %	98.08 %	99.20 %	----	----
	1	----	----	----	100 %	----
	1	----	----	----	----	100 %
6	3	100 %	98.08 %	99.20 %	----	----
	2	----	----	----	100 %	97.18 %
7	3	100 %	98.08 %	99.20 %	----	sans travail
	1	----	----	----	100 %	sans travail
8	3	98.72 %	98.04 %	100 %	----	----
	2	----	----	----	100 %	97.80 %

Tableau 5.6: Pourcentage du temps de travail des stations

Conclusion

Ce mémoire de maîtrise est une étude qui traite de l'optimisation du montage en surface de cartes imprimées. Le premier volet de cette étude a été fait dans l'atelier flexible de Northern Telecom. Nous avons dans un premier lieu étudié les trois robots d'assemblage (modèle HS-180 et modèle MS-72). L'analyse a été faite sur les caractéristiques physiques et sur le contrôle du mouvement (par programmation). Par la suite, nous avons étudié les méthodes de travail des techniciens responsables des robots. Enfin, nous avons analysé les règles et outils logiciels entourant la production. Ce travail préliminaire a constitué notre coup d'envoi pour l'étude mathématique.

L'optimisation est effectuée à l'aide de la création d'un modèle mathématique dont l'équivalent dual est résolu par la méthode de relaxation Lagrangienne et d'une technique de sous-gradient. Des simulations de production ont permis d'exposer le réalisme des résultats et les limites de l'algorithme. La méthode de résolution proposée fut donc un bon choix.

Cette étude n'est malheureusement pas achevée. Il serait intéressant d'étudier la séquence de placement des composants afin de trouver un plus court chemin

entre le premier et le dernier composant d'une station. Le temps de travail des stations diminuerait. Il serait important de faire une étude d'alimentation automatique des chargeurs de composants. Ceci permettrait un meilleur contrôle du temps d'approvisionnement.

Les applications de cette étude sont multiples. L'intérêt d'optimiser le temps de production d'un atelier flexible est justifié par l'augmentation du rendement des stations de travail et par un meilleur contrôle des ressources humaines.

Mais par sa définition littérale, le mot "conclusion" est un terme qu'il m'apparait assez présomptueux d'utiliser lorsqu'il s'agit d'un exposé technique.

Aussi, me permettrez-vous d'emprunter à Marcel Proust, une de ses nombreuses citations, à savoir:

> "J'étais déjà arrivé à cette conclusion que nous ne sommes nullement libres devant l'oeuvre d'art."

J'oserais ajouter à ceci, le mot "mathématique". Nanti de cette citation profonde, sur laquelle il appartiendra à tout un chacun de méditer, je ne puis prendre le risque de conclure.

Cependant, puisqu'il est l'usage, et ce, par règle littéraire, de terminer tout exposé par "la conclusion", j'ouvrirai alors une parenthèse sur l'avenir des sciences, en disant ceci:

> "Depuis que le monde est monde, l'intelligence humaine prouve d'époques en époques, suivant un relief d'intensités plus ou moins prononcé, que

le progrès ne cesse de croître en hissant toujours plus haut le fanion de la technologie."

Dans le domaine très particulier qui nous importe et dont nous venons de parcourir l'analyse, il serait pour ma part irréfléchi et sans doute imprudent, de fermer la parenthèse sur un tel sujet. Cela signifierait à mon sens, de faire tomber le rideau prématurément.

Bien au contraire, il est de mon devoir de laisser ouverte très largement cette porte de la connaissance, afin de donner le libre cours à l'évolution de la technique moderne. Pour terminer, je dirai en substance, que quelles que soient les valeurs des inconnues, des variables, ou quel que sera le sujet traité, il y aura encore et toujours, place prépondérante pour l'équation mathématique.

Bibliographie

1. Ahmadi, J., Grotzinger, S., et Johnson, D. (1988), "Component allocation and partitioning for a dual delivery placement machine", Operations Research, vol. 36, pp. 176–191.

2. Andreou, D.A. (1988), "Optimazation of the traveling sequence of a pick and place robot by simulating its operation as a traveling salesman problem", Annual Simulation Symposium (the 21st), pp. 91–105.

3. Anon, P. (1986), "Racal-Milgo fablous PC board assembly", Assembly Engineering, vol. 29, pp. 26–27.

4. Artigues, F., Barraco, A., et Coiffet, P. (1985), "Dictionnaire de la productique", Hermes, Paris.

5. Ball, M.O., et Magazine, M.J. (1988), "Sequencing of insertions in printed circuit board assembly", Operations Research, vol. 36, pp. 192–201.

6. Bertsekas, D.P. (1982), "Constrained optimization and Lagrange multiplier methods", Academic Press, New York.

7. Bonetto, R. (1987), "Les ateliers flexibles de production", Hermes, Paris.

8. Bradley, S.P., Hax, A.C., et Magnanti, T.L. (1977), "Applied mathematical programming", Addison-Wesley, New-York.

9. Bruijs, P.A. (1984), "On the quality of heuristic solutions to a 19x19 quadratic assignment problem", European Journal of Operational Research, vol. 17, pp. 21–30.

10. Burkard, R.E. (1984), "Quadratic assignment problem", European Journal of Operational Research, vol. 15, pp. 283–289.

11. Camerini, P.M., Eratta, L. et Mafiolli, F. (1975), "On improving relaxation methods by modified gradient techniques", Mathematical Programming Study 3, pp. 26–34.

12. Cheng, T.C.E. (1988), "An alternative proof of optimality for the common due-date assignment problem", European Journal of Operational Research, vol. 37, pp. 250–253.

13. Colonna Ceccaldi, M. (1979–1988), "Cartes Imprimées", Techniques de l'Ingénieur - Electronique Générale Circuits E 3 II, E 3910.1-E 3910.21 et Fiche E3910.1- E3910.8

14. Cunningham, P., et Browne, J. (1986), "A LISP-based heuristic scheduler for automatic insertion in electronics assembly", International Journal of Production Research, vol. 24, pp. 1395–1408.

15. Edosomwan, J.A. (1986), "Productivity management in computer aided manufacturing environment", First International conference on Engineering Management, pp. 88–91.

16. Fast, S.I. (1986), "An expert system for initial component placement", Printed Circuit Design, vol. 3, pp. 32–37.

17. Feltham, S., et Jean, L. (1988), "One fabricator's experience with printed circuit board direct imaging", Electronic Manufacturing, vol. 34, pp. 16–19.

18. Ford, L.R. et Fulkerson, D.R. (1962), "Flows in networks", Princeton University Press, Princeton. (Traduction française par J.-C. Arinal, Gauthier-Villars, Paris, 1967). pp. 106–126.

19. Fortuin, L., et Korsten, A.T.M. (1988), "Quantitative methods in the field: two case studies", European Journal of Operational Research, vol. 37, pp. 187–193.

20. Freakes, A. (1987), "The visual inspection of surface mounted assemblies", Internepcon Electronic Packaging Conference, vol. 11.

21. Furnari, G. (1983), "Printed Circuit Techniques-$54,000/ Year savings, 400% quality improvement in complex PCB operations", Electrionics, vol. 29, pp. 29–30.

22. Garey, R.M. et Johnson, D.S. (1979), "Computers and intractability; A guide to the theory of NP-completeness", Freeman, New-York.

23. Garin, J., Stiles, T.A. (1987), "Robotic assembly for printed circuit boards", National Electronic Packaging Production Conference West (NEPCON West), vol. 1, pp. 475–495.

24. Gauthier, D., Levine, M.D., Malowany, A.S., Begnoche, N., et Lefebvre, G. (1988), "Measuring the alignement accuracy of surface mount assembly circuit board masks", Vision Interface, vol. 1.

25. Geoffrion, A.M. (1974), "Lagrangean relaxation for integer programming", Mathematical Programming Study 2, pp. 82–114.

26. Gershwin, S.B., Akella, R., et Choong, Y.F. (1984), "Short term production scheduling of an automated manufacturing facility", IEEE Conference on Decision and Control (23rd), vol. 1, pp. 230–235.

27. Gershwin, S.B., Akella, R., et Choong, Y.F. (1985), "Short-term production scheduling of an automated manufacturing facility", IBM Journal of Research and Development, vol. 29, pp. 392–400.

28. Gondran, M., et Minoux, M. (1985), "Graphes et algorithmes", Eyrolles 2ième éd., Paris.

29. "Grand LAROUSSE en 5 volumes", (1987), Larousse Tome 2, Paris.

30. Gross, C. (1984), "Des stations d'IAO/CAO/FAO intégrées pour les circuits imprimés", Electronique Industrielle, vol. 77, pp. 43–45.

31. Gudsoorkar, A.G. (1986), "Production and assembly of electronic equipments in a large electronics industry: A case study", IETE Technical Review, vol. 3, pp. 157–168.

32. Gunderson, R. (1982), "Process control implementation in a printed circuit board CAM facility", Annual Advanced Control Conference (the 8th), pp. 97–99.

33. Haining, F.W., et Shaul, R.F. (1986), "Computer aided design automation of high performance printed circuit boards for computer aided manufacturing", National Electronic Packaging and Production Conference East (NEPCON East), pp. 65–79.

34. Hamilton, S.A. (1987), "Optimizing test strategy through computer aided test", ATE and Instrumentation East, pp. 317-337.

35. Held, M., Wolfe, P. et Crowder, H.P. (1974), "Validation of subgradient optimization", Mathematical Programming 6, pp. 62–88.

36. Henderson, J.A. (1985), "Westinghouse technology modernization for electronic assembly", Flexible Manufacturing Systems Conference M585–147, vol. 1.

37. Hroundas, G. (1987), "PCB test strategies for manufacturing yield improvement", National Electronic Packaging and production Conference West (NEPCON West), pp. 911–919.

38. Jegou, P., et Bouet, S. (1985), "Objectiff dans l'optimisation de la conduite d'un atelier flexible", Convention Informatique A, pp. 84–86.

39. Johri, P.K., Lipper, E.H., et Sengupta, B. (1985), "Modeling and analysis of a production line with finite buffers and machines subject to breakdown", RAIRO. Automatique Productique Informatique Industrielle, vol. 19, pp. 471–483.

40. Kanet, J.J. (1981), "Minimizing the average deviation of job completion times about a common due date", Naval Research Logistics Quarterly, vol. 28, pp. 643–651.

41. Keys, L.K., Balmer, J.R., et Creswell, R.A. (1986), "Computerized electronics manufacturing process, operations analysis and simulation tools", IEEE/CHMT International Electronic Manufacturing Technology Symposium, pp. 66–77.

42. Knight, W.A. (1988), "Design for assembly of printed cir cuit boards: further developments", National Electronic Packaging and Production Conference East (NEPCON East), pp. 49–57.

43. Koppula, H. (1987), "JIT in systems manufacturing", ATE Instrumentation East, pp. 635–646.

44. Knoner, E. (1987), "Simulation of an FMS for printed board assembly", European Simulation Multiconference, pp. 145–148.

45. de Koster, M.B.M. (1988), "Approximate analysis of production systems", European Journal of Operational Research, vol. 37, pp. 214–226.

46. Kuhn, H.W. (1955), "The hungarian method for the assignment problem", Naval Research Logistics Quarterly, vol. 2, pp. 83–97.

47. Ladson, L.S. (1970), "Optimization theory for large systems", Macmillan, New-York.

48. Legendre, J.P. et Minoux, M. (1977), "Une application de la notion de dualité en programmation en nombres entiers: sélection et affectation optimales d'une flottes d'avions", RAIRO recherche opérationnelle, vol. 11, pp. 201–222.

49. Leipala, T., et Nevalainen, O. (1989), "Optimization of the movements of a component placement machine", European Journal of Operational Research, vol. 38, pp. 167–177.

50. Lin, L., et Cochran, J.K. (1987), "Optimization of a comples flow line for printed circuit board fabrication by computer simulation", Journal of Manufacturing Systems, vol. 6, pp. 47–57.

51. Lissens, G., Broeckx, F., et Raes, J. (1987), "Finding an optimal loading strategy for a component placing robot", European Simulation Multiconference, pp. 109–111.

52. Long, Jr. T.B. (1979), "Improving automatic component insertion operations", The Western Electric Engineer, vol. 23, pp. 24–28.

53. Luenberger, D.G. (1984), "Linear and nonlinear programming", Addison-Wesley, New-York.

54. Marcoux, P.P. (1986), "Surface mount design and assembly considerations", Wescon, vol. 13, pp. 1–6.

55. Mehrten, P.D. (1986), "Statistical process control guide lines and procedures", Printed Circuit Fabrication, vol. 9, pp. 54, 57–58, 62–63.

56. Meyers, M.R. (1987), "Simulating of SMT factory", IEEE/CHMT International Electronic Manufacturing Technology Symposium (the 3rd), pp. 208–212.

57. Nemhauser, G.L., Wolsey, L.A. (1988), "Integer and combinatorial optimization", Wiley-Interscience, New-York.

58. Minoux, M. (1983), "Programmation mathématique", Dunod, Paris, pp. 128–145.

59. Minoux, M. et Bartnik, G. (1986), "Graphes, algorithmes, logiciels", Dunod, Paris, pp. 237–248.

60. Nicholson, E.N.E. (1984), "Automatic component insertion", Circuit World, vol. 10, pp. 18–21.

61. Panwalkar, S.S., Smith, M.L., et Seidmann, A. (1982), "Common due-date assignment to minimize total penalty for the one machine scheduling problem", Operations Research, vol. 30 pp. 391–399.

62. Papadimitriou, C.H. et Steiglitz, K. (1982), "Combinatorial optimization: algorithms and complexity", Prentice-Hall, New Jersey, pp. 247–266.

63. "PCB component insertion system lends speed, accuracy", (1980), Insulation/Circuits, vol. 26, pp. 67–68.

64. Potts, D. (1983), "CAD/CAM set-up speeds product development", Engineering Computers, vol. 2, pp. 22–23.

65. Resnick, R., et Halliday, D. (1979), "Mécanique – physique I", Édition du Renouveau Pédagogique Inc., Montréal pp. 36–38.

66. Sepehri, M.P.E. (1985), "A machine builds machines at Apple computer's Highly automated Macintosh manufacturing facility",Industrial Engineering, vol. 17, pp. 60–64, 66–67.

67. Shapiro, G.W., et Nuttle, H.L.W. (1988), "Hoist scheduling for a PCB electroplating facility", vol. 20, pp. 157–167.

68. Siemens, User's manual (1986), "MS–72 Automatic component placement system", et "Automatic placement system for surface-mounted components MS–72", Munich.

69. Siemens, User's manual (1988), "HS–180 Automatic component placement system for SMDs", et "SMD Automatic placement system HS–180", Munich.

70. Stalzer, M.A. (1987), "Mathematical guarding: a new approach to board assembly testing", International Test Conference, pp. 1123.

71. Stellhorn, J.E. (1986), "Integrating electronic assembly-solution or problem", National Electronic Packaging and Production Conference East (NEPCON East), pp. 83–86.

72. Tanaka, N. (1986), "Recent research activities in Toshiba manufacturing engineering laboratory", Bulletin of the Japan Society of Precision Engineering, vol. 20, pp. 219–224.

73. Thorogood, T. (1986), "Optimizing automatic insertion", Electronics Manufacture and Test, vol. 5, pp. 58–59.

74. Tiberghien, J., et Ramanan, V.V. (1985), "Optimiser la fabrication de cartes grâce au contrôle statistique de qualité", Électronique Industrielle, vol. 89, pp. 64–70.

75. Wild Jr. B. et Karwan, M.H. (1988), "The multiple bottleneck transportation problem (MTP)", TIMS/ORSA Bulletin, no. 25, Washington, DC.

Annexe A

Les temps des opérations humaines

A.1 Les temps et moyennes de temps

L'évaluation des temps est faite à l'aide d'un chronomètre dans l'atelier de travail. Pour établir la table des temps, plusieurs opérateurs ont été chronométrés. La moyenne des temps est obtenue à l'aide de dix valeurs par tâche et se calcule à l'aide de la formule des moyennes arithmétiques suivantes:

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \tag{A.1}$$

où n = nombre d'essais

Les opérations	Moyenne (secondes)
Temps de Réaction	15.0
Lecture	9.3
Recherche des stations	6.5
Déplacement vers le robot HS-180 côté $100_{(1)}$	4.4
Déplacement vers le robot HS-180 côté $200_{(2)}$	12.3
Déplacement du côté 100 à 200 ou côté 200 à 100 pour le robot HS-180	10.0
Déplacement vers le robot MS-72 (station m_4)	4.4
Déplacement vers le robot MS-72 (station m_5)	12.3
Retirer un alimenteur du type 2,4 ou 5 du robot HS-180 côté 100	8.5
Retirer un alimenteur du type 10 ou 12 du robot HS-180 côté 100	13.8
Retirer un alimenteur du type 2,4 ou 5 du robot HS-180 côté 200	14.5
Retirer un alimenteur du type 10 ou 12 du robot HS-180 côté 200	19.3
Retirer un alimenteur du type 2,4 ou 5 du robot MS-72 (station m_4)	8.5
Retirer un alimenteur du type 10 ou 12 du robot MS-72 (station m_4)	13.8

Les opérations	Moyenne (secondes)
Retirer un alimenteur du type 2,4 ou 5 du robot MS-72 (station m_5)	14.5
Retirer un alimenteur du type 10 ou 12 du robot MS-72 (station m_5)	19.3
Mettre un alimenteur du type 2,4 ou 5 du robot HS-180 côté 100	13.3
Mettre un alimenteur du type 10 ou 12 du robot HS-180 côté 100	21.7
Mettre un alimenteur du type 2,4 ou 5 du robot HS-180 côté 200	19.0
Mettre un alimenteur du type 10 ou 12 du robot HS-180 côté 200	28.0
Mettre un alimenteur du type 2,4 et 5 du robot MS-72 (station m_4)	13.3
Mettre un alimenteur du type 10 ou 12 du robot MS-72 (station m_4)	21.7
Mettre un alimenteur du type 2,4 et 5 du robot MS-72 (station m_5)	19.0
Mettre un alimenteur du type 10 ou 12 du robot MS-72 (station m_5)	28.0
Remplir un alimenteur du type 2,4 ou 5 déjà installé sur les machines HS-180 côté 100 et MS-72 station m_4 et m_5	7.0

Les opérations	Moyenne (secondes)
Remplir un alimenteur du type 2,4 ou 5 déjà installé sur la machine HS-180 côté 200	12.0
Changer un ruban d'un alimenteur type 10 et 12 déjà installé sur les machines HS-180 côté 100 et MS-72 station m_4 et m_5	15.0
Changer un alimenteur du type 10 ou 12 déjà installé sur la machine HS-180 côté 200	21.5
Mettre un chargeur de cartes imprimées sur les machines HS-180 et MS-72	15.0
Test des positions des alimenteurs par les robots	600.0

(1) Côté 100: plateau avant

(2) Côté 200: plateau arrière

Tableau A.1: Les moyennes de temps pour les tâches d'un opérateur de machines

Annexe B

Formules de calculs

B.1 Données réelles sur les robots

Description	station 1	station 2	station 3
Nombre d'alimenteurs	30	30	27
Station de centrage	non	non	oui
Position de la station de centrage	—	—	273 à 290
Pipette normale	oui	non	oui
Petite pipette	non	oui	non
Adaptateur	non	non	oui

Tableau B.1: Caractéristiques des stations du robot HS-180

Description	Pour les 3 stations
Vitesse en X (m/s)	1.5
Accélération en X (m/s^2)	15
Décélération en X(m/s^2)	15
Réduction d'accélération en X	40
Facteur de réduction	100
Vitesse en Y (m/s)	1.05
Accélération en Y (m/s^2)	10
Décélération en Y (m/s^2)	10
Réduction d'accélération en Y	40
Facteur de réduction	100
Zéro machine en X	18866(1)
Zéro PCB en X	26711(2)
Position 102 en X	709
Position 186 en X	43538
Position 202 en X	45578
Position 286 en X	2736
Zéro machine en Y	6970(1)
Zéro PCB en Y	-512(2)
Position 102 en Y	1638
Position 186 en Y	1670
Position 202 en Y	24612
Position 286 en Y	24598
Offest	3500
Déplacement en Z	1000
Base de temps en Z (ms/digits)	100/720

(1) digit = mm/100 (par rapport au point de référence)
(2) digits par rapport au zéro machine

Tableau B.2: Données communes du robot HS-180

Description	station 4	station 5
Nombre d'alimenteurs	36	36
Station de centrage	oui	oui
Position en X de la station de centrage	1696	1730
Position en Y de la station de centrage	35651	35727
Pipette normale	oui	oui
Vitesse en X et Y (m/s)	0.8	0.8
Accélération en X et Y (m/s^2)	10	10
Décélération en X et Y (m/s^2)	10	10
Réduction d'accélération	40	40
Facteur de réduction	100	100
Zéro machine en X	8359	8787
Zéro PCB en X	26165(1)	25737(1)
Position 101 en X	130	130
Position 167 en X	33793	33793
Zéro machine en Y	6756	6339
Zéro PCB en Y	-1565(1)	-1148(1)
Position 101 en Y	1568	1568
Position 167 en Y	1563	1563
Déplacement en Z	1000	1000
Base de temps en Z (ms/digits)	140/720	140/720

(1) par rapport au zéro machine
les autres valeurs: par rapport au zéro de référence

Tableau B.3: Données sur le robot MS-72

Les distances de chaque position (pour le robot HS-180 de 101 à 190 et de 201 à 290; pour le robot MS-72 de 101 à 172) ont été calculées en X et en Y par interpollation en utilisant la méthode de Lagrange. Les distances sont calculées par rapport au point de références des stations.

B.2 Notions d'origine et de distance

Considérons le robot HS-180 composé de trois stations de travail et les robots MS-72 (cf. figures B.1 et B.2).

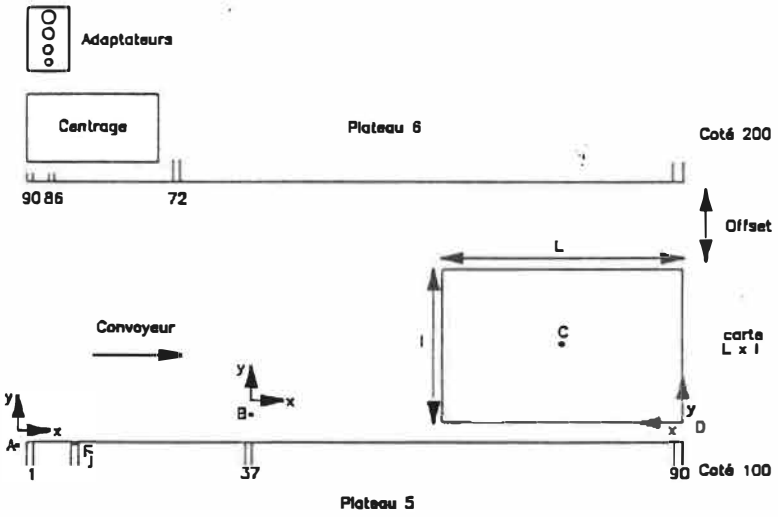


Figure B.1: Points de référence de l'unité 3 du robot HS-180

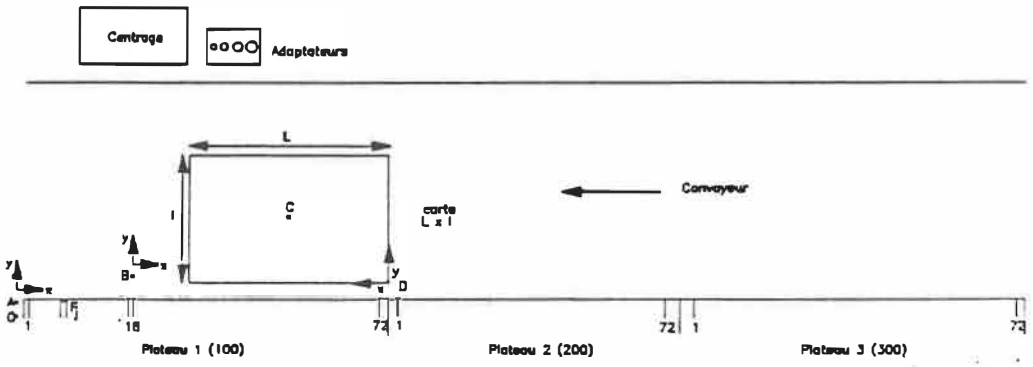


Figure B.2: Détail des points de référence du robot MS-72

Le calcul important pour l'évaluation des temps se résume aux calculs de la distance F_jC où F_j est le point de prise d'un composant électronique "j" et C le point de dépôt.

Calcul de F_jC sur l'axe des x et des y:

- En x pour les modèles HS-180 et MS-72.

$$(F_jC)_x = \left|(x_B - x_A) + x_D - \frac{L_n}{2} - (x_{Fj} - x_A)\right| \tag{B.1}$$

où $x_.$: coordonnées de chaque point par rapport aux point A sauf x_D

L_n : longueur de la carte imprimée du type n

- En y pour les modèles HS-180 côté 100 et MS-72.

$$(F_jC)_y = |(y_B - y_A) + y_D + \frac{l_n}{2} - (y_{Fj} - y_A)| \tag{B.2}$$

- En y pour le modèle HS-180 côté 200 seulement:

$$(F_jC)_y = |\frac{l_n}{2} + \text{ offset } - y_{F_j}| \tag{B.3}$$

où $y_.$: coordonnées de chaque point par rapport au point A sauf y_D

l_n : largeur de la carte imprimée de type n

offset : distance de 3.5 cm

y_{F_j} : distance par rapport à $y_{F_1} = 0$, pour l'équation B.3

B.3 Calcul des temps à partir des distances

Après l'analyse du fonctionnement des robots, le déplacement x, y se fait en trois étapes: un déplacement à accélération constante, un déplacement à vitesse constante et un déplacement à décélération constante. Précisons que sur n'importe lequel des déplacements en x et y, la distance de déplacement à vitesse constante représente au moins $\frac{1}{8}$ du déplacement total en x et y (cf. figure B.3).

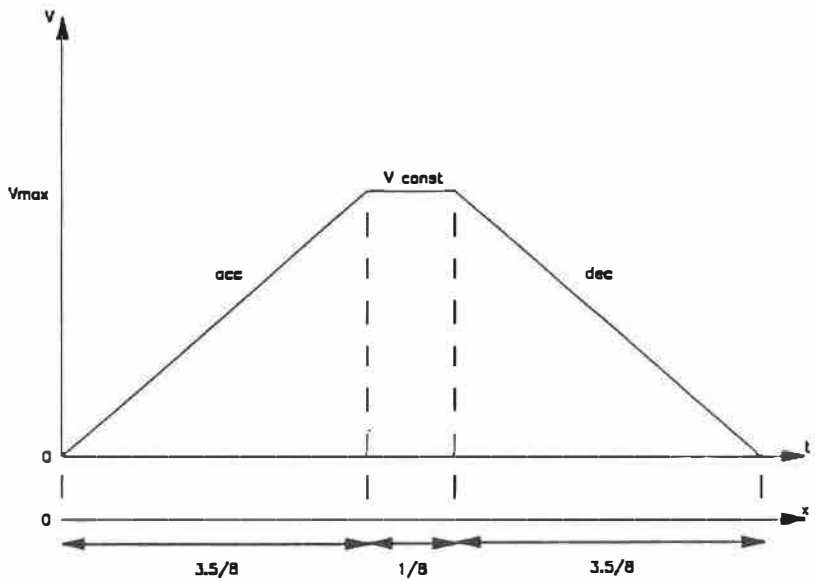


Figure B.3: Variation de la vitesse *vs* le temps

En se servant de l'équation de vitesse B.4, nous calculons les distances de déplacement à accélération et décélération constantes. Pour l'axe des x:

$$V_x^2 = V_{x_0}^2 + 2 \cdot a_x \cdot (x - x_0) \tag{B.4}$$

posons $dacc_x = x - x_0$ et comme $V_{x_0} = 0\ m/s$. La distance de parcours due à

l'accélération ($dacc_x$) est:

$$dacc_x = \frac{V_x^2}{2} \cdot a_x \tag{B.5}$$

avec
V_x : la vitesse en x.
a_x : l'accélération en x.

La distance de parcours due à la décélération ($ddec_x$) se calcule avec l'équation B.5 en remplaçant l'accélération (a_x) par la décélération (a_x^*).

À l'aide des équations (B.1) à (B.3), nous connaissons les distances exactes de parcours en x et y (d_x, d_y). Calculons les $\frac{7}{8}$ de ces distances $\left(\frac{7}{8} \cdot d_x, \frac{7}{8} \cdot d_y\right)$, si dans notre calcul précédant $dacc_x + ddec_x > \frac{7}{8} \cdot dx$ alors nous recalculons la vitesse et les distances obtenues avec l'équation (B.5).

La nouvelle vitesse se calcule comme suit:

$$V_x' = \sqrt{2 \cdot \frac{a_x \cdot a_x^*}{a_x + a_x^*} \cdot \frac{7}{8} \cdot d_x} \tag{B.6}$$

et

$$\begin{cases} d'acc_x = \frac{V_x'^2}{2} \cdot a_x \\ \text{et} \\ d'dec_x = \frac{V_x'^2}{2} \cdot a_x^* \end{cases} \tag{B.7}$$

Les mêmes calculs se font pour l'axe des y en utilisant les formules (B.4) à (B.7). En utilisant l'équation (B.8), nous pouvons calculer le temps de parcours en x et y.

$$V_x = V_{x_0} + a_x \cdot t \quad (V_{x_0} = 0\ m/s) \tag{B.8}$$

donc

$$\begin{cases} T_x = \dfrac{V_x}{a_x} + \dfrac{V_x}{a_x^*} + \dfrac{(d_x - (dacc_x + ddec_x))}{V_x} \\ \text{ou} \\ T_x = \dfrac{V_x'}{a_x} + \dfrac{V_x'}{a_x^*} + \dfrac{(d_x - (d'acc_x + d'dec_x))}{V_x'} \end{cases} \tag{B.9}$$

$$\begin{cases} T_y = \dfrac{V_y}{a_y} + \dfrac{V_y}{a_y^*} + \dfrac{(d_y - (dacc_y + ddec_y))}{V_y} \\ \text{ou} \\ T_y = \dfrac{V_y'}{a_y} + \dfrac{V_y'}{a_y^*} + \dfrac{(d_y - (d'acc_y + d'dec_y))}{V_y'} \end{cases}$$

Sur l'axe vertical z, le temps de déplacement (T_z) est constant par station de travail.

- HS-180:

  $T_z = 0.315$ s (à vitesse rapide).

  $T_z = 0.435$ s (à vitesse lente).

- MS-72:

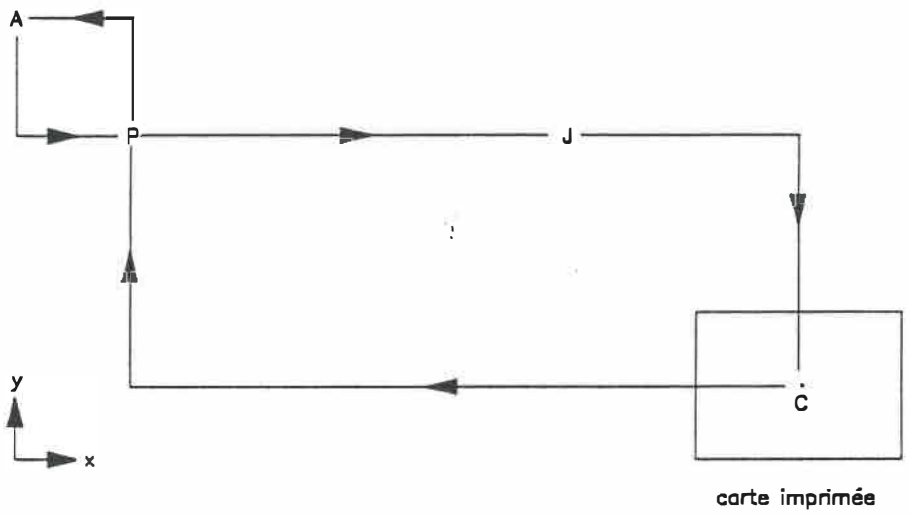
  $T_z = 0.441$ s (à vitesse rapide).

  $T_z = 0.561$ s (à vitesse lente).

Pour un composant "j" quelconque, le temps total est donc de:

$$T_j = 2 \cdot \max(T_x, T_y) + 4 \cdot T_z \tag{B.10}$$

B.4 Calcul des temps pour les composants spéciaux



A : position de l'adaptateur.
P : position 286.
J : position du composant j.
C : centre de la carte.

Figure B.4: Trajet pour placer un composant ayant besoin d'un adaptateur

Le temps de placement d'un composant ayant besoin d'un adaptateur sur le modèle HS-180 se décompose en quatre étapes.

1. Le temps de trajet du point c au point p $(T_{(c,p)})$, qui est le point de passage obligatoire du bras (position 286).

2. Le temps pour aller chercher un adaptateur (Ta), représenté par le trajet $pa - ap$.

3. Le temps pour aller prendre le composant j $(T_{(p,j)})$, représenté par le trajet pj.

4. Le temps pour déposer le composant j sur la carte ($T_{(j,c)}$), représenté par le trajet jc.

Le temps total est la somme des quatres temps mentionnés antérieurement. Mais, décomposons chaque étape afin de formuler une équation.

1. Le temps $T_{(c,p)}$:

$$T_{(c,p)} = Tz + \max(Tx, Ty)_{(c,p)} \tag{B.11}$$

   L'équation B.11 introduit le temps de montée verticale du bras (Tz) à partir du point c et le temps maximum du trajet en x ou y.

2. Ta est un temps fixe de 3.5 secondes.

3. Le temps $T_{(p,j)}$:

$$T_{(p,j)} = \max(Tx, Ty)_{(p,j)} + Tz \tag{B.12}$$

   L'équation B.12 introduit le temps maximum du trajet en x ou y et le temps de descente verticale pour prendre la composant j.

4. Le temps $T_{(j,c)}$:

$$T_{(j,c)} = Tz + \max(Tx, Ty)_{(j,c)} + Tz \tag{B.13}$$

   L'équation B.13 introduit le temps de montée verticale à partir du point j, le temps maximum du trajet en x ou y et le temps de descente verticale au point c pour déposer le composant j.

Donc l'équation temporelle définissant le parcours du bras du robot, pour un composant j en position k_j ayant besoin d'un adaptateur est:

$$Tt_{jk_j} = \max(Tx, Ty)_{(c,p)} + \max(Tx, Ty)_{(p,j)} + \max(Tx, Ty)_{(j,c)} + 4 \cdot Tz + Ta \tag{B.14}$$

L'équation B.14 est valide pour le modèle MS-72 mais deux changements sont nécessaires. Le temps Ta ne vaut plus 3.50 s mais 4.8 s et le point p possède la valeur de 104, 204 ou 304 dépendant du plateau en fonction.

Il faut maintenant considérer le cas d'un composant ayant besoin d'un adaptateur et d'un centrage pour être placé sur la carte imprimée. Le parcours du bras du modèle HS-180 est représenté à la figure B.5.

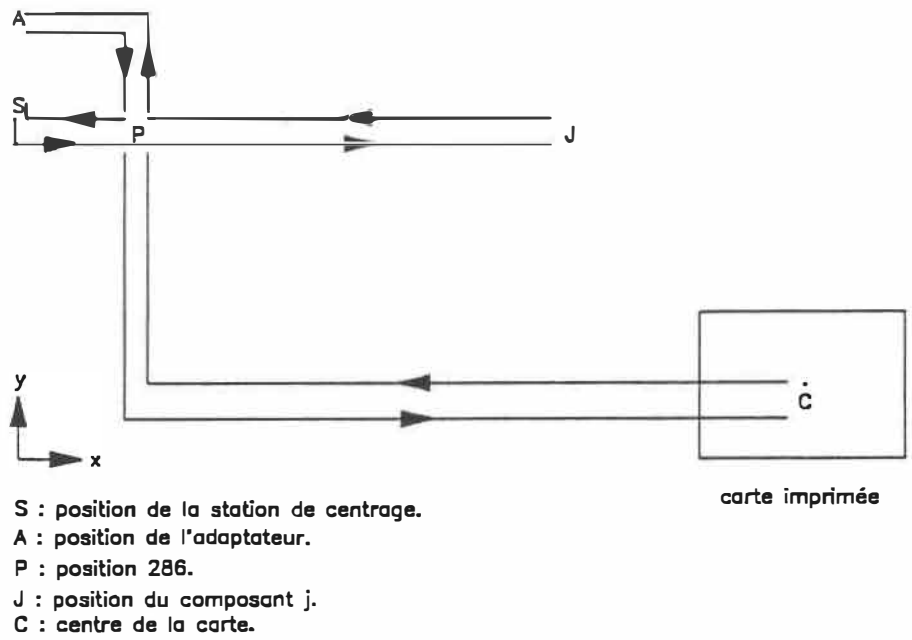


Figure B.5: Trajet d'un composant ayant besoin d'un adaptateur et d'un centrage

Le temps de placement d'un composant ayant besoin de ces caractéristiques, se décompose en cinq étapes.

1. Le temps ($T_{(c,p)}$) de trajet du point c au point p (position 286).

2. Le temps (Ta) de pendre un adaptateur, représenté par la boucle $pa - ap$.

3. Le temps ($T_{(p,j)}$) de trajet du point p au point j pour prendre un composant et de revenir au point p.

4. Le temps (Ts) pour centrer le composant, représenté par la boucle $ps - sp$.

5. Le temps ($T_{(p,c)}$) de trajet pour placer le composant en c.

Le temps total est donc la somme des temps des cinq étapes et les équations définissant ces dernières sont identiques à celles énumérées plus avant. Précisons que le temps $T_{(c,p)}$ est égal à $T_{(p,c)}$.

Donc l'équation temporelle définissant le parcours du bras du robot, pour un composant j en position k_j ayant besoin d'un adaptateur et d'un centrage est:

$$Tt_{jk_j} = 2 \cdot \max(Tx, Ty)_{(c,p)} + 2 \cdot \max(Tx, Ty)_{(p,j)} + 4 \cdot Tz + Ta + Ts \qquad \text{(B.15)}$$

avec $Ts = 3.32\ s$ (temps fixe).

L'équation B.15 est valide pour le modèle MS-72 mais deux changements sont nécessaires. Le temps Ta et Ts ne vallent plus 3.50 s et 3.32 s mais 4.8 s et 4.5 s. Le point p possède la valeur de 104, 204 ou 304 dépendant du plateau en fonction.

B.5 Calcul du temps de changement de carte imprimée

Prenons une configuration formée du robot HS-180 uniquement. Ce robot a une capacité d'accueil "C_H" de sept cartes imprimées sur le convoyeur. Donc, pour que la première carte sorte de la chaîne de production, il y a $C_H + 1$ temps

de changements (TH: Temps fixe de 2.5 s pour le modèle HS-180, cf. tableau 1.7) de position sur le convoyeur. Pour sortir les autres cartes d'un lot, il faut $P_n - 1$ temps de changemet pour compléter le lot. Donc le temps pour un lot est:

$$\begin{aligned} T_n &= TH \cdot (P_n - 1) + TH \cdot (C_H + 1) \\ T_n &= TH \cdot (P_n + C_H) \end{aligned} \tag{B.16}$$

où C_H: capacité de 7 cartes imprimées.

Pour un robot MS-72, l'équation B.16 devient:

$$T_n = TM \cdot (P_n + C_M) \tag{B.17}$$

où TM : temps fixe de 3 s (cf. tableau 1.5);

C_M : capacité de 4 cartes imprimées.

Si une configuration comporte à la fois le modèle HS-180 et un ou deux modèles MS-72, le temps T_n se calcule d'après l'équation:

$$T_n = \sum_{s=1}^{3} X_s \cdot TF_s \cdot (P_n + C_s) \tag{B.18}$$

où s: indice des robots

$$s = \begin{cases} 1 & \text{pour le modèle HS-180;} \\ 2 & \text{pour le modèle MS-72 (station 4);} \\ 3 & \text{pour le modèle MS-72 (station 5).} \end{cases}$$

$$X_s = \begin{cases} 1, & \text{présence du robot;} \\ 0, & \text{absence.} \end{cases}$$

$$TF_s = \begin{cases} TH & \text{si} \quad s = 1; \\ TM & \text{si} \quad s = 2 \quad \text{ou} \quad 3. \end{cases}$$

$$C_s = \begin{cases} C_H = 7 & \text{si} \quad s = 1; \\ C_M = 4 & \text{si} \quad s = 2 \quad \text{ou} \quad 3. \end{cases}$$

P_n : nombre de carte de type n.

Annexe C

Détail des lots de production

C.1 Présentation des quatre lots

Pour respecter l'aspect confidentiel entourant les données et la structure de données utilisées par la compagnie Northern Telecom Canada Ltée, nous ne présenterons que quelques tableaux explicatifs.

Type #	2	4	5	10 (avec restriction)	10 (sans restriction)	12	Total
Nombre de composants distincts	4	0	0	11	46	0	61
Nombre de composants au total	12	0	0	56	426	0	494

Tableau C.1: Données du lot 1

Type #	2	4	5	10 (avec restriction)	10 (sans restriction)	12	Total
Nombre de composants distincts	0	0	0	6	33	0	39
Nombre de composants au total	0	0	0	62	141	0	203

Tableau C.2: Données du lot 2

Type #	2	4	5	10 (avec restriction)	10 (sans restriction)	12	Total
Nombre de composants distincts	0	0	0	8	27	0	35
Nombre de composants au total	0	0	0	61	118	0	179

Tableau C.3: Données du lot 3

Type #	2	4	5	10 (avec restriction)	10 (sans restriction)	12	Total
Nombre de composants distincts	14	4	0	8	20	0	46
Nombre de composants au total	31	9	0	18	97	0	155

Tableau C.4: Données du lot 4

Lots	nombre de cartes à produire	nombre total de composants à placer
1	150	74 100
2	700	142 100
3	30	5 370
4	800	124 000

Tableau C.5: Production des lots

C.2 Tests de production

Numéro de Production	Numéro de Configuration	# machines	Lots	Nombre de composants distints	Nombre de composants au total	Nombre alimenteurs	% d'utilisation des stations
1	4	m_1 à m_5	L1 à L4	114	345570	54	36.96 %
2	3	m_1 à m_4	L1 à L4	114	345570	54	43.90 %
3	1 ou 2 (m_4 & m_5 à vide)	m_1 à m_3	L1 à L4	114	345570	54	62.07 %
4	3	m_1 à m_4	L1,L3,L4	104	202470	49	39,84 %
		m_5	L2	39	142100	20	55,55 %
5	2	m_1 à m_3	L1,L4	88	198100	41	47,13 %
		m_4	L3	35	5370	18	50,00 %
		m_5	L2	39	142100	20	55,55 %
6	1	m_1 à m_3	L1,L4	88	198100	41	47,13 %
		m_4, m_5	L2,L3	59	147470	30	41,66 %
7	2 (m_5 à vide)	m_1 à m_3	L1,L4	88	198100	41	47,13 %
		m_4	L2,L3	59	147470	30	93,75 %
8	1	m_1 à m_3	L2,L4	75	266100	36	41,38 %
		m_4 à m_5	L1,L3	77	79470	39	54,16 %

Tableau C.6: Production des 4 lots suivant plusieurs configurations

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL
3 9334 00224390 3