UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

SIMULATIONS ET ÉTUDE THÉORIQUE SUR LE MOYENNAGE TEMPOREL AVEC VACILLEMENT

par

François Lippens

INSTITUT DE GÉNIE BIOMÉDICAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION

DU GRADE DE MAÎTRE ES SCIENCES APPLIQUEES (M.Sc.A.)

Juin 1989

© François Lippens 1989

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Canadian Theses Service
Service des thèses canadiennes

Ottawa, Canada
K1A 0N4

The author has granted an irrevocable non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of his/her thesis by any means and in any form or format, making this thesis available to interested persons.

L'auteur a accordé une licence irrévocable et non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de sa thèse de quelque manière et sous quelque forme que ce soit pour mettre des exemplaires de cette thèse à la disposition des personnes intéressées.

The author retains ownership of the copyright in his/her thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without his/her permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège sa thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

ISBN 0-315-58119-0

Canada

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE

Ce mémoire intitulé:

SIMULATIONS ET ÉTUDE THÉORIQUE

SUR LE MOYENNAGE TEMPOREL AVEC VACILLEMENT

présenté par : François Lippens

en vue de l'obtention du grade de: M.Sc.A.

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. Robert LeBlanc, D.Sc.A., président

M. Jacques de Guise, Ph.D.

M. Pierre Savard, Ph.D.

À Claudine

SOMMAIRE

Ce travail étudie l'effet du vacillement de l'alignement dans le moyennage temporel d'un signal périodique comprenant une composante aléatoire. Le moyennage d'un signal triangulaire perturbé par un bruit rouge représentant un électrocardiogramme a donné des résultats cohérents avec la théorie connue pour la technique d'alignement par seuil qui prédit le niveau de vacillement en fonction du bruit. Le même type de signal fut utilisé afin de mettre au point une approche empirique permettant de prévoir la forme des fonctions de vacillement pour la technique d'alignement par filtrage adapté. Pour les deux techniques d'alignement, les fonctions de vacillement se rapprochent suffisamment d'une distribution gaussienne pour permettre de quantifier l'effet de filtrage passe-bas dû au vacillement à partir de l'écart-type des fonctions de vacillement (σ) avec une marge d'erreur de 5% ($f_{coupure} = 133/\sigma$). Deux techniques de calcul théorique des fonctions de vacillement pour la méthode d'alignement par filtrage adapté furent aussi développées. Les difficultés et les avantages propres à chacune d'elle sont exposés. Enfin, on décrit un effet inédit du moyennage selon lequel la performance du moyennage diminue lorsqu'il est effectué avec la technique d'alignement par filtrage adapté en utilisant un gabarit bruyant.

ABSTRACT

The effect of jitter in the temporal averaging of a periodic signal including a random component was investigated. Simulations performed with an idealized electrocardiographic signal composed of a triangular waveform disturbed by red noise showed results that corresponded well with those of the known theoretical equations for the threshold detector and which predicts jitter levels with respect to noise levels. The same model was used to empirically predict the morphology of the jitter function obtained using matched filter alignment. The jitter functions of the two alignment techniques were sufficiently close to a gaussian distribution so that the cut-off frequency of the low-pass filter effect due to the jitter (standard deviation = σ) could be calculated with a precision of 5 % ($f_{cut-off} = 133/\sigma$). Two theoretical methods for calculating the jitter functions of the matched filter alignment technique were developped. Their advantages and drawbacks are described. Finally, we show that temporal averaging encounters an unforeseen performance degradation when it is done with matched filter alignment using a noisy template.

REMERCIEMENTS

J'aimerais d'abord remercier avec gratitude mon directeur, le Docteur Pierre Savard, pour son assistance jamais démentie. Son instinct de chercheur et ses efforts consacrés ont su éclairer les pistes que j'ai parcourues jusqu'au terme de ce projet.

J'exprime aussi ma très grande reconnaissance aux confrères de travail notamment : Stéphane Massé, Bernard Soucy, Diane Joly, Michel Lorange, Bruno Dubé, Gaétan Tremblay, Guy Bonneau, Denis Derome, Rénald Lemieux, Kader Mokhrane et André Beauchemin. Chacun avec son grain de sel a su donner plus de saveur à ce séjour d'un an et demie à l'hôpital Sacré-Coeur.

Je désire enfin remercier ma famille, ma belle-famille et mes amis pour m'avoir soutenu et encouragé. Ce travail a été subventionné par la Fondation des Maladies du Coeur.

TABLE DES MATIERES

SOMMAIRE iv

ABSTRACT v

REMERCIEMENTS vi

LISTE DES FIGURES x

LISTE DES TABLEAUX xiii

CHAPITRE 1: INTRODUCTION 1

CHAPITRE 2: REVUE BIBLIOGRAPHIQUE 5

2.1 - Le moyennage temporel 5

2.2 - Les techniques d'alignement temporel 9

2.2.1 - Alignement par seuil simple 12

2.2.2 - Alignement par filtrage adapté 14

2.2.3 - Autres techniques d'alignement 15

2.3 - Le vacillement 16

2.3.1 - Effets du vacillement 17

2.3.2 - Causes du vacillement 19

2.3.3 - Evaluation du vacillement 24

CHAPITRE 3: CALCUL THEORIQUE DE LA FONCTION DE VACILLEMENT POUR L'ALIGNEMENT PAR FILTRAGE ADAPTE 31

3.1 - Definition du problème 31

3.2 - Calcul des paramètres 32

3.3 - Calcul de la fonction de vacillement 36

3.3.1 - Méthode des probabilités conditionnelles 38

3.3.2 - Intégration par rotation du système de référence 50

CHAPITRE 4: CARACTERISATION DE LA FONCTION DE VACILLEMENT PAR SIMULATIONS 59

4.1 - Modélisation de l'ECG 61

4.1.1 - Modélisation du bruit musculaire 61

4.1.2 - Génération du bruit 64

4.1.3 - Modélisation de la composante périodique 69

4.2 - Méthode de simulation 71

4.2.1 - Méthode de simulation avec alignement par seuil 74

4.2.2 - Méthode de simulation avec alignement par filtrage adapté 77

4.3 - Influence du snr et de d sur les fonctions de vacillement 79

4.3.1 - Seuil 79

4.3.2 - Filtrage adapté 81

4.4 - Sensibilité des fonctions de vacillement au spectre du bruit 84

4.5 - Comparaison des fonctions de vacillement théorique et simulée 90

4.5.1 - Seuil 92

4.5.2 - Filtrage adapté 95

4.6 - Fonction caractéristique 95

4.6.1 - Seuil 98

4.6.2 - Filtrage adapté 99

4.7 - Discussion 104

CHAPITRE 5: EFFET PLASTIQUE 106

5.1 - Bruit blanc 106

5.1.1 - Méthode 106

5.1.2 - Résultats 107

5.2 - Bruit rouge 114

5.2.1 - Méthode 114

5.2.2 - Résultats 119

5.3 - Discussion 122

CHAPITRE 6: DISCUSSION ET CONCLUSION 126

BIBLIOGRAPHIE 130

APPENDICE 1 - Calcul d'erreur sur l'estimation de la variance des fonctions de vacillement 137

APPENDICE 2 - Calcul de la marge d'erreur sur les fonctions de vacillement simulées 138

APPENDICE 3 - Approximation des distributions cumulatives gaussiennes 139

APPENDICE 4 - Liste des principaux programmes 140

APPENDICE 5 - Repertoire d'utilisation des programmes de l'appendice 4 143

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE 2: REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

FIGURE 2.1 : Jalonnement des fenêtres de moyennage 6

FIGURE 2.2 : Moyennage temporel 8

FIGURE 2.3 : Alignement temporel 11

FIGURE 2.4 : Techniques d'alignement temporel 13

FIGURE 2.5 : Moyennage avec vacillement 18

FIGURE 2.6 : Les fonctions caractéristiques ou fonctions de transfert des filtres passes-bas associés processus de moyennage avec vacillement 20

FIGURE 2.7 : Fonctions de densité spectrale de puissance de l'ECG 22

CHAPITRE 3: CALCUL THEORIQUE DE LA FONCTION DE VACILLEMENT POUR L'ALIGNEMENT PAR FILTRAGE ADAPTE

FIGURE 3.1 : Fonctions d'autocorrélation calculée et théorique du bruit de la fonction de détection 37

FIGURE 3.2 : Echantillons de la fonction de détection autour du maximum avec leur distribution de probabilité 40

FIGURE 3.3 : Algorithme de la méthode des probabilités conditionnelles 46

FIGURE 3.4 : Norme de la matrice inversée en fonction de la valeur de la diagonale de la matrice de covariance 49

FIGURE 3.5 : Comparaison des fonctions de vacillement théorique et simulée pour la technique de filtrage adapté 49

FIGURE 3.6 : Illustration de la méthode d'intégration par la rotation du système de référence dans le plan 51

FIGURE 3.7 : Algorithme de la méthode de rotation du système de référence 57

CHAPITRE 4: CARACTERISATION DE LA FONCTION DE VACILLEMENT PAR SIMULATIONS

FIGURE 4.1 : Diagramme synoptique de la méthode de simulation 60

FIGURE 4.2 : Fonction de densité spectrale de puissance du bruit généré par un "shaping filter" passe-bande 70

FIGURE 4.3 : Modèles du signal et de la composante périodique 72

FIGURE 4.4 : Diagramme fonctionnel général des simulations 72

FIGURE 4.5 : Algorithme de simulation pour la méthode d'alignement par seuil 75

FIGURE 4.6 : Algorithme de simulation pour la méthode d'alignement par filtrage adapté 80

FIGURE 4.7 : Déviation standard des fonctions de vacillement pour la méthode d'alignement par seuil en fonction du rapport signal-bruit 82

FIGURE 4.8 : Déviation standard des fonctions de vacillement pour la méthode d'alignement par filtrage adapté en fonction du rapport signal-bruit 85

FIGURE 4.9 : Influence de la fréquence de coupure haute de la bande passante du bruit sur la déviation standard de la fonction de vacillement 88

FIGURE 4.10 : Comparaison entre les courbes de déviation standard des fonctions de vacillement du bruit blanc à bande limitée avec celles du bruit rouge 89

FIGURE 4.11 : Comparaison entre la fonction de vacillement simulée avec la méthode d'alignement par seuil et une distribution normale ainsi qu'avec la fonction de Johannesma 94

FIGURE 4.12 : Comparaison entre la fonction de vacillement simulée avec la méthode d'alignement par filtrage adapté et une distribution normale 97

FIGURE 4.13 : Fréquence de coupure de l'effet de filtrage passe-bas du moyennage avec vacillement en fonction du snr. - méthode d'alignement par seuil 101

FIGURE 4.14 : Fréquence de coupure de l'effet de filtrage passe-bas du moyennage avec vacillement en fonction du snr. - méthode d'alignement par filtrage adapté 103

CHAPITRE 5: EFFET PLASTIQUE

FIGURE 5.1 : Algorithme des simulations évaluant la performance du moyennage d'un signal perturbé par un bruit blanc 108

FIGURE 5.2 : Effet de la référence sur le moyennage du signal avec bruit blanc 109

FIGURE 5.3 : Performance du moyennage 111

FIGURE 5.4 : Effets de la morphologie du signal et de l'utilisation d'autres techniques de moyennage 113

FIGURE 5.5 : Algorithme des simulations évaluant la performance du moyennage d'un signal perturbé par un bruit rouge 115

FIGURE 5.6 : Diagramme synoptique de l'utilisation des battements pour le calcul des trois types de déviation standard 117

FIGURE 5.7 : Résultats de l'algorithme de la section 5.2 avec un signal triangulaire additionné de bruit blanc 120

FIGURE 5.8 : Courbes illustrant la performance du moyennage avec bruit rouge pour un snr = 10 121

FIGURE 5.9 : Effet de la bande passante du bruit rouge sur les courbes du rapport signal-bruit du signal moyen en fonction du nombre de battements 123

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 4: CARACTERISATION DE LA FONCTION DE VACILLEMENT PAR SIMULATIONS

TABLEAU 4.1 : Déviation standard (msec) des fonctions de vacillement avec seuil pour trois largeurs de modèle de complexe QRS 83

TABLEAU 4.2 : Déviation standard (msec) des fonctions de vacillement avec filtrage adapté pour trois largeurs de modèle de complexe QRS 86

TABLEAU 4.3 : Sensibilité des fonctions de vacillement à la fréquence de coupure basse du modèle de bruit 91

TABLEAU 4.4 : Tests de normalité sur les fonctions de vacillement des simulations avec méthode d'alignement par seuil 93

TABLEAU 4.5 : Test de comparaison des fonctions de vacillement des simulations avec alignement par seuil avec les distributions de Johannessma correspondantes 93

TABLEAU 4.6 : Test de normalité sur les fonctions de vacillement simulées 96

TABLEAU 4.7 : Fréquence de coupure (Hz) du filtrage passe-bas dû au moyennage en fonction du rapport signal-bruit (seuil) 100

TABLEAU 4.8 : Fréquence de coupure (Hz) du filtrage passe-bas dû au moyennage en fonction du rapport signal-bruit (filtrage adapté) 102

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Au début des années 1970, de minuscules déflexions de l'ordre de quelques μVolts causées par l'activité du faisceau de His furent décelées dans l'électrocardiogramme (ECG). Grâce aux techniques de traitement de signal, on réussit alors à détecter ces micro-potentiels malgré un bruit d'amplitude plusieurs fois supérieure (Berbari et al., 1973, Flowers et Horan, 1973).

Les potentiels tardifs sont caractérisés, à l'instar des déflexions du faisceau de His, par une amplitude très faible et un contenu fréquentiel élevé. Il sont situés immédiatement après le complexe QRS et ils proviendraient d'une activité électrophysiologique anormale générée au voisinage d'une région nécrosée du myocarde ventriculaire. Pour les détecter, on traite l'ECG d'un patient en rythme sinusal à l'aide des techniques d'ECG haute-résolution.

A cause de la signification des potentiels tardifs et des conditions d'enregistrement peu risquées, on entrevoit pour ces derniers une grande utilité comme moyen de diagnostic de la susceptibilité à la tachycardie ventriculaire. Dans une étude de Breithardt et al. (1983), 70% des patients chez lesquels furent dénotés des potentiels tardifs présentaient des tachycardies ventriculaires. Toutefois, 30% des patients de la même étude sur lesquels on ne pû déceler de potentiels tardifs se trouvaient également affectés de

tachycardies. D'autre part, des études cliniques ont montré que les patients présentant des potentiels tardifs après un infarctus du myocarde avaient de 6 à 24 fois plus de chances de souffrir de troubles du rythme sérieux au cours de l'année suivant cet infarctus que ceux qui n'en présentaient pas (Gomes et al., 1987, Kuchar et al., 1987). La présence des potentiels tardifs et l'apparition des tachycardies ventriculaires semblent donc liées intimement même si ces deux facteurs ne sont pas correlés de façon absolue.

Le moyennage temporel demeure actuellement la technique la plus populaire pour déceler les micro-potentiels. On profite du caractère périodique de l'ECG pour appliquer cette technique. La première étape du moyennage, la plus critique, consiste à distinguer les battements les uns des autres. Pour ce faire, il faut détecter chacun des battements de rythme sinusal normal et estimer un temps de référence aussi stable que possible. Ce temps peut correspondre, par exemple, à l'instant où le signal franchit un seuil, ou au temps correspondant au maximum du signal de sortie d'un filtre adapté. Dans la dernière étape, on calcule la moyenne des battements.

Plusieurs facteurs peuvent introduire des fluctuations dans l'estimation du temps de référence. Ces fluctuations portent le nom de vacillement. On peut se représenter le temps de référence comme une variable aléatoire à laquelle correspond une fonction de densité de probabilité appelée fonction de vacillement. Le vacillement altère le moyennage en agissant comme un filtre passe-bas sur le signal moyen.

Parce que le signal recherché est riche en hautes fréquences, il y a tout lieu de croire que l'effet du vacillement entraîne un impact non négligeable en ce qui concerne la détection des potentiels tardifs.

Il apparaît fort plausible que les limitations qui ressortent des études cliniques soient dûes, au moins en partie, au manque de sensibilité des techniques de détection. Il importe pour cette raison de pousser plus à fond la compréhension de ces techniques. A cause de son effet de filtrage, le vacillement constitue un des principaux obstacles à la performance de la technique de moyennage temporel.

L'objet de ce travail est d'étudier de façon distincte l'effet du vacillement sur les composantes déterministe et aléatoire du signal moyen. Le prochain chapitre est une revue de la littérature sur les thèmes du moyennage, des techniques d'alignement et du vacillement. En particulier, on y retrouve la description des techniques qui permettent d'évaluer le vacillement.

Le troisième chapitre porte sur le développement d'une méthode de calcul théorique des fonctions de vacillement pour la technique d'alignement par filtrage adapté. Ceci nous a permis de porter plus à fond notre compréhension du phénomène et fut fait dans le but de confronter les résultats des simulations exposées au chapitre 4.

Le quatrième chapitre traite des simulations menées pour quantifier le vacillement et son effet de filtrage. Les techniques

d'alignement par seuil et par filtrage adapté y sont étudiées parallèlement. On cherche, entre autres, à évaluer la normalité des fonctions de vacillement.

Le chapitre 5 traite d'un effet inédit selon lequel il y a dégradation de la performance du moyennage temporel sous certaines conditions. L'analyse détaillée de ces conditions y apparaît ainsi qu'une description qualitative du mécanisme.

CHAPITRE 2

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

2.1 LE MOYENNAGE TEMPOREL

Le moyennage temporel est une technique de traitement de signal destinée à réduire le bruit d'un signal périodique échantillonné. On l'utilise entre autres pour des applications de détection radar, de télécommunication, ainsi que dans le domaine médical. Le moyennage temporel reçoit plusieurs appellations dans la littérature, soit "temporal averaging", "coherent averaging" et "ensemble averaging" qui distinguent ce type de moyennage de la technique de moyennage spatial (Flowers, 1987).

Le moyennage temporel (Ros et al., 1981) comporte deux étapes, soit la définition des bornes temporelles et le calcul de la moyenne. Les bornes temporelles délimitent ce qui est appelé la fenêtre de moyennage. Celle-ci s'étend au maximum sur une période mais se restreint souvent à la portion d'intérêt. Par exemple, dans le cas des potentiels tardifs, la fenêtre de moyennage comprend la partie terminale du complexe QRS, tandis que pour les déflexions dûes au faisceau de His, elle se situe quelque part entre les ondes P et Q. Pour chaque période du signal, il faut d'abord déterminer ces bornes (figure 2.1) à l'aide d'une technique d'alignement temporel (section suivante). La seconde étape consiste à calculer, pour chaque temps d'échantillonnage sur l'intervalle de la fenêtre de moyennage, la moyenne des échantillons de toutes les portions.

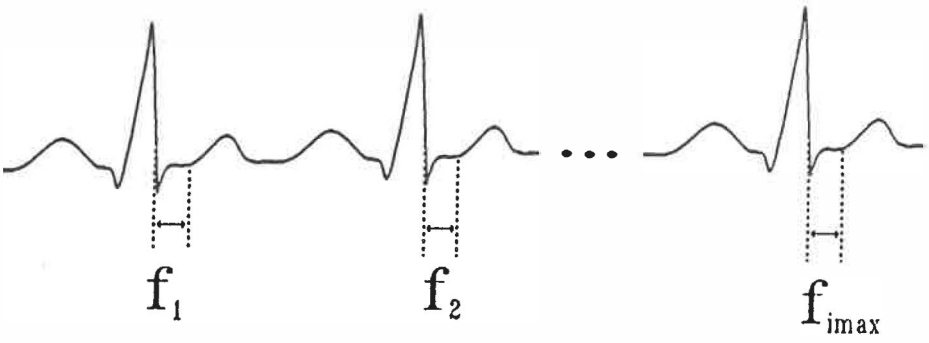


FIGURE 2.1 : Jalonnement des fenêtres de moyennage. Les fenêtres de moyennage f_i sont définies dans la première étape du processus de moyennage temporel.

Le moyennage temporel a pour effet d'augmenter le rapport signal-bruit suivant la racine carrée du nombre de périodes moyennées, lorsque les conditions (Rompelman et Ros, 1986) suivantes s'appliquent:

1. Le signal est composé de la somme d'une composante périodique invariable et d'une composante aléatoire (bruit).
2. Le bruit et la composante périodique sont indépendants.
3. Le bruit a une moyenne nulle.
4. Le bruit est stationnaire.
5. Le bruit a une fonction d'autocorrélation nulle pour des temps supérieurs à la période du signal soit :

   $R_{xx}(\tau) = 0$ pour $|\tau| > T$ où T est la période du signal.

Pour comprendre le mécanisme du moyennage temporel, on considère son effet sur les deux composantes du signal (figure 2.2). La composante périodique demeure inchangée par le moyennage. Par contre, le moyennage a pour conséquence de diminuer l'amplitude de la composante aléatoire. Le bruit du signal moyen possède en effet une variance équivalente à la variance du bruit du signal brut divisée par n, où n est le nombre de périodes moyennées.

En d'autres termes:

$$\sigma_m^2 = \frac{\sigma_n^2}{n} \tag{2.1}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_n}{\sqrt{n}} \tag{2.2}$$

où σ_m est l'écart-type du bruit moyen
σ_n est l'écart-type du bruit du signal.

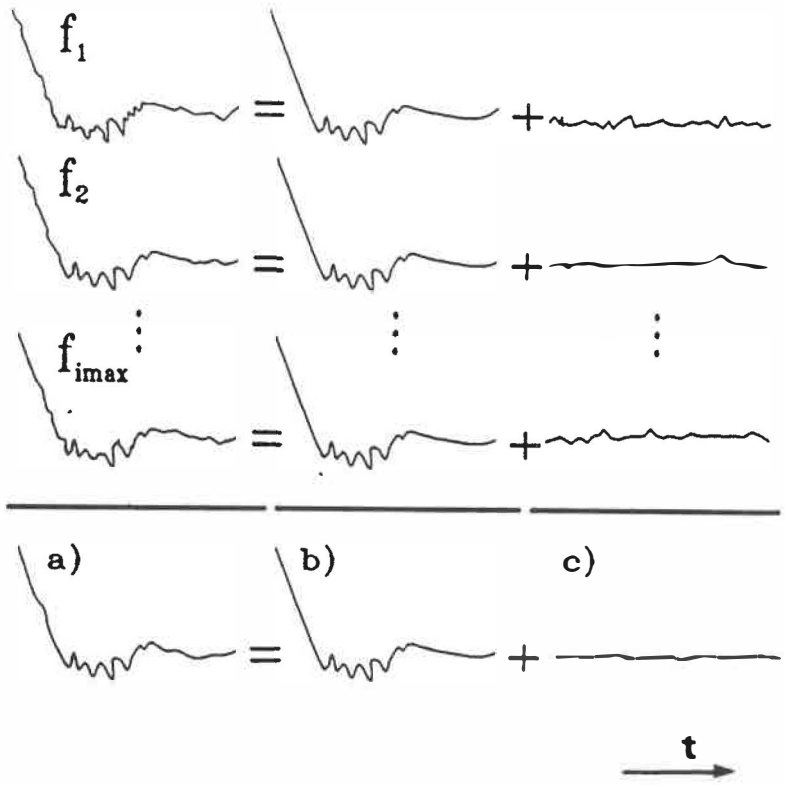


FIGURE 2.2 : Moyennage temporel. Chaque fenêtre de moyennage f_i déterminée dans la figure 2.1 peut être décomposée en ses composantes aléatoire et périodique. La moyenne des f_i (a) est égale à la moyenne des composantes périodiques (b) plus la moyenne des composantes aléatoires (c).

Nous définissons le rapport signal-bruit (snr) comme suit:

$$snr = A/\sigma \tag{2.3}$$

où A est l'amplitude maximale du signal; on a donc

$$snr_m = snr_o \times \sqrt{n}. \tag{2.4}$$

Le rapport signal-bruit augmente donc de $\sqrt{n}$ avec le moyennage temporel. Même si l'ECG ne répond pas entièrement aux critères énoncés précédemment, on réduit typiquement le bruit de l'ECG de niveaux allant de 5 à 20 μvolts jusqu'à des amplitudes inférieures à 1 μvolt en moyennant de 100 à 500 battements (Simson, 1987).

2.2 LES TECHNIQUES D'ALIGNEMENT TEMPOREL

Les techniques d'alignement temporel servent à définir les bornes temporelles des fenêtres de moyennage. Souvent, l'alignement est précédé d'une étape de détection (Ligtenberg et Kunt, 1983, McClelland et Arnold, 1976, Okada, 1979, Pahlm et Sornmo, 1984, Sornmo et al., 1981) qui consiste à repérer rapidement un événement dans le temps de façon très approximative. Il s'agit d'une opération binaire (Rompelman, 1987) que l'on cherche à optimiser en termes de fiabilité, en réduisant les nombres de faux-positifs et de faux-négatifs. L'étape de détection peut dans certains cas accélérer de beaucoup le temps de traitement de l'algorithme de moyennage et permet de rejeter des événements indésirables. L'alignement temporel doit, par la suite, localiser le plus précisément possible la fenêtre de moyennage dans les environs indiqués par la détection.

La détermination des bornes temporelles se fait habituellement à partir d'un instant unique, appelé temps de référence (noté t_0 sur la figure 2.3). Lorsqu'on moyenne les signaux obtenus en réponse à un événement extérieur de très courte durée, comme un stimulus électrique, le temps de cet événement constitue un temps de référence idéal, à condition que le délai de la réponse demeure fixe. Par exemple, des potentiels évoqués dans l'EEG (électroencéphalogramme) (Hoopen et Reuver, 1972, Ruchkin, 1965) par une succession de stimuli peuvent être jalonnés suivant les temps des stimuli. Il est possible d'obtenir une référence semblable pour l'ECG en stimulant le coeur avec une électrode introduite dans l'oesophage ou acheminée par le système cardio-vasculaire (Wajszczuk et al., 1978). Pour éviter le recours à ces techniques invasives, on préfère fixer autrement le temps de référence. Dans la plupart des applications de moyennage temporel de l'ECG, les temps de référence sont estimés à partir du signal lui-même.

L'estimation des temps de référence de l'ECG se fait en général à l'aide du complexe QRS afin de permettre un alignement plus aisé et plus fin en raison du contenu relativement riche en hautes fréquences et à la grande amplitude du QRS. Le complexe QRS possède aussi l'avantage de représenter un événement physiologique précis, soit la dépolarisation des cellules du myocarde ventriculaire, à laquelle sont intimement synchronisés les micro-potentiels.

L'estimation des temps de référence se fait aussi bien de façon

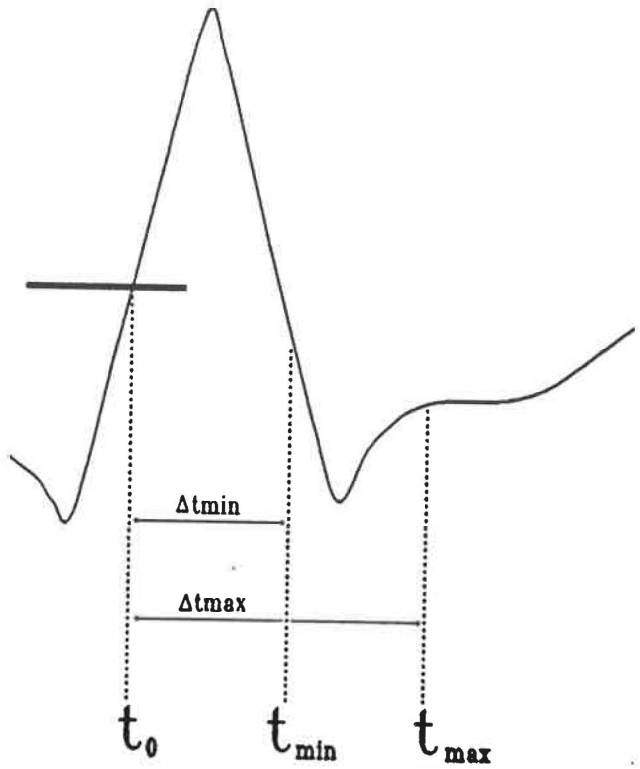


FIGURE 2.3: Alignement temporel. Les temps minimum (t_{min}) et maximum (t_{max}) de la fenêtre de moyennage sont déterminés en additionnant des intervalles constants (respectivement Δt_{min} et Δt_{max}) au temps de référence (t_0).

analogique que numérique. L'estimation numérique permet la mise en oeuvre de concepts sophistiqués de façon flexible, mais entraîne les complications liées à l'échantillonnage. Parmi les principaux groupes de recherche, ceux de Simson (1981) et El-Sherif et al. (1985,1986,1987) préfèrent l'estimation analogique tandis que les équipes de Berbari et al. (1987) et Abboud et Sadeh (1982,1987) optent pour la manière numérique.

2.2.1 ALIGNEMENT PAR SEUIL SIMPLE

Pour la technique d'alignement par seuil, le temps de référence correspond au temps où le signal franchit un seuil prédéterminé (figure 2.4a). Cette technique est parmi les plus utilisées, du fait de sa simplicité, aussi bien pour le moyennage des potentiels tardifs (Denes et al., 1983, Josephson et al., 1982, Poll et al., 1985, Simson, 1981) que pour celui des déflexions du faisceau de His (Berbari et al., 1977, Berbari et al., 1976, Wajszczuk et al., 1978). Dans toutes les applications relevées dans la littérature, on l'implante à l'aide d'un comparateur analogique. Pour assurer un temps de détection aussi précis que possible, on ajuste le seuil de sorte que le signal le croise aux environs de l'endroit où sa dérivée est maximale.

La technique d'estimation par seuil peut aussi s'appliquer directement sur la dérivée du signal (Brandon et Brody, 1970). Craelius et al. (1986) ont conçu une procédure qui utilise les deux

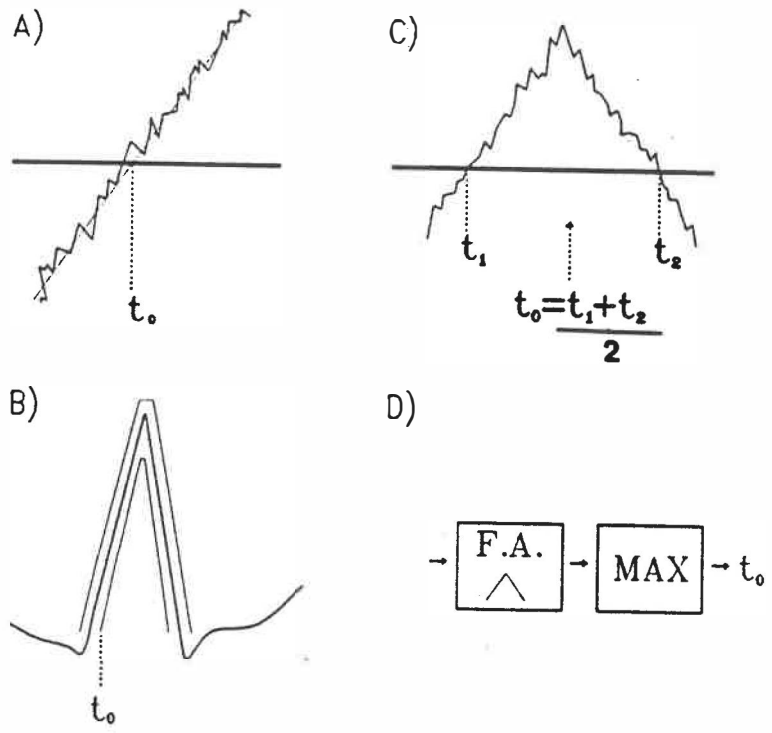


FIGURE 2.4 Techniques d'alignement temporel. Le temps de référence t_0 peut être déterminé par une des techniques illustrées: technique d'alignement avec seuil simple (a), avec contours limites (b), avec double franchissement de seuil (c) et par filtrage adapté et détecteur de maxima (d).

techniques. Un seuil sur l'amplitude sert à définir une fenêtre temporelle sur la partie descendante de l'onde R à l'intérieur de laquelle le franchissement d'un seuil de la dérivée détermine le temps de référence.

2.2.2 ALIGNEMENT PAR FILTRAGE ADAPTE

Le filtre adapté (Regamey, 1985, Turin, 1960) possède une réponse impulsionnelle qui est l'inverse, dans le domaine du temps, de la portion de signal recherchée. Dans le cas de l'ECG, la réponse à l'impulsion du filtre adapté est donc le complexe QRS inversé (figure 2.4d). Cette technique a d'abord été réalisée dans le domaine analogique. A l'heure actuelle, on l'applique surtout de façon numérique pour le traitement des ECG (Abboud et al., 1982, 1983, 1984, 1987, Berbari et al., 1987) en calculant l'intercorrélation entre le signal échantillonné et un complexe QRS choisi par l'usager.

Ce sont les temps des maxima de la sortie du filtre adapté qui servent de temps de référence. Les temps de référence correspondent aux temps où la forme d'onde recherchée a la meilleure corrélation avec le signal.

Le filtrage adapté est optimum suivant le critère du rapport signal-bruit à sa sortie (Haykin, 1983). En conséquence, les temps de référence, pris à la sortie du filtre, s'avèrent influencés de façon minimale par le bruit. L'avantage théorique concédé à l'alignement par

filtrage adapté est à l'origine de sa popularité.

Pour réaliser le filtre adapté, il est indispensable de connaître le spectre du bruit à l'entrée et la morphologie de la portion de signal recherchée. Si le bruit à l'entrée n'est pas blanc, il faut incorporer un filtre de blanchissage (Gagliardi, 1978) dans la fonction de transfert du filtre adapté, sans quoi la performance du filtre dégénère.

2.2.3 AUTRES TECHNIQUES D'ALIGNEMENT

Les techniques d'alignement par seuil et par filtrage adapté demeurent sans contredit les techniques d'alignement les plus courantes dans la littérature. Plusieurs autres techniques y ont toutefois été suggérées.

Le temps de référence de la technique d'alignement par double franchissement de seuil (Uijen et al., 1979, Van den Akker et al., 1982) est la moyenne de deux temps de passage successifs et opposés du signal à travers un seuil (figure 2.4c). Koeleman a choisi un seuil correspondant à 80% de l'amplitude du complexe QRS. Un des avantages de cette technique est son immunité relativement grande au bruit causé par la respiration: lorsque la ligne de base de l'ECG fluctue, la position verticale du QRS relative au seuil change sans que ne soit modifié la moyenne des temps de franchissement du seuil.

La technique d'alignement par détection des maxima (Uijen et al., 1979) fonctionne simplement en estimant la position temporelle des maxima des complexes QRS. A l'instar du détecteur à double franchissement, on l'utilise rarement dans les protocoles d'études cliniques.

La technique d'alignement par contours limites (Goovaerts et al., 1976, Van den Akker et al., 1982, Alperin et al., 1986) permet de reconnaître une forme d'onde dans un signal tout en fournissant une estimation de son temps d'arrivée. La détection se produit à l'instant où le signal s'installe à l'intérieur de contours préalablement fixés (figure 2.4b). Dans le cas de l'ECG, on fixe ces contours de façon à permettre une certaine variabilité des complexes QRS. L'espacement entre les contours doit être choisi de façon à assurer un compromis entre la précision de l'estimation et la fiabilité de la détection. Cette technique implique des temps de traitement très courts puisqu'elle requiert seulement des soustractions et des additions.

2.3 LE VACILLEMENT

Le bruit du signal entraine une variabilité dans la détermination des temps de référence que l'on nomme vacillement (Rompelman et Ros, 1986, Ros et al., 1982). Le vacillement apparait inévitablement lors de l'utilisation d'une technique d'alignement utilisant le signal. Par exemple, lorsque l'on fixe le temps de référence d'après le passage par

un seuil, le bruit cause un retard ou une avance sur le temps de référence qui serait fixé sur le signal sans bruit selon qu'il se soustraie ou s'additionne à la composante périodique juste au moment du passage. La variation du temps de référence se répercute directement sur la position des bornes de la fenêtre de moyennage. La fenêtre de moyennage vacille donc par rapport au segment périodique, d'une période à l'autre.

Les variations de la composante périodique peuvent aussi causer du vacillement suivant deux mécanismes distincts. De la même manière que le bruit, les changements morphologiques de la composante périodique peuvent entraîner une incertitude dans les temps de référence. Le contenu de la fenêtre de moyennage peut aussi varier à cause d'une fluctuation d'origine physiologique de la durée entre le temps de référence et la composante du signal visée par le moyennage. Dans ce dernier cas, c'est la composante périodique du signal qui vacille par rapport à la fenêtre de moyennage.

2.3.1 EFFETS DU VACILLEMENT

La figure 2.5 schématise le moyennage de la composante périodique en présence de vacillement. Les fenêtres de moyennage définies dans l'étape préalable d'alignement temporel sont superposées. La variabilité du contenu des fenêtres provient du vacillement. Le vacillement affecte le résultat du moyennage de la composante périodique en adoucissant les transitoires.

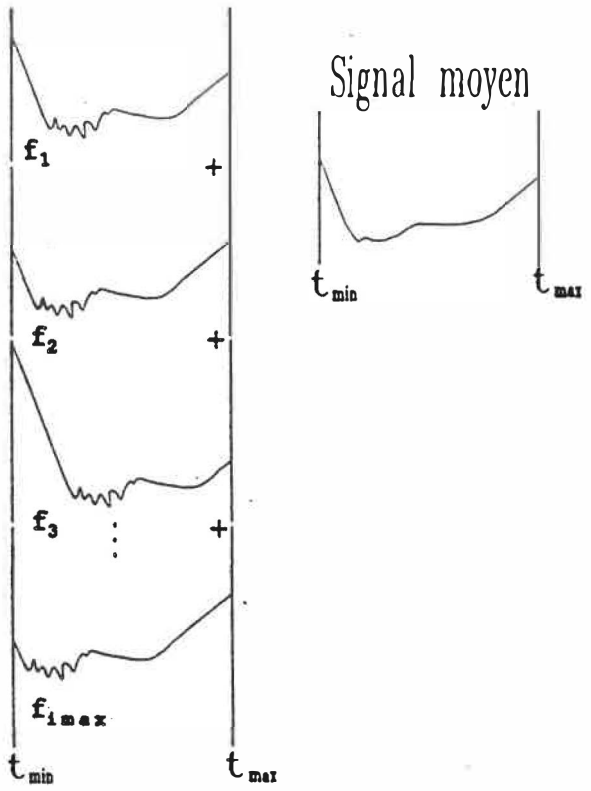


FIGURE 2.5: Moyennage avec vacillement. L'oscillation relative du contenu des fenêtres de moyennage f_i causée par le vacillement donne un signal moyen dénué des détails fins dûs aux transitoires plus rapides.

Parce que le temps de référence fluctue d'une période à l'autre, il est possible de le considérer comme une variable aléatoire. La fonction de densité de probabilité qui lui est associée se nomme fonction de vacillement. Ruchkin (1965) a démontré que l'effet du moyennage avec vacillement correspond à celui d'un filtre passe-bas dont la réponse impulsionnelle est la fonction de vacillement.

La fonction de transfert du filtre en question est donc la transformée de Fourier de la fonction de vacillement ou, en termes statistiques, la fonction caractéristique. Pour une fonction de vacillement symétrique, la phase de la fonction caractéristique est linéaire et, en conséquence, seule la partie réelle de la fonction de transfert affecte l'aspect du signal résultant. La figure 2.6 illustre les parties réelles des fonctions caractéristiques normalisées en fréquence pour les densités de probabilité normales et uniformes. Pour la distribution normale, la fréquence de coupure du filtre passe-bas peut s'exprimer en fonction de l'écart-type par :

$$fc \simeq \frac{133}{\sigma} \tag{2.5}$$

où fc est la fréquence de coupure en Hz et σ l'écart-type de la fonction de vacillement en millisecondes.

2.3.2 CAUSES DU VACILLEMENT

En général, toute perturbation s'ajoutant à la composante

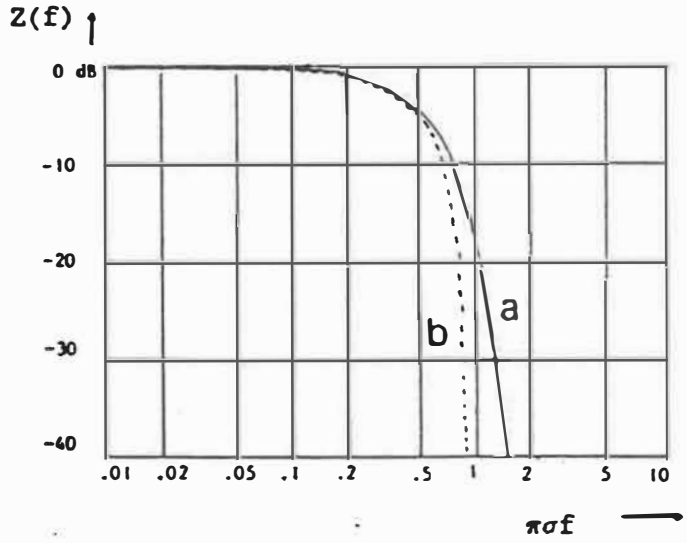


FIGURE 2.6 Les fonctions caractéristiques ou fonctions de transfert des filtres passes-bas associés au processus de moyennage avec vacillement pour des fonctions de vacillement normale (a) et uniforme (b) (tiré de Rompelman et al., 1986).

périodique du signal peut causer du vacillement. Ces perturbations proviennent de plusieurs sources. L'activité musculaire, le réseau d'alimentation électrique, les variations électrophysiologiques, la respiration et l'échantillonage figurent parmi les causes les plus significatives de vacillement.

Santopietro (1977) démontre que le signal myoélectrique recueilli sur un électrocardiogramme (ECG) demeure considérable même pour les sujets au repos. Comme le signal myoélectrique constitue une composante non désirée de l'ECG, on le désigne sous l'appellation de bruit musculaire. Sur la figure 2.7, la fonction de densité spectrale du bruit d'un ECG recueilli sur un patient au repos chute d'une dizaine de db sur une bonne partie de la bande passante lorsque ce patient reçoit un relaxant musculaire par injection intraveineuse, démontrant ainsi qu'une grande part du bruit des ECG provient de l'activité musculaire.

La distribution spectrale du bruit musculaire comparée à celle du bruit de fond causé par l'amplificateur, nous indique que la majeure partie de l'énergie du bruit musculaire se trouve concentrée sous la barre des 250 Hz. A partir de cette fréquence, la puissance du bruit croît constamment vers les basses fréquences. Rompelman (1987) a modélisé le spectre du bruit musculaire avec la fonction suivante :

$$S(f) = \frac{c}{f^{\alpha}} \qquad (2.6)$$

$$1.3 < \alpha < 2.5, \quad c = 0.5$$
$$8 < f < 100 \text{ Hz}$$

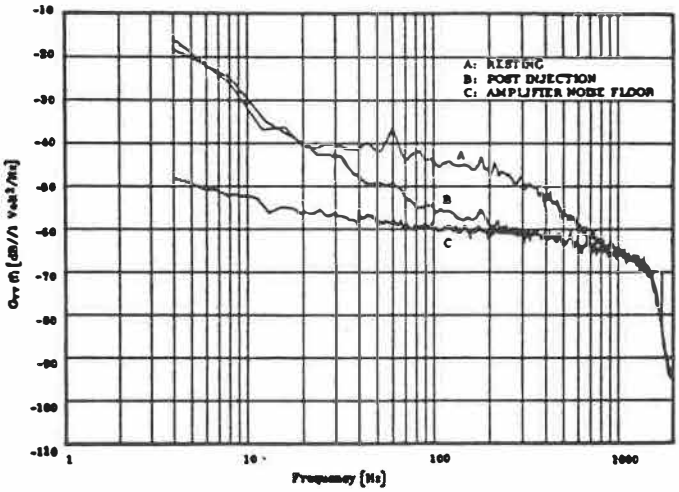


FIGURE 2.7: Fonctions de densité spectrale de puissance de l'ECG (a) , du segment isoélectrique (b) ainsi que du bruit de fond de l'amplificateur (c). La densité spectrale du bruit contenu dans l'ECG correspond à celle des segments isoélectriques (tiré de Santopietro 1977).

Ce modèle fut utilisé par Koeleman et al. (1984) avec une valeur de α égale à 2. Pour cette valeur de α, le bruit est appelé "red noise" (Motchenbacher C.D., 1973). La fonction de densité spectrale de puissance du bruit 1/f a une pente de -20 db/décade. On observe une telle pente sur le spectre de Santopietro dans l'intervalle entre 10 et 100 Hz, ce qui corrobore l'hypothèse du modèle de Koeleman.

L'interférence du réseau d'alimentation électrique constitue une seconde cause de vacillement. L'amplitude de la composante 50 ou 60 Hz dans les signaux d'ECG varie considérablement suivant les conditions d'enregistrement. Son amplitude typique telle que considérée par Koeleman et al. (1984) est de 50 μvolts tandis que celle du bruit musculaire, selon le même auteur, se situe au niveau d'environ 25 μvolts.

La variabilité physiologique des signaux d'ECG figure aussi parmi les principales causes de vacillement. Elle peut se traduire, par exemple, par un changement de pente ou d'amplitude dans le complexe QRS (Koeleman et al., 1984).

En plus d'introduire une fluctuation dans la ligne de base des ECG, la respiration cause une modulation d'amplitude. Ces deux effets de l'activité respiratoire créent du vacillement. Les muscles respiratoires sont aussi responsables d'une certaine part de bruit, lequel variera en fonction du cycle respiratoire.

La fonction de vacillement causée par l'échantillonnage possède une distribution uniforme qui s'étale sur une période d'échantillonnage. Le premier zéro de la fonction caractéristique (sinc) se produit à la fréquence d'échantillonnage. Puisque le signal est déjà filtré à la moitié de cette fréquence pour prévenir le recouvrement du spectre, le vacillement causé par l'échantillonnage n'affecte presque pas la bande passante du signal moyen (Koeleman, 1984, Rompelman et Ros, 1986).

Le vacillement résultant de toutes ces causes entrant en jeu simultanément n'équivaut pas nécessairement à la somme des vacillements qui seraient provoqués par chacune des causes prises individuellement puisque les sources de perturbation ne sont pas toujours indépendantes (Koeleman et al., 1984). C'est le cas, par exemple, du bruit musculaire respiratoire et de la fluctuation de la ligne de base. Il est cependant courant d'étudier l'effet de chacune des causes prises individuellement.

2.3.3 EVALUATION DU VACILLEMENT

On a vu que la bande passante du signal moyenné avec vacillement peut se calculer à partir de l'écart-type de la fonction de vacillement. La mesure de l'écart-type du vacillement apparaît donc essentielle pour guider l'interprétation de l'ECG moyen. Le degré d'asymétrie de la fonction de vacillement représente aussi un certain

intérêt puisqu'il permet d'apprécier la distorsion de phase causée par le moyennage.

La connaissance des paramètres du vacillement rend possible la comparaison de différentes techniques d'alignement. Elle met aussi en relief l'importance relative des différentes perturbations entraînant le vacillement, ce qui ouvre la voie vers une gestion plus éclairée des conditions d'enregistrement. Parmi les techniques les plus importantes retrouvées dans la littérature pour évaluer le vacillement figurent la technique de l'oscilloscope, les simulations, les expressions algébriques et les techniques de comparaison du signal moyen.

La technique de l'oscilloscope (Berbari et al., 1976,1977,1987) est un moyen relativement simple qui consiste à observer sur un oscilloscope la variation horizontale du tracé lorsque l'ECG est synchronisé sur l'écran à l'aide des impulsions fournies aux temps de référence. La fluctuation temporelle d'un point précis de la forme d'onde donne une indication de la précision de l'estimation des temps de référence. On rapporte de cette façon des étalements allant de ± 0.5 à ± 2 millisecondes. Cette méthode est encore couramment utilisée. Elle permet une évaluation rapide de la performance d'une technique d'alignement et éventuellement un ajustement de celle-ci afin de minimiser le vacillement (Berbari et al., 1987, Craelius et al., 1986, 1987). Elle s'avère cependant fortement subjective.

Il est aussi possible de caractériser le vacillement au moyen de

simulations. Pour ce faire, Sornmo et Pahlm (1987,1984) ajoutent à un ECG recueilli dans des conditions idéales différents niveaux de bruit pour trouver la relation entre la variance des temps de référence et le niveau de bruit. Le bruit d'enregistrement est modélisé par un bruit blanc filtré par une fonction de transfert H(f) où $H(f)^2$ est le spectre du signal myoélectrique de surface. Le même type de simulation fut réalisé par Swenne et al. (1973) avec un bruit blanc.

Alperin et al. (1986) utilisent un ECG entièrement synthétique en ajoutant à l'ECG, modélisé par une série d'impulsions de type gaussien, un bruit gaussien blanc. Ils comparent, entre autres, les techniques d'alignement par contours limites et par filtrage adapté en utilisant comme critère la variance et le pourcentage d'alignement parfait, un alignement parfait étant un alignement correspondant exactement à celui trouvé par la même technique d'alignement sur le signal synthétique sans bruit. La technique par filtrage adapté a obtenu dans cette étude un meilleur taux d'alignement ainsi qu'une variance inférieure à la technique par contours limites.

Le groupe de Koeleman et al. (1984) a étudié le vacillement provoqué par différentes sources de bruit. Un battement d'ECG moyen auquel le bruit et les distorsions sont ajoutés sert de signal pour comparer les techniques d'alignement par franchissement de seuil, par filtrage adapté et par détection de maximum. Le bruit musculaire est constitué par des segments isoélectriques (TP) prélevés sur des ECG. La modulation d'amplitude, les variations de symétrie et l'interférence

du réseau d'alimentation électrique sont reproduites sur ce signal selon leurs caractéristiques propres tirées d'ECG réels. Ces simulations classent, dans l'ordre de la meilleure à la pire performance, la technique par filtrage adapté, par franchissement de seuil double et par détection de maxima. Les causes principales de vacillement furent le bruit musculaire ($\sigma = 25\mu V$) et l'interférence 60 Hz ($\sigma = 50\mu V$) pour les trois techniques.

Des expressions algébriques de la variance des fonctions de vacillement furent trouvées pour plusieurs types de techniques d'alignement. Koeleman et al. (1984) ont dérivé des équations exprimant le vacillement en fonction des paramètres de modulation d'amplitude, de variation de symétrie et d'interférence 60 Hz du réseau d'alimentation pour corroborer leurs simulations. Ils ont utilisé les relations 2.8 à 2.10 (Uijen et al. 1979) pour calculer la variance des fonctions de vacillement en fonction du bruit musculaire.

Cette étude théorique de Koeleman classe les techniques d'alignement de la même façon que les simulations. Il ressort aussi que les bruits musculaire et de 60 Hz sont les deux facteurs ayant le plus de poids sur le vacillement. Plus particulièrement en ce qui a trait à la technique du filtrage adapté, le bruit musculaire prédomine sur toutes les autres causes de vacillement. Ceci serait dû à l'atténuation de l'interférence de 60 cycles par le filtre adapté.

L'étude théorique de Uijen et al. (1979) porte sur les mêmes

Seuil simple

$$\sigma_s^2 \approx \frac{\sigma_n^2}{\dot{s}^2(\mu_1)} \tag{2.7}$$

Seuil double

$$\sigma_{ds}^2 \approx \frac{\sigma_n^2}{2\dot{s}^2(\tau_{ds}/2)} \{ 1 - \Psi(\tau_{ds}) \} \tag{2.8}$$

Maximum

$$\sigma_m^2 \approx \frac{E[\ \dot{n}^2(t)\ ]}{(\ \ddot{s}(0)\ )^2} \tag{2.9}$$

Filtrage adapté

$$\sigma_{fa}^2 \approx \frac{2\pi}{\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 \frac{|\ S(\omega)^2\ |}{N(\omega)}\, d\omega} \tag{2.10}$$

où :

- $n(t)$: bruit caractérisé par $S(f) = 1/2Cf^{-2}$ et de moyenne nulle
- $\dot{n}(t)$: dérivée première de $n(t)$
- σ_n^2 : variance du bruit
- $s(t)$: signal triangulaire
- $\dot{s}(t)$: dérivée première de $s(t)$
- $\ddot{s}(t)$: dérivée seconde de $s(t)$
- $\Psi(\tau)$: fonction d'autocorrélation du bruit normalisée
- $S(\omega)$: transformée de Fourier de $s(t)$
- $N(\omega)$: spectre de $n(t)$
- μ_1 : Moyenne du temps de référence du premier seuil
- μ_2 : Moyenne du temps de référence du second seuil
- τ_{ds} : $\mu_2 - \mu_1$

techniques d'alignement que celles de Koelemean et englobe en plus la technique du seuil simple (équation 2.7). Uijen arrive aux mêmes conclusions que celles faites subséquemment par Koeleman quant à la classification des techniques d'alignement, en tenant uniquement compte du bruit musculaire dont la densité spectrale est aussi modélisée par une fonction $S(f) = C/f^2$. L'alignement par seuil simple s'avère plus performant que la technique de détection par le maximum mais moins performant que l'alignement par seuil double. Uijen et al. proposent de plus l'équation 2.11, due à Johannesma, décrivant la fonction de vacillement de la technique du seuil simple. Il s'agit du seul cas rencontré dans la littérature où la fonction de vacillement d'une technique d'alignement se voit décrite explicitement.

$$f(t) = \frac{d}{\sqrt{(2\pi s^2 t^3)}} \exp\left[- \frac{(d-ct)^2}{2s^2 t}\right] \qquad t \geq 0 \qquad (2.11)$$

$$= 0 \qquad t < 0$$

d : niveau du seuil
c : pente du signal triangulaire
$s^2 = \sigma_n{}^2 \times c/d$

L'observation de l'effet du vacillement sur le signal moyen est un autre moyen de comparer différentes techniques d'alignement. Abboud et Sadeh (1982) comparent la résolution de micro-potentiels présents dans les ECG entre les signaux moyens calculés avec les techniques d'alignement de seuil sur l'amplitude et par filtrage adapté. Ils utilisent à cette fin deux approches, une utilisant un ECG réel et l'autre un ECG synthétique composé de la somme d'impulsions gaussiennes

et de bruit blanc. Les micro-potentiels furent davantage mis en évidence dans les deux cas par la technique par filtrage adapté.

Une autre technique fut utilisée par Brandon et Brody (1970) pour évaluer la performance de la technique d'alignement par filtre adapté par rapport à celle du seuil simple sur la dérivée. La déviation standard de l'amplitude des segments servant à calculer le signal moyen constitue dans ce cas le critère de comparaison, un étalement faible des amplitudes indiquant une méthode d'alignement précise. Encore une fois dans ce cas, la technique par filtrage adapté affirme sa supériorité.

Malgré cette apparente primauté de la technique d'alignement par filtrage adapté, Craelius et al. (1986) préfèrent une technique de seuil sur la dérivée. Ils suggèrent que l'utilisation d'un événement sur la phase descendante du complexe QRS risque d'être plus efficace du fait de la corrélation qui existe entre la fin de l'onde Q et l'apparition de potentiels tardifs. Cependant, en ce qui concerne uniquement le vacillement, il apparaît clairement que la technique d'alignement par filtrage adapté demeure la meilleure technique connue.

CHAPITRE 3

CALCUL THEORIQUE DE LA FONCTION DE VACILLEMENT POUR L'ALIGNEMENT PAR FILTRAGE ADAPTE

3.1 DEFINITION DU PROBLEME

On a vu que l'équation de Johannesma (2.11) décrit assez fidèlement la fonction de vacillement de la technique d'alignement par seuil. Même s'il existe, pour la technique d'alignement par filtrage adapté, une forme analytique qui estime l'écart-type du vacillement, on n'a pu retrouver dans la littérature d'expression de la fonction de vacillement comme telle.

Ce chapitre ébauche une approche théorique visant à trouver les fonctions de vacillement de la technique d'alignement par filtrage adapté. On y élabore les fondements de deux méthodes numériques et y expose les difficultés propres à chacune d'elle.

Le calcul de la fonction de vacillement pour le filtrage adapté comporte deux étapes. En premier lieu, on estime les paramètres statistiques du signal à la sortie du filtre adapté. Ensuite, on évalue le comportement du détecteur de maximum en fonction de ces paramètres d'une manière probabiliste. Ceci signifie plus spécifiquement que l'on doit solutionner l'équation intégrale 3.20. On

a tenté la résolution de ce problème avec deux méthodes numériques. La première utilise les probabilités conditionnelles pour décomposer l'intégrale en un arbre d'intégrales unidimensionnelles. La seconde opte plutôt pour la rotation du système de référence, ce qui a pour effet de transformer l'intégrale en un produit d'intégrales unidimensionnelles. Dans les deux cas, un signal synthétique triangulaire tel que celui décrit au chapitre suivant fut utilisé.

3.2 CALCUL DES PARAMETRES

Le signal retrouvé à la sortie du filtre adapté, la fonction de détection, est la somme de composantes déterministe et aléatoire. L'amplitude de chaque échantillon peut être considérée comme une variable aléatoire dotée de ses propres statistiques, entre autres, de sa moyenne et de sa variance. Un ensemble d'échantillons possède une fonction de densité de probabilité conjointe qui, si elle est gaussienne, a comme paramètres les moyenne et variance de chaque variable ainsi que les covariances. Dans cette section, on expose une méthode pour trouver ces paramètres.

Etant donné la linéarité du filtre adapté, le bruit de la fonction de détection est un processus gaussien, à l'instar du bruit du signal (Haykin 1983). La fonction de densité de probabilité conjointe des échantillons de bruit de la fonction de détection s'exprime donc comme une normale à m variables associées aux m instants constituant le

segment d'analyse:

$$p(X|\mu,M) = \frac{1}{(2\pi)^{m/2}\sqrt{|M|}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left[(X-\mu)^T M^{-1} (X-\mu) \right] \right] \quad (3.1)$$

où :

$$X = \begin{Vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot\cdot \\ x_m \end{Vmatrix} \qquad \mu = \begin{Vmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \cdot\cdot \\ \mu_m \end{Vmatrix}$$

$$M = \begin{Vmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} & \cdots & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & & & & \\ \gamma_{22} & & & & \cdots \\ \cdots & & & & \\ \gamma_{2m} & & & \cdots & \gamma_{mm} \end{Vmatrix}$$

pour $\gamma_{ij} = E\left[(x_i - \mu_i) \times (x_j - \mu_j) \right]$

$\mu_i = E(x_i)$

On désire connaître les paramètres de cette équation. Comme la somme de variables normales de moyennes nulles a aussi une moyenne nulle, le bruit à la sortie du filtre adapté sera caractérisé par le vecteur des moyennes doté des valeurs suivantes :

$$\mu_i = 0, \quad \{ \forall\, i \mid i \in [1,m] \} \quad (3.2)$$

On trouve les covariances de la matrice M à partir de la fonction

d'autocorrélation du bruit de la fonction de détection. Soit le signal échantillonné s(k), décomposable en ses composantes déterministe a(k) et aléatoire x(k).

$$s(k) = a(k) + x(k) \qquad 1 \leq k \leq n \tag{3.3}$$

où n est le nombre d'échantillons d'une période.

Soit h(k) la réponse impulsionnelle du filtre adapté et $s_o(k)$ la fonction de détection.

$$s_o(k) = s(k) * h(k) \tag{3.4}$$

$$= a(k) * h(k) + x(k) * h(k) \tag{3.5}$$

$$= a_o(k) + x_o(k) \tag{3.6}$$

où $a_o(k)$ et $x_o(k)$ sont respectivement les premier et second termes de l'équation 3.5. La fonction d'autocorrélation de la fonction de détection est:

$$Rs_o(l) = Ra_{o+x_o}(l) = E\left\{ [a_o(k) + x_o(k)]\ [a_o(k+l) + x_o(k+l)] \right\} \tag{3.7}$$

$$= Ra_o(l) + Rx_o(l) + E[a_o(k)\ x_o(k+l)] + E[x_o(k)\ a_o(k+l)] \tag{3.8}$$

$$Rs_o(l) = Ra_o(l) + Rx_o(l), \quad \text{pour des composantes indépendantes} \tag{3.9}$$

Or, l'autocorrélation de la fonction de détection peut s'exprimer en fonction de celle du signal à l'entrée du filtre.

$$Rs_o(k) = R_s(k) * h(k) \tag{3.10}$$

$$= R_a(k) * h(k) + R_x(k) * h(k) \tag{3.11}$$

Par identification de la composante aléatoire de (3.11) dans (3.9), on

obtient :

$$R_{x_o}(k) = R_x(k) * h(k) \tag{3.12}$$

Ou, en fonction de la fonction de densité spectrale du bruit à l'entrée S(f):

$$R_{x_o}(k) = TF^{-1}\left\{ S(f) \times |H(f)|^2 \right\} \tag{3.13}$$

où TF^{-1} est la transformée de Fourier inverse. Comme la moyenne du processus aléatoire est nulle, sa fonction d'autocovariance est équivalente à sa fonction d'autocorrélation.

$$\gamma_{x_o}(k) = R_{x_o}(k) \tag{3.14}$$

Comme le processus est stationnaire :

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \cdots = \sigma_n^2 = R_{x_o}(0) \tag{3.15}$$

De plus, en raison de la symétrie de la définition de la covariance :

$$\gamma_{ij} = \gamma_{ji} \tag{3.16}$$

La matrice de covariance est donc composée comme suit :

$$M = \begin{Vmatrix} R_{x_o}(0) & R_{x_o}(1) & R_{x_o}(2) & \cdots & R_{x_o}(m) \\ R_{x_o}(1) & R_{x_o}(0) & R_{x_o}(1) & & R_{x_o}(m-1) \\ R_{x_o}(2) & R_{x_o}(1) & R_{x_o}(0) & & \\ & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & & \\ R_{x_o}(m) & R_{x_o}(m-1) & \cdots & & R_{x_o}(0) \end{Vmatrix} \tag{3.17}$$

Pour compléter notre représentation statistique de la fonction de détection, on introduit les valeurs de sa composante déterministe dans l'équation normale 3.1 sous la forme de paramètres de moyenne.

$$\mu_i = a_o(imax-m/2+i), \text{ pour un signal triangulaire} \tag{3.18}$$

où $a_o(imax)$ est le maximum de la composante déterministe de la fonction de détection.

La représentation finale est donc l'équation 3.1 munie de la matrice de covariances et du vecteur de moyennes énoncés en 3.17 et 3.18. On note sur la figure 3.1 que la fonction d'autocorrélation théorique, telle que calculée par l'équation 3.12, ressemble grandement à la fonction d'autocorrélation calculée à l'aide de l'équation 3.19, sur une portion de bruit recueillie à la sortie du filtre adapté, alimenté par un signal triangulaire bruyant.

$$Rx_o(k) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^{N} \left[x_o(l) \times x_o(k+l) \right] \tag{3.19}$$

3.3 CALCUL DE LA FONCTION DE VACILLEMENT

La probabilité que la variable aléatoire x_i de l'équation 3.1 soit supérieure à toutes les autres de x_1 à x_m est exprimée par l'équation 3.20. Cette probabilité correspond en fait à la probabilité que l'échantillon recueilli à l'instant i soit le maximum de la fonction de détection.

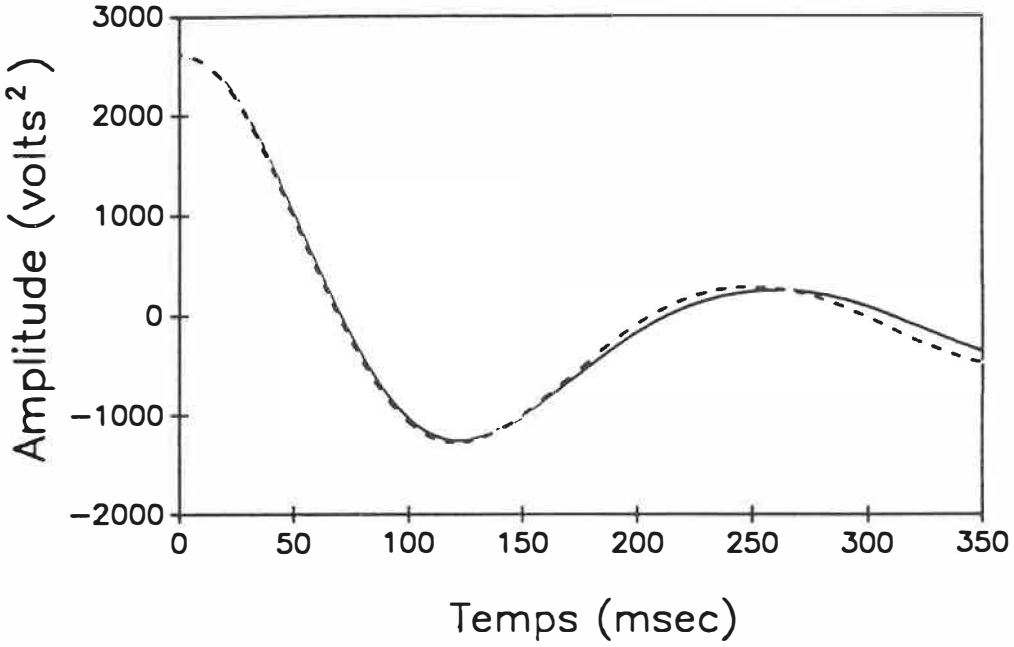


FIGURE 3.1 : Fonctions d'autocorrélation calculée et théorique du bruit de la fonction de détection. (durée de la portion triangulaire = .09 sec, snr = 20, bruit rouge). Trait continu : équation 3.12. Trait pointillé : équation 3.19.

$p(x_i \text{ maximum}) =$

$$\int_{x_i=-\infty}^{\infty} \int_{x_1=-\infty}^{x_i} \int_{x_2=-\infty}^{x_i} \cdots \int_{x_j=-\infty}^{x_i} \cdots \int_{x_m=-\infty}^{x_i} f(x_1,..,x_m)\, dx_1 \ldots dx_m \quad (3.20)$$

Pour $i \neq j$ et $i,j \in [1,m]$

f : fonction de densité de probabilité conjointe des x_1 à x_m.

En particulier, pour notre signal, f est la distribution de l'équation 3.1 avec les paramètres des équations 3.17 et 3.18.

L'ensemble des $p(x_i)$ forme une fonction de probabilité discrète qui est la fonction de vacillement. On a cherché à solutionner l'équation 3.20 par le biais de deux méthodes numériques qui font l'objet des deux prochaines sections.

3.3.1 METHODE DE PROBABILITES CONDITIONNELLES

L'idée maîtresse de la méthode des probabilités conditionnelles est de réduire le problème multidimensionnel (3.20) en une série de sous-problèmes unidimensionnels. On considère que chaque échantillon possède sa distribution normale unidimensionnelle dont les paramètres dépendent des échantillons précédents. On calcule donc ces paramètres à partir de la valeur des échantillons précédents et des paramètres de la distribution normale multidimensionnelle liant tous ces

échantillons. On calcule la probabilité qu'a chaque arrangement de valeurs des échantillons précédents (chemin) de se réaliser. Comme à chaque chemin correspond un sommet, on est alors en mesure, en considérant tous les chemins possibles, de calculer la probabilité qu'a chaque échantillon d'être le sommet de la fonction de détection (figure 3.2).

On suppose donc connaître les paramètres de la gaussienne multidimensionnelle (3.1) ainsi que la valeur des échantillons antérieurs x_i. On cherche la distribution de l'échantillon actuel:

$$f(\mathring{x}_m) = f(x_m \mid \{x_i \mid i \in [1,m-1]\},\ \mu,\ M) \tag{3.21}$$

où $\mathring{x}_m$ est une variable $N(\mathring{\mu},\mathring{\sigma})$ (Blachman 1966)

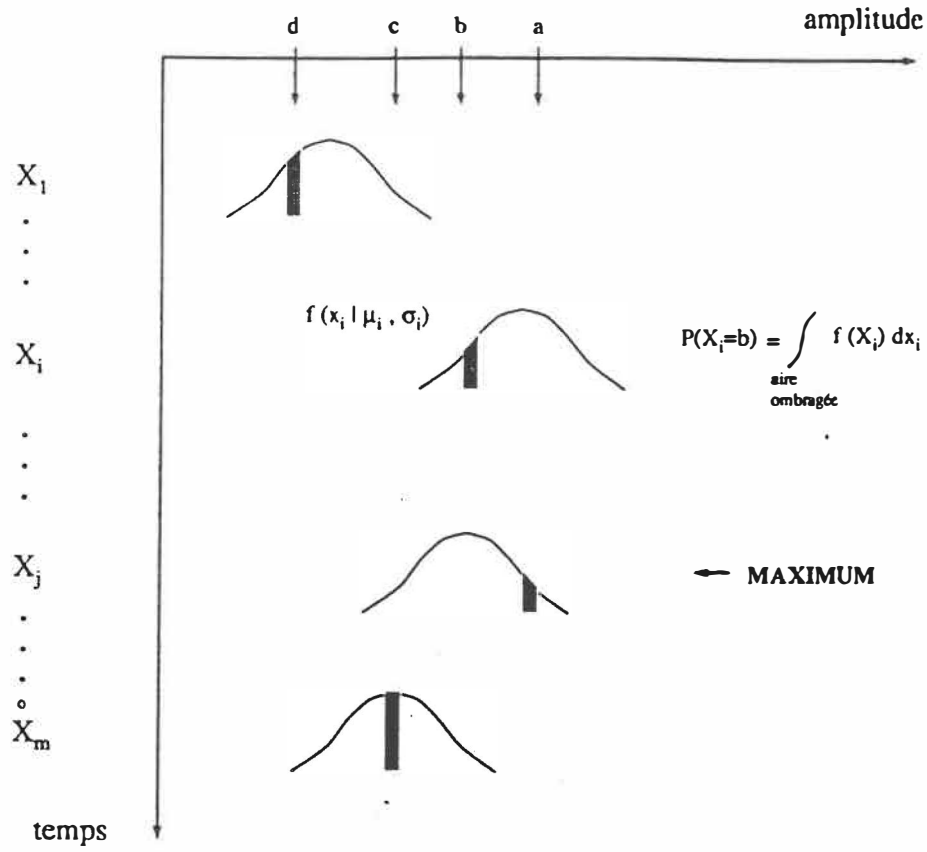
Soit: $\Delta_i = (x_i - \mu_i)$

s_{ij} : coefficients de M^{-1}

Considérons la partie entre crochets de l'exposant de l'équation de la gaussienne multidimensionnelle (3.1):

$$(X-\mu)^T\ M^{-1}\ (X-\mu)$$

$$= \left\| \Delta_1\ \Delta_2\ \cdots\ \Delta_m \right\| \begin{Vmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & \cdots & s_{1m} \\ s_{21} & & & & \\ s_{31} & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \\ s_{m1} & & \cdots & & s_{mm} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta_m \end{Vmatrix}$$



$$\overset{o}{X}_m = X_m \mid X_{m-1} \mid \ldots \mid X_i \mid \ldots \mid X_1$$

$$P(\text{chemin}) = P(X_1=d) * \ldots * P(X_i=b) * \ldots * P(X_j=a) * \ldots * P(\overset{o}{X}_m=c)$$

$$P(X_j \text{ soit max}) = P(X_j \text{ soit max}) + P(\text{chemin})$$

FIGURE 3.2 : Echantillons de la fonction de détection autour du maximum avec leur distribution de probabilité, illustrant la méthode des probabilités conditionnelles. Avec les fonctions de probabilités conditionnelles, on calcule la probabilité d'un chemin. En considérant la probabilité et la position du maximum de tous les chemins, on trouve la fonction de vacillement.

$$= \| \Delta_1 \ \Delta_2 \ \cdots \ \Delta_m \| \quad \left\| \begin{matrix} \Delta_1 \ s_{11} + \Delta_2 \ s_{12} + \cdots + \Delta_m \ s_{1m} \\ \Delta_1 \ s_{21} + \Delta_2 \ s_{22} + \cdots + \Delta_m \ s_{2m} \\ \cdots\cdots \\ \Delta_1 \ s_{m1} + \Delta_2 \ s_{m2} + \cdots + \Delta_m \ s_{mm} \end{matrix} \right\|$$

$$\begin{aligned} = & (\Delta_1^2 \ s_{11}) + (\Delta_1 \ \Delta_2 \ s_{12}) + \cdots + (\Delta_1 \ \Delta_m \ s_{1m}) \\ & + (\Delta_1 \ \Delta_2 \ s_{21}) + (\Delta_2^2 \ s_{22}) + \cdots + (\Delta_2 \ \Delta_m \ s_{2m}) \\ & + \cdots \\ & + (\Delta_m \ \Delta_1 \ s_{m1}) + (\Delta_m \ \Delta_2 \ s_{m2}) + \cdots + (\Delta_m^2 \ s_{mm}) \end{aligned}$$

$$= \sum_{i=1}^{m} \Delta_i^2 s_{ii} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{m} \sum_{j=1}^{m} \Delta_i \Delta_j s_{ij} \tag{3.22}$$

Or, le seul inconnu de cette équation est Δ_m. On isole donc Δ_m.

$$= \Delta_m^2 s_{mm} + \Delta_m \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i s_{im} + \sum_{j=1}^{m-1} \Delta_j s_{mj} \right\} + K$$

$$\text{où} \quad K = \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i^2 s_{ii} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{m-1} \sum_{j=1}^{m-1} \Delta_i \Delta_j s_{ij}$$

Parce que la matrice de covariance est symétrique:

$$= \Delta_m^2 s_{mm} + 2\Delta_m \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i s_{im} + K \tag{3.23}$$

$$= (x_m - \mu_m)^2 s_{mm} + 2(x_m - \mu_m) \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i s_{im} + K$$

$$= s_{mm}(x_m{}^2 - 2\mu_m x_m + \mu_m{}^2) + 2x_m \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i s_{im} + K_1 \qquad (3.24)$$

où $K_1 = K - 2\mu_m \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i s_{im}$

$$= s_{mm} x_m{}^2 + \left\{ 2 \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i s_{im} - 2\mu_m s_{mm} \right\} x_m + K_2 \qquad (3.25)$$

où $K_2 = K_1 + \mu_m{}^2 s_{mm}$

Comme x_m est une variable normale, il est possible d'exprimer sa distribution sous la forme d'une gaussienne unidimensionnelle dont l'exposant multiplié par -2 est équivalent à l'équation suivante:

$$\frac{1}{\mathring{\sigma}^2} (\mathring{x}_m - \mathring{\mu})^2 = \frac{1}{\mathring{\sigma}^2} \mathring{x}_m{}^2 - \frac{2\mathring{\mu}}{\mathring{\sigma}^2} \mathring{x}_m + \frac{\mathring{\mu}^2}{\mathring{\sigma}^2} \qquad (3.26)$$

Par identification de (3.25) avec (3.26):

$$\frac{1}{\mathring{\sigma}^2} = s_{mm} \qquad (3.27)$$

$$2 \left\{ \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i s_{im} - \mu_m s_{mm} \right\} = \frac{-2\mathring{\mu}}{\mathring{\sigma}^2} \tag{3.28}$$

De (3.27), on déduit la déviation standard de l'équation normale unidimensionnelle de x_m:

$$\mathring{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{s_{mm}}} \tag{3.29}$$

De (3.28) on extrait la moyenne de cette même équation.

$$\mathring{\mu} = \mathring{\sigma}^2 \left\{ \mu_m s_{mm} - \sum_{i=1}^{m-1} (x_i - \mu_i) s_{im} \right\} \tag{3.30}$$

$$\mathring{\mu} = \mu_m - \frac{1}{s_{mm}} \sum_{i=1}^{m-1} (x_i - \mu_i) s_{im} \tag{3.31}$$

Aussi, il est possible de vérifier que:

$$K_2 = \frac{\mathring{\mu}^2}{\mathring{\sigma}^2} \tag{3.32}$$

$$\text{où } K_2 = \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i^2 s_{ii} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{m-1} \sum_{j=1}^{m-1} \Delta_i \Delta_j s_{ij} - 2\mu_m \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i s_{im} + \mu_m^2 s_{mm} \tag{3.33}$$

Les paramètres de la fonction de densité de x_m sont donc donnés par les équations 3.29 et 3.31. Pour vérifier ces équations et à titre d'exemple, on les résoud pour m=2. La matrice de covariance est la suivante:

$$M = \begin{Vmatrix} \sigma_1^2 & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \sigma_2^2 \end{Vmatrix} \qquad \text{où } \gamma_{21} = \gamma_{12}$$

On calcule le déterminant de M:

$$|M| = \sigma_1^2\sigma_2^2 - \gamma_{21}^2$$

$$= \sigma_1^2\sigma_2^2 \left[1 - \frac{\gamma_{21}^2}{\sigma_1^2\sigma_2^2} \right] = \sigma_1^2\sigma_2^2 \ (1-\rho^2) \tag{3.34}$$

On calcule les éléments de l'inverse de M:

$$s_{11} = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2\sigma_2^2 \ (1-\rho^2)} = \frac{1}{\sigma_1^2 \ (1-\rho^2)} \tag{3.35}$$

$$s_{12} = s_{21} = \frac{-\gamma_{21}}{\sigma_1^2\sigma_2^2 \ (1-\rho^2)} = \frac{-\rho}{\sigma_1\sigma_2 \ (1-\rho^2)} \tag{3.36}$$

$$s_{22} = \frac{1}{\sigma_2^2 \ (1-\rho^2)} \tag{3.37}$$

Si on connaît x_1 et que l'on cherche $f(x_2|x_1)$, alors, d'après (3.29) et (3.37) :

$$\mathring{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{s_{22}}} = \sigma_2 \sqrt{1-\rho^2} \tag{3.38}$$

D'après (3.31) et (3.37) :

$$\mathring{\mu} = \mu_2 - \sigma_2{}^2(1-\rho^2)\ (x_1-\mu_1)\ s_{12} \tag{3.39}$$

$$= \mu_2 - \sigma_2{}^2(1-\rho^2) \left[\frac{-\rho}{\sigma_1\sigma_2\ (1-\rho^2)} \right] (x_1-\mu_1) \tag{3.40}$$

$$\mathring{\mu} = \mu_2 + \rho\ \frac{\sigma_2}{\sigma_1}\ (x_1 - \mu_1) \tag{3.41}$$

Les équations (3.38) et (3.41) sont bel et bien les expressions des paramètres de la fonction de densité de probabilité $f(x_2|x_1)$ telles qu'énoncés par Blank (1980, p.351).

L'algorithme de la méthode des probabilités conditionnelles apparaît sur la figure 3.3. Les paramètres du signal requis sont la longueur du modèle triangulaire, la fréquence d'échantillonnage et le temps sur lequel doit porter le calcul. Ce dernier doit correspondre à la durée pendant laquelle la fonction d'autocovariance du bruit est non négligeable. On doit aussi spécifier certains paramètres de contrôle, dont le plus important est le nombre d'intervalles de discrétisation qui doit être choisi de façon à trouver le compromis voulu entre la

PROGRAMME PRINCIPAL

```
LECTURE DES DONNEES DU SIGNAL
LECTURE DES MATRICES M^-1
CALCUL DE LA FONCTION DE DETECTION  →  μ_i
CALCUL DES DEVIATIONS STANDARD DES x_i (3.29) : σ°_i ; i=1,m
DISCRETISER LES GAUSIENNES x_i  :  N(0,σ°_i) ; i=1,m

i = 1
probabilité_chemin = 1
indice_du_maximum = 0
valeur_maximum = -1e99
moyenne_conditionnelle = μ_1
fct_vacillement [1..m] = 0

call fct_récursive (i,probabilité_chemin,indice_du_maximum,
     valeur_maximum,moyenne_conditionnelle,fct_vacillemnt)

NORMALISER LA FONCTION DE VACILLEMENT
ENREGISTREMENT DE LA FONCTION DE VACILLEMENT
```

FONCTION

```
fct_récursive (i,pchemin,imax,max,μ°_i,jitter)
POUR CHAQUE INTERVALLE DE x_i ~ N(μ°_i,σ°_i)
    pchemin = pchemin × P(x_i soit compris dans l'intervalle)
    max = maximum (max, x_i)
    Si (x_i = max) alors imax = i
    Si i ≠ m
        CALCULER LA MOYENNE CONDITIONNELLE μ°_i+1
        i = i+1
         fct_récursive(i,pchemin,imax,max,μ°_i+1,jitter)
    Si i = m
        jitter (imax) = jitter (imax) + pchemin
         RETOUR
```

FIGURE 3.3 : Algorithme de la méthode des probabilités conditionnelles. La fonction de vacillement est trouvée à l'aide d'une fonction récursive.

précision désirée et le temps d'exécution. On doit enfin fournir les matrices de covariances inversées d'ordre i, pour i allant de 2 à m.

Le calcul de la composante périodique de la fonction de détection est d'abord effectué selon les paramètres fournis par l'usager. Avec les matrices de covariance, on trouve les déviations standard (3.29) de tous les échantillons et on discrétise les fonctions normales correspondantes dans un intervalle compris dans $\pm 3\sigma$. On suppose ensuite une première valeur de x_1, et on calcule la moyenne de $f(x_2|x_1)$ avec (3.31). Puis on suppose une valeur pour x_2 et on calcule la probabilité que les deux valeurs a et b de x_1 et x_2 se produisent en multipliant les probabilités des intervalles correspondants, ce qui revient à $p(x_1=a) \times p(x_2=b|x_1=a)$. Enfin, on trouve lequel des deux échantillons a la valeur la plus élevée. On répète le processus pour tous les échantillons, en mettant chaque fois à jour la position du plus grand échantillon ainsi que la probabilité du chemin. La probabilité du chemin final est additionnée dans un accumulateur correspondant à l'échantillon maximum. Après avoir épuisé ainsi tous les chemins possibles, les accumulateurs renferment la fonction de vacillement. Celle-ci doit être normalisée, c'est-à-dire que la probabilité de chaque intervalle doit être divisée par la durée de l'intervalle, avant d'être enregistrée dans un fichier.

La mise en application de la méthode des probablités conditionnelles requiert d'abord l'inversion de la matrice de covariance. Parce que le bruit rouge filtré par le filtre adapté a une

puissance essentiellement concentrée dans les basses fréquences, les covariances sont à peu près toutes égales entre elles. En vertu de cette caractéristique, l'opération d'inversion est un problème mal posé. De plus, la méthode des probabilités conditionnelles requiert une grande quantité d'opérations, à cause des boucles imbriquées de son algorithme.

Ces deux problèmes apparurent rapidement lors de l'implantation de l'algorithme. Même en limitant le portion de la fonction de détection considérée dans le calcul à une durée équivalente à 6σ, les temps de traitement ont vite monté au delà d'une journée, sur un ordinateur Masscomp programmé en langage Fortran.

Pour inverser la matrice, on utilisa d'abord à la méthode de Tikhonov qui consiste à inverser une matrice très semblable mais beaucoup mieux conditionnée, du type:

$$\mathring{C} = C + \alpha I,$$

où α est un nombre réel très petit et C la matrice initiale. On voit, sur la figure 3.4, dans quelle mesure la valeur de la norme de la matrice inverse peut diminuer drastiquement en augmentant quelque peu la valeur de α. L'addition d'une petite valeur dans la diagonale de la matrice de covariance produit des résultats tout à fait disproportionnés, ce qui est une caractéristique du problème mal posé. A partir d'une certaine valeur de α, la norme de la matrice inverse commence à se stabiliser.

On a cherché à déterminer α en fonction du résultat obtenu. Par

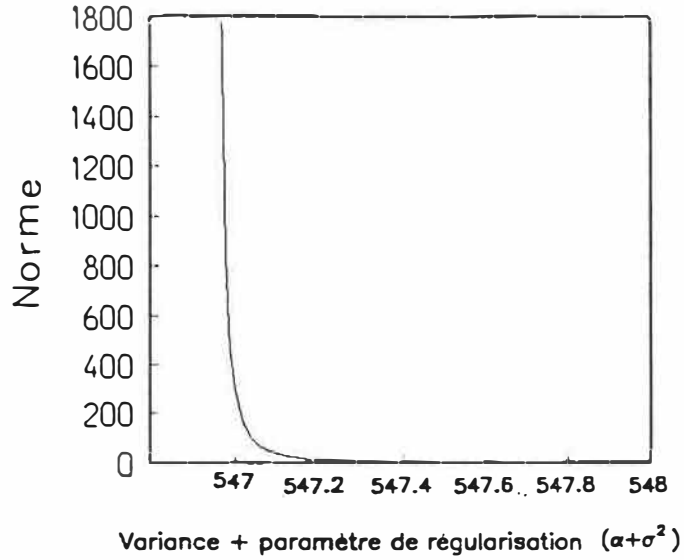


FIGURE 3.4 : Norme de la matrice inversée pour un α variable. La norme s'atténue rapidement pour de petites augmentations de la valeur de α.

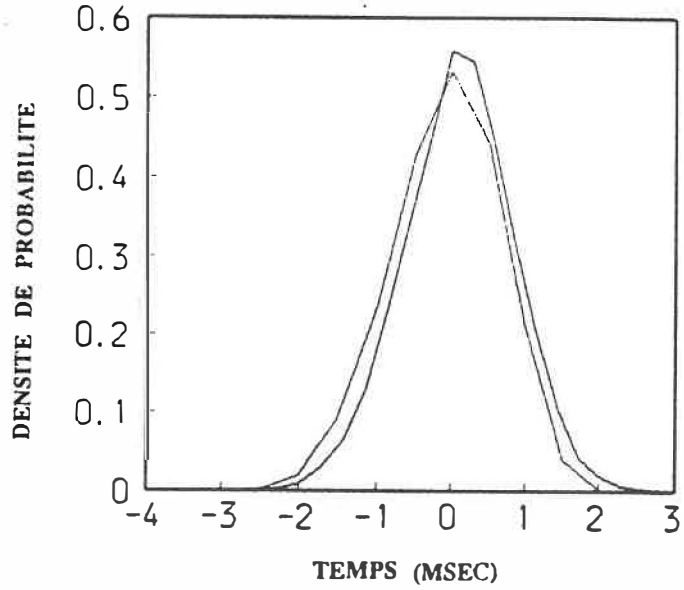


FIGURE 3.5 : Comparaison des fonctions de vacillement calculée avec les probabilités conditionnelles (courbe de gauche) et issue d'une simulation du chapitre 4 (courbe de droite) pour la technique de filtrage adapté. Méthode des probabilités conditionnelles (bruit rouge, snr = 30, d=.09 sec.).

essais successifs, on a trouvé, sous des conditions de bruit et longueur de triangle données, la valeur de α pour laquelle la fonction de vacillement correspondait avec la fonction de vacillement issue d'une simulation (voir chapitre suivant) sous les même conditions. On peut voir, sur la figure 3.5, qu'il est possible de parvenir à une fonction de vacillement théorique très proche de la simulation. La valeur de α dans ce cas était égale à 0.04% de la valeur de la diagonale de la matrice de covariance. Une technique de détermination automatique de la valeur de α nous aurait permis d'appliquer la méthode des probabilités conditionnelles pour un ensemble plus étendu de cas. De plus, une plus grande capacité de traitement permettrait de considérer les échantillons de la fonction de détection s'étalant sur une durée du même ordre de grandeur que la fonction d'autocorrélation du bruit.

3.3.2 INTEGRATION PAR ROTATION DU SYSTEME DE REFERENCE

L'équation gaussienne multidimensionnelle (3.1) est une fonction dont les isocontours sont des hyperellipsoïdes coaxiales centrées sur le vecteur de moyennes (figure 3.6). En faisant pivoter le système de référence de sorte que ses axes deviennent parallèles aux axes des hyperellipsoïdes, l'intégrale 3.20 est réduite en un produit de distributions cumulatives de normales à une dimension. Ce phénomène se produit parce que les covariances des variables du nouveau système de référence sont nulles et, qu'en conséquence, la matrice de covariance

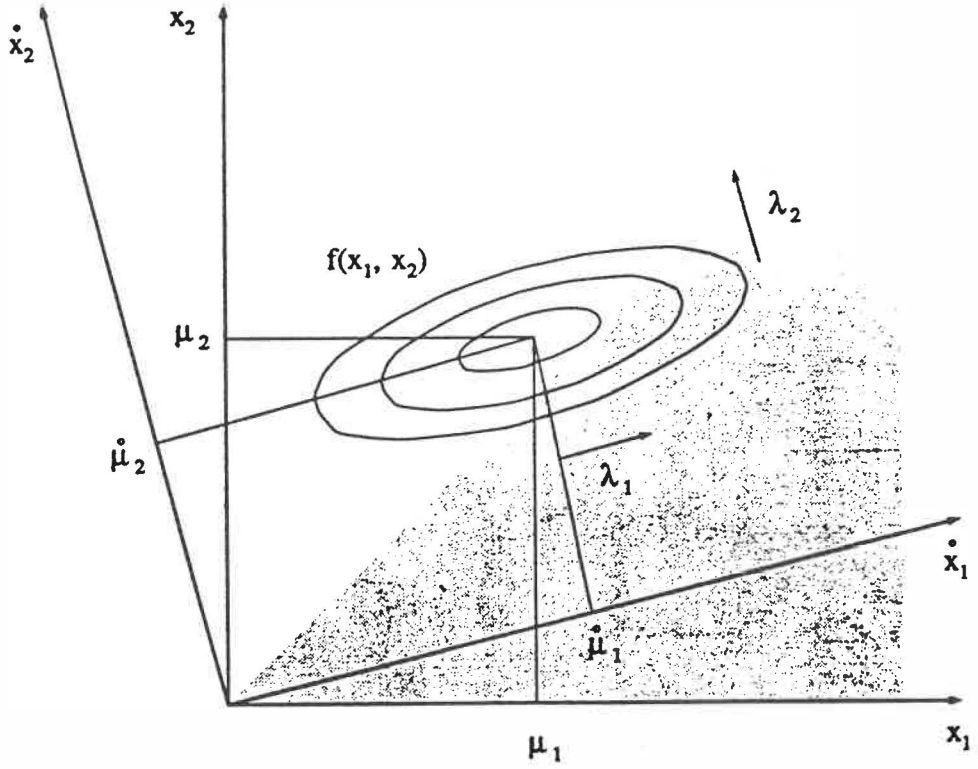


FIGURE 3.6 : Illustration de la méthode d'intégration par la rotation du système de référence dans le plan. Les axes du nouveau système de référence sont orientés selon les vecteurs propres de la matrice de covariance et sont parallèles aux axes des ellipses formées par les isocontours de la fonction gaussienne bidimensionnelle. Les covariances de la fonction gaussienne sont nulles dans le nouveau système et les variances sont égales aux valeurs propres de la matrice de covariances. Le domaine d'intégration correspond à la partie ombragée.

est une matrice diagonale (Blachman 1966). Les valeurs de la diagonale sont les variances des équations normales unidimensionnelles et égales aux valeurs propres de la matrice de covariance. L'intégrale (3.20) prend donc la forme suivante:

$$p(x_i \ \max) = \int_{\dot{x}_i=\dot{x}_{i\,inf}}^{\dot{x}_{i\,sup}} N(\mathring{\mu}_i,\lambda_i) \int_{\dot{x}_1=\dot{x}_{1\,inf}}^{\dot{x}_{1\,sup}} \cdots \int_{\dot{x}_j=\dot{x}_{j\,inf}}^{\dot{x}_{j\,sup}} N(\mathring{\mu}_j,\lambda_j) \cdots \int_{\dot{x}_m=\dot{x}_{m\,inf}}^{\dot{x}_{m\,sup}} |J| \ d\mathring{x}_1 \ldots d\mathring{x}_m \qquad (3.42)$$

Pour $i \neq j$ et $i,j \in [1,m]$, où J est le jacobien associé à la transformation du système de coordonnées.

Les axes de l'hyperellipsoïde sont orientés selon les vecteurs propres de la matrice de covariance. Pour transformer le système de coordonnées, il faut multiplier les vecteurs référés dans l'ancien système par une matrice, appelée matrice de rotation. Cette dernière est composée avec les vecteurs propres. Soit les vecteurs propres t_i de la matrice de covariance C. La matrice de rotation A qui transforme le vecteur X exprimé dans le même système de référence que C en un vecteur $\mathring{X}$ exprimé dans un système de référence parallèle aux axes des ellipsoïdes définis par C, est formée en assemblant les vecteurs propres t_i en colonnes.

$$A = \left\| \begin{array}{cccc} t_1 & t_2 & \ldots & t_m \\ \downarrow & \downarrow & & \downarrow \\ & & & \end{array} \right\| \qquad (3.43)$$

On utilise la matrice de rotation pour exprimer les bornes d'intégration dans le nouveau système de référence.

$$\mathring{X}^T = X \times A \tag{3.44}$$

$$\| \mathring{x}_1 \quad \mathring{x}_2 \quad \cdots \quad \mathring{x}_m \| = \| x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_m \| \begin{Vmatrix} a_{11} & a_{12} & & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & & \\ a_{31} & a_{32} & & \\ & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} \end{Vmatrix} \tag{3.45}$$

où $a_{ii} > 0$

Le système d'équations suivant découle de la multiplication matricielle:

$$\left| \begin{array}{l} \mathring{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{21}x_2 + a_{31}x_3 + \ldots + a_{m1}x_m = \sum_{k=1}^{m} a_{k1}x_k \\ \mathring{x}_2 = a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + a_{32}x_3 + \ldots + a_{m2}x_m = \sum_{k=1}^{m} a_{k2}x_k \\ \qquad \ldots\ldots \\ \mathring{x}_m = a_{1m}x_1 + a_{2m}x_2 + a_{3m}x_3 + \ldots + a_{mm}x_m = \sum_{k=1}^{m} a_{km}x_k \end{array} \right. \tag{3.46}$$

On peut généraliser ce système d'équations par:

$$\mathring{x}_j = \sum_{k=1}^{m} a_{kj}x_k \qquad 1 \le j \le m \tag{3.47}$$

On obtient le jacobien en exprimant les variables du système de référence initial en fonction de celles du système transformé, ce qui donne :

$$|J| = \begin{vmatrix} \frac{\delta x_1}{\delta \mathring{x}_1} & \frac{\delta x_1}{\delta \mathring{x}_2} & \cdots & \frac{\delta x_1}{\delta \mathring{x}_m} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\delta x_m}{\delta \mathring{x}_1} & \frac{\delta x_m}{\delta \mathring{x}_2} & \cdots & \frac{\delta x_m}{\delta \mathring{x}_m} \end{vmatrix} \tag{3.48}$$

$$|J| = \begin{vmatrix} 1/a_{11} & 1/a_{12} & \cdots & 1/a_{1m} \\ \vdots & & & \vdots \\ 1/a_{m1} & 1/a_{m2} & \cdots & 1/a_{mm} \end{vmatrix} = \text{constante} \tag{3.49}$$

Puisque le jacobien est une constante, l'équation 3.42 se transforme en l'équation suivante:

$$p(x_i \ \max) = \int_{\dot{x}_i = \dot{x}_{i\,inf}}^{\dot{x}_{i\,sup}} N(\mathring{\mu}_i, \lambda_i) \left[\!\!\left[\prod_{j=1}^{m} \int_{\dot{x}_j = \dot{x}_{j\,inf}}^{\dot{x}_{j\,sup}} N(\mathring{\mu}_j, \lambda_j) \, d\mathring{x}_j \right]\!\!\right] |J| \, d\mathring{x}_i \tag{3.50}$$

Pour $i \neq j$ et $i,j \in [1,m]$

Les bornes supérieures d'intégration des variables x_j, référées dans le système initial, sont équivalentes entre elles et égales à x_i. En considérant ce fait dans l'équation 3.47, on trouve la valeur des bornes référées dans le système de référence transformé.

$$\mathring{x}_{j\,sup} = \sum_{k=1}^{m} a_{kj} x_i \tag{3.51}$$

$$\mathring{x}_i = \sum_{k=1}^{m} a_{ki} x_i \tag{3.52}$$

Par substitution de x_i tiré de 3.52 dans 3.51, on trouve la valeur des bornes supérieures d'intégration :

$$\mathring{x}_{j\,sup} = \frac{\sum_{k=1}^{m} a_{kj}}{\sum_{k=1}^{m} a_{ki}} \mathring{x}_i \tag{3.53}$$

De plus, comme $a_{ii} > 0$,

$$\mathring{x}_{j\,inf} = \mathring{x}_{i\,inf} = -\infty \tag{3.54}$$

$$\mathring{x}_{i\,sup} = \infty \tag{3.55}$$

Pour résoudre l'équation 3.50, on discrétise la première intégrale, ce qui résulte en l'équation 3.56. A chaque intervalle de

la sommation ainsi créée, on calcule le produit des intégrales munies des bornes apparaissant en (3.53) et (3.54). Les cumulatives des distributions gaussiennes sont calculées par une approximation polynomiale (appendice 3).

$$p(x_i \text{ max.}) = |J| \sum_{i=-\infty}^{\infty} N(\mathring{x}_i \,|\, \mathring{\mu}_i, \lambda_i) \left[\prod_{j=1}^{m} \int_{\mathring{x}_j=-\infty}^{\mathring{x}_{j\,sup}} N(\mathring{\mu}_j, \lambda_j)\, d\mathring{x}_j \right] \Delta\mathring{x}_i \qquad (3.56)$$

Pour $i \neq j$ et $i \in [1,m]$

$\mathring{x}_i = \mathring{\mu}_i + i\Delta\mathring{x}_i$

Les fonctions de vacillement sont trouvées par la méthode de résolution par rotation du système de référence selon l'algorithme illustré sur la figure 3.7. D'abord, on calcule les vecteurs et valeurs propres de la matrice de covariance. Dans un deuxième temps, on détermine la composante déterministe à partir de la fréquence d'échantillonnage de la fonction de covariance et de la longueur du modèle triangulaire spécifiée par l'usager.

Le vecteur de moyennes, composé des valeurs de la composante déterministe, est par la suite transformé avec l'équation 3.44 dans le nouveau système de référence. L'étape suivante consiste à discrétiser la distribution d'un premier échantillon, puis à calculer la probabilité de cet échantillon d'être un maximum, avec l'équation 3.56.

LECTURE DES DONNEES DU SIGNAL

CALCUL DES VALEURS PROPRES

CALCUL DES VECTEURS PROPRES

CALCUL DE LA COMPOSANTE DETERMINISTE DE LA FONCTION DE DETECTION

TRANSFORMATION DES MOYENNES DANS LE NOUVEAU SYSTEME DE REFERENCE

POUR CHAQUE ECHANTILLON DE LA FCT DE VACILLEMENT

- CALCULER L'EQUATION NORMALE DISCRETISEE DE L'ECHANTILLON COURANT
- POUR CHAQUE INTERVALLE DE LA NORMALE DISCRETISEE
  - CALCULER LES BORNES D'INTEGRATION
  - CALCULER LA PROBABILITE ASSOCIEE A L'INTERVALLE (EQUATION 3.56)

NORMALISATION DE LA FONCTION DE VACILLEMENT

ENREGISTREMENT DE LA FONCTION DE VACILLEMENT

FIGURE 3.7 : Algorithme de la méthode de rotation du système de référence.

On normalise enfin la fonction de vacillement résultant de l'exécution de ce processus pour tous les échantillons. A cause de la normalisation, il n'est pas nécessaire de calculer le jacobien.

Des essais furent réalisés sur douze échantillons de la fonction de détection calculée sur un triangle de 90 msec, échantillonné à 1 kHz. On a obtenu un rapport très élevé entre les valeurs propres extrêmes. Certaines, parmi les plus petites valeurs propres, étaient négatives, ce qui est en contradiction avec le fait qu'une matrice de covariance est définie semi-positive. Ceci est très certainement explicable en vertu des limites de précision inhérentes à la représentation numérique. Il s'avère donc nécessaire de contourner ce problème en ne considérant que les dimensions correspondant aux valeurs propres les plus élevées. L'intégration par la méthode de rotation du système de référence devrait donc se faire dans un domaine bi ou tridimensionnel, où les dimensions correspondent aux valeurs propres les plus élevées.

CHAPITRE 4

CARACTERISATION DE LA FONCTION DE VACILLEMENT PAR SIMULATIONS

Plusieurs équipes ont déjà étudié le vacillement en appliquant la technique de moyennage temporel sur des signaux entièrement synthétiques (section 2.3.2). La représentation de l'ECG par des signaux synthétiques rend possible le contrôle de manière indépendante de différentes variables telles que la longueur du complexe QRS, la densité spectrale du bruit et le rapport signal-bruit et fournit par surcroît une référence temporelle bien déterminée.

On décrit généralement les fonctions de vacillement dans la littérature par le seul biais de leur écart-type. Ce paramètre, en plus de donner une idée de l'étendue du vacillement, peut permettre de calculer la fréquence de coupure de l'effet de filtrage passe-bas du moyennage à condition de connaître l'allure de la fonction de vacillement. En particulier, l'équation 2.5 peut être utilisée seulement pour les fonctions de vacillement gaussiennes.

Les simulations faites dans le cadre de ce chapitre reproduisent les fonctions de vacillement pour toute une gamme de rapports signal-bruit et de longueurs de modèles de complexe QRS ainsi que pour quelques types de bruit. On y vérifie la normalité des fonctions de vacillement et calcule la fréquence de coupure de l'effet de filtrage. La figure 4.1 donne un aperçu global de la méthode utilisée dans ce chapitre.

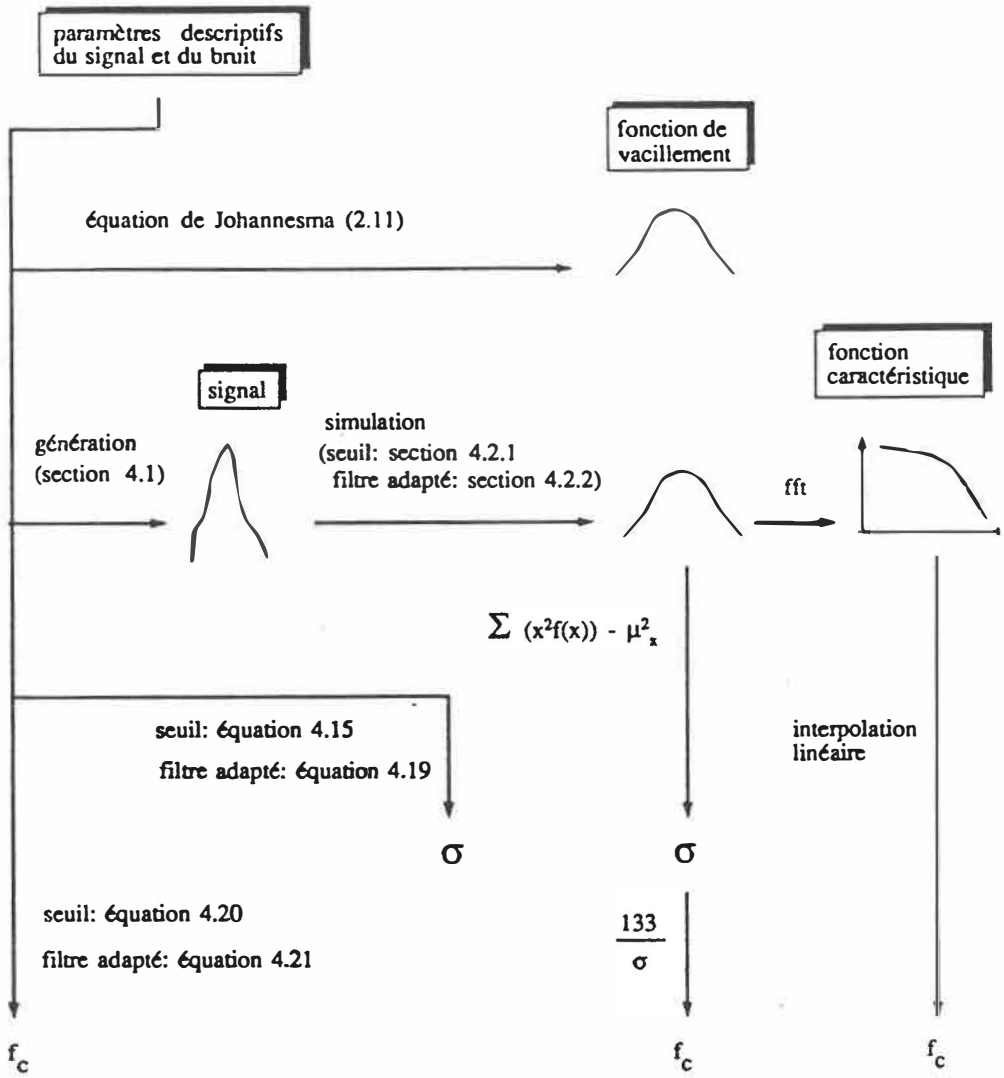


FIGURE 4.1 : Diagramme de la méthode de simulation. Les variables f_c (fréquence de coupure de l'effet de filtrage passe-bas du moyennage) et σ (déviation standard de la fonction de vacillement) sont dérivées de plusieurs manières.

Les méthodes d'alignement par seuil et par filtrage adapté furent étudiées pour des signaux entièrement synthétiques sur un ordinateur Masscomp sous environnement Unix, en Fortran 77.

4.1 MODELISATION DE L'ECG

4.1.1 MODELISATION DU BRUIT MUSCULAIRE

Le chapitre 2 nous a permis d'apprécier l'influence prédominante du bruit musculaire sur les fonctions de vacillement de la méthode d'alignement par filtrage adapté. En conséquence, seul le bruit musculaire fut considéré dans nos simulations.

Un certain nombre d'hypothèses furent émises pour la construction d'un modèle des composantes périodique et aléatoire. Les hypothèses sous-jacentes au modèle de bruit musculaire sont les suivantes:

Hypothèses 1 à 5:

Les cinq conditions nécessaires pour que la loi du $\sqrt{n}$ s'appliquent lors du moyennage (section 2.1) ont été incorporées dans le modèle de bruit musculaire: bruit additif, bruit indépendant du signal, bruit à moyenne nulle, bruit stationnaire, bruit non autocorrélé pour une durée supérieure à la période du signal.

Hypothèse 6:

Comme sixième hypothèse, on suppose un bruit musculaire de type gaussien. Un processus gaussien se décrit entièrement par ses moments de premier et second ordre. S'il a une moyenne nulle (moment de premier ordre), comme dans le cas qui nous concerne, la fonction de densité spectrale (moment de second ordre) suffit pour caractériser complètement le bruit (Haykin, 1983).

Hypothèse 7:

La fonction de densité spectrale est celle du bruit rouge, soit $1/f^2$.

Hypothèse 8:

Le bruit est ergodique. Par cette hypothèse, on suppose que les moyennes d'ensemble du processus aléatoire sont équivalentes à ses moyennes temporelles. Puisque le bruit est aussi gaussien, l'ergodicité de la moyenne et de l'écart-type suffisent à assurer l'ergodicité complète (Haykin, 1983). Ce sont la moyenne d'ensemble et l'écart-type d'ensemble qui importent lors du moyennage. Cependant, les moyennes et écarts-types que nous mesurons sont généralement des paramètres temporels. Pour établir l'équivalence entre les deux types de paramètres, il est nécessaire de supposer l'ergodicité.

Ces huit hypothèses sont couramment utilisées dans la littérature, le plus souvent de façon implicite. La correspondance d'un tel modèle

avec la réalité demeure néanmoins discutable sous bien des aspects. La stationarité du bruit musculaire se voit remise en cause par Koeleman et al. (1984), en raison des variations physiologiques qui se produisent, particulièrement au niveau de l'activité respiratoire. Or, un processus non stationnaire s'avère aussi nécessairement non ergodique (Haykin, 1983). De plus, la fonction de densitée spectrale d'un processus non stationnaire varie dans le temps, ce qui rend impossible une supposition telle que celle formulée dans l'hypothèse 7 (Kwatny et al. 1970).

Même si elle apparaît dans plusieurs études (Inbar et al., 1984, Kwatny et al., 1970, Stulen et al., 1981), l'hypothèse du bruit gaussien demeure à peu près impossible à corroborer de façon absolue. Un processus gaussien possède des fonctions de densité de probabilité multidimensionnelles d'ordre n normales pour tout n entre 1 et l'infini, ce qui s'avère très difficilement vérifiable de façon formelle. Néanmoins, le théorème de la limite centrale justifie cette hypothèse (Haykin, 1983) dans la mesure où à chaque instant donné, l'amplitude du bruit résulte de l'action simultanée d'une multitude de phénomènes individuels, notamment les potentiels d'action des unités motrices (MUAP) (Agarwal et al., 1975). Un autre facteur pouvant laisser croire à la justesse de l'hypothèse du bruit gaussien est la normalité de la distribution d'amplitude instantanée des signaux d'EMG (condition nécessaire mais non suffisante) (Inbar et al., 1984, Stulen et al., 1981).

On peut voir dans quelle mesure l'hypothèse de la fonction de densité spectrale $1/f^2$ simplifie la réalité en observant les résultats expérimentaux de Santopietro (figure 2.7). La pente du spectre observé n'est pas constante, tel que supposé. De plus, même si aucune étude ne fut relevée sur le sujet, il est fortement probable que la fonction de densité spectrale soit susceptible aux variations interindividuelles ainsi qu'aux conditions d'enregistrement.

En somme, notre modèle ne reproduit pas la caractéristique de non stationnarité du bruit musculaire et possède une fonction de densité spectrale grandement simplifiée.

4.1.2 GENERATION DU BRUIT

La génération du bruit fut faite en trois étapes: la génération d'un bruit blanc uniforme, la transformation en bruit blanc gaussien, et le filtrage. Un bruit blanc uniformément distribué entre 0 et 1 fut produit par une routine FORTRAN qui accumulait dans un vecteur les résultats successifs d'une fonction intrinsèque de génération de nombres pseudo-aléatoires. Un critère élaboré par Jenkins et Watts (1968), basé sur l'autocorrélation, servit à vérifier la blancheur du bruit.

On a obtenu le bruit blanc gaussien en traitant douze échantillons successifs de bruit uniforme avec la fonction suivante:

$$x(k) = \left[\!\left[\sum_{i=1}^{12} u(i) - 6 \right]\!\right] \times \sigma \qquad (4.1)$$

où x : bruit gaussien suivant une $N(0,\sigma)$
u : bruit uniforme
$\sigma = 1$

Chaque groupe de douze échantillons de bruit uniforme produit ainsi un échantillon de bruit gaussien. A ce stade, la blancheur fut à nouveau vérifiée. On s'assura ensuite de la normalité de la distribution instantanée du bruit avec les test de Chi-carré et de Kolmogoroff-Smirnoff.

Dans la dernière étape, on filtra le bruit gaussien de manière à reproduire un signal dont la densité spectrale est $1/f^2$ dans la plage de fréquence située entre 5 et 100 Hz. Le comportement de la fonction de densité spectrale au delà de 100 Hz importe peu, en raison de la faible puissance mise en cause (aire sous la courbe de la fonction de densité spectrale de 100 Hz à la moitié de la fréquence de Nyquist). On a donc supposé que la forme $1/f^2$ reste valable jusqu'à la moitié de la fréquence de Nyquist. Cependant, le comportement en deçà de 5 Hz pourrait être un facteur déterminant à cause de l'amplitude élevée de la fonction de densité spectrale dans cette région. C'est pourquoi on a conçu le filtre avec la flexibilité nécessaire pour étudier l'impact de la forme de la fonction de densité spectrale pour les fréquences inférieures à 5 Hz.

Un filtre de fonction de transfert H(f) alimenté par un bruit blanc génère à sa sortie un bruit dont la densité spectrale $S_o(f)$ est la suivante (Kunt, 1981 p.242) :

$$S_o(f) = H^2(f)\sigma_b{}^2 \qquad (4.2)$$

où $\sigma_b{}^2$ est la variance du bruit blanc.

Il est donc possible de simuler à volonté le spectre du bruit blanc pour obtenir n'importe quel spectre avec un filtre de mise en forme. Un filtre avec une fonction de transfert telle que celle de l'équation 4.3 nous permet de générer un bruit dont le spectre est de la forme $1/f^2$.

$$H(f)=1/f\ , \qquad 5 < f < f_{nyquist}/2 \qquad (4.3)$$

Pour la réalisation de ce filtre de manière numérique, on doit tenir compte de la quantité très grande de données à traiter. Les essais doivent parfois porter sur 10000 battements à des fréquences d'échantillonnage pouvant aller jusqu'aux environs de 20 kHz (pour des raisons exposées plus loin) ce qui représente 20 millions d'échantillons de bruit filtrés, et ce, pour un seul essai. Le temps de traitement du filtre devient donc très critique, d'autant plus que la génération du bruit est suivie d'autres étapes toutes aussi exigeantes en temps de calcul, comme le filtrage adapté.

Le filtre choisi est de type autorégressif, passe-bas du premier

ordre. L'équation de récursion de ce filtre (Drouhard, 1976) est:

$$y(m) = y(m-1) - x(m-k-1) + x(m+k) \tag{4.4}$$

où y : Sortie du filtre
x : Entrée du filtre
$M = 2m+1$: Nombre de termes du filtre

Seulement deux additions sans aucune multiplication sont requises par échantillon de bruit produit à la sortie. De plus, on peut varier facilement sa fréquence de coupure. La fonction de transfert d'un filtre passe-bas rectangulaire dans le domaine analogique (Haykin 1983) est :

$$G(f) = RT \frac{\sin(\pi fT)}{\pi fT} \tag{4.5}$$

où T : Durée de la fonction rectangulaire
R : Amplitude de la fonction rectangulaire

A la fréquence de coupure f_c on a,

$$G(f_c) = RT \frac{\sqrt{2}}{2} \tag{4.6}$$

On résout par itérations,

$$\pi f_c T \simeq 1.4$$

Donc :

$$f_c \simeq \frac{.45}{T} \tag{4.7}$$

En discrétisant avec $T = M/f_e$, où f_e est la fréquence d'échantillonnage et M est le nombre d'échantillons du filtre, on obtient l'approximation:

$$M \approx \text{entier le plus près de } X = \frac{.45 \times f_e}{f_c} \tag{4.8}$$

On ajuste donc la fréquence de coupure en variant M suivant cette dernière relation. M est un nombre entier, ce qui a pour effet de discrétiser le domaine des fréquences de coupure. Les fréquences de coupure qui s'appliquent dans notre cas sont de l'ordre de 5 Hz. Comme les fréquences d'échantillonnage utilisées demeurent au delà de 500 Hz, la valeur minimum que peut prendre M est 45. Pour $X=44.5$, $f_c=5.06$ et pour $X=45.5$, $f_c=4.95$; ainsi, même dans le pire cas, la fréquence de coupure peut être fixée à .06 Hz de la fréquence voulue. L'effet de discrétisation des fréquences de M peut donc être négligé.

On a ajouté un filtre passe-haut à 4 Hz qui a permis d'analyser l'influence des fréquences sous 5 Hz sur les fonctions de vacillement. Ce filtre est constitué d'un dérivateur à deux points suivit d'un autre filtre passe-bas du même type. En combinant ce filtre passe-haut au filtre passe-bas décrit précédemment, on obtient un filtre passe-bande ne nécessitant que cinq additions par échantillon à la sortie.

Le gain du filtre passe-bas est de $\sqrt{M}$ et celui du filtre passe-bande est de $\sqrt{M_{min}}$, où M_{min} est le plus petit M entre ceux des

deux filtres passe-bas constituant le passe-bande. Chaque échantillon à la sortie du filtre fut divisé par la valeur de gain du filtre utilisé et multiplié par la déviation standard désirée pour le bruit.

On a ainsi consitué un filtre très performant pouvant agir à volonté comme passe-bas ou passe-bande et pour lequel les fréquences de coupure sont programmables. Pour vérifier la performance du filtre, on calcula l'estimateur spectral moyen du bruit généré à la sortie du passe-bande à partir de quatre lots de 2048 échantillons. On observe sur la fonction de densité spectrale de puissance ainsi obtenue (figure 4.2) la pente voulue de -20 db par décade, à partir d'environ 5 Hz. Cependant une forte densité de zéros apparaît au dessus de la fréquence de coupure. Ce sont les zéros des fonctions sinc des deux filtres passe-bas (équation 4.5). Cette forme très dentelée du spectre de puissance du bruit apparaît comme un compromis nécessaire pour optimiser le temps de calcul. On vérifia aussi la déviation standard du bruit sur des durées de plusieurs secondes.

4.1.3 MODELISATION DE LA COMPOSANTE PERIODIQUE

Le complexe QRS est habituellement modélisé soit par une onde triangulaire ou par une impulsion de forme gaussienne. Le modèle choisi pour cette étude est le modèle triangulaire.

Afin de répondre aux contraintes de la première hypothèse du

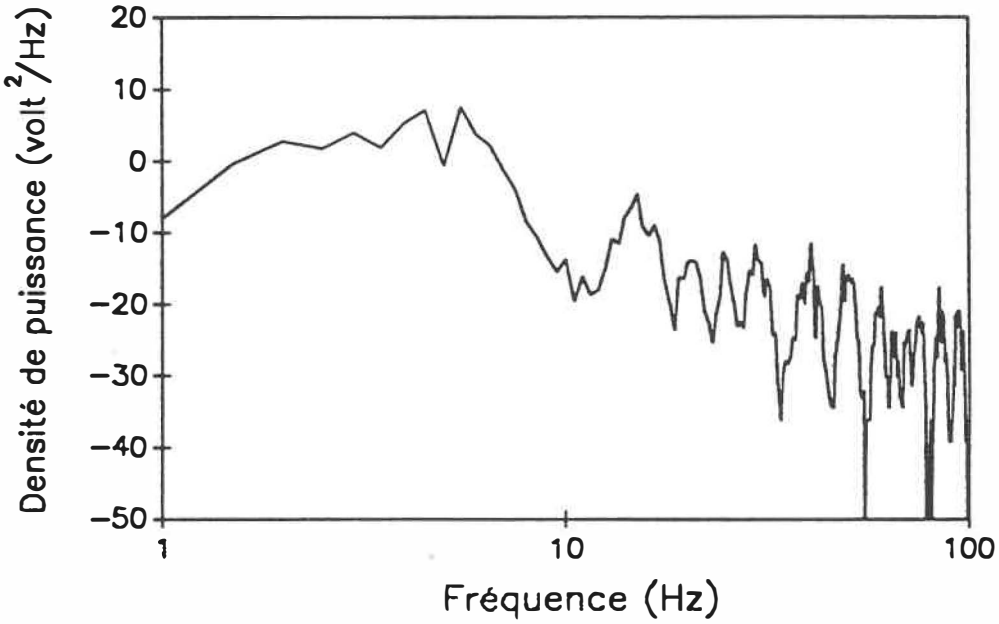


FIGURE 4.2 : Fonction de densité spectrale de puissance du bruit généré par un "shaping filter" passe-bande (fréquence de coupure basse fl=4Hz et fréquence de coupure haute fh=5 Hz).

moyennage, la morphologie du modèle demeura invariable pour toute la durée du signal. L'influence des variations physiologiques sur la détermination des temps d'alignement peut être supposée négligeable, dans une première approximation, en raison de l'étude de Koeleman et al. (1984) citée dans le chapitre 2.

On a donc généré la composante périodique avec le modèle suivant:

$$s(k) = \frac{A \times k}{k_1 + 1} \qquad 1 \leq k \leq k_1+1$$

$$s(k) = s(k_1+1-k) \qquad k_1+1 < k \leq k_{max} \tag{4.9}$$

où $k_1 = (k_{max} - 1)/2$
k_{max} = l'entier impair le plus près de $(d \times f_e)$
A : amplitude du signal
d: durée du modèle de QRS

La figure 4.3 illustre le modèle du signal superposé à celui de la composante périodique. L'amplitude de la composante périodique fut fixée à 3.5 mV.

4.2 METHODE DE SIMULATION

Le diagramme fonctionnel de la figure 4.4 décrit de façon générale les simulations pour le seuil et le filtrage adapté. Le résultat d'une simulation est un histogramme estimant la fonction de vacillement. Une série de n périodes de signal du même type que sur la figure 4.3 sont

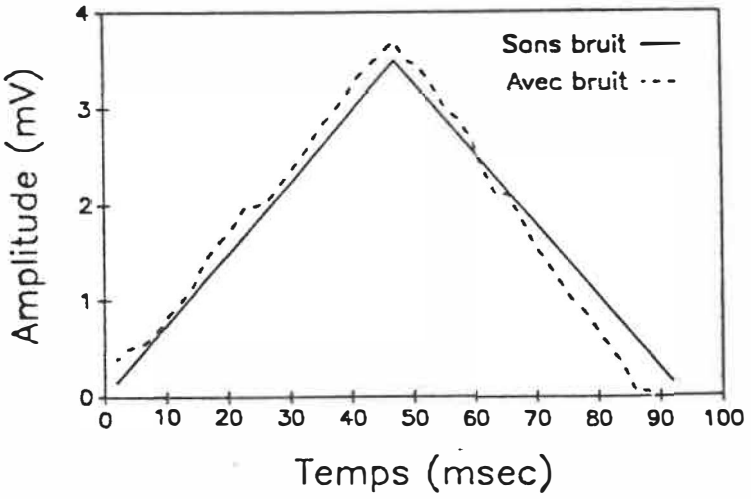


FIGURE 4.3 : Modèles du signal (trait pointillé) et de la composante périodique (trait continu).

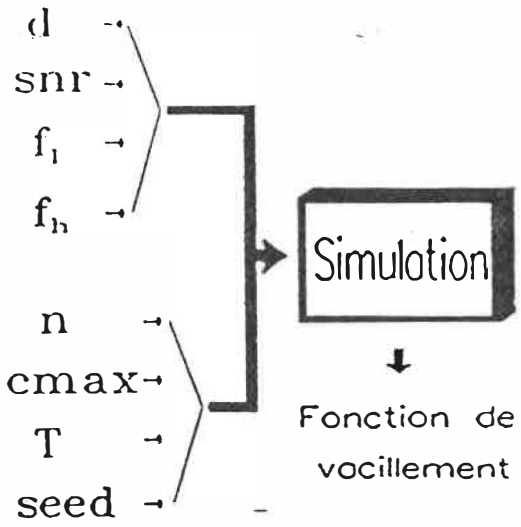


FIGURE 4.4 : Diagramme fonctionnel général des simulations. Le signal d'entrée est caractérisée par la durée du modèle triangulaire (d), le rapport signal-bruit (snr) et les fréquences de coupure basse (fl) et haute (fh) du bruit. La simulation est effectuée sur un nombre "n" de périodes du signal, le bruit étant généré avec un générateur de nombres aléatoires initialisé avec "seed". Les fonctions de vacillement résultante s'étendent sur "T" msec et comportent "cmax" échantillons.

traitées par la méthode d'alignement. A chaque période, correspond un temps de référence qui sert à construire l'histogramme. Les temps de référence furent établis relativement aux temps de référence du signal sans bruit auxquels on a adjugé arbitrairement le temps zéro.

Les simulations visent à caractériser le vacillement en fonction des quatre paramètres du modèle de signal soit: la durée du modèle de QRS (d), le rapport signal-bruit ainsi que les fréquences de coupure basse (fl) et haute (fh) de la bande passante du bruit. Elles sont régies par quatre paramètres de contrôle. La valeur de n, le nombre de battements, détermine la précision de la simulation. La variable "seed" sert de valeur initiale pour la génération des nombres pseudo-aléatoires servant à fabriquer le bruit. Cmax est le nombre d'intervalles de l'histogramme de la fonction de vacillement. Enfin, le paramètre T est une estimation de l'étendue de la fonction de vacillement.

Les méthodes d'alignement par seuil et filtrage adapté furent implantées dans deux programmes dont une particularité commune est de trouver des histogrammes avec un nombre d'intervalles constant. L'étendue des fonctions de vacillement varie selon les paramètres choisis; il s'avère donc nécessaire de trouver la fréquence d'échantillonnage, appelée fréquence d'opération, pour laquelle le nombre d'intervalles voulu s'inscrira dans la fonction de vacillement.

Pour calculer la fréquence d'opération, on divise le nombre

d'intervalles par la durée de la fonction de vacillement :

$$f_{op} = \frac{cmax}{T} \tag{4.10}$$

C'est à cette fréquence que fut généré le signal synthétique.

4.2.1 METHODE DE SIMULATION AVEC ALIGNEMENT PAR SEUIL

Etant donné que la pente du modèle de QRS est constante, le niveau du seuil n'a pas d'influence sur le vacillement. Il importait cependant que le seuil ne soit pas situé trop haut ni trop bas, afin d'éviter un débordement de la fonction de vacillement en dehors de l'intervalle de la pente. Le niveau fut donc fixée à 2 mV.

A cause de la symétrie du modèle de la composante périodique, l'alignement sur la pente ascendante est équivalent à l'alignement sur la pente descendante. L'alignement sur la pente ascendante fut choisi. Le modèle du signal fut par ailleurs simplifié en éliminant la pente descendante devenue inutile.

Afin d'établir une fréquence d'opération, il fallait fournir au programme (figure 4.5) une approximation de la durée de la fonction de vacillement. Le temps de la fonction de vacillement pouvait être

INITIALISATION DES PARAMETRES

CALCUL DE LA FREQUENCE D'OPERATION

GENERATION DE LA RAMPE

REPETE N FOIS

GENERATION DU SIGNAL EN AJOUTANT DU BRUIT A LA RAMPE

DETECTION DU PREMIER PASSAGE PAR UN SEUIL DU SIGNAL

ADDITION D'UNE UNITE DANS L'INTERVALLE DE L'HISTOGRAMME CONTENANT LE TEMPS DE REFERENCE

NORMALISATION DE L'HISTOGRAMME

CALCUL DE LA DEVIATION STANDARD DE L'HISTOGRAMME

ENREGISTREMENT SUR DISQUE DE L'HISTOGRAMME

FIGURE 4.5 : Algorithme de simulation pour la méthode d'alignement par seuil.

estimé par l'usager et transmis par le biais du paramètre T. Le programme pouvait aussi calculer une approximation lorsque la valeur de T était initialisée à 0. Dans ce dernier cas, l'équation 2.7 était utilisée en y substituant la valeur de la pente du modèle triangulaire:

$$\dot{s} = \frac{2 \times A}{d}, \text{ où A et d sont l'amplitude et la durée du modèle triangulaire.} \qquad (4.11)$$

La valeur théorique de la déviation standard de la fonction de vacillement ainsi obtenue permettait de calculer un intervalle dans lequel se trouve la plus grande part de la surface sous la courbe de la fonction de vacillement. On a fixé cet intervalle à huit fois la valeur de la déviation standard, de sorte qu'une fonction de vacillement gaussienne de déviation standard équivalente ait la quasi-totalité de sa surface sous la courbe dans cet intervalle. La fréquence d'opération était donc:

$$f_{op} = \frac{A \times cmax}{4 \times \sigma_b \times d}, \qquad (4.12)$$

où σ_b est l'écart-type du bruit et cmax est le nombre d'échantillons de la fonction de vacilement. En substituant σ_b par sa valeur dans 2.3, on

trouve :

$$f_{op} = \frac{snr \times cmax}{4 \times d}, \text{ où snr est le rapport signal-bruit} \qquad (4.13)$$

Une fois la fréquence d'opération trouvée, on calculait la rampe ascendante et y ajoutait du bruit pour former la portion d'un battement nécessaire à l'alignement. Dans l'étape d'estimation proprement dite, on repérait le premier temps de passage du signal au delà du seuil. Ce temps, le temps de référence, était comptabilisé pour le calcul de l'histogramme. On recommençait le processus d'alignement pour le nombre de battements spécifié.

La déviation standard d'une fonction de vacillement ainsi trouvée était ensuite calculée et comparée avec son homologue théorique exprimé comme suit (substitution de 2.3 dans 2.7) :

$$\sigma_{st} = \frac{A}{\dot{s} \times snr} \tag{4.14}$$

En remplaçant $\dot{s}$ par (4.11), on obtient :

$$\sigma_{st} = \frac{d}{2 \times snr} \tag{4.15}$$

4.2.2 METHODE DE SIMULATION AVEC ALIGNEMENT PAR FILTRAGE ADAPTE

On trouva dans des essais préalables que la déviation standard de la fonction de vacillement de la méthode par seuil divisée par deux, donne une bonne approximation de la déviation standard de la fonction de vacillement de la méthode par filtrage adapté. Ainsi:

$$\sigma_{fa}(d,snr) \approx \frac{\sigma_s(d,snr)}{2} \tag{4.16}$$

Un facteur 10 entre la valeur de la déviation standard et la durée de la fonction de vacillement fut choisi, de sorte que la fréquence d'opération est:

$$f_{op} = \frac{A \times cmax}{2.5 \times \sigma_b \times d} \tag{4.17}$$

Ou encore, en fonction du snr :

$$f_{op} = \frac{snr \times cmax}{2.5 \times d} \tag{4.18}$$

Pour réaliser le filtrage adapté, on formait d'abord la référence en générant le modèle de signal (figure 4.3) à la fréquence d'opération. On fabriquait le signal en ajoutant de chaque côté du même modèle deux petits segments isoélectriques nuls additionnés de bruit. Ces deux segments avaient une durée égale à la moitié de l'étendue estimée de la fonction de vacillement. La valeur maximum de l'intercorrélation entre la référence et un battement donnait le temps de référence de la période correspondante. On construisait ensuite l'histogramme avec les temps de référence de n battements différents et calculait sa déviation standard. Celle-ci fut ensuite comparée avec l'écart-type théorique trouvé en substituant 4.16 dans 4.15 :

$$\sigma_{fat} \approx \frac{d}{4 \times snr} \tag{4.19}$$

L'algorithme de la figure 4.6, qui vient d'être décrit, comporte en plus une partie dénotée "effet plastique" pour dénoter l'endroit où vient s'insérer le schéma-bloc présenté au chapitre 5.

4.3 INFLUENCE DU SNR ET DE d SUR LES FONCTIONS DE VACILLEMENT

On calcule dans cette section les déviations standards des fonctions de vacillement pour les méthodes d'alignement par seuil et filtrage adapté en fonction du snr et de la longueur du modèle de QRS.

4.3.1 SEUIL

Les simulations furent faites pour des rapports signal-bruit de 10,20,30,...,100, et pour des longueurs de QRS de 80,90 et 100 msec. Le spectre du bruit choisi était de type passe-bande avec des fréquences de coupure de 4 et 5 Hz. Entre 4000 et 5000 périodes furent moyennées, pour former des histogrammes à 21 intervalles. Les paramètres choisis étaient donc:

Paramètres fixes et de contrôle: n = 4000,5000
cmax = 21 échantillons
fl = 4 Hz
fh = 5 Hz

INITIALISATION DES PARAMETRES

CALCUL DE LA FREQUENCE D'OPERATION

GENERATION DE LA COMPOSANTE PERIODIQUE DU SIGNAL

GENERATION DE LA REFERENCE

REPETE n FOIS

GENERATION DU SIGNAL EN AJOUTANT DU BRUIT A LA COMPOSANTE PERIODIQUE

INTERCORRELATION DE LA REFERENCE AVEC LE SIGNAL

DETECTION DU MAXIMUM

ADDITION D'UNE UNITE DANS L'INTERVALLE DE L'HISTOGRAMME CONTENANT LE TEMPS DE REFERENCE

CALCULS POUR L'EFFET PLASTIQUE

NORMALISATION DE L'HISTOGRAMME

CALCUL DE LA DEVIATION STANDARD DE L'HISTOGRAMME

ENREGISTREMENT SUR DISQUE DE L'HISTOGRAMME

FIGURE 4.6 : Algorithme de simulation pour la méthode d'alignement par filtrage adapté.

Paramètres variables: snr = 10 à 100 par intervalles de 10
d = 80,90,100 msec

Les trois courbes de la figure 4.7 expriment la relation entre la déviation standard des fonctions de vacillement et le rapport signal-bruit du signal moyenné pour les trois longueurs de QRS. Dans les trois cas, les valeurs théoriques semblent bien correspondre à celles extraites des simulations.

Le tableau 4.1 présente le détail des valeurs de déviations standards obtenues ainsi que la marge d'incertitude des résultats des simulations. Pour 4000 et 5000 périodes moyennées, la marge d'erreur est de 2% pour un intervalle de confiance à 95% (appendice 1). Sur les trente valeurs de simulation, seulement trois n'incluent pas la valeur théorique correspondante dans son intervalle de confiance. De plus, l'erreur moyenne pour les trois durées de QRS demeure dans les trois cas inférieure à 2%. Il apparaît donc plausible que les valeurs des simulations pour la méthode d'alignement par seuil suivent le comportement prévu théoriquement.

4.3.2 FILTRAGE ADAPTE

Les paramètres des simulations avec le filtre adapté sont les suivants:

Paramètres fixes et de contrôle: n = 2000,10000
cmax = 21

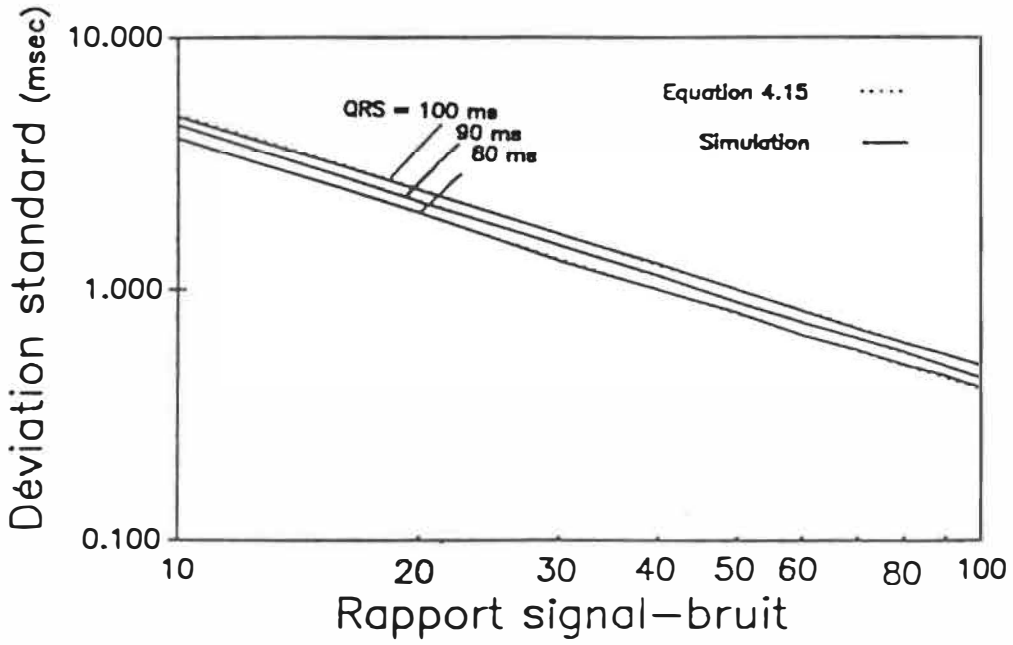


FIGURE 4.7 : Déviation standard des fonctions de vacillement pour la méthode d'alignement par seuil en fonction du rapport signal-bruit. Les résultats des simulations (traits continus) sont comparés avec ceux de l'équation 4.15 (traits pointillés). De bas en haut les paires de courbes sont associées aux durées de QRS : d=80, d=90, d=100 msec.

	d = 80 msec			d = 90 msec			d = 100 msec		
	Théo	Simul	Erreur relative |Δ| (%)	Théo	Simul	Erreur relative |Δ| (%)	Théo	Simul	Erreur relative |Δ| (%)
10	4.00	3.99	0.3	4.50	4.52	0.4	5.00	4.87	2.6
20	2.00	2.01	0.5	2.25	2.22	1.3	2.50	2.47	1.2
30	1.33	1.30	2.3	1.50	1.50	0.0	1.67	1.66	0.6
40	1.00	1.00	0.0	1.13	1.14	0.9	1.25	1.27	1.6
50	.800	.813	1.6	.900	.892	0.9	1.00	1.00	0.0
60	.666	.662	0.6	.750	.743	0.9	.833	.828	0.6
70	.571	.580	1.6	.643	.644	0.2	.714	.702	1.7
80	.500	.507	1.4	.563	.570	1.2	.625	.620	0.8
90	.444	.456	2.7	.500	.500	0.0	.556	.557	0.2
100	.400	.408	2.0	.450	.449	0.2	.500	.503	0.6
	Erreur moyenne : 1.3					0.6			1.0

TABLEAU 4.1 : Déviation standard (msec) des fonctions de vacillement avec seuil pour trois largeurs de modèle de complexe QRS. Le calcul théorique est celui de l'équation 4.15.

fl = 4 Hz
fh = 5 Hz

Paramètres variables: snr = 10 à 100 par intervalles de 10
d = 80,90,100 msec

Sur la figure 4.8 sont tracées les courbes de la déviation standard des fonctions de vacillement en fonction du rapport signal-bruit pour les trois longueurs de QRS. Les estimations (équation 4.18) suivent assez bien les tendances de ces résultats des simulations mais sortent largement des marges d'erreur explicables par l'incertitude des simulations. Dans les trois cas, l'erreur moyenne (tableau 4.2) sort nettement de l'intervalle admissible de 2 % (appendice 1).

4.4 SENSIBILITE DES FONCTIONS DE VACILLEMENT AU SPECTRE DU BRUIT

Dans cette section, on vérifie dans quelle mesure les résultats des simulations précédentes sont sensibles à la forme de la densité spectrale de puissance du modèle de bruit. Nous y voyons aussi l'impact que cause l'utilisation d'un bruit blanc.

Pour analyser la sensibilité des résultats précédents par rapport à l'allure de la fonction de densité spectrale du bruit, des simulations furent effectuées sur toute la gamme de rapport signal-bruit, soit de 10 à 100 en variant les fréquences de coupures haute et basse. Les paramètres utilisés furent:

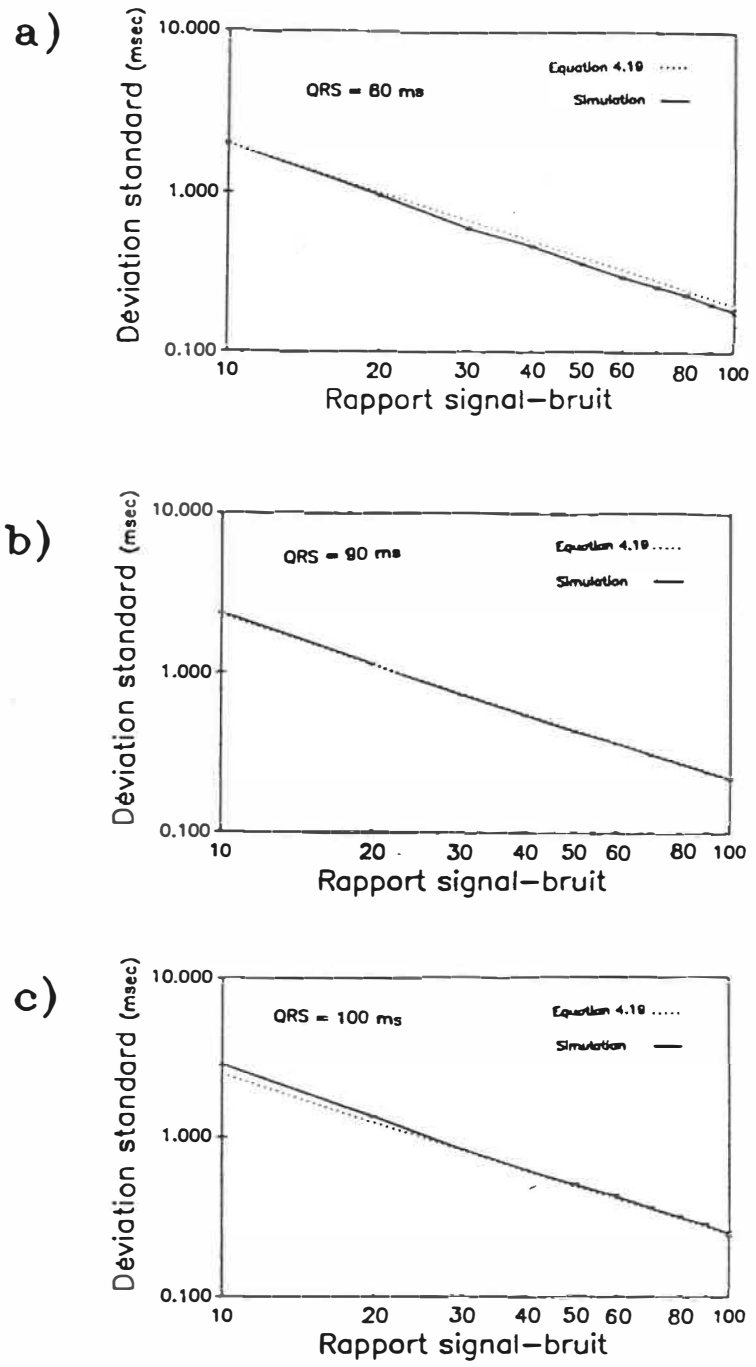


FIGURE 4.8 : Déviation standard des fonctions de vacillement pour la méthode d'alignement par filtrage adapté en fonction du rapport signal-bruit. Les résultats des simulations (traits continus) sont comparés avec ceux de l'équation 4.19 (traits pointillés). d=80 msec (a), d=90 msec (b), d=100 msec (c).

	d = 80 msec			d = 90 msec			d = 100 msec		
	Approx	Simul	Erreur relative |Δ| (%)	Approx	Simul	Erreur relative |Δ| (%)	Approx	Simul	Erreur relative |Δ| (%)
10	2.00	2.01	0.5	2.25	2.35	4.4	2.50	2.88	15.2
20	1.00	.96	4.0	1.13	1.13	0.0	1.25	1.36	8.8
30	.67	.60	10.4	.75	.73	2.7	.83	.85	2.4
40	.50	.46	8.0	.56	.55	14.5	.63	.63	0.0
50	.40	.36	10.0	.45	.44	13.6	.50	.52	4.0
60	.33	.30	9.1	.38	.37	13.5	.42	.44	4.8
70	.29	.26	10.3	.32	.31	16.1	.36	.37	2.8
80	.25	.23	8.0	.28	.28	0.0	.31	.32	3.2
90	.22	.20	9.1	.25	.24	4.0	.28	.29	3.6
100	.20	.18	10.0	.23	.22	4.3	.25	.26	4.0
	Erreur moyenne : 7.9					7.3			4.9

TABLEAU 4.2 : Déviation standard (msec) des fonctions de vacillement avec filtrage adapté pour trois largeurs de modèle de complexe QRS. L'approximation est faite avec l'équation 4.19.

Paramètres fixes et de contrôle:	n = 500,5000 cmax = 21 d = 90
Paramètres variables:	snr = 10,20,30,40,..,100 bruit: passe-bas - fh = 5 passe-bande - fl = 4 fh = 15,25,50,500

La figure 4.9a montre une famille de courbes, pour la méthode du seuil, de la déviation standard de la fonction de vacillement en fonction de la fréquence de coupure haute de la bande passante du bruit. Pour les rapports signal-bruit supérieurs à 40, la fréquence de coupure haute a très peu d'influence sur la déviation standard de la fonction de vacillement dans l'intervalle considéré. Pour les rapports signal-bruit inférieurs ou égaux à 40, l'influence commence à se faire sentir au delà de 20 Hz. La déviation standard se met alors à décroître à mesure qu'augmente la fréquence de coupure haute et atteint son minimum à 500 Hz. Pour le filtrage adapté (figure 4.9b), la fréquence de coupure haute n'affecte pas tellement le comportement de la déviation standard jusqu'à 20 Hz. Au delà de 20 Hz, la déviation standard diminue à mesure qu'augmente la fréquence de coupure haute, pour tous les rapports signal-bruit.

Lorsque la fréquence de coupure haute est égale à 500 Hz, la bande passante du bruit est très proche de celle d'un bruit blanc échantillonné à 1 kHz, ou encore d'un bruit blanc à bande limitée (bbbl). Sur la figure 4.10a apparaissent les courbes de la déviation standard des fonctions de vacillement en fonction du rapport signal-bruit pour les bruits rouge et blanc à bande limitée à 500 Hz,

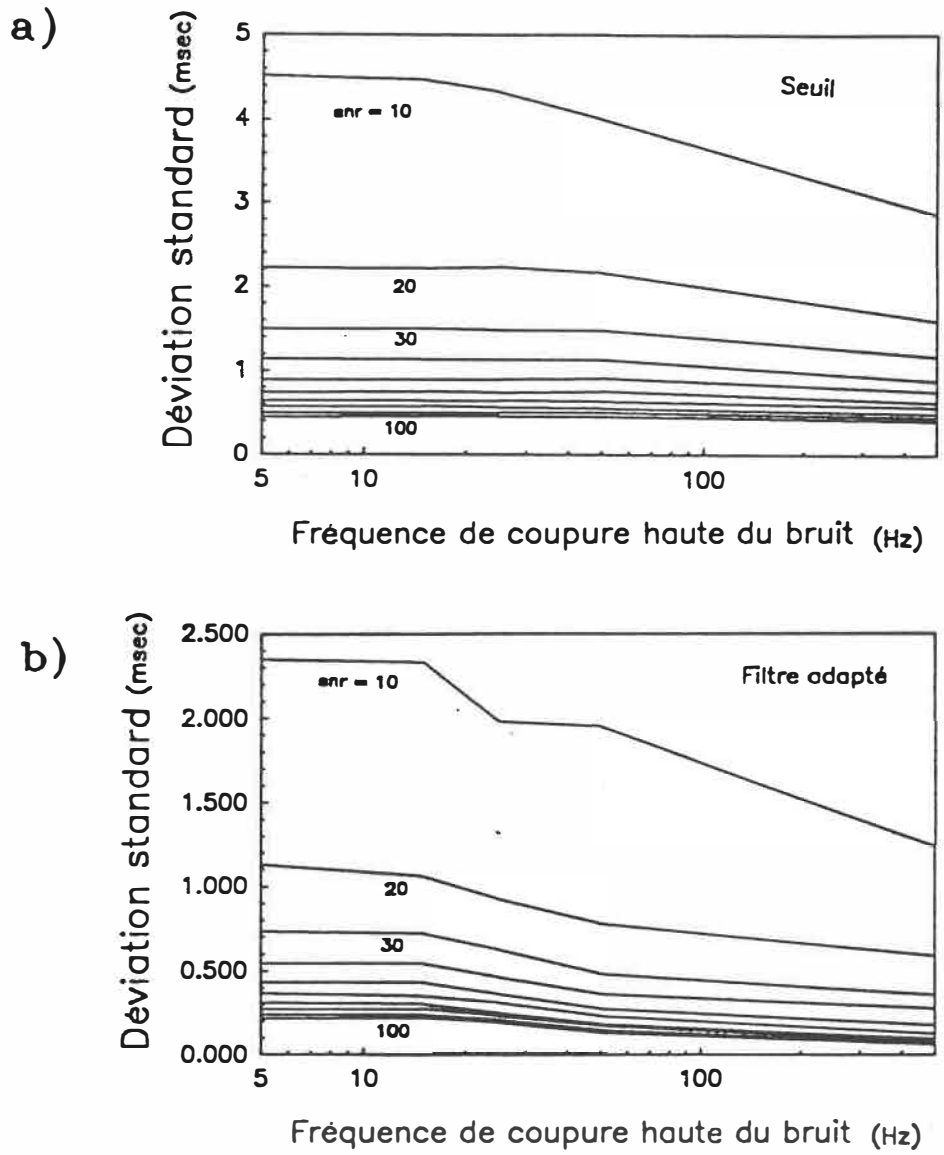


FIGURE 4.9 : Influence de la fréquence de coupure haute de la bande passante du bruit sur la déviation standard de la fonction de vacillement pour l'alignement par seuil (a) et par filtrage adapté (b). Les courbes, de haut en bas, correspondent à des snr de 10,20,30,...,100.

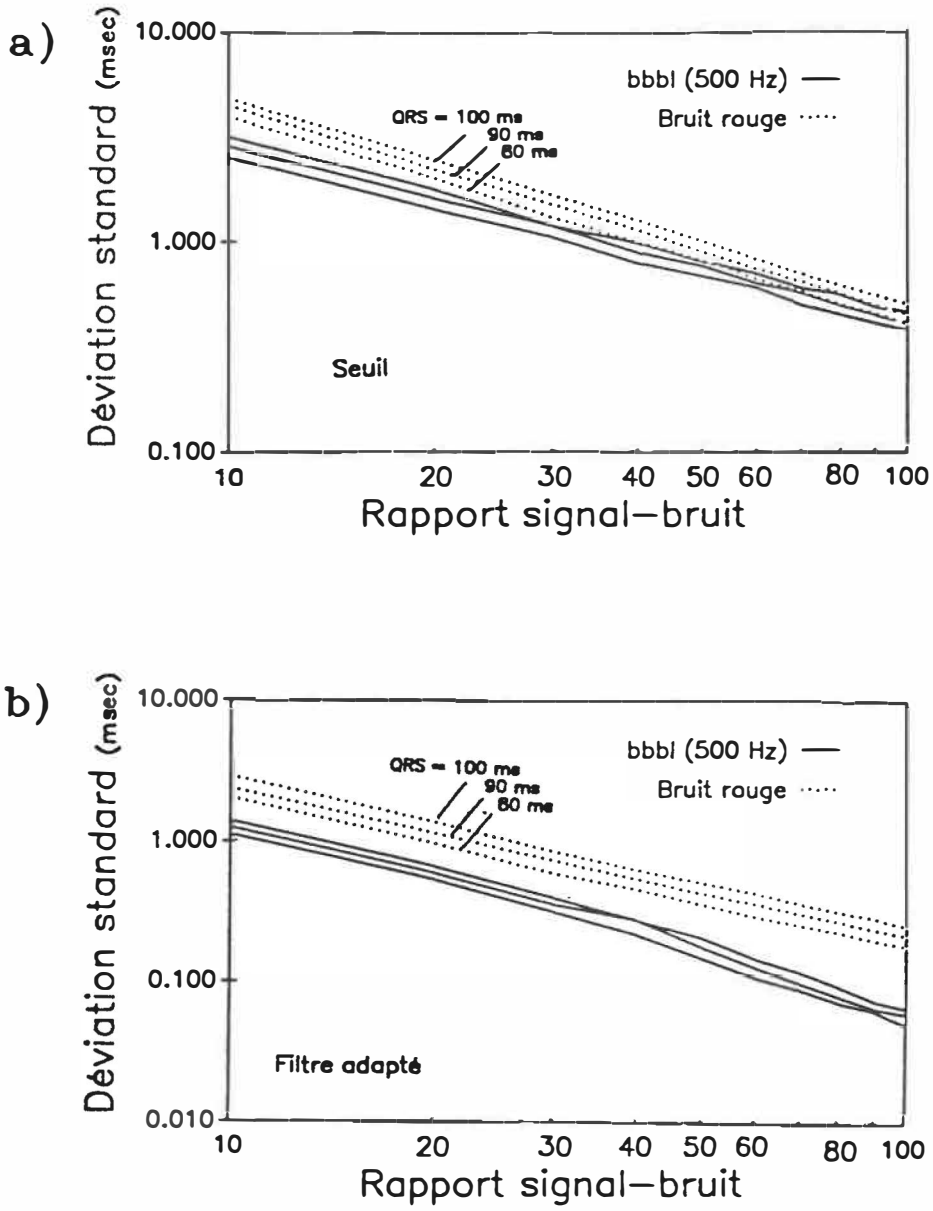


FIGURE 4.10 : Comparaison entre les courbes de déviation standard des fonctions de vacillement du bruit blanc à bande limitée (traits continus) avec celles du bruit rouge (traits pointillés) pour des durées de QRS (de bas en haut) d=80msec, d=90msec, d=100msec. Méthode d'alignement par seuil (a) et par filtrage adapté (b).

pour la méthode du seuil. La déviation standard obtenue avec les bbbl demeure toujours inférieure à celle obtenue avec le bruit rouge. L'amplitude de l'intervalle entre les courbes de même durée de QRS traduit l'influence de la fréquence de coupure haute sur la déviation standard. Cette dernière diminue à mesure qu'augmente le rapport signal-bruit, ce qui corrobore l'analyse de la figure 4.9a. Pour le filtrage adapté, on note sur la figure 4.10b que la déviation standard obtenue avec le bruit blanc reste toujours inférieure à celle obtenue avec le bruit rouge, pour toutes les conditions expérimentales. L'influence de la largeur de bande du bruit semble de ce fait très déterminante pour la fonction de vacillement.

Les résultats des simulations obtenus en éliminant la fréquence de coupure basse de la bande passante du bruit sont détaillés sur le tableau 4.3. L'écart entre ces résultats et ceux des simulations pour le bruit de type passe-bande est respectivement de 0.9 et 12.0 % pour les techniques d'alignement par seuil et par filtrage adapté. La technique d'alignement par seuil se montre donc relativement insensible au modèle de bruit pour les fréquences inférieures à 5 Hz, contrairement à la technique du filtrage adapté.

4.5 COMPARAISON DES FONCTIONS DE VACILLEMENT THEORIQUE ET SIMULEE

Dans cette section, on s'intéresse plus particulièrement à la forme des fonctions de vacillement. Pour les fonctions de vacillement

	SEUIL		FILTRAGE ADAPTE	
SNR	f_h=5Hz (msec)	Erreur relative $\|\Delta\|$ (%)	f_h=5Hz (msec)	Erreur relative $\|\Delta\|$ (%)
10	4.48	0.9	2.22	5.5
20	2.26	1.8	.950	16.
30	1.50	0.0	.665	9.4
40	1.13	0.9	.462	15.
50	.902	1.1	.378	13.
60	.753	1.3	.319	14.
70	.642	0.3	.270	13.
80	.567	0.5	.235	15.
90	.511	2.2	.222	8.6
100	.448	0.2	.197	10.
	Erreur moyenne: 0.9			12.

TABLEAU 4.3 : Sensibilité des fonctions de vacillement à la fréquence de coupure basse du modèle de bruit. Les résultats des simulations pour une bande passante de bruit de type passe-bas (f_h=5Hz) (colonnes de gauche) ainsi que l'écart relatif avec les résultats pour une bande passante de type passe-bande (colonnes de droite) apparaissent pour les deux techniques d'alignement.

gaussiennes, nous avons vu qu'il était possible d'utiliser l'équation 2.5 pour calculer la fréquence de coupure associée à l'effet de filtrage passe-bas du moyennage avec vacillement. Cette équation étant la seule relevée dans la littérature qui permette de calculer la fréquence de coupure à partir de l'écart-type de la fonction de vacillement, il nous apparut particulièrement intéressant de vérifier la normalité des fonctions de vacillement de nos simulations.

4.5.1 SEUIL

Avec les tests de Chi-carré et de Kolmogoroff-Smirnoff, on peut comparer les fonction de vacillement obtenues par les simulations avec des fonctions de densité gaussiennes de même écart-type. Les résultats de ces tests (tableau 4.4) montrent bien que la fonction de densité gaussienne constitue une approximation valable, pour les rapports signal-bruit supérieurs à 40. Curieusement, il ressort des mêmes tests (tableau 4.5) que les fonctions de vacillement simulées suivent moins fidèlement l'équation de Johannesma (2.11) que la gaussienne théorique, puisque l'équivalence des deux fonctions n'apparaît qu'à partir des rapports signal-bruit supérieurs à 70.

Sur la figure 4.11a et b, on a superposé à une fonction de vacillement issue des simulations, les distributions gaussienne et de Johannesma correspondantes. Les deux courbes des distributions théoriques s'inscrivent presque à l'intérieur des marges d'erreur de la simulation (le calcul des marges d'erreur est en appendice 2), malgré

SNR	d = 80 msec		d = 90 msec		d = 100 msec	
	K-S	Chi-carré	K-S	Chi-carré	K-S	Chi-carré
10	.	.	.	N	.	.
20	.	N	.	N	.	.
30	.	.	.	N	.	.
40	.	N	.	N	.	.
50	.	.	.	.	.	.
60	.	.	.	.	.	.
70	.	.	.	.	.	.
80	.	.	.	.	.	.
90	.	.	.	.	.	.
100	.	.	.	.	.	.

TABLEAU 4.4 : Tests de normalité sur les fonctions de vacillement des simulations avec méthode d'alignement par seuil. Méthodes de Chi-carré et de Kolmogorof-Smirnof. "N" = échec et "." = réussite.

SNR	d = 80 msec		d = 90 msec		d = 100 msec	
	K-S	Chi-carré	K-S	Chi-carré	K-S	Chi-carré
10	N	N	N	N	N	N
20	N	N	N	N	N	N
30	N	N	N	N	N	.
40	N	N	N	N	.	N
50	.	.	.	.	.	.
60	.	.	.	.	N	N
70	.	.	.	.	N	N
80	.	.	.	.	.	.
90	.	.	.	.	.	.
100	.	.	.	.	.	.

TABLEAU 4.5 : Test de comparaison des fonctions de vacillement des simulations avec alignement par seuil avec les distributions de Johannessma correspondantes. Méthodes de Chi-carré et de Kolmogorof-Smirnoff. "N" = échec et "." = réussite.

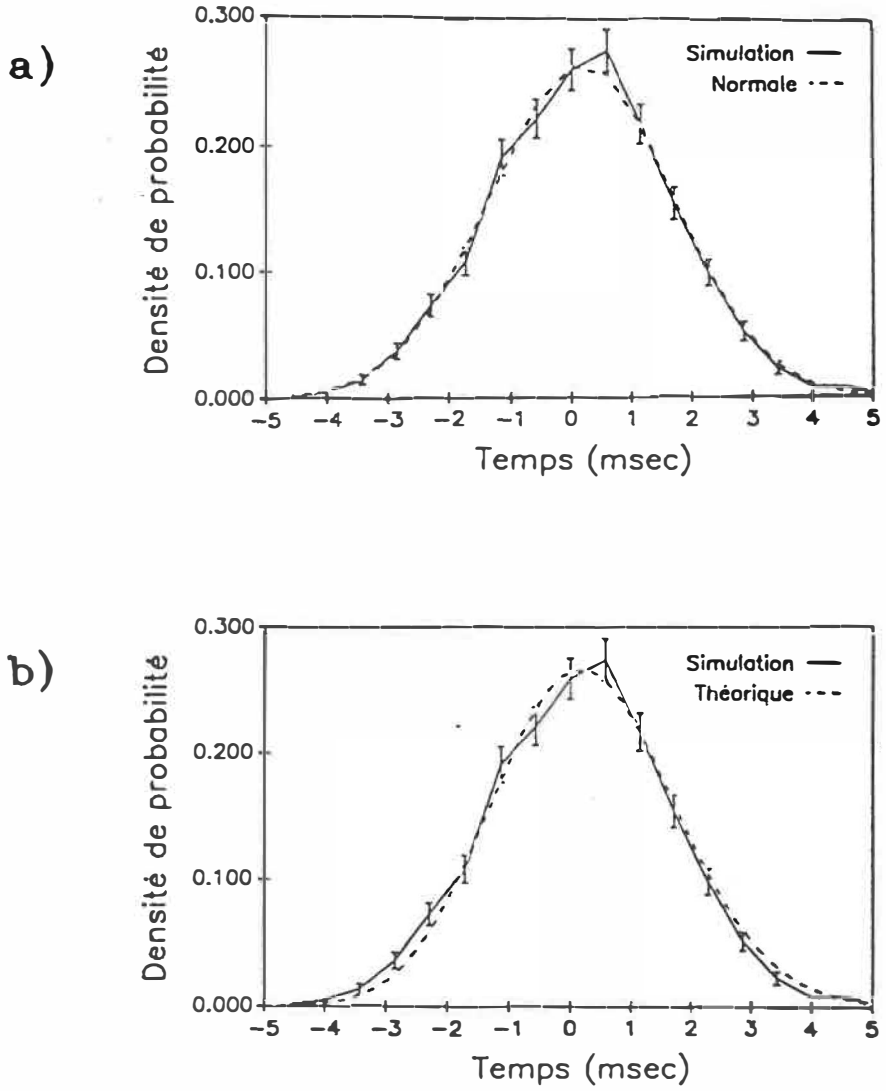


FIGURE 4.11 : Comparaison entre la fonction de vacillement simulée avec la méthode d'alignement par seuil (trait continu) (snr=30 et d=90msec) et une distribution normale (trait discontinu) (a) ainsi qu'avec la fonction de Johannesma (trait discontinu) (b), pour les mêmes paramètres.

l'échec des tests de comparaison sous les mêmes conditions. En somme, les fonctions de vacillement suivent de très près à la fois l'équation de Johannesma et la distribution normale, pour la méthode d'alignement par seuil.

4.5.2 FILTRAGE ADAPTE

Le tableau 4.6 résume les résultats des tests de Chi-carré et Kolmogoroff-Smirnoff qui permettent de comparer les fonctions de vacillement des simulations à une distribution normale. Les deux tests révèlent que l'approximation par une gaussienne devient valable, dans les limites de l'intervalle de confiance, pour les rapports signal-bruit supérieurs à 50. Les fonctions de vacillement des simulations démontrent un mode plus élevé que les distributions gaussiennes de même déviation standard (figure 4.12). La fonction de vacillement pour le filtre adapté suit donc une loi légèrement différente de la loi normale, mais s'en approche assez pour confondre les tests de comparaison pour les rapports signal-bruit supérieurs à 50.

4.6 FONCTION CARACTERISTIQUE

On s'intéresse dans cette section à la fréquence de coupure de l'effet de filtrage passe-bas du moyennage avec vacillement. On y compare les résultats de la méthode courante dans la littérature à ceux

snr	d = 80 msec		d = 90 msec		d = 100 msec	
	K-S	Chi-carré	K-S	Chi-carré	K-S	Chi-carré
10	N	N	N	N	N	N
20	.	.	N	.	N	N
30	.	.	N	.	N	N
40	.	.	N	N	.	.
50	.	.	N	.	.	.
60	.	.	.	.	.	N
70	.	.	.	.	.	.
80	.	.	.	.	.	.
90	.	.	.	.	.	.
100	.	.	.	.	.	.

TABLEAU 4.6 : Test de normalité sur les fonctions de vacillement simulées. "N" = échec et "." = réussite.

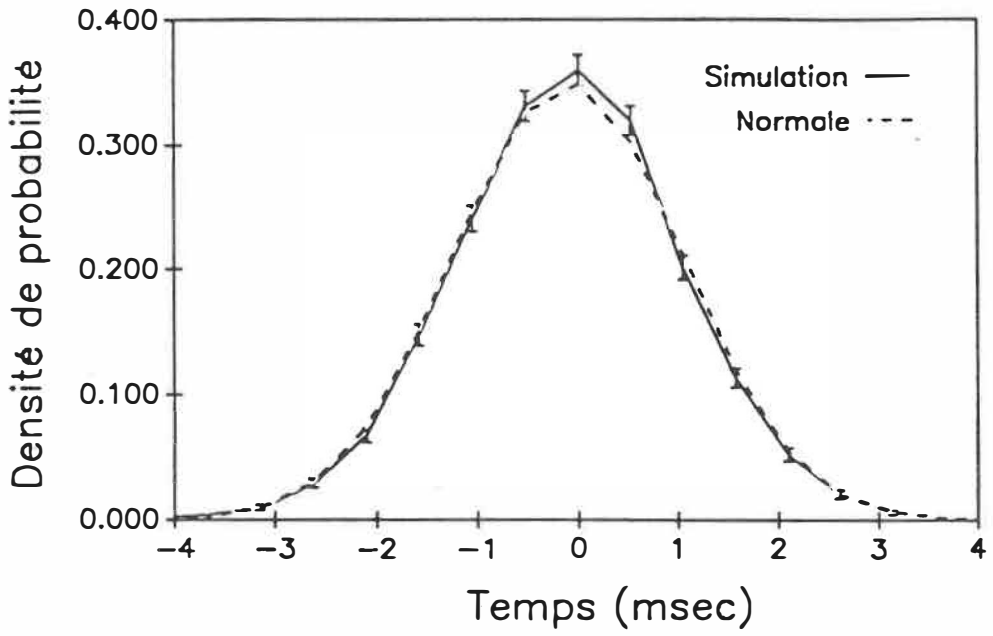


FIGURE 4.12 : Comparaison entre la fonction de vacillement simulée avec la méthode d'alignement par filtrage adapté (trait continu) (snr=20 et d=90 msec) et une distribution normale (trait discontinu) de déviation standard équivalente. L'interpolation linéaire faite sur des échantillons distribués de manière asymétrique déforme la normale.

obtenus en utilisant la fonction caractéristique. On trouve cette dernière en calculant la transformée de Fourier des fonctions de vacillement obtenues dans les simulations.

4.6.1 SEUIL

Les fréquences de coupure furent déterminées sur les fonctions caractéristiques par un calcul d'interpolation linéaire à l'intérieur de l'intervalle contenant l'amplitude spectrale à -3db. Pour établir de façon suffisamment précise la fréquence de coupure, on fixe la résolution fréquentielle des fonctions caractéristiques aux environs de 1 Hz. Ceci nécessite que la fonction de vacillement dure environ une seconde, puisque T=1/f. Les fonctions de vacillement furent donc bordées de zéros de façon à combler une période d'environ une seconde. Pour calculer la fréquence de coupure des fonctions caractéristiques de façon théorique, on a utilisé les équations (2.5) et (4.20). Dans le premier cas, le calcul de la fréquence de coupure requiert la connaissance préalable de la variance de la fonction de vacillement. On a utilisé les valeurs du tableau 4.1. Dans le second cas, seuls les paramètres initiaux de la simulation sont nécessaires. L'équation (4.20) s'obtient en substituant l'équation (4.15) dans (2.5) :

$$f_c = \frac{266 \times snr}{d} \tag{4.20}$$

Le tableau 4.7 et la figure 4.13 font le bilan des résultats des calculs des fréquences de coupure pour l'alignement par seuil. Dans tous les cas, les fonctions de vacillement furent étendues à 2048 échantillons, ce qui donne les résolutions fréquentielles apparaissant dans le tableau. Les deux méthodes de calcul théoriques s'accordent avec les résultats tirés de la fonction caractéristique à 1% près.

4.6.2 FILTRAGE ADAPTE

Les résultats des calculs de fréquence de coupure pour le filtrage adapté sont détaillés sur le tableau 4.8 et schématisés sur la figure 4.14. Les valeurs établies par l'équation (2.5) demeurent valables a l'intérieur d'une marge moyenne de 1 %. Cette équation suppose, comme pour le seuil, une connaissance préalable de l'écart-type de la fonction de vacillement. Ce dernier est défini par rapport aux paramètres de simulation dans l'équation (4.21). Par substitution de (4.19) dans (2.5), on obtient :

$$f_c \approx \frac{532 \times snr}{d} \tag{4.21}$$

La section de droite du tableau 4.8 contient les résultats calculés avec cette expression. L'écart moyen entre ces résultats et ceux tirés de la fonction caractéristique tourne autour de 5 %.

snr	fonction carac.	Résolution fréq.	Simulation (Eq. 2.5)	Ecart relatif |Δ| (%)	Théorique (Eq. 4.20)	Ecart relatif |Δ| (%)
d = 80 msec						
10	33	0.9	33	0.0	33	0.0
20	66	0.9	66	0.0	67	1.5
30	103	1.0	102	1.0	100	2.9
40	133	0.8	133	0.0	133	0.0
50	164	1.2	164	0.0	166	1.2
60	202	1.0	201	0.5	200	1.0
70	231	0.9	229	0.9	233	0.9
80	263	1.1	262	0.4	266	1.1
90	292	1.0	292	0.0	300	2.7
100	327	0.9	326	0.3	333	1.8
			Erreur moyenne :	0.3		1.3
d = 90 msec						
10	30	1.0	29	3.3	30	0.0
20	60	1.0	60	0.0	59	1.7
30	90	1.0	89	1.1	89	1.1
40	117	0.9	117	0.0	118	0.9
50	150	0.7	149	0.7	148	1.3
60	180	1.1	179	0.6	177	1.7
70	204	1.0	207	1.5	207	1.5
80	234	0.9	233	0.4	236	0.9
90	267	1.7	266	0.4	266	0.4
100	297	1.0	296	0.3	296	0.3
			Erreur moyenne :	0.83		0.97
d = 100 msec						
10	28	1.1	27	3.6	27	3.6
20	54	0.9	54	0.0	53	1.9
30	81	1.0	80	1.2	80	1.2
40	105	1.0	105	0.0	106	1.0
50	133	0.8	133	0.0	133	0.0
60	161	0.6	161	0.0	160	0.6
70	192	1.0	189	1.6	186	3.1
80	215	0.9	215	0.0	213	0.9
90	240	0.8	238	0.8	239	0.4
100	265	1.1	264	0.4	266	0.4
			Erreur moyenne :	0.76		1.3

TABLEAU 4.7 : Fréquence de coupure (Hz) du filtrage passe-bas dû au moyennage en fonction du rapport signal-bruit (seuil). Section de gauche : Technique d'interpolation sur les fonctions caractéristiques. Section du centre : Equation 2.5 et écart relatif des résultats avec ceux de la section de gauche. Section de droite : Equation 4.20 et écart relatif avec les résultats de la section de gauche.

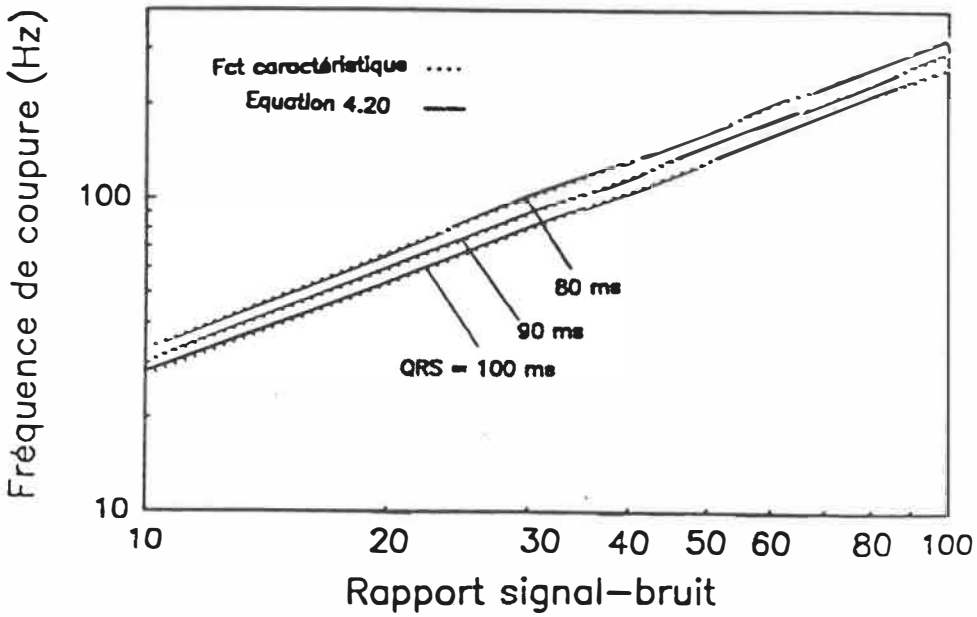


FIGURE 4.13 : Fréquence de coupure de l'effet de filtrage passe-bas du moyennage avec vacillement en fonction du snr pour des longueurs de QRS d=80msec, d=90msec et d=100msec (haut en bas) - méthode d'alignement par seuil. La fréquence de coupure est calculée avec l'équation 4.20 (traits continus) et avec la fonction caractéristique (traits pointillés).

snr	fonction carac.	Résolution fréq.	Simulation (Eq. 2.5)	Ecart relatif |Δ| (%)	Approx. (Eq. 4.21)	Ecart relatif |Δ| (%)
d = 80 msec						
10	67	0.7	66	1.5	67	0.0
20	140	0.7	132	5.7	133	5.0
30	224	0.9	224	0.0	199	11.2
40	288	1.0	288	0.0	266	7.6
50	370	0.8	367	0.8	333	10
60	447	0.9	446	0.2	399	10.7
70	515	1.0	512	0.6	465	9.7
80	575	0.9	573	0.3	532	7.5
90	655	0.9	655	0.0	599	8.5
100	730	0.8	723	1.0	665	8.9
			Erreur moyenne :	1.0		7.9
d = 90 msec						
10	56	0.9	57	1.8	59	5.4
20	119	0.8	118	0.8	118	0.8
30	182	0.5	181	0.5	177	2.7
40	244	0.8	244	0.0	236	3.3
50	307	1.0	306	0.3	296	3.6
60	363	0.8	360	0.8	355	2.2
70	429	0.9	426	0.7	414	3.5
80	485	1.0	484	0.2	473	2.5
90	552	0.9	547	0.9	532	3.6
100	613	1.0	607	1.0	591	3.6
			Erreur moyenne :	0.71		3.1
d = 100 msec						
10	47	0.9	46	2.1	53	12.8
20	98	0.7	98	0.0	106	8.2
30	157	0.6	156	0.6	160	1.9
40	210	0.5	210	0.0	213	1.4
50	260	1.2	258	0.8	266	2.3
60	305	1.0	304	0.3	319	4.6
70	363	1.1	362	0.3	373	2.8
80	413	1.0	412	0.2	425	2.9
90	460	1.1	459	0.2	478	3.9
100	525	1.0	522	0.6	532	1.3
			Erreur moyenne :	0.5		4.2

TABLEAU 4.8 : Fréquence de coupure (Hz) du filtrage passe-bas dû au moyennage en fonction du rapport signal-bruit (filtrage adapté). Section de gauche : Technique d'interpolation sur les fonctions caractéristiques. Section du centre : Equation 2.5 et écart relatif des résultats avec ceux de la section de gauche. Section de droite : Equation 4.21 et écart relatif avec les résultats de la section de gauche.

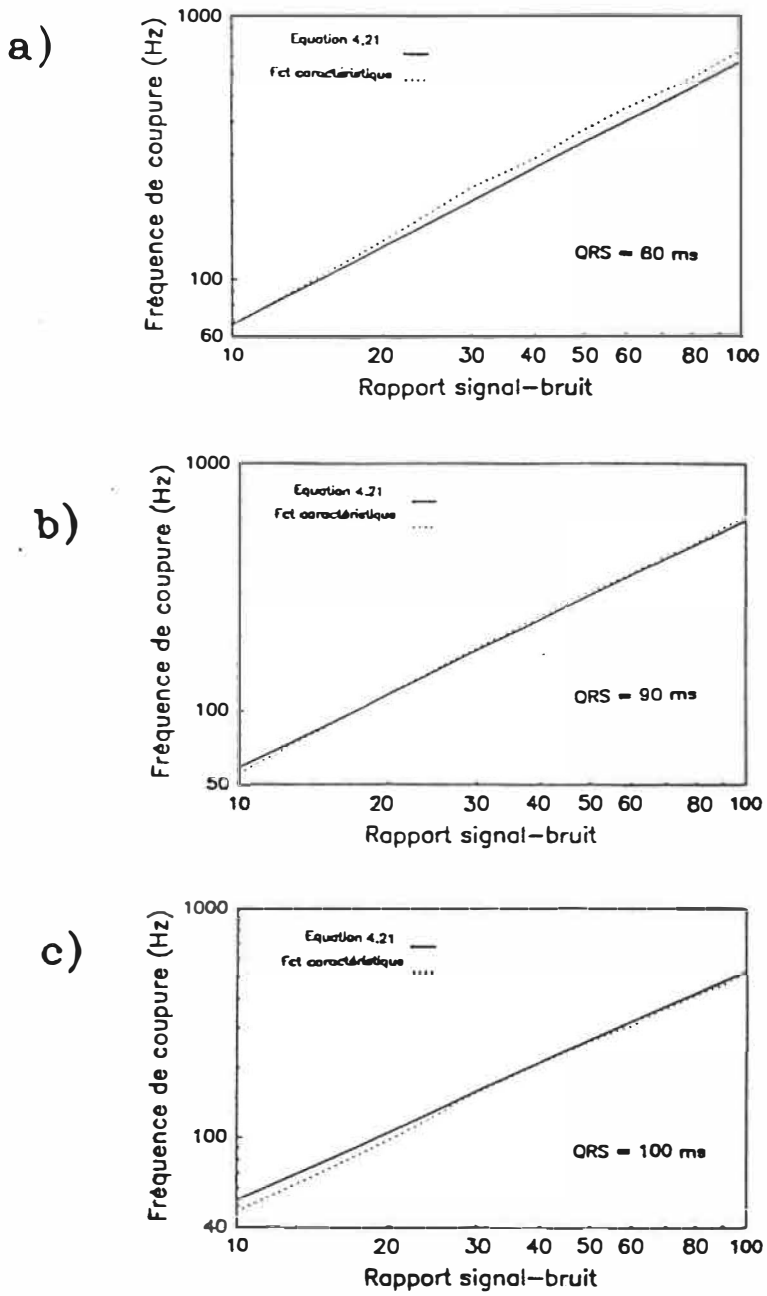


FIGURE 4.14 : Fréquence de coupure de l'effet de filtrage passe-bas du moyennage avec vacillement en fonction du snr pour des longueurs de QRS d=80msec (a), d=90msec (b) et d=100msec (c) - méthode d'alignement par filtrage adapté. La fréquence de coupure est calculée avec l'équation 4.21 (traits continus) et d'après les fonctions caractéristiques (traits pointillés).

4.7 DISCUSSION

La concordance des résultats de simulation pour le seuil avec ceux prévus par les équations théoriques retrouvées dans la littérature contribue à valider notre modèle. Les calculs du vacillement (σ) et de la fréquence de coupure basse du moyennage d'après les paramètres des signaux initiaux concordèrent, en effet, avec les simulations dans une marge d'erreur de moins de 2%. Comme conséquence directe, la forme dentelée du spectre de bruit (figure 4.2) ne causerait pas de préjudice appréciable.

La technique d'alignement par filtrage adapté s'est montrée plus sensible que la technique du seuil aux fréquences de coupure basse et haute de la fonction de densité spectrale du bruit. Le calcul théorique du vacillement pour le filtrage adapté doit donc préférablement tenir compte de ces paramètres. Lorsque tel n'est pas le cas, les résultats théoriques ne devraient être perçus que comme des approximations. On retrouve, dans ce chapitre, une telle approximation estimant le vacillement pour le filtrage adapté à partir des paramètres des signaux initiaux. Les déviations standards et fréquences de coupure basse du moyennage calculées avec cette règle correspondent aux résultats des simulations à 10% près.

Les fonctions de vacillement obtenues pour les deux techniques d'alignement ressemblent suffisamment à des distributions gaussiennes pour rendre le calcul théorique de la fréquence de coupure du filtrage

passe-bas associé au moyennage avec l'équation 2.5 précis à 1% près, pour notre modèle.

CHAPITRE 5

EFFET PLASTIQUE

On a vu au chapitre 2 que, sous des conditions idéales, le moyennage augmente le rapport signal-bruit d'un facteur $\sqrt{n}$, où n est le nombre de segments moyennés. Les hypothèses 1 à 4 citées dans ce même chapitre définissent de façon formelle les contraintes auxquelles doit répondre le signal pour pouvoir obtenir cette performance maximale. Lorsque, par exemple, l'hypothèse 4 ne s'applique pas, autrement dit que le bruit est autocorrélé pour une durée supérieure à la période du signal, la performance du moyennage diminue. Un signal perturbé par un bruit basse fréquence risque donc d'être plus difficile à moyenner que le laisse prévoir la loi du $\sqrt{n}$. A l'opposé, la loi du $\sqrt{n}$ s'impose sans problème, selon la théorie actuellement connue, en ce qui concerne le bruit blanc.

Les simulations faites dans ce chapitre démontrent que, sous des conditions particulières, le moyennage avec bruit blanc ne suit pas la loi du $\sqrt{n}$. Le phénomène inhérent à cette dégradation de la performance cause un effet particulier sur le signal moyen qu'on a surnommé l'"effet plastique".

5.1 BRUIT BLANC

5.1.1 METHODE

L'étude de l'effet plastique fut d'abord réalisée avec du bruit

blanc gaussien, généré de la même façon que pour les simulations. Une succession de n battements consécutifs séparés par des segments isoélectriques nuls, fut constituée de la même façon que le modèle triangulaire du chapitre 4. Chaque triangle était composé de 100 échantillons et possédait une amplitude arbitraire de 50. Les segments séparaient les battements par une distance égale à leur longueur. La référence du filtre adapté fut obtenue en générant le modèle triangulaire.

Les temps de détection furent déterminés en trouvant le maximum de chaque période du résultat de l'intercorrélation entre la référence et le signal (figure 5.1). On moyenna ensuite les n périodes du signal en les alignant selon les temps de référence ainsi trouvés. Cette procédure fut répétée pour plusieurs rapports signal-bruit.

5.1 2 RESULTATS

Nos résultats démontrent que la variance du bruit du signal moyen dépend largement de la présence de bruit dans la référence. La figure 5.2a illustre le signal brut sur lequel ont porté nos essais. Le bruit y est fortement exagéré pour permettre d'apprécier visuellement le phénomène. Le résultat du moyennage à l'intérieur de la portion encadrée apparait en 5.2b et 5.2c. Dans le premier cas, la référence utilisée ne contenait aucun bruit, tandis que dans le second, un bruit équivalent à celui du signal y fut ajouté. Le signal moyenné en

INITIALISATION DES PARAMETRES

GENERATION DE LA REFERENCE ET DES n BATTEMENTS DU SIGNAL

ADDITION DE BRUIT BLANC A LA REFERENCE

ADDITION DE BRUIT BLANC AU SIGNAL

INTERCORRELATION DE LA REFERENCE AVEC LE SIGNAL

DETECTION DU MAXIMUM DE CHACUNE DES n PERIODES

MOYENNAGE DES SEGMENTS DE BRUIT DU SIGNAL SELON LES TEMPS DE REFERENCE

CALCUL DE LA DEVIATION STANDARD DU SIGNAL MOYEN

Figure 5.1 : Algorithme des simulations évaluant la performance du moyennage d'un signal perturbé par un bruit blanc.

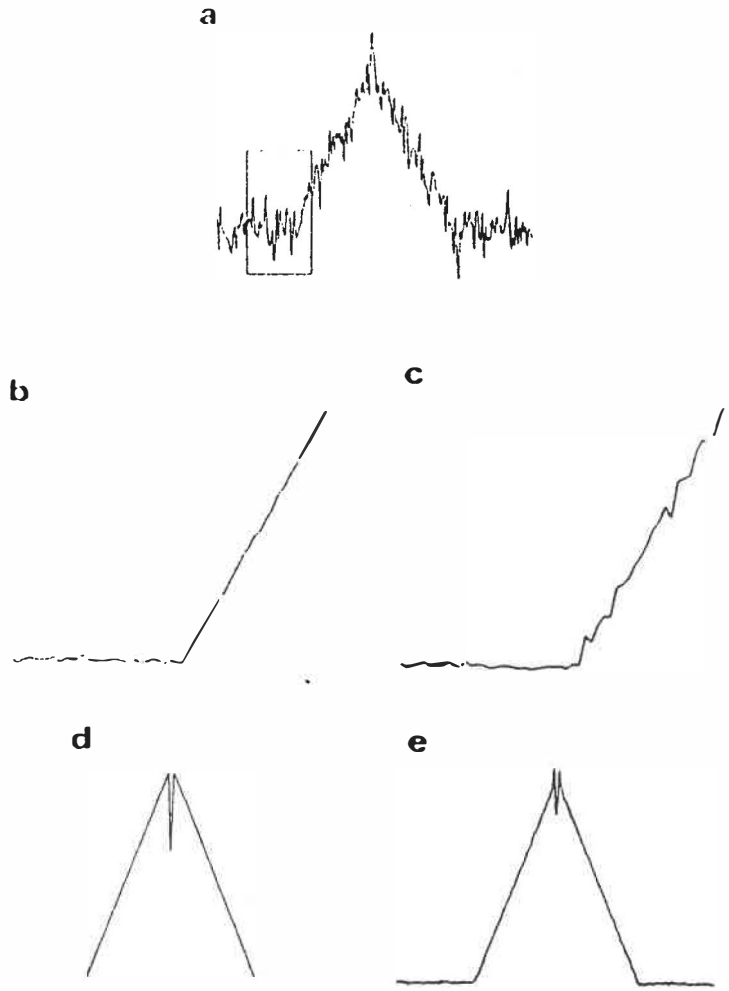


Figure 5.2 : Effet de la référence sur le moyennage du signal avec bruit blanc. (a) Un battement bruyant avec un snr = 10. (b) Partie ascendante (voir partie encadrée en (a)) du signal moyen obtenu avec 800 battements et une référence sans bruit et (c) avec une référence bruyante. (d) Une référence échancrée. (e) Signal moyen obtenu avec 500 battements et la référence échancrée. Les trois signaux moyens furent calculés à partir d'un signal tel que celui illustré en (a).

utilisant une référence bruyante contient un bruit d'amplitude plus grande que le bruit moyenné avec une référence sans bruit. Le bruit de ce signal est aussi plus important dans sa partie triangulaire que pendant la durée des segments isoélectriques. La figure 5.2e montre le résultat du moyennage d'un signal avec la référence illustrée sur la figure 5.2d. La référence est dépourvue de bruit et comporte une échancrure en son centre. La morphologie du signal moyen se moule à celle de la référence, d'où le nom d'effet plastique.

Une série de simulations fut menée pour approfondir la dégradation de la performance du moyennage relativement à la loi du $\sqrt{n}$. La même procédure que précédemment fut répétée avec une référence triangulaire bruyante pour des rapports signal-bruit de 20,30 et 40, ainsi qu'avec une référence sans bruit. Ceci nous a permis de caractériser le rapport signal-bruit de la portion triangulaire du signal moyen en fonction du nombre de battements (figure 5.3). Le moyennage fait avec la référence sans bruit augmente le rapport signal-bruit selon la loi du $\sqrt{n}$. L'ajout du bruit dans la référence diminue la performance relative du moyennage, d'autant plus qu'augmente le nombre de battements moyennés et que diminue le rapport signal-bruit initial. La dégradation devient plus notable pour un nombre de battements supérieur à 100 et des rapports signal-bruit initiaux plus petits.

La dégradation de performance observée ne peut provenir de l'effet de filtrage passe-bas dû au vacillement parce que le vacillement demeure présent lorsque la référence ne contient pas de bruit. Un

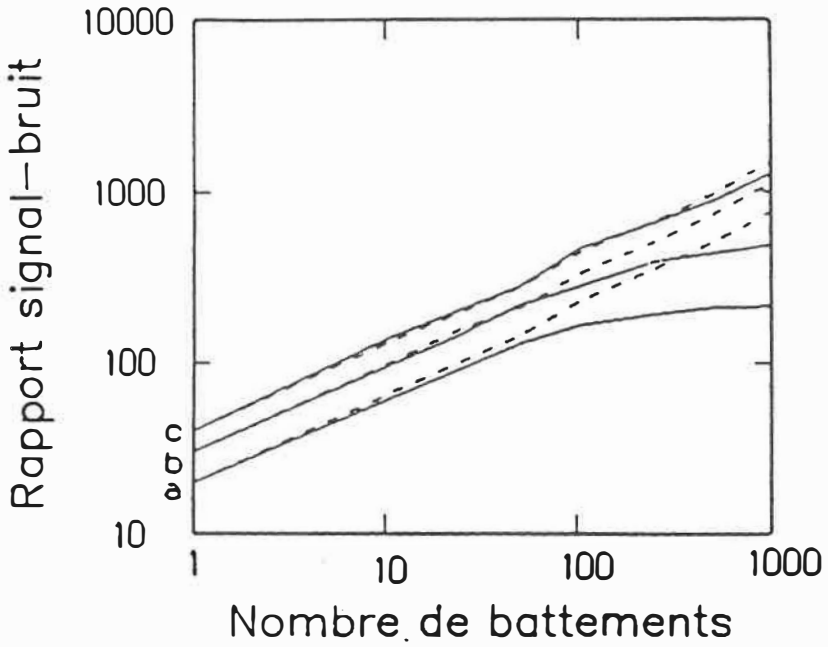


Figure 5.3 : Performance du moyennage. Le rapport signal-bruit du QRS moyen obtenu avec une référence sans bruit (ligne pointillée) et avec bruit (ligne continue) est tracée en fonction du nombre de battements moyennés pour trois niveaux de bruit initiaux: (a) snr = 20, (b) snr = 30, (c) snr = 40.

examen attentif du bruit du signal moyen nous a permis de déceler une morphologie très rapprochée de celle du bruit de la référence. L'effet plastique est donc vraisemblablement la cause de cette dégradation de performance.

Cette dégradation de la performance du moyennage par l'effet plastique dépend non seulement du rapport signal-bruit mais aussi de la morphologie du signal. Lorsque la référence s'étend sur une durée moins longue et est dotée de la même amplitude, le rapport signal-bruit du bruit moyen augmente. C'est ce que l'on constate en comparant les courbes des figures 5.4a et 5.4b pour les rapports signal-bruit supérieurs à 100.

On a pu réduire considérablement l'effet plastique en recourant à des algorithmes de moyennage plus complexes. Une première méthode consiste à utiliser comme référence la partie triangulaire du signal résultant d'une première passe.

Une seconde méthode, qui ne nécessite pas la retenue de tout le signal, utilise plutôt comme référence le résultat du moyennage de toutes les portions triangulaires des signaux antérieurs. La référence se voit ainsi mise à jour continuellement et le bruit qu'elle contient s'atténue à mesure que progresse le processus de moyennage. Ces deux méthodes donnent des résultats comparables (figures 5.4d et 5.4e). Dans les deux cas, on note que le rapport signal-bruit suit la loi du $\sqrt{n}$.

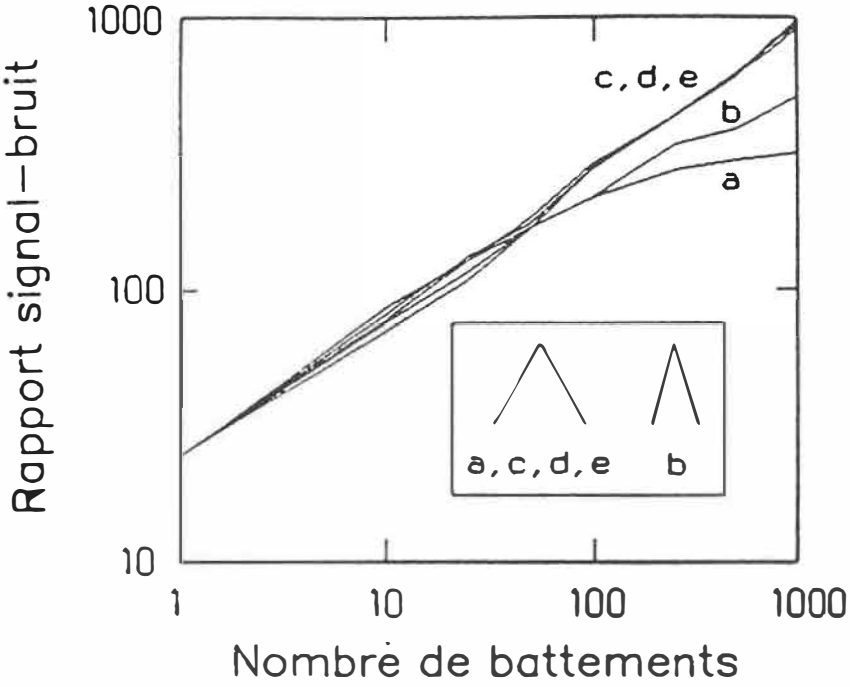


Figure 5.4 : Effets de la morphologie du signal et de l'utilisation d'autres techniques de moyennage. Le rapport signal-bruit est tracé en fonction du nombre de battements moyennés. Le snr du signal est de 25. (a) Référence bruyante et triangle long. (b) Référence bruyante et triangle court. (c) Référence sans bruit et triangle long. (d) Référence bruyante avec moyennage à deux passes : La référence utilisée lors de la seconde passe est la partie triangulaire du signal moyen de la première passe. (e) Référence bruyante et moyennage avec mise-à-jour continuelle de la référence : la référence à un instant donné est la partie triangulaire de la moyenne des battements antérieurs.

5.2 BRUIT ROUGE

5.2.1 METHODE

L'effet plastique pour le bruit rouge se caractérise par des courbes de la variance du bruit du signal moyen en fonction du nombre de battements moyennés. On a pu générer ces courbes en même temps que les simulations faites au chapitre 4. La figure 5.5 illustre la méthode utilisée qui s'inscrit dans l'organigramme des simulations (figure 4.6). Chacun des battements voit sa composante aléatoire moyennée avec les précédentes, aussitôt que son temps de référence est trouvé. Ensuite, les différents accumulateurs servant au calcul de la déviation standard du bruit de la partie triangulaire du signal moyen sont mis à jour. Cette opération est recommencée pour tous les battements. A chaque 1000 battements, les valeurs intermédiaires des déviations standards sont affichées. Les valeurs finales correspondent aux dernières valeurs affichées.

La déviation standard du bruit fut calculée de trois manières différentes. La première méthode consiste à calculer la déviation standard du bruit résultant du moyennage de n segments de bruit.

Soit un ensemble de N battements de K échantillons répartis en m sections de n battements. On définit la déviation standard de la moyenne des battements de la jème section comme :

ADDITIONNE LE SEGMENT DE BRUIT COURANT A LA SOMME DES PRECEDENTS		
POUR CHACUN DES n		
	SI LE NOMBRE DE BATTEMENTS COURANT EST UN MULTIPLE DE n	
		CALCUL DE σ_a SI LE NOMBRE DE BATTEMENTS = n MISE A JOUR DE σ_b MISE A JOUR DES ACCUMULATEURS DE σ_c
SI LE NOMBRE DE BATTEMENTS COURANT EST UN MULTIPLE DE 1000		
	CALCUL DE σ_c ENREGISTREMENT SUR DISQUE DE n, σ_a, σ_b, σ_c, $\sigma_{théo}$	

Figure 5.5 : Algorithme des simulations évaluant la performance du moyennage d'un signal perturbé par un bruit rouge.

$$\sigma_j = \left[\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \bar{s}_j^{\,2}(k) - \left[\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \bar{s}_j(k) \right]^2 \right]^{1/2} \qquad (5.1)$$

où $$\bar{s}_j(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} s[k + (i-1)\times K + (j-1)\times n\times K] \qquad (5.2)$$

La déviation standard de la première méthode est :

$$\sigma_a = \sigma_1 \qquad (5.3)$$

Dans la seconde méthode, on moyenne ensemble les valeurs de déviation standard trouvées pour toutes les sections :

$$\sigma_b = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \sigma_j \qquad (5.4)$$

Dans la troisième méthode, la déviation standard est calculée en prenant simultanément compte de plusieurs segments moyens de bruit.

$$\sigma_c = \left[\frac{1}{K\times m} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{K} \bar{s}_j^{\,2}(k) - \left[\frac{1}{K\times m} \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=1}^{K} \bar{s}_j(k) \right]^2 \right]^{1/2} \qquad (5.5)$$

La figure 5.6 illustre les trois méthodes de calcul. Un nombre total de N battements se trouve généré. De ce nombre, les n premiers servent au calcul selon la première méthode. Pour le calcul selon les deux autres méthodes, l'ensemble des battements se voit divisé en m sections de n battements. On choisi un nombre n maximum équivalent à celui de l'étude sur le bruit blanc, c'est-à-dire 1000 battements.

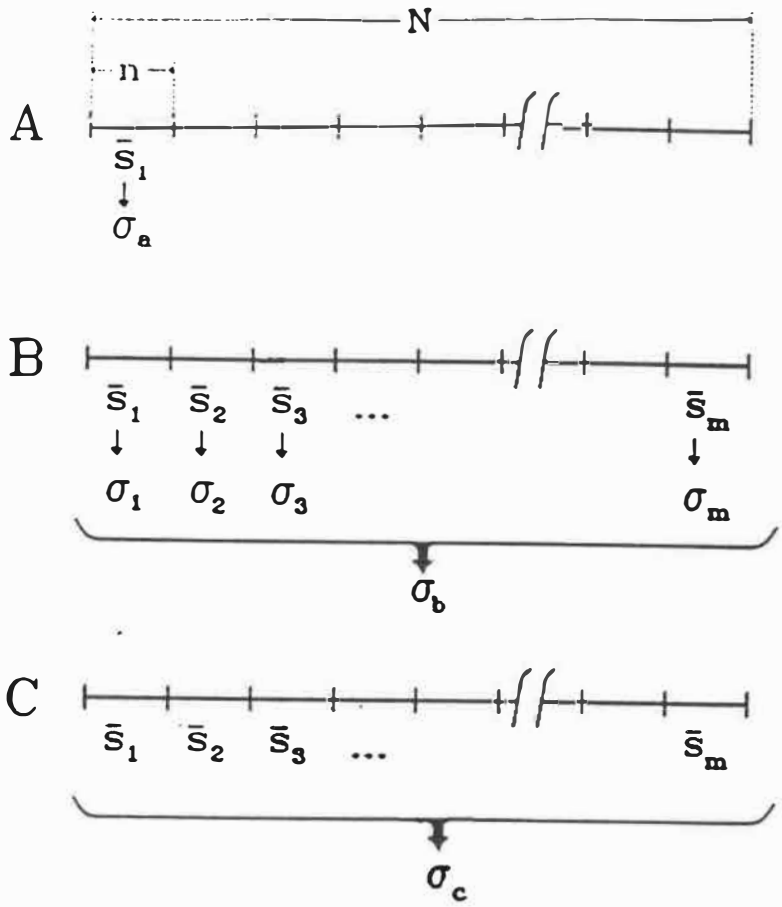


Figure 5.6 : Diagramme synoptique de l'utilisation des battements pour le calcul des trois types de déviation standard. (a) Equation 5.3. (b) Equation 5.4. (c) Equation 5.5.fixant à 10 la valeur de m, le nombre de battements requis est de 10000. Les valeurs de n sur lesquelles se feront les calculs de la déviation standard sont 1, 10, 50, 100, 250, 500, 750 et 1000. Les valeurs de m correspondantes seront 1000, 1000, 200, 100, 40, 20, 13, 10.

Les valeurs fournies par les trois méthodes reçoivent chacune une interprétation particulière. La déviation standard, telle que calculée par la première méthode, est une estimation de l'écart-type du bruit du signal moyen. L'estimation se fait sur un certain nombre d'échantillons auquel correspond une durée. Or, une bonne part de la puissance du bruit rouge se situe dans les basses fréquences. Il faut que l'estimation soit faite sur une durée suffisamment longue pour inclure les composantes de ces fréquences dans le calcul de la déviation standard. Lorsque tel n'est pas le cas, la déviation standard calculée a tendance à sous-évaluer l'écart-type et est affectée par une grande variance.

La deuxième méthode, en moyennant les déviations standards obtenues par la première méthode, donne une estimation de l'écart-type du bruit dont la variance est considérablement réduite, mais qui est néanmoins fortement biaisée pour la raison mentionnée au paragraphe précédent.

La troisième méthode, en augmentant la durée du signal servant à calculer l'estimation, élimine simultanément les problèmes de biais et de variance. La déviation standard calculée par cette dernière méthode s'avère donc la meilleure estimation de l'écart-type du bruit du signal moyen. La déviation standard calculée à l'aide de la première méthode donne l'indication du niveau de bruit directement observable, tel qu'on le retrouve dans le signal moyen. La déviation standard ainsi obtenue s'avère cependant affectée par une grande plage d'incertitude centrée

sur la déviation standard calculée par la deuxième méthode. On put vérifier la stabilité des valeurs des deux dernières méthodes avec les valeurs intermédiaires générées par le programme.

5.2.2 RESULTATS

On vérifia d'abord la concordance de ce nouvel algorithme avec celui utilisé pour le bruit blanc dans la section 5.1, en générant du bruit blanc au lieu de bruit rouge. La figure 5.7 illustre les résultats du nouvel algorithme obtenus avec un signal et un bruit identiques à ceux de la figure 5.3a. Les courbes correspondant aux trois types de déviations standards du nouvel algorithme se confondent avec la courbe tirée des résultats de la section 5.1.

Sur la figure 5.8, apparaissent les résultats des simulations faites avec du bruit rouge. La courbe de la première méthode possède une très forte variance et surestime le rapport signal-bruit, pour les raisons exposées précédemment. Elle varie autour de la courbe issue du calcul de la seconde méthode. La courbe de la troisième méthode suit assez fidèlement la courbe théorique. Elle fluctue davantage pour des nombres de battements plus élevés en vertu de la présence d'un moins grand nombre de segments de bruit moyen dans le calcul de la déviation standard. Les simulations avec le bruit blanc ont démontré que l'effet plastique s'exprimait davantage pour les rapports signal-bruit moindres

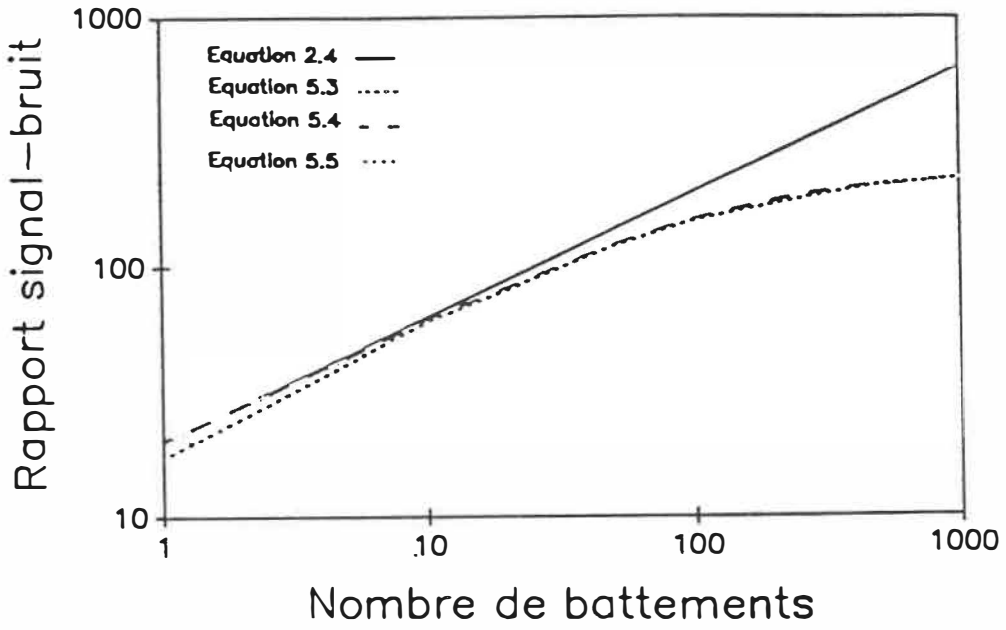


Figure 5.7 : Résultats de l'algorithme de la section 5.2 avec un signal triangulaire additionné de bruit blanc (d=.1 sec., f_{op}=1Khz). Rapport signal-bruit théorique (équation 2.4 - trait continu), calculé d'après σ_a (équations 5.3 et 2.3 - pointillé gras), calculé d'après σ_b (équations 5.4 et 2.3 - tirets) et calculé d'après σ_c (équations 5.5 et 2.3 - pointillé fin).

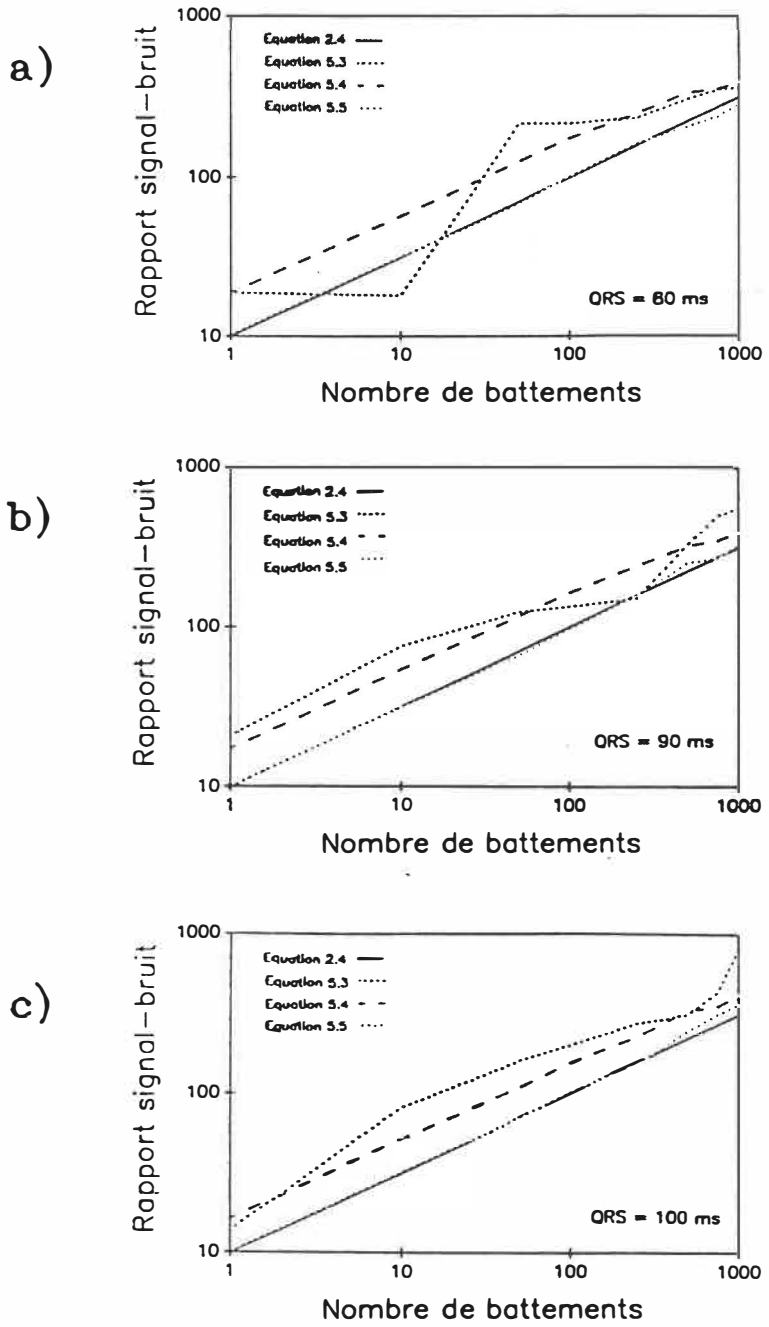


Figure 5.8 : Courbes illustrant la performance du moyennage avec bruit rouge pour un snr = 10. (a) d = .08. (b) d = .09. (c) d = .10 sec. Rapport signal-bruit théorique (équation 2.4 - trait continu), calculé d'après σ_a (équations 5.3 et 2.3 - pointillé gras), calculé d'après σ_b (équations 5.4 et 2.3 - tirets) et calculé d'après σ_c (équations 5.5 et 2.3 - pointillé fin).

et les QRS plus longs. L'effet plastique devrait donc être présent de façon maximale sous les conditions de la figure 5.8c, soit un rapport signal-bruit de 10 et un QRS d'une durée de 100 msec. Or, les déviations standards calculées à l'aide des trois méthodes ne montrent plus sur cette figure la tendance marquée qui caractérisait l'effet plastique sur la figure 5.3.

L'écart entre la droite théorique et les trois courbes de la seconde méthode sur la figure 5.8 semble cependant réduire à mesure qu'augmente le nombre de battements. Il s'agirait d'un résidu de l'effet plastique. Des simulations faites avec des bruit de largeur de bande variées permettent de constater l'évolution de l'effet plastique à mesure qu'augmente la largeur de bande du bruit. Des graphiques de la figure 5.9, il ressort une nette tendance des courbes de déviation standard des trois méthodes à s'approcher du comportement associé au bruit blanc à mesure que croît la fréquence de coupure haute de la bande passante du bruit. L'évolution de l'effet plastique entre le bruit blanc et le bruit rouge s'inscrit donc dans une continuité. La proportion relative de puissance des basses fréquences par rapport aux hautes fréquences module l'importance de l'effet plastique.

5.3 DISCUSSION

On peut comprendre la raison de la dégradation de la performance du moyennage par l'effet plastique en considérant le filtre adapté

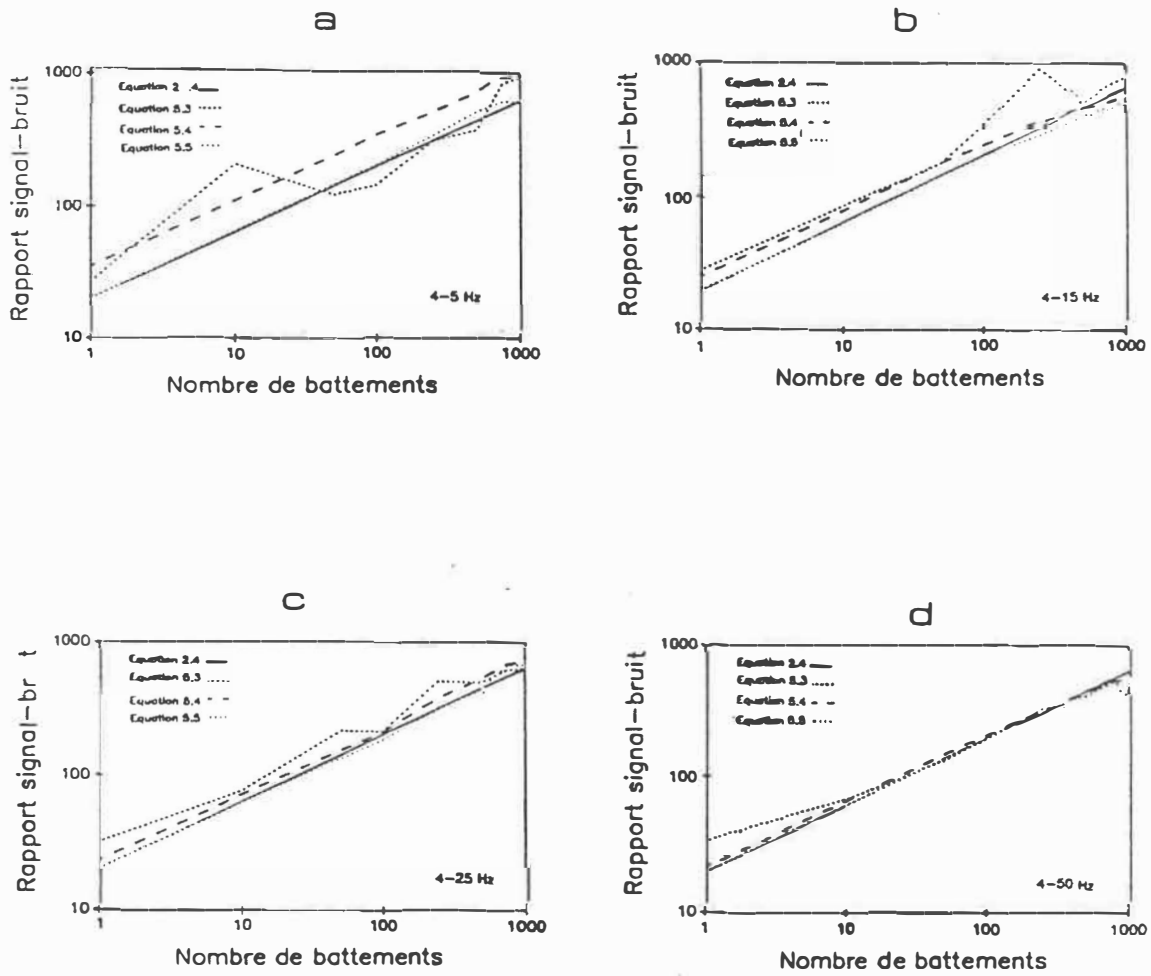


Figure 5.9 : Effet de la bande passante du bruit rouge sur les courbes du rapport signal-bruit du signal moyen en fonction du nombre de battements. (a) Bande passante du bruit de 4 à 5 Hz. (b) 4-15 Hz. (c) 4-25 Hz. (d) 4-50 Hz. Rapport signal-bruit théorique (équation 2.4 - trait continu), calculé d'après σ_a (équations 5.3 et 2.3 - pointillé gras), calculé d'après σ_b (équations 5.4 et 2.3 - tirets) et calculé d'après σ_c (équations 5.5 et 2.3 - pointillé fin).

comme étant composé de deux filtres en parallèle. Les réponses impulsionnelles correspondantes à ces deux filtres sont d'une part, la composante déterministe de la référence et, d'autre part, sa composante aléatoire (bruit). L'influence de la seconde se voit d'autant plus déterminante sur le temps où se produisent les maxima à la sortie de filtre que son amplitude est grande relativement à la première et que les maxima de celle-ci sont plats. Sous ces conditions, les segments de signal se trouvent alignés avant le moyennage afin qu'il y ait une bonne corrélation entre leur composante aléatoire et celle de la référence. Ces segments auront donc des composantes aléatoires semblables qui, une fois moyennées, ne suivront pas la loi du $\sqrt{n}$, puisque cette dernière a comme condition préalable l'indépendance des composantes aléatoires (Ros et al. 1981).

La disparition de l'effet plastique que l'on a pu observer en remplaçant le bruit blanc par du bruit rouge peut s'expliquer dans le domaine temporel en imaginant l'influence des composantes basses et hautes fréquences du bruit à la sortie du filtre adapté. Plus la période d'une composante de bruit est grande, plus ses chances de s'additionner à la fonction de détection loin du maximum sont élevées. Puisque l'amplitude de la fonction de détection diminue à mesure que l'on s'éloigne du maximum, les chances des composantes basses fréquences d'influencer le temps de référence sont plus faibles que des composantes de plus haute fréquence de puissance équivalente. Une certaine proportion de la puissance du bruit, celle correspondant aux plus basses fréquences, ne peut donc générer l'effet plastique. Ceci

explique pourquoi l'effet plastique réapparaît progressivement lorsque diminue la proportion relative de basses fréquences dans la bande passante du bruit.

En résumé, l'effet plastique résulte en une diminution de la performance du moyennage. Il peut apparaître lorsque l'alignement est réalisé par la méthode de filtrage adapté sur des signaux à rapport signal-bruit peu élevé et contenant un bruit approximativement blanc.

CHAPITRE 6

CONCLUSION

Ce travail a décrit certains effets du vacillement sur les composantes aléatoire et déterministe du signal moyen. L'effet sur la composante déterministe fut abordé lors des études théorique et de simulation des fonctions de vacillement. D'autre part on a vu comment l'effet plastique peut affecter la composante aléatoire.

A l'aide de simulations faites avec le modèle synthétique de l'ECG, on a reconstitué les fonctions de vacillement pour les techniques d'alignement par seuil et par filtrage adapté. Dans les deux cas, les fonctions de vacillement étaient normalement distribuées et s'étalaient sur des durées inférieures à une milliseconde, sous des conditions réalistes.

La nature gaussienne des fonctions de vacillement n'avait pas été établie jusqu'ici, à notre connaissance. Deux conséquences découlent du fait de la normalité des fonctions de vacillement. Premièrement, la fonction de vacillement se voit décrite avec seulement deux paramètres: la moyenne et l'écart-type. Puisque l'endroit où se fait l'alignement importe peu, le vacillement peut être quantifié uniquement avec l'écart-type. En second lieu, la fréquence de coupure de l'effet de filtrage passe-bas du moyennage avec vacillement peut être trouvée simplement avec le rapport $133/\sigma$. Les fréquences de coupures ainsi calculées ainsi que celles obtenues par nos simulations sont

supérieures à 200 Hz pour des rapports signal-bruit au-delà de 100. Même en tenant compte d'une grande marge d'erreur attribuable à la modélisation de l'ECG, les potentiels tardifs moyens seraient très peu affectés par l'effet de filtrage passe-bas du moyennage.

On a pu aussi tirer de nos simulations une règle empirique qui veut que le vacillement de la technique d'alignement par filtrage adapté soit égal à la moitié de celui observable pour la technique du seuil, avec une marge d'erreur de 5%. Ceci corrobore, par ailleurs, le caractère optimal du filtre adapté.

Un des objectifs lointains de ce projet était la conception d'un filtre inverse pour pallier aux effets de filtrage passe-bas dû au vacillement. En filtrant le signal moyen avec l'inverse de la fonction caractéristique, on espérait contrer le filtrage passe-bas. Cette application nécessitait une description plus précise de la fonction de vacillement que celle de notre règle empirique; c'est pourquoi fut entrepris le développement théorique du chapitre 3.

Dans le but d'estimer les fonctions caractéristiques de la technique d'alignement par filtrage adapté, deux moyens pour calculer les fonctions de vacillement à partir d'un spectre de bruit et d'une composante déterministe donnés furent suggérés. La méthode des probabilités conditionnelles fournit une représentation de la méthode d'alignement qui permet de comprendre son mécanisme en présence de bruit corrélé. La méthode de rotation du système de référence est,

quand à elle, l'approche la plus appropriée pour résoudre ce problème, tant au point de vue de la fiabilité des résultats que du temps de calcul.

En ce qui a trait à l'effet du vacillement sur la composante aléatoire, on a fait ressortir un phénomène apparemment nouveau. On a démontré que la performance du moyennage avec la méthode d'alignement par filtrage adapté est inférieure à celle dictée par les prédictions théoriques. Cette conséquence du vacillement, baptisée "effet plastique" (" molding effect"), s'est montrée dépendante du spectre du bruit du signal. L'effet plastique est ressorti progressivement à mesure que la proportion relative de hautes fréquences augmentait dans le bruit du signal. Les signaux perturbés par du bruit blanc se sont montrés très susceptibles à l'effet plastique. Le moyennage d'un signal avec du bruit blanc, ou à peu près blanc, devrait donc être préférablement assorti d'un moyen correctif simple comme le moyennage à deux passes ou avec la mise à jour de la référence. L'effet plastique s'est avéré peu notable, voir négligeable, en la présence de bruit rouge. Comme le bruit musculaire s'apparente beaucoup plus au bruit rouge, la performance du moyennage de l'ECG avec filtrage adapté ne devrait normalement pas être affectée. Toutefois, la présence de bruit à 60 Hz peut justifier le recours aux moyens correctifs précédents.

Il est clair que le vacillement peut introduire une distorsion dans les composantes aléatoire et déterministe du signal moyen, respectivement avec l'effet plastique et l'effet de filtrage passe-bas.

Cependant, l'effet de filtrage passe-bas n'intervient qu'au delà de 100 Hz et l'effet plastique est négligeable pour le bruit musculaire. Les limitations du moyennage temporel sur lesquelles s'est penchée cette étude ne semblent donc pas causer de distorsions susceptibles d'interférer avec les potentiels tardifs. Une démarche telle que celle du filtrage inverse, ayant pour but de restaurer le signal moyen, devient de ce fait moins pertinente. Comme autre conséquence, la corrélation plus ou moins bonne obtenue dans les études cliniques entre la présence des potentiels tardifs et l'avènement des tachychardies ventriculaires ne s'expliquerait pas par ces incidences du vacillement. A cet effet, il serait certainement très intéressant de pousser plus à fond les conséquences de la variabilité physiologique sur l'ECG moyen.

BIBLIOGRAPHIE

Abboud S., Sadeh D., "The waveforms' alignment procedure in the averaging process for external recording of the His bundle activity", Comput. Biomed. Res., vol.15, 1982, pp.212-219.

Abboud S., Sadeh D., "The digital filtering process in the external recording of the His Bundle activity", Comput. Biom. Res., vol.15, 1982, pp.418-424.

Abboud S., Belhassen B., Laniado S., Sadeh D., "Non-invasive recording of late ventricular activity using an advanced method in patients with a damaged mass of ventricular tissue", J. Electrocard., vol.16, no.3, 1983, pp.245-252.

Abboud S., Sadeh D., "The use of cross-correlation function for the alignment of ECG waveforms and rejection of extrasystoles", Comput. Biomed. Res., vol.17, 1984, pp.258-266.

Abboud S., "Subtle alterations in the high-frequency QRS potentials during myocardial ischemia in dogs", Comput. Biomed. Res., vol.20, 1987, pp.384-395.

Agarwal G.C., Gottlieb G.L., "An analysis of the electromyogram by Fourier, simulation and experimental techniques", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-221, no.3, pp.225-229, 1975.

Alperin N., Sadeh D., "An improved method for on-line averaging and detecting of ECG waveforms", Comput. Biomed. Res., vol.19, 1986, pp.193-202.

Berbari E.J., Lazzara R., Samet P., Sherlag B.J., "Noninvasive technique for detection of electrical activity during the PR segment", Circulation, vol.48, 1973, p.1005.

Berbari E.J., Scherlag B.J., El-Sherrif N. et al., "The His-Purkinje electrocardiogram in man, an initial assessment of its uses and limitations", Circulation, vol.54, no.2, 1976, pp.219-224.

Berbari E.J., Scherlag B.J., Lazzara R., "A computerized technique to record new components of the electrocardiogram", Proc. IEEE, 1977, pp.799-802.

Berbari E.J., Ozinga L., Albert D., "Methods for analysing cardiac late potentials", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-35, 1987, pp.35-40.

Blachman N.M., Noise and its Effect on Communication. New-York: McGraw-Hill, 1966.

Blank L., Statistical Procedures for Engineering, Management, and Science, New-York: McGraw-Hill, 1980.

Borjesson P.O., Pahlm O., Sornmo L., Nygards M.E., "Adaptive QRS detection based on maximum a posteriori estimation", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-29, no.5, 1982, pp.341-351.

Brandon C.W., Brody D.A., "A harware trigger for temporal indexing of the electrocardiographic signal", Comput. Biomed. Res., vol.3, 1970, pp.47-57.

Breithardt G., Schwarzmaier J., Borggrefe M., Haerten K., Seipel L., "Prognostic significance of late ventricular potentials after acute myocardial infarction" , Eur. Heart J., vol. 4, 1983, p.487.

Brown W.M., Palermo C.J., Random Processes, Communications, and Radar, New-York: McGraw-Hill, 1969.

Childers D.G., Durling A., Digital Filtering and Signal Processing. St-Paul: West Pub. Co., 1975.

Craelius W., Restivo M., Henkin R., El-Sherif N. et al., "High-resolution ECG amplifier for signal averaging", IEEE 7th Ann. Conf. Eng. Med. Biol. Soc., 1985, pp.860-863.

Craelius W., Restivo M., Assadi M.A., El-Sherif N. et al., "Criteria for optimal averaging of cardiac signals", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-33, no.10, 1986, pp.957-966.

Craelius W., Restivo M., El-Sherif N., "Signal processing options for detecting conduction abnormalities in ischemic ventricles", J.Electrocard., 1987, pp.119-124.

Denes P. Santarelli P., Hauser R.G., Uretz E.F., "Quantitative analysis of the high-frequency components of the terminal portion of the body surface QRS in normal subjects and in patients with ventricular tachycardia", Circulation, vol.67, no.5, 1983, pp.1129-1138.

Drouhard J.P., "Filtrage numérique auto-régressif : théorie, implantation et application de filtres à coefficients entiers", Rapport technique, Institut de génie biomédical, Ecole Polytechnique de Montréal, 1976.

Flowers N.C., Horan L.G., "His-Bundle and bundle-branch recordings from the body surface", Circulation, vol.48 (Suppl. 4), 1973, p.102.

Flowers N., "Signal averaging as an adjunct in detection of arrhytmias", Circulation, vol.75 (sup 3), Avril 1987, pp.74-78.

Gagliardi R., Introduction to Communication Engineering. New-York: John Wiley and Sons, 1978.

Gilchrist W., Statistical modelling. New-York: John Wiley and Sons, 1984.

Golub G.H., Van Loan C.F., Matrix computations. Baltimore: John Hopkins, 1983.

Gomes J.A., Winters S.L., Stewart D., Horowitz S., Milher M., Barreca P., "A new noninvasive index to predict sustained ventricular tachycardia and sudden death in the first year after myocardial infarction based on signal averaged electrocardiogram, radionuclide ejection fraction and Holter monitoring", J. Am. Coll. Cardiol., vol. 10, pp.349-357, 1987.

Goovaerts H.G., Ros H.H., Van der Akker T.J., Schneider H., "A digital QRS detector based on the principle of contour limiting", IEEE Trans. Biomed. Eng., 1976, pp.154-157.

Green P.E., Caroll J.D., Mathematical Tools for Applied Multivariate Analysis. New-York: Academic Press, 1976.

Haykin S., Communication Systems. New-York: John Wiley and Sons, 2nd edition, 1983.

Hoopen M.T., Reuver H.A., "Aspects of average response computation by aperiodic stimulation", Med. Biol. Eng., vol.10, 1972, pp.621-630.

Inbar G.F., Noujaim A.E., "On surface EMG spectral characterization and its application to diagnostic classification", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-31, pp.597-604, 1984.

Jenkins G.M., Watts D.G., Spectral Analysis and its Applications. Oakland, Cal.: Holden-Day, 1968.

Josephson M.E., Simson M.B., Harken A.H. et al., "The incidence and clinical significance of epicardial late potentials in patients with recurrent coronary artery disease", Circulation, vol.66, no.6, 1982, pp.1199-1204.

Koeleman A.S.M., Van den Akker T.J., Ros H.H. et al., "Estimation accuracy of P wave and QRS complex occurence times in the ECG: the accuracy for simplified theoretical and computer simulation waveforms", Sig. Proc., vol. 7, no.4, 1984, pp.389-405.

Koeleman A.S.M., Ros H.H., Van den Akker T.J., "Beat-to-beat interval measurement in the electrocardiogram", Med. Biol. Eng. Comput., 1985, pp.213-218.

Kunt M., Traitement Numérique des Signaux. France: Dunod, 1981.

Kuchar I.L., Thorburn C.W., Samnel N.L., "Prediction of serious arrythmic events after myocardial infarction: signal-averaged electrocardiogram, Holter monitoring and radionuclide ventriculography", J. Am. Coll. Cardiol., vol. 9, pp.531-550, 1987.

Kwatny E., Thomas D.H., Kwatny H.G., "An application of signal processing techniques to the study of myoelectric signals", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-17, No.4, 1970.

Lee Y.W., Statistical Theory of Communication, New-York: John Wiley and Sons, 1960.

Ligtenberg A., Kunt M., "A robust QRS-detection algorithm for arrythmia monitoring", Comput. Biomed. Res., vol.16, 1983, pp.273-286.

McClelland K.M., Arnold J.M., "A QRS detection algorithm for computerized ECG monitoring", Comput. Cardiol., 1976, pp.447-450.

Motchenbacher C.D., Fitchen F.C., Low-Noise Electronic Design. New-York: John Wiley and Sons, 1973.

Okada M., "A digital filter for the QRS complex detection", IEEE Trans. Biomed. Eng., vol.26, no.12, 1979, pp.700-702.

Oppenheim A.V., Shafer R.W., Digital Signal Processing. New-York: Prentice-Hall, 1975.

Orfadis S.J., Optimum Signal Processing: An Introduction, New-York: MacMillan, 1985.

Pahlm O., Sornmo L., "Data processing of exercise ECG's", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-34, no.2, 1987, pp.158-165.

Pahlm O., Sornmo L., "Software QRS detection in ambulatory monitoring- A review", Med. Biol. Eng. Comput., 1984, pp.289-297.

Poll D.S., Marchlinski F.E., Falcone R.A. et al., "Abnormal signal-averaged electrocardiograms in patients with nonischemic congestive cardiomyopathy: relationship to sustained ventricular tachyarrhytmias", Circulation, vol.72, no.6, 1985, pp.1308-1312.

Regamey P.F., "Matched filtering using a signal microprocessor TMS320", Mit. Agen, vol.42, 1985, pp.31-35.

Ribeiro J.E., Caprihan A., Neto A.G., Wiederehecker N.G., Infantosi A.F.C., "Theorical analysis of error during signal averaging for detection of His bundle activity", IEEE Trans. Biomed. Eng., vol.27, no.8, 1980, pp.473-476.

Rohatgi V.K., Statistical Inference, New-York: John Wiley and Sons, 1984.

Rompelman O., Ros H.H., "Coherent averaging technique: A tutorial review. Partl: Noise reduction and the equivalent filter", J. Biomed. Eng., vol.8, 1986, pp.24-29.

Rompelman O., Ros H.H., "Coherent averaging technique: A tutorial review. Part2: Trigger jitter,overlapping responses and non periodic stimulation", J. Biomed. Eng., vol.8, 1986, pp.30-35.

Rompelman O., "Accuracy aspects in ECG-preprocessing for the study of heart-rate variability" in The Beat-by-beat Investigation of Cardiovascular Function. Measurement, Analysis and Applications. R.I. Kitney and O. Rompelman, Eds. Oxford: Clarendon Press, 1987, pp.103-125.

Ros H.H., Koeleman A.S., Akker T.J., "The technique of signal averaging and its practical application in the separation of atrial and His Purkinje activity", in Signal Averaging Technique in Clinical Cardiology, V. Hombach and H.H. Hilker, Eds. New-York: Stuttgart, 1981, pp.3-14.

Ros H.H., Koeleman A.S.M., Van den Akker T.J., "The dynamic behaviour of time intervals in the ECG", The Beat-by-beat Investigation of Cardiovascular Function, Measurement, Analysis and Applications. R.I. Kitney and O. Rompelman, Eds. Oxford: Clarendon Press, 1987, pp.103-125.

Ruchkin D.S., "An analysis of average response computations based upon aperiodic stimuli", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-12, 1965, pp.97-94.

Sachs L., Applied Statistics; Handbook of Techniques, New-York: Springer-Verlag, 2nd edition, 1984.

Santopietro R.F., "The origin and characterization of the primary signal, noise, and interference sources in the high frequency electrocardiogram", Proceedings of the IEEE, vol.65, no.6, 1977, pp.707-713.

Shvartsman V., Barnes G.R., Shvartsman L., Flowers N., "Multichannel signal processing based on logic averaging", IEEE Trans. Biomed. Eng., vol.29, no.7, 1982, pp.531-536.

Simson, M.B., "Use of signal in the terminal QRS complex to identify patients with ventricular tachycardia after myocardial infarction", Circulation, vol.64, no.2, 1981, pp.235-242.

Simson M.B., "Signal averaging", Circulation, vol.75 (sup 3), 1987, pp.69-73.

Sornmo L., Pahlm O., Nygards M.E., Borjesson P.O., "A mathematical approach to QRS detection", Comput. Cardiol., 1981, pp.205-208.

Sornmo L., Pahlm O., "Evaluation of noise immunity for algorithms in exercise ECG analysis", Comput. Cardiol., 1984, pp.349-352.

Sornmo L., "A model-base approach to QRS delineation", Comput. Biomed. Res., vol.20, 1987, pp.526-542.

Spriger M.D., The Algebra of Random Variables. New-York: John Wiley and Sons, 1979.

Srinath M.D., Rajasekaran P.K., An Introduction to Statistical Signal Processing with Applications. New-York: John Wiley and Sons, 1979.

Stulen F.B., De Luca C.J., "Frequency parameters of the myoelectric signal as a measure of muscle conduction velocity", IEEE Trans. Biomed. Eng., BME-28, No.7, 1981, pp.515-523.

Sweene C.A., Van Bemmel J.H., Hengeveld S.J., Hermans M., "Pattern recognition for ECG-monitoring: An interactive method for the classification of ventricular complexes", Comput. Biomed. Res., vol.5, 1973, pp.150-160.

Turin G.L., "An introduction to matched filters", IRE Trans. Info. Theory, IT-16, 1960, pp.311-329.

Uijen G.J.H., Weerd J.P.C., Vendrik A.J.H., "Accuracy of QRS detection in relation to the analysis of high-frequency components in the electrocardiogram", Med. Biol. Eng. Comput., vol.17, 1979, pp.192-502.

Vaclar F., Hannon J., Introduction to Probability and Mathematical Statistics, New-York: John Wiley and Sons, 1985.

Van Alsté J.A., Van Eck W., Herrmann O.E., "ECG baseline wander reduction using linear phase filters", Comput. Biomed. Res., vol.19, 1986, pp.417-427.

Van Bemmel J.H., Talmon J.L., Duisterhout J.S., Hengeveld S.J., "Template waveform recognition applied to ECG/VCG analysis", Comput. Biomed. Res., vol.6, 1973, pp.430-441.

Van den Akker T.J., Ros H.H., Koeleman A.S.M., Dekker C., "An on-line method for reliable detection of waveforms and subsequent estimation of events in physiological signals", Comput. Biomed. Res., vol.15, no.5, 1982, pp.405-417.

Van den Akker T.J., Ros H.H., Koeleman A.S.M., Saat R.G.M., "Applications of a signal averager for neurophysiological investigations in clinical function laboratories using a general signal-processing unit, Comput. Prog. Biomed., vol.17, no.3, 1983, pp.249-259.

Wajszczuk W.J., Stopczyk M.J., Moskowitz M.S, et al., "Noninvasive recording of His-Purkinje activity in man by QRS-triggered signal averaging", Circulation, vol.58, no.1, 1978, pp.95-102.

Walpole R.E., Myers R.H., Probability and Statistics for Engineers and Scientists, New-York: MacMillan, 3rd edition, 1985.

APPENDICE 1

CALCUL D'ERREUR SUR L'ESTIMATION DE LA VARIANCE DES FONCTIONS DE VACILLEMENT

L'intervalle de confiance pour l'estimé de la variance s^2 est donné par (Walpole 1985):

$$\frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2}}$$

où χ^2 est la valeur de Chi-deux avec $\nu = n-1$ degrés de liberté, laissant à sa droite l'aire donnée en indice.

Pour un intervalle de confiance à 95 %, $\alpha = .05$:

$$\alpha/2 = .025 \qquad z = -1.96$$
$$1-\alpha/2 = .975 \qquad z = 1.96$$

où z est une variable normale centrée réduite.

Pour $\nu > 30$, $\chi^2 \approx N(\nu, 2\nu)$ (Blank 1980).

Donc les limites de l'intervalle de confiance pour l'approximation normale sont:

$$\chi^2_{\alpha/2} = \mu - 1.96\sigma = \nu - 1.96\sqrt{2\nu} = \nu - 2.77\sqrt{\nu}$$
$$\chi^2_{1-\alpha/2} = \mu + 1.96\sigma = \nu + 1.96\sqrt{2\nu} = \nu + 2.77\sqrt{\nu}$$

Par exemple, pour n = 5000,

$$\chi^2_{\alpha/2} = 1.02$$
$$\chi^2_{1-\alpha/2} = 0.98$$

APPENDICE 2

CALCUL DES MARGES D'ERREUR SUR LES FONCTIONS DE VACILLEMENT SIMULEES

Pour un intervalle donné d'une fonction de vacillement issue de simulations, la distribution d'amplitude suit une loi binomiale. L'arrivée d'un temps de référence à l'intérieur des limites d'un intervalle d'échantillonnage est, en effet, une expérience de Bernoulli à laquelle on associe une probabilité p, constante durant une simulation.

Pour $q = 1 - p$ $\qquad \mu = np$, $\sigma = \sqrt{npq}$

Par exemple, pour 2000 essais, un intervalle particulier recueille 50 temps de référence.

$\mu = 50$
$n = 2000$
$p = 50/2000 = .025$
$q = 0.975$
$\sigma = 6.98$

Lorsque $np \geq 5$ et $nq \geq 5$ la binomiale est très près de la normale (Blank 1980). L'amplitude d'un intervalle apparaît donc dans l'intervalle de confiance à 95 % suivant.

$$\mu - 1.96\sigma < A < \mu + 1.96\sigma$$

Pour notre exemple : $43.02 < A < 56.98$ pour $\alpha = .05$

APPENDICE 3

APPROXIMATION DES DISTRIBUTIONS CUMULATIVES GAUSSIENNES

Soit z(x), une variable normale centrée réduite et q(x) l'aire de la distribution gaussienne à droite de $x=x_1$.

$$q(x_1) = \int_{x_1}^{\infty} z(x)\, dx$$

Cette équation ne peut être résolue de manière algébrique. On utilise l'approximation suivante de q(x) (Abramowitz et Stegun 1964).

$$q(x) = z(x)\,(b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 + b_5 t^5) + \epsilon(x)$$

où:

$$t = \frac{1}{1+px}$$

$|\epsilon(x)| < 7.5 \times 10^{-8}$

$p = .2316419$

$b_1 = .319381530$

$b_2 = -.356563782$

$b_3 = 1.781477937$

$b_4 = -1.821255978$

$b_5 = 1.330274429$

L'aire sous la distribution à gauche de x_1 est trouvée avec

$$p(x_1) = 1 - q(x_1),$$

tandis que la probabilité d'un intervalle situé entre x_1 et x_2 apparaît sous la forme

$$p(x_1 < x < x_2) = q(x_1) - q(x_2).$$

APPENDICE 4

LISTE DES PRINCIPAUX PROGRAMMES

1. ACOR/ACOR1 : Autocorrélation des signaux contenus dans deux fichiers sous forme ascii/binaire.

2. ADD/ADD1 : Addition des signaux contenus dans deux fichiers sous forme ascii/binaire.

3. ADDK1 : Addition d'une constante à tous les échantillons d'un signal contenu dans un fichier sous forme binaire.

4. ADDN : Génération d'un bruit rouge sous forme ascii.

5. BETA : Moyennage temporel d'un signal en l'absence de vacillement.

6. BLANC/BLANC1 : Test de la blancheur d'un segment de bruit contenu dans un fichier sous forme ascii/binaire.

7. CARRE : Calcul de la somme des carrés des échantillons d'un fichier.

8. CCOR/CCOR1 :Intercorrélation entre les signaux contenus dans deux fichiers sous forme ascii/binaire.

9. CENTRE : Extraction de la partie centrale d'un signal contenu dans un fichier.

10. CHI-DEUX : Tests de distribution de Chi-deux et de Kolmogorrof-Smirnoff entre deux distributions.

11. COAV : Moyennage d'un signal binaire selon les temps de détection contenus dans un fichier ascii.

12. CODE : Traduction d'un fichier ascii en binaire.

13. CONV1 : Convolution entre deux signaux binaires.

14. DIVK1 : Division de tous les échantillons d'un signal contenu dans un fichier binaire par une constante.

15. DUP1 : Formation d'un signal périodique a partir d'une seule période, dans un fichier binaire.

16. FFT : Calcul de la transformée de Fourier d'un signal.

17. GAUSS/GAUSS1 : Génération de bruit blanc gaussien à partir d'un bruit uniforme calculé, sous forme ascii/binaire.

18. GAUSS2 : Génération de bruit blanc gaussien à partir d'un bruit blanc généré par une fonction intrinsèque, sous forme binaire.

19. GAUSSTHEO : Génération d'une distribution normale discrétisée.

20. GENERE/GENERE1 : Génération d'un signal triangulaire sous forme ascii/binaire.

21. HIRES : Simulation complète du moyennage avec la méthode d'alignement par filtrage adapté.

22. HIREST : Programme de simulation complet pour la méthode d'alignement par seuil.

23. INVERSE1 : Inversion d'une matrice.

24. INVTEST : Programme de test de la routine d'inversion de matrice.

25. JITCOR : Calcul de la fonction de vacillement de la méthode d'alignement par filtrage adapté, avec les probabilités conditionnelles.

26. JITTER/JITTER1 : Recense les écarts entre les maxima de deux signaux contenus dans deux fichiers ascii/binaire.

27. JO : Calcul de la fonction de Johannesma.

28. MARGE : Calcul des intervalles de confiance d'une fonction de vacillement issue des simulations.

29. MIDSTD : Calcule la déviation standard de la portion centrale d'un segment de bruit contenu dans un fichier binaire.

30. MULK1 : Multiplication d'un signal contenu dans un fichier binaire par une constante.

31. MVAVG : Calcule la moyenne mobile d'un signal contenu dans un fichier sous forme ascii.

32. NORMALISE : Normalisation d'une fonction de vacillement.

33. PER : Calcul d'un périodogramme moyen d'un segment de bruit.

34. PREV : Calcul de la fonction d'autocorrélation théorique du bruit de la fonction de détection, pour la méthode par filtrage adapté.

35. REPART/REPART1 : Calcul d'un histogramme à partir d'une série de données formattées en ascii/binaire.

36. REPMAX : Calcul de la fonction de vacillement de la méthode du maximum soumise à un signal avec bruit blanc.

37. REPSEUIL : Calcul de la fonction de vacillement pour la technique d'alignement par seuil avec bruit blanc.

38. ROT : Calcul de la fonction de vacillement par la méthode de rotation du système de référence.

39. SEE : Traduction d'un fichier binaire en ascii.

40. SEUIL : Recensement des temps d'alignement sur le signal avec la méthode du seuil.

41. SIM/SIMAUX : Programme écrit en langage de commande, permettant de simuler le moyennage avec vacillement au moyen des routines FORTRAN.

42. STAT : Calcul des moyenne et écart-type d'un histogramme.

43. SUB/SUB1 : Soustraction de deux signaux contenus dans deux fichiers ascii/binaire.

44. UNIF/UNIF1 : Génération de bruit uniforme dans un fichier ascii/binaire.

45. VPT3 : Calcul des valeurs et vecteurs propres d'une matrice.

APPENDICE 5

REPERTOIRE D'UTILISATION DES PROGRAMMES DE L'APPENDICE 4

Chapitre 3

3.2 1,2,4,8,12,20,33,34,39

3.3 23,24,25,38,45

Chapitre 4

4.1 4,6,10,17,18,19,20,33

4.2 21,22

4.5 10,19,27,28,32

4.6 16,33

Chapitre 5

5.2 3,5,8,9,11,12,14,17,18,20,29,30,35,39,41,42,43

5.3 21

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL
3 9334 00290839 8