

Titre: Modélisation de jets d'air ou d'eau au travers d'une fente en
Title: écoulement transverse d'eau

Auteur: Thomas Samaran
Author:

Date: 2023

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Samaran, T. (2023). Modélisation de jets d'air ou d'eau au travers d'une fente en
Citation: écoulement transverse d'eau [Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal].
PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/57089/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/57089/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Stéphane Étienne, & Cédric Béguin
Advisors:

Programme: Génie mécanique
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

**Modélisation de jets d'air ou d'eau au travers d'une fente en écoulement
transverse d'eau**

THOMAS SAMARAN

Département de génie mécanique

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
Génie mécanique

Décembre 2023

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

**Modélisation de jets d'air ou d'eau au travers d'une fente en écoulement
transverse d'eau**

présentée par **Thomas SAMARAN**

en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Alain BATAILLY, président

Stéphane ÉTIENNE, membre et directeur de recherche

Cédric BÉGUIN, membre et codirecteur de recherche

David VIDAL, membre

Emmanuel GUILMINEAU, membre externe

DÉDICACE

A ma famille et mes amis ...

REMERCIEMENTS

Je souhaite exprimer ma gratitude à mes directeurs de recherche, Stéphane Étienne et Cédric Béguin, pour m'avoir offert l'opportunité de mener cette recherche et pour leur disponibilité. Leurs conseils éclairés et leur soutien ont été inestimables pour surmonter les divers défis rencontrés.

Un sincère merci à ma famille, mes parents et mes frères, sans qui rien de tout cela n'aurait été possible. Leur soutien constant m'a accompagné depuis toujours.

Je tiens également à remercier mes amis, anciens et nouveaux, pour leur présence à mes côtés malgré la distance et pour leur curiosité. Une mention spéciale à Lilo, qui me supporte depuis si longtemps, pour son enthousiasme à vouloir sauver les poissons.

Mes remerciements vont également aux équipes du support informatique de Polytechnique Montréal, pour leur disponibilité et leur assistance. Leur indulgence quant au volume de données stockées malgré les directives est grandement appréciée.

Enfin, je souhaite exprimer ma reconnaissance envers le programme Génie Par la Simulation de Polytechnique Montréal pour le soutien financier accordé. Les diverses rencontres organisées m'ont permis d'approfondir mon expertise en côtoyant une multitude d'acteurs.

RÉSUMÉ

Les jets en écoulements transverses sont largement employés dans diverses applications industrielles, particulièrement dans les centrales hydroélectriques. Leur objectif est de réoxygéner l'eau rejetée par les installations pour préserver les écosystèmes en aval. Cependant, l'optimisation des turbines aérantes est entravée par la complexité des écoulements générés par ces jets, qui restent partiellement maîtrisés. Leurs simulations requièrent l'utilisation de modèles numériques coûteux peu adaptés aux besoins industriels. Le but principal de cette étude est de caractériser le comportement de ces jets en écoulement transverse à travers des simulations numériques, et de proposer des modèles permettant de reproduire leurs effets à moindre coût.

Les travaux présentés se concentrent particulièrement sur les jets non circulaires. Les vitesses considérées (rapport d'énergie cinétique r compris entre 1.6 et 9) permettent la formation de la paire de tourbillons contrarotatifs (CVP), qui sont au cœur de cette étude. Une revue de littérature souligne le manque d'informations disponibles sur les caractéristiques moyennes des écoulements en aval. Bien que le CVP soit la structure dominante, la corrélation entre ses propriétés et les paramètres est peu explorée.

Dans un premier temps, des simulations de jets monophasiques à travers des orifices carrés sont réalisées. Les paramètres clés utilisés pour les jets circulaires, tels que le rapport d'énergie cinétique, le diamètre hydraulique, l'épaisseur des couches limites et les profils de vitesse dans ces couches limites, sont repris pour caractériser les injecteurs. Plusieurs méthodes équivalentes sont présentées pour déterminer la trajectoire des jets et des CVP. Une attention particulière est accordée au déplacement latéral de chaque tourbillon du CVP pour en déterminer la position dans l'espace. Des lois adimensionnelles sont suggérées pour les trajectoires, ainsi que pour la vitesse, la vorticité et la pression le long de ces trajectoires. Ces formules permettent la modélisation de tous les jets par similitude dans les plages de paramètres utilisées.

Le rapport d'aspect (AR), combiné avec les paramètres mentionnés précédemment, est utilisé pour décrire les orifices rectangulaires. La restriction aux fentes ($AR \gg 1$) unifie leur comportement, pouvant alors être incorporé dans des lois complémentaires aux précédentes.

Les champs mesurables de chacun des tourbillons du CVP ne sont pas circulaires, mais elliptiques, témoignant de leur superposition. Les méthodes classiques ne peuvent pas être utilisées pour définir leurs caractéristiques. Nous proposons un modèle qui, en se basant sur des considérations géométriques des champs mesurables, permet de remonter aux propriétés des tourbillons initiaux. Ce modèle permet de déterminer les caractéristiques des écoulements

résultant d'une injection, et peut être utilisé comme condition limite proche de l'injection dans les simulations, sans nécessiter la simulation directe du jet.

Dans un second temps, le comportement des jets diphasiques est examiné de près. Sous l'effet de la gravité, la morphologie de l'écoulement est fortement altérée. Trois zones distinctes sont identifiées en aval de l'injection. Immédiatement après l'orifice d'injection, une poche de gaz se forme, où le jet est régi par des lois similaires à celles des jets monophasiques. Ensuite, le jet se détache de la paroi et prend la forme d'un croissant sous l'action des tourbillons du CVP et de la gravité. Plus loin de l'injection, les tourbillons s'épuisent, libérant le gaz qui continue à monter. Dans ces dernières zones, la trajectoire du centroïde du nuage devient linéaire, influencée principalement par la gravité et la vitesse de l'écoulement transverse.

Un modèle est proposé pour expliquer les phénomènes à l'origine du détachement du nuage. Sous l'effet de la gravité, une langue d'eau s'infiltré entre le nuage et la paroi, provoquant le détachement du nuage lorsqu'elle atteint le plan de symétrie. La distance de détachement est déterminée en fonction de la géométrie, de l'intensité de l'écoulement transverse et de la gravité.

ABSTRACT

Jets in crossflow (JICF) find widespread use in numerous industrial applications. To comply with new regulations, they are integrated into hydroelectric power plants to sustain the required oxygen levels in the discharged water, vital to preserve downstream biodiversity. The intricate flow of the JICF poses challenges in optimizing the design of aerating turbines due to the high cost induced by the simulation of their numerical models. The primary goal of this research is to understand the behavior of JICF through simulations and offer cost-effective models to replicate their effects.

This study primarily focuses on counter-rotating vortex pairs (CVP) generated by non-circular jets. The existing literature highlights a lack of information on the downstream flow characteristics, with limited discussion on the relationship between CVP properties and parameters of the injection.

The key parameters outlined in the literature for circular jets (kinetic energy ratio, hydraulic diameter, boundary layer thickness, and profiles) enable the characterization of the jet, irrespective of the orifice geometry. Several methods are being tested to determine the spatial position of the CVP, aiming to identify the most practical and precise approach. Dimensionless laws are introduced for trajectories, velocity, vorticity, and pressure, enabling the modeling of jets based on similarity within the parameter ranges. The results are extended to rectangular orifices by including the aspect ratio along with the previous parameters to define the altered geometry. By reducing the geometry to a slot only, their behavior is consolidated, and dimensionless laws are proposed to complement the previous ones.

The elliptical fields of CVP vortices reveal their overlapping, rendering traditional methods inadequate to accurately define their properties. A new approach is proposed, starting from the measurable overlapped fields, to establish these properties. This model is based on a geometric approach on the vorticity field to determine the radius of the vortex and the position of the center. This model can be employed to define boundary conditions around the injection, enabling the inclusion of the jet in simulations without the necessity of directly simulating it.

The study also delves into the behavior of multiphase jets, where gravity significantly influences flow morphology. Three distinct zones are identified downstream. In the near field, a cavity of gas forms, where the jet follows laws similar to those governing monophasic jets. Subsequently, the jet separates from the wall, assuming a crescent shape under the influence of the gravity and the vortices of the CVP. Farther from the injection, the vortices dissipate,

releasing the gas which continues to ascend. In these latter zones, the trajectory of the cloud centroid becomes linear, primarily influenced by gravity and the crossflow speed.

A model is proposed to explain the processes that result in the detachment of the cloud. Due to the gravitational force, a water tongue seeps between the cloud and the wall, leading to the detachment of the cloud upon reaching the symmetry plane. The detachment distance is determined by considering the geometry, the intensity of the crossflow, and the influence of gravity.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	ix
LISTE DES TABLEAUX	xiv
LISTE DES FIGURES	xv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xxv
LISTE DES ANNEXES	xxvii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
1.1 Contexte de l'étude	1
1.2 Problématique	3
1.3 Organisation de la thèse	4
CHAPITRE 2 Revue de littérature	6
2.1 Caractérisation d'un JICF	6
2.1.1 Rapport d'énergie cinétique	7
2.1.2 Rapport de vitesse	7
2.1.3 Rapport de masse volumique	7
2.1.4 Rapport de viscosité	7
2.1.5 Nombre de Reynolds	7
2.1.6 Nombre de Froude	8
2.1.7 Nombre de Weber	8
2.1.8 Nombre de Morton	8
2.2 Structure du jet	9
2.2.1 Tourbillons	9
2.2.2 Vortex de cisaillement et CVP	10

2.2.3	Fer à cheval	12
2.2.4	Vortex de sillage	13
2.2.5	Moyenne temporelle d'un JICF	13
2.3	Trajectoires	15
2.3.1	Trajectoire du jet circulaire	15
2.3.2	Trajectoire du CVP	18
2.3.3	Déviation du jet	18
2.4	Jet non circulaire	21
2.5	Jet circulaire diphasique	24
2.6	Modélisation du CVP	26
2.6.1	Modélisation d'un tourbillon	26
2.6.2	Modélisation d'un dipôle	29
2.7	Analyse des écoulements diphasiques	32
2.7.1	Configuration et carte d'écoulement	33
2.7.2	Description de l'écoulement	40
2.7.3	Mise en équation	42
2.7.4	Modèle d'écoulement diphasique	47
CHAPITRE 3 Caractéristiques d'un jet issu d'une fente carrée ou rectangulaire . .		53
3.1	Méthodologie	53
3.1.1	Trajectoire du jet	55
3.1.2	Trajectoire du CVP	55
3.1.3	Paramètres clés	59
3.2	Équations hydrodynamiques	60
3.3	Modèle de turbulence	61
3.3.1	Modèle à deux équations	61
3.3.2	DNS	63
3.3.3	LES	63
3.3.4	Traitement des parois	65
3.3.5	Choix du type de modèle	67
3.4	Schéma numérique	68
3.4.1	Discretisation temporelle	68
3.4.2	Discretisation spatiale	68
3.5	Domaine d'étude	69
3.6	Conditions limites	71
3.6.1	Parois	71

3.6.2	Condition d'entrée	71
3.6.3	Condition de sortie	73
3.6.4	Symétrie	73
3.7	Changement d'échelle	74
3.8	Maillage et pas de temps	75
3.8.1	Tailles des mailles	75
3.8.2	Pas de temps	82
3.8.3	Présence de la conduite	83
3.9	Paramètres des simulations	84
3.10	Comparaison des trajectoires	85
3.10.1	Simulation RANS	85
3.10.2	Simulation LES	90
3.10.3	Influence du modèle de turbulence	92
3.10.4	Comparaison des méthodes	93
3.11	Influence des paramètres clés	94
3.11.1	Trajectoire du jet	95
3.11.2	Trajectoire du CVP	101
3.11.3	Valeur des maximums le long des trajectoires	107
3.11.4	Vitesse du jet	108
3.11.5	Vorticité au centre du CVP	110
3.11.6	Pression au centre du CVP	112
3.11.7	Données LES	113
3.11.8	Discussion	116
3.12	Fente rectangulaire	117
3.12.1	Structure du jet issu d'une fente	118
3.12.2	Trajectoire du jet	119
3.12.3	Trajectoire du CVP	121
3.12.4	Valeur des grandeurs le long des trajectoires	125
3.12.5	Discussion	128
3.13	Conclusion	129
CHAPITRE 4 Modélisation des vortex du CVP		131
4.1	Étude des vortex du CVP	131
4.1.1	Profil de vitesse et de vorticité	132
4.1.2	Circulation totale dans le demi-plan	133
4.2	Modélisation des vortex du CVP	135

4.2.1	Premier modèle	135
4.2.2	Second modèle	142
4.2.3	Récapitulatif	148
4.3	Influence des paramètres clés	150
4.3.1	Rayon des vortex	151
4.3.2	Circulation des vortex	153
4.4	Fermeture du modèle	154
4.4.1	Vitesse de l'écoulement u_x	154
4.4.2	Pression	157
4.5	Fente rectangulaire	160
4.5.1	Rayon des tourbillons	161
4.5.2	Circulation des tourbillons	165
4.6	Conclusion	166
CHAPITRE 5 Trajectoire du nuage d'air dans un écoulement transverse d'eau . . .		168
5.1	Calcul de trajectoire	168
5.2	Paramètres des simulations	170
5.2.1	Modélisation des équations hydrodynamiques diphasiques	171
5.2.2	Discrétisation des équations	172
5.2.3	Simplifications apportées	173
5.3	Validation des résultats	173
5.4	Forme et trajectoire du nuage d'air	175
5.4.1	Déformation du nuage	176
5.4.2	Trajectoire du nuage	178
5.5	Réaction de la nappe d'air	185
5.6	Bilan suivant l'axe X	186
5.7	Bilan suivant l'axe Z	187
5.8	Décollement du nuage d'air	188
5.9	Conclusion	192
CHAPITRE 6 CONCLUSION		194
6.1	Synthèse des travaux	194
6.2	Limitations de la solution proposée	196
6.3	Recommandations	197
6.3.1	Pour la communauté scientifique	197
6.3.2	Pour les applications industrielles	198

RÉFÉRENCES 199

ANNEXES 205

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1	Dimension des maillages	76
Tableau 3.2	Moyenne de l'écart absolu entre les trajectoires pour plusieurs maillages du domaine	78
Tableau 3.3	Moyenne de l'écart relatif pour plusieurs maillages du domaine	78
Tableau 3.4	Moyenne de l'écart absolu entre les trajectoires pour plusieurs maillages du domaine	80
Tableau 3.5	Moyenne de l'écart relatif pour plusieurs maillages de la conduite d'injection	80
Tableau 5.1	Propriétés des écoulements utilisés pour valider les résultats	174
Tableau 5.2	Propriétés des écoulements utilisés pour valider les résultats	176
Tableau 5.3	Angle d'ascension du nuage d'air loin de l'injection.	179
Tableau 5.4	Hauteur d'impulsion au niveau de l'injection	182
Tableau 5.5	Position du point de décollement de la phase gazeuse.	191

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Séparation d'un lac avec stratification thermique en différentes couches en fonction de la profondeur [1].	1
Figure 1.2	Vue en coupe d'une turbine Francis et présentation des différentes injections d'air possibles [2].	2
Figure 2.1	Structures tourbillonnaires présentes dans un JICF [3]	9
Figure 2.2	Évolution d'un anneau de vorticité issu d'un JICF au cours du temps [4]	11
Figure 2.3	Lignes de courant dans un vortex vertical au sein du jet [5]	11
Figure 2.4	évolutions temporelles des vortex composant le fer à cheval dans le mode coalescent [6]	12
Figure 2.5	Isosurface d'un critère de tourbillon et vitesse verticale dans un plan. La pénétration du CVP est repr��sent��e avec une ligne noire [7]	14
Figure 2.6	Concaténation des trajectoires de JICF avec une adimensionnalisation par rD [8]	16
Figure 2.7	Valeur du coefficient de pression en fonction de l'altitude [9]	19
Figure 2.8	Flux volumique normalisé en fonction de la distance à l'injection [10]	21
Figure 2.9	Influence de la géométrie de l'orifice sur la pénétration d'un JICF [11]	21
Figure 2.10	Sillage des différentes géométries proches de l'injection [11]	22
Figure 2.11	Trajectoires adimensionnalisées d'ellipses [12].	23
Figure 2.12	Séparation des deux phases dans un JICF diphasique [13]	25
Figure 2.13	Profil de vorticité en fonction de la distance au centre du vortex . . .	29
Figure 2.14	Profil de vitesse tangentielle en fonction de la distance au centre du vortex	30
Figure 2.15	Modèle du CVP	31
Figure 2.16	Modification du profil de vitesse tangentielle le long de la ligne reliant les deux centres du CVP en fonction de leur espacement et leur taille	31
Figure 2.17	Modification des contours de vorticité lorsque les deux du CVP se diffusent	32
Figure 2.18	Configurations d'un écoulement concourant vertical [14]	34
Figure 2.19	Carte de Hewitt pour un écoulement concourant vertical [15]	36
Figure 2.20	Configurations d'un écoulement concourant horizontal [14]	37
Figure 2.21	Carte d'écoulement pour un écoulement concourant horizontal [16] . .	38
Figure 2.22	Régime de création de bulles [17]	40
Figure 2.23	Carte d'écoulement d'une injection diphasique [17].	41

Figure 2.24	Découpage du volume V et de sa surface fermée S	43
Figure 2.25	Détermination de l'interface géométriquement [18]	51
Figure 3.1	Visualisation latérale du sillage d'un JICF via le critère de tourbillon Λ_2 (annexe B). a) Sillage instantané. b) Sillage moyenné temporellement	54
Figure 3.2	Contour de la vitesse verticale dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse. a) Un seul maximum de vitesse (vortex proches). b) Deux maximum (vortex éloignés)	58
Figure 3.3	Profil de vitesse verticale dans le plan médian pour différents espacements de vortex du CVP	59
Figure 3.4	Découpage de la couche limite proche paroi [18]	66
Figure 3.5	Profil de vitesse dans la couche limite	67
Figure 3.6	Domaine d'étude	70
Figure 3.7	Profil de couche limite dans l'écoulement transverse pour une vitesse de $U_\infty = 1,25\text{m/s}$	72
Figure 3.8	Profil de couche limite dans l'écoulement injecté pour une vitesse de $U_j = 6\text{ m/s}$	73
Figure 3.9	Maillage de la conduite vu depuis le plan médian de la conduite	75
Figure 3.10	Influence du maillage du domaine sur la trajectoire du centre d'un vortex du CVP. a) Déplacement latéral du centre (trajectoire XY), b) pénétration du centre (trajectoire XZ).	77
Figure 3.11	Influence du maillage du domaine sur le maximum de vorticité au centre d'un vortex du CVP.	77
Figure 3.12	Influence du maillage de la conduite d'injection sur la trajectoire du centre d'un vortex du CVP. a) Déplacement latéral du centre (trajectoire XY), b) pénétration du centre (trajectoire XZ).	79
Figure 3.13	Influence du maillage de la conduite d'injection sur le maximum de vorticité au centre d'un vortex du CVP.	79
Figure 3.14	Spectre de la turbulence pour diff�rent maillage.	81
Figure 3.15	Influence du pas de temps sur la trajectoire XZ du centre d'un vortex du CVP.	83
Figure 3.16	Modification de la pénétration de la trajectoire en cas d'absence de conduite d'injection dans le domaine d'étude et correction apport�e.	84
Figure 3.17	Contour de vitesse proche de l'injection dans le plan médian et trajectoire	86
Figure 3.18	Composantes des vitesses des trajectoires du jet et du CVP. a) Composante horizontale. b) Composante verticale	86

Figure 3.19	Trajectoire du maximum de vitesse dans l'espace. a) Déplacement latéral (trajectoire XY). b) Pénétration (trajectoire XZ)	87
Figure 3.20	Isosurface du critère Lambda2 autour de l'injection	88
Figure 3.21	Trajectoire des vortex du CVP. a) Déplacement latéral (trajectoire XY). b) Pénétration (trajectoire XZ)	89
Figure 3.22	Contour de vitesse proche de l'injection dans le plan médian et trajectoire	90
Figure 3.23	Composantes des vitesses des trajectoires du jet et du CVP. a) Composante horizontale. b) Composante verticale	90
Figure 3.24	Isosurface du critère Lambda2 autour de l'injection (plan de symétrie en $y = 0$)	91
Figure 3.25	Trajectoire des vortex du CVP. a) Déplacement latéral (trajectoire XY). b) Pénétration (trajectoire XZ)	91
Figure 3.26	Trajectoire du jet dans le plan médian pour les modèles RANS et LES	92
Figure 3.27	Composantes des vitesses de la trajectoire du jet pour les modèles RANS et LES. a) Composante horizontale. b) Composante verticale .	93
Figure 3.28	Trajectoire des vortex du CVP pour les modèles RANS et LES. a) Déplacement latéral (trajectoire XY). b) Pénétration (trajectoire XZ)	93
Figure 3.29	Effet des variations de r sur la trajectoire du jet dans le plan médian.	96
Figure 3.30	Effet des variations de δ sur la trajectoire du jet dans le plan médian	96
Figure 3.31	Effet des variations des profils de couches limites sur la trajectoire du jet dans le plan médian	97
Figure 3.32	Trajectoire du jet dans le plan médian. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 8,6\%$), $\alpha = 1,19$, $\beta = 1,07$ et $\gamma = 0,11$	98
Figure 3.33	Modélisation de la trajectoire du jet dans le plan médian ($R^2 = 0,97$).	99
Figure 3.34	Trajectoire du jet dans le plan médian avec un modèle de turbulence LES. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 24,0\%$) $\alpha = 1,25$, $\beta = 1,02$ et $\gamma = 0,16$ et modélisation ($R^2 = 0,96$) .	100
Figure 3.35	Trajectoire du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 18,7\%$), $\alpha = 1,3$, $\beta = 0,83$ et $\gamma = 0,1$	102
Figure 3.36	Modélisation de la trajectoire XZ du CVP ($R^2 = 0,96$).	102
Figure 3.37	Effet des variations de r sur la trajectoire XZ du CVP pour une couche limite épaisse. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation avec $\alpha(r)$ donnée par l'équation 3.53 ($Q = 6,2\%$)	103

Figure 3.38	Effet des variations de r sur la trajectoire XZ du CVP pour une couche limite fine. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation avec $\alpha(r)$ donnée par l'équation 3.54 ($Q = 7,7\%$)	104
Figure 3.39	Influence des paramètres sur la trajectoire XY du CVP. a) Influence de r . b) Influence de δ	104
Figure 3.40	Influence de $r_{m,jet}$. a) Déplacement latéral. b) Pénétration dans l'écoulement.	105
Figure 3.41	Trajectoire XY du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 30\%$), $\alpha = 0,92$, et $\gamma = 0,06$	105
Figure 3.42	Modélisation de la trajectoire XY du CVP ($R^2 = 0,99$).	106
Figure 3.43	Pénétration du jet avec un modèle de turbulence LES. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 55,0\%$) $\alpha = 1,1$, $\beta = 1,24$ et $\gamma = 0,11$ et modélisation ($R^2 = 0,97$)	106
Figure 3.44	Déplacement latéral du jet avec un modèle de turbulence LES. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 75,0\%$) $\alpha = 0,92$ et $\gamma = 0,06$ et modélisation ($R^2 = 0,73$)	107
Figure 3.45	Vitesse le long de la trajectoire du jet. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 33,8\%$)	108
Figure 3.46	Modélisation de la vitesse verticale le long de la trajectoire du jet ($R^2 = 0,97$).	109
Figure 3.47	a) Vitesse le long de la trajectoire du jet sans adimensionnalisation. b) $U - U_\infty$ avec adimensionnalisation ($Q = 0,47\%$).	109
Figure 3.48	Modélisation de la vitesse totale le long de la trajectoire du jet ($R^2 = 0,91$).	110
Figure 3.49	Maximum de la vorticité X au cœur du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 32,6\%$)	111
Figure 3.50	Modélisation du maximum de vorticité au centre du CVP ($R^2 = 0,99$).	112
Figure 3.51	Minimum de pression au cœur du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 30,1\%$)	113
Figure 3.52	Modélisation du minimum de pression au centre du CVP ($R^2 = 0,97$).	113
Figure 3.53	Vitesse verticale le long de la trajectoire du jet pour les simulations LES et modèles de vitesse issue des simulations RANS.	114
Figure 3.54	Modélisation de la vitesse le long de la trajectoire du jet pour les simulations LES ($R^2 = 0,67$).	114
Figure 3.55	Modélisation de la vorticité du CVP pour les simulations LES ($R^2 = 0,91$).	115

Figure 3.56	Modélisation de la pression au sein d'un vortex du CVP pour les simulations LES ($R^2 = 0,92$).	116
Figure 3.57	Isosurface de critère de tourbillon Lambda2 en aval d'un jet moyenné temporellement, vu de côté pour différent AR. a) $AR = 1$. b) $AR = 15$. c) $AR = 25$. d) $AR = 35$	118
Figure 3.58	Effet des variations de AR sur la trajectoire du jet dans le plan médian.	119
Figure 3.59	Influence de r sur la trajectoire du jet dans le plan médian pour des fentes avec $AR = 35$. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 9\%$), $\alpha = 1,19$, $\beta = 1,07$ et $\gamma = 0,11$	120
Figure 3.60	Trajectoire du jet dans le plan médian issue de simulation avec modèle LES pour des fentes avec AR allant de 1 à 35.	121
Figure 3.61	Influence de AR sur la trajectoire XZ du CVP. a) Modèle de turbulence RANS. b) Modèle LES.	122
Figure 3.62	Influence de r sur la trajectoire XZ du CVP pour des fentes avec $AR = 35$. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 20\%$), $\alpha = 1,3$, $\beta = 0,83$ et $\gamma = 0,1$	122
Figure 3.63	Influence de AR sur la trajectoire XY du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 20,5\%$), $\alpha = 0,92$, $\gamma = 0,06$ et $\lambda = 0,3$	123
Figure 3.64	Modélisation de la trajectoire XY du CVP pour les orifices carrés et les fentes. a) Modèle de turbulence RANS ($R^2 = 0,97$). b) Modèle LES.	124
Figure 3.65	Adimensionnalisation des trajectoires en utilisant la racine carrée de la surface de la fente comme longueur caractéristique.	125
Figure 3.66	Influence de AR sur la vitesse verticale le long de la trajectoire du jet. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation $\lambda = 0,3$ ($Q = 25,2\%$).	125
Figure 3.67	Influence de AR sur la vitesse verticale le long de la trajectoire du jet avec adimensionnalisation et modèle-LES.	126
Figure 3.68	Influence de AR sur la vorticité au centre du CVP. a) Modèle de turbulence RANS. b) Modèle LES.	127
Figure 3.69	Influence de AR sur la pression au centre des vortex du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 30,5\%$), $\alpha = 1,42$ et $\lambda = 0,45$	127
Figure 3.70	Modélisation de la pression au centre des vortex du CVP pour les orifices carrés et les fentes. a) Modèle de turbulence RANS ($R^2 = 0,97$). b) Modèle LES ($R^2 = 0,72$).	128

Figure 4.1	Profil de vorticité et de vitesse u_z sur une ligne horizontale passant par le centre des vortex pour $x = 11$ cm a) Vorticité suivant l'axe X . b) Vitesse verticale u_z	132
Figure 4.2	Profil de vorticité et de vitesse u_y sur une ligne verticale passant par le centre des vortex pour $x = 11$ cm a) Vorticité suivant l'axe X . b) Vitesse horizontale u_y	132
Figure 4.3	Influence de r sur la circulation totale dans le demi-plan.	134
Figure 4.4	Profil de vorticité et premier modèle du CVP sur des lignes passant par le centre du vortex pour $x = 11$ cm a) ligne horizontale. b) ligne verticale.	135
Figure 4.5	Contour de vorticité négative normalisée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse à $x = 11$ cm pour le premier modèle. a) Données issues des simulations. b) Modèle complet du CVP c) Erreur absolu entre les données et le modèle. d) Un des vortex constituant le CVP	137
Figure 4.6	Contour de la norme de la vitesse normalisée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse à $x = 11$ cm pour le premier modèle. a) Données issues des simulations. b) Modèle complet du CVP c) Erreur absolu entre les données et le modèle. d) Un des vortex constituant le CVP	138
Figure 4.7	Contour de la norme de la vitesse dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse pour un CVP construit avec quatre vortex. a) Données issues des simulations. b) Modélisation du CVP.	139
Figure 4.8	Profil de vitesse horizontale u_y sur une ligne verticale passant par le centre des vortex à $x = 11$ cm pour le modèle 1.	140
Figure 4.9	Évolution de la circulation totale du CVP dans des demi-plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en fonction de la distance à l'injection	142
Figure 4.10	a) Évolution des extrémités du tourbillon $z_{e,max}$ et $z_{e,min}$ du rayon d'un vortex du CVP en fonction de la distance à l'injection. b) Évolution des rayons associés	145
Figure 4.11	Contour de vorticité négative normalisée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse à $x = 11$ cm pour le second modèle. a) Données issues des simulations. b) Modèle complet du CVP c) Erreur absolue entre les données et le modèle. d) Un des vortex constituant le CVP	147

Figure 4.12	Profil de vorticité et de vitesse u_z sur une ligne horizontale passant par le centre des vortex à $x = 11$ cm pour le second modèle. a) Vorticité suivant l'axe X . b) Vitesse verticale u_z	148
Figure 4.13	Contour de la norme de la vitesse normalisée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse à $x = 11$ cm pour le second modèle. a) Données issues des simulations. b) Modèle complet du CVP c) Erreur absolue entre les données et le modèle. d) Un des vortex constituant le CVP	149
Figure 4.14	Profil de vorticité et de vitesse u_y sur une ligne verticale passant par le centre des vortex à $x = 11$ cm pour le second modèle. a) Vorticité suivant l'axe X . b) Vitesse horizontale u_y	150
Figure 4.15	Influence des paramètres sur le rayon des vortex. a) Influence de r . b) Influence de δ	151
Figure 4.16	Rayon des vortex du CVP a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 14,8\%$) et $\gamma = 0,05$	152
Figure 4.17	Modélisation du rayon d'un vortex du CVP ($R^2 = 0,97$).	152
Figure 4.18	Circulation des vortex du CVP avec le second modèle. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 17,0\%$) $\alpha = 1,29$ et $\gamma = 0,12$	153
Figure 4.19	Modélisation de la circulation d'un vortex du CVP ($R^2 = 0,77$).	154
Figure 4.20	Vitesse u_x dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse pour $X = 11$ cm. à) Petite couche limite ($\delta = 5$ mm). b) Grande couche limite ($\delta = 22$ mm).	155
Figure 4.21	Influence de la taille de la couche limite sur l'intensité de la zone de sous-vitesse pour $r = 5,7$	155
Figure 4.22	Contour de pression à $x = 11$ cm en aval de l'injection.	157
Figure 4.23	Profil des grandeurs le long de l'axe reliant les centres des vortex.	158
Figure 4.24	Pression radiale autour du minimum de pression.	159
Figure 4.25	Contour de pression normalisé dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse. a) Simulation. b) Modèle.	159
Figure 4.26	Erreur absolue de pression entre les simulations et le modèle dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse.	160
Figure 4.27	Caractéristiques des tourbillons modélisés pour un orifice carré. a) Rayon. b) Circulation totale sur le demi-plan.	162
Figure 4.28	Caractéristiques des tourbillons modélisés pour une fente de $4,5$ cm ($AR = 45$). a) Rayon. b) Circulation totale sur le demi-plan.	162

Figure 4.29	Influence du rapport d'aspect sur la circulation totale dans le demi-plan pour $r = 3, 8$	163
Figure 4.30	Influence de AR sur la taille des tourbillons pour différents orifices d'injection. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 39\%$), $\lambda = 0,45$	164
Figure 4.31	Modélisation du rayon des tourbillons ($R^2 = 0,98$).	165
Figure 4.32	Influence du rapport d'aspect sur la circulation des vortex théoriques pour $r = 3, 8$	166
Figure 5.1	Contour de pression dans un plan latéral à l'écoulement transverse à $x = 10cm$. a) Champ de pression total. b) Dépression causée par les tourbillons.	170
Figure 5.2	Comparaison des trajectoires du centroïde du nuage d'air entre les simulations et les expériences ($r \approx 1,63$).	175
Figure 5.3	Contour de taux de vide dans le plan médian et trajectoire du centroïde du nuage pour un orifice carré et $r = 1,6$	175
Figure 5.4	Contour de taux de vide pour une fente avec $AR = 35$. b) Au niveau de la paroi pour $Y = 0$. a) Plan transverse à l'écoulement transverse situé à $3 cm$ de l'injection.	177
Figure 5.5	Influence de AR , r et U_∞ sur la trajectoire du centroïde du nuage d'air.	179
Figure 5.6	Influence de la gravité sur la trajectoire du centroïde du nuage d'air pour un orifice carré et $r = 1,6$	180
Figure 5.7	Trajectoire du centroïde du nuage pour $r = 1,6$. a) $AR = 1$. b) $AR = 15$. c) $AR = 35$	181
Figure 5.8	Hauteur d'impulsion en fonction du rapport r	182
Figure 5.9	Largeur du nuage à l'injection en fonction du rapport d'aspect.	183
Figure 5.10	Trajectoire du centroïde du nuage et du minimum de pression pour un orifice carré à $r = 1,6$ ainsi que la trajectoire monophasique du minimum de pression. a) Trajectoire XZ b) Trajectoire XY	184
Figure 5.11	Décomposition du volume V en une surface fermée S délimitée par l'inlet et l'outlet	185
Figure 5.12	Évolution du transfert de quantité de mouvement suivant l'axe X en fonction de la longueur du domaine considéré.	186
Figure 5.13	Adimensionnalisation de la force exercée par l'eau sur l'air dans la direction X	187
Figure 5.14	Évolution du transfert de quantité de mouvement suivant l'axe Z en fonction de la longueur du domaine considéré pour la simulation 7.	188

Figure 5.15	Contour de pression totale et délimitation du nuage (isocontour $\varepsilon = 0,5$) pour une fente avec $AR = 35$. a) 3 cm en aval de l'injection. b) 6 cm.	189
Figure 5.16	Comparaison entre les longueurs de décollement issues des simulations avec celles calculées à partir de l'équation 5.14.	191
Figure 5.17	Contour de taux de vide dans un plan transverse à $X = 10$ cm de l'injection.	192
Figure D.1	Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice d'injection carré ($AR = 1$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	211
Figure D.2	Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente de longueur 1,5 cm ($AR = 15$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	212
Figure D.3	Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente de longueur 2,5 cm ($AR = 25$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	213
Figure D.4	Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente de longueur 3,5 cm ($AR = 35$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	214
Figure D.5	Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente de longueur 4,5 cm ($AR = 45$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	215
Figure E.1	Contour de pression dynamique normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice carré : $AR = 1$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 1,25$ m.s ⁻¹ . a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	216
Figure E.2	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice carré : $AR = 1$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 1,25$ m.s ⁻¹ . a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	217

Figure E.3	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice carré : $AR = 1$, $r = 2,4$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	218
Figure E.4	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice carré : $AR = 1$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	219
Figure E.5	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 15$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	220
Figure E.6	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 15$, $r = 2,4$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	221
Figure E.7	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 15$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	222
Figure E.8	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 35$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	223
Figure E.9	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 35$, $r = 2,4$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	224
Figure E.10	Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 35$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.	225

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

AR	Rapport d'aspect (<i>Aspect Ratio</i>)
CVP	Paire de vortex contrarotatifs (<i>Counter rotating Vortex Pair</i>)
DNS	Direct Numerical Simulation
JICF	Jet avec écoulement transverse (<i>Jet In Cross Flow</i>)
LES	Large Eddy Simulation
RANS	Reynolds-Averaged Navier–Stokes equations
VOF	Volume Of Fluid
j	Référant à l'écoulement injecté
∞	Référant à l'écoulement transverse
c	Référant aux centres des vortex du CVP
v	Référant aux extremums de vortacité
k	Référant à la phase $k = g$ ou l
m	Référant au mélange de phases
i	Référant à l'interface
w	Référant à la paroi
max	Référant au maximum de la grandeur
min	Référant au minimum de la grandeur
R	Rapport d'énergie cinétique
r	Racine carrée du rapport d'énergie cinétique
$\bar{\rho}$	Rapport de masse volumique
$\bar{\mu}$	Rapport de viscosité dynamique
Re	Nombre de Reynolds
Fr	Nombre de Froude
We	Nombre de Weber
Mo	Nombre de Morton
r_m	Rapport des profils de couche limite
U	Vitesse ($m.s^{-1}$)
ρ	Masse volumique ($kg.m^{-3}$)
μ	Viscosité dynamique ($kg.m^{-1}.s^{-1}$)
D	Diamètre (m)
D_h	Diamètre hydraulique (m)
L_f	Longueur de la fente (m)
e	Épaisseur de la fente (m)

S_f	Surface de la fente (m^2)
g	Accélération de la gravité ($kg.m.s^{-2}$)
σ	Tension de surface ($kg.m^2.s^{-2}$)
δ	Épaisseur de couche limite (m)
Q	Débit volumique ($m^3.s^{-1}$)
H	Hauteur du jet (m)
H_m	Hauteur d'impulsion (m)
H_s	Hauteur de séparation (m)
θ	Angle ($^\circ$)
ω	Vorticité (s^{-1})
Γ	Circulation ($m^2.s^{-1}$)
a	Rayon d'un vortex (m)
r_d	Distance au centre d'un vortex en coordonnée cylindrique (m)
u_r	Vitesse radiale ($m.s^{-1}$)
u_θ	Vitesse tangentielle ($m.s^{-1}$)
b	Distance entre les deux centres du CVP (m)
u_d	Vitesse de dérive des centres du CVP ($m.s^{-1}$)
V	Volume (m^3)
ε_k	Fraction de volume occupé par la phase k
ε	Taux de vide (Fraction de volume de l'air en écoulement air/eau)
p	Pression ($kg.m^{-1}.s^{-2}$)
$\bar{\sigma}$	Tenseur des contraintes
χ_k	Fonction indicatrice de phase
λ_2	Critère de tourbillon Lambda2

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Adimensionnalisation et changement d'échelle du problème	205
Annexe B	Critère de tourbillon Λ^2	208
Annexe C	Liste des paramètres des simulations	209
Annexe D	Contours de vorticité pour différentes fentes	211
Annexe E	Contours de pression et de taux de vide en aval de l'injection pour les simulations diphasiques.	216
Annexe F	Bilan de quantité de mouvement sur un volume V	226

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Contexte de l'étude

L'utilisation de l'énergie hydraulique pour la production d'électricité est un procédé ancien présentant de multiples avantages. Basée sur le cycle de l'eau, cette source d'énergie renouvelable offre un rendement élevé et limite les émissions de gaz à effet de serre. Une fois les centrales construites, les coûts de production de l'hydroélectricité demeurent très faibles. Son adaptabilité en terme de puissance en fait une option particulièrement prisée parmi les énergies renouvelables, soulignant son importance dans le contexte énergétique actuel.

Avec une capacité installée de près de 1400 GW en 2022 [19], l'hydroélectricité se positionne comme la troisième source mondiale de production d'électricité, après le pétrole et le gaz. Grâce à sa géographie favorable, le Canada, et plus spécifiquement le Québec, bénéficient d'un potentiel hydroélectrique considérable, les classant ainsi parmi les trois plus grands producteurs mondiaux. La majeure partie de leurs besoins énergétiques est satisfaite par cette source, représentant environ 60% de la production énergétique au Canada et 97% au Québec.

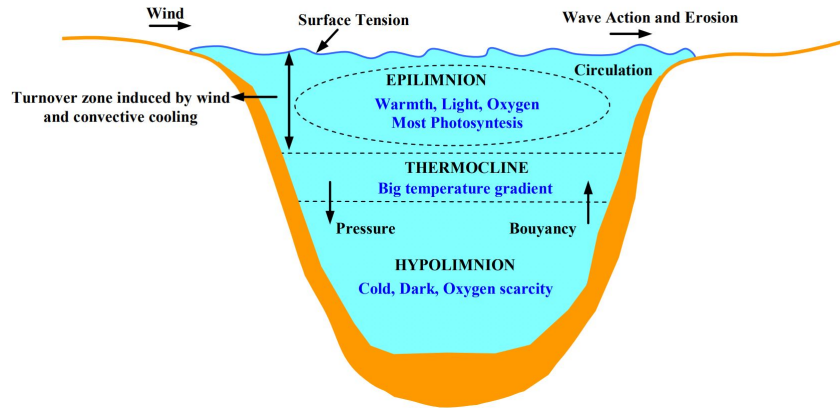


FIGURE 1.1 Séparation d'un lac avec stratification thermique en différentes couches en fonction de la profondeur [1].

Cependant, cette source d'énergie n'est pas sans ses défauts. Outre l'impact environnemental lié à la construction des installations, son utilisation influence la qualité de l'eau, notamment en ce qui concerne la teneur en oxygène dissous. Cette dernière est minutieusement surveillée pour garantir la survie de la biodiversité en aval des centrales. Au sein des réservoirs d'eau, la décomposition des matières organiques entraîne une diminution de l'oxygène

dans les couches profondes, phénomène connu sous le nom d'eutrophisation. Ce processus est accéléré par l'activité humaine ainsi que par la formation de glace en surface. L'absence de renouvellement des eaux et la réduction de la circulation entre les différentes couches, causées par la stratification thermique, entraînent une chute drastique de la concentration en oxygène dans l'hypolimnion (figure 1.1). Pendant son fonctionnement, la centrale hydroélectrique utilise ces eaux profondes appauvries en oxygène et les rejette en surface afin de maximiser le gradient de pression et, par conséquent, le rendement des installations, perturbant ainsi les écosystèmes.

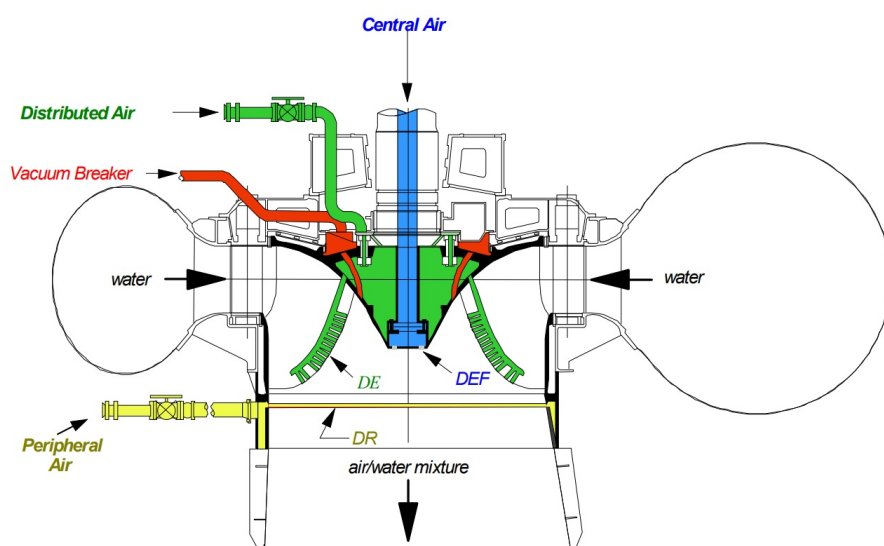


FIGURE 1.2 Vue en coupe d'une turbine Francis et présentation des différentes injections d'air possibles [2].

Diverses méthodes ont été expérimentées pour réduire l'impact écologique des barrages et maintenir des niveaux d'oxygène adéquats. Parmi celles-ci, on trouve l'aération de l'hypolimnion, la création de turbulence en aval pour faciliter la réoxygénation, ou encore l'injection d'air directement dans la turbine. Cette dernière approche utilise la basse pression au niveau de la turbine pour aspirer l'air ambiant, ce qui réduit les coûts en éliminant la nécessité d'un compresseur. Plusieurs solutions d'aération (voir figure 1.2) existent, visant notamment à améliorer le rendement de la turbine en réduisant les fluctuations de pression. L'aération distribuée (DE) impacte le moins la turbine et utilise la rotation pour mélanger les deux fluides, maximisant ainsi le transfert d'oxygène. Bien qu'elle représente une solution novatrice, son utilisation nécessite des recherches approfondies pour en maîtriser le fonctionnement sans perturber les performances de la turbine.

1.2 Problématique

L'intégration d'injecteurs d'air dans une turbine hydroélectrique requiert des modifications du design des composants. Afin de préserver le rendement, une optimisation globale du système est nécessaire pour s'assurer que cet ajout ne perturbe pas le fonctionnement tout en remplissant son rôle. Le nombre, la position et la géométrie des injecteurs doivent être choisis avec soin, ce qui implique de mener de nombreuses simulations numériques. Les phénomènes physiques émergeant près des injecteurs ont des échelles caractéristiques réduites, nécessitant des modèles numériques précis pour une simulation correcte. Cependant, ces échelles sont de plusieurs ordres de grandeur plus petites que celles de la turbine. En raison de contraintes informatiques et temporelles, il est impossible de les intégrer directement dans les simulations. La modélisation des injecteurs est donc indispensable pour les inclure dans les simulations numériques. À cette fin, une compréhension satisfaisante de l'écoulement en aval est nécessaire pour garantir que la modélisation reproduise au mieux les effets de l'injection.

Le périmètre des travaux présentés dans ce document se restreint à l'étude des injecteurs dans la turbine permettant la création du nuage de bulle initial. En particulier au niveau de la zone correspondant à la fragmentation du nuage d'air injecté en un nuage de bulles, dont les caractéristiques peuvent être reproduites par des modèles moins coûteux. Les échanges d'oxygène entre l'air et l'eau ne sont donc pas évoqués et doivent faire l'objet d'études complémentaires permettant de définir notamment les tailles optimales des bulles.

L'aération distribuée peut être modélisée par des jets dans un écoulement transverse à travers des fentes. Étant donné que les jets sont largement utilisés dans de nombreuses applications industrielles, ils font l'objet d'études approfondies depuis plus de 70 ans [20]. La présence d'un écoulement transverse altère considérablement les caractéristiques du jet, améliorant notamment de manière significative sa capacité à mélanger les deux écoulements par rapport au jet libre [21]. Cependant, la plupart des recherches se sont concentrées sur les jets émergeant d'orifices d'injection circulaires. Or la géométrie choisie est la fente, qui permet d'injecter un volume d'air suffisant pour ré-oxygéner le cours d'eau. De plus, ces études se sont principalement focalisées sur la région proche du jet afin d'analyser sa trajectoire et ses structures tourbillonnaires. Bien que la structure de l'écoulement en aval soit connue, ses caractéristiques demeurent peu documentées. L'optimisation des injecteurs implique la compréhension de leurs effets, à la fois au niveau de leur emplacement et en aval. De plus, pour assurer une introduction d'air adéquate, des géométries rectangulaires sont utilisées et doivent être minutieusement analysées.

Les objectifs de ce document sont triples. Tout d'abord, nous cherchons à enrichir les connais-

sances sur l'impact de la géométrie d'injection. À cette fin, nous analysons l'écoulement généré par l'injection à travers des orifices rectangulaires. Nous procédons à la validation des résultats obtenus pour les jets circulaires sur des jets provenant d'orifices carrés, permettant ainsi l'utilisation des données existantes dans la littérature et l'identification des facteurs clés ayant une influence sur la dynamique de l'injection. Ces résultats seront ensuite étendus aux orifices rectangulaires.

Deuxièmement, l'effet des paramètres sur l'écoulement aval est examiné. Un aspect crucial de cette étude consiste à proposer des lois adimensionnelles pour toutes les grandeurs étudiées, permettant la comparaison des jets entre eux par similitude.

Enfin, l'intégration de ces injecteurs dans des simulations de systèmes globaux requiert une simplification de leur physique. En effet, les modèles numériques complexes nécessaires à leur simulation sont inadaptés à un contexte industriel. En se focalisant suffisamment en aval, il est possible de s'affranchir des phénomènes complexes découlant de la rencontre entre les deux écoulements. Les deux points précédents permettent d'acquérir une connaissance de l'écoulement aval suffisante pour construire un modèle.

1.3 Organisation de la thèse

Ce document est structuré en cinq parties. Le chapitre 2 présente tout d'abord un aperçu des résultats existants dans la littérature concernant les jets dans un écoulement transverse. Les différentes structures tourbillonnaires qui se forment après l'injection ainsi que leur impact sur l'écoulement sont répertoriés, de même que les principales méthodes et conclusions concernant l'étude de ces jets, en particulier en ce qui concerne la trajectoire. Dans un second temps, la modélisation des écoulements diphasiques est abordée afin de comprendre les différents modèles existants permettant leur simulation.

Le chapitre 3 expose les principaux résultats pour les jets monophasiques à partir de données issues de simulations numériques. Les différentes méthodes de suivi des trajectoires et des grandeurs sont présentées, et leur utilisation est comparée. Les résultats obtenus pour les jets circulaires sont confirmés pour ceux provenant d'orifices carrés et rectangulaires. Ensuite, l'influence des paramètres et de la géométrie est caractérisée en adimensionnant les grandeurs étudiées.

Dans le chapitre 4, un modèle est proposé pour reconstruire les tourbillons issus d'une injection à partir des paramètres identifiés dans le chapitre précédent.

Le chapitre 5 traite de la simulation numérique des jets diphasiques. Les modifications par

rapport aux jets précédents sont relevées, et de nouveaux modèles de trajectoires sont proposés pour les prendre en compte. De plus, un modèle physique expliquant le décollement de la phase gazeuse est explicité.

Enfin, le chapitre 6 synthétise les résultats précédents, mettant en avant leurs contributions et limites, et propose des perspectives pour de futures recherches.

CHAPITRE 2 Revue de littérature

Dans cette revue de littérature, nous allons d'abord expliciter les différentes grandeurs qui peuvent intervenir dans la caractérisation d'un JICF (*Jet In Cross-Flow*) ainsi que les nombres adimensionnels qui permettent de les comparer. Puis, nous passerons en revue les principales études sur les JICF afin de dresser un tableau des connaissances à leur sujet au niveau de leur structure ou de leurs caractéristiques. Ensuite, une brève présentation des modèles de tourbillon est effectuée. Enfin, nous présenterons les approches utilisées dans la description des écoulements diphasiques.

2.1 Caractérisation d'un JICF

Ce type de jet est caractérisé par deux écoulements qui se mélangent. Ils peuvent être constitués du même fluide (jet monophasique) ou de deux fluides différents (jet diphasique). Les grandeurs marquées j portent sur le jet tandis que celles marquées ∞ feront référence à l'écoulement transverse en amont du jet.

Les grandeurs importantes dans la description du problème sont les suivantes :

- les vitesses U_j et U_∞
- les masses volumiques ρ_j et ρ_∞
- les viscosités dynamiques μ_j et μ_∞
- la taille de l'ouverture générant le jet. Dans le cas d'une ouverture circulaire, le diamètre D caractérise cette grandeur. Les orifices rectangulaires sont définis par une longueur L_f et une épaisseur (ou largeur) e .
- la taille de la conduite contenant l'écoulement transverse L

Pour les jets diphasiques, deux autres grandeurs sont ajoutées :

- La tension de surface σ entre les deux fluides
- la gravité g

Afin de généraliser la taille de l'ouverture d'injection, on définit le diamètre hydraulique D_h . Pour les disques, $D_h = D$ tandis que pour les fentes $D_h = 2L_f e / (L_f + e)$. Dans le cas des fentes, on introduit le rapport d'aspect ($AR = L_f / e$) afin de compléter D_h pour définir la géométrie. On note S_f la surface de la fente.

À partir de ces grandeurs, on peut déduire un ensemble de nombres adimensionnels (Annexe A) permettant de décrire le problème. Ils sont choisis parmi la liste non exhaustive suivante :

2.1.1 Rapport d'énergie cinétique

Le rapport d'énergie cinétique R permet de quantifier l'importance du jet dans l'écoulement transverse. Plus il sera élevé, plus le jet pénétrera l'écoulement et se développera. À l'inverse, s'il est faible, le jet restera plaqué au sol par la force de l'écoulement.

$$R = \frac{\rho_j U_j^2}{\rho_\infty U_\infty^2} \quad (2.1)$$

Par souci de simplification, nous noterons dans la suite, $r = \sqrt{R}$

2.1.2 Rapport de vitesse

Le rapport de vitesse U_j/U_∞ est utilisé principalement comme simplification en monophasique (ou lorsque l'aspect diphasique est négligé). En effet le rapport d'énergie cinétique est égal au rapport de vitesse lorsque les deux fluides sont identiques.

2.1.3 Rapport de masse volumique

Le rapport de masses volumiques $\bar{\rho} = \frac{\rho_j}{\rho_\infty}$. Il vaut 1 en monophasique.

2.1.4 Rapport de viscosité

Le rapport de viscosités dynamiques $\bar{\mu} = \frac{\mu_j}{\mu_\infty}$. Il vaut 1 en monophasique.

2.1.5 Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds Re permet de comparer l'importance de l'inertie par rapport à la viscosité.

$$Re_j = \frac{\rho_j U_j D_h}{\mu_j} \quad (2.2)$$

$$Re_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty D_h}{\mu_\infty} \quad (2.3)$$

2.1.6 Nombre de Froude

Le nombre de Froude Fr permet de comparer l'importance de l'inertie par rapport à la gravité.

$$Fr = \frac{U^2}{gD_h} \quad (2.4)$$

En diphasique, la notion de flottabilité d'une phase par rapport à l'autre est intégrée en ajoutant l'écart relatif de masse volumique entre les deux phases dans l'expression précédente.

$$Fr_j = \frac{U_j^2}{g \frac{(\rho_\infty - \rho_j)}{\rho_j} D_h} \quad (2.5)$$

$$Fr_\infty = \frac{U_\infty^2}{g \frac{(\rho_\infty - \rho_j)}{\rho_\infty} D_h} \quad (2.6)$$

Cette nouvelle expression permet de définir si la flottabilité est importante dans le jet considéré afin de déterminer si on se situe plus en présence d'une plume ou d'un JICF.

2.1.7 Nombre de Weber

Le nombre de Weber We permet de caractériser l'interface en présence de deux phases. Dans le cas d'une bulle, il compare l'effet des forces d'inertie de la phase continue avec celui des forces de tension de surface.

$$We_j = \frac{\rho_j U_j^2 D_h}{\sigma} \quad (2.7)$$

$$We_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty^2 D_h}{\sigma} \quad (2.8)$$

2.1.8 Nombre de Morton

Le nombre de Morton Mo caractérise les bulles dans l'écoulement, il dépend uniquement des caractéristiques des fluides :

$$Mo = \frac{\mu_L^4 g}{\rho_L \sigma^3} \quad (2.9)$$

Les nombres adimensionnels peuvent être exprimés pour le jet ou l'écoulement transverse. Il

est possible de basculer de l'un à l'autre en utilisant r , $\bar{\mu}$ et $\bar{\rho}$.

2.2 Structure du jet

2.2.1 Tourbillons

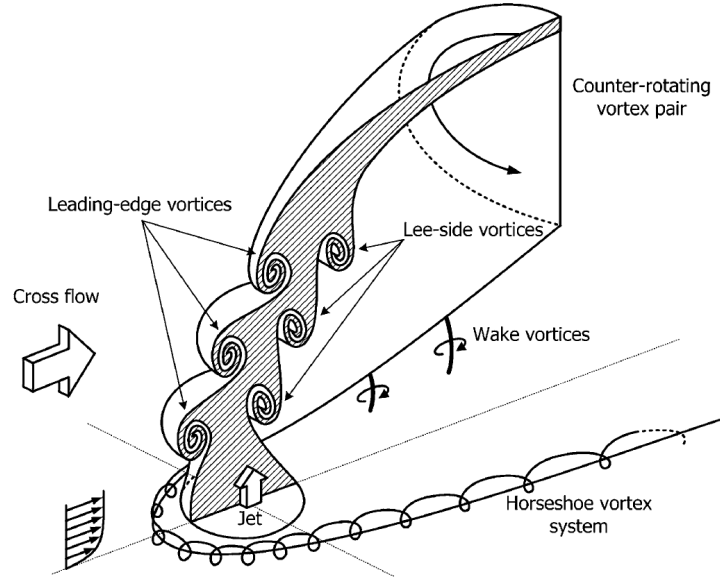


FIGURE 2.1 Structures tourbillonnaires présentes dans un JICF [3]

Le sillage d'un JICF est fondamentalement différent de celui d'un jet libre (sans écoulement transverse). Il dépend fortement du rapport d'énergie cinétique, en dessous de $r = 0,55$ le jet ne pénètre pas à l'intérieur de l'écoulement transverse et est immédiatement rabattu sur la paroi [22]. Dans la suite, nous nous concentrons uniquement sur les jets développés ($r > 0,55$). Dans ce cas-ci, le sillage du jet se découpe en trois zones :

- Au niveau de l'injection, le jet pénètre verticalement dans l'écoulement. Cette zone est localisée à l'injection et n'existe que pour les jets puissants (r grand). Cette zone proche de l'injection est appelée le *near-field*.
- Sous l'action de l'écoulement transverse, la direction du jet est fortement modifiée. On observe la création d'un ensemble de vortex dans cette zone. Ces vortex sont caractéristiques des JICF et sont explicités dans la suite.
- En aval de l'injection, le jet est maintenant dans l'axe de l'écoulement. Il ne reste des vortex créés précédemment que deux vortex contrarotatifs (*Counter rotating Vortex Pair*, CVP) perpendiculaires à l'écoulement. C'est le *far-field*.

Ces deux dernières zones sont caractéristiques d'un JICF, notamment la persistance du CVP loin de l'injection.

On compte quatre types de vortex créés lors de l'injection :

- des vortex présents sur les parois du jet dus au cisaillement entre l'écoulement injecté et l'écoulement transverse (*leading-edge vortices* et *lee-side vortices*)
- la paire de vortex contrarotatifs visibles en aval
- un système de vortex en forme de fer à cheval situé autour du jet proche de la paroi (*horseshoe vortex system*)
- des vortex de sillage présents en aval du jet entre le CVP et la paroi (*wake vortices*)

2.2.2 Vortex de cisaillement et CVP

Les vortex de cisaillement sont créés tout autour du jet via des instabilités de Kelvin-Helmholtz. C'est un phénomène périodique qui apparaît lorsque le jet rencontre l'écoulement transverse, créant un fort gradient de vitesse au niveau de l'interface entre les deux écoulements. Ils ont la forme d'anneaux de vortacité entourant le jet qui se propagent en le suivant, rappelant ceux que l'on peut voir dans le cas d'un jet libre. Cependant, sous l'action de l'écoulement transverse, ils sont fortement déformés et conduisent à la création du CVP.

Actuellement, il n'existe pas de consensus scientifique sur le mécanisme à l'origine du CVP, mais les études s'accordent à dire qu'il est issu du cisaillement entre le jet et l'écoulement transverse.

Une première approche suggère qu'ils sont issus de la déformation des anneaux de vortacité créés par la pénétration du jet [23]. Entraînés par le jet, et sous l'action de l'écoulement transverse, les anneaux se replient sur eux-mêmes en joignant les parties amont et aval. Cette théorie est supportée par plusieurs autres études [4, 24]. Via des simulations, Marzouk et Ghoniem [4] remarquent que la partie aval du jet est aspirée vers le haut puis repliée vers l'amont du jet, rencontrant les parties amont des autres anneaux de vortacité. Il ne reste plus que les bras latéraux des anneaux, contrarotatifs, qui s'accumulent jusqu'à former le CVP (figure 2.2).

La seconde approche montre l'existence de vortex verticaux sur les côtés latéraux du jet [5]. Ces vortex s'étendent vers la partie aval du jet à mesure qu'ils pénètrent dans l'écoulement transverse et forment le CVP (figure 2.3). Les expérimentations de Lim [25] étayent cette approche.

On peut noter que la première approche se concentre sur la déformation de la vortacité

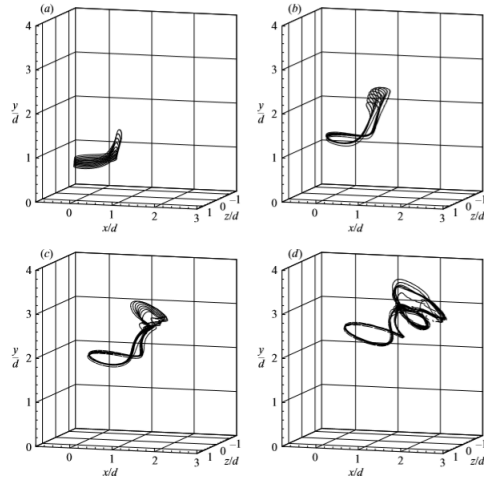


FIGURE 2.2 Évolution d'un anneau de vorticité issu d'un JICF au cours du temps [4]

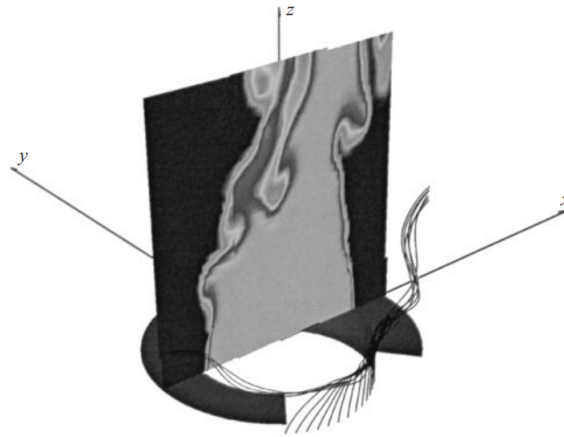


FIGURE 2.3 Lignes de courant dans un vortex vertical au sein du jet [5]

cr  e par le cisaillement d   à la pénétration du jet tandis que la seconde met l'accent sur la déformation du jet par le cisaillement d   à l'action de l'écoulement transverse.

Le CVP est composé de deux vortex alignés dans le sens de l'écoulement d'intensité d'équivalence, mais de rotation contraire. Il s'éloigne de la paroi en parallèle du jet. Il est le seul vortex qui reste visible loin de l'injection, jusqu'à plusieurs centaines de diamètres du jet [26]. L'impact du jet sur l'écoulement transverse est donc intrinsèquement lié au CVP, car sa présence en aval du jet va continuer à modifier l'écoulement.

2.2.3 Fer à cheval

Le système de vortex en fer à cheval entoure le jet par l'amont et ressemble à celui obtenu lorsqu'un objet solide est soumis à un écoulement transverse, mais présente quelques différences [6, 27].

Il se forme à partir de l'écoulement transverse (principalement, sa couche limite près de la paroi) lorsqu'il rencontre le jet. Dans cette région, le jet se comporte comme un mur et force l'écoulement à s'enrouler sur lui-même, créant ainsi le fer à cheval [10, 28].

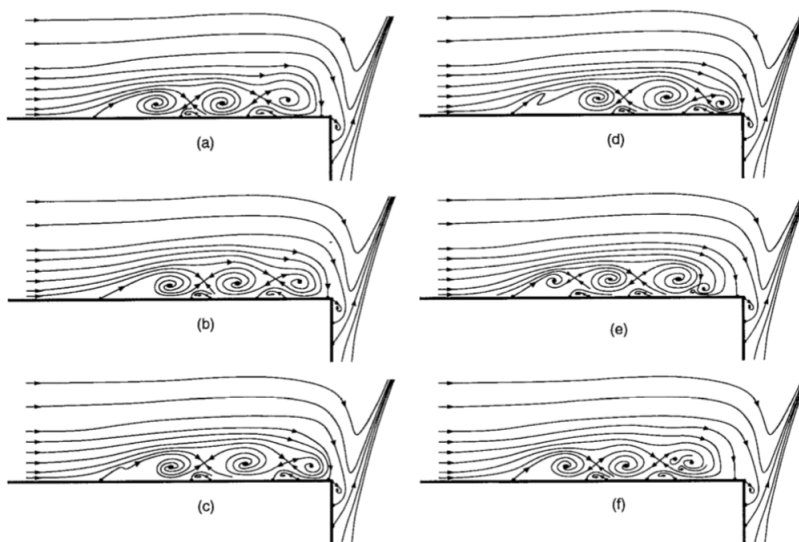


FIGURE 2.4 Évolutions temporelles des vortex composant le fer à cheval dans le mode coalescent [6]

Des oscillations du système peuvent apparaître, différenciant ainsi ce système de celui obtenu par un obstacle solide. Leur fréquence correspond à la périodicité d'apparition de vortex de cisaillement autour du jet [27, 29]. Kelso et Smits [6] ont observé que le fer à cheval peut avoir trois modes dépendants du ratio de vitesse et du nombre de Reynolds : stationnaire, oscillant et coalescent. Dans le premier cas, les différents vortex composant le fer à cheval (2 vortex principaux) sont statiques. Dans le second cas, les trois vortex principaux en présence oscillent dans la direction de l'écoulement transverse. Dans le troisième cas (figure 2.4), un processus cyclique est visible, les vortex sont créés en amont du jet puis s'en rapprochent avant de fusionner l'ensemble proche du jet.

2.2.4 Vortex de sillage

Les vortex de sillage sont des phénomènes instationnaires qui apparaissent entre le jet et la paroi dans la partie aval. De nombreuses études se sont intéressées à l'origine de ces structures. Bien que rappelant les vortex de Von Karman issus d'un corps solide placé dans un écoulement transverse, leur origine est fondamentalement différente, Komuro et Tsukiji [30] ayant notamment remarqué que leur formation n'est pas périodique. Fric et Roshko [31] ont observé qu'ils sont fortement dépendants du ratio de vitesse r . À faible ratio, ces vortex sont peu visible, et lorsque ce ratio augmente, ils deviennent bien définis aux alentours de $r = 4$ puis ils se concentrent près de la paroi et ne sont reliés au jet que par un fin filament. Cette étude laisse penser qu'ils seraient issus de la couche limite au niveau de la paroi, mais cette thèse a été contredite par de nombreuses autres études [32–34]. Dans cette dernière étude, Milanovic et al. [34] montrent que ces vortex proviennent de l'interaction entre la couche limite entourant le jet et celle de l'écoulement transverse proche de la paroi. Aucun vortex n'est créé au-delà de cette zone d'interaction, située sur le côté aval du jet. Différentes formes de vortex ont été observées en plus de celle reliant le jet à la paroi :

- des fers à cheval dont les deux extrémités sont reliées à la paroi
- des poignées (*handle-like*) dont les deux extrémités sont reliées aux jets
- des spirales s'enroulant autour d'autres tourbillons

2.2.5 Moyenne temporelle d'un JICF

Les vortex exposés précédemment sont intrinsèquement liés entre eux, car ils émanent tous du même phénomène, à savoir l'interaction entre le jet et l'écoulement transverse. Cependant, lorsque l'on s'intéresse à la moyenne temporelle des grandeurs afin de voir l'état stationnaire du jet, les vortex observés ne sont pas les mêmes.

Les vortex de cisaillement et les vortex de sillage qui sont des structures purement instationnaires disparaissent totalement. Il ne reste des vortex de cisaillement qu'une couche de vorticité autour du jet représentant le cisaillement entre les deux écoulements.

Cependant, le CVP et le fer à cheval sont encore visibles, mais leur comportement est simplifié.

D'après Smith et Mungal [33] le CVP est instationnaire et asymétrique à tout instant. Dans leurs expériences, en étudiant un marqueur de concentration, ils remarquent qu'une fois le CVP formé, sa forme et sa puissance ne sont pas symétriques malgré un moyennage temporel. Cependant, le plan médian est un plan de symétrie du système, la moyenne temporelle du jet, si elle comporte suffisamment de pas de temps, doit donc être symétrique par rapport à ce plan.

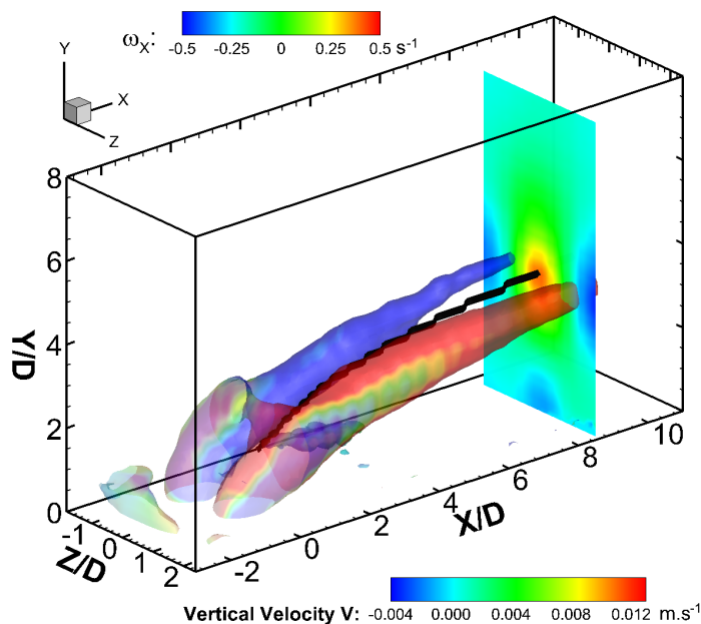


FIGURE 2.5 Isosurface d'un critère de tourbillon et vitesse verticale dans un plan. La pénétration du CVP est représentée avec une ligne noire [7]

La moyenne temporelle va permettre de transformer les anneaux de vorticité issus des vortex de cisaillement en deux vortex d'intensité similaire avec une trajectoire symétrique par rapport au plan médian. Le centre de chacun des vortex est défini par le maximum local de la valeur absolue de la vorticité (les deux vortex étant contrarotatifs, l'un a une circulation positive tandis que l'autre en a une négative). Les vortex sont perpendiculaires à la ligne de courant passant par le centre du jet qui, loin de l'injection, peut être assimil e à des plans perpendiculaires à l'écoulement transverse. Afin de traquer ces tourbillons, Cambonie et al. [7] se servent d'un critère de tourbillons (dans leur cas, la *swirling strength*) afin de s'affranchir du cisaillement qui impacte la vorticité. Ils se servent aussi de la position du maximum de vitesse verticale, plus simple à traquer qu'un critère de tourbillon. Les maximums correspondent bien à l'altitude du centre des vortex. Cependant, la trajectoire latérale est perdue, car le maximum de vitesse verticale se situe dans le plan médian. Il ne permet donc que d'étudier la pénétration du CVP et pas son écartement.

2.3 Trajectoires

2.3.1 Trajectoire du jet circulaire

Il existe trois principales méthodes pour déterminer la trajectoire moyenne d'un JICF :

- trajectoire du centre du jet
- trajectoire de la vitesse maximum
- trajectoire de la concentration maximum

Le premier consiste à suivre la ligne de courant passant par le centre de l'injection. Le deuxième consiste à suivre le maximum de vitesse dans le plan médian du jet pour ainsi en déduire la trajectoire globale. La dernière méthode a pour objectif de suivre l'évolution de la concentration d'un marqueur injecté dans le jet afin de trouver la position des maximums et déduire la trajectoire. Cela peut concerner la température, le taux de vide ...

Les variations de la trajectoire déterminée atteignent 5 à 10% dépendamment de la méthode utilisée, mais le comportement de la trajectoire est similaire [35].

Un des objectifs majeurs de l'étude des JICF est la détermination d'une équation de trajectoire valable pour toute expérience ou simulation. Cela passe par la détermination des facteurs x_a et z_a permettant l'adimensionnalisation de l'équation de trajectoire $z = f(x)$ où z est la hauteur du jet et x la distance par rapport à l'injection. L'équation résultante $z/z_a = f(x/x_a)$ a pour objectif de déterminer la trajectoire de n'importe quel JICF par similitude.

Pratte et Baines [36] ont concaténé les résultats de nombreuses études pour arriver à une formule de trajectoire valable pour des ratios de vitesse compris entre 5 et 35 :

$$\frac{z}{rD} = A \left(\frac{x}{rD} \right)^B \quad (2.10)$$

Avec $A = 2,05$ et $B = 0,28$. Dans cette formule, la trajectoire est adimensionnalisée par une longueur caractéristique rD . Une analyse de similitude a été effectuée par Broadwell et Breidenthal [37] en complément en traitant le jet comme une source ponctuelle de quantité de mouvement et a permis de déduire une formule équivalente.

Cependant, les études expérimentales se basant sur cette formulation ont trouvé des constantes variables : $1,2 < A < 2,6$ et $0,28 < B < 0,44$. Cet étalement des résultats provient des différentes conditions expérimentales ainsi que des différentes méthodes choisies pour définir la trajectoire (généralement maximum de vitesse ou maximum de concentration). Dans un premier temps, il a été proposé de faire dépendre la constante A en fonction de r :

$$\frac{z}{rD} = A'r^C \left(\frac{x}{rD} \right)^B \quad (2.11)$$

Une valeur de $C = 0,3$ a été proposée par Kamotami et Greber [38] tandis que les coefficients suivants $A' = 0,527$, $B = 0,314$ et $C = 1,178$ ont été trouvés par Karagozian [39].

En se concentrant sur la partie proche de l'injection (jusqu'à $8D$), Keffer et Baines [26] ont montré que la longueur caractéristique r^2D pouvait être utilisée pour les différents ratios étudiés ($r = 6, 8, 10$).

En étudiant la trajectoire du maximum de concentration et en comparant les longueurs caractéristiques existantes dans la littérature (D [31] puis rD et r^2D), Smith et Mungal [33] ont observé que rD permet une meilleure adimensionnalisation de la trajectoire par rapport aux autres pour les ratios considérés ($5 < r < 25$).

Une autre analyse de similitude a été réalisée par Hasselbrink et Mungal [40] pour les jets puissants ($r \gg 1$). Elle a permis de trouver des lois d'échelle pour la vitesse, le flux massique et la trajectoire. Il apparaît que la trajectoire suit des lois différentes en fonction que l'on se trouve proche de l'injection (*near field*) ou loin en aval (*far field*) valable pour les jets avec un fort ratio de quantité de mouvement ($r \gg 1$) :

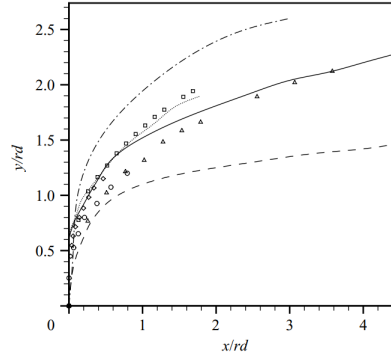


FIGURE 2.6 Concaténation des trajectoires de JICF avec une adimensionnalisation par rD [8]

$$\text{near field} : \frac{z}{rD} = A_{,f} \left(\frac{x}{rD} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

$$\text{far field} : \frac{z}{rD} = A_{ff} \left(\frac{x}{rD} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.13)$$

Cependant, en concaténant les données de multiples études, Muppidi et Mahesh [8] ont observé que l'utilisation de la longueur caractéristique rD n'est pas suffisante (figure 2.6). L'étalement des différentes trajectoires ne pouvait être expliqué juste avec la variation de

5 – 10% due à la différence entre le suivi du maximum de vitesse et celui du maximum de concentration. Ils introduisent une longueur caractéristique supplémentaire H décrivant la hauteur du jet au niveau de l'injection (avant qu'il ne se fasse dévier par l'écoulement transverse) et trouvent la loi suivante :

$$\frac{z}{rD} = A' \left(\frac{H}{D} \right)^C \left(\frac{x}{rD} \right)^B \quad (2.14)$$

Cette loi permet de prendre en compte le profil de vitesse du jet avant l'injection ainsi que l'épaisseur de la couche limite de l'écoulement transverse, caractéristiques dont H dépend et qui pouvaient varier fortement dans les études réalisées sans pour autant être intégrées dans les formules.

Afin de prendre en compte l'impact des profils de vitesse des écoulements, Cambonie et al. [7] ont défini un nouveau nombre adimensionnel r_m , rapport des moyennes quadratiques des vitesses. L'écoulement transverse est moyenné sur toute la hauteur de la couche limite, tandis que l'écoulement injecté est moyenné sur toute la surface d'injection :

$$r_m^2 = \frac{\frac{1}{S} \int_S u_j^2 dS}{\frac{1}{\delta} \int_0^\delta u_\infty^2 dy} = \frac{r_{m,j}}{r_{m,\infty}} r^2 \quad (2.15)$$

Avec :

$$r_{m,j} = \frac{\frac{1}{S} \int_S u_j^2 dS}{\left(\frac{1}{S} \int_S u_j dS \right)^2} = \frac{\overline{u_j^2}}{U_j^2} \quad (2.16)$$

$$r_{m,\infty} = \frac{\frac{1}{\delta} \int_0^\delta u_\infty^2 dy}{U_\infty^2} \quad (2.17)$$

Ainsi qu'une nouvelle formule de trajectoire adimensionnalisée qui reprend les axes précédents :

$$\frac{z}{r_m^\alpha D \left(\frac{\delta}{D} \right)^\beta} = A \left(\frac{x}{r_m D} \right)^B \quad (2.18)$$

Cette formulation introduit la hauteur de la couche limite δ dans l'équation, plus facilement mesurable que la précédente longueur h proposée par Muppidi et Mahesh [8].

Ils observent notamment que les indices α et β ne sont pas constants entre les deux jeux de simulations ($r = 1, 52$ et $r = 5, 7$), les deux exposants étant plus grands lorsque r est petit : $\alpha = 1, 5$ et $\beta = 0, 05$ pour $r = 5, 7$ tandis $\alpha = 0, 16$ et $\beta = 2, 3$ pour $r = 1, 52$.

Cette dernière formulation est donc la plus aboutie. Elle permet de déterminer via une formule simple la trajectoire d'un jet circulaire à partir de données identifiables facilement (vitesse des écoulements, profil de vitesse des couches limites) que ce soit pour des expériences ou des simulations numériques.

2.3.2 Trajectoire du CVP

En plus des méthodes précédentes, il est possible de s'intéresser au CVP pour déterminer la trajectoire d'un jet.

Après avoir moyenné temporellement les grandeurs, la position du centre de chacun des tourbillons du CVP est déterminée via un critère de tourbillon ou via le maximum de vitesse verticale [7]. Bien que ces tourbillons ne soient pas définis au niveau de l'injection, ces critères permettent de les détecter à des distances assez proches (un à deux diamètres en aval de l'injection).

La trajectoire du CVP pénètre moins que celle du jet et lorsque l'on s'éloigne de l'injection, les deux sont parallèles [7]. Elle a un comportement identique lors de la variation des paramètres (vitesse, tailles des couches limites). Ainsi, les auteurs lui attribuent une équation de trajectoire identique à celle du jet (2.18).

2.3.3 Déviation du jet

Le jet est dévié dans le sens de l'écoulement transverse sous l'action de deux phénomènes : la différence de pression entre l'amont et l'aval du jet ainsi que l'échange de quantité de mouvement entre les deux écoulements.

Effort de pression

La présence du jet au sein de l'écoulement transverse opère comme un obstacle qui va modifier localement la pression. Fearn et Weston [41] remarquent en effet une zone de haute pression située en amont du jet et une de basse pression située derrière. Leur action combinée crée une force de traînée dans le sens de l'écoulement transverse qui va aider à la modification de trajectoire de l'écoulement injecté.

En étudiant la trajectoire des lignes de courant dans le plan de symétrie, notamment celle passant par l'amont de l'injection et celle passant par l'aval, un coefficient de traînée est

défini. Pour une altitude donnée, la pression le long des deux lignes de courant est relevé p_{amont} et p_{aval} :

$$C_p = \frac{p_{amont} - p_{aval}}{\frac{1}{2}\rho_{\infty}U_{\infty}^2} \quad (2.19)$$

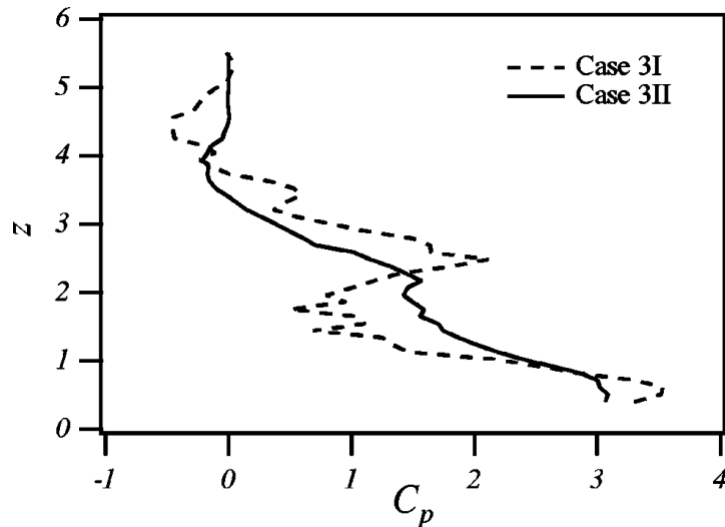


FIGURE 2.7 Valeur du coefficient de pression en fonction de l'altitude [9]

Yuan et Street [9] étudient la dépendance de ce coefficient en fonction de l'altitude pour $r = 3,3$ (figure 2.7). Le coefficient décroît lorsque l'on s'éloigne verticalement de l'injection pour quasiment disparaître à $\frac{z}{D} = 4$. Les valeurs trouvées sont environ deux fois supérieures à celles que l'on peut attendre dans le cas d'un obstacle cylindrique. La forme concave du jet sur sa partie aval induit des pressions plus petites ce qui explique cette différence.

Les efforts de pression ont un rôle dans la déviation du jet, mais uniquement proche de l'injection.

Entraînement

Les différentes structures tourbillonnaires (notamment le CVP et les vortex dont il est originaire) permettent d'entraîner l'écoulement transverse à l'intérieur du jet, ce qui augmente son débit, diminue sa concentration et, via un transfert de quantité de mouvement, le dévie.

Plusieurs études [33, 37, 42] se sont intéressées à la décroissance du maximum de concentration au sein du jet et l'ont comparée avec celle du jet libre. Cependant les résultats sont

peu concluants, la vitesse de la décroissante encadre celle du jet libre qui est caractérisé par une courbe en s^{-1} où s est l'abscisse curviligne du jet. Cette dispersion des résultats fait dire à Mahesh [43] que la concentration est probablement fortement dépendante des paramètres des expériences et simulations, mais aussi que le caractère tridimensionnel du JICF ne permet pas de réduire l'étude au simple plan de symétrie. En effet, dans le cas d'un jet libre, axisymétrique, on peut s'intéresser uniquement à l'axe de symétrie, car il contient tous les maximums. Cependant, pour un JICF, les maximums de vitesse et de concentration ne sont pas superposés, et bien que contenus dans le plan de symétrie dans le near-field, ils s'écartent lorsque le CVP est formé pour rejoindre le centre des vortex.

Un autre axe d'étude consiste à caractériser l'entraînement du jet en évaluant le débit volumique. À partir de l'analyse de la conservation de la quantité de mouvement en négligeant l'influence de la pression, ainsi que l'équation de trajectoire de Pratte et Baines [36], Hasselbrink et Mungal [44] arrivent à l'expression du flux volumique normalisé par le flux injecté (\dot{Q}_0) :

$$\frac{Q_{jet}}{Q_0} = 1 + \frac{r}{AB} \left(\frac{x}{rD} \right)^{1-B} \quad (2.20)$$

À partir de leurs simulations et l'expression précédente, Yuan et Street [9] ont estimé la constante B et trouve un résultat proche (7% d'erreur) par rapport à la constante proposée par Pratte et Baines [36] dans leur équation de trajectoire.

Cette formule (2.20) peut être comparée à la corrélation de Ricou-Spalding [45] issue d'un jet libre axisymétrique :

$$\frac{Q_{jet}}{Q_0} = 1 + 0,32 \frac{x}{D} \quad (2.21)$$

En reprenant les valeurs des constantes ($A = 2,05, B = 0,28$), le débit est supérieur dans le cas du JICF malgré une croissante plus faible ($x^{2/3}$ contre x).

Muppidi et Mahesh [10] comparent justement les résultats de leurs simulations pour $r = 5,7$ avec la corrélation de Ricou-Spalding [45] (figure 2.8). Pour le jet libre, la courbe est linéaire, tandis que pour le JICF, il y a une rupture à $s = 2D$. En amont de cette rupture, le flux volumique est équivalent entre les deux types de jet et en aval le JICF est dominant, avec un flux deux fois supérieur à $6D$ et trois fois à $9D$.

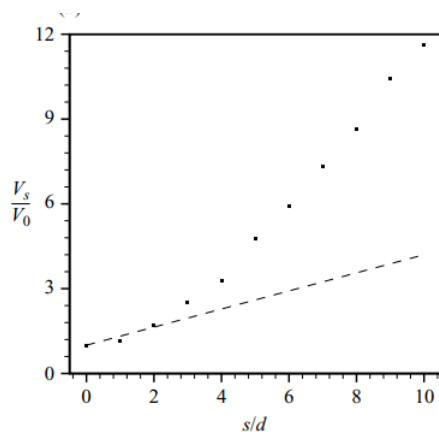


FIGURE 2.8 Flux volumique normalisé en fonction de la distance à l'injection [10]

2.4 Jet non circulaire

Le rapport de forme (*aspect ratio*, $AR = L_f/e$) est une des caractéristiques principales des jets non circulaires. Il est défini par le rapport entre les dimensions de l'orifice (longueur transverse à l'écoulement sur longueur parallèle à l'écoulement). Cette définition peut varier en fonction des études où les auteurs peuvent inverser les dimensions.

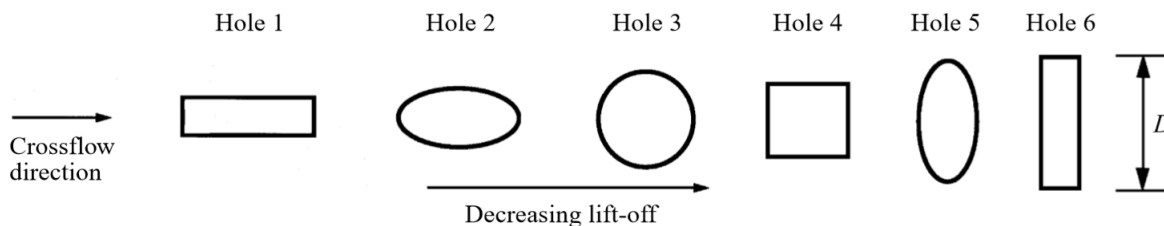


FIGURE 2.9 Influence de la géométrie de l'orifice sur la pénétration d'un JICF [11]

Haven et Kurosaka [11] se sont intéressés à l'influence du rapport de forme de l'orifice d'un JICF. En observant le sillage du jet pour différentes géométries de même surface (figure 2.9) pour des ratios d'énergie cinétique faibles ($r < 2$), ils remarquent que l'augmentation du rapport de forme induit un écartement entre les deux vortex composant le CVP et une pénétration inférieure. Ils observent de nouvelles structures tourbillonnaires sur la partie amont du jet (*upper deck*) ressemblant par leurs formes aux CVP (présents sur la partie aval du jet, *lower deck*). Ces nouvelles structures peuvent être alignées avec le CVP (*kidney pairs*) pour les faibles rapports de forme ou dans le sens inverse (*anti-kidney pairs*) pour les grands rapports de forme (figure 2.10). Elles possèdent une magnitude comparable au CVP et peuvent soit le renforcer, soit le concurrencer, ce qui explique les variations de pénétration.

Ils observent aussi que ces différences sont principalement concentrées, proches de l'injection et qu'elles se dissipent dans le *far field*.

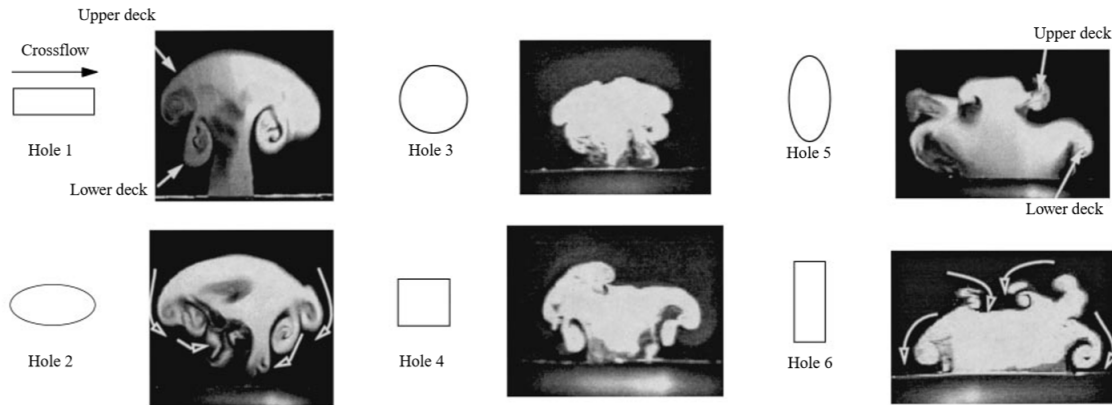


FIGURE 2.10 Sillage des différentes géométries proches de l'injection [11]

Parallèlement, Liscinsky et al. [46] ont observé, pour des géométries équivalentes, mais pour des ratios d'énergie cinétique supérieurs (8, 2), que la géométrie de l'orifice n'a qu'un impact négligeable sur la trajectoire et l'entraînement du jet.

En effectuant un travail comparable sur des géométries elliptiques uniquement, New et al. [47] ont remarqué que les structures (*windward vortex pairs*, WVP) observées par Haven et Kurosaka [11] apparaissent sur toute la gamme de ratios de quantité de mouvement testée (1 à 5). Ils peuvent soit prendre la forme d'un second CVP, stable, apparaissant pour les faibles AR, soit de structures instables (*anti-kidney pair*, *kidney pair* voire plusieurs *kidney pairs*) apparaissant pour les grands AR. À l'exception de l'apparition de ces nouvelles structures, la topologie du jet reste identique à celle observée pour des jets circulaires. De plus ils remarquent que ces structures sont présentes uniquement proches de l'injection et qu'elles se dissipent (structures instables) ou fusionnent avec le CVP lorsque l'on s'éloigne de l'injection, confirmant les résultats de Haven et Kurosaka [11].

Des études plus récentes se sont concentrées sur l'influence directe de la géométrie (pour des AR identiques) sur les caractéristiques d'un JICF. Mi et al. [48] se sont intéressés à différentes géométries (cercle, carré, étoile, triangle ...) avec un diamètre hydraulique équivalent (avec un AR de 1 à part pour le rectangle et le triangle isocèle). Ils ont remarqué que la vitesse du jet pour toutes les géométries non circulaires diminue plus vite que celle du jet issu du cercle. Ce qui implique un entraînement de l'écoulement transverse supérieur.

Par la suite, Lim et al. [12] ont tenté de regrouper toutes les trajectoires issues d'orifices

elliptiques sous une seule et même équation. Ils montrent qu'utiliser une longueur caractéristique rD_h ou $r^\alpha D_h$ n'est pas convenable pour adimensionnaliser la trajectoire (figure 2.11). Plus on s'éloigne de $AR = 1$ (jet sphérique), les trajectoires divergentes les unes des autres. Cela peut s'expliquer par l'apparition des WVP dont le comportement dépend de r et du AR et qui ont des influences variables. Inclure le rapport de forme dans la formulation de la trajectoire ou se limiter aux cas limites ($AR \gg 1$ ou $AR \ll 1$) peut permettre d'obtenir une solution plus générale.

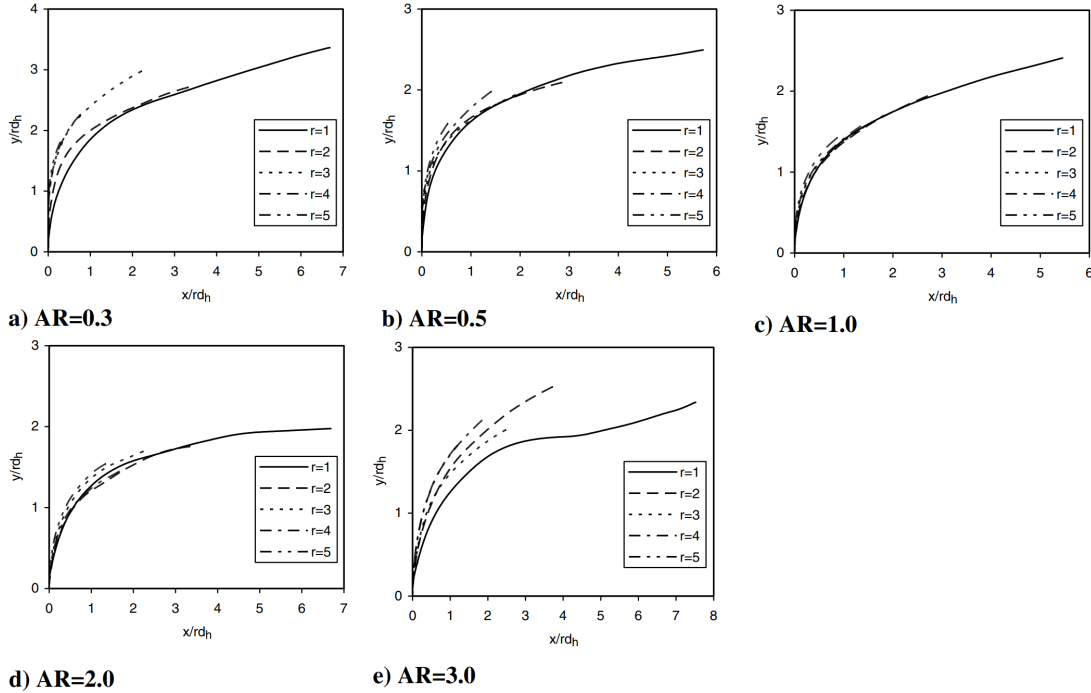


FIGURE 2.11 Trajectoires adimensionnalisées d'ellipses [12].

D'une manière générale, les études réalisées à ce jour montrent que la trajectoire est fortement dépendante de la géométrie lorsque r est petit et que son effet s'estompe lorsque r est grand. Lorsque la longueur de l'orifice transverse à l'écoulement est grande (grand AR) le jet forme un obstacle plus large, pénètre moins dans l'écoulement et les vortex du CVP sont plus éloignés du plan médian. Cela peut renforcer l'hypothèse selon laquelle le CVP trouve son origine dans les vortex verticaux situés sur les côtés de l'orifice. Le décalage latéral de ces vortex dû à la modification de la géométrie induirait un décalage des vortex du CVP.

Des structures tourbillonnaires supplémentaires sont présentes dans le sillage en plus du CVP, mais elles s'estompent très vite lorsque l'on s'éloigne de la fente.

2.5 Jet circulaire diphasique

La principale force du jet en écoulement transverse est sa capacité de mélange supérieure par rapport à un jet libre. Cette amélioration du mixage entre les écoulements justifie l'utilisation d'un tel système dans des applications industrielles et implique généralement deux fluides différents (deux liquides ou des mélanges liquide-gaz).

La plupart des recherches basées sur des jets monophasiques (un fluide injecté dans un écoulement transverse du même fluide) utilisent le rapport de vitesse pour décrire l'écoulement. Ce rapport renseigne sur la cinématique que l'on peut avoir au niveau de l'injection et les rapports de force entre les deux écoulements (écoulement injecté et écoulement transverse) et permet de comparer les jets entre eux par similitude.

Pour les jets diphasiques, ce rapport de force entre les écoulements existe toujours et l'utilisation du rapport d'énergie cinétique volumique au lieu du rapport de vitesse permet de le prendre en compte. L'utilisation de deux fluides ne change pas la structure du jet et les vortex visualisés. Les équations de trajectoire sont identiques en intégrant le caractère diphasique de l'écoulement dans le coefficient r permettant l'adimensionnalisation. On a donc

$$r = \sqrt{R} = \sqrt{\frac{\rho_j U_j^2}{\rho_\infty U_\infty^2}}$$

Trajectoire de la phase gazeuse

La principale modification que l'on peut observer dans la trajectoire d'un jet diphasique est la flottabilité. Lorsque la différence de masse volumique entre les deux fluides est grande, la gravité a un effet important sur la trajectoire. Par extension, les forces volumiques peuvent aussi avoir un impact, notamment la force centripète dans le cas d'un référentiel en rotation (turbine hydroélectrique par exemple).

Dans le cas d'injection de gaz dans un écoulement transverse liquide, il existe une longueur caractéristique à partir de laquelle la flottabilité de la phase gazeuse devient plus importante que l'entraînement du jet. Socolofsky et Adams [13] ont observé qu'avant cette hauteur, le jet peut être considéré comme un écoulement monophasique. Tandis qu'après, il y a une séparation entre la phase gazeuse qui évolue de façon linéaire, selon une direction dépendant du rapport de vitesse et la phase liquide entraînée par le jet qui évolue selon une trajectoire d'un liquide monophasique (figure 2.12). À partir d'une analyse dimensionnelle, ils ont estimé empiriquement cette hauteur pour un écoulement à bulles :

$$H_s = \frac{5,1 Q_j (1 - \rho_j / \rho_\infty) g}{(U_\infty U_s^{2,4})^{0,88}} \quad (2.22)$$

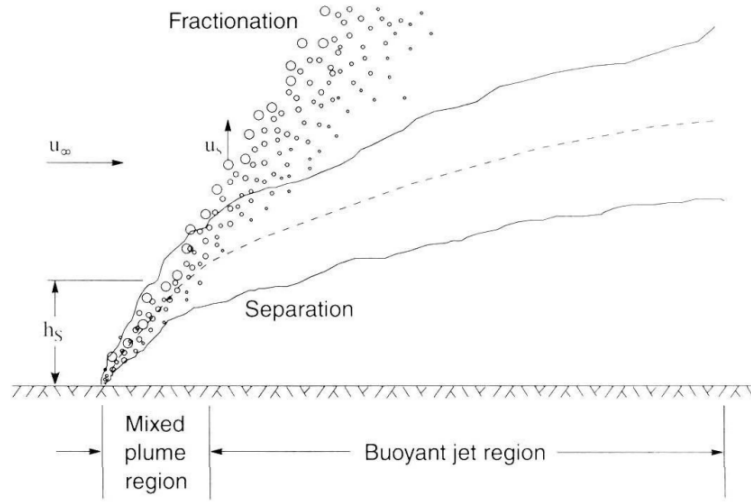


FIGURE 2.12 Séparation des deux phases dans un JICF diphasique [13]

Où U_s sont la vitesse de glissement des bulles et $Q_j = U_j S_f$ le débit volumique du jet. Cette séparation se produit lorsque l'écoulement transverse est suffisamment fort.

En étudiant des jets mixtes liquide-gaz, Zhang et Zhu [49] ont trouvé des résultats similaires, montrant notamment que pour les jets contenant uniquement du gaz, la hauteur h_s est négligeable et la trajectoire peut être assimilée à une droite lorsqu'ils injectent uniquement du gaz. De plus, ils ont généralisé la formule précédente, en négligeant les variations de vitesse de glissement des bulles et le flux de flottabilité injecté :

$$H_s = 2,39 S_f^{0,5} \left(\frac{U_j}{U_\infty} \right)^{0,88} \quad (2.23)$$

Rek et al. [50] ont étudié, grâce à des simulations VOF, l'évolution de l'injection d'une phase gazeuse dans un écoulement de liquide. Ils observent que sur leur domaine d'étude (grand Reynolds et petit rapport d'énergie cinétique), la longueur caractéristique rD peut être utilisée pour approcher la trajectoire du maximum de vitesse (Pratte et Baines [36]). De plus, ils observent que la direction de propagation de la phase gazeuse est linéaire et qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\theta = a \text{Re}_\infty^{-b} \quad (2.24)$$

Dans les cas précédents, la configuration étudiée est une injection par le bas d'un gaz dans

un écoulement de liquide. Sous l'action de la gravité, et parce que le gaz est moins dense que le liquide, il y a séparation entre les deux. Le gaz s'élève linéairement tandis que le liquide, entraîné par le jet, forme un sillage similaire à un jet monophasique. Cependant, la configuration inverse existe lorsque la flottabilité du fluide injecté le ramène vers la paroi. L'étude de ces jets a permis notamment de montrer l'importance du nombre de Froude de l'écoulement transverse dans la trajectoire du liquide injecté (voir la revue de Taherian [51] pour plus d'information).

2.6 Modélisation du CVP

Bien qu'étant une caractéristique principale d'un JICF, le CVP apparaît dans d'autres situations, notamment dans le sillage d'un avion, où chaque aile va créer un vortex formant ainsi un CVP [52]. Dans ce contexte, il peut affecter les avions environnants en causant un roulis inattendu, notamment lors du décollage ou de l'atterrissage où les distances entre les avions sont faibles. Le CVP en tant que structure isolée a donc été étudié en profondeur pour connaître son évolution et la façon dont il se dissipe.

Une façon simple de modéliser le CVP est de le représenter par deux vortex infinis. Auquel cas, dans un plan S perpendiculaire, on peut définir des grandeurs caractérisant chaque vortex, à savoir, son centre X_c , sa circulation Γ et son rayon a . Ils sont définis à partir de l'intégrale du champ de vorticité sur le plan [53] :

$$\Gamma = \int_S \omega dS \quad (2.25)$$

$$\mathbf{X}_c = \frac{1}{\Gamma} \int_S \mathbf{X} \omega dS \quad (2.26)$$

$$a^2 = \frac{1}{\Gamma} \int_S |\mathbf{X} - \mathbf{X}_c|^2 \omega dS \quad (2.27)$$

2.6.1 Modélisation d'un tourbillon

Il existe plusieurs façons de modéliser un tourbillon afin de déterminer les champs associés (vitesse, vorticité, pression).

Vortex ponctuel

Si on se situe suffisamment loin du vortex, il peut être assimilé à un point dans le plan (une ligne en 3D) avec une circulation Γ donnée. Le vortex a donc un rayon nul et pour tout point qui n'est pas sur l'axe, la vorticité est aussi nulle. Par analogie avec l'électromagnétisme, la loi de Biot et Savart permet de définir la vitesse dans le plan à partir de la distance r avec le centre du vortex :

$$u_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} \quad (2.28)$$

C'est un modèle très simple, mais nécessite que l'on se situe loin du vortex pour éviter la singularité.

Vortex de Rankine

Le vortex de Rankine est un modèle qui permet d'éviter la singularité au niveau du centre que l'on peut avoir avec le vortex ponctuel.

Ce modèle consiste en une rotation caractéristique d'un corps solide à l'intérieur du vortex de rayon a (la vitesse tangentielle est proportionnelle à la distance par rapport au centre) et d'un écoulement irrotationnel en dehors :

$$u_\theta = \begin{cases} \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{r}{a^2} & \text{si } r \leq a \\ \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{1}{r} & \text{si } r > a \end{cases} \quad (2.29)$$

La vorticité est constante à l'intérieur du vortex avec $\omega = \Gamma/\pi a^2$ et nulle à l'extérieur. Quand a tend vers 0, on retrouve les caractéristiques du vortex ponctuel

Vortex de Lamb-Oseen

Ce vortex est une solution des équations de Navier-Stokes en cylindrique, avec les contraintes suivantes :

$$u_r = 0, u_\theta = \frac{\Gamma}{2\pi r} g(r, t), u_z = 0 \quad (2.30)$$

Ce qui donne pour les équations de Navier-Stokes [54] :

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \nu \left(\frac{\partial^2 g}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial g}{\partial r} \right) \quad (2.31)$$

En prenant comme condition la continuité de la solution en $r = 0$ et une asymptote vers 1 quand $r \rightarrow \infty$ afin de tendre vers la loi de Biot et Savart (2.28), on obtient :

$$g(r, t) = 1 - e^{-r^2/a^2(t)} \quad (2.32)$$

L'équation donnant la vitesse tangentielle d'un tourbillon de Lamb-Oseen en fonction de la distance au centre r est donc :

$$u_\theta(r, t) = \frac{\Gamma}{2\pi r} (1 - e^{-r^2/a^2(t)}) \quad (2.33)$$

Le rayon du vortex a est une variable temporelle, car dans le cas d'un tourbillon libre, le rayon augmente avec le temps dû à la diffusion [55] :

$$a(t) = \sqrt{a_0^2 + 4\nu t} \quad (2.34)$$

Sa vorticité est donnée par l'équation suivante :

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi a^2} e^{-r^2/a^2} \quad (2.35)$$

Le tourbillon de Lamb-Oseen est souvent utilisé pour modéliser les vortex. Un vortex ponctuel isolé converge notamment vers un vortex de Lamb-Oseen par diffusion.

Comparaison des modèles

Pour la vorticité, le modèle de Rankine et celui de Lamb-Oseen a un maximum commun au centre du vortex :

$$\omega_c = \Gamma/\pi a^2 \quad (2.36)$$

En bordure, on trouve une discontinuité pour le modèle de Rankine. La taille du vortex de Lamb-Oseen n'est pas limitée à un disque de rayon a . La borne $|\omega_{1\%}|$ représentant 1% de la vorticité maximum si situé à $r_{1\%} = a\sqrt{-\ln(0,01)} \approx 2,15a$ du centre. Il est donc significativement plus étendu que le vortex de Rankine.

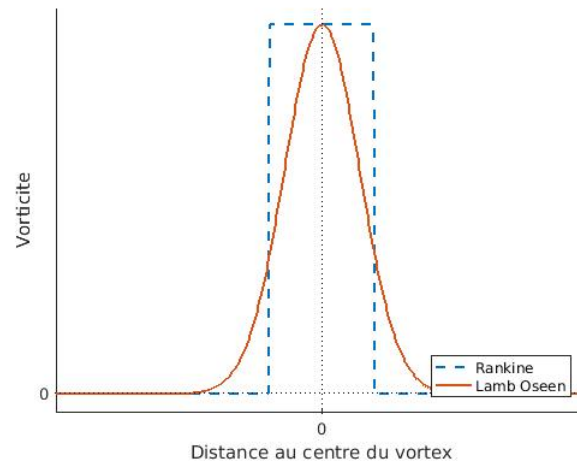


FIGURE 2.13 Profil de vorticité en fonction de la distance au centre du vortex

Dans la suite de cette étude, nous utiliserons la borne $|\omega_{1\%}|$ pour définir la surface contenant le vortex. Tout point ayant une vorticité supérieure à cette borne sera considéré comme faisant partie du tourbillon.

La vitesse tangentielle des trois modèles a un comportement identique en dehors du vortex lorsque l'on s'en éloigne (vitesse décroissante en $\frac{1}{r}$). Au centre du vortex, le modèle de Rankine et celui de Lamb-Oseen ont un comportement analogue. Ils diffèrent dans la façon dont ils traitent l'extrémité du vortex (en $r = a$). Là où le modèle de Rankine possède une cassure dans la courbe liée à la discontinuité de la vorticité, celui de Lamb-Oseen a une transition lisse.

On peut noter que le maximum de vitesse est localisé en bordure du vortex ($r = a$) pour le modèle de Rankine, mais pas pour celui de Lamb-Oseen. Il se trouve environ à $1,12a$, là où s'annule la dérivée spatiale de $\frac{1}{r}g(r, t)$.

2.6.2 Modélisation d'un dipôle

Instabilité

Lorsque soumis à un champ de contrainte externe, un vortex subit deux instabilités caractérisées par leur longueur d'onde. Ces instabilités peuvent apparaître dans un tourbillon isolé soumis à un champ externe [56] ou dans le cas d'une paire de tourbillons [57]. Dans le second cas, chacun des vortex crée un champ qui va déstabiliser l'autre, entraînant l'apparition des instabilités.

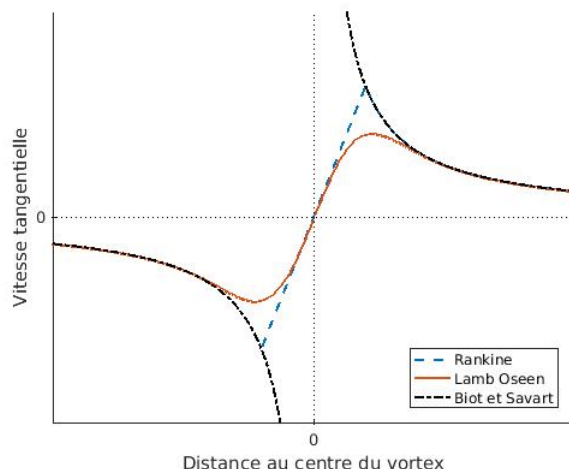


FIGURE 2.14 Profil de vitesse tangentielle en fonction de la distance au centre du vortex

L'instabilité de Crow correspond aux grandes longueurs d'onde (plusieurs fois la longueur de séparation b). Les vortex entiers oscillent dans un plan incliné à 45° par rapport au segment reliant les centres [53]. Une fois que l'amplitude des oscillations est suffisante, les deux centres se connectent périodiquement dans le plan de symétrie et on assiste à la création d'anneaux de vorticité. Trois phénomènes contribuent à cette instabilité. En premier, une rotation induite par le vortex lui-même. Puis le mouvement induit par le second vortex, et finalement un effet non linéaire émanant des deux précédentes perturbations. L'effet combiné de ces trois phénomènes contient la perturbation dans le plan incliné à 45° et déplace les vortex radialement jusqu'à la formation des anneaux de vorticité.

L'instabilité elliptique correspond aux petites longueurs d'onde (de l'ordre de la taille du vortex a). Sous son action, les lignes de courant interne au tourbillon prennent une forme elliptique qui lui donne son nom. Elle apparaît suite à une résonance entre des vagues de Kelvin du vortex et le champ de contrainte imposé par l'autre vortex du CVP [58].

Modèle

En première approximation, le CVP peut être modélisé par un ensemble de deux vortex infinis de Lamb-Oseen sans instabilités [59, 60].

Le dipôle crée par les deux vortex est défini par trois grandeurs :

- La circulation Γ . L'un des deux vortex ayant une circulation Γ et l'autre $-\Gamma$
- Un espacement b qui est la distance entre les centres des deux vortex
- Un rayon a commun aux deux tourbillons.

FIGURE 2.15 Modèle du CVP

Les deux vortex se déplacent dans une direction perpendiculaire au segment qui sépare leur centre [61] à la vitesse suivante :

$$u_d = \frac{\Gamma}{\pi b} \quad (2.37)$$

Cette dérive est due à l'action du champ de vitesse créé par un vortex qui affecte l'autre. De plus, par diffusion, les vortex s'évalent suivant la loi de $a(t)$ (2.34).

Tournant dans des sens opposés, les vortex créés dans une zone de survitesse entre eux où leur effet se cumule et de sous-vitesse à l'extérieur où ils induisent des vitesses opposées qui se compensent. Au centre, en fonction de l'écartement des vortex et de leur taille, on peut être en présence d'un ou deux maximum locaux de vitesse (figure 2.16).

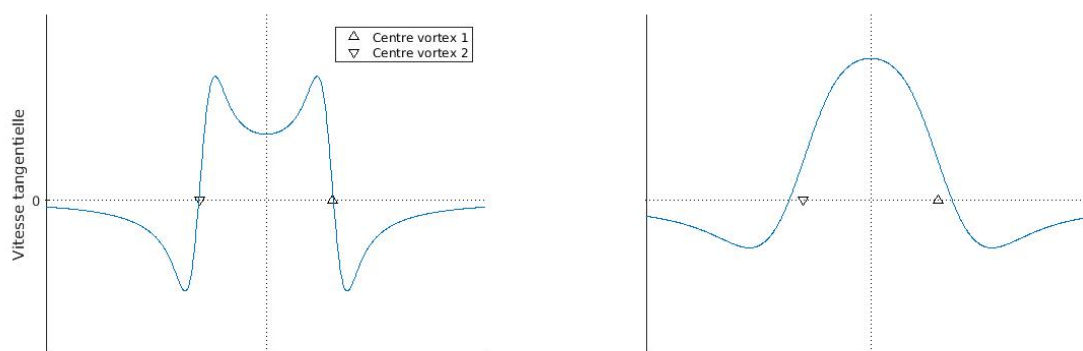


FIGURE 2.16 Modification du profil de vitesse tangentielle le long de la ligne reliant les deux centres du CVP en fonction de leur espacement et leur taille

Lorsque les deux vortex sont distants l'un de l'autre, on peut appliquer les formules (2.25) à (2.27) dans chacun des demi-plans pour définir les grandeurs des vortex [53]. Lorsqu'ils sont suffisamment éloignés, c'est-à-dire que $a/b \ll 1$, on peut les réduire à des vortex ponctuels en concentrant la circulation de chaque vortex en son centre.

Si les deux vortex sont trop proches, ils interfèrent entre eux et on observe un chevauchement des champs de vorticité. La vorticité d'un vortex de Lamb-Oseen est présente au-delà du rayon a (pour rappel $r_{1\%} = 2,15a$). Dans le cas où $b/2$ de l'ordre de a , le vortex dépasse de son demi-plan et interfère avec le second vortex. Les formules (2.25)   (2.27) ne sont plus applicables puisque la vorticité int gr e n'est plus uniquement celle d'un seul vortex, mais celle superpos e des deux. Dans ces conditions, les contours de vorticité entre les deux vortex

prennent une forme elliptique caractéristique à la différence de leur allure circulaire lorsque les vortex sont éloignés l'un de l'autre (figure 2.17).

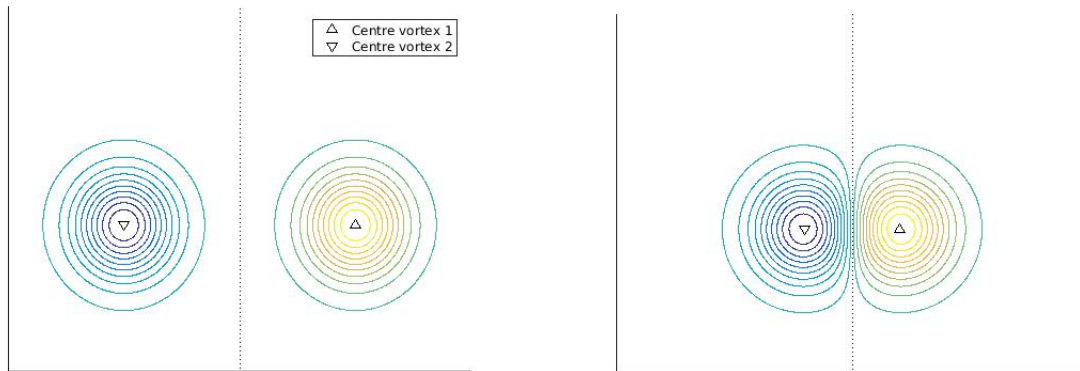


FIGURE 2.17 Modification des contours de vorticité lorsque les deux du CVP se diffusent

De par la construction des formules de vorticité ou de vitesse tangentielle d'un vortex de Lamb-Oseen, la géométrie du dipôle (chevauchement des champs, nombre de maximums ...) est définie uniquement à partir de a et b . La circulation donne l'intensité des champs, mais n'affecte pas leur géométrie.

Interactions avec les parois

Le CVP est modifi e en profondeur en présence d'une paroi. En présence d'un mur sans glissement, on observe la création de vortex secondaire entre la paroi et chaque vortex du CVP. Ces vortex secondaires ont une vorticité opposée au vortex du CVP auquel ils font face.

Les vortex secondaires sont ensuite d eform es sous l'action du CVP et s'enroulent autour des vortex principaux [62]. Les expériences d'Asselin et Williamson [63] suggèrent que l'interaction entre le CVP et la paroi dépend principalement de la hauteur du vortex et de l'amplitude de l'instabilité de Crow.

2.7 Analyse des écoulements diphasiques

Un écoulement diphasique est défini en fonction des phases en présence et de leur état (solide, liquide, gaz ou plasma). Il existe de nombreuses combinaisons possibles ayant chacun des intérêts dans des procédés différents :

- Liquide-liquide (centrifugation)
- Liquide-gaz (générateur de vapeur dans les centrales électriques)
- Liquide-solide (lit fluidisé)
- Gaz-Solide (transport pneumatique)

En plus des facteurs ayant un impact en mécanique des fluides monophasique (géométrie, force volumique, conditions limites ...), la présence de plusieurs phases en même temps dans un seul écoulement apporte des complexifications. Ainsi les différentes phases possèdent des interfaces entre elles où interviennent des échanges :

- Échange de masse (changements d'état)
- Échange de quantité de mouvement (tension de surface)
- Échange d'énergie (transfert de chaleur)

Ces interfaces sont déformables et instationnaires. Afin d'évaluer les échanges possibles entre les phases, il est nécessaire de connaître la configuration de l'écoulement, c'est-à-dire, la répartition spatiale de chacune des phases.

2.7.1 Configuration et carte d'écoulement

L'étude de l'influence des différents facteurs sur la répartition spatiale des phases permet de classer les configurations d'écoulements diphasiques. Ces configurations sont ensuite représentées sur des cartes d'écoulement. Ce sont des représentations 2D permettant de délimiter les domaines d'existence des configurations observées. Les systèmes de coordonnées utilisés mettent en avant les facteurs ayant une influence sur la modification de la configuration dans le cas considéré. Cela comprend les vitesses superficielles de chaque phase, les caractéristiques des liquides (densité et viscosité), la pression, la température, la tension de surface . . . Ces coordonnées diffèrent donc en fonction du cas considéré (écoulement vertical, horizontal, ascendant, descendant, concourant ...), car les paramètres ayant un impact ne sont pas forcément les mêmes.

Une fois ce travail effectué, des modèles et corrélations sont apportés pour chacune des configurations afin de permettre ou simplifier leur étude et leur simulation.

Ces configurations et cartes ne sont applicables que lorsque l'écoulement est développé, une distance d'établissement est nécessaire qui dépend de la configuration et de la méthode d'injection. Elles ne donnent des renseignements que loin de l'injection.

Écoulement vertical concourant ascendant

Dans le cas d'une conduite circulaire verticale avec un écoulement diphasique Air-Eau concourant ascendant, il y a cinq principaux écoulements identifiés (figure 2.18) :

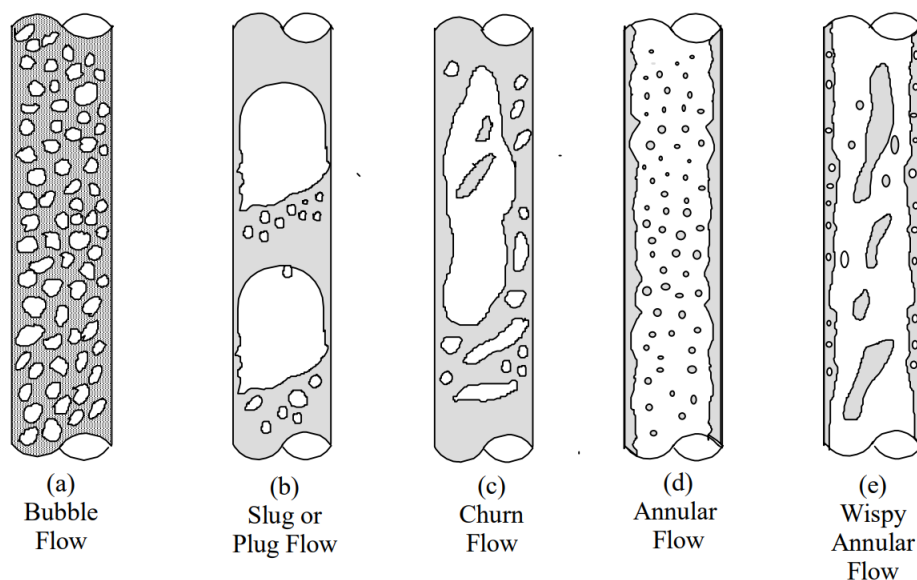


FIGURE 2.18 Configurations d'un écoulement concourant vertical [14]

(a) Écoulement à bulles (*bubble flow*) :

La phase gazeuse se présente sous la forme d'un ensemble de bulles dans une phase liquide continue. Cette configuration est possible lorsque la vitesse de la phase gazeuse est suffisante, faible pour qu'il n'y ait pas de coalescence entre les bulles. On distingue deux types d'écoulement à bulles :

- Écoulement à bulles séparées : lorsque la vitesse de la phase liquide est faible aussi, il n'y a pas de fractionnement et on est en présence de grosses bulles de formes diverses. La distance entre chaque bulle étant grande, il y a peu d'interaction entre les bulles.
- Écoulement à lit de bulles dense : si la vitesse de la phase liquide est suffisante et grande, les bulles fractionnent en un ensemble de petites bulles sphériques sous l'effet de la turbulence. Les bulles sont suffisamment nombreuses et bien réparties dans l'écoulement pour interagir fortement les unes avec les autres

(b) Écoulement à bouchon (*Plug Flow*) :

Pour de plus grande vitesse de gaz, la turbulence de l'écoulement n'est plus suffisante pour garder la phase gazeuse sous la forme de petites bulles. Sous l'effet de la coalescence, de grosses

bulles se forment dont le diamètre peut atteindre celui de la conduite. Dans ce cas, les bulles ont une forme cylindrique caractéristique (bulle de Taylor) et sont isolées des parois de la conduite par un fin film de liquide ayant un mouvement descendant (inverse au mouvement moyen des phases). Ces grosses bulles sont séparées par des bouchons de liquide qui peut contenir des petites bulles gazeuses.

(c) Écoulement agité (*Churn Flow*) :

Lorsque la vitesse du gaz augmente, la forme particulière des bulles de Taylor précédentes n'est plus visible. On observe la formation et la disparition de poches de gaz désordonnées donnant à l'écoulement un caractère chaotique.

(d) Écoulement annulaire (*Annular Flow*) :

Si la vitesse du gaz augmente encore et que la proportion de la phase gazeuse devient prédominante, on assiste à un renversement de l'écoulement. La phase liquide est confinée au niveau des parois sous la forme d'un anneau et la phase gazeuse occupe le centre de la conduite. Il y a une séparation nette des phases bien que des gouttes de liquide peuvent apparaître dans la phase gazeuse.

(e) Écoulement par filament de liquide (*Wispy annular Flow*) :

Dans le cas précédent, si la vitesse du liquide est suffisante, les gouttelettes présentes dans la phase gazeuse coalescent et forment des filaments de liquide. Ces filaments se déplacent rapidement par rapport à l'anneau liquide proche des parois. L'interface entre les phases au niveau de cet anneau est très déformée, ce qui conduit à la capture de fines bulles de gaz au sein de la phase liquide.

La carte d'écoulement la plus utilisée dans la littérature est celle proposée par Hewitt et Roberts [15]. Elle représente les cinq écoulements précédents en fonction de la quantité de mouvement volumique de chaque phase (densité fois le carré de la vitesse superficielle de la phase) (figure 2.19).

Écoulement horizontal concourant

La seule modification de l'orientation de la conduite change en profondeur les configurations d'écoulement que l'on peut observer. En effet, dans l'exemple précédent, la force volumique de gravité avait un faible impact, car compensée par la quantité de mouvement injectée à l'entrée de la conduite pour chacune des phases. Pour une conduite horizontale, la gravité

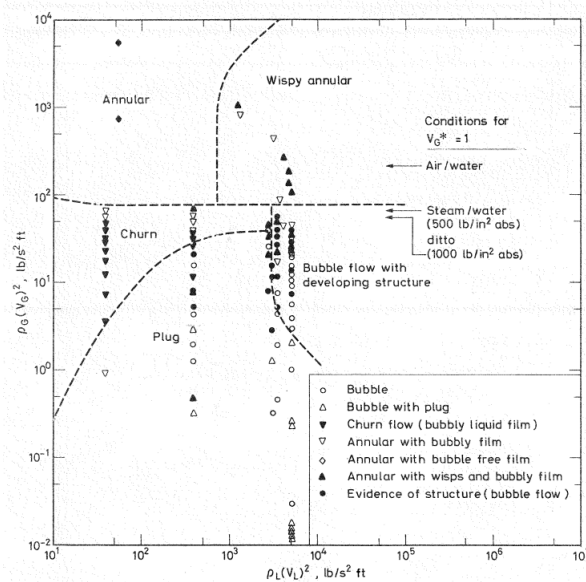


FIGURE 2.19 Carte de Hewitt pour un écoulement concurrent vertical [15]

a un impact significatif et va conduire à une stratification de l'écoulement en fonction de la masse volumique des fluides injectés.

Six principales configurations sont observées dans ce cas (figure 2.20) :

(a) Écoulement à bulle (*Bubbly flow*) :

Similaire à la conduite verticale, l'écoulement est composé d'une phase liquide continue et bulle. La distinction existe aussi entre l'écoulement à bulles séparées ou à lit de bulles dense en fonction de la vitesse de la phase gazeuse. Sous l'effet de la gravité, les bulles tendent à se déplacer uniquement dans la partie supérieure de la conduite.

(b) Écoulement à poche (*Plug flow*) :

L'écoulement présente une forte similitude avec l'écoulement à poche dans une conduite verticale. Les bulles de Taylor sont visibles et forment des poches de gaz. Il n'y a pas de présence de bouchon liquide, car, comme pour l'écoulement à bulle, la phase gazeuse se concentre dans la partie supérieure de la conduite.

(c) Écoulement stratifié (*Stratified flow*) :

Lorsque les vitesses des deux phases sont suffisamment faibles, on observe une séparation complète des phases en fonction de leur masse volumique. L'interface est régulière.

(d) Écoulement stratifié à vague (*Wavy flow*)

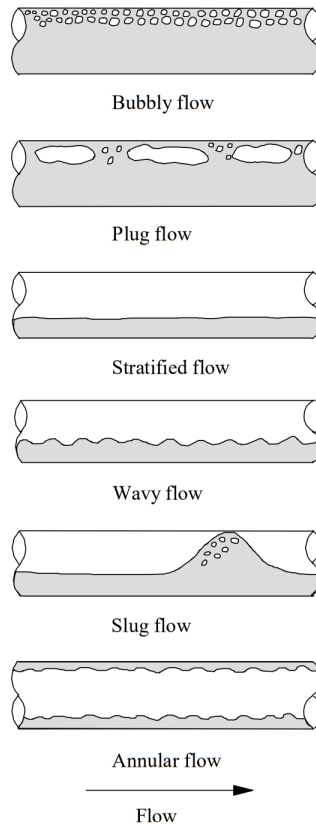


FIGURE 2.20 Configurations d'un écoulement concourant horizontal [14]

Si la vitesse du gaz augmente, des vagues se forment à l'interface entre les phases. Elles se déplacent dans le sens de l'écoulement et leur amplitude dépend de la vitesse relative entre les phases.

(e) Écoulement à bouchon (*slug flow*)

À plus forte vitesse de gaz, l'amplitude des vagues devient suffisante pour boucher complètement la conduite. Des bouchons de gaz se forment entre chaque vague et se déplacent avec l'écoulement.

(f) Écoulement annulaire (*Annular flow*)

Si la vitesse du gaz est suffisante, un anneau liquide se forme sur les parois. Cette configuration est semblable à celle observée pour une conduite verticale, cependant, sous l'effet de la gravité, l'anneau est plus épais sur la partie inférieure de la conduite que sur la partie supérieure.

La carte d'écoulement la plus répandue associée à ce type de conduite est celle de Taitel et Dukler [16] (figure 2.21). Les courbes définissant les frontières entre les configurations

d'écoulement sont exprimées dans trois systèmes de coordonnées différents :

- Le nombre de Froude (équation 2.38) en fonction du paramètre de Martinelli χ (équation 2.39) pour les courbes A et B
- Le nombre K (équation 2.40) en fonction de χ pour la courbe C
- le nombre T (équation 2.41) en fonction de χ pour la courbe D

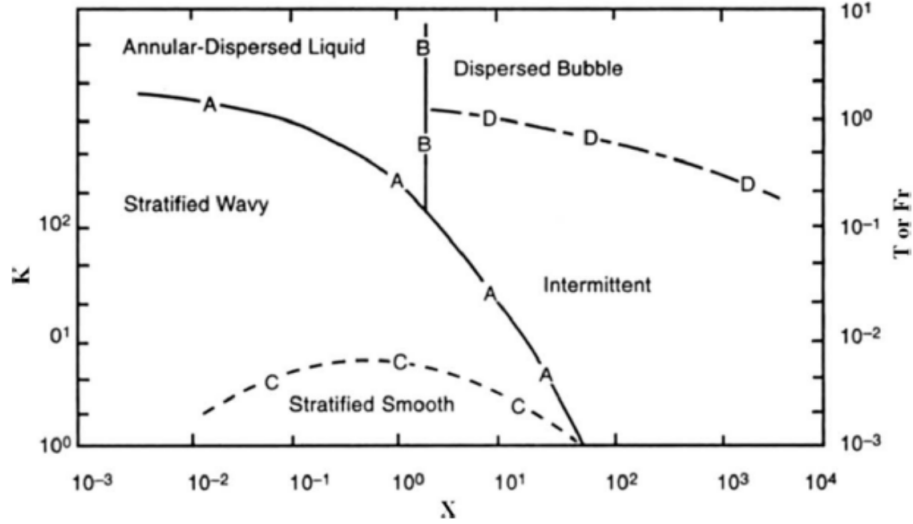


FIGURE 2.21 Carte d'écoulement pour un écoulement concourant horizontal [16]

$$Fr = \frac{G_g}{\rho_g(\rho_l - \rho_g)D_g \cos(\theta)]^{1/2}} \quad (2.38)$$

$$\chi = \left(\frac{\left(\frac{dp}{dx}\right)_l}{\left(\frac{dp}{dx}\right)_g} \right)^2 \quad (2.39)$$

$$K = Fr \left(\frac{G_l D}{\mu_l} \right)^{1/2} \quad (2.40)$$

$$T = \left(\frac{\left| \left(\frac{dp}{dx}\right)_l \right|}{(\rho_l - \rho_g)g \cos(\theta)} \right) \quad (2.41)$$

Avec $\left(\frac{dp}{dx}\right)_k$ le gradient de pression de la phase k et θ l'angle d'inclinaison de la conduite, soit 0 pour une conduite horizontale.

On remarque donc que la modification de la géométrie de la conduite (passage d'une conduite verticale à une conduite horizontale) modifie en profondeur les configurations d'écoulement

observées, les paramètres influant sur le changement de configuration et donc la carte d'écoulement associée.

Injection d'air dans un écoulement transverse horizontal

On peut séparer le sillage d'un JICF en deux zones. La première se situe proche de l'injection où les caractéristiques du jet influent sur l'écoulement. La seconde zone se situe loin de l'injection, les modifications introduites par le jet dans l'écoulement transverse se sont dissipées. Dans le cas d'un jet diphasique (injection d'air dans un écoulement d'eau par exemple), la seconde zone correspond à un écoulement horizontal concourant vu précédemment.

Proche de l'injection, dans le cas d'un jet de gaz transverse à un écoulement liquide, il existe quatre régimes d'injection caractérisés par Forrester et Rielly [17] (figure 2.22) :

- *Single bubbling* : à très faible débit de gaz injecté, des bulles quasi sphériques sont créées. Le décrochement de chaque bulle de la paroi a lieu lorsque sa taille est suffisante pour que la tension de surface ne puisse plus contrebalancer les forces agissant sur la bulle (traînée induite par l'écoulement, flottabilité)
- *Pulse bubbling* : à des débits supérieurs, les bulles ne sont plus créées directement par détachement successif au niveau de la paroi, mais par le fractionnement d'une colonne d'air sous l'action de l'écoulement transverse. Lorsque le flux de gaz augmente, le nombre de bulles résultant de chaque pulsation augmente. Leur forme et leur taille sont de plus en plus irrégulières.
- *Jetting* : un jet de gaz est visible dans l'écoulement et les bulles se forment à son extrémité par fractionnement. Leurs formes, leurs tailles, leurs fréquences d'apparition sont extrêmement irrégulières.
- *Cavitating* : des cavités de gaz se forment dans l'écoulement en fonction de la géométrie de la paroi. Comme pour le *jetting*, les caractéristiques des bulles sont très irrégulières.

À partir de leurs expériences, Forrester et Rielly [17] construisent des cartes d'écoulement. Elles sont exprimées en s'appuyant sur la vitesse de chacune des phases comme système de coordonnées (figure 2.23). Chaque carte est spécifique à la géométrie de l'injection (orifice d'injection situé sur un cylindre, un profil plat et un profil concave) ainsi qu'à son angle d'attaque.

Le régime de cavitation correspond aux conditions utilisées dans cette étude.

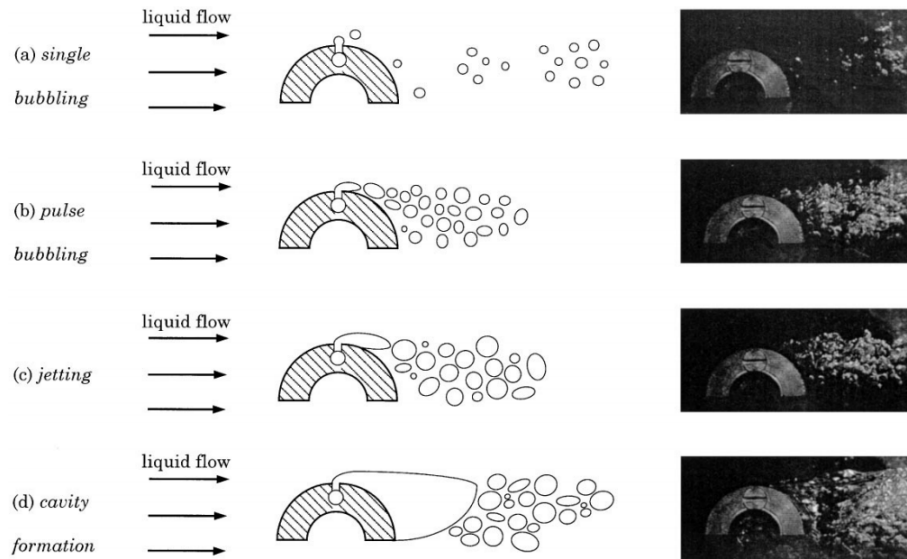


FIGURE 2.22 Régime de création de bulles [17]

2.7.2 Description de l'écoulement

Il existe deux façons d'étudier un fluide : l'approche Eulérienne et l'approche Lagrangienne. Dans l'approche Eulérienne, on s'intéresse à l'évolution des paramètres en un point fixe de l'écoulement. On regarde donc toutes les particules fluides qui passent par ce point au court du temps. Les grandeurs obtenues varient avec la position d'étude (\mathbf{x}) et avec le temps (t) : $f(\mathbf{x}, t)$. L'évolution temporelle des grandeurs d'un point de vue eulérien dépend donc à la fois de leur variation temporelle au point d'étude, mais aussi de la variation spatiale convectée par l'écoulement :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \vec{\nabla} f \quad (2.42)$$

Dans l'approche Lagrangienne, on suit des particules dans leur mouvement. La position d'étude n'est plus fixe comme dans l'approche Eulérienne, mais va varier au cours du temps en fonction de la trajectoire de la particule étudiée. Les grandeurs obtenues varient avec la position de la particule et le temps. Pour une particule non ponctuelle, sa position \mathbf{X} peut être représentée par l'évolution de la position du centre de masse \mathbf{x}_0 au cours du temps : $f(\mathbf{X}(\mathbf{x}_0, t), t)$. L'évolution temporelle des grandeurs d'un point de vue lagrangien est appelée dérivé particulaire et ne dépend donc que de leur variation temporelle, car le référentiel d'étude est convecté avec l'écoulement :

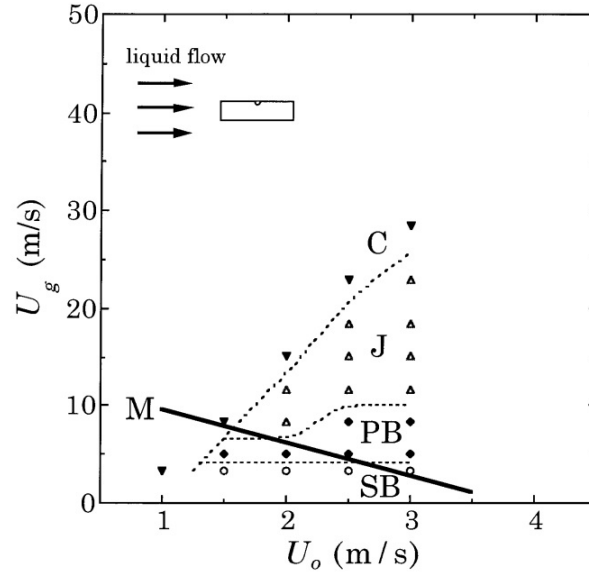


FIGURE 2.23 Carte d'écoulement d'une injection diphasique [17].

$$\frac{Df}{Dt} \quad (2.43)$$

Ces approches décrivant un même phénomène, on a :

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \vec{\nabla} f \quad (2.44)$$

De ces deux approches, deux modèles couramment utilisés ont été développés : le modèle Euler-Euler et le modèle Euler-Lagrange.

Modèle Euler-Euler

Chacune des phases de l'écoulement est traitée selon une approche Eulérienne. Ce modèle est utilisé pour les écoulements composés de phases continues qui peuvent s'interpénétrer. La mise en équation se fait à partir des équations locales instantanées de conservation et de la masse et de la quantité de mouvement. Elles sont ensuite moyennées dans l'espace sur un volume de contrôle ou sur le temps pour faciliter leur résolution. Cependant, ce moyennage conduit à une perte d'information symbolisée par l'introduction de nouvelles variables à l'interface qu'il faudra compenser avec des relations de fermeture.

Modèle Euler-Lagrange

Ce modèle est utilisé en présence d'une phase continue et d'une phase discrète (écoulement à bulles par exemple). La phase continue est traitée avec une approche Eulérienne et la phase discrète avec une approche Lagrangienne.

L'équation du mouvement est résolue pour chacune des particules de la phase discrète en prenant en compte les forces qui s'appliquent dessus (traînée, portance, gravité, masse ajoutée dans le cas d'une bulle) ainsi que les interactions entre particules et avec la paroi. Ce modèle est très efficace lorsque les particules sont petites et peu nombreuses. Dans le cas contraire, on peut avoir des difficultés à modéliser les forces s'appliquant sur la particule si elle est trop grosse ou être confrontés à des temps de calcul très longs si les particules sont trop nombreuses.

Dans le cas d'une injection d'une nappe d'air dans un écoulement d'eau, on se trouve en présence de deux phases continues qui vont se fragmenter en un ensemble de bulles. Le modèle Euler-Lagrange peut être utilisé après fragmentation de la nappe d'air lorsque les bulles sont bien définies et se diffusent dans la conduite. Cependant, proche de l'injection, le modèle Euler-Euler est plus adapté et sera utilisé dans la suite.

2.7.3 Mise en équation

Modèle Euler-Euler

Comme évoqué précédemment, le modèle Euler-Euler est tiré des équations locales instantanées de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour chacune des phases. On considère ici un mélange de deux phases continues d'air et d'eau, soumis uniquement à la gravité comme force volumique. L'indice k se rapporte à la phase concernée : soit au liquide ($k = l$) soit au gaz ($k = g$). L'exposant i concerne les variables au niveau de l'interface tandis que l'exposant w concerne celle au niveau des parois.

- Équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k) = 0 \quad (2.45)$$

- Équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) = -\nabla p_k + \nabla \cdot \bar{\sigma}_k + \rho_k \mathbf{g} \quad (2.46)$$

Dans le cas d'un fluide diphasique, le théorème de conservation donne, en plus des équations précédentes, une équation d'échange au niveau de l'interface :

- Équation de conservation de la masse à l'interface :

$$\sum_k \rho_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}^i) \cdot \mathbf{n}_k^i = 0 \quad (2.47)$$

- Équation de conservation de la quantité de mouvement à l'interface :

$$\sum_k [\rho_k \mathbf{u}_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}^i) \cdot \mathbf{n}_k^i + p_k \mathbf{n}_k^i - \bar{\sigma}_k \cdot \mathbf{n}_k^i] = \mathbf{T}_k \quad (2.48)$$

On définit un volume de contrôle V englobant les deux phases, chacune occupant un volume V_k tel que $V = \sum_k V_k$. Il existe deux approches pour moyenner spatialement les équations :

- les équations de la phase k sont intégrées sur leur domaine d'existence V_k [14]
- l'introduction d'une fonction indicatrice de phase χ_k (2.49) qui, multipliée aux équations précédentes, augmente leur domaine de définition à l'ensemble du Volume de contrôle V et permet l'intégration sur un volume commun à toutes les phases [64]

$$\chi_k = \begin{cases} 1 & \text{si la phase } k \text{ est présente} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.49)$$

En développant la première approche, on note la moyenne spatiale d'une grandeur ϕ dans le volume V_k :

$$\langle \phi \rangle_k = \frac{1}{V_k} \int_{V_k} \phi dV = \frac{1}{V_k} \int_V \chi_k \phi dV \quad (2.50)$$

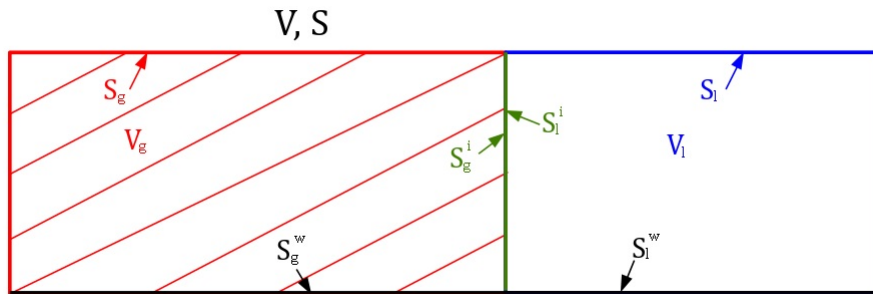


FIGURE 2.24 Découpage du volume V et de sa surface fermée S .

On intègre les équations (2.45) et (2.46) sur le volume de contrôle V_k . Ce volume est délimité par la surface fermée $S_k = S_k^i + S_k^w + S_k$ où S_k^i est l'interface avec les autres phases, S_k^w est la surface de contact avec les parois et S_k le reste de la surface du Volume V en contact avec la phase k , tel qu'illustré sur la figure 2.24 :

$$\int_{V_k} \frac{\partial \rho_k}{\partial t} dV + \int_{V_k} \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k) dV = 0 \quad (2.51)$$

$$\int_{V_k} \frac{\partial \rho_k \mathbf{u}_k}{\partial t} dV + \int_{V_k} \nabla \cdot (\rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k) dV = - \int_{V_k} \nabla p_k dV + \int_{V_k} \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}_k dV + \int_{V_k} \rho_k \mathbf{g} dV \quad (2.52)$$

On peut inclure les intégrales volumiques à l'intérieur des dérivées temporelles grâce au théorème de transport de Reynolds (équation 2.53). Le théorème de Gauss (équation 2.54) permet d'effectuer la même opération sur les intégrales volumiques et les dérivées spatiales.

$$\frac{d}{dt} \int_{V_k} \Phi dV = \int_{V_k} \frac{\partial \Phi}{\partial t} dV + \int_{S_k^i} \Phi \mathbf{u}^i dS \quad (2.53)$$

$$\int_{V_k} \nabla \cdot \Phi dV = \nabla \cdot \int_{V_k} \Phi dV + \int_{S_k^i} \Phi \cdot \mathbf{n}_k^i dS + \int_{S_k^w} \Phi \cdot \mathbf{n}_k^w dS \quad (2.54)$$

On obtient donc :

$$\frac{\partial}{\partial t} V_k \langle \rho_k \rangle_k + \nabla \cdot V_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k = - \int_{S_k^i} \rho_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}^i) \cdot \mathbf{n}_k^i dS \quad (2.55)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} V_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k + \nabla \cdot V_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k \rangle_k &= - \nabla V_k \langle p_k \rangle_k + \nabla \cdot V_k \langle \bar{\bar{\sigma}}_k \rangle_k + V_k \langle \rho_k \rangle_k \mathbf{g} \\ &\quad - \int_{S_k^i} \rho_k \mathbf{u}_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}^i) \cdot \mathbf{n}_k^i + p_k \mathbf{n}_k^i - \bar{\bar{\sigma}}_k \cdot \mathbf{n}_k^i dS \\ &\quad - \int_{S_k^w} p_k \mathbf{n}_k^i - \bar{\bar{\sigma}}_k \cdot \mathbf{n}_k^w dS \end{aligned} \quad (2.56)$$

On introduit :

- $\varepsilon_k = \frac{V_k}{V}$ fraction du volume V occupé par la phase k . Pour un mélange air-eau, on note ε la fraction de volume de l'air et on l'appelle taux de vide.
- $\Gamma_k = -\frac{1}{V} \int_{S_k^i} \rho_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}^i) \cdot \mathbf{n}_k^i dS$ le transfert de masse entre les phases.
- $\langle \bar{\bar{\sigma}}_k^{Re} \rangle_k = \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k \otimes \langle \mathbf{u}_k \rangle_k - \langle \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k \rangle_k$ le tenseur des contraintes de Reynolds.
- Le tenseur des contraintes est modélisé via une viscosité totale $\mu_{k,tot} = \mu_k + \mu_{k,t} + \mu_{k,BIT}$ telle que $\langle \bar{\bar{\sigma}}_k + \bar{\bar{\sigma}}_k^{Re} \rangle_k = \mu_{k,tot} \langle (\nabla \mathbf{u}_k + \nabla \mathbf{u}_k^T) \rangle_k$. Cette viscosité totale comprend à la fois les effets dus au fluide (μ_k), aux tensions de Reynolds ($\mu_{k,t}$) et la pseudo-turbulence

- $(\mu_{k,BIT})$ créée par les mouvements des interfaces qui est supposée négligeable.
- $\mathbf{M}_k^i = -\frac{1}{V} \int_{S_k^i} (\rho_k \mathbf{u}_k (\mathbf{u}_k - \mathbf{u}^i) \cdot \mathbf{n}_k^i + p_k \mathbf{n}_k^i - \bar{\sigma}_k \cdot \mathbf{n}_k^i) dS$ les forces interfaciales.
 - $\bar{\sigma}_k^w = -\frac{1}{V} \int_{S_k^w} (p_k \mathbf{n}_k^i - \bar{\sigma}_k \cdot \mathbf{n}_k^w) dS$ la contrainte à la paroi.

Ce qui donne les équations du modèle Euler-Euler :

$$\frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_k \langle \rho_k \rangle_k + \nabla \cdot \varepsilon_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k = \Gamma_k \quad (2.57)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k + \nabla \cdot \varepsilon_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k \otimes \langle \mathbf{u}_k \rangle_k &= -\nabla \varepsilon_k \langle p_k \rangle_k + \varepsilon_k \langle \rho_k \rangle_k \mathbf{g} \\ &+ \nabla \cdot \varepsilon_k \langle \mu_{k,tot} (\nabla \mathbf{u}_k + \nabla \mathbf{u}_k^T) \rangle_k + \mathbf{M}_k^i + \bar{\sigma}_k^w \end{aligned} \quad (2.58)$$

Avec le même raisonnement, les relations à l'interface donnent :

$$\sum_k \Gamma_k = 0 \quad (2.59)$$

$$\sum_k \mathbf{M}_k^i = 0 \quad (2.60)$$

De plus, la décomposition du volume donne :

$$\sum_k \varepsilon_k = 1 \quad (2.61)$$

Dans le cas d'un écoulement à deux phases air-eau, on a 10 équations pour 17 inconnues, il est nécessaire d'introduire des relations de fermetures afin de pouvoir résoudre le système.

Une manière de faire disparaître les effets d'interfaces est de considérer les équations du mélange, à savoir la somme des équations précédentes. Grâce aux équations d'interfaces, on peut enlever les transferts de masses Γ_k et les forces interfaciales \mathbf{M}_k^i des équations. Cela permet d'éviter de modéliser les transferts entre les phases, mais réduit drastiquement le nombre d'équations du système.

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_k \varepsilon_k \langle \rho_k \rangle_k + \nabla \cdot \sum_k \varepsilon_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k = 0 \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \sum_k \varepsilon_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k + \nabla \cdot \sum_k \varepsilon_k \langle \rho_k \mathbf{u}_k \rangle_k \otimes \langle \mathbf{u}_k \rangle_k &= - \nabla \sum_k \varepsilon_k \langle p_k \rangle_k + \sum_k \varepsilon_k \langle \rho_k \rangle_k \mathbf{g} \\
&+ \nabla \cdot \sum_k \varepsilon_k \langle \mu_{k,tot} (\nabla \mathbf{u}_k + \nabla \mathbf{u}_k^T) \rangle_k + \sum_k \overline{\overline{\sigma}}_k^w
\end{aligned} \tag{2.63}$$

Modèle homogène

Le modèle homogène se base sur les équations du mélange (2.62) et (2.63) et considère que la vitesse des deux fluides est identique et qu'ils sont à l'équilibre dynamique :

$$\langle \mathbf{u}_k \rangle_k = \mathbf{u} \tag{2.64}$$

$$\langle p_k \rangle_k = p \tag{2.65}$$

On prend aussi les hypothèses suivantes :

- Les fluides sont incompressibles : $\langle \rho_k \rangle_k = \rho_k = cte$
- On suppose que les variations spatiales de $\mu_{k,tot}$ sont négligeables sur le volume V_k , ainsi $\langle \mu_{k,tot} (\nabla \mathbf{u}_k + \nabla \mathbf{u}_k^T) \rangle_k = \mu_{k,tot} \langle (\nabla \mathbf{u}_k + \nabla \mathbf{u}_k^T) \rangle_k$
- Sans paroi dans le domaine V , $\overline{\overline{\sigma}}_k^w = 0$

Les équations du modèle homogène incompressible donnent :

- Équation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_k \varepsilon_k \rho_k + \nabla \cdot \left(\sum_k \varepsilon_k \rho_k \right) \mathbf{u} = 0$$

On pose $\rho_m = \sum_k \varepsilon_k \rho_k$ la masse volumique du mélange

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \rho_m + \nabla \cdot \rho_m \mathbf{u} &= 0 \\
\nabla \cdot \mathbf{u} &= 0
\end{aligned} \tag{2.66}$$

- Équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_k \varepsilon_k \rho_k \mathbf{u} + \nabla \cdot \sum_k \varepsilon_k \rho_k \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} = -\nabla \sum_k \varepsilon_k p + \sum_k \varepsilon_k \rho_k \mathbf{g} + \nabla \cdot \sum_k \varepsilon_k \mu_{k,tot} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)$$

On pose $\mu_{m,tot} = \sum_k \varepsilon_k \mu_{k,tot}$ la viscosité dynamique du mélange

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_m \mathbf{u} + \nabla \cdot \rho_m \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} = -\nabla p + \rho_m \mathbf{g} + \nabla \cdot \mu_{m,tot} (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \quad (2.67)$$

On retrouve les équations de Navier-Stokes monophasiques pour un fluide dont les propriétés matérielles sont celles du mélange ρ_m et μ_m . Afin de résoudre ce système, il est cependant nécessaire de disposer d'équations supplémentaires pour déterminer ε_k .

2.7.4 Modèle d'écoulement diphasique

Il existe plusieurs façons de résoudre les équations Euler-Euler (2.57) à (2.61) : la résolution directe, le suivi d'interface et la capture d'interface avec le *level-set* ou le *Volume Of Fluid* (VOF).

Modèle Eulérien

Cette approche consiste à résoudre directement les équations Euler-Euler. Plusieurs relations de fermeture sont nécessaires afin de compléter le système et déterminer toutes les inconnues. Par exemple :

- Fluides incompressibles
- Équilibre dynamique
- Modèle de forces interfaciales
- Modèles de contraintes pariétales
- Modèles de turbulence

Dans ce cas avec un système diphasique, on se retrouve avec 8 inconnues (ε , $u_{g,x}$, $u_{g,y}$, $u_{g,z}$, $u_{l,x}$, $u_{l,y}$, $u_{l,z}$, p) pour 8 équations (2 équations de conservation de la masse et 6 de conservation de la quantité de mouvement). La résolution est donc possible.

Le modèle ne permet pas de déterminer la position de l'interface au sein du volume sur lequel sont résolues les équations. Dans un maillage, la position de l'interface n'est donc pas nette, la transition d'une phase à l'autre se fait lentement sur plusieurs mailles.

L'interpénétration d'une phase dans l'autre ne se manifeste que par des variations de la fraction de volume. Dans le cas où l'on est en présence d'une phase dispersée et d'une phase continue, on peut accompagner le modèle d'une équation de population de bulles qui permet de traquer l'évolution de la taille des bulles de la phase dispersée et de prendre en compte la coalescence et le fractionnement (modèle MUSIG).

Suivi d'interface

Le suivi d'interface ([65], [66]) consiste à adapter le maillage autour de l'interface à chaque pas de temps. L'interface entre les phases est définie par un ensemble de points qui sont intégrés au maillage initial via un raffinement local.

Cette méthode permet une définition très précise de la position de l'interface à chaque pas de temps. Elle supporte des topologies complexes, mais ne gère pas plusieurs interfaces qui se rencontrent (coalescence de bulle par exemple). Des algorithmes supplémentaires permettant la fusion d'interface sont nécessaires dans ces conditions [65].

Le raffinement du maillage au niveau de l'interface et sa mise à jour à chaque pas de temps permet de séparer les phases. Ainsi chaque cellule du maillage ne comporte qu'une seule phase et un seul jeu d'équations de conservation est nécessaire pour résoudre le système. La résolution est donc plus rapide qu'avec la méthode Eulérienne. Cependant, il est nécessaire de mettre à jour le maillage à chaque pas de temps, ce qui contrebalance le gain de temps sur la résolution des équations. Dans le cas où l'interface occupe une très grande partie du domaine, cette méthode peut être plus lente.

Level-set

La méthode *level-set* est utilisée dans les mélanges diphasiques (air-eau par exemple). On cherche à déterminer la topologie de l'interface avec une fonction de niveau φ . La fonction est définie en chaque point du domaine et sa valeur est égale à la distance d par rapport à l'interface :

$$\varphi(x, t) = \begin{cases} d & \text{si le point est la phase l'air} \\ 0 & \text{si le point est sur l'interface} \\ -d & \text{si le point est dans l'eau} \end{cases} \quad (2.68)$$

Cette fonction est convectée via une équation de transport à chaque pas de temps pour

déterminer l'évolution de l'interface au cours du temps :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\varphi) = 0 \quad (2.69)$$

La nouvelle topologie de l'interface permet de déterminer les fractions de volume associées à chaque fluide dans le domaine d'étude. Elle est souvent associée aux équations du modèle homogène (2.66) et (2.67) pour permettre la résolution du système.

Cette méthode permet de définir très précisément l'interface et d'en déterminer ses caractéristiques, comme la normale n^i ou la courbure κ ([18], [67]) :

$$n^i = \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \quad (2.70)$$

$$\kappa = \nabla \cdot \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} \quad (2.71)$$

Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle ne conserve pas la masse [68]. En effet, la conservation de la fonction *level-set* n'implique pas la conservation des volumes et donc de la masse (dans le cas où les fluides sont incompressibles) proche de l'interface.

Afin de limiter cette perte de masse, il est nécessaire de raffiner le maillage au niveau de l'interface. Cependant, ce raffinement doit suivre l'interface dans son mouvement ce qui nécessite soit l'adaptation du maillage à chaque pas de temps (ce qui revient à faire du suivi d'interface), soit à raffiner une grande partie du maillage pour inclure toutes les positions possibles de l'interface, ce qui impacte drastiquement le temps de calcul.

VOF

Pour la méthode VOF, on suit l'évolution de la fraction de volume ε_k , qui est définie à partir de la fonction indicatrice de phase (2.49) :

$$\varepsilon_k = \frac{V_k}{V} = \frac{1}{V} \int_V \chi_k dV$$

Cette variable est convectée via une équation de transport similaire à celle de la méthode *level-set* :

$$\frac{\partial \varepsilon_k}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\varepsilon_k) = 0 \quad (2.72)$$

Comme pour la méthode *level-set*, cette nouvelle équation est associée au modèle homogène (2.66) et (2.67) pour permettre la résolution du système. Cette équation est appliquée pour toutes les phases sauf la phase principale, dont la fraction de volume est déterminée à partir de la somme des autres :

$$\sum_k \varepsilon_k = 1 \quad (2.73)$$

Cette méthode permet de conserver les volumes (et donc les masses pour des fluides incompressibles), mais ne donne pas la topologie de l'interface qui est représentée par la discontinuité de l'équation de la fraction de volume (2.72). De plus, dans le cas d'une simulation numérique, la discrétisation de cette équation conduit à une diffusion de cette discontinuité. La transition d'une phase à l'autre (ε_k passe de 1 à 0) se fait sur plusieurs cellules au lieu d'être nette et centralisée sur la seule cellule qui contient l'interface physique. Il est donc nécessaire d'apporter une modification dans la méthode afin de conserver cette discontinuité. Il existe deux façons d'accomplir cela : soit par voie géométrique en incorporant une étape supplémentaire afin de reconstruire l'interface à chaque pas de temps, soit par voie numérique en utilisant des schémas de discrétisation adaptés pour réduire la diffusion de la discontinuité.

a) Méthode géométrique

Ce sont les méthodes les plus anciennes, remontant à la première publication du modèle VOF par Hirt et Nichols [69]. Une procédure est mise en œuvre pour chaque cellule mixte comprenant un mélange de plusieurs phases.

Cette procédure est séparée en deux étapes :

Dans un premier temps, l'interface est modélisée. Sa géométrie va dépendre du modèle utilisé (figure 2.25). Elle peut être un plan parallèle au maillage (schéma donneur-receveur [69] ou la méthode *Simple Line Interface Calculation* (SLIC) [70]) ou un plan avec une orientation quelconque (*Piecewise Linear Interface Calculation* (PLIC) [71]). La position de l'interface dans une cellule est déterminée à partir de la valeur de la fraction de volume dans la cellule et dans ses voisines.

Dans un second temps, le mouvement de l'interface est déterminé géométriquement. Les flux sont calculés pour chacune des faces de la cellule étudiée en déterminant le volume échangé avec les cellules voisines grâce au champ de vitesse. La position de l'interface dans le volume échangé permet de déterminer le flux pour chacune des phases.

b) Méthode numérique

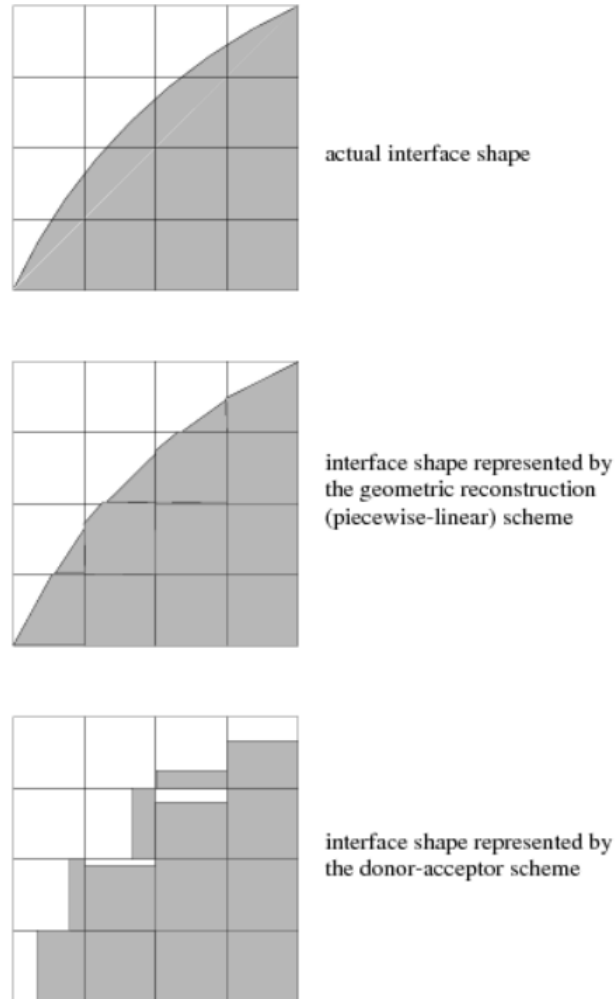


FIGURE 2.25 Détermination de l'interface géométriquement [18]

Ces méthodes ont pour but de limiter la diffusion numérique lors de la discrétisation de l'équation de transport de ε_k (2.72) et de garder ainsi au maximum la discontinuité de ε_k localisée dans une seule maille. Elle se traduit par l'utilisation d'un schéma compressif pour la discrétisation du terme de convection de l'équation de transport de la fraction de volume ((2.72)) par exemple le FCT (*Flux Corrected Transport*) [72] ou le CISCAM (*Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes*) [73].

Yeoh et Barber [74] ont comparé les résultats de ces deux méthodes, implémentées sur deux logiciels différents (ANSYS Fluent pour la reconstruction de l'interface et ANSYS CFX pour le schéma compressif) avec une expérience réalisée en laboratoire. Il en découle que les deux méthodes donnent des résultats équivalents correspondant à ce qui est observé dans l'ex-

périence. La reconstruction d'interface est à privilégier, car bien qu'intrinsèquement plus gourmande en ressource de calcul, le maillage nécessaire pour que la précision soit acceptable est plus grossier que dans le cas du schéma compressif. Pour un problème 3D, les ressources informatiques nécessaires seront moins importantes avec la méthode de reconstruction d'interface. Cependant, les méthodes de reconstruction d'interface se basent sur une formulation explicite du problème où les flux de la fraction de volume sur calculés à partir des données des pas de temps précédents. Cela a un impact sur la rapidité de la simulation en forçant l'utilisation de faible pas de temps pour respecter la condition de Courant ($u\Delta t/\Delta x \leq 1$).

CHAPITRE 3 Caractéristiques d'un jet issu d'une fente carrée ou rectangulaire

Les JICF sont des écoulements qui ont été étudiés intensivement, cependant, la quasi-totalité des travaux s'est consacrée aux jets issus d'orifices circulaires. Une des raisons de cette surreprésentation du disque comme géométrie d'injection est sa simplicité d'usinage qui en fait la forme de référence dans la plupart des applications industrielles que peut avoir un tel jet. En fonction des caractéristiques souhaitées de l'injection, d'autres formes peuvent être employées et une des plus basiques est le rectangle.

Il n'existe que très peu d'études qui se sont intéressées au rectangle comme forme d'injection dans le cas d'un JICF. Cette géométrie fait son apparition dans les jets libres, généralement assimilée à une fente infiniment large qui permet de réduire son étude à deux dimensions. Pour le JICF, cette réduction de dimension n'est pas valable, car les directions des écoulements sont différentes. Ainsi une zone de recirculation se crée en aval de l'injection par rapport à l'écoulement transverse avant que l'intégralité du jet ne soit plaquée contre la paroi. Or, les expériences et simulations montrent que l'écoulement résultant d'une injection à travers une fente rectangulaire présente des caractéristiques similaires à celle via un orifice circulaire. On observe notamment la formation d'un CVP qui est une structure propre au JICF.

Cette partie est consacrée à l'étude des jets monophasiques où les écoulements injectés et transverses sont constitués du même fluide. Les jets étudiés ont des orifices d'injection carrés et rectangulaires. Les orifices carrés vont servir de bases permettant de valider les résultats existants pour les jets circulaires. Les modifications apportées par la modification du rapport d'aspect (AR) de la fente lors de sa transformation de carré en rectangle seront étudiées. Nous nous concentrerons sur les rectangles caractérisés par un grand AR ($AR \gg 1$) afin de s'affranchir des obstacles rencontrés précédemment dans l'étude des ellipses [12]. Pour cela, diverses simulations numériques d'un JICF ont été réalisées afin d'identifier la manière dont la forme de l'injection va impacter l'écoulement résultant. Un modèle de trajectoire est ensuite proposé afin de décrire l'écoulement dans le *far-field*.

3.1 Méthodologie

Pour pouvoir développer un modèle permettant de représenter les caractéristiques de l'écoulement résultant d'un JICF, il est nécessaire de connaître en profondeur les grandeurs déterminantes de l'écoulement en aval de l'injection.

La plupart des études à ce jour se sont concentrées sur une zone proche de l'injection (une dizaine de diamètres de l'orifice en aval) en portant une attention particulière sur la trajectoire du maximum de vitesse du jet et sur les mécanismes instationnaires à l'origine de la formation des différents vortex visibles.

En dehors de cette zone, le maximum de vitesse est complexe à traquer pour les faibles r . En effet, au fur et à mesure que l'on s'éloigne de l'injection, la valeur maximale de la vitesse diminue jusqu'à être confondue avec la vitesse de l'écoulement transverse. Si on souhaite étudier le jet plus loin (une centaine de diamètres en aval), il est nécessaire de suivre d'autres grandeurs pour déterminer la trajectoire.

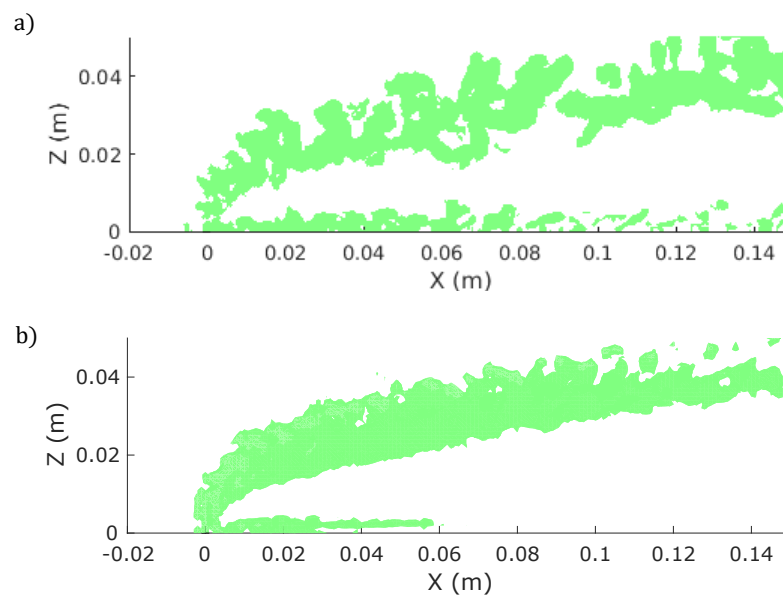


FIGURE 3.1 Visualisation latérale du sillage d'un JICF via le critère de tourbillon Λ_2 (annexe B). a) Sillage instantané. b) Sillage moyenné temporellement

Le sillage du jet se compose à un instant donné d'un ensemble d'anneaux de vorticité d eform es (figure 3.1). La moyenne temporelle permet d'effacer le caractère instationnaire et périodique de ces anneaux pour en ressortir les vortex align es dans le sens de l'écoulement qui constituent le CVP. Cela permet de simplifier la structure de l'écoulement aval en ne gardant qu'un seul système de tourbillon  a caractériser et modéliser.

Notre attention s'est concentrée sur l'étude du CVP en aval du jet. Proche l'injection, l'écoulement est complexe avec de nombreux tourbillons instationnaires. Lorsque l'on s'éloigne en aval du jet, l'influence de l'injection s'estompe et il ne reste plus que le CVP qui met en mouvement l'écoulement.

Nous allons décrire les caractéristiques du CVP en fonction des paramètres de l'injection et mettre en lumière les relations que l'on peut avoir entre l'écoulement résultant de l'injection et le CVP dans les conditions simulées.

Les simulations seront réalisées dans des configurations qui permettront la comparaison avec les expériences réalisées par Dhar [75] et la réutilisation des modèles dans ces installations expérimentales.

3.1.1 Trajectoire du jet

Le jet étant symétrique par rapport au plan médian, la plupart des études se sont concentrées sur l'étude de ses caractéristiques dans ce plan afin d'en déterminer les caractéristiques.

La trajectoire du jet sera étudiée de deux manières différentes. Premièrement, en s'inspirant des travaux précédents, la trajectoire sera déterminée à partir de la position d'un maximum local de vitesse dans le plan médian ($U_{y_0,max}$). Le maximum étudié est celui issu de l'orifice d'injection ayant la plus grande pénétration dans l'écoulement transverse. Deuxièmement, une seconde trajectoire sera établie en suivant la position du maximum de vitesse dans l'espace (U_{max}) afin de ne pas réduire sa position uniquement au plan médian.

3.1.2 Trajectoire du CVP

Le CVP n'étant pas contenu dans le plan médian, on ne peut restreindre l'étude des grandeurs à ce seul plan, notamment afin de définir l'écartement b entre les vortex composant le CVP (figure 2.15).

Cambonie et al. [7] utilisent un critère de vorticité ainsi que le maximum de vitesse verticale pour déterminer la pénétration du CVP. Dans leurs expériences, les deux méthodes donnent des valeurs équivalentes et ils mettent donc en avant celle basée sur le maximum de vitesse verticale pour sa simplicité d'utilisation. Nous avons vu précédemment que dans le cas d'un CVP, nous sommes en présence d'un ou deux maximum locaux de vitesse verticale (figure 2.16) en fonction des paramètres des vortex composant le CVP. Quelle que soit la configuration des vortex (taille et écartement), ces maximums sont situ es entre les centres des vortex et ne donnent donc pas d'information sur la position latérale de chaque centre.

L'écoulement aval sera  etudi e dans divers plans perpendiculaires à l'écoulement transverse. Nous allons nous intéresser à quatre man eres différentes de trouver la trajectoire du CVP dans cette étude :

- Le maximum d'un critère de tourbillon $\lambda_{2,max}$
- Le minimum de pression p_{min}
- Les extremums de vorticité $|\omega|_{x,max}$
- Le maximum de vitesse verticale dans le plan médian $U_{z,y_0,max}$

Ces différentes méthodes seront ensuite comparées en fonction de leurs résultats et de leurs facilités d'utilisation.

Le maximum d'un critère de tourbillon $\lambda_{2,max}$

Le critère de tourbillon choisi est le critère Lambda2 B. L'utilisation d'un critère de tourbillon permet de s'affranchir des limitations du champ de vorticité en faisant disparaître notamment le cisaillement près des parois. Nous avons choisi le critère Lambda2 pour les bons résultats qu'il donne dans la détection de tourbillon pour un échantillon d'écoulements variés [76]. Cependant, dans le cas d'un JICF, les autres critères (Q , *swirling strenght*, ...) donnent des résultats équivalents.

Dans chaque plan étudié, le tourbillon est localisé par les valeurs négatives du critère Lambda2. La position du centre du vortex est déterminée à partir d'une intégrale pondérée par le critère Lambda2 sur une surface S contenant les valeurs λ_2 négative :

$$\mathbf{X}_c = \frac{1}{\int_S \lambda_2 dS} \int_S \lambda_2 \mathbf{X} dS \quad (3.1)$$

L'utilisation d'une intégrale pondérée permet de localiser avec plus de précision dans le plan le minimum de Lambda2 qui définit le centre du vortex s'il ne coïncide pas avec un des points du maillage de la simulation.

Les intégrales sont discrétisées sur le maillage afin de les transformer en somme sur tous les points contenus dans la surface S :

$$\varphi_c = \frac{1}{\int_S \lambda_2 dS} \int_S \lambda_2 \varphi dS = \frac{1}{\sum_n \lambda_{2,n} S_n} \sum_n \lambda_{2,n} \varphi_n S_n \quad (3.2)$$

Où les grandeurs indicées n sont les valeurs de ces grandeurs au niveau du point n contenu dans la surface S . Le maillage est construit pour que les plans étudiés soient constitués de faces du maillage, permettant de disposer des valeurs des grandeurs aux nœuds ainsi que des surfaces S_n associées.

La surface sur laquelle l'intégrale est discrétisée comprend tous les points dont la valeur du critère de tourbillon est inférieure ou égale à 50% du minimum. Cela permet de centrer

l'intégrale autour du vortex.

Le minimum de pression p_{min}

Les vortex du CVP créent en leur sein une dépression que l'on peut traquer dans l'écoulement.

Dans chaque plan, les coordonnées des minimums locaux de pression sont déterminées à partir d'une intégrale pondérée par la pression modifiée p_m :

$$\mathbf{X}_c = \frac{1}{\int_S p_m dS} \int_S p_m \mathbf{X} dS \quad (3.3)$$

La pression pouvant être négative ou positive dans le plan d'étude, une pression modifiée est utilisée pour pondérer les intégrales précédentes. Cette pression est minimum et négative au minimum de pression dans le plan et nulle au maximum. Cela permet d'assurer un signe identique sur tout le plan et un maximum en valeur absolue centré sur le minimum local :

$$p_m = p - p_{max}.$$

Les intégrales sont discrétisées de la même façon que pour le critère λ_2 via l'équation (3.2).

La surface sur laquelle l'intégrale est discrétisée comprend tous les points dont la valeur de la pression est inférieure ou égale à 50% du minimum. Cela permet de centrer l'intégrale autour du vortex.

La valeur du minimum de pression est ensuite interpolée à partir des trois points du maillage le plus proche de la position du minimum calculée précédemment.

Les extremums de vortacité $|\omega|_{x,max}$

Les deux vortex tournant dans des sens opposés, ils ont des champs de vortacité inversés.

Nous cherchons à identifier le CVP dans l'écoulement, qui est, une fois suffisamment éloigné de l'injection, aligné dans le sens de l'écoulement transverse. C'est-à-dire que la vortacité des tourbillons est orientée suivant l'axe X . D'une manière équivalente aux méthodes précédentes, la recherche des extremums de vortacité est faite avec une intégrale pondérée par la vortacité.

$$\mathbf{X}_c = \frac{1}{\int_S \omega_x dS} \int_S \omega_x \mathbf{X} dS \quad (3.4)$$

Les intégrales sont discrétisées de la même façon que pour le critère λ_2 via l'équation (3.2).

Afin de limiter la vorticité à celle des tourbillons uniquement, la surface d'intégrale est limitée aux points pour lesquels le critère de tourbillon Λ^2 est négatif.

Comme exposé précédemment (section 2.6.2), les tourbillons sont proches l'un de l'autre et leurs champs de vorticité peuvent se superposer. Nous avons donc limité la surface d'intégration afin qu'elle ne contienne que le centre des tourbillons pour limiter l'influence que peut avoir le second tourbillon. En effet, au centre, la vorticité du tourbillon étudié ω_1 est forte et proche de l'extremum ω_v tandis que celle du second tourbillon ω_2 est faible. En ne prenant que les points où $|\omega_1| \geq 75\%|\omega_v|$, on a $|\omega_1| \gg |\omega_2|$ et on peut considérer que la vorticité intégrée n'est que celle du tourbillon étudié.

La valeur de l'extremum de vorticité est ensuite interpolée à partir des trois points du maillage le plus proche de la position de l'extremum calculée précédemment.

Le maximum de vitesse verticale $U_{z,y_0,max}$

Les deux vortex tournant dans des sens opposés, ils créent au centre une zone de sur vitesse verticale.

Pour un dipôle composé de vortex de Lamb-Oseen, il peut y avoir un ou deux maximum locaux de vitesse verticale (figure 2.16) en fonction de la taille des vortex et de leur espacement. Ces maximums sont situés sur le segment reliant les deux centres des vortex (figure 3.2).

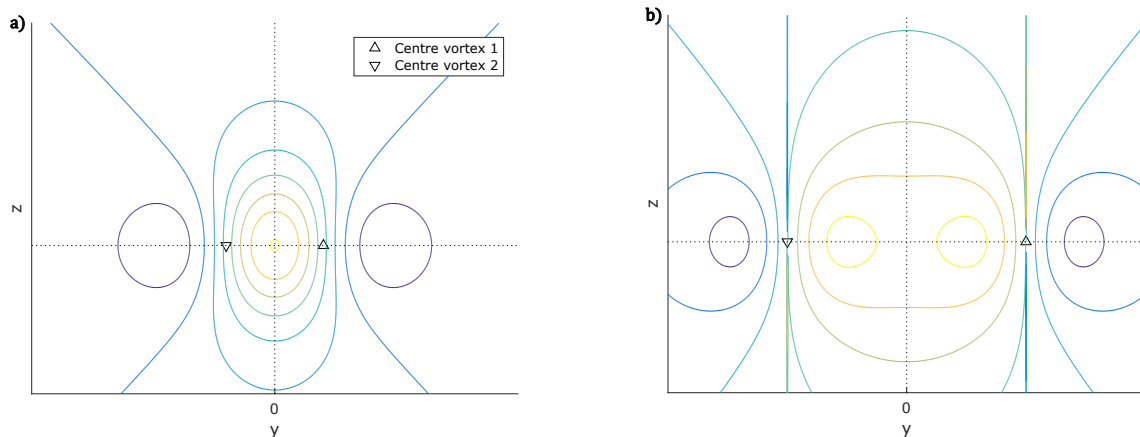


FIGURE 3.2 Contour de la vitesse verticale dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse. a) Un seul maximum de vitesse (vortex proches). b) Deux maximum (vortex éloignés)

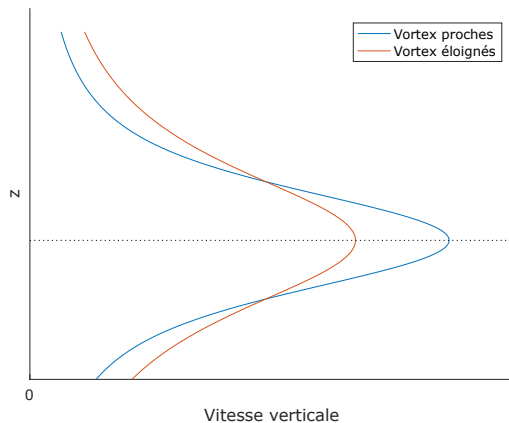


FIGURE 3.3 Profil de vitesse verticale dans le plan médian pour différents espacements de vortex du CVP

Il est possible de chercher les maximums dans le plan perpendiculaire à l'écoulement transverse, pour en déduire la hauteur du CVP, mais il est aussi possible de ne s'intéresser qu'au plan médian et de rechercher le maximum de vitesse verticale à la distance souhaitée de l'injection dans ce plan. En effet, quels que soient la configuration des vortex et le nombre d'extremums de vitesse verticale, le maximum de vitesse verticale dans le plan médian se situe à la hauteur z_c correspondant à celle des centres des vortex (figure 3.3). Contrairement aux méthodes précédentes, celle-ci ne permet pas de définir la position latérale des vortex et donc leur espacement.

3.1.3 Paramètres clés

Cinq paramètres clés sont identifiés pour définir un JICF. Le diamètre de l'orifice d'injection et le rapport d'énergie cinétique r (ou de vitesse pour les jets monophasiques) sont les deux principaux sur lesquels se base la totalité des études réalisées. Un troisième a été ajouté afin de prendre en compte l'épaisseur de la couche limite [8]. Les deux derniers ont été introduits pour intégrer l'influence des profils de vitesse dans les couches limites [7]. Les derniers travaux en date intègrent ces cinq paramètres dans une équation (2.18) afin de définir la trajectoire du jet et du CVP pour un JICF issu d'un orifice circulaire. Nous allons dans cette étude dissocier l'influence des quantités de mouvement et des profils de vitesse dans les couches limite. Ainsi, r_m sera défini uniquement en fonction de $r_{m,j}$ et $r_{m,\infty}$. De plus, par souci de cohérence dans la notation entre r_m et r , nous allons nous servir de la définition de r_m suivante :

$$r_m = \frac{r_{m,j}}{r_{m,\infty}} \quad (3.5)$$

Avec :

$$r_{m,j}^2 = \frac{\frac{1}{S} \int_S u_j^2 dS}{U_j^2} \quad (3.6)$$

et

$$r_{m,\infty}^2 = \frac{\frac{1}{\delta} \int_0^\delta u_\infty^2 dy}{U_\infty^2} \quad (3.7)$$

Notre étude se concentre sur les jets issus d'orifices carré et rectangulaire. Les paramètres clés sont supposés déterminants dans la structure du JICF, quelle que soit la forme de l'injection. Nous avons choisi le diamètre hydraulique D_h des orifices pour remplacer le diamètre des fentes circulaires. Dans les études précédentes qui comparent plusieurs géométries, notamment celles de Mi et al. [48] ou de Haven et Kurosaka [11], les orifices d'injection sont choisis avec une surface égale et sont caractérisés par le diamètre du cercle équivalent de même surface. Ainsi, une injection via un carré de surface S aura un diamètre hydraulique inférieur de 12% à celle réalisée via un disque de la même surface. La pénétration inférieure du jet pour le carré mise en lumière dans la seconde étude peut provenir de cette différence de diamètre hydraulique.

Pour les fentes rectangulaires, le rapport d'aspect est ajouté au diamètre hydraulique pour définir la géométrie.

3.2 Équations hydrodynamiques

Les simulations sont réalisées via le logiciel Fluent d'ANSYS. On se place en condition isotherme sans transfert de chaleurs entre les deux écoulements, l'équation d'énergie est donc omise. En monophasique, quatre équations moyennées sont résolues dans chacune des cellules du domaine, l'équation de conservation de la masse (équation de continuité) et les équations de conservation de la quantité de mouvement dans les trois directions de l'espace (équations de Navier-Stokes).

Dans le cas d'un fluide incompressible ($\rho = cte$) non soumis à la gravité, les équations se simplifient en :

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}) = 0 \quad (3.8)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}(\mathbf{u}) + \rho \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) \quad (3.9)$$

Le tenseur des contraintes ($\bar{\tau}$) de (3.9) est donné par la formule suivante :

$$\bar{\tau} = \mu \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{u} \mathbf{I} \right) \quad (3.10)$$

3.3 Modèle de turbulence

Plusieurs méthodes sont utilisables afin de prendre en compte les effets aux petites échelles : les modèles de turbulence ou la DNS (*Direct Numerical Simulation*).

Les modèles de turbulence permettent de limiter le raffinement du maillage. Dans le cas des JICF les modèles à deux équations ou la LES (*Large Eddy Simulation*) sont couramment utilisés.

3.3.1 Modèle à deux équations

Dans le cas des modèles à deux équations, les équations de conservation sont moyennées afin de faire disparaître les fluctuations des grandeurs. L'opérateur $\bar{\varphi}$ représentant la moyenne temporelle de la variable φ de telle sorte que $\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'$ où $\bar{\varphi}' = 0$.

On obtient alors des équations similaires appelées équations RANS (*Reynolds Average Navier Stokes*) :

$$\nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}) = 0 \quad (3.11)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t}(\bar{\mathbf{u}}) + \rho \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}) = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \nabla \cdot (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (3.12)$$

Le terme supplémentaire est appelé tenseur des contraintes de Reynolds ($-\rho \overline{u'_i u'_j}$) et est modélisé via l'hypothèse de Boussinesq en incompressible, suivant une décomposition semblable à $\bar{\tau}$:

$$\overline{\tau}^{Re} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t (\nabla \overline{\mathbf{u}} + \nabla \overline{\mathbf{u}}^T) - \frac{2}{3} \rho k I \quad (3.13)$$

La fermeture est assurée par des équations supplémentaires permettant de définir la viscosité turbulente μ_t nouvellement ajoutée.

Cela peut se faire avec une seule équation (modèle Spalart-Allmaras) ou deux (modèle $k - \epsilon$ ou $k - \omega$).

Dans le cas modèle $k - \epsilon$, la viscosité turbulente s'écrit $\mu_t = C_\epsilon \rho \frac{k^2}{\epsilon}$ et les équations RANS sont accompagnées d'une équation de transport pour k et d'une autre ϵ . Similairement, pour le modèle $k - \omega$, la viscosité turbulente s'écrit $\mu_t = C_\omega \rho \frac{k}{\omega}$ et une équation de transport pour k et une autre pour ω complètent les équations RANS.

Le modèle $k - \omega$ SST (*Shear-Stress Transport*) [77] est développé à partir de ces deux modèles et sera utilisé dans les simulations réalisées. Il mélange les deux modèles précédents pour profiter de leurs avantages et s'affranchir au maximum de leurs limitations. À savoir, la robustesse du modèle $k - \epsilon$ au sein de l'écoulement et la précision de l'autre près des parois. Pour ce faire, les équations du modèle $k - \epsilon$ sont converties en une formulation $k - \omega$. Les deux jeux d'équations sont pondérés puis additionnés pour donner les équations finales. La pondération vaut 1 près de la paroi et tend vers 0 lorsque l'on s'en éloigne. Elle permet d'activer le modèle $k - \omega$ au sein des couches limites et de transitionner vers le modèle $k - \epsilon$ lorsqu'on en sort.

L'avantage principal de ces modèles à deux équations est leur simplicité. Ils permettent de résoudre des simulations avec peu de capacité de calcul tout en donnant une vision globale de l'écoulement.

Les deux principaux inconvénients viennent de la façon dont les modèles sont construits :

- L'utilisation de ces modèles revient à s'intéresser à un écoulement moyenné temporellement. Les effets des petites échelles ne sont pris en compte que dans leur impact sur le mouvement moyen par l'intermédiaire du tenseur des contraintes de Reynolds $-\rho \overline{u'_i u'_j}$. Ainsi, si l'écoulement comporte des composantes purement instationnaires, elles ne seront pas visibles à cause du moyennage temporel. Dans le cas d'un JICF, il y a plusieurs vortex instationnaires (vortex de cisaillement, vortex de sillage). L'utilisation d'un modèle RANS les fera donc disparaître de la solution.
- L'hypothèse de Boussinesq suppose que la viscosité turbulente est isotrope. En effet, elle est définie à partir d'une équation par grandeur qui suppose que les contributions dans les trois directions de l'espace sont équivalentes pour cette grandeur.

3.3.2 DNS

La DNS a pour objectif de résoudre toutes les échelles spatiales et temporelles de l'écoulement, allant des grandes échelles de l'écoulement moyen jusqu'à l'échelle de Kolmogorov où la dissipation visqueuse de la turbulence se fait.

Cette méthode requiert un maillage extrêmement raffiné afin que les structures dissipatives aux petites échelles soient visibles dans la résolution.

3.3.3 LES

Le modèle LES a été proposé par Smagorinsky [78] comme un compromis entre les deux modèles précédents.

L'objectif est de résoudre les grandes échelles de la turbulence et modéliser les plus petites. En effet, ces grandes échelles sont influencées par les paramètres extérieurs (géométrie, conditions d'écoulement, conditions aux limites ...) tandis que les petites échelles le sont moins. Les secondes sont donc plus facilement modélisables par un modèle universel que les premières qui dépendent fortement de la simulation.

Comme le DNS, la LES va chercher à représenter fidèlement l'écoulement pour les grandes échelles spatiales et temporelles de la turbulence jusqu'à une borne en dessous de laquelle la turbulence sera modélisée avec une méthode similaire aux modèles RANS.

Pour ce faire, les équations sont donc filtrées (dans l'espace et/ou dans le temps) via un filtre passe-bas afin de faire disparaître les petites échelles. La plupart du temps, le filtre utilisé est un filtre spatial G :

$$\bar{\varphi}(\mathbf{x}) = \int_V \varphi(\mathbf{r})G(\mathbf{x}, \mathbf{r})d\mathbf{r} \quad (3.14)$$

Le filtre G est associé à longueur de coupure Δ telle qu'un filtre chapeau :

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{si } |\mathbf{x} - \mathbf{r}| < \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.15)$$

Ce type de filtre permet de faire disparaître les longueurs d'onde $\lambda < \frac{\Delta}{\pi}$ [79].

On peut donc noter que les variables sont la forme $\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'$ où φ' représente la fluctuation des petites échelles. La notation est semblable à la moyenne de Reynolds des équations RANS,

mais dans le cas de la LES $\overline{\varphi'} \neq 0$.

En simulation numérique, la discrétisation des volumes finis sert généralement de filtre pour le modèle :

$$\overline{\varphi}(\mathbf{x}) = \frac{1}{V} \int_V \varphi(\mathbf{r}) d\mathbf{r} \quad (3.16)$$

Le filtre implicite étant :

$$G(\mathbf{x}, \mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{1}{V} & \text{si } r \in V \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.17)$$

On peut ensuite filtrer les équations de conservation pour obtenir les équations du modèle LES :

$$\nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}}) = 0 \quad (3.18)$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} (\overline{\mathbf{u}}) + \rho \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}} \overline{\mathbf{u}}) = -\nabla \overline{p} + \nabla \cdot (\overline{\overline{\tau}}) + \nabla \cdot (-\rho \overline{u_i u_j} + \rho \overline{u_i} \overline{u_j}) \quad (3.19)$$

Il est nécessaire de modéliser le terme supplémentaire $-\rho \overline{u_i u_j} + \rho \overline{u_i} \overline{u_j}$ qui représente le tenseur des contraintes internes aux mailles.

Comme pour le modèle RANS, ce terme est modélisé via l'hypothèse de Boussinesq :

$$\overline{\overline{\tau}}^{LES} = -\rho \overline{u_i u_j} + \rho \overline{u_i} \overline{u_j} = \mu_t (\nabla \overline{\mathbf{u}} + \nabla \overline{\mathbf{u}}^T) - \frac{1}{3} \tau_{kk} I \quad (3.20)$$

Le deuxième terme n'est pas modélisé, mais est ajouté à la pression statique.

La viscosité turbulente est modélisée avec le modèle Smagorinsky-Lilly dynamique :

$$\mu_t = \rho L_s \sqrt{\nabla \overline{\mathbf{u}} + \nabla \overline{\mathbf{u}}^T} \quad (3.21)$$

Où L_s est la longueur de mélange interne aux mailles : $L_s = \min(\kappa d, C_s V^{1/3})$, avec κ la constante de von Kármán, d la distance à la paroi la plus proche et C_s la constante de Smagorinsky. Ce minimum entre une distance associée aux mailles ($C_s V^{1/3}$) et une associée aux parois (κd) permet de prendre en compte l'effet des parois sur les tourbillons qui, lorsqu'on s'en approche, diminue la taille des tourbillons, possiblement en dessous de la taille des cellules

dans la couche limite.

La constante de Smagorinsky dépend des paramètres de l'écoulement. Pour s'affranchir de la déduction de cette constante, le modèle Smagorinsky-Lilly dynamique [80] applique une procédure afin de déterminer la valeur de C_s , qui n'est plus une constante, en chaque point du domaine à chaque pas de temps. Pour cela, un second filtre, deux fois plus grand, est appliqué sur les équations précédentes (3.18) et (3.19). Le nouveau tenseur des contraintes internes aux mailles est modélisé de la même façon que précédemment (3.20) et (3.21). L'identité de Germano permet de faire le lien entre les deux tenseurs (celui issu du premier filtre et le nouveau issu du second filtre) en assumant que la turbulence est autosimilaire. À partir de cette équation, Lilly [81] en déduit la formule de C_s en faisant une analyse des moindres carrés.

La LES reprend donc l'hypothèse de Boussinesq comme les méthodes RANS, mais ne l'applique qu'aux petites échelles qui tendent à être plus isotropes que les grandes. De plus, il n'y a pas eu de moyennage temporel, la solution sera donc instationnaire, dans le cas du JICF, tous les vortex seront visibles.

3.3.4 Traitement des parois

Les parois ont un effet fort sur l'écoulement et sur la turbulence. D'un point de vue de l'écoulement moyen, la contrainte de vitesse nulle à la paroi implique un fort gradient de vitesse dans la couche limite. Tandis que pour la turbulence, la présence de la paroi empêche le développement des tourbillons et induit un amortissement de la turbulence proche de la paroi. Cependant, lorsque l'on s'en éloigne, il y a une forte production d'énergie cinétique de turbulence à cause du gradient de vitesse. Pour prendre en compte ces effets sur le champ de vitesse, des lois de parois sont appliquées pour déterminer les grandeurs sur les premières mailles proches des parois.

La couche limite proche de la paroi se découpe en trois zones : la sous-couche visqueuse, la zone logarithmique et la zone tampon. Leur position se définit à partir de y^+ , la distance à la paroi adimensionnelle et la vitesse du fluide est représentée par la vitesse adimensionnelle u^+ .

$$y^+ = \frac{yu_\tau}{\nu} \quad (3.22)$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau} \quad (3.23)$$

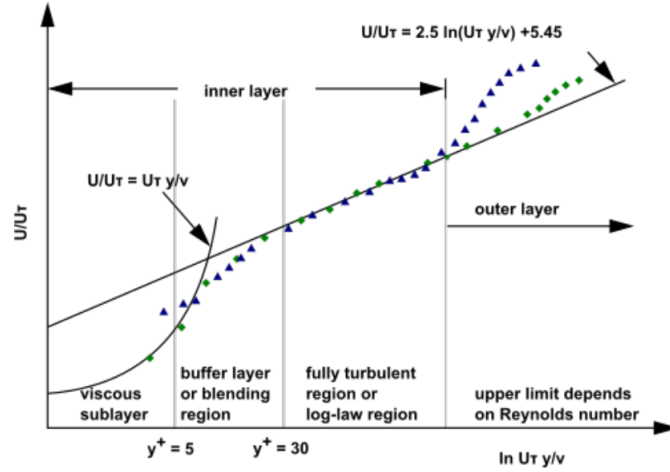


FIGURE 3.4 Découpage de la couche limite proche paroi [18]

Avec $u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ la vitesse de glissement à la paroi et τ_w la contrainte de cisaillement à la paroi.

La sous-couche visqueuse est celle la plus proche de la paroi et s'étale de $y^+ = 0$ à $y^+ \approx 5$. La viscosité domine dans cette zone et la vitesse tend vers 0 linéairement à mesure que l'on se rapproche de la condition de non-glissement au niveau de la paroi. La loi de vitesse associée est :

$$u_{lam}^+ = y^+ \quad (3.24)$$

Dans la zone logarithmique, la turbulence est développée et la vitesse suit une loi logarithmique. Elle commence à $y^+ \approx 30$.

$$u_{turb}^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+ = u_{turb}^+ \quad (3.25)$$

La zone tampon se situe entre les deux précédentes ($5 \leq y^+ \leq 30$). Les lois de vitesse linéaire et logarithmique ne sont pas vraies dans cette zone. Kader [82] propose cependant de pondérer les deux lois afin de pouvoir approximer la vitesse :

$$u_{buff}^+ = e^\Gamma u_{lam}^+ + e^{1/\Gamma} u_{turb}^+ \quad (3.26)$$

Avec $\Gamma = \frac{a(y^+)^4}{1+by^+}$. Figure 3.5 représente les trois profils de vitesse. L'approximation de Kader permet d'approcher u_{lam}^+ et u_{turb}^+ sur les bords de la zone tampon. On a notamment $u_{buff}^+ = 0,95u_{lam}^+$ pour $y^+ = 3$ et $u_{buff}^+ = 0,98u_{turb}^+$ pour $y^+ = 30$. De plus, elle permet une transition

lisse entre les deux modèles à l'intérieur de cette zone.

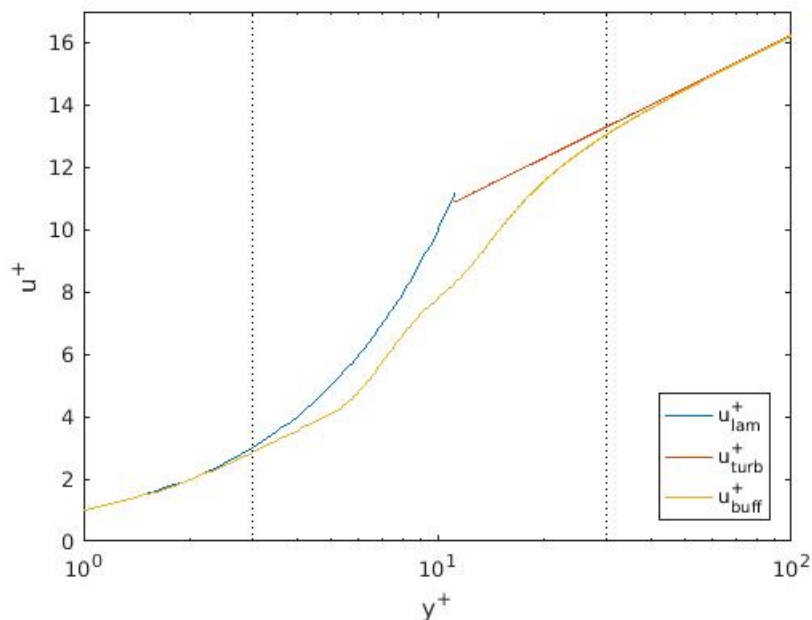


FIGURE 3.5 Profil de vitesse dans la couche limite

Ce modèle de loi de paroi sera appliqué pour toutes les simulations, quel que soit le modèle de turbulence choisi.

3.3.5 Choix du type de modèle

Les modèles de turbulence RANS partent du postulat d'une turbulence homogène et isotrope pour toutes les échelles de longueur. C'est une bonne approximation pour de nombreux types d'écoulement, mais les JICF sont des écoulements anisotropes ce qui limite la viabilité de tels modèles.

Les modèles LES apportent un compromis entre la faible précision des modèles RANS et la lourdeur des calculs de la DNS. Ils sont généralement utilisés dans les études récentes afin de simuler des JICF et proposent des résultats conformes aux expériences [51].

Nous utiliserons les modèles RANS dans un premier temps, car ils permettent d'effectuer de nombreuses simulations rapidement afin de dégager des corrélations, liens entre les paramètres ou modèles. De plus, nous nous intéresserons à un écoulement moyenné temporellement, ce qui réduit l'impact de ce modèle. Ces résultats seront ensuite confrontés à ceux issus de simulations LES dans un second temps, afin d'améliorer leur précision pour représenter au mieux les résultats expérimentaux.

3.4 Schéma numérique

Le logiciel ANSYS Fluent résout les équations avec la méthode des volumes finis. Pour chacune des cellules du maillage, les équations précédentes ((3.11) et (3.12) ou (3.18) et (3.19)) sont intégrées sur un volume de contrôle V égal au volume de la cellule concernée.

3.4.1 Discrétisation temporelle

La variation temporelle des grandeurs est supposée constante dans une cellule pour un pas de temps donné, ce qui donne :

$$\int_V \frac{\partial \varphi}{\partial t} dV = V \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (3.27)$$

Elle est ensuite discrétisée avec un schéma implicite du second ordre afin d'assurer une bonne précision des résultats :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{3\varphi^{n+1} - 4\varphi^n + \varphi^{n-1}}{2\Delta t} \quad (3.28)$$

La formulation implicite a été choisie, car elle est requise dans ANSYS Fluent pour utiliser le modèle de turbulence LES. Son principal avantage est que sa stabilité ne dépend pas de la taille du pas de temps.

3.4.2 Discrétisation spatiale

Les intégrales volumiques des variations spatiales sont converties en intégrales surfaciques avec le théorème du gradient en suivant une méthode analogue à celle présentée précédemment (2.7.3). Le volume de contrôle étant une cellule du maillage, la surface fermée associée correspond à la somme des faces de la cellule. Les grandeurs sont supposées constantes sur chacune des faces :

$$\int_V \nabla \varphi dV = \int_S \varphi dS = \sum_{face} \varphi_{face} S_{face} \quad (3.29)$$

Le logiciel ANSYS Fluent stocke les valeurs discrètes des grandeurs aux centres des cellules. Afin de déterminer les valeurs au niveau des faces, un schéma numérique du second ordre décentré amont est utilisé dans le cas des simulations RANS.

La valeur de la grandeur au niveau de la face est définie à partir des cellules en amont de l'écoulement :

$$\varphi_{face} = \varphi_{up} + \nabla\varphi_{up} \cdot \mathbf{r} \quad (3.30)$$

Avec φ_{up} la valeur de la grandeur dans la cellule amont et \mathbf{r} le vecteur entre le centre de la cellule amont et celui de la face en question.

Pour le terme de diffusion, un schéma au second ordre de différences centrées est utilisé :

$$\varphi_{face} = \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_1) + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_0 \cdot \mathbf{r}_0 + \nabla\varphi_1 \cdot \mathbf{r}_1) \quad (3.31)$$

Où les indices 1 et 2 correspondent aux deux cellules entourant la face et \mathbf{r}_i aux vecteurs entre le centre de la cellule et le centre de la face.

Pour les simulations LES, un schéma borné de différences centrées est utilisé afin de limiter la diffusion numérique pour toutes les discrétisations spatiales.

3.5 Domaine d'étude

Le domaine représente une conduite de section carrée parcourue par un écoulement d'eau. Un orifice d'injection est placé sur une des parois de la conduite, centrée au milieu de celle-ci. Les grandeurs spatiales sont choisies afin de pouvoir comparer les simulations numériques aux résultats expérimentaux disponibles réalisés au Laboratoire Expérimental de Grande Hauteur à l'École Polytechnique de Montréal par Dhar [75].

- L'injection (I) : la forme et la taille de l'injection varient en fonction des simulations réalisées et sont caractérisées par le diamètre hydraulique de l'orifice D_h . Pour référence, l'ordre de grandeurs de D_h est de 1 mm. Lorsque le tube d'injection est inclus dans le maillage, une conduite de 1,5 cm ($\sim 10D_h$) est ajoutée à l'extérieur afin de développer les couches limites dans l'écoulement injecté avant qu'il atteigne la conduite principale et qu'il interagisse avec l'écoulement transverse. Cet orifice est circulaire, carré ou rectangulaire en fonction de la simulation

- La conduite (C) : La dimension caractéristique de la conduite est donnée par un côté de la section carrée et vaut $L = 0,25$ m. Sa grande taille permet de faire disparaître l'effet de confinement dû à l'injection. Les simulations étant réalisées avec un modèle incompressible, l'ajout de fluide par l'injection va fatalement accélérer l'écoulement transverse parcourant la conduite. Avec les grandeurs choisies, le débit volumique en sortie est 0,03% plus grand qu'en entrée.

La conduite commence 8 cm avant l'injection et se finit 20 cm après.

- Le domaine d'étude : le jet ne pénétrant que de quelques centimètres dans l'écoulement transverse, il n'est pas nécessaire de disposer d'un maillage raffiné dans tout le domaine. Ainsi un domaine d'étude est défini aux alentours de l'injection et concentrera la majeure partie des mailles. Il se découpe en deux couches de raffinement du maillage.

La première couche (R1) englobe 10 cm au dessus de l'injection et 7,5 cm de chaque côté sur toute la longueur de la conduite.

La seconde couche (R2) mesure 5 cm à gauche et à droite de l'injection et à 7,5 cm en hauteur, elle commence 3 cm en amont et se fini 15 cm en aval. Cette deuxième couche comprend l'intégralité du jet et la majeure partie de son influence sur l'écoulement transverse et est le volume sur lequel le jet sera étudié.

Dans la suite, l'axe X représente la distance par rapport à l'injection dans le sens de l'écoulement transverse, l'axe Y la distance latérale et l'axe Z la pénétration du jet dans l'écoulement

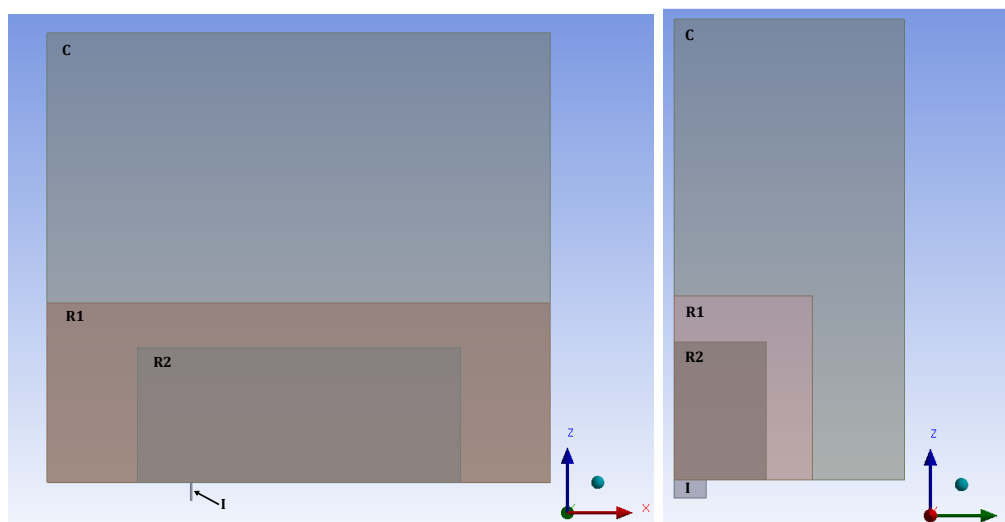


FIGURE 3.6 Domaine d'étude

3.6 Conditions limites

3.6.1 Parois

Les parois du domaine sont traitées de deux manières différentes.

Une condition de non-glissement est placée sur le mur par lequel l'injection est réalisée. Cette condition impose d'avoir une vitesse nulle (la vitesse normale est nulle, car il y a non pénétration et les composantes tangentielles le sont aussi à cause de la condition de non-glissement). Cela permet de développer les couches proches de ses parois en sachant qu'elles ont une forte influence sur l'écoulement [8].

Les parois de la conduite d'injection ont aussi une condition de non-glissement. Cette condition est nécessaire pour traiter l'angle entre la conduite d'injection et la conduite principale. En effet, ce point appartient aux deux conduites, sa vitesse est nulle à cause de la condition de non-glissement affectée à la conduite principale, ce qui implique $U_z = 0$. Si la conduite d'injection était dotée d'une condition de glissement, la vitesse verticale serait non nulle dans la conduite sauf au niveau de l'angle, ce qui peut induire des difficultés de convergence dans les simulations.

Les autres parois du domaine, qui sont placées loin de l'injection, ont une influence très faible sur la simulation. Pour éviter de devoir raffiner le maillage à leurs abords pour prendre en compte la couche limite, une condition de glissement est utilisée.

3.6.2 Condition d'entrée

Écoulement transverse

L'écoulement en entrée comporte une couche limite développée sur la paroi comportant l'injection afin de prendre en compte la condition de non-glissement. La forme du profil de vitesse et la hauteur de la couche limite sont définies à partir d'une simulation dans une conduite de longueur infinie. Les données sont extraites dans des plans perpendiculaires à la conduite à de diverses distances de l'entrée de la conduite afin d'avoir des couches limites à des stades de développement variés.

La vitesse de l'écoulement est définie à partir du débit volumique $\dot{Q}_\infty = U_\infty S_{conduite}$. Après développement de la couche limite, le maximum de vitesse est légèrement supérieur à la vitesse d'entrée. Cependant, la taille de la conduite (25cm x 25cm) et la présence d'une seule paroi sans glissement permettent de limiter l'accélération totale de l'écoulement transverse à 2% de U_∞ .

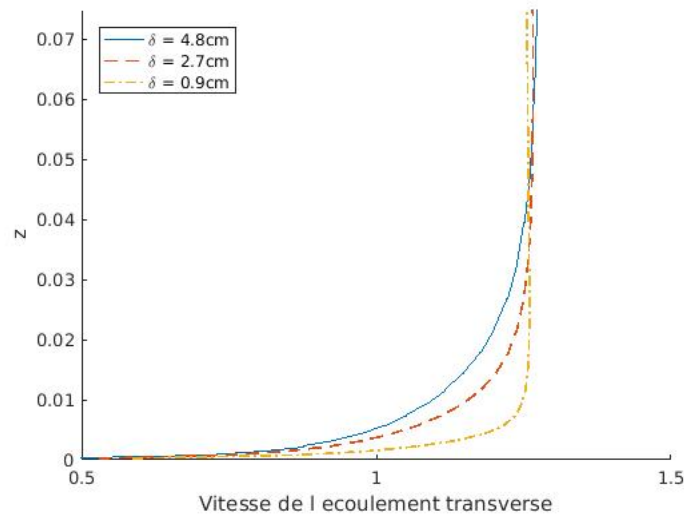


FIGURE 3.7 Profil de couche limite dans l'écoulement transverse pour une vitesse de $U_{\infty} = 1,25\text{m/s}$.

L'injection de l'écoulement transverse se fait 8cm en amont du jet. La couche limite pouvant changer entre ces deux points, les données sont calculées à partir du premier plan dans la partie raffinée du domaine d'étude, à savoir 3cm en amont du jet. La hauteur de la couche limite est définie à partir de la vitesse maximum du fluide de telle sorte que, à une hauteur δ , la vitesse horizontale de l'écoulement transverse $U_{x,\delta}$ soit égale à 95% de la vitesse horizontale maximum dans toute la conduite :

$$U_{x,\delta} = 0,95 U_{x,max} \quad (3.32)$$

La vitesse U_{∞} et la taille de la couche limite δ varient suivant la simulation. Trois couches limites sont utilisées (figure 3.7) dans les simulations. Ces différentes couches limites sont déclinées pour plusieurs vitesses d'écoulement transverse.

Sur toute la surface d'entrée de l'écoulement transverse, une variation spatiale de la vitesse de 5% est présente pour représenter la turbulence de l'écoulement transverse.

Écoulement injecté

Les quatre parois de la conduite d'injection comportent une condition de glissement. Une couche limite se développe donc entre l'injection et la fente. La longueur de la conduite permet le développement d'une couche limite d'une taille de 0,4mm (figure 3.8). À cause du

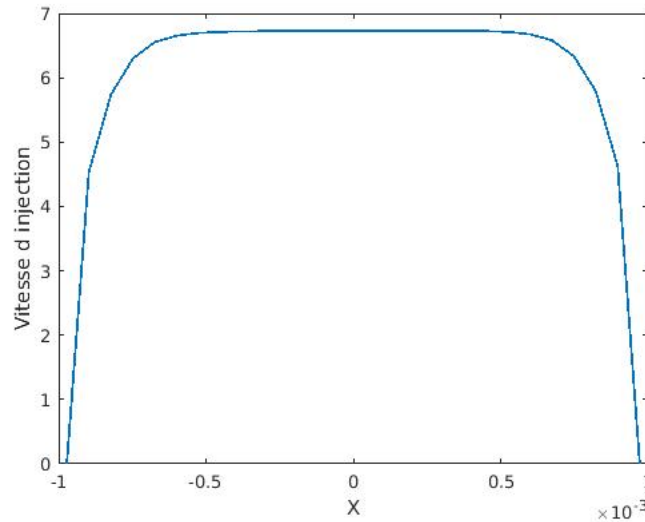


FIGURE 3.8 Profil de couche limite dans l'écoulement injecté pour une vitesse de $U_j = 6$ m/s

confinement du jet dans la conduite d'injection (dont le diamètre hydraulique est de l'ordre de quelques millimètres), nous avons une accélération du centre de l'écoulement injecté par rapport à la vitesse d'entrée du jet U_j entre 10% et 25% suivant le diamètre hydraulique de la conduite.

Sur toute la surface de l'injection, une variation spatiale de la vitesse de 5% est présente pour représenter la turbulence de l'écoulement injecté.

3.6.3 Condition de sortie

La gravité n'étant pas modélisée, la pression est constante sur toute la hauteur de la conduite. Une condition de pression nulle est placée en sortie.

Sur toute la surface de sortie de l'écoulement, une variation spatiale de la pression de 5% de la pression est présente pour représenter la turbulence de l'écoulement sortant.

3.6.4 Symétrie

Le plan médian du jet est utilisé comme plan de symétrie des simulations afin de réduire le temps de calcul.

La réduction du domaine d'étude en ne considérant qu'un seul côté du jet va permettre de diviser par deux le nombre de mailles.

La prise en compte du plan médian comme plan de symétrie a aussi un impact sur la rapidité de convergence des simulations. En effet, le plan médian étant un plan de symétrie du jet, nous nous attendons à ce que la moyenne temporelle des grandeurs soit symétrique ou antisymétrique. Cette symétrie doit apparaître malgré le fait que le jet soit instationnaire et asymétrique à chaque pas de temps. L'asymétrie est visible dans les simulations où nous observons qu'un des deux tourbillons peut prendre l'ascendant sur l'autre (circulation supérieure et position du centre du tourbillon plus proche du plan de symétrie). Cet effet est amplifié lorsque la fente d'injection est rectangulaire. Les deux vortex étant susceptibles de prendre l'ascendant sur l'autre, la présence d'un plan de symétrie permet de faire disparaître cette asymétrie. Cela va donc permettre de réduire le laps de temps nécessaire à la moyenne temporelle des grandeurs pour converger vers leur valeur stationnaire.

3.7 Changement d'échelle

Lors de la résolution des simulations LES, une oscillation des résidus est observée, augmentant considérablement le nombre d'itérations par pas de temps nécessaire pour la convergence.

Ces oscillations sont dues au schéma numérique de discrétisation spatiale (second ordre centré) utilisé pour ces simulations en combinaison avec le faible pas de temps nécessaire pour leur convergence (10^{-6} s). Afin de limiter ce problème, une mise à l'échelle est effectuée pour artificiellement augmenter le pas de temps et réduire drastiquement les oscillations.

Un nouveau pas de temps $\Delta t'$ est posé de telle sorte que $\Delta t' = 10^3 \Delta t$. À partir de ce nouveau pas de temps, on peut changer d'échelle toutes les autres grandeurs en gardant la même géométrie (Annexe A) :

- $\Delta t' = 10^3 \Delta t$
- $L' = L$, $e' = e$ et $L' = L$
- $U'_j = 10^{-3} U_j$ et $U'_\infty = 10^{-3} U_\infty$
- $\rho'_j = \rho_j$ et $\rho'_\infty = \rho_\infty$
- $\mu'_j = 10^{-3} \mu_j$ et $\mu'_\infty = 10^{-3} \mu_\infty$
- $g' = 10^{-6} g$
- $\sigma' = 10^{-6} \sigma$

Dans la suite, cette opération sera masquée et l'ensemble des grandeurs et variables présentées auront leur valeur réelle d'avant le changement d'échelle.

3.8 Maillage et pas de temps

3.8.1 Tailles des mailles

Domaine d'étude

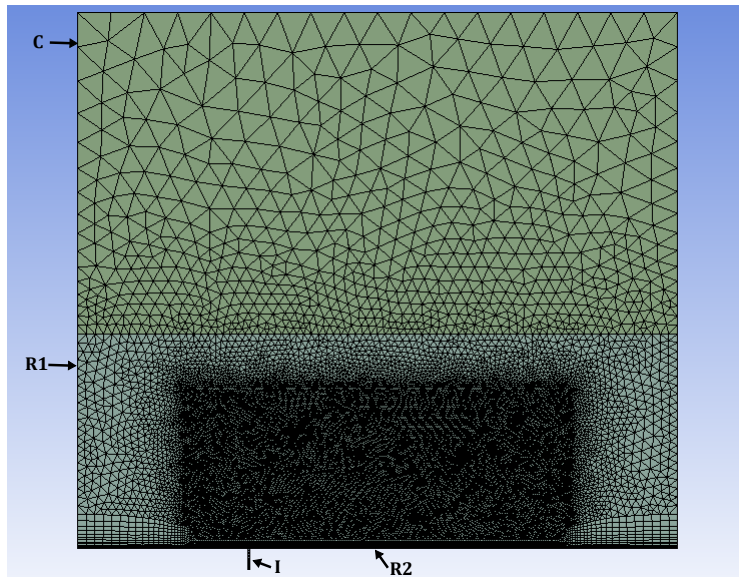


FIGURE 3.9 Maillage de la conduite vu depuis le plan médian de la conduite

Les maillages sont réalisés avec le logiciel ANSYS Meshing. Le maillage est composé de mailles tétraédriques. Le domaine d'étude est découpé en 4 zones qui sont chacune maillées avec des tailles différentes. Dans chacune des zones, les mailles ont des arêtes de taille similaire : $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta$.

- La conduite d'injection (I) possède les plus petites mailles ($\Delta_I \sim 0,1 \text{ mm}$). L'objectif étant d'avoir des mailles suffisamment petites pour qu'elles ne perturbent pas le maillage de la couche limite de la paroi sans glissement et d'avoir une convergence au niveau des variables au niveau du CVP. Elle concentre environ 1% du nombre total de mailles.
- La partie externe de la conduite transverse (C) est située à grande distance de l'injection. Elle n'est présente dans la simulation que pour limiter l'effet de confinement et contient un nombre très limité de mailles (moins de 0,1%). Les variations de maillage dans cette zone n'ont pas d'influence sur le jet. Des mailles très grossières sont utilisées ($\Delta_C \sim 1 \text{ cm}$).

- Le domaine d'étude est séparé en deux zones de raffinement. La première (R1) contient des mailles de transition ($\Delta_{R1} \sim 4$ mm) entre la partie externe de la conduite et la seconde zone de raffinement contenant le jet. Elle contient environ 1% du nombre total de mailles.

La seconde zone (R2) concentre la quasi-totalité des mailles du maillage. Ses mailles ont une dimension millimétrique ($\Delta_{R2} \sim 1$ mm).

Nous avons réalisé plusieurs simulations en faisant varier dans un premier temps la taille des mailles Δ_{R2} de la seconde zone de raffinement puis celle de l'injection Δ_I afin de voir la taille de maille nécessaire dans ces zones pour avoir une convergence spatiale du maillage. Les critères de convergence retenus sont les caractéristiques d'un vortex du CVP (Trajectoire du centre des vortex, valeur de la vorticité au centre). Les grandeurs sont comparées via leur écart absolu (EA) et relatif (ER) par rapport au maillage le plus fin :

$$EA = |\varphi(\Delta) - \varphi(\Delta_{min})| \quad (3.33)$$

$$ER = \frac{|\varphi(\Delta) - \varphi(\Delta_{min})|}{|\varphi(\Delta_{min})|} \quad (3.34)$$

Maillage du domaine

Pour les variations de Δ_{R2} , les simulations portent sur quatre maillages avec des tailles variant de 2 mm à 0,8 mm (tableau 3.1).

Maillage	Δ	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments
1	2 mm	260 113	1 285 516
2	1,25 mm	729 654	3 841 233
3	1 mm	1 271 694	6 851 873
4	0,8 mm	2 281 351	12 560 908

TABLEAU 3.1 Dimension des maillages

Les figures 3.10 et 3.11 montrent les trajectoires et l'évolution du maximum de vorticité pour les différents maillages tandis que les tableaux 3.2 et 3.3 listent la moyenne sur tous les points de l'écart absolu et relatif entre deux courbes.

Concernant les trajectoires, nous observons une forte différence sur la pénétration du jet entre le maillage $\Delta = 2$ mm et les autres. Ces trois dernières ont des différences faibles entre elles, l'écart absolu étant inférieur à la taille d'une maille.

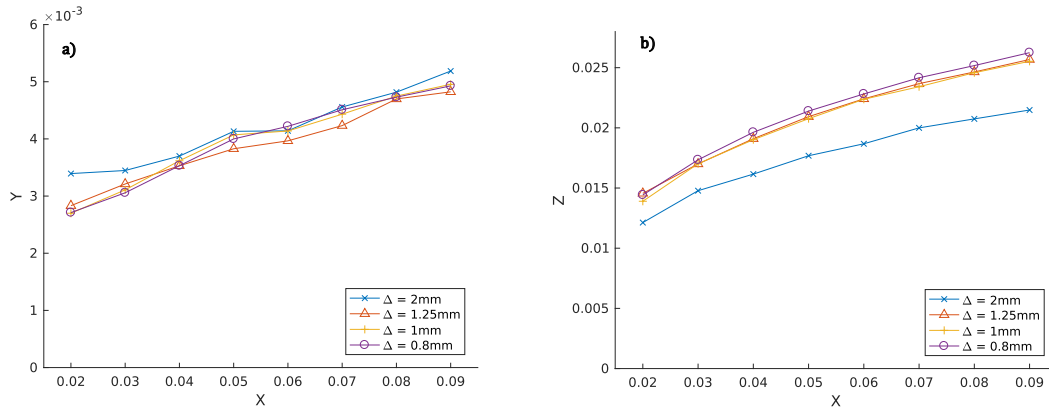


FIGURE 3.10 Influence du maillage du domaine sur la trajectoire du centre d'un vortex du CVP. a) Déplacement latéral du centre (trajectoire XY), b) pénétration du centre (trajectoire XZ).

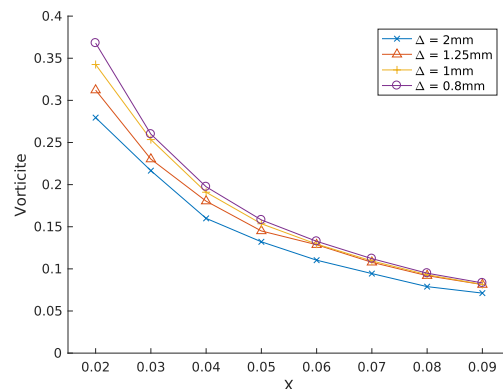


FIGURE 3.11 Influence du maillage du domaine sur le maximum de vorticité au centre d'un vortex du CVP.

Pour la vorticité, le raffinement du maillage permet de se rapprocher de la valeur convergée. Les deux derniers maillages ($\Delta = 0,8\text{mm}$ et $\Delta = 1\text{mm}$) sont très proches, avec la majeure partie de l'écart concentré au niveau du premier point.

Le maillage choisi sera le troisième basé sur une taille de maille Δ_{R2} de 1 mm afin d'allier précision des simulations et rapidité de la convergence.

Maillage de la conduite d'injection

Pour les variations de Δ_I , nous avons réalisé trois simulations avec des mailles différentes dans la conduite d'injection : 0,1 mm, 0,05 mm et 0,025 mm.

Maillage	Trajectoire XY	Trajectoire XZ
$\Delta = 2$ mm	0,23 mm	3,6 mm
$\Delta = 1,25$ mm	0,14 mm	0,43 mm
$\Delta = 1$ mm	0,05 mm	0,52 mm
$\Delta = 0,8$ mm	—	—

TABLEAU 3.2 Moyenne de l'écart absolu entre les trajectoires pour plusieurs maillages du domaine

Maillage	Trajectoire XY	Trajectoire XZ	Vorticité
$\Delta = 2$ mm	7,0%	17,1%	17,5%
$\Delta = 1,25$ mm	3,6%	2,0%	7,0%
$\Delta = 1$ mm	1,4%	2,7%	3,1%
$\Delta = 0,8$ mm	—	—	—

TABLEAU 3.3 Moyenne de l'écart relatif pour plusieurs maillages du domaine

Les figures 3.12 et 3.13 montrent les trajectoires et l'évolution du maximum de vorticité pour les différents maillages tandis que les tableaux 3.4 et 3.5 listent la moyenne sur tous les points de l'écart absolu et relatif entre deux courbes.

La variation des mailles dans la conduite d'injection a un effet minime sur les caractéristiques du CVP sur les différents maillages simulés. Les différences de trajectoire sont largement inférieures à la taille des mailles du domaine. Tandis que la vorticité est quasi identique pour tous les maillages.

Les simulations seront effectuées avec une maille Δ_I de 0,1 mm dans la conduite d'injection pour garder une bonne définition des couches limites proches des parois.

Couches limites

La taille de la première maille de la couche limite Δ_{cl} est déterminée afin d'avoir un y^+ autour de 3 dans la zone R2. La hauteur choisie est $\Delta_{cl} = 0,1$ mm, ce qui permet d'avoir $y^+ = 1$ sur la quasi-totalité de la paroi et de limiter le maximum de y^+ à 7 sur les côtés latéraux de la fente.

Le nombre de mailles dans la couche limite est déterminé afin d'assurer une transition lisse entre la première maille ($\Delta_{cl} = 0,1$ mm) et le maillage ($\Delta_{R2} = 1$ mm). Une croissance de 1,2 est choisie, ce qui donne douze mailles dans la couche limite de telle sorte que la taille de la treizième maille soit égale à celle du maillage :

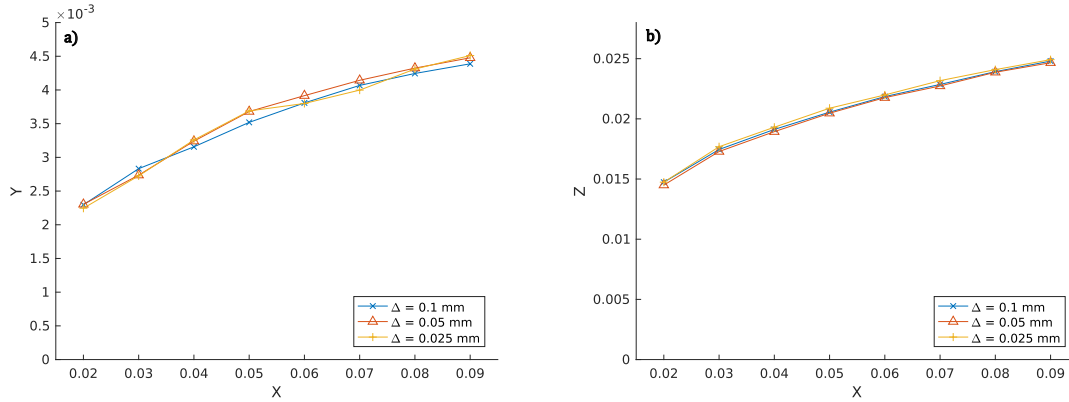


FIGURE 3.12 Influence du maillage de la conduite d'injection sur la trajectoire du centre d'un vortex du CVP. a) Déplacement latéral du centre (trajectoire XY), b) pénétration du centre (trajectoire XZ).

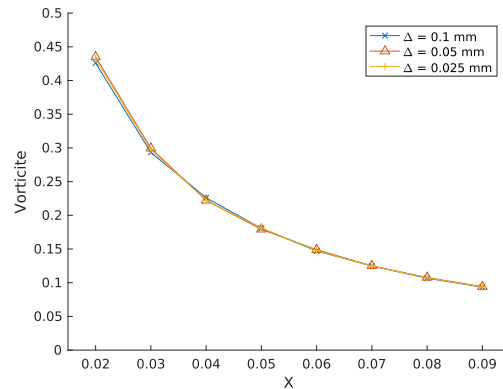


FIGURE 3.13 Influence du maillage de la conduite d'injection sur le maximum de vorticité au centre d'un vortex du CVP.

$$\Delta_{R2} \sim 1,2^{13} * \Delta_{cl} \quad (3.35)$$

Spectre de la turbulence

L'objectif du modèle LES est de simuler la turbulence des grandes échelles et de ne modéliser que celle aux petites échelles, dont la longueur d'onde est inférieure à la taille du filtre. Le filtre utilisé étant basé sur la taille des mailles, il est nécessaire de disposer d'un maillage suffisamment fin pour que l'hypothèse de turbulence isotrope aux petites échelles soit juste.

D'après l'hypothèse de Taylor, si la turbulence est totalement développée, le moyennage

Maillage	Trajectoire XY	Trajectoire XZ
$\Delta = 0,1$ mm	0,087 mm	0,19 mm
$\Delta = 0,05$ mm	0,05 mm	0,32 mm
$\Delta = 0,025$ mm	–	–

TABLEAU 3.4 Moyenne de l'écart absolu entre les trajectoires pour plusieurs maillages du domaine

Maillage	Trajectoire XY	Trajectoire XZ	Vorticité
$\Delta = 0,1$ mm	2,5%	0,9%	0,7%
$\Delta = 0,05$ mm	1,4%	1,6%	0,6%
$\Delta = 0,025$ mm	–	–	–

TABLEAU 3.5 Moyenne de l'écart relatif pour plusieurs maillages de la conduite d'injection

spatial et le moyennage temporel donnent des résultats identiques. Afin d'étudier le spectre de la turbulence, on va s'intéresser à la moyenne spatiale des corrélations. À partir du champ de vitesse, il est possible de déterminer le tenseur de corrélation entre deux points de l'espace :

$$\mathcal{R}_{i,j}(\mathbf{x}, \mathbf{r}, t) = \overline{u'_i(\mathbf{x}, t)u'_j(\mathbf{x} + \mathbf{r}, t)} \quad (3.36)$$

En supposant que la turbulence est homogène dans le domaine et stationnaire, les corrélations sont indépendantes de la position d'étude \mathbf{x} et du temps de référence t . $\mathcal{R}_{i,j}$ ne dépend plus que du vecteur \mathbf{r} entre les deux points considérés.

On définit la $\Phi_{i,j}$ la transformée de Fourier du tenseur des corrélations. Ce nouveau tenseur renseigne sur l'énergie cinétique contenue dans les tourbillons de longueur d'onde $\boldsymbol{\kappa}$:

$$\Phi_{i,j}(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \mathcal{R}_{i,j}(\mathbf{r}) e^{-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{r} \quad (3.37)$$

et réciproquement :

$$\mathcal{R}_{i,j}(\mathbf{r}) = \int_{\mathbb{R}^3} \Phi_{i,j}(\boldsymbol{\kappa}) e^{-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{r}} d\boldsymbol{\kappa} \quad (3.38)$$

On peut définir le spectre d'énergie de la turbulence E à partir de l'énergie cinétique turbulente :

$$\bar{k} = \int_{\infty} E(\boldsymbol{\kappa}) d\boldsymbol{\kappa} \quad (3.39)$$

On peut aussi relier l'énergie cinétique turbulente au tenseur de corrélation :

$$\bar{k} = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} \mathcal{R}_{i,j}(0) = \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3} \Phi_{i,j}(\boldsymbol{\kappa}) d\boldsymbol{\kappa} \quad (3.40)$$

Le spectre peut être construit en intégrant $\Phi_{i,j}$ sur une sphère de rayon κ afin de contenir tous les nombres d'onde de l'espace ayant une longueur d'onde κ :

$$E(\kappa) = \frac{1}{2} \int_{S(\kappa)} \Phi_{i,i}(\boldsymbol{\kappa}) dS \quad (3.41)$$

Pour déterminer $\Phi_{i,i}$, on utilise la transformée de Fourier des fluctuations de vitesse :

$$\hat{\mathbf{u}}_i(\boldsymbol{\kappa}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} \mathbf{u}'_i(\mathbf{x}) e^{-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \mathbf{x}} d\mathbf{x} \quad (3.42)$$

Il y a une corrélation entre les composantes de Fourier de la vitesse si elles correspondent au même nombre d'onde [83] :

$$\overline{\hat{\mathbf{u}}_i^*(\boldsymbol{\kappa}) \hat{\mathbf{u}}_i(\boldsymbol{\kappa}') } = \Phi_{i,i}(\boldsymbol{\kappa}) \delta(\boldsymbol{\kappa} - \boldsymbol{\kappa}') \quad (3.43)$$

$$\Phi_{i,i}(\boldsymbol{\kappa}) = \overline{\hat{\mathbf{u}}_i^*(\boldsymbol{\kappa}) \hat{\mathbf{u}}_i(\boldsymbol{\kappa})} \quad (3.44)$$

On a donc :

$$E(\kappa) = \frac{1}{2} \int_{S(\kappa)} \overline{\hat{\mathbf{u}}_i^*(\boldsymbol{\kappa}) \hat{\mathbf{u}}_i(\boldsymbol{\kappa})} dS \quad (3.45)$$

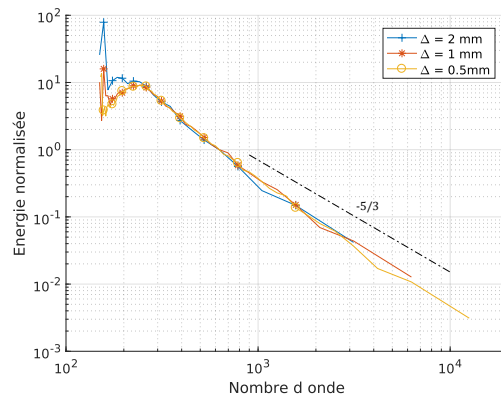


FIGURE 3.14 Spectre de la turbulence pour différent maillage.

La figure 3.14 illustre des spectres de la turbulence pour trois maillages ayant chacun un

raffinement différent. Le spectre est calculé pour des longueurs d'onde entre Δ (la taille des mailles, plus petite longueur d'onde observable) et $L_y/2$ (dimension latérale du domaine d'étude). Cela permet d'étudier toutes les longueurs d'onde centrées sur une sphère placée au milieu du domaine. Nous observons que pour tous les maillages, le comportement asymptotique pour les petites longueurs d'onde suit une pente proche de $-5/3$, qui est la décroissance théorique donnée par la théorie de Kolmogorov. Pour les grandes longueurs d'onde, le spectre est identique pour les maillages $\Delta = 1mm$ et $\Delta = 0,5mm$.

Dans la suite, nous utiliserons le maillage $\Delta = 1mm$. Il est suffisamment fin pour que les petites longueurs d'onde soient dans la cascade d'énergie de Kolmogorov. Ainsi, l'hypothèse isotropique de la turbulence pour les petites longueurs d'onde, modélisées dans le cas du modèle LES, est applicable. De plus, il permet de faire converger le spectre pour les grandes longueurs d'onde.

3.8.2 Pas de temps

À partir du maillage précédent, une étude de convergence temporelle est réalisée afin de déterminer le pas de temps optimal des simulations.

Pour les simulations RANS, les variations de pas de temps ont peu d'impact sur l'écoulement. Nous avons testé plusieurs pas de temps Δt entre 10^{-2} s et 10^{-4} s. Les grandeurs observées ne montrent pas de modification sur les différentes simulations. La convergence temporelle s'effectue donc sur un pas de temps supérieur à 10^{-2} .

Les simulations RANS peuvent converger vers un état final lorsque le temps simulé T est suffisamment grand. En faisant varier Δt , nous observons que T dépend de Δt . Plus le pas de temps est grand, plus le temps nécessaire pour que la simulation converge vers l'état final est grand. Nous avons choisi $\Delta t = 10^{-2}$ s afin de converger le plus rapidement possible vers l'état final. Lorsque la fente est carrée, il faut $T = 20s$ pour arriver à l'état final et $T = 60s$ pour les fentes rectangulaires.

Contrairement aux simulations avec un modèle RANS, une simulation effectuée avec le modèle LES est purement instationnaire dû à la présence des nombreux tourbillons proche de l'injection. Pour atteindre la convergence à chaque itération, il est nécessaire d'avoir un pas de temps beaucoup plus faible.

Nous avons réalisé quatre simulations avec des pas de temps variant entre 10^{-3} s et $2, 10^{-5}$. Sur la figure 3.15 sont tracées les trajectoires pour les différents pas de temps. Lorsque le pas de temps est raffiné, le jet pénètre moins dans l'écoulement. Les pas de temps sont beaucoup

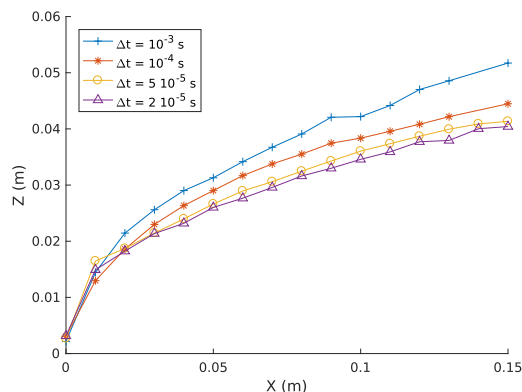


FIGURE 3.15 Influence du pas de temps sur la trajectoire XZ du centre d'un vortex du CVP.

plus petits que ceux utilisés avec le modèle RANS. Dans la suite, $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5} s$ sera utilisé comme pas de temps pour les simulations LES. Il offre un bon compromis entre rapidité de simulation et précision des mesures avec un écart inférieur à 5% par rapport au pas de temps inférieur.

3.8.3 Présence de la conduite

Afin de faciliter la convergence des simulations LES, la conduite d'injection n'est pas incluse dans le maillage. Cortelezzi et Karagozian [24] ont réalisé des simulations dans un domaine sans conduite et observaient l'apparition du CVP prouvant qu'elle n'est pas nécessaire pour que le JICF se développe. Cependant son absence a un impact sur l'écoulement. En fonction des conditions d'entrées, les couches limites de l'écoulement injecté ne sont pas développées de la même façon. Le rapport d'énergie cinétique r n'est pas impacté, car il est déterminé à partir de la vitesse débitante injectée \overline{U}_j , mais les profils étant différents, $r_{m,jet}$ ne sera pas le même. De plus, en empêchant l'écoulement de pénétrer à l'intérieur de la conduite, les structures tourbillonnaires ne peuvent s'y propager, que ce soit le fer à cheval [6] ou les tourbillons internes aux jets [5]. Sans conduite d'injection, le jet a moins de puissance et subit une réduction d'échelle. Une correction des grandeurs par une factrice à déterminer permet de retourner à l'échelle initiale

Dans les conditions utilisées pour les simulations, nous observons une réduction de la pénétration du jet dans l'écoulement visible sur la figure 3.16. Afin de reproduire le cas réel, un facteur (1,82) est multiplié à Z et X afin d'ajuster la trajectoire et de retrouver une identique à celle issue de la simulation comportant la conduite.

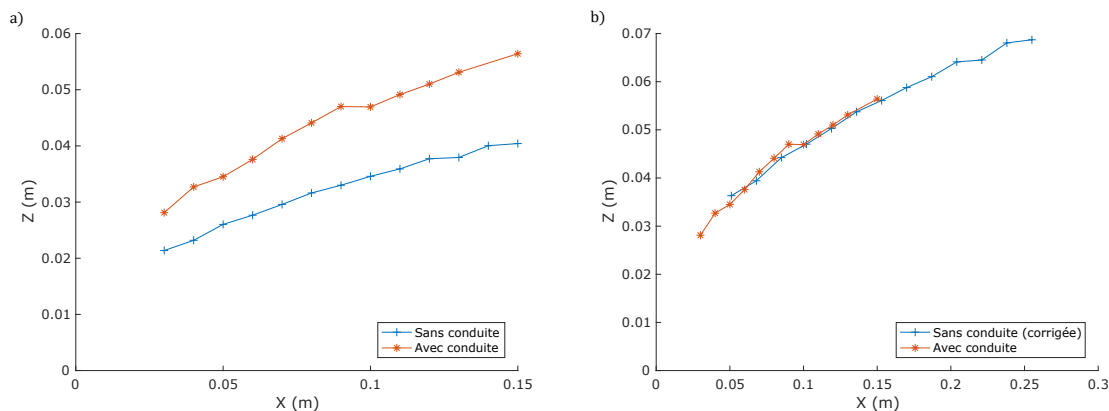


FIGURE 3.16 Modification de la pénétration de la trajectoire en cas d'absence de conduite d'injection dans le domaine d'étude et correction apportée.

3.9 Paramètres des simulations

Les simulations monophasiques sont réalisées dans le domaine décrit précédemment avec pour objectifs de faire varier les paramètres clés indépendamment les uns des autres pour étudier leurs effets. Des modèles RANS et LES sont utilisés.

Le diamètre hydraulique est pris égal à 1,944 mm pour la plupart des simulations. Les autres ont un diamètre hydraulique de 1 mm ou 3 mm.

Les écoulements injectés ont une vitesse débitante U_j (avant développement des couches limites) comprise entre 4 m.s^{-1} et 9 m.s^{-1} . C'est cette vitesse qui est utilisée dans le calcul du rapport d'énergie cinétique r . La longueur de la conduite d'injection permet le développement d'une couche limite de 5 mm de largeur sur chacune des quatre parois. Au niveau de l'injection, l'apparition des couches limites entraîne une survitesse au centre de la conduite dont l'intensité va dépendre du diamètre hydraulique. Pour un diamètre hydraulique de 1,944 mm, la vitesse au centre est supérieure de 15% à la vitesse injectée (25% lorsque D_h vaut 1 mm et 10% pour 3 mm). Le paramètre $r_{m,j}$ (3.6) est calculé à partir de la moyenne quadratique de la vitesse dans la conduite, après développement des couches limites et de la vitesse débitante U_j .

Les écoulements transverses ont une vitesse comprise entre $0,833 \text{ m.s}^{-1}$ et $1,875 \text{ m.s}^{-1}$ avant développement des couches limites. La grande taille de la conduite simulée permet de limiter la survitesse de l'écoulement transverse à 3% de la vitesse débitante, même en cas de très grande couche limite. La vitesse utilisée dans la définition de r est celle après développement des couches limites, mais qui reste proche de la vitesse initiale de l'écoulement injecté. Le paramètre $r_{m,\infty}$ (3.7) est calculé à partir de la moyenne quadratique de la vitesse dans

la couche limite de l'écoulement transverse, de la vitesse maximum réelle de l'écoulement transverse (proche de la vitesse débitante U_∞) et de la hauteur de la couche limite δ .

La liste de l'ensemble des simulations réalisées et de leurs caractéristiques est donnée en annexe C

Les simulations ont été réalisées sur 80 processeur d'un cluster mis à disposition par l'École Polytechnique de Montréal. La durée des simulations variait entre 2 heures et 36 heures en fonction du modèle de turbulence considérée (RANS ou LES) ainsi que de la géométrie. Plus le rapport d'aspect des fentes augmente, plus la physique devient complexe au niveau de l'injection lorsque l'épaisseur de la fente diminue, entraînant une augmentation significative du temps de calcul.

3.10 Comparaison des trajectoires

Les résultats présentés dans cette section sont issus d'une simulation monophasique réalisée avec les paramètres suivant :

- $U_j = 5,41 \text{ m/s}$ et $U_\infty = 1,25 \text{ m/s}$ ce qui donne $r = 4,3$
- $r_{m,j} = 1,05$, $r_{m,\infty} = 0,86$ et donc $r_m = 1,22$
- $D_h = 1,94 \text{ mm}$
- $\delta = 23 \text{ mm}$

3.10.1 Simulation RANS

Trajectoire du jet proche de l'injection

La façon la plus répandue dans la littérature pour suivre l'évolution d'un JICF est de s'intéresser à la trajectoire du maximum de vitesse ($U_{y_0,max}$) ou de concentration dans le plan médian. Proche de l'injection, ce maximum renseigne sur la pénétration maximale du jet dans l'écoulement transverse. Cependant, sous l'action de l'écoulement transverse, le jet est dévié latéralement puis est mis en rotation par les vortex du CVP. Un second maximum local dans le plan médian apparaît sous le précédent. Nous observons donc deux trajectoires distinctes : la trajectoire du jet et celle du CVP.

Le premier maximum de vitesse renseigne sur la trajectoire du jet (figure 3.17). La valeur de la vitesse décroît lorsque l'on s'éloigne de l'injection et son orientation change rapidement de verticaux vers horizontaux (figure 3.18). Le jet, vertical proche de l'injection, est rabattu par

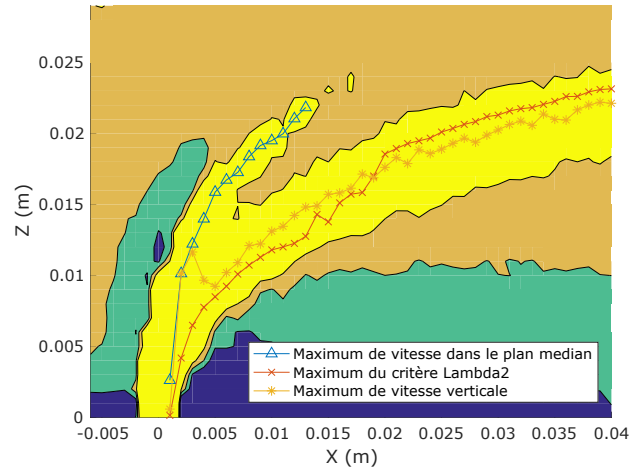


FIGURE 3.17 Contour de vitesse proche de l'injection dans le plan médian et trajectoire

l'écoulement transverse jusqu'à se confondre avec celui-ci en ayant une composante horizontale dominante.

Le second maximum correspond à la trajectoire du CVP (trajectoire de $\lambda_{2,max}$) ((figure 3.17). Sa pénétration dans l'écoulement coïncide avec celle du critère de tourbillon Lambda2. Ce maximum de vitesse reste visible beaucoup plus en aval de l'injection que le précédent.

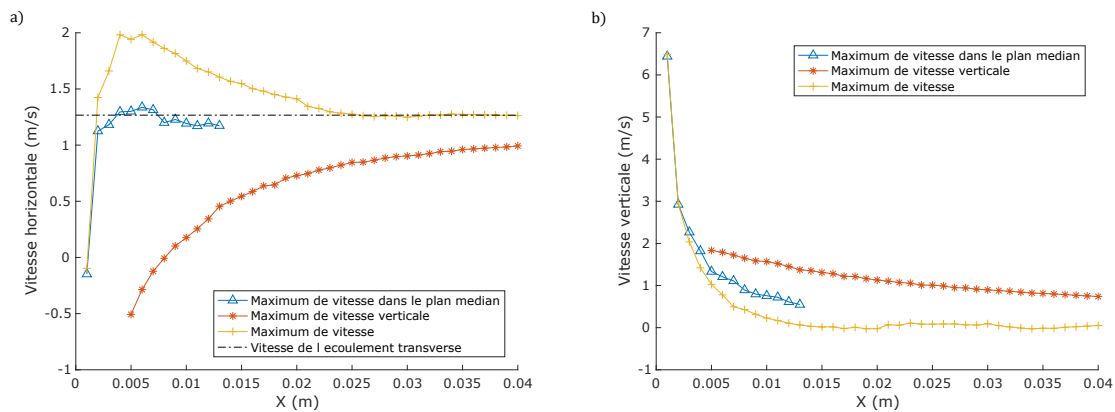


FIGURE 3.18 Composantes des vitesses des trajectoires du jet et du CVP. a) Composante horizontale. b) Composante verticale

Le maximum de vitesse verticale dans le plan médian ($U_{z,y_0,max}$) est superposé à la trajectoire jusqu'à $1,5D_h$ en aval de l'injection. Il s'en écarte rapidement pour rejoindre l'altitude de la trajectoire du CVP (figure 3.17) à partir de $2,5D_h$ lorsque le jet se dissipe et que les vortex du CVP se forment.

Le long de cette trajectoire, trois phénomènes influencent la valeur de la vitesse : l'impulsion verticale au niveau de l'injection, l'écoulement transverse horizontal et la vitesse induite par les deux tourbillons du CVP. Proche de l'injection, le maximum de vitesse verticale se situe dans la zone de recirculation protégée par le jet. Les vortex du CVP, quasiment verticaux dans cette zone, induisent au centre une vitesse horizontale négative (figure 3.18). Lorsque l'on s'éloigne de l'injection, les vortex s'orientent dans le sens de l'écoulement changeant l'orientation de la vitesse induite. Par entraînement de l'écoulement transverse et diminution de la vitesse induite, la composante horizontale converge doucement vers la vitesse de l'écoulement transverse. La composante verticale diminue aussi puisque les vortex perdent en intensité (diminuant ainsi leur vitesse induite).

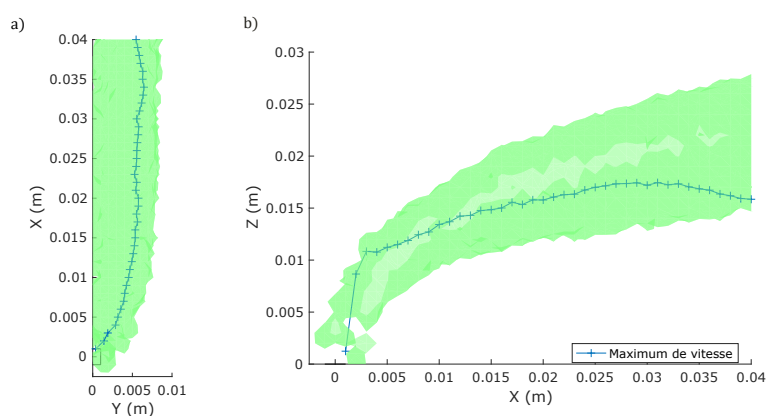


FIGURE 3.19 Trajectoire du maximum de vitesse dans l'espace. a) Déplacement latéral (trajectoire XY). b) Pénétration (trajectoire XZ)

Le maximum de vitesse du jet dans l'espace (U_{max}) ne coïncide pas avec celui dans le plan médian ($U_{y_0,max}$). Il suit une ligne de courant qui est déviée latéralement et s'enroule ensuite dans un vortex du CVP (figure 3.19).

La trajectoire de U_{max} est donc située sur l'extérieur d'un vortex contrairement à celle de $U_{z,y_0,max}$, qui était située dans le plan médian, entre les deux vortex du CVP. L'effet de la vitesse induite par les vortex sur la trajectoire de U_{max} est donc opposé (figure 3.18). On a donc une survitesse horizontale proche de l'injection lorsque les vortex sont verticaux qui diminue jusqu'à atteindre la vitesse de l'écoulement transverse. La vitesse verticale issue de l'impulsion due à l'injection diminue fortement jusqu'à atteindre des valeurs quasi nulles.

L'influence de la vitesse induite sur les composantes de $U_{z,y_0,max}$ est plus forte que sur les composantes de U_{max} . En effet, le premier est situé entre les deux vortex où leurs influences s'ajoutent, car ils tournent dans des sens opposés. Le second est situé à l'extérieur où l'influence des vortex est concurrente. La résultante est dictée par le vortex le plus proche, mais

avec une intensité plus faible à cause du second.

Trajectoire du CVP

En suivant le critère de tourbillon *swirling strenght* pour un jet circulaire moyenné temporellement, Cambonie et al. [7] définissent le côté latéral du jet comme origine de la trajectoire des vortex du CVP. Cette localisation, où a lieu le cisaillement entre le jet et l'écoulement transverse, coïncide avec les vortex verticaux visualisés par Yuan et al. [5] sur les côtés du jet.

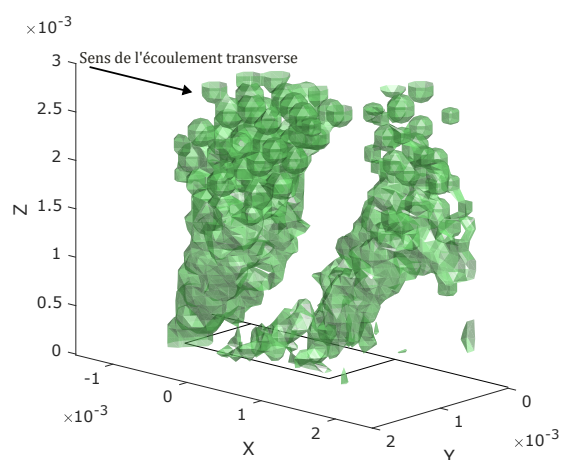


FIGURE 3.20 Isosurface du critère Lambda2 autour de l'injection

Dans le cas d'un jet issu d'un orifice carré, nous pouvons retrouver l'origine des CVP de manière analogue (figure 3.20). Nous observons la présence d'un vortex dans chacun des quatre coins du carré. Les tourbillons des coins aval rejoignent ceux des coins amont pour former le CVP. Les tourbillons issus des deux coins amonts se prolongent de plus en amont à l'intérieur de la conduite d'injection.

Une fois les vortex du CVP formés, il est possible de suivre leur trajectoire avec plusieurs méthodes (section 3.1.2) : un critère de tourbillon $\lambda_{2,max}$, le maximum de vitesse verticale $U_{z,y_0,max}$, un extremum de vorticité $|\omega|_{x,max}$, et un minimum de pression p_{min} (figure 3.21). Contrairement à la trajectoire du jet, celle du CVP est visible très loin en aval de l'injection jusqu'à l'extrémité du domaine d'étude située à plus de 75 diamètres hydrauliques. La trajectoire de $|\omega|_{x,max}$ commence à la distance en aval de la fente où la vorticité suivant l'axe X est prépondérante. Proche de l'injection, la vorticité suivant l'axe Z domine (vortex verticaux)

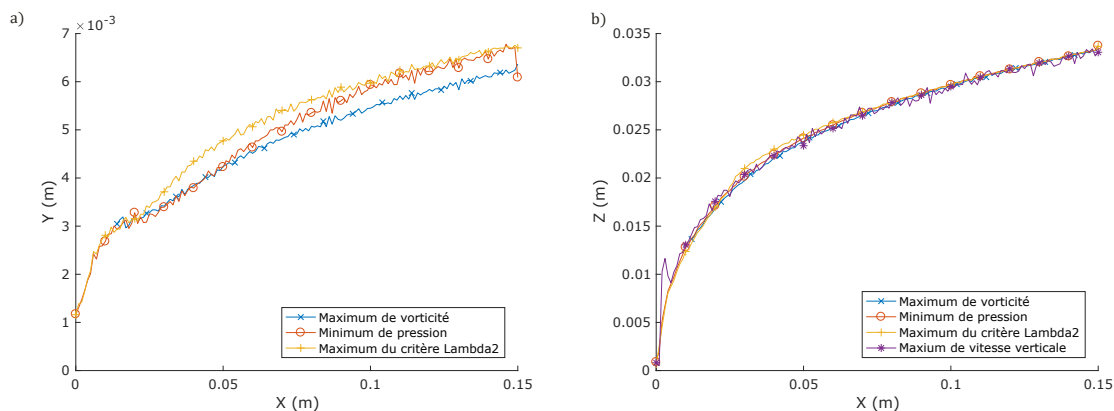


FIGURE 3.21 Trajectoire des vortex du CVP. a) Déplacement latéral (trajectoire XY). b) Pénétration (trajectoire XZ)

avant de diminuer pour atteindre 50% de celle suivant l'axe X à $7 D_h$ et de converger vers la valeur limite de 15% à partir de $30 D_h$.

Concernant la pénétration des vortex dans l'écoulement, les trajectoires sont toutes très proches avec des variations moyennes inférieures à 1%. La différence majeure concerne la trajectoire de $U_{z,y_0,max}$ qui, comme nous avons remarqué précédemment, suit la trajectoire du jet proche de l'injection avant de basculer sur la trajectoire du CVP.

Pour le déplacement latéral, les variations entre les méthodes sont plus marquées. La trajectoire de $\lambda_{2,max}$ est plus éloignée du plan médian que celles liées à la pression et la vorticité. Cette différence est probablement due à la présence du second vortex dont les champs de vorticité et de pression qui se superposent à ceux du premier vortex vont modifier la position latérale des extremums. Cependant, le plan médian étant un plan de symétrie pour ces deux champs, les positions verticales des extremums ne sont pas impactées. Cette dissociation des trajectoires intervient autour de 10 diamètres hydrauliques en aval de l'injection. De plus, même s'ils sont faibles, les champs de vorticité suivant les axes Y et Z ne sont pas nuls et modifient la position de $\lambda_{2,max}$.

Les deux trajectoires (pénétration et déplacement latéral) du critère de vorticité et du minimum de pression émanent du coin amont de l'orifice carré d'injection et coïncident avec le vortex visible sur la figure 3.20.

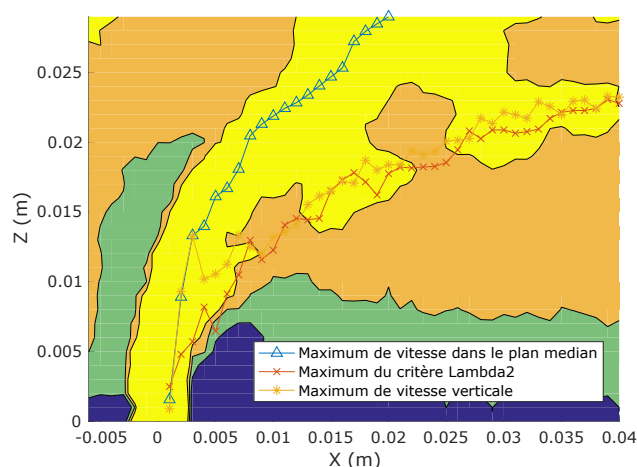


FIGURE 3.22 Contour de vitesse proche de l'injection dans le plan médian et trajectoire

3.10.2 Simulation LES

Trajectoire du jet proche de l'injection

Proche de l'injection, la structure du jet moyenné temporellement est similaire avec le modèle LES par rapport au modèle RANS. Nous observons toujours deux trajectoires distinctes avec celle du maximum de vitesse dans le plan médian et en dessous celle du CVP (figure 3.22). Le maximum de vitesse verticale saute aussi du premier vers le second lorsque l'on s'éloigne de l'injection. Le maximum de vitesse dans le plan médian est cependant visible plus loin en aval de l'écoulement en LES, ce qui suggère une décroissance plus lente de la vitesse.

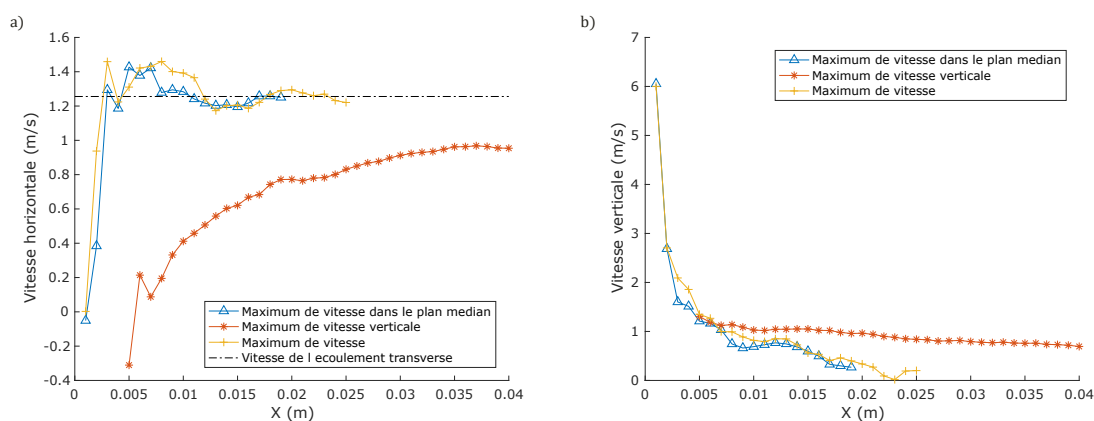


FIGURE 3.23 Composantes des vitesses des trajectoires du jet et du CVP. a) Composante horizontale. b) Composante verticale

Les caractéristiques des composantes de vitesse pour les différentes trajectoires sont similaires

à celles obtenues avec un modèle RANS (figure 3.23). Le maximum de vitesse du jet dans l'espace est cette fois-ci proche du plan médian et a des caractéristiques proches du maximum de vitesse dans le plan médian.

Trajectoire du CVP

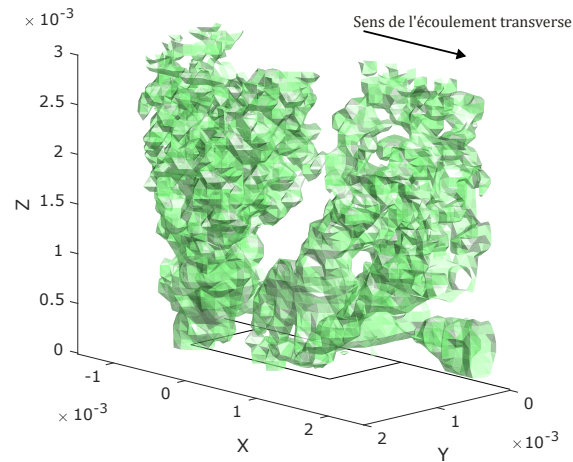


FIGURE 3.24 Isosurface du critère Lambda2 autour de l'injection (plan de symétrie en $y = 0$)

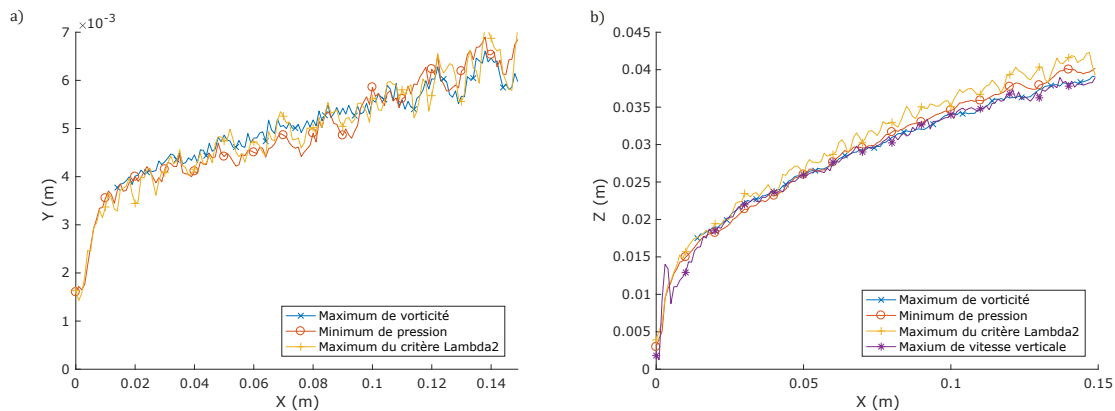


FIGURE 3.25 Trajectoire des vortex du CVP. a) Déplacement latéral (trajectoire XY). b) Pénétration (trajectoire XZ)

Avec un modèle de turbulence LES, nous retrouvons des vortex issus des quatre coins du carré d'injection (figure 3.24). En remontant la trajectoire en suivant $\lambda_{2,max}$ on peut remonter aux coins amont comme origine des vortex.

Pour la trajectoire du CVP dans l'écoulement, les quatre modèles donnent des résultats similaires entre elles et en accord avec les résultats précédents trouvés avec le modèle RANS.

Concernant le déplacement latéral du centre du vortex, des oscillations sont visibles loin de l'injection à cause du faible nombre de points permettant de calculer la moyenne temporelle (50 points).

3.10.3 Influence du modèle de turbulence

Les résultats obtenus sont similaires entre les deux modèles de turbulence avec cependant deux principales différences.

La vitesse dans le jet diminue plus rapidement pour le modèle RANS, ce qui réduit la distance jusqu'à laquelle on peut traquer la trajectoire (figure 3.26). Dans les deux modèles, la composante verticale de la vitesse suit la même courbe (figure 3.27). Pour la composante horizontale, celle du modèle LES dépasse la vitesse de l'écoulement transverse avant de converger vers elle, ce qui n'est pas le cas pour le modèle RANS.

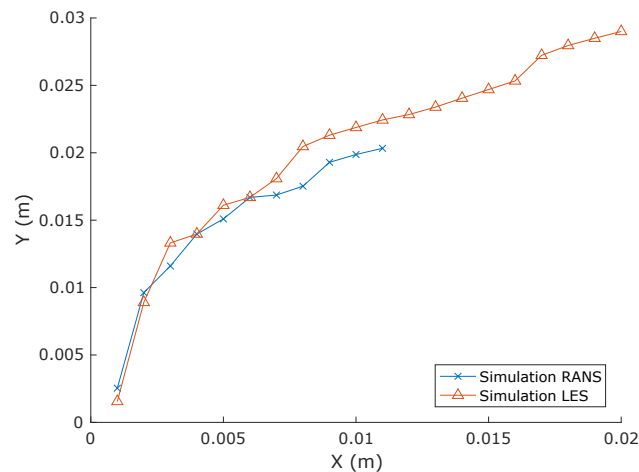


FIGURE 3.26 Trajectoire du jet dans le plan médian pour les modèles RANS et LES

La seconde différence concerne la trajectoire du CVP (figure 3.28). Les trajectoires restent similaires entre les deux modèles de turbulence, mais en LES le jet pénètre plus profondément, notamment loin de l'injection. Cela peut provenir de vortex plus puissants en LES induisant un déplacement vertical plus marqué pour le CVP.

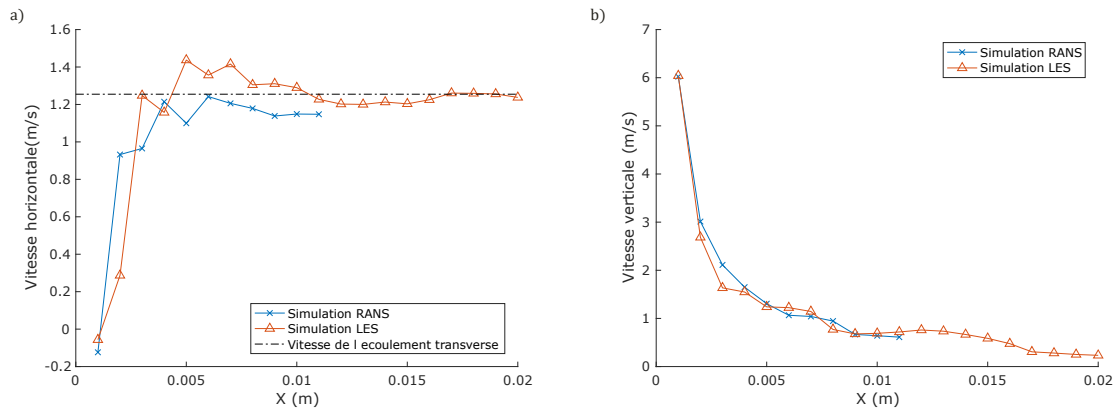


FIGURE 3.27 Composantes des vitesses de la trajectoire du jet pour les modèles RANS et LES. a) Composante horizontale. b) Composante verticale

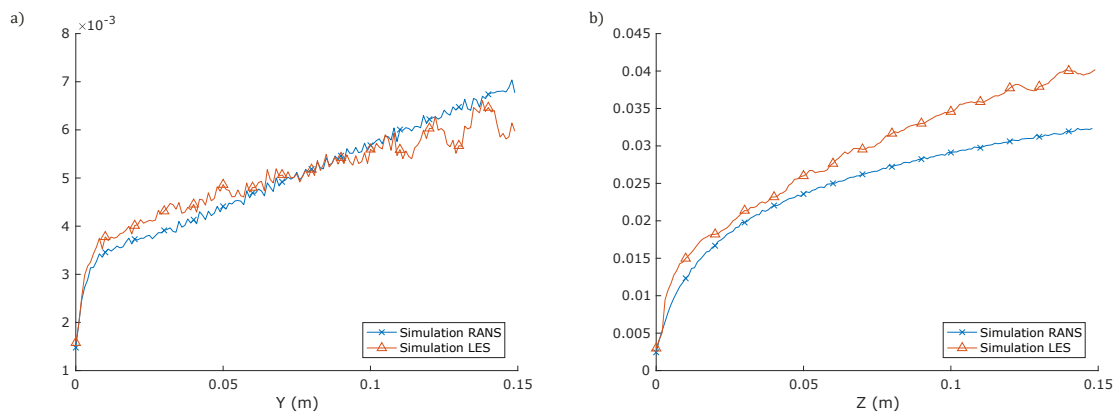


FIGURE 3.28 Trajectoire des vortex du CVP pour les modèles RANS et LES. a) Déplacement latéral (trajectoire XY). b) Pénétration (trajectoire XZ)

3.10.4 Comparaison des méthodes

Nous avons utilisé différentes méthodes pour définir la trajectoire du jet et du CVP. Bien que les résultats soient similaires, leur facilité d'utilisation est variable.

Pour la trajectoire du jet, $U_{y_0,max}$ est la seule qui permet de la suivre. En effet, U_{max} peut suivre une ligne de courant qui s'enroule dans un des vortex du CVP tandis que $U_{z,y_0,max}$ diverge rapidement pour rejoindre la trajectoire du CVP. Les trois méthodes présentant une facilité d'utilisation identique, que ce soit en simulation ou en expérimentale, il est donc préférable de continuer à utiliser $U_{y_0,max}$.

Pour la trajectoire du CVP, le critère de tourbillon $\lambda_{2,max}$ est complexe à utiliser, surtout en expérimental, car il nécessite de connaître l'intégralité du champ de vitesse dans le fluide.

L'étude de la vorticité $|\omega|_{x,max}$ présente aussi de nombreux inconvénients. Elle n'est valide que loin de l'injection lorsque les tourbillons se sont orientés dans le sens de l'écoulement et est pollu e par la vorticité issue de phénomènes autres dans les tourbillons (cisaillement près d'une paroi par exemple). De plus, le second vortex a un champ de vorticité qui se superpose et modifie celui que l'on cherche à étudier. Le minimum trouvé ne correspond pas forcément au centre du vortex visualisé (représenté par $\lambda_{2,max}$). La recherche de la trajectoire via la pression donne des résultats précis, mais nécessite d'enlever l'influence de la gravité, car elle peut, suivant les paramètres, faire disparaître le minimum local. $U_{z,y_0,max}$ est le plus simple à utiliser, car il ne demande qu'une composante de la vitesse dans un seul plan. Cependant, il ne donne pas la position latérale des tourbillons.

Ainsi, aucune méthode ne se dégage comme la plus simple et fiable pour définir la trajectoire du CVP. Dans la suite de cette étude, nous utiliserons la trajectoire du minimum de pression p_{min} . En effet, cette méthode permet d'avoir les deux équations de la trajectoire (pénétration et déplacement latéral) et le champ de pression nécessite moins de points pour converger vers sa moyenne temporelle par rapport au champ de vorticité ou au critère Lambda2. Cette convergence plus rapide vers la moyenne temporelle est très intéressante pour réduire le temps de calcul des simulations LES.

3.11 Influence des paramètres clés

Notre objectif dans cette section est de déterminer les facteurs d'adimensionnalisation des différentes grandeurs afin de pouvoir comparer les simulations par similitude. Afin de trouver les bons facteurs, nous comparerons les courbes issues des différentes simulations et leur superposition sera  valu e par un critère de concaténation issu des travaux de Cambonie et al. [7].

Ce critère est issu de l'intégrale du rapport entre l'écartement des points et leur moyenne pour une abscisse donn e $\tilde{x} \in \tilde{X}$. Cette intégrale est effectu e sur le domaine \tilde{X} constitué de l'union des domaines de définition de chacune des courbes \tilde{X}_i . Ce rapport est pondéré par le pourcentage de courbes existantes à l'abscisse \tilde{x} afin de donner plus d'importance aux abscisses où un plus grand nombre de courbes sont définies. Cela est nécessaire parce que les courbes ne sont pas nécessairement toutes définies sur l'intégralité du domaine d'étude X des simulations (jusqu'à 15 cm en aval de l'injection). De plus, lorsque nous adimensionnons l'abscisse par un facteur $x_{a,i}$ propre à chacune des courbes : $\tilde{X}_i = X/x_{a,i}$, les domaines de définition sont modifiés et ne se superposent plus du tout. Nous avons normalisé ce critère par

la taille du domaine \tilde{X} afin de pouvoir comparer la superposition des courbes pour différents facteurs.

$$Q = \frac{1}{\tilde{x}_{max} - \tilde{x}_{min}} \int_{\tilde{x}_{min}}^{\tilde{x}_{max}} \frac{\sigma(\tilde{Y})}{\tilde{Y}} \frac{N}{N_{tot}} d\tilde{x} \quad (3.46)$$

Où \tilde{Y} représente la valeur des différentes courbes définies à \tilde{x} , $\sigma(\tilde{Y})$ son écart type et $\bar{\tilde{Y}}$ sa moyenne. N le nombre de courbes définies à \tilde{x} et N_{tot} le nombre total de courbes. Les courbes sont interpolées linéairement pour définir leurs valeurs à \tilde{x} .

Ce critère vaut 0 lorsque les courbes se superposent. Il est de plus normalisé par sa valeur sans adimensionnalisation afin de pouvoir comparer le taux de superposition des courbes pour différentes adimensionnalisations.

Une fois les grandeurs adimensionnalisées, il est possible d'en extraire une équation générale.

Nous allons regarder, dans un premier temps, la trajectoire du jet puis celle du CVP et, dans un second temps, l'évolution des grandeurs le long de ces trajectoires. Cette étude est réalisée à partir de simulations RANS. Une adaptation des résultats est réalisée ensuite à partir des résultats des simulations LES.

3.11.1 Trajectoire du jet

Influence du rapport d'énergie cinétique

Dans les simulations étudiées, nous faisons varier le paramètre r entre 3, 1 et 6, 9 en gardant les autres proches les uns des autres. Les variations de r sont obtenues en modifiant les vitesses d'entrée des deux écoulements. Les profils de vitesse sont identiques tandis que la taille de la couche limite est la même pour toutes les simulations en amont de l'injection. Les simulations RANS comparées sont les numéro 2, 4, 8, 9, 10, 12, 19, 20, 21 et 25 (Annexe C).

La figure 3.29 présente les différentes trajectoires du maximum de vitesse dans le plan médian $U_{y_0,max}$ pour diverses r . Nous remarquons que les courbes sont organisées par r croissant. Plus r est grand, plus le jet pénètre dans l'écoulement et est visible loin de l'injection. De plus, les courbes ayant des r proches entre elles sont superposées, ce qui valide l'utilisation de ce paramètre pour adimensionnaliser les axes.

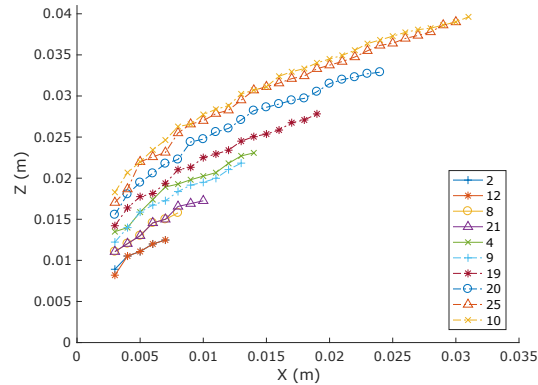


FIGURE 3.29 Effet des variations de r sur la trajectoire du jet dans le plan médian.

Influence de la taille de la couche limite

Pour étudier l'influence de l'épaisseur de la couche limite δ , nous nous intéressons à plusieurs simulations en faisant varier ce paramètre. Les simulations 9, 17 et 18 présentent des couches limites variant entre 5 et 23,5 mm.

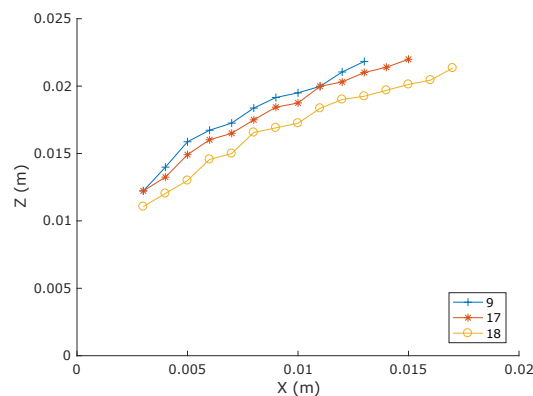


FIGURE 3.30 Effet des variations de δ sur la trajectoire du jet dans le plan médian

La figure 3.30 illustre l'impact qu'a la variation de la taille de la couche limite de l'écoulement transverse sur la trajectoire du jet. La différence entre les courbes est beaucoup plus faible que ce qui était observable lorsque nous avons fait varier r . Malgré une grande différence entre les couches limites, l'impact sur la trajectoire n'est que de 5%. Plus la couche limite est épaisse, plus le jet gagne de la hauteur. La faible vitesse de l'écoulement proche de la paroi au niveau de la fente permet une pénétration plus profonde du jet dans l'écoulement transverse, ainsi qu'une réorientation plus tardive du jet.

Influence des profils des couches limites

Muppidi et Malesh [8], ainsi que New et al. [3], ont mis en évidence expérimentalement et numériquement l'impact que peuvent avoir les profils des couches limites dans les deux écoulements sur la trajectoire. Afin de modéliser des variations du profil dans l'écoulement injecté, nous avons modifié la longueur de la conduite d'injection. Cela permet de faire varier le paramètre $r_{m,j}$, car les couches limites ont plus de temps pour se développer dans la conduite. Deux profils d'écoulements transverses sont aussi utilisés, un avec une des couches limites précédentes ($r_{m,\infty} = 0,85$) et l'autre avec une couche limite quasi verticale ($r_{m,\infty} = 1$). Les autres paramètres (r et δ) sont constants (Simulation, 35, 36, 37 et 38).

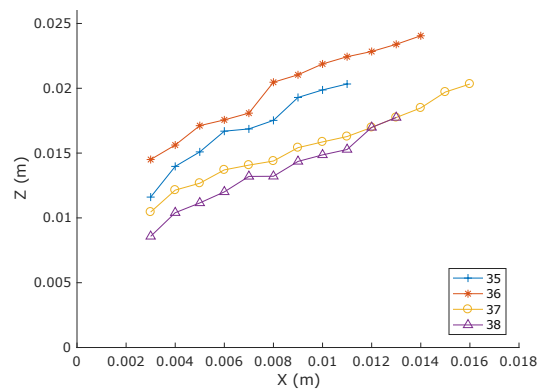


FIGURE 3.31 Effet des variations des profils de couches limites sur la trajectoire du jet dans le plan médian

Sur la figure 3.31 nous pouvons observer que l'augmentation de $r_{m,j}$ conduit à une pénétration supérieure du jet tandis que celle de $r_{m,\infty}$ la réduit. La réduction induite par un changement de $r_{m,\infty}$ est supérieure, car combinée à une réduction de la taille de la couche limite. Cet effet inverse entre les deux coefficients conduit à l'utilisation du rapport r_m entre ces deux facteurs pour adimensionnaliser la trajectoire.

Équation de la trajectoire

Nous venons de mettre en lumière l'influence que les différents paramètres peuvent avoir sur la trajectoire. r , δ et $r_{m,\infty}$ ont un effet identique bien qu'avec une intensité différente tandis que $r_{m,\infty}$ a l'effet inverse. Nous avons cherché à écrire le facteur d'adimensionnalisation de la trajectoire dans chacune des directions de l'espace sous la forme :

$$\varphi_a = r^\alpha r_m^\beta D_h \left(\frac{\delta}{D_h} \right)^\gamma \quad (3.47)$$

Ce facteur doit avoir pour dimension une longueur, l'exposant de D_h est donc de 1. Les coefficients α , β et γ peuvent être différents dans chacune des directions de l'espace.

Nous avons testé trois hypothèses différentes pour X_a . En premier, nous supposons que X_a s'écrit avec les facteurs suivant $\alpha = 1$, $\beta = 0$ et $\gamma = 0$. On a donc $X_a = rD_h$

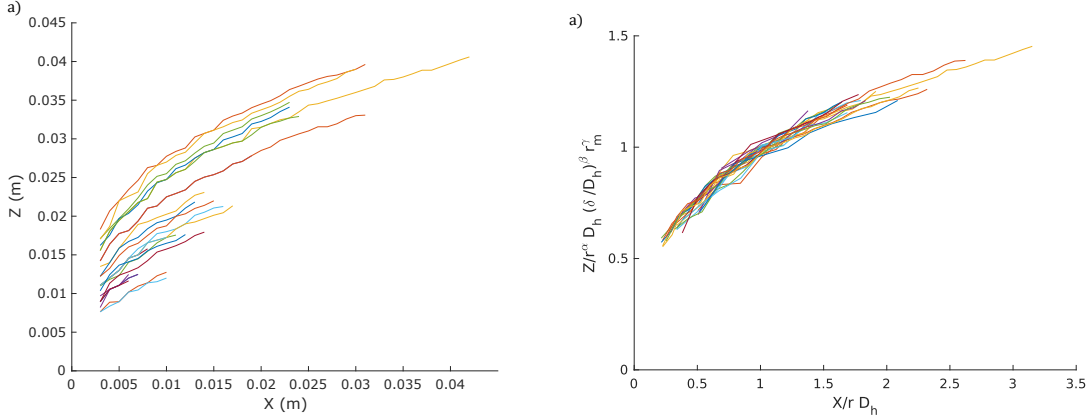


FIGURE 3.32 Trajectoire du jet dans le plan médian. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 8,6\%$), $\alpha = 1,19$, $\beta = 1,07$ et $\gamma = 0,11$

Sur la figure 3.32, nous pouvons voir que l'adimensionnalisation permet de superposer les courbes des simulations RANS. Les coefficients α , β et γ de Z_a sont choisis afin de minimiser le critère de superposition Q , ce qui donne $\alpha = 1,19$, $\beta = 1,07$ et $\gamma = 0,11$ pour $Q = 8,6\%$.

En seconde hypothèse, nous reprenons l'hypothèse formulée par Cambonie et al. [7] avec $X_a = r r_m D_h$ et $Z_a = (r r_m)^\alpha D_h \left(\frac{\delta}{D_h} \right)^\gamma$. Avec ces hypothèses, nous obtenons des valeurs similaires au cas précédent : $\alpha = 1,19$, $\gamma = 0,1$ ($Q = 6,7\%$). Ces valeurs sont proches de celles qu'ils obtiennent en considérant l'ensemble de leurs données : $\alpha = 1,14$, $\gamma = 0,08$.

La troisième hypothèse reprend l'intégration de r_m dans X_a , mais dissocie les exposants de r et r_m dans Z_a : $X_a = r r_m D_h$ et $Z_a = r^\alpha r_m^\beta D_h \left(\frac{\delta}{D_h} \right)^\gamma$. Cette hypothèse propose une meilleure superposition que les précédentes ($Q = 6,6\%$) avec $\alpha = 1,19$, $\beta = 1,41$ et $\gamma = 0,11$.

Contrairement aux résultats de Cambonie et al. [7], nous ne trouvons pas de dépendance en r des coefficients. Cette différence est probablement liée aux caractéristiques de nos simulations qui limitent la visibilité de la trajectoire du jet à une zone proche de l'injection. La précision des variations de la trajectoire du jet est alors impactée par la résolution spatiale du maillage des simulations.

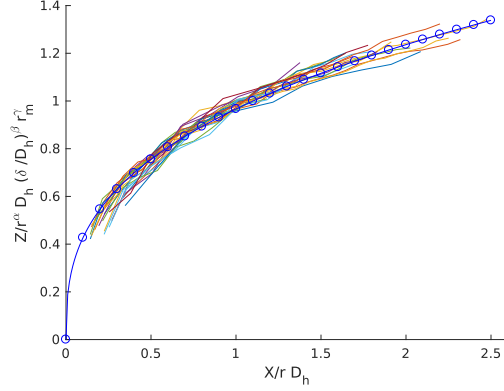


FIGURE 3.33 Modélisation de la trajectoire du jet dans le plan médian ($R^2 = 0,97$).

À partir de la première hypothèse, nous pouvons déterminer une équation de trajectoire de la forme $\frac{z}{Z_a} = A \left(\frac{x}{X_a} \right)^B$ (figure 3.33). Une interpolation est réalisée à partir de l'ensemble des points pour déterminer les coefficients de la trajectoire. Nous obtenons $A = 0,99$ et $B = 0,35$.

$$\frac{z}{r^{1,19} r_m^{1,07} D_h \left(\frac{\delta}{D_h} \right)^{0,11}} = 0,99 \left(\frac{x}{r D_h} \right)^{0,35} \quad (3.48)$$

La valeur pour B est légèrement supérieure aux résultats attendus lors d'une adimensionnalisation d'un jet circulaire par rD ($0,28 < B < 0,34$). La valeur A n'est pas comparable puisqu'elle rassemble les différents facteurs non pris en compte lors de l'adimensionnalisation.

La trajectoire se modélise par une fonction puissance, il est ainsi possible de passer de l'hypothèse un à l'hypothèse trois par cette équation. Le facteur r_m de X_a peut être sorti de la fonction puissance pour être intégré dans Z_a :

$$\frac{z}{r^\alpha r_m^{\beta_1} D_h \left(\frac{\delta}{D_h} \right)^\gamma} = A \left(\frac{x}{r D_h} \right)^B \quad (3.49)$$

$$\frac{z}{r^\alpha r_m^{\beta_1+B} D_h \left(\frac{\delta}{D_h} \right)^\gamma} = A \left(\frac{x}{r r_m D_h} \right)^B \quad (3.50)$$

$$\beta_3 = \beta_1 + B \quad (3.51)$$

Or nous avons $\beta_3 = 1,41$ et $\beta_1 + B = 1,07 + 0,35 = 1,42$

Modèle LES

Les données issues des simulations réalisées avec le modèle de turbulence LES donnant des résultats équivalents, les facteurs ont une influence similaire sur la trajectoire. En prenant la première hypothèse sur X_a , les coefficients précédents issus des données RANS donnent une superposition correcte ($Q = 31, 7\%$). La meilleure superposition ($Q = 24, 0\%$) des trajectoires est obtenue avec des valeurs proches : $\alpha = 1, 31$, $\beta = 1, 07$ et $\gamma = 0, 16$ (figure 3.34).

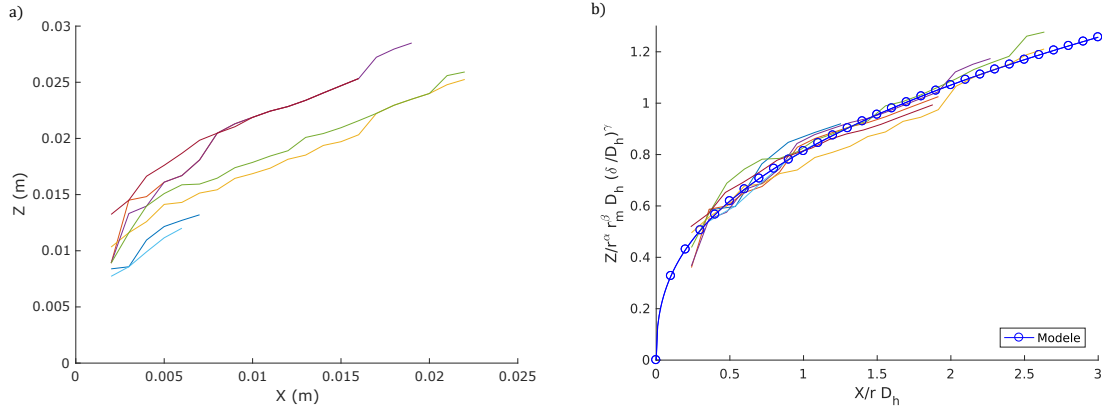


FIGURE 3.34 Trajectoire du jet dans le plan médian avec un modèle de turbulence LES. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 24, 0\%$) $\alpha = 1, 25$, $\beta = 1, 02$ et $\gamma = 0, 16$ et modélisation ($R^2 = 0, 96$)

Cette trajectoire peut être modélisée par une fonction puissance avec $A = 0, 81$ et $B = 0, 39$. L'utilisation des coefficients issus des simulations RANS donne des valeurs différentes avec $A = 1, 05$ et $B = 0, 38$.

Discussion

Les différents facteurs clés : r , D_h , r_m et δ ont chacun un effet significatif sur la trajectoire du jet. Afin de superposer les courbes, les facteurs d'adimensionnalisation des distances doivent les intégrer, que ce soit la pénétration du jet dans l'écoulement (Z_a) ou la distance à l'injection (X_a).

Une fois adimensionnalisées, les courbes résultantes sont modélisées par une fonction puissance. Avec une telle fonction, nous sommes libres d'intégrer les facteurs dans X_a , Z_a ou les deux. En effet, les facteurs peuvent être basculés entre X_a et Z_a en utilisant le coefficient B de la fonction puissance. Seul D_h doit apparaître dans les facteurs d'adimensionnalisation, car c'est lui qui porte la dimension de distance.

Nous avons donc choisi d'utiliser $X_a = rD_h$ pour reprendre les différents travaux effectués jusqu'à ce jour sur les jets et d'intégrer les autres facteurs clés dans $Z_a = r^\alpha r_m^\beta D_h \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^\gamma$. Ils disposent chacun de leurs propres exposants pour ajuster leurs effets sur la trajectoire du jet.

Le paramètre A de la fonction puissance est difficilement comparable avec les études précédentes. En effet, il intègre les différents effets qui ne sont pas inclus dans X_a et Z_a , sa valeur varie donc fortement lorsque différents paramètres clés sont pris en compte. Seule l'étude de Cambonie et al. [7] considère les mêmes paramètres clés, mais ils ne fournissent pas de modélisation pour la trajectoire de leur jet.

Le paramètre B obtenu est supérieur dans les simulations LES par rapport aux simulations RANS indiquant une pénétration plus profonde du jet dans l'écoulement. De plus, il est supérieur à ceux trouvés dans les études précédentes ($0,28 < B < 0,34$).

La configuration des simulations, avec une emphase mise sur l'étude du CVP, localise le jet dans une petite zone proche de l'injection où il est rapidement dissipé pour se confondre avec l'écoulement transverse. Le faible nombre de points et la taille des mailles réduisent la précision des courbes et peuvent expliquer les différences observées avec les résultats de la littérature, notamment au niveau du coefficient B .

3.11.2 Trajectoire du CVP

La trajectoire du CVP est issue de la trajectoire du minimum de pression p_{min} .

Pénétration du CVP dans l'écoulement (trajectoire XZ)

Les différents paramètres ont un effet similaire sur la trajectoire du jet et sur celle du CVP. Nous utilisons donc une adimensionnalisation identique à celle du jet.

En supposant que les coefficients α , β et γ sont constants, nous obtenons une superposition significative avec $Q = 18,7\%$ et $\alpha = 1,3$, $\beta = 0,83$ et $\gamma = 0,1$

Comme pour la trajectoire du jet, nous trouvons une équation de trajectoire de forme identique $\frac{z}{Z_a} = A \left(\frac{x}{X_a}\right)^B$ (figure 3.33). Nous obtenons $A = 0,64$ et $B = 0,31$

$$\frac{z}{r^{1,30} r_m^{0,83} D_h \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^{0,1}} = 0,64 \left(\frac{x}{rD_h}\right)^{0,31} \quad (3.52)$$

Pour trouver cette trajectoire, nous avons supposé que les coefficients du facteur d'adimensionnalisation Z_a étaient constant. Or New et al. [3] remarquent que les coefficients A et B

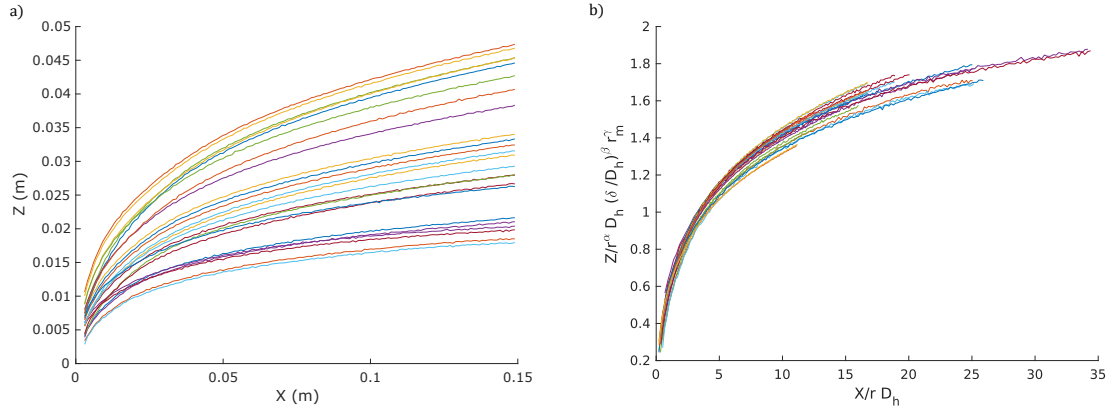


FIGURE 3.35 Trajectoire du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 18,7\%$), $\alpha = 1,3$, $\beta = 0,83$ et $\gamma = 0,1$.

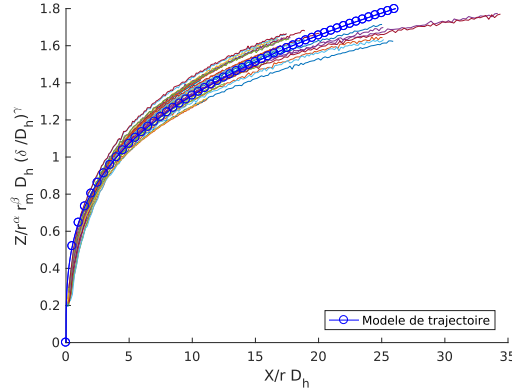


FIGURE 3.36 Modélisation de la trajectoire XZ du CVP ($R^2 = 0,96$).

de leur modèle de trajectoire ne sont pas constant, tandis que Cambonie et al. [7] ont une réflexion identique sur les coefficients α et γ de Z_a .

Nous nous sommes intéressés à la dépendance en r de α . Deux jeux de simulations à r variables sont traités : le premier avec des simulations comportant une couche limite épaisse (25 mm) et le second avec une couche limite fine (5 mm).

La figure 3.37 regroupe les trajectoires avec les couches limites épaisses pour r entre 3,1 et 6,9. Un coefficient alpha constant donne : $Q = 15,3\%$ avec $\alpha = 1,26$. Faire dépendre α de r permet d'améliorer significativement la superposition avec $Q = 6,2\%$. Au premier ordre, on obtient l'équation suivante :

$$\alpha(r) = -0,029r + 1,57 \quad (3.53)$$

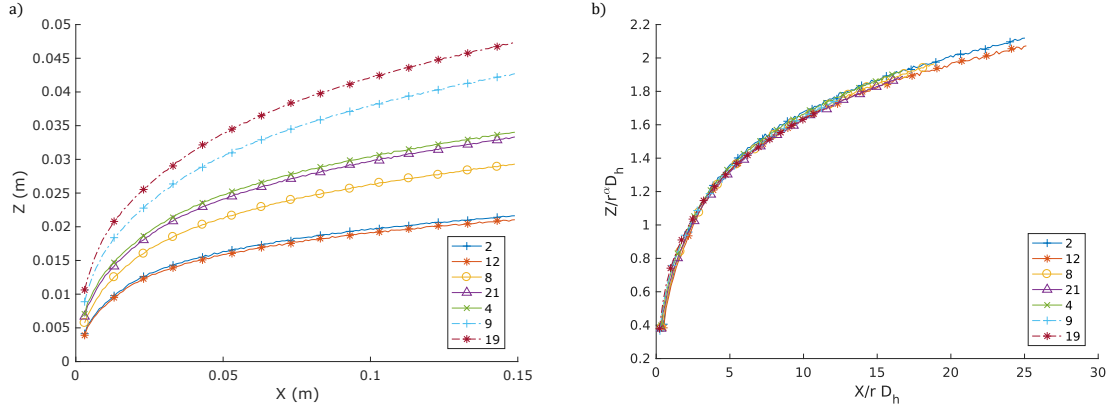


FIGURE 3.37 Effet des variations de r sur la trajectoire XZ du CVP pour une couche limite épaisse. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation avec $\alpha(r)$ donnée par l'équation 3.53 ($Q = 6, 2\%$)

En faisant dépendre α de r , on obtient des valeurs entre 1,49 et 1,38 respectivement pour $r = 3,1$ et $r = 6,9$. Les valeurs obtenues sont significativement supérieures à celle de 1,26 trouvée lorsque l'on suppose α constant.

La figure 3.38 regroupe les trajectoires avec les couches limites fines pour r entre 3,1 et 6,9. Un coefficient alpha constant donne : $Q = 15,1\%$ avec $\alpha = 1,43$. Faire dépendre α de r permet d'améliorer significativement la superposition avec $Q = 7,7\%$. Au premier ordre, on obtient l'équation suivante :

$$\alpha(r) = 0,029r + 1,06 \quad (3.54)$$

En changeant la taille de la couche limite, on obtient un profil totalement différent pour $\alpha(r)$. L'un diminue lorsque r augmente et inversement pour l'autre. Il est donc probable que les différents coefficients dépendent de r comme exposé par New et al. [3] et Cambonie et al. [7], mais aussi de r_m et de δ . Une étude plus complète est nécessaire pour définir avec précision l'équation de la trajectoire, notamment l'influence de chacun des paramètres sur les coefficients. Les coefficients seront pris constants dans la suite de cette étude.

Déplacement latéral du CVP (trajectoire XY)

Contrairement à la pénétration du CVP dont le comportement est identique à celui du jet, le déplacement latéral du CVP réagit différemment aux paramètres clés.

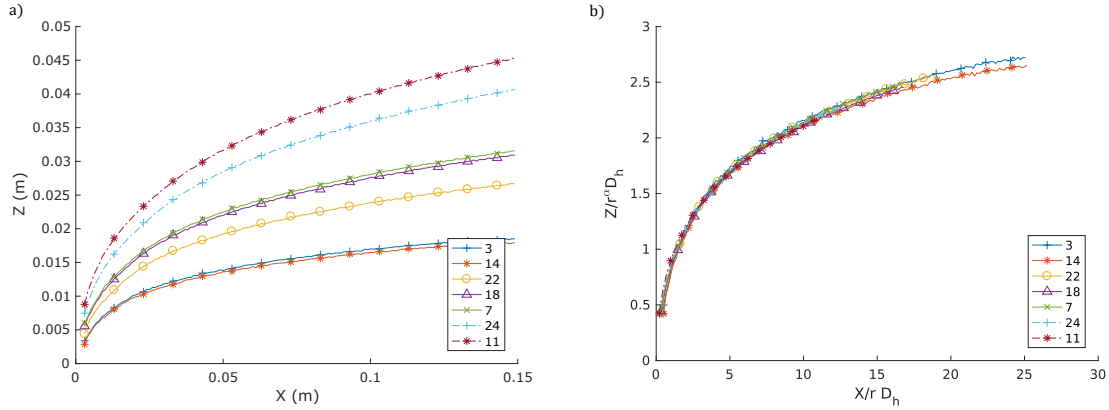


FIGURE 3.38 Effet des variations de r sur la trajectoire XZ du CVP pour une couche limite fine. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation avec $\alpha(r)$ donnée par l'équation 3.54 ($Q = 7, 7\%$)

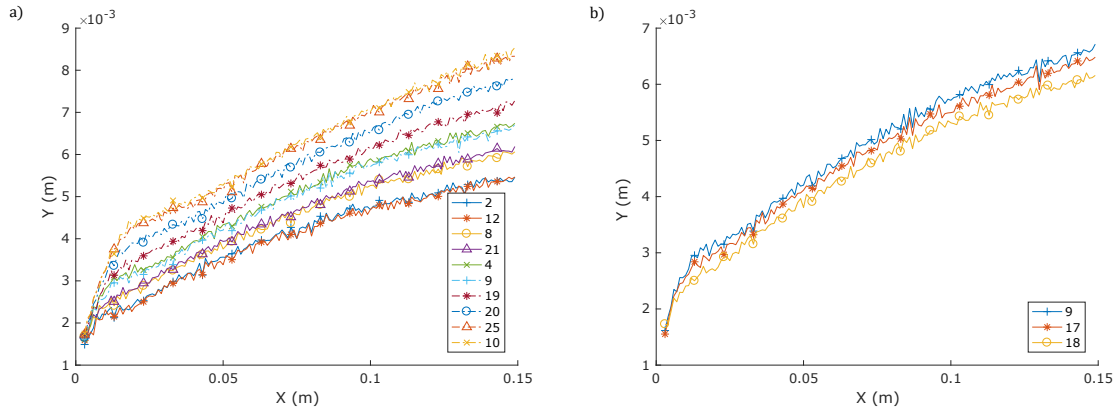


FIGURE 3.39 Influence des paramètres sur la trajectoire XY du CVP. a) Influence de r . b) Influence de δ .

La figure 3.39 montre l'influence de r et δ sur le déplacement latéral du CVP. Comme pour la pénétration dans l'écoulement, le déplacement latéral augmente lorsque r augmente. δ a un effet similaire avec une intensité moindre.

La figure 3.40 présente les trajectoires pour deux simulations avec modification de $r_{m,jet}$ uniquement. Nous remarquons que cette modification du profil de couche limite dans l'écoulement injecté a un impact sur la trajectoire XZ, mais aucun sur la trajectoire XY. Nous prendrons donc $\beta = 0$ pour construire Y_a :

$$Y_a = r^{\alpha} D_h \left(\frac{\delta}{D_h} \right)^{\gamma} \quad (3.55)$$

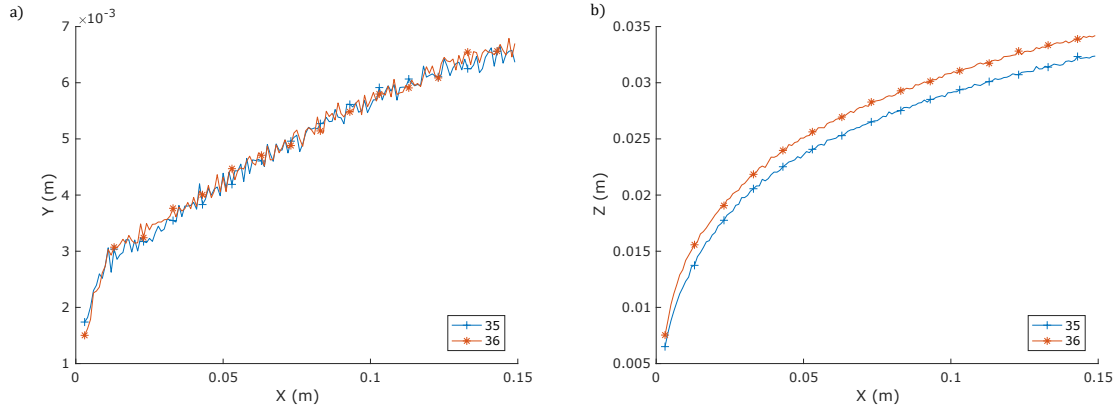


FIGURE 3.40 Influence de $r_{m,jet}$. a) Déplacement latéral. b) Pénétration dans l'écoulement.

Il est ainsi possible de construire une adimensionnalisation à partir de l'ensemble des simulations. En supposant les coefficients constants, nous obtenons $\alpha = 0,92$ et $\gamma = 0,06$ pour $Q = 30\%$ (figure 3.41).

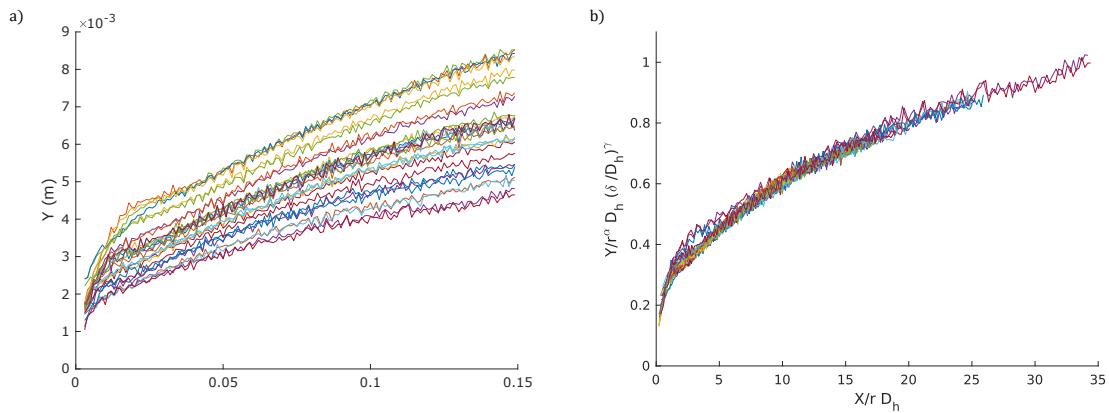


FIGURE 3.41 Trajectoire XY du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 30\%$), $\alpha = 0,92$, et $\gamma = 0,06$.

L'adimensionnalisation permet de modéliser cette trajectoire par une loi puissance similaire aux précédentes avec $A = 0,24$ et $B = 0,39$ (figure 3.42) :

$$\frac{y}{r^{0,92} D_h \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^{0,06}} = 0,24 \left(\frac{x}{r D_h}\right)^{0,39} \quad (3.56)$$

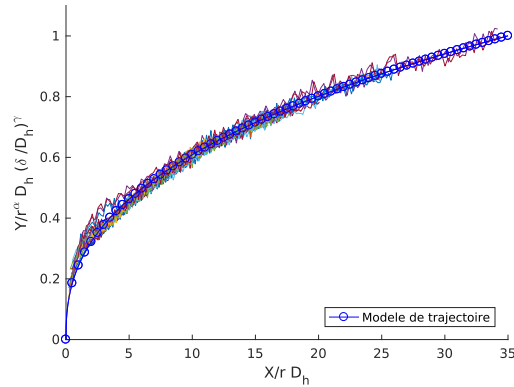


FIGURE 3.42 Modélisation de la trajectoire XY du CVP ($R^2 = 0,99$).

Modèle LES

Comme pour la trajectoire du jet, celle du CVP réagit de manière similaire, quel que soit le modèle de turbulence utilisé (RANS ou LES). Les résultats sont cependant légèrement différents (figure 3.28). La pénétration est plus importante avec le modèle LES, cependant, le déplacement latéral est équivalent entre les deux modèles.

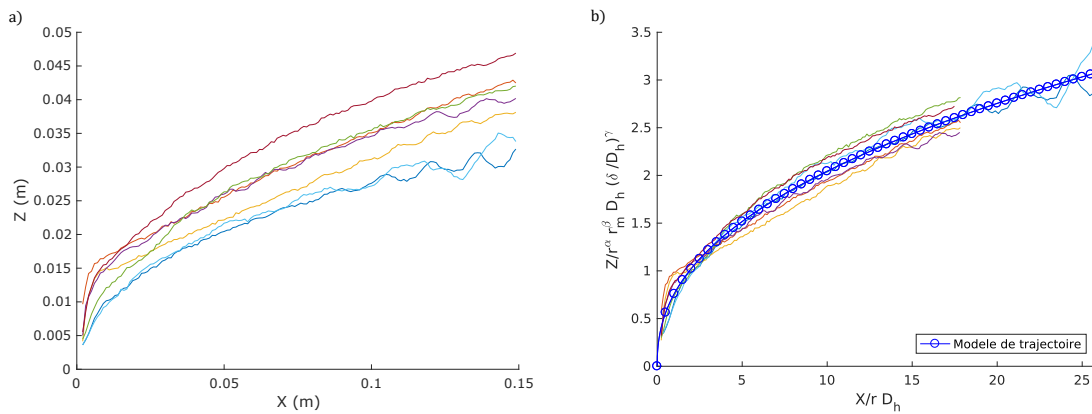


FIGURE 3.43 Pénétration du jet avec un modèle de turbulence LES. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 55,0\%$) $\alpha = 1,1$, $\beta = 1,24$ et $\gamma = 0,11$ et modélisation ($R^2 = 0,97$)

La figure 3.43 illustre la pénétration du CVP dans l'écoulement pour les différentes simulations LES avec et sans adimensionnalisation. La meilleure superposition des courbes est obtenue pour $\alpha = 1,11$, $\beta = 1,24$ et $\gamma = 0,11$. L'équation de la trajectoire déduite des données adimensionnalisées est aussi une fonction puissance avec $A = 0,76$ et $B = 0,43$. Nous trouvons ici un exposant de la fonction puissance très proche de la valeur de Cambonie et

al. [7] dans leur équation de la trajectoire du CVP : $B = 0,42$.

Pour le déplacement latéral, la superposition est faible, la position du maximum de vorticité est peu stable spatialement, principalement dans cette direction, rendant sa détermination et sa modélisation complexe. Cependant, le modèle trouvé précédemment donne des résultats convenables (figure 3.44).

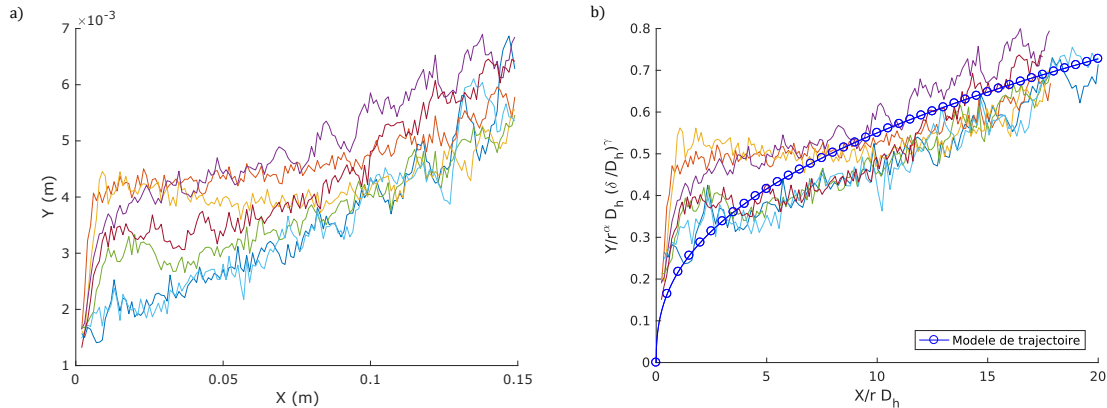


FIGURE 3.44 Déplacement latéral du jet avec un modèle de turbulence LES. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 75,0\%$) $\alpha = 0,92$ et $\gamma = 0,06$ et modélisation ($R^2 = 0,73$)

Discussion

La modélisation de la pénétration du CVP dans l'écoulement se distingue entre les deux modèles de turbulence. Le coefficient A est proche dans les deux cas, mais l'exposant de la fonction puissance diffère significativement. La pénétration est plus marqu e dans le cas des modèles LES avec un coefficient très proche de celui trouvé par Cambonie et al. [7].

Pour le déplacement latéral, la superposition des courbes avec le modèle LES est assez faible, mais la trajectoire générale suit une courbe identique à celle trouv e dans les simulations RANS.

3.11.3 Valeur des maximums le long des trajectoires

Dans cette section, nous allons nous intéresser à l'évolution des grandeurs le long des trajectoires précédentes, ainsi que leur sensibilité aux paramètres clés définissant le jet. La vitesse

le long de la trajectoire du jet sera étudiée en première, puis la vorticité et la pression au niveau de la trajectoire du CVP.

Contrairement à l'adimensionnalisation de la trajectoire basée principalement sur la longueur D_h , celles de la vitesse, vorticité ou pression dépendent des caractéristiques d'un des deux écoulements, notamment la vitesse d'un fluide. Quelle que soit la référence choisie entre le jet et l'écoulement transverse, il est possible de passer des valeurs d'un écoulement à l'autre grâce au ratio de quantité de mouvement r et de masse volumique ρ^* .

La taille de la couche limite δ et les profils r_m ont peu ou pas d'effet sur les valeurs des grandeurs. Ces facteurs induisent des modifications de l'ordre de 5% au maximum sur tout l'éventail de simulations réalisées malgré une forte variation des valeurs, notamment dans le cas de la taille de la couche limite δ . En première approximation, ils ne seront pas intégrés dans l'adimensionnalisation proposée.

3.11.4 Vitesse du jet

La vitesse du jet, issue directement de l'injection, est adimensionnalisée en utilisant U_j .

Nous nous intéressons en premier à la composante verticale de la vitesse le long de la trajectoire du jet. L'adimensionnalisation choisie dépend uniquement de la vitesse de l'écoulement injecté : $X_a = D_h$ et $U_{y0,max,z,a} = U_j$ (figure 3.45).

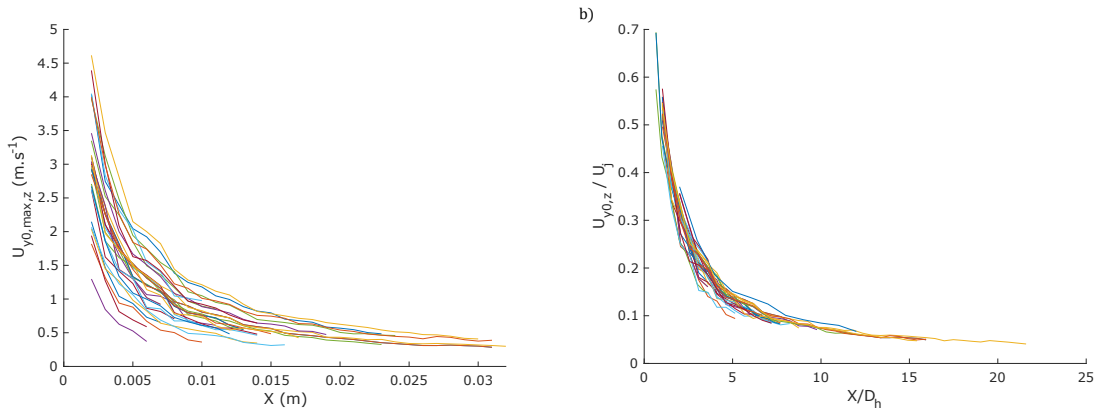


FIGURE 3.45 Vitesse le long de la trajectoire du jet. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 33, 8\%$)

Une fonction puissance permet d'approcher la courbe précédente avec $A = 0, 52$ et $B = -0, 83$ (figure 3.46) :

$$\frac{U_{y0,max,z}}{U_j} = 0,52 \left(\frac{D_h}{x} \right)^{0,83} \quad (3.57)$$

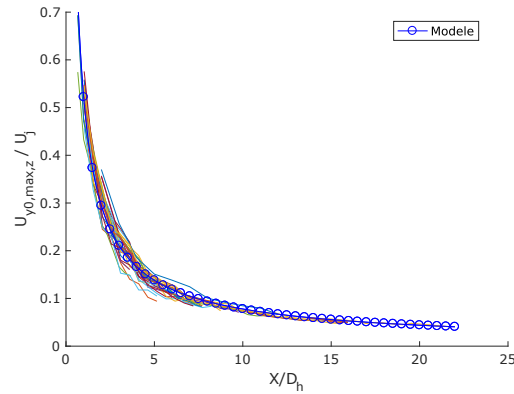


FIGURE 3.46 Modélisation de la vitesse verticale le long de la trajectoire du jet ($R^2 = 0,97$).

La composante horizontale de la vitesse augmente brusquement en sortie d'injection pour dépasser la vitesse de l'écoulement transverse, avant de diminuer et de tendre vers cette vitesse. La vitesse totale, comme sa composante x , tend vers la valeur de l'écoulement transverse loin de l'injection (figure 3.47). Nous étudions donc la différence des deux vitesses $U - U_\infty$ et nous utilisons l'adimensionnalisation suivante : $X_a = D_h$ et $U_{y0,max,a} = r^\alpha U_j$ avec $\alpha = 2,2$ ($Q = 0,47\%$).

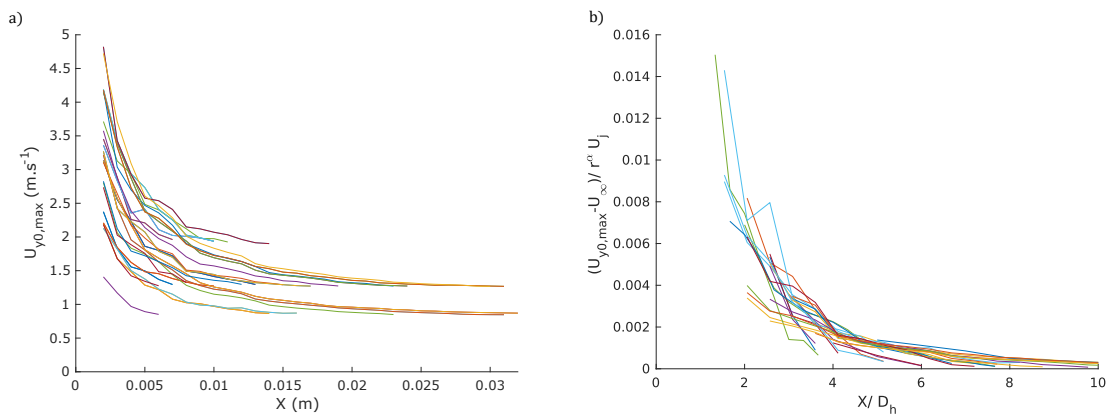


FIGURE 3.47 a) Vitesse le long de la trajectoire du jet sans adimensionnalisation. b) $U - U_\infty$ avec adimensionnalisation ($Q = 0,47\%$).

Une fonction puissance permet d'approcher les courbes obtenues avec $A = 0,025$ et $B = -1,9$ (figure 3.48) :

$$\frac{U_{y0,max} - U_\infty}{r^{2,2}U_j} = 0,025 \left(\frac{D_h}{x}\right)^{1,9} \quad (3.58)$$

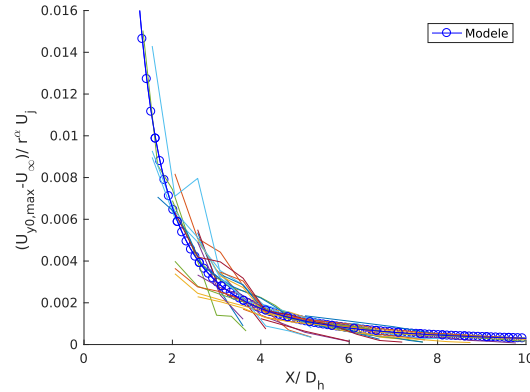


FIGURE 3.48 Modélisation de la vitesse totale le long de la trajectoire du jet ($R^2 = 0,91$).

Bien que la superposition des courbes soit correcte, plusieurs d'entre elles semblent tendre vers une valeur négative sans suivre le modèle. Cela provient de la taille de la couche limite, qui est supérieure à la pénétration du jet pour de nombreuses simulations. Pour celles-ci, la vitesse tend vers une valeur inférieure à U_∞ dépendante de la taille de la couche limite et de la pénétration du jet. Diminuer la vitesse limite (illustrée égale à U_∞ pour toutes les courbes sur les figures précédentes) permet de rehausser ces courbes et de les rapprocher du modèle.

Nous avons utilisé $X_a = D_h$ pour la vitesse contrairement aux trajectoires où le facteur r était inclus. Ce choix est dicté par la vitesse verticale qui ne dépend pas de r . Il est possible de l'inclure dans X_a via l'équation 3.51 ce qui transforme α de 2,2 à 0,3.

3.11.5 Vorticité au centre du CVP

La diminution de la vorticité du CVP lorsque l'on s'éloigne de l'injection s'explique par deux phénomènes. La dissipation du vortex à cause de la turbulence et la diffusion du vortex dans l'espace. Le premier induit une diminution de la circulation du vortex et donc de la vorticité globale. Le second répartit la circulation sur une surface plus grande, ce qui diminue le maximum de vorticité au centre du vortex.

Nous représentons la valeur absolue de la vorticité suivant l'axe x , les courbes sont tracées à partir de l'abscisse où la vorticité suivant cet axe est dominante. Nous avons vu précédemment que proche de l'injection, la vorticité est principalement orientée suivant l'axe z puis s'aligne avec l'axe x . Cependant, après cette réorientation, les autres composantes ne sont pas nulles.

Dans l'exemple précédent, nous avons ω_z égal à 15% de ω_x et 5% pour ω_y . Nous choisissons comme point de départ des courbes l'abscisse à partir de laquelle les composantes y et z sont toutes les deux inférieures à 20% de ω_x . Ce point se situe entre 2,4 et 5,7 cm en aval de l'injection et il augmente de manière affine avec rD_h .

L'adimensionnalisation recherchée doit inclure une vitesse afin de faire correspondre les unités entre le facteur d'adimensionnalisation ω_a et la vorticité. Nous avons vu précédemment que la vitesse dans la trajectoire du jet était liée à la vitesse du jet au niveau de l'injection U_j . Nous allons donc nous servir à nouveau de cette vitesse pour l'adimensionnalisation.

La vorticité du tourbillon augmente lorsque r augmente, l'adimensionnalisation recherchée est donc $\omega_{x,a} = U_j r^\alpha / D_h$. Cependant, la valeur α trouvée étant faible, si on combine cette formulation avec $X_a = rD_h$, cela inverse le comportement de la vorticité en fonction de r .

L'adimensionnalisation utilisée (figure 3.49) est donc $X_a = rD_h$ et $\omega_{x,a} = U_j / r^\alpha D_h$ avec $\alpha = 1,67$ ($Q = 32,6\%$). L'unité du facteur $\omega_{x,a}$ est des s^{-1} et correspond à l'unité de la vorticité. On peut aussi l'exprimer en fonction de U_∞ , ce qui donne : $\omega_{x,a} = \rho^* U_\infty / r^{\alpha-1}$ avec ρ^* le rapport des masses volumiques, égales à 1 en monophasique.

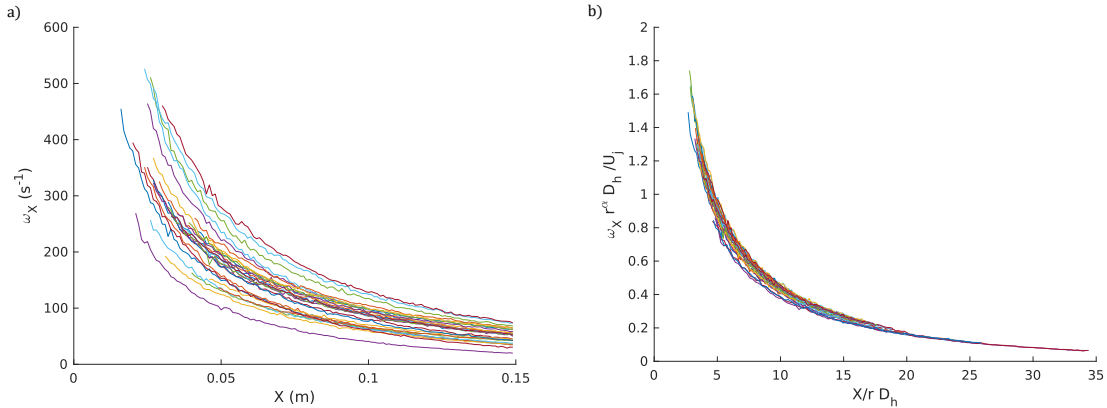


FIGURE 3.49 Maximum de la vorticité X au cœur du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 32,6\%$)

La vorticité est modélisée par une fonction puissance (figure 3.50) avec $A = 5,5$ et $B = -1,12$, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\omega_x r^{1,67} D_h}{U_j} = 5,5 \left(\frac{r D_h}{x} \right)^{1,12} \quad (3.59)$$

La vorticité au centre des vortex du CVP est proportionnelle à la vitesse des écoulements. Ainsi, pour deux expériences avec paramètres clés similaires (notamment un même ratio r),

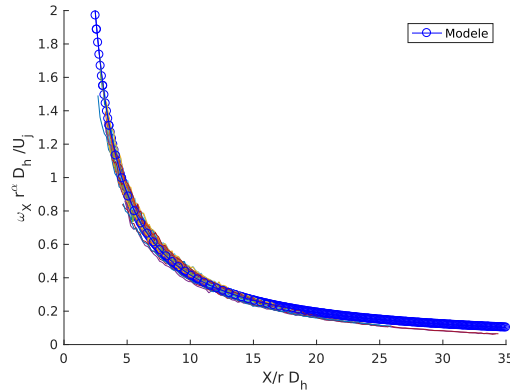


FIGURE 3.50 Modélisation du maximum de vorticité au centre du CVP ($R^2 = 0,99$).

les CVP peuvent avoir une trajectoire identique, mais des intensités distinctes.

3.11.6 Pression au centre du CVP

Le CVP crée une zone de basse pression en son centre. Lorsque l'on s'éloigne de l'injection, le tourbillon perd en intensité et la pression en son centre augmente.

Une pression de référence est prise loin des tourbillons sur le dernier plan du domaine d'étude. Nous nous intéressons donc à $P - P_{ref}$ décrivant la dépression causée par les tourbillons du CVP. Comme pour la vorticité, nous allons utiliser les caractéristiques de l'écoulement injecté pour adimensionnaliser la pression.

Une seule des parois de la conduite n'a pas de glissement, ce qui limite la perte de pression par frottement le long de la conduite. Cette perte de pression est de l'ordre du pascal le long du domaine d'étude (15 cm) et varie faiblement en fonction de la vitesse de l'écoulement transverse. Elle est cependant négligée, car elle reste faible devant la dépression au centre des vortex à tout endroit en aval de l'injection.

La valeur du minimum de pression au sein du tourbillon augmente lorsque r augmente, le tourbillon est donc moins puissant, car il génère une dépression plus faible. L'adimensionnalisation utilisée (figure 3.51) est $X_a = rD_h$ et $P_a = \rho_j U_j^2 / r^\alpha$ avec $\alpha = 1,42$ ($Q = 30,1\%$). L'unité du facteur P_a est des $\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-2}$ et correspond à l'unité de la pression. On peut aussi l'exprimer en fonction des caractéristiques de l'écoulement transverse, ce qui donne :

$$P_a = \rho_\infty U_\infty^2 / r^{\alpha-2}$$

La pression est modélisée par une fonction puissance (figure 3.52) avec $A = -0,25$ et $B = -1,17$, on obtient l'équation suivante :

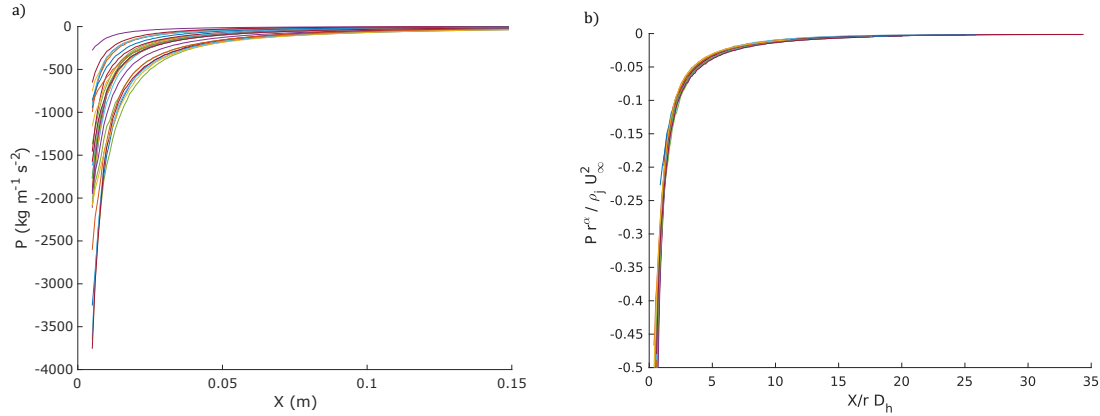


FIGURE 3.51 Minimum de pression au cœur du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 30, 1\%$)

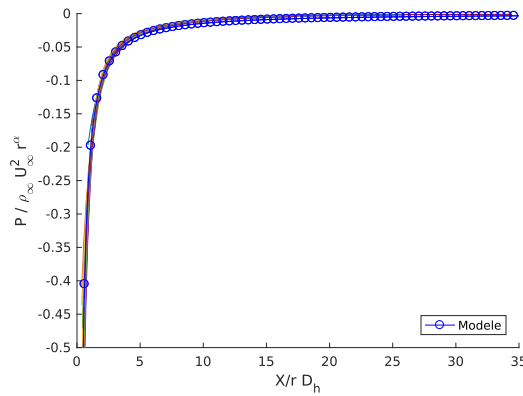


FIGURE 3.52 Modélisation du minimum de pression au centre du CVP ($R^2 = 0,97$).

$$\frac{(P - P_{ref})r^{1,42}}{\rho_j U_j^2} = -0,25 \left(\frac{r D_h}{x} \right)^{1,17} \quad (3.60)$$

3.11.7 Données LES

Les facteurs d'adimensionnalisation précédents sont testés avec les données issues des simulations LES.

L'adimensionnalisation et la modélisation trouvées avec les simulations RANS pour la vitesse verticale sont utilisables pour les simulations LES (figure 3.53). En comparant les deux modèles de turbulence, nous avons relevé que la décroissance de la composante verticale de la vitesse était identique, quel que soit le modèle (figure 3.27).

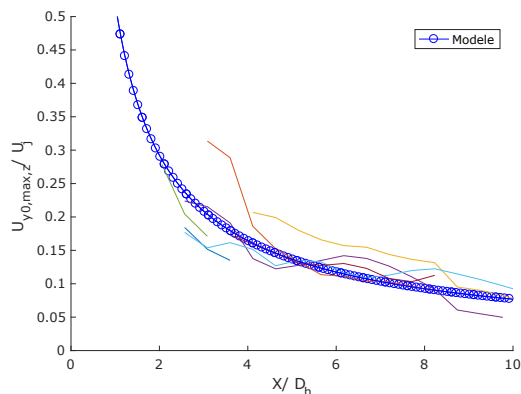


FIGURE 3.53 Vitesse verticale le long de la trajectoire du jet pour les simulations LES et modèles de vitesse issue des simulations RANS.

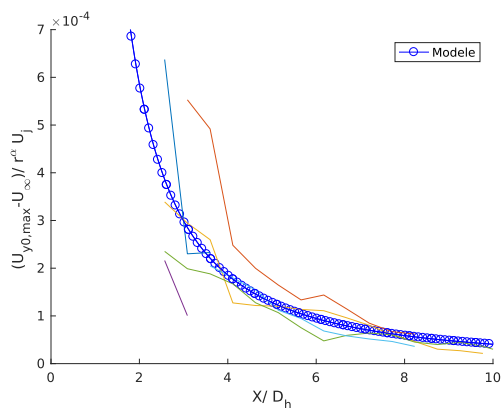


FIGURE 3.54 Modélisation de la vitesse le long de la trajectoire du jet pour les simulations LES ($R^2 = 0,67$).

Concernant la vitesse totale, l'adimensionnalisation trouvée précédemment est utilisable, mais la décroissance des courbes est plus lente en LES qu'en RANS. L'équation trouvée ne sera donc pas applicable. Sur la figure 3.54, la vitesse le long de la trajectoire du jet est illustrée pour les simulations LES. Une modélisation est proposée, bien que peu précise, avec un coefficient $A = 0,025$ identique et un exposant $B = -1,6$ inférieur. La décroissance se fait en suivant la fonction $x^{-1,6}$, qui est plus lente que $x^{-1,9}$ trouvée pour le modèle RANS. Cette décroissance plus faible de la vitesse est visible dans les travaux de Galeazzo et al. [84] où ils comparent des données RANS, LES et expérimentales. La survitesse du jet par rapport à l'écoulement transverse est visible loin en aval de l'injection (plus de 15 diamètres) pour l'expérience et les simulations LES, tandis qu'elle se dissipe rapidement en RANS où elle disparaît après 5 diamètres. Puisque la composante verticale diminue de la même manière

pour les deux modèles de turbulence, c'est au niveau de la composante horizontale x que les différences se situent. Sur la figure 3.27, nous remarquons que sur les deux simulations représentées, la vitesse horizontale, dans le cas de la LES, présente une forte survitesse par rapport à l'écoulement transverse qui se dissipe lorsque l'on s'éloigne de l'injection. Cette survitesse, présente avec le modèle RANS, mais d'intensité plus faible, explique la décroissance plus lente de la vitesse totale en LES.

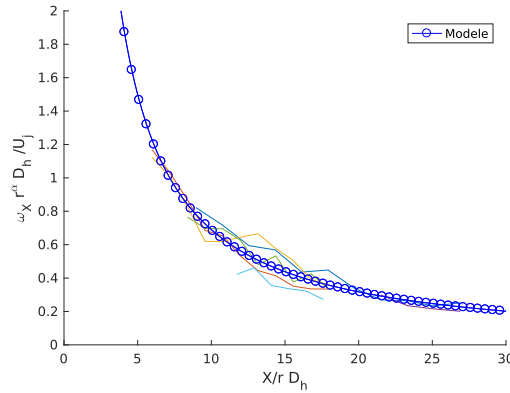


FIGURE 3.55 Modélisation de la vorticité du CVP pour les simulations LES ($R^2 = 0,91$).

La vorticité mesurée est supérieure dans les simulations LES. La figure 3.55 présente la vorticité suivant x dans le CVP en LES en réutilisant l'adimensionnalisation trouvée pour les simulations RANS. On obtient un modèle en loi puissance avec un exposant identique ($B = -1,12$), mais un coefficient presque deux fois plus grand ($A = 9,1$) :

$$\frac{\omega_x r^{1,67} D_h}{U_j} = 9,1 \left(\frac{r D_h}{x} \right)^{1,12} \quad (3.61)$$

Cette vorticité supérieure peut indiquer des vortex avec une plus grande circulation (s'ils ont des diamètres équivalents). Or, la vitesse de déplacement vertical des centres des vortex est directement liée à leur circulation via l'équation 2.37. La puissance supérieure contenue dans les vortex du CVP en LES, par rapport aux simulations RANS, peut expliquer les différences de trajectoires observées précédemment.

La figure 3.56 présente les courbes de pression adimensionnalisées pour les simulations LES. Les facteurs d'adimensionnalisation sont identiques à ceux utilisés précédemment. La modélisation via une loi puissance donne un coefficient A proche et un exposant légèrement plus faible, témoignant d'une décroissance de la pression plus lente :

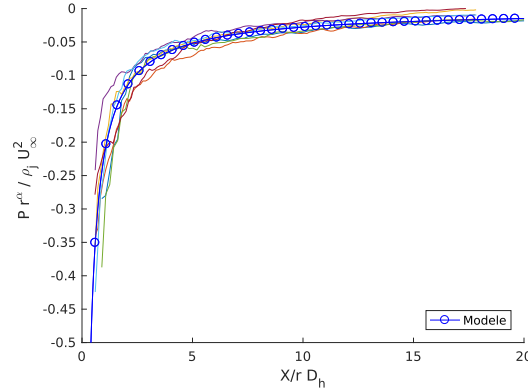


FIGURE 3.56 Modélisation de la pression au sein d'un vortex du CVP pour les simulations LES ($R^2 = 0,92$).

$$\frac{(P - P_{ref})r^{1,42}}{\rho_j U_j^2} = -0,22 \left(\frac{r D_h}{x} \right)^{0,9} \quad (3.62)$$

3.11.8 Discussion

La trajectoire étudiée précédemment ne dépend que des facteurs clés identifiés. Un modèle a donc été proposé permettant d'être applicable à toutes les injections. Cependant, les grandeurs étudiées dépendent en plus des caractéristiques des écoulements. Ainsi deux écoulements identiques d'un point de vue des facteurs clés peuvent avoir des caractéristiques différentes. Lorsque couplés à d'autres phénomènes tels que la flottabilité dans un cas diphasique, des jets possédant des facteurs clés identiques peuvent réagir différemment.

Nous avons choisi l'écoulement injecté pour adimensionnaliser les grandeurs, car c'est celui qui permettait de simplifier au maximum les facteurs pour la vitesse. De plus, le facteur $X_a = r D_h$ a été choisi pour la vorticité et la pression afin de se rapprocher des travaux effectués jusqu'à ce jour. Ces hypothèses modifient la position de r dans les facteurs d'adimensionnalisation et il peut se retrouver à une position inverse par rapport à son effet. Cependant, nous avons vu précédemment que les hypothèses sur X_a sont équivalentes, car les courbes sont modélisées par des fonctions puissances. Les facteurs inclus dans X_a peuvent être transférés vers ω_a ou P_a en utilisant l'exposant de la fonction puissance (équation 3.51).

En fonction des hypothèses, la position du facteur r peut être inverse à son effet, notamment lorsque l'on intègre dans X_a . De plus, il n'est pas utilisé dans X_a pour la vitesse. Ces deux remarques remettent en cause le bien-fondé de l'utilisation de $X_a = r D_h$ comme adimension-

nalisation de base pour l'intégralité des courbes.

Les facteurs déterminés dans un premier temps avec les données RANS ont été utilisés pour les simulations LES avec de bons résultats. Cependant, les modélisations proposées diffèrent légèrement entre les modèles de turbulences. Ces différences confirment les limites rencontrées par les modèles RANS pour reproduire à l'identique les expériences.

3.12 Fente rectangulaire

Dans la section précédente, nous avons étudié les jets issus d'orifices carrés à travers leur trajectoire et celle du CVP résultant de l'injection ainsi que la valeur des grandeurs le long de ces trajectoires. Nous allons maintenant effectuer un travail similaire sur des jets issus de fentes. Une fente est un orifice d'injection dont la longueur perpendiculaire à l'écoulement transverse (longueur L_f) est très grande devant sa deuxième dimension (épaisseur e). Nous pouvons définir le rapport d'aspect AR entre ces deux dimensions pour caractériser cette fente. Nous nous servirons de ce rapport associé au diamètre hydraulique pour définir totalement les fentes :

$$D_h = \frac{4A}{P} = \frac{4L_f e}{2(L_f + e)} \quad (3.63)$$

$$AR = \frac{L_f}{e} \quad (3.64)$$

On peut exprimer les deux dimensions L_f et e en fonction de D_h et AR pour définir la surface de la fente S :

$$e = D_h \frac{1 + AR}{2AR} \quad (3.65)$$

$$L_f = D_h \frac{1 + AR}{2} \quad (3.66)$$

$$S_f = eL_f = D_h^2 \frac{(1 + AR)^2}{4AR} \quad (3.67)$$

Les fentes que nous utilisons ont un diamètre hydraulique constant égal à celui des orifices utilisé précédemment : $D_h = 1,94mm$. La fonction $(1 + x)^2/2x$ étant croissante pour $x \geq 1$, les fentes ont donc une surface qui augmente quasi linéairement avec le rapport d'aspect AR .

Pour étudier l'impact du rapport d'aspect des fentes, nous allons supposer que son effet est dissocié de l'effet des autres paramètres clés. Plusieurs fentes sont étudiées afin d'évaluer

les modifications apportées par le changement de géométrie, puis une variation de r est apportée pour une fente donnée afin de vérifier que les relations déterminées précédemment sont applicables. Les simulations RANS sont regardées en premières afin de déterminer l'effet du rapport d'aspect, qui est confirmé ensuite avec les données issues des simulations LES.

3.12.1 Structure du jet issu d'une fente

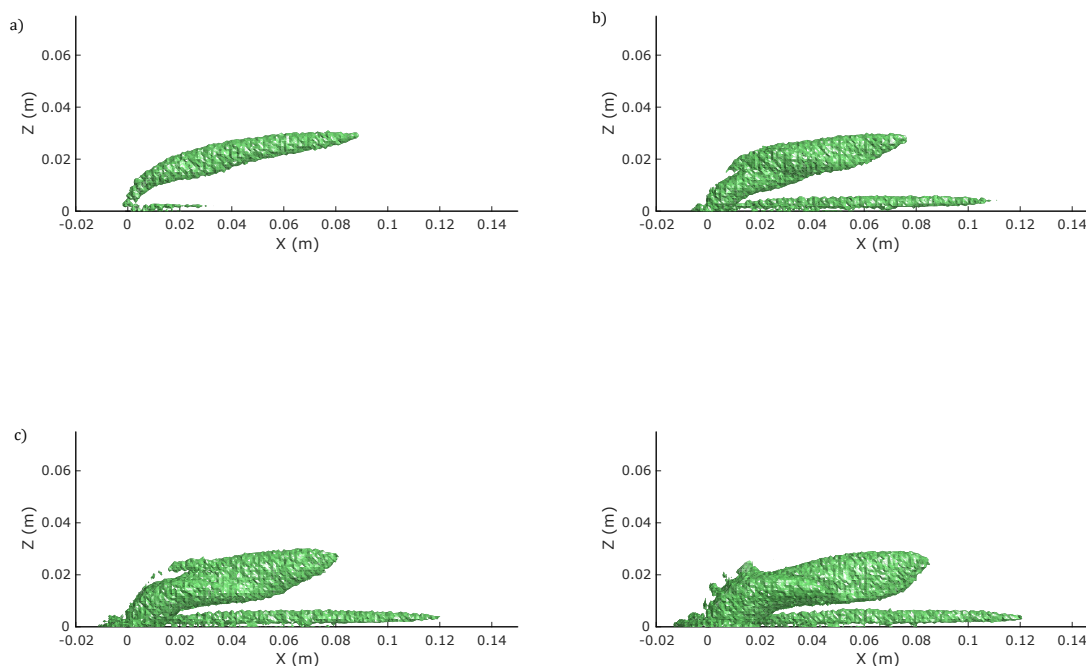


FIGURE 3.57 Isosurface de critère de tourbillon Λ_2 en aval d'un jet moyenné temporellement, vu de côté pour différent AR. a) $AR = 1$. b) $AR = 15$. c) $AR = 25$. d) $AR = 35$.

L'injection via une fente change la structure générale de l'écoulement en aval de l'orifice. De nouvelles structures sont visibles proche de l'injection (Haven et Kurosaka [11]). Cependant, nous nous intéressons à l'écoulement moyenné temporellement, et à des distances relativement grandes de l'injection. Dans ces conditions, nous pouvons découper l'écoulement aval en deux zones :

- Dans la première zone, proche de l'injection, l'écoulement a une forme de nappe qui se déforme.

- Dans la seconde, la nappe a disparu et un CVP apparaît, similaire à celui obtenu lorsque l’injection se fait via un orifice avec $AR = 1$. Cependant, ses caractéristiques sont différentes.

La figure 3.57 montre l’écoulement aval obtenu pour différent AR (entre 1 et 35). On observe nettement les deux zones précédentes, la première étant plus marquée lorsque AR est grand. La nappe étant plus large, elle a besoin de plus de distance pour se replier sur elle-même et former le CVP. Les trajectoires du critère de tourbillon $\lambda_{2,max}$, du minimum de pression p_{min} et de l’extremum de vorticité $|\omega|_{x,max}$ se situent sur les côtés latéraux de la fente proche de l’injection, témoignant de la création de vortex à ces endroits, similairement à ce que nous avons observé pour le jet classique avec $AR = 1$ (Annexe D). Les côtés latéraux de la nappe sont donc mis en mouvement de rotation par le cisaillement avec l’écoulement transverse et rabattus vers le plan médian pour former le CVP. Les trajectoires rejoignent ensuite le milieu de la conduite et se positionnent au centre des vortex du CVP. Une fois suffisamment loin de l’injection, le CVP devient la structure dominante et on obtient un écoulement proche de celui issu d’un orifice carré ou circulaire.

3.12.2 Trajectoire du jet

La trajectoire du jet est déterminée en suivant le maximum de vitesse dans le plan médian $U_{z,y_0,max}$ pour des simulations ayant des caractéristiques équivalentes, mais avec des géométries différentes. Cinq fentes sont étudiées, de diamètres hydrauliques identiques, mais avec des rapports d’aspect AR variant de 1 à 45.

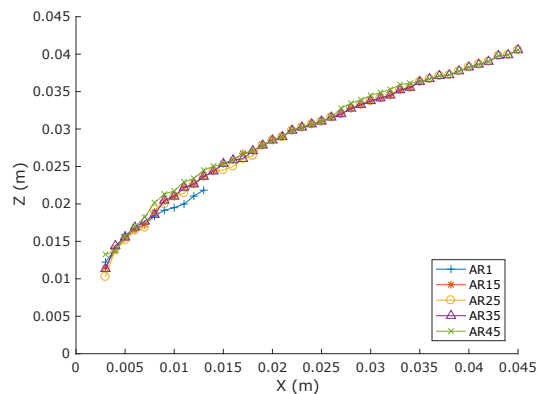


FIGURE 3.58 Effet des variations de AR sur la trajectoire du jet dans le plan médian.

La figure 3.58 illustre la trajectoire du jet pour les fentes avec des AR variables. La trajectoire est identique pour toutes les fentes. Les travaux précédents sur les fentes s’intéressaient à des

orifices d'injection de surface identique, notamment dans l'étude de Haven et Kurosaka [11]. Les résultats montrent que les fentes ont une pénétration inférieure dans ces conditions par rapport à un carré ou un cercle. Or, à surface équivalente, le diamètre hydraulique diminue avec le rapport d'aspect, ce qui explique cette pénétration moindre observée. La figure précédente nous montre que si on considère le diamètre hydraulique comme grandeur de référence et non la surface entre les orifices d'injection, les trajectoires sont identiques. Nous n'avons cependant pas la conservation des débits entre les cas, qui était probablement l'hypothèse de départ justifiant des surfaces identiques.

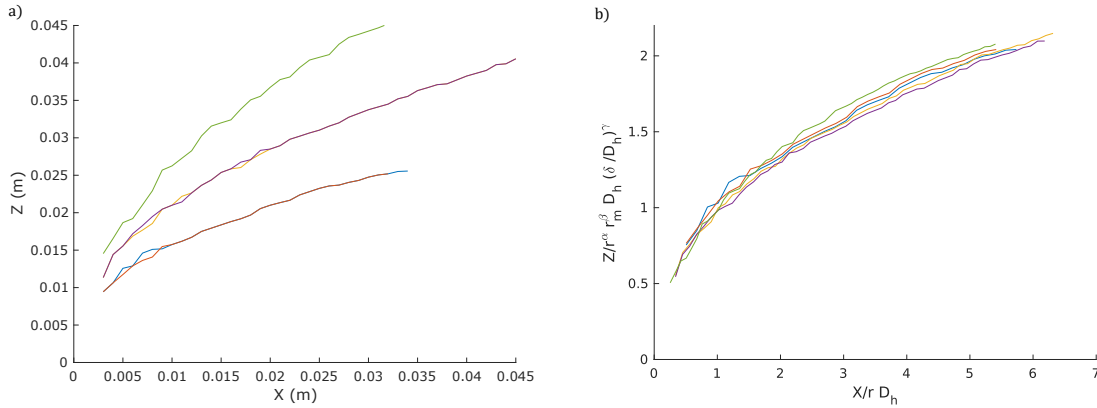


FIGURE 3.59 Influence de r sur la trajectoire du jet dans le plan médian pour des fentes avec $AR = 35$. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 9\%$), $\alpha = 1, 19$, $\beta = 1, 07$ et $\gamma = 0, 11$.

Puisque les trajectoires sont identiques à celles issues d'un carré, les observations et modèles présentés précédemment sont applicables. La figure 3.59 présente les trajectoires adimensionnalisées pour les simulations 29 à 33. Ces simulations sont réalisées avec une fente identique et en faisant varier le rapport r . Comme pour un orifice carré, l'augmentation du rapport r induit une pénétration de jet dans l'écoulement supérieur. L'adimensionnalisation est réalisée avec les coefficients proposés par un orifice d'injection carré ($X_a = r r_m D_h$ et $Z_a = r^\alpha r_m^\beta D_h \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^\gamma$ avec $\alpha = 1, 19$, $\beta = 1, 41$ et $\gamma = 0, 11$). Ces coefficients fournissent une bonne superposition des courbes.

Les données issues des simulations LES confirment que l'influence du rapport d'aspect des fentes est faible et que les trajectoires des jets peuvent être considérées indépendantes de ce paramètre, tant qu'elles ont un diamètre hydraulique identique (figure 3.60).

Nous pouvons remarquer que la trajectoire du jet est visible beaucoup plus loin lorsque l'orifice est une fente par rapport à une injection via un carré. La vitesse du jet a besoin d'une distance beaucoup plus grande pour diminuer jusqu'à se confondre avec l'écoulement

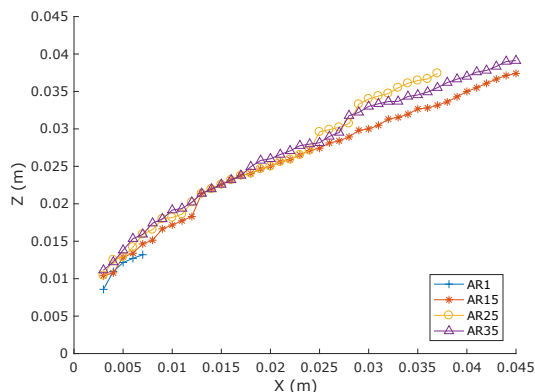


FIGURE 3.60 Trajectoire du jet dans le plan médian issue de simulation avec modèle LES pour des fentes avec AR allant de 1 à 35.

transverse. Cela peut venir d'une vitesse beaucoup plus forte ou d'une dissipation plus lente.

3.12.3 Trajectoire du CVP

Pénétration du CVP dans l'écoulement (trajectoire XZ)

Nous avons vu précédemment que l'écoulement suite à une injection par une fente peut être découpé en deux zones, l'une dominée par une nappe et l'autre par le CVP. Pour déterminer la trajectoire du CVP, nous nous plaçons dans la seconde zone. Toutes les méthodes présentées ont leur trajectoire située sur les côtés latéraux de la fente dans la première zone puis se relocalisent proches du plan médian lorsque l'on entre dans la seconde zone. Cette deuxième commence donc lorsque le déplacement latéral de la méthode considérée atteint son minimum. La trajectoire est traquée à partir du minimum de pression.

Sur la figure 3.61, nous observons des variations faibles de la pénétration du CVP lorsque AR est modifié. Il y a une légère diminution de la pénétration lorsqu' AR augmente pour le modèle RANS, mais les variations s'estompent lorsque l'on s'éloigne de l'injection. Ces différences peuvent provenir de la distance nécessaire pour que le CVP se forme entièrement après la déformation de la nappe d'air. Lorsqu' AR est grand, les tourbillons créés sur les extrémités de la fente ont besoin d'une distance plus grande pour migrer vers le milieu de la conduite et s'intégrer au CVP. Pour le modèle LES, toutes les fentes testées ont des trajectoires similaires proches de celle issue d'un orifice carré, bien qu'avec une pénétration légèrement supérieure. Les simulations LES apportant une solution plus précise du cas étudié, le rapport d'aspect ne semble donc pas avoir d'impact majeur sur la pénétration du CVP dans l'écoulement, comme pour la trajectoire du jet.

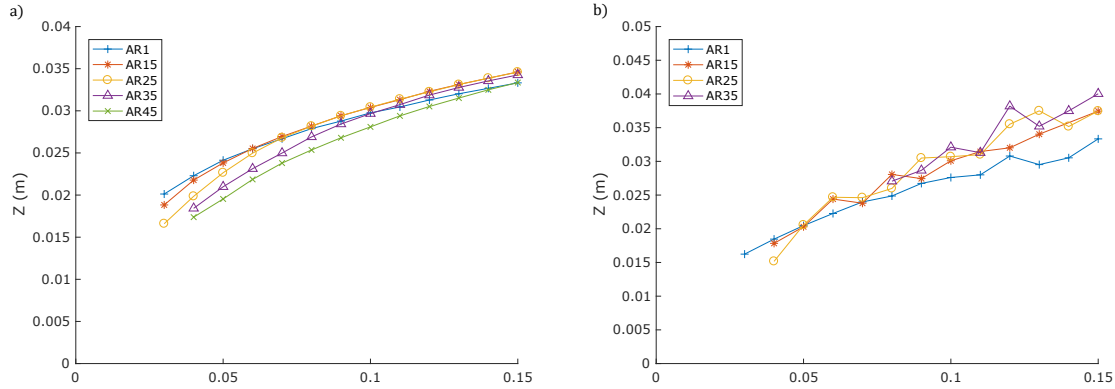


FIGURE 3.61 Influence de AR sur la trajectoire XZ du CVP. a) Modèle de turbulence RANS. b) Modèle LES.

Cette trajectoire réagit de manière équivalente à celle issue d'un orifice carré lors de variations du paramètre clé r . Nous supposons que les autres paramètres ont un effet identique, quel que soit le rapport d'aspect de l'orifice d'injection. Les résultats précédents sont utilisés. La figure 3.62 présente les trajectoires XZ du CVP des simulations 29 à 33 avec et sans adimensionnalisation. L'adimensionnalisation illustrée est celle trouvée précédemment pour un orifice d'injection carré. La superposition est convenable ($Q = 20\%$), mais une augmentation du coefficient α à 1,49 permet de l'améliorer significativement ($Q = 6\%$).

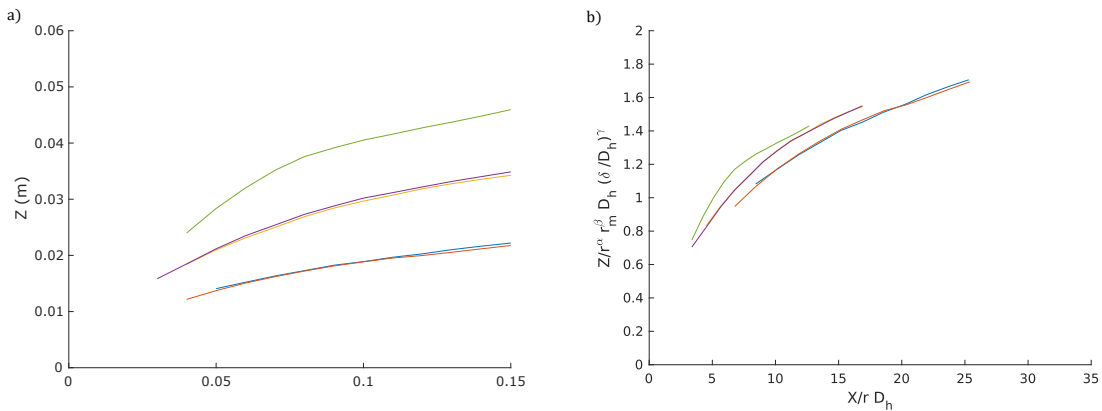


FIGURE 3.62 Influence de r sur la trajectoire XZ du CVP pour des fentes avec $AR = 35$. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 20\%$), $\alpha = 1,3$, $\beta = 0,83$ et $\gamma = 0,1$.

Les effets des paramètres clés sont supposés équivalents, quelle que soit la géométrie de l'orifice d'injection. Cependant, une modification du rapport d'aspect induit une modification de $r_{m,jet}$ pour les mêmes conditions d'injection. En effet, la surface couverte par la couche

limite dépend du périmètre de la géométrie. Les fentes étant prises à diamètre hydraulique constant, le périmètre augmente quatre fois plus vite que la surface lorsque le rapport d'aspect croît. Les différentes simulations ayant pour paramètres d'entrée une géométrie de la conduite d'injection ainsi qu'un débit volumique de fluide, le paramètre $r_{m,jet}$ est modifié lorsque le rapport d'aspect change entre les simulations.

Déplacement latéral du CVP (trajectoire XY)

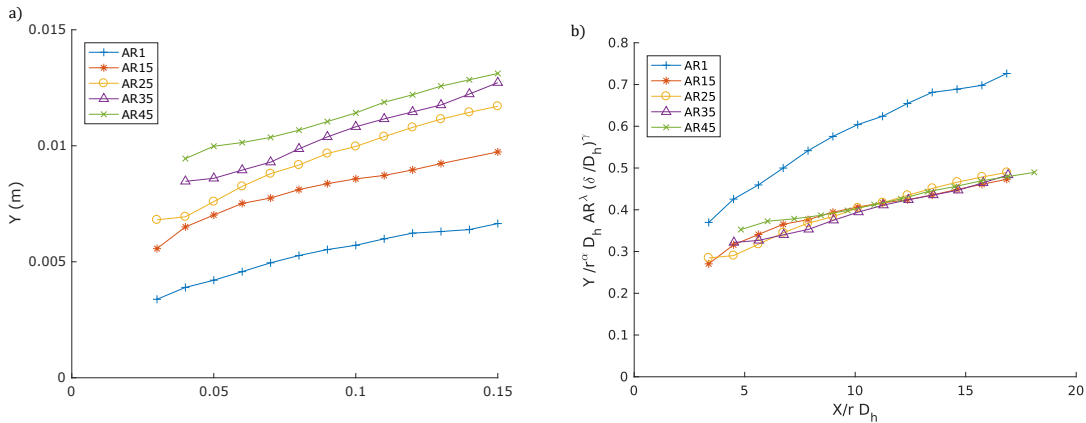


FIGURE 3.63 Influence de AR sur la trajectoire XY du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 20,5\%$), $\alpha = 0,92$, $\gamma = 0,06$ et $\lambda = 0,3$.

Contrairement à la trajectoire du jet et à la pénétration du CVP dans l'écoulement, le rapport AR a un effet visible sur le déplacement latéral du CVP (figure 3.63). Lorsque AR augmente, le centre du CVP, traqué ici via le minimum de pression, est décalé vers l'extérieur. Afin de prendre en compte l'influence d' AR et de superposer les courbes, nous avons choisi d'intégrer un facteur supplémentaire dans l'adimensionnalisation Y_a sous la forme AR^λ :

$$Y_a = r^\alpha D_h AR^\lambda \left(\frac{\delta}{D_h} \right)^\gamma \quad (3.68)$$

Ce facteur permet une bonne superposition de toutes les courbes issues d'une fente ($Q = 20\%$) avec $\lambda = 0,3$, les autres coefficients sont repris des équations précédentes concernant un orifice carré. Cependant, la courbe correspondant à un orifice carré ($AR = 1$) n'est pas intégrée dans la superposition. Si on souhaite l'intégrer, un coefficient $\lambda = 0,19$ donne les meilleurs résultats, mais la superposition totale est moins bonne ($Q = 21,8\%$). Déterminer une équation valable pour tous les orifices d'injection rectangulaire est possible au prix d'une précision moindre. Se limiter à une asymptote de la géométrie, à savoir les fentes ($L_f \ll e$)

permet de définir une seconde équation complémentaire de celle trouvée pour les carrés. La figure 3.64 présente les deux modèles. Le premier est issu de l'équation 3.56 et est applicable pour les orifices carrés. Le second concerne les fentes et a pour équation :

$$\frac{y}{r^{0,92} D_h AR^{0,3} \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^{0,06}} = 0,19 \left(\frac{x}{r D_h}\right)^{0,32} \quad (3.69)$$

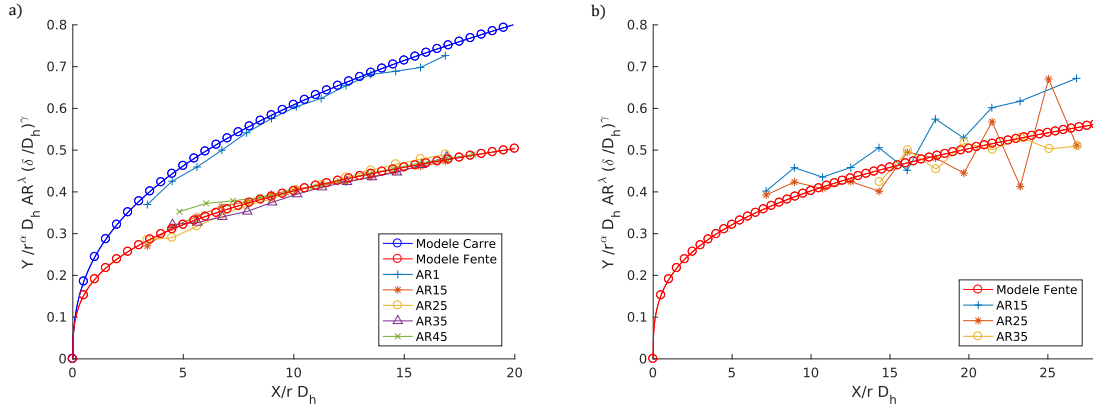


FIGURE 3.64 Modélisation de la trajectoire XY du CVP pour les orifices carrés et les fentes. a) Modèle de turbulence RANS ($R^2 = 0,97$). b) Modèle LES.

Le modèle précédent permet d'approcher convenablement le déplacement latéral du CVP issu des données LES (simulation 49 à 51). À l'identique des orifices carrés, le modèle proposé pour le déplacement latéral fournit des résultats convenables pour les deux modèles de turbulence. Nous avons intégré l'influence de AR uniquement dans Y_a , mais il peut être diffusé dans tous les facteurs. Une modification du diamètre hydraulique est proposée :

$$D_{h,e} = D_h AR^{\lambda_e} \quad (3.70)$$

Avec cette nouvelle formulation, la valeur de λ_e trouvée est de 0,45 et la superposition légèrement inférieure ($Q = 22\%$). La modélisation associée a des coefficients très proches de ceux de l'équation 3.69 : $A = 0,2$ et $B = 0,32$. Si on concatène toutes les itérations de AR^{λ_e} en une seule dans Y_a , on trouve un coefficient $\lambda_e = 0,28$ proche des 0,3 trouvé précédemment.

Le facteur AR a un impact sur la trajectoire du déplacement latéral du CVP. Son inclusion dans la formulation peut se faire de plusieurs manières avec des résultats équivalents. Dans la suite, la seconde méthode sera utilisée.

Dans la seconde méthode, la nouvelle longueur caractéristique rappelle la surface de la fente.

En effet, d'après l'équation 3.67, on peut exprimer la surface à partir du diamètre hydraulique et du rapport d'aspect. Pour les fentes testées, on a $AR \leq 1$, on peut simplifier l'équation précédente en : $D_{h,e} = \sqrt{S_f} = D_h AR^{0,5}/2$. En utilisant la surface de la fente comme longueur caractéristique, on observe une bonne superposition du déplacement latéral du CVP quel que soit le rapport d'aspect de la fente (figure 3.65).

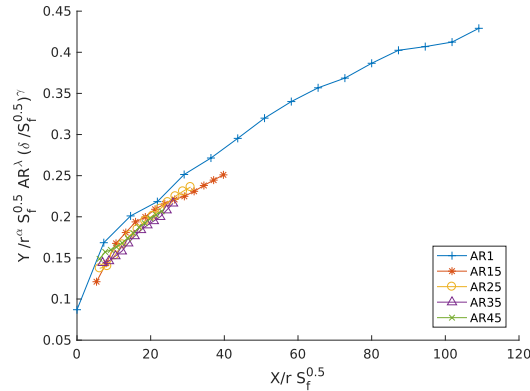


FIGURE 3.65 Adimensionnalisation des trajectoires en utilisant la racine carrée de la surface de la fente comme longueur caractéristique.

3.12.4 Valeur des grandeurs le long des trajectoires

Vitesse verticale

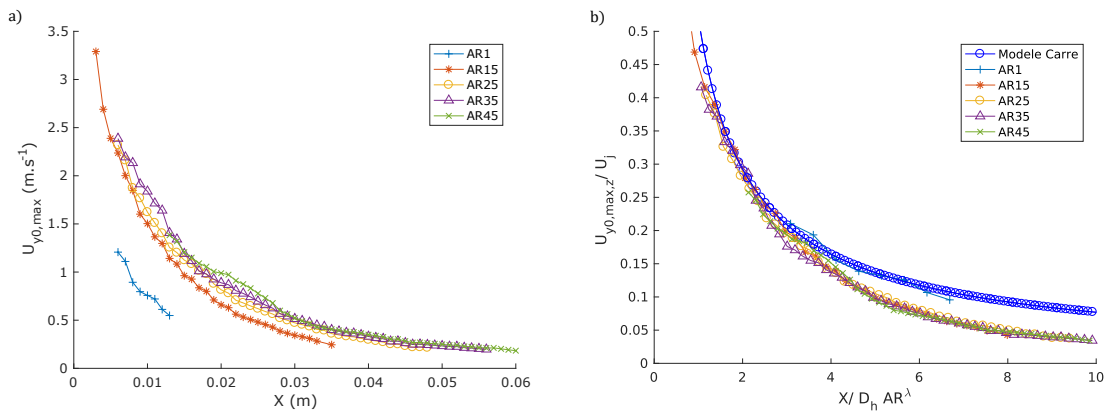


FIGURE 3.66 Influence de AR sur la vitesse verticale le long de la trajectoire du jet. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation $\lambda = 0,3$ ($Q = 25,2\%$).

La figure 3.66 présente l'influence d' AR sur la vitesse verticale dans le jet. Cette influence est faible avec des petites variations de la vitesse pour les fentes, cependant, l'intégration de AR

dans X_a via le diamètre hydraulique équivalent $D_{h,e}$ (équation 3.70) permet d'améliorer la superposition des courbes ($Q = 25, 2\%$). Ce résultat est trouvé avec $\lambda = 0, 3$. Comme pour le déplacement latéral du jet, la courbe issue d'un orifice carré n'est pas superposée avec celles issues des fentes, bien que proches. Proche de l'injection, les courbes issues des fentes suivent le modèle avant de s'en séparer vers $X/X_a \approx 2$ pour tendre vers une asymptote parallèle au modèle, mais décalée de $0,5U_j$ vers le bas. Aucune loi puissance ne permettant de modéliser convenablement ce comportement, d'autres modèles devront être utilisés (fonction rationnelle par exemple). Cette façon d'intégrer l'effet d'AR dans les facteurs d'adimensionnalisation donne de bons résultats avec les données des simulations LES (figure 3.67). On observe un comportement similaire avec une asymptote en dessous du modèle.

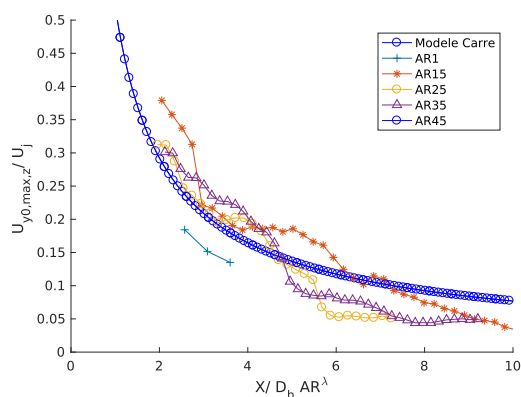


FIGURE 3.67 Influence de AR sur la vitesse verticale le long de la trajectoire du jet avec adimensionnalisation et modèle-LES.

Vorticité

Concernant la vorticité, la figure 3.68 illustre l'influence du rapport d'aspect sur cette grandeur au centre des vortex du CVP. Les valeurs de vorticité relevées sont très proches, AR n'a donc pas d'effet sur la valeur de la vorticité au centre du CVP.

Pression

Pour la pression, le rapport d'aspect a un impact visible (figure 3.69, la valeur absolue de la pression au centre des vortex augmente avec AR . Comme pour le déplacement latéral du CVP, intégrer AR dans les facteurs d'adimensionnalisation permet de superposer les courbes correspondant aux fentes. Une valeur de 0,45 pour λ donne la meilleure superposition. Un

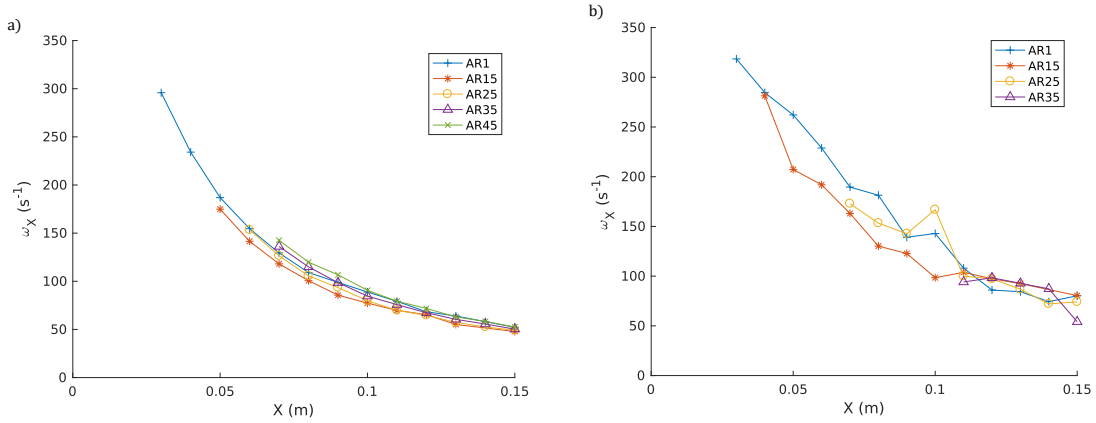


FIGURE 3.68 Influence de AR sur la vorticité au centre du CVP. a) Modèle de turbulence RANS. b) Modèle LES.

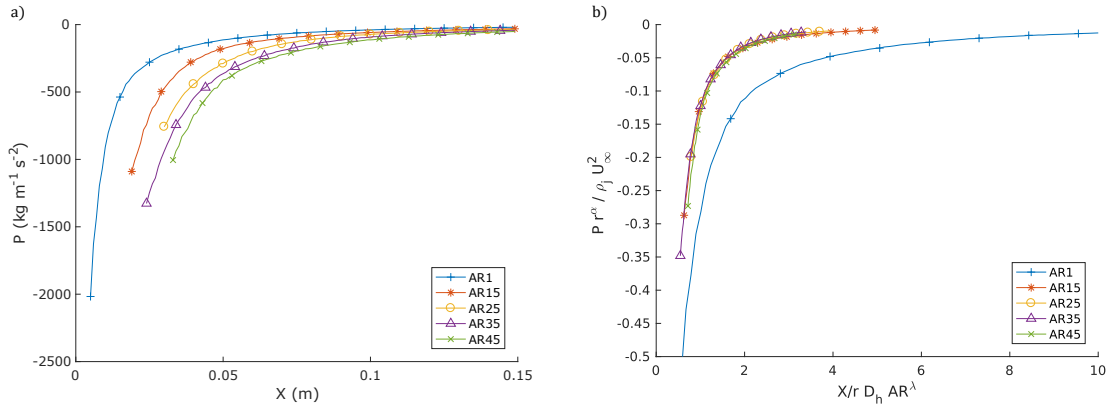


FIGURE 3.69 Influence de AR sur la pression au centre des vortex du CVP. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 30, 5\%$), $\alpha = 1,42$ et $\lambda = 0,45$.

second modèle (figure 3.70) vient compléter celui identifié pour les orifices carrés ( quation 3.60) :

$$\frac{(P - P_{ref})r^{1,42}}{\rho_j U_j^2} = -0,13 \left(\frac{r D_h AR^{0,45}}{x} \right)^{1,83} \quad (3.71)$$

Avec le modèle de turbulence LES, les courbes des fentes se superposent avec la valeur $\lambda = 0,45$ définie en RANS. La pression suivant un modèle diff rent, une autre équation est nécessaire pour la définir dans le cas des fentes :

$$\frac{(P - P_{ref})r^{1,42}}{\rho_j U_j^2} = -0,18 \left(\frac{r D_h AR^{0,45}}{x} \right)^{1,68} \quad (3.72)$$

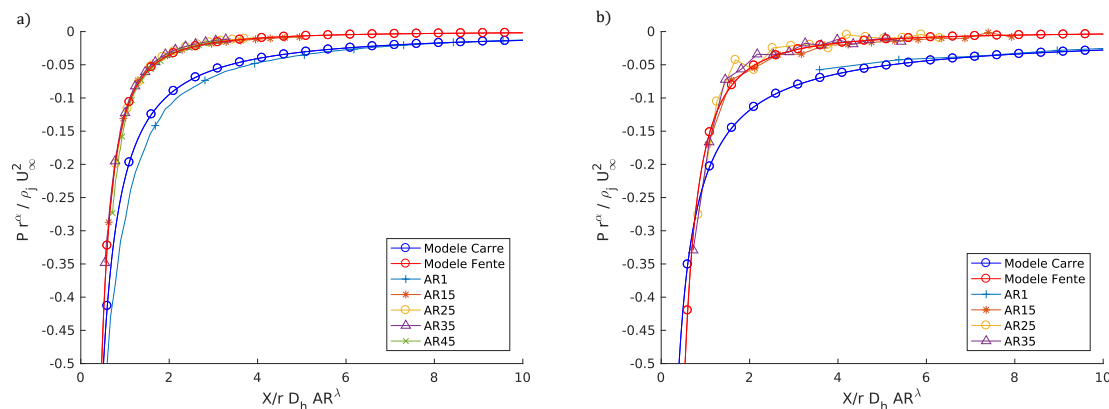


FIGURE 3.70 Modélisation de la pression au centre des vortex du CVP pour les orifices carrés et les fentes. a) Modèle de turbulence RANS ($R^2 = 0,97$). b) Modèle LES ($R^2 = 0,72$).

3.12.5 Discussion

Le rapport d'aspect des fentes modifie profondément la géométrie du jet et l'écoulement résultant.

Le diamètre hydraulique semble, au vu des résultats, être la bonne longueur capable de caractériser les fentes et les comparer.

Pour des fentes ayant des diamètres hydrauliques égaux, l'impact du rapport d'aspect sur les caractéristiques du jet est inégal. En effet, certaines de ces caractéristiques sont modifiées en présence d'une fente plutôt que d'un orifice d'injection carré, tandis que d'autres sont invariantes. La trajectoire du jet, la pénétration du CVP et sa vorticité maximale mesurée ne sont pas modifiées. La vitesse du jet, le déplacement latéral du CVP et la pression au centre de ses vortex sont eux impactés. Dans le second cas, l'ajout de AR en temps que facteur clé supplémentaire permet de superposer les courbes liées aux fentes. Ces courbes ne sont cependant pas superposées avec celle du carré. S'intéresser uniquement aux fentes fines ($L_f \ll e$) permet d'arriver à un tel regroupement. Il est cependant nécessaire de disposer de deux modèles, un pour les fentes fines et un pour les orifices carrés. Les fentes dans le rapport d'aspect se situant entre 1 et 15 ne sont pas traitées dans cette étude. Elles peuvent présenter une évolution progressive entre les deux modèles, ce qui justifierait la restriction de l'étude aux fentes fines uniquement. Le second comportement possible est un passage abrupt d'un modèle à l'autre autour d'un rapport d'aspect limite qui reste à définir.

L'intégration du rapport d'aspect comme facteur clé de l'adimensionnalisation a été faite en le couplant au diamètre hydraulique afin de définir une longueur caractéristique équivalent

$D_{h,e}$ pour chacune des fentes : $D_{h,e} = D_h AR^{\lambda_e}$. La valeur λ trouvée est comprise entre 0,3 et 0,45. Cette formulation est très proche de celle de la surface de la fente ($\sqrt{S_f} = D_h AR^{0,5}/2$). Certaines grandeurs semblent dépendre de D_h tandis que d'autres dépendent de la surface de la fente S_j .

3.13 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié des jets, moyennés temporellement, issus d'orifices rectangulaires, au travers de résultats de simulations numériques. La trajectoire du jet a été évaluée via le maximum de vitesse dans le plan médian, comme préconisé par les travaux réalisés jusqu'à ce jour. Nous nous sommes aussi intéressés à la trajectoire du CVP à l'aide de quatre méthodes : la trajectoire du maximum de vitesse verticale, du minimum de pression, de l'extremum de vorticité et du minimum du critère de tourbillon λ_2 . Elles donnent toutes des résultats équivalents, mais la trajectoire du minimum de pression est pr f r e. En effet, elle permet d'obtenir les deux équations de trajectoires (pénétration et déplacement latéral) et elle converge plus rapidement vers sa moyenne temporelle. Les grandeurs le long des trajectoires (vitesse, pression, vorticité) sont aussi  tudi es afin de permettre la construction d'un modèle pour reproduire le CVP.

Des facteurs d'adimensionnalisation sont proposés pour les trajectoires et les grandeurs afin de pouvoir comparer les jets entre eux par similitude. Différents facteurs clés sont mis en avant à partir des travaux précédents sur les jets circulaires pour construire les facteurs d'adimensionnalisation : le rapport d'énergie cinétique r , le diamètre hydraulique de l'orifice D_h , la taille de la couche limite δ et l'influence des profils de vitesse r_m . Des modélisations sont ensuite propos es sous la forme de fonctions puissances afin de pouvoir étendre ces résultats à tous jets inclus dans la plage des paramètres traités.

L'influence du rapport d'aspect sur les données  tudi es a été quantifi e et les modèles ont été adaptés. Le diamètre hydraulique a été confirmé comme longueur caractéristique. Le rapport d'aspect a été intégré dans les facteurs d'adimensionnalisation afin de permettre l'utilisation de modèle pour comparer les jets issus de fentes entre eux. Pour certaines grandeurs, on retrouve la racine carr e de la surface d'injection comme longueur caractéristique. La dépendance des grandeurs en D_h ou $\sqrt{S_f}$ doit encore être expliqu e.

Les résultats précédents sont tirés de simulations réalisées avec des modèles de turbulence RANS et LES. Le modèle LES est plus précis et ses résultats reflètent mieux la réalité, cependant le modèle RANS a ses avantages. Les facteurs d'adimensionnalisation trouvés

via le modèle RANS donnent de bons résultats lorsqu'ils sont appliqués aux données LES, même si la modélisation qui en résulte diffère. L'utilisation d'un modèle de turbulence RANS a permis de réduire fortement les capacités de calcul nécessaire pour étudier les différentes grandeurs. Des simulations LES sont toutefois indispensables pour définir ensuite des modèles utilisables.

CHAPITRE 4 Modélisation des vortex du CVP

Dans le chapitre précédent, nous avons modélisé la trajectoire des vortex du CVP dans l'écoulement aval d'un JICF grâce à plusieurs méthodes : minimum de pression, extremum de vorticité et un critère de tourbillon. Toutes ces méthodes donnent des résultats équivalents qui permettent de définir la position des vortex dans un plan perpendiculaire à l'écoulement. Cette position correspond au minimum de pression et à l'extremum de vorticité. Nous avons mis en évidence l'influence des différents paramètres clés (r , δ , $r_{m,j}$, $r_{m,\infty}$, D_h et AR) afin de définir une équation permettant de modéliser cette trajectoire.

Notre objectif dans cette partie est de développer un modèle permettant de reproduire le CVP. Pour cela, nous devons caractériser les grandeurs des vortex et les modéliser. Le minimum de pression ainsi que le maximum de vorticité ont été étudiés précédemment. Pour compléter le modèle, nous allons étudier la taille et la circulation des vortex.

Les caractéristiques de chacun des vortex doivent être d termin es à partir des différents champs mesurés dont chacun est la somme des deux champs initiaux crées par les vortex. Nous proposerons dans un premier temps deux modèles permettant de remonter à ces champs initiaux. Dans un second temps, les effets des paramètres sur les caractéristiques des vortex seront mis en évidence.

4.1  tude des vortex du CVP

Nous avons vu dans la partie précédente que la vorticité est principalement orient e dans la direction X loin de l'injection, mais que ce n'est pas le cas plus proche. Nous nous placons donc à une distance suffisante pour que les tourbillons soient orientés suivant cet axe, permettant ainsi leur modélisation par un dipôle dont l'orientation ne change pas, ce qui permet d'appliquer les observations pr sent es dans la section 2.6.2

Les champs extraits des simulations (vorticité, pression, vitesse), appelés champs totaux dans la suite, représentent les champs cumulés des deux vortex théoriques dont la superposition compose le CVP. L'utilisation des équations (2.25) et (2.27) pour définir la circulation et le rayon des vortex n'est possible que s'ils sont suffisamment écartés pour qu'il n'y ait pas d'interaction entre les deux.

4.1.1 Profil de vitesse et de vorticité

Afin d'étudier cette superposition, nous allons regarder les profils horizontaux et verticaux de vorticité et de vitesse, passant par le centre d'un des vortex. Nous utilisons les résultats de la partie précédente pour définir la position de l'extremum de vorticité (y_v, z_v) et sa valeur (ω_v) afin d'aligner les profils dessus. Les deux vortex du CVP tournant dans des sens opposés, l'un possède une vorticité positive et l'autre négative. L'extremum fait référence au maximum ou au minimum de vorticité en fonction du tourbillon considéré. Les données sont issues de la simulation 9 (Annexe C) réalisée avec un modèle de turbulence RANS et extraite d'un plan situé à 11 cm en aval de l'injection.

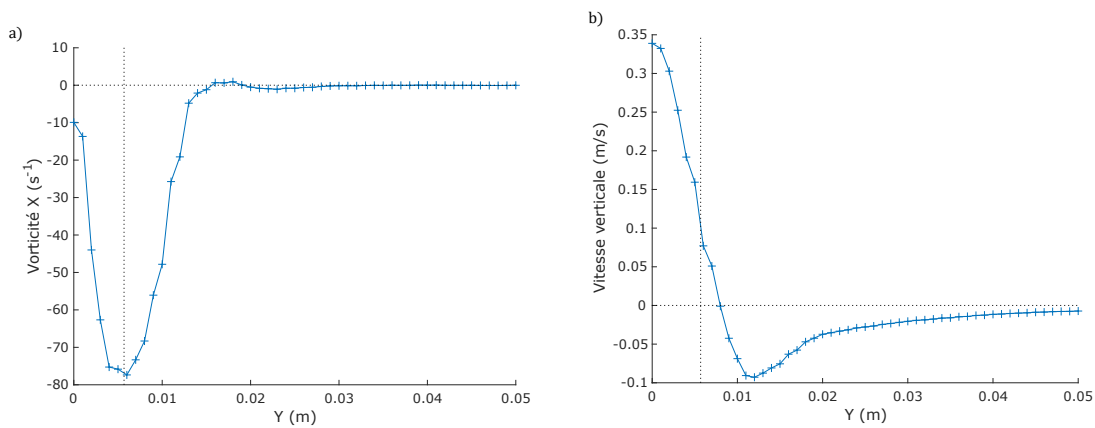


FIGURE 4.1 Profil de vorticité et de vitesse u_z sur une ligne horizontale passant par le centre des vortex pour $x = 11$ cm a) Vorticité suivant l'axe X . b) Vitesse verticale u_z .

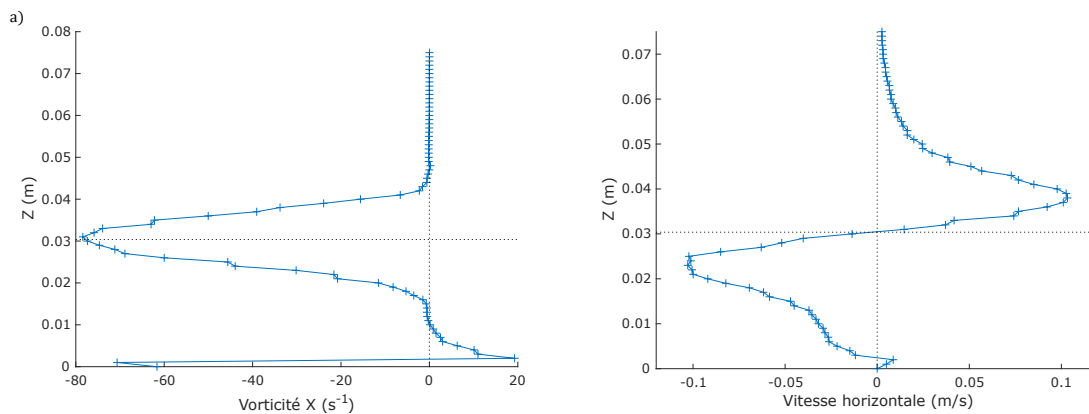


FIGURE 4.2 Profil de vorticité et de vitesse u_y sur une ligne verticale passant par le centre des vortex pour $x = 11$ cm a) Vorticité suivant l'axe X . b) Vitesse horizontale u_y .

Les figures 4.1 et 4.2 montrent les profils de vorticité et de vitesse sur des lignes horizontales

et verticales passant par le centre du vortex. La vitesse visualisée est la vitesse tangentielle du vortex, donc u_z horizontalement et u_y verticalement.

Le CVP, issu du cisaillement entre le jet et l'écoulement transverse, crée une vitesse verticale positive au centre et négative sur l'extérieur ainsi qu'une vitesse horizontale positive au-dessus du centre et négative en dessous. Au centre du vortex, la vitesse horizontale est nulle. En effet, le premier vortex ne crée pas de vitesse en son centre, tandis que la vitesse induite du second, située à la même altitude a une composante radiale nulle. La vitesse verticale induite par le second vortex n'est cependant pas nulle, c'est la dérive du CVP qui vaut $\frac{\Gamma}{\pi b}$ lorsque les vortex sont suffisamment éloignés (où b est l'espacement entre les vortex).

À partir des profils de vorticité, nous pouvons choisir le modèle de tourbillon qui sera utilisé pour modéliser les vortex. En effet, les trois modèles considérés (ponctuel, Rankine ou Lamb-Oseen) ont chacun un profil de vorticité propre. Le vortex ponctuel est représenté par un Dirac au centre du vortex dont la valeur vaut Γ . Le vortex de Rankine (de rayon a) a une vorticité constante à l'intérieur ($r \leq a$) et se visualise par un créneau d'intensité $\Gamma/\pi a^2$. La gaussienne visible sur les figures est caractéristique d'un tourbillon de Lamb-Oseen et c'est donc ce modèle que nous utiliserons par la suite.

Pour compléter le modèle de Lamb-Oseen, il est nécessaire de déterminer une circulation Γ et un rayon a_0 pour les vortex.

Nous supposerons dans la suite que les vortex du CVP sont circulaires et ils seront modélisés par des vortex de Lamb-Oseen. Les indices v renseignent sur les coordonnées des extremums de vorticité tandis que les indices c concernent le centre des vortex théoriques composant le CVP.

4.1.2 Circulation totale dans le demi-plan

La circulation totale Γ_{tot} dans le demi-plan caractérise l'influence du CVP lorsque l'on se situe à l'extérieur des vortex. Elle est calcul e à partir de l'intégrale du champ de vorticité totale sur le demi-plan contenant un seul de vortex du CVP ($y \geq 0$ ou $y \leq 0$).

Elle est à distinguer de la circulation des vortex Γ . Si les tourbillons ne sont pas superposés, alors le champ de vorticité de chacun des tourbillons est contenu dans son demi-plan et ne déborde pas sur l'autre. Ainsi la circulation totale Γ_{tot} dans le demi-plan est égale à la circulation Γ du tourbillon.

Dans le cas inverse, lorsque les tourbillons sont superposés, cette circulation totale est inférieure.   la fois parce que le champ de vorticité débordant sur l'autre demi-plan, une partie

n'est pas contenue dans la surface considérée pour l'intégration. Mais aussi, parce que le champ de vorticité de second vortex, de signe opposé, déborde dans le demi-plan considéré réduisant ainsi la valeur.

Dans les simulations ou les expériences, c'est cette circulation qui est calculable à partir du champ de vorticité issu du champ de vitesse mesuré. Si les vortex sont superposés, nous n'avons pas accès directement à leur circulation Γ , d'où la nécessité d'un modèle.

En plus de reproduire les champs de vitesse et de vorticité, les modèles proposés doivent approcher correctement cette valeur Γ_{tot} afin de modéliser le CVP.

Comme pour la vorticité  tudi e dans le chapitre précédent, cette circulation est dépendante de r et de δ tandis que l'impact de r_m est négligé. Le facteur d'adimensionnalisation choisi est $\Gamma_a = r^\alpha D_h U_j (\delta/D_h)^\gamma$. Le facteur U_j/D_h est repris de la vorticité, auquel le carré du diamètre hydraulique est multiplié afin d'obtenir une circulation.

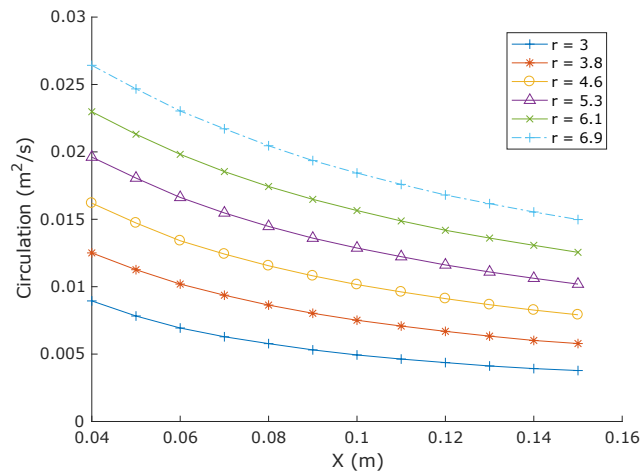


FIGURE 4.3 Influence de r sur la circulation totale dans le demi-plan.

La meilleure superposition est obtenue pour $\alpha = 0,03$ et $\gamma = 0,08$. L'exposant pour r est faible en comparaison de ceux trouvés précédemment. La modification de la circulation observ e sur la figure 4.3 est donc principalement due à une modification de la vitesse d'injection plutôt qu'à une variation du rapport d'énergie cinétique.

4.2 Modélisation des vortex du CVP

4.2.1 Premier modèle

En première approximation, nous supposons que les vortex composant le CVP sont peu superposés et centrés sur les maximums de vorticité. La position du centre des vortex est égale à celle des extremums de vorticité $y_c = y_v$. Nous prenons $a = y_v$ et la circulation est définie grâce à la valeur de l'extremum de vorticité ω_v (équation 2.36) : $\Gamma = \omega_v \pi a^2$. Le premier vortex a une circulation Γ et est situé en $[y_v, z_v]$. Le second vortex a une circulation opposée ($-\Gamma$) puisqu'il tourne dans le sens inverse et sa position est symétrique par rapport au plan médian ($[-y_v, z_v]$). À partir de la formule de la vorticité 2.35 et de la vitesse 2.33, nous pouvons établir les champs des deux vortex ainsi que le champ global en superposant les champs précédents.

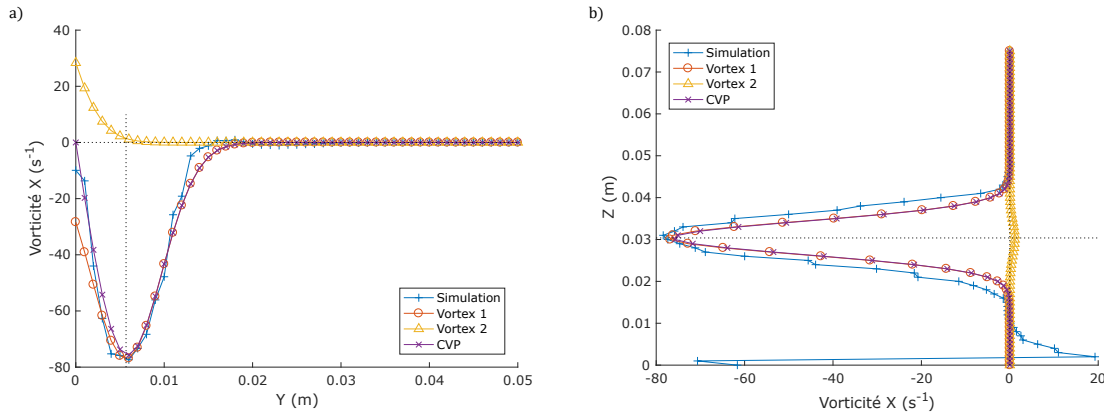


FIGURE 4.4 Profil de vorticité et premier modèle du CVP sur des lignes passant par le centre du vortex pour $x = 11$ cm a) ligne horizontale. b) ligne verticale.

Sur la figure 4.4, nous pouvons voir les profils de vorticité issus des simulations (*Simulation*), celui du premier vortex (*Vortex 1*), du second vortex (*Vortex 2*) et la superposition des deux vortex composant le CVP (*CVP*).

Premièrement, le modèle proposé permet d'approximer convenablement la vorticité sur les axes étudiés. Le maximum est notamment respecté. Le vortex semble cependant un peu trop large dans la direction horizontale et pas assez dans la direction verticale. Proche de la paroi, les données divergent du modèle, car nous sommes en présence d'un vortex secondaire non modélisé qui permet de contrer l'effet du CVP et de respecter les contraintes de paroi.

Deuxièmement, nous pouvons remarquer que le champ de vorticité d'un vortex du CVP déborde sur le deuxième. Sur la figure 4.4, nous observons que le vortex 2 a une vorticité non négligeable jusqu'au centre du vortex 1. Nous avons vu précédemment que, dans le cas d'un

vortex de Lamb-Oseen, le point correspondant à 1% de la vorticité maximum se situe à une distance proche de $2,15a$ du centre. Dans cette modélisation, nous avons pris $y_v = a = b/2$, la distance entre les deux centres des vortex est donc de $2a$. Le centre du second vortex se situe à une distance inférieure à $2,15a$ et a un impact faible, mais non négligeable jusqu'au centre du premier vortex. Ainsi, les équations 2.25 à 2.27 ne permettent pas de définir correctement la circulation, le centre et le rayon du tourbillon.

Pour les utiliser, nous pouvons nous intéresser uniquement à la partie extérieure du tourbillon, où le second vortex a une influence négligeable. En réduisant les intégrales à ces zones, les équations obtenues concernent uniquement le vortex étudié. Les intégrales peuvent être calcul es sur une surface $S = S_+ \cup S_{sym}$, où S_+ est la surface contenant l'ensemble des points dont la coordonn e latérale y est supérieure à celle du centre du vortex y_v et S_{sym} est le symétrique de S_+ par rapport à la droite verticale passant par le centre du vortex. La vorticité ω_{sym} dans S_{sym} est définie par $\omega_{sym}(y, z) = \omega_+(2y_v - y, z)$ où ω_+ est la vorticité dans la surface S_+ .

Comparaison avec les simulations

La figure 4.5 illustre les performances du modèle pour reproduire le champ de vorticité. Les grandeurs affich es sont normalis es par la valeur de l'extremum de vorticité et seules les valeurs négatives de la vorticité sont prises en compte, afin de mettre l'accent sur les vortex du CVP. Le modèle permet d'approcher convenablement les valeurs de vorticité proche du pic (figure 4.4 et 4.5). L'erreur se concentre autour de $y_{e,max}$ et sur les parties supérieures et inférieures des vortex avec un maximum d'erreur égal à 30% de la vorticité maximale. Dans ce modèle, les vortex composant le CVP sont relativement peu superposés, les contours de vorticité gardent une allure circulaire, contrairement à ceux qui sont visibles dans les données numériques et qui ont une forme elliptique.

La figure 4.6 montre la valeur de la norme de la vitesse dans le plan perpendiculaire à l'écoulement transverse, calcul e à partir des composantes de la vitesse u_y et u_z et norm e par le maximum. L'erreur entre le modèle et les données est limit e (20% au maximum) et se concentre à proximité du plan médian, là où l'influence sur la vitesse des deux vortex s'additionne.

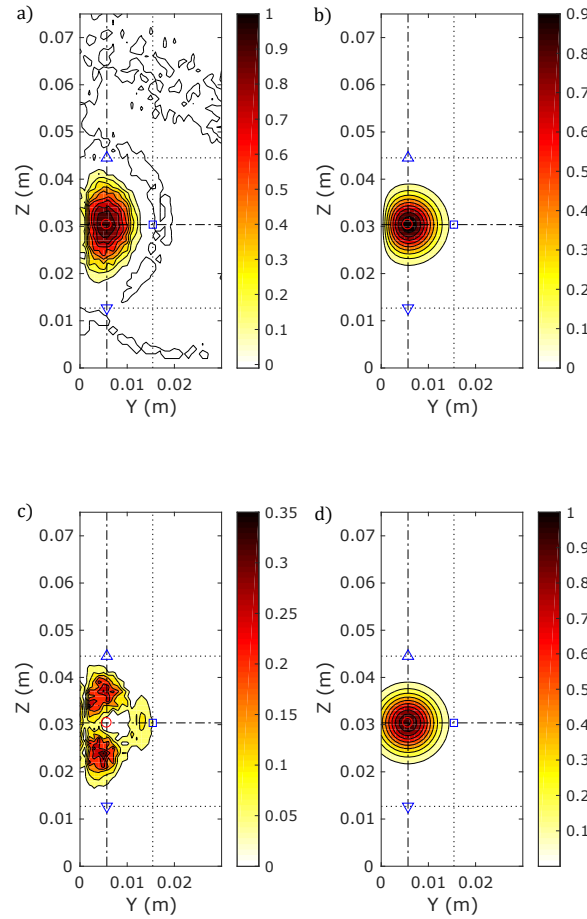


FIGURE 4.5 Contour de vorticité négative normalisée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse à $x = 11$ cm pour le premier modèle. a) Données issues des simulations. b) Modèle complet du CVP c) Erreur absolue entre les données et le modèle. d) Un des vortex constituant le CVP

Traitement de la paroi

Dans la figure 4.6-a), nous observons une déformation dans le champ de vitesse en dessous du CVP qui brise la symétrie par rapport à l'axe reliant les deux centres des vortex. Cette modification est due à la présence de la paroi qui contraint les champs et les empêche de se développer normalement. Afin de prendre en compte ce phénomène, nous intégrons deux autres vortex dans le modèle, symétriques par rapport à la paroi (situés en $[y_v, -z_v]$ et $[-y_v, -z_v]$) avec une circulation opposée (respectivement $-\Gamma$ et Γ). Ces nouveaux vortex ont pour objectif de contrer les effets des premiers vortex afin d'annuler la composante verticale de la vitesse au niveau de la paroi et remplir la condition de non-pénétration. L'inclusion de ces

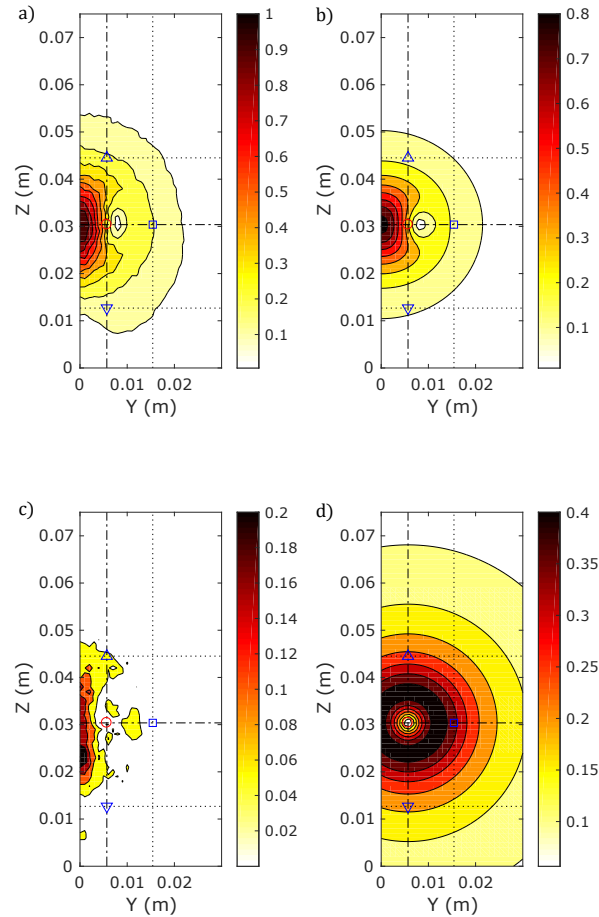


FIGURE 4.6 Contour de la norme de la vitesse normalisée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse à $x = 11$ cm pour le premier modèle. a) Données issues des simulations. b) Modèle complet du CVP c) Erreur absolue entre les données et le modèle. d) Un des vortex constituant le CVP

nouveaux vortex permet de modifier le champ de vitesse pour s'approcher de celui issu des données numériques (figure 4.7). Ces nouveaux vortex n'ont cependant pas d'influence sur le champ de vorticité, car ils sont situés suffisamment loin des premiers.

Dans le cas où une condition de non-glissement est présente au niveau de la paroi, des tourbillons secondaires se forment pour contrer l'action des tourbillons primaires. Ces tourbillons sont beaucoup plus petits que les principaux et de signe opposé. Une cascade de tourbillons se crée (primaires, secondaires, tertiaires ...), chacun ayant pour objectif d'annuler l'effet du tourbillon précédent. Sur la figure 4.4, le profil de vorticité verticale issu des simulations devient positif lorsque l'on se rapproche de la paroi et que l'on atteint le tourbillon secondaire puis redevient négatif lorsque l'on entre dans le tourbillon tertiaire. Leur effet est aussi visible

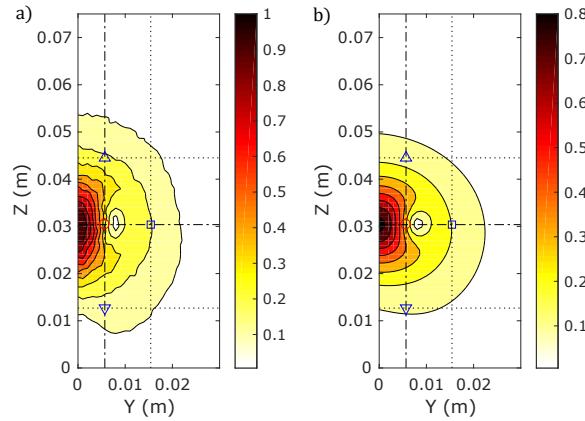


FIGURE 4.7 Contour de la norme de la vitesse dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse pour un CVP construit avec quatre vortex. a) Données issues des simulations. b) Modélisation du CVP.

sur la vitesse (figure 4.8), où le modèle, ne comprenant pas de tourbillons secondaires, a une vitesse horizontale non nulle à la paroi contrairement aux données issues des simulations. Sous l'action de ces tourbillons, la vitesse change de signe puis s'annule.

L'influence de ces vortex secondaires est cependant limitée, ils sont à la fois moins puissants et plus petits, ce qui réduit la surface où leur vitesse induite sera du même ordre de grandeur que celle des tourbillons principaux. Ils ne seront donc pas inclus dans les modèles proposés.

Limite du modèle

Ce modèle se base sur la position de l'extremum de vorticité, réalisé dans la partie précédente grâce à une équation dérivée de 2.26. Or nous venons de voir qu'à cause du champ de vorticité du second tourbillon, cette équation ne peut être utilisée en l'état. Le champ de vorticité est déformé à cause de la présence du second vortex. Les coordonnées de l'extremum de vorticité $[y_v, z_v]$ ne coïncident pas forcément avec celles du centre du vortex composant le CVP $[y_c, z_c]$. Cependant, grâce à la symétrie des deux vortex par rapport à l'axe horizontal passant par leur centre, l'altitude z_c calculée n'est pas impactée par la présence du second vortex et on a $z_c = z_v$.

Nous pouvons calculer l'écart entre la position y_v et la position y_c théorique. À partir de la formule de vorticité du modèle de Lamb-Oseen (équation 2.35), le champ de vorticité total s'écrit :

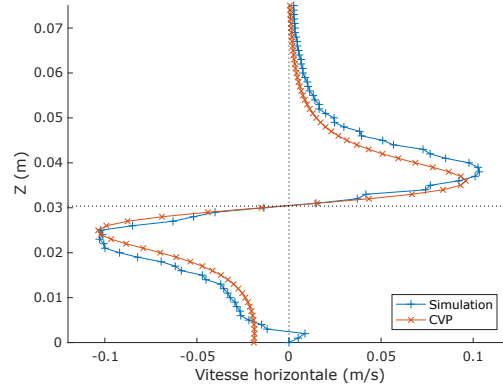


FIGURE 4.8 Profil de vitesse horizontale u_y sur une ligne verticale passant par le centre des vortex à $x = 11$ cm pour le modèle 1.

$$\omega_{tot}(\mathbf{X}) = \frac{\Gamma}{\pi a^2} e^{-r_{d,1}^2/a^2} + \frac{-\Gamma}{\pi a^2} e^{-r_{d,2}^2/a^2} \quad (4.1)$$

Avec r_1 la distance entre le point \mathbf{X} et le centre du premier vortex et r_2 la distance avec le centre du second vortex. Les deux vortex étant identiques, mais opposés, ils ont le même rayon a et la même circulation en valeur absolue Γ .

L'extremum de vorticité se situe sur l'axe reliant les deux centres, car c'est un axe de symétrie du champ de vorticité. On peut donc remplacer r_1 par $y - y_c$ et r_2 par $y + y_c$. Sur l'axe $z = z_c = z_v$, nous pouvons écrire :

$$\omega_{tot}(y, z_v) = \frac{\Gamma}{\pi a^2} e^{-(y-y_c)^2/a^2} + \frac{-\Gamma}{\pi a^2} e^{-(y+y_c)^2/a^2} \quad (4.2)$$

Afin de déterminer la position y_v de l'extremum de vorticité, nous cherchons à annuler la d riv e de la vorticité :

$$\frac{d\omega}{dy}(y_v) = 0 \quad (4.3)$$

$$\frac{\Gamma}{\pi a^2} \left(-\frac{2(y_v - y_c)}{a^2} e^{-(y_v - y_c)^2/a^2} + \frac{2(y_v + y_c)}{a^2} e^{-(y_v + y_c)^2/a^2} \right) = 0 \quad (4.4)$$

$$-(y_v - y_c) e^{-(y_v - y_c)^2/a^2} + (y_v + y_c) e^{-(y_v + y_c)^2/a^2} = 0 \quad (4.5)$$

$$\frac{y_v - y_c}{y_v + y_c} = e^{((y_v - y_c)^2 - (y_v + y_c)^2)/a^2} \quad (4.6)$$

$$\frac{y_v - y_c}{y_v + y_c} = e^{-4y_v y_c/a^2} \quad (4.7)$$

Comme exposé précédemment, la valeur de la circulation n'influe pas sur la position du maximum de vorticité. Seuls le rayon a , et l'écartement des centres $b = 2 * y_c$ ont une influence sur la géométrie du CVP. La circulation ne fait que lui donner sa puissance.

Lorsque $y_v \gg a$, on a $y = y_c$, ce qui représente le fait que lorsque les deux vortex sont suffisamment éloignés, les champs de vorticité ne se superposent pas et les extremums du champ total correspondent avec ceux des champs de chacun des vortex qui se situent en leur centre.

L'exponentielle du membre de droite de l'équation 4.7 étant positive, on a que $y_v \geq y_c$. La position de l'extremum de vorticité mesuré est forcément d cal e vers l'extérieur par rapport au centre du vortex théorique. En effet, le champ de vorticité du second vortex, de signe opposé, réduit les valeurs de la vorticité entre les deux vortex. Dans les bonnes conditions géométriques, le champ du second tourbillon atteint la position du centre du premier tourbillon et dissocie, dans le champ total, la position de l'extremum de vorticité et de celle du centre du vortex. Pour que cette configuration apparaisse, il faut que l'extrémité du second vortex (caract ris e par $\omega = \omega_1\%$, elle se situe à $2,15a$ du centre) coïncide avec le centre du premier, c'est-à-dire $b \leq 2,15a$

Dans les conditions choisies ($a = y_v$), nous sommes proches de la limite pour que la dissociation apparaisse. Les deux points y_c et y_v sont proches, mais distincts. Nous pouvons déterminer la valeur de y_c avec l'équation 4.7 :

$$\frac{y_v - y_c}{y_v + y_c} = e^{-4y_c/y_v} \quad (4.8)$$

On pose $X = \frac{y_c}{y_v}$, sachant que y_c et y_v sont positifs et que $y_v \geq y_c$, X varie entre 0 et 1 :

$$\frac{1 - X}{1 + X} = e^{-4X} \quad (4.9)$$

Cette équation a deux solutions pour X entre 0 et 1. La première pour $X = 0$ qui induit $y_c = 0$, à savoir les deux tourbillons superposés à $y = 0$. Cette solution est un cas particulier, car si les tourbillons sont superposés, la vorticité issue des tourbillons dans le plan est nulle. La seconde solution est pour $X \approx 0,96$ donc $y_c \approx 0,96y_v$.

L'écart de position entre le centre théorique du vortex et la position de l'extremum du champ de vorticité total est faible. Garder y_v comme centre du vortex va donc décaler légèrement la position de l'extremum vers l'extérieur, mais correspond à un niveau d'approximation équivalent avec les hypothèses précédentes prises pour ce modèle.

La seconde limite concerne le rayon choisi pour les vortex. Il ne permet pas de modéliser

convenablement la vorticité sur les extrémités (figure 4.4 et 4.5). Pour faire correspondre le profil vertical de vorticité, il est nécessaire d'augmenter le rayon a par rapport à la valeur choisie. Cependant, nous pouvons observer que le profil horizontal du modèle est déjà plus étalé par rapport à celui issu des simulations. Une augmentation de a l'étalerait encore plus. Pour cela il est nécessaire de décaler le centre du vortex vers l'intérieur, ce qui changera fortement leur circulation afin de garder un maximum égal à celui mesuré dans les simulations.

La troisième limite concerne la circulation totale dans le demi-plan. Comme illustré sur la figure 4.9, la circulation totale sur les demi-plans du modèle est inférieure d'environ 30% par rapport à ce qui est mesurable dans la simulation concernée. Bien que ce modèle reproduise convenablement le pic de vorticité, la mauvaise approximation du rayon du vortex conduit à un champ de vorticité réduit spatialement et donc à une circulation plus faible. Augmenter artificiellement la circulation des vortex théoriques permettrait de faire coïncider les circulations totales, mais modifierait l'intensité de tous les champs, vorticité comme vitesse.

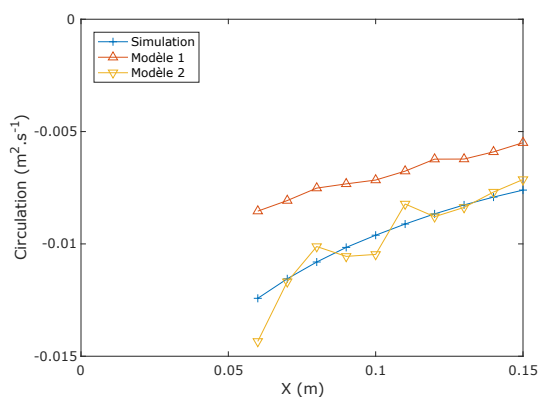


FIGURE 4.9 Évolution de la circulation totale du CVP dans des demi-plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en fonction de la distance à l'injection

4.2.2 Second modèle

Le second modèle a pour objectif d'améliorer la modélisation du rayon des vortex. Dans ce modèle, nous allons nous baser sur des données géométriques supplémentaires afin de déterminer les dimensions du vortex pour en déduire un rayon.

Rayon du vortex

Afin de déterminer le rayon du tourbillon de manière plus précise, nous cherchons les extrémités supérieures et inférieures du vortex. Comme précédemment, nous définissons une extrémité comme un point ayant une vorticité égale à 1% de la vorticité maximale en valeur absolue du champ considéré. À partir de l'équation de la vorticité totale (équation 4.1), nous pouvons montrer que les extrémités supérieures et inférieures de ce champ se situent à une altitude identique à celle des extrémités du vortex théorique.

En posant $r_{d,1} = \sqrt{((y - y_c)^2 + (z - z_c)^2)}$ et $r_{d,2} = \sqrt{((y + y_c)^2 + (z - z_c)^2)}$, nous avons :

$$\omega_{tot}(y, z) = \frac{\Gamma}{\pi a^2} e^{-((y-y_c)^2+(z-z_c)^2)/a^2} + \frac{-\Gamma}{\pi a^2} e^{-((y+y_c)^2+(z-z_c)^2)/a^2} \quad (4.10)$$

$$\omega_{tot}(y, z) = \frac{\Gamma}{\pi a^2} \left(e^{-(y-y_c)^2/a^2} - e^{-(y+y_c)^2/a^2} \right) e^{-(z-z_c)^2/a^2} \quad (4.11)$$

Les extrémités du champ total, notées avec l'indice e (dont la position est donnée par $[y_e, z_e]$), remplissent la condition suivante : $\omega_{tot}(y_e, z_e) = 0,01\omega_{tot,max}$. Nous souhaitons obtenir les points satisfaisant cette condition et possédant l'altitude maximale $z_{e,max}$ et minimale $z_{e,min}$. À partir de l'équation précédente, nous avons $\omega_{tot}(y_e, z_e) = C_1 F(y_e) G(z_e) = C_2$. Où C_1 et C_2 sont des constantes, F et G des fonctions d'une seule variable, respectivement y_e et z_e :

$$\frac{\Gamma}{\pi a^2} \left(e^{-(y-y_c)^2/a^2} - e^{-(y+y_c)^2/a^2} \right) e^{-(z-z_c)^2/a^2} = 0,01\omega_{tot,max} \quad (4.12)$$

$$C_1 = \frac{\Gamma}{\pi a^2} \quad (4.13)$$

$$F(y_e) = e^{-(y-y_c)^2/a^2} - e^{-(y+y_c)^2/a^2} \quad (4.14)$$

$$G(z_e) = e^{-(z-z_c)^2/a^2} \quad (4.15)$$

$$C_2 = 0,01\omega_{tot,max} \quad (4.16)$$

La fonction $G(z_e)$ possède un axe de symétrie en z_c . Les extrémités recherchées sont donc symétriques par rapport à cette valeur. Nous nous concentrons donc uniquement sur l'extrémité possédant l'altitude maximale. La fonction G est continue et décroissante pour $z_e \geq z_c$. Rechercher le maximum de z_e revient à minimiser cette fonction et donc à maximiser la fonction F . Or la fonction $C_1 F$ a été utilisée dans la partie précédente (équation 4.2) et son maximum se situe en $y = y_v$ et vaut $\omega_{tot,max}$. On obtient donc :

$$e^{-(z_{max}-z_v)^2/a^2} = 0,01 \quad (4.17)$$

La solution de cette équation est $z_{e,max} - z_v \approx 2,15a$ et nous retrouvons le résultat obtenu pour un vortex seul. $z_{e,max}$ et $z_{e,min}$ se situent donc au-dessus et en dessous de l'extremum du champ total, chacun à une distance $2,15a$ de ce point. En étudiant la hauteur du champ de vortacité total, il est donc possible de définir le rayon du vortex théorique composant le CVP. La différence d'altitude entre $z_{e,max}$ et $z_{e,min}$ est environ égale à $4,29a$.

$$a \approx \frac{z_{e,max} - z_{e,min}}{4,29} \quad (4.18)$$

Dans la figure 4.11, le champ de vortacité n'est pas symétrique par rapport à l'axe horizontal passant par l'extremum de vortacité. Les points $z_{e,max}$ et $z_{e,min}$, représentés par des triangles bleus sur la figure ne se situent pas à égale distance du centre du vortex théorique (représenté par un cercle rouge). Le champ est étiré légèrement en dessous du vortex. Ce phénomène est visible dans les simulations réalisées par Buntine et Pullin [85] dans lesquelles, à la suite de la dérive des vortex du CVP et sous l'action d'un champ de contrainte externe, une queue se forme à l'opposé du mouvement. La méthode précédente, consistant à prendre l'intégralité de la hauteur du champ de vortacité pour définir le rayon a , est donc impactée par cette déformation. Pour s'affranchir de ce phénomène, le rayon sera défini uniquement par la distance entre la borne supérieure du champ de vortacité total et la position de l'extremum de vortacité.

$$a \approx \frac{z_{e,max} - z_c}{2,15} \quad (4.19)$$

Afin d'améliorer la précision des mesures, nous nous intéressons à plusieurs bornes du tourbillon qui correspondent à différentes valeurs de vortacité : $\omega_{1\%}$, $\omega_{10\%}$, $\omega_{20\%}$, $\omega_{30\%}$ et $\omega_{40\%}$. Pour chacune des bornes, le rayon est défini à partir de formules semblables aux équations 4.19 et 4.18. La figure 4.10 regroupe l'altitude des extrémités et les rayons calculés. La borne 1% est la moins précise, car la valeur de vortacité associée est faible et proche de la vortacité ambiante dans la conduite. De plus, la borne 1% inférieure est constante à partir d'une certaine distance, reflétant ainsi le fait que les tourbillons s'étirent à l'opposé de leur mouvement créant la queue observée par Buntine et Pullin [85]. À la distance étudiée, les autres bornes ne sont pas affectées par cette déformation. Les rayons obtenus sont proches quelque soit la borne considérée (sauf la borne 1%), utiliser une borne plus grande permet de faire disparaître les oscillations visibles pour la borne 1%, car la valeur de la vortacité recherchée

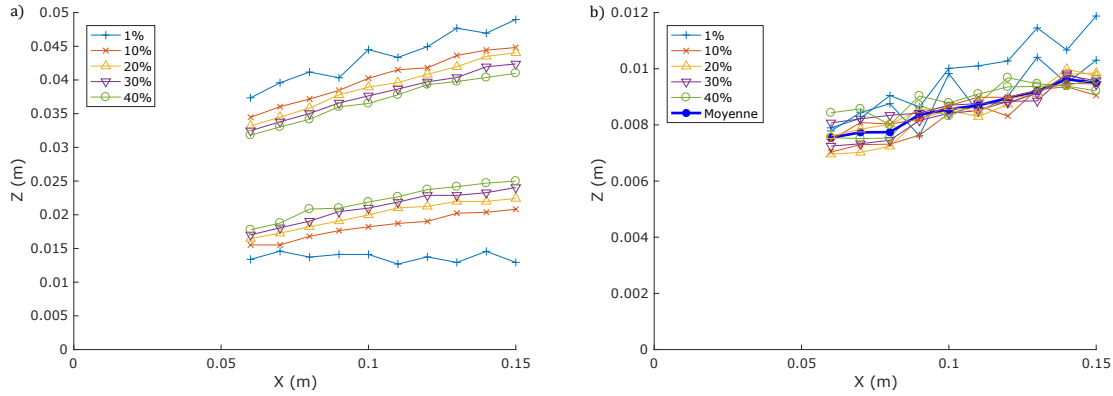


FIGURE 4.10 a) Évolution des extrémités du tourbillon $z_{e,max}$ et $z_{e,min}$ du rayon d'un vortex du CVP en fonction de la distance à l'injection. b) Évolution des rayons associés

est plus grande et donc sa position est plus précise.

Le rayon final du tourbillon est déterminé à partir de la moyenne des 8 rayons (en excluant les résultats pour les bornes 1%) : les quatre utilisant les bornes supérieures et inférieures (équation 4.19) et les quatre utilisant les bornes supérieures et le centre (équation 4.18).

Centre du vortex

Après avoir caractérisé le rayon du tourbillon, la position de son centre est définissable à partir de l'équation 4.7, du rayon et de la position de l'extremum de vorticité.

Il existe une solution autre que $y_c = 0$ de cette équation seulement si $a \leq \sqrt{2}y_v$. En déterminant le rayon a à l'étape précédente, cette condition est rarement respectée dans les données issues des simulations. Cette équation ne peut donc pas être utilisée dans le cas général pour définir le centre.

Une seconde façon de trouver le centre du vortex est de le déduire à partir de l'extr emite latérale du jet. Une fois cette extr emite localisée, le centre se situe à une distance de $2,15a$. Cependant, cette méthode est moins précise. En effet, sur l'extérieur du CVP, l'influence du second vortex est négligeable, ce qui est visible sur la figure 4.4 où pour $y \gg y_v$ le champ de vorticité total est superpos e à celui du vortex 1. Les valeurs des extremums de vorticité pouvant être différentes entre le champ de vorticité du vortex théorique et le champ total, les extr emites, calculées à 1% de la valeur de ces extremums, ne sont pas forcément superposées. La valeur de l'extremum de vorticité dans le champ total étant inférieure ou égale à celle du champ issu d'un seul vortex, la valeur de vorticité correspondant à une extr emite sera donc elle aussi plus petite. En supposant les deux champs de vorticité identiques loin du

plan médian, la position $y_{e,max}$ identifiable dans le champ total de vorticité sera décalée vers l'extérieur par rapport à l'extr emitt e du vortex théorique. Cependant, en supposant ce décalage négligeable, on peut écrire :

$$y_c \approx y_{e,max} - y_v - 2,15a \quad (4.20)$$

Cette seconde méthode n'inclut pas de borne inférieure pour y .   partir des données numériques, nous obtenons des résultats négatifs pour la position du vortex, quelle que soit la formule utilisée pour définir le rayon.

Ces deux méthodes pour définir le centre donnent des résultats nuls ou négatifs. Il n'est pas possible de satisfaire à la fois une condition sur la hauteur du champ de vorticité et sur sa largeur, en supposant que le CVP est constitu e de deux vortex circulaires de Lamb-Oseen.

La position du centre des vortex est donc prise arbitrairement pour compléter le modèle. Dans la partie précedente, nous avons vu que les vortex du CVP moyenn e temporellement semblent émaner des côtés latéraux de l'orifice d'injection. De plus, dans la théorie du CVP, la vitesse des centres des vortex est uniquement perpendiculaire à l'axe les reliant. Ils ne s'écartent pas l'un de l'autre lors de la propagation du CVP. Pour cela, nous prendrons dans ce modèle le côté latéral de l'orifice comme position du centre des vortex, quelle que soit la distance à l'injection.

Circulation du vortex

La circulation Γ du vortex théorique est calculée à partir de l'équation du champ total de vorticité 4.1. En se plaçant au niveau de l'extremum de vorticité (coordonnées $[y_c, z_c]$), on a $\omega_{tot}(y_v, z_v) = \omega_c$ et on peut en déduire la valeur de la circulation :

$$\Gamma = \frac{\omega_c \pi a^2}{e^{-(y_v - y_c)^2/a^2} - e^{-(y_v + y_c)^2/a^2}} \quad (4.21)$$

Comparaison avec les données des simulations

Afin de prendre en compte les effets de parois, le CVP est construit à partir de quatre vortex, le plan médian et la paroi sont des plans d'antisymétrie du champ de vorticité. Les autres couples de vortex (secondaires, tertiaires ...) ne sont pas pris en compte.

Les figures 4.11 à 4.14 montrent les performances du second modèle par rapport aux données

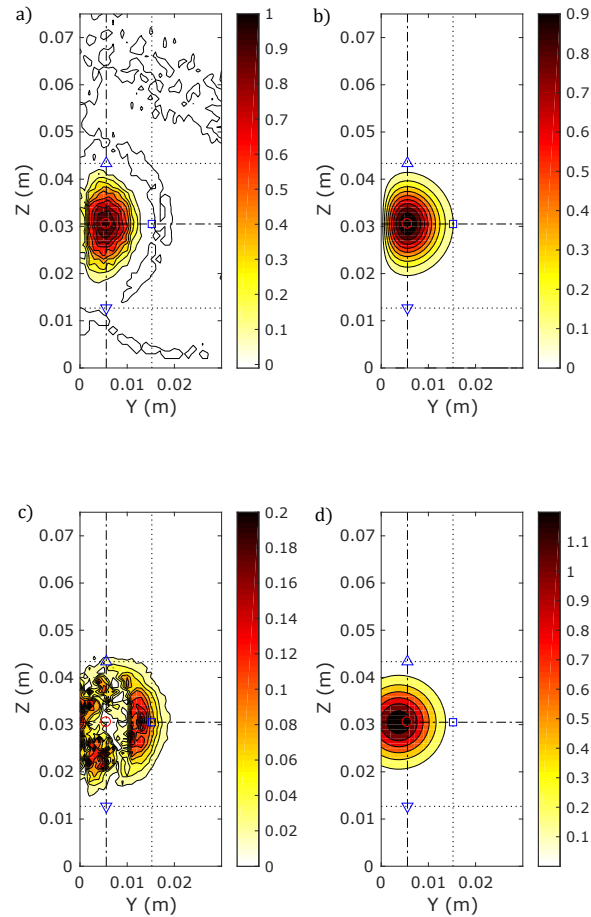


FIGURE 4.11 Contour de vorticité négative normalisée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse à $x = 11$ cm pour le second modèle. a) Données issues des simulations. b) Modèle complet du CVP c) Erreur absolue entre les données et le modèle. d) Un des vortex constituant le CVP

des simulations. Ce nouveau modèle représente une amélioration par rapport au précédent, l'erreur absolue maximum a été réduite par 40% sur le champ de vorticité et 30% sur le champ de vitesse, de plus l'erreur totale sur tout le demi-plan est réduite de 30%. L'erreur observée sur la vitesse proche du plan médian est corrigée avec une bonne approximation de la vitesse à cet endroit.

La majorité de l'erreur est concentrée sur l'extérieur du tourbillon où le champ de vorticité créé par le modèle est trop large. Elle est aussi présente proche de la paroi pour le champ de vitesse due à l'absence des tourbillons secondaires.

Nous pouvons noter que la vorticité maximale et le centre des vortex théoriques composant

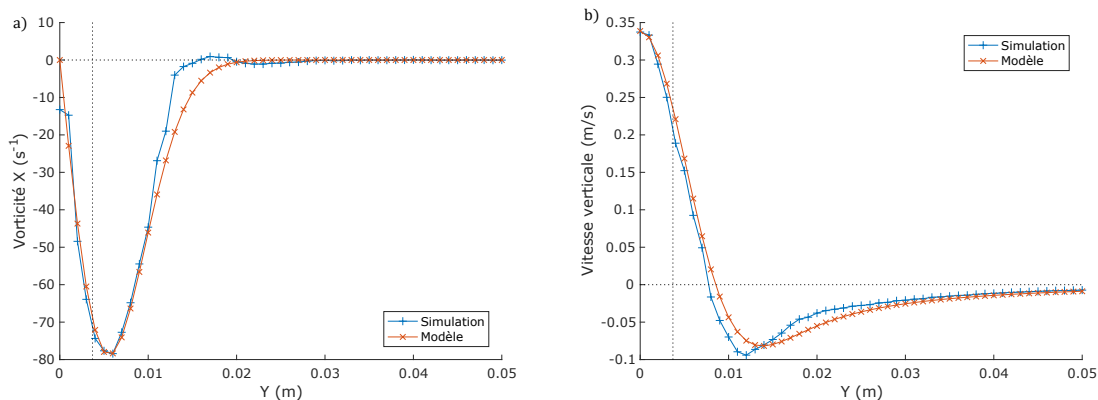


FIGURE 4.12 Profil de vorticité et de vitesse u_z sur une ligne horizontale passant par le centre des vortex à $x = 11$ cm pour le second modèle. a) Vorticité suivant l'axe X . b) Vitesse verticale u_z .

le CVP diffèrent de la position et de la valeur de l'extremum de vorticité. Les tourbillons sont resserrés vers le plan médian. La position latérale du centre du vortex est prise constante, contrairement à la position de l'extremum de vorticité qui s'écarte du plan médian. Les vortex composant le CVP étant très proches l'un de l'autre, la valeur maximale de vorticité en leur centre (calculé à partir de leur circulation) est plus de 8 fois supérieure à la valeur de l'extremum mesurée dans les simulations. Les champs de vorticité des deux vortex étant très fortement superposés, cette différence est nécessaire pour que la valeur de vorticité du champ totale atteigne celle issue des données numériques.

4.2.3 Récapitulatif

Dans cette section, nous avons présenté deux modèles permettant de reproduire le CVP. Ces modèles se basent sur le champ de vorticité dans l'axe perpendiculaire aux tourbillons.

Le premier modèle est simple à mettre en place et se base uniquement sur deux données : la position de l'extremum de vorticité et sa valeur. Il a comme objectif de modéliser directement les champs par des tourbillons de Lamb-Oseen. Le second modèle nécessite une donnée de plus pour être utilisé : une extrémité du vortex afin d'en déduire le rayon. Ce modèle se base donc sur des données géométriques afin de déterminer avec plus de précision les caractéristiques des tourbillons composant le CVP.

Le second modèle reproduit plus fidèlement les champs de vitesse, de vorticité ainsi que la circulation totale dans le demi-plan. Son utilisation est à privilégier.

Malgré ses performances, le second modèle crée des tourbillons trop larges par rapport aux

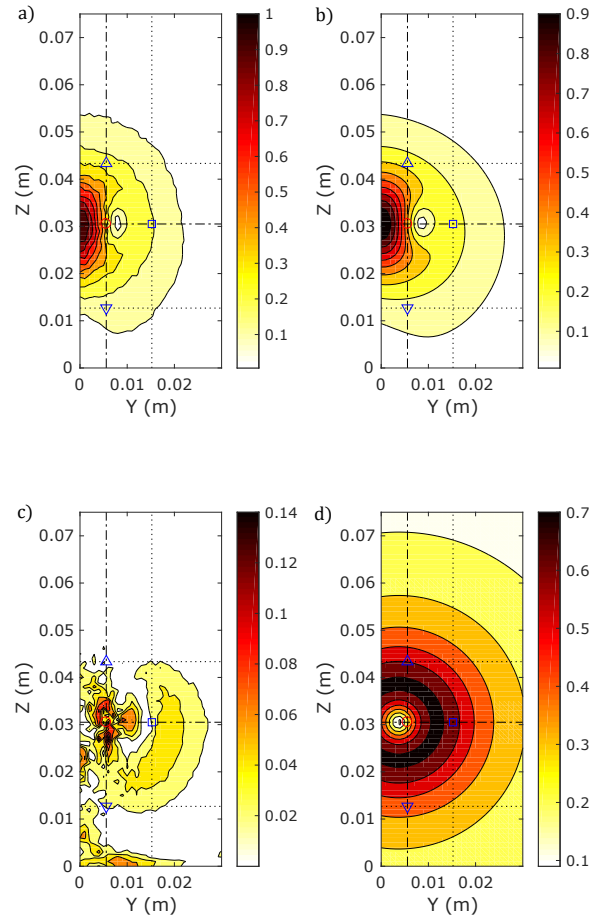


FIGURE 4.13 Contour de la norme de la vitesse normalisée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse à $x = 11$ cm pour le second modèle. a) Données issues des simulations. b) Modèle complet du CVP c) Erreur absolue entre les données et le modèle. d) Un des vortex constituant le CVP

données numériques. Afin de résoudre ce problème, des tourbillons plus proches du plan médian peuvent être utilisés. Des tourbillons placés arbitrairement à 10^{-4} m du plan médian fournissent des résultats supérieurs en ce qui concerne l'erreur sur les champs de vitesse et de vorticité (réduction de 15% par rapport au modèle 2, tout en gardant la circulation totale dans le demi-plan identique). Cependant, aucune méthode n'a été trouvée permettant de déterminer une telle position pour le centre des vortex. Une seconde possibilité est l'utilisation de tourbillons elliptiques permettant de dissocier les longueurs du tourbillon suivant y et z . Avec deux rayons différents, il est possible de satisfaire des conditions géométriques suivant la verticale et l'horizontale (équation 4.18 et 4.20), sans avoir un déplacement latéral négatif pour le centre du vortex.

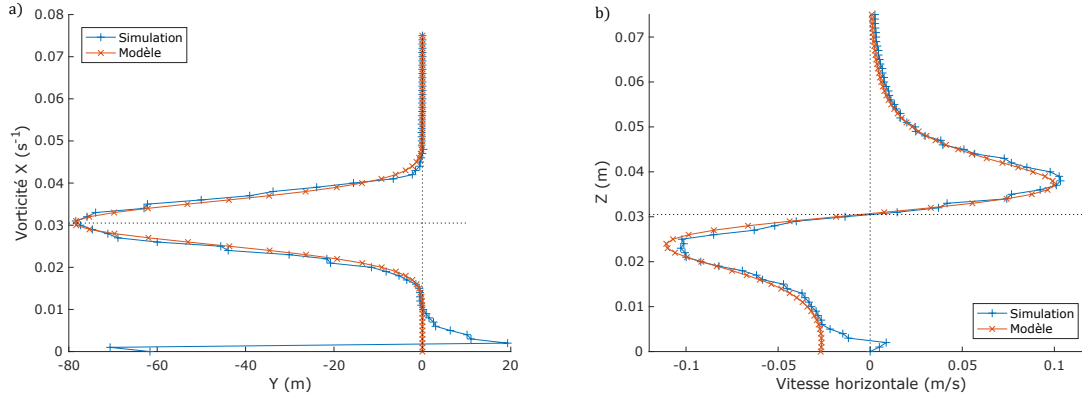


FIGURE 4.14 Profil de vorticité et de vitesse u_y sur une ligne verticale passant par le centre des vortex à $x = 11$ cm pour le second modèle. a) Vorticité suivant l'axe X . b) Vitesse horizontale u_y .

Les modèles sont développés à partir du champ de vorticité, mais il est aussi possible de le faire en partant du champ de vitesse. Cependant, le champ de vorticité d'un tourbillon est spatialement plus petit. Il est maximum au centre puis décroît lorsque l'on s'en éloigne dans le cas d'un tourbillon de Lamb-Oseen. Son interaction avec les autres éléments de l'écoulement est limitée au champ de vorticité du second tourbillon. Le champ de vitesse est plus étendu puisque sa valeur maximum est située au bord du tourbillon. Les effets du tourbillon sont ressentis plus loin du centre et des interactions sont visibles avec les tourbillons secondaires ou la paroi. Afin de limiter l'impact de ces interactions, nous avons choisi de nous intéresser principalement au champ de vorticité.

Ces modèles sont utilisables en aval d'une injection dans un écoulement transverse une fois que la majorité de la vorticité est orientée avec l'axe X , soit à une distance d'environ $X = 5rD_h$. Ils sont développés à partir de données issues d'injection à travers un orifice carré, mais sont probablement utilisables pour les injections via un orifice circulaire. Ils sont basés sur une hypothèse principale : les tourbillons du CVP sont modélisables par des vortex de Lamb-Oseen circulaires.

4.3 Influence des paramètres clés

Les modèles proposés sont basés sur quatre grandeurs :

- La valeur de l'extremum de vorticité, étudiée dans la partie précédente
- La position de cet extremum, étudiée également dans la partie précédente
- Le rayon des vortex

— La circulation des vortex

Ils ont été présentés en se basant uniquement sur une simulation. Nous allons voir comment ces deux dernières grandeurs réagissent aux modifications des paramètres clés et quelle adimensionnalisation est possible afin de généraliser son utilisation à tout jet.

4.3.1 Rayon des vortex

Dans le premier modèle, le rayon des vortex est basé sur le déplacement latéral de l'extrémum de vorticité, dont des modèles ont été proposés dans la partie précédente.

Pour le second modèle, nous étudions le rayon sur toutes les simulations réalisées en s'intéressant à la position des extrémités des vortex. Ce rayon augmente en fonction de r et de D_h (figure 4.15). Il croît aussi légèrement en même temps que δ mais r_m n'a pas d'impact dessus. L'adimensionnalisation choisie est donc de la forme : $a_a = r^\alpha D_h \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^\gamma$ et $X_a = r D_h$. La meilleure superposition ($Q = 14,8\%$) est obtenue pour $\alpha = 1$ et $\gamma = 0,05$ (figure 4.16).

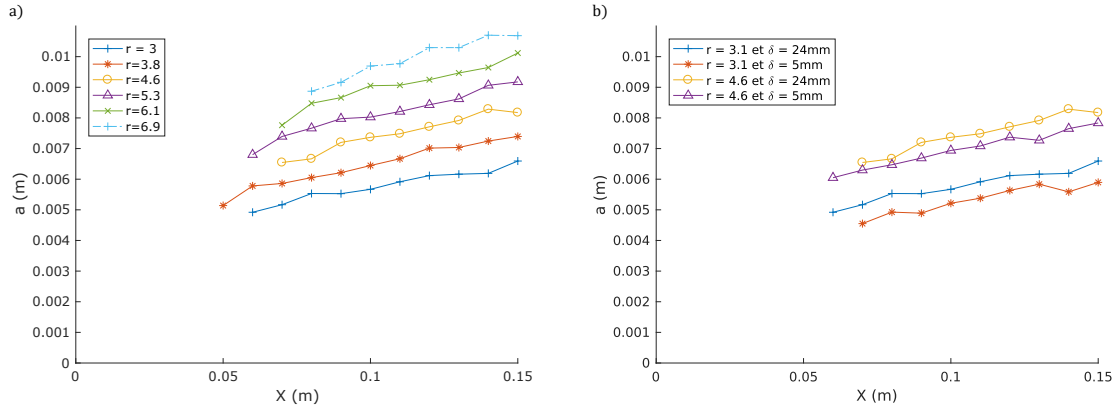


FIGURE 4.15 Influence des paramètres sur le rayon des vortex. a) Influence de r . b) Influence de δ .

Nous proposons un modèle (figure 4.17) pour le rayon sous forme d'une fonction puissance avec $A = 0,33$ et $B = 0,34$:

$$\frac{a}{r D_h \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^{0,05}} = 0,33 \left(\frac{x}{r D_h}\right)^{0,34} \quad (4.22)$$

Dans le second modèle, le rayon des vortex augmente en suivant une racine cubique de la distance à l'injection. Dans le modèle de Lamb-Oseen, ce rayon suit une racine carr e temporelle ( quation 2.34), indépendamment des caractéristiques des écoulements.   partir de

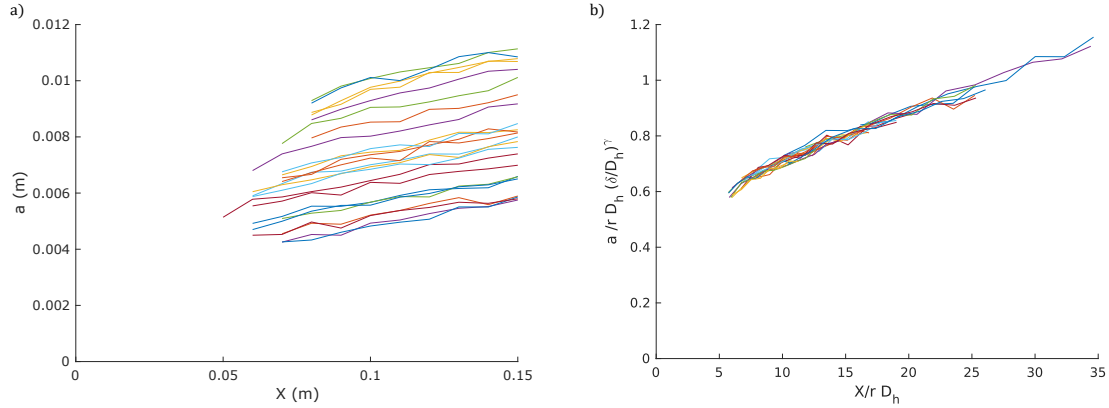


FIGURE 4.16 Rayon des vortex du CVP a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 14,8\%$) et $\gamma = 0,05$.

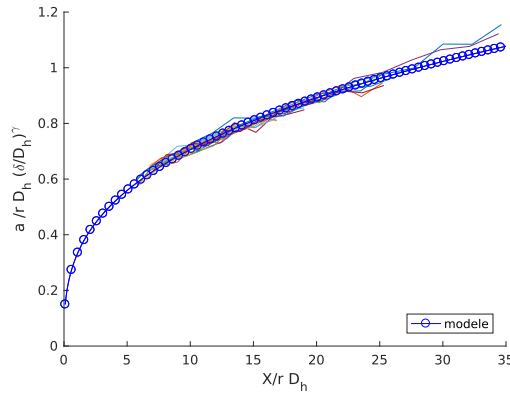


FIGURE 4.17 Modélisation du rayon d'un vortex du CVP ($R^2 = 0,97$).

cette formule, en partant d'un vortex ponctuel et en supposant que les vortex sont convectés à une vitesse constante $U_\infty = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$ (vitesse principalement utilisée dans les simulations réalisées), nous pouvons déterminer la croissance induite par diffusion du vortex dans le modèle de Lamb-Oseen et le comparer avec les résultats précédents.

$$a = \sqrt{4\nu U_\infty x} \quad (4.23)$$

Pour un écoulement d'eau ($\nu \approx 10^{-6}$), le modèle de Lamb-Oseen prévoit une croissance du rayon d'environ 2 mm par mètre. Dans les simulations, le rayon augmente à un rythme d'environ 1 mm pour 10 cm , soit 5 fois plus rapidement. En plus de la diffusion du vortex par viscosité, d'autres mécanismes sont donc en jeu permettant aux tourbillons du CVP de s'étendre à une telle vitesse.

4.3.2 Circulation des vortex

Pour le premier modèle, la circulation est calculée à partir de l'équation 2.36 en utilisant la formule pour la valeur de l'extremum de vorticité ω_c (équation 3.59) et celle de son déplacement latéral y_c (équation 3.56) données dans la partie précédente. On obtient donc pour les simulations RANS :

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_a} = \frac{\pi\omega_c y_c^2}{\omega_a Y_a^2} = \frac{\Gamma}{r^{0,17} D_h U_j \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^{0,12}} = 0,32 \left(\frac{r D_h}{x}\right)^{0,34} \quad (4.24)$$

Dans le cas du second modèle, la circulation est déterminée à partir de l'équation 4.21. L'adimensionnalisation proposée pour l'extremum de vorticité étant fonction de r , D_h et la vitesse d'un écoulement tandis que celle du rayon inclut en plus l'épaisseur de couche limite. La circulation dépendant de ces deux grandeurs, l'adimensionnalisation proposée est une combinaison de tous ces facteurs : $\Gamma_a = r^\alpha D_h U_j (\delta/D_h)^\gamma$ et $X_a = r D_h$. La meilleure superposition (figure 4.18) est trouvée pour $\alpha = 1,29$ et $\gamma = 0,12$ ($Q = 17,0\%$).

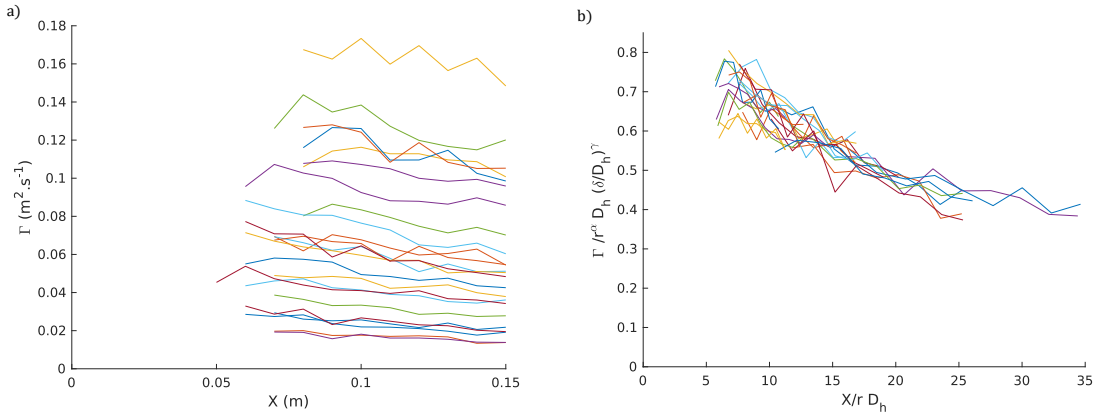


FIGURE 4.18 Circulation des vortex du CVP avec le second modèle. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 17,0\%$) $\alpha = 1,29$ et $\gamma = 0,12$.

Nous déduisons un modèle pour la circulation à partir des courbes précédentes (figure 4.19) avec $A = 1,4$ et $B = 0,34$:

$$\frac{\Gamma}{r^{1,29} D_h U_j \left(\frac{\delta}{D_h}\right)^{0,12}} = 1,4 \left(\frac{x}{r D_h}\right)^{0,34} \quad (4.25)$$

Ce modèle est issu d'un second traitement des données avec, dans un premier temps, le calcul de la vorticité et du rayon, puis le calcul de la circulation à partir des grandeurs précédentes.

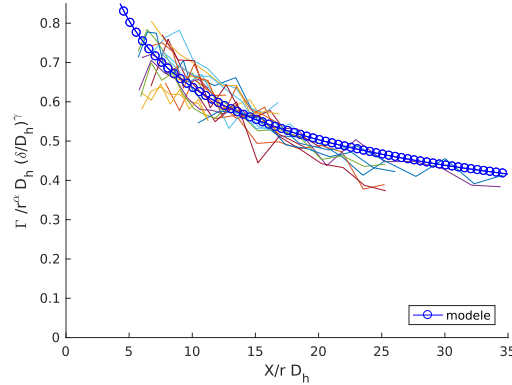


FIGURE 4.19 Modélisation de la circulation d'un vortex du CVP ($R^2 = 0,77$).

Les erreurs sont ainsi démultipliées, ce qui conduit à une faible précision sur la modélisation de la circulation.

On retrouve dans cette équation un exposant identique à celui issu du premier modèle de tourbillon (équation 4.24), mais avec un coefficient A quatre fois supérieur. Cet écart est renforcé par l'exposant supérieur de r dans l'adimensionnalisation. Dans le second modèle, les tourbillons sont fortement superposés contrairement à ceux du premier modèle. Ils nécessitent donc une circulation supérieure, afin que la somme des champs de vorticité des deux tourbillons puisse donner un extremum de même valeur.

4.4 Fermeture du modèle

Nous venons de définir des modèles de CVP en explicitant leur position, rayon et circulation, ce qui permet de calculer la vitesse dans des plans perpendiculaires à l'écoulement. Afin de compléter le modèle, nous allons étudier la vitesse u_x dans le sens de l'écoulement et la pression.

4.4.1 Vitesse de l'écoulement u_x

En plus des modifications de vitesse apport es par la couche limite proche de la paroi observable pour Z proche de 0 sur la figure 4.20, nous observons une déformation de la couche limite proche du plan médian et une zone de sous-vitesse à l'intérieur du CVP.

La déformation de la couche limite est li e à l'influence combin e des deux tourbillons du CVP. Proche du plan médian, les composantes horizontales des vitesses induites de chacun

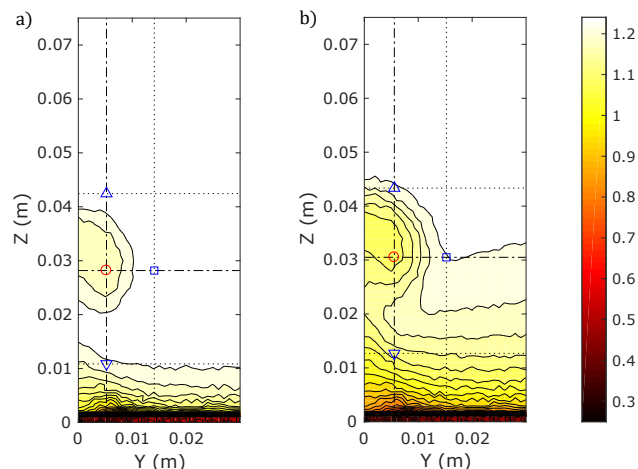


FIGURE 4.20 Vitesse u_x dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse pour $X = 11\text{cm}$. a) Petite couche limite ($\delta = 5\text{ mm}$). b) Grande couche limite ($\delta = 22\text{ mm}$).

des vortex se compensent tandis que les composantes verticales s'additionnent. Il en résulte une vitesse verticale de forte intensité dans le plan médian qui aspire vers le haut la couche limite. En fonction de la taille de la couche limite, cet effet peut être marginal et négligé lorsqu'elle est petite, ou interagir avec la zone de sous-vitesse lorsque l'épaisseur de la couche limite est importante.

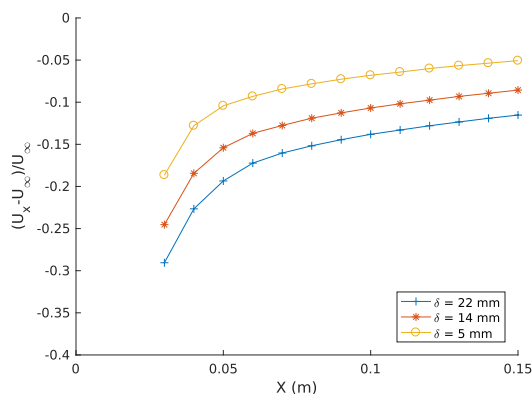


FIGURE 4.21 Influence de la taille de la couche limite sur l'intensité de la zone de sous-vitesse pour $r = 5, 7$.

Comme pour les figures précédentes, le cercle rouge correspond à la position de l'extremum de vorticité, les triangles bleus aux extrémités supérieures et inférieures du champ de vorticité et le cercle bleu à l'extrémité latérale. La zone de sous-vitesse est donc présente principalement dans le quart intérieur et supérieur des tourbillons, et s'étend jusqu'à l'extremum de vorticité.

L'intensité de cette zone de sous-vitesse est déterminée en regardant la différence entre le minimum de vitesse dans cette zone et la vitesse de l'écoulement transverse en dehors des couches limites. La figure 4.21 montre que cette intensité est fortement liée à la taille de la couche limite. Proche de l'injection, nous avons vu précédemment que la vitesse horizontale pouvait être négative, ce qui induit une forte intensité de la zone de sous-vitesse. Cette intensité diminue et la convergence vers une valeur de vitesse limite. Lorsque δ est faible, l'intensité vaut -5% de U_∞ à 15 cm . Cette intensité augmente jusqu'à -11% dans le cas de la plus grande couche limite simulée. Le profil de convergence étant le même pour toutes les couches limites, la valeur de l'asymptote change en fonction de la couche limite.

Cette modification est due à une interaction entre la couche limite et la zone de sous-vitesse. Cette zone peut être située à l'intérieur de la couche limite, la valeur limite n'est donc pas U_∞ mais la valeur de la vitesse dans le profil de couche limite correspondant à la même altitude. De plus, la déformation de la couche limite, explicitée plus haut, injecte dans les tourbillons du fluide faisant partie de cette couche limite et ayant une vitesse horizontale plus faible, ce qui augmente l'intensité de la sous-vitesse. Ces interactions sont visibles sur la figure 4.20 où il y a superposition de la zone de sous-vitesse et de la couche limite, lorsqu'elle est suffisamment épaisse.

L'origine de la zone de sous-vitesse se trouve dans la zone de recirculation située sur le côté aval de l'injection. Cette zone est caractérisée par des vitesses horizontales u_x négatives (figure 3.23) issues de la recirculation de l'écoulement transverse engendrées par l'obstacle créé par l'écoulement injecté, ainsi que de la vitesse induite par les vortex du CVP, vertical proche de cette zone. Lorsque l'on s'éloigne de l'injection, ces vortex se réorientent dans le sens de l'écoulement transverse et créent, proche du plan médian, une vitesse verticale qui décolle cette zone de la paroi et la convecte vers le haut. Nous avons vu dans la section précédente que le second modèle de CVP permet de déduire la vitesse dans des plans perpendiculaires à l'écoulement transverse avec une bonne précision, notamment proche du plan médian. Ainsi le déplacement vertical du fluide au niveau de cette zone de sous-vitesse est lié uniquement à la vitesse créée par les tourbillons du CVP. Cette vitesse étant maximale au niveau du plan médian, cela permet d'expliquer la déformation de la zone en U inversée dont la moitié est visible sur la figure 4.20.

La zone de sous-vitesse a une géométrie complexe et une intensité non négligeable, mais faible devant la vitesse de l'écoulement transverse. Afin de simplifier le modèle, elle ne sera pas intégrée. Nous supposons donc que les vortex sont convectés à une vitesse U_∞ . Cette vitesse correspond à la vitesse de l'écoulement aval en dehors des couches limite, elle peut être différente de la vitesse d'entrée de l'écoulement transverse en fonction des débits des

deux écoulements.

4.4.2 Pression

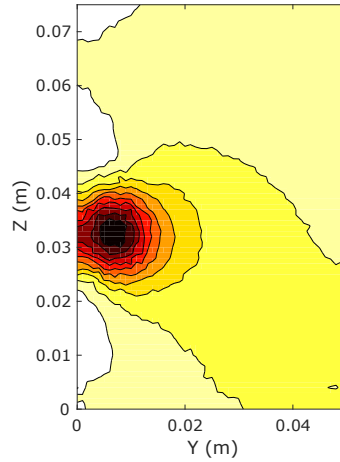


FIGURE 4.22 Contour de pression à $x = 11 \text{ cm}$ en aval de l'injection.

Contrairement à la vitesse et à la vorticité, dont l'allure est elliptique, les contours de pression ont une forme circulaire dans des plans perpendiculaires à l'écoulement transverse, centrés sur un point proche de l'extremum de vorticité (figure 4.22). Lorsque l'on s'éloigne du minimum de pression, la présence de surpression au-dessus et en dessous du jet déforme les contours en des ellipses dont l'orientation est inverse par rapport aux champs précédents. Les maximums étant faibles par rapport au minimum de pression interne au CVP (stabilisation à 15% loin de l'injection), nous allons proposer un modèle de pression comprenant uniquement la dépression. Dans le modèle de Lamb-Oseen, le gradient de pression est donné à partir de la vitesse grâce à la relation suivante [54] :

$$\frac{\partial p}{\partial r_d} = \rho \frac{u_\theta^2}{r_d} \quad (4.26)$$

Contrairement aux deux champs précédents, cette relation est non linéaire et nous ne pouvons donc pas traiter chacun des vortex indépendamment et sommer le résultat. De plus, cette équation est valable pour un vortex seul, où le paramètre r définit la distance par rapport au centre du vortex. Dans le cas d'un CVP où deux vortex sont superposés, une autre équation est nécessaire.

  partir de cette relation, la position du minimum de pression pourrait être d termin e. La

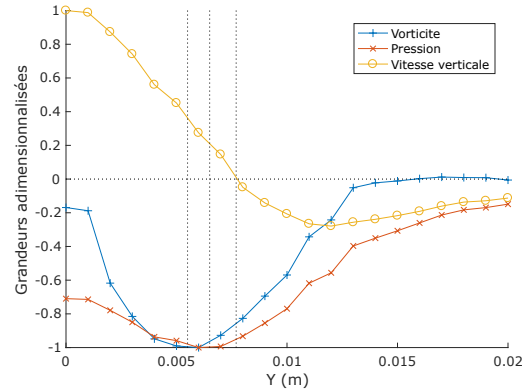


FIGURE 4.23 Profil des grandeurs le long de l'axe reliant les centres des vortex.

pression est minimum lorsque cette équation est égale à 0, ce qui veut dire que la vitesse tangentielle est nulle. Le minimum de pression se situe sur l'axe reliant les centres des vortex, car le champ de pression est symétrique par rapport à cet axe. Sur cet axe, la vitesse tangentielle est égale à la vitesse verticale dont les propriétés ont été explicitées précédemment dans cette partie. La figure 4.1 présente notamment le profil de vitesse verticale le long de l'axe. Nous remarquons qu'au niveau de l'extremum de vorticité, symbolisé par la ligne pointillée, la vitesse est non nulle. Il est nécessaire de s'éloigner légèrement vers l'extérieur du CVP pour que la vitesse créée par le premier vortex soit suffisante pour annuler celle créée par le second vortex. Le point de vitesse tangentielle nulle se situe donc légèrement vers l'extérieur par rapport à l'extremum de vorticité. Cette propriété avait été observée dans la partie précédente (figure 3.21). Cependant, lorsque l'on compare les positions latérales des trois points (extremum de vorticité, minimum de pression et vitesse verticale nulle), il n'y a pas superposition des deux derniers (figure 4.23). L'équation 4.26 ne représente donc pas le gradient de pression à l'intérieur du CVP.

Nous nous concentrons donc sur un disque centré sur le minimum de pression et de rayon de déplacement latéral de ce point. Toutes les données de pression contenues dans ce disque sont ensuite triées par rapport à leur distance au minimum de pression, afin d'obtenir un profil de pression proche du minimum. La figure 4.24 présente ainsi les points obtenus. Les points suivent une gaussienne dont les valeurs sont à déterminer. Similairement à la vorticité, nous cherchons une équation de pression sous la forme :

$$P(r_d) - P_{ref} = Ae^{-r_d^2/B^2} \quad (4.27)$$

La fonction gaussienne utilisée dans les champs précédents a pour valeur $B = a$, cette valeur

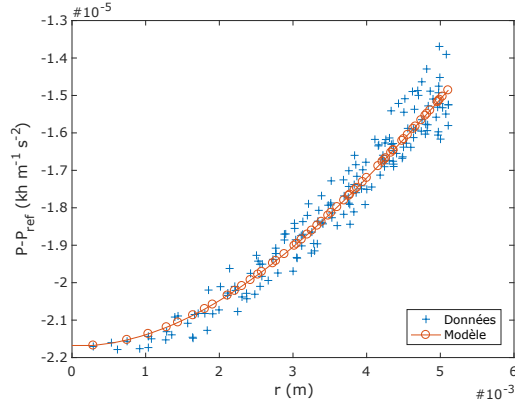


FIGURE 4.24 Pression radiale autour du minimum de pression.

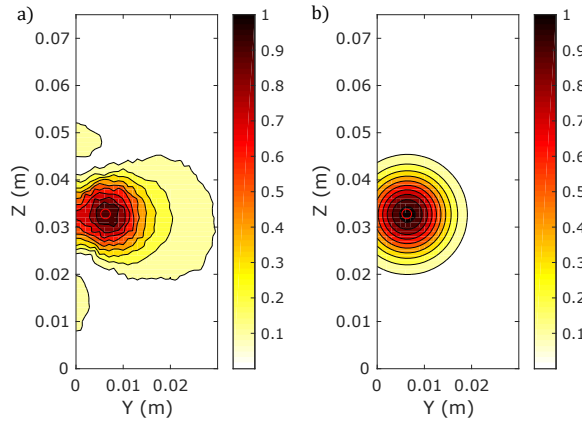


FIGURE 4.25 Contour de pression normalisé dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse. a) Simulation. b) Modèle.

est reprise pour la pression. Le coefficient A est déterminé à partir de la valeur du minimum de pression étudié dans la partie précédente. On obtient donc le modèle suivant :

$$P(r_d) - P_{ref} = P_{min} e^{-r_d^2/a^2} \quad (4.28)$$

Ce modèle est représenté sur la figure 4.24 et donne de bons résultats sur la partie du plan proche du minimum de pression, en fournissant une moyenne des variations de pression observées sur le disque étudié. On peut étendre ce modèle à l'ensemble du plan, la figure 4.25 présente les données des simulations et du modèle, normalisées par le maximum observé dans les simulations, tandis que la figure 4.26 illustre l'écart absolu normalisé entre les deux.

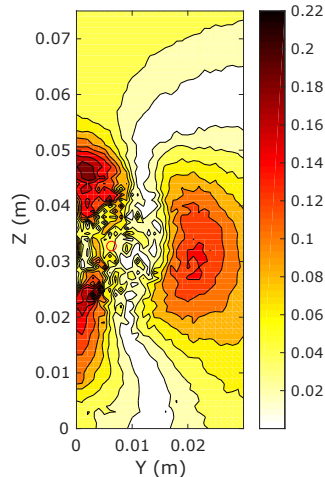


FIGURE 4.26 Erreur absolue de pression entre les simulations et le modèle dans un plan perpendiculaire à l'écoulement transverse.

Nous pouvons remarquer que les principales différences sont les deux zones de surpression au-dessus et en dessous du jet, qui ne sont pas prises en compte dans le modèle, ainsi que l'extérieur du CVP, dont le contour de pression n'est plus circulaire. Malgré l'omission de ces spécificités dans le modèle, l'erreur est limitée à environ 20% de la valeur absolue du minimum de pression, car les modifications de pression qu'elles apportent sont faibles devant la dépression issue du CVP.

Le modèle présenté permet de capturer correctement la pression à l'intérieur des vortex du CVP, mais ne prend pas en compte les complexités du champ de pression qui existent à l'extérieur des tourbillons.

4.5 Fente rectangulaire

Dans le chapitre précédent, nous avons vu que la géométrie de l'orifice d'injection a un effet non négligeable sur l'écoulement en aval. En nous concentrant sur des fentes dans le rapport d'aspect, AR est grand, des lois ont pu être déduites en intégrant cette caractéristique. Dans cette section, nous allons nous intéresser aux modifications apportées par le caractère rectangulaire des fentes dans les modèles de CVP proposés.

Sur les figures de l'annexe D, nous remarquons que la vorticité X est principalement localis e sur l'extérieur de la fente proche de l'injection avant de migrer vers le centre au fur et à mesure que l'on s'en éloigne. Le haut des tourbillons commence à diffuser plus tôt que le bas qui a besoin d'une distance à la fente plus grande pour finir son déplacement vers le plan médian.

Il en résulte des vortex non symétriques par rapport à l'axe reliant les centres (axe horizontal passant par le cercle rouge sur les figures). La partie supérieure est significativement plus grande que la partie inférieure. Cette dissymétrie est accentuée lorsqu' AR est grand.

Contrairement à un jet avec un orifice carré, où le CVP est visible très rapidement après l'injection, dans le cas d'une fente, une grande distance est nécessaire avant qu'il soit formé et modélisable. Pour une fente avec $AR = 45$, une distance de 9 cm est requise. De plus, elle augmente avec AR , car la nappe issue de l'injection est plus large et a besoin d'une distance supérieure pour s'enrouler vers le plan médian.

Les modèles précédents ne sont donc pas applicables en l'état. Premièrement, une des hypothèses principales est le respect de la symétrie des vortex qui est absente dans le cas d'une fente. Des tourbillons elliptiques peuvent être utilisés en positionnant l'extremum de vorticité non pas au centre, mais sur un des foyers. Cependant, pour simplifier le modèle, des tourbillons circulaires seront utilisés avec un rayon adapté pour minimiser l'erreur. Deuxièmement, la déformation de la nappe proche de l'injection induit une complexité supplémentaire dans l'écoulement. Nous allons nous placer à une distance de l'injection suffisante pour que le CVP soit formé et orienté suivant l'axe X . Cette distance est supérieure à celle qui était nécessaire dans les modèles précédents pour que la vorticité soit principalement orient  e suivant l'axe X .

La distance nécessaire en aval de l'injection pour que le CVP soit formé est d  termin  e à partir de la trajectoire du minimum de pression ou de l'extremum de vorticité. Ces points sont localisés proches de l'extrémité latérale de la fente au niveau de l'injection, avant de migrer vers le centre lors de la formation du CVP. La distance minimale à partir de laquelle le modèle est utilisé correspond au point de la trajectoire dont le déplacement latéral est minimum. La vorticité à cet endroit est principalement orient  e suivant X avec ω_y et ω_z inférieurs à 30% de ω_x .

4.5.1 Rayon des tourbillons

Détermination du rayon

Nous avons vu précédemment qu'il existe plusieurs façons de définir le rayon du vortex à partir du modèle de Lamb-Oseen, en utilisant la différence d'altitude entre les extrémités supérieures et inférieures du champ de vorticité, ou une de ces extrémités et l'extremum de vorticité. Lorsqu' AR est égal à 1, les différents rayons sont proches (5% de différence) et nous avons opté pour une moyenne afin de définir le rayon des vortex. Cependant, ce n'est plus le

cas lorsqu'AR est grand, les rayons sont plus disparates (15% de différence) et un choix est nécessaire pour modéliser au mieux les vortex.

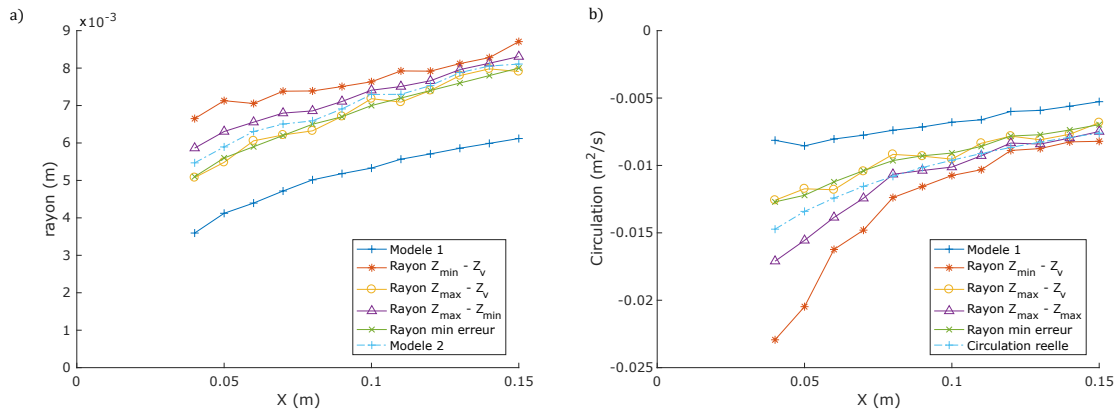


FIGURE 4.27 Caractéristiques des tourbillons modélisés pour un orifice carré. a) Rayon. b) Circulation totale sur le demi-plan.

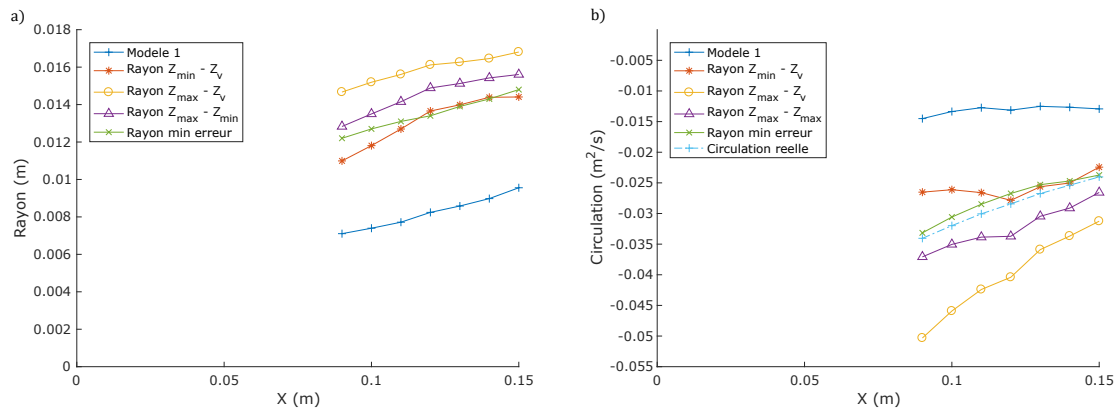


FIGURE 4.28 Caractéristiques des tourbillons modélisés pour une fente de 4, 5 cm ($AR = 45$). a) Rayon. b) Circulation totale sur le demi-plan.

Les rayons sont testés pour déterminer celui qui permettra d'approcher au mieux les résultats des simulations. À ces trois rayons est ajouté celui, calculé numériquement, qui minimise l'erreur sur le champ de vorticité. La performance de chaque rayon est  valu e en calculant la circulation totale sur le demi-plan. Sur les figures 4.27 et 4.28, les différents rayons sont visualisés pour les deux fentes ($AR = 1$ et $AR = 45$) ainsi que la circulation totale associ e.

Pour l'orifice carré (figure 4.27), le rayon associé à l'erreur minimum suit celui calculé à partir de l'extrémité supérieure et du centre. Le rayon utilisé dans le modèle 2 est légèrement supérieur, mais assure une meilleure circulation (figure 4.9). C'est donc en se focalisant sur

la partie supérieure du tourbillon que l'on peut approcher au mieux les caractéristiques du CVP, à cause de la déformation de la partie inférieure.

Concernant la fente (figure 4.28), le rayon associé à l'erreur minimum est égal, loin de l'injection, au rayon calculé à partir de l'extrémité inférieure et du centre. Il offre de plus une bonne approximation de la circulation. Contrairement à la géométrie précédente, c'est en étudiant la partie inférieure des tourbillons que l'on peut les reproduire.

Dans les deux cas, le rayon associé au minimum d'erreur sur le champ de vorticité permet d'approcher au mieux ce champ ainsi que la circulation sur les demi-plans. C'est donc cette méthode qui est utilis e pour déterminer les rayons associés aux tourbillons lorsque l'orifice d'injection est une fente. Elle permet d'approcher la circulation totale pour tous les rapports d'aspect simulés (figure 4.29).

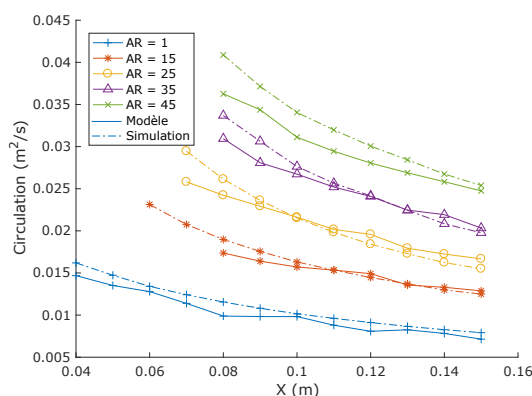


FIGURE 4.29 Influence du rapport d'aspect sur la circulation totale dans le demi-plan pour $r = 3, 8$.

Influence du rapport d'aspect

La figure 4.30 illustre les modifications du rayon du tourbillon sous l'effet d'un changement du rapport d'aspect. Le rayon pour la courbe $AR = 1$ est issu du modèle 2 tandis que pour les fentes le rayon minimise l'erreur sur le champ de vorticité. Nous observons une augmentation du rayon en fonction de AR .

Dans le chapitre précédent, le rapport d'aspect a été intégré dans les facteurs d'adimensionnalisation de deux façons différentes : soit dans toutes les occurrences du diamètre hydraulique ( quation 3.70), soit uniquement dans le facteur de la grandeur concern e ( quation 3.68). De plus, les exposants des facteurs clés étaient gardés à l'identique lors du passage des orifices carrés aux fentes.

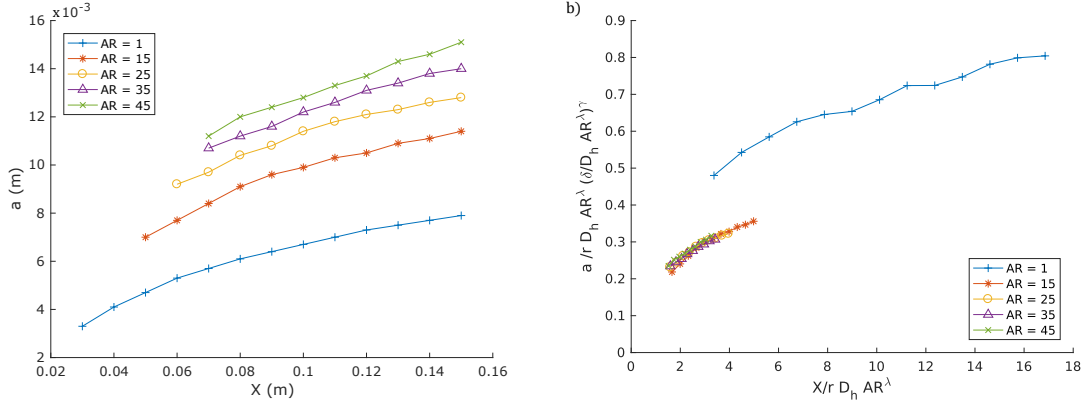


FIGURE 4.30 Influence de AR sur la taille des tourbillons pour différents orifices d'injection. a) Sans adimensionnalisation. b) Avec adimensionnalisation ($Q = 39\%$), $\lambda = 0,45$.

En procédant de manière identique, et en utilisant le diamètre hydraulique modifié : $D_{h,e} = D_h AR^\lambda$, nous obtenons l'adimensionnalisation suivante : $a_a = r D_{h,e} \left(\frac{\delta}{D_{h,e}} \right)^{0,05}$ et $X_a = r D_{h,e}$. La figure 4.16 présente la meilleure superposition des courbes pour $\lambda = 0,45$. On retrouve ici des caractéristiques visibles sur les grandeurs étudiées précédemment, à savoir une superposition courbe entre les fentes pour des $AR \gg 1$, mais une dissociation avec la courbe issue de l'orifice carré. De plus, l'exposant λ obtenu est proche des précédents.

Un second modèle est construit à partir d'une loi puissance pour les fentes, en complément de celui pour les orifices carrés (équation 4.22), avec $A = 0,18$ et $B = 0,39$. Ces deux modèles sont illustrés sur la figure 4.31.

$$\frac{a}{r D_h AR^{0,45} \left(\frac{\delta}{D_h AR^{0,45}} \right)^{0,05}} = 0,18 \left(\frac{x}{r D_h AR^{0,45}} \right)^{0,39} \quad (4.29)$$

Si nous utilisons la seconde méthode et que nous intégrons l'effet du rapport d'aspect entièrement dans l'adimensionnalisation de la grandeur, nous trouvons une superposition équivalente avec $\lambda = 0,28$. Le modèle trouvé à partir de cette nouvelle adimensionnalisation a des coefficients A et B très proches de ceux du modèle précédent (différence inférieure à 5%). De plus, nous pouvons basculer d'un modèle à l'autre en modifiant la position du facteur AR . Ainsi, à partir de l'équation 4.29, nous pouvons centraliser l'ensemble des occurrences de AR dans le facteur a_a , et nous obtenons un $\lambda = 0,26$, proche de la valeur trouvée.

Ainsi, comme explicité pour le facteur r dans le chapitre précédent, la façon dont AR est intégré dans l'adimensionnalisation n'a pas d'importance, le modèle final reste le même. Le centraliser dans l'adimensionnalisation de la grandeur est le plus simple. Cependant, le

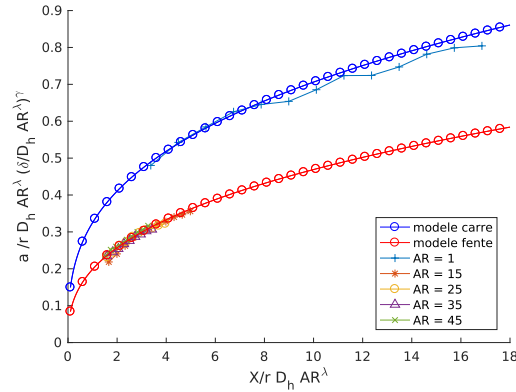


FIGURE 4.31 Modélisation du rayon des tourbillons ($R^2 = 0,98$).

diffuser dans D_h donne des coefficients proches les uns des autres et permet une intégration plus universelle de AR dans les formules, sans avoir à déterminer l'exposant correspondant pour chacune des grandeurs étudiées.

4.5.2 Circulation des tourbillons

La circulation des tourbillons est calculée à partir du modèle de Lamb-Oseen grâce à la formule 4.21. Cette formule est basée sur le rayon du tourbillon et la position du centre ainsi que sur la valeur de l'extremum de vorticité et sa position. Nous avons vu dans le chapitre précedent que la valeur de cet extremum ne dépend pas du rapport d'aspect de la fente. Les tourbillons étant plus grands lorsqu' AR augmente, la circulation doit augmenter afin de garder une valeur constante de vorticité au centre. Cette augmentation est constat e à la fois sur la circulation totale (figure 4.29) et sur la circulation des vortex théorique (figure 4.32).

Une modélisation de l'influence d' AR sur la circulation totale en l'intégrant dans le diamètre hydraulique ( quation 3.70) permet de trouver un exposant $\lambda = 0,45$, identique à celui trouvé pour le rayon et proche de ceux trouvés pour les grandeurs  tudi es dans le chapitre précedent.

Une étude identique r alis e sur la circulation des vortex théoriques donne un λ égal à 0,75 supérieur à la valeur précedente. Cette valeur, qui se démarque des autres trouv es précedemment, est probablement due au fait que cette circulation, calcul e via l'équation 4.21, est une combinaison de grandeurs dépendantes de AR (position de l'extremum de vorticité et rayon des tourbillons) ainsi que d'autres, invariantes (valeur de l'extremum de vorticité), ou fix es (position du centre des vortex). Il est préférable d'utiliser la formule précedente avec les différents modèles pour définir la circulation.

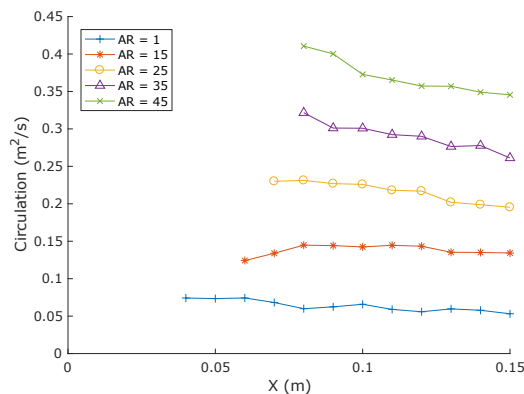


FIGURE 4.32 Influence du rapport d'aspect sur la circulation des vortex théoriques pour $r = 3, 8$.

4.6 Conclusion

Les deux tourbillons composant le CVP étant superposés, une étude approfondie est nécessaire pour déterminer leurs caractéristiques à partir des champs visibles. Dans ce chapitre, deux modélisations comprenant des vortex de Lamb-Oseen circulaires sont proposées afin de reproduire les champs de vitesse et de pression visibles dans les simulations.

Le premier se base sur des vortex supposés non superposés. Les caractéristiques sont déduites à partir de l'extremum de vorticité dont la position et l'intensité permettent de définir respectivement l'écartement des vortex et leur circulation. Ce modèle est simple dans sa mise en œuvre, mais peu précis.

Le second modèle est développé à partir des caractéristiques géométriques du champ de vorticité total, qui sont transmises aux champs initiaux afin de déterminer un rayon. La valeur de l'extremum de vorticité permet ensuite de définir la circulation. Il est plus précis que le précédent modèle, mais nécessite d'avoir accès à l'intégralité de la vorticité dans un plan latéral afin d'étudier la forme des vortex.

De nouvelles lois sont données pour le rayon, la circulation et la pression en complément de celles trouv  es dans le chapitre précédent, pour permettre la modélisation du CVP via les deux modèles.

L'effet du rapport d'aspect sur les tourbillons a aussi été investigué. Les tourbillons sont créés sur les extrémités latérales de la fente et ont besoin d'une distance plus grande afin de migrer vers le centre et de se réorienter dans le sens de l'écoulement transverse. Cependant, loin de l'injection, la structure de l'écoulement est proche de celle issue d'un jet via un orifice carré et les modèles sont applicables. Une nouvelle loi intégrant ce paramètre est propos  e pour le

rayon afin de rendre les deux modèles utilisables dans le cas des fentes.

L'intégration du paramètre AR peut se faire dans le facteur d'adimensionnalisation de chaque grandeur, ce qui nécessite un exposant λ différent à chaque fois. Cependant, il peut aussi être intégré dans le diamètre hydraulique et les exposants trouvés dans ce chapitre ou le précédent sont proches les uns des autres, ce qui laisse envisager la possibilité d'une méthode universelle pour intégrer le rapport d'aspect dans toutes les grandeurs qui en dépendent. La restriction des fentes étudiées aux fentes larges permet de concaténer les grandeurs étudiées en une courbe unique qui vient compléter celle des orifices carrés.

CHAPITRE 5 Trajectoire du nuage d'air dans un écoulement transverse d'eau

Dans les chapitres précédents, les jets monophasiques ont été abordés et les différentes trajectoires ont été modélisées. Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux modifications apportées à l'écoulement en aval de l'injection lorsque les deux fluides sont différents et plus particulièrement dans le cas d'une injection de gaz dans un écoulement transverse d'eau.

En diphasique, la différence de masse volumique entre les deux fluides change la façon dont ils réagissent aux gradients de pression présents au sein de l'écoulement. Dans le cas d'un couple liquide et gaz, la différence de masse volumique est très grande et le comportement global du jet est modifié. La présence d'une gravité crée dans l'écoulement un gradient de pression global qui va permettre de faire réagir chaque fluide différemment. Au lieu d'avoir un entraînement de l'écoulement transverse dans le jet et un CVP dominant après l'injection, le jet passe par plusieurs phases qui sont chacune régies par des mécanismes différents. L'objectif de cette partie est de caractériser la trajectoire du nuage de gaz afin de pouvoir en reproduire le comportement.

Dans un premier temps, nous présentons les modifications apportées aux simulations numériques afin de les réaliser dans un contexte diphasique. Puis, la trajectoire du nuage d'air injecté est étudiée pour définir les principales différences avec un jet monophasique.

5.1 Calcul de trajectoire

En présence de deux phases, les méthodes présentées dans le chapitre 3 pour définir la trajectoire du jet sont complexes à mettre en œuvre. Le minimum de pression était la méthode privilégiée pour les simulations réalisées avec un modèle de turbulence LES. Toutefois, la présence d'une gravité perturbe le champ de pression et complexifie la détection des tourbillons grâce au minimum de pression.

Cependant, nous disposons d'une grandeur supplémentaire permettant de traquer efficacement la trajectoire du jet : le taux de vide. À l'instar d'une concentration, cette grandeur vaut 1 pour l'écoulement injecté et 0 pour l'écoulement transverse. Elle permet facilement de définir la position du jet. Il est important de noter que sous l'action de la gravité, la trajectoire du nuage se dissocie de la trajectoire du jet et de celle du CVP à cause de la flottabilité de la phase. Elle n'en reste pas moins la plus simple à utiliser.

Trajectoire du centroïde du nuage d'air

Nous pouvons nous servir du taux de vide afin de définir la trajectoire du nuage. Dans chaque plan perpendiculaire à l'écoulement transverse, le centre de masse du nuage est déterminé en cherchant le barycentre de l'air. Pour cela, l'intégrale suivante est utilisée :

$$\mathbf{X}_c = \frac{1}{\int_S \varepsilon dS} \int_S \varepsilon \mathbf{X} dS \quad (5.1)$$

Le domaine étant symétrique, le centre de masse du nuage se situe dans le plan médian.

L'intégrale est discrétisée grâce à l'équation (3.2) afin d'être évaluée à partir des points du maillage.

Trajectoire du minimum de pression

Dans les simulations monophasiques réalisées précédemment, la gravité n'était pas intégrée dans les modèles. Son action est principalement liée à la modification de la pression mesurée due à l'ajout de la pression hydrostatique. Cependant, ces simulations concernant un seul fluide incompressible, cet ajout n'entraîne pas de modifications dans l'écoulement.

En diphasique, la différence de masse volumique entre les deux fluides entraîne une réaction différente pour chacun d'entre eux au gradient de pression induit par la gravité. Afin de reproduire ce qui est observable dans les expériences, elle doit être incluse.

Le minimum de pression étudié jusqu'alors concerne la dépression au sein des tourbillons du CVP (P_{vortex}) induite par la rotation du fluide. Afin de pouvoir observer les variations locales de pression, il est nécessaire de soustraire la pression hydrostatique P_{hydro} au champ de pression total (P) avant de rechercher le minimum. Au sein de la phase liquide, la pression peut facilement être retrouvée en retranchant le poids de la colonne d'eau correspondante à l'altitude du point concerné :

$$P_{vortex} - P_{ref} = P - P_{ref} - P_{hydro} \quad (5.2)$$

En chaque point, on définit la pression hydrostatique à partir de la masse de la colonne d'eau H située entre les altitudes du point étudié et du point de référence :

$$P_{hydro}(z) = \rho_{inf} g H \quad (5.3)$$

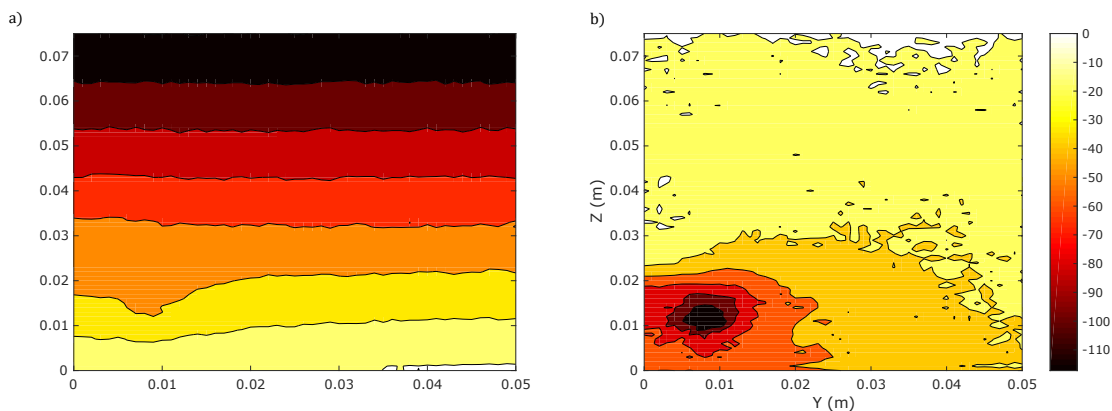


FIGURE 5.1 Contour de pression dans un plan latéral à l'écoulement transverse à $x = 10\text{cm}$. a) Champ de pression total. b) Dépression causée par les tourbillons.

Cependant, cette formulation crée un gradient de pression artificiel à l'intérieur du nuage d'air s'il n'est pas entièrement entouré d'eau. Cet effet s'applique en particulier lorsque la nappe d'air est collée à la paroi. Auquel cas, la pression hydrostatique ne s'applique pas sur le dessous du nuage et le gradient interne dépend de la masse volumique du gaz uniquement.

La figure 5.1 présente le champ de pression totale et ce même champ auquel on a retranché la pression hydrostatique.

5.2 Paramètres des simulations

Les simulations sont toujours réalisées avec le logiciel Fluent d'ANSYS. Nous nous plaçons dans des conditions proches des simulations effectuées dans le chapitre 3, c'est-à-dire sur un domaine et un maillage identiques. Les caractéristiques de l'écoulement transverse sont aussi reprises. La principale différence est que le fluide injecté dans le domaine est de l'air, donnant ainsi un caractère diphasique à l'écoulement.

La résolution d'un écoulement diphasique implique un système d'équations plus complexe que celui utilisé en monophasique (section 2.7.3). Le choix de la modélisation de ce système est basé sur les caractéristiques des phases et sur la configuration de l'écoulement. Dans le cas d'un JICF, nous sommes en présence de deux écoulements monophasiques (l'écoulement transverse d'eau et l'écoulement injecté d'air) qui sont mélangés. Sous l'action des différents systèmes tourbillonnaires (dont notamment le CVP étudié précédemment), le flux d'air injecté est brisé et incorporé dans l'écoulement d'eau, jusqu'à se séparer en bulles qui sont ensuite convectées. L'écoulement résultant de l'injection est composé d'un ensemble de confi-

gurations différentes dont l'intégration simultanée dans les équations est complexe. En nous concentrant sur la zone proche de l'injection, au niveau de la rupture du flux d'air en ensemble de grosses bulles, nous pouvons réduire l'étude à celle de deux fluides interpénétrants.

L'approche choisie est une résolution des équations Euler-Euler grâce à un modèle VOF. Ce modèle est utilisable au sein de chacune des phases lorsqu'elles sont séparées ou mélangées et donne une définition précise de l'interface.

5.2.1 Modélisation des équations hydrodynamiques diphasiques

Le modèle VOF se base sur les équations du modèle homogène (équations 2.66 et 2.67) couplées à une équation de convection pour déterminer les fractions de volume des gaz (équations 2.72). En présence d'un mélange air-eau, l'eau étant prise comme fluide principal, cette équation de convection permet de définir la fraction de volume de l'air, qui est appelée taux de vide et est notée ε . La fraction de volume de l'eau vaut $1 - \varepsilon$ puisque la somme des fractions de volume vaut 1 (équation 2.73). Ce modèle limite le nombre d'équations supplémentaires à résoudre par rapport au système monophasique.

La discrétisation des équations peut être réalisée avec une formulation explicite ou implicite, dont chacune est associée à des caractéristiques particulières dans Fluent. La formulation explicite permet l'utilisation de méthode géométrique de reconstruction d'interface, mais limite les modèles de turbulence, tandis que la formulation implicite est restreinte à une méthode numérique de traitement d'interface, mais permet l'implémentation du modèle de turbulence LES.

L'utilisation d'une formulation explicite nécessite de plus le respect de la condition de Courant-Friedrichs-Lewy, à savoir la limitation de la discrétisation temporelle afin qu'elle soit inférieure au temps de parcours de l'information :

$$\frac{u\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (5.4)$$

Cette condition doit être respectée dans l'ensemble du domaine. Or, un seul pas de temps Δt étant utilisé par le modèle utilisant pour résoudre l'intégralité du problème, sa limite se trouve dans les zones fortement raffinées ou lorsque la vitesse des fluides est forte. Dans notre géométrie, ces deux aspects se retrouvent au niveau de la fente qui dispose de mailles très petites ($\approx 10^{-4} m$) pour des contraintes géométriques et voit passer de l'air qui lui est injecté avec des vitesses élevées ($\approx 50 m.s^{-1}$). Afin de limiter la durée des simulations et de disposer d'une bonne précision, la formulation implicite est appliquée, ainsi que le modèle de

turbulence LES.

Le modèle LES utilisé est celui présenté dans la section 3.3.3. En diphasique, la présence de l'interface perturbe la génération de la turbulence à proximité. Elle agit comme un mur et limite la taille des tourbillons aux alentours. Cet effet n'est pas intégré dans les modèles présentés dans la section 3.3. Une façon courante de le prendre en compte pour les modèles RANS est d'ajouter un terme d'amortissement dans une des équations des modèles pour limiter la production ou augmenter la dissipation proche de l'interface. En LES, cet effet est moins présent, car la plupart des échelles sont résolues et seules les petites (inférieures à la taille de la cellule) sont modélisées. Si le maillage est suffisamment fin, la surgénération de turbulence est faible. Il sera négligé dans nos simulations.

5.2.2 Discrétisation des équations

Le modèle VOF nécessite une étape supplémentaire pour avoir une interface nette et limiter sa diffusion. La formulation implicite limite les choix potentiels à des méthodes numériques. Le traitement de l'interface est réalisé dans nos simulations grâce à un schéma compressif pour la discrétisation spatiale de l'équation de convection du taux de vite. Un facteur $\beta = 2$ est ajouté sur l'équation 3.30 devant les gradients afin de renforcer leur effet et de limiter spatialement les variations d' ε :

$$\varphi_{face} = \varphi_{up} + \beta \nabla \varphi_{up} \cdot \mathbf{x} \quad (5.5)$$

Cela permet, lors du passage d'une phase à l'autre, de limiter la diffusion de l'interface et d'avoir un passage brusque d'une phase à l'autre, idéalement sur une seule maille. Cette méthode a pour avantage de n'inclure aucune étape supplémentaire dans la résolution des équations, mais nécessite un maillage suffisamment raffiné [74].

Les autres schémas de discrétisation sont identiques à ceux utilisés pour les simulations monophasiques.

Avec le modèle VOF, la taille des mailles a un impact fort sur la définition de l'interface, notamment lorsque les fluides sont interpénétrants. Dans les modèles géométriques de reconstruction d'interface, elle est supposée plane dans chacune des cellules. Afin de capturer au mieux la topologie de l'interface, la résolution spatiale doit être grande pour que la courbure soit répartie sur de nombreuses mailles. Bien que les modèles numériques n'aient pas besoin de cette hypothèse, la précision dépend aussi de la résolution spatiale. Le maillage utilisé est constitué de mailles millimétriques, or les expériences de Dhar [75] ont montré que

l'écoulement d'air injecté se fractionnait en bulles de cet ordre de grandeur. Elles seront donc invisibles dans les résultats, car elles sont contenues dans un nombre trop faible de mailles à chaque pas de temps pour définir une interface les entourant. Le seul témoin de leur passage est des variations du taux de vide local. Cependant, pour des contraintes informatiques et temporelles, il n'est pas possible de réduire la taille des mailles afin de garder la durée totale des simulations raisonnables.

Le pas de temps choisi pour la résolution des simulations diphasiques est inférieur à celui utilisé précédemment en monophasique. Il est pris égal à 10^{-8} s.

5.2.3 Simplifications apportées

Premièrement, un changement d'échelle identique à celui utilisé en monophasique (annexe A) est utilisé afin d'augmenter le pas de temps et de réduire ainsi les oscillations numériques.

Deuxièmement, la valeur de la viscosité du gaz est prise un ordre de grandeur plus haut que sa valeur réelle afin d'aider à la convergence des simulations. Cette augmentation de la viscosité fait passer le nombre de Reynolds de l'écoulement injecté de 8300 à 830 le faisant devenir laminaire. La dynamique et la structure du jet étant principalement gouvernées par l'énergie cinétique des deux écoulements et leur rapport de force, cette modification ne devrait pas apporter de changement majeur à l'écoulement proche de l'injection. Loin de l'injection, le mouvement est issu de la flottabilité des bulles et de la vitesse de l'écoulement transverse [75] qui, elles non plus, ne dépendent pas de la viscosité. L'impact d'une telle modification devrait être minime sur la simulation.

Troisièmement, la conduite d'injection n'est pas incluse dans les simulations. Cela induit des modifications dans l'écoulement, en empêchant la propagation des tourbillons en amont de l'orifice d'injection. Afin de comparer les résultats aux expériences, cet effet devra être corrigé.

Les simulations ont été réalisées sur le même cluster que celui utilisé dans le chapitre 3 mais sur 160 processeurs. Malgré les simplifications apportées, la durée des simulations variait entre 2 et 4 semaines en fonction de la géométrie considérée.

5.3 Validation des résultats

Les résultats des simulations sont comparés à une des expériences réalisées par Dhar [75]. Le montage expérimental en question reprend les caractéristiques de la géométrie et des

écoulements utilisés dans les simulations réalisées. Ces propriétés sont rassemblées dans le tableau 5.1. Le rapport d'énergie cinétique des cas étudiés est autour de $r = 1,63$. Les fluides sont pris avec les caractéristiques de masse volumique et de viscosité à $20^\circ C$.

Paramètre	Expérience	Simulation
L (m)	0,25	0,25
L_f (mm)	36,6	35
e (mm)	1,09	1
U_j (m.s ⁻¹)	66	65
U_∞ (m.s ⁻¹)	1,25	1,25

TABLEAU 5.1 Propriétés des écoulements utilisés pour valider les résultats

La grandeur comparée est la trajectoire du centroïde du nuage de gaz. Dans les expériences, il est déterminé via une caméra disposée perpendiculairement à l'écoulement transverse permettant de définir la position de l'air (pour plus d'information sur la méthode utilisée se référer à [75]). Dans les simulations, cette trajectoire est définie grâce à l'équation 5.1. Deux simulations sont effectuées pour comparaison avec les expériences, la première sans turbulence et la seconde avec le modèle LES.

Simulation laminaire

Cette simulation est réalisée en écoulement laminaire. Les parois ont une condition de glissement, ce qui empêche le développement des couches limites. Nous avons donc $r_{m,j}$ et $r_{m,\infty}$ qui sont égaux à 1. La conduite d'injection est incluse dans le domaine d'injection.

Simulation LES

La seconde simulation est réalisée avec les paramètres décrits dans la section 5.2. La pénétration dans l'écoulement est inférieure due à l'absence de la conduite d'injection qui crée une réduction d'échelle. Une correction est apportée pour s'approcher du cas réel visible dans les expériences. La valeur de cette correction est déterminée en comparant les différences de pénétration dans l'écoulement du CVP dans des simulations monophasique avec et sans conduite d'injection. En supposant que la correction ne dépend pas des caractéristiques des écoulements utilisés, nous reprenons le facteur déterminé dans la section 3.8.3.

La figure 5.2 présente les trois trajectoires. Nous observons une bonne correspondance entre la simulation, LES corrigées et l'expérience. Concernant la simulation laminaire, la pénétration est inférieure au niveau de l'injection, avant que son allure ne suive parallèlement

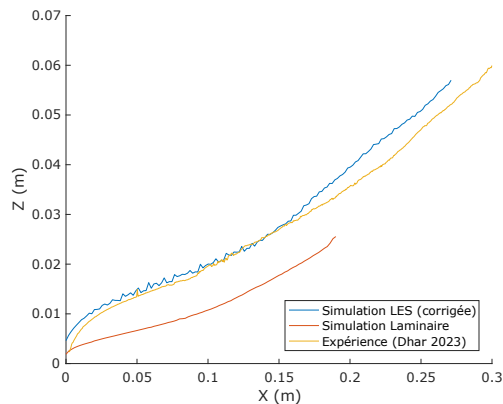


FIGURE 5.2 Comparaison des trajectoires du centroïde du nuage d’air entre les simulations et les expériences ($r \approx 1,63$).

celle de l’expérience. Cette différence est due à l’absence de couche limite de l’écoulement transverse. Au niveau de l’injection, le flux rencontre directement l’écoulement transverse à pleine puissance, ce qui dévie la trajectoire plus rapidement. Cet effet est pris en compte lors de l’adimensionnalisation par le paramètre $r_{m,\infty}$ qui permet de mettre à l’échelle l’axe Z .

5.4 Forme et trajectoire du nuage d’air

Le nuage d’air issu de l’injection (figure 5.3) peut être étudié de deux façons : soit directement en regardant la répartition du taux de vides, soit à partir du centroïde du nuage déterminé via l’intégrale 5.1.

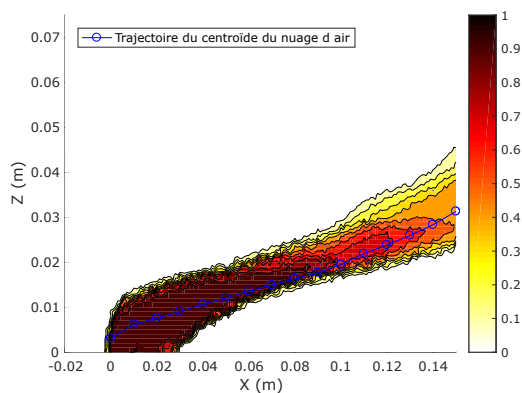


FIGURE 5.3 Contour de taux de vide dans le plan médian et trajectoire du centroïde du nuage pour un orifice carré et $r = 1,6$.

Simulation	1	2	3	4	5	6	7	8	9
U_j (m.s ⁻¹)	65	43,3	65	65	43,3	65	65	43,3	65
U_{inf} (m.s ⁻¹)	1,3	0,8	0,8	1,3	0,8	0,8	1,3	0,8	0,8
r	1,6	1,6	2,4	1,6	1,6	2,4	1,6	1,6	2,4
$r_{m,j}$	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
$r_{m,\infty}$	0,88	0,88	0,88	0,85	0,81	0,88	0,83	0,84	0,81
D_h (mm)	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94
AR	1	1	1	15	15	15	35	35	35
δ (mm)	26	27,0	29,0	25,0	24,1	30,0	25,1	30,0	24,0

TABLEAU 5.2 Propriétés des écoulements utilisés pour valider les résultats

Neuf simulations ont été réalisées pour des géométries et des vitesses différentes. Le tableau 5.2 recense les paramètres utilisés pour chacune.

5.4.1 Déformation du nuage

Les contours de taux de vide pour des plans perpendiculaires à l'écoulement transverse sont présentés dans l'annexe E pour toutes les simulations.

Trois comportements se distinguent dans les contours de taux de vide. Proche de l'injection, l'air se concentre dans une poche collée à la paroi. En se décollant, il forme un croissant transverse à l'écoulement. Enfin, loin de l'injection, le nuage retrouve une section pseudo-circulaire. Ces comportements sont visibles sur la simulation $AR = 1$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 1,25$ m.s⁻¹ (figure E.2). Pour la plupart des autres simulations, seuls les deux premiers comportements apparaissent dans le domaine d'étude, le troisième se développant plus loin en aval. Ces trois comportements sont observables dans les contours de taux de vide présentés par Dhar [75].

Le nuage injecté forme un obstacle qui est dévié par l'écoulement transverse. La figure 5.4-a) présente les contours de taux de vide sur la paroi. Au niveau de l'injection, le nuage est collé à la paroi sur toute la largeur de la fente. En s'éloignant de la paroi, il se décolle en commençant par les côtés latéraux. Une langue d'eau, visible sur la figure 5.4-b), s'infiltré sous le nuage et le sépare de la paroi. En s'éloignant de l'injection, cette langue d'eau progresse jusqu'à rejoindre le plan médian, ce qui coïncide avec le décollement complet du nuage. Dans cette zone, le minimum de pression est complexe à traquer, mais l'extremum de vorticité permet de détecter le centre des vortex. Ils se situent dans la partie inférieure du nuage, à proximité de la langue d'eau.

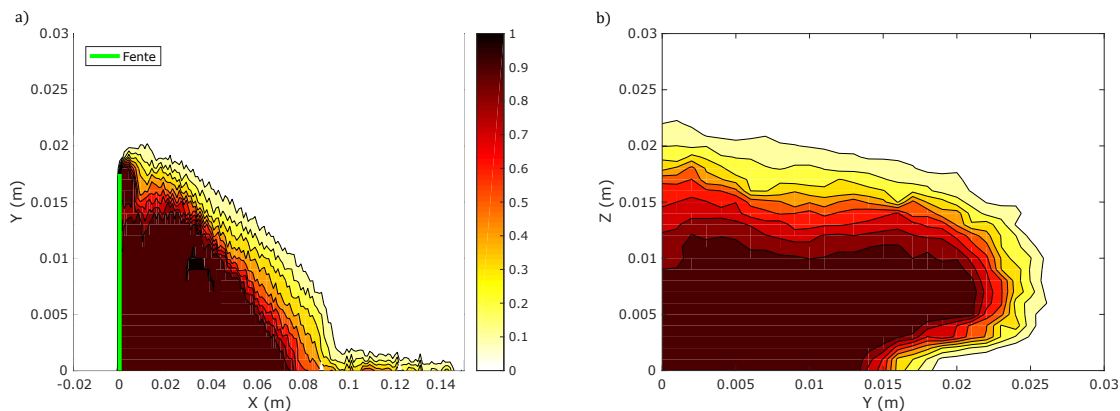


FIGURE 5.4 Contour de taux de vide pour une fente avec $AR = 35$. b) Au niveau de la paroi pour $Y = 0$. a) Plan transverse à l'écoulement transverse situé à 3 cm de l'injection.

Une fois le nuage totalement décollé de la paroi, la pression hydrostatique s'applique sur l'intégralité de l'interface entre les deux phases et la flottabilité déplace le nuage vers le haut. Cependant, le nuage se déforme pour former un croissant dont le centre s'élève plus que les côtés. En effet, à chaque extrémité, les tourbillons retiennent l'air au sein de la dépression qu'ils créent. Tandis qu'au centre, l'air subit un effet moindre des tourbillons à cause de la distance et commence à s'élever sous l'action de la gravité, donnant le profil concave. Les minimums de pression et extremums de vorticité sont superposés au niveau des extrémités, témoignant de la présence des vortex du CVP.

Loin en aval, la puissance des tourbillons s'estompe et l'intégralité du nuage s'élève dans la conduite. La taille du nuage étant significative (sa largeur représentant plus de 20% de celle de la conduite), une dépression se crée en dessous suite à son mouvement. Les extremums de vorticité coïncident avec les excroissances de taux de vide, visibles en dessous du nuage. Les vortex sont trop faibles pour continuer à retenir l'air. L'intégralité de la phase gazeuse s'échappe de leur influence pour rejoindre le nuage.

Ces trois régimes sont délimités par des distances propres. La transition entre le premier et le deuxième intervient au décollement du nuage et le passage de la deuxième au troisième apparaît à la séparation des phases.

L'apparition de chacun de ces comportements et leur longueur dépendent des caractéristiques de l'injecteur. Le premier régime se manifeste lorsque suffisamment de gaz est injecté pour avoir une poche en aval (section 2.7.1), sinon, des bulles se forment directement au niveau de l'injection. Le rapport d'aspect de la fente influe sur la distance que doit parcourir la langue d'eau s'infiltrant entre le nuage et la paroi. Une augmentation de AR retarde donc le décollement. Si l'injection est trop faible, la puissance des tourbillons du CVP sera négligeable

devant la flottabilité et le second régime ne se manifestera pas, avec une transition directe entre le décollement et la zone de flottabilité.

5.4.2 Trajectoire du nuage

En regardant la trajectoire du centroïde du nuage, nous pouvons découper l'écoulement résultant de l'injection en deux parties distinctes [13, 49, 75]. Proche de l'injection, l'écoulement est dominé par le jet dont les caractéristiques ressemblent à ce qui est observable en monophasique. Loin de l'injection, la trajectoire est linéaire.

Zone de quasi-flottabilité

Loin de l'injection, la trajectoire du nuage de gaz est linéaire et elle est régie principalement par la vitesse de l'écoulement transverse et la flottabilité. La pente peut être reliée aux paramètres grâce au nombre de Reynolds de l'écoulement transverse Re_∞ [50] ou via le nombre de Froude de l'écoulement transverse Fr_∞ [75]. Dans les deux cas, une corrélation est proposée entre l'angle θ de la trajectoire avec l'horizontale et le nombre adimensionnel choisi de la forme $\theta = AN_{adim}^{-B}$. L'exposant B trouvé est proche (0,8 pour [50] et entre 0,8 et 1,1 pour [75]).

Les deux études précédentes se faisant sous gravité constante et pour un couple de fluides fixé, l'utilisation d'un nombre adimensionnel ou d'un autre revient à la variation de la vitesse de l'écoulement transverse U_∞ . Cependant, le second mécanisme responsable de cette trajectoire linéaire est la gravité, qui donne la composante verticale de la vitesse. L'utilisation d'un nombre de Froude donne un domaine d'application plus global à la corrélation, en prenant en compte la balance des deux effets régissant le mouvement.

Sur la figure 5.5, nous pouvons voir que la valeur de la pente loin de l'injection dépend principalement de U_∞ . Le rapport d'énergie cinétique r ou le rapport d'aspect AR ont peu d'influence dessus, mais dictent la distance à partir de laquelle la transition entre le régime de jet et le régime de flottabilité apparaît.

Le tableau 5.3 contient les paramètres des simulations, l'angle θ de la trajectoire ainsi l'angle θ_{c1} , issu de la corrélation de Rek [50] : $\theta_{c1} = 46417Re_\infty^{-0,811}$ et l'angle θ_{c2} issu de celle de Dhar [75] : $\theta_{c1} = 197,61/(r^2 + 16,22)Fr_\infty^{-1,1}$. Nous remarquons un facteur 10 entre l'angle issu de nos simulations et celui prédit par la corrélation de Rek. Cependant, cette corrélation est issue de simulations ayant un rapport $r = 0,62$ bien inférieur à ceux utilisés dans les simulations réalisées. Une dépendance de l'angle avec le rapport r est nécessaire, comme

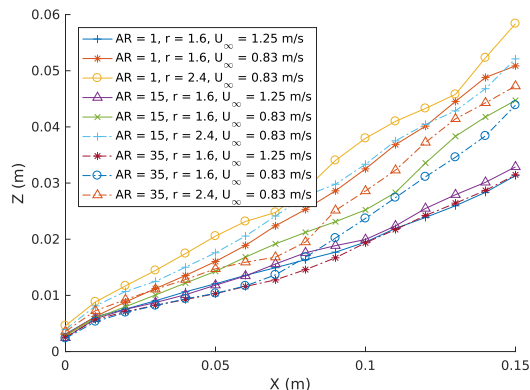


FIGURE 5.5 Influence de AR , r et U_∞ sur la trajectoire du centroïde du nuage d'air.

AR	r	U_∞ (m.s ⁻¹)	θ	θ_{c1}	θ_{c2}
1	1,6	1,25	12,6	1,63	13,3
1	1,6	0,83	20,9	2,26	20,8
1	2,4	0,83	20,8	2,25	17,7
15	1,6	1,25	13,7	1,63	13,3
15	1,6	0,83	21,1	2,22	20,4
15	2,4	0,83	19,5	2,26	17,7
35	1,6	1,25	13,6	1,63	13,3
35	1,6	0,83	21,0	2,26	20,8
35	2,4	0,83	20,9	2,26	17,7

TABLEAU 5.3 Angle d'ascension du nuage d'air loin de l'injection.

proposé par Dhar. La deuxième corrélation est limitée aux rapports $r \leq 1,6$ et l'angle trouvé numériquement pour les simulations avec $r = 1,6$ est très proche de celui prédit (écart relatif inférieur à 5%). Les angles trouvés lorsque $U_\infty = 0,83$ sont quasiment égaux entre eux malgré la variation de r . Le rapport r a donc un impact limité sur l'angle sur la plage $[1,6; 2,4]$.

La corrélation de Dhar est issue d'une fente avec $AR = 35$, cependant, elle donne de très bons résultats pour les autres rapports d'aspect. Le paramètre AR n'est pas dimensionnant dans le calcul de la pente d'ascension du nuage pour les r testés.

Zone dominée par le jet

Proche de l'injection, l'air a une trajectoire dont la forme s'approche de celles observées en monophasique. Dans cette zone, la gravité a peu d'impact. La figure 5.6 présente la trajectoire du centroïde du nuage d'air avec et sans gravité. Au niveau de l'injection, les deux courbes

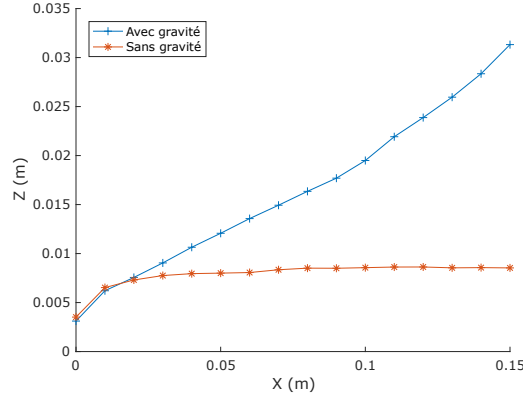


FIGURE 5.6 Influence de la gravité sur la trajectoire du centroïde du nuage d'air pour un orifice carré et $r = 1,6$.

sont superposées avant que le nuage ne décroche sous l'influence de la gravité.

Dans cette zone, les propriétés des JICF s'appliquent, notamment la mise à l'échelle par le rapport d'énergie cinétique. Ainsi, les jets caractérisés par des r identiques doivent avoir la même trajectoire. La figure 5.7 présente les trajectoires du centroïde du nuage pour des simulations à r constant. Pour chacune des fentes, les trajectoires des centroïdes sont superposées proches de l'injection, avant que la courbe correspondant à l'écoulement transverse le moins rapide ne décroche. Nous observons aussi que la distance de superposition des courbes avec le modèle de trajectoire augmente avec AR . Le mécanisme régissant le décollement de la phase gazeuse est corrélé avec U_∞ et AR .

Proche de l'injection, tous les jets suivent une trajectoire identique, montrant ainsi que même en diphasique, le rapport d'aspect a peu d'influence sur la trajectoire du jet dans cette zone. Afin de superposer les courbes ayant des rapports d'énergie cinétique différents, nous adimensionnons les trajectoires de la même façon que dans le chapitre 3, en ne gardant que r comme paramètre clé. La meilleure superposition est trouvée pour $Z_a = r^{1,11}D_h$ en posant $X_a = rD_h$. On retrouve ainsi un exposant $\alpha = 1,11$ proche de celui trouvé pour les simulations monophasiques (1,1). En rassemblant les courbes de toutes les simulations, le modèle décrivant la trajectoire du centroïde du nuage est :

$$\frac{z}{r^{1,11}D_h} = 1,11 \left(\frac{x}{rD_h} \right)^{0,38} + cte \quad (5.6)$$

Nous trouvons une loi proche de celle trouvée par Dhar [75] pour une fente de rapport d'aspect 35. Le coefficient A est identique tandis que l'exposant est proche du résultat proposé par leur corrélation ($B = 0,21/r + 0,28$), qui vaut 0,41 pour $r = 1,6$ et 0,37 pour $r = 2,4$.

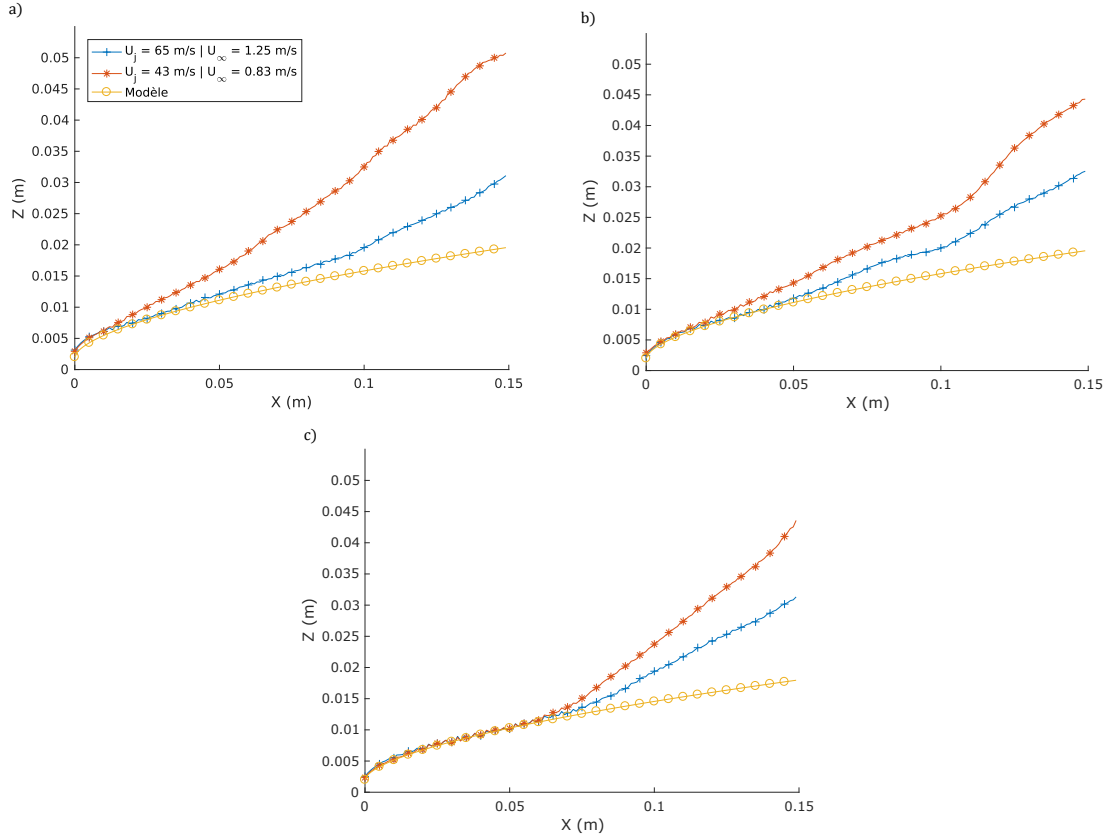


FIGURE 5.7 Trajectoire du centroïde du nuage pour $r = 1,6$. a) $AR = 1$. b) $AR = 15$. c) $AR = 35$.

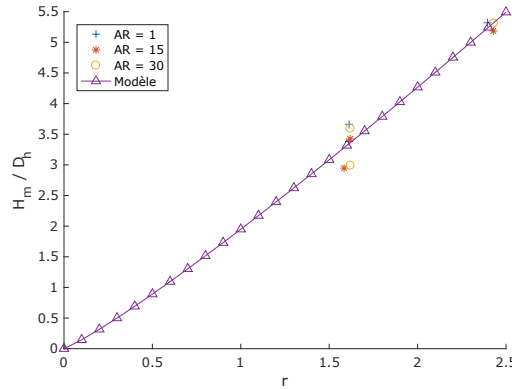
Cependant, l'ordonnée à l'origine n'est pas nulle, représentée par cte dans l'équation 5.6. Cette équation nous donne l'altitude du centroïde à l'origine avec $z_0/r^{1,1}D_h = cte$. On peut définir la hauteur d'impulsion H_m comme étant la hauteur du nuage d'air dans le plan $X = 0$. On fixe la borne $\varepsilon = 0,5$ pour définir l'extrémité supérieure du nuage dont l'altitude sera la hauteur d'impulsion. Cette borne permet de contenir 99% du nuage d'air en dessous de l'altitude H_m . Le tableau 5.4 présente les altitudes H_m et nous observons que, pour des rapports d'énergie cinétique égaux, les hauteurs d'impulsion sont proches. En prenant une adimensionnalisation similaire à celle de z_0 , nous obtenons :

$$\frac{H_m}{r^{1,13}D_h} = 1,95 \quad (5.7)$$

La modélisation ($R^2 = 0,95$) de $H_m/D_h = f(r)$ à partir des résultats des simulations, visible sur la figure 5.8, donne un exposant de r proche de celui de la trajectoire. L'expression obtenue ressemble à celle présentée par Dhar [75] : $H_m/rS_f^{0,5} = cte$. Les principales différences sont

AR	r	U_∞ (m.s ⁻¹)	H_m (mm)
1	1,6	1,25	7,1
1	1,6	0,83	6,6
1	2,4	0,83	10,3
15	1,6	1,25	6,7
15	1,6	0,83	5,7
15	2,4	0,83	10,1
35	1,6	1,25	7,0
35	1,6	0,83	5,8
35	2,4	0,83	10,3

TABLEAU 5.4 Hauteur d'impulsion au niveau de l'injection

FIGURE 5.8 Hauteur d'impulsion en fonction du rapport r .

l'exposant pour r , la longueur caractéristique S_f qui varie en fonction de D_h et de AR [équation 3.67] ainsi que la constante qui dépend notamment de la longueur caractéristique choisie.

En complément de la hauteur d'impulsion H_m , la largeur du nuage à l'injection L_n permet de définir la surface que le nuage occupe dans l'écoulement transverse. Lors de l'injection, le nuage s'étend sur les côtés latéraux de l'orifice, la largeur du nuage L_n est donc plus grande que la longueur de la fente L_f . À partir des simulations, on peut évaluer L_n en fonction de D_h , AR et r . lorsque r est constant, une fonction affine permet d'exprimer L_n/D_h en fonction de AR avec des coefficients de corrélation très proche de 1 :

$$\frac{L_n}{D_h} = a(r)AR + b(r) \quad (5.8)$$

Sur la plage de r simulée [entre 1,6 et 2,4], le coefficient a ne varie que de 2% et sera

pris constant $a = 0,24$. Le coefficient $b(r)$ varie légèrement en fonction de r , mais sera pris constant sur la plage considérée $b = 1,25$. Ce qui donne :

$$\frac{L_n}{D_h} = 0,24AR + 1,25 = f(AR) \quad (5.9)$$

Cette équation permet de déterminer la largeur du nuage à l'injection avec un coefficient de corrélation très proche de 1. La figure 5.9 illustre la performance de l'équation précédente pour déterminer L_n . Les différences entre les données issues numériques et le modèle sont inférieures à 3%.

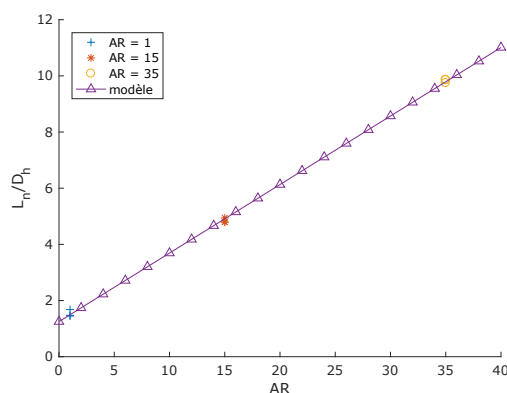


FIGURE 5.9 Largeur du nuage à l'injection en fonction du rapport d'aspect.

En étudiant la trajectoire du centroïde, on peut retrouver les trois régimes de déformation du nuage de gaz (section 5.4.1). Ils sont visibles sur la courbe bleue de la figure 5.9 a). La portion où la trajectoire suit le modèle correspond à celle où le nuage est plaqué contre la paroi. La première cassure dans la trajectoire coïncide avec le décollement et l'apparition de la forme en croissant. À partir de la seconde cassure, le nuage évolue librement dans l'écoulement transverse.

Trajectoire des vortex du CVP

Les vortex du CVP sont identifiés par les minimums de pression et l'extremum de vorticité. En monophasique, les trajectoires de ces deux critères sont superpos es. En diphasique, ces deux critères sont complexes à mettre en œuvre. La vorticité n'est pas stable spatialement, surtout avec un modèle de turbulence LES tandis que la présence de gravité perturbe fortement le champ de pression, ce qui complexifie la recherche du minimum pour déterminer la position du tourbillon.

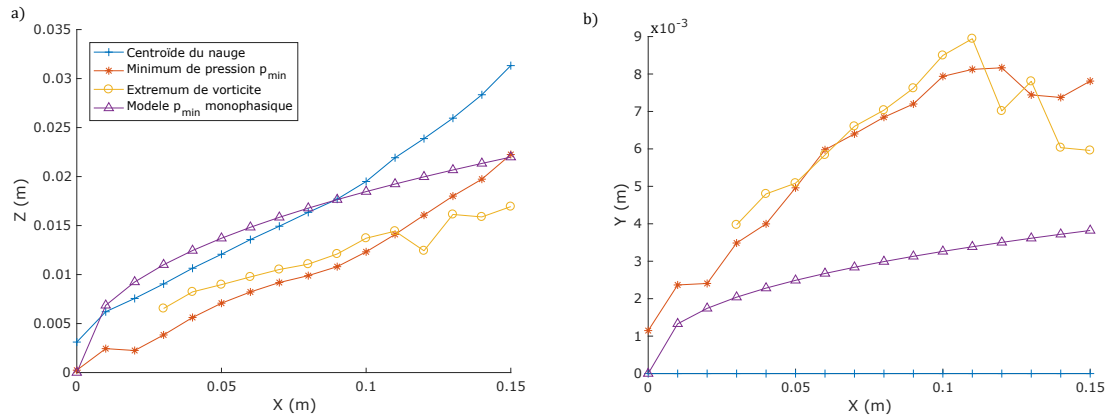


FIGURE 5.10 Trajectoire du centroïde du nuage et du minimum de pression pour un orifice carré à $r = 1,6$ ainsi que la trajectoire monophasique du minimum de pression. a) Trajectoire XZ b) Trajectoire XY

Dans les conditions des simulations, l'air injecté se rassemble dans une poche collée à la paroi en aval de l'injection, visible sur la figure 5.3 (régime de cavitation sur la figure 2.23). Cette poche forme un obstacle que l'écoulement transverse est obligé de contourner. Le jet est alors plaqué contre la paroi modifiant ainsi fortement sa trajectoire. La position des vortex est contrainte par celle du nuage et leur trajectoire est fortement modifiée par rapport à celle d'un jet monophasique. Il en résulte une faible pénétration dans l'écoulement et un fort déplacement latéral, observé sur la figure 5.10. Avant la zone de flottabilité, les trajectoires du minimum de pression et de l'extremum de vorticité sont superposées. Loin de l'injection, on observe une dissociation de ces deux trajectoires suivant l'axe z et un parallélisme entre la trajectoire du centroïde du nuage et celle du minimum de pression. Libéré de l'influence des jets, le nuage s'élève dans la conduite. Sa taille étant significative (sa largeur représentant plus de 20% de celle de la conduite), il crée une dépression en dessous suite à son mouvement. La valeur de cette dépression est importante et masque celle engendrée par les tourbillons dans les derniers plans visualisés sur la figure E.2. Le minimum de pression subit une ascension rapide pour rejoindre la partie inférieure du nuage, tandis que l'extremum de vorticité reste statique. Ce dernier coïncide avec les excroissances de taux de vide visibles en dessous du nuage qui correspondent au centre du CVP. Trop faible pour continuer à retenir l'air, l'intégralité du gaz s'échappe des vortex pour rejoindre le nuage.

Bien qu'encore présent dans l'écoulement, la position du CVP est fortement impactée par le caractère diphasique de l'écoulement. Dans les conditions des simulations, les vitesses des écoulements sont trop faibles pour permettre de créer des vortex forts, visibles malgré les perturbations. Cependant, les simulations réalisées sont limitées aux faibles vitesses en

raison des ressources informatiques disponibles.

5.5 Réaction de la nappe d'air

La présence de l'injection d'air forme un obstacle dans l'écoulement transverse. La quantité de mouvement échangée entre les deux phases est appelée réaction de la nappe d'air. On peut décomposer cette quantité comme étant la résultante de l'action de deux forces : une force de traînée dans la direction X et une de portance dans la direction Z . À cause de la symétrie du nuage par rapport au plan médian, il n'y a pas de transfert de quantité de mouvement global dans la direction Y (X étant la direction de propagation de l'écoulement transverse et Z la direction de l'injection).

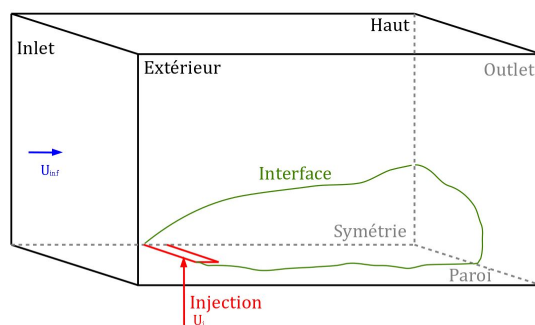


FIGURE 5.11 Décomposition du volume V en une surface fermée S délimitée par l'inlet et l'outlet

On considère un volume V centré autour de l'injection. Il est délimité par les deux plans transverses. Ce volume peut être découpé en les surfaces suivantes :

- Inlet : située en amont de l'injection, elle est en contact avec l'eau uniquement
- Outlet (A_{outlet}) : située en aval de l'injection
- Symétrie ($A_{symetrie}$) : située dans le plan médian ($Y = 0$)
- Haut : située au-dessus du nuage, uniquement au contact de l'eau
- Extérieur : décalée latéralement, uniquement au contact de l'eau
- Injection ($A_{injection}$) : surface de l'injection, uniquement au contact de l'air, incluse dans le domaine uniquement lorsque X_{inlet} est négatif.
- Paroi (A_{paroi}) : surface qui coïncide avec la paroi de la conduite

À l'intérieur du volume considéré, l'interface ($A_{interface}$) délimite la séparation entre les deux phases. Le volume V est constitué de la somme des volumes V_g et V_l occupés respectivement par le gaz et le liquide.

Par conservation de la quantité de mouvement, un bilan effectué sur l'intégralité du volume V donnera une valeur nulle. Afin de déterminer l'action d'une phase sur l'autre, on restreint le bilan au volume occupé par cette phase. Un bilan de quantité de mouvement est présenté en annexe F. On obtient la force exercée par l'eau sur l'air avec l'équation F.7.

Les écoulements transverses étudiés ont un nombre de Reynolds très grand ($\approx 10^5$), on suppose l'influence de la viscosité négligeable, on prend donc $\bar{\sigma}_k = 0$. Le plan médian étant un plan de symétrie, il n'y a pas d'échange de quantité de mouvement par ce plan.

La force exercée par une phase sur l'autre a trois composantes (équation F.3), une de convection, une de pression et une de viscosité. On se place en régime permanent, la position de l'interface est fixe, on a donc : $\mathbf{u} \cdot \mathbf{S} = 0$ au niveau de l'interface. Comme on néglige les effets de viscosité, le transfert de quantité de mouvement interfacial se fait uniquement sous forme de pression. Afin d'évaluer la valeur du transfert de quantité de mouvement, on retranche à la force recherchée l'effet de pression sur la face opposée (*outlet* pour la force suivant X , *paroi* et *injection* pour la force suivant Z).

5.6 Bilan suivant l'axe X

En projetant l'équation F.7 sur l'axe X , on obtient

$$F_{l \rightarrow g, x} - \iint_{A_{outlet, g}} p dS = \iint_{A_{outlet, g}} \rho_g u_{g, x}^2 dS - \iint_{A_{injection, g}} \rho_g u_{g, x} u_{g, z} dS \quad (5.10)$$

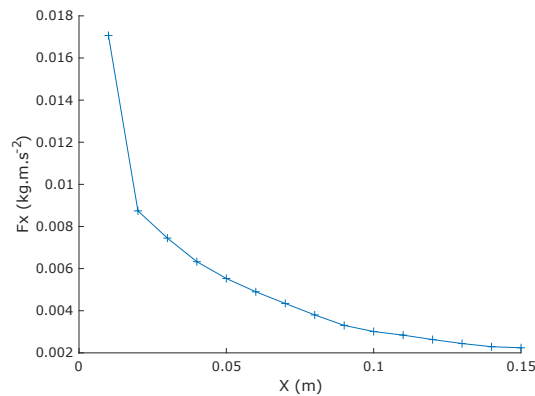


FIGURE 5.12 Évolution du transfert de quantité de mouvement suivant l'axe X en fonction de la longueur du domaine considéré.

On suppose qu'au niveau de l'injection, la vitesse est purement verticale. La seconde intégrale de l'équation précédente est donc nulle. L'évolution du transfert de quantité de mouvement

total entre les deux phases est déterminée en faisant varier la position de l'*outlet*. La figure 5.12 présente le transfert de quantité de mouvement total dans la direction X entre les deux phases en fonction de la longueur du domaine d'étude considéré. Proche de l'injection, la force est maximale puis diminue lorsque l'on considère une nappe d'air plus longue. En effet, au niveau de l'injection, la phase liquide dévie totalement l'écoulement, résultant en une force maximale. Lorsque l'on s'éloigne de l'injection, la phase gazeuse ralentie. Il y a donc un transfert négatif de quantité de mouvement entre l'eau et l'air, résultant en une force totale plus petite.

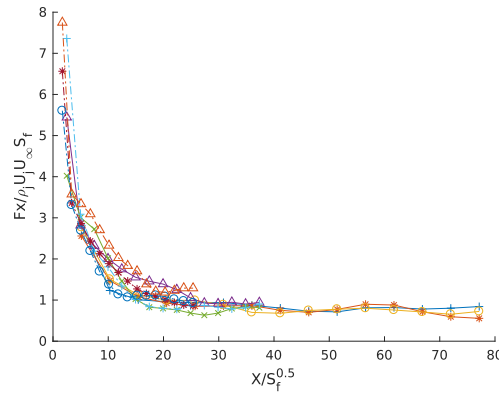


FIGURE 5.13 Adimensionnalisation de la force exercée par l'eau sur l'air dans la direction X .

Cette force dépend de la vitesse des deux écoulements et de la géométrie de l'orifice. Une adimensionnalisation par $\rho_j U_j U_\infty S_f$ pour la force et $\sqrt{S_f}$ pour la distance à l'injection permet de superposer les courbes (figure 5.13). La force adimensionnelle tend vers 1 lorsque l'on considère l'intégralité du nuage dans le domaine d'étude, à savoir une demi-conduite. La force totale vaut deux fois cette valeur.

5.7 Bilan suivant l'axe Z

En projetant l'équation F.7 sur l'axe Z , on obtient

$$F_{l \rightarrow g, z} - \iint_{A_{paroi, g}} p dS - \iint_{A_{injection, g}} p dS = \iint_{A_{injection, g}} \rho_g u_{g, z}^2 dS + \iint_{A_{outlet, g}} \rho_g u_{g, z} u_{g, x} dS + V_g \rho_g g \quad (5.11)$$

La figure 5.12 présente le transfert de quantité de mouvement total dans la direction Z entre les deux phases, en fonction de la longueur du domaine d'étude considéré. Il est quasiment

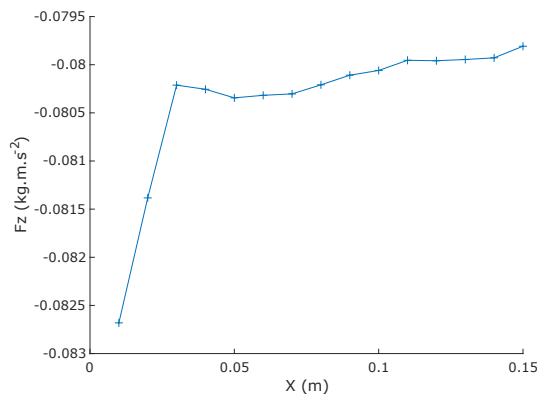


FIGURE 5.14 Évolution du transfert de quantité de mouvement suivant l'axe Z en fonction de la longueur du domaine considéré pour la simulation 7.

constant sur toute la longueur d'étude car la quantité de mouvement verticale dans le nuage est très faible par rapport à celle injectée. La variation proche de l'injection est due à une réaction plus forte de la nappe qui induit une vitesse négative (vers la paroi) au nuage. Cette réaction s'équilibre ensuite et le nuage s'élève. Lorsque l'on s'éloigne de l'injection, le volume de gaz considéré est plus grand, ce qui augmente l'influence de la gravité. Si on reste proche de l'injection, la réaction du nuage peut être prise égale à la quantité de mouvement injectée, à savoir : $\rho_j U_j^2 S_f$.

5.8 Décollement du nuage d'air

Nous avons vu précédemment que le décollement du nuage s'effectue quasiment linéairement, en partant des extrémités latérales de la fente d'injection jusqu'à rejoindre le plan médian. On appelle la longueur de décollement X_c , la distance à l'injection nécessaire pour que le nuage quitte la paroi. Elle est évaluée en déterminant le point de la paroi le plus loin de l'injection où le taux de vide est au moins égal à 0,5.

La figure 5.15 présente les contours de pressions dans deux plans proches de l'injection ainsi qu'une délimitation du nuage (la ligne verte représentant l'isocontour de taux de vide égal à 0,5). Au niveau de la paroi, nous pouvons observer que la langue d'eau progresse vers le plan médian lorsque l'on s'éloigne de l'injection. Cette infiltration d'eau est responsable du décollement du nuage.

À cause de la forte disparité entre les deux masses volumiques, l'effet de la gravité n'est pas identique dans les deux fluides. La stratification de pression créée dans la phase gazeuse

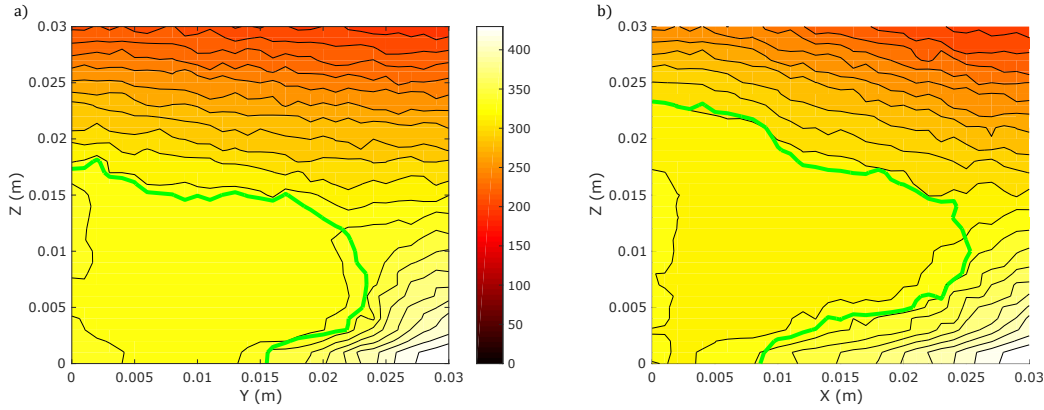


FIGURE 5.15 Contour de pression totale et délimitation du nuage (isocontour $\varepsilon = 0,5$) pour une fente avec $AR = 35$. a) 3 cm en aval de l'injection. b) 6 cm.

est négligeable devant celle de la phase liquide. Ainsi, nous pouvons considérer que la pression est constante dans le nuage d'air tandis qu'un gradient de pression vertical existe dans l'écoulement transverse. Cette différence de pression crée un gradient horizontal sur les côtés latéraux du nuage. Ce gradient se renforce lorsque l'on se rapproche de la paroi. En effet, la pression est constante dans le nuage tandis que la pression dans la phase liquide augmente avec la colonne d'eau considérée sous l'action de la gravité. À cause de ce gradient, l'eau est poussée vers le plan médian et s'infiltré sous le nuage. En négligeant les effets de tension de surface et de frottement, le déplacement à la paroi peut être déterminé à partir de la valeur de ce gradient de pression.

Il y a donc deux effets qui influencent la distance de décollement. En premier, l'écoulement transverse convecte l'eau dans la direction X . En second, le gradient de pression horizontal qui permet le déplacement de la langue d'eau de l'extérieur du jet vers le plan médian. En égalant les temps caractéristiques des deux phénomènes, il est possible d'estimer X_c .

Pour l'écoulement transverse, on suppose que la langue d'eau est convectée à la vitesse AU_∞ sur toute sa longueur. Elle se situe proche de la paroi, au sein de la couche limite de l'écoulement transverse. La vitesse horizontale qu'elle subit est donc inférieure à la vitesse de l'écoulement transverse. En supposant que la couche limite a un effet identique sur les écoulements transverses de toutes les simulations, la vitesse de convection est multipliée par une constante A . Un calibrage sera effectué à partir des données des simulations pour déterminer la valeur de cette constante. Le temps caractéristique associé à la convection par l'écoulement transverse est donc :

$$t_X = \frac{X_c}{AU_\infty} \quad (5.12)$$

Au sein du nuage, on suppose la pression constante et égale P_{ref} , pression appliquée sur le haut du nuage situé à une altitude H . La pression au niveau de la paroi à l'intérieur du nuage est aussi égale à P_{ref} . On prend $H = H_m$ à la hauteur d'impulsion définie par l'équation 5.7. À l'extérieur, pour une altitude inférieure à H , la pression hydrostatique s'ajoute à P_{ref} . Au niveau de la paroi, la pression vaut $P_{ref} + \rho_\infty gH$. La différence de pression est donc égale à $\Delta P = \rho_\infty gH$. La vitesse engendrée par cette différence de pression vaut $|U_y| = \sqrt{gH}$. À l'injection, la langue d'eau doit parcourir la distance $L_n/2$ (équation 5.9) afin de décoller l'entièrement du nuage. Le temps caractéristique associé est donc :

$$t_Y = \frac{L_n}{2\sqrt{gH_m}} \quad (5.13)$$

Lorsque les temps caractéristiques t_X et t_Y sont égaux, la langue d'eau s'est déplacée de l'extérieur du jet vers le plan médian et a été convectée d'une distance de X_c en aval de l'injection :

$$\frac{X_c}{AU_\infty} = \frac{L_n}{2\sqrt{gH_m}}$$

On utilise les équations 5.7 et 5.9 pour exprimer L_n et H_m en fonction de r et D_h .

$$\frac{X_c}{D_h} = A' f(AR) \frac{U_\infty}{\sqrt{gD_h r^{1,13}}}$$

Soit $L^* = D_h/L$ une longueur adimensionnelle entre le diamètre hydraulique de l'injection et la largeur de la conduite.

$$\frac{X_c}{D_h} = A' f(AR) \frac{Fr_\infty}{r^{0,565} L^{*0,5}} \quad (5.14)$$

La longueur de décollement dépend donc principalement de la vitesse de l'écoulement transverse U_∞ , du champ de gravité et AR . On retrouve ici le comportement observé précédemment, avec une longueur de décollement qui augmente en même temps que AR et U_∞ . La gravité ainsi que la vitesse du gaz réduisent cette longueur, car elles augmentent la valeur du gradient de pression au niveau de la paroi.

On peut estimer la longueur de décollement X_c en étudiant les taux de vide au niveau de

la paroi dans le plan médian. Elle correspond à la distance à laquelle le taux de vide descend en dessous de 0,5. Les valeurs sont rassemblées dans le tableau 5.5. Le coefficient A' de l'équation 5.14 est estimé à partir des données des simulations : $A' = 0.73$. La figure 5.16 présente la performance du modèle pour les différentes simulations réalisées, il y a une bonne correspondance pour la plupart des points entre les données numériques et ce modèle. Malgré les hypothèses, ce modèle permet de donner une estimation correcte de la distance de décollement du nuage.

AR	r	U_∞ (m.s ⁻¹)	X_c (cm)
1	1,6	1,25	2,7
1	1,6	0,83	1,2
1	2,4	0,83	0,9
15	1,6	1,25	4,8
15	1,6	0,83	3,6
15	2,4	0,83	2,1
35	1,6	1,25	9,3
35	1,6	0,83	7,0
35	2,4	0,83	3,8

TABLEAU 5.5 Position du point de décollement de la phase gazeuse.

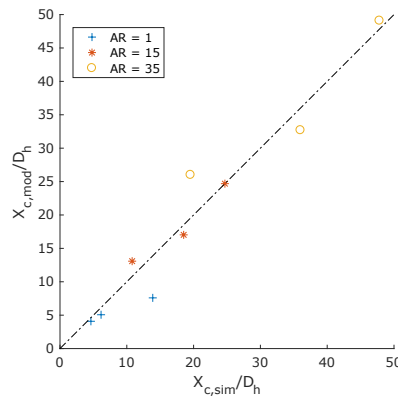


FIGURE 5.16 Comparaison entre les longueurs de décollement issues des simulations avec celles calculées à partir de l'équation 5.14.

Dhar [75] présente une corrélation pour X_c dépendante du nombre de Reynolds de l'écoulement transverse. À gravité constante et fluides identiques, la variation du nombre de Reynolds et du nombre de Froude revient à une variation de la vitesse de l'écoulement transverse. Dans leur corrélation, l'influence de r existe, mais est jugée négligeable. La principale différence est l'influence de AR dans notre équation qui n'est pas présente dans leur corrélation.

Ces différences peuvent provenir des plages d'applicabilités des corrélations proposées. En effet, celle de Dhar est construite pour $r \leq 2,4$, tandis que le modèle que nous proposons est testé sur une plage $r \in [1,6,2,4]$. Les mécanismes à l'origine du décollement sont peut-être différents en fonction du rapport d'énergie cinétique.

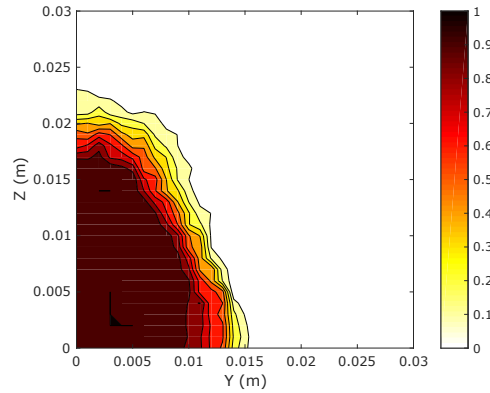


FIGURE 5.17 Contour de taux de vide dans un plan transverse à $X = 10 \text{ cm}$ de l'injection.

Il est important de noter que le modèle présenté se base sur la présence d'un gradient de pression horizontal au niveau de la paroi sous l'action de la gravité. En son absence, le jet ne décolle pas et forme un demi-cylindre. Ce comportement est observé dans une simulation réalisée sans gravité (figure 5.17). De plus, si la gravité est inversée (injection vers le bas), le jet ne se décolle pas de la paroi dans la zone où il dépend des paramètres du jet, avant d'être à nouveau plaqué lorsque le jet se dissipe et que la gravité devient le mécanisme prépondérant.

5.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié les modifications de trajectoires induites par le caractère diphasique de l'écoulement. L'analyse des contours de taux de vide a permis de déceler trois comportements du nuage après injection. Il est d'abord dévié par l'écoulement transverse et plaqué contre la paroi par la pression hydrostatique. À une certaine distance de l'injection, il se décolle de la paroi et adopte une structure en croissant, le centre du nuage s'élève sous l'action de la gravité tandis que les côtés sont retenus par les vortex du CVP. Enfin, loin de l'injection, les vortex s'épuisent et le nuage s'échappe pour monter sous l'action de la gravité uniquement.

Proche de l'injection, lorsqu'il est collé à la paroi, le nuage suit des lois puissances similaires à celles caractérisant les jets monophasiques. Dans cette zone, la hauteur d'impulsion H_m

définie comme la hauteur du nuage dans le plan d'injection et la largeur du nuage L_n permettent d'en caractériser la taille. Le premier dépend du rapport d'énergie cinétique r et du diamètre hydraulique, tandis que le deuxième dépend principalement de la géométrie de l'orifice d'injection (AR et D_h). Cette zone est aussi caractérisée par la longueur de décollement X_c à partir de laquelle le nuage s'est libéré de la paroi. Au travers d'une analyse des taux de vide et du champ de pression, un modèle est proposé pour expliquer les mécanismes à l'origine de ce décollement. Tant que le nuage est collé à la paroi, il est plaqué par la pression hydrostatique qui ne s'applique qu'au niveau de l'interface avec la phase liquide, l'empêchant ainsi de s'élever sous l'effet de la gravité. La différence de pression à l'interface due à la pression hydrostatique permet à une langue d'eau de s'infiltrer sous le nuage. Une fois qu'elle a rejoint le plan médian, la pression hydrostatique s'applique sur l'intégralité de la surface du nuage qui est alors soumis à la force d'Archimède. Il peut donc commencer son ascension. Le modèle propose une dépendance de X_c avec le nombre de Froude de l'écoulement transverse, le rapport d'énergie cinétique et le rapport d'aspect.

Une fois décollé de la paroi, le nuage transitionne vers une trajectoire linéaire dépendante aussi du nombre de Froude de l'écoulement transverse. Sur la plage de rapport d'énergie cinétique simulée, ce paramètre n'a pas d'impact sur la trajectoire dans la zone de quasi-flottabilité.

Le gradient de pression dû à la pesanteur joue un rôle décisif dans les deux zones du nuage. Sa valeur est constante dans les simulations et ne permet donc pas d'étudier plus en profondeur son influence sur les phénomènes à l'origine de la modification de la trajectoire.

Les forces exercées par la phase liquide sur la phase gazeuse ont été étudiées. La traînée dépend de la géométrie, mais aussi des vitesses des deux écoulements. Tandis que la portance est principalement liée à la quantité de mouvement injectée. Le transfert de quantité de mouvement dû à la flottabilité est faible devant la réaction qui a lieu au niveau de l'injection pour dévier le jet.

CHAPITRE 6 CONCLUSION

À travers ce travail de recherche, nous avons contribué à développer les connaissances sur les jets en écoulements transverses. Malgré leur présence répandue dans diverses applications industrielles, de nombreuses zones d'ombre persistent encore. La complexité du système en monophasique se trouve amplifiée en diphasique, où la présence de deux phases distinctes perturbe considérablement l'écoulement. De nouvelles interactions apparaissent en modifiant profondément la morphologie du jet, soulignant l'importance de comprendre en détail les facteurs régissant ces changements.

Au cours de cette étude numérique, nous nous sommes attachés à diversifier les connaissances existantes sur les jets monophasiques. Pour cela, des géométries non circulaires ont été simulées et de nouvelles grandeurs telles que le déplacement latéral du CVP ont reçu notre attention. Nous proposons ensuite un modèle permettant de reproduire ce CVP. Puis les principales différences du jet diphasique sont mises en évidence, en nous efforçant de comprendre les facteurs clés influençant les phénomènes sous-jacents à ces changements. De nombreuses questions demeurent en suspens, nécessitant des études ultérieures pour atteindre un modèle répliquant l'écoulement diphasique résultant de l'injection.

6.1 Synthèse des travaux

Diverses méthodes ont été utilisées pour traquer la trajectoire du jet et du CVP. Concernant le CVP, le minimum de pression, l'extremum de vorticité ou le maximum du critère de tourbillon λ_2 donnent des résultats équivalents et permettent de déterminer la position des extremums des grandeurs. Cependant, ils sont complexes à mettre en œuvre, soit parce qu'ils nécessitent de déterminer l'intégralité du champ de vitesse afin d'en déduire la vorticité, soit parce que la gravité introduit un gradient de pression qu'il est nécessaire de traiter. Le maximum de vitesse verticale est la méthode la plus simple à mettre en œuvre, mais elle ne fournit pas le déplacement latéral du CVP, pourtant indispensable à son étude. Aucune méthode ne se détache comme étant efficace et simple d'utilisation.

Les paramètres clés influant sur la trajectoire et les caractéristiques du jet et du CVP sont le rapport d'énergie cinétique r , le diamètre hydraulique D_h , l'épaisseur de la couche limite δ et la forme des profils dans les couches limite r_m . On retrouve ainsi les mêmes paramètres que pour les jets circulaires.

L'introduction du rapport d'aspect dans les paramètres en complément du diamètre hydrau-

lique permet de caractériser les écoulements issus d'orifices rectangulaires. En se limitant aux fentes ($AR \gg 1$), les courbes peuvent être superposées et modélisées. On obtient cependant des tendances différentes par rapport au jet carré. Toutes les grandeurs ne réagissent pas de la même façon. Certaines ne sont pas modifiées lorsque AR change, telle que la pénétration dans l'écoulement ou la valeur de l'extremum de vorticité, tandis que les autres grandeurs subissent de fortes variations. Le rapport peut être intégré dans le diamètre hydraulique, ce qui permet d'avoir un exposant universel applicable à toutes les grandeurs au lieu de le déterminer pour chacune des grandeurs  tudi es.

Les contours de vorticité de deux vortex du CVP sont déformés de manière elliptique, ce qui suggère une superposition partielle des tourbillons le composant. Nous avons développé un modèle pour reconstruire les deux vortex à partir des données du champ de vorticité. Ce modèle se base sur des tourbillons de Lamb-Oseen, dont le diamètre est déterminé grâce à des considérations géométriques du champ de vorticité et l'intensité à partir de la circulation mesur e. En utilisant ce modèle, il est possible de disposer du champ de vitesse dans l'intégralité des plans perpendiculaires à l'écoulement transverse. Cette représentation permet de créer de conditions aux limites proches de l'injection, afin de l'intégrer dans des systèmes complexes sans le simuler.

En diphasique, la présence des deux phases change grandement la morphologie de l'écoulement. Le jet est découpé en plusieurs zones disposant de caractéristiques propres. Proche de l'injection, le jet est collé à la paroi et possède des caractéristiques proches d'un jet monophasique en suivant une loi puissance et en étant sensible au rapport d'énergie cinétique. Après décollement, sa trajectoire devient linéaire et est r g e par la gravité et la vitesse de l'écoulement transverse.

Un modèle est proposé pour le décollement du nuage. Sous l'action d'un gradient de pression au niveau de la paroi d  à la pression hydrostatique, une langue d'eau s'infiltr e sous le nuage. La longueur de décollement peut être d termin e à partir de la valeur de la gravité, de la largeur du nuage et de la vitesse de l'écoulement transverse. L'influence de la gravité n'est pas limit e à la zone de quasi-flottabilité loin de l'injection.

Au travers ces résultats, plusieurs thématiques, jusqu'à ce jour peu  tudi es, ont été approfondies. En plus de l'intérêt porté à des orifices d'injection non circulaires, l'intégralité de la trajectoire du CVP a été examin e, la pénétration verticale ainsi que le déplacement latéral. Des corrélations ont été propos es sur les trajectoires ainsi que les valeurs des grandeurs afin de permettre la modélisation de l'écoulement résultant de l'injection. Le modèle de CVP permet de reconstruire les vortex théoriques générant les champs observés, donnant ainsi la possibilité de modéliser l'écoulement aval sans l'injection. Les résultats diphasiques

permettent de caractériser les deux comportements du nuage en aval de l'injection ainsi que la distance et le mécanisme de transition entre ces comportements.

6.2 Limitations de la solution proposée

La première limite est liée à la simplification des simulations LES. La conduite d'injection n'ayant pas été intégrée dans le domaine d'étude, cela entraîne des modifications dans l'écoulement issu de l'injection avec une réduction d'échelle des phénomènes observés. Bien que cette réduction semble constante en monophasique comme en diphasique, elle réduit les possibilités de réutilisation des modèles proposés. La réduction d'échelle ne change pas les allures des fonctions, mais affecte leurs coefficients, qui doivent être corrigés pour être comparés aux expériences.

Concernant la modélisation du CVP par un dipôle de vortex de Lamb-Osen, les vortex supplémentaires créés au niveau de la paroi n'ont pas été inclus. Ces tourbillons sont indispensables afin de valider la condition de non-glissement au niveau de la paroi. Si le CVP est suffisamment éloigné de cette paroi, les vitesses tangentielles créées seront faibles et l'absence de ces tourbillons aura peu d'impact. Cependant, en cas de présence d'un écoulement transverse puissant, les écarts seront non négligeables.

Pour la modélisation des écoulements diphasiques, le modèle VOF utilisé est un modèle avec schéma compressif, dont la précision nécessite un maillage raffiné autour de l'interface. D'autres méthodes de reconstruction d'interface plus précises sont disponibles dans le logiciel utilisé (ANSYS-Fluent), mais nécessite l'utilisation d'une formulation explicite, empêchant l'intégration d'un modèle de turbulence LES dans les simulations. Un choix doit donc être effectué entre précision de la modélisation de l'interface et celle de la turbulence. Nous avons choisi d'utiliser le modèle LES dont le chapitre 3 a montré qu'il était indispensable pour obtenir une solution précise. La disponibilité d'un modèle LES fonctionnant en formulation explicite ou d'une méthode de reconstruction d'interface implicite permettrait d'enlever ce choix. De plus, la taille des mailles du domaine d'étude a été limitée à 1 *mm* afin de garder des temps de simulations raisonnables, malgré l'utilisation de ressources informatiques conséquentes. Cette résolution spatiale limite les phénomènes observables avec le modèle VOF. En effet, l'interface est modélisée par un plan dans chacune des mailles comportant les deux phases. Afin d'observer le fractionnement de la nappe d'air en un ensemble de petites bulles, il est nécessaire de disposer d'une résolution spatiale d'un ordre de grandeur en dessous de la taille des bulles. Les expériences réalisées par Dhar [75] montrent l'apparition de bulles millimétriques dans l'écoulement. Afin de les observer, l'augmentation de la résolution spatiale d'un facteur 10 est nécessaire, mais cela allongerait les simulations d'un facteur 1000, ce qui

n'est pas envisageable avec les ressources informatiques à disposition.

La taille du domaine d'étude est une limite pour les simulations diphasiques. En effet, l'étude de la séparation des phases après décollement du nuage nécessite de disposer d'un maillage fin avec des dimensions suffisamment grandes pour englober l'ensemble du nuage jusqu'à l'apparition de ce phénomène. Dans les simulations réalisées, le nuage se libère de l'influence des vortex uniquement pour celles utilisant un orifice d'injection carré. Dès lors que l'on simule une fente, les dimensions du nuage augmentent fortement, et le maillage n'est plus assez grand pour inclure l'intégralité du nuage (en largeur et hauteur) et pas assez long pour disposer de données précises sur la séparation des phases. Une mise à l'échelle de tout le problème est nécessaire afin de réduire les distances caractéristiques des phénomènes que l'on souhaite observer. Cependant, une réduction des échelles nécessite une résolution supérieure au niveau de l'injection, ce qui limite la marge de manœuvre sans un raffinement supplémentaire du maillage.

Plusieurs différences ont été relevées entre les résultats issus des simulations et ceux des expériences réalisées par Dhar [75]. Les plages des paramètres utilisés ne se chevauchent pas suffisamment, ce qui limite les comparaisons possibles. La vitesse a été limitée dans nos simulations pour réduire les ressources nécessaires à leur réalisation tandis que des contraintes expérimentales limitent l'utilisation de vitesses plus petites.

6.3 Recommandations

6.3.1 Pour la communauté scientifique

Le premier point qui nécessite un développement supplémentaire est la façon dont les grandeurs réagissent aux modifications de rapport d'aspect. Lorsqu'elles ne sont pas influencées par les variations de AR , les grandeurs peuvent être adimensionnalisées par le diamètre hydraulique. Dans le cas contraire, une adimensionnalisation par $D_h AR^\lambda$ est proposée. Cette formulation rappelle l'expression de la surface de la fente. Une étude plus poussée est nécessaire afin de comprendre pourquoi les grandeurs ne réagissent pas toutes de la même façon aux modifications de la géométrie.

Nous avons proposé un modèle de décollement du nuage de la paroi afin de déterminer la longueur caractéristique de la poche de gaz située en aval de l'injection. À l'instar de [49], une longueur caractéristique qualifiant la séparation des phases est un aspect important à étudier. Après décollement, le nuage est soumis aux divers gradients de pression présents au sein de l'écoulement. Les deux principaux sont ceux créés par la pesanteur et ceux issus de la dépression en présence au centre des tourbillons du CVP. Le décrochage des phases peut

être expliqué par une rupture d'équilibre entre la force des vortex du CVP et la gravité. Nous avons proposé des lois pour la puissance des vortex et leur position en monophasique. En diphasique, ces tourbillons vont être fortement perturbés par la présence de gaz. En effet, ils créent une dépression en leur centre qui capte le gaz à cause de la différence de masse volumique avec la phase liquide. Un travail mené par O.Benthalia est en cours afin de déterminer l'influence d'un nuage d'air sur un tourbillon. Ses résultats vont permettre d'adapter notre modèle de CVP pour des écoulements diphasiques et ainsi caractériser la séparation des phases.

6.3.2 Pour les applications industrielles

En diphasique, la gravité influence plusieurs phénomènes, que ce soit le décollement du nuage ou son ascension dans la zone de quasi-flottabilité. Les simulations réalisées reproduisent une injection vers le haut dans une gravité standard. Seulement, un injecteur utilisé dans le cas d'une aération distribuée dans une turbine est en rotation. La force centrifuge, qui dépend aussi de la masse volumique des fluides, est ajoutée dans la force volumique et si la rotation est suffisamment rapide, c'est elle qui en dicte l'orientation et l'intensité. Afin de déterminer la façon dont le jet peut réagir, une étude sur les effets de la gravité est nécessaire. Contrairement aux expériences qui sont limitées par la gravité terrestre, les simulations numériques peuvent modifier ce paramètre simplement. L'influence qu'a la variation de l'intensité de la gravité et de son orientation peut permettre d'améliorer la compréhension de la trajectoire du nuage de gaz en diphasique.

RÉFÉRENCES

- [1] F. Bunea *et al.*, “Water quality in hydroelectric sites,” *Ecological Water Quality-Water Treatment and Reuse. IntechOpen*, p. 391–408, 2012.
- [2] P. March, “Hydraulic and environmental performance of aerating turbine technologies,” dans *EPRI Conference on Environmentally Enhanced Hydropower Turbines*. Electric Power Research Institute Palo Alto, CA, USA, 2011, p. 19–21.
- [3] T. New, T. T. Lim et S. C. Luo, “Effects of jet velocity profiles on a round jet in cross-flow,” *Exp. Fluids*, vol. 40, p. 859–875, 2006.
- [4] A. F. Marzouk, Y. M. et Ghoniem, “Vorticity structure and evolution in a transverse jet,” *J. Fluid Mech.*, vol. 575, p. 267–305, 2007.
- [5] L. L. Yuan, R. L. Street et J. H. Ferziger, “Large-eddy simulations of a round jet in crossflow,” *J. Fluid Mech.*, vol. 379, p. 71–104, 1999.
- [6] R. M. Kelso et A. J. Smits, “Horseshoe vortex systems resulting from the interaction between a laminar boundary layer and a transverse jet,” *Phys. Fluids*, vol. 7, n^o. 1, p. 153–158, 1995.
- [7] T. Cambonie, N. Gautier et J. L. Aider, “Experimental study of counter-rotating vortex pair trajectories induced by a round jet in cross-flow at low velocity ratios,” *Exp. Fluids*, vol. 54, p. 1–13, 2013.
- [8] S. Muppidi et K. Mahesh, “Study of trajectories of jets in crossflow using direct numerical simulations,” *J. Fluid Mech.*, vol. 530, p. 81–100, 2005.
- [9] L. L. Yuan et R. L. Street, “Trajectory and entrainment of a round jet in crossflow,” *Phys. Fluids*, vol. 10, p. 2323, 1998.
- [10] S. Muppidi. et K. Mahesh, “Direct numerical simulation of passive scalar transport in transverse jets,” *J. Fluid Mech.*, vol. 598, p. 335–360, 2008.
- [11] B. A. Haven et M. Kurosaka, “Kidney and anti-kidney vortices in crossflow jets,” *J. Fluid Mech.*, vol. 352, p. 27–64, 1997.
- [12] T. T. Lim, T. H. New et S. C. Luo, “Scaling of trajectories of elliptic jets in crossflow,” *AIAA J.*, vol. 44, n^o. 12, p. 3157–3160, 2006.
- [13] S. A. Socolofsky et E. E. J. Adams, “Multi-phase plumes in uniform and stratified crossflow,” *J. Hydraul. Res.*, vol. 40, n^o. 6, p. 661–672, 2002.
- [14] A. Tapucu, *The thermal-hydraulics of two-phase systems*. École Polytechnique de Montréal, 2009.

- [15] G. Hewitt et D. Roberts, *Studies of two-phase flow patterns by simultaneous x-ray and flash photography*. Atomic Energy Research Establishment, Harwell, England, 1969.
- [16] Y. Taitel et A. Dukler, “A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow,” *AIChE J.*, vol. 22, n^o. 1, p. 47–55, 1976.
- [17] S. E. Forrester et C. D. Rielly, “Bubble formation from cylindrical flat and concave sections exposed to a strong liquid cross-flow,” *Chem. Eng. Sci.*, vol. 53, n^o. 8, p. 1517–1527, 1998.
- [18] A. Inc, *ANSYS Fluent Theory Guide*, version 23 1 éd. ANSYS, 2023.
- [19] IEA, *Renewables 2022*, Paris, 2022. [En ligne]. Disponible : <https://www.iea.org/reports/renewables-2022>
- [20] R. J. Margason, “Fifty years of jet in cross flow research,” *In AGARD*, 1993.
- [21] N. Rajaratnam, *ATurbulent jets*. Elsevier, 1976.
- [22] T. Cambonie et J. L. Aider, “Transition scenario of the round jet in crossflow topology at low velocity ratios,” *Phys. Fluids*, vol. 26, p. 084101, 2014.
- [23] R. M. Kelso, T. T. Lim et A. E. Perry, “An experimental study of round jets in cross-flow,” *J. Fluid Mech.*, vol. 306, p. 111–144, 1996.
- [24] L. Cortelezzi et A. R. Karagozian, “An experimental study of round jets in cross-flow,” *J. Fluid Mech.*, vol. 446, p. 347–373, 2001.
- [25] T. T. Lim, T. H. New et S. C. Luo, “On the development of large-scale structures of a jet normal to a cross flow,” *Phys. Fluids*, vol. 13, n^o. 3, p. 770–775, 2001.
- [26] J. F. Keffer et W. Baines, “The round turbulent jet in a cross-wind,” *J. Fluid Mech.*, vol. 15, p. 481–496, 1963.
- [27] A. Krothapali, L. Lourenco et J. M. Buchlin, “Separated flow upstream of a jet in a crossflow,” *AIAA J.*, vol. 28, n^o. 3, p. 414–420, 1990.
- [28] Z. Wu, D. Laurence et I. Afgan, “Dns of a jet in cross flow with passive scalar mixing,” *Turbulence, Heat and Mass Transfert*, vol. 8, p. 1–12, 2015.
- [29] A. Krothapalli et C. Shi, “Separated flow generated by a vectored jet in a crossflow,” *In AGARD*, 1993.
- [30] K. Komuro et T. Tsukiji, “Study on vortical structure of a transverse jet using cfd,” dans *10th International Conference on Fluid Control, Measurements, and Visualization*, Moscow, Russia, 2009.
- [31] T. F. Fric et A. Roshko, “Vortical structure in the wake of a transverse jet,” *J Fluid Mech.*, vol. 279, p. 1–47, 1994.

- [32] A. Lozano *et al.*, “Concentration measurements in a transverse jet by planar laser-induced fluorescence of acetone,” *AIAA J.*, vol. 32, p. 218–221, 1994.
- [33] S. H. Smith et M. G. Mungal, “Mixing structure and scaling of the jet in cross-flow,” *J. Fluid Mech.*, vol. 357, p. 83–122, 1998.
- [34] I. Milanovic, K. B. M. Q. Zaman et T. J. Bencic, “Unsteady wake vortices in jets in cross-flow,” *Journal of visualization*, vol. 15, p. 44–55, 2012.
- [35] H. Haniu et B. Ramaprian, “Studies on two-dimensional curved nonbuoyant jets in cross flow,” 1989.
- [36] B. D. Pratte et W. D. Baines, “Profiles of the round turbulent jet in a cross flow,” *J. Hydraul. Eng.*, vol. 93, n^o. 6, p. 53–64, 1967.
- [37] J. Broadwell et R. Breidenthal, “Structure and mixing of a transverse jet in incompressible flow,” *J. Fluid Mech.*, vol. 148, p. 405–412, 1984.
- [38] Y. Kamotami et I. Greber, “Experiments on a turbulent jet in a cross flow,” *AIAA J.*, vol. 10, p. 1425–1429, 1972.
- [39] A. Karagozian, “An analytical model for the vorticity associated with a transverse jet,” *AIAA J.*, vol. 24, n^o. 3, p. 429–436, 1986.
- [40] E. F. Hasselbrink et M. G. Mungal, “Transverse jets and jet flames. part 1. scaling laws for strong transverse jets,” *J. Fluid Mech.*, vol. 443, p. 1–25, 2001.
- [41] R. L. Fearn et R. P. Weston, “Induced pressure distribution of a jet in a crossflow,” Rapport technique, 1975.
- [42] F. R. Menter, “The near-field in the mixing of a round jet with a cross-stream,” *J. Fluid Mech.*, vol. 80, p. 49–80, 1977.
- [43] K. Mahesh, “The interaction of jets with crossflow,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 45, p. 379–407, 2013.
- [44] E. F. Hasselbrink et M. G. Mungal, “An analysis of the time-averaged properties of the far field of the transverse jet,” Reno, USA, 1996.
- [45] P. P. Ricou et D. B. Spalding, “Measurements of entrainment by axisymmetrical turbulent jets,” *J. Fluid Mech.*, vol. 11, p. 21–32, 1961.
- [46] D. S. Liscinsky, B. True et J. D. Holdeman, “Crossflow mixing of noncircular jets,” *J. Propuls. Power*, vol. 12, n^o. 2, p. 225–230, 1997.
- [47] T. H. New, T. T. Lim et S. C. Luo, “Elliptic jets in cross-flow,” *J. Fluid Mech.*, vol. 494, p. 119–140, 2003.
- [48] J. Mi, G. J. Nathan et R. E. Luxton, “Centreline mixing characteristics of jets from nine differently shaped nozzles,” *Exp. Fluids*, vol. 494, p. 119–140, 2003.

- [49] W. Zhang et D. Z. Zhu, “Trajectories of air-water bubbly jets in crossflows,” *J. Hydraul. Eng.*, vol. 140, n^o. 7, p. 06014011, 2014.
- [50] Z. Rek *et al.*, “Numerical simulation of gas jet in liquid crossflow with high mean jet to crossflow velocity ratio,” *Chem. Eng. Sci.*, vol. 170, p. 667–676, 2017.
- [51] M. Taherian et A. Mohammadian, “Buoyant jets in cross-flows : review, developments, and applications,” *J. Mar. Sci. Eng.*, vol. 9, n^o. 1, p. 61, 2021.
- [52] P. R. Spalart, “Airplane trailing vortices,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 30, p. 107–138, 1998.
- [53] T. Leweke, S. Le Dizès et C. H. K. Williamson, “Dynamics and instabilities of vortex pairs,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, vol. 48, p. 507–541, 2016.
- [54] “Simulation des grandes structures de la turbulence,” dans *Wikipédia*, 1 juillet 2022. [En ligne]. Disponible : https://en.wikipedia.org/wiki/Lamb-Oseen_vortex
- [55] G. K. Batchelor, *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 1967.
- [56] D. W. Moore et P. G. Saffman, “Structure of a line vortex in an imposed strain,” *Aircraft Wake Turbulence and Its Detection*, p. 339–354, 1971.
- [57] T. Leweke et C. H. K. Williamson, “Cooperative elliptic instability of a vortex pair,” *J. Fluid Mech.*, vol. 360, p. 82–119, 1998.
- [58] S. E. Widnall, D. Bliss et C. Y. Tsai, “The instability of short waves on a vortex ring,” *J. Fluid Mech.*, vol. 66, n^o. 1, p. 35–47, 1974.
- [59] L. Ting et F. Bauer, “Viscous vortices in two- and three- dimensional space,” *Comput. Fluids*, vol. 22, p. 565–588, 1993.
- [60] B. Cantwell et N. Rott, “The decay of a viscous vortex pair,” *Phys. Fluids*, vol. 31, n^o. 11, p. 3213–3224, 1988.
- [61] S. Lamb, *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, 1932.
- [62] J. A. Luton et S. A. Ragab, “The three-dimensional interaction of a vortex pair with a wall,” *Phys. Fluids*, vol. 9, p. 2967–2980, 1997.
- [63] D. J. Asselin et C. H. K. Williamson, “Influence of a wall on the three-dimensional dynamics of a vortex pair,” *J. Fluid Mech.*, vol. 817, p. 339–373, 2017.
- [64] C. Beguin, “Modélisation des écoulements diphasiques : amortissement, forces interfaciales et turbulence diphasique,” thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada, 2010.
- [65] J. Glimm *et al.*, “The bifurcation of tracked scalar waves,” *SIAM J. Sci. Comput.*, vol. 9, n^o. 1, p. 61–79, 1988.

- [66] S. O. Unverdi et G. Tryggvason, “A front-tracking method for viscous, incompressible, multi-fluid flows,” *J. Comput. Phys.*, vol. 100, n^o. 1, p. 25–37, 1992.
- [67] S. Osher et R. P. Fedkiw, “Level set methods : An overview and some recent results,” *J. Comput. Phys.*, vol. 169, n^o. 1, p. 463–502, 2001.
- [68] S. P. Van der Pijl, “Computation of bubbly flows with a mass-conserving level-set method,” thèse de doctorat, université de technologie de Delft, Delft, Pays-Bas, 2005.
- [69] Z. Rek *et al.*, “Volume of fluid (vof) methods for the dynamics of free boundaries,” *J. Comp. Phys.*, vol. 39, p. 201–225, 1981.
- [70] W. Noh et P. Woodward, “Slic (simple line interface calculation),” dans *5th International Conference on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, Enschede, Pays-Bas, 1976, p. 330–340.
- [71] D. L. Youngs, “Time-dependent multi-material flow with large fluid distortion,” *Numerical Methods for Fluid Dynamics*, 1982.
- [72] P. Boris et D. L. Book, “Flux-corrected transport. i. shasta, a fluid transport algorithm that works,” *J. Comput. Phys.*, vol. 11, p. 38–69, 1973.
- [73] O. Ubbink, “Numerical prediction of two fluid systems with sharp interfaces,” thèse de doctorat, University of London, London, England, 1997.
- [74] G. H. Yeoh et T. Barber, “Assessment of interface capturing methods in computational fluid dynamics (cfd) codes - a case study,” *J. Comput. Multiph. Flows*, vol. 1, n^o. 2, p. 201–215, 2009.
- [75] L. Dhar, “Étude expérimentale de nappes d’air injectées à haut débit à travers différentes fentes dans un écoulement d’eau transverse,” thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada, 2023.
- [76] J. Jeong et F. Hussain, “On the identification of a vortex,” *J. Fluid Mech.*, vol. 285, p. 69–94, 1995.
- [77] F. R. Menter, “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications,” *AIAA J.*, vol. 32, n^o. 8, p. 1598–1605, 1994.
- [78] J. Smagorinsky, “General circulation experiments with the primitive equations,” *Mon. Weather Rev.*, vol. 91, p. 99–164, 1963.
- [79] “Simulation des grandes structures de la turbulence,” dans *Wikipédia*, 12 janvier 2023. [En ligne]. Disponible : https://fr.wikipedia.org/wiki/Simulation_des_grandes_structures_de_la_turbulence
- [80] M. Germano *et al.*, “Dynamic subgrid-scale eddy viscosity model. summer workshop,” 1996.

- [81] D. K. Lilly, “A proposed modification of the germano subgrid-scale closure model,” *Phys. Fluids*, vol. 4, p. 633–635, 1992.
- [82] B. Kader, “Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers,” *Int. J. Heat Mass Transf.*, vol. 24, n°. 9, p. 1541–1544, 1981.
- [83] J. Vetel, *Turbulence, théorie et pratique*. École Polytechnique de Montréal, 2019.
- [84] F. C. C. Galeazzo *et al.*, “Computational modeling of turbulent mixing in a jet in crossflow,” *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 41, p. 55–65, 2013.
- [85] J. D. Buntine et D. I. Pullin, “Merger and cancellation of strained vortices,” *J. Fluid Mech.*, vol. 205, p. 263–295, 1989.

ANNEXE A ADIMENSIONNALISATION ET CHANGEMENT D'ÉCHELLE DU PROBLÈME

Douze grandeurs sont identifiées comme ayant un impact notable sur le problème. Elles s'expriment en fonction de trois unités fondamentales : une masse $[M]$, une longueur $[L]$ et un temps $[T]$

- L : la largeur de la conduite ($[L]$)
- e : l'épaisseur de la fente et L_f la longueur de la fente ($[L]$)
- Δt un pas de temps ($[T]$)
- U_j et U_∞ : les vitesses du jet et de l'écoulement transverse ($[L][T]^{-1}$)
- ρ_j et ρ_∞ : les masses volumiques du jet et de l'écoulement transverse ($[M][L]^{-3}$)
- μ_j et μ_∞ : les viscosités dynamiques du jet et de l'écoulement transverse ($[M][L]^{-1}[T]^{-1}$)
- g : gravité ($[M][T]^{-2}$)
- σ : la tension de surface ($[M][T]^{-2}$)

D'après le théorème de Vaschy-Buckingham, il existe neuf nombres adimensionnels qui permettent de décrire le système :

Une vitesse adimensionnelle :

$$U^* = \frac{U_\infty \Delta t}{L} \quad (\text{A.1})$$

Une longueur adimensionnelle :

$$L^* = \frac{e}{L} \quad (\text{A.2})$$

Le rapport d'aspect :

$$AR = \frac{L_f}{e} \quad (\text{A.3})$$

Le rapport des vitesses :

$$R = \frac{U_j}{U_\infty} \quad (\text{A.4})$$

Le rapport des masses volumiques :

$$\rho^* = \frac{\rho_j}{\rho_\infty} \quad (\text{A.5})$$

Le rapport des viscosité dynamiques :

$$\mu^* = \frac{\mu_j}{\mu_\infty} \quad (\text{A.6})$$

Le nombre de Reynolds de l'écoulement transverse :

$$Re_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty L}{\mu_\infty} \quad (\text{A.7})$$

Le nombre de Froude de l'écoulement transverse :

$$Fr_\infty = \frac{U_\infty}{\sqrt{gL}} \quad (\text{A.8})$$

Le nombre de Morton :

$$Mo = \frac{g\mu_\infty^4}{\rho_\infty\sigma^3} \quad (\text{A.9})$$

Tant que les neuf nombres précédents restent constants, le problème étudié est identique, quelles que soient les valeurs des grandeurs identifiées. Ainsi, cela permet d'augmenter le pas de temps des simulations pour réduire les oscillations lors de la résolution, introduites par le schéma centré utilisé notamment dans les simulations LES.

Les nouvelles grandeurs sont notées avec l'indice '. On pose $\Delta t' = 10^3 \Delta t$. L'égalité entre les nouveaux nombres adimensionnels et les anciens permet de trouver le changement d'échelle pour toutes les variables :

$$\frac{U'_\infty \Delta t'}{L'} = U^* = \frac{U_\infty \Delta t}{L} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{e'}{L'} = L^* = \frac{e}{L} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{L'_f}{e'} = AR = \frac{L_f}{e} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{U'_j}{U'_\infty} = R = \frac{U_j}{U_\infty} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{\rho'_j}{\rho'_\infty} = \rho^* = \frac{\rho_j}{\rho_\infty} \quad (\text{A.14})$$

$$\frac{\mu'_j}{\mu'_\infty} = \mu^* = \frac{\mu_j}{\mu_\infty} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{\rho'_\infty U'_\infty L'}{\mu'_\infty} = Re_\infty = \frac{\rho_\infty U_\infty L}{\mu_\infty} \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{U'_\infty}{\sqrt{g'L'}} = Fr_\infty = \frac{U_\infty}{\sqrt{gL}} \quad (\text{A.17})$$

$$\frac{g' \mu'_{\infty}{}^4}{\rho'_{\infty} \sigma'^3} = Mo = \frac{g \mu_{\infty}^4}{\rho_{\infty} \sigma^3} \quad (\text{A.18})$$

Afin de déterminer toutes les nouvelles variables, il est nécessaire d'en fixer deux. On pose $L' = L$ et $\rho'_{\infty} = \rho_{\infty}$. On obtient :

- $\Delta t' = 10^3 \Delta t$
- $L' = L$, $e' = e$ et $L' = L$
- $U'_j = 10^{-3} U_j$ et $U'_{\infty} = 10^{-3} U_{\infty}$
- $\rho'_j = \rho_j$ et $\rho'_{\infty} = \rho_{\infty}$
- $\mu'_j = 10^{-3} \mu_j$ et $\mu'_{\infty} = 10^{-3} \mu_{\infty}$
- $g' = 10^{-6} g$
- $\sigma' = 10^{-6} \sigma$

ANNEXE B CRITÈRE DE TOURBILLON LAMBDA2

Basé sur les travaux de Jeong et Hussain [76], le critère de tourbillon Lambda2 permet de localiser des tourbillons dans un champ de vitesse en trois dimensions.

A partir d'un champ de vitesse \mathbf{u} , ils construisent les matrices S et Ω composante symétriques et antisymétriques de $\nabla\mathbf{u}$:

$$S = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} + (\nabla\mathbf{u})^T) \quad (\text{B.1})$$

$$\Omega = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{u} - (\nabla\mathbf{u})^T) \quad (\text{B.2})$$

Ces deux matrices représentent les contraintes de cisaillement et l'amplitude de la vorticité.

Les valeurs propres ($\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$) de la matrice $S^2 + \Omega^2$ sont ensuite définies et classées par ordre croissant de telle sorte que : $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$.

Leur critère de tourbillon stipule que on se trouve dans un tourbillon si le point en question est un minimum local de pression dans un plan de l'espace. Cela implique que deux des valeurs propres de la matrice $S^2 + \Omega^2$ doivent être négatives [76]. Or, les valeurs propres étant classées par ordre croissant, la seconde doit être négative pour satisfaire a minima la condition précédente.

Le nom du critère vient ainsi du fait que la contrainte d'appartenance à un tourbillon ne porte que sur la seconde valeur propre $\lambda_2 < 0$

ANNEXE C LISTE DES PARAMÈTRES DES SIMULATIONS

Simulations RANS

Simulation	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
U_j (m.s ⁻¹)	2,2	3,8	3,8	3,8	3,7	3,9	3,8	4,8	5,7	5,7
U_{inf} (m.s ⁻¹)	1,3	1,3	1,3	0,8	0,8	0,8	0,8	1,3	1,3	0,8
r	1,7	3,1	3,1	4,6	4,4	4,7	4,6	3,8	4,6	6,9
r_m	2,1	3,7	3,9	5,6	5,6	5,6	5,9	4,6	5,6	8,3
D_h (mm)	1,94	1,94	1,94	1,94	1	3	1,94	1,94	1,94	1,94
AR	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
δ (mm)	23,9	23,9	5	25,5	25,7	25,1	5,5	23,7	23,6	25,1

Simulation	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
U_j (m.s ⁻¹)	5,7	5,7	5,8	5,7	5,4	5,8	5,7	5,7	6,7	7,6
U_{inf} (m.s ⁻¹)	0,8	1,9	1,9	1,9	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
r	6,9	3,1	3,1	3,0	4,3	4,7	4,6	4,6	5,3	6,1
r_m	8,7	3,7	3,7	3,9	5,5	5,6	5,6	5,8	6,5	7,4
D_h (mm)	1,94	1,94	3	1,94	1	3	1,94	1,94	1,94	1,94
AR	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
δ (mm)	5,5	22,4	22,3	4,7	23,8	23,2	14,1	5	23,5	23,3

Simulation	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
U_j (m.s ⁻¹)	7,6	7,6	7,2	7,6	8,6	3,8	5,7	5,7	3,8	5,7
U_{inf} (m.s ⁻¹)	1,9	1,9	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,9
r	4,1	4,1	5,8	6,1	6,9	3,1	4,6	4,6	3,0	3,0
r_m	4,9	5,1	7,3	7,7	8,3	3,8	5,6	5,8	3,9	3,9
D_h (mm)	1,94	1,94	1	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94
AR	1	1	1	1	1	15	15	25	35	35
δ (mm)	5,5	22,4	22,3	4,7	23,8	23,2	14,1	5	23,5	23,3

Simulation	31	32	33	34	35	36	37	38
U_j (m.s ⁻¹)	5,7	3,8	7,6	5,4	5,4	5,4	5,5	5,5
U_{inf} (m.s ⁻¹)	1,9	0,8	1,3	1,3	1,3	1,3	1,2	1,2
r	4,6	4,6	6,1	4,3	4,3	4,3	4,4	4,4
r_m	6,0	6,0	8,0	5,9	5,3	5,4	5,5	5,5
D_h (mm)	1,94	1,94	1	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94
AR	35	35	35	45	1	1	1	1
δ (mm)	21,0	23,0	19,0	22,8	23,5	23,5	0	0

Simulations LES

Simulation	41	42	43	44	45	46	47	48
U_j (m.s ⁻¹)	2	3,6	3,6	3,6	5,4	5,4	5,4	5,5
U_{inf} (m.s ⁻¹)	1,3	1,3	0,8	0,8	1,3	1,3	1,9	1,3
r	1,6	2,9	4,3	4,3	4,3	4,3	2,9	4,3
r_m	1,2	1,2	1,2	1,3	1,2	1,3	1,2	1,3
D_h (mm)	1,94	1,94	1,94	1,94	1	3	1,94	1,94
AR	1	1	1	1	1	1	1	1
δ (mm)	24,2	22,9	23,7	5,6	22,7	5	25,8	22

Simulation	49	50	51
U_j (m.s ⁻¹)	3,6	3,6	3,6
U_{inf} (m.s ⁻¹)	1,3	1,3	1,3
r	2,9	2,9	2,9
r_m	3,6	3,6	3,7
D_h (mm)	1,94	1,94	1,94
AR	15	25	35
δ (mm)	24	28,9	23

ANNEXE D CONTOURS DE VORTICITÉ POUR DIFFÉRENTES FENTES

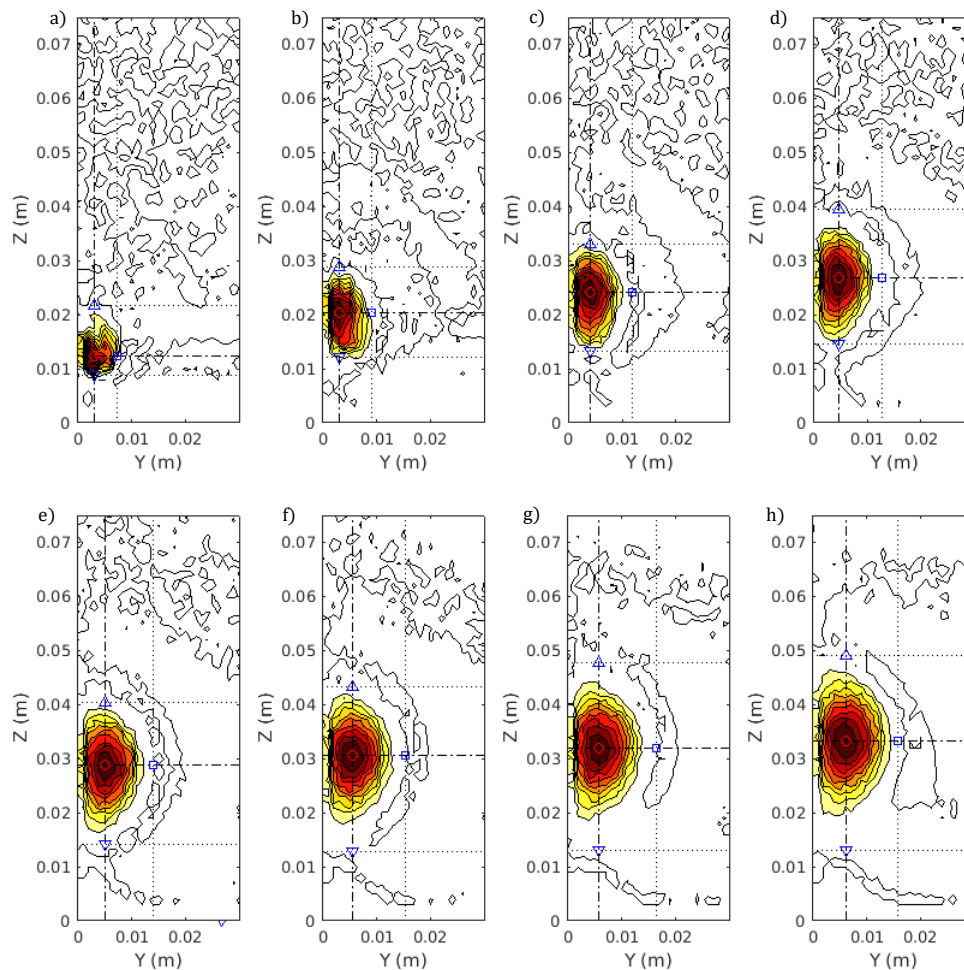


FIGURE D.1 Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice d'injection carré ($AR = 1$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

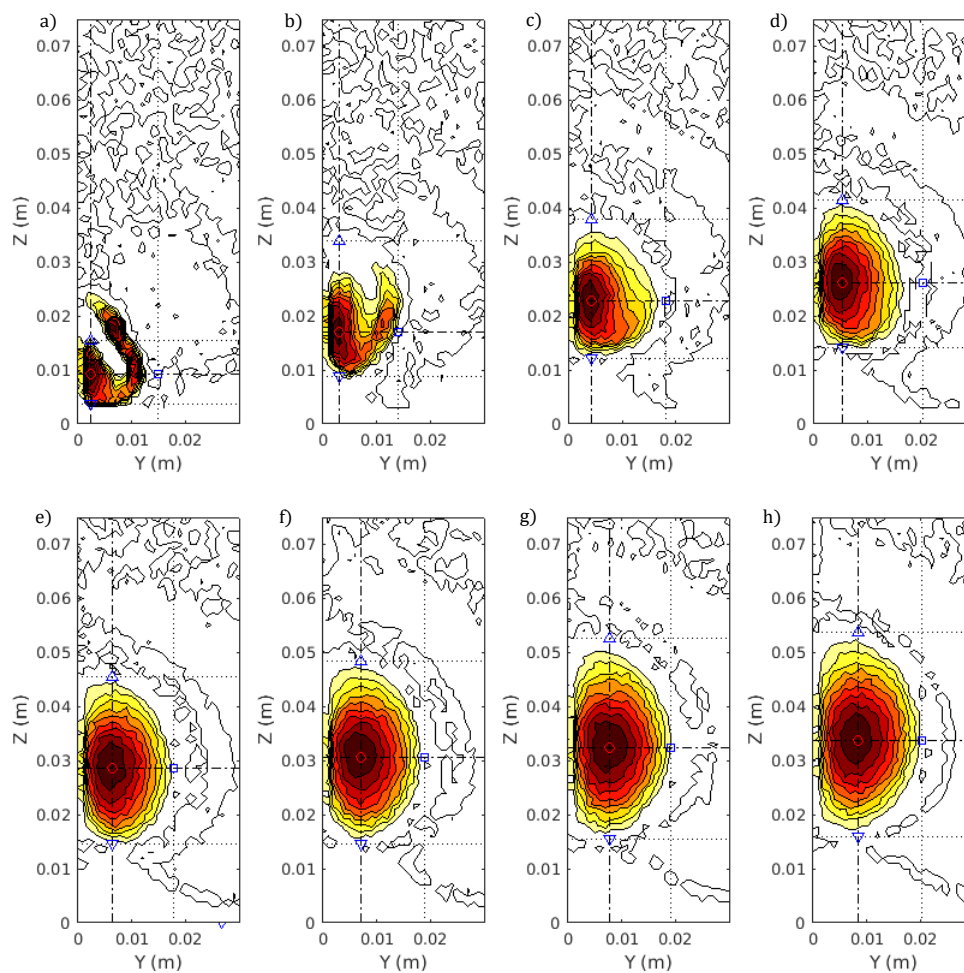


FIGURE D.2 Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente de longueur 1,5 cm ($AR = 15$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

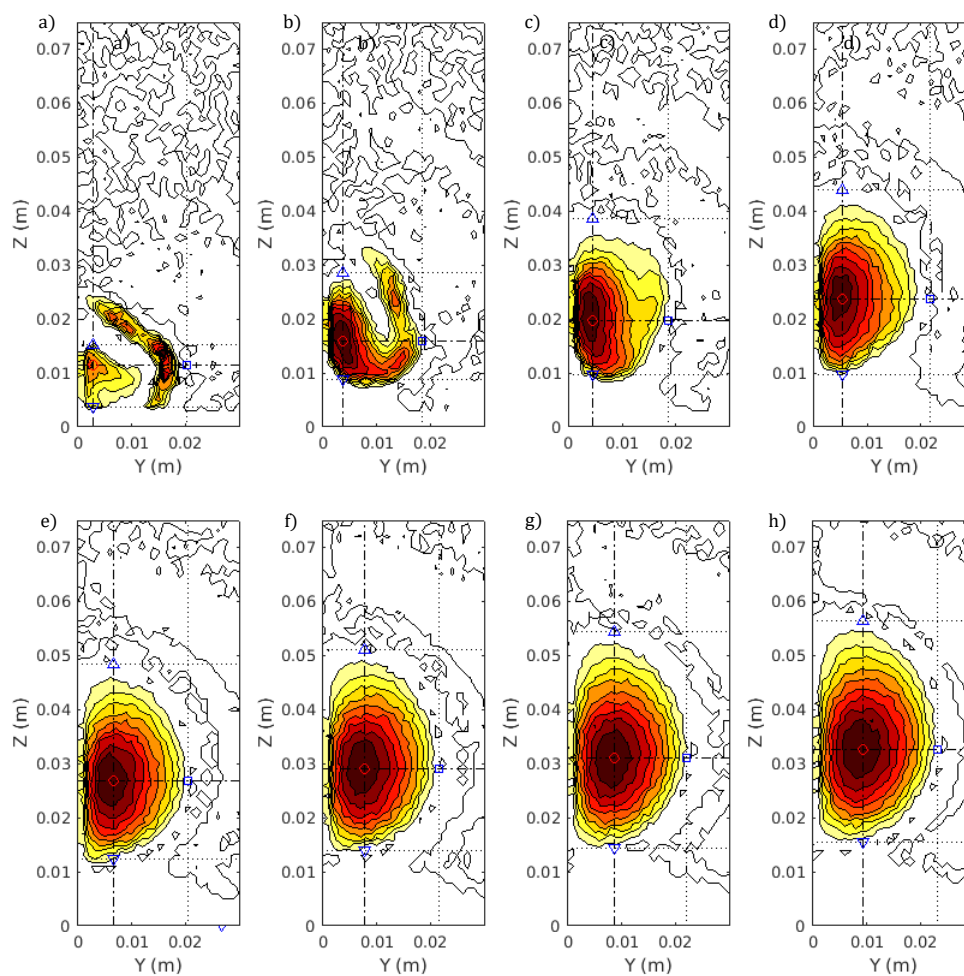


FIGURE D.3 Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente de longueur 2, 5 cm ($AR = 25$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

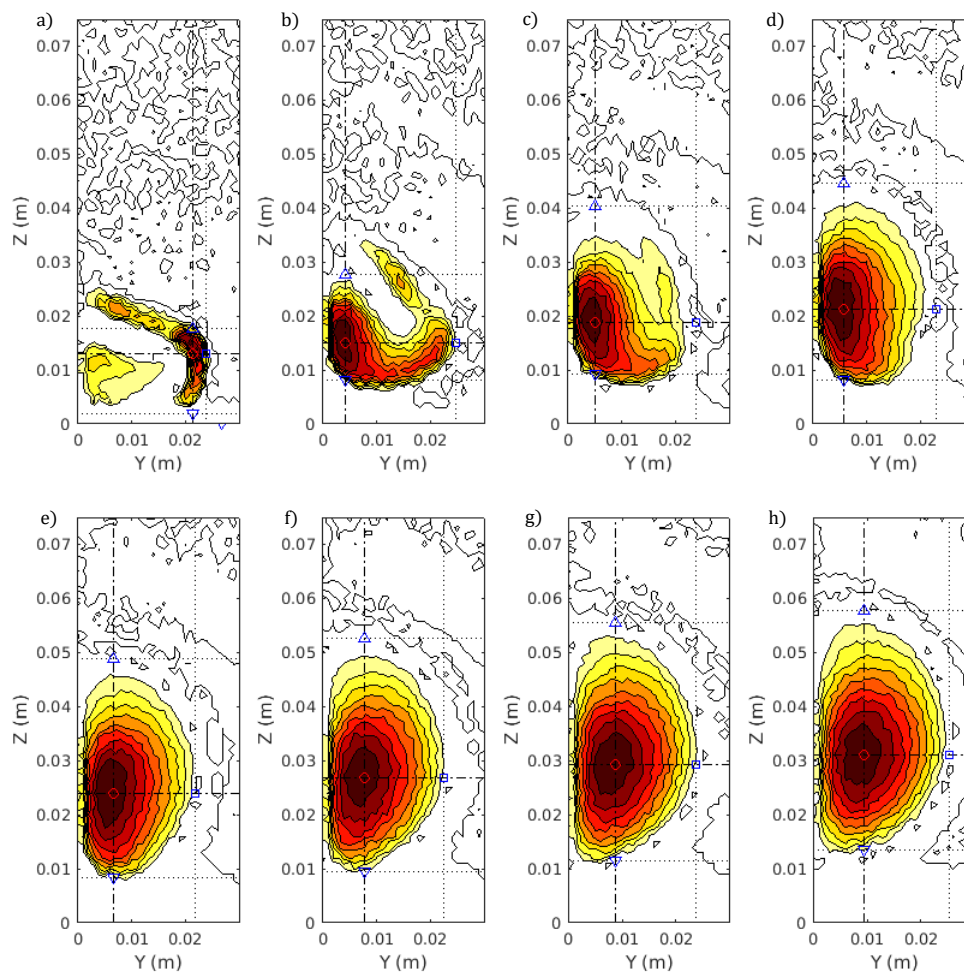


FIGURE D.4 Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente de longueur 3, 5 cm ($AR = 35$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

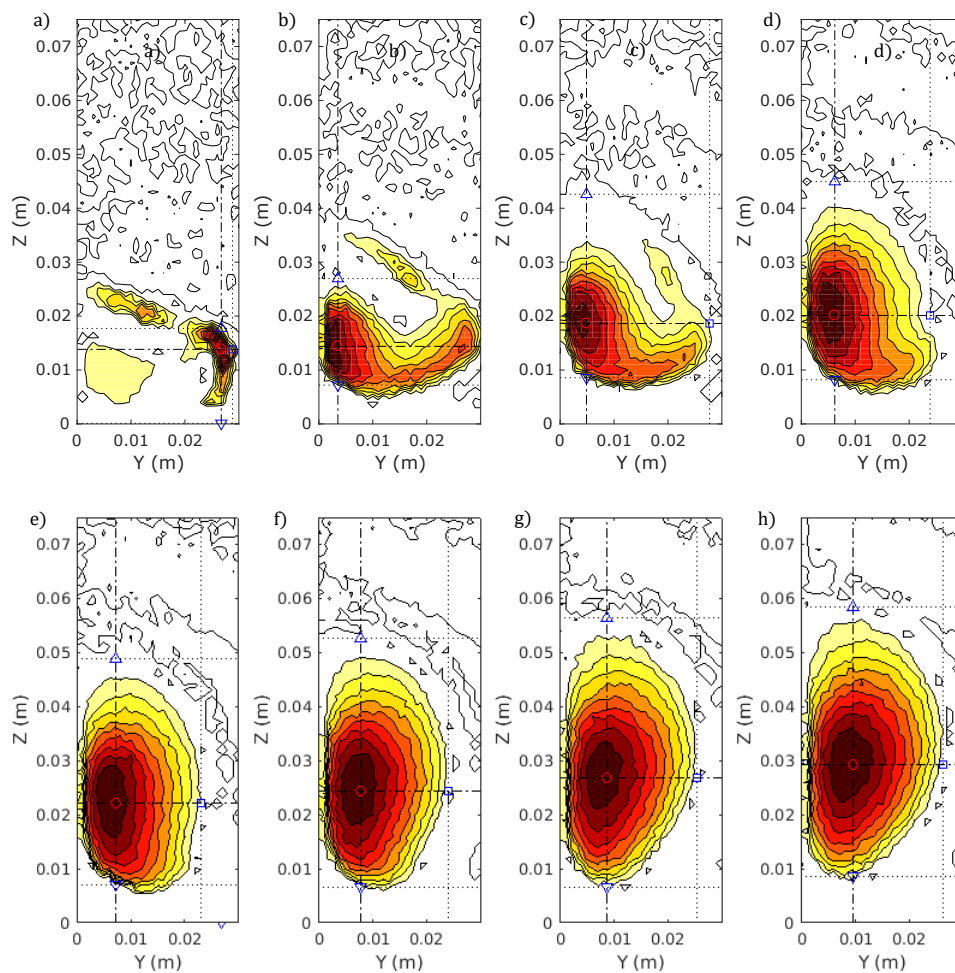


FIGURE D.5 Contour de vorticité X normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente de longueur 4, 5 cm ($AR = 45$). a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

ANNEXE E CONTOURS DE PRESSION ET DE TAUX DE VIDE EN AVAL DE L'INJECTION POUR LES SIMULATIONS DIPHASIQUES.

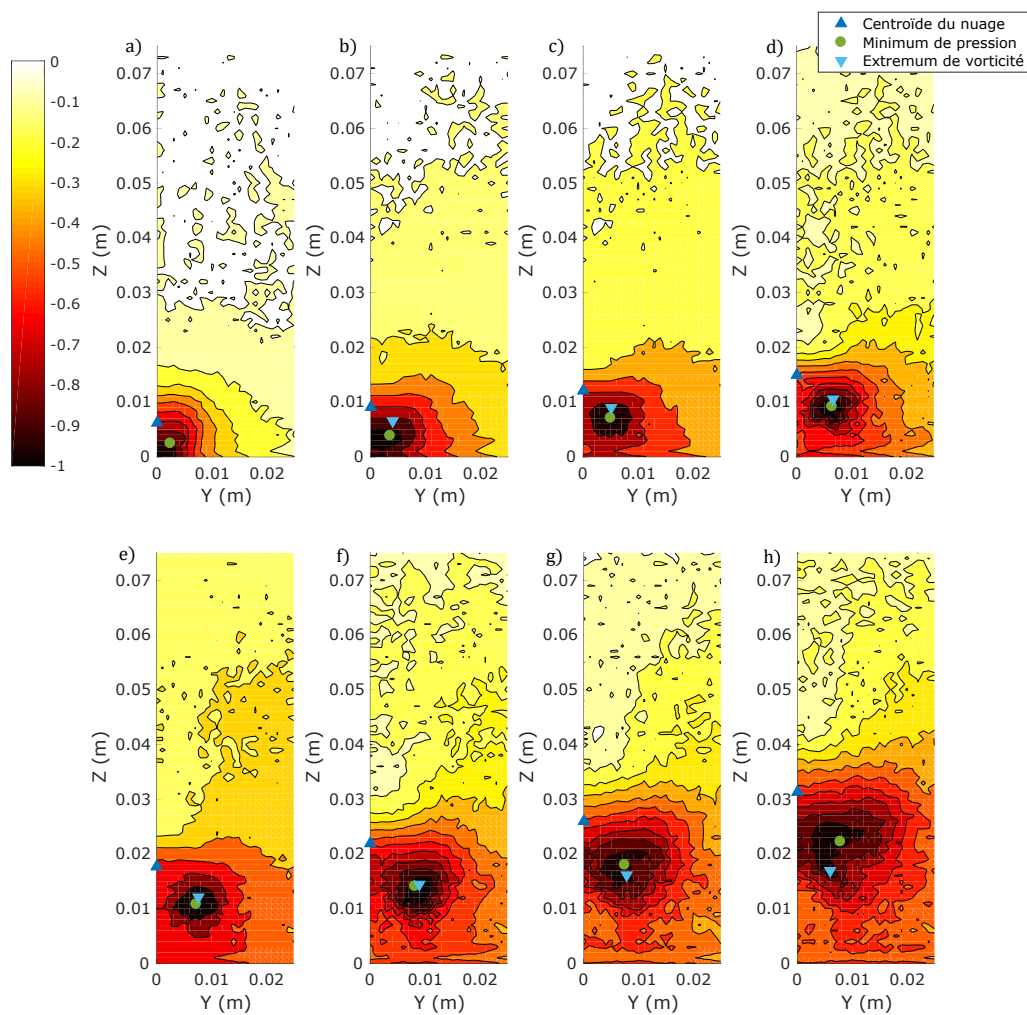


FIGURE E.1 Contour de pression dynamique normalisée dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice carré : $AR = 1$, $r = 1, 6$ et $U_\infty = 1, 25 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

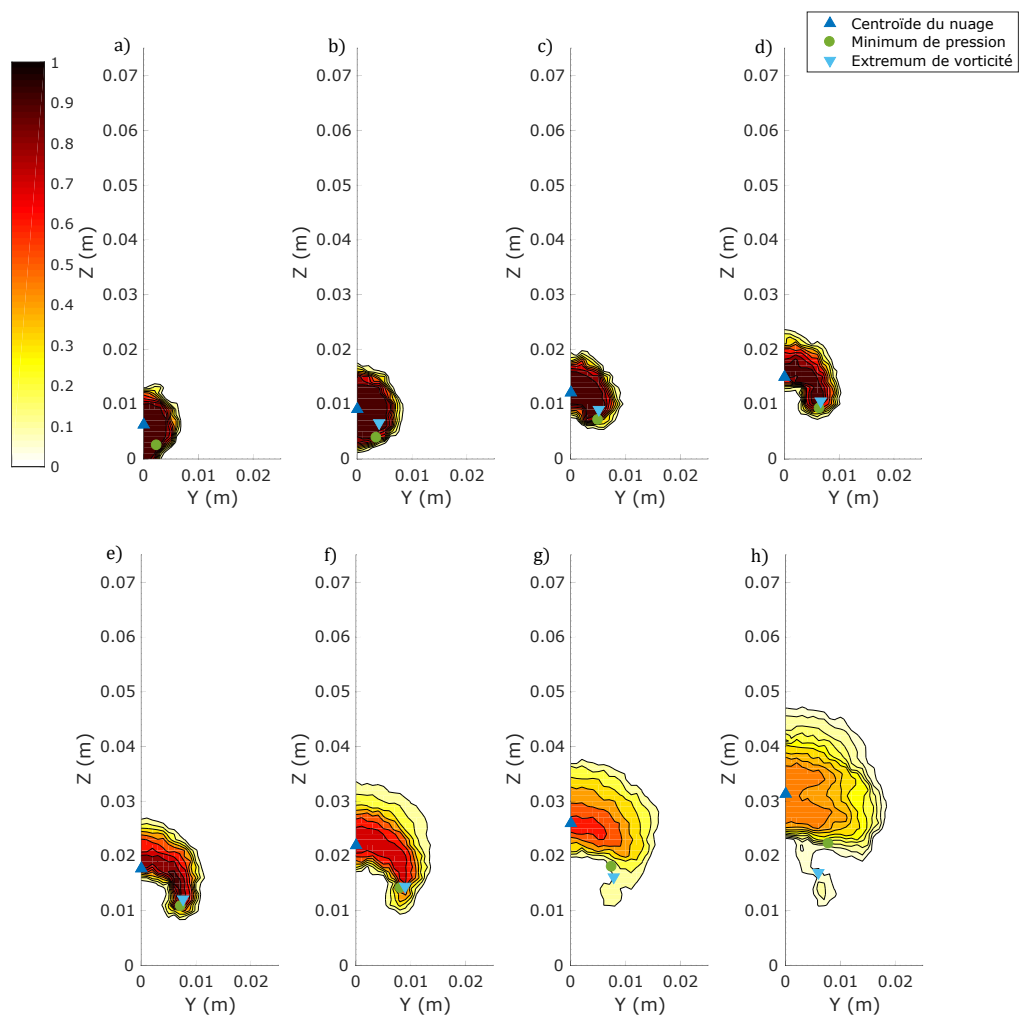


FIGURE E.2 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice carré : $AR = 1$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

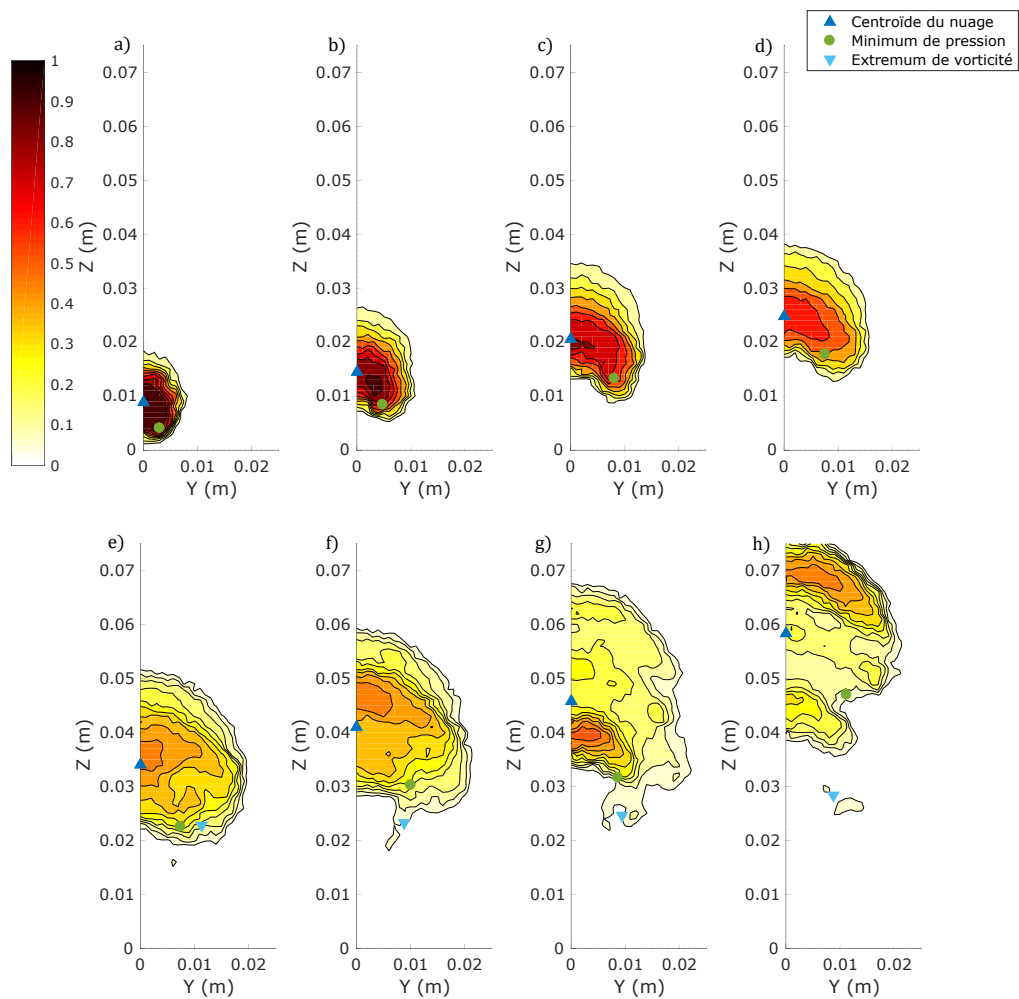


FIGURE E.3 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice carré : $AR = 1$, $r = 2, 4$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

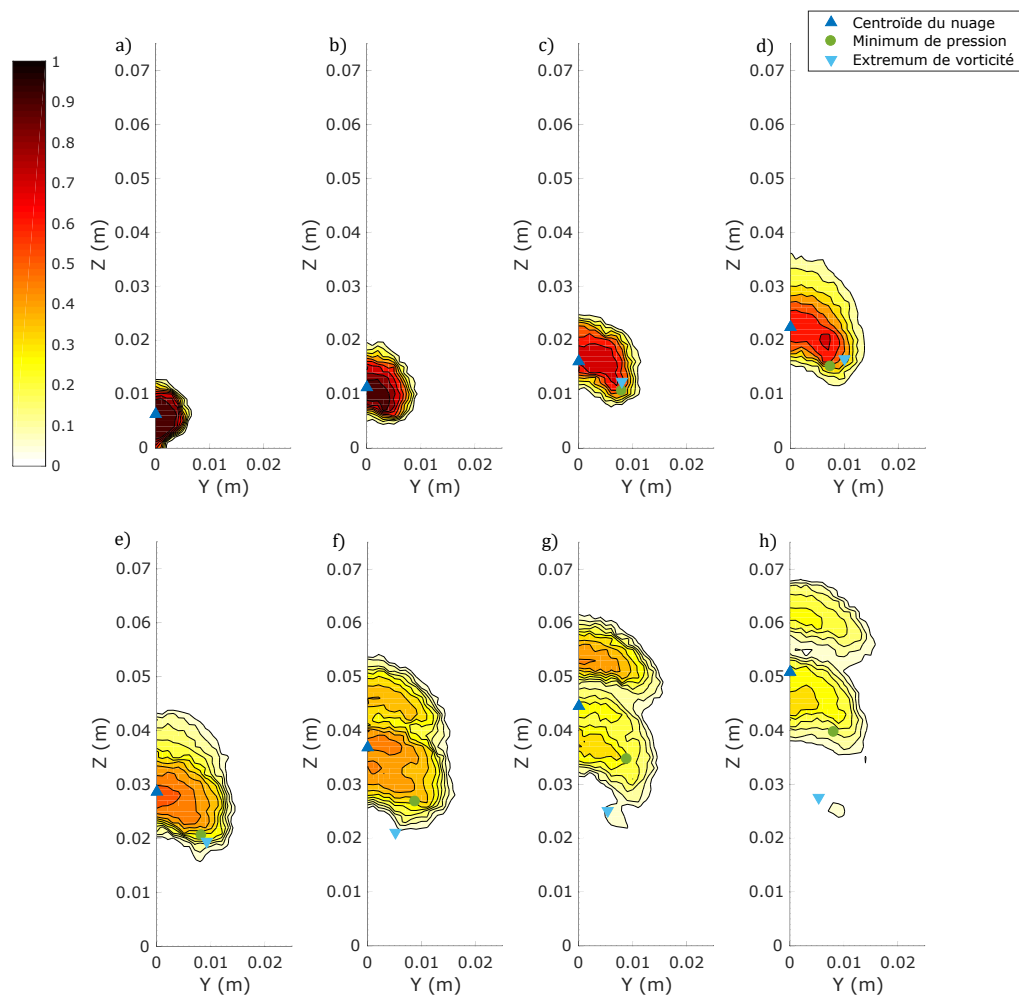


FIGURE E.4 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour un orifice carré : $AR = 1$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

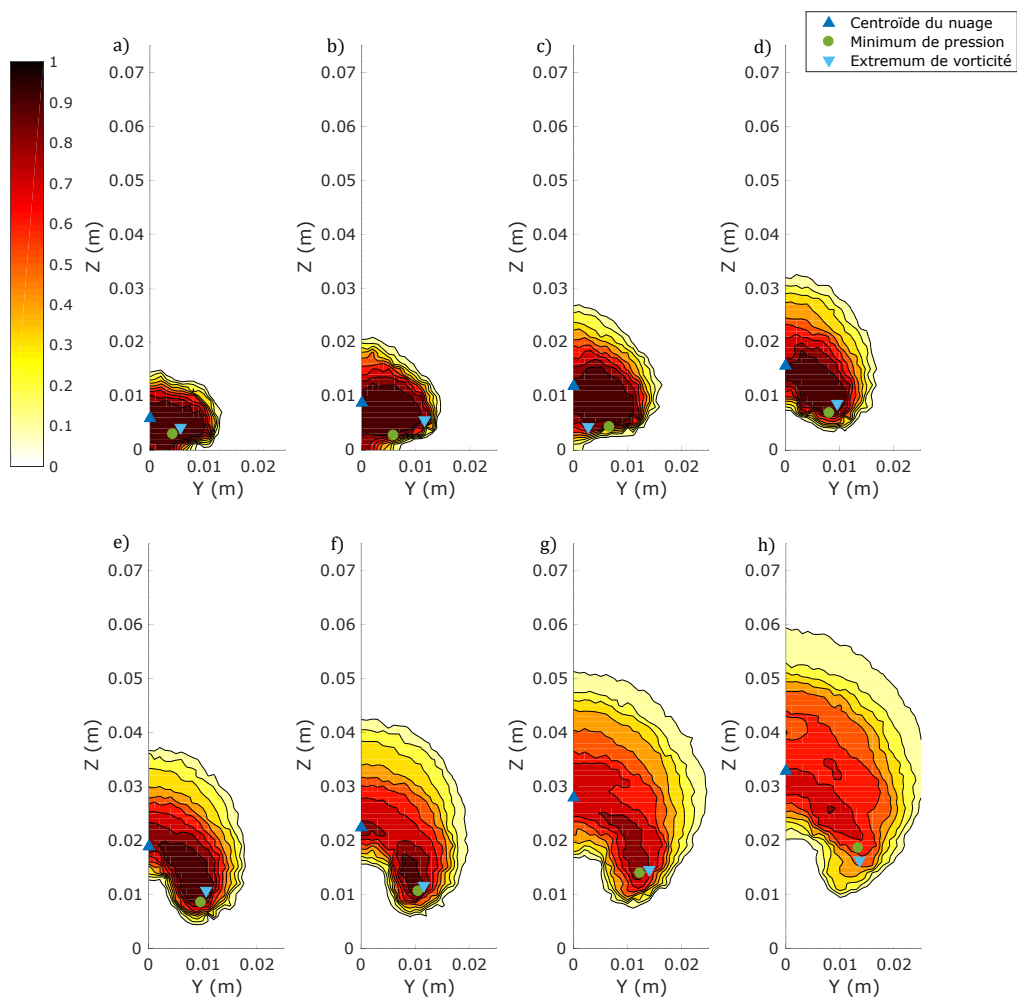


FIGURE E.5 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 15$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

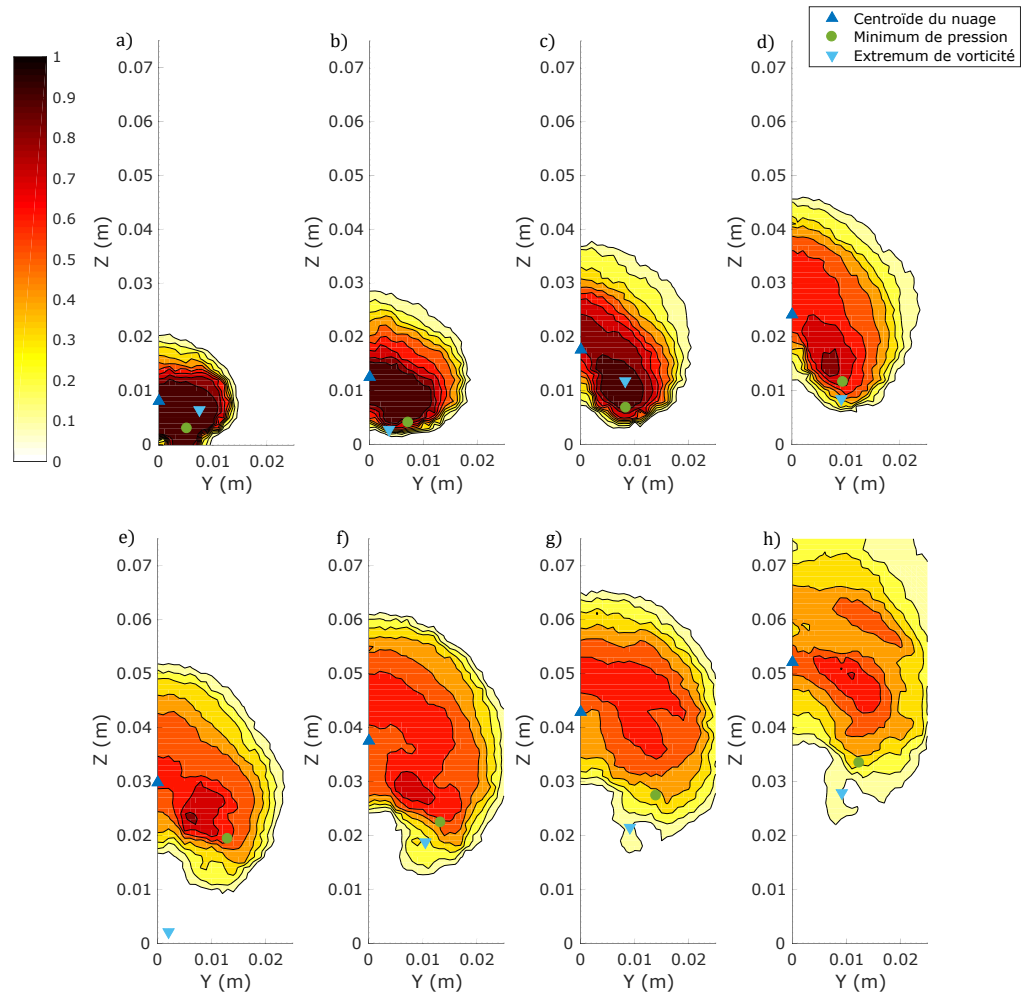


FIGURE E.6 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 15$, $r = 2, 4$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

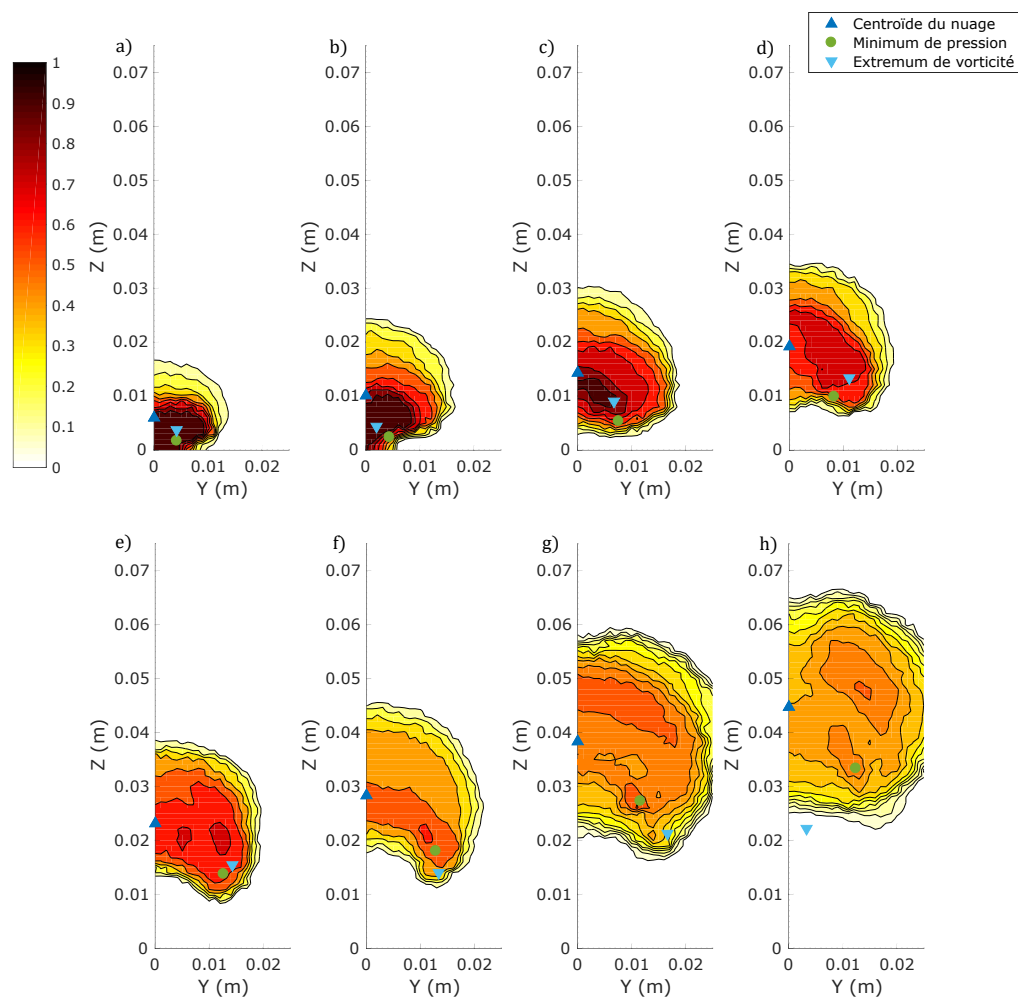


FIGURE E.7 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 15$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

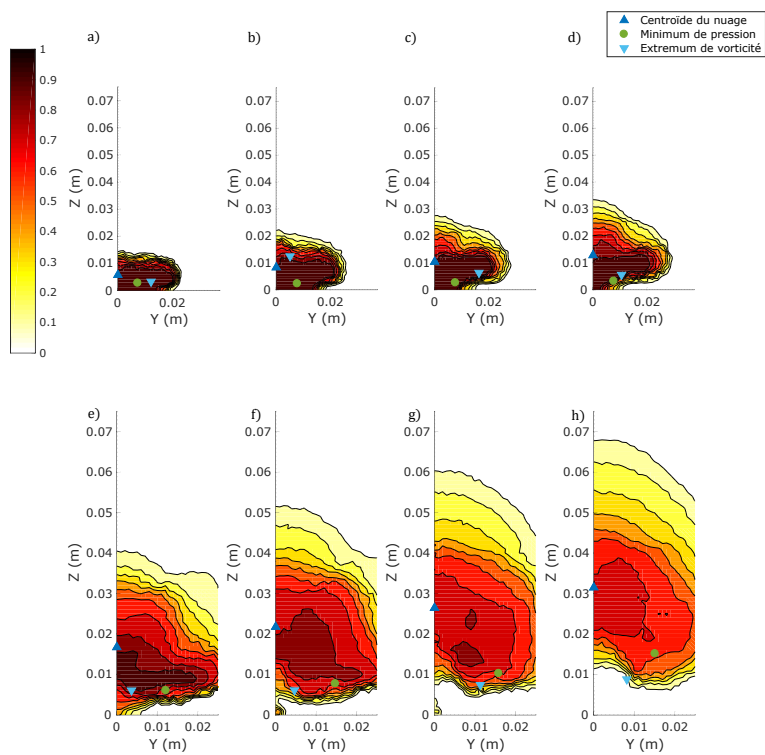


FIGURE E.8 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 35$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 1,25 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

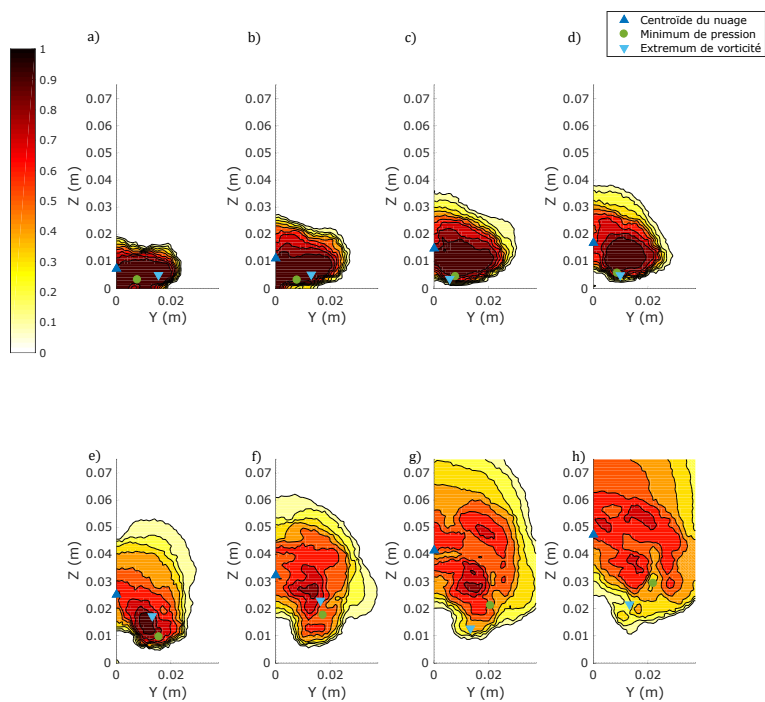


FIGURE E.9 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 35$, $r = 2, 4$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

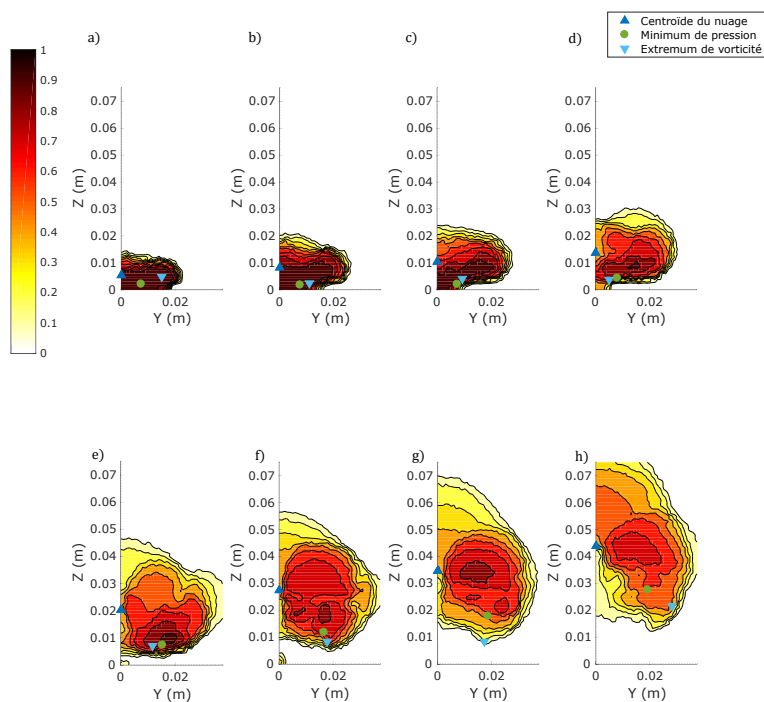


FIGURE E.10 Contour de taux de vide dans différents plans perpendiculaires à l'écoulement transverse en aval de l'injection pour une fente : $AR = 35$, $r = 1,6$ et $U_\infty = 0,83 \text{ m.s}^{-1}$. a) 1 cm. b) 3 cm. c) 5 cm. d) 7 cm. e) 9 cm. f) 11 cm. g) 13 cm. h) 15 cm.

ANNEXE F BILAN DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT SUR UN VOLUME V .

On réalise un bilan de quantité de mouvement sur un volume V .

Si le volume V contient plusieurs phases de telle sorte que $V = \sum_k V_k$, on peut découper la surface fermée S_k entourant chacun de ces volumes V_k de la façon suivante

($S_k = A_i + A_w + A_k$) :

- $A_{i,k}$ est la surface définissant l'interface entre la phase k et les autres phases. L'action exercée par les autres phases sur la phase k est notée F_k et s'applique sur cette surface.
- A_w, k est la surface de contact entre la surface S_k et les parois incluses dans la surface fermée délimitant V . Avec un critère de non-pénétration et de non-glissement, la vitesse du fluide k est nulle au niveau de cette surface.
- A_k est le reste de la surface fermée.

On peut soit effectuer un bilan sur l'intégralité du volume V ou sur chacun des volumes V_k . Dans le premier cas, les interactions des phases entre elles s'annulent, ce qui permet de calculer chacun des termes de l'intégrale sans avoir besoin de connaître précisément la position et la forme de l'interface entre les phases. Le second cas permet de définir les forces F_k .

Dans le cas d'un mélange air/eau, pour trouver la force exercée par l'eau sur l'air, on effectue un bilan de quantité de mouvement sur la phase gazeuse. Par conservation de la quantité de mouvement, ce bilan donne un résultat nul.

L'équation de conservation de la quantité de mouvement local est donnée par l'équation 2.46. En intégrant sur le volume V_g :

$$\iiint_{V_g} \frac{\partial}{\partial t} \rho_k \mathbf{u}_k dV + \iiint_{V_g} \nabla \cdot \rho_k \mathbf{u}_k \otimes \mathbf{u}_k dV = - \iiint_{V_g} \nabla \cdot p_g \bar{\bar{I}} dV + \iiint_{V_g} \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}}_g dV + \iiint_{V_g} \mathbf{f} dV \quad (\text{F.1})$$

On fait les hypothèses suivantes :

- Nous sommes en régime permanent, la dérivée temporelle des grandeurs est nulle
- La masse volumique et la viscosité sont constants dans le domaine
- La seule force volumique qui s'applique dans le volume V est la gravité, supposée

constante

Les intégrales volumiques des gradients de l'équation F.1 peuvent être transformées en intégrales sur la surface fermée S_g délimitant le volume V_g :

$$\iint_{A_{i,g}+A_{w,g}+A_g} \rho_g \mathbf{u}_g \otimes \mathbf{u}_g \mathbf{dS} = - \iint_{A_{i,g}+A_{w,g}+A_g} p \bar{\bar{I}} \mathbf{dS} + \iint_{A_{i,g}+A_{w,g}+A_g} \bar{\bar{\sigma}}_g \mathbf{dS} + \iiint_{V_k} \rho_g \mathbf{g} dV \quad (\text{F.2})$$

La somme des intégrales sur la surface $S_{i,g}$ permettent de définir l'action de la phase liquide sur la phase gazeuse $\mathbf{F}_{l \rightarrow g}$:

$$\mathbf{F}_{l \rightarrow g} = \iint_{A_{i,g}} -\rho_g \mathbf{u}_g \otimes \mathbf{u}_g - p \bar{\bar{I}} + \bar{\bar{\sigma}}_g \mathbf{dS} \quad (\text{F.3})$$

Au niveau de la paroi, les vitesses sont nulles : .

$$\iint_{A_{w,g}} \rho_g \mathbf{u}_g \otimes \mathbf{u}_g \mathbf{dS} = 0 \quad (\text{F.4})$$

La gravité et la masse volumique étant constantes, la quatrième intégrale peut être simplement calculée :

$$\iiint_{V_k} \rho_g \mathbf{g} dV = \rho_g \mathbf{g} V_g \quad (\text{F.5})$$

$$\mathbf{F}_{l \rightarrow g} = \iint_{A_g} \rho_g \mathbf{u}_g \otimes \mathbf{u}_g + p \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_g \mathbf{dS} + \iint_{A_{w,g}} p \bar{\bar{I}} - \bar{\bar{\sigma}}_g \mathbf{dS} - \rho_g \mathbf{g} V_g \quad (\text{F.6})$$

En projetant sur l'axe sur le vecteur \mathbf{x}_i :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{l \rightarrow g} \cdot \mathbf{x}_i &= \iint_{A_g} \rho_g \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{u}_g \otimes \mathbf{u}_g \cdot \mathbf{dS} + \iint_{A_g} p \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{dS} - \iint_{A_g} \mathbf{x}_i \bar{\bar{\sigma}}_g \mathbf{dS} \\ &+ \iint_{A_{w,g}} p \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{dS} - \iint_{A_{w,g}} \mathbf{x}_i \bar{\bar{\sigma}}_g \mathbf{dS} \\ &- \rho_g \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{g} V_g \end{aligned} \quad (\text{F.7})$$