

**Titre:** Réponse sismique de bâtiments asymétriques  
Title:

**Auteur:** Yves Cadotte  
Author:

**Date:** 1990

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Cadotte, Y. (1990). Réponse sismique de bâtiments asymétriques [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/58302/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/58302/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:**  
Advisors:

**Programme:** Non spécifié  
Program:

UNIVERSITE DE MONTREAL

REPOSE SEISMIQUE DE BATIMENTS ASYMETRIQUES

par

Yves CADOTTE

DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL

ECOLE POLYTECHNIQUE

MEMOIRE PRESENTE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU GRADE DE MAITRE ES SCIENCES APPLIQUEES (M.Sc.A.)

AOUT 1990

© Yves Cadotte 1990

The author has granted an irrevocable non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of his/her thesis by any means and in any form or format, making this thesis available to interested persons.

The author retains ownership of the copyright in his/her thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without his/her permission.

L'auteur a accordé une licence irrévocable et non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de sa thèse de quelque manière et sous quelque forme que ce soit pour mettre des exemplaires de cette thèse à la disposition des personnes intéressées.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège sa thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

ISBN 0-315-69668-0

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Ce mémoire intitulé:

RÉPONSE SÉISMIQUE DE BATIMENTS ASYMÉTRIQUES

présenté par: Yves Cadotte

en vue de l'obtention du grade de: MAITRE ES SCIENCES APPLIQUÉES

a été dûment accepté par le jury d'examen consisté de:

M. Bruno MASSICOTTE, Ph.D., président

M. René TINAWI, Ph.D., directeur de recherche

M. André FILIATRAULT, Ph.D., membre

A Chantal

## SOMMAIRE

La prédiction du comportement des structures asymétriques soumises à des sollicitations séismiques a fait dans le passé l'objet de plusieurs sujets de recherches. L'objectif principal de ce mémoire est d'évaluer la réponse séismique de trois bâtiments multi-étagés asymétriques, en utilisant l'analyse statique du Code national du bâtiment du Canada (CNBC) et l'analyse dynamique spectrale.

Les caractéristiques de l'analyse dynamique sont d'abord présentées. Les équations de mouvement d'un modèle mono-étagé asymétrique sont développées et des formules permettant le calcul du cisaillement et du moment de torsion à la base sont élaborées. Une étude paramétrique sur un modèle mono-étagé asymétrique permet de confirmer la présence d'un cisaillement à la base perpendiculaire à la sollicitation.

Les exigences des CNBC 1985 et 1990 sont ensuite présentées. Les normes de l'analyse statique concernant le couplage flexion-torsion sont revues en profondeur. On y décrit entre autres quatre méthodes pour le calcul de la position des centres de rigidité. Des études ont été effectuées pour faire ressortir les différences entre les exigences des deux versions du code, ainsi qu'entre les analyses dynamiques et statiques.

Les trois bâtiments multi-étagés à l'étude possèdent différents

types d'excentricités entre les centres de masse et de rigidité. Le premier édifice, possédant 25 étages, comporte un agencement de murs et de cadres; un important décrochement vertical se produit au tiers de sa hauteur. Le second bâtiment a 27 étages et possède deux noyaux centraux pour résister aux charges latérales, dont un qui s'arrête à la mi-hauteur de la structure. Finalement, le troisième bâtiment, de 11 étages, comporte trois noyaux asymétriques au centre et des contreventements en acier en périphérie.

Tous ces édifices ont été analysés à l'aide d'une analyse dynamique tridimensionnelle, utilisant l'hypothèse des diaphragmes rigides (i.e. trois degrés de liberté, deux translations et une rotation, au centre de masse de chaque plancher). Une autre série d'analyses implique l'analyse statique du CNBC 1990: les charges latérales et torsionnelles sont alors appliquées aux centres de rigidité des modèles tridimensionnels.

Des comparaisons entre les deux types d'analyse sont alors effectuées. Des différences dans la distribution verticale du cisaillement dans les éléments résistants sont observées. Les résultats indiquent comment une méthodologie systématique et plus précise, utilisant les résultats de l'analyse dynamique tridimensionnelle normalisés par rapport au cisaillement à la base statique, peut être utilisée en pratique. Cette façon de procéder évite l'évaluation de la position des centres de rigidité des structures asymétriques.

## ABSTRACT

The prediction of the behavior of asymmetrical structures under seismic loads has been the subject of many previous studies. The main objective of this report is to evaluate the seismic response of three asymmetrical multi-storey buildings, using National Building Code of Canada (NBCC) static analysis and spectral dynamic analysis.

First of all, the characteristics of dynamic analysis are presented. The equations of movement of an asymmetrical single-storey model are developed and the formulas necessary to predict the base shear and the torsional moment are elaborated. A parametric study of an asymmetrical single-storey model permits us to verify the presence of base shear perpendicular to the load.

The requirements of the National Building Code of Canada of 1985 and 1990 are then presented. The standards of static analysis in regard to flexion-torsion coupling are reviewed in-depth. Four methods used to calculate the position of the centre of rigidity are described. Studies have been carried out to highlight the differences between the requirements of both versions of the Code and also between dynamic and static analyses.

The three multi-storey buildings under study have different types of eccentricities. The first building is a wall-frame structure with 25 stories and has an important vertical setback at about one-third of



its height. The second building is 27 stories high and has two central cores as a lateral load resisting system but one of them stops at mid-height of the building. The third structure is an 11-storey structure having three non-symmetric cores inside and steel bracing on its periphery.

All these buildings have been analysed using a 3-D dynamic analysis with rigid diaphragm assumptions having three dynamic degrees of freedom (two translations and one rotation) at the centre of mass of each floor. Another set of analyses have also been performed using the 1990 NBCC provisions for lateral as well as torsional loads applied at the centre of rigidity.

A comparison is performed between the two types of analyses. Differences in the vertical shear distribution in resisting elements are obtained between the static and the dynamic analyses. The results indicate how a systematic and more accurate methodology for using the results of a 3-D dynamic analysis and calibrated to conform with the static base shear, can have practical applications. This methodology avoids the need to evaluate the centre of rigidity for non-symmetric structures.

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier spécialement mon directeur de thèse, M. René Tinawi, Ph.D., pour le soutien qu'il a su me porter tout au long du projet. Ses nombreuses suggestions et commentaires émanant de nos discussions ont été très appréciés.

J'aimerais aussi remercier M. Normand Thibeault pour l'aide indispensable qu'il m'a apportée lors de l'utilisation du logiciel ALDYNA pour les différentes analyses de cette étude.

De plus, je profite de l'occasion pour remercier tous les gens qui ont travaillé de près ou de loin à l'élaboration des modèles mathématiques utilisés dans ce mémoire.

Le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) m'a permis d'entreprendre et de mener à bien cette étude en m'octroyant une bourse d'études supérieures.

Je voudrais finalement remercier chaleureusement tous ceux qui m'ont continuellement appuyé et encouragé, avec beaucoup de patience, dans la poursuite de ce projet, particulièrement mon épouse, ma famille et mes amis.

## TABLE DES MATIERES

	<u>Page</u>
Sommaire .....	v
Abstract .....	vii
Remerciements .....	ix
Liste des tableaux .....	xix
Liste des figures .....	xxiv
Liste des symboles .....	xxxv

### **Chapitre 1 - Introduction**

1.1- Problématique .....	01
1.2- Objectifs du mémoire	
1.2.1- Choix de la méthode de calcul des surcharges séismiques .....	03
1.2.2- Couplage flexion-torsion .....	05
1.3- Contenu du mémoire .....	07

## Chapitre 2 - Travaux antérieurs

2.1- Comportement dynamique des structures asymétriques .....	09
2.2- Analyses spectrales sur des bâtiments asymétriques	
2.2.1- Historique et raison du choix de l'analyse .....	12
2.2.2- Limites de l'analyse spectrale .....	15
2.3- Analyses statiques sur des bâtiments asymétriques	
2.3.1- Exigences du code pour les bâtiments asymétriques .	18
2.3.2- Méthodes de calcul de l'excentricité .....	19
2.3.3- Critiques portant sur l'analyse statique .....	21
2.4- Comparaison des analyses statiques et dynamiques pour des bâtiments asymétriques .....	23
2.5- Recherches connexes .....	26

## Chapitre 3 - Analyse dynamique

3.1- Introduction .....	29
3.2- Caractéristiques de l'analyse spectrale pour les modèles multi-étagés .....	31
3.2.1- Modélisation de la structure .....	32

3.2.2-	Evaluation des fréquences et des modes de vibration .....	32
3.2.3-	Construction du spectre de réponse .....	32
3.2.4-	Evaluation des accélérations, vitesses et déplacements modaux maximums .....	34
3.2.5-	Evaluation des facteurs de participation .....	34
3.2.6-	Evaluation des déplacements et forces modales .....	34
3.2.7-	Evaluation de la réponse globale de la structure ..	34
3.3-	Analyse théorique d'un modèle mono-étagé	
3.3.1-	Description et comportement du modèle .....	36
3.3.2-	Equations générales pour un système à plusieurs degrés de liberté dynamiques .....	39
3.3.3-	Formulation des équations de mouvement	
3.3.3.1-	Compatibilité des déplacements pour un plan rigide .....	40
3.3.3.2-	Forces d'inertie (DDL D au CM) .....	44
3.3.3.3-	Forces élastiques (DDL D au CM) .....	44
3.3.3.4-	Equations de mouvement générales (DDL D au CM) .....	49
3.3.3.5-	Forces d'inertie (DDL D au CR) .....	49
3.3.3.6-	Forces élastiques (DDL D au CR) .....	50
3.3.3.7-	Equations de mouvement générales (DDL D au CR) .....	50
3.3.4-	Recherche des valeurs et vecteurs propres .....	50
3.3.5-	Résolution des équations de mouvement .....	51

3.3.5.1-	Changement de variable .....	52
3.3.5.2-	Facteurs de participation modaux .....	53
3.3.5.3-	Forces élastiques modales résultantes ...	54
3.3.5.4-	Réactions modales aux éléments résistants .....	56
3.4-	Etude numérique sur un modèle mono-étagé	
3.4.1-	Généralités .....	58
3.4.2-	Description de l'étude .....	59
3.4.3-	Présentation des résultats	
3.4.3.1-	Variation des propriétés dynamiques du modèle .....	61
3.4.3.2-	Variation de la réponse globale du modèle .....	65
3.4.3.3-	Variation des efforts dans les éléments résistants .....	68
3.4.4-	Discussion des résultats .....	69
3.4.5-	Conclusions de l'étude .....	73
<b>Chapitre 4 -</b>	<b>Analyse statique du Code national du bâtiment du Canada</b>	
4.1-	Introduction .....	75
4.2-	Le code national du bâtiment du Canada (CNBC)	
4.2.1-	Généralités .....	76

4.2.2- Surcharges dues aux séismes .....	77
4.3- Calcul des surcharges séismiques selon le CNBC 1985	
4.3.1- Evaluation des caractéristiques du problème .....	79
4.3.2- Calcul du cisaillement à la base de l'édifice .....	83
4.3.2.1- Rapport de vitesse $v$ de la zone .....	85
4.3.2.2- Coefficient de réponse séismique $S$ .....	85
4.3.2.3- Coefficient $K$ .....	87
4.3.2.4- Coefficient de priorité $I$ .....	87
4.3.2.5- Coefficient de fondation $F$ .....	89
4.3.2.6- Poids de l'édifice $W$ .....	89
4.3.3- Répartition du cisaillement aux étages .....	90
4.3.4- Moments de torsion aux étages .....	91
4.3.4.1- Position du centre de masse .....	91
4.3.4.2- Position du centre de rigidité .....	92
4.3.4.3- Evaluation de l'excentricité de calcul ..	103
4.3.4.4- Calcul des moments de torsion .....	105
4.3.5- Evaluation des surcharges séismiques pour chacuns des éléments de la structure .....	105
4.3.6- Combinaison des charges et des surcharges .....	107
4.4- Calcul des surcharges séismiques selon le CNBC 1990 .....	107
4.4.1- Calcul du cisaillement à la base de l'édifice .....	108
4.4.1.1- Coefficient de modification de la force ..	109
4.4.1.2- Facteur $U$ .....	111
4.4.1.3- Rapport de vitesse $v$ de la zone .....	111

4.4.1.4-	Coefficient de réponse séismique $S^*$ ....	111
4.4.1.5-	Coefficient de priorité .....	112
4.4.1.6-	Coefficient de fondation .....	112
4.4.2-	Répartition du cisaillement aux étages .....	113
4.4.3-	Combinaison des charges et des surcharges .....	113
4.5-	Etude comparative des cisaillements à la base de l'analyse dynamique, du CNBC 1985 et du CNBC 1990 pour des modèles bi-dimensionnels .....	114
4.5.1-	Comparaison générale des cisaillements à la base calculés à l'aide du CNBC 1985 et du CNBC 1990	
4.5.1.1-	Présentation des résultats .....	114
4.5.1.2-	Discussion des résultats .....	119
4.5.2-	Comparaison des cisaillements à la base calculés à l'aide de l'analyse spectrale et du CNBC 1990 pour un système quelconque à 1 DDL	
4.5.2.1-	Présentation des résultats .....	120
4.5.2.2-	Discussion des résultats .....	126
4.5.3-	Comparaison des cisaillements à la base calculés à l'aide de l'analyse spectrale et du CNBC 1990 pour des bâtiments réels	
4.5.3.1-	Présentation des résultats .....	128
4.5.3.2-	Discussion des résultats .....	132



## Chapitre 5 - Etudes sur des modèles multi-étagés asymétriques

5.1- Introduction .....	135
5.2- Méthodes d'analyse utilisées	
5.2.1- Analyse dynamique spectrale .....	137
5.2.2- Analyse statique du CNBC 1990 .....	138
5.3- Description des caractéristiques des modèles	
5.3.1- Structure de 25 étages avec décrochement vertical (EXEMPLE 1) .....	140
5.3.2- Structure de 27 étages avec noyaux discontinus (EXEMPLE 2) .....	144
5.3.3- Structure de 11 étages avec noyaux asymétriques (EXEMPLE 3) .....	153
5.4- Calculs préliminaires de l'analyse statique du CNBC 1990	
5.4.1- Cisaillement à la base .....	157
5.4.2- Répartition des cisaillements à la base .....	158
5.4.3- Calcul des excentricités	
5.4.3.1- Position des centres de masse et de rigidité (exemple 1) .....	162
5.4.3.2- Position des centres de masse et de rigidité (exemple 2) .....	162
5.4.3.3- Position des centres de masse et de rigidité (exemple 3) .....	166

5.4.4- Calcul des moments de torsion	
5.4.4.1- Moments de torsion (exemple 1) .....	168
5.4.4.2- Moments de torsion (exemple 2) .....	172
5.4.4.3- Moments de torsion (exemple 3) .....	176
5.5- Comportement dynamique et efforts globaux de l'analyse dynamique	
5.5.1- Caractéristiques modales .....	181
5.5.1.1- Déplacements modaux et périodes (exemple 1) .....	181
5.5.1.2- Déplacements modaux et périodes (exemple 2) .....	185
5.5.1.3- Déplacements modaux et périodes (exemple 3) .....	191
5.5.2- Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique .	193
5.5.2.1- Efforts globaux de l'analyse dynamique (exemple 1) .....	194
5.5.2.2- Efforts globaux de l'analyse dynamique (exemple 2) .....	195
5.5.2.3- Efforts globaux de l'analyse dynamique (exemple 3) .....	196
5.6- Comparaisons des efforts internes des éléments résistants utilisant les analyses statiques et dynamiques	
5.6.1- Présentation des résultats .....	199

5.6.1.1- Efforts de cisaillement avant la normalisation .....	199
5.6.1.2- Normalisation des résultats dynamiques et courbes enveloppes des cisaillements ...	200
5.6.2- Efforts internes des éléments de l'exemple 1 .....	201
5.6.3- Efforts internes des éléments de l'exemple 2 .....	207
5.6.4- Efforts internes des éléments de l'exemple 3 .....	212
5.6.4.1- Analyses dans la direction X .....	212
5.6.4.2- Analyses dans la direction Y .....	222
5.7- Discussion des résultats .....	232
<b>Chapitre 6 - Conclusion .....</b>	<b>243</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>247</b>

## LISTE DES TABLEAUX

	<u>Page</u>
3.1- Caractéristiques du premier mode du modèle mono-étagé (mode principalement translationnel en Y) .....	62
3.2- Caractéristiques du deuxième mode du modèle mono-étagé (mode principalement torsionnel autour de Z) .....	63
3.3- Caractéristiques du troisième mode du modèle mono-étagé (mode principalement translationnel en X) .....	64
3.4- Efforts internes normalisés des éléments résistants du modèle mono-étagé (sollicitations en X et en Y) .....	69
4.1- Accélérations et vitesses maximales pour des localités canadiennes (tiré du commentaire J du supplément du CNBC) ....	83
4.2- Valeurs du coefficient de réponse séismique (tiré du CNBC 1985) .....	85
4.3- Valeurs du coefficient K (tiré du CNBC 1985) .....	88
4.4- Valeurs du coefficient F (tiré du CNBC 1985) .....	89
4.5- Valeurs du coefficient de modification de la force .....	110

4.6- Valeurs du coefficient de réponse séismique $S^*$ .....	112
4.7- Variations du cisaillement à la base entre le CNBC 1985 et le CNBC 1990 pour divers systèmes structuraux résistants aux charges latérales .....	117
4.8- Accélérations absolues et vitesses maximales pour un système possédant un amortissement de 5 % .....	121
4.9- Paramètres utilisés pour l'analyse statique du CNBC 1990 dans la comparaison avec l'analyse dynamique .....	122
4.10- Caractéristiques intrinsèques des modèles à plusieurs DDL utilisés comme bases de comparaison des analyses dynamiques et statiques .....	129
4.11- Comparaison des cisaillements à la base, pour des systèmes à plusieurs DDL, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Montréal ( $R = 1,0$ ) .....	130
4.12- Comparaison des cisaillements à la base, pour des systèmes à plusieurs DDL, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Vancouver ( $R = 1,0$ ) .....	131

4.13- Comparaison des cisaillements à la base, pour des systèmes à plusieurs DDL, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Prince-Rupert ( $R = 1,0$ ) .....	132
5.1- Propriétés des éléments résistants du modèle de l'exemple 1, par rapport aux axes globaux .....	143
5.2- Masses et inerties rotationnelles du modèle de l'exemple 1 ...	144
5.3- Dimensions des colonnes de l'édifice de l'exemple 2 .....	151
5.4- Propriétés des colonnes et des poutres du modèle de l'exemple 2, selon les axes locaux des éléments .....	152
5.5- Propriétés des noyaux du modèle de l'exemple 2, selon leurs axes locaux .....	152
5.6- Masses et inerties rotationnelles de l'exemple 2 .....	153
5.7- Propriétés des éléments résistants de l'exemple 3, par rapport aux axes globaux .....	156
5.8- Masses et inerties rotationnelles de l'exemple 3 .....	156
5.9- Périodes et cisaillements à la base, selon le CNBC 1990, pour chacun des exemples étudiés .....	158

5.10- Force $F_{t*}$ , selon le CNBC 1990, pour chacun des exemples étudiés .....	159
5.11- Moments de torsion résultants provenant des analyses statiques de l'exemple 1 .....	168
5.12- Moments de torsion résultants provenant des analyses statiques de l'exemple 2 .....	172
5.13- Moments de torsion résultants provenant des analyses statiques de l'exemple 3 .....	176
5.14- Périodes et caractéristiques des déplacements modaux pour l'exemple 1 .....	182
5.15- Facteurs de participation modaux et masses généralisées de l'exemple 1 .....	185
5.16- Périodes et caractéristiques des déplacements modaux pour l'exemple 2 .....	186
5.17- Facteurs de participation modaux et masses généralisées de l'exemple 2 .....	191
5.18- Périodes et caractéristiques des déplacements modaux pour l'exemple 3 .....	192

5.19- Facteurs de participation modaux et masses généralisées de l'exemple 3 .....	193
5.20- Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique dans la direction Y de l'exemple 1 .....	195
5.21- Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique dans la direction X de l'exemple 2 .....	196
5.22- Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique dans la direction X de l'exemple 3 .....	197
5.23- Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique dans la direction Y de l'exemple 3 .....	198
5.24- Facteurs de pondération $\alpha$ pour la normalisation des analyses dynamiques .....	201
5.25- Périodes, selon les analyses statiques et dynamiques, pour chacun des exemples étudiés .....	233
5.26- Moments de torsion globaux provenant de l'analyse dynamique et moments de torsion normalisés, pour chacun des exemples étudiés .....	239



## LISTE DES FIGURES

	<u>Page</u>
3.1- Spectre de Montréal basé sur une probabilité d'apparition de 10 % en 50 ans .....	33
3.2- Modèle mono-étagé à l'étude .....	36
3.3- Vues en plan du modèle mono-étagé	
a) DDLD au centre de masse (CM) .....	38
b) DDLD au centre de rigidité (CR) .....	38
3.4- Vues en plan du modèle mono-étagé	
a) rotation du plan rigide .....	43
b) translation en x du plan rigide .....	43
c) translation en y du plan rigide .....	43
3.5- Vue en plan du modèle illustrant la position des centres de rigidité pour les neuf cas de base .....	60
3.6- Réponse globale du modèle mono-étagé sous une sollicitation en X .....	66
3.7- Réponse globale du modèle mono-étagé sous une sollicitation en Y .....	67

4.1- Cartes de zonage sismique (tirées du CNBC 1985) .....	81
4.2- Modèle utilisé dans le calcul de l'excentricité selon la méthode C (tiré de Stafford Smith et Vézina, 1985) .....	101
4.3- Comparaison des cisaillements à la base, pour un système à un degré de liberté, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Montréal .....	123
4.4- Comparaison des cisaillements à la base, pour un système à un degré de liberté, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Vancouver .....	124
4.5- Comparaison des cisaillements à la base, pour un système à un degré de liberté, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Prince-Rupert .....	125
5.1- Vue en plan et élévation du modèle de l'exemple 1 .....	142
5.2- Vue isométrique du modèle de l'exemple 1 .....	143
5.3- Vue en plan des noyaux de l'édifice de l'exemple 2 (dimensions en mm) .....	146
5.4- Vue en plan d'un plancher typique de l'édifice de l'exemple 2	147

5.5- Vue en plan d'un plancher typique du modèle de l'exemple 2 ...	148
5.6- Elévation selon l'axe X du modèle de l'exemple 2 .....	149
5.7- Elévation selon l'axe Y du modèle de l'exemple 2 .....	150
5.8- Vue en plan du modèle de l'exemple 3 (dimensions en mm) .....	154
5.9- Vues en élévation du modèle de l'exemple 3 .....	155
5.10- Répartition du cisaillement à la base dans la direction Y, à chacun des niveaux de l'exemple 1 (en kN) .....	159
5.11- Répartition du cisaillement à la base dans la direction X, à chacun des niveaux de l'exemple 2 (en kN) .....	160
5.12- Répartition du cisaillement à la base à chacun des niveaux de l'exemple 3 (en kN) a) direction X .....	161
b) direction Y .....	161
5.13- Position des centres de masse et de rigidité pour l'exemple 1 (élévation suivant l'axe X) .....	163

5.14- Position des centres de rigidité calculés à l'aide des méthodes C et D pour l'exemple 2 (élévation suivant l'axe des Y) .....	164
5.15- Position des centres de masse et de rigidité pour l'exemple 2 (élévation suivant l'axe Y) .....	165
5.16- Position des centres de masse et de rigidité pour l'exemple 3 (élévation suivant l'axe des Y) .....	166
5.17- Position des centres de masse et de rigidité pour l'exemple 3 (élévation suivant l'axe des X) .....	167
5.18a- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 1 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode A (en $\times 10^3$ kN m) .....	169
5.18b- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 1 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode B (en $\times 10^3$ kN m) .....	170
5.18c- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 1 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode C (en $\times 10^3$ kN m) .....	171

5.19a- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 2 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode A (en $\times 10^3$ kN m) .....	173
5.19b- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 2 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode B (en $\times 10^3$ kN m) .....	174
5.19c- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 2 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode D (en $\times 10^3$ kN m) .....	175
5.20a- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 3 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode B (pour une sollicitation en X) (en $\times 10^3$ kN m) .....	177
5.20b- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 3 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode C (pour une sollicitation en X) (en $\times 10^3$ kN m) .....	178
5.21a- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 3 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode B (pour une sollicitation en Y) (en $\times 10^3$ kN m) .....	179

5.21b- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 3 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode C (pour une sollicitation en Y) (en $\times 10^3$ kN m) .....	180
5.22a- Modes 1 à 4 de l'exemple 1 .....	183
5.22b- Modes 5 à 8 de l'exemple 1 .....	184
5.23a- Modes 1 et 2 de l'exemple 2 .....	187
5.23b- Modes 3 et 4 de l'exemple 2 .....	188
5.23c- Modes 5 et 6 de l'exemple 2 .....	189
5.23d- Modes 7 et 8 de l'exemple 2 .....	190
5.24- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #1 de l'exemple 1, provenant des analyses dynamiques .....	203
5.25- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #1 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques utilisant la méthode B pour le calcul des excentricités .....	203
5.26- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #1 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités .....	204

- 5.27- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #1 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 204
- 5.28- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2 de l'exemple 1, provenant des analyses dynamiques ..... 205
- 5.29- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques utilisant la méthode A pour le calcul des excentricités ..... 205
- 5.30- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 206
- 5.31- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 206
- 5.32- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #3 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 207
- 5.33- Cisaillement dans la direction X pour le noyau #1 de l'exemple 2, provenant des analyses statiques utilisant la méthode D pour le calcul des excentricités ..... 208

- 5.34- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour le noyau #1 de l'exemple 2, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 209
- 5.35- Cisaillement dans la direction X pour le noyau #2 de l'exemple 2, provenant des analyses statiques utilisant la méthode D pour le calcul des excentricités ..... 210
- 5.36- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour le noyau #2 de l'exemple 2, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 211
- 5.37- Cisaillement dans la direction X pour l'élément #2 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 213
- 5.38- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour l'élément #2 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 214
- 5.39- Cisaillement dans la direction X pour l'élément #8 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 215



- 5.40- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour l'élément #8 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 216
- 5.41- Cisaillement dans la direction X pour l'élément #9 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 217
- 5.42- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour l'élément #9 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 218
- 5.43- Cisaillement dans la direction X pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses dynamiques ..... 219
- 5.44- Cisaillement dans la direction X pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 220
- 5.45- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 221
- 5.46- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #5 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 223

- 5.47- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #5 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 224
- 5.48- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #6 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 225
- 5.49- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #6 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 226
- 5.50- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #10 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 227
- 5.51- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #10 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques ..... 228
- 5.52- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses dynamiques ..... 229
- 5.53- Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités ..... 230

5.54- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour  
l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses  
statiques et dynamiques ..... 231

## LISTE DES SYMBOLES

[C]	Matrice des coefficients d'amortissement
CNBC	Code national du bâtiment du Canada
CM	Centre de masse
QQC	Combinaison quadratique complète ("complete quadratic combination")
CR	Centre de rigidité
DDLD	Degré de liberté dynamique
$D_m$	Dimension du système de résistance aux forces latérales
$e_x$	Coordonnée en x du CR par rapport au CM
$e_x^*$	Paramètre adimensionnel d'excentricité en x
$e_y$	Coordonnée en y du CR par rapport au CM
$e_y^*$	Paramètre adimensionnel d'excentricité en y
F	Coefficient de fondation
$F_D$	Forces d'amortissement
$F_I$	Forces d'inertie
$F_{Ix}$	Force d'inertie dans la direction x au CM
$F_{Ix}'$	Force d'inertie dans la direction x au CR
$F_{Iy}$	Force d'inertie dans la direction y au CM
$F_{Iy}'$	Force d'inertie dans la direction y au CR
$\bar{F}_n$	Force généralisée du mode n
$F_{sx}$	Force élastique dans la direction x au CR
$F_{sx}'$	Force élastique dans la direction x au CM
$F_{sy}$	Force élastique dans la direction y au CR
$F_{sy}'$	Force élastique dans la direction y au CM

$F_e$	Forces élastiques
$F_{1e}$	Force latérale au niveau supérieur de l'édifice
$h_n$	Hauteur totale de l'édifice
$h_x$	Hauteur du niveau $x$ par rapport à la base
$g$	Accélération de la gravité ( $9,81m/s^2$ )
$I$	Coefficient de priorité de l'ouvrage
$K$	Coefficient numérique qui tient des caractéristiques de l'ouvrage
$[K]$	matrice de rigidité
$K_x$	Rigidité globale en $x$
$K_y$	Rigidité globale en $y$
$K_z$	Rigidité globale autour de $z$ , calculé au CR
$k_{i,j}$	Force au noeud $i$ due à un déplacement unitaire du noeud $j$ , les autres étant fixes; appelé coefficient de rigidité
$[M]$	Matrice de masse
$M_{1z}$	Moment d'inertie autour de $z$ au CM
$M_{1z}'$	Moment d'inertie autour de $z$ au CR
$\bar{M}_n$	Masse généralisée du mode $n$
$M_{2z}$	Moment élastique autour de $z$ au CR
$M_{2z}'$	Moment élastique autour de $z$ au CM
$M_{1z}$	Premier moment de l'analyse statique
$M_{2z}$	Second moment de l'analyse statique
$m$	Masse du système
$m_{i,j}$	Force au noeud $i$ due à une accélération unitaire du noeud $j$ , les autres étant fixes; appelé coefficient massique
$N$	Nombre total d'étages de l'édifice

n	Nombre de modes considérés; nombre d'éléments résistants
PHA	Accélération horizontale maximale du sol ("peak horizontal acceleration")
PHV	Vitesse horizontale maximale du sol ("peak horizontal velocity")
$P_{x,i}$	Force dans la direction x à l'élément i
$P_{y,i}$	Force dans la direction y à l'élément i
{q}	Vecteur représentant le couplage entre la direction de l'excitation à la base et chaque DDLD; il contient des cosinus directeurs
R	Coefficient de modification de la force
$R_i$	Réponse maximale de la quantité R pour le mode i
$R_{max}$	Réponse maximale estimée pour la quantité R (force, déplacement, etc.)
$R_{x,i}$	Réaction en x à l'élément i
$R_{y,i}$	Réaction en y à l'élément i
r	Rayon de giration du modèle
S	Coefficient de réponse sismique de l'ouvrage
$S^*$	Coefficient de réponse sismique de l'ouvrage du CNBC 1990
Sa	Accélération absolue maximale spectrale
Sd	Déplacement relatif maximal spectral
Sv	Vitesse maximale spectrale
SRSS	Racine carrée de la somme des carrés ("square root of the sum of the squares")
T	Période fondamentale du bâtiment
$T_n$	Période du mode n

$T_{zn}$	Moment de torsion autour de z pour le mode n
U	Facteur représentant le niveau de protection
u	Déplacement en x du noeud situé à l'intersection des axes de référence, considéré comme un DDLD
$u_{cm}$	DDLD en x au CM
$u_{cz}$	DDLD en x au CR
$u_i$	Déplacement en x d'un point quelconque i
V	Force sismique latérale minimale du CNBC
$V_e$	Force latérale équivalente
$V_{xn}$	Force élastique en x pour le mode n
$V_{yn}$	Force élastique en y pour le mode n
v	Déplacement en y du noeud situé à l'intersection des axes de référence, considéré comme un DDLD; rapport de vitesse de la zone
$v_i$	Déplacement en y d'un point quelconque i
$v_{cm}$	DDLD en y au CM
$v_{cz}$	DDLD en y au CR
W	Pois de l'ouvrage
$W_r$	Poids au niveau r
$w_i$	Fréquence naturelle du mode i (rad/sec)
$w_n$	Fréquence naturelle non-amortie du mode n (rad/sec)
$x_i$	Coordonnée en x du point i; coordonnée en x de l'élément i par rapport au CR
{Y}	Vecteur des DDLD
{ $\ddot{Y}_s(t)$ }	Vecteur des accélérations au sol dans la direction des DDLD

$y_i$	Coordonnée en $y$ du point $i$ ; coordonnée en $y$ de l'élément $i$ par rapport au CR
$Z_a$	Zone sismique d'accélération
$Z_v$	Zone sismique de vitesse
$\alpha$	Facteur de pondération pour la normalisation des résultats de l'analyse dynamique
$\beta_i$	Rapport d'amortissement critique du mode $i$
$\varepsilon_n$	Taux d'amortissement en % de la valeur critique pour le mode $n$
$\gamma_n$	Facteur de participation du mode $n$
$\mu$	Coefficient de ductilité
$\phi_n$	Mode de vibration du mode $n$
$\Theta$	Rotation autour de $z$ au point d'intersection des axes de références, considérée comme un DDLD
$\Theta_{cm}$	DDLD autour de $z$ au CM
$\Theta_{cr}$	DDLD autour de $z$ au CR
$\Theta_i$	Rotation autour de $z$ d'un point quelconque $i$



## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

#### 1.1- PROBLEMATIQUE

Le Québec est une région où la probabilité d'apparition de séismes importants est faible. Cependant, la conception des bâtiments doit refléter cette éventualité, car les dommages que peut causer un évènement de ce genre peuvent être considérables. Un des mandats de l'ingénieur en structures est de s'assurer que les bâtiments qu'il conçoit soient suffisamment résistants pour contrer les effets néfastes des vibrations du sol sur la structure. Le Code national du bâtiment du Canada (CNBC) lui fournit des exigences minimales qu'il doit respecter, pour assurer à l'édifice un degré de sécurité acceptable et empêcher les pertes de vies dues à des défaillances catastrophiques lors d'un tel évènement. Ces normes d'évaluation des surcharges sismiques ont beaucoup évoluées et se sont raffinées au fil des ans.

Aux Etats-Unis, les premières normes parasismiques remontent à 1933. A ce moment, le Japon possédait ses propres exigences depuis dix ans (Green, 1987). Au Canada, le premier code du bâtiment paraît en 1941. Un simple paragraphe traitait alors des forces latérales statiques à appliquer sur la structure pour évaluer la surcharge sismique sur les éléments du bâtiment. Ces forces variaient en fonction de deux paramètres seulement: le poids de la structure,

ainsi qu'un facteur dépendant du type de structure analysée. Les forces ainsi évaluées étaient, pour un bâtiment possédant un poids uniformément réparti sur tous les niveaux, constantes sur toute la hauteur de l'édifice.

Il va s'en dire que ces normes ont subi d'importants changements depuis. A l'aide de l'édition actuelle du CNBC (1990), l'ingénieur évalue le cisaillement à la base d'un édifice en fonction de six paramètres qui tiennent compte de la vitesse et de l'accélération du sol pour un site donné, de la période du bâtiment, de la ductilité de celui-ci et de ses composantes, de sa vocation, de son poids, et finalement du type de sol où il repose. La répartition de cette force statique aux différents niveaux fait intervenir indirectement le premier mode de vibration de la structure, ainsi que les modes supérieurs. D'autre part, le code prévoit le calcul de moments de torsion à chacun des niveaux d'un bâtiment irrégulier.

Ces exigences, combinées aux normes de conception parasismiques de divers matériaux de construction (béton armé, acier) spécifiant des détails spéciaux pour assurer une ductilité adéquate à la structure au cours d'un séisme, ont été éprouvées. Les bâtiments conçus spécifiquement pour résister aux tremblements de terre ont généralement un bon comportement lors de tels événements. Cependant, les récents séismes importants (Mexico (1985), San Francisco (1989)) ont tout de même occasionné des pertes de vie et de lourds dégâts. Certaines observations se dégagent de tels événements:

1- Souvent, ces catastrophes relèvent d'erreurs durant la phase conception ou la phase construction de l'édifice. Les sources de ces erreurs sont multiples. Lors de la conception, une mauvaise connaissance ou une utilisation déficiente des outils disponibles sont en cause. Les différents choix offerts à l'ingénieur lors de la phase conception doivent donc connaître la plus grande diffusion possible.

2- D'un autre côté, les normes ne sont pas toujours assez rigides: suite au tremblement de terre de Mexico, par exemple, certaines exigences du code mexicain sont devenues beaucoup plus sévères. Il ne faut pas oublier que le niveau des charges utilisé dépend toujours de l'historique des événements pour un site donné. Les normes du code doivent être mises à jour à la lumière d'événements récents ou de progrès de la recherche.

3- De plus, le phénomène en présence (la vibration du sol et son influence sur une structure) est par définition très complexe et fait intervenir plusieurs variables. Dans le cas des structures irrégulières, plusieurs recherches ont déjà été entreprises, mais il reste encore beaucoup à faire pour élucider complètement le problème.

## 1.2- OBJECTIFS DU MEMOIRE

### 1.2.1- Choix de la méthode de calcul des surcharges séismiques

Lors de la phase d'évaluation des surcharges séismiques pour les composantes d'un édifice, l'ingénieur effectue le choix d'une analyse

en fonction des paramètres du problème à résoudre. Il possède actuellement trois alternatives:

- 1- L'analyse statique, telle que proposée par le CNBC.
- 2- L'analyse dynamique spectrale, donnant la réponse maximale de la structure étudiée.
- 3- l'analyse dynamique dans le temps, donnant la réponse complète de la structure étudiée.

Le CNBC exige que le niveau des charges soit évalué à l'aide de la méthode statique. D'autre part, le statut de l'analyse dynamique spectrale est pour le moins ambigu au sein du code. Après avoir été une méthode d'analyse à part entière, cette méthode est devenue un complément à la méthode statique. Néanmoins, la répartition des charges aux divers éléments de la structure doit être effectuée à l'aide de l'analyse dynamique, surtout dans le cas de bâtiments irréguliers.

L'analyse dynamique dans le temps tient compte du comportement non-linéaire de la structure. A l'étape du design, elle nécessite l'utilisation de plusieurs accélérogrammes. Les concepteurs préfèrent souvent l'analyse dynamique spectrale qui est beaucoup plus flexible et moins complexe. Il ne faut cependant pas oublier que dans le cas des bâtiments réguliers, l'analyse statique est la plus utilisée.

Le premier objectif de ce mémoire est de présenter en détail les

analyses statique et dynamique spectrale, en insistant sur les difficultés rencontrées par les ingénieurs lors de l'utilisation de l'une ou l'autre de ces méthodes. Le but de cette partie est de permettre à l'ingénieur d'utiliser avec efficacité et confiance des techniques reconnues. Une attention spéciale sera accordée aux nouvelles exigences du CNBC 1990. Des comparaisons entre ces exigences et celles de 1985 seront présentées et analysées. De plus, de nombreuses comparaisons entre les analyses statiques et dynamiques seront effectuées sur des modèles en deux et en trois dimensions; les différences fondamentales entre les deux méthodes ressortiront alors.

#### 1.2.2- Couplage flexion-torsion

Au cours d'un séisme, les mouvements du sol varient en fonction du temps et sont multidirectionnels. Il est cependant accepté, au stade de nos connaissances, de ne considérer que les efforts latéraux et la torsion correspondante pour le calcul des surcharges.

Les charges latérales induites par un séisme provoquent une flexion globale de la structure. La torsion, de son côté, peut être présente dans un bâtiment pour diverses raisons:

- 1- l'asymétrie présente dans un bâtiment, due à une distribution inégale des rigidités et/ou des masses; le moment de torsion est alors fonction de la charge latérale et de l'excentricité à un niveau donné.
- 2- la rotation du sol lors d'un séisme (les phases de l'onde séismique à différents points à la base de l'édifice sont

différentes).

- 3- le couplage non-linéaire entre les mouvements de translation latéraux et les mouvements de torsion.

La torsion décrites dans les deux derniers cas peut survenir soit dans un bâtiment symétrique ou asymétrique.

Les effets du couplage entre les mouvements translationnels et rotationnels dans une structure sont encore méconnus, malgré de nombreuses études sur le sujet. Le CNBC est assez vague dans ses exigences pour des bâtiments présentant ce type de comportement. D'une part, la méthode de calcul de l'excentricité entre le centre de masse et de rigidité n'est pas définie clairement dans le code, et, comme nous le verrons plus tard, plusieurs réponses différentes existent pour résoudre ce problème. D'autre part, la méthode de calcul des moments de torsion ne s'applique que dans le cas où les centres de rigidité des différents niveaux de la structure sont situés sur une même verticale; autrement, l'analyse dynamique doit être utilisée. Cependant, comme nous l'avons fait remarquer plus haut, la description des étapes de l'analyse dynamique n'est cependant pas disponible dans le code.

Le deuxième objectif du mémoire est d'étudier le phénomène de couplage dans le cas de bâtiments asymétriques. Par des études sur des modèles mono- et multi-étagés, et en comparant les résultats d'analyses statiques et dynamiques, le mémoire tente de jeter un regard nouveau sur ce phénomène. Des recommandations pour améliorer les exigences du CNBC seront aussi apportées.

### 1.3- CONTENU DU MEMOIRE

Le chapitre deux du mémoire contient une revue et un court résumé des publications décrivant le phénomène de couplage dans une structure. La problématique est abordée sous l'angle des analyses dynamiques, puis statiques. Quelques paragraphes traitent de recherches connexes.

L'analyse dynamique est le sujet principal du chapitre trois. On y développe en premier lieu les équations de mouvement pour un modèle mono-étagé, ayant comme axes de référence le centre de masse et le centre de rigidité successivement. Des paramètres (par exemple le cisaillement à la base) seront définis et utilisés plus tard lors de l'analyse des modèles multi-étagés. Enfin, certains résultats illustrant l'effet du couplage seront présentés.

Le chapitre quatre contient des informations sur l'analyse statique du CNBC. On y illustre d'abord les paramètres de l'analyse statique du CNBC 1985. Une grande importance est accordée au paramètre d'excentricité, dont le concept est encore très flou: les définitions et les méthodes de calcul de ce paramètre sont présentées. Les changements apportés au CNBC 1985, que l'on retrouve dans l'édition 1990, sont ensuite discutés. Finalement, une étude comparative entre les deux versions du code est entreprise sur différents types de bâtiments en deux dimensions: le cisaillement à la base est l'élément de comparaison entre les deux analyses.

Le chapitre cinq débute avec la présentation des bâtiments multi-étagés réels qui ont servi de base à nos modèles mathématiques. Un premier modèle d'une dizaine d'étages comprend des noyaux asymétriques ainsi que des contreventements en périphérie. Un édifice d'une trentaine d'étages, dont un des noyaux s'arrête à la mi-hauteur, est ensuite analysé. Un dernier modèle représente un édifice comportant un important décrochement le long de sa hauteur. Ces modèles asymétriques sont soumis aux analyses statiques et dynamiques. Pour chacun des bâtiments, l'excentricité statique est évaluée selon les méthodes de calcul décrites au chapitre quatre. Les efforts internes de certains éléments des bâtiments étudiés sont alors comparés.

Le chapitre six apporte les conclusions de l'ensemble de l'étude.



## CHAPITRE 2

### TRAVAUX ANTERIEURS

Ce chapitre contient les principales conclusions des publications portant sur les analyses de bâtiments asymétriques soumis à des charges séismiques.

Les études portant sur le comportement dynamique de ces bâtiments sont tout d'abord présentées. Les critiques et difficultés de la méthode statique, notamment en ce qui concerne le calcul de l'excentricité entre le centre de masse et de rigidité d'un système, sont par la suite énumérées. Finalement, les méthodes d'analyse statiques et dynamiques sont comparées pour divers types de bâtiments.

#### 2.1- COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES STRUCTURES ASYMETRIQUES

Les immeubles en hauteur comportent souvent des irrégularités, en plan ou en élévation, dans la distribution de leurs rigidités et/ou de leurs masses. Il appert que, pour de tels systèmes, les centres de masses et de rigidités à chacun des niveaux sont distincts. Les équations de mouvement dynamique de la structure sont alors couplées, en raison de la dépendance des degrés de liberté translationnels et torsionnels. Le présence de ce type de couplage amplifie les

mouvements latéraux et rotationnels d'une structure soumise à des charges latérales dynamiques, et provoque des efforts supplémentaires au sein des éléments résistants à ces charges.

Pekau et Gordon (1980), entre autres, démontrent que la séparation du centre de masse et de résistance d'un système cause le couplage des équations de mouvement. Le couplage est directement proportionnel à l'excentricité du système. L'amplification dynamique résultant du couplage tend à augmenter l'excentricité effective (Rutenberg et Pekau, 1983).

Un autre facteur influence le couplage d'un système excentré: il s'agit de la proximité des périodes translationnelle et torsionnelle du système équivalent non-couplé. Le couplage est directement proportionnel à ce facteur (Pekau et Gordon, 1980).

Tso et Sadek (1983) indiquent eux aussi que le rapport entre les fréquences translationnelle et torsionnelle non-couplées est un paramètre important dans l'évaluation du degré de couplage d'une structure dans le domaine élastique. Pour une structure possédant des fréquences rapprochées (rapport près de l'unité), la réponse en torsion sera grandement amplifiée, et ce même si l'excentricité du système est faible.

Ces auteurs, ainsi que Pekau et Gordon (1980), identifient les systèmes structuraux susceptibles d'être affectés par ce couplage. Les

systemes possédant une résistance latérale uniformément répartie présente habituellement un rapport des fréquences près de l'unité, et font donc partie de cette catégorie. Par contre, lorsque les éléments résistants d'un système sont situés près du noyau de l'édifice (rapport des fréquences de 0,8), ou en périphérie (rapport des fréquences de 1,4), l'effet du couplage est moins prononcé.

Les effets du rapprochement des périodes non-couplées seraient visibles seulement lorsque l'excentricité est faible (Tso et Meng, 1982). Sans nier que le rapprochement des périodes non-couplées amplifie les mouvements de torsion lorsque l'excentricité d'un système est faible, Tso et Dempsey (1980) relativisent cependant le problème en affirmant qu'un tel système aura une réponse torsionnelle plus faible qu'un système avec une large excentricité.

Des travaux élaborés par Heidebrecht et Irwin (1971) ont permis de tirer d'autres conclusions importantes sur l'analyse dynamique de bâtiments asymétriques multi-étagés:

- 1- l'interaction entre les éléments verticaux (en particulier les murs) est importante et ne doit pas être négligée;
- 2- la résistance torsionnelle des éléments verticaux peut être négligée si ceux-ci sont suffisamment espacés;
- 3- une variation de l'excentricité due à un changement de l'épaisseur des murs a peu d'effets sur les modes de vibration de la structure, alors qu'une variation de cette même excentricité due à un changement dans le système structural de base a de grands effets;

les auteurs concluent que le paramètre d'excentricité n'est pas suffisant pour décrire à lui seul les propriétés dynamiques du modèle;

4- finalement, l'étude démontre aussi que l'on peut utiliser moins de niveaux que le bâtiment réel dans l'analyse et obtenir des résultats satisfaisants.

Une étude récente, réalisée par Rady et Hutchinson (1988), porte sur l'évaluation de l'excentricité dynamique d'un modèle mono-étagé en utilisant des méthodes probabilistes, dynamiques et statiques. Ce type d'excentricité est une mesure de l'amplification du moment de torsion autour du centre de rigidité due au couplage des modes. Contrairement aux analyses statiques et dynamiques, les analyses probabilistes effectuées par les auteurs démontrent que l'amplification dynamique est aussi fonction de la période non-couplée fondamentale de la structure.

Plusieurs auteurs ont par ailleurs démontré que le couplage flexion-torsion réduit le cisaillement maximal à la base de la structure (Kan et Chopra, 1977-I; Pekau et Gordon, 1980).

## 2.2- ANALYSES SPECTRALES SUR DES BATIMENTS ASYMETRIQUES

### 2.2.1- Historique et raisons du choix de l'analyse

L'analyse dynamique des structures, telle qu'on la connaît, est une méthode qui simule adéquatement le comportement réel de la structure

soumise à des vibrations. Cette méthode est utilisée, dans la plupart des publications consultées, comme base de référence.

L'analyse dynamique d'une structure est appropriée dans les cas suivants (Heidebrecht, 1979):

- 1- lorsque la structure est irrégulière, en plan ou en élévation, au point de vue des masses et/ou des rigidités;
- 2- lorsque l'analyse dynamique risque d'amplifier la réponse sismique par rapport à l'analyse statique (par exemple, lorsque les périodes translationnelle et torsionnelle sont rapprochées).

Des exemples de structures irrégulières sont mentionnées par le même auteur:

- 1- une structure possédant un rez-de-chaussée élevé et plus flexible que les étages supérieurs du bâtiment;
- 2- un édifice avec un ou plusieurs décrochements;
- 3- un bâtiment possédant des discontinuités dans les dimensions et les locations de ses éléments résistants aux charges latérales;
- 4- une structure possédant des masses non-uniformes à chacun des niveaux du bâtiment (comme dans certains bâtiments industriels).

Le Code National du Bâtiment du Canada (CNBC), en 1975, a proposé cette analyse pour la première fois, dans le but d'évaluer les charges sismiques de design. Le commentaire du code explique alors que l'analyse dynamique doit être utilisée principalement pour déterminer les charges sismiques s'appliquant sur les éléments des bâtiments

irréguliers. En outre, les résultats provenant de cette analyse et de l'analyse statique doivent, selon le code, donner des résultats semblables pour les bâtiments réguliers.

Pour Otani et Uzumeri (1977), l'analyse spectrale est facile à utiliser et a donné de bons résultats dans le passé. De plus, le spectre de réponse étant une enveloppe de plusieurs enregistrements de séismes, la technique de l'analyse spectrale est jugée satisfaisante pour le design des structures.

Cependant, il est aussi démontré que les analyses statiques et dynamiques donnent des cisaillements à la base qui sont différents pour un même bâtiment (Otani et Uzumeri, 1977). Pour un système à un degré de liberté, l'analyse dynamique donne des résultats supérieurs à l'analyse statique lorsque la période du système est inférieure à 0,9 seconde; l'analyse statique domine de son côté lorsque la période est supérieure à 0,9 secondes. De plus, la réduction du cisaillement à la base dynamique, à l'aide du coefficient de ductilité, amène des différences encore plus remarquables entre les deux analyses. Les auteurs stipulent donc que l'analyse statique, qui a été vérifiée dans le passé, doit servir de référence pour le calcul du cisaillement à la base de la structure. L'analyse dynamique, selon eux, ne doit pas servir à réduire les forces de design sur la structure.

Le CNBC de 1977 accorde une attention particulière à ces conclusions. En effet, l'analyse dynamique est toujours permise par le

code; cependant, la valeur du cisaillement à la base donné par cette analyse ne doit pas être plus faible que 90% de la valeur du cisaillement à la base de l'analyse statique (Uzumeri et al., 1978).

En 1985, le supplément du CNBC est amputé du commentaire qui décrit les étapes de l'analyse dynamique. Les raisons de ce retrait sont les suivantes (Heidebrecht et Tso, 1985):

- 1- il est reconnu que le cisaillement à la base calculé à l'aide de l'analyse dynamique peut donner des résultats inférieurs à l'analyse statique;
- 2- les hypothèses de l'analyse dynamique sont aussi incertaines, sinon plus, que celles de l'analyse statique.

On peut cependant toujours utiliser l'analyse dynamique pour distribuer la force séismique globale sur l'ensemble des niveaux de la structure. On doit aussi utiliser cette méthode pour distribuer les force séismiques latérales dans le cas de bâtiments irréguliers, lorsque les centres de masse et de rigidités des différents niveaux ne sont pas situés sur des lignes verticales (Heidebrecht et Tso, 1985).

En 1990, le CNBC accorde le même statut à l'analyse dynamique qu'en 1985.

### 2.2.2- Limites de l'analyse spectrale

Le spectre utilisé dans l'analyse revêt une importance

particulière. Bien que les spectres torsionnels ait fait l'objet d'études particulières (Awad et Humar, 1984; Rutenberg et Heidebrecht, 1985), les analyses se font généralement à l'aide d'un spectre de réponse translationnel, comme c'est le cas dans cette étude.

L'utilisation de ce type de spectre entraîne certaines approximations (Clough et Penzien, 1975):

- 1- une description complète des mouvements du sol devrait comprendre, en plus des trois translations, les trois rotations; malheureusement, aucune mesure de ces composantes n'existe, et, dans la plupart des cas, elles sont ignorées;
- 2- on suppose que la sollicitation est la même pour chacun des points de la base du bâtiment; le sol est alors considéré comme rigide;
- 3- la structure influence probablement les mouvements du sol à proximité de celle-ci; cet effet, difficile à évaluer, est négligé.

La méthode de combinaison des réponses modales doit être choisie avec soin, surtout dans le cas des structures asymétriques. Maison et Neuss (1983) présentent plusieurs méthodes de combinaison, dont les méthodes SRSS (racine carrée de la somme des carrés) et CQC (combinaison quadratique complète). Ils recommandent la méthode CQC dans le cas de bâtiments réguliers ou irréguliers, quel que soit la nature du couplage modal. La méthode SRSS est recommandée pour les bâtiments réguliers et pour les structures dont les périodes ne sont pas trop rapprochées, car elle surestime la réponse dans le cas contraire. Ces recommandations sont basées sur des comparaisons entre



les analyses dynamiques spectrale et dans le temps sur un bâtiment de quinze étages.

Tinawi et Vachon (1987) font ressortir que la modélisation massique du modèle mathématique est importante. Certains logiciels offrent la possibilité d'utiliser l'inertie rotationnelle du plancher rigide, alors que d'autres placent des masses concentrées aux sommets des éléments résistants. Selon eux, la technique des masses concentrées sousestime le cisaillement à la base. Ces mêmes auteurs ont analysés des structures multi-étagées. Les méthodes de combinaison SRSS et CQC donnent des résultats semblables lorsque les périodes fondamentales de torsion et de translation sont éloignées de plus de 20%; dans le cas contraire, les deux techniques donnent des résultats qui diffèrent. Il semble, selon eux, que les deux techniques seraient alors inefficaces.

L'amélioration des outils informatiques favorise l'utilisation de l'analyse dynamique, en réduisant le temps de résolution et la complexité du problème. Auparavant, des auteurs avaient éprouvé le besoin de développer des méthodes d'analyse simplifiées pour faciliter la vie aux ingénieurs. Kan et Chopra (1977) ont développé une méthode d'analyse de bâtiments multi-étagés asymétriques, en utilisant les modes du système découplé. De leur côté, Tso et Heidebrecht (1977) ont proposé une méthode de calcul des propriétés dynamiques (périodes et modes de vibration) pour une certaine classe de bâtiments possédant des cadres et des murs uniformes.

## 2.3- ANALYSES STATIQUES SUR DES BATIMENTS ASYMETRIQUES

### 2.3.1- Exigences du code pour les bâtiments asymétriques

Les prescriptions du code sont basés sur l'analyse statique traditionnelle, où les forces d'inertie sont appliquées au centre de masse de la structure. Lorsque le bâtiment est asymétrique, il y a excentricité entre le centre de masse et de rigidité, ce qui induit des moments de torsion dans la structure.

Le CNBC prévoit alors l'application de moments de torsion statique sur la structure pour simuler le comportement d'un bâtiment asymétrique soumis à un séisme. Le code de 1985, ainsi que celui de 1990, stipulent cependant que les centres de gravités et de rigidités des différents planchers doivent se situer sur une ligne verticale, sinon l'analyse dynamique doit être employée.

Les moments de torsion appliqués à chaque étage sont fonction de la force latérale appliquée à ce niveau ainsi que de l'excentricité de calcul de ce même étage.

L'excentricité de calcul de la plupart des codes est exprimée de la façon suivante (Rutenberg et Pekau, 1983):

$$e_x = (\alpha e) \pm (\beta D)$$

où,  $e$ : excentricité réelle à un niveau du bâtiment;

$D$ : dimension en plan du bâtiment dans la direction de l'excentricité calculée.

Le premier terme ( $\alpha e$ ) tient compte de la possibilité d'une amplification dynamique des mouvements, alors que le second terme ( $\beta D$ ), appelé excentricité accidentelle, tient compte de la possibilité que le centre de rigidité ne soit pas exactement à l'endroit calculé, ainsi qu'aux mouvements de rotation du sol (Tso et Dempsey, 1980; Humar et Awad, 1983; Humar, 1984-I).

Lorsque  $\alpha = 1,5$ , ceci vient affecter les éléments qui sont situés du côté du centre de masse, par rapport au centre de rigidité (le côté flexible); lorsque  $\alpha = 0,5$ , ceci affecte les éléments du côté rigide (Rutenberg et Pekau, 1983).

### 2.3.2- Méthodes de calcul de l'excentricité

L'ambiguïté du CNBC, en ce qui concerne les exigences de torsion, provient du fait que l'on ne propose pas de méthode de calcul de l'excentricité réelle entre les centres de masse et de rigidité. La position du centre de masse est habituellement facile à identifier; la position du centre de rigidité l'est cependant beaucoup moins.

On retrouve deux définitions de la position du centre de rigidité; ces deux définitions donnent lieu à plusieurs techniques d'évaluation de la position du centre de rigidité. Une première définition (Humar, 1984-I) stipule que le centre de rigidité, à un niveau donné, est l'endroit où s'applique la force latérale sans qu'il y ait de rotation de ce niveau; les autres niveaux peuvent cependant tourner. Une autre définition (Cheung et Tso, 1986) établit les centres de rigidité de

tous les niveaux de la structure comme étant des points localisés dans le plan du plancher où les charges latérales s'appliquent sans causer de rotation dans toute la structure. Stafford Smith et Vézina (1985) avait déjà proposé une définition semblable.

Le calcul du centre de rigidité correspondant à la première définition est calculé par une technique analogue à celle utilisée pour le calcul du centre de gravité, à chaque niveau de la structure; on utilise dans ce cas-ci les rigidités relatives de chacun des éléments résistants aux charges latérales (Blume et al., 1961).

L'autre définition entraîne, pour le calcul de la position des centres de rigidité, la création d'un modèle en deux dimensions du bâtiment à analyser (Stafford Smith et Vézina, 1985; Tso, 1990). La position des centres de rigidité calculés à l'aide de cette méthode est fonction du cas de chargement appliqué. C'est donc dire qu'à la limite, la position des centres de rigidité varie continuellement sur toute la hauteur de la structure lorsque celle-ci est soumise à un cas de chargement dynamique.

Cheung et Tso (1986-I), Cheung et Tso (1987) ainsi que Stafford Smith et Vézina (1985) ont analysé plusieurs types de bâtiments irréguliers en utilisant cette deuxième méthode de calcul sous des cas de chargement statiques. Pour certaines structures particulières, les centres de rigidité sont situés sur une ligne verticale sur toute la hauteur de l'édifice. Dans d'autres cas, la position des centre de

rigidité n'est pas constante et connaît de grandes variations. Le centre de rigidité à un étage particulier peut, à certains moments, être même situé à l'extérieur des limites physiques de l'étage en question.

### 2.3.3- Critiques portant sur l'analyse statique

Dans le passé, les exigences du CNBC sur la torsion ont généré plusieurs critiques. Tso (1983), entre autres, reconnaît que les exigences d'alors étaient peu compatibles avec les autres codes; il proposa quatre changements pour le CNBC de 1985 pour remédier à la situation.

Cependant, le comportement dynamique n'est pas encore totalement pris en compte dans l'expression de l'excentricité de calcul. Rutenberg et Pekau (1983) suggèrent, lors d'une étude sur les exigences du CNBC de 1980, que la formule pour le calcul de l'excentricité devrait tenir compte de:

- 1- l'excentricité réelle entre le centre de rigidité et le centre de masse;
- 2- le rapport des fréquences torsionnelles et translationnelles;
- 3- la position de l'élément étudié par rapport au centre de rigidité et de masse.

Ces deux mêmes auteurs récidivent avec le même type d'études pour le CNBC 1985. Les auteurs trouvent particulièrement surprenant que les prescriptions du code donnent souvent des résultats semblables aux

analyses dynamiques dans le temps, compte tenu de la complexité du problème. Les auteurs soulignent cependant la faiblesse des exigences du code pour les éléments situés du côté rigide du système, lorsque le rapport des fréquences est faible. Ceux-ci proposent de nouvelles formules pour le calcul de l'excentricité de calcul, qui sont fonction du rayon de giration de la masse, de l'excentricité structurale et du rapport des fréquences.

D'autres auteurs (Heidebrecht ,1979; Tsicnias et Hutchinson, 1981) démontrent eux aussi que les exigences du code sont inadéquates lorsque le rapport des fréquences translationnelle et torsionnelle est près de l'unité. La réponse de la structure, dans ce cas, peut alors être amplifiée dans un rapport de trois par rapport à l'analyse statique.

Toutefois, pour Tso (1983), l'effet de la proximité des périodes ne peut être tenu en compte pour le moment car aucune formule satisfaisante et facile d'application n'a été élaborée pour évaluer la période torsionnelle fondamentale du bâtiment.

Les auteurs Rady et Hutchinson (1988), démontrent aussi l'inefficacité, dans certains cas, des formules d'excentricité de calcul proposées par les différents codes. Ils suggèrent que ces formules tiennent compte non seulement du rapport des périodes, mais aussi de la période fondamentale de la structure.

Malgré les variations observées entre les moments de torsion

provenant des analyses statiques et dynamiques, le cisaillement induit dans les éléments résistants est relativement semblable pour les deux analyses car il provient principalement de la charge latérale de base à laquelle est soumise la structure (Humar, 1984-II; Tso, 1983).

#### 2.4- COMPARAISON DES ANALYSES STATIQUES ET DYNAMIQUES POUR DES BÂTIMENTS ASYMETRIQUES

Cheung et Tso ont publié, en 1986 et en 1987, des articles portant sur l'excentricité des bâtiments irréguliers multi-étages. Six bâtiments de neuf étages ont été analysés:

- 1- la première structure est composée de murs uniformes résistants aux charges latérales;
- 2- le deuxième bâtiment possède le même système de résistance que le premier modèle, sauf qu'un des murs perd les deux-tiers de sa rigidité au 6ième niveau;
- 3- le troisième modèle comporte des cadres et des murs uniformes dont les centres de rigidité respectifs coïncident;
- 4- le quatrième bâtiment est identique au troisième modèle, sauf que les centres de rigidité des cadres et des murs ne coïncident pas;
- 5- le cinquième modèle est d'un type identique au quatrième;
- 6- la sixième structure est identique à la première, sauf qu'elle possède un décrochement au 6ième niveau.

L'excentricité est d'abord calculée à l'aide de la méthode

traditionnelle, soit celle des rigidités relatives des éléments résistants à chacun des niveaux. Il n'y a que le bâtiment #2 qui n'a pas ses centres de rigidité situés sur une même verticale. En effet, pour ce bâtiment, les centres de rigidité subissent un léger décalage au sixième niveau. Le cas #6 est un cas particulier des bâtiments possédant un décrochement, car la perte de deux éléments résistants identiques situés de part et d'autre du centre de masse n'affecte pas l'excentricité du système.

La méthode de calcul de l'excentricité avec un modèle en deux dimensions est ensuite utilisée. Les structures #1, 3 et 6 ont des centres de rigidité identiques à ceux calculés à l'aide de la méthode traditionnelle. La position du centre de rigidité de la deuxième structure oscille autour du centre masse, avec une pointe au niveau inférieur à celui où se produit la perte de rigidité d'un des éléments résistants. Les bâtiments #4 et 5 ont des centres de rigidité qui se rapprochent de ceux calculés par la méthode traditionnelle, pour les niveaux supérieurs seulement. Les centres de rigidité s'éloignent cependant énormément du centre de masse aux niveaux inférieurs: on observe au premier niveau une excentricité de 155 mètres pour une largeur de bâtiment de 20 mètres.

Les auteurs effectuent ensuite des analyses statiques et dynamiques sur les modèles présentés. Les auteurs soulignent en premier lieu la difficulté d'interpréter la formule d'excentricité de calcul du code lorsque l'excentricité réelle oscille de part et d'autre du centre de



masse. Ils évaluent donc à cette étape les moments de torsion de l'analyse statique à l'aide de l'excentricité calculée avec la méthode traditionnelle.

Le cisaillement sur l'élément résistant le plus sollicité (i.e. celui le plus éloigné du centre de rigidité), est ensuite observé. Pour chacune des structures, les effets des moments de torsion évalués par le code sont semblables à ceux de l'analyse dynamique. Les auteurs concluent que l'exigence du CNBC 1985, édictant que les centres de rigidité doivent se situer sur une ligne verticale pour pouvoir utiliser l'analyse statique, est suffisante, mais pas nécessairement obligatoire. Les auteurs recommandent cependant l'analyse dynamique dans le cas de structures possédant un agencement de murs et de cadres interagissant ensemble sous des charges latérales.

Une analyse effectuée par Chandler et Hutchinson (1987) évalue les exigences pour la torsion du CNBC 1985, pour un modèle mono-étagé. Dans le cas où l'excentricité est faible et le rapport des fréquences près de l'unité, la réponse de l'analyse statique est sousestimée par rapport à l'analyse dynamique. Dans les autres cas, la réponse est semblable à l'analyse dynamique. Les auteurs ont aussi analysé l'intensité du cisaillement sur l'élément le plus éloigné du centre de rigidité. Celui-ci est sousestimé par le code pour des excentricités faibles et moyennes lorsque le rapport des périodes non-couplées se situe entre 0,8 et 1,7. Lorsque ce rapport est inférieur à 0,8, la

force est surestimée. Les auteurs concluent que la formule pour le calcul de l'excentricité doit être modifiée pour éliminer ces variations par rapport à l'analyse dynamique.

### 2.5- RECHERCHES CONNEXES

Tso et Asmis (1971) ont étudié la présence de torsion dans les bâtiments symétriques, due au couplage non-linéaire entre les mouvements translationnels et rotationnels. Dans ce cas, la torsion est induite lorsque les mouvements latéraux ont atteint une grande valeur; la ductilité devient alors importante pour les éléments en périphérie. Dans une autre publication sur le même sujet, Tso (1975) affirme que la proximité des périodes de translation et de torsion favorise l'apparition de mouvements de torsion.

La réponse inélastique des structures, soumises à des charges séismiques, a été étudiée par plusieurs chercheurs. Parmi ceux-ci, Tso et Sadek (1983) étudient, sur un système mono-étagé, la demande en ductilité du système, ainsi que les déplacements périphériques. Le premier facteur est intéressant dans le cas du design des éléments résistants, alors que le second est une mesure du degré de dommages potentiel des éléments non-structuraux. Contrairement au cas élastique, la proximité des périodes translationnelle et torsionnelle n'augmente pas de façon significative la torsion.

Syamal et Pekau (1985) ont eux aussi étudié la réponse inélastique

des systèmes asymétriques. Contrairement aux structures élastiques, la réponse de tel système n'offre pas plus de torsion lorsque l'excentricité est faible et que les périodes sont rapprochées.

Awad et Humar (1984) traitent des spectres torsionnels. Pas de mesures directes de telles rotation n'existent, mais connaissant la nature complexe des ondes sismiques, il ne fait aucun doute qu'elles se produisent réellement lors d'un séisme. Le modèle d'onde sismique voyageant dans le sol implique que des points adjacents d'un sol de fondation d'édifice ont des déplacements différents, ce qui peut entraîner, entre autres, des mouvements de torsion dans la structure. Pour des bâtiments dont les dimensions sont faibles par rapport à la longueur de l'onde sismique, on peut négliger cet effet. Le spectre de réponse en torsion est dérivé d'enregistrements de mouvements translationnels dans les deux directions perpendiculaires. Les auteurs concluent que l'effet de la rotation du sol est plus important que le couplage dynamique, pour un modèle mono-étagé, excepté lorsque la structure possède une grande excentricité ou un rapport des fréquences près de l'unité.

Rutenberg et Heidebrecht (1985) proposent, quant à eux, une méthode simple pour trouver le spectre torsionnel d'un site en particulier: le spectre translationnel n'a qu'à être divisé par un facteur qui est fonction de la période naturelle en torsion, de la vitesse de l'onde horizontale en cisaillement et d'un facteur de forme qui est fonction des moments d'inertie de l'aire des fondations. Les auteurs ont de

plus formulé une excentricité accidentelle relative exclusivement au mouvement torsionnel du sol; ils proposent donc une nouvelle façon d'évaluer l'excentricité accidentelle. Ils proposent de plus l'introduction dans le code d'un spectre torsionnel, pour tenir compte des effets torsionnels dus aux modes supérieurs de la structure.

## CHAPITRE 3

### ANALYSE DYNAMIQUE

#### 3.1- INTRODUCTION

Un chargement dynamique comprend une ou plusieurs charges dont la position, l'intensité et/ou la direction varient avec le temps. Le tremblement de terre est un type de chargement dynamique non-périodique, s'étendant sur une période de temps plus ou moins longue. Le traitement de ces charges sur une structure demande une analyse dynamique complète si l'on veut connaître la réponse réelle (ou près de la réalité) de la structure.

Cette analyse est utilisée depuis de nombreuses années pour, entre autres, prédire le comportement d'une structure face à un séisme. Elle est souvent complexe et coûteuse, surtout dans le cas de bâtiments irréguliers et lors d'analyses complètes dans le temps. Heureusement, il est possible de réduire la taille du problème à résoudre, sans affecter de façon significative la réponse du modèle.

Face à l'analyse statique du Code national du bâtiment du Canada (CNBC), qui demeure une méthode empirique, l'analyse dynamique évalue de façon plus précise la réponse des bâtiments, surtout si ceux-ci sont irréguliers. Cependant, depuis quelques années, le CNBC ne permet plus son utilisation pour l'évaluation des surcharges séismiques; selon le

code, diverses hypothèses sur le comportement de la structure qui ne peuvent toujours être justifiées peuvent provoquer un cisaillement beaucoup plus faible que celui calculé par le CNBC, qui est considéré comme un minimum. Quoi qu'il en soit, l'analyse dynamique demeure permise pour répartir les efforts dans l'ensemble de la structure, en pondérant les résultats obtenus par le rapport entre le cisaillement à la base statique et dynamique.

Le commentaire J du CNBC 1985 décrit une méthode simplifiée qui remplace le commentaire K du CNBC 1980, qui était intitulé «Analyse dynamique de la réponse sismique des bâtiments». Cette méthode simplifiée comporte très peu de détails sur les étapes de l'analyse dynamique.

Dans ce chapitre, nous passerons rapidement en revue les caractéristiques fondamentales de l'analyse dynamique utilisée pour l'analyse des modèles multi-étagés traités au chapitre 5 de ce mémoire, en s'inspirant de la méthode décrite dans le CNBC 1980. Le spectre de calcul sera construit en fonction des paramètres d'accélération et de vitesse maximales au sol pour un site donné, selon les valeurs du CNBC 1985. La probabilité d'apparition est de 10% en 50 ans. Par la suite, les équations de mouvement pour un modèle mono-étagé seront développées. Certaines conclusions seront alors tirées, et elles seront vérifiées et appliquées aux modèles multi-étagés.

### 3.2- CARACTERISTIQUES DE L'ANALYSE SPECTRALE POUR LES MODELES MULTI-ETAGES

L'analyse dynamique spectrale utilise les modes de vibration de la structure et un spectre de réponse représentant le «séisme de calcul» pour l'étude du comportement linéaire d'un bâtiment. Un système à plusieurs degrés de liberté peut, grâce à ses modes de vibration propres, être découplé et analysé similairement à plusieurs systèmes comportant chacun un degré de liberté. Grâce à l'utilisation du spectre, la réponse modale maximale est obtenue; la réponse globale de la structure est évaluée en combinant chacune, ou une partie seulement, des réponses modales. Le résultat final est approximatif et dépend de la méthode de combinaison utilisée: en effet, les maximums associés à chacun des modes n'arrivant pas tous en même temps, la méthode de combinaison doit pondérer chacune des participations modales pour en arriver à un résultat réaliste.

Un logiciel d'analyse dynamique et statique dans le domaine linéaire fut utilisé pour évaluer la réponse de nos modèles: il s'agit du logiciel ALDYNA (Thibeault et Tinawi, 1986), développé à l'Ecole Polytechnique de Montréal, et disponible sur ordinateur central. Ce logiciel permet, entre autres, de construire des modèles d'assez grande taille, d'utiliser plusieurs variétés de combinaison des réponses modales et, lors de la modélisation, de créer facilement des planchers rigides à trois degrés de liberté dynamiques chacun. Dans les prochaines sous-sections, on retrouve un résumé des étapes suivies lors de l'analyse dynamique des modèles multi-étagés de ce mémoire.

### 3.2.1- Modélisation de la structure

Un édifice de plusieurs étages peut comporter plusieurs milliers de degrés de liberté. Il serait beaucoup trop coûteux, et inutile de toute façon, d'analyser dynamiquement un modèle de cette taille. En effet, on peut réduire de façon significative la taille du modèle sans affecter de façon sensible la réponse de la structure. Les modèles étudiés ont été réduits à trois degrés de liberté dynamiques par étage (deux translations et une rotation) dans le plan du plancher correspondant et situés au centre de masse, en considérant que les planchers agissent comme des diaphragmes rigides. Suite à l'idéalisation de la structure en un modèle mathématique simplifié, on peut assembler les matrices de masse et de rigidité associées à chacun des degrés de liberté dynamiques.

### 3.2.2- Evaluation des fréquences et des modes de vibration

A l'aide des matrices de masse et de rigidité, et en utilisant une méthode itérative, on évalue les fréquences ainsi que les déplacements modaux pour chacun des modes propres de la structure. En général, seule l'évaluation des dix premiers modes est requise; la combinaison de ceux-ci donne une réponse satisfaisante, car la participation des modes supérieurs est de plus en plus faible.

### 3.2.3- Construction du spectre de réponse

Le spectre de réponse est fonction de l'accélération maximale et de la vitesse maximale du sol à un endroit donné, et de l'amortissement et de la ductilité de la structure à l'étude. Le spectre de réponse



utilisé dans l'étude de nos modèles multi-étagés est celui de Montréal, et il est construit pour un amortissement de 5% et une ductilité de 1.

Pour Montréal, selon le CNBC 1985, l'accélération horizontale maximale du sol (PHA) est de 0,18g et la vitesse horizontale maximale du sol (PHV) est de 0.097 m/s, et ce pour une probabilité d'apparition de 10% en 50 ans. Des facteurs multiplicatifs doivent être appliqués sur ces dernières valeurs pour considérer l'amortissement de la structure de 5%. Ces facteurs, qui se retrouvent dans le CNBC 1980, sont de 3 pour l'accélération maximale et de 2 pour la vitesse maximale. La ductilité étant de 1, aucun autre facteur multiplicatif ne vient affecter les valeurs maximales du spectre. Celui-ci est illustré à la figure 3.1.

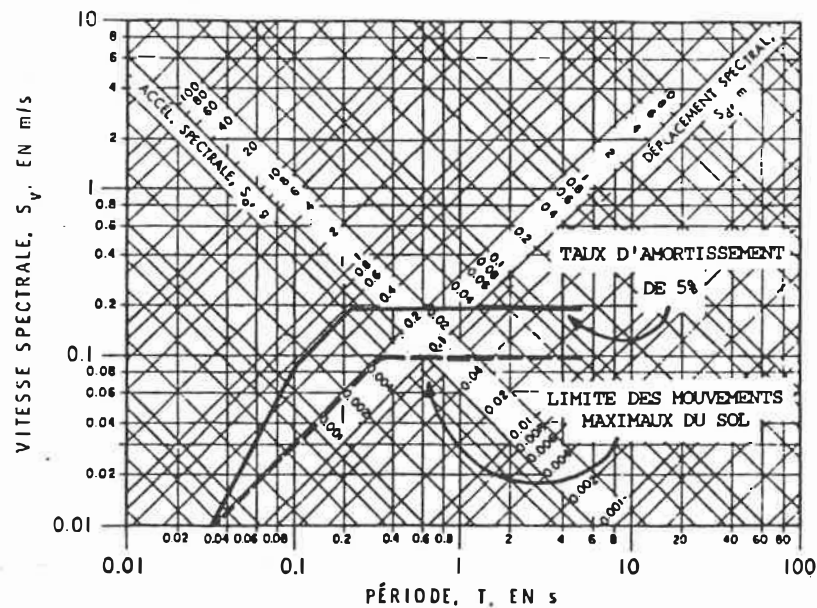


Figure 3.1- Spectre de Montréal basé sur une probabilité d'apparition de 10% en 50 ans.

#### 3.2.4- Evaluation des accélérations, vitesses et déplacements modaux maximums

Grâce au spectre de réponse et aux fréquences de chaque mode, il est alors possible, pour chaque mode, d'évaluer les accélérations absolues maximales ( $S_a$ ), les vitesses maximales ( $S_v$ ) et les déplacements relatifs maximaux ( $S_d$ ).

#### 3.2.5- Evaluation des facteurs de participation

Pour chaque mode et pour chaque direction principale étudiée, on évalue un facteur de participation modal, qui est fonction de la matrice de masse du système et du mode de vibration du mode en question. Ce facteur est un indice de l'importance du mode dans la réponse globale de la structure.

#### 3.2.6- Evaluation des déplacements et forces modales

A l'aide des facteurs évalués plus haut, les déplacements et les forces des éléments de la structure, pour un mode en particulier, sont calculés.

#### 3.2.7- Evaluation de la réponse globale de la structure

La réponse globale de la structure est calculée en combinant chacune des réponses modales. La méthode de la racine carrée de la somme des carrées (SRSS, pour "square root of the sum of the squares") est la plus connue des méthodes de combinaison, et probablement la plus utilisée. La formulation de cette combinaison est la suivante (Maison et Neuss, 1983) :

$$R_{\text{max}} = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n (R_i)^2 \right)} \quad (3.1)$$

où,  $R_{\text{max}}$ : Réponse maximale estimée pour la quantité R (force, déplacement, etc.)

$R_i$ : Réponse maximale de la quantité R pour le mode i

n: nombre de modes considérés.

Une autre méthode utilisée dans ce mémoire est la combinaison quadratique complète (CQC, pour "complete quadratic combination"). Cette méthode donne de meilleurs résultats que la méthode SRSS pour les systèmes couplés dont les périodes modales sont rapprochées, tel que rapporté dans le chapitre 2. Cette méthode est exprimée de cette façon (Maison et Neuss, 1983):

$$R_{\text{max}} = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n (R_i P_{ij} R_j) \right) \right)} \quad (3.2)$$

et,

$$P_{ij} = \frac{8\sqrt{(\beta_i \beta_j w_i w_j)} (\beta_i w_i + \beta_j w_j) w_i w_j}{(w_i^2 - w_j^2)^2 + 4\beta_i \beta_j w_i w_j (w_i^2 + w_j^2) + 4(\beta_i^2 + \beta_j^2) w_i^2 w_j^2}$$

où,  $w_i$ : fréquence naturelle du mode i

$\beta_i$ : rapport d'amortissement critique du mode i.

Ces deux seules méthodes seront utilisées dans ce mémoire, les autres étant jugées inadéquates.

### 3.3- ANALYSE THEORIQUE D'UN MODELE MONO-ETAGE

#### 3.3.1- Description et comportement du modèle

Le modèle étudié comporte un plancher rigide de masse  $m$ , supporté par quatre colonnes de rigidités différentes (figure 3.2). La masse du diaphragme rigide est concentrée au centre de gravité du plancher: ce point est appelé centre de masse (CM). Les forces d'inertie se développent à ce point. La taille du problème, du point de vue des forces d'inertie, est réduite à 3 DDLD en concentrant la masse en un point central unique.

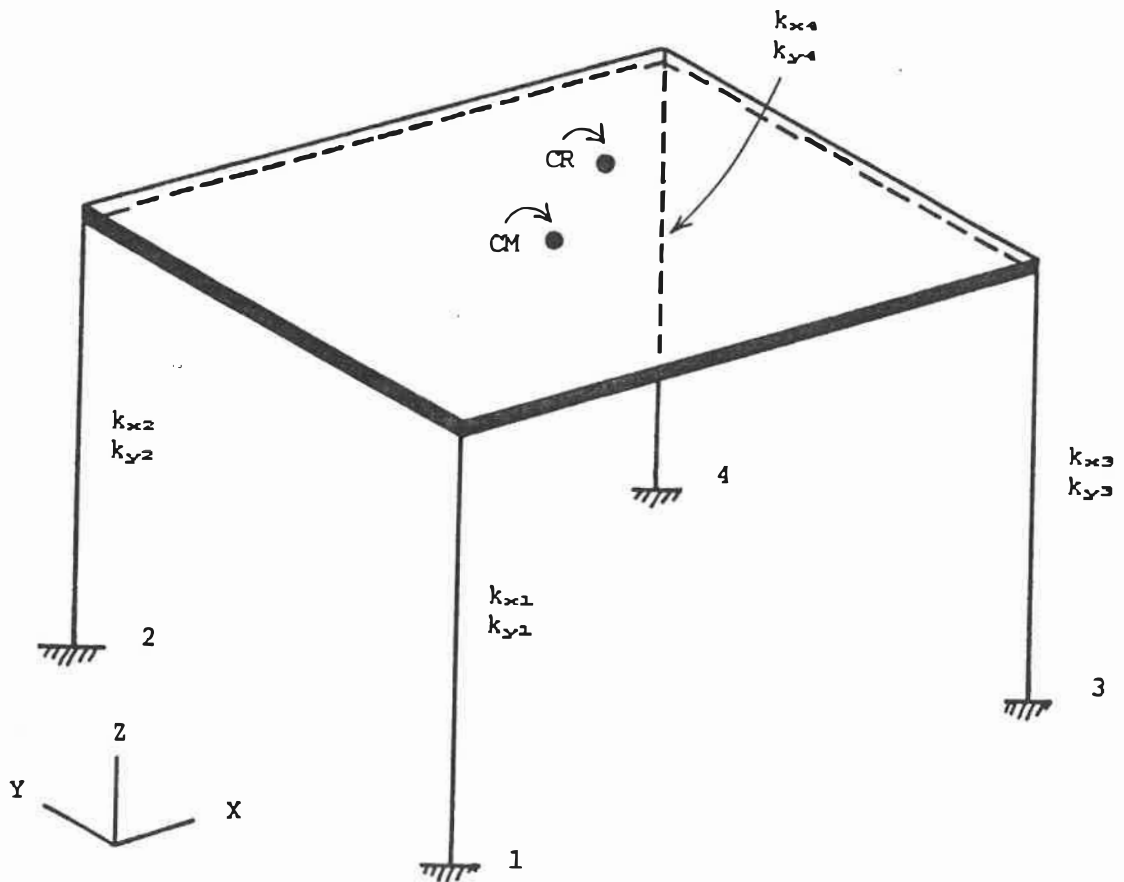


Figure 3.2- Modèle mono-étagé à l'étude

Par analogie, le centre de rigidité (CR) est le centre géométrique des rigidités des éléments résistants aux charges latérales. Les forces élastiques se développent à ce point. La taille du problème, du point de vue des forces élastiques, est réduite à 3 DDLD en considérant le plan rigide.

Habituellement, le CM est choisit comme point de référence des DDLD, car il est assez facile d'évaluer sa position, même dans les structures multi-étagés (figure 3.3a). Plusieurs études présentent les équations de mouvement d'un modèle mono-étagé de cette façon (Rutenberg et Pekau, 1983; Awad et Humar, 1984; Rady et Hutchinson, 1988).

D'un autre côté, certains ont développé ces équations au centre de rigidité (Tso et Dempsey, 1980). Grâce au diaphragme rigide, on peut déplacer les DDLD à cet endroit; la figure 3.3b illustre les DDLD au CR. Le principal obstacle à cette opération reste le positionnement du CR dans les structures à plusieurs étages. En fait, les DDLD peuvent être définis en un point quelconque du plancher rigide.

Lorsque le CM et le CR ne coïncide pas, comme c'est le cas ici, les équations globales de mouvement sont couplées. Le terme couplage signifie que les DDLD ne sont pas indépendants: une force dans la direction d'un DDLD engendre un déplacement résultant qui n'est pas dans cette direction. Les matrices des coefficients de rigidité et/ou des coefficients massiques contiennent alors des termes hors de la diagonale.

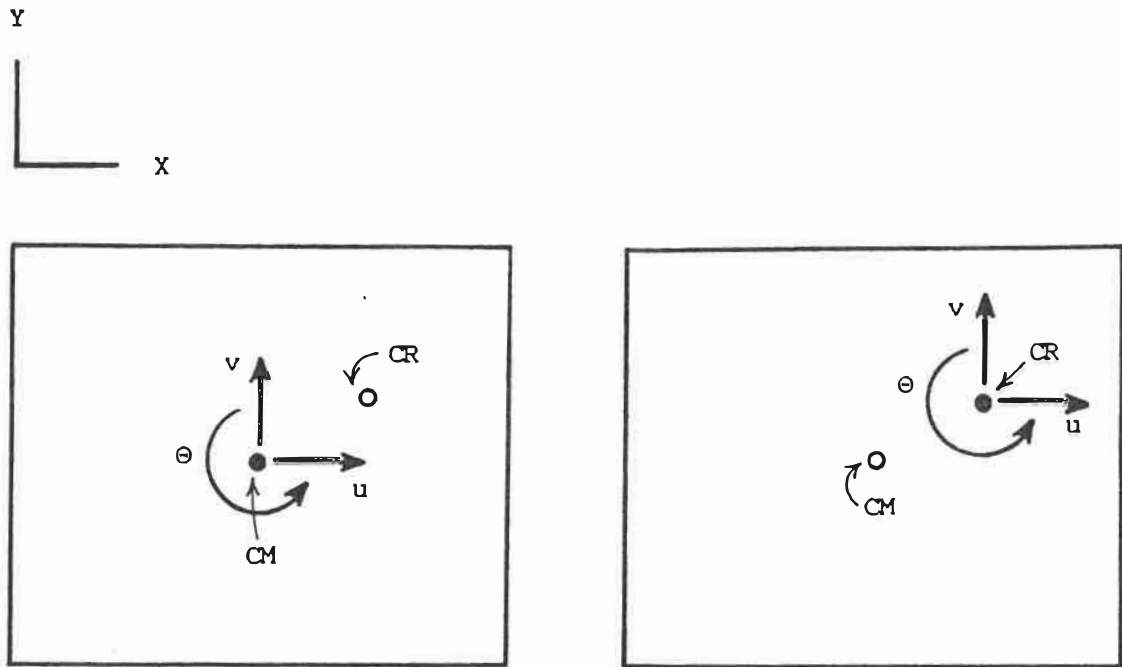


Figure 3.3- Vues en plan du modèle mono-étagé

- a) DDL au centre de masse (CM)
- b) DDL au centre de rigidité (CR)

Lorsque les DDL sont au CM, les forces d'inertie sont découplées. En effet, une force appliquée dans la direction  $x$  au CM, par exemple, provoque une accélération en  $x$  exclusivement. Par contre, les forces élastiques sont couplées: au CM, une force appliquée dans la direction  $x$ , par exemple, provoque un déplacement en  $x$  et une rotation autour de  $z$ . Globalement, les équations de mouvement sont donc couplées.

Lorsque les DDLD sont au CR, un même raisonnement peut être posé. Dans ce cas, ce sont les forces d'inertie qui sont couplées, et les forces élastiques qui ne le sont pas.

Globalement, sous une charge latérale dynamique, le couplage des DDLD engendre des mouvements de translation et de torsion. Les moments de torsion induits sont fonction de l'intensité de la charge appliquée et de l'excentricité entre le CM et le CR. Ce sont autant les forces d'inertie autour du centre de rigidité que les forces élastiques autour du centre de masse qui génèrent cette torsion.

### 3.3.2- Equations générales pour un système à plusieurs degrés de liberté dynamiques

Pour un système à plusieurs degrés de liberté dynamiques (DDLD), soumis à une vibration de ses supports, les forces suivantes sont en équilibre:

$$\{F_I\} + \{F_D\} + \{F_S\} = \{0\} \quad (3.3)$$

où,

- $F_I$ : forces d'inertie
- $F_D$ : forces d'amortissement
- $F_S$ : forces élastiques.

Il est plus utile dans notre analyse de considérer l'équation 3.3 pour un système non-amorti, et d'introduire le taux d'amortissement ( $\varepsilon$ ) directement dans les équations modales découplées. Les forces en équilibre deviennent donc:

$$\{F_r\} + \{F_g\} = \{0\} \quad (3.4)$$

Les équations de mouvement prennent la forme suivante:

$$[M] \{\ddot{Y}\} + [K] \{Y\} = - [M] \{\ddot{Y}_s(t)\} \quad (3.5)$$

où,

[M]: matrice de masse

[K]: matrice de rigidité

\{Y\}: vecteur des DDL

\{\ddot{Y}\_s(t)\}: vecteur des accélérations au sol

Les DDL du modèle mono-étagé comportent deux translations (u,v) et une rotation ( $\Theta$ ), illustrés à la figure 3.3. En général, pour le modèle mono-étagé, l'équation 3.5 prend la forme:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{\Theta} \\ \ddot{v} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \Theta \\ v \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{\Theta}_s \\ \ddot{v}_s \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

où,  $m_{ij}$ : force au noeud i due à une accélération unitaire du noeud j, les autres étant fixes; appelé coefficient massique

$k_{ij}$ : force au noeud i due à un déplacement unitaire du noeud j, les autres étant fixes; appelé coefficient de rigidité.

### 3.3.3- Formulation des équations de mouvement

#### 3.3.3.1- Compatibilité des déplacements pour un plan rigide

Il faut en premier lieu exprimer la compatibilité des déplacements



pour un plan rigide dont les équations ne sont pas couplées.

Si ce plan est soumis à une rotation infinitésimale  $\Theta$ , telle qu'illustrée à la figure 3.4a, les déplacements et rotation sont les suivants:

$$\begin{aligned} u_i &= -y_i \Theta \\ v_i &= x_i \Theta \\ \Theta_i &= \Theta \end{aligned} \quad (3.7)$$

où,

- $u_i$ : déplacement en x d'un point quelconque i
- $v_i$ : déplacement en y d'un point quelconque i
- $\Theta_i$ : rotation autour de z d'un point quelconque i
- $y_i$ : coordonnée en y du point i
- $x_i$ : coordonnée en x du point i
- $\Theta$ : rotation autour de z au point d'intersection des axes de référence, considérée comme un DDLD.

Si ce plan est soumis à un déplacement infinitésimal  $u$  (figure 3.4b), les déplacements et rotation induits sont:

$$\begin{aligned} u_i &= u \\ v_i &= 0 \\ \Theta_i &= 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

où,

- $u$ : déplacement en x du noeud situé à l'intersection des axes de référence, considéré comme un DDLD.

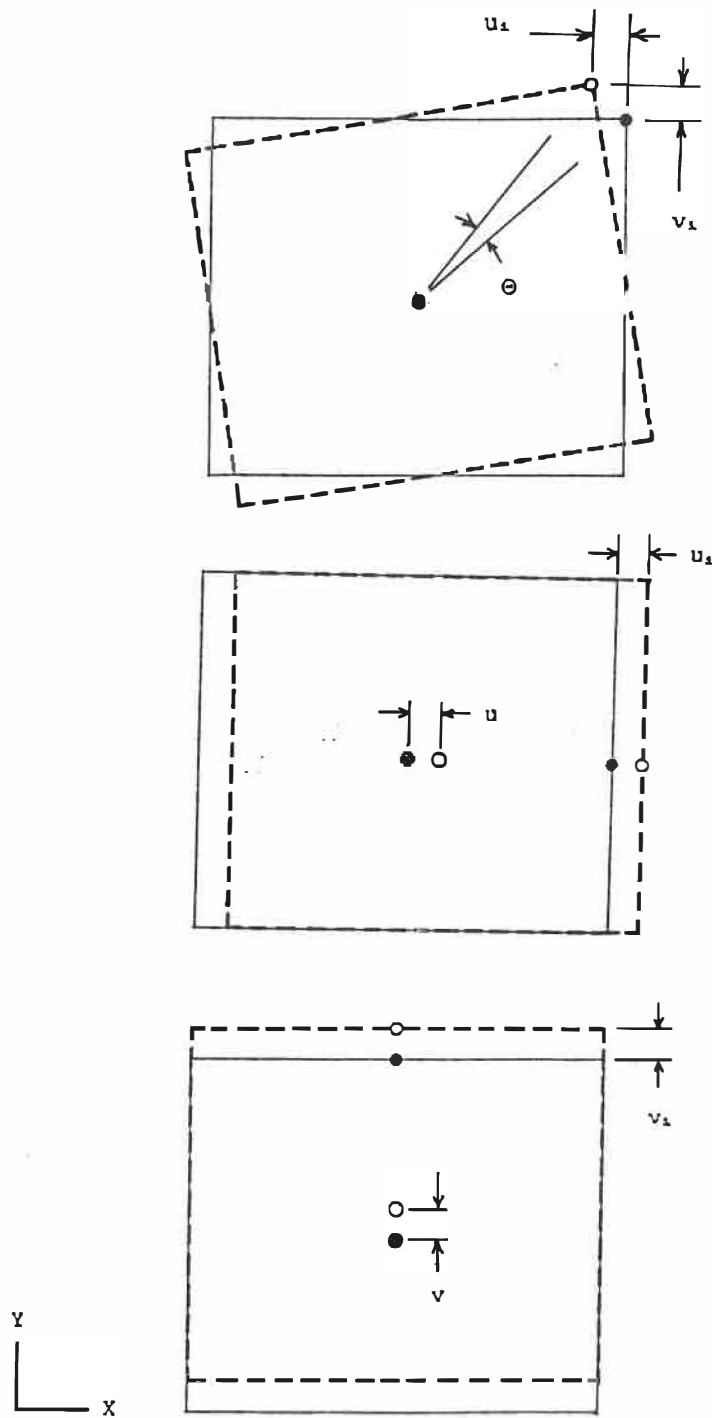
La figure 3.4c illustre le plan rigide soumis à un déplacement infinitésimal  $v$ ; les déplacements et rotation résultants s'expriment de cette façon:

$$\begin{aligned} u_1 &= 0 \\ v_1 &= v \\ \theta_1 &= 0 \end{aligned} \tag{3.9}$$

où,  $v$ : déplacement en  $y$  du noeud situé à l'intersection des axes de référence, considéré comme un DDL.

Lorsque les déplacements et rotation  $u$ ,  $v$  et  $\theta$  sont couplés, les déplacements décrits précédemment (éq. 3.7, 3.8 et 3.9) sont susceptibles de se produire conjointement sous une charge quelconque. Les déplacements d'un point quelconque  $i$  du plan rigide, lorsque les DDL sont couplés, sont les suivants:

$$\begin{aligned} u_i &= u - y_i \theta \\ v_i &= v + x_i \theta \\ \theta_i &= \theta \end{aligned} \tag{3.10}$$



**Figure 3.4-** Vues en plan du modèle mono-étagé

- a) rotation du plan rigide
- b) translation en x du plan rigide
- c) translation en y du plan rigide.

### 3.3.3.2- Forces d'inertie (DDLd au centre de masse)

Exprimées au CM, les forces d'inertie sont non-couplées. Elles sont donc évaluées directement:

$$\begin{aligned} F_{Ix} &= m u_{cm} \\ F_{Iy} &= m v_{cm} \\ M_{Iz} &= I_z \theta_{cm} = m r^2 \theta_{cm} \end{aligned} \quad (3.11)$$

où,  $F_{Ix}$ : force d'inertie dans la direction x au CM

$F_{Iy}$ : force d'inertie dans la direction y au CM

$M_{Iz}$ : moment d'inertie autour de z au CM

m: masse du système

r: rayon de giration massique du modèle

$I_z$ : moment d'inertie massique

$u_{cm}, v_{cm}, \theta_{cm}$ : DDLd au CM.

### 3.3.3.3- Forces élastiques (DDLd au centre de masse)

Les forces élastiques sont couplées lorsque les DDLd sont exprimés au CM. En débutant, exprimons ces forces au CR. Celles-ci comprennent les forces élastiques de chacun des éléments résistants:

$$\begin{aligned} F_{sx} &= \sum_{i=1}^n (P_{xi}) \\ F_{sy} &= \sum_{i=1}^n (P_{yi}) \\ M_{sz} &= \sum_{i=1}^n (P_{yi} x_i) - \sum_{i=1}^n (P_{xi} y_i) \end{aligned} \quad (3.12)$$

où,

- $F_{sx}$ : force élastique dans la direction x au CR
- $F_{sy}$ : force élastique dans la direction y au CR
- $M_{sz}$ : moment élastique autour de z au CR
- $P_{xi}$ : force dans la direction x à l'élément i
- $P_{yi}$ : force dans la direction y à l'élément i
- $x_i$ : coordonnée en x de l'élément i par rapport au CR
- $y_i$ : coordonnée en y de l'élément i par rapport au CR
- n: nombre d'éléments résistants.

Les contributions individuelles des éléments résistants sont évaluées en utilisant les équations de compatibilité des déplacements pour un système non-couplé (équations 3.8 et 3.9):

$$\begin{aligned} P_{xi} &= k_{xi} u_i = k_{xi} u_{cz} \\ P_{yi} &= k_{yi} v_i = k_{yi} v_{cz} \end{aligned} \quad (3.13)$$

où,

- $u_{cz}$ : DDLD en x au CR
- $v_{cz}$ : DDLD en y au CR.

En remplaçant les forces des équations 3.13 dans les équations 3.12, on obtient:

$$\begin{aligned} F_{sx} &= \Sigma (k_{xi} u_{cz}) \\ F_{sy} &= \Sigma (k_{yi} v_{cz}) \\ M_{sz} &= \Sigma (k_{yi} x_i v_{cz}) - \Sigma (k_{xi} y_i u_{cz}) \end{aligned} \quad (3.14)$$

La compatibilité des déplacements pour un plan subissant une rotation a été définie aux équations 3.7. En utilisant celles-ci et

l'équation du moment de l'équation 3.14, on obtient:

$$M_{\theta} = \Sigma (k_{y1} x_1^2 \theta_{cz}) + \Sigma (k_{x1} y_1^2 \theta_{cz}) \quad (3.15)$$

On pose:

$$\begin{aligned} K_x &= \Sigma k_{x1} \\ K_y &= \Sigma k_{y1} \\ K_{\theta} &= \Sigma (k_{y1} x_1^2) + \Sigma (k_{x1} y_1^2) \end{aligned} \quad (3.16)$$

où,  $K_x$ : rigidité globale en x  
 $K_y$ : rigidité globale en y  
 $K_{\theta}$ : rigidité globale autour de z, calculé au CR.

Les forces de l'équation 3.14 et le moment de l'équation 3.15 deviennent:

$$\begin{aligned} F_{sx} &= K_x u_{cz} \\ F_{sy} &= K_y v_{cz} \\ M_{\theta} &= K_{\theta} \theta_{cz} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Transférons maintenant des forces et moment au CM:

$$\begin{aligned} F_{sx}' &= K_x u_{cz} \\ F_{sy}' &= K_y v_{cz} \\ M_{\theta}' &= (K_{\theta} \theta_{cz}) + (K_y e_x v_{cz}) - (K_x e_y u_{cz}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

où,  $F_{sx}'$ : force élastique en x exprimée au CM  
 $F_{sy}'$ : force élastique en y exprimée au CM  
 $M_{\theta}'$ : moment élastique autour de z exprimé au CM

$e_x$ : coordonnée en x du CR par rapport au CM

$e_y$ : coordonnée en y du CR par rapport au CM.

Les DDLD étant au CM, on doit utiliser les équations de compatibilité des déplacements pour un système couplé. Les équations 3.10 sont reformulées:

$$\begin{aligned} u_{cx} &= u_{cm} - (e_y \theta_{cm}) \\ v_{cx} &= v_{cm} + (e_x \theta_{cm}) \\ \theta_{cx} &= \theta_{cm} \end{aligned} \quad (3.19)$$

En remplaçant les équations 3.19 dans 3.18:

$$\begin{aligned} F_{sx}' &= (K_x u_{cm}) - (K_x e_y \theta_{cm}) \\ F_{sy}' &= (K_y v_{cm}) + (K_y e_x \theta_{cm}) \\ M_{s\theta}' &= - (K_x e_y u_{cm}) + (K_y e_x v_{cm}) + (K_{\theta}' \theta_{cm}) \end{aligned} \quad (3.20)$$

où,  $K_{\theta}' = K_{\theta} + (K_y e_x^2) + (K_x e_y^2).$

Les équations 3.20 représentent les forces élastiques couplées au CM. Une façon plus directe d'évaluer ces forces serait de procéder, dès le départ, à leur calcul au CM. Cette procédure est expliquée en détails dans les lignes qui suivent.

Tout d'abord, les forces individuelles des éléments résistants sont exprimées en fonction des DDLD au CM, en utilisant les équations de compatibilité des déplacements (équations 3.10):

$$P_{x1} = k_{x1} u_1 = k_{x1} (u_{cm} - (y_1 \theta_{cm}))$$

$$P_{y1} = k_{y1} v_1 = k_{y1} (v_{cm} + (x_1 \theta_{cm})) \quad (3.21)$$

En reprenant les équations 3.12:

$$\begin{aligned} F_{ax}' &= \Sigma (k_{x1} u_{cm}) - \Sigma (k_{x1} y_1 \theta_{cm}) \\ F_{ay}' &= \Sigma (k_{y1} v_{cm}) + \Sigma (k_{y1} x_1 \theta_{cm}) \\ M_{a\theta}' &= - \Sigma (k_{x1} y_1 u_{cm}) + \Sigma (k_{y1} x_1 v_{cm}) + \\ &\quad \Sigma ((k_{y1} x_1^2) + (k_{x1} y_1^2)) \theta_{cm} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Les définitions des rigidités globales (équations 3.16) demeurent valables; la rigidité torsionnelle est cependant calculée par rapport au CM. On doit cependant définir l'excentricité du CR par rapport au CM, par analogie au calcul d'un centre de gravité. Les rigidités des éléments résistants interviennent dans ce calcul:

$$e_x = (1/K_y) \sum_{i=1}^n (k_{y1} x_1) \quad (3.23)$$

$$e_y = (1/K_x) \sum_{i=1}^n (k_{x1} y_1) \quad (3.24)$$

A l'aide des excentricités définies en 3.23 et 3.24, les équations 3.22 deviennent:

$$\begin{aligned} F_{ax}' &= (K_x u_{cm}) - (K_x e_y \theta_{cm}) \\ F_{ay}' &= (K_y v_{cm}) + (K_y e_x \theta_{cm}) \\ M_{a\theta}' &= - (K_x e_y u_{cm}) + (K_y e_x v_{cm}) + (K_{\theta} \theta_{cm}) \end{aligned} \quad (3.25)$$

Les équations 3.20 et 3.25 sont identiques: les deux méthodes pour évaluer les forces élastiques couplées sont donc valables.



### 3.3.3.4- Equations de mouvement générales (DDL au centre de masse)

L'équation 3.6, sous forme matricielle, exprime les équations de mouvement générales pour un modèle mono-étagé. Les deux dernières sections nous ont permis d'évaluer les forces d'inertie et les forces élastiques, avec le CM comme point de référence. Ces forces peuvent être assemblées sous forme matricielle, pour nous donner les équations de mouvement décrites plus haut:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & mr^2 & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{cm} \\ \ddot{\theta}_{cm} \\ \ddot{v}_{cm} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_x & -e_y K_x & 0 \\ -e_y K_x & K_\theta & e_x K_y \\ 0 & e_x K_y & K_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{cm} \\ \theta_{cm} \\ v_{cm} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & mr^2 & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{\theta}_s \\ \ddot{v}_s \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

### 3.3.3.5- Forces d'inertie (DDL au centre de rigidité)

Nous avons déjà exprimé ces forces non-couplées au CM, à l'aide des équations 3.11. Transférées au CR, les forces d'inertie sont couplées. Elles deviennent donc:

$$\begin{aligned} F_{ix}' &= m \ddot{u}_{cm} \\ F_{iy}' &= m \ddot{v}_{cm} \\ M_{i\theta}' &= - (m e_y \ddot{u}_{cm}) + (m e_x \ddot{v}_{cm}) + (m r^2 \ddot{\theta}_{cm}) \end{aligned} \quad (3.27)$$

En utilisant les équations de compatibilité des déplacements (équations 3.10), et en dérivant deux fois par rapport au temps:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_{cm} &= \ddot{u}_{cx} - (e_y \ddot{\theta}_{cx}) \\ \ddot{v}_{cm} &= \ddot{v}_{cx} + (e_x \ddot{\theta}_{cx}) \\ \ddot{\theta}_{cm} &= \ddot{\theta}_{cx} \end{aligned} \quad (3.28)$$

En remplaçant les accélérations des équations 3.11 dans les expressions des équations 3.27:

$$\begin{aligned}
 F_{Ix}' &= (m \ddot{u}_{cx}) - (m e_y \ddot{\theta}_{cx}) \\
 F_{Iy}' &= (m \ddot{v}_{cx}) + (m e_x \ddot{\theta}_{cx}) \\
 M_{I\theta}' &= - (m e_y \dot{u}_{cx}) + (m e_x \dot{v}_{cx}) + (I_{\theta}' \ddot{\theta}_{cx})
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

où,  $I_{\theta}' = (m r^2) + (m e_x^2) + (m e_y^2).$

Les équations 3.29 représentent les forces d'inertie couplées au CR.

### 3.3.3.6- Forces élastiques (DDLd au centre de rigidité)

L'expression des forces élastiques au CR a déjà été élaboré dans une section précédente: les équations 3.17 les représentent.

### 3.3.3.7- Equations de mouvement générales (DDLd au centre de rigidité)

Les forces d'inertie et les forces élastiques, évaluées au CR, forment les équations de mouvement:

$$\begin{bmatrix} m & -m e_y & 0 \\ -m e_y & I_{\theta}' & m e_x \\ 0 & m e_x & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_{cx} \\ \ddot{\theta}_{cx} \\ \ddot{v}_{cx} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\theta} & 0 \\ 0 & 0 & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{cx} \\ \theta_{cx} \\ v_{cx} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} m & -m e_y & 0 \\ -m e_y & I_{\theta}' & m e_x \\ 0 & m e_x & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_s \\ \ddot{\theta}_s \\ \ddot{v}_s \end{Bmatrix} \tag{3.30}$$

### 3.3.4- Recherche des valeurs et vecteurs propres

Les fréquences et modes de vibration d'un système à plusieurs DDLd sont évaluées en résolvant l'équation générale suivante:

$$( [K] - \omega_n^2 [M] ) \{ \phi_n \} = 0 \tag{3.31}$$

où,  $w_n$ : fréquence naturelle non-amortie du mode n  
 $\phi_n$ : mode de vibration du mode n.

L'équation à résoudre pour notre modèle est du troisième degré. Cette solution nous procure, pour le modèle mono-étagé étudié, trois fréquences ( $w_1$ ,  $w_2$  et  $w_3$ ) et trois modes de vibration, qui ont la forme générale suivante:

$$\{\phi_n\} = \begin{Bmatrix} \phi_{x,n} \\ \phi_{\theta,n} \\ \phi_{y,n} \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

Pour un système couplé, ces différents modes auront une direction principale, ainsi qu'une ou deux directions secondaires: par exemple, le deuxième mode pourra être un mode dont la rotation est le mouvement principal, accompagnés par des translations en x et en y.

Il est utile, pour la suite de la discussion, de définir une matrice  $[\Phi]$  contenant les trois modes de vibration du système:

$$[\Phi] = [ \{\phi_1\} \{\phi_2\} \{\phi_3\} ]$$

### 3.3.5- Résolution des équations de mouvement

Connaissant les fréquences et modes de vibration propre du modèle, on peut maintenant résoudre les équations de mouvement et, par le fait même, chercher les réponses modales et la réponse globale du système sous une sollicitation latérale quelconque. La méthode de résolution est appelée «méthode des modes normaux». Pour les prochaines

sections, les équations de mouvement du modèle mono-étagé ayant comme point de référence le CM sont uniquement retenues.

### 3.3.5.1- Changement de variables

Nous avons déjà exprimé les équations de mouvement générales pour un système non-amorti (équation 3.5). Ces mêmes équations, pour un système amorti, prennent la forme suivante:

$$[M] \{\ddot{Y}\} + [C] \{\dot{Y}\} + [K] \{Y\} = -[M] \{q\} \{\ddot{Y}_m\} \quad (3.33)$$

où, [C]: matrice des coefficients d'amortissement  
 {q}: vecteur représentant le couplage entre la direction de l'excitation à la base et chaque DDLD.

Pour effectuer les opérations nous menant au résultat final, on doit, en premier lieu, procéder à un changement de variable:

$$\{Y\} = [\Phi] \cdot \{N\} \quad (3.34)$$

Pour notre modèle en particulier, ce changement de variable prend la forme:

$$\begin{Bmatrix} u \\ \Theta \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{x1} & \phi_{x2} & \phi_{x3} \\ \phi_{\theta 1} & \phi_{\theta 2} & \phi_{\theta 3} \\ \phi_{y1} & \phi_{y2} & \phi_{y3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

On définit:

$$\bar{M}_n = \{\phi_n\}^T [M] \{\phi_n\} \quad (3.36)$$

$$\bar{F}_n = \{\phi_n\}^T [M] \{q\} \{\ddot{Y}_s\} \quad (3.37)$$

$$L_n = \{\phi_n\}^T [M] \{q\} \quad (3.38)$$

où,  $\bar{M}_n$ : masse généralisée du mode n  
 $\bar{F}_n$ : force généralisée du mode n  
 $L_n$ : facteur modal de la sollicitation.

En effectuant le changement de variable de l'équation 3.35, et en appliquant les conditions d'orthogonalité reliant les modes de vibration et les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement (voir à ce sujet Clough et Penzien, 1975), l'équation 3.33 devient découplée, et se résout comme trois systèmes à un DDLD chacun. En simplifiant, l'expression générale de ces équations est la suivante:

$$\ddot{N}_n + (2 \varepsilon_n w_n) \dot{N}_n + w_n^2 N_n = \bar{F}_n(t) / \bar{M}_n \quad (3.39)$$

#### 3.3.5.2- Facteurs de participation modaux

Le facteur de participation modal est une indication de la contribution d'un mode à la réponse globale de la structure, pour une sollicitation donnée. Pour chacun des modes, il y a autant de facteurs de participation qu'il y a de directions possibles pour la sollicitation. Par exemple, pour le modèle mono-étagé, il y a trois facteurs de participation pour chacun des modes, correspondant aux sollicitations en x, en y et autour de z. La formulation générale du facteur de participation est la suivante:

$$\Psi_n = L_n / \bar{M}_n \quad (3.40)$$

a) facteur de participation pour une sollicitation en x

La masse généralisée du modèle mono-étagé peut être évaluée comme suit:

$$\bar{M}_m = m (\phi_{xm}^2 + (\phi_{\theta m}^2 r^2) + \phi_{ym}^2) \quad (3.41)$$

Le facteur modal de la sollicitation en x devient:

$$L_{xm} = m \phi_{xm} \quad (3.42)$$

Le facteur de participation pour une sollicitation en x est donc:

$$\gamma_{xm} = \phi_{xm} / (\phi_{xm}^2 + (\phi_{\theta m}^2 r^2) + \phi_{ym}^2) \quad (3.43)$$

b) facteur de participation pour une sollicitation en y

Par analogie avec l'équation 3.43, le facteur de participation, pour une sollicitation en y est:

$$\gamma_{ym} = \phi_{ym} / (\phi_{xm}^2 + (\phi_{\theta m}^2 r^2) + \phi_{ym}^2) \quad (3.44)$$

c) facteur de participation pour une sollicitation autour de z

Pour une sollicitation autour de z, le facteur modal est:

$$L_{\theta m} = m r^2 \phi_{\theta m} \quad (3.45)$$

Le facteur de participation devient:

$$\gamma_{\theta m} = (\phi_{\theta m} r^2) / (\phi_{xm}^2 + (\phi_{\theta m}^2 r^2) + \phi_{ym}^2) \quad (3.46)$$

### 3.3.5.3- Forces élastiques modales résultantes

En général, les forces élastiques résultantes de la sollicitation,

pour chaque mode, sont évaluées à l'aide de cette formule (Clough et Penzien, 1975):

$$\{F_{SRn}(t)\} = [M] \{\phi_n\} \omega_n^2 N_n(t) \quad (3.47)$$

L'analyse spectrale nous permet d'évaluer le maximum de ces forces qui varient avec le temps:

$$N_n \text{ max} = (\gamma_n / \omega_n^2) S_a \quad (3.48)$$

$$\{F_{SRn \text{ max}}\} = [M] \{\phi_n\} \gamma_n S_a \quad (3.49)$$

Bien entendu, ces forces varient en fonction de la direction de la sollicitation. De plus, pour notre modèle mono-étagé, les forces ainsi évaluées représentent les cisaillements et la torsion à la base du système.

a) forces élastiques résultantes pour une sollicitation en x

Évaluées à l'aide de l'équation 3.49, ces forces élastiques deviennent:

$$(V_{zn})_x = m \phi_{zn} \gamma_{zn} (S_{an})_x = \bar{M}_n \gamma_{zn}^2 (S_{an})_x \quad (3.50)$$

$$(V_{yn})_x = m \phi_{yn} \gamma_{zn} (S_{an})_x = \bar{M}_n \gamma_{zn} \gamma_{yn} (S_{an})_x \quad (3.51)$$

$$(T_{\theta n})_x = m r^2 \phi_{\theta n} \gamma_{zn} (S_{an})_x = \bar{M}_n \gamma_{zn} \gamma_{\theta n} (S_{an})_x \quad (3.52)$$

Ces forces, appliquées statiquement au CM, nous donnent, pour un mode donné et une sollicitation en x, la réponse modale obtenue de l'analyse spectrale.

b) forces élastiques résultantes pour une sollicitation en y

De la même façon, les forces élastiques sont formulées:

$$(V_{xn})_y = \bar{M}_n \gamma_{xn} \gamma_{yn} (S_{an})_y \quad (3.53)$$

$$(V_{yn})_y = \bar{M}_n \gamma_{yn}^2 (S_{an})_y \quad (3.54)$$

$$(T_{en})_y = \bar{M}_n \gamma_{yn} \gamma_{en} (S_{an})_y \quad (3.55)$$

c) forces élastiques résultantes pour une sollicitation autour de z

Les forces élastiques pour cette sollicitation sont évaluées similairement aux précédentes:

$$(V_{xn})_e = \bar{M}_n \gamma_{xn} \gamma_{en} (S_{an})_e \quad (3.56)$$

$$(V_{yn})_e = \bar{M}_n \gamma_{yn} \gamma_{en} (S_{an})_e \quad (3.57)$$

$$(T_{en})_e = \bar{M}_n \gamma_{en}^2 (S_{an})_e \quad (3.58)$$

#### 3.3.5.4- Réactions modales aux éléments résistants

Connaissant maintenant les forces élastiques résultantes pour chaque mode, nous allons démontrer qu'il est possible, à partir de celles-ci, de calculer les réactions aux appuis de chacun des éléments résistants.

Les forces et moment évalués précédemment avaient comme point de référence le CM. Transférons maintenant ces forces au CR:

$$\begin{aligned} (V_x)_{ez} &= (V_x)_{em} \\ (V_y)_{ez} &= (V_y)_{em} \end{aligned} \quad (3.59)$$

$$(T_e)_{ez} = (T_e)_{em} - ((V_y)_{em} e_x) + ((V_x)_{em} e_y)$$



Les réactions en x des éléments individuels sont provoquées par des contributions du cisaillement en x et de la torsion autour de z; de la même façon, les réactions en y proviennent de la torsion et du cisaillement en y. En prenant le CR comme point de référence, ces réactions sont les suivantes:

$$R_{x_i} = - (k_{x_i} / K_x) V_x + (k_{x_i} y_i / K_\theta) T_\theta \quad (3.60)$$

$$R_{y_i} = - (k_{y_i} / K_y) V_y - (k_{y_i} x_i / K_\theta) T_\theta \quad (3.61)$$

où,

$R_{x_i}$ : réaction en x à l'élément i

$R_{y_i}$ : réaction en y à l'élément i

$K_\theta$ : rigidité torsionnelle calculée au CR.

### 3.4- ETUDE NUMERIQUE SUR UN MODELE MONO-ETAGE

#### 3.4.1- Généralités

L'étude présentée dans cette section porte sur un modèle mono-étagé soumis à des sollicitations sismiques translationnelles. Le paramètre à l'étude est l'excentricité entre le centre de masse et de rigidité du système. En utilisant les équations développées précédemment, l'étude vise deux objectifs: en premier lieu, les effets de la variation de l'excentricité sur les propriétés dynamiques du modèle et sur la réponse globale de la structure seront observés. On tirera, en deuxième lieu, des conclusions sur le comportement du système mono-étagé, qui seront vérifiées sur les modèles multi-étagés au chapitre 5.

Le modèle typique utilisé dans le cadre de cette étude est semblable à celui illustré à la figure 3.2. Il est composé d'un plancher rigide, supporté par quatre éléments verticaux résistants aux charges latérales. Les directions principales des éléments sont parallèles aux axes globaux du système.

La distance entre le centre de masse et le centre de rigidité définit l'excentricité du système. Cette distance comporte une composante en  $x$  ( $e_x$ ) et une composante en  $y$  ( $e_y$ ), dans le plan du plancher. Les calcul des excentricités se fait à l'aide des équations 3.23 et 3.24.

La position du centre de masse du système est fixe, au centre du plancher. La position du centre de rigidité varie en fonction des rigidités relatives des éléments verticaux. La règle adoptée dans le transfert de rigidité stipule que les éléments verticaux situés sur un axe parallèle à un ou l'autre des axes globaux, dans le plan du plancher, ont la même rigidité dans cette direction. Le transfert de rigidité, nécessaire pour obtenir une variation dans la position du centre de rigidité, se fait donc de part et d'autre des axes globaux passant par le centre de masse.

#### 3.4.2- Description de l'étude

Le paramètre d'excentricité est adimensionnel. Il est calculé de la façon suivante:

$$e_x^* = e_x / r \quad (3.62)$$

$$e_y^* = e_y / r \quad (3.63)$$

où,  $r$ : rayon de giration massique du modèle.

Une excentricité faible correspond à  $e^* = 0.05$ , alors qu'une forte excentricité est représentée par  $e^* = 0.25$  (Tso et Sadek, 1983). On retrouve à la figure 3.5 une vue en plan du modèle illustrant les positions des centres de rigidité pour les neuf cas de base à l'étude.

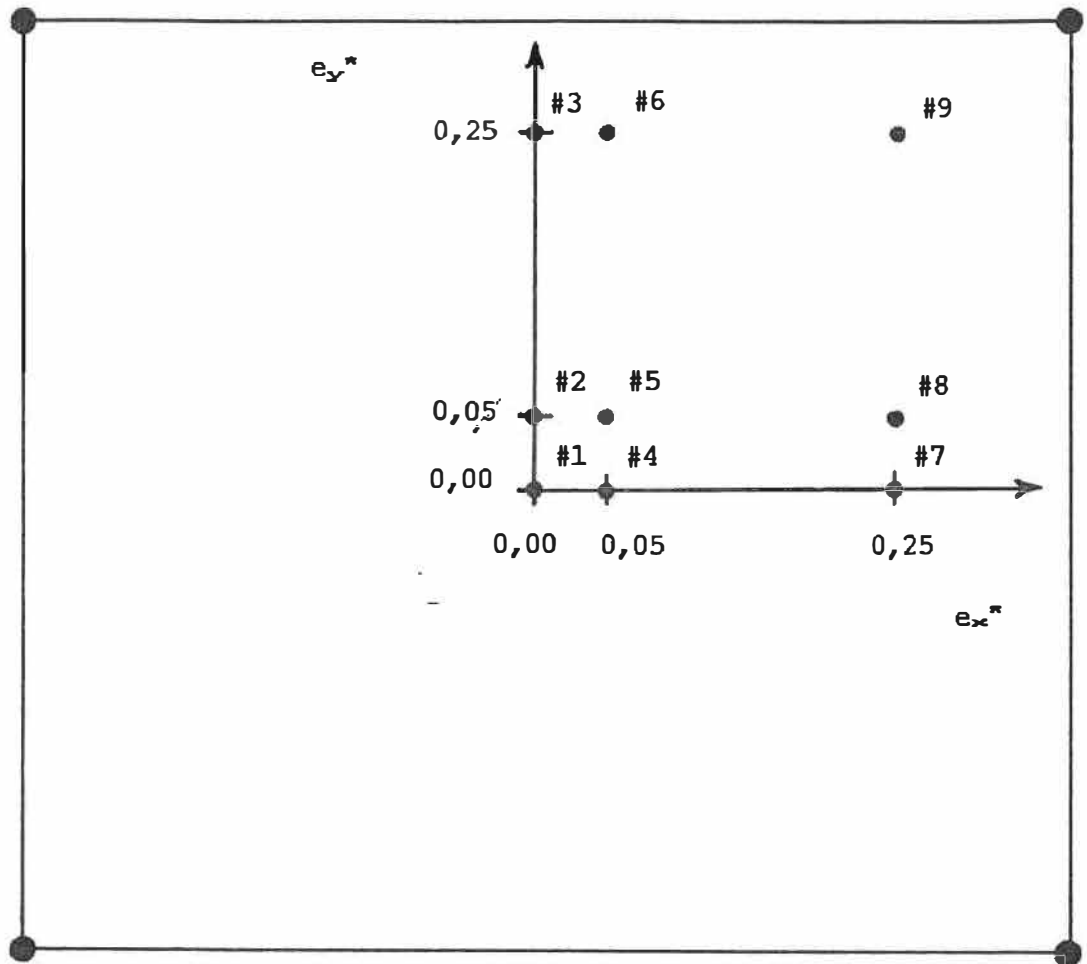


Figure 3.5- Vue en plan du modèle illustrant la position des centres de rigidité pour les neuf cas de base.

En premier lieu, on étudie le comportement des propriétés dynamiques du modèle (période et facteurs de participation modaux) face aux variations du paramètre d'excentricité.

En second lieu, la réponse couplée du système à trois degrés de liberté dynamique est étudiée pour des sollicitations dans les

direction des axes globaux (X et Y). Un spectre à accélération maximale constante est utilisé. L'intérêt de cette étude ne réside pas dans l'évaluation de l'intensité des efforts, mais bien dans la variation de ceux-ci face au couplage plus ou moins marqué du système. Pour cette raison, les résultats des efforts obtenus ont été normalisés.

Le rapport entre la fréquence du mode translationnel et celle du mode rotationnel est de 0,8; ce rapport permet de prévoir que l'influence de la proximité des fréquences sur la réponse de la structure est faible. La méthode de combinaison utilisée est la méthode SRSS; des résultats d'analyses effectuées avec la méthode CQC sur des modèles identiques montrent que la différence entre les deux méthodes de combinaison est de moins de 10%.

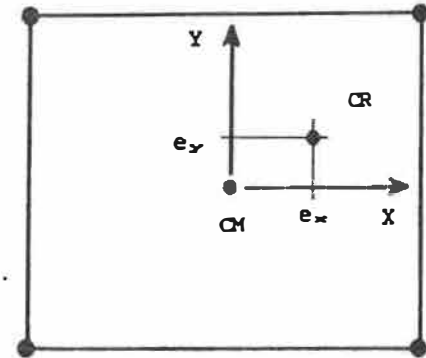
### 3.4.3- Présentation des résultats

#### 3.4.3.1- Variation des propriétés dynamiques du modèle

Les caractéristiques dynamiques, intrinsèques au modèle, sont d'abord présentées. Les périodes normalisées ( $\bar{T}$ ) et facteurs de participation modaux normalisés ( $\bar{\gamma}_x$ ,  $\bar{\gamma}_y$  et  $\bar{\gamma}_\theta$ ) sont colligés en fonction des différentes excentricités pour chacun des trois modes du modèle. Les périodes sont normalisées par rapport aux valeurs du système non-couplé (i.e. lorsque  $e_x^* = e_y^* = 0.0$ ), et ce pour chaque mode. Les facteurs de participation sont normalisés par rapport au seul facteur de participation non-nul du système découplé.

Le premier mode du modèle, celui dont la période est le plus élevé, est un mode translationnel principalement dans la direction Y. Le système est donc plus flexible dans cette direction. On retrouve au tableau 3.1 les propriétés du modèle pour le premier mode.

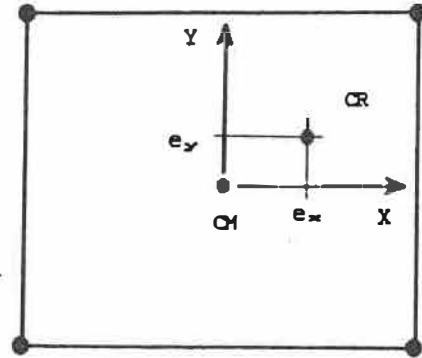
Tableau 3.1- Caractéristiques du premier mode du modèle mono-étagé (mode principalement translationnel en Y).



CAS	$e_{x^*}$	$e_{y^*}$	$\bar{T}$	$\bar{V}_{x^*}$	$\bar{V}_{y^*}$	$\bar{V}_{\theta}$
1	0.00	0.00	1.00	0.00	-1.00	0.00
2	0.00	0.05	1.00	0.00	-1.00	0.00
3	0.00	0.25	1.00	0.00	-1.00	0.00
4	0.05	0.00	1.00	0.00	-0.99	0.29
5	0.05	0.05	1.00	0.01	-0.99	0.30
6	0.05	0.25	1.00	0.05	-0.93	0.47
7	0.25	0.00	1.04	0.00	-0.91	1.14
8	0.25	0.05	1.04	0.02	-0.88	1.12
9	0.25	0.25	1.06	0.11	-0.67	1.21

Le tableau 3.2 contient les propriétés du deuxième mode du modèle. Ce mode est principalement torsionnel.

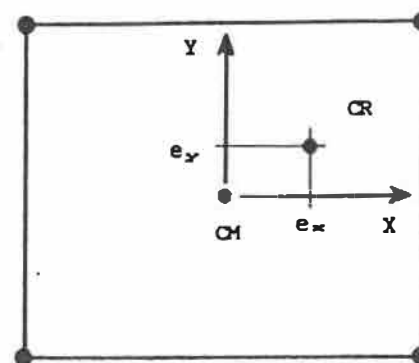
Tableau 3.2- Caractéristiques du deuxième mode du modèle mono-étagé (mode principalement torsionnel autour de z).



CAS	$e_x^*$	$e_y^*$	$\bar{T}$	$\bar{Y}_{xe}$	$\bar{Y}_y$	$\bar{Y}_\theta$
1	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	1.00
2	0.00	0.05	1.01	0.03	0.00	1.16
3	0.00	0.25	1.12	0.16	0.00	1.41
4	0.05	0.00	1.00	0.00	0.02	1.11
5	0.05	0.05	1.00	0.03	0.02	1.16
6	0.05	0.25	1.12	0.17	0.06	1.43
7	0.25	0.00	0.98	0.00	0.11	1.36
8	0.25	0.05	0.98	0.04	0.12	1.36
9	0.25	0.25	1.08	0.24	0.28	1.95

Finalement, le troisième mode est représenté au tableau 3.3. Ce mode est principalement translationnel dans la direction X; le système est plus rigide dans cette direction qu'en Y.

Tableau 3.3- Caractéristiques du troisième mode du modèle mono-étagés (mode principalement translationnel en X).



CAS	$e_x^*$	$e_y^*$	$\bar{T}$	$\bar{v}_x$	$\bar{v}_y$	$\bar{v}_\theta$
1	0.00	0.00	1.00	-1.00	0.00	0.00
2	0.00	0.05	1.00	-0.99	0.00	0.44
3	0.00	0.25	0.95	-0.83	0.00	1.45
4	0.05	0.00	1.00	-1.00	0.00	0.00
5	0.05	0.05	1.00	-0.98	0.00	0.44
6	0.05	0.25	0.95	-0.82	0.01	1.44
7	0.25	0.00	1.00	-1.00	0.00	0.00
8	0.25	0.05	1.00	-0.97	0.01	0.44
9	0.25	0.25	0.95	-0.79	0.04	1.39

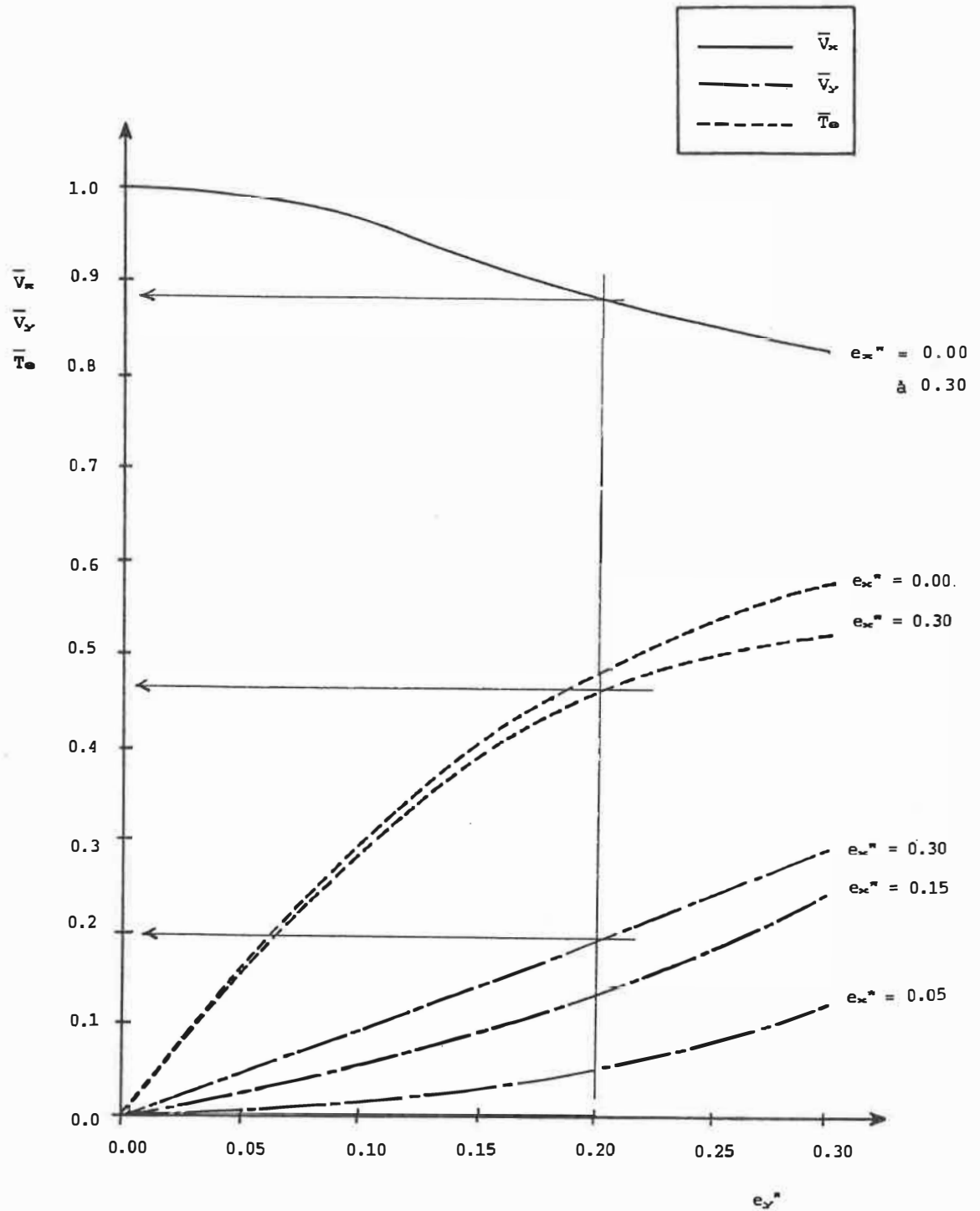


### 3.4.3.2- Variation de la réponse globale du modèle

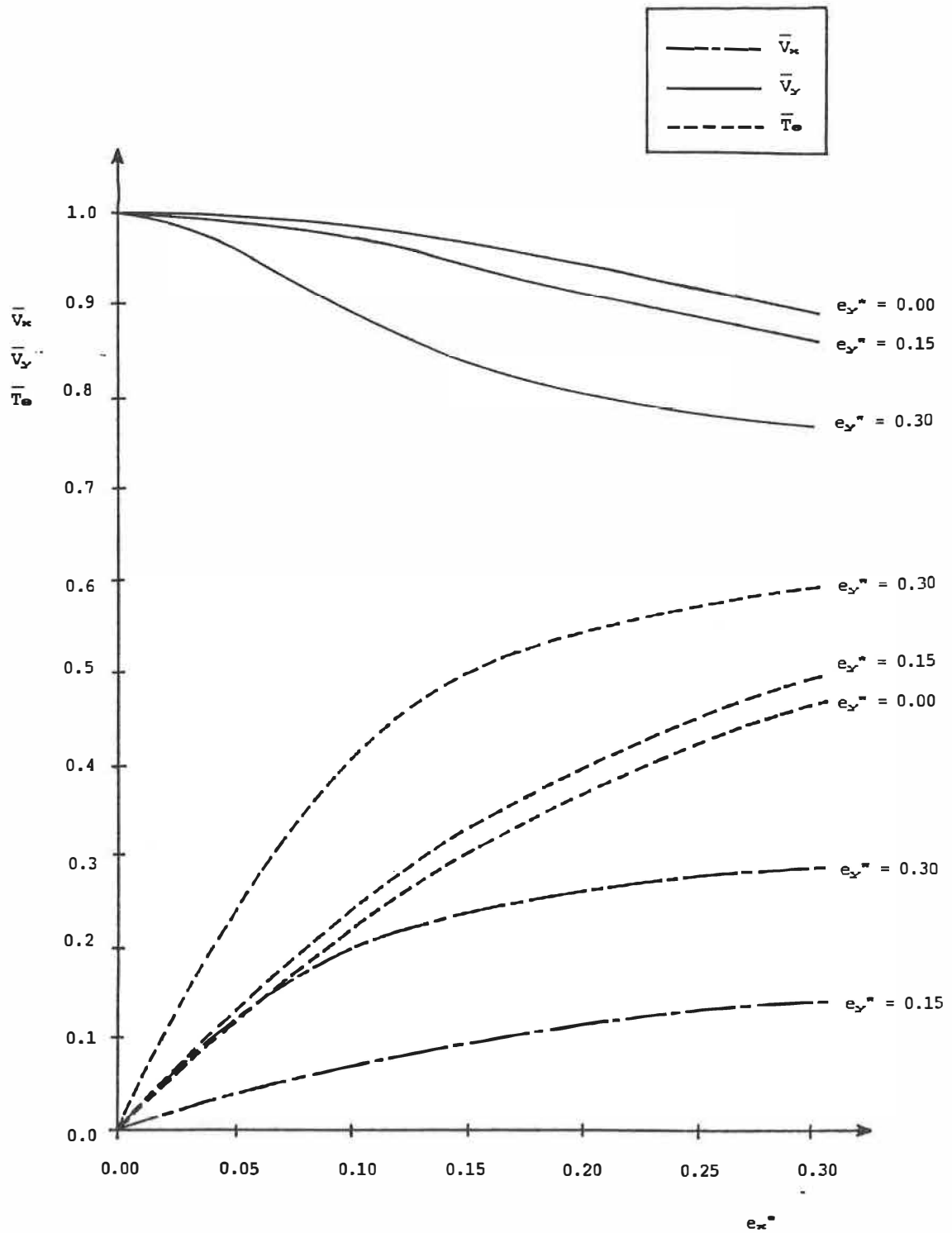
Le modèle mono-étagé est analysé à l'aide d'un spectre à accélération constante, dans les directions X et Y. Sous une sollicitation donnée, chaque mode engendre des cisaillements à la base en X et Y, ainsi qu'un moment de torsion autour de Z. Ces efforts sont évalués à l'aide des équations 3.50 à 3.55. Ces efforts modaux, combinés à l'aide de la méthode SRSS, nous donnent alors la réponse globale de la structure. Celle-ci est représentée aux figure 3.6 et 3.7.

Les efforts latéraux en X et en Y ( $\bar{V}_x$  et  $\bar{V}_y$ ) sont normalisés par au cisaillement global du modèle découplé. Le moment de torsion autour de Z ( $\bar{T}_z$ ) est normalisé, quant à lui, par rapport au cisaillement global du système non-couplé multiplié par le rayon de giration du modèle étudié.

Pour un modèle mono-étagé soumis à une sollicitation en X (voir figure 3.6) et possédant, par exemple, des excentricités  $e_y^*$  de 0,20 et  $e_x^*$  de 0,30, les efforts globaux normalisés sont les suivants: le cisaillement dans la direction X est de 0,88, le cisaillement dans la direction Y est de 0,20 et le moment de torsion autour de Z est de 0,47.



**Figure 3.6-** Réponse globale du modèle mono-étagé sous une sollicitation en X.



**Figure 3.7-** Réponse globale du modèle mono-étagé sous une sollicitation en Y.

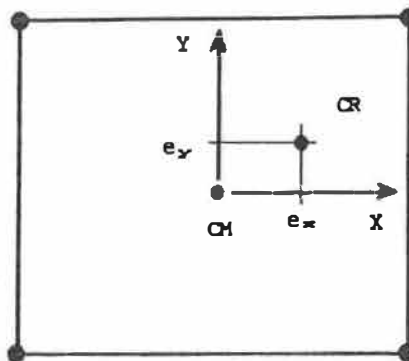
#### 3.4.3.3- Variation des efforts dans les éléments résistants

Les figures précédentes nous présentent les efforts globaux s'exerçant sur le modèle mono-étagé soumis à des sollicitations dans les deux directions principales. Cette section contient les résultats de ces mêmes analyses, mais cette fois pour chacun des éléments résistants.

Les efforts dans les éléments résistants sont une combinaison des effets latéraux et de torsion survenant dans le système couplé. Ils proviennent, eux aussi, de la combinaison SRSS des contributions modales.

Pour un système non-couplé, le cisaillement induit dans une direction donnée se divise en quatre parties égales pour chacun des éléments résistants de notre modèle. Lorsque le système est couplé, cette distribution devient inégale à cause de l'effet du moment de torsion. On retrouve au tableau 3.4 les réactions maximales des éléments résistants, sous des sollicitations en X et en Y, normalisés par rapport au cisaillement induit par la sollicitation dans la direction à l'étude.

**Tableau 3.4- Efforts internes normalisés des éléments résistants du modèle mono-étagé (solicitations en X et en Y).**



CAS	$e_x$	$e_y$	Séisme en X		Séisme en Y	
			$R_x$ max	$R_y$ max	$R_x$ max	$R_y$ max
1	0.00	0.00	0.25	0.00	0.00	0.25
2	0.00	0.05	0.29	0.01	0.00	0.25
3	0.00	0.25	0.34	0.05	0.00	0.25
4	0.05	0.00	0.25	0.00	0.04	0.26
5	0.05	0.05	0.29	0.02	0.05	0.26
6	0.05	0.25	0.34	0.06	0.08	0.25
7	0.25	0.00	0.25	0.00	0.17	0.27
8	0.25	0.05	0.29	0.02	0.18	0.27
9	0.25	0.25	0.34	0.10	0.23	0.25

#### **3.4.4- Discussion des résultats**

On observe certaines tendances provenant de la variation des propriétés dynamiques du premier mode du modèle, qui est principalement

dans la direction Y:

- 1- la période de ce mode, correspondant au mouvement flexible du modèle, augmente légèrement lorsque l'excentricité en X augmente;
- 2- l'augmentation de l'excentricité en Y, pour une excentricité constante en X, a peu d'influence sur la période;
- 3- lorsque le système est découplé en Y (i.e.  $e_x^* = 0.0$ ), les facteurs de participation  $\gamma_x$  et  $\gamma_z$  sont nuls et  $\gamma_y$  est constant;
- 4- Le facteur de participation en Y diminue lorsque l'excentricité augmente, alors que les deux autres facteurs de participation augmentent.

Des tendances sont également observées pour le deuxième mode, qui est principalement torsionnel:

- 1- la période augmente lorsque l'excentricité en Y augmente, pour une excentricité en X constante;
- 2- la période diminue légèrement lorsque l'excentricité en X augmente, pour une excentricité en Y constante;
- 3- lorsque le système est découplé (i.e.  $e_x^* = e_y^* = 0.0$ ), les facteurs de participation en X et en Y sont nuls; autrement, ils augmentent lorsque l'excentricité du système augmente;
- 4- le facteur de participation en Z augmente lorsque l'excentricité augmente.

Pour ce qui est du troisième mode, principalement dans la direction X, les observations suivantes se dégagent:

- 1- la période de ce mode, correspondant au mouvement rigide du

- modèle, diminue légèrement lorsque l'excentricité en Y augmente;
- 2- l'augmentation de l'excentricité en X, pour une excentricité constante en Y, a peu d'influence sur la période;
  - 3- lorsque le système est découplé en X (i.e.  $e_y^* = 0.0$ ), les facteurs de participation en Y et en Z sont nuls et celui en X est constant;
  - 4- le facteur de participation en X diminue lorsque l'excentricité augmente, alors que les deux autres facteurs de participation augmentent.

La réponse globale de la structure ainsi que les efforts internes des éléments résistants présentent aussi des résultats dignes d'intérêt. On remarque tout d'abord des différences de comportement du modèle, dépendant de la direction de la sollicitation.

Pour une sollicitation en X, le cisaillement à la base dans cette direction diminue lorsque l'excentricité en Y augmente, rejoignant en cela les conclusions de plusieurs chercheurs (voir chapitre 2). Ce cisaillement provient presque exclusivement de la contribution du troisième mode, qui est principalement dans la direction X. La diminution du cisaillement suit la tangente du facteur de participation correspondant, qui diminue lui aussi. La présence d'une excentricité en X n'a pas d'influence sur cet effort latéral.

Un moment de torsion est induit lorsque l'excentricité du système augmente, provenant des contributions des deuxième et troisième modes.

Il faut cependant noter qu'en plus d'un moment de torsion, il y a aussi génération d'un cisaillement en Y lorsque l'excentricité augmente. Le cisaillement dans cette direction, provenant du premier et du deuxième mode, atteint jusqu'à 20% de la valeur du cisaillement en X du système non-couplé, lorsque l'excentricité du système est forte.

La diminution du cisaillement dans la direction principale ne veut pas dire que les éléments résistants sont moins sollicités, comme en fait foi le tableau 3.4. En effet, les réactions maximales en X augmentent lorsque l'excentricité en Y augmente, grâce à la présence du moment de torsion. On remarque que les réactions maximales en Y sont plutôt faibles, malgré le moment de torsion et le cisaillement supplémentaires.

Il faut cependant souligner que l'effet torsionnel est récupéré en grande partie par les éléments résistants agissant dans la direction X, car la rigidité des éléments est plus élevée dans cette direction que dans l'autre. Notons finalement que la variation d'excentricité en X n'a pas d'influence sur les réactions en X.

Le comportement global du modèle est sensiblement le même pour une sollicitation en Y. Le cisaillement à la base dans cette direction diminue lorsque l'excentricité augmente, alors qu'apparaissent un cisaillement en X et un moment de torsion autour de Z.

Dans ce cas, toutefois, les réactions des éléments résistants dans



la direction de la sollicitation demeurent sensiblement les mêmes, malgré les variations d'excentricité. La baisse du cisaillement et la présence de la torsion équilibrent le niveau des efforts. Cependant, la grande partie de la torsion est reprise dans la direction X, qui correspond à la direction rigide du système. Les réactions en X atteignent presque le niveau des efforts en Y, et ce pour un système possédant une forte excentricité. Le niveau des efforts, pour l'élément le plus sollicité, est alors doublé par rapport au même élément lorsque le système est découplé.

#### 3.4.5- Conclusions de l'étude

Nous pouvons tirer quelques conclusions générales des observations effectuées auparavant. Nous avons démontré, lors de cette étude, que la présence de couplage entraînait la baisse du cisaillement dans la direction de la sollicitation. Le couplage n'induit pas seulement un moment de torsion supplémentaire, mais aussi un cisaillement dans la direction perpendiculaire à la sollicitation, plus faible cependant que le cisaillement principal. Pour la conception des bâtiments, ce cisaillement supplémentaire est plus ou moins important car l'analyse complète des charges sismiques doit s'effectuer dans les deux directions principales.

De plus, il est difficile de tirer des conclusions quant à l'influence de ces efforts supplémentaires sur les éléments résistants du système; la distribution de la rigidité de ces éléments ainsi que la

direction de la sollicitation entraîne des variations dans le comportement de la structure.

## CHAPITRE 4

### ANALYSE STATIQUE DU CODE NATIONAL DU BÂTIMENT DU CANADA

#### 4.1 - INTRODUCTION

Le Code national du bâtiment du Canada (CNBC) donne des moyens à l'ingénieur pour évaluer les charges sismiques s'appliquant sur un bâtiment, en tenant compte du site et du type de structure à réaliser. Cette analyse empirique est beaucoup plus simple à réaliser que l'analyse dynamique, et elle donne de bons résultats pour des bâtiments réguliers (Tso, 1982).

La méthode de calcul des surcharges sismiques du CNBC a subi des changements majeurs en 1985: nouvelles cartes de zonage sismique (vitesse et accélération) et nouvelle probabilité de dépassement des accélérations et des vitesses maximales du séisme de calcul (probabilité de 10% en 50 ans).

Pour ce qui est de la nouvelle version du code (1990), le principal changement est l'introduction dans la formule statique du cisaillement à la base d'un facteur modifiant cette force dans le but de tenir compte de la dissipation d'énergie dans les structures ductiles. Ce nouveau facteur remplace le coefficient K du CNBC 1985. De plus, cette nouvelle formule évalue directement les efforts à l'état

ultime. Il est à noter que le cisaillement à la base a été ajusté pour qu'il y ait le moins de différences possibles entre le niveau des charges des deux codes.

Le but de ce chapitre est de présenter la méthode de calcul statique que l'on utilisera dans le prochain chapitre pour l'étude de modèles multi-étagés. De plus, on compare la méthode de calcul statique des surcharges séismiques du CNBC 1985 avec la nouvelle version du CNBC (1990). Le chapitre débute par un commentaire sur le CNBC; on élabore ensuite les différents paramètres de cette méthode pour le CNBC 1985, puis ensuite pour la version 1990 du code. Finalement, une comparaison numérique du cisaillement à la base pour divers types de bâtiments est effectuée.

#### 4.2- LE CODE NATIONAL DU BÂTIMENT DU CANADA (CNBC)

##### 4.2.1- Généralités

Le Code national du bâtiment du Canada (CNBC) contient des exigences techniques relatives à la sécurité du public dans les édifices. Ce code édicte des règles de calcul que l'ingénieur en structures doit respecter dans l'accomplissement de son travail.

Le code nous propose des méthodes d'évaluation et de combinaison des charges, dans le but de dimensionner correctement les éléments d'une structure. Le code distingue les charges permanentes (le poids de l'ensemble des éléments du bâtiment) et les surcharges (dues à

l'usage, à la neige, à la glace, à la pluie, au vent, aux séismes, ainsi qu'à d'autres effets). Lorsque l'ensemble des charges ont été évaluées, il s'agit alors de trouver la combinaison la plus défavorable, par le calcul aux états limites prévu par le code.

Lorsque le cas de charge le plus défavorable pour un élément a été évalué, on peut procéder au dimensionnement de cet élément. Selon le CNBC, le dimensionnement des éléments en béton doit se conformer à la norme CAN3-A23.3, «Règles de calcul des ouvrages de béton dans les bâtiments» (la section 20 concerne le calcul paraséismique), alors que les règlements pour les éléments en acier se retrouvent dans la norme CAN3-S16.1, «Charpentes de bâtiments en acier - Calcul aux états limites» (la section 27 concerne le calcul paraséismique).

#### 4.2.2- Surcharges dues aux séismes

Les exigences du CNBC relatives à l'évaluation des surcharges séismiques constituent, selon le supplément du CNBC 1985, «un recueil de normes minimales qui visent à assurer un degré de sécurité acceptable tout en empêchant des défaillances catastrophiques et des pertes de vie».

Les objectifs du calcul paraséismique sont aussi décrits dans le supplément du CNBC 1985: «les structures calculées selon les exigences du code devraient résister aux séismes moyens sans subir de dommages importants, et résister aux grands séismes sans s'effondrer». Pour les séismes faibles, la structure doit donc posséder un minimum de rigidité pour limiter les déformations; pour des séismes moyens,

l'édifice doit avoir suffisamment de résistance pour demeurer dans le domaine élastique; et, finalement, pour des séismes de forte intensité, la structure doit posséder une certaine ductilité pour absorber l'énergie et accepter de grandes déformations sans s'effondrer (Tinawi, 1987). De plus, pour minimiser l'intensité des efforts séismiques, le concepteur a avantage à concevoir une structure flexible; cependant, la structure doit posséder une certaine rigidité pour limiter les déplacements horizontaux et, par le fait même, limiter les dommages aux éléments non-structuraux lors d'un séisme.

Le calcul parasismique doit être envisagé pour toutes les structures construites au Canada; cependant, l'intensité des efforts induits par ce calcul dépend du type de structure à réaliser ainsi que de sa situation géographique. Les zones où l'intensité d'un séisme risque d'être élevée sont la vallée du St-Laurent, la côte du Pacifique, ainsi que certains points situés dans les Territoire du Nord-Ouest.

Les surcharges séismiques sont évaluées grâce à une formule statique empirique qui nous permet d'évaluer le cisaillement à la base du bâtiment; cette force horizontale est ensuite répartie sur tous les niveaux, afin d'évaluer la surcharge pour chacun des éléments.

La méthode de calcul statique ne s'applique pas à l'ensemble des structures: les structures inhabituelles, les bâtiments de forme très irrégulière, ainsi que les bâtiments industriels à vocation

particulière (centrales nucléaires, centrales électriques, cheminées industrielles, etc.) doivent subir des calculs plus approfondis pour assurer leur résistance face aux séismes. Lors de ces cas spéciaux, une analyse dynamique est de mise.

#### 4.3- CALCUL DES SURCHARGES SEISMQUES SELON LE CNBC 1985

La méthode de calcul des surcharges séismiques est décrite à la section 4.1.9 du CNBC 1985, ainsi qu'au commentaire J du supplément du CNBC 1985.

Cette méthode de calcul, telle qu'étudiée dans ce mémoire, comprend six grandes étapes:

- 1- évaluation des caractéristiques du problème;
- 2- calcul du cisaillement à la base de l'édifice;
- 3- répartition du cisaillement aux étages;
- 4- calcul des moments de torsion aux étages;
- 5- évaluation des efforts pour chacun des éléments soumis aux efforts calculés plus haut;
- 6- combinaison des charges et des surcharges.

Les sections suivantes décrivent les règlements du CNBC 1985 associés à chacune de ces étapes.

##### 4.3.1- Evaluation des caractéristiques du problème

L'analyse d'une structure soumise à des charges latérales demande

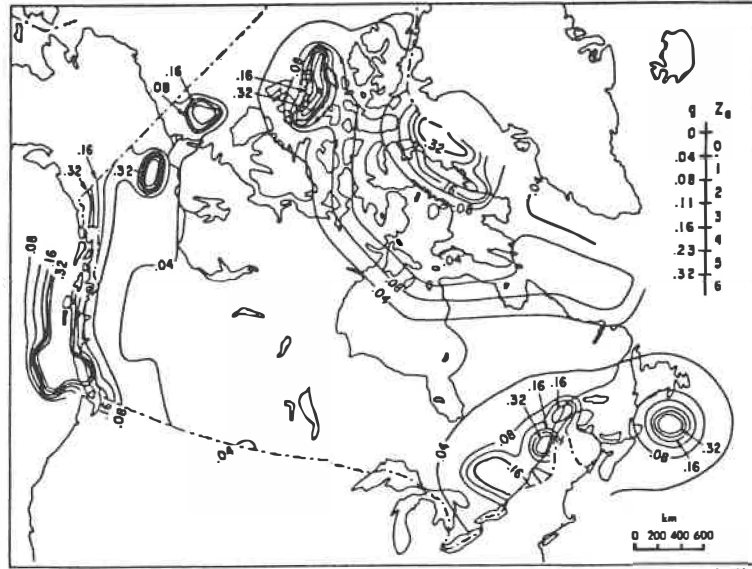
une modélisation complète de celle-ci (de la base jusqu'au niveau supérieur).

Le supplément du CNBC établit une liste de paramètres à identifier au départ dans le but de concevoir une structure qui résiste aux séismes. Ce sont:

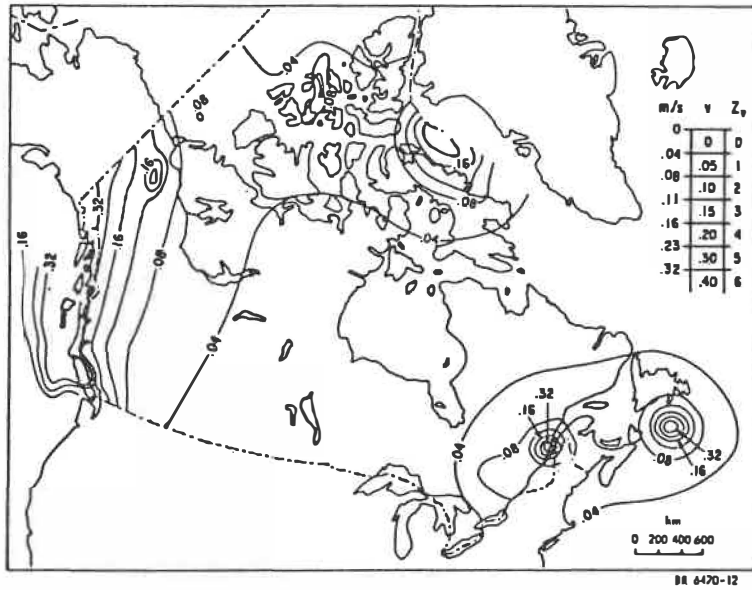
- 1- les caractéristiques et la probabilité d'apparition du séisme «de calcul»;
- 2- les caractéristiques de la structure;
- 3- les caractéristiques des fondations;
- 4- les contraintes admissibles dans les matériaux de construction;
- 5- les contraintes admissibles dans les sols de fondation;
- 6- le degré de dommage tolérable.

Les caractéristiques du séisme «de calcul», pour chaque région, nous sont données dans le supplément du CNBC 1985. Ces caractéristiques sont évaluées en fonction d'une probabilité de dépassement de 10% en 50 ans (0,0021 par an). Deux cartes géographiques délimitent les zones sismiques, qui sont au nombre de sept (voir fig. 4.1): l'une nous indique les accélérations horizontales maximales du sol pour un site donné, alors que l'autre nous donne les vitesses horizontales maximales du sol. Ces cartes sont apparues dans le code en 1985; plusieurs auteurs y ont vu de grands avantages comparativement à l'ancien zonage (Heidebrecht et al., 1983; Tinawi et Simard, 1984).





**Figure J-1** Contours des accélérations horizontales maximales du sol, en fraction de g, avec une probabilité de dépassement de 10 p. 100 en 50 ans



**Figure J-2** Contours des vitesses horizontales maximales du sol, en m/s, avec une probabilité de dépassement de 10 p. 100 en 50 ans

Figure 4.1- Cartes de zonage sismique (tirées du CNBC 1985).

Les zones sismiques d'accélération sont définies par le facteur  $Z_a$ , qui varie de 0 pour les zones où l'accélération maximale du sol est inférieure à 0,04g, à 6 pour les zones où l'accélération est supérieure à 0,32g. De même, les zones sismiques de vitesse sont définies par le facteur  $Z_v$ , qui varie de 0 pour les zones où la vitesse maximale du sol est inférieure à 0,04m/s, à 6 pour les zones où la vitesse est supérieure à 0,32m/s. De plus, on retrouve, au tableau 4.1, les accélérations horizontales maximales du sol (PHA) et les vitesses horizontales maximales du sol (PHV) pour certaines localités canadiennes. Dans ce tableau, différentes probabilités de dépassement sont offertes; cependant, la probabilité de 0,0021 en un an est privilégiée par le code. Le spectre de la figure 3.1, pour la région de Montréal, a été construit à l'aide de ces valeurs.

**Tableau 4.1- Accélérations et vitesses maximales pour des localités canadiennes (tiré du commentaire J du supplément du CNBC 1985).**

ACCÉLÉRATION HORIZONTALE DU SOL (AHM, g) ET VITESSE HORIZONTALE MAXIMALE DU SOL (VHM, m/s) POUR DIVERSES LOCALITÉS CANADIENNES ET DIFFÉRENTES PROBABILITÉS DE DÉPASSEMENT						
Localité <sup>(1)</sup>	Probabilité de dépassement en un an					
	0.01		0.005		0.002 <sup>(2)</sup>	
	PHA	PHV	PHA	PHV	PHA	PHV
Inuvik (68.30, 133.48)	0.033	0.052	0.043	0.066	0.060	0.083
Prince Rupert (54.30, 130.43)	0.074	0.13	0.096	0.20	0.13	0.27
Victoria (48.65, 123.43)	0.12	0.088	0.18	0.15	0.28	0.26
Vancouver (49.18, 123.17)	0.089	0.077	0.13	0.12	0.21	0.21
Calgary (51.10, 114.02)	0.011	0.026	0.014	0.032	0.019	0.040
Toronto (43.67, 79.63)	0.029	0.014	0.039	0.023	0.056	0.038
Ottawa (45.32, 75.67)	0.084	0.031	0.12	0.054	0.20	0.098
Montréal (45.47, 73.75)	0.078	0.031	0.11	0.053	0.18	0.097
Québec (46.80, 71.38)	0.075	0.035	0.11	0.066	0.19	0.14
Frédéricton (45.87, 66.53)	0.046	0.020	0.066	0.036	0.096	0.066
Halifax (44.88, 63.52)	0.027	0.016	0.038	0.030	0.056	0.056
Saint-Jean (47.61, 52.75)	0.022	0.013	0.033	0.026	0.054	0.052
Colonne I	2	3	4	5	6	7

#### 4.3.2- Calcul du cisaillement à la base de l'édifice

Lorsque le concepteur possède l'ensemble des informations décrites à la section précédente, il peut alors entreprendre le calcul statique proprement dit.

Les forces générées par un séisme sur une structure quelconque sont complexes: le sol peut se mouvoir en translation et en rotation dans les trois directions (translation par rapport à deux axes

horizontaux, mouvements verticaux, moments de débalancement autour des deux axes horizontaux, et rotations autour de l'axe vertical) avec, en plus, des variations dans le temps. Une analyse contenant l'ensemble de ces paramètres serait longue et coûteuse à réaliser. Le CNBC doit donc élaborer certaines hypothèses pour réduire la taille du problème à résoudre dans le cas des bâtiments ordinaires.

Le code admet, au départ, l'hypothèse que les forces séismiques agissent horizontalement. On considérera, pour les bâtiments ordinaires, la translation selon les deux axes horizontaux principaux, ainsi que les moments de torsion induits par ces forces.

Le cisaillement à la base de l'édifice (appelé dans le code "force sismique latérale minimale"), pour le CNBC 1985, est défini par la formule suivante:

$$V = v S K I F W \quad (4.1)$$

où,

v: rapport de vitesse de la zone

S: coefficient de réponse sismique de l'ouvrage

K: coefficient numérique qui tient compte des caractéristiques de l'ouvrage (matériaux, type de construction, amortissement, ductilité, capacité d'absorption d'énergie)

I: coefficient de priorité de l'ouvrage

F: coefficient de fondation

W: poids de l'ouvrage.

#### 4.3.2.1- Rapport de vitesse $v$ de la zone

Le rapport de vitesse est associé à la zone sismique de vitesse (voir figure 4.1). Ce rapport est obtenu par une étude statistique des vitesses du sol, pour un système ayant une période de 1 seconde, normalisées avec un spectre dont la vitesse est de 1 m/s. On se situe alors dans la branche vitesse constante du spectre tri-partite. Le paramètre  $v$  a une influence pour les périodes moyennes d'une structure.

La valeur du rapport de vitesse, pour un site donné, est donnée au chapitre 1 du supplément du CNBC 1985, intitulé "Données climatiques pour le calcul des bâtiments au Canada". On retrouve aussi dans ce chapitre les valeurs des zones sismiques d'accélération ( $Z_a$ ), ainsi que les zones sismiques de vitesse ( $Z_v$ ), pour chaque ville canadienne.

#### 4.3.2.2- Coefficient de réponse sismique $S$

Ce coefficient varie en fonction de la période ( $T$ ) et du zonage sismique du bâtiment étudié. On retrouve au tableau 4.2 les valeurs de ce coefficient.

Tableau 4,2- Valeurs du coefficient de réponse sismique (tiré du CNBC 1985).

T	$Z_v/Z_a$	S
égal ou inférieur à 0.25	supérieur à 1.0	0.62
	1.0	0.44
	inférieur à 1.0	0.31
supérieur à 0.25 mais inférieur à 0.50	supérieur à 1.0	0.62-1.23(T-0.25)
	1.0	0.44-0.50(T-0.25)
	inférieur à 1.0	0.31
0.50 et plus	toutes les valeurs	$0.22/\sqrt{T}$
Colonne 1	2	3

Il faut, avant de pouvoir évaluer le coefficient de réponse séismique, trouver la période du mode fondamental de la structure. Le code nous propose alors deux formules empiriques éprouvées pour ce calcul. Si le système de résistance du bâtiments aux charges latérales est constitué d'une ossature spatiale qui résiste aux moments et qui est capable d'absorber l'effet de l'ensemble des forces horizontales, la période est évaluée grâce à la formule suivante:

$$T = 0,1 N \quad (4.2)$$

où,

T: période du mode fondamental de vibration du bâtiment  
(en secondes)

N: nombre total d'étages de l'édifice.

Pour les autres systèmes, la période est évaluée grâce à cette formule:

$$T = (0,09 h_n) / \sqrt{D_m} \quad (4.3)$$

où,

$h_n$ : hauteur totale de l'édifice (en mètres)

$D_m$ : dimension du système de résistance aux forces latérales, dans la direction de ces mêmes forces (en mètres).

D'autre part, le code accepte le calcul de la période à l'aide d'une méthode reconnue (analyse dynamique, méthode de Rayleigh), à condition que la valeur calculée ne dépasse pas 1,2 fois celle calculée

avec les équations (4.2) ou (4.3).

#### 4.3.2.3- Coefficient K

Le coefficient K varie en fonction du système structural et de la capacité de la structure à absorber de l'énergie par les déplacements inélastiques qu'elle peut subir (ce qui est la ductilité). Une grande ductilité est l'habileté du bâtiment à subir de grands déplacements sans subir de rupture (Green, 1987). Un système ductile aura une faible valeur de K, ce qui réduira l'intensité des efforts latéraux à utiliser dans les calculs.

Dans la réalité, l'intensité d'un séisme dans une structure ductile sera le même que pour une structure non-ductile. Cependant, dans le cas de la structure ductile, une atteinte de la limite d'élasticité ne veut pas dire rupture. Les charges peuvent donc augmenter et il y aura redistribution de celles-ci dans les membrures n'ayant pas atteint leur limite élastique: il y a donc une «réserve» de résistance. Dans une structure non ductile, l'atteinte de la limite signifie l'effondrement de la structure, ou de certaines membrures du moins. On retrouve les valeurs de K au tableau 4.3.

#### 4.3.2.4- Coefficient de priorité I

Pour les bâtiments qui doivent assurer continuellement des services essentiels à la population, particulièrement suite à un séisme, le code accorde un coefficient de priorité égal à 1,3. Parmi ces bâtiments, on retrouve les postes de police et de pompier, les hôpitaux, les écoles,

les centraux téléphoniques, etc. Pour les autres types de bâtiment, le coefficient de priorité est égal à 1,0.

**Tableau 4.3- Valeurs du coefficient K (tiré du CNBC 1985).**

Catégorie	Type ou disposition des éléments résistants	Valeur de K
1	Ossature spatiale ductile résistant aux moments, capable de résister aux sollicitations totales prévues.	0.7
2	Système structural double composé d'une ossature spatiale ductile résistant aux moments et de murs ductiles travaillant en flexion conçus selon les critères suivants: L'ossature et les murs travaillant en flexion doivent résister aux efforts latéraux totaux, compte tenu de l'interaction de leur rigidité respective. Dans les calculs, l'effort tranchant maximal appliqué à l'ossature doit correspondre à au moins 25 p. 100 de l'effort tranchant total à la base.	0.7
3	Système structural double composé d'une ossature spatiale ductile résistant aux moments et de murs travaillant en cisaillement ou de contreventements en acier conçus selon les critères suivants: a) Les murs travaillant en cisaillement ou les contreventements en acier doivent résister à l'effort latéral total sans tenir compte de l'ossature. b) L'ossature spatiale ductile résistant aux moments doit résister à au moins 25 p. 100 de l'effort latéral prévu; cette résistance ne doit toutefois en aucun cas être inférieure aux exigences découlant de l'interaction de la rigidité respective des divers éléments.	0.8
4	Murs ductiles travaillant en flexion et systèmes d'ossature ductiles non donnés au présent tableau dans les catégories 1, 2, 3 ou 5.	1.0
5	Système structural double composé d'une ossature spatiale ductile et de murs de remplissage en maçonnerie conçus selon les critères suivants: a) L'ensemble des murs de remplissage et de revêtement doit résister à l'effort latéral total sans tenir compte de l'ossature. b) L'ossature spatiale ductile résistant aux moments doit résister à 25 p. 100 au moins de l'effort latéral.	1.3
6	Systèmes structuraux non compris dans les cinq catégories précédentes: béton armé de façon continue, acier de charpente, ou murs en maçonnerie armée travaillant en cisaillement.	1.3
7	Systèmes structuraux en maçonnerie non armée et autres non compris dans les six premières catégories et sauf ceux qui sont mentionnés au tableau 4.1.9.D.	2.0
8	Réservoirs pleins reposant sur au moins 4 poteaux entretoisés en ciseaux, non sur un <i>bâtiment</i> , conçus selon les critères suivants: a) Les valeurs minimale et maximale du produit SKI sont de 0.53 et 1.1 respectivement, b) Pour le renversement, le coefficient J déterminé au paragraphe 4.1.9.1. 20) doit être égal à 1.0 c) Les exigences de résistance à la torsion mentionnées au paragraphe 4.1.9.1. 22) s'appliquent.	3.0
Col. 1	2	3



#### 4.3.2.5- Coefficient de fondation F

Le sol exerce une grande influence sur la réponse sismique des bâtiments (supp. du CNBC 1985). Le tremblement de terre de Mexico de 1985 en est la preuve (Mitchell, 1986). Le code distingue donc l'effet de certains types et de certaines profondeurs de sol sur la structure. Le but de ce coefficient est de tenir compte de l'amplification de l'accélération au sol; il ne tient pas compte de l'interaction sol-structure qui peut être importante dans certain cas (Béliveau et al., 1980). Les valeurs de F se retrouvent au tableau 4.4.

Tableau 4.4- Valeurs du coefficient F (tiré du CNBC 1985).

Type de sol et profondeur mesurée à partir des fondations ou de la tête des pieux	Valeur de F
<i>Rocs, sols denses et très denses à gros grains; sols très consistants et extrêmement consistants à grains fins; sols compacts à gros grains et sols fermes et consistants à grains fins, d'une profondeur inférieure à 15 m</i>	1.0
<i>Sols compacts à gros grains, sols fermes et consistants à grains fins d'une profondeur supérieure à 15 m; sols peu denses et très peu denses à gros grains, sols mous et très mous à grains fins d'au plus 15 m de profondeur</i>	1.3
<i>Sols peu denses et très peu denses à gros grains et sols mous et très mous à grains fins, d'une profondeur supérieure à 15 m</i>	1.5
Colonne I	2

#### 4.3.2.6- Poids de l'édifice W

Le code nous indique que le poids de l'ouvrage doit comprendre les charges permanentes, ainsi que 25% de la surcharge de calcul due à la neige. Le poids de l'ouvrage est évidemment l'addition des poids de chaque niveau de la structure:

$$W = \sum_{i=1}^n (W_i) \quad (4.4)$$

#### 4.3.3- Répartition du cisaillement aux étages

La distribution de la répartition du cisaillement à la base aux différents niveaux de l'édifice se veut une représentation du premier mode de l'analyse dynamique (Béliveau et al., 1980). Une partie du cisaillement à la base est aussi concentrée au niveau supérieur. Cette force représente l'influence des modes supérieurs pour une structure élancée (Béliveau et al., 1980).

La force au niveau supérieur, nommée  $F_{\pm}$ , est évaluée comme suit:

$$F_{\pm} = 0,004 V (h_n / D_m)^2 \leq 0,15 V \quad (4.5)$$

Cependant, la force  $F_{\pm}$  peut être considérée nulle si  $(h_n / D_m)$  est inférieur à trois.

La formule de répartition du cisaillement tient compte de l'élévation et du poids à chaque niveau. Cette répartition se fera selon un triangle dont le sommet se trouve à la base de l'édifice pour les structures uniformes. La force à chaque niveau sera:

$$F_x = (V - F_{\pm}) W_x h_x / \left( \sum_{i=1}^n (W_i h_i) \right) \quad (4.6)$$

où,

$W_x$ : poids au niveau  $x$

$h_x$ : hauteur du niveau  $x$  par rapport à la base.

Le code permet aussi l'utilisation de l'analyse dynamique pour répartir le cisaillement à la base aux différentes niveaux de la

structure, en autant que le cisaillement à la base dynamique soit rapporté au cisaillement à la base statique, et que les efforts de l'analyse dynamique soient majorés par le même rapport.

#### 4.3.4- Moments de torsion aux étages

Lors d'un séisme, les forces d'accélération induites dans la structure passent par le centre de gravité des masses de chaque niveau. On a vu, dans le chapitre précédent, que, pour diverses raisons, ce centre de gravité ne coïncide pas toujours avec le centre de rigidité de la structure. Il s'ensuit donc que des moments de torsion sont induits dans la structure.

L'analyse dynamique tient compte directement de cet état de fait par la combinaison de modes qui sont couplés. Pour résoudre ce problème avec l'analyse statique, on doit évaluer en premier lieu les positions des centres de masse et des centres de rigidité, puis ensuite calculer les moments de torsion aux étages.

##### 4.3.4.1- Position du centre de masse

Normalement, la position du centre de masse (ou centre de gravité des masses) à un niveau donné n'est pas difficile à identifier (Humar, 1984). Cette position ( $X_{cm}$ ,  $Y_{cm}$ ) est calculée avec la formule usuelle du calcul du centre de gravité. La masse de la dalle est habituellement beaucoup plus importante que l'ensemble des autres éléments tributaires à ce niveau: pour une dalle rectangulaire et à

épaisseur constante, le centre de masse se trouve alors au centre de celle-ci. Cependant, certains auteurs insistent sur un calcul exact de la position du centre de masse, en incluant dans son calcul des charges concentrées bien définies dans le bâtiment, telles que des pièces de rangement et de mécanique (Vézina, 1983).

#### 4.3.4.2- Position du centre de rigidité

La situation se complique lorsqu'on veut évaluer la position du centre de rigidité. Il n'y a pas de définition acceptée pour le centre de rigidité, et sur la méthode pour évaluer sa position (Humar, 1984). Au départ, l'identification du centre de rigidité ne fait pas l'unanimité (Vézina, 1983): on retrouve, dans la littérature, les termes centre de résistance («centre of resistance»), centre de torsion («centre of twist», «centre of torsion»), centre de rotation («centre of rotation»), centre de cisaillement («shear centre»), et, finalement, centre de rigidité («centre of stiffness», «centre of rigidity»). Cette dernière appellation a été retenue par le CNBC, et elle sera utilisée par la suite dans ce mémoire. Le CNBC ne donne aucune méthode pour le calcul de la position de ce centre: le concepteur doit se fier sur ses connaissances et sur son jugement pour résoudre ce problème.

Pour les modèles mono-étagés à diaphragme rigide (plancher rigide), la position du centre de rigidité peut être calculée avec précision, comme nous l'avons vu au chapitre précédent. Pour ces modèles, la définition du centre de rigidité est la suivante (Cheung et Tso, 1986-1):

« Le centre de rigidité est un point où la résultante des forces latérales s'applique sans causer de rotation au diaphragme. »

On a tenté d'adapter cette définition aux modèles multi-étagés. Pour ces modèles, deux concepts s'affrontent. Une première définition du centre de rigidité, traditionnelle, est la suivante (Humar, 1984):

« Le centre de rigidité (ou de résistance), à un niveau donné, est un point tel que si on y applique une force latérale, le niveau considéré se déplacera sans rotation, alors que les autres niveaux pourront tourner ».

Un second concept, plus récent, fait intervenir l'ensemble des niveaux et le cas de chargement de l'analyse. Deux définitions ont été proposées pour caractériser ce concept. Les auteurs ont cependant admis que, malgré les différences des mots choisis, leurs définitions étaient semblables et caractérisaient le même ensemble de points (Cheung et Tso, 1986-II). Une première est la suivante (Stafford-Smith et Vézina, 1985):

« Le centre de résistance, à un niveau donné d'une structure multi-étagée soumise à une distribution verticale particulière des efforts horizontaux, est un point situé dans le plan du plancher, mais pas nécessairement dans les limites physiques de celui-ci, où la force horizontale doit passer pour ne pas appliquer de moment de torsion à la structure. »

Finalement, Cheung et Tso (1986-I) ont proposé leur définition qui est similaire à la précédente et qui relève du même concept:

« Les centres de rigidité d'une structure multi-étagée sont définies comme étant un ensemble de points situés dans le plan des différents niveaux, tels que lorsque la distribution des efforts latéraux passent par ceux-ci, aucune rotation autour d'un axe vertical se produit dans l'ensemble du bâtiment. »

Deux différences fondamentales existent entre les deux concepts:

- 1- Dans la première définition, lors de l'étude d'un niveau en particulier, les autres niveaux peuvent subir des rotations; l'autre concept ne permet aucune rotation dans l'ensemble de la structure.
- 2- L'analyse découlant de la première définition fait appel à une force quelconque à un niveau donné, alors que le deuxième concept tient compte du cas de chargement au complet, déterminé lors de la répartition du cisaillement à la base sur l'ensemble de la structure.

Plusieurs méthodes de calcul de la position du centre de rigidité utilisent ces deux concepts. Quatre méthodes seront présentées dans les sections suivantes: les deux premières relèvent du premier concept, alors que les deux autres utilisent le deuxième.

1- Méthode des rigidités relatives (méthode A)

Cette méthode de calcul est la plus répandue, et aussi la plus simple à appliquer. Le calcul se fait à l'aide des formules suivantes (Blume et al., 1961):

$$X_{cx,r} = \left( \sum_{i=1}^n (X_i k_{y1,r}) \right) / \sum_{i=1}^n (k_{y1,r}) \quad (4.7)$$

$$Y_{cx,r} = \left( \sum_{i=1}^n (Y_i k_{x1,r}) \right) / \sum_{i=1}^n (k_{x1,r}) \quad (4.8)$$

où,

$X_{cx,r}, Y_{cx,r}$ : coordonnées du centre de rigidité au niveau r de la structure

$X_i, Y_i$ : coordonnées de l'élément i résistant aux charges latérales

$k_{x1,r}, k_{y1,r}$ : rigidités de l'élément i dans les directions x et y, respectivement, sous le niveau r

n: nombre d'éléments résistants aux charges latérales.

Ces équations sont une application directe des équations pour les modèles mono-étagés (voir équations 3.23 et 3.24).

La principale difficulté résultant des ces équations est la

détermination des rigidités de chacun des éléments. Si on est en présence d'un «shear building» (le diaphragme est non seulement rigide dans son plan, mais il est aussi rigide en flexion), la rigidité de chaque élément est calculée par les formules usuelles, en acceptant le fait qu'il n'y a aucune rotation aux extrémités des membrures (Béliveau et al., 1980).

Cependant, dans la réalité, ce type d'édifice est rare; souvent, la structure sera une combinaison de murs et de cadres, avec déformations en flexion et en cisaillement. Les planchers n'étant pas rigides en flexion, les rotations aux extrémités des membrures ne seront pas nulles et varieront d'un élément à l'autre: il est alors impossible d'établir avec exactitude la rigidité des éléments à chaque niveau, à moins d'entreprendre des calculs fastidieux.

L'ingénieur utilise certaines approximations pour pouvoir évaluer adéquatement la rigidité des éléments résistants aux charges latérales. Dans le cas d'une structure constituée de murs seulement, la rigidité sera évaluée en tenant compte des termes de flexion des différents éléments. Pour une structure contenant des cadres, les termes de cisaillement prévaudront. Pour les structures mixtes (murs et cadres), on utilisera les termes de flexion des éléments (Vézina, 1983).

Picard (1979) propose une méthode pour trouver la rigidité des éléments. Pour chacun des éléments individuels, il suffit d'appliquer une force unitaire au premier niveau: en inversant le déplacement



obtenu, on obtient la résistance relative de l'élément au premier niveau. On reprend cette analyse pour l'ensemble des autres niveaux. Le désavantage de cette méthode est sa longueur d'exécution; de plus, elle ne tient pas compte de l'interaction entre les éléments, qui pourrait affecter leurs rigidités respectives.

## 2- Méthode de la force et du moment (méthode B)

Cette méthode utilise le même concept que la précédente; elle est beaucoup plus efficace, mais aussi plus coûteuse car elle nécessite l'utilisation d'un modèle mathématique en trois dimensions. Trois analyses statiques par niveau sont nécessaires pour déterminer la position du centre de rigidité à ce même niveau.

Les étapes de cette méthode sont les suivantes:

- 1- Application d'une force  $F_{x,z}$  quelconque au centre de masse du niveau N; on obtient alors la rotation  $\Theta_{x,z}$  de ce niveau.
- 2- Application d'une force  $F_{y,z}$  quelconque au centre de masse du niveau N; on obtient alors la rotation  $\Theta_{y,z}$  de ce niveau.
- 3- Application d'un moment  $M_{x,z}$  quelconque au centre de masse du niveau N; on obtient alors la rotation  $\Theta_{x,z}$  de ce niveau.

A l'aide d'une règle de trois utilisant le moment  $M_{x,z}$  et la rotation  $\Theta_{x,z}$  correspondante, on peut trouver les moments correspondants

aux rotations induites par les forces appliquées  $F_{x,z}$  et  $F_{y,z}$ . Les bras de levier de ces forces produisant les moments sont les excentricités du modèle au niveau N.

L'excentricité entre le centre de masse et le centre de rigidité s'obtient donc directement à l'aide des formules suivantes:

$$e_{x,z} = (\Theta_{x,z} M_{z,z}) / (\Theta_{z,z} F_{x,z}) \quad (4.9)$$

$$e_{y,z} = (\Theta_{y,z} M_{z,z}) / (\Theta_{z,z} F_{y,z}) \quad (4.10)$$

Le principe de la méthode est simple. En appliquant une force horizontale au centre de masse, le plancher rigide subit une certaine rotation. Cette rotation est due à un moment qui est égal à la force appliquée multipliée le bras de levier entre le centre de masse et de rigidité (ce qui est l'excentricité). Il suffit alors d'appliquer un moment de torsion quelconque au plancher, d'obtenir la rotation équivalente, et, par une règle de trois, calculer le moment de torsion qui donnerait la rotation initiale. L'excentricité est obtenue en divisant ce moment par la force initiale.

Cette méthode donne avec exactitude la position du centre de rigidité à un niveau. En effet, une force appliquée à ce point n'entraîne aucune rotation de ce niveau. Cependant, les autres niveaux sont libres de tourner. Le principal avantage de cette méthode, comparée à la précédente, provient du fait qu'elle utilise un modèle en trois dimensions et que l'ensemble des rigidités sont incluses dans

l'analyse (et non seulement les rigidités des membrures situées sous le niveau en question); l'interaction entre les éléments résistants de l'ensemble des étages est donc considérée. De plus, les matrices de rigidités locales, et l'assemblage de la matrice globale sont évaluées avec précision grâce à un logiciel d'analyse statique.

Le principal désavantage de cette méthode est le nombre d'analyses statiques à effectuer, surtout dans le cas de bâtiments de plusieurs étages. Dans ce cas, on pourra évaluer la position du centre de rigidité pour un certains nombres de planchers seulement, et extrapoler les résultats pour les autres.

### 3- Méthode avec un modèle en deux dimensions (méthode C)

Plusieurs chercheurs ont proposé cette méthode au cours des dernières années (Vézina, 1983; Stafford Smith et Vézina, 1985; Cheung et Tso, 1986). Elle fait appel au deuxième concept élaboré précédemment: le cas de chargement et l'ensemble de la structure sont impliqués. Un des avantages de cette méthode est qu'elle ne nécessite qu'une analyse statique sur un modèle en deux dimensions pour évaluer les positions de tous les centres de rigidité de la structure.

Les auteurs ont favorisé deux approches différentes pour caractériser le problème: dans un cas, l'approche matricielle a été utilisée (Cheung et Tso, 1986), alors que dans l'autre, une approche algébrique a été utilisée (Vézina, 1983). Les deux études se rejoignent cependant lorsqu'il s'agit de calculer la position du centre

de rigidité (Stafford Smith et Vézina, 1986).

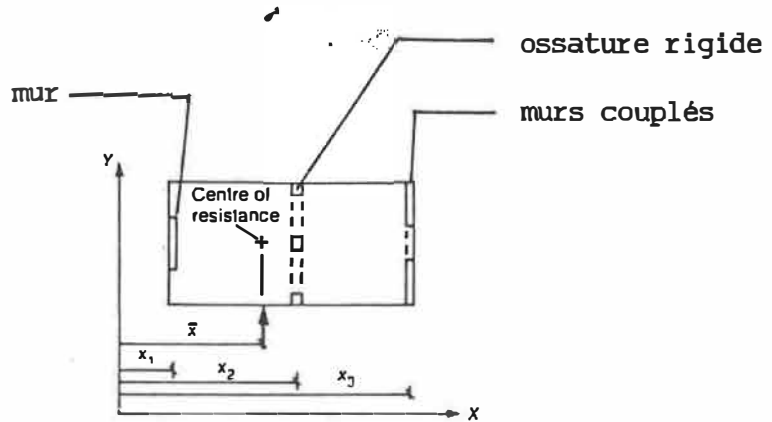
Lorsque les forces horizontales sont appliquées à chacun des points calculés par cette méthode, aucune rotation se produit et l'ensemble du bâtiment se déplace en translation exclusivement. L'ensemble des éléments résistants d'un niveau donné possèdent le même déplacement. On peut donc réduire ce problème à un modèle en deux dimensions.

Considérons la vue en plan, ainsi que l'élévation d'un bâtiment soumis à des charges horizontales dans la direction  $Y$  (figure 4.2a). Les étapes de la méthode, pour déterminer la position  $X_{cx}$  du centre de rigidité pour un niveau donné, sont les suivantes (Stafford Smith et Vézina, 1985):

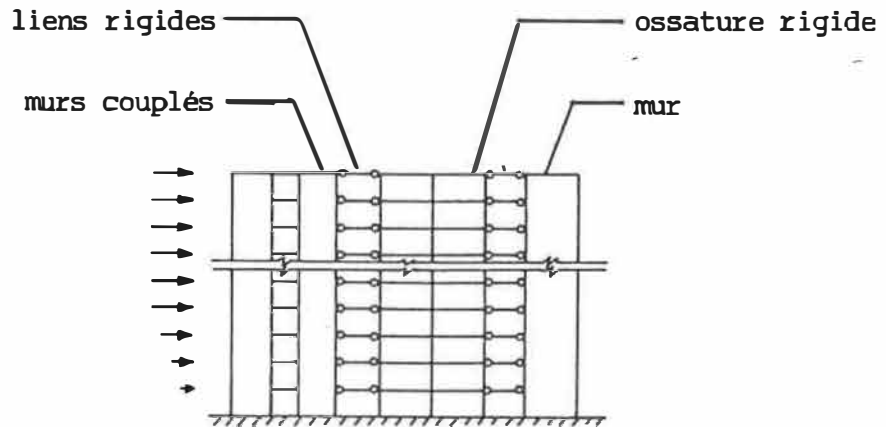
- 1- créer un modèle en deux dimensions du bâtiment, en reliant les éléments résistants de la direction  $Y$  par des membrures rotulées aux extrémités et axialement rigides (figure 4.2b).
- 2- procéder à une analyse statique sur le modèle en deux dimensions en appliquant le cas de charge, en utilisant un logiciel informatique.
- 3- de cette analyse, obtenir le cisaillement dans chaque élément résistant, et ce pour chaque niveau.
- 4- on trouvera la position du centre de rigidité à un niveau en étudiant la structure en plan et en résolvant le problème suivant: la force s'appliquant à ce niveau, ainsi que la force du niveau immédiatement supérieur,

appliquées à leur centre de rigidité respectif, doivent être colinéaires avec les cisaillements des éléments résistants situés sous le niveau étudié.

5- la position du centre de rigidité  $Y_{cx}$  est évaluée suivant le même principe.



a) vue en plan d'un étage typique



b) élévation du modèle en deux dimensions

**Figure 4.2-** Modèle utilisé dans le calcul de l'excentricité selon la méthode C (tiré de Stafford Smith et Vézina, 1985).

Concrètement, la position du centre de rigidité est évalué, pour le niveau supérieur N, à l'aide des formules suivantes (c'est le rapport entre la somme des moments dus aux cisaillements latéraux des éléments résistants par rapport à l'axe de référence et la charge latérale de ce niveau (Cheung et Tso, 1987):

$$X_{CR,N} = \left( \sum_{i=1}^n (Q_{Yi,N} X_i) \right) / P_{Y,N} \quad (4.11)$$

$$Y_{CR,N} = \left( \sum_{i=1}^n (Q_{Xi,N} Y_i) \right) / P_{X,N} \quad (4.12)$$

où,

$Q_{Xi,N}$ ,  $Q_{Yi,N}$ : cisaillement dans l'élément i, dans les directions X et Y respectivement, au niveau N, obtenu par des analyses sur des modèles en deux dimensions dans les deux directions

$P_{X,N}$ ,  $P_{Y,N}$ : force horizontale appliquée au niveau N, pour les directions X et Y.

Pour les autres niveaux r, la position du centre de rigidité est la suivante:

$$X_{CR,r} = \left( \sum_{i=1}^n ((Q_{Yi,r} - Q_{Yi,r+1}) X_i) \right) / P_{Y,r} \quad (4.13)$$

$$Y_{CR,r} = \left( \sum_{i=1}^n ((Q_{Xi,r} - Q_{Xi,r+1}) Y_i) \right) / P_{X,r} \quad (4.14)$$

Nous verrons dans le chapitre suivant que cette méthode n'est pas toujours applicable. On doit alors utiliser un modèle en trois dimensions pour évaluer correctement la position du centre de rigidité.

#### 4- Méthode avec un modèle en trois dimensions (méthode 3D)

Cette méthode utilise les mêmes équations que la méthode précédente. Cependant, au lieu d'utiliser un modèle en deux dimensions, on utilise un modèle en trois dimensions dont les rotations et les déplacements, perpendiculaires à la direction étudiée, des planchers sont bloqués. On applique le cas de chargement à ce modèle, puis on procède de la même façon que la méthode précédente.

#### 4.3.4.3- Evaluation de l'excentricité de calcul

Lorsque les positions des centres de rigidité ont été évaluées, par l'une des quatre méthodes décrite précédemment, on peut évaluer les excentricités réelles à chaque niveau:

$$e_{x,z} = X_{cx,z} - X_{cm,z} \quad (4.15)$$

$$e_{y,z} = Y_{cx,z} - Y_{cm,z} \quad (4.16)$$

Selon le supplément du CNBC, la méthode de calcul des moments de torsion «devrait tenir compte de l'effet de l'amplification dynamique des moments de torsion, de l'effet de l'action simultanée des deux composantes horizontales de la perturbation du sol, et de la torsion accidentelle». Cette torsion accidentelle tient compte de «la torsion supplémentaire imputable aux variations du calcul des rigidités relatives, les incertitudes quant à la charge permanente et à la

surcharge aux divers étages, l'addition de panneaux et de cloisons après l'achèvement du bâtiment, la variation de la rigidité avec le temps et l'action non élastique». Pour ces raisons, le code exige que les excentricités des équations 4.15 et 4.16 soient majorées.

Dans un premier temps, on doit augmenter ces excentricités par un facteur d'amplification, et ajouter un facteur pour tenir compte de l'excentricité accidentelle, ce qui se traduit par l'équation suivante:

$$e_{1x} = (1,5 e_x) + (0,1 D_n) \quad (4.17)$$

où,

$e_{1x}$ : première excentricité de calcul au niveau  $r$ , telle que recommandée par le CNBC, dans la direction  $x$  ou  $y$ , selon le cas.

$e_x$ : excentricité réelle, telle que calculée par l'équation 4.15 ou 4.16, selon le cas.

$D_n$ : dimension en plan du bâtiment dans la direction de l'excentricité calculée.

Les éléments les plus éloignés du centre de rigidité, du côté du centre de masse, seront affectés par cette augmentation de l'excentricité.

Dans un deuxième temps, le code nous indique que l'on doit diminuer les excentricités calculées, et soustraire de cette valeur une excentricité accidentelle, ce qui se traduit par l'équation suivante:



$$e_{2x} = (0,5 e_x) - (0,1 D_n) \quad (4.18)$$

$e_{2x}$ : seconde excentricité de calcul au niveau  $r$ , telle que recommandée par le CNBC, dans la direction  $x$  ou  $y$ , selon le cas.

Cette diminution d'excentricité provoque une diminution du moment de torsion. Les éléments rapprochés du centre de rigidité, à l'opposé du centre de masse, sont visés par cette mesure, car elle augmente le niveau des efforts dans ces éléments.

#### 4.3.4.4- Calcul des moments de torsion

Les moments de torsion calculés à chaque niveau sont le produit de la force horizontale s'appliquant à ce niveau multipliée par l'excentricité de calcul à ce niveau. Comme il y a deux excentricités de calcul à chaque niveau (et aussi dans chaque direction), il y aura deux moments distincts à calculer pour chaque niveau:

$$M_{1x} = F_x e_{1x} \quad (4.19)$$

$$M_{2x} = F_x e_{2x} \quad (4.20)$$

#### 4.3.5- Evaluation des surcharges séismiques pour chacun des éléments de la structure

Nous avons calculé, dans les sections précédentes, les surcharges séismiques à appliquer sur une structure irrégulière (efforts

horizontaux à chaque niveau ainsi que moments de torsion). On doit maintenant répartir ces efforts dans chacun des éléments résistants de la structure.

Plusieurs méthodes approximatives existent pour répartir les efforts horizontaux (par exemple, la méthode "portal"), et font appel à la rigidité relative de chacun des éléments. Ces méthodes donnent de bons résultats pour des problèmes simples en deux dimensions. Cependant, il est impensable de construire une matrice de rigidité pour un problème contenant plusieurs milliers de degré de liberté.

Picard (1979) a développé des équations pour répartir le cisaillement latéral aux éléments résistants, en tenant compte de l'excentricité qui peut exister entre les centres de masse et de rigidité.

Heureusement, il s'est développé, au cours des dernières années, de nombreux outils informatiques permettant de traiter des problèmes complexes assez rapidement. Dans ce mémoire, les exemples présentés seront traités avec le logiciel ALDYNA, développé à l'Ecole Polytechnique et adapté aux analyses statiques.

Pour chaque exemple traité, un modèle mathématique est créé, puis un cas de chargement y est appliqué. Dans le cas de l'analyse statique, deux cas de chargement seront utilisés:

CAS #1: Forces horizontales à chaque niveau + moments de torsion à chaque niveau, calculés selon l'équation 4.19.

CAS #2: Forces horizontales à chaque niveau + moments de torsion à chaque niveau, calculés selon l'équation 4.20.

Suite à ces deux analyses, les efforts dans chaque membrure sont comparés et le cas le plus défavorable est retenu. Ces valeurs constituent finalement, pour chacune des membrures, les surcharges séismiques telles que calculées par l'analyse statique du code national du bâtiment.

L'ensemble de ces analyses est présenté au chapitre 5 de ce mémoire.

#### 4.3.6- Combinaison des charges et des surcharges

Lorsqu'on veut dimensionner un élément donné d'une structure, il faut tenir compte des charges et des surcharges qui s'appliquent sur cet élément; les surcharges séismiques ne sont qu'un élément du problème. Ces charges et surcharges sont combinées à l'aide de facteurs de majoration, dans le but de trouver le cas de charge le plus défavorable.

Dans le calcul aux états limites selon le CNBC 1985, les surcharges séismiques sont multipliées par un coefficient de charge de 1,5; ainsi pondérées, les surcharges séismiques sont considérées à l'état limite.

#### 4.4- CALCULS DES SURCHARGES SEISMIQUES SELON LE CNBC 1990

Des changements majeurs, tels que décrits dans les sections

précédentes, sont survenus lors de la publication du CNBC 1985. La deuxième phase de ces changements se retrouvent dans l'édition 1990 du CNBC.

Le principal changement du CNBC 1990 est l'introduction dans le calcul du cisaillement à la base d'un coefficient de réduction de la force, qui remplace le coefficient  $K$ , et qui tient compte de la capacité de la structure de dissiper de l'énergie en se déformant plastiquement. Par l'entremise d'un facteur  $U$ , le cisaillement à la base a été ajusté pour conserver le même niveau de protection des bâtiments qu'auparavant. De plus, le coefficient de charge aux états limites de 1,5 (voir section 4.3.6) est maintenant inclus dans la formule du cisaillement à la base: celui-ci est donc directement évalué à l'état limite ultime.

Dans les prochaines sections, ces changements seront expliqués en profondeur. Il est à noter que seulement les changements au CNBC 1985 seront énumérés; pour une description complète de l'analyse statique, il faut se référer à la section précédente.

#### 4.4.1- Calcul du cisaillement à la base de l'édifice

Le cisaillement à la base est évalué à l'aide de la formule suivante:

$$V = (V_m / R) U \quad (4.21)$$

où,

$V_e$ : force latérale équivalente, représentant la réponse élastique

R: coefficient de modification de la force

U: facteur représentant le niveau de protection, basé sur l'expérience.

La force latérale équivalente ( $V_e$ ) est une approximation de la réponse d'une structure élastique avec un amortissement nominal. Elle est évaluée comme suit:

$$V_e = v S^* I F W \quad (4.22)$$

où,

$S^*$ : coefficient de réponse séismique du CNBC 1990.

Ces différents facteurs sont expliqués dans les sous-sections suivantes.

#### 4.4.1.1- Coefficient de modification de la force R

Ce facteur remplace le coefficient K; au lieu d'être un multiplicateur, il devient un diviseur. Ceci s'accorde plus avec le fait que l'action inélastique d'une structure permet de réduire le niveau d'intensité des forces s'appliquant sur une structure.

La valeur de base de ce facteur est l'unité, et elle représente des structures constituées de maçonnerie non-armée. Pour les structures ductiles, le facteur maximum est quatre. L'ensemble des valeurs de ce coefficient pour divers systèmes structuraux se trouvent

au tableau 4.5. Il est à noter que lorsqu'on est en présence d'une structure combinant plusieurs types de systèmes de résistance aux forces latérales, le facteur R choisi doit être le plus faible facteur correspondant à ces systèmes.

**Tableau 4.5-** Valeurs du coefficient de modification de la force.

Cas	Type de système résistant aux forces latérales	R
<b>Structure d'acier conformes à CAN/CSA-S16.1-M</b>		
1	Ossature spatiale ductile résistant aux moments	4,0
2	Ossature ductile à contreventement excentré	3,5
3	Ossature ductile à contreventement en X	3,0
4	Ossature spatiale à ductilité nominale résistant aux moments	3,0
5	Ossature contreventée avec ductilité nominale	2,0
6	Autres systèmes résistant aux forces latérales	1,5
<b>Structure en béton armé conformes à CAN3-A23.3-M</b>		
7	Ossature spatiale ductile résistant aux moments	4,0
8	Mur ductile travaillant en flexion	3,5
9	Ossature spatiale à ductilité nominale résistant aux moments	2,0
10	Mur à ductilité nominale	2,0
11	Autres systèmes résistant aux forces latérales	1,5

#### 4.4.1.2- Facteur U

Ce facteur, égal à 0,6, est inclu dans la formule du cisaillement à la base pour maintenir un niveau de protection semblable entre les deux codes. Ce facteur est indépendant des termes  $V_m$  et R pour que ceux-ci conservent leurs significations réelles.

#### 4.4.1.3- Rapport de vitesse v de la zone

Les valeurs de ce rapport n'ont pas subi de modifications dans cette nouvelle version du code.

#### 4.4.1.4- Coefficient de réponse séismique $S^*$

Les valeurs du coefficient  $S^*$ , qui est une représentation du spectre de réponse élastique, ont été majorées pour que la valeur de  $V_m$  représente la réponse élastique du système. On retrouve ces nouvelles valeurs au tableau 4.6.

On clarifie aussi l'évaluation de la période. En effet, la dimension du système de résistance aux forces latérales  $D_m$  (voir équation 4.3) peut être remplacée par la dimension totale du bâtiment  $D$ , lorsque le système de résistance n'est pas clairement défini.

**Tableau 4.6-** Valeurs du coefficient de réponse séismique  $S^*$ .

T	$Z_a / Z_v$	$S^*$
égal ou inf. à 0.25	sup. à 1.0	4.23
	1.0	3.00
	inf. à 1.0	2.13
sup. à 0.25 mais inf. à 0.50	sup. à 1.0	$-8.40T + 6.33$
	1.0	$-3.48T + 3.87$
	inf. à 1.0	2.13
0.50 et plus	toutes les valeurs	$1.5 / \sqrt{(T)}$

#### 4.4.1.5- Coefficient de priorité

Pour les bâtiments ordinaires, ce facteur reste égal à 1,0. Pour les écoles, il est égal à 1,3. Le niveau de protection est cependant augmenté pour tous les bâtiments essentiels suite à un séisme: pour ceux-ci, le facteur devient égal à 1,5. Suite au tremblement de terre de Mexico en 1985, il a été démontré qu'il est extrêmement important que ces bâtiments demeurent fonctionnels suite à un séisme important.

#### 4.4.1.6- Coefficient F

Un facteur F égal à 2,0, correspondant à des sols mous et à grains fins (par exemple, l'argile), a été ajouté aux autres. Le séisme de Mexico a démontré qu'il y avait amplification des mouvements dans les argiles molles.



#### 4.4.2- Répartition du cisaillement aux étages

Le seul changement provient dans cette répartition provient de l'évaluation de la force  $F_{\epsilon}$ :

$$F_{\epsilon}^* = 0,07 T V \leq 0,25 V \quad (4.23)$$

La période  $T$  remplace le rapport  $(h_n / D_w)$  dans cette équation, car elle est un meilleur indicateur de l'influence des modes supérieurs.

#### 4.4.3- Combinaison des charges et des surcharges

Le cisaillement à la base étant évalué à l'état limite ultime (incluant le coefficient de charge de 1,5), le nouveau coefficient de charge pour les surcharges sismiques ( $\alpha_Q$ ) est donc égal à l'unité.

#### 4.5- ETUDE COMPARATIVE DES CISAILLEMENTS A LA BASE DE L'ANALYSE DYNAMIQUE, DU CNBC 1985 ET DU CNBC 1990 POUR DES MODELES BI-DIMENSIONNELS.

Cette étude se divise en trois parties. En premier lieu, on compare le cisaillement à la base provenant des exigences du CNBC 1985 et du CNBC 1990, et ce pour divers systèmes structuraux résistants aux charges latérales et bi-dimensionnels: la variation de ce paramètre entre les deux versions du code ressortira alors.

En second lieu, pour un système quelconque à un degré de liberté, on compare le cisaillement à la base provenant des exigences du CNBC 1990 avec le cisaillement provenant de l'analyse dynamique. Finalement, pour des modèles en deux dimensions construits à partir de bâtiments réels, les cisaillements à la base obtenus par les analyses dynamique et statique (CNBC 1990) seront là aussi comparés.

##### 4.5.1- Comparaison générale des cisaillements à la base calculés à l'aide du CNBC 1985 et du CNBC 1990

###### 4.5.1.1- Présentation des résultats

Le cisaillement à la base, selon le CNBC 1985, est évalué à l'aide de la formule suivante:

$$V_{1985} = v S K I F W \quad (4.1)$$

Selon le CNBC 1990, cette même valeur est évaluée comme suit:

$$V_{1990} = (0,6 v S^* I F W) / R \quad (4.24)$$

Dans ces deux équations, les facteurs  $v$ ,  $I$ ,  $F$  et  $W$  sont identiques: ils n'entrent donc pas en jeu lors des comparaisons. La relation linéaire entre les coefficients de réponse séismique,  $S$  et  $S^*$ , peut être déduite des valeurs contenues dans les tableaux 4.2 et 4.6. Elle s'exprime comme suit:

$$S^* = 6,8 S \quad (4.25)$$

D'autre part, pour établir une base de comparaison correcte, il faut évaluer le cisaillement à la base du CNBC 1985 à l'état limite ultime (i.e. en le majorant par un facteur de 1,5).

En tenant compte de tous ces facteurs, on peut évaluer les facteurs de comparaison pour les deux codes. Pour le CNBC 1985, ce facteur sera le suivant:

$$(V^*)_{1985} = 1,5 K \quad (4.26)$$

Pour le CNBC 1990, il sera:

$$(V^*)_{1990} = 0,6 \times 6,8 / R = 4,1 / R \quad (4.27)$$

Ces facteurs dépendent donc uniquement du type de système structural du bâtiment. La variation du cisaillement à la base sera exprimée de la façon suivante, en utilisant les valeurs calculées avec les équations 4.26 et 4.27:

$$\delta (V^*) = [ (V^*)_{1990} - (V^*)_{1985} ] / (V^*)_{1985} \quad (4.28)$$

Les variations calculées à l'aide de cette équation, pour divers systèmes structuraux résistants aux charges latérales, se retrouvent au tableau 4.7. Une variation positive indique une augmentation du cisaillement dans le CNBC 1990, et vice-versa. Il est à noter que les systèmes structuraux de béton et/ou d'acier sont décrits par ordre décroissant de ductilité.

Tableau 4.7- Variations du cisaillement à la base entre le CNBC 1985 et le CNBC 1990 pour divers systèmes structuraux résistants aux charges latérales.

CAS	SYSTEME STRUCTURAL	R	K	$\delta$ (V*)
1.1	Cadre ductile (béton)	4,0	0,7	-3%
1.2	Cadre ductile (acier)	4,0	0,7	-3%
2.1	Mur ductile (béton) + cadre ductile reprennant plus de 25% des efforts lat. (béton ou acier)	3,5	0,7	+11%
3.1	Mur ductile (béton)	3,5	1,0	-22%
3.2	Mur ductile (béton) + cadre ductile reprennant moins de 25% des efforts lat. (béton ou acier)	3,5	1,0	-22%
4.1	Contreventement ductile (acier) + cadre ductile reprennant plus de 25% des efforts lat. (béton ou acier)	3,0	0,8	+14%

**Tableau 4.7-** Variations du cisaillement à la base entre le CNBC 1985 et le CNBC 1990 pour divers systèmes structuraux résistants aux charges latérales (suite).

CAS	SYSTEME STRUCTURAL	R	K	$\delta$ (V <sup>m</sup> )
5.1	Contreventement ductile (acier)	3,0	1,0	-9%
5.2	Contreventement ductile (acier) + cadre ductile reprennant moins de 25% des efforts lat. (acier ou béton)	3,0	1,0	-9%
5.3	Contreventement ductile (acier) + cadre à ductilité nominale (acier)	3,0	1,0	-9%
5.4	Mur ductile (béton) + cadre à ductilité nominale (acier)	3,0	1,0	-9%
6.1	Cadre à ductilité nominale (acier)	3,0	1,3	-30%
7.1	Mur ductile (béton) + cadre à ductilité nominale (béton)	2,0	1,0	+36%
7.2	Contreventement ductile (acier) + cadre à ductilité nominale (béton)	2,0	1,0	+36%
8.1	Cadre à ductilité nominale (béton)	2,0	1,3	+5%
8.2	Mur à ductilité nominale (béton)	2,0	1,3	+5%
8.3	Contreventement à ductilité nominale (acier)	2,0	1,3	+5%

#### 4.5.1.2- Discussion des résultats

Le niveau des charges des systèmes de résistance aux charges latérales les plus fréquemment utilisés en pratique présentent généralement peu de variations entre les deux versions du code. On enregistre une augmentation du cisaillement de 11%, selon le CNBC 1990, dans le cas des murs ductiles en béton avec cadres ductiles participant à plus de 25% de la résistance. Les cadres ductiles, les contreventements en acier conçus pour la traction et la compression (i.e. contreventements ductiles), ainsi que les contreventements conçus pour la traction seulement (i.e. contreventements à ductilité nominale) présentent tous des variations inférieures à 10%.

Le mur ductile en béton est aussi assez souvent utilisé; il présente cependant une forte variation, avec une diminution du niveau des charges de 22% pour le CNBC 1990. Les auteurs du code semblent avoir déterminé que ce type de système se comporte bien face à un séisme en ce qui a trait à l'emmagasinement d'énergie, et qu'il était de mise de réduire le niveau des charges latérales pour ce système. D'autre part, si le mur ductile est couplé avec des cadres à ductilité nominale résistants aux charges latérales, le niveau des charges est alors augmenté de 36%.

Quant aux autres systèmes, ils présentent quelquefois de fortes variations, mais ils sont peu utilisés ou sont traités différemment en pratique.

Tel que rapporté dans la section 4.4 de ce mémoire, les auteurs du code 1990 désiraient garder le même niveau de protection pour les édifices publics que celui obtenu avec le code 1985. A la lumière des résultats obtenus lors de cette étude, on peut affirmer que, généralement, cet objectif est respecté. Néanmoins, certains systèmes de résistance ont vu leur niveau des charges grandement modifié.

#### 4.5.2- Comparaison des cisaillements à la base calculés à l'aide de l'analyse spectrale et du CNBC 1990 pour un système quelconque à un degré de liberté

##### 4.5.2.1- Présentation des résultats

La comparaison du cisaillement à la base entre l'analyse spectrale et le CNBC 1990 est effectuée à l'aide d'un modèle à un degré de liberté. Ce modèle est soumis à des sollicitations se produisant dans trois sites différents. Le premier site étudié est Montréal, où  $Z_a$  est supérieur à  $Z_v$ ; le deuxième site est Vancouver, où  $Z_a$  est identique à  $Z_v$ ; finalement, le dernier site est Prince-Rupert, où  $Z_a$  est inférieur à  $Z_v$ .

Les accélérations (PHA) et vitesses (PHV) maximales du sol pour les sites étudiés, utilisées dans l'analyse dynamique, se retrouvent au tableau 4.1; la probabilité de dépassement en un an est de 0,0021. Le système ne possède aucune ductilité ( $\mu=1$ ), et l'amortissement est de 5%. En vertu de cet amortissement, l'accélération absolue maximale



( $S_a$ ) est l'accélération au sol multipliée par trois, et la vitesse maximale ( $S_v$ ) est la vitesse au sol multipliée par deux, tel que rapporté à la section 3.2.3 de ce mémoire. Ces valeurs, qui forment les deux branches d'un spectre de réponse bipartite, se retrouvent au tableau 4.8.

Tableau 4.8- Accélérations absolues et vitesses maximales pour un système possédant un amortissement de 5%.

LOCALITE	$S_a / g$	$S_v$ (m/s)
Montréal	0,54	0,194
Vancouver	0,63	0,420
Prince-Rupert	0,39	0,540

L'évaluation du cisaillement à la base de l'analyse dynamique, pour un système à un degré de liberté, découle de la deuxième loi du mouvement de Newton:

$$(V / W)_{DYN} = S_a / g \quad (4.29)$$

Pour ce qui est de l'analyse statique du CNBC 1990, on étudiera deux types de cisaillement à la base, pour un système ne possédant pas de ductilité ( $R = 1,0$ ). Le tableau 4.9 présente les paramètres utilisés pour évaluer la réponse des systèmes selon cette analyse, et ce en fonction des sites choisis. En premier lieu, le cisaillement global est étudié:

$$U (Ve/W)_{1990} = U (v S^* I F) / R = 0,6 v S^* \quad (4.30)$$

En second lieu, on étudie la variation de la force équivalente, qui n'est que l'équation 4.30 amputée du facteur U:

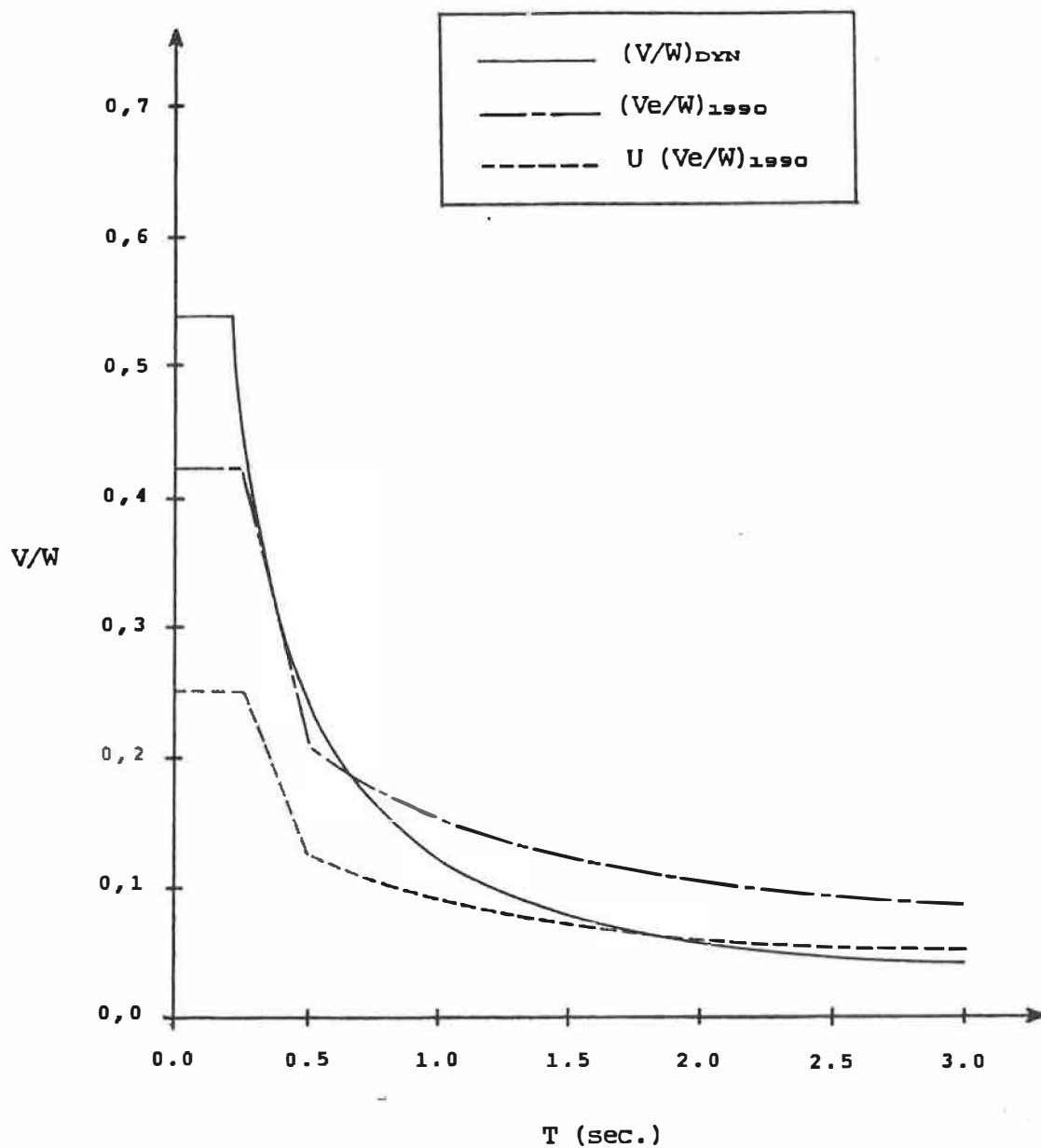
$$(Ve/W)_{1990} = (v S^* I F) / R = v S^* \quad (4.31)$$

La force latérale équivalente  $V_e$  est une approximation de la réponse élastique d'une structure (voir section 4.4.1); elle devrait normalement se rapprocher, pour un système quelconque, du cisaillement à la base de l'analyse dynamique. Les comparaisons se feront donc principalement avec les valeurs représentées par les équations 4.29 et 4.31.

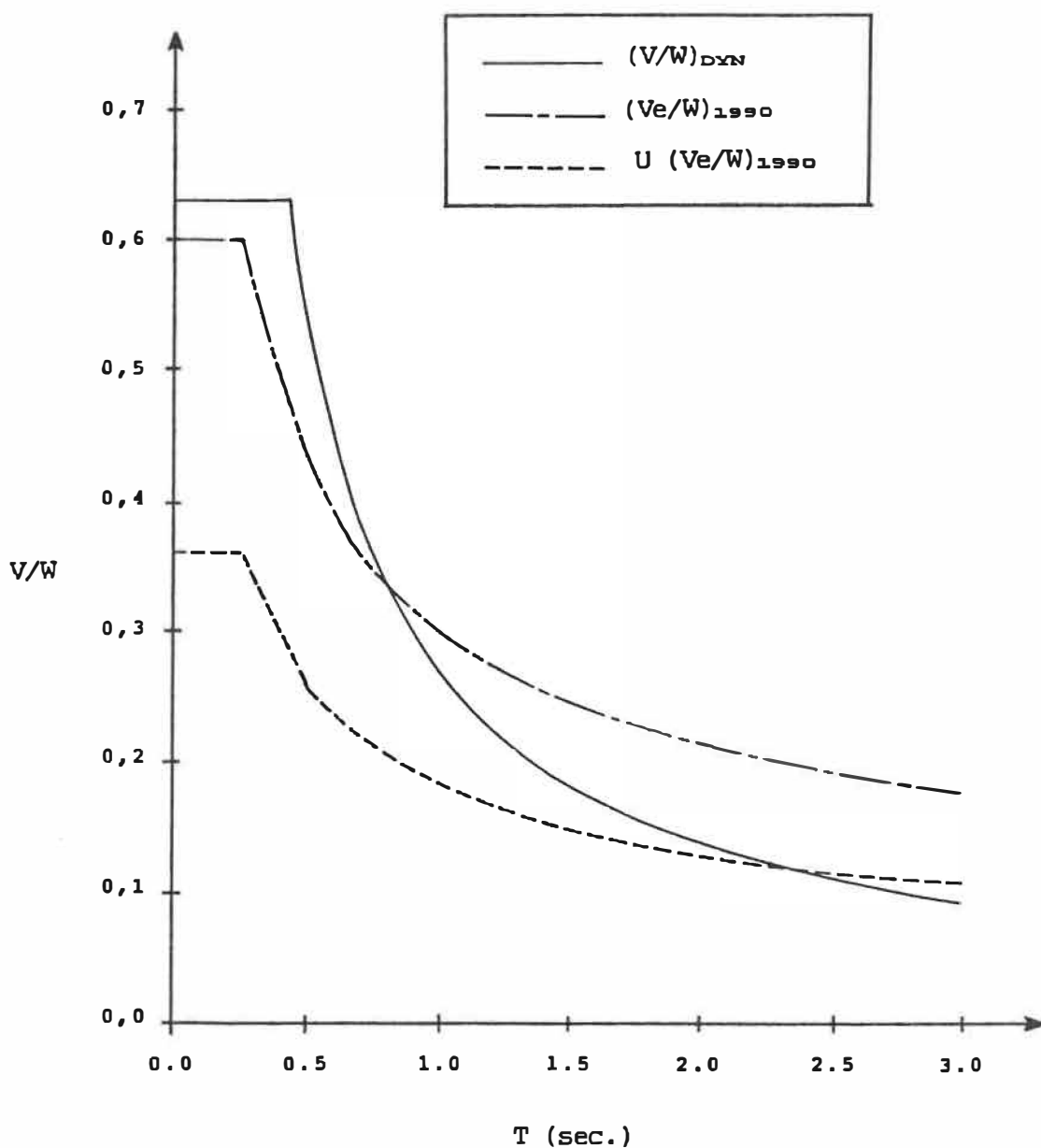
Tableau 4.9- Paramètres utilisés pour l'analyse statique du CNBC 1990 dans la comparaison avec l'analyse dynamique.

LOCALITE	Za	Zv	v	I	F	R
Montréal	4	2	0,1	1,0	1,0	1,0
Vancouver	4	4	0,2	1,0	1,0	1,0
Prince-Rupert	3	5	0,3	1,0	1,0	1,0

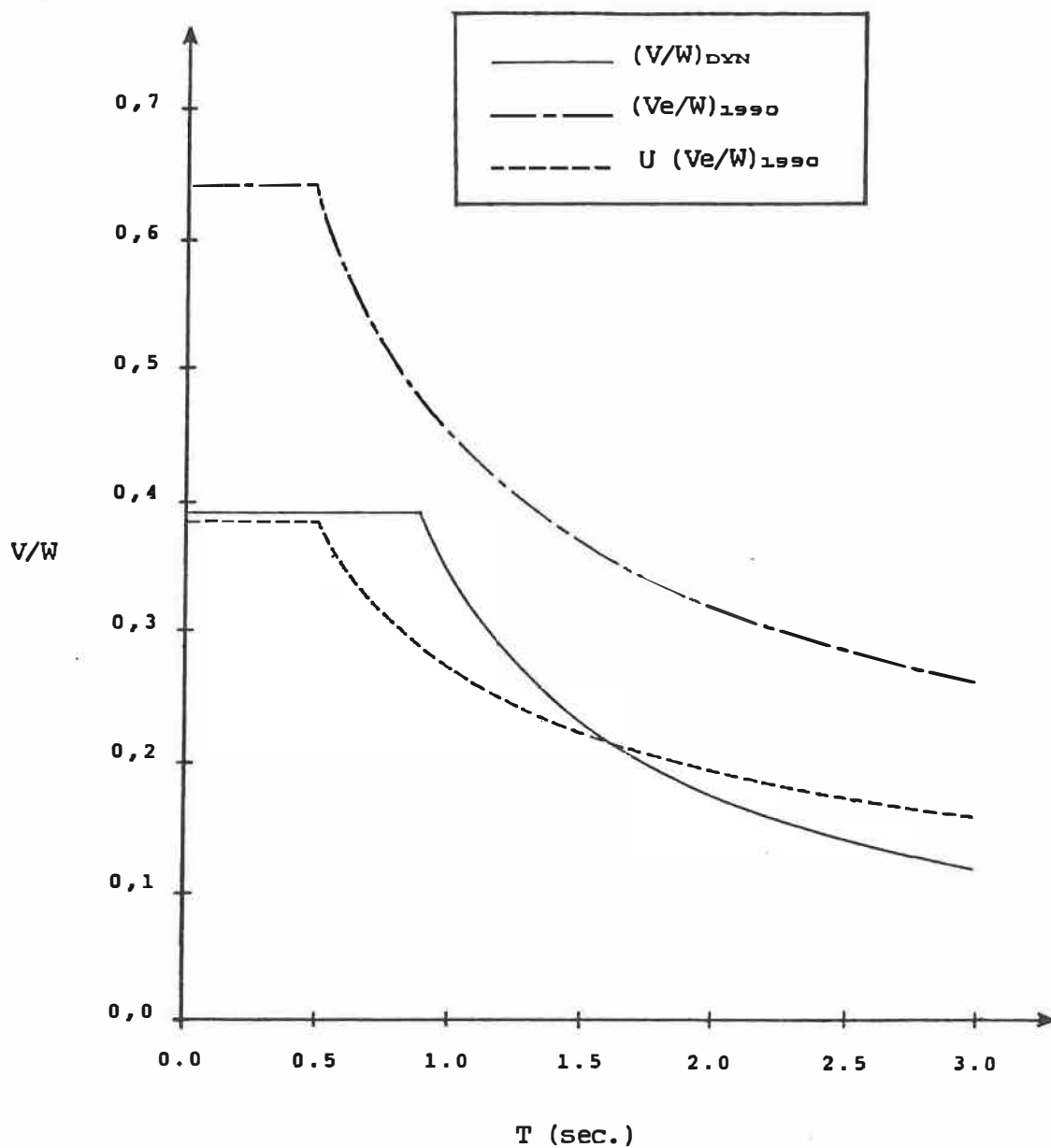
On retrouve à la figure 4.3 les valeurs des équations 4.29, 4.30 et 4.31, en fonction de la période du système, pour le site de Montréal. Les figures 4.4 et 4.5 représentent les mêmes équations, pour les sites de Vancouver et de Prince-Rupert.



**Figure 4.3-** Comparaison des cisaillements à la base, pour un système à un degré de liberté, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Montréal.



**Figure 4.4-** Comparaison des cisaillements à la base, pour un système à un degré de liberté, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Vancouver.



**Figure 4.5-** Comparaison des cisaillements à la base, pour un système à un degré de liberté, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Prince-Rupert.

#### 4.5.2.2- Discussion des résultats

Otani et Uzumeri (1977) ont déjà rapporté des différences marquées entre le cisaillement à la base de l'analyse statique et dynamique (voir à ce sujet la section 2.2.1 de ce mémoire). Aucun changement dans le code n'est survenu depuis ce temps pour corriger cette situation. Il n'est donc pas surprenant de constater que, à la lumière des résultats énoncés auparavant, les analyses statiques et dynamiques ne coïncident pas.

Pour le cas de Montréal, la force latérale statique équivalente du système ( $V_e/W$ ) coïncide avec l'analyse dynamique pour des périodes allant de 0,35 à 0,65 seconde. Pour un système très rigide (dont la période est inférieure à 0,35 seconde), l'analyse dynamique est de 30% supérieure à l'analyse statique. Le plateau représentant l'accélération maximale possède une longueur identique pour les deux analyses. Lorsque la période du système est supérieure à 0,65 seconde, le cisaillement à la base de l'analyse statique devient plus élevé que celui de l'analyse dynamique. Le niveau des efforts de l'analyse statique globale (i.e. le cisaillement du CNBC 1990 incluant le facteur  $U$ ) est toujours inférieur à l'analyse dynamique, sauf pour les systèmes flexibles dont la période est supérieure à 1,8 secondes.

Le comportement des analyses d'un système situé à Vancouver est différent. Pour un système rigide, la force équivalente statique et l'analyse dynamique donne des résultats assez semblables. Les périodes de transition, représentant les points où les accélérations maximales

commencent à décroître, sont différentes pour les deux analyses. Pour des systèmes possédant une période supérieure à 0,8 seconde, l'analyse élastique statique devient supérieure à l'analyse dynamique dans un rapport de près de 70%. L'analyse statique globale est toujours très inférieure à l'analyse dynamique, sauf lorsque les périodes sont supérieures à 2,4 secondes.

La force équivalente statique, pour un système situé à Prince-Rupert, est toujours supérieure à l'analyse dynamique. La période de transition de l'analyse dynamique est dans ce cas beaucoup plus élevée que celle de l'analyse statique. Curieusement, le cisaillement global est assez semblable à l'analyse dynamique.

A la lumière des résultats précédents, on peut affirmer que la force équivalente ( $V_e$ ) ne coïncide guère avec le cisaillement provenant de l'analyse dynamique.

Il ne peut se dégager de tendances dans ces comparaisons: en effet, le comportement des analyses statiques et dynamiques varient énormément pour un même site, et aussi d'un site à l'autre. En prenant pour acquis que les hypothèses utilisées pour la conception du spectre de réponse soient correctes (i.e. les accélérations et vitesses maximales du sol, ainsi que l'influence du coefficient d'amortissement de l'édifice), il est évident que la fonction représentant le coefficient de réponse séismique ( $S^*$ ) de l'analyse statique devra être revu en profondeur si l'on désire que les cisaillements à la base de l'analyse

statique et celui de l'analyse dynamique coïncident.

#### 4.5.3- Comparaison des cisaillements à la base calculés à l'aide de l'analyse spectrale et du CNBC 1990 pour des bâtiments réels

##### 4.5.3.1- Présentation des résultats

Alors que la section précédente traitait des comparaisons entre les analyses statique et dynamique pour des systèmes à un degré de liberté, la présente section évalue aussi les différences entre les deux analyses mais pour des systèmes à plusieurs degrés de liberté.

Les modèles utilisés, ainsi que les résultats des analyses dynamiques sur ces mêmes modèles, proviennent du mémoire de maîtrise de Simard (1985). Une description des systèmes étudiés est présentée au tableau 4.10. De plus, on retrouve au sein de ce tableau les valeurs des périodes des systèmes calculées à l'aide des analyses statiques et dynamiques. La période fondamentale du système selon l'analyse statique ( $T_{STAT}$ ) est calculé à l'aide des équations 4.2 ou 4.3, selon le système structural en présence. La période dynamique ( $T_{DYN}$ ) correspond à la période du premier mode du modèle. D'autre part, on retrouve dans ce tableau les valeurs du coefficient de réponse séismique  $S^*$  du CNBC 1990 calculées en fonction de chacune des périodes de l'analyse statique.



**Tableau 4.10-** Caractéristiques intrinsèques des modèles à plusieurs DDLD utilisés comme bases de comparaison des analyses dynamiques et statiques.

CAS	DESCRIPTION	T <sub>STAT</sub> (sec.)	S*	T <sub>DYN</sub> (sec.)
1	Cadre en béton (12 étages)	1.20	1.37	2.06
2	Cadre en béton avec mur (12 étages)	1.57	1.20	1.32
3	Cadre en béton (6 étages)	0.60	1.94	1.06
4	Cadre en acier (6 étages)	0.60	1.94	1.68
5	Cadre en acier avec contreventement (6 étages)	0.69	1.80	0.74
6	murs de refend couplés (6 étages)	0.56	2.00	0.17
7	Cadre en acier avec contreventement (3 étages)	0.39	2.53	0.38
8	Cadre en béton (5 étages)	0.50	2.13	0.74

Les comparaisons entre les deux analyses se feront pour trois sites différents, soit Montréal, Vancouver et Prince-Rupert. Les caractéristiques nécessaires à la construction du spectre de réponse, pour des modèles possédant un amortissement de 5% et pour chacune des localités, se trouvent au tableau 4.8. D'autre part, les paramètres nécessaires à l'analyse statique du CNBC 1990 sont disponibles au tableau 4.9. Notons que les analyses s'effectuent sur des modèles ne possédant pas de ductilité.

On retrouve dans les pages suivantes les cisaillements à la base de

chacune des analyses, en fonction du poids des bâtiments. Le cisaillement à la base de l'analyse statique correspond au cisaillement global et est évalué à l'aide de l'équation 4.30:

$$U (Ve/W)_{1990} = U (v S^* I F) / R = 0,6 v S^* \quad (4.30)$$

Le tableau 4.11 contient les cisaillements à la base des analyses statiques et dynamiques  $((V/W)_{DYN})$  pour le site de Montréal. Les tableaux 4.12 et 4.13 contiennent les mêmes valeurs pour les sites de Vancouver et de Prince-Rupert respectivement.

Tableau 4.11- Comparaison des cisaillements à la base, pour des systèmes à plusieurs DDL, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Montréal ( $R = 1,0$ ).

CAS	$U (Ve/W)_{1990}$ (%)	$(V/W)_{DYN}$ (%)	$U (Ve/W)_{1990} / (V/W)_{DYN}$
1	8.2	5.5	1.49
2	7.2	10.0	0.72
3	11.6	10.8	1.07
4	11.6	8.0	1.45
5	10.8	18.5	0.58
6	12.0	37.4	0.34
7	18.5	35.7	0.52
8	12.8	15.2	0.84

Tableau 4.12- Comparaison des cisaillements à la base, pour des systèmes à plusieurs DDL, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Vancouver ( $R = 1,0$ ).

CAS	U (Ve/W) <sub>1990</sub> (%)	(V/W) <sub>DYN</sub> (%)	U (Ve/W) <sub>1990</sub> / (V/W) <sub>DYN</sub>
1	16.4	11.9	1.38
2	14.4	18.6	0.77
3	23.3	22.8	1.02
4	23.3	17.2	1.36
5	21.6	37.3	0.58
6	24.0	43.6	0.55
7	30.4	72.9	0.42
8	25.6	29.4	0.87

Tableau 4.13- Comparaison des cisaillements à la base, pour des systèmes à plusieurs DDLD, entre l'analyse spectrale et l'analyse statique (1990) pour le site de Prince-Rupert ( $R = 1,0$ ).

CAS	U (Ve/W) <sub>1990</sub> (%)	(V/W) <sub>DYN</sub> (%)	U (Ve/W) <sub>1990</sub> / (V/W) <sub>DYN</sub>
1	24.7	14.9	1.66
2	21.6	20.0	1.08
3	34.9	28.5	1.23
4	34.9	21.2	1.64
5	32.4	40.5	0.80
6	36.0	27.0	1.33
7	38.3	45.1	0.85
8	38.3	30.5	1.26

#### 4.5.3.2- Discussion des résultats.

Les raisons justifiant les différences entre le niveau des charges de l'analyse statique et de l'analyse dynamique sont nombreuses. Simard (1985) a relevé quelques-unes de ces raisons:

- 1- La fonction qui relie l'intensité des efforts à la période est différente pour les deux analyses: le coefficient de réponse de l'analyse statique varie en fonction de  $T^{-1/2}$ , alors que le spectre de réponse de l'analyse dynamique varie en fonction de  $T^{-1}$ ;
- 2- les périodes de transition de ces fonctions ne sont pas les

mêmes;

- 3- le coefficient d'amortissement intervient directement dans l'analyse dynamique alors qu'il n'est considéré qu'indirectement dans l'analyse statique, par l'intermédiaire du facteur R;
- 4- la période est évaluée empiriquement dans le cas de l'analyse statique;
- 5- l'influence des modes supérieurs est tenue directement en compte seulement dans l'analyse dynamique.

Nous avons, au cours de l'étude précédente, vérifié la véracité de quelques-unes de ces raisons. Les résultats provenant des tableaux 4.11 à 4.13 illustrent à nouveau les énormes différences entre les deux analyses.

Les résultats de l'analyse statique sont directement proportionnels au facteur  $v$ : les résultats pour Vancouver sont le double de ceux de Montréal pour chacun des cas correspondants, alors que les résultats de Montréal sont multipliés par trois dans le cas de Prince-Rupert. Cette constatation ne s'applique pas à l'analyse dynamique, si bien que les variations enregistrées entre les deux méthodes d'analyses, pour un cas en particulier, varient en fonction des sites étudiés. En d'autres mots, un modèle analysé pour un site donné peut montrer un cisaillement dynamique supérieur, alors que pour un autre site, le comportement est inversé.

Les comparaisons effectuées dans le cadre de cette étude entre

l'analyse statique, une méthode empirique, et l'analyse dynamique, une méthode basée sur des fondements théoriques, démontrent qu'il y a de nombreuses variations de comportement entre ces deux méthodes d'analyse. Ces variations de comportement sont dues à un grand nombre de facteurs et il devient alors difficile de formuler des conclusions précises sur les relations entre ces analyses.

## CHAPITRE 5

### ETUDES SUR DES MODELES MULTI-ETAGES ASYMETRIQUES

#### 5.1- INTRODUCTION

Nous avons précédemment introduit les méthodes d'analyses statiques et dynamiques utilisées dans le but d'évaluer les charges séismiques dans les bâtiments; spécifiquement, il a été question des structures irrégulières et des exigences qui s'y rattachent. Le but de ce chapitre est d'appliquer ces exigences à des bâtiments réels multi-étagés asymétriques. Nous serons en mesure de comparer chacune des analyses et leurs exigences particulières, et d'apporter des conclusions utiles pour le concepteur désirant effectuer une conception efficace et sécuritaire de telles structures.

Les bâtiments analysés présentent des caractéristiques les classant dans la catégorie des structures irrégulières. Le premier édifice analysé (exemple 1), construit en béton, possède 25 étages et comporte un important décrochement vertical au tiers de sa hauteur. Le deuxième bâtiment, également en béton, est constitué de 27 étages; il possède deux noyaux centraux, dont l'un s'arrête au 15ième étage. Ce bâtiment a fait, dans le passé, l'objet de deux études: une première, bidimensionnelle, par Béliveau et al. (1980), et une seconde, tridimensionnelle, par Poirier et Pomo (1987). Finalement, le

troisième édifice possède 11 niveaux; il est constitué de trois noyaux centraux asymétriques, ainsi que de contreventements en acier en périphérie.

Chacun de ces édifices est modélisé à l'aide d'un modèle en trois dimensions. Chaque niveau des structures est modélisé à l'aide de diaphragmes rigides; c'est ainsi que les éléments résistants sont solidaires en translation et en rotation dans le plan du plancher. Dans la cas de l'analyse dynamique, le modèle réduit comporte donc trois degrés de liberté par étage. Ces degrés de liberté, regroupés au centre de masse, sont associés aux masses et à l'inertie rotationnelle du système à chaque niveau.

La réponse dynamique de ces bâtiments sera présentée en utilisant le spectre de Montréal et en combinant les réponses avec les méthodes SRSS et CQC. L'analyse statique du CNBC 1990 sera aussi utilisée: les méthodes énumérées au chapitre précédent pour le calcul de la position du centre de rigidité seront alors mises à l'épreuve.

La ductilité des éléments de chacun des modèles est unitaire: le coefficient de modification de la force  $R$  de l'analyse statique et le coefficient de ductilité  $\mu$  de l'analyse dynamique ont donc comme valeur 1,0. Cette caractéristique n'a aucune importance puisque les résultats seront normalisés pour fins de comparaison. La valeur probable de  $R$  pour ce type de bâtiments, pour fins de design, est de l'ordre de 2,0, et plus dans certains cas (voir tableau 4.5).



Nous comparerons, pour chacun des modèles à l'étude, le niveau des charges obtenus à l'aide de l'analyse dynamique d'une part, et à l'aide des analyses statiques utilisant les différentes positions des centres de rigidité d'autre part. Enfin, une comparaison directe entre les analyses statiques et dynamiques sera effectuée en normalisant les cisaillements à la base de chacune des analyses.

De ces différentes études ressortiront des recommandations présentées en conclusion de ce mémoire. Celles-ci concernent l'utilisation de l'analyse dynamique comme outil de répartition des charges dans la structure, les méthodes de calcul d'excentricité de la méthode statique ainsi que les exigences du CNBC 1990 concernant l'analyse statique pour les bâtiments asymétriques.

Indépendamment des conclusions de ce mémoire, le concepteur ne doit pas perdre de vue qu'il est préférable d'utiliser un système structural symétrique au lieu d'un système asymétrique, nonobstant le degré de sophistication de l'analyse employée.

## 5.2- METHODES D'ANALYSE UTILISEES

### 5.2.1- Analyse dynamique spectrale

Les fondements de l'analyse dynamique des bâtiments multi-étagés ont déjà été présentés à la section 3.2 de ce mémoire. Sans reprendre l'ensemble de l'argumentation, nous brosserons ici les grandes lignes de l'analyse employée dans ce mémoire:

- 1- modélisation adéquate de la structure à analyser;
- 2- évaluation des fréquences et des modes du modèle;
- 3- construction du spectre de réponse de la région de Montréal;
- 4- évaluation des accélérations modales maximales;
- 5- évaluation des facteurs de participation;
- 6- évaluation des forces modales;
- 7- évaluation de la réponse globale de la structure (i.e. les cisaillements et moments de torsion globaux, ainsi que les efforts dans les éléments résistants), en utilisant les méthodes de combinaison SRSS et CQC.

La réponse des modèles en trois dimensions est évaluée à l'aide du logiciel ALDYNA. A l'aide du spectre de réponse et de la méthode de combinaison choisie, ce logiciel calcule les efforts et les réactions de la structure soumise à la sollicitation dynamique (voir à ce sujet la section 3.2 de ce mémoire).

#### 5.2.2- Analyse statique du Code National du Bâtiment 1990.

Cette analyse fut aussi présentée en détail aux sections 4.3 et 4.4 de ce mémoire. Il est de mise à ce stade-ci de résumer les étapes de l'analyse statique:

- 1- évaluation des caractéristiques de la structure;
- 2- calcul du cisaillement à la base de l'édifice ( $V_{1990}$ ) à l'aide de l'équation 4.21, pour la région de Montréal;
- 3- répartition de ce cisaillement à l'ensemble des niveaux de la structure à l'aide des équations 4.6 et 4.23;

- 4- évaluation de la position des centres de masse (CM);
- 5- évaluation de la position des centre de rigidité (CR), selon quatre méthodes décrites à la section 4.3.4.2:
  - méthode A: méthode des rigidités relatives
  - méthode B: méthode de la force et du moment unitaires
  - méthode C: méthode utilisant un modèle en deux dimensions
  - méthode D: méthode utilisant un modèle en trois dimensions;
- 6- évaluation des excentricités de calcul,  $e_{1x}$  et  $e_{2x}$ , selon les équations 4.17 et 4.18;
- 7- calcul des moments de torsion ( $M_{1x}$  et  $M_{2x}$ ) à l'aide des forces à chaque niveau et des excentricités de calcul, selon les équations 4.19 et 4.20.
- 8- évaluation, à l'aide de trois analyses distinctes, des efforts dans chacun des éléments résistants (ces analyses permettent d'apprécier la magnitude du moment de torsion et son importance relative):
  - a) une première analyse regroupe l'ensemble des forces réparties sur chacun des niveaux, et appliquées aux centres de rigidité;
  - b) la deuxième analyse comprend l'ensemble des forces réparties sur chacun des niveaux, et les moments de torsion  $M_{1x}$  correspondant, appliqués aux centres de rigidité;
  - c) une troisième analyse regroupe l'ensemble des forces réparties sur chacun des niveaux, et les moments de torsion  $M_{2x}$  correspondant, appliqués aux centres de

rigidité.

Les analyses statiques sont effectuées à l'aide du même logiciel ALDYNA, en utilisant des modèles identiques à l'analyse dynamique.

### 5.3- DESCRIPTIONS DES CARACTERISTIQUES DES MODELES

#### 5.3.1- Structure de 25 étages avec décrochement vertical

##### (EXEMPLE 1)

L'immeuble étudié est constitué d'un agencement de cadres et de murs en béton armé; la principale caractéristique de cette structure est son décrochement vertical. La structure réelle possède 25 étages; un modèle simplifié, comprenant sept niveaux, est cependant employé afin de réduire sa taille. Les masses sont alors regroupées à chacun de ces niveaux. Cette façon de faire diminue la complexité du problème, sans trop affecter la réponse de la structure, tel que rapporté par Heidebrecht et Irwin (1971). Nous retrouvons à la figure 5.1 une vue en plan et une vue en élévation du modèle utilisé. La figure 5.2 illustre une vue isométrique de ce modèle.

Les éléments #1, #6 et #7 sont des cadres rigides résistants aux charges latérales, mais idéalisés par des poutres équivalentes. Les autres éléments (#2, #3, #4 et #5) sont des murs. Tel qu'indiqué sur la figure 5.1, les éléments #1, #2, #6 et #7 poursuivent leur course à une hauteur supérieure aux autres éléments, ce qui provoque le

décrochement vertical. Par contre, la structure est symétrique par rapport à l'axe X.

Les propriétés des éléments résistants sont données au tableau 5.1. On retrouve dans ce tableau les inerties autour des axes globaux X et Y (i.e.  $I_x$  et  $I_y$ ), ainsi que les aires en cisaillement dans le sens de ces mêmes axes (i.e.  $A_x$  et  $A_y$ ), pour chacun de ces éléments.

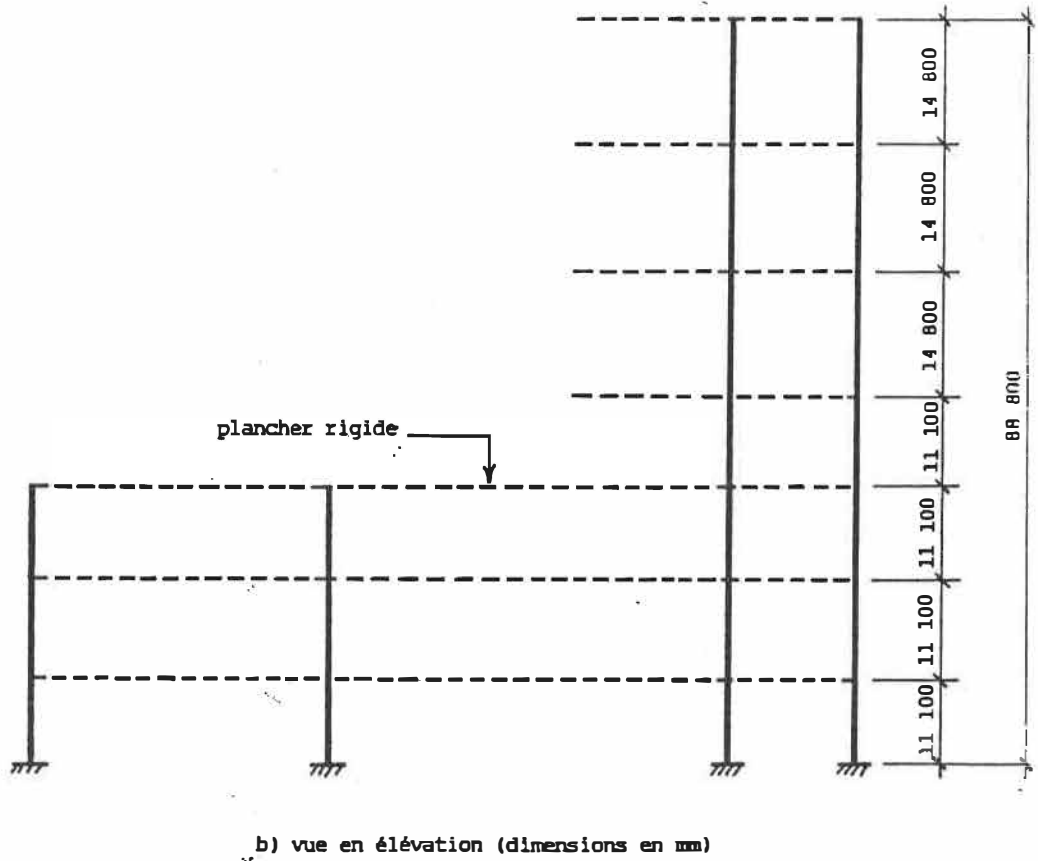
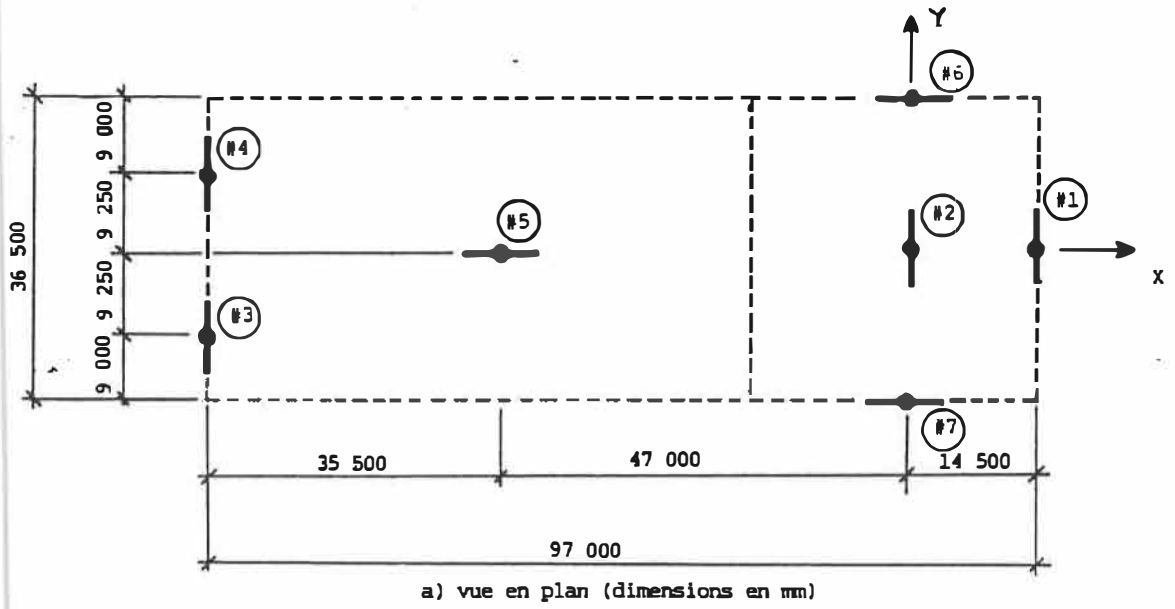


Figure 5.1- Vue en plan et élévation du modèle de l'exemple 1.

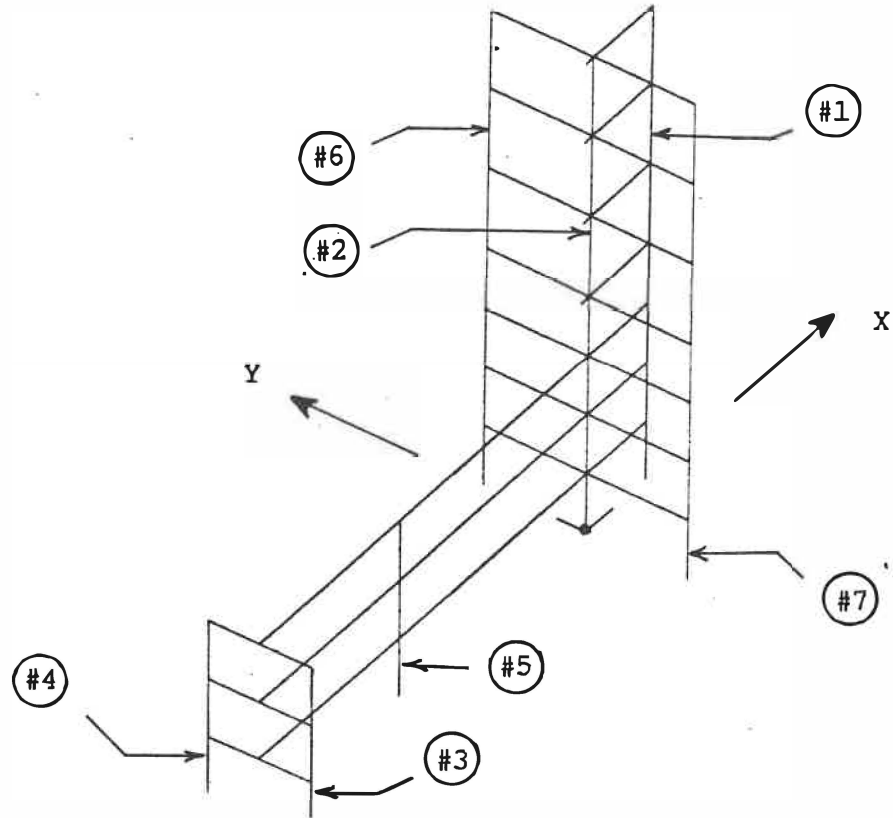


Figure 5.2- Vue isométrique du modèle de l'exemple 1.

Tableau 5.1- Propriétés des éléments résistants du modèle de l'exemple 1, par rapport aux axes globaux.

No. élément	Niveau	$I_x$ (m <sup>4</sup> )	$A_y$ (m <sup>2</sup> )	$I_y$ (m <sup>4</sup> )	$A_x$ (m <sup>2</sup> )
1	0 à 3	388,5	0,251	--	--
	3 à 7	345,3	0,232	--	--
2	0 à 3	152,8	1,765	--	--
	3 à 7	22,5	0,961	--	--
3,4	0 à 3	4,5	1,096	--	--
5	0 à 3	6,0	1,580	88,0	1,951
6,7	0 à 3	--	--	250,3	0,316
	3 à 7	--	--	236,5	0,223

Le tableau 5.2 contient les masses ( $m$ ) et les inerties rotationnelles ( $I_{\theta}$ ) que l'on retrouve à chacun des niveaux du modèle.

**Tableau 5.2-** Masses et inerties rotationnelles du modèle de l'exemple 1.

Niveau	$m$ (kN sec <sup>2</sup> / m)	$I_{\theta}$ (kN m sec <sup>2</sup> )
1 à 3	8840	7 990 000
4 à 6	5440	1 130 000
7	2720	570 000

### 5.3.2- Structure de 27 étages avec noyaux discontinus (EXEMPLE 2)

Cet édifice possède 27 étages. Les principales caractéristiques de ce bâtiment sont la variation de la rigidité des noyaux et l'interaction entre les noyaux et les cadres par l'intermédiaire des poutres de plancher. Il comporte des cadres typiques en béton armé, avec deux noyaux centraux contenant les escaliers et les ascenseurs (voir figure 5.3). Ces deux noyaux sont les principaux éléments qui résistent aux charges latérales. Un de ces noyaux arrête au 15ième étage: la structure est donc symétrique aux étages inférieurs, mais devient asymétrique aux étages supérieurs, dans une direction seulement. Dans l'autre direction, la structure est symétrique sur toute sa hauteur.

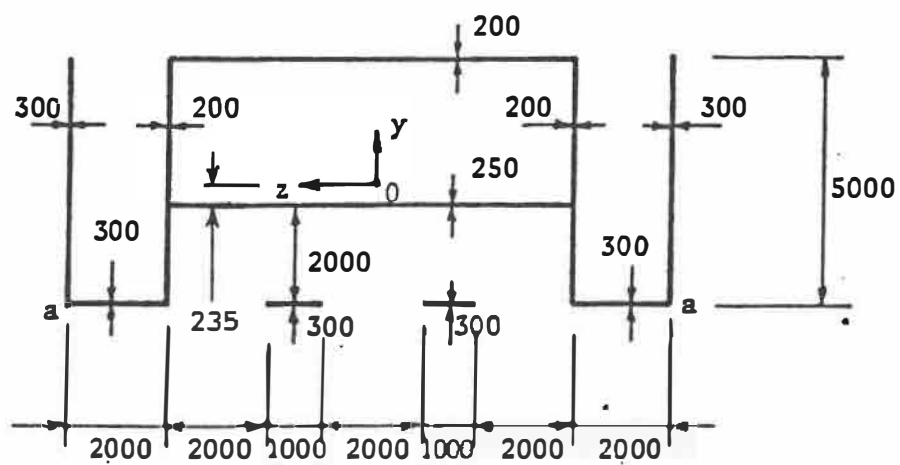
On retrouve à la figure 5.4 une vue en plan d'un étage typique de



l'édifice. On y décrit la position des colonnes et des noyaux, ainsi que les dimensions des poutres principales et secondaires supportants les charges verticales provenant du plancher.

Le modèle mathématique de la structure provient de travaux de Poirier et de Pomo (1987), et il est simplifié par rapport au bâtiment réel. Premièrement, seules les poutres reliant les colonnes dans le plan du plancher ont été conservées. En deuxième lieu, les propriétés des noyaux sont concentrées au centre de gravité de ceux-ci, et les liaisons avec les autres éléments de la structure sont assurées à l'aide d'extensions rigides.

Les caractéristiques du modèle en plan se retrouvent à la figure 5.5. L'élévation des colonnes suivant l'axe des X est illustrée à la figure 5.6, alors que l'élévation des colonnes suivant l'axe des Y se retrouve à la figure 5.7. Le noyau #1 est continu sur toute la hauteur de l'édifice, et le noyau #2 termine sa course au quinzième niveau. Le modèle est donc symétrique dans la direction Y; il est cependant asymétrique dans la direction X.



**Figure 5.3-** Vue en plan des noyaux de l'édifice de l'exemple 2  
(dimensions en mm).

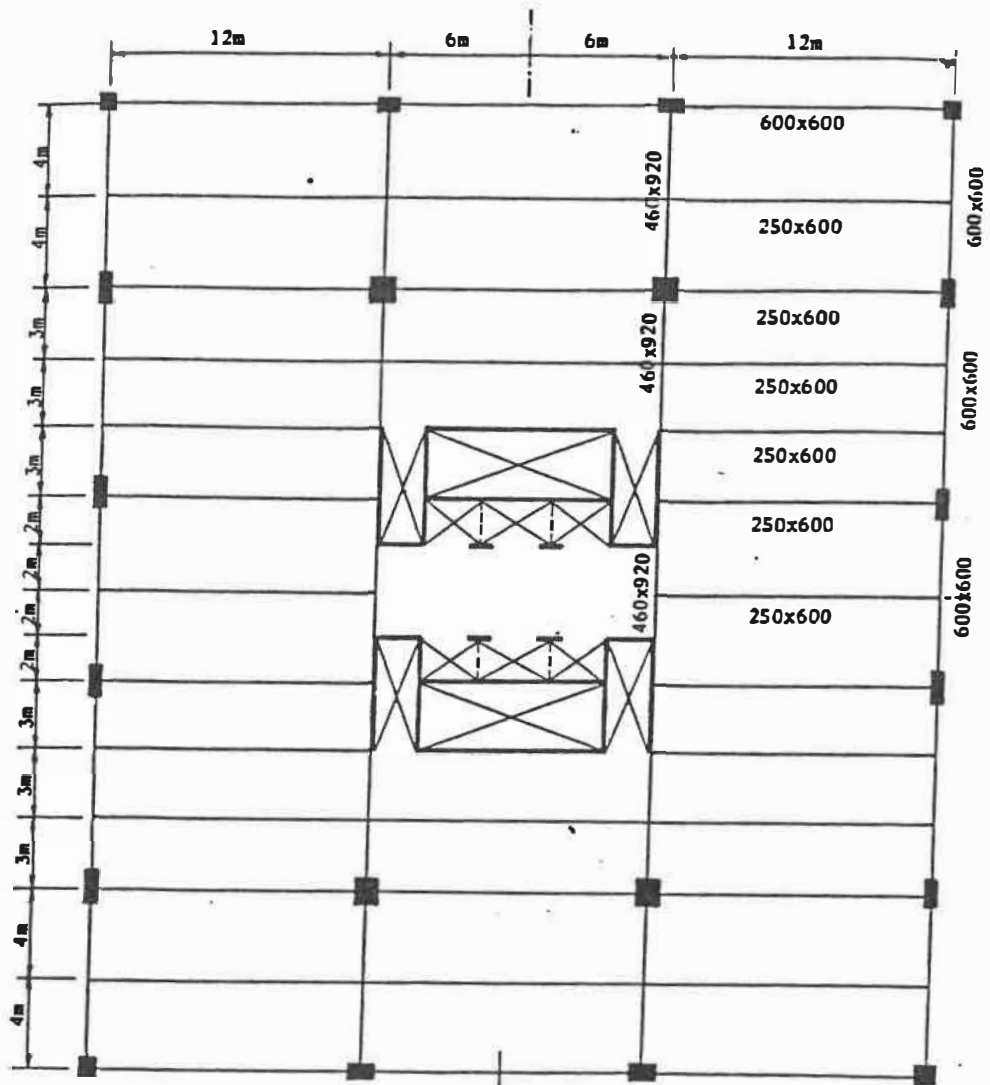


Figure 5.4- Vue en plan d'un plancher typique de l'édifice de l'exemple 2.

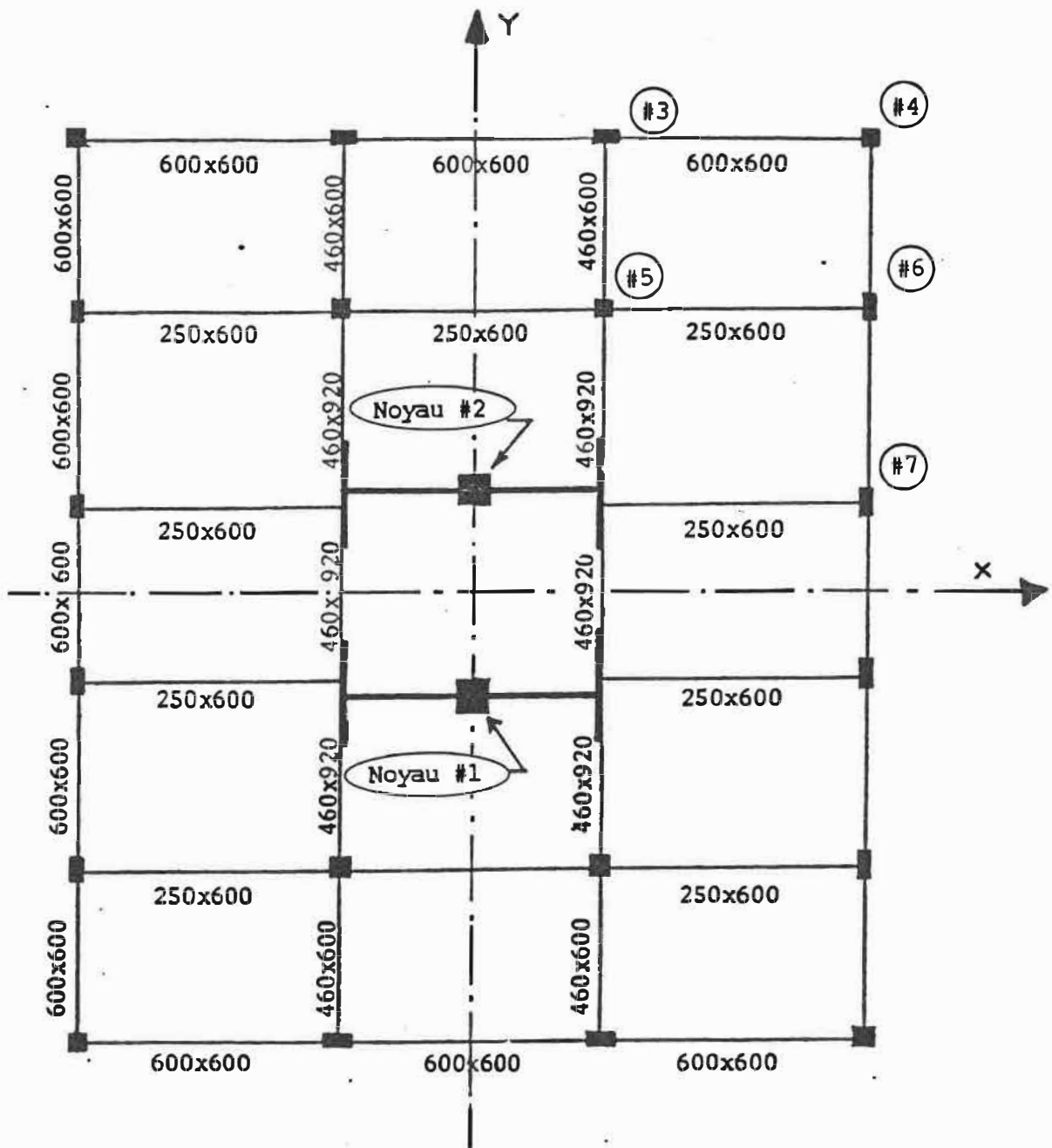


Figure 5.5- Vue en plan d'un plancher typique du modèle de l'exemple 2.

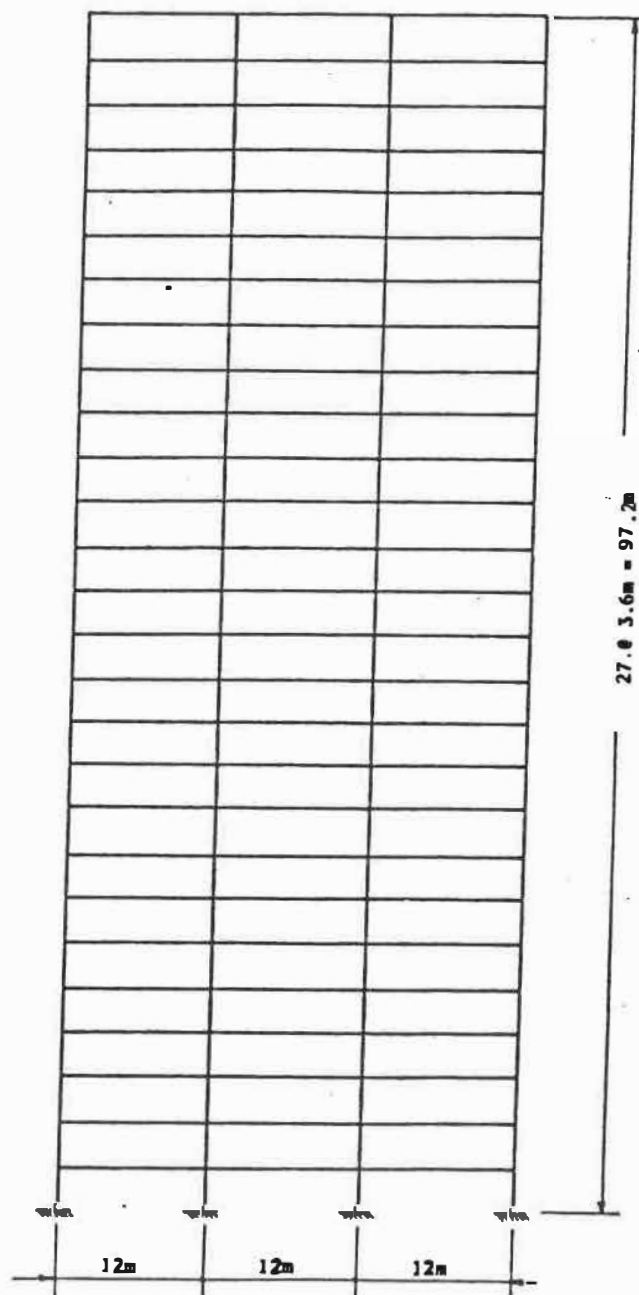


Figure 5.6- Elévation selon l'axe X du modèle de l'exemple 2.

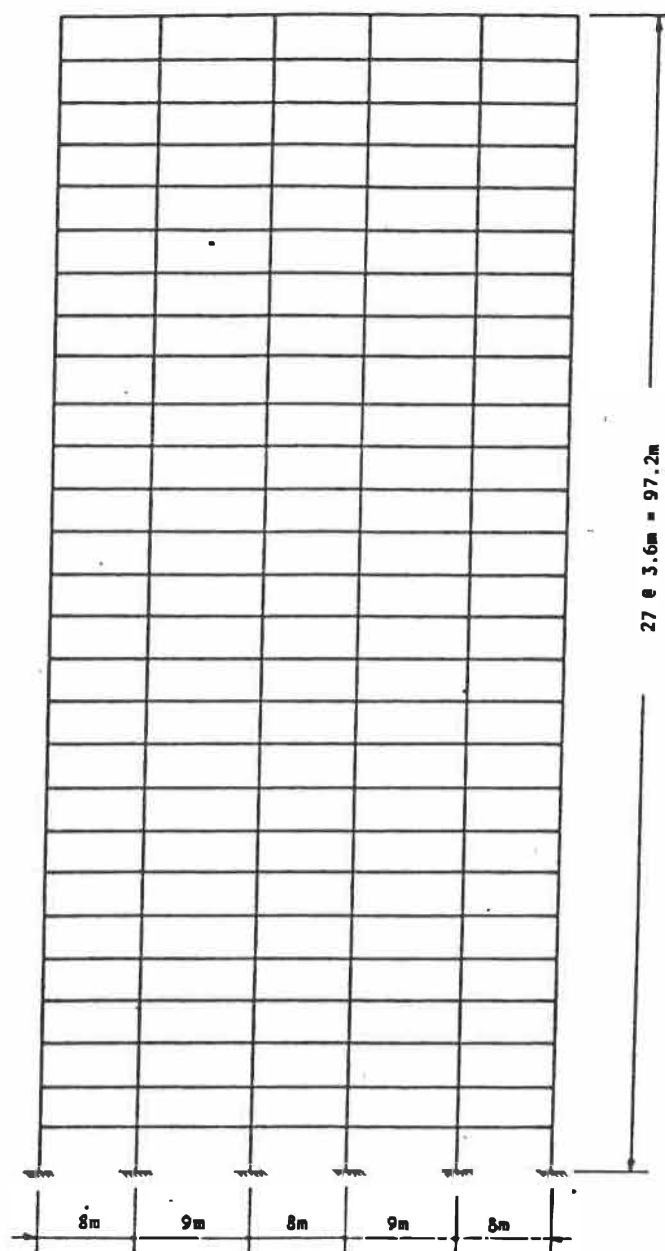


Figure 5.7- Elévation selon l'axe Y du modèle de l'exemple 2.

Les dimensions des poutres ont déjà été indiquées à la figure 5.5. Les dimensions des colonnes, quant à elle, sont présentées au tableau 5.3; la première dimension est dans le sens de l'axe Y, alors que l'autre dimension est dans le sens de l'axe X. Les numéros des colonnes réfèrent à la figure 5.5.

Tableau 5.3- Dimensions des colonnes de l'édifice de l'exemple 2.

Numéro	Dimensions (mm)	
	sous le 15ième niveau	au-dessus du 15ième niveau
3	750 X 900	450 X 900
4	750 X 750	600 X 600
5	900 X 900	600 X 900
6	900 X 600	900 X 450
7	900 X 600	900 X 450

Les propriétés des poutres et des colonnes du modèle (aires (A), inerties selon les axes forts ( $I_{PP}$ ) et faibles ( $I_{qq}$ ), constantes de torsion (J)) sont présentées au tableau 5.4. Il est à noter que ces valeurs sont présentées dans le système local des membrures. Le tableau 5.5 contient de son côté les propriétés des noyaux, selon leurs axes locaux (voir figure 5.3). Les masses et les inerties rotationnelles des 27 niveaux se retrouvent au tableau 5.6.

**Tableau 5.4-** Propriétés des colonnes et des poutres du modèle de l'exemple 2, selon les axes locaux des éléments.

Type	Dimensions	A (m <sup>2</sup> )	I <sub>PP</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>QQ</sub> (m <sup>4</sup> )	J (m <sup>4</sup> )
Colonne	750 X 900	0,6750	0,0456	0,0316	0,0527
Colonne	450 X 900	0,4050	0,0273	0,0068	0,0341
Colonne	750 X 750	0,5625	0,0264	0,0264	0,0527
Colonne	600 X 600	0,3600	0,0108	0,0108	0,0216
Colonne	900 X 900	0,8100	0,0547	0,0547	0,1094
Colonne	600 X 900	0,5400	0,0365	0,0162	0,0527
Colonne	900 X 600	0,5400	0,0162	0,0365	0,0527
Colonne	900 X 450	0,4050	0,0068	0,0273	0,0342
Poutre	600 X 600	0,3600	0,0108	0,0108	0,0216
Poutre	250 X 600	0,1500	0,0045	0,0008	0,0053
Poutre	460 X 600	0,2760	0,0083	0,0049	0,0131
Poutre	460 X 920	0,4232	0,0299	0,0075	0,3060

**Tableau 5.5-** Propriétés des noyaux du modèle de l'exemple 2, selon leurs axes locaux.

No.	sous le 15ième niveau				au-dessus du 15ième niveau			
	A (m <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>x</sub> (m <sup>4</sup> )	J (m <sup>4</sup> )	A (m <sup>2</sup> )	I <sub>y</sub> (m <sup>4</sup> )	I <sub>x</sub> (m <sup>4</sup> )	J (m <sup>4</sup> )
1	10,40	191,0	32,11	111,4	10,40	191,0	32,11	111,4
2	10,40	191,0	32,11	111,4	---	---	---	---

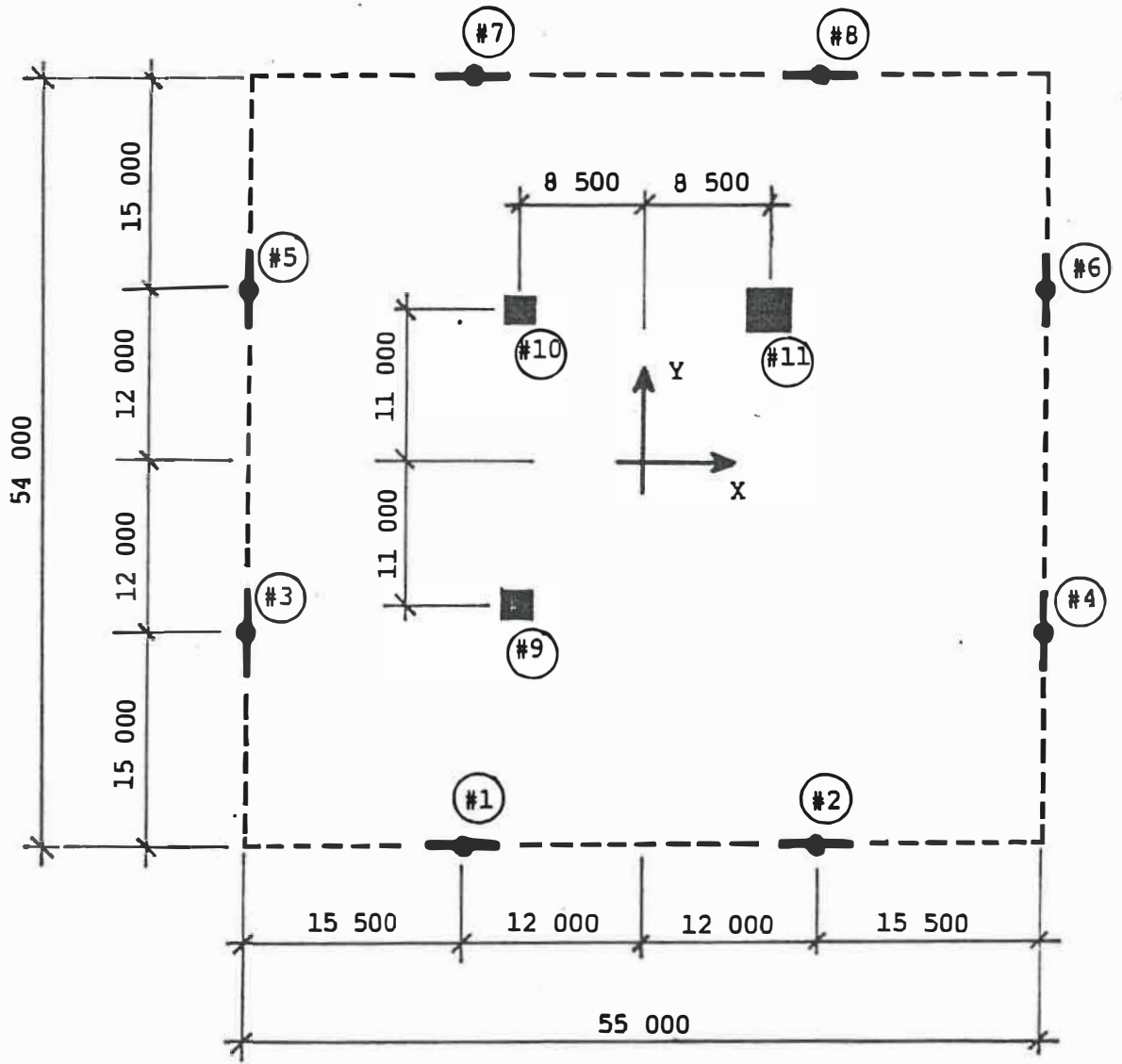


Tableau 5.6- Masses et inerties rotationnelles de l'exemple 2.

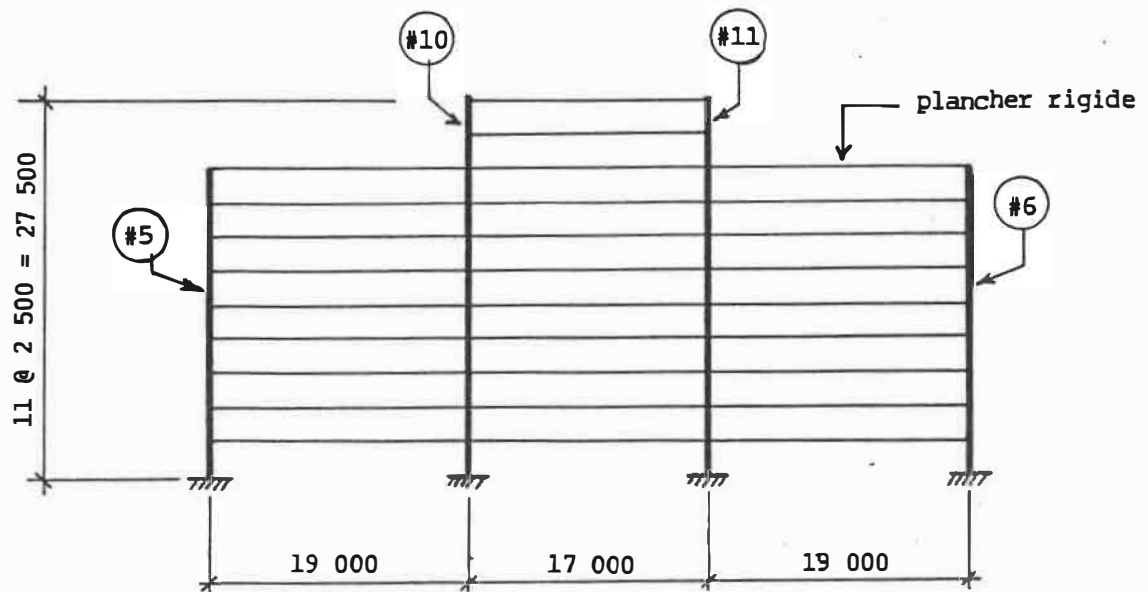
Niveau	m (kN sec <sup>2</sup> / m)	I <sub>o</sub> (kN m sec <sup>2</sup> )
1 à 15	1100,9	271 320
16 à 24	1011,1	255 710
25	1500,4	255 710
26	593,1	255 710
27	960,1	255 710

### 5.3.3- Structure de 11 étages avec noyaux asymétriques (EXEMPLE 3)

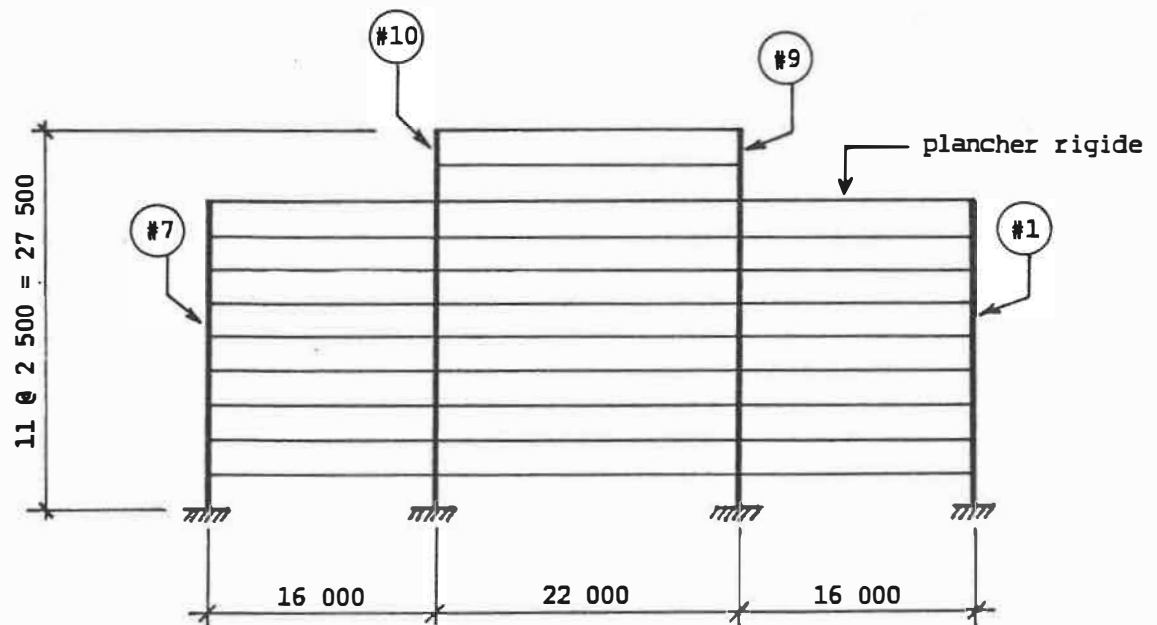
Le dernier bâtiment étudié comporte 11 niveaux. La principale caractéristique de cet édifice est l'asymétrie dans les deux directions des noyaux résistants aux charges latérales. Ces charges latérales sont reprises par les trois noyaux en béton armé situés au centre des planchers, ainsi que par des contreventements en acier situés en périphérie. La figure 5.8 illustre une vue en plan d'un plancher typique du modèle mathématique représentant l'édifice étudié. Les contreventements périphériques (#1 à #8) vont de la base de la structure jusqu'au 9ième niveau, alors que les noyaux (#9 à #11) sont continus jusqu'au onzième niveau. Ces caractéristiques sont représentées à la figure 5.9, qui illustre les vues en élévation du modèle mathématique selon les deux axes principaux de la structure. L'asymétrie du modèle dans les deux directions provient de l'agencement non-symétrique des trois noyaux.



**Figure 5.8-** Vue en plan du modèle de l'exemple 3 (dimensions en mm).



a) Elévation dans le sens de l'axe X (dimensions en mm)



b) Elévation dans le sens de l'axe Y (dimensions en mm)

Figure 5.9- Vues en élévation du modèle de l'exemple 3.

Les propriétés des éléments résistants sont données au tableau 5.7. On retrouve dans ce tableau l'aire des sections des éléments ( $A$ ), les constantes de torsion ( $J$ ), les inerties autour des axes globaux  $X$  et  $Y$  (i.e.  $I_x$  et  $I_y$ ), ainsi que les aires en cisaillement dans le sens de ces mêmes axes (i.e.  $A_x$  et  $A_y$ ), pour chacun de ces éléments. Les masses et les inerties rotationnelles à chaque niveau sont présentées au tableau 5.8.

Tableau 5.7- Propriétés des éléments résistants de l'exemple 3, par rapport aux axes globaux.

No. élément	$A$ ( $m^2$ )	$J$ ( $m^4$ )	$I_x$ ( $m^4$ )	$A_y$ ( $m^2$ )	$I_y$ ( $m^4$ )	$A_x$ ( $m^2$ )
#1, #2	0,55	----	----	----	5,80	0,11
#3, #5	0,55	----	5,80	0,11	----	----
#4, #6	0,55	----	5,80	0,11	----	----
#7, #8	0,55	----	----	----	5,80	0,11
#9, #10	2,84	7,71	8,32	1,88	3,64	1,12
#11	4,52	28,24	34,35	3,04	12,54	1,60

Tableau 5.8- Masses et inerties rotationnelles de l'exemple 3.

Niveau	$m$ ( $kN \text{ sec}^2 / m$ )	$I_e$ ( $kN \text{ m sec}^2$ )
1 à 11	2200,0	1 090 000,0

#### 5.4- CALCULS PRELIMINAIRES DE L'ANALYSE STATIQUE DU CNBC 1990

Contrairement à l'analyse dynamique, l'analyse statique requiert le calcul du cisaillement à la base, des forces latérales et des moments de torsion à chaque niveau avant le début de l'analyse proprement dite.

##### 5.4.1- Cisaillement à la base

On retrouve au tableau 4.9, pour la région de Montréal, les caractéristiques utilisées dans cette étude pour le calcul du cisaillement à la base selon le CNBC 1990.

La période ( $T$ ) des différents exemples est évaluée à l'aide de l'équation 4.3; avec cette période, on évalue le coefficient de réponse séismique  $S_w$ , selon le tableau 4.6. Le cisaillement à la base ( $V_{1990}$ ) est calculé à l'aide des équations 4.21 et 4.22, en utilisant les poids totaux de chacun des systèmes présentés à la section précédente.

On retrouve au tableau 5.9 les résultats du cisaillement à la base pour chacun des modèles. Les édifices sont analysés uniquement dans les directions où le couplage flexion-torsion existe: la direction  $Y$  pour l'exemple 1 (voir figure 5.1), la direction  $X$  pour l'exemple 2 (voir figure 5.5), et les deux directions,  $X$  et  $Y$ , pour l'exemple 3 (voir figure 5.8).

Tableau 5.9- Périodes et cisaillements à la base, selon le CNBC 1990, pour chacun des exemples étudiés.

CAS	DIRECTION	T (sec.)	$V_{1990}$ (kN)
exemple 1	Y	2,53	25300
exemple 2	X	2,53	15900
exemple 3	X	0,95	21900
exemple 3	Y	0,81	23800

#### 5.4.2- Répartition des cisaillements à la base

Tel qu'exigé par le code, le cisaillement à la base doit être réparti à chacun des niveaux, en concentrant au niveau supérieur une force  $F_{L^*}$  évaluée à l'aide de l'équation 4.23. La répartition de la charge latérale est effectuée, quant à elle, selon l'équation 4.6.

Le tableau 5.10 contient les valeurs de la force  $F_{L^*}$  pour chacune des analyses. Les figures 5.10 à 5.12 illustrent les charges latérales appliquées au centre de rigidité de chacun des niveaux des trois exemples étudiés.

Tableau 5.10- Force  $F_{t\pi}$ , selon le CNBC 1990, pour chacun des exemples étudiés.

CAS	DIRECTION	$F_{t\pi}$ (kN)
exemple 1	Y	4500
exemple 2	X	2810
exemple 3	X	1460
exemple 3	Y	1340

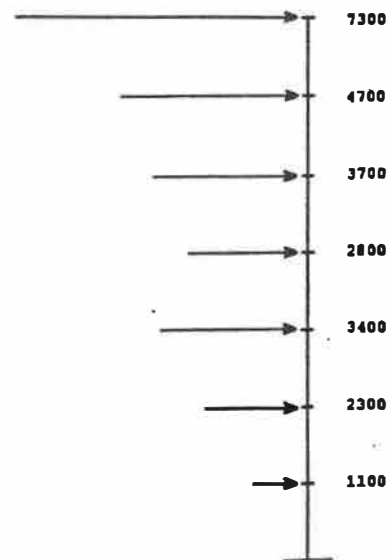
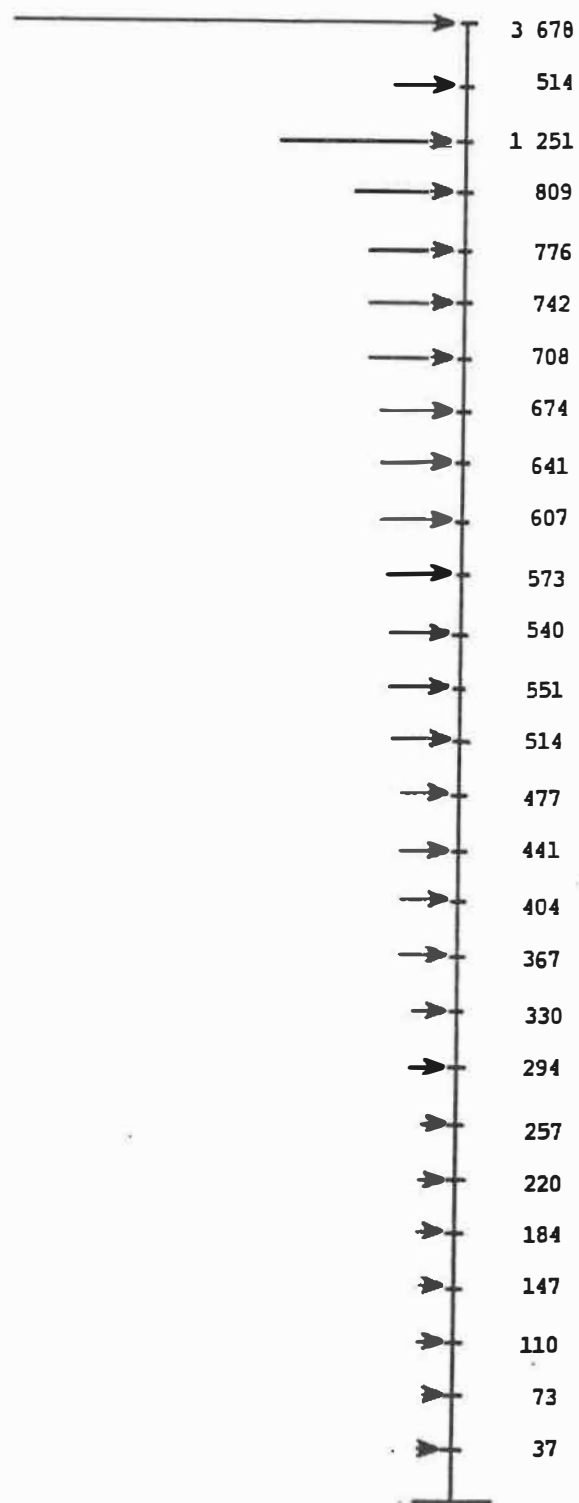
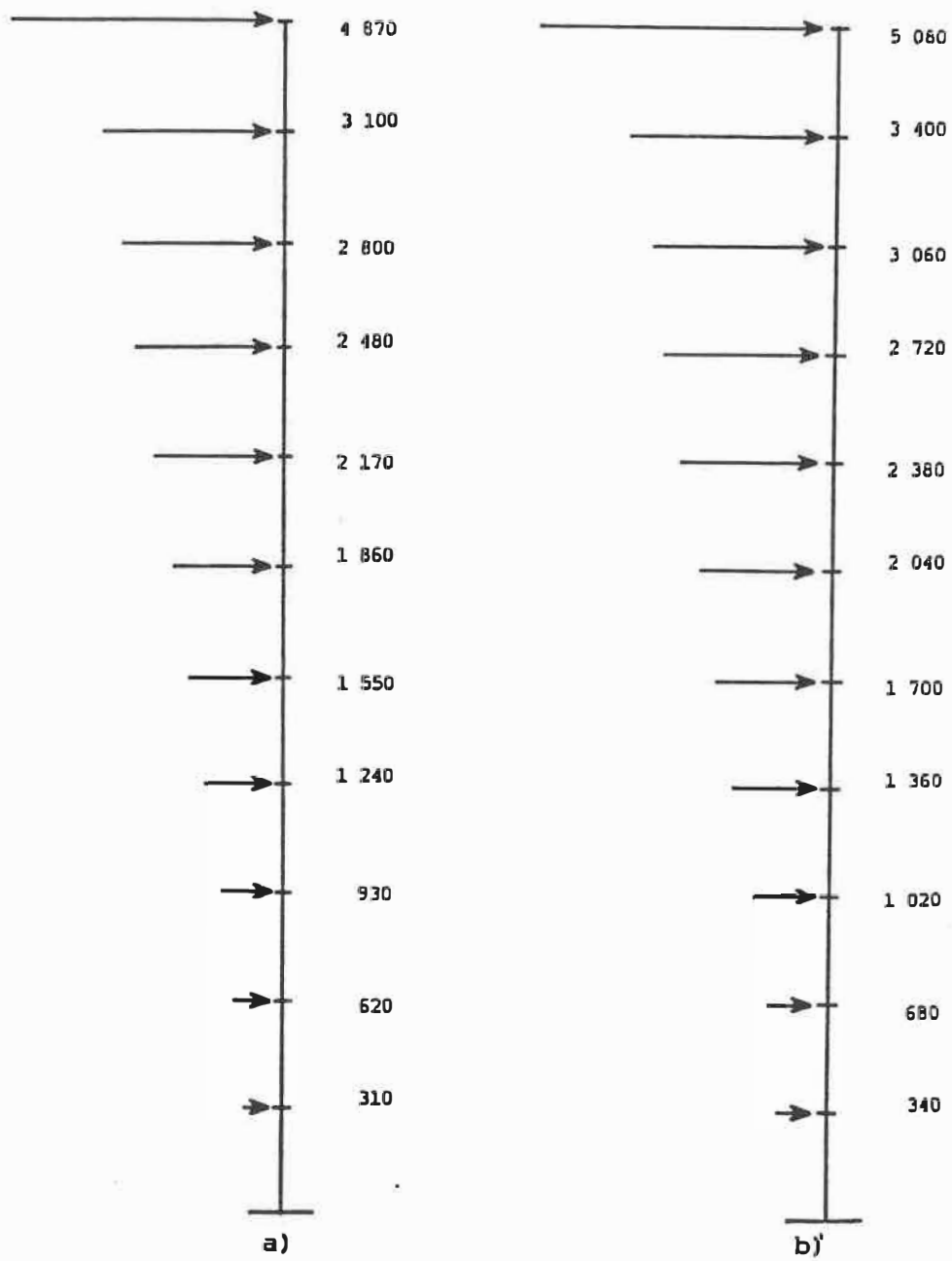


Figure 5.10- Répartition du cisaillement à la base dans la direction Y, à chacun des niveaux de l'exemple 1 (en kN).



**Figure 5.11-** Répartition du cisaillement à la base dans la direction X, à chacun des niveaux de l'exemple 2 (en kN).





**Figure 5.12-** Répartition du cisaillement à la base à chacun des niveaux de l'exemple 3 (en kN)

a) direction X

b) direction Y.

#### 5.4.3- Calcul des excentricités

Les positions des centres de rigidité sont calculées à l'aide des quatre méthodes décrites à la section 4.3.4.2 de ce mémoire. D'autre part, les positions des centres de masse se trouvent généralement au centre des planchers correspondants.

##### 5.4.3.1- Position des centres de masse et de rigidité (exemple 1)

Les centres de masse et les centres de rigidité de ce système sont illustrés à la figure 5.13. Les résultats de la méthode D (méthode utilisant un modèle en trois dimensions) ne sont pas illustrés car ils sont identiques à ceux de la méthode C (méthode utilisant un modèle en deux dimensions).

##### 5.4.3.2- Position des centres de masse et de rigidité (exemple 2)

La recherche de la position des centres de rigidité pour cet exemple nous démontre les différences entre les méthodes de calcul C et D. La figure 5.14 illustre les positions des centres de rigidité calculées à l'aide de ces deux méthodes. A cause de l'interaction tridimensionnelle des poutres des planchers sous les charges latérales, la méthode C n'est pas retenue: en effet, en appliquant les charges latérales aux points calculés par cette méthode, les rotations des planchers ne sont pas nulles, contrairement à la méthode D.

Les positions des centres de masse et de rigidité (calculés à l'aide des méthodes A, B et D) sont illustrées à la figure 5.15.

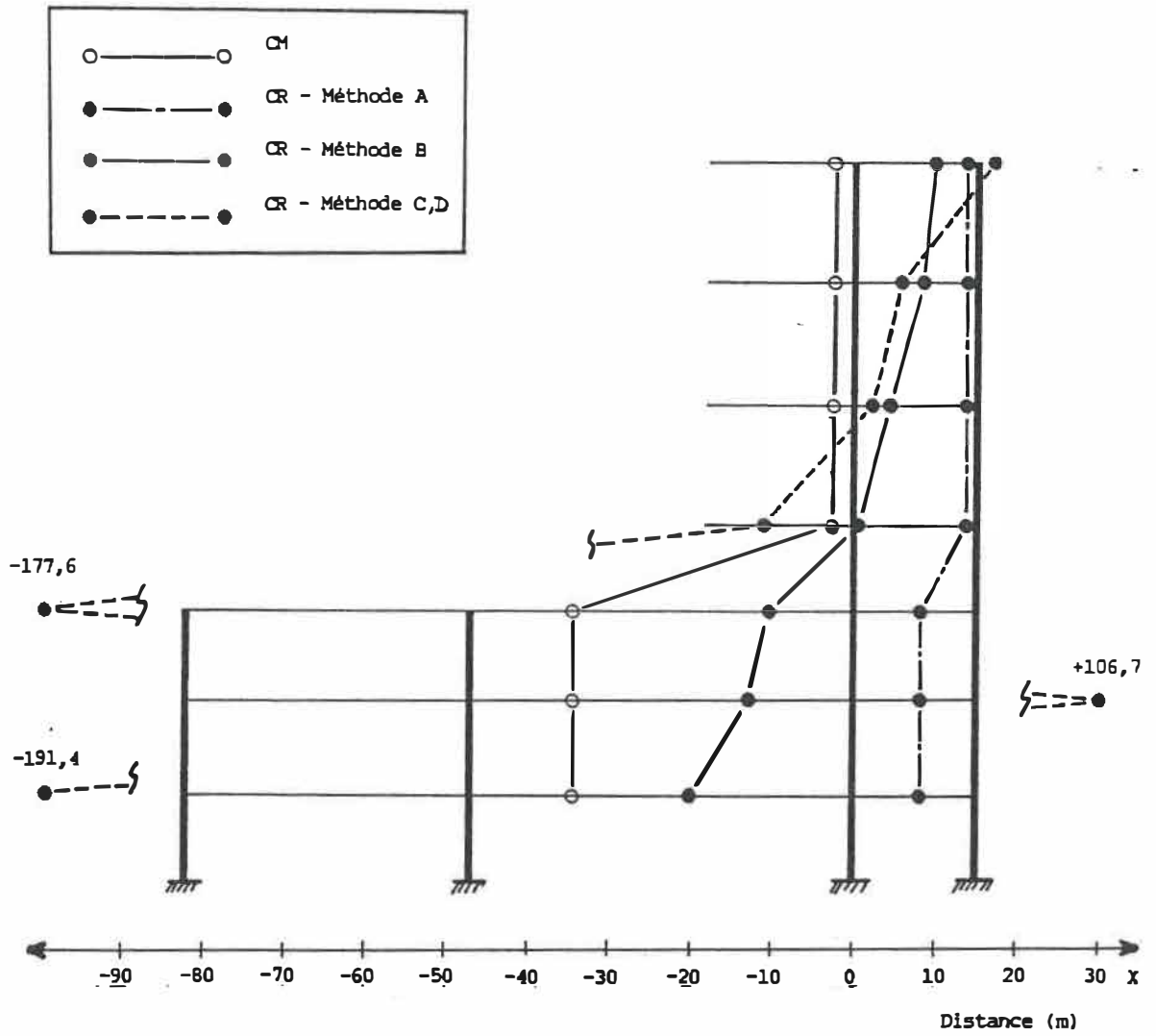
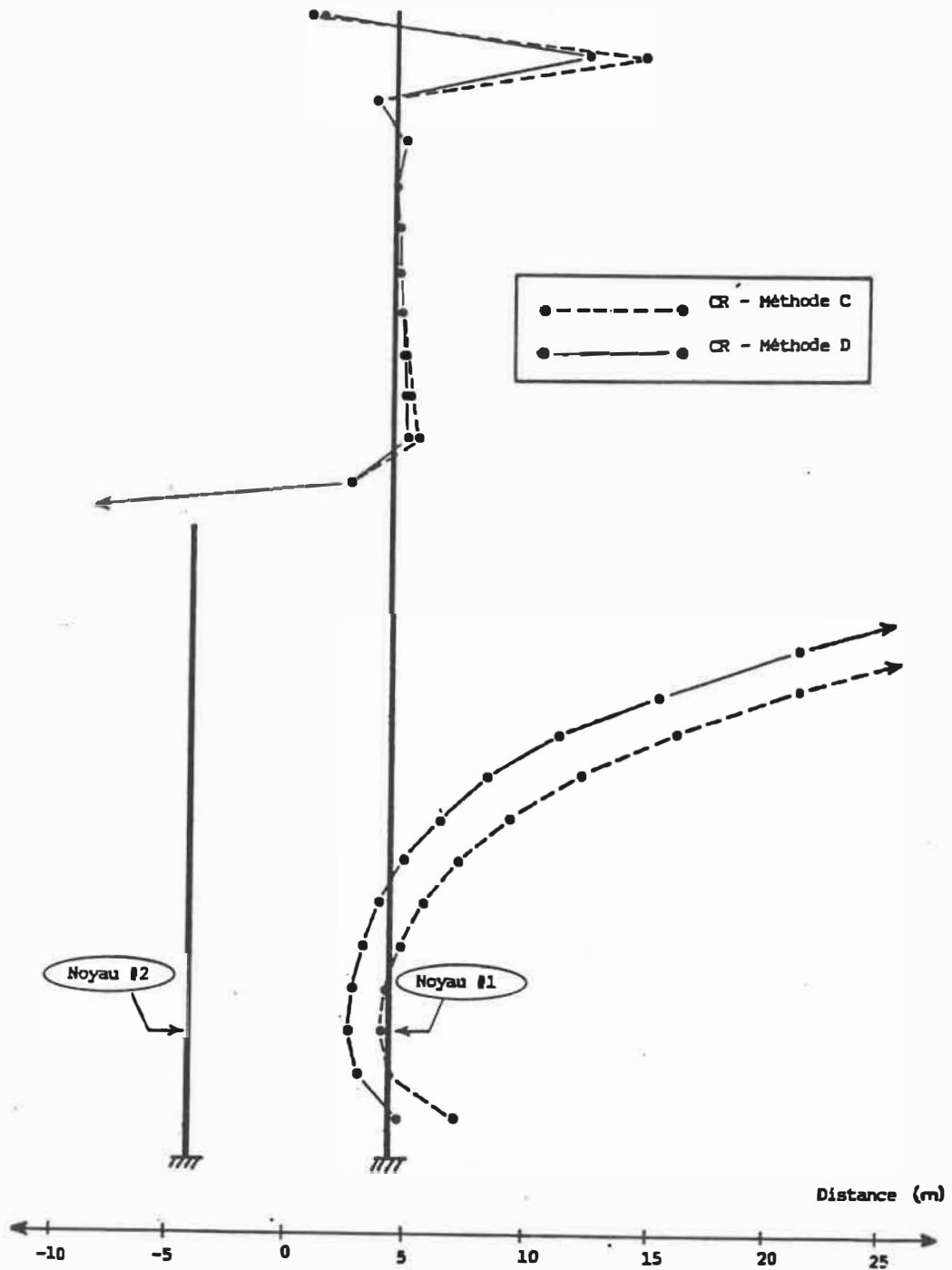


Figure 5.13- Position des centres de masse et de rigidité pour l'exemple 1 (élévation suivant l'axe X).



**Figure 5.14-** Position des centres de rigidité calculés à l'aide des méthodes C et D pour l'exemple 2 (élévation suivant l'axe des Y).

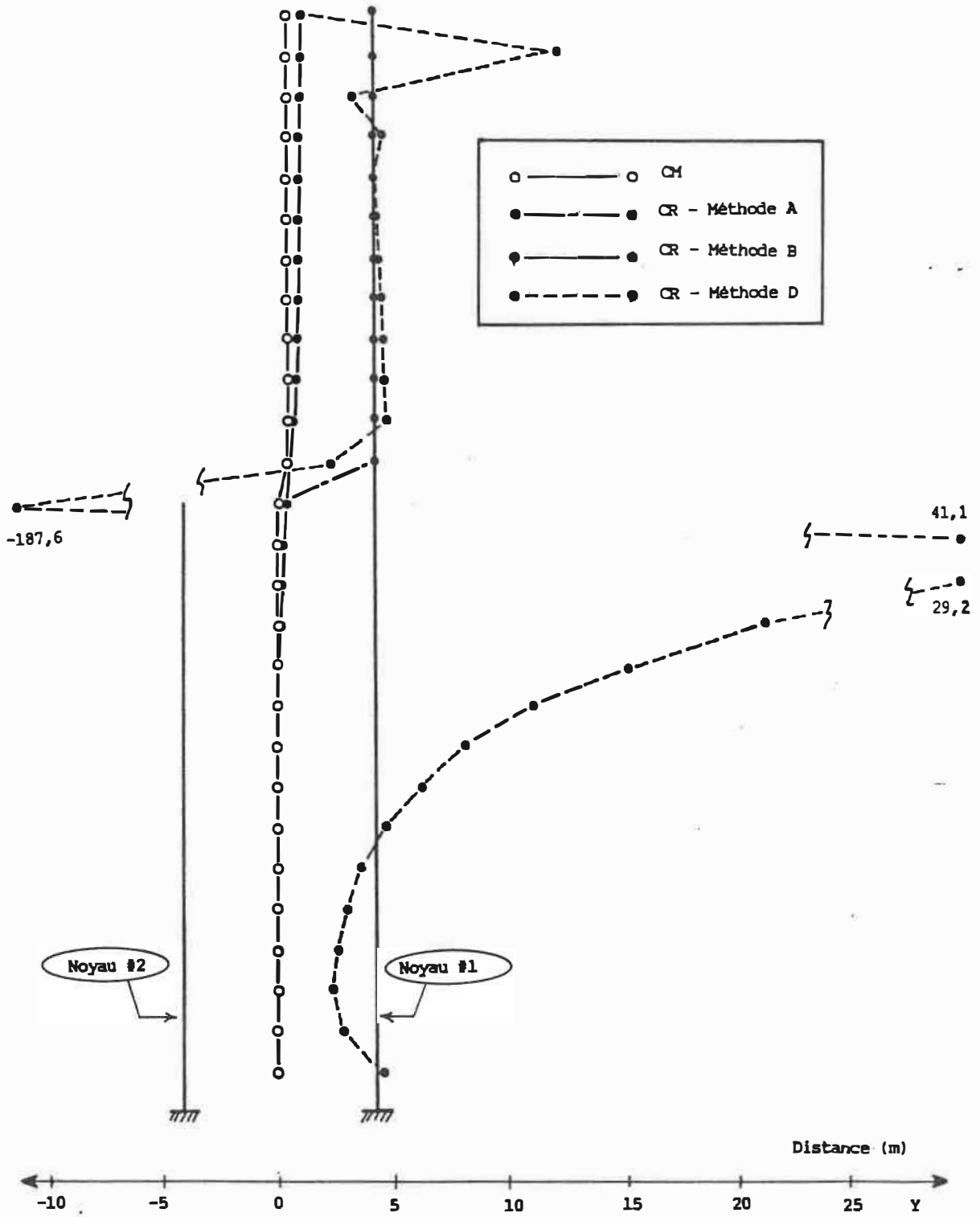
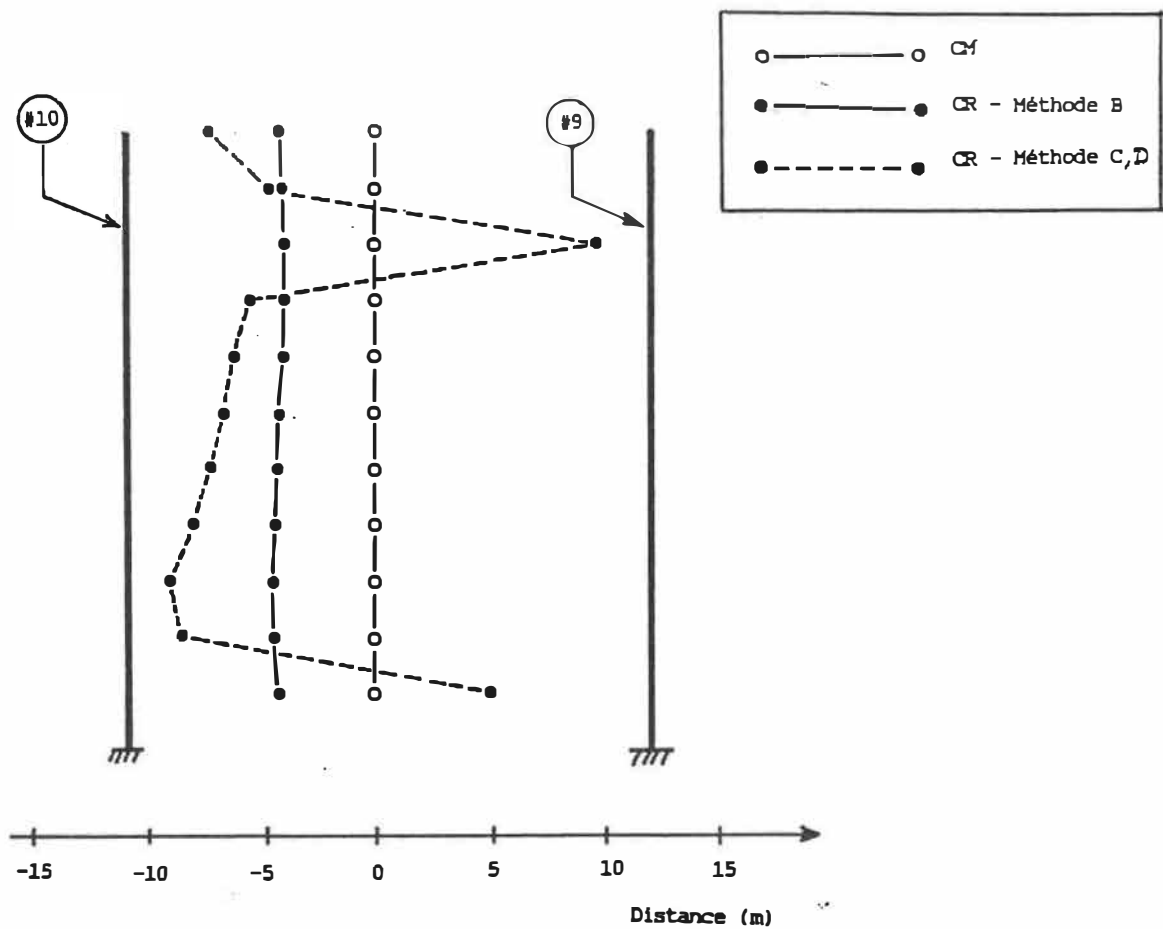


Figure 5.15- Position des centres de masse et de rigidité pour l'exemple 2 (élévation suivant l'axe Y).

#### 5.4.3.3- Position des centres de masse et de rigidité (exemple 3)

Les contreventements en périphérie du bâtiment se déforment en flexion et en cisaillement conjointement. Cette caractéristique rend difficile l'application de la méthode des rigidités relatives (méthode A) pour le calcul des centres de rigidité. Pour cette raison, seules les méthodes B et C seront utilisées dans les analyses. La méthode D donne ici des résultats identiques à la méthode C. Les centres de masse et de rigidité du système, suivant les élévations des axes X et Y respectivement, sont présentés aux figures 5.16 et 5.17.



**Figure 5.16-** Position des centres de masse et de rigidité pour l'exemple 3 (élévation suivant l'axe des Y).

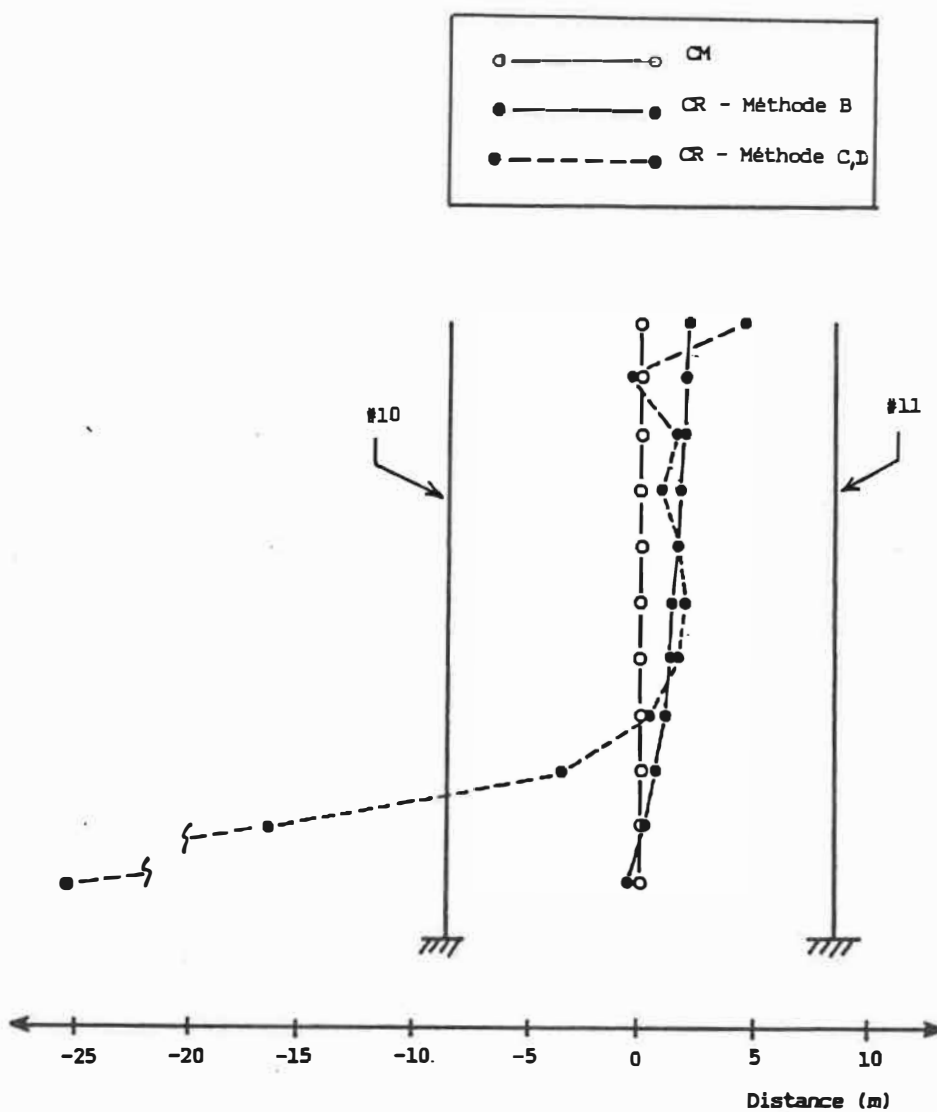


Figure 5.17- Position des centres de masse et de rigidité pour l'exemple 3 (élévation suivant l'axe des X).

#### 5.4.4- Calcul des moments de torsion

Les moments de torsion  $M_{1x}$  et  $M_{2x}$ , calculés à l'aide des équations 4.19 et 4.20, proviennent du produit de l'effort latéral à un niveau donné et de l'excentricité de calcul à ce niveau. On aura donc une paire de moments pour chacune des méthodes de calcul de l'excentricité utilisée.

##### 5.4.4.1- Moments de torsion (exemple 1)

On retrouve aux figure 5.18a, 5.18b et 5.18c les moments de torsion à chaque niveau utilisés dans le cadre des analyses de l'exemple 1, en fonction des méthodes de calcul des centres de rigidité. Le tableau 5.11 contient les moments de torsion résultants  $M_1$  et  $M_2$  à la base (c'est-à-dire l'addition algébrique des moments de torsion  $M_{1x}$  et  $M_{2x}$ , respectivement, à chacun des niveaux) pour chacun des cas.

Tableau 5.11- Moments de torsion résultants provenant des analyses statiques de l'exemple 1.

Méthode de calcul de l'excentricité	$M_1$ (kN m)	$M_2$ (kN m)
A	-1 126 000	-45 000
B	-711 000	94 000
C	171 000	197 000



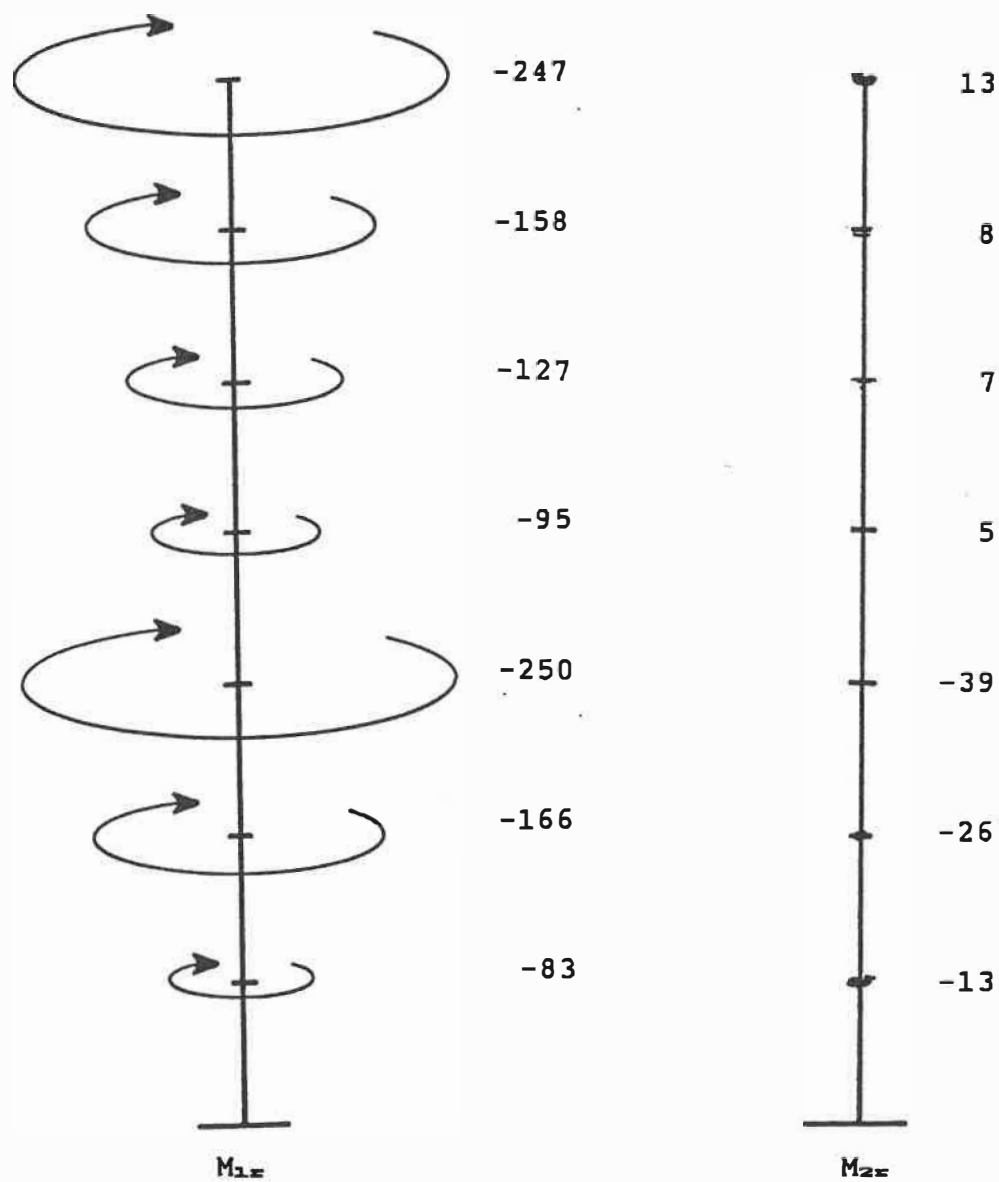


Figure 5.18a- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 1 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode A (en  $\times 10^3$  kN m).

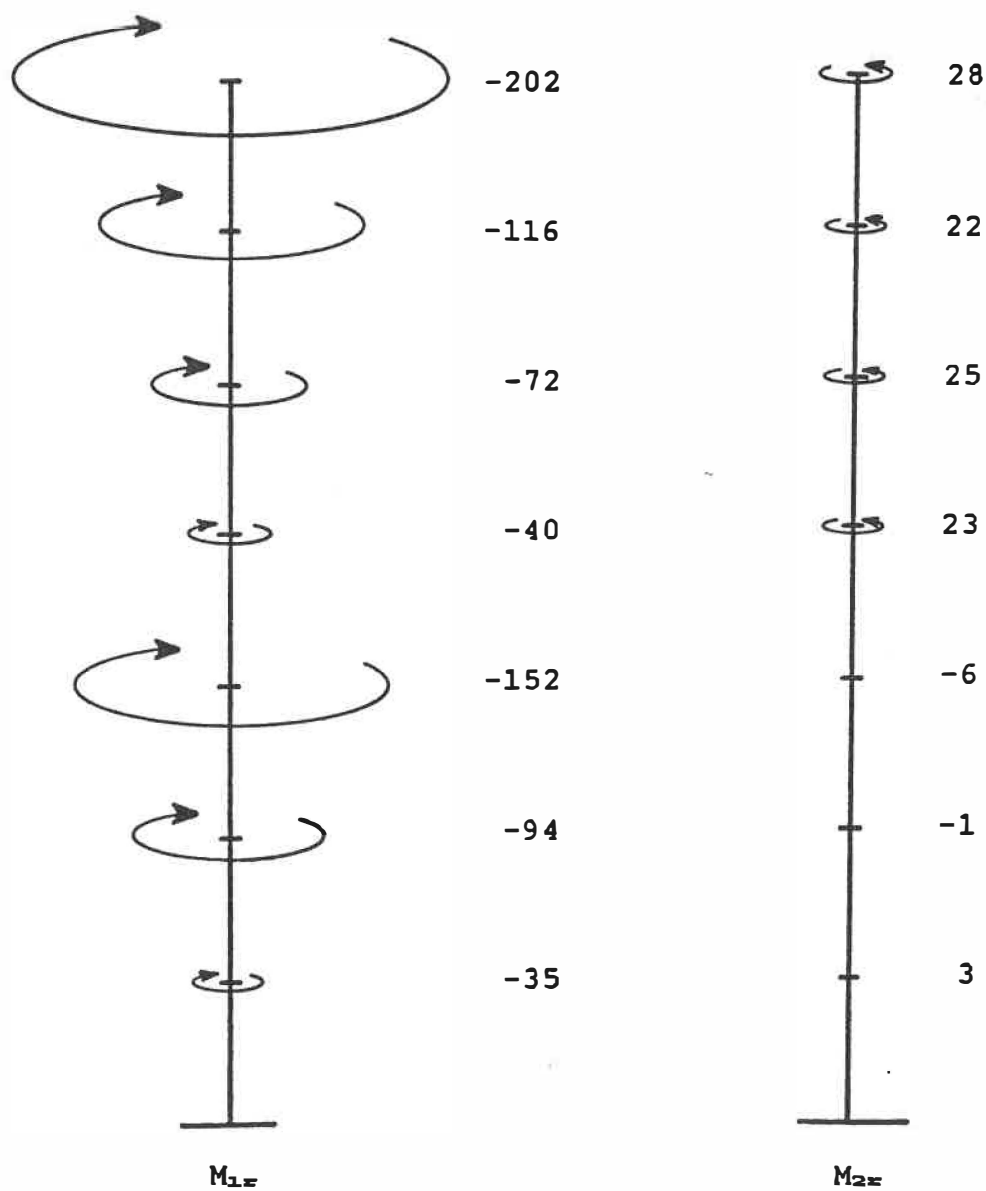
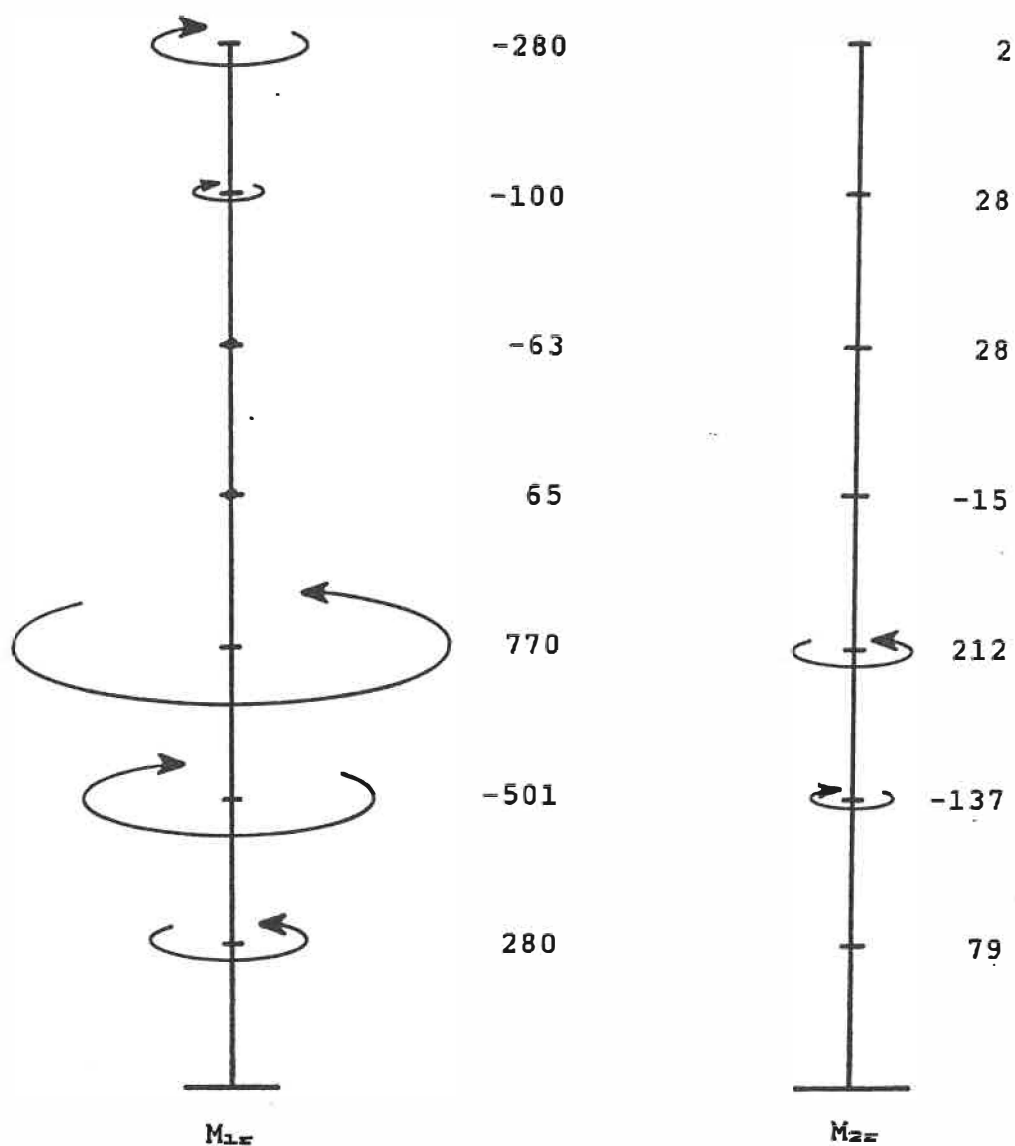


Figure 5.18b- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 1 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode B (en  $\times 10^3$  kN m).



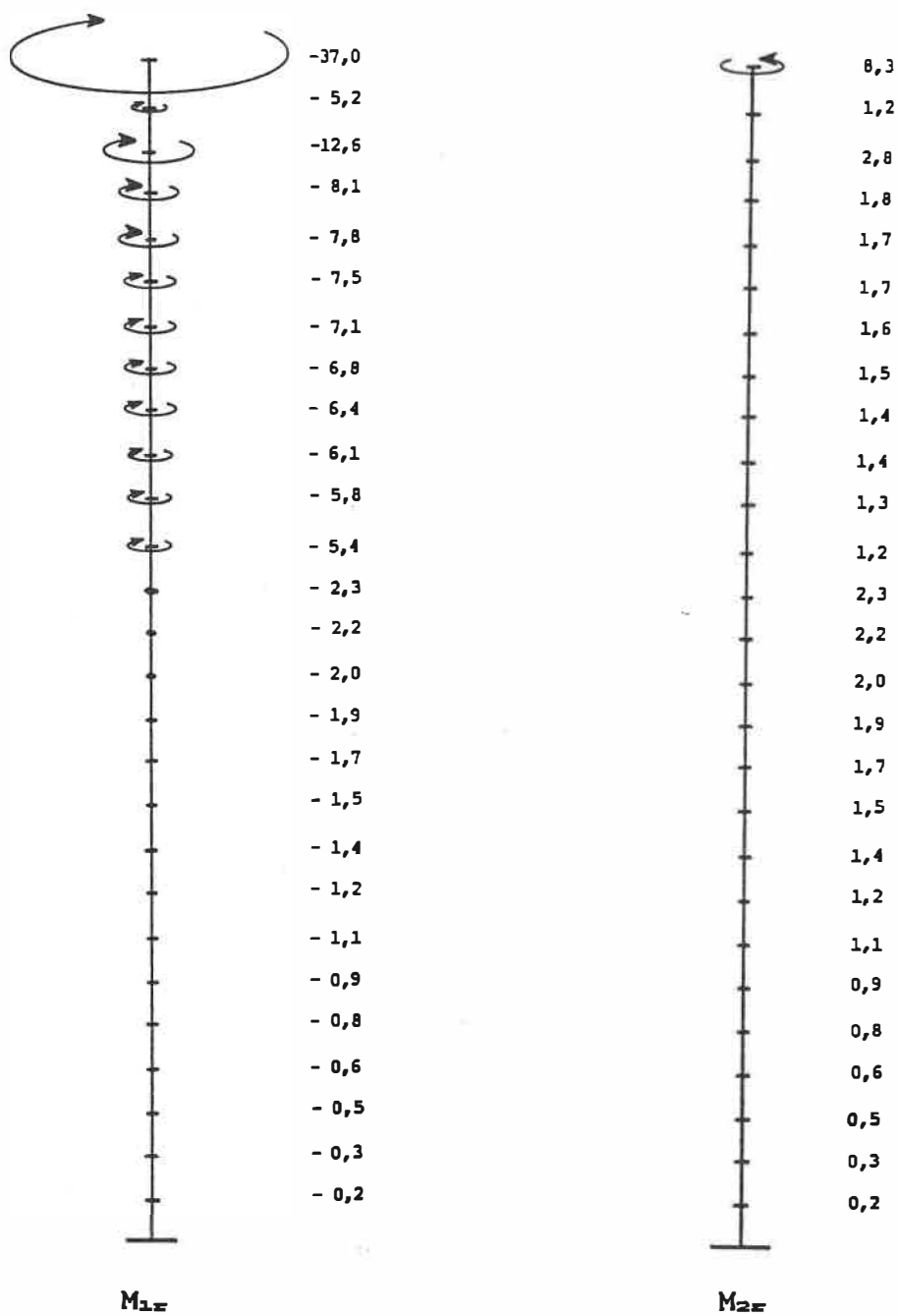
**Figure 5.18c-** Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 1 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode C (en  $\times 10^3 \text{ kN m}$ ).

#### 5.4.4.2- Moments de torsion (exemple 2)

Les figures 5.19a, 5.19b et 5.19c illustrent les moments de torsion à chaque niveau utilisés dans le cadre des analyses statiques de l'exemple 2. Le tableau 5.12 contient les moments de torsion à la base résultants  $M_1$  et  $M_2$  pour chacun des cas.

Tableau 5.12- Moments de torsion résultants provenant des analyses statiques de l'exemple 2.

Méthode de calcul de l'excentricité	$M_1$ (kN m)	$M_2$ (kN m)
A	-134 400	44 500
B	-79 100	63 000
D	-57 000	63 900



**Figure 5.19a-** Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 2 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode A (en  $\times 10^3$  kN m).

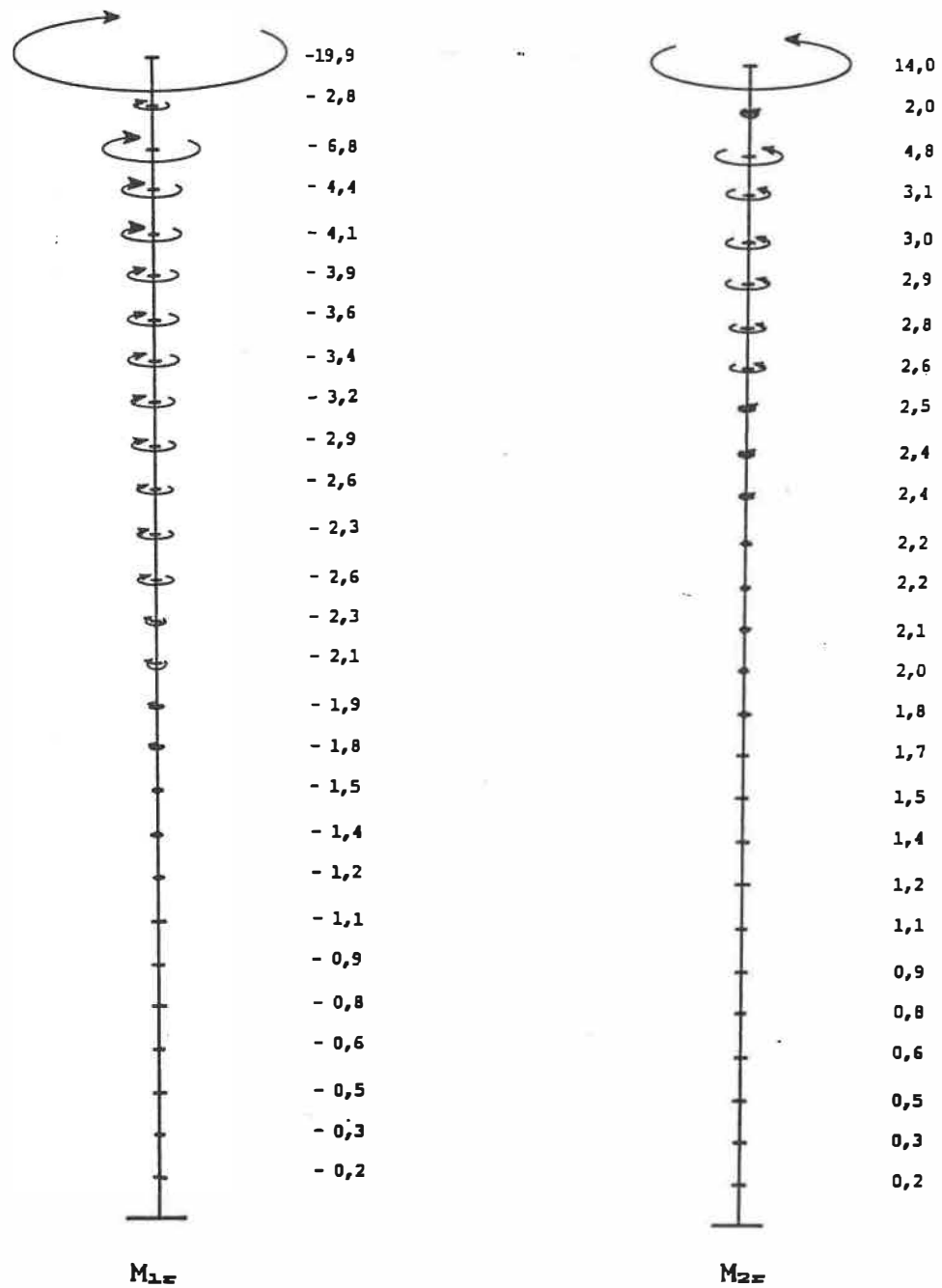


Figure 5.19b- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 2 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode B (en  $\times 10^3$  kN m).



#### 5.4.4.3- Moments de torsion (exemple 3)

Les figures 5.20a et 5.20b illustrent les moments de torsion à chaque niveau utilisés dans le cadre des analyses statiques de l'exemple 3, pour une sollicitation en X. Les figures 5.21a et 5.21b présentent les moments de torsion de l'analyse dans la direction Y. Les moments de torsion résultants à la base se trouvent au tableau 5.13.

Tableau 5.13- Moments de torsion résultants provenant des analyses statiques de l'exemple 3.

Méthode de calcul de l'excentricité	Sollicitation en X		Sollicitation en Y	
	M <sub>1</sub> (kN m)	M <sub>2</sub> (kN m)	M <sub>1</sub> (kN m)	M <sub>2</sub> (kN m)
B	256 200	-73 400	-187 400	108 100
C	227 700	-37 500	-71 100	80 400



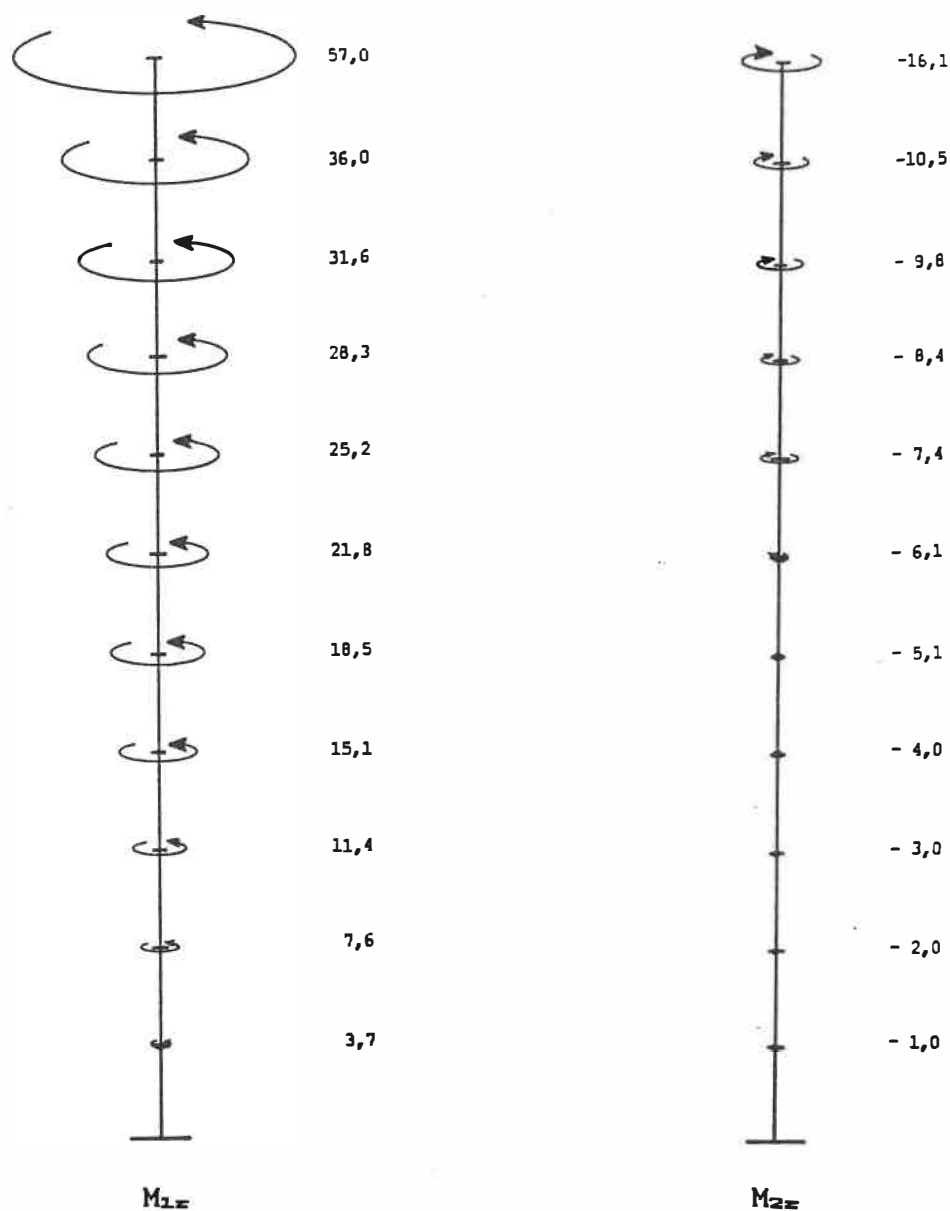


Figure 5.20a- Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 3 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode B (pour une sollicitation en X) (en  $\times 10^3$  kN m).

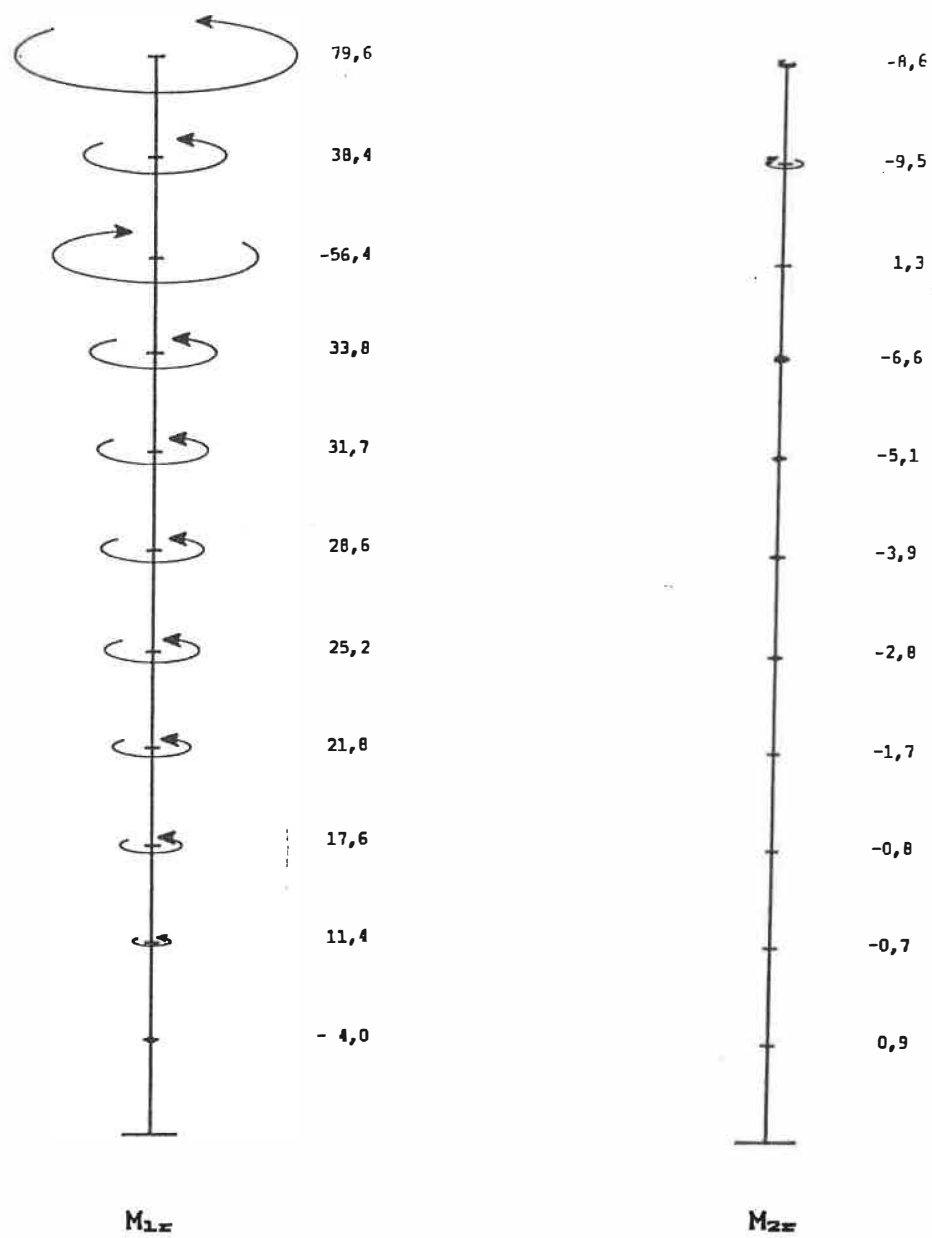
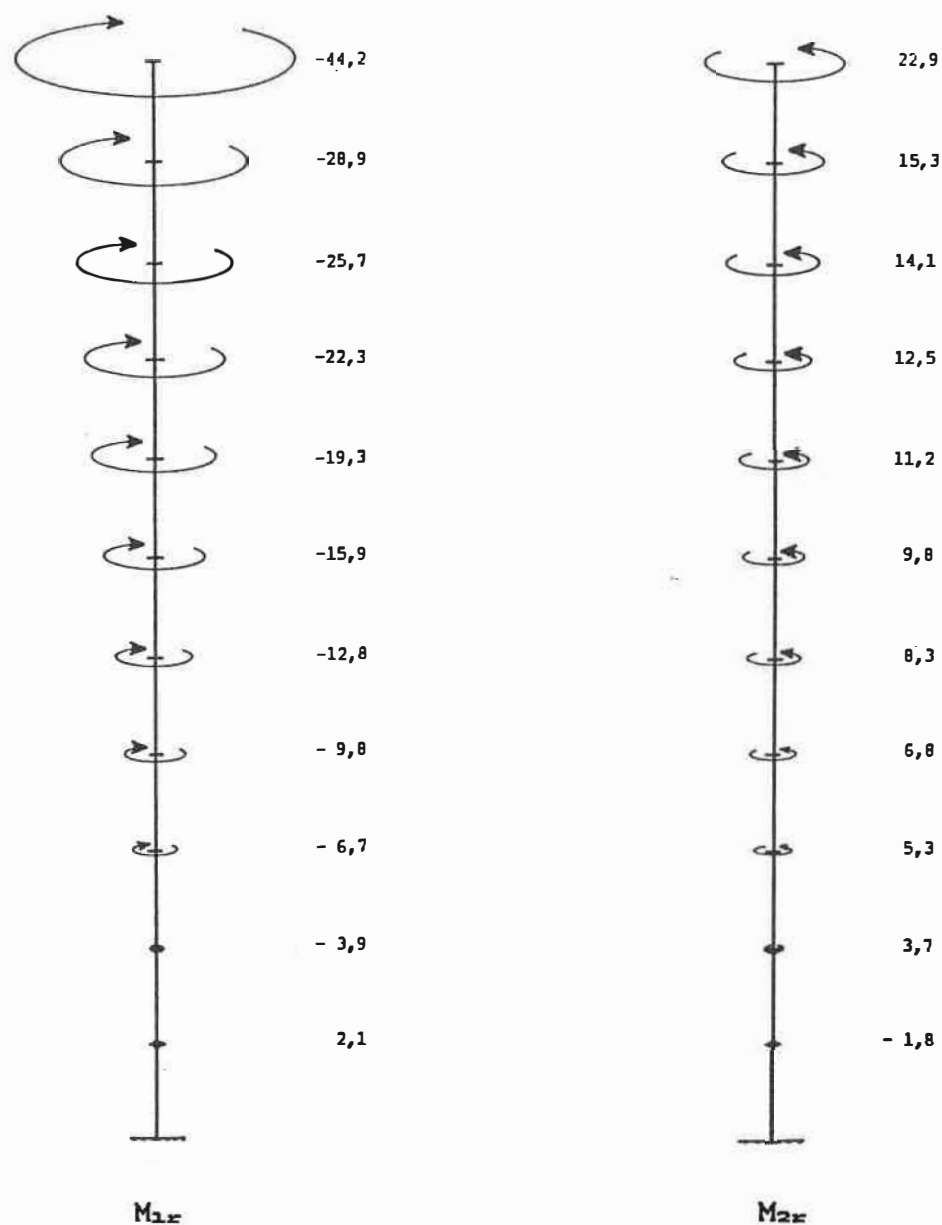
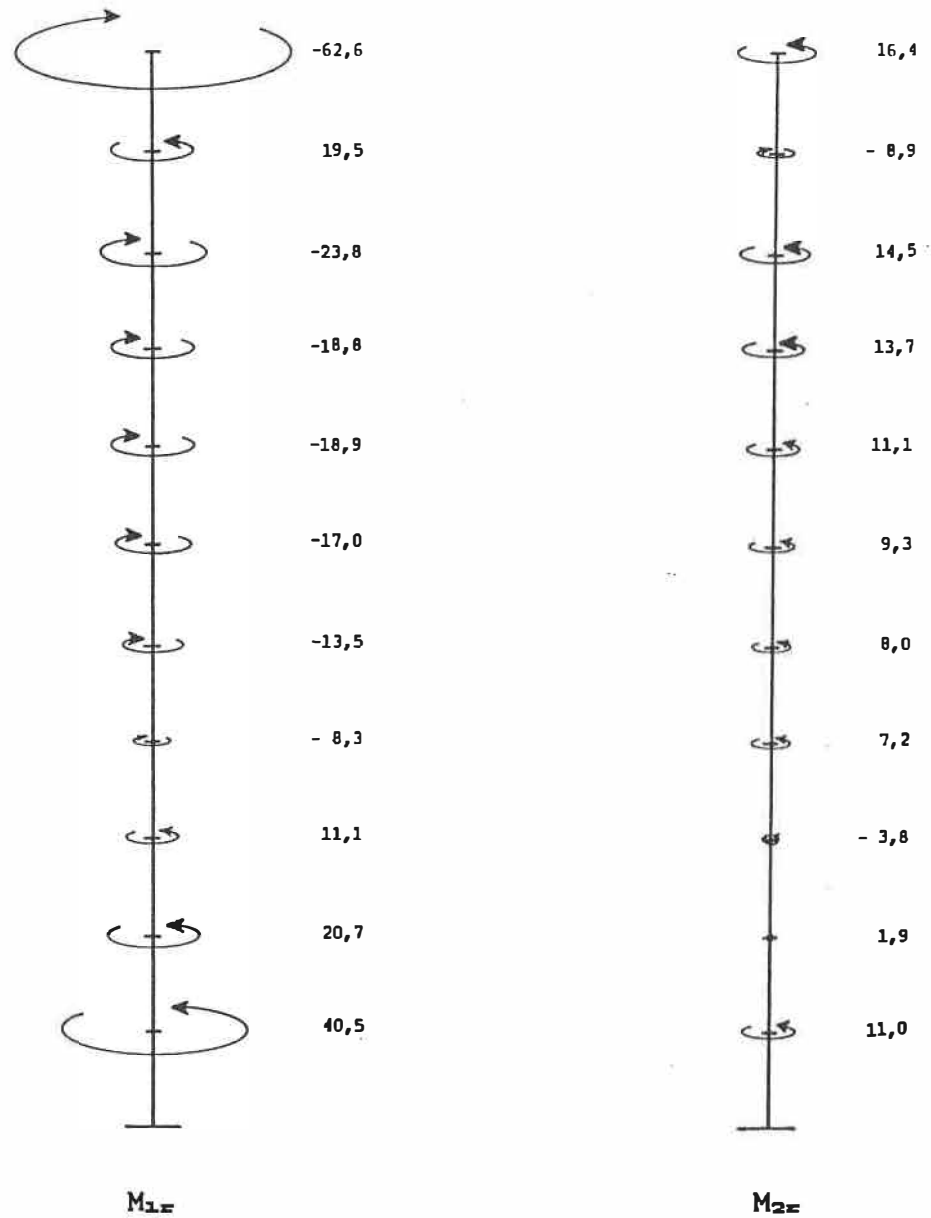


Figure 5.20b— Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 3 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode C (pour une sollicitation en X) (en  $\times 10^3$  kN m).



**Figure 5.21a-** Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 3 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode B (pour une sollicitation en Y) (en  $\times 10^3$  kN m).



**Figure 5.21b-** Moments de torsion utilisés dans l'analyse de l'exemple 3 évalués à l'aide des excentricités calculées selon la méthode C (pour une sollicitation en Y) (en x10<sup>3</sup> kN m).

## 5.5- COMPORTEMENT DYNAMIQUE ET EFFORTS GLOBAUX DE L'ANALYSE

### DYNAMIQUE

Dans cette section, nous présentons en premier lieu les modes principaux des bâtiments étudiés, ainsi que les périodes associées à chacun de ces modes. En second lieu, les efforts globaux, tels les cisaillements à la base et les moments de torsion résultants, sont évalués à l'aide des équations présentées au chapitre 3.

#### 5.5.1- Caractéristiques modales

Les déplacements modaux tridimensionnels et les périodes provenant de l'analyse dynamique de chacun des modèles sont tout d'abord illustrés. Les facteurs de participation et les masses généralisées de chacun des modes retenus dans les analyses sont aussi présentés.

##### 5.5.1.1- Déplacements modaux et périodes (exemple 1)

Le tableau 5.14 présente les périodes ( $T$ ) du bâtiment de l'exemple 1, ainsi que les caractéristiques générales des déplacements modaux. Les figures 5.22a et 5.22b illustrent les déplacements modaux des huit premiers modes. Finalement, les facteurs de participation en  $X$ , en  $Y$  et autour de  $Z$  ( $\Psi_x, \Psi_y, \Psi_\theta$ ), et les masses généralisées ( $M$ ) de chacun des modes sont présentés au tableau 5.15.

Tableau 5.14- Périodes et caractéristiques des déplacements modaux pour l'exemple 1.

Mode	Période (sec.)	Description du mode
1	3.06	Flexionnel en Y (couplé) - 1er mode
2	2.59	Flexionnel en X (non-couplé) - 1er mode
3	1.53	Torsionnel en Z (couplé) - 1er mode
4	1.21	Flexionnel en Y (couplé) - 2ième mode
5	0.94	Flexionnel en X (non-couplé) - 2ième mode
6	0.80	Torsionnel en Z (couplé) - 2ième mode
7	0.54	Flexionnel en X (non-couplé) - 3ième mode
8	0.51	Torsionnel en Z (couplé) - 3ième mode
9	0.39	Flexionnel en Y (couplé) - 3ième mode
10	0.39	Flexionnel en X (non-couplé) - 4ième mode

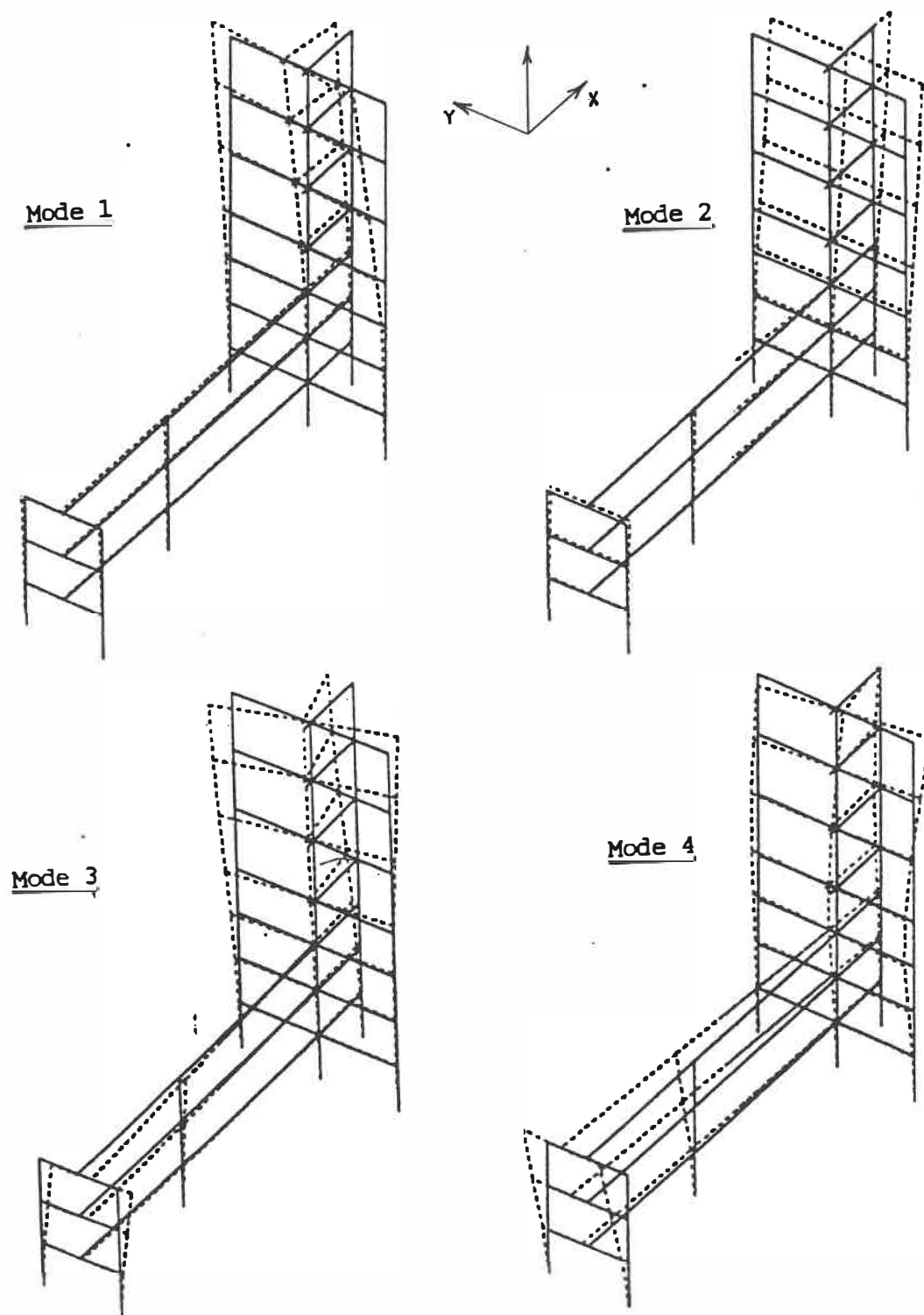


Figure 5.22a- Modes 1 à 4 de l'exemple 1.

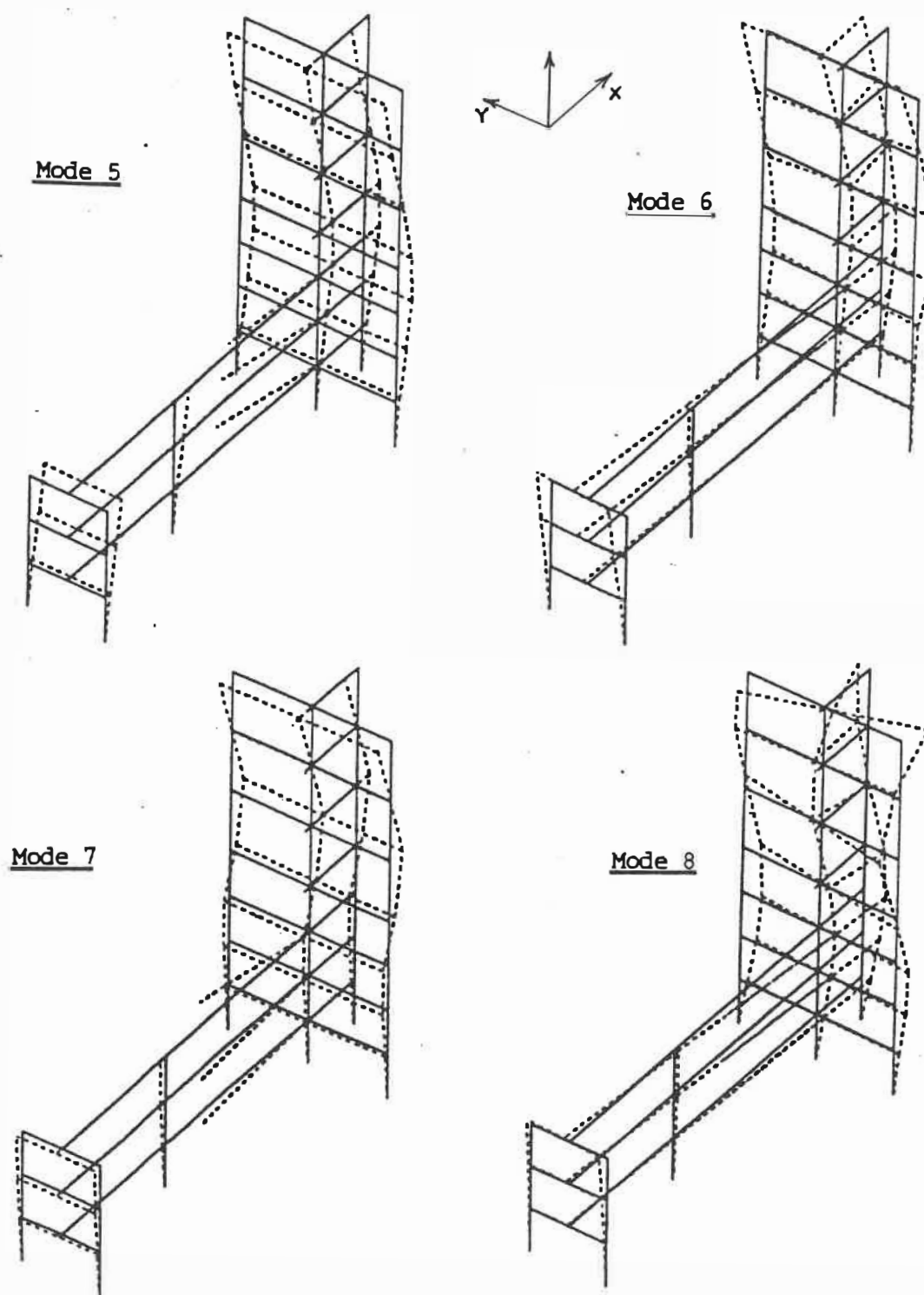


Figure 5.22b— Modes 5 à 8 de l'exemple 1.



**Tableau 5.15- Facteurs de participation modaux et masses généralisées de l'exemple 1.**

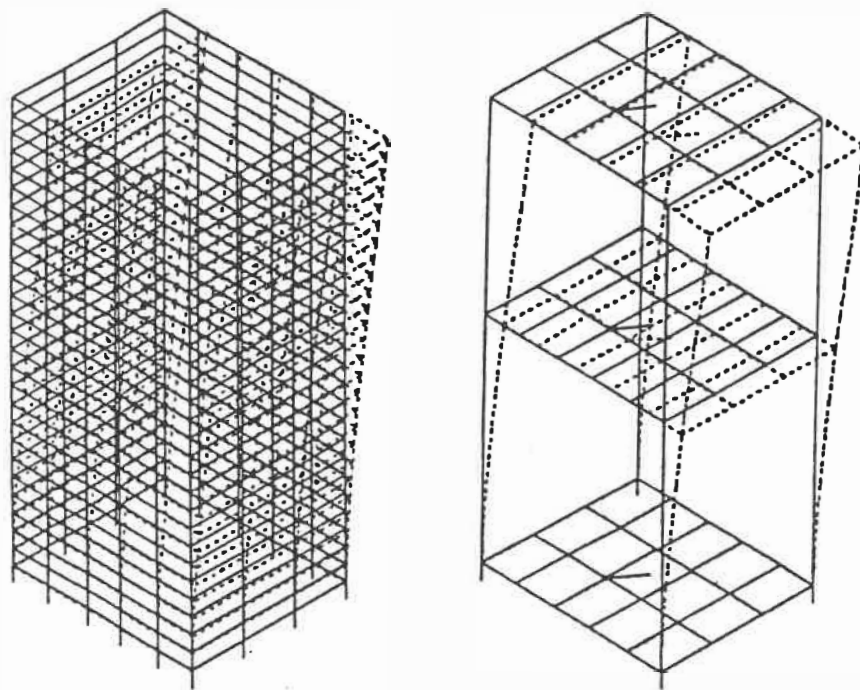
Mode	M (kN sec <sup>2</sup> / m)	$\gamma_x$	$\gamma_y$	$\gamma_z$
1	8817	0,00	1,54	-4,28
2	10328	1,60	0,00	0,00
3	6158	0,00	0,15	40,22
4	7035	0,00	1,53	-13,86
5	15540	0,91	0,00	0,00
6	7890	0,00	-0,19	-17,77
7	6215	-0,53	0,00	0,00
8	9012	0,00	-0,49	-23,23
9	8654	0,00	-0,16	-0,82
10	1564	-0,70	0,00	0,00

#### 5.5.1.2- Déplacements modaux et périodes (exemple 2)

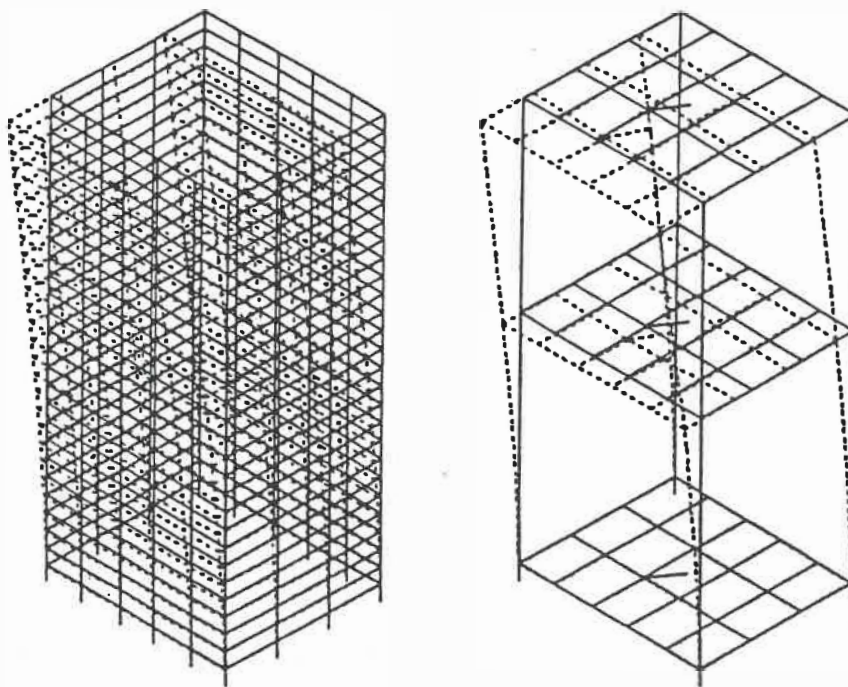
Le tableau 5.16 présente les périodes (T) du bâtiment de l'exemple 2, ainsi que les caractéristiques générales des déplacements modaux. Les déplacements des huit premiers modes sont illustrés aux figures 5.23a, 5.23b, 5.23c et 5.23d. Les facteurs de participation en X, en Y et autour de Z ( $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$ ,  $\gamma_z$ ), et les masses généralisées (M) de chacun des modes se retrouvent au tableau 5.17.

**Tableau 5.16- Périodes et caractéristiques des déplacements modaux pour l'exemple 2.**

Mode	Période (sec.)	Description du mode
1	2,46	Flexionnel en Y (non-couplé) - 1er mode
2	2,38	Flexionnel en X (couplé) - 1er mode
3	1,78	Torsionnel en Z (couplé) - 1er mode
4	0,81	Flexionnel en Y (non-couplé) - 2ième mode
5	0,68	Torsionnel en Z (couplé) - 2ième mode
6	0,57	Flexionnel en X (couplé) - 2ième mode
7	0,38	Torsionnel en Z (couplé) - 3ième mode
8	0,37	Flexionnel en Y (non-couplé) - 3ième mode
9	0,28	Torsionnel en Z (couplé) - 4ième mode
10	0,23	Flexionnel en X (couplé) - 3ième mode

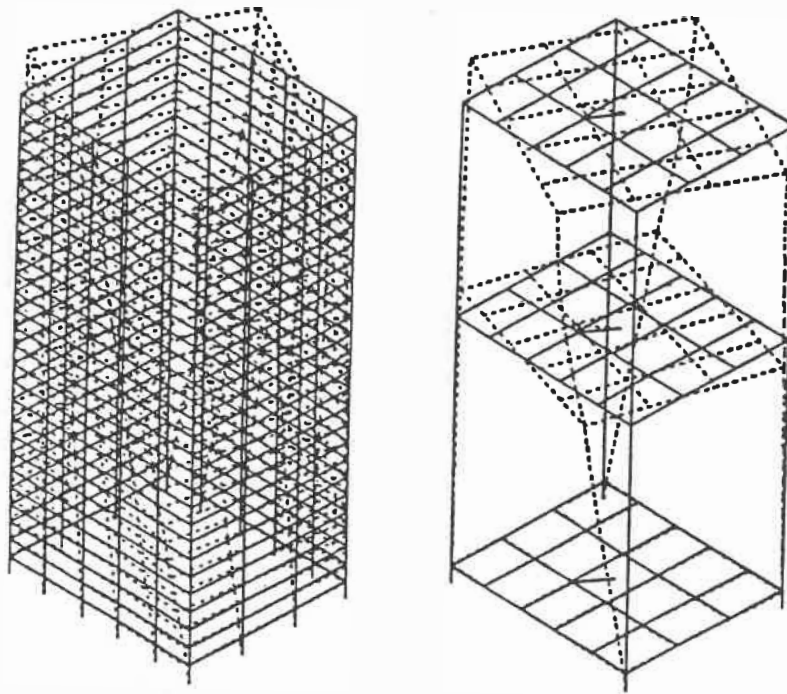


Mode 1

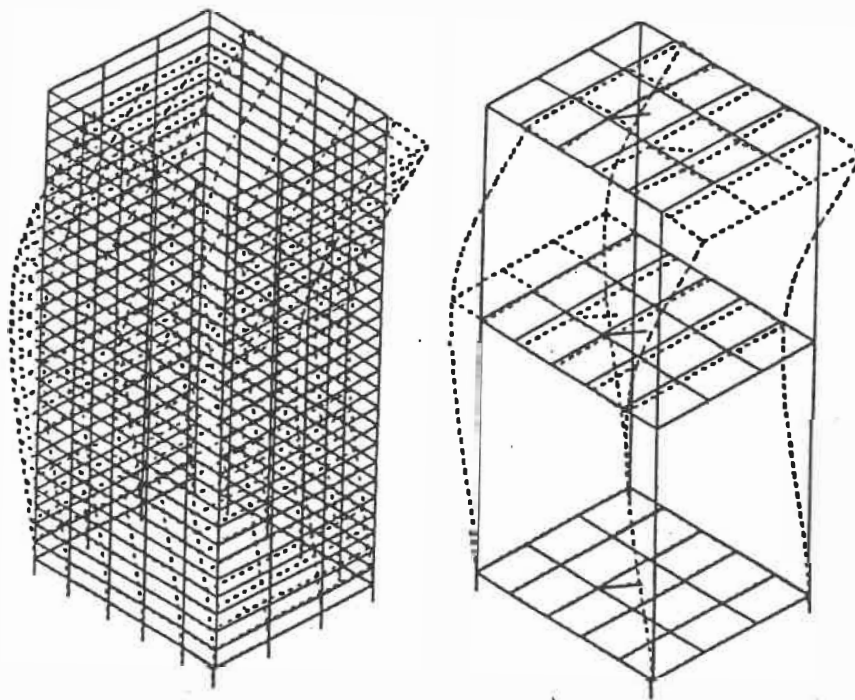


Mode 2

Figure 5.23a- Modes 1 et 2 de l'exemple 2.

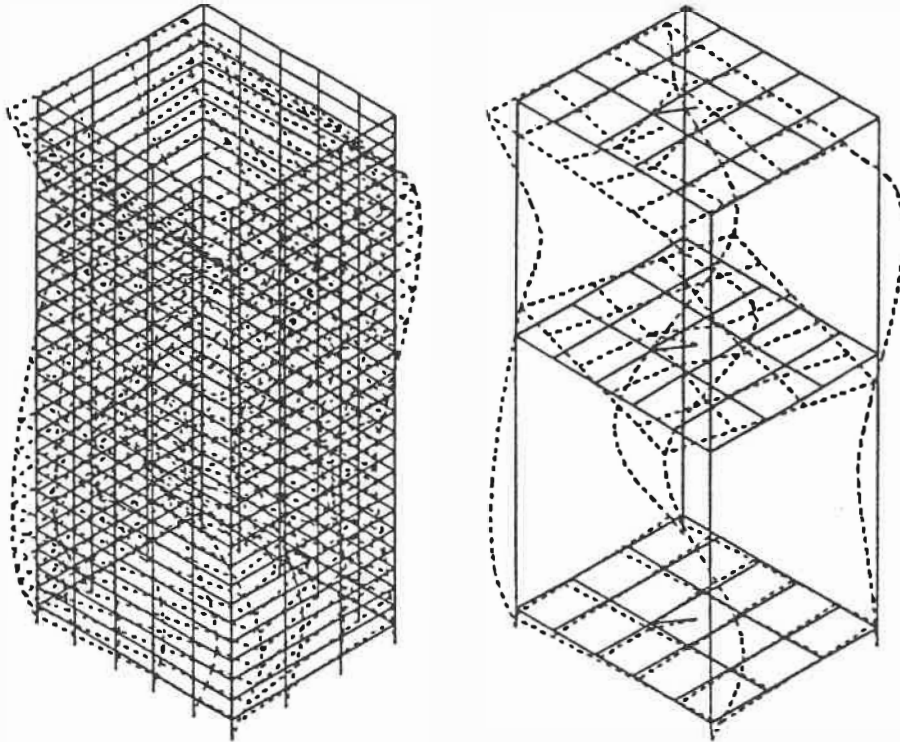


Mode 3

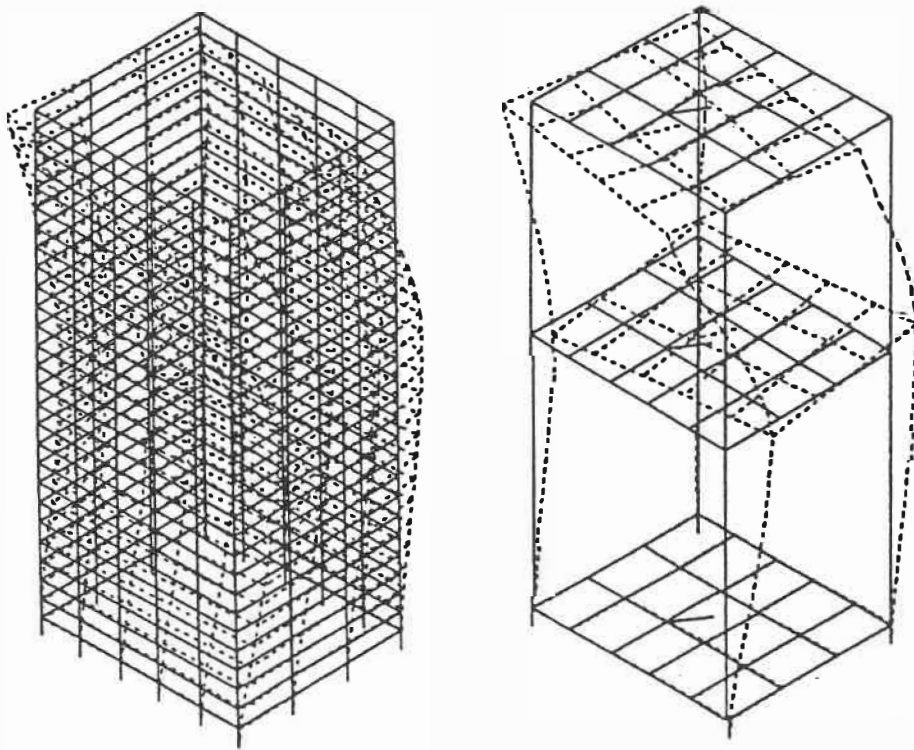


Mode 4

Figure 5.23b- Modes 3 et 4 de l'exemple 2.

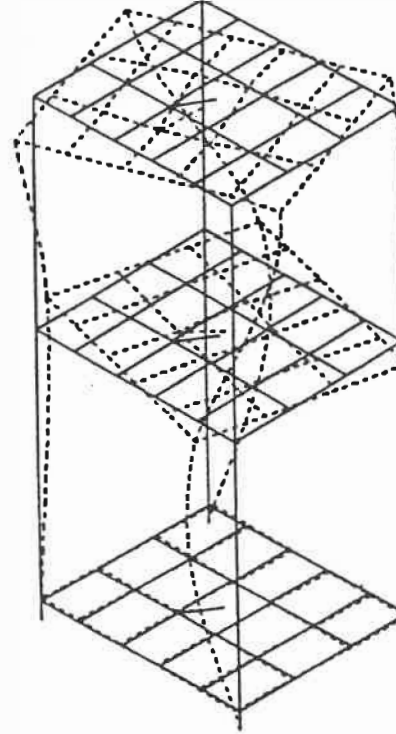
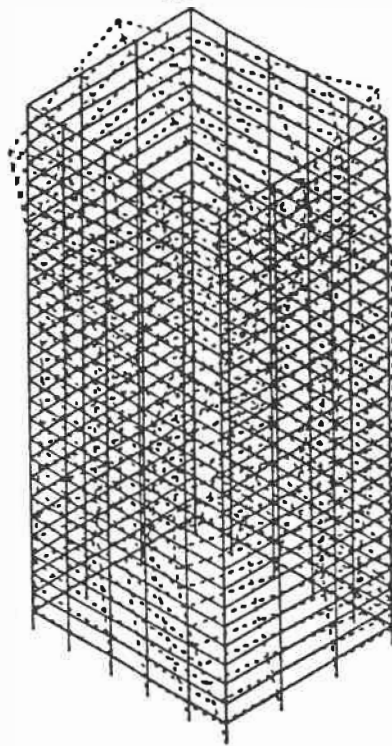


Mode 5

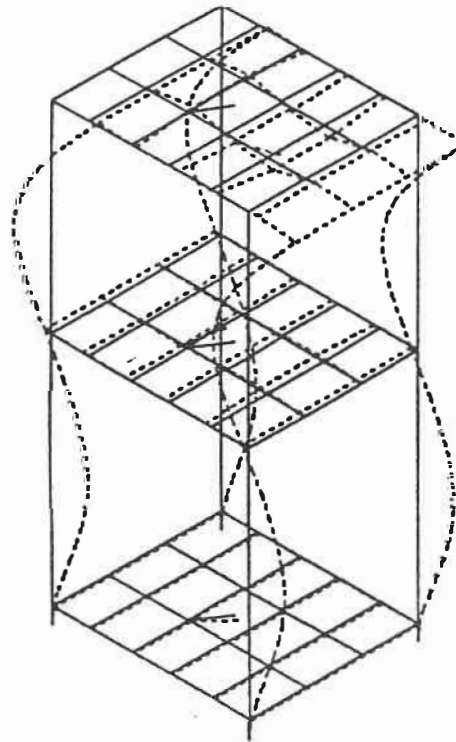
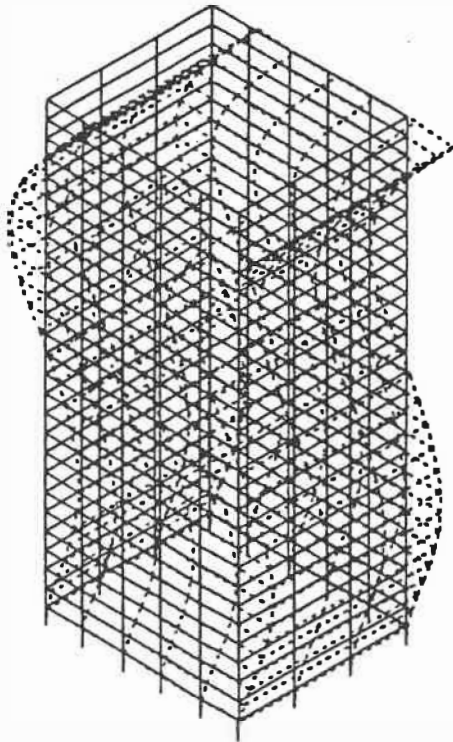


Mode 6

Figure 5.23c- Modes 5 et 6 de l'exemple 2.



Mode 7



Mode 8

Figure 5.23d- Modes 7 et 8 de l'exemple 2.

Tableau 5.17- Facteurs de participation modaux et masses généralisées de l'exemple 2.

Mode	M (kN sec <sup>2</sup> / m)	$\gamma_x$	$\gamma_y$	$\gamma_z$
1	8357	0,00	1,51	0,00
2	7149	1,58	0,00	-0,08
3	6258	0,01	0,00	28,67
4	8021	0,00	-0,76	0,00
5	4583	-0,32	0,00	12,85
6	6005	-0,88	0,00	-4,87
7	4903	-0,25	0,00	6,76
8	8376	0,00	0,46	0,00
9	4353	0,14	0,00	6,78
10	4165	0,72	0,00	-0,89

#### 5.5.1.3- Déplacements modaux et périodes (exemple 3)

Le tableau 5.18 présente les dix premières périodes (T) du bâtiment de l'exemple 3, ainsi que les caractéristiques générales des déplacements modaux. Les facteurs de participation en X, en Y et autour de Z ( $\gamma_x$ ,  $\gamma_y$ ,  $\gamma_z$ ), et les masses généralisées (M) de chacun des dix premiers modes sont présentés au tableau 5.19. Cependant, les quinze premiers modes sont utilisés dans les analyses.

**Tableau 5.18- Périodes et caractéristiques des déplacements modaux pour l'exemple 3.**

Mode	Période (sec.)	Description du mode
1	1,25	Flexionnel en X (couplé) - 1er mode
2	0,93	Flexionnel en Y (couplé) - 1er mode
3	0,86	Torsionnel en Z (couplé) - 1er mode
4	0,30	Flexionnel en X (couplé) - 2ième mode
5	0,24	Torsionnel en Z (couplé) - 2ième mode
6	0,19	Flexionnel en Y (couplé) - 2ième mode
7	0,15	Torsionnel en Z (couplé) - 3ième mode
8	0,12	Flexionnel en X (couplé) - 3ième mode
9	0,09	Torsionnel en Z (couplé) - 4ième mode
10	0,09	Flexionnel en Y (couplé) - 3ième mode



**Tableau 5.19- Facteurs de participation modaux et masses généralisées de l'exemple 3.**

Mode	M (kN sec <sup>2</sup> / m)	$\gamma_x$	$\gamma_y$	$\gamma_\theta$
1	6403	1,56	-0,06	7,24
2	5566	0,26	1,30	-24,43
3	5323	-0,22	1,13	29,95
4	6036	0,70	-0,07	11,33
5	5613	0,61	0,13	-14,92
6	4342	0,02	-1,08	-4,01
7	5067	0,32	-0,08	10,29
8	5279	0,46	0,04	-6,57
9	4651	0,19	0,06	7,50
10	2921	-0,05	0,72	-0,33

### 5.5.2- Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique

En combinant dans l'analyse spectrale l'effet du spectre de réponse et des modes du bâtiment, on obtient, pour une sollicitation dans une direction donnée, la réponse globale de chacun des modes. Ces efforts globaux, qu'ils s'agissent des cisaillements à la base dans les deux directions principales ( $V_x$  et  $V_y$ ) ou du moment de torsion résultant ( $T_\theta$ ), sont évalués à l'aide des équations 3.50 à 3.52 et 3.53 à 3.55:

$$(V_{xn})_x = \bar{M}_n \gamma_{xn}^2 (S_{an})_x \quad (3.50)$$

$$(V_{yn})_x = \bar{M}_n \gamma_{xn} \gamma_{yn} (S_{an})_x \quad (3.51)$$

$$(T_{\theta n})_x = \bar{M}_n \gamma_{xn} \gamma_{\theta n} (S_{an})_x \quad (3.52)$$

$$(V_{xn})_y = \bar{M}_n \gamma_{yn} \gamma_{xn} (S_{an})_y \quad (3.53)$$

$$(V_{yn})_y = \bar{M}_n \gamma_{yn}^2 (S_{an})_y \quad (3.54)$$

$$(T_{en})_y = \bar{M}_n \gamma_{yn} \gamma_{en} (S_{an})_y \quad (3.55)$$

L'utilisation de l'un ou l'autre groupe d'équations dépend de la direction de l'analyse.

Pour évaluer ces efforts modaux, les masses généralisées et les facteurs de participation entrent en jeu, ainsi que les accélérations absolues maximales ( $S_a$ ) provenant du spectre de réponse. Les deux premiers facteurs ont déjà été présentés dans la section précédente, alors que les accélérations modales seront présentées dans cette section-ci.

La réponse globale résultante des systèmes est obtenu en combinant les différentes réponses modales, en utilisant la méthode de combinaison SRSS (voir section 3.2.7).

#### 5.5.2.1- Efforts globaux de l'analyse dynamique (exemple 1)

Les analyses effectuées sur le bâtiment de l'exemple 1 sont dans la direction Y exclusivement. On retrouve au tableau 5.20 les accélérations absolues maximales ( $S_a$ ) pour chacun des modes utilisant 5% d'amortissement, ainsi que le cisaillement global dans la direction Y ( $V_y$ ) et le moment de torsion autour de l'axe Z ( $T_e$ ) du modèle couplé.

Tableau 5.20- Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique dans la direction Y de l'exemple 1.

Mode	Sa (%g)	V <sub>y</sub> (kN)	T <sub>z</sub> (kN m)
1	4,1	8299	-23146
2	4,8	0	0
3	8,1	116	30389
4	10,2	16644	-150412
5	13,3	0	0
6	15,6	446	41241
7	22,9	0	0
8	24,6	5109	244653
9	32,1	664	3495
10	32,3	0	0
valeurs SRSS:		19304	292662

#### 5.5.2.2- Efforts globaux de l'analyse dynamique (exemple 2)

Les analyses effectuées sur le bâtiment de l'exemple 2 sont dans la direction X. Les accélérations absolues maximales (Sa) pour chacun des modes, ainsi que le cisaillement global dans la direction Y (V<sub>y</sub>) et le moment de torsion autour de l'axe Z (T<sub>z</sub>) du modèle couplé, se retrouvent au tableau 5.21.

**Tableau 5.21-** Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique dans la direction X de l'exemple 2.

Mode	Sa (%g)	V <sub>x</sub> (kN)	T <sub>z</sub> (kN m)
1	5,0	0	0
2	5,2	9167	-457
3	7,0	0	1534
4	15,3	0	0
5	18,4	824	-33490
6	22,0	9949	55293
7	33,1	1028	-27361
8	33,4	0	0
9	44,0	389	18320
10	54,1	11398	-14096
valeurs SRSS:		17743	73922

#### 5.5.2.3- Efforts globaux de l'analyse dynamique (exemple 3)

Les analyses effectuées sur le bâtiment de l'exemple 3 sont dans les directions X et Y. On retrouve au tableau 5.22 les accélérations absolues maximales (Sa) pour chacun des modes, ainsi que le cisaillement global dans la direction Y (V<sub>y</sub>) et le moment de torsion autour de l'axe Z (T<sub>z</sub>) du modèle couplé, pour la sollicitation en X. Le tableau 5.23 contient les mêmes informations pour l'analyse dans la direction Y.

**Tableau 5.22-** Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique dans la direction X de l'exemple 3.

Mode	Sa (%g)	V <sub>x</sub> (kN)	V <sub>y</sub> (kN)	T <sub>0</sub> (kN m)
1	10,0	15222	-557	70745
2	13,3	500	2471	-46604
3	14,5	350	-1847	-48811
4	41,0	11768	-1133	191498
5	51,4	10429	2199	-256318
6	54,0	12	-566	-2110
7	54,0	2793	-668	89262
8	54,0	5843	496	-83588
9	51,2	870	261	33792
10	48,3	35	-498	229
11	40,4	2186	121	-22649
12	38,3	104	-3	7644
13	32,2	313	-72	5325
14	32,1	0	13	9
15	30,1	510	40	-10446
valeurs SRSS:		22960	4159	358803

**Tableau 5.23- Efforts globaux provenant de l'analyse dynamique dans la direction Y de l'exemple 3.**

Mode	Sa (%g)	V <sub>x</sub> (kN)	V <sub>y</sub> (kN)	T <sub>0</sub> (kN m)
1	10,0	-557	20	-2588
2	13,3	2471	12213	-230353
3	14,5	-1847	9731	257222
4	41,0	-1133	109	-18434
5	51,4	2199	464	-54051
6	54,0	-566	26475	98636
7	54,0	-668	160	-21345
8	54,0	496	42	-7102
9	51,2	261	79	10155
10	48,3	-498	7178	-3300
11	40,4	121	7	-1254
12	38,3	-3	0	-225
13	32,2	-72	17	-1229
14	32,1	13	2035	1409
15	30,1	40	3	-826
valeurs SRSS:		4159	31634	364484

## 5.6- COMPARAISONS DES EFFORTS INTERNES DES ELEMENTS RESISTANTS UTILISANT LES ANALYSES STATIQUES ET DYNAMIQUES

Cette section présente les efforts internes des principaux éléments résistants aux charges latérales des exemples présentés précédemment dans ce chapitre, sous chacune des analyses effectuées. On y illustre, pour chacun des trois exemples, les variations des efforts internes entre les résultats des analyses dynamiques en fonction des méthodes de combinaison (SRSS et CQC), entre les résultats des analyses statiques en fonction des différentes méthodes de calcul d'excentricité, et, ultimement, entre les analyses dynamiques et statiques.

### 5.6.1- Présentation des résultats

A cause de la quantité d'information générée par les analyses effectuées sur nos exemples, seulement certains éléments résistants aux charges latérales, représentatifs du comportement de la structure, ont été choisis pour illustrer les conclusions générales du mémoire. Les efforts de cisaillement, dans l'une ou l'autre des directions principales de la structure, seront ici comparés.

#### 5.6.1.1- Efforts de cisaillement avant la normalisation

En premier lieu, les résultats bruts des analyses sont présentés. Pour l'analyse dynamique, ceci veut dire les cisaillements obtenus à l'aide des combinaisons SRSS et CQC. Pour les analyses statiques, ceci implique la présentation des résultats, pour chacune des méthodes de calcul des excentricités, selon les trois analyses distinctes énumérées

à la section 5.2.2 de ce mémoire. La première analyse regroupe l'ensemble des forces statiques réparties sur chacun des niveaux, et appliquées aux centre de rigidité. Cette analyse est représentée, dans les figures de cette section, par les symboles  $V_x$  ou  $V_y$ , dépendant de la direction de l'analyse. Une deuxième analyse comprend ces mêmes forces, ainsi que les moments de torsion  $M_{1z}$  correspondant; elle est représentée par les symboles  $(V_x + M_1)$  ou  $(V_y + M_1)$ . La dernière analyse comprend elle aussi les forces décrites plus haut, combinées avec les moments  $M_{2z}$  correspondant; les symboles  $(V_x + M_2)$  et  $(V_y + M_2)$  sont alors utilisés.

#### 5.6.1.2- Normalisation des résultats dynamiques et courbes enveloppes des cisaillements

Pour obtenir une comparaison juste des analyses statiques et dynamiques, on doit utiliser une base de comparaison identique. Le CNBC indique que l'analyse dynamique doit être normalisée par rapport à l'analyse statique. En d'autres mots, le niveau des charges obtenu grâce aux analyses statiques est un minimum à considérer, alors que le niveau des charges des analyses dynamiques doit être ajusté à la hausse, si nécessaire, par un facteur pour obtenir une base de comparaison correcte. Ce facteur de pondération,  $\alpha$ , est le suivant:

$$\alpha = V_{1990} / V_{DYN} \quad (5.1)$$

Les valeurs des cisaillements à la base des analyses statiques et dynamiques ont déjà été présentées dans les sections précédentes (voir les tableaux 5.9, 5.20, 5.21, 5.22 et 5.23. Le tableau 5.24 regroupe



ces valeurs, ainsi que les valeurs du facteur  $\alpha$  pour chacune des analyses.

**Tableau 5.24-** Facteurs de pondération  $\alpha$  pour la normalisation des analyses dynamiques.

CAS	DIRECTION	$V_{1990}$ (kN)	$V_{DYN}$ (kN)	$\alpha$
exemple 1	Y	25300	19304	1,31
exemple 2	X	15900	17743	0,90
exemple 3	X	21900	22960	0,95
exemple 3	Y	23800	31634	0,75

Lorsque la normalisation de l'ensemble des efforts de l'analyse dynamique a été effectuée, il est possible de construire une courbe enveloppe des efforts de cisaillement pour chacune des analyses statiques, dans le but de comparer véritablement les efforts entre les deux types d'analyse. Cette courbe enveloppe, pour les analyses statiques, est définie comme étant les efforts de cisaillement maximums à chacun des niveaux de la structure, ces efforts provenant de l'une ou l'autre des trois analyses statiques distinctes énumérées dans la section 5.6.1.1.

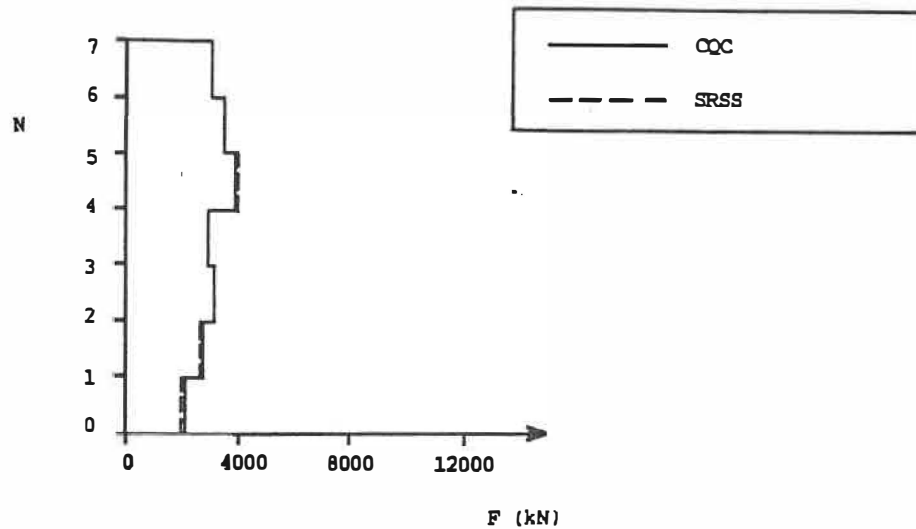
#### 5.6.2- Efforts internes des éléments de l'exemple 1

On se souvient que le bâtiment de l'exemple 1 a été analysé dans la direction Y. Nous observerons en premier lieu le comportement des efforts dans l'élément résistant #1 (voir figure 5.1). La figure 5.24

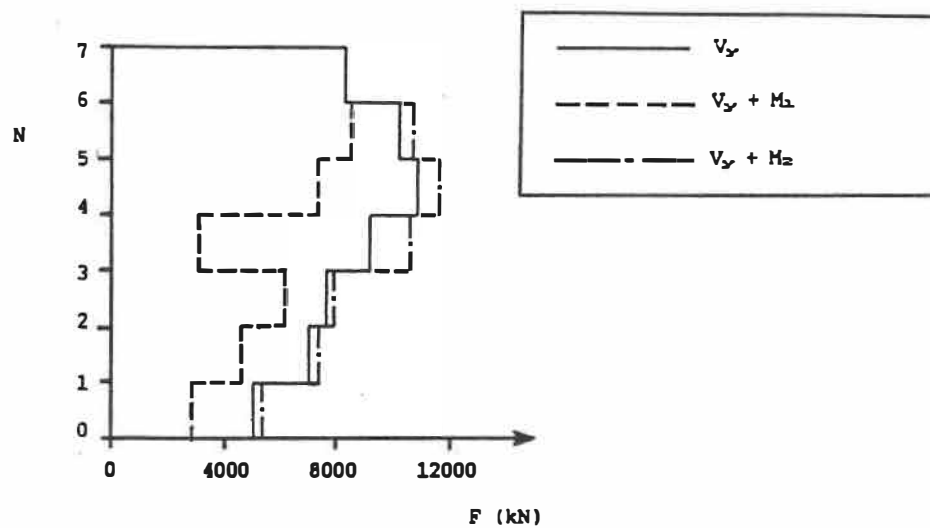
illustre la variation du cisaillement dans la direction Y provenant de l'analyse dynamique, en fonction des deux méthodes de combinaison. On retrouve aux figures 5.25 et 5.26 les résultats de l'analyse statique utilisant les méthode B et C, respectivement, pour le calcul des excentricités. Les résultats de l'analyse statique utilisant la méthode A pour le calcul des excentricités ont un comportement semblable à ceux associés à la méthode B. Les courbes enveloppes des cisaillements dans la direction Y des analyses statiques et dynamiques sont présentées à la figure 5.27.

Les prochaines figures concernent le cisaillement dans le direction Y pour l'élément #2 (voir figure 5.1). La figure 5.28 illustre les efforts bruts provenant de l'analyse dynamique. La variation des efforts pour l'analyse statique utilisant la méthode A pour le calcul des excentricités est présentée à la figure 5.29. De même, la figure 5.30 contient les résultats de l'analyse statique utilisant la méthode C. On retrouve à la figure 5.31 les courbes enveloppes des efforts de cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2.

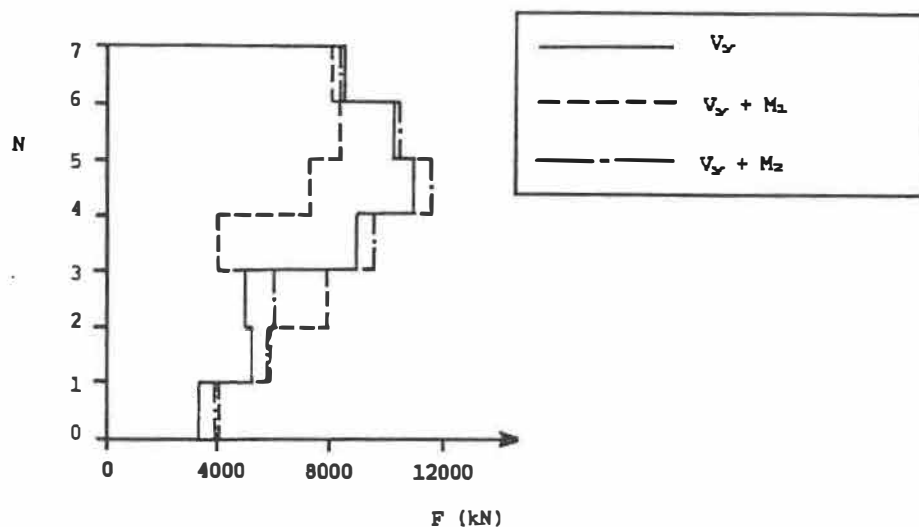
Finalement, la figure 5.32 illustre les courbes enveloppes des efforts des analyses statiques et dynamiques, dans la direction Y, pour l'élément #3.



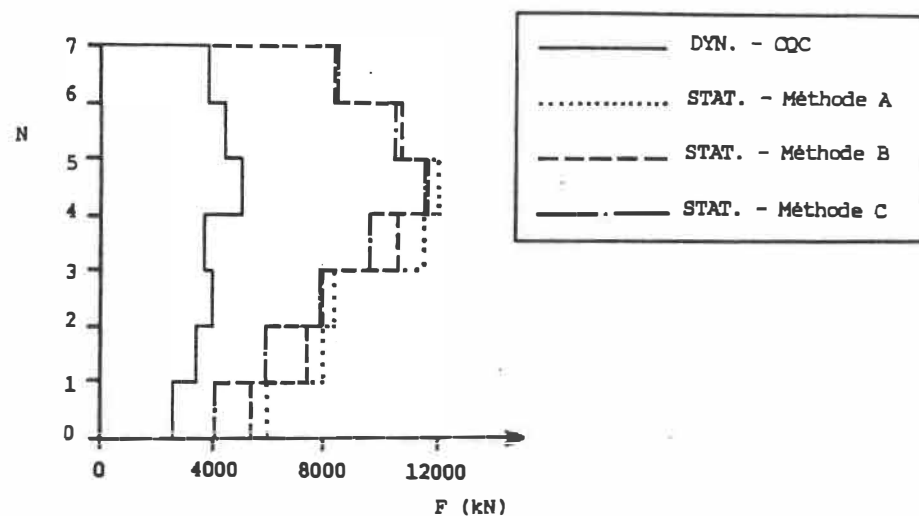
**Figure 5.24-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #1 de l'exemple 1, provenant des analyses dynamiques.



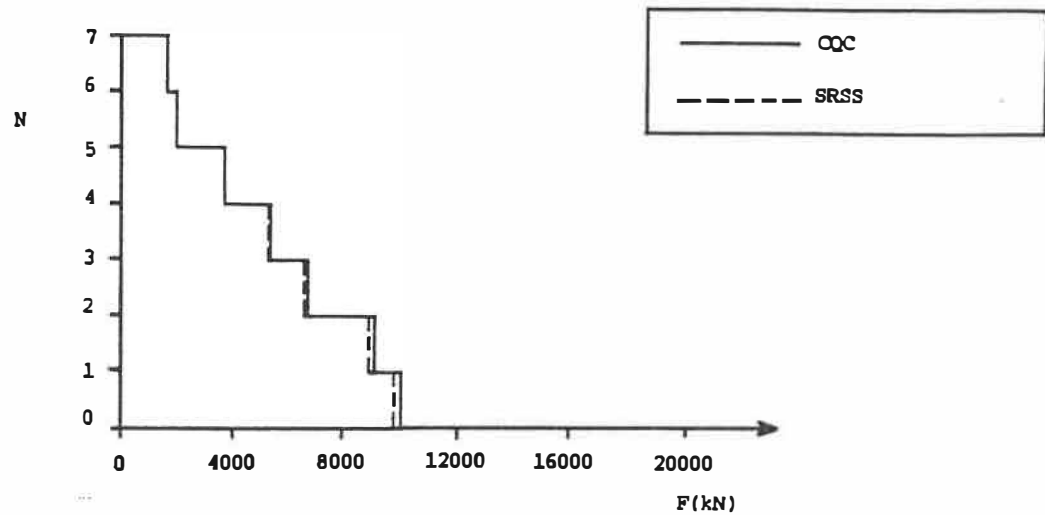
**Figure 5.25-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #1 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques utilisant la méthode B pour le calcul des excentricités.



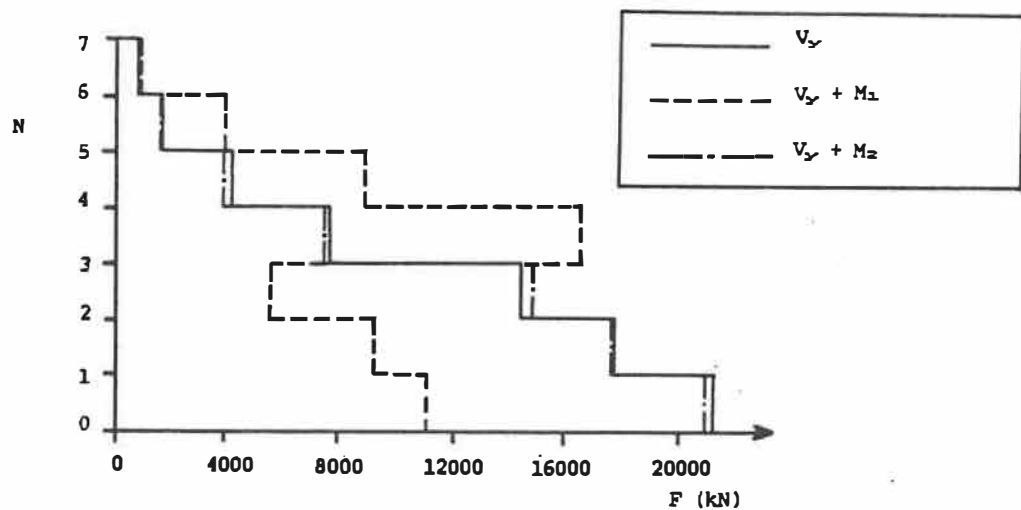
**Figure 5.26-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #1 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.



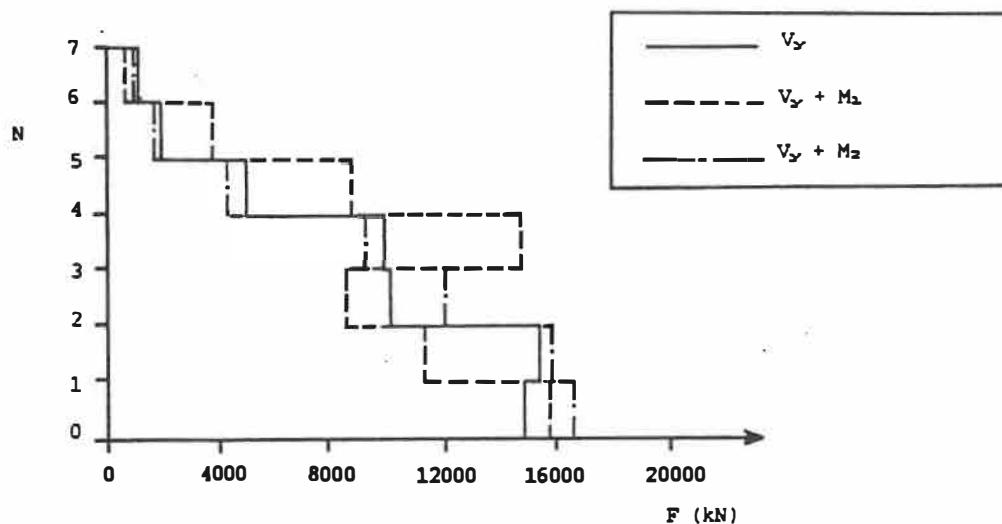
**Figure 5.27-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #1 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques et dynamiques.



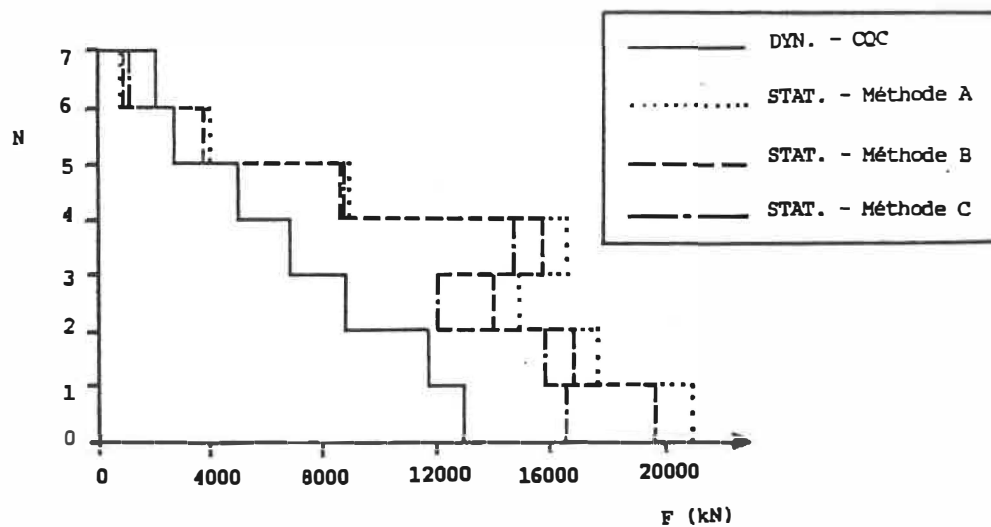
**Figure 5.28-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2 de l'exemple 1, provenant des analyses dynamiques.



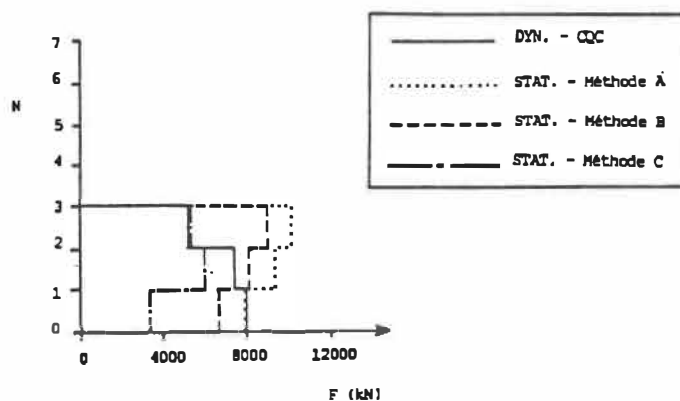
**Figure 5.29-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques utilisant la méthode A pour le calcul des excentricités.



**Figure 5.30-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.



**Figure 5.31-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #2 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques et dynamiques.

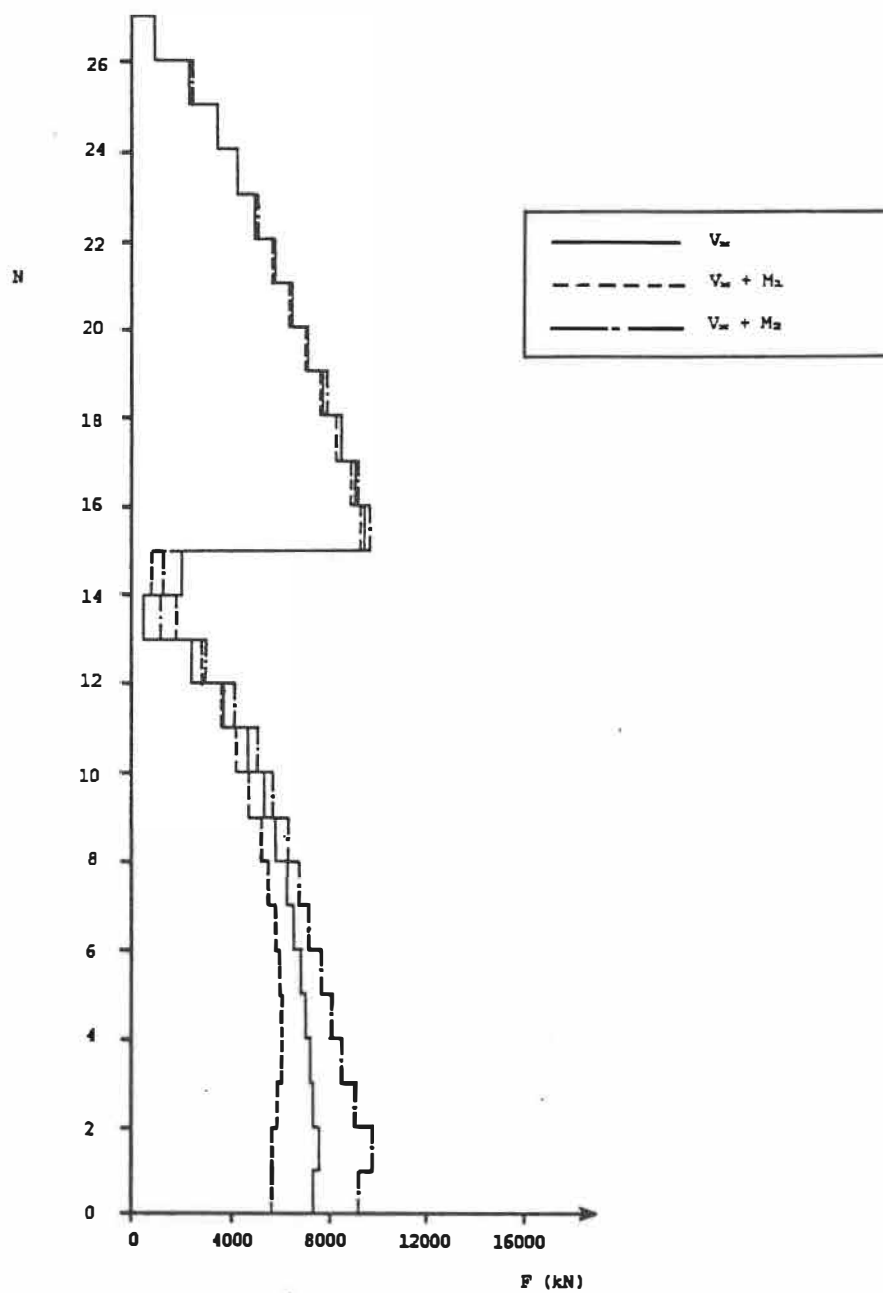


**Figure 5.32-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #3 de l'exemple 1, provenant des analyses statiques et dynamiques.

### 5.6.3- Efforts internes des éléments de l'exemple 2

Le bâtiment de l'exemple 2 a été analysé dans la direction X. Le comportement des efforts dans le noyau #1 (voir figure 5.5) est illustré aux figures 5.33 et 5.34. La figure 5.33 illustre le cisaillement dans la direction X pour les analyses statiques utilisant la méthode D pour le calcul des excentricités, alors que la figure 5.34 montre les courbes enveloppes des analyses dynamiques et statiques dans la même direction.

La figure 5.35 illustre, pour le noyau #2, la variation des efforts de cisaillement dans la direction X provenant des analyses statiques utilisant la méthode D pour le calcul des excentricités. Les courbes enveloppes pour cet élément sont illustrés à la figure 5.36.



**Figure 5.33-** Cisaillement dans la direction X pour le noyau #1 de l'exemple 2, provenant des analyses statiques utilisant la méthode D pour le calcul des excentricités.



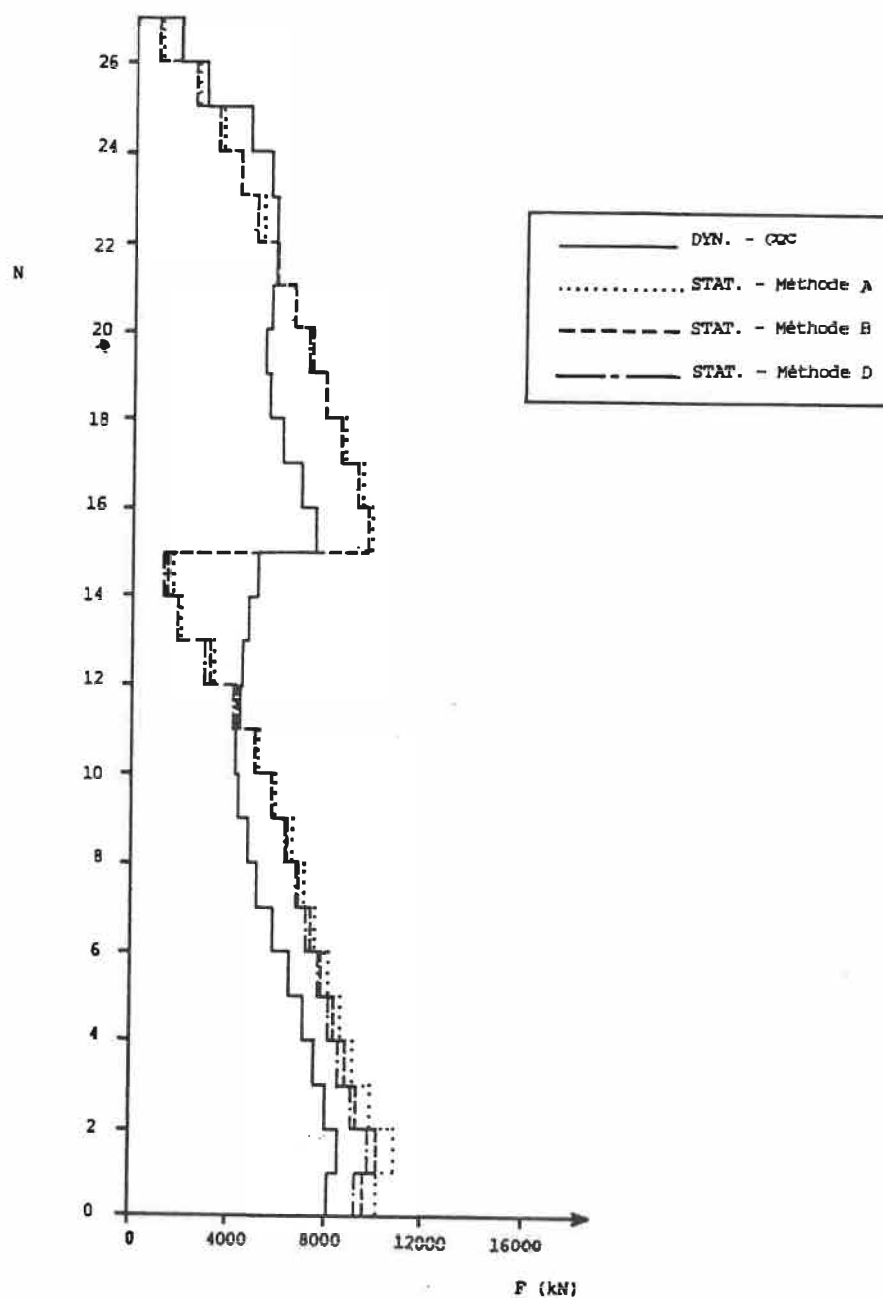
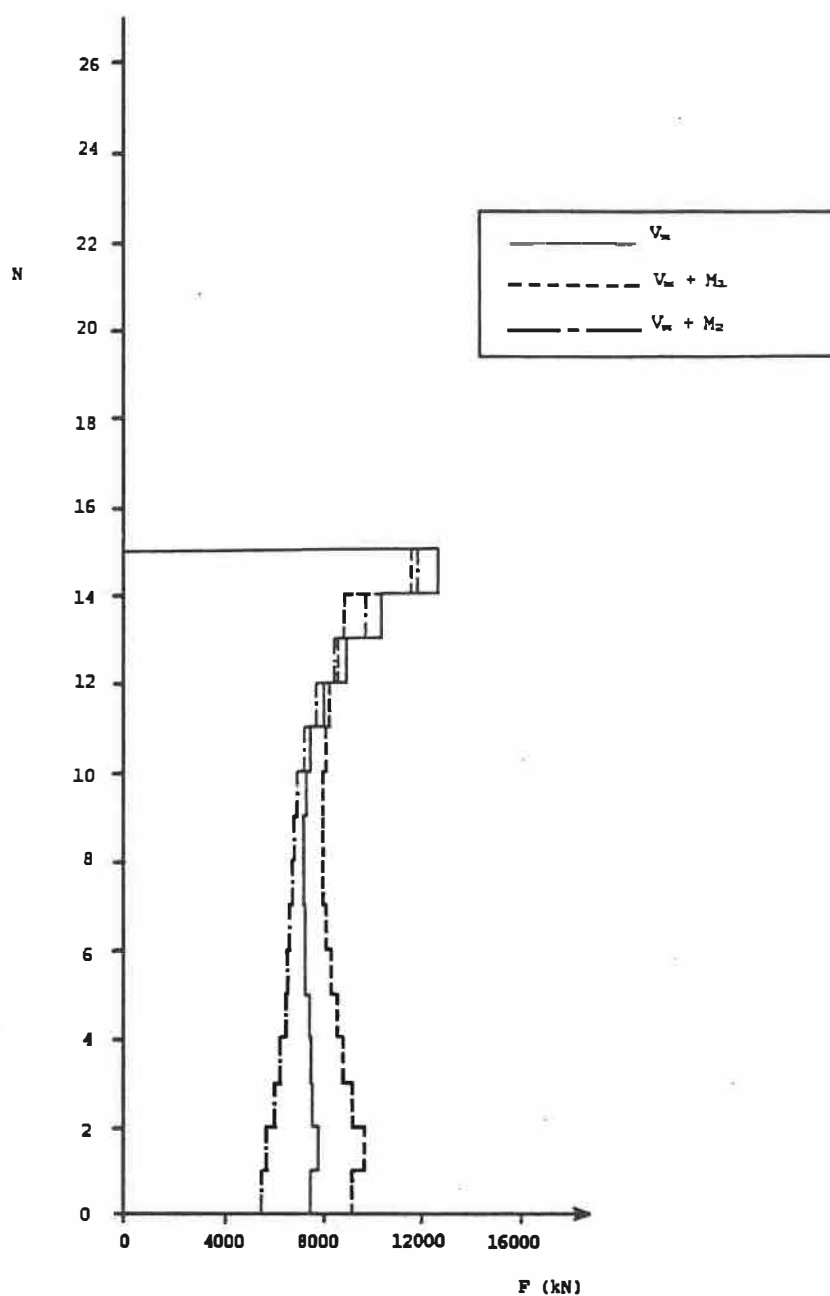
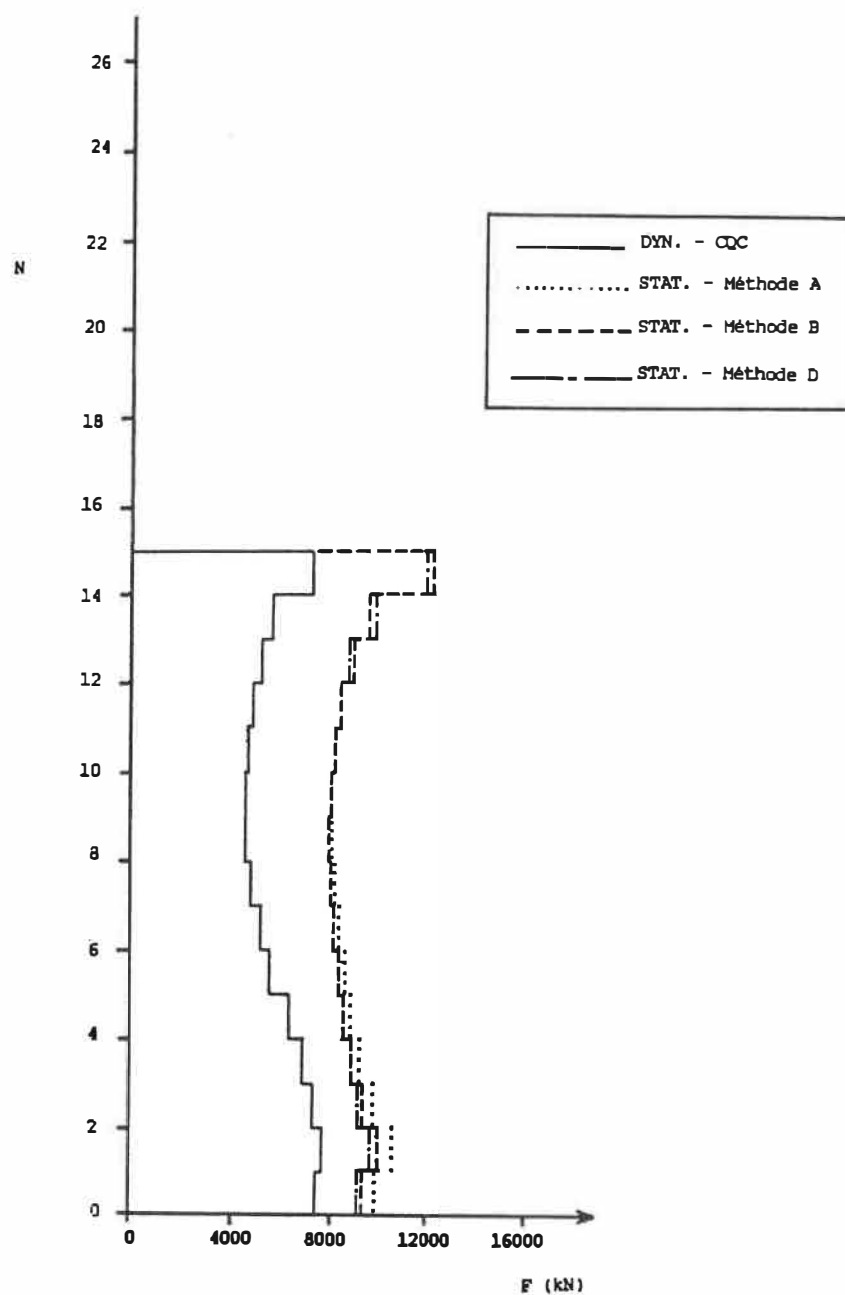


Figure 5.34- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour le noyau #1 de l'exemple 2, provenant des analyses statiques et dynamiques.



**Figure 5.35-** Cisaillement dans la direction X pour le noyau #2 de l'exemple 2, provenant des analyses statiques utilisant la méthode D pour le calcul des excentricités.



**Figure 5.36-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour le noyau #2 de l'exemple 2, provenant des analyses statiques et dynamiques.

#### 5.6.4- Efforts internes des éléments de l'exemple 3.

##### 5.6.4.1- Analyses dans la direction X

Le cisaillement dans la direction X de l'élément #2 (voir figure 5.8) provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités est présenté à la figure 5.37. Les courbes enveloppes du cisaillement de cet élément sont illustrées à la figure 5.38. Les figures 5.39 et 5.40 illustrent les mêmes résultats pour l'élément #8, alors que les figures 5.41 et 5.42 illustrent les mêmes résultats pour l'élément #9.

Les résultats bruts des analyses dynamiques pour l'élément #11 sont présentés à la figure 5.43. Le cisaillement dans la direction X, pour les analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités, est présenté à la figure 5.44. Les courbes enveloppes du cisaillement pour cet élément sont montrées à la figure 5.45.

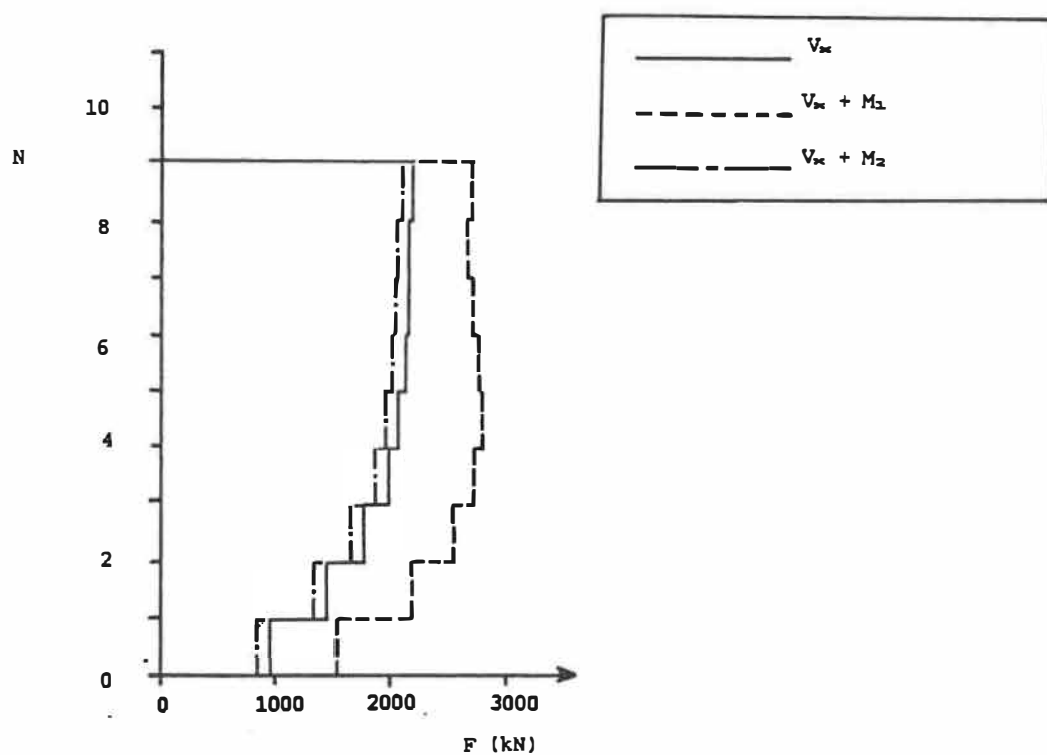
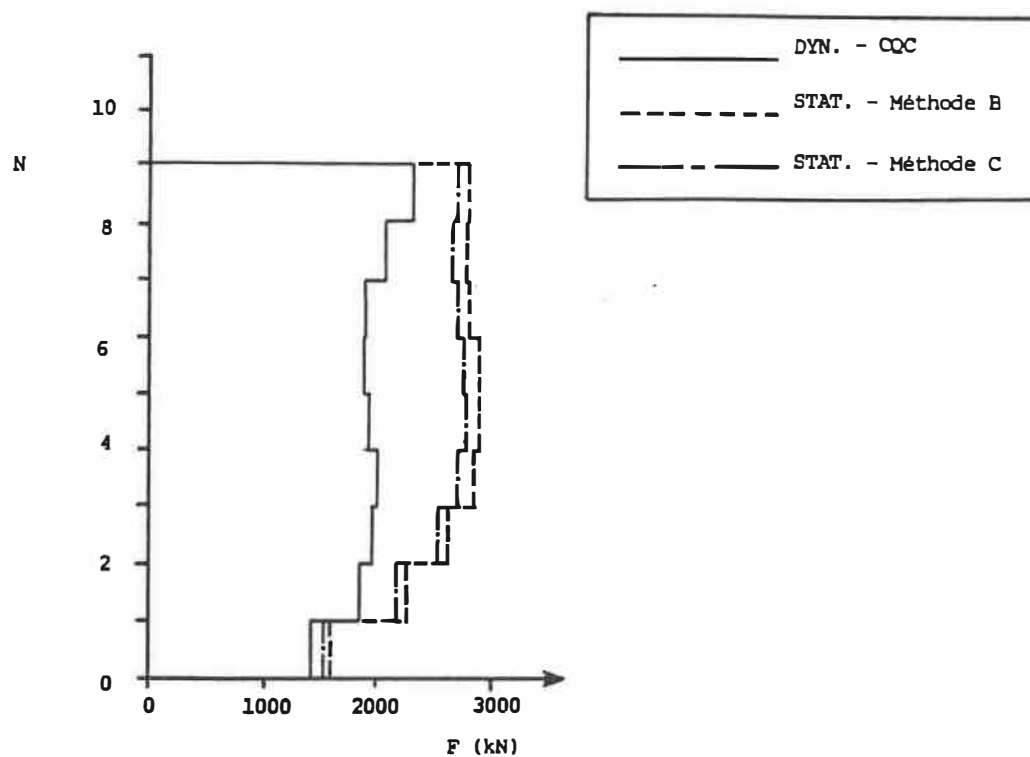
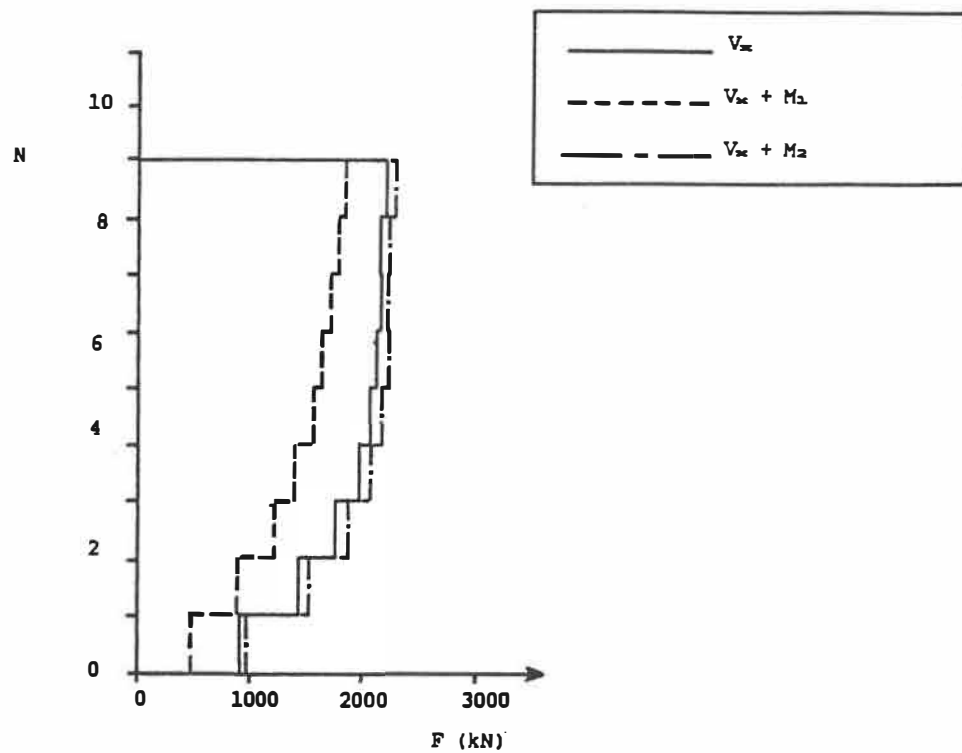


Figure 5,37- Cisaillement dans la direction X pour l'élément #2 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.



**Figure 5.38-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour l'élément #2 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques.



**Figure 5.39-** Cisaillement dans la direction X pour l'élément #8 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.

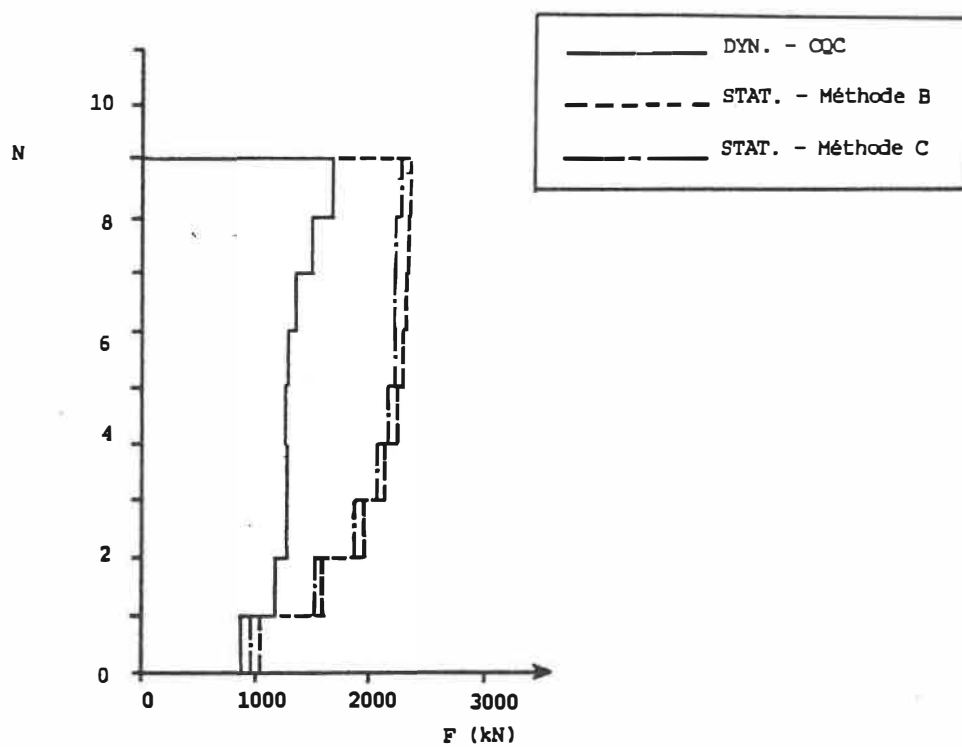
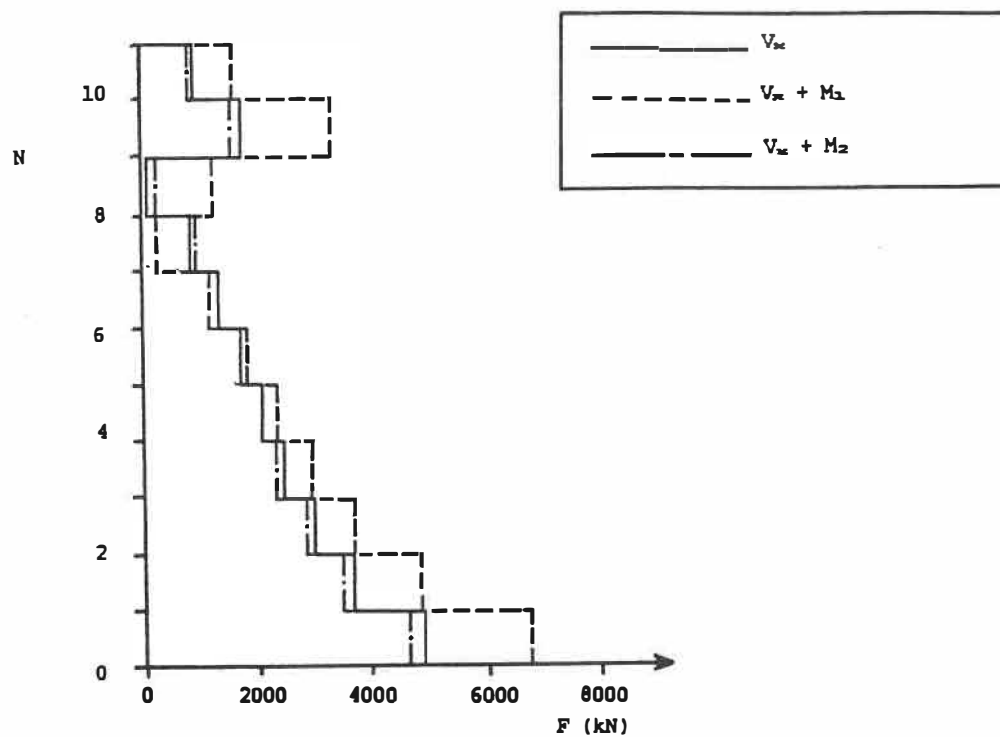
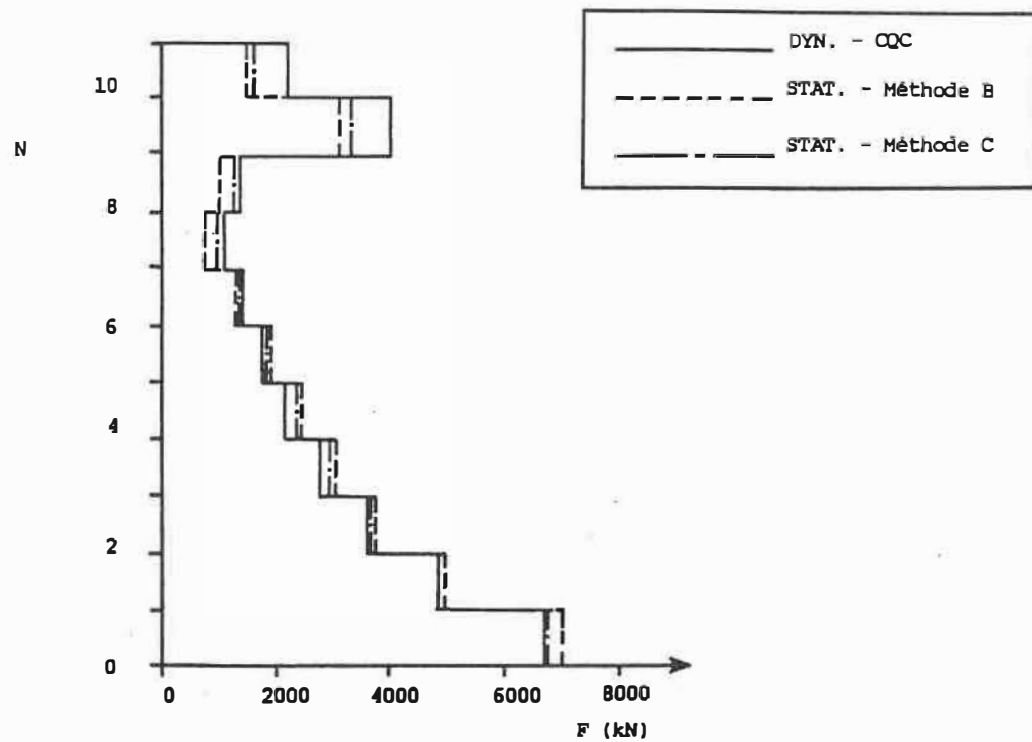


Figure 5.40- Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour l'élément #8 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques.

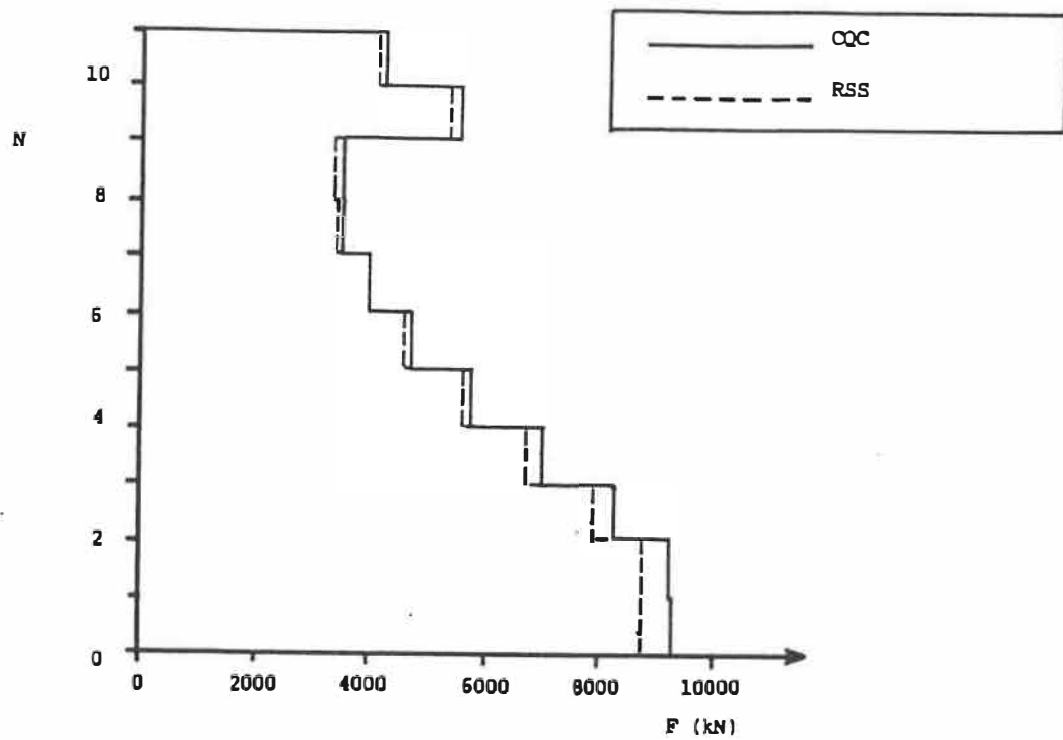




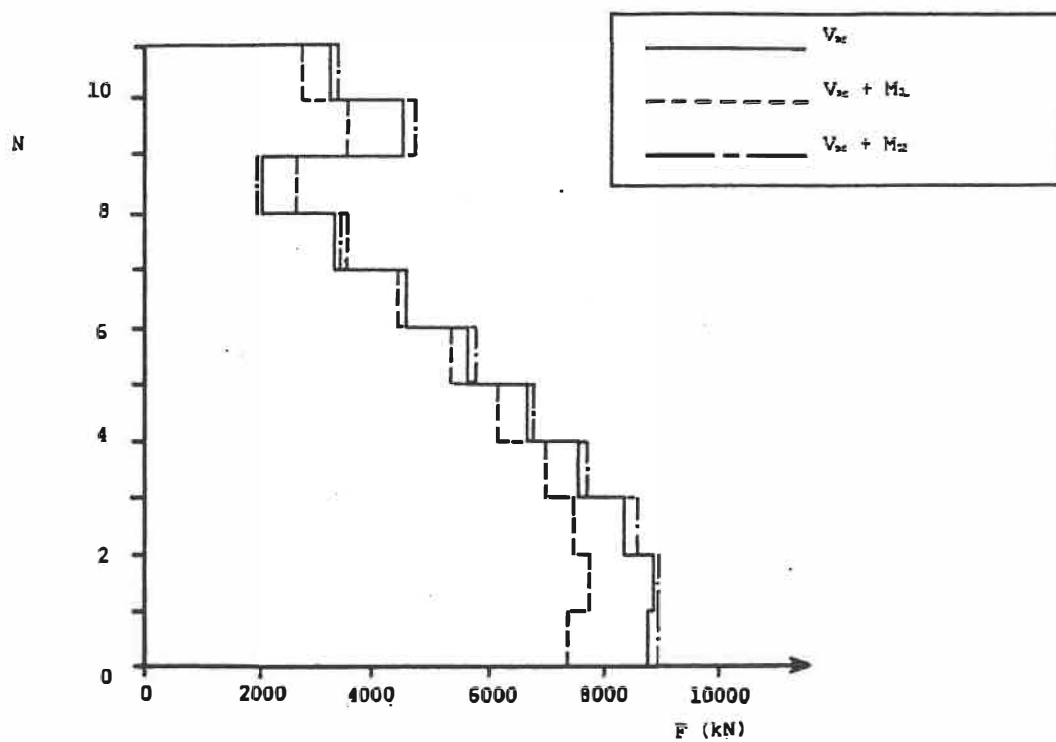
**Figure 5.41-** Cisaillement dans la direction X pour l'élément #9 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.



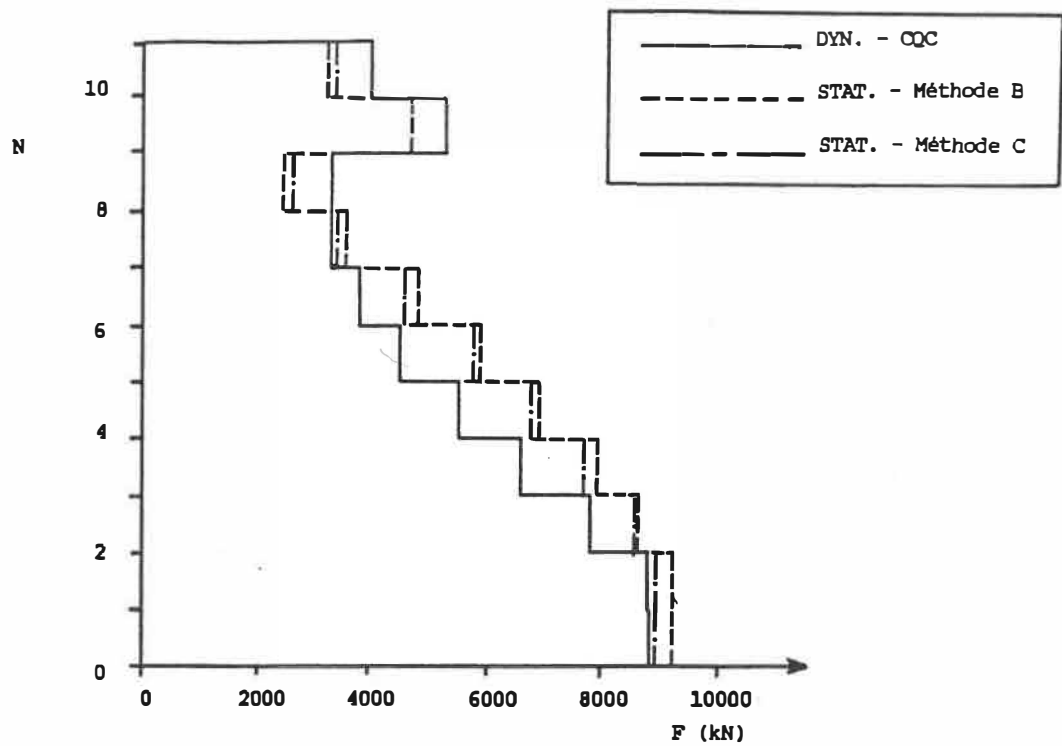
**Figure 5.42-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour l'élément #9 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques.



**Figure 5.43-** Cisaillement dans la direction X pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses dynamiques.



**Figure 5.44-** Cisaillement dans la direction X pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.

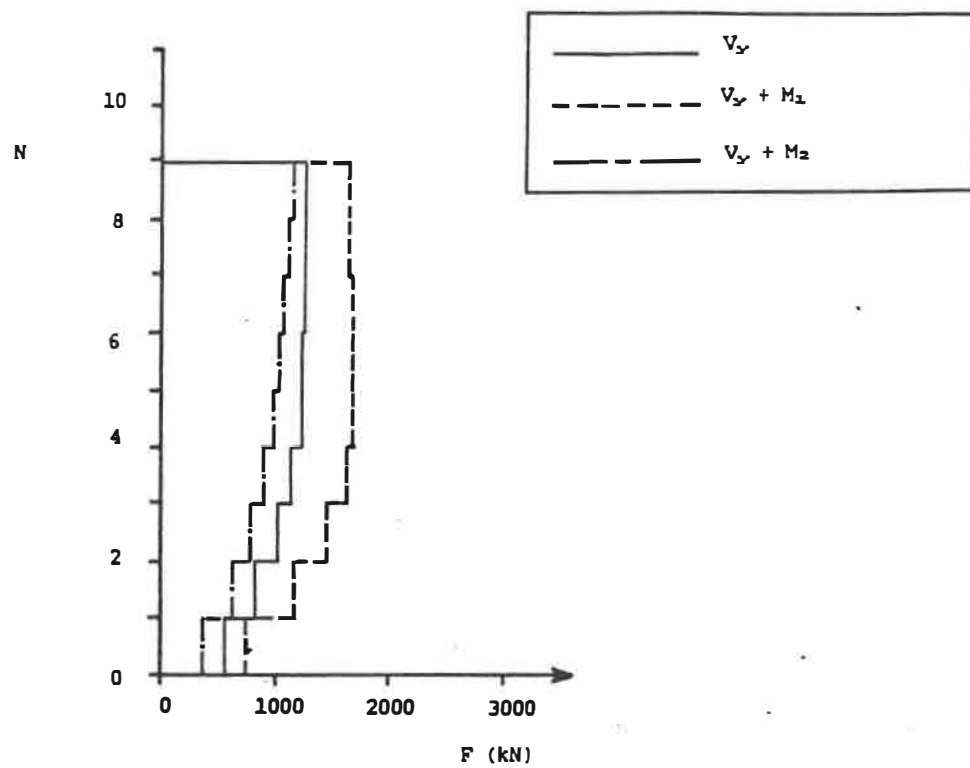


**Figure 5.45-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction X pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques.

#### 5.6.4.2- Analyses dans la direction Y

Le cisaillement dans la direction Y de l'élément #5 (voir figure 5.8), sous les analyses statiques utilisant la méthode C pour évaluer les excentricités, est illustré à la figure 5.46. La courbe enveloppe des cisaillements pour cet élément sont présentées à la figure 5.47. Les mêmes résultats pour les éléments #6 et #10 sont présentés aux figures 5.48 et 5.49, et aux figures 5.50 et 5.51 respectivement.

La figure 5.52 illustre, pour l'élément #11, le cisaillement dans la direction Y résultant des analyses dynamiques. On retrouve à la figure 5.53 les résultats provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour l'évaluation des excentricités, alors que la figure 5.54 illustre les courbes enveloppes des analyses effectuées sur cet élément.



**Figure 5.46-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #5 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.

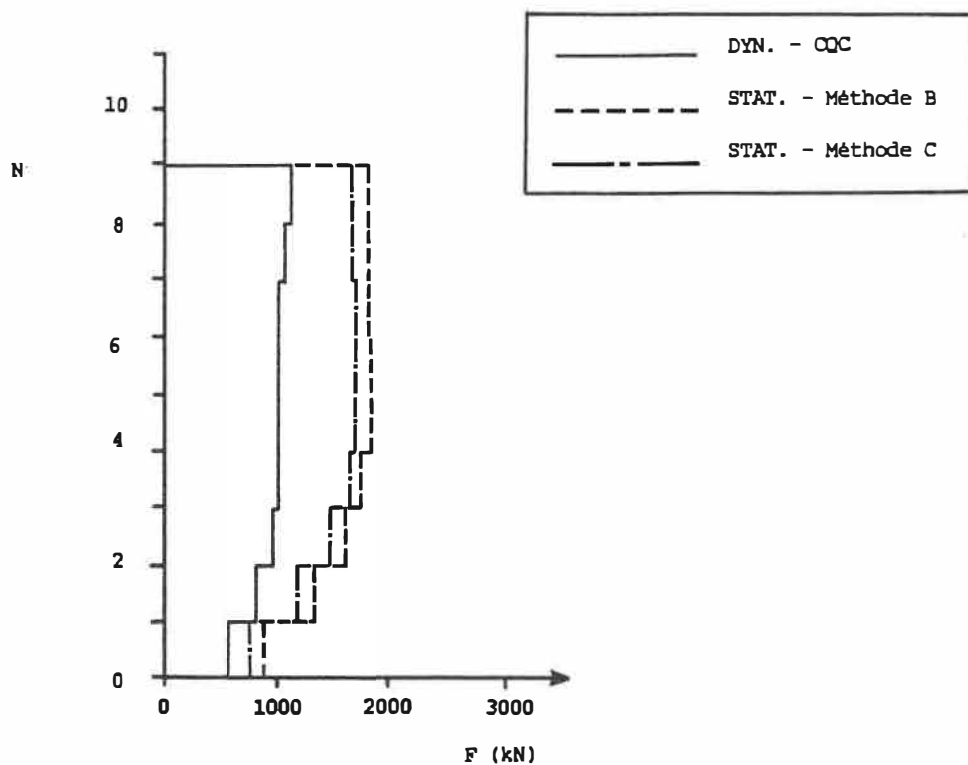
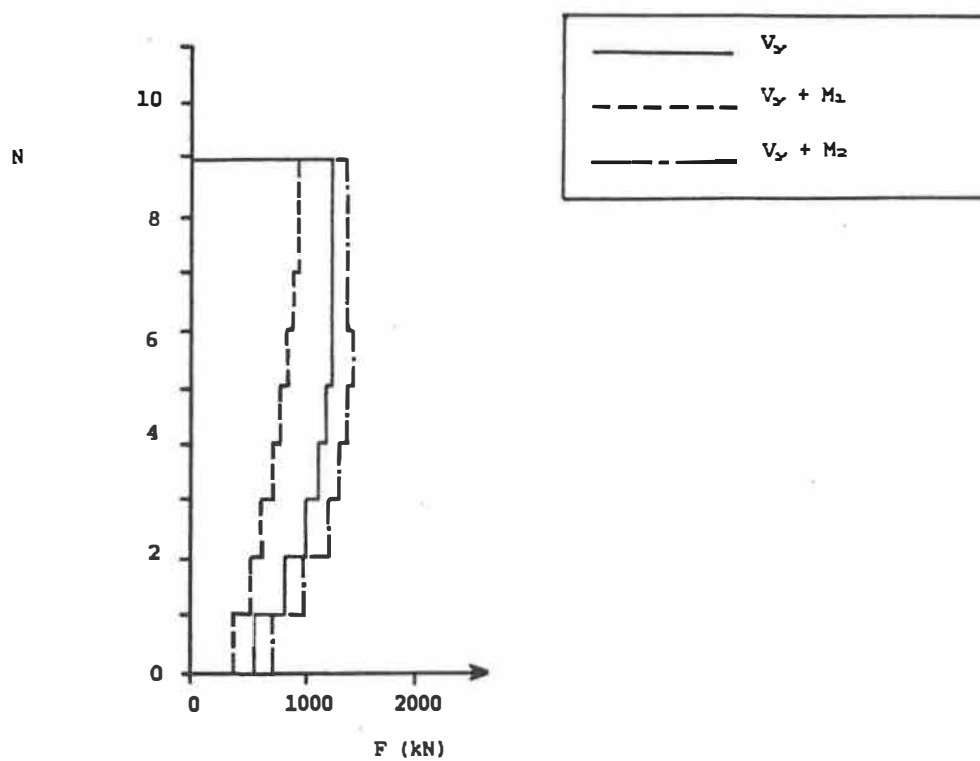
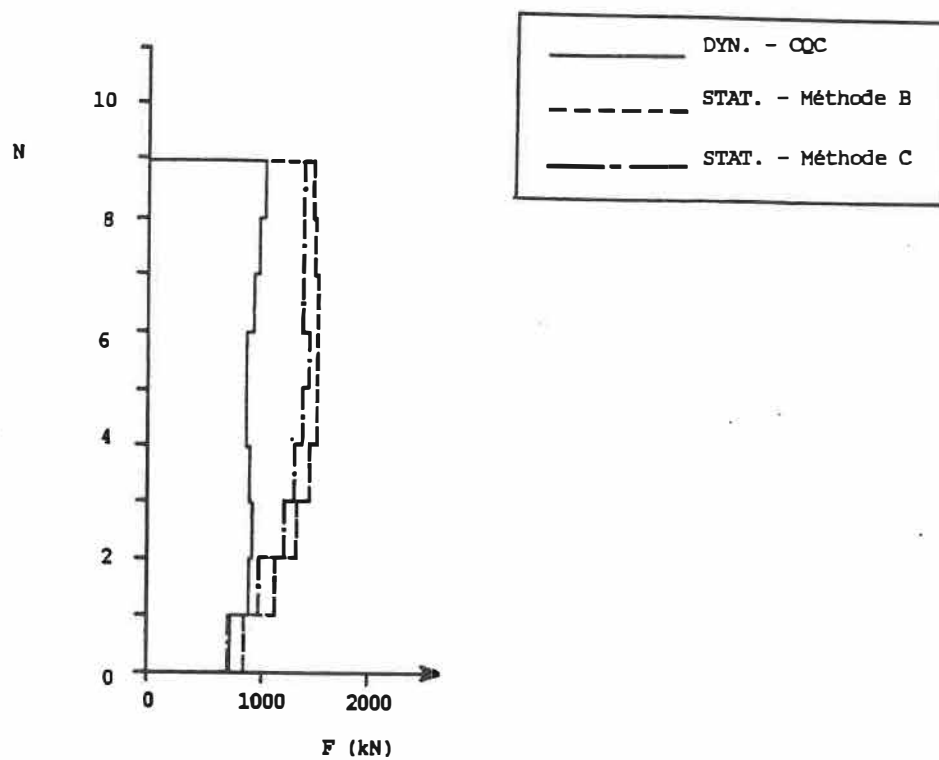


Figure 5.47— Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #5 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques.

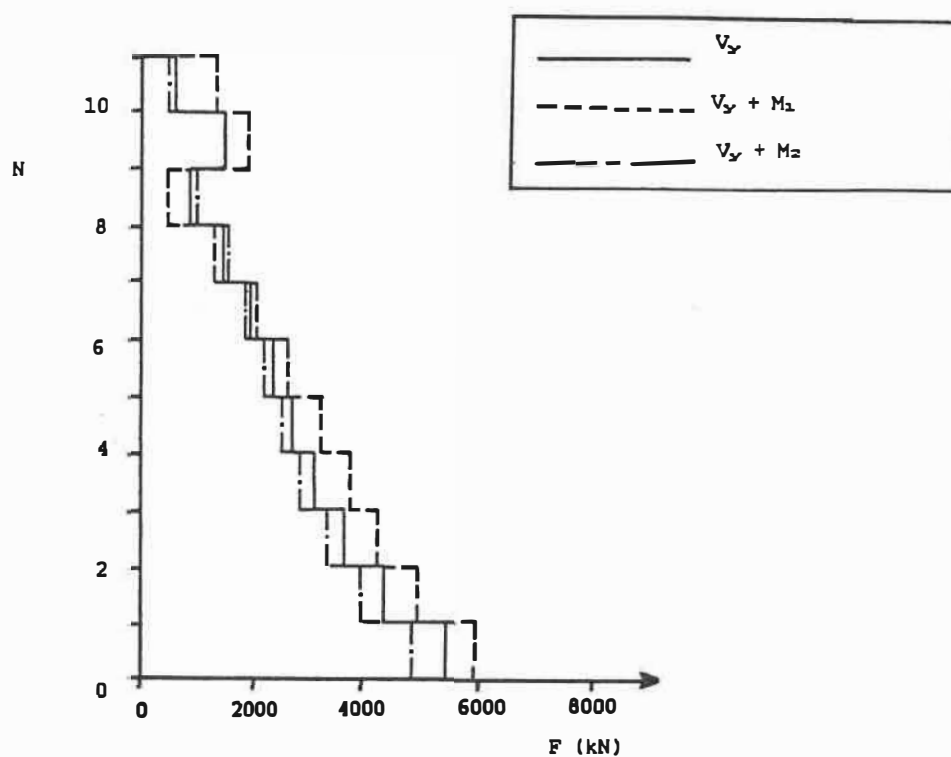




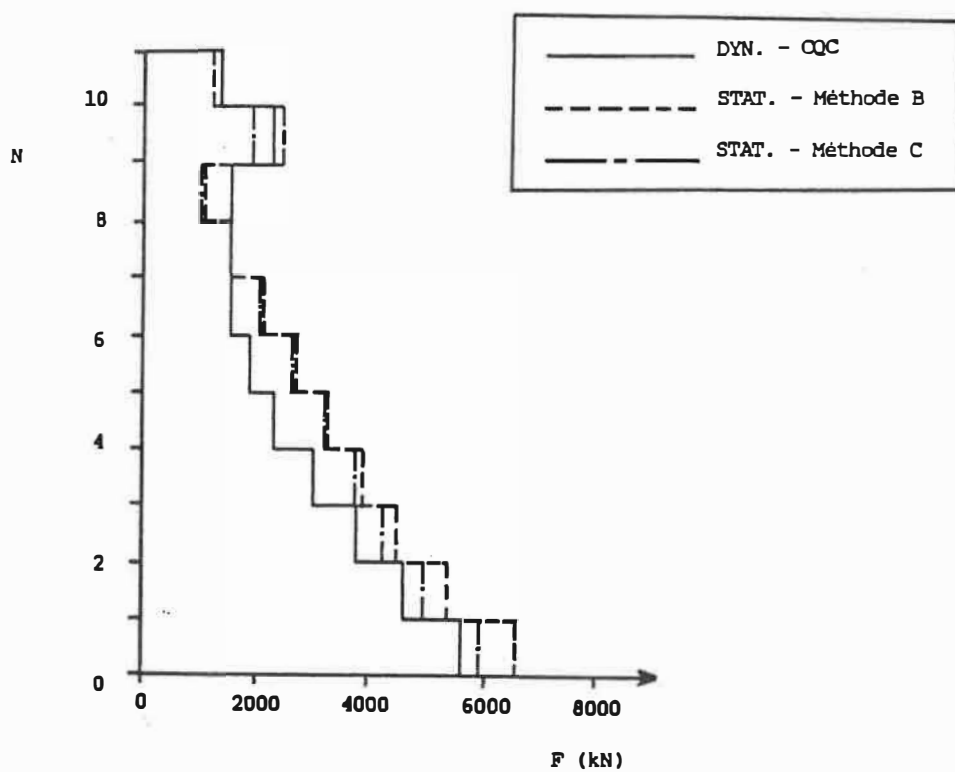
**Figure 5.48-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #6 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.



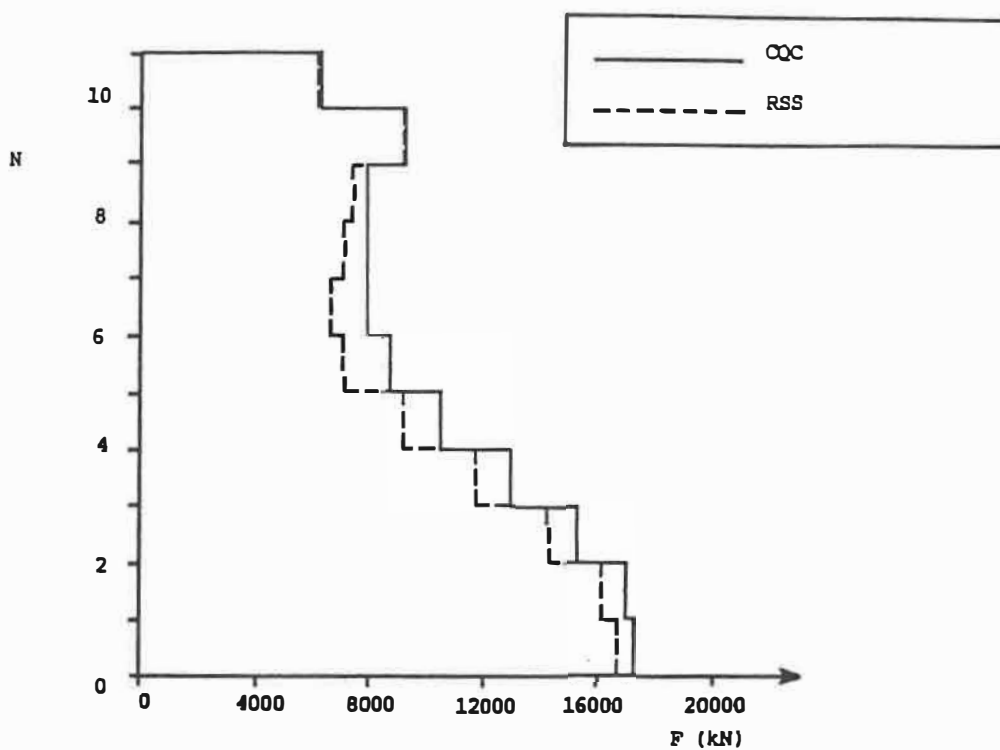
**Figure 5.49-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #6 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques.



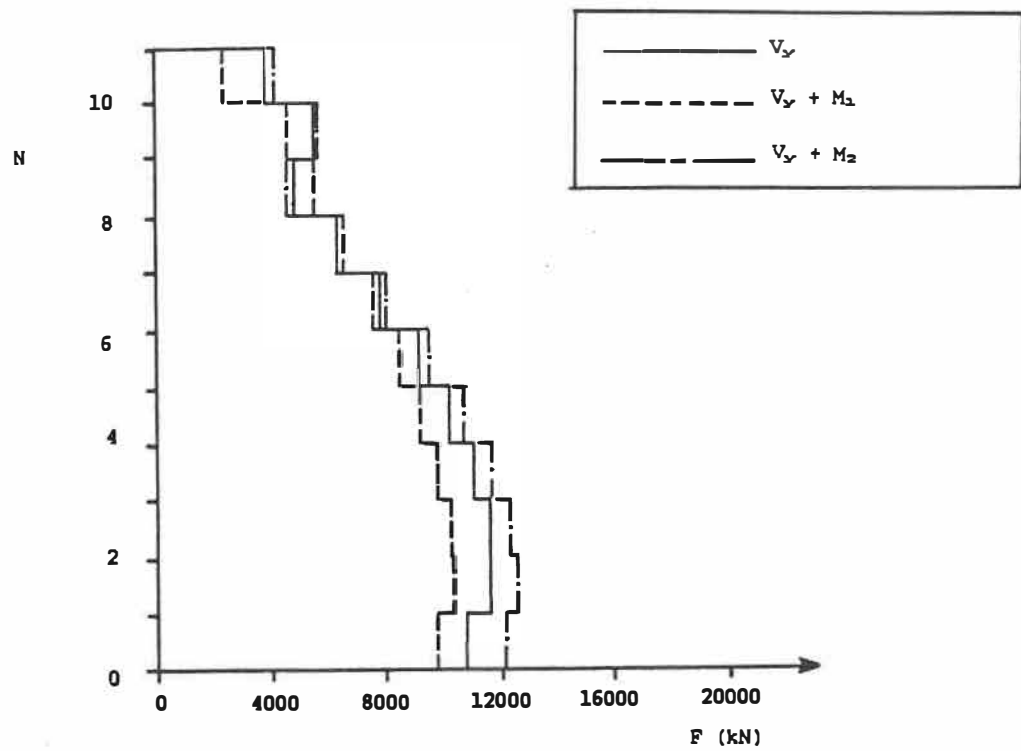
**Figure 5.50-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #10 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.



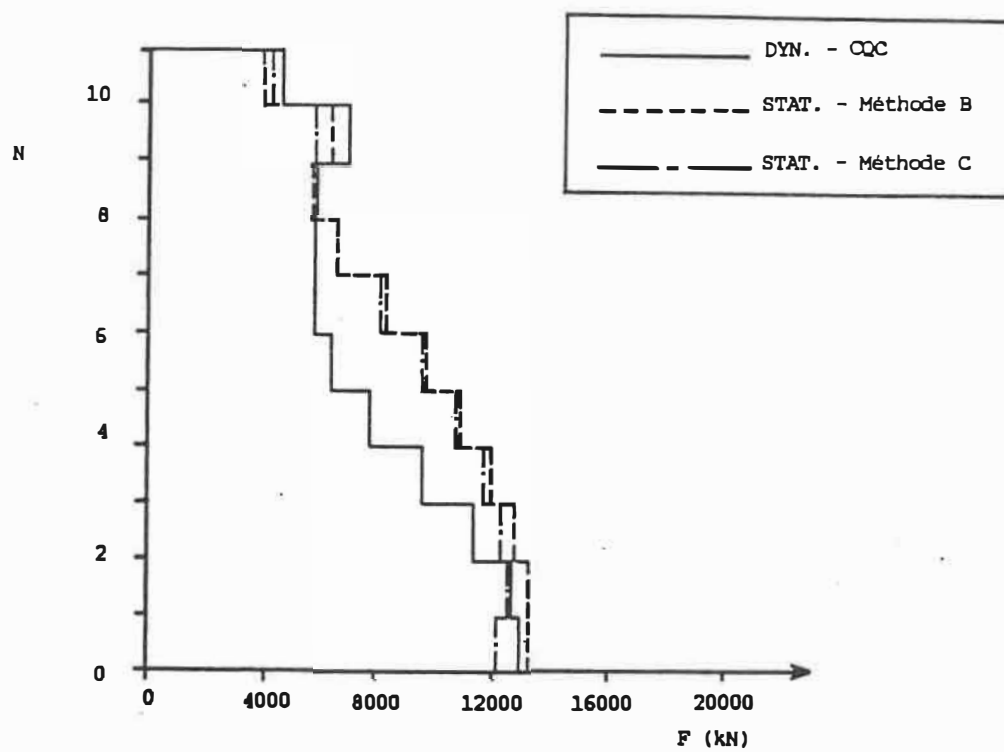
**Figure 5.51-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #10 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques.



**Figure 5.52-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses dynamiques.



**Figure 5.53-** Cisaillement dans la direction Y pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques utilisant la méthode C pour le calcul des excentricités.



**Figure 5.54-** Courbes enveloppes du cisaillement dans la direction Y pour l'élément #11 de l'exemple 3, provenant des analyses statiques et dynamiques.

### 5.7- DISCUSSION DES RESULTATS

La grande quantité de résultats présentés dans ce chapitre entraîne plusieurs commentaires. Nous tenterons, dans cette section, de synthétiser ces informations, et nous insisterons sur les conclusions importantes provenant des analyses effectuées.

Les périodes fondamentales des bâtiments, évaluées à l'aide de la formule du CNBC et à l'aide de l'analyse dynamique, sont présentées au tableau 5.25; ce tableau est un condensé des tableaux 5.9, 5.14, 5.16 et 5.18.

Comme on peut le voir, les résultats des deux analyses diffèrent. En effet, la première période du bâtiment de l'exemple 1, provenant de l'analyse dynamique, est de 21% supérieure à celle calculée selon les exigences du CNBC. Pour l'édifice de l'exemple 2, la différence entre les deux analyses est cependant minime (moins de 3%). Les périodes du bâtiment de l'exemple 3 comportent quelques différences: dans la direction X, la première période de l'analyse dynamique est supérieure à celle de l'analyse statique (32%), alors que dans la direction Y, la deuxième période de l'analyse dynamique est de 15% supérieure à celle calculée à l'aide de la formule du CNBC.

Pour les exemples étudiés, les périodes calculées à l'aide de l'analyse dynamique sont donc égales ou supérieures à celles calculées grâce aux exigences du CNBC. Il faut cependant remarquer que les



périodes calculées selon les exigences du CNBC sont indépendantes du degré d'excentricité du système étudié, ce qui n'est pas le cas pour les périodes calculées à l'aide de l'analyse dynamique. En effet, nous avons vu au chapitre trois que pour un modèle mono-étagé, la première période de l'analyse dynamique augmente légèrement lorsque le degré d'excentricité augmente (voir tableau 3.1).

Tableau 5.25- Périodes, selon les analyses statiques et dynamiques, pour chacun des exemples étudiés.

CAS	DIRECTION	T <sub>STAT</sub> (sec.)	T <sub>DYN</sub> (sec.)	T <sub>DYN</sub> / T <sub>STAT</sub>
exemple 1	Y	2,53	3,06	1,21
exemple 2	X	2,53	2,46	0,97
exemple 3	X	0,95	1,25	1,32
exemple 3	Y	0,81	0,93	1,15

Notons aussi que le CNBC tient compte des éléments non-structuraux dans l'évaluation de la période lorsqu'on utilise les méthodes d'évaluation empirique (équations 4.2 et 4.3), contrairement à l'analyse dynamique. Malgré tout, le fait que les périodes de l'analyse statique soient plus faibles rend l'analyse plus conservatrice. De plus, la variation des périodes calculées selon le CNBC affecte peu le calcul de  $V$  puisque le coefficient de réponse séismique  $S^*$  est évalué avec le radical de la période.

Le cisaillement global à la base des édifices présente aussi des différences notables entre les deux analyses. Le facteur  $\alpha$  du tableau

5.24 résume bien ces différences. L'analyse statique du bâtiment de l'exemple 1 produit un cisaillement à la base de 31% supérieur à celui de l'analyse dynamique, alors que les analyses de l'édifice de l'exemple 3, dans la direction Y, montrent une différence de 25%, en faveur de l'analyse dynamique cette fois. Néanmoins, les résultats des deux analyses pour les bâtiments des exemples 2 et 3, dans la direction X, entraînent peu de différences (moins de 10% entre les résultats).

Nous avons conclu, au chapitre 4, que les cisaillements à la base de modèles en deux dimensions varient sans comportement précis, lorsque les analyses statiques et dynamiques sont comparées, et ce principalement pour cinq raisons (voir section 4.5.3.2). Les mêmes remarques s'appliquent ici. On peut cependant ajouter que le cisaillement à la base calculé selon les exigences du CNBC est indépendant du degré d'excentricité, alors que nous avons prouvé, au chapitre 3, que le cisaillement à la base provenant de l'analyse dynamique diminue lorsque le degré d'excentricité augmente (voir à ce sujet les figures 3.5 et 3.6).

Le bâtiment de l'exemple 3 possède des excentricités dans les deux directions principales. Nous avons vu au chapitre trois que pour de tels systèmes, un cisaillement perpendiculaire à la direction de l'analyse est induit dans la structure, dans le cas des analyses dynamiques. Ce phénomène se répète ici (voir tableau 5.22 et 5.23): un cisaillement dans la direction X est induit pour l'analyse dans la direction Y, et vice-versa. Il est à noter que la valeur de ce

cisaillement est la même dans les deux directions (4159 kN): en effet, les équations 3.51 et 3.53, utilisées pour le calcul de ces forces, sont identiques. Pour la compréhension théorique du comportement dynamique d'une structure soumise à des charges latérales, cet effort supplémentaire ne doit pas être ignoré; néanmoins, en pratique, ce cisaillement n'est pas tellement important car la conception des éléments qu'il affecte sera contrôlée par l'analyse des charges dans une direction parallèle à ces éléments.

Le calcul de la position des centres de rigidité, illustrés aux figures 5.13 à 5.17, apporte aussi des conclusions intéressantes. Les centres de rigidité évalués selon la méthode de calcul A (utilisant les rigidités relatives des éléments à un niveau) varient uniquement lorsque les rigidités des éléments d'un niveau à l'autre subissent des changements; autrement, la position des centres de rigidité demeure constante. Les positions des centres de rigidité évalués selon la méthode B suivent sensiblement le même cheminement que ceux évalués à l'aide de la méthode A. Ils tendent à se rapprocher du centre de masse pour les exemples 1 et 2, aux niveaux inférieurs, alors qu'ils sont presque constants pour le bâtiment de l'exemple 3.

La méthode utilisant un modèle en deux dimensions (méthode C) comporte de fortes variations dans les positions des centres de rigidité, et ce pour tous les modèles. Plusieurs auteurs avaient déjà rapporté de telles oscillations des centres de rigidité, de part et d'autre des centres de masse (voir sections 2.3 et 2.4 de ce mémoire).

Ces fortes variations se produisent lorsqu'il y a perte de rigidité importante d'un des éléments résistants. De plus, lorsque le système est composé d'un agencement de murs et de cadres, les centres de rigidité aux niveaux inférieurs ont tendance à s'éloigner vers l'extérieur du bâtiment.

D'autre part, nous avons remarqué avec le bâtiment de l'exemple 2 que cette méthode de calcul n'est pas toujours applicable, car les forces latérales appliquées aux points calculés induisent alors des rotations. Pour des bâtiments possédant des éléments agissant dans la troisième dimension, sous les charges latérales, il devient alors préférable d'utiliser un modèle en trois dimensions pour le calcul de la position des centres de rigidité (méthode D).

La philosophie du CNBC pour le calcul des moments de torsion a été expliquée dans les derniers chapitres. L'excentricité de calcul est tout d'abord amplifiée pour le calcul de  $M_1$  (voir équation 4.17); cette opération est sensée augmenter l'effet du moment de torsion sur la structure. En deuxième lieu, l'excentricité de calcul est diminuée pour le calcul de  $M_2$  (voir équation 4.18); cette opération diminue l'effet du couplage flexion-torsion. Ces deux opérations sont nécessaires et distinctes car elles affectent des éléments différents.

Cette philosophie est applicable lorsque les centres de rigidité sont situés seulement d'un côté du centre de masse. Elle devient difficilement applicable lorsque les centres de rigidité oscillent de

part et d'autre du centre de masse, comme c'est le cas pour les méthodes C et D. Néanmoins, ces exigences du code ont été appliquées intégralement dans ce mémoire pour les centres de rigidité calculés à l'aide de ces deux méthodes; cette décision implique que l'effet de torsion global pour de tels systèmes est diminué. Pour illustrer ce phénomène, examinons les moments  $M_{1z}$  de la figure 5.18c. La structure est soumise à des moments positifs et négatifs qui ont été amplifiés par le biais des excentricités de calcul; l'effet de l'amplification est cependant diminué car les moments ne sont pas tous de même signe.

On serait tenté de croire que, pour les excentricité calculées à l'aide de la méthode C, l'effet des moments de torsion soient énormes sur la structure à cause de la valeur quelquefois très grande de certaines excentricités. Pourtant, il n'en est rien, à cause du phénomène d'oscillation des excentricités expliqué plus haut, qui tend à diminuer l'effet global de la torsion. On a illustré aux tableaux 5.11 à 5.13 les moments statiques résultants pour chacun de nos exemples, qui sont une addition algébrique de l'ensemble des moments de torsion à chaque niveau de la structure pour chaque analyse. On remarque, dans le cas du moment  $M_1$ , que la méthode A donne toujours des moments résultants plus élevés, alors que la méthode C donne des moments plus faibles. Pour le moment  $M_2$ , l'effet est inversé, sauf pour l'exemple 3.

Il est difficile de comparer ces moments résultants statiques aux moments résultants globaux de l'analyse dynamique, que l'on retrouve

aux tableaux 5.20 à 5.23, et qui sont résumés au tableau 5.26. Tout d'abord, les moments résultants de l'analyse dynamique sont en valeurs absolues puisqu'ils proviennent de la combinaison SRSS de chacune des contributions modales. Nous observons cependant aux tableaux 5.20 à 5.23 que les contributions modales des moments ne sont pas tous dans le même sens, comme en fait foi les changements de signe des moments de torsion observés dans ces tableaux. Les effets d'amplification et de diminution de l'effet de torsion que l'on retrouve distinctement dans l'analyse statique sont donc regroupés dans l'analyse dynamique.

Un autre facteur expliquant la différence entre les deux méthodes d'analyse provient du fait que certains effets tenus en compte dans une analyse ne le sont pas dans l'autre, et vice-versa. En effet, l'analyse dynamique telle qu'utilisée dans ce mémoire tient compte de l'excentricité réelle du système et de la proximité des périodes de celui-ci, mais ignore l'effet de l'excentricité accidentelle. L'analyse statique, de son côté, tient compte de l'excentricité réelle de la structure, mais tient compte aussi de l'excentricité accidentelle tout en ignorant l'effet de la proximité des périodes. Une façon de tenir compte de l'excentricité accidentelle pour l'analyse dynamique serait de déplacer le centre de masse en conséquence et d'effectuer l'analyse normalement.

**Tableau 5.26-** Moments de torsion globaux provenant de l'analyse dynamique et moments de torsion normalisés, pour chacun des exemples étudiés.

CAS	DIRECTION	$M_{DYN}$ (kN m)	$\alpha$	$\alpha * M_{DYN}$ (kN m)
exemple 1	Y	293000	1,31	384000
exemple 2	X	74000	0,90	67000
exemple 3	X	359000	0,95	341000
exemple 3	Y	364000	0,75	273000

D'autre part, plusieurs commentaires émergent des figures illustrant les efforts internes des éléments des bâtiments analysés (voir les figures 5.24 à 5.54). En premier lieu, les résultats des analyses dynamiques utilisant les méthodes de combinaisons QQC et SRSS sont semblables, sauf peut-être ceux de l'élément #11 de l'exemple 3, qui présentent de faibles différences (voir figure 5.43 et 5.52). Les deux méthodes donnent des résultats semblables lorsque les périodes translationnelles et torsionnelles non-couplées sont assez éloignées (voir le chapitre deux). Nous n'avons pas, pour les systèmes étudiés, évalué les périodes non-couplées; une étude des périodes couplées, que l'on retrouve aux tableaux 5.14, 5.16 et 5.18, peut cependant nous donner une bonne idée du comportement des systèmes. Comme on pouvait s'y attendre, les périodes translationnelles et torsionnelles des exemples 1 et 2 sont assez éloignées les unes des autres, alors que la période flexionnelle en Y pour l'exemple 3 est assez rapprochée de la

période torsionnelle (0,93 sec. vs 0,86 sec.).

Les analyse statiques utilisant les méthodes de calcul A et B présentent en général les efforts les plus grands. Il y a un facteur qui amplifie cet état de fait: lorsque qu'on applique uniquement les forces latérales aux centres de rigidité calculés à l'aide de ces méthodes, des moments de torsion supplémentaires sont induits dans la structure. Néanmoins, les analyses statiques utilisant l'une ou l'autre des méthodes de calcul d'excentricité donnent généralement des résultats assez semblables.

Analysons en premier lieu les résultats du bâtiment de l'exemple 1 (figures 5.24 à 5.32). En général, pour tous les éléments, l'effet de torsion à la base des éléments est faible. L'élément #1, représentant un cadre rigide, présente des efforts de cisaillement presque uniformes pour l'analyse dynamique. Les courbes enveloppes des analyses statiques effectuées sur cet élément sont assez semblables, mais différent grandement de l'analyse dynamique (voir figure 5.27). Les efforts sont en particulier énormément amplifiés dans le haut de l'édifice pour cet élément. Les analyses du mur (représenté par l'élément #2) montrent une croissance des efforts vers les niveaux inférieurs de l'édifice. Les différentes analyses statiques effectuées sont assez semblables entre elles, alors que le niveau des charges de l'analyse dynamiques est plus faible. Le décrochement n'a pas d'effet sur les résultats de l'analyse dynamique, alors qu'il entraîne une hausse du cisaillement dans le niveau supérieur pour les analyses



statiques. Le comportement des efforts est contradictoire dans le cas de l'élément #3 (figure 5.32): alors que le cisaillement augmente vers les niveaux inférieurs pour l'analyse dynamique, le comportement des efforts pour les analyse statiques est inversé.

Le décrochement de l'exemple 2 a de bien plus grands effets sur les efforts des deux noyaux. Ici encore, les différentes analyses statiques ont sensiblement le même comportement, avec une importante baisse du cisaillement, pour le noyau #1, dans les étages inférieurs au décrochement. Comme on peut le voir à la figure 5.33, l'effet torsionnel est relativement faible comparativement à l'effet flexionnel, à l'exception des étages inférieurs. Le comportement de l'analyse dynamique est assez semblable aux analyses statiques, sauf entre les niveaux 12 et 21. L'effet du décrochement est beaucoup moins accentué dans le cas de l'analyse dynamique. Pour le noyau #2, il existe encore très peu de différences entre les analyses statiques. Le niveau des charges de l'analyse dynamique est cependant plus faible, mais suit sensiblement le même cheminement.

Les résultats des analyses de l'exemple 3, dans la direction X, sont présentés aux figures 5.37 à 5.45. Les contreventements en acier sont représentés par les éléments #2 et #8. Le comportement du cisaillement pour ces éléments est semblable dans les deux cas: les résultats des analyses statiques sont presque identiques, alors que le niveau des charges de l'analyse dynamique est plus faible. La valeur des charges à la base est cependant semblables pour toutes les analyses

(voir figures 5.38 et 5.40). Les courbes enveloppes des noyaux étudiés (#9 et #11) montrent qu'ici les analyses statiques et dynamiques concordent assez bien (voir figures 5.42 et 5.45). Au niveau du décrochement, il se produit une brusque variation des efforts, aussi bien pour l'analyse dynamique que statique. Les mêmes commentaires s'appliquent pour les analyses en Y (voir figures 5.46 à 5.54).

## CHAPITRE 6

### CONCLUSION

Ce mémoire nous a permis de présenter les caractéristiques des analyses disponibles pour concevoir des bâtiments résistants et sécuritaires face aux charges séismiques. Nous avons insisté sur l'effet de ces charges sur les édifices dont les centres de masse et de rigidité ne coïncident pas. Malgré la possibilité d'effectuer des analyses dynamiques en trois dimensions, le concepteur ne doit pas perdre de vue qu'il doit éviter le plus possible de concevoir des structures dont les centres de rigidité et de masse sont éloignés.

Les étapes de l'analyse dynamique ont tout d'abord été présentées au chapitre trois. Des équations simples, développées pour un modèle mono-étagé, mais aussi applicables à des modèles plus complexes, sont maintenant disponibles et permettent d'évaluer les efforts globaux dynamiques (cisaillements à la base dans les deux directions et moment de torsion) d'un système asymétrique à plusieurs degrés de liberté.

Des études sur un modèle mono-étagé nous ont permis de confirmer que les propriétés dynamiques (périodes, masses généralisées, facteurs de participation) et les efforts globaux (cisaillements à la base dans les deux directions et moment de torsion) sont affectés par le degré d'excentricité du système à l'étude. Les périodes et les cisaillements à la base évalués à l'aide de l'analyse statique ne possèdent pas cette

dépendance.

D'autre part, il a été démontré que les analyses spectrales de bâtiments asymétriques demeurent assez simples à réaliser si l'ingénieur dispose d'un logiciel d'analyse dynamique acceptant les modèles en trois dimensions: dans ce cas, les effets du couplage flexion-torsion sont automatiquement pris en compte lorsque les contributions des modes couplés sont correctement combinées.

L'analyse statique, dont les exigences se retrouvent au sein du Code national du bâtiment du Canada (CNBC), a fait l'objet du chapitre 4. Les exigences du CNBC 1985 et du CNBC 1990 y ont été présentées, en insistant sur les nouveautés contenues dans le code de 1990: l'introduction d'un nouveau coefficient de réduction de la force ( $R$ ), qui remplace le facteur  $K$  du CNBC 1985, et l'évaluation directe du cisaillement à l'état limite ultime. Le niveau des charges du CNBC 1985 a généralement été conservé dans la version 1990 pour la plupart des principaux systèmes structuraux.

La principale difficulté de l'analyse statique des bâtiments asymétriques est l'évaluation de la position des centres de rigidité de ce type d'édifice. Malheureusement, le code ne spécifie pas de méthode pour évaluer ces positions. Nous avons vu qu'il n'existe pas de consensus sur la définition et la méthode de calcul des centres de rigidité: nous avons étudié dans ce mémoire quatre méthodes différentes basées sur deux concepts distincts. Les analyses sur les bâtiments

réels du chapitre 5 nous permettent cependant de tirer deux principales conclusions au sujet de ces méthodes. En premier lieu, aucune des méthodes présentées dans ce mémoire ne s'applique à tous les cas de bâtiments asymétriques, à part celles utilisant un modèle mathématique tridimensionnel. Chacune des méthodes proposée dans la littérature comporte donc des limites. Deuxièmement, malgré les différences entre les méthodes de calcul, la variation des efforts internes des éléments résistants d'une structure soumise aux exigences du CNBC, et utilisant l'une ou l'autre des méthodes, est assez minime fort heureusement.

L'étude de la variation des cisaillements à la base provenant des analyses statiques et dynamiques, sur des modèles en deux et trois dimensions, confirment que ces deux analyses ne sont pas compatibles sur ce point.

D'autres études, concernant la variation des efforts internes dans les murs et les cadres de bâtiments asymétriques sous les analyses statiques et dynamiques normalisées, nous apportent aussi des conclusions intéressantes. Comme nous l'avons rapporté plus haut, les analyses statiques donnent la plupart du temps des résultats semblables, et ce quelque soit la méthode de calcul des excentricités utilisée. Les efforts internes dans les murs sont semblables pour les analyses statiques et dynamiques, sauf dans certains cas à proximité des décrochements. Pour les cadres, les efforts internes provenant des analyses statiques sont supérieurs à ceux provenant des analyses dynamiques, principalement aux niveaux supérieurs des édifices.

Ce mémoire, tout comme d'autres publications, démontre que le CNBC possède des lacunes au niveau de l'évaluation des surcharges sismiques dans le cas de bâtiments irréguliers. Le code devrait, en premier lieu, proposer une méthode de calcul des centres de rigidité pour que la méthode statique soit crédible dans l'analyse de bâtiments asymétriques. D'autre part, ce type de bâtiments devrait prioritairement être analysé à l'aide de l'analyse dynamique: le code devrait fournir aux concepteurs les étapes complètes et détaillées de cette analyse.

Pour la conception efficace de bâtiments irréguliers résistants aux charges latérales, les séquences suivantes devraient être suivies:

- 1- Elaboration du modèle tridimensionnel du bâtiment à analyser;
- 2- Construction du spectre de réponse adapté au site en question;
- 3- Calcul du cisaillement à la base statique du bâtiment selon les exigences du CNBC;
- 4- Analyse dynamique proprement dite du modèle à l'aide d'un logiciel d'analyse;
- 5- Calcul du cisaillement à la base dynamique du bâtiment à l'aide des équations développées au chapitre 3;
- 6- Normalisation des efforts par rapport au cisaillement à la base statique;
- 7- Conception des éléments sous les charges calculées.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

ALI, M.M. (1987). "Influence of architectural configuration on seismic response of buildings", Proc. 5th Canadian Conf. Earthq. Eng., Ottawa, 1987, pp. 171-179.

ASSOCIATE COMMITTEE ON THE NATIONAL BUILDING CODE (1941, 1953, 1960, 1965, 1970, 1975, 1977, 1980). "National Building Code of Canada", National Research Council of Canada, Ottawa.

AWAD, A.M., HUMAR, J.L. (1984). "Dynamic response of buildings to ground rotational motion", Can. J. Civ. Eng., vol.11, pp.48-56.

BELIVEAU, J.-G., KNOLL, F., MITCHELL, D., REDWOOD, R.G., TINAWI, R. (1980). "Earthquake resistant design of building structures", Lecture notes of a two-day workshop, The Montreal structural engineers, Montréal.

BIGGS, J.M., HANSEN, R.J., HOLLEY, M.J. (1977). "On methods of Structural Analysis and Design for Earthquake", Structural and Geotechnical mechanics, Prentice-Hall, 1977, pp. 91-101.

BLUME, J.A., NEWMARK, N.M., CORNING, L.H. (1961). "Design of Multistorey Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions", Portland Cement Association, Chaicago, Illinois.

CHANDLER, A.M., HUTCHINSON, G.L. (1987). "Evaluation of code torsional provisions by a time history approach", Earthquake eng. struct. dyn., vol.15, pp.491-516.

CHEUNG, V.W.-T., TSO, W.K. (1986-I). "Eccentricity in irregular multistory buildings", Can. J. Civ. Eng., vol. 13, pp.46-52.

CHEUNG, V.W.-T., TSO, W.K. (1986-II). "Eccentricity in irregular multistory buildings: Reply", Can. J. Civ. Eng., vol. 13, p.770.

CHEUNG, V.W.-T., TSO, W.K. (1987). "Limitation of codified torsional provisions", Proc. 5th Canadian Conf. Earthq. Eng., Ottawa, 1987, pp.731-737.

CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. (1975). "Dynamics of structures", McGraw-Hill Inc., New York, 634 p.

COMITE ASSOCIE DU CODE NATIONAL DU BATIMENT (1985). "Code National du Bâtiment du Canada", Conseil national de recherches du Canada, Ottawa.

COMITE ASSOCIE DU CODE NATIONAL DU BATIMENT (1990). "Code National du Bâtiment du Canada", Conseil national de recherches du Canada, Ottawa.

COMITE ASSOCIE DU CODE NATIONAL DU BATIMENT (1985). "Supplément du Code National du Bâtiment du Canada", Conseil national de recherches du Canada, Ottawa.



GREEN, N.B. (1987). "Earthquake resistant building design and construction", 3rd edition, Elsevier Science Publishing Co., New York.

HEIDEBRECHT, A.C. (1979). "Earthquake codes and design in Canada", Proc. 3rd Canadian Conf. Earthq. Eng., Montréal, 1979, pp.575-608.

HEIDEBRECHT, A.C., BASHAM, P.W., RAINER, J.H., BERRY, M.J. (1983). "Engineering applications of new probabilistic seismic ground-motion maps of Canada", Can. J. Civ. Eng., vol. 10, pp. 670-680.

HEIDEBRECHT, A.C., IRWIN, A.W. (1971). "Dynamic behaviour of coupled shear wall structures", Proc. 1st Canadian Conf. Earthq. Eng., Vancouver, 1971, pp.236-251.

HEIDEBRECHT, A.C., TSO, W.K. (1985). "Seismic loading provision changes in National Building code of Canada 1985", Can. J. Civ. Eng., vol. 12, pp.653-660.

HUMAR, J.L. (1984). "Design for seismic torsional forces", Can. J. Civ. Eng., vol. 11, pp. 150-163.

HUMAR, J.L., AWAD, A.M. (1983). "Design for seismic torsional forces", Proc. 4th Canadian Conf. Earth. Eng., Vancouver, 1983, pp.251-260.

KAN, C.L., CHOPRA, A.K. (1977-II). "Elastic earthquake analysis of torsionally coupled multistorey buildings", Earthquake eng. struct. dyn., vol. 5, pp.395-412.

MAISON, B.F., NEUS, C.F. (1983). "The comparative performance of seismic response spectrum combination rules in building analysis", *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, vol.11, pp.623-647.

MITCHELL, D., ADAMS, J., DEVAL, R.H., LO, R.C., WEICHERT, D. (1986). "Lessons from the 1985 Mexican earthquake", *Can. J. Civ. Eng.*, vol. 13, pp. 535-557.

MITCHELL, D., PAULTRE, P. (1989). "Earthquake resistant design code changes and future trends", *Conférence des Ingénieurs en Structures de Montréal*.

OTANI, S., UZUMERI, S.M. (1977). "Dynamic analysis of an unsymmetrical high rise building: Discussion", *Can. J. Civ. Eng.*, vol.4, p.118.

PICARD, A. (1979). "Systèmes de résistance aux forces latérales dans les charpentes d'acier", *Compte-rendu de la troisième conférence canadienne sur le génie séismique, Montréal, 1979*, pp.779-809.

PEKAU, O.A., GORDON, H.A. (1980). "Coupling of torsional - translational response of buildings during earthquakes", *Can. J. Civ. Eng.*, vol.7, pp.282-293.

PEKAU, O.A., RUTEMBERG, A. (1987). "Evaluation of the torsional provisions in the 1985 NBCC", *Proc. 5th Canadian Conf. Earth. Eng.*, Ottawa, 1987, pp.739-746.

POIRIER, C., POMO, B. (1987). Etude séismique du 2020 rue Université à Montréal", projet de fin de session, cours analyse dynamique avancée des structures, Ecole Polytechnique, Montréal.

RADY, M.A., HUTCHINSON, G.L. (1988). "Evaluation of dynamic eccentricities obtained using a probabilistic approach, response spectrum methods and modern building codes", Earthquake eng. struct. dyn., vol.16, pp.275-291.

RAINER, J.H. (1987). "Force reduction factors for the seismic provisions of the National Building Code of Canada", Can. J. Civ. Eng., vol. 14, pp.447-454.

ROSENBLUETH, E., NEWMARK, N.M. (1971). "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice-Hall inc., 640 p.

RUTENBERG, A., HEIDEBRECHT, A.C. (1985). "Rotational ground motion and seismic codes", Can. J. Civ. Eng., vol.12, pp.583-592.

RUTENBERG, A., HEIDEBRECHT, A.C. (1985). "Response spectra for torsion, rocking and rigid foundations", Earthquake eng. struct. dyn., vol. 13, pp.543-557.

RUTENBERG, A., PEKAU, O.A. (1983). "Earthquake response of asymmetric buildings: a parametric study", Proc. 4th Canadian Conf. Earth. Eng., Vancouver, 1983, pp.271-281.

RUTENBERG, A., TSO, W.K., HEIDEBRECHT, A.C. (1977). "Dynamic properties of asymmetric wall-frame structures", Earthquake eng. struct. dyn., vol.5, pp.41-51.

SIMARD, C. (1985). "Etude des changements au calcul séismique pour le Code National du bâtiment de 1985", mémoire de maîtrise, département de génie civil, Ecole Polytechnique, Montréal.

SYAMAL, P.K., PEKAU, O.A. (1985). "Dynamic response of bilinear asymmetric structures", Earthquake eng. struct. dyn., vol.13, pp.527-541.

STAFFORD SMITH, B., VEZINA, S. (1985). "Evaluation of centres of resistance in multistorey building structures", Proc. Instn Civ. Engrs, Part 2, vol. 79, pp.623-635.

STAFFORD SMITH, B., VEZINA, S. (1986). "Eccentricity in irregular multistory buildings: Discussion", Can. J. Civ. Eng., vol.13, p.769.

THIBEAULT, N., TINAWI, R. (1986). "Analyse spectrale du logiciel ALDYNA", rapport technique, département de génie civil, Ecole Polytechnique, Montréal.

THIBEAULT, N., TINAWI, R. (1986). "Création d'un modèle pour le logiciel ALDYNA", rapport technique, département de génie civil, Ecole Polytechnique, Montréal.

TINAWI, R. (1987). "Eléments de calcul dynamique des structures", 4ième édition, Ecole Polytechnique de Montréal.

TINAWI, R., SIMARD, C. (1984). "Solutions to seismic problems in practice using interactive graphics for the new canadian zoning map", Computer solution technique workshop, Vancouver.

TINAWI, R. VACHON, G. (1987). "Seismic analysis of eccentric buildings - An evaluation of existing techniques", Proc. 5th Canadian Conf. Earth. Eng., Ottawa, 1987, pp.201-210.

TSO, W.K. (1975). "Induced torsional oscillations in symmetrical structures", Earthquake eng. struct. dyn., vol.3, pp.337-346.

TSO, W.K. (1982). "A proposal for the compatibility of static and dynamic seismic base shear provisions of the National Building Code", Can. J. Civ. Eng., vol. 9, pp. 308-312.

TSO, W.K. (1983). "A proposal to improve the static torsional provisions for the National Building Code of Canada", Can. J. Civ. Eng., vol.10, pp.561-565.

TSO, W.K. (1990). "Static eccentricity concept for torsional moment equations", ASCE, Journal of Structural Engineering, vol.116, no.5, pp.1199-1212.

TSO, W.K., ASMIS, K.G. (1971). "Torsional vibration of symmetrical structures", Proc. 1st Canadian Conf. Earth. Eng., Vancouver, 1971, pp.178-186.

TSO, W.K., BERGMANN, R. (1976). "Dynamic analysis of an unsymmetrical high rise building", Can. J. Civ. Eng., vol. 3, pp.107-118.

TSO, W.K., BERGMANN, R. (1977). "Dynamic analysis of an unsymmetrical high rise building: Reply", Can. J. Civ. Eng., vol. 4, pp.121.

TSO, W.K., DEMPSEY, K.M. (1980). "Seismic torsional provisions for dynamic eccentricity", Earthquake eng. struct. dyn., vol.8, pp.275-289.

TSO, W.K., HEIDEBRECHT, A.C., CHERRY, S. (1983). "Canadian seismic code provisions beyond 1985." Proc. 4th Canadian Conf. Earth. Eng., Vancouver, 1983.

TSO, W.K., HSU, T.-I. (1978). "Torsional spectrum for earthquake motions", Earthquake eng. struct. dyn., vol.6, pp.375-382.

TSO, W.K., MENG, V. (1982). "Torsional provisions in building codes", Can. J. Civ. Eng., vol.9, pp.38-46.

TSO, W.K., SADEK, A.W. (1983). "Inelastic response of eccentric structures", Proc. 4th Canadian Conf. Earth. Eng., Vancouver, 1983.

VEZINA, S. (1983). "Analysis of asymmetric structures", M.Eng. report, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal.

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL



3 9334 00290901 6