UNIVERSITE DE MONTREAL

CARACTERISATION DE GUIDES D'ONDE FABRIQUES PAR ECHANGE K^+-Na^+ SUR VERRE

par

Guy LAMOUCHE

DEPARTEMENT DE GENIE PHYSIQUE

ECOLE POLYTECHNIQUE

MEMOIRE PRESENTE EN VUE DE L'OBTENTION

DU GRADE DE MAITRE ES SCIENCE APPLIQUEES (M.Sc.A.)

août 1989

c Guy LAMOUCHE 1989

National Library of Canada
Bibliothèque nationale du Canada

Canadian Theses Service
Service des thèses canadiennes

Ottawa, Canada
K1A 0N4

The author has granted an irrevocable non-exclusive licence allowing the National Library of Canada to reproduce, loan, distribute or sell copies of his/her thesis by any means and in any form or format, making this thesis available to interested persons.

L'auteur a accordé une licence irrévocable et non exclusive permettant à la Bibliothèque nationale du Canada de reproduire, prêter, distribuer ou vendre des copies de sa thèse de quelque manière et sous quelque forme que ce soit pour mettre des exemplaires de cette thèse à la disposition des personnes intéressées.

The author retains ownership of the copyright in his/her thesis. Neither the thesis nor substantial extracts from it may be printed or otherwise reproduced without his/her permission.

L'auteur conserve la propriété du droit d'auteur qui protège sa thèse. Ni la thèse ni des extraits substantiels de celle-ci ne doivent être imprimés ou autrement reproduits sans son autorisation.

ISBN 0-315-52701-3

Canada

UNIVERSITE DE MONTREAL

ECOLE POLYTECHNIQUE

Ce mémoire intitulé:

CARACTERISATION DE GUIDES D'ONDE FABRIQUES

PAR ECHANGE K^+-Na^+ SUR VERRE

présenté par: Guy Lamouche

en vue de l'obtention du grade: Maître es Science Appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. S.Iraj Najafi, D.Ing., président

M. Jean Lapierre, D.Ing.

M. Richard Black, Ph.D.

SOMMAIRE

Nous évaluons dans ce travail la validité de la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] comme outil de design de composantes d'optique intégrée utilisant des guides d'onde de types plan et canal fabriqués par échange ionique sur verre. Nous utilisons l'analyse WKB inverse pour caractériser le profil d'indice résultant du processus de fabrication et la méthode des éléments finis pour calculer les indices effectifs et les distributions de champs des modes du guide. Pour juger de la validité de la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] comme outil de design, nous calculons avec cet outil les profils d'intensité de guides monomodes et les comparons aux profils d'intensité mesurés expérimentalement. Nous travaillons sur des guides fabriqués par échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211 diffusés à une température de 396,5°C. Les résultats de comparaison de profils d'intensité sur un guide de type plan et un guide de type canal permettent de conclure que la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] constitue un outil intéressant pour le design de composantes d'optique intégrée utilisant des guides fabriqués par échange ionique sur verre.

ABSTRACT

The adequacy of the [inverse WKB analysis-finite element] combination is studied as a design tool for integrated optical components using ion-exchanged planar and channel waveguides. Inverse WKB analysis is used to determine the index profile resulting from the waveguide fabrication process, and the finite element method is used to solve the scalar wave equation to calculate the effective index and the field distribution of each propagating mode. Intensity profiles of single mode waveguides are calculated using this approach and are compared to experimental measurements to evaluate the adequacy of the proposed combination as a design tool. The study is performed for K^+-Na^+ ion-exchanged waveguides diffused on Corning 0211 glass at 396,5^{o}C. Measured and calculated mode intensity profiles show good agreement.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les personnes suivantes:

Le Dr. J. Lapierre, professeur titulaire, pour la confiance et le soutient qu'il m'a accordés en tant que directeur du projet et pour une lecture plus que constructive de ce mémoire.

Le Dr. S.I. Najafi pour m'avoir initié au monde expérimental de l'optique intégrée et pour avoir accepté la présidence du jury.

Le Dr. R. Black pour la lecture de ce mémoire à titre de membre du jury.

Le travail expérimental de ce projet a été mené à bien grâce à l'aide des personnes suivantes envers qui je suis plus que reconnaissant: M. F. Séguin qui a eu la gentillesse de m'initier aux diverses techniques nécessaires à la fabrication de guides d'ondes, et M. J.R. Simard qui, grâce à sa patience et à ses connaissances d'ordre général, a pu m'aider à franchir les derniers milles.

Je tiens a exprimer ma gratitude à M. Alain Champagne qui m'a patiemment aidé à faire mes premiers pas dans le monde des éléments finis et à surmonter maints écueils par la suite. Je me dois de remercier M. D. Lévesque qui m'a si gentiment fourni un programme de calcul de valeurs propres, m'épargnant ainsi quelques mois de souffrance.

Finalement, je suis obligé envers le Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada qui m'a offert une bourse. Cette aide financière fut plus qu'appréciée.

TABLE DES MATIERES

page

Sommaire iv

Abstract v

Remerciements vi

Liste des tableaux xi

Liste des figures xiii

Liste des annexes xvi

Introduction 1

CHAPITRE 1: PROFILS D'INDICE 5

1.1 ECHANGE IONIQUE : APERCU GENERAL 5

1.1.1 Processus 6

1.1.2 Inter-diffusion 8

1.1.3 Variation d'indice 10

1.1.4 Types d'échange 12

1.2 ECHANGE K^+-Na^+ 14

1.2.1 Inter-diffusion : K^+-Na^+ 14

1.2.2 Variation d'indice : K^+-Na^+ 18

1.3 PROFILS D'INDICE 27

1.3.1 Guide d'onde plan 27

1.3.2 Guide d'onde canal 29

CHAPITRE 2: CARACTERISATION DU PROFIL D'INDICE 36

2.1 TECHNIQUE WKB INVERSE 36

2.1.1 Approximation WKB 37

2.1.2 Technique WKB inverse 40

2.1.3 Autres méthodes de caractérisation 41

2.2 FABRICATION DE GUIDES PLANS 42

2.2.1 Procédé de fabrication 43

2.2.2 Substrat 43

2.2.3 Sel 46

2.2.4 Four et contrôleur de température 47

2.2.5 Idéalité du processus 47

2.3 MESURE D'INDICES EFFECTIFS 48

2.3.1 Couplage par prisme 48

2.3.2 Montage 51

2.3.3 Procédure de mesure 54

2.3.4 Erreur sur la mesure 55

2.4 RESULTATS DE LA CARACTERISATION 55

2.4.1 Traitement type des données et précision de l'analyse 56

2.4.2 Résultats 62

2.4.3 Validité des résultats 64

CHAPITRE 3: CALCUL DES MODES DE PROPAGATION 70

3.1 FORMULATIONS VARIATIONNELLES E_x^{mn} et E_y^{mn} 72

3.1.1 Equation d'onde scalaire 72

3.1.2 Formulation variationnelle: modes E_x^{mn} 76

3.1.3 Formulation variationnelle: modes E_y^{mn} 79

3.2 MATRICES ELEMENTAIRES 83

3.2.1 Elément unidimensionnel 83

3.2.2 Elément bidimensionnel 86

3.3 PROGRAMMATION 89

3.3.1 Maillage 89

3.3.2 Assemblage et imposition des conditions aux frontières 93

3.3.3 Résolution du problème aux valeurs propres 94

3.4 EXEMPLES D'UTILISATION 95

3.4.1 Guides plans : LAG1TE et LAG1TM 96

3.4.2 Guides canal : LAG2EX et LAG2EY 96

CHAPITRE 4: PROFILS D'INTENSITE 104

4.1 FABRICATION DE GUIDES CANAL 104

4.1.1 Masque de diffusion 105

4.1.2 Idéalité du processus de fabrication 105

4.2 METHODE D'OBSERVATION DES PROFILS D'INTENSITE 107

4.2.1 Polissage des faces latérales 108

4.2.2 Montage d'observation 110

4.3 RESULTATS DE MESURES ET DE CALCULS 113

4.3.1 Traitement théorique 113

4.3.2 Guide plan 114

4.3.3 Guide canal 114

4.4 DISCUSSION 116

Conclusion 123

Bibliographie 126

LISTE DES TABLEAUX

page

1.1 Caractéristiques des ions 15

1.2 Composition des différents types de verre "soda-lime" de Yip, BK7 et Pyrex 7740 17

1.3 Variation d'indice pour échanges types K^+-Na^+ et Ag^+-Na^+.....26

2.1 Composition massique du verre Corning 0211 45

2.2 Indices effectifs des modes TE du guide #59 57

2.3 Résultats de l'analyse WKB inverse : guide #63, modes TE 59

2.4 Sensibilité de l'analyse WKB inverse : guide #63, modes TE 59

2.5 Analyse du guide #57: modes TE 61

2.6 Analyse des guides fabriqués à 396,5°C 63

2.7 Résultats de la caractérisation à 396,5°C 66

2.8 Comparaison entre les valeurs d'indices effectifs mesurées et celles prédites par le modèle 68

3.1 Formulations variationnelles 82

3.2 Algorithme simplifié 90

3.3 Profil gaussien: comparaison des valeurs d'indices effectifs 97

4.1 Données du processus photolithographique 106

A3.1 Définition des termes $\vec{V}$, $\tilde{p}$ et $\tilde{q}$ 149

LISTE DES FIGURES

1.1 Echange ionique 7

1.2 Analyse XES de la surface des lamelles avant et après échange 19

1.3 Effet de l'échange K^+-Na^+ sur des lamelles minces 22

1.4 Système d'axes 22

1.5 Gonflement à la surface du verre causé par l'échange K^+-Na^+ 23

1.6 Inter-diffusion: guide plan 28

1.7 Masque pour diffusion d'un guide canal 30

1.8 Inter-diffusion: guide canal 30

1.9 Profil bidimensionnel de diffusion: 1er exemple 32

1.10 Profil bidimensionnel de diffusion: 2eme exemple 32

1.11 Profil bidimensionnel de diffusion: 3eme exemple 33

2.1 Parcours d'une onde dans le guide 38

2.2 Montage utilisé pour l'échange ionique 44

2.3 Couplage par prisme 50

2.4 Montage pour mesure d'indices effectifs 52

2.5 Support de prisme 53

2.6 Régressions linéaires : d vs $t^{1/2}$ 65

3.1 Guide canal 73

3.2 Elément rectangulaire: champs e_x et h_y 77

3.3 Elément rectangulaire: champs h_x et e_y 81

3.4 Elément unidimensionnel linéaire 84

3.5 Elément rectangulaire à quatre noeuds 87

3.6 Exemples de maillage 92

3.7 Courbes b-V résultant de la caractérisation du chapître 2 98

3.8 Guide canal à profil parabolique selon $\hat{y}$ 99

3.9 Courbe b_x-V_x : comparaison Pichot-LAG2EX 99

3.10 Guide canal à profil gaussien selon $\hat{y}$ 101

3.11 Courbe b_y-V_y : comparaison Rahman-LAG2EY 101

3.12 Profil de champ h_x(en x=0): comparaison Rahman-LAG2EY 102

4.1 Support de polissage 109

4.2 Montage d'observation de profil d'intensité 111

4.3 Utilisation de la fente 112

4.4 Profil d'intensité: guide plan - mode TE 115

4.5 Profil d'intensité: guide plan - mode TM 115

4.6 Profil d'intensité: mode E_x^{11} - coupe selon $\hat{x}$ 117

4.7 Profil d'intensité: mode E_x^{11} - coupe selon $\hat{y}$ 117

4.8 Profil d'intensité: mode E_y^{11} - coupe selon $\hat{x}$ 118

4.9 Profil d'intensité: mode E_y^{11} - coupe selon $\hat{y}$ 118

A1.1 Guide d'onde plan 136

A1.2 Discrétisation de la région d'indice variable 138

LISTE DES ANNEXES

Annexe 1 : APPROXIMATION WKB 135

Annexe 2 : ETAPES DE RESOLUTION D'UN PROBLEME PAR ELEMENTS FINIS 144

Annexe 3 : FORMULATIONS VECTORIELLES 147

INTRODUCTION

Les guides d'onde de types plan et canal fabriqués par échange ionique sur verre font l'objet d'une bonne partie des travaux en optique intégrée. Le faible coût du verre et la simplicité du montage requis par le processus d'échange ionique font de ces guides d'intéressants candidats pour la production de masse de composantes d'optique intégrée. Néanmoins, pour aider au design de composantes utilisant ces guides, deux outils d'analyse sont nécessaires. Premièrement, il faut trouver un moyen de caractériser le profil d'indice résultant de l'échange ionique. Ensuite, il faut une technique de calcul pour évaluer la constante de propagation ainsi que les distributions de champs des modes associés à ce profil d'indice.

Dans ce mémoire, nous proposons comme processus de design l'utilisation 1) de la technique WKB inverse pour caractériser le profil d'indice résultant d'un ensemble de conditions de fabrication (température, temps de diffusion) et 2) de la méthode des éléments finis pour résoudre l'équation d'onde scalaire et calculer les modes de propagation. Nous désignons la combinaison de ces outils d'analyse par "combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis]". Nous vérifions l'applicabilité de cette approche en l'appliquant spécifiquement au cas d'un échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211. L'échange K^+-Na^+ permet de fabriquer des guides biréfringents avec de faibles variations d'indice.

Pour vérifier si la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] constitue une approche de design efficace, nous procédons comme suit:

i) Nous appliquons l'analyse WKB inverse à une série de guides plans fabriqués par échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211. Les résultats de la caractérisation du profil d'indice sont ensuite étendus au cas de guides de type canal.

ii) A l'aide de la méthode des éléments finis, nous résolvons l'équation d'onde scalaire et calculons les distributions de champs transverses pour des guides monomodes de types plan et canal fabriqués dans les mêmes conditions que ceux utilisés pour la caractérisation. Nous en tirons les profils d'intensité que nous comparons aux profils d'intensité mesurés expérimentalement.

Cette comparaison de profils d'intensité sert de critère qui nous permettra de juger si la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] constitue une approche adéquate pour aider au design de composantes d'optique intégrée. Précisons que l'analyse WKB inverse et le calcul de modes de propagation ont fait l'objet de beaucoup d'études, et en ce sens, notre travail ne constitue pas une nouveauté. Néanmoins, à notre connaissance, aucun travail n'a utilisé un critère aussi direct que la comparaison des profils d'intensité mesurés et calculés pour évaluer une quelconque proposition d'approche de design; en ce sens, notre travail

constitue une nouveauté.

Au premier chapître de ce mémoire, nous donnons l'expression des profils d'indices de guides de types plan et canal fabriqués par échange K^+-Na^+. Pour ce faire nous discutons du processus d'échange ionique tout d'abord dans un cadre général et ensuite en traitant plus spéciquement le cas K^+-Na^+. Nous y voyons que l'échange ionique s'apparente à un processus d'inter-diffusion. Nous y résolvons donc l'équation d'inter-diffusion pour obtenir les profils d'indice.

Au second chapître, nous expliquons en quoi constitue l'analyse WKB inverse, soit comment à partir de la mesure d'indices effectifs de guides plans on peut déterminer les paramètres d'un profil d'indice. Nous décrivons le processus de fabrication de ces guides plans de même que la technique de mesure des indices effectifs. Nous terminons en présentant les résultats de la caractérisation du profil d'indice pour des guides fabriqués par échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211 à une température de 396,5^{o}C.

Nous abordons la technique de calcul des modes de propagation d'un guide d'onde au chapître 3. Nous y décrivons comment on applique la méthode des éléments finis à la résolution de l'équation d'onde scalaire. Nous y vérifions la validité des programmes résultants en les appliquant à des cas traités dans la littérature.

Finalement, au chapître 4, nous utilisons les résultats et

techniques des chapîtres précédents pour calculer les profils d'intensité de guides monomodes de types plan et canal. Après y avoir décrit la technique expérimentale d'observation de profils d'intensité, nous comparons les profils d'intensité calculés et mesurés. Ceci nous permet de discuter de la validité de la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] comme outil de design. Nous présentons aussi dans ce chapître un complément d'information sur la fabrication de guides de type canal.

Avant de poursuivre, nous désirons faire deux mises au point. La première concerne le fait que nous considérons tout au long de ce travail que le lecteur possède une bonne connaissance des phénomènes de guidage d'ondes lumineuses. La seconde se rapporte à la lexicologie. Nous utiliserons pour la suite de ce travail les expressions "un guide canal" et "des guides canal" en place de "un guide de type canal" et "des guides de type canal". Ces substitutions n'ont pour but que d'alléger le texte.

CHAPITRE 1: PROFILS D'INDICE

Les guides d'onde que nous utilisons dans ce travail ont été fabriqués par échange ionique sur verre. Dans ce chapître, nous voulons présenter les éléments théoriques qui nous permettront de définir les profils d'indice de ces guides à une et à deux dimensions.

Nous donnons en premier un apercu du processus d'échange ionique. Après avoir discuté de l'inter-diffusion, de la variation d'indice et des différents types d'échange, nous abordons plus en détail le cas K^+-Na^+. Nous résolvons ensuite le problème de l'inter-diffusion à une et à deux dimensions. Nous obtenons finalement les expressions des profils d'indice pour le guide plan et le guide canal fabriqués par échange K^+-Na^+ sur verre.

1.1 ECHANGE IONIQUE: APERCU GENERAL

Nous aimerions, pour débuter ce travail, répondre à certaines questions:

- Qu'est-ce que le processus d'échange ionique sur verre?
- Comment évolue ce processus?
- D'où vient la variation d'indice induite dans le substrat?
- Que peut-on échanger?

Les sous-sections suivantes traitent de ces sujets.

1.1.1 Processus

Le verre contient généralement trois types d'oxydes (Fantone, 1983):

- composants structuraux (SiO_2, B_2O_3, GeO_2, ...);
- composants intermédiaires (ThO_2, ZnO, PbO, ...);
- composants modificateurs (Na_2O (soda), K_2O (lime), Li_2O).

Les composants structuraux présentent les liens les plus forts entre l'atome et l'oxygène. Ils sont donc majoritairement responsables de la structure du verre. Les composants modificateurs possèdent les liens les plus faibles et affectent moins la structure.

Lorsqu'une lamelle de verre est plongée dans un sel liquide contenant des cations A monovalents , l'ion A est introduit dans le verre par un gradient de potentiel chimique (voir fig. 1.1). Pour conserver la neutralité de charge, un ion B d'un composant modificateur du verre, donc moins lié que les autres, est dilué dans le sel (Ramaswamy, 1988). Puisque l'ion B provient d'un composant modificateur, la structure de base du verre n'est pas affectée. L'ion A remplace l'ion B, et on parle d'échange ionique.

On modélise ce processus d'échange avec la notion d'interdiffusion.

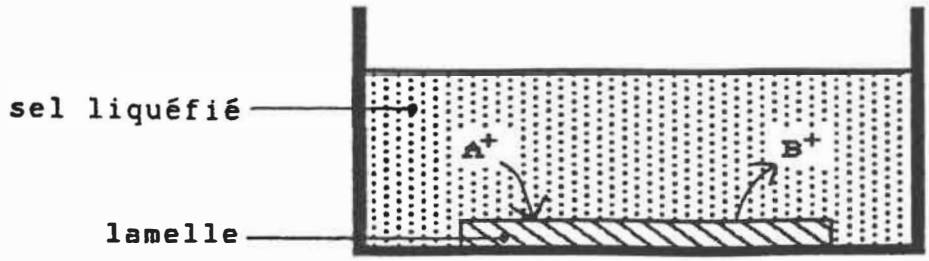


Figure 1.1 Echange ionique .

1.1.2 Inter-diffusion

La modélisation du phénomène d'échange ionique a été présentée par Doremus pour un échange d'ions d'argent dans un verre doux contenant du sodium (échange Ag^+-Na^+)(Doremus, 1964).

Lors de l'échange d'un cation A d'un sel et d'un ion B d'un composant modificateur, les forces motrices du processus sont les gradients de potentiel électrochimique. Or l'ion A ne pénètre pas nécessairement dans la lamelle au même rythme que l'ion B en sort sous l'action de ces forces. Il se crée un désiquilibre de charges et un champ électrique vient régulariser le rythme de l'échange. Notons que le désiquilibre de charge qui crée ce champ implique une quantité d'ions négligeable devant les concentrations totales. Nous considérons donc que le verre après l'échange demeure électriquement neutre.

Dans son traitement Doremus pose les hypothèses suivantes (Doremus, 1964):

i) seuls les ions A et B participent au processus;

ii) les ions A et B sont monovalents;

iii) la mobilité électrique et la mobilité d'auto-diffusion sont égales pour chacun des ions;

iv) les coefficients d'auto-diffusion D_A et D_B sont indépendants des concentrations des ions A et B.

Considérons le cas d'une lamelle de surface infinie plongée dans un bain contenant un sel. Dans cette configuration, l'échange ionique se produit selon la normale à la surface. On obtient donc

un problème unidimensionnel. A l'aide des hypothèses i) à iv), Doremus démontre que l'échange ionique appliqué à ce problème unidimensionnel suit la seconde loi de Fick pour la diffusion:

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\tilde{D} \frac{\partial C_A}{\partial y} \right) ,$$

où C_A représente la concentration d'ions A dans le verre et $\tilde{D}$ le coefficient d'inter-diffusion:

$$\tilde{D} = \frac{D_A \; D_B}{N_A \; D_A + N_B \; D_B} ,$$

avec N_A et N_B les fractions molaires des ions A et B (Donc $\tilde{D}$ varie avec la position et le temps si N_A et N_B sont variables).

Cette formulation unidimensionnelle peut être généralisée pour un problème bidimensionnel (en x et y). L'équation devient (Walker,1983):

$$\frac{\partial C_A}{\partial t} = \nabla_t (\tilde{D} \nabla_t C_A) , \text{ où } \nabla_t = \frac{\partial}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{y} .$$

Le transport ionique sur verre se fait par un mécanisme dit de défauts (Doremus,1964). Dans ce cas, les coefficients d'auto-diffusion D_A et D_B dépendent de la température T selon:

$$D = K \exp \left(\frac{\Delta S}{R} \right) \exp \left(\frac{-\Delta H}{R \; T} \right) ,$$

où

- K est fonction de la concentration des défauts et de la fréquence de vibration de l'ion;
- ΔS et ΔH représentent respectivement l'entropie et l'enthalpie d'activation;

- R est la constante des gaz.

Puisque $\tilde{D}$ est fonction de D_A et D_B et que ces derniers augmentent exponentiellement avec T, le coefficient d'inter-diffusion dépend fortement de la température.

Pour connaître la concentration de l'ion A dans la lamelle après un certain temps d'échange, il suffit de résoudre l'équation d'inter-diffusion avec les conditions aux frontières appropriées à la surface de la lamelle. Ces conditions sont fixées par le procédé expérimental de fabrication.

Traitons maintenant de la variation d'indice causée par l'échange des ions A et B dans la lamelle.

1.1.3 Variation d'indice

Le verre contient des oxydes. Huggins a proposé une relation pour calculer l'indice de réfraction à partir de la composition (Huggins, 1940). Cette expression se base sur la formule de Gladstone-Dale. Huggins propose pour évaluer n, l'indice de réfraction:

$$n = 1 + \sum_M \frac{a_M N_M}{V} ,$$

où

- $\sum$ indique une sommation sur les différents composants M des oxydes M_nO_m ;
- a_M est une constante caractéristique du composant M;
- N_M représente le nombre d'atomes M par atome

d'oxygène;

- V est le volume par gramme d'atomes d'oxygène du verre.

A l'aide de cette relation, Fantone a évalué l'indice de réfraction du verre SF-2 (Schott-Glass) en utilisant les constantes a_M publiées dans la littérature (Fantone, 1983). Il obtient une valeur de 1,6473 . Ce résultat diffère de moins de $4X10^{-4}$ de la valeur du catalogue (Schott Catalog 305E). On peut donc utiliser la relation de Huggins avec confiance.

Fantone dérive à partir de cette même relation une expression pour Δn, la variation d'indice causée par un échange ionique dans une lamelle de verre. Si un ion A remplace un ion B, nous avons:

$$\Delta n = \frac{x}{V_o}\left(\Delta R - \frac{R_o\,\Delta V}{V_o}\right) ,$$

où apparaissent:

- x : fraction d'ions B échangés;
- $R_o = (n_o-1)\,V_o$ avec n_o l'indice avant échange;
- V_o : volume par gramme d'atomes d'oxygène avant échange;
- $\Delta R = (a_A-a_B)\,N_B$: variation de polarisabilité;
- ΔV : variation de volume par gramme d'atomes d'oxygène.

Le premier terme de l'équation indique une variation d'indice causée par une différence de polarisabilité entre les ions. Le second terme est relié à une variation de densité découlant de la

différence de grosseur des ions A et B. Mais le point le plus important à signaler est que, puisque Δn est proportionnel à la fraction d'ions échangés, on peut considérer que le profil d'indice est proportionnel au profil de diffusion. Tous les travaux auquels nous référons utilisent cette hypothèse lorsque nécessaire.

Nous avons formulé l'équation qui gouverne le processus de diffusion et celle qui exprime la variation d'indice. Examinons maintenant les différents types d'échange qui ont été utilisés par divers chercheurs pour réaliser des guides d'onde.

1.1.4 Types d'échange

La première publication traitant de fabrication de guides d'onde par échange ionique sur verre date de 1972. Izawa et Nagakome (Izawa,1972) y rapportent les résultats d'un échange Tl^+-Na^+ sur verre de silice. Depuis, plusieurs types d'échanges ont été utilisés. La majorité d'entre eux impliquent les ions de sodium contenus dans les différents types de verre. Nous présentons un bref aperçu de ces travaux à partir des excellentes revues de Findakly (Findakly,1985) et Ramaswamy et Srivastava (Ramaswamy,1988).

Les échanges Tl^+-Na^+ servent à la fabrication de guides multimodes à faible perte (moins de 0,1 dB/cm). Les ions Tl^+ possèdent la plus grande polarisabilité parmi les ions considérés;

le saut d'indice induit à la surface de la lamelle est de l'ordre de 0,1. Mais le thallium étant très toxique, peu de chercheurs ont utilisé ce produit.

L'ion Li^+ est très petit, donc très mobile. Le saut d'indice induit par un échange Li^+-Na^+ peut atteindre 0,015 suite à une diminution du volume V. Cet ion sert à la fabrication de guides multimodes.

Les ions Cs^+ et Rb^+ présentent une grande polarisabilité. Ils causent une variation d'indice de l'ordre de 0,03 et 0,015 respectivement. Leur diffusion est assez lente. Malheureusement ce sont des produits toxiques et inflammmables, ce qui limite leur utilisation.

L'échange Ag^+-Na^+ est de loin celui qui a été le plus étudié. Avec un sel pur de $AgNO_3$ on obtient un saut d'indice de l'ordre de 0,1. On peut diminuer ce Δn en diluant le $AgNO_3$ avec du $NaNO_3$ tout en contrôlant la teneur en ion Ag^+ du bain (Najafi,1985). La diffusion d'argent peut aussi se faire à partir de la déposition d'un film métallique sur la lamelle (Najafi,1986). Malheureusement la réduction de l'argent dans le verre augmente les pertes des guides d'onde résultant d'un échange Ag^+-Na^+.

A l'instar de plusieurs chercheurs (Yip,1985; Aksenov,1982; Gortych,1986), nous avons choisi de travailler avec l'échange K^+-Na^+. Celui-ci se caractérise par un faible taux de diffusion et un faible saut d'indice (moins de 0,01). Nous pouvons donc avoir un bon contrôle sur le profil d'indice. Les guides résultants sont

biréfringents, car comme nous le verrons à la section 1.2.2, la variation d'indice n'est pas due à une variation de polarisabilité ou de densité, mais plutôt à un état de contraintes induit dans le verre. Cette biréfringence s'avère fort utile puisqu'elle permet une bonne séparation des modes TE et TM. Cet échange sert majoritairement à la fabrication de guides monomodes.

Le tableau 1.1 résume les différentes caractéristiques des ions impliqués dans les divers échanges présentés.

Nous avons répondu aux questions posées au début de la section. Nous voulons maintenant traiter plus en détail le cas d'un échange K^+-Na^+.

1.2 ECHANGE K^+-Na^+

Nous reprenons ici les notions d'inter-diffusion et de variation d'indice en les appliquant au cas K^+-Na^+. Tous les travaux auxquels nous référons dans cette section traitent de guides plans.

1.2.1 Inter-diffusion: K^+-Na^+

Nous ne considérons dans ce travail que les échanges faits à partir d'un sel pur de KNO_3.

Nous avons vu que l'évolution du processus d'échange ionique suit la seconde loi de Fick avec un coefficient d'inter-diffusion

Ion	Polarisabilité Electronique (λ=D) A^3	Rayon ionique A	Sel	Point de fusion °C	Point de décomposition °C	Variation d'indice
Na^+	0,41	0,95	$NaNO_3$	307	380	—
Li^+	0,03	0,65	$LiNO_3$	264	600	0,01
Tl^+	5,2	1,49	$TlNO_3$	206	430	0,1
Cs^+	3,34	1,65	$CsNO_3$	414	—	0,03
Ag^+	2,4	1,26	$AgNO_3$	212	444	0,09
Rb^+	1,98	1,49	$RbNO_3$	310	—	0,015
K^+	1,33	1,33	KNO_3	334	400	0,009

Tableau 1.1 **Caractéristiques des ions** (extrait de (Findakly,1985)).

$\tilde{D}$. $\tilde{D}$ est donné par:

$$\tilde{D} = \frac{D_{K^+} D_{Na^+}}{N_{K^+} D_{K^+} + N_{Na^+} D_{Na^+}} \; .$$

Donc $\tilde{D}$ dépend des coefficients d'auto-diffusion et des concentrations à l'endroit considéré. Les valeurs des coefficients d'auto-diffusion varient avec le substrat utilisé et la température. Par conséquent, le coefficient d'inter-diffusion varie avec ces mêmes facteurs.

Cependant pour l'échange K^+-Na^+, le problème de l'inter-diffusion se simplifie. En effet, la plupart des travaux expérimentaux rapportés dans la littérature donnent à penser que $\tilde{D}$ puisse être traité comme un paramètre constant pour une température et un substrat donnés. C'est ce qu'ont observé Gortych et Hall avec des échanges sur les verres BK7 et Pyrex 7740 (Gortych,1986), de même qu'Aksenov sur le verre K8 (Aksenov,1982). Par contre, Yip et Albert, travaillant sur du verre de type "soda-lime", ont trouvé que $\tilde{D}$ n'est pas constant (Yip,1985;Albert,1985). Gortych et Hall ont trouvé une explication à cet écart en examinant la composition des différents verres BK7, Pyrex 7740 et "soda-lime" (Gortych,1986) telle qu'elle apparait au tableau 1.2 . On y voit que le verre de type "soda-lime" de Yip contient les oxydes métalliques CaO et MgO. Gortych et Hall ont utilisé la spectrométrie à rayons X (XES) pour étudier la composition à la surface des lamelles avant et après la diffusion. Leurs résultats

"SODA-LIME" de Yip		BK7		PYREX 7740	
composant	% poids	composant	% poids	composant	% poids
SiO_2	73,1	SiO_2	69,6	SiO_2	81,0
Na_2O	13,8	B_2O_3	9,9	B_2O_3	13,0
CaO	8,6	Na_2O	8,4	Na_2O	4,0
MgO	4,0	K_2O	8,4	Al_2O_3	2,0
SO_3	0,3	BaO	2,5		
Al_2O_3	0,1	(traces)	1,2		
Fe_2O_3	0,1				
K_2O	0,04				
TiO_2	0,01				

Tableau 1.2 **Composition des différents types de verre "soda-lime" de Yip, BK7 et Pyrex 7740** (extrait de (Gortych, 1986)).

sont présentés à la figure 1.2 .

Dans les cas BK7 et Pyrex, seuls les ions Na^+ du verre participent à l'échange. Dans le cas "soda-lime" de Yip, les ions Mg^{++} et Ca^{++} sont impliqués dans le processus. Pour le verre "soda-lime" de Yip nous avons affaire à un échange à plusieurs ions dont certains ne sont pas monovalents. La théorie de Doremus ne s'applique plus et encore moins la théorie simplifiée selon laquelle $\tilde{D}$ serait constant.

On prendra donc pour acquis que pour les substrats ne contenant pas d'ions autres que Na^+ participant à l'échange, le coefficient d'inter-diffusion $\tilde{D}$ ne varie pas en fonction du temps et de la position. Ainsi, l'équation d'évolution devient:

$$\frac{\partial C_{K^+}}{\partial t} = \tilde{D} \frac{\partial^2 C_{K^+}}{\partial y^2} \quad .$$

Notons cependant que $\tilde{D}$ varie d'un type de verre à l'autre et dépend exponentiellement de la température de diffusion (par les coefficients d'auto-diffusion).

Etudions maintenant la variation d'indice pour un échange K^+-Na^+.

1.2.2 Variation d'indice : K^+-Na^+

Nous avons vu que la variation d'indice était causée par des variations de polarisabilité et de densité. La relation de Fantone,

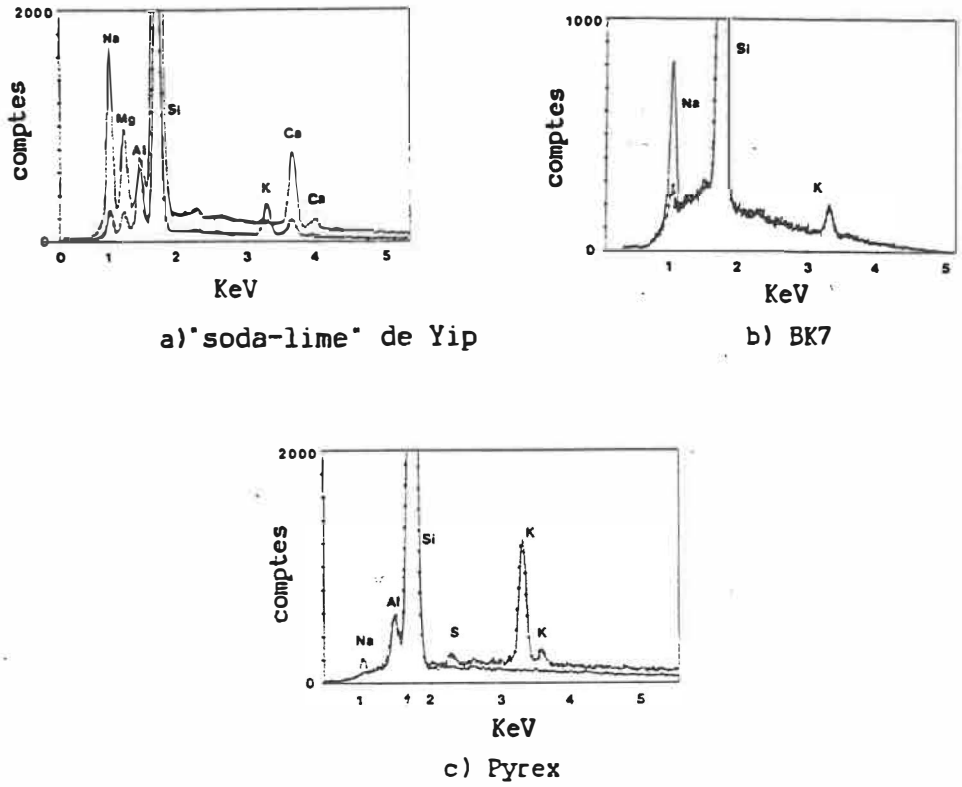


Figure 1.2 Analyse XES de la surface des lamelles avant (ligne pleine) et après (ligne avec points) échange (extrait de (Gortych, 1985)) . Les graphiques a) et c) sont normalisés par rapport à la concentration de Si (constante pendant l'échange). Le graphique b) n'est pas normalisé.

$$\Delta n = \frac{x}{V_o}\left(\Delta R - \frac{R_o\,\Delta V}{V_o}\right),$$

lorsqu'appliquée à l'échange Ag^+-Na^+ donne de bons résultats. En effet, les valeurs de Δn mesurées dans ce cas sont de l'ordre de 0,1. La valeur approximative calculée (Albert,1987) avec cette équation donne $\Delta n=0,08\cdot x$ (x représentant la fraction d'ions du substrat échangés).

Par contre si on applique cette relation au cas K^+-Na^+ le résultat ne correspond pas aux valeurs mesurées. Yip et Albert (Yip,1985) et Gortych et Hall (Gortych,1986) ont rapporté des variations d'indice de l'ordre de 0,009 sur différents types de verre. Or une évaluation de Δn avec la relation de Fantone donne $\Delta n=3\cdot 10^{-4}\cdot x$ (Albert,1987). Même pour un échange avec $x=1$, ce résultat est beaucoup trop faible.

De plus, les guides plans fabriqués par échange K^+-Na^+ présentent une biréfringence (Yip,1985;Tsutsumi,1988). Les modes TM voient un profil d'indice de valeur plus élevée que les modes TE. La relation de Fantone n'explique pas la biréfringence. Donc, on doit considérer un troisième facteur de variation d'indice: l'effet photoélastique.

L'ion K^+ a un rayon ionique beaucoup plus gros que le cation Na^+ (voir tableau 1.1). L'échange produit une expansion du verre. Afin de mettre ce phénomène en évidence, Kistler a inséré du nitrate de potassium entre deux lamelles de verre de 0,1mm d'épaisseur (verre Corning 0211) et exposé le tout à une

température de 350°C (Kistler,1962). Après diffusion d'une heure, les lamelles ont pris la forme illustrée sur la figure 1.3 qui montre qu'il y a bel et bien eu expansion du verre sur les faces diffusées.

Par contre, lorsque la diffusion n'affecte qu'une mince épaisseur d'un substrat épais, l'expansion ne peut se faire que dans une direction. En respectant le système d'axes de la figure 1.4 , il n'y a pas d'expansion selon $\hat{x}$ et $\hat{z}$, le reste de la lamelle offrant une résistance. On n'observe qu'un changement de volume selon $\hat{y}$. Albert et Yip ont mis en évidence ce changement de volume. Leur observation est reproduite à la figure 1.5 .

Cette expansion limitée crée un état de contraintes représenté par un tenseur diagonal de composante σ_x, σ_y et σ_z. Ainsi, pour un guide plan nous avons (Brandenburg,1986):

$$\sigma_y=0 \quad , \quad \sigma_x=\sigma_z$$

Cet état de contraintes demeure permanent après l'échange; on n'observe pas de relaxation (si l'on maintient la lamelle à une température moins élevée que la température de relaxation de contraintes).

Ces contraintes de compression atteignent 600-700 N/mm^2 sur BK7 (Brandenburg,1986). Elles induisent une variation d'indice modélisée par les relations de photoélasticité:

$$\Delta n_x= C_1\ \sigma_x + C_2\ \sigma_z \quad ;$$

$$\Delta n_z= C_1\ \sigma_z + C_2\ \sigma_x \quad ;$$

$$\Delta n_y= C_2\ (\sigma_x + \sigma_z) \quad ,$$

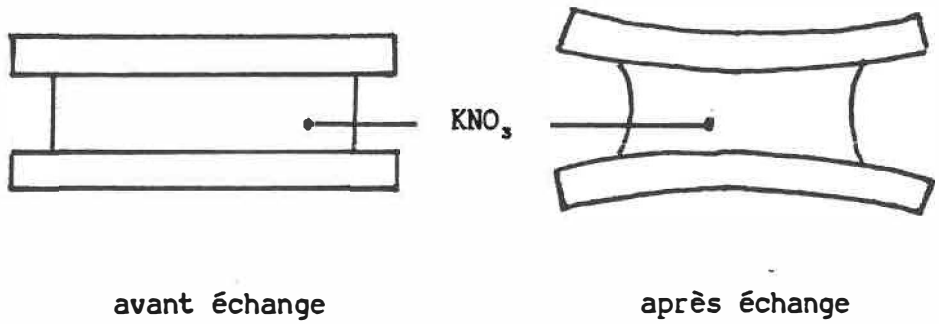


Figure 1.3 **Effet de l'échange K^+-Na^+ sur des lamelles minces** (reproduit de (Kistler,1962)).

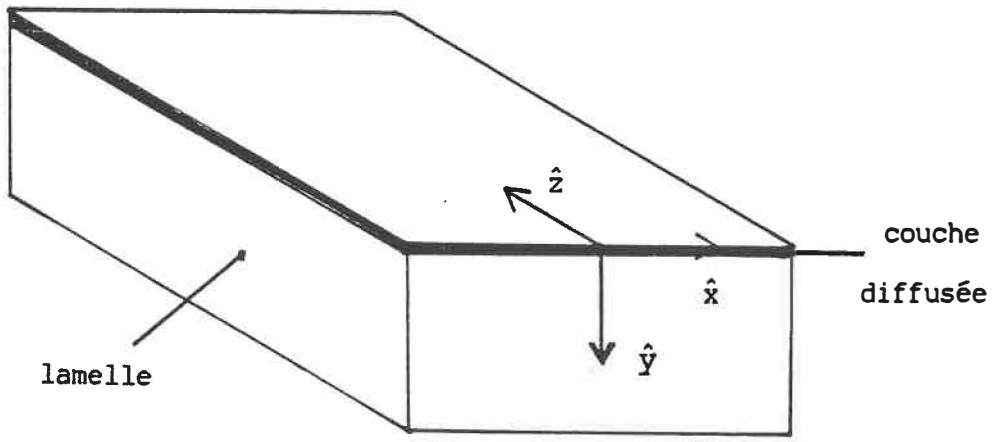


Figure 1.4 **Système d'axes .**

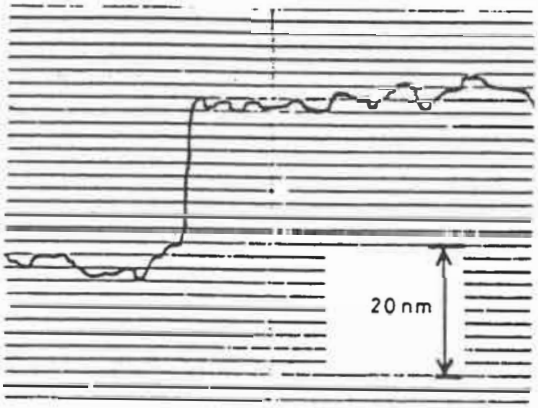


Figure 1.5 **Gonflement à la surface du verre causé par l'échange K^+-Na^+** . Comparaison entre des régions ayant (à droite) et n'ayant pas (à gauche) été soumises à l'échange (extrait de (Albert,1987)).

où C_1 et C_2 sont les coefficients de photoélasticité. Pour la majorité des matériaux, C_1 et C_2 sont négatifs et $|C_2| > |C_1|$.

Albert et Yip ont proposé une généralisation de la loi de Fantone pour tenir compte de ces effets de contraintes (Albert,1987). A l'aide de la loi de Hooke, en utilisant le tenseur de déformations $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ relié aux contraintes, on peut évaluer la variation de volume $\Delta V'$ entre l'état avec contraintes et celui sans, à l'aide de:

$$\frac{\Delta V'}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \frac{2\,\sigma_x}{E}\,(1-2\nu) \quad ,$$

où E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson. Il suffit d'ajouter $\Delta V'$ au terme ΔV de la relation de Fantone. Ils ont utilisé cette relation pour estimer Δn à partir de données sur un verre de type "soda-lime" (Albert,1987). Ils ont évalué $\Delta n_x \approx 0.009 \cdot x$ (pour une contrainte de 1000 N/mm^2). L'ordre de grandeur correspond bien aux valeurs mesurées.

Cet effet photoélastique explique la biréfringence puisque:

$$n_y - n_x = \sigma_x\,(C_2 - C_1)$$

Or en compression $\sigma_x < 0$, nous avons donc $n_y > n_x$. Ceci justifie le fait que, pour une propagation selon $\hat{z}$, les modes TM voient un profil d'indice de valeur plus élevée que les modes TE.

Notons que dans le cas de d'autres échanges ces effets de contraintes sont aussi présents, mais à une échelle différente. Par exemple, pour Ag^+-Na^+ on évalue une variation d'indice induite par contrainte à environ 0,001 (Albert,1987). Cette valeur est 100

fois plus petite que celle due aux variations de densité et de polarisabilité. De plus, la biréfringence présente dans ce cas est négligeable. Le tableau 1.3 compare les valeurs calculées et mesurées pour des échanges types K^+-Na^+ et Ag^+-Na^+.

En se basant sur la relation de Fantone dans laquelle on inclut la modification de Albert et Yip, on peut voir qu'il existe une relation de proportionnalité entre la variation d'indice et la quantité d'ions échangés. Nous considérons donc que le profil d'indice sera le même que le profil de diffusion.

Finalement, soulignons que les différents travaux expérimentaux rapportés dans la littérature indiquent que la variation maximum d'indice à la surface est indépendante du temps de diffusion. Elle varie quelque peu avec la température et dépend fortement du type de verre utilisé (Yip,1985;Aksenov,1982).

En résumé, nous avons vu dans cette section que l'échange K^+-Na^+ évoluait comme un processus de diffusion à coefficient constant (lorsque seuls ces deux ions sont impliqués) et que la variation d'indice était due à un état de contraintes. Ces conclusions résultent d'études faites sur des guides plans et nous verrons à la section suivante de quelle facon on peut les appliquer au cas d'un guide canal. Il ne reste donc qu'à déterminer les profils de diffusion, par conséquent les profils d'indice résultant de la fabrication de guides plan et canal.

Ions	Δn_x causé par polarisation + densité	Δn_x causé par contraintes + polarisation + densité	Δn_x mesuré	$\Delta n_y - \Delta n_x$ calculé	$\Delta n_y - \Delta n_x$ mesuré
K^+-Na^+	0,0003	0,0089	0,008-0,009	0,0024	0,0014-0,0021
Ag^+-Na^+	0,082	0,083	0,09	0,0005	——

Tableau 1.3 **Variation d'indice pour échanges types K^+-Na^+ et Ag^+-Na^+** (extrait de Albert, 1987).

1.3 PROFILS D'INDICE

Nous abordons mathématiquement le problème de l'échange ionique dans un contexte de fabrication idéale de guide d'onde. Après avoir défini conditions aux frontières résultantes, nous résolvons l'équation de Fick pour obtenir les profils de diffusion. Nous en déduisons les profils d'indice pour les guides plan et canal.

1.3.1 Guide d'onde plan

Nous avons déjà signalé que nous ne considérons que les échanges faits à partir d'un sel pur de KNO_3. Ce sel liquéfié libère des ions K^+. Nous ajoutons à cette condition que la source d'ions K^+ doit être infinie. Ce qui nous donne, pour le guide plan, le problème de diffusion illustré à la figure 1.6 .

Cette configuration est invariante par translation selon $\hat{x}$ et $\hat{z}$.

L'équation de diffusion s'écrit, avec C(y,t) la concentration d'ions K^+ dans le verre:

$$\frac{\partial C(y,t)}{\partial t} = \tilde{D}\,\frac{\partial^2 C(y,t)}{\partial y^2} \quad ,$$

avec les conditions:

$$C(0,t) = C_o \quad ;$$
$$C(y,0) = 0 \quad \text{pour } y > 0 \ .$$

Précisons que C_o ne prend pas la valeur de la concentration du

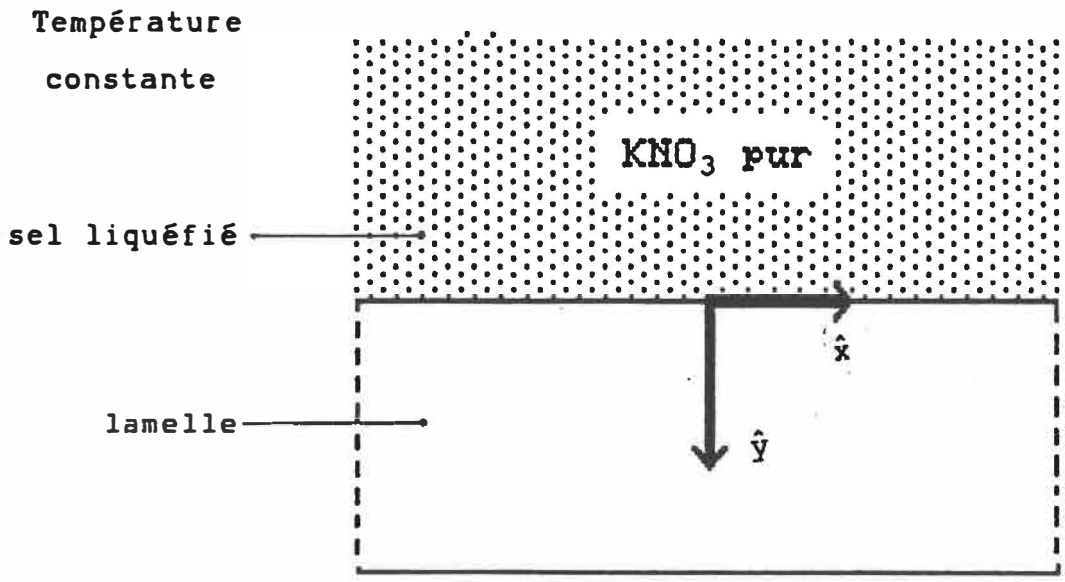


Figure 1.6 **Inter-diffusion : guide plan .**

bain. Les ions K^+ remplacent les ions Na^+ dans le verre. Donc il se produit un phénomène de saturation à la surface lorsqu'il n'y a plus de cations Na^+ à échanger. C_o prend la valeur fixée par cette saturation. Nous ne considérons pas le temps que prend le système pour atteindre la saturation. Nous croyons que ce temps est infime et qu'en le négligeant nous n'introduisons qu'une faible erreur.

Ce problème a pour solution (Crank, 1975):

$$C(y,t) = C_o \operatorname{erfc}(\frac{y}{d}) \quad ,$$

où d, la profondeur de diffusion, s'exprime par:

$$d = 2\sqrt{\tilde{D}t} \quad .$$

La variation d'indice dans la lamelle étant proportionnelle à la concentration d'ions K^+ échangés, le profil d'indice s'écrit:

$$n_i(x,y) = n_s + \Delta n_i \operatorname{erfc}(\frac{y}{d}) \quad , \qquad i= x,y,z \quad ,$$

où n_s représente l'indice du verre avant échange et Δn_i la variation maximale d'indice.

Puisque $\Delta n_x = \Delta n_z < \Delta n_y$, nous avons une indicatrice optique uniaxe d'axe optique selon $\hat{y}$.

1.3.2 Guide d'onde canal

Pour la fabrication d'un guide canal, nous utilisons un masque déposé sur la lamelle tel qu'illustré sur la figure 1.7.

Le problème de diffusion devient invariant par translation selon $\hat{z}$ (voir fig. 1.8), et l'équation d'inter-diffusion s'écrit:

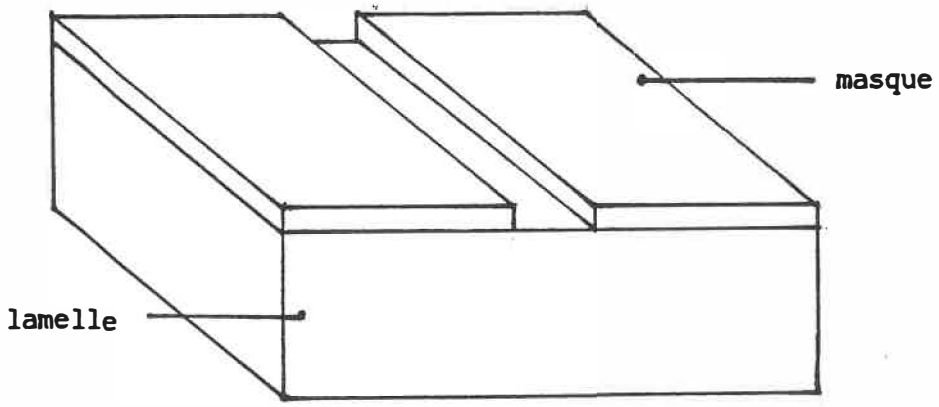


Figure 1.7 **Masque pour diffusion d'un guide canal.**

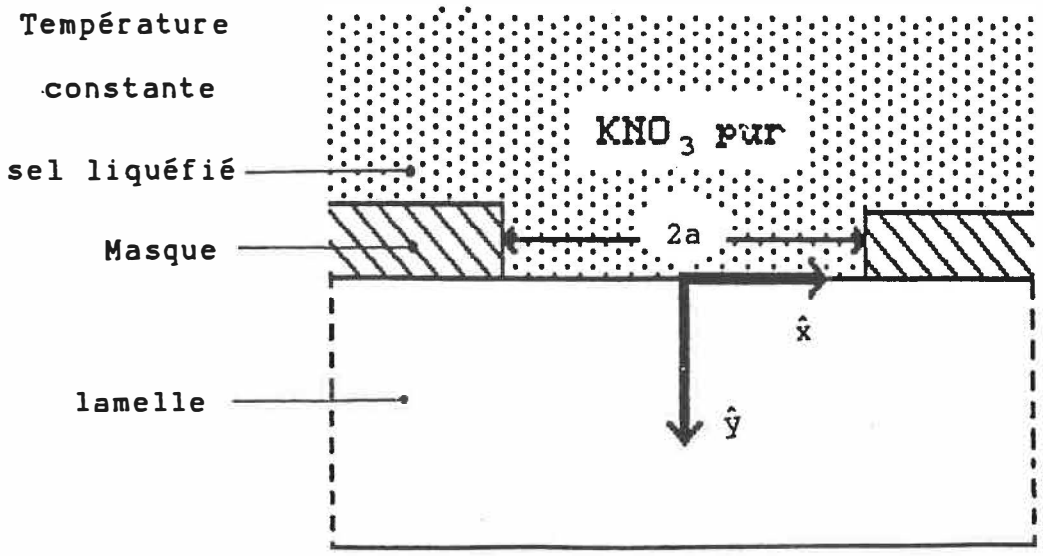


Figure 1.8 **Inter-diffusion : guide canal .**

$$\frac{\partial C(x,y,t)}{\partial t} = \tilde{D}\ \nabla_t^2\ C(x,y,t) \quad .$$

Nous posons l'hypothèse que $\tilde{D}$ prend la même valeur que dans le cas du guide plan. Les conditions aux frontières s'écrivent:

$$C(x,y,0) = 0 \quad \text{pour } y > 0 \quad ;$$
$$C(x,0,t) = C_o \quad \text{pour } |x| < a \quad ;$$
$$\left.\frac{\partial C}{\partial y}\right|_{y=0} = 0 \quad \text{pour } |x| > a \quad .$$

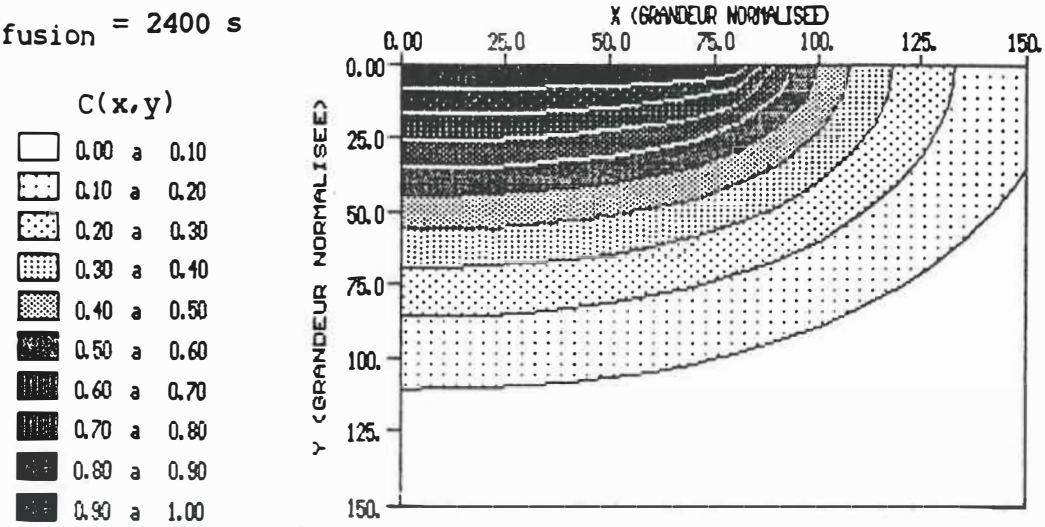
Ce problème ne possède pas de solution analytique. Nous résolvons cette équation par différences finies avec une version modifiée de la technique de Crank-Nicholson (Press,1980).

Les figures 1.9 à 1.11 présentent les profils de diffusion obtenus pour différentes conditions. On n'y illustre que la moitié du profil. Les dimensions spatiales x et y sont normalisées par rapport à $\tilde{D}^{1/2}$. En comparant les figures 1.9 à 1.11, on peut voir que plus l'ouverture du masque est grande, plus la profondeur de diffusion s'accroît selon $\hat{y}$. A la limite, elle atteint la même valeur que pour un guide plan.

Nous avons vu que dans le cas d'un guide plan l'échange ionique induit des contraintes de compression telle que: $\sigma_y=0$ et $\sigma_x=\sigma_z$. Pour un guide canal, l'expression des contraintes prend une forme beaucoup plus compliquée ($\sigma_y\neq0, \sigma_x\neq\sigma_z$) (Brandenburg,1986). Mais la contrainte de compression est généralement plus grande selon $\hat{x}$ et $\hat{z}$ que selon $\hat{y}$, et à la limite, on obtient le cas du guide plan avec $\sigma_y = 0$. Nous posons donc les

demi-largeur du masque a = 80

$t_{diffusion}$ = 2400 s



igure 1.9 **Profil bidimensionnel de diffusion: 1er exemple .**

demi-largeur du masque a = 80

$t_{diffusion}$ = 4800 s

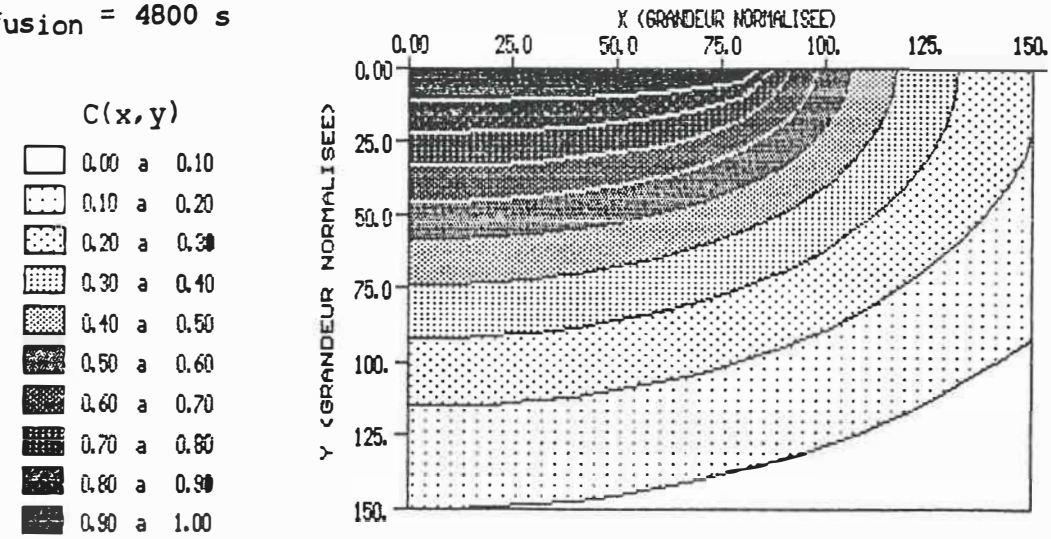


Figure 1.10 **Profil bidimensionnel de diffusion: 2ème exemple .**

demi-largeur du masque a = 30

$t_{diffusion}$ = 2400 s

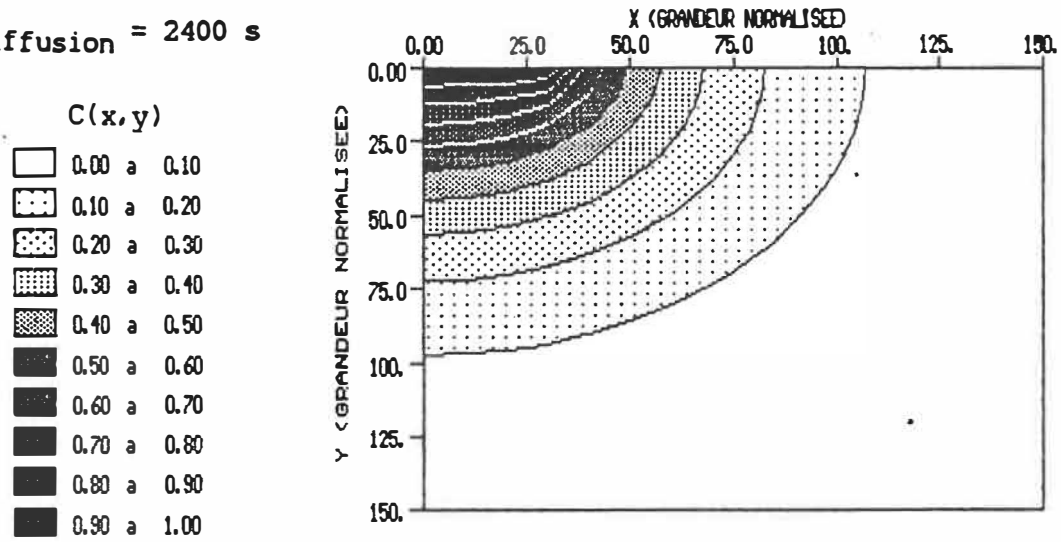


Figure 1.11 **Profil bidimensionnel de diffusion: 3ème exemple.**

hypothèses simplificatrices : $\sigma_y \approx 0$ et $\sigma_x \approx \sigma_z$. Ceci nous permet d'utiliser les mêmes Δn_x et Δn_y que pour le guide plan.

Nous obtenons finalement pour le profil d'indice:

$$n_i(x,y) = n_s + \Delta n_i \frac{C(x,y,t)}{C_o} \quad , \quad i=x,y \quad ,$$

où $\Delta n_y > \Delta n_x$.

Dans ce chapître, nous avons montré que le processus d'échange ionique est modélisé par l'équation d'inter-diffusion. Cette dernière se simplifie dans le cas d'un échange K^+-Na^+, le coefficient $\tilde{D}$ étant constant (si il n'y a que ces deux ions d'impliqués).

Nous avons vu que la variation d'indice était causée par une variation de polarisabilité , une variation de densité et un effet photoélastique. Pour K^+-Na^+ cette dernière cause s'avère la plus importante; elle explique la biréfringence.

Nous avons finalement obtenu l'expression du profil d'indice des composantes de l'indicatrice optique pour les guides plan et canal fabriqués à partir d'une source infinie d'ions K^+:

- guide plan: $n_i(x,y) = n_s + \Delta n_i \operatorname{erfc}(\frac{y}{d})$;

- guide canal $n_i(x,y) = n_s + \Delta n_i \dfrac{C(x,y,t)}{C_o}$,

où $\Delta n_y > \Delta n_x$, $i=x,y$ et $C(x,y,t)$ est obtenu numériquement.

Nous devons maintenant préciser les paramètres de ces profils pour le verre Corning 0211 que nous avons utilisé comme substrat.

CHAPITRE 2 : CARACTERISATION DU PROFIL D'INDICE

Pour caractériser le profil d'indice d'un guide, nous devons évaluer le coefficient d'inter-diffusion $\tilde{D}$ et les variations maximales d'indice Δn_x et Δn_y. Ici, nous voulons déterminer ces paramètres pour des guides fabriqués par échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211.

Nous débutons ce chapître en présentant la technique WKB inverse. Celle-ci permet d'évaluer ces paramètres à partir de la mesure des indices effectifs des modes d'un guide plan. Nous décrivons ensuite le procédé de fabrication de ces guides, de même que le montage employé pour l'évaluation des indices effectifs. Nous terminons en donnant les valeurs de $\tilde{D}$, Δn_x et Δn_y pour un échange à 396,5 ^{o}C. Ces valeurs évaluées pour des guides plans seront aussi appliquées à l'étude de guides canal dans le reste de notre travail.

2.1 TECHNIQUE WKB INVERSE

La méthode la plus utilisée pour caractériser le profil d'indice est basée sur l'approximation WKB. Cette dernière conduit à une expression intégrale permettant de calculer les indices effectifs des modes d'un guide plan pour un profil donné.

Dans cette section nous définissons tout d'abord la forme de

cette approximation. Nous en déduisons le principe de la technique WKB inverse et en décrivons l'application. Nous terminons en présentant une brève revue des autres techniques pouvant servir à la caractérisation du profil d'indice.

2.1.1 Approximation WKB

L'approximation WKB (de Wentzel-Kramers-Brillouin) a été développée dans le domaine de la mécanique quantique. La similarité entre les équations de celle-ci et celles résultant de la formulation scalaire de l'équation d'onde étend son application au domaine de l'optique guidée. Dans ce cas, l'approximation WKB revient à traiter le problème dans l'approximation des ondes planes locales.

L'annexe 1 fournit une dérivation simplifiée de l'approximation WKB. On y traite le problème en considérant une onde plane se propageant dans un guide plan. Pour que celle-ci représente un mode, on doit lui imposer la condition de stationnarité transverse. Ainsi, une onde modale se déplacant de A à C sur la figure 2.1 subit un déphasage de $2m\pi$ selon $\hat{y}$; m représentant l'ordre du mode. Cette condition de phase s'exprime par:

$$\int_0^{y_t} k \sqrt{n_i^2(y) - N_m^2}\, dy - \Phi_t - \Phi_s = m\,\pi \quad ,$$

où N_m représente l'indice effectif du mode d'ordre m;

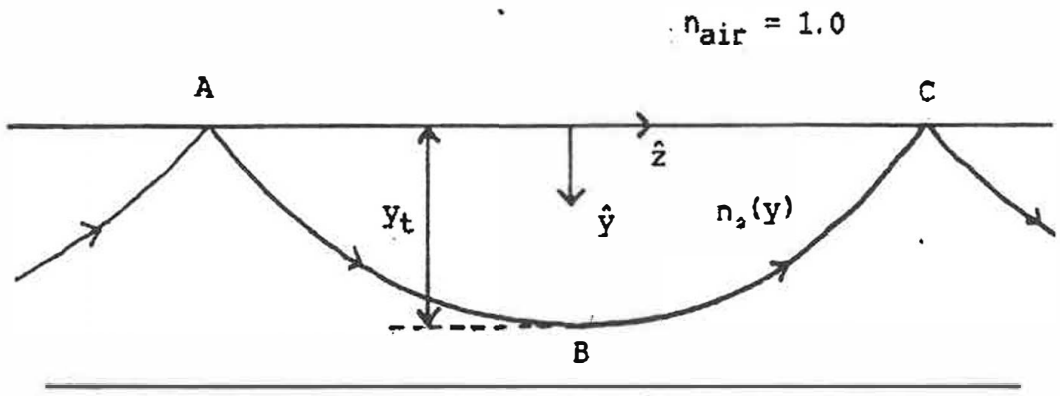


Figure 2.1 **Parcours d'une onde dans le guide .**

k symbolise le nombre d'onde dans le vide ;

y_t, le point tournant, est défini par $n_i(y_t) = N_m$;

$\Phi_t = \frac{\pi}{4}$;

$$\Phi_s = \tan^{-1}\left(\sqrt{\xi \frac{(N_m^2 - 1)}{(n_i^2(0) - N_m^2)}}\right) ,$$

avec $\xi = 1$ pour les modes TE et $\xi = n_i^2(0)$ pour les modes TM;

$n_i(y)$ est une fonction décroissante telle que $n_i(y)=n_x(y)$ pour les modes TE et $n_i(y)=n_y(y)$ pour les modes TM.

L'intégrale est liée au déphasage que subit l'onde en se propageant dans le milieu à gradient d'indice. Φ_s et Φ_t découlent respectivement des réflexions totales à l'interface air-verre et au point tournant.

Cette relation donne de très bons résultats pour l'évaluation des indices effectifs de guides à faible variation d'indice. Janta et Ctyroky ont traité le cas de plusieurs profils à dérivée continue (Janta,1978). Ils ont obtenu une précision sur la valeur de N_m de l'ordre de $\Delta n/1000$, Δn représentant la variation maximale d'indice. Ils ont remarqué que plus l'ordre du mode est petit, plus cette précision est grande (en valeur absolue).

Néanmoins, c'est par son utilisation dans la technique WKB inverse que cette relation nous intéresse.

2.1.2 Technique WKB inverse

Soit $n_i(y)$ donné par une fonction dépendant de q paramètres. La mesure de q indices effectifs de q modes donne q équations non-linéaires résultant de l'application de la condition de phase sur chacun des modes. La résolution de ce système permet d'évaluer les q inconnues. Cette procédure constitue la technique WKB inverse dont l'utilisation expérimentale a été bien décrite par Stewart (Stewart, 1977, 1978).

Compte tenu de la discussion du chapître 1 sur la physique du processus d'échange ionique, le profil des guides plans que nous considérons prend la forme:

$$n_i(y) = n_s + \Delta n_i \ \mathrm{erfc}\left(\frac{y}{d}\right) \quad .$$

Nous devons donc évaluer 3 paramètres: l'indice du substrat n_s, la variation d'indice Δn_i et la profondeur d. Il nous faudra mesurer les indices effectifs de trois modes.

Quand on peut mesurer n_s de facon indépendante, on ne considère que Δn_i et d comme variables. L'indice du substrat n_s entre dans l'évaluation des indices effectifs (voir section 2.3). Pour obtenir une bonne évaluation de Δn_i et d, il faut avoir, comme nous le verrons plus loin, une précision sur les N_m de l'ordre de 10^{-4}. Par conséquent, il faut mesurer n_s avec une précision de 10^{-4}. Or nous ne disposons d'aucun appareil permettant la mesure d'un indice de réfraction avec une telle précision. De plus, le manufacturier des lamelles que nous

utilisons fournit une valeur de n_s avec une incertitude de $1,5\ 10^{-3}$. Il ne peut donc nous assurer que l'indice varie de moins de 10^{-4} d'une lamelle à l'autre ou en des endroits différents d'un même substrat. En traitant n_s comme une variable, nous compensons pour ces variations.

Nous utilisons la technique Newton-Raphson pour systèmes non-linéaires à plusieurs dimensions afin de résoudre le système d'équations (Press,1986). La borne supérieure de l'intégrale apparaissant dans l'expression de la condition de phase est aussi solution d'une équation, $n(y_t)=N_m$, résolue avec la méthode de Brent(Press,1980).

Nous avons écrit les programmes WKB3TE (pour modes TE) et WKB3TM (pour modes TM) qui utilisent ces algorithmes et permettent d'appliquer l'analyse WKB inverse à une série de mesures. Nous reviendrons sur l'utilisation de la technique WKB inverse après avoir discuté de la mesure des indices effectifs.

2.1.3 Autres méthodes de caractérisation

Outre la technique WKB inverse, plusieurs autres méthodes peuvent être utilisées pour la caractérisation du profil d'indice.

La microscopie à balayage électronique et la spectrométrie d'absorption atomique servent à l'analyse de la constitution des échantillons (Ramaswamy,1988). Elles donnent le profil de diffusion, mais ne permettent aucune évaluation directe du profil. Par conséquent, à l'aide du profil de diffusion on peut connaître

la forme du profil d'indice, mais on n'obtient pas de valeurs pour les variations maximales d'indices Δn_x et Δn_y. De plus, précisons que ces techniques sont destructives.

La mesure de la réflectivité d'une extrémité du guide permet une évaluation directe du profil d'indice (Forrest,1986). Cette technique nécessite un montage onéreux (Caméra Vidicon) et la préparation de l'échantillon est délicate. La précision sur la mesure de la variation d'indice n'atteint que 10^{-3} (Ramaswamy,1988).

L'observation du profil d'intensité du mode fondamental d'un guide d'onde peut être traitée mathématiquement pour la caractérisation (Mccaughan,1983; Morishita,1986). Dans l'approximation scalaire de l'équation d'onde, on dérive le profil de champ associé pour trouver n(x,y). Cette méthode requiert aussi un équipement coûteux.

Nous avons choisi de travailler avec la technique WKB inverse pour sa simplicité. Elle ne permet que l'étude de guides plans. Mais, cela nous suffit puisque nous considérons $\tilde{D}$ et Δn_i identiques pour les guides plan et canal. La mesure des indices effectifs se fait à l'aide d'un montage simple et l'analyse des résultats est très rapide.

2.2 FABRICATION DE GUIDES PLANS

Nous décrivons ici le procédé de fabrication de guides plans.

Après une présentation générale de la technique, nous discutons de chacune des composantes du montage. Nous abordons pour terminer l'idéalité des conditions de fabrication.

2.2.1 Procédé de fabrication

Le montage global est illustré sur la figure 2.2 .

Le substrat et le support sont tout d'abord nettoyés en salle propre. On dépose ensuite environ 200 g de sel de potassium (KNO_3) dans un creuset de 500 ml en aluminium. Le substrat, fixé sur son support, est alors placé juste au-dessus du creuset dans le four. On chauffe, la température étant réglée par un contrôleur. Lorsque la stabilisation de la température est atteinte (après 4 à 6 heures), on plonge la lamelle dans le sel liquéfié pour la durée de diffusion désirée. On ouvre ensuite le four et on y laisse refroidir l'échantillon hors du bain pour 10 min. La lamelle est alors ramenée à température de la pièce. On dilue le sel en laissant tremper l'échantillon dans l'eau déionisée.

2.2.2 Substrat

Nous avons choisi le verre de type 0211 fabriqué par Corning. Il a été acheté sous forme de lamelles de 1"X1" de surface, et d'environ 0.02" d'épaisseur. Le tableau 2.1 donne le détail de sa composition massique.

Le nettoyage des substrats en salle blanche comprend les

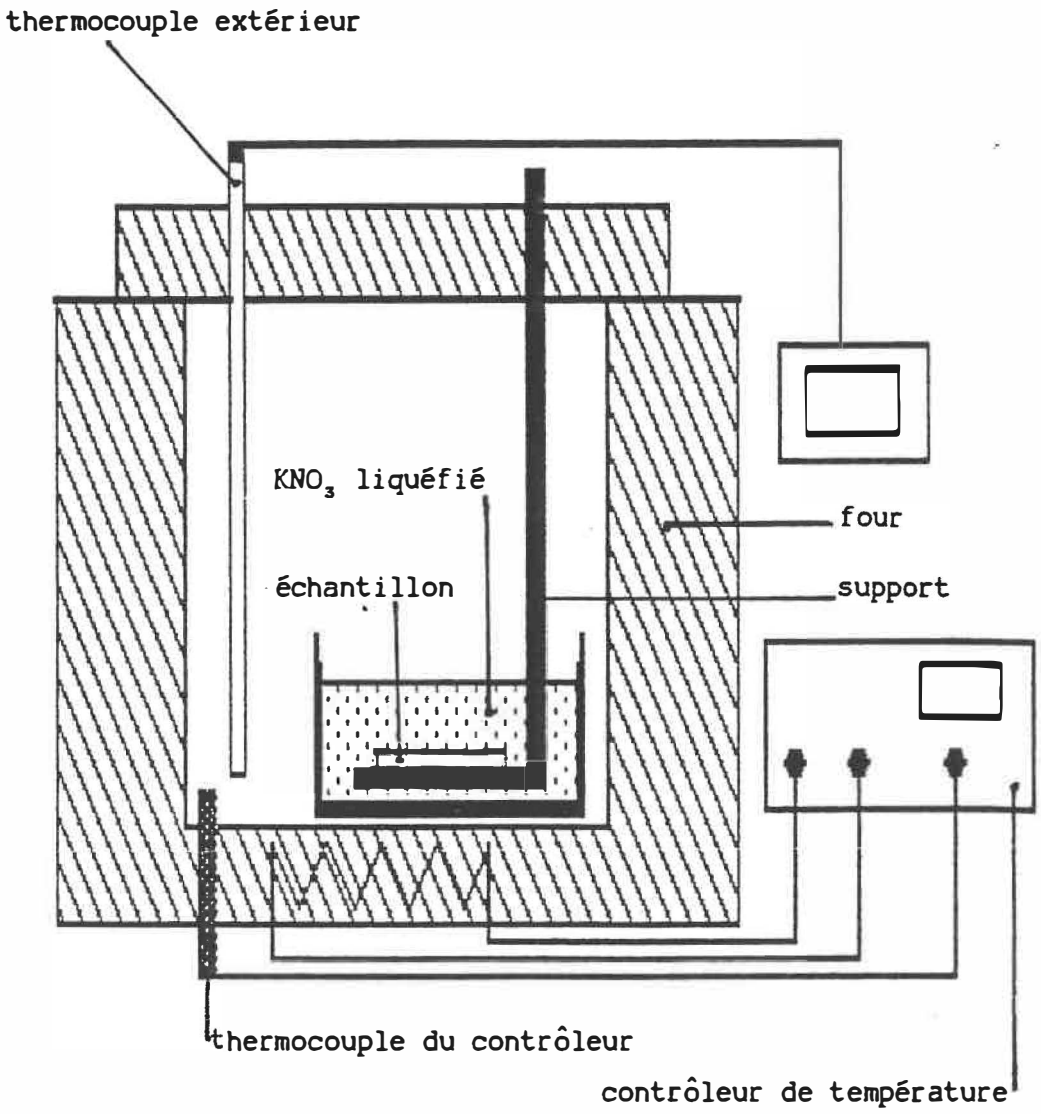


Figure 2.2 **Montage utilisé pour l'échange ionique.**

composant	% poids
SiO_2	65
Al_2O_3	2
B_2O_3	9
Na_2O	7
K_2O	7
ZnO	7
TiO_2	3

Tableau 2.1 **Composition massique du verre Corning 0211 d'après les données du manufacturier.**

étapes suivantes:

i) rincage à l'eau déionisée;

ii) nettoyage organique:

- 10 min dans le trichloroéthane (dilue les graisses);
- 10 min dans l'acétone (dilue TCE);
- 10 min dans le méthanol (dilue acétone);
- séchage;

iii) nettoyage inorganique:

- 10 min dans solution 2/3-1/3:H_2O_2-acide sulfurique;
- rincage à l'eau déionisée;
- séchage à l'azote;

Les lamelles étant suffisamment propres au sortir de la boîte, un nettoyage initial au savon est inutile. Les lamelles sont ensuite placées sur un support en aluminium. Au début, nous utilisions des vis en acier inoxydable pour les fixer. Mais suite à des problèmes de corrosion, un support tout en aluminium a été fabriqué. On nettoie ce dernier en le laissant tremper environ 3 min dans une solution 32-2-6:acide sulfurique- acide nitrique-eau. On le rince à l'eau déionisée par la suite.

2.2.3 Sel

Le nitrate de potassium a été acheté chez Fisher Scientifique (produit #P263). Pour la diffusion, on le dépose dans un creuset en aluminium. Nous avons expérimenté d'autres contenants, certains en acier inoxydable par exemple, mais seuls ceux faits d'aluminium

pur résistent à la dégradation par corrosion.

2.2.4 Four et contrôleur de température

Nous avons utilisé un four Lindberg (modèle 56622-A). Deux types de contrôleurs ont servi. Les deux prenaient environ 4 heures pour la stabilisation.

Le premier (fabriqué par Lindberg) ne disposait pas d'un affichage numérique pour fixer la température. Celle-ci était lue par un thermocouple extérieur (de type J). Ce contrôleur pouvait maintenir une température à +/- 1°C. La difficulté était d'obtenir une même température d'une diffusion à l'autre.

Le second (modèle 58114-CAN de Lindberg), de fabrication plus récente, possède un affichage numérique. Il contrôle la température à +/- 0,5°C. Néanmoins, il peut y avoir un écart de lecture variant entre 0,5 et 3°C entre la valeur fixée et celle lue sur le thermocouple extérieur.

Nous ne pouvons donc être assuré que d'une précision de +/- 1,5°C pour un groupe d'échantillons diffusés séparément à une température donnée.

2.2.5 Idéalité du processus

Il convient de vérifier que les conditions idéales de fabrication sont respectées.

La composition des lamelles Corning 0211 se rapproche beaucoup de celles de type BK7 utilisées par Gortych (comparer tableaux 1.2

et 2.1) pour lesquelles le coefficient d'inter-diffusion $\tilde{D}$ peut-être considéré comme une constante. Par conséquent, nous pouvons traiter $\tilde{D}$ comme une constante pour nos échantillons.

Nous considérons que le bain thermique agite suffisamment les ions K^+ du sel pour que les courants de convection renouvellent constamment les ions à la surface de la lamelle. De plus, notre sel est composé de KNO_3 pur à 99%; ce qui nous assure une source infinie d'ions K^+ (l'échange ioniqe n'implique qu'une très faible portion de ces ions). Par conséquent, la concentration C_0 à la surface des lamelles demeure constante pendant l'échange ionique.

Sous ces conditions, l'expression du profil d'indice pour guides plans obtenue à la fin du chapître 1 s'applique aux guides fabriqués par échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211.

2.3 MESURE D'INDICES EFFECTIFS

Le montage destiné à la mesure d'indices effectifs utilise le couplage par prisme. Nous exposons tout d'abord les principes sous-jacents à cette technique. Nous décrivons ensuite le montage et la procédure de mesure. Nous discutons finalement des sources d'erreurs.

2.3.1 Couplage par prisme

Il existe plusieurs techniques pour injecter de l'énergie dans un guide plan (Tamir, 1970). L'une d'elles, le couplage par prisme,

est illustrée à la figure 2.3 .

Une onde arrivant avec un angle d'incidence i est réfractée puis subit une réflexion totale interne à la base du prisme. Il y a donc une onde évanescente selon $\hat{y}$ se propageant selon $\hat{z}$ qui s'étend jusque dans le guide. Lorsque la constante de propagation selon l'axe $\hat{z}$ de l'onde évanescente est égale à la constante de propagation d'un mode, il y a transfert d'énergie. On peut donc exciter les différents modes du guide en variant l'angle d'incidence. Un traitement théorique de ce phénomène a été publié par Tien et Ulrich(Tien,1970).

Nous utilisons cette technique pour la mesure d'indices effectifs. Connaissant l'indice du prisme n_p, l'angle du prisme A et l'angle d'incidence i, l'indice effectif N_m d'un mode m s'évalue à l'aide de (Tamir,1979,p.223):

$$N_m = n_p \sin \left[A + \sin^{-1}\left(\frac{\sin i}{n_p} \right) \right] \quad .$$

Précisons que cette approche néglige l'effet du prisme sur les modes de propagation. Un traitement rigoureux devrait tenir compte du fait que le guide à l'endroit du couplage en est un à quatre couches. Cet effet sera négligeable si la distribution du champ d'un mode s'atténue rapidement dans l'interstice d'air entre le guide et le prisme. Nous négligeons ce phénomène, suivant ainsi une pratique répandue (tous les travaux auxquels nous référons négligent cet aspect).

Ce processus de couplage est réversible. Ainsi, si on amène un

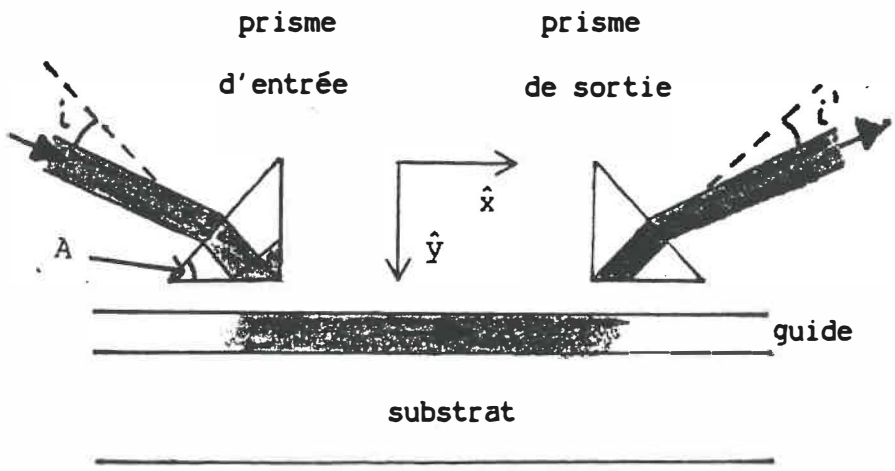


Figure 2.3 Couplage par prisme .

prisme d'indice élevé à la surface d'un guide, l'énergie s'échappe dans le prisme. Il en sort un faisceau à angle i' de la normale (voir fig. 2.3). On parle de découplage.

2.3.2 Montage

La figure 2.4 illustre le montage.

Pour la mesure des indices effectifs, nous utilisons 2 prismes. La lumière est injectée dans le guide par un premier prisme, puis découplée par un second pour canaliser l'énergie sur un détecteur. Un mode du guide est excité lorsque l'intensité détectée est maximale.

La source lumineuse, un laser He-Ne, fonctionne à 6328Å. Le faisceau est polarisé de facon à exciter les modes TE. Une lame demi-onde permet de tourner le plan de polarisation pour la mesure des modes TM. Les prismes d'indice n_p=1,66846 (verre SF5 de Schott-Glass) sont montés sur des supports similaires à celui illustré à la figure 2.5 . Ils sont placés sur un goniomètre gradué à 20" d'arc. Le prisme de sortie est amovible.

L'angle d'incidence i servant à calculer N_m provient de la différence de deux mesures prises sur le goniomètre: l'angle de couplage et la normale de la face d'entrée du premier prisme.

Le faisceau lumineux parcourt un long chemin en traversant les diaphragmes D1 et D2 (voir fig. 2.4). Cette configuration présente deux avantages.

i) L'excitation du guide dépend de l'angle i. Si

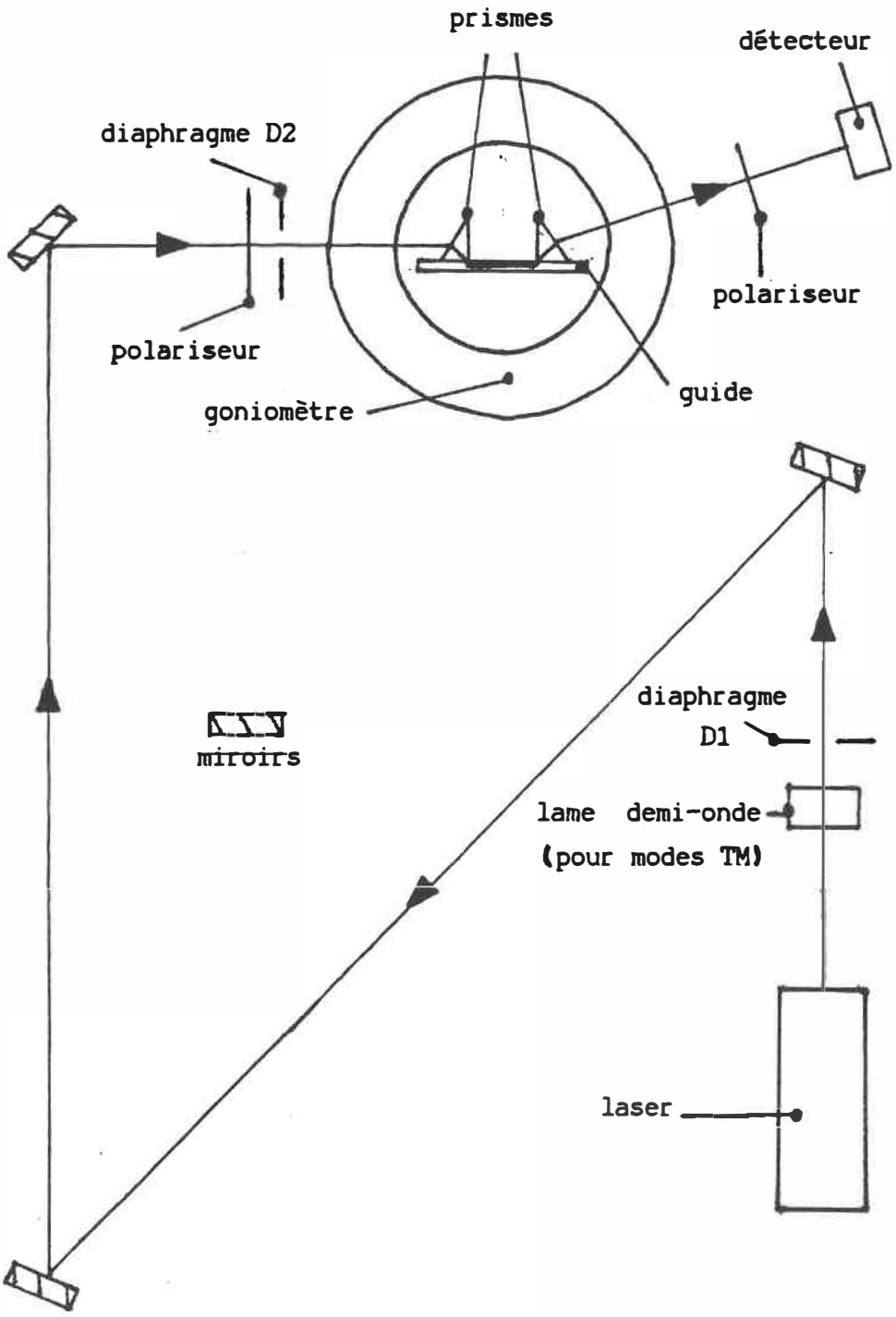


Figure 2.4 **Montage pour mesure d'indices effectifs .**

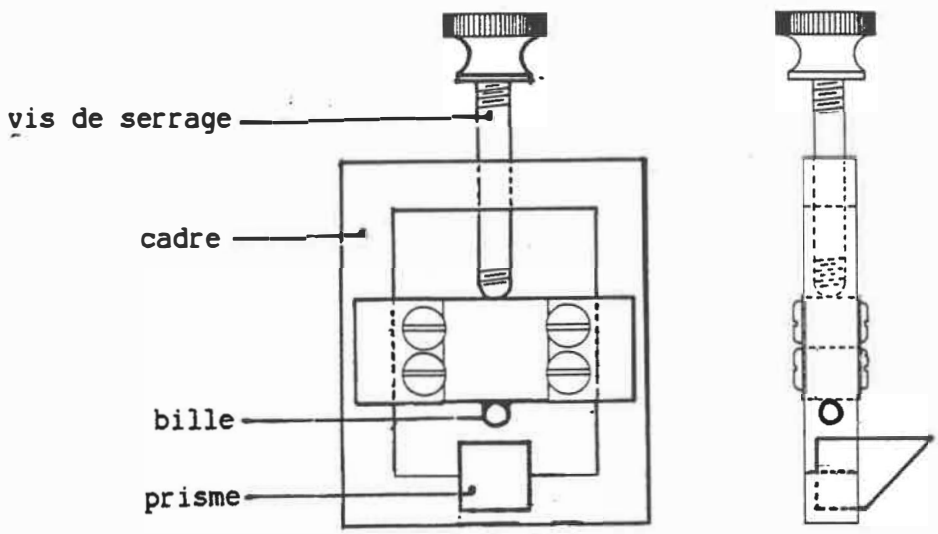


Figure 2.5 **Support de prisme** (reproduit avec modifications de (Tamir, 1979, p. 219)).

on ne veut exciter qu'un mode à la fois, il faut minimiser la largeur angulaire du faisceau. Pour ce faire, plusieurs utilisent une lentille de longue focale, mais cela nuit à la mesure de la normale du prisme (voir Tamir, 1979, p.225). Avec un long parcours, le faisceau diverge. Le diaphragme D2 ne récolte que la partie centrale du faisceau divergent. Il permet donc une bonne précision sur l'angle d'incidence .

ii) Pour l'évaluation de la normale, nous utilisons la diffraction que subit le faisceau de retour en traversant le diaphragme D2. En centrant la figure annulaire sur l'orifice du diaphragme D1, la normale peut être déterminée avec grande précision.

Nous avons remarqué que les phénomènes de couplage et de découplage causaient une faible dépolarisation du faisceau. Pour pallier à ces effets parasites, nous placons un polariseur devant le détecteur.

2.3.3 Procédure de mesure

Nous suivons la procédure suivante pour nos mesures.

Nous nettoyons les faces des prismes et de la lamelle avec du propanol. La lamelle est ensuite fixée sur le premier coupleur. Nous ajustons la perpendicularité du faisceau et des faces visibles du prisme et de l'échantillon. Nous placons le second

prisme. Nous mesurons la normale de la face d'entrée du premier prisme. Pour chacun des modes du guide, nous maximisons l'intensité lue sur le détecteur et mesurons l'angle de couplage.

2.3.4 Erreur sur la mesure

Trois variables entrent dans l'évaluation d'un indice effectif: l'indice du prisme n_p, l'angle du prisme A et l'angle d'incidence i.

Le manufacturier fournit l'indice du prisme (n_p=1,66846) avec une précision de 10^{-5}. L'erreur introduite sur N_m est de l'ordre de 10^{-5}.

Nous avons mesuré l'angle du prisme (A= 59° 55' 40") avec une précision de +/- 40" d'arc. Il s'ensuit une erreur sur l'indice effectif de +/- 1,5 10^{-4}.

L'angle i résulte de la soustraction de deux mesures précises chacune à +/- 20". L'incertitude sur N_m atteint +/- 1,5 10^{-4}.

L'erreur totale sur la mesure est de l'ordre de 3 10^{-4}. Par contre, l'incertitude découlant de l'imprécison sur n_p et A reste la même pour tous les échantillons. Seule l'erreur sur i est importante lorsque l'on compare les indices effectifs de différents guides.

2.4 RESULTATS DE LA CARACTERISATION

Nous débutons cette section en discutant du traitement des

données afin de mieux juger de la précision de l'analyse. Nous présentons ensuite les résultats découlant de mesures sur des guides fabriqués à 396,5°C. Ces résultats devraient être valides pour tout guide fabriqué dans les mêmes conditions. C'est pourquoi nous terminons en comparant aux valeurs d'indices effectifs mesurées pour une autre série de guides les valeurs d'indices effectifs calculées à l'aide de $\tilde{D}$, Δn_x et Δn_y.

2.4.1 Traitement type des données et précision de l'analyse

Tous les échantillons ont fait l'objet de 8 mesures réparties en quatre endroits différents de la lamelle. Nous effectuons ensuite la moyenne de ces valeurs afin de minimiser l'effet de l'inhomogénéité du substrat.

Considérons à titre d'exemple le cas d'un guide à quatre modes (diffusion de 522 min à 396.5°C). Le tableau 2.2 contient les indices effectifs en polarisation TE. Dans ce tableau, les variations sur les mesures d'indices d'un même mode résultent principalement de deux effets:

- l'incertitude sur la mesure découlant en majeure partie de l'erreur sur l'angle d'incidence i;
- la variation de l'indice du substrat en différents endroits de la lamelle.

Le programme WKB3TE permet, à partir des indices effectifs de trois modes, d'évaluer n_s, Δn_x et d. Sur ce guide à quatre modes, nous disposons de quatre combinaisons de trois modes. Le

mode	angle d'incidence (deg min sec)	angle d'incidence (degrés)	indice effectif	indice effectif moyen
0	10 27 00	10,4500	1,52621	
	10 27 20	10,4556	1,52624	
	10 28 00	10,4667	1,52632	
	10 27 20	10,4556	1,52624	
	10 26 40	10,4444	1,52617	
	10 27 00	10,4500	1,52621	
	10 27 20	10,4556	1,52624	
	10 27 00	10,4500	1,52621	
				1,52623
1	10 14 20	10,2389	1,52473	
	10 14 40	10,2444	1,52477	
	10 15 00	10,2500	1,52481	
	10 14 00	10,2333	1,52469	
	10 13 40	10,2278	1,52465	
	10 14 00	10,2333	1,52469	
	10 14 20	10,2389	1,52473	
	10 14 20	10,2389	1,52473	
				1,52472
2	10 05 40	10,0944	1,52371	
	10 05 40	10,0944	1,52371	
	10 06 20	10,1056	1,52379	
	10 05 40	10,0944	1,52371	
	10 05 40	10,0944	1,52371	
	10 05 20	10,0889	1,52368	
	10 06 00	10,1000	1,52375	
	10 06 00	10,1000	1,52375	
				1,52372
3	10 01 00	10,0167	1,52317	
	10 01 00	10,0167	1,52317	
	10 00 40	10,0111	1,52313	
	10 00 40	10,0111	1,52313	
	10 00 40	10,0111	1,52313	
	10 00 40	10,0111	1,52313	
	10 01 20	10,0222	1,52321	
	10 01 20	10,0222	1,52321	
				1,52316

Tableau 2.2 **Indices effectifs des modes TE du guide #59 (t_{diff}=522,25 min , T_{diff}=396,5°C).**

traitement de celles-ci apparaît au tableau 2.3 .

Pour ce guide, les différentes combinaisons donnent des résultats assez constants (moins de 6% d'écart par rapport à la moyenne sur d, et moins de 3% sur Δn_x). Pour ces calculs, nous avons utilisé les valeurs moyennes d'indices effectifs. Etant donné le fait que les résultats du traitement avec l'analyse WKB inverse sont très sensibles aux valeurs de N_m utilisées, il est très important d'utiliser ces valeurs moyennes d'indices effectifs. Pour illustrer cette sensibilité, considérons l'analyse de deux séries de mesures des trois premiers modes d'un guide diffusé à 396,5°C pendant 891 min (guide #63 contenant 5 modes TE au total). Les indices effectifs mesurés et les valeurs de Δn_x, d et n_s résultantes sont présentés au tableau 2.4 . Bien que l'écart entre les valeurs de N_m demeurent bien en deçà de l'erreur expérimentale estimée à $1,5\ 10^{-4}$, on note des variations de plus de 20% sur le saut d'indice et la profondeur de diffusion. Heureusement, le fait d'utiliser la moyenne des mesures diminue de beaucoup l'erreur effective sur les N_m.

Nous avons étudié ce qui se passe lorsque tous les indices effectifs mesurés sur un guide varient d'une même valeur. Nous nous sommes aperçus que seul n_s prend une valeur résultante différente pour de faibles variations sur les N_m (moins de $5\ 10^{-4}$) . Par conséquent, seul l'écart entre les indices effectifs des différents modes influencent les valeurs de Δn_i et d. Ainsi, plus les valeurs de N_m utilisées pour l'analyse sont éloignées,

Combinaison des modes	Δn_x	d (μ)	n_s
0-1-2	0,0052	11,2	1,5230
0-1-3	0,00535	11,7	1,5229
0-2-3	0,0057	12,15	1,5228
1-2-3	0,0053	12,6	1,5228

Tableau 2.3 **Résultats de l'analyse du guide #59 : modes TE.**

DONNEES				
N_m		1 ère série	2 ème série	différence
N_0	=	1,52663	1,52667	$4\ 10^{-5}$
N_1	=	1,52527	1,52531	$4\ 10^{-5}$
N_2	=	1,52426	1,52438	$1,2\ 10^{-4}$
ANALYSE				
		Δn_x	d (μ)	n_s
1ère série		0,0063	17,2	1,5222
2ème série		0,0051	13,1	1,5235

Tableau 2.4 **Sensibilité de l'analyse WKB inverse : guide #63, modes TE.**

plus les résultats sur Δn_i et d sont précis. En étudiant de nouveau le tableau 2.3, on voit que les combinaisons de modes 0-1-3 et 0-2-3 donnent les résultats les plus près de la moyenne. Ce comportement a été observé pour tous les échantillons considérés. Or ces combinaisons comportent les plus grands écarts entre les N_m. Par conséquent, nous ne nous intéressons dans notre traitement qu'aux combinaisons 0-1-3 et 0-2-3. Dans la même veine, puisque les guides à plus de 4 modes présentent de faibles écarts entre les indices effectifs des divers modes, nous les évitons.

Compte tenu de la discussion qui précède nous obtenons pour le guide du tableau 2.3 : $\Delta n = 0,0055$, $d = 11,9\mu$ et $n_s = 1,52285$.

Notons pour terminer que puisque pour un guide à plus de trois modes, les différentes combinaisons ne donnent pas toujours les mêmes résultats, on pourrait croire que le profil d'indice proposé ne modélise pas bien le profil réel. L'analyse du guide #57 (4 modes, t_{diff}=669 min, T_{diff}=396.5^{o}C) occupe le tableau 2.5 . Toutes les combinaisons conduisent aux mêmes résultats; nous y voyons un bon argument en faveur du profil erfc proposé. Précisons néanmoins que nous attribuons cet état de fait à la chance puisque cette excellente concordance n'apparaît que pour ce guide. Nous croyons avoir été assez chanceux pour mesurer les N_m avec une excellente précision dans ce cas. Nous nous restreignons aux combinaisons 0-1-3 et 0-2-3 dans les autres cas, tel qu'expliqué précédemment. Nous avons essayé d'autres expressions pour $n_i(y)$,

DONNEES

$N_0 = 1,52638$

$N_1 = 1,52497$

$N_2 = 1,52398$

$N_3 = 1,52338$

ANALYSE

Combinaison des modes	Δn_x	d (μ)	n_s
0-1-2	0,0056	13,9	1,5228
0-1-3	0,0056	13,9	1,5228
0-2-3	0,0056	13,9	1,5228
1-2-3	0,0056	13,9	1,5228

Taleau 2.5 **Analyse du guide #57: modes TE.**

comme le profil gaussien de Yip et Albert (Yip,1985), sans obtenir de résultats satisfaisants (souvent les programmes WKB3TE et WKB3TM ne convergeaient pas vers une solution).

2.4.2 Résultats

Nous avons fabriqué plusieurs guides plan (environ 60). Certains ont servi à l'amélioration du processus de fabrication, d'autres à la mise au point de la technique de mesure d'indices effectifs.

Pour la caractérisation, nous ne considérons que les échantillons diffusés à 396,5°C. Nous restreignons notre étude aux guides à 3 et 4 modes. On retrouve les résultats de l'analyse en polarisations TE et TM pour les 6 lamelles sur le tableau 2.6. Trois durées de diffusion y apparaissent.

L'indice du substrat n_s varie peu et vaut 1,5229 en moyenne.

Les variations maximales d'indice Δn_x et Δn_y sont indépendantes du temps de diffusion et $\Delta n_y > \Delta n_x$ tel que prévu (voir section 1.2.2).

Pour la profondeur de diffusion, l'analyse des modes TE devrait donner une même valeur que celle des modes TM. Pour les guides 55-56 et 59-60, l'écart ne dépasse pas 5%. Pour 57-58, il atteint 7,5%. Nous considérons cette variation comme raisonnable étant donné la sensibilité du traitement des résultats.

Rappelons que la température de cette série d'échantillons n'est assurée qu'à +/- 1,5°C. Or le coefficient d'inter-diffusion

	échantillons	temps de diffusion (min)	Δn_x	d (μ)	n_s
Modes TE	#55 - #56	388	0,0055	10,7	1,5228
	#59 - #60	522,25	0,0055	11,6	1,5229
	#57 - #58	669	0,0054	13,6	1,5229
Modes TM	#55 - #56	388	0,0068	10,4	1,5228
	#59	522.25	0,0069	11,1	1,5229
	#57 - #58	669	0,0069	12,6	1,5230

Tableau 2.6 **Analyse des guides fabriqués a 396,5°C.** Pour un temps de diffusion donné, on présente la moyenne des résultats du traitement des échantillons considérés.

varie exponentiellement avec la température. Néanmoins, nous négligeons les variations pouvant en résulter sur la valeur de $\tilde{D}$.

La profondeur d dépend du temps de diffusion t selon:

$$d = 2\sqrt{\tilde{D}\,t} \quad .$$

La figure 2.6 fournit les régressions linéaires de d vs $t^{1/2}$ pour les deux types de modes TE et TM. Nous avons forcé le point (0,0) sur ces courbes. Les pentes obtenues sont:

- modes TE 0.525 $\mu/(\text{min})^{1/2}$;
- modes TM 0.500 $\mu/(\text{min})^{1/2}$.

On note un écart de 5% entre les deux valeurs. Puisque les modes TE et les modes TM résultent du même processus de diffusion, nous préférons n'utiliser qu'une seule valeur de $\tilde{D}$. Avec la moyenne des pentes nous obtenons:

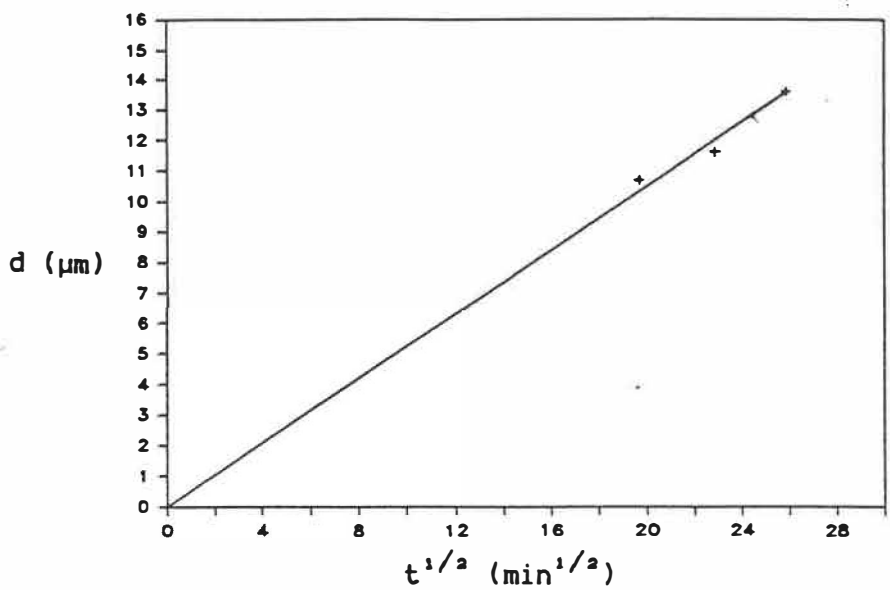
$$\tilde{D} = 10{,}8\ 10^{-16}\ m^2/s \ .$$

Cette valeur est du même ordre de grandeur que celle obtenue par Gortych et Hall sur un verre de type BK7 ($\tilde{D}_{BK7}$ = 3,55 10^{-16} m^2/s) (Gortych, 1986).

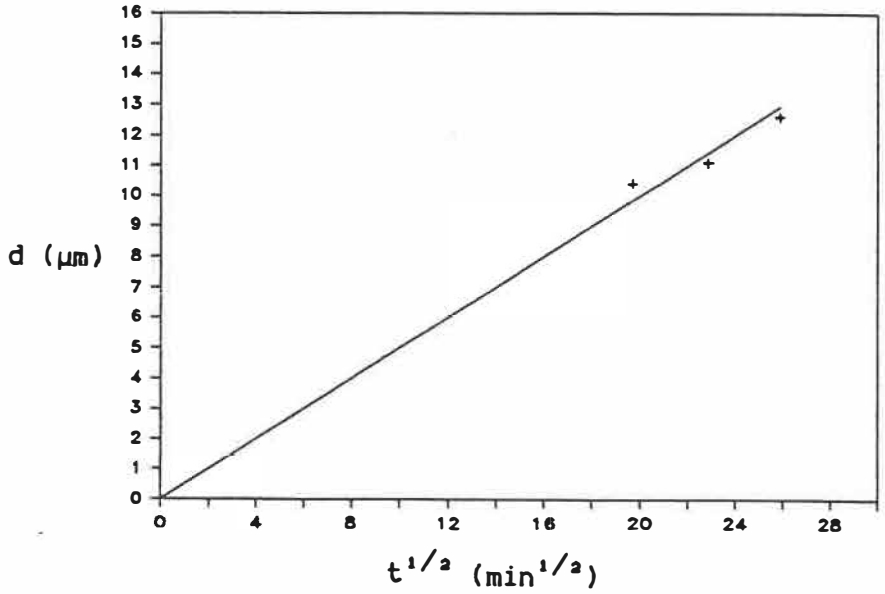
Le tableau 2.7 résume les résultats de la caractérisation à 396,5°C.

2.4.3 Validité des résultats

Nous ne pouvons fixer une marge d'erreur sur les paramètres évalués à la section précédente. Les incertitudes liées au procédé de fabrication et à l'application de l'analyse WKB inverse sont



a) modes TE



b) modes TM

— régression + mesures

Figure 2.6 **Régressions linéaires : d vs $t^{1/2}$.**

n_s	= 1,5229
Δn_x	= 0,0055
Δn_y	= 0,0069
$\tilde{D}$	= 10,8 10^{-18} m^2/s

Tableau 2.7 **Résultats de la caractérisation a 396,5°C.**

difficilement quantifiables. Le modèle de profil d'indice peut néanmoins être testé.

Le tableau 2.8 contient les paramètres de fabrication et les indices effectifs mesurés de guides diffusés à 396,5°C n'ayant pas servi à la caractérisation. On y retrouve aussi les valeurs de N_m calculées par les programmes LAG1TE et LAG1TM. Ceux-ci, basés sur la technique des éléments finis, seront décrits au chapître 3. Pour le calcul, nous utilisons les paramètres des profils $n_x(y)$ et $n_y(y)$ résultant de la caractérisation. Les différences entre les valeurs mesurées et calculées sont aussi présentées sur le tableau.

Les écarts s'avèrent moindres que l'erreur de mesure sur N_m qui atteint $1,5\ 10^{-4}$ (en ne considérant que l'incertitude sur l'angle d'incidence), à l'exception du guide #73 qui présente des écarts assez considérables. Nous attribuons ceci au fait que nous utilisons un indice de substrat moyen dans nos calculs. Or les mesures de N_m faites en différents endroits de certains guides présentaient parfois des variations de $2,5\ 10^{-4}$ probablement causées par les variations locales de n_s. Dans le cas du guide #73, l'indice de substrat moyen donnerait une valeur plus basse que l'indice réel. Cette hypothèse se justifie par le fait que notre modèle prédit bien l'écart entre les deux modes (avec une précision de $1,4\ 10^{-4}$).

Yip et Albert, travaillant sur un verre de type soda-lime, vérifient de facon similaire leur caractérisation. Ils obtiennent

	échantillon	temps de diffusion (min)	mode	N_m mesuré	N_m calculé	différence ($\times 10^{-4}$)
modes TE	#71	72,25	0	1,52443	1,52444	-0.1
	#74	83,75	0	1,52468	1,52460	0,8
			1	1,52302	1,52291	1,1
	#73	140	0	1,52530	1,52511	1,9
			1	1,52360	1,52327	3,3
	#63	890.75	0	1,52664	1,52654	1,0
			1	1,52527	1,52654	0,5
			2	1,52432	1,52428	0,4
			3	1,52364	1,52358	0,6
			4	1,52321	1,52309	1,2
Modes TM	#71	72.25	0	1,52498	1,52509	-1,1
	#74	83.75	0	1,52536	1,52527	0,9
			1	1,52311	1,52305	0,6
	#63	890.75	0	1,52778	1,52762	1,6
			1	1,52610	1,52606	0,4
			2	1,52494	1,52492	0,2
			3	1,52403	1,52405	-0,2
			4	1,52340	1,52342	-0,2

Tableau 2.8 **Comparaison entre les valeurs d'indices effectifs mesurées et celles prédites par le modèle.**

un écart moyen de 1,6 10^{-4}, avec des différences pouvant atteindre 6 10^{-4} (Yip,1985). Nos valeurs sont beaucoup plus précises.

Nous estimons que ces résultats justifient la validité de notre modèle de profil d'indice.

Nous avons fabriqué plusieurs guides plans par échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211 à 396,5°C. En mesurant les indices effectifs de guides à 3 et 4 modes, nous avons pu caractériser les paramètres de profil d'indice avec la technique WKB inverse. Utilisant les hypothèses de la section 1.3.2, les valeurs de $\tilde{D}$, Δn_x et Δn_y mesurées sur des guides plan s'appliquent aussi aux guides canal. Nous pourrons juger de cette applicabilité en comparant les profils d'intensité mesurés et calculés aux chapître 4. Maintenant que nous connaissons les profils d'indice de nos guides, il ne reste qu'à développer une méthode permettant de calculer les modes de propagation à une et à deux dimensions.

CHAPITRE 3: CALCUL DES MODES DE PROPAGATION

Nous voulons établir une méthode permettant de calculer l'indice effectif et la distribution du champ pour chaque mode d'un guide d'onde caractérisé par un profil d'indice donné. Nous traitons le problème du guide canal à indicatrice optique uniaxe, le guide plan en étant une version simplifiée.

Rigoureusement parlant, l'onde guidée obéit à une équation d'onde vectorielle qu'on peut résoudre par diverses méthodes numériques utilisant les fonctions de Green (Pichot,1982), les différences finies (Schweig,1984) ou les éléments finis (voir annexe 3). Dans l'approximation du guidage faible (faible variation d'indice), les équations de Maxwell mènent à une équation d'onde scalaire qui régit la distribution des champs dans la dimension transversale du guide. On peut alors utiliser diverses méthodes de solution: différences finies (Lagu,1986), indice effectif (Hocker,1977), méthode variationnelle (Matsuhara,1973), éléments finis (Mabaya,1981).

Notre problème peut se traiter dans l'approximation scalaire. Pour le résoudre nous avons choisi d'utiliser la méthode des éléments finis à cause de sa grande facilité d'adaptation à différentes configurations. Selon cette méthode, le guide et l'espace qui l'entoure sont subdivisés, perpendiculairement à l'axe de propagation, en un grand nombre de cellules élémentaires

que l'on appelle éléments (pour une description sommaire des différentes étapes impliquées, voir l'annexe 2). A titre de comparaison, on retrouvera, à l'annexe 3, une revue des différentes approches visant à la solution de l'équation d'onde vectorielle par la méthode des éléments finis.

Ce chapître est structuré de la façon suivante: d'abord nous établissons l'équation d'onde scalaire et nous en dérivons une forme variationnelle, que l'on appelle forme faible. En exprimant le champ cherché comme une combinaison linéaire de fonctions d'approximation, nous appliquons ensuite la forme faible de l'équation sur chaque élément pour générer un système d'équation constitué de matrices élémentaires. Après avoir donné l'expression détaillée de ces matrices élémentaires, nous discutons brièvement de quelques points d'intérêt concernant les programmes de calculs par éléments finis: le maillage et l'imposition des conditions aux frontières, l'assemblage des matrices élémentaires en matrices globales apparaissant dans l'équation aux valeurs propres finale, la technique utilisé pour la solution de l'équation aux valeurs propres finale. La solution de cette équation nous donne les indices effectifs (liées aux valeurs propres) et les distributions de champs (liées aux vecteurs propres). Nous vérifions pour terminer l'utilisation des programmes que nous avons écrits en les appliquant à divers cas traités dans la littérature. Tout au long de ce chapître, nous traitons alternativement le cas des guides plan et canal.

3.1 FORMULATIONS VARIATIONNELLES E_x^{mn} et E_y^{mn}

Nous développons les formulations variationnelles des deux types de modes de l'approximation scalaire: E_x^{mn} et E_y^{mn}. Les caractéristiques de ces types de modes seront définies plus loin. Nous basons ces calculs sur les travaux de Mabaya et al. (Mabaya, 1981). Ces formulations s'appliquent au cas d'un profil d'indice bidimensionnel. Nous en tirons les expressions pour les modes TE et TM du cas unidimensionnel.

Nous définissons tout d'abord l'équation d'onde scalaire.

3.1.1 Equation d'onde scalaire

Considérons le problème du guide à deux dimensions caractérisé par une indicatrice optique uniaxe (voir fig. 3.1). L'axe optique de celle-ci est parallèle à $\hat{y}$; la propagation se fait selon $\hat{z}$. Le tenseur diagonal $\tilde{n}(x,y)$, représentant le profil d'indice, se définit par les composantes:

$$n_z = n_x = n_s + \Delta n_x \, f(x,y) \quad ;$$

$$n_y = n_s + \Delta n_y \, f(x,y) \quad .$$

Exprimons les équations de Maxwell pour un milieu anisotrope. Les champs électrique et magnétique sont donnés par les parties réelles de $\vec{E}\, e^{-i\omega t}$ et $\vec{H}\, e^{-i\omega t}$.

Nous avons, en absence de charges et de courants:

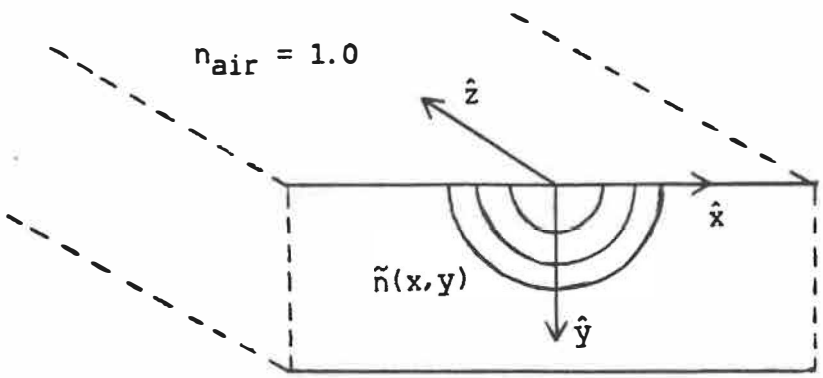


Figure 3.1 **Guide canal.**

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i \left(\frac{\mu_o}{\varepsilon_o} \right)^{1/2} k \vec{H} \quad , \qquad \vec{\nabla} \times \vec{H} = -i \left(\frac{\varepsilon_o}{\mu_o} \right)^{1/2} k \tilde{n}^2 \vec{E} \quad ,$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\tilde{n}^2 \vec{E}) = 0 \quad , \qquad \vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad ,$$

où apparaissent :

ε_o : permittivité du vide;

μ_o : perméabilité du vide;

k : nombre d'onde dans le vide.

Nous en tirons l'équation d'onde vectorielle pour les composantes cartésiennes de $\vec{E}$:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \tilde{n}^2 \vec{E} = \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \quad .$$

Posons $\vec{E} = (e_x \hat{x} + e_y \hat{y} + e_z \hat{z}) e^{i\beta z}$ où β, la constante de propagation, s'exprime par $\beta = k N_m$, N_m représentant l'indice effectif du mode m.

Dans l'approximation du guidage faible ($\Delta n_i \ll n_s$), on démontre que les composantes e_x et e_y sont les plus importantes et qu'elles peuvent être traitées séparément. En utilisant un traitement similaire à celui présenté par Snyder and Love pour un cas isotrope (Snyder, 1983, chapître 32), on démontre que, pour ce cas anisotrope, les composantes e_x et e_y répondent chacune à l'équation d'onde scalaire:

$$d^2 \nabla_t^2 e_i + (1-b_i) \nabla_i^2 e_i - (1-B_i(x,y)) \nabla_i^2 e_i = 0 \quad ,$$

où :

d est un paramètre de normalisation (dimension de longueur);

i=x pour les modes E_x^{mn} et i=y pour les modes E_y^{mn} ;

$$\nabla_t^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad ;$$

$V_i = k\ d \sqrt{(n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2}$, V étant appelée fréquence normalisée ;

$$b_i = \frac{\beta^2 - k^2\ n_s^2}{k^2\ ((n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2)} = \frac{N_m^2 - n_s^2}{(n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2} \quad ;$$

$$B_i(x,y) = \frac{n_i^2(x,y) - n_s^2}{(n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2} \quad .$$

Lorsque l'on impose les conditions aux frontières sur cette équation, on obtient un problème aux valeurs propres. Les valeurs propres recherchées sont les b_i et les vecteurs propres correspondants donnent les distributions de champs e_i. La forme de l'équation d'onde scalaire que nous utilisons contient les termes du type $(1-b_i)\ V_i^2\ e_i$ et $(1-B_i(x,y))\ V_i^2\ e_i$ dans lesquels le " 1 " peut sembler inutile puisque lorsque l'on soustrait ces deux termes il disparaît. Néanmoins, cette facon d'exprimer l'équation facilite le traitement final de l'équation aux valeurs propres, c'est pourquoi nous la conservons.

Les notations E_x^{mn} et E_y^{mn} pour caractériser les modes polarisés selon $\hat{x}$ et $\hat{y}$ ont été proposées par Marcatili (Marcatili,1969). Les indices m et n représentent respectivement le nombre d'extremums que possèdent les profils des champs transverses selon $\hat{x}$ et $\hat{y}$.

En appliquant cette équation sur chacun des éléments d'un

domaine discrétisé, nous considérerons que l'indice de réfraction prend une valeur constante à l'intérieur d'un élément centré en $\bar{x}$ et $\bar{y}$, et nous poserons $\bar{n}_i = n_i(\bar{x},\bar{y})$.

Pour résoudre l'équation d'onde scalaire nous en développons une formulation variationnelle appelée forme faible de l'équation d'onde scalaire.

3.1.2 Formulation variationnelle: modes E_x^{mn}

Les composantes principales de champs des modes E_x^{mn} sont:

$$e_x \quad ;$$

$$h_y = i \left(\frac{\varepsilon_o}{\mu_o} \right)^{1/2} e_x \quad ;$$

$$h_z = \frac{i}{k} \left(\frac{\varepsilon_o}{\mu_o} \right)^{1/2} \frac{\partial e_x}{\partial y} \quad .$$

La composante e_x répond à l'équation d'onde scalaire:

$$d^2 \nabla_t^2 e_x + (1-b_x) \nabla_x^2 e_x - (1-B_x(x,y)) \nabla_x^2 e_x = 0 \quad .$$

A partir de cette équation, développons une formulation variationnelle que nous appliquerons sur chacun des éléments (pour une discussion détaillée de l'approche variationnelle, voir (Reddy, 1984, chapître 2)).

Posons $\Phi = e_x$, multiplions par une fonction test v et intégrons sur la surface S d'un élément (élément illustré a la figure 3.2). L'équation devient:

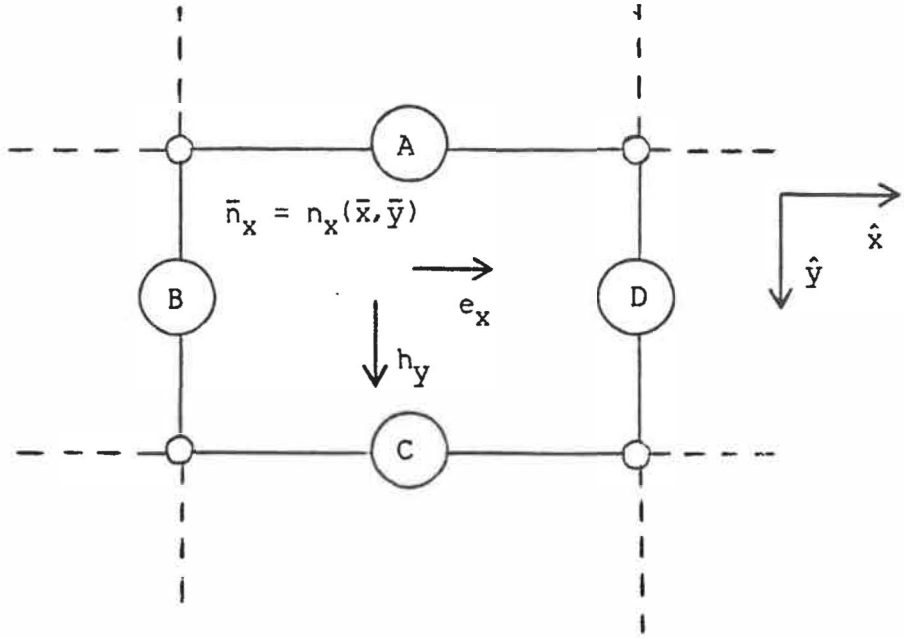


Figure 3.2 **Elément rectangulaire: champs e_x et h_y .**

$$\iint_S \left(v\, d^2\, \nabla_t^2 \Phi + (1-b_x)\, V_x^2\, v\, \Phi - (1-\bar{B}_x)\, V_x^2\, v\, \Phi \right) dS = 0 \ ,$$

avec $\bar{B}_x = B_x(\bar{x},\bar{y})$.

Après intégration par parties, nous obtenons la forme faible;

$$\iint_S d^2 \nabla_t v \cdot \nabla_t \Phi \, dS - (1-b_x)\, V_x^2 \iint_S v\, \Phi \, dS + (1-\bar{B}_x)\, V_x^2 \iint_S v\, \Phi \, dS = \oint_\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial n}\, v \, dS \ ,$$

où $\frac{\partial}{\partial n}$ symbolise la dérivée normale , Γ représente le contour de l'élément et $\nabla_t = \frac{\partial}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial}{\partial y}\hat{y}$.

Nous laissons tomber par la suite le terme de contour. On dit alors que la formulation impose, comme condition naturelle, la continuité de $\partial\Phi/\partial n$ entre les éléments.

Soit l'élément rectangulaire illustré à la figure 3.2 .

La formulation variationnelle assure la continuité de la variable primaire Φ et comme condition naturelle celle de $\partial\Phi/\partial n$. Or $\Phi = e_x$. Les conditions de continuité de champ tangentiel pour e_x sont vérifiées aux interfaces A et C. On impose aussi la continuité du champ normal e_x en B et en D, ce qui viole les conditions frontières de l'électromagnétisme . Puisque $n_x(x,y)$ varie peu selon $\hat{x}$ (la grande variation se situant à l'interface air-verre selon $\hat{y}$), on n'introduit qu'une faible erreur.

La composante h_y devrait s'avérer continue partout puisque $\mu = \mu_o$. Cette relation est vérifiée puisque h_y est proportionnel à Φ.

Finalement, la condition naturelle sur la dérivée normale de Φ assure la continuité de h_z aux interfaces A et C.

3.1.3 Formulation variationnelle: modes E_y^{mn}

Les composantes principales de champs dans ce cas sont :

$$e_y \quad ;$$

$$h_x = k \frac{n_y^2}{\beta} \left(\frac{\varepsilon_o}{\mu_o} \right)^{1/2} e_y \quad ;$$

$$e_z = \frac{i}{k\, n_z^2} \left(\frac{\mu_o}{\varepsilon_o} \right)^{1/2} \frac{\partial h_x}{\partial y}$$

$$\approx \frac{i}{k\, n_y^2} \left(\frac{\mu_o}{\varepsilon_o} \right)^{1/2} \frac{\partial h_x}{\partial y} \quad ,$$

$$\text{car} \quad n_z^2 \approx n_y^2 \quad \text{si} \quad \Delta n_i \ll n_s \ .$$

Précisons que l'expression de h_x a été dérivée en utilisant l'équation de Maxwell impliquant le rotationnel de $\vec{H}$. Pour le cas des modes E_x^{mn}, nous avons utilisé celle impliquant le rotationnel de $\vec{E}$ pour évaluer h_y. Ce choix n'est pas arbitraire, il permet de retrouver des expressions de champ magnétique similaires à celles du cas limite des modes TE et TM du guide plan (TE cas limite de E_x^{mn} et TM cas limite de E_y^{mn}).

L'équation d'onde scalaire pour e_y s'écrit:

$$d^2 \nabla_t^2 e_y + (1-b_y) V_y^2 e_y - (1-B_y(x,y)) V_y^2 e_y = 0 \quad .$$

Nous appliquons cette équation sur un élément dans lequel nous considérons $n(x,y)$ comme constant($\bar{n}_y=n_y(\bar{x},\bar{y})$, $\bar{B}_y=B_y(\bar{x},\bar{y})$, et par conséquent, il vient:

$$\frac{d^2 \nabla_t^2 h_x}{\bar{n}_y^2} + \frac{(1-b_y)\, V_y^2\, h_x}{\bar{n}_y^2} - \frac{(1-\bar{B}_y)\, V_y^2\, h_x}{\bar{n}_y^2} = 0 \quad .$$

De facon similaire au cas E_x^{mn}, on obtient la forme faible avec $\Phi = h_x$:

$$\frac{d^2}{\bar{n}_y^2} \iint_S \nabla_t v\, \nabla_t \Phi\, dS - \frac{(1-b_y)\, V_y^2}{\bar{n}_y^2} \iint_S v\, \Phi\, dS + \frac{(1-\bar{B}_y)\, V_y^2}{\bar{n}_y^2} \iint_S v\, \Phi\, dS$$

$$= \oint_\Gamma \frac{1}{\bar{n}_y^2} \frac{\partial \Phi}{\partial n}\, v\, dS \quad .$$

Cette formulation assure la continuité de Φ. Lorsqu'on laisse tomber le terme de contour, on impose celle de $1/\bar{n}_y^2 \cdot \partial\Phi/\partial n$ comme condition naturelle.

Sur l'élément de la figure 3.3, h_x s'avère continu aux quatre interfaces. Le champ électrique transverse vérifie bien la continuité de $n_y^2\, e_y$ en A et en C (notamment à l'interface air-verre où la variation d'indice est importante). En B et en D cette condition n'est pas valide; puisque l'indice varie lentement selon $\hat{x}$, l'erreur introduite reste mineure. La condition naturelle assure la continuité de e_z en A et en C.

Les formulations variationnelles E_x^{mn} et E_y^{mn} se réduisent aux formulations TE et TM pour un guide plan. Les quatre formes faibles sont présentées au tableau 3.1 .

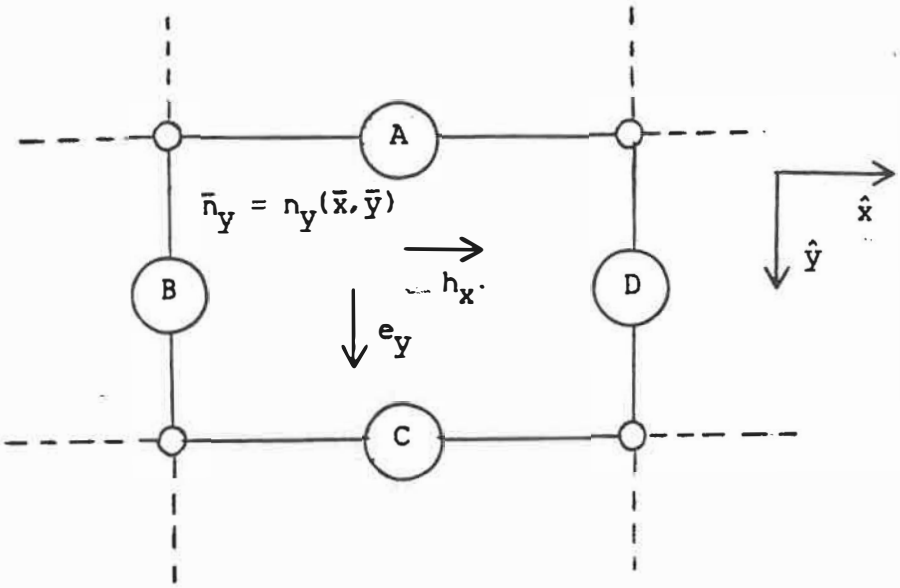


Figure 3.3 **Elément rectangulaire: champs h_x et e_y .**

CAS UNIDIMENSIONNELS

$$V_i = k\, d \sqrt{(n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2} \quad ;$$

$$b_i = \frac{\beta^2 - k^2 n_s^2}{k^2\left((n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2\right)} = \frac{N_m^2 - n_s^2}{(n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2} \quad ;$$

$$\bar{B}_i = \frac{n_i^2(\bar{y}) - n_s^2}{(n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2} \quad .$$

FORMULATION TE

$$d^2 \int_L \frac{dv}{dy}\frac{d\Phi}{dy}\, dy + (1-\bar{B}_x)\, V_x^2 \int_L v\, \Phi\, dy = (1-b_x)\, V_x^2 \int_L v\, \Phi\, dy \quad .$$

FORMULATION TM

$$\frac{d^2}{\bar{n}_y^2} \int_L \frac{dv}{dy}\frac{d\Phi}{dy}\, dy + \frac{(1-\bar{B}_y)\, V_y^2}{\bar{n}_y^2} \int_L v\, \Phi\, dy = \frac{(1-b_y)\, V_y^2}{\bar{n}_y^2} \int_L v\, \Phi\, dy \quad .$$

(L signifie que l'intégration se fait sur la longueur d'un élément).

CAS BIDIMENSIONNELS

$$\bar{B}_i = \frac{n_i^2(\bar{x},\bar{y}) - n_s^2}{(n_s+\Delta n_i)^2 - n_s^2} \quad .$$

FORMULATION E_x^{mn}

$$d^2 \iint_S \nabla_t v\, \nabla_t \Phi\, dS + (1-\bar{B}_x)\, V_x^2 \iint_S v\, \Phi\, dS = (1-b_x)\, V_x^2 \iint_S v\, \Phi\, dS \quad .$$

FORMULATION E_y^{mn}

$$\frac{d^2}{\bar{n}_y^2} \iint_S \nabla_t v\, \nabla_t \Phi\, dS + \frac{(1-\bar{B}_y)\, V_y^2}{\bar{n}_y^2} \iint_S v\, \Phi\, dS = \frac{(1-b_y)\, V_y^2}{\bar{n}_y^2} \iint_S v\, \Phi\, dS \quad .$$

Tableau 3.1 **Formulations variationnelles.**

3.2 MATRICES ELEMENTAIRES

En appliquant les formulations variationnelles du tableau 3.1, avec comme approximation du champ cherché une combinaison linéaire de fonctions linéaires, nous développons les systèmes d'équations qui en découlent sur les éléments à une et à deux dimensions. Ces systèmes d'équations s'expriment à l'aide des matrices élémentaires [a] et [b] telles que :

$$\left[a_e \right] \left\{ \Phi_i \right\} = (1-b) \left[b_e \right] \left\{ \Phi_i \right\} ,$$

où $\{\Phi_i\}$ représente les valeurs aux noeuds et (1-b) est la valeur propre cherchée. Ces matrices élémentaires seront assemblées plus tard pour donner les matrices globales qui mèneront à l'équation aux valeurs propres à résoudre. Nous n'indiquons pas spécifiquement dans ce qui suit la matrice qui représente $[a_e]$ et celle qui représente $[b_e]$. Mais celles-ci seront facilement identifiables puisque nous présentons tous les systèmes d'équations élémentaires sous la forme qui précède.

3.2.1 Elément unidimensionnel

Dans ce cas, nous avons choisi un élément de type linéaire à deux noeuds (fig. 3.4). Puisque $n_i(y)$ est considéré comme constant à l'intérieur d'un élément, il nous faudra en utiliser beaucoup pour modéliser un profil variable. Une approximation linéaire de Φ dans chaque élément devrait s'avérer satisfaisante.

$$\bar{n}_i = n_i \left(\frac{y_{e+1} + y_e}{2} \right)$$

Figure 3.4 **Elément unidimensionnel linéaire .**

Développons Φ de la facon suivante:

$$\Phi \approx \sum_{i=1}^{2} \Phi_i \, \Psi_i(y) \ ,$$

où les Ψ_i s'expriment:

$$\Psi_1 = \frac{(y_{e+1} - y)}{(y_{e+1} - y_e)} \ ;$$

$$\Psi_2 = \frac{(y - y_e)}{(y_{e+1} - y_e)} \ .$$

Les Φ_i représentent les valeurs aux noeuds.

Pour les modes TE, appliquons la formulation variationnelle du tableau 3.1 . Avec v égal à Ψ_j (soit Ψ_1 ou Ψ_2), on obtient:

$$\int_{y_e}^{y_{e+1}} d^2 \frac{\partial \Psi_j}{\partial y} \frac{\partial (\Sigma \, \Phi_i \, \Psi_i)}{\partial y} \, dy + (1-\bar{B}_x) \, V_x^2 \int_{y_e}^{y_{e+1}} \Psi_j \, (\Sigma \, \Phi_i \, \Psi_i) \, dy$$

$$= (1-b_x) \, V_x^2 \int_{y_e}^{y_{e+1}} \Psi_j \, (\Sigma \, \Phi_i \, \Psi_i) \, dy \ .$$

En procédant à l'intégration pour $\Psi_j=\Psi_1$ et $\Psi_j=\Psi_2$, on aboutit au système d'équations:

$$\left(\frac{1}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{(1-\bar{B}_x) \, V_x^2 \, L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{(1-b_x) \, V_x^2 \, L}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} \ ,$$

avec $L = y_{e+1} - y_e$.

De la même facon, on obtient pour les modes TM:

$$\left(\frac{1}{\bar{n}_y^2 L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \frac{(1-\bar{B}_y)\, V_y^2\, L}{6\, \bar{n}_y^2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{(1-b_y)\, V_y^2\, L}{6\, \bar{n}_y^2} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} .$$

3.2.2 Elément bidimensionnel

Nous avons opté pour un élément rectangulaire à 4 noeuds (voir fig. 3.5). Ce type d'élément facilite le processus de maillage de même que le traitement du vecteur propre résultant (pour fins de graphiques ou de calculs).

Nous posons l'approximation suivante pour le champ scalaire Φ:

$$\Phi \approx \sum_{i=1}^{4} \Phi_i \, \Psi_i(x,y) \quad ,$$

où les fonctions d'approximation prennent les formes:

$$\Psi_1 = \frac{(x - x_3)\,(y - y_3)}{(x_1 - x_3)\,(y_1 - y_3)} \quad ,$$

$$\Psi_2 = \frac{(x - x_4)\,(y - y_4)}{(x_2 - x_4)\,(y_2 - y_4)} \quad ,$$

$$\Psi_3 = \frac{(x - x_1)\,(y - y_1)}{(x_3 - x_1)\,(y_3 - y_1)} \quad ,$$

$$\Psi_4 = \frac{(x - x_2)\,(y - y_2)}{(x_4 - x_2)\,(y_4 - y_2)} \quad .$$

Les Φ_i représentent les valeurs aux noeuds.

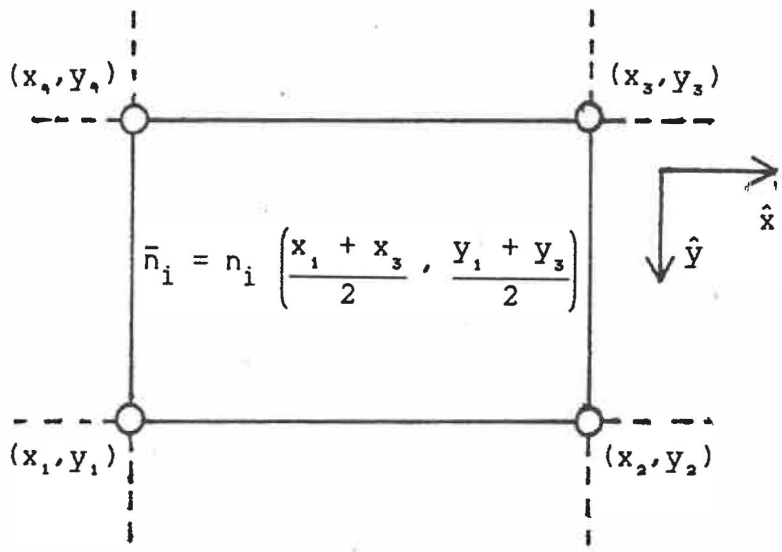


Figure 3.5 **Elément rectangulaire à quatre noeuds .**

Par convention, les noeuds doivent être numérotés dans le sens anti-horaire sur un élément.

Considérons le cas des modes E_x^{mn}. En posant la fonction test v égale à chacun des Ψ_j, on obtient quatre équations du type:

$$\int_{y_1}^{y_3}\int_{x_1}^{x_3} d^2\ \nabla_t\Psi_j\ \nabla_t(\Sigma\ \Phi_i\Psi_i)\ dx\ dy + (1-\bar{B}_x)\ V_x^2 \int_{y_1}^{y_3}\int_{x_1}^{x_3} \Psi_j\ (\Sigma\ \Phi_i\Psi_i)\ dx\ dy$$

$$= (1-b_x)\ V_x^2 \int_{y_1}^{y_3}\int_{x_1}^{x_3} \Psi_j\ (\Sigma\ \Phi_i\Psi_i)\ dx\ dy\ .$$

Ce qui conduit, après intégration, au système matriciel suivant:

$$\left(\frac{K_1}{6\ J} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{K_2}{6\ J} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \right.$$

$$\left. + \frac{(1-\bar{B}_x)\ V_x^2\ J}{36} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{Bmatrix} = \frac{(1-b_x)\ V_x^2\ J}{36} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{Bmatrix},$$

avec :

$$K_1 = (y_4-y_1)^2 + (x_4-x_1)^2 \quad ;$$

$$K_2 = (y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2 \quad ;$$

$$J = (x_2-x_1)\ (y_4-y_1) - (x_4-x_1)\ (y_2-y_1)\ .$$

De facon similaire, on obtient pour les modes E_y^{mn}:

$$\left(\frac{K_1}{6\ \bar{n}_y^2\ J} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{K_2}{6\ \bar{n}_y^2\ J} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \right.$$

$$+ \frac{(1-\bar{B}_y)\ V_y^2\ J}{36\ \bar{n}_y^2} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \Bigg) \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{Bmatrix} = \frac{(1-b_y)\ V_y^2\ J}{36\ \bar{n}_y^2} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{Bmatrix} .$$

où J, K_1 et K_2 prennent les mêmes valeurs que précédemment.

3.3 PROGRAMMATION

Nous avons écrit un programme qui calcule les matrices élémentaires, les assemble dans les matrices globales et résout l'équation aux valeurs propres résultante, pour chacune des formulations variationnelles: LAG1TE (pour modes TE), LAG1TM (modes TM), LAG2EX (modes E_x^{mn}) et LAG2EY (modes E_y^{mn}). Le tableau 3.2 contient un algorithme simplifié de leur structure.

Dans cette section, nous abordons quelques points d'intérêt pour ce type de programme d'éléments finis. Nous discutons du maillage, de l'assemblage et de l'imposition des conditions aux frontières. Nous terminons en présentant brièvement la méthode de résolution du problème aux valeurs propres final.

3.3.1 Maillage

Pour traiter un problème par éléments finis, il faut construire une table de coordonnées et une table de connectivité. La première contient les coordonnées des noeuds dans l'ordre de la numérotation globale, la seconde les numéros des noeuds

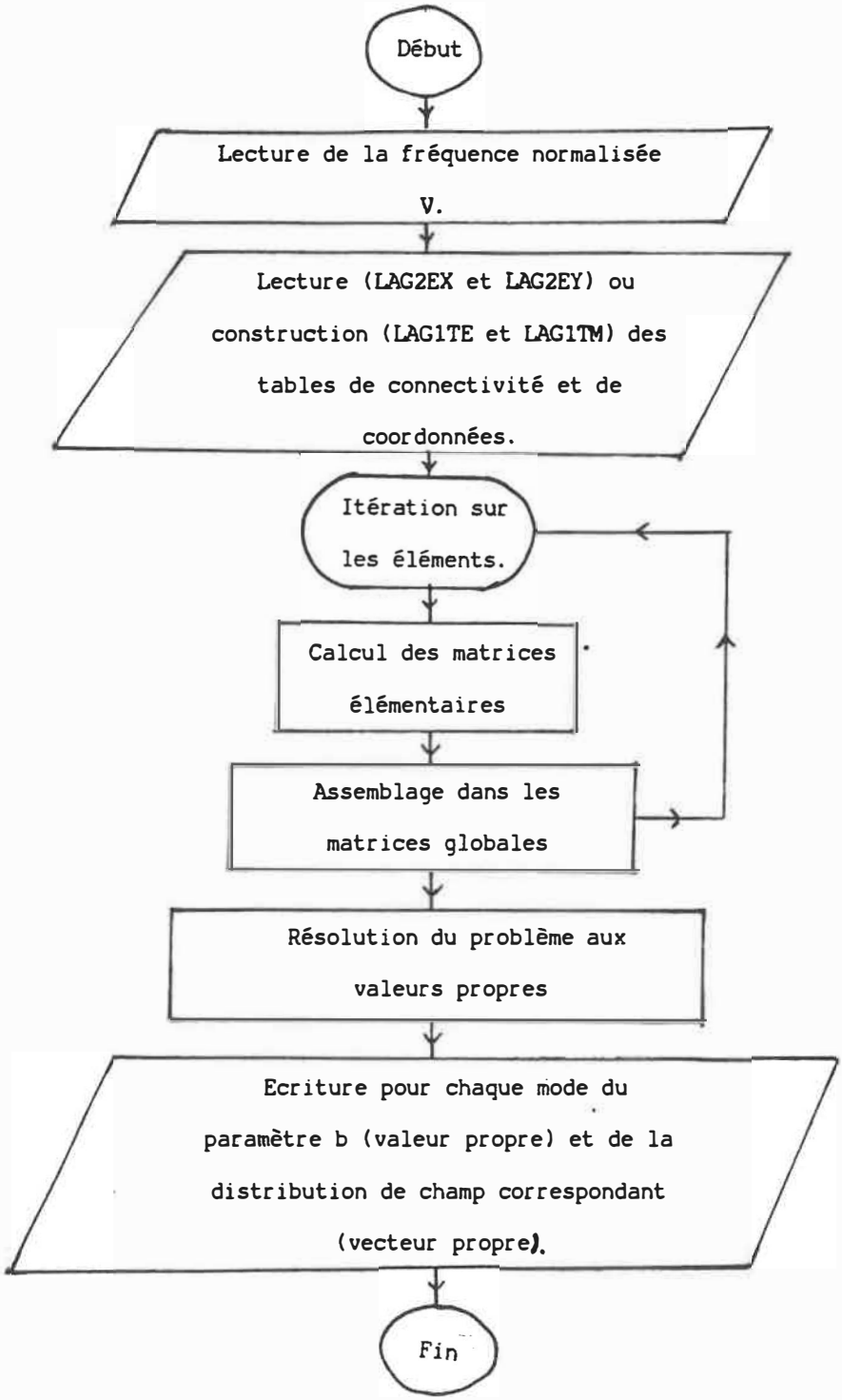


Tableau 3.2 Algorithme simplifié .

constitutifs des éléments.

Pour un guide plan, la construction de ces tables s'avère relativement aisée. Nous l'effectuons à l'intérieur des programmes LAG1TE et LAG1TM .

Dans le cas d'un guide canal, nous faisons appel au mailleur bidimensionnel d'une librairie de sous-routines d'éléments finis (MODULEF). Ce logiciel permet de générer un maillage rectangulaire, puis de numéroter les noeuds de facon à minimiser la largeur de bande des matrices subséquentes. Les tables de coordonnées et de connectivité sont ensuite lues par les programmes LAG2EX et LAG2EY.

Pour les guides plan et canal, nous imposons une valeur de champ nulle comme condition aux frontières. Ceci nous oblige à étendre notre maillage assez loin du guide pour que cette limitation artificielle n'influence pas le résultat. Les éléments possèdent néanmoins une grandeur croissante à mesure que l'on s'éloigne de la région d'intérêt.

Le profil des guides canal présente une symétrie par rapport à l'axe $\hat{y}$ (voir fig. 3.1) . Par conséquent, nous ne maillons que la moitié du domaine. Pour les modes antisymétriques nous imposons $\Phi=0$ en $x=0$, pour les modes symétriques, $\partial\Phi/\partial n=0$.

La figure 3.6 illustre deux exemples de maillage, soit un pour chacun des cas unidimensionnel et bidimensionnel.

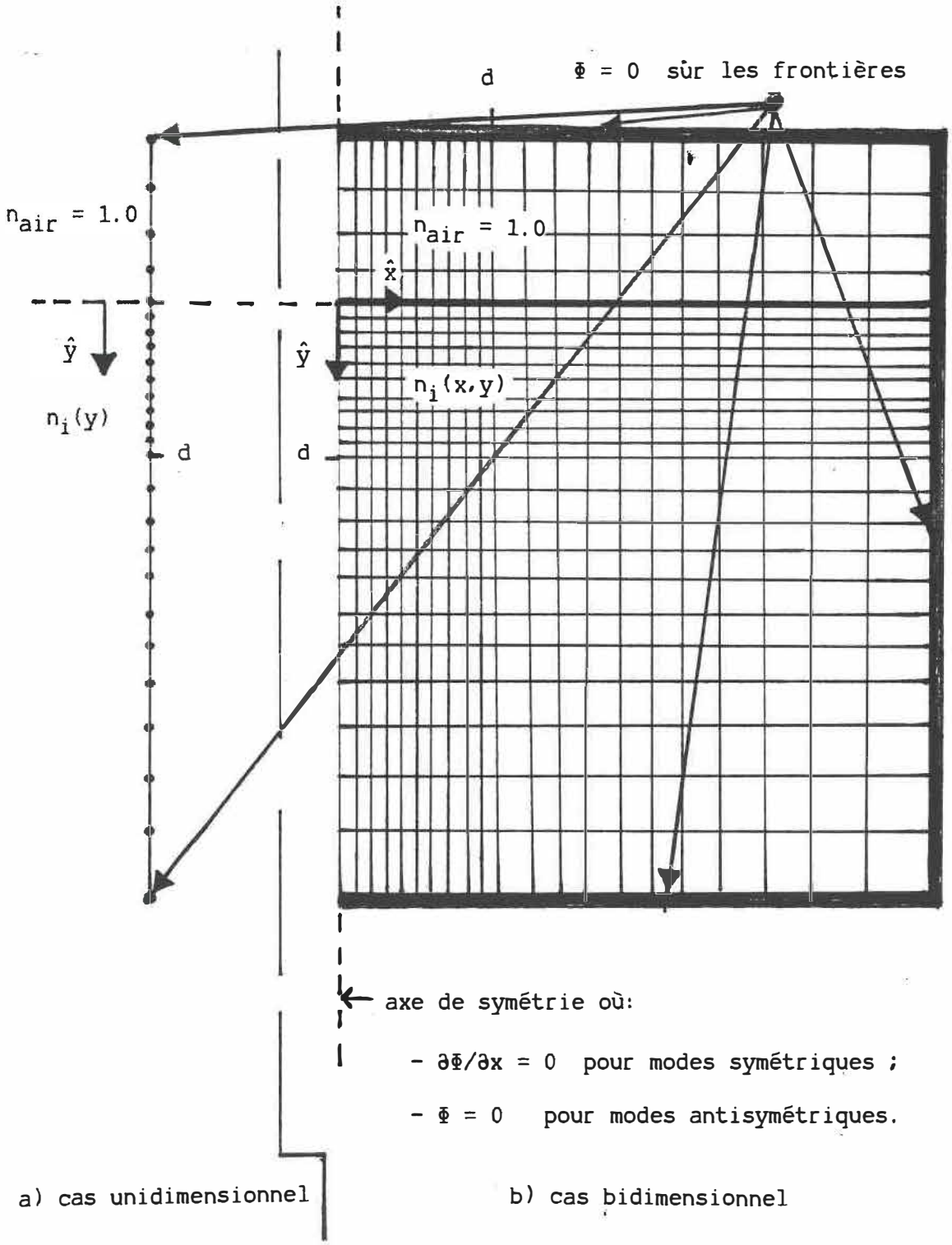


Figure 3.6 **Exemples de maillage .**

3.3.2 Assemblage et imposition des conditions aux frontières

Les programmes calculent les matrices élémentaires pour chaque élément. Celles-ci sont immédiatement assemblées dans les matrices dites globales (pour une explication détaillée du processus d'assemblage voir (Reddy,1984,chapître 3)). Ces dernières sont symétriques et possèdent beaucoup de valeurs nulles.

Pour minimiser l'espace mémoire, nous stockons les matrices globales en ligne de ciel symétrique. Illustrons cette technique. Soit la matrice symétrique A:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & A_{35} \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & A_{35} & 0 & A_{55} \end{bmatrix} .$$

Nous placons les composantes de la matrice dans un premier vecteur, en ne prenant sur une ligne que les données comprises entre la première donnée non-nulle et celle située sur la diagonale de la matrice. Ainsi, on obtient le vecteur AA:

$$AA = (A_{11} , A_{12} , A_{22} , A_{33} , A_{44} , A_{35} , 0 , A_{55}) .$$

A l'aide d'un second vecteur, nous identifions la position des éléments diagonaux de A dans AA. Le vecteur de pointeurs AB s'écrit:

$$AB = (1 , 3 , 4 , 5 , 8) .$$

Pour tenir compte des conditions aux frontières, nous n'assemblons pas les équations liées aux noeuds bloqués. Les noeuds bloqués sont ceux sur lesquels nous imposons une valeur de

Φ_i nulle. Par conséquent, ils n'apportent aucune contribution au système. Notons que si on ne spécifie pas de valeur bloquée sur un noeud situé à la frontière du domaine discrétisé (notamment sur l'axe de symétrie du problème bidimensionnel), cela revient à y imposer $\partial\Phi/\partial n=0$.

3.3.3 Résolution du problème aux valeurs propres

Après l'assemblage, les matrices globales conduisent à l'équation aux valeurs propres:

$$\left[A \right] \left\{ \Phi_i \right\} = (1-b) \left[B \right] \left\{ \Phi_i \right\}$$

où :

- [A] et [B] sont les matrices globales;
- $\{\Phi_i\}$ représentent les valeurs aux noeuds données par les vecteurs propres;
- (1-b) est la valeur propre cherchée;

Un mode guidé possède une valeur de b comprise entre 0 et 1. De plus, le mode fondamental est caractérisé par le b le plus élevé. Par conséquent, en calculant les plus petites valeurs propres (1-b) et les vecteurs propres correspondants, nous aurons décrit les premiers modes.

Pour résoudre cette équation aux valeurs propres nous utilisons une extension de la méthode de puissance (Strang,1987): l'itération simultanée (Corr,1976). Cette approche utilise un sous-espace de vecteurs propres pour affiner après itérations

l'évaluation des valeurs propres.

3.4 EXEMPLES D'UTILISATION

Nous voulons illustrer l'utilisation des programmes et vérifier la validité des résultats obtenus. Pour ce faire, nous résolvons quelques exemples parus dans la littérature.

Nous avons traité le cas de guides à saut d'indice (à une et à deux dimensions) et les résultats étaient excellents. Nous nous concentrons ici sur l'étude de guides à gradient d'indice. Ces derniers permettent de mieux juger de la performance des algorithmes. Nous nous intéressons tout d'abord au guide plan, et par la suite au guide canal.

Précisons que nous n'avons pas optimisé le maillage pour ces calculs. D'une part, ce dernier doit être fin pour bien modéliser le profil et la distribution de champ, mais d'autre part, il ne doit pas être trop fin pour ne pas augmenter outre mesure la dimension des matrices, donc le temps de calcul. Une étude visant l'optimisation du nombre d'éléments et de leur répartition se situe hors du cadre de ce travail. Nous nous contentons de préciser à chaque fois le nombre d'éléments utilisés, faisant usage d'un maillage plus ou moins raffiné selon la précision désirée.

3.4.1 Guides plans : LAG1TE et LAG1TM

Soit le guide isotrope de profil:

$$n(y) = \begin{cases} 1{,}512 + 0{,}0833 \exp\left(-\left(\frac{y}{2{,}66\mu}\right)^2\right) & \text{pour } y \geq 0 \; ; \\ 1 \qquad \text{pour } y < 0 \quad \text{(air)}. \end{cases}$$

On retrouve sur le tableau 3.3 les indices effectifs des modes de propagation de ce guide à profil gaussien. On y compare les résultats des programmes LAG1TE et LAG1TM avec ceux de Janta et Ctyroky précis à 10^{-5} (Janta,1978). L'accord entre les deux évaluations s'avère excellent.

Nous avons tracé les courbes b_x-V_x et b_y-V_y pour nos guides fabriqués par échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211 à 396,5°C (voir fig. 3.7). Nous les avons obtenues à l'aide d'un profil d'indice utilisant les valeurs de Δn_x, Δn_y, $\tilde{D}$ et n_s résultant de la caractérisation du chapître 2. Nous avons aussi indiqué sur ces courbes les valeurs de b_x et b_y des guides ayant servi à la caractérisation et à la vérification.

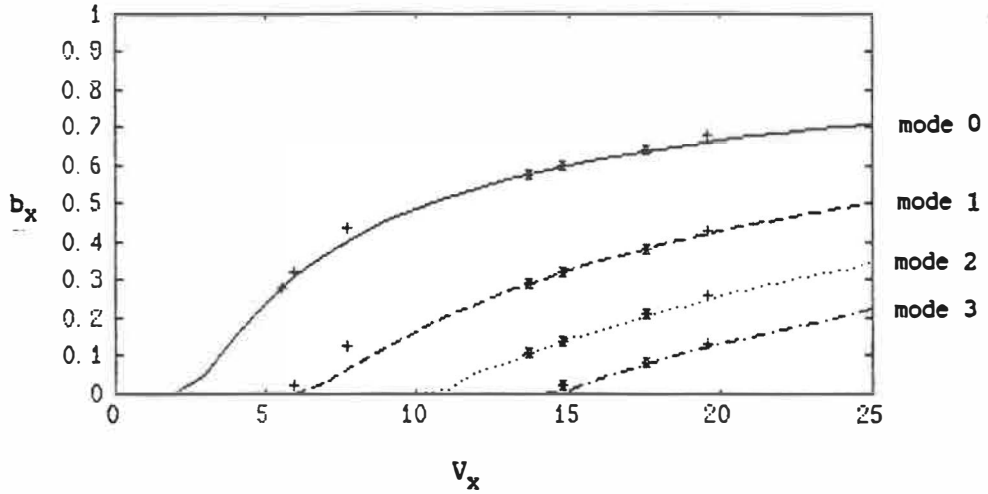
3.4.2 Guides canal: LAG2EX et LAG2EY

Considérons, pour tester la validité de LAG2EX, le guide de la figure 3.8 .

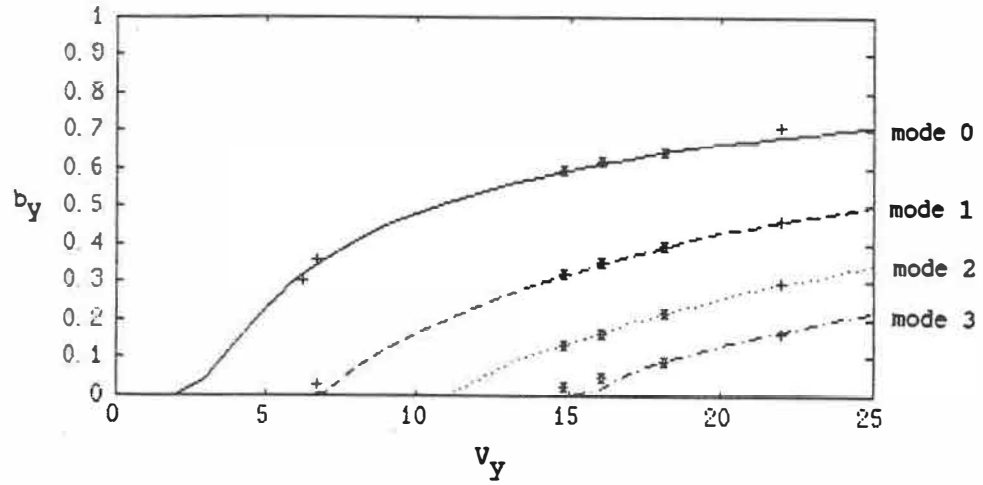
Pichot a résolu ce problème en solutionnant l'équation intégrale vectorielle par la méthode des moments (Pichot,1982). La courbe b_x-V_x résultante pour le mode fondamental apparaît sur la figure 3.9 . Nous y avons aussi inscrit quelques points évalués

mode	N_m (Janta)	N_m LAG1TE	différence ($\times 10^{-5}$)	N_m (Janta)	N_m LAG1TM	différence ($\times 10^{-5}$)
0	1,57911	1,57910	1	1,58726	1,58726	—
1	1,55837	1,55836	—	1,55731	1,55731	—
2	1,54036	1,54035	1	1,53929	1,53929	—
3	1,52571	1,52570	1	1,52480	1,52480	—

Tableau 3.3 **Profil gaussien: comparaison des valeurs d'indices effectifs** (le maillage d'éléments finis comprend environ 800 éléments).



a) Modes TE

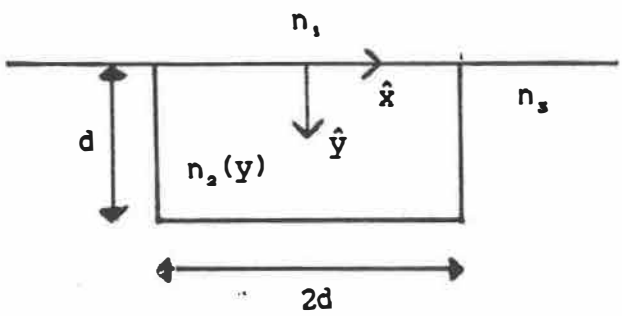


b) Modes TM

* Valeurs mesurées sur les guides ayant servi à la caractérisation (guides #55-#56, #57-#58, #59-#60).

\+ Valeurs mesurées sur les guides ayant servi à la validation (guides #63, #71, #73, #74)

Figure 3.7 **Courbes b-V résultant de la caractérisation du chapître 2** (V a été calculé avec un paramètre de normalisation égal à la profondeur de diffusion).



$n_1 = 1$

$n_2(y) = n_3 + 0,06 \left(\frac{d^2-y^2}{d^2}\right)$

$n_3 = 1,44$

Figure 3.8 Guide canal à profil parabolique selon $\hat{y}$.

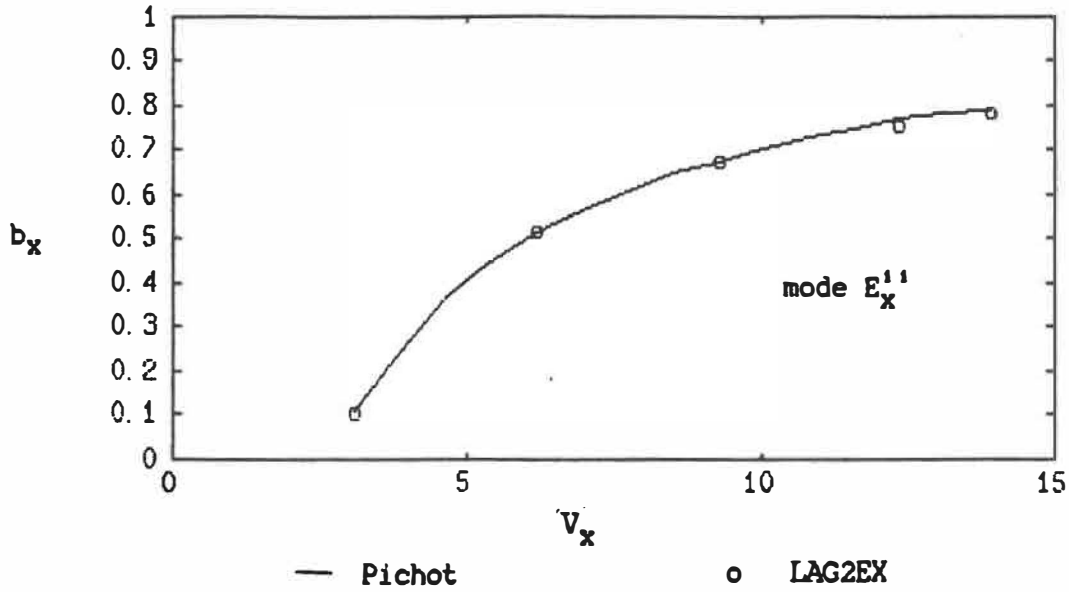


Figure 3.9 Courbe b_x-V_x : comparaison Pichot-LAG2EX .

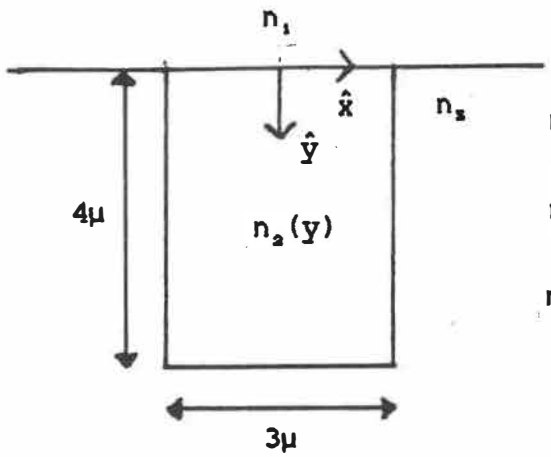
par notre programme LAG2EX (avec 400 éléments dans la région centrale). Les résultats concordent très bien.

Pour LAG2EY, nous traitons le guide illustré à la figure 3.10 .

Rahman et Davies ont appliqué les éléments finis avec une formulation vectorielle $\vec{H}$ pénalisée (voir annexe 3) sur ce problème (Rahman, 1984c). La figure 3.11 présente leur courbe b_y-V_y pour le mode E_y^{11} de même que quelques points évalués à l'aide du programme LAG2EY (région centrale modélisée avec 100 éléments). L'accord y est encore excellent.

Rahman et Davies ont aussi calculé le profil du champ h_x selon $\hat{y}$ en x=0 pour le mode fondamental. Sur la figure 3.12, nous comparons leurs résultats pour deux longueurs d'ondes avec les vecteurs propres générés par LAG2EY et on constate une bonne correspondance. Il y a un léger écart près de y=0. Ceci peut être causé par le fait que Rahman et Davies n'utilisent que dix éléments selon $\hat{y}$, alors que nous en utilisons vingt.

Dans ce chapître, nous avons choisi de résoudre l'équation d'onde scalaire pour caractériser les modes de propagation de nos guides plan et canal. A l'aide de la méthode des éléments finis, nous avons écrit quatre programmes pour les quatre formulations variationnelles résultantes. Nous les avons appliqués à certains



$n_1 = 1$

$n_2(y) = n_3 + 0,006 \exp\left(-\left(\frac{y}{2,47\mu}\right)^2\right)$

$n_3 = 2,2853$

Figure 3.10 **Guide canal à profil gaussien selon $\hat{y}$.**

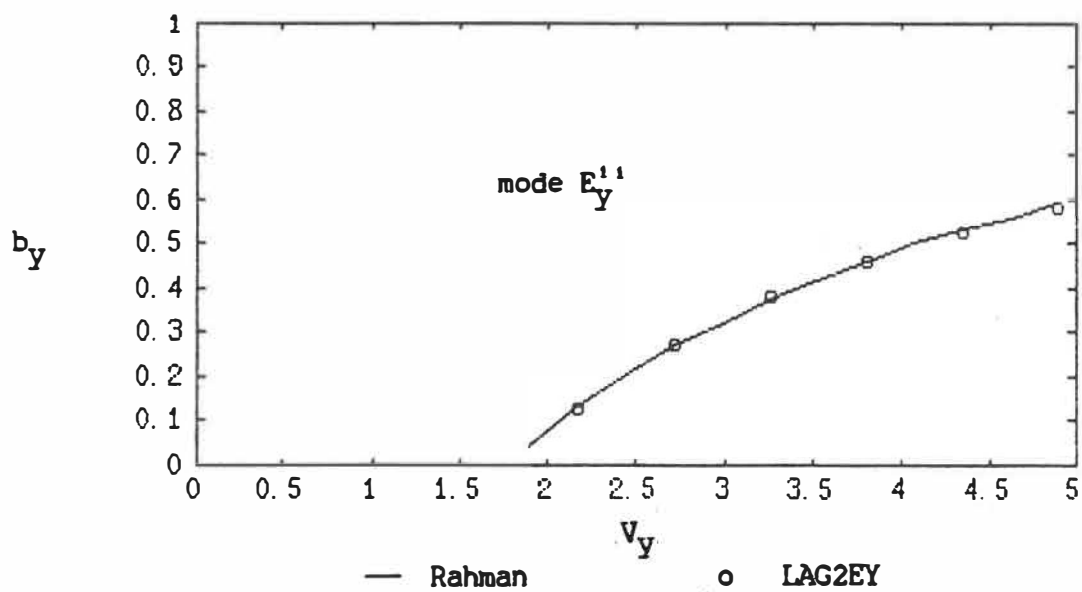
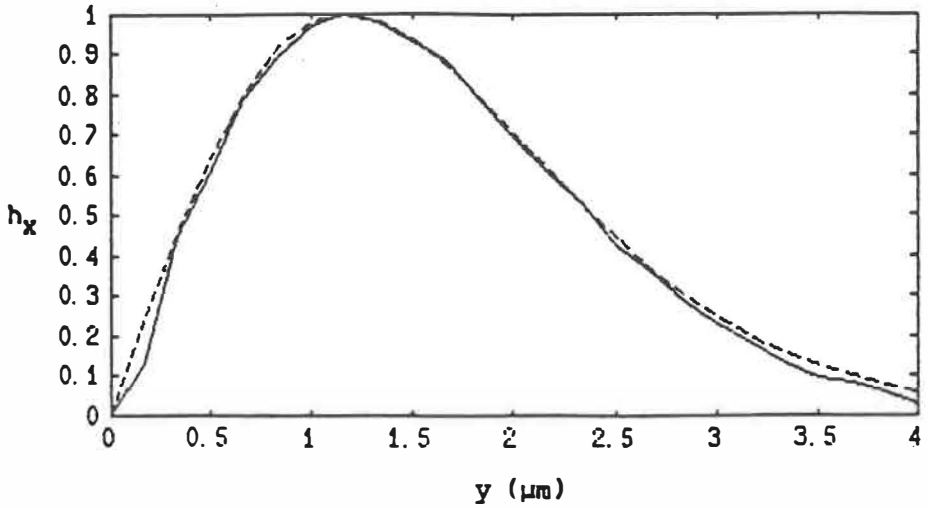
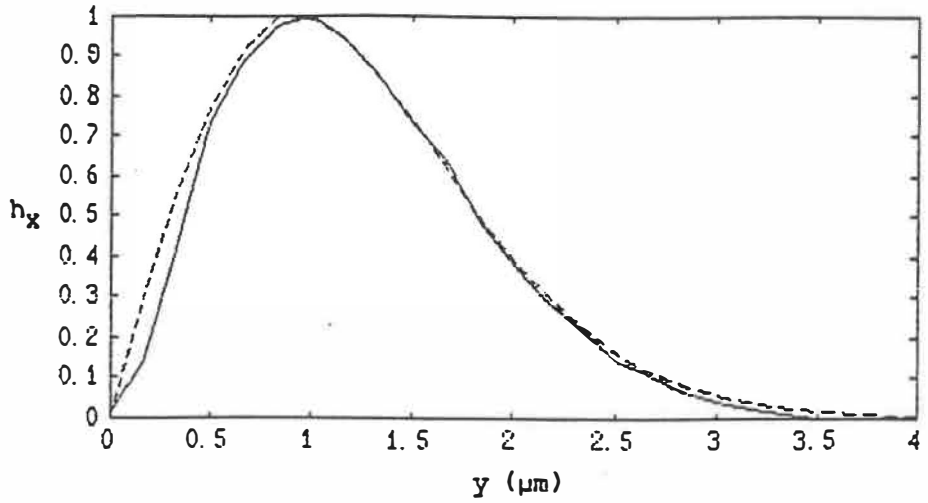


Figure 3.11 **Courbe b_y-V_y : comparaison Rahman-LAG2EY** (V_y calculé avec un paramètre de normalisation d égal à 1,5 μm).



a) λ = 0,4791 µm



b) λ = 0,3196 µm

——— Rahman - - - - LAG2EY

<u>Figure 3.12</u> Profil de champ h_x (en x=0) : comparaison Rahman-LAG2EY pour deux longueurs d'ondes λ .

cas traités dans la littérature; les résultats se sont avérés excellents. Nous pouvons donc utiliser ces programmes avec confiance pour évaluer les profils d'intensité en champ proche de nos guides fabriqués par échange K^+-Na^+.

CHAPITRE 4: PROFILS D'INTENSITE

Dans ce chapître, nous comparons les résultats de calculs par éléments finis et d'observations expérimentales de profils d'intensité sur guides monomodes de types plan et canal.

Nous débutons en apportant un complément d'information sur la fabrication de guides de type canal. Nous présentons ensuite la méthode utilisée pour mesurer les profils d'intensité des modes. Les résultats de mesures sur un guide plan (modes TE et TM) et sur un guide canal (modes E_x^{11} et E_y^{11}) suivent accompagnés des profils calculés. Pour les calculs, nous résolvons l'équation d'onde scalaire par éléments finis tel que décrit au chapître 3 en utilisant les résultats de l'analyse WKB inverse du chapître 2. La comparaison de ces profils nous permet de discuter de la validité de la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] pour aider au design de composantes utilisant les guides d'ondes plan et canal fabriqués sur verre.

4.1 FABRICATION DE GUIDES CANAL

La fabrication d'un guide canal nécessite une étape de plus que le processus décrit à la section 2.2 pour guides plans: la déposition d'un masque de diffusion (voir section 1.3.2). Nous discutons brièvement de cette étape pour ensuite aborder la question de l'idéalité du processus d'échange ionique.

4.1.1 Masque de diffusion

Avant d'entreprendre le processus de diffusion, nous avons déposé un masque d'aluminium sur la surface de la lamelle. Pour ce faire nous avons utilisé un processus photolithographique standard bien décrit par Séguin (Séguin,1988). Les données relatives au matériel utilisé apparaissent au tableau 4.1 . Une étude de Tsutsumi et al. a révélé que le masque de diffusion doit avoir une épaisseur de plus de 700Å pour assurer une bonne étanchéité (Tsutsumi,1986). L'épaisseur de notre masque se situait autour de 2100Å, ce qui dépasse largement cette norme.

Après la déposition du masque, le guide a été fabriqué en suivant les mêmes étapes que pour les guides plans (voir section 2.2). A la fin du processus, le masque a été retiré avec une solution de décapage (décrite au tableau 4.1).

4.1.2 Idéalité du processus de fabrication

Il convient de bien définir les hypothèses qui conduisent à une idéalisation du processus d'échange ionique dans le cas de la fabrication d'un guide canal.

Précisons que les hypothèses de coefficient d'inter-diffusion constant et de bain thermique infini énoncées pour la fabrication de guides plans (voir section 2.2.5) s'appliquent encore. Pour résoudre l'équation de diffusion, nous utilisons le coefficient $\tilde{D}$ issu de la caractérisation du chapître 2. Bien que cette valeur

Produits

"primer" : Microposit (Shipley) ;

résine : Microposit 1400-23 (Shipley) ;

développeur : Microposit (Shipley) ;

solution de décapage d'aluminium : 32-2-6 (volume) acide phosphorique - acide nitrique - eau .

Procédure

- vitesse de toupie : 4000 tours/min ;
- rotation d'échantillon avec "primer" pendant 30 secondes suivi de 30 secondes de repos ;
- rotation d'échantillon avec résine pendant 30 secondes ;
- exposition à la lumière UV pendant 5 secondes ;
- développement pendant 45 secondes ;
- décapage de l'aluminium pendant 4 minutes ;
- retrait de la couche de résine restante ave acétone.

Tableau 4.1 **Données du processus photolithographique .**

ait été évaluée pour des guides plans, il est d'usage de l'utiliser pour les guides canal (Walker,83;Albert,88). Walker et al., travaillant avec un échange Ag^{+}-Na^{+}, ont démontré expérimentalement que le masque d'aluminium pouvait retarder l'échange ionique (Walker,83). Pendant le processus, des ions Al^{3+} sont libérés dans le bain laissant une charge électrique sur le masque. La différence de potentiel entre le masque et la lamelle résultant de cette charge influe sur l'échange. Pour minimiser cet effet, Walker et al. recouvrent le masque d'une couche d'oxyde. Nous négligeons ce phénomène puisque aucune étude n'en a démontré l'importance pour un échange K^{+}-Na^{+} .

Finalement, rappelons que nous considérons les variations maximales d'indice Δn_x et Δn_y induites par l'échange ionique évaluées pour les guides plans applicables au cas de guides canal (voir section 1.3.2). Ainsi, les hypothèses précédentes nous permettent de calculer le profil n(x,y) avec la technique de la section 1.3.2 en utilisant les résultats de la caratérisation du chapître 2.

4.2 METHODE D'OBSERVATION DES PROFILS D'INTENSITE

L'observation des profils d'intensité nécessite généralement un montage onéreux utilisant une caméra vidicon (Morishita,1986). Nous avons opté pour un montage plus simple avec photodiode. Nous décrivons dans cette section les éléments du montage. Mais

auparavant, nous discutons de la préparation des échantillons, notamment du polissage des faces latérales.

4.2.1 Polissage des faces latérales

Les faces latérales des lamelles Corning 0211 présentent certaines irrégularités et doivent donc être polies avant l'observation de profils d'intensité. Seules les faces d'entrée et de sortie du guide ont été polies.

Nous avons suivi pour cette étape la procédure suivante;

i) collage à l'aide d'epoxy optique de deux lamelles de renforcement, soit une de chaque coté de la lamelle avec guide;

ii) découpage des extrémités du guide ;

iii) fixation de l'ensemble des 3 lamelles sur un support illustré à la figure 4.1;

iv) polissage grossier avec papier de granularité "60 mesh" sur toupie à haute vitesse (pendant environ 5 min) ;

v) polissage fin avec pâte diamant METADI II (de Buehler) avec grains de 1µ sur tapis MICROCLOTH (produit #40-7216 de Buehler) humidifié avec le produit METADIFLUID (de Buehler) sur toupie basse vitesse (pendant environ 4 heures par face);

vi) décollage des lamelles de renforcement avec solution 1:1 eau - acide sulfurique.

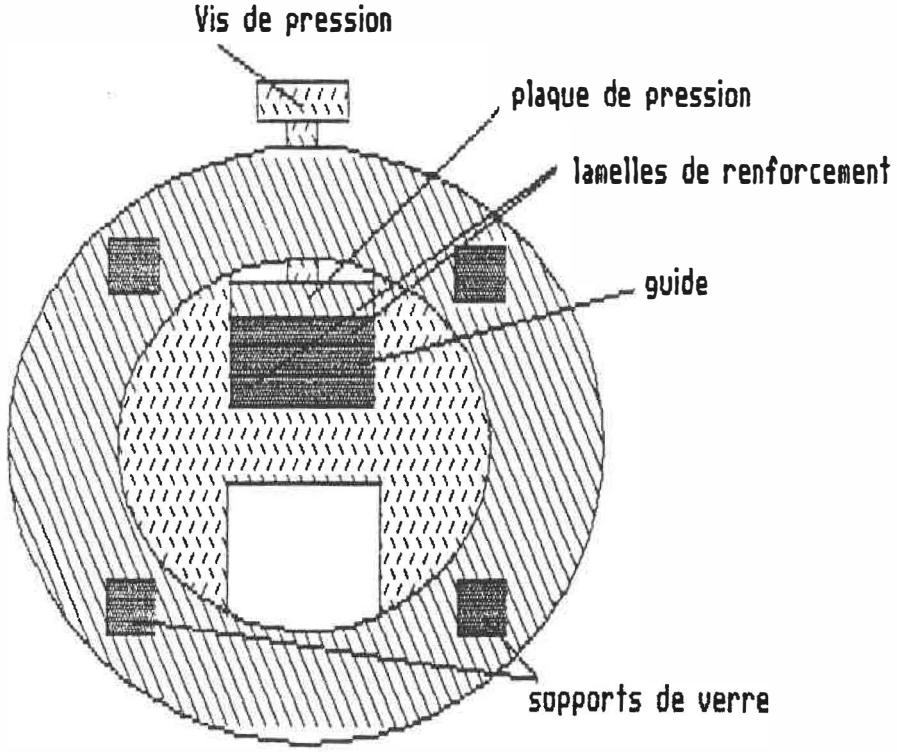


Figure 4.1 Support de polissage .

4.2.2 Montage d'observation

La figure 4.2 illustre le montage utilisé. On place un polariseur à la sortie d'un laser He-Ne à 6328 Å . Le polariseur est orienté de façon à exciter les modes TE d'un guide plan. Un rotateur de polarisation permet l'excitation des modes TM. Un premier objectif sert à focaliser l'énergie lumineuse sur la face d'entrée du guide. Un second est utilisé pour former l'image de la face de sortie du guide dans le plan du photodétecteur, de sorte qu'on obtient le profil d'intensité en champ proche. Ce photodétecteur est mû par un système de balayage latéral. L'intensité lumineuse est enregistrée à l'aide d'une table traçante.

Les deux objectifs et le guide sont montés sur des supports munis de déplacements tridirectionnels. Ceci permet dans un premier temps d'optimiser le couplage à l'entrée du guide. Ensuite on peut déterminer la position du second objectif en observant visuellement la netteté de l'image dans le plan du photodétecteur. Pour augmenter l'amplitude du signal détecté par ce dernier, nous utilisons une fente rectangulaire pour récolter la lumière. Dans le cas du guide plan, la fente est orientée parallèlement à la surface du guide (voir fig. 4.3 a)). Pour le guide de type canal, la fente possède une longueur suffisante pour intercepter toute l'étendue du mode (voir figure 4.3 b) et c)). Ceci nous permet d'effectuer les deux coupes du profil d'intensité dans les

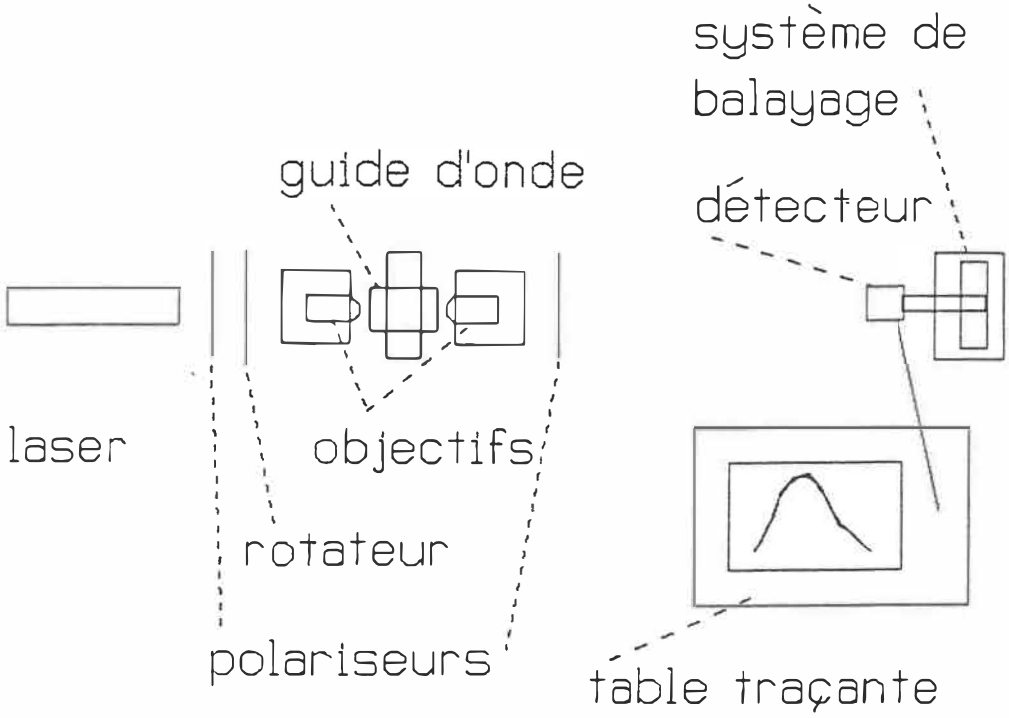
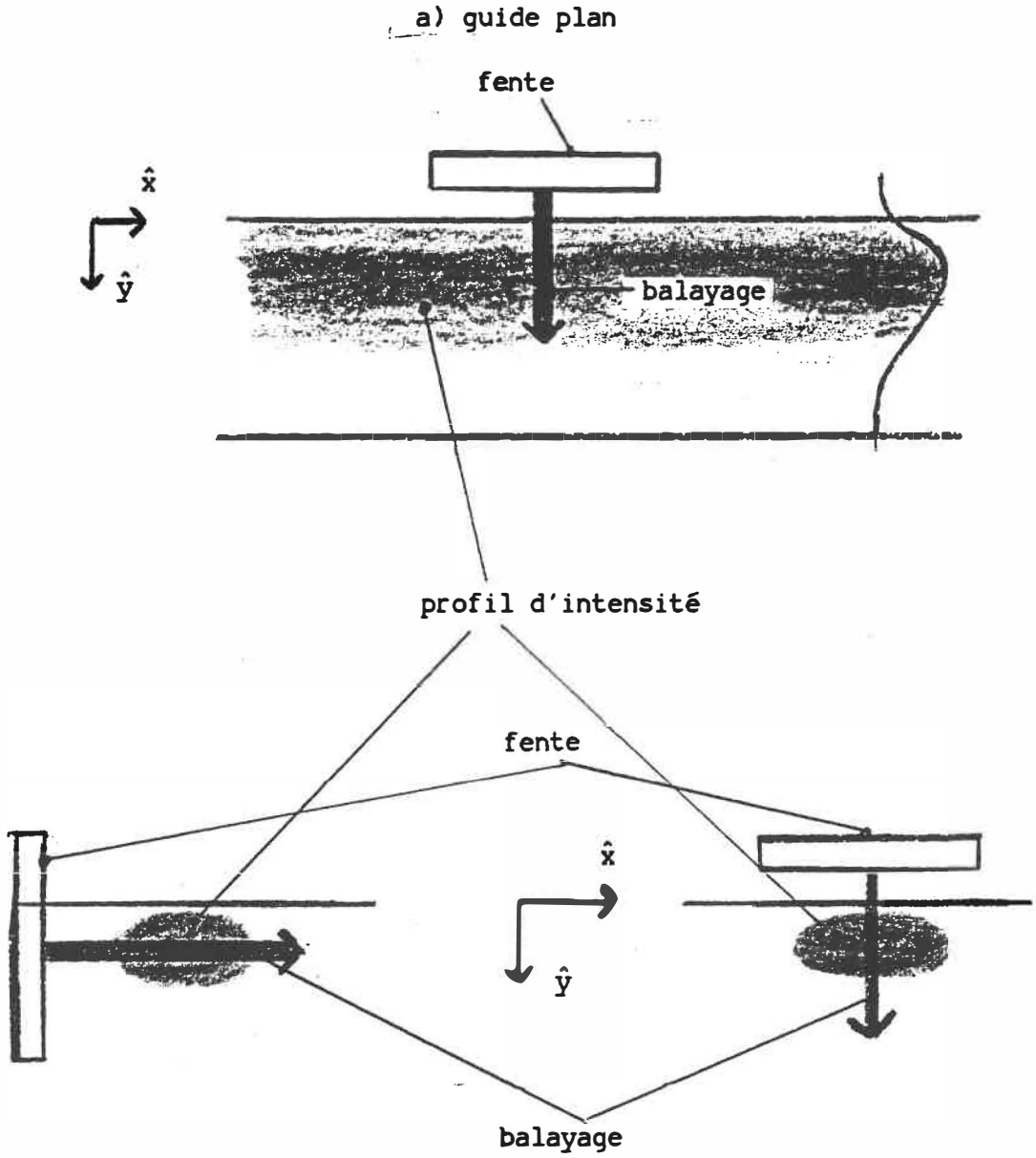


Figure 4.2 **Montage d'observation de profil d'intensité .**



b) guide canal: coupe selon $\hat{x}$

c) guide canal: coupe selon $\hat{y}$

Figure 4.3 **Utilisation de la fente .**

directions $\hat{x}$ et $\hat{y}$. Pour obtenir la dimension physique du profil observé nous utilisons une plaque étalon munie d'un ensemble de lignes (Melles Griot produit #04 TRN 001). En placant celle-ci dans le plan objet et en mesurant l'espacement des lignes de l'image formée dans le plan du photodétecteur, on peut étalonner le système.

Ce montage a été utilisé pour obtenir les profils d'intensité présentés à la section suivante.

4.3 RESULTATS DE MESURE ET DE CALCULS

Nous avons observé et calculé les profils d'intensité du mode fondamental d'un guide plan et d'un guide canal. Les courbes sont présentées dans cette section et discutées dans la suivante. Dans cette partie, nous donnons de plus quelques détails supplémentaires sur la méthode de calcul et sur les mesures expérimentales.

4.3.1 Traitement théorique

Les profils d'indice ont été calculés avec les techniques exposées au chapître 1 en utilisant la caractérisation à 396,5°C du chapître 2. Le calcul des modes de propagation a été fait avec la méthode des éléments finis exposée au chapître 3. Notons que ce calcul donne le profil de champ E_x pour les modes TE et E_x^{mn}, et le profil de champ H_x pour les modes TM et E_y^{mn}. On doit en tirer le

profil d'intensité lié au carré du champ électrique transverse.

Puisque l'observation expérimentale fait appel à une fente de largeur non-négligeable pour augmenter l'amplitude du signal détecté, il faut déconvoluer la mesure expérimentale ou convoluer la solution théorique avec une fonction fente. Nous avons opté pour cette seconde méthode puisque beaucoup plus simple. Ainsi les dimensions de la fente sont ramenées au plan objet et nous la convoluons avec le profil d'intensité théorique. Précisons que nous négligeons les effets de diffraction qui aurait pour conséquence d'élargir le profil observé s'ils étaient d'importance.

4.3.2 Guide plan

Le guide plan étudié a subi une diffusion de 45 +/- 1 min à 396 +/- 1°C. A l'observation, la largeur de la fente d'exploration était de 260µ dans le plan image ce qui donne 1.05µ lorsque ramenée au plan objet (sortie du guide). La fréquence normalisée V de ce guide prend une valeur de 4,4 pour le mode TE et 4,93 pour le mode TM.

On retrouve les profils d'intensité mesurés et calculés dans les figures 4.4(mode TE) et 4.5(mode TM).

4.3.3 Guide canal

Le guide canal a été fabriqué avec les paramètres suivants : temps de diffusion = 35 +/- 1 min, température de diffusion =

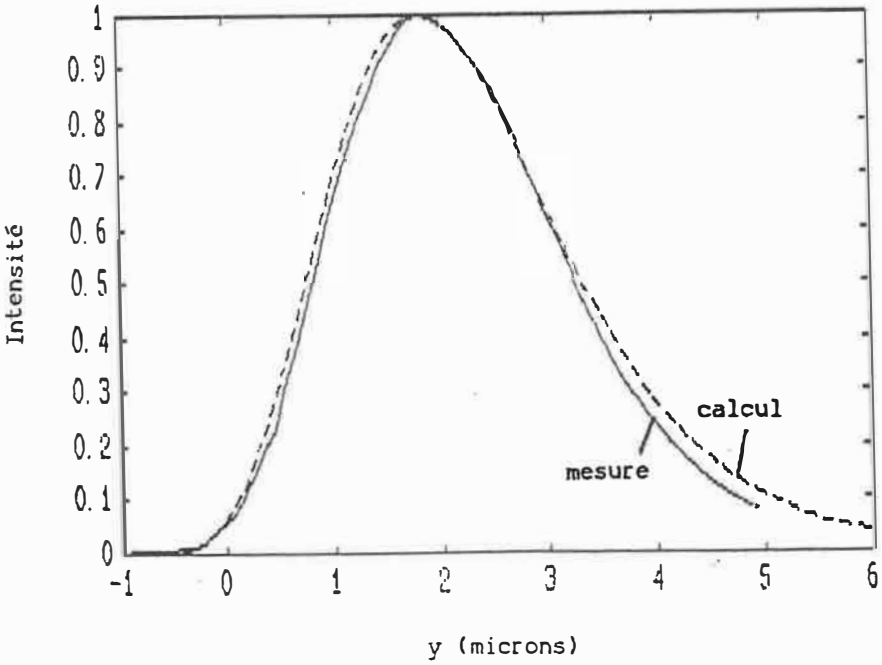


Figure 4.4 Profil d'intensité : guide plan - mode TE .

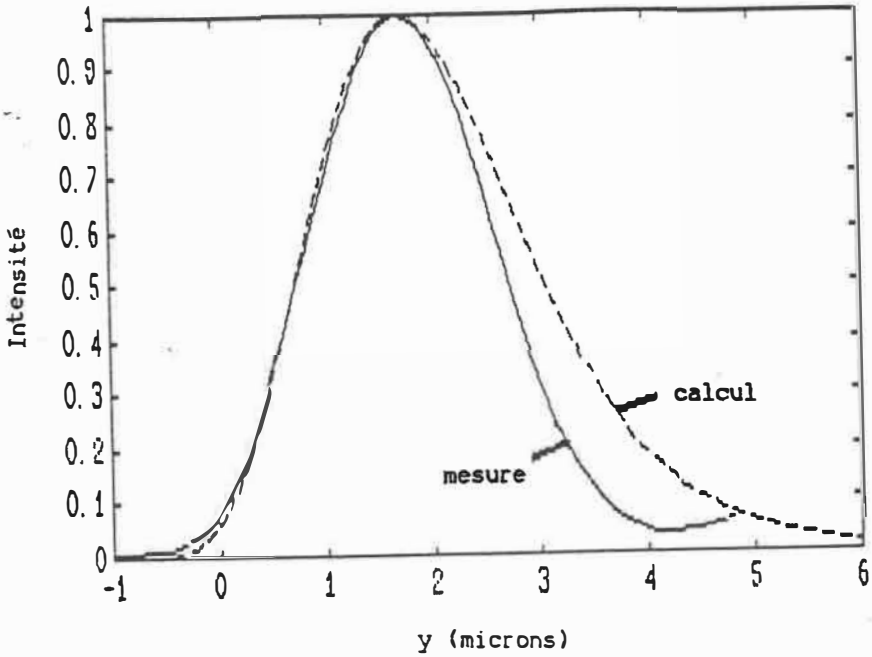


Figure 4.5 Profil d'intensité : guide plan - mode TM .

396,5 +/- 1°C . Lors de la mesure du profil d'intensité la fente d'observation avait une largeur de 340μ qui ramenée au plan objet devient de 1.36 μ.

Le paramètre d'ouverture du masque (paramètre 2a sur la figure 1.8) mesuré à l'aide d'un microscope muni d'un vernier prend une valeur de 6 +/- 0,75 . Cette incertitude élevée provient du fait que la largeur variait quelque peu le long du guide.

V prend une valeur de 3.89 pour le mode E_x^{11} et de 4.35 pour le mode E_y^{11}. Les valeurs de b correspondantes sont de 0.06 et 0.097 respectivement. Le calcul a été fait avec un maillage constitué d'environ 1600 éléments, 400 d'entre eux se trouvant au coeur du guide.

Nous avons considéré une coupe selon $\hat{y}$ et se lon $\hat{x}$ pour chacun des modes E_x^{11} et E_y^{11}. Les courbes correspondantes sont présentées sur les figures 4.6 à 4.9 .

4.4 DISCUSSION

Considérons pour débuter le cas du guide plan. Pour le mode TE, le profil calculé correspond très bien à celui mesuré (voir figure 4.4). Compte tenu des hypothèses faites tout au long de ce travail, notamment sur le processus d'échange ionique et sur la caractérisation du chapître 2, ce résultat nous apparaît excellent. Par contre, le mode TM ne présente pas une concordance aussi éclatante. La présence d'une remontée du profil d'intensité

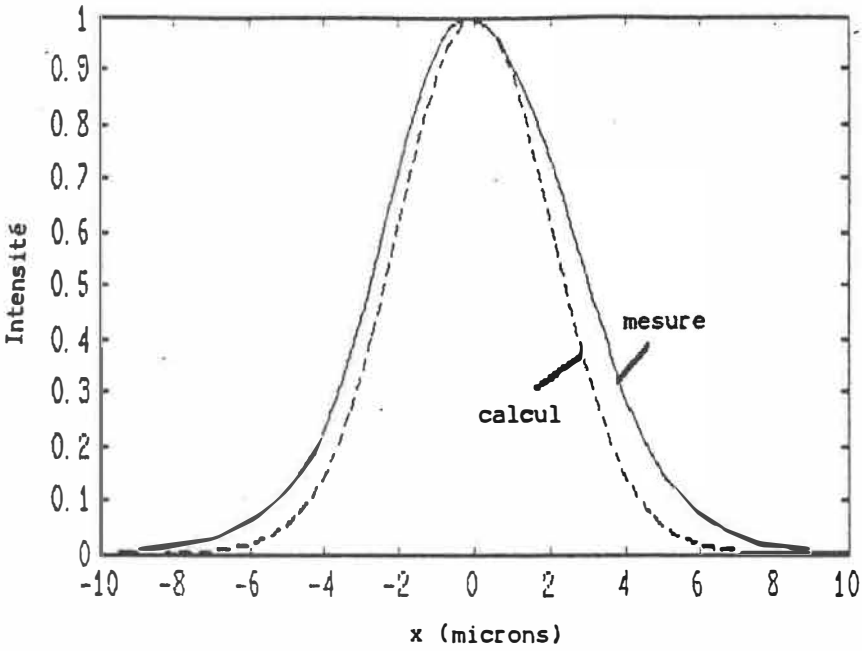


Figure 4.6 Profil d'intensité : mode E_x^{11} - coupe selon $\hat{x}$.

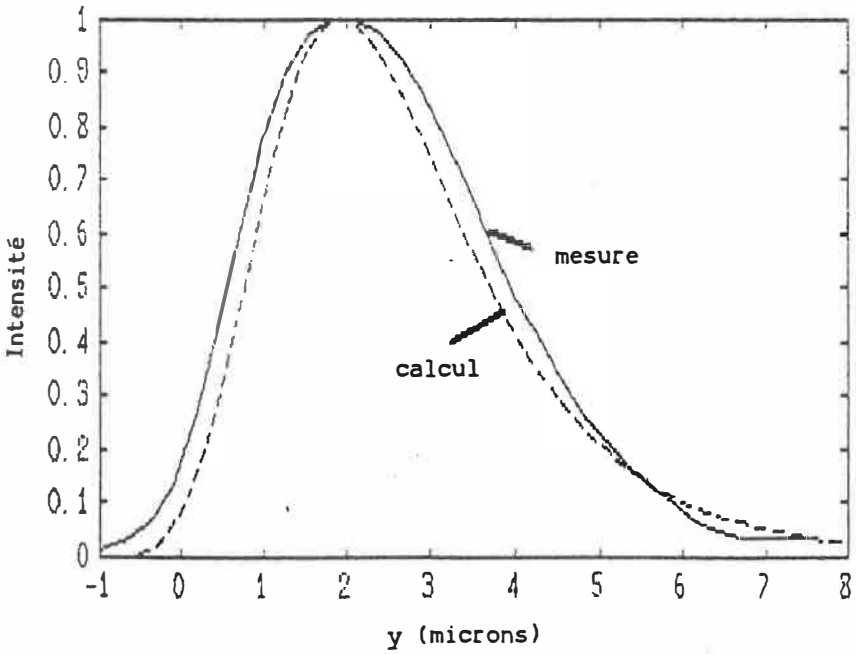


Figure 4.7 Profil d'intensité : mode E_x^{11} - coupe selon $\hat{y}$.

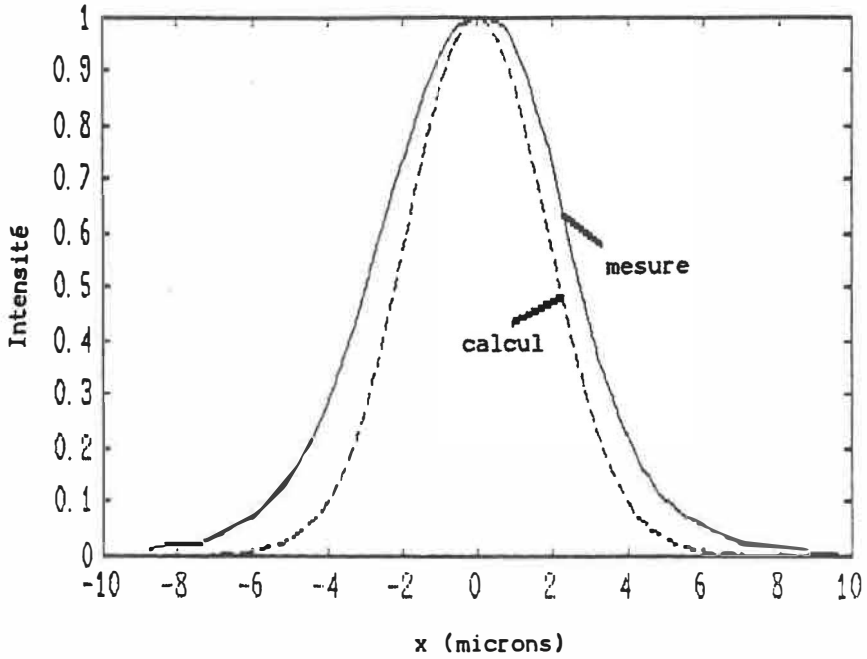


Figure 4.8 Profil d'intensité : mode E_y^{11} - coupe selon $\hat{x}$.

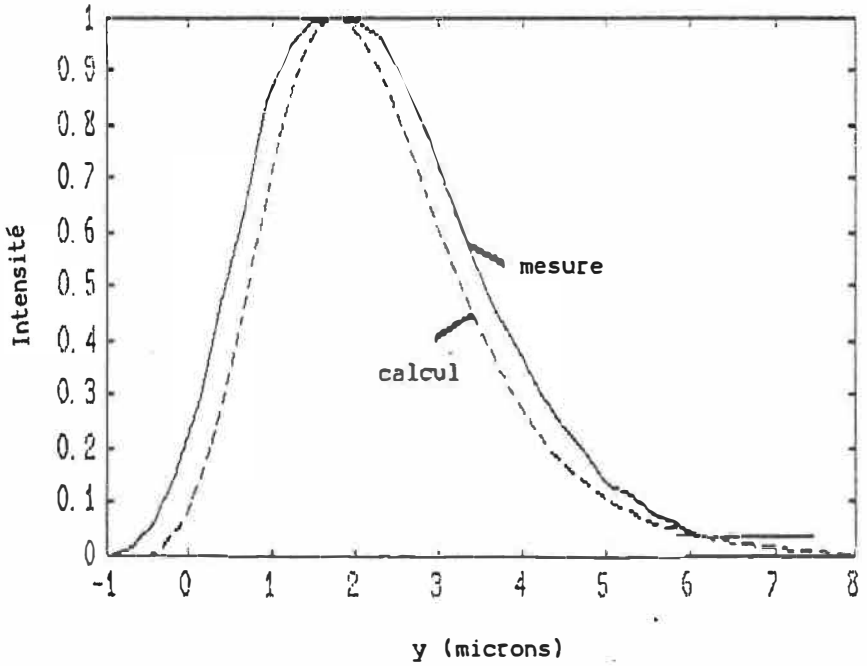


Figure 4.9 Profil d'intensité : mode E_y^{11} - coupe selon $\hat{y}$.

mesuré après 4μ (voir figure 4.5) indique la présence d'un second mode ou d'un mode de substrat qui interfère avec le mode fondamental. Nous n'avons malheureusement pu, avec le montage simple dont nous disposions, exciter seulement le mode fondamental. On pourrait s'assurer d'une meilleure sélectivité en utilisant le couplage par prisme comme au chapître 2. Néanmoins, cela compliquerait de beaucoup le montage expérimental. Par conséquent, cette mesure sur mode TM ne nous permet pas de tirer quelque conclusion que ce soit quant à la comparaison entre profil calculé et profil mesuré, si ce n'est que les profils d'intensité sont similaires près de la surface.

Analysons les figures 4.6 à 4.9 concernant le guide canal étudié. Nous notons à première vue que tous les profils d'intensité mesurés sont plus larges que ceux calculés. Nous croyons que celà est principalement dû à une faiblesse de notre montage d'observation. La position de l'objectif formant l'image de la face de sortie du guide dans le plan du photodétecteur était réglée en observant la netteté de l'image obtenue. Ce critère s'appliquait assez bien au cas du guide plan dans lequel on pouvait coupler suffisamment d'énergie pour pouvoir obtenir une image claire. Pour le guide canal, il était plus difficile d'appliquer cette notion de netteté. Nous attribuons donc la majeure partie de la différence entre les profils calculés et mesurés à une mauvaise mise au point de l'image, cet effet devant se manifester par un élargissement du profil mesuré. Cette

explication nous semble d'autant plus plausible que la forme des profils d'intensité observés s'accorde très bien à celle des profils calculés.

Rappelons néanmoins que nous avons posé beaucoup d'hypothèses pour évaluer le profil d'indice de ce guide canal. Celle qui nous semble la plus discutable concerne la répartition des contraintes. Nous avons supposé que d'une part les contraintes se répartissaient de telle sorte que $\sigma_x=\sigma_z$ et $\sigma_y=0$ et que d'autre part elles prenaient les mêmes valeurs que pour le guide plan. Ceci nous a permis d'utiliser les variations maximales d'indice Δn_x et Δn_y résultant de la caractérisation des guides plans pour le traitement de notre guide canal. La répartition des contraintes dans le cas d'un guide canal est en fait beaucoup plus complexe. On peut imaginer que ceci est particulièrement vrai aux abords du masque de diffusion où σ_y est très certainement différent de 0. L'étude détaillée de cette répartition se situe hors du cadre de ce travail. Néanmoins ceci pourrait expliquer le fait que les coupes selon $\hat{x}$ des profils d'intensité des modes E_x^{11} et E_y^{11} présentent un écart un peu plus grand que les coupes selon $\hat{y}$. Seule une étude plus détaillée du processus d'échange ionique et de ses conséquences nous permettrait de mieux juger de la faiblesse de notre hypothèse.

L'étude d'un seul échantillon ne nous permet pas de déterminer exactement la part de l'erreur due à la mesure expérimentale et celle due à une mauvaise caractérisation du profil d'indice

(résultats de l'analyse WKB inverse étendus aux guide canal). Néanmoins, nous jugeons la concordance obtenue entre les profils calculés et mesurés comme satisfaisante, spécialement pour les coupes selon $\hat{y}$. Nous croyons que les profils calculés s'ajustent aux profils mesurés avec une précision suffisante pour bon nombre d'applications potentielles des guides canal. Nous sommes convaincus que l'accord entre mesure et calcul pourrait être bien supérieur si un montage d'observation de profils d'intensité plus sophistiqué était utilisé.

Soulignons que nous avons implicitement négligé l'effet du polissage des faces latérales sur le profil d'intensité observé. Cette étape vient directement agir sur la face de sortie du guide sur laquelle nous mesurons le profil. Or étant donné l'excellente concordance entre profils mesuré et calculé que présente le guide plan, nous croyons que cette étape n'introduit qu'une très faible modification du guide à la sortie.

Précisons finalement que nous considérons comme négligeable l'erreur découlant de notre choix de traiter le problème dans l'approximation scalaire. La figure 3.12 a) montre bien que pour un mode faiblement guidé notre méthode de résolution de l'équation d'onde scalaire donne un résultat similaire à celui résultant d'un traitement de l'équation d'onde vectorielle.

Nous avons donc obtenu d'excellents résultats avec le mode TE du guide plan. Cette observation ajoutée à la comparaison entre

indices effectifs calculés et mesurés présentée à la section 2.4, nous permet de conclure que la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] constitue un outil intéressant pour aider au design de composantes d'optique intégrée utilisant un tel guide plan. Les coupes selon $\hat{x}$ et $\hat{y}$ des profils d'intensités du guide canal nous ont donné une concordance jugée satisfaisante. Malheureusement, nous croyons que notre système de mise au point était déficient. Néanmoins, même si notre analyse n'a porté que sur un seul échantillon, nous croyons que la combinaison [éléments finis-analyse WKB inverse] constitue encore ici un outil intéressant.

Dans ce chapître nous avons discuté de la déposition d'un masque pour la fabrication d'un guide canal. Nous avons décrit un montage simple d'observation de profil d'intensité utilisant une photodiode et discuté du polissage des échantillons. Nous avons comparé les mesures de profils d'intensité aux calculs faits à l'aide de la méthode des éléments finis en utilisant les résultats de la caractérisation du chapître 2. Ceci nous a permis de conclure que la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] permettait de bien caractériser les modes de propagation d'un guide d'onde fabriqué par échange K^+-Na^+ sur verre et ainsi aider au design de composantes utilisant ce type de guide.

CONCLUSION

Le but de notre projet était d'étudier la validité de la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] comme outil de design pour composantes d'optique intégrée utilisant des guides plans ou canal fabriqués par échange ionique sur verre. Nous avons travaillé plus spécifiquement sur des guides fabriqués par échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211. Ce type d'échange se modélise à l'aide d'un processus d'inter-diffusion à coefficient $\tilde{D}$ constant, et les guides résultants sont biréfringents. Le critère de validité de la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] comme outil de design était la comparaison entre les profils d'intensité mesurés et calculés pour guides monomodes.

Nous avons donc utilisé l'analyse WKB inverse pour caractériser les profils d'indice de guides fabriqués à une température de 396,5^{o}C. Nous avons ensuite résolu l'équation d'onde scalaire par la méthode des éléments finis pour calculer les indices effectifs et les distributions de champs de guides monomodes. Nous avons finalement mesuré les profils d'intensité de guides plan et canal monomodes et les avons comparés aux profils calculés.

Les résultats de cette comparaison se sont avérés excellents pour le mode TE du guide plan. Nous croyons qu'une faiblesse de notre montage d'observation de profils d'intensité nous a empêché d'obtenir une aussi belle concordance pour les modes E_x^{11} et E_y^{11} du

guide canal. Néanmoins, nous avons jugé les résultats obtenus comme satisfaisants. Par conséquent, la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] constitue, à notre avis, un outil adéquat pour le design de composantes d'optique intégrée.

Nous sommes conscient du fait que notre comparaison de profils d'intensité n'est basée que sur deux échantillons. Notre étude ne visait pas une étude quantitative de la précision potentielle de la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] pour le calcul des profils d'intensité. Pour effectuer une telle étude, il faudrait obtenir un bien meilleur contrôle sur le processus de fabrication (notamment sur la température de diffusion), et aussi disposer d'une meilleure technique d'observation de profil. Nous avons effectué ce travail dans un esprit de simplicité.

Maintenant que le montage expérimental et les programmes requis par l'analyse WKB inverse ont été construits, il serait intéressant de poursuivre cette étude en déterminant le coefficient d'inter-diffusion $\tilde{D}$ et les variations d'indice Δn_x et Δn_y pour d'autres températures. Puisque $\tilde{D}$ varie exponentiellement avec la température (voir chapître 1), des mesures à trois températures différentes suffiraient à déterminer $\tilde{D}$ à toute température (dans le domaine de températures où l'échange ionique est possible). Par conséquent on obtiendrait l'information pour le design de guides à toute température.

On pourrait avoir une meilleure évaluation des capacités de la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] en étendant la

comparaison des profils d'intensité sur guides monomodes à des guides multimodes en étudiant les modes d'ordre supérieurs. Ceci nécessiterait un montage d'observation de profils d'intensité plus compliqué puisque qu'il faudrait utiliser le couplage par prisme pour exciter sélectivement les modes, chose difficile surtout dans le cas du guide canal.

Bien que nous ayons travaillé spécifiquement avec l'échange K^+-Na^+ sur verre Corning 0211, la combinaison [analyse WKB inverse-éléments finis] peut s'appliquer à d'autres types d'échanges, et même à des guides résultant d'un autre processus de fabrication. Il suffit de connaître a priori l'expression du profil d'indice dépendant de quelques paramètres variables qui seront déterminés par l'analyse WKB inverse.

Dans ce travail, nous croyons avoir combiné deux outils (l'analyse WKB inverse et la résolution de l'équation d'onde scalaire par éléments finis) qui sont versatiles et faciles d'utilisation dans un processus de design de composantes d'optique intégrée utilisant des guides plans ou canal.

BIBLIOGRAPHIE

AKSENOV, E.T., KUKHAREV, A.V., LIPOVSKII, A.A. et PAVLENKO, A.V., "Fabrication of optical waveguides in glasses by diffusion from nitrate melts", Sov. Phys. Tech. Phys., 27, p. 1472-1475 (1982).

ALBERT, J. et YIP, G.L., "Refractive-index of planar waveguides made by ion-exchange in glass", Applied Optics, 24, p. 3692-3693 (1985).

ALBERT, J. et YIP, G.L., "Stress-induced index change for K^+-Na^+ ion exchange in glass", Electronics Letters, 23, p. 737-738 (1987).

ALBERT, J. et YIP, G.L., "Wide single-mode channel and directional coupler by two-step ion-exchange in glass", Journal of Lightwave Technology, 6, p. 552-563 (1988).

BORN, M. et WOLF, E., Principles of optics , Pergamon Press, Oxford, 1980.

BRANDENBURG, A., "Stress in ion-exchanged glass waveguides", Journal of Lightwave Technology, 4, p. 1580-1593 (1986).

BREKHOVSKIKH, L.M., Waves in layered media , Academic Press, 1960.

CORR, R.B. et JENNINGS, A., "A simultaneous iteration algorithm for symmetric eigenvalue problems", International Journal for Numerical Methods in Engineering, 10, p. 647-663 (1976).

CRANK, J., The mathematics of diffusion , Oxford University Press, New-York, 1975.

DOREMUS, R.H., "Exchange and diffusion of ions in glass", The Journal of Physical Chemistry, 68, p. 2212-2218 (1964).

FANTONE, S.D., "Refractive index and spectral models for gradient-index materials", Applied Optics, 22, p. 432-440 (1983).

FINDAKLY, T., "Glass waveguides by ion exchange: a review", Optical Engineering, 24, p. 244-250 (1985).

FORREST, K., PAGANO, S.J. et VIEHMANN, W., "Channel waveguides in glass via silver-sodium field-assisted ion exchange", Journal of Lightwave Technology, 4, p. 140-150 (1986).

GORTYCH, J.E. et HALL, D.G., "Fabrication of planar optical waveguides by K^+-Na^+ ion exchange in BK7 and Pyrex glass", IEEE Journal of Quantum Electronics, 22, p. 892-895 (1986).

HANO, M., "Finite-element analysis of dielectric-loaded waveguides", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 32, p. 1275-1279 (1984).

HOCKER, G.B. et BURNS, W.K., "Modes in diffused optical waveguides of arbitrary index profile", IEEE Journal of Quantum Electronics, 11, p. 270-276 (1975).

HOCKER, G.B. et BURNS, W.K., "Mode dispersion in diffused channel waveguides by the effective index method", Applied Optics, 16, p. 113-118 (1977).

HUGGINS, M.L., "The refractive index of silicate glasses as a function of composition", Journal of the Optical Society of America, 30, p. 495-504 (1940).

IZAWA, T. et NAKAGOME, H., "Optical waveguide formed by electrically induced migration of ions in glass plates", Applied Physics Letters, 21, p. 584 (1972).

JANTA, J. et CTYROKY, J., "On the accuracy of WKB analysis of TE and TM modes in planar graded-index waveguides", Optics Communications, 25, p. 49-52 (1978).

KISTLER, S.S., "Stresses in glass produced by nonuniform exchange of monovalent ions", Journal of The American Ceramic Society, 45, p. 59-68 (1962).

KOSHIBA, M., HAYATA, K. et SUZUKI, M., "Finite-element formulation in terms of the electric-field for electromagnetic waveguide problems", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 33, p. 900-905 (1985).

KOSHIBA, M., HAYATA, K. et SUZUKI, M., "Vector E-field finite-element analysis of dielectric optical waveguides", Applied Optics, 25, p. 10-11 (1986).

LAGU, R.K. et RAMASWAMY, R.V., "A variational finite-difference method for analyzing channel waveguides with arbitrary index profiles", IEEE Journal of Quantum Electronics, 22, p. 968-976 (1986).

MABAYA, N., LAGASSE, P.E. et VANDENBULCKE, P., "Finite element analysis of optical waveguides", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 29, p. 600-605 (1981).

MARCATILI, E.A.J., "Dielectric rectangular waveguide and directional coupler for integrated optics", The Bell System Technical Journal, sept., p. 2071-2160 (1969).

MATSUHARA, M., "Analysis of TEM modes in dielectric waveguides, by a variational method", Journal of the Optical Society of America, 63, p. 1514-1517 (1973).

MCCAUGHAN, L. et BERGMANN, E.E., "Index distribution of optical waveguides from their mode profile", Journal of Lightwave Technology, 1, p. 241-244 (1983).

MORISHITA, K., "Index profiling of three-dimensional optical waveguides by the propagation-mode near-field method", Journal of Lightwave Technology, 4, p. 1120-1124 (1986).

NAJAFI, S.I., RAMASWAMY, R.V. et LAGU, R.K., "An improved method for fabricating ion-exchanged waveguides through electrolytic release of silver ions", Journal of Lightwave Technology, 3, p. 763-766 (1985).

NAJAFI, S.I., SUCHOSKI, P.G. et RAMASWAMY, R.V., "Silver film-diffused glass waveguides: diffusion process and optical properties", IEE Journal of Quantum Electronics, 22, p. 2213-2218 (1986).

PICHOT, C., "Exact numerical solution for the diffused channel waveguide", Optics Communications, 41, p. 169-173 (1982).

PRESS, W.H., FLANNERY, B.P., TEUKOLSKY, S.A. et VETTERLING, W.T., Numerical recipes , Cambridge University Press, Cambridge, 1986.

RAHMAN, B.M.A. et DAVIES, J.B., "Finite-element analysis of optical and microwave waveguide problems", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 32, p. 20-28 (1984a).

RAHMAN, B.M.A. et DAVIES, J.B., "Penalty function improvement of waveguide solution by finite elements", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 32, p. 922-928 (1984b).

RAHMAN, B.M.A. et DAVIES, J.B., "Finite-element solution of integrated optical waveguides", Journal of Ligthwave Technology, 2, p. 682-688 (1984c).

RAWASMAMY, R.V. et SRIVASTAVA, R., "Ion-exchanged glass waveguides: a review", Journal of Lightwave Technology, 6, p. 984-1002 (1988).

REDDY, J.N., An introduction to the finite element method , McGraw-Hill, New-York, 1984.

SCHWEIG, E. et BRIDGES, W.B., "Computer analysis of dielectric waveguides: a finite-difference method", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 32, p. 531-541 (1984).

SEGUIN, F., Application de l'optique intégrée sur verre à la détection des contraintes , Mémoire de maîtrise, Ecole Polytechnique de Montréal, 1988.

STEWART, G. et LAYBOURN, P.J.R., "Fabrication of ion-exchanged optical waveguides from dilute silver nitrate melts", IEEE Journal of Quantum Electronics, 14, p. 930-934 (1978).

STEWART, G., MILLAR, C.A., LAYBOURN, P.J.R., WILKINSON, C.D.W. et DeLaRUE, R.M., "Planar optical waveguides formed by silver-ion migration in glass", IEEE Journal of Quantum Electronics, 13, p. 192-200 (1977).

STRANG, G., Introduction to applied mathematics , Wellesley-Cambridge press, Wellesley, 1986.

TAMIR, T., Integrated optics , Springer-Verlag, Berlin, 1979.

TIEN, P.K. et ULRICH, R., "Theory of prism-film coupler and thin-film light guides", Journal of The Optical Society of America, 60, p. 1325-1337 (1970).

TSUTSUMI, K., HIRAI, H. et YUBA, Y., "Characteristics of swelling of sodium- potassium ion-exchanged glass waveguides", Electronics Letters, 22, p. 1299-1300 (1986).

TSUTSUMI, K., HIRAI, H. et YUBA, Y., "Relation between the ordinary and extraordinary index profiles of ion-exchanged glass waveguides", Optics Letters, 13, p. 416-418 (1988).

WALKER, R.G., WILKINSON, C.D.W. et WILKINSON, J.A.H., "Integrated optical waveguiding structures made by silver ion-exchanged in glass. 1: The propagation characteristics of stripe ion-exchanged waveguides; a theorical and experimental investigation", Applied Optics, 22, p. 1923- 1928 (1983).

YEH, C., DONG, S.B. et BROWN, W.P., "Single-mode optical waveguides", Applied Optics, 18, p. 1490-1504 (1979).

YEH, C., DONG, S.B. et OLIVER, W., "Arbitrarily shaped inhomogeneous optical fiber or integrated optical waveguides", Journal of Applied Physics, 46, p. 2125-2129 (1975).

YIP, G.L. et ALBERT, J., "Characterisation of planar optical waveguides by K^+-ion exchange in glass", Optics Letters, 10, p. 151-153 (1985).

Annexe 1: APPROXIMATION WKB

L'approximation des ondes planes locales permet de dériver une forme simple de l'approximation WKB. Nous présentons ici un tel traitement basé sur les écrits de Brekhovskikh (Brekhovskikh,1960) et Hocker et Burns (Hocker,1975). Nous l'appliquons par la suite au cas d'un guide anisotrope faiblement guidant.

A2.1 APPROXIMATION WKB

Considérons le cas d'un guide plan dont les propriétés varient selon $\hat{y}$, ces variations étant petites sur une longeur d'onde (sauf pour le saut d'indice à la surface).

Soit le guide de la figure A1.1 .

Les indices de réfraction n_1 et n_3 sont constants, $n_3+\Delta n > n_3 > n_1$, et $f(y)$ est une fonction à décroissance monotone avec $f(0) = 1$.

Dans ce guide, les modes de propagation sont caractérisés par leur coefficient de propagation β_m (m représentant l'ordre du mode, N_m son indice effectif):

$$n_3\ k < \beta_m = k\ N_m < (n_3+\Delta n)\ k \quad , \quad k= 2\pi/\lambda_0 \ .$$

Si on traite ce guide dans l'approximation des ondes planes locales, on obtient:

$$\beta_m = k\ N_m = k\ n(y)\ \cos(\Theta_m(y)) \ ,$$

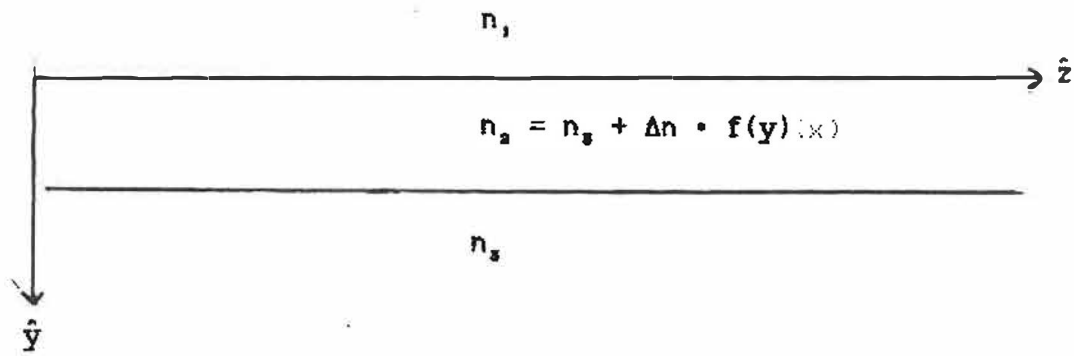


Figure A1.1 **Guide d'onde plan .**

où Θ_m est l'angle que fait le rayon avec l'axe de propagation (soit $\hat{z}$ ici). L'onde est confinée au milieu 2.

Trouvons l'effet de la propagation sur le phaseur d'une onde plane se propageant dans le milieu 2. Pour ce faire, remplacons la région d'indice variable par un ensemble de couches minces d'épaisseur δ et d'indice homogène (voir fig. A1.2) .

Dans le milieu d'indice n_{20}, au point I, on pose le phaseur (en laissant tomber la dépendance temporelle $e^{-i\omega t}$) :

$$\Psi_{20}(y,z)= C \exp(i (k\, n_{20} \sin(\Theta_0)\, y + \beta\, z)) \quad .$$

Ainsi, on obtient pour le milieu d'indice n_{21} en négligeant la variation d'amplitude (pour le calcul de cette variation voir (Brekhovskikh,1960)):

$$\Psi_{21}(y,z)= C \exp(i(k\, n_{21} \sin(\Theta_1)\, (y-\delta)+ \beta\, z+ k\, n_{20} \sin(\Theta_0)\, \delta)).$$

Au point J, pour le milieu d'indice $n_{2\ell}$, le phaseur devient:

$$\Psi_{2\ell}(y,z)= C \exp(i(k\, n_{2\ell} \sin(\Theta_\ell)\, (y-\ell\, \delta)+ \beta\, z+ \sum_{p=0}^{\ell-1} k\, n_{2p} \sin(\Theta_p)\, \delta)).$$

Lorsque δ tend vers zéro, la sommation devient une intégrale:

$$\Psi(y,z) = C \exp\left(i \left(\int_0^y k\, n(y') \sin(\Theta(y'))\, dy' + \beta\, z \right) \right) .$$

C'est la forme de l'approximation WKB où l'on n'a pas considéré les variations d'amplitude selon $\hat{y}$.

Nous avons obtenu l'expreesion de l'onde se propageant dans le milieu 2. Pour que cette onde soit guidée, il faut, dans l'approximation des ondes planes locales, que sa composante transverse (selon $\hat{y}$) soit stationnaire dans le milieu 2. Or ce

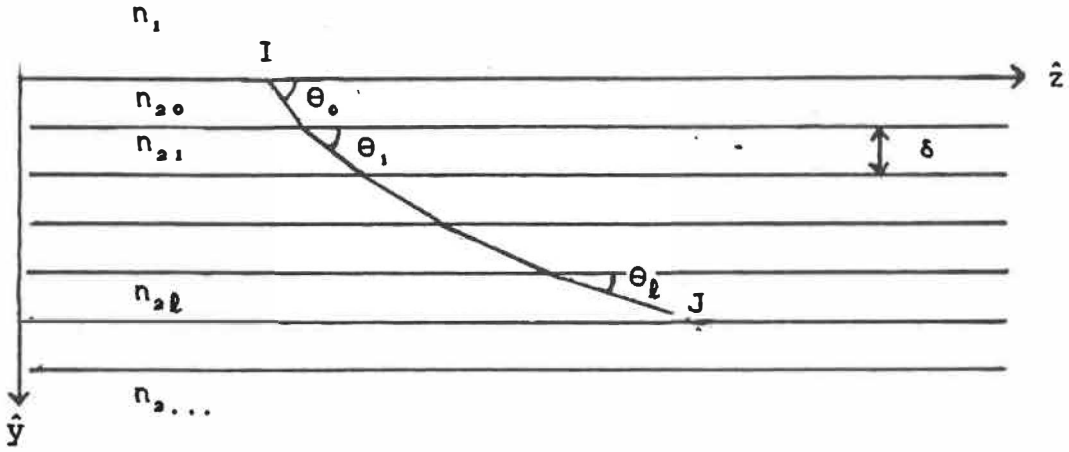


Figure A1.2 **Discrétisation de la région d'indice variable.**

rayon suit le trajet dessiné sur la figure 2.1 du chapître 2. La condition de stationnarité impose que le déphasage induit selon $\hat{y}$ lorsque l'onde passe du point A au point C soit un multiple de 2π.

Etudions le déphasage induit en séparant le parcours en quatre sections.

i) De A a B:

En utilisant le résultat précédent, le déphasage Φ_{ab} s'exprime:

$$\Phi_{ab} = \int_0^{y_t} k\, n(y)\, \sin(\Theta(y))\, dy \ ,$$

où y_t, le point tournant, est défini par $n(y_t)=N_m$.

ii) en B:

Au point tournant, l'onde subit une réflexion totale. Le déphasage introduit par une telle réflexion d'un milieu p à un milieu q sous un angle d'incidence α est donné par (Born, 1980, p. 49):

$$-2\,\Phi_{pq} = -2\tan^{-1}\left(\varepsilon\,\frac{(n_p^2\sin^2\alpha - n_q^2)^{1/2}}{n_p\cos(\alpha)}\right)$$

où

$\varepsilon = 1$ pour $\vec{E}$ normal au plan d'incidence (modes TE);

$\varepsilon = n_p^2 / n_q^2$ pour $\vec{E}$ tangeant au plan d'incidence (modes TM).

Pour notre problème:

$$n_p \sin\alpha = n_2(y)\cos(\Theta(y)) = N_m \;;$$

$$n_p \cos\alpha = n_p\,(1 - \sin^2\alpha\,)^{1/2} = (n_p^2 - N_m^2)^{1/2} \;.$$

Nous ne pouvons appliquer ici directement ce résultat car $n_2(y)$ varie de facon continue au point tounant. Par contre, en utilisant un développement de Taylor limité, nous avons:

$$n_q = n(y_t+\Delta y) = n(y_t) + \frac{dn}{dy}\bigg|_{y_t}\Delta y$$

$$n_p = n(y_t-\Delta y) = n(y_t) - \frac{dn}{dy}\bigg|_{y_t}\Delta y$$

Ainsi, lorsque Δy tend vers zéro :

$$-\,2\,\Phi_t = -\,2\lim_{\Delta y\to 0}\tan^{-1}\left(\varepsilon\,\frac{(N_m^2 - n^2(y_t+\Delta y))^{1/2}}{(n^2(y_t-\Delta y) - N_m^2)^{1/2}}\right)$$

Or $N_m = n(y_t)$, ce qui donne :

$$-\,2\,\Phi_t = -\,2\tan^{-1}(1) = -\,\pi/2 \;.$$

<u>iii</u>) <u>De B à C</u>

De la même facon qu'en i), on obtient:

$$\Phi_{bc} = \int_{y_t}^{0} k\; n(y)\,\sin(\Theta(y))\,dy = \Phi_{ab} \quad ,$$

car $\Theta(y)$ ne fait que changer de signe selon que l'on va de A à B ou de B à C .

iv) en C:

Le rayon subit une réflexion totale à la surface dont le déphasage est calculé avec la relation exprimée en ii). Prenons $n_p = n_{max} = n_3+\Delta n$ et $n_q = n_1$. Nous avons :

$$- 2\,\Phi_s = - 2\,\tan^{-1}\left(\varepsilon\,\frac{(N_m^2 - n_1^2)^{1/2}}{(n_{max}^2 - N_m^2)^{1/2}}\right),$$

où :

$\varepsilon = 1$ pour les modes TE ;

$\varepsilon = (n_{max}/n_1)^2$ pour les modes TM.

Nous avons donc obtenu tous les déphasages nécessaires pour exprimer la condition de stationnarité transverse pour un mode d'ordre m:

$$2\int_0^{y_t} k\,n(y)\,\sin(\theta(y))\,dy - 2\,\Phi_t - 2\,\Phi_s = 2\,m\,\pi\,.$$

Sous forme simplifiée :

$$\int_0^{y_t} k\sqrt{n^2(y) - N_m^2}\;dy = m\,\pi + \Phi_t + \Phi_s\,,$$

avec :

$$\Phi_t = \frac{\pi}{4}\quad;$$

$$\Phi_s = \tan^{-1}\left(\varepsilon\,\frac{(N_m^2 - n_1^2)^{1/2}}{(n_{max}^2 - N_m^2)^{1/2}}\right)\quad;$$

$\varepsilon = 1$ pour les modes TE ;

$\varepsilon = n_{max}^2/n_1^2$ pour les modes TM .

La validité de cette approximation WKB est restreinte aux cas où l'approximation des ondes planes locales s'applique.

A2.2 GUIDE ANISOTROPE

Appliquons le résultat précédent au cas d'un guide à indicatrice optique uniaxe dans le cas du guidage faible. Posons l'axe optique selon $\hat{y}$.

Les modes TE sont caractérisés par une polarisation de champ électrique normale au plan principal (plan défini par l'axe de propagation et l'axe optique) . Ce champ voit la composante ordinaire de l'indicatrice. Nous n'avons qu'à appliquer l'approximation WKB avec la composante $n_x(y)$ de l'indicatrice optique.

Les modes TM ont une polarisation de champ électrique parallèle au plan principal. L'indice vu par l'onde associée s'exprime par (Born, 1980, p.680);

$$n_{TM}(y) = \left(\frac{n_z^2(y)\ n_y^2(y)}{n_y^2(y)\ \sin^2(\Theta(y)) + n_z^2(y)\ \cos^2(\Theta(y)))} \right)^{1/2}$$

où :

$n_z(y)$ est une composante ordinaire de l'indicatrice ;

$n_y(y)$ est la composante extraordinaire de l'indicatrice ;

$\theta(y)$ représente l'angle que fait l'onde avec l'axe $\hat{z}$.

Avec $N_m = n_{TM}(y)\ \cos(\theta(y))$, on peut exprimer $\cos(\theta(y))$ et $\sin(\theta(y))$ par :

$$\cos(\theta(y)) = \left(\frac{N_m^2 \quad n_y^2}{n_y^2(y)\ n_z^2(y) + N_m^2\ (n_y^2(y) - n_z^2(y))} \right)^{1/2}$$

$$\sin(\theta(y)) = \left(\frac{n_y^2(y)\ n_z^2(y) - N_m^2\ n_z^2(y)}{n_y^2(y)\ n_z^2(y) + N_m^2\ (n_y^2(y) - n_z^2(y))} \right)^{1/2}$$

Dans l'approximation du guidage faible, nous avons :

$n_z \approx n_y \approx N_m$.

Ainsi, $\theta \approx 0$ et $n_{TM}(y) \approx n_y(y)$.

On peut donc appliquer l'approximation WKB pour les modes TM en utilisant la composante $n_y(y)$ de l'indicatrice optique.

ANNEXE 2 : ETAPES DE RESOLUTION D'UN PROBLEME PAR ELEMENTS FINIS

Cette présentation sommaire est dérivée du tableau 3.1 du livre de Reddy (Reddy,1984). Nous nous intéressons particulièrement aux équations aux dérivées partielles menant à un problème aux valeurs propres. L'équation d'onde scalaire traitée au chapître 3 fait partie de cette catégorie.

Les étapes de résolution sont décrites dans les alinéas suivants.

i) Discrétisation du domaine.

On discrétise le domaine en un ensemble d'éléments (triangles,rectangles,..) (pour exemple voir fig. 3.6). Sur ces éléments, on définit des noeuds. On assigne à ces derniers une numérotation dite globale.

ii) Dérivation des équations élémentaires.

A partir de l'équation initiale, on construit une formulation variationnelle ou forme faible de l'équation (pour exemple voir section 3.1). Cette formulation variationnelle s'exprime souvent par l'extrémisation d'une fonctionnelle (pour exemple voir annexe 3).

On applique cette formulation sur un élément. On exprime la (ou les) fonction(s) Φ cherchée(s) par l'approximation suivante:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} \Phi_i \Psi_i \quad ,$$

où les Ψ_i sont les fonctions d'approximation et les Φ_i les valeurs aux noeuds.

La formulation variationnelle conduit au système matriciel:

$$\left[a_e \right] \left\{ \Phi_i \right\} = \gamma \left[b_e \right] \left\{ \Phi_i \right\} \quad ,$$

où $[a_e]$ et $[b_e]$ sont les matrices élémentaires, et γ est la valeur propre cherchée.

iii) Assemblage des matrices élémentaires.

Selon une technique particulière, on assemble les systèmes matriciels développés sur chaque élément en un système global. Dans ce processus, on respecte la numérotation globale des noeuds fixée en i) (un noeud étant partagé par plusieurs éléments). On s'assure que les relations de continuité entre les éléments sont vérifiées.

iv) Imposition des conditions aux frontières.

Aux frontières du domaine discrétisé, on impose

des conditions de type Neumann ou Dirichlet. On transforme les matrices globales en conséquence.

Lorsque la frontière devrait se trouver à l'infini, et que la fonction Φ devrait y prendre une valeur nulle, on peut utiliser des éléments infinis (voir (Rahman,1984a) pour exemple).

v)Solution du système.

Le système matriciel assemblé prend la forme:

$$\left[A \right] \left\{ \Phi_i \right\} = \gamma \left[B \right] \left\{ \Phi_i \right\} .$$

Plusieurs techniques servent à calculer les valeurs propres et vecteurs propres de ce type de système. Dépendant de la nature des matrices [A] et [B], on pourra utiliser des méthodes plus ou moins rapides (pour une présentation de ces approches, voir le chapître 5 de (Strang,1986)).

Annexe 3: FORMULATIONS VECTORIELLES

Plusieurs formulations variationnelles servent à résoudre l'équation d'onde vectorielle. Nous présentons ici une brève revue de ces approches.

Précisons que l'équation matricielle découlant de ces techniques se construit en fixant une valeur d'indice effectif. La solution du problème aux valeurs propres donne la fréquence associée à ce N_m pour un profil donné (on fixe N_m et la valeur propre nous donne ω).

Une formulation e_z-h_z basée sur les composantes longitudinales des champs a fait l'objet du travail de Yeh et al. (Yeh, 1975, 1979). Cette méthode traitant le cas d'un guide isotrope a été généralisée par Mabaya et al. pour tenir compte de l'anisotropie (Mabaya, 1981). Ainsi, pour un milieu de perméabilité μ_o constante, il suffit de minimiser la fonctionnelle (notation identique à celle de la section 3.1.1 avec en plus ε_x, ε_y et ε_z représentant les composantes du tenseur de permittivité):

$$L = \iint_S \left(\frac{1}{2} \left[- \varepsilon_z e_z^2 - \mu_o h_z^2 + \varepsilon_x A_x \left(\frac{\partial e_z}{\partial x}\right)^2 + \varepsilon_y A_y \left(\frac{\partial e_z}{\partial y}\right)^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. \mu_o A_y \left(\frac{\partial h_z}{\partial x}\right)^2 + \mu_o A_x \left(\frac{\partial h_z}{\partial y}\right)^2 \right] + \frac{\beta}{\omega} \left[A_x \frac{\partial e_z}{\partial x} \frac{\partial h_z}{\partial y} + A_y \frac{\partial e_z}{\partial y} \frac{\partial h_z}{\partial x} \right] \right) dS,$$

où apparaissent:

$$A_x = \frac{1}{k^2 \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_o} - \beta^2} ;$$

$$A_y = \frac{1}{k^2 \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_o} - \beta^2} .$$

Cette formulation impose comme condition naturelle la continuité des composantes tangentielles de champs transverses. Malheureusement, la solution du problème mène à l'apparition de modes étranges. Ces derniers sont caractérisés par une valeur propre acceptable (fréquence ω dans l'intervalle permis pour le guidage), mais une distribution de champ (vecteur propre) non-valide. Mabaya et al. éliminent ces modes étranges en forcant explicitement la continuité des composantes tangentielles à l'aide de multiplicateurs de Lagrange (Mabaya, 1981). Cet ajout complique de beaucoup le problème.

Cette approche possède un désavantage majeur. On y évalue e_z et h_z les composantes longitudinales. Ces dernières sont les moins importantes. Il faut en dériver e_x et e_y pour obtenir des paramètres physiquement observables.

On trouve dans la littérature des formulations à trois composantes: les formulations $\vec{E}$ ou $\vec{H}$. La fonctionnelle associée prend la forme (* désigne le conjugué):

$$L = \frac{1}{2} \iint_S \left[(\vec{\nabla} \times \vec{V}^*) \quad \tilde{p}^{-1} \quad (\vec{\nabla} \times \vec{V}) - \omega^2 \, \vec{V}^* \cdot \tilde{q} \, \vec{V} \right] dS \quad ,$$

où $\vec{V}$ et les tenseurs $\tilde{p}$ et $\tilde{q}$ correspondent aux termes du tableau A4.1 .

Hano utilise cette formulation avec une permittivité ou une

	$\vec{V}$	$\tilde{p}$	$\tilde{q}$
Formulation $\vec{E}$	$\vec{E}$	$\tilde{\mu}$	$\tilde{\varepsilon}$
Formulation $\vec{H}$	$\vec{H}$	$\tilde{\varepsilon}$	$\tilde{\mu}$

Tableau A3.1 **Définition des termes $\vec{V}$, $\tilde{p}$ et $\tilde{q}$.**

perméabilité constante (Hano,1984). Le tenseur restant doit être diagonal. Si on traite le problème directement avec des éléments d'usage courant, il y a apparition de modes étranges. A l'aide d'éléments dits conformes et de fonctions d'approximations forcant la continuité des composantes tangentielles de champ, il élimine ce type de modes.

Rahman et Davies appliquent la formulation $\vec{H}$ au cas d'un guide à perméabilité constante (Rahman,1984a,1984b,1984c). Ils peuvent traiter le cas d'un tenseur de permittivité non-diagonal. Ils utilisent des éléments ordinaires. A l'aide d'une formulation pénalisée, ils forcent $\nabla \cdot \vec{H}=0$. Ainsi, ils diminuent le nombre de modes étranges et améliorent la qualité des vecteurs propres.

Néanmoins, le paramètre de pénalisation influence les valeurs propres lorsque trop élevé.

La formulation $\vec{H}$ ne donne pas directement les profils e_x et e_y qui sont physiquement observables, ce qui représente un désavantage certain.

Koshiba et al. font appel de facon similaire à la formulation $\vec{E}$ en forcant $\nabla\cdot(\varepsilon\vec{E})=0$ pour un problème à permittivité constante (Koshiba,1985). Leur approche s'applique au cas d'une permittivité variable. Mais dans ce cas, l'imposition des conditions de continuité entre les éléments augmente la complexité du traitement.

Précisons que ces formulations e_z-h_z, $\vec{E}$ et $\vec{H}$ considèrent l'indice constant à l'intérieur d'un élément. Pour modéliser un profil à gradient d'indice avec une bonne précision, il faut faire appel à un grand nombre d'éléments. La formulation e_z-h_z nécessite le calcul de deux valeurs aux noeuds, les formulations $\vec{E}$ et $\vec{H}$, trois valeurs aux noeuds, et Hano en calcule huit au total par élément. L'approximation scalaire n'utilise qu'une seule inconnue par noeud, et réduit le temps de calcul par un facteur considérable. Pour le type de guides qui fait l'objet de ce travail, Mabaya et al. considèrent l'approximation scalaire comme valide (Mabaya,1981).

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL
3 9334 00290846 3