

**Titre:** Commande prédictive efficace guidée par les données pour la gestion de la demande de puissance des petits bâtiments commerciaux  
**Title:**

**Auteur:** Marie-Christine Paré  
**Author:**

**Date:** 2023

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Paré, M.-C. (2023). Commande prédictive efficace guidée par les données pour la gestion de la demande de puissance des petits bâtiments commerciaux [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.  
**Citation:** <https://publications.polymtl.ca/57058/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/57058/>  
**PolyPublie URL:**

**Directeurs de recherche:** Antoine Lesage-Landry  
**Advisors:**

**Programme:** Génie énergétique  
**Program:**

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

**Commande prédictive efficace guidée par les données pour la gestion de la  
demande de puissance des petits bâtiments commerciaux**

**MARIE-CHRISTINE PARÉ**

Département de génie électrique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
Génie énergétique

Décembre 2023

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Commande prédictive efficace guidée par les données pour la gestion de la  
demande de puissance des petits bâtiments commerciaux**

présenté par **Marie-Christine PARÉ**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

**Charles AUDET**, président

**Antoine LESAGE-LANDRY**, membre et directeur de recherche

**Hanane DAGDOUGUI**, membre

## DÉDICACE

*À mes parents, Nancy et Alain.*

## REMERCIEMENTS

Je souhaite exprimer mes sincères remerciements à mon directeur de recherche, Antoine Lesage-Landry. Ton enthousiasme, ton énergie et ta passion pour la recherche m'ont semblé inépuisables. Je suis reconnaissante pour les nombreuses opportunités offertes, celles-ci ont grandement façonné mon parcours. Merci pour ta disponibilité constante, ton soutien indéfectible et tes encouragements; ils ont été des facteurs déterminants de ma réussite.

Je tiens à remercier Vasken Dermardiros, un collaborateur indispensable à ce projet. Merci d'avoir toujours pris le temps de partager tes perspectives de manière honnête, ta passion pour ton travail et ta volonté de créer du changement.

Merci à Frédérique pour sa présence depuis mes débuts à Polytechnique. Lorsque je réfléchis à mon parcours, j'y vois l'influence de nos discussions, de ton soutien et de ta sensibilité. Merci également à Anne-Marie, dont les mots justes ont toujours su éclairer tant les moments heureux que les moins bons. Mes remerciements vont également à Camille, Kim et Leila. À Rachèle et Anaïs, merci d'avoir fait de mon chez-moi un lieu empreint de lumière. Un grand merci à tout.e.s mes ami.e.s, qui sont une source d'inspiration et qui ont rendu ces dernières années une aventure des plus intéressantes.

Je tiens à exprimer ma gratitude envers ma famille. Un merci tout particulier s'adresse à mes parents, Nancy et Alain, pour leur présence et leur soutien inconditionnel à travers tous mes projets, même ceux qui, par moments, semblaient hors de leur portée. Un immense merci à mes frères, Rémy et René, ainsi qu'à Henry-Thomas. Derrière chacune de mes réussites, il y a un peu de vous tous.. Derrière chacune de mes réussites, il y a un peu de chacun de vous.

Enfin, je remercie l'Institut de valorisation des données (IVADO), Mitacs et le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada (CRSNG) pour le financement qui a rendu possible la réalisation de ce projet.

## RÉSUMÉ

L'environnement bâti figure parmi les secteurs les plus énergivores, représentant 30% de la consommation énergétique mondiale et 28% des émissions totales de gaz à effet de serre. Aux États-Unis, par exemple, 46% de l'énergie consommée par ce secteur est attribuable aux bâtiments commerciaux. La commande prédictive (MPC) a démontré son efficacité dans la gestion des systèmes de chauffage, ventilation et conditionnement de l'air (HVAC). Afin de favoriser une mise en œuvre à grande échelle, les approches de modélisation basée sur les données, telles que les réseaux de neurones, sont généralement privilégiées. Cependant, l'intégration de ces approches dans un problème d'optimisation tel qu'un MPC peut entraîner une inefficacité computationnelle. Pour adresser cette problématique, plusieurs auteurs ont proposé de contraindre l'architecture du réseau de neurones afin d'assurer sa convexité.

Ce mémoire propose une méthode de gestion énergétique facile à mettre en œuvre pour les bâtiments commerciaux de petite taille. Contrairement aux travaux antérieurs dans ce courant de littérature, des commandes discrètes sont considérées pour modéliser avec précision le fonctionnement de la plupart des bâtiments de ce type, principalement équipés de systèmes HVAC de type unité de toit (RTU). Les modèles à commandes discrètes favorisent des mises à niveau minimales des bâtiments, augmentant ainsi le potentiel de mise en œuvre pratique de la méthode proposée. Les conditions réelles d'exploitation, telles que les horaires d'occupation, le confort thermique et les basculements d'équipement pour un bâtiment multizones, sont modélisées. Un *input convex recurrent neural network* est utilisé pour modéliser de manière précise la dynamique thermique de chaque zone. La convexité du MPC permet d'éviter les minima locaux, ce qui favorise une résolution efficace. La méthode de résolution proposée est basée sur l'optimisation sans dérivées, et le temps de résolution est limité à cinq minutes pour respecter les contraintes opérationnelles des RTUs. Ensuite, une stratégie d'enchère sur la demande basée sur un MPC est formulée pour les marchés en temps réel, ce qui permet d'exploiter pleinement la flexibilité du bâtiment. Les performances de la méthode proposée sont évaluées à l'aide d'une simulation numérique de pointe d'un bâtiment commercial à deux zones. Des études de cas numériques sont présentées, couvrant plusieurs programmes de gestion de la demande de puissance, tels que l'offre sur la demande, la tarification en fonction de l'heure de consommation et les remises en période de pointes critiques. L'approche proposée améliore le confort thermique tout en réduisant la consommation énergétique et les coûts, lorsqu'elle est comparée à d'autres méthodes. Les méthodes de commande utilisées pour la comparaison des performances comprennent une approche de commande conventionnelle, ainsi qu'un MPC linéaire et un MPC non convexe, tous deux guidés par les données.

## ABSTRACT

The built environment stands as one of the most energy-intensive sectors, accounting for 30% of the global energy consumption and 28% of total greenhouse emissions. In the United States, for example, commercial buildings alone consume 46% of the energy used in this sector. Model predictive control (MPC) has demonstrated its effectiveness in operating heating, ventilation, and air conditioning (HVAC) systems. In order to maximize the broad applicability of these solutions, data-driven modelling approaches such as neural networks are generally preferred. However, these approaches can lead to computational intractability when included in an optimization problem like MPC. Many authors have tackled this issue by constraining the neural network’s architecture to guarantee convexity. In this work, we propose a readily implementable energy management method for small commercial buildings. Contrarily to previous work in this literature stream, we consider discrete controls to accurately model the operation of most buildings of this type, as they are predominantly equipped with a packaged rooftop unit (RTU)-HVAC systems. Discrete control models promote minimal building upgrades, and hence it increases the potential for the practical implementation of our method. We model real operating conditions such as occupancy schedules, thermal comfort, and equipment toggling for a multi-zone building. We use an input convex recurrent neural network to accurately describe the thermal dynamics of each zone as a function of controls, environmental parameters, and building states, in a data-driven fashion. The convex and discrete MPC problem avoids local minima and can be solved efficiently via derivative-free optimization given a limited computational time of 5 minutes to respect operational constraints of RTUs. Then, we formulate a MPC-based bidding strategy for real-time markets to fully exploit the building’s flexibility. Performance of the controllers are assessed on a state-of-the-art numerical simulation on a 2-zone commercial building. We present numerical case studies of several demand response settings, including a demand bidding, a time-of-use, and a critical peak rebate program. We find that the proposed approach improves thermal comfort while reducing energy consumption and cost when compared to a set-point controller or other data-driven MPC approaches, such as linear-MPC and nonconvex MPC based on a state-of-the-art neural network.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iii
REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	ix
LISTE DES FIGURES . . . . .	x
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xi
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Gestion de la demande de puissance . . . . .	2
1.1.1 DR basé sur la tarification . . . . .	3
1.1.2 DR basé sur les mesures incitatives . . . . .	4
1.1.3 Programmes d’offre sur la demande . . . . .	5
1.2 Optimisation . . . . .	6
1.2.1 Optimisation convexe . . . . .	6
1.2.2 Optimisation sans dérivées . . . . .	6
1.3 Commande prédictive . . . . .	7
1.3.1 Avantages et limitations . . . . .	8
1.4 Objectifs de recherche . . . . .	8
1.5 Plan du mémoire . . . . .	9
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	10
2.1 Réseaux de neurones convexes . . . . .	10
2.1.1 Input convex neural network . . . . .	10
2.1.2 Input convex recurrent neural network . . . . .	12
2.1.3 Applications notables des réseaux de neurones convexes . . . . .	13
2.1.4 Réseaux de neurones convexes et commande des systèmes HVAC . . . . .	13
2.2 Optimisation et réseau de neurones . . . . .	14

2.2.1	Approches convexes . . . . .	15
2.2.2	Approches non convexes . . . . .	15
2.3	Offre sur la demande de bâtiment commerciaux . . . . .	16
CHAPITRE 3 COHÉRENCE DE L'ARTICLE PAR RAPPORT AUX OBJECTIFS DE LA RECHERCHE . . . . .		17
CHAPITRE 4 ARTICLE 1 : EFFICIENT DATA-DRIVEN MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR DEMAND RESPONSE OF COMMERCIAL BUILDINGS . . . . .		18
4.1	Introduction . . . . .	19
4.2	Modelling and problem formulation . . . . .	21
4.2.1	System description . . . . .	21
4.2.2	Building thermal modelling . . . . .	22
4.2.3	Model predictive control . . . . .	23
4.3	Numerical case studies . . . . .	26
4.3.1	Modelling accuracy . . . . .	26
4.3.2	Controller performance . . . . .	29
4.3.3	Solution quality . . . . .	34
4.4	Conclusion . . . . .	35
CHAPITRE 5 RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES . . . . .		36
5.1	Variabilité des commandes . . . . .	36
5.2	Offre sur la demande . . . . .	37
5.3	<i>Time-of-use</i> . . . . .	38
5.4	<i>Critical peak rebate</i> . . . . .	39
5.5	Qualité des solutions . . . . .	40
CHAPITRE 6 DISCUSSION GÉNÉRALE . . . . .		41
CHAPITRE 7 CONCLUSION . . . . .		42
7.1	Limitations de la solution proposée . . . . .	42
7.2	Améliorations futures . . . . .	43
RÉFÉRENCES . . . . .		44

**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 1.1	Comparaison des marchés de l'électricité. . . . .	5
Tableau 4.1	Controller comparison for the flat-rate pricing. . . . .	31
Tableau 4.2	Controller comparison for DR programs. . . . .	34

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Architecture d'un <i>input convex neural network</i> . . . . .	10
Figure 2.2	Architecture d'un <i>input convex recurrent neural network</i> . . . . .	12
Figure 4.1	Architecture of an input convex recurrent neural network. . . . .	22
Figure 4.2	Thermal dynamics fitting comparison. . . . .	28
Figure 4.3	Controller comparison : indoor air temperature (IAT) profiles during 2 simulated days under a flat-rate pricing. . . . .	30
Figure 4.4	Power profiles for the demand bidding program. . . . .	32
Figure 4.5	Comparison of objective function values based on computation time. . . . .	35
Figure 5.1	Comparaison des MPC : Profils de température et commandes associées sur 2 jours simulés. . . . .	36
Figure 5.2	Comparaison des MPC : Profils de température et commandes associées durant le programme d'offre sur la demande. . . . .	37
Figure 5.3	Comparaison des MPC : Profils de température et commandes associées durant le programme de TOU. . . . .	38
Figure 5.4	Comparaison des MPC : Profils de température et commandes associées durant le programme de CPR. . . . .	39
Figure 5.5	Comparaison de la satisfaction des contraintes en fonction du temps de calcul. . . . .	40

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ARX	Autoregressive exogenous input
AEMO	Australian Energy Market Operator
CAISO	California Independent System Operator
CB	Commercial building
CPR	Critical peak rebate
CR	Consommation de référence
DA	Day-ahead
DFO	Derivative-free optimization
DR	Demand response
FCAS	Frequency Control Ancillary Services
GHI	Global horizontal irradiance
HVAC	Heating, ventilation, and air conditioning
IAT	Indoor air temperature
ICNN	Input convex neural network
ICRNN	Input convex recurrent neural network
IESO	Independent Electricity System Operator
IO	Intervalle d'opération
ISO	Independent system operator
LSTM	Long short-term memory
MADS	Mesh adaptive direct search
MCP	Market clearing price
MPC	Model predictive control
NEM	Australian National Electricity Market
NN	Neural network
OAT	Outdoor air temperature
PM	Price maker
PT	Price taker
ReLU	Rectified linear unit
RC	Résistance-condensateur
RMSE	Root mean square error
RNN	Recurrent neural network
RTU	Rooftop unit
SP	Set-point

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

L'environnement bâti constitue l'un des secteurs les plus énergivores et l'un des principaux contributeurs aux changements climatiques. Il représente 30% de la consommation mondiale d'énergie et contribue à hauteur de 28% des émissions totales de gaz à effet de serre [1]. Aux États-Unis, par exemple, les bâtiments commerciaux à eux seuls consomment 46% de l'énergie utilisée par le secteur du bâtiment [2]. Une part significative de cette énergie est consacrée au fonctionnement de leurs systèmes de chauffage, de ventilation et de conditionnement de l'air ou *heating, ventilation, and air conditioning (HVAC)*, laquelle représente 47% de leur consommation totale en énergie [2]. La gestion inefficace des systèmes HVAC, en raison de l'absence de système de commande adéquat, conduit souvent à un important gaspillage énergétique [3]. Aux États-Unis, plus de 90% des bâtiments commerciaux sont catégorisés comme étant de petite ou de moyenne taille. Ces bâtiments sont principalement équipés d'unités de toit ou *rooftop unit (RTU)*, et la majorité d'entre eux utilisent encore des systèmes de commande rudimentaires, tels que la commande à seuil [4].

La commande prédictive ou *model predictive control (MPC)* est une technologie qui a démontré sa capacité à améliorer le confort thermique tout en réalisant des économies d'énergie grâce à une gestion efficace des systèmes HVAC [3]. Malgré des recherches approfondies et des études de cas pratiques, cette technologie n'a pas encore été largement adoptée dans l'industrie du bâtiment [5]. Le déploiement d'un MPC entraîne généralement des coûts substantiels à diverses étapes du processus, notamment lors de la modélisation, de la collecte de données, du monitoring par des experts et du déploiement. À l'heure actuelle, cette démarche est peu rentable pour les bâtiments de petite ou de moyenne taille [6].

La qualité de la solution d'un MPC dépend de la précision du modèle et de la capacité à résoudre efficacement et globalement le problème d'optimisation. En ce qui concerne les approches de modélisation, celles basées sur la physique ont la capacité de produire des modèles fiables et interprétables, même lorsque peu de données sont disponibles. Cependant, leur développement nécessite généralement une expertise et des efforts substantiels [5]. Au cours des dernières années, les progrès dans les technologies de l'information et de la communication ont facilité la collecte et le stockage de grandes quantités de données de haute qualité liées aux bâtiments, ce qui a permis l'essor des approches guidées par les données (*data-driven*) [7]. Ces approches favorisent une mise en œuvre à grande échelle, car elles ne nécessitent pas une compréhension approfondie de la dynamique du système. Cela se traduit par une approche transférable et des coûts de développement plus faibles [3, 7].

La modélisation de la dynamique thermique d'un bâtiment peut être une tâche complexe en raison de sa nature non linéaire [8, 9]. Des approches basées sur les réseaux de neurones ont été proposées étant donné de leur capacité à modéliser des systèmes complexes [9] et ont été appliquées à des bâtiments commerciaux dans [10–12]. Cependant, le problème d'optimisation résultant est non convexe et est donc inefficace en termes de résolution numérique. En pratique, la précision du modèle est souvent sacrifiée au profit de l'efficacité computationnelle, et les modèles linéaires sont préférés [13–16], même s'ils ne capturent pas entièrement la dynamique du bâtiment [9].

Étant parmi les plus grands consommateurs d'énergie, les bâtiments commerciaux peuvent jouer un rôle crucial dans la gestion de la demande de puissance ou *demand response (DR)*. Ils bénéficient d'une importante flexibilité grâce à leur masse thermique, laquelle agit à titre de système de stockage thermique passif. Cette caractéristique leur permet de participer à des événements de DR sans compromettre le confort thermique des utilisateurs [17]. Parvenir à un contrôle en temps réel et précis de ces bâtiments a le potentiel d'extraire une grande quantité de flexibilité et représente une étape cruciale vers des bâtiments réactifs au réseau (*grid-responsive*). Au sein d'un réseau électrique, la flexibilité améliore la fiabilité, l'efficacité et la résilience face à une haute pénétration des énergies renouvelables. Par ailleurs, la participation à des programmes de DR a le potentiel de générer des économies substantielles pour les participants [17]. Afin d'encourager une plus grande participation des consommateurs, il est essentiel de proposer des solutions de commande faciles à mettre en œuvre. Au Québec, par exemple, les petites et moyennes entreprises ont exprimé leur volonté de participer activement à cette démarche. En effet, 63% des petites et moyennes entreprises « aimeraient participer aux programmes de réduction de la consommation d'énergie en dehors des périodes de pointe moyennant une compensation financière suffisante, avec un accompagnement adéquat » [18].

Les sections suivantes traitent des concepts de base qui seront abordés au cours de ce mémoire, c'est-à-dire la gestion de la demande de puissance, l'optimisation et la commande prédictive. Ensuite, les objectifs de recherche et le plan du mémoire seront présentés. Dans ce document, les acronymes du chapitre 4 sont réutilisés tels quels dans le texte en français, afin d'assurer la cohérence et l'uniformité entre les différents chapitres.

## 1.1 Gestion de la demande de puissance

Le *DR* réfère aux « changements dans la consommation électrique des utilisateurs finaux par rapport à leurs schémas de consommation habituels en réponse aux variations du prix de l'électricité au fil du temps, ou aux paiements incitatifs conçus pour induire une utilisation réduite de l'électricité aux moments où les prix du marché de gros sont élevés ou lorsque la

fiabilité du système est compromise » [19]. Le DR comporte de nombreux avantages pour les réseaux électriques [20], notamment de :

- Réduire le ratio pointe-moyenne de la demande, ce qui évite des investissements inutiles dans les systèmes de génération, de transmission et de distribution, réduisant ainsi le coût de l'électricité.
- Contribuer à la réduction des émissions en atténuant la demande de pointe. Pendant les heures de forte demande, les unités de production à fortes émissions sont inévitablement mises en service, car celles produisant moins d'émissions sont déjà pleinement sollicitées.
- Pendant les événements de contingence du système électrique, réduire la consommation et diminue la pression sur le système électrique, évitant ainsi la nécessité de délester certaines charges.
- Permettre une meilleure intégration des énergies renouvelables intermittentes dans les réseaux électriques. En équilibrant l'offre et la demande malgré la nature imprévisible de ces énergies, le DR aide à surmonter les difficultés associées à ces sources d'énergie.

Du point de vue des consommateurs, le DR offre la possibilité de réduire leur facture d'électricité et bénéficient d'un approvisionnement où le risque d'interruptions de service involontaires est diminué [19].

Les programmes de DR peuvent être classés en plusieurs catégories, cependant, ce mémoire se concentre spécifiquement sur deux d'entre elles : le DR basés sur la tarification et le DR basés sur les mesures incitatives [20, 21].

### 1.1.1 DR basé sur la tarification

Ce type de programme repose généralement sur une tarification dynamique. L'approche vise à influencer la demande en incitant les clients à ajuster leur comportement en fonction des besoins de charge globaux, grâce à des tarifs d'énergie dynamiques. Les programmes les plus courants sont les suivants.

- La tarification en fonction de l'heure de consommation ou *time-of-use (TOU)*, divise la journée en différentes plages horaires ayant leur propre tarif fixe. On retrouve généralement trois plages horaires, à savoir la période de pointe, la période hors pointe, et la période intermédiaire. Il s'agit d'une tarification actuellement en vigueur en Ontario [22].
- La tarification en période de pointe critique est une tarification basée sur des événements qui se déclenche lors de périodes de pointe critiques. Durant ces périodes, des tarifs d'énergie très élevés sont appliqués. Elle vise généralement les clients commer-

ciaux et industriels. Au Québec, cette tarification est connue sous le nom de « Tarif Flex D ». Pendant la période hivernale, les participants bénéficient d'un tarif réduit de 30% par rapport au tarif de base pour les périodes en dehors des événements de pointe [23].

- La tarification en temps réel est une tarification où les tarifs d'énergie changent fréquemment, généralement sur une base horaire, afin de refléter le prix du marché de gros.

### 1.1.2 DR basé sur les mesures incitatives

Les programmes de DR basés sur la tarification dépendent de la volonté et de la disponibilité de la flexibilité des clients, ce qui peut ne pas suffire à répondre aux besoins du réseau. C'est pourquoi le DR basé sur des mesures incitatives peut contribuer à sécuriser davantage de ressources. Les programmes les plus courants sont les suivants.

- Le délestage est un programme dans lequel les clients sont incités à réduire leur consommation électrique en échange d'une récompense, à la demande de la compagnie d'électricité. Les clients qui ne parviennent pas à fournir ce service sont généralement soumis à des pénalités sévères.
- Les offres de réduction de demande consistent en ce que les participants soumettent une offre pour réduire leur consommation à un prix donné. Ces programmes sont généralement conçus pour les gros consommateurs, bien que les consommateurs de plus petite taille puissent soumettre leurs offres par l'intermédiaire d'un agrégateur.
- Le *critical peak rebate (CPR)* ou les remises en période de pointe critique est un programme où les consommateurs reçoivent des remises sur leur facture d'électricité en échange de la réduction de leur demande lors de périodes de pointes critiques. Le participant est récompensé pour chaque unité d'énergie réduite par rapport à sa consommation de référence. Contrairement à la plupart des programmes basés sur des mesures incitatives, il s'agit d'une démarche volontaire sans pénalités [24, 25]. Au Québec, cette tarification s'apparente au programme « Hilo » [26] et à l'option de crédit hivernal du tarif Flex D d'Hydro-Québec [23].

Il convient de noter que les compagnies d'électricité ont généralement recours à ces programmes en cas de contingences, et les participants reçoivent des incitations ou récompenses généralement plus importantes pour leurs services [20]. Dans la prochaine sous-section, les programmes d'offre sur la demande de certains marchés sont présentés.

### 1.1.3 Programmes d’offre sur la demande

Cette section examine divers programmes d’offre sur la demande (*demand bidding*). Les marchés pris en considération comprennent l’Australian Energy Market Operator (AEMO), le California Independent System Operator (CAISO), l’interconnexion PJM et l’Independent Electricity System Operator (IESO) de l’Ontario. Ces marchés ont été sélectionnés en raison de leur fonctionnement en temps réel, opéré sur des intervalles de 5 minutes. Il est courant que les marchés de l’énergie soient structurés en deux marchés distincts, à savoir un marché du jour d’avant ou *day-ahead (DA)* et un marché intrajournalier. Cette analyse se concentre uniquement sur le dernier.

Dans un programme d’offre sur la demande, les participants sont compensés en fonction de la quantité de service réglée lors de la vente et en fonction du prix de compensation du marché *market clearing price (MCP)*, et ce, indépendamment de leur prix de l’offre initiale. Le MCP est établi en fonction de la ressource sélectionnée sur le marché ayant le prix le plus élevé [27]. De plus, il existe deux types d’offre. Le premier est de type *price maker (PM)*, impliquant une certaine influence sur le marché, et est soumis sous la forme de plusieurs paires quantité-prix. Le second est de type *price taker (PT)*. Une offre PT est utilisée lorsque l’influence sur les prix du marché est faible. Par conséquent, les offres sont exprimées sans composante de prix [28].

TABLEAU 1.1 Comparaison des marchés de l’électricité.

Marché	Direction	Type	Taille min. [MW]	Fermeture [h]	Consommation de référence	Source
AEMO	aug. & réd.	PM & PT	N/A	Non spécifié	Trapèze FCAS	[29]
CAISO	aug. & réd.	PT	0.1	75 min–IO	Oui. + ajust.	[30–35]
PJM	réd.	PT	0.1	65 min–IO	Oui + ajust.	[36]
IESO	réd.	PM	1	10 min–IO	Non spécifié	[37, 38]

La Tableau 1.1 résume les caractéristiques de chaque marché. La direction de l’offre se réfère à la possibilité d’offrir une réduction (réd.) ou une augmentation (aug.) de la demande. Le type de l’offre renvoie à la distinction entre PT et PM. La taille minimale fait référence à la quantité minimale de puissance nécessaire pour entrer sur le marché. La fermeture du marché désigne le délai avant la fermeture d’un intervalle d’opération (IO) (indiquer par la notation –IO). Enfin, l’opérateur utilise une consommation de référence (CR) pour établir une base de rémunération du participant. Une CR correspond à la charge qui aurait eu lieu en l’absence d’événements de DR. La CR est généralement établie par la moyenne de la consommation historique de jours sans événement, avec ou sans ajustement. Il convient de

noter que le marché AEMO est particulier dans la mesure où il utilise un système spécifique. Pour de plus amples informations, les lecteurs peuvent se référer à [29].

## 1.2 Optimisation

Ce mémoire repose sur deux branches de l'optimisation, à savoir l'optimisation convexe et l'optimisation sans dérivées. Bien qu'il est peu commun de faire intervenir ces deux branches simultanément, les méthodes employées sont justifiées au cours de l'étude.

### 1.2.1 Optimisation convexe

Ce mémoire s'intéresse à des problèmes d'optimisation convexes. Il s'agit d'un problème prenant la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min \quad & f_0(\mathbf{x}) \\ \text{s.c.} \quad & f_i(\mathbf{x}) \leq b_i, \quad i \in \{0, 1, \dots, m\}, \end{aligned} \tag{1.1}$$

où  $b_i \in \mathbb{R}$ , les fonctions  $f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $i \in \{0, 1, \dots, m\}$ ,  $n, m \in \mathbb{N}$ , sont convexes, c'est-à-dire qu'elles satisfont l'inégalité suivante.

$$f_i(\lambda \mathbf{x} + (1 - \lambda) \mathbf{y}) \leq \lambda f_i(\mathbf{x}) + (1 - \lambda) f_i(\mathbf{y}), \quad \forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n, \quad \forall \lambda \in [0, 1]. \tag{1.2}$$

Autrement dit, un problème d'optimisation est convexe lorsque sa fonction objectif et son ensemble réalisable sont également convexes. Ces problèmes ont la propriété suivante : si  $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$  est un extrema du problème (1.1) alors  $\mathbf{x}^*$  est également un minimum global de ce problème. Cette dernière propriété garantit que le problème peut être résolu à l'optimalité globale efficacement [39].

Les problèmes en nombres entiers sont intrinsèquement non convexes. Cependant, on peut chercher à formuler le problème de manière convexe pour éviter que le solveur utilisé ne reste piégé dans un minimum local. Dans ce contexte, le terme « entier convexe » est utilisé pour désigner les problèmes dont la relaxation continue est convexe.

### 1.2.2 Optimisation sans dérivées

L'optimisation sans dérivées ou *derivative-free optimization (DFO)*, regroupe des algorithmes conçus pour résoudre des problèmes sans nécessiter l'utilisation de dérivées. Contrairement aux méthodes d'optimisation classiques, qui reposent sur la connaissance des dérivées pour

converger vers un optimum de la fonction objectif, les méthodes de DFO sont spécialement conçues pour les situations où les dérivées ne sont pas accessibles. Il arrive que les fonctions soient différentiables, mais que l'expression analytique de leurs dérivées soit inconnue, ou que leur obtention et estimation soient coûteuses en termes de calculs. Il est à noter que si l'on dispose d'informations de gradient généralisées qui sont fiables et accessibles à un coût raisonnable, les méthodes DFO auront rarement un avantage sur les méthodes modernes basées sur le gradient [40]. Cependant, il peut y avoir des situations où l'utilisation de ces méthodes soit nécessaire.

Certaines de ces méthodes peuvent être adaptées pour traiter des problèmes impliquant des variables entières. L'approche utilisée dans ce mémoire est basée sur l'algorithme **Mesh Adaptive Direct Search (MADS)** [41, 42] du solveur **NOMAD** [43]. L'algorithme **MADS** est une méthode itérative où la solution courante est mise à jour en évaluant les points candidats situés sur un maillage. Le maillage est un domaine discrétisé construit autour de la solution courante.

### 1.3 Commande prédictive

La commande prédictive ou *MPC* est une méthode de commande basée sur l'optimisation. Développée depuis la fin des années 70, elle est aujourd'hui largement utilisée dans la recherche académique et l'industrie [44]. Le fonctionnement d'un MPC repose sur l'utilisation explicite d'un modèle d'un système dynamique. Ce modèle est utilisé pour prédire l'évolution temporelle du système sur un horizon de prédiction s'étendant de  $k = 0$  à  $N - 1$  instants futurs, afin d'approximer un horizon infini. Pour ce faire, le modèle prend en entrée les mesures des états antérieurs ainsi que les prévisions des variables exogènes du système afin de construire une trajectoire hypothétique en fonction de l'information disponible au moment  $t$ . Les commandes futures  $u_{t+k}$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$ , déterminent les degrés de liberté du système et sont optimisées en vue de minimiser la fonction objectif tout en satisfaisant les contraintes spécifiées. La formulation générale d'un MPC prend la forme du problème de commande optimal en temps discret 1.3) – (1.5) [5, 8].

$$\min_{\mathbf{u}_0, \dots, \mathbf{u}_{N-1}} \sum_{k=0}^{N-1} J_k(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k) \quad (1.3)$$

$$\text{s.c. } \mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k, \mathbf{d}_k), \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, N - 1\} \quad (1.4)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} \in \mathcal{X}_{k+1}, \quad \mathbf{u}_k \in \mathcal{U}, \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, N - 1\}. \quad (1.5)$$

Dans le problème (1.3) – (1.5),  $J_k$  est la fonction objectif,  $\mathbf{x}_{k+1} \in \mathbb{R}^{n_x}$ ,  $n_x \in \mathbb{N}$ , sont les états du système,  $\mathbf{d}_k \in \mathbb{R}^{n_d}$ ,  $n_d \in \mathbb{N}$ , sont les perturbations externes, et  $\mathbf{u}_k \in \mathbb{Z}^{n_u}$ ,  $n_u \in \mathbb{N}$ , sont les commandes. La fonction  $f : \mathcal{X}_{k+1} \times \mathcal{U} \times \mathbb{R}^{n_d} \rightarrow \mathbb{R}^{n_x}$  est la dynamique du système. À l’issue de chacune des rondes d’optimisation, seule la première commande  $u_{t+k}$ ,  $k = 0$ , de la séquence est appliquée et les commandes subséquentes sont rejetées. L’horizon de prédiction glisse vers  $t + 1$  et le processus d’optimisation est répété à la prochaine itération en utilisant la nouvelle information disponible sur le système. Cette répétition des calculs instaure un mécanisme de rétroaction visant à réduire progressivement l’écart entre les prédictions du modèle et les réponses en temps réel du système. Ce mécanisme rend la méthode de commande plus adaptative face à l’incertitude, qui peut résulter d’un modèle imparfait ou de variations inattendues du système. Ainsi, les incertitudes y sont modélisées sous la forme de perturbations apparaissant de manière additive dans la dynamique du système [44, 45].

### 1.3.1 Avantages et limitations

Le MPC est une méthode de commande adaptée aux systèmes dynamiques, notamment ceux où des phénomènes peuvent se produire avec un délai. De plus, le MPC est en mesure d’anticiper des événements futurs, tels qu’un changement de point consigne ou de tarif d’électricité, par exemple. Il permet également un traitement simple des systèmes à plusieurs variables d’entrée et de sortie, ainsi qu’un traitement des contraintes de manière explicite [44].

Cependant, il présente certaines limitations. Il peut s’avérer coûteux du point de vue de la résolution numérique, car l’optimisation doit être répétée à chaque itération [8, 44]. De plus, lorsque les variables de décision sont des nombres entiers, il peut ne pas être adapté à des applications à grande échelle, notamment lorsque de nombreux bâtiments ou zones sont impliqués. De plus, le MPC repose sur des prévisions. Bien que les erreurs de prédiction puissent être corrigées par rétroaction, les performances peuvent être réduites en cas de différence significative entre les prédictions et la réalité. Enfin, le MPC dépend d’un modèle du système à commander. Les bâtiments ont souvent une dynamique fortement non linéaire et peuvent être soumis à d’importantes variations. Toutefois, la complexité du modèle peut être limitée en faveur de l’efficacité computationnelle [8].

## 1.4 Objectifs de recherche

Dans ce mémoire, une méthode de gestion énergétique facile à mettre en œuvre pour les bâtiments commerciaux de petite taille équipés de systèmes HVAC de type RTU est élaborée. L’approche adoptée repose sur l’utilisation d’un MPC entier convexe basé sur un *input convex*

*recurrent neural network (ICRNN)* pour une modélisation des dynamiques thermiques guidée par les données. Contrairement aux travaux antérieurs [46–48] dans ce courant de littérature, des commandes discrètes sont considérées afin de modéliser avec précision le fonctionnement de la plupart des bâtiments de ce type.

La méthode de résolution proposée repose sur l'utilisation d'un solveur basée sur le DFO. La convexité du MPC permet d'éviter les minima locaux, ce qui favorise une résolution efficace. De plus, une stratégie permettant aux bâtiments commerciaux de soumettre des offres de réduction de la demande dans un marché en temps réel est formulée. Des études de cas sont présentées, démontrant l'application concrète de notre méthode dans divers programmes de DR et mettant en évidence son plein potentiel. L'approche proposée est validée sur un bâtiment commercial à deux zones de Modelica [49], une simulation basée sur la physique.

## 1.5 Plan du mémoire

Ce mémoire est composé de sept chapitres. Le chapitre 2 traite de la revue de littérature, puis le chapitre 3 expose la démarche de l'ensemble du travail de recherche. Le chapitre 4 présente un article en anglais soumis pour publication, accompagné de résultats complémentaires discutés dans le chapitre 5. Le chapitre 6 propose une discussion sur la contribution principale de ce mémoire. Enfin, le chapitre 7 clôture le mémoire en abordant les limitations et en présentant des perspectives pour les travaux futurs.



les paramètres du réseau. La fonction  $f$  est construite de sorte qu'il est possible de résoudre  $\mathbf{x}$  à l'optimalité efficacement étant donné des valeurs constantes de  $\mathbf{y}$ . Cette approche se démarque de celles précédemment abordées dans la littérature, car elle garantit la convexité tout en imposant peu de restrictions quant à la complexité du réseau, telles que le nombre de couches et de non linéarités. Dans [46], la couche cachée  $l \in \{0, \dots, L-1\}$ ,  $L \in \mathbb{N}$ , de l'ICNN est décrite par :

$$\mathbf{h}_{l+1}(\hat{\mathbf{x}}) = \phi_l(\mathbf{W}_l \mathbf{h}_l + \mathbf{P}_l \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{b}_l), \quad \mathbf{h}_0 = \mathbf{0}, \quad \mathbf{W}_l = \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}, -\mathbf{x}]. \quad (2.1)$$

où  $\boldsymbol{\theta} = \{\mathbf{W}_{0:L-1}, \mathbf{P}_{1:L-1}, \mathbf{b}_{0:L-1}\}$ . Lorsque les paramètres  $\mathbf{W}_{0:L-1}$  et  $\mathbf{P}_{1:L-1}$  sont non négatifs, et que les fonctions d'activation  $\phi_l$  sont convexes et monotones croissantes (par exemple : ReLU, LeakyReLU), ces conditions sont suffisantes pour garantir la convexité de  $\mathbf{h}_L(\hat{\mathbf{x}}; \boldsymbol{\theta})$  par rapport à  $\hat{\mathbf{x}}$ . Ces conditions découlent d'opérations qui préservent la convexité : la somme non négative de fonctions convexes demeure convexe, et la composition de fonctions demeure convexe lorsque la fonction interne est convexe et que la fonction externe est à la fois convexe et monotone croissante. Les auteurs de [46] proposent de dupliquer les entrées de l'ICNN en incluant  $\mathbf{x}$  et  $-\mathbf{x}$  dans  $\hat{\mathbf{x}}$ . Cette formulation assure que ses sorties sont convexes et monotones croissantes par rapport à  $\hat{\mathbf{x}}$ , bien qu'elles puissent être monotones croissantes ou décroissantes par rapport à  $\mathbf{x}$ . Lors de l'optimisation, il suffit d'ajouter une contrainte de consistance sur les entrées de  $\hat{\mathbf{x}}$ .

Il est également pertinent de noter l'ajout de couches de type *skip connection*, désignées par les couches  $\mathbf{P}_{1:L-1}$ , visant à accroître la capacité de représentation du réseau [46, 50]. Ces couches sont ajoutées en raison des contraintes de non négativité sur certains paramètres et permettent d'effectuer l'opération identité à l'intérieur des couches du réseau. C'est pourquoi elles ne sont pas nécessaires dans le cas d'un réseau de neurones à propagation avant traditionnel [50, 51]. L'efficacité et le pouvoir de représentation du réseau sont également formellement démontrés dans [46]. En effet, un ICNN peut représenter toutes fonctions Lipschitz, convexes et continues sur des ensembles compacts convexes, et il est exponentiellement plus efficace que les approximations linéaires par morceaux couramment utilisées en matière de paramétrisation.

Enfin, [47] étend les travaux de [50] afin de permettre à un ICNN d'effectuer des prédictions de type multiprises et multiétapes (*multi-shot* et *multi-step*). Cela signifie qu'une séquence de sorties est générée de manière itérative en utilisant les sorties précédentes comme entrées, tout en réévaluant le même réseau à chaque étape. L'objectif de cette approche est de proposer un réseau nécessitant moins de paramètres que l'ICRNN proposé par [46], lequel est discuté dans la sous-section suivante.

### 2.1.2 Input convex recurrent neural network

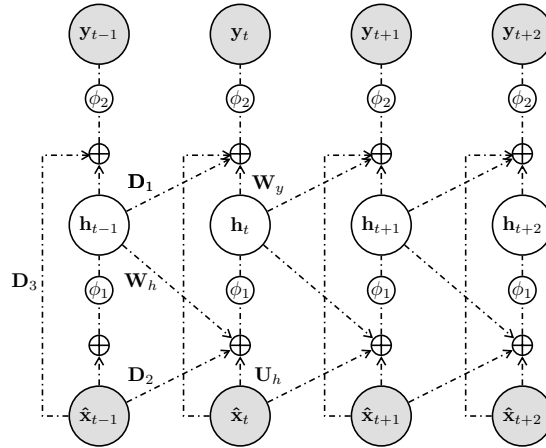


FIGURE 2.2 Architecture d'un *input convex recurrent neural network*.

Les auteurs de [46] ont également introduit une architecture de réseau de neurones récurrent ou *recurrent neural network* (*RNN*). Le réseau proposé est un *ICRNN* et est présenté à la Figure 4.1. L'ICRNN maintient la convexité de ses sorties par rapport à ses entrées pour des prédictions à plusieurs étapes. À la différence de l'approche proposée par [47], l'ICRNN permet d'effectuer des prédictions multiétapes en une seule évaluation du réseau. Cette approche permet de limiter la propagation d'erreur au fil des prédictions [52].

Les RNNs sont conçus pour traiter des données séquentielles ou temporelles. Ils sont employés pour accomplir diverses tâches, notamment la modélisation de systèmes dynamiques prenant la forme suivante :

$$\mathbf{s}_{(t)} = f(\mathbf{s}_{(t-1)}; \boldsymbol{\theta}). \quad (2.2)$$

Dans ce contexte,  $\mathbf{s}_{(t)}$  représente les états du système,  $f$  dénote la dynamique du système et  $\boldsymbol{\theta}$  correspond à ses paramètres. Le système est dit récurrent, car la définition de  $\mathbf{s}$  à l'instant  $t$  fait référence à celle de  $t - 1$ . D'un point de vue computationnel, (2.2) peut être représentée sous la forme d'un graphe orienté acyclique, similaire à celui présenté dans la Figure 4.1. La caractéristique principale des RNNs est leur capacité à maintenir une mémoire interne, représentée sous la forme des états cachés. Cette mémoire interne leur permet de conserver des informations sur les étapes précédentes de la séquence, et est mise à jour lorsque de la nouvelle information est disponible [53]. L'ICRNN proposé par [46] est décrit par :

$$\mathbf{h}_t = \phi_1(\mathbf{U}_h \hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{W}_h \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{P}_2 \hat{\mathbf{x}}_{t-1} + \mathbf{b}_h) \quad (2.3)$$

$$\mathbf{y}_t = \phi_2(\mathbf{W}_y \mathbf{h}_t + \mathbf{P}_1 \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{P}_3 \hat{\mathbf{x}}_t + \mathbf{b}_y), \quad (2.4)$$

où  $\mathbf{U}_h$ ,  $\mathbf{W}_h$ ,  $\mathbf{P}_2$ ,  $\mathbf{W}_y$ ,  $\mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{P}_3$ ,  $\mathbf{b}_h$ , et  $\mathbf{b}_y$  sont les paramètres du réseau. Ce réseau fait le lien entre les entrées  $\hat{\mathbf{x}}_1, \dots, \hat{\mathbf{x}}_t$  aux sorties  $\mathbf{y}_t$ , avec les états cachés  $\mathbf{h}_t$  au temps  $t$  d'une séquence  $t \in \{0, \dots, \tau\}$ . Les couches  $\mathbf{P}_{1:3}$  désignent les *skip connections*. De manière similaire à l'ICNN, les conditions suffisantes pour garantir la convexité impliquent que les paramètres des couches  $\mathbf{U}_h$ ,  $\mathbf{W}_h$ ,  $\mathbf{W}_y$ ,  $\mathbf{P}_{1:3}$ , doivent être non négatifs, et que les fonctions d'activation  $\phi_1$  et  $\phi_2$  soient convexes et monotones croissantes. De même, la duplication des entrées  $\hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{x}, -\mathbf{x}]$  est effectuée.

### 2.1.3 Applications notables des réseaux de neurones convexes

Les applications liées aux réseaux de neurones convexes sont désormais répandues dans la littérature, et ce dans des domaines situés à l'intersection de l'apprentissage automatique et de l'optimisation. Dans [54], un ICNN est appliqué à diverses tâches de classification. Les auteurs mettent en évidence des propriétés intéressantes de cette classe de réseaux de neurones. En particulier, leur capacité d'autorégulation, attribuable aux contraintes imposées sur leur architecture. Cette autorégulation a le potentiel de réduire le problème de surajustement et ainsi d'améliorer la capacité de généralisation.

Les applications les plus notables demeurent en commande optimale. Certains des auteurs de [46] ont proposés deux applications sur une échelle de temps rapide relatives aux réseaux électriques : un algorithme de régulation de la tension pour des réseaux de topologie inconnue [55], ainsi qu'un algorithme de résolution de l'écoulement de puissance optimal linéarisé, basé sur un ICNN, dont les performances de généralisation sont garanties [56]. On retrouve également des applications liées au MPC pour la commande de processus chimiques [57, 58]. Enfin, les applications liées à la commande des systèmes HVAC sont abordées dans la prochaine sous-section.

### 2.1.4 Réseaux de neurones convexes et commande des systèmes HVAC

L'étude [46] présente une méthode de gestion énergétique basée sur une approche MPC-ICRNN pour l'opération en temps réel des systèmes HVAC. L'étude considère un large bâtiment commercial de référence du simulateur Energyplus [59] ayant des intervalles de commande de 10 minutes ainsi que 16 variables de commande continues. Les ICRNNs sont

utilisés pour modéliser à la fois la consommation électrique et la dynamique thermique du bâtiment. L'objectif du MPC est de minimiser la consommation électrique, ce qui se traduit par l'utilisation d'un ICRNN comme fonction objectif et d'un autre comme contrainte. Les résultats de l'étude montrent que le MPC-ICRNN permet une réduction de la consommation énergétique de 23,25% par rapport à un système de commande conventionnelle. Cependant, lorsqu'on le compare à un MPC basés sur un RNN ou sur un modèle linéaire de type circuit *résistance-condensateur (RC)*, les réductions respectives sont de 11,73% et 4,07%. En ce qui concerne les performances de modélisation des modèles, le RNN présente un RMSE inférieur (0,051) à celui de l'ICRNN (0,054) et du modèle RC (0,240). Ces résultats montrent que le RNN et l'ICRNN ont des capacités similaires en ce qui a trait à la modélisation de la consommation énergétique, suggérant que les contraintes sur l'architecture de l'ICRNN sont peu limitantes. Cependant, cela ne permet pas de répondre à la question concernant le compromis entre la capacité de modélisation et l'efficacité computationnelle. De plus, l'étude n'aborde pas les performances de l'ICRNN utilisé pour la modélisation de la dynamique thermique du bâtiment ainsi que le maintien du confort thermique durant les expériences de commande.

L'article [47] présente une approche de MPC basé sur un ICNN, où ce dernier est adapté à la prédiction multiétapes. Le MPC considère des intervalles de commande de 20 à 180 minutes et des variables de commande continues. L'ICNN est utilisé pour modéliser la dynamique thermique d'une pièce d'un petit appartement, agissant ainsi en tant que contrainte du MPC. Afin de préserver la convexité du problème, seule une limite supérieure du confort thermique est prise en compte, car les ensembles super-niveaux ne sont généralement pas convexes. Les résultats de l'étude montrent que le MPC-ICNN parvient à maintenir la température à l'intérieur des limites du confort thermique. Dans une étude ultérieure [48], les auteurs ont étendu leurs travaux précédents pour comparer différentes approches de MPCs convexes et *data-driven*, à savoir un modèle thermique basé de type forêts d'arbres décisionnels, un modèle ARMAX informé par la physique et un ICNN. L'étude a démontré que le MPC-ICNN tend à prendre des décisions plus conservatrices que les autres approches. De plus, le modèle ARMAX nécessite moins de données d'entraînement et présente une erreur de prédiction plus faible lorsque des données historiques sont abondamment disponibles.

## 2.2 Optimisation et réseau de neurones

Cette section s'intéresse aux approches utilisées dans la littérature pour résoudre les problèmes d'optimisation impliquant des réseaux de neurones, qu'ils soient utilisés comme contraintes ou comme fonctions objectif. Les approches employées pour les problèmes convexes

sont présentées en premier, suivies de celles pour les problèmes non convexes.

### 2.2.1 Approches convexes

Pour les problèmes convexes considérant uniquement des variables continues, les approches basées sur les gradients ont été privilégiées. En effet, elles exploitent la convexité du problème, et les gradients d'un réseau de neurones peuvent être calculés facilement via un algorithme de rétropropagation. Les études [46, 55, 56, 58, 60, 61] ont adopté cette approche pour optimiser une fonction objectif modélisée par un ICNN/ICRNN et se sont limitées à des problèmes non contraints ou avec des contraintes de boîte uniquement. Cependant, lorsque l'ensemble des fonctions d'activation d'un réseau de neurones est linéaire par morceaux (par exemple : ReLU), l'ensemble du réseau devient également linéaire par morceaux. Dans de tels cas, l'application de la méthode de la descente de gradient sur un objectif non lisse ne garantit pas la convergence. C'est pourquoi [50] propose une approche basée sur une méthode personnalisée de plans coupants de l'épigraphe. En ce qui concerne les problèmes contraints par un ICNN, l'article [57] utilise un algorithme de programmation quadratique séquentielle, tandis que dans l'article [47], la résolution s'effectue en utilisant la méthode d'optimisation sans dérivées COBYLA [62].

### 2.2.2 Approches non convexes

Dans le contexte de problèmes à variable continues et non convexes soumis à des contraintes impliquant des réseaux de neurones, une grande variété de méthodes a été employée. Par exemple, dans l'article [63], un algorithme basé sur la programmation séquentielle par moindres carrés est utilisé. D'autre part, l'article [64] opte pour l'approche d'optimisation sans dérivées BOBYQA [65] tandis que l'article [66] recourt à une métaheuristique basée sur des essais de particules.

En ce qui concerne les méthodes adaptées aux problèmes à variables entières, une branche de la littérature s'intéresse à la reformulation des réseaux de neurones dont les fonctions d'activation sont des ReLU en tant que programmes linéaires en nombres entiers [67, 68]. Cette approche a été initialement proposée pour les réseaux de neurones à propagation avant non convexes. Son principal avantage réside dans le fait qu'elle produit des solutions dont l'optimalité est garantie. Dans [67], la reformulation proposée mène à une relaxation idéale, c'est-à-dire une formulation qui offre la relaxation convexe la plus forte possible. Cependant, cette formulation introduit un nombre exponentiel de contraintes d'inégalités en plus de variables entières et continues. Cela peut rendre le problème inefficace en termes de temps de calcul, un facteur essentiel à prendre en compte dans le contexte d'un MPC. En ce qui

concerne les autres approches disponibles, elles sont principalement basées sur la méthode d'optimisation sans dérivées [69], ou sur l'utilisation de métaheuristiques, telles que les algorithmes génétiques [10].

### 2.3 Offre sur la demande de bâtiment commerciaux

Cette section se concentre sur la littérature portant sur l'utilisation d'un MPC pour la soumission d'offre sur la demande de bâtiments commerciaux.

L'article [70] présente une démonstration expérimentale de l'utilisation des systèmes HVAC des bâtiments commerciaux pour fournir des services auxiliaires de régulation de fréquence sur le marché de l'énergie suisse. Les participants acquièrent une quantité d'énergie dans le marché DA, qui sert de CR pour la journée suivante, et soumettent leurs offres sur la demande en conséquence. Les quantités de CR et d'offres sont déterminées par la résolution d'un problème robuste, puis un MPC classique est utilisé pour opérer les systèmes HVAC et réviser les offres dans le marché intrajournalier. Dans [71, 72], une méthodologie est proposée pour coordonner en temps réel la consommation des bâtiments et la planification énergétique du réseau électrique. D'abord, le MPC est utilisé pour planifier le fonctionnement des systèmes HVAC et des systèmes de stockage de batteries. Ensuite, le même MPC est employé pour générer une courbe d'offres sur la demande. Dans [73], une architecture de commande adaptée au marché DA de New York est proposée, permettant à des bâtiments commerciaux de soumettre des offres de réduction de la demande. L'architecture de commande se compose de deux niveaux séquentiels : le premier, exécuté quotidiennement, décide de la participation du bâtiment sur le marché. La réduction est calculée par rapport à une CR, qui dépend principalement de la consommation des jours précédents. Le second opère le bâtiment en temps réel, en prenant en compte les décisions du niveau supérieur.

De manière générale, les approches basées sur un MPC classique sont utilisées pour effectuer des offres sur le marché intrajournalier. En ce qui concerne les offres sur le marché DA, elles sont généralement obtenues via la résolution d'un problème robuste. L'approche [70, 73] opte pour des offres de type PT, tandis que [71, 72] optent pour des offres PM. Dans le cas de l'approche [70, 73], une CR est nécessaire pour évaluer les services fournis au réseau électrique. Il est important de noter qu'il peut y avoir un compromis financier entre la CR et les offres, mettant en évidence l'importance du choix judicieux de la CR dans la formulation du programme de DR. Enfin, toutes les approches présentées sont basées sur un modèle linéaire de la dynamique thermique. Une approche reposant sur un modèle plus précis peut offrir davantage de flexibilité, ce qui bénéficierait au réseau électrique et pourrait réduire davantage les coûts d'exploitation du bâtiment.

### CHAPITRE 3 COHÉRENCE DE L'ARTICLE PAR RAPPORT AUX OBJECTIFS DE LA RECHERCHE

Les chapitres précédents ont illustré l'importance de l'efficacité énergétique des bâtiments commerciaux et ont révélé leur potentiel en tant que source importante de flexibilité pour les réseaux électriques, exploitable via des programmes de DR. La gestion efficace de leurs systèmes HVAC peut être réalisée via une méthode de commande telle que le MPC. Cependant, la conception d'un MPC présente des défis qui retardent son déploiement au sein des petits bâtiments commerciaux. Ces défis concernent principalement les approches de modélisation transférable, la précision du modèle et l'efficacité de la résolution du problème d'optimisation. C'est dans cette perspective que ce mémoire s'attarde à l'élaboration d'une méthode de gestion énergétique pouvant être facilement mise en œuvre dans de petits bâtiments commerciaux.

L'article du chapitre 4 présente un MPC entier convexe qui repose sur un ICRNN, favorisant ainsi une modélisation précise et transférable. Le modèle considère des commandes discrètes qui permettent de représenter de manière adéquate le fonctionnement des systèmes RTU-HVAC. La convexité du MPC permet d'éviter les minima locaux, favorisant ainsi une résolution efficace. L'approche proposée est ensuite combinée à une stratégie d'offre sur la demande. Cette stratégie modélise la chronologie des opérations liées à la soumission d'une offre et est adaptable à divers marchés de l'énergie en temps réel. L'approche proposée est ensuite appliquée à plusieurs programmes de DR. Outre le programme d'offre sur demande, un TOU et un CPR sont présentés, car ils sont en vigueur dans des conditions similaires en Ontario ou au Québec.

CHAPITRE 4    ARTICLE 1 : EFFICIENT DATA-DRIVEN MODEL  
PREDICTIVE CONTROL FOR DEMAND RESPONSE OF COMMERCIAL  
BUILDINGS

Marie-Christine Paré • Vasken Dermardiros • Antoine Lesage-Landry  
Submitted to: IEEE Transactions on Control Systems Technology [74]  
Date of submission : December 4<sup>th</sup>, 2023

## Abstract

Model predictive control (MPC) has been shown to significantly improve the energy efficiency of buildings while maintaining thermal comfort. Data-driven approaches based on neural networks have been proposed to facilitate system modelling. However, such approaches are generally nonconvex and result in computationally intractable optimization problems. In this work, we design a readily implementable energy management method for small commercial buildings. We then leverage our approach to formulate a real-time demand bidding strategy. We propose a data-driven and mixed-integer convex MPC which is solved via derivative-free optimization given a limited computational time of 5 minutes to respect operational constraints. We consider rooftop unit heating, ventilation, and air conditioning systems with discrete controls to accurately model the operation of most commercial buildings. Our approach uses an input convex recurrent neural network to model the thermal dynamics. We apply our approach in several demand response (DR) settings, including a demand bidding, a time-of-use, and a critical peak rebate program. Controller performance is evaluated on a state-of-the-art building simulation. The proposed approach improves thermal comfort while reducing energy consumption and cost through DR participation, when compared to other data-driven approaches or a set-point controller.

**Keywords.** Building Energy Management, Demand Response, Input Convex Recurrent Neural Network, Mixed-Integer Programming, Model Predictive Control, Rooftop Unit.

## 4.1 Introduction

The built environment stands as one of the most energy-intensive sectors, and as one of the main contributors to climate change. The buildings sector alone accounts for 30% of global energy consumption and contributes to 28% of total greenhouse gas emissions [1]. In the U.S., commercial buildings (CBs) alone consume 46% of the energy used in the building sector. A substantial portion of this energy is allocated to operating their heating, ventilation, and air conditioning (HVAC) systems, which constitute 47% of their total energy consumption [2]. Inefficient HVAC operation, due to the lack of adequate control, often results in significant energy waste [3]. In the U.S., over 90% of CBs fall into the small- to medium-sized category and are predominantly equipped with packaged rooftop units (RTUs). It is estimated that the majority of these buildings still rely on rudimentary controllers, such as ruled-based or set-point (SP)-based [4].

Model predictive control (MPC) has demonstrated its ability to improve thermal comfort while achieving energy and cost savings through efficient HVAC operation [3]. Despite extensive research and practical case studies, the technology has not yet achieved widespread adoption within the CBs industry. Its deployment is still in its early stages due to challenges such as the need for automated design, tuning, and implementation. The quality of an MPC solution depends on the model's accuracy and the ability to solve the optimization problem efficiently and globally at its core. Physics-based approaches have the ability to produce reliable and easily interpretable models. However, their development usually requires substantial efforts and expertise [5]. In contrast, data-driven approaches promote wide-scale implementation, primarily because they do not require understandings of the system dynamics. This translates into a more transferable approach and lower development costs [3, 7]. Modelling the thermal dynamics of a building can be a challenging task due to their highly nonlinear nature [9]. To address these challenges, many have adopted an approach based on neural networks (NNs) because of their high modelling accuracy [9]. Although NN-based MPC have been applied to CBs in [10, 11], this results in a nonconvex optimization problems which are computationally intractable. In practice, modelling accuracy is often sacrificed in favour of control tractability, and linear models are preferred [13], even though they may not fully capture the dynamics [9].

As part of the largest consumers, CBs can play a significant role in demand response (DR). They inherently offer a source of flexibility through their thermal mass, which acts as passive thermal storage, enabling their participation in DR events without compromising thermal comfort. Achieving accurate real-time control of CBs has the potential to unlock a large amount of flexibility, thereby enhancing power system resiliency, efficiency, and reliability

under high renewable energy penetration, while also generating savings for participants [17]. In this work, we design a readily implementable energy management method for demand response of small CBs equipped with RTU-HVAC. Our approach is based on a convex MPC and uses an input convex recurrent neural network (ICRNN) to model the thermal dynamics in a data-driven fashion. We consider discrete controls to accurately model the operation of most RTU-HVAC CBs. We propose a resolution method based on a derivative-free optimization (DFO) solver. The convexity of our approach promotes efficient computation as the solver avoids local minima. Then, we formulate a DR strategy where CBs can bid flexibility in a real-time market and present numerical case studies in which various DR program are discussed showcasing the full potential of our method. We test our method on a Modelica [49] simulation of a 2-zone CB, a state-of-the-art physics-based simulation.

We now review the related literature on input convex NNs and MPC-based bidding strategy for CBs. Efforts have been made to develop a class of input convex NNs that can be easily embedded in an optimization framework like MPC. First introduced by [50], input convex neural networks (ICNNs) have constraints on their architecture that guarantee the NN’s convexity in its inputs, thus permitting efficient global optimization. In [46], the class of convex NNs is extended to include the ICRNN. The authors of [46] also formally prove the representation ability and efficiency of both the ICNN and ICRNN. In their case studies, a real-time control example of a large-scale office building’s HVAC within an EnergyPlus [59] simulation is presented. The ICRNN-based MPC achieves the largest energy reduction when compared to the ones based on a nonconvex recurrent neural network (RNN) or a linear model. Then, the ICNN from [50] is adapted in [47] to preserve convexity during multistep predictions. A real-life case study considering an apartment room shows that an ICNN-based MPC successfully keeps the temperature within the comfort zone most of the time. In [48], the authors extend their previous work to compare various convex and data-driven MPC approaches, namely a thermal model based on a random forest, a physics-informed ARMAX, and an ICNN. Contrarily to previous work [46–48] in this literature stream, we here consider discrete controls. We then utilize our approach for several DR applications. Discrete control models promote minimal building upgrades and hence increase its potential for the practical implementation of our method.

MPC-based methods have been leveraged for demand bidding of CBs. In [70], the authors present an experimental demonstration where CBs’ HVAC systems are used to provide ancillary frequency regulation services in the Swiss energy market. Participants acquire energy in the day-ahead (DA) market, which serves as a baseline for the following day, and submit flexibility bids accordingly. The baseline and bid quantities are determined by solving a robust

optimization problem, and a classical MPC is used to operate HVAC systems and revise bids in the intraday market. In [72], a method for real-time coordination of building consumption and energy scheduling of power systems is proposed. This method utilizes an MPC to plan the operation of HVAC systems and battery energy storage, as well as to generate demand bid curves. In [73], an MPC framework for the DA market enables CBs to submit bids for demand reductions. The control architecture consists of two sequential levels : the first level determines the building’s daily participation in the market, and the second level handles real-time operations. These works lack a precise model of the thermal dynamics, as they depend solely on a linear model and are generally tailored to a specific market. We address these limitations by formulating a new adaptable MPC-based bidding strategy utilizing a discrete ICRNN CB model.

Our specific contributions are as follows.

- We formulate a mixed-integer piecewise-linear and data-driven MPC for RTU-based small CBs (Section 4.2.3).
- We leverage a precise discrete model to formulate an adaptable real-time DR bidding strategy (Section 4.3.2).
- We present numerical case studies showcasing several DR settings (Sections 4.3.2–4.3.2).

We detail our modelling approach and formulate RTU-HVAC control problems in Section 4.2. In Section 4.3, we present our case studies wherein we assess the performance of our proposed approach, covering inference in Section 4.3.1 and control in Section 4.3.2. We conclude in Section 4.4.

## 4.2 Modelling and problem formulation

We now present the considered building setting, then introduce the thermal dynamics model. We conclude with MPCs for both a base controller and a demand bidding strategy.

### 4.2.1 System description

We focus on a small CB served by RTUs, divided into  $n_z \in \mathbb{N}$  zones, where  $n_z$  usually ranges from 1 to 3. Each zone is equipped with its own thermostat and its associated RTU receiving controls every 5 minutes. A typical RTU comprises  $n_u \in \mathbb{N}$  components, such as electric heating and cooling coils with two intensities each, as well as a fixed-speed fan. Each of these components is controlled using ON/OFF actuation. The control space can be summarized as two intensities of cooling,  $u_{c1} \in \{0, 1\}$  for intensity 1 and  $u_{c2} \in \{0, 1\}$  for intensity 2, fan ventilation  $u_f \in \{0, 1\}$ , and two intensities of heating,  $u_{h1} \in \{0, 1\}$  for intensity 1 and  $u_{h2} \in$

$\{0, 1\}$  for intensity 2. Let  $\mathbf{u}_{\text{RTU}} = [u_{c2}, u_{c1}, u_f, u_{h1}, u_{h2}]^\top$  be the control variables vector. The set  $\mathcal{U} = \{[0, 0, 0, 0, 0]^\top, [0, 0, 1, 0, 0]^\top, [0, 1, 1, 0, 0]^\top, [1, 1, 1, 0, 0]^\top, [0, 0, 1, 1, 0]^\top, [0, 0, 1, 1, 1]^\top\}$  is the set of valid controls for one RTU, where  $\mathbf{u}_{\text{RTU}} \in \mathcal{U}$ . For the remainder of this work, we assume  $n_z > 1$ , such that the number of controls is  $n_z n_u$ . Let  $\mathbf{u} \in \mathcal{U}^{n_z}$  represent the controls for all  $n_z$  RTUs concatenated together. Let  $\mathbf{p}^c \in \mathbb{R}^{n_z n_u}$  denote the component power rating of the RTUs collected within a vector.

#### 4.2.2 Building thermal modelling

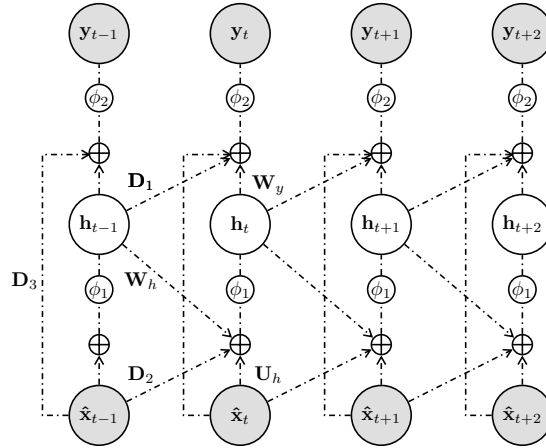


FIGURE 4.1 Architecture of an input convex recurrent neural network.

We base our approach on the work of [46] to fit a convex and data-driven model of the building's thermal dynamics with an ICRNN. The ICRNN architecture is presented in Figure 4.1. RNNs are a class of NNs that carry a state to represent the information seen in previous time steps with a memory window length  $w \in \mathbb{N}$ , enabling them to perform accurate multi-step predictions [46, 52]. Let  $\hat{\mathbf{u}}_t = [\mathbf{u}_t, -\mathbf{u}_t]$  represent the extended inputs, and let  $\hat{\mathcal{U}}$  denote the set of extended valid controls. By constraining the architecture of an RNN during training, we can guarantee the convexity of the resulting scalar function with respect to its inputs  $\hat{\mathbf{u}}_t$ ,  $\forall t$ . As a result, the trained ICRNN can be embedded in an optimization problem which can then be solved efficiently to global optimality. Such NN is described by (4.1)–(4.2). In our context, it maps input  $\hat{\mathbf{u}}_t \in \hat{\mathcal{U}}$  to output  $\mathbf{y}_t \in \mathbb{R}^{n_z}$  with hidden state  $\mathbf{h}_t : \hat{\mathcal{U}}^2 \times \mathbb{R}^{n_h} \rightarrow \mathbb{R}^{n_h}$ , where  $n_h \in \mathbb{N}$  is the number of hidden units, with the parameters  $\mathbf{U}_h$ ,  $\mathbf{W}_h$ ,  $\mathbf{P}_2$ ,  $\mathbf{b}_h$ ,  $\mathbf{W}_y$ ,  $\mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{P}_3$ , and  $\mathbf{b}_y$  :

$$\mathbf{h}_t = \phi_1 (\mathbf{U}_h \hat{\mathbf{u}}_t + \mathbf{W}_h \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{P}_2 \hat{\mathbf{u}}_{t-1} + \mathbf{b}_h) \quad (4.1)$$

$$\mathbf{y}_t = \phi_2 (\mathbf{W}_y \mathbf{h}_t + \mathbf{P}_1 \mathbf{h}_{t-1} + \mathbf{P}_3 \hat{\mathbf{u}}_t + \mathbf{b}_y). \quad (4.2)$$

The sufficient conditions for the convexity of the network defined by (4.1)–(4.2) are that its parameters  $\mathbf{U}_h$ ,  $\mathbf{W}_h$ ,  $\mathbf{P}_2$ ,  $\mathbf{W}_y$ ,  $\mathbf{P}_1$ , and  $\mathbf{P}_3$  are non-negative and its activation functions  $\phi_1$  and  $\phi_2$  are convex and non-decreasing (e.g., ReLU or LeakyReLU). The resulting trained-NN is convex and non-decreasing over  $\hat{\mathbf{u}}_t$ , but its output can be decreasing or non-decreasing with respect to  $\mathbf{u}_t$ .

### 4.2.3 Model predictive control

We now introduce our control problems. We begin by presenting our base controller, followed by our demand bidding strategy.

#### Base controller

The CB energy management problem is formulated as a rolling horizon optimization problem. The objective is to minimize electrical operational costs, i.e., the cost of energy use and peak demand associated with the RTUs, while maintaining thermal comfort and satisfying equipment requirements over the prediction horizon  $T \in \mathbb{N}$ , in all  $n_z$  zones. For all  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , let  $\mathcal{T}_t = \{t, \dots, t + T\}$  be the set of MPC intervals. Let  $\boldsymbol{\theta}^t \in \mathbb{R}^{n_z}$  be the indoor air temperature (IAT), and  $\Delta\boldsymbol{\theta}^t = \boldsymbol{\theta}^t - \boldsymbol{\theta}^{t-1}$  the IAT variations between two sampling steps  $\Delta t > 0$ , in all  $n_z$  zones. The MPC problem is presented in (4.3)–(4.9) and described next.

$$\min_{\mathbf{u}^k, k \in \mathcal{T}_t} \sum_{k \in \mathcal{T}_t} \lambda_E^k E^k + \lambda_P \max_{k \in \mathcal{T}_t} \{\mathbf{u}^{k\top} \mathbf{p}^c\} \quad (4.3)$$

$$\text{s.t. } \Delta\boldsymbol{\theta}^k = f(\mathbf{x}^{k-w}, \dots, \mathbf{x}^k), \quad \forall k \in \mathcal{T}_t \quad (4.4)$$

$$\boldsymbol{\theta}^{k-1} + \Delta\boldsymbol{\theta}^k \leq \bar{\boldsymbol{\theta}}^k, \quad \forall k \in \mathcal{T}_t \quad (4.5)$$

$$\sum_{\tau=k-\rho}^{k-1} \max\{\mathbf{u}^{\tau-1} - \mathbf{u}^\tau\} \leq 1 - \mathbf{u}^k, \quad \forall k \in \mathcal{T}_t \quad (4.6)$$

$$E^k = \mathbf{u}^{k\top} \mathbf{p}^c \Delta t, \quad \forall k \in \mathcal{T}_t \quad (4.7)$$

$$\hat{\mathbf{u}}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^k \\ -\mathbf{u}^k \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^k \\ \hat{\mathbf{u}}^k \end{bmatrix}, \quad \forall k \in \mathcal{T}_t \quad (4.8)$$

$$\mathbf{u}^k \in \mathcal{U}^{n_z}, \quad \forall k \in \mathcal{T}_t. \quad (4.9)$$

We consider a time-varying rates for energy  $\lambda_E^t \geq 0$ , and a fixed rate on peak power demand  $\lambda_P \geq 0$ , as utilities usually bill commercial consumers for both. Peak demand fees are based on the maximum power usage observed during a month [75]. Because of the lack of whole build-

ding’s power profiles due, for example, to submetering, we aim to minimize the peak demand induced by the RTU over the prediction horizon as a proxy. Constraints (4.4)–(4.5) represent the thermal comfort zone, where  $\bar{\theta}^t \in \mathbb{R}^{n_z}$ ,  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , is the upper bound on IAT, for all  $n_z$  zones. The building’s thermal dynamics are described by a parametrized ICRNN,  $f : \mathbb{R}^{(2n_u n_z + n_s) \times T} \rightarrow \mathbb{R}^{n_z \times T}$ , that takes as inputs extended controls  $\hat{\mathbf{u}}^t \in \hat{\mathcal{U}}$ , and the  $n_s \in \mathbb{N}$  building’s state variables, i.e., exogenous variables, defined for all  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , as  $\mathbf{s}^t \in \mathbb{R}^{n_s}$ . We omit the lower bound on IAT  $\underline{\theta}^t \in \mathbb{R}^{n_z}$ ,  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , to maintain convexity [47]. This relaxation is not limiting because, by minimizing energy consumption and peak power, the IAT will tend to be close to the upper bound. Constraint (4.6) prevents equipment toggling by ensuring that each RTU component remains in the same state during  $\rho \in \mathbb{N}$  time steps when transitioning from ON to OFF, as short cycling significantly decreases the efficiency of units [76]. Constraint (4.7) represents the energy consumed during a control round. Constraint (4.8) defines the inputs of the ICRNN, and (4.9) states the domains of the optimization variables. Problem (4.3)–(4.9) is a mixed-integer piecewise linear optimization problem. When the binary variables are relaxed to continuous ones, its objective function and its feasible set are convex, and the proposed MPC is a convex problem [39]. Convexity of the relaxed optimization problem guarantees that the solver avoids getting stuck in local minima, and therefore promotes higher solution quality with respect to conventional NN-based MPC.

### Demand didding strategy

We now propose a strategy that allows RTU-based CBs participation in a DR program. Participants can bid capacity in the real-time market, which operates on 5-minute intervals, matching the CB’s operating timescale. Market parameters such as the minimum bid size, the trading intervals time span and gate closure times for bid submission tend to differ in each market [31]. We favour a general approach that can be easily adapted to different intraday markets like CAISO, AEMO, and PJM. We draw inspiration from the Frequency Control Ancillary Services (FCAS) market of the Australian National Electricity Market (NEM) requirements for the response speed and duration. FCAS are market-based ancillary services that are used to maintain the grid’s frequency to a normal operating point by balancing generation and demand. Frequency control services are further divided into regulation and contingency services. Regulation services are used to correct minor frequency deviations while contingency services are used to correct major frequency disturbances. Here, we target contingency delayed-raise and delayed-lower services which require participants to provide an increase or a curtailment of power and maintain it for 5 minutes. When called, participants must respond within 5 minutes. Participants are rewarded based on their availability, regardless of if they are called or not [29]. Finally, we make the following assumptions regarding some of

the market requirements.

1. The service is rewarded based on deviations from a baseline of HVAC power data provided by the independent system operator (ISO).
2. We adopt a price-taker bidding strategy. This assumption is not too restrictive, as markets like CAISO only allow DR participants to bid as price-takers in the real-time market [33].
3. We assume that bids in the day-ahead market have already been submitted if it is a necessary step to participate in the intraday market.
4. We omit the minimum-sized bid requirement. If necessary, multiple individual bids can be aggregated.

We consider the following timeline of market operations for a given trading interval starting at  $t + 3$ . Participants submit their bids to the ISO before the market's gate closure at market interval  $t$ . Once closed, bid modifications are no longer possible. Then follows the settlement period, during which the ISO receives all bids and secures enough resources. By the end of this period, participants receive a guarantee of payment if their bid is cleared in the market at  $t + 1$ . Subsequently follows a standby period where participants are waiting to receive the DR signal  $\sigma_-^{t+3} \in \{0, 1\}$  from the ISO, where  $\sigma_-^{t+3}$  represent being called ( $\sigma_- = 1$ ) or not ( $\sigma_- = 0$ ). Upon its reception at  $t + 2$ , participants are required to fulfill their service bid.

Next, we formulate a real-time bidding strategy for a single CB. We define  $\mathcal{W}_t \subseteq \mathcal{T}_t$  as the set of market intervals closed for bid modifications. Let  $\lambda_-^t \geq 0$ ,  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , be the market clearing prices (MCPs) for energy curtailment. Let  $c_-^t \geq 0$ ,  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , be the amount of capacity previously settled by the ISO. Let  $p_{\text{baseline}}^t \geq 0$ ,  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , be the HVAC power baseline. The MPC for demand bidding is provided in (4.10)–(4.13) and discussed next.

$$\min_{\mathbf{u}^k, k \in \mathcal{T}_t} \sum_{k \in \mathcal{T}_t} \lambda_E E^k - \sum_{k \in \mathcal{T}_t \setminus \mathcal{W}_t} \lambda_-^k \Delta E_-^k - \sum_{k \in \mathcal{W}_t} \lambda_-^k R_-^k \quad (4.10)$$

$$\text{s.t. (4.4) – (4.9)}$$

$$\Delta E_-^k = \left( p_{\text{baseline}}^k - \mathbf{u}^{k\top} \mathbf{p}^c \right) \Delta t, \quad \forall k \in \mathcal{T}_t \setminus \mathcal{W}_t \quad (4.11)$$

$$p_{\text{baseline}}^k - \mathbf{u}^{k\top} \mathbf{p}^c \geq c_-^k, \text{ if } \sigma_-^k = 1, \quad \forall k \in \mathcal{W}_t \quad (4.12)$$

$$R_-^k = c_-^k \sigma_-^k, \quad \forall k \in \mathcal{W}_t. \quad (4.13)$$

The objective function (4.10) is defined in terms of the energy cost, a penalty component, and rewards for curtailment services. When the power consumption exceeds the baseline, the penalty term is positive and is proportional to the deviation from the baseline. Conversely,

when energy consumption is below the baseline, the penalty term is negative and equal to the reward for the services provided. This formulation is chosen to ensure the problem’s convexity and to eliminate the need to introduce equality constraints or supplementary variables. This consideration is especially relevant as the problem is solved through DFO, which will be discussed in Section 4.3. Constraint (4.11) represents the amount of energy adjustments made with respect to the baseline. Once a bid is cleared in the market, participants are expected to provide the adequate service when called by the ISO. This is modelled by constraint (4.12). When solving the MPC problem, we assume  $\sigma_-^{t+3} = 1$  from the market closure until the end of the bid settlement period. After this period, it is updated to its true value. If our bid is cleared in the market, it remains set to 1 during the standby period until the reception of the true dispatch signal. Finally, constraint (4.13) defines the rewards.

### 4.3 Numerical case studies

In this section, we conduct numerical experiments on a model based on the 2-zone building from the Modelica Buildings Library [49], and use Dymola as the compiler. The library supports multi-zone heat transfer and multi-zone airflow [49]. The experiments are designed to simulate a hot summer period occurring in Miami during January 1<sup>st</sup>–4<sup>th</sup> 2021 [77]. The set of controls is therefore reduced to cooling coils  $u_{c1}$  and  $u_{c2}$ , and fan ventilation  $u_f$  with power ratings of  $p_{c1} = p_{c2} = 2.272$  kW, and  $p_f = 0.637$  kW. We consider weekday and weekend schedules, as well as different comfort zones, according to occupancy. Specifically, the thermal comfort zone of IAT is set to [20°C, 24°C] during occupancy hours, and to [18°C, 28°C] during unoccupied periods. The simulation environment is employed for data generation for model training, and subsequently for assessing the performance of the controllers. Model accuracy is presented in Section 4.3.1, and then the controller performance is discussed in Section 4.3.2.

#### 4.3.1 Modelling accuracy

We now describe the procedure to train the ICRNN and its benchmarks. Results are presented in Section 4.3.1.

#### ICRNN

Our inference approach for multi-step-ahead prediction is based on a multi-output sequence-to-sequence model with a prediction horizon of 2h and a past data horizon of 3h. We use 6 months of data with a 5-minute sampling interval. The dataset is randomly sampled to form training, validation, and testing sets, each comprising 60%, 20%, and 20% of the full

dataset size, respectively. Following this, we apply min-max scaling to the data. For feature selection, a correlation analysis is used to target the relevant features and then a forward selection method is applied. The features selected include the extended controls  $\hat{\mathbf{u}}^t$  and the state variables  $\mathbf{s}^t$ . The state variables consist of the outdoor air temperature (OAT), the global horizontal irradiance (GHI), the time of the day, and the time of the week in sin/cos encoding used as representations of the building occupancy. As for the target variables, the ICRNN is used to predict  $\Delta\theta^t$  [47]. Predicting  $\Delta\theta^t$  instead of the IAT leads, in our case, to a higher modelling accuracy. We use a ReLU activation function for  $\phi_1$  and a linear activation function of the output layer  $\phi_2$ . Hyperparameter tuning is performed with `Orion`, a black-box optimization framework [78]. The tuned hyperparameters include the number of hidden units, the number of hidden layers, and the learning rate. Finally, early stopping is implemented to prevent overfitting during training.

## Benchmark

To further investigate the trade-off between modelling accuracy and computational tractability, we use a linear model and a long short-term memory (LSTM) NN as benchmarks. In this work, the nonconvex MPC serves as a benchmark for model accuracy, but is computationally intractable. The linear MPC acts as a benchmark for computational tractability but with limited modelling abilities. Lastly, the greedy controller represents control simplicity.

**Linear** We use a multi-output first order autoregressive exogenous input (ARX) model and employ a recursive approach for generating multi-step-ahead prediction.

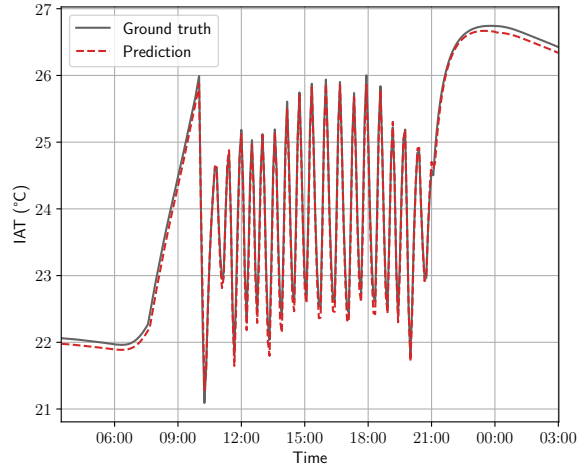
**Nonconvex** We use an LSTM NN. LSTMs have been widely applied to building modelling because of their high accuracy [66]. However, their highly non-linear structure can potentially lead the solver to converge to a local minimum. We follow the same process for feature selection, training, and hyperparameter tuning as we do for the ICRNN model.

**Greedy** We employ an SP controller that takes decisions based on the current occupancy status and temperature conditions relative to comfort bounds and dead bands.

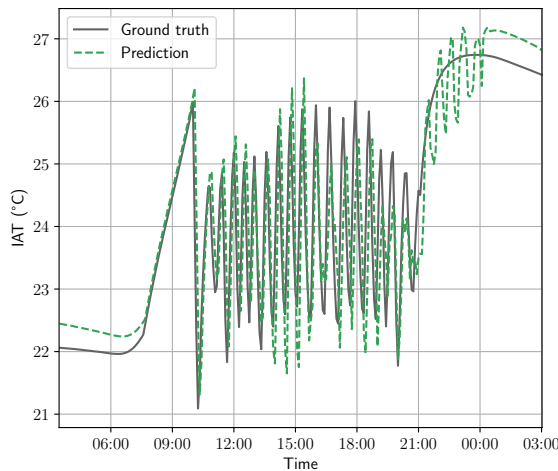
## Results

We compare our modelling approach with benchmark models. Figure 4.2 illustrates the prediction performance over a 24-hour period in one of the two zones. To fit the NN models, we employ a recurrent layer of 60 units for the ICRNN and 45 units for the LSTM. We compute

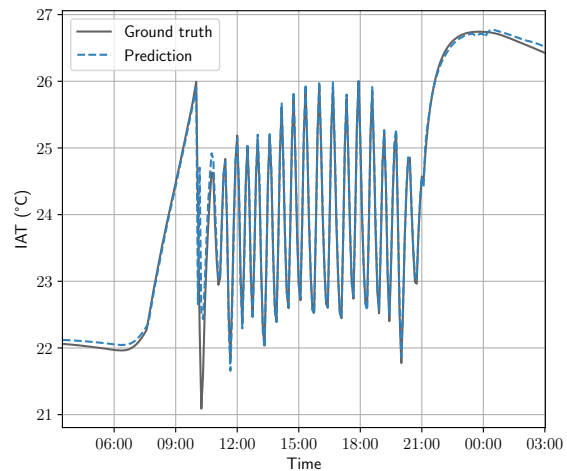
the corresponding root mean square error (RMSE) and their standard deviation for each predictive model. In terms of fitting performances, the linear model produces the largest error values with a RMSE of  $(0.45 \pm 0.04)^\circ\text{C}$ . This is primarily due to error propagation over time resulting from the recursive approach and its limitation in capturing non-linear patterns. The LSTM model, conversely, shows the lowest error values with a RMSE of  $(0.09 \pm 0.01)^\circ\text{C}$ . An LSTM NN has a memory cell that can capture information from earlier time steps and store it for later use, which helps addressing the problem of vanishing or exploding gradient [52], thereby contributing to a more accurate representation of thermal inertia. Our ICRNN model shows significant improvements when compared to the linear model with a RMSE of  $(0.14 \pm 0.03)^\circ\text{C}$ . Because the ICRNN is a piecewise linear convex approximation, it has representation limitations. It remains a competitive alternative to the LSTM.



(a) ICRNN model in zone 2.



(b) Linear model in zone 2.



(c) LSTM model zone 2.

FIGURE 4.2 Thermal dynamics fitting comparison.

### 4.3.2 Controller performance

We now assess the performance of the controllers under different pricing mechanisms and DR programs.

In our control experiments, we introduce Gaussian noise to simulate uncertainty in time-varying data and compute standard deviations from historical data. Specifically, we apply noise to the OAT and the GHI. To ensure a reasonable variation over a 2-hour horizon, the standard deviations are scaled down by a factor of 10 for IAT and 50 for GHI, and the amount of noise is increased linearly across the prediction horizon. In Section 4.3.2, the same process is applied to introduce noise in energy prices and MCPs, with standard deviations adjusted by a factor of 10. As for the performance metrics, we evaluate thermal discomfort, defined at time step  $t$  as  $\mathbf{1}^\top \left( [\boldsymbol{\theta}^t - \boldsymbol{\theta}^t]^+ + [\boldsymbol{\theta}^t - \bar{\boldsymbol{\theta}}^t]^+ \right) \Delta t$ , where  $\mathbf{1} \in \mathbb{R}^{n_z}$  is the one vector, and toggling based on the satisfaction of constraint (4.6).

In terms of resolution methods, the MPC based on the linear model is solved with `CVXPY` which returns the global optimum [79]. In case of infeasibility, thermal comfort bounds are relaxed. The NN-based MPCs are solved with the blackbox optimization software `NOMAD` [43] using the `Mesh Adaptive Direct Search` [41] algorithm, which allows for discrete-DFO [80]. For the nonconvex MPC specifically, a `Variable Neighborhood Search` [81] metaheuristic is added to try to escape local minima. In this optimization framework, all constraints, i.e., constraints (4.4)–(4.6) and (4.12) are handled by the `Progressive Barrier` approach [82], which allows constraint violations. In case of infeasibility, `NOMAD` yields the solution that minimizes the sum of the squares of the violations. To initiate the optimization process, the solver requires an initial point. This enables us to leverage the previous solution in a rolling horizon strategy, to effectively guide the new search. To reduce the search space, binary controls presented in Section 4.2.1 are converted into integer variables.

#### Flat-rate pricing

We conducted a 3-day experiment implementing the MPC problem described in (4.3)–(4.9), considering both time-invariant energy and power pricing. The energy rate is set to \$0.05303/kWh, and the peak power rate to \$14.58/kW, similarly to [75]. Results for all zones combined are presented in Table 4.1.

In a cooling experiment, the greedy controller toggles around the upper bound on thermal comfort. It thus acts as a more stringent benchmark for energy consumption but induces a significant amount of thermal discomfort. As shown in Table 4.1, on both day 1 and day 3, the greedy controller consumes either the same amount or more energy than the convex MPC,

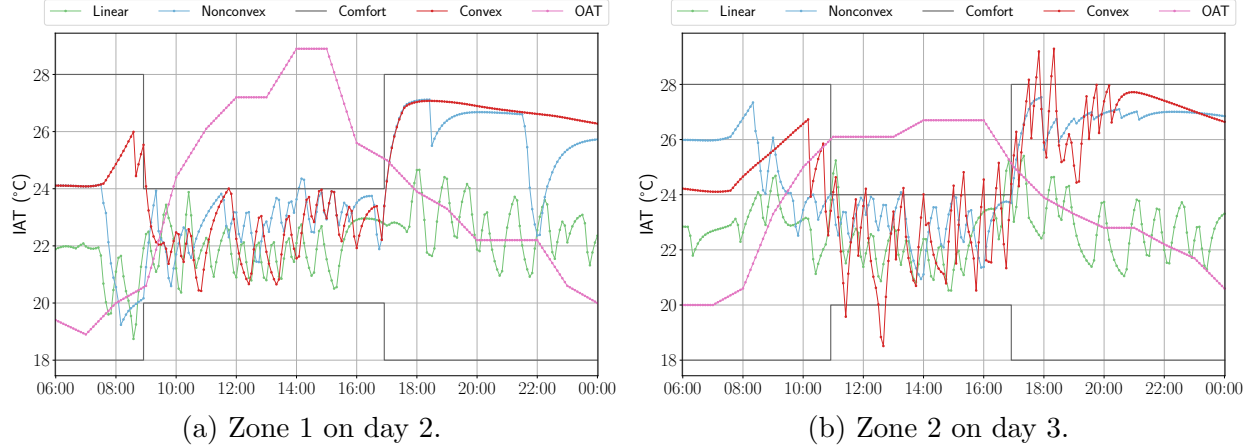


FIGURE 4.3 Controller comparison : IAT profiles during 2 simulated days under a flat-rate pricing.

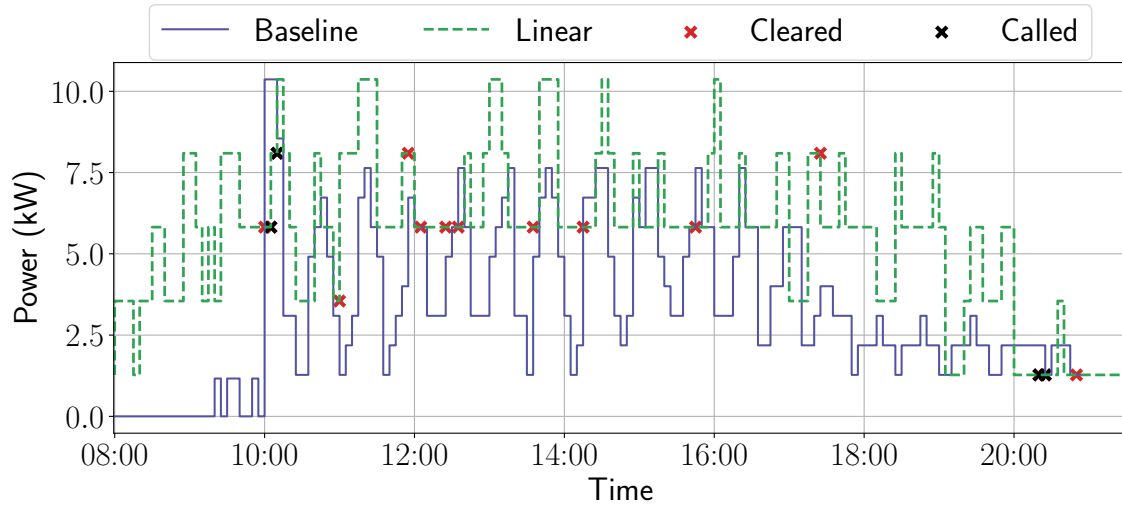
while also causing significant thermal discomfort. These results highlight the importance of operating RTU-HVAC efficiently. With the linear MPC, the controller tends to inefficiently overcool the system, leading to a high energy consumption. This underscores the crucial role of model design in control methods like MPC, as an inadequate model will lead to poor controller performance. Considering the convex approach, the ICRNN has a higher prediction error than the LSTM. In control, prediction errors may lead the IAT outside the thermal comfort zone, as presented in Figure 4.3. Although the convex MPC problem has only an upper bound on thermal comfort, the IAT is kept within the comfort zones at most time, as shown in Figure 4.3b. In all instances, all controllers avoid toggling of equipment. However, none of them manage to reduce the power peak consumption of 10.37 kW. Given the small number of zones and the experiments taking place during hot days, it may not be feasible to achieve such reduction. Overall, when compared to the more commonly implemented control method, viz., the greedy controller, the convex MPC is the only approach that reduces both energy consumption and discomfort, with respective averages of 8.42% and 86.95% across all simulation days.

TABLE 4.1 Controller comparison for the flat-rate pricing.

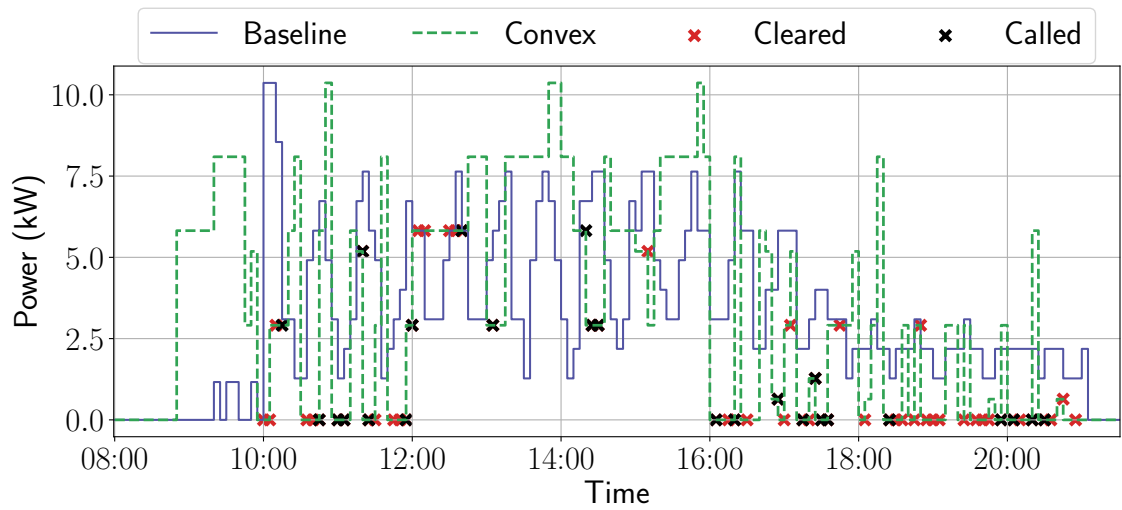
<b>Metrics</b>	<b>Day 1</b>	<b>Day 2</b>	<b>Day 3</b>
<b>Greedy</b>			
Avg. discomfort [ $^{\circ}\text{C}$ ]	0.307	0.360	0.437
Energy [kWh]	52.39	52.73	50.32
Toggling	0	0	0
<b>Linear</b>			
Avg. discomfort [ $^{\circ}\text{C}$ ]	0.015	0.014	0.052
Energy [kWh]	95.03	93.40	94.16
Toggling	0	0	0
<b>Convex</b>			
Avg. discomfort [ $^{\circ}\text{C}$ ]	0.069	0.005	0.066
Energy [kWh]	52.63	60.12	30.32
Toggling	0	0	0
<b>Nonconvex</b>			
Avg. discomfort [ $^{\circ}\text{C}$ ]	0.003	0.005	0.006
Energy [kWh]	59.98	67.11	62.37
Toggling	0	0	0

## Demand bidding

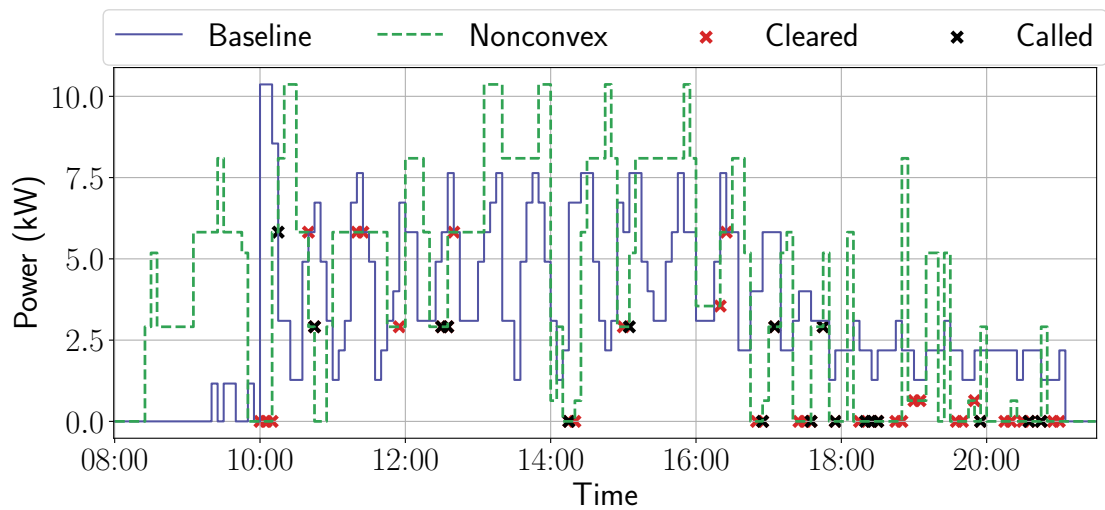
We now implement the demand bidding strategy presented in Section 4.2.3. In this experiment, a common baseline consumption is set for all MPCs, and is established by averaging historical data of the corresponding day of the week. The ISO’s decision  $\sigma_t^t$ ,  $t \in \{1, 2, \dots\}$ , on whether to call a service or not is modelled by independent and identically distributed Bernoulli random variables. We assume a probability of 0.9 of being cleared in the market, as we participate as a price-taker, and a probability of being called of 0.4. Real-time energy prices and MCPs are retrieved from [83, 84]. Savings from participation are calculated with respect to a benchmark for each thermal model, obtained by solving the control problem defined by (4.4)–(4.10) with  $\lambda_-^t = 0 \forall t$ .



(a) Linear MPC.



(b) Convex MPC.



(c) Nonconvex MPC.

FIGURE 4.4 Power profiles for the demand bidding program.

In this experiment, the CB participates in the real-time market by submitting bids over a 24-hour period. Detailed results for all zones combined are presented in Table 4.2. The convex MPC attains the lowest energy consumption and net cost among all controllers. As for the average thermal discomfort, the proposed approach achieves a reduction of 70.03% compared to the greedy approach. Both the convex and nonconvex MPCs show a comparable amount of toggling. In general, a tolerable level of cycling is acceptable, and this remains within reasonable limits, as the results presented include all components of the two RTUs. Regarding savings, the convex approach achieves the largest amount of savings. This can be attributed to the fact that the convex MPC submits significantly more bids into the market, as presented in Figure 4.4. The convex approach bids 12.35 kWh through 66 individual bids, and is called 28 times. In contrast, the linear MPC submits 2.72 kWh through 16 bids, and the nonconvex submits 7.07 kWh through 47 bids. Finally, the convex approach ends up providing more flexibility to the grid, delivering 4.13 kWh of service, compared to 2.49 kWh for the nonconvex and 1.33 kWh for the linear. During the experiment, all controllers successfully fulfilled their bids. In a real market context, participants who fail to do so could incur a substantial penalty. If feasibility is a concern, constraint (4.12) could be treated this **Extreme Barrier** approach to forbid violations [41].

### Time-of-use

We now consider a time-of-use (TOU) program, where rates and schedules are based on [22] for the summer period.

Results for a 24-hour experiment are presented in Table 4.2, and include all zones combined. In this experiment, the convex controller attains the lowest energy consumption among all controllers. While it ranks second in terms of net cost, with a net cost 3.77% higher than the greedy controller, it mitigates discomfort by 89.25% with an equivalent energy usage.

### Critical peak rebate

We now consider a critical peak rebate (CPR) program. CPR is a program in which participants receive discounts on their electricity bills in exchange for reducing their demand during critical peak periods. The program utilizes a participant baseline to determine the payment settlement. From the consumer’s perspective, CPR is a voluntary and self-controlled initiative that incurs no penalties and requires minimal equipment [85].

In this experiment, the MPC problem is defined by the set (4.4)–(4.9), and (4.11), with objective (4.10) where the reward term is not included. The electricity rate is structured

with a base rate of \$0.076/kWh and a reward of \$0.55/kWh for each kWh reduced from the participant’s baseline [23]. The baseline is defined as in Section 4.3.2. We consider events that take place during the summer, where peak demand typically occurs within the 12:00 PM to 6:00 PM window. To prepare for the event, program participants are assumed to be notified at least two hours in advance.

In Table 4.2, the results of all controllers are compared. The convex approach achieves the lowest energy consumption compared to other controllers without leading to equipment toggling. In terms of net cost, when compared to the greedy controller, it incurs an additional cost of \$0.21, but achieves a reduction of 82.52% in terms of discomfort. In terms of energy savings, the convex approach is able to curtail 7.33 kWh from the baseline, which is only 6.02% less than the greedy controller.

TABLE 4.2 Controller comparison for DR programs.

Demand bidding					
Controller	Energy [kWh]	Avg. dis-comfort [°C]	Toggling	Net cost [\$]	Savings [%]
Greedy	52.39	0.307	0	1.28	-
Linear	82.55	0.010	0	1.76	0.76
Convex	45.62	0.092	2	0.95	22.02
Nonconvex	52.44	0.029	2	1.12	17.07
Time-of-use					
Controller	Energy [kWh]	Avg. dis-comfort [°C]	Toggling	Net cost [\$]	
Greedy	52.39	0.307	0.0	7.82	-
Linear	93.14	0.016	0.0	12.69	-
Convex	52.29	0.033	1.0	8.115	-
Nonconvex	61.49	0.000	0.0	9.53	-
Critical peak rebate					
Controller	Energy [kWh]	Avg. dis-comfort [°C]	Toggling	Net cost [\$]	Savings [kWh]
Greedy	52.39	0.309	0	-0.31	7.80
Linear	86.79	0.060	0	3.53	5.57
Convex	51.70	0.054	0	-0.10	7.33
Nonconvex	60.04	0.002	1	3.18	2.51

### 4.3.3 Solution quality

We now assess the quality of the solution obtained during a 5-minute control horizon imposed by the CB’s timescale. During a 24-hour control experiment, we run the convex MPC implemented in Section 4.3.2. For 30% of the iterations, we run the solver for 5, 10, and 30 minutes.

We find that in 92.4% of the instances, the same solution was found with a computation time of 5 minutes as in 10 minutes, and in 78.3% when compared to a computation time of 30 minutes. Figure 4.5 illustrates the absolute gap between the objective function values,  $|\Delta f|$ . To contextualize these results, large gaps can be attributed to variations in peak power between solutions, as peak power demand is strongly penalized by a rate of \$14.58/kW. However, it is important to note that the objective function values do not reflect real operational costs. This is because we optimize peak power over the MPC horizon rather than considering the observed monthly peak.

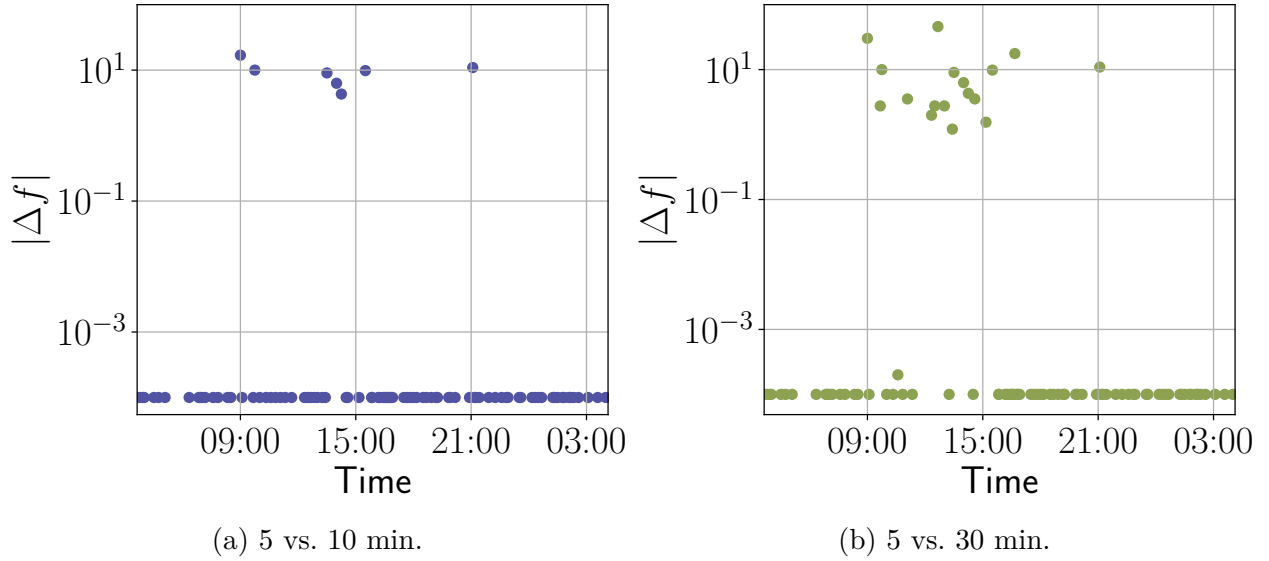


FIGURE 4.5 Comparison of objective function values based on computation time.

#### 4.4 Conclusion

In this work, we propose an energy management method for RTU-HVAC of small CBs. Our convex MPC approach leverages a discrete and data-driven model of the thermal dynamics, making the implementation in RTU-based CBs straightforward. We develop a bidding strategy for the real-time market and apply our approach to a TOU and a CPR program. The performance of the proposed controller is evaluated through numerical building simulations, and has demonstrated a good compromise between thermal comfort, energy reduction, and cost. In future work, we will extend our approach to an aggregation of multiple CBs and propose a resolution method that produces provably optimal solutions.

## CHAPITRE 5 RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES

Ce chapitre offre un complément aux résultats présentés dans l'article du Chapitre 4. Il présente les profils de température et les commandes associées obtenus dans diverses études de cas, puis ceux-ci sont discutés.

### 5.1 Variabilité des commandes

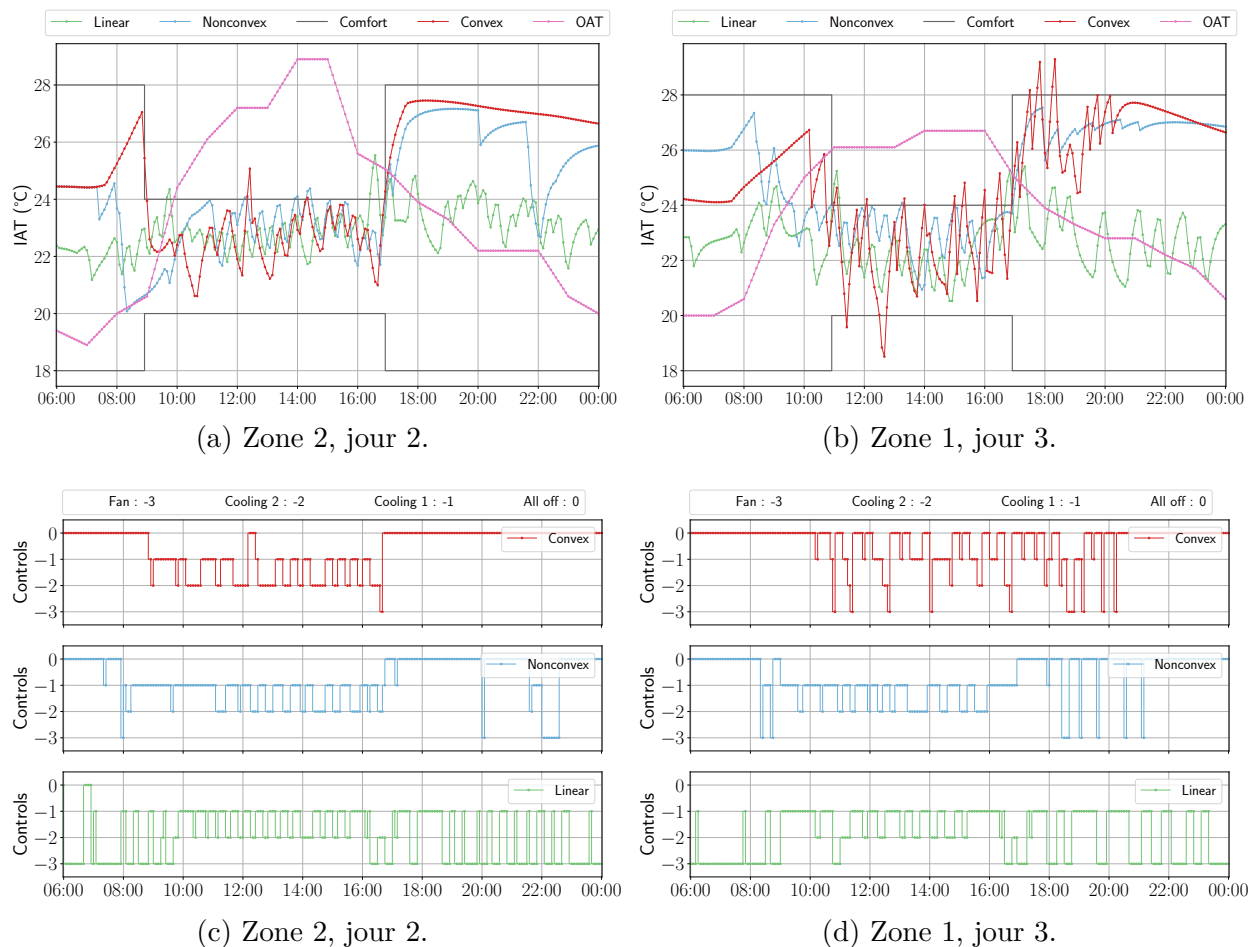


FIGURE 5.1 Comparaison des MPC : Profils de température et commandes associées sur 2 jours simulés.

Cette section est un complément de la Section 4.3.2. On s'intéresse ici à la comparaison de la variabilité des commandes. La Figure 5.1 compare les profils de température et les commandes associées selon le MPC durant 2 jours de simulation et dans 2 zones différentes.

On observe que le MPC convexe oscille plus fréquemment entre les différentes commandes des RTUs, tandis que le MPC non convexe alterne généralement entre les deux intensités de refroidissement. D'une part, les commandes du MPC non convexe sont moins variables, induisant ainsi moins de variations de température. D'autre part, le MPC convexe permet des économies substantielles d'énergie.

## 5.2 Offre sur la demande

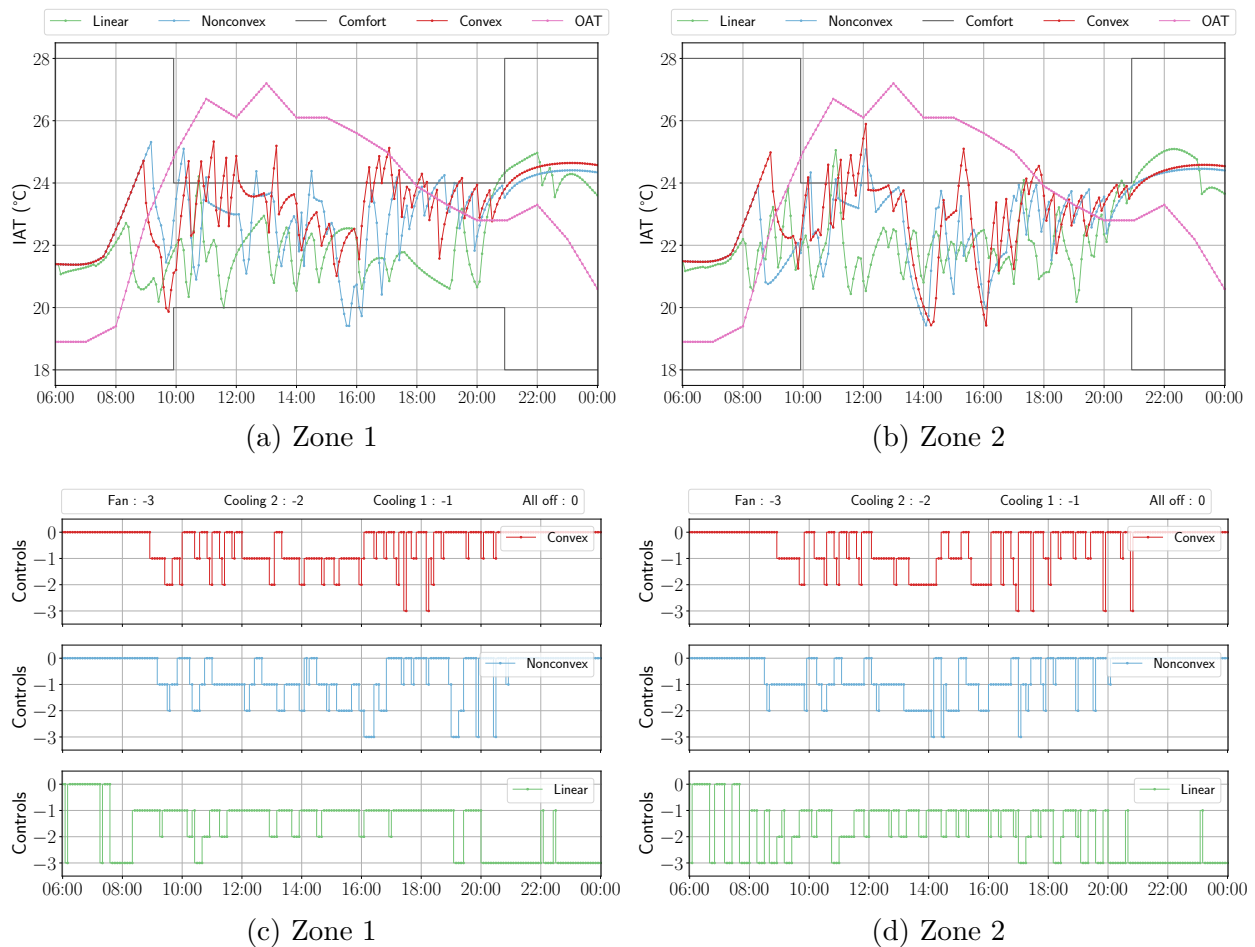


FIGURE 5.2 Comparaison des MPC : Profils de température et commandes associées durant le programme d'offre sur la demande.

Cette section vient compléter la Section 4.3.2. La Figure 5.2 expose les profils de température et les commandes associées selon le MPC lors de leur participation au programme d'offre sur la demande. C'est dans ce scénario de DR que le MPC convexe génère le plus d'inconfort thermique, bien que la température soit maintenue dans la zone de confort la plupart du

temps.

### 5.3 Time-of-use

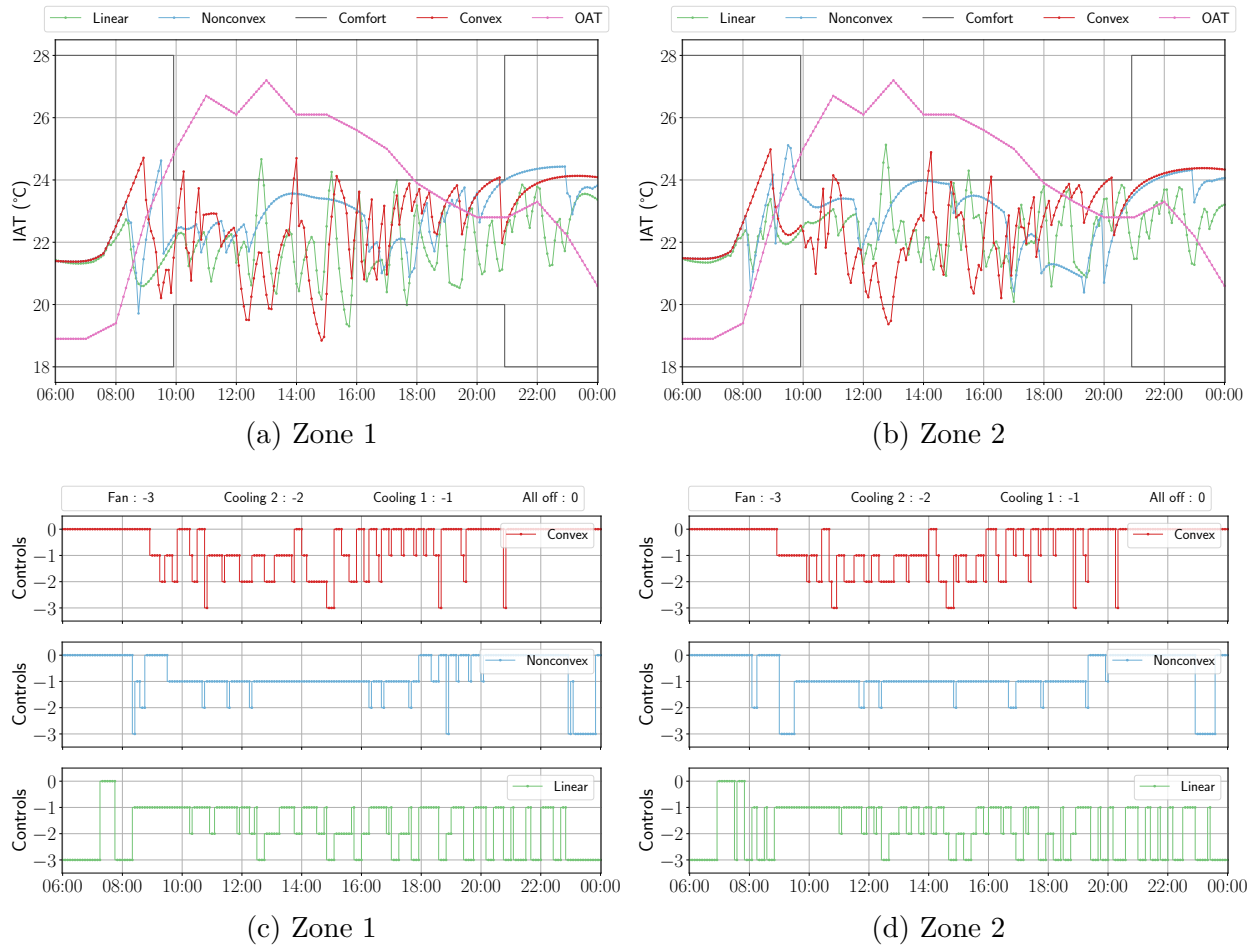


FIGURE 5.3 Comparaison des MPC : Profils de température et commandes associées durant le programme de TOU.

Cette section complète la Section 4.3.2. La Figure 5.3 illustre les profils de température des MPC, ainsi que les commandes associées pendant leur participation au programme de TOU. Dans le cas du MPC convexe, la température est maintenue dans la zone de confort thermique presque en tout temps.

## 5.4 Critical peak rebate

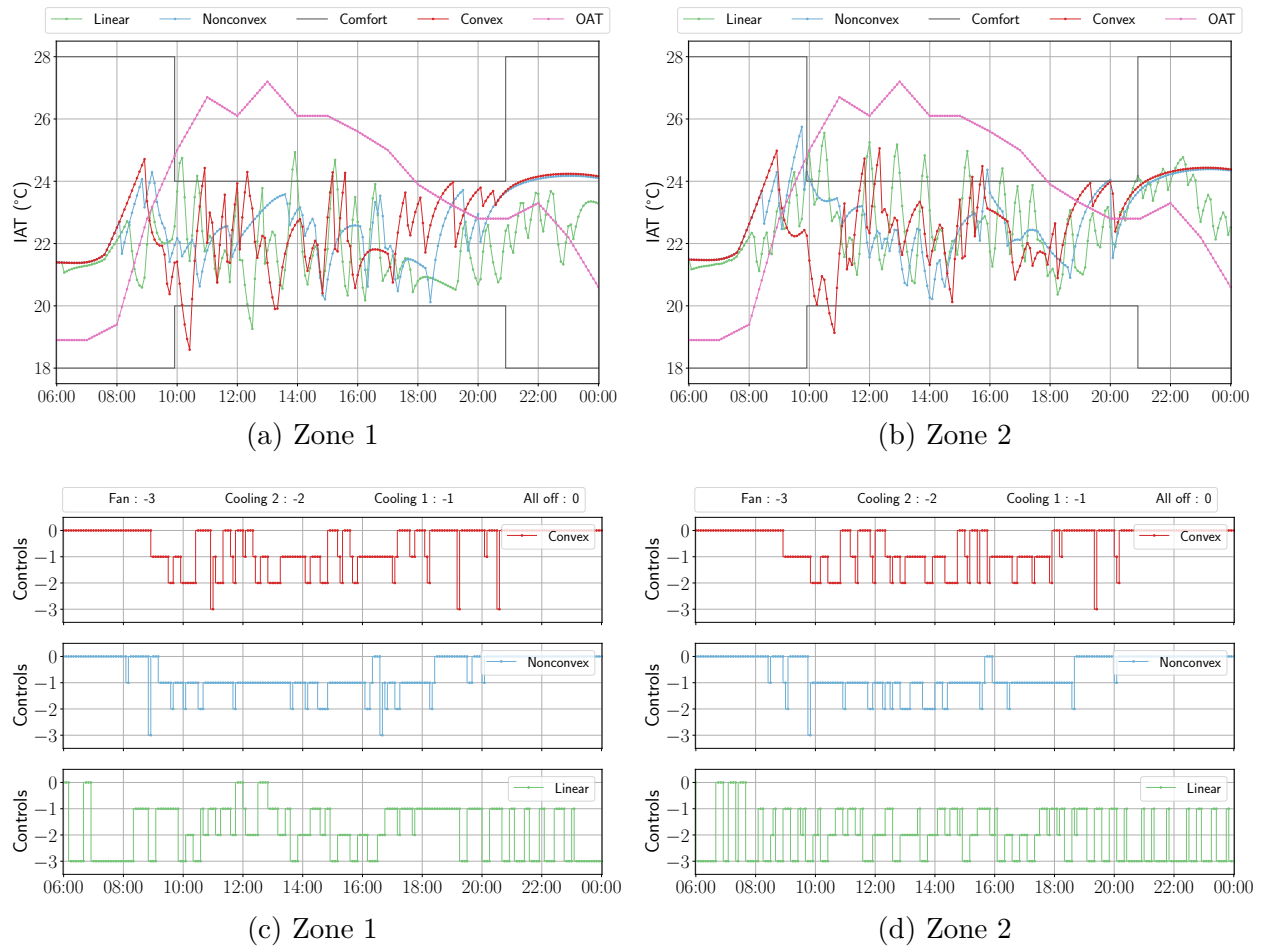


FIGURE 5.4 Comparaison des MPC : Profils de température et commandes associées durant le programme de CPR.

Cette section complète la Section 4.3.2. La Figure 5.4 présente les profils de température selon le MPC et les commandes associées durant leur participation au programme de CPR. Dans le cas du MPC convexe, la température est maintenue dans la zone de confort thermique presque en tout temps.

## 5.5 Qualité des solutions

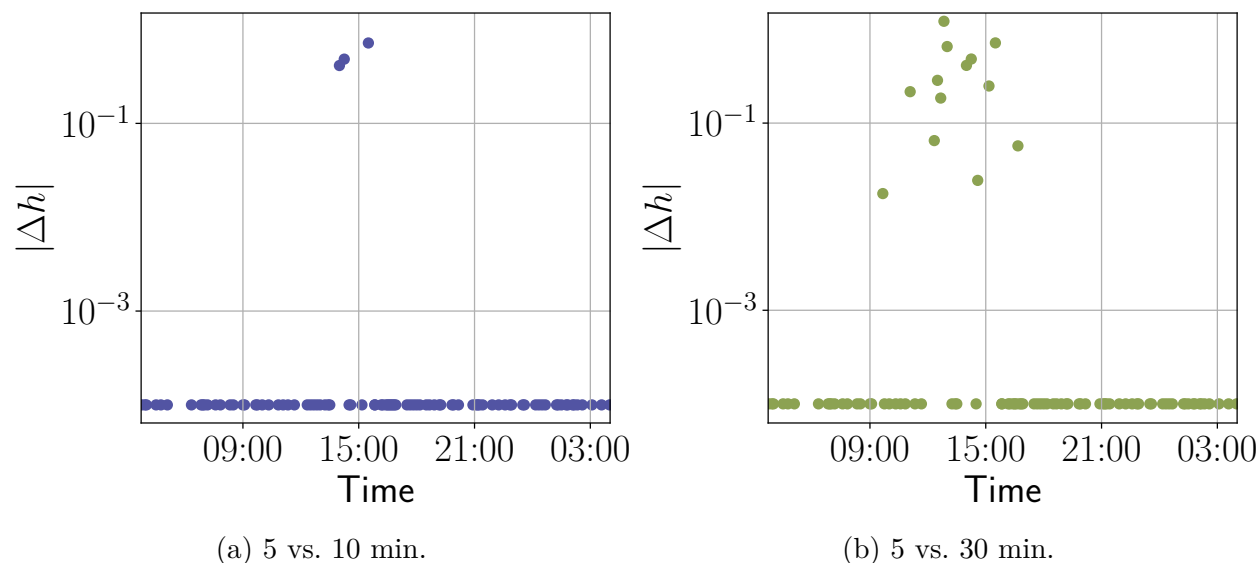


FIGURE 5.5 Comparaison de la satisfaction des contraintes en fonction du temps de calcul.

Cette section complète la Section 4.3.3. On s'intéresse ici à la satisfaction des contraintes lors de la résolution du problème d'optimisation par DFO. La valeur  $h$  désigne la somme des carrés des violations des contraintes pour toute la durée de l'horizon de prédiction du MPC. La Figure 5.5 présente les variations absolue de la valeur  $h$  en fonction du temps de résolution accordé au solveur. On remarque davantage d'écart lorsque le temps de résolution varie de 5 à 30 minutes. Cependant, ces écarts demeurent raisonnables étant donné que ces valeurs résultent d'une somme sur tout l'horizon de prédiction du MPC et non sur l'horizon de commande.

## CHAPITRE 6 DISCUSSION GÉNÉRALE

L'objectif de ce mémoire est d'élaborer une méthode de gestion énergétique simple à mettre en œuvre pour les petits bâtiments commerciaux. La contribution principale de cette méthode réside dans le fait qu'elle considère des commandes discrètes, la rendant ainsi applicable à une large population de bâtiments de ce type. Cette approche s'intègre dans la continuité de travaux présentés à la section 2.1.4, lesquels explorent le compromis entre l'efficacité de résolution et la précision de modélisation des méthodes de commande telles que le MPC. Dans le cadre de ce mémoire, ce compromis est étudié dans un contexte de commande en nombres entiers. Un autre aspect important de la contribution porte sur l'exploitation de la méthode développée dans le cadre de plusieurs programmes de DR, notamment dans une stratégie d'offre sur la demande. Cette stratégie est adaptable à divers marchés de l'énergie en temps réel et modélise la chronologie des opérations qui s'y déroulent. Elle s'inscrit dans l'objectif principal de favoriser une mise en œuvre facile, car elle repose sur un MPC entier convexe.

Ce travail a illustré que l'ICRNN modélise avec précision la dynamique thermique du bâtiment malgré les contraintes imposées sur son architecture afin de garantir sa convexité. Celui-ci a surpassé la précision du modèle linéaire et s'est avéré être une alternative compétitive à un LSTM, soit un réseau de neurones non convexe par rapport à ses entrées. Les MPC ont été validés à l'aide simulation numérique d'un bâtiment commercial où du bruit a été introduit dans les données exogènes afin de recréer des conditions d'application réelles. Le MPC convexe a montré un bon compromis entre la réduction de la consommation énergétique et le maintien du confort thermique, malgré une connaissance imparfaite du futur. De plus, celui-ci a été en mesure de satisfaire les contraintes opérationnelles du bâtiment et de ses équipements. À travers les études de cas présentées portant sur le DR, il a été démontré qu'un MPC précis et efficace permet d'exploiter davantage la flexibilité du bâtiment, tout en réduisant ses coûts opérationnels.

En somme, cette étude met en lumière le potentiel de combiner efficacement l'apprentissage automatique à l'optimisation via l'utilisation d'un ICRNN. Dans le cadre de l'application proposée, la combinaison de ces deux domaines conduit à une méthode présentant un fort potentiel de mise en œuvre pratique.

## CHAPITRE 7 CONCLUSION

Dans ce mémoire, une méthode de gestion énergétique a été présentée pour les systèmes RTU-HVAC des petits bâtiments commerciaux. L'approche repose sur un MPC entier convexe qui exploite un modèle de la dynamique thermique guidé par les données, facilitant ainsi son intégration dans les bâtiments de ce type. Une stratégie d'offre sur la demande pour les marchés en temps réel a été élaborée, puis l'approche proposée a été mise à profit dans des programmes de DR, tels que le TOU et le CPR. Les performances de la méthode de commande proposée ont été évaluées à l'aide d'une simulation numérique d'un bâtiment. La méthode proposée a démontré un compromis satisfaisant entre le maintien du confort thermique, ainsi que la réduction de la consommation d'énergie et des coûts opérationnels.

### 7.1 Limitations de la solution proposée

La résolution des problèmes d'optimisation considérés dans ce mémoire repose sur l'utilisation d'une méthode de DFO. Toutefois, en adoptant cette approche, les propriétés mathématiques généralement exploitées par les méthodes d'optimisation classiques ne sont pas exploitées. En effet, le DFO ne s'adresse pas au type de problème d'optimisation considéré ici, à savoir des problèmes convexes et linéaires par morceaux, où les dérivées existent presque partout et sont peu coûteuses à évaluer. De plus, cette méthode de résolution ne permet pas de garantir l'optimalité des solutions obtenues. Cependant, l'intégration d'un réseau de neurones à un problème d'optimisation en nombres entiers pose des défis computationnels qui ont influencé le choix de la méthode de résolution. Dans l'ensemble, des résultats satisfaisants ont été obtenus. Ceux-ci constituent une borne inférieure sur les performances potentielles.

Ensuite, pour maintenir la convexité des problèmes d'optimisation formulés à la section 4.2, la zone de confort thermique a été relaxée de manière à inclure uniquement une borne supérieure sur la température intérieure. L'approche proposée a donc été étudiée uniquement dans un contexte de climatisation. Cependant, cette formulation restreint les applications potentielles. En effet, la méthode proposée ne peut pas être directement appliquée à un problème de chauffage en hiver ni pendant les saisons intermédiaires où il y a une transition entre la climatisation et le chauffage. Par ailleurs, la gestion efficace des RTUs est un problème fortement contraint, notamment, en raison des limites imposées sur le basculement des équipements. Dans un contexte de climatisation, il est possible qu'une solution menant la température en dessous de la limite inférieure désirée soit implémentée afin de favoriser la faisabilité sur tout l'horizon de prédiction.

L'absence de borne inférieure sur la température limite également les applications liées au DR. D'une part, au Québec, les programmes de DR se concentrent principalement sur la période hivernale. D'autre part, cela restreint la direction de la réponse dans certains marchés de l'énergie, notamment ceux présentés à la section 1.1.3. En somme, une réponse bidirectionnelle permettrait d'exploiter pleinement la flexibilité du bâtiment et de générer davantage d'économies.

## 7.2 Améliorations futures

Concernant la limite inférieure de la zone de confort, il serait possible d'introduire une pénalité dans la fonction objectif. Une attention particulière doit être accordée à celle-ci afin de la formuler de manière convexe et d'ajuster adéquatement son amplitude. L'inconvénient est que les différents termes de la fonction objectif peuvent alors être exprimés dans des unités différentes. Dans un contexte de DR, tout exprimer en termes de coûts, c'est-à-dire les coûts opérationnels électriques et les récompenses associées, peut permettre d'évaluer si les déviations apportées à la demande génèrent des bénéfices.

Afin d'obtenir une garantie d'optimalité sur les variables de commande, les reformulations des réseaux de neurones basés sur des fonctions d'activations ReLU en problèmes linéaires en nombres entiers, discutées à la section 2.2.2, pourraient être explorées davantage. Aussi, un solveur spécialisé pour les problèmes d'optimisation en nombre entiers mixtes contraints par des réseaux de neurones pourrait être conçu. Cependant, une attention particulière doit être portée à la modélisation des fonctions ReLU afin de limiter le nombre de variables entières ajoutées au problème.

Concernant la stratégie d'offre sur la demande, la prochaine étape consiste à l'adapter à plusieurs bâtiments commerciaux. Considérer une agrégation peut permettre d'adresser les hypothèses de la section 4.2.3, concernant principalement la taille minimale de l'offre et son influence sur le marché, c'est-à-dire de type PM.

Enfin, la méthode de gestion énergétique proposée pourrait être adaptée pour la commande des RTUs de bâtiments commerciaux de taille moyenne à grande. Pour assurer son extensibilité, une approche décentralisée doit être adoptée, par exemple en se basant sur le *Alternating Direction Method of Multipliers* [86].

## RÉFÉRENCES

- [1] M. González-Torres, L. Pérez-Lombard, J. F. Coronel, I. R. Maestre et D. Yan, “A review on buildings energy information : Trends, end-uses, fuels and drivers,” *Energy Reports*, vol. 8, p. 626–637, 2022.
- [2] A. Allouhi, Y. El Fouih, T. Kousksou, A. Jamil, Y. Zeraouli et Y. Mourad, “Energy consumption and efficiency in buildings : current status and future trends,” *Journal of Cleaner production*, vol. 109, p. 118–130, 2015.
- [3] Z. Afroz, G. Shafiullah, T. Urmee et G. Higgins, “Modeling techniques used in building HVAC control systems : A review,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 83, p. 64–84, 2018.
- [4] S. Katipamula, R. M. Underhill, J. K. Goddard, D. J. Taasevigen, M. A. Piette, J. Granderson *et al.*, “Small- and medium-sized commercial building monitoring and controls needs : a scoping study,” U.S. Department of Energy, Technical Report PNNL-22169 BT0302000, 2012.
- [5] J. Drgoňa, J. Arroyo, I. Cupeiro Figueroa, D. Blum, K. Arendt, D. Kim *et al.*, “All you need to know about model predictive control for buildings,” *Annual Reviews in Control*, vol. 50, p. 190–232, 2020.
- [6] P. H. Shaikh, N. B. M. Nor, P. Nallagownden, I. Elamvazuthi et T. Ibrahim, “A review on optimized control systems for building energy and comfort management of smart sustainable buildings,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 34, p. 409–429, 2014.
- [7] M. Ala’raj, M. Radi, M. F. Abbod, M. Majdalawieh et M. Parodi, “Data-driven based HVAC optimisation approaches : A systematic literature review,” *Journal of Building Engineering*, vol. 46, p. 103678, 2022.
- [8] S. V. Raković et W. S. Levine, *Handbook of Model Predictive Control*. Cham, Switzerland : Birkhäuser, 2019.
- [9] Z. Wang et Y. Chen, “Data-driven modeling of building thermal dynamics : Methodology and state of the art,” *Energy and Buildings*, vol. 203, p. 109405, 2019.
- [10] F. Mtibaa, K.-K. Nguyen, V. Dermardiros et M. Cheriet, “Context-aware model predictive control framework for multi-zone buildings,” *Journal of Building Engineering*, vol. 42, p. 102340, 2021.
- [11] Y. Chen, Y. Shi et B. Zhang, “Modeling and optimization of complex building energy systems with deep neural networks,” dans *2017 51st Asilomar Conference on Signals*,

- Systems, and Computers*, 2017, p. 1368–1373.
- [12] J. Reynolds, Y. Rezugui, A. Kwan et S. Piriou, “A zone-level, building energy optimisation combining an artificial neural network, a genetic algorithm, and model predictive control,” *Energy*, vol. 151, p. 729–739, 2018.
- [13] M. Bird, C. Daveau, E. O’Dwyer, S. Acha et N. Shah, “Real-world implementation and cost of a cloud-based MPC retrofit for hvac control systems in commercial buildings,” *Energy and Buildings*, vol. 270, p. 112269, 2022.
- [14] D. Kim et J. E. Braun, “Development, implementation and performance of a model predictive controller for packaged air conditioners in small and medium-sized commercial building applications,” *Energy and Buildings*, vol. 178, p. 49–60, 2018.
- [15] —, “MPC solution for optimal load shifting for buildings with on/off staged packaged units : Experimental demonstration, and lessons learned,” *Energy and Buildings*, vol. 266, p. 112118, 2022.
- [16] X. Zhang, M. Pipattanasomporn et S. Rahman, “A self-learning algorithm for coordinated control of rooftop units in small- and medium-sized commercial buildings,” *Applied Energy*, vol. 205, p. 1034–1049, 2017.
- [17] H. Tang, S. Wang et H. Li, “Flexibility categorization, sources, capabilities and technologies for energy-flexible and grid-responsive buildings : State-of-the-art and future perspective,” *Energy*, vol. 219, p. 119598, 2021.
- [18] Fédération canadienne de l’entreprise indépendante (FCEI). (2023) Avenir énergétique du Québec : la forte majorité des PME dit oui à évaluer la construction de nouveaux barrages hydroélectriques. Consulté : 2023-11-30. [En ligne]. Disponible : <https://www.cfib-fcei.ca/fr/medias/avenir-%C3%A9nerg%C3%A9tique-du-qu%C3%A9bec-la-forte-majorit%C3%A9-des-pme-dit-oui-%C3%A0-%C3%A9valuer-la-construction-de-nouveaux-barrages-hydro%C3%A9lectriques>
- [19] P. Siano, “Demand response and smart grids—A survey,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 30, p. 461–478, 2014.
- [20] A. R. Jordehi, “Optimisation of demand response in electric power systems, a review,” *Renewable and sustainable energy reviews*, vol. 103, p. 308–319, 2019.
- [21] F. Lauro, F. Moretti, A. Capozzoli et S. Panzieri, “Model predictive control for building active demand response systems,” *Energy Procedia*, vol. 83, p. 494–503, 2015.
- [22] Managing costs with Time-of-Use rates. (2023) Ontario Energy Board (OEB). Consulté : 2023-11-30. [En ligne]. Disponible : <https://www.oeb.ca/consumer-information-and-protection/electricity-rates/managing-costs-time-use-rates>

- [23] Hydro-Québec. (2023) Rate Flex D. Consulté : 2023-11-30. [En ligne]. Disponible : <https://www.hydroquebec.com/residential/customer-space/rates/rate-flex-d-billing.html>
- [24] H. Zhong, L. Xie et Q. Xia, “Coupon incentive-based demand response : Theory and case study,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, n<sup>o</sup>. 2, p. 1266–1276, 2012.
- [25] B. Xia, H. Ming, K.-Y. Lee, Y. Li, Y. Zhou, S. Bansal *et al.*, “Energy coupon : A case study on incentive-based demand response in smart grid,” dans *Proceedings of the Eighth International Conference on Future Energy Systems*, 2017, p. 80–90.
- [26] Hydro-Québec. (2023) La maison intelligente Hilo. Consulté : 2023-11-30. [En ligne]. Disponible : <https://www.hydroquebec.com/residentiel/>
- [27] J. MacDonald, P. Cappers, D. Callaway et S. Kiliccote, “Demand response providing ancillary services : A comparison of opportunities and challenges in us wholesale markets,” *Lawrence Berkeley National Laboratory*, 2023. [En ligne]. Disponible : <https://escholarship.org/uc/item/1ct1g5j9>
- [28] A. Attarha, P. Scott et S. Thiébaux, “Network-aware participation of aggregators in NEM energy and FCAS markets,” ser. e-Energy ’20. NY, USA : Association for Computing Machinery, 2020, p. 14–24.
- [29] Australian Energy Market Operator (AEMO). (2021) Guide to ancillary services in the national electricity market. Consulté : 2022-09-01. [En ligne]. Disponible : [https://aemo.com.au/-/media/files/electricity/nem/security\\_and\\_reliability/ancillary\\_services/guide-to-ancillary-services-in-the-national-electricity-market.pdf](https://aemo.com.au/-/media/files/electricity/nem/security_and_reliability/ancillary_services/guide-to-ancillary-services-in-the-national-electricity-market.pdf)
- [30] California ISO. (2020) Participation comparison - proxy demand, distributed energy resource provider and storage. Consulté : 2022-09-01. [En ligne]. Disponible : <https://www.caiso.com/Documents/ParticipationComparison-ProxyDemand-DistributedEnergy-Storage.pdf>
- [31] I. Pavić, M. Beus, H. Pandžić, T. Capuder et I. Štritof, “Electricity markets overview — market participation possibilities for renewable and distributed energy resources,” dans *2017 14th International Conference on the European Energy Market (EEM)*, 2017, p. 1–5.
- [32] R. H. Byrne, T. A. Nguyen, D. A. Copp, R. J. Concepcion, B. R. Chalamala et I. Gyuk, “Opportunities for energy storage in CAISO : Day-ahead and real-time market arbitrage,” dans *2018 International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM)*, 2018, p. 63–68.
- [33] M. Kohansal et H. Mohsenian-Rad, “A closer look at demand bids in California ISO energy market,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, n<sup>o</sup>. 4, p. 3330–3331, 2016.

- [34] H. Mohsenian-Rad, “Optimal bidding, scheduling, and deployment of battery systems in California day-ahead energy market,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 31, n<sup>o</sup>. 1, p. 442–453, 2016.
- [35] California ISO. (2017) Baseline Accuracy Work Group Proposal. Consulté : 2022-09-01. [En ligne]. Disponible : <https://www.caiso.com/InitiativeDocuments/2017BaselineAccuracyWorkGroupFinalProposalNexant.pdf>
- [36] PJM. (2022) PJM Manual 11 : Energy & Ancillary Services Market Operations. Consulté : 2022-09-01. [En ligne]. Disponible : <https://www.pjm.com/-/media/documents/manuals/m11.ashx>
- [37] Independent Electricity System Operator (IESO), “Part 9.0 : Day-ahead commitment process overview,” IESO, Rapport technique Issue 16.0, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://www.ieso.ca/Sector%20Participants/Market%20Operations/Market%20Rules%20And%20Manuals%20Library>
- [38] —, “Part 4.2 : Submission of dispatch data in the real real-time energy and operating reserve markets,” IESO, Rapport technique Issue 64.0, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://www.ieso.ca/Sector%20Participants/Market%20Operations/Market%20Rules%20And%20Manuals%20Library>
- [39] S. Boyd et V. Lieven, *Convex Optimization*. Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2004.
- [40] C. Audet et W. Hare, *Derivative-Free and Blackbox Optimization*. Cham, Switzerland : Springer, 2017.
- [41] C. Audet et J. E. Dennis, “Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization,” *SIAM Journal on Optimization*, vol. 17, n<sup>o</sup>. 1, p. 188–217, 2006.
- [42] S. Alarie, C. Audet, A. E. Gheribi, M. Kokkolaras et S. Le Digabel, “Two decades of blackbox optimization applications,” *EURO Journal on Computational Optimization*, vol. 9, p. 100011, 2021.
- [43] S. Le Digabel, “Algorithm 909 : NOMAD : Nonlinear optimization with the MADS algorithm,” *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 37, n<sup>o</sup>. 4, p. 1–15, 2011.
- [44] E. F. Camacho et C. Bordons, *Model Predictive Control*. London, UK : Springer, 2007.
- [45] M. Cannon et B. Kouvaritakis, *Model Predictive Control : Classical, Robust and Stochastic*. Cham, Switzerland : Springer, 2015.
- [46] Y. Chen, Y. Shi et B. Zhang, “Optimal control via neural networks : A convex approach,” 2019, arXiv :1805.11835.
- [47] F. Bünnig, A. Schalbetter, A. Aboudonia, M. H. de Badyn, P. Heer et J. Lygeros, “Input convex neural networks for building MPC,” dans *Proceedings of the 3rd Conference on*

- Learning for Dynamics and Control*, ser. Proceedings of Machine Learning Research, vol. 144. PMLR, 07 – 08 June 2021, p. 251–262.
- [48] F. Bünnig, B. Huber, A. Schalbetter, A. Aboudonia, M. Hudoba de Badyn, P. Heer *et al.*, “Physics-informed linear regression is competitive with two machine learning methods in residential building MPC,” *Applied Energy*, vol. 310, p. 118491, 2022.
- [49] M. Wetter, W. Zuo, T. S. Noudui et X. Pang, “Modelica Buildings library,” *Journal of Building Performance Simulation*, vol. 7, n°. 4, p. 253–270, 2014.
- [50] B. Amos, L. Xu et J. Z. Kolter, “Input convex neural networks,” dans *Proceedings of the 34th International Conference on Machine Learning*, ser. Proceedings of Machine Learning Research, vol. 70. PMLR, 2017, p. 146–155.
- [51] B. Yue, J. Fu et J. Liang, “Residual recurrent neural networks for learning sequential representations,” *Information*, vol. 9, n°. 3, 2018.
- [52] C. Fan, J. Wang, W. Gang et S. Li, “Assessment of deep recurrent neural network-based strategies for short-term building energy predictions,” *Applied Energy*, vol. 236, p. 700–710, 2019.
- [53] I. Goodfellow, Y. Bengio et A. Courville, *Deep Learning*. Cambridge, MA : MIT Press, 2016.
- [54] S. Sivaprasad, A. Singh, N. Manwani et V. Gandhi, “The curious case of convex neural networks,” dans *Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases. Research Track : European Conference, ECML PKDD 2021, Bilbao, Spain, September 13–17, 2021, Proceedings, Part I 21*. Springer, 2021, p. 738–754.
- [55] Y. Chen, Y. Shi et B. Zhang, “Data-driven optimal voltage regulation using input convex neural networks,” *Electric Power Systems Research*, vol. 189, p. 106741, 2020.
- [56] L. Zhang, Y. Chen et B. Zhang, “A convex neural network solver for DCOPF with generalization guarantees,” *IEEE Transactions on Control of Network Systems*, vol. 9, n°. 2, p. 719–730, 2021.
- [57] S. Yang et B. W. Bequette, “Optimization-based control using input convex neural networks,” *Computers Chemical Engineering*, vol. 144, p. 107143, 2021.
- [58] M. Lawrynczuk, “Input convex neural networks in nonlinear predictive control : A multi-model approach,” *Neurocomputing (Amsterdam)*, vol. 513, p. 273–293, 2022.
- [59] D. B. Crawley, L. K. Lawrie, F. C. Winkelmann, W. F. Buhl, Y. J. Huang, C. O. Pedersen *et al.*, “Energyplus : creating a new-generation building energy simulation program,” *Energy and buildings*, vol. 33, n°. 4, p. 319–331, 2001.
- [60] D. Alvarez-Melis, Y. Schiff et Y. Mroueh, “Optimizing functionals on the space of probabilities with input convex neural networks,” *arXiv preprint arXiv :2106.00774*, 2021.

- [61] J. Fan, A. Taghvaei et Y. Chen, “Scalable computations of wasserstein barycenter via input convex neural networks,” *arXiv preprint arXiv :2007.04462*, 2020.
- [62] M. J. Powell, *A direct search optimization method that models the objective and constraint functions by linear interpolation*. Netherlands : Springer, 1994.
- [63] M. Dolányi, K. Bruninx, J.-F. Toubreau et E. Delarue, “Capturing electricity market dynamics in strategic market participation using neural network constrained optimization,” *IEEE Transactions on Power Systems*, p. 1–13, 2023.
- [64] G. H. Negri, M. S. Cavalca, J. de Oliveira, C. J. Araújo et L. A. Celiberto, “Evaluation of nonlinear model-based predictive control approaches using derivative-free optimization and FCC neural networks,” *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 28, p. 623–634, 2017.
- [65] M. Powell, “The bobyqa algorithm for bound constrained optimization without derivatives,” *Technical Report, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics*, 01 2009.
- [66] B.-K. Jeon et E.-J. Kim, “LSTM-based model predictive control for optimal temperature set-point planning,” *Sustainability*, vol. 13, n<sup>o</sup>. 2, 2021.
- [67] R. Anderson, J. Huchette, W. Ma, C. Tjandraatmadja et J. P. Vielma, “Strong mixed-integer programming formulations for trained neural networks,” *Mathematical Programming*, vol. 183, n<sup>o</sup>. 1-2, p. 3–39, 2020.
- [68] C. Tsay, J. Kronqvist, A. Thebelt et R. Misener, “Partition-based formulations for mixed-integer optimization of trained ReLU neural networks,” *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 34, p. 3068–3080, 2021.
- [69] Y.-R. Liu, Y.-Q. Hu, H. Qian, C. Qian et Y. Yu, “ZOOpt : a toolbox for derivative-free optimization,” *Science China Information Sciences*, vol. 65, n<sup>o</sup>. 10, sep 2022.
- [70] T. T. Gorecki, L. Fabietti, F. A. Qureshi et C. N. Jones, “Experimental demonstration of buildings providing frequency regulation services in the Swiss market,” *Energy and Buildings*, vol. 144, p. 229–240, 2017.
- [71] N. Yu, T. Wei et Q. Zhu, “From passive demand response to proactive demand participation,” dans *2015 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, 2015, p. 1300–1306.
- [72] T. Wei, Q. Zhu et N. Yu, “Proactive demand participation of smart buildings in smart grid,” *IEEE Transactions on Computers*, vol. 65, n<sup>o</sup>. 5, p. 1392–1406, 2016.
- [73] C. N. J. Faran A. Qureshi, Tomasz T. Gorecki, “Model predictive control for market-based demand response participation,” *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 47, n<sup>o</sup>. 3, p. 11 153–11 158, 2014.

- [74] M.-C. Paré, V. Dermardiros et A. Lesage-Landry, “Efficient data-driven model predictive control for demand response of commercial buildings,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2023, submitted.
- [75] Hydro-Québec. (2023) Rate M. Consulté : 2023-11-30. [En ligne]. Disponible : <https://www.hydroquebec.com/business/customer-space/rates/rate-m-general-rate-medium-power-customers-billing.html>
- [76] W. Kim, S. Katipamula et R. Lutes, “Improving HVAC operational efficiency in small- and medium-size commercial buildings,” *Building and Environment*, vol. 120, p. 64–76, 2017.
- [77] Building Technologies Office, U.S. Department of Energy. (2023) Energyplus weather (EPW) data. Consulté : 2023-11-30. [En ligne]. Disponible : [https://energyplus.net/weather-location/north\\_and\\_central\\_america\\_wmo\\_region\\_4/USA/FL/USA\\_FL\\_Miami.Intl.AP.722020\\_TMY3](https://energyplus.net/weather-location/north_and_central_america_wmo_region_4/USA/FL/USA_FL_Miami.Intl.AP.722020_TMY3)
- [78] X. Bouthillier, C. Tsirigotis, F. Corneau-Tremblay, T. Schweizer, L. Dong, P. Delaunay *et al.* (2023) Epistimio/orion : Asynchronous Distributed Hyperparameter Optimization (v0.2.7). Consulté : 2022-09-01. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.5281/zenodo.3478592>
- [79] A. Agrawal, R. Verschueren, S. Diamond et S. Boyd, “A rewriting system for convex optimization problems,” *Journal of Control and Decision*, vol. 5, n<sup>o</sup>. 1, p. 42–60, 2018.
- [80] C. Audet, S. Le Digabel et C. Tribes, “The mesh adaptive direct search algorithm for granular and discrete variables,” *SIAM Journal on Optimization*, vol. 29, n<sup>o</sup>. 2, p. 1164–1189, 2019.
- [81] C. Audet, V. Bécharde et S. Le Digabel, “Nonsmooth optimization through mesh adaptive direct search and variable neighborhood search,” *Journal of Global Optimization*, vol. 41, n<sup>o</sup>. 2, p. 299–318, 2008.
- [82] C. Audet et J. E. Dennis Jr, “A progressive barrier for derivative-free nonlinear programming,” *SIAM Journal on optimization*, vol. 20, n<sup>o</sup>. 1, p. 445–472, 2009.
- [83] PJM. (2023) Data Miner 2 : Real-time hourly LMPs. Consulté : 2023-11-12. [En ligne]. Disponible : [https://dataminer2.pjm.com/feed/rt\\_hrl\\_lmeps/definition](https://dataminer2.pjm.com/feed/rt_hrl_lmeps/definition)
- [84] ——. (2023) Data Miner 2 : Real-time ancillary service market results. Consulté : 2023-11-30. [En ligne]. Disponible : [https://dataminer2.pjm.com/feed/reserve\\_market\\_results/definition](https://dataminer2.pjm.com/feed/reserve_market_results/definition)
- [85] H. Yang, X. Zhang, Y. Ma et D. Zhang, “Critical peak rebate strategy and application to demand response,” *Protection and Control of Modern Power Systems*, vol. 6, n<sup>o</sup>. 1, p. 1–14, 2021.

- [86] S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato et J. Eckstein, “Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers,” *Foundations and Trends® in Machine Learning*, vol. 3, n°. 1, p. 1–122, 2011.