



Titre: | ارایه یک مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان
Title:

Auteurs: | Zahra Javadi, Abbas Babazadeh, & Amir Reza Mamdoohi
Authors:

Date: | 2020

Type: | Article de revue / Article

Référence: | Javadi, Z., Babazadeh, A., & Mamdoohi, A. R. (2020). ارایه یک مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان. [Traffic cordon pricing model considering link capacity constraint]. Quarterly Journal of Transportation Engineering, 12(2), 377-397. <https://doi.org/10.22119/jte.2020.87573>
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: | <https://publications.polymtl.ca/56410/>
PolyPublie URL:

Version: | Version officielle de l'éditeur / Published version
Révisé par les pairs / Refereed

Conditions d'utilisation: | CC BY
Terms of Use:

 **Document publié chez l'éditeur officiel**
Document issued by the official publisher

Titre de la revue: | Quarterly Journal of Transportation Engineering (vol. 12, no. 2)
Journal Title:

Maison d'édition: | Parseh Designers Transportation Research Institute
Publisher:

URL officiel: | <https://doi.org/10.22119/jte.2020.87573>
Official URL:

Mention légale: | <http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>
Legal notice:

ارایه یک مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان

زهرا جوادی، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی برنامه‌ریزی حمل و نقل، موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه‌ریزی

عباس بابازاده (مسئول مکاتبات)، استادیار دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران

امیررضا ممدوحی، دانشیار، دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس

E-mail: ababazadeh@ut.ac.ir

پذیرش: ۱۳۹۸/۰۲/۱۸

دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۲۴

چکیده

کمان‌ها دارای ظرفیت محدودی هستند که تابعی از ویژگی‌های فیزیکی آن‌ها است. زمانی که حجم جریان در کمان به نزدیک ظرفیت آن کمان می‌رسد، در الگوی جریان شبکه، در کمان‌های بالادستی آن کمان، صف ایجاد می‌شود و به اصطلاح شبکه شلوغ می‌شود و هزینه‌هایی بر ساکنین شهرها تحمیل می‌کند. قیمت‌گذاری محدوده‌های ترافیکی یکی از موثرترین راهکارهای مدیریت تقاضا است، که می‌تواند بدون افزایش شلوغی کل شهر، شلوغی نواحی مرکزی را کاهش دهد. در اکثر مطالعات قیمت‌گذاری ترافیکی، ظرفیت کمان‌ها به صورت صریح در قالب یک محدودیت در نظر گرفته نمی‌شود. هدف این مقاله قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظر گرفتن محدودیت صریح ظرفیت کمان و بررسی تفاوت‌های آن با قیمت‌گذاری بدون در نظر گرفتن محدودیت صریح ظرفیت کمان است. به بیان دیگر این پژوهش درصدد است تا رابطه بین در نظر گرفتن ظرفیت برای جریان در کمان و افزایش یا کاهش عوارض را شناسایی کند. بدین منظور یک مدل عمومی دوسطحی برای حل مساله استفاده می‌شود، که در آن مساله‌ی سطح بالا عوارض بهینه را تعیین می‌کند و شرط تعادلی بودن جریان در شبکه توسط یک الگوریتم تخصیص ترافیکی در سطح پایین تضمین می‌شود. الگوریتمی مبتنی بر بهینه‌سازی انبوه ذرات (PSO) به عنوان روش حل مساله‌ی سطح بالا ارایه می‌شود و از الگوریتم شهپر و همکاران برای حل مساله تخصیص ترافیکی در سطح پایین استفاده می‌شود. الگوریتم پیشنهادی روی شبکه سופالز در دو حالت با و بدون محدودیت ظرفیت اجرا می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که قیمت‌گذاری بهینه متاثر از اطلاعات ظرفیت کمان است. در شبکه سופالز در قیمت‌گذاری با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت از ۱۰ کمان ورودی به محدوده، ۶ کمان عوارض می‌پذیرند، در حالی که در حل بدون در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت، ۸ کمان عوارض می‌پذیرند. هزینه کل شبکه در قیمت‌گذاری با دیدن محدودیت ظرفیت کمان، ۱/۱۳٪ درصد نسبت به عدم قیمت‌گذاری بهبود می‌یابد. این بهبود برای حالتی که ظرفیت دیده نشود، ۰/۳۸ درصد است. مجموع عوارضی که محدوده وارد می‌شود نیز، از ۱/۸۶٪ واحد به ۰/۸۶٪ واحد کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: قیمت‌گذاری محدوده، محدودیت ظرفیت کمان، مدل دوسطحی، بهینه‌سازی انبوه ذرات (PSO)

۱. مقدمه

توجه به دستاوردهای اندک راهکار اول، برنامه ریزان و سیاست‌گذاران حمل‌ونقل تغییر الگوی تقاضا را مورد توجه دارند. از روش‌های کارآمد در کنترل ترافیک، اعمال هزینه برای استفاده از امکانات حمل‌ونقل، مثل پارکینگ است [Kazemi, 1395]. در سطح کلان و مدیریت شهری معمولاً چندین سیاست به موازات هم برای کاهش شلوغی و کنترل ترافیک استفاده می‌شود. در پژوهشی که در این راستا در استان یزد صورت گرفته است، مشخص شد، در بین سیاست‌های محدود سازی استفاده از خودرو شخصی، موثرترین سیاست، اخذ عوارض است. پس از آن سیاست قیمت‌گذاری پارکینگ در جایگاه دوم اثر گذاری قرار دارد [Fallah, 1396]. اگرچه پیاده‌سازی هر سیاست در سطح واقعیت نیازمند مهیا کردن شرایط فنی و اجتماعی است. از نقطه نظر عملیاتی، یک طرح قیمت‌گذاری با طراحی مناسب، به طور گسترده‌ای می‌تواند باعث تسهیل در مرحله اجرایی شود. برای کسب بازخورد مناسب‌تر از کاربران، لازم است مجریان طرح‌ها دو اصل؛ منتشر کردن اطلاعات در رابطه با قیمت‌گذاری و صرف درآمدهای حاصل از قیمت‌گذاری برای توسعه حمل‌ونقل عمومی را رعایت کنند [Gu, Liu, Cheng and Saberi, 2018]. در رابطه با دست‌آوردهای زیست محیطی قیمت‌گذاری ترافیک، میزان کربن دی‌اکسید موجود در هوا در لندن ۱۹/۹ درصد، در میلان ۱۵ درصد و در استکهلم ۱۳ درصد کاهش داشته است [Cavallaro, Giaretta and Nocera, 2017]. قیمت‌گذاری شلوغی، به این دلیل که سازوکار قیمت‌گذاری را با تمام مزایای آن شامل شفافیت، جهان‌شمولی، و بهره‌وری به کار می‌گیرد، به طور گسترده‌ای توسط اقتصاددانان به عنوان کارآمدترین روش‌ها شناخته می‌شود [Alonze, 2015].

به منظور تعیین عملکرد شبکه، برای هریک از کمان‌های آن یک تابع عملکرد تعریف می‌شود. این تابع عملکرد معمولاً

شلوغی شبکه‌های ترافیکی سبب بروز مشکلاتی برای جوامع بشری از جمله افزایش زمان سفر و شکل‌گیری صف‌های طولانی، افزایش مصرف سوخت، بروز انواع آلودگی‌ها، ایجاد اختلال در شرایط بحرانی، و اثرات منفی جسمی و روحی می‌شود. بررسی‌ها نشان می‌دهد که شلوغی ترافیکی می‌تواند بالغ بر ۳۰۰ میلیارد پوند هزینه بر اقتصاد بریتانیا در طول ۱۴ سال آتی وارد کند، که نشان‌دهنده افزایش ۶۳ درصدی در هزینه‌های سالانه تا سال ۲۰۳۰ است [Alonze, 2015]. هزینه شلوغی در کشورهای بریتانیا، فرانسه، آلمان و آمریکا در سال ۲۰۱۳ حدود ۲۰۰ میلیارد دلار برآورد شده است، که معادل ۸ درصد از تولید ناخالص ملی^۱ (GDP) آنها است، و پیش‌بینی می‌شود که این عدد در سال ۲۰۳۰ به ۳۰۰ میلیارد دلار در سال برسد. این در حالی است که هزینه سوخت و زمان مفید از دست رفته، حدود دو سوم از کل هزینه شلوغی است. همچنین، سالانه بیش از ۱۵ هزار تن دی‌اکسیدکربن اضافی حاصل از شلوغی منتشر می‌شود که معادل هزینه‌ای بالغ بر ۳۵۰ میلیون دلار است [Arnott, 1994]. طبق نتایج بررسی‌های میدانی، بیش از ۴۵ درصد مردم تهران روزانه حدود ۲ تا ۳ ساعت از وقت خود را در ترافیک می‌گذرانند، و این اتلاف وقت موجب افزایش دستمزدها و در نتیجه افزایش هزینه‌های تولید در کشور می‌شود. از طرفی، شلوغی ترافیکی در تهران منجر به کاهش ۱/۱۴ درصدی درآمد شهروندان، کاهش بهره‌وری نیروی انسانی، استهلاک وسایل نقلیه، هزینه‌های ناشی از تصادفات، هزینه‌های ناشی از آلودگی‌های زیست-محیطی، بیماری‌های روحی و جسمی، مرگ شهروندان، هدررفت سوخت، و غیره می‌شود [BRTRE, 2015].

به منظور غلبه بر مشکل شلوغی دو راهکار افزایش سطح عرضه یا کاهش سطح تقاضا موجود است. در سال‌های اخیر، با

تابعی چندجمله‌ای از جریان در همان کمان است. نقطه ضعف این توابع این است که، تا زمانی که جریان متناهی است، زمان سفر متناهی نتیجه می‌دهند، بنابراین ممکن است در جواب تعادلی چندین کمان اشباع شده یا کمان‌هایی با جریان‌های تعادلی ۲ تا ۳ برابر ظرفیت‌شان مشاهده شود [Branston, 1976]، در حالی که کمان‌ها دارای ظرفیت محدودی هستند که تابعی از ویژگی‌های فیزیکی آن‌ها مانند عرض کمان، تعداد تقاطعات کمان‌ها و قدرت مانور رانندگان در کمان است و عامل مهمی در تعیین سطح سرویس محسوب می‌شود. زمانی که تقاضا بر روی کمان بین زوج مبدأ-مقصد به نزدیک ظرفیت آن کمان می‌رسد، در الگوی جریان حاصل از تخصیص تقاضا بر شبکه، در کمان‌های بالادستی آن کمان، صف ایجاد می‌شود و به اصطلاح شبکه شلوغ می‌شود.

بررسی مطالعات پیشین نشان می‌دهد، در قیمت‌گذاری شبکه ترافیکی، فرض غیر واقعی جریان نامتناهی برای کمان‌ها در نظر گرفته شده است. بنابراین از آنجایی که الگوی جریان در کمان‌ها با آنچه در واقعیت روی می‌دهد مغایر است، کاربر عوارضی را پرداخت می‌کند که غیر واقعی است. یک روش طبیعی جلوگیری از این رویداد، قرار دادن محدودیت صریح ظرفیت بر جریان‌های کمان است. اما از آنجایی که در هر مرحله از تعیین عوارض، باید جریان در کمان با حل مساله تخصیص ترافیک مشخص شود و به دلیل این که اضافه کردن محدودیت صریح ظرفیت کمان، ساختار ضرب دکارتی مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر مساله تخصیص ترافیک استاندارد را از بین می‌برد و مدل پیچیده‌تری را نتیجه می‌دهد، در مطالعات مربوطه کمتر مورد توجه قرار گرفته است.

در این مقاله از یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی دوسطحی^۲ استفاده می‌شود. در سطح بالای مدل، مساله بهینه‌سازی عوارض حل می‌شود و این عوارض به سطح پایین داده می‌شود تا جریان و زمان سفر تعادلی شبکه مشخص شود

الگوریتم مبتنی بر بهینه‌سازی گروه ذرات^۳ (PSO) به عنوان روش حل مساله سطح بالا ارایه می‌شود. همچنین روش پیشنهادی شهپر و همکاران [Shahpar, Ashtiani, Babazadeh, 2008] که یک روش تکراری برای حل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت‌های جانبی به نام تابع جریمه پویا^۴ است برای حل مساله سطح پایین به کار گرفته می‌شود. برنامه نوشته شده برای دو سطح به هم متصل می‌شوند؛ بدین ترتیب که جواب‌های اولیه (عوارض اولیه برای کمان‌های ورودی به محدوده موردنظر) تولید و به همراه سایر اطلاعات شبکه (تقاضای بین زوج‌های مبدأ-مقصد و توابع زمان سفر کمان‌ها) به برنامه تخصیص، داده می‌شوند و خروجی آن برنامه شامل جریان و زمان سفر کمان‌ها جهت ارزیابی جواب‌های اولیه و تولید جواب‌های بعدی به برنامه سطح بالا داده می‌شود. جواب‌های جدید که به صورت تصادفی و بر مبنای بهترین جواب‌های قبلی تولید شده‌اند، مجدداً به برنامه تخصیص داده می‌شوند و این روند تا رسیدن به جواب نهایی ادامه می‌یابد. الگوریتم پیشنهادی بر شبکه ترافیکی سופالز ظرفیت دار اجرا می‌شود.

در بخش ۲ مرور ادبیات مرتبط با قیمت‌گذاری و تخصیص ترافیک مطرح می‌شود. در بخش ۳ مساله قیمت‌گذاری شرح داده می‌شود و مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی شرح داده می‌شود. بخش ۴ شامل روش حل مساله است و در بخش ۴ نتایج حاصل از اعمال مدل بر شبکه سופالز بیان می‌شود.

۲. مرور ادبیات

به دلیل اینکه مساله قیمت‌گذاری در این پژوهش به صورت یک مدل بهینه‌سازی دو سطحی حل می‌شود، مرور ادبیات مربوط به هر دو سطح قیمت‌گذاری و تخصیص ترافیک در پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۲ قیمت‌گذاری

۲-۲ تخصیص ترافیک ایستا با در نظرگیری

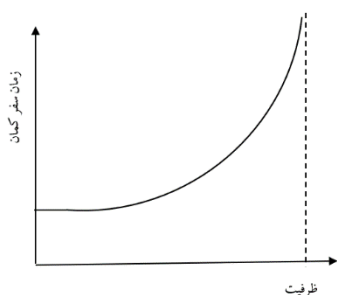
محدودیت ظرفیت کمان‌ها

فرایند تخصیص ترافیک، پیدا کردن جریانی است که تا جای ممکن مشابه جریان مشاهده شده در کمان‌های شبکه باشد. مساله تخصیص بر پایه اصل تعادل استفاده‌کننده استوار است. در شرایط تعادل که واردراپ [Wardrop, 1952] ارایه داد، زمان سفر در تمام مسیرهای استفاده شده برابر با هم و کمتر از یا مساوی با زمان سفر مسیرهای استفاده نشده است. در اکثر مطالعات، تعادل استفاده‌کننده در شبکه‌های بدون ظرفیت بر پایه اصل اول واردراپ به طور ضمنی معادل مفهوم تعادل نش^۵ تعریف شده است [Sheffi, 1985].

تابع عملکرد، زمان سفر متوسط را به نرخ جریان ترافیک کمان مرتبط می‌سازد. این تابع‌ها در بیش تر مواقع غیرخطی، مثبت و اکیدا صعودی نسبت به جریان در کمان هستند [Patriksson and Larsson, 1994]. برنستون [Branston, 1976] و لارسون و پتريکسون [Larsson and Patriksson, 1995] استدلال کردند که تابع‌های از این نوع غیرواقعی هستند، چراکه زمان سفر حاصل از آن‌ها متناهی است در حالی که جریان در کمان‌ها نیز متناهی است. بنابراین این‌طور فرض شده

که کمان‌ها می‌توانند حجم زیادی از جریان ترافیک را از خود عبور دهند، در نتیجه جواب تعادلی ممکن است شامل چندین کمان اشباع شده باشد که در بعضی مواقع کمان‌ها ۲ تا ۳ برابر ظرفیت مشاهده شده جریان می‌گیرند. چنین جواب تعادلی کاملاً نامطلوب است. بنابراین در عمل، کمان‌ها دارای محدودیت‌های متناهی (ظرفیت) در رابطه با جریان ترافیک هستند.

پیگو [Pigou, 1920] در سال ۱۹۲۰ نخستین مطالعه در زمینه قیمت‌گذاری را با ارایه نمونه‌ای برای برآورد عوارض بهینه جاده انجام داد. نایت [Knight, 1924] در سال ۱۹۹۴ اولین تفسیرها از رابطه میان هزینه اجتماعی و اخذ عوارض را بیان کرد. دافرموس [Dafermos, 1973] مطالعه‌ای در خصوص قیمت‌گذاری اولین - بهترین در شبکه چندوسیله‌ای انجام داد، و یانگ و همکاران [Yang and Huang, 2007] این رویکرد را با در نظر گرفتن صف بهبود دادند. ورهوف و همکاران [Verhoef, Rouwendal and Rietveld, 2003] نشان دادند که با فرض دو گروه از رانندگان با سرعت‌های حرکت متفاوت، عوارض بهینه برای رانندگان دارای سرعت کم تر مقداری بیشتر است و نیز هر چه تعداد رانندگان افزایش یابد، مقدار عوارض بهینه کاهش می‌یابد. اسمال و یان [Small and Yan, 2001] در قیمت‌گذاری با دو گروه کاربر با مقادیر مختلف ارزش زمان سفر، نشان دادند که در یک معبر مشخص، کارایی یک بانده قیمت‌گذاری شده بیشتر از حالتی است که تمام باندهای معبر قیمت‌گذاری شوند. دیالما و لیندسی [De Palma and Lindsey, 2004] نشان دادند که منافع قیمت‌گذاری با این فرض که ارزش زمان سفر کاربران و خصوصیات ناوگان ناهمگن است، افزایش می‌یابد. ین و لافونگپانیچ [Yin and Lawphongpanich, 2009] با توجه به شرایط کراش-کان-تاکر در برنامه ریزی غیرخطی (مساله پیشینه کردن منفعت اجتماعی)، جواب‌های متعددی که شرایط مرتبه اول معادلات به دست آمده را ارضا می‌کنند، یافتند که در برخی از جواب‌ها الزاماً همه کمان‌ها عوارض ندارند. اسدی و فلورین [B, Saeed Asadi, M Florian, and M Sarvi, 2016] برای تعیین میزان عوارض یا یارانه‌ای که باید بر هر مسیر در یک ناحیه مشخص اعمال شود، مساله قیمت‌گذاری را به مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت تبدیل کردند.



شکل ۱. رابطه بین جریان و زمان سفر در یک کمان

روش‌های ارایه شده برای حل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت کمان به تفکیک چگونگی اجتناب از مساله‌ی جریان چندکالایی با هزینه کمینه، به دو گروه تقسیم شده است. دسته اول از تابع زمان سفر کمان مجانبی^۸ استفاده می‌کنند و دسته دوم مساله اصلی را به یک دنباله از مسایل تخصیص ترافیک بدون ظرفیت با استفاده از روش جریمه/دوگان تبدیل می‌کنند [Shahpar, Ashtiani and Babazadeh, 2008]. در روش‌های نوع دوم، محدودیت ظرفیت کمان با استفاده از تابع‌های جریمه یا ضرایب لاگرانژین به تابع هدف تبدیل می‌شوند.

اولین بار داگنزو [Daganzo, 1997] محدودیت ظرفیت کمان را به‌طور صریح با استفاده از تابع زمان سفر مجانبی در نظر گرفت. اگرچه این روش جواب امکان‌پذیر را ارایه می‌دهد، اما مشکلاتی نیز به همراه دارد. بویس نشان داد، استفاده از تابع زمان سفر مجانبی ممکن است منجر به زمان سفر بالا و غیر واقعی شود و سبب پیچیدگی محاسبات در نزدیکی جریان ظرفیتی شود [Boyce, Janson, Eash, 1981].

هرن [Hearn, Ribera, 1980] اولین بار از تابع جریمه با روش جریمه بیرونی^۹ برای حل مساله تخصیص با در نظر گرفتن ظرفیت کمان استفاده کرد. در این روش مساله اصلی با حل دنباله‌ای از مسائل تخصیص ترافیک کلاسیک، بدون دیدن ظرفیت کمان، با استفاده از الگوریتم فرانک-وولف حل می‌شود. اینوی [Inouye, 1987] روش مشابه تابع جریمه فصلنامه مهندسی حمل‌ونقل / سال دوازدهم / شماره دوم (۴۷) / زمستان ۱۳۹۹

ظرفیت هر کمان بیشینه جریانی است که آن کمان می‌تواند از خود عبور دهد که به ویژگی‌های فیزیکی آن بستگی دارد. هرچقدر جریانی که از یک کمان عبور می‌کند به ظرفیت آن کمان نزدیک‌تر باشد، زمان سفر در آن کمان افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل (۱) نشان داده شده است، اگر جریان کمان به ظرفیت کمان برسد، زمان سفر آن کمان به بینهایت میل می‌کند. بنابراین جریان مشاهده شده کمان هیچ‌گاه از ظرفیت کمان تجاوز نمی‌کند. هر ن در رابطه با محدودیت ظرفیت کمان، اشاره می‌کند [Hearn and Ribera, 1980]:

"در مدل تخصیص ترافیک بدون محدودیت ظرفیت، با همه فرض‌های پیشین، جریان پیش‌بینی شده در برخی از کمان‌ها به مراتب بیش‌تر یا کم از پیش‌بینی مهندس ترافیک است."

یکی از رویکردهای مدل‌سازی فرایند تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت کمان، استفاده از رویکرد پویا است. رویکرد دیگر در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت جریان کمان‌ها صریح در مدل‌سازی است [Nie, Zhang and Lee, 2004].

مساله تخصیص ترافیک استاندارد با دسته الگوریتم‌های فرانک-وولف با زیرمساله خطی پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر^۶ برای هر جفت مبدا-مقصد حل می‌شود. اضافه کردن محدودیت ظرفیت کمان، ساختار ضرب دکارتی مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر مساله تخصیص ترافیک استاندارد را از بین می‌برد و مدل پیچیده‌تری را نتیجه می‌دهد. مشکل اصلی حل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت این است که مساله به مساله‌ی جریان چندکالایی^۷ با هزینه کمینه، تبدیل می‌شود که محاسبات آن به نحو قابل توجهی از مساله کوتاه‌ترین مسیر زمان‌برتر است. بنابراین بسیاری از راه‌حل‌های مساله با در نظرگیری محدودیت ظرفیت، به منظور جلوگیری از گیرکردن در مساله کمینه‌سازی هزینه جریان ارایه شده است [Nie, Zhang, 2004].

بین مبدا-مقصد k_{rs} ، rs مجموعه مسیرها از مبدا Γ به مقصد S و w مجموعه زوج‌های مبدا-مقصد است.

$$(1-1) \text{Minimize } z(x) = \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega$$

$$(2-1) \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} = d_{rs} \quad \forall r, s \in W$$

(3-1)

$$f_k^{rs} \geq 0 \quad \forall k \in K_{rs}, rs \in W \quad (4-1)$$

$$x_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} \delta_{ak}^{rs} \cdot f_k^{rs} \quad \forall a \in A-1)$$

$$(5) x_a \leq c_a \quad \forall a \in \bar{A}$$

$z(\cdot)$ تابع هدف مساله است. در این مدل محدودیت اول

بیان می‌کند که مجموع جریان عبوری از مسیرهای مربوط به یک زوج مبدا-مقصد باید با تقاضای مربوط به آن زوج برابر باشد. محدودیت دوم برای منطقی بودن جواب نهایی مساله درج شده است. محدودیت سوم رابطه بین جریان در مسیر k بین زوج مبدا-مقصد rs و با فرض این که تابع $t_a: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ محدب، پیوسته مشتق پذیر و یکنوا است را نشان می‌دهد. مساله [SCTAP]، بهینه‌سازی محدب است.

در روش شهر محدودیت‌های جانبی از طریق اضافه نمودن تابع‌های جریمه به زمان سفر کمان‌ها به صورت ضمنی در نظر گرفته می‌شوند. در هر تکرار این روش، مساله تخصیص ترافیک با محدودیت جانبی به یک مساله تخصیص تکمیلی بدون محدودیت‌های جانبی با تابع زمان سفر تعمیم یافته تبدیل و با استفاده از روش خطی سازی حل می‌شود. هر چند در این روش تابع‌های جریمه دارای ساختاری مشخص با ویژگی‌های خاص هستند، ولی این تابع‌ها بعد از هر تکرار به صورت پویا براساس نتایج تکرار قبل تغییر می‌کنند. همچنین به دلیل استفاده از مدل تکمیلی غیرخطی^{۱۳} (NCP) می‌توان از تابع‌های زمان سفر و محدودیت‌های جانبی غیرمتقارن استفاده نمود

داخلی^{۱۱} (IPF) را با استفاده از تابع جریمه مجانبی ارایه داد. زیر مساله‌های تخصیص ترافیک بدون ظرفیت در این مساله با استفاده از الگوریتم فرانک-وولف حل می‌شود و تعداد گام‌ها دارای حد بالا است که امکان پذیر بودن راه حل را تضمین می‌کند.

روش دیگر از دسته روش‌های نوع دوم روش ضرایب لاگرانژین افزایشی^{۱۱} (ALM) است. این روش جداگانه توسط هستنس [Hestenes, 1969] و پاول [Powell, 1969] برای حل مساله برنامه‌ریزی غیرخطی معرفی شد. الگوریتم از ویژگی‌های دو روش جریمه خارجی و روش اولیه-دوگان در حالی که معایب هر دو را کاهش می‌دهد، استفاده می‌کند

شهر و همکاران [Shahpar, Ashtiani and Babazadeh, 2008] در سال ۲۰۰۸ یک روش تکراری برای حل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت‌های جانبی به نام تابع جریمه پویا ارایه کردند. آشتیانی و همکاران [Shahpar, Ashtiani and Babazadeh, 2008]

مدل برنامه‌ریزی دو سطحی برای قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظر گرفتن محدودیت صریح ظرفیت کمان ارایه شده است. در سطح بالای مساله، بهترین عوارض از میان مجموعه عوارض امکان‌پذیر پیدا می‌شود و سطح پایین مساله، با حل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت^{۱۲} (CTAP) جریان تعادل کاربر را برای هر وضعیت مفروض از عوارض به دست می‌آورد.

۳-۲ الگوریتم شهر و همکاران

فرمول بندی مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت کمان‌ها به شکل زیر است که در این روابط x_a جریان در کمان a است، A مجموعه کمان‌های شبکه و \bar{A} زیرمجموعه‌ای از کمان‌های شبکه است که دارای محدودیت ظرفیت C_a هستند. d_{rs} تقاضای بین مبدا-مقصد rs ، f_k^{rs} حجم جریان در مسیر k

(۳) برای $x_a/c_a > 1$ به اندازه کافی بزرگ است

(۴) برای $x_a/c_a < 1$ به اندازه کافی کوچک است

با جایگذاری $p_a(x, \alpha_a)$ با λ_a ، مساله بازنویسی شده به

صورت رابطه ۴ است.

RSCTAP

$$\left(\sum_{a \in A} (t_a(x_a) + \sum_{a \in \bar{A}} p_a(x, \alpha_a) \frac{1}{c_a}) \delta_{a,k}^{r,s} - u_{r,s} \right) f_k^{r,s} = 0$$

$$\sum_{a \in \bar{A}} (t_a(x_a) + \sum_{a \in \bar{A}} p_a(x, \alpha_a) \frac{1}{c_a}) \delta_{a,k}^{r,s} - u_{r,s} \geq 0$$

$$f_k^{r,s} \geq 0 \quad \forall k \in k_{r,s}, r, s \in W \quad (۴)$$

$$\sum_{k \in k_{r,s}} f_k^{r,s} = q_{r,s} \quad r, s \in W$$

$$x_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{r,s}} f_k^{r,s} \delta_{a,k}^{r,s} \quad \forall a \in A$$

اگر (x, α) جواب مساله RSCTAP باشد، آن گاه

$p_a(\cdot, \alpha_a) \rightarrow 0$ برای $x_a/c_a < 1$ و $p_a(\cdot, \alpha_a) \rightarrow \infty$ برای

$x_a/c_a > 1$ آن گاه $(x, \lambda = p(x, \alpha))$ در شرط (۳-۱) صدق

می‌کند.

تابع پنالتی به شکل زیر انتخاب می‌شود:

$$p_a(x, \alpha_a) = \alpha_a \psi(g_a(x)) \quad (۵)$$

که $\psi(\cdot)$ برای هر $\rho \in (0, 1)$ به صورت زیر تعریف

می‌شود:

$$\psi(y) := \begin{cases} \frac{\rho}{2(1-y)} & y < 1-\rho \\ \frac{y-1}{2\rho} + 1 & y \geq 1-\rho \end{cases} \quad (۶)$$

y مقدار تابع x_a/c_a و ρ عددی مثبت و کوچک است.

$\psi(\cdot) : [-\infty, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ مثبت، صعودی و پیوسته مشتق‌پذیر

است. همچنین $\psi(1) = 1$ و اگر $\rho \rightarrow 0$ ویژگی‌های ۳ و ۴ به

مقادیر حدی خود میل می‌کنند.

روش حل ارایه شده در این پژوهش یک روش تکراری

است که از ویژگی‌های تابع جریمه $p_a(x, \alpha_a)$ استفاده می‌کند

و به دلیل این که تابع $p_a(x, \alpha_a)$ وابسته به مقادیر نامعلوم α_a

$u_{r,s}$ و λ_a را به عنوان ضرایب لاگرانژین محدودیت‌های

(۲-۱) و (۱-۵) در نظر می‌گیریم و محدودیت ظرفیت را به

صورت $x_a/c_a \leq 1$ در نظر می‌گیریم. بنابراین شرایط کراش-

کان-تاگر به صورت روابط زیر است.

$$\dots \quad (۱-۲) \left(\sum_{a \in A} (t_a(x_a) + \sum_{a \in \bar{A}} \lambda_a \frac{\partial(x_a/c_a)}{\partial x_a}) \delta_{a,k}^{r,s} - u_{r,s} \right) f_k^{r,s} = 0$$

$$(۲-۲) \sum_{a \in A} (t_a(x_a) + \sum_{a \in \bar{A}} \lambda_a \frac{\partial(x_a/c_a)}{\partial x_a}) \delta_{a,k}^{r,s} - u_{r,s} \geq 0$$

$$(۳-۲) x_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{r,s}} f_k^{r,s} \delta_{a,k}^{r,s} \quad \forall a \in A$$

$$(۴-۲) f_k^{r,s} \geq 0 \quad \forall k \in k_{r,s}, r, s \in W$$

$$(۵-۲) (x_a/c_a - 1) \lambda_a = 0 \quad \forall a \in \bar{A}$$

$$(۶-۲) x_a/c_a - 1 \leq 0 \quad \forall a \in \bar{A}$$

$$\lambda_a \geq 0 \quad \forall a \in \bar{A} \quad (۷-۲)$$

زمان سفر عمومی هر کمان به صورت رابطه (۳) تعریف

می‌شود.

$$c_k^{r,s}(x, \lambda) = \sum_{a \in A} (t_a(x_a) + \sum_{a \in \bar{A}} \lambda_a \frac{1}{c_a}) \delta_{a,k}^{r,s} \quad (۳)$$

برای هر (f, u, x, λ) که در روابط ۲ صدق کند،

$c_k(x, \lambda)$ برای هر متغیر $k \in K_{r,s}$ با $f_k > 0$ برابر است با

$$\lambda_a \left(\frac{1}{c_a} \right), \text{ لارسون و پاتریکسون, } u_{rs} = \min_{k \in k_{r,s}} \{ c_k^{rs}(x, \lambda) \}$$

را تاخیر حاصل از صف تشکیل شده به دلیل محدودیت جانبی

روی کمان a نامیدند. بنابراین زمان سفر عمومی هر مسیر،

مجموع زمان سفر و تاخیر در کمان‌های تشکیل دهنده مسیر

است. در هر تکرار الگوریتم، ضریب λ_a برای هر کمان

$a \in \bar{A}$ با تابع جریمه $p_a(\cdot, \alpha_a) : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ با

$\alpha_a \in (0, \infty)$ تخمین زده می‌شود. در این پژوهش با افزودن

جریمه $\sum_{a \in A} p_a(x, \alpha_a) \left(\frac{1}{c_a} \right)$ به تابع زمان سفر $t_a(x_a)$ مساله

حل می‌شود. فرض این است که برای هر $\alpha_a > 0$ ،

$p_a(x, \alpha_a)$ دارای ویژگی‌های زیر است:

(۱) پیوسته مشتق‌پذیر، یکنوا و غیر منفی است.

(۲) برای $x_a/c_a = 1$ تابع برابر α_a

$$\sum_{k \in k_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs} \geq 0 \quad \forall r, s \in W \quad (12-3)$$

$$\left(\sum_{k \in k_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs} \right) u_{rs} = 0 \quad \forall r, s \in W \quad (12-4)$$

$$u_{rs} \geq 0 \quad \forall r, s \in W \quad (12-5)$$

$$(12-6) f_k^{r,s} \geq 0 \quad \forall k \in k_{r,s}, r, s \in W$$

برای هر $\alpha > 0$ پیوسته مشتق پذیر، اکیدا یکنوا

و مثبت است و مدل تکمیلی $NCP(\alpha)$ جواب یکتای (x, u) دارد.

آشتیانی [Aashtiani, 1979]، آشتیانی و مگنتی]

[Aashtiani and Magnanti, 1983] الگوریتم تکرار شونده

که الگوریتم خطی سازی می نامند را برای حل این مساله ارایه

دادند. در هر تکرار روش خطی سازی آشتیانی، مساله تکمیلی

غیر خطی با جفت های مبدا-مقصد به زیرمساله های تکمیلی

غیر خطی بخش می شود که به جز $f^{rs} = (f_k)_{k \in k_{rs}}$ ، سایر

اجزای f ثابت می ماند. به دلیل این که تعداد مسیرها در

زیرمساله های تکمیلی غیر خطی زیاد است، الگوریتم تکمیلی را

نمی توان برای حل آن به کار برد. بنابراین از روش های تولید

مسیر استفاده می شود که در هر تکرار به جای بررسی مساله

برای همه مسیرها، مسیرهای با جریان مثبت که آشتیانی آن ها را

مسیرهای کاری K_{rs}^w می نامد، بررسی می شوند. مجموعه

مسیرهای کاری در آغاز برابر تهی قرار داده می شود و با هر

تکرار به روز رسانی می شود. به این منظور، کوتاه ترین مسیر از

Γ به S با توجه به $\bar{t}_\alpha(x(f))$ تولید می شود و اگر در شرط

زیر صدق نکند به مجموعه مسیرهای k_{rs}^w اضافه می شود.

$$\frac{\min_{k \in k_{rs}^w} c_k^{rs}(f, \alpha) - u_{rs}}{u_{rs}} \leq \varepsilon \quad (13)$$

$\varepsilon \geq 0$ زمان سفر عمومی مسیر تولید شده است و

پارامتری کوچک است. به دلیل این که حتی در حالتی که تعداد

مسیرهای کاری کم است، حل مساله $NCP_{rs}(\alpha)$ با روش

تکمیلی، کارآمد نیست، آشتیانی فرایند تکراری خطی سازی را

است، مدل بروزرسانی بردار α_a در هر تکرار n به صورت زیر حل می شود.

$$\alpha_a^n = p_a(x^n, \alpha_a^{n-1}) = \alpha_a^{n-1} \psi(x_a^n / c_a^n) \quad (7)$$

x^n جواب موجود برای α^{n-1} است. تابع جریمه

پویا است که اگر $x_a / c_a > 1$ باشد، مقدار آن افزایش می یابد و

اگر $x_a / c_a < 1$ مقدارش کاهش می یابد. با تکرار روش،

ویژگی های ۳ و ۴ از تابع جریمه به مقادیر حدی خود می رسد

و p_a به ضریب لاگرانژین λ_a میل می کند. اگر شرایط (۶-۲)

و (۷-۲) برآورده شوند، حل خاتمه می یابد. معیار توقف به

شکل زیر تعریف می شود:

$$x_a / c_a \leq 1 \quad \forall a \in \bar{A} \quad (8)$$

$$(1 - x_a / c_a) \alpha_a^n \leq \alpha_a^0 \rho \quad \forall a \in \bar{A}; x_a / c_a < 1 - \rho \quad (9)$$

α_a^0 مقادیر اولیه α_a است. رابطه (۸) تضمین می کند که

x^n جریان امکان پذیر است و رابطه (۹) که همان شرط تکمیلی

است و تضمین می کند، اگر $\rho \rightarrow 0$ ، آن گاه x^n جواب مساله

SCTAP است.

مساله RSCTAP برای $\alpha > 0$ یک مساله تخصیص

ترافیک TAP بدون محدودیت ظرفیت است که زمان سفر آن

به شکل زیر تعریف می شود:

$$\bar{t}_a(x) = t_a(x_a) + \sum_{a \in \bar{A}} p_a(x, \alpha_a) \frac{1}{c_a} \quad (10)$$

مساله با جریان در کمان $f_k^{rs} \delta_{ak}^{rs} := \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K_{rs}} f_k^{rs} \delta_{ak}^{rs}$ و

زمان سفر عمومی برای مسیر k به صورت زیر:

$$c_k^{r,s}(f, \alpha) = \sum_{a \in \bar{A}} (t_a(x_a(f)) + \sum_{a \in \bar{A}} p_a(x(f), \alpha_a) \frac{1}{c_a}) \delta_{a,k}^{r,s} \quad (11)$$

تعریف می شود. بنابراین مساله تکمیلی غیر خطی به

صورت زیر خواهد بود:

$NCP(\alpha)$

$$(c_k^{rs}(f, \alpha) - u_{rs}) f_k^{rs} = 0 \quad \forall k \in k_{rs}, r, s \in W \quad (12-1)$$

$$c_k^{rs}(f, \alpha) - u_{rs} \geq 0 \quad \forall k \in k_{rs}, r, s \in W \quad (12-2)$$

$$\varepsilon^{rs} = \frac{\max_{k \in k_{rs}^w, \bar{f}_k > 0} c_k^{rs}(f, \alpha) - u_{rs}}{u_{rs}} \quad (14)$$

۳. مساله قیمت‌گذاری

منطق مساله قیمت‌گذاری از رفتار افراد در انتخاب کارای کالا، با در نظر گرفتن هزینه و منفعت اجتماعی گزینه‌های پیش‌رویشان برمی‌خیزد. برای بیان مساله قیمت‌گذاری، نمونه ساده از یک مبدا-مقصد و مسیر میان آن‌ها در شکل (۲) [Walters, 1961] در نظر گرفته می‌شود. در این سیستم فرض می‌شود که جریان ترافیک، سرعت و چگالی مستقل از زمان است. محور افقی، جریان یا حجم ترافیک را نمایش می‌دهد (جریان ترافیک، نرخ است که در آن سفرها شروع و پایان می‌یابد). محور عمودی قیمت یا هزینه عمومی^{۱۵} سفر را نشان می‌دهد. هزینه عمومی سفر شامل هزینه‌های عملیاتی خودرو، هزینه معادل زمان سفر و هر گونه عوارض است. منحنی هزینه سفر $C(q)$ ، در جریان‌های پایین شیب ثابت دارد و کاربر می‌تواند در سرعت جریان آزاد C^{ff} حرکت کند. با افزایش جریان، سرعت کاهش می‌یابد و $C(q)$ شیب مثبت پیدا می‌کند. تقاضای سفر (تعداد سفر تقاضا شده در واحد زمان (هزینه)) را با منحنی $D^{-1}(q)$ نمایش داده می‌شود. از آنجایی که کاربران سیستم عاقلانه تصمیم می‌گیرند، تقاضای سفر با افزایش قیمت آن (زمان سفر) کاهش می‌یابد، بنابراین منحنی تقاضا $D^{-1}(q)$ دارای شیب منفی است. نقطه تلاقی دو منحنی عرضه $C(q)$ و تقاضا $D^{-1}(q)$ را نقطه تعادلی $E(q^n)$ نامیده

برای غلبه بر این مشکل معرفی می‌کند. در هر تکرار با اعمال این فرایند خطی‌سازی، برای جریان \bar{f} مدل خطی می‌شود. بنابراین خواهیم داشت:

(۱۴)

$$(c_k^{rs}(\bar{f}, \alpha) + \sum_{k' \in k_{rs}^w} [(f_{k'} - \bar{f}_{k'}) \frac{\partial c_k^{rs}(\bar{f}, \alpha)}{\partial f_{k'}}] - u_{rs}) f_k^{rs} = 0 \quad \forall k \in k_{rs}^w$$

$$(c_k^{rs}(\bar{f}, \alpha) + \sum_{k' \in k_{rs}^w} [(f_{k'} - \bar{f}_{k'}) \frac{\partial c_k^{rs}(\bar{f}, \alpha)}{\partial f_{k'}}] - u_{rs}) \geq 0 \quad \forall k \in k_{rs}^w \quad (15)$$

برای مسیرهای کاری در k_{rs}^w ، (۱۲-۱) و (۱۲-۲) را به شکل خطی نوشته شده است. برای هر جفت مبدا-مقصد rs و α ، مدل خطی حاصل، مساله تکمیلی خطی با متغیرهای u_{rs} و f^{rs} است. $\frac{\partial c_k^{rs}}{\partial f_{k'}}$ را برای هر $k, k' \in k_{rs}^w$ به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{\partial c_k^{rs}(f, \alpha)}{\partial f_{k'}} = \sum_{a \in A} (x_a(f)) \frac{\partial p_a(x(f), \alpha)}{\partial f_{k'}} \frac{1}{c_a} \delta_{ak}^{rs}$$

$$= \sum_{a \in A} \sum_{a' \in A} \frac{\partial p_a(x_a)}{\partial x_{a'}} \delta_{a'k}^{rs} \delta_{ak}^{rs} + \sum_{a \in A} \sum_{a' \in A} \frac{\partial p_a(x_a)}{\partial x_{a'}} \frac{1}{c_a} \delta_{a'k}^{rs} \delta_{ak}^{rs} \quad (16)$$

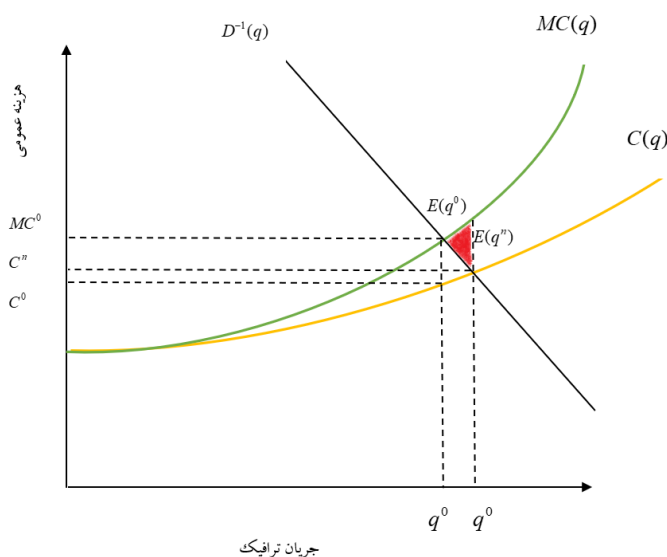
خطی‌سازی و حل مساله خطی شده برای زوج (r, s) تا رسیدن به شرط زیر تکرار می‌شود:

$$\frac{\max_{k \in k_{rs}^w : \bar{f}_k > 0} c_k^{rs}(f, \alpha) - u_{rs}}{\max_{k \in k_{rs}^w : \bar{f}_k > 0} c_k^{rs}(f, \alpha)} < \varepsilon \quad (17)$$

الگوریتم زمانی تمام می‌شود که علاوه بر شرایط (۸) و (۹)، متوسط خطای کنونی کمتر از ε باشد. یعنی:

$$\frac{\sum_{r, s \in W} q^{rs} \varepsilon^{rs}}{\sum_{r, s \in W} q^{rs}} \leq \varepsilon \quad (18)$$

که در آن ε برای هر زوج مبدا-مقصد به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل ۲. قیمت گذاری بهینه بر اساس هزینه حاشیه‌ای

این تعداد سفر کمتر از میزان سفرهای تولید شده در حالت بدون اعمال عوارض $E(q'')$ است. تعادل جدید نقطه‌ای در نظر گرفته می‌شود که، هر کاربر مجبور به پرداخت هزینه کل MC^0 است. بنابراین عوارض برابر است با تفاوت هزینه کل در دو حالت تعادل $E(q'')$ و $E(q^0)$:

$$\tau^0 = MC(q^0) - C(q^0) = q^0 \cdot \frac{\partial C(q)}{\partial q} \quad (22)$$

هزینه نهایی شلوغی است که هر کاربر بر دیگر کاربران وارد می‌کند. این عوارض را، مالیات پیگویی^{۱۷} می‌نامند. مسافران هزینه شلوغی را که فاعل آن بوده‌اند، تنها با زمان سفری که شخصا از دست می‌دهند نمی‌پردازند، چرا که لازم است عوارض در بهینه اجتماعی صدق کنند و هر کاربر هزینه مازادی که بر سایر کاربران وارد می‌کند را نیز بپردازد. قیمت‌گذاری به معنی حذف کامل شلوغی نیست. همان‌طور که در شکل مشخص است. خالص هزینه عمومی از عوارض، است. کارایی قیمت‌گذاری در افزایش رفاه c^{ff} بیش از c^0 اجتماعی است. مازاد رفاه اجتماعی برابر با تفاضل کاهش در است (ناحیه q^0 هزینه کل و کاهش در سود اجتماعی در را از اعمال $q^0 \tau^0$ هاشور خورده در شکل (۱)). دولت درآمد

می‌شود. تعداد سفرهای تقاضا شده در این نقطه q'' و قیمت تعادلی C'' است. از آنجایی که به احتمال زیاد مزایای خارجی^{۱۶} استفاده از مسیرها قابل توجه نیست (مزایا یا به طور خالص درونی هستند و یا مالی هستند)، بنابراین $D^{-1}(q)$ هر دو منفعت حاشیه‌ای و شخصی را نشان می‌دهد. بنابراین منفعت اجتماعی کل، سطح زیر منحنی $D^{-1}(q)$ است. $C(q)$ هزینه سفر را اندازه‌گیری می‌کند و اگر هزینه‌های دیگر سفر، مثل آلودگی هوا و تصادفات در نظر گرفته نشود، $C(q)$ هزینه متوسط اجتماعی را اندازه‌گیری می‌کند. هزینه کل $C(q)$ میانگین هزینه اجتماعی سفر را اندازه‌گیری می‌کند. بنابراین هزینه کل برای q تعداد سفر برابر است با:

$$TC(q) = C(q) \cdot q \quad (20)$$

و هزینه نهایی (حاشیه‌ای) هر سفر برابر است با:

$$MC(q) = \frac{\partial TC(q)}{\partial q} = c(q) + q \cdot \frac{\partial C(q)}{\partial q} \quad (21)$$

نقطه بهینه سیستم $E(q^0)$ (بهینه اجتماعی) تلاقی $MC(q)$ و $D^{-1}(q)$ است که میل نهایی پرداخت هزینه MC^0 است و تعداد سفرهای تولید شده برابر با q^0 است.

P:

$$\begin{cases} \text{Min} \sum_{a \in A} t_a(x_a) \cdot x_a \\ \text{s.t.} \\ 0 \leq \beta \leq \beta_{\max} \\ x = NC(\alpha, \beta) \end{cases} \quad (23)$$

[NC (α, β)]:

$$\begin{aligned} (\hat{T}_k^{rs}(f_k) - u_{rs}) f_k^{rs} &= 0 \quad \forall k \in k_{rs}, r, s \in W \\ \hat{T}_k^{rs}(f_k) - u_{rs} &\leq 0 \quad \forall k \in k_{rs}, r, s \in W \\ f_k^{rs} &\geq 0 \quad \forall k \in k_{rs}, r, s \in W \\ (\sum_{k \in k_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs}) u_{rs} &= 0 \quad \forall r, s \in W \\ \sum_{k \in k_{rs}} f_k^{rs} - q_{rs} &\geq 0 \quad \forall r, s \in W \\ u_{rs} &\geq 0 \quad \forall r, s \in W \\ \hat{T}_k^{rs}(f_k) &= \sum_{a \in A} t_a(x_a) \delta_{ak}^{rs} + \sum_{a \in \mathbb{A}^p} \beta_a \delta_{ak}^{rs} \\ &+ \sum_{a \in \mathbb{A}} p_a(x, \alpha_a) \cdot \frac{1}{c_a} \delta_{ak}^{rs} \quad \forall k \in K_{rs}, rs \in W \\ x_a &= \sum_{k \in k_{rs}} f_k^{rs} \delta_{ak}^{rs} \quad \forall k \in K_{rs}, rs \in W \end{aligned} \quad (24)$$

با حل مساله قیمت‌گذاری P با تابع هدف کمینه‌سازی هزینه کل شبکه، مقدار بهینه عوارض به دست می‌آید.

۴. روش انجام پژوهش

۴-۱ الگوریتم PSO استاندارد

الگوریتم PSO از جمله الگوریتم‌های فرا-ابتکاری است که برای حل مسائل بهینه‌سازی غیر محدب استفاده می‌شود.

فرض می‌کنیم که D یک عدد صحیح مثبت باشد که معرف بُعد فضای مساله باشد. مکان ذره i (که معادل جواب i است) با بردار $p_i = (p_{ij})_{j=1, \dots, D}$ نشان داده می‌شود که در آن p_{ij} معرف مکان ذره i در راستای j است. همچنین سرعت تغییر مکان ذره با $v_i = (v_{ij})_{j=1, \dots, D}$ نمایش داده می‌شود که v_{ij} برابر سرعت ذره i در راستای j است. بهترین مکان هر ذره بر مبنای تابع ارزیابی $f(p)$ ^{۱۸} (که معادل تابع هدف مساله است) با $p_i^* = (p_{ij}^*)_{j=1, \dots, D}$ و همچنین بهترین مکان کل جمعیت با $p_g^* = (p_{gj}^*)_{j=1, \dots, D}$ نشان داده می‌شود. سرعت در تکرار t+1

عوارض به کاربران بدست می‌آورد و وضعیت کاربران در این شرایط بدتر می‌شود. کاربرانی که همچنان از مسیر استفاده بیش‌تری متحمل $MC(q^0) - C(q^0)$ می‌کنند، هزینه سفر کاربر دیگری که از مسیر استفاده $q^n - q^0$ می‌شوند و تعداد (تا q^n نمی‌کنند با اندازه ۰ (در حالت بدون عوارض در $MC^0 - C^n$) مازاد اجتماعی از دست می‌دهند. در q^0

۱-۳ مدل قیمت‌گذاری محدوده

مساله قیمت‌گذاری کمربند ترافیکی را به صورت یک مساله بهینه‌سازی دو-سطحی فرمول‌بندی می‌کنند. در سطح بالا، مساله یافتن بهترین عوارض از میان مجموعه عوارض امکان‌پذیر جهت مینیمم‌سازی هزینه کل شبکه است و سطح پایین مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت است که جریان تعادل کاربر را برای هر وضعیت فرض شده از عوارض، نتیجه می‌دهد. مساله قیمت‌گذاری ایستا را می‌توان در حالت کلی به صورت

مدل بهینه‌سازی (۲۴) در نظر گرفت. [Knight, 1924]

هر جواب مساله قیمت‌گذاری p باید در محدودیت تعادل $NC(\alpha, \beta)$ صدق کند (محدودیت دوم مساله p) از این رو تابع زمان سفر است که معادل زمانی مقدار عوارض $\hat{T}_k^{rs}(f_k)$ برای کمان‌های داخل محدوده قیمت‌گذاری، $(\sum_{a \in \mathbb{A}^p} \beta_a \delta_{ak}^{rs})$ به صورت یک ترم ثابت با تابع زمان سفر کمان‌های مشمول عوارض جمع می‌گردد و تابع جریمه دینامیکی برای تبدیل مساله تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت به زیر مسایل بدون ظرفیت استفاده می‌شود. بنابراین زمان سفر عمومی هر مسیر، مجموع زمان سفر و تاخیر در کمان‌های تشکیل دهنده مسیر است. در این پژوهش با افزودن جریمه $\sum_{a \in A} p_a(x, \alpha_a) \left(\frac{1}{c_a}\right)$ به تابع زمان سفر $t_a(x_a)$ ، مساله حل می‌شود.

گام ۴: بهترین جواب کل جمعیت را در p_g^* ذخیره کنید. مقادیر سرعت v_i و مکان p_i هر ذره i در تکرار $t+1$ را با استفاده از رابطه‌های (۲۵) و (۲۶) به‌روزرسانی کنید.

گام ۵: اگر $t \leq 5$ باشد، یا اگر $p_g^*(t) - p_g^*(t-5) > \epsilon$ و $t \leq N$ باشد، قرار دهید $t = t+1$ و به گام ۳ برگرد. در غیر این صورت مقدار p_g^* را به‌عنوان جواب نهایی گزارش بدهید. ■

۵. نتایج برای شبکه سوفالز

شبکه سوفالز از یک شهر واقعی به همین نام واقع در ایالت داکوتای جنوبی در ایالات متحده است که اولین بار در مطالعات حمل و نقل توسط لبلانک [Leblance, Marlok, Pierskalla, 1975] ارائه شد و متشکل از ۲۴ گره، ۷۶ کمان، ۵۲۸ زوج مبدا-مقصد است. مرز محدوده ترافیکی این شبکه (شکل ۳) با خط چین نشان داده شده است. کمان‌های ۱۳، ۲۱، ۳۲، ۴۱، ۴۸، ۵۱، ۵۷، ۶۳، ۷۲، ۶۵ که مرز محدوده را قطع و وارد محدوده می‌شوند و کمانهای عوارض‌پذیر هستند. الگوریتم تخصیص ترافیک با محدودیت ظرفیت کمان توسط جوانی [Javani, 1395] در ++C کدنویسی و در محیط Microsoft visual studio 2013 با دقت ۶ رقم اعشار اجرا می‌شود. همچنین الگوریتم PSO پیشنهادی در محیط نرم افزار MATLAB کدنویسی می‌شود. عوارض اولیه کمان‌ها به عنوان جواب‌های اولیه به برنامه تخصیص داده می‌شوند، و نتیجه تخصیص که همان جریان در کمان‌ها است وارد برنامه MATLAB می‌شود و به این ترتیب گام‌های الگوریتم پیشنهادی تا رسیدن به جواب نهایی تکرار می‌شوند. جدول ۱ مقدار عوارض به دست آمده از اجرای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز را برای دو حالت بدون و با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان را در کنار زمان سفر آزاد کمان‌ها نشان می‌دهد. همان‌طور که مشهود است، در حالت بدون محدودیت ظرفیت ۸ کمان از ۱۰ کمان ورودی به محدوده دارای عوارض

در راستای j هر ذره بر مبنای رابطه زیر محاسبه می‌شود [Yang, Simon, 2005]:

$$v_{ij}(t+1) = \omega v_{ij}(t) + c_1 r_1 (p_{ij}^*(t) - p_{ij}(t)) + c_2 r_2 (p_{gj}^*(t) - p_{ij}(t)) \quad (25)$$

که در آن c_1 و c_2 ضرایب شتاب، r_1 و r_2 اعداد تصادفی در بازه $[0, 1]$ و ω وزن اینرسی است. پس‌از آنکه سرعت هر ذره در تکرار بعدی مشخص شد، مکان آن ذره در تکرار بعدی به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$p_{ij}(t+1) = p_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (26)$$

هر ذره، جواب p_i را در فضای حالت مساله جستجو می‌کند که به $[0, p_{\max}]$ محدود شده است. همچنین سرعت هر ذره در بازه $[-v_{\max}, v_{\max}]$ که در آن $0 \leq v_{\max} \leq p_{\max}$ محدود می‌شود.

۴-۱-۱ گام‌های الگوریتم پیشنهادی

گام ۱: کمان‌های محدوده ترافیکی (\tilde{A})، تعداد ذرات (n)، مقدار دقت (ϵ) و ماکزیمم تعداد تکرار (N) را دریافت کنید.

گام ۲: جواب‌های اولیه p_i شامل عوارض تصادفی برای کمان‌های ورودی به محدوده را به تعداد ذرات در بازه $[0, \beta \max]$ و سرعت اولیه v_i برای آن کمان‌ها را در بازه $[-v_{\max}, v_{\max}]$ تولید کنید. قرار دهید $t = 1$.

گام ۳: برای $i = 1, \dots, n$ مراحل زیر را انجام دهید:

گام ۳-۱: تخصیص ترافیک را برای جواب p_i انجام بدهید، و جریان x را برای آن جواب ذخیره کنید.

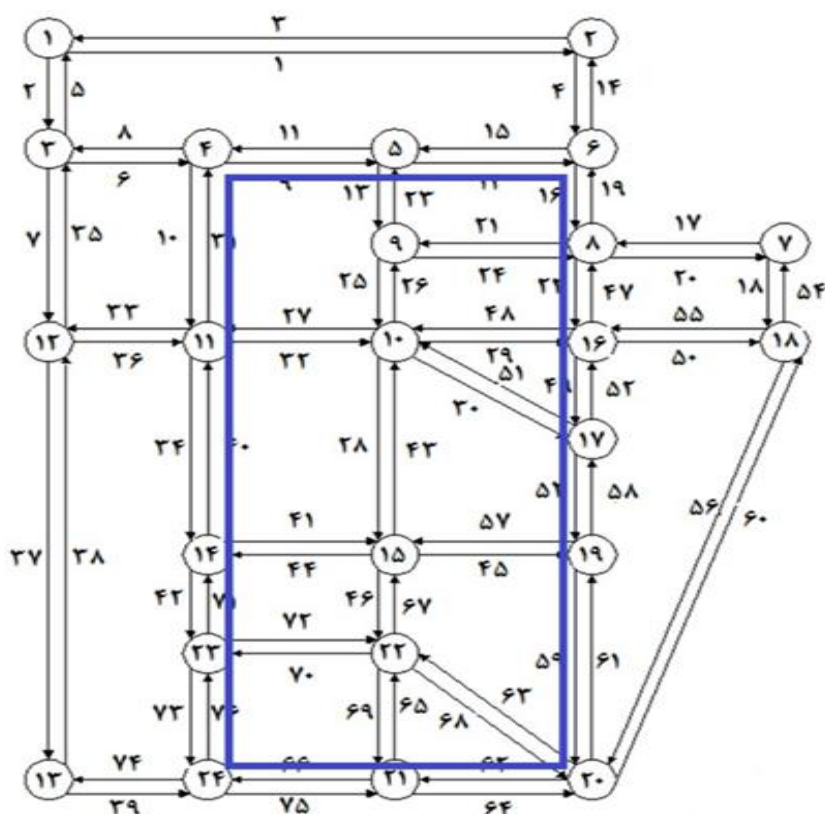
گام ۳-۲: بر اساس جریان‌های به‌دست آمده تابع ارزیابی $f(p)$ را برابر $\sum_{a \in A} x_a t_a(x_a)$ قرار بدهید.

گام ۳-۳: بهترین جواب به دست‌آمده تاکنون برای ذره i را در p_i^* قرار بدهید

مثبت هستند، در حالی که در حالت با محدودیت ظرفیت تنها ۶ کمان عوارض می‌پذیرند.

حد بالای عوارض، $1/5$ واحد است. کمان ۱۳ و ۵۱ در حل بدون در نظرگیری ظرفیت، عوارض صفر دارند، در حالی که در حال با در نظرگیری ظرفیت، این مقدار به $1/5$ واحد می‌رسد. اما در رابطه با کمان ۳۲، ۴۱ و ۴۸ که در حالت اول عوارضی نزدیک به حد بالای عوارض دارند، با اعمال محدودیت ظرفیت مقدار عوارض به صفر می‌رسد. کمان‌های ۵۷، ۶۳ و ۶۵ نیز عوارض از $1/500$ واحد به ۱ واحد در حل با در نظر گرفتن عوارض می‌رسد. میزان عوارض برای کمان شماره ۷۲ نیز از حد بالای عوارض به $0/8178$ کاهش می‌یابد. در حالت کلی، جمع عوارض وارد بر ۱۰ کمان محدوده ترافیکی مشخص شد در محدوده، از $10/5$ واحد به $6/818$ واحد کاهش می‌یابد. این نتایج نشان می‌دهد که در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان به شدت بر نتایج حل مساله قیمت‌گذاری موثر است. علاوه بر این

به کاربران کمان‌های که به ظرفیت رسیده‌اند، علاوه بر عوارض بهینه، جریمه نیز تعلق می‌گیرد. هزینه کلی که در حالت قیمت‌گذاری با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت ارایه می‌شود، شامل جریمه نیز است. در جدول ۲ معیارهای حاصل از حل مساله در دو حالت با و بدون قیمت‌گذاری ارایه شده‌اند. این معیارها شامل هزینه کل شبکه (در شرایط با و بدون محدودیت ظرفیت)، میزان بهبود هزینه کل نسبت به حالت بدون قیمت‌گذاری (در شرایط با و بدون محدودیت ظرفیت)، مجموع عوارض دریافت شده (در شرایط با و بدون محدودیت ظرفیت)، و میزان تغییرات عوارض دریافتی در حالت با محدودیت ظرفیت نسبت به حالت بدون آن هستند. این نتایج در ۳۰ تکرار الگوریتم و با جمعیتی برابر ۳۰ ذره به دست آمده‌اند. به طور کلی هزینه کل شبکه با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان، افزایش می‌یابد. اما با اعمال عوارض بر شبکه،



شکل ۳. شبکه سوزانز و محدوده قیمت گذاری مورد نظر پژوهش جاری

قیمت گذاری با در نظر گرفتن محدودیت ظرفیت مشاهده می شود. مجموع عوارض در ۱۰ تکرار اول با شیب کم افزایش دارد، با نزدیک شدن به تکرارهای آخر میزان تغییرات افزایش می یابد. در رابطه با حل مساله بدون در نظر گرفتن ظرفیت، در شکل ۷، روند تغییرات در تکرارها بیش تر است. این تغییرات صرفاً در رقم چهارم اعشار روی می دهد و الگوی کلی یا جهت کلی تغییرات داده ها در شکل های ۶، ۵، ۴ و ۷ با خط چین نشان داده شده است.

هزینه کل شبکه کاهش می یابد. طبق این جدول، هزینه کل شبکه در حالت بدون محدودیت ظرفیت تنها ۰/۳۸ درصد و در حالت با محدودیت ظرفیت ۱/۱۳ درصد بهبود (کاهش) یافته است. مجموع عوارضی که بر کمان های شبکه اعمال می شود (حاصل ضرب جریان در کمان های محدوده و عوارض آنها است)، در بهینه سازی با در نظر گیری ظرفیت بیش از ۵۳ درصد کاهش می یابد. شکل های ۴ و ۶ میزان هزینه کل شبکه در ۳۰ تکرار را نشان می دهند. در شکل ۵ روند تغییر درآمد کل شبکه در

جدول ۱. مقدار عوارض بدست آمده برای شبکه سوزانز با و بدون ظرفیت

تغییرات عوارض %	عوارض با محدودیت ظرفیت	عوارض بدون محدودیت ظرفیت	زمان سفر آزاد	گره انتها	گره ابتدا	شماره کمان
*	۱/۵۰۰	۰/۱۰۰	۵	۹	۵	۱۳
.	۰/۰۰۰	۰/۱۰۰	۱۰	۹	۸	۲۱

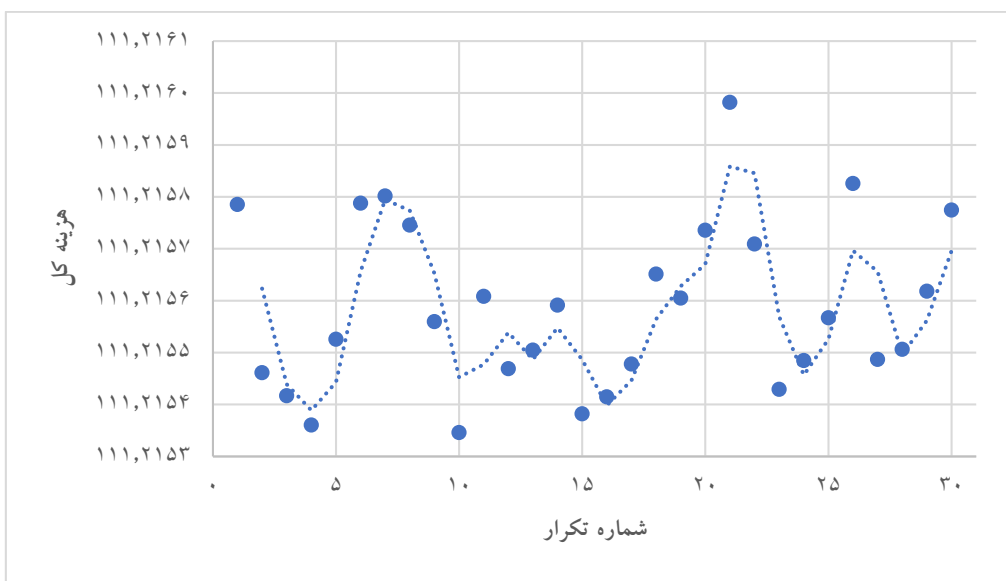
ارایه یک مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان

-۱۰۰/۰	۰/۰۰۰	۱/۵۰۰	۵	۱۰	۱۱	۳۲
-۱۰۰/۰	۰/۰۰۰	۱/۵۰	۵	۱۵	۱۴	۴۱
-۱۰۰/۰	۰/۰۰۰	۱/۵۰	۴	۱۰	۱۶	۴۸
*	۱/۵۰۰	۰/۰۰	۸	۱۰	۱۷	۵۱
-۳۳/۳۳	۱	۱/۵۰۰	۳	۱۵	۱۹	۵۷
-۳۳/۳۳	۱	۱/۵۰۰	۵	۲۲	۲۰	۶۳
-۳۳/۳۳	۱	۱/۵۰۰	۲	۲۲	۲۱	۶۵
-۴۵/۴۷	۰/۸۱۸	۱/۵۰۰	۴	۲۲	۲۳	۷۲
-۳۵/۰۶	۶/۸۱۸	۱۰/۵	مجموع			

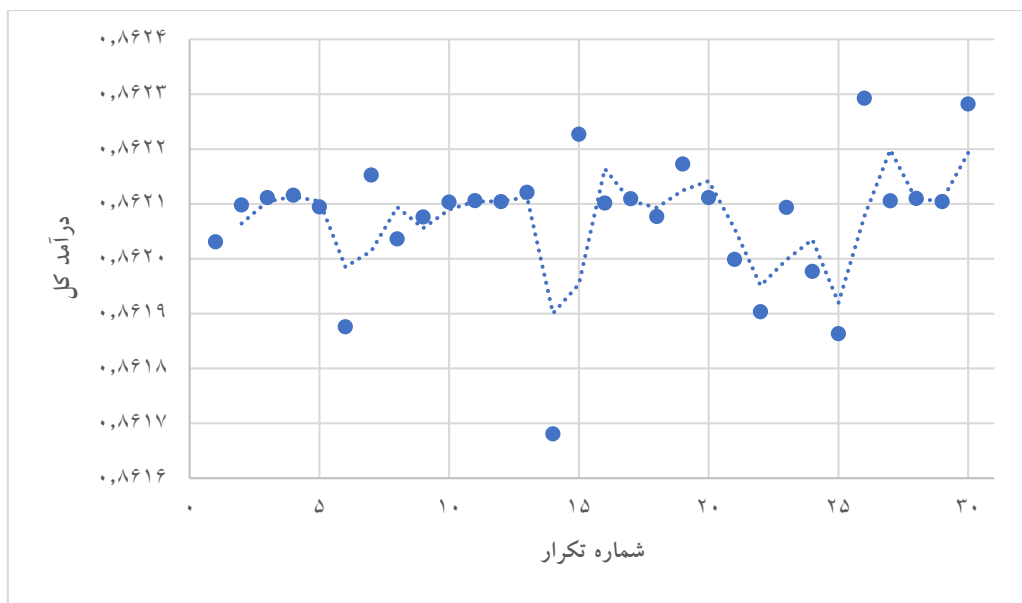
* درصد تغییر بی‌نهایت است. منظور از بی‌نهایت، تغییر از میزان صفر عوارض به میزان ۰/۹۹۹۹ واحد آن است.

جدول ۲. مقایسه هزینه کل شبکه در قیمت‌گذاری با و بدون محدودیت ظرفیت

معیار	شرایط	بدون قیمت گذاری	با قیمت گذاری
هزینه کل شبکه	با در نظرگیری ظرفیت	۱۱۲/۴۹۴۰	۱۱۱/۲۱۵۳
	بدون در نظرگیری ظرفیت	۷۴/۸۰۱۰	۷۴/۵۱۵۹
میزان بهبود هزینه کل شبکه	با در نظرگیری ظرفیت	۰/۰۰۰۰	۱/۱۳٪
	بدون در نظرگیری ظرفیت	۰/۰۰۰۰	۰/۳۸٪
مجموع عوارض دریافت شده	با در نظرگیری ظرفیت	-	۰/۸۶
	بدون در نظرگیری ظرفیت	-	۱/۸۶
میزان مجموع عوارض دریافت شده		-	-۵۳/۷۶٪

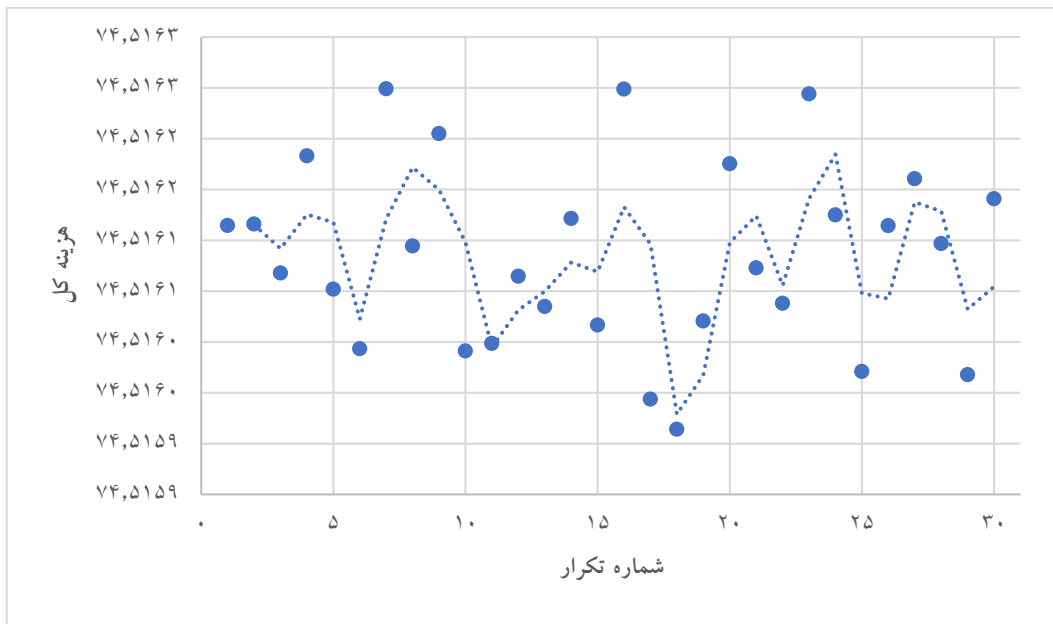


شکل ۴. روند تغییرات هزینه‌ی کل شبکه در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز (با ظرفیت)

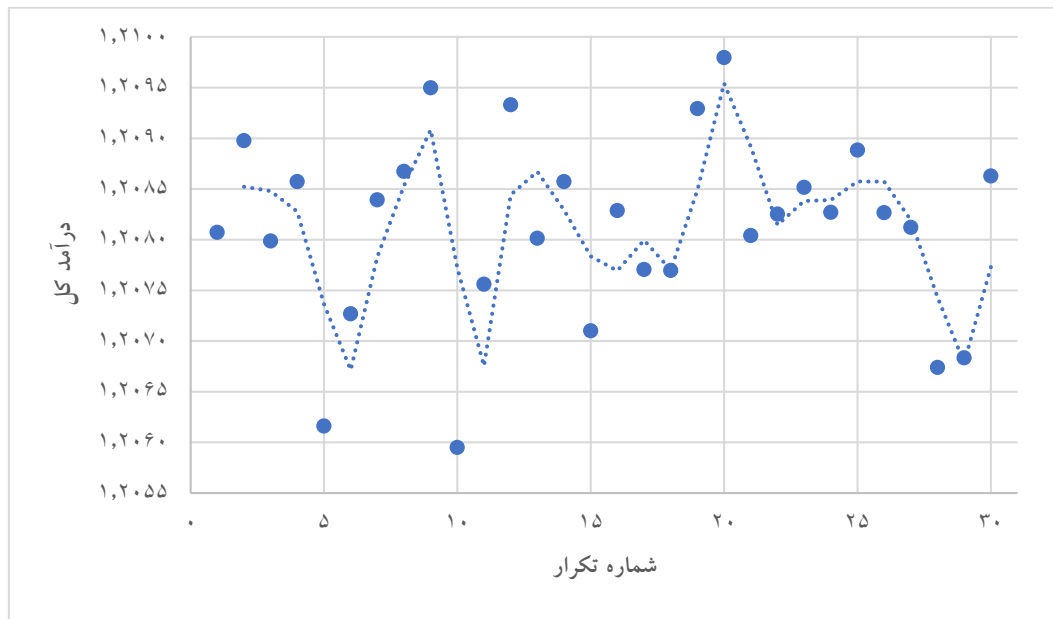


شکل ۵. روند تغییرات درآمد کل شبکه در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز (با ظرفیت)

ارایه یک مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان



شکل ۶. روند تغییرات هزینه کل شبکه در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز (بدون ظرفیت)



شکل ۷. روند تغییرات درآمد کل شبکه در تکرارهای الگوریتم پیشنهادی برای شبکه سوفالز (بدون ظرفیت)

۶. نتیجه‌گیری

بدلیل افزایش تعداد سفرهای داخل شهری و همچنین افزایش مالکیت وسیله نقلیه شخصی، کلان شهرهای جهان با معضل شلوغی ترافیکی روبرو هستند. که علاوه بر هزینه زمان از دست رفته، باعث هدر رفتن سوخت، اثرات سو بر محیط زیست و نارضایتی از سیستم می‌شود. قیمت‌گذاری شلوغی به عنوان یکی از ابزارهای کارآمد مدیریت سیستم برای کاهش شلوغی ترافیکی شناخته شده است. که از جمله روشهای اعمال آن قیمت‌گذاری اولین بهترین، دومین بهترین، محدوده ترافیکی و امکانات ترافیکی شهری است. قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظر گرفتن یک یا چند محدوده مشخص ترافیکی، عوارضی را برای ورود یا زمان حضور در محدوده از کاربران اخذ می‌کند که فارغ از ظرفیت آن‌ها است.

کمان‌های شبکه دارای ظرفیتی هستند که تابعی از ویژگی‌های فیزیکی آن‌هاست و عامل بسیار مهمی در تعیین سطح سرویس است. زمانی که تقاضا در یک کمان از ظرفیت آن بیش تر می‌شود، در کمان‌های بالادستی آن صف ایجاد می‌شود. یک روش طبیعی جلوگیری از این رویداد، قرار دادن محدودیت ظرفیت بر جریان‌های کمان‌ها است. به دلیل این که اضافه کردن محدودیت ظرفیت کمان، ساختار ضرب دکارتی مجموعه جواب‌های امکان‌پذیر مساله تخصیص ترافیک استاندارد را از بین می‌برد و مدل پیچیده‌تری را نتیجه می‌دهد، در مطالعات مربوطه کمتر مورد توجه قرار گرفته است.

در این مطالعه یک مدل قیمت‌گذاری محدوده ترافیکی با در نظرگیری محدودیت ظرفیت کمان ارائه شد که سطح بالای آن شامل مساله‌ی تعیین عوارض بهینه و سطح پایین آن شامل یک مساله تخصیص ترافیک تعادلی با محدودیت ظرفیت کمان

است. برای حل مساله تخصیص ترافیک از یک الگوریتم تکمیلی پیاده شده در محیط ++C استفاده شد و برای حل مساله‌ی سطح بالا از الگوریتمی مبتنی بر روش بهینه‌سازی PSO در محیط MATLAB کد نویسی، و دو برنامه بهم متصل شدند. نتایج حاصل از اجرای الگوریتم بر شبکه سوفالز نشان داد که در حالت حل مساله با محدودیت ظرفیت کمان، تعداد کمان‌های با عوارض، از ۸ کمان در حالت ندیدن محدودیت ظرفیت به ۶ کمان با دیدن ظرفیت کاهش می‌یابد. همچنین مجموع عوارض دریافتی نیز از ۱۰/۵ واحد به ۶/۸۱۸ واحد کاهش می‌یابد. هزینه کل شبکه نیز در این حالت در مقایسه با عدم قیمت‌گذاری، ۱/۱۳٪ کاهش می‌یابد در حالی که با حل مساله بدون در نظر گیری محدودیت ظرفیت، ۰/۳۸ درصد کاهش می‌یابد. بنابراین این گونه به نظر می‌رسد که کاربران، با در نظر گرفتن ظرفیت معابر، عوارض واقعی استفاده را می‌پردازند.

پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده مساله را با تقاضای متغیر حل شود و همچنین سطوح ظرفیت را در مساله تغییر داد و نتایج را مقایسه کرد.

۷. پی‌نوشت‌ها

۱. Gross Domestic Product
۲. Bi-level Programing
۳. particle Swarm Optimization
۴. Dynamic Penalty Function
۵. Nash Equilibrium
۶. Shortest Path
۷. Multicommodity
۸. Asymptotical
۹. Exterior point
۱۰. Inner Penalty Function
۱۱. Augmented Lagrangian Multiplier
۱۲. Capacitated Traffic Assignment
۱۳. Non-Linear Complementary Problem
۱۴. Working Path
۱۵. Generalized Cost
۱۶. External Benefits

- Pigouvian ۱۷
Fitness Function ۱۸
- مراجع ۸
- Aashtiani, H. A and Magnanti, T. (1983) "A linearization and decomposition algorithm for computing urban traffic equilibria", Massachusetts Institute of Technology, Operations Research Center
 - Aashtiani, H. Z. (1979) "The multi-modal traffic assignment problem", PhD dissertation, Massachusetts Institute of Technology.
 - Alonze, S. (2015) "Traffic congestion to cost the UK economy more than £300 billion over the next 16 years", [online] Available at: <http://inrix.com/press-releases/traffic-congestion-to-cost-the-uk-economy-more-than-300-billion-over-the-next-16-years/> [accessed 14 October. 2014].
 - Asadi, S., Florian, M. and Sarvi, M. (2016) "A new policy in congestion pricing: Why only toll? Why not subsidy? Centre Interuniversitaire de Recherche sur les Réseaux d'Entreprise, la Logistique et le Transport (CIRRELT), Montreal, Canada.
 - Branston, D. (1976) "Link capacity function: A review", Transportation Research, Vol. 10, pp. 223-236.
 - Bureau of Infrastructure, Transport and Regional Economics (BITRE) (2015) "Traffic and congestion cost trends for Australian capital cities", Information Sheet 74, BITRE, Canberra
 - By Penalty Methods", Proc. IEEE Internat. Conf. Circuits Comput, Vol. 1, pp.162-166
 - Cavallaro, F., Giaretta, F and Nocera, S. (2017). "The potential of road pricing schemes to reduce carbon emissions." *Transport Policy*, Vol. 67, pp. 85-92
 - Dafermos, S. (1973) "Toll patterns for multiclass-user transportation networks". *Transportation Science*, Vol.7, No.3, pp. 211-223
 - Daganzo, C. (1977) "On the traffic assignment problem with flow dependent costs—I", *Transportation Research*, Vol.11, No.6, pp.433-437.
 - De Palma, A., Lindsey, R. (2004) "Congestion pricing with heterogeneous travelers: A general-equilibrium welfare analysis", *Networks and Spatial Economics*, Vol.4, No.2, 135-160.
 - Gu, Z., Liu, Z., Cheng, Q and Saberi, M. (2018). "Congestion pricing practices and public acceptance: A review of evidence." *Case Studies on Transport Policy* . Vol.6, No.1, 94-101.
 - Hearn, D., Ribera, J. (1980) "Bounded Flow Equilibrium Problems by penalty methods. New York, IEEE, Vol.1, pp. 162-166.
 - Hestenes, M. (1969) "Multipliers and gradient methods", *Journal of Optimization Theories and Applications*, Vol.4, No.5, pp.303-320.
 - Inouye, H. (1987) "Traffic equilibria and its solution in congested road networks", *Proceedings of IFAC Conference on Control in Transportation Systems*, Vienna, July 1986. Pp.267-272
 - Knight, F. (1924) "Some fallacies in the interpretation of social cost", *The Quarterly Journal of Economics*, Vol.38, No.4, pp. 582-606.
 - Kolstad, C. D. (1985) "A review of the literature on bi-level mathematical

- programming", No. LA-10284-MS). Los Alamos, NM: Los Alamos National Laboratory.
- Larsson, T. and Patriksson, M. (1994) "Equilibrium characterizations of solutions to side constrained asymmetric traffic assignment models", *Le Matematiche*, Vol.49, No.2, pp. 249-280
 - Larsson, T. and Patriksson, M. (1995) "An augmented Lagrangean dual algorithm for link capacity side constrained traffic assignment problems", *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.29, No.6, pp.433-455.
 - Leblanc, L., Morlok, E. and Pierskalla, W. (1975) "An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem", *Transportation Research*, Vol.9, No.5, pp.309-318.
 - Nie, Y., Zhang, H. M and Lee, D. H. (2004) "Models and algorithms for the traffic assignment problem with link capacity constraints", *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.38, No.4, pp.285-312.
 - Pigou, A. (1920) "The economics of welfare", London: Palgrave Macmillan."
 - Powell, M. J. D. (1969) "A method for nonlinear constraints in minimization problems", *Optimization*, pp. 283-293.
 - Shahpar, A., Aashtiani. H. A. and Babazadeh, A. (2008) "Dynamic penalty function method for the side constrained traffic assignment problem." *Applied Mathematics and Computation*, Vol.206, No.1, pp.332-345.
 - Sheffi, Y. (1985) "Urban transportation networks: equilibrium analysis with mathematical programming methods", New Jersey, Prentice-Hall.
 - Small, K., Yan, J. (2001) "The value of "value pricing" of roads: Second-best pricing and product differentiation", *Journal of Urban Economics*, Vol.49, No.2, pp. 310-336.
 - Verhoef, E., Rouwendal, J and Rietveld, P, (2003) "Congestion Caused by speed differences", *Journal of Urban Economics*, Vol. 45, No. 3, pp.383-406.
 - Walters, A. (1961) "The theory and measurement of private and social cost of highway congestion", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, Vol.29, No.4, pp 676-699
 - Wardrop, J. G. (1952) "Some theoretical aspect of road traffic research", London: Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Part II, Engineering Divisions, Airport Maritime Railway Road.
 - Yin, Y. and Lawphongpanich, S. (2009) "Alternative marginal-cost pricing for road networks", *NETNOMICS: Economic Research and Electronic Networking*, Vol.10, No.1, pp.77-83.
 - آرین کاظمی، بابک میربها و علی عبدی کردانی. (۱۳۹۷) بررسی تاثیر هزینه پارکینگ حاشیه‌ای بر انتخاب یا عدم انتخاب شیوه سواری شخصی، فصلنامه مهندسی حمل و نقل، سال نهم، شماره سوم ۳۴۳-۳۵۵
 - جوانی، ب. (۱۳۹۷). تخصیص ترافیک پویای چند کلاسی: فرمولبندی و الگوریتم مبتنی بر مسیر، پایان‌نامه دکتری، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه تهران
 - فلاح تفتی، م، شهابی، س و تفی زاده، ی. (۱۳۹۷). مدل‌سازی رفتار انتخاب وسیله کاربران وسایل نقلیه شخصی در قبال اعمال سیاست‌های مدیریت تقاضای سفر، فصلنامه مهندسی حمل و نقل، سال نهم، شماره چهارم، ۵۹۵-۵۷۱

زهرا جوادی، درجه کارشناسی در رشته ریاضی کاربردی را در سال ۱۳۹۳ از دانشگاه الزهرا و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع را در سال ۱۳۹۷ از موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه ریزی اخذ نمود. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان مهندسی و برنامه‌ریزی حمل‌ونقل است و در حال حاضر به عنوان کارشناس در مطالعات طرح جامع بنادر بازرگانی ایران مشغول است.



عباس بابازاده، درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی عمران را در سال ۱۳۷۴ از دانشگاه شریف اخذ نمود. در سال ۱۳۸۳ موفق به کسب درجه دکتری در رشته مهندسی عمران از دانشگاه صنعتی شریف گردید. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان مهندسی و برنامه ریزی حمل و نقل بوده و در حال حاضر عضو هیات علمی با مرتبه استادیار در دانشگاه تهران است.



امیررضا ممدوحی، درجه کارشناسی در رشته مهندسی مکانیک را در سال ۱۳۶۸ از دانشگاه صنعتی شریف و درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی صنایع را در سال ۱۳۷۵ از موسسه عالی آموزش و پژوهش مدیریت و برنامه ریزی اخذ نمود. در سال ۱۳۸۴ موفق به کسب درجه دکتری در رشته مهندسی عمران از دانشگاه صنعتی شریف گردید. زمینه های پژوهشی مورد علاقه ایشان برنامه ریزی حمل و نقل بوده و در حال حاضر عضو هیات علمی با مرتبه دانشیار در دانشگاه تربیت مدرس است.

