



Titre: Modélisation hydrologique d'un bassin nordique: Simulations en
Title: condition de pergélisol continu

Auteur: Alain Lubini Tshumuka
Author:

Date: 2023

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Lubini Tshumuka, A. (2023). Modélisation hydrologique d'un bassin nordique:
Citation: Simulations en condition de pergélisol continu [Thèse de doctorat, Polytechnique
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/57083/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/57083/>
PolyPublie URL:

**Directeurs de
recherche:** Musandji Fuamba
Advisors:

Programme: Génie civil
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

**Modélisation hydrologique d'un bassin nordique: Simulations en condition de
pergélisol continu**

ALAIN LUBINI TSHUMUKA

Département des génies civil, géologique et des mines

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*

Génie civil

Décembre 2023

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

Modélisation hydrologique d'un bassin nordique: Simulations en condition de pergélisol continu

présenté par **Alain LUBINI TSHUMUKA**

en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

Elmira HASSANZADEH, présidente

Musandji FUAMBA, membre et directeur de recherche

Ahmad SHAKIBAEINIA , membre

Michel Baraër, membre externe

DÉDICACE

À mon Père, le Professeur émérite Constantin Lubini, qui est à la fois mon héros, mon modèle, et ma source d'inspiration, je dédie ce travail. La rigueur scientifique, la probité morale ainsi que l'amour du travail dont vous avez toujours fait preuve ont été pour moi des balises essentielles dans la réalisation de cette thèse de doctorat.

À ma mère, Marie-Aline Nsanda, pour tous les sacrifices consentis à mon éducation et tout l'amour inconditionnel, je dédie ce travail

À mon épouse, Michelle Muswele, celle qui partage ma vie au quotidien et qui a dû endurer pendant toutes ces années de travail, des moments de solitude répétés et exaspérants en dépit de ma présence à la maison, je dédie ce travail. Sans ton amour, ta compréhension et ton soutien, ce travail intellectuel n'aurait pas été possible.

À mes enfants, Anaïs, Maélie et Mathis-Alain, je dédie ce travail pour qu'un jour il vous serve d'exemple.

A mon frère Guy-René et mes sœurs Martine, Lydie, Divine et Patricia, je dédie ce travail. Votre soutien fut utile sur tout ce parcours.

REMERCIEMENTS

Une thèse de doctorat est le couronnement de plusieurs années d'étude et de recherche dans un domaine scientifique précis. Pour sa réalisation, on a besoin de la contribution du Directeur de thèse, du soutien des collègues, de la famille et des amis.

C'est dans ce contexte que je tiens à remercier sincèrement le Professeur Musandji Fuamba pour avoir accepté de m'encadrer. Son soutien et son encouragement m'ont aidé à persévérer dans les moments de doute et à maintenir ma motivation tout au long de ce projet exigeant. Il a eu confiance en moi en m'offrant l'opportunité de travailler à ses côtés comme chargé de cours et chargé de travaux pratiques. Cette collaboration fructueuse restera très présente dans mon esprit.

Je remercie le Dr. Abdelkader Krimi pour sa collaboration et sa disponibilité. Les nombreux échanges que nous avons eus m'ont permis d'avancer dans la bonne direction.

J'en profite aussi pour dire un grand merci aux membres du jury pour avoir accepté d'évaluer ce travail malgré leur emploi du temps chargé en cette période de l'année académique.

Je voudrais également rendre une fière chandelle à tous les professeurs, chargés de cours et autres membres du personnel qui nous ont exposé à un enseignement de qualité tout au long de notre cursus. Après plusieurs années d'études à Polytechnique, je resterai attaché à cette grande institution d'enseignement dont le Québec doit être fier.

Je tiens également à étendre ma gratitude à mes amis Fabrice Kamion, Maxime Nzita, Tatiana Limbute, Robert Mawanda, Didier Bokelo, Roger Yata, et David Bunze.

À tous mes amis de promotion, du Mont-Amba, qui ont toujours cru en moi et qui m'ont offert leurs encouragements lorsque c'était nécessaire, je dis du fond du cœur, merci.

RÉSUMÉ

La modélisation hydrologique des bassins se trouvant dans la zone de pergélisol est une activité complexe à cause des nombreuses contraintes liées aux conditions climatiques et environnementales, à la difficulté d'obtenir des mesures sur le terrain et aussi à la difficulté de mettre en place un modèle capable de simuler tous les phénomènes physiques liés à la transformation de précipitation en débit. Cependant, cette démarche de modélisation est nécessaire afin de comprendre l'hydrologie de ces régions lointaines, de gérer les ressources en eau et de mettre en place les mesures de mitigations contre les changements climatiques dont les effets sont de plus en plus visibles dans ces régions et ailleurs dans le monde.

L'objectif principal de ce travail est de modéliser un bassin se trouvant en milieu de pergélisol continu en déterminant les composantes du bilan hydrique. La connaissance de flux entrants et sortants est nécessaires pour répondre aux nombreux défis que posent la gestion de ressources hydriques et les changements climatiques.

Pour atteindre cet objectif nous avons élaboré et intégré un module de transfert de chaleur dans un modèle conceptuel existant de transformation pluie-débit, le modèle HBV (Hydrologiska Byråns Vattenbalansavdelning). Ce module résout le problème de Stefan à partir d'une méthode numérique itérative-implicite et débouche sur la détermination de la profondeur de dégel de la couche active. La formulation du problème selon le modèle Enthalpie-porosité a été mise de l'avant afin de représenter le processus de changement de phase qui surgit dans les problématiques impliquant un transfert de chaleur avec changement de phase. L'équation directrice ainsi que les conditions frontières ont été discrétisées à l'aide du schéma de différences finies FTCS (Forward Time Centered Space). La validation du modèle a été réalisée en comparant d'abord les résultats numériques avec la solution exacte proposée par Neumann et par la suite avec les données d'observations disponibles pour une région de pergélisol continu. La profondeur de dégel ainsi obtenue a été utilisée comme intrant dans la modélisation hydrologique par l'entremise du module sol du modèle conceptuel. En effet, le taux d'humidité ou l'eau présente dans le sol dépend de la profondeur de dégel et celle-ci varie tout au long de la période chaude. Cette approche est non seulement une nouveauté par rapport à la structure du modèle existant mais elle est aussi justifiée d'autant plus que les simulations ont été réalisées sur toute la période, de la fonte de neige au gel complet, et sur un sol dont le profil n'est pas homogène.

Le modèle issu de cette intégration, dénommé HBV-Heat dans cette étude, a été par la suite appliqué sur un bassin situé dans une zone de pergélisol continu, le bassin versant du ruisseau Kontaktovy se trouvant dans la station de recherche Kolyma Water Balance, au Nord-Est de la Fédération de Russie. Le modèle HBV-Heat a été calibré pour la période allant de 1960 à 1965 en ajustant les paramètres du modèle de manière à minimiser l'erreur entre les valeurs simulées et les observations. Une comparaison a été faite entre le modèle proposé et l'existant pour chaque année simulée. Les résultats de la fonction objective considérée, NSE, ont montré que le modèle HBV-Heat est plus efficace de 30% comparé au modèle standard. L'efficacité obtenue pour une simulation continue sur l'ensemble de la période de calibration est de ($NSE = 0,74$). Cependant, en appliquant les paramètres optimaux obtenus pendant la période de calibration à une série indépendante pour la validation, l'efficacité du modèle proposé est descendue à 0,54. Cette baisse de performance est justifiée entre autres par la qualité des données d'entrée et les erreurs inhérentes au modèle. Les résultats obtenus nous ont permis d'analyser le bilan hydrique du bassin à partir des valeurs simulées (débit, évapotranspiration, fonte de neige). Cette analyse a montré que pour le bassin délimité ($14,2 \text{ km}^2$), le ratio entre le débit et les précipitations est de 64%; en d'autres termes la part de pertes par infiltration et évaporation n'est pas plus importante que les apports; toute proportion gardée, les débits restent significatifs. Ce résultat, en ordre de grandeur, confirme les conclusions auxquelles sont arrivées les autres auteurs qui ont travaillé dans le même bassin. Il faudrait aussi noter que le module de transfert de chaleur élaboré dans la première phase du travail a déterminé avec succès la profondeur de dégel. Comparé aux observations réalisées pour quatre (4) différents types de profil de sol, l'erreur obtenue oscillait entre 0,7 et 7,7%.

L'outil que nous avons proposé à travers cette approche de modélisation couplée nous a permis d'atteindre les objectifs fixés dans le cadre de cette thèse de doctorat.

ABSTRACT

Hydrological modelling of permafrost basins is a complex activity, due to the many constraints associated with climatic and environmental conditions, the difficulty of obtaining field measurements and the difficulty of setting up a model capable of simulating all the physical phenomena involved in transforming precipitation into flow. However, this modeling approach is necessary to understand the hydrology of these remote regions, to manage water resources and to implement mitigation measures against climate change, the effects of which are increasingly visible in these regions and elsewhere in the world.

The main objective of this work is to model a basin in a continuous permafrost environment by determining the components of the water balance. Knowledge of inflows and outflows is necessary to meet the many challenges posed by water resource management and climate change. To achieve this objective, we have developed and integrated a heat transfer module into an existing conceptual rain-flow transformation model, the HBV (Hydrologiska Byråns Vattenbalansavdelning) model. This module solves Stefan's problem using an iterative-implicit numerical method, leading to the determination of the thaw depth of the active layer. The Enthalpy-porosity model formulation of the problem has been put forward to represent the phase change process that arises in problems involving heat transfer with phase change. The governing equation and boundary conditions were discretized using the FTCS (Forward Time Centered Space) finite-difference scheme. Model validation was carried out by first comparing the numerical results with the exact solution proposed by Neumann, and then with the observational data available for a region of continuous permafrost. The thaw depth thus obtained was used as an input to hydrological modelling via the conceptual model's soil module. In fact, the moisture content or water present in the soil depends on the thaw depth, and this varies throughout the warm period. This approach is not only new to the existing model structure, but also justified by the fact that simulations were carried out over the entire period, from snowmelt to complete freeze-up, and on a soil with an inhomogeneous profile.

The model resulting from this integration, referred to as HBV-Heat in this study, was then applied to a basin located in an area of continuous permafrost, the Kontaktovy stream catchment located in the Kolyma Water Balance research station in the north-east of the Russian Federation. The HBV-Heat model was calibrated for the period from 1960 to 1965, adjusting the model parameters to minimize the error between simulated values and observations. A comparison was made between

the proposed model and the existing one for each year simulated. The results for the objective function considered, NSE, showed that the HBV-Heat model is 30% more efficient than the standard model. The efficiency obtained for a continuous simulation over the entire calibration period is ($NSE = 0.74$). However, by applying the optimal parameters obtained during the calibration period to an independent series for validation, the efficiency of the proposed model dropped to 0.54. This drop in performance is justified, among other things, by the quality of the input data and the errors inherent in the model. The results obtained enabled us to analyze the basin's water balance based on simulated values (flow, evapotranspiration, snowmelt). This analysis showed that for the delimited basin (14.2 km^2), the ratio between flow and precipitation is 64%; in other words, the share of losses through infiltration and evaporation is no greater than the contributions; all things considered, the flows remain significant. This result, in order of magnitude, confirms the conclusions reached by other authors who have worked in the same basin. It should also be noted that the heat transfer module developed in the first phase of the work successfully determined the thaw depth. Compared with observations made for four (4) different soil profile types, the error obtained ranged from 0.7 to 7.7%.

The tool we have proposed through this coupled modeling approach has enabled us to achieve the objectives set for this doctoral thesis.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT	VII
TABLE DES MATIÈRES	IX
LISTE DES TABLEAUX.....	XII
LISTE DES FIGURES.....	XIII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	XV
LISTE DES ANNEXES.....	XVI
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2 ÉTAT DE L'ART	4
2.1 Hydrologie des régions du pergélisol	4
2.1.1 Distribution et caractéristiques du pergélisol	4
2.1.2 Caractérisation hydrologique des bassins nordiques.....	7
2.1.3 Modélisation hydrologique	16
2.1.4 Transfert de chaleur en milieu poreux.....	19
CHAPITRE 3 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE	26
3.1 Élaboration de l'algorithme de transfert de chaleur en milieu poreux	27
3.2 Modélisation hydrologique.....	29
3.3 Description de HBV	30
CHAPITRE 4 ARTICLE 1 :MODELING HEAT TRANSFER THROUGH PERMAFROST SOIL SUBJECTED TO SEASONAL FREEZE-THAW.....	34
4.1 Introduction	35

4.2	Materials and Methods	36
4.2.1	Numerical approximation.....	39
4.2.2	Validation and application	41
4.3	Results	42
4.3.1	Comparison between the analytical and numerical solutions	42
4.3.2	Field validation.....	48
4.4	Discussion.....	52
4.5	Conclusion.....	56
CHAPITRE 5 ARTICLE 2: A CONCEPTUAL MODEL TO QUANTIFY WATER BALANCE COMPONENTS OF A WATERSHED IN CONTINUOUS PERMAFROST REGION		
5.1	Introduction	62
5.2	Material and methods	65
5.2.1	Study area.....	65
5.2.2	Description of the HBV model.....	66
5.2.3	Data collection and processing.....	67
5.2.4	Heat transfer model	68
5.2.5	Integrating the thaw depth calculations with HBV	71
5.3	Results	75
5.3.1	Simulated thaw depth.....	75
5.3.2	Proposed model	77
5.3.3	Simulated hydrographs for calibration and validation periods	78
5.3.4	Simulated Snowmelt	81
5.3.5	Evaporation	83
5.3.6	Calculated soil moisture	84

5.3.7	Water balance.....	85
5.4	Discussion.....	87
5.5	Conclusion.....	89
CHAPITRE 6	DISCUSSION GÉNÉRALE.....	98
CHAPITRE 7	CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS.....	101
RÉFÉRENCES.....		104
ANNEXES		119

LISTE DES TABLEAUX

Table 2. 1 Principales équations utilisées pour calculer l'infiltration	14
Table 2. 2 Nomenclature utilisée dans le calcul de l'infiltration	15
Table 2. 3 . Principales équations pour différents types d'algorithme utilisés dans le problème .	23
Table 2. 4 Nomenclature utilisée dans le calcul de la profondeur de dégel	24
Table 4. 1 Parameters used for comparison with the analytical solution.	42
Table 4.2. Computational time	46
Table 4.3 Regional characteristics of the sites.	49
Table 4.4 Soil layer physical properties.	50
Table 4.5 Soil profiles at different Cryopedometer.....	51
Table 4.6 Numerical errors of the simulated thaw depths.....	56
Table 5.1 Soil layer's physical properties.....	70
Table 5.2 Soil profile composition.....	70
Table 5. 3. Statistics.	74
Table 5.4 Simulated thaw depth.....	76
Table 5.5 Comparison between HBV and HBV-Heat based on NSE statistics.....	77
Table 5.6 Model parameters.....	77
Table 5.7 Model efficiency for calibration and validation periods.	81
Table 5.8 Observed and Calculated Snow Water Equivalent.	83
Table 5. 9. A1: Models parameters used in the calibration process.....	91
Table C. 10. Principaux modèles hydrologiques utilisés en régions occupées par le pergélisol	125

LISTE DES FIGURES

Figure 2. 1 Distribution du permafrost au Canada	5
Figure 2. 2 Profil thermique typique vertical du permafrost.....	6
Figure 3. 1 Axes de la méthodologie.....	26
Figure 4.1. Algorithm for solving the problem at each time step.	41
Figure 4. 2. Depth from surface to thawing interface calculated by the explicit, the present method, and the analytical solution for different ϕ values and grid resolutions: (a, b) 20 x 20 grid resolution; (c, d) 40 x 40 grid resolution; (e, f) 80 x 80 grid resolution.....	46
Figure 4.3. Number of iterations needed for the present method to reach the convergence criterion: (a) 20 × 20, (b) 40 × 40, (c) 80 × 80.....	47
Figure 4.4. Temperature field distribution within a soil profile at a specific time of the simulations. On the left, distribution obtained with the present method and on the right, distribution obtained with the explicit method.	48
Figure 4. 5 Air and ground surface temperatures recorded in 1962 at Nizhnyaya meteorological station.	51
Figure 4.6. Comparison between the observed and numerical results of the thaw depth	55
Figure 4.7A1. The grid used for finite difference.	58
Figure 4.8. A2. Present model Vs explicit model for different grid resolutions.....	61
Figure 5.1 Study area.	66
Figure 5.2. Structure of the proposed model.....	73
Figure 5. 3. Simulated hydrographs for HBV and HBV-Heat.....	78
Figure 5. 4. Observed and simulated discharges for the calibration period (1960–1965).	79
Figure 5. 5. Observed and simulated discharges for the validation period (1977–1981).	80
Figure 5.6 Calculated SWE.....	82
Figure 5.7 Calculated evaporation for 1960-1965.	84
Figure 5.8 Soil water content variability – 1963.....	85

Figure 5. 9. Simulated annual water balance.....	86
Figure A. 1. Observed and simulated hydrographs (1960).	92
Figure A. 2. Observed and simulated hydrographs (1961).	92
Figure A. 3 Observed and simulated hydrographs (1962).	93
Figure A. 4 Observed and simulated hydrographs (1963).	93
Figure A. 5 Observed and simulated hydrographs (1964).	94
Figure A. 6 Observed and simulated hydrographs (1965).	94
Figure A. 7. Simulated thaw depth (1960).	95
Figure A. 8. Simulated thaw depth (1961).	95
Figure A. 9. Simulated thaw depth (1962).	96
Figure A. 10. Simulated thaw depth (1963).	96
Figure A. 11 Simulated thaw depth (1964).	97
Figure A. 12 Simulated thaw depth (1965).	97
Figure A. 13 Relationship between frost penetration and freezing index in well-drained, granular, non-frost-susceptible base course material. (Reprinted from USACE 1949.)	121
Figure B. 1 Observed vs simulated hydrographs (1977).....	123
Figure B. 2 Observed vs simulated hydrographs (1978).....	123
Figure B. 3 Observed vs simulated hydrographs (1979).....	124
Figure B. 4 Observed vs simulated hydrographs (1980).....	124
Figure B. 5 Observed vs simulated hydrographs (1981).....	124

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ALT	Active Layer Thickness
CALM	Circumpolar Active Layer Monitoring
DD	Degree-Day
DV	Darcy Velocity
FC	Field Capacity
FI	Freezing Index
GTN	Global Terrestrial Network
IBP	International Biological Program
JPCP	jointed plain concrete pavement
KWBS	Kolyma Water Balance Station
NSE	Nash Sutcliffe Efficiency
PBIAS	Percent BIAS
PFTs	Pedotransfer Functions
PWP	Permanent Wilting Point
RMSE	Root Mean Square Error
SM	Soil Moisture
SMHI	Swedish Meteorological and Hydrological Institute
SWC	Soil Water Characteristics
SWE	Snow Water Equivalent
TT	Threshold Temperature
USA	United States of America
USACE	United States Army Corps of Engineers

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A	Discussion of “Seasonal Frost Penetration in Pavements with Multiple Layers”	119
ANNEXE B	Hydrogrammes - période de validation du modèle	123
ANNEXE C	Modèles hydrologiques utilisés en région de pergélisol	125

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Depuis le siècle dernier l'intérêt pour l'hydrologie des régions arctiques et subarctiques est sans cesse croissant. Cet intérêt est justifié non seulement par les changements climatiques mais aussi par les dividendes économiques résultant de l'exploitation des combustibles fossiles longtemps enfouies dans le sol. Ces régions, situées dans les hautes latitudes reçoivent durant l'année très peu d'énergie solaire et se singularisent par la présence de pergélisol, un sol qui reste gelé pendant au moins deux années consécutives et qui joue, avec les glaciers, un rôle prépondérant dans l'équilibre radiatif de la terre (van Huissteden, 2020). Cet environnement particulier, préservé depuis des millénaires, fait à ce jour l'objet des changements qui se traduisent, entre autres, par le dégel du pergélisol ainsi que des perturbations des écosystèmes fragiles en raison de la hausse des températures. Au Québec, par exemple, le pergélisol a commencé à fondre et sa limite sud migre progressivement vers le nord avec un retrait ayant atteint les 130 km pendant le dernier demi-siècle (AMAP, 2011). Ce faisant, la fonte des glaciers et l'augmentation de l'épaisseur de la couche active du sol pourraient induire la dégradation microbienne du carbone organique et la libération des gaz à effet de serre (GES) tels que le dioxyde de carbone et le méthane (Schuur et al., 2015). Comparés aux prévisions actuelles obtenues par simulations au moyen de plusieurs modèles climatiques, les auteurs de la Référence (Schuur et al., 2015) rapportent qu'une fois remis dans l'atmosphère, les gaz précités vont probablement accélérer les changements climatiques ; ces derniers arriveraient donc plutôt que prévu. L'Organisation Météorologique Mondiale (OMM) considère, de ce fait, le pergélisol comme étant un de six (6) indicateurs cryosphérique des changements climatiques (Brown, 2008). De plus, l'exploitation des ressources naturelles dans ces régions s'est intensifiée avec la construction des infrastructures de tout genre. Avec les conditions climatiques changeantes, la stabilité de ces infrastructures est de plus en plus mise à mal. Le cycle de gel-dégel qui constitue le processus dominant dans des sols pergélisolés, devrait augmenter en fréquence et en profondeur de pénétration, atteignant des horizons de sol autrefois gelés (Rooney et al., 2022). À défaut d'arrêter cette exploitation qui contribue malheureusement à l'augmentation de GES, il est essentiel de mettre en place les meilleures stratégies de développement durable afin d'atténuer les effets pervers qui lui sont associés.

Le réchauffement climatique et le développement durable sont donc deux enjeux intimement liés qu'on ne pourrait adresser qu'à travers une approche multidisciplinaire. L'hydrologie fait partie de

ces disciplines; c'est un outil indispensable dans la gestion des ressources hydriques, lesquelles ressources sont importantes pour l'équilibre de la planète et la pérennité des activités économiques. En rapport avec les hausses des températures, les projections en ce qui concerne les ressources en eau sont plutôt alarmantes. Pour Référence (Derksen et al., 2019).

« Selon un scénario d'émissions moyennes, on projette que les glaciers de toute la Cordillère de l'Ouest canadien perdront de 74 % à 96 % de leur volume d'ici la fin du siècle. Par conséquent, un déclin de l'écoulement d'eau de fonte glaciale dans les rivières et les ruisseaux (avec des répercussions sur la disponibilité de l'eau douce) se présentera d'ici le milieu du siècle ».

Face à ces enjeux qui se présentent avec autant d'acuité dans les régions nordiques, la modélisation hydrologique doit être efficace ; elle doit être capable de poser le diagnostic et de proposer des solutions ou des moyens de mitigation. Pour ce faire, elle doit reprendre dans sa formulation les phénomènes physiques impliqués dans la réponse hydrologique des bassins pergélisolés. Un des aspects qui n'est pas pris en compte dans la plupart des modèles existants - modèles élaborés pour les autres régions du globe - est le transfert de chaleur dans le sol (Walvoord & Kurylyk, 2016). Or les régions nordiques sont connues pour avoir une activité hydrologique réduite à cause des hivers très longs et des températures très froides qui conduisent au gel du sol et des cours d'eau. Il faudrait donc une modélisation adaptée.

Dans le cadre de ce travail nous proposons d'intégrer un module de transfert de chaleur dans un modèle conceptuel existant de transformation pluie-débit, le modèle HBV (Hydrologiska Byråns Vattenbalansavdelning),(Bergström, 1976) . Ce module résout le problème de Stefan à partir d'une méthode numérique itérative-implicite et débouche sur la détermination de la profondeur de dégel de la couche active. Tel que suggéré dans les Références (Brent et al., 1988; V. Voller & Cross, 1981), le modèle Enthalpie-porosité est appliqué afin de représenter le processus de changement de phase qui surgit dans ce type de problème. L'équation directrice et les conditions aux limites sont discrétisées à l'aide du schéma de différences finies FTCS (Forward Time Centered Space). La validation du modèle est réalisée en comparant d'abord les résultats numériques avec la solution exacte proposée par Neumann (Carslaw & Jaeger, 1959) et par la suite avec les données d'observations disponibles pour une région de pergélisol continu. La profondeur de dégel ainsi obtenue constitue le lien entre le module proposé et le modèle HBV, car elle permet de déterminer la teneur d'humidité du sol, paramètre important dans la génération du ruissellement de surface.

Le modèle issu de cette intégration, dénommé HBV-Heat, est ensuite appliqué sur un bassin situé dans une zone de pergélisol continu. En vue d'appliquer le modèle proposé, le bassin versant du ruisseau Kontaktovy se trouvant dans la station de recherche Kolyma Water Balance, au Nord-Est de la Fédération de Russie a été choisi.

L'objectif principal de ce travail est de modéliser un bassin se trouvant en milieu de pergélisol continu en déterminant les composantes du bilan hydrique. En effet, la connaissance des flux entrants, des flux sortants et du stockage de l'eau est primordiale pour gérer les ressources en eau et prévoir l'impact du changement climatique sur les processus hydrologiques. Cet objectif principal peut se décliner en deux grands thèmes qui ont fait, par ailleurs, l'objet de publication dans des revues scientifiques avec comité de lecture, il s'agit de

- L'élaboration d'un modèle de transfert de chaleur pour un sol multicouches.
- Intégration du module de transfert de chaleur dans un modèle hydrologique conceptuel avec application sur un bassin situé en zone de pergélisol continu, au Nord-Est de la Fédération de Russie.

Cette thèse est subdivisée en sept chapitres, le 1^{er} est une introduction qui reprend la problématique et les objectifs du travail. Le 2^e chapitre parle de l'état de l'art alors que le 3^e chapitre est axé sur la méthodologie élaborée pour atteindre les objectifs du travail. Dans le 4^e et le 5^e chapitres sont traités respectivement les principaux thèmes de cette thèse à savoir le transfert de chaleur en milieux poreux et la modélisation hydrologique. Le premier thème a déjà fait l'objet d'une publication tandis que le deuxième est sous révision en vue de sa publication dans un journal scientifique avec comité de lecture. Une discussion générale fait l'objet du 6^e chapitre alors qu'une conclusion reprenant les résultats, les limitations du modèle ainsi que les perspectives par rapport à la question de modélisation des bassins nordiques boucle ce travail.

CHAPITRE 2 ÉTAT DE L'ART

Un modèle est défini comme étant une représentation concrète, analysable et exprimée dans un langage donné d'un point de vue subjectif et finalisé sur un sujet donné. Vu sous ce spectre, le modèle imite ou reproduit les aspects de l'objet que l'on considère comme importants pour l'étude en cours (Caplat, 2008). Dans le cas de la modélisation hydrologique, il s'agit d'une représentation simplifiée du cycle de l'eau afin de simuler la réponse hydrologique d'un bassin versant en tenant compte des facteurs climatologiques, des caractéristiques physiques et géomorphologiques du bassin. La connaissance des processus hydrologiques particuliers aux bassins nordiques est donc la première étape avant toute démarche de modélisation des ces zones caractérisées par des températures variant entre $- 0,5$ et $9\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Dans ce chapitre nous présentons d'abord les éléments essentiels à la compréhension de l'hydrologie des régions froides, notamment les composantes du bilan hydrique et ensuite nous présentons l'état de l'art en ce qui concerne la modélisation des bassins versants situées dans ces régions froides.

2.1 Hydrologie des régions du pergélisol

2.1.1 Distribution et caractéristiques du pergélisol

Les régions de pergélisol se trouvent dans la partie du globe dominée par le climat froid polaire et comprennent de manière globale les zones des hautes latitudes que sont l'arctique et le subarctique. La température moyenne, dans ces zones, du mois le plus chaud est inférieure à 10°C alors que la température moyenne annuelle est inférieure à 0°C (Romanovsky et al., 2010). Dans la région subarctique la température moyenne du mois le plus froid est inférieure à celle du point de congélation tandis que la température moyenne du mois le plus chaud est supérieure à 10°C (Burn & Zhang, 2009). Cependant, on ne compte pas plus de quatre mois avec une température supérieure à 10°C durant toute l'année. Si on s'en tient seulement à la température, la limite sud des régions froides s'établit à l'isotherme 0°C pour le mois le plus froid de l'année, ce qui correspond au 50e parallèle (Osterkamp & Burn, 2003). En revanche, d'un point de vue de l'ingénierie, eu égard au défi lié à la présence de la neige, la glace et le sol gelé ; la limite sud des régions froides se situe plutôt au 40e parallèle.

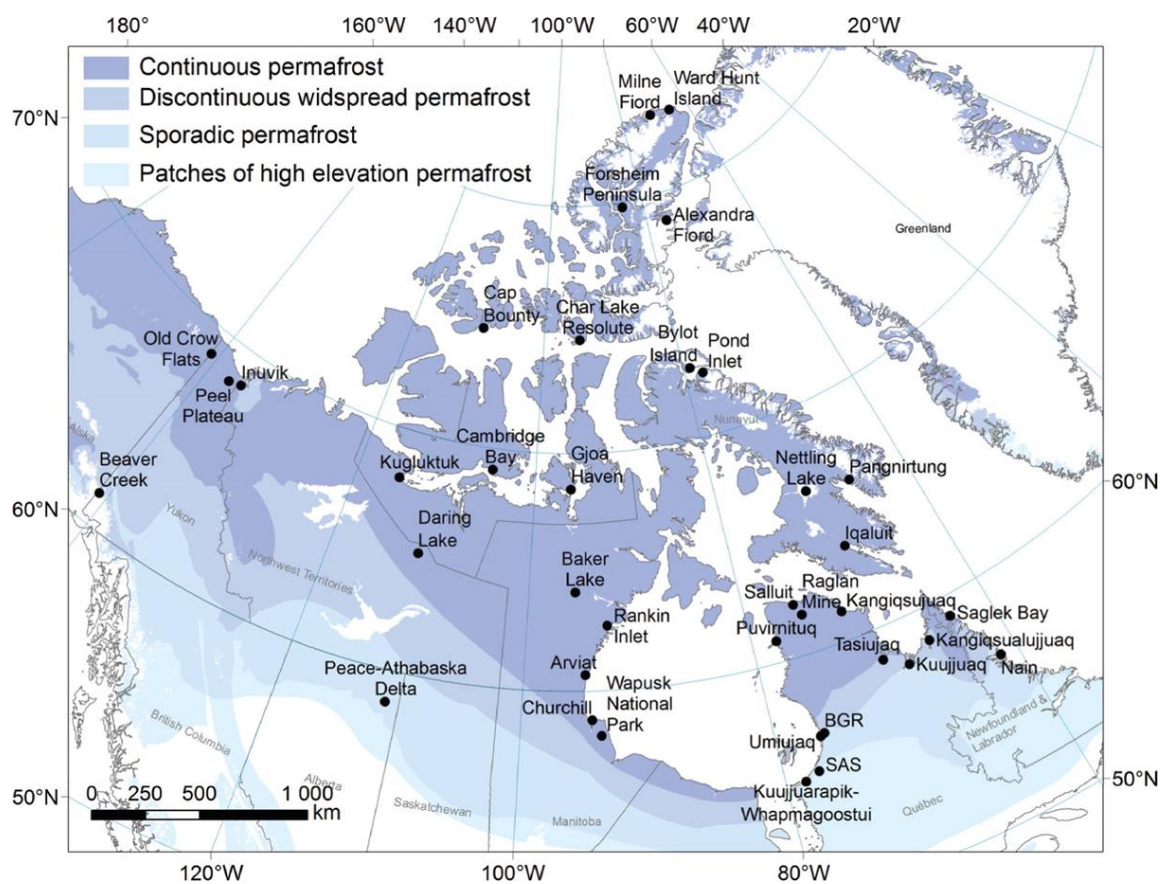


Figure 2. 1 Distribution du permafrost au Canada (Source (Vincent et al., 2017))

Une caractéristique essentielle des bassins nordiques est la présence d'un sol (ou roche) qui se maintient à une température égale ou au-dessous de 0°C pendant au moins deux ans (Dobinski, 2011). Ce sol est appelé en anglais permafrost, terme utilisé pour la première fois par le paléontologue américain Siemon W. Muller et résultant d'une contraction des mots « permanent » et « frost » qui se traduisent respectivement en français par permanent et gel. Le pendant français du terme permafrost est pergélisol. La région dans laquelle le pergélisol est dominant est appelée la cryolithozone; elle s'étend sur près de 38,15 millions de km^2 , ce qui correspond à environ 26% de la surface terrestre. Il convient de noter que de cette superficie totale, environ 21,35 millions de km^2 se retrouvent dans l'hémisphère nord. Cette étendue de pergélisol comprend probablement l'ensemble de l'Antarctique, 99% du Groenland, 80% de l'Alaska, 61,5% de la Russie, 55% du Canada (voir Figure 2.1) et 20% de la Chine (Anisimov & Reneva, 2006). L'épaisseur maximale du sol gelé en permanence est de 1493 m dans certains bassins nordiques de la Sibérie (Govorushko, 2014) alors que cette épaisseur peut atteindre 650 m dans la plaine arctique de

l'Alaska et plus de 1000 m à certains endroits des îles Baffin et 500 m à Ellesmere au Canada. L'épaisseur est liée à la température de l'air, aux caractéristiques du sol, au gradient géothermique et à l'histoire géologique de la zone (Bernard-Grand'Maison & Pollard, 2018).

La couche de sol se trouvant au-dessus du pergélisol, est caractérisée par un dégel et gel saisonnier qui se produisent respectivement en été et en hiver. Cette couche, d'épaisseur variable, est appelée la couche active (Throckmorton et al., 2016) ou molissol (voir Figure 2.2). Elle se confond à la zone de vadose et joue un rôle essentiel dans la génération du ruissellement de surface (Hayashi, 2013). Sa profondeur maximale, observée à la fin de l'été dépend grandement des conditions locales comme la végétation et la composition du sol (Sobota et al., 2018). Par exemple dans le Haut-Arctic, cette profondeur varie de 1 m à environ 0,2 m selon que le sol est riche en minéraux grossiers ou en matières organiques (tourbe). De plus, dans les zones de pergélisol discontinu et sporadique, l'épaisseur de la couche active varie généralement de 0,3 à 0,7 m spécialement lorsque la couche organique est épaisse (Shur et al., 2011).

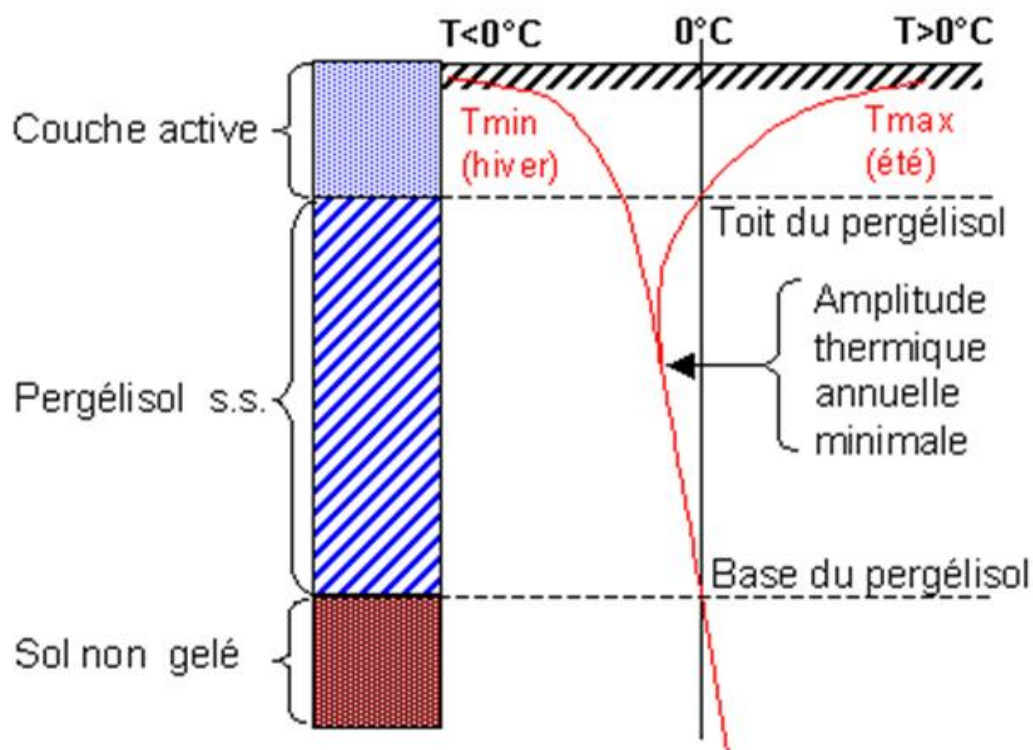


Figure 2. 2 Profil thermique typique vertical du permafrost (Source : (Schoeneich & Fabre, 2018))

2.1.2 Caractérisation hydrologique des bassins nordiques

Le cycle hydrologique est au cœur de l'hydrologie, il se rattache au mouvement continu de l'eau sur le globe et peut être décrit sur une échelle continentale, régionale ou locale. De manière globale, il commence dans les océans, passe par l'atmosphère, la surface de la terre et les réservoirs souterrains avant de retourner dans les océans. Les précipitations sous forme liquide et solide, l'infiltration, le ruissellement, la fonte de la neige, l'écoulement des cours d'eau et l'évapotranspiration constituent les principaux flux (Organisation météorologique mondiale, 2014). Dans les sections suivantes nous parlerons des composantes du bilan hydrique dans un contexte de pergélisol.

Précipitations

L'air des régions polaires est très sec à cause des températures excessivement froides qui y règnent. Étant donné qu'il n'y a pas beaucoup d'humidité dans l'air, il n'y a pas non plus beaucoup de nuages et par conséquent les chutes des précipitations sont faibles à modérées lorsqu'on s'éloigne des zones polaires. (Serreze & Barry, 2014) ont estimé qu'entre le pôle Nord et la latitude 70° N, la teneur en eau pouvant être transformée en précipitation représente 2,5 mm en janvier et 24 mm en juillet. Cette variabilité de précipitation à travers les régions arctiques et subarctiques a été décrite dans plusieurs publications dont (Woo, 2012).

Comme dans les autres régions du globe, on rencontre trois types de précipitation dans les régions froides, à savoir les précipitations cycloniques, de convection et orographiques.

Lorsque des masses d'air ayant des températures et de taux d'humidité différents rentrent en contact, un immense tourbillon se forme dans la région de convergence, il en résulte un refroidissement adiabatique et une condensation (Anctil et al., 2007). Ces phénomènes cycloniques peuvent se produire tout au long de l'année. Cependant, les cyclones d'été tendent à être plus faibles que ceux d'hiver car le contraste thermique est alors moins marqué.

Il arrive qu'au voisinage du sol, notamment durant l'été, que l'air soit chauffé par la radiation solaire, les masses d'air se dilatent, alors, et s'élèvent ; elles se refroidissent adiabatiquement et finissent par se condenser. Ces précipitations convectives tendent à être variables dans l'espace et présentent une variabilité interannuelle prononcée (Dingman, 2015).

Les précipitations orographiques se produisent lorsque les vents chargés d'humidité abordent une zone montagneuse, les masses d'air se soulèvent et se condensent en forme de nuages. Dans leur déplacement sur le flanc opposé de la montagne, ces nuages génèrent d'abondantes précipitations. L'effet orographique favorise des chutes de neige plus importantes sur les pentes au vent que sur les pentes sous le vent. L'altitude exerce une forte influence sur les chutes de neige, car les précipitations augmentent avec l'altitude et les chutes de neige sont plus fréquentes que les chutes de pluie à haute altitude (Woo, 2012).

La neige, les glaciers et diverses autres formes de glace jouent un rôle majeur dans le cycle hydrologique des régions froides. En fait les précipitations arrivent principalement sous forme de neige en hiver et de pluie en été. Les chutes de neige s'accumulent saisonnièrement pendant les longs hivers ou perpétuellement dans les bancs de neige ou les glaciers (Viviroli et al., 2007).

L'accumulation de neige se fait entre octobre et avril en région subarctique tandis qu'en région arctique, elle se fait de septembre à mai (Lunardini, 1981). Toutefois cette accumulation sur un sol qui n'a pas de végétation est tributaire des effets de la topographie incluant l'élévation de terrain, la direction de la pente ainsi que son gradient et aussi l'hétérogénéité de terrain (M. Woo, 1986). Le séjour prolongé de la neige sur le sol a une incidence directe sur le niveau d'insolation du sol, la formation du glacier, le stockage pluriannuel de la neige, la recharge du sol en termes d'humidité, l'eau souterraine et la génération du ruissellement (Woo, 2012).

L'éloignement des régions nordiques, le manque d'infrastructures sur des vastes territoires ainsi que les contraintes climatiques font que les réseaux de pluviomètres et autres équipements de mesure de la pluie et de la neige sont peu développés (denses). Cette situation explique la difficulté d'obtention des données pouvant alimenter les recherches et la construction des infrastructures de tout genre. La première station de recherche en milieu de pergélisol continu a été installée en octobre 1947 dans la région de Kolyma (Kolyma water balance station), en Sibérie (Makarieva et al., 2018b) Compte tenu des difficultés mentionnées ci-haut, le personnel technique et scientifique ne se rend sur le terrain, pour la collecte des données, qu'à la fin de la saison froide. Les équipements doivent être adaptés aux conditions extrêmes, ils sont ainsi dotés des éléments chauffants situés habituellement sous le capteur de précipitations et à l'intérieur des transducteurs de vent. Ces éléments chauffants permettent de maintenir les capteurs de précipitations et de vent exempts de neige et de glace. De plus, il faudrait mentionner qu'avec les avancées technologiques,

les observations par satellite sont largement utilisées pour évaluer l'étendue et l'équivalent en eau de la couverture neigeuse (Bedient et al., 2018)

Au printemps et en été, les précipitations et l'eau de fonte des neiges saturer le sol légèrement décongelé, l'excès qui ne peut pas pénétrer dans le sol s'écoule pour alimenter les rivières, les zones humides et les lacs qui pourraient conserver ces eaux de ruissellement pendant de très longues périodes. L'eau de surface stockée peut ensuite s'évaporer, s'infiltrer ou contribuer au flot latéral. Sous la surface, l'eau est conservée sous forme de glace sur une base saisonnière, pluriannuelle ou même millénaire; mais la fonte des glaces est également une source de ruissellement (Woo, 2012).

La modélisation de la fonte de neige peut se faire suivant trois approches différentes:

- L'approche du bilan énergétique, basée sur la loi physique de la conservation d'énergie

$$Q_{melt} + \frac{\Delta U}{\Delta t} = F_E \quad 2.1$$

Où $Q_{melt} [EL^{-2}T^{-1}]$ est le taux auquel l'énergie devient disponible pour la fonte des neiges, F_E est le flux net d'énergie $[EL^{-2}T^{-1}]$ provenant de l'atmosphère et du sol, et $\Delta U/\Delta t$ est le changement d'énergie interne (température) au cours de la période Δt . Les composantes du flux d'énergie sont établies comme suit :

$$F_E = K + L + \lambda E + H + R + G \quad 2.2$$

Où K est le flux net du rayonnement de courtes longueurs d'ondes, L est le flux net de rayonnement de grande longueur d'onde, λE est le flux net de chaleur latente de l'atmosphère par diffusion turbulente, H est le flux net de chaleur sensible de l'atmosphère par diffusion turbulente, R est le flux de chaleur sensible de la pluie, et G est le flux net de chaleur sensible par conduction avec le sol.

- L'approche des degré-jours qui relie le phénomène de fonte à la température de l'air permet d'estimer l'eau de fonte à partir de la relation empirique suivante :

$$\Delta w = M \cdot (T_l - T_b) \quad T_l \geq T_b \quad 2.3$$

$$\Delta w = 0 \quad T_l < T_b \quad 2.4$$

Où Δw est la fonte (en pouce), M est un facteur de fonte en unités de hauteur d'eau par degré par unité de temps, T_l est un indice de température de l'air (température maximale ou moyenne de l'air

pour l'intervalle de temps en question) et T_b est une température référence (habituellement le point de congélation). Les températures sont exprimées en °F.

- Une approche hybride alliant les deux précédentes approches

Pour réduire la variabilité de la fonte et donc améliorer les prévisions tout en conservant la simplicité du modèle de degré-jour, (Forbes & Lamoureux, 2005) l'approche suivante a été proposée

$$\Delta w = \frac{K + L}{\rho_w \cdot \lambda_f} + M_r \cdot T_a \quad 2.5$$

Où M_r est un facteur de fonte restreint dont la valeur est constante (2 mm/°C·d), T_a est la température moyenne journalière (°C); ρ_w est la densité de l'eau (1000 kg/m³) et λ_f est la chaleur latente de congélation (333,5 kJ/kg).

En ce qui concerne le débit des cours d'eau, il y a un décalage entre le débit observé et la fonte des neiges en raison de la rétention des eaux de fonte sur les pentes, les dépressions et autres canaux. Durant la période de fonte des neiges, les sols gelés imperméables avec un dégel minimal facilitent le ruissellement et accélèrent la réponse des cours d'eau à la fonte des neiges et aux événements de pluie sur neige. La topographie discrète, en particulier dans les bassins moyens et grands, entraîne des décalages plus importants que dans les petits bassins en termes de pics journaliers et saisonniers (Forbes & Lamoureux, 2005)

Évaporation, évapotranspiration et sublimation

L'évaporation est le processus par lequel l'eau est transférée de la surface de la terre vers l'atmosphère, c'est une composante essentielle du cycle de l'eau ; elle précède, de ce fait, la chute des précipitations. L'énergie solaire est la force motrice qui permet au processus d'évaporation de se réaliser. Dans les régions arctiques cette énergie n'est pas disponible sur une bonne partie de l'année à telle enseigne que l'évaporation ne survient que, de manière significative, durant l'été. La majeure partie de l'évaporation provient des océans, des plans d'eau comme les lacs et des milieux humides. Sur des larges zones de pergélisol continu, le sol est souvent stérile ou couvert des mousses et des lichens ; la transpiration est quasi inexistante compte tenu du fait que la végétation dominante est non-vasculaire. En revanche, dans les régions où la végétation est dominée par la forêt, à l'instar de la forêt boréale au nord du Canada, la transpiration provenant de

cet écosystème peut être significative, on parle alors d'évapotranspiration (ETP). Cette dernière se définit comme étant la perte totale d'eau d'un champ dans lequel des quantités importantes d'eau sont perdues par la transpiration des surfaces végétales et l'évaporation du sol sous-jacent.

De manière générale, pour les écosystèmes terrestres, l'évapotranspiration est contrôlée non seulement par la température, mais aussi par d'autres facteurs tels que le rayonnement, le déficit de pression en termes de vapeur d'eau atmosphérique, la vitesse du vent, l'humidité du sol et la surface foliaire des plantes. (Nakai et al., 2013) ont étudié les caractéristiques de l'évapotranspiration et le bilan énergétique d'une forêt d'épinettes en Alaska. Selon leur étude la valeur moyenne de l'évapotranspiration quotidienne de cette forêt pendant l'été s'était établie à 1,37 mm par jour. Cette valeur est considérée comme typique pour les forêts boréales.

Étant donné l'importance de l'évapotranspiration dans le calcul du bilan hydrique et les analyses relatives aux changements climatiques ; plusieurs modèles basés sur la physique (déterministes) ont été élaborés en vue de quantifier avec plus de précision les pertes par évapotranspiration. Parmi ces modèles on compte notamment :

- La méthode de bilan d'énergie qui est donnée par l'équation

$$Q_{et} = Q_{net} + Q_h + Q_c \quad 2.6$$

Dans cette équation Q_{et} est l'énergie utilisée pour l'évapotranspiration (W/m^2), Q_{net} est le rayonnement solaire résultant (W/m^2), Q_h est la chaleur sensible (W/m^2), Q_c est le flux d'énergie par conduction de condensation entre la surface et le sous-sol (W/m^2). La quantité d'eau perdue par évaporation, M_{et} (mm/h ou jour), peut être calculée suivant l'équation 2.7

$$M_{et} = \frac{1000Q_{et}}{\rho_w L_v} \quad 2.7$$

Où L_v est la chaleur latente de vaporisation (J/kg) et ρ_w est la densité de l'eau (kg/m^3)

- La méthode de Priestley -Taylor

$$Q_{et} = \alpha \left(\frac{s}{s + \gamma} \right) (Q_{net} - Q_c) \quad 2.8$$

Où α est un paramètre relatif à l'évaporation réelle à l'équilibre ; s est la pente de la courbe de l'humidité spécifique et de la température à la surface, $1/^\circ C$; et γ est une constante psychométrique en termes d'humidité spécifique, $1/^\circ C$.

- Le modèle combiné Penman-Monteith,

Cette méthode est très utilisée, elle a été développée par Penman (1948) et modifiée par Monteith (1965). Ce modèle unidimensionnel simule l'évaporation d'une surface couverte par un couvert fermé de plantes vasculaires et suppose que la contribution du substrat est négligeable. Les variables motrices du modèle sont l'énergie disponible et le déficit de pression de vapeur, l'évaporation étant limitée par les résistances aérodynamiques et physiologiques. L'ensemble de la canopée est traité comme une seule grande feuille, de sorte que tous les stomates de la canopée agissent en parallèle.

$$ET = \frac{\Delta(R_n - G) + \rho_a c_p \frac{(e_s - e_a)}{C_{can}}}{\rho_w \lambda_v \left[\Delta + \gamma \left(1 + \frac{C_{at}}{C_{can}} \right) \right]} \quad 2.9$$

Où Δ est la pente de la courbe de la pression de vapeur saturante en fonction de la température ; R_n est le flux de rayonnement net à la surface ; G est le flux de chaleur provenant de la surface du sol ; ρ_a est la densité de l'air ; c_p chaleur spécifique de l'air sec; e_s est la pression de vapeur saturante de l'air en fonction de la température ; e_a est la pression de vapeur réelle de l'air; C_{can} est la résistance aérodynamique au transfert turbulent de chaleur et/ou de vapeur de la surface à une certaine hauteur z au-dessus de la surface; γ est la constante psychrométrique; C_{at} est une résistance de surface en vrac qui décrit la résistance à l'écoulement de la vapeur d'eau de l'intérieur de la feuille, du couvert végétal ou du sol vers l'extérieur de la surface; ρ_w est la densité de l'eau ; λ_v est la chaleur latente de vaporisation de l'eau.

Infiltration

L'infiltration désigne l'entrée ou l'absorption de l'eau dans le sol. La capacité du sol à absorber l'eau, aussi appelée la capacité d'infiltration, est le flux d'eau maximal que peut absorber un sol pendant une période donnée (Ancil et al., 2007). Cette capacité dépend de plusieurs paramètres dont l'humidité du sol, la compaction du sol, la couverture végétale, le gel, la température, la quantité d'air dans le sol et bien d'autres. L'infiltration est un processus qui peut être scindé en une phase transitoire initiale, de très courte durée et une phase d'équilibre. La phase transitoire est caractérisée par un taux d'entrée d'eau élevé alors que la phase d'équilibre ou état quasi stable est plutôt marquée par un taux d'entrée relativement uniforme. L'infiltration dans les régions arctique

et subarctique est un processus complexe en raison des caractéristiques singulières du sol gelé. En effet, le pergélisol constitue une barrière à l'infiltration en agissant comme un aquitard (Luo et al., 2020). Pendant les mois d'été, lorsque la couche active dégèle, l'eau peut se frayer un chemin et percoler à travers la couche non gelée. Ce processus peut entraîner des conséquences sur l'équilibre hydrologique, les écosystèmes et les infrastructures car l'infiltration est directement impliquée dans la stabilité des pentes, la gestion des ressources en eau et la conception des infrastructures (Woo, 2012). En s'infiltrant dans la couche active, l'eau peut rencontrer un sol gelé en dessous, ce qui entraîne la formation d'une lentille de glace. Cette lentille de glace augmente la limitation de l'infiltration et peut provoquer une surface de sol irrégulière ou même un affaissement en raison de l'expansion du volume pendant le processus de congélation. La présence de lentilles de glace et de couches riches en glace affecte encore davantage la perméabilité du sol et crée des voies d'écoulement préférentielles, avec comme corollaire, la modification de la dynamique hydrologique. En outre, les processus de gel-dégel peuvent entraîner des changements dans les propriétés géotechniques du sol, affectant sa capacité à retenir ou à transmettre l'eau (V. J. Lunardini, 1981). En milieu de pergélisol, il est judicieux de prendre en compte les propriétés, à la fois physico-thermiques et hydrauliques du sol ainsi que le caractère particulier de la couche active lorsqu'il est question de modéliser l'infiltration. Ainsi plusieurs approches ont été développées pour simuler l'infiltration de l'eau de fonte dans ce type particulier de sol. Étant donné que l'infiltration implique un transfert couplé de chaleur et d'humidité (M. Woo, 1986), les équations de transport de chaleur et d'eau avec une composante de changement de phase doivent être résolues simultanément pour déterminer les changements de température et les contenus d'eau et de glace non gelés dans le sol gelé lorsque de l'eau est introduite à la surface, par exemple (Stepanov et al., 2021). La plupart des schémas de calcul nécessitent des estimations des valeurs des paramètres qui ne sont pas faciles à obtenir, on recourt, de ce fait, très souvent aux algorithmes analytiques. Ces derniers sont des solutions exactes de l'équation de transfert d'eau dans des conditions de sol et d'apport spécifiques. La relation proposée par Richard est l'équation qui régit les écoulements non permanents en milieux poreux non saturé; cette relation est formulée de la manière suivante :

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial \theta}{\partial z} + K \right) \quad 2.10$$

Où θ représente la teneur en eau du sol (%), D est la diffusivité de l'eau du sol (L^2/T), K représente la conductivité hydraulique (L/T); t et z étant respectivement le temps (T) et la longueur selon l'axe de z (L). Les algorithmes analytiques reposent donc sur une base physique solide et sont plus faciles d'application dans un contexte de modélisation hydrologique.

Le tableau 2.1 adapté de (Zhang et al., 2010) fournit une compilation des relations empiriques et analytiques utilisées conjointement avec des modèles de ruissellement de surface.

Table 2. 1 Principales équations utilisées pour calculer l'infiltration

Équations	Références
$INF_1 = 5(1 - S_I)SWE^{0.584}$	Granger et al., 1984 et Gray et al., 1985
$INF_2 = C_1 S_0^{2.92} (1 - S_I)^{1.64} \left[\frac{(273.15 - T_1)}{173.15} \right]^{-0.45} t^{0.44}$	Zhao et al., 1997
$INF_3 = \begin{cases} M_{sn} & \theta_1 < \theta_0 - \theta_i \\ K_s [(\theta_s - \theta_i - \theta_1)^4 (1 + 8\theta_i)^{-1}] & \theta_1 = \theta_0 - \theta_i \end{cases}$	SWAP (Gusev, 1989)
$INF_4 = K_s \left[1 + (\theta_s - \theta_{ini}) \frac{\psi_w}{I'} \right]$	Green & Ampt, 1911
$INF_5 = \begin{cases} K_w \left(\frac{\psi_w + Z_f}{Z_f} \right) & t < t_p \\ K_w \left(\frac{\psi_w + Z_f + Z_p}{Z_f} \right) & t \geq t_p \end{cases}$	Mein & Larson, 1973
$INF_6 = \begin{cases} K_s + C_2 (t - t_0)^{-C_3} & t < t_p \\ K_s \frac{e^{\frac{I' K_0}{\beta}}}{(e^{\frac{I' K_0}{\beta}} - 1)} & t \geq t_p \end{cases}$	Smith & Parlange, 1978
$f = f_c + (f_o - f_c) e^{-kt}$	Horton, 1933

Équations	Références
$f = b_1 t^{0.5} + b_2 t$	Philip (1957, 1969)

Table 2. 2 Nomenclature utilisée dans le calcul de l'infiltration

Symboles	Signification	Unités
INF (1 à 6)	Taux d'infiltration	mm
SWE	Équivalent en eau de la fonte	mm
S_I	Humidité moyenne du sol au moment de la fonte (eau + glace)	mm^3/mm^3
C	coefficient	-
S_0	Humidité du sol à la surface	mm^3/mm^3
T_1	Température moyenne	°C
M_{sn}	Fonte de neige	mm
K_s	Conductivité hydraulique du sol dégelé à saturation	m/s
θ_s	Teneur en eau du sol saturée	m^3/m^3
θ_i	Fraction volumétrique de glace contenue dans le sol	m^3/m^3
θ_1	Contenu d'eau liquide non gelée	m^3/m^3
ψ_w	Potentiel d'eau dans le sol au front mouillé	m

Symboles	Signification	Unités
I'	Profondeur d'infiltration incrémentée	m
K_w	Conductivité hydraulique du sol au front mouillé	m/s
Z_f	Profondeur d'infiltration	m
Z_p	Profondeur de stagnation	m
β	Paramètre approximé à partir de la sorptivité, humidité initiale et l'intensité de la pluie	m^2/s
f	Facteur d'impédance	-
b_1	Coefficient empirique	-
t	Temps d'infiltration	Seconde
t_p	Temps s'écoulant entre le début de l'infiltration et le moment où l'eau commence à stagner en surface	Seconde

2.1.3 Modélisation hydrologique

Au regard des enjeux de plus en plus nombreux, les régions nordiques attirent l'attention de plusieurs disciplines scientifiques, ce qui explique la diversité de modèles élaborés pour atteindre les objectifs spécifiques, à chaque discipline. Pour ce qui concerne l'hydrologie, il existe des modèles qui mettent l'accent sur les écoulements de surface et d'autres qui se focalisent essentiellement sur les écoulements souterrains et une dernière catégorie, capable de simuler de manière intégrée les écoulements de surface et souterrains. En règle générale, trois approches de modélisation des zones de pergélisol ont émergé depuis les dernières décennies.

La 1^{ère} approche consiste à alimenter un modèle hydrologique par les résultats provenant d'un module qui calcule l'avancement du front de gel/dégel. Selon cette méthodologie, l'épaisseur de la

couche active obtenue est introduite en tant que paramètre de modélisation de la simulation hydrologique (Hinzman & Kane, 1992). Un des modèles fonctionnant sur la base de cette approche est le modèle Cold Region Hydrological Model (CRHM) (Pomeroy et al., 2007). Ce modèle développé pour les régions de Prairies canadiennes a été appliqué sur plusieurs bassins versant se trouvant dans les régions froides. Le modèle a la capacité de simuler les conditions de pergélisol grâce à un module de gel/dégel élaboré suivant une modification de la solution de Stefan (Changwei & Gough, 2013). Ce modèle a été utilisé par (Krogh et al., 2017) pour reconstruire le cycle de l'eau, d'un petit bassin Arctique, sur 28 ans afin de comprendre et de quantifier les flux de masse qui contrôlent son régime hydrologique. L'introduction du module calculant la profondeur de dégel a permis de simuler l'évolution moyenne de la couche active de juin à septembre sur 17 ans. La profondeur de la couche active a eu un impact direct sur la simulation du couvert neigeux et par ricochet, sur le débit mesuré à l'exutoire. La méthodologie proposée a eu un effet positif sur les résultats de modélisation.

Il convient, par ailleurs, de signaler que le modèle CRHM est en mesure de simuler les conditions de pergélisol par le truchement de son module d'infiltration. Ce dernier regroupe l'infiltration sur sol gelé en trois catégories : restreint, limitée et illimitée (Granger et al., 1984) . Selon la période de l'année, l'ajustement de ce paramètre d'infiltration est fait en conséquence pour refléter les conditions de permafrost ou des sols gelés.

La seconde approche met en phase un modèle hydrologique avec une structure algorithmique permettant de résoudre simultanément le transfert de chaleur et les équations des écoulements à travers les différentes couches du sol (horizon). Les modèles qui rentrent dans cette catégorie sont très complexes et impliquent un temps de calcul qui peut s'avérer long. Ces modèles sont utilisés parfois pour des analyses qui peuvent s'étendre à l'échelle continentale, c'est le cas du modèle JBSBACH (Ekici et al., 2014). Un des modèles dans lesquels cette approche a été implémenté et qui a été repris dans plusieurs publications est le modèle « Simultaneous Heat and Water Transport Model » (SHAW) (Flerchinger & Saxton, 1989). Comme le dit son acronyme, ce modèle simule à la fois le transfert de chaleur qui régit le processus de gel/dégel et le transport de l'eau. Dans sa structure, le modèle peut représenter le sol avec un maximum de 50 couches tandis que la canopée peut être représentée par 10 couches. En outre, SHAW peut résoudre les flux de chaleur, d'eau et de solutés entre différents nœuds à chaque pas de temps et capture avec précision les variations dynamiques de la température et de la teneur en eau liquide pendant le gel et le dégel du sol.

(Langford et al., 2020) ont développé un modèle tridimensionnel d'un plateau pergélisolé comprenant la zone supra-pergélisolé et les zones humides environnantes pour caractériser la période de transition de la dégradation du pergélisol. Les efforts d'étalonnage du modèle ont montré que l'inclusion du ruissellement souterrain était essentielle pour reproduire avec précision les régimes mesurés de température et d'humidité de la couche active. Les résultats des simulations SHAW, en particulier la température de la surface du sol et le transfert net d'eau à la surface du sol (somme des résultats SHAW de l'infiltration quotidienne, du ruissellement de surface et de l'évapotranspiration), ont été appliqués comme conditions limites supérieures thermiques et de recharge (flux de fluide) pour les simulations transitoires FEFLOW.

La troisième approche consiste à modéliser les zones de permafrost sans inclure un algorithme de transfert de chaleur. Suivant cette approche, certains paramètres des modèles sont ajustés en fonction de la période de simulation pour refléter les conditions de pergélisol. Cette approche a été appliquée dans la modélisation de certains bassins versants se trouvant en zone de pergélisol discontinu comme en zone de pergélisol continu en utilisant les modèles hydrologiques de surface qui n'ont pas été conçus, au départ, pour ce type d'environnement. Par exemple, le modèle Soil Water Assessment Tool (SWAT). Cet outil d'évaluation des sols et de l'eau est un modèle à l'échelle d'un petit bassin versant ou d'un bassin fluvial utilisé pour simuler la qualité et la quantité des eaux de surface et des eaux souterraines et ensuite pour prévoir l'impact environnemental de l'utilisation des sols, des pratiques de gestion des sols et du changement climatique. La version 2012, a été utilisée par (Ahmed et al., 2022) en vue de comprendre l'hydrologie de la « Yangtze River Source Region » située dans une zone occupée à 80% par le pergélisol. Les conditions de pergélisol ont été incorporées dans le modèle SWAT en introduisant une couche imperméable dont le rôle est de représenter le fond de la couche active. Cette couche empêche la percolation en profondeur de l'eau provenant de la couche active et des sols de surface. En définitive, elle fait écran face à la recharge des eaux souterraines et en limite donc l'écoulement et l'évacuation vers les zones non gelées. Cependant, le modèle néglige le gel et le dégel progressifs de la couche active qui joue un rôle crucial dans le ruissellement.

De même, le modèle Hydrologiska Byråns Vattenbalansavdelning (HBV) est un modèle conceptuel global de transformation pluie – débit à l'échelle du bassin versant. Il a été conçu au départ pour les régions scandinaves mais son efficacité fait qu'il a été repris dans plusieurs études à travers le monde. (Hinzman & Kane, 1991) ont appliqué ce modèle dans le cadre d'une étude du

régime hydrologique d'un bassin versant de l'Arctique pendant la période de fonte des neiges au printemps. La méthode de degré-jour est utilisée pour calculer l'eau de fonte et aucune autre disposition n'est prise pour imiter la dynamique thermique de la couche active. Les résultats obtenus étaient satisfaisants sur cette courte période. Cependant, le modèle ne pouvait pas simuler la période estivale au complet, c'est-à-dire du début de la fonte au moment où le gel du sol s'enclenche car les propriétés physiques du sol, qui, du reste, varient sur le profil ne sont pas prises en compte. En d'autres termes, la variation du réservoir à la suite du dégel n'est pas simulée, ce qui augmenterait l'erreur entre les valeurs observées et prédites.

Un tableau reprenant certains modèles usuels avec leurs avantages, désavantages ainsi que leurs particularités en termes de processus modélisé est présenté en Annexe C.

2.1.4 Transfert de chaleur en milieu poreux

Le transfert de chaleur en milieu poreux, notamment en zone de pergélisol, est un sujet sur lequel plusieurs travaux de recherche se sont concentrés dans les dernières décennies. Parmi les objectifs poursuivis dans ce domaine de recherche qui se retrouve aux confins de plusieurs disciplines (géotechnique, hydrologie, géologie, mécanique de sol, etc.), on dénombre la détermination du profil de température dans le sol ainsi que la localisation de l'interface gel/dégel (IGD).

La profondeur de cette interface mesurée à partir de la surface du sol constitue la limite inférieure de la couche active. En zone de pergélisol continu, où les cours d'eau restent gelés durant plusieurs mois, l'essentiel de l'activité hydrologique se produit pendant la période de dégel. La couche active qui subit le gel et dégel saisonnier joue à la fois le rôle de réservoir durant le printemps et celui d'aquitard durant l'hiver (M. Woo, 1986). Ceci explique la place prépondérante qu'elle occupe dans la modélisation de la réponse hydrologique d'un bassin se trouvant en zone polaire ou subpolaire.

De manière générale, l'IGD peut être modélisé suivant une approche empirique (Lubini & Fuamba, 2019; Zhang et al., 2018), analytique (Kurylyk et al., 2014) ou numérique (Goodrich, 1982)

Méthodes empiriques

Les méthodes empiriques ou semi-empiriques peuvent donner d'excellents résultats mais elles ne peuvent être généralisées, les équations déduites des observations réalisées ne sont adaptées qu'au contexte considéré. Il existe plusieurs équations empiriques ou semi empiriques dont celle

présentée par (Hinkel & James R. J. Nicholas, 1995). Il s'agit d'une modification de l'équation de Stefan qui relie la profondeur de dégel à l'indice de congélation.

Dans le cadre d'une discussion sur un article scientifique portant sur une application des équations empiriques pour déterminer la profondeur de dégel (Zhang et al., 2018), nous sommes arrivés à la conclusion que les valeurs empiriques utilisées suivant ces équations conduisent à des biais au niveau des résultats. Nous avons pour ce faire, comparé les résultats produits par le logiciel PCASE utilisé par les auteurs de l'étude et une courbe empirique établie par le (USACE, 1949).

Cette discussion intitulée « Discussion of "Seasonal Frost Penetration in Pavements with Multiple Layers" » est présentée à l'Annexe A.

Méthodes numériques

Parlant des méthodes numériques, (Zhang et al., 2008) ont établi que comparativement aux autres approches, les algorithmes numériques incluant la chaleur latente dans leur formulation sont de loin meilleurs en termes des résultats. On retrouve ainsi dans la littérature deux grandes approches de présentation du problème de transfert de chaleur avec changement de phase. Même si les deux approches nécessitent le recours aux méthodes numériques pour la résolution des équations gouvernantes, elles diffèrent, par ailleurs, dans leur manière de prendre en compte la chaleur latente

En effet, dans la première approche le changement de phase de l'eau contenue dans le sol est abordé en incluant la chaleur latente dans l'équation de transfert de chaleur comme une source d'énergie ou d'absorption de celle-ci (Guymon & Luthin, 1974; Nakano & Brown, 1972). Une apparente chaleur latente spécifique peut être définie en incorporant aussi bien l'enthalpie de changement de phase que la chaleur latente. Le concept de chaleur spécifique apparente offre d'un point de vue mathématique une approximation des effets la chaleur latente se produisant à travers une plage de température finie.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) - F \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (2.11)$$

Avec T représentant la température (°C); k est la conductivité thermique ($W.m^{-1}.^{\circ}C^{-1}$) tandis que F représente la capacité thermique volumique ($J.m^{-3}.^{\circ}C^{-1}$) du sol; t est le temps alors que x est la longueur selon l'axe de x .

Au début des années 1970, (Guymon & Luthin, 1974; Nakano & Brown, 1972) ont élaboré des modèles inspirés de cette approche en appliquant respectivement la méthode de différence finie et la méthode des éléments finis pour discrétiser l'équation de la conduction de chaleur.

(Goodrich, 1982) affirme que cette approche est facile à programmer, cependant les distorsions peuvent apparaître au moment de prédire la position de l'interface de changement de phase.

En revanche dans la seconde approche, l'équation différentielle partielle de la chaleur est résolue simultanément avec notamment une condition aux frontières mobile. Cette condition est appelée condition de Stefan dont, par ailleurs, la solution permet de déterminer la position de l'interface qui sépare la phase liquide de la phase solide dans la couche active. Tous les problèmes qui présentent une condition limite qui se déplace avec le temps sont dits problème de Stefan.

Solutions analytiques

La non-linéarité du problème ainsi que le mouvement de l'interface de changement de phase, a limité les solutions exactes de transfert de chaleur avec changement de phase à une poignée de cas pour lesquels les géométries et les conditions aux frontières sont particulièrement simples (Lunardini, 1988).

On trouve ainsi les solutions exactes proposées par (Carslaw & Jaeger, 1959; Kudryavtsev, V.A., Garagulya, L.S., Melamed, 1977; Stefan J., 1891b; Virgil J. Lunardini, 1988). Compte tenu de sa simplicité, la solution de Stefan est la plus utilisée. Sa forme originale a été modifiée (Berggren, 1943)(Hayashi et al., 2007; Jumikis, 1955; Woo, 2012) ce qui a permis l'élaboration des algorithmes qui ont été inclus dans certains modèles hydrologique de surface. C'est le cas de l'algorithme « Thaw - Freeze » présenté par (Changwei & Gough, 2013) et incorporé dans le modèle CRHM (Cold Region Hydrological Model). Par ailleurs ((Berggren, 1943)) a modifié la solution de Neumann pour obtenir une solution analytique utilisée dans le programme PCASE (Pavement-transportation computer assisted structural engineering) appliqué en géotechnique (Murray & Landis, 1959)(Zhang et al., 2018)

Méthode de résolution du problème de Stefan

(Javierre et al., 2006) regroupe les méthodes de résolution du problème de Stefan en deux grandes familles à savoir celles qui suivent le déplacement de l'interface de changement de phase de manière explicite et celles qui suivent implicitement le déplacement de l'interface.

Les méthodes explicites ou « Front tracking methods » procèdent habituellement par trois étapes : l'advection et la reconstruction de l'interface, la détermination de la composante normale des vitesses à l'interface solide-liquide et la solution des équations gouvernantes. Parmi ces méthodes on compte le « Fixed grid in space », le « Moving grid » et le « Adaptive grid method ». (Murray & Landis, 1959) ont comparé le « Adaptive grid method » et le « Fixed grid in space method » et ont montré que la méthode de la grille adaptative capture plus précisément la position de l'interface, tandis que la méthode de la grille fixe donne une distribution de chaleur plus précise dans tout le domaine. Les auteurs ont assumé qu'un point x_i , général de la grille se déplace selon l'équation (2.2).

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{x_i}{s(t)} \frac{ds}{dt} \quad (2.12)$$

L'équation de transfert de chaleur à une dimension devient:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_i = \frac{x}{s(t)} \frac{ds}{dt} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.13)$$

Avec u la température ($^{\circ}\text{C}$), x_i un point de la grille, $s(t)$ étant la position de l'interface du changement de phase en fonction du temps (m).

La mise en place de cette méthode implique que le mouvement de l'interface soit introduit dans l'équation gouvernante par le biais d'une dérivée totale du temps (approche Arbitraire Lagrangienne Eulérienne). (Udaykumar & Rao, 1996) a proposé un algorithme basé sur une approche mixte Lagrangienne-Eulérienne. Dans sa méthodologie, l'interface a été suivie explicitement au moyen d'une approche Lagrangienne alors que l'approche Eulérienne a permis de résoudre sur une maille fixe l'équation de transfert de chaleur.

Les méthodes explicites permettent d'obtenir non seulement une localisation précise de l'interface mais aussi le profil de températures dans le sol. Étant donné que les conditions aux frontières à l'interface sont prises en compte explicitement, un bilan plus précis de la conservation de l'énergie peut être obtenu. Cependant, ces méthodes sont difficiles à implémenter d'un point de vue mathématique, de la programmation et le temps de calcul peuvent être excessifs.

Les méthodes implicites constituent l'alternative aux méthodes explicites, plutôt que de

suivre le déplacement de l'interface de changement de phase, ces méthodes fixent l'interface au moyen d'une transformation des coordonnées (Landau, 1950).

Dans cette famille de méthodes numériques, la plus utilisée est la méthode d'enthalpie. La méthode se résume à l'emploi d'une fonction évaluant la chaleur totale du système et qui présente une discontinuité de saut à l'interface donnée par la chaleur dégagée (ou absorbée) lors du changement de phase. En effet l'enthalpie du liquide sera plus grande que celle de sa forme solide, et ainsi le processus de congélation va conduire à une libération d'énergie tandis que celui de décongélation aboutit à une absorption d'énergie. Cette absorption ou libération d'énergie a lieu à l'interface où le changement de phase se produit (Virgil J. Lunardini, 1981).

Les exemples illustrant l'implémentation de cette méthode peuvent être trouvés dans (Nakano & Brown, 1972; Lunardini, 1988) . (Stanley Osher, 1988) ont présenté une approche qui inclut les effets de la chaleur latente dans un modèle 3-D du transfert de chaleur en différence finie. Les effets de la chaleur latente ont été gérés dans l'équation de la conduction en substituant la capacité thermique apparente par la capacité thermique volumétrique du sol non gelé. Les auteurs ont conclu que la méthode est appropriée pour les études sur les changements climatiques.

Les autres méthodes qui peuvent être incluses dans cette famille sont le « *level set method* » (Stanley Osher, 1988) ; et le « *phase field method* ».

Le tableau 2.2 reprend quelques algorithmes utilisés dans la modélisation hydrologique des bassins situés en zone de pergélisol alors que le tableau 2.3 explique chaque variable reprise dans les équations du tableau 2.4.

Table 2. 3 . Principales équations pour différents types d'algorithme utilisés dans le problème de transfert chaleur en milieux poreux

Types d'algorithme	Équation	Références
Semi-empirique		
	$X = \beta \sqrt{DDT}$	(Hinkel & Nicholas, 1995)

Types d'algorithme	Équation	Références
Analytique		
	$X = \sqrt{\frac{2k_1(T_f - T_s)t}{\rho l}}$	(Stefan, 1891)
	$X = 2\gamma\sqrt{a_1 t}$	(Carslaw & Jaeger, 1959)
	$X + \frac{\alpha}{v_t} \left\{ \exp\left(-\frac{v_t X}{\alpha}\right) - 1 \right\} = v_t S_T t$	(V. Lunardini, 1998)
	$X = \tau \sqrt{86\,400 \sum_i k_1 T_s}$	(Hayashi et al., 2007)
Numérique		
	$\frac{C\partial T(z,t)}{\partial t} = \partial[K\partial(z,t)/\partial z]\partial z$	(Kane et al., 2001)

Table 2. 4 Nomenclature utilisée dans le calcul de la profondeur de dégel

Symboles	Signification	Unités
X	Profondeur de dégel	cm
β	Taux de progression du dégel	$md^{-1/2} \circ C^{-1/2}$
DDT	Degré jour	°C d
k_1	Conductivité thermique du sol	cal/sec-cm°C
ρ	Densité	g/cm ³
l	Chaleur latent de fusion	cal/g

Symboles	Signification	Unités
T_f	Température de fusion du sol	°C
T_s	Température de la surface	°C
t	Temps qui s'est écoulé depuis le début du dégel	sec
γ	Poids spécifique	g/cm ³
a_1		
α	Diffusivité thermique	cm ² /sec
v_t	Vitesse du panache thermique	cm/s
S_T	Nombre de Stefan	Sans dimension
τ	Constante	J ^{1/2} . m ^{3/2}

CHAPITRE 3 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE

Comme mentionner dans le 1^{er} chapitre, ce travail vise la modélisation d'un bassin versant se trouvant dans une région occupée par un pergélisol continu. La méthodologie mise en place pour atteindre cet objectif s'articule autour de deux axes principaux qui ont fait l'objet d'une publication apparaissant au chapitre 4 et une soumission 5 (en revue au moment de la rédaction). Ces axes sont:

- Élaboration d'un algorithme de transfert de chaleur dans le sol

Les résultats de cette démarche sont utilisés comme intrant pour alimenter le modèle hydrologique élaboré au chapitre 5. La méthodologie est expliquée à la section 3.2.

- Modélisation hydrologique d'un bassin se trouvant en zone de pergélisol continu

L'intégration de l'algorithme de transfert de chaleur dans le modèle HBV conduit à déterminer la réponse hydrologique du bassin. La figure 3.1 est une illustration des étapes de la méthodologie mise en place.

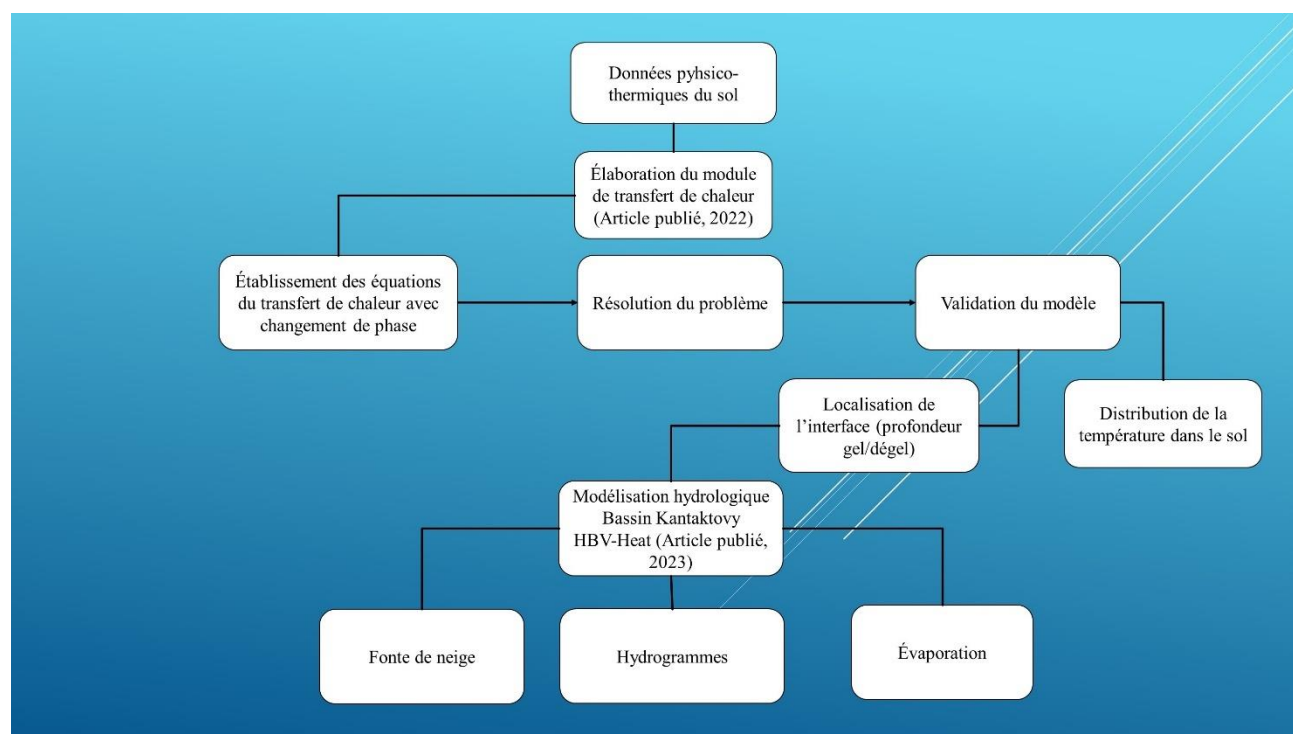


Figure 3. 1 Axes de la méthodologie

Dans les deux sections qui suivent (3.1 et 3.2) ces deux étapes sont expliquées. La section 3.3 donne des détails sur le modèle HBV.

3.1 Élaboration de l'algorithme de transfert de chaleur en milieu poreux

L'algorithme de transfert de chaleur dans le sol avec changement de phase est élaboré en considérant que la chaleur se transmet essentiellement par conduction en négligeant la convection et le rayonnement. De ce fait, les phases solide et liquide impliquées dans ce transfert sont donc traitées par une paire d'équations de Fourier. Étant donnée la nécessité de suivre avec précision l'avancement du front liquide/solide dans le sol et ainsi déterminer la profondeur de gel/dégel, le problème, d'un point du schéma numérique à utiliser, a été reformulé en termes d'enthalpie. Pour une raison de simplification, le terme source n'est pas repris dans la formulation du problème, ce qui nous permet de présenter l'enthalpie totale en fonction de la température. Suivant (Fachionotti, V.D; et al., 1999), une formulation unique comprenant les deux phases dans une seule équation est établie comme ci-après.

$$H(T) = h_s + h_l = \int_{T_l}^T \langle C \rangle dT + \rho_l \phi L_f \quad 3.1$$

Avec $\langle \cdot \rangle = (1 - \phi)(\cdot)_s + \phi(\cdot)_l$

T_r est la température de référence correspondant à la température de fonte pour un changement de phase isothermique (pour le matériau pur, $T_r = T_m$) ou alors il correspond à la température moyenne des phases solide et liquide pour un changement de phase non isothermique.

C est la chaleur volumétrique ; ρ est la densité du matériau tandis que ϕ représente la fraction volumétrique locale du liquide. Dans le cas d'un changement de phase isothermique on peut considérer ϕ comme étant une fonction discontinue de Heaviside (fonction marche ou échelon). Cependant, lorsque le changement de phase n'est pas isothermique, ϕ peut être vu comme une fonction dépendant de la température, laquelle varie légèrement dans la région de la température de fusion (région mixte située entre les températures solide T_s et liquide T_l).

Afin d'éviter de prédire une caractéristique non physique en simulant une fonction discontinue, nous avons introduit un paramètre de régularisation, ξ , permettant de lier la fraction volumétrique directement à la température

$$\phi(T) = \begin{cases} 0 & T < T_m - \xi \\ \frac{1}{2} \{1 + \sin(\pi((T - T_m)/2\xi))\} & T_m - \xi \leq T \leq T_m + \xi \text{ (mushy region)} \\ 1 & T > T_m + \xi \end{cases} \quad 3.2$$

L'eau et la glace étant considérées comme des matériaux purs qui changent de phase de manière isotherme (le changement de phase se produit à une température constante (T_m)), le paramètre de régularisation (ξ) est établi comme dépendant de la température afin de conserver la zone mixte artificielle (zone de régularisation) à une épaisseur relativement identique. Le paramètre de régularisation est défini comme $\xi = |\Delta T| \cdot \delta$.

Avec $|\Delta T|$ gradient du module de température et δ représentant la moitié de l'épaisseur régularisée.

En dérivant l'équation de l'enthalpie par rapport au temps (Éq. 3.1) la formulation suivante est obtenue

$$\frac{dH}{dt} = \left\{ \langle C \rangle + \rho_l L_f \frac{d\phi}{dT} \right\} \frac{dT}{dt} = \tilde{C} \frac{dT}{dt} \quad 3.3$$

L'équation 3.3 munie des conditions limites est résolue numériquement par la méthode de différence finies. Nous avons obtenu une forme explicite grâce à un schéma centré alors que la forme implicite est obtenue en utilisant un schéma dont la dérivée temporelle est exprimée à l'aide des différences finies en avant tandis que la dérivée spatiale est exprimée à l'aide d'une différence centrale (Forward Time Central Space, FTC). Compte tenu des limitations qui apparaissent lorsqu'on travaille avec un modèle explicite, notamment le pas de temps imposé par les conditions de stabilité, nous avons proposé un modèle 2-D issu du schéma implicite. La simulation numérique est réalisée avec MATLAB; les résultats du modèle proposé (implicite) sont validés en les comparant d'abord avec ceux du modèle explicite puis avec ceux de la solution analytique relatif au problème classique de congélation unidimensionnelle, décrit pour la première fois par Stefan (Stefan J., 1891). Le modèle proposé est appliqué sur un plusieurs profils des sols du bassin du ruisseau Kolyma (Kolyma water balance Station, KWBS).

La validation a été complétée au moyen d'une application du modèle sur le terrain (Kolyma water balance station, KWBS) et pour ce faire quatre profils de sol différents ont été utilisés. Chacun des profils des sols étant constitué des couches de composition différente permettant ainsi d'évaluer le modèle dans un contexte des sols homogène et hétérogène.

De façon globale, le module permet de déterminer l'évolution de la température dans le sol, de suivre l'avancement du front de dégel et donc de calculer la profondeur de dégel

3.2 Modélisation hydrologique

La modélisation hydrologique a été réalisée en se servant d'un modèle conceptuel de transformation pluie-débit. Toute la stratégie de modélisation repose sur l'intégration du module de transfert de chaleur élaboré selon la méthode décrite au point précédent dans le modèle HBV (Bergström, 1976). L'intégration au niveau de son module humidité du sol est facilitée par le lien existant entre la teneur en eau du sol et la profondeur de la couche de la couche active qui est limitée en-dessous par la couche de glace pouvant s'étendre sur plusieurs centaines de mètre. Le volume d'eau stocké dans la couche active (Liu et al., 2012) est donnée par la relation suivante

$$S = AZ_{water} = A \int_0^{ALT} S_d(z) \eta(z) dz \quad 3.4$$

Dans cette relation A représente la surface unité, Z_{water} est la hauteur équivalente de la colonne d'eau; ALT est l'épaisseur de la couche active, η représente la porosité tandis que dz représente l'avancement par incrément du front de dégel dans le sol.

À une profondeur connue, la teneur en eau du sol θ peut être déterminée au moyen du degré de saturation et de la porosité ($\theta = S_d \eta$). Le degré de saturation varie entre 0 et 1, pour un sol saturé, le degré de saturation est égal à la porosité. On peut assumer que lorsque la fonte des neiges s'amorce, il y a une grande quantité d'eau qui amène le sol presque à saturation. Partant de ce fait, on établit un lien direct entre la hauteur équivalente d'eau et la profondeur de dégel.

Cette dernière devient donc un intrant pour le module d'humidité du sol du modèle conceptuel HBV. La structure du modèle obtenue conformément à l'intégration définie ci-haut est dénommée dans cette thèse HBV-Heat et fait l'Object d'une publication reprise au chapitre 5.

Le modèle proposé a été appliqué sur le bassin du ruisseau Kolyma (KWBS). Les données de précipitations et d'évapotranspirations sont utilisées comme intrant pour simuler l'hydrogramme qui sera comparé avec les valeurs de débits observés. Il convient de noter que la délimitation du bassin versant réalisée au moyen du logiciel QGIS a permis de déterminer la superficie du bassin.

3.3 Description de HBV

HBV est un modèle conceptuel de transformation pluie-débit élaboré par (Bergström, 1976). D'une structure simple, le modèle est constitué de quatre modules principaux : module de l'accumulation et de la fonte de neige, module de l'évapotranspiration, module de calcul de l'humidité du sol, module de la réponse ou débit. A ce jour, plusieurs versions de ce modèle existent; (Jansen et al., 2021) rapportent que comparé au modèle originel produit par l'institut suédois de météorologie et hydrologie (SMHI), sept versions différentes ont été utilisées dans les récentes publications scientifiques. Le modèle a été utilisé dans toutes sortes d'analyse hydrologiques; notamment prévisions des inondations, projets des barrages hydroélectriques, étude des changements climatiques, etc.; à travers différents bassins versants. On devra noter que si le modèle a été utilisé dans des nombreux bassins nordiques, cependant, très peu d'études ont été réalisées en régions de permafrost continu. (Jansen et al., 2021).

Ce modèle a été conçu avec l'idée que les différents modules puissent fonctionner de manière indépendante. De manière Générale, l'eau provenant aussi bien de la pluie que de la fonte de neige transitent par le module humidité du sol, lequel module joue un rôle essentiel dans la détermination des volumes de ruissellement. En effet, ce module détermine la teneur en eau du sol et permet, de ce fait, de calculer la quantité d'eau disponible pour l'infiltration et l'évaporation. Le module réponse intervient à la suite du processus déjà entamé pour donner une forme aux volumes de ruissellement à travers une fonction de routage défini sur une série des réservoirs conceptuels.

HBV peut fonctionner comme un modèle global (avec un bassin unique) ou comme un modèle distribué/semi-distribué et dans ces derniers cas, une différenciation apparaît non seulement au niveau de l'élévation mais aussi de la caractérisation des sous-bassins. Plus des détails sur la description du modèle sont disponibles aux références suivantes (Bergström, 1976; Seibert & Bergström, 2022); toutefois, dans les lignes qui suivent nous décrivons brièvement les principaux modules mentionnés ci-haut.

Module de la neige

Ce module recueille comme intrants les précipitations qui tombent sous forme de pluie et de neige. Lorsque la température de l'air est inférieure à une température seuil ($T < T_T$) toute précipitation qui atteint le sol est considérée comme étant de la neige et dans le cas contraire, on considère qu'il s'agit de la pluie. Si cette dernière tombe sur la neige accumulée, le processus de fonte de neige est lancé avec une possibilité que le regel s'enclenche une fois que la température passe en dessous de

la température seuil. La fonte de neige est calculée par la méthode des degré-jours selon l'équation (1).

$$M = C_{FMAX}(T - T_T) \quad 3.5$$

Avec M : fonte de neige (mm/d);

C_{FMAX} : facteur degré-jour (mm/d ° C) ;

T : température de l'air (° C)

T_T : température -seuil (° C)

Pour quantifier le taux de regel, on recourt à l'équation 2.

$$R_{fr} = C_{FR} * C_{FMAX}(T - T_T) \quad 3.6$$

C_{FR} est le coefficient du regel (mm/h) tandis que R_{fr} représente le taux de regel

Module du sol

Le ruissellement est contrôlé par la teneur d'eau disponible dans le sol. Dépendamment du niveau de saturation du sol et de la température, le ruissellement peut être consécutif à un épisode de pluie ou un épisode fonte de neige. On notera qu'au fur et à mesure que la teneur en eau augmente, le taux d'infiltration diminue.

En fait, l'approche mise de l'avant pour expliquer le rôle du module sol repose sur la notion de réservoir conceptuel. Pour ce faire, le sol est assimilé à un réservoir qui retient l'eau jusqu'à ce que sa capacité maximale de rétention ou sa capacité au champ soit atteinte (FC). Le flux du surplus d'eau vers le module de production va dépendre du paramètre de forme, beta (β).

Sur la totalité de précipitation qui atteint le sol, seule une portion appelée précipitation effective, évaluée selon l'Eq 3, contribue au ruissellement de surface.

$$P_{eff} = (P + M) \left(\frac{SM}{FC} \right)^\beta \quad 3.7$$

Avec P_{eff} : précipitation effective (mm)

SM : Humidité réelle calculée (mm)

FC : capacité au champ (mm)

P : Pluie (mm)

M : fonte de neige (mm)

β : Coefficient de la forme

Module de l'Évapotranspiration

Les portions de précipitation n'ayant pas contribué au ruissellement se répartissent entre l'infiltration et l'évaporation.

Les simulations peuvent être réalisées pour différents pas de temps (heure, jour, mois, année) avec des données d'entrée (précipitation et température) correspondantes. En revanche le calcul de l'évaporation requiert les moyennes mensuelles d'évaporation potentielle obtenues sur une longue série pouvant s'étendre sur plusieurs années. Ces valeurs moyennes mensuelles sont corrigées pour être appliquées au pas de temps journalier en utilisant non seulement un facteur de correction mais aussi l'écart entre la température journalière et la température moyenne mensuelle selon l'Eq 4

$$E_p = \left(1 + P_{CET}(T - T_m)\right) E_{pm} \quad 3.8$$

Avec E_p : évapotranspiration potentielle ajustée (mm)

P_{CET} : paramètre empirique ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)

T_m : Température moyenne mensuelle obtenue sur le long terme ($^{\circ}\text{C}$)

E_{pm} : Évapotranspiration potentielle moyenne mensuelle obtenue sur le long terme en (mm)

(Aghakouchak et al., 2013) suggèrent qu'à travers le point de flétrissement permanent un lien peut être établi entre la teneur en eau du sol et l'évapotranspiration réelle. En effet, le point de flétrissement permanent est compris comme étant la valeur seuil de la teneur en eau du sol en dessous de laquelle les feuilles des plantes commencent à flétrir de manière permanente. En d'autres mots, au point de flétrissement, le déficit hydrique dans le sol est si important que la transpiration par la végétation n'est plus possible. Ce lien est traduit par l'Eq.5

$$\begin{cases} E_a = E_p & SM < PWP \\ E_a = E_p \left(\frac{SM}{PWP} \right) & SM \geq PWP \end{cases} \quad 3.9$$

Avec E_a : évapotranspiration réelle (mm)

SM : humidité réelle calculée (mm)

PWP : point de flétrissement permanent (mm)

Module de la Réponse

L'eau provenant du module humidité du sol est transformée en débit à l'exutoire du bassin versant. Ce module modélise la dynamique de circulation de l'eau dans le sol au moyen de deux réservoirs conceptuels possédant des orifices et dont l'un est situé au-dessus de l'autre. Lorsque la capacité d'emménagement du réservoir supérieur est atteinte, l'excédent d'eau est dirigé vers le réservoir

inférieur par percolation de telle sorte que le débit total à la sortie du bassin est la somme des débits provenant de ces deux réservoirs. Du réservoir supérieur on obtient deux débits, le débit rapide (Q_0) et le débit intermédiaire (Q_1) alors que le réservoir inférieur génère le débit de base (Q_2). Pour déterminer le débit provenant de chacun de ces réservoirs, des coefficients de récession (K_0, K_1, K_2) sont nécessaires comme établis aux équations [3.10 – 3.14]

$$Q_0 = K_0(S_u - L)A \text{ si } S_u > L \quad 3.10$$

$$Q_0 = 0 \text{ si } S_u \leq L \quad 3.11$$

$$Q_1 = K_1 S_u A \quad 3.12$$

$$Q_{perc} = K_{perc} S_u A \quad 3.13$$

$$Q_2 = K_2 S_l A \quad 3.14$$

Avec A : superficie du bassin (km²)

K_0 : coefficient d'emmagasinement de la couche proche de la surface du sol

K_1 : coefficient d'emmagasinement du débit intermédiaire

K_2 : coefficient d'emmagasinement du débit de base

L : Niveau d'eau seuil dans le réservoir supérieur

S_u : niveau d'eau du réservoir supérieur (mm)

Q_0 : Débit superficiel (m³/s)

Q_1 : Débit intermédiaire (m³/s)

Q_2 : Débit de base (m³/s)

CHAPITRE 4 ARTICLE 1 :MODELING HEAT TRANSFER THROUGH PERMAFROST SOIL SUBJECTED TO SEASONAL FREEZE-THAW

Alain Lubini Tshumuka ¹, AbdelKader Krimi ² and Musandji Fuamba³
parue le 12 octobre 2022, dans la revue LAND.

1 alain.lubini-tshumuka@polymtl.ca.

2 abdelkader.krimi@polymtl.ca

3 musandji.fuamba@polymtl.ca.

Department of Civil, Geological and Mining engineering, Polytechnique Montréal
Montréal, QC H3T 1J4, Canada.

*Correspondence: alain.lubini-tshumuka@polymtl.ca.

<https://doi.org/10.3390/land11101770>

Abstract: The present paper proposes an iterative implicit numerical method for simulating the thaw depth of permafrost soil. For this purpose, the enthalpy-porosity model was used for the phase change process, and the finite difference scheme FTCS (Forward Time Centered Space) was used for discretization. An artificial mushy zone was maintained with the same thickness by keeping the regularization parameter proportional to the temperature gradient. In doing so, we made the scheme more stable, and convergence occurred faster. The model accuracy was validated by comparing the numerical results with the analytical Stefan solution and with the results of a derived numerical model, based on an explicit scheme. The model performance was also tested against observation data collected on four different landscapes with different soil profiles and located on a basin underlain by continuous permafrost. It was found that the proposed model matched noticeably well the analytical solution for a volumetric liquid fraction (ϕ) equal to 0.5 regardless of the grid resolution. Furthermore, compared with the observation data, the model reproduced the annual maximum thaw depth with an absolute error lying between 0.7 and 7.7%. In addition, the designed algorithm allowed the model to converge after a maximum of eight iterations, reducing the computational time by around 75% compared to the explicit model. The results were so encouraging that the model can be included in a hydrological modeling of permafrost watersheds or cold regions in general.

Keywords: Continuous permafrost, heat transfer, hydrological modelling, thaw depth, water balance.

4.1 Introduction

Modeling the hydrological response of watersheds located in permafrost zones requires considering the freezing and thawing processes of the ground. These seasonal processes only affect the soil layer above the permafrost ceiling, called the active layer. Determining the active layer's depth becomes one of the essential steps in hydrological modeling because it makes it possible to define the available reservoir volume for water infiltration and, therefore, the volume of runoff that follows. The active layer's depth is calculated by solving the heat transfer problem in the soil with a phase change; this problem is called the Stefan problem. The phase change introduces nonlinearity into the boundary conditions of the equation and, as such, makes it difficult to find a complete exact solution. The well-known solutions to this problem are the Neumann solution (Carslaw & Jaeger, 1959) and the Stefan solution (Stefan J., 1891). Given that the Stefan solution needs little site-specific data, it has been widely used for determining the thaw/freezing depth, as compared to the Neumann or Kudryavtsev models (Riseborough et al., 2008). Note that some modifications have been made in the Stefan equation to account for variable thermal properties or multi-layered systems (Cho & Sunderland, 1974; Jumikis, 1977; V. J. Lunardini, 1981; M. K. Woo et al., 2004). If different versions of Stefan solution have been integrated with relative ease in hydrological modeling, sophisticated numerical models bring complexities in their implementation. This might be justified by the fact (Changwei & Gough, 2013; Cho & Sunderland, 1974; Jumikis, 1955; V. J. Lunardini, 1981; M. K. Woo et al., 2004) that numerical models involve more physical processes, which require a large amount of data and are, therefore, computationally expensive (Tubini et al., 2021). It is worth recalling that exact solutions exist only in a handful of cases where the geometry and boundary conditions are particularly simple. Thus, despite the challenges, numerical methods are interesting alternatives for dealing with the moving boundary and multi-layered soil system. Reference (Dutil et al., 2011)) classifies the numerical methods of solving the Stefan problem into two large families, namely the front tracking and the fixed-grid methods. The first is an explicit method that allows obtaining both the precise location of the front and the temperature profile of the soil. Although tracking methods lead to accurate sheets of energy conservation, in the case of multidimensional problems these methods pose a challenge from an algorithmic implementation perspective, as programming is time consuming from a computational point of view. The implicit methods are the alternative to the explicit methods, and their major advantage is that they allow the adoption of a fixed-grid solution for the coupled momentum and

energy equations, without resorting to any variable transformations (Voller, 1987)). One of the most popular fixed-domain methods for solving the Stefan problem is the enthalpy formulation. The method sets a unique equation for the two phases; front conditions are ineluctably reached, and, between the two phases, solid and liquid, a mushy zone is created. Numerical instabilities that may arise from the sharp discontinuities are prevented by the existence of the mushy zone. As a consequence, the thickness, and the quality of the discretization of this mushy zone are critical to the model's performance (Dutil et al., 2011).

Even though the fixed-grid method has been widely applied in the design of energy storage devices and systems through the use of phase-change materials, it has not, so far, received as much attention for dealing with the thawing and freezing of permafrost.

The present paper develops an iterative-implicit numerical method for simulating the freeze–thaw cycle of homogeneous and heterogeneous soils. The enthalpy-porosity model is used for the phase change process representation (Brent et al., 1988; V. Voller & Cross, 1981). In our calculations an artificial mushy zone is maintained with the same thickness by keeping the regularization parameter proportional to the temperature gradient. In doing so, we make the scheme more stable and accelerate the convergence. The governing equation and boundary conditions have been discretized using the finite difference scheme FTCS (Forward Time Centered Space). Alongside the finite element method, the finite difference technique has been extensively used in previous studies (Bonacina et al., 1973; Dautzhenka & Gishkeluk, 2013; Hayashi et al., 2007; Nixon & McRoberts, 1973; Westermann et al., 2013; Xie et al., 2008). The validation of the proposed model is accomplished by comparing the numerical results with the exact solution proposed by Neumann. In addition, to assess the effectiveness of the proposed model in determining the depth of the seasonal thaw, the model is tested on a multi-layer soil in a continuous permafrost region. Then, the results are compared with data recorded in situ for an entire year. The paper is organized as follows: Section 2 describes the problem formulation, which includes the numerical approximation and validation, Section 3 presents the results and discussions, and Section 4 provides the conclusions drawn based on the results.

4.2 Materials and Methods

As stated in the previous section, the freezing and thawing processes that occur seasonally in the active layer (permafrost) can be modeled by the heat transfer (conduction) equation with phase

change. It is assumed that the soil is initially frozen. Then, suddenly, the temperature increases above the freezing point and initiates the melting. By neglecting the other modes of heat transfer, i.e., convection and radiation, it can be assumed that heat in porous media with phase change is essentially transferred with conduction. Therefore, it can be treated by a pair of Fourier equations for the solid and liquid phases. However, the numerical schemes established from these equations, and the boundary conditions, require that the displacement of the liquid/solid front be tracked accurately, thus, making the implementation of such techniques difficult. Reformulating the problem by expressing the governing equation in terms of the enthalpy allows overcoming this difficulty.

The governing equations following References (Crank, 1984; Meyer, 1973) are presented in terms of the enthalpy as:

$$\frac{dH_i}{dt} = \nabla \cdot (\lambda_i \nabla T_i) + \theta \quad 4.1$$

Where $\frac{d(.)}{dt}$ represents the Lagrangian derivative (material derivative), ∇ is the nabla operator, and H_i ; λ_i , and T_i denote the total enthalpy, thermal conductivity, and temperature for every single phase i , respectively. Furthermore, θ denotes possible body cooling or heating source term. For simplification purposes, the source term is not included in the current analysis. The total enthalpy H is a function of the temperature and, following Reference (Fachionotti et al., 1999), it can be expressed in one equation that regroups all phases as a sum of sensible heat (h_s) and latent heat (h_L) as:

$$H(T) = h_s + h_L = \int_{T_r}^T \langle C \rangle dT + \rho_l \phi L_f \quad 4.2$$

where, T_r is a reference temperature generally taken as a melting temperature for isothermal phase change, i.e., pure material ($T_r = T_m$) or the average value of solidus and liquidus temperatures for non-isothermal phase change, i.e., alloys material ($T_r = \frac{T_s + T_l}{2}$). C is the volumetric heat capacity, i.e., ($C_i = \rho_i c_{p_i}$), in which c_p is the specific heat capacity at constant pressure and ρ is the phase density. Furthermore, ϕ represents the volumetric local liquid fraction. Note that, for an isothermal phase change, ϕ can be considered as the discontinuous Heaviside step function, i.e., ($\phi(T) = H(T - T_m)$), in which T_m is the melting temperature. When the phase change process is non-

isothermal, ϕ can be considered as a function of temperature that varies smoothly within the melting temperature region, which is the mushy region located between solidus T_s and liquidus T_l temperatures.

The numerical simulation of phase change problems using discontinuous Heaviside step function as local liquid fraction for naive discretization can lead to prediction of a non-physical feature, such as step-like movement and spurious temperature plateau (Mackenzie & Robertson, 2000). In order to deal with this non-physical feature, the smooth approach of the fraction function can be used for both isothermal and non-isothermal phase change problems (Danalia et al., 2014; Egolf & Manz, 1994). The smoothing parameter (ξ) is defined to regularize the discontinuous fraction function (Heaviside step function) within a region of 2ξ in the case of the isothermal phase change (pure material and eutectic materials). Therefore, the regularized volumetric fraction is now expressed as a function of temperature, as presented in Equation (3).

$$\phi(T) = \begin{cases} 0 & T < T_m - \xi \\ \frac{1}{2} \{1 + \sin(\pi((T - T_m)/2\xi))\} & T_m - \xi \leq T \leq T_m + \xi \text{ (mushy region)} \\ 1 & T > T_m + \xi \end{cases} \quad 4.3$$

Other functions, such as exponential (Crank, 1984) or hyperbolic-tangent functions (Fachionotti et al., 1999), can also be used for the regularization of total enthalpy formulation instead of the volumetric fraction presented in Equation (3). For the non-isothermal phase change, the regularization region becomes the mushy one when the solidus and liquidus temperatures are expressed as $T_s = T_m - \xi$ and $T_l = T_m + \xi$, respectively, in which T_m is the average of T_s and T_l , i.e., ($T_m = \frac{T_s + T_l}{2}$). Since water/ice are considered as pure materials that change their phases isothermally (the phase change occurs at a constant temperature (T_m)), the regularization parameter (ξ) is preferred to choose as the temperature variable in order to keep the artificial mushy zone (regularization zone) with a relatively same thickness. Otherwise, constant ξ can make the artificial mushy zone thickness not stable in the space and time coordinates. Therefore, it is assumed that ($\xi = |\Delta T| \cdot \delta$), in which $|\Delta T|$ is the modulus of the temperature gradient, and δ is the half of desired regularization thickness (artificial mushy zone thickness). Note that δ is set to $2 \Delta X$, in which ΔX is the mesh size. If the volumetric capacity (C) is assumed constant in each phase, then:

$$\frac{dH}{dt} = \langle C \rangle \frac{dT}{dt} + \rho_l L \frac{d\phi}{dt} \quad 4.4$$

Since ϕ depends on the temperature, using the chain rule, we get:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{dT} \frac{dT}{dt} \quad 4.5$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \begin{cases} 0 & T < T_m - \xi \text{ (solide)} \\ \frac{\pi}{4\xi} \cos\left[\pi\left(\frac{T - T_m}{2\xi}\right)\right] & T_m - \xi \leq T \leq T_m + \xi \text{ regularization zone} \\ 1 & T > T_m + \xi \text{ (liquide)} \end{cases} \quad 4.6$$

Thus

$$\frac{dH}{dt} = \left\{ \langle C \rangle + \rho_l L_f \frac{d\phi}{dT} \right\} \frac{dT}{dt} = \tilde{C} \frac{dT}{dt} \quad 4.7$$

where $\tilde{C}$ is an equivalent volumetric heat capacity. The enthalpy presented in Equation (1) can be written as a single equation for all phases as:

$$\tilde{C} \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (\langle \lambda \rangle \nabla T) + \langle S_T \rangle \quad 4.8$$

Following Reference (McKenzie et al., 2007), the bulk thermal conductivity is approximated by using the volumetric average of the solid matrix, water, and ice as:

$$\lambda = \varepsilon(\phi\lambda_w + (1 - \phi)\lambda_i) + (1 - \varepsilon)\lambda_s \quad 4.9$$

In fact, the fully saturated conditions are assumed, whereby $\phi + \phi_i = 1$, in which ϕ is the saturation of liquid water, and ϕ_i represents the ice saturation. When there is no ice in the system, Equation (9) can be simplified as Equation (10).

$$\lambda = \varepsilon \phi \lambda_w + (1 - \varepsilon)\lambda_s \quad 4.10$$

The apparent heat capacity can be expressed as in Equation (11):

$$C = \varepsilon(\phi\rho_w c_w + (1 - \phi)\rho_i c_i) + (1 - \varepsilon)\rho_s c_s + \varepsilon\rho_i L_f \frac{d\phi}{dT} \quad 4.11$$

4.2.1 Numerical approximation

An explicit discretized form of Equation (8) can be obtained using a finite-difference scheme for the second derivative in space and the first derivative in time. The former is discretized by a central finite difference scheme and the latter is discretized by a forward finite difference scheme. Thus, the Forward Time Central Space (FTCS) scheme yields:

$$\begin{aligned}
T_{i,j}^{n+1} = & \frac{\Delta t}{C_{i,j}\Delta X^2} \{ \lambda_{i+1,j}^* T_{i+1,j}^n - 2\lambda_{i,j}^* T_{i,j}^n + \lambda_{i-1,j}^* T_{i-1,j}^n \} \\
& + \frac{\Delta t}{C_{i,j}\Delta Y^2} \{ \lambda_{i,j+1}^* T_{i,j+1}^n - 2\lambda_{i,j}^* T_{i,j}^n + \lambda_{i,j-1}^* T_{i,j-1}^n \}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

As the soil thermal properties are temperature dependent, the stability criteria were determined with the numerical simulation by considering the required convergence and stability criteria for the pure conduction case (Alexiades & Solomon, 1993). Given the explicit method's limitations, that are related to the time step size imposed by stability conditions, in the present work, Equation (8) and the moving boundary condition were solved numerically by using finite difference method, as previously described, but in an implicit fashion. The main equation takes the form:

$$-X_{i,j}T_{i,j}^n = \alpha_{i+1,j}T_{i+1,j}^{n+1} + \alpha_{i-1,j}T_{i-1,j}^{n+1} + \beta_{i,j+1}T_{i,j+1}^{n+1} + \beta_{i,j-1}T_{i,j-1}^{n+1} - \gamma_{i,j}T_{i,j}^{n+1} \tag{4.13}$$

Which can be generalized as:

$$-a T^n = A T^{n+1} + b \tag{4.14}$$

The 2-D approach developed here is relevant because the thermal–physical properties of the soil are not homogeneous in a natural environment. The need for 2-D or 3-D models is justified when dealing with lowland discontinuous permafrost (Kurylyk et al., 2014; McClymont et al., 2013; Sjöberg et al., 2016; Smith et al., 2010) or high mountain topography (alpine permafrost) (Noetzle et al., 2007; Noetzli & Gruber, 2009). In fact, sporadic permafrost environments often contain substantial portions of unfrozen ground with active groundwater flow paths. Modeling heat transfer in such environment requires more than one dimension.

Another interesting example is provided by (Couch & Keller, 1970), who used a 2-D model to investigate the thawing around an oil well entrenched in permafrost.

However, for seasonal freeze/thaw analysis, it should be noted that, quite often, models are built on the assumption that heat transfer is only restrained on the vertical dimension. Further details on the formulation of Equation (14) are provided in Appendix 1. Meanwhile, the system of equations defined by Equation (14) is nonlinear and implicit since the coefficients depend on the unknown temperature at the next time step. Therefore, Equation (14) is solved iteratively by applying the fixed-point iteration method at each node and, as such, the temperatures, soil properties, interface

location, and velocity are calculated with residuals below a tolerance of 0.001. It is worth mentioning that this scheme is unconditionally stable.

The implementation of the solution in MATLAB is provided through the algorithm presented in Figure 4.1.

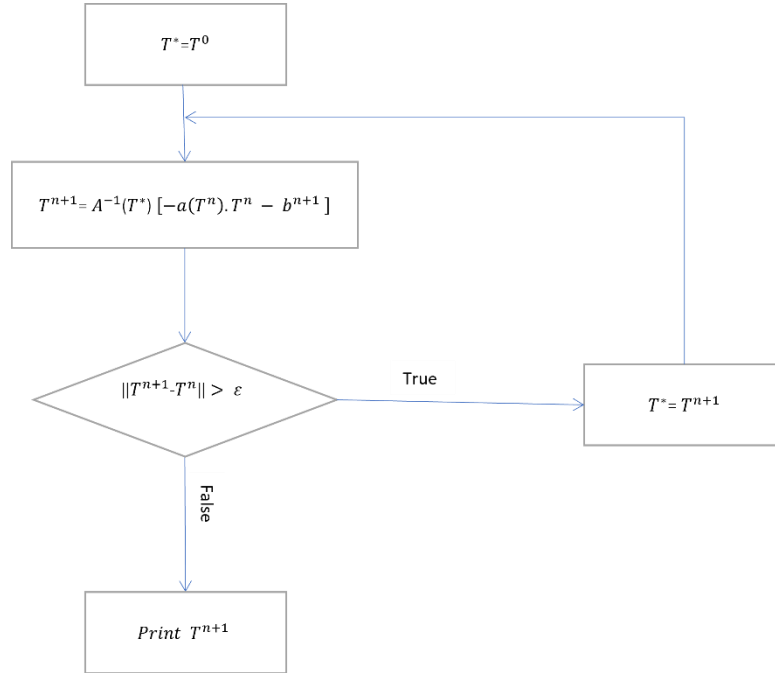


Figure 4.1. Algorithm for solving the problem at each time step.

4.2.2 Validation and application

To validate the model proposed in the present study, a classical one-dimensional freezing problem, first described by Stefan (Stefan J., 1891a), was solved. This problem has also been considered in several works exemplified by References (Bonacina et al., 1973; Furzeland, 1980; Mackenzie & Robertson, 2000). Initially, a material that can exist in liquid and solid phases occupies a semi-infinite region ($x \geq 0$). It is assumed that the material is in a liquid state at a constant temperature $T(x, 0) = T_2 > T_m$, where T_m is the phase change temperature.

At $t=0$ the temperature of the surface $x=0$ is suddenly dropped to a constant value, i.e., $T(0, t) = T_1 < T_m$. The drop in temperature causes ice to form adjacent to the surface $x=0$ and, as time goes by, the freezing front propagates within the material and separates the liquid and solid phases.

The analytical solution of this freezing problem, also known as the Stefan problem, is given by (Danaila et al., 2014) and reads as:

$$x_{int}(t) = 2\beta\sqrt{\alpha_s t} \quad 4.15$$

$$\frac{e^{-\beta^2}}{\text{erf}(\beta)} - \frac{\lambda_l}{\lambda_s} \sqrt{\frac{\alpha_s}{\alpha_l}} \frac{[T(x, 0) - T_m] e^{\alpha_s \frac{\beta^2}{\alpha_l}}}{[T_m - T(0, t)] \text{erfc}(\beta \sqrt{\frac{\alpha_s}{\alpha_l}})} = \frac{\beta L_f \sqrt{\pi}}{C_s [T_m - T(0, t)]} \quad 4.16$$

$$\begin{cases} \frac{T_m - T(0, t)}{\text{erf}\lambda} \text{erf}\left(\frac{x}{2(\alpha_s t)^{\frac{1}{2}}} + T(0, t)\right) & x < X(t) \\ T_m & x = X(t) \\ T(x, 0) - \frac{[T(x, 0) - T_m]}{\text{erfc}\left(\beta \sqrt{\frac{\alpha_s}{\alpha_l}}\right)} \text{erfc}\left(\frac{x}{2(\alpha_s t)^{\frac{1}{2}}}\right) & x > X(t) \end{cases} \quad 4.17$$

Note that this example is applied to a specific continuous permafrost region in Russia. The numerical results are presented in the next section.

4.3 Results

4.3.1 Comparison between the analytical and numerical solutions

To validate the proposed method, a comparison was made with the analytical solution as presented in Reference (Stefan J., 1891a). The numerical results were compared to the results calculated by an explicit finite difference scheme, as described in Equation (4.12). Table 4.1 shows the values of the main parameters used for the comparison between the present method and the analytical solution. The steady upper boundary condition was used. To make the comparison with the exact solution we used constant temperatures for both upper (5°C) and lower boundary conditions (-5°C). Symmetric adiabatic conditions were assumed, as illustrated in Figure 4.A1 (Appendix A).

Table 4. 1 Parameters used for comparison with the analytical solution.

Parameters	Symbol	Values	Units
Thermal conductivity of the thawed soil	λ	1.839	W/m.°C

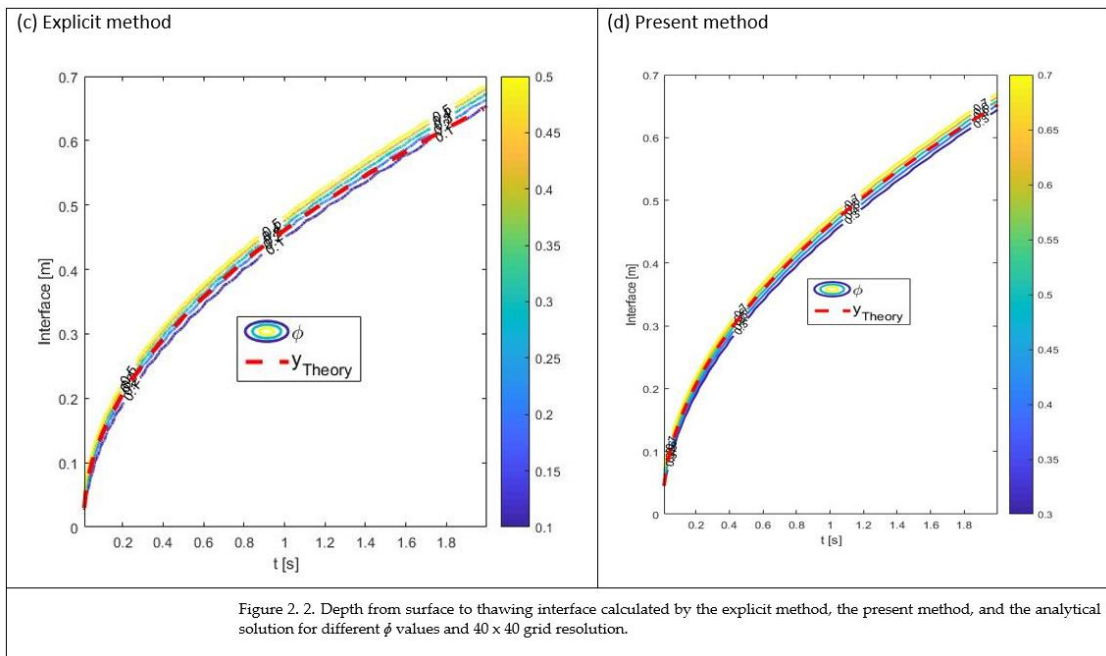
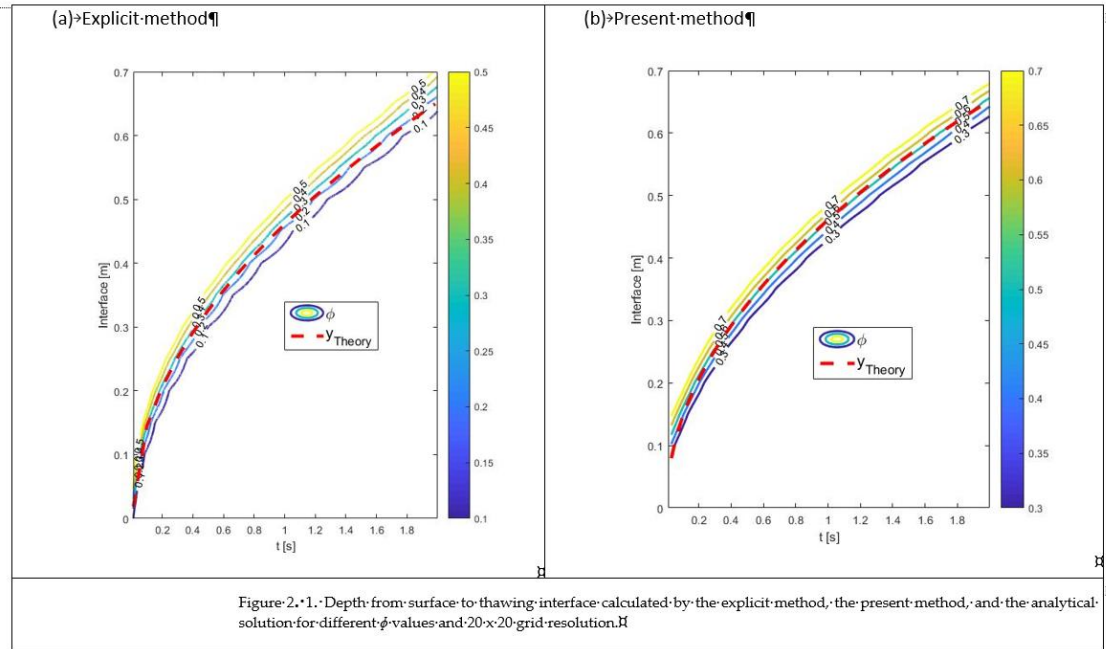
Parameters	Symbol	Values	Units
Latent heat of fusion for water	L_f	334000	J/kg
Porosity	ε	0.5	-
Density of water	ρ_w	1000	Kg/m ³
Density of Ice	ρ_i	920	Kg/m ³
Density of solidus	ρ_s	2600	Kg/m ³
Thermal diffusivity of thawed zone	α	5.743E-07	m ² /s
Water saturation (total)	S_w	1	-
Specific heat capacity			
Ice	c_i	2108	J/kg. °C
Water	c_w	4182	J/kg. °C
Solidus	c_s	854	J/kg. °C
Thermal conductivity			
Ice	λ_i	2.14	W/m.°C
Water	λ_w	0.58	W/m.°C
Solidus	λ_s	0.0376–0.1890	W/m.°C
Heat capacity			
Ice	C_i	1.94E+06	J/m ³ . °C
Water	C_w	4.18E+06	J/m ³ . °C

Parameters	Symbol	Values	Units
Solidus	C_s	2.22E+06	J/m ³ . °C

Figure 4.2 shows the maximum thaw depth obtained with the present method (implicit method), the explicit method, and the analytical solution. These results are presented for three different resolutions (20 x 20; 40 x 40 and 80 x 80) and for different values of liquid volumetric fraction contained within the mushy zone. It should be noted that, in the calculations, a freezing function, which considers that freezing does not take place at a precise temperature (melting temperature), was used. In contrast, the freezing occurs in a range of temperatures very close to melting temperature (0 °C).

When the liquid volumetric fraction (ϕ) was equal to 0.5, the present method matched the analytical solution regardless of the resolution used. On the other hand, the comparison with the explicit method showed that the curve of the analytical solution was close to the curve $\phi = 0.2$. However, if 80 x 80 resolution was considered, the curve was rather between $\phi = 0.1$ and 0.2. Furthermore, the advancement of the thaw front remained the same using different mesh resolutions, which was not the case for the explicit method. To highlight the comparison between the results, a zoom in was made and is presented in the Appendix B (Figure 4.8 A2) for each graph shown in Figure 4.2.

Table 4.2 compares the present method and the explicit method in terms of the time that elapsed before the simulation converged. As shown, the computation time of the explicit method was around four times longer than the implicit method. Note that the calculation time of the explicit method varied between 2.9 and 5.3, depending on the mesh resolution, with the 20 x 20 resolution showing the greatest calculation time. The calculation converged faster as the time steps became small (on average 0.000004 h). The time step used for the calculations are presented in Table 4.2 for each mesh resolution. These time steps were by far smaller for the explicit method than for the implicit method. The main reason was the stability condition, which was more restricted for the explicit method.



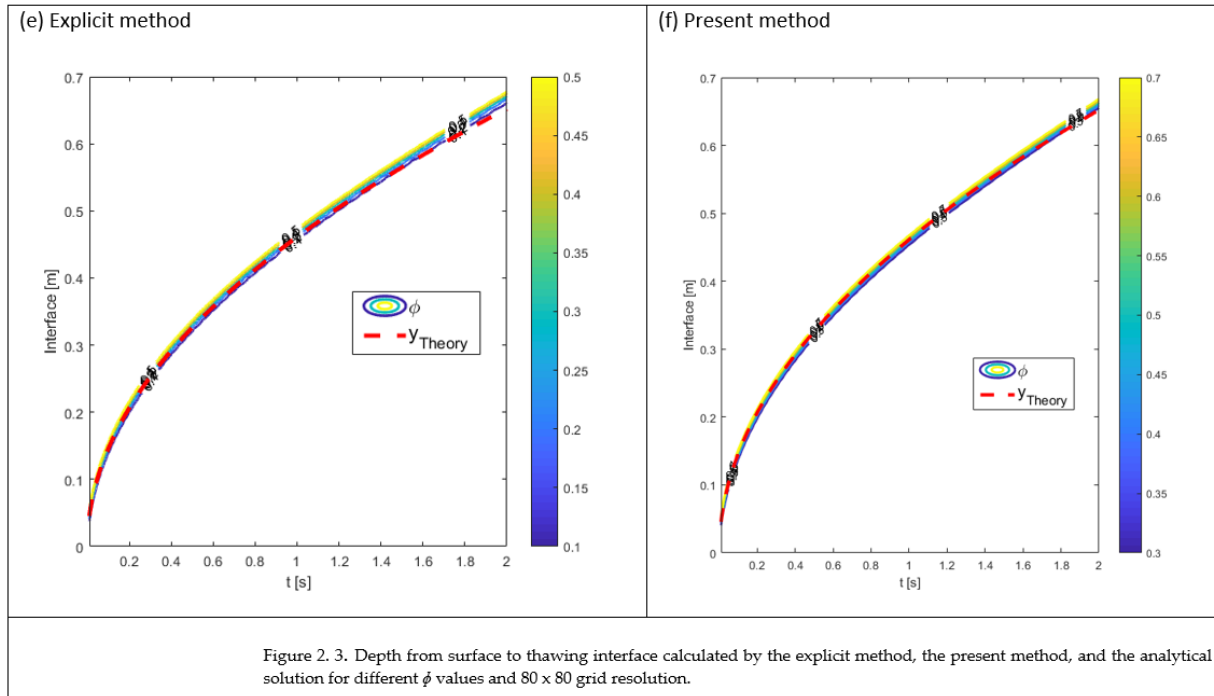


Figure 4. 2. Depth from surface to thawing interface calculated by the explicit, the present method, and the analytical solution for different ϕ values and grid resolutions: (a, b) 20×20 grid resolution; (c, d) 40×40 grid resolution; (e, f) 80×80 grid resolution

Table 4.2. Computational time

Grid resolution	Present method		Explicit method	
	Computational time [s]	Time step	Computational time [s]	Time step
20 x 20	0.7135	0.0298	3.7430	9.9212e-05
40 x 40	8.3507	0.0074	24.5647	2.4803e-05
80 x 80	84.2591	0.0019	360.6887	6.2007e-06

It is worth mentioning that a Dell processor with an 11th Gen Intel(R) Core (TM) i7- 11700 of 2.50GHz was used for the calculation. For each grid resolution, the number of iterations required by the present method at each time step to reach the converged solutions is illustrated in Figure 3. It can be seen that, at most, eight iterations at each time step were required to reach the convergence. Thus, the results provided in Table 2 and Figure 3 proved that the present method was more efficient in the calculations.

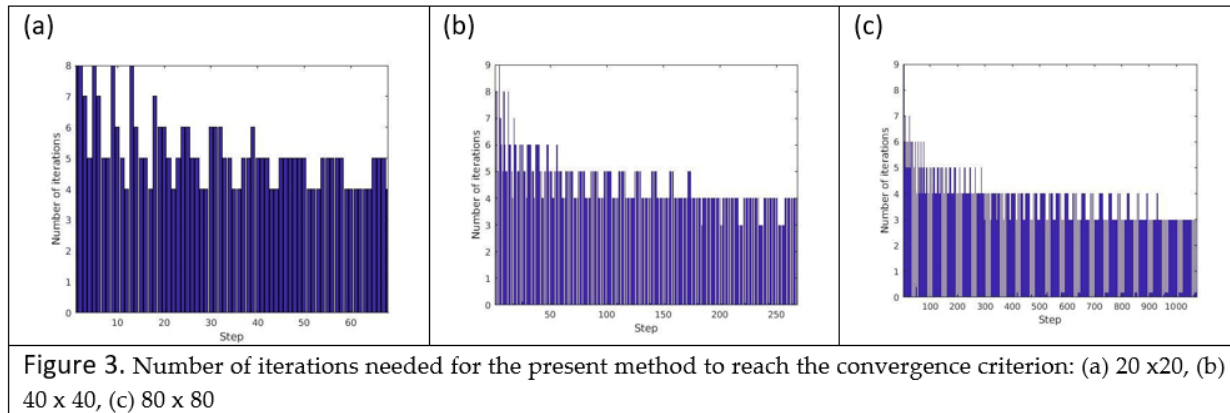


Figure 4.3. Number of iterations needed for the present method to reach the convergence criterion: (a) 20×20 , (b) 40×40 , (c) 80×80 .

The difference between the present and explicit methods used to discretize the heat transfer equation and the boundary conditions was also evident when comparing the heat distribution profile. Figure 4 shows that, for the present method, the temperature was even higher at the top of the profile than for the explicit method.

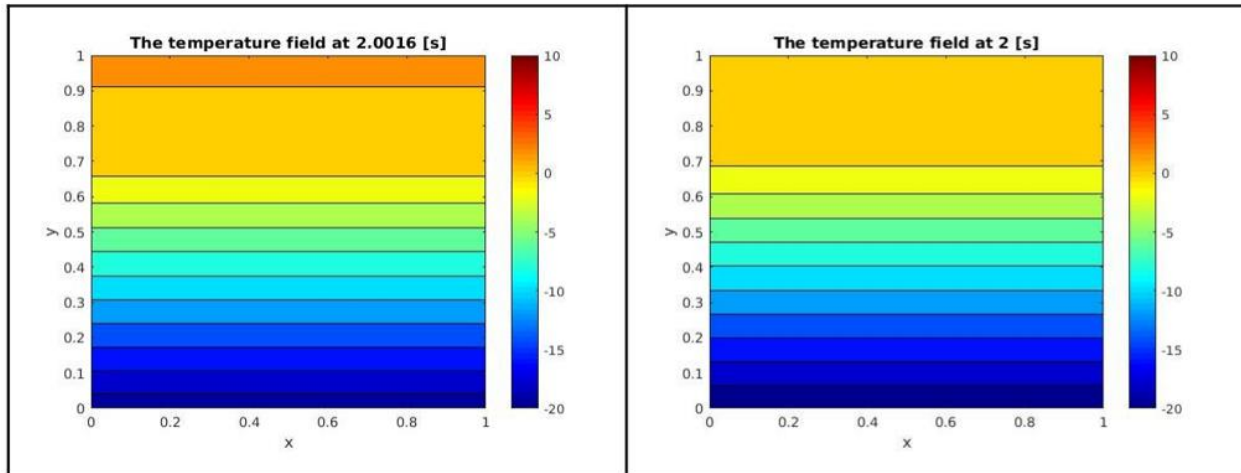


Figure 4.4. Temperature field distribution within a soil profile at a specific time of the simulations. On the left, distribution obtained with the present method and on the right, distribution obtained with the explicit method.

All the elements analyzed above show that the present method gave more accurate results than the explicit method. It also converged faster and was more stable. In addition, the results were not impacted by the mesh resolution. Since the results best matched the analytical solutions of the classical one-dimensional freezing problem, the present method was applied to a real problem in order to further assess the method's robustness.

4.3.2 Field validation

The validity of the proposed method to simulate the active layer freeze and depth was tested using data collected from the Kolyma Water Balance Station (KWBS) in the upper Kolyma River basin in Russia. One of the major challenges facing researchers is the availability of data. In this work, we chose to do our analyses on the KWBS because the data have been available for several decades. The site is a watershed, located in an area of continuous permafrost and has been described in References (L. Lebedeva et al., 2014; L. Lebedeva & Semenova, 2013b; O. Semenova et al., 2014).

The corresponding permafrost data, such as freeze-thaw depth measurements, soil temperature at different depths, and standard hydrometeorological data have been collected from 1948 to 1997. The climate is continental, characterized by long winters, warm summers, and precipitation falling mostly as snow. The mean temperature at the Nizhnaya meteorological plot is -11.4°C , with an

average of 130 days recording above freezing temperature. The mean annual precipitation is 314 mm (Kurylyk et al., 2014). The site is mountainous and located in the transitional zone between the forest–tundra and coniferous taiga on a very diversified soil, which mainly varies from rock debris to clayey podzol, with partially decayed organic material underlain by frozen soil and bedrock (Sjöberg et al., 2016). A summary of the site’s physical characteristics is given in Table 4.3. The regional characteristics of the four sites, from where thaw data were collected and used for numerical validation are provided in Table 1. Further description of the landscape can be found in References (Lebedeva & Semenova, 2013; Semenova et al., 2014).

Table 4.3 Regional characteristics of the sites.

Sites	Location	Elevation (m)	Type of landscape
2	Latitude :61.8574000 N Longitude: 147.611000 E	1261	Mountain tundra and brushes of dwarf cedar tree
11	Latitude: 61.854900 N Longitude: 147.614000 E	1850	Rocky talus
15	Latitude: 61.861600 N Longitude: 147.634000 E	952	Moss-lichen sparse growth of forest
17	Latitude: 61.850600 N Longitude: 147.652000 E	914	Larch forest

The physical–thermal properties are essential in the calculation of the maximum depth of freezing and thawing of the active layer. The values used in the present study were obtained from different publications that have dealt with the aspects of hydrological modeling of permafrost or the dynamics of transfer of heat in the KWBS (Alexiades & Solomon, 1993; McClymont et al., 2013). It should be noted that in the aforementioned publications the parameters were adjusted in order to minimize the error between the observed and calculated data. In fact, the physio-thermal properties

of the soil vary within a range of well-defined values and depend on several factors. Table 4.4 provides the values used in the thaw/freeze simulations for each soil's layers.

Table 4.4 Soil layer physical properties.

Soil layer	Porosity (m³/m³)	Density (kg/m³)	Heat capacity (J/kg °C)	Heat conductivity, (W/m °C)
Moss	0.80	500	1930	0.5
Peat	0.80	1720	1930	0.8
Bedrock	0.5	2610	750	2.3
Clay with high content of stones	0.55	2610	840	1.2

The soil profile over 60 cm is presented with a subdivision into homogeneous layers of 10 cm, whose main constituents are provided in Table 4.5. Site #11 has a homogeneous profile over its entire height, while Site #2 has two different constituents, and both Sites # 15 and 19 have three constituents. Two types of boundary conditions were applied. The first, the Dirichlet boundary condition on the ground was applied since the ground surface temperatures were observed for the entire simulation period (Figure 4.5). We restricted ourselves to snow-free conditions, therefore ground soil temperature was used as the driving force for the heat transfer process, instead of air temperature, that would have required incorporating the snowpack and applying the n-factor approach. We assumed as well that the heat transfer occurred only through conduction and transfer by convection was neglected. The second boundary condition applied was on the lateral sides and the bottom; the adiabatic symmetric condition was assumed ($\partial T/\partial n=0$), as shown in Figure A1 in appendix A. The ground temperature data used to simulate the advancement of the freeze/thaw front in the ground was obtained from the Nizhnyaya meteorological station located within the KWBS at the coordinates of 61.850000 N and 147.670000 E.

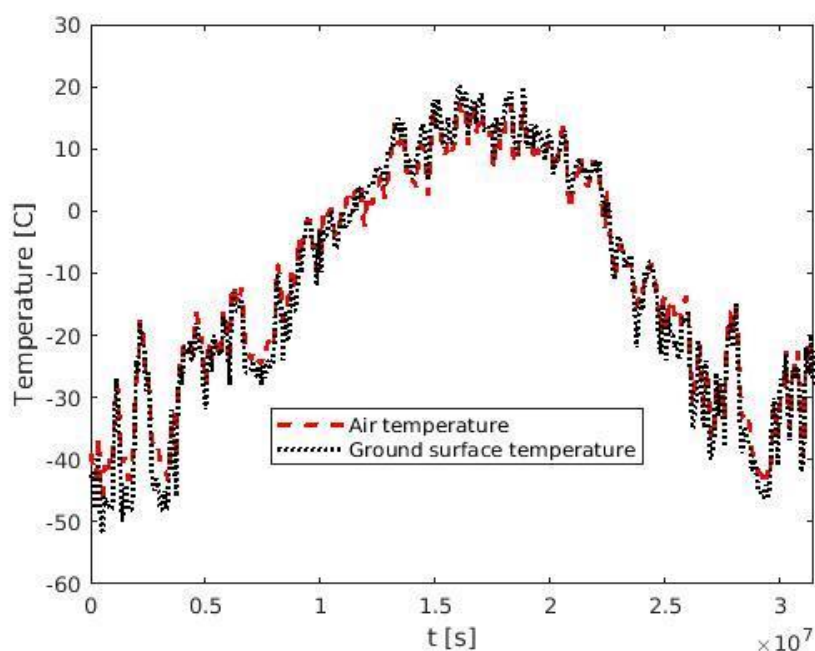


Figure 4. 5 Air and ground surface temperatures recorded in 1962 at Nizhnyaya meteorological station.

The maximum air temperature recorded for the year 1962 was 17.5 °C, while the minimum was -46.1.

Table 4.5 Soil profiles at different Cryopedometer.

Depth (cm)	Soil profile composition			
	Site #11	Site #2	Site #15	Site #17
0–9.99	Bedrock	Moss	Moss	Moss
10–19.99	Bedrock	Bedrock	Peat	Peat
20–29.99	Bedrock	Bedrock	Bedrock	Peat
30–39.99	Bedrock	Bedrock	Bedrock	Peat
40–49.99	Bedrock	Bedrock	Bedrock	Clay with stone
50 -60	Bedrock	Bedrock	Bedrock	Clay with stone

4.4 Discussion

Figure 4.6 shows the results of the various simulations carried out for each of the analyzed landscapes. The curves comparing the results of the proposed method are provided for the values of $\phi = 0.3$ and 0.7 . These results facilitate analyzing the impact of the composition of the mushy zone on the heat transfer. Thus, the depth of thaw can be determined accurately. It can be noticed that the highest thawing depth of ALT was obtained with the lowest value of $\phi = 0.3$.

In general, the beginning of the thaw period was the same for all sites analyzed and simulated using the proposed method. However, field data of the thaw did not systematically start on the same date, due to obvious reasons of geographical location and edaphic conditions.

The numerical results of thaw depths were similar to those of the observations with an error in absolute value varying between 0.7 and 7.7% , as listed in Table 6. The largest relative error was the one obtained for the mountainous site dominated by the tundra, while the smallest error, in absolute value, was the one calculated for the site located on the rocky talus (Site #11) and the site dominated by a larch forest (Site #17). The relative errors obtained for each of the sites compared well with the values published by (Lebedeva et al., 2014). The latter simulated the thaw depth over several years (from 1954 to 1968) and for several sites in the KWBS. They obtained an error of $+10\%$ for site #2 (from 1954 to 1966) and respective errors of -2.7% and $+0.7\%$ for sites #11 (from 1956 to 1966) and #15 (from 1960 to 1968).

In fact, in the model presented by Lebedeva, Reference (Lebedeva et al., 2014), snow cover was treated as the upper layer in the calculation scheme with air temperature being used as the driving force of the simulations. The model accounted for the moisture or ice content and snow cover when snow heat transfer and conductivity were estimated. Their approach requires the use of several input data, which were not always available. In order to compensate for the required input data, conceptual parameters were introduced in the algorithm, some of them calibrated and others predefined. Applying this model in another basin which lacked data was obviously challenging as far as parameter calibration was concerned. In contrast, the model presented here did not account for the snow cover and its related thermal physical properties and used the ground surface temperature as the driving force for simulations. For simplification purposes, the model assumed constant water content which allowed maintaining a constant and uniform heat conductivity in the soil. The model dealt with the volumetric composition of the mushy zone during the phase change

which played, in the end, an important role when it came to the intensity of the thaw and freeze processes. Overall, the main input of our model corresponded to the thermal–physical properties of the soil’s profile used in Reference (Lebedeva et al., 2014). No calibration was necessary which makes the model attractive for basins or sites without extensive data.

In terms of the intensity of the thaw/freeze advancement, the obtained results were satisfactory insofar as they demonstrated the impact of soil layer composition on the conduction heat transfer. Indeed, comparing Sites #11 and #17 with different numbers and nature of soil constituents showed that the thaw took place deeper and faster on Site #11, which was homogeneously made up of rocks with higher thermal conductivity. For the same amount of energy, the simulated thaw depth of Site #17 was 8% lower than that of Site #11. It should be noted that the results presented in References (Lebedeva et al., 2014; Lebedeva & Semenova, 2013) showed the same pattern.

The results of the period when the maximum thaw depth occurred during the season, calculated by the proposed model under the above-described scenarios (see table5), and the field data were compared. Both numerical results and field data showed that the maximum thaw depth was reached relatively around the same date and independently of the site. It implied that the present method adapted well to the impact of seasonal temperature variation on the dynamics of heat transfer with phase change in the active layer.

Moreover, the curves resulting from the proposed method show that once the maximum depth was reached, a plateau was established for some days before freezing started from the permafrost ceiling. This trend contrasted somewhat with what was displayed by the measured data. The start of the frost period from the ground surface coincided for both simulated and observed data. However, the length of time that elapsed between the moment when the frost was initiated and the moment when the complete profile was frozen was different. Frost began to settle on the profile as soon as the temperature remained below the freezing point for at least three consecutive days, which was translated in an accumulation of the cold index. For example, the observed complete freezing of the profile was reached after 28 days for Site #11, 62 days for Site #2, and 51 and 60 days for Site #15 and Site #17, respectively. On the other hand, the duration of this period for the simulated data was approximately 60 days for all sites. Except for Site #11, the calculated freezing duration seemed, overall, to approach the observed values.

The discrepancies observed between the field data and numerical results could be explained by the fact that the numerical solution presented here considered a certain number of assumptions. For example, the soil's physical–thermal properties were assumed to remain constant, whilst on the field, these properties varied in space and time and depended on the meteorological conditions, the soil nature, and the hydrogeological conditions as well.

The analysis of these results based only on the thaw depth allowed indications that the proposed method performed well on all sites with a relatively low-level error. This performance led to the possibility of incorporating the proposed method into hydrological modeling of cold regions, like the algorithm proposed in Reference (Changwei & Gough, 2013), in which the error, compared with the measured data, was below 10%.

It is worth mentioning, as indicated earlier, that the model presented did not include the snow cover which could be very important and could reach up to 100 cm in the KWBS. This was a desired simplification but revealed a weakness of the model because it could not be used in the winter period, in an environment of discontinuous permafrost, where hydrological activity might still be present. In this regard, this model opens up a development perspective that would lead to the integration of phenomena related to the presence of snow cover and infiltration.

As developed, the proposed method is well suited for calculating seasonal thaw–freeze penetration in permafrost and can be incorporated into physically-based hydrological models for surface flow analysis and further for studies related to the hydrological response of a watershed to different global warming scenarios. The presented approach stands as an alternative to the empirical formula, or the Stefan equation applied to determining the frost penetration below highways and airfield runways.

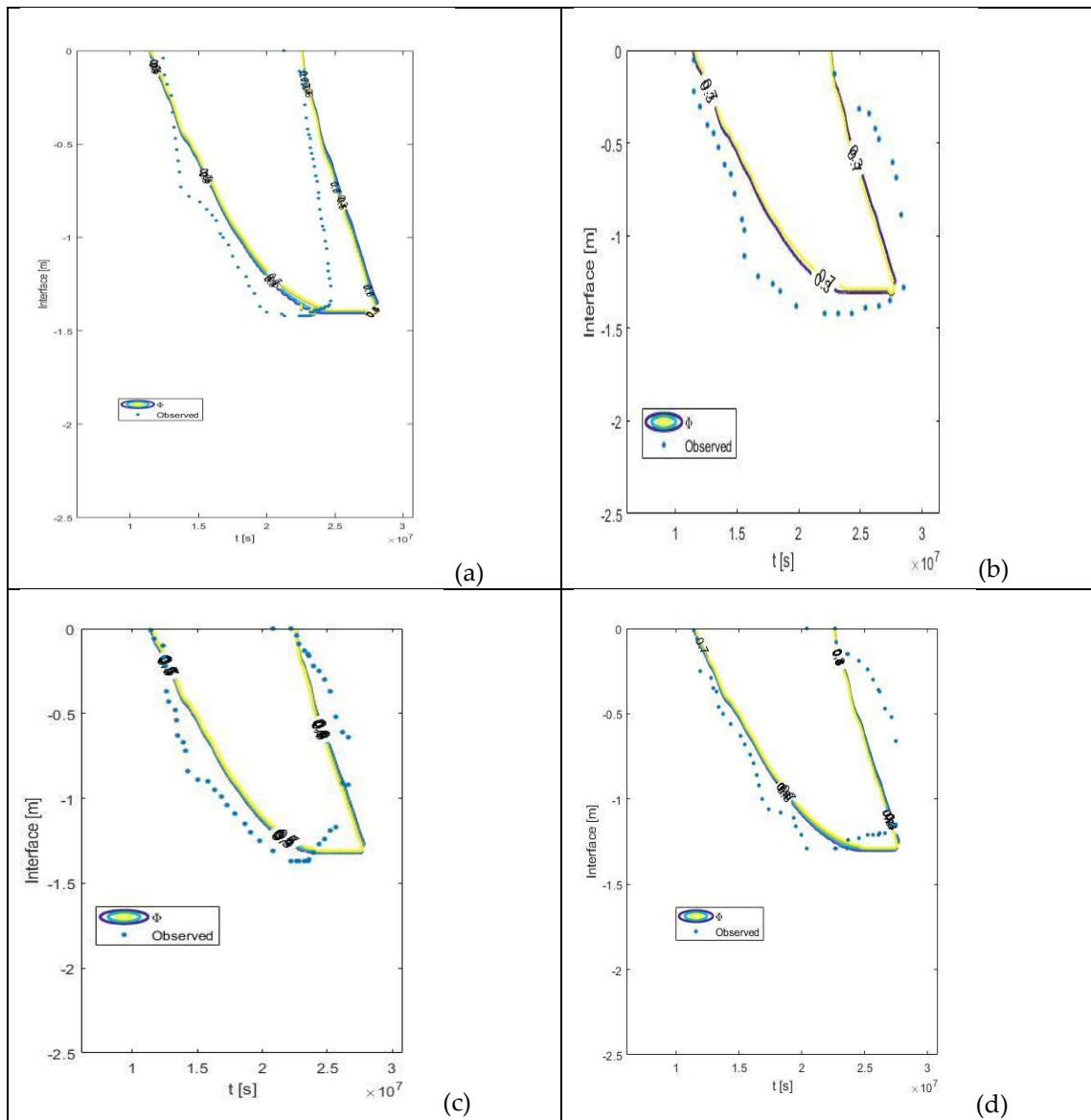


Figure 4.6. Comparison between the observed and numerical results of the thaw depth in 1962, (a) Site 2 (Rocky talus), (b) Site 11 (mountain tundra), (c) Site# 15 Sparse growth of forest, (d) Site #17 (Larsh forest).

Table 4.6 Numerical errors of the simulated thaw depths.

Cryopedometer (#)	Observed depth (m)	Simulated depth(m)	The true percent relative error (%)
2	1.42	1.31	- 7.7
11	1.42	1.41	- 0.7
15	1.37	1.33	- 2.9
17	1.29	1.3	+0.7

4.5 Conclusion

Heat transfer in permafrost multi-layer soil was modeled, especially in the active layer, using an implicit finite difference scheme. The validation of the proposed algorithm was accomplished through comparison with both Stefan's solution and an explicit method. It was found that the proposed method matched the exact solution for the ratio of the water–ice in the mushy zone (ϕ), equaling 0.5 regardless of the grid resolution. However, the results of the explicit method matched the exact solution for different ϕ values and different resolutions. It was shown that the proposed method was faster than the explicit method, and it required a maximum of eight (8) iterations at each time step before it converged. The performance of the proposed method was also tested on the Kolyma Water Balance Station (KWBS) in the upper Kolyma River basin, located in a continuous permafrost region in Russia. Freeze thaw depths were measured using Cryopedometer placed in the ground at four different sites. The comparison of the numerical results and measured data of the maximum thaw depth showed that the proposed method reflected the physical–thermal characteristics of all layers that constituted the analyzed profiles. The numerical results resembled observation data with a relative error in absolute value, varying between 0.7 and 7.7%. The largest error was for the site located on a mountainous terrain dominated by tundra, while the lowest error was for the site characterized by a rocky talus. In addition, the proposed method simulated a complete soil profile freezing period that lasted about 60 days for all sites.

Although the present model does not include parameters related to the snow cover, and, therefore, cannot be applied for modeling during the winter period, the results obtained were satisfactory in

terms of the ability of the proposed method to reproduce the exact solution, and also in terms of the speed of calculation and the precision of the simulated thaw depths.

Given that the objective of this work was to develop a model that could be integrated into a surface flow model, these results are promising. Therefore, the present method is proposed to simulate the seasonal thaw in cold regions in general, and, further, to help analyze the impact of global warming.

Author Contributions:

“Conceptualization, Alain Lubini Tshumuka.; methodology, Alain Lubini Tshumuka and Abdelkader Krimi.; software, Abdelkader Krimi. and Alain Lubini Tshumuka; validation, Alain Lubini Tshumuka and Abdelkader. Krimi; formal analysis, Alain.Lubini.Tshumuka.; investigation, Alain.Lubini.Tshumuka.; resources, Alain.Lubini.Tshumuka; data curation, Alain.Lubini.Tshumuka.; writing—original draft preparation, Alain.Lubini.Tshumuka.; writing—review and editing, Alain.Lubini.Tshumuka ; Abdelkader.Krimi. and Musandji.Fuamba.; visualization, Alain.Lubini.Tshumuka. ; Abdelkader.Krimi and Musandji.Fuamba.; supervision, Musandji.Fuamba.; project administration, Musandji.Fuamba.; funding acquisition, Musandji.Fuamba. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.”

Funding: Please add: “This research received no external funding”.

Data Availability Statement:

The data supporting reported results can be found at

<https://essd.copernicus.org/articles/10/689/2018/>

Acknowledgments:

We would like to thank Dr. Arman Rokhzadi for reviewing this manuscript. We are also thankful to the anonymous reviewers who took their time reading this manuscript and formulating comments that helped improve the paper.

Conflicts of Interest:

“The authors declare no conflict of interest.”

Appendix A: Implicit form of the main equation

Illustration of the (4x5) grid used for implementing the finite difference technique. The grid was generalized in the resolution of Equation (14).

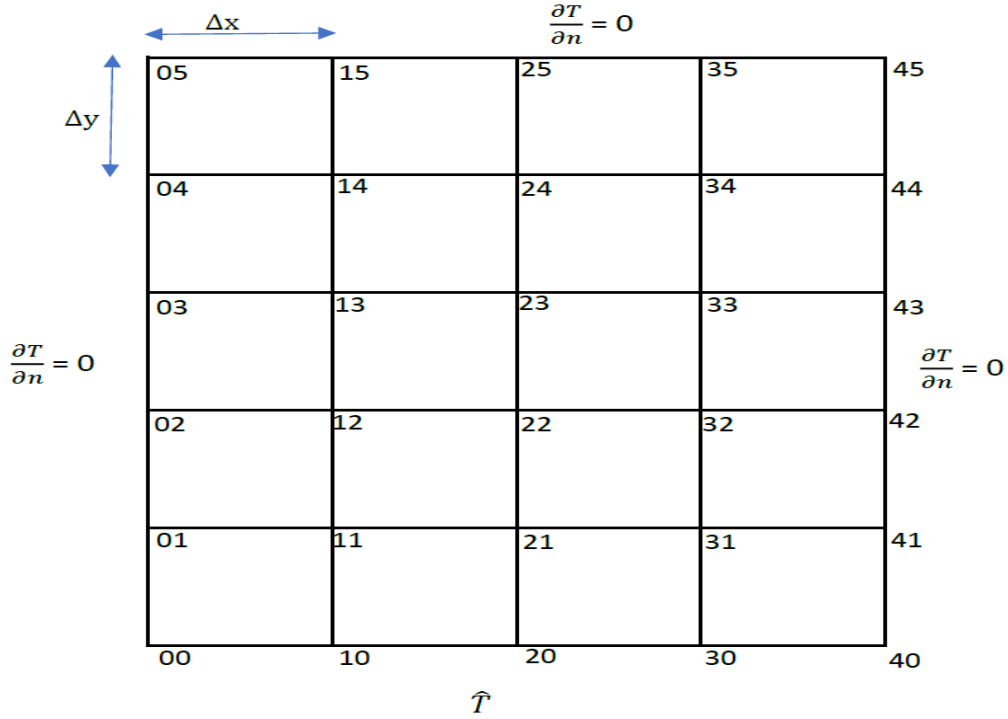


Figure 4.7A1. The grid used for finite difference.

For the interior nodes

$$\begin{cases} 1 \leq i \leq 3 \\ 1 \leq j \leq 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \tilde{C}_{i,j}^* \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = & \frac{\lambda_{i+1,j}^* T_{i+1,j}^{n+1} - 2\lambda_{i,j}^* T_{i,j}^{n+1} + \lambda_{i-1,j}^* T_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x^2} \\ & + \frac{\lambda_{i,j+1}^* T_{i,j+1}^{n+1} - 2\lambda_{i,j}^* T_{i,j}^{n+1} + \lambda_{i,j-1}^* T_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y^2} \end{aligned} \quad 5.A1$$

Equation (12) can be written more compactly in the form

$$-X_{i,j} T_{i,j}^n = \alpha_{i+1,j} T_{i+1,j}^{n+1} + \alpha_{i-1,j} T_{i-1,j}^{n+1} + \beta_{i,j+1} T_{i,j+1}^{n+1} + \beta_{i,j-1} T_{i,j-1}^{n+1} - \gamma_{i,j} T_{i,j}^{n+1} \quad 5.A2$$

Where

$$\frac{\tilde{C}_{i,j}^*}{\Delta t} = x_{i,j}; \quad \frac{\lambda_{i+1,j}^*}{\Delta x^2} = \alpha_{i,j}; \quad \frac{\lambda_{i,j}^*}{\Delta x^2} = \beta_{i,j}; \quad Y_{i,j} = 2\lambda_{i,1}^* \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right) + \frac{\tilde{C}_{i,j}^*}{\Delta t}$$

For $i = 1, j = 1$, Equation (13) becomes

$$-X_{11}T_{11}^n = \alpha_{21}T_{21}^{n+1} + \alpha_{01}T_{01}^{n+1} + \beta_{12}T_{12}^{n+1} + \beta_{10}T_{10}^{n+1} - Y_{11}T_{11}^{n+1} \quad 5.A3$$

Applying the boundaries conditions (Figure 5.A1)

$$-X_{11}T_{11}^n = 2\alpha_{21}T_{21}^{n+1} + \beta_{12}T_{12}^{n+1} + \beta_{10}T_{10}^{n+1} - Y_{11}T_{11}^{n+1} \quad 5.A4$$

Equation (5.A5) is a set of non-linear equations that can be generalized in matrix form:

$$-aT^n = AT^{n+1} + b \quad 5.A5$$

Where

$$T = \{T_{11}, T_{12}, T_{13}, T_{14}, T_{21}, T_{22}, T_{23}, T_{24}, T_{31}, T_{32}, T_{33}, T_{34}\}$$

$$a = \text{diag}\{x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{24}, x_{31}, x_{32}, x_{33}, x_{34}\}$$

$$b = (\beta_{10}T_{10}^{n+1}, 0, 0, 0; \beta_{20}T_{10}^{n+1}, 0, 0, 0; \beta_{30}T_{10}^{n+1}, 0, 0, 0)^T$$

A is a matrix of block matrices

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -\gamma_{11} & \beta_{12} & 0 & 0 \\ \beta_{11} & -\gamma_{12} & \beta_{13} & 0 \\ 0 & \beta_{12} & -\gamma_{13} & \beta_{14} \\ 0 & 0 & 2\beta_{13} & -\gamma_{14} \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 2\alpha_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\alpha_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\alpha_{24} \end{bmatrix}$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{14} \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -\gamma_{21} & \beta_{22} & 0 & 0 \\ \beta_{21} & -\gamma_{22} & \beta_{23} & 0 \\ 0 & \beta_{22} & -\gamma_{23} & \beta_{24} \\ 0 & 0 & 2\beta_{23} & -\gamma_{24} \end{bmatrix}$$

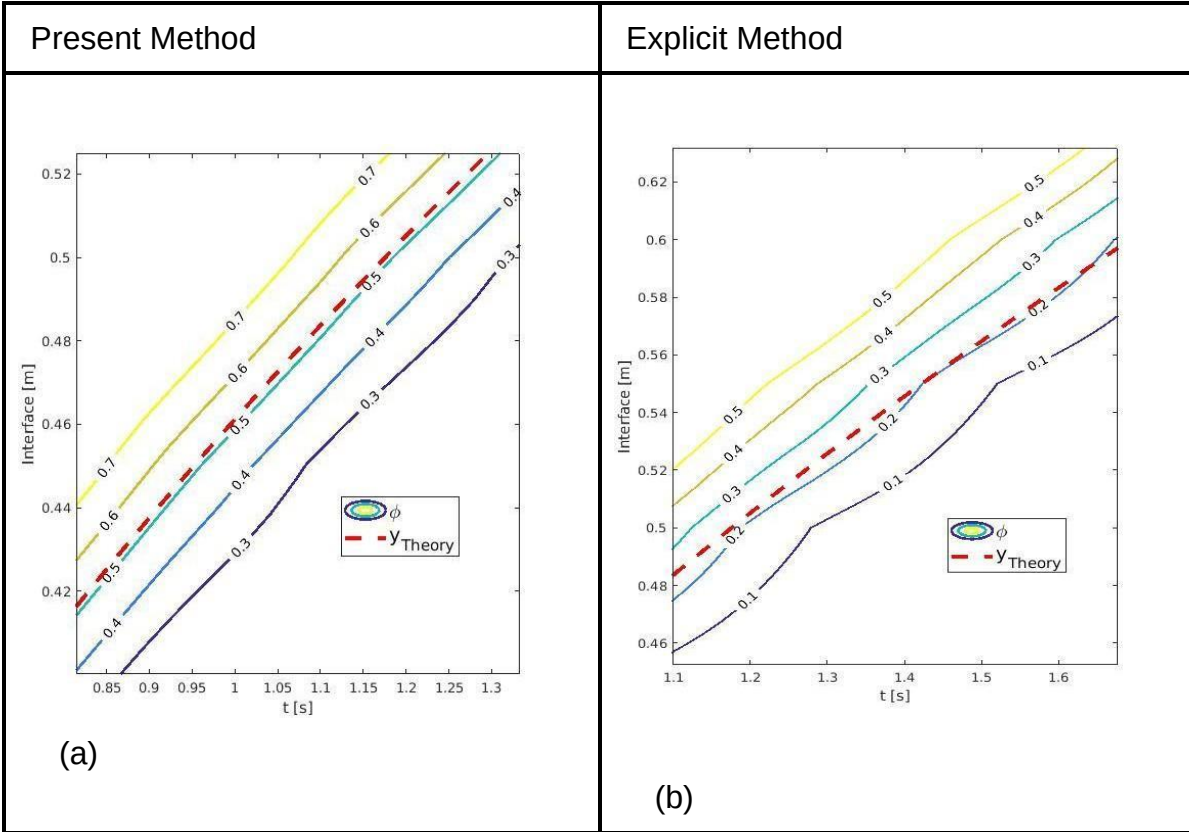
$$A_{23} = \begin{bmatrix} \alpha_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_{34} \end{bmatrix}$$

$$A_{31} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{32} = \begin{bmatrix} 2\alpha_{21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\alpha_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\alpha_{24} \end{bmatrix}$$

$$A_{33} = \begin{bmatrix} -\gamma_{31} & \beta_{32} & 0 & 0 \\ \beta_{31} & -\gamma_{32} & \beta_{33} & 0 \\ 0 & \beta_{32} & -\gamma_{33} & \beta_{34} \\ 0 & 0 & 2\beta_{33} & -\gamma_{34} \end{bmatrix}$$

Appendix B: Simulations results for different grid resolutions.



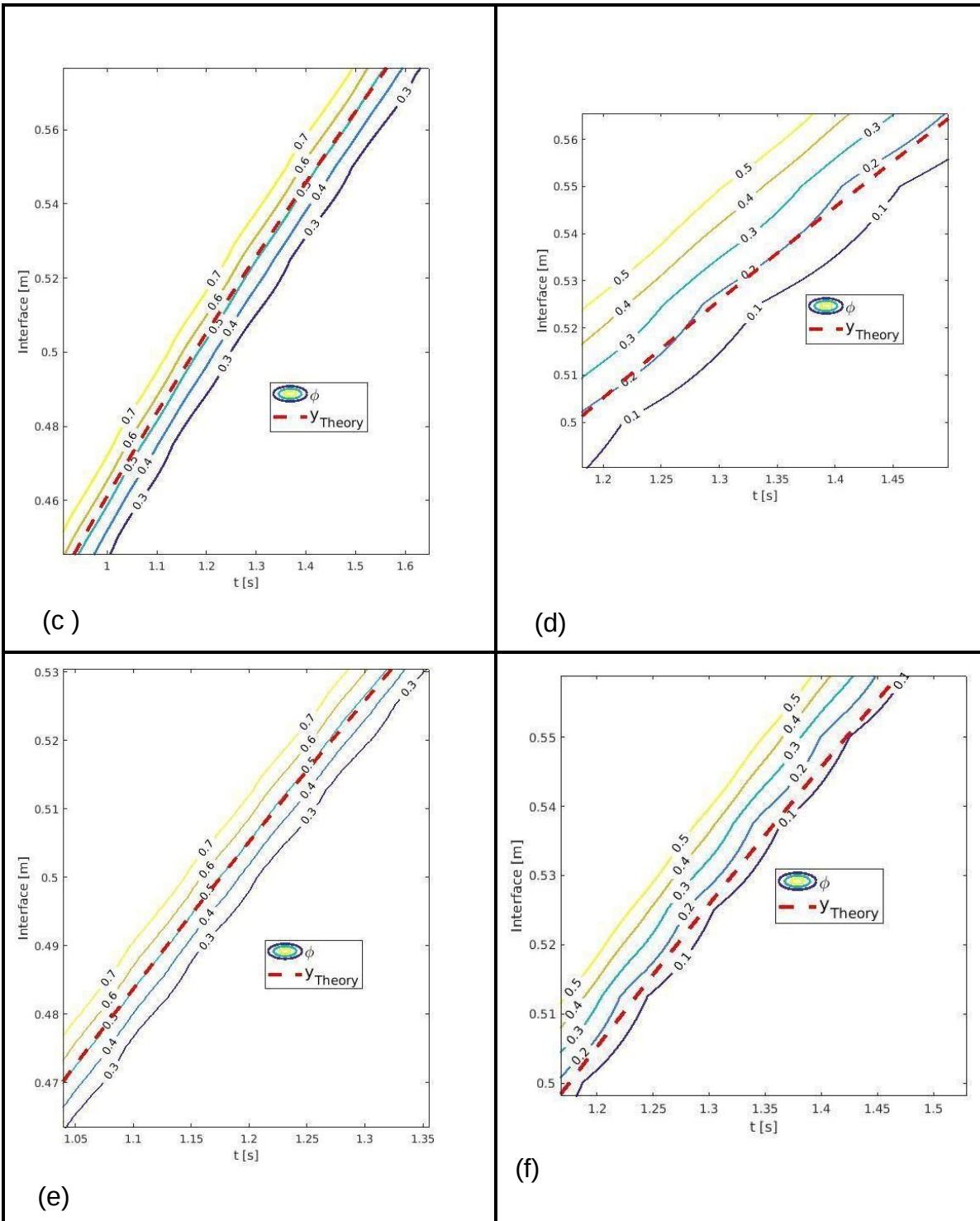


Figure 4.8. A2. Present model Vs explicit model for different grid resolutions: grid 20 x 20: (a) and (b); grid resolution 40 x 40: (c) and (d); grid resolution 80 x 80: (e) and (f)

CHAPITRE 5 ARTICLE 2: A CONCEPTUAL MODEL TO QUANTIFY WATER BALANCE COMPONENTS OF A WATERSHED IN CONTINUOUS PERMAFROST REGION

Alain Lubini Tshumuka ^{1, *} and Musandji Fuamba ²

soumis le 20 novembre 2023, à la revue WATER

¹ alain.lubini-tshumuka@polymtl.ca.

² musandji.fuamba@polymtl.ca.

Department of Civil, Geological and Mining engineering, Polytechnique Montréal
Montréal, QC H3T 1J4, Canada.

* Correspondence: alain.lubini-tshumuka@polymtl.ca.

<https://doi.org/10.3390/w16010083>

Abstract: In regions characterized by continuous permafrost, hydrological modeling remains a complex activity, primarily due to constraints related to the prevailing climatic conditions and the specific behavior of the active layer. High-latitude regions receive less solar radiation; thus, most creeks are active only during summertime and stay frozen in the winter. To realistically simulate watersheds underlain by continuous permafrost, the heat transfer through the soil needs to be accounted for in the modeling process. In this study, a watershed located in a continuous permafrost zone in Russia is investigated. A model is proposed to integrate this heat transfer into an existing conceptual rain-flow transformation model, Hydrologiska Byråns Vattenbalansavdelning (HBV), to calculate the seasonal thaw depth and determine the components of water balance. The proposed integration is a novelty compared to the standard model, as it enables the physical and thermal properties of the soil to be taken into account. It was found that the proposed model, HBV-Heat, performs better than the stand-alone HBV model. Specifically, the average Nash–Sutcliffe efficiency (NSE) increases by 30% for the whole calibration period. In terms of the water balance components, the results are consistent with previous studies, showing that surface runoff represents 64% of the observed precipitation.

Keywords: Continuous permafrost, heat transfer, hydrological modelling, thaw depth, water balance.

5.1 Introduction

Catchments located in areas of continuous permafrost are characterized by a thermal state that keeps the ground frozen for at least two consecutive years. This characteristic greatly reduces the

hydrological activity of these areas for a long time period (Painter et al., 2016). In these areas, when conditions allow, groundwater flows mainly through the active layer, i.e., the part of the ground between the surface and the ice cover, which undergoes a seasonal freeze–thaw cycle. An analysis of the hydrological response of such a basin requires that this important aspect of soil dynamics be considered and integrated into a groundwater or surface flow model (M. Woo, 1986). This integration is essential because the infiltration process, on which flow generation depends, is highly influenced by the status of the ground. In general, the state of the ground is defined by the thermal state of the soil, its hydro physical properties, temperature, the initial moisture content, and the amount and rate of release of water from melting snow (Gao et al., 2021; Zhao & Gray, 1997). From the above factors, the water content is directly related to the depth of thaw, whose extent determines the soil's storage capacity. Given the undeniable influence of the thermal regime on soil water storage and movement, several studies have demonstrated the value of incorporating the heat transfer equation into hydrological modeling. In this regard, (Walvoord & Kurylyk, 2016) noted that an explicit consideration of the thermal regime of the ground presents a particular challenge to permafrost hydrological modeling.

Addressing this challenge by integrating the active layer's freeze–thaw process into a physically-based hydrological model involves solving the heat transfer equation in a porous medium with moving boundary conditions. Due to its simplicity, the original Stefan's analytical solution (Shiklomanov & Nelson, 2002; Zhang et al., 2008) and subsequent modifications (Changwei & Gough, 2013; Hayashi et al., 2007; Jumikis, 1955; Kersten, 1959; Kurylyk et al., 2014; V. J. Lunardini, 1981; O. M. Semenova & Vinogradova, 2009) have been incorporated into several models. Although the computational time is short, this modeling approach has limitations that are inherent in the assumptions underlying the derivation of this analytical solution (Kurylyk & Macquarrie, 2014). In addition, models derived from this approach do not account for soil stratification, heat capacity, or other factors that affect the rate of soil freezing and thawing (Kurylyk & Hayashi, 2016).

Faced with this limitation, the approach of integrating a numerical solution with a physical or conceptual hydrological model presents itself as an alternative. This kind of solution considers the heterogeneity of soil layers to account for phase changes. It is also able to handle the mixing zone containing the liquid–solid mixture and is more accurate than analytical models (Kurylyk & Watanabe, 2013). Elaborated examples of numerical solutions derived from this approach can be

found in (Gouttevin et al., 2012; Rawlins et al., 2013; Zhang et al., 2013). However, the integration of numerical solutions into a surface-water flow model increases the computational time. This latter aspect remains a challenge for any study aimed at modeling northern basins. In this context, the present study proposes to couple a thaw depth determination algorithm presented in a previous study (Lubini Tshumuka et al., 2022) with the Hydrologiska Byråns Vattenbalansavdelning (HBV) conceptual model (Bergström, 1976). The HBV model is chosen for its versatility in terms of the diversity of the geographical areas in which it has been applied (Zhang et al., 2013), its simplicity in terms of the modules describing different hydrological processes (Bergström, 1992; Seibert & Bergström, 2022), and its relatively limited application in permafrost environments. In this regard, Ref. (Bergström, 1976) pointed out that applications of the HBV model have led to an intuitive conclusion that the effect of frozen ground is either considered in the analysis of existing free parameters or that it is of minor importance for performance. The main objective of the present study is to model the hydrological response of a basin in a continuous permafrost zone using an approach characterized by the integration of a heat transfer module into an existing conceptual model. Obviously, the novelty of this study lies in this aspect, as the proposed approach takes the physical and thermal properties of the soil into account. This methodology significantly enhances the capabilities of the existing tool and expands its scope.

Ref. (M. K. Woo et al., 2004) suggested that an accurate simulation of the timing and depth of the freeze–thaw boundary in land surface models will improve their ability to model not only soil temperature, soil moisture, and runoff/infiltration hydrology, but also energy, water, and greenhouse gas exchange processes in high latitudes.

The current study’s relevance stems from its ability to comprehend the elements of a basin’s water balance in a continuous permafrost region. As a result, the results of hydrological modeling can be used to evaluate water availability, assess potential climate change effects on water resources, and develop effective water management strategies.

In line with the main objective, the present study focuses on the following aspects, among other things:

- Simulation of seasonal thaw depths;
- Comparison between the existing model and the proposed model;
- Establishment of the water balance components of the catchment.

5.2 Material and methods

5.2.1 Study area

In the present study, the water balance components of a catchment in the Kolyma station in Siberia, Northeast Russia, are determined. The main watercourse is the Kontaktovy Creek, which rises in the Morozova Mountains at an altitude of over 1400 m and flows into its outlet at an altitude of 823 m. The catchment area under study is the eastern part of the watercourse (Figure 5.1). The area of the catchment delimited by the gauging station (61° N, 147° E) is 14.2 km², while the basin as a whole has an area of 21 km². The study site is a watershed located in the area of continuous permafrost and has been described in Refs. (L. Lebedeva et al., 2014; L. Lebedeva & Semenova, 2013a; O. Semenova et al., 2014). The corresponding permafrost data, such as freeze–thaw depth measurements, soil temperature at different depths, and standard hydrometeorological data, were collected from 1948 to 1997. The climate in the area is continental, with long winters, warm summers, and precipitation that falls mainly as snow. The average temperature at the Nizhnyaya meteorological station is −11.4 °C, with an average of 130 days with temperatures above freezing. The mean annual precipitation is 314 mm (Sushansky S.I., 2002). The site is mountainous, located in the transitional zone between the forest-tundra and coniferous taigas on very diverse soil, which mainly varies from rock debris to clay podzol with partially decomposed organic material underlain by frozen soil and bedrock (Makarieva et al., 2018a).

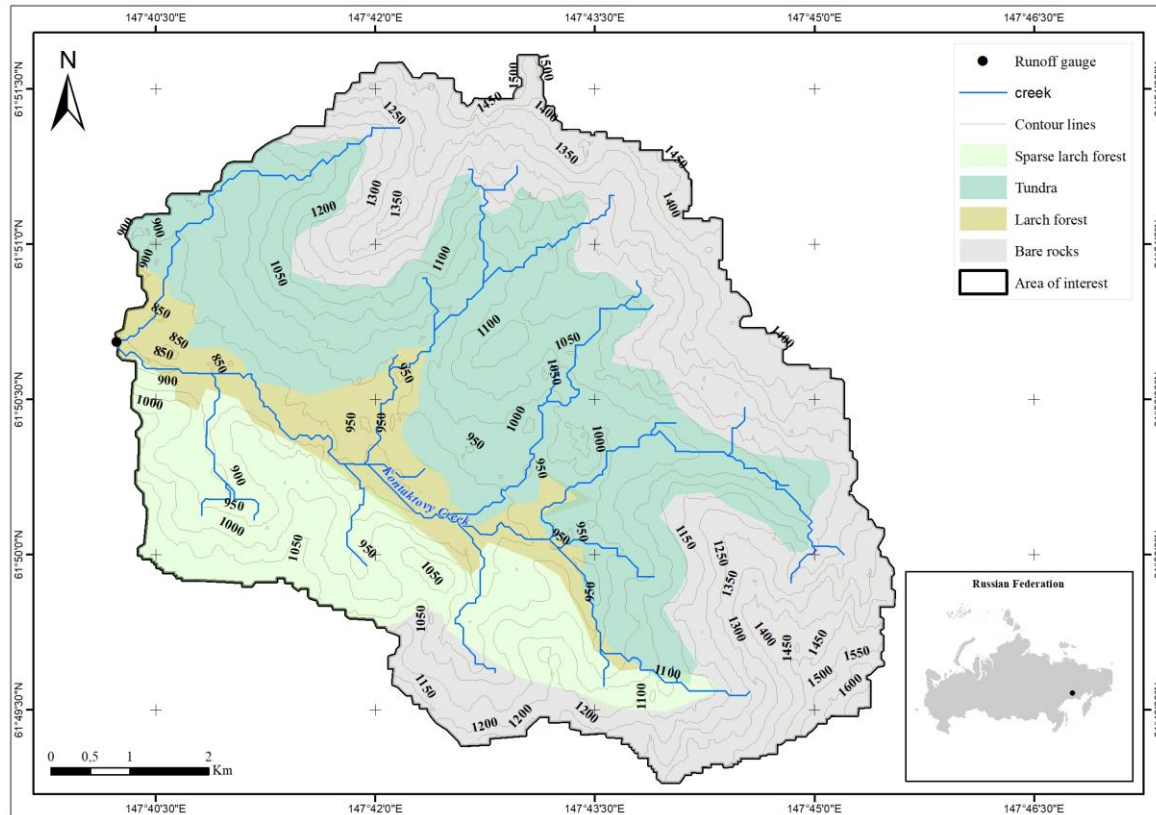


Figure 5.1 Study area.

5.2.2 Description of the HBV model

The HBV model is a simple conceptual rainfall-runoff transformation model developed by Bergström and Forsman (Bergström & Forsman, 1973). The model has a simple structure and comprises a snow accumulation and ablation routine, soil moisture accounting, runoff generation, and a hydrograph transformation routine. The model parameters are either physically or empirically based.

Typically, daily precipitation in the form of rain and snow with monthly long-term estimates of the potential evaporation rate is used as input to the model.

The snow module uses the temperature-index approach to estimate snowmelt as a linear function of air temperature. Then, meltwater and rainfall are fed into the soil moisture routine to simulate groundwater recharge and actual evaporation as functions of actual water storage. The runoff generation is simulated by the response routine as a function of water storage. The whole modeling process culminates in the routing routine, where runoff to the catchment outlet is simulated using a triangular weighting function. To date, several versions of this model have been presented. Ref.

(O. Semenova et al., 2014) reports that, in addition to the original model produced by the Swedish Meteorological and Hydrological Institute (SMHI), seven different versions have been used in recent scientific publications. This model has been used in various catchments for all kinds of hydrological analyses, including flood forecasting, hydroelectric dam projects, and climate change studies (Hidalgo et al., 2020; Jansen et al., 2021; Wijayarathne & Coulibaly, 2020). It should be noted that while the model has been used in many Nordic basins, very few studies, a total of eight in the last decade, have been carried out in the Arctic regions (Bui et al., 2020).

The HBV model can operate as a global model (with a single basin) or as a distributed/semi-distributed model, and in the latter case, differentiation appears not only in the elevation but also in the characterization of the sub-basins. More details on the description of the model are available in (Rawlins et al., 2013; Seibert & Vis, 2012).

5.2.3 Data collection and processing

The HBV model requires the meteorological data (precipitation, temperature and evapotranspiration) to simulate the basin's hydrological response (the discharge) at the outlet. In this section, the source of data is provided, and their important characteristics are highlighted.

5.2.3.1 Meteorological data

The meteorological data used for the simulations were taken from the Nizhnyana station, located at coordinates (60 N, 147 E), and are available from the Pangaea Data Publisher for Earth & Environmental Science, Ref. (Makarieva et al., 2017). The daily input precipitation and temperature data cover an 11-year period, from 1960 to 1965 (calibration period) and from 1977 to 1981 (validation period). The data were subjected to quality control, but no corrections were made. No inconsistencies were found, and there were no missing values; therefore, these data were used for the entire watershed.

An analysis of the temperature data for the period of 1960–1965 shows that the annual minimum values vary between $-50.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ and $-44.2\text{ }^{\circ}\text{C}$, while the observed annual maximum temperature varies between $17.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ and $19.6\text{ }^{\circ}\text{C}$. Since the HBV model uses precipitation in solid or liquid form, temperature is used to determine the type of precipitation, for which a threshold temperature must first be determined. The period of negative air temperature lasts from October to April, and the freeze-free period is 130 days on average (Makarieva et al., 2018a). The total annual

precipitation varies from 277.14 mm to 369.65 mm, while the maximum annual rainfall varies between 15.1 mm and 32.89 mm.

5.2.3.2 Runoff

It must be noted that, as the catchment lies in a continuous permafrost zone, there is no flow in winter due to ice and snow in the riverbed. The daily data are taken from the Kolyma gauging station (KWBS_runoff_1102, latitude of 61.84000 N and longitude of 147.67000 E) and are available for the period between the end of May and the end of September. The hydrological season is very short, with a peak discharge observed at the beginning of the warm season, just after snowmelt and other peaks caused by rainfall have occurred.

During the period 1960–1965, the maximum measured peak discharge was 2.54 m³/s, while the lowest annual peak and average daily discharge of the series were 1.43 m³/s and 0.24 m³/s, respectively. In general, after the winter freeze-up period, the river flows again in the second half of May. However, there is a time lag between the onset of snowmelt and the moment when significant flow is observed in the watercourse. The presence of depressions, soil conditions, and distance from mountainous areas could explain this time lag.

An analysis of the flows observed over the period 1977–1981 shows that the maximum flow reached was 4.57 m³/s, while the minimum value for this period was 2.21 m³/s. A comparison between the calibration and validation periods shows a 55% increase in the lowest annual maximum discharge. This increase is even more pronounced, at 80%, when comparing the maximum annual flow of the two periods. This clear difference can be explained by the corrections made to the observed values from 1968 onward; no corrections were made to the data prior to that year.

5.2.4 Heat transfer model

5.2.4.1 Heat transfer model description

The heat transfer module used for modeling phase-change porous media was developed and presented in (Lubini Tshumuka et al., 2022). In this model, only conduction is used as the heat transfer mode. The calculations assume that the soil is initially frozen and then thaws suddenly when the temperature is above the freezing point. This is a phase change problem that involves a moving boundary condition. The aim of solving this problem is to determine the temperature distribution in the soil and the location of the interface between the two phases (solid and liquid).

This problem, also known as Stefan's problem, is non-linear by nature and has very few exact solutions. Given the difficulties encountered in solving it, an alternative approach is to reformulate the problem and present it in the form of an enthalpy equation, as follows:

$$\frac{dH_i}{dt} = \nabla \cdot (\lambda_i \nabla T_i) + \theta \quad 5.1$$

where $d(\cdot)/dt$ represents the Lagrangian derivative, ∇ is the nabla operator, and H_i ; λ_i , and T_i denote the total enthalpy (J), thermal conductivity (W/m.k), and temperature (°C) for every single phase i , respectively.

The total enthalpy is a function of the temperature and can be expressed in one equation that regroups all phases as a sum of sensible heat and latent heat.

$$H(T) = \int_{T_r}^T \langle C \rangle dT + \rho_l \phi L_f \quad 5.2$$

L_f represents the latent heat of fusion (J/kg), while ρ_l is the density of the liquid (kg/m³); C and ϕ are the volumetric heat capacity (J/(m³·K)) and the volumetric local liquid fraction, respectively. The derivative of Equation (5.2) leads to the following relation, which serves as the basis for the numerical approximation:

$$\tilde{C} \frac{dT}{dt} = \nabla \cdot (\langle \lambda \rangle \nabla T) + \langle S_T \rangle \quad 5.3$$

where $\tilde{C}$ is given by $(\langle C \rangle + \rho_l L_f \frac{d\phi}{dT})$.

Equation (5.3) and the boundary conditions were solved numerically using an implicit finite difference discretization.

The module is based on an enthalpy-porosity model whose governing equations and boundary conditions are discretized using the finite difference method. During the iterative process leading to the results, an artificially mixed zone consisting of the solid and liquid phases is maintained with the same thickness by keeping the regularization parameter proportional to the temperature gradient. In this study, the obtained implicit model was validated by comparing the simulation results, firstly, with Stefan's analytical solution and, secondly, with the results of a model obtained using an explicit scheme.

The validation was completed by applying the model in the field (Kolyma water-balance station, Russia) using four different soil profiles. Each of the soil profiles consisted of layers of different compositions, allowing the model to be evaluated in homogeneous and heterogeneous soil contexts. Overall, the module made it possible to determine changes in soil temperature, monitor the progress of the thaw front, and calculate the depth of the thaw. In this study, the thaw depth of the active layer was an input for the hydrological simulations to calculate the soil moisture, a determining factor in the soil moisture module as mentioned above.

5.2.4.2 Soil physical properties

Global hydrological modeling was adopted for this work, simplifying assumptions such as homogeneous soil properties throughout the catchment area. In terms of vegetation and soil profile, tandem dwarf cedar tree brushes and rockslides (mountain tundra) constitute the predominant landscapes throughout the Kolyma station catchment. They occupy 71% of the land area, compared with 29% of the larch forest (Gusev et al., 2006). Table 1 shows the physico-thermal properties of the soil layer, while the soil profile is shown in Table 2.

Table 5.1 Soil layer's physical properties.

Soil layer	Porosity (m ³ /m ³)	Density (kg/m ³)	Heat capacity (J/kg °C)	Heat conductivity (W/m° C)	Maximum water holding capacity (m ³ /m ³)
Moss	0.9	500	1930	0.8	0.60
Bedrock	0.35	2610	750	2.3	0.07

Table 5.2 Soil profile composition.

Depth (cm)	Soil profile composition
0 – 9.99	Moss
10 – 150	Bedrock

In the study area, the thickness of the active layer rarely exceeds 150 cm. Thus, the composition of the soil profile is given for the first 10 cm, and the rest of the profile, up to the permafrost surface.

5.2.4.3 Measured active layer depth.

Seasonal thaw depth data have been measured at the Kolyma station since 1954 using Cryopedometers installed in several wells throughout the station. An analysis of the observed data presented in (L. Lebedeva & Semenova, 2013a) shows that the maximum thaw depth varies from one year to the next and from one site to the next, depending on the vegetation, the local topography, the soil profile, the physical composition of the soil, and the exposure of the site to solar radiation, among others (Kuchment & Gelfan, 2009) The thawing process begins in the second half of May and ends in the first half of June. Mountain tundra and cedar tree brush sites have average annual maximum thaw depths of 1.3 m, whereas lower ground with more abundant vegetation has shallow thaw depths (0.6–0.72 m). Since the measurements were not taken directly in the basin shown in Figure 1, the simulated thaw depths were compared with the observed annual average in the western part of the basin, which has the same pattern in terms of vegetation, altitude, and soil profile.

5.2.5 Integrating the thaw depth calculations with HBV

The proposed modeling strategy integrates two independent models, the HBV model and a heat transfer algorithm (Lubini Tshumuka et al., 2022), with the role of calculating thaw depths. The link between the two mentioned models is based on the soil moisture module available in HBV. In the various existing versions of the HBV model, including the one used in the present study (Aghakouchak et al., 2013), simulations are carried out with an initial water content whose value can be adjusted during the calibration process. Following this approach, the appropriate soil moisture value is obtained after several iterations. In fact, of the total precipitation that reaches the ground, only a portion, called the effective precipitation, which is evaluated using Equation (4), contributes to surface runoff, while the other portion infiltrates into the ground.

$$P_{eff} = (P + M) \left(\frac{SM}{FC} \right)^\beta \quad 5.4$$

Here, P_{eff} is the effective precipitation (mm/d); P is the depth of daily precipitation (mm/d); M is melt (mm/d); soil moisture (SM) is current water content (mm); FC is the field capacity or maximum water content (mm); and β is the shape coefficient. The second term in this equation is

the runoff coefficient; it depends directly on the ratio (SM/FC) and the shape coefficient, β , whose value controls the contribution of direct runoff to the watercourse. If the soil's water content and field capacity are known, only the shape coefficient needs to be adjusted during the calibration process. However, when the water content and field capacity are not known (which is often the case), then calibration has to be carried out for these three parameters that determine the runoff coefficient. The standard HBV model, therefore, requires an initial value for water content to trigger the runoff calculation. The initial value of soil moisture is updated according to infiltration and evapotranspiration. Soil moisture is a parameter that changes over time, and one of the strengths of the HBV model is its ability to update parameters throughout the year without stopping the simulation.

To reflect the soil status at the beginning of the warmer period, the current study includes a module that allows the physicothermal properties of the soil to be considered by calculating the advancement of the freeze/thaw front in the soil. We allowed soil storage to increase as the active layer thaws, which is particularly important because runoff is modeled over the course of an entire summer season (Hinzman & Kane, 1991). The integration of the soil moisture module is facilitated by the link between the water content of the soil and the depth of the active layer, which is limited by the ice layer, which can extend over several hundred meters.

As reported in Refs. (Chen et al., 2020; Liu et al., 2010), the total volume (S) of water stored in the active layer thickness (ALT) can be determined using Equation (5.5):

$$S = AZ_{water} = A \int_0^{ALT} S_d(z)\phi(z)dz \quad 5.5$$

where A is the unit area (m^2), Z_{water} is the equivalent height of the water column (m), and dz is the incremental advance of the thaw front in the soil. Also, ϕ and S_d are the porosity and the degree of saturation, respectively, which vary with soil depth (z). Thus, at a known depth, the water content of the soil, θ , can be determined using the degree of saturation and porosity ($\theta = S_d\phi$). The degree of saturation varies between 0 and 1 so that when the soil is saturated, $S_d = 1$ and $\theta = \phi$. One can assume that when snow starts to melt, the thawing front starts to descend as well; the water content in this zone is close to the maximum holding capacity, and the thawed soil is saturated. During the snowmelt period, evaporation is not significant when compared to the extraordinary supply of meltwater to the thinly thawed active layer (Woo & Steer, 1983). Equation

(5.6) then leads to the relationship establishing the link between the equivalent height of water and the thaw depth for a unit surface area:

$$Z_{water} = \phi z \quad 5.6$$

Thus, calculating the thaw depth using the algorithm mentioned in Section 5.2.4 feeds the soil moisture module according to the modelling structure shown in Figure 5.2.

To calculate the water present in the soil (SM), rainfall is added to the water that already exists in the soil, and then the effective rainfall, i.e., runoff and evaporation, is subtracted according to the following relationship (Equation (5.7)):

$$SM = Z_{water} + l_{water} - Pe_{ff} - Ea \quad 5.7$$

where l_{water} is the liquid water (rainfall), Pe_{ff} is the effective rainfall, and Ea is the actual evapotranspiration.

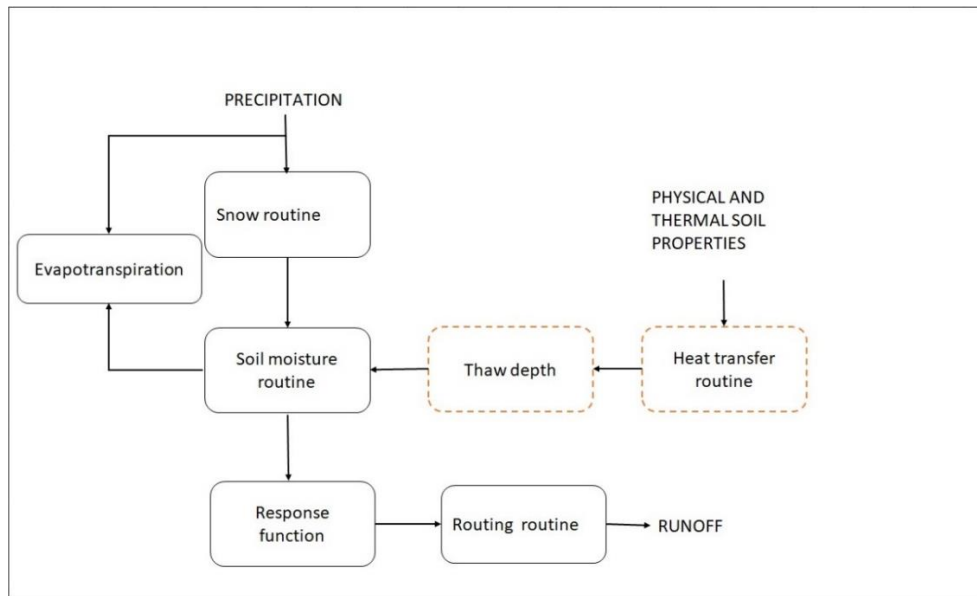


Figure 5.2. Structure of the proposed model

The link made between the heat transfer module and the HBV model forms a model named HBV-Heat in the current study. This model is implemented under Matlab and its application to the Kontaktovy basin forms the basis for the results presented in the next section.

Model calibration

The calibration of the proposed model was performed by comparing the observed and simulated discharge at the outlet of the watershed during the period 1960-1965. For that, model parameters (Table 5.6) were iteratively adjusted manually to minimize disagreements between the predicted and measured hydrographs. The whole calibration process was based on visual inspections of the hydrographs, and the Nash-Sutcliffe efficiency index (NSE) was used as the objective function, as presented in Table 3 (Nash & Sutcliffe, 1970).

Table 5. 3. Statistics.

Error Measures	Description	Range
Nash–Sutcliffe	$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{obs} - Q_{sim})^2}{\sum_{t=1}^n (Q_{obs} - \overline{Q_{obs}})^2}$	$-\infty < NSE < 1$
Percent bias	$PBIAS = 100 \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{sim} - Q_{obs})}{\sum_{i=1}^n (Q_{obs})}$	$-\infty < PBIAS < +\infty$
Root mean squared error	$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_{sim} - Q_{obs})^2}{n}}$	$0 \leq RMSE < +\infty$

Note: where Q_{obs} is the observed discharge (m^3/s); Q_{sim} is the simulated discharge (m^3/s); and $\overline{Q_{obs}}$ is the average of the observed discharge (m^3/s).

The NSE ranges from $-\infty$ to 1; when the NSE equals 1, it means there is a perfect match between the observed and the predicted hydrographs (error variance equals 0.0). Conversely, an efficiency value smaller than or equal to 0.0 indicates that the proposed model is no better than using the baseline model (ASCE, 1993). In addition to the above criteria, the calculated values of evapotranspiration, snow water equivalent (SWE), and soil moisture (SM) aided in the calibration process, especially when comparing the proposed model and the HBV model. Table 3 shows the error measures used in conjunction with the performance index for their informative values.

The percent bias (PBIAS) is expressed as a percentage and measures the average tendency of the simulated data to be greater or smaller than the observed data. The optimal value of PBIAS is 0.0, with low-magnitude values indicating that the model is accurate. Positive values indicate model

underestimation bias, whereas negative values are interpreted as indicating model overestimation bias (Gupta et al., 1999).

The root mean squared error (RMSE) measures the difference between the predicted values obtained by the model and the actual observed values. Values close to 0.0 indicate a perfect fit, with values smaller than half of the standard deviation of the observed values being considered low (J. Singh et al., 2005).

Model validation

The validation of the proposed model was performed with an independent time series (1977-1981); the optimal parameters obtained during the calibration step were used without adjusting their values. The same metrics used before were evaluated.

5.3 Results

In this section, the results of the proposed thaw depth model are presented, and the figures illustrating the advancing thaw front are provided in Appendix C (Figures A7–A12). The hydrological response of the Kontakovy Creek catchment was investigated from a number of perspectives. First, the HBV model and the HBV-heat model were compared for the years 1960 to 1965. In particular, this comparison showed how the inclusion of the heat transfer module affected the discharge. The simulated hydrographs for the calibration and validation periods were then compared with the observed data.

5.3.1 Simulated thaw depth

The simulated thaw depth data for the calibration years are shown in Table 4. It should be noted that heat transfer does not require calibration. Although no observations are available for the basin under consideration, the results obtained were nevertheless compared with the observed average at measurement point #2 as defined in (L. Lebedeva et al., 2014) at the meteorological plot Verknyaya, located at 1261 m.a.s.l. and with coordinates of (61.8574 N; 147.611 E). Due to the lack of data for the validation period (1977–1981), only the calibration period (1960–1965) could be compared. Note that the maximum yearly depth observed between 1954 and 1966 was 128 cm (Makarieva et al., 2018a).

Table 5.4 Simulated thaw depth.

Year	Thaw depth (cm)	
	Simulated	Measured
1960	129.70	> 120
1961	132.16	-
1962	132.28	-
1963	128.57	136
1964	126.72	126
1965	129.04	131
Average	129.75	-

The average of the simulated depths of thaw for the period is similar to the average reported in (Makarieva et al., 2018b) with a difference of about 1.5%. This implies that the model can simulate the maximum thawing depth of a multilayer soil with a high degree of accuracy. These results are also in line with those published in (Lubini Tshumuka et al., 2022), based on simulations carried out for soil profiles from different landscapes that dominate the KWBS. The advance of the thaw front is illustrated for each of the simulated years in the graphs presented in the Appendix C. In general, these graphs show that the annual maximum is reached in August and that the ground is completely frozen by October. A comparison of the simulated years shows that the maximum depth of thaw was reached in 1962. An examination of the soil temperatures for this year shows that the average temperature for the period from 10 May to 15 September was 10.4 °C, which was 5% higher than the observed average for the simulated period. The year 1964 had the lowest simulated thaw depth of 127 cm, while its average temperature was 4% lower than the average for the considered period. The results are consistent from this point of view because the solution of the heat transfer equation in porous media involves boundary conditions, especially temperature. The direct use of soil temperature instead of air temperature reduces the error that could be associated with the application of any approximation method. In fact, during heat transfer, heat is moved by

the temperature difference between the soil surface and the underlying permafrost layer. The use of air temperature instead of soil temperature may lead to inaccurate estimates of permafrost thawing and its effects, as it may not adequately reflect the temperature gradient causing heat transfer. Furthermore, as air temperature can be affected by variables such as wind, precipitation, and cloud cover, ground temperature measurements are often more accurate.

The calculated depths can, therefore, be used as an input to determine soil moisture, upon which evaporation and surface runoff depend.

5.3.2 Proposed model

The optimal parameters obtained using the HBV-Heat model were compared to the parameters obtained using the HBV model. The results of the comparison are shown in Table 5.5 in terms of the NSE obtained for each year; the model parameters are shown in Table 5.6, and the definition of each parameter is provided in Appendix A (Table A1). It can be seen that, on average, the HBV-Heat model provides the best results for the period with the highest hydrological activity during the year. There is a 30% improvement in the overall results achieved compared to the existing HBV model.

Table 5.5 Comparison between HBV and HBV-Heat based on NSE statistics.

Model	NSE						
	1960	1961	1962	1963	1964	1965	Average
HBV	0.66	0.49	0.54	0.74	0.08	0.46	0.50
HBV-Heat	0.59	0.62	0.72	0.77	0.57	0.62	0.65

Table 5.6 Model parameters.

Paramètres	DD	FC	Beta	C	L	K_0	K_1	K_2	K_P	TT
Values	1.06	156.9	0.21	0.79	70.2	0.79	0.33	0.11	0.20	1.20

Figure 5.3 shows the difference between the measured discharge values and those calculated by both existing and proposed models. For the considered period, 1964 has the lowest NSE. In view of the results, the HBV-Heat model was used with confidence to simulate the various components related to the water balance of the Kontaktovy stream basin.

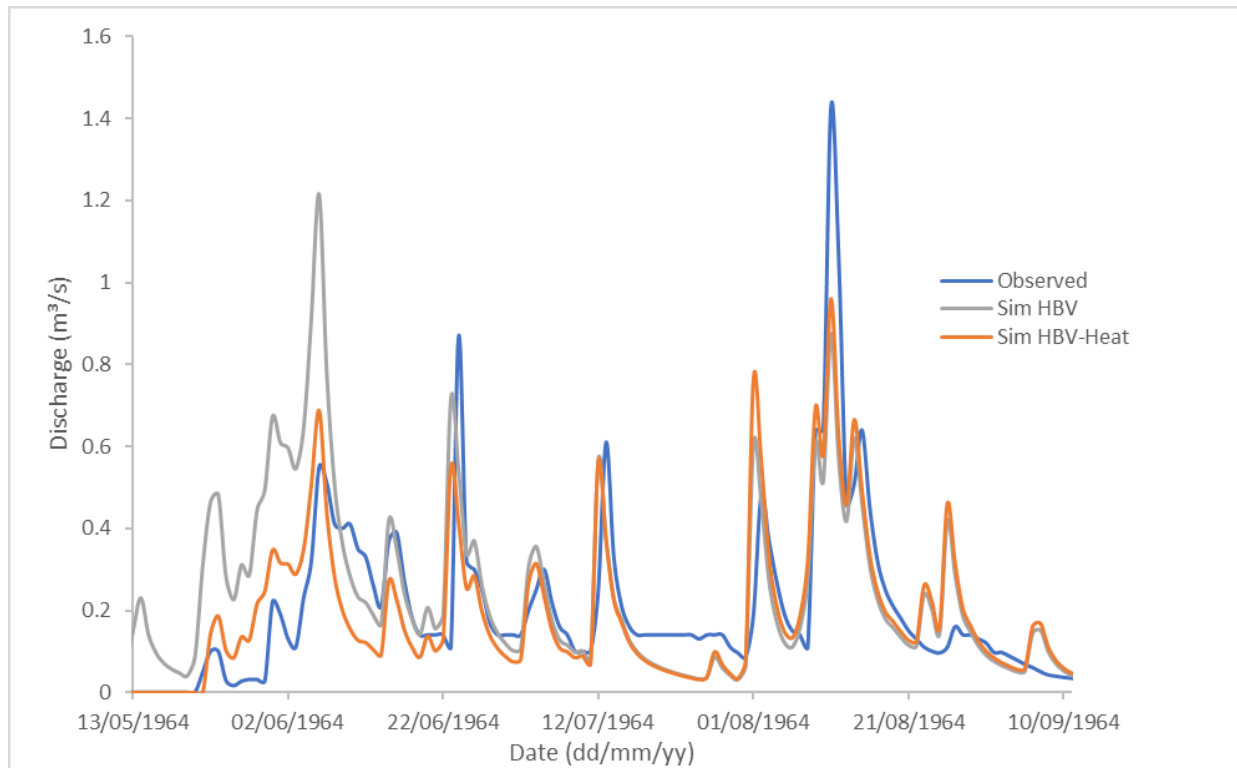


Figure 5. 3. Simulated hydrographs for HBV and HBV-Heat in respect with observed hydrograph (1964).

5.3.3 Simulated hydrographs for calibration and validation periods

Based on continuous simulation for both the calibration and validation periods, Figures 5.4 and 5.5 show the comparison of the simulated and observed hydrographs obtained for the two periods.

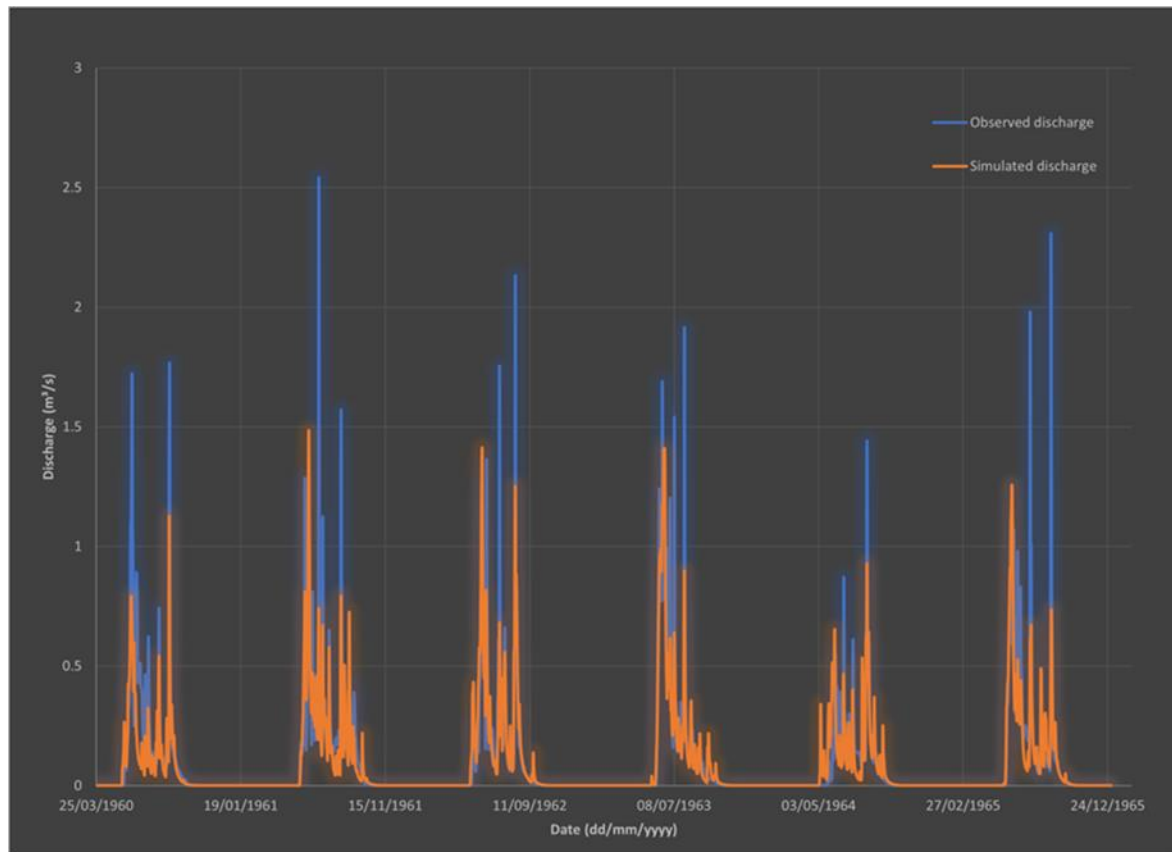


Figure 5. 4. Observed and simulated discharges for the calibration period (1960–1965).

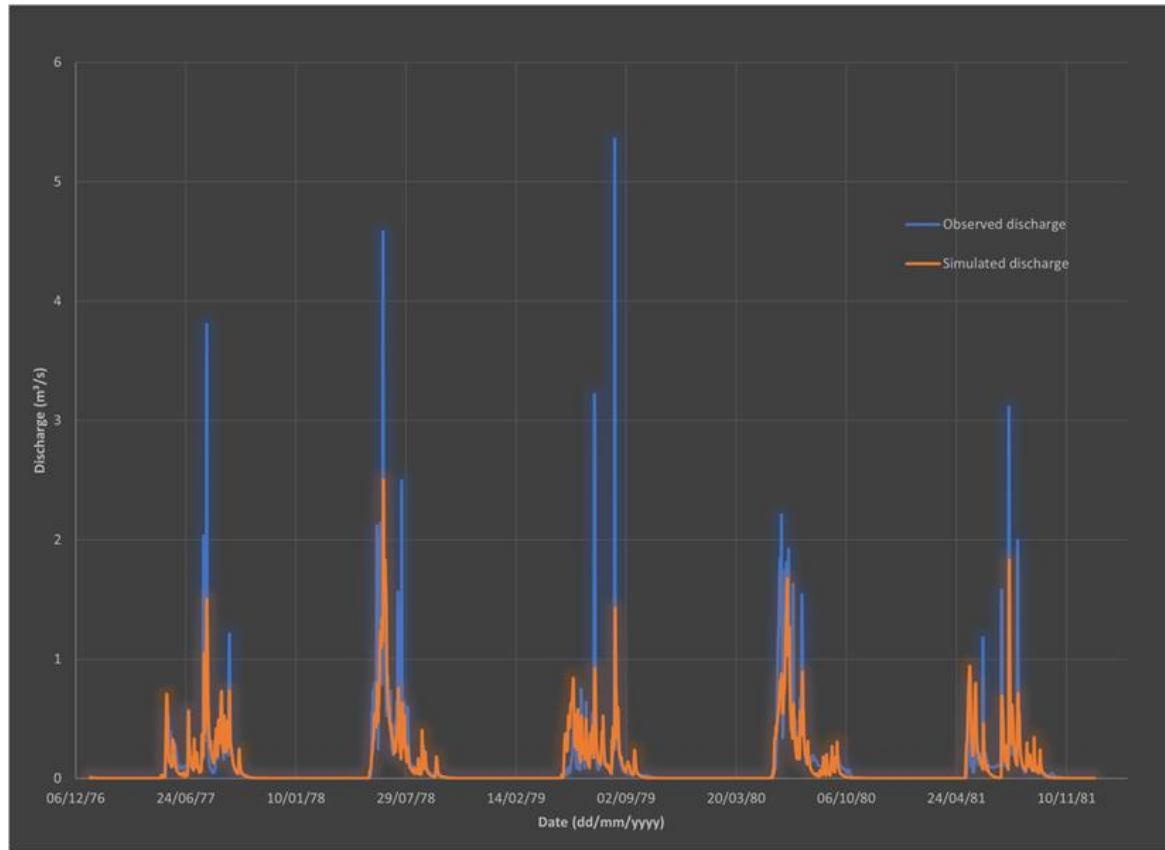


Figure 5. 5. Observed and simulated discharges for the validation period (1977–1981).

The visual analysis first allowed a rough assessment of the quality of the calibration (Figure 5.4), and then the statistical criteria were used as indicators to determine the robustness of the proposed model. It can be seen from the figures that the proposed model reproduces the measured flow with very good accuracy, resulting in an overall efficiency of 0.74 (NSE). This means that the model can capture not only the time of occurrence but also the magnitude of peak flows. While most small flows are satisfactorily reproduced, peak flows are sometimes underestimated both in late spring and in summer, especially during rainfall events. From a yearly point of view, the years 1962 and 1963 are the best in terms of the model's ability to reproduce the timing of the peak flow, low flow, and total amount of flow generated. However, the year 1964, as shown in Appendix B (Figure A5), shows a discrepancy mainly in terms of the time of occurrence and the volume of the peak flow. Despite this weakness in the model, the PBIAS calculated at the end of the calibration period is acceptable (see Table 5.7). This statistical criterion makes it possible to measure the percentage error between the simulated and measured values, with an emphasis on the volumetric error in the flow simulation. However, for the validation period, the statistics are weaker, as can be seen in

Table 5.7. The results show that the different metrics either decreased or increased during the validation process. The NSE decreased by 36%, while the PBIAS and RMSE increased by 100% and 24%, respectively. This overall decrease in performance can be explained by the fact that the two analyzed periods show differences in terms of the inputs used. For example, the sum of precipitation for the entire calibration period was 13% lower than that for the validation period, while the average flow for the two periods was almost the same, i.e., 0.26 m³/s. This inconsistency is due to the way the data were collected. As the two periods were separated by 13 years, it can be assumed that there had been a technological change in the intervening period. This implies that replacing old measuring equipment led to differences in the quality of field measurements. A sensitivity analysis of the various parameters was carried out to determine which parameters had the greatest influence on the efficiency of the proposed model. By varying one parameter at a time and keeping the others constant, the degree-day factor was found to be the most sensitive. The efficiency of the model (NSE) increased from 0.3 to 0.6 when the iterations were carried out in the range of values between 1 and 3. The optimal value for all simulations was 1.3. The other influential parameter was the recession constant of the upper reservoir, with an optimal value of 0.3 being maintained throughout the optimization procedure.

Table 5.7 Model efficiency for calibration and validation periods.

Period	Years	Goodness of fit		
		NSE	RMSE	PBIAS
Calibration	1960 -1964	0.74	0.12	-11.6
Validation	1977- 1981	0.55	0.24	-14.4

5.3.4 Simulated Snowmelt

The HBV model's snow routine applies the temperature index approach to snowmelt modeling following Equation (5.8).

$$M = DD (T_m - TT) \quad 5.8$$

Where M is snowmelt rate as SWE (mm/day); DD is degree-day factor (mm/°C·day); T_m is the mean daily air temperature (°C); and TT is the threshold value of temperature (°C).

An illustration of the simulated SWE is provided in Figure 6 for the year 1961. Snow accumulation begins in September while melting starts in May. Over the simulated period from 1960 to 1965, snowmelt began at the earliest on May 3 and ended at the latest on June 21, lasting between 3 and 4 weeks. The simulated values of the SWE are presented in Table 8, alongside the measured values reported in (Makarieva et al., 2018b) for the data obtained from the station KWBS_runoff_1102 (latitude of 61.85; longitude of 147.65). It should be mentioned that the SWE values presented by the aforementioned authors were obtained by transforming measured snow heights using Equation (5.9).

$$SWE = h_s \times 10 \times \frac{\rho_s}{\rho_w} \quad 5.9$$

where h_s represents the measured snow depth (cm), while ρ_s and ρ_w are the snow and water density (kg/m³), respectively, for the SWE (mm). With the exception of 1960, when the model underestimated the observed value by around 54%, in general, the model generated SWE values that were fairly close in order of magnitude to those observed for the other years. The differences between the simulated and observed values varied between -7.5% and $+13\%$, with the years 1964 and 1965 showing the smallest difference, i.e., an overestimate of 3%. Given the simplicity of the calculation method, the results obtained are acceptable. Through the calibration process, the parameters used to simulate snowmelt, namely the threshold temperature (TT) and the melting factor (DD), were determined to be equal to 1.2 °C and 1.3 mm/°C, respectively.

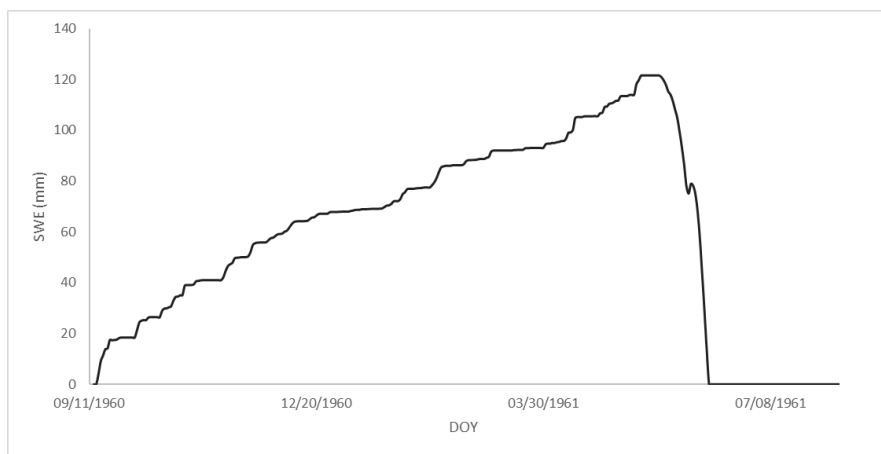


Figure 5.6 Calculated SWE.

Table 5.8 Observed and Calculated Snow Water Equivalent.

Date	SWE [mm]			
	Dwarf cedar tree	Rocky talus	Observed (Average)	Calculated
1960	117	96	114	62
1961	113	107	113	121
1962	122	98	120	111
1963	130	108	122	139
1964	39	46	59	61
1965	117	98	119	123

5.3.5 Evaporation

Evaporation is an important parameter for calculating the water balance of a watershed, but it is not always easy to determine, especially in permafrost conditions due to the low evaporation rate and the frozen ground. Our model was used to simulate this phenomenon, and the results are shown in Figure 5.7. The model was fed with long-term monthly evaporation data obtained for the period from 1972 to 1990, and subsequently, daily evaporation was simulated. The average calculated evaporation for the calibration period was 162 mm, while the maximum and minimum values were 185 and 113 mm, respectively. The model was only able to calculate evaporation that took place during the warm season between May and September. It is worth mentioning that evaporation during a hydrological year under KWBS conditions is composed of not only the sublimation of the snow cover during the cold period but also evaporation from both snow and the ground during the transition period, due to an unevenly distributed snow cover (Zhuravin S.A, 2004). An analysis of evaporation in relation to the mean temperature recorded during the calibration period shows that

the years 1960 and 1961 had almost the same mean temperature, at 9.1 and 9 °C, respectively. Their annual evaporation was also the same, at 179 mm. The year 1962 had the highest annual evaporation of 185 mm, and the corresponding mean temperature was 9.9 °C, which was the maximum mean temperature for the period of 1960–1965.

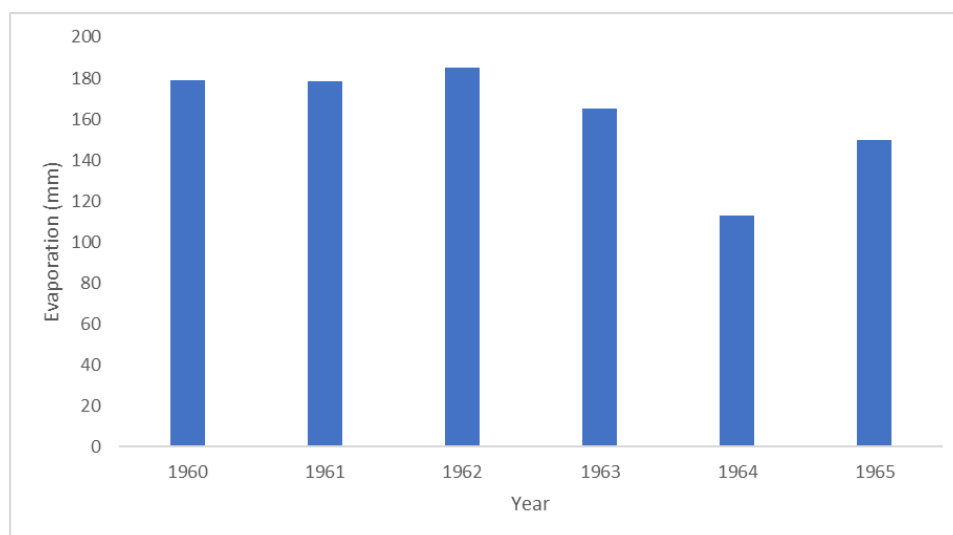


Figure 5.7 Calculated evaporation for 1960-1965.

5.3.6 Calculated soil moisture

The results of soil moisture for each year show that it varies due to climatic conditions, which determine the soil water history at the beginning and end of each hydrological year.

Figure 5.8 illustrates the variation in water content in the soil during the warm period of the year 1963, showing an initial peak just after the snow melted and other peaks following the summer rains. Between two rain events, there is a period of recession during which the water equivalent in the soil likely decreases due to runoff into watercourses and evapotranspiration. The latter process is controlled by plant type, soil texture, and the biophysical properties of vegetation (Armstrong et al., 2010). In 1963, after the snow had melted, the water in the modeled reservoirs reached 35 mm. During the course of the season, this quantity fluctuated considerably as a result of rain, which increased its content, and in the absence of direct input, a net decrease was observed.

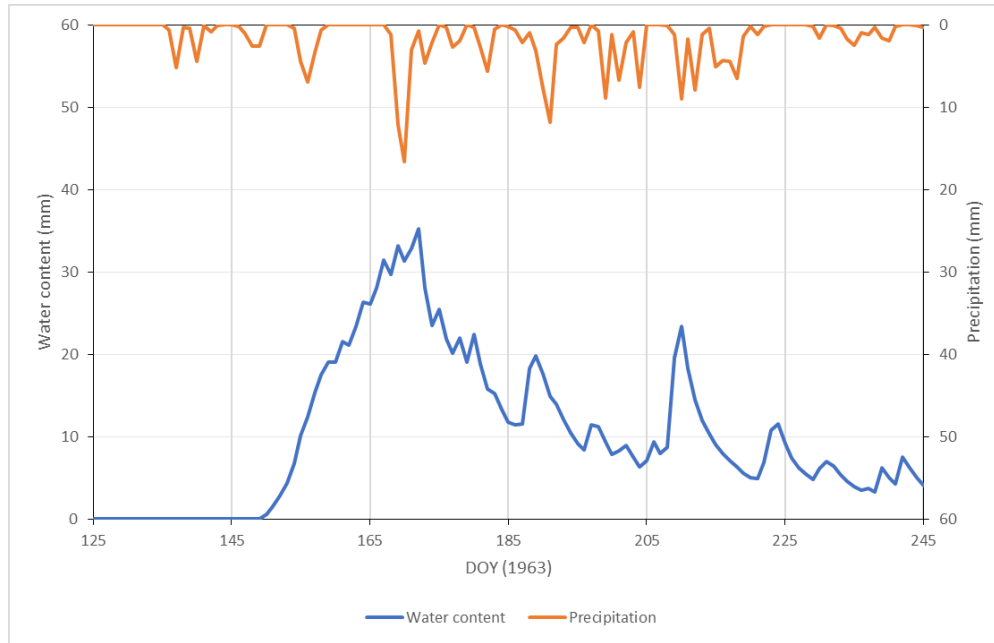


Figure 5.8 Soil water content variability – 1963.

5.3.7 Water balance

All the elements analyzed in the precedent sections facilitated the establishment of the water balance of the basin for the period of 1960-1965. Note that the general relationship (Equation (5.10)) was used for the warm season of the year, i.e., between 1 May and 15 September, without adjusting the precipitation values.

$$P + SWE - R - Ea = \eta \quad 5.10$$

Here, P , SWE , R , and Ea represent liquid precipitation (mm), snowmelt water equivalent (mm), surface runoff (mm), and evaporation (mm), respectively, and η represents the residual (storage and error due to measurement uncertainty, in mm). The snowmelt water equivalent was obtained between 1 May and the time of the spring freshet, as mentioned in Section 3.4. The precipitation used to calculate the water balance is the sum of the precipitation that fell between the start of snowmelt and mid-September, while evapotranspiration is the sum of the daily values for the entire warm period. Surface runoff is the cumulative value of runoff between the start of snowmelt and refreezing.

The simulated water balance components for the six years considered in this analysis are shown in Figure 5.9. From the figure, we can see that the residual is negative only for the year 1964, whereas it is positive for the other years. This negative residual can be explained by the low rainfall recorded

that year. Indeed, compared with other years, the measured rainfall was 13% lower than the average for the entire period under consideration. At the same time, we know that in the short term, soil infiltration conditions do not change significantly unless an unusual event such as a forest fire occurs during the year. With all other things being equal, the flow/rainfall (Q/P) ratio and evaporation values remain similar to those of previous years. In this context, the application of Equation (5.10) produces a residual smaller than 0. In explaining the negative residual values obtained when calculating the water balance of the KWBS for the period of 1970–1985, [49] stated that, “*The negative values of discrepancies indicate the presence of moisture not taken into account that was formed by transient water storage in snow and also by ice in the strata of talus deposits*”.

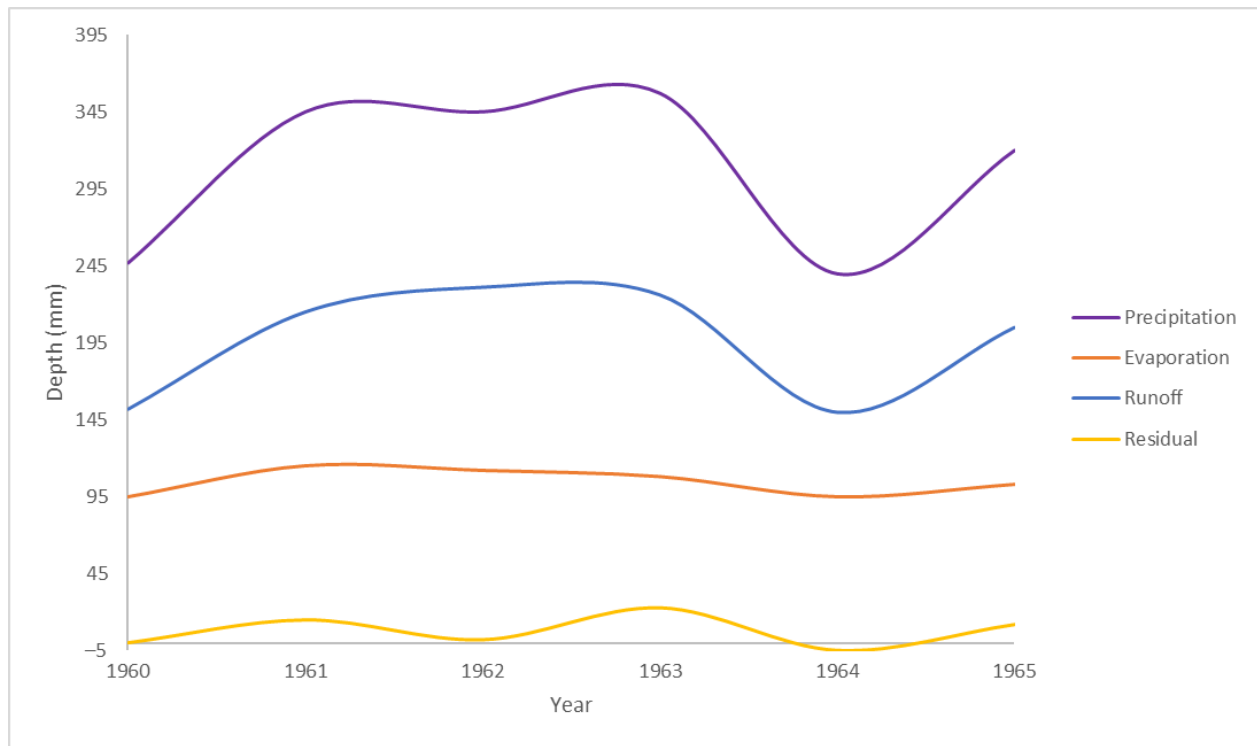


Figure 5. 9. Simulated annual water balance

When we compared the (Q/P) ratios with those calculated by (Zhuravin, 2004) for a larger basin (21.4 km²), including our study area, we found that our values are lower in order of magnitude. Our values reach an average of 64%, while the values reported by those authors reach an average of 73% for the period of 1970–1985. However, for a small headwater (Severn; area = 0.38 km²), the average ratio is closer to 56% for the period of 1958–1997 (Lebedeva et al., 2017). Overall,

the presented results demonstrate that the water basin is characterized by low precipitation, relatively low evaporation, and high runoff. This finding is in line with what has been asserted in (Makarieva et al., 2018b; Zhuravin , 2004)

5.4 Discussion

The heat transfer module integrated into the model proposed in the present study allows physical characterization that improves the model's estimation of the components of water balance. However, it should be noted that the mathematical equations representing the different processes involved in the hydrological response of the basin are simplified. Nevertheless, from the runoff generation point of view, for both the proposed model (HBV-Heat) and the physical model used in previous studies on the Kolyma water-balance station (KWBS) basin, especially the hydrograph model (Vinogradov et al., 2011a), the reservoir concept used for simulating soil moisture remains the same. Therefore, it is reasonable to compare the results obtained by the proposed model with those of previous studies, even though the analyzed periods and the areas of the basins are different. Both similarities and dissimilarities were examined to demonstrate the relevance of the proposed modeling approach. It should be noted that the developed model, despite its simplicity, produced results showing the same trend as those of (Lebedeva & Semenova, 2013a) with respect to runoff. These authors found that, during the summer period, runoff consists mainly of subsurface runoff and a small amount of surface water, which is mainly from rainfall events. Indeed, the finding that more water comes from the subsurface can also be explained by the fact that the investigated soil layers have different porosities, including a value of 0.9 for the upper layer and a value of 0.35 for the lower layer. The soil is, therefore, more permeable in the root zone, which is made up of organic matter and humus, whose decomposition creates spaces in the soil that ultimately facilitate the movement of water. The upper layer, therefore, allows more water to pass through the lower reservoir. Then, this water is trapped between the ice layer and the soil surface. This configuration allows the trapped water to feed the flow measured in the tributary stream quickly and in large quantities. It is worth mentioning that, compared to the results calculated by the proposed model, the results of the occurrence of peak flows and their magnitude, as well as the recession of the hydrograph after rainfall, obtained using the model presented in (O. Semenova et al., 2013a), underestimate the observed summer peaks. The authors explained this underestimation by the fact that their model does not account for the fact that not enough water is stored in the ground during the snowmelt period to be used later. In addition, the hydrograph shows a rapid retreat after rainfall

so that the base flow returns to zero, similar to what occurs in October and May. However, using the HBV-Heat model, the flow does not drop to zero throughout the warm period, and most of the flows are simulated satisfactorily, either in terms of the timing of their peaks or their values. This implies that the heat transfer module, which calculates the daily thaw depth, ensures that the ground is supplied with water on a daily basis, allowing the base flow to be simulated satisfactorily because water from the thaw is always available. It should be noted that the HBV-Heat model slightly overestimates the peak discharge just after snowmelt. This is because water from the snowmelt cannot fully infiltrate into the ground, which is still frozen to a great depth, so there is more surface runoff. This behavior is also reported in (Sugimoto et al., 2003), particularly for the larch forest that is part of the study area. It is indicated in [41] that infiltration is not fully captured by the model, which explains the difficulty in obtaining a better fit based on observations at the very beginning of the warm season. With regard to the simulated snow water equivalent, despite the use of the simple degree-day (DD) method and the neglect of the snow damming phenomenon, the model is able to satisfactorily predict the SWE obtained from the snow data for the whole period, except for the year 1960, which was underestimated by 54%. It should be noted that the proposed model does not include a runoff routing function, as is the case with other versions of the HBV model. In fact, this function compensates to a certain extent for the fact that the phenomenon of snow damming is not considered since it is linked to the distribution of snow and possible avalanches in mountainous areas, as is the case for the studied basin in (Vionnet et al., 2022). The proposed HBV-Heat model also makes it possible to estimate actual evaporation in the catchment using a simple relationship that links evaporation to the soil water content. In general, actual evaporation is lower than potential evaporation because the soil water content is below the permanent wilting point. It should also be noted that the field capacity (FC) and permanent wilting point (PWP) are physically based parameters that needed to be calibrated because no field values were available. In this context, a comparison of the HBV-Heat model with the existing model (HBV) in terms of optimizing flow and evaporation shows that the ratio of actual evaporation to potential evaporation (E_a/E_p) of the proposed model is 16 times greater than that of the existing model. This difference implies an improvement in the calculation of actual evaporation, which includes evaporation from soils, plants, and water bodies. As a result, the heat transfer module provides an input that subsequently enables a more realistic calculation of evaporation and runoff. The calculated water balance is in the same order of magnitude as that obtained for the large KBWS

basin by (Lebedeva et al., 2017) over a longer period (1949–1990). However, an analysis of the average discharge over this period (197 mm) shows that it is still low compared to the discharge of 296 mm reported in (Zhuravin , 2004) for the period of 1970–1985. So, there is still a problem regarding the accuracy of the incoming data, regardless of whether it is precipitation, runoff, or evaporation data. Ref. (Kane & Yang, 2004) stated that calculating the components of the water balance is very complicated and subjective, even when data are available. It should also be noted that the global modeling approach used in this study does not reduce the errors associated with the input data, as the model does not consider the orographic effect, which exists in basins where the difference in elevation is significant.

5.5 Conclusion

Modeling the hydrological response of a basin located in a continuous permafrost environment is a complex and essential activity in the assessment of water resources and the construction of infrastructures. The seasonal freeze–thaw phenomenon, upon which the hydrological activity throughout the year largely depends, deserves special attention due to its role in infiltration. In this context, a model integrating a heat transfer module in porous media with a rainfall-transformation model, named the HBV-Heat model, was proposed to assess the different components of the water balance of a sub-basin of the Kantaktovy Creek, located in Eastern Siberia, Russia.

The thaw depth was simulated for each year between 1960 and 1965, with the results showing that the average maximum annual depth for the study period was 1.30 m. These results are in line with those published in previous studies (Lebedeva et al., 2014; Lebedeva & Semenova, 2013b; Lubini Tshumuka et al., 2022).

Considering the optimized parameters of the model, in particular the components of the water balance (streamflow, evapotranspiration, and SWE), the proposed model performed better than the HBV model, with a Nash–Sutcliffe efficiency (NSE) of 0.74 compared to 0.54 over the entire analysis period. The model calibrated for the period 1960–1965 was used for validation for the period 1977–1981. The proposed model was used in further analyses, although efficiency was reduced by 31% due to differences in the quality of the used inputs.

In terms of the water balance components, the obtained results do not differ significantly from the observed or simulated values reported in previous studies. It was found that, in this catchment, surface runoff or effective precipitation represented 64% of the observed precipitation (rain and

snow). The simulated snow water equivalent (SWE) was compared with the observed values obtained from the conversion of snow depth, and it was found that they were of the same magnitude.

Evapotranspiration was the most difficult component to assess, given the quality of the available data. Comparing the results of the period of 1960–1965, the calculated values were overestimated by 29% compared to the observed values for the same period. When the comparison was over a longer period (1949–1990), the calculated results were underestimated by 30% compared to the observed values.

With the heat transfer module, it is possible to use the model proposed in the present study as a tool for analyzing the components of water balance to maintain the base flow at a non-zero level during the warm period, thus improving the surface runoff simulation. The novelty of this study can be seen in the modeling approach put forward, which enables an existing conceptual model to integrate both the physical and thermal properties of the soil.

However, it should be noted that modifications to the snow module of the rainfall-runoff transformation model are necessary to improve the results, in particular by including functions that are capable of analyzing snow damming, which is an important phenomenon in the distribution of snow in sub-Arctic regions.

Author Contributions: Conceptualization, A.L.T.; methodology, A.L.T.; software, A.L.T.; validation, A.L.T.; formal analysis, A.L.T.; investigation, A.L.T.; resources, A.L.T.; data curation, A.L.T.; writing—original draft preparation, A.L.T.; writing—review and editing, A.L.T. and M.F.; visualization, A.L.T. and M.F.; supervision, M.F.; project administration, M.F.; funding acquisition, M.F. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research received no external funding.

Data Availability Statement: The data supporting reported results can be found at “PANGAEA. Data Publisher for Earth and Environmental Science” (see Makarieva et al., 2017, <https://doi.org/10.1594/PANGAEA.881731>)

Acknowledgments: We would like to thank Dr. Arman Rokhzadi for reviewing this manuscript. We are also thankful to the anonymous reviewers who took their time reading this manuscript and formulating comments that helped improve the paper.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Appendix A Model parameters

Table 5. 9. A1: Models parameters used in the calibration process.

Parameters	Explanation
TT	Threshold temperature
DD	Degree-day factor
PWP	Permanent wilting point
FC	Field capacity
L	Threshold water level
BETA	Shape coefficient
C	Correction factor for potential evaporation
K_0	Near surface flow storage
K_1	Interflow storage coefficient
K_2	Baseflow storage coefficient
K_P	Percolation storage coefficient

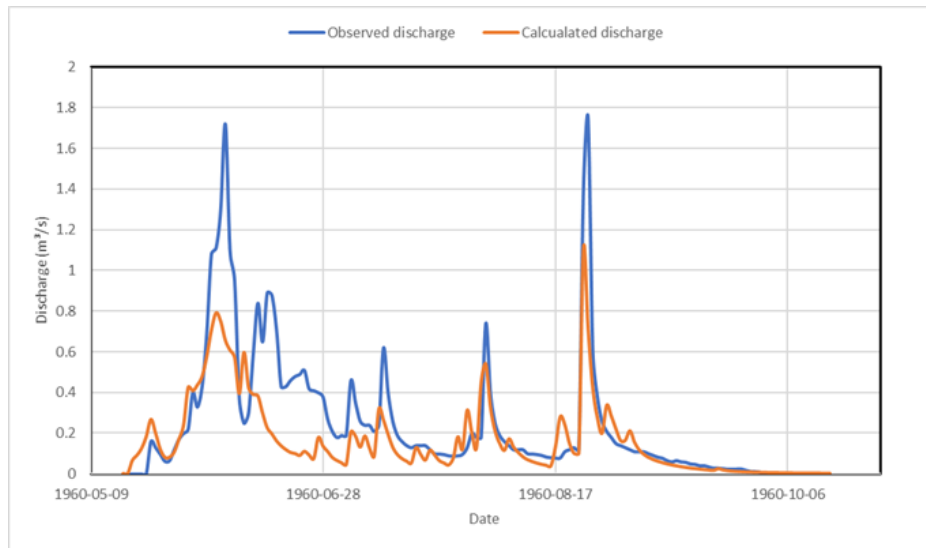
Appendix B Hydrographs from 1960 to 1965

Figure A. 1. Observed and simulated hydrographs (1960).

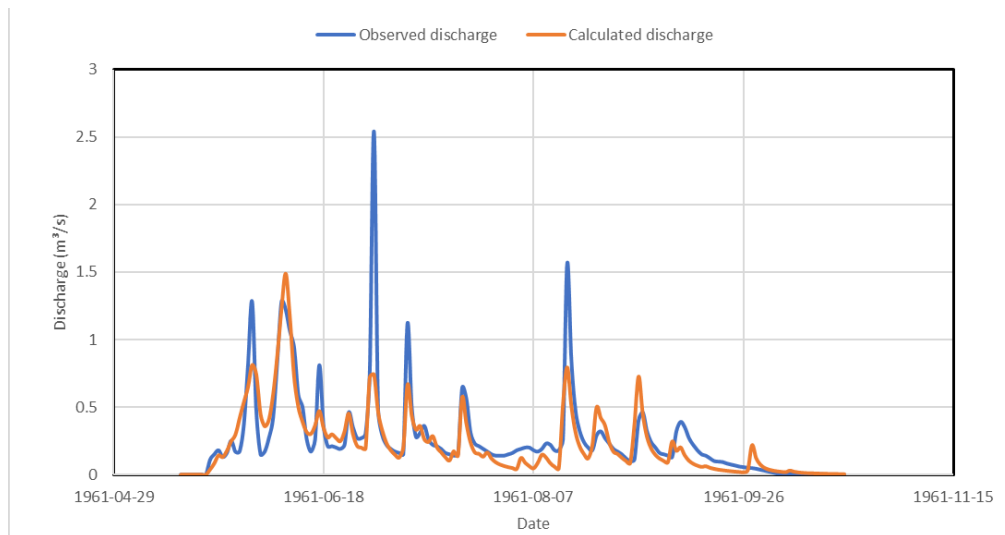


Figure A. 2. Observed and simulated hydrographs (1961).

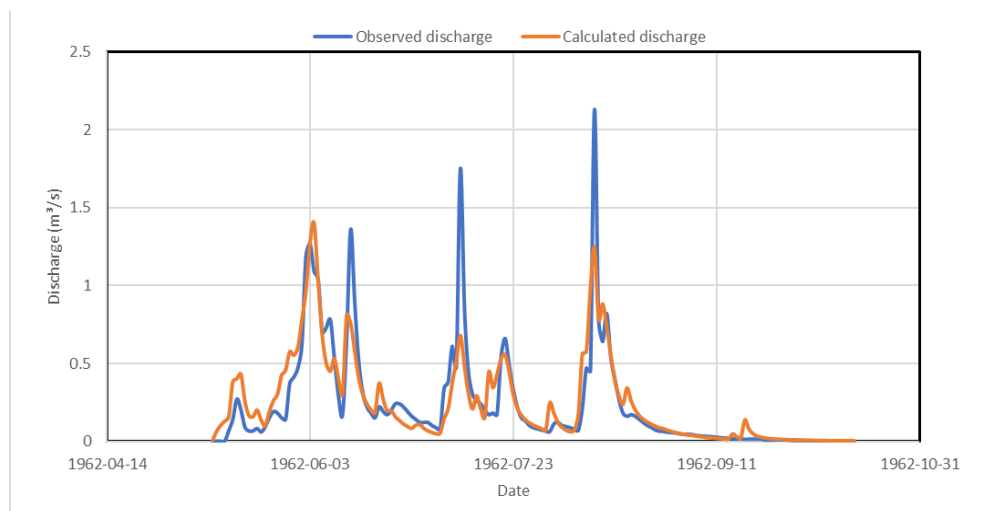


Figure A. 3 Observed and simulated hydrographs (1962).

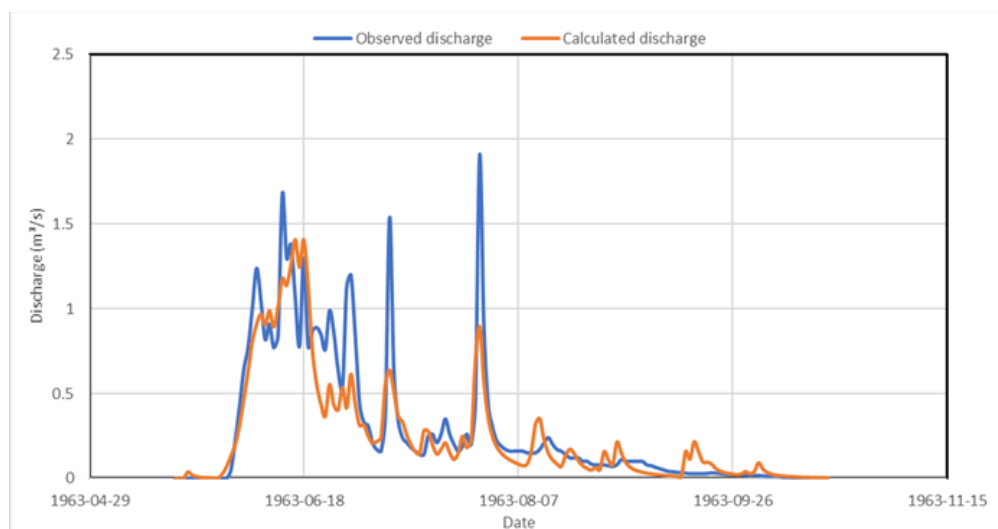


Figure A. 4 Observed and simulated hydrographs (1963).

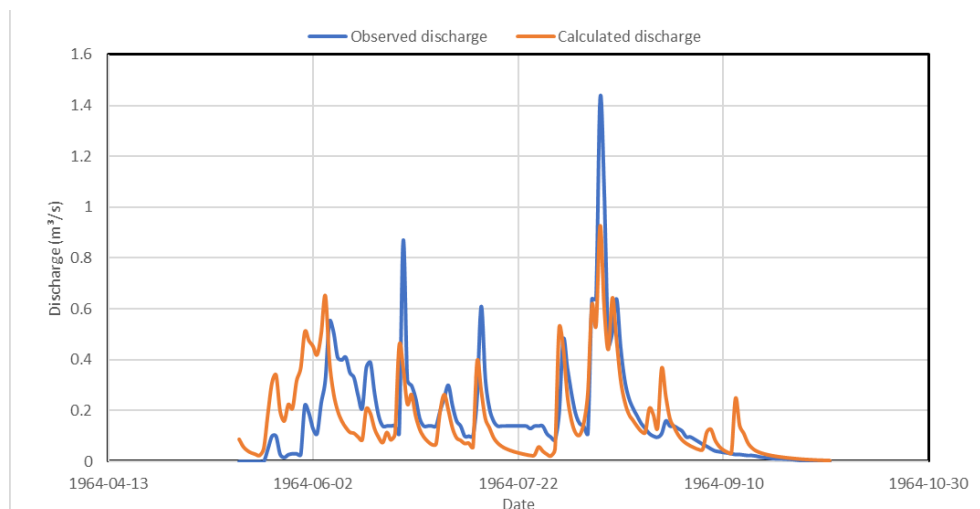


Figure A. 5 Observed and simulated hydrographs (1964).

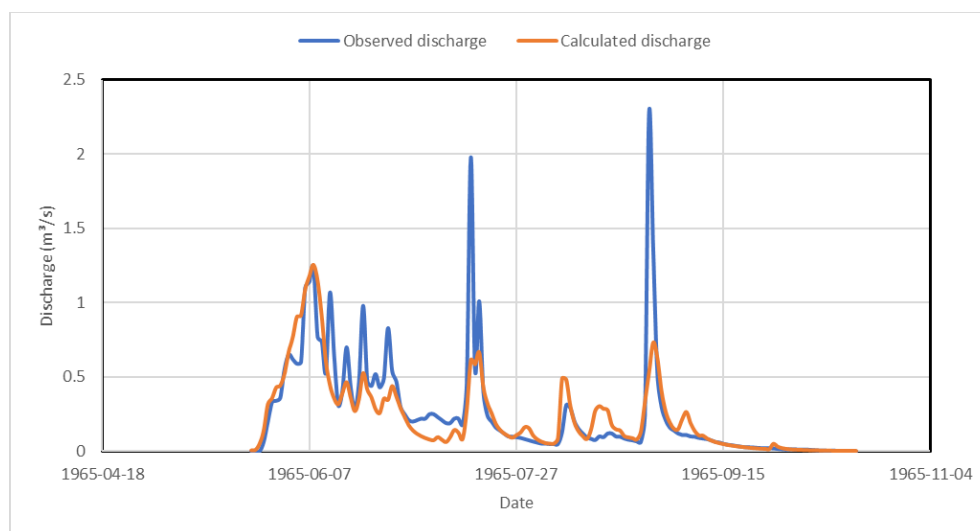


Figure A. 6 Observed and simulated hydrographs (1965).

Appendix C Simulated thaw depth

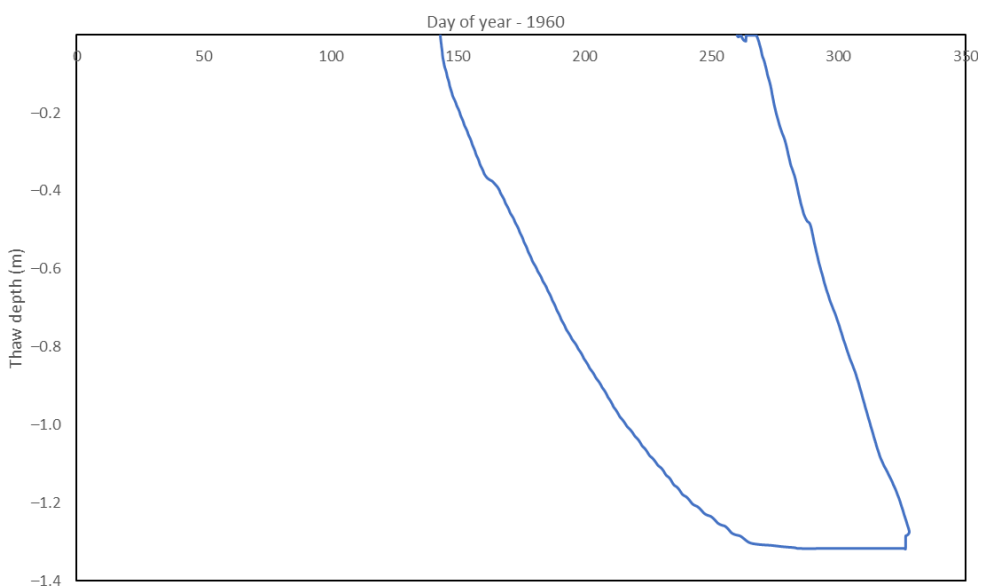


Figure A. 7. Simulated thaw depth (1960).

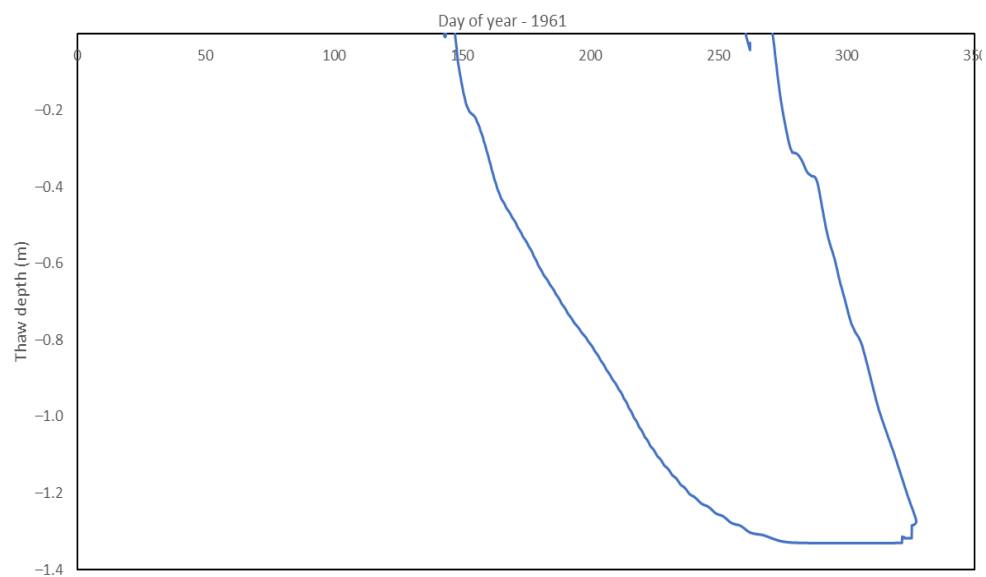


Figure A. 8. Simulated thaw depth (1961).

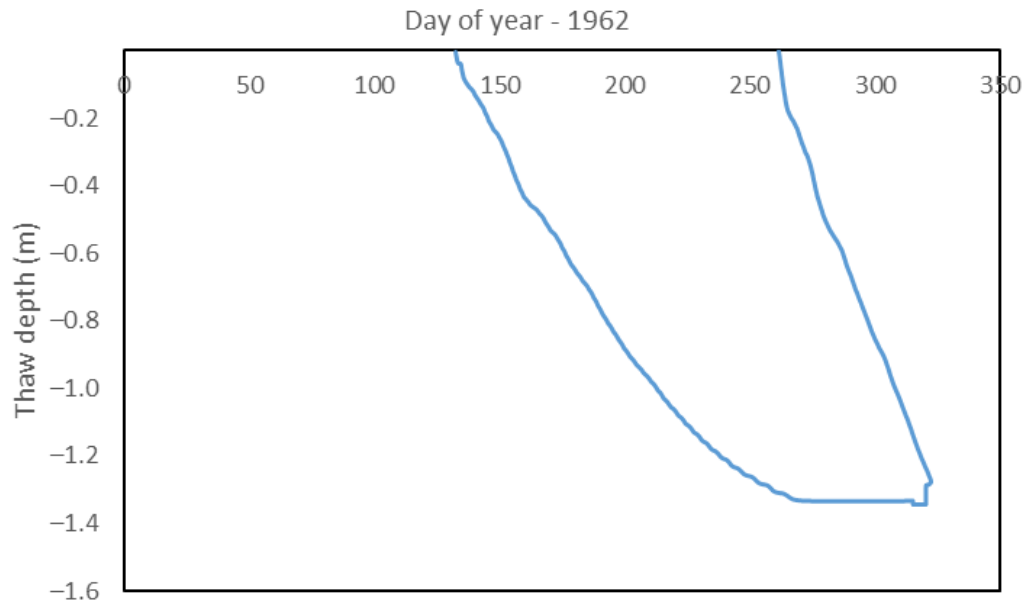


Figure A. 9. Simulated thaw depth (1962).

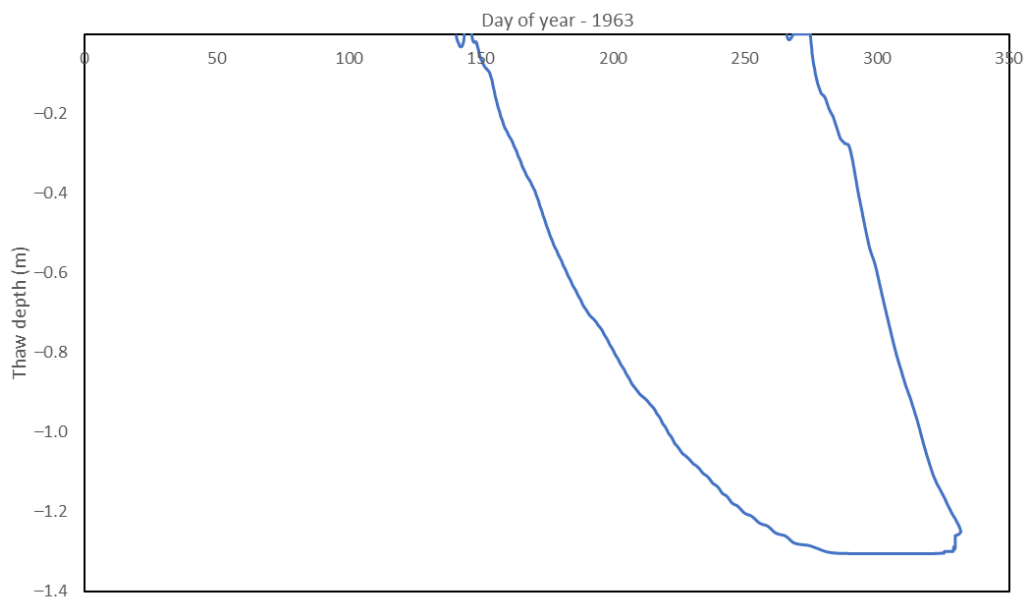


Figure A. 10. Simulated thaw depth (1963).

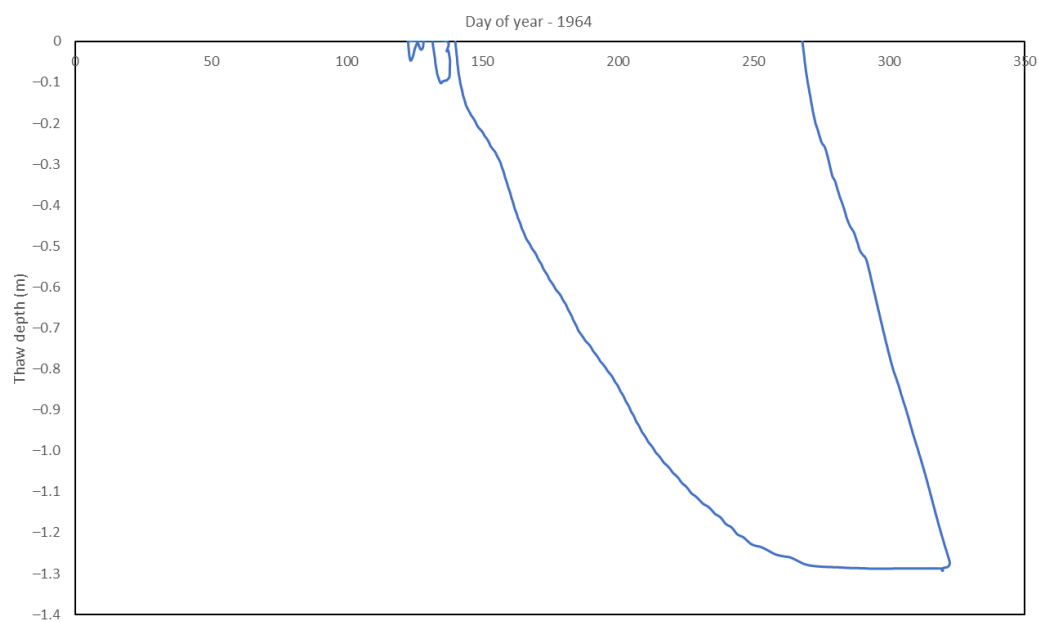


Figure A. 11 Simulated thaw depth (1964).

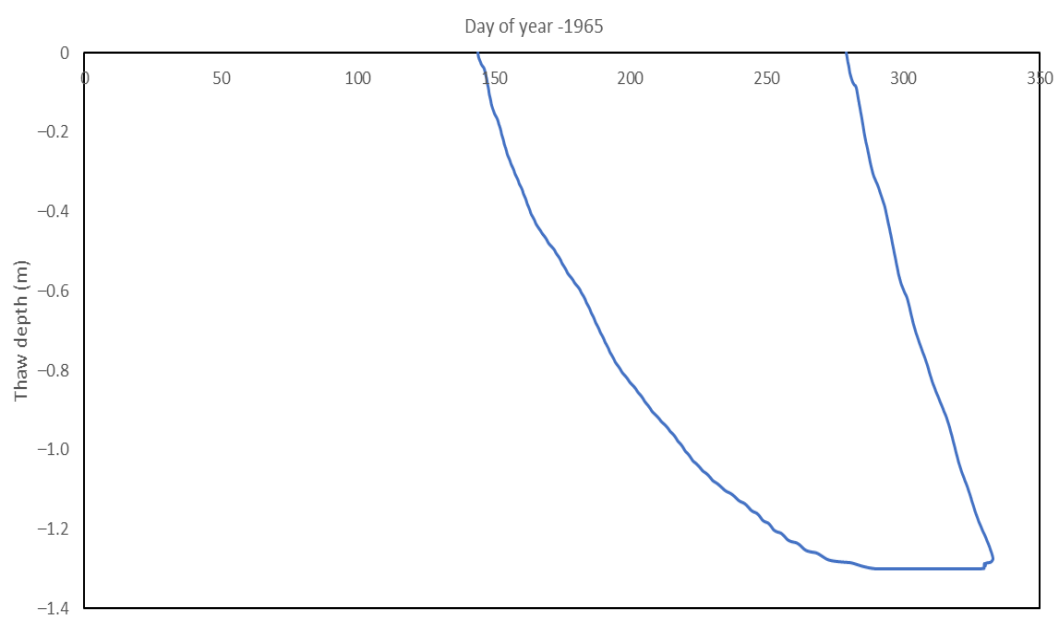


Figure A. 12 Simulated thaw depth (1965).

CHAPITRE 6 DISCUSSION GÉNÉRALE

Une discussion détaillée des résultats a été présentée pour les deux thèmes qui sous-tendent ce travail, respectivement à la section 4.4 et à la section 5.4 pour le transfert de chaleur en milieux poreux et la modélisation hydrologique du bassin nordique considéré.

En ce qui concerne la première thématique, en général, nos résultats ont montré que le début de la période de dégel était le même pour tous les sites analysés et simulés à l'aide de la méthode proposée avec une différence près de quelques jours justifiée par la localisation géographique et les conditions édaphiques propre à chaque site. Un comportement similaire a été relevé pour ce qui est de la durée s'écoulant entre le moment où le gel s'amorce et le moment où le sol est gelé au complet. Par exemple, le gel complet observé du profil a été atteint après 28 jours pour le site #11, 62 jours pour le site #2, et 51 et 60 jours pour les sites #15 et #17, respectivement. D'autre part, la durée de cette période pour les données simulées était d'environ 60 jours pour tous les sites. A l'exception du site #11, la durée de gel calculée semble, dans l'ensemble, s'approcher des valeurs observées.

Les profondeurs de dégel prédites sont similaires à celles des observations avec une erreur, en valeur absolue, variant entre 0,7 et 7,7%. L'erreur relative la plus importante a été obtenue pour le site montagneux dominé par la toundra, alors que l'erreur la plus faible, en valeur absolue, a été celle calculée pour le site situé sur l'éboulis rocheux (site #11) et le site dominé par une forêt de mélèzes (site #17). Les erreurs relatives obtenues pour chacun des sites se comparent bien aux valeurs publiées par (Lebedeva et al., 2014). Ces derniers auteurs ont simulé la profondeur du dégel sur plusieurs années (de 1954 à 1968) et pour plusieurs sites du KWBS. Ils ont obtenu une erreur de +10% pour le site #2 (de 1954 à 1966) et des erreurs respectives de -2,7% et +0,7% pour les sites #11 (de 1956 à 1966) et #15 (de 1960 à 1968). En comparaison avec le modèle présenté par (Lebedeva et al., 2014) qui nécessite plusieurs données d'entrée, lesquelles ne sont pas toujours disponible, notre modèle n'a pas besoin d'être calibré ou d'utiliser des paramètres de modèle prédéfinis; la température du sol comme intrant étant suffisante pour initier le transfert. Les résultats ont montré que l'intensité d'avancement du front gel/dégel est impactée directement par le nombre des couches de sol et la conductivité thermique de ces dernières. L'analyse comparée des sites #11 et #17 (voir Table 4.5), a indiqué que le dégel s'est produit plus rapidement et plus profondément au site #11, qui est constitué de façon homogène de roches ayant une conductivité

thermique plus élevée. Pour une même quantité d'énergie, la profondeur de dégel simulée du site #17 était inférieure de 8% à celle du site #11. Cette tendance a également été observée par (Lebedeva et al., 2014 ; Lebedeva & Semenova, 2013).

Ces résultats étant satisfaisants, l'algorithme de transfert de chaleur a été intégré dans le modèle hydrologique HBV en vue de simuler la réponse hydrologique du bassin du ruisseau Kontaktovy, (KBWS, Russie). Les résultats obtenus ont été comparés à ceux des autres auteurs qui ont travaillé dans le même bassin. Ces auteurs ont utilisé le modèle Hydrograph (Vinogradov et al., 2011b), qui, bien qu'étant un modèle déterministe repose sur le concept de réservoir pour simuler l'humidité du sol comme c'est le cas avec le modèle HBV. Le modèle développé, malgré sa simplicité, a produit des résultats qui restent semblables en ordre de grandeur à ceux de (Lebedeva & Semenova, 2013a) en ce qui concerne le ruissellement. Ces auteurs ont constaté que, pendant la période estivale, le ruissellement se compose principalement de l'écoulement souterrain et d'une petite quantité d'eau de surface provenant principalement des événements pluvieux. En effet, le fait qu'une plus grande quantité d'eau provienne de la zone de vadosse peut également s'expliquer par le fait que les couches de sol considérées ont été caractérisées avec des valeurs de porosité différentes, notamment 0,9 pour la couche supérieure et 0,35 pour la couche inférieure.

Cette configuration permet à la zone de vadosse de contribuer rapidement et en grande quantité à l'écoulement dans le cours d'eau. Dans les résultats présentés par (O. Semenova et al., 2013b) le modèle Hydrograph sous-estime les pics estivaux observés. Les auteurs expliquent cette sous-estimation par le fait que le modèle ne stocke pas suffisamment d'eau dans le sol pendant la période de fonte des neiges pour l'utiliser plus tard. En outre, l'hydrogramme baisse rapidement après la pluie, à telle enseigne que le débit de base revient à zéro, comme c'est le cas durant la période comprise entre octobre et mai. Cependant, en utilisant le modèle HBV-Heat, le débit ne tombe pas à zéro pendant toute la période estivale ; la plupart des pics sont simulés de manière satisfaisante, que ce soit en termes d'occurrence ou de magnitude. En d'autres termes le module de transfert de chaleur crée les conditions de maintien de l'humidité dans le sol pendant toute la période chaude, ce qui conduit à réduire l'écart entre les valeurs simulées et observées ($NSE = 0,74$). Par ailleurs, le modèle HBV-Heat surestime légèrement le débit de pointe juste après la fonte des neiges. Cela s'explique par le fait que l'eau de la fonte des neiges ne peut pas s'infiltrer complètement dans le sol, qui est encore gelé à une grande profondeur, et qu'il y a donc plus de ruissellement de surface. Ce comportement est également rapporté dans (Sugimoto et al., 2003) en particulier pour la forêt

de mélèzes qui faisait partie de la zone d'étude. Il a été indiqué que l'infiltration n'était pas entièrement prise en compte par le modèle, ce qui explique la difficulté d'obtenir une meilleure adéquation avec les observations au tout début de la saison chaude. En ce qui concerne l'équivalent en eau de la neige simulée, malgré l'utilisation de la méthode simple du degré-jour (DD) et la négligence du phénomène d'abattement de la neige, le modèle a pu prédire de manière satisfaisante l'équivalent en eau de la neige obtenu à partir de l'étude de la neige pour toute la période, à l'exception de l'année 1960, qui a été sous-estimée de 54 %.

Le modèle HBV-Heat proposé a également permis d'estimer l'évaporation réelle dans le bassin versant en utilisant une relation simple, qui lie l'évaporation à la teneur en eau du sol. En général, l'évaporation réelle était inférieure à l'évaporation potentielle parce que la teneur en eau du sol était inférieure au point de flétrissement permanent.

Le bilan hydrique calculé est du même ordre de grandeur que celui obtenu pour le grand bassin du KBWS (Lebedeva et al., 2017) sur une période plus longue (1949-1990). Cependant, l'analyse du débit moyen sur cette période (114 mm) montre qu'il reste faible par rapport au débit de 296 mm présenté dans (Zhuravin S.A, 2004) pour la période 1970-1985. Cette disparité des résultats peut être attribuée à la qualité de données d'entrée. Dans les études précédentes, les données de précipitation ont fait l'objet de correction, ce qui a forcément un impact sur les résultats présentés.

Nous aimerions aussi mentionner le fait que la méthodologie établie pour la réalisation de ce travail s'est appuyée sur une modélisation globale faute des données d'entrée pour élaborer un modèle distribué. Il convient, par ailleurs, de rappeler que le bassin analysé se trouve dans une région éloignée où la collecte des données n'est pas aisée. L'élaboration d'un modèle distribué aurait nécessité soit l'acquisition directe des données sur le terrain ou l'utilisation des données existantes et provenant des précédentes études. L'une ou l'autre alternative n'a pas été possible, c'est pour cette raison que le recours à la modélisation globale se présentait comme la seule issue raisonnable dans le contexte de cette étude. Les raisons évoquées ci-haut ainsi que les objectifs établis nous ont conduit à privilégier un modèle conceptuel (HBV) pour les simulations hydrologiques. La simplicité, la versatilité ainsi que la rapidité dans l'exécution des calculs ont été déterminants dans ce choix.

CHAPITRE 7 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

La modélisation de la réponse hydrologique d'un bassin situé dans un environnement de pergélisol continu est une activité complexe et essentielle pour l'évaluation des ressources en eau et la construction d'infrastructures. Le phénomène de gel-dégel saisonnier, dont dépend largement l'activité hydrologique tout au long de l'année, mérite une attention particulière en raison de son rôle dans l'infiltration. Dans ce contexte, un modèle intégrant un module de transfert de chaleur dans les milieux poreux avec un modèle de transformation des précipitations, appelé modèle HBV-Heat dans cette étude, a été proposé pour évaluer les différentes composantes du bilan hydrique d'un sous-bassin du ruisseau Kantaktovy, situé en Sibérie orientale, en Russie. La méthodologie s'est déclinée en deux grandes étapes.

Dans la première étape, un algorithme de transfert de chaleur en milieu poreux a été élaboré. Il a été appliqué sur un profil de sol multicouches, à l'aide d'un schéma implicite de différences finies. La validation de l'algorithme proposé a été réalisée par comparaison avec la solution de Stefan et une méthode explicite. La méthode proposée a donné des résultats comparables à ceux de la solution exacte pour le mélange eau-glace dans la zone mixte (ϕ), égal à 0,5, et ce, quelle que soit la résolution de la grille de calcul utilisé. Cependant, les résultats de la méthode explicite sont comparables à ceux de la solution exacte pour différentes valeurs de ϕ et différentes résolutions. Il a été démontré que la méthode proposée est plus rapide que la méthode explicite et qu'elle nécessite un maximum de huit (8) itérations à chaque pas de temps avant de converger. La performance de la méthode proposée a également été évaluée en comparant les profondeurs de dégel simulées avec celles des observations obtenues à la station KWBS. Les valeurs simulées se rapprochent des données d'observation avec une erreur relative en valeur absolue, variant entre 0,7 et 7,7%. L'erreur la plus importante concernait le site situé sur un terrain montagneux dominé par la toundra, tandis que l'erreur la plus faible concernait le site caractérisé par un talus rocheux. En outre, la méthode proposée a simulé une période de gel complète du profil du sol qui a duré environ 60 jours pour tous les sites.

Dans la seconde étape, le couplage de l'algorithme de transfert de chaleur avec HBV a été réalisé, puis le modèle subséquent, HBV-Heat a été calibré. La période de calibration s'est étalée sur six ans et a permis l'obtention des paramètres optimaux du modèle. Une comparaison, année par année, entre le modèle HBV-Heat et le modèle HBV standard a été complétée en vue d'évaluer la

performance de l'approche de modélisation proposée. Le modèle HBV-Heat est plus performant, avec une efficacité de Nash Sutcliffe (NSE) de 0,74 contre 0,54 pour le modèle standard. Le modèle proposé a été recommandé pour une analyse plus approfondie, bien que l'efficacité ait été réduite de 31% durant la période de validation (1977-1981) en raison de différences dans la qualité des données d'entrée utilisées. En ce qui concerne les éléments du bilan hydrique, les résultats obtenus ne diffèrent pas de manière significative des valeurs observées ou simulées et présentées dans les études précédentes (Makarieva et al., 2018a; Zhuravin S.A, 2004). Le ruissellement de surface ou les précipitations effectives représentent 64 % des précipitations observées (pluie et neige). L'équivalent en eau de la neige simulé est aussi comparable à celui des observations. On note une erreur qui varie entre 3,3% et 7,5% pour les années 1961, 1962, 1965 et 1965 alors que l'erreur est respectivement égale à 45 et 13% pour les années 1960 et 1964. L'évaporation-transpiration a été la composante la plus difficile à évaluer, compte tenu de la qualité des données disponibles. En comparant les résultats de la période 1960-1965, les valeurs calculées surestiment de 29% les valeurs observées pour la même période. Lorsque la comparaison est faite avec une période plus longue (1949-1990), les résultats obtenus sous-estiment les valeurs observées de 30%.

Les résultats que nous avons présentés sont satisfaisants dans l'ensemble et nous montrent que l'approche de modélisation que nous avons établie est très prometteuse malgré certaines insuffisances que nous avons relevées.

En effet, le modèle HBV simplifie les processus hydrologiques complexes en composants conceptuels, qui peuvent ne pas refléter entièrement la variabilité spatiale et temporelle des processus réels. Nous avons supposé une homogénéité spatiale au sein du bassin en procédant par une modélisation globale. Cette approche ne représente pas avec précision l'hétérogénéité de l'utilisation des terres, des types de sol et de la topographie au sein du bassin versant même si l'ajout de l'algorithme de transfert de chaleur était crucial.

Ce faisant, nous recommandons des modifications du module de neige pour améliorer les résultats, notamment en incluant des fonctions capables de prendre en compte l'abatement de la neige, qui est un phénomène important dans la distribution de la neige dans les régions subarctiques.

Des améliorations sont aussi nécessaires au niveau de l'algorithme de transfert de chaleur afin de lui permettre de fonctionner même en période de neige, ce qui devrait permettre des simulations des changements climatiques sur un horizon plus lointain. En effet, un modèle 2-D a été proposé,

cependant, pour la validation, le transfert de chaleur n'a été considéré que sur une seule dimension, l'advection étant négligée compte tenu du fait que le bassin se trouve en région de permafrost continu. Malgré cette limitation des hypothèses émises, les résultats présentés ci-haut sont très satisfaisants.

Il va sans dire que la prise en compte de l'advection sera cruciale lorsqu'il sera question d'analyser l'impact des changements climatiques sur la réponse hydrologique du bassin. Les hypothèses qui sous-tendent le modèle proposé devront alors être revues et adaptées pour obtenir plus des précisions dans les prédictions.

RÉFÉRENCES

- Aghakouchak, A., Nakhjiri, N., & Habib, E. (2013). An educational model for ensemble streamflow simulation and uncertainty analysis. *Hydrology and Earth System Sciences*, 17(2), 445–452. <https://doi.org/10.5194/hess-17-445-2013>
- Ahmed, N., Wang, G., Booij, M. J., Marhaento, H., Pordhan, F. A., Ali, S., Munir, S., & Hashmi, M. Z.-R. (2022). Variations in hydrological variables using distributed hydrological model in permafrost environment. *Ecological Indicators*, 145, 109609. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2022.109609>
- Alexiades, V., & Solomon, A. D. (1993). Mathematical Modeling of Melting and Freezing Processes. In *Hemisphere Publishing Corporation*. <https://doi.org/10.1115/1.2930032>
- AMAP. (2011). *Snow, Water, Ice and Permafrost in the Arctic (SWIPA): Climate Change and the Cryosphere*. Arctic Monitoring and Assessment Programme (AMAP) (p. xii +538) [Scientific]. <http://hdl.handle.net/11374/699>
- Ancil, F., Rousselle, J., & Lauzon, N. (2007). *Hydrologie—Cheminement de l'eau*. Presses Internationales Polytechnique.
- Anisimov, O., & Reneva, S. (2006). Permafrost and Changing Climate: The Russian Perspective. *Ambio*, 35(4), 169–175.
- Armstrong, R. N., Pomeroy, J. W., & Martz, L. W. (2010). Estimating evaporation in a prairie landscape under drought conditions. *Canadian Water Resources Journal*, 35(2), 173–186. <https://doi.org/10.4296/cwrj3502173>
- ASCE. (1993). Criteria for Evaluation of Watershed Models. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 119(3), 429–442. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9437\(1993\)119:3\(429\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9437(1993)119:3(429))
- Bedient, P., B., Huber, W., C., & Vieux, B., E. (2018). *Hydrology and Floodplain Analysis*. Pearson.
- Berggren, W. P. (1943). Prediction of temperature-distribution in frozen soils. *Eos Trans. AGU*, 24(3). <https://doi.org/10.1029/TR024i003p00071>
- Bergström, S. (1976). Development and Application of a Conceptual Runoff Model for Scandinavian Catchments. *Smhi, RHO* 7(11), 134.

- Bergström, S. (1992). The HBV Model: Its Structure and Applications. *Swedish Meteorological and Hydrological Institute (SMHI), Norrköping*.
- Bergström, S., & Forsman, A. (1973). Development of a conceptual deterministic rainfall-runoff model. *Nordic Hydrol. 4. Nordic Hydrology*, 4, 147–170.
- Bernard-Grand'Maison, C., & Pollard, W. (2018). An estimate of ice wedge volume for a High Arctic polar desert environment, Fosheim Peninsula, Ellesmere Island. *The Cryosphere*, 12(11), 3589–3604. <https://doi.org/10.5194/tc-12-3589-2018>
- Bonacina, C., Comini, G., Fasano, A., & Primicerio, M. (1973). Numerical solution of phase-change problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 16(10), 1825–1832. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(73\)90202-0](https://doi.org/10.1016/0017-9310(73)90202-0)
- Brent, A. D., Voller, V. R., & Reid, K. J. (1988). Enthalpy-porosity technique for modeling convection-diffusion phase change: Application to the melting of a pure metal. *Numerical Heat Transfer*, 13(3), 297–318. <https://doi.org/10.1080/10407788808913615>
- Brown, J. (2008). *A Permafrost Observatory at Barrow , Alaska: Long-term Observations of Active-Layer Thickness and Permafrost Temperature* A Permafrost Observatory at Barrow , Alaska: Long-Term Observations of Active-Layer Thickness and Permafrost Temperature. April 2015, 1267–1272.
- Bui, M. T., Lu, J., & Nie, L. (2020). A review of hydrological models applied in the permafrost-dominated Arctic region. *Geosciences (Switzerland)*, 10(10), 1–27. <https://doi.org/10.3390/geosciences10100401>
- Burn, C. R., & Zhang, Y. (2009). Permafrost and climate change at Herschel Island (Qikiqtaruk), Yukon Territory, Canada. *Journal of Geophysical Research*, 114(F2), F02001. <https://doi.org/10.1029/2008JF001087>
- Caplat, G. (2008). *Modèles et métamodèles*. Presses polytechniques et universitaires romandes.
- Carslaw, H. S., & Jaeger, J. S. (1959). *Conduction of heat in solids*. Oxford Clarendon Press.
- Changwei, X., & Gough, W. A. (2013). A simple thaw-freeze algorithm for a multi-layered soil using the stefan equation. *Permafrost and Periglacial Processes*, 24(3), 252–260. <https://doi.org/10.1002/ppp.1770>

- Chen, J., Wu, Y., O'Connor, M., Cardenas, M. B., Schaefer, K., Michaelides, R., & Kling, G. (2020). Active layer freeze-thaw and water storage dynamics in permafrost environments inferred from InSAR. *Remote Sensing of Environment*, 248(July), 112007. <https://doi.org/10.1016/j.rse.2020.112007>
- Cho, H. S., & Sunderland, J. E. (1974). Phase change problems with temperature-dependent thermal conductivity. *ASME*.
- COUCH EJ & KELLER HH. (1970). Permafrost thawing around producing oil wells. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, 9(2), 107–111.
- Crank, J. (1984). *Free and Moving Boundary Problems* by J. Crank (z-lib.org).pdf.
- Danalia, I; Moglan, R.; Hecht, F.; Le Masson, S. (2014). A newton method with adaptive finite elements for solving phase-change problems with natural convection,. *Journal of Computational Physics*, 274, 826–840.
- Dauzhenka, T. A., & Gishkeluk, I. A. (2013). Quasilinear Heat Equation in Three Dimensions and Stefan Problem in Permafrost Soils in the Frame of Alternating Directions Finite Difference Scheme. *World Congress on Engineering : WCE 2013 : 3-5 July, 2013, Imperial College London, London, U.K.*, 2249.
- Derksen, C., Burgess, D., Duguay, C., Howell, S., Mudryk, L., Smith, S., Thackeray, C., & Kirchmeier-Young, M. (2019). « Évolution de la neige, de la glace et du pergélisol à l'échelle du Canada », chapitre 5 du *Rapport sur le climat changeant du Canada*, E. Bush et D.S. (pp. 195–260). Lemmen (éd.),gouvernement du Canada.
- Dingman, L. S. (2015). *Physical hydrology*. Waveland Press, Inc.
- Dobinski, W. (2011). Permafrost. *Earth-Science Reviews*, 108(3–4), 158–169. <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2011.06.007>
- Dutil, Y., Rousse, D. R., Salah, N. B., Lassue, S., & Zalewski, L. (2011). A review on phase-change materials: Mathematical modeling and simulations. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15(1), 112–130. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2010.06.011>
- Egolf, P. W., & Manz, H. (1994). Theory and modeling of phase change materials with and without mushy regions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 37(18), 2917–2924. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(94\)90346-8](https://doi.org/10.1016/0017-9310(94)90346-8)

- Ekici, A., Beer, C., Hagemann, S., Boike, J., Langer, M., & Hauck, C. (2014). Simulating high-latitude permafrost regions by the JSBACH terrestrial ecosystem model. *Geoscientific Model Development*, 7(2), 631–647. <https://doi.org/10.5194/gmd-7-631-2014>
- Fachionotti, V.D., Cardona, A., & Huespe, A.E. (1999). A fast convergent and accurate temperature model for phase-change heat conduction. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 44, no.12, 1863–1884.
- Flerchinger, G., & Saxton, K. (1989). Simultaneous heat and water model of a freezing snow-residue-soil system I. Theory and development. *Trans. ASAE*, 32(2), 565–571.
- Forbes, A. C., & Lamoureux, S. F. (2005). Climatic controls on streamflow and suspended sediment transport in three large middle arctic catchments, Boothia Peninsula, Nunavut, Canada. *Arctic, Antarctic, and Alpine Research*, 37(3), 304–315. [https://doi.org/10.1657/1523-0430\(2005\)037\[0304:CCOSAS\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.1657/1523-0430(2005)037[0304:CCOSAS]2.0.CO;2)
- Furzeland, R. M. (1980). A comparative study of numerical methods for moving boundary problems. *IMA Journal of Applied Mathematics (Institute of Mathematics and Its Applications)*, 26(4), 411–429. <https://doi.org/10.1093/imamat/26.4.411>
- Gao, H., Wang, J., Yang, Y., Pan, X., Ding, Y., & Duan, Z. (2021). Permafrost Hydrology of the Qinghai-Tibet Plateau: A Review of Processes and Modeling. *Frontiers in Earth Science*, 8. <https://doi.org/10.3389/feart.2020.576838>
- Goodrich, L. E. (1982). *Efficient numerical technique for one-dimensional thermal problems with phase change*. 71, 2221–2230.
- Gouttevin, I., Krinner, G., Ciais, P., Polcher, J., & Legout, C. (2012). Multi-scale validation of a new soil freezing scheme for a land-surface model with physically-based hydrology. *Cryosphere*, 6(2), 407–430. <https://doi.org/10.5194/tc-6-407-2012>
- Govorushko, S. (2014). *Cryogenic processes and their impact on infrastructures* (pp. 1–66).
- Granger, R. J., Gray, D. M., & Dyck, G. E. (1984). Snowmelt infiltration to frozen Prairie soils. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 21(6), 669–677. <https://doi.org/10.1139/e84-073>

- Gupta, H. V., Sorooshian, S., & Yapo, P. O. (1999). Status of Automatic Calibration for Hydrologic Models: Comparison with Multilevel Expert Calibration. *Journal of Hydrologic Engineering*, 4(2), 135–143. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(1999\)4:2\(135\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(1999)4:2(135))
- Gusev, E. M. (1989). Infiltration of water into soil during melting of snow. *Water Resources*, 16(2), 108–122.
- Gusev, E. M., Nasonova, O. N., & Dzhogan, L. Y. (2006). The simulation of runoff from small catchments in the permafrost zone by the SWAP model. *Water Resources*, 33(2), 115–126. <https://doi.org/10.1134/S0097807806020011>
- Guymon, G. L., & Luthin, J. N. (1974). A coupled heat and moisture transport model for Arctic soils. *Water Resources Research*, 10(5), 995–1001. <https://doi.org/10.1029/WR010i005p00995>
- Hayashi, M. (2013). The Cold Vadose Zone: Hydrological and Ecological Significance of Frozen-Soil Processes. *Vadose Zone Journal*, 12(4), 1–8. <https://doi.org/10.2136/vzj2013.03.0064>
- Hayashi, M., Goeller, N. T., Quinton, W. L., & Wright. (2007). A simple heat-conduction method for simulating the frost-table depth in hydrological models. *Hydrological Processes*, 21. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.35.101101.161105>
- Hidalgo, I. G., Paredes-Arquiola, J., Andreu, J., Lerma-Elvira, N., Lopes, J. E. G., & Cioffi, F. (2020). Hydropower generation in future climate scenarios. *Energy for Sustainable Development*, 59, 180–188. <https://doi.org/10.1016/j.esd.2020.10.007>
- Hinkel, K. M. & James R. J. Nicholas. (1995). Active Layer Thaw Rate at a Boreal Forest Site in Central Alaska, U.S.A. *Arctic and Alpine Research*, 27(1), 72–80. JSTOR. <https://doi.org/10.2307/1552069>
- Hinzman, L. D., & Kane, D. L. (1991). Snow hydrology of a headwater Arctic basin: 2. Conceptual analysis and computer modeling. *Water Resources Research*, 27(6), 1111–1121. <https://doi.org/10.1029/91WR00261>
- Jansen, K. F., Teuling, A. J., Craig, J. R., Dal Molin, M., Knoben, W. J. M., Parajka, J., Vis, M., & Melsen, L. A. (2021). Mimicry of a Conceptual Hydrological Model (HBV): What's in a Name? *Water Resources Research*, 57(5). <https://doi.org/10.1029/2020WR029143>

- Javierre, E., Vuik, C., Vermolen, F. J., & van der Zwaag, S. (2006). A comparison of numerical models for one-dimensional Stefan problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 192(2), 445–459. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2005.04.062>
- Jumikis, A. R. (1955). The frost penetration problem in highway engineering. *New Brunswick, New Jersey :Rutgers Univ. Press.*
- Jumikis, A. R. (1977). *Thermal geotechnics* (N. J. : R. U. P. New Brunswick, Ed.).
- Kane, D. L., & Yang, D. (2004). Northern Research Basins Water Balance. In *Northern research basins water balance. : Mar 2004, — (Issue January).*
- Kersten, M. S. (1959). Frost penetration: Relationship to air temperature and other factors. *Highway Research Board Bulletin*, 225, pp.45-80.
- Krogh, S. A., Pomeroy, J. W., & Marsh, P. (2017). Diagnosis of the hydrology of a small Arctic basin at the tundra-taiga transition using a physically based hydrological model. *Journal of Hydrology*, 550, 685–703. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2017.05.042>
- Kuchment, L., & Gelfan, A. (2009). Assessing parameters of physically-based models for poorly gauged basins. *IAHS-AISH Publication*, 333(September), 3–10.
- Kudryavtsev, V.A., Garagulya, L.S., Melamed, V. G. (1977). *Fundamentals of frost forecasting in Geological Engineering Investigations (Osnovy Merzlotnogo Prognoza pri Inzhenerno-Geologicheskikh Issledovaniyakh)* (p. 496). COLD REGIONS RESEARCH AND ENGINEERING LAB HANOVER N H.
- Kurylyk, B. L., & Hayashi, M. (2016). Improved Stefan Equation Correction Factors to Accommodate Sensible Heat Storage during Soil Freezing or Thawing. *Permafrost and Periglacial Processes*, 27(2), 189–203. <https://doi.org/10.1002/ppp.1865>
- Kurylyk, B. L., & Macquarrie, K. T. B. (2014). A new analytical solution for assessing climate change impacts on subsurface temperature. *Hydrological Processes*, 28(7), 3161–3172. <https://doi.org/10.1002/hyp.9861>
- Kurylyk, B. L., McKenzie, J. M., MacQuarrie, K. T. B., & Voss, C. I. (2014). Analytical solutions for benchmarking cold regions subsurface water flow and energy transport models: One-dimensional

- soil thaw with conduction and advection. *Advances in Water Resources*, 70, 172–184.
<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2014.05.005>
- Kurylyk, B. L., & Watanabe, K. (2013). The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils. *Advances in Water Resources*.
<https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2013.07.016>
- Landau, H. G. (1950). Heat conduction in a melting solid. *Quarterly of Applied Mathematics*, 8, 81–94.
- Langford, J. E., Schincariol, R. A., Nagare, R. M., Quinton, W. L., & Mohammed, A. A. (2020). Transient and Transition Factors in Modeling Permafrost Thaw and Groundwater Flow. *Groundwater*, 58(2), 258–268. <https://doi.org/10.1111/gwat.12903>
- Lebedeva, L. S., Makarieva, O. M., & Vinogradova, T. A. (2017). Spatial variability of the water balance elements in mountain catchments in the North-East Russia (case study of the Kolyma Water Balance Station). *Meteorology Hydrology J (In Russian)*, 4, 90–101.
- Lebedeva, L., & Semenova, O. (2013a). Coupled modelling of soil thaw/freeze dynamics and runoff generation in permafrost landscapes, Upper Kolyma, Russia. *IAHS-AISH Proceedings and Reports*, 360(July), 118–124.
- Lebedeva, L., & Semenova, O. (2013b). Use of soil thaw/freeze depth data to verify hydrological_Lebedeva. *Die Bodenkultur*, 64 (3–4).
- Lebedeva, L., Semenova, O., & Vinogradova, T. (2014). Simulation of active layer dynamics, upper kolyma, russia, using the hydrograph hydrological model. *Permafrost and Periglacial Processes*, 25(4), 270–280.
<https://doi.org/10.1002/ppp.1821>
- Liu, L., Schaefer, K., Zhang, T., & Wahr, J. (2012). Estimating 1992–2000 average active layer thickness on the Alaskan North Slope from remotely sensed surface subsidence. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 117(1). <https://doi.org/10.1029/2011JF002041>
- Liu, L., Zhang, T., & Wahr, J. (2010). InSAR measurements of surface deformation over permafrost on the North Slope of Alaska. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 115(3).
<https://doi.org/10.1029/2009JF001547>

- Lubini, A. T., & Fuamba, M. (2019). Discussion of “Seasonal frost penetration in pavements with multiple layers” by Yang Zhang, Robert Horton, David J. White, and Pavana K. R. Vennapusa. *Journal of Cold Regions Engineering*, 33(2). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CR.1943-5495.0000159](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CR.1943-5495.0000159)
- Lubini Tshumuka, A., Krimi, A., & Fuamba, M. (2022). Modeling Heat Transfer through Permafrost Soil Subjected to Seasonal Freeze-Thaw. *Land*, 11(10). <https://doi.org/10.3390/land11101770>
- Lunardini, V. (1998). Effect of convective heat transfer on thawing of frozen soil. *Of the 7th International Conference On*, 55, 689–695.
- Lunardini, V. J. (1981). *Heat transfer in cold climates*. Litton Educational Publishing, Inc.
- Luo, D., Jin, H., Bense, V. F., Jin, X., & Li, X. (2020). Hydrothermal processes of near-surface warm permafrost in response to strong precipitation events in the Headwater Area of the Yellow River, Tibetan Plateau. *Geoderma*, 376, 114531. <https://doi.org/10.1016/J.GEODERMA.2020.114531>
- Mackenzie, J. A., & Robertson, M. L. (2000). The Numerical Solution of One-Dimensional Phase Change Problems Using an Adaptive Moving Mesh Method. *Journal of Computational Physics*, 161(2), 537–557. <https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6511>
- Makarieva, O., Nesterova, N., Lebedeva, L., & Sushansky, S. (2017). *Water-balance and hydrology database for a mountainous permafrost watershed in the up-streams of the Kolyma River, Russia—The Kolyma Water-Balance Station, 1948-1997*. PANGAEA. <https://doi.org/10.1594/PANGAEA.881731>
- Makarieva, O., Nesterova, N., Lebedeva, L., & Sushansky, S. (2018a). Water balance and hydrology research in a mountainous permafrost watershed in upland streams of the Kolyma River, Russia: A database from the Kolyma Water-Balance Station, 1948-1997. *Earth System Science Data*, 10(2), 689–710. <https://doi.org/10.5194/essd-10-689-2018>
- Makarieva, O., Nesterova, N., Lebedeva, L., & Sushansky, S. (2018b). Water balance and hydrology research in a mountainous permafrost watershed in upland streams of the Kolyma River, Russia: A database from the Kolyma Water-Balance Station, 1948–1997. *Earth System Science Data*, 10(2), 689–710. <https://doi.org/10.5194/essd-10-689-2018>

- McClymont, A. F., Hayashi, M., Bentley, L. R., & Christensen, B. S. (2013). Geophysical imaging and thermal modeling of subsurface morphology and thaw evolution of discontinuous permafrost. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 118(3), 1826–1837. <https://doi.org/10.1002/jgrf.20114>
- McKenzie, J. M., Voss, C. I., & Siegel, D. I. (2007). Groundwater flow with energy transport and water-ice phase change: Numerical simulations, benchmarks, and application to freezing in peat bogs. *Advances in Water Resources*, 30(4), 966–983. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2006.08.008>
- Mein, R. G., & Larson, C. L. (1973). Modeling infiltration during a steady rain. *Water Resources Research*, 9(2), 384–394. <https://doi.org/10.1029/WR009i002p00384>
- Meyer, G. H. (1973). Multidimensional stefan problems. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 10, no. 3, 522–538.
- Murray, W. D., & Landis, F. (1959). Numerical and Machine Solutions of Transient Heat-Conduction Problems Involving Melting or Freezing: Part I—Method of Analysis and Sample Solutions. *Journal of Heat Transfer*, 81(2), 106–112. <https://doi.org/10.1115/1.4008149>
- Nakai, T., Kim, Y., Busey, R. C., Suzuki, R., Nagai, S., Kobayashi, H., Park, H., Sugiura, K., & Ito, A. (2013). Characteristics of evapotranspiration from a permafrost black spruce forest in interior Alaska. *Polar Science*, 7(2), 136–148. <https://doi.org/10.1016/j.polar.2013.03.003>
- Nakano, Y., & Brown, J. (1972). *Mathematical Modeling and Validation of the Thermal Regimes in Tundra Soils , Barrow , Alaska MATHEMATICAL MODELING AND VALIDATION OF THE*. 0851.
- Nash, J. E., & Sutcliffe, J. V. (1970). River flow forecasting through conceptual models part I — A discussion of principles. *Journal of Hydrology*, 10(3), 282–290. [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(70\)90255-6](https://doi.org/10.1016/0022-1694(70)90255-6)
- Nixon, J. F., & McRoberts, E. C. (1973). A Study of Some Factors Affecting the Thawing of Frozen Soils. *Canadian Geotechnical Journal*.
- Noetzle, J., Gruber, S., Kohl, T., Salzmann, N., & Haeberli, W. (2007). Three-dimensional distribution and evolution of permafrost temperatures in idealized high-mountain topography. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 112(2). <https://doi.org/10.1029/2006JF000545>
- Noetzli, J., & Gruber, S. (2009). Transient thermal effects in Alpine permafrost. *Cryosphere*, 3(1), 85–99. <https://doi.org/10.5194/tc-3-85-2009>

- Osterkamp, T. E., & Burn, C. R. (2003). *PERMAFROST* (J. R. B. T.-E. of A. S. Holton, Ed.; pp. 1717–1729). Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B0-12-227090-8/00311-0>
- Painter, S. L., Coon, E. T., Atchley, A. L., Berndt, M., Garimella, R., Moulton, J. D., Svyatskiy, D., & Wilson, C. J. (2016). Integrated surface/subsurface permafrost thermal hydrology: Model formulation and proof-of-concept simulations. *Water Resources Research*, 52(8). <https://doi.org/10.1002/2015WR018427>
- Pomeroy, J. W., Gray, D. M., Brown, T., Hedstrom, N. R., Quinton, W. L., Granger, R. J., & Carey, S. K. (2007). The cold regions hydrological model: A platform for basing process representation and model structure on physical evidence. *Hydrological Processes*. <https://doi.org/10.1002/hyp.6787>
- Rawlins, M. A., Nicolsky, D. J., McDonald, K. C., & Romanovsky, V. E. (2013). Simulating soil freeze/thaw dynamics with an improved pan-Arctic water balance model. *Journal of Advances in Modeling Earth Systems*, 5(4), 659–675. <https://doi.org/10.1002/jame.20045>
- Riseborough, D., Canada, N. R., Shiklomanov, N., & Gruber, S. (2008). *Recent Advances in Permafrost Modeling*. April. <https://doi.org/10.1002/ppp.615>
- Romanovsky, V. E., Smith, S. L., & Christiansen, H. H. (2010). Permafrost thermal state in the polar Northern Hemisphere during the international polar year 2007–2009: A synthesis. *Permafrost and Periglacial Processes*, 21(2), 106–116. <https://doi.org/10.1002/ppp.689>
- Rooney, E. C., Bailey, V. L., Patel, K. F., Dragila, M., Battu, A. K., Buchko, A. C., Gallo, A. C., Hatten, J., Possinger, A. R., Qafoku, O., Reno, Loren. R., SanClements, M., Varga, T., & Lybrand, R. A. (2022). Soil pore network response to freeze-thaw cycles in permafrost aggregates. *Geoderma*, 411, 115674. <https://doi.org/10.1016/j.geoderma.2021.115674>
- Schoeneich, P., & Fabre, D. (2018). Le permafrost. In *Encyclopédie de l'environnement* (pp. 1–6). : <http://www.encyclopedie-environnement.org/?p=2195>
- Schuur, E. A. G., McGuire, A. D., Schädel, C., Grosse, G., Harden, J. W., Hayes, D. J., Hugelius, G., Koven, C. D., Kuhry, P., Lawrence, D. M., Natali, S. M., Olefeldt, D., Romanovsky, V. E., Schaefer, K., Turetsky, M. R., Treat, C. C., & Vonk, J. E. (2015). Climate change and the permafrost carbon feedback. *Nature*, 520(7546), 171–179. <https://doi.org/10.1038/nature14338>

- Seibert, J., & Bergström, S. (2022). A retrospective on hydrological catchment modelling based on half a century with the HBV model. *Hydrology and Earth System Sciences*, 26(5), 1371–1388. <https://doi.org/10.5194/hess-26-1371-2022>
- Seibert, J., & Vis, M. J. P. (2012). Teaching hydrological modeling with a user-friendly catchment-runoff-model software package. *Hydrology and Earth System Sciences*, 16(9), 3315–3325. <https://doi.org/10.5194/hess-16-3315-2012>
- Semenova, O., Lebedeva, L., & Vinogradov, Y. (2013a). Simulation of subsurface heat and water dynamics, and runoff generation in mountainous permafrost conditions, in the Upper Kolyma River basin, Russia. *Hydrogeology Journal*, 21(1), 107–119. <https://doi.org/10.1007/s10040-012-0936-1>
- Semenova, O., Lebedeva, L., & Vinogradov, Y. (2013b). Simulation of subsurface heat and water dynamics_Semenova. *Hydrogeology Journal*, 21, 107–119.
- Semenova, O. M., & Vinogradova, T. A. (2009). A universal approach to runoff processes modelling: Coping with hydrological predictions in data-scarce regions. *IAHS-AISH Publication*, 333(September), 11–19.
- Semenova, O., Vinogradov, Y., Vinogradova, T., & Lebedeva, L. (2014). Simulation of soil profile heat dynamics and their integration into hydrologic modelling in a permafrost zone. *Permafrost and Periglacial Processes*, 25(4), 257–269. <https://doi.org/10.1002/ppp.1820>
- Serreze, M. C., & Barry, R. G. (2014). *The Arctic Climate System*. Cambridge University Press.
- Shiklomanov, N. I., & Nelson, F. E. (2002). Active-layer mapping at regional scales: A 13-year spatial time series for the Kuparuk region, north-central Alaska. *Permafrost and Periglacial Processes*, 13(3), 219–230. <https://doi.org/10.1002/ppp.425>
- Shur, Y., Jorgenson, M. T., & Kanevskiy, M. Z. (2011). *Permafrost BT - Encyclopedia of Snow, Ice and Glaciers* (V. P. Singh, P. Singh, & U. K. Haritashya, Eds.; pp. 841–848). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-90-481-2642-2_400
- Singh, J., Knapp, H. Vernon., Arnold, J. G., & Demissie, M. (2005). HYDROLOGICAL MODELING OF THE IROQUOIS RIVER WATERSHED USING HSPF AND SWAT. *Journal of the American Water Resources Association*, 41(2), 343–360. <https://doi.org/10.1111/j.1752-1688.2005.tb03740.x>

- Sjöberg, Y., Coon, E., K. Sannel, A. B., Pannetier, R., Harp, D., Frampton, A., Painter, S. L., & Lyon, S. W. (2016). Thermal effects of groundwater flow through subarctic fens: A case study based on field observations and numerical modeling. *Water Resources Research*, 52(3), 1591–1606. <https://doi.org/10.1002/2015WR017571>
- Smith, S. L., Romanovsky, V. E., Lewkowicz, A. G., Burn, C. R., Allard, M., Clow, G. D., Yoshikawa, K., & Throop, J. (2010). Thermal state of permafrost in North America: A contribution to the international polar year. *Permafrost and Periglacial Processes*, 21(2), 117–135. <https://doi.org/10.1002/ppp.690>
- Sobota, I., Weckwerth, P., Grajewski, T., Dziembowski, M., Greń, K., & Nowak, M. (2018). Short-term changes in thickness and temperature of the active layer in summer in the Kaffiøyra region, NW Spitsbergen, Svalbard. *Catena*, 160, 141–153. <https://doi.org/10.1016/j.catena.2017.09.014>
- Stanley Osher, J. A. S. (1988). Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 79, Issue, 12–49.
- Stefan J. (1891a). Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeer. *Ann. Phys. u Chem., Neue Folge* 42 (2), 269–286.
- Stefan J. (1891b). Über die Theorie der Eisbildung, insbesondere über die Eisbildung im Polarmeer, No Title. *Ann. Phys. u Chem., Neue*, 269–286.
- Stepanov, S., Nikiforov, D., & Grigorev, A. (2021). Multiscale Multiphysics Modeling of the Infiltration Process in the Permafrost. *Mathematics*, 9(20), 2545. <https://doi.org/10.3390/math9202545>
- Sugimoto, A., Naito, D., Yanagisawa, N., Ichiyanagi, K., Kurita, N., Kubota, J., Kotake, T., Ohata, T., Maximov, T. C., & Fedorov, A. N. (2003). Characteristics of soil moisture in permafrost observed in East Siberian taiga with stable isotopes of water. *Hydrological Processes*, 17(6), 1073–1092. <https://doi.org/10.1002/hyp.1180>
- Sushansky S.I. (2002). *History of creation, methods, objects and some results of studies in the Kolyma water balance station (in Russian)*. In: Glotov V, Ukhov N (eds.) *Factors affecting the formation of a general drainage system of minor mountain rivers in sub-arctic areas*. SVKNIIDVORAN, Magadan. 18–35.
- Throckmorton, H. M., Newman, B. D., Heikoop, J. M., Perkins, G. B., Feng, X., Graham, D. E., O'Malley, D., Vesselinov, V. V., Young, J., Wulschleger, S. D., & Wilson, C. J. (2016). Active layer hydrology in

- an arctic tundra ecosystem: Quantifying water sources and cycling using water stable isotopes. *Hydrological Processes*, 30(26), 4972–4986. <https://doi.org/10.1002/hyp.10883>
- Tubini, N., Gruber, S., & Rigon, R. (2021). A method for solving heat transfer with phase change in ice or soil that allows for large time steps while guaranteeing energy conservation. *Cryosphere*, 15(6), 2541–2568. <https://doi.org/10.5194/tc-15-2541-2021>
- Udaykumar, H. S., & Rao, W. S. H. Y. Y. A. N. D. M. M. (1996). *ELAF ' INT : A MIXED EULER. IAN-LAGRANGIAN METHOD FOR FLUID FLOWS WITH COMPLEX AND MOVING BOUNDARIES*. 22(May 1995).
- van Huissteden, J. (2020). The Energy Balance of Permafrost Soils and Ecosystems. In *Thawing Permafrost: Permafrost Carbon in a Warming Arctic* (pp. 51–106). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-31379-1_2
- Vincent, W. F., Lemay, M., & Allard, M. (2017). Arctic permafrost landscapes in transition: Towards an integrated Earth system approach. *Arctic Science*, 3(2), 39–64. <https://doi.org/10.1139/as-2016-0027>
- Vinogradov, Y. B., Semenova, O. M., & Vinogradova, T. A. (2011a). An approach to the scaling problem in hydrological modelling: The deterministic modelling hydrological system. *Hydrological Processes*, 25(7), 1055–1073. <https://doi.org/10.1002/hyp.7901>
- Vinogradov, Y. B., Semenova, O. M., & Vinogradova, T. A. (2011b). An approach to the scaling problem in hydrological modelling: The deterministic modelling hydrological system. *Hydrological Processes*, 25(7), 1055–1073. <https://doi.org/10.1002/hyp.7901>
- Vionnet, V., Verville, M., Fortin, V., Brugman, M., Abrahamowicz, M., Lemay, F., Thériault, J. M., Lafaysse, M., & Milbrandt, J. A. (2022). Snow Level From Post-Processing of Atmospheric Model Improves Snowfall Estimate and Snowpack Prediction in Mountains. *Water Resources Research*, 58(12). <https://doi.org/10.1029/2021WR031778>
- Virgil J. Lunardini. (1988). *Freezing of soil with an unfrozen water content and variable thermal properties*. CRREL.
- Viviroli, D., Dürre, H. H., Messerli, B., Meybeck, M., & Weingartner, R. (2007). Mountains of the world, water towers for humanity: Typology, mapping, and global significance. *Water Resources Research*, 43(7). <https://doi.org/10.1029/2006WR005653>

- Voller, V., & Cross, M. (1981). Accurate solutions of moving boundary problems using the enthalpy method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 24(3), 545–556. [https://doi.org/10.1016/0017-9310\(81\)90062-4](https://doi.org/10.1016/0017-9310(81)90062-4)
- Voller, V. R. (1987). An implicit enthalpy solution for phase change problems: With application to a binary alloy solidification. *Applied Mathematical Modelling*, 11(2), 110–116. [https://doi.org/10.1016/0307-904X\(87\)90154-5](https://doi.org/10.1016/0307-904X(87)90154-5)
- Walvoord, M. A., & Kurylyk, B. L. (2016). Hydrologic Impacts of Thawing Permafrost-A Review. *Vadose Zone Journal*, 15(6). <https://doi.org/10.2136/vzj2016.01.0010>
- Westermann, S., Schuler, T. V., Gissnas, K., & Etzelmüller, B. (2013). Transient thermal modeling of permafrost conditions in Southern Norway. *Cryosphere*, 7(2), 719–739. <https://doi.org/10.5194/tc-7-719-2013>
- Wijayarathne, D. B., & Coulibaly, P. (2020). Identification of hydrological models for operational flood forecasting in St. John's, Newfoundland, Canada. *Journal of Hydrology: Regional Studies*, 27. <https://doi.org/10.1016/j.ejrh.2019.100646>
- Woo. (2012). *Permafrost Hydrology*. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-23462-0>
- Woo, M. (1986). Permafrost hydrology in north america. *Atmosphere - Ocean*, 24(3), 201–234. <https://doi.org/10.1080/07055900.1986.9649248>
- Woo, M. K., Arain, M. A., Mollinga, M., & Yi, S. (2004). A two-directional freeze and thaw algorithm for hydrologic and land surface modelling. *Geophysical Research Letters*, 31(12). <https://doi.org/10.1029/2004GL019475>
- Woo, M., & Steer, P. (1983). Slope hydrology as influenced by thawing of the active layer, Resolute, N.W.T. *Canadian Journal of Earth Sciences*, 20(6), 978–986. <https://doi.org/10.1139/e83-087>
- Xie, Z., Song, L., & Feng, X. (2008). A moving boundary problem derived from heat and water transfer processes in frozen and thawed soils and its numerical simulation. *Science in China, Series A: Mathematics*, 51(8), 1510–1521. <https://doi.org/10.1007/s11425-008-0096-x>

- Zhang, Y., Carey, S. K., & Quinton, W. L. (2008). Evaluation of the algorithms and parameterizations for ground thawing and freezing simulation in permafrost regions. *Journal of Geophysical Research Atmospheres*, 113(17), 1–17. <https://doi.org/10.1029/2007JD009343>
- Zhang, Y., Carey, S. K., Quinton, W. L., Janowicz, J. R., Pomeroy, J. W., & Flerchinger, G. N. (2010). Comparison of algorithms and parameterisations for infiltration into organic-covered permafrost soils. *Hydrology and Earth System Sciences*, 14(5), 729–750. <https://doi.org/10.5194/hess-14-729-2010>
- Zhang, Y., Cheng, G., Li, X., Han, X., Wang, L., Li, H., Chang, X., & Flerchinger, G. N. (2013). Coupling of a simultaneous heat and water model with a distributed hydrological model and evaluation of the combined model in a cold region watershed. *Hydrological Processes*, 27(25), 3762–3776. <https://doi.org/10.1002/hyp.9514>
- Zhang, Y., Horton, R., White, D. J., & Vennapusa, P. K. R. (2018). Seasonal Frost Penetration in Pavements with Multiple Layers. *Journal of Cold Regions Engineering*, 32(2). [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CR.1943-5495.0000159](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CR.1943-5495.0000159)
- Zhao, L., & Gray, D. M. (1997). A parametric expression for estimating infiltration into frozen soils. *Hydrological Processes*, 11(13), 1761–1775. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1099-1085\(19971030\)11:13<1761::AID-HYP604>3.0.CO;2-O](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1085(19971030)11:13<1761::AID-HYP604>3.0.CO;2-O)
- Zhao, L., Gray, D. M., & Male, D. H. (1997). Numerical analysis of simultaneous heat and mass transfer during infiltration into frozen ground. In *Journal of Hydrology ELSEVIER Journal of Hydrology* (Vol. 200, pp. 345–363).
- Zhuravin S.A. (2004). Features of water balance for small mountainous watersheds in East Siberia: Kolyma Water Balance Station case study. In DOUGLAS L. KANE ;DAQING YANG (Ed.), *Northern Research Basins Water Balance* (pp. 28–40). IAHS Publication 290 in the IAHS Series of Proceedings and Reports.

ANNEXE A Discussion of “Seasonal Frost Penetration in Pavements with Multiple Layers”

by

Yang Zhang, Robert Horton, David J. White, and Pavana K. R. Vennapusa.

<https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29CR.1943-5495.0000172>

Alain Lubini Tshumuka, P.E., Ph.D. Candidate,

Dept. of Civil, Geological and Mining Engineering, Polytechnique Montréal, 2500 Chemin de Polytechnique, Montréal, QC, Canada H3C 3A7 (corresponding author).

Email : alain.lubini-tshumuka@polymtl.ca

Musandji Fuamba, Ph.D., P.E., M. ASCE

Associate Professor, Dept. of Civil, Geological and Mining Engineering,
Polytechnique Montréal, 2500 Chemin de Polytechnique, Montréal, QC, Canada H3C 3A7

Email: musandji.fuamba@polymtl.ca

In the original paper, the authors estimated seasonal frost penetration in pavements with multiple layers at three different sites in Iowa. Pavement temperature sensors were installed at each site, and the monitoring took place from 2013 to 2016. The type of pavement differed from one site to another; the first site (Expo-1) was made of hot-mix asphalt (HMA); the second site (Expo-2), of portland cement concrete (PCC); the third site (US 30) had a surface made of jointed plain concrete pavement (JPCP). A computer program, pavement-transportation computer assisted structural engineering (PCASE), was developed by the authors for estimating the depth of frost penetration based on the modified Berggren equation. The authors found that the empirical models, based on the weather history of Ontario and Michigan, either underestimated or overestimated penetration depth. They obtained satisfactory results by modifying the default values, mostly the n-factor and the soil properties, in the PCASE model. Results also indicated that pavement type, foundation layer conditions, and local climate affected the computer program’s frost penetration estimates. The authors observed that including site-specific information improved the accuracy of frost penetration predictions.

Discussion

In their study, the authors used air and surface temperatures to estimate seasonal frost penetration in accordance with three simplified empirical models and the modified Berggren equations applied in PCASE. The discussers have concerns about this work.

The first concern is related to the authors' use of the n -factor, which plays an important role in relating the air freezing index (FI) to the surface freezing index, which can afterward be used for calculating frost penetration (Lunardini, 1981). Since the accuracy of the model is dependent on the n -factor, that value cannot be derived from an average of the measurements taken at the Expo-2 site. As stated by the authors, although the US 30 site was approximately only 11 km from the Expos sites, significant differences between the measured frost penetrations for those locations in the same year were noted. This means that proceeding with the transferred value might introduce a bias in the obtained results at the US 30 site. Moreover, according to (Aldrich, 1956), "it is evident that the value of n which is applicable to one locality may be very different from that at another site even under identical pavement conditions."

Another concern relates to one of the authors' main objectives, which was to estimate frost penetration with the traditional modified Berggren equation (Aldrich & Paynter, 1953) and other simplified empirical models. For this reason, the discussers used an empirical curve to calculate frost penetration at the three sites evaluated in the original case study. The discussers' results were compared with both the observations and the calculated values from PCASE. The recorded freezing indexes provided in the original paper were used along with the empirical curve established by USACE (1949). Fig. 2.1 in the present discussion was determined from frost penetration data gathered during the winters of 1944–1945 and 1945–1946.

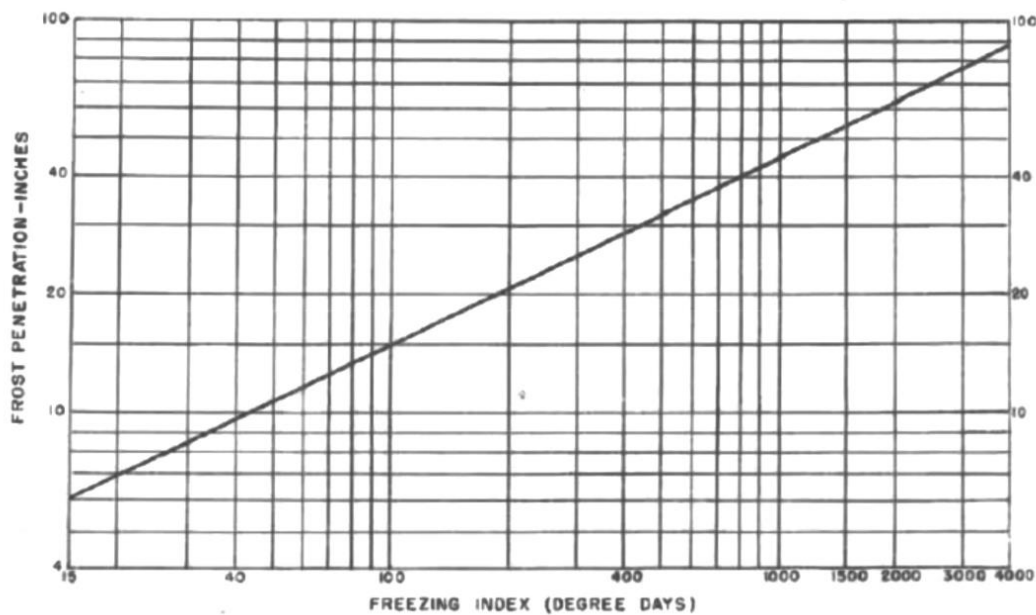


Figure A. 13 Relationship between frost penetration and freezing index in well-drained, granular, non-frost-susceptible base course material. (Reprinted from USACE 1949.)

The discussers' results are presented in Tables 2.1 and 2.2. Table 1 and Fig. 2 shows that the empirical model performed extremely well, especially for winter 2015 – 2016. The average deviation with respect to the measured penetrations at the Expo sites was about 1.5% whereas it was 18% and 16% for 2013–2014 and 2014–2015, respectively. On average, the empirical curve did better than the Ontario and Michigan relations, with differences between penetration results of approximately 1–25 cm. In the original paper, the reported difference was 35–50 cm. On the other hand, differences in the PCASE results varied between 16 and 38 cm for Site Expo-1 and between 9 and 17 cm for Site Expo-2. The results presented in Table 2 and illustrated in Fig. 3 show that the empirical model outperformed the PCASE model for the US 30 site when the air freezing index was used to simulate frost penetration. In fact, apart from the period 2011 – 2012, the deviation lay between 3% and 7% whereas for the same period it lay between 3% and 33% with PCASE. One notices that the greatest deviation, as far as the observed values are concerned, was obtained with the lowest freezing index (146). That value was much lower than the median value observed (423). Considering the range of results in 2012 – 2016, the discussers found that both models yielded similar frost penetrations. Given that the empirical curve was set up with only two consecutive

years of observations, it is remarkable that the predicted frost depth was close enough to the observations. An empirical curve with more years of observation might improve the accuracy of such a model.

Most of the time, in real engineering problems, only the air freezing index is available. For this reason, the empirical curve might be of great help because it provides a good approximation of frost penetration without geotechnical considerations.

Conclusion

Unlike the empirical models used in the authors' case study (based on Ontario and Michigan weather history), the results obtained from the empirical curve presented in 1949 by the USACE Arctic Construction and Frost Effects Laboratory are within range of those estimated by the PCASE model implementing the modified Berggren equation. Since engineers rarely have the surface freezing index at their disposal, the empirical curve might be useful in the early phases of a construction project. The only requirement for its application is the air freezing index, which is widely available at weather stations.

ANNEXE B Hydrogrammes - période de validation du modèle

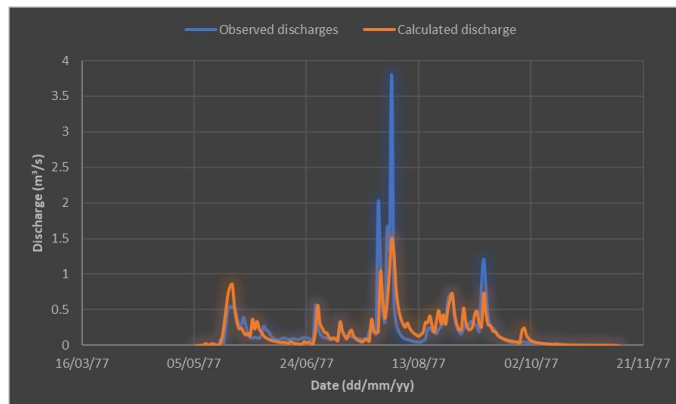


Figure B. 1 Observed vs simulated hydrographs (1977)

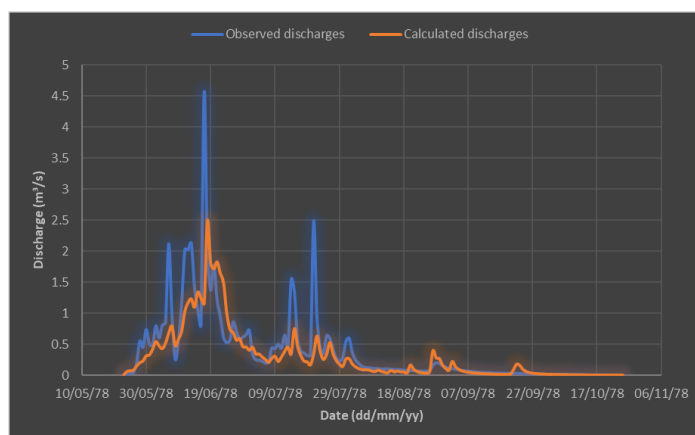


Figure B. 2 Observed vs simulated hydrographs (1978)

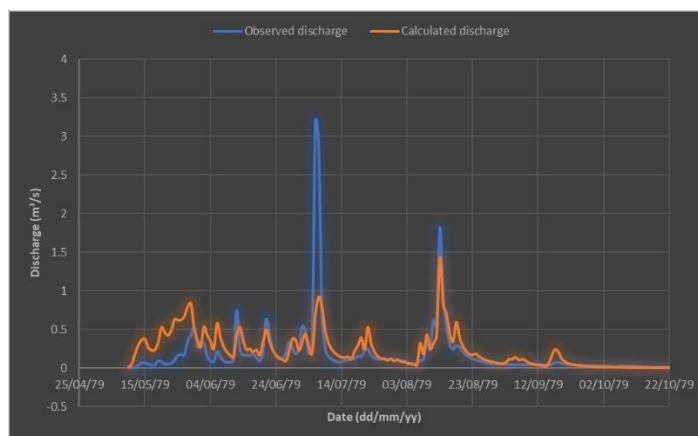


Figure B. 3 Observed vs simulated hydrographs (1979)

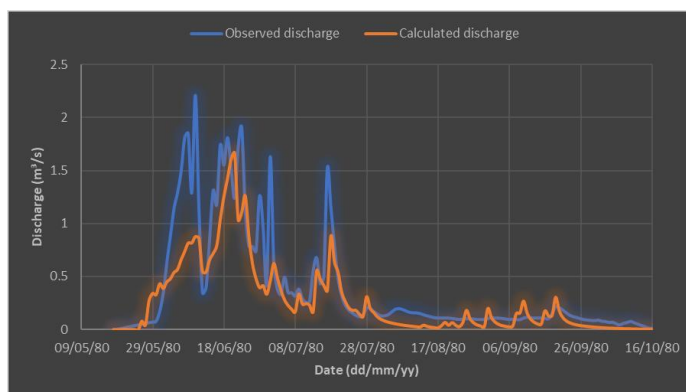


Figure B. 4 Observed vs simulated hydrographs (1980)

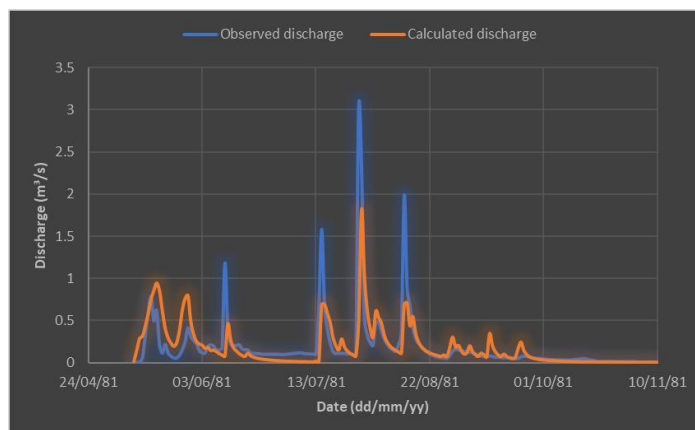


Figure B. 5 Observed vs simulated hydrographs (1981)

ANNEXE C Modèles hydrologiques utilisés en région de pergélisol

Table C. 10. Principaux modèles hydrologiques utilisés en régions occupées par le pergélisol

Noms	Processus modélisé	Avantages	Désavantages
SHAW	Modèle numérique 1-D de transfert de chaleur et mouvement de l'eau à travers la canopée, le couvert de neige, les résidus et le sol	L'usage des simulations simultanées de transfert de chaleur et d'eau permet une meilleure approximation du comportement de la couche active	Le modèle n'a pas un module des écoulements de surface. Il nécessite un autre modèle pour la réponse hydrologique
Marsflow	Modèle à deux composants (air, eau), eaux souterraines	Capable de représenter toutes les combinaisons possibles des phases glaciaire, liquide et gazeuse, dans les conditions Terrestres et Martiennes	Très haut degré de paramétrisation
CRHM	Transport de la neige, fonte de neige, évaporation, infiltration et débits. Fonctionne sur la base de HRU (hydrological response unit)	Plateforme de modélisation offrant la possibilité d'ajouter d'autres modules, peut être adapté de manière spécifique à un bassin	Le module de routage de débits est très rudimentaire, manque d'outil de calibration, modèle difficile à utiliser à cause du manque de routine automatique
SUTRA-ICE (McKenzie et al., 2007)	Modélise les écoulements souterrains avec transfert d'énergie	Comporte un module de gel/dégel, détermine la profondeur du front gel/dégel ; logiciel gratuit	Le modèle se limite à la situation où l'espace des pores est rempli d'une combinaison de liquide et de glace (c'est-à-dire sans phase gazeuse) et n'est donc pas approprié pour modéliser la dynamique de la couche active.
PFLOTRAN-ICE (Lichtner et al., 2013)	Code de modélisation parallèle multi-phase pour multiples composants, surface-souterrain, géo mécanique et transport	Le code peut être utilisé pour des échelles variant d'un élément de volume à plusieurs kilomètres. Il prend en compte l'écoulement latéral et le flux non-isothermal dans le sol	Le modèle se contente des écoulements de surface et ne tient pas compte des écoulements souterrains, le bilan d'énergie, l'évolution topographique causée par le dégel du pergélisol
GSSHA	Modèle physique distribué (1-D) pour	Peut simuler à la fois les écoulements de surface et souterrain	Temps de simulation très élevé spécialement pour les longues séries

Noms	Processus modélisé	Avantages	Désavantages
	l'évapotranspiration, infiltration, eaux souterraines, écoulement de surface, fonte de neige		chronologiques, le modèle doit être couplé à un autre modèle pour simuler la dynamique de sol gelé
TopModel	Modèle d'hydrologie de surface distribué	Il reproduit correctement le processus hydrologique en milieu de pergélisol continu	Ne prend pas en compte l'écoulement latéral et la recharge. Ne convient pas pour des grands bassins. Il ne considère pas les propriétés du sol à différentes profondeurs
Hydrograph model	Transfert de chaleur et hydrologie de pergélisol	Le modèle convient pour les différentes échelles spatiales, de la plus petite échelle correspondant à un profil de sol à un terrain en pente ou un paysage	Utilisation limitée par le fait que les paramètres sont distribués au hasard, absence d'écoulement latéral, une simplification du routage
HBV	Modèle conceptuel, simule l'influence de la canopée de forêt sur la pluie et l'accumulation de neige, simule en condition de glacier	Comporte une fonction de routage capable de simuler en condition de glacier	Représentation très simplifiée de l'effet de la canopée sur l'accumulation de neige
Mike SHE	Modèle distribué simulant les processus majeurs du cycle hydrologique (évapotranspiration, écoulement souterrain, etc.) considère plusieurs couches de sol avec une couche de végétation	Intègre l'hydrologie de surface et souterraine ; donne d'excellents résultats sur des terrains plats	Ne comporte pas de module de gel et dégel, ne convient pas pour des terrains présentant des pentes très fortes, coûte cher, n'est pas recommandé pour une simulation neige et pluie combinée