



Titre: Planification multiprojet avec préemption et chevauchement
Title: d'activités

Auteur: Ali Fradi
Author:

Date: 2024

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Fradi, A. (2024). Planification multiprojet avec préemption et chevauchement
Citation: d'activités [Master's thesis, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.
<https://publications.polymtl.ca/58310/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/58310/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Maha Ben Ali, & Jonathan Gaudreault
Advisors:

Programme: Maîtrise recherche en génie industriel
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Planification multiprojet avec préemption et chevauchement d'activités

ALI FRADI

Département de mathématiques et de génie industriel

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
Génie industriel

Avril 2024

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

Planification multiprojet avec préemption et chevauchement d'activités

présenté par **Ali FRADI**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

Pierre BAPTISTE, président

Maha BEN ALI, membre et directrice de recherche

Jonathan GAUDREAULT, membre et codirecteur de recherche

Claude-Guy QUIMPER, membre

DÉDICACE

*À tous mes amis du labos,
vous me manquerez...*

REMERCIEMENTS

Au terme de ce projet, je veux exprimer ma gratitude à professeure Maha BEN ALI et à professeur Jonathan GAUDREAULT, mes directeurs de maîtrise, pour m'avoir sacrifié leurs temps précieux, adressé leurs conseils primordiaux, et pour leurs accueils sympathiques lors de toutes les réunions que nous avons effectuées pour mener à bien mon travail.

Que les membres du jury trouvent ce document digne de le juger et le projet effectué digne d'être valide pour l'objet du document.

Je tiens à remercier chaleureusement Marc-André MÉNARD pour sa précieuse collaboration au début du projet, ainsi que MECART qui m'a accueilli durant la réalisation de ce travail.

Merci pour toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin au bon acheminement de ce projet.

RÉSUMÉ

Les industriels qui produisent sur commande ont besoin d'une planification optimisée de la capacité afin de répondre aux attentes des clients et de savoir utiliser rationnellement les ressources disponibles. Vu la complexité de gestion qui naît de l'unicité des produits personnalisés aux souhaits des clients, non seulement l'étude de faisabilité avant de valider les commandes est requise, mais aussi le décideur a besoin d'établir un plan à moyen terme de l'affectation des ressources permettant de raccourcir les délais et minimiser les retards. De plus, ce plan permet au décideur d'imputer les coûts des ressources associées aux phases de production. Des analyses «what-if» peuvent être menées et des ajustements pourront prendre place afin de renforcer l'agilité de l'industrie dans son marché. L'objectif de ce projet est de développer un outil de planification tactique des activités qui permettrait, par la suite, un second traitement adaptant la planification aux préférences de l'utilisateur. Lorsque l'intensité de travail varie, la durée de l'exécution de l'activité peut changer. L'outil doit prévoir une allocation d'énergie variable aux périodes pour satisfaire les activités tout en évitant d'avoir des encours. Le chevauchement et la préemption des activités sont permis en vue de favoriser une planification compacte assurant une faisabilité opérationnelle. Permettre les préemptions introduit une difficulté dans le maintien des relations de précédence qui impliquent les parties initiales et/ou finales des activités qui se succèdent. Dans ce projet, nous proposons deux formulations sous forme de programmes linéaires. La définition des préemptions dans ces deux formulations est donnée par la planification des sous-activités continues mais séparées par des périodes d'inactivité ou bien l'allocation de zéro énergie à une ou plusieurs périodes. De plus, le chevauchement entre des activités successives est à permettre en tenant compte des progressions des activités pour des considérations techniques de production. Il est à noter que ce projet se distingue aussi en supposant que le nombre des préemptions envisageables dans chaque activité est limité dans le but de maintenir un sens de productivité et engagement des ressources. Les deux modèles de programmation linéaire sont testés avec deux formulations possibles de la fonction objectif permettant de minimiser les dates de livraisons et les sommes des retards. Les résultats des expériences ont montré des planifications différentes et équivalentes pour les formulations de la fonction objectifs. Aussi, nous montrons que la formulation avec des sous-activités disjointes, malgré la flexibilité de ses paramètres à donner plus de contrôle, offre moins de relaxation et moins d'efficacité de planification que la formulation avec la distribution discontinue de l'énergie.

ABSTRACT

Manufacturers who produce to order need optimized capacity planning in order to meet customer expectations and make rational use of available resources. Given the management complexity arising from the uniqueness of products customized to the client's requirements, not only is a feasibility study required before validating orders, but the decision-maker also needs to establish a medium-term plan for resource allocation, giving the possibility to meet deadlines and reduce delays and delivery dates. In addition, this plan enables the decision-maker to allocate resource costs associated with production phases. "What-if" analyses can be carried out, and adjustments can be made to support the industry's agility to respond to the market. The aim of this project is to develop a tactical activity planning tool, which would then allow a second processing step to adapt the planning to the decision-maker's preferences. When work intensity varies, the duration of activity execution may change. The tool must provide for variable energy allocation to periods to satisfy activities while avoiding holding stocks. Overlapping and preemption of activities are allowed in order to promote compact planning ensuring operational feasibility. Allowing preemptions introduces a difficulty in maintaining precedence relationships involving progress on the initial and/or final parts of successive activities. In this project, we propose two formulations in the form of linear programs. The definition of preemptions in these two formulations is given by the scheduling of continuous sub-activities separated by periods of inactivity, or else the allocation of zero energy to one or more periods. In addition, overlap between successive activities is to be allowed for, taking into account activity progressions for technical production considerations. It should be noted that this project also distinguishes itself by assuming that the number of preemptions conceivable in each activity is limited in order to maintain productivity and resource commitment. We tested the two linear programming models with two possible formulations of the objective function to minimize delivery dates and sums of delays. Experimental results have shown different and equivalent planning for the objective function formulations. Also, we show that the formulation with disjoint continuous sub-activities, despite the flexibility of its parameters to give more control freedom, offers less relaxation and less planning efficiency than the formulation with discontinuous energy distribution.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	x
LISTE DES FIGURES	xi
LISTE DES SIGLES ET ABRVIATIONS	xii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
1.1 Contexte	1
1.2 Structure du document	3
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	4
2.1 Introduction	4
2.2 Problème de planification de projet	4
2.3 Problème de planification RCMPSP	7
2.3.1 Caractérisation des relations de précédence	8
2.3.2 Caractérisation des activités	8
2.3.3 Préemption et problème de planification P-RCMPSP	9
2.3.4 Caractérisation des ressources	12
2.3.5 Fonction objectif	13
2.4 Méthodes de résolution d'un problème RCMPSP	15
2.4.1 Méthodes exactes	15
2.4.2 Méthodes approximatives	16
2.5 Positionnement de ce projet de recherche	16
2.6 Conclusion	18
CHAPITRE 3 OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE	19

3.1	Introduction	19
3.2	Objectifs de recherche	19
3.3	Méthodologie de recherche	20
3.3.1	Analyse de l'existant et définition du problème	20
3.3.2	Développement de(s) modèle(s) mathématique(s)	21
3.3.3	Expérimentation	23
3.4	Conclusion	23
CHAPITRE 4 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE		24
4.1	Introduction	24
4.2	Cas d'étude	24
4.3	Modélisation de la préemption	25
4.3.1	Préemptions assurées avec les sous-activités continues	25
4.3.2	Préemptions assurées avec l'allocation d'énergie nulle	26
4.4	Modèle mathématique	26
4.4.1	Notations de la formulation A	27
4.4.2	Notations de la formulation B	28
4.4.3	Formulation de la fonction objectif	29
4.4.4	Formulation A	30
4.4.5	formulation B	32
4.5	Conclusion	34
CHAPITRE 5 EXPÉRIMENTATION		35
5.1	Introduction	35
5.2	Traitement des données	35
5.2.1	Description des données	35
5.2.2	Adaptation des données	36
5.2.3	Calcul de l'horizon de planification	37
5.3	Expérimentations	37
5.3.1	Objectifs de l'expérimentation	37
5.3.2	Plan d'expériences	38
5.4	Résultats	39
5.4.1	Analyse du Temps de Résolution (TR)	40
5.4.2	Impact des deux formulations sur la planification	46
5.4.3	Utilité des préemptions pendant les activités de production	47
5.5	Implications managériales	51
5.6	Conclusion	52

CHAPITRE 6 CONCLUSION	53
6.1 Principales réalisations	53
6.2 Limites du projet	54
6.3 Perspectives de recherche	54
RÉFÉRENCES	56

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Classification des problèmes de planification des projets à préemption [16]	9
Tableau 2.2	Positionnement du projet par rapport à la littérature proche	17
Tableau 4.1	Table des ensembles	27
Tableau 4.2	Table des paramètres	27
Tableau 4.3	Table des variables	28
Tableau 4.4	Table des variables	28
Tableau 5.1	Classification des projets chez MECART	36
Tableau 5.2	Distribution des énergies en jour-homme (toutes les données de MECART)	36
Tableau 5.3	Tailles des portefeuilles de test	38
Tableau 5.4	Scénarios associés aux valeurs maximales de préemptions autorisées par département	39
Tableau 5.5	Variables de décisions	40
Tableau 5.6	Temps de résolution en secondes pour les différents portefeuilles . . .	41
Tableau 5.7	Coefficients de la régression linéaire du temps TR en fonction des formulations, des préemptions permises, de l'énergie et de la taille de portefeuille	42
Tableau 5.8	Comparaison du pourcentage d'amélioration entre les deux formulations avec les deux fonctions objectif adoptées	46

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Approches de modélisation des projets selon la représentation AON [6]	5
Figure 2.2	Différents classes de préemption dans un RCPSP [26]	11
Figure 3.1	Processus de développement d'un outil d'aide à la décision basé sur l'optimisation interactive [61]	19
Figure 4.1	Structure des projets des salles blanches	24
Figure 4.2	Chevauchement des activités	25
Figure 4.3	Temps minimal écoulé avant la suspension	26
Figure 4.4	Préemptions par allocation d'énergie nulle	26
Figure 5.1	Description des données de test	37
Figure 5.2	Temps de résolution et scénarios avec 15 projets planifiés	43
Figure 5.3	Effet des facteurs MC, MD et MF sur le temps de résolution moyen .	45
Figure 5.4	Exploitation des fractions de l'unité de planification	47
Figure 5.5	Préemptions réalisées et permises par département	48
Figure 5.6	Solutions équivalentes et différentes avec et sans préemptions	50
Figure 5.7	Préemptions totales permises et réalisées	50

LISTE DES SIGLES ET ABRVIATIONS

AOA	Activity-On-Arc
AON	Activity-On-Node
ETO	Engineering-to-Order
MIS	Mixed-Initiated Systems
P-RCPSP	Preemptive Resource-Constrained Project-Scheduling Problem
P-RCMPSP	Preemptive Resource-Constrained Multit-Project Scheduling Problem
RCPSP	Resource-constrained project-scheduling problem
RCMPSP	Resource-constrained multi-project scheduling problem
RLP	Resource Leveling Problem
RRP	Resource Renting Problem

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Contexte

Les entreprises optent souvent pour un mode de production de type Engineering-To-Order (ETO) afin de satisfaire un marché de commandes personnalisées. Ce concept consiste à adapter les produits ou les systèmes aux exigences uniques du client, ce qui implique souvent des configurations complexes et une personnalisation. Ce mode de production exige une réaction agile à la demande qui se traduit par la capacité à répondre aux aspects de personnalisation et à l'utilisation efficace des ressources. Gérer une production personnalisée implique de nombreux détails qui impactent la planification du niveau tactique jusqu'au niveau opérationnel. Par conséquent, il est fréquent de gérer les projets entrants selon une hiérarchie de décision et selon les phases de gestion des projets, comme le décrit l'étude de [1]. Ceci vise à lisser la complexité du problème à résoudre en fournissant une planification tactique qui se décline en instructions au niveau le plus détaillé, permettant la faisabilité et le suivi continu afin de minimiser la déviation entre la planification et la réalité [1].

Généralement, et selon la même étude [1], la déviation entre la planification et l'état actuel surgit à cause d'une incertitude liée à un écart d'estimation des budgets horaires, de performance et de la nomenclature complète de matière requise. En effet, même après validation de la définition d'un projet avec le client et les aspects de personnalisation, il est fréquent que l'estimation initiale ne soit pas fidèle à la progression actuelle et que des besoins supplémentaires apparaissent [1, 2]. Une planification hiérarchique vise donc à prévoir une vision au spectre large assurant la faisabilité de l'opérationnel tout en recevant des retours d'ajustement au fur et à mesure que les incertitudes de réalisation se révèlent. En d'autres termes, c'est dans le but d'avoir une planification cohérente sur les différents niveaux de décision et de dépasser les limites de la subdivision du grand problème en problèmes moins complexes et avec un niveau de détails différent. De telles limites sont soulignées par [3] dans l'exemple de l'intégration des systèmes d'information de type ERP (Enterprise Resource Planning) dans une planification hiérarchique ou aussi les exemples de l'intensité de travail variante, les durées d'activités planifiées et la gestion de leur séquençement. Concrètement, la définition du projet et sa structure peuvent orienter l'agrégation des activités afin d'avoir une planification générique ou vision globale. En descendant à un niveau décisionnel plus spécifique, on se retrouve dans la dégradation des activités génériques en sous-activités qui est toujours complexe et tient compte des détails de production, de présence de matière première et de la main d'œuvre [2].

Les défis de la planification tactique dans le contexte ETO résident dans le fait qu'une mauvaise prise de décision à cette étape engendre des contraintes difficiles à satisfaire au niveau opérationnel. Cela peut entraîner des retards, du stress et/ou des coûts de production augmentés. Ce sont les défis auxquels fait face notre partenaire industriel de ce projet, MECART et qui gère les commandes des clients de façon à ce que toute commande soit considérée comme un projet 100% personnalisé selon les exigences définies par le client. Elle dispose d'une équipe composée d'ingénieurs de conception et de design, de techniciens et d'opérateurs qui intervient dans les différentes phases, dès la spécification des exigences jusqu'à l'installation sur le terrain.

Dès que la commande est confirmée, une estimation des matières premières nécessaires est réalisée. L'équipe de MECART réalise ensuite la conception et en déduit grâce à un outil sous forme de chiffrier Excel les opérations détaillées de fabrication et d'assemblage. Avec ce plan détaillé, il est possible de définir une estimation du volume de travail nécessaire pour toutes les phases de production par sommation des durées élémentaires prédéfinies. Ce plan fait manuellement est souvent non optimal. De plus, ni l'estimation des matières premières requises ni l'estimation du volume de travail ne sont parfaitement ajustées à la réalité. Pour cette raison, MECART a mis en place un système qui suit l'avancement d'un projet à toutes ses étapes.

La complexité de la planification des projets de MECART est liée au nombre d'activités en compétition pour les ressources disponibles lors des phases de production des salles blanches et aux contraintes de chaque projet. Cette complexité est susceptible d'augmenter davantage en permettant des préemptions dans le but de répondre à des urgences ou pour réaffecter des ressources à des tâches plus prioritaires. Ceci s'explique par le nombre élevé de possibilités ou de solutions pour planifier les phases de production en tenant compte des préemptions et des chevauchements permis. De plus, la possibilité d'avoir différentes solutions mais équivalentes en même temps peut rendre la tâche plus difficile. Pour ces raisons, la définition du séquençement des phases de production dans le contexte de MECART devient moins évidente et demande une maîtrise de la gestion des ressources disponibles dans l'objectif d'assurer la livraison en temps voulu et avec la qualité demandée.

Afin d'améliorer la planification tactique, MECART souhaite développer un outil pour planifier la réalisation de multiples projets en parallèle, tout en permettant le chevauchement et la préemption. C'est dans l'optique de rationaliser l'utilisation de ressources et laisser place, autant que possible, pour des nouveaux projets arrivants en minimisant les délais de livraison de projets. Cet outil devrait constituer une base pour permettre par la suite d'implanter une solution de type interactive (Mixed-Initiative System) afin d'autoriser aux

utilisateurs de faire des ajustements du plan initial proposé au besoin. Ce projet fait partie d'un ensemble de projets de recherche MITACS qui aident MECART à développer cet outil personnalisé à ses besoins.

1.2 Structure du document

Ce document est structuré en six chapitres. Suite à ce chapitre 1, le chapitre 2 présente une revue de la littérature en relation avec la planification multiprojet. Le chapitre 3 décrit les objectifs de recherche, la méthodologie suivie. Le chapitre 4 propose deux formulations mathématiques pour planifier des projets réalisables en parallèle tout en permettant de préempter et chevaucher les activités d'un même projet et d'interdire les encours. Le chapitre 5 présente les données et le plan d'expériences. On conclut ce projet avec le chapitre 6 où on discute les contributions du projet, ses limites ainsi que des ouvertures possibles pour des recherches futures.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

2.1 Introduction

Ce chapitre permet de positionner les travaux de recherche réalisés dans le cadre de cette maîtrise par rapport à la littérature existante. Dans cette perspective, on commence par définir et présenter les différents types de problèmes de planification des projets sous contraintes des ressources qui existent. Ensuite, on présente les variantes du problème de planification multiprojet et on décrit les méthodes de résolution. Finalement, on conclut en présentant le positionnement de ce projet par rapport à la littérature. La revue de la littérature est centralisée sur les modélisations qui considèrent la planification d'un portfolio de plusieurs projets déterminés qui sont indépendants et où chacun a sa fonction objectif. Aussi, la recherche est concentrée sur la planification qui prévoit la possibilité d'interrompre les activités dans le but de réduire la date de réalisation du projet autant que possible.

2.2 Problème de planification de projet

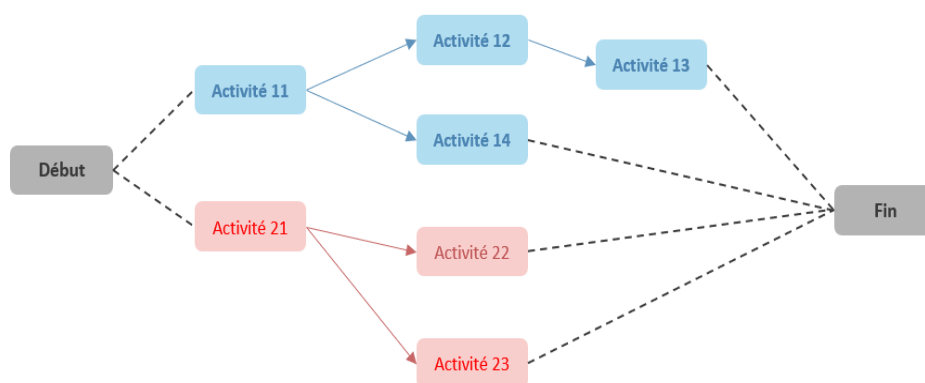
La planification des activités d'un projet ou plus, dans le but de raccourcir les délais, tenant compte des limitations des ressources est une opération complexe. Les applications de ce problème sont diverses [4], à savoir, le transport, la production, le génie civil, les systèmes automatisés,...etc. Un projet est une succession d'activités réalisées afin de procurer un produit ou un service avec un coût associé (temporel ou matériel), alors qu'une activité représente la tâche élémentaire à achever afin de s'approcher de l'objectif global du projet. Ces activités ont besoin de ressources responsables de les exécuter et sont généralement limitées par des contraintes associées aux ressources. Dans ce cas, le problème de planification des projets est dit sous contraintes des ressources et est connu comme Resource Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP) [5, 6].

Selon la nature de l'activité des organisations, la littérature distingue deux classes de RCPSP [6] : une où toutes les activités à planifier sont considérées appartenir à un seul méga-projet, l'autre qui consiste à considérer chaque projet à part qu'on reconnaît comme Resource Constrained Multi-Project Scheduling Problem (RCMPSP). Dans ces deux versions, un projet est modélisé par un réseau où le début et la fin sont modélisés par deux nœuds fictifs de durée nulle.

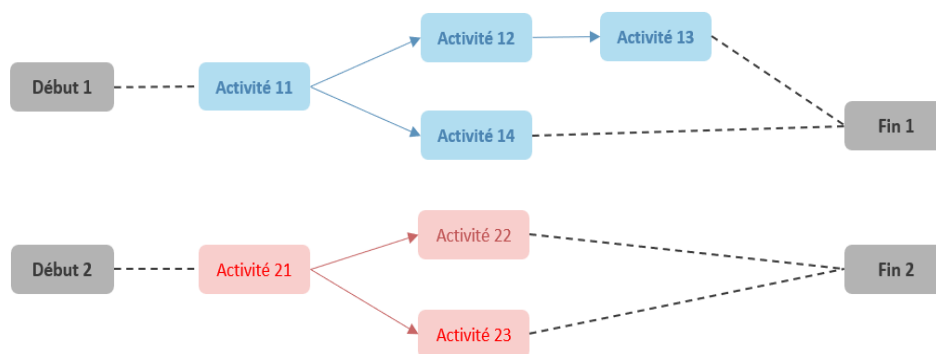
Selon la taille des projets, la taille des données et l'objectif de gestion des projets, le décideur peut choisir entre deux types de réseaux pour présenter les activités à planifier ainsi que les

relations de précédences qui existent : Activity-On-Node (AON) et Activity-On-Arc (AOA) comme dans la Figure 2.1 inspirée de l'étude [6]. Lorsqu'un arc représente une activité et un nœud forme un évènement dans la modalité AOA, les nœuds représentent les activités et les arcs représentent les relations de précédences dans AON [1].

Alors que les modes d'exécution multiples et les ressources non renouvelables sont des critères de problème définis dans les deux approches, la gestion décentralisée, les ressources locales et la sélection des projets sont des critères définis exclusivement dans l'approche multiprojet. L'approche multiprojet introduit également des complexités supplémentaires, telles que des objectifs différents pour des projets différents, l'incertitude quant à l'arrivée des projets et la nécessité de donner la priorité à l'exécution des travaux correspondant aux projets les plus critiques.



(a) méga-projet



(b) multiprojet

FIGURE 2.1 Approches de modélisation des projets selon la représentation AON [6]

Les durées des activités pourraient être considérées comme déterministes ou stochastiques. Dans le premier cas, les activités sont estimées durer pendant un nombre fixe d'unités de temps, alors que dans le deuxième cas les durées des activités sont décrites par des distributions de probabilités ou des intervalles de temps connus. La nature des activités et la définition de relations entre elles peuvent induire des classes différentes de relation de précédence.

Dans la littérature, [7] liste quatre types exactement des relations de précédence gouvernants la planification des activités :

1. Start-to-%Completed (SC) : une activité j ne peut dépasser un taux. donné de progression que si son prédécesseur i est commencé .
2. %Completed-to-Start (CS) : une activité j ne peut se déclencher. que si son prédécesseur i a progressé jusqu'à un taux défini.
3. Finish-to-%Completed (FC) : une activité j ne peut dépasser un taux donné de progression que si son prédécesseur i est fini.
4. %Completed-to-Finish (CF) : une activité j ne peut finir que si son prédécesseur i a progressé à un taux défini.

Bien que ces relations soient considérées comme de type *feeding* dans l'étude [7], nous examinerons ultérieurement une classification plus générale adaptée à des problèmes plus complexes. Les relations de précédences du type CS avec un temps interactivités qui vaut zéro et un taux d'accomplissement égale à 100% sont le plus courant. Il est possible de prévoir un temps minimal ou encore maximal entre les activités.

Quant aux ressources, on distingue trois types [5] : des ressources renouvelables (de capacité limitée pour chaque période), des ressources non renouvelables (de capacité limitée pour toute la période de planification et pour tous les projets) et des ressources qui se situent au milieu de ces deux derniers dites semi-renouvelables. En général, un problème RCPSP manifeste beaucoup de variantes selon le type de ressources, la nature des activités, la fonction objectif et la disponibilité de l'information avant de créer le plan des projets/activités [5].

L'étude [8] présente différentes formulations mathématiques qui pour modéliser les problèmes RCPSP. Une formulation de type « time-indexed » considère des variables v_{it} indiquant le début, la fin ou la progression de l'activité i à la période t . Ce type de formulation a l'avantage de définir un problème de taille pseudo-polynomiale et de bonnes relaxations qui facilitent la résolution. D'autres formulations considèrent les dates de début des activités S_i et les variables $z_{ij} \in \{0, 1\}$ pour définir les relations de précédences avec les activités j . Il y a également les formulations de type « event-based ». L'étude conclut que les formulations « time-indexed » sont les seuls à donner une bonne relaxation alors qu'en générales toutes

les relaxations sont considérées faibles.

Comme dans le cadre de ce projet, on adresse le problème de planification de plusieurs projets en parallèle, dans ce qui suit, on présente un survol sur les différentes variantes du problème de planification RCMPSP.

2.3 Problème de planification RCMPSP

Le problème RCMPSP se distingue du problème RCPSP essentiellement par la gestion de plusieurs projets simultanément. Le problème RCMPSP suppose dans la version la plus basique que tous les projets arrivent en même temps, ont des dates limites et ne sont pas classés par préférences. Dans certains cas, on attribue des pondérations pour les projets tel qu'on priorise l'exécution des activités d'un projet par rapport aux autres. Ceci est étroitement lié au concept de préemption qui se décrit comme une préemption sélective [9] puisqu'on arrête une activité pour progresser sur une autre jugée prioritaire. Dans la littérature, la priorisation des projets a été définie de différentes façons. L'article [10] définit explicitement une pondération pour chaque projet, alors que l'article [11] pénalise le retard de chaque projet différemment. En outre, [12] donne l'avantage de consommer les ressources par les projets prioritaires parmi ceux qui les partagent pendant les mêmes périodes de temps. L'exécution des activités des projets est priorisée selon l'emphase que porte chaque projet.

La caractérisation projets dans un RCMPSP s'étend aussi à des contextes d'incertitude, particulièrement dans le cas où il est possible que des nouveaux projets arrivants soient des plus intéressants que ceux déjà planifiés. L'incertitude pourrait être également incorporée en considérant que l'arrivée des projets suit une loi de probabilité donnée [13]. L'étude [14] le fait en supposant qu'on dispose d'un portefeuille de projets initiaux et que de nouveaux projets sont en train d'arriver. Ceci est en considérant que la taille du portefeuille est connue et que chaque fois que le nombre de projets en cours se réduit on insère aléatoirement un des nouveaux arrivants. Au contraire, l'étude [15] fait la sélection des projets parmi les nouveaux arrivants selon les priorités définies. En considérant un portefeuille de projets fixe, nous pouvons définir le terme «makespan» comme étant la date de livraison ou de fin d'un projet spécifique. Par ailleurs, nous utilisons l'expression «makespan global» pour désigner la date finale de livraison de l'ensemble des projets pris en compte dans le portefeuille.

Dans ce qui suit, on se propose d'étudier les différentes variantes du problème RCMPSP selon deux dimensions : une des deux est liée aux caractéristiques des composantes du problème (relations de précédences, projets, activités et ressources) et l'autre est liée à l'orientation de la fonction objectif.

2.3.1 Caractérisation des relations de précedence

Les relations de précédences dans un problème RCMPSP peuvent présenter plusieurs traits qui sont en liaison avec la nature des activités. La relation la plus basique qui peut exister c'est celle où une activité ne peut commencer que si tous ses prédécesseurs sont déjà totalement exécutés [16]. Ce type de relations est dit relations *relations de précédences ordinaires*. Plus loin, [17,18] considèrent des regroupements d'activités qui doivent se réaliser simultanément et définissent les relations entre eux comme *concurrentielles*. Dans le cas où quelques activités ne peuvent pas se réaliser en même temps, on fait intervenir des *relations non concurrentielles* [6]. Dans d'autres cas, une activité peut exiger que toute autre activité soit arrêtée pour pouvoir la lancer ; on parle ainsi de *relations exclusives* [19].

Afin de réduire les délais de livraison et de respecter certaines contraintes techniques du métier, d'autres types de relations pourraient être considérées. Par exemple, [7] considère des *relations de précédences généralisées* pour définir des plages de temps où il est admissible de lancer une autre activité ou de prévoir un décalage de temps entre la fin de deux activités qui se succèdent. Ces relations sont généralement assurées par des intervalles de temps qu'on appelle « time lags » comme ceux utilisés dans [20–22]. Ces travaux considèrent des périodes minimales ou maximales à écouler entre le début et la fin d'exécution entre les activités en relation.

Dans le contexte d'un problème RCMPSP, le chevauchement des activités peut offrir plus de possibilités pour compacter la planification. Cependant, cela augmente la complexité du problème, car le nombre d'activités en compétition pour les ressources disponibles parmi tous les projets considérés augmente, tout en respectant les contraintes. La complexité du problème peut augmenter davantage si on permet les préemptions des activités. En effet, définir les relations de précedence en tenant compte du chevauchement offre de nombreuses possibilités et des solutions équivalentes, mais aussi différentes façons de planifier les projets. Par conséquent, la définition des relations de précedence qui permettent le chevauchement des activités devient moins évidente [3, 7].

2.3.2 Caractérisation des activités

Dans la forme la plus simple, un problème RCMPSP implique des activités de durées déterministes qui se réalisent sans aucune préemption. Cependant, dans la réalité, les activités peuvent présenter différentes caractéristiques. En effet, en présence des événements aléatoires, il est incertain au bout de combien d'unités de temps une activité s'achève. Aussi, la date de disponibilité d'une activité et la date au plus tard pour la finir ont un effet sur la planification

[19, 22]. Dans la littérature, on reconnaît ce type de contraintes comme contraintes de temps (*start-no-earlier-than* et *start-no-later-than*). Dans le cas où ces contraintes et les contraintes des ressources sont relaxées, il est possible de déterminer ces dates (limites de faisabilité) en se basant sur les durées et les relations de précédences et la disponibilité du projet lui-même [6, 16].

En général, dans le cadre du problème RCPSP, une activité peut être réalisée de différentes manières, appelées “modes”. Chaque mode a une durée spécifique et nécessite une certaine quantité de ressources. Parfois, le mode choisi peut affecter la qualité du travail effectué [11]. Ces différents modes peuvent être considérés comme des alternatives équivalentes pour réaliser l’activité, chacune avec ses propres durées et consommations de ressources. Ainsi, le défi est de choisir le meilleur mode pour chaque activité parmi toutes les options possibles [23].

2.3.3 Préemption et problème de planification P-RCMPSP

Un problème RCMPSP est dit problème P-RCMPSP (Preemptive Resource-Constrained Project-Scheduling Problem) si on considère une planification multiprojet avec des activités susceptibles à la préemption. En effet, un problème RCPSP se considère comme un cas particulier de P-RCMPSP avec aucune préemption pour toutes les activités. [16] classifie les P-RCMPSP comme présenté dans le Tableau 2.1 selon cinq critères : le type de préemption, la cause de préemption, le nombre de préemption, l’allocation des ressources et le type des relations de précedence.

TABLEAU 2.1 Classification des problèmes de planification des projets à préemption [16]

Critère de classification	attribut
Type de préemption	entière
	discrète
	continue
Cause de préemption	calendrier
	sélective
	discrétionnaire
Nombre de préemption	limité
	illimité
Allocation des ressources	flexible
	non flexible
Type des relations de précedence	ordinaires
	ordinaire feeding
	généralisée
	feeding généralisée

On distingue la préemption continue de celle entière et discrète [16] :

1. une préemption *entière* se fait dans des points entiers sans engendrer un coût et peuvent subdiviser une activité en sous-activités de longueur minimale (une période) ;
2. une préemption *discrète* peut se faire dans un ensemble dénombrable et limité de points qui peuvent être repérés par des taux d'avancement spécifiques ou des périodes écoulées ;
3. une préemption *continue* qui peut se faire à n'importe quel point et en une infinité des points d'avancement sur l'activité.

La préemption pourrait être faite pour différentes raisons. Une des raisons est la non-disponibilité planifiée des ressources (pause, maintenance préventive), ce qui nécessite la définition d'un *calendrier* pour gérer les préemptions d'une manière déterministe [24]. Dans le cas de la préemption *sélective*, on interrompt une activité moins prioritaire. Les préemptions *discrétionnaires* arrivent pour différentes raisons ou une combinaison de celles-ci [16].

La préemption permet d'avoir un échéancier compact autant que possible mais parfois il est préférable de limiter le nombre de préemptions [1]. En effet, un nombre de préemptions élevé peut réduire la productivité dans certains cas et risque alors d'augmenter le temps estimé pour achever les activités, ce qui explique que certaines études comme [25], le nombre des préemptions est borné par une *limite* supérieure.

Dans le cas où la préemption est permise, l'allocation des ressources devient plus critique : d'un côté, il est plus légitime que la ressource reste engagée à présumer l'activité après l'interruption afin d'assurer la continuité technique de la progression [16]. L'allocation des ressources humaines est un bon exemple pour considérer cette préférence. On parle ainsi d'une allocation de ressource *inflexible*. D'un autre côté, l'allocation des ressources est dite *flexible* s'il est permis de désengager les ressources de continuer l'activité qu'elles ont débutée [16].

Dans le contexte de P-RCMPSP, les relations de précédences ont besoin d'être redéfinies. L'étude [16] propose que quand la préemption ou une intensité de travail variable est considérée, le concept de finir les prédécesseurs partiellement ou totalement devient moins évident. En effet, quand l'intensité de travail varie, la durée de l'exécution de l'activité peut changer. De plus, permettre les préemptions introduit une difficulté dans l'assurance des relations de précedence qui font intervenir les parties initiales et/ou finales des activités qui se succèdent. Dans ces deux cas, la définition des relations de précedence doit être adaptée pour tenir compte de ces nouvelles dynamiques. Cela peut inclure l'introduction de nouvelles types de relations de précedence :

Les *relations de précédences ordinaires* nécessitent que tous les prédécesseurs soient totalement finis pour lancer une activité . Les *relations de précédences généralisées* requièrent

les mêmes contraintes tout en tenant compte des intervalles de temps minimales et maximales entre le début et la fin de deux activités qui se succèdent . En addition, on distingue des relations de type *feeding* qui exigent la fin de progression d'une activité j jusqu'à un ratio donné pour lancer la suivante. On peut considérer de plus des relations de type *feeding* où on est face à deux cas : une activité j commence/se termine au plus tard quand la partie initiale de la précédente est achevée, une activité ne se termine que si la partie initiale de l'activité précédente est finie [3].

Ces relations sont encore agrégées pour définir des relations de type *feeding généralisées* afin de gérer les relations entre les parties initiales et finales des activités qui se suivent et faire intervenir les taux d'avancement minimal ainsi que les "time lags" minimales/maximales [7].

La Figure 2.2, inspirée de l'étude [26], offre un résumé des différentes extensions du problème P-RMCPSP. Elle met en évidence l'existence de diverses manières d'interrompre une activité dans le cadre de la planification de projet.

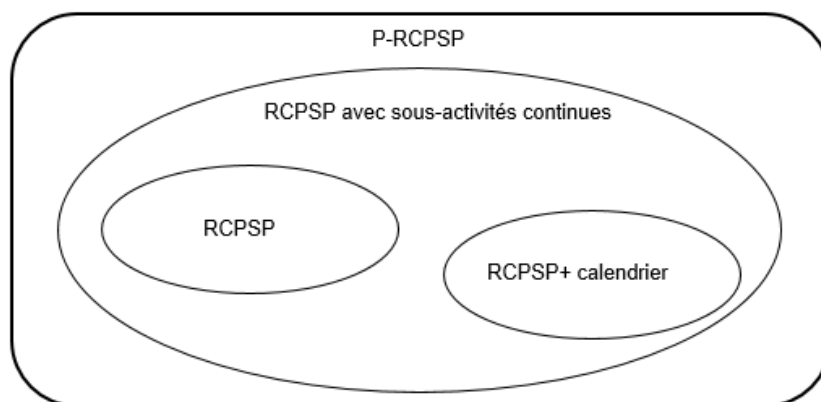


FIGURE 2.2 Différents classes de préemption dans un RCPSP [26]

On peut envisager une modélisation où la suspension d'une activité est représentée comme une distribution discontinue de l'énergie. Alternativement, on peut envisager de diviser une activité en plusieurs sous-activités continues. En ce qui concerne le Problème RCMPSP, il peut être vu comme une extension du Problème P-RMCPSP où la préemption n'est pas permise.

2.3.4 Caractérisation des ressources

Dans un RCMPSP, l'allocation rationnelle des ressources élève le degré de complexité d'une façon remarquable. Le problème d'allocation des ressources s'étend pour différents aspects tels que la gestion, la récupération, l'accessibilité, la mobilité, l'aspect économique, la disponibilité et leurs différentes combinaisons [6].

La gestion des ressources peut être centralisée ou bien distribuée : une gestion centralisée de ressource nécessite que le centre de décision contrôle les ressources directement, soit informé de l'état de chaque projet et la fonction objectif globale. Par contre, dans une gestion distribuée, le centre de décision n'intervient plus pour déterminer le plan d'exécution de chaque projet et se limite à l'allocation des ressources globales [27].

La littérature considère des ressources comme renouvelables le moment où elles se récupèrent chaque début de nouvelle période [5]. Deux exemples évidents des ressources renouvelables sont les ressources humaines et les équipements/machines. Les ressources non renouvelables sont, au contraire, irréversiblement consommées pendant toute la fenêtre de planification [5]. La matière première est un exemple parfait de ressources non renouvelables. L'étude de ce type de ressources est généralement liée aux modes de réalisation des activités [28]. Dans d'autres cas, on considère des ressources qui se considèrent renouvelables seulement sur un ensemble de périodes de temps (exemple : un budget financier qui se renouvelle plusieurs fois durant la fenêtre de planification) : [29].

Il est, aussi, possible de considérer l'incertitude d'avoir accès aux ressources. Cette incertitude donne au problème un aspect stochastique étudié par plusieurs travaux comme [30] et [31]. L'étude [18] retransforme l'incertitude de l'accessibilité aux ressources en un problème déterministe de planification d'indisponibilité (pause, jours fériés, etc...). [32] étudie un cas où les ressources non renouvelables peuvent être fournies par transfert (par exemple des ressources qui peuvent être transportées via des moyens de capacité limitée).

Une autre caractérisation des ressources est la mobilité qui implique un temps de transfert impactant la planification. C'est dans le cadre des activités susceptibles à la préemption que les temps de transfert deviennent de plus en plus importants à considérer [18]. Il est à noter qu'il est possible de transférer les ressources ou bien les activités [5, 6].

L'utilisation des ressources fait, aussi, intervenir un aspect économique pour considérer les pénalités qui viennent non seulement avec des retards de livraison, mais aussi avec des frais de sous-traitance ou des heures de travail supplémentaires [33]. A noter que des travaux de recherche comme [34–36] ont considéré la combinaison de la mobilité des ressources et de l'aspect économique. Les études [21, 32, 37] ont exploré conjointement la disponibilité et

l'aspect économique.

2.3.5 Fonction objectif

Un problème RCMPSP est généralement orienté via sa fonction objectif vers les ressources, les projets, le temps ou encore vers la combinaison temps-ressources. Dans ce qui vient, on donne les détails de chaque orientation.

— Fonction objectif orientée vers les ressources

La caractérisation des ressources est l'origine de plusieurs travaux qui considèrent des fonctions objectifs qui évaluent l'efficacité de leur utilisation. Dans certains cas, l'abondance de la liquidité financière est importante pour la continuité de l'activité de l'entreprise. Étant donné que le cash flow est une ressource partiellement renouvelable on peut avoir une fonction objectif qui maximise le profit net [5]. Dans un contexte d'incertitude, on peut maximiser le profit net estimé [31]. Dans d'autres cas, on minimise le coût total de planification en estimant la somme des coûts dus au transfert des ressources, à l'inactivité des ressources disponibles, la sous-traitance, la réservation et maintenance préventive [5,6,38]. Par exemple, [39] investigate les charges induites par l'utilisation et l'efficacité de la main d'œuvre et [40] étudie les coûts de construction dans le cas d'une gestion décentralisée de ressources ou le coût est lié à leurs emplacements. Il est important aussi de cerner les problèmes dans lesquels le profit réalisé d'un projet vient de l'exécution de chaque activité. Dans un problème pareil, il est primordial de maximiser le profit total par projet en considérant les options liées à la réalisation de chaque activité [41].

Tant que les activités à planifier sont généralement liées par des relations de précédence, il est possible d'avoir des ressources disponibles, mais inactives [16]. Par conséquent, des études se sont intéressées à minimiser le temps d'inactivité des ressources ou la minimisation des ressources inactives, de façon à optimiser l'exploitation des ressources. Souvent, il est possible qu'un projet se mette en attente d'exécution pour l'indisponibilité des ressources, ce qui induit des coûts supplémentaires. Dans ce cas, il devient indispensable de minimiser les activités qui sont en cours de réalisation, comme il est le cas dans [42,43].

Généralement, on préfère avoir une répartition équilibrée de charge sur toute la période. En d'autres mots, on veut éviter d'avoir des hausses et des baisses du niveau d'utilisation des ressources. Dans cette perspective on reconnaît des formulations des fonctions objectifs sous le label « Resource Leveling Problem » ou RLP. La littérature propose différentes fonctions objectifs dans le cadre du RLP et pour un problème RCMPSP. Selon [44], l'objectif est de minimiser la variation de l'utilisation des ressources. Cela est réalisé en minimisant la somme des carrés des différences entre l'utilisation des ressources à des moments consécutifs,

pondérée par le coût de chaque ressource. [45], de son côté, cherche à minimiser la somme des valeurs absolues des différences entre l'utilisation des ressources à des moments consécutifs, également pondérée par le coût de chaque ressource. Une autre option, proposée par [46], est de minimiser la somme des dépassements de l'utilisation des ressources par rapport à un seuil donné, pondérée par le coût de chaque ressource. Le seuil peut être défini de plusieurs façons, par exemple comme la moyenne de la consommation de la ressource sur toute la fenêtre de planification [44], ou simplement comme un paramètre donné.

Alternativement, on peut s'intéresser aux coûts induits par l'immobilisation du stock [47] ou aussi par l'appel à des ressources supplémentaires (« Ressource Renting Problem » ou RRP). Il est à noter que RRP est très proche de Resource Investment Problem (RIP) qui cherche à minimiser le coût total d'utilisation des ressources, c'est-à-dire la somme des utilisations de chaque ressource, pondérée par le coût de chaque ressource.

— Fonction objectif orientée vers les durées d'exécution

Les fonctions objectifs qui s'orientent vers les durées d'exécution peuvent s'intéresser à deux type de délais : les retards et les délais de livraison. Quand un projet se termine après sa date d'échéance, il est considéré en retard et la période qui se comptabilise à partir de cette date limite est pénalisée sous plusieurs formes. En admettant que le nombre de projets est un paramètre dans un RCMPSP, on peut minimiser la durée moyenne des retards par projet. On peut aussi minimiser la variance des retards de tous les projets [48]. Une autre possibilité serait de pénaliser les retards des projets via différentes pondérations afin de distinguer certains projets parmi d'autres en termes de priorité. Il est possible de terminer les projets avant leurs dates d'échéance et pénaliser les dates des livraisons différemment ou comme on pénalise les retards. A titre d'exemple, [49, 50] ont introduit une pénalité pour une finition trop précoce, car cela peut compromettre la qualité du projet livré. Ils soulignent l'importance d'un timing précis dans la réalisation des projets.

Avec une modélisation méga-projet, minimiser le makespan est équivalent à minimiser la date finale d'exécution de tous les projets. Dans le contexte multiprojet, quand le makespan représente la date maximale pour finir tous les projets, minimiser les durées d'exécution des projets affecte la solution en compactant les activités de chaque projet [50]. Dans le dernier cas, on minimise le makespan de chaque projet et non pas le makespan global. On peut étendre le problème à la minimisation des makespan pondérés comme dans [51, 52].

— Fonction objectif orientée vers la durée d'exécution et les ressources

Souvent dans la littérature, les deux composantes sont proposées dans les fonctions objectifs, alors qu'il est possible de les combiner pour certaines affinités. Par exemple, [53] a minimisé la somme des ressources demandées par chaque projet multipliée par le retard et la pondération adéquate. L'étude [54] a procédé différemment et a priorisé le respect des dates limites et

tenu compte de la minimisation des ressources requises.

— Fonction objectif orientée vers les projets

Peu de travaux ont orienté la fonction objectif vers les projets. [11, 23, 42] ont minimisé la subdivision des projets en sous-projets tout en tenant en compte de la qualité des réalisations des activités, le temps et les modes d'exécution.

— Fonction multiobjectifs

Étant donné toutes les possibilités d'orienter la fonction objectif comme présenté, il est possible de combiner dans une même fonction objectif deux intérêts ou plus autour desquels se fait la planification des projets. [6] résume les travaux qui considèrent les différentes combinaisons adoptées en distinguant si les données utilisées sont des données générées ou des données réelles de l'industrie.

Après avoir présenté les différentes variantes du problème RCMPSP, la prochaine section se concentre sur les méthodes qui ont été appliquées dans le but de résoudre la problématique RCMPSP.

2.4 Méthodes de résolution d'un problème RCMPSP

La résolution d'un problème RCMPSP fait intervenir des approches exactes, des approches approximatives et d'autres hybrides combinant les deux. Au début, admettant qu'un problème RCMPSP est NP-difficile, les heuristiques basées sur les règles de priorité ont été plus fréquentes. Avec la progression de la recherche, les autres méthodes de résolution ont acquis plus d'appui.

2.4.1 Méthodes exactes

Elles sont basées sur la programmation dynamique comme dans l'étude [13]. Les méthodes qui se basent sur la programmation linéaire sont généralement celles qui utilisent la relaxation de Lagrange, le « goal programming », l'algorithme de « Branch&Bound » et celui de génération des colonnes [23, 53, 55, 56]. Quant à la programmation par contraintes, elle donne un modèle compact par comparaison au programmation linéaire et propose des solveurs qui propagent les contraintes pour réduire les domaines de variables en permettant d'avoir des résultats très rapidement. La programmation par contraintes est de plus en plus intéressante pour résoudre des problèmes de planification mais peu de travaux l'adoptent comme en [23, 57].

2.4.2 Méthodes approximatives

Les heuristiques qui s'appuient sur les règles de priorité, les algorithmes génétiques et les systèmes multi-agents sont les plus répandus. Les travaux [22, 58] proposent le recuit simulé ou «simulated annealing». Les études [14, 15, 49, 56] appliquent les règles de priorités. Par contre, les études de [21, 34, 51, 52, 59] optent pour les algorithmes génétiques comme outils de résolution. L'étude [41] a choisi une résolution via la «recherche tabou». En outre, ces travaux [27, 33, 34] effectuent la résolution en se basant sur des combinaisons de systèmes multi-agents et d'autres algorithmes.

2.5 Positionnement de ce projet de recherche

Afin de positionner notre projet actuel par rapport à la littérature, nous avons résumé les travaux les plus proches qui considèrent une modélisation d'un problème P-RCPSP dans le Tableau 2.2 (A noter que PSPLIB, dans le tableau, désigne la librairie de données des problèmes d'ordonnancement : PROJECT SCHEDULING PROBLEM LIBRARY.). Ce tableau présente des travaux qui visent à minimiser les dates de réalisation des projets. Notre projet se distingue en abordant un problème P-RCMPSP avec la possibilité de faire des préemptions discrètes et du chevauchement, observé dans le cadre d'une étude de cas réelle. De plus, des relations de type "feeding" ordinaires ont été considérées, ce qui n'a pas été fait pour les autres études similaires.

TABLEAU 2.2 Positionnement du projet par rapport à la littérature proche

Référence	Multi-projet	Type de problème	Préemption	Relations de précédences	Données	Modèle	Résolution
[55]	Non	P-RCPSP	entière	ordinaires	personnalisés	programmation 0-1	Branch and Bound (B&B)
[26]	Non	P-RCPSP	entière	généralisées	PSPLIB modifié	programmation linéaire	Exact (B&B) heuristique + règles de priorité
[60]	Non	P-RCPSP	entière	ordinaires	PSPLIB modifié	programmation linéaire	Règles de priorité
[59]	Non	P-RCPSP	entière	ordinaires	PSPLIB	programmation linéaire	méta-heuristique BPGA
[3]	Non	P-RCPSP	entière	généralisées	réelles	programmation linéaire	Cplex de IBM
[25]	Non	P-RCPSP	discrète	ordinaires	générées	programmation linéaire	heuristique serial SGS
[17]	Oui	P-RCMPSP	entière	Concurrentielles	générées	programmation 0-1	Règles de priorité + Cplex de IBM
[49]	Oui	P-RCMPSP	entière	ordinaires	générées	procédure	Règles de priorité
[19]	Oui	P-RCMPSP	entière	exclusives	générées	procédure	ordonnancement dynamique, heuristique de réseau
[22]	Oui	P-RCMPSP	entière	ordinaires	réelles	procédure	Simulated Annealing (SA)
[56]	Oui	P-RCMPSP	entière	généralisées	générées	programmation linéaire	Règles de priorité , algorithme hybride
[58]	Oui	P-RCMPSP	entière	ordinaires	générées	programmation 0-1	méta-heuristique, SA
le projet présent	Oui	P-RCMPSP	discrète	ordinaires feeding	réelles	programmation linéaire	Cplex de IBM

2.6 Conclusion

Ce chapitre définit les différents types de problèmes de planification des projets sous contraintes des ressources et présente les variantes du problème de planification multiprojet avec préemption (P-RCMPSP) et les méthodes de résolution utilisées dans la littérature.

Le chapitre suivant présente les objectifs à poursuivre pour résoudre le problème de type P-RCMPSP du partenaire industriel et la méthodologie adoptée pour les atteindre.

CHAPITRE 3 OBJECTIFS ET MÉTHODOLOGIE

3.1 Introduction

Après avoir présenté le recul sur la littérature en liaison avec le problème rencontré, il est temps de préciser les objectifs du projet, ainsi que la méthodologie de recherche adoptée.

3.2 Objectifs de recherche

Tel que mentionné dans l'introduction, ce projet fait partie d'un ensemble de projets visant à développer un système de planification de type MIS permettant au décideur d'ajuster le plan tactique initial. L'étude [61] précise dans la Figure 3.1 le processus de développement d'un système basé sur l'optimisation interactive. Alors que le projet actuel concerne les deux premières phases (en vert), la progression de ce projet était simultanément avec les phases en bleu selon des itérations de validation avec le partenaire MECART.

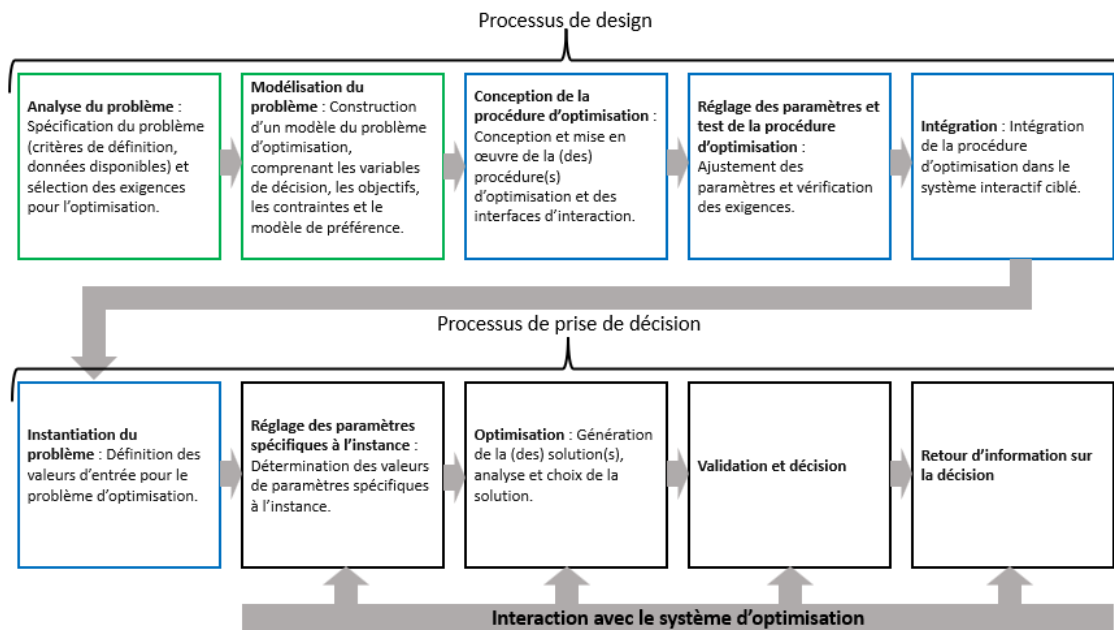


FIGURE 3.1 Processus de développement d'un outil d'aide à la décision basé sur l'optimisation interactive [61]

L'objectif global de ce projet est de développer un modèle mathématique du problème P-RCMPSP où les préemptions sont discrètes et le chevauchement est contrôlé par un ratio

de progression minimal. Le modèle proposé doit donner une solution exacte susceptible d'être modifiée, par la suite, à travers un traitement MIS.

Dans un niveau plus détaillé, l'objectif global énoncé de ce projet est susceptible de se diviser en ces trois sous-objectifs suivants :

- **Objectif spécifique 1** : *proposer une ou des formulations de modèles mathématiques inspirées de la littérature et répondant aux besoins du partenaire industriel.*
- **Objectif spécifique 2** : *tester et comparer la performance de ces modèles en utilisant un échantillon de données réel.*
- **Objectif spécifique 3** : *évaluer l'impact des différents paramètres des modèles sur leurs performances.*

3.3 Méthodologie de recherche

La méthodologie poursuivie afin d'atteindre les objectifs du projet est composée des trois étapes suivantes :

3.3.1 Analyse de l'existant et définition du problème

Afin de comprendre le problème nous avons fait une cartographie des activités de production associées à un projet de construction de salle blanche. Les activités sont alors agrégées par département et les coûts de production sont imputés selon la même logique. Les capacités sont cumulées en nombre d'heures de disponibilité par département, en se basant sur le nombre d'opérateurs associés. Pour cela, nous avons utilisé le chiffrier Excel de MECART utilisé actuellement pour placer les projets en progression et ceux en phase de négociation. La mise à jour du chiffrier se fait périodiquement afin de s'aligner sur les performances réelles de toute l'équipe.

Notons que MECART dispose d'un système d'information inclut les durées opérationnelles des activités les plus fines, à partir desquelles l'estimation du volume de travail horaire est générée. De plus, il est possible de retrouver les différentes classes de projets en termes de profit et de volume horaire total nécessaire à la réalisation. Il en découle un modèle de données contenant les dates souhaitables de terminaison des projets, les volumes de travail horaires, et les capacités disponibles. On s'attend à voir la distribution d'énergie disponible sur les projets considérés pour chaque département et pour chaque période.

3.3.2 Développement de(s) modèle(s) mathématique(s)

L'intérêt pour ce projet se révèle au moment où le décideur souhaite un outil d'aide à la décision offrant une planification optimisée mais ouverte à proposer des planifications alternatives proches de ses préférences. Cela peut être assuré en développant un modèle basé sur une **formulation linéaire** donnant une solution exacte et un espace de résolution prêt à un traitement ultérieur afin de s'ajuster aux intentions du décideur [62]. Comme nous souhaitons **minimiser la date de livraison et le retard pour chaque projet** afin de rencontrer la date impliquée par le client associé, nous devons prévoir un programme linéaire permettant la réalisation des projets simultanément ou encore la **gestion multiprojet**. Aussi, nous voulons utiliser la **préemption** et le **chevauchement** comme critères compactant davantage la planification mais sans abuser de la suspension d'activités et sans impacter la productivité.

La revue de la littérature permet de voir l'impact de certaines formulations sur la complexité de résolution d'un problème de P-RCMPSP considéré NP-difficile. Nous retenons alors le besoin, qui distingue ce projet de la revue, de développer un modèle basé sur une formulation linéaire qui offre une complexité réduite, permet la gestion de projets multiples, le chevauchement et la préemption discrète.

Quoique la plupart des travaux regardent la planification des projets comme une planification d'un méga-projet où tous les projets sont scindés, nous considérons que chaque projet peut avoir un coût indépendant. En d'autres termes, nous considérons la planification multiprojet afin de satisfaire les exigences de chacun à part. Aussi, nous envisageons de permettre la préemption des activités des projets tant que possible dans le but d'avoir une planification plus compacte et réduire le temps final d'exécution. Nous définissons donc le problème comme un P-RCMPSP avec un objectif de minimiser les dates de livraison des projets et les retards effectués. En outre, nous considérons la possibilité de chevauchement, soit la possibilité de commencer une activité quand la précédente est achevée à un ratio défini. Ayant spécifié les contraintes et la fonction objectif, la formulation d'un programme linéaire peut se faire de plusieurs façons. Donc il est important de voir les différentes possibilités et suivre une démarche justifiée.

— Formulation forte et formulation faible

Comme présenté dans la revue de la littérature, la formulation mathématique peut se classer selon l'indication des variables utilisées sous formulation forte ou faible. Malheureusement, en introduisant certaines contraintes telles que les relations de précédences généralisées et la préemption avec des sous-activités continues, une formulation forte perd son aptitude à donner une bonne relaxation. Il est difficile de garder le format d'une formulation forte tout en

incluant des contraintes complexes. Il est toujours intéressant d'étudier le comportement des différentes formulations et les comparer. Dans ce projet, nous allons adopter une formulation intuitive pour la préemption en mode sous-activités continues. En d'autres termes, les variables les plus informatives sont des variables qui indiquent des dates et non pas des variables binaires indiquant un événement. Une deuxième formulation, que nous proposons aussi, est basée sur l'indication des événements via des impulsions. Cette formulation, de son côté, réalise des préemptions quand c'est permis à travers une allocation d'un volume de travail nul pour une ou plusieurs périodes.

— Implication des ressources sur plus qu'un projet

Dans notre cas, il est important de signaler que la durée d'une activité n'est pas connue et qu'elle dépend de l'énergie cumulée pour la satisfaire. Il n'y a pas de contraintes sévères pour engager ou désengager une ressource d'un projet ou d'une activité. Par ailleurs, les ressources peuvent être engagées à travailler sur plus qu'un projet simultanément.

— Modes de préemption des activités

Afin de rendre possible qu'une ressource suspend la progression d'une activité, il y a trois façons à le faire :

1. considérer la distribution de l'énergie des ressources pour satisfaire la finition de l'activité et laisser possible d'attribuer une énergie nulle en cours de progression.
2. respecter les limites de ressources en fixant des créneaux de repos (l'énergie disponible pendant des unités de temps spécifiées est nulle).
3. rendre possible de subdiviser une activité sur des sous-activités continues dont le volume de travail cumulé satisfait à l'activité entièrement.

Dans ce projet, l'intérêt est loin de considérer le deuxième point (calendrier de préemption) mais aussi nous souhaitons avoir plus de contrôle sur le nombre de préemptions et éventuellement la durée minimale d'une sous-activité. Ceci est dans le but de permettre une planification compacte, en plus de la fragmentation d'une activité selon les préférences du décideur : il est possible de fragmenter une activité en des sous-activités à volume de travail intense ou relaxé selon la complexité des phases les plus fins de production.

Comme le modèle à développer devrait être une base pour un MIS, nous avons choisi de développer des modèles de programmation linéaire. Inspirés des modèles de [3] et de [25], nous avons proposé deux formulations de programme linéaire pour résoudre le problème de planification de MECART. À noter que le modèle de [3] a été développé pour un cas P-RCPSPP avec préemptions entières et donc nous l'avons ajusté pour être adapté à notre contexte qui traite le cas P-RCMPSP à préemptions discrètes. Aussi, nous avons ajusté le modèle de [25], initialement développé pour un cas P-RCPSPP à préemptions discrètes et solvable grâce à

une heuristique, au besoin de notre cas d'étude qui considère P-RCMPSP avec préemption discrète donnant une solution exacte.

3.3.3 Expérimentation

Cette étape vise à atteindre les sous-objectifs 2 et 3 annoncés au début de ce chapitre. Afin de tester et de comparer la performance des deux formulations, nous avons utilisé des données industrielles réelles. Ces données ont permis d'examiner l'impact de divers facteurs, tels que le volume de travail, les paramètres du nombre limite de préemptions, et les types de formulations, sur le temps de résolution et la qualité de la solution. De plus, les tests sont utiles pour évaluer la sensibilité du temps de résolution au nombre limite de préemptions pour chaque activité. Enfin, nous comparons la qualité des solutions fournies par les deux formulations afin de déterminer quelle formulation offre les meilleures performances en termes de planification optimisée.

3.4 Conclusion

Après avoir exposé dans ce chapitre les objectifs du projet et les grandes étapes méthodologique, il est désormais temps de présenter le problème sous forme de modèles mathématiques. Le chapitre suivant se consacrera à la définition des variables, des paramètres, ainsi qu'à l'établissement des contraintes à respecter. Une explication détaillée et exhaustive de différentes formulations est prévue pour une meilleure compréhension.

CHAPITRE 4 MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons de formuler le problème de P-RCMPSP de MECART, associé à la planification tactique de la production, sous forme de modèles mathématiques. Pour le faire, nous présentons en détail le cas d'étude, puis deux formulations MILP différentes inspirées et adaptées de la littérature. Le but des deux formulations est de répondre aux contraintes du problème en assurant les préemptions sous deux modes différents introduits dans la Figure 2.2.

4.2 Cas d'étude

MECART reçoit des projets de construction de ses clients qui passent, après des négociations et études, de contrats ouverts à des commandes fermes. L'objectif est de construire une planification des commandes fermes en respectant au plus possible les dates souhaitables ds_i et en minimisant les délais de livraison $E_{i|\mathcal{J}(i)|}$ sur un horizon de planification $\mathcal{H}$. L'entreprise compte alors $\mathcal{I}$ projets. Chaque projet i se compose de $|\mathcal{J}(i)|$ activités dont chacune est associée aux étapes de production, à savoir, des activités de conception, de dessin, de machine, de soudure, de peinture et de finition. Les activités de production sont susceptibles à des préemptions telles que le nombre d'interruptions maximales est $\mu_{ij} - 1$ pour chaque activité j du projet i . La Figure 4.1 visualise les différentes étapes de production dans un projet avec les permissions des encours et préemptions.

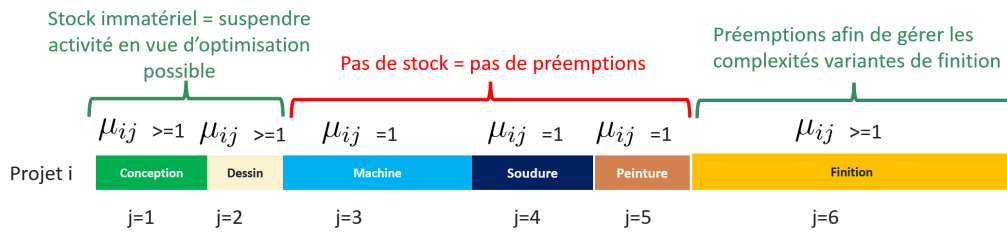


FIGURE 4.1 Structure des projets des salles blanches

Chaque projet contient six activités organisées par des relations de précédences qui prévoient la succession de l'activité j et son successeur $succ(j)$.

Ces relations de précédences doivent prévoir un minimum d'avancement ρ_{ij} sur l'activité j du projet i avant de pouvoir commencer l'activité $\text{succ}(j)$ comme le précise la Figure 4.2. MECART préfère laisser possible un chevauchement paramétré entre le dessin et la conception d'une part, et entre le dessin et la machine de l'autre part.

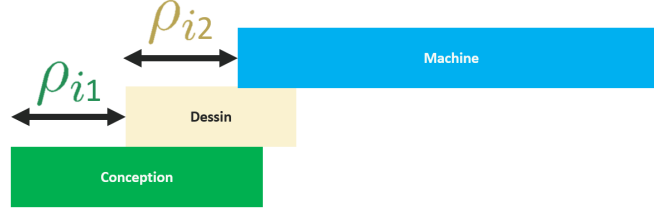


FIGURE 4.2 Chevauchement des activités

L'entreprise cumule les horaires de disponibilité jour-homme par semaine des opérateurs désignés pour la réalisation des activités j pendant la période t en r_{jt} . Ces ressources sont appelées à satisfaire l'énergie p_{ij} nécessaire pour toute activité j du projet i afin de l'achever.

4.3 Modélisation de la préemption

Afin de tenir compte de la préemption, nous proposons dans le cadre de ce projet deux formulations différentes A et B inspirées respectivement de [25] et [3].

4.3.1 Préemptions assurées avec les sous-activités continues

La formulation A se propose de donner la liberté au modèle de subdiviser une activité donnée en μ_{ij} sous-activités continues. En d'autres termes, les $\mu_{ij} - 1$ interruptions qui se réalisent sont des périodes d'inactivité qui séparent les sous-activités où les ressources sont engagées à la faire progresser.

L'avantage majeur dans ce type de préemption est d'avoir le contrôle sur la durée minimale qu'une sous-activité peut prendre. La Figure 4.3 explique la possibilité que la sous-activité prenne t semaines comme durée et que $t \geq \varepsilon$, où ε est la période de travail continue la plus courte avant de suspendre l'activité.

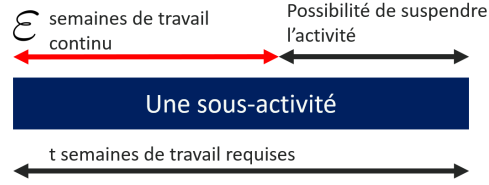


FIGURE 4.3 Temps minimal écoulé avant la suspension

4.3.2 Préemptions assurées avec l'allocation d'énergie nulle

La formulation B réalise un nombre limité de préemptions différemment. Dans cette formulation, l'interruption correspond à une ou plusieurs périodes d'inactivité. Admettant que les premières et dernières périodes doivent toujours engager des ressources à avancer l'activité, nous pouvons borner le nombre des périodes d'inactivité. Dans la Figure 4.4, l'activité de production est planifiée entre la période 1 et 5. Le nombre maximal de préemptions possible à réaliser c'est quand les ressources alternent leur engagement et désengagement chaque période (configuration c dans la Figure 4.4). Si de plus, nous souhaitons serrer la borne maximale et avoir au maximum μ_{ij} sous-activités, les périodes d'inactivité ne doivent pas dépasser $\mu_{ij} - 1$.

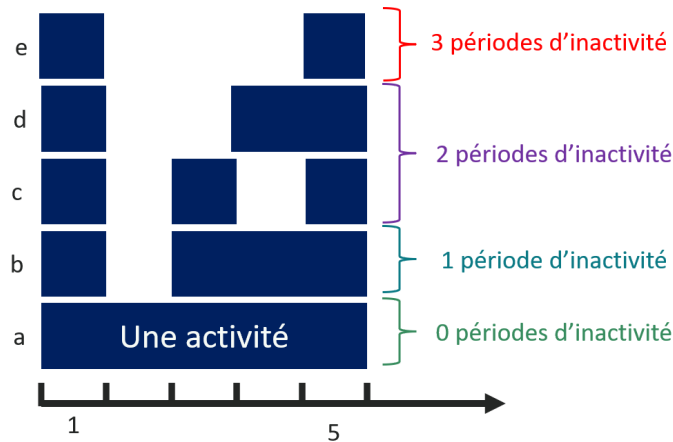


FIGURE 4.4 Préemptions par allocation d'énergie nulle

4.4 Modèle mathématique

Vu la possibilité de formuler la préemption de deux façons différentes, nous proposons dans ce qui suit deux formulations du modèle mathématique.

4.4.1 Notations de la formulation A

Les Tableaux 4.1, 4.2 et 4.3 présentent respectivement les ensembles, les paramètres et les variables de la formulation A.

TABLEAU 4.1 Table des ensembles

Ensemble	Désignation
$\mathcal{I}$	ensemble de projets à planifier
$\mathcal{J}(i)$	ensemble d'activités dans un projet i
$\mathcal{H} = \{1, \dots, l\}$	horizon de planification
$\Psi = \bigcup_{i,j} \psi(i, j) = \bigcup_{i,j} \{1, \dots, \mu_{ij}\}$	ensemble des nombres maximales des sous-activités possibles pour les activités des projets considérées.
$\bar{\psi}(i, j) = \{\mu_1, \dots, \mu_{ij} - 1\}$	μ_{ij} est le nombre maximale permis des sous-activités de j du projet i .

TABLEAU 4.2 Table des paramètres

Paramètre	Description
ε_{ij}	durée minimale d'une sous-activité μ de j du projet i
ρ_{ij}	ratio de progression minimale sur l'activité j du projet i requise pour lancer l'activité suivante
p_{ij}	énergie nécessaire pour finaliser l'activité j du projet i
ds_i	date souhaitable pour finaliser le projet i
r_{jt}	énergie disponible pour réaliser l'activité j pendant la période t
η_m	énergie minimale à dépenser pendant une période
M_R	constante suffisamment grande pour majorer l'énergie allouée

TABLEAU 4.3 Table des variables

Variable	Domaine	Description
$E_{ij\mu}$	$\mathbb{N}^*$	date de fin de la sous-activité μ associée à l'activité j du projet i
N_{ijt}	$\mathbb{N}^*$	énergie allouée à l'activité j du projet i pendant la période t
$P_{ij\mu}$	$\mathbb{N}$	temps d'exécution de la sous-activité μ associée à l'activité j du projet i
$S_{ij\mu}$	$\mathbb{N}^*$	date de début de la sous-activité μ associée à l'activité j du projet i
$Y_{ij\mu}$	$\{0, 1\}$	égale à 1 si la sous-activité μ de j du projet i est de durée non nulle, 0 sinon
α_{ijt}	$\{0, 1\}$	égale à 1 si l'énergie dépensée à t sur l'activité j du projet i n'a pas encore satisfait le minimum de progression ρ_{ij} , 0 sinon
$X_{ij\mu t}$	$\{0, 1\}$	égale à 1 si la sous-activité μ associée à l'activité j du projet i est en train de s'exécuter à la période t , 0 sinon
Z_{ijt}	$\{0, 1\}$	égale à 1 pour exécuter l'activité j du projet i est en train de s'exécuter à la période t , 0 sinon
V_i	$\{0, 1\}$	égale à 1 si le projet i est en retard, 0 sinon

4.4.2 Notations de la formulation B

Nous gardons les mêmes notations des ensembles et paramètres pour les deux formulations A et B. De nouvelles variables de décision sont requises pour la deuxième formulation B et présentées par le Tableau 4.4.

TABLEAU 4.4 Table des variables

Variable	Domaine	Description
S_{ij}	$\mathbb{N}$	date de début de l'activité j du projet i
E_{ij}	$\mathbb{N}$	date de fin de l'activité j du projet i
B_{ijt}	$\{0, 1\}$	1 indique le début de l'activité j du projet i à t
F_{ijt}	$\{0, 1\}$	1 indique la fin de l'activité j du projet i à t
X_{ijt}	$[0, 1]$	ratio d'avancement de l'activité j du projet i à t
D_i	$\mathbb{N}$	retard de livraison du projet i
T_{ijt}	$\{0, 1\}$	1 indique que l'activité j du projet i à t progresse à un ratio strictement positif

4.4.3 Formulation de la fonction objectif

Le modèle doit minimiser les retards lorsqu'il est impossible de finir un projet i avant la date souhaitable. En cas de sous-capacité, le modèle doit minimiser les temps de réalisation des projets i .

Dans ce qui suit, nous commençons par présenter les formulations candidates pour la fonction objectif. Afin d'alléger l'écriture, nous noterons $E_{i|\mathcal{J}(i)|}$ comme la fin de la dernière activité du projet i . Pour les deux formulations proposées, il est possible d'adopter deux différentes fonctions objectif FO1 et FO2.

FO1

$$\min \sum_{i \in \mathcal{I}} 2E_{i|\mathcal{J}(i)|} - ds_i \cdot V_i \quad (4.1)$$

$$l * V_i \geq E_{i|\mathcal{J}(i)|} - ds_i, \forall i \in \mathcal{I} \quad (4.2)$$

$$-l * (1 - V_i) \leq E_{i|\mathcal{J}(i)|} - ds_i, \forall i \in \mathcal{I} \quad (4.3)$$

Les contraintes 4.2 et 4.3 dans FO1 activent les variables V_i pour indiquer les retards de livraison dans projets i .

FO 2

$$\min \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i|\mathcal{J}(i)|} + D_i \quad (4.4)$$

$$D_i \geq E_{i|\mathcal{J}(i)|} - ds_i, \forall i \in \mathcal{I} \quad (4.5)$$

$$D_i \geq 0, \forall i \in \mathcal{I} \quad (4.6)$$

La formulation de FO2 est équivalente à $\min \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i|\mathcal{J}(i)|} + \max(0, E_{i|\mathcal{J}(i)|} - ds_i)$

En adoptant une des formulations A ou B, il est possible d'utiliser une des deux fonctions objectifs accompagnées avec les contraintes associées à chaque formulation dans la section 4.4.3.

4.4.4 Formulation A

Cette formulation est inspirée de [25] qui permet de gérer le nombre de préemptions. Le modèle permet de spécifier le nombre exact de périodes sur lesquelles nous voulons étaler le travail pour les fins de gestion de la complexité qui d'une activité différente d'un projet à l'autre. Contrairement à [25], notre modèle permet aux ressources de travailler sur plus qu'un projet. Nous prévoyons aussi le chevauchement entre deux activités que se suivent autant que possible pour réduire davantage le makespan. Le modèle considère allouer l'énergie disponible afin d'achever toutes les activités à la place d'engager le personnel pendant des unités de temps. Aussi, si nous considérons que la charge de travail durant une activité spécifique varie selon des segments de périodes, il est possible de segmenter cette dernière en fonction de la variation d'énergie à dépenser. Avoir spécifié une durée minimale à écouler avant chaque interruption peut ajouter plus de complexité au modèle avec toute cette capacité de personnalisation (par paramétrage) mais aussi peut épargner l'entreprise des effets secondaires des préemptions.

Les contraintes sous la formulation A sont :

$$S_{ij(\mu+1)} \geq E_{ij\mu}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \bar{\psi}(i, j) \quad (4.7)$$

$$P_{ij\mu} \geq \varepsilon_{ij} Y_{ij\mu}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \psi(i, j) \quad (4.8)$$

$$Y_{ij\mu} \geq Y_{ij(\mu+1)}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \bar{\psi}(i, j) \quad (4.9)$$

$$l.Y_{ij\mu} \geq P_{ij\mu}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \psi(i, j) \quad (4.10)$$

$$E_{ij\mu} = P_{ij\mu} + S_{ij\mu}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \psi(i, j) \quad (4.11)$$

$$E_{ij\mu} \geq S_{ij(\mu+1)} - l.Y_{ij(\mu+1)}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \bar{\psi}(i, j) \quad (4.12)$$

$$S_{ij\mu} - t \leq l.(1 - X_{ij\mu t}), \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \psi(i, j), t \in \mathcal{H} \quad (4.13)$$

$$t - E_{ij\mu} + \eta \leq l.(1 - X_{ij\mu t}), \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \psi(i, j), t \in \mathcal{H} \quad (4.14)$$

$$\Sigma_{t \in \mathcal{H}} X_{ij\mu t} = P_{ij\mu}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), \mu \in \psi(i, j) \quad (4.15)$$

$$\Sigma_{\mu \in \psi(i, j)} X_{ij\mu t} = Z_{ijt}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.16)$$

$$\Sigma_i N_{ijt} \leq r_{jt}, \forall j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.17)$$

$$\Sigma_t N_{ijt} = p_{ij}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.18)$$

$$N_{ijt} - M_R \cdot Z_{ijt} \leq 0, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.19)$$

$$N_{ijt} \geq \eta_m - (1 - Z_{ijt}) * M_R, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.20)$$

$$\sum_{h=1}^t N_{ijh} \geq \rho_{ij} \cdot p_{ij} - \alpha_{ijt} p_{ij}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.21)$$

$$\sum_{h=1}^{t+1} N_{i(j+1)h} \leq p_{i(j+1)}(1 - \alpha_{ijt}), \forall i \in \mathcal{I}, j \in 1, \dots, |\mathcal{J}(i)| - 1, t \in \mathcal{H} \quad (4.22)$$

$$S_{ij1} \geq t * Z_{ij't}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H}, j > j' \quad (4.23)$$

$$E_{ij\mu_{ij}} \leq E_{i(j+1)\mu_{i(j+1)}}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in 1, \dots, |\mathcal{J}(i)| - 1 \quad (4.24)$$

Les contraintes 4.7 assurent la précédence et le non-chevauchement entre les sous-activités μ . L'ensemble des contraintes 4.8 empêchent le modèle de préempter une activité j d'un projet i avant d'écouler ε_{ij} unités de temps. Les contraintes 4.9 et 4.10 préfèrent que les sous-activités de durées nulles décidées par le modèle viennent à la fin et non pas au début ou au milieu. Les contraintes 4.11 calculent les dates de fin des sous-activités. Les contraintes 4.12 donnent des dates de début et de fin égales à la date de fin de la dernière sous-activité à durée non nulle. Les contraintes 4.13, 4.14 et 4.15 définissent les plages de temps associées aux sous-activités alors que celles 4.16 établissent les plages de temps où l'activité j dans un projet i est exécutée. Respecter des limites des ressources pour chaque période régit par

les contraintes 4.17. Ensuite celles de 4.18 garantissent la distribution de l'énergie de façon à satisfaire l'achèvement d'une activité. Les contraintes 4.19 désengagent les ressources hors les plages de travail. Les contraintes 4.20 définissent le minimum d'énergie à dépenser par période en exécutant en activité. Les contraintes 4.21 et 4.22 prévoient un chevauchement entre deux activités successives j et $succ(j)$ après avoir achevé un minimum de progression de ρ_{ij} dans j . Les contraintes 4.23 empêchent le chevauchement de deux activités qui ne sont pas directement successives. Finalement, les contraintes 4.24 assurent de finir une activité j d'un projet i avant de finir l'activité prochaine.

4.4.5 formulation B

Cette formulation est inspirée de [3] qui permet la préemption mais sans tenir compte de nombre maximal de suspension d'une activité. Cette formulation est une version plus forte que la formulation A proposée. En adoptant les notations définies pour la formulation B, les contraintes du problème peuvent être formulées comme suit :

$$\sum_{i=1}^{\mathcal{I}} p_{ij} * X_{ijt} \leq r_{jt}, \forall j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.25)$$

$$X_{ijt} \leq 1, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.26)$$

$$X_{ijt} \geq 0, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.27)$$

$$\sum_{t \geq 1} X_{ijt} = 1, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i) \quad (4.28)$$

$$S_{ij} = \sum_{t \geq 1} t B_{ijt}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i) \quad (4.29)$$

$$B_{ijt} \in \{0, 1\}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.30)$$

$$\sum_{t \geq 1} B_{ijt} = 1, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i) \quad (4.31)$$

$$F_{ijt} \in \{0, 1\}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.32)$$

$$\sum_{t \geq 1} F_{ijt} = 1, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i) \quad (4.33)$$

$$E_{ij} = 1 + \sum_{t \geq 1} t F_{ijt}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i) \quad (4.34)$$

$$X_{ijt} \leq \sum_{h=1}^t B_{ijh}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.35)$$

$$F_{ijt} \leq \sum_{h=1}^t X_{ijh}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.36)$$

$$B_{i(j+1)t} \leq 1 - \rho_{ij} + \sum_{h=1}^t X_{ijh}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in 1, \dots, |\mathcal{J}(i)| - 1, t \in \mathcal{H} \quad (4.37)$$

$$\sum_{h=1}^t F_{ijh} \geq 0.1 - \sum_{h \geq t+1} X_{ijh}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.38)$$

$$\sum_{h=1}^t X_{ijh} \geq 0.1 * \sum_{h=1}^t B_{ijh}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.39)$$

$$\sum_{h=1}^t X_{i(j+1)h} \leq \sum_{h=1}^t X_{ijh}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in 1, \dots, |\mathcal{J}(i)| - 1, t \in \mathcal{H} \quad (4.40)$$

$$T_{ijt} \geq X_{ijt}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.41)$$

$$T_{ijt} \leq 100 * X_{ijt}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.42)$$

$$T_{ijt} \in \{0, 1\}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.43)$$

$$\sum_{h=1}^t T_{ijh} \leq l * \sum_{h=1}^t B_{ijh}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i), t \in \mathcal{H} \quad (4.44)$$

$$\sum_{h \geq t} T_{ijh} \leq l * \sum_{h \geq t} F_{ijh}, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i) \quad (4.45)$$

$$E_{ij} - S_{ij} - \sum_{t \geq 1} T_{ijt} \leq \mu_{ij} - 1, \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{J}(i) \quad (4.46)$$

Les contraintes 4.25 permettent de respecter des limites des ressources pour chaque période régit par les contraintes. 4.26 et 4.27 définissent les ratios d'avancement pour toutes les activités et les projets. 4.28 garantissent la réalisation de toutes les activités. A travers les contraintes 4.29, nous définissons la date de début de l'activité j du projet i . Les contraintes 4.30 et 4.31 commencent une et une seule fois l'activité j du projet i alors que 4.32 et 4.33 finissent une et une seule fois l'activité j du projet i . 4.34 calculent la fin de l'activité j du projet i . 4.35 annoncent le début de l'activité j du projet i au premier ratio d'avancement strictement positif. 4.36 empêchent l'indication de la fin de l'activité j du projet i avant d'atteindre 100% d'avancement. Afin de prévoir un chevauchement entre deux activités successives après avoir achevé un minimum de progression défini par ρ_{ij} nous déclarons les contraintes 4.37. L'indication de la fin de l'activité j du projet i quand elle est satisfaite à 100% à travers les contraintes 4.38. Commencer l'activité j du projet i à son déclenchement (premier ratio strictement positif est supérieur à 10%) est assuré à travers les contraintes 4.39. Les activités doivent finir dans l'ordre chronologique adéquat 4.40. L'ensemble des contraintes 4.41, 4.42 et 4.43 indiquent les périodes avec un ratio d'avancement strictement positif. En addition, cette indication doit être possible seulement pendant la plage de réalisation de l'activité j du projet i , ce qui est traduit par 4.44 et 4.45. Finalement, nous limitons le nombre de préemptions à $\mu_{ij} - 1$ via les contraintes 4.46.

4.5 Conclusion

Ayant le modèle défini sous deux formulations possibles, le chapitre suivant a pour objectif d'étudier le comportement du modèle. Nous commençons par la description des données préparées, les métriques considérées et l'analyse de l'effet des paramètres sur la complexité des problèmes. Ensuite, nous étudions les comportements des deux formulations avant de donner des recommandations d'utilisation industrielle afin d'en tirer profit.

CHAPITRE 5 EXPÉRIMENTATION

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons une comparaison entre les formulations combinées avec les fonctions objectif et les paramètres d'expériences décrites. Cette comparaison est basée sur une résolution exacte et à l'optimalité de scénarios de problème de planification tout en considérant les données réelles de MECART. Nous cherchons à examiner l'impact de certains facteurs sur la complexité de la résolution ainsi que l'efficacité des modèles à optimiser la planification. Par la suite, nous proposons des recommandations d'utilisation.

5.2 Traitement des données

5.2.1 Description des données

Les formulations A et B sont implémentées avec IBM ILOG CPLEX Optimization Studio version 22.1 et sont résolues avec le solveur de programmation mathématique. Tous les tests sont réalisés avec une machine Intel® Core™ i9-13900HX, 2200 Mhz 32 GB de RAM.

Les modèles présentés sont testés sur des données réelles de l'industrie MECART. Les données des tests incluent l'ensemble des références de projets (label industriel auprès du département administratif), les dates souhaitables pour finir chacun de ces projets, les activités de chaque projet ainsi que ses prédécesseurs, les énergies estimées nécessaires pour finir les activités et les capacités en énergie disponibles pour assurer la terminaison des activités.

Les données fournies par MECART renferment 27 projets en état de progression : les énergies estimées pour assurer la terminaison des activités sont prises à l'état d'avancement au moment du prélèvement des données. Alors que la planification de certains projets de façon à respecter les dates souhaitables n'est pas faisable, les données sont considérées représentatives de l'information disponible aux responsables de gestion des projets. L'objectif est en général de placer les projets en cours d'exécution en minimisant les retards et en maximisant l'occupation des ressources. C'est dans le but d'être capable d'avoir une vision à long/moyen terme et de prendre des décisions de sous-traitance, des heures supplémentaires ou bien d'accepter des projets potentiels disponibles sur le marché.

Les projets de MECART sont généralement de cinq classes telles qu'elles sont décrites par le Tableau 5.1.

TABLEAU 5.1 Classification des projets chez MECART

% des projets	30	30	20	15	5
Revenues des projets	Faibles	Faibles	Moyens	Moyens	Élevés
Durée moyenne entre la conception et l'installation en semaines	18	23	28	31	38

La distribution de l'énergie à fournir pour finaliser un ensemble de projets est ainsi de grande variance que nous résumons dans le Tableau 5.2.

TABLEAU 5.2 Distribution des énergies en jour-homme (toutes les données de MECART)

	min	moyenne	max
Conception	0	20.45	154.5
Dessin	0	24.11	273
Machine	0	26.27	298.62
Soudure	0	31.44	356.88
Peinture	0	13.66	126.75
Finition	0	34.06	218.38

Nous remarquons que la plupart des projets ont des activités à faible énergie. Nous avons choisi de considérer les projets par leur ordre de grandeur. En d'autres termes, les projets qui consomment le plus d'énergie rentrent dans le portefeuille de l'entreprise en premier jusqu'à ce qu'on atteigne une taille de problème solvable en un temps satisfaisant.

5.2.2 Adaptation des données

Nous avons considéré trois jeux de données qui constituent respectivement des portefeuilles de 2, 4 et 15 projets. Ces jeux de données sont obtenus de façon que le nombre d'activités total et le volume de travail n'augmentent pas linéairement afin de voir le comportement du modèle face à différents niveaux de complexité. La Figure 5.1 représente le nombre d'activités et la répartition du travail pour ces trois différents portefeuilles (2 projets, 4 projets et 15 projets) dans les différents départements, à savoir, celui de conception, de dessin, de machine, de soudure, de peinture et de finition.

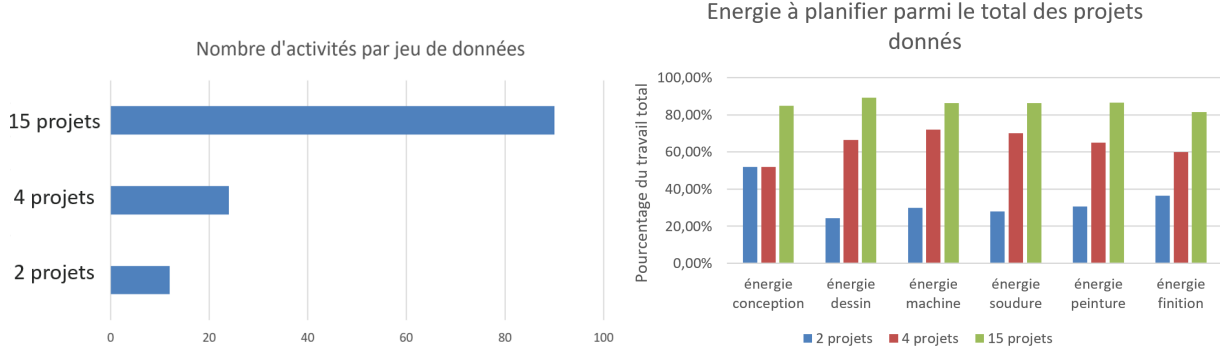


FIGURE 5.1 Description des données de test

5.2.3 Calcul de l'horizon de planification

Les deux formulations prévoient une allocation d'intensité variable d'énergie pour réaliser les activités. Par conséquent, la durée de chaque activité dépend essentiellement de l'énergie allouée, ce qui propose une infinité de distributions possibles. Il est intéressant d'estimer un voisinage d'horizon de planification avec les projets considérés et avec les capacités limitées : l'horizon de planification ne peut pas être plus petit que le makespan du projet qui a le volume de travail le plus important, soit : $\sum_{j,t} \max_i \frac{p_{ij}}{r_{jt}} \leq l$. Cependant, les projets sont en concurrence pour les ressources, donc la borne inférieure peut être incrémentée davantage de façon qu'elle permet une solution faisable. En tenant compte de l'infinité des possibilités d'allouer de l'énergie, il est plus commode d'utiliser des résolutions basées sur les règles des priorités pour estimer l'horizon le plus court permettant une solution réalisable. Alternativement, nous pouvons utiliser l'estimation naïve de la borne inférieure et recalibrer au besoin et selon la formulation pour obtenir l'horizon le plus court permettant de proposer une solution. L'avantage de resserrer l'horizon de planification ici est de diminuer le nombre de variables qui augmente linéairement avec l'étendue l de l'horizon. Pour la formulation A, l'horizon utilise est 40 semaines alors que celui de la formulation B est de 36 semaines.

5.3 Expérimentations

5.3.1 Objectifs de l'expérimentation

Nous voulons dans cette section annoncer explicitement les étapes à suivre afin d'atteindre les sous-objectifs 2 et 3 précisés dans la section 3.2. À cette fin, nous proposons de :

1. Étudier l'effet de la fonction objectif, de la formulation, des valeurs MC, MD et MF, du volume de travail et de la taille du portefeuille dans un premier lieu. Ensuite, nous comparons la sensibilité des modèles formés par les combinaisons de formulations et de fonctions objectif pour les valeurs MC, MD et MF (section 5.4.2).
2. Comparer la somme des retards et la date finale de livraison relativement aux modèles proposés afin d'évaluer leurs capacités d'optimiser la planification (section 5.4.3).
3. Discuter de l'utilité des préemptions permises pour obtenir des planifications plus compactes (section 5.4.3).

Les sections 5.4.3 et 5.5 critiquent l'utilisation des préemptions des modèles testés sur les données de MECART et illustrent aussi un exemple de comportement partagé de ces derniers pour enfin donner des recommandations d'utilisation (section 5.5).

5.3.2 Plan d'expériences

Nous proposons de tester quatre modèles (deux formulations avec deux fonctions objectif FO1 et FO2) avec les trois portefeuilles présentés par le Tableau 5.3 face à des scénarios différent de préemption.

TABLEAU 5.3 Tailles des portefeuilles de test

Portefeuille	Nombre d'activités	Énergie cumulée (en jour-homme)
2 projets	12	1343.46
4 projets	24	2616.21
15 projets	90	3463.5

Selon MECART, les préemptions pendant les activités de conception et de dessin parce qu'elles ne génèrent pas un encours matériel mais plutôt informationnel utile pour les activités à venir. De plus, les préemptions sont permises pendant la finition car tous les projets y sont prêts sous leurs formes modulaires et il n'y a pas d'étapes de production successives pour avoir des problèmes de stockage. Par contre, il n'est pas préférable d'avoir un stock matériel entre les activités de machine, soudure et peinture. Mais comme les préemptions génèrent des encours même au niveau de l'activité préemptée elle-même, les activités de machine, de soudure et de peinture ne sont pas permises à se préempter.

Nous proposons, donc, de considérer 27 scénarios associées aux combinaisons de différentes valeurs maximales de préemptions autorisées MC, MD et MF. Le Tableau 5.4 résume ces différents scénarios possibles.

TABLEAU 5.4 Scénarios associés aux valeurs maximales de préemptions autorisées par département

	MC	MD	MF
Valeurs possibles	0,1 et 2	0,1 et 2	0,1 et 2

Dans ce qui suit, nous nous consacrons à l'analyse de l'impact de l'énergie, du nombre de projets (c'est-à-dire le nombre d'activités aussi) et des préemptions sur le temps de résolution réalisé, sur la somme des retards et sur la date finale de livraison des projets.

5.4 Résultats

Pour commencer, nous pouvons voir les tailles des problèmes à résoudre pour les formulations proposées en dénombrant les variables utilisées avec chaque portefeuille. Le Tableau 5.5 permet de voir le nombre de variables binaires, entières et continues et leurs variations avec l'augmentation du nombre de projets.

Il est à noter que pour la formulation B, les nombres de variables dans les trois cas ne changent pas en variant le nombre de préemptions, alors que pour la formulation A, le nombre de variables du type entier et binaire dépend du nombre de sous-activités permises. Pour simplifier le dénombrement des variables, nous considérons le scénario avec le maximum de préemptions permises partout (c'est-à-dire, 3 sous-activités pour la formulation A et 2 préemptions pour la formulation B dans les trois départements de conception, de dessin et de finition) :

TABLEAU 5.5 Variables de décisions

Formulation	Fonction objectif	Portefeuille	Nombre de variables binaires	Nombre de variables entiers	Nombre de variables continues
A	OF2	2 projets	1224	74	960
A	OF2	4 projets	2448	148	1920
A	OF2	15 projets	9195	540	7200
A	OF1	2 projets	1224	72	960
A	OF1	4 projets	2452	144	1920
A	OF1	15 projets	9195	540	7200
B	OF2	2 projets	1260	38	1260
B	OF2	4 projets	2520	76	2520
B	OF2	15 projets	9450	285	9450
B	OF1	2 projets	1262	36	1260
B	OF1	4 projets	2524	72	2520
B	OF1	15 projets	9465	270	9450

Le nombre de variables binaires varie peu entre les différentes formulations avec un nombre de projets égal. Cependant, la formulation B a plus de variables continues et presque la moitié des variables entières que la formulation A avec le même nombre de projets. Nous pouvons voir immédiatement que la formulation B offre plus de relaxation que la formulation A, permettant à l'algorithme de CPLEX de réduire la complexité des problèmes à résoudre. Comme toutes les expériences sont résolues à l'optimalité, examiner le temps de résolution réalisé peut confirmer ce constat.

5.4.1 Analyse du Temps de Résolution (TR)

Le Tableau 5.6 rapporte les temps moyens de résolution pour chaque modèle (formulation, FO) testée avec les trois jeux de données de 2, 4 et 15 projets. Il est évident que le temps moyen de résolution augmente avec le nombre de projets.

TABLEAU 5.6 Temps de résolution en secondes pour les différents portefeuilles

	A		B	
	FO1	FO2	FO1	FO2
2 projets				
Temps TR moyen	0.33	0.32	0.49	0.46
4 projets				
Temps TR moyen	3.12	1.71	5.43	5.49
15 projets				
Temps TR moyen	2208.27	3337.65	1460.84	863.17
Toutes les données				
Temps TR moyen	737.24	1113.22	488.92	289.92
Écart type du temps TR	1531.24	2395.78	770.2	425.89
Max du temps TR	7370.08	12313.53	2717.41	1406.74

La fonction objectif FO1 arrive à l'optimalité souvent avant FO2 avec la formulation A et inversement avec la formulation B. Les temps moyens de résolution avec la formulation B sont plus réduits que ceux avec la formulation A. Aussi, la variation des temps de résolutions, pour la formulation A est plus importante qu'avec la formulation B. Nous pouvons observer que les temps de résolution avec la formulation B présentent une faible variation. Ceci peut s'expliquer par le fait que le masque utilisé implique un nombre de variables binaires qui varie peu et que le nombre de variables entières reste le même lorsque le nombre de préemptions autorisées varie. Cependant, la formulation A, qui gère les préemptions avec des sous-activités continues, utilise plus de variables entières et binaires chaque fois que le nombre de préemptions permises augmente.

Nous pouvons examiner analytiquement l'effet du nombre de préemptions, du nombre de projets et du volume total de travail dans les projets à planifier. Pour ce faire, nous procédons avec une régression linéaire résumée dans le Tableau 5.7 dont la variable cible est le temps de résolution réalisé en fonction des valeurs maximales de préemptions permises (MC, MD et MF), les formulations du modèle, les fonctions objectifs, le nombre de projets et le volume de travail à réaliser.

TABLEAU 5.7 Coefficients de la régression linéaire du temps TR en fonction des formulations, des préemptions permises, de l'énergie et de la taille de portefeuille

	Estimation	Erreur Std.	Valeur t	Pr(> t)
Ordonnée à l'origine	-320,88	302,36	-1,06	0,29
FO2	88,387	126,82	0,69	0,48
formulation : B	-535,91	126,82	-4,22	3,12E-05*
MC	133,34	77,66	1,71	0,08
MD	151,40	77,66	1,94	0,05
MF	279,09	77,66	3,59	0,37E-3*
Volume de travail	-0,31	0,15	-2,06	0,03
Nombre de projets	202,84	23,33	8,69	1,93E-16 *

Le Tableau 5.7 montre que :

- le volume de travail n'affecte pas significativement le temps de résolution,
- le temps de résolution augmente avec le nombre de projets,
- la formulation B consomme moins de temps de résolution : une bonne relaxation est offerte,
- les valeurs de MC, MD et MF affectent le temps de résolution, spécifiquement le MF soit le nombre maximal de préemptions permise en finition,

Étant donné que le temps de résolution est réduit pour les deux premiers portefeuilles (avec 2 et 4 projets), il est plus pertinent de se limiter aux scénarios résolus avec 15 projets afin d'examiner l'impact des formulations et des paramètres qui limitent la préemption (MC, MD et MF) sur la complexité des problèmes et donc sur le temps de résolution. Les mêmes scénarios sont pris en compte afin de comparer la qualité des solutions fournies par les différents modèles et fonctions objectifs. La figure 5.2 représente le nombre et le pourcentage des problèmes résolus, dans les intervalles de temps proposés en légende, pour chaque formulation et fonction objectif.

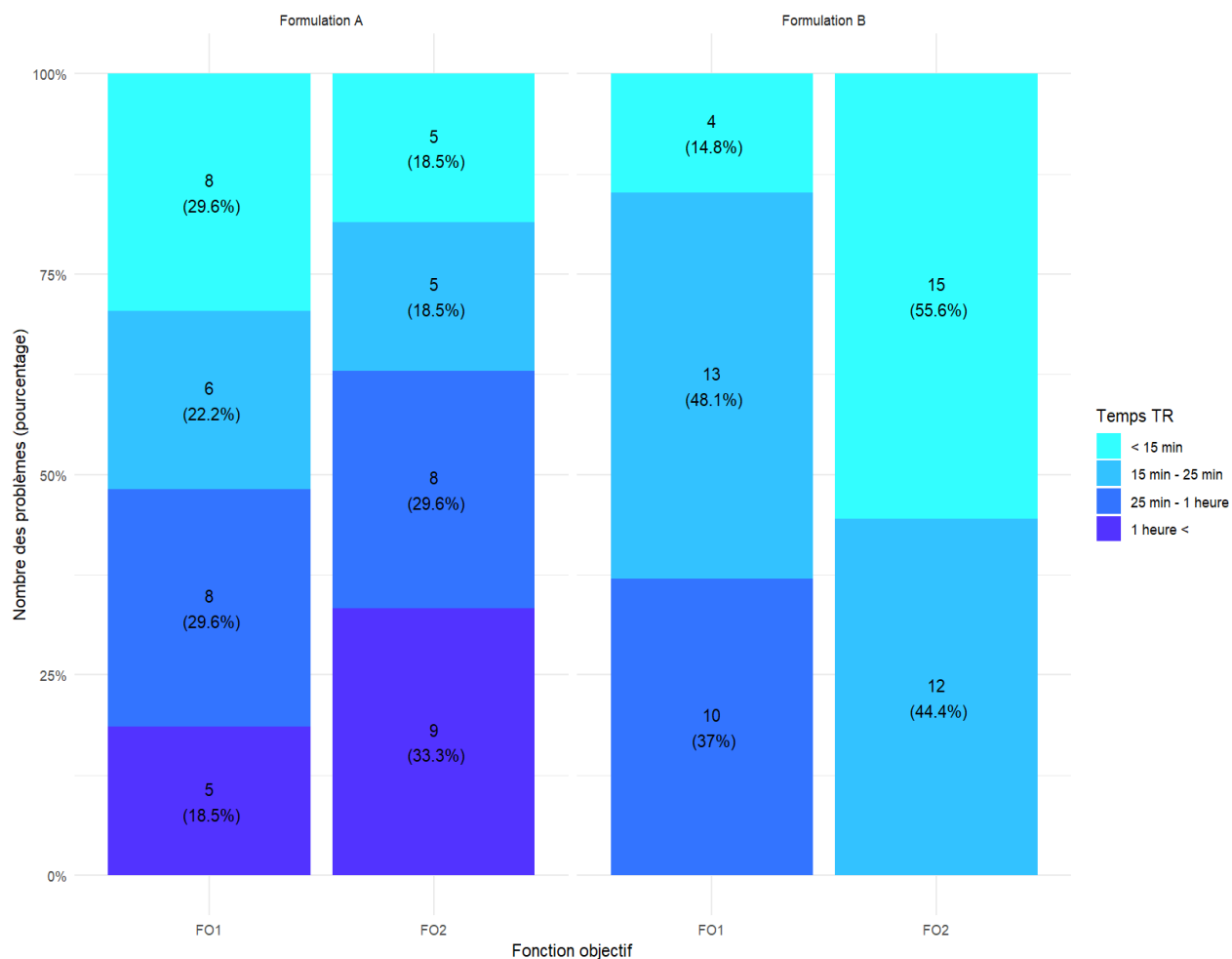


FIGURE 5.2 Temps de résolution et scénarios avec 15 projets planifiés

Certes, la formulation B est plus rapide à trouver une solution optimale avec un temps de résolution peu variable, mais il est aussi important de noter que 81% des problèmes sous la formulation B, et indépendamment de la fonction objectif, sont résolus en moins de 25 minutes. Le nombre de problèmes résolus dans le même intervalle est beaucoup plus petit avec la formulation A et 26% des problèmes sont résolus après 1 heure.

Nous pouvons nous demander si les facteurs MC, MD et MF ont un impact égal sur le temps de résolution pour les formulations proposées. En observant le temps moyen de résolution des différents scénarios, nous constatons que la formulation B est peu sensible à ces derniers. Par contre, ces facteurs avec des valeurs supérieures font remarquablement augmenter le temps de résolution des scénarios sous la formulation A et spécifiquement avec OF2 comme fonction objectif.

En général, il n'y a pas de facteur parmi MC, MD et MF qui a plus d'effet que les autres, mais c'est la formulation des contraintes et la fonction objectif qui ont essentiellement un effet significatif sur le temps de résolution. Ces observations sont visibles sur la Figure 5.3, qui présente le temps de résolution TR en fonction de la formulation, de la fonction objectif et des valeurs MC, MD et MF.

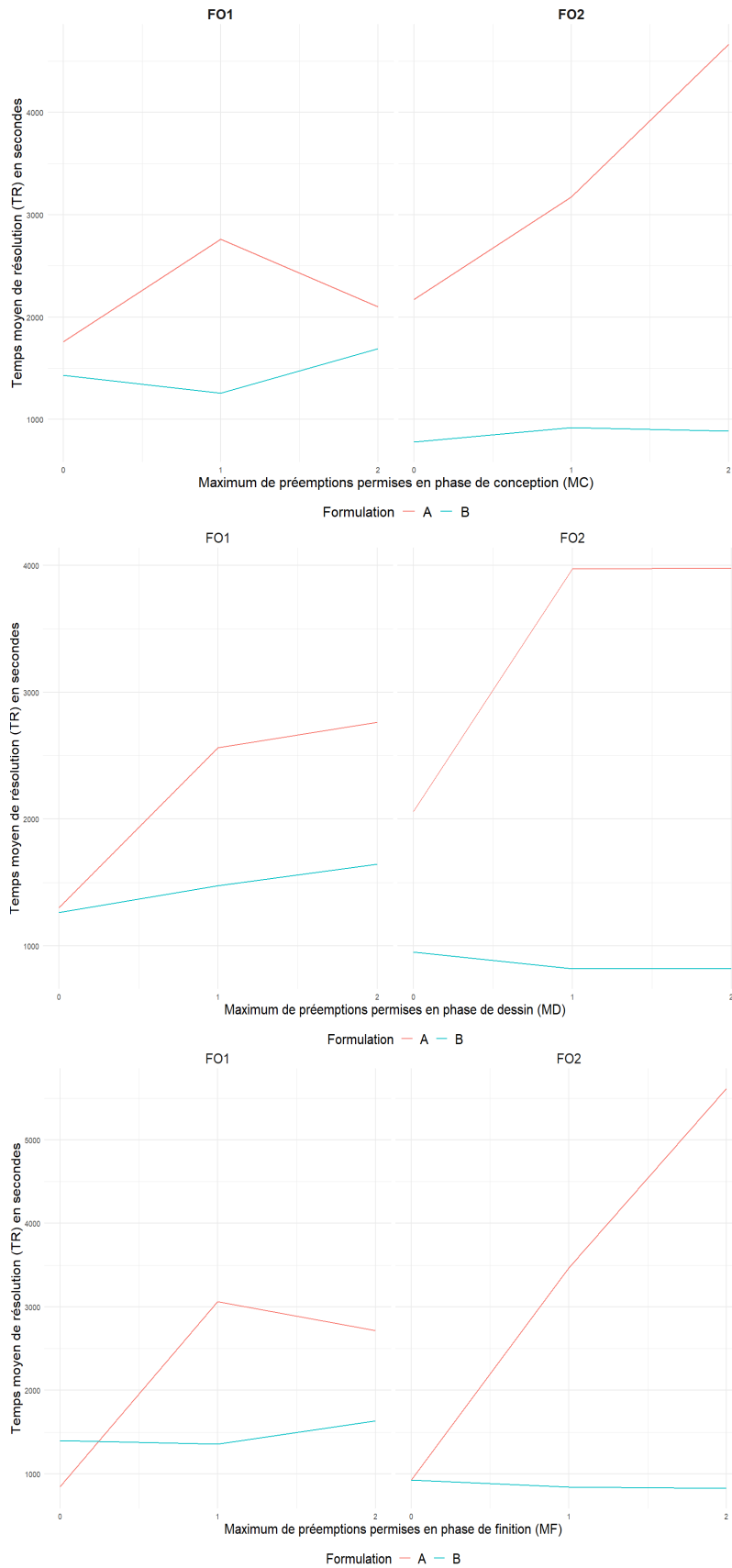


FIGURE 5.3 Effet des facteurs MC, MD et MF sur le temps de résolution moyen

5.4.2 Impact des deux formulations sur la planification

Les formulations A et B présentent des différences qui impactent non seulement le temps de résolution et l'effet des paramètres de préemption (MC, MD et MF), mais aussi les sommes de retards et le makespan global. Afin de comparer une formulation A avec la formulation B, nous définissons $P_{An-Bm} = 100 \times \frac{P_{An}-P_{Bm}}{P_{An}}$ comme le pourcentage d'amélioration de P de la formulation A à la formulation B, où n et m prennent la valeur 1 pour la fonction objectif OF1 utilisée et la valeur 2 pour la fonction objectif OF2. Le pourcentage P est calculé en termes de somme des retards ou bien de makespan global soit, la date finale de livraison de tous les projets.

Le Tableau 5.8 présente les pourcentages P moyens sur les 27 scénarios résolus pour un portefeuille de 15 projets.

TABLEAU 5.8 Comparaison du pourcentage d'amélioration entre les deux formulations avec les deux fonctions objectif adoptées

	Somme des retards	Makespan global
P_{A1-A2}	0	0
P_{A1-B1}	40.2	10.16
P_{A1-B2}	40.2	12.8
P_{A2-B1}	40.2	10.16
P_{A2-B2}	40.2	12.8
P_{B1-B2}	0	2.89

En général, la formulation B réussit le plus souvent à réduire le makespan global et la somme des retards. Ceci peut être expliqué par la possibilité de la formulation B (impulsionnelle) à exploiter les fractions de la semaine (unité élémentaire de planification) contrairement à la formulation A. En d'autres termes, quand une activité finit en quelques jours de la semaine, il est possible de planifier le début de l'activité suivante dans les jours restants de la semaine avec la formulation B alors qu'avec la formulation A, l'activité suivante doit être planifiée la semaine d'après. Par conséquent, bien que l'unité élémentaire de planification soit la semaine, la formulation B réussit à ne pas laisser de gap entre les activités qui se suivent.

La Figure 5.4 représente deux planifications sous les formulations A et B et avec la fonction

objectif OF2 . Nous remarquons que la formulation A étale les activités sur des semaines consécutives quoique le volume du travail total des activités nécessite moins d'une semaine.

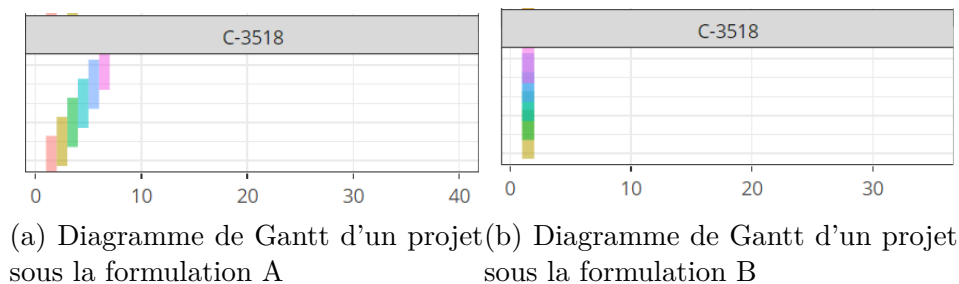


FIGURE 5.4 Exploitation des fractions de l'unité de planification

De l'autre côté, la définition des relations de précédence des activités dans la formulation A nécessite qu'une semaine ne contienne pas plus qu'une activité d'un même projet. Il est fréquent qu'une activité se réalise pendant n périodes (ou semaines) et une fraction de semaine. Ceci permet d'augmenter les dates de livraison.

Dans ce qui suit, nous discutons de l'utilité des préemptions permises pour obtenir des planifications plus compactes.

5.4.3 Utilité des préemptions pendant les activités de production

Les projets à planifier se composent d'un nombre d'activités égal, qui se suivent dans un mode flowshop simple. Alors qu'en général, les préemptions donnent l'opportunité de trouver un emploi du temps plus compact, il est légitime de poser la question suivante : si un modèle d'ordonnancement est permis de réaliser des préemptions que, souvent, il n'utilise pas, pouvons-nous réduire la limite des préemptions dans certains cas afin de réduire la complexité du problème ?

La réponse à la question n'est pas évidente puisqu'elle est liée aux données utilisées, ce qui signifie qu'il n'y a pas de réponse générale. En revanche, nous pouvons examiner ce qui arrive en utilisant les jeux de données préparées pour les expériences afin de tirer des conclusions. La Figure 5.5 présente le nombre de préemptions réalisées dans tous les projets pour les trois jeux de données, chaque département et pour les valeurs limites de préemptions utilisées. Nous constatons que les nombres de préemptions réalisées sont plus élevés pendant les activités de conception et de dessin. Que nous permettons des préemptions pendant la finition ou non, les deux formulations A et B trouvent rarement qu'il est utile de suspendre les activités.

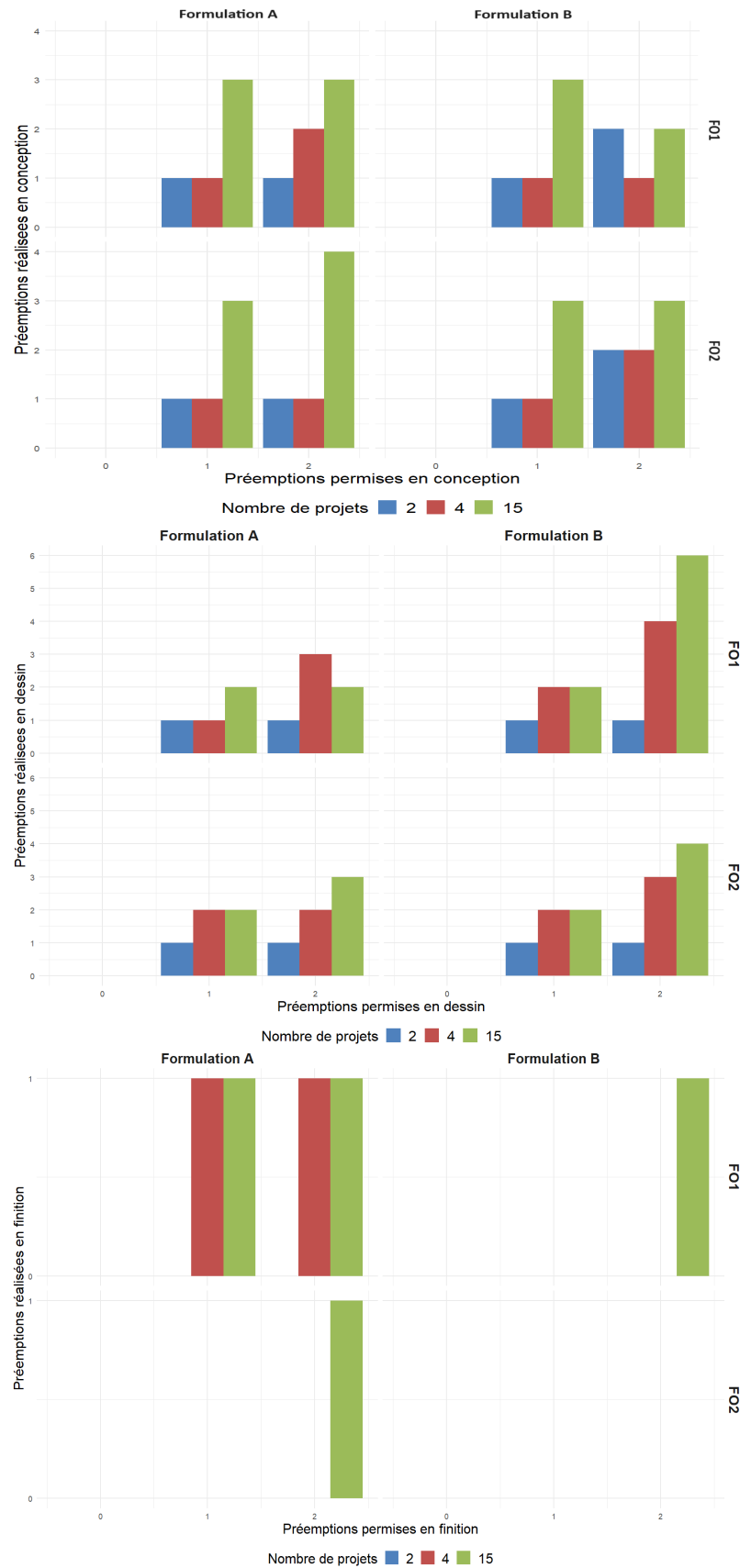


FIGURE 5.5 Préemptions réalisées et permises par département

Ceci peut s'expliquer par le fait que, à l'exception des quatre premiers projets qui sont volumineux, tout autre projet a un faible volume de travail. Par conséquent, les projets, en considérant leurs dates souhaitables de livraison, sont soit livrables à temps soit toujours en retard, et alors les formulations proposées n'utilisent les préemptions que pour réduire le makespan de chaque projet. Donc, il y a peu d'utilité de suspendre l'activité finale puisqu'elle va étendre la date de livraison du projet.

Il est important de dire que ce n'est pas général d'avoir des projets qui sont toujours livrables en retard ou à temps seulement. Les préemptions, donc, pourraient être plus utiles pour minimiser la somme des retards et des dates de livraison.

Utilisation des préemptions

L'objectif de permettre les préemptions est de chercher la possibilité de réduire davantage les délais des livraisons sans trop abuser afin de maintenir une bonne productivité. Selon le cas, il n'est pas toujours avantageux de préempter des activités et lancer d'autres mais, à la place, les réaliser en continu. Il est aussi possible d'avoir des solutions multiples de même qualité non seulement sans ou avec préemptions mais aussi avec le même nombre de préemptions mais avec des emplois du temps différents.

Dans l'exemple illustré par la Figure 5.6, nous remarquons qu'avec la formulation B et la fonction objectif OF2, il est possible de voir que deux planifications différentes des activités de production, sans ou avec préemption, peuvent mener vers la même valeur de fonction objectif (somme des retards et makespan des projets), mais aussi avec une variation du makespan global.

Dans cet exemple, les deux derniers projets (C-3500 et C-3512) sont réalisés en continu dans la même semaine : les activités requièrent une très faible énergie pour se terminer et il est inutile de les préempter. Les trois premiers projets (C-3352 Phase 2, C-3417 et C-3475) ne sont pas faisables à temps de toute façon. Suspendre l'activité de dessin dans C-3417 permet d'offrir plus d'intensité de travail en dessin pour les projets C-3352 Phase 2 et C-3475 où les durées sont raccourcies par rapport à la réalisation des projets sans préemptions.

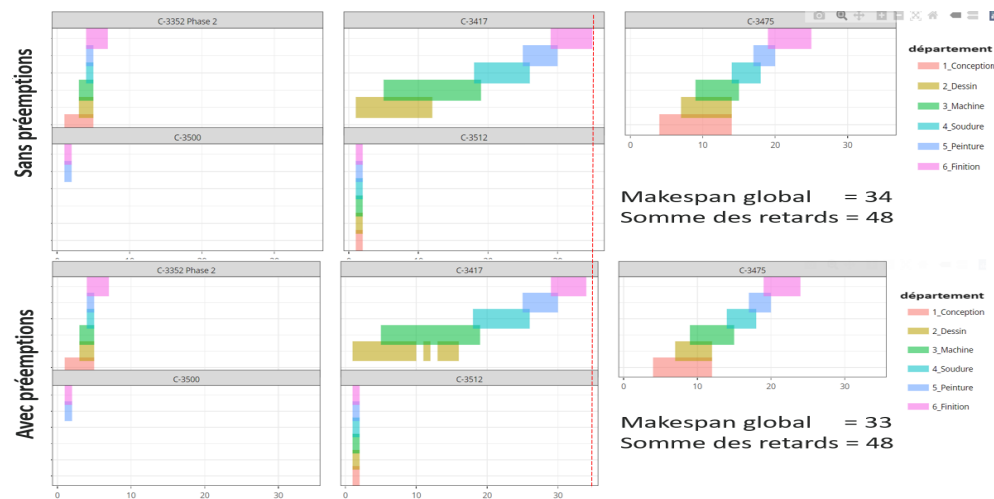


FIGURE 5.6 Solutions équivalentes et différentes avec et sans préemptions

Dans la Figure 5.7, nous distinguons le nombre de préemptions réalisées et permises pour les trois jeux de données. Il est évident qu'avec plus de projets à planifier, le nombre moyen de préemptions réalisées augmente. Aussi, le nombre moyen de préemptions réalisées augmente chaque fois que nous permettons plus de préemptions dans les trois activités de production.

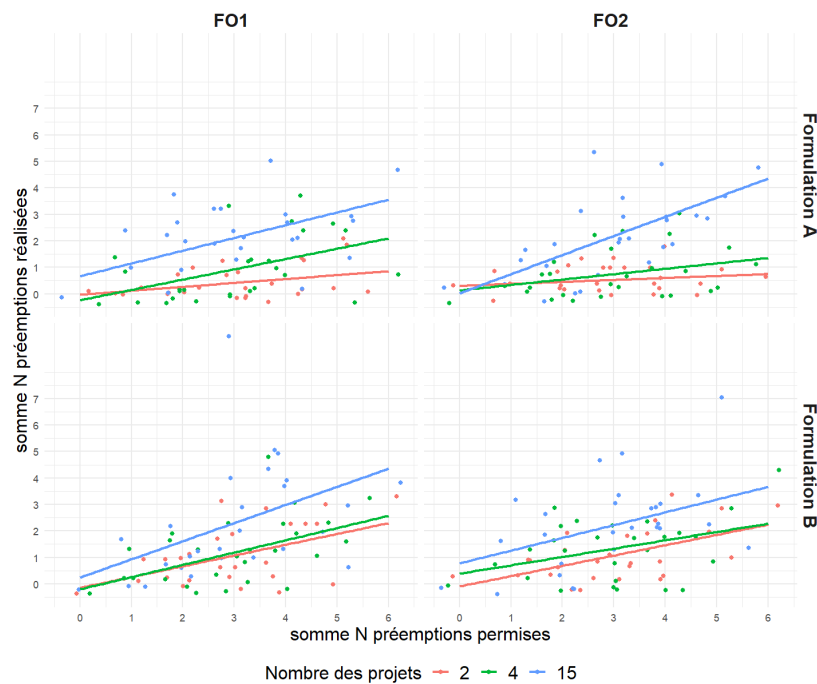


FIGURE 5.7 Préemptions totales permises et réalisées

Bien que cela ne fasse pas partie de l'intérêt de ce projet, il est intéressant de noter que les deux formulations peuvent changer le comportement en préemption avec une variation des ressources disponibles ou en donnant plus de priorité à des projets spécifiques. En effet, que ce soit un manque de ressources ou une priorité élevée, c'est toujours une pénalisation qui se rajoute dans la fonction objectif associée au projet le plus urgent. Ceci fait que les préemptions arrivent souvent dans les autres projets afin d'assurer la continuité du projet prioritaire ou avec la date souhaitable la plus serrée et le finir le plus tôt possible.

5.5 Implications managériales

Pour n'importe quelle formulation à utiliser, l'entreprise est supposée mettre à jour, régulièrement, l'état d'avancement de la réalisation des projets afin d'avoir les charges actuelles et mettre à jour le système d'information. Une planification est résolue avec un horizon fixe : il est nécessaire de relancer la planification pour avoir celle de la période hors de l'horizon donné.

Dans les deux formulations proposées, nous supposons que les capacités des départements, responsables d'assurer les activités de chaque projet, sont fixes et nous les quantifions en jour-homme / semaine afin de permettre une allocation variable de volume de travail tout en respectant les capacités des ressources. À l'implémentation, le paramètre r_{kj} est tout simplement substitué par r_j qui désigne la capacité disponible au sein de chaque département. En revanche, il est possible qu'en réalité, nous fassions appel à des ressources externes, nous voulons étudier des décisions d'augmenter les ressources ou prévoir les vacances des opérateurs pendant l'horizon actuel de planification : dans ce cas, la définition des ressources par r_{kj} permet de créer un profil de ressources variables respectant un calendrier spécifique.

Parfois, il est préférable de contrôler les préemptions. En effet, en plus du nombre maximal des préemptions que l'on peut préciser, MECART peut être en besoin de contrôler le nombre minimal de semaines de travail continu sur la même activité. C'est-à-dire, ne pas interrompre une activité d'un même projet avant d'avoir y passé un nombre minimal de semaines en continu. La formulation A prévoit ce type de contrôle en fixant la ou les longueurs minimales des sous-activités continues, tandis que les périodes qui séparent ces dernières sont des périodes d'interruption de l'activité. La formulation B, par contre, réalise les préemptions en allouant une énergie nulle pendant une ou plusieurs périodes, sans contrôler quand il est permis de le faire. Par conséquent, il n'est pas possible de contrôler les durées minimales à respecter avant de suspendre une activité.

Aussi, l'entreprise préfère souvent préciser le nombre de semaines pendant lesquelles les activités sont desservies afin de mieux gérer l'allocation de l'énergie disponible aux activités : c'est dans le but d'éviter de finir une activité dans de courts délais mais avec l'engagement total des ressources à un seul projet par exemple.

Souvent, il y a des projets dont les activités elles-mêmes varient en complexité au cours de leur progression. Les préemptions sont préférables lorsqu'elles séparent les sous-activités de complexité homogène. Cependant, dans les deux formulations proposées, la planification ne tient pas compte des détails fins de productions et de leur complexité. Pour cette raison, il est toujours préférable de contrôler la segmentation des activités, comme c'est le cas dans la formulation A.

Finalement, nous pouvons nous demander s'il est possible de dépasser les limites de la formulation A pour avoir le maximum de contrôle sur la planification. Bien évidemment, la complexité qui vient de la formulation est toujours présente. Cependant, la formulation A pourrait être utile quand les activités à planifier sont toutes d'énergies de l'ordre d'une à plusieurs semaines de travail pour un opérateur. En d'autres termes, si nous sommes libres à choisir le paramètre d'énergie minimale η_m à dépenser par semaine d'un ordre occupant un opérateur à réaliser une activité toute la période, la formulation A peut être plus efficace en exploitant ses fractions. Plus loin, il est possible d'utiliser les deux formulations en parallèle pour planifier des projets de grandeurs homogènes et ajuster les paramètres convenablement.

5.6 Conclusion

L'analyse des résultats montre que la formulation B donne plus de relaxation que la formulation A. La formulation A est plus rapide à trouver des solutions avec la FO1 qu'avec la FO2. Augmenter les limites des préemptions permises aux département de conception, de dessin et de finition peut impacter significativement le temps de résolutions pour la formulation A contrairement à la formulation B où le temps de résolution semble insensible à ces facteurs. Les deux formulations peuvent être utilisées dans des contextes selon les préférences de l'entreprise pour avoir des solutions exactes. Enfin, il est possible d'avoir plusieurs solutions de même qualité. Le décideur pourrait choisir la proche de ses préférences et l'adapter.

CHAPITRE 6 CONCLUSION

Ce projet a été réalisé dans le but de fournir à notre partenaire industriel, MECART, les outils nécessaires pour acquérir la flexibilité et l'agilité requises dans la planification de ses projets à moyen terme. La production selon un modèle Engineering-To-Order (ETO) introduit des défis significatifs en termes de planification optimisée et détaillée, principalement en raison de l'incertitude liée aux nouveaux projets et à la déviation entre la planification prévue et l'état actuel. Conformément aux études [1, 2], plusieurs industries tendent à subdiviser le problème complexe de la planification de production en problèmes de planification à chaque niveau hiérarchique, sous contraintes de communication verticale (directives et retours), afin d'assurer l'optimisation globale et la faisabilité à travers tous les niveaux.

6.1 Principales réalisations

Dans ce projet, notre intérêt était de fournir un outil d'aide à la décision à notre partenaire permettant la rationalisation de l'utilisation des ressources sur un horizon de moyen terme, en tenant compte des disponibilités des ressources. Cela permet l'engagement des ressources à faire progresser plusieurs projets simultanément tout en satisfaisant, au mieux, les délais souhaités par les clients. L'outil proposé devait prévoir une flexibilité au niveau des préemptions, d'une part, et respecter le sens de productivité, d'autre part. Par conséquent, alors que la préemption des activités implique généralement le chevauchement de certaines activités, dans ce travail, le chevauchement devait respecter les contraintes techniques, imposant un minimum d'avancement avant le début de l'activité successeur. De plus, trop de préemptions sont souvent considérées comme nuisibles à la productivité. Ceci nous a encouragés à adapter l'outil de façon à ne pas dépasser un certain nombre de préemptions au cours de chaque activité. Ceci représente clairement un défi, car prendre en compte tous ces aspects ne fait qu'augmenter la complexité de la résolution, au moment où nous voulons offrir autant de possibilités de contrôle sur la planification au décideur. Cependant, nous avons ciblé dans la littérature les différents modes par lesquels on peut réaliser une préemption et nous avons réussi à les adapter convenablement pour le contexte de problème P-RCMPSP avec préemption discrète et chevauchement conditionné. Dans ce projet, nous sommes parvenus à développer deux versions de l'outil de décision, que nous avons comparées en termes de temps de résolution réalisé, des paramètres les plus significatifs à impacter la complexité et leur variation avec la taille des problèmes à résoudre. Plus loin, nous avons également proposé une version qui permet non seulement de contrôler le chevauchement et

le nombre de préemptions admissibles, mais aussi la période de travail continue par activité avant de permettre sa suspension (basée sur la formulation A). Toute grande réalisation étant présentée, il était nécessaire de mentionner que notre outil prend en compte une intensité de travail variable, introduisant davantage de complexité. En effet, les durées des activités à réaliser ne sont plus connues à l'avance, et cela impacte la compétitivité des activités sur les ressources ainsi que les relations de précédence lorsque nous souhaitons conditionner le chevauchement.

6.2 Limites du projet

Concernant les limites, il est important de souligner que la version du modèle (basée sur la formulation A) qui offrait un plus grand contrôle présentait une utilisation moins efficace des portions de semaines, ces dernières étant considérées comme l'unité élémentaire d'horizon de planification. En outre, cette version démontrait une complexité accrue de résolution exacte à mesure que la taille du problème s'agrandissait et/ou que le nombre de préemptions limitées augmentait. Pour les deux formulations proposées, il s'avère difficile de contrôler la variation de l'énergie allouée ou de limiter l'énergie maximale à allouer par période et par projet, surtout avec l'extension de l'horizon de planification, ce qui a des conséquences directes. Cependant, et comme le montre l'étude [3], limiter l'énergie pourrait contribuer à réduire la variation de l'énergie sur l'ensemble de l'horizon de planification. Finalement, lorsque l'on fait intervenir des projets avec un volume de travail très variable, augmenter le nombre de préemptions peut contribuer à l'augmentation de la complexité du problème à résoudre, sans pour autant améliorer significativement la qualité de la solution, comme cela est discuté dans l'exemple de la section 5.4.3.

6.3 Perspectives de recherche

Ce projet, conjointement avec d'autres en cours de réalisation ou à venir, constitue une démarche de notre partenaire industriel MECART vers l'obtention d'un outil d'aide à la décision permettant une planification optimisée mais également flexible face aux changements inférés par le décideur via un système dynamique d'ajustement. La proposition de deux formulations linéaires dans ce projet offre l'avantage de faciliter l'accès au domaine de faisabilité convexe, permettant ainsi de se déplacer selon les préférences du gestionnaire. Un tel déplacement peut, ou non, légèrement dégrader la qualité de la planification pour s'ajuster aux nouvelles contraintes introduites de manière dynamique. Nous faisons référence ici à la technique du Mixed Initiative System (MIS). La démarche de MECART vise donc

à implémenter un modèle livrant une solution exacte de planification modifiable au sein de son domaine de faisabilité. De plus, cette solution doit anticiper les changements qui surviennent simultanément avec l'ajustement du décideur, s'avérant utiles pour les analyses de type "what-if".

En résumé, la démarche visant à disposer d'un tel outil est indispensable pour maintenir la traçabilité de la planification résultant du modèle. Ceci n'est pas seulement utile pour la visualisation et les analyses "what-if", mais aussi pour faciliter la transmission des instructions au niveau hiérarchique opérationnel. Finalement, cela permettrait d'affiner les estimations du travail nécessaire pour satisfaire les activités et de réduire l'écart entre la planification et l'avancement actuel.

RÉFÉRENCES

- [1] R. Klein, *Scheduling of resource-constrained projects*. Springer Science & Business Media, 1999, vol. 10.
- [2] K. Neumann, C. Schwindt, J. Zimmermann *et al.*, “Project scheduling with time windows and scarce resources [electronic resource] : Temporal and resource-constrained project scheduling with regular and nonregular objective functions.”
- [3] A. Alfieri, T. Tolio et M. Urgo, “A project scheduling approach to production planning with feeding precedence relations,” *International Journal of Production Research*, vol. 49, n^o. 4, p. 995–1020, 2011.
- [4] P. Laborie, J. Rogerie, P. Shaw et P. Vilím, “Ibm ilog cp optimizer for scheduling : 20+ years of scheduling with constraints at ibm/ilog,” *Constraints*, vol. 23, p. 210–250, 2018.
- [5] F. Habibi, F. Barzinpour et S. Sadjadi, “Resource-constrained project scheduling problem : review of past and recent developments,” *Journal of project management*, vol. 3, n^o. 2, p. 55–88, 2018.
- [6] M. G. Sánchez, E. Lalla-Ruiz, A. F. Gil, C. Castro et S. Voß, “Resource-constrained multi-project scheduling problem : A survey,” *European Journal of Operational Research*, vol. 309, n^o. 3, p. 958–976, 2023.
- [7] L. Bianco et M. Caramia, “Minimizing the completion time of a project under resource constraints and feeding precedence relations : an exact algorithm,” *4OR*, vol. 10, p. 361–377, 2012.
- [8] C. Artigues, O. Koné, P. Lopez et M. Mongeau, “Mixed-integer linear programming formulations,” *Handbook on project management and scheduling vol. 1*, p. 17–41, 2015.
- [9] S. Quintanilla, P. Lino, Á. Pérez, F. Ballestín et V. Valls, “Integer preemption problems,” *Handbook on Project Management and Scheduling Vol. 1*, p. 231–250, 2015.
- [10] E. Nabipoor Afruzi, A. Aghaie et A. A. Najafi, “Robust optimization for the resource-constrained multi-project scheduling problem with uncertain activity durations,” *Scientia Iranica*, vol. 27, n^o. 1, p. 361–376, 2020.
- [11] M. Kannimuthu, B. Raphael, P. Ekambaram et A. Kuppuswamy, “Comparing optimization modeling approaches for the multi-mode resource-constrained multi-project scheduling problem,” *Engineering, Construction and Architectural Management*, vol. 27, n^o. 4, p. 893–916, 2020.
- [12] M. Tian, R. J. Liu et G. J. Zhang, “Solving the resource-constrained multi-project scheduling problem with an improved critical chain method,” *Journal of the Operational*

- Research Society*, vol. 71, n°. 8, p. 1243–1258, 2020.
- [13] C. K. uğur satıç, Peter Jacko, “Performance evaluation of scheduling policies for the dynamic and stochastic resource-constrained multi-project scheduling problem,” *International Journal of Production Research*, vol. 60, n°. 4, p. 1411–1423, 2020.
 - [14] H. Chen, G. Ding, J. Zhang et S. Qin, “Research on priority rules for the stochastic resource constrained multi-project scheduling problem with new project arrival,” *Computers & Industrial Engineering*, vol. 137, p. 106060, 2019.
 - [15] X. Wang, Q. Chen, N. Mao, X. Chen et Z. Li, “Proactive approach for stochastic rcmpsp based on multi-priority rule combinations,” *International Journal of Production Research*, vol. 53, n°. 4, p. 1098–1110, 2015.
 - [16] C. Schwindt et T. Paetz, “Continuous preemption problems,” *Handbook on Project Management and Scheduling Vol. 1*, p. 251–295, 2015.
 - [17] A. A. B. Pritsker, L. J. Waiters et P. M. Wolfe, “Multiproject scheduling with limited resources : A zero-one programming approach,” *Management science*, vol. 16, n°. 1, p. 93–108, 1969.
 - [18] J. Tian, X. Dong et S. Han, “Optimizing for a resource-constrained multi-project scheduling problem with planned resource unavailability,” dans *2018 3rd International conference on modelling, simulation and applied mathematics (MSAM 2018)*. Atlantis Press, 2018, p. 243–248.
 - [19] Q. Hao, W. Shen, Y. Xue et S. Wang, “Task network-based project dynamic scheduling and schedule coordination,” *Advanced Engineering Informatics*, vol. 24, n°. 4, p. 417–427, 2010.
 - [20] H. Davari Ardakani et A. Dehghani, “Multi-objective optimization of multi-mode resource-constrained project selection and scheduling problem considering resource leveling and time-varying resource usage,” *International Journal of Supply and Operations Management*, vol. 9, n°. 1, p. 34–55, 2022.
 - [21] S. G. Tayyar, J. Lamothe et L. Dupont, “Genetic algorithm for generalized resource constrained multi project scheduling problem integrated with closed loop supply chain planning,” dans *2016 IEEE International conference on industrial engineering and engineering management (IEEM)*. IEEE, 2016, p. 1683–1687.
 - [22] B. Joo et P. Chua, “Multimode resource-constrained multi-project scheduling with ad hoc activity splitting,” dans *2017 IEEE International conference on industrial engineering and engineering management (IEEM)*. IEEE, 2017, p. 2261–2265.
 - [23] V. A. Hauder, A. Beham, S. Raggl, S. N. Parragh et M. Affenzeller, “Resource-constrained multi-project scheduling with activity and time flexibility,”

- Computers & Industrial Engineering*, vol. 150, p. 106857, 2020.
- [24] M. Vanhoucke, E. Demeulemeester et W. Herroelen, “Discrete time/cost trade-offs in project scheduling with time-switch constraints,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 53, n°. 7, p. 741–751, 2002.
 - [25] F. Ballestín, V. Valls et S. Quintanilla, “Scheduling projects with limited number of preemptions,” *Computers & Operations Research*, vol. 36, n°. 11, p. 2913–2925, 2009.
 - [26] J. Cheng, J. Fowler, K. Kempf et S. Mason, “Multi-mode resource-constrained project scheduling problems with non-preemptive activity splitting,” *Computers & Operations Research*, vol. 53, p. 275–287, 2015.
 - [27] J. Homberger, “A multi-agent system for the decentralized resource-constrained multi-project scheduling problem,” *International Transactions in Operational Research*, vol. 14, n°. 6, p. 565–589, 2007.
 - [28] T. S. Kyriakidis, G. M. Kopanos et M. C. Georgiadis, “Milp formulations for single-and multi-mode resource-constrained project scheduling problems,” *Computers & chemical engineering*, vol. 36, p. 369–385, 2012.
 - [29] H. Amirian et R. Sahraeian, “Solving a grey project selection scheduling using a simulated shuffled frog leaping algorithm,” *Computers & Industrial Engineering*, vol. 107, p. 141–149, 2017.
 - [30] W. Hu, H. Wang, C. Peng, H. Wang, H. Liang et B. Du, “An outer–inner fuzzy cellular automata algorithm for dynamic uncertainty multi-project scheduling problem,” *Soft Computing*, vol. 19, p. 2111–2132, 2015.
 - [31] J. C. Zapata, B. M. Hodge et G. V. Reklaitis, “The multimode resource constrained multiproject scheduling problem : Alternative formulations,” *AIChE Journal*, vol. 54, n°. 8, p. 2101–2119, 2008.
 - [32] S. Gholizadeh-Tayyar, L. Dupont, J. Lamothe et M. Falcon, “Modeling a generalized resource constrained multi project scheduling problem integrated with a forward-backward supply chain planning,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 49, n°. 12, p. 1283–1288, 2016.
 - [33] F. Li, Z. Xu et H. Li, “A multi-agent based cooperative approach to decentralized multi-project scheduling and resource allocation,” *Computers & Industrial Engineering*, vol. 151, p. 106961, 2021.
 - [34] F. Fu et H. Zhou, “A combined multi-agent system for distributed multi-project scheduling problems,” *Applied Soft Computing*, vol. 107, p. 107402, 2021.
 - [35] M. Suresh, P. Dutta et K. Jain, “Resource constrained multi-project scheduling problem with resource transfer times,” *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, vol. 32,

- n°. 06, p. 1550048, 2015.
- [36] D. Krüger et A. Scholl, “Managing and modelling general resource transfers in (multi-) project scheduling,” *OR spectrum*, vol. 32, n°. 2, p. 369–394, 2010.
 - [37] M. Van Den Eeckhout, M. Vanhoucke et B. Maenhout, “A column generation-based diving heuristic to solve the multi-project personnel staffing problem with calendar constraints and resource sharing,” *Computers & Operations Research*, vol. 128, p. 105163, 2021.
 - [38] S. Hartmann et D. Briskorn, “An updated survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem,” *European Journal of operational research*, vol. 297, n°. 1, p. 1–14, 2022.
 - [39] R. Kolisch et C. Heimerl, “An efficient metaheuristic for integrated scheduling and staffing it projects based on a generalized minimum cost flow network,” *Naval Research Logistics (NRL)*, vol. 59, n°. 2, p. 111–127, 2012.
 - [40] M. Rostami et M. Bagherpour, “A lagrangian relaxation algorithm for facility location of resource-constrained decentralized multi-project scheduling problems,” *Operational Research*, vol. 20, p. 857–897, 2020.
 - [41] Y. He, Z. He et N. Wang, “Tabu search and simulated annealing for resource-constrained multi-project scheduling to minimize maximal cash flow gap,” *Journal of Industrial & Management Optimization*, vol. 17, n°. 5, 2021.
 - [42] A. Lova, C. Maroto et P. Tormos, “A multicriteria heuristic method to improve resource allocation in multiproject scheduling,” *European journal of operational research*, vol. 127, n°. 2, p. 408–424, 2000.
 - [43] S. O. Kim et M. J. Schniederjans, “Heuristic framework for the resource constrained multi-project scheduling problem,” *Computers & operations research*, vol. 16, n°. 6, p. 541–556, 1989.
 - [44] J. Qiao et Y. Li, “Resource leveling using normalized entropy and relative entropy,” *Automation in Construction*, vol. 87, p. 263–272, 2018.
 - [45] J. Rieck et J. Zimmermann, “Exact methods for resource leveling problems,” *Handbook on Project Management and Scheduling Vol. 1*, p. 361–387, 2015.
 - [46] C. Verbeeck, V. Van Peteghem, M. Vanhoucke, P. Vansteenwegen et E.-H. Aghezzaf, “A metaheuristic solution approach for the time-constrained project scheduling problem,” *OR spectrum*, vol. 39, p. 353–371, 2017.
 - [47] N. Zoraghi, A. Shahsavar, B. Abbasi et V. Van Peteghem, “Multi-mode resource-constrained project scheduling problem with material ordering under bonus–penalty policies,” *Top*, vol. 25, p. 49–79, 2017.

- [48] J. Dumond, “In a multi-resource environment, how much is enough?” *THE INTERNATIONAL JOURNAL OF PRODUCTION RESEARCH*, vol. 30, n°. 2, p. 395–410, 1992.
- [49] D. B. Bock et J. H. Patterson, “A comparison of due date setting, resource assignment, and job preemption heuristics for the multiproject scheduling problem,” *Decision Sciences*, vol. 21, n°. 2, p. 387–402, 1990.
- [50] J. F. Gonçalves, J. J. de Magalhães Mendes et M. G. Resende, “The basic multi-project scheduling problem,” *Handbook on project management and scheduling vol. 2*, p. 667–683, 2015.
- [51] J. Li et W. Liu, “A hybrid genetic algorithm for the resource constrained multi-project scheduling problem,” dans *2005 IEEE Conference on emerging technologies and factory automation*, vol. 2. IEEE, 2005, p. 6–pp.
- [52] S. Xin, Q. Su, Q. Wang et Q. Wang, “Optimization of resource-constrained multi-project scheduling problem based on the genetic algorithm,” dans *2018 15th International conference on service systems and service management (ICSSSM)*. IEEE, 2018, p. 1–6.
- [53] R. u. Mohanty et M. Siddiq, “Multiple projects-multiple resources-constrained scheduling : some studies,” *The International Journal of Production Research*, vol. 27, n°. 2, p. 261–280, 1989.
- [54] L. L. C.-Y. Lee, “Annals of operations research,” *The International Journal of Production Research*, vol. 102, n°. .1/4, p. 287–307, 2001.
- [55] S. Issa et Y. Tu, “Integrated multi-resource planning and scheduling in engineering project,” *Journal of Project Management*, vol. 2, n°. 1, p. 11–26, 2017.
- [56] S. B. Issa, R. A. Patterson et Y. Tu, “Solving resource-constrained multi-project environment under different activity assumptions,” *International Journal of Production Economics*, vol. 232, p. 107936, 2021.
- [57] J. Liu et M. Lu, “Robust dual-level optimization framework for resource-constrained multiproject scheduling for a prefabrication facility in construction,” *Journal of Computing in Civil Engineering*, vol. 33, n°. 2, p. 04018067, 2019.
- [58] B. Afshar-Nadjafi, “A solution procedure for preemptive multi-mode project scheduling problem with mode changeability to resumption,” *Applied computing and informatics*, vol. 14, n°. 2, p. 192–201, 2018.
- [59] V. Van Peteghem et M. Vanhoucke, “A genetic algorithm for the preemptive and non-preemptive multi-mode resource-constrained project scheduling problem,” *European Journal of Operational Research*, vol. 201, n°. 2, p. 409–418, 2010.

- [60] A. Naber et R. Kolisch, “Mip models for resource-constrained project scheduling with flexible resource profiles,” *European Journal of Operational Research*, vol. 239, n°. 2, p. 335–348, 2014.
- [61] D. Meignan, S. Knust, J.-M. Frayret, G. Pesant et N. Gaud, “A review and taxonomy of interactive optimization methods in operations research,” *ACM Transactions on Interactive Intelligent Systems (TiiS)*, vol. 5, n°. 3, p. 1–43, 2015.
- [62] S. Hamel, J. Gaudreault, C.-G. Quimper, M. Bouchard et P. Marier, “Human-machine interaction for real-time linear optimization,” dans *2012 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC)*. IEEE, 2012, p. 673–680.