

**Titre:** Vérification et diagnostic des machines à mesurer  
Title: tridimensionnelles avec découplage machine et palpeur.

**Auteur:** Abdelhak Nafi  
Author:

**Date:** 2011

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Nafi, A. (2011). Vérification et diagnostic des machines à mesurer tridimensionnelles avec découplage machine et palpeur. [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/591/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/591/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** J. R. René Mayer  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

VÉRIFICATION ET DIAGNOSTIC DES MACHINES À MESURER  
TRIDIMENSIONNELLES AVEC DÉCOUPLAGE MACHINE ET PALPEUR

ABDELHAK NAFI

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR  
(GÉNIE MÉCANIQUE)

Juin 2011

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

VÉRIFICATION ET DIAGNOSTIC DES MACHINES À MESURER  
TRIDIMENSIONNELLES AVEC DÉCOUPLAGE MACHINE ET PALPEUR

Présentée par : NAFI Abdelhak

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BALAZINSKI Marek, Ph. D., président

M. MAYER René, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. BARON Luc, Ph. D., membre

M. BOURDET Pierre, Doct., membre

## DÉDICACE

*À toute ma famille*

*À la mémoire de mon père*

## REMERCIEMENTS

Le travail de recherche que décrit ce mémoire a été effectué dans le cadre d'un projet industriel en partenariat avec Pratt & Whitney Canada, sous la direction du Professeur René Mayer du département Génie Mécanique de l'École Polytechnique de Montréal. Je tiens à le remercier pour m'avoir accueilli à son laboratoire et de m'avoir assuré, avec rigueur et disponibilité, l'encadrement de mes travaux. Ses conseils, ses encouragements constants et sa gentillesse ont été très appréciables durant la durée du travail. Je tiens à le remercier aussi pour la confiance qu'il m'a accordée.

Ce travail n'aurait jamais vu le jour sans Messieurs Mario Blais et Pierre Lefebvre de la société Pratt & Whitney Canada. Je tiens à les remercier pour leurs encouragements ainsi que pour le temps qu'ils ont consacré au suivi de ce travail.

Je remercie Monsieur Jean-François Pepin Technicien de la société Pratt & Whitney Canada pour le support technique et le temps qu'il a consacré pour le suivi de ce travail.

Je remercie Monsieur Marek Balazinski - Professeur à l'École Polytechnique de Montréal - pour m'avoir fait l'honneur de participer au jury d'examen en tant que président.

J'exprime également toute ma gratitude à Monsieur Luc Baron - Professeur à l'École Polytechnique de Montréal - et Monsieur Pierre Bourdet - Professeur à l'École Normale Supérieure de Cachan - en tant que membres du jury.

Je remercie également Monsieur François Ménard pour la formation dispensée et pour son aide à manipuler la machine à mesurer tridimensionnelle.

Enfin, j'aimerais associer à ce moment particulier mes parents, ma femme, mes enfants : Amine, Ilyas et Anas, mes frères et sœurs et tous mes amis.

## RÉSUMÉ

Cette recherche est une contribution au diagnostic des sources d'erreurs sur les machines à mesurer tridimensionnelles (MMTs). Le diagnostic des principales sources d'erreurs sur une MMT nécessite une étude dépendante du volume de mesure. Dans un grand volume de mesures, ce sont les erreurs liées au mouvement des axes de la machine qui dominent. Dans un petit volume de mesure, ce sont les erreurs liées au palpeur qui deviennent, souvent, dominants. Ces sources d'erreurs coexistent et affectent la qualité de mesure.

Dans un grand volume de mesure, une méthode pour identifier les écarts de perpendicularité et les gains d'échelle a été proposée en utilisant un calibre étagé mesuré dans les sept positions suggérées par le rapport ASME B89.4.10360.2-2008. Ces paramètres permettent d'expliquer partiellement les erreurs mesurées sur le calibre étagé et d'apporter une action corrective à la machine en cas de non-conformité.

Dans un petit volume de mesure, une méthode pour séparer les erreurs de palpeur du reste des erreurs de la machine a été proposé. Cette méthode est basée sur le palpation d'une sphère de référence selon plusieurs configurations en faisant un retournement du système de palpation. Les données non expliquées par le modèle de séparation sont traitées afin de séparer les contributions aléatoires des résultats de palpation en fonction de la direction de l'approche de la machine et la direction de déclenchement du palpeur. Enfin, une étude sur le choix de configurations et sur l'échantillonnage de points palpés a été réalisée dans le but de réduire le temps d'exécution de la méthode.

## ABSTRACT

The diagnosis of the main sources of errors in a coordinate measuring machine (CMM) requires a study dependent on the measurement volume. In a large measurement volume, the errors related to movement of the machine axes dominate. In a small measurement volume, the errors related to the probe, often, dominate. These error sources coexist and affect the measurement quality.

In a large measurement volume, a method for identifying axes out-of-squarenesses and gains of scale is proposed which uses data obtained by measuring a step gauge in the seven positions suggested by the report ASME B89.4.10360.2 -2008. These parameters can partially explain the measured errors on a step gauge and remedial action can be taken if necessary.

In a small measurement volume, a method to separate the probe errors from machine errors is proposed. This method is based on redundancy measurements of the machine's own test sphere. The method was tested on a laboratory machine and the results were confirmed by measuring separately the probe and the machine errors. Data not explained by those error models are used to separate the contributions to the probing results randomness originating from the machine approach direction and from the probe triggering direction. Such information can then be used as input to the estimation of measurement uncertainty. Finally, a study on the choice of configuration and sampling points measured was conducted in order to minimize the test time and reduce the industrial cost of such periodic verification.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VII
LISTE DES TABLEAUX.....	XI
LISTE DES FIGURES.....	XII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XVII
LISTE DES ANNEXES.....	XIX
INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE .....	4
1.1    Machine à mesurer tridimensionnelle .....	4
1.1.1    Principe de la machine à mesurer tridimensionnelle.....	4
1.1.2    Structures des machines à mesurer tridimensionnelles .....	5
1.2    Erreur de mesure et incertitude sur la mesure .....	7
1.2.1    Relation entre tolérance et incertitude.....	8
1.2.2    Source d'erreur et d'incertitude.....	9
1.3    Étalonnage des machines à mesurer tridimensionnelles .....	10
1.3.1    Évaluation de la performance de la MMT selon le document ASME B89.4.10360.2-2008 .....	16
1.4    Palpeur à déclenchement.....	17
1.4.1    Erreurs systématiques du palpeur.....	18
1.4.2    Évaluation de la performance du palpeur.....	23

1.5 Conclusion.....	26
<b>CHAPITRE 2 DIAGNOSTIC DE LA MMT DANS UN GRAND VOLUME DE MESURE ET IDENTIFICATION DES ÉCARTS DE PERPENDICULARITÉ ET GAINS D'ÉCHELLE</b> 27	
2.1 Modélisation de la machine à mesurer tridimensionnelle .....	27
2.1.1 Position nominale de la touche du stylet dans le système de coordonnées de la MMT. ....	27
2.1.2 Position vraie de la touche du stylet dans le système de coordonnées de la MMT ...	29
2.1.3 Erreur de position de la touche du stylet.....	31
2.1.4 Erreur de mesure sur un calibre étagé .....	34
2.1.5 Système d'identification.....	35
2.2 Identification d'écart de perpendicularité et gains d'échelles.....	37
2.2.1 Résultats de mesures et d'identification.....	38
2.2.2 Validation expérimentale des écarts de perpendicularité .....	41
2.3 Conclusion.....	44
<b>CHAPITRE 3 DIAGNOSTIC DE LA MMT DANS UN PETIT VOLUME DE MESURE - DÉCOUPLAGE MACHINE ET PALPEUR.....</b> 46	
3.1 Méthode de séparation .....	48
3.1.1 Mesure de la sphère et analyse de résidus.....	48
3.1.2 Principe de la méthode .....	49
3.1.3 Matrice d'identification.....	50
3.1.4 Analyse de la matrice d'identification .....	55
3.2 Tests expérimentaux.....	55
3.3 Limites de la méthode de séparation des erreurs.....	69
3.4 Séparation de Variances .....	70
3.4.1 Principe de l'approche.....	71

3.4.2	Égalité fondamentale de la décomposition de la variabilité totale .....	72
3.4.3	Résultats expérimentaux .....	75
3.4.4	Variabilité totale au cours des mesures réelles.....	76
3.5	Conclusion.....	78
<b>CHAPITRE 4 RÉDUCTION DE NOMBRE DE CONFIGURATIONS ET DE NOMBRE DE POINTS PALPÉS POUR LA MÉTHODE DE SÉPARATION.....</b>		<b>79</b>
4.1	Choix de configurations .....	79
4.1.1	Stratégie 1: M configurations successives .....	79
4.1.2	Stratégie 2: M configurations à partir de sous-ensembles de paire viable .....	81
4.1.3	Stratégie 3 : Choix séquentiel de la meilleure M <sup>ème</sup> configuration .....	82
4.1.4	Stratégie 4 : M meilleures configurations .....	84
4.2	Étude comparative.....	85
4.3	Simulation de l'effet du bruit de mesure sur le nombre de configurations.....	88
4.4	Stratégie d'échantillonnage – Simulation et application pour la méthode de séparation...	90
4.4.1	Principe de la stratégie par replie .....	90
4.4.2	Simulation de la stratégie d'échantillonnage .....	90
4.4.3	Application pour des tests réels.....	97
4.5	Conclusion.....	99
<b>CHAPITRE 5 DIAGNOSTIC DES SOURCES D'ERREURS ALÉATOIRE POUR UNE MMT ÉQUIPÉE D'UNE TÊTE ORIENTABLE ET D'UN CHANGEUR AUTOMATIQUE DE PALPEUR</b> .....		<b>101</b>
5.1	Présentation des composantes physique d'un système de palpation articulé .....	101
5.2	Principe de diagnostic .....	102
5.2.1	Test de base .....	103

5.2.2	Test de la tête orientable.....	103
5.2.3	Test de changeur de palpeur.....	106
5.2.4	Analyse de variance .....	107
5.3	Conclusion.....	110
	CONCLUSION GÉNÉRALE .....	111
	BIBLIOGRAPHIE .....	114
	ANNEXES .....	123

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2-1: Paramètres estimés .....	40
Tableau 2-2: Validation des écarts de perpendicularité identifiés .....	43
Tableau 4-1: Sous-systèmes formés par M configurations successives (Stratégie 1).....	80
Tableau 4-2: Sous-systèmes formés par M configurations à partir du sous-ensemble constitué des configurations participant aux paires viables (Stratégie 2) .....	82
Tableau 4-3: Sous-systèmes formés par M configurations choisies séquentiellement avec la meilleure M <sup>ème</sup> configuration .....	83
Tableau 4-4: Configurations sélectionnées (Stratégie 4) .....	84

## LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 : a) Principe des MMTs ; b) Point saisi, point mesuré [3].....	5
Figure 1-2 : Différentes structures de MMTs [5].....	7
Figure 1-3 : Illustration de la différence entre l'erreur de mesure et l'incertitude de mesure [2]....	7
Figure 1-4 : Principe de déclaration d'une conformité [6, 15].....	8
Figure 1-5 : Résultat de mesure et tolérance, évaluation de risque [6]. .....	9
Figure 1-6 : Estimation du risque de déclaration de conformité d'un produit [6]. .....	9
Figure 1-7 : Analyse des causes d'erreur de mesure [6, 15, 17-19].....	10
Figure 1-8 : 22 lignes de déplacement pour identifier les 21 écarts de la MMT [46].....	11
Figure 1-9 : Principe de l'interféromètre laser auto aligné [31].....	12
Figure 1-10 : 15 positions de mesure pour identifier les 21 écarts [48].....	13
Figure 1-11 : Positions de mesure pour la calibration de la MMT à l'aide d'une barre à trous [49]. .....	14
Figure 1-12 : Vérification de la MMT à l'aide d'une barre à billes télescopique [50]. .....	15
Figure 1-13 : Montage pour la vérification de MMTs de grandes tailles (a) Schéma du montage ; (b) Photo du système utilisé pour un axe de 4 mètres [51]. .....	15
Figure 1-14 : Schéma représentatif de la méthode 3D, développé par J.P. Kruth et al. [52].....	16
Figure 1-15 : Erreur maximale tolérée d'indication d'une MMT pour les mesures de taille [1, 53]. .....	17
Figure 1-16 : Schéma du palpeur à déclenchement [56].....	18
Figure 1-17 : Définition du pré-déplacement [16]. .....	18
Figure 1-18 : Effet de a) la direction de palpation sur b) la valeur de la pré-déplacement [70].....	19
Figure 1-19 : Mesure du pré-déplacement par micromètre, angles d'accostage $\alpha$ et $\beta$ [65]. .....	20
Figure 1-20 : Paramètres du modèle 3D d'Estler [56]. .....	20
Figure 1-21 : Définition des paramètres du modèle de Zhang [58]. .....	21

Figure 1-22 : Paramètres du modèle 3D de Wozniak [60].....	22
Figure 1-23 : Étendue P des distances entre les 25 points mesurés et le centre de la sphère associée gaussienne.....	24
Figure 1-24 : Points palpés selon la norme ISO 10 360 [73] .....	24
Figure 1-25 : Cinq positions angulaires pour tester le système de palpage articulé. ....	25
Figure 2-1 : Position nominale de la touche du stylet par rapport au repère fondation {F} - Machine de topologie WFXYZT .....	28
Figure 2-2 : Position vraie de la touche du stylet par rapport au repère fondation {F} - Machine de topologie WFXYZT .....	29
Figure 2-3 : Position du calibre étagé dans le volume de mesure de la MMT.....	34
Figure 2-4 : Positions de mesures proposées par le document ASME B89.4.10360.2-2008.....	38
Figure 2-5 : a) Mode unidirectionnelle ; b) mode bidirectionnelle .....	38
Figure 2-6 : Erreur de mesure en mode unidirectionnel.....	39
Figure 2-7 : Erreur de mesure en mode bidirectionnel.....	39
Figure 2-8 : Résultats de mesures et de prédiction en utilisant les paramètres estimés.....	40
Figure 2-9 : a) Effet de la machine ; b) Effet de l'équerre .....	41
Figure 2-10 : Principe de la méthode de retournement .....	42
Figure 2-11 : Positions de mesures de l'équerre en forme de T.....	43
Figure 2-12 : Effet des erreurs aléatoires de mesures sur les paramètres identifiés.....	44
Figure 3-1 : Système de palpage et reste de la machine.....	49
Figure 3-2 : Séquences de mesure pour un cercle parallèle à l'équateur de la sphère d'essai pour les différentes configurations. ....	50
Figure 3-3 : Direction de mesure de la sphère d'essai. ....	55
Figure 3-4 : a) Photo de la MMT modèle LK G90c ; b) Les quatre positions de la sphère d'essai dans le volume de mesure de la MMT .....	56

Figure 3-5 : Résidus radiaux mesurés à l'équateur ( cercle 1) de la sphère d'essai.....	58
Figure 3-6 : Effets séparés pour a) sources tournantes (palpeur principalement) et b) sources non tournantes (machine principalement).....	59
Figure 3-7 : Résidus radiaux mesurés à l'équateur ( cercle 1) présentés avec les résidus radiaux prédicts.....	61
Figure 3-8 : Résultats de séparation des erreurs dans la position 1 pour les 6 longueurs du stylet. ....	63
Figure 3-9 : Effet de la longueur du stylet sur a) la variation maximale du pré-déplacement et b) la variation maximale de l'erreur de la machine.....	64
Figure 3-10 : Résultats de séparation dans la position 2 pour un stylet de longueur 20 mm.....	64
Figure 3-11 : Résultats de séparation dans la position 3 pour un stylet de longueur 20 mm.....	65
Figure 3-12 : Résultats de séparation dans la position 4 pour un stylet de longueur 20 mm.....	65
Figure 3-13 : Comparaison de la variation du pré déplacement obtenue à partir des mesures directes et celle obtenue à partir de la méthode de séparation proposée, les lignes continues sans symboles délimitent la bande qui caractérise les dispersions des mesures ( $\pm 2s$ ).....	67
Figure 3-14 : Montage utilisé pour valider les erreurs machine dans un petit volume de mesure de la MMT. ....	68
Figure 3-15 : Erreur machine à partir des mesures directes (erreurs mesurées) et à partir de la méthode de séparation (erreurs séparées).....	68
Figure 3-16 : Forme de la variation du pré-déplacement simulé. ....	69
Figure 3-17 : Pourcentage des erreurs de palpeur visibles en fonction du nombre de points et en fonction du premier point palpé relatif au palpeur.....	70
Figure 3-18 : Direction 1 de déclenchement du palpeur utilisée avec n directions d'approche machine. ....	71
Figure 3-19 : Direction 1 d'approche machine utilisée avec n directions de déclenchement du palpeur. ....	72
Figure 3-20: Variation de variances associées a) au palpeur et b) à la machine.....	76

Figure 3-21: Essai de répétabilité pour une seule configuration.....	76
Figure 4-1 : Conditionnement en fonction du nombre de configurations accumulées successives (Stratégie 1).....	80
Figure 4-2 : a) Rang et b) conditionnement pour les 23 paires de configuration testées. ....	81
Figure 4-3 : Conditionnement en fonction du nombre de configurations choisies (Stratégie 3) ..	84
Figure 4-4 : Comparaison entre les erreurs identifiées à partir d'un système complet avec 24 configurations et un système réduit avec les 2 premières configurations successives.....	85
Figure 4-5 : Comparaison entre les erreurs identifiées à partir d'un système complet avec 24 configurations et un système réduit avec 3 configurations pour les 4 stratégies étudiées. ....	86
Figure 4-6 : Comparaison entre les erreurs identifiées à partir d'un système complet avec 24 configurations et un système réduit avec 9 configurations pour les quatre stratégies étudiées. ....	86
Figure 4-7 : Évolution de la RMS avec le nombre de configurations accumulées pour a) erreur du palpeur et b) erreur de la machine. ....	88
Figure 4-8 : Évolution de RMS (mm) en fonction du nombre de configurations a) pour différents niveaux d'erreurs aléatoires et pour M configurations successives (stratégie 1), b) pour les quatre stratégies étudiées avec l'écart type de perturbation SE3. ....	89
Figure 4-9 : Erreurs simulées, a) erreurs du palpeur ; b) erreur de la machine.....	91
Figure 4-10 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 7 points.....	92
Figure 4-11 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 8 points.....	93
Figure 4-12 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 9 points.....	94
Figure 4-13 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 10 points....	95
Figure 4-14 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 11 points....	96
Figure 4-15 : Effet de nombre de points palpés et le premier point palpé sur le pourcentage visibles des a) erreurs de la machine, b) erreurs de palpeur.....	97
Figure 4-16 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour des données de tests expérimentales en utilisant 8 points palpés et 8 retournements. ....	98

Figure 4-17 : Comparaison de la forme d'erreurs obtenues par la méthode de séparation avec un test complet (24 retournements) et celles obtenue avec (8 retournement en appliquant la méthode de reconstitution par replie); a) erreurs du palpeur, b) erreurs de la machine.....	99
Figure 5-1 : Système de palpation articulé [5, 53].....	102
Figure 5-2 : Variation des coordonnées du centre de la sphère d'essai – test de repositionnement de la tête orientable. .....	104
Figure 5-3 : Variation des coordonnées du centre de la sphère d'essai – test changement d'indexation de la tête orientable .....	105
Figure 5-4 : Variation des coordonnées du centre de la sphère d'essai – test de repositionnement du changeur de palpeur.....	107

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$\{R_2\}, R_1 M$	Point M vu du repère $\{R_1\}$ est projeté dans le repère $\{R_2\}$ .
$R_1 R_2$	Matrice de rotation du repère $\{R_1\}$ par rapport au repère $\{R_2\}$
$\delta_x(X_j)$	Écart d'échelle de l'articulation X à la coordonnée articulaire $X_j$
$\delta_y(X_j)$	Écart de rectitude de l'articulation X dans la direction $y$ à la coordonnée articulaire $X_j$
$\delta_z(X_j)$	Écart de rectitude de l'articulation X dans la direction $z$ à la coordonnée articulaire $X_j$
$\varepsilon_x(X_j)$	Roulis de l'articulation X autour de la direction $x$ à la coordonnée articulaire $X_j$
$\varepsilon_y(X_j)$	Tangage de l'articulation X autour de la direction $y$ à la coordonnée articulaire $X_j$
$\varepsilon_z(X_j)$	Lacet de l'articulation X autour de la direction $z$ à la coordonnée articulaire $X_j$
$\{F\}, F P^V$	Position vraie du point $P$ par rapport au repère $\{F\}$
$\{F\}, F P^N$	Position nominale du point $P$ par rapport au repère $\{F\}$
$\vec{e}_{M_j, i}$	Erreur volumétrique au point $M_j$ du calibre positionnée dans la direction $i$ dans le volume de la machine
$\vec{n}_i$	Vecteur unitaire définissant la position $i$ du calibre dans le volume de la machine
$J_{j,i}$	Matrice jacobienne calculée au point $M_{j,i}$
$H$	Matrice d'identification
$\alpha_i$	Azimuth, angle qui oriente le vecteur $\vec{n}_i$ par rapport à l'axe X dans le plan XY
$\beta_i$	Élevation, angle qui oriente le vecteur $\vec{n}_i$ par rapport au plan XY
$Rot(\varepsilon_z(Y), z)$	Matrice de rotation de l'articulation Y autour de l'axe $z$ d'un angle égal à l'écart angulaire $\varepsilon_z(Y)$
$Rot(\varepsilon_y(X), y)$	Matrice de rotation de l'articulation X autour de l'axe $y$ d'un angle égal à l'écart angulaire $\varepsilon_y(X)$
$Rot(\varepsilon_x(Z), x)$	Matrice de rotation de l'articulation Z autour de l'axe $x$ d'un angle égal à l'écart angulaire $\varepsilon_x(Z)$

<i>SSTO</i>	La variation totale de toutes les observations par rapport à leur moyenne
<i>SSR</i>	La variation des observations prédictes par le modèle par rapport à la moyenne des observations mesurées
<i>SSE</i>	La somme des carrés résiduelle.
<i>RMS</i>	Root Mean Square

## **LISTE DES ANNEXES**

ANNEXE 1 : Stratégie d'échantillonnage basée sur le théorème de Shannon-Nyquist – méthode de reconstitution par replie

ANNEXE 2 : Identification des écarts de perpendicularité en utilisant une cale non étalonnée

ANNEXE 3 : Simulation de la méthode de séparation des erreurs du palpeur et des erreurs de la machine

## INTRODUCTION

Les machines à mesurer tridimensionnelles (MMTs) sont des unités importantes dans les systèmes de contrôle dimensionnel et géométrique des pièces mécaniques. Elles permettent de contrôler la conformité des pièces de forme complexe, en 3D, rapidement et avec une grande précision. Les MMTs doivent être fiables pour réussir leur mission au sein de la chaîne de production. Les pièces mécaniques qui sont contrôlées et certifiées à l'aide des MMTs seront assemblées sur la chaîne de montage, rapidement et sans problème et complèteront leur mission durant leurs cycles de vie anticipés.

La performance de la MMT est en partie représentée par l'exactitude de la position de la touche du stylet par rapport à la pièce à mesurer. Les écarts cinématiques associés aux articulations de la MMT sont parmi les principales causes de l'inexactitude de la position de la touche du stylet par rapport à la pièce à mesurer. La machine est affectée par 21 écarts géométriques dont 18 écarts articulaires et trois écarts de perpendicularité qui peuvent se dégrader avec le temps. Les écarts liés à l'effet d'échelle et les écarts de perpendicularité entre les articulations de la machine sont particulièrement à risque.

Lors de l'inspection d'une pièce, l'orientation du palpeur doit fréquemment être changée à l'aide d'une tête orientable afin d'accéder aux surfaces de la pièce concernée. De plus, différents modules de palpeur, montés entre le palpeur et le stylet, sont changés pour modifier les forces de contact selon les besoins de la tâche d'inspection. Il y a ici quatre éléments distincts pouvant causer les erreurs : le système d'orientation, le palpeur, le module de palpeur, et le stylet, lui-même constitué de l'arbre du stylet et de la touche du stylet. Ces systèmes sont sujets à des non-conformités et des défaillances. Tous ces facteurs se réunissent pour réduire la qualité des mesures.

Pour garder la fiabilité de la machine dans la chaîne de production, les industriels suivent un plan d'intervention périodique pour la vérification de la performance de la MMT. Il est donc primordial de mettre en place des vérifications intermédiaires qui seront déclenchées soit de façon cyclique (toutes les semaines, tous les mois,...), soit en cas de doute sur une dérive éventuelle de la machine. La vérification périodique de la machine se fait suivant des normes internationales. Une augmentation de l'incertitude sur la mesure traduit une dégradation de la MMT. L'identification des principales sources de dégradation est nécessaire pour faire une action corrective afin de rétablir les capacités métrologiques de la MMT.

Le document ASME B89.4.10360.2-2008 [1] concerne la réception et la vérification périodique des MMTs dont le principe consiste à mesurer des étalons de longueur matérialisés ou mesurer des déplacements de la MMT par laser, dans différentes positions du volume de la machine afin de vérifier l'erreur de mesure de la machine. Cinq longueurs d'essais doivent être mesurées 3 fois dans 7 directions : les 4 grandes diagonales (obligatoires) et 3 axiales (suggérées). Les écarts constatés sur l'ensemble des 105 mesures ne doivent pas dépasser la valeur spécifiée par le fabricant.

Pour la vérification périodique des MMTs, Pratt & Whitney Canada (P&WC) - le partenaire du projet de recherche - utilise son propre protocole de mesure qui consiste à mesurer un calibre étagé dans les six positions correspondant aux petites diagonales des 3 plans XY, XZ et YZ. Les mesures sont répétées 5 fois dans chaque position, le résultat d'essais est basé sur l'analyse de la répétabilité des mesures et sur la détermination des indices des gains d'échelles et des écarts de perpendicularité entre les axes de la machine.

Ce mémoire présente trois thèmes principaux : le premier thème concerne la vérification d'un grand volume de mesure de la machine en utilisant un calibre étagé, le deuxième thème concerne la vérification d'un petit volume de mesure de la machine en développant une méthode pour le découplage machine palpeur et le troisième thème concerne le diagnostique des composantes de la tête orientable y compris le système de changement automatique du palpeur.

Une extension du protocole de mesure P&WC vers le document ASME B89.4.10360.2-2008 est faite en utilisant un calibre étagé. Cette étude a été menée sur une machine de topologie WFXYZT. Les données issues des essais expérimentaux sont exploitées pour identifier les 3 écarts de perpendicularité et les 3 gains d'échelles. Les écarts de perpendicularité identifiés ont été validés expérimentalement à l'aide d'une équerre non calibrée, en forme de T, mesurée selon la méthode de retournement.

Une méthode de séparation des erreurs de palpeur et des erreurs de la machine dans un petit volume de mesure de la MMT est développée. Cette méthode permet de distinguer les effets indésirables tels que la variation du pré-déplacement dû au palpeur à déclenchement et l'effet dû au reste de la machine en mesurant la sphère d'essai de la MMT. L'efficacité de la méthode est démontrée pour une variété de longueur de stylet. Une validation métrologique est effectuée en mesurant les erreurs du palpeur et de la machine séparément en utilisant des méthodes indépendantes. Les limites de la méthode sont explorées par simulation. Les erreurs résiduelles

non expliquées par le modèle ont été utilisées pour séparer les variances associées à la machine et au palpeur. Pour minimiser le temps d'exécution de la méthode, une stratégie de choix des configurations a été proposée et validée par une étude comparative. Une stratégie d'échantillonnage pour réduire le nombre de points palpés est aussi proposée.

Une méthode de diagnostic des principales sources d'erreurs aléatoires parmi les différentes composantes : le système d'orientation, le changeur de palpeur, le module de palpeur et les axes de la machine est présentée. Cette méthode est basée sur une analyse statistique.

Cette thèse expose le détail des travaux qui ont été menés à l'École Polytechnique de Montréal dans le cadre d'une collaboration avec notre partenaire industriel (Pratt & Whitney Canada). Il est composé de cinq chapitres.

Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art des machines à mesurer tridimensionnelles (MMT) et présente le principe et les types de MMT, ainsi que les différents travaux menés sur l'étalonnage des MMTs et du palpeur.

Le deuxième chapitre traite la vérification des machines à mesurer tridimensionnelles dans un grand volume. Dans ce chapitre, on présente la modélisation de la MMT de topologie WFXYZT et la formule générale donnant les erreurs de mesures sur un calibre étagé en fonction des écarts cinématique de la machine, ainsi que la matrice d'identification permettant de déterminer les écarts de perpendicularité et les gains d'échelles à partir des mesures effectuées sur un calibre étagé selon les sept directions proposées par le document ASME B89.4.10360.2-2008.

Le troisième chapitre présente une méthode de séparation de l'effet de la machine de celui du palpeur afin de vérifier la performance de la machine à mesurer dans un petit volume. On y présente les résultats expérimentaux, la validation de la méthode et ses limites. Dans ce chapitre, on présente aussi une méthode pour la séparation des variances due aux directions d'approche de la machine et les directions de déclenchement du palpeur.

Le quatrième chapitre présente la stratégie de choix des configurations de palpeur dans le but de minimiser le temps d'exécution de la méthode de séparation.

Le cinquième chapitre présente une méthode de diagnostic des principales sources d'erreurs aléatoires basée sur une analyse statistique.

Une conclusion générale apporte un jugement général sur ces travaux et énonce quelques pistes et quelques recommandations pour des études ultérieures.

## CHAPITRE 1 ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

Ce chapitre présente une revue de l'état des connaissances antérieures relatives aux sujets développés ou exploités plus loin dans cette thèse. La revue porte sur :

- la machine à mesurer tridimensionnelle (MMT)
- les erreurs de mesures sur une MMT
- la vérification des MMTs
- les erreurs géométriques d'une MMT
- les erreurs de palpeur.

Ces différents sujets sont traités à la suite, en mettant en évidence les besoins de développements nouveaux ainsi que les travaux qui constituent l'apport de cette recherche.

### 1.1 Machine à mesurer tridimensionnelle

#### 1.1.1 Principe de la machine à mesurer tridimensionnelle

Les MMTs permettent de vérifier la conformité des pièces de forme complexe en 3D. Les MMTs sont constituées principalement de trois axes de mesure et d'un système de palpation doté d'une touche de contact fixée à l'extrémité du dernier axe. En fonction des déplacements des axes de mesures qui sont liés à des règles de mesure de haute précision, il est possible d'estimer les coordonnées x, y et z du point de contact entre la touche du palpeur et la surface à mesurer. La pièce à mesurer est montée sur un marbre. Le système de palpation établit une relation entre le contact physique de la touche du palpeur sur la surface à mesurer et la lecture des trois déplacements (Figure 1-1a). Les coordonnées calculées sont par la suite traitées par logiciel dans le but d'effectuer des mesures tridimensionnelles et de vérifier les caractéristiques des tolérances dimensionnelles et géométriques des pièces mécaniques [2, 3].

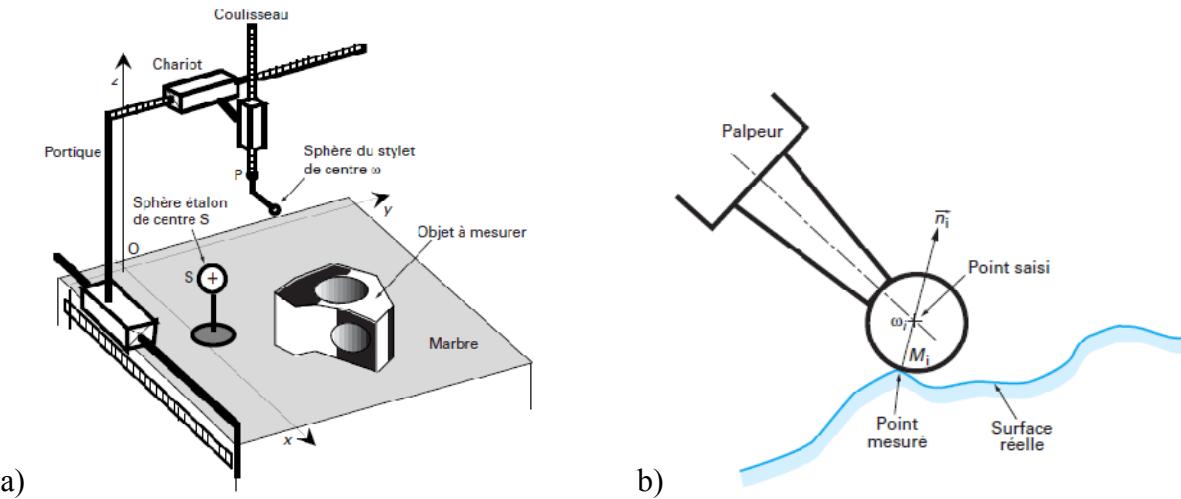


Figure 1-1 : a) Principe des MMTs ; b) Point saisi, point mesuré [3].

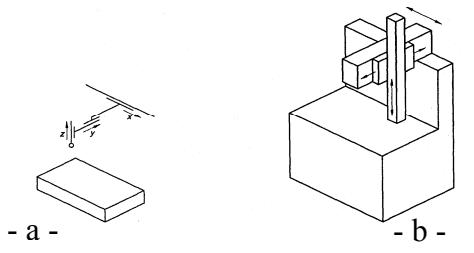
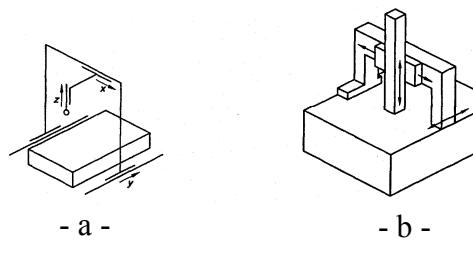
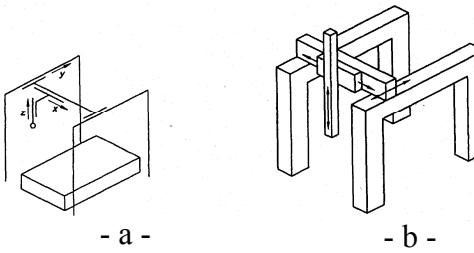
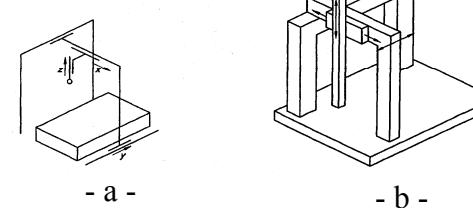
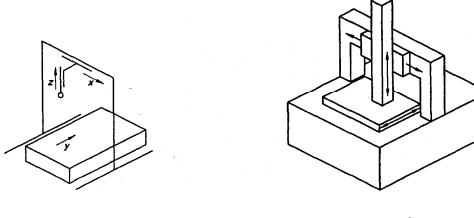
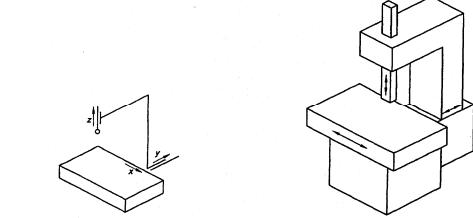
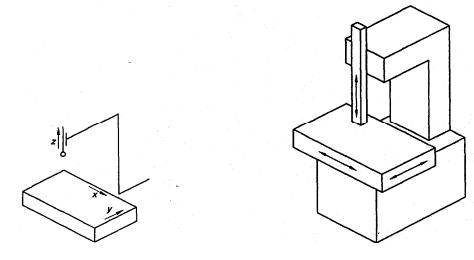
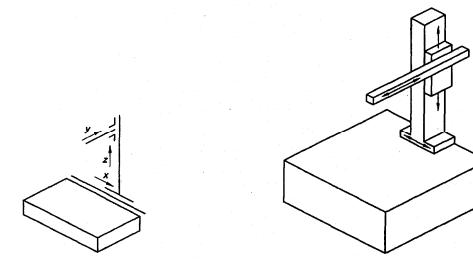
Pour mesurer la forme de la surface d'une pièce positionnée sur le marbre de la MMT, la touche du stylet, qui est une sphère de centre  $\omega_i$  située à l'extrémité du stylet, touche différents points  $M_i$  sur la surface à mesurer (Figure 1-1b). Le système de contrôle de la machine saisit les coordonnées du centre  $\omega_i$ . En fonction de la normale  $\vec{n}_i$  (qui doit être estimé) à la surface au point  $M_i$  et le rayon apparent  $r_j$  (calculé pour chaque orientation de palpeur et chaque stylet), on calcule les coordonnées du point mesuré  $M_i$  par la relation suivante [3]:

$$\overrightarrow{SM_i} = \overrightarrow{S\omega_i} - r_j \vec{n}_i$$

### 1.1.2 Structures des machines à mesurer tridimensionnelles

Les MMTs sont regroupées en plusieurs structures selon leurs utilisations et leur taille, allant du contrôle des pièces mécaniques de petite taille au contrôle des carrosseries des véhicules. Chaque structure répond à un besoin différent en terme de volume de contrôle et de précision, mais le principe reste le même : trois guidages orthogonaux deux à deux repérés par les 3 dernières lettres de l'alphabet X, Y et Z ; X et Y représentant les axes horizontaux et l'axe vertical est communément appelé Z.

La Figure 1-2 présente les différentes structures des MMTs : la lettre – a – indique le schéma cinématique de la machine et la lettre - b – indique un exemple de la structure de la machine [4].

<p>MMT col de cygne à plateau fixe</p>  <p>- a -</p> <p>- b -</p>	<p>MMT à portique mobile</p>  <p>- a -</p> <p>- b -</p>
<p>MMT pont</p>  <p>- a -</p> <p>- b -</p>	<p>MMT à portique en L</p>  <p>- a -</p> <p>- b -</p>
<p>MMT à portique fixe</p>  <p>- a -</p> <p>- b -</p>	<p>MMT col de cygne à plateau mobile</p>  <p>- a -</p> <p>- b -</p>
<p>MMT à colonne</p>  <p>- a -</p> <p>- b -</p>	<p>MMT à bras horizontal mobile (trusquin)</p>  <p>- a -</p> <p>- b -</p>

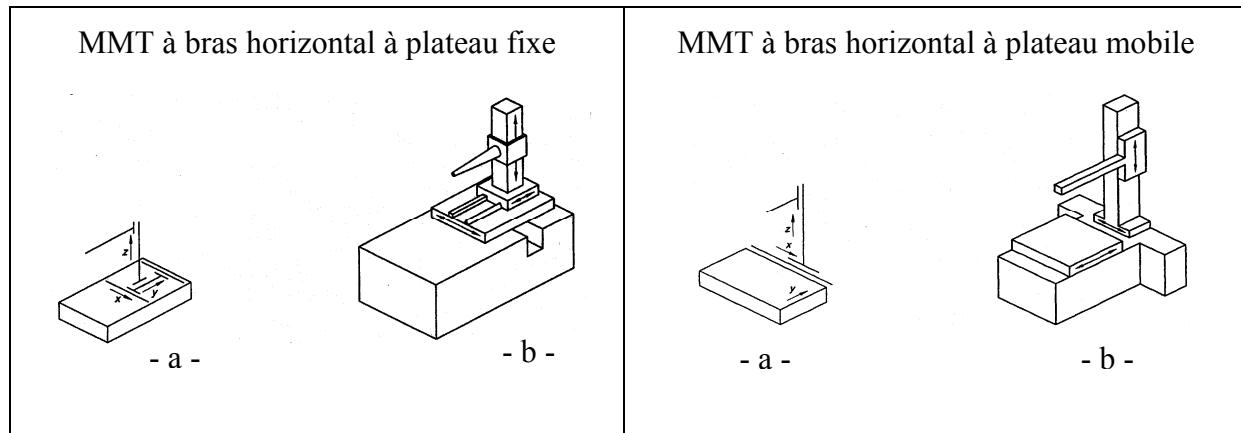


Figure 1-2 : Différentes structures de MMTs [5].

## 1.2 Erreur de mesure et incertitude sur la mesure

L'incertitude est une indication de la qualité d'un résultat de mesure. Il y a une différence entre l'erreur de mesure et l'incertitude de mesure [6]. L'erreur de mesure est la différence entre la valeur indiquée par la mesure et la valeur vraie (longueur d'une cale étalon). L'incertitude de mesure exprime toutes les erreurs non corrigées [2]. Lorsqu'on évalue les erreurs expérimentalement et que les corrections appropriées sont appliquées, il reste encore une incertitude sur la validité du résultat annoncé. La Figure 1-3 illustre la différence entre l'erreur de mesure et l'incertitude de mesure.

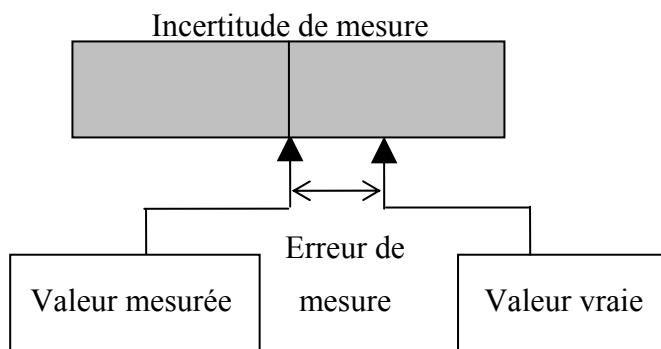


Figure 1-3 : Illustration de la différence entre l'erreur de mesure et l'incertitude de mesure [2].

Le but du métrologue est d'annoncer un résultat de mesure proche de la valeur vraie. Pour atteindre cet objectif, il diminue les erreurs systématiques en appliquant des corrections et il

diminue les erreurs aléatoires en répétant son processus de mesure un certain nombre de fois. Un résultat de mesure est une variable aléatoire. Le résultat annoncé par le métrologue estime l'espérance mathématique de la variable aléatoire. Le calcul d'incertitude de mesure sur une MMT a fait l'objet de plusieurs études [7-14].

Un résultat de mesure présenté avec une incertitude permet de fournir une indication quantitative sur la qualité de ce résultat. Cette information est essentielle pour que ce résultat soit utilisé avec fiabilité.

### 1.2.1 Relation entre tolérance et incertitude

Les résultats de mesure sont utilisés pour déclarer la conformité de la pièce à des spécifications fixées sur le dessin de définition. Les résultats de mesure sont présentés avec une incertitude  $U$ , donc les décisions qui sont prises pour déclarer une conformité ou un rejet de la pièce comportent un risque (voir Figure 1-4, 1-5 et 1-6).

Dans la zone 1, la conformité est déclarée.

Dans la zone 3, la non-conformité est déclarée.

Dans la zone 2, la décision peut être prise avec un risque.

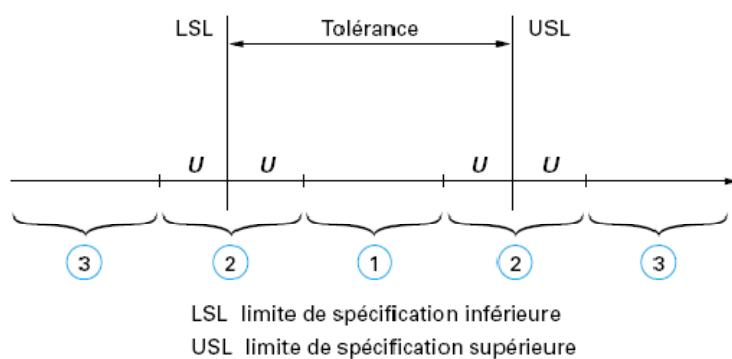


Figure 1-4 : Principe de déclaration d'une conformité [6, 15].

La Figure 1-5 explique le cas où le résultat de mesure est dans la zone 2. Dans ce cas, on doit évaluer le risque lié à la décision. L'aire hachurée est proportionnelle au risque de déclarer la conformité de la pièce.

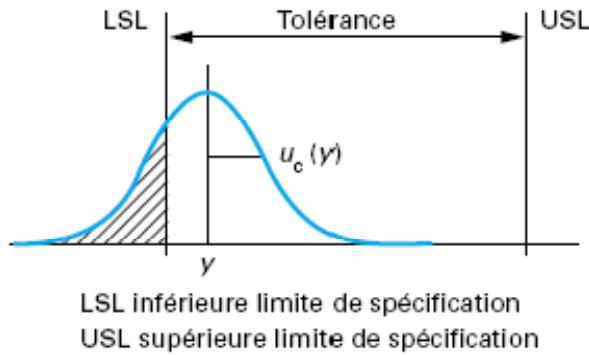


Figure 1-5 : Résultat de mesure et tolérance, évaluation de risque [6].

Si la valeur annoncée se trouve au milieu ou proche du milieu de la zone de tolérance, le risque de prendre une mauvaise décision est très faible (Figure 1-6). Lorsque la valeur annoncée se rapproche de l'une des bornes, le risque augmente jusqu'à atteindre 50 % quand la valeur du résultat de mesure coïncide avec la borne de tolérance. Le risque de mauvaise décision doit alors être partagé entre le client et le fournisseur [6].

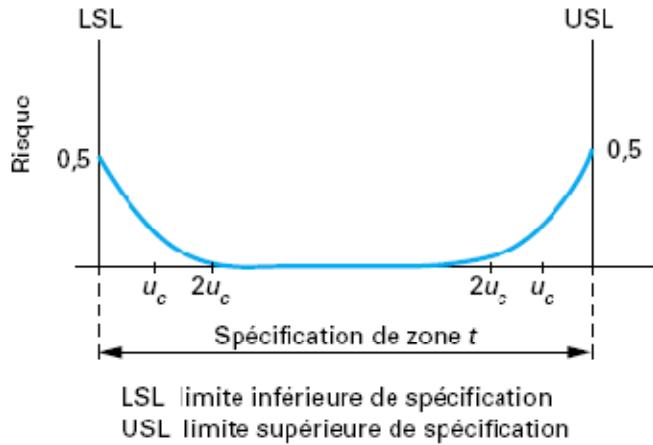


Figure 1-6 : Estimation du risque de déclaration de conformité d'un produit [6].

### 1.2.2 Source d'erreur et d'incertitude

Plusieurs sources d'erreurs affectent la qualité de mesure sur une MMT [6, 16]. Parmi les principales sources d'erreurs :

- définition incomplète du mesurande;
- réalisation imparfaite de la définition du mesurande;

- connaissance insuffisante des effets des conditions d'environnement sur le mesurage ou mesurage imparfait des conditions d'environnement;
- résolution finie de l'instrument ou seuil de mobilité;
- valeurs inexactes des étalons et matériaux de référence;
- valeurs inexactes des constants et autres paramètres obtenus de sources extérieures et utilisés dans un algorithme de traitement des données;
- approximations et hypothèses introduites dans la méthode et dans la procédure de mesure;
- variations entre les observations répétées du mesurande dans des conditions apparemment identiques.

La Figure 1-7 présente les différents facteurs influençant le processus de mesure

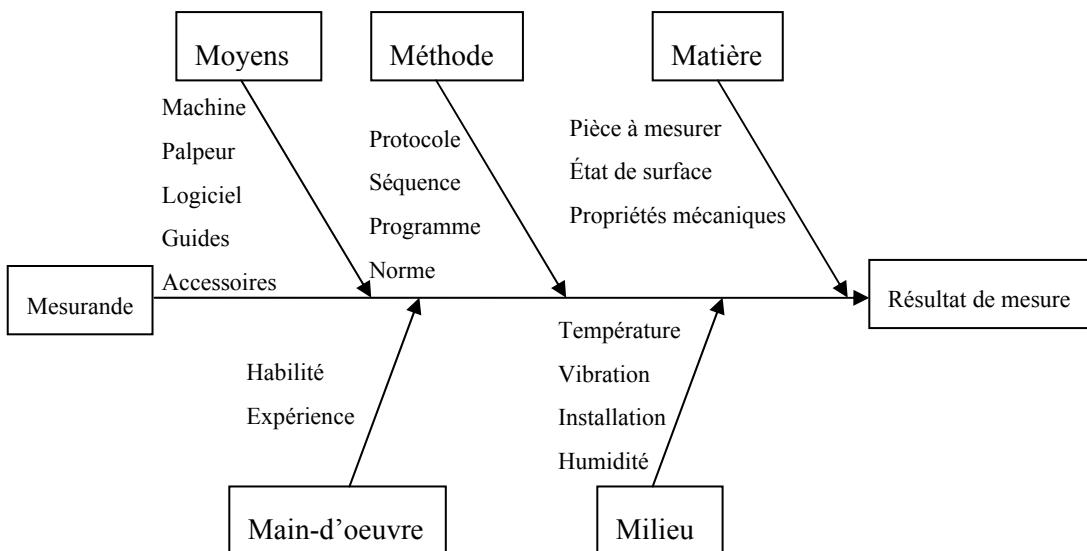


Figure 1-7 : Analyse des causes d'erreur de mesure [6, 15, 17-19].

### 1.3 Étalonnage des machines à mesurer tridimensionnelles

L'étalonnage d'un instrument de mesure, d'une façon générale, est l'opération qui consiste à établir une relation entre la grandeur d'entrée qui est la mesurande et la valeur de sortie indiquée par l'instrument de mesure.

La machine à mesurer tridimensionnelle est caractérisée par 18 écarts cinématiques et 3 écarts de perpendicularité entre les axes [20-25]. Les effets de ces écarts sur les mesures dépendent de la position de mesure [26].

La vérification et l'étalonnage des machines à mesurer tridimensionnelles a fait l'objet de plusieurs études [23, 24, 27-33]. Plusieurs techniques ont été utilisées pour déterminer les erreurs de mesures soit par laser ou bien à l'aide d'artefacts. Les artefacts sont de différentes formes, ils sont regroupés selon trois catégories principales: une, deux et trois dimensions [26, 34-38]. Les artefacts mécaniques unidimensionnels sont les plus faciles à manipuler et à mesurer. Il y a différents types d'artefacts unidirectionnels : le calibre étagé, la ligne de billes, la barre à billes, la barre à trous et les cales étalons [2, 26, 34, 39-41]. Le laser est généralement le plus utilisé pour mesurer des déplacements linéaires afin d'étalonner l'artefact unidimensionnel [42-45].

G. Zhang et al. [46] ont utilisé l'hypothèse des corps rigides pour modéliser la machine à mesurer tridimensionnelle. Pour identifier l'ensemble des 21 écarts caractérisant la machine, l'auteur propose 22 lignes de déplacement dans le volume de mesure de la machine (Figure 1-8). Les erreurs de déplacement sont obtenues à l'aide de l'interféromètre laser. Les paramètres identifiés sont ensuite exploités pour compenser la machine. Le résultat de compensation est validé en effectuant des mesures selon les grandes diagonales de la machine.

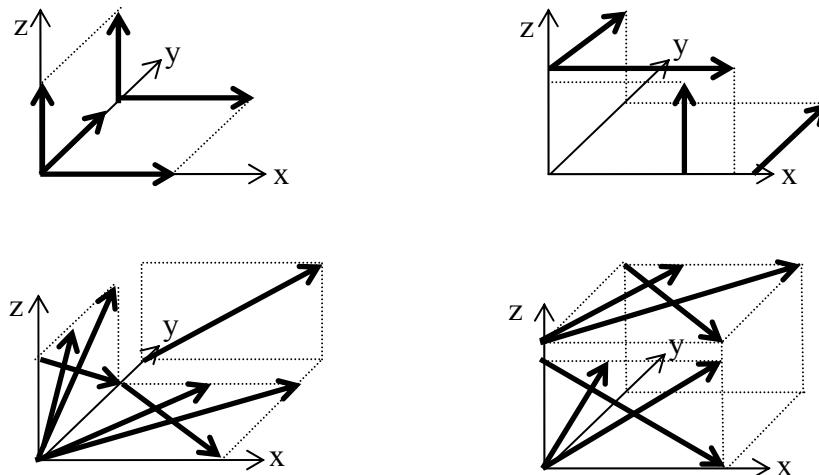


Figure 1-8 : 22 lignes de déplacement pour identifier les 21 écarts de la MMT [46].

J. Chen et al. [31] ont développé un système d'interféromètre laser auto aligné afin de diminuer le temps d'étalonnage des machines (Figure 1-9). Avec ce système, une heure de temps est suffisante pour compléter l'étalonnage d'une machine 3 axes. L'auteur applique ce nouveau système pour une machine outil 3 axes en utilisant les 22 lignes de mesures proposées par G. Zhang et al. [46].

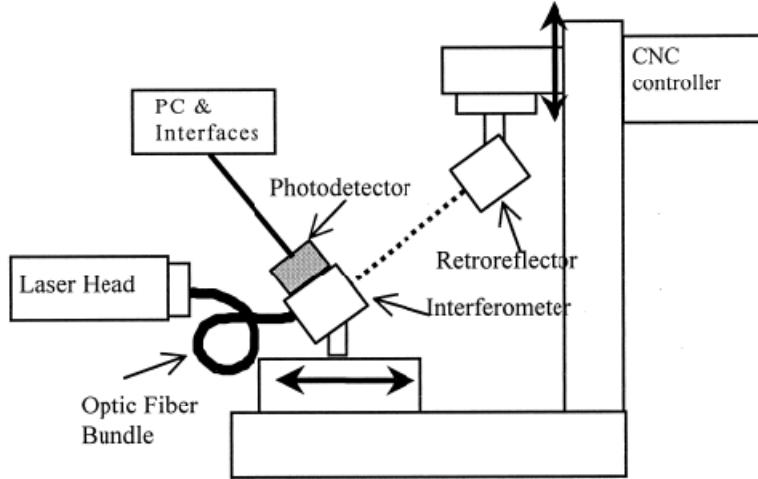


Figure 1-9 : Principe de l'interféromètre laser auto aligné [31].

Pour identifier séparément les 21 écarts géométriques, G. Zhang et al. [47] proposent plusieurs séries de mesure, en utilisant une ligne de billes 1D. L'auteur mesure les positions des billes avec un palpeur capacitif 3D sans contact. Pour les erreurs d'échelle, l'auteur mesure la ligne de billes, suivant l'axe à vérifier, en deux positions sur la même ligne. La position 2 est décalée par rapport à la position 1 d'une distance égale à la distance nominale entre les billes. Pour l'écart de rectitude, l'auteur utilise la méthode de retournement en mesurant l'artefact en deux orientations. Pour le tangage et le lacet, l'auteur mesure l'artefact en deux positions parallèlement à l'axe à vérifier, mais séparée par une distance suivant les axes perpendiculaires à l'axe à vérifier. Pour les écarts de perpendicularité, l'auteur mesure l'artefact selon deux diagonales du plan formé par les deux axes à vérifier.

G. Chen et al. [48] proposent une méthode alternative à la méthode de G. Zhang et al. [46]. Cette méthode consiste à mesurer les erreurs de positionnement de la machine 3 axes suivant 15 directions (Figure 1-10) afin de déterminer rapidement les 21 écarts géométriques. L'auteur réalise des tests sur une machine outil 3 axes. Les erreurs de déplacement dans les 15 positions sont mesurées par le laser.

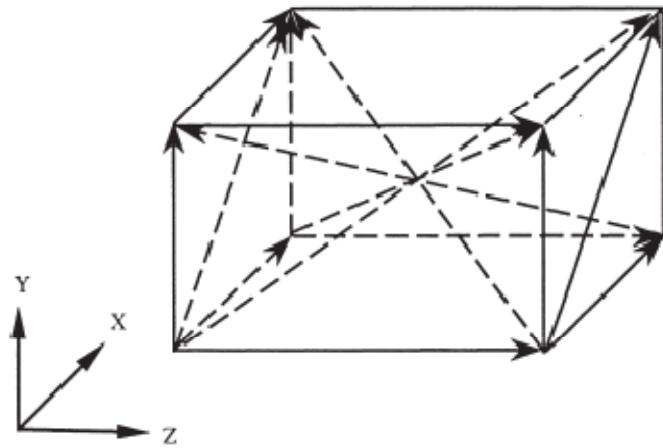
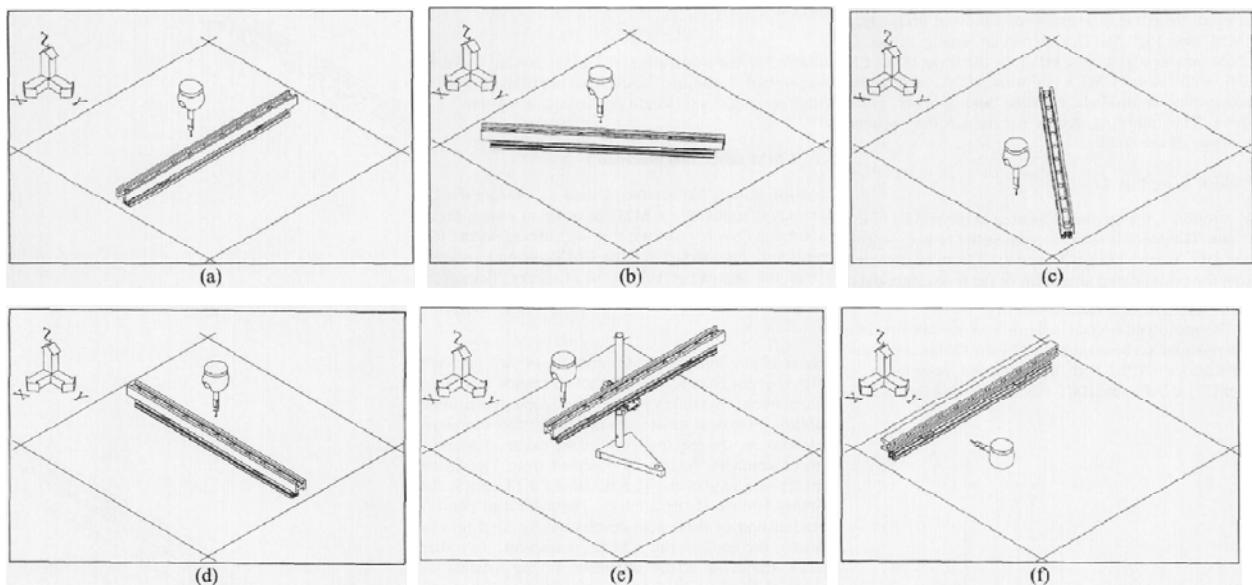


Figure 1-10 : 15 positions de mesure pour identifier les 21 écarts [48].

Lim et Burdekin [49] ont conçu une barre à trous en acier en forme d'un profil en I de 540 millimètres, caractérisée par une bonne stabilité dimensionnelle, une bonne résistance à l'usure et un très bon état de surface. Cet artefact a été étalonné au National Physical Laboratory (NPL). Pour identifier les 21 erreurs géométriques d'une MMT, les auteurs ont utilisé 17 positions spécifiques (voir Figure 1-11).



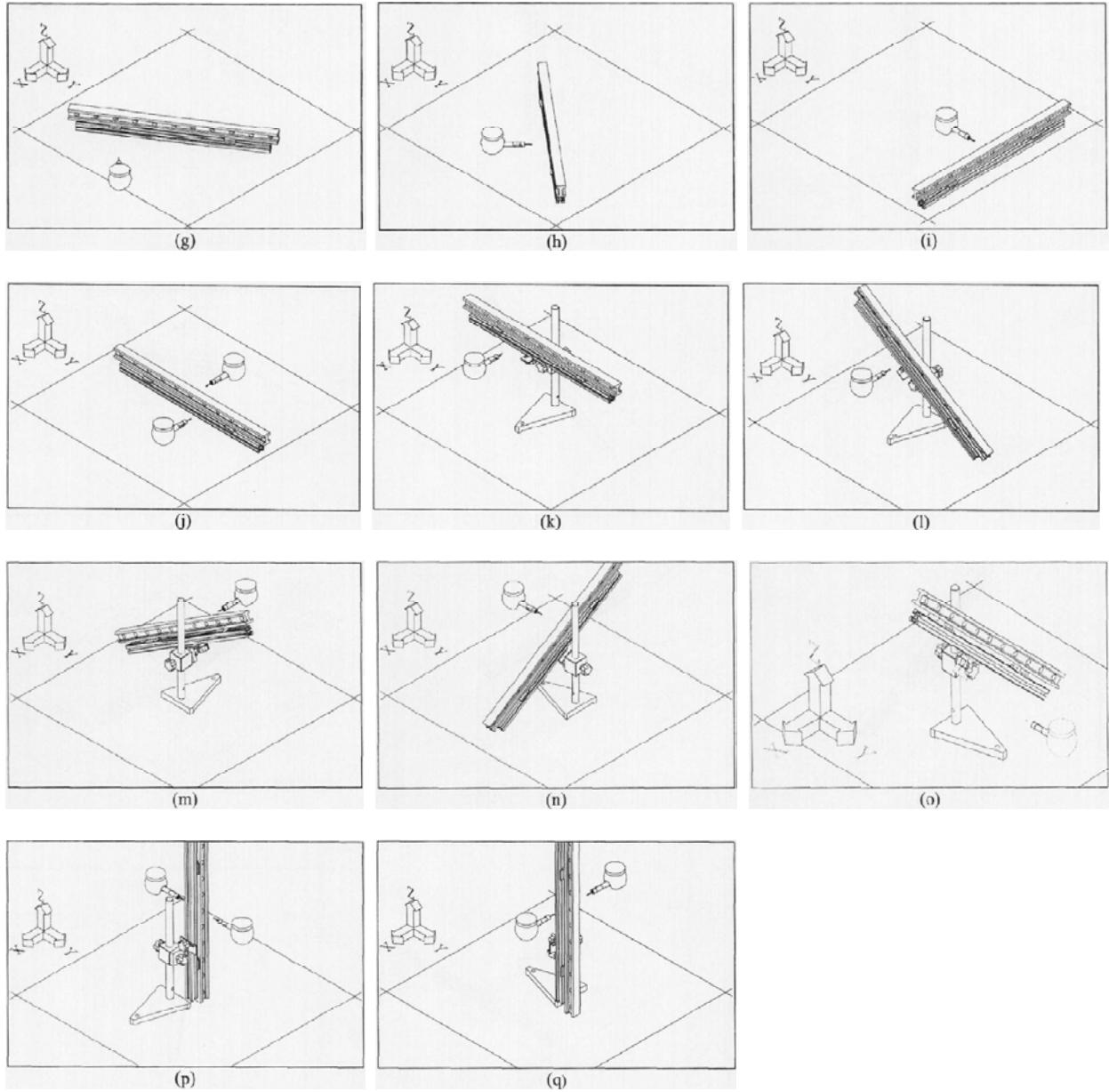


Figure 1-11 : Positions de mesure pour la calibration de la MMT à l'aide d'une barre à trous [49].

Curran et al. [50] ont proposé une méthode rapide pour la vérification de la MMT. Cette méthode utilise une barre à billes télescopique qu'on mesure dans un plan, la première bille est fixée à l'aide d'un support magnétique, la deuxième bille tourne autour de la première bille et est mesurée à plusieurs positions en palpant 4 points à chaque position. En utilisant cette technique, les auteurs ont été capables de calculer l'écart de perpendicularité, entre les axes, dans le plan de

mesure. Les auteurs ont fait aussi une analyse de résidus pour expliquer la part des erreurs de mesures causée par les écarts de perpendicularité.

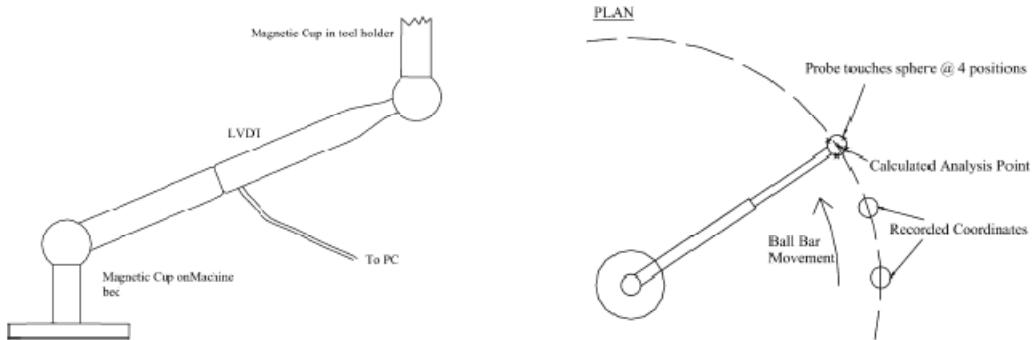


Figure 1-12 : Vérification de la MMT à l'aide d'une barre à billes télescopique [50].

S.D. Phillips et al. [51] ont développé une méthode pour l'étalonnage des machines à mesurer tridimensionnelles de grandes tailles qui ont des axes qui dépassent les 4 mètres de longueur. Cette méthode utilise un calibre équipé d'un interféromètre laser, Figure 1-13. Un rétro-réflecteur est attaché à une sphère qu'on palpe avec la touche du stylet de la machine. Le rétro-réflecteur et la sphère, idéalement concentrique, se déplacent le long du calibre, la source du laser est fixée à l'extrémité du calibre. Le déplacement de la sphère le long du calibre est égal au déplacement du rétro-réflecteur qui est mesuré par le laser. Avec cette méthode, on est capable de mesurer des longueurs qui dépassent 4 mètres avec une incertitude de moins de  $10^{-6}$  m.

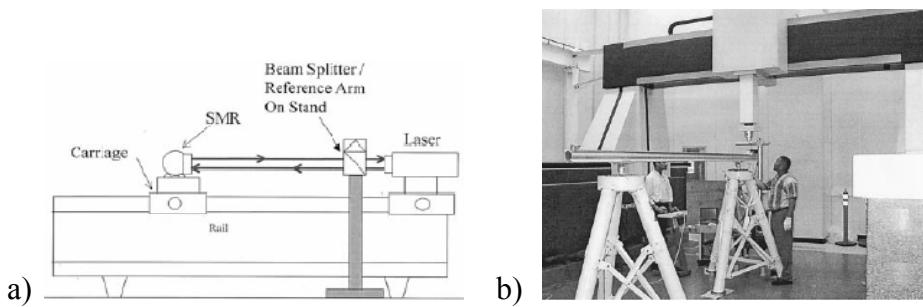


Figure 1-13 : Montage pour la vérification de MMTs de grandes tailles (a) Schéma du montage ; (b) Photo du système utilisé pour un axe de 4 mètres [51].

J.P. Kruth et al. [52] proposent une méthode pour identifier les écarts de perpendicularité entre les axes de la machine. Cette méthode consiste à mesurer un artefact (non calibré) dans les quatre grandes diagonales de la machine. Les écarts de perpendicularité sont ensuite exprimés en fonction des longueurs de l'artefact indiquées par la machine dans les quatre positions et les valeurs nominales des angles  $\alpha$  et  $\beta$  qui définissent la position de mesure de l'artefact. L'avantage de cette méthode est la réduction du temps de mesure, c'est-à-dire mesurer dans quatre positions au lieu de six positions qui sont les diagonales des plans XY, XZ et YZ.

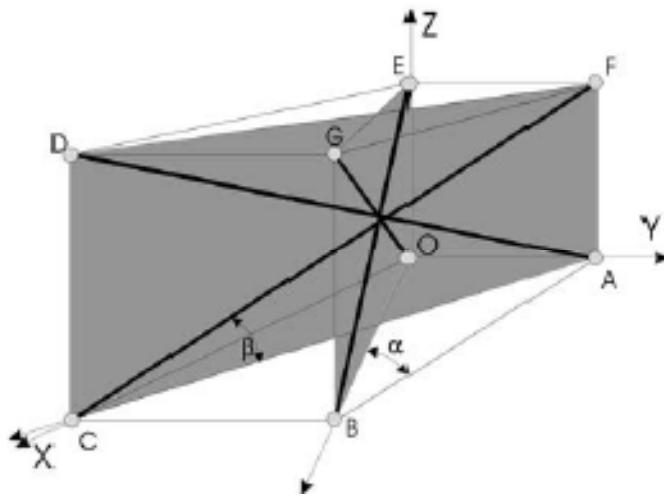


Figure 1-14 : Schéma représentatif de la méthode 3D, développé par J.P. Kruth et al. [52].

Schwenke et al. [30] ont développé une méthode pour étalonner les MMTs. Le principe est d'utiliser un interféromètre laser de poursuite placé sur la table de la machine et un rétro-réflecteur fixé sur la tête de la machine. L'auteur réalise plusieurs trajectoires linéaires dans le volume de mesure de la machine. L'origine de ces trajectoires est un point centre dans la station de mesure. Pendant chaque trajectoire, l'auteur fait un arrêt de la machine pour enregistrer la distance indiquée par l'instrument (distance vraie) et la distance indiquée par la machine (distance mesurée).

### 1.3.1 Évaluation de la performance de la MMT selon le document ASME B89.4.10360.2-2008

Le document ASME B89.4.10360.2-2008 [1] concerne la réception et la vérification périodique des MMTs. On y propose de mesurer 5 étalons matérialisés de longueur dans sept positions qui

sont : les 4 grandes diagonales (obligatoires) et les 3 directions parallèles aux axes X, Y et Z (suggérées). La plus grande longueur des cales devrait être au moins égale à 66% de la capacité de la machine dans la direction de mesure. Les mesures sont répétées 3 fois pour chaque position de mesure. Les écarts constatés sur l'ensemble des 105 mesures ne doivent pas dépasser la valeur spécifiée par le fabricant. Celle-ci, appelée erreur d'indication  $MPE_E$ , est en général exprimée de la façon suivante :

$$MPE_E = A + L/K$$

où A est une constante exprimée en micromètre, donnée par le fabricant

K est une constante sans dimension donnée par le fabricant

L est la longueur mesurée en millimètres

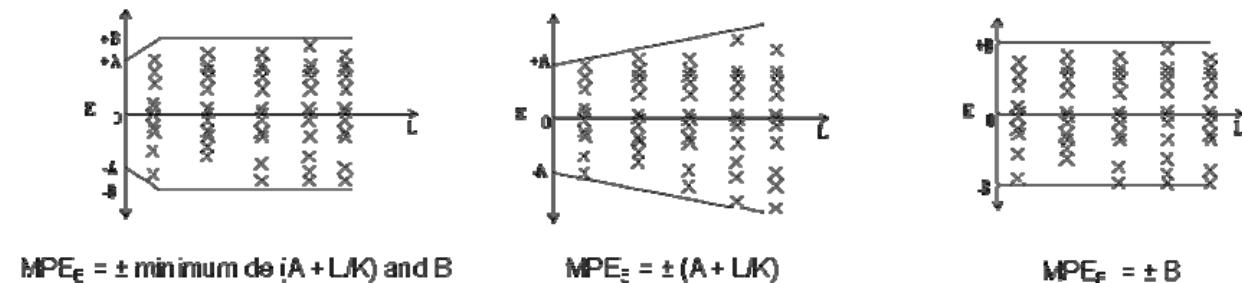


Figure 1-15 : Erreur maximale tolérée d'indication d'une MMT pour les mesures de taille [1, 53].

Le laser et plusieurs types d'artéfacts sont permis pour faire les tests selon le document ASME B89.4.10360.2-2008 [1], parmi lesquels le calibre étagé qui fait l'objet de notre étude.

Les tests proposés par la norme fournissent un jugement sur la performance de la MMT sans fournir des indices sur les sources d'erreurs ni les paramètres nécessaires afin d'apporter une action corrective à la machine en cas de non-conformité.

## 1.4 Palpeur à déclenchement

Pour évaluer le point de contact réel sur la surface à mesurer, les palpeurs à déclenchement sont largement utilisés sur les MMTs [54]. Le stylet est attaché à une structure composée de trois éléments cylindriques, séparés de  $120^\circ$  l'un par rapport à l'autre et appartenant à un plan perpendiculaire à l'axe du stylet. Ces éléments sont maintenus sur 3 paires de cylindre à travers six points d'appuis [55-60], formant ainsi un montage isostatique en tripode supposé être

parfaitement répétable [61] (Figure 1-16). L'instant de contact entre la touche du stylet et la surface à mesurer est détecté par la coupure de courant électrique lors du décollement d'un des appuis.

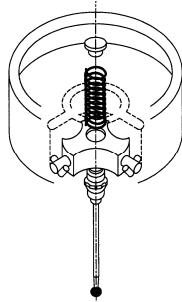


Figure 1-16 : Schéma du palpeur à déclenchement [56].

#### 1.4.1 Erreurs systématiques du palpeur

L'erreur systématique qui caractérise le palpeur à déclenchement est le pré-déplacement [54, 56, 58, 60, 62-65]. Cette erreur est le déplacement des axes de la machine entre l'instant de contact et l'instant de prise de mesure et correspond en partie à l'inclinaison et la flexion du stylet avant d'avoir atteint le seuil électronique de détection du contact dans le tripodode. La Figure 1-17 présente une illustration du pré-déplacement. L'erreur de pré-déplacement dépend fortement de la longueur du stylet : plus la longueur du stylet augmente, plus cette erreur devient importante [56, 58, 59, 64, 66-69].

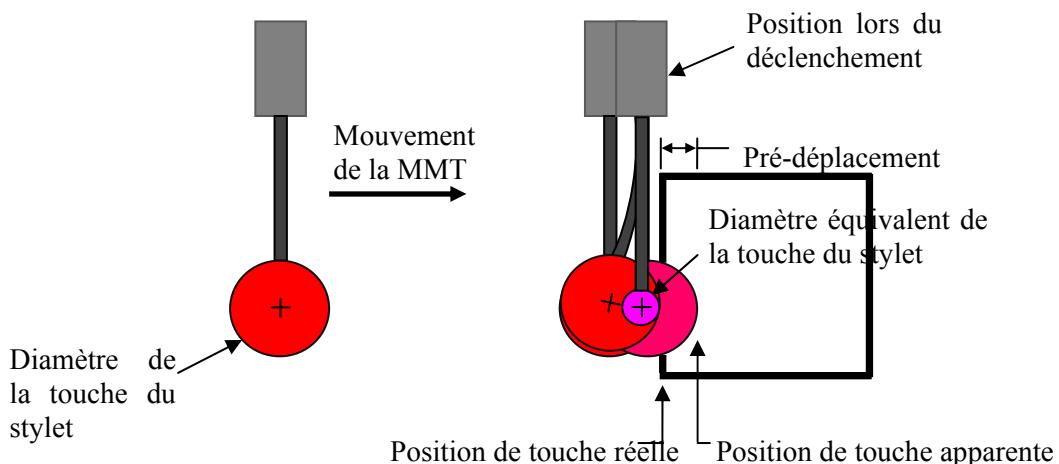


Figure 1-17 : Définition du pré-déplacement [16].

Le comportement mécanique du palpeur lors du déclenchement est lié à l'orientation des efforts de déclenchement sur le tripodode (voir Figure 1-18). La valeur du pré-déplacement dépend de la direction de mesure [70].

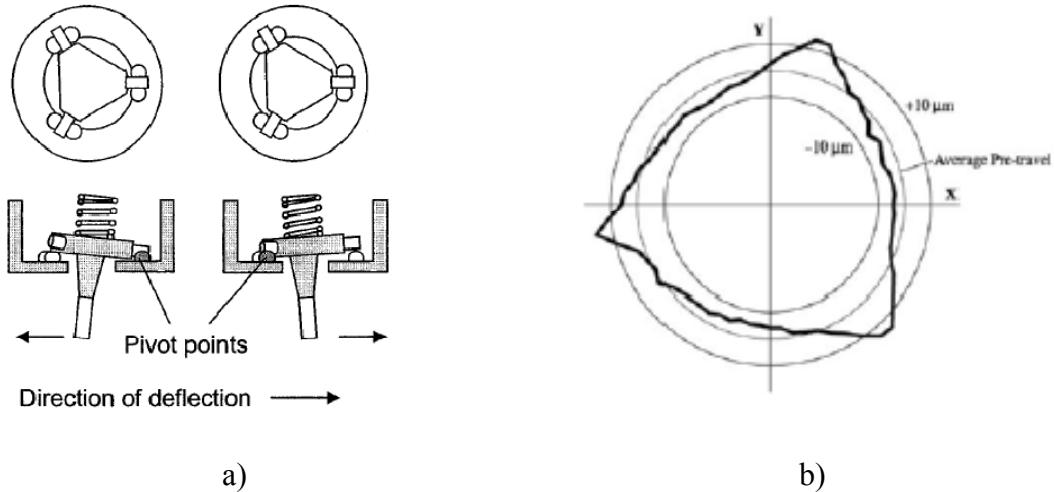


Figure 1-18 : Effet de a) la direction de palpation sur b) la valeur de la pré-déplacement [70].

La modélisation de l'erreur systématique du palpeur a fait l'objet de plusieurs études.

Mayer et al. [65] ont fait une modélisation du palpeur à déclenchement en se basant sur l'analyse de la mesure de courbes du comportement du palpeur. Pour déterminer l'erreur systématique du palpeur indépendamment des erreurs de la machine, on mesure le pré-déplacement en utilisant un micromètre et une caméra de haute résolution pour visualiser le point initial de contact entre la touche du stylet et la surface du bout du micromètre (Figure 1-19). Le pré-déplacement est ensuite modélisé par un triangle dont chacun des côtés forme une région de comportement du palpeur.

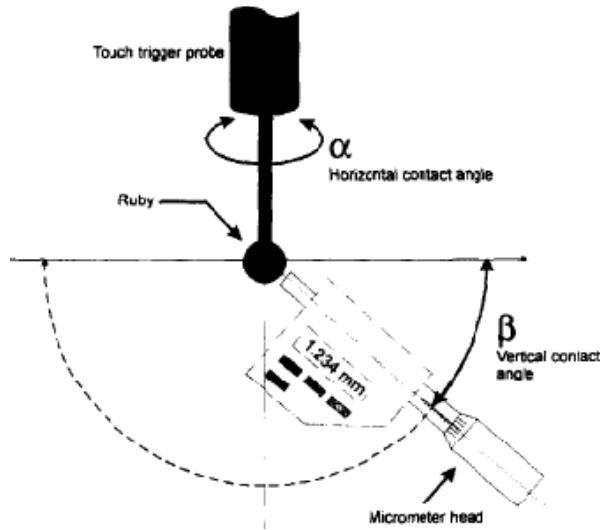


Figure 1-19 : Mesure du pré-déplacement par micromètre, angles d'accostage  $\alpha$  et  $\beta$  [65].

Estler et al. [56] ont développé un modèle physique pour la modélisation du pré-déplacement en 3D. Le pré-déplacement est exprimé en fonction des paramètres présentés dans la Figure 1-20.

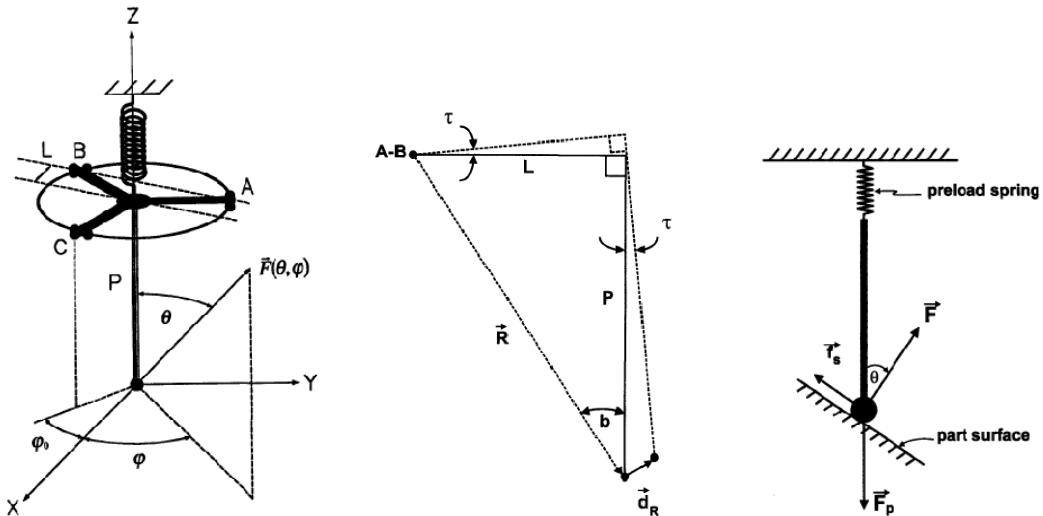


Figure 1-20 : Paramètres du modèle 3D d'Estler [56].

Shen et Zhang [58] ont développé un modèle 3D basé sur le calcul des efforts aux appuis. Le pré-déplacement est déduit à partir de la force minimale qui cause le déclenchement du système de palpation. La Figure 1-21 montre les paramètres du modèle de Zhang. L'auteur applique le principe d'équilibre statique du stylet pour arriver à donner les expressions des efforts aux appuis.

L'auteur a cherché, par la suite, la zone définie par l'angle  $\Phi$  correspondant à la plus petite force d'appui. La plus petite force d'appui correspondant à l'appui qui cause une rupture de courant est nommée  $F_t$ . À partir de cette analyse, l'auteur donne l'expression de la force de déclenchement  $F_p$  puis calcule le pré-déplacement en fonction de la direction de mesure.

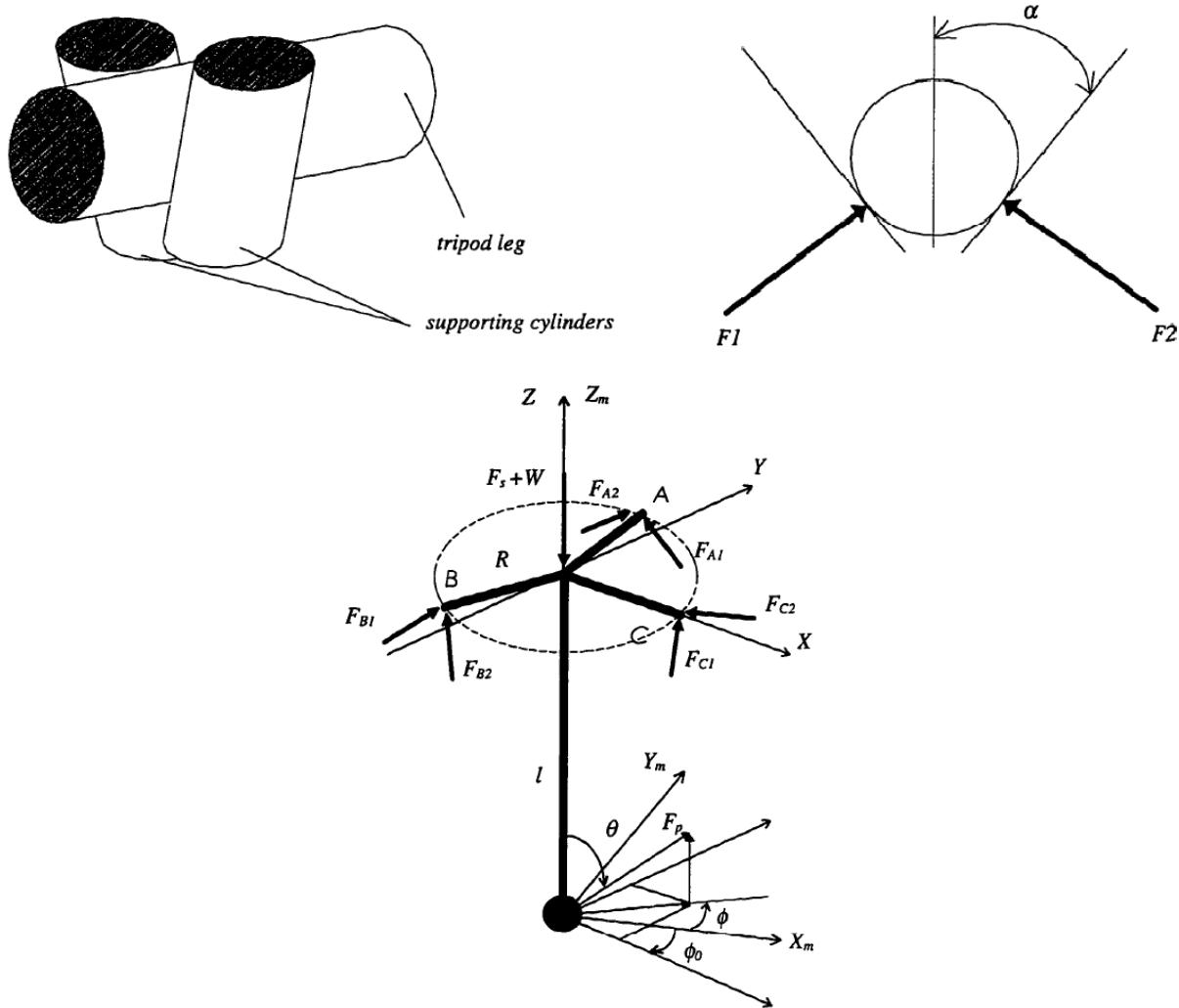
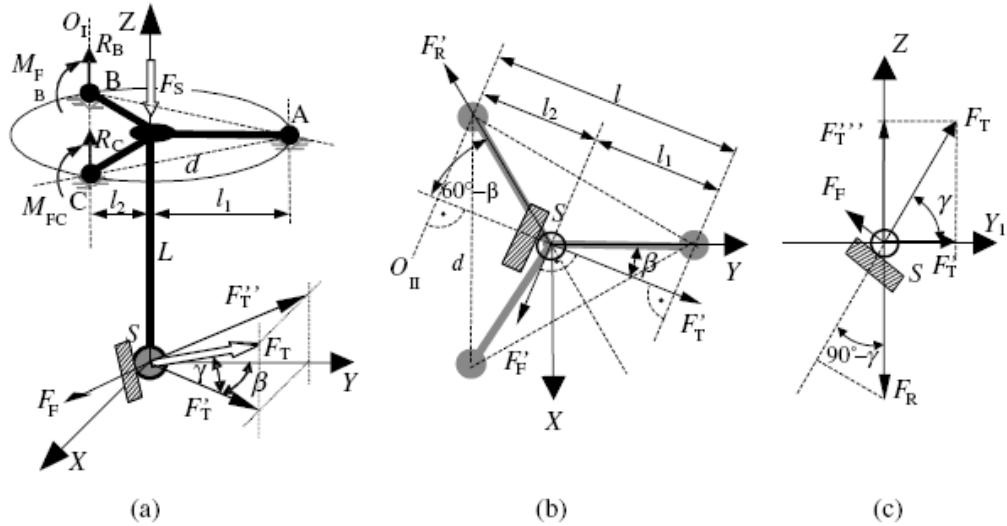


Figure 1-21 : Définition des paramètres du modèle de Zhang [58].

Wozniak [60] a développé un modèle 3D pour modéliser l'erreur systématique du palpeur en ajoutant quelques paramètres mécaniques tels que la rigidité de la touche du stylet, la vitesse du palpation, l'hystérésis, le frottement entre la surface à mesurer et la touche du stylet.



Forces distribution in the touch trigger probe transducer: (a) in the  $XYZ$  coordinates, (b) in the  $XY$  plane, (c) in the  $YZ$ -plane.

Figure 1-22 : Paramètres du modèle 3D de Wozniak [60].

$\beta$  et  $\gamma$  sont deux angles qui définissent la direction de la force de déclenchement dans le repère (XYZ). L'auteur a défini deux angles critiques  $\beta_g$  et  $\gamma_g$ , à partir desquels, il peut y avoir glissement entre la touche du stylet et la surface à mesurer. La force de déclenchement  $F_T$  est calculée par la suite selon 3 cas de figures :

Cas 1 :  $\beta < \beta_g$  et  $\gamma < \gamma_g$

Cas 2 :  $\beta \geq \beta_g$  et  $\gamma < \gamma_g$

Cas 3 :  $\gamma \geq \gamma_g$

Le pré-déplacement  $w$  est ensuite déterminé à partir de la somme de 3 quantités qui sont : le déplacement nécessaire du stylet pour avoir le déclenchement (calculé en absence de flexion du stylet), la déflexion élastique du stylet et la déflexion du hertz qu'est la déformation élastique locale qui se crée pendant le contact entre la touche du stylet et la surface de l'artefact.

Le modèle 3D de Wozniak a été validé expérimentalement à l'aide d'un montage spécifique. Le principe est de déplacer la touche du stylet à l'aide d'un système mécanique de très faible force afin de détecter le premier point de contact avant le début du déplacement de la touche du stylet, puis on continue le déplacement de la touche du stylet jusqu'à l'obtention du point de déclenchement [71].

## 1.4.2 Évaluation de la performance du palpeur

### 1.4.2.1 Selon la norme B89.1.12M (1990) [72]

Les tests proposés par cette norme permettent de détecter les erreurs dues au palpeur, au stylet et aux autres facteurs dynamiques de la machine. Trois tests utilisent trois longueurs différentes du stylet 10 mm, 50 mm et 50 mm avec un offset de 20 mm perpendiculaire à l'axe du support du système de palpation. Chaque test consiste à mesurer 49 points sur une sphère d'essai d'excellente sphéricité. Un point est mesuré sur le pôle et 48 autres points sont répartis sur 4 cercles positionnés par les 4 angles polaires suivants : 30, 60, 90 et 100. Sur chaque cercle on mesure 12 points. Pour l'ensemble des points mesurés sur la sphère, on calcule la sphère des moindres carrés et on calcule la déviation à chaque point.

La répétabilité du système de palpation est définie par la marge calculée à partir des déviations du centre d'une sphère d'essai mesurée suivant 10 séries de mesures successives. Pour chaque série de mesures, on palpe 4 points sur la sphère. Les 10 séries de mesures sont réalisées dans les mêmes conditions.

Puisque 4 points est le nombre minimum pour définir une sphère, alors le test de la répétabilité proposé par la norme fournit une valeur significative sans pour autant donner la source de la non répétabilité.

### 1.4.2.2 Selon la norme ISO 10360 (2000)

La norme ISO 10360 [4, 73] propose de mesurer une sphère d'essai de diamètre nominal compris entre 10 mm et 50 mm. Le principe de la méthode d'évaluation de l'erreur de palpation est d'établir si une MMT est capable de mesurer en respectant l'erreur de palpation maximale tolérée,  $MPE_P$ , en déterminant l'étendue  $P$  des distances entre les 25 points mesurés et le centre de la sphère gaussienne associée.

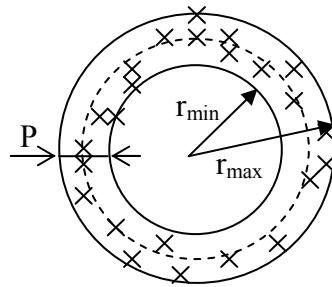


Figure 1-23 : Étendue  $P$  des distances entre les 25 points mesurés et le centre de la sphère associée gaussienne.

La norme ISO 10360 [73] recommande le maillage de palpation présenté dans la Figure 1-24.

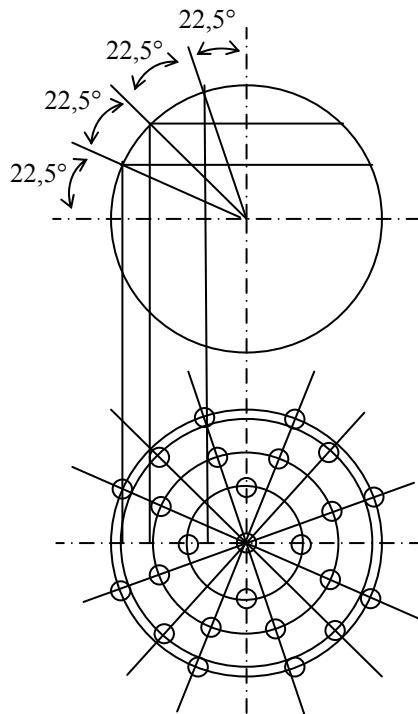


Figure 1-24 : Points palpés selon la norme ISO 10 360 [73].

La norme ISO 10360 [53] propose aussi des essais de vérification des systèmes de palpation articulés. Les erreurs liées au système de palpation articulé sont : AF, AS et AL, respectivement erreurs liées à la forme, erreurs liées à la taille et erreurs liées à la position. Ces erreurs ne doivent pas dépasser les erreurs maximales tolérées correspondantes ( $MPE_{AF}$ ,  $MPE_{AS}$ ,  $MPE_{AL}$ ).

Le principe de ces tests est de mesurer la forme, la taille et la position d'une sphère d'essai en utilisant cinq positions angulaires différentes (Figure 1-25). La qualification de chacune des cinq positions angulaires du système de palpage se fait selon les procédures de fonctionnement normal du fabricant de MMT. À chaque position angulaire, 25 points sont mesurés sur la sphère d'essai (de diamètre nominal entre 10 et 30 mm), soit un total de 125. Pour chaque groupe de 25 points réalisés avec une position angulaire, on associe une sphère des moindres carrés, soit un total de cinq sphères.

L'étendue des coordonnées des centres des cinq sphères (X, Y et Z) est calculée. La plus grande de ces cinq étendues donne l'erreur de position du système de palpage articulé. En complément, une sphère de moindres carrés sur la base des 125 points est réalisée pour les erreurs d'indication de forme (Rayon max – Rayon min) et de taille (Diamètre calculé – Diamètre étalonné).

Les résultats de ces essais dépendent fortement de la longueur de la rallonge de palpeur. Pour chaque position angulaire, la norme propose de faire les tests avec 4 longueurs de la rallonge de palpeur 0 mm, 100 mm, 200 mm et 300 mm.

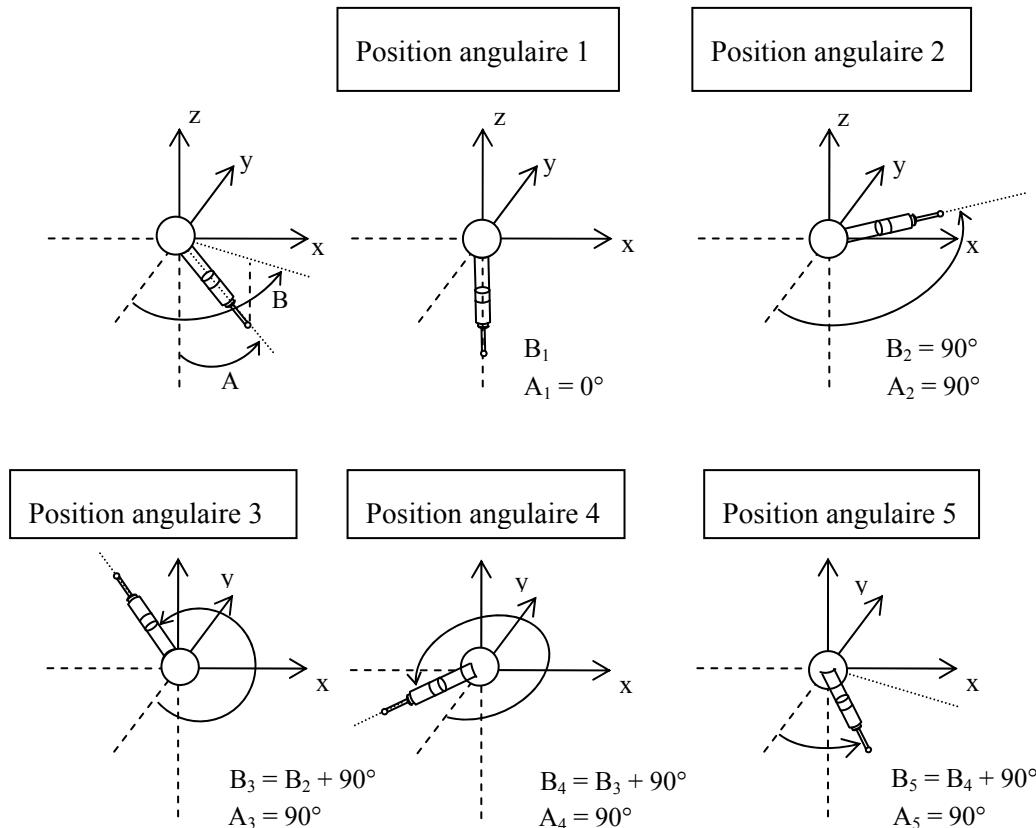


Figure 1-25 : Cinq positions angulaires pour tester le système de palpation articulé.

## 1.5 Conclusion

La revue de l'état des connaissances antérieures, relatives à notre sujet de recherche, montre que le diagnostic, la vérification et la modélisation des MMTs et du système de palpation ont été largement étudiées et ont fait l'objet de plusieurs publications; cependant, il n'en est pas de même des études relatives au diagnostic et à l'identification des paramètres caractéristiques de la MMT suite à une vérification périodique selon le document ASME B89.4.10360.2-2008 en utilisant le calibre étagé, ni de la séparation des erreurs de palpeur et de la machine dans un petit volume de mesure de la MMT. Cette recherche bibliographique nous a toutefois permis d'acquérir des informations précieuses sur la modélisation des MMTs et les différentes modes de mesures des erreurs ainsi que la vérification de la performance de la MMT et du système de palpation.

## **CHAPITRE 2    DIAGNOSTIC DE LA MMT DANS UN GRAND VOLUME DE MESURE ET IDENTIFICATION DES ÉCARTS DE PERPENDICULARITÉ ET GAINS D'ÉCHELLE**

Ce chapitre présente une méthode pour l'identification des trois écarts liés à l'effet d'échelle et les trois écarts de perpendicularité entre les articulations de la MMT. Ceci, afin d'apporter une action corrective à la machine en cas de non-conformité. On mesure un calibre étagé dans les 7 positions suggérées par le document ASME B89.4.10360.2-2008 [1]. Les erreurs mesurées sont utilisées pour nourrir le modèle de la machine afin d'identifier les six écarts précités. Les écarts de perpendicularité identifiés sont validés expérimentalement à l'aide d'une équerre non calibrée, en forme de T, mesurée selon la méthode de retournement [74].

### **2.1 Modélisation de la machine à mesurer tridimensionnelle**

#### **2.1.1 Position nominale de la touche du stylet dans le système de coordonnées de la MMT**

La Figure 2-1 illustre le système de coordonnées articulaires (X, Y, Z) correspondant à la position du centre  $O_z$  du système articulé du palpeur. Ces coordonnées sont définies par rapport au repère fondation  $\{F\}$  et calculées à partir des déplacements des chariots de la machine. Les coordonnées de la touche du stylet  $t$  ( $x_t$ ,  $y_t$ ,  $z_t$ ) dans le repère fondation  $\{F\}$  sont définies par les coordonnées articulaires X, Y, Z, par la longueur  $L_s$  (longueur du centre du système articulé jusqu'au centre de la touche du stylet) et par l'orientation du système de palpation (angles A et B).

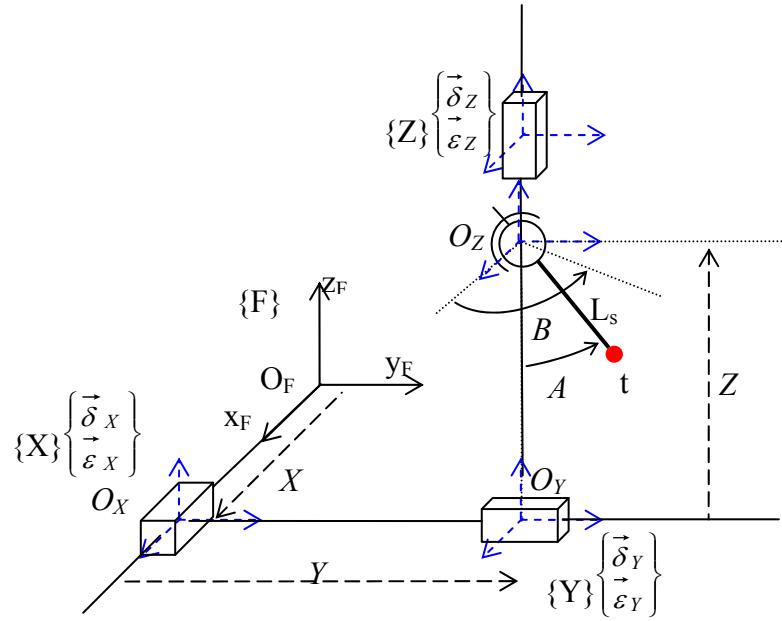


Figure 2-1 : Position nominale de la touche du stylet par rapport au repère fondation  $\{F\}$  - Machine de topologie WXYZT.

L'expression vectorielle de la position nominale de la touche du stylet, par rapport au repère fondation  $\{F\}$  est :

$$\overrightarrow{O_F t} = \overrightarrow{O_F O_X} + \overrightarrow{O_X O_Y} + \overrightarrow{O_Y O_Z} + \overrightarrow{O_Z t} \quad (2-1)$$

Les coordonnées de la touche du stylet sont :

$$x_t = X + t_x$$

$$y_t = Y + t_y$$

$$z_t = Z + t_z$$

où  $t_x$ ,  $t_y$  et  $t_z$  sont les composantes du vecteur  $\overrightarrow{O_Z t}$  projeté dans le repère fondation  $\{F\}$ . Le repère  $\{Z\}$  est nominalement coparallèle au repère fondation  $\{F\}$ .

$$t_x = L_s \cos\left(A - \frac{\pi}{2}\right) \cos(B)$$

$$t_y = L_s \cos\left(A - \frac{\pi}{2}\right) \sin(B)$$

$$t_z = L_s \sin\left(A - \frac{\pi}{2}\right)$$

A et B sont les angles qui définissent la position de la touche du stylet dans le repère  $\{Z\}$ .

La position nominale de la touche du stylet,  $\{F\}^F t^N$ , observée et projetée dans le repère fondation  $\{F\}$  est alors :

$$\{F\}^F t^N = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \\ z_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X + L_s \cos\left(A - \frac{\pi}{2}\right) \cos(B) \\ Y + L_s \cos\left(A - \frac{\pi}{2}\right) \sin(B) \\ Z + L_s \sin\left(A - \frac{\pi}{2}\right) \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

## 2.1.2 Position vraie de la touche du stylet dans le système de coordonnées de la MMT

Vu la structure serielle de la MMT, la position vraie de la touche du stylet t est la résultante des déplacements nominaux des chariots de la machine et d'une accumulation d'erreurs du repère fondation  $\{F\}$  jusqu'au point cible (position de la touche du stylet). Les positions vraies des chariots sont décalées par rapport aux positions nominales. Pour chaque articulation, ce décalage est modélisé par trois translations et trois rotations. Les repères  $\{X'\}$ ,  $\{Y'\}$  et  $\{Z'\}$  correspondent respectivement aux positions vraies des articulations X, Y et Z.

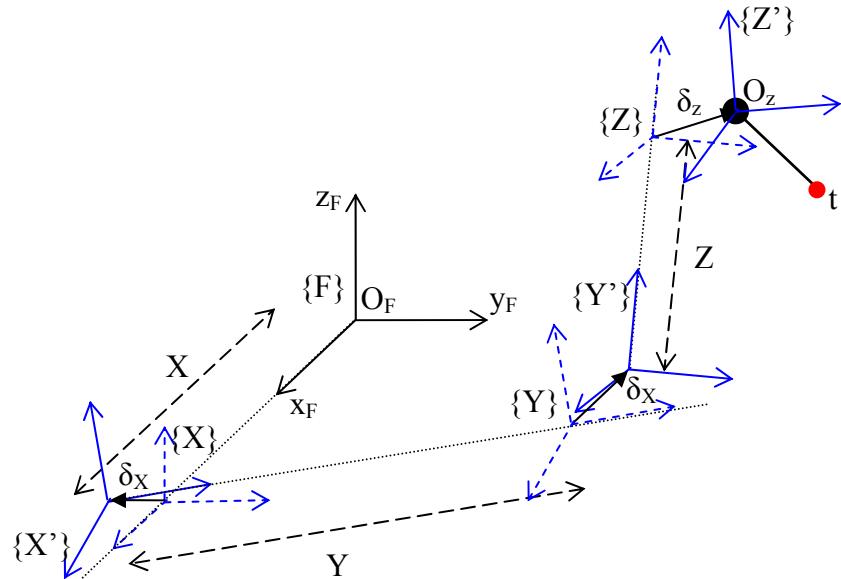


Figure 2-2 : Position vraie de la touche du stylet par rapport au repère fondation  $\{F\}$  - Machine de topologie WFXYZT.

L'expression vectorielle de la position vraie de la touche du stylet,  ${}^{(F)}{}^F t^V$ , par rapport au repère fondation  $\{F\}$  est :

$${}^{(F)}{}^F t^V = \vec{X} + {}^F \mathbf{R} \cdot [\vec{\delta}_X + {}^X \mathbf{R} \cdot [\vec{Y} + {}^X' \mathbf{R} \cdot [\vec{\delta}_Y + {}^Y' \mathbf{R} \cdot [\vec{Z} + {}^Y' \mathbf{R} \cdot [\vec{\delta}_Z + {}^Z' \mathbf{R} \cdot \vec{O_Z t}]]]]] \quad (2-3)$$

où

$\vec{\delta}_X$  : vecteur d'écart résultant composé des trois écarts linéaires  $\delta_x(X)$ ,  $\delta_y(X)$  et  $\delta_z(X)$

$\vec{\delta}_Y$  : vecteur d'écart résultant composé des trois écarts linéaires  $\delta_x(Y)$ ,  $\delta_y(Y)$  et  $\delta_z(Y)$

$\vec{\delta}_Z$  : vecteur d'écart résultant composé des trois écarts linéaires  $\delta_x(Z)$ ,  $\delta_y(Z)$  et  $\delta_z(Z)$

$\vec{O_Z t}$  : est un vecteur qui définit la position de la touche du stylet t par rapport à un repère local d'origine  $O_z$  et nominalement coparallèle à  $\{F\}$

${}^X \mathbf{R}$  : est la rotation du repère  $\{X\}$  par rapport à  $\{F\}$ , cette rotation est égale à la matrice identité car le repère  $\{X\}$  et  $\{F\}$  sont coparallèles

${}^X' \mathbf{R}$  : est la rotation du repère  $\{X'\}$  par rapport à  $\{X\}$ , cette rotation est exprimée en fonction des écarts angulaires  $\varepsilon_x(X)$ ,  $\varepsilon_y(X)$  et  $\varepsilon_z(X)$

$${}^X' \mathbf{R} = \mathbf{Rot}(\varepsilon_z(X), z) \cdot \mathbf{Rot}(\varepsilon_y(X), y) \cdot \mathbf{Rot}(\varepsilon_x(X), x).$$

où

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_z(X), z) = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_z(X)) & -\sin(\varepsilon_z(X)) & 0 \\ \sin(\varepsilon_z(X)) & \cos(\varepsilon_z(X)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_y(X), y) = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_y(X)) & 0 & \sin(\varepsilon_y(X)) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varepsilon_y(X)) & 0 & \cos(\varepsilon_y(X)) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_x(X), x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon_x(X)) & -\sin(\varepsilon_x(X)) \\ 0 & \sin(\varepsilon_x(X)) & \cos(\varepsilon_x(X)) \end{bmatrix}$$

${}^Y' \mathbf{R}$  : est la rotation du repère  $\{Y\}$  par rapport à  $\{X'\}$ , cette rotation est égale à la matrice identité car le repère  $\{Y\}$  et  $\{X'\}$  sont coparallèles

${}^Y' \mathbf{R}$  : est la rotation du repère  $\{Y'\}$  par rapport à  $\{Y\}$ , cette rotation est exprimée en fonction des écarts angulaires  $\varepsilon_x(Y)$ ,  $\varepsilon_y(Y)$  et  $\varepsilon_z(Y)$

$${}^Y_Z \mathbf{R} = \mathbf{Rot}(\varepsilon_z(Y), z) \cdot \mathbf{Rot}(\varepsilon_y(Y), y) \cdot \mathbf{Rot}(\varepsilon_x(Y), x).$$

où

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_z(Y), z) = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_z(Y)) & -\sin(\varepsilon_z(Y)) & 0 \\ \sin(\varepsilon_z(Y)) & \cos(\varepsilon_z(Y)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_y(Y), y) = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_y(Y)) & 0 & \sin(\varepsilon_y(Y)) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varepsilon_y(Y)) & 0 & \cos(\varepsilon_y(Y)) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_x(Y), x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon_x(Y)) & -\sin(\varepsilon_x(Y)) \\ 0 & \sin(\varepsilon_x(Y)) & \cos(\varepsilon_x(Y)) \end{bmatrix}$$

${}^Y_Z \mathbf{R}$  : est la rotation du repère  $\{Z\}$  par rapport à  $\{Y'\}$ , cette rotation est égale à la matrice identité car le repère  $\{Z\}$  et  $\{Y'\}$  sont coparallèles

${}^Z_Z \mathbf{R}$  : est la rotation du repère  $\{Z'\}$  par rapport à  $\{Z\}$ , cette rotation est exprimée en fonction des écarts angulaires  $\varepsilon_x(Z)$ ,  $\varepsilon_y(Z)$  et  $\varepsilon_z(Z)$

$${}^Z_Z \mathbf{R} = \mathbf{Rot}(\varepsilon_z(Z), z) \cdot \mathbf{Rot}(\varepsilon_y(Z), y) \cdot \mathbf{Rot}(\varepsilon_x(Z), x).$$

où

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_z(Z), z) = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_z(Z)) & -\sin(\varepsilon_z(Z)) & 0 \\ \sin(\varepsilon_z(Z)) & \cos(\varepsilon_z(Z)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_y(Z), y) = \begin{bmatrix} \cos(\varepsilon_y(Z)) & 0 & \sin(\varepsilon_y(Z)) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varepsilon_y(Z)) & 0 & \cos(\varepsilon_y(Z)) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Rot}(\varepsilon_x(Z), x) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varepsilon_x(Z)) & -\sin(\varepsilon_x(Z)) \\ 0 & \sin(\varepsilon_x(Z)) & \cos(\varepsilon_x(Z)) \end{bmatrix}$$

### 2.1.3 Erreur de position de la touche du stylet

L'erreur de position de la touche du stylet est l'écart linéaire résultant au point cible. Elle est calculée par la différence entre la position vraie et la position nominale de la touche du stylet :

$$\vec{e}_M = {}^{F,F} t^V - {}^{F,F} t^N \quad (2-4)$$

$\{F\}^F t^V$  : position vraie de la touche du stylet

$\{F\}^F t^N$  : position nominale de la touche du stylet

En utilisant une modélisation approximative directe pour petits écarts, nous pouvons bâtir l'expression de l'erreur volumétrique  $\vec{e}_M$  de la position de la touche du stylet t. Pour illustration, voir la Figure 2-1.

$$\vec{e}_M = \vec{\delta}_{X/t} + \vec{\delta}_{Y/t} + \vec{\delta}_{Z/t} \quad (2-5)$$

$\vec{\delta}_{X/t}$  : écart linéaire résultant, à la touche du stylet, dû à l'effet du torseur des écarts associés à l'articulation X

$$\vec{\delta}_{X/t} = \vec{\delta}_X + \vec{\varepsilon}_X \times \overrightarrow{O_x t}$$

$\vec{\delta}_{Y/t}$  : écart linéaire résultant, à la touche du stylet, dû à l'effet du torseur des écarts associés à l'articulation Y

$$\vec{\delta}_{Y/t} = \vec{\delta}_Y + \vec{\varepsilon}_Y \times \overrightarrow{O_y t}$$

$\vec{\delta}_{Z/t}$  : écart linéaire résultant, à la touche du stylet, dû à l'effet du torseur des écarts associés à l'articulation Z

$$\vec{\delta}_{Z/t} = \vec{\delta}_Z + \vec{\varepsilon}_Z \times \overrightarrow{O_z t}$$

L'expression de l'erreur volumétrique  $\vec{e}_M$  est [75].

$$\vec{e}_M = \vec{\delta}_X + \vec{\varepsilon}_X \times \overrightarrow{O_x t} + \vec{\delta}_Y + \vec{\varepsilon}_Y \times \overrightarrow{O_y t} + \vec{\delta}_Z + \vec{\varepsilon}_Z \times \overrightarrow{O_z t} \quad (2-6)$$

Nous remplaçons les écarts linéaires et les écarts angulaires par leurs expressions :

$$\begin{aligned} \vec{e}_M = & \begin{pmatrix} \delta_x(X) \\ \delta_y(X) \\ \delta_z(X) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_x(X) \\ \varepsilon_y(X) \\ \varepsilon_z(X) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t_x \\ Y + t_y \\ Z + t_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_x(Y) \\ \delta_y(Y) \\ \delta_z(Y) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_x(Y) \\ \varepsilon_y(Y) \\ \varepsilon_z(Y) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ Z + t_z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta_x(Z) \\ \delta_y(Z) \\ \delta_z(Z) \end{pmatrix} + \\ & \begin{pmatrix} \varepsilon_x(Z) \\ \varepsilon_y(Z) \\ \varepsilon_z(Z) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2-7)$$

Les coordonnées nominales de la touche du stylet par rapport au repère fondation {F} sont :

$$x_t = X + t_x$$

$$y_t = Y + t_y$$

$$z_t = Z + t_z$$

Le vecteur de l'erreur volumétrique en un point M dans le volume de mesure est donc :

$$\vec{e}_M = \begin{pmatrix} \delta_x(X) + \delta_x(Y) + \delta_x(Z) + z_t \varepsilon_y(X) - y_t \varepsilon_z(X) + z_t \varepsilon_y(Y) - t_y \varepsilon_z(Y) + t_z \varepsilon_y(Z) - t_y \varepsilon_z(Z) \\ \delta_y(X) + \delta_y(Y) + \delta_y(Z) + t_x \varepsilon_z(X) - z_t \varepsilon_x(X) + t_x \varepsilon_z(Y) - z_t \varepsilon_x(Y) + t_x \varepsilon_z(Z) - t_z \varepsilon_x(Z) \\ \delta_z(X) + \delta_z(Y) + \delta_z(Z) + y_t \varepsilon_x(X) - t_x \varepsilon_y(X) + t_y \varepsilon_x(Y) - t_x \varepsilon_y(Y) + t_y \varepsilon_x(Z) - t_x \varepsilon_y(Z) \end{pmatrix} \quad (2-8)$$

La présence des écarts cinématiques dans les axes articulaires crée un champ d'erreurs dans le volume de mesure de la machine, c'est-à-dire un vecteur erreur  $\vec{e}_M$  est associé à chaque point M dans le volume de mesure de la machine.

L'erreur volumétrique  $\vec{e}_M$  peut être écrite sous la forme matricielle :

$$\vec{e}_M = \mathbf{J} \boldsymbol{\delta P} \quad (2-9)$$

où  $\mathbf{J}$  est la matrice jacobienne.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_t & -y_t & 1 & 0 & 0 & 0 & z_t & -t_y & 1 & 0 & 0 & 0 & t_z & -t_y \\ 0 & 1 & 0 & -z_t & 0 & t_x & 0 & 1 & 0 & -z_t & 0 & t_x & 0 & 1 & 0 & -t_z & 0 & t_x \\ 0 & 0 & 1 & y_t & -t_x & 0 & 0 & 0 & 1 & t_y & -t_x & 0 & 0 & 0 & 1 & t_y & -t_x & 0 \end{bmatrix}$$

$\boldsymbol{\delta P}$  est la matrice colonne (18x1) composée de tous les écarts linéaires et angulaires.

$$\boldsymbol{\delta P} = \begin{bmatrix} \delta_x(X) \\ \delta_y(X) \\ \delta_z(X) \\ \varepsilon_x(X) \\ \varepsilon_y(X) \\ \varepsilon_z(X) \\ \delta_x(Y) \\ \delta_y(Y) \\ \delta_z(Y) \\ \varepsilon_x(Y) \\ \varepsilon_y(Y) \\ \varepsilon_z(Y) \\ \delta_x(Z) \\ \delta_y(Z) \\ \delta_z(Z) \\ \varepsilon_x(Z) \\ \varepsilon_y(Z) \\ \varepsilon_z(Z) \end{bmatrix}$$

### 2.1.4 Erreur de mesure sur un calibre étagé

La  $i^{\text{ème}}$  position du calibre étagé dans le volume de mesure de la MMT est définie par les deux angles  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  et les coordonnées du premier point mesuré  $M_{l,i}$  comme présenté dans la Figure 2-3.

Les coordonnées du point nominal  $M_{j,i}$  sont données par la formule :

$$\overrightarrow{O_F M_{j,i}} = \overrightarrow{O_F M_{1,i}} + \overrightarrow{M_{1,i} M_{j,i}} \quad (2-10)$$

où

$$\overrightarrow{M_{1,i} M_{j,i}} = \|\overrightarrow{M_{1,i} M_{j,i}}\| \hat{n}_i \quad \text{avec} \quad \hat{n}_i = \begin{pmatrix} \cos(\beta_i) \cos(\alpha_i) \\ \cos(\beta_i) \sin(\alpha_i) \\ \sin(\beta_i) \end{pmatrix}$$

$\|\overrightarrow{M_{1,i} M_{j,i}}\|$  est la distance conventionnellement vraie entre les deux points  $M_{1,i}$  et  $M_{j,i}$

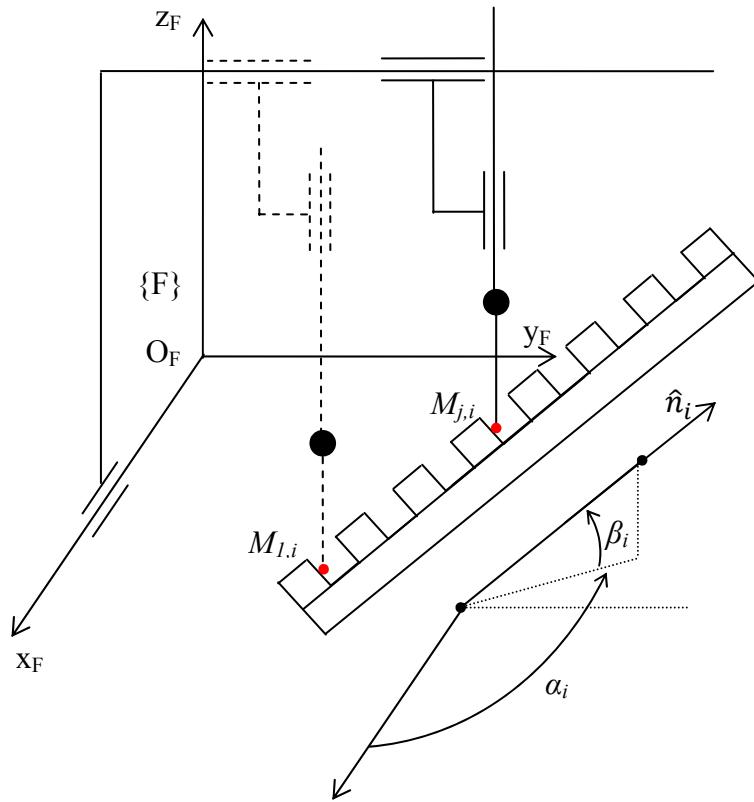


Figure 2-3 : Position du calibre étagé dans le volume de mesure de la MMT.

L'erreur  $E_{1,j,i}$  mesurée expérimentalement entre le point  $M_{l,i}$  et  $M_{j,i}$  du calibre étagé est la projection de la différence entre l'erreur volumétrique calculée au point  $M_{j,i}$  et celle calculée au point  $M_{l,i}$  :

$$E_{1,j,i} = (\vec{e}_{M_{j,i}} - \vec{e}_{M_{l,i}}) \cdot \hat{n}_i \quad (2-11)$$

En utilisant l'expression matricielle de l'erreur volumétrique à l'équation (2-9), on peut écrire l'expression générale de l'erreur  $E_{1,j,i}$

$$E_{1,j,i} = [(\mathbf{J}_{j,i})^T \hat{n}_i - (\mathbf{J}_{l,i})^T \hat{n}_i] \delta P \quad (2-12)$$

où  $\mathbf{J}_{j,i}$  est la matrice jacobienne calculée au point  $M_{j,i}$  ;

$\mathbf{J}_{l,i}$  est la matrice jacobienne calculée au point  $M_{l,i}$ .

Exemple d'exploitation de l'expression générale de l'erreur  $E_{1,j,i}$  :

Pour la position 2 du calibre étagé, on a ( $i=2$ ), l'erreur mesurée expérimentalement entre le premier point sur le calibre  $M_{l,2}$  et le sixième point  $M_{6,2}$  est  $E_{1,6,2}$  (la différence entre la distance mesurée par la MMT et la distance conventionnellement vraie). Pour cette distance, l'erreur mesurée est :

$$E_{1,6,2} = [(\mathbf{J}_{6,2})^T \hat{n}_2 - (\mathbf{J}_{1,2})^T \hat{n}_2] \delta P$$

## 2.1.5 Système d'identification

Le calibre étagé est mesuré dans  $N_p$  positions. Dans chaque position,  $N_d$  distances sont mesurées sur le calibre. Chaque distance mesurée sur le calibre donne une équation exprimée par  $E_{1,j,i}$

où  $i = 1, \dots, N_p$  et  $j = 1, \dots, N_d$

Pour illustration :

L'ensemble des équations pour la position 1 sont :

$$E_{1,2,1} = [(\mathbf{J}_{2,1})^T \hat{n}_1 - (\mathbf{J}_{1,1})^T \hat{n}_1] \delta P$$

$$E_{1,3,1} = [(\mathbf{J}_{3,1})^T \hat{n}_1 - (\mathbf{J}_{1,1})^T \hat{n}_1] \delta P$$

⋮ ⋮ ⋮

$$E_{1,N_d,1} = [(\mathbf{J}_{N_d,1})^T \hat{n}_1 - (\mathbf{J}_{1,1})^T \hat{n}_1] \delta P$$

L'ensemble des équations pour la position  $i$  sont :

$$\begin{aligned}
E_{1,2,i} &= [(\mathbf{J}_{2,i}^T \hat{n}_i)^T - (\mathbf{J}_{1,i}^T \hat{n}_i)^T] \boldsymbol{\delta P} \\
E_{1,3,N_p} &= [(\mathbf{J}_{3,i}^T \hat{n}_i)^T - (\mathbf{J}_{1,i}^T \hat{n}_i)^T] \boldsymbol{\delta P} \\
&\vdots \quad \vdots \quad \vdots \\
E_{1,N_d,N_p} &= [(\mathbf{J}_{N_d,i}^T \hat{n}_i)^T - (\mathbf{J}_{1,i}^T \hat{n}_i)^T] \boldsymbol{\delta P}
\end{aligned}$$

Après avoir mesuré le calibre étagé dans les  $N_p$  positions, nous avons,  $N = N_p * N_d$  équations. Formant ainsi, par concaténation, un système linéaire dont les inconnues sont les composantes de la matrice colonne  $\boldsymbol{\delta P}$ .

Le système à résoudre est écrit sous la forme :

$$\mathbf{E} = \mathbf{H} \boldsymbol{\delta P} \quad (2-13)$$

où

$\mathbf{E}$  est la matrice colonne ( $N \times 1$ ) composée de toutes les erreurs mesurées sur le calibre étagé, dans toutes les positions

$\mathbf{H}$  est la matrice d'identification ( $N \times 18$ )

$\boldsymbol{\delta P}$  est la matrice colonne ( $18 \times 1$ ) composée de tous les écarts linéaires et angulaires

La matrice d'identification  $\mathbf{H}$  est non carrée, donc pour trouver  $\boldsymbol{\delta P}$ , on utilise le pseudo inverse  $\mathbf{H}^+$  de la matrice  $\mathbf{H}$ , tel que :

$$\boldsymbol{\delta P} = \mathbf{H}^+ \mathbf{E} \quad \text{avec} \quad \mathbf{H}^+ = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T$$

Dans le travail que décrit ce mémoire, on considère que la machine est caractérisée uniquement par les écarts de perpendicularité entre ces axes et les gains d'échelles liées à chaque axe. Dans ce cas :

- La matrice jacobienne  $\mathbf{J}$  est :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -y_t & z_t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t_x & 0 & -z_t \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -t_x & t_y \end{bmatrix}$$

- La matrice colonne contenant les paramètres à identifier est :

$$\boldsymbol{\delta P} = \begin{bmatrix} \delta_x(X) \\ \delta_y(Y) \\ \delta_z(Z) \\ \varepsilon_z(X) \\ \varepsilon_y(X) \\ \varepsilon_x(Y) \end{bmatrix}$$

Les écarts linéaires caractérisant les erreurs d'échelles sont écrits sous la forme :

$$\delta_x(X) = K_x \cdot X$$

$$\delta_y(Y) = K_y \cdot Y$$

$$\delta_z(Z) = K_z \cdot Z$$

où

$K_x$ ,  $K_y$  et  $K_z$  sont respectivement les gains d'échelle des axes X, Y et Z.

Les écarts angulaires caractérisant les écarts de perpendicularité sont des constants et s'écrivent sous la forme :

$$\varepsilon_z(X) = \gamma_{xy}$$

$$\varepsilon_y(X) = \gamma_{xz}$$

$$\varepsilon_x(Y) = \gamma_{yz}$$

## 2.2 Identification d'écart de perpendicularité et gains d'échelles

Les tests expérimentaux ont été réalisés sur une machine modèle LK G90c. Le calibre étagé utilisé est cylindrique avec une longueur totale de l'ordre de 17 pouces. La calibration de ce calibre a été réalisée sur une machine MMT modèle LEGEX 9106 de Mitutoyo avec la spécification  $E = 0.48 + L/1000$  ( $\mu\text{m}$ ). La Figure 2-4 montre les 7 positions prédéfinies par le document ASME B89.4.10360.2-2008 qui sont les 4 grandes diagonales (obligatoires) et les 3 positions axiales (suggérées). Sur le calibre étagé, les mesures sont réalisées en mode unidirectionnel.

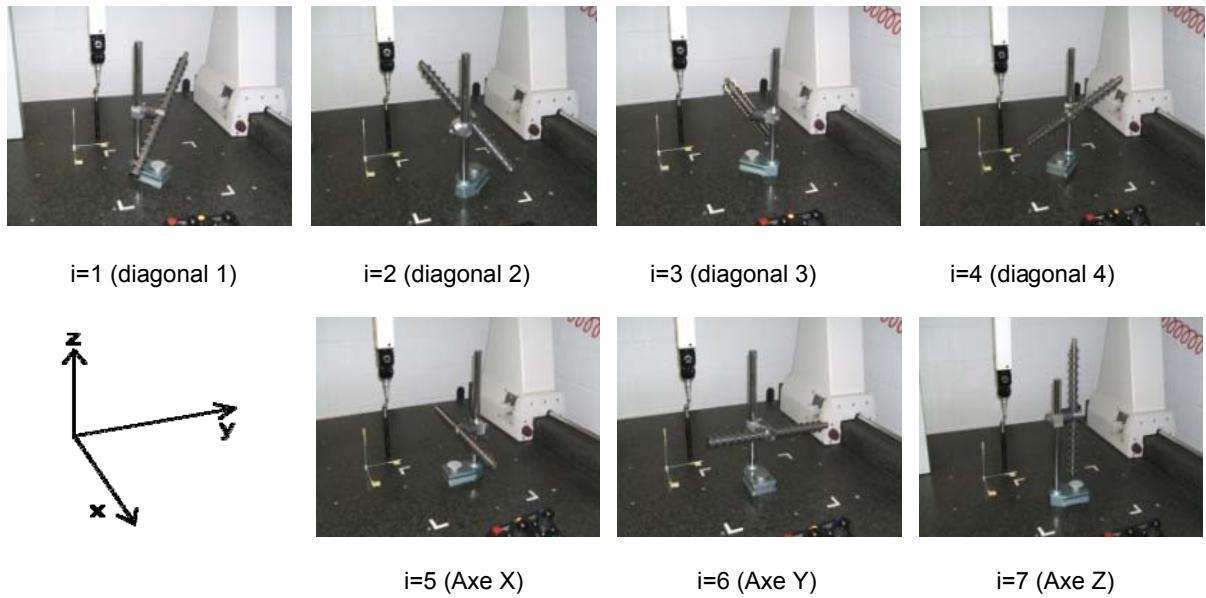


Figure 2-4 : Positions de mesures proposées par le document ASME B89.4.10360.2-2008.

Afin de réaliser des mesures en mode bidirectionnel, on combine les erreurs mesurées sur le calibre étagé avec des erreurs mesurées sur une cale étalon de 1 pouce placée à côté et dans la même direction du calibre étagé et mesurée en mode bidirectionnel.

La Figure 2-5 illustre les deux modes de mesures : unidirectionnel et bidirectionnel.

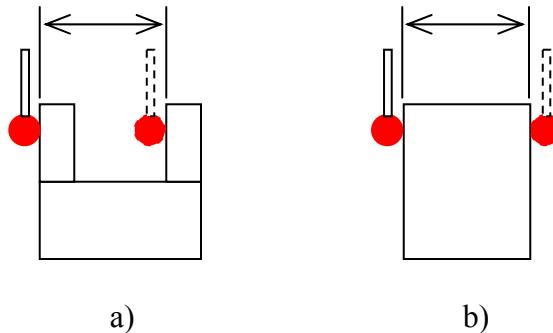


Figure 2-5 : a) Mode unidirectionnelle ; b) mode bidirectionnelle.

## 2.2.1 Résultats de mesures et d'identification

La Figure 2-6 présente les résultats de mesure sur le calibre étagé (mesure en mode unidirectionnel). Pour chaque position, les mesures sont répétées 3 fois. D'après cette figure, on

constate que l'erreur de mesure augmente avec la longueur mesurée. Sur cette figure, on peut aussi quantifier l'erreur aléatoire de l'ordre de 0.0002 (in).

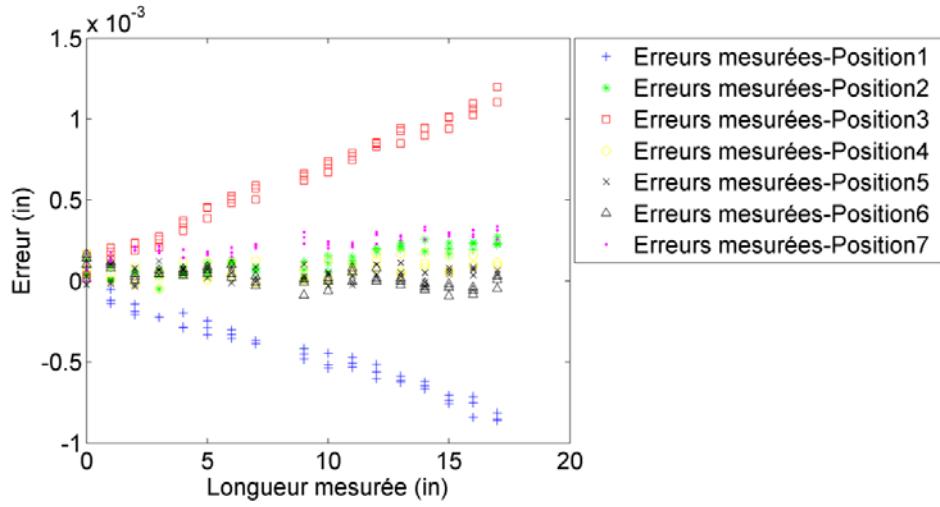


Figure 2-6 : Erreur de mesure en mode unidirectionnel.

La Figure 2-7 présente les résultats de mesure sur le calibre étagé (mesuré en mode bidirectionnel). Pour chaque position, les mesures sont répétées 3 fois. D'après cette figure, on constate que l'erreur de mesure augmente avec la longueur mesurée. Sur cette figure, on peut quantifier l'erreur aléatoire de l'ordre de 0.00026 (in). Celle-ci peut caractériser la répétabilité de mesure. Cette erreur aléatoire, dans le cas de mesure en mode bidirectionnel, est plus importante à cause de l'effet du palpeur.

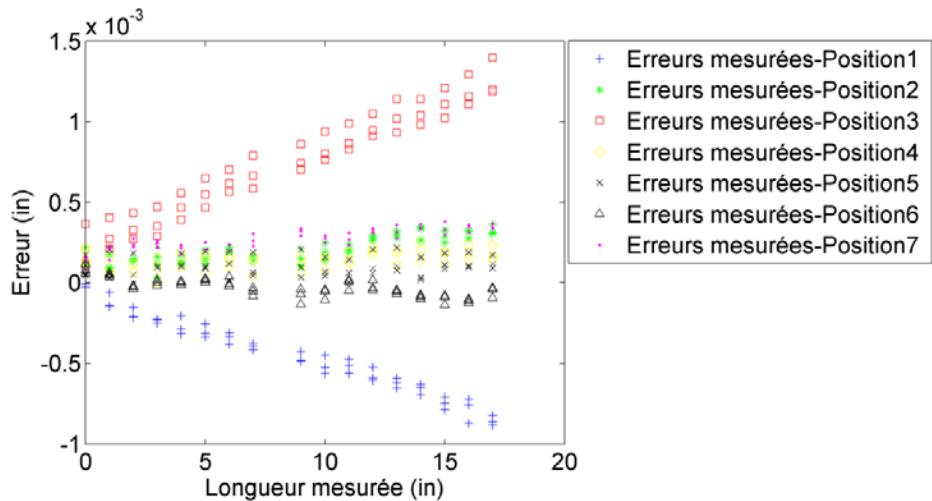


Figure 2-7 : Erreur de mesure en mode bidirectionnel.

La Figure 2-8 présente les moyennes des erreurs de mesures sur le calibre étagé accompagnées des courbes prédictes obtenues en utilisant les paramètres estimés (présentés dans le Tableau 2-1). Le pourcentage des erreurs expliquées par le modèle est calculé par la formule suivante

$$D = \left( 1 - \frac{|R_{max}|}{|E_{max}|} \right) \times 100\%$$

où  $R_{max}$  est le plus grand résidu calculé pour les sept positions de mesure

$E_{max}$  est la plus grande erreur mesurée dans les sept positions de mesure

D'après la Figure 2-8, on a  $R_{max} = -0.000096(\text{in})$  et  $E_{max} = 0.00106(\text{in})$ . Ce qui donne un pourcentage  $D = 90\%$ .

Cette analyse signifie qu'après correction de la machine en utilisant les six paramètres identifiés, l'erreur maximal de mesure dans les sept positions est de l'ordre de  $E_{max} = -0.000096(\text{in})$

Tableau 2-1: Paramètres estimés

Écarts de perpendicularité	Gains d'échelles
$\gamma_{xy} = 0.000006 \text{ (rad)}$	$K_x = 0.0000029 \text{ (in/in)}$
$\gamma_{xz} = 0.000078 \text{ (rad)}$	$K_y = -0.0000097 \text{ (in/in)}$
$\gamma_{yz} = 0.000094 \text{ (rad)}$	$K_z = 0.0000176 \text{ (in/in)}$

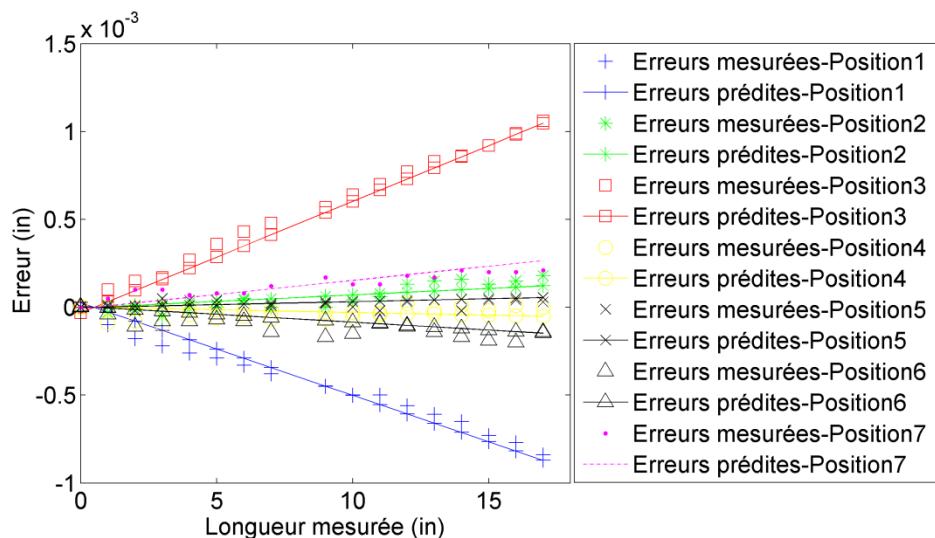


Figure 2-8 : Résultats de mesures et de prédiction en utilisant les paramètres estimés.

## 2.2.2 Validation expérimentale des écarts de perpendicularité

La validation des écarts de perpendicularité a été réalisée en utilisant une équerre en forme de T mesurée selon la méthode de retournement. Cette méthode permet de fournir les écarts de perpendicularité entre les axes de la machine et l'écart de perpendicularité de l'équerre [74]. Dans cette section, on présente le principe de cette méthode et les résultats de mesures :

- Si on mesure une parfaite équerre avec une imparfaite machine (caractérisée par un écart de perpendicularité  $\alpha$ ), les mesures indiquent une erreur de perpendicularité  $-\alpha$ , Figure 2-9 a).
- Si on mesure une imparfaite équerre (caractérisée par une erreur  $\beta$ ) avec une parfaite machine, les mesures indiquent une erreur de perpendicularité  $\beta$ , Figure 2-9 b).

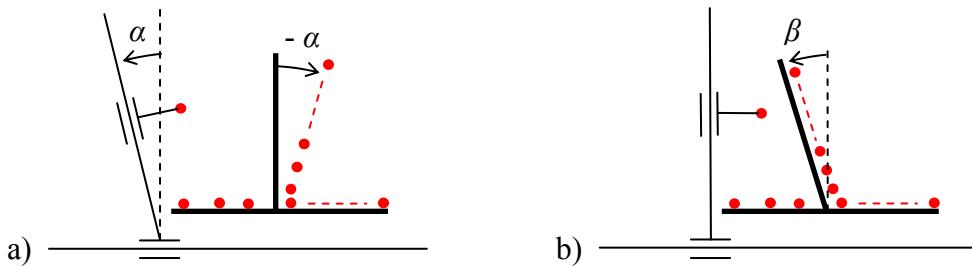


Figure 2-9 : a) Effet de la machine ; b) Effet de l'équerre.

Dans le cas réel, on mesure une imparfaite équerre en forme de T (caractérisée par l'erreur de perpendicularité  $\beta$ ) avec une imparfaite machine (caractérisée par l'erreur de perpendicularité  $\alpha$ ), Figure 2-10. L'équerre en forme de T est mesurée en deux positions dans le même endroit dans le volume de mesure de la MMT. Donc, l'erreur de perpendicularité entre les axes de la machine a le même effet dans les deux positions de mesure.

Dans la position 1, les mesures indiquent une erreur de perpendicularité  $\varepsilon_1$ . Dans la position 2, on mesure l'équerre dans le même endroit de la machine, mais après l'avoir inversée, les mesures indiquent une erreur de perpendicularité  $\varepsilon_2$ . Les deux erreurs de perpendicularité, mesurées dans les deux positions (Figure 2-10), sont exprimées en fonction des erreurs de perpendicularité  $\alpha$  et  $\beta$  par les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= -\alpha + \beta \\ \varepsilon_2 &= -\alpha - \beta\end{aligned}\tag{2-14}$$

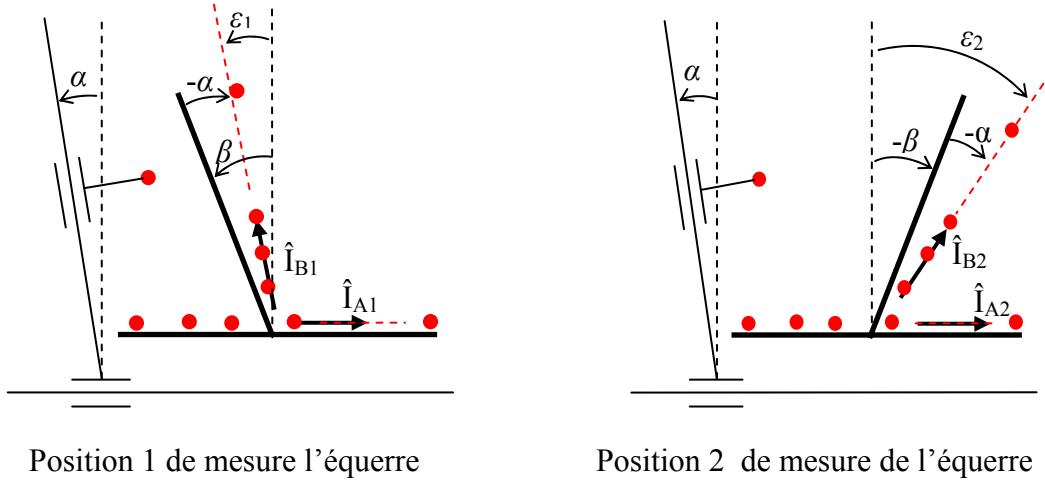


Figure 2-10 : Principe de la méthode de retournement.

Les vecteurs  $\hat{I}_{Ai}$  et  $\hat{I}_{Bi}$ , avec  $i = 1$  ou  $2$ , sont les vecteurs unitaires directeurs des droites calculés à partir des points mesurés en utilisant la méthode des moindres carrés. Les erreurs de perpendicularité  $\varepsilon_1$  et  $\varepsilon_2$  sont calculées par les relations suivantes :

$$\varepsilon_1 = \arccos(\hat{I}_{A1}, \hat{I}_{B1})$$

$$\varepsilon_2 = \arccos(\hat{I}_{A2}, \hat{I}_{B2})$$

Cette méthode est appliquée en mesurant une équerre en forme de T dans les 3 plans de la machine. La Figure 2-11 montre les 6 positions de mesures dans les 3 plans (2 positions par plan).





Figure 2-11 : Positions de mesures de l'équerre en forme de T.

Le Tableau 2-2 présente une comparaison entre les résultats d'identification des écarts de perpendicularité obtenus à partir de la méthode développée dans ce mémoire en utilisant le calibre étagé et les résultats obtenus à partir de la mesure de l'équerre en forme de T en utilisant la méthode de retournement. Une explication des différences entre les valeurs dans ce tableau sera présentée dans la section suivante dans ce chapitre.

Tableau 2-2: Validation des écarts de perpendicularité identifiés

Écarts de perpendicularité	Méthode développé en utilisant le calibre étagé	Méthode de retournement en utilisant l'équerre
Plan XY	0.000006 (rad)	0.000002 (rad)
Plan XZ	0.000078 (rad)	0.000069 (rad)
Plan YZ	0.000094 (rad)	0.000073 (rad)

### 2.2.2.1 Analyse des incertitudes sur les écarts de perpendicularité identifiés

Dans le but d'expliquer la différence entre les valeurs présentées dans le tableau 2.2, on étudie l'effet des erreurs aléatoires de mesures sur les paramètres identifiés. 10 000 simulations sont

utilisées en appliquant l'équation (2-13). Pour chaque simulation, on perturbe les erreurs de mesures par une erreur aléatoire  $\pm rand_i$  qui caractérise la répétabilité de la machine tel que  $-var \leq rand_i \leq var$  et  $var = 0.13(\mu in)$ . Cette valeur est calculée à partir des résultats présentés dans la Figure 2-6, elle représente la marge maximale pour les 3 répétitions de mesures pour les 7 directions.

La Figure 2-12 montre la projection de l'hyper-ellipsoïdal (obtenue par le nuage de points) dans les trois plans formés par les écarts de perpendicularité  $SqXY$ ,  $SqXZ$  est  $SqYZ$  ( $SqXY$ ,  $SqXZ$  et  $SqYZ$  indiquent respectivement les écarts de perpendicularité entre les axes de la machine dans les plans XY, XZ et YZ). Ces graphes montrent que les erreurs aléatoires prises en compte expliquent partiellement la différence entre les valeurs présentées dans le tableau 2.2. Autres facteurs non pris en compte pourraient expliquer le reste de la différence, comme les autres paramètres de la machine qui ne sont pas considérés dans le modèle.

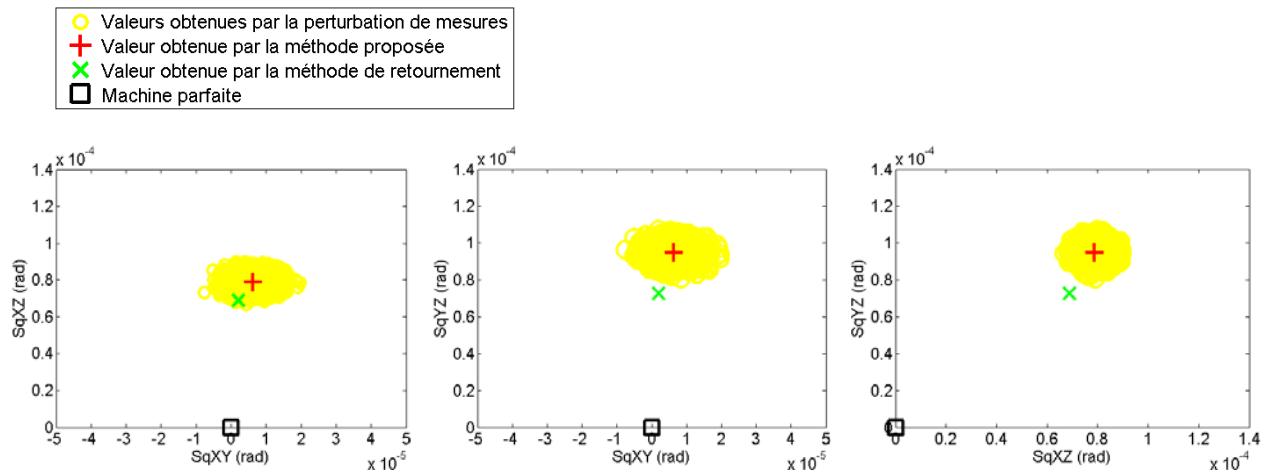


Figure 2-12 : Effet des erreurs aléatoires de mesures sur les paramètres identifiés.

## 2.3 Conclusion

La méthode proposée dans ce chapitre permet d'identifier les écarts d'échelles et les écarts de perpendicularité entre les axes de la MMT. Les mesures sont prises sur un calibre étagé positionnées dans les 7 positions suggérées par le document ASME B89.4.10360.2-2008. Les écarts de perpendicularité identifiés sont validés par la méthode de retournement en mesurant une équerre non calibrée en forme de T. L'avantage de cette méthode est qu'elle est rapide et facile à appliquer et elle permet d'obtenir les paramètres nécessaires pour apporter une action corrective à

la machine en cas de non-conformité après la vérification périodique de la MMT selon le document ASME B89.4.10360.2-2008. Cette approche a aussi des faiblesses, car les valeurs identifiées dépendent de leur degré de dominance [76]. Cette approche pourrait être aussi intéressante pour étalonner des machines de grandes tailles en utilisant d'autre instrument de mesures tel que l'interféromètre laser.

## CHAPITRE 3    DIAGNOSTIC DE LA MMT DANS UN PETIT VOLUME DE MESURE - DÉCOUPLAGE MACHINE ET PALPEUR

Les erreurs liées aux axes de la machine et les erreurs du système de palpage coexistent et affectent la position de la touche du stylet à chaque point mesuré [77]. Lorsqu'on mesure une cale étalon, une bague ou une sphère d'essai dans un petit volume de mesure de la MMT pour évaluer le système de palpage, il est généralement admis que l'effet des axes de la machine ne sont pas dominants de sorte que les erreurs observées sont pour la majorité causées par le palpeur [78]. Le travail de Butler [79] indique que les erreurs du palpeur sont importantes et peuvent dépasser les erreurs provenant d'autres sources. Afin d'évaluer la performance du palpeur, les normes B89.1.12M, ISO 10360-2 et VDI / VDE 2617 [72, 80, 81] proposent de mesurer une sphère d'essai en utilisant différentes longueurs du stylet. Les points enregistrés sont utilisés pour ajuster une sphère de moindres carrés puis on calcule le centre de la sphère et les résidus pour chacun des points mesurés.

L'erreur qui caractérise le système de palpage est la variation du pré-déplacement [56, 60]. Pour évaluer cette erreur sans aucune influence des erreurs des axes de la machine, Mayer et al. [65] ont utilisé un micromètre pour mesurer le déplacement de la touche du stylet entre le premier point de contact et le point de déclenchement. Une caméra vidéo et une macro-objectif ont été utilisées pour visualiser le premier point de contact. Dobosz et Wozniak [71] ont élaboré un mécanisme qui permis de contrôler le déplacement de la touche du stylet grâce à un système à faible force. Le premier contact juste avant le déplacement de la touche du stylet est détecté par un système mécanique à haute sensibilité puis on continue le déplacement de la touche du stylet jusqu'à ce que le déclenchement se produit. La variation du pré-déplacement peut être une source d'erreur dominante lorsqu'on inspecte des pièces de petites tailles [82]. Il a également été établi que les erreurs de palpeur augmentent généralement avec la longueur du stylet [56, 59]. Les principaux facteurs affectant les erreurs du palpeur ont été examinés et décrits dans des études antérieures [57, 65, 78, 83]. Malgré ces développements, il reste une exigence industrielle pour évaluer la performance du palpeur dans un environnement de production et sur la MMT et de déterminer si le palpeur ou le reste de la machine est à l'origine des erreurs de mesures.

Les méthodes de séparation sont souvent utilisées dans le domaine de la métrologie pour séparer les contributions des erreurs d'un artefact des erreurs de système de mesure [84]. Une telle méthode est la méthode de retournement de Donaldson [85] utilisée sur les machines de circularité pour séparer les erreurs de circularité d'un artefact des erreurs radiales de la table rotative. Elle nécessite deux repositionnements. Tout d'abord, l'artefact est positionné sur la table et une mesure est réalisée pour un tour complet de la table. Ensuite, le palpeur et l'artefact sont tournés de  $180^\circ$  et une nouvelle mesure est réalisée. La méthode multi-step [86, 87] est présentée par Whitehouse [87] comme une approche alternative de la méthode de Donaldson. Elle nécessite d'enregistrer séquentiellement  $N$  profils, chaque profil correspondant à une rotation de  $360^\circ/N$  de l'artefact par rapport à la table rotative. Cette méthode a été proposée pour éviter les problèmes liés à la méthode de Donaldson tels que le déséquilibre de la force causé par le palpeur lorsque le palpeur est inversé par rapport au centre de la table rotative. Whitehouse [87] a montré théoriquement, en utilisant l'analyse de Fourier, que la méthode multi-step est insensible à une certaine composante harmonique des erreurs. Il a aussi démontré que la méthode de Donaldson est une véritable méthode de retournement. Le procédé de la méthode multi-step a été appliqué expérimentalement par Chetwynd et Siddall [88] afin d'améliorer la précision de mesure de la circularité. Linxiang [89] a étudié théoriquement la précision de mesure de la méthode multi-step et a proposé une formule pour le nombre de points à palper. Estler et al. [90] ont étudié l'incertitude dans l'estimation des erreurs radiales de la table rotative, en utilisant la méthode multi-step, en fonction du nombre d'étapes et les incertitudes de mesures dues au palpeur. Marsh et al. [91] ont comparé la méthode multi-step avec la méthode de Donaldson pour tester la capacité de séparation des erreurs à l'échelle nanométrique.

Le travail présenté dans ce chapitre décrit une méthode pour séparer la variation de pré-déplacement du système de palpation des effets indésirables dus au reste de la machine. Cette méthode est une mise en œuvre de nouveaux développements, sur la MMT, de la méthode multi-step [92]. Au lieu d'une table rotative, le palpeur se déplace à l'aide des axes linéaires de la machine pour chaque mesure et l'effet de retournement est fourni par la ré-indexation du palpeur à l'aide du système de palpation articulé.

## 3.1 Méthode de séparation

### 3.1.1 Mesure de la sphère et analyse de résidus

Supposons  $n$  mesures prises sur une sphère d'essai en utilisant un palpeur à déclenchement sur une MMT. Une fois l'effet de la localisation de la sphère enlevé par l'ajustement de la sphère de moindres carrés (voir [3] pour le détail de la méthode de moindres carrés), la valeur du résidu radiale  $e$  entre un point mesuré et la sphère ajustée est expliquée par trois groupes d'erreurs principaux qui sont : les erreurs de forme géométrique de la sphère  $\delta_s$ , toute source d'erreur systématique associée aux axes de la machine tels que les erreurs de mouvement, dynamiques et des effets transitoires et des écarts de perpendicularité  $\delta_{am}$ , le pré-déplacement du système de palpation  $\delta_p$ , et toute non-répétabilité  $\varepsilon$ .

Les contributions respectives à la valeur résiduelle radiale  $e$  de chacune de ces sources d'erreurs sont cumulées algébriquement comme suit:

$$e = \delta_s + \delta_{am} - \delta_p + \varepsilon \quad (3-1)$$

La Figure 3-1 montre le système de palpation et le reste de la machine comprenant les axes de la machine (l'électronique associée, lecteurs et encodeurs) et la sphère d'essai.

Avec le palpeur dans son orientation verticale, il est possible de palper entièrement l'hémisphère supérieur de la sphère d'essai. Le palpeur peut alors être tourné autour de son axe en utilisant l'angle B de la tête orientable et une autre série de points est prise sur la sphère d'essai. Puisque seul le palpeur (et d'autres composantes mobiles de la tête d'indexation) a tourné entre les deux séries de mesures, il est supposé que l'erreur qui est due aux éléments qui ne tournent pas, comme la sphéricité de la sphère d'essai et les axes de la machine, restera la même. Nous fusionnons ces deux sources d'erreurs et leur référons, comme des erreurs provenant de la machine,  $\delta_m$ , de sorte que nous pouvons écrire  $\delta_m = \delta_s + \delta_{am}$ .

L'équation (3-1) devient:

$$e = \delta_m - \delta_p + \varepsilon \quad (3-2)$$

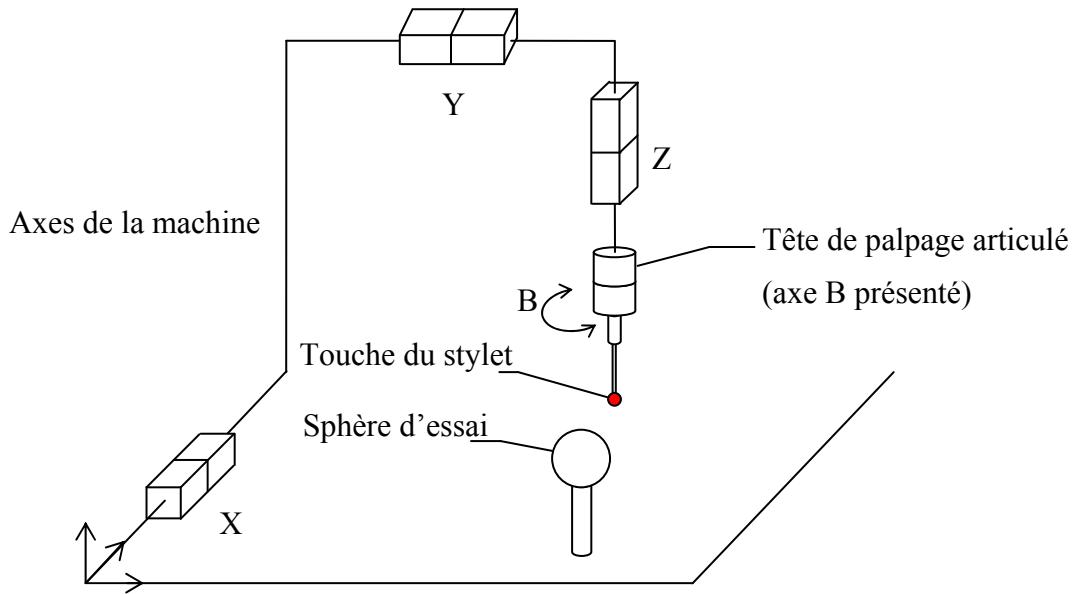


Figure 3-1 : Système de palpation et reste de la machine.

### 3.1.2 Principe de la méthode

On mesure un certain nombre de cercles parallèles entre eux et situés entre l'équateur et le pôle de la sphère d'essai,  $n$  points uniformément répartis longitudinalement sont mesurés sur chaque cercle. La sphère est mesurée pour  $n$  configurations du système de palpation, chaque configuration est définie par la rotation de l'angle  $B$  autour de l'axe vertical (Renishaw PH10M) d'un incrément de  $360^\circ/n$ . Pour chaque configuration, le système de palpation reste vertical, nous avons alors une permutation des erreurs de palpeur sur tous les points mesurés. Cependant, les erreurs de la machine devraient rester les mêmes. La Figure 3-2 illustre les séquences de mesure pour un cercle parallèle à l'équateur de la sphère d'essai pour les différentes configurations.

Par exemple, pour la configuration 1, la machine palpe la surface de la sphère, nominalement normalement selon les  $n$  directions  $j$ , avec  $j = 1, \dots, n$  correspondant aux  $n$  directions d'approches  $i$  du palpeur, alors  $i = 1, \dots, n$ . On produit ainsi un ensemble de direction  $(j, i)$  pour chaque contact. Pour la configuration 2, le palpeur est tourné par un incrément de sorte que, cette fois, pendant que la machine se déplace toujours dans les directions  $j$  avec  $j = 1, \dots, n$ , les directions d'approches du palpeur correspondante sont maintenant  $i = n, 1, 2, \dots, n - 1$ . Ce processus se poursuit jusqu'à ce que toutes les rotations  $n$  soient utilisées.

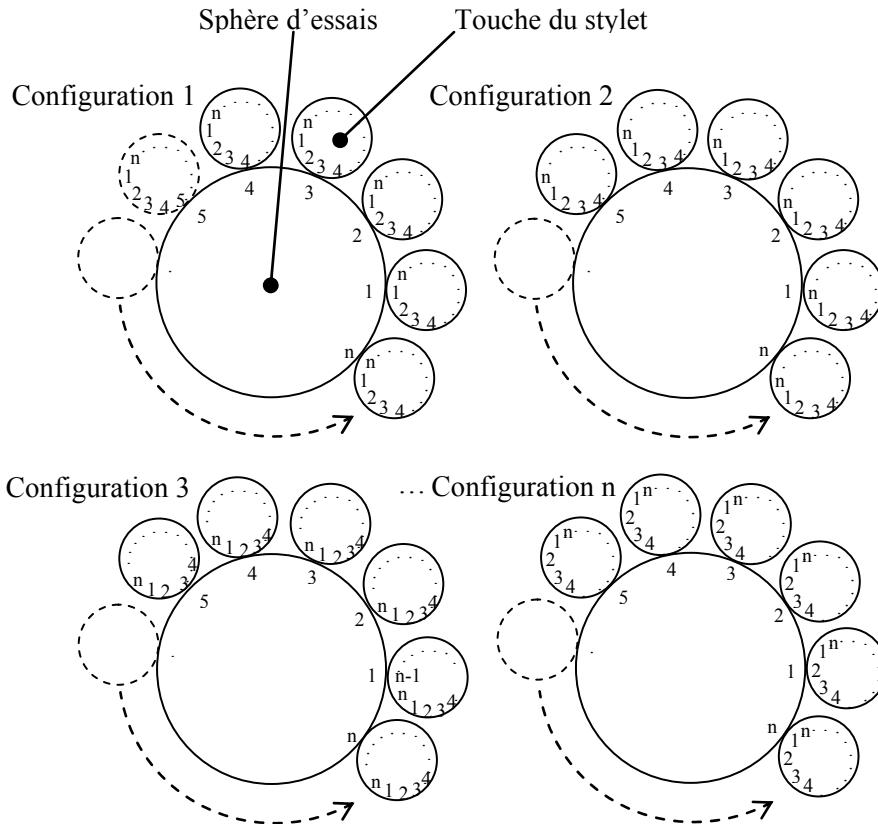


Figure 3-2 : Séquences de mesure pour un cercle parallèle à l'équateur de la sphère d'essai pour les différentes configurations.

### 3.1.3 Matrice d'identification

Pour une configuration du système de palpage, il existe  $n$  points mesurés sur le cercle, combinant ainsi  $n$  erreurs de la machine et  $n$  erreurs du palpeur.

Pour chaque point mesuré, l'équation suivante s'applique:

$$e_{j,k} = \delta_{m,j} - \delta_{p,i} + \varepsilon_{j,k} \quad (3-3)$$

où  $k$  indique la configuration du système de palpage;  $j$ : indique la direction d'approche de la machine et  $i$ : indique la direction d'approche du palpeur.

Pour chaque configuration  $k$  et un cercle particulier, nous avons un sous-système de  $n$  équations :

$$\begin{bmatrix} e_{1,k} \\ e_{2,k} \\ e_{3,k} \\ \vdots \\ \vdots \\ e_{n-1,k} \\ e_{n,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(k-1) \times (n-(k-1))} & \vdots & -\mathbf{I}_{(k-1) \times (k-1)} & \vdots & \mathbf{I}_{n \times n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ -\mathbf{I}_{(n-(k-1)) \times (n-(k-1))} & \vdots & \mathbf{0}_{(n-(k-1)) \times (k-1)} & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{p,1} \\ \delta_{p,2} \\ \delta_{p,3} \\ \vdots \\ \delta_{p,n-1} \\ \delta_{p,n} \\ \delta_{m,1} \\ \delta_{m,2} \\ \delta_{m,3} \\ \vdots \\ \delta_{m,n-1} \\ \delta_{m,n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{E}_{1,k} \\ \mathcal{E}_{2,k} \\ \mathcal{E}_{3,k} \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathcal{E}_{n-1,k} \\ \mathcal{E}_{n,k} \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

qui peut être simplifié pour :

$$\mathbf{e}_k = [\mathbf{Pk}_{n \times n} \quad \mathbf{I}_{n \times n}] \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}_k \quad (3-5)$$

où

$$\mathbf{Pk}_{n \times n} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{(k-1) \times (n-(k-1))} & \vdots & -\mathbf{I}_{(k-1) \times (k-1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -\mathbf{I}_{(n-(k-1)) \times (n-(k-1))} & \vdots & \mathbf{0}_{(n-(k-1)) \times (k-1)} \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

Par exemple, pour  $n=4$  et  $k=2$  :

$$\mathbf{Pk}_{4 \times 4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \vdots & -1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ -1 & 0 & 0 & & 0 \\ 0 & -1 & 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & & 0 \end{bmatrix}$$

Pour les  $n$  configurations, on obtient un système linéaire formé à partir de la concaténation de tous les sous-systèmes, on a alors :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{e}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P1}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ \mathbf{P2}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ \mathbf{P3}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{Pn}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \end{bmatrix} \boldsymbol{\delta}^+ \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_n \end{bmatrix} \quad (3-7)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{P}\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3-8)$$

où

$\mathbf{E}$  : matrice colonne ( $n^2 \times 1$ ) contenant tous les résidus radiaux mesurés à tous les points palpés et pour toutes les configurations

$\mathbf{P}$  : matrice d'identification ( $n^2 \times 2n$ )

$\boldsymbol{\delta}$  : matrice colonne ( $2n \times 1$ ) contenant les erreurs du palpeur et les erreurs du reste de la machine dans les  $n$  directions d'approche de mesures testées

$\boldsymbol{\varepsilon}$  : matrice colonne ( $n^2 \times 1$ ) contenant toutes les non-répétabilités pour tous les points palpés

Afin d'illustrer la formulation, considérons la sphère d'essai mesurée dans quatre configurations du système de palpage, chaque configuration est définie par l'indexation du système de palpage autour de son axe vertical par incrément de  $90^\circ$ ; pour chaque cercle mesuré, un système d'équation est construit :

Pour la configuration 1,

$$\mathbf{e}_1 = [\mathbf{P1}_{4 \times 4} \quad \mathbf{I}_{4 \times 4}] \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}_1 \quad (3-9)$$

qui peut être développée :

$$\begin{bmatrix} e_{1,1} \\ e_{2,1} \\ e_{3,1} \\ e_{4,1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{p,1} \\ \delta_{p,2} \\ \delta_{p,3} \\ \delta_{p,4} \\ \delta_{m,1} \\ \delta_{m,2} \\ \delta_{m,3} \\ \delta_{m,4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,1} \\ \varepsilon_{2,1} \\ \varepsilon_{3,1} \\ \varepsilon_{4,1} \end{bmatrix}. \quad (3-10)$$

Pour la configuration 2,

$$\boldsymbol{e}_2 = [\mathbf{P} \mathbf{2}_{4 \times 4} \quad \mathbf{I}_{4 \times 4}] \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}_2, \quad (3-11)$$

qui se développe :

$$\begin{bmatrix} e_{1,2} \\ e_{2,2} \\ e_{3,2} \\ e_{4,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{p,1} \\ \delta_{p,2} \\ \delta_{p,3} \\ \delta_{p,4} \\ \delta_{m,1} \\ \delta_{m,2} \\ \delta_{m,3} \\ \delta_{m,4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,2} \\ \varepsilon_{2,2} \\ \varepsilon_{3,2} \\ \varepsilon_{4,2} \end{bmatrix}. \quad (3-12)$$

Pour la configuration 3,

$$\boldsymbol{e}_3 = [\mathbf{P} \mathbf{3}_{4 \times 4} \quad \mathbf{I}_{4 \times 4}] \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}_3, \quad (3-13)$$

qui se développe

$$\begin{bmatrix} e_{1,3} \\ e_{2,3} \\ e_{3,3} \\ e_{4,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{p,1} \\ \delta_{p,2} \\ \delta_{p,3} \\ \delta_{p,4} \\ \delta_{m,1} \\ \delta_{m,2} \\ \delta_{m,3} \\ \delta_{m,4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,3} \\ \varepsilon_{2,3} \\ \varepsilon_{3,3} \\ \varepsilon_{4,3} \end{bmatrix}. \quad (3-14)$$

Enfin, la configuration 4 donne :

$$\mathbf{e}_4 = [\mathbf{P4}_{4 \times 4} \quad \mathbf{I}_{4 \times 4}] \boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}_4, \quad (3-15)$$

qui se développe en :

$$\begin{bmatrix} e_{1,4} \\ e_{2,4} \\ e_{3,4} \\ e_{4,4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{p,1} \\ \delta_{p,2} \\ \delta_{p,3} \\ \delta_{p,4} \\ \delta_{m,1} \\ \delta_{m,2} \\ \delta_{m,3} \\ \delta_{m,4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1,4} \\ \varepsilon_{2,4} \\ \varepsilon_{3,4} \\ \varepsilon_{4,4} \end{bmatrix}. \quad (3-16)$$

Dans ce cas, le système linéaire d'identification est :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 \\ \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{e}_3 \\ \mathbf{e}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P1}_{4 \times 4} & \mathbf{I}_{4 \times 4} \\ \mathbf{P2}_{4 \times 4} & \mathbf{I}_{4 \times 4} \\ \mathbf{P3}_{4 \times 4} & \mathbf{I}_{4 \times 4} \\ \mathbf{P4}_{4 \times 4} & \mathbf{I}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_{p,1} \\ \delta_{p,2} \\ \delta_{p,3} \\ \delta_{p,4} \\ \delta_{m,1} \\ \delta_{m,2} \\ \delta_{m,3} \\ \delta_{m,4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_3 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_4 \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{P}\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\varepsilon}. \quad (3-18)$$

### 3.1.4 Analyse de la matrice d'identification

Le système d'équations est linéaire dont la matrice d'identification  $\mathbf{P}$  est de rang déficient de 1. Pour résoudre le système et avoir les valeurs absolues des erreurs du palpeur et de la machine, une équation supplémentaire serait nécessaire. Toutefois, pour un système de palpation, la non-uniformité du pré-déplacement dans les différentes directions de mesures est généralement la principale préoccupation. Donc, nous procéderons arbitrairement à fixer la  $n^{\text{ème}}$  erreur de la machine à zéro en enlevant la dernière colonne de la matrice d'identification ainsi associée au dernier terme d'erreur dans la matrice  $\boldsymbol{\delta}$ . Nous avons alors une matrice d'identification  $\mathbf{P}$  de plein rang avec un bon conditionnement d'environ 10. Le système peut maintenant être résolu pour les erreurs qui restent dans  $\boldsymbol{\delta}$ , par le pseudo inverse de la matrice d'identification, les valeurs identifiées sont flottantes, avec un biais qui dépend de l'erreur qui a été mise à zéro.

## 3.2 Tests expérimentaux

Deux cercles ont été mesurés et la méthode de séparation est appliquée à chacun d'eux séparément. Le premier cercle (cercle 1) est l'équateur de la sphère ( $\beta = 0^\circ$ ), le deuxième cercle (cercle 2) est situé à  $\beta = 30^\circ$ . La sphère est palpée pour 24 configurations du système de palpation. Pour chaque configuration, 24 points ( $n = 24$ ) sont palpés sur chaque cercle.

Les directions de mesure sont définies par les angles  $\alpha$  et  $\beta$  comme le montre la Figure 3-3.

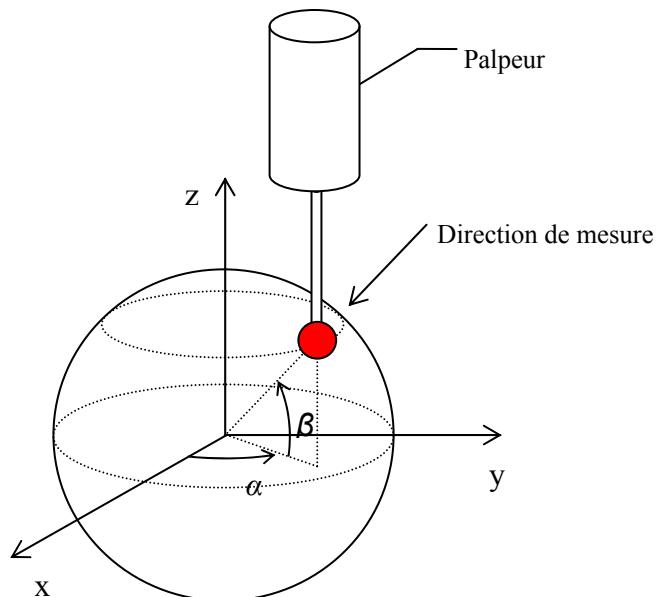


Figure 3-3 : Direction de mesure de la sphère d'essai.

Les tests sont effectués sur une machine MMT modèle LK G90c équipée d'un palpeur à déclenchement Renishaw TP2 monté sur un système articulé modèle PH10M. La sphère d'essai a un diamètre nominal de 20 mm. Les mesures sont effectuées avec une vitesse d'approche de 3 mm/sec et une distance d'approche de 5 mm afin de limiter les effets transitoires et dynamiques. Toutefois, la méthode doit détecter de tels effets s'ils sont présents. Les conditions d'essai ont été sélectionnées pour limiter ces effets afin de faciliter la validation de la méthode.

La séquence est répétée à quatre positions dans le volume de mesure de la MMT afin d'évaluer l'influence sur les résultats d'erreurs de la machine. La Figure 3-4 montre les quatre positions de la sphère d'essai. Afin d'analyser l'impact sur les résultats d'erreur du palpeur, le test est répété, pour la position 1, en utilisant six longueurs du stylet, à savoir 20, 40, 60, 80, 110 et 130 mm.

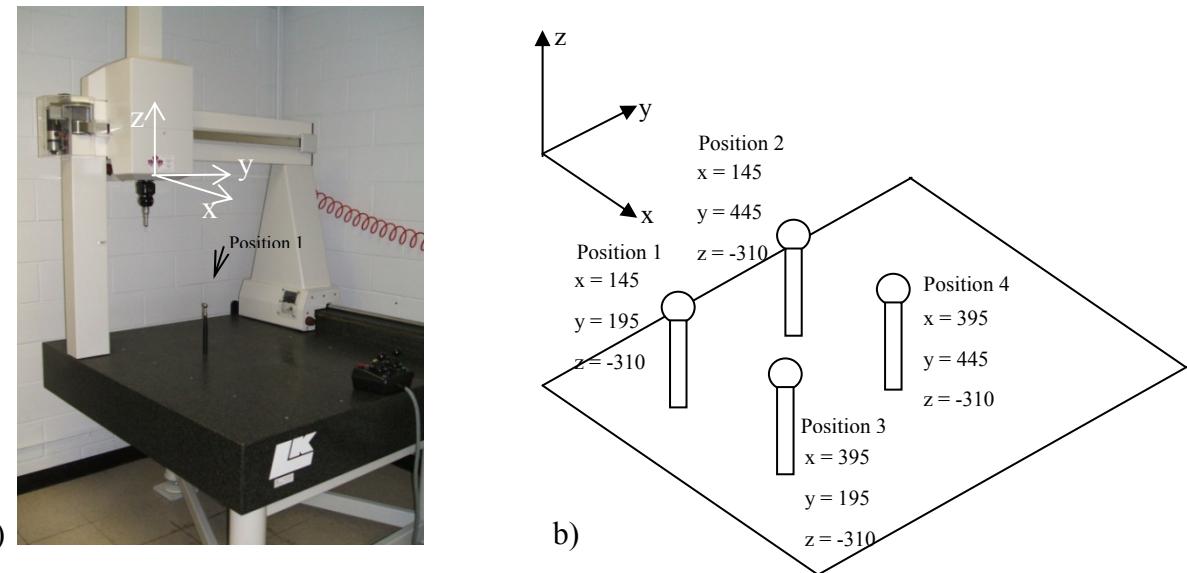
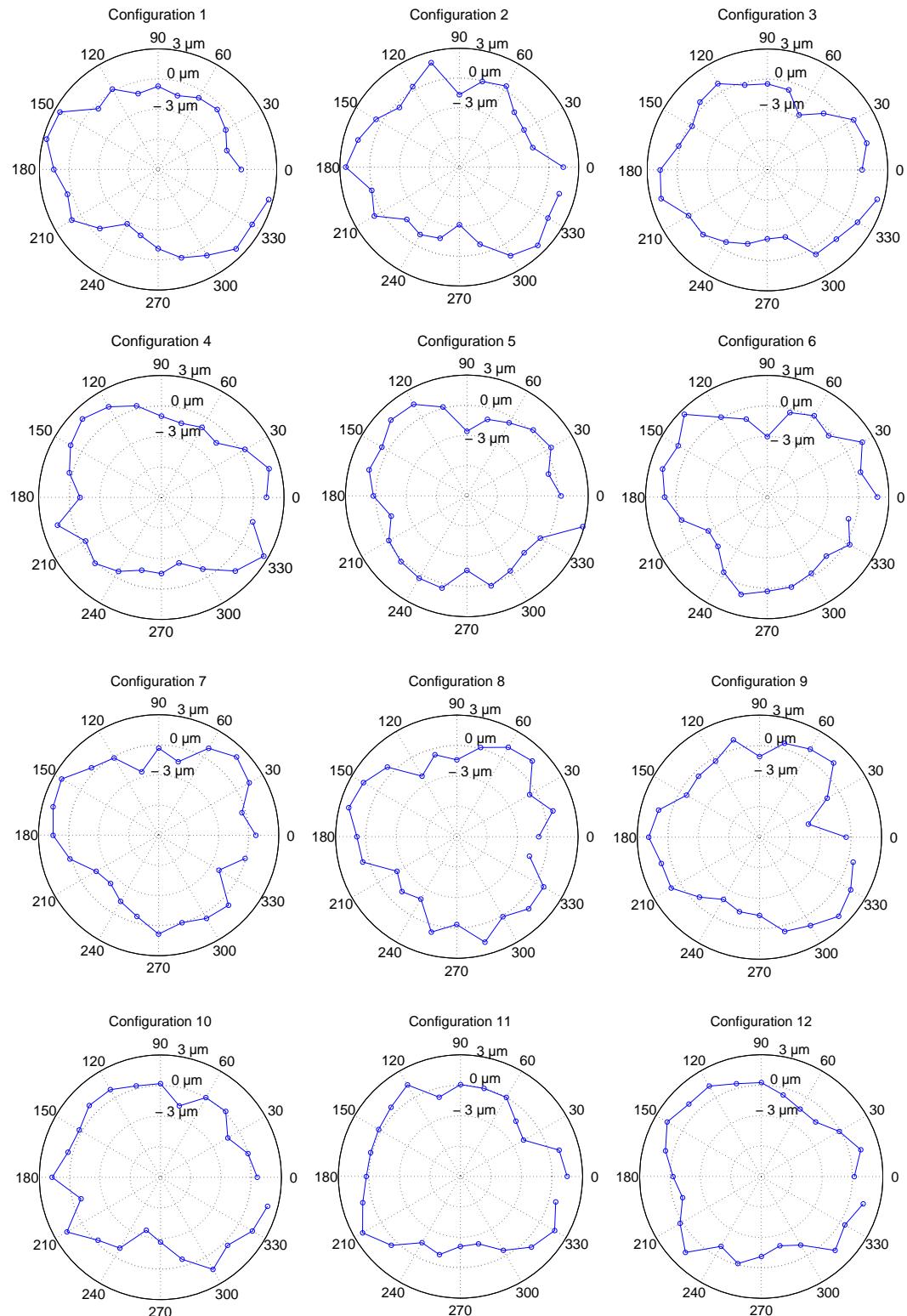


Figure 3-4 : a) Photo de la MMT modèle LK G90c ; b) Les quatre positions de la sphère d'essai dans le volume de mesure de la MMT.

La Figure 3-5 montre les résidus radiaux pour les mesures prises à l'équateur de la sphère d'essai mesurée à la position 1 en utilisant la longueur du stylet de 20 mm et  $n = 24$ .



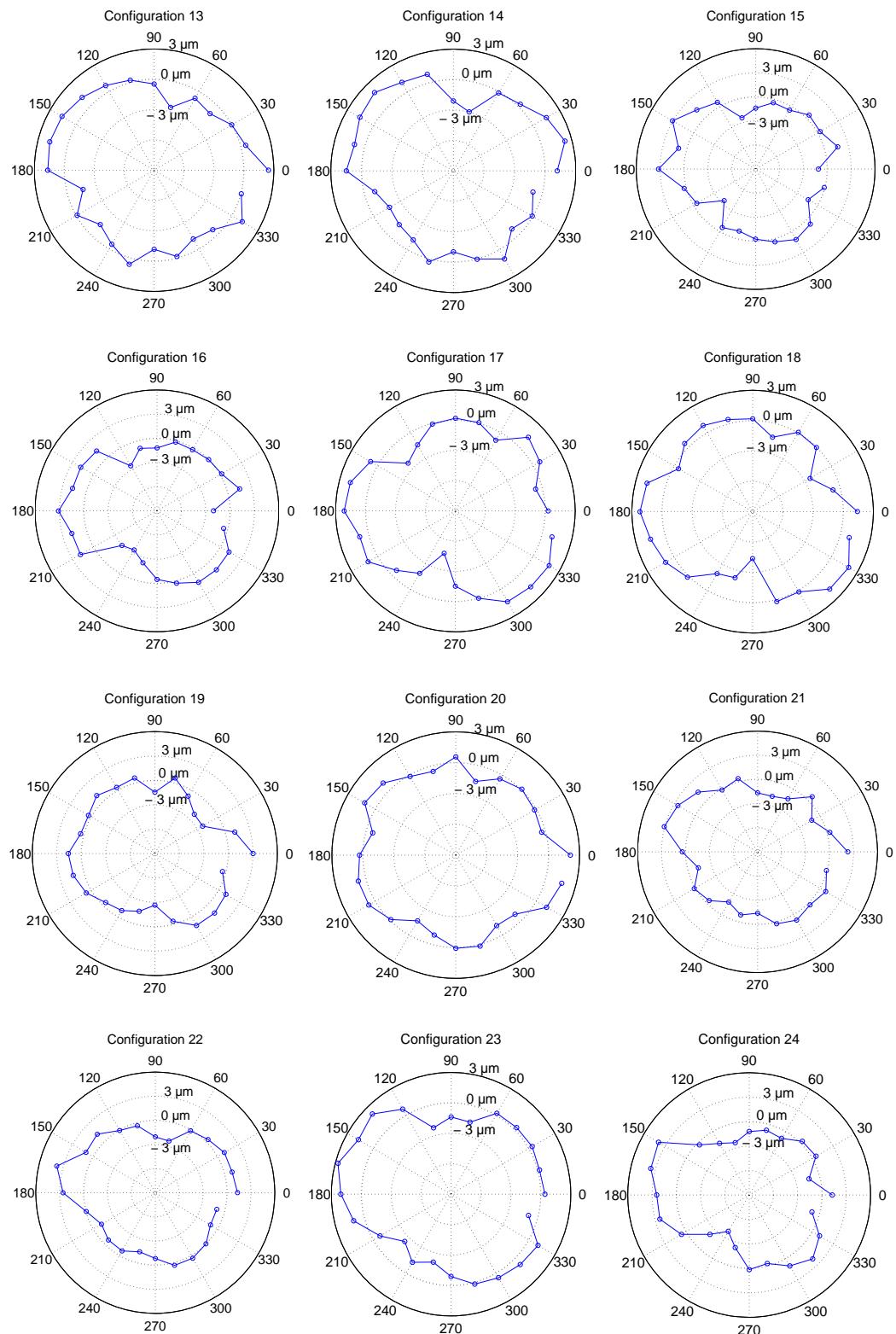


Figure 3-5 : Résidus radiaux mesurés à l'équateur ( cercle 1) de la sphère d'essai.

La Figure 3-6 présente les erreurs de la machine et les erreurs du palpeur séparées. Les mesures sont prises à l'équateur de la sphère d'essai à la position 1 dans le volume de mesure de la MMT en utilisant une longueur du stylet de 20 mm. Ces données sont présentées à la Figure 3-5.

Puisque les données séparées sont obtenues à partir des 24 configurations un effet de moyenne est obtenu. Ainsi, les erreurs séparées représentent essentiellement des effets systématiques. La Figure 3-6a montre les effets des sources tournantes telles que le palpeur et la tête d'indexation, tandis que la Figure 3-6b montre les effets des sources non tournantes telles que la machine et la sphère d'essai. Les erreurs de la machine présentent une forme ovale avec une amplitude comparable aux erreurs du palpeur.

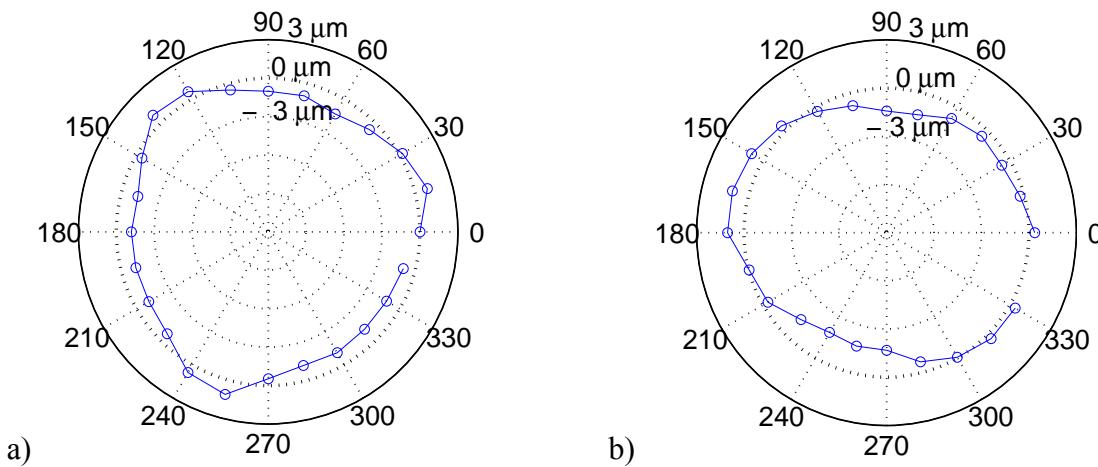
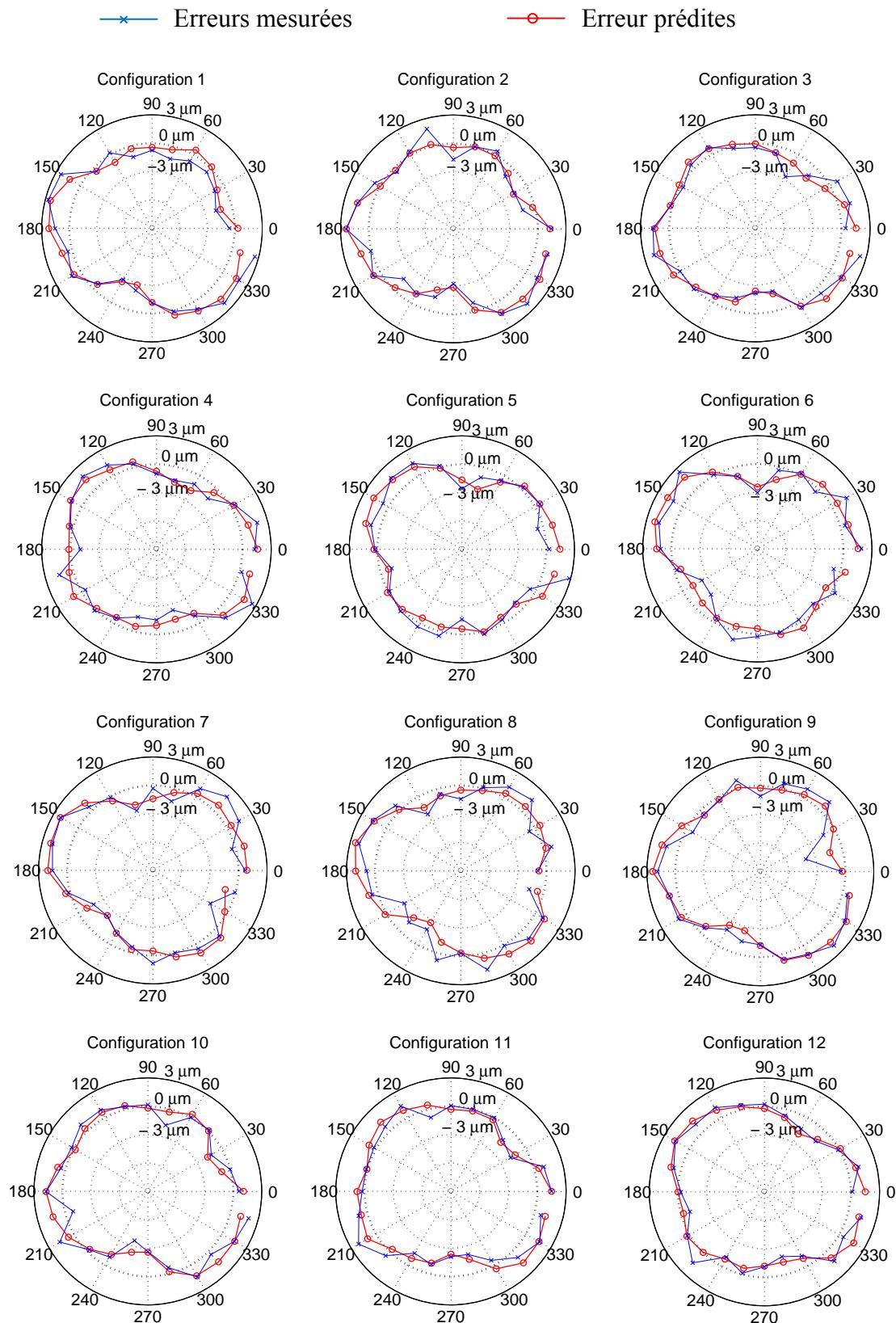


Figure 3-6 : Effets séparés pour a) sources tournantes (palpeur principalement) et b) sources non tournantes (machine principalement).

La Figure 3-7 présente les résidus radiaux mesurés et prédits par le modèle. Les croix représentent les mesures prises à l'équateur à la position 1 de la sphère d'essai en utilisant une longueur de stylet de 20 mm et  $n = 24$ . Les cercles sont les données prédites à partir de l'équation (3-8) en utilisant les erreurs du palpeur et les erreurs de la machine séparées présentées à la Figure 3-6.



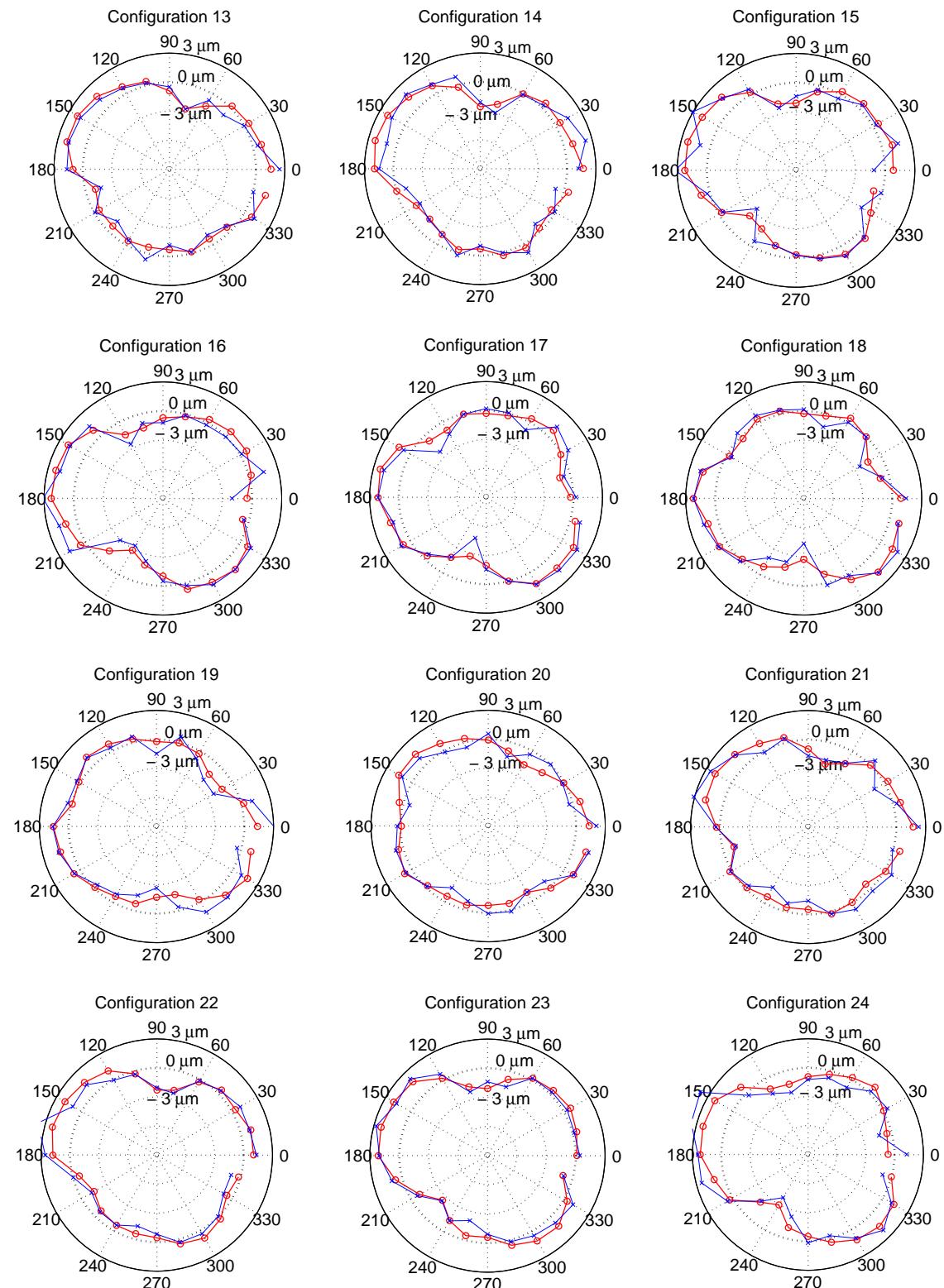


Figure 3-7 : Résidus radiaux mesurés à l'équateur ( cercle 1) présentés avec les résidus radiaux prédicts.

La Figure 3-8 présente les erreurs de la machine et les erreurs du palpeur séparées. La sphère d'essai est mesurée à la position 1 dans le volume de mesure de la MMT en utilisant les six longueurs du stylet, les résultats pour les deux cercles 1 et 2 sont présentés. Les résultats pour les erreurs du palpeur sont en bon accord avec le fait connu que les lobes qui caractérisent l'erreur du palpeur dépendent fortement de la flexion du stylet, elle-même fortement influencée par la longueur du stylet [56, 59]. Ceci est facile à voir dans la Figure 3-9a) qui montre les variations maximales (étendue radiale) des erreurs du palpeur et aussi les variations maximales des erreurs de la machine, Figure 3-9b), en fonction de la longueur du stylet. Comme prévu, les erreurs de la machine estimées restent similaires quelle que soit la longueur du stylet. Les Figures 3-10, 3-11 et 3-12 présentent les erreurs de la machine et les erreurs du palpeur séparées dans les positions 2, 3 et 4 respectivement. Pour ces trois positions, seul un stylet de longueur 20 mm est utilisé. D'après ces figures, on constate qu'il n'y a pas de changement significatif dans les erreurs séparées tant pour les erreurs du palpeur que les erreurs de la machine.

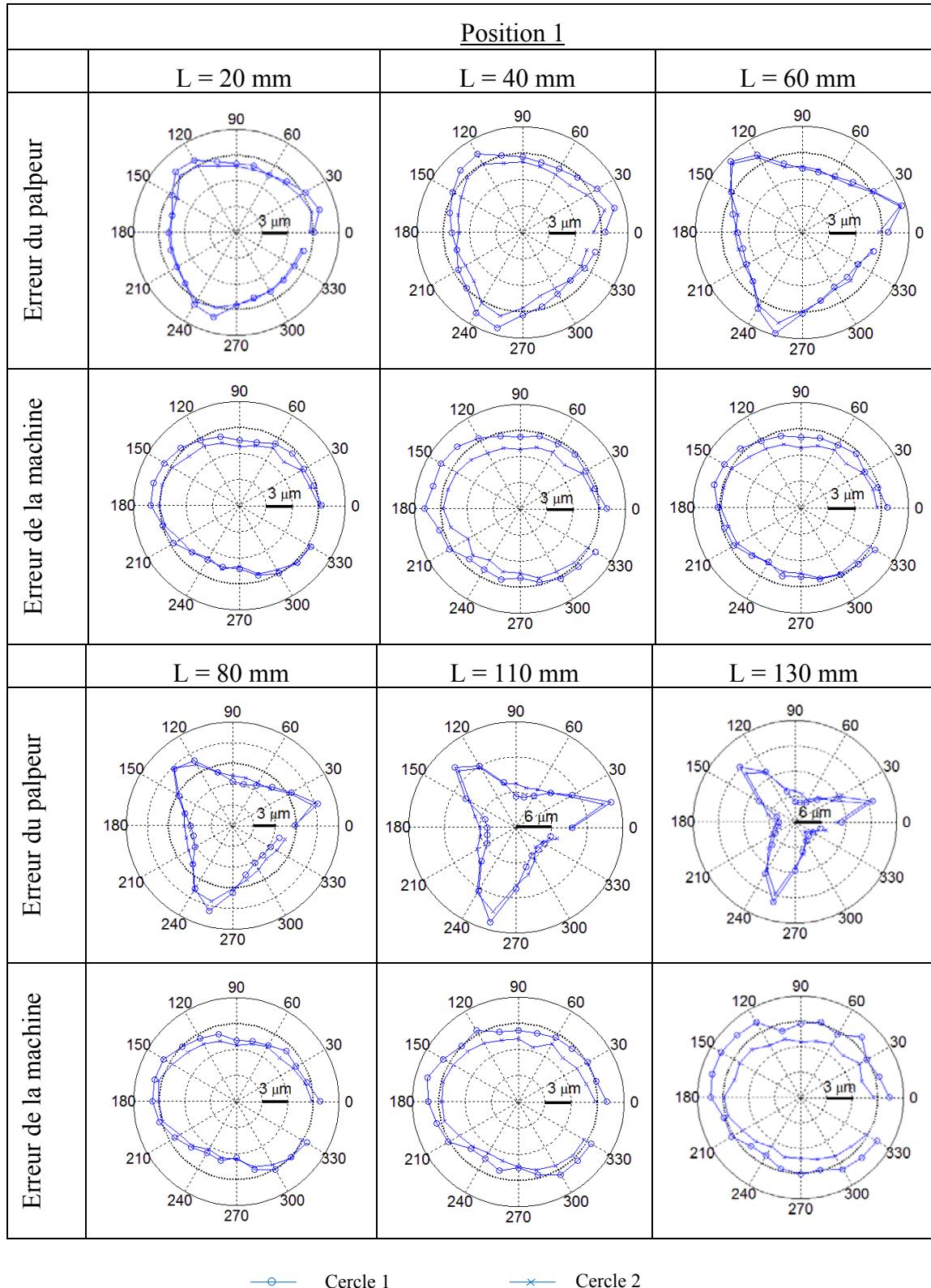


Figure 3-8 : Résultats de séparation des erreurs dans la position 1 pour les 6 longueurs du stylet.

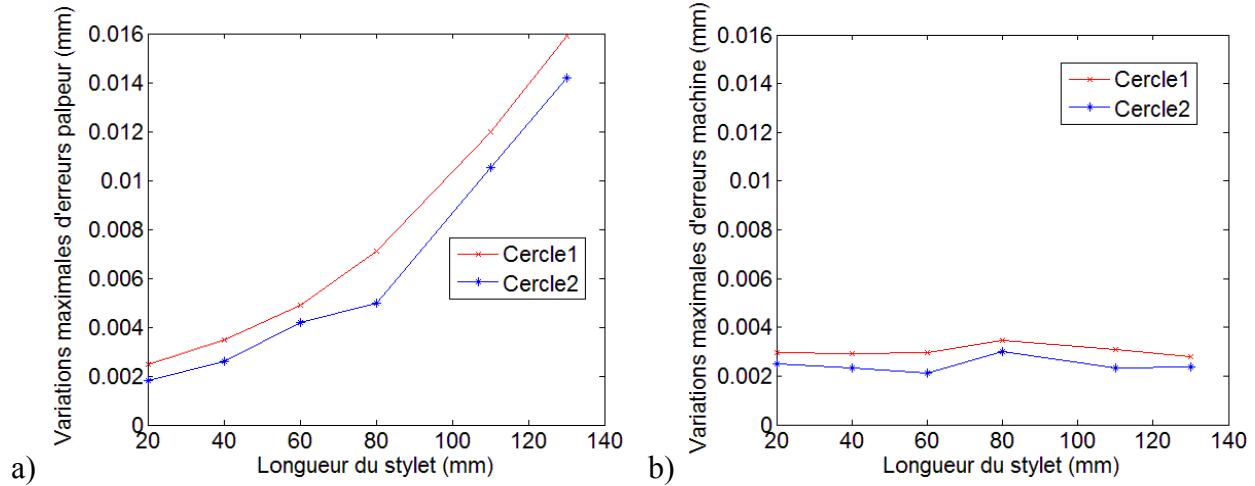


Figure 3-9 : Effet de la longueur du stylet sur a) la variation maximale du pré-déplacement et b) la variation maximale de l'erreur de la machine.

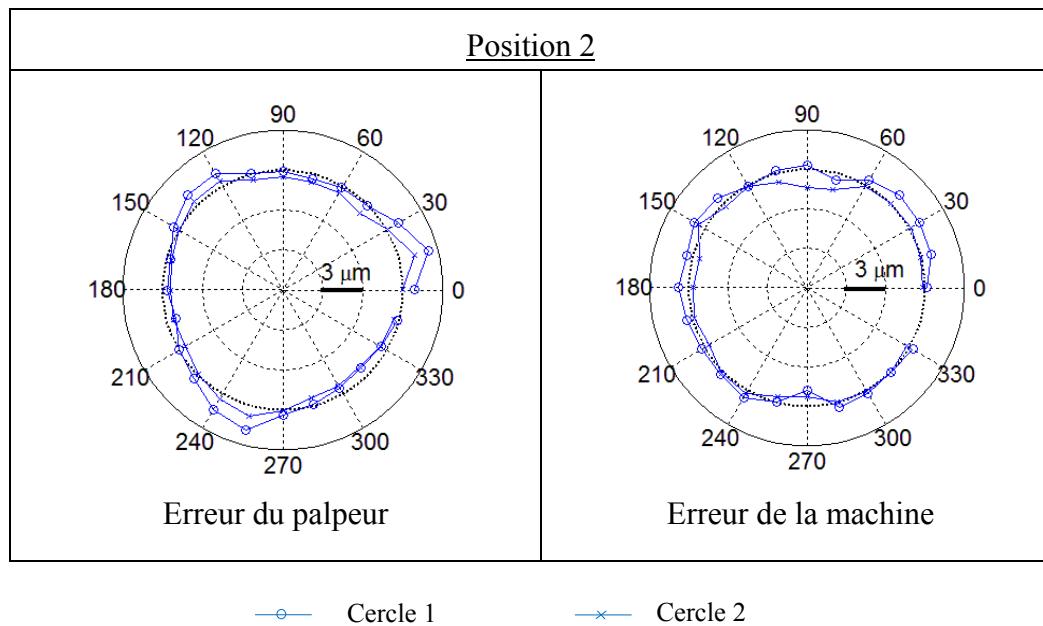


Figure 3-10 : Résultats de séparation dans la position 2 pour un stylet de longueur 20 mm.

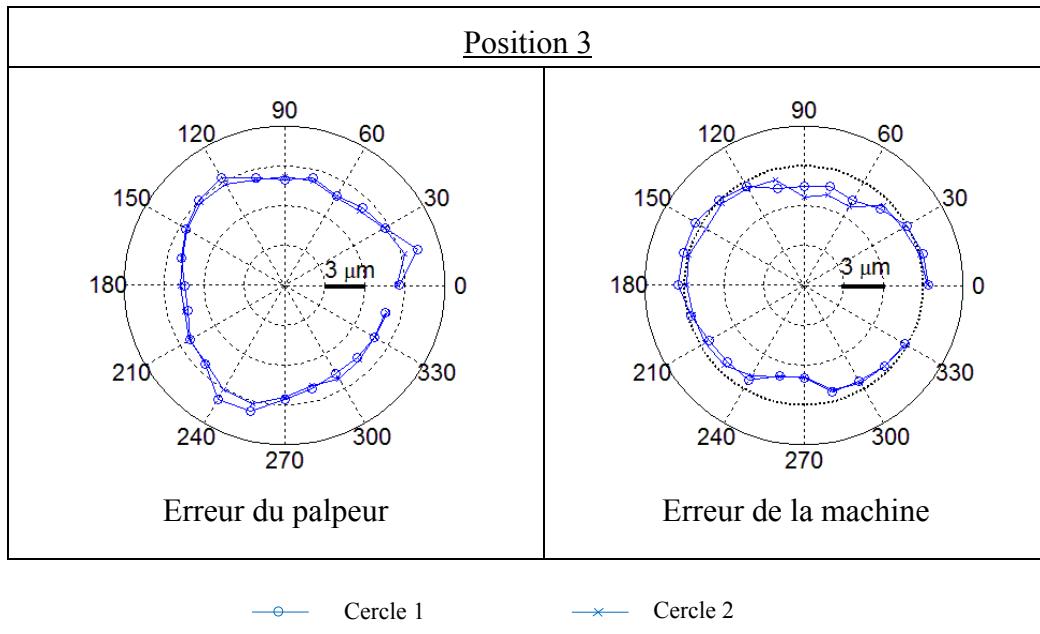


Figure 3-11 : Résultats de séparation dans la position 3 pour un stylet de longueur 20 mm.

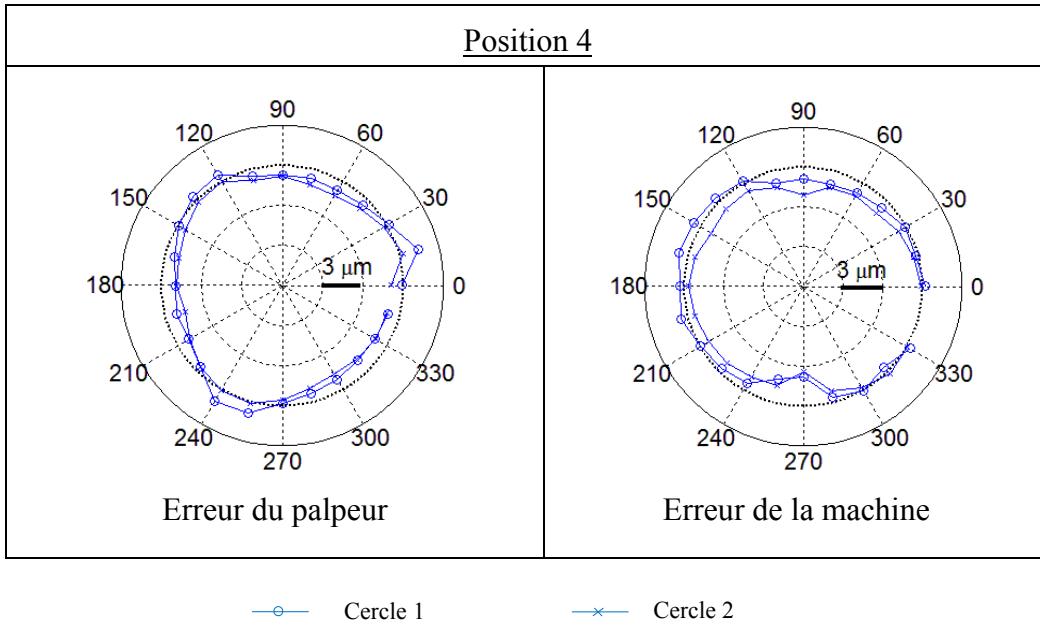


Figure 3-12 : Résultats de séparation dans la position 4 pour un stylet de longueur 20 mm.

### 3.2.1.1 Validation de résultats (Erreur de palpeur)

Pour confirmer la validité de la méthode proposée, la variation du pré-déplacement du même palpeur a été mesurée séparément sur un mécanisme spécifique développé par Dobosz et Wozniak à Warsaw University of Technology [71]. Ce mécanisme est capable de mesurer le pré-déplacement en 3D en dehors de la MMT sans l'effet des erreurs de la machine. Sa résolution est d'environ 0,02  $\mu\text{m}$  avec une incertitude de mesure inférieure à 0,1  $\mu\text{m}$ .

Les résultats sont obtenus pour les longueurs de stylet ( $L$ ) de 20, 40 et 60 mm. Afin de comparer les résultats de mesure avec ceux obtenus par la méthode de séparation, le palpeur a été testé à l'équateur ( $\beta = 0^\circ$ ) et à une latitude de  $30^\circ$  ( $\beta = 30^\circ$ ) avec l'angle  $\alpha$  couvrant l'intervalle  $0^\circ$  à  $360^\circ$  avec un incrément de  $9^\circ$ . La Figure 3-13 montre les variations du pré-déplacement obtenues à partir des mesures directes et celles obtenues à partir de la méthode de séparation. Les courbes obtenues par la méthode de séparation (erreurs séparées) sont en bon accord avec les erreurs mesurées directement par le mécanisme de Dobosz et Wozniak (erreurs mesurées directement).

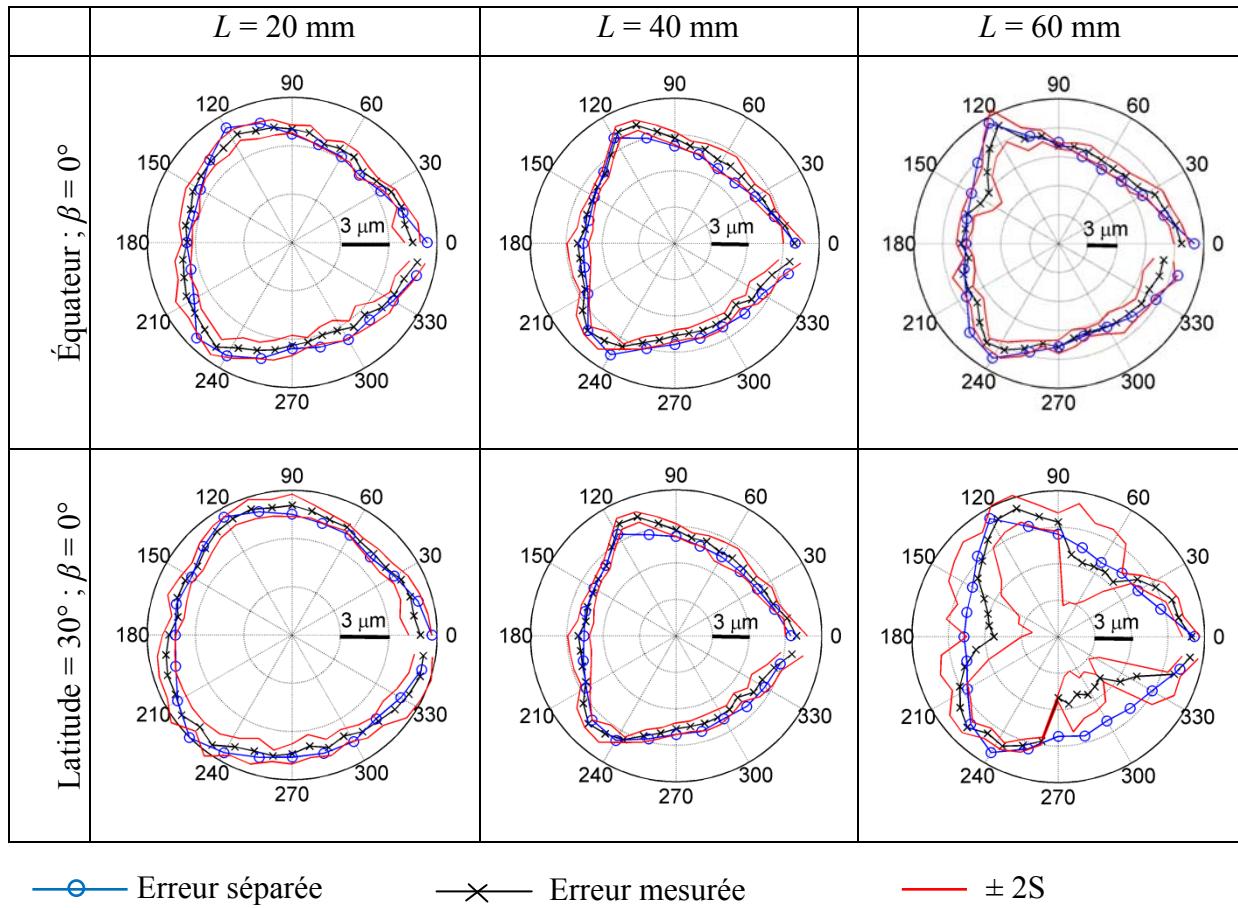


Figure 3-13 : Comparaison de la variation du pré déplacement obtenue à partir des mesures directes et celle obtenue à partir de la méthode de séparation proposée, les lignes continues sans symboles délimitent la bande qui caractérise les dispersions des mesures ( $\pm 2s$ ).

### 3.2.1.2 Validation de résultats (Erreur machine)

Afin de mesurer indépendamment la contribution de la machine à l'erreur totale, un montage spécial a été développé. La Figure 3-14 montre le montage composé de deux sphères de 12,7 mm de diamètre chacun, séparé d'une distance de 20 mm (centre à centre), une distance correspondante au diamètre de la sphère d'essai de la MMT utilisée pour l'application de la méthode de séparation. Les deux sphères sont montées sur une plaque, elle-même montée sur un support cylindrique positionné d'une façon stable sur la table de la MMT. Les deux sphères sont situées à peu près dans la position où se trouvait la sphère d'essai pendant l'application de la méthode de séparation (position 1). La MMT est utilisée pour mesurer la distance entre les deux

sphères en 24 directions dans le plan horizontal en faisant tourner l'ensemble de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  autour de l'axe du support cylindrique par un incrément de  $15^\circ$ . Pour chaque direction de mesure, chaque centre de la sphère est calculé à partir de 5 points indiqués, cette procédure est répétée 5 fois et une moyenne est calculée. Les deux sphères sont mesurées en utilisant les mêmes directions d'approches du palpeur afin d'avoir le même biais (dû aux lobes du palpeur) sur les coordonnées des centres des sphères, ceci minimise l'impact sur la distance mesurée entre les deux sphères. La Figure 3-15 montre les erreurs de la machine à partir de mesures directes et celles obtenues par la méthode de séparation.



Figure 3-14 : Montage utilisé pour valider les erreurs machine dans un petit volume de mesure de la MMT.

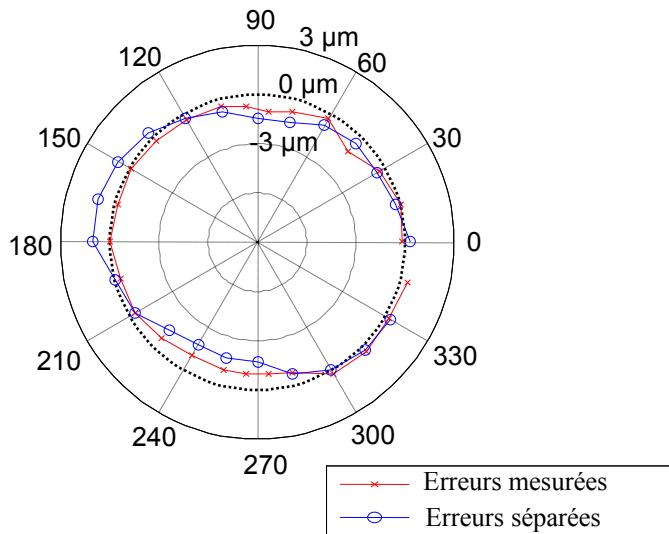


Figure 3-15 : Erreur machine à partir des mesures directes (erreurs mesurées) et à partir de la méthode de séparation (erreurs séparées).

### 3.3 Limites de la méthode de séparation des erreurs

Afin d'étudier les limites de la méthode, le pré-déplacement est simulé par une fonction périodique,  $y$ , caractérisée par trois lobes à ressembler aux lobes d'un palpeur à déclenchement par contact

$$y(\theta) = A(1 - |\sin(N\theta)|);$$

où

$N = q/2$  ;  $q$  = nombre de lobes

$\theta \in [0, 2\pi]$

$A$  : amplitude

La Figure 3-16 montre la variation du pré-déplacement simulé avec  $A = 1$  et  $q = 3$ .

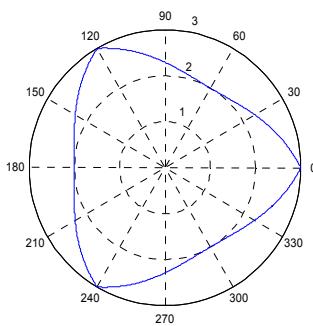


Figure 3-16 : Forme de la variation du pré-déplacement simulé.

L'objectif de la simulation est de déterminer les conditions qui rendent la méthode aveugle aux erreurs du palpeur en fonction du nombre de points palpés et de l'indexation du premier point palpé par rapport au palpeur. L'étendue radiale de la variation du pré-déplacement obtenue est comparée à l'amplitude  $A$  simulée. La Figure 3-17 montre le pourcentage des erreurs de palpeur identifiées (séparées) en fonction du nombre de points palpés et en fonction de la position du premier point palpé. La Figure 3-17a) montre que si 3 points sont palpés sur un cercle, la méthode est complètement aveugle à la variation du pré-déplacement. Pour 6 points palpés sur un cercle, la méthode est complètement aveugle à la variation de pré-déplacement, si le premier point par rapport au palpeur est à  $30^\circ$  ou  $90^\circ$ , mais il peut détecter 100% de la variation de pré-déplacement si le premier point est à  $0^\circ$  ou à  $60^\circ$ . La Figure 3-17b) est une projection de la Figure 3-17 a) dans le plan "Nombre de points palpés" et "Pourcentage d'erreurs visibles". Elle montre

que le pourcentage des erreurs visibles du palpeur augmente avec le nombre de points palpés et que ce pourcentage est plus grand si le nombre de points palpés n'est pas un multiple de trois. Pour les résultats présentés précédemment dans ce chapitre, le nombre de points utilisés est 24, c'est un multiple de trois, alors le pourcentage d'erreurs visibles du palpeur est supérieur ou égal à 80 % de l'erreur réelle. Ce nombre de points a été choisi en fonction de l'incrément de l'indexation de l'axe B disponible qui est de  $7,5^\circ$  donnant un maximum de 48 points équidistants sur chaque cercle. Toutefois, afin de maintenir la durée du test court, nous avons choisi un incrément d'indexation de l'axe B de  $15^\circ$  qui donne un total de 24 configurations. 16 configurations auraient aussi été un choix justifiable.

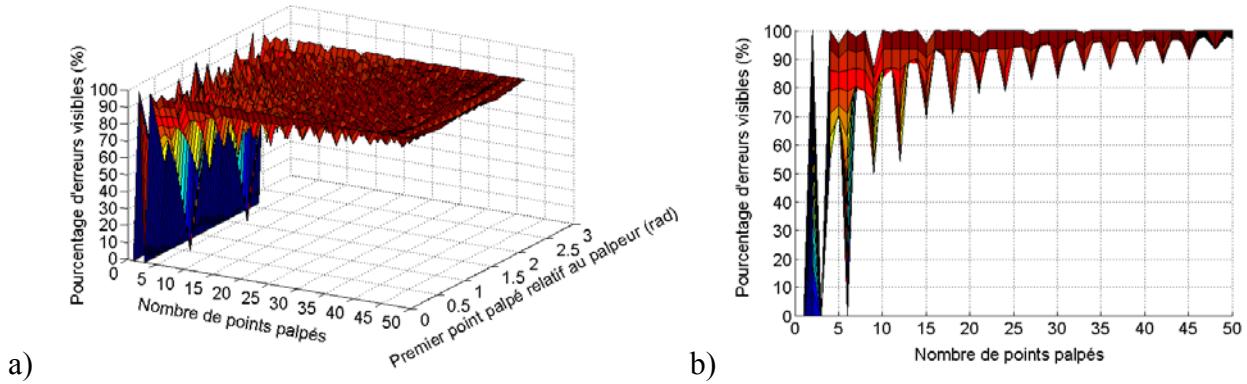


Figure 3-17 : Pourcentage des erreurs de palpeur visibles en fonction du nombre de points et en fonction du premier point palpé relatif au palpeur.

### 3.4 Séparation de Variances

Cette section présente une méthode pour estimer la non-répétabilité de mesure et de ses sources sur une machine à mesurer tridimensionnelle. L'approche utilise comme données d'entrée, les résidus obtenus à partir de la méthode de séparation des erreurs de palpeur des erreurs de la machine sur une MMT. L'objectif est d'utiliser les données non expliquées par le modèle afin de séparer les contributions aux erreurs aléatoires provenant de la direction d'approche de la machine et la direction de déclenchement du palpeur. Ces informations peuvent ensuite être utilisées comme entrée pour l'estimation de l'incertitude de mesure.

### 3.4.1 Principe de l'approche

On prend en compte les erreurs aléatoires, non expliquées par la modèle de séparation des erreurs pour déterminer la variabilité due au palpeur et la variabilité due au reste de la machine. La Figure 3-7 présente les erreurs non expliquées par le modèle. Pour chaque configuration, ces erreurs sont définies par la différence entre les erreurs mesurées et les erreurs prédictes par le modèle. Puisque la méthode de séparation est basée sur la redondance de mesures, alors chaque direction d'approche de la machine et du palpeur est répétée  $n$  fois, dans notre cas  $n=24$ . Le principe de notre développement est basé sur la décomposition de la variabilité totale suivant chaque direction de déclenchement du palpeur et chaque direction d'approche de la machine ; par exemple, la direction d'indice 1 de déclenchement du palpeur est répété 24 fois (une fois par configuration) mais cette direction d'approche est combinée avec 24 directions d'approche de la machine. Pour cela, on développe une procédure qui permet de suivre chaque direction de déclenchement du palpeur et chaque direction d'approche de la machine, puis on applique le principe de la décomposition de la variabilité totale pour chaque direction d'approche suivie. Pour illustration, la Figure 3-18 et la Figure 3-19 présentent, respectivement, le suivie de la direction de déclenchement du palpeur d'indice 1 et la direction d'approche 1 de la machine.

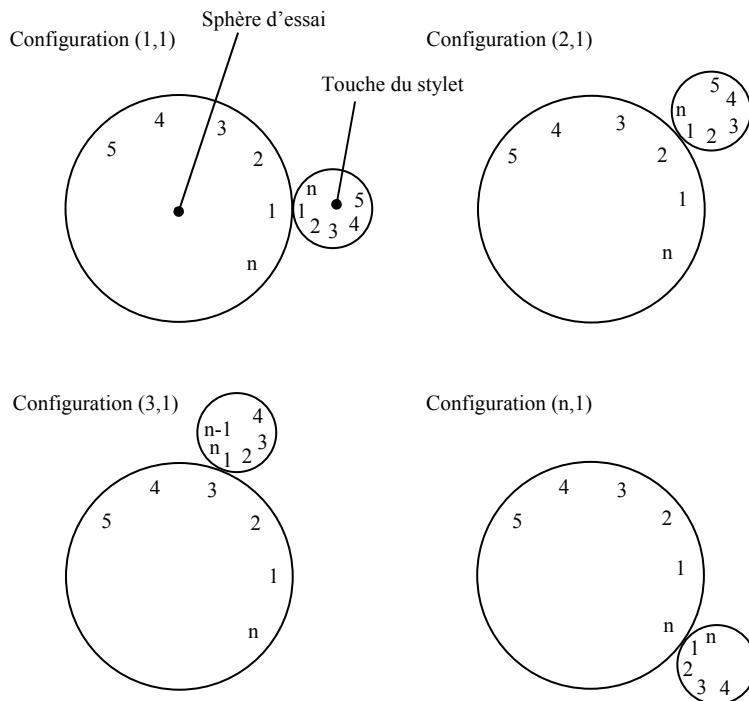


Figure 3-18 : Direction 1 de déclenchement du palpeur utilisée avec  $n$  directions d'approche machine.

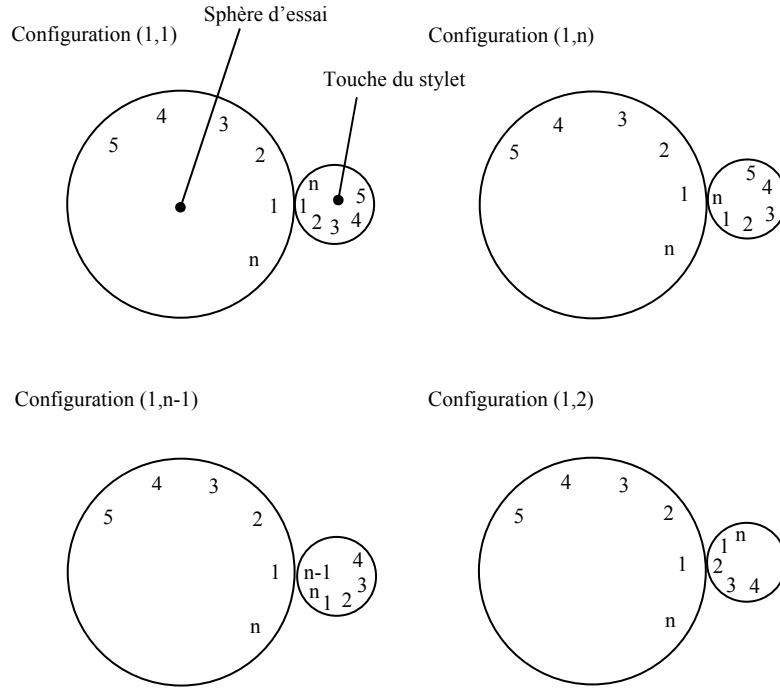


Figure 3-19 : Direction 1 d'approche machine utilisée avec  $n$  directions de déclenchement du palpeur.

### 3.4.2 Égalité fondamentale de la décomposition de la variabilité totale

#### 3.4.2.1 Direction de déclenchement du palpeur.

Soit  $i$  l'indice de la direction de déclenchement du palpeur. La quantité qui caractérise la variabilité des erreurs mesurées par rapport à leurs moyennes pour une direction de déclenchement du palpeur spécifique est

$$SSTO_{p_i} = \sum_{k=1}^n (e_{k,i} - \bar{e}_{p_i})^2 \quad (3-19)$$

ou  $e_{k,i}$  est l'erreur mesurée à la configuration  $(k,i)$ , correspondante à la direction  $i$  de déclenchement du palpeur

$\bar{e}_{p_i}$  est la moyenne des erreurs mesurées, définie par  $\bar{e}_{p_i} = \frac{\sum_{k=1}^n (e_{k,i})}{n}$  (dans notre cas,  $n=24$ )

Soit  $SSR_{p_i}$  la grandeur qui caractérise la variabilité des erreurs prédictes par rapport à la moyenne des erreurs mesurées, elle est définie par  $SSR_{p_i} = \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{k,i} - \bar{e}_{p_i})^2$ , où  $\hat{e}_{k,i}$  est l'erreur prédictée à la configuration  $(k,i)$ , correspondante à la direction  $i$  de déclenchement du palpeur.

La variabilité qui caractérise les erreurs aléatoires non expliquées par le modèle est définie par  $SSE_{p_i}$ . Pour chaque direction  $i$  de déclenchement du palpeur, l'équation de la décomposition de la variabilité s'écrit [93] :

$$SSE_{p_i} = SSTO_{p_i} - SSR_{p_i} \quad (3-20)$$

Or  $SSE_{p_i}$  est composé de deux types de variabilité, la variabilité  $(u_{p_i})^2$  due au palpeur dans la direction de déclenchement  $i$  et la somme des variabilités  $(u_{m_k})^2$  due à la machine dans ces  $n$  directions d'approche ( $k=1, \dots, n$ ).

On peut écrire, donc l'équation suivante

$$SSE_{p_i} = n \cdot (u_{p_i})^2 + \sum_{k=1}^n (u_{m_k})^2 \quad (3-21)$$

Pour chaque direction  $i$  de déclenchement du palpeur, nous avons l'équation suivante :

$$n \cdot (u_{p_i})^2 + \sum_{k=1}^n (u_{m_k})^2 = \sum_{k=1}^n (e_{k,i} - \bar{e}_{p_i})^2 - \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{k,i} - \bar{e}_{p_i})^2 \quad (3-22)$$

Puisque le palpeur est utilisé dans les  $i=1, n$  directions de déclenchement,  $n$  équations comme l'équation (3-22) sont alors générées pour un test complet.

### 3.4.2.2 Direction d'approche de la machine.

Soit  $j$  l'indice de la direction d'approche de la machine. La quantité qui caractérise la variabilité des erreurs mesurées par rapport à leurs moyennes pour une direction spécifique d'approche de la machine est :

$$SSTO_{m_j} = \sum_{k=1}^n (e_{j,k} - \bar{e}_{m_j})^2 \quad (3-23)$$

ou  $e_{j,k}$  est l'erreur mesurée à la configuration  $(j,k)$ , correspondante à la direction d'approche de la machine  $j$ .

$\bar{e}_{m_j}$  est la moyenne des erreurs mesurées définie par  $\bar{e}_{m_j} = \frac{\sum_{k=1}^n (e_{j,k})}{n}$  (dans notre cas,  $n=24$ )

Soit  $SSR_{m_j}$  la grandeur qui caractérise la variabilité des erreurs prédictes par rapport à la moyenne des erreurs mesurées, elle est définie par  $SSR_{m_j} = \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{j,k} - \bar{e}_{m_j})^2$

ou  $\hat{e}_{j,k}$  est l'erreur prédicta à la configuration  $(j,k)$ , correspondante à la direction d'approche de la machine  $j$ .

La variabilité qui caractérise les erreurs aléatoires non expliquées par le modèle est définie par  $SSE_{m_j}$ . Pour chaque direction d'approche  $j$  de la machine, l'équation de la décomposition de la variabilité s'écrit [93] :

$$SSE_{m_j} = SSTO_{m_j} - SSR_{m_j} \quad (3-24)$$

Or  $SSE_{m_j}$  est composé de deux type de variabilité, la variabilité  $(u_{m_j})^2$  due à la machine dans la direction d'approche  $j$  et la somme des variabilités  $(u_{p_k})^2$  due au palpeur dans ces  $n$  directions d'approche ( $k=1, \dots, n$ ).

On peut écrire, donc l'équation suivante

$$SSE_{m_j} = \sum_{k=1}^n (u_{p_k})^2 + n \cdot (u_{m_j})^2 \quad (3-25)$$

Pour chaque direction d'approche  $j$  de la machine, nous avons :

$$\sum_{k=1}^n (u_{p_k})^2 + n \cdot (u_{m_j})^2 = \sum_{k=1}^n (e_{j,k} - \bar{e}_{m_j})^2 - \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{j,k} - \bar{e}_{m_j})^2 \quad (3-26)$$

Puisque la machine est utilisée dans  $j=1, n$  directions d'approche,  $n$  équations comme l'équation (3-26) sont générées pour un test complet. En outre, les  $n$  variances  $(u_{p_i})^2$  et les  $n$  variances  $(u_{m_k})^2$  sont des inconnues, les autres valeurs sont calculées à partir des données mesurées et prédites par le modèle de séparation. Les  $n$  variances  $(u_{p_i})^2$  et les  $n$  variances  $(u_{m_k})^2$  sont les mêmes inconnues comme à l'équation (3-22).

### 3.4.2.3 Système d'identification

Un test complet fournit un total de  $n$  équations, comme l'équation (3-22), chacune pour une direction de déclenchement du palpeur et  $n$  équations, comme l'équation (3-26), chacune pour une direction d'approche de la machine. L'ensemble des  $2n$  équations contient  $2n$  inconnues.

Ces  $2n$  équations peuvent être représenté sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix}
 n & 0 & \cdots & 0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 0 & n & & 0 & 1 & 1 & & 1 \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 0 & 0 & \cdots & n & 1 & 1 & \cdots & 1 \\
 1 & 1 & \cdots & 1 & n & 0 & \cdots & 0 \\
 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & n & \cdots & 0 \\
 \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 & 0 & \cdots & n
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 (u_{p_1})^2 \\
 (u_{p_2})^2 \\
 \vdots \\
 (u_{p_n})^2 \\
 (u_{m_1})^2 \\
 (u_{m_2})^2 \\
 \vdots \\
 (u_{m_n})^2
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \sum_{k=1}^n (e_{k,1} - \bar{e}_{p1})^2 - \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{k,1} - \bar{e}_{p1})^2 \\
 \sum_{k=1}^n (e_{k,2} - \bar{e}_{p2})^2 - \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{k,2} - \bar{e}_{p2})^2 \\
 \vdots \\
 \sum_{k=1}^n (e_{k,n} - \bar{e}_{pn})^2 - \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{k,n} - \bar{e}_{pn})^2 \\
 \sum_{k=1}^n (e_{1,k} - \bar{e}_{m1})^2 - \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{1,k} - \bar{e}_{m1})^2 \\
 \sum_{k=1}^n (e_{2,k} - \bar{e}_{m2})^2 - \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{2,k} - \bar{e}_{m2})^2 \\
 \vdots \\
 \sum_{k=1}^n (e_{n,k} - \bar{e}_{mn})^2 - \sum_{k=1}^n (\hat{e}_{n,k} - \bar{e}_{mn})^2
 \end{bmatrix}
 \quad (3-27)$$

Le système d'identification pourrait être simplifié et écrit sous la forme :

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{b} \quad (3-28)$$

$\mathbf{A}$  est la matrice d'identification de taille  $(2n \times 2n)$ . Le Rang de cette matrice est de  $2n-1$ , il est déficient de 1 alors ce système ne nous permet pas d'avoir des valeurs absolues des variances, mais il permet de donner la variation des variances avec les directions de déclenchement du palpeur et avec les directions d'approche de la machine.

### 3.4.3 Résultats expérimentaux

Les données expérimentales sont obtenues à partir des résultats présentés dans la Figure 3-7. Pour chaque configuration, on calcul les résidus qui sont les erreurs mesurées moins les erreurs prédites,

La Figure 3-20 présente la variation des variances pour les 24 directions de déclenchement du palpeur et les 24 directions d'approche de la machine. D'après cette figure, on constate que il y a une variation maximale de  $1.19 \text{ } (\mu\text{m})^2$  pour les variances relatives au palpeur et une variation maximale de  $1.42 \text{ } (\mu\text{m})^2$  pour les variances relatives à la machine. Il est à noter que la courbe qui représente la variation des variances relatives au palpeur à une forme trilobé et que la variance diminue quand l'erreur de pré déplacement relatif au palpeur diminue. Ceci indique que le palpeur est probablement moins répétable dans les directions de déclenchement qui ont une erreur de pré-déplacement importante.

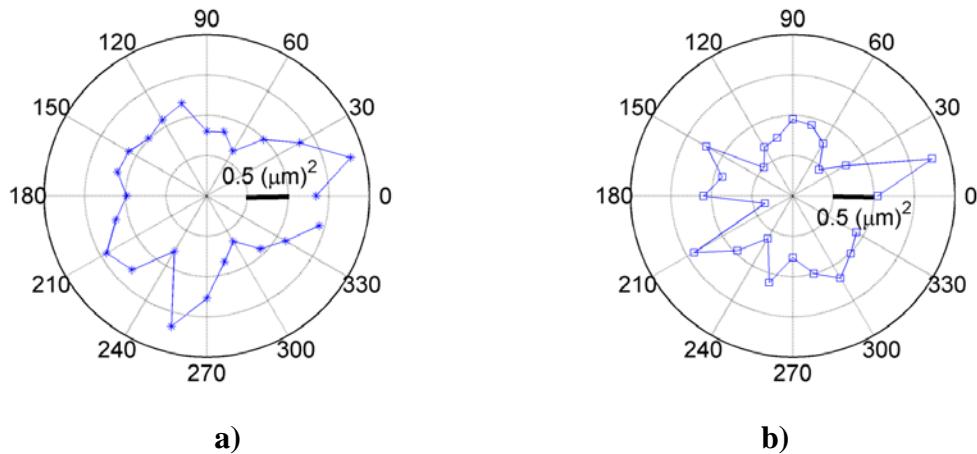


Figure 3-20: Variation de variances associées a) au palpeur et b) à la machine.

### 3.4.4 Variabilité totale au cours des mesures réelles

L'analyse précédente a révélé que les variances ne peuvent être estimées à partir des résultats des tests. Toutefois, une méthode est maintenant proposée d'enrichir les données et fournir au moins quelques connaissances sur le «absolue» de la variance, c'est à dire la variance elle-même. Un essai supplémentaire est effectué consistant à mesurer à plusieurs reprises une surface plane dans la direction d'approche de la machine  $r$  et la direction de déclenchement du palpeur  $q$ , soit la configuration  $(r, q)$ . La Figure 3-21 montre la configuration utilisée. palper la sphère de référence serait également acceptable, à condition que la machine ait des commandes de mouvement d'excellente qualité afin de palper toujours à la même position sur la sphère de référence. Une série de 10 répétitions de mesures ont donné une variance de  $0,8 \mu\text{m}^2$ .

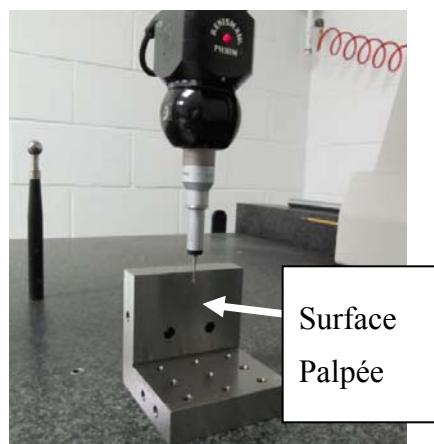


Figure 3-21: Essai de répétabilité pour une seule configuration.

La variance combinée associée à toute configuration  $(j, i)$  est  $u_{c_{j,i}}^2$ , et il peut être exprimé en fonction de la contribution des variances de palpeur et de la machine.

$$u_{c_{j,i}}^2 = u_{p_i}^2 + u_{m_j}^2 \quad (3-29)$$

La variance du palpeur peut être exprimée comme combinaison de sa variance relative, la variation de la variance obtenue à partir de la méthode de séparation et un biais. Le biais est la même pour tous les directions de déclenchement du palpeur.

$$u_{p_i}^2 = u_{p_q}^2 + (u_{p_{i_v}}^2 - u_{p_{q_v}}^2) \quad (3-30)$$

où  $u_{p_{i_v}}^2$  est la variance relative du palpeur dans la direction de déclenchement  $i$ , comme le montre la Figure 3-20 a).

De même, la variance de la direction d'approche de la machine est

$$u_{m_j}^2 = u_{m_r}^2 + (u_{m_{j_v}}^2 - u_{m_{r_v}}^2) \quad (3-31)$$

où  $u_{m_{j_v}}^2$  est la variance relative de la machine dans la direction d'approche  $j$ , comme le montre la Figure 3-20 b).

En combinant les équations (3-30) et (3-31) dans l'équation (3-29) on aura

$$u_{c_{j,i}}^2 = u_{p_q}^2 + (u_{p_{i_v}}^2 - u_{p_{q_v}}^2) + u_{m_r}^2 + (u_{m_{j_v}}^2 - u_{m_{r_v}}^2) \quad (3-32)$$

où les deux biais peuvent être combinés comme  $u_{c_0}^2 = u_{p_q}^2 + u_{m_r}^2$  conduisant à

$$u_{c_{i,j}}^2 = u_{c_0}^2 + (u_{p_{j_v}}^2 - u_{p_{q_v}}^2) + (u_{m_{i_v}}^2 - u_{m_{r_v}}^2) \quad (3-33)$$

En substituant la valeur combinée de la variance obtenues expérimentalement pour la configuration  $(r, q)$  dans l'équation (3-33) permis d'estimer  $u_{c_0}^2$ . Par la suite, la variance absolue peut être calculée en utilisant l'équation (3-33) pour toute configuration de mesure. Une telle capacité est hautement souhaitable dans le contexte plus large de l'estimation de l'incertitude des mesures réelles faites sur une machine à mesurer tridimensionnelle. L'équation (3-33) permet la génération d'une mesure réelle de la variance associée au processus de palpation. Avec l'intérêt croissant pour l'utilisation de la méthode de Monte Carlo pour l'estimation de l'incertitude en métrologie, ce résultat est utile.

### 3.5 Conclusion

Une méthode pratique pour séparer les erreurs de palpeur (en rotation pendant les tests) à partir du reste des erreurs de la machine (ne tourne pas pendant les tests) est proposée. Cette méthode est basée sur le palpage d'une sphère de référence selon plusieurs configurations en faisant un retournement du système de palpage. La méthode a été testée et validée par des mesures indépendantes. Cette méthode permet de détecter la présence de mauvaises données de palpage et de déterminer si la source est la machine ou le système de palpage. Les données non expliquées par le modèle de séparation sont traitées afin de séparer les contributions aléatoires aux résultats de palpage provenant de la direction de l'approche de la machine et de la direction de déclenchement du palpeur. Le résultat indique que la direction de déclenchement du palpeur est probablement moins répétable, dans la direction de l'augmentation du pré-déplacement. Le palpage d'une configuration unique est en outre répété pour estimer un biais de variance combinée qui peut être associée à toute configuration de palpage et fournit un moyen pour estimer la variance de mesure pour toutes les configurations de mesure. Ce travail fournit un résultat utile pour l'estimation de l'incertitude de mesure de coordonnées de la métrologie.

## CHAPITRE 4 RÉDUCTION DE NOMBRE DE CONFIGURATIONS ET DE NOMBRE DE POINTS PALPÉS POUR LA MÉTHODE DE SÉPARATION

Ce chapitre présente un raffinement de la méthode de séparation des erreurs de palpeur et des erreurs de la machine sur une MMT. L'objectif est de réduire la quantité de données nécessaires et ainsi minimiser le temps de test afin de réduire le coût industriel des vérifications périodiques basées sur cette méthode.

### 4.1 Choix de configurations

Les mesures ont été effectuées sur l'équateur de la sphère, en utilisant  $n = 24$  points de mesure pour un total de 24 configurations de système de palpation pour mettre en œuvre la méthode au complet. Afin de réduire le temps de test de la méthode, quatre stratégies sont maintenant présentées pour réduire le nombre de configurations du système de palpation.

#### 4.1.1 Stratégie 1: M configurations successives

Sur les 24 configurations de base, 23 sous-systèmes sont formés par l'accumulation des M configurations successives, à partir d'un sous-système formé par deux configurations successives puis un sous-système formé par trois configurations successives jusqu'à un système formé par les 24 configurations. Pour chaque sous-système, le conditionnement de la matrice d'identification est enregistré. Le Tableau 4-1 montre les sous-systèmes formés des M configurations accumulées successives. La Figure 4-1 présente l'évolution du conditionnement. Le conditionnement est un bon indicateur de la capacité d'inverser la matrice d'identification et de la sensibilité au bruit des mesures [94].

Tableau 4-1: Sous-systèmes formés par M configurations successives (Stratégie 1)

M	Configurations accumulées successives												Rang de P	Conditionnement de P
	B	B°	B°	B°	B°	B°	...	B°	B°					
2	0	15											47	30.55
3	0	15	30										47	19.60
4	0	15	30	45									47	15.34
5	0	15	30	45	60								47	13.19
6	0	15	30	45	60	75							47	11.99
7	0	15	30	45	60	75	90						47	11.26
8	0	15	30	45	60	75	90	105					47	10.80
9	0	15	30	45	60	75	90	105	120				47	10.49
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
23	0	15	30	45	60	75	90	105	120	..	330		47	9.70
24	0	15	30	45	60	75	90	105	120	..	330	345	47	9.69

La Figure 4-1 montre que le conditionnement s'améliore rapidement au début, puis une amélioration non significative après l'accumulation de neuf configurations. Une réduction de moitié est obtenue en accumulant les trois premières configurations.

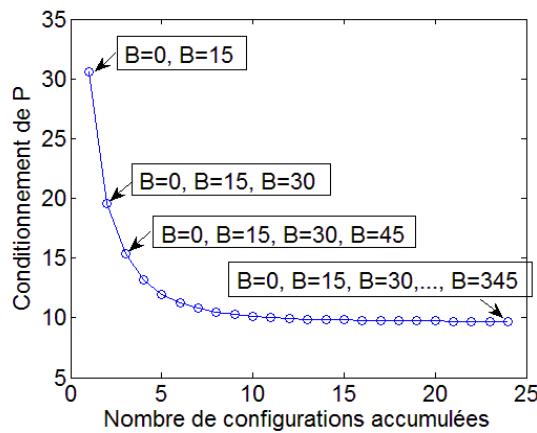
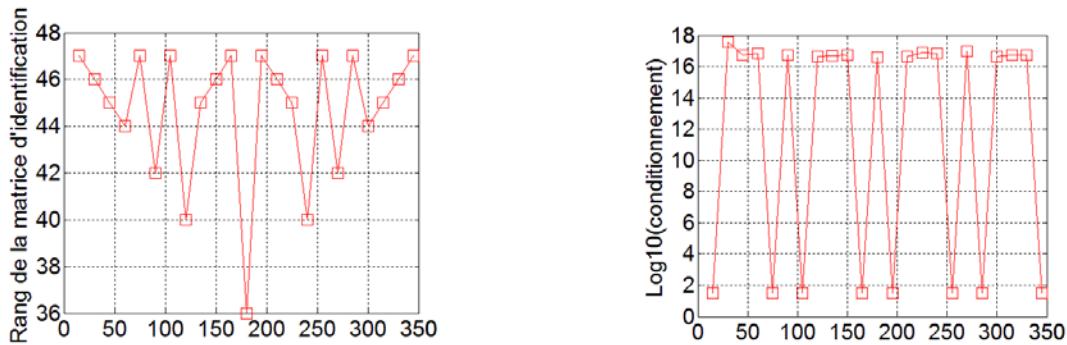


Figure 4-1 : Conditionnement en fonction du nombre de configurations accumulées successives (Stratégie 1).

#### 4.1.2 Stratégie 2: M configurations à partir de sous-ensembles de paire viable

Commençons avec la configuration  $A = 0^\circ$  et  $B = 0^\circ$  du système de palpation comme une configuration de base à laquelle d'autres configurations sont ajoutées une à la fois, les configurations ajoutées sont définies par  $A = 0^\circ$  et  $B = i * 15^\circ$  avec  $i = 1, 2, 3, \dots, 23$ . Il y a donc 23 paires de configurations à tester. Le conditionnement et le rang de la matrice d'identification correspondante à chaque paire de configuration sont calculés et les résultats sont présentés dans la Figure 4-2 a) et 4-2 b). À partir de ces figures, on constate qu'il y a huit paires de configurations sélectionnées (correspondant à neuf configurations du système de palpation) qui ont un rang de 47 et un conditionnement de l'ordre de 30,55. Un rang de 47 correspond au rang de la matrice d'identification pour un système complet avec 24 configurations.



a) Angle B de la deuxième configuration pour chaque paire    b) Angle B de la deuxième configuration pour chaque paire

Figure 4-2 : a) Rang et b) conditionnement pour les 23 paires de configuration testées.

Un sous-ensemble de configurations est constitué des configurations participant aux paires viables (rang = 47). Puis des ensembles de M configurations sont construits en ajoutant successivement une  $M^{\text{ème}}$  configuration à partir de ce sous-ensemble. Le Tableau 4-2 présente les sous-systèmes formés des M configurations et l'évolution du conditionnement des matrices d'identification correspondante à chaque ensemble. Les résultats montrent que l'amélioration du conditionnement n'est pas significative à partir de l'accumulation de cinq configurations. Une réduction du conditionnement de deux tiers est obtenue en accumulant les trois premières configurations choisies.

Tableau 4-2: Sous-systèmes formés par M configurations à partir du sous-ensemble constitué des configurations participant aux paires viables (Stratégie 2)

Nbre de configurations	Configurations sélectionnées										Rang de P	Conditionnement de P
	B°	B°	B°	B°	B°	B°	...	B°	B°			
2	0	15									47	30.55
3	0	15	75								47	13.19
4	0	15	75	105							47	11.42
5	0	15	75	105	165						47	10.79
6	0	15	75	105	165	195					47	10.50
7	0	15	75	105	165	195	255				47	10.39
8	0	15	75	105	165	195	255	285			47	10.33
9	0	15	75	105	165	195	255	285	345		47	10.31

#### 4.1.3 Stratégie 3 : Choix séquentiel de la meilleure M<sup>ème</sup> configuration

Commençons avec la configuration  $A = 0^\circ$ ,  $B = 0^\circ$  à laquelle on ajoute d'autres configurations une à la fois pour former des paires de configuration. Le conditionnement de la matrice d'identification correspondant à chaque paire de configuration est enregistré, la paire ayant le plus petit conditionnement est sélectionnée. Puis on ajoute les autres configurations qui restent, une à la fois à la paire de configuration choisie précédemment. Le conditionnement de la matrice d'identification correspondant à chaque trio de configuration est enregistré, le trio qui a le plus petit conditionnement est sélectionné. Ce processus se poursuit jusqu'à ce que toutes les configurations soient utilisées. Le Tableau 4-3 présente les configurations choisies à chaque étape.

Tableau 4-3: Sous-systèmes formés par M configurations choisies séquentiellement avec la meilleure M<sup>ème</sup> configuration

M	Configurations sélectionnées										Rang de P	Conditionnement de P
	B°	B°	B°	B°	B°	B°	...	B°	B°			
2	0	15									47	30.55
3	0	15	225								47	12.89
4	0	15	225	330							47	11.21
5	0	15	225	330	285						47	10.73
6	0	15	225	330	285	210					47	10.45
...	...	...	...	...	...	...	...				...	...
23	0	15	225	330	285	210	...	150			47	9.70
24	0	15	225	330	285	210	...	150	345		47	9.69

L'ordre des configurations choisies, définies par l'angle B°, est le suivant:

B° = 0, 15, 225, 330, 285, 210, 105, 45, 315, 240, 75, 60, 300, 165, 195, 30, 255, 120, 180, 90, 270, 135, 150 et 345.

La Figure 4-3 présente l'évolution du conditionnement de la matrice d'identification, calculée à chaque étape pendant le choix des configurations, en fonction du nombre de configurations choisies. Une réduction du conditionnement des deux tiers est obtenue avec les trois premières configurations choisies.

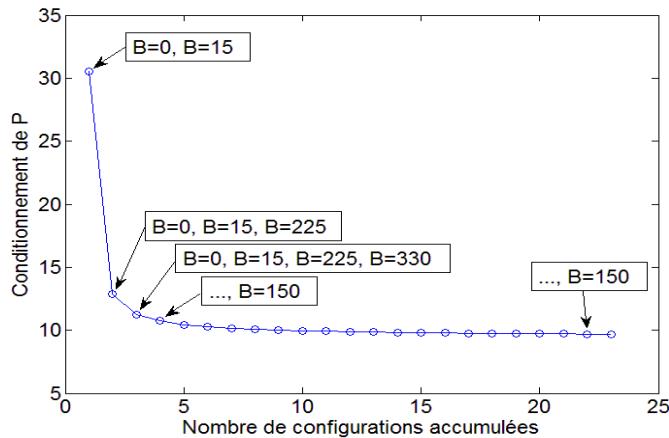


Figure 4-3 : Conditionnement en fonction du nombre de configurations choisies (Stratégie 3).

#### 4.1.4 Stratégie 4 : M meilleures configurations

À partir des 24 configurations de base, les meilleures ensembles de M configurations sont sélectionnés en se basant sur le conditionnement des matrices d'identifications résultantes. Pour un sous-système avec M configurations, parmi toutes les combinaisons possibles de M configurations parmi les 24 configurations de base, la combinaison donnant le plus petit conditionnement est retenue. Le Tableau 4-4 présente les configurations choisies pour les huit sous-systèmes sélectionnés. Une réduction du conditionnement de deux tiers est obtenue avec seulement trois configurations.

Tableau 4-4: Configurations sélectionnées (Stratégie 4)

M	Configurations sélectionnées									Rang de P	Conditionnement de P
	B°	B°	B°	B°	B°	B°	...	B°	B		
2	15	270								47	30.54
3	45	75	300							47	12.88
4	0	30	135	345						47	11.21
5	0	60	75	105	225					47	10.66
6	30	60	105	210	225	330				47	10.44
7	75	120	150	165	180	255	315			47	10.27
8	60	135	195	225	270	285	300	315		47	10.16
9	0	15	90	150	180	210	225	255	2	47	10.07

## 4.2 Étude comparative

Les erreurs de la machine et du palpeur estimées à partir d'un système réduit sont comparées à celles obtenues avec un système complet de 24 configurations et présentées aux Figures 4-4, 4-5 et 4-6 respectivement pour un ensemble de 2, 3 et 9 configurations. Bien que les deux premières configurations donnent un système d'identification avec un rang = 47 et un bon conditionnement de l'ordre de 31, les erreurs identifiées ne sont pas satisfaisantes comparativement aux erreurs obtenues avec un système complet de 24 configurations. Ceci est prévu à partir du moment où aucune moyenne ne se produit. Toutes erreurs aléatoires de mesure affectent les erreurs systématiques estimées. On peut noter que pour les trois premières configurations pour les quatre stratégies étudiées, la forme générale de l'erreur de la machine et les erreurs du palpeur sont obtenues. Mais avec neuf configurations, les erreurs estimées sont beaucoup plus près des erreurs estimées avec un système complet de 24 configurations.

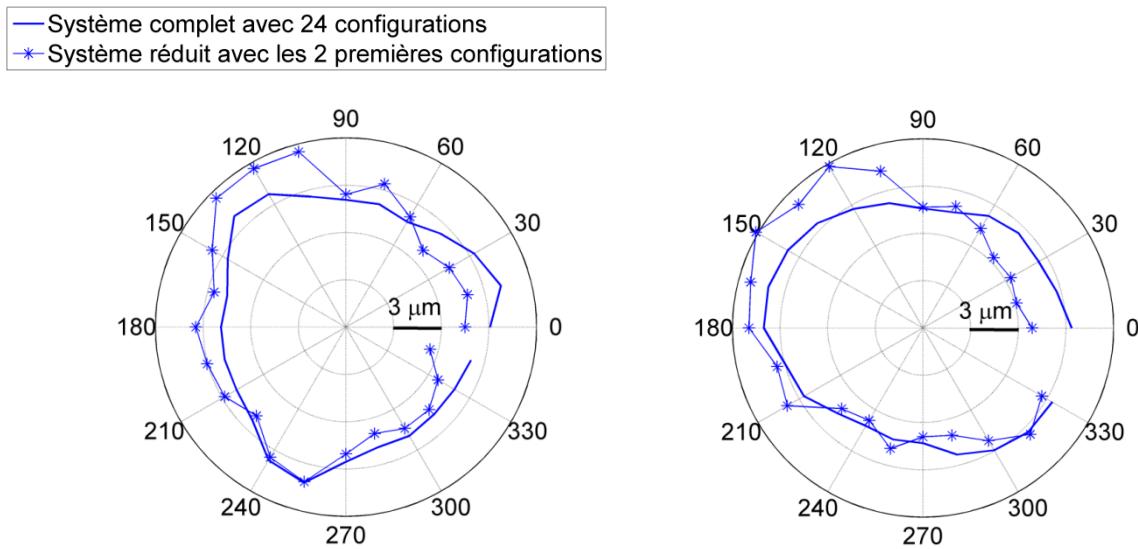


Figure 4-4 : Comparaison entre les erreurs identifiées à partir d'un système complet avec 24 configurations et un système réduit avec les 2 premières configurations successives.

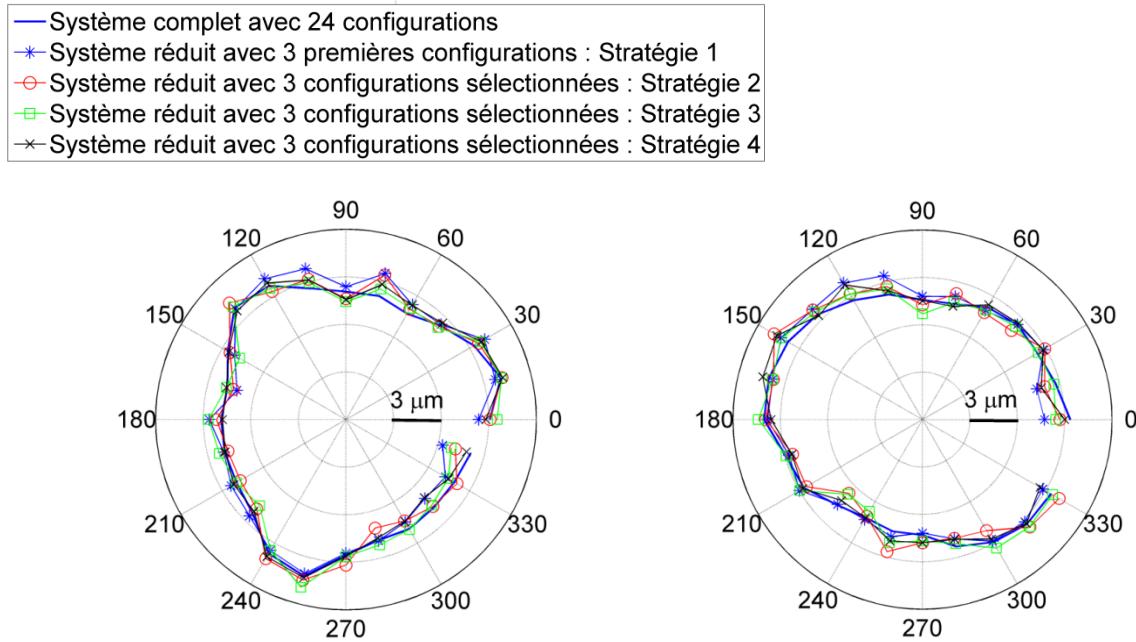


Figure 4-5 : Comparaison entre les erreurs identifiées à partir d'un système complet avec 24 configurations et un système réduit avec 3 configurations pour les 4 stratégies étudiées.

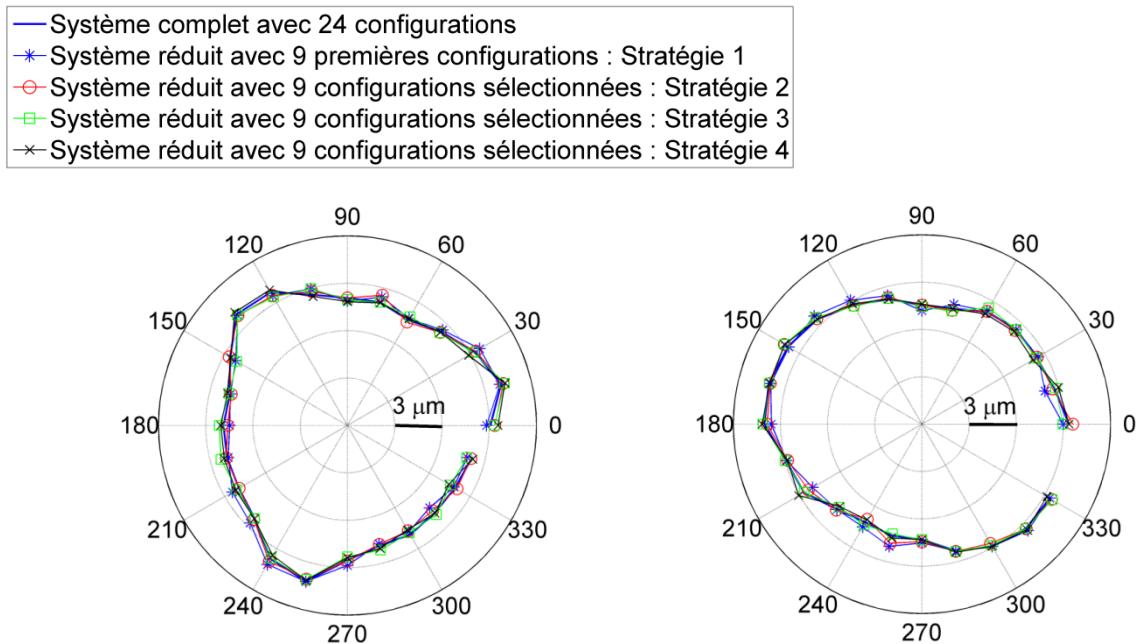


Figure 4-6 : Comparaison entre les erreurs identifiées à partir d'un système complet avec 24 configurations et un système réduit avec 9 configurations pour les quatre stratégies étudiées.

Après l'estimation des paramètres, une analyse des résidus a été réalisée. Les erreurs de la machine et du palpeur identifiées à partir du système complet avec 24 configurations sont retenues comme valeurs de référence et les résidus sont calculés par rapport à cette référence. Le Root Mean Square (RMS) pour les erreurs de la machine et les erreurs du palpeur estimées sont calculées en utilisant la formule:

$$RMS = \frac{R}{\sqrt{n}} \quad (4-1)$$

où  $R$  est la norme du résidu calculé pour les configurations choisies. Les indices  $p$  et  $m$  indiquent le palpeur et la machine respectivement.

Par exemple, pour l'erreur du palpeur:

$$R_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta_{p,i} - \delta_{p,i})^2} \quad (4-2)$$

$\Delta_{p,i}$  est l'erreur du palpeur, estimée à partir du système réduit, dans la  $i^{\text{eme}}$  direction d'approche

$\delta_{p,i}$  est l'erreur du palpeur, estimée à partir du système complet de 24 configurations, dans la  $i^{\text{eme}}$  direction d'approche

Un pourcentage  $D$  est également calculé. Ce pourcentage représente la norme,  $R$ , par rapport à la norme, des erreurs identifiées à partir d'un système complet de 24 configurations.

Pour les erreurs de palpeur :

$$D_p = \left(1 - \frac{R_p}{EI_p}\right) * 100\% \quad (4-3)$$

$$\text{où } EI_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_{p,i}^2}$$

Par exemple, pour  $D_p = 97\%$  signifie que 97% des erreurs de palpeur identifiées par un système complet de 24 configurations sont expliquées par un système réduit composé de configurations sélectionnées.

L'évolution du RMS avec le nombre de configurations pour les différentes stratégies est représentée dans la Figure 4-7. Cette figure montre que le RMS décroît plus rapidement pour toutes les stratégies impliquant des configurations sélectionnées, soit les stratégies 2, 3 et 4. Une diminution de 66% de la valeur RMS est obtenue en ajoutant simplement une 3<sup>eme</sup> configuration. En présence d'effets non systématique, au moins trois configurations sont nécessaires pour estimer l'effet systématique, même si ce n'est que grossièrement. Les configurations choisies

(stratégies 2, 3 et 4) sont équivalentes et donnent de meilleurs résultats par rapport à l'utilisation de configurations successives (stratégie 1). Ces conclusions seront étudiées par simulation dans la section suivante.

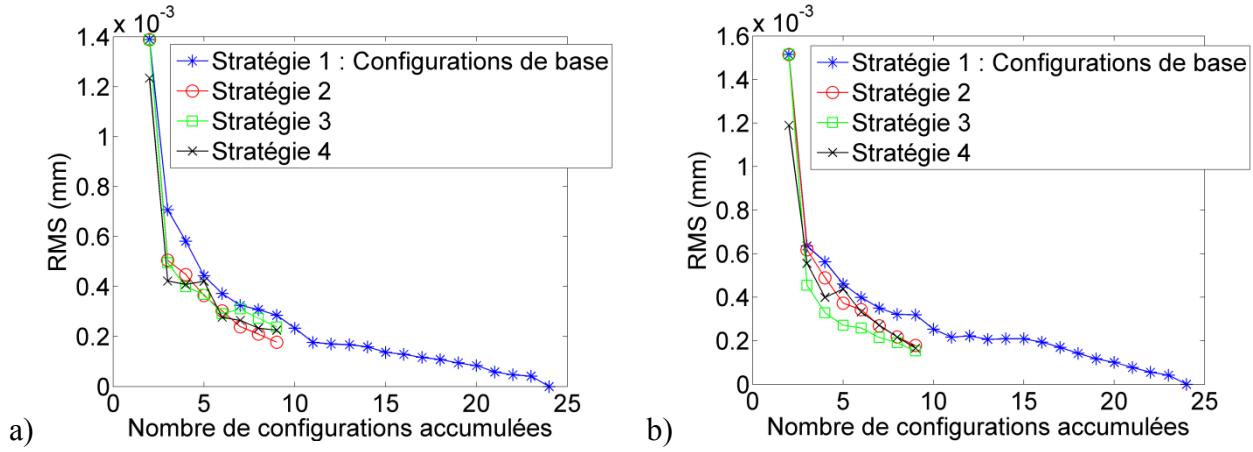


Figure 4-7 : Évolution de la RMS avec le nombre de configurations accumulées pour a) erreur du palpeur et b) erreur de la machine.

### 4.3 Simulation de l'effet du bruit de mesure sur le nombre de configurations

Sans bruit de mesures, deux configurations (paire viable) sont suffisantes pour séparer les erreurs de la machine et les erreurs du palpeur. Si aucun effet aléatoire significatif n'est présent, une erreur est simplement interprétée comme une erreur systématique. Pour bien estimer les erreurs systématiques en présence d'effets aléatoires, on devrait augmenter le nombre de configurations pour converger vers une moyenne représentative. Dans cette section, nous explorons, par simulation, l'effet des erreurs aléatoires et l'effet du nombre de configurations sur l'estimation des erreurs de palpeur et des erreurs de la machine. Les erreurs de la machine sont simulées par une forme elliptique avec une amplitude de 0.003 mm tandis que les erreurs de palpeur sont simulées par une forme trilobée avec une amplitude aussi de 0.003 mm. Le nombre de points mesurés par configuration est  $n = 24$  pour 24 configurations dans le cas d'un test complet. Les erreurs de mesure sont perturbées par des erreurs aléatoires suivant une loi normale  $N(0, \sigma^2)$  où  $\sigma$  est l'écart-type. Pour les simulations, trois niveaux d'écart-type ont été utilisés, à savoir  $SE1 = 0$ ,  $SE2 = 0.35$  et  $SE3 = 0.7 \mu\text{m}$ . La valeur de  $0.7 \mu\text{m}$  correspond aux résultats d'un test de

répétabilité, selon la norme ASME.B89.1.12M [72], effectué au laboratoire sur la machine utilisée pour les essais expérimentaux.

Pour chaque valeur d'écart-type, les erreurs de la machine et du palpeur sont identifiées en utilisant différents nombres de configurations; de 2 à 24 pour les configurations de base successives (Stratégie 1) et de 2 à 9 pour les configurations choisies (stratégies 2, 3 et 4).

Pour chaque nombre de configurations, les erreurs de la machine et les erreurs du palpeur sont identifiées et le RMS est calculé en utilisant l'équation (4-1). Ce processus est répété 10 000 fois et la valeur moyenne du RMS est indiquée. La Figure 4-8 montre l'évolution du RMS avec le nombre de configurations et pour les différents niveaux d'écart-types. Comme prévu, pour un niveau d'erreur aléatoire donné, le RMS diminue avec l'augmentation du nombre de configurations. Il peut être noté également, comme on pouvait s'y attendre d'un système linéaire, que les valeurs RMS sont proportionnelles à l'écart-type des erreurs aléatoires. Le gain en RMS obtenu par l'ajout de configurations diminue progressivement. On constate également que l'utilisation de certaines configurations (stratégies 2, 3 ou 4) au lieu de simplement les configurations successives (stratégie 1) fournit des estimations qui se rapprochent de celles obtenues par un système complet. Par exemple, l'utilisation des trois configurations des stratégies 2, 3 ou 4 fournit des résultats équivalents à ceux obtenus à partir de quatre configurations successives (stratégie 1). Enfin, à partir de 9 configurations, toutes les stratégies sont équivalentes.

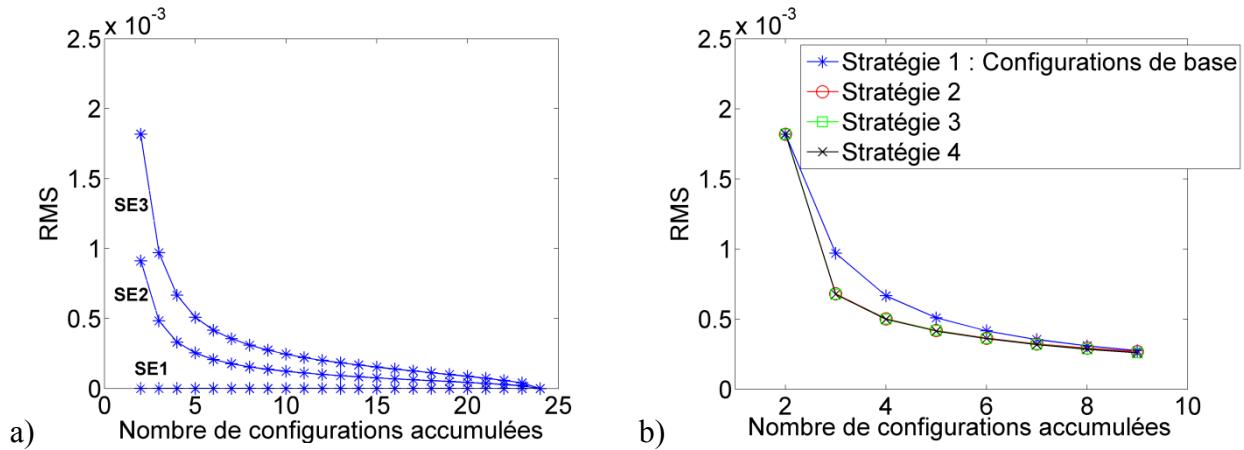


Figure 4-8 : Évolution de RMS (mm) en fonction du nombre de configurations a) pour différents niveaux d'erreurs aléatoires et pour M configurations successives (stratégie 1), b) pour les quatre stratégies étudiées avec l'écart type de perturbation SE3.

## 4.4 Stratégie d'échantillonnage – Simulation et application pour la méthode de séparation

Dans cette section, on présente une simulation de la méthode de séparation des erreurs de palpeur et des erreurs de la machine dans le but de réduire le nombre de points palpés sur un cercle. À partir d'un nombre minimal requis de points mesurés  $n$ , on calcul le pourcentage d'erreur identifiée et on reconstitue cette erreur par  $(n * NOR)$  points, où NOR est le nombre d'ondulation par révolution qui caractérise l'erreur identifiée. Cette méthode sera nommée méthode de reconstitution par replie (Pour avoir le détail de développement, voir annexe 1). Cette approche a été approuvée par simulation et appliquée dans notre cas de séparation des erreurs de la machine et des erreurs de palpeur en palpant 8 points sur l'équateur de la sphère et appliquant la méthode de séparation avec 8 retournement, le résultat a été validé par comparaison avec un test complet (24 points palpés et 24 retournement).

### 4.4.1 Principe de la stratégie par replie

Le principe de la stratégie est basé sur le théorème d'échantillonnage de Shannon-Nyquist, le nombre de points palpés  $n$  doit être supérieur ou égale à  $2p+1$ , avec  $p$  la plus grande fréquence (dans notre cas c'est le nombre d'ondulation par révolution) contenue dans le profil des erreurs de mesure brutes. Cette valeur doit être connue à l'avance. A titre d'illustration, quand on palpe l'équateur d'une sphère qui est supposée parfaite, le signal obtenu, après traitement de données est une combinaison de deux erreurs, les erreurs de la machine et les erreurs de palpeur, supposons que l'erreurs de palpeur ait une forme trilobée et l'erreur de la machine ait une forme elliptique, dans ce cas, le plus grand nombre d'ondulation par révolution contenu dans le profil des erreurs brutes est 3. Alors, le nombre de point requis, est au moins égale à 7, car  $n = 2*3+1$ . Le développement que nous avons apporté sur la base de cette théorie est de reconstituer le profil de l'erreur de la machine et l'erreur du palpeur à partir d'un nombre de points supérieur ou égale à  $n$  dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

### 4.4.2 Simulation de la stratégie d'échantillonnage

Pour garder une similarité par rapport à nos tests expérimentaux, on simule les erreurs du palpeur par une forme trilobée et les erreurs de la machine par une forme elliptique, Figure 4-9 a) et b). Ces erreurs sont utilisées pour reproduire les erreurs brutes combinées pour toutes les

configurations (voir annexe 3) et par la suite identifier les erreurs séparément. Dans cette simulation, on ne prend pas en compte les bruits de mesures.

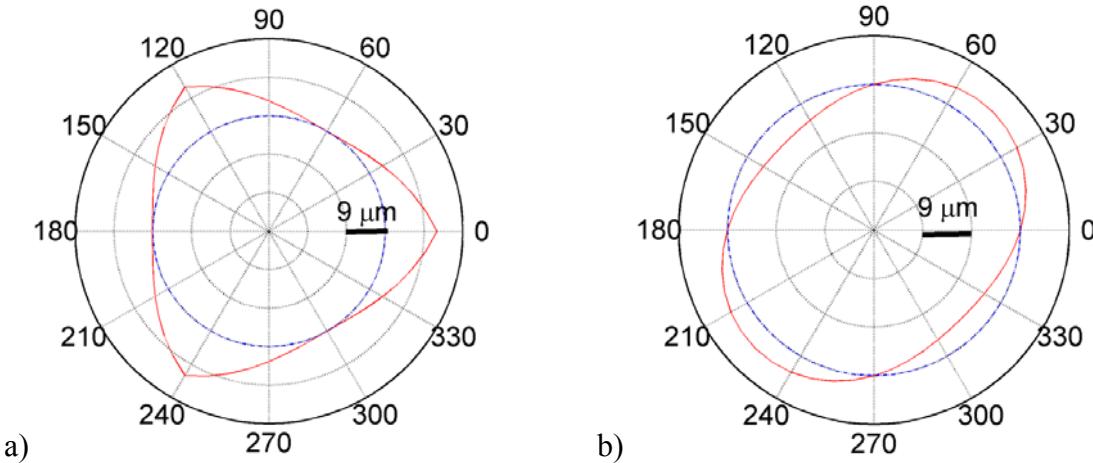


Figure 4-9 : Erreurs simulées, a) erreurs du palpateur ; b) erreur de la machine.

A titre d'illustrations, la méthode a été appliquée pour 7, 8, 9, 10 et 11 points mesurés. Pour chaque cas, on identifie l'erreur du palpateur et l'erreur de la machine obtenue à partir de la méthode de séparation, puis on reconstitue ces erreurs avec un nombre supérieur de points. Les Figure 4-10, Figure 4-11, Figure 4-12, Figure 4-13 et Figure 4-14. Présentent, respectivement, les résultats de simulation pour 7, 8, 9, 10 et 11 points mesurés.

On constate, d'après ces figures, que la forme de l'erreur reconstituée par replie pour certains cas est comparable à l'erreur simulée initialement mais dépend fortement de la divisibilité du nombre de points palpés par rapport au nombre d'ondulation par révolution ; si le nombre de points palpés est un multiple de 2, la méthode de reconstitution de signal par replie n'est pas efficace pour l'erreur de la machine. Si le nombre de points palpés est un multiple de 3, la méthode de reconstitution de signal par replie n'est pas efficace pour l'erreur de palpateur. On constate que, le meilleur choix de nombre de points palpés, pour bien exploiter cette méthode, sont les nombres premiers, sauf que ce choix est peut être contraint par le fonctionnement physique de l'instrument de mesure ; par exemple, pour le cas de la tête orientable PH10M de Renishaw, le petit incrément d'indexation de l'angle B est  $7.5^\circ$ , donc les incréments disponibles, pour avoir des points équidistants sur un cercle parallèle à l'équateur de la sphère d'essai sont,  $7.5^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $22.5^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$  et  $180^\circ$ , donnant respectivement 48, 24, 16, 12, 8, 6, 4, 3 et 2 points équidistants. Dans ce cas, tous les nombres qui sont supérieurs à 3, ne sont pas des nombres premiers.

premiers. Si on veut reconstituer, les erreurs de palpeur identifiées, on pourrait choisir 8 comme étant le plus petit nombre non divisible par 3, et si on veut reconstituer l'erreur de la machine, tous les nombre disponible sont divisibles par 2, on devrait, donc, faire un choix judicieux de nombre de points palpés, par exemple  $n=16$  pourrait être un choix raisonnable pour avoir la forme de l'erreur de la machine et aussi il permet de reconstituer la forme de l'erreur de la machine, car 16 n'est pas divisible par 3.

#### 4.4.2.1 Résultats de simulation pour 7 points palpés

La Figure 4-10 présente la forme de l'erreur du palpeur et l'erreur de la machine obtenues à partir de la méthode de séparation en utilisant 7 points mesurés et 7 retournements. On constate, visuellement, que la forme des erreurs identifiées (avant l'application de la méthode de reconstitution par replie) ne représentent pas les erreurs simulées initialement. En exploitant les erreurs identifiées et en appliquant la méthode de reconstitution par replie, on constate que la forme obtenue des erreurs est comparable aux erreurs simulées initialement (Figure 4-9). Pour ce cas, l'erreur du palpeur est obtenue à partir de 21 point qui est  $3*7$  et l'erreur de la machine est obtenue à partir de 14 points qui est  $2*7$ .

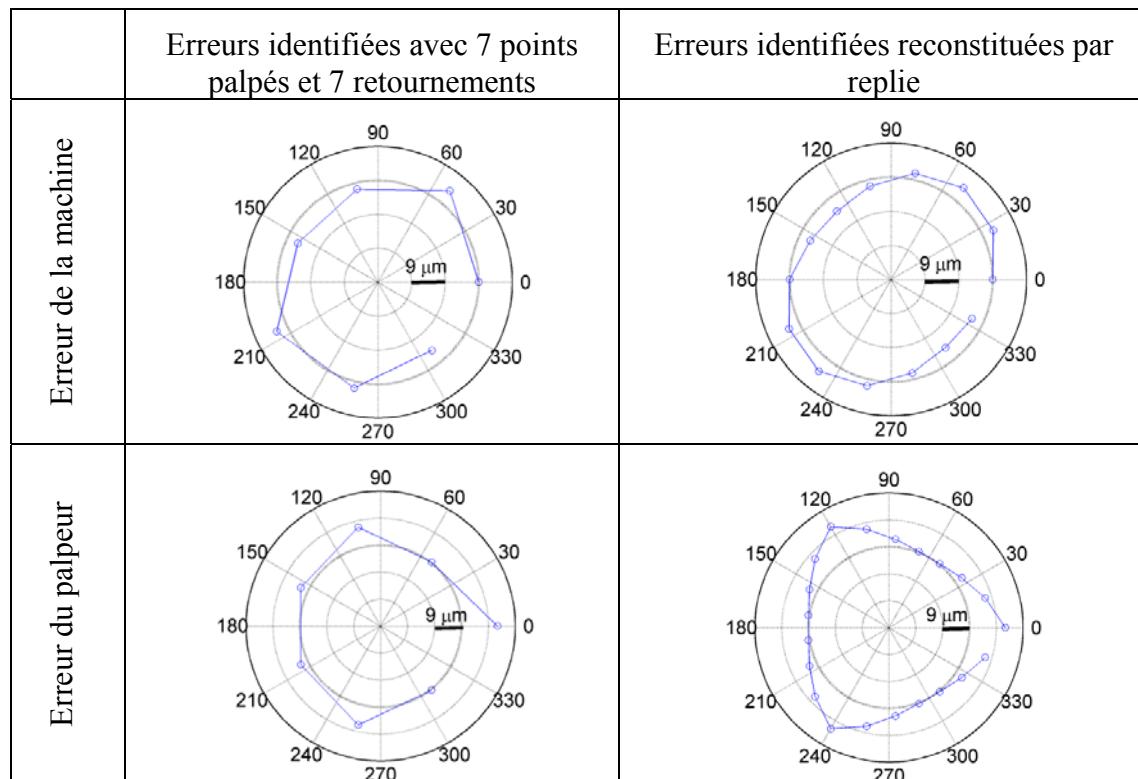


Figure 4-10 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 7 points.

#### 4.4.2.2 Résultats de simulation pour 8 points palpés

La Figure 4-11 présente la forme de l'erreur du palpeur et l'erreur de la machine obtenue à partir de la méthode de séparation en utilisant 8 points mesurés et 8 retournements. On constate, visuellement, que la forme des erreurs du palpeur identifiées (avant l'application de la méthode de reconstitution par replie) ne représentent pas les erreurs simulées initialement (Figure 4-9). En exploitant les erreurs identifiées et en appliquant la méthode de reconstitution par replie, on constate que la forme des erreurs de palpeur est comparable aux erreurs simulées initialement. Pour les erreurs de la machine, la méthode ne permet pas de reconstituer le profil avec plus de points, car 8 est un multiple de 2.

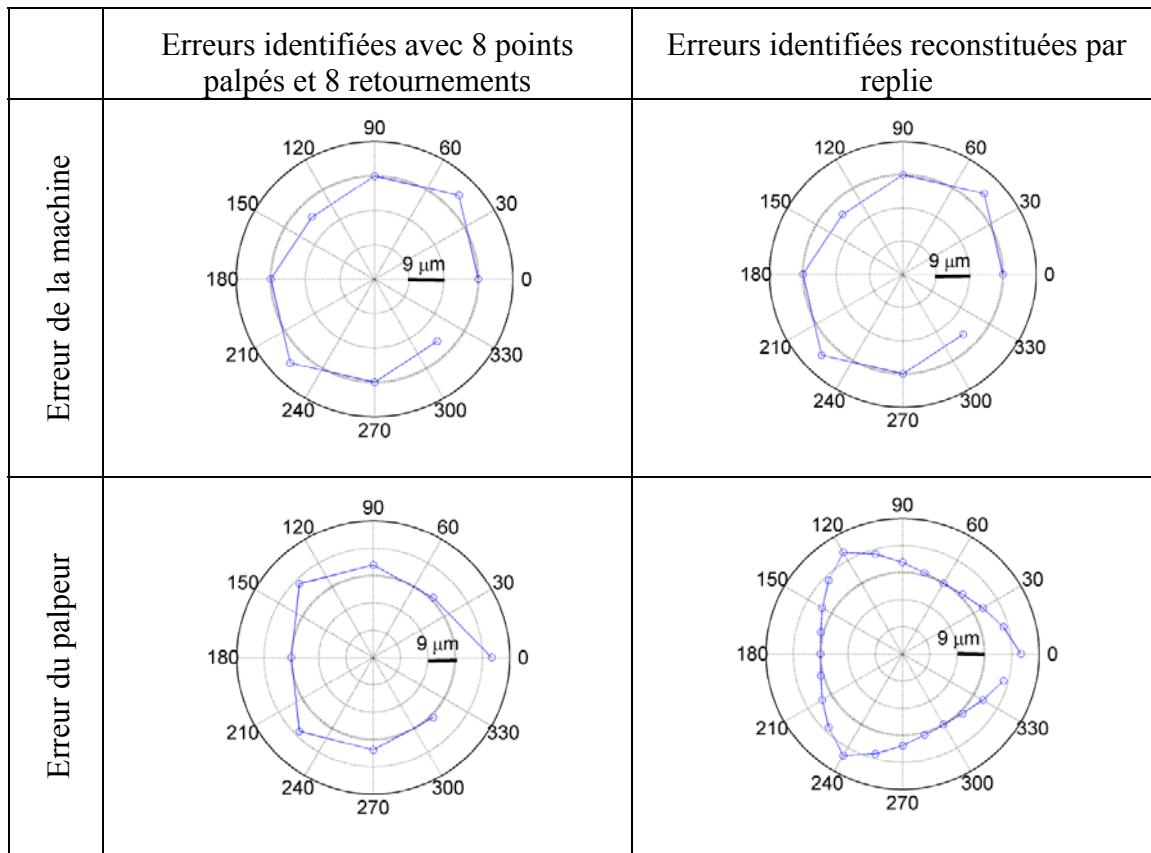


Figure 4-11 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 8 points.

#### 4.4.2.3 Résultats de simulation pour 9 points palpés

La Figure 4-12 présente la forme de l'erreur du palpeur et l'erreur de la machine obtenue à partir de la méthode de séparation en utilisant 9 points mesurés et 9 retournements. On constate,

visuellement, que la forme des erreurs de la machine identifiées (avant l'application de la méthode de reconstitution par replie) sont relativement similaires aux erreurs simulées initialement. En exploitant les erreurs identifiées et en appliquant la méthode de reconstitution par replie, on constate que la forme des erreurs de la machine est comparable aux erreurs simulées initialement (Figure 4-9). Pour ce cas, l'erreur de la machine est obtenue à partir de 18 point qui est  $2*9$ . Pour les erreurs de palpeur, la méthode ne permet pas de reconstituer le profil avec plus de points, car 9 est un multiple de 3.

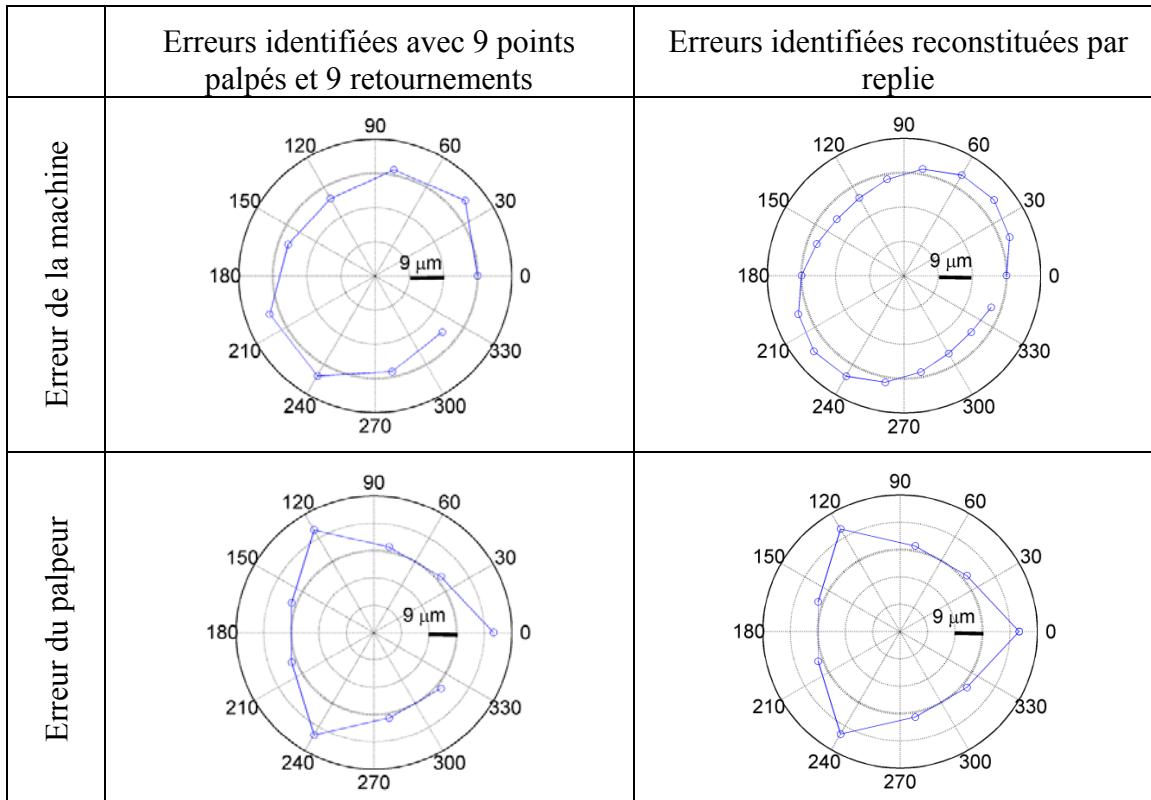


Figure 4-12 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 9 points.

#### 4.4.2.4 Résultats de simulation pour 10 points palpés

La Figure 4-13 présente la forme de l'erreur du palpeur et l'erreur de la machine obtenue à partir de la méthode de séparation en utilisant 10 points mesurés et 10 retournements. On constate, visuellement, que la forme des erreurs de palpeur identifiées (avant l'application de la méthode de reconstitution par replie) ne représentent pas les erreurs simulées initialement (Figure 4-9). En exploitant les erreurs identifiées et en appliquant la méthode de reconstitution par replie, on

constate que la forme des erreurs est comparable aux erreurs simulées initialement. Pour ce cas, l'erreur du palpeur est obtenue à partir de 30 points qui est  $3*10$ . Pour les erreurs de la machine, la méthode ne permet pas de reconstituer le profil avec plus de points, car 10 est un multiple de 2.

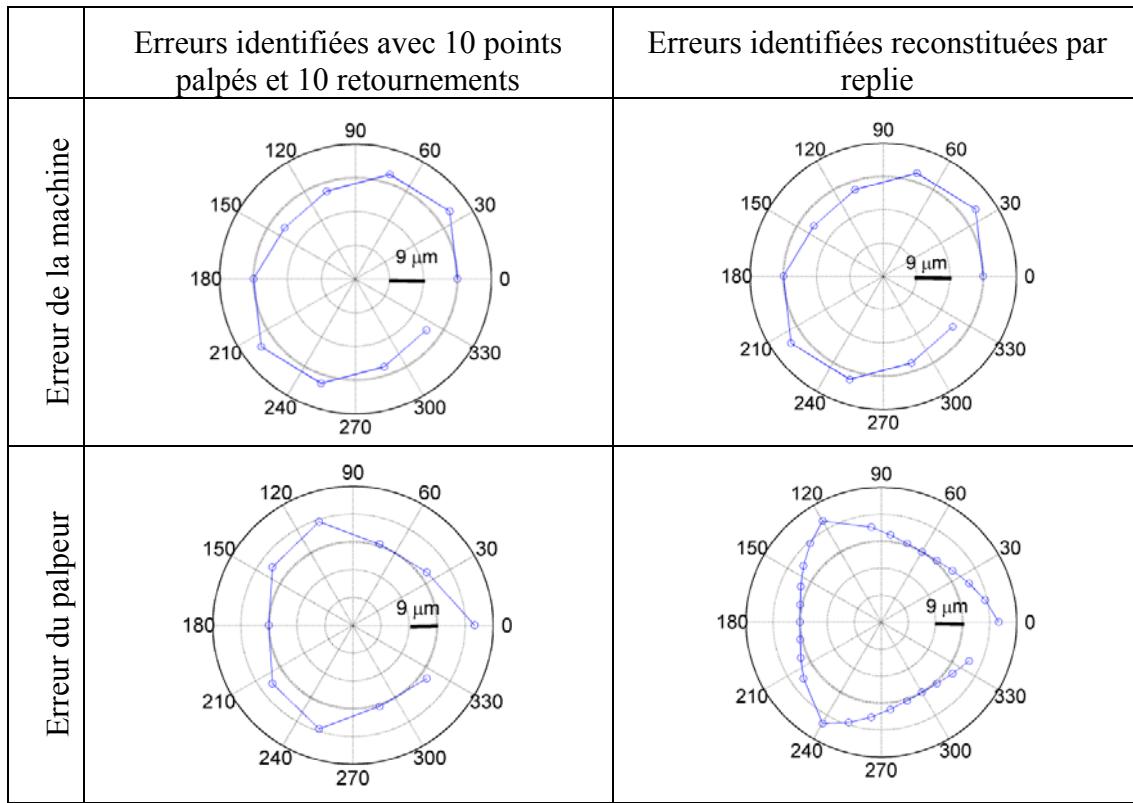


Figure 4-13 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 10 points.

#### 4.4.2.5 Résultats de simulation pour 11 points palpés

La Figure 4-14 présente la forme de l'erreur du palpeur et l'erreur de la machine obtenue à partir de la méthode de séparation en utilisant 11 points mesurés et 11 retournements. On constate, visuellement, que la forme des erreurs identifiées (avant l'application de la méthode de reconstitution par replie) présente l'allure des erreurs simulées initialement (Figure 4-9). En exploitant les erreurs identifiées et en appliquant la méthode de reconstitution par replie, on constate que la forme des erreurs tant pour les erreurs de la machine que pour les erreurs de palpeurs sont comparables aux erreurs simulées initialement (Figure 4-9). Pour ce cas, l'erreur de palpeur est obtenue à partir de 33 points qui est  $3*11$  et l'erreur de la machine est obtenue à partir de 22 points qui est  $2*11$ .

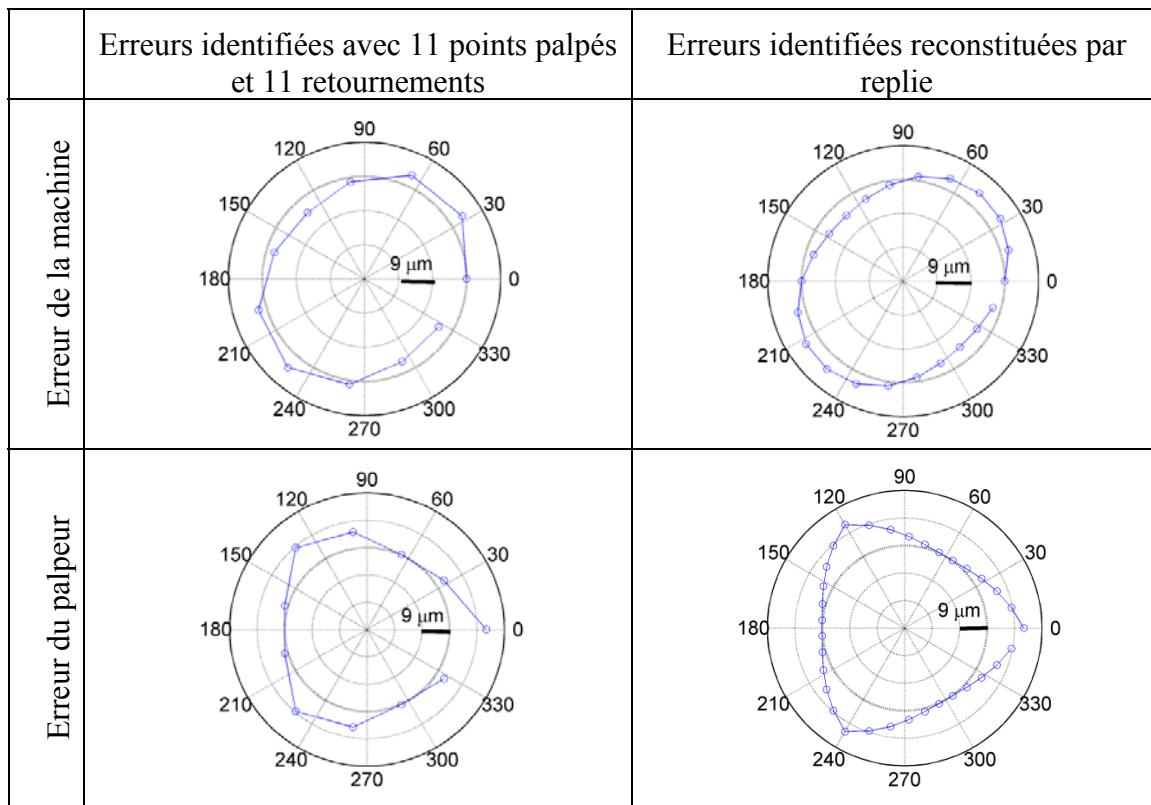


Figure 4-14 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour le cas de 11 points.

#### 4.4.2.6 Effet de nombre de points palpés et effet du premier point palpé :

Pour faire une étude plus complète sur l'effet de nombre de points palpés et l'effet du premier point palpé, nous avons fait une étude similaire à celle de la limite de la méthode de séparation, présentées dans la section 3.3. On définit l'amplitude de l'erreur comme étant l'étendue entre l'erreur maximale et l'erreur minimale de l'erreur identifiée. Le pourcentage de l'erreur visible est le rapport de l'étendue par rapport à l'amplitude de l'erreur simulée initialement (Figure 4-9). Pour chaque nombre de points choisi, on varie le premier point palpé et on enregistre le pourcentage de l'amplitude visible par la méthode de séparation. Dans le cas pratique, on ne connaît pas le premier point palpé, il serait donc important de bien choisir le nombre de points échantillonnés pour être moins sensible au premier point palpé. La Figure 4-15 présente les résultats de calcul pour les erreurs de palpateur et les erreurs de la machine simulées. D'après cette figure, si le nombre de points palpés est supérieur ou égale à 7, les erreurs de palpateur et les erreurs de la machine sont toujours visibles, au moins 50% des erreurs de palpateur identifiées sont

visibles et au moins 70 % des erreurs de la machine sont visibles. Ces erreurs deviennent de plus en plus visibles si le nombre de points est important et aussi si le nombre de points palpés est non divisible par 2 pour les erreurs de la machine et non divisible par 3 pour les erreurs du palpeur.

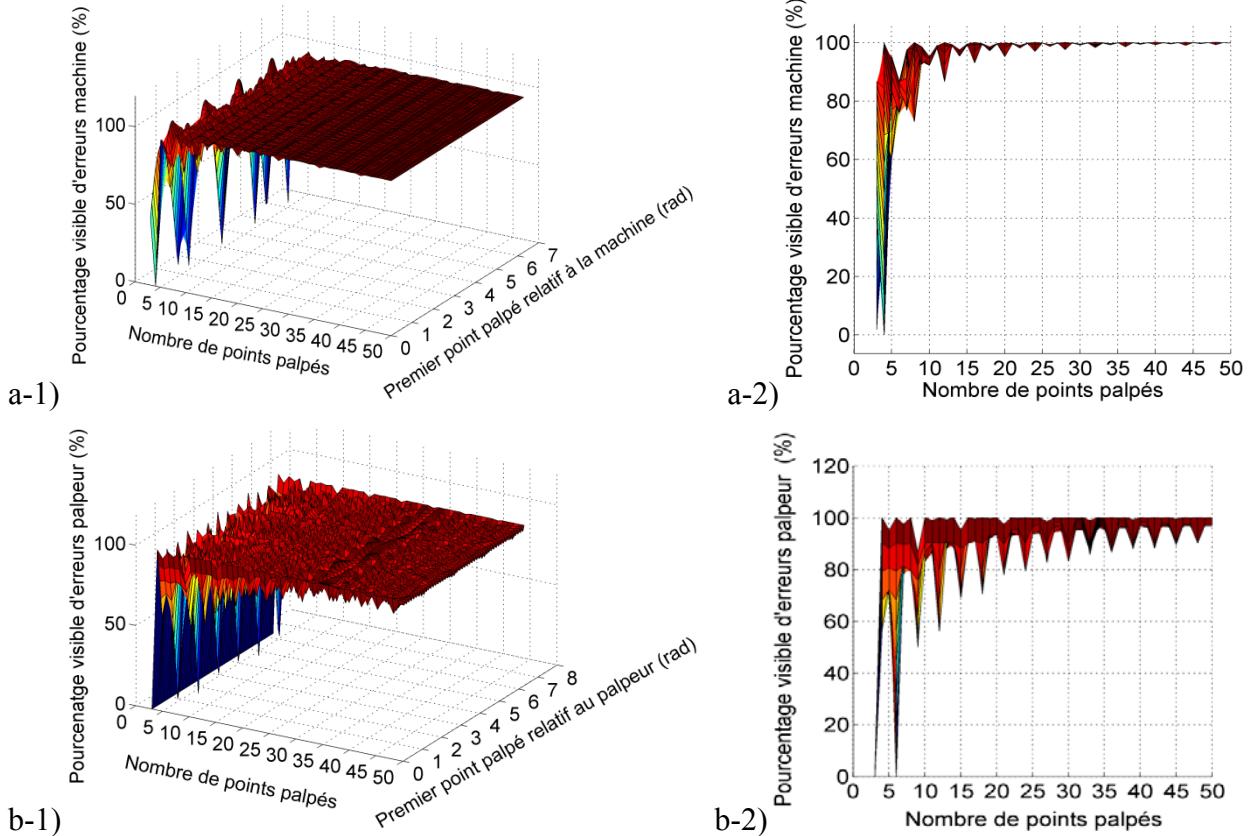


Figure 4-15 : Effet de nombre de points palpés et le premier point palpé sur le pourcentage visibles des a) erreurs de la machine, b) erreurs de palpeur.

#### 4.4.3 Application pour des tests réels

Selon les contraintes liées à l'indexation de l'angle B de la tête orientable PH10M de Renishaw, (le petit angle d'incrémentation est  $7.5^\circ$ ), nous avons choisis le nombre de points équidistants palpés sur l'équateur de la sphère d'essai égale à 8 et nous avons appliqué la méthode avec 8 retournements. Dans ce test, nous avons choisis un stylet de longueur 20 mm. La Figure 4-16 présente les erreurs du palpeur et les erreurs de la machine identifiées par la méthode de séparation à l'équateur de la sphère d'essai (avant et après l'application de la méthode de reconstitution par replie). On constate que la forme des erreurs de palpeur identifiées (avant

l'application de la méthode de reconstitution par replie) ne représente pas visuellement la forme des erreurs obtenues à partir d'un test complet (24 points palpés et 24 retournements), mais elle indique une étendue de l'ordre de  $2,4 \mu\text{m}$ , donc, 96% d'amplitude par rapport à un test complet. Pour les erreurs de la machine, 8 points palpés ont permis de montrer l'allure de la forme de l'erreur en indiquant 94 % d'amplitude par rapport à un test complet.

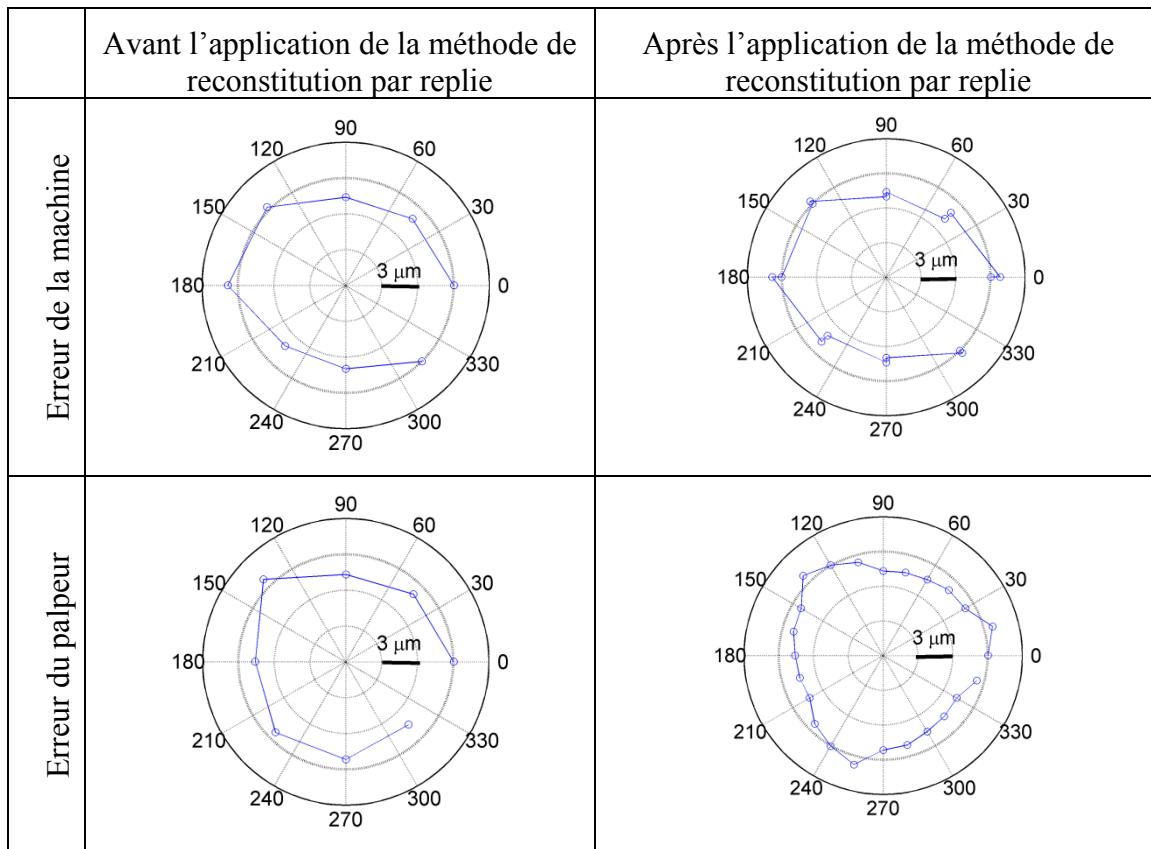


Figure 4-16 : Application de la méthode de reconstitution par replie pour des données de tests expérimentales en utilisant 8 points palpés et 8 retournements.

### **Validation de résultats**

En appliquant la méthode de reconstitution par replie pour les erreurs identifiées à partir de 8 points mesurés et 8 retournement. On constate sur, la Figure 4-17 a) et b), que la forme des erreurs de palpeur sont comparables aux erreurs identifiées pour un test complet (24 point mesurés et 24 retournements). Pour les erreurs de la machine, la méthode de reconstitution par replie ne permet pas de reproduire une forme d'erreur comparable a celle obtenue avec un test

complet puisqu'il y a une superposition des points. Ceci dépend de la forme de l'erreur (forme elliptique) et le nombre de points palpé 8 est un multiple de 2.

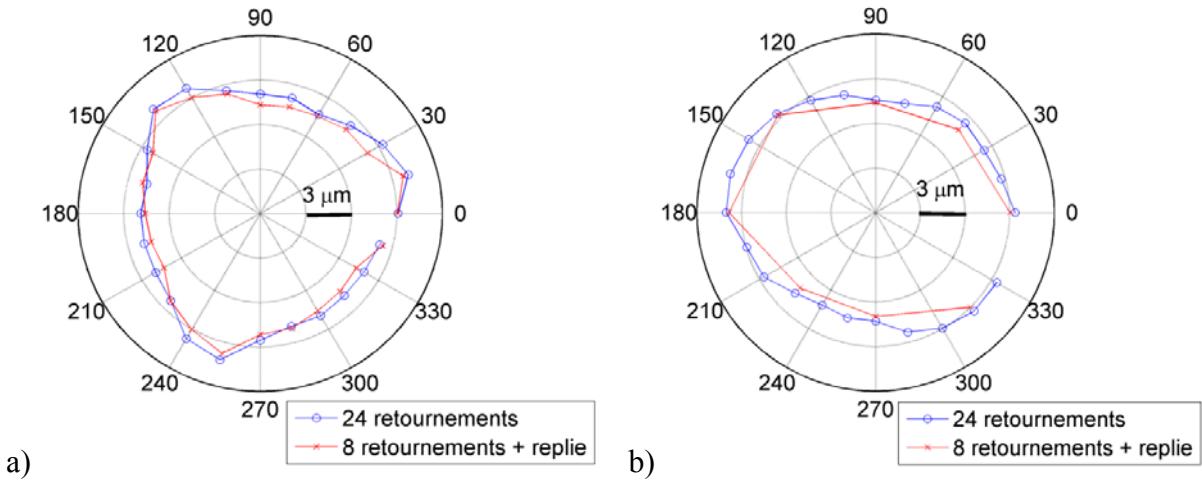


Figure 4-17 : Comparaison de la forme d'erreurs obtenues par la méthode de séparation avec un test complet (24 retournements) et celles obtenue avec (8 retournement en appliquant la méthode de reconstitution par replie); a) erreurs du palpeur, b) erreurs de la machine.

## 4.5 Conclusion

Ce chapitre présente quelques stratégies pour de choix de configurations de palpation et une stratégie d'échantillonnage de points palpés afin de réduire la durée du test en utilisant la méthode de découplage machine palpeur sur la MMT, quatre stratégies de sélection de configuration sont analysées et testées. Ces stratégies sont sélectionnées sur la base du conditionnement de la matrice d'identification du système résultant. Le nombre de configurations du système de palpation est réduit de 24 à 9, puis à 3 configurations sélectionnées donnant ainsi une réduction du temps de test de 62% et 87% respectivement. Il est constaté que l'utilisation des 9 et 3 jeux de configurations sélectionnés permis d'expliquer respectivement 97% et 94% des erreurs estimées à partir de la totalité des 24 configurations. La simulation de l'effet du bruit de mesure et le nombre de configuration sur le RMS montre qu'au-delà de neuf configurations, le choix de configurations a peu d'impact. Il est également montré que l'utilisation de 3 configurations choisies (stratégies 2, 3 et 4) fournit des résultats équivalents à ceux obtenus à partir de quatre configurations successives (stratégie 1). Une stratégie d'échantillonnage est enfin

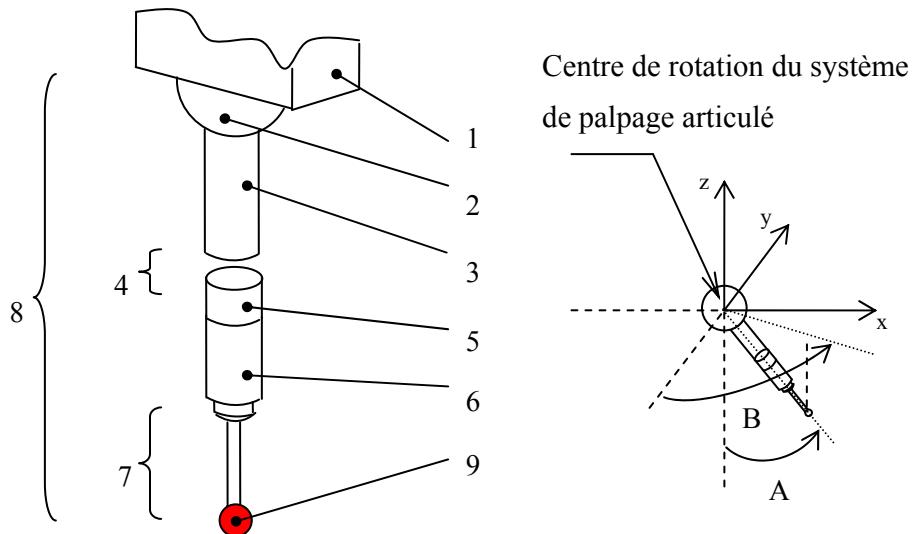
présentée afin de mettre en évidence la limite de la méthode et aussi pour montrer la capacité à reproduire un grand pourcentage de la forme de l'erreur avec le bon choix de nombre de points palpés.

## **CHAPITRE 5    DIAGNOSTIC DES SOURCES D'ERREURS ALÉATOIRE POUR UNE MMT ÉQUIPÉE D'UNE TÊTE ORIENTABLE ET D'UN CHANGEUR AUTOMATIQUE DE PALPEUR**

Lors de l'inspection d'une pièce, l'orientation du palpeur doit fréquemment être changée à l'aide d'une tête orientable afin d'accéder aux surfaces de la pièce concernées. De plus, différents modules de palpeur, monté entre le palpeur et le stylet, sont changés pour modifier les forces de contact selon les besoins de la tâche d'inspection. Nous avons ici trois éléments distincts pouvant causer les erreurs soit, le système d'orientation, le changeur de palpeur, et les axes de la machine. Ces systèmes sont sujets à des non-conformités et des défaillances. Ce chapitre présente quelques modes expérimentales pour diagnostiquer les sources de non-répétabilité dues au repositionnement de la tête orientable et due au système de changement de palpeurs.

### **5.1 Présentation des composantes physique d'un système de palpation articulé**

La Figure 5-1 présente les différentes composantes du système de palpation articulé. Ce système est caractérisé par deux angles de rotations A et B, par rapport à son support, permettant à la touche de stylet de balayer une demi-sphère dans l'espace de mesure. Le système de changement automatique de palpeur est basé sur un accouplement isostatique et un aimant pour repositionner le palpeur, avec exactitude, après chaque changement.



1 : Support du système de palpation	4 : Système de changement de palpeur	7 : Stylet
2 : Système d'orientation	5 : Palpeur	8 : Système de palpation articulé
3 : Rallonge du palpeur	6 : Rallonge du stylet	9 : Touche du stylet

Figure 5-1 : Système de palpation articulé [5, 53].

## 5.2 Principe de diagnostic

Quand on mesure une sphère d'essai plusieurs fois et dans les mêmes conditions, on constate que le centre de la sphère indiqué varie dans une certaine zone. Cette variation dépend de plusieurs sources qui sont : la direction d'approche de la machine, la direction de déclenchement de palpeur et l'environnement de mesure. Ces sources de non répétabilité coexiste à chaque point mesuré. Le principe d'évaluation de la répétabilité de mesure est décrit dans la norme ASME B89.1.12M [72]. Ceci est nommé, dans ce chapitre, "test de base" et sera enrichi pour diagnostiquer la non répétabilité de repositionnement de la tête orientable et du changeur de palpeur. Le diagnostic de la source de la non répétabilité est basé sur une analyse de variances de la position du centre de la sphère d'essai. Pour tester le repositionnement de la tête orientable et du changeur du palpeur, on fait plusieurs changements d'indexation de la tête orientable ou de palpeur et entre deux changements successifs on fait un test de base.

## 5.2.1 Test de base

Le test de base consiste à mesurer une sphère d'essai selon les recommandations de la norme ASME B89.1.12M [72] mais enrichis. On mesure 4 points sur la surface de la sphère (3 points à l'équateur et un point au pôle). On répète les mesures de la sphère 10 fois (selon la norme) ou plus que 10 fois (pour enrichir les tests). A chaque fois, on calcule le centre de la sphère des moindres-carrées et on détermine la marge maximale de position du centre de la sphère. Ceci caractérise la non-répétabilité de mesure. Cette erreur est aléatoire et entachée toutes les mesures effectuées sur la machine.

## 5.2.2 Test de la tête orientable

### 5.2.2.1 Test avec changement d'indexation de la tête orientable

Pour tester la répétabilité de la tête orientable, on mesure une sphère selon les recommandations de la norme ASME B89.1.12M, mais enrichis (répétition de mesures 20 fois au lieu de 10 fois selon la norme). On fait un test de base avec l'orientation de la tête orientable définie par les angles  $A=0^\circ$  et  $B=0^\circ$  (position verticale) puis on change l'indexation de la tête orientable (position définie par les angles  $A=82.5^\circ$  et  $B=172.5^\circ$ ) puis on remet la tête orientable à son indexation initiale ( $A=0^\circ$  et  $B=0^\circ$ ) et on refait un autre test de base sans refaire la requalification du système de palpage. On répète cette opération 20 fois. L'analyse de résultats est basée sur la non répétabilité de la position de la sphère. Dans ce cas, trois principales sources affectent la position de la sphère : la variabilité due au palpeur et aux axes de la machine, la variabilité due au changement d'indexation de la tête orientable et la variabilité due à une éventuelle dérive de la machine.

Les tests expérimentaux ont été réalisés sur une machine MMT modèle LK G90c équipée d'un palpeur à déclenchement Renishaw TP2 monté sur un système articulé modèle PH10M. Les Figures 5-2a), b), c) et d) présentent les variations des coordonnées du centre de la sphère d'essai et de son rayon. Chaque série de mesure est un test de base qu'est une répétition de 20 mesures. Les coordonnées du centre de la sphère enregistré sont représentées, sur les figures, par des étoiles (\*), puis on calcul une moyenne pour chaque série de mesures qui est représenté par un cercle (O). Pour les Figures 5-2a), b) et c), la marge dans laquelle se trouve les coordonnées X, Y et Z, pour chaque série de mesures, est presque la même et d'une valeur moyenne de 2.2 ( $\mu\text{m}$ ) et

on constate aussi qu'il y a une variation entre les moyennes calculées pour l'ensemble des séries de mesures. Ceci pourrait être expliqué par deux choses, soit à cause de la répétabilité de repositionnement de la tête orientable, soit à cause d'une éventuelle dérive de la machine. Pour expliquer cette variation, un test complémentaire est réalisé (voir section 5.2.2.2).

\* : Coordonnées du centre de la sphère

○ : Moyennes des coordonnées du centre de la sphère

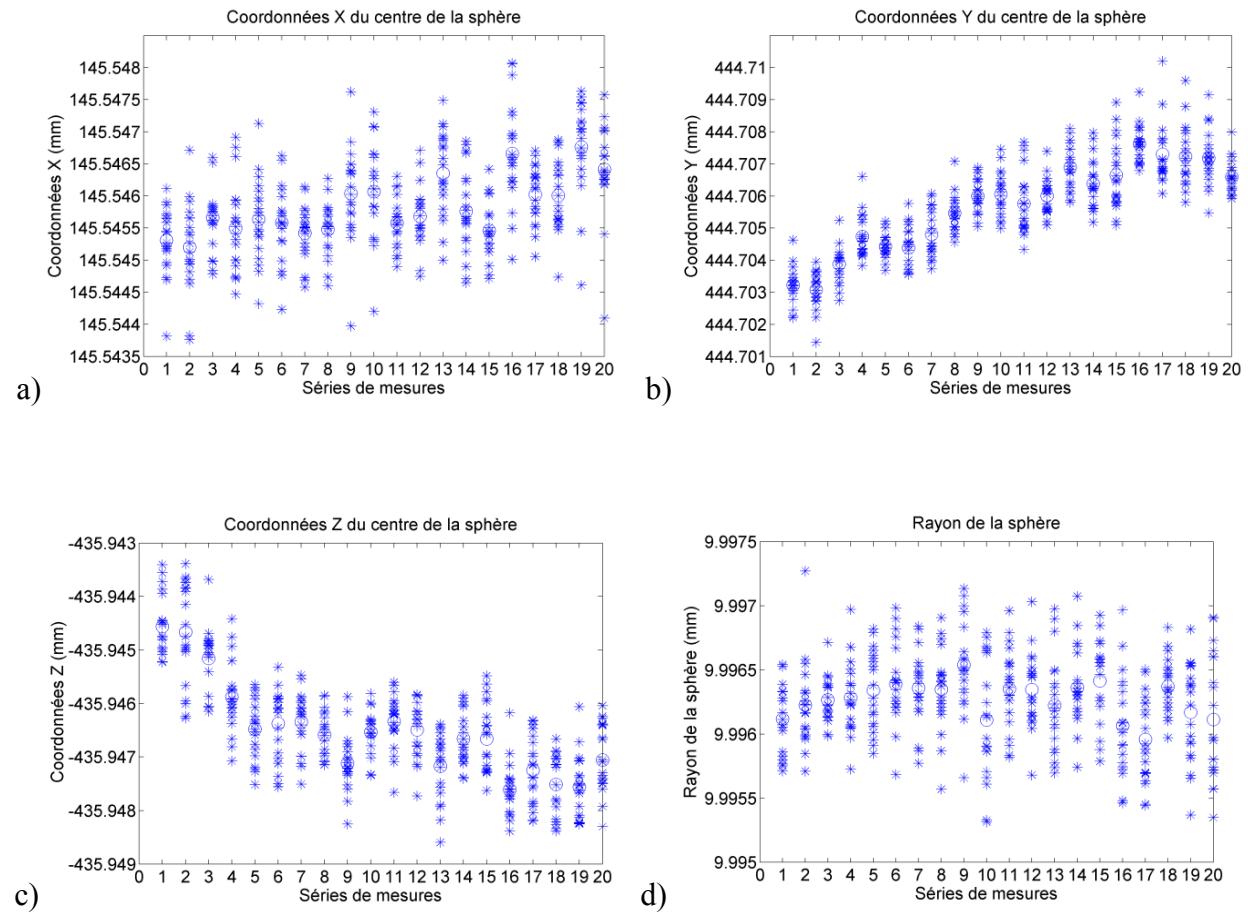


Figure 5-2 : Variation des coordonnées du centre de la sphère d'essai – test de repositionnement de la tête orientable.

### 5.2.2.2 Test sans changement d'indexation de la tête orientable

Pour s'assurer de la cause de la variation entre les moyennes calculées pour l'ensemble des séries de mesures présentées dans la section 5.2.2.1, on refait un autre test semblable, mais cette fois,

sans réindexer la tête orientable entre les tests de base. Ces tests ont été réalisés deux jours plus tard après la réalisation des tests avec reindexation de la tête orientable afin de donner le temps à la machine pour qu'elle se stabilise permettant ainsi de faire les tests dans les mêmes conditions comme précédemment. Les figures 5-3 a), b), c) et d) présentent les variations des coordonnées du centre et le rayon de la sphère d'essai.

D'après ces figures, on constate que la marge dans laquelle se trouve les coordonnées X, Y et Z, pour chaque série de mesures est presque la même et d'une valeur moyenne de 2.1 ( $\mu\text{m}$ ) et on constate aussi qu'il y a une variation entre les moyennes calculées pour l'ensemble des séries de mesures et que les allures des variations sont très semblable à celles présentées dans la section 5.2.2.1. Ceci malgré qu'il y n'a pas de changement d'indexation entre les 20 séries de mesure. Ceci suggère que cette variation est à cause d'une dérive de la machine.

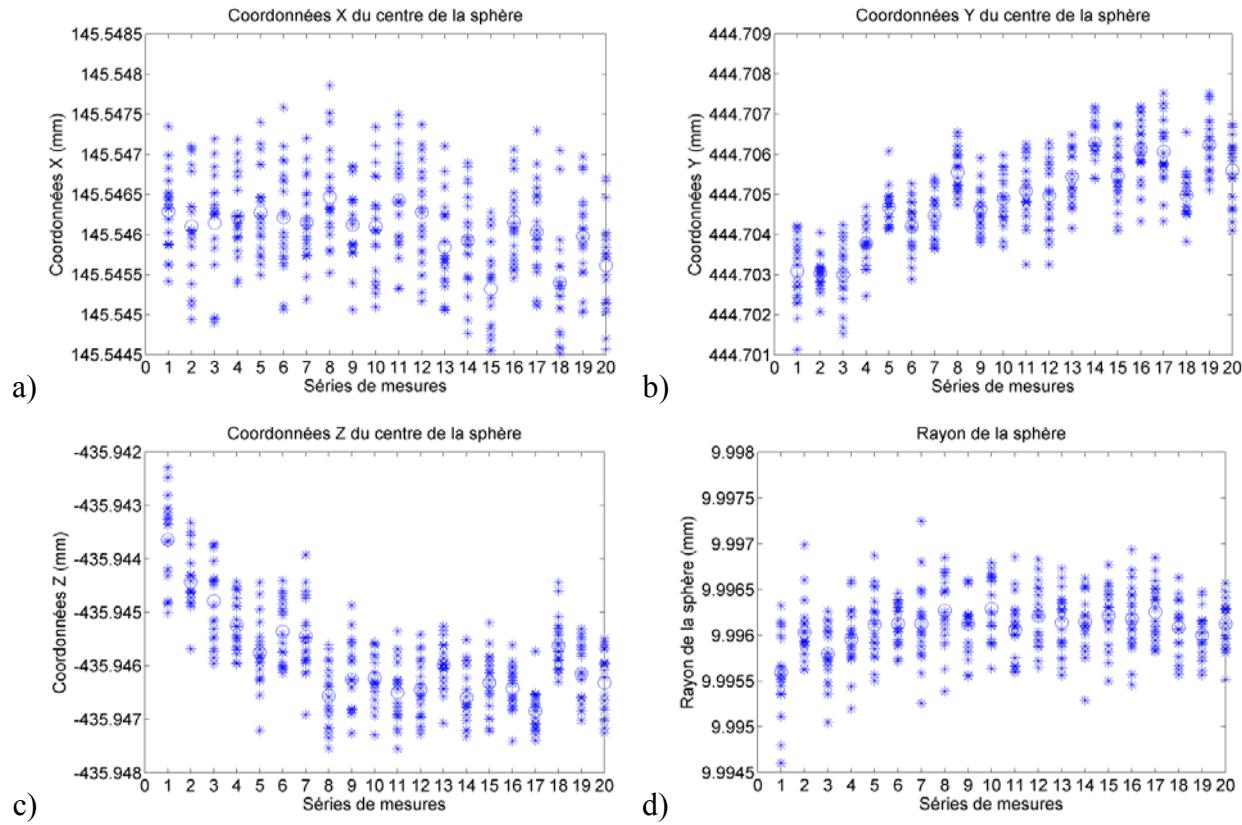


Figure 5-3 : Variation des coordonnées du centre de la sphère d'essai – test changement d'indexation de la tête orientable.

### 5.2.3 Test de changeur de palpeur

Dans l'industrie, plusieurs machines sont équipées d'un système pour le changement automatique du palpeur. Ce système est basé sur un accouplement isostatique qui est supposé être parfaitement répétable en repositionnement. Une défaillance peut rendre le système non répétable. Pour éviter de refaire une requalification du système de palpation après chaque changement de palpeur, on devrait s'assurer de la performance de ce système.

Pour tester la répétabilité de repositionnement du système de changement de palpeur, nous avons procédé de la même façon qu'à la section 5.2.2. Les tests expérimentaux consistent à mesurer une sphère d'essai selon les recommandations de la norme ASME B89.1.12M mais enrichis. On réalise 10 séries de mesures. Chaque série de mesure correspond à un test de base (selon la norme c'est-à-dire, pour chaque série on répète les mesures 10 fois). Entre deux séries de mesures successives, on déconnecte le système de changement du palpeur puis on le reconnecte sans refaire la requalification du système de palpation. L'analyse de résultats est basée sur la non répétabilité de la position du centre de la sphère. Trois principales sources qui affectent la position de la sphère, sont : la variabilité due au palpeur et aux axes de la machine, la variabilité due au changement de palpeur et une éventuelle dérive de la machine.

Les tests expérimentaux ont été réalisés sur une machine Zeiss DuraMax équipée d'un magasin avec 3 stylets et un palpeur de type VastXXT, avec la spécification  $E = 2.4 + L/300$  ( $\mu\text{m}$ ). La sphère mesurée est de diamètre nominal de 25 mm. Les figures 5-4 a), b) et c) présentent les variations des coordonnées du centre de la sphère d'essai. D'après ces figures, on constate qu'il y a une variation non significative entre les moyennes par rapport à la variation due aux erreurs de palpation. On constate aussi que la plus grande marge de variation est de  $2 \mu\text{m}$  ce qui ne dépasse pas la spécification de la machine. Un test supplémentaire pour vérifier la dérive de la machine n'est pas important.

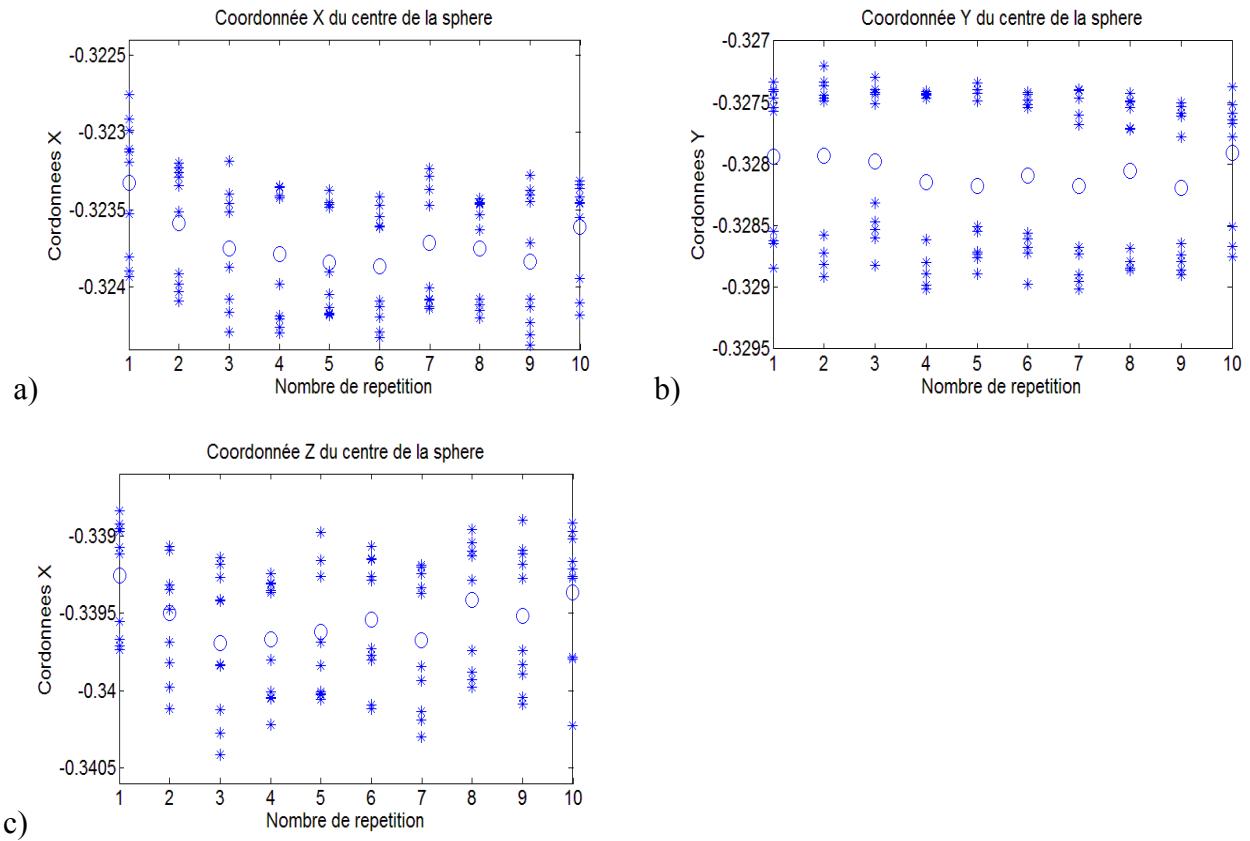


Figure 5-4 : Variation des coordonnées du centre de la sphère d'essai – test de repositionnement du changeur de palpeur.

#### 5.2.4 Analyse de variance

Pour les deux types de test, soit pour le changeur de palpeur ou bien pour la tête orientable l'analyse est la même. Soient  $\mu_x$ ,  $\mu_y$  et  $\mu_z$  respectivement la moyenne globale (pour toutes les séries mesures) de la composante x, la composante y et la composante z du centre de la sphère et soient  $\mu_{x,k}$ ,  $\mu_{y,k}$  et  $\mu_{z,k}$  respectivement la moyenne locale (correspond à chaque série de mesure k) de la composante x, la composante y et la composante z du centre de la sphère.

L'égalité fondamentale de la décomposition de la variabilité indique que la variabilité totale (par rapport à la moyenne globale) égale à la variabilité locale (par rapport aux moyennes locales) plus la variabilité des moyennes locales par rapport aux moyennes globales. Pour les trois composantes des coordonnées du centre de la sphère, ces équations s'écrivent sous la forme :

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2 &= \sum_{k=1}^{n_{tb}} \sum_{j=1}^{n_{rm}} (x_{j,k} - \mu_{x,k})^2 + \sum_{k=1}^{n_{tb}} n_{rm} \cdot (\mu_{x,k} - \mu_x)^2 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2 &= \sum_{k=1}^{n_{tb}} \sum_{j=1}^{n_{rm}} (y_{j,k} - \mu_{y,k})^2 + \sum_{k=1}^{n_{tb}} n_{rm} \cdot (\mu_{y,k} - \mu_y)^2 \\ \sum_{i=1}^n (z_i - \mu_z)^2 &= \sum_{k=1}^{n_{tb}} \sum_{j=1}^{n_{rm}} (z_{j,k} - \mu_{z,k})^2 + \sum_{k=1}^{n_{tb}} n_{rm} \cdot (\mu_{z,k} - \mu_z)^2\end{aligned}$$

où

$x_{j,k}$  ,  $y_{j,k}$  ,  $z_{j,k}$  sont respectivement les coordonnées du centre de la sphère mesurés pendant la  $k^{\text{ème}}$  série de mesure (chaque série de mesure correspond à un test de base  $k=1, \dots, n_{tb}$ ) à la  $j^{\text{ème}}$  répétition (pour chaque série de mesure, on répète les mesures  $n_{rm}$  fois,  $j=1, \dots, n_{rm}$ ).  $n$  est le nombre totale de mesures,  $n = n_{rm} * n_{tb}$ .

Chaque équation s'écrit sous la forme

$$SSTO = SSE + SSR$$

$SSTO$  : la variation totale (dispersion des mesures autour de la moyenne globale).

$SSE$  : la variabilité, due à la répétabilité du palpeur et des axes de la machine (dispersion des mesures autour des moyennes locales).

$SSR$  : la variabilité, due à la répétabilité de repositionnement du système articulé ou de changeur de palpeur et d'autre source, tel qu'une dérive de la machine (dispersion des moyennes locales autour de la moyenne globale)

Par exemple, pour la composante  $x$  du centre de la sphère,  $SSTO = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2$ ,  $SSE = \sum_{k=1}^{n_{tb}} \sum_{j=1}^{n_{rm}} (x_{j,k} - \mu_{x,k})^2$  et  $SSR = \sum_{k=1}^{n_{tb}} n_{rm} \cdot (\mu_{x,k} - \mu_x)^2$ .

Nous allons définir le rapport  $R = 100 * (SSR/SSTO)$  qui représente l'effet de la non répétabilité de repositionnement de la tête orientable ou du changeur automatique, ou la dérive de la machine, Par rapport à la variabilité totale sur la position du centre de la sphère, l'analyse des résultats expérimentaux nous permet d'avoir trois indice qui sont  $R_x$ ,  $R_y$  et  $R_z$  qui représente l'effet sur la composante  $x$ , la composante  $y$  et la composante  $z$  du centre de la sphère.

### **Résultats et interprétation du coefficient R**

Dans cette section, on présente un petit sommaire de calcul des coefficients  $R_x$ ,  $R_y$  et  $R_z$  pour les tests effectués

### Répétabilité de la tête orientable (Test avec indexation de la tête orientable)

$R_x = 31\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées x est due au repositionnement de la tête orientable et à une éventuelle dérive de la machine.

$R_y = 77\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées y est due au repositionnement de la tête orientable et à une éventuelle dérive de la machine.

$R_z = 66\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées z est due au repositionnement de la tête orientable et à une éventuelle dérive de la machine.

### Répétabilité de la tête orientable (Test sans indexation de la tête orientable)

$R_x = 20\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées x est due à une éventuelle dérive de la machine.

$R_y = 69\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées y est due à une éventuelle dérive de la machine.

$R_z = 65\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées z est due à une éventuelle dérive de la machine.

D'après les résultats sur la répétabilité de la tête orientable, on constate que les trois indices  $R_x$ ,  $R_y$  et  $R_z$  sont significatifs mais de même grandeurs pour les deux tests (test avec changement d'indexation et test sans indexation de la tête orientable). Ceci suggère que cette variation est à cause d'une dérive de la machine

### Répétabilité du changeur automatique du palpeur (Test avec changement du palpeur)

$R_x = 15\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées x est due au repositionnement du changeur du palpeur et à une éventuelle dérive de la machine, soit une marge de  $5.4393e-004$  mm entre les moyennes locales.

$R_y = 3\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées y est due au repositionnement du changeur du palpeur et à une éventuelle dérive de la machine, soit une marge de  $2.8114e-004$  mm entre les moyennes locales.

$R_z = 10\%$  de la non répétabilité selon les coordonnées z est due au repositionnement du changeur du palpeur et à une éventuelle dérive de la machine, soit une marge de  $4.3760e-004$  mm entre les moyennes locales.

D'après les résultats sur la répétabilité du changeur du palpeur, on constate que les trois indices sont non significatifs. Ceci suggère que le changeur de palpeur testé se repositionne bien et qu'aucune dérive de la machine n'est significative.

### 5.3 Conclusion

Les modes expérimentales présentés dans ce chapitre permettent de diagnostiquer les sources de non-répétabilité dues au repositionnement de la tête orientable et due au système de changement de palpeurs et de détecter s'il y a une éventuelle dérive de la machine.

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Ce mémoire traite du diagnostic des machines à mesurer tridimensionnelle dans un grand et dans un petit volume de mesure. Dans un grand volume de mesure, une méthode est proposée qui permet d'identifier les écarts d'échelles et les écarts de perpendicularité entre les axes de la MMT en mesurant un calibre étagé dans les sept positions suggérées par le document ASME B89.4.10360.2-2008. Les écarts de perpendicularité identifiés sont validés par la méthode de retournement en mesurant une équerre non étalonnée en forme de T. L'avantage de cette méthode est qu'elle est rapide et facile à appliquer et elle permet d'obtenir les paramètres nécessaires pour apporter une action corrective à la machine en cas de non-conformité après la vérification périodique selon le document ASME B89.4.10360.2-2008. Cette approche a aussi des faiblesses, car les valeurs identifiées dépendent de leur degré de dominance. Cette approche pourrait être aussi intéressante pour étalonner des machines de grandes tailles en utilisant d'autres instruments de mesures tel que l'interféromètre laser classique ou même l'interféromètre de poursuite.

Dans un petit volume de mesure, les erreurs du palpeur ont souvent été considérés comme dominants alors que les effets de la machine sont négligés. Dans le cadre de ce projet de recherche, une méthode pratique pour séparer les erreurs du palpeur (en rotation pendant les tests) de celles du reste de la machine (ne tourne pas pendant les tests) a été proposé. Cette méthode est basée sur le palpation d'une sphère de référence selon plusieurs configurations en faisant un retournement du système de palpation. La méthode a été testée en laboratoire et une vérification des résultats a été réalisée en collaboration avec le professeur Adam Wozniak de Pologne. Un bon accord entre la variation du pré-déplacement a été obtenue par la méthode de séparation proposée et les mesures directes. Cette méthode et le logiciel de traitement pourraient être intégrés à la grande majorité des machines à mesurer tridimensionnelle. Elle s'utilise en mode automatique sans intervention de l'opérateur et en utilisant le matériel déjà présent sur la machine, donc sans montage additionnel ou ajout d'équipement. Elle permet de détecter la présence de mauvaises données de palpation et de déterminer si la source est la machine ou le système de palpation facilitant ainsi les travaux correctifs si nécessaire. Les données non expliquées par le modèle de séparation sont traitées afin de séparer les contributions aléatoires aux résultats de palpation provenant de la direction de l'approche de la machine et de la direction de déclenchement du palpeur. Le résultat indique que la direction de déclenchement du palpeur est probablement moins répétable dans la direction de l'augmentation du pré-déplacement. Le

palpage d'une configuration unique est en outre répété pour estimer un biais de variance combinée qui peut être associée à toute configuration de palpage et fournit un moyen pour estimer la variance de mesure pour toutes les configurations de mesure. Ce travail fournit aussi un résultat utile pour l'estimation de l'incertitude de mesure de coordonnées de la métrologie.

Afin de réduire la durée du test en utilisant la méthode de découplage machine palpeur sur la MMT, quatre stratégies de sélection de configuration sont analysées et testées. Ces stratégies sont sélectionnées sur la base du conditionnement de la matrice d'identification du système résultant. Le nombre de configurations du système de palpage est réduit de 24 à 9, puis à 3 configurations sélectionnées donnant ainsi une réduction du temps de test de 62% et 87% respectivement. Il est constaté que l'utilisation des jeux de 9 et 3 configurations sélectionnés permet d'expliquer respectivement 97% et 94% des erreurs estimées à partir de la totalité des 24 configurations. La simulation de l'effet du bruit de mesure et le nombre de configuration sur la valeur RMS (Root mean square) montre qu'au-delà de neuf configurations, le choix de configurations a peu d'impact. Il est également montré que l'utilisation de 3 configurations choisies (stratégies 2, 3 et 4) fournit des résultats équivalents à ceux obtenus à partir de quatre configurations successives (stratégie 1) offrant ainsi une réduction de temps de test de 25%.

Enfin, une stratégie d'échantillonnage est présentée afin de mettre en évidence la limite de la méthode et aussi pour montrer la capacité à reproduire un grand pourcentage de la forme de l'erreur avec le bon choix de nombre de points palpés.

Afin de compléter le diagnostic des MMTs dans leurs environnement de travail et de s'assurer du bon fonctionnement de la tête orientable et du système de changeur de palpeur, un mode expérimental est proposé. Il permet de diagnostiquer les sources de non-répétabilité dues au repositionnement de la tête orientable et due au système de changement de palpeurs et de détecter s'il y a une dérive de la machine.

### **Perspectives :**

A l'issue de la recherche exposée dans ce mémoire, différentes perspectives apparaissent comme pertinentes et méritant l'attention :

- application de la méthode d'identification des écarts de perpendicularité et des gains d'échelle pour des machines de grandes tailles en utilisant l'interféromètre laser ou le laser de poursuite pour mesurer les erreurs de déplacement de l'outil;

- extension vers un modèle complet avec les 21 écarts (18 géométriques et 3 perpendicularités) et choix du nombre et des positions des lignes de mesures en se basant sur l'analyse de la matrice d'identification;
- calcul des incertitudes de mesures à partir des erreurs non expliquées par le modèle complet;
- simulation de la méthode de séparation des erreurs de palpeur et des erreurs de la machine en généralisant pour  $n$  point palpés et  $n$  retournement afin de trouver pour chaque cas le nombre minimal de retournement à partir duquel, les stratégies de choix de configurations deviennent équivalentes;
- application de la méthode de séparation dans un grand volume en utilisant une bague étalon mesurée soit en palpation soit en mode de balayage tout en utilisant un nombre réduit de configuration.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] ASME89.4.10360.2-2008, *Acceptance test and reverification test for CMMs – Part 2: CMMs used for measuring linear dimensions*
- [2] J. A. Bosch, *Coordinate measuring machines and systems*, Marcel Dekker ed. New York 1995.
- [3] P. Bourdet, "Logiciels des machines à mesurer tridimensionnelles " *Techniques de l'ingénieur, traité Mesures et Contrôle, R 1 316*, 1999.
- [4] ISO10360-1, *Geometrical Product Specifications (GPS) - Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM), Part 1 : Vocabulary*. ISO (Switzerland), 2001.
- [5] ISO10360-1:2000, "GPS – Acceptance and reverification tests for CMMs – Part 1: Vocabulary.."
- [6] M. Priel, "Incertitudes de mesure et tolérances," *Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle*, vol. R-285, 1999.
- [7] H. F. F. Castro, "Uncertainty analysis of a laser calibration system for evaluating the positioning accuracy of a numerically controlled axis of coordinate measuring machines and machine tools," *Precision Engineering*, vol. 32, pp. 106-113, 2008.
- [8] A. Forbes, "Surface fitting taking into account uncertainty structure in coordinate data," *Measurement Science and Technology*, vol. 17, pp. 553-558, 2006.
- [9] A. B. Forbes, "Uncertainty evaluation associated with fitting geometric surfaces to coordinate data," *Metrologia*, vol. 43, pp. 282-290, 2006.
- [10] B. Gapinski and M. Rucki, "Uncertainty in CMM measurement of roundness," Trento, Italy, 2007, pp. 20-23.
- [11] B. Gapinski and M. Rucki, "The roundness deviation measurement with CMM," Sardagna, Trento, Italy, 2008, pp. 108-111.
- [12] T. R. Kurfess and D. L. Banks, "Statistical verification of conformance to geometric tolerance," *CAD Computer Aided Design*, vol. 27, pp. 353-361, 1995.

- [13] J. M. Linares, I. Amara, and J. M. Sprauel, "Uncertainties of surfaces digitalized by Coordinate Measuring Machines," *European Journal of Mechanical and Environmental Engineering*, vol. 48, pp. 240-246, 2003.
- [14] E. Savio, "Uncertainty in testing the metrological performances of coordinate measuring machines," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 55, pp. 535-538, 2006.
- [15] M. Désenfant, M. Priel, and C. Rivier, "Évaluation des incertitudes des résultats d'analyse," *Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle*, vol. P 105, pp. 1-17, 2005.
- [16] J. R. R. Mayer, "Cours MEC4500 - contrôle dimensionnel (Département de génie mécanique - Ecole Polytechnique de Montréal)," 2007.
- [17] A. K. Elshennawy, I. Ham, and P. H. Cohen, "Evaluating the performance of coordinate measuring machines" *Quality Progress*, vol. 21, pp. 59-65, 1988.
- [18] T. Killmaier and A. R. Babu, "Genetic approach for automatic detection of form deviations of geometrical features for effective measurement strategy," *Precision Engineering*, vol. 27, pp. 370-381, 2003.
- [19] A. Weckenmann, M. Knauer, and T. Killmaier, "Uncertainty of coordinate measurements on sheet-metal parts in the automotive industry," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 115, pp. 9-13, 2001.
- [20] A. Balsamo, M. Franke, E. Trapet, F. Waeldele, L. De Jonge, and P. Vanherck, "Results of the CIRP-Euromet intercomparison of ball plate-based techniques for determining CMM parametric errors," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 46, pp. 463-466, 1997.
- [21] N. A. Barakat, M. A. Elbestawi, and A. D. Spence, "Kinematic and geometric error compensation of a coordinate measuring machine," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 40, pp. 833-850, 2000.
- [22] R. Hocken, J. A. Simpson, B. Borchardt, J. Lazar, C. Reeve, and P. Stein, "Three dimensional metrology," *Annals of the CIRP*, vol. 26, pp. 403-408, 1977.

- [23] S. Sartori and G. X. Zhang, "Geometric error measurement and compensation of machines," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 44, pp. 599-609, 1995.
- [24] G. X. Zhang and J. Y. Fu, "Method for optical CMM calibration using a grid plate," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 49, pp. 399-402, 2000.
- [25] G. Zhang, R. Veale, T. Charlton, B. Borchardt, and R. Hocken, "Erreur compensation of coordinate measuring machines," Palermo, Italy, 1985, pp. 445-448.
- [26] P. Cauchick-Miguel, T. King, and J. Davis, "CMM verification: a survey," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 17, pp. 1-16, 1996.
- [27] J. S. Agapiou and H. Du, "Assuring the day-to-day accuracy of coordinate measuring machines-a comparison of tools and procedures," *Journal of Manufacturing Processes*, vol. 9, pp. 109-120, 2007.
- [28] J. Chen and Y. F. Chen, "Estimation of coordinate measuring machine error parameters," New York, NY, USA, 1987, pp. 196-201.
- [29] J. B. De Aquino Silva and M. Burdekin, "A modular space frame for assessing the performance of co-ordinate measuring machines (CMMs)," *Precision Engineering*, vol. 26, pp. 37-48, 2002.
- [30] H. Schwenke, M. Franke, J. Hannaford, and H. Kunzmann, "Error mapping of CMMs and machine tools by a single tracking interferometer," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 54, pp. 475-478, 2005.
- [31] J. S. Chen, T. W. Kou, and S. H. Chiou, "Geometric error calibration of multi-axis machines using an auto-alignment laser interferometer," *Precision Engineering*, vol. 23, pp. 243-252, 1999.
- [32] A. Harvie, "Coordinate measuring machine accuracy," *Quality Today*, pp. 26, 28, 30, 1986.
- [33] P. Bourdet, "Contribution à la mesure tridimensionnelle : Modèle d'identification géométrique des surfaces, Métrologie fonctionnelle des pièces mécaniques, Correction géométrique des machines à mesurer tridimensionnelles.," Université de Nancy 1, France, 1987, p. 176.

- [34] P. A. C. Miguel and T. G. King, "Co-ordinate measuring machines. Concept, classification and comparison of performance tests," *International Journal of Quality and Reliability Management*, vol. 12, pp. 48-63, 1994.
- [35] E. S. Lee and M. Burdekin, "A hole-plate artifact design for the volumetric error calibration of CMM," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 17, pp. 508-515, 2001.
- [36] J. P. Kruth, P. Vanherck, and L. De Jonge, "Self-calibration method and software error correction for three-dimensional coordinate measuring machines using artefact measurements," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 14, pp. 157-167, 1994.
- [37] B. Bringmann, A. Kung, and W. Knapp, "A measuring artefact for true 3D machine testing and calibration," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 54, pp. 471-474, 2005.
- [38] H. Kunzmann, E. Trapet, and F. Waldele, "Results of the international comparison of ball plate measurements in CIRP and WECC," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 44, pp. 479-482, 1995.
- [39] S. Osawa, T. Takatsuji, H. Noguchi, and T. Kurosawa, "Development of a ball step-gauge and an interferometric stepper used for ball-plate calibration," *Precision Engineering*, vol. 26, pp. 214-221, 2002.
- [40] J.-p. Mathien, "Controle des machines à mesurer," *Techniques de l'Ingénieur, traité Mesures et Contrôle*, vol. R 1318, 1995.
- [41] J. F. Ouyang and I. S. Jawahir, "Ball array calibration on a coordinate measuring machine using a gage block," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 16, pp. 219-229, 1995.
- [42] T. Eom and J. W. Han, "A precision length measuring system for a variety of linear artefacts," *Measurement Science and Technology*, vol. 12, pp. 698-701, 2001.
- [43] O. A. Kruger, "High-accuracy interferometric measurements of flatness and parallelism of a step gauge," *Metrologia*, vol. 38, pp. 237-240, 2001.

- [44] D. A. Swyt, "Length and dimensional measurements at NIST," *Journal of Research of the National Institute of Standards and Technology*, vol. 106, pp. 1-23, 2001.
- [45] E. Prieto and J. Rodriguez, "New capabilities of the CEM-TEK 1200 interferometric comparator for calibrating long gauges, step gauges, and now line scales," San Diego, CA, United states, 2003, pp. 80-92.
- [46] G. Zhang, R. Ouyang, and B. Lu, "A Displacement method for machine geometry calibration," *Annals of the CIRP*, vol. 37, 1988.
- [47] G. X. Zhang and Y. F. Zang, "Method for machine geometry calibration using 1-D ball array," Palo Alto, CA, United states, 1991, pp. 519-522.
- [48] G. Chen, J. Yuan, and J. Ni, "Displacement measurement approach for machine geometric error assessment," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, vol. 41, pp. 149-161, 2001.
- [49] C. K. Lim and M. Burdekin, "Rapid volumetric calibration of coordinate measuring machines using a hole bar artefact," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, vol. 216, pp. 1083-1093, 2002.
- [50] E. Curran and P. Phelan, "Quick check error verification of coordinate measuring machines," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 155-156, pp. 1207-1213, 2004.
- [51] S. D. Phillips, D. Sawyer, B. Borchardt, D. Ward, and D. E. Beutel, "Novel artifact for testing large coordinate measuring machines," *Precision Engineering*, vol. 25, pp. 29-34, 2001.
- [52] J. P. Kruth, L. Zhou, C. Van den Bergh, and P. Vanherck, "A Method for Squareness Error Verification on a Coordinate Measuring Machine," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 21, pp. 874-878, 2003.
- [53] ISO10360-5:2000, "GPS – Acceptance test and reverification test for CMMs – Part 5: CMM using multiple-stylus probing systems.."
- [54] A. Weckenmann, T. Estler, G. Peggs, and D. McMurtry, "Probing systems in dimensional metrology," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 53, pp. 657-684, 2004.

- [55] R. A. E. Aston, J. Davis, and K. J. Stout, "Probing question: a customer's investigation into the directional variability of a coordinate measuring machine touch trigger probe," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 37, pp. 1375-1382, 1997.
- [56] W. Tyler Estler, S. D. Phillips, B. Borchardt, T. Hopp, C. Witzgall, M. Levenson, K. Eberhardt, M. McClain, Y. Shen, and X. Zhang, "Error compensation for CMM touch trigger probes," *Precision Engineering*, vol. 19, pp. 85-97, 1996.
- [57] F. M. M. Chan, E. J. Davis, T. G. King, and K. J. Stout, "Some performance characteristics of a multi-axis touch trigger probe," *Measurement Science & Technology*, vol. 8, pp. 837-848, 1997.
- [58] Y.-L. Shen and X. Zhang, "Pretravel compensation for vertically oriented touch-trigger probes with straight styli," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, vol. 37, pp. 249-262, 1997.
- [59] A. Wozniak and M. Dobosz, "Factors influencing probing accuracy of a coordinate measuring machine," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 54, pp. 2540-2548, 2005.
- [60] A. Wozniak and M. Dobosz, "Metrological feasibilities of CMM touch trigger probes. Part I: 3D theoretical model of probe pretravel," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 34, pp. 273-286, 2003.
- [61] L. C. Hale and A. H. Slocum, "Optimal design techniques for kinematic couplings," *Precision Engineering*, vol. 25, pp. 114-127, 2001.
- [62] Y.-L. Shen and X. Zhang, "Pretravel model for touch trigger probes with straight styli, Part II: Horizontal probes," Ann Arbor, MI, USA: SME, Dearborn, MI, USA, 1996, p. 6.
- [63] Y.-L. Shen and X. Zhang, "Pretravel model for touch trigger probes with straight styli, Part I: Vertical probes," Ann Arbor, MI, USA: SME, Dearborn, MI, USA, 1996, p. 6.
- [64] Y.-L. Shen and X. Zhang, "Pretravel compensation for horizontally oriented touch trigger probes with straight styli," *Journal of Manufacturing Systems*, vol. 18, pp. 175-186, 1999.

- [65] J. R. R. Mayer, A. Ghazzar, and O. Rossy, "3D characterisation, modelling and compensation of the pre-travel of a kinematic touch trigger probe," *Measurement*, vol. 19, pp. 83-94, 1996.
- [66] Y. L. Shen and S. H. Moon, "Investigation of point-to-point performance test of touch trigger probes on coordinate-measuring machines," *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, vol. 17, pp. 247-254, 2001.
- [67] Y.-L. Shen and S.-H. Moon, "Point-to-point probe performance test of kinematic touch trigger probes on coordinate measuring machines," Atlanta, GA, USA, 1996, pp. 499-510.
- [68] Y.-L. Shen and X. Zhang, "Modelling of pretravel for touch trigger probes on indexable probe heads on coordinate measuring machines," *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 13, pp. 206-213, 1997.
- [69] Q. Yang, C. Butler, and P. Baird, "Error compensation of touch trigger probes," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 18, pp. 47-57, 1996.
- [70] K. Berisso and T. Ollison, "Coordinate measuring machine variations for selected probe head configurations," *Journal of Industrial Technology*, vol. 26, pp. 1-11, 2010.
- [71] M. Dobosz and A. Wozniak, "Metrological feasibilities of CMM touch trigger probes: Part II: Experimental verification of the 3D theoretical model of probe pretravel," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 34, pp. 287-299, 2003.
- [72] ASME.B89.1.12M, *Methods for performance evaluation of coordinate measuring machines*. New York : American Society for Mechanical Engineering, 1990.
- [73] ISO10360, *Geometrical Product Specifications (GPS) - Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM)*. ISO (Switzerland), 2001.
- [74] C. J. Evans, R. J. Hocken, and W. T. Estler, "Self-calibration: reversal, redundancy, error separation, and 'absolute testing,'" *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, vol. 45, pp. 617-634, 1996.

- [75] G. Belforte, B. Bona, E. Canuto, F. Donati, F. Ferraris, I. Gorini, S. Morei, M. Peisino, and S. Sartori, "Coordinate measuring machines and machine tools selfcalibration and error correction," Belgrade-Dubrovnik, Yugosl, 1987, pp. 359-364.
- [76] A. Nafi, A. Los, and J. R. R. Mayer, "Axis location and scale factors estimation for three-axis machines from periodic performance checks with laser distance measurements -risk and opportunities " *Journal of Machine Engineering*, vol. 10, pp. 89-99, 2010.
- [77] H. J. Pahk, M. Burdekin, and G. N. Peggs, "Development of virtual coordinate measuring machines incorporating probe errors," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, vol. 212, pp. 533-548, 1998.
- [78] P. Cauchick-Miguel, T. King, and A. Abackerli, "Review on methods for probe performance verification," *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, vol. 23, pp. 15-33, 1998.
- [79] C. Butler, "Investigation into the performance of probes on coordinate measuring machines," *Industrial Metrology*, vol. 2, pp. 59-70, 1991.
- [80] ISO10360, *Geometrical Product Specifications (GPS) - Acceptance and reverification tests for coordinate measuring machines (CMM)*. (Switzerland), 2001.
- [81] VDI/VDE.2617, *Accuracy of coordinate measuring machines, Part 3*. (Dusseldorf), 1989.
- [82] S. D. Phillips, B. Borchardt, W. T. Estler, and J. Buttress, "Estimation of measurement uncertainty of small circular features measured by coordinate measuring machines," *Precision Engineering*, vol. 22, pp. 87-97, 1998.
- [83] R. P. Johnson, Q. Yang, and C. Butler, "Dynamic error characteristics of touch trigger probes fitted to coordinate measuring machines," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 47, pp. 1168-1172, 1998.
- [84] C. J. Evans, R. J. Hocken, and W. T. Estler, "Self-Calibration : Reversal, Redundancy, Error Separation, and 'Absolute Testing'," *CIRP Annals* vol. 45, pp. 617-634, 1996.
- [85] R. R. Donaldson, "A simple method for separating spindle error from test ball roundness," *CIRP Annals*, vol. 21, 1972.

- [86] K. Iizuka, M. Goto, M. Egawa, N. Yajima, M. Iida, and T. Sanda, "New precision measuring system of roundness and cylindricity with self-calibrating capability," *Proc. Int. Conf. Prod. Engng, (Tokyo : J.S.P.E)*, pp. 451-456, 1974.
- [87] D. J. Whitehouse, "Some theoretical aspects of error separation techniques in surface metrology," *J. Phys. E.*, vol. 9, pp. 531-536, 1976.
- [88] D. G. Chetwynd and G. J. Siddall, "Improving the accuracy of roundness measurement," *J. Phys. E.*, vol. 9, pp. 537-544, 1976.
- [89] C. Linxiang, "The measuring accuracy of the multistep method in the error separation technique," *Journal of Physics E (Scientific Instruments)*, vol. 22, pp. 903-6, 1989.
- [90] W. T. Estler, C. J. Evans, and L. Z. Shao, "Uncertainty estimation for multiposition form error metrology," *Precision Engineering*, vol. 21, pp. 72-82, 1997.
- [91] E. Marsh, J. Couey, and R. Vallance, "Nanometer-level comparison of three spindle error motion separation techniques," *Journal of manufacturing science and engineering*, vol. 128, pp. 180-187, 2006.
- [92] A. Nafi, J. R. R. Mayer, and A. Wozniak, "Novel CMM-based implementation of the multi-step method for the separation of machine and probe errors," *Precision Engineering*, vol. 35, pp. 318-328, 2011.
- [93] B. Clément and L. Adjengue, "Cours MTH6302B - Analyse de régression et analyse de variance (Département de Mathématiques et génie industriel - Ecole Polytechnique de Montréal)," 2006.
- [94] D. C. Lay, *Linear algebra and its applications*, 3rd ed. update ed.: Pearson.

## ANNEXE 1 – Stratégie d'échantillonnage basée sur le théorème de Shannon-Nyquist – méthode de reconstitution par replie

### Introduction

Afin de minimiser le temps de test en utilisant la méthode de séparation de palpeur et de la machine, on doit minimiser le nombre de points palpés pour un test complet. L'idée est la suivante : si on connaît à l'avance la forme générale de l'erreur de palpeur et de la machine, on est capable d'appliquer la théorie d'échantillonnage et reproduire la forme des erreurs de la machine et du palpeur en palpant le nombre minimale de point qui nous permet d'avoir le maximum d'information sur les erreurs en question.

Ce rapport présente la théorie d'échantillonnage et une application pour l'identification des erreurs palpeur et machine en utilisant la méthode de séparation.

En se basant sur le théorème d'échantillonnage de Shannon-Nyquist, le nombre de points palpés pour détecter les erreurs géométrique doit être supérieure ou égale à  $2*N + 1$ , tel que N est la plus grande fréquence contenue dans le signal qui caractérise l'erreur géométrique, (Dans notre cas, puisque l'erreur géométrique est indépendante du temps, N est le nombre d'ondulation par révolution). Avant d'appliquer le théorème d'échantillonnage de Shannon-Nyquist, il faut connaître le N, pour cela on devrait palper un grand nombre de point sur une bague ou une sphère de très bonne qualité, et faire, par la suite, une analyse FFT.

### Base de la méthode :

On présente la base de la méthode sous forme d'un exemple

Soit  $f$  une fonction périodique de période  $T = 2\pi/N$

où N est le nombre d'ondulation par révolution

Exemple :  $f = A * \sin(Nx)$

Pour  $N=3$  et  $A=1$ , la fonction  $f_1$  est représentée graphiquement à la figure A1-1

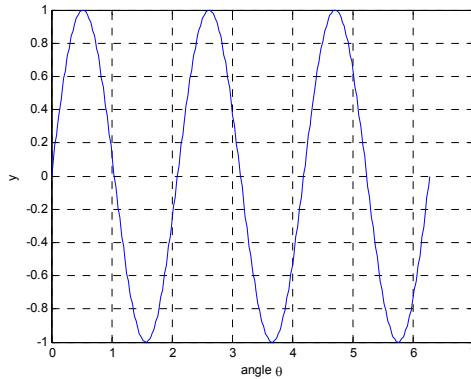


Figure A1-1 : Représentation de la fonction  $f_l$  dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

Selon le théorème de Nyquist-Shannon, pour reproduire la fonction  $f$ , on doit faire un échantillonnage avec  $n$  points uniformément réparties dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$  tel que  $n > 2*N$ .

Posons  $n=2*N+s$  et  $\frac{2\pi}{h}$  le premier point échantillonné

où  $h$  est un nombre entier

Les points échantillonnés dans l'intervalle  $[\frac{2\pi}{h}, 2\pi + \frac{2\pi}{h}]$  sont :

$$0 + \frac{2\pi}{h}, 1 \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h}, 2 \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h}, 3 \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h}, \dots, (n-1) \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h}$$

Ces points appartiennent à deux intervalles principales :  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$  et  $[\frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}, 2\pi + \frac{2\pi}{h}]$

$$\frac{2\pi}{h} \quad \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h} \quad 2\pi + \frac{2\pi}{h}$$

Les points appartenant à l'intervalle  $[\frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}, 2\pi + \frac{2\pi}{h}]$  ont des correspondants dans l'intervalle  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$  de tel sorte que ces points ont la même image par la fonction  $f$ .

De cette manière on peut calculer la fonction  $f$  dans l'intervalle  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$  à partir de l'ensemble des  $n$  points.

Cherchons maintenant ces points :

Chaque point dans l'intervalle  $[\frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}, 2\pi + \frac{2\pi}{h}]$  est écrit sous la forme :  $(i-1) \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h}$ , tel que  $i$  est l'indice de ce points (l'intervalle de cet indice sera calculé un peu plus loin dans ce rapport).

$$\text{Aussi } (i-1) \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h} = X + p \cdot \frac{2\pi}{N}$$

$X$  est le point dans l'intervalle  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$  correspondant à  $(i-1) \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h}$

Et  $p$  est un nombre entier

Le but est de chercher  $X$  et  $p$

$$\text{On a } X = (i-1) \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h} - p \cdot \frac{2\pi}{N}$$

$$\text{Et } \frac{2\pi}{h} < X < \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}$$

$$\text{On peut écrire alors } \frac{2\pi}{h} < (i-1) \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h} - p \cdot \frac{2\pi}{N} < \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}$$

$$\text{Après développement, on trouve : } \frac{(i-1)N}{2N+s} - 1 < p < \frac{(i-1)N}{2N+s}$$

Donc

$$p = \frac{(i-1)N}{2N+s} - \text{rem}\left(\frac{(i-1)N}{2N+s}, 1\right)$$

où  $\text{rem}(A, B) = A - m * B$  (A, B et m sont des nombres entiers)

$$\text{Par la suite, on a } X = (i-1) \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h} - p \cdot \frac{2\pi}{N}$$

Pour chaque point d'indice  $i$  appartenant à l'intervalle  $[\frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}, 2\pi + \frac{2\pi}{h}]$ , on peut calculer le point correspondant  $X$  appartenant à l'intervalle  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$ .

**Indices des points dans l'intervalle**  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$ .

On a

$$\frac{2\pi}{h} \leq (i-1) \cdot \frac{2\pi}{2N+s} + \frac{2\pi}{h} \leq \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}$$

Après développement, on trouve

$$1 \leq i \leq 3 + \frac{s}{N}$$

$$\text{Si } \frac{s}{N} < 1$$

$$\text{Alors } 1 \leq i < 4$$

Les indices des 3 points dans l'intervalle  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$  sont : 1, 2 et 3

$$\text{Si } \frac{s}{N} > 1$$

$$\text{On peut écrire } \frac{s}{N} = m + r$$

Tel que m est un nombre entier et  $0 \leq r < 1$

$$\text{On peut écrire } 1 \leq i \leq 3 + m + r$$

$$\text{Alors } 1 \leq i < 3 + m + 1$$

Les indices des points dans l'intervalle  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$ . sont : 1, 2, 3,...,3+m

Dans le cas général, les indices des points dans l'intervalle  $[\frac{2\pi}{h}, \frac{2\pi}{N} + \frac{2\pi}{h}]$ .sont :

$$1, 2, 3, \dots, 3 + \frac{s}{N} - \frac{\text{rem}(s, N)}{N}$$

### Application :

Dans cette application, on choisit une fonction qui a la forme de l'erreur systématique du palpeur (Pretravel variation). Soit la fonction périodique  $f(x)$  de fréquence N sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ , tel que

$$f(x) = A * (1 - |(\sin((N/2)*x))|)$$

où A est l'amplitude de la fonction f

Pour simuler nous allons prendre N=3 et A=1

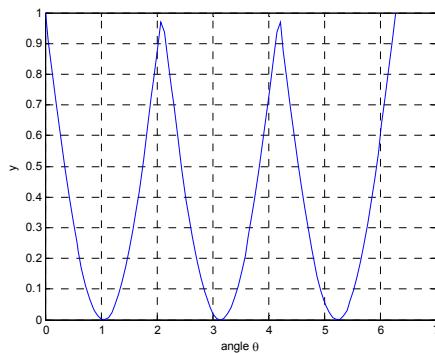


Figure A1-2 : Représentation de la fonction f dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

Cette fonction approxime la variation du pré-déplacement,

Nous allons appliquer le théorème d'échantillonnage dans le but de reproduire cette fonction avec le minimum de points.

Soit n le nombre de points échantillonnés,  $n = k*N+S$

Prenons  $k=2$  et  $s=1$ , donc  $n = 7$  est le minimum de points requis pour reproduire la fonction f sur l'intervalle  $[0, 2\pi]$ .

Prenons le premier point palpé à  $\frac{\pi}{15}$

La figure A1-3 présente les 7 points uniformément repartis sur l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, 2\pi + \frac{\pi}{15}]$ . Sur la figure A1-4, nous avons les 7 points échantillonnés représenté avec le graphe de la fonction f

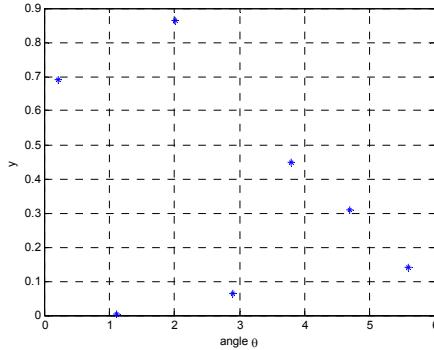


Figure A1-3 : Représentation des 7 points échantillonnés

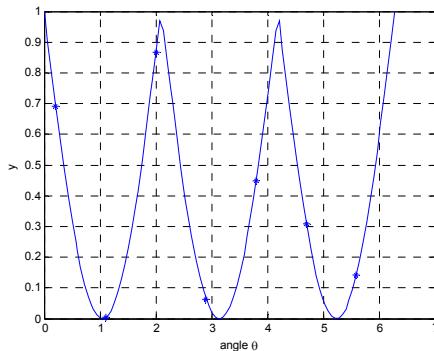


Figure A1-4 : Représentation des 7 points échantillonnés avec la courbe de la fonction f.

Nous avons 3 points appartenant à l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{15}]$  et 4 points dans l'intervalle

$$[\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{15}, 2\pi + \frac{\pi}{15}]$$

Pour ces 4 points, on cherche leurs correspondants X dans l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{15}]$  en appliquant

la théorie développée plus haut

Telque :  $\frac{\pi}{15} < X < \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{15}$  ; ( X est le point correspondant à  $(i-1) \cdot \frac{2\pi}{7} + \frac{\pi}{15}$  )

où  $i = 4, 5, 6, 7$

On applique les formules suivantes pour les i pour calculer les X

$$p = \frac{(i-1) * 3}{7} - \text{rem}\left(\frac{(i-1) * 3}{7}, 1\right)$$

Par la suite, on a

$$X = (i-1) * \frac{2\pi}{7} + \frac{\pi}{15} - p * \frac{2\pi}{3}$$

Pour  $i = 4$

$$p = \frac{(4-1)*3}{7} - \text{rem}\left(\frac{(4-1)*3}{7}, 1\right) = 1$$

$$X = (4-1) * \frac{2\pi}{7} + \frac{\pi}{15} - 1 * \frac{2\pi}{3} = \frac{4\pi}{21} + \frac{\pi}{15}$$

Validation :

$$\frac{6\pi}{7} + \frac{\pi}{15} \text{ correspond à } \frac{4\pi}{21} + \frac{\pi}{15} \quad \text{telque} \quad \frac{6\pi}{7} + \frac{\pi}{15} = \frac{4\pi}{21} + \frac{\pi}{15} + \frac{2\pi}{3}$$

Pour  $i = 5$   $p = \frac{(5-1)*3}{7} - \text{rem}\left(\frac{(5-1)*3}{7}, 1\right) = 1$

$$X = (5 - 1) * \frac{2\pi}{7} + \frac{\pi}{15} - p * \frac{2\pi}{3} = \frac{10\pi}{21} + \frac{\pi}{15}$$

Même calcul pour  $i = 6$  et  $i = 7$

Reproduction de la fonction  $f$  à partir des 7 points échantillonnes :

Sur la figure A1-5 on représente les 7 points (3 initiaux (\*) + 4 calculés (□)) dans l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{15}]$ .

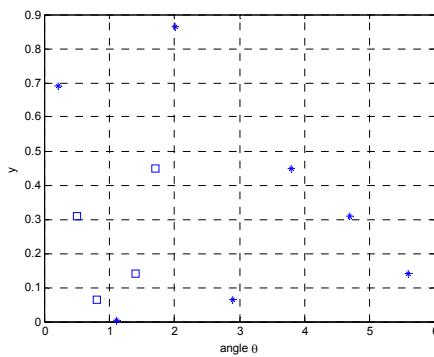


Figure A1-5 : Représentation des 4 points calculés dans l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{15}]$ .

La figure A1-6 représente l'ensemble des points calculés dans l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, 2\pi + \frac{\pi}{15}]$ .

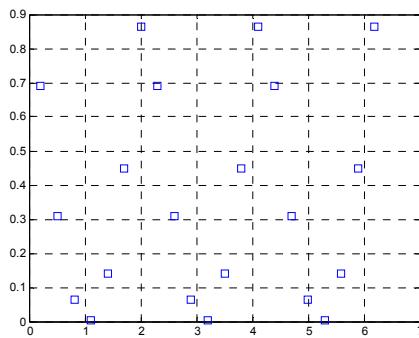


Figure A1-6 : Représentation de l'ensemble de points calculés dans l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, 2\pi + \frac{\pi}{15}]$ .

La figure A1-7 représente l'ensemble des points calculés dans l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, 2\pi + \frac{\pi}{15}]$  accompagnés du graphe de la fonction  $f$

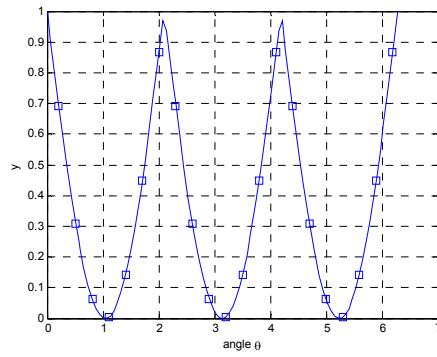


Figure A1-7 : Représentation de l'ensemble de points calculés dans l'intervalle  $[\frac{\pi}{15}, \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{15}]$  accompagnés du courbe de la fonction  $f$ .

## ANNEXE 2 – Identification des écarts de perpendicularité en utilisant une cale non étalonnée

### Écart de perpendicularité

Pour Illustration, on présente deux positions de mesures de la cale non étalonnée dans le plan XY, voir figure A2-1 :

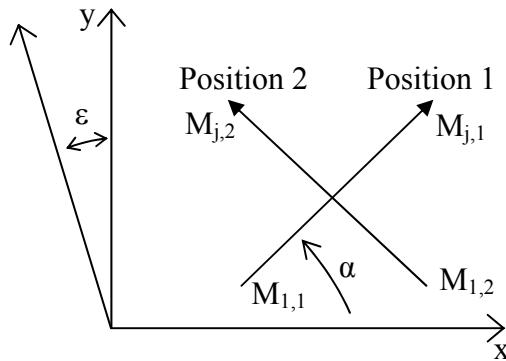


Figure A2-1 : Position de mesures de la cale dans le plan XY

$L_{m1}$  Longueur mesurée à la position 1

$L_v$  Longueur vraie de l'étaillon

$L_{m2}$  Longueur mesurée à la position 2

L'erreur de mesure dans la position 1 est :  $E_{1,j,1} = L_{m1} - L_v$

L'erreur de mesure dans la position 2 est :  $E_{1,j,2} = L_{m2} - L_v$

La machine est de topologie FWXYZT. Supposons que, seule l'erreur de perpendicularité  $\gamma_{xy}$  qui est  $\varepsilon_z(X)$  entre l'axe X et Y est non nulle. Dans ce cas, l'erreur de mesure de la cale dans la position 1 , entre le point initial  $M_{1,1}$  et le point final  $M_{j,1}$  est

$$E_{1,j,1} = (\vec{e}_{j,1} \cdot \hat{n} - \vec{e}_{1,1} \cdot \hat{n}) \cdot \delta P$$

D'après le modèle présenté au chapitre 2, nous avons

$$\begin{aligned} E_{1,j,1} &= (-y_{tj,1} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos(\alpha)) - (-y_{t1,1} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos(\alpha)) \\ E_{1,j,1} &= -(y_{tj,1} - y_{t1,1}) \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (A2-1)$$

l'erreur de mesure de la cale dans la position 2 entre le point initial  $M_{1,2}$  et le point final  $M_{j,2}$  est

$$\begin{aligned}
 E_{1,j,2} &= (-y_{tj,2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)) - (-y_{t1,2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)) \\
 E_{1,j,2} &= -(y_{tj,2} - y_{t1,2}) \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{A2-2}$$

Prenons les deux équations (A2-1) et (A2-2)

L'équation (A2-1) est peut être écrite sous la forme :  $L_{m1} - L_v = -(y_{tj,1} - y_{t1,1}) \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos(\alpha)$

La fonction (A2-2) est peut être écrite sous la forme :  $L_{m2} - L_v = (y_{tj,2} - y_{t1,2}) \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin(\alpha)$

La soustraction entre ces deux dernières équations donne :

$$L_{m2} - L_{m1} = (y_{tj,2} - y_{t1,2}) \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin(\alpha) + (y_{tj,1} - y_{t1,1}) \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos(\alpha) \tag{A2-3}$$

Qui donne

$$\gamma_{xy} = \frac{L_{m2} - L_{m1}}{L_{m2} \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\alpha) + L_{m1} \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)}$$

Pour  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , on a

$$\gamma_{xy} = 2 \cdot \frac{L_{m2} - L_{m1}}{L_{m2} + L_{m1}} \tag{A2-4}$$

C'est la même formule présentée dans la référence [2]

## Interprétation physique des paramètres identifiés

### Écart de perpendicularité

Pour Illustration, on présente la base de l'analyse. Prenons le cas de mesure, par palpation, d'une cale étalon dans deux positions dans le plan XY, voir Figure A2-2, soit  $\varepsilon$  l'écart de perpendicularité entre l'axe X et l'axe Y. et supposons que l'angle entre l'axe X et Y est supérieure à  $90^\circ$ .

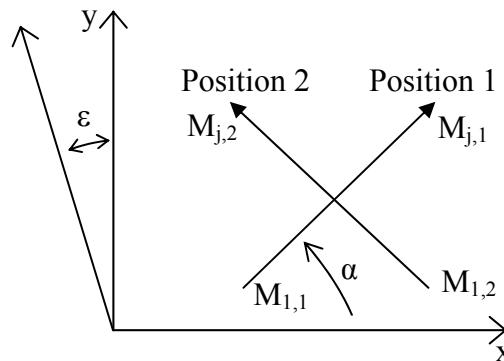


Figure A2-2 : Interprétation des écarts de perpendicularité dans le plan XY

$L_{m1}$  : Longueur mesurée à la position 1

$L_e$  : Longueur de l'étalon

$L_{m2}$  : Longueur mesurée à la position 2

L'erreur de mesure dans la position 1 est :  $E_{1,j,1} = L_{m1} - L_e$

L'erreur de mesure dans la position 2 est :  $E_{1,j,2} = L_{m2} - L_e$

Pour le cas des axes présentés dans la Figure A2-2, dans la position 1, l'erreur de mesure est positive. Dans la position 2, l'erreur de mesure est négative.

Nous allons utiliser ce principe pour interpréter les paramètres identifiées. L'interprétation dépend de la topologie de la machine. Dans cette section la machine étudiée est celle présentée dans le chapitre 2 à la Figure 2-1,

### Pour le plan XY

Supposons que, seule l'erreur de perpendicularité  $\gamma_{xy}$  qui est  $\varepsilon_z(X)$  entre l'axe X et Y est non nulle. Dans ce cas, l'erreur de mesure de la cale dans la position 1 entre le point initial  $M_{1,1}$  et le point final  $M_{j,1}$  est :

$$\begin{aligned} E_{1,j,1} &= \vec{e}_{j,1} \cdot \hat{n} - \vec{e}_{1,1} \cdot \hat{n} \\ E_{1,j,1} &= (-y_{tj,1} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos(\alpha)) - (-y_{t1,1} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos(\alpha)) \\ E_{1,j,1} &= -(y_{tj,1} - y_{t1,1}) \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (\text{A2-5})$$

$\hat{n}$  vecteur unitaire définie la direction de mesure

$\alpha$  est une angle qui est choisie de l'ordre de  $45^\circ$ , mais en générale  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , alors  $\cos(\alpha) > 0$

D'après l'équation (A2-5), si l'erreur mesurée dans la position 1 est positive alors le paramètre  $\gamma_{xy}$  est négatif, autrement dit, si le paramètre qui caractérise l'écart de perpendicularité pour cette topologie est identifié négatif alors l'angle entre l'axe X et Y est  $> 90^\circ$ .

Pour résumer :

$$\text{Si } \gamma_{xy} < 0 \quad \text{alors} \quad \widehat{(X, Y)} > 90^\circ$$

$$\text{Si } \gamma_{xy} > 0 \quad \text{alors} \quad \widehat{(X, Y)} < 90^\circ$$

l'erreur de mesure de la cale dans la position 2 entre le point initial  $M_{1,2}$  et le point final  $M_{j,2}$  est

$$E_{1,j,2} = (-y_{tj,2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)) - (-y_{t1,2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right))$$

$$E_{1,j,2} = -(y_{tj,2} - y_{t1,2}) \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \quad (\text{A2-6})$$

L'erreur mesurée est négative et  $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) < 0$ . D'après l'équation (A2-6),  $\gamma_{xy}$  est négatif.

Ceci confirme l'analyse présentée pour la position 1 de mesure pour le cas des axes présentés dans la Figure A2-2.

### Pour le plans XZ

Supposons que, seule l'erreur de perpendicularité  $\gamma_{xz}$  entre l'axe X et Z est non nulle

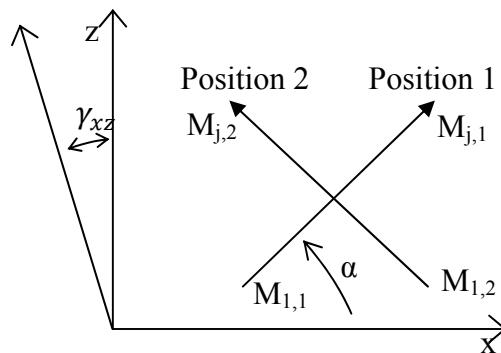


Figure A2-3 : Interprétation des écarts de perpendicularité dans le plan XZ

$$E_{1,j,1} = (z_{tj,1} - z_{t1,1}) \cdot \gamma_{xz} \cdot \cos(\alpha) \quad (\text{A2-7})$$

L'erreur mesurée dans la position 1 est positive, alors d'après l'équation (A2-7), le paramètre  $\gamma_{xz}$  est positif, autrement dit, si le paramètre qui caractérise l'écart de perpendicularité pour cette topologie est identifié positif alors l'angle entre l'axe X et Z est  $> 90^\circ$ .

Pour résumer :

$$\begin{array}{lll} \text{Si} & \gamma_{xz} > 0 & \rightarrow \quad \widehat{(X, Z)} > 90^\circ \\ \text{Si} & \gamma_{xz} < 0 & \rightarrow \quad \widehat{(X, Z)} < 90^\circ \end{array}$$

### Pour le plans YZ

Supposons que, seule l'erreur de perpendicularité  $\gamma_{yz}$  entre l'axe Y et Z est non nulle

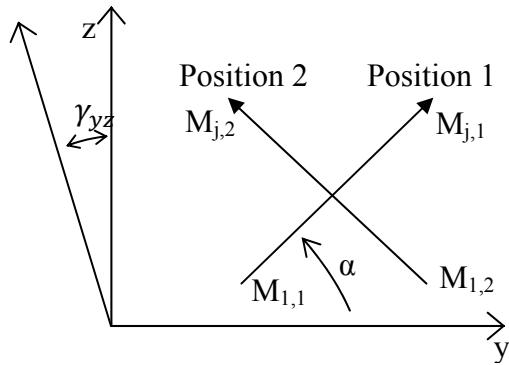


Figure A2-4 : Figure A2-3 : Interprétation des écarts de perpendicularité dans le plan YZ

$$E_{1,j,1} = -(z_{tj,1} - z_{t1,1}) \cdot \gamma_{yz} \cdot \cos(\alpha) \quad (\text{A2-8})$$

L'erreur mesurée dans la position 1 est positive alors, d'après l'équation (A2-8) le paramètre  $\gamma_{yz}$  est négatif, autrement dit, si le paramètre qui caractérise l'écart de perpendicularité pour cette topologie est identifié négatif alors l'angle entre l'axe Y et Z est  $> 90^\circ$ .

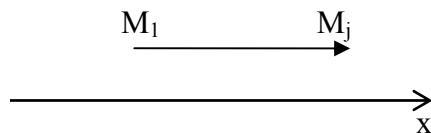
Pour résumer :

$$\text{Si } \gamma_{yz} < 0 \quad \Rightarrow \quad \widehat{(Y, Z)} > 90^\circ$$

$$\text{Si } \gamma_{yz} > 0 \quad \Rightarrow \quad \widehat{(Y, Z)} < 90^\circ$$

### Écart d'échelle

#### Pour l'axe X



L'erreur de mesure entre le point  $M_1$  et le point  $M_j$  suivant l'axe X est :  $E_{1,j} = L_m - L_e$

$L_m$  Longueur mesurée

$L_e$  Longueur de l'étalon

Supposons que, seule l'erreur d'échelle  $\delta_x(X)$  est non nulle

$$E_{1,j} = \vec{e}_j \cdot \hat{n} - \vec{e}_1 \cdot \hat{n}$$

$$E_{1,j} = K_x \cdot X_j - K_x \cdot X_1 \quad (\text{A2-9})$$

D'après l'équation (A2-9),  $K_x$  est positive si et seulement si l'erreur de mesure est positive. Autrement dit, si  $K_x$  est identifié positif alors la longueur mesurée est indiquée plus grande que la longueur de l'étalon. Dans ce cas, le déplacement réel de l'axe X est moins que le déplacement commandé.

#### Pour l'axe Y

L'erreur de mesure entre le point  $M_1$  et le point  $M_j$  suivant l'axe Y est :  $E_{1,j} = L_m - L_e$

$$E_{1,j} = K_y \cdot Y_j - K_y \cdot Y_1 \quad (\text{A2-10})$$

D'après l'équation (A2-10),  $K_y$  est identifié positif alors la longueur mesurée est indiquée plus grande que la longueur de l'étalon. Dans ce cas, le déplacement réel de l'axe Y est moins que le déplacement commandé.

#### Pour l'axe Z

L'erreur de mesure entre le point  $M_1$  et le point  $M_j$  suivant l'axe Z est :  $E_{1,j} = L_m - L_e$

$$E_{1,j} = K_z \cdot Z_j - K_z \cdot Z_1 \quad (\text{A2-11})$$

D'après l'équation (A2-11),  $K_z$  est identifié positif alors la longueur mesurée est indiquée plus grande que la longueur de l'étalon. Dans ce cas, le déplacement réel de l'axe Z est moins que le déplacement commandé.

## ANNEXE 3 – Simulation de la méthode de séparation des erreurs du palpeur et des erreurs de la machine

On simule l'erreur du palpeur par une forme trilobée et l'erreur de la machine par une forme elliptique (voir Figure A3-1).

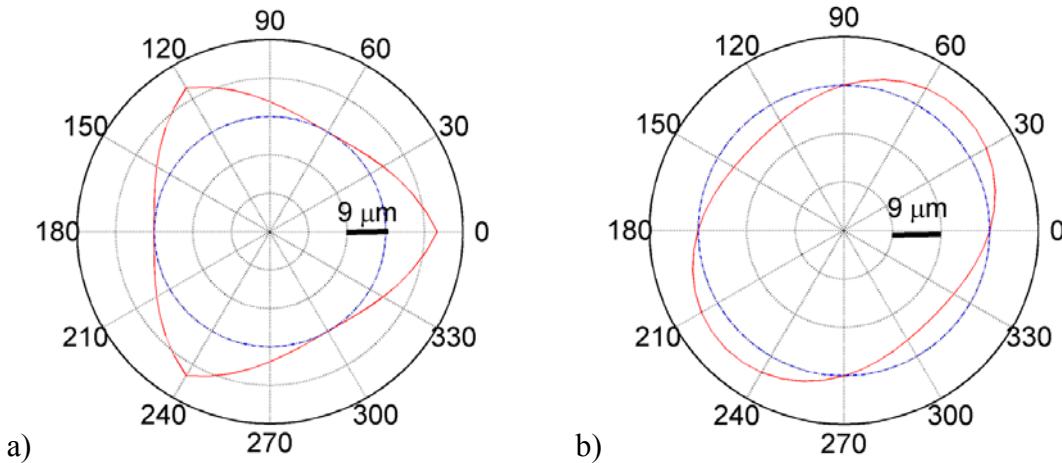
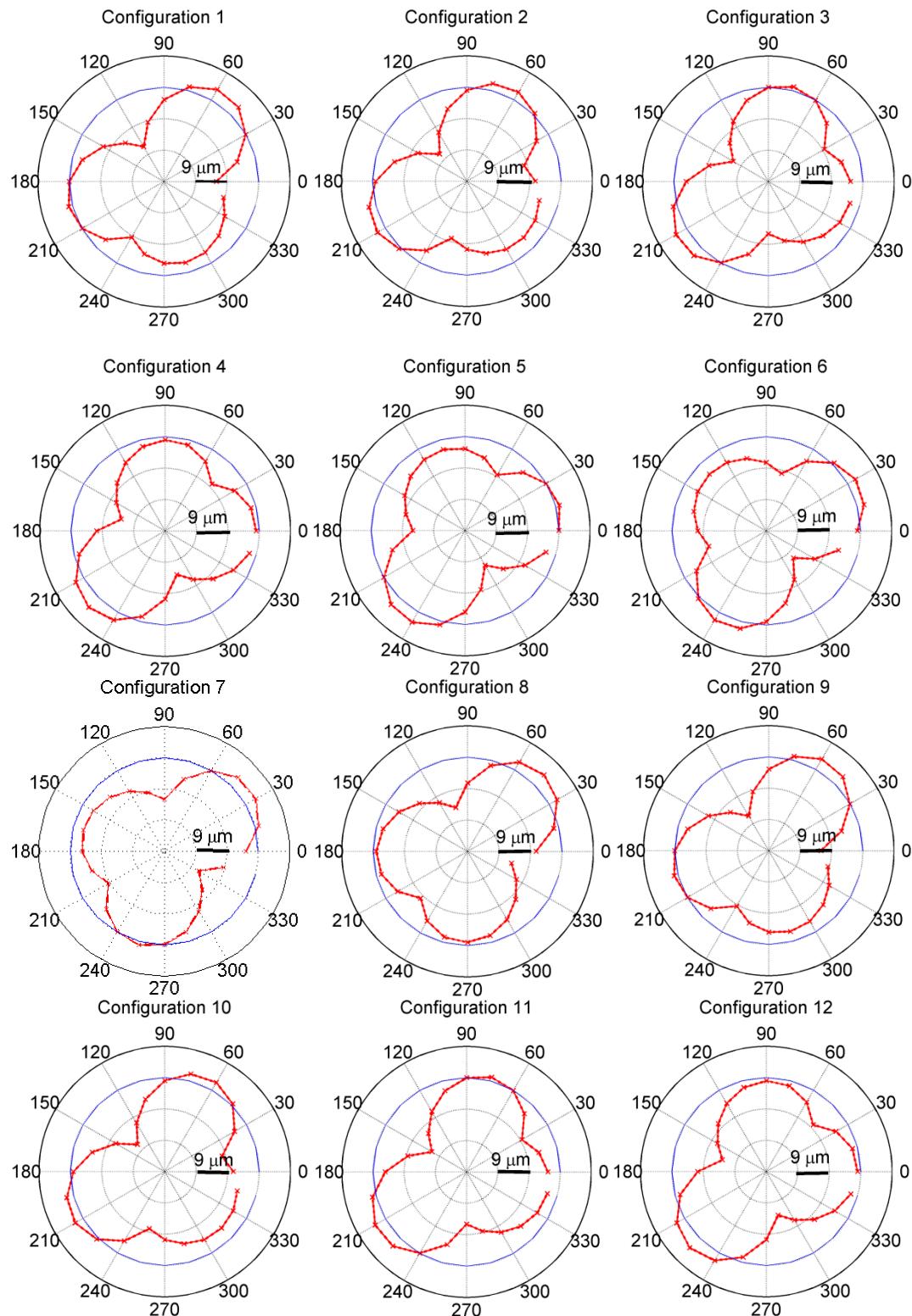


Figure A3-1 : Erreurs simulées ; a) erreur palpeur ; b) erreur machine.

Pour 24 configurations et 24 points palpés pour chaque configuration, les erreurs combinées correspondent aux erreurs machine et aux erreurs palpeur simulées sont présentées dans la Figure A3-2. Ces erreurs, qui représentent dans le cas réel les erreurs de mesures brutes dans les 24 configurations, sont ensuite utilisées pour retrouver les erreurs machines et les erreurs palpeurs par la méthode de séparation présentée dans le chapitre 3. Les erreurs identifiées sont présentées dans la Figure A3-3.



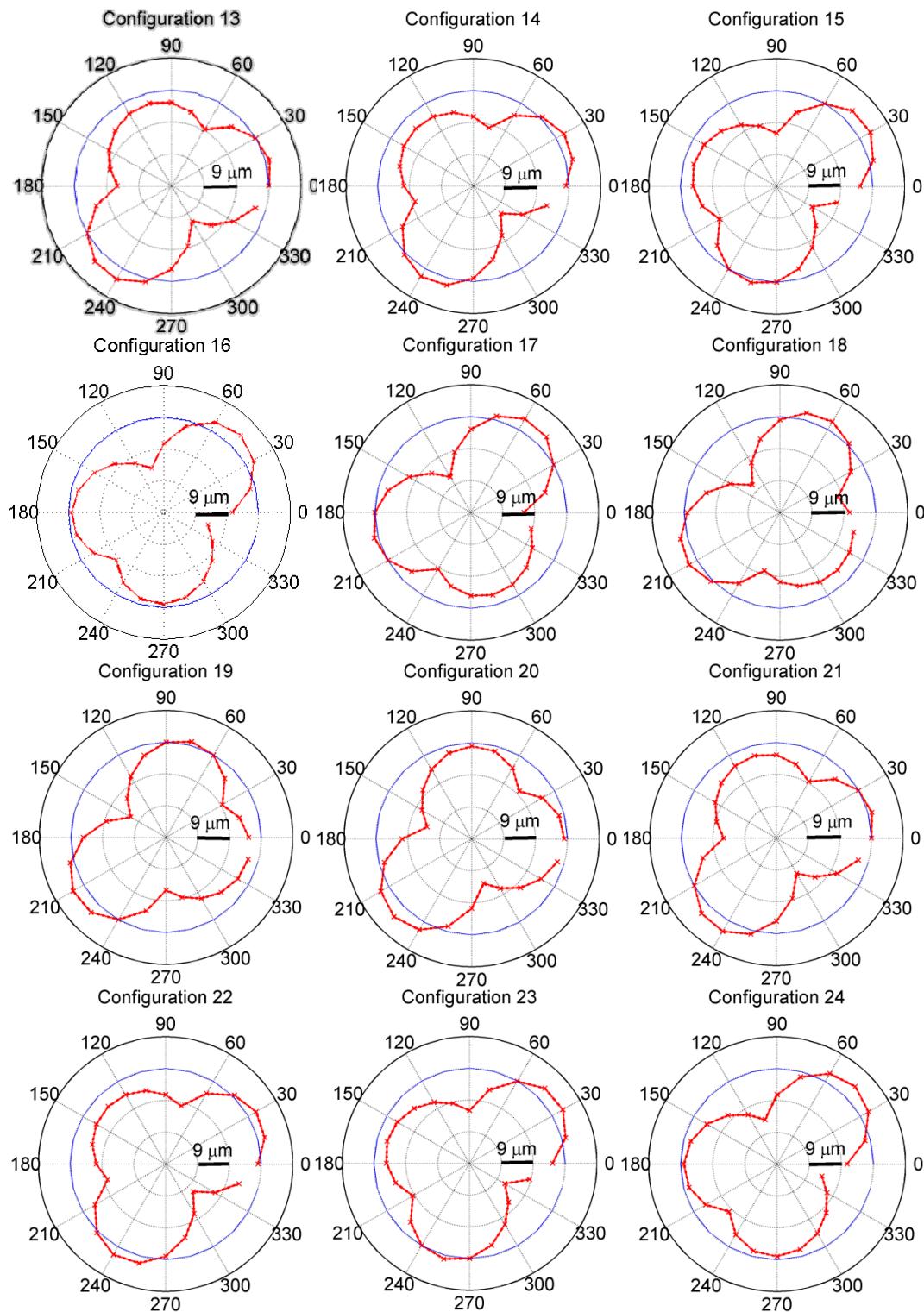


Figure A3-2 : Erreurs combinées pour les 24 configurations de système de palpation

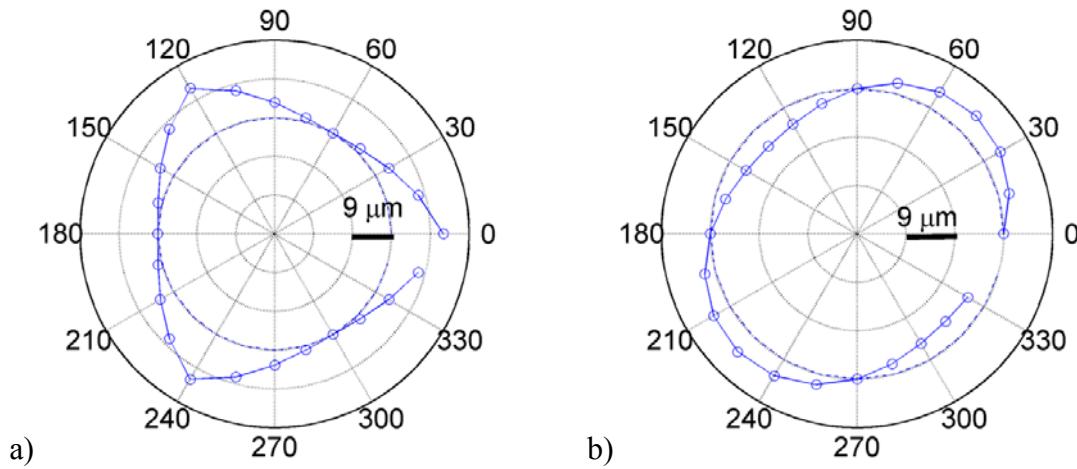


Figure A3-3 : Erreur machine et erreur palpeur identifié à partir des erreurs brutes présentées dans la Figure A3-2 en appliquant la méthode de séparation ; a) erreur palpeur ; b) erreur machine