

Titre: Traitements acoustiques à porosité contrôlée pour atténuation optimale
Title: optimale

Auteur: Jean Boulvert
Author: Jean Boulvert

Date: 2020

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Boulvert, J. (2020). Traitements acoustiques à porosité contrôlée pour atténuation optimale [Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/5572/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/5572/>
PolyPublie URL: <https://publications.polymtl.ca/5572/>

Directeurs de recherche: Annie Ross, & Jean-Philippe Groby
Advisors: Annie Ross, & Jean-Philippe Groby

Programme: Génie mécanique
Program: Génie mécanique

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

ET

LE MANS UNIVERSITÉ

Traitements acoustiques à porosité contrôlée pour atténuation optimale

JEAN BOULVERT

Département de génie mécanique

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
Génie mécanique

Novembre 2020

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

ET

LE MANS UNIVERSITÉ

Cette thèse intitulée :

Traitements acoustiques à porosité contrôlée pour atténuation optimale

présentée par **Jean BOULVERT**

en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Louis **FRADETTE**, président

Annie **ROSS**, membre et directrice de recherche

Jean-Philippe **GROBY**, membre et codirecteur de recherche

Badreddine **ASSOUAR**, membre

Sebastian **GHINET**, membre

Camille **PERROT**, membre externe

CITATION

“Ring the bells that still can ring
Forget your perfect offering
There is a crack, a crack in everything
That’s how the light gets in”

Anthem - Lenore Cohen

REMERCIEMENTS

Une thèse est un travail solitaire mais impossible à réaliser seul.

J'aimerais tout d'abord remercier mon directeur de thèse, Jean-Philippe Groby, qui a su me laisser beaucoup de libertés tout en assurant la cohérence et la pertinence de mes travaux et qui a su maintenir le cap en eau calme comme en eau tumultueuse. Merci pour le temps et l'énergie qu'il a consacré lors de réunions, de passages en coup de vent ou autour d'une bière. Je remercie aussi chaleureusement ma directrice de thèse, Annie Ross, qui a su jongler entre ses responsabilités administratives impliquant de porter la chaire industrielle TAPPIS et le suivi de mes travaux.

Plus largement, je tiens à remercier toute l'équipe d'encadrement, riche de ses personnalités et de ses compétences, qui a été présente tout au long de ces trois années. Edith Roland Fotsing, pour son écoute, sa bonne humeur et son sens pratique. Gwénaél Gabard, pour avoir porté la chaire industrielle MACIA et pour ses interventions pertinentes. Vicent Romero García, pour son enthousiasme et ses explications claires. Merci aussi pour les relectures d'articles et de ce manuscrit qui en sont sortis bonifiés.

Merci à Jacky Mardjono qui a eu la tâche difficile de faire le lien entre les demandes industrielles de Safran Aircraft Engines et le monde universitaire.

Pour leur présence dans mon Comité de Suivi Individuel et pour avoir validé les directions de mes travaux de recherche, merci à Laurent De Ryck et à Logan Schawn.

Ce travail n'aurait pas été possible sans l'existence des Conventions Industrielles de Formation par la Recherche (Cifre) et sans le soutien financier de Safran Aircraft Engines, des États français et canadien au travers de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR) et du Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG).

J'adresse mes remerciements à Badreddine Assouar et à Camille Perrot qui ont accepté la lourde tâche de rapporteur ainsi qu'à Laurent De Ryck, à Louis Fradette et à Sebastian Ghinet qui m'ont fait l'honneur d'endosser le rôle de membre de mon jury.

Mes remerciements vont aussi à mes collègues et amis. À ceux du Mans qui m'ont accueilli chaleureusement et avec lesquels j'ai passé de très bons moments, en particulier Charlotte, Elie, Julien, Mathieu, Paola, Robin, Romain, Samuel, Sobin, les deux Théo, Thibault, Thomas et Valentin. Merci en particulier à Théo Cavaliere, pour avoir trimé avec moi sur de belles équations dès les premiers jours et pour m'avoir accueilli chez lui en été. À mes collègues de Montréal pour les instants de détente, en particulier Amin, Marion, Sabine, Josué et les trois Maxime.

Merci pour leur support technique ou la transmission de leur savoir à Yahya Abderrafai, Yves Aurégan, Joachim Golliard, Thomas Humbert et Maxime Perna et en particulier à Logan Schwan pour ses explications sur la théorie de l'homogénéisation et à Josué Costa-Baptista pour la fabrication de nombreux échantillons.

Bien que n'ayant pas participé à la réalisation de ces travaux, je souhaite remercier Claudio Bertolini, Éric Bourroul, Bruno Cailhol, Simon Chesné, Lionel Manin et Mme Papetti pour m'avoir donné le goût des sciences et de la recherche depuis le collège jusqu'à l'INSA.

Je souhaite évidemment remercier ma famille qui m'a fait confiance et m'a toujours soutenu dans mes projets et mes choix de formation. Je remercie en particulier ma mère pour avoir allégé ce manuscrit de ses fautes d'orthographe.

Enfin, je remercie du fond du cœur Aurore pour son soutien quotidien, pour m'avoir suivi dans des contrées lointaines et pas toujours ensoleillées et pour avoir été une oreille de lapin attentive. Notre couple a autant grandi que voyagé, il a été un socle solide à mon projet de recherche.

RÉSUMÉ

Cette thèse exploite certaines possibilités offertes par la fabrication additive pour concevoir et optimiser des traitements pour l'atténuation acoustique à base de matériaux poreux sous un nouvel angle.

La fabrication additive permet de contrôler chaque pore d'un matériau individuellement. Le processus de conception de traitement poreux est chamboulé : pour répondre à un problème, au lieu de chercher parmi un catalogue de matériaux existants, il est possible de concevoir directement le matériau adéquat en ajustant sa microstructure. Cette recherche s'inscrit dans une démarche de réduction du bruit des réacteurs d'avion mais s'étend au-delà du domaine aéronautique, aussi bien au niveau théorique qu'à celui de ses possibles applications.

Une méthode de prédiction de comportement acoustique de matériaux poreux produits par fabrication additive prenant en compte l'impact des défauts de fabrication est d'abord introduite. Les matériaux poreux à gradient de propriétés contrôlé sont ensuite étudiés. Une méthode d'optimisation des paramètres microstructuraux ou de fabrication est développée. La capacité des matériaux poreux à gradient de propriété à atténuer des fréquences hors de portée des matériaux sans gradient est ainsi prouvée et le gradient optimal pour l'atténuation large bande est défini. L'impact de la taille des parois des pores ainsi que l'impact de possibilité du son de se propager transversalement dans un matériau poreux est étudié. Enfin, un traitement métaporeux permettant l'absorption large bande et sub-longueur d'onde est développé. Les résultats de cette recherche peuvent être mis en application pour créer des traitements poreux à forte capacité d'atténuation du bruit.

Cette recherche fait appel à des modèles analytiques et numériques basés sur l'hypothèse selon laquelle le matériau poreux peut être considéré acoustiquement comme un fluide équivalent, à l'analyse physique des comportements et à des validations expérimentales au travers de tests en tube d'impédance de spécimens produits par fabrication additive.

ABSTRACT

This thesis exploits some of the new possibilities offered by additive manufacturing to design and optimize treatments for sound attenuation consisting in porous materials.

Additive manufacturing allows to control individually each pore of a material. The porous treatment design process is turned upside down: instead of searching through a catalogue of existing materials to solve a problem, it is possible to directly design the right material by adjusting its microstructure. This research is part of a plan to reduce aircraft engine noise but extends beyond the aeronautical field, both theoretically and in terms of possible applications.

A predicting method of the acoustic behaviour of porous materials produced by additive manufacturing and taking into account the impact of manufacturing defects is first introduced. Porous materials with controlled graded properties are then studied. A method for optimizing microstructural or manufacturing parameters is developed. The ability of graded porous materials to attenuate frequencies too low to be attenuated by non-graded materials is then proven and the optimal gradient for broadband attenuation is defined. The impact of the wall thickness of the pores along with the impact of transverse propagation inside porous materials is studied. Finally, a metaporous treatment allowing broadband and sub-wavelength absorption is developed. The results of this research can be applied to create porous treatments with a high noise attenuation.

The analytical and numerical models used in this research are based on the hypothesis of porous materials acoustically behaving as equivalent fluids. The results are physically analyzed and experimentally validated through impedance tube testing of specimens produced by additive manufacturing.

TABLE DES MATIÈRES

CITATION	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	viii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xiii
LISTE DES SYMBOLES	xiv
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 TRAITEMENTS POUR L'ATTÉNUATION ACOUSTIQUE	4
1.1 Que sont les traitements pour l'atténuation acoustique?	4
1.2 Pourquoi utiliser des traitements pour l'atténuation acoustique?	6
1.2.1 Le bruit : un enjeu socio-économique	6
1.2.2 Gestion de l'atmosphère sonore	7
1.3 Comment fonctionnent les traitements pour l'atténuation acoustique?	7
1.3.1 Les coefficients de réflexion, de transmission, d'absorption et la perte par transmission	7
1.3.2 Traitements à réaction localisée et non localisée	9
1.3.3 L'impédance	10
1.3.4 Pertes visqueuses et thermiques	11
1.3.5 Absorption parfaite en fond rigide	12
1.4 Caractérisation de traitements pour l'atténuation acoustique	16
1.4.1 Caractérisation en tube à impédance	16
1.4.2 Veine à écoulement	18
1.5 Classes de traitements pour l'atténuation acoustique	19
1.5.1 Les résonateurs à cavité	19
1.5.2 Les résonateurs élastiques	21
1.5.3 Les matériaux poreux	21

1.5.4	Les métamatériaux	22
CHAPITRE 2 MODÉLISATION DES MATÉRIAUX POREUX PAR FLUIDE ÉQUI-		
	VALENT	25
2.1	Modèles acoustiques de matériaux poreux	25
2.1.1	Théorie de Biot	25
2.1.2	Poreux à squelette découplé du mouvement de l'air	25
2.1.3	Expressions de fluide équivalent	26
2.1.4	Les milieux quasi-isotropes	31
2.1.5	En résumé	33
2.2	Obtention des paramètres de fluide équivalent par simulation numérique . . .	34
2.2.1	Méthode asymptotique multi-échelle	34
2.2.2	Conditions d'homogénéisation	35
2.2.3	Deux variables d'espace	36
2.2.4	Expansion asymptotique	36
2.2.5	Homogénéisation	36
2.2.6	Dimension caractéristique de l'EVR	39
2.2.7	Exemples de validation	39
2.2.8	En résumé	43
2.3	Obtention des paramètres de fluide équivalent par méthodes expérimentales .	43
2.3.1	Caractérisation directe des paramètres JCAL	43
2.3.2	Caractérisation inverse des paramètres JCAL	43
2.3.3	En résumé	47
2.4	Simulation par méthode éléments finis	47
CHAPITRE 3 FABRICATION ET CARACTÉRISATION DE MATÉRIAU A PORO-		
	SITÉ CONTRÔLÉE	48
3.1	Fabrication de micro-treillis par méthode FDM	48
3.1.1	Fabrication de traitements acoustiques par impression 3D	48
3.1.2	Méthode de fabrication additive Dépôt de Fils Fondus - <i>Fused Deposition Modeling</i> (FDM)	49
3.1.3	Présentation des micro-treillis	52
3.1.4	Contrôle de gradient de propriétés	53
3.1.5	En résumé	53
3.2	Prédiction du comportement de micro-treillis produits par méthode FDM . .	54
3.2.1	Matériau poreux considéré	55
3.2.2	Description géométrique des défauts de microstructure	56

3.2.3	Simulation acoustique et caractérisation expérimentale	60
3.2.4	Effet des défauts de fabrication sur les paramètres Johnson–Champoux– Allard–Lafarge (JCAL) : étude numérique	62
3.2.5	Effet des défauts de fabrication sur les paramètres JCAL : étude expé- rimentale	66
3.2.6	Validation	71
3.2.7	Routine d’obtention du modèle paramétrique de l’évolution des para- mètres JCAL	71
3.2.8	En résumé	73
CHAPITRE 4	MATÉRIAUX POREUX A GRADIENT DE PROPRIÉTÉS	75
4.1	Propagation dans un matériau poreux quasi-isotrope à gradient de propriétés	75
4.1.1	Description du problème	75
4.1.2	Formalisme de vecteurs d’état	77
4.1.3	En résumé	78
4.2	Obtention des coefficients de réflexion et de transmission	78
4.2.1	Méthode de Matrices de Transfert	78
4.2.2	Séries de Peano	81
4.2.3	Wave Splitting	83
4.2.4	Convergence des méthodes et remarques	86
4.2.5	En résumé	89
4.3	Optimisation de gradients de propriétés	89
4.3.1	Gradient monotone	90
4.3.2	Gradient libre : Algorithme de gradient conjugué non linéaire	91
4.3.3	Gradient discret	96
4.3.4	Optimisation en champ diffus	97
4.3.5	En résumé	98
4.4	Maximisation de l’absorption en incidence normale et en fond rigide	98
4.4.1	Paramètres numériques	98
4.4.2	Optimisation de micro-treillis idéalisé	99
4.4.3	Validation expérimentale	109
4.4.4	Discussion gradient continu VS multicouche	114
4.4.5	En résumé	114
4.5	Maximisation de l’absorption en incidence normale et en fond libre	115
4.5.1	Optimisation de micro-treillis idéalisé	116
4.5.2	Optimisation de micro-treillis réaliste	122

4.5.3	En résumé	123
CHAPITRE 5 IMPACT DE LA MICROSTRUCTURE ET DU TYPE DE RÉACTION		
	SUR L'ATTÉNUATION	124
5.1	Impact de la microstructure sur l'absorption	124
5.1.1	Impact de la largeur des fibres	124
5.1.2	Impact de l'agencement et de la forme des fibres	127
5.1.3	En résumé	128
5.2	Réaction (non) localisée et absorption en fond rigide	129
5.2.1	Motivation	129
5.2.2	Couche poreuse homogène	130
5.2.3	Couche poreuse à gradient de propriétés	136
5.2.4	En résumé	139
5.3	Réaction (non) localisée et atténuation en revêtement de paroi	141
5.3.1	Contexte	141
5.3.2	Motivation	142
5.3.3	Coefficients de réflexion et de transmission	142
5.3.4	Mesure expérimentale	145
5.3.5	Comparaison à constante de réseau optimisée pour chaque type de réaction indépendamment	146
5.3.6	En résumé	150
CHAPITRE 6 MÉTAPOREUX REPLIE DÉSAccORDÉ		
6.1	Introduction	153
6.2	Présentation de la surface métaporeuse	156
6.3	Modélisation	160
6.4	Modèle analytique	160
6.4.1	Introduction	160
6.4.2	Description des champs	161
6.4.3	Conditions de continuité	164
6.4.4	Système linéaire	165
6.4.5	Validation numérique	166
6.5	Simplification de la géométrie du Matériaux Poreux Repliés (MPR) considérée dans le modèle analytique	168
6.6	Optimisation	170
6.6.1	Méthode	170
6.6.2	Résultats	171

6.7 Comparaison avec de l'air dans les cavités	173
6.8 En résumé	175
CONCLUSION	176
RÉFÉRENCES	181

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ABS	Acrylonitrile B utadiène S tyrène
EVR	E lément de V olume R éprésentatif
FDM	Dépot de Fils Fondus - <i>Fused Deposition Modeling</i>
SLA	Stéréolithography A ppartus
JCA	J ohnson- C hampoux- A llard
JCAL	J ohnson- C hampoux- A llard- L afarge
JCAPL	J ohnson- C hampoux- A llard- P ride- L afarge
LMF	L argeur M inimale du F ilament
MAM	M éthode A ssymptotique M ulti-échelle
MEB	M icroscope É lectronique à B alayage
MEF	M éthode des E léments F inis
MPR	M atériau P oreux R eplié
MT-1f	M icro T reillis à 1 filament par fibre
MT-2f	M icro T reillis à 2 filaments par fibre
PLA	A cide P oly L actique
P-LMF	P osition de la L argeur M inimale du F ilament
RH	R ésonateur de H elmoltz
RQO	R ésonateur Q uart d' O nde
SMp	S urface M étaporeuse
TR	T aux de R emplissage
TMM	M éthode des M atrices de T ransfert
VER	V olume E lémentaire R éprésentatif

LISTE DES SYMBOLES

\mathcal{A}	coefficient d'absorption	
\mathbf{A}	matrice reliant le vecteur d'état à sa dérivée	
b	hauteur de tube droit	m
c_0	vitesse du son dans l'air	m s ⁻¹
C	largeur de MPR	m
C_p	capacité thermique isobare de l'air	kg m ² s ⁻² K
D	diamètre de filament	m
D_n	diamètre de buse d'imprimante	m
E	énergie acoustique propagative	kg m ² s ⁻²
f	fréquence réelle	s ⁻¹
\tilde{f}	fréquence complexe	s ⁻¹
f_{n-1}	fréquence du $n^{\text{ème}}$ zéro du coefficient de réflexion	s ⁻¹
h	hauteur de conduit	m
H	taille de pore, direction normale	m
\mathbf{j}	flux de chaleur	kg s ⁻³
\mathbf{k}^i	vecteur d'onde incident	rad m ⁻¹
k_0	nombre d'onde dans l'air	rad m ⁻¹
K_0	module de compressibilité isostatique de l'air	kg m ⁻¹ s ⁻²
k_{eq}	nombre d'onde de fluide équivalent	rad m ⁻¹
K_{eq}	module de compressibilité isostatique de fluide équivalent	kg m ⁻¹ s ⁻²
\tilde{K}	module de compressibilité, Eq. (4.12)	kg m ⁻¹ s ⁻²
\tilde{K}_{eq}	module de comp. isostat. de fluide équivalent saturant un pore	kg m ⁻¹ s ⁻²
L	épaisseur de traitement acoustique	m
L_a	épaisseur acoustique effective	m
L_b	épaisseur du traitement brut	m
l_c	dimensions caractéristique microscopique	m
L_c	dimensions caractéristique macroscopique	m
L_y	largeur de traitement acoustique en conduit	m
p	pression acoustique	kg m ⁻¹ s ⁻²
Pr	nombre de Prandtl	
q_0	perméabilité visqueuse statique	m ²
q'_0	perméabilité thermique statique	m ²

Q	largeur de RQO droit	m
\mathcal{R}	coefficient de réflexion	
S	constante de réseau normalisée par D_n	
T	espacement vertical entre le centre des fibres normalisé par D_n	
\mathcal{T}	coefficient de transmission	
\mathbf{T}	matrice de transfert	
TL	perte par transmission	
\mathbf{V}	champ de vitesse acoustique	m s^{-1}
w_x	largeur selon x de tube droit	m
w_y	largeur selon y de tube droit	m
W	largeur de tube d'impédance de section carrée	m
\mathbf{W}	vecteur d'état	
\mathbf{x}^*	variable d'espace macroscopique	
\mathbf{y}^*	variable d'espace microscopique	
Z_0	impédance caractéristique de l'air	$\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
Z_{eq}	impédance caractéristique de fluide équivalent	$\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
Z_s	impédance de surface	$\text{kg s}^{-1} \text{m}^{-2}$
α	tortuosité dynamique	m
α'	tortuosité thermique	m
α_∞	(limite haute fréquence de la) tortuosité	
β	angle entre les directions principales du matériau et celles du traitement	rad
γ	coefficient (ou indice) adiabatique de l'air	
Γ	interface	
δ	épaisseur de sous-couche visqueuse	m
δ'	épaisseur de sous-couche thermique	m
ϵ	rapport entre l_c et L_c	
ζ_m	mode m de conduit rigide	
η	viscosité dynamique de l'air	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$
θ	angle d'incidence d'élévation	rad
κ	conductivité thermique de l'air	kg m K s^{-3}
Λ	longueur caractéristique visqueuse	m
Λ'	longueur caractéristique thermique	m
ν	viscosité cinématique de l'air	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
ξ	nombre de révolution d'hélicoïde	

ρ^{\parallel}	densité de fluide équivalent dans sa direction transverse	kg m^{-3}
ρ^{\perp}	densité de fluide équivalent dans sa direction normale	kg m^{-3}
ρ_0	densité de l'air	kg m^{-3}
ρ_{eq}	densité de fluide équivalent	kg m^{-3}
$\tilde{\rho}_{eq}$	densité de fluide équivalent saturant un pore	kg m^{-3}
$\tilde{\rho}_{zz}$	densité, Eq. (4.11)	kg m^{-3}
σ	champ de contraintes	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-2}$
ϕ	porosité ouverte	
ψ	angle d'incidence d'azimut	rad
ω	fréquence angulaire - convention temporelle $\exp(i\omega t)$	s^{-1}
Ω	domaine	

LISTE DES NOTATIONS MATHÉMATIQUES

a	scalaire
\mathbf{a}	vecteur
\mathbf{a}	tenseur
$\langle ., ., . \rangle$	vecteur ligne à trois composantes
$^{\top}$	transposée d'un vecteur ou d'une matrice (sans conjuguer)
$ \cdot $	valeur absolue d'un scalaire
$ \cdot $	norme de Freobenius d'un tenseur
$\mathbf{grad}(\cdot)$	gradient d'une fonction
$\text{div}(\cdot)$	divergence d'un tenseur
$\Delta(\cdot)$	laplacien d'une fonction
$\lfloor \cdot \rfloor$	arrondi à l'entier inférieur
$\bar{\cdot}$	moyenne arithmétique
i	unité imaginaire
$\text{Re}(\cdot)$	partie réelle d'un nombre complexe
$\text{Im}(\cdot)$	partie imaginaire d'un nombre complexe
\cdot^*	complexe conjugué
$\cos(\cdot)$	cosinus
$\sin(\cdot)$	sinus
$\tan(\cdot)$	tangente
$\text{sinc}(\cdot)$	sinus cardinal avec $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$
$\ln(\cdot)$	logarithme népérien
$\log(\cdot)$	logarithme décimal

INTRODUCTION

Le contrôle en général et l'atténuation du son en particulier sont des enjeux majeurs de santé publique tant le bruit peut être nocif. La réduction du bruit passe par la diminution du niveau sonore des sources ainsi que par l'utilisation de traitements acoustiques. Ceux-ci viennent atténuer ou diffuser le bruit. Les demandes d'accroissement de leurs performances se font de plus en plus pressantes dans des domaines aussi variés que l'habitation, les transports ou les lieux de travail. Au besoin fondamental de hautes performances acoustiques peut s'ajouter celui de haute résistance mécanique ainsi que des contraintes de limitation de masse, d'encombrement, ou de prix. En effet, les traitements utilisés dans les transports sont susceptibles d'entraîner une augmentation de la masse des véhicules et donc de leur consommation en énergie motrice ; par le volume qu'ils occupent, les traitements des bâtiments réduisent les volumes d'habitation tandis que ceux des nacelles de réacteurs d'avion ne doivent pas impacter la trainée des appareils pour ne pas affecter la consommation. L'aéronautique est particulièrement regardante sur les performances et le respect des contraintes énumérées ce qui en fait un moteur d'innovation. Cette recherche a été motivée par le besoin de développer de nouveaux traitements acoustiques passifs pour réduire le bruit transmis à l'extérieur des réacteurs d'avion. Cependant, les travaux présentés sont génériques et non restreints à leur possible application dans un contexte aéronautique.

Les matériaux poreux constituent une classe de traitements connue pour ses bonnes propriétés acoustiques mais souffrant de procédés de fabrication à faible contrôle microstructural. Le comportement acoustique d'une couche poreuse est intimement lié à la microstructure de son matériau constitutif. Les procédés de fabrication conventionnels possèdent de nombreuses qualités tel que le faible coût de fabrication ou l'obtention de traitements relativement performants et à haute porosité et donc extrêmement légers. Cependant, ces procédés ne permettent qu'un contrôle indirect de la microstructure des matériaux poreux. Par exemple, la production de feutre par compaction de fibres repose principalement sur un choix de fibres et un taux de compaction ce qui ne permet pas de choisir *a priori* une taille et une forme de pores. De plus ce type de matériau n'offre pas les propriétés mécaniques escomptés. C'est pourquoi, les méthodes de fabrication conventionnelles ne permettent pas d'exploiter tout le potentiel acoustique des matériaux poreux.

Les récents développements en fabrication additive rendent possible de fabriquer chaque pore d'un matériau individuellement. Cette avancée technologique débloque des verrous de conception et nous a poussé à explorer théoriquement et expérimentalement des régions jusqu'alors inaccessibles. Une fois l'impact de défauts intrinsèques de cette méthode de fabrication circonscrit, de nouveaux horizons s'ouvrent pour les matériaux poreux. Pour répondre à un problème, au lieu de chercher parmi un catalogue de matériaux existants, nous pouvons concevoir directement le matériau adéquat ayant la ou les formes et tailles de pores permettant d'atteindre l'atténuation recherchée. L'assemblage de plusieurs matériaux au sein d'un traitement est grandement simplifié et peut dès lors se faire de manière parfaitement contrôlée. La façon de concevoir un traitement acoustique à base de matériau poreux est renouvelée.

Ce travail de recherche exploite certaines possibilités offertes par la fabrication additive pour concevoir et optimiser des traitements pour l'atténuation acoustique à base de matériaux poreux produits par fabrication additive. Ce procédé de fabrication donne facilement lieu à des matériaux poreux à forte résistance mécanique car il laisse le choix de la matière formant le matériau et la possibilité d'obtenir des pores dont les parois sont relativement épaisses. Pour répondre aux besoins applicatifs typiques de l'aéronautique et partagés par d'autres secteurs, il faut donc maximiser les propriétés d'atténuations des traitements ainsi réalisés tout en gardant à l'esprit les contraintes d'intégration telle que la tenue mécanique, l'encombrement et la masse. Les travaux présentés dans cette thèse combinent modèles analytiques, simulations numériques et essais expérimentaux. Ils cherchent à contrôler et analyser toutes les étapes de conception depuis le choix de la microstructure pilotant le comportement intrinsèque du matériau jusqu'au comportement macroscopique du traitement résultant d'effets combinés d'un ou éventuellement plusieurs matériaux assemblés. Ce travail permet d'apporter trois contributions principales à l'état de l'art : (1) une méthode de prédiction de comportement acoustique de matériaux poreux produits par fabrication additive prenant en compte l'impact des défauts de fabrication, (2) l'optimisation de gradient de propriétés de matériaux poreux et (3) le développement d'une surface métaporeuse composée de matériaux poreux repliés désaccordés. Ce manuscrit est organisé comme suit :

- Le Chapitre 1 rappelle quelques éléments d'acoustique axés sur les traitements dissipatifs poreux.
- Le Chapitre 2 présente la simulation de matériaux poreux par fluide équivalent.
- Le Chapitre 3 décrit la méthode de fabrication additive des matériaux poreux utilisés dans ces travaux et la façon de prédire leur comportement acoustique.
- Le Chapitre 4 introduit les méthodes de prédictions de comportement de matériaux po-

reux à gradient de propriétés et leur optimisation, ainsi que les résultats d'optimisation du coefficient d'absorption en incidence normale.

- Le Chapitre 5 évalue les performances de matériaux poreux comportant des différences de microstructure puis les performances de matériaux poreux considérés à réaction localisée ou à réaction non localisée.
- Le Chapitre 6 décrit théoriquement et expérimentalement une nouvelle surface métaporeuse dédiée à l'absorption large bande et sous-longueur d'onde.

CHAPITRE 1 TRAITEMENTS POUR L'ATTÉNUATION ACOUSTIQUE

Ce chapitre introduit les notions fondamentales à la bonne compréhension du manuscrit de manière générale et des traitements acoustiques en particulier. Il permet de rendre les termes employés univoques et est destiné au lectorat peu ou non initié à l'acoustique. Il n'a donc pas la prétention d'être exhaustif.

1.1 Que sont les traitements pour l'atténuation acoustique ?

Un son est une onde longitudinale qui se propage dans un fluide sans déplacer de matière. Cette vibration peut être émise ou transmise par un solide. Les propriétés du milieu affectent les caractéristiques de la propagation telles que sa vitesse ou son atténuation. Des grandes disparités existent entre milieux. Par exemple, la vitesse du son dans l'air est environ 4 fois plus faible que dans l'eau et quelques centimètres de mousse atténuent le son autant que plusieurs centaines de mètres d'air. Au passage d'un milieu à un autre, l'onde incidente, se propageant du premier milieu vers le deuxième, est décomposée en une onde réfléchie qui se propage à nouveau dans le premier milieu en s'éloignant du deuxième et d'une onde transmise qui se propage dans le deuxième milieu en s'éloignant du premier. Ainsi, tous les milieux et toutes les interfaces entre milieux différents affectent la propagation des ondes sonores. Si le milieu est dissipatif, la somme de l'amplitude de l'onde réfléchie et de l'onde transmise est inférieure à l'amplitude de l'onde incidente.

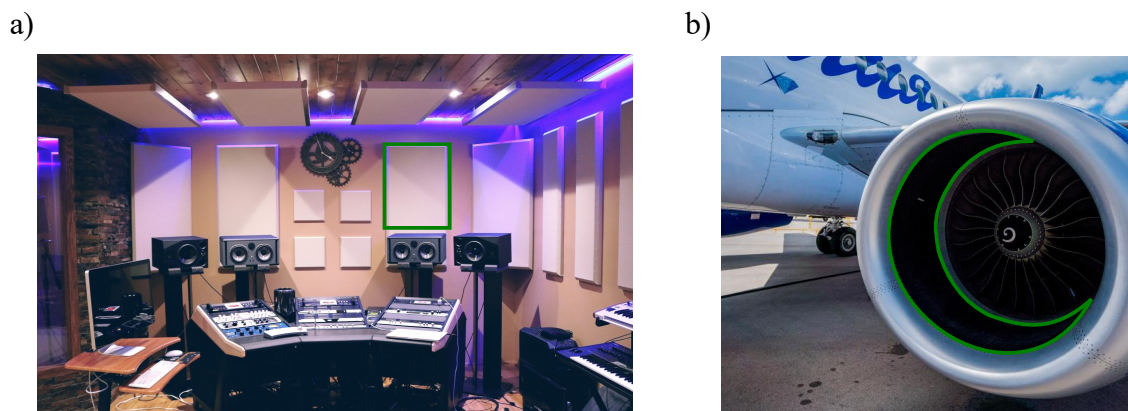


Figure 1.1 Photographies de traitements dissipatifs acoustiques.

a) Panneaux absorbants dans studio d'enregistrement. b) Traitement de paroi de nacelle de réacteur d'avion.

Nous considérons dans ces travaux une propagation initiale dans l'air. L'écrasante majorité de tout ce qui nous entoure et qui n'est pas de l'air a des propriétés acoustiques intrinsèques éloignées de celles de ce dernier et impacte donc la propagation des ondes sonores. Les traitements acoustiques se singularisent parce qu'ils affectent la propagation sonore de manière volontaire et ciblée. Un arbre impacte la propagation des ondes sonores auxquels il est soumis mais n'est pas intrinsèquement un traitement acoustique. Des arbres choisis et placés entre une route et des habitations de manière à réduire le bruit de circulation transmis aux habitations constituent un traitement acoustique. Ainsi, ce ne sont pas les propriétés d'un corps ou d'un matériau qui en font un traitement acoustique mais leur exploitation fonctionnelle.

Les traitements acoustiques peuvent être d'origine naturelle ou artificielle, actifs ou passifs, présentant une unique fonctionnalité ou être multifonctionnels, solides (pleins) ou poreux, rigides ou flexibles, composés d'un seul ou de plusieurs matériaux ou composants. Ils peuvent être rencontrés dans des contextes aussi variés que des studios d'enregistrement Fig. 1.7 a) ou que des nacelles de réacteurs d'avions Fig. 1.7 b). En particulier, il a été montré qu'une mousse métallique installée à proximité de la soufflante d'un réacteur permet d'atténuer le bruit de manière équivalente à un traitement conventionnel de nacelle placé au même endroit [1] et qu'un matériau poreux placé sur les volets en atténue le bruit aéroacoustique [2]. Ces résultats obtenus en utilisant simplement des matériaux poreux disponibles sont prometteurs quant à l'utilisation de matériaux poreux dans un contexte aéronautique.

Les travaux présentés dans ce manuscrit se concentrent sur des traitements acoustiques passifs, poreux, à squelette rigide et fabriqués par impression 3D. Cette méthode de fabrication permet de contrôler la microstructure des matériaux poreux et ainsi de ne pas être restreint à un catalogue de matériaux lors du développement d'un traitement. Ces traitements poreux dissipent une partie de l'énergie des ondes acoustiques qui les impactent. Seules leurs propriétés acoustiques sont mises en avant et optimisées. Notons cependant que leur rigidité mécanique et leur tenue à la compression sont très élevées par rapport à des mousses ou feutres fabriqués par des méthodes conventionnelles. Il s'agit ainsi de proposer des matériaux plus performants acoustiquement que les matériaux conventionnels ou susceptibles de répondre à des fonctionnalisations multiples.

1.2 Pourquoi utiliser des traitements pour l'atténuation acoustique ?

Les traitements acoustiques les plus couramment rencontrés contrôlent une onde par modification de son amplitude, de sa phase ou de sa direction de propagation. Ils vont ainsi modifier le son perçu en différents points de l'espace pour répondre à des attentes auditives. Ces travaux ne traitent pas des problématiques de diffusion et se concentrent sur l'atténuation uniquement.

1.2.1 Le bruit : un enjeu socio-économique

L'Institut national de recherche et de sécurité de France (INRS) [3], le Ministère de la Santé et des Services sociaux du Québec [4], ou encore l'Organisation Mondiale de la santé (OMS) [5], décrivent les risques sur la santé d'une trop forte exposition au bruit, que ce soit à cause d'une exposition courte de durée à un niveau très élevé ou d'une exposition de longue durée à un niveau élevé. Il s'agit de fatigue auditive, de surdité, d'augmentation de risque d'accident du travail, de troubles cardiovasculaires et du sommeil, de stress ou de baisse des performances cognitives. Notamment, le bruit des transports provoque une gêne chez plus d'un tiers des Français [6]. La nuit, même de faibles niveaux peuvent créer des troubles du sommeil.

Face à cet enjeu socio-économique, les réglementations poussent à la diminution de l'exposition au bruit. Elles peuvent laisser libre le choix de la manière employée pour ne pas dépasser certains seuils comme dans les discothèques [7] ou bien imposer l'utilisation de traitements acoustiques comme dans les circulations communes intérieures des bâtiments où la moyenne de l'absorption des parois doit être supérieure à une valeur [8, Article 3].

En particulier, parmi les français gênés par le bruit, 6.6 % l'attribuent au trafic aérien [6]. De plus, le bruit des avions entraîne une dépréciation de la valeur immobilière et un appauvrissement des secteurs proches des aéroports [9]. Plusieurs collectifs ont vu le jour dans le but de faire diminuer le bruit produit par les aéroports [10, 11]. Les organismes réglementaires [9, 12, 13] limitent de plus en plus l'empreinte sonore maximale autorisée par les aéroports. L'Advisory Council for Aviation Research and Innovation in Europe (ACARE) cherche à réduire de 50 % le bruit perçu (-10 EPNdB par opération), par les riverains des aéroports, d'ici à 2020 par rapport à l'année 2000 et de 65 % (-15 EPNdB par opération) à l'horizon 2050.

1.2.2 Gestion de l'atmosphère sonore

Les traitements acoustiques ne cherchent pas toujours à annuler complètement les réflexions ou les transmissions d'onde. Ils peuvent chercher à les diminuer partiellement aussi bien en terme de niveau que de composantes fréquentielles. Par exemple, le bruit d'un moteur thermique d'une voiture doit être suffisamment entendu dans l'habitacle pour permettre au chauffeur de déterminer s'il tourne au bon régime mais ne doit pas être assourdissant. De plus un bruit tonal, c.à.d, dominé par une ou quelques fréquences distinctes est souvent plus gênant qu'un bruit large bande. Les traitements peuvent alors être conçus pour atténuer spécifiquement certaines fréquences.

1.3 Comment fonctionnent les traitements pour l'atténuation acoustique ?

Faisons à présent un point sur certains phénomènes et grandeurs acoustiques essentiels à la compréhension du fonctionnement des traitements pour l'atténuation acoustique.

1.3.1 Les coefficients de réflexion, de transmission, d'absorption et la perte par transmission

Les coefficients présentés ci-dessous seront largement utilisés par la suite, il convient donc de les définir.

Les coefficients en amplitude

Les champs de pression et de vitesse particulaire sont composés d'une amplitude, d'une phase et d'une direction pour la vitesse qui varient avec le temps et l'espace. Les analyses étant produites dans le domaine fréquentiel, ces champs sont donc des nombres complexes dépendant de la position et de la fréquence. Les coefficients qui les font intervenir sont donc *a priori* aussi complexes et dépendants de la fréquence. La convention temporelle utilisée dans tout ce manuscrit est $\exp(+i\omega t)$.

Le coefficient de réflexion \mathcal{R} est un nombre complexe, dépendant de la fréquence et égal au rapport entre le champ de pression réfléchi p^- par le traitement sur celui incident p^+ au niveau de la surface faisant face à l'onde incidente Γ_0 (voir Fig. 1.2),

$$\mathcal{R} = p^-(\Gamma_0)/p^+(\Gamma_0). \quad (1.1)$$

Certaines analyses font apparaître le coefficient de réflexion du traitement retourné, c.à.d.

avec la face Γ_L faisant face à l'onde incidente. Le coefficient de réflexion est alors noté $\mathcal{R}_{\text{arriere}}$ et le coefficient de réflexion du traitement dans l'orientation initiale est notée $\mathcal{R}_{\text{avant}}$. Si aucune précision n'est apportée alors le traitement est considéré dans la configuration avant $\mathcal{R} = \mathcal{R}_{\text{avant}}$.

Le coefficient de transmission \mathcal{T} est un nombre complexe, dépendant de la fréquence et égal au rapport entre le champ de pression transmis au niveau de la surface opposée à l'onde incidente Γ_L sur le champ de pression incident au niveau de la surface faisant face à l'onde incidente Γ_0 ,

$$\mathcal{T} = p^+(\Gamma_L)/p^+(\Gamma_0). \quad (1.2)$$

Les traitements considérés sont réciproques : leur coefficient de transmission ne dépend pas de leur orientation $\mathcal{T}_{\text{avant}} = \mathcal{T}_{\text{arriere}} = \mathcal{T}$. Une surface acoustiquement rigide est une surface idéalisée imperméable au son, c.à.d, dont le coefficient de transmission est nul. Si un traitement repose sur une surface rigide alors son coefficient de transmission devient automatiquement nul. En pratique nous considérons souvent des surfaces presque parfaitement imperméables comme des surfaces rigides car il existe toujours une très faible transmission au travers d'elles.

La valeur absolue de ces deux coefficients est inférieure ou égale à 1 car le traitement est passif, il ne génère pas d'énergie acoustique. La valeur 0 correspond à aucune réflexion ou transmission alors que la valeur 1 correspond à la réflexion ou transmission totale.

Les coefficients en énergie

Bien que les coefficients de réflexion et de transmission décrivent le comportement d'un traitement, d'autres coefficients sont parfois préférés. Le coefficient d'absorption \mathcal{A} est un

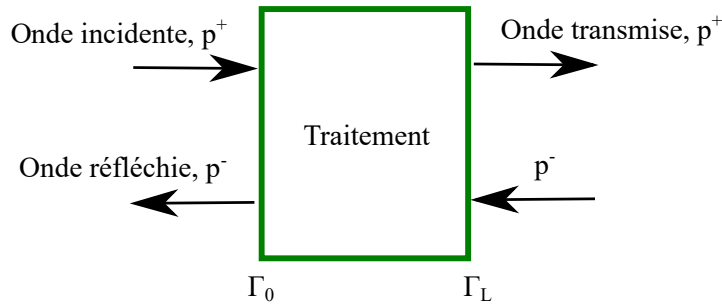


Figure 1.2 Schéma bloc acoustique.

nombre réel dépendant de la fréquence, donné par

$$\mathcal{A} = 1 - |\mathcal{R}|^2 - |\mathcal{T}|^2. \quad (1.3)$$

Il met en avant la conservation de l'énergie car $|\mathcal{R}|^2$ et $|\mathcal{T}|^2$ sont des rapports de p^2 , donc d'énergies. Lorsque le traitement est posé sur un fond rigide, c.à.d, imperméable aux ondes sonores, la transmission est impossible et donc $\mathcal{T} = 0$. L'absorption parfaite est atteinte lorsque $\mathcal{R} = 0$ et $\mathcal{T} = 0$ et donc $\mathcal{A} = 1$: aucune onde de pression ne ressort du traitement. Le coefficient d'absorption est unitaire, et ne peut dépasser cette valeur.

Les coefficients de réflexion et de transmission d'un traitement dépendent de l'angle d'incidence d'élévation θ , c.à.d, de l'angle entre le vecteur d'onde incident et la face plane Γ_0 du traitement (voir Fig. 1.3). Bien que le coefficient d'absorption soit souvent donné pour une incidence normale ou oblique, il est parfois instructif de considérer une incidence aléatoire. Elle est aussi appelée "champ diffus" et indique que les ondes sonores incidentes proviennent de n'importe quelle direction avec une probabilité égale. Le coefficient d'absorption est alors dit "en champ diffus" et peut s'écrire d'après [14, Eq. (11.91)]

$$\mathcal{A}_{diff} = \frac{\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \mathcal{A}(\theta) \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} \cos \theta \sin \theta d\theta}, \quad (1.4)$$

avec θ_{min} et θ_{max} les angles d'intégration limites, habituellement égaux à 0° et 90° .

Un autre coefficient, réel et dépendant de la fréquence, couramment rencontré pour quantifier le comportement d'un traitement est la perte par transmission TL ou *Transmission Loss* en anglais, avec

$$TL = -20 \log |\mathcal{T}|. \quad (1.5)$$

Il s'agit d'une expression de \mathcal{T} sur une échelle logarithmique qui s'exprime en décibels (dB). Lorsque le traitement est dédié à bloquer la transmission d'onde, le TL est souvent préféré au coefficient d'absorption pour caractériser le traitement. Il permet de différencier des valeurs de $|\mathcal{T}|$ très proches de 0.

1.3.2 Traitements à réaction localisée et non localisée

Comme présenté par la Fig. 1.3, lorsque la vitesse des particules à l'intérieur d'un traitement possède une composante transverse non nulle alors le traitement est dit "à réaction non localisée". Si la composante transverse est nulle le traitement est dit "à réaction localisée".

Un arrangement surfacique de résonateurs de Helmholtz et les plaques micro-perforées font partie de la deuxième catégorie. Les matériaux poreux à porosité ouverte rentrent dans la première. Il est cependant possible de bloquer la propagation transverse en partitionnant le matériau avec des frontières internes imperméables comme présenté sur la Fig. 1.3. Par ailleurs, l'anisotropie d'un matériau poreux peut faire qu'il soit à réaction localisée. Par exemple, un matériau constitué de canaux droits ne permet la propagation que dans la direction de l'axe des canaux. Si un milieu est forcé à être à réaction localisée, par exemple pour étudier l'effet de la présence ou de l'absence de propagation transverse, nous utilisons la notation *Local* pour l'indiquer.

1.3.3 L'impédance

L'impédance acoustique Z est un rapport de pression et de vitesse. Il s'agit d'un nombre complexe et dépendant de la fréquence. Nous distinguons souvent l'impédance spécifique de l'impédance de surface.

L'impédance acoustique spécifique d'un milieu, aussi appelée impédance caractéristique, est le rapport entre la pression acoustique p et la vitesse de la particule V associée du milieu $Z = p/V$. De manière analogue à l'impédance électrique qui caractérise la résistance d'un circuit électrique au passage d'un courant alternatif sinusoïdal, l'impédance acoustique caractérise la résistance d'un milieu au passage d'une onde acoustique. Elle dépend des propriétés intrinsèques du milieu. Un milieu est acoustiquement homogène si et seulement si son impédance caractéristique ne dépend pas de la position dans le milieu. Si le milieu est anisotrope, une impédance spécifique par direction principale peut être définie.

L'impédance de surface d'un traitement Z_s est le rapport entre la pression acoustique et

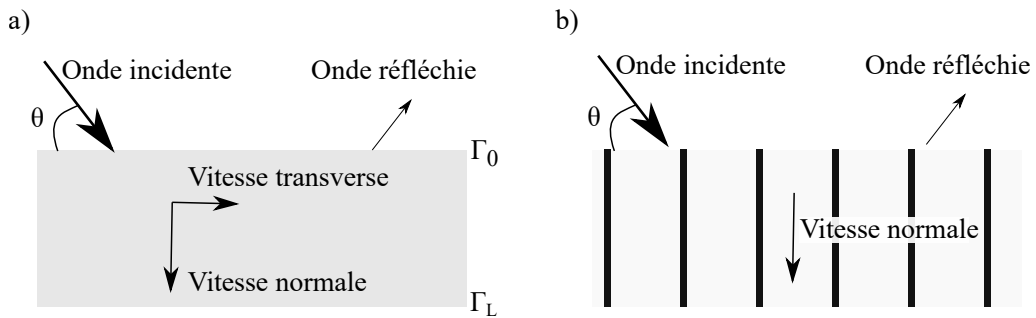


Figure 1.3 Schéma de traitement à réaction a) non localisée et b) localisée

la vitesse normale de la particule associée du milieu au niveau de la surface considérée : $Z_s = p/V_z$ avec \mathbf{e}_z la normale au traitement. Il s'agit d'une grandeur très utilisée en acoustique car, en incidence quelconque, \mathcal{R} est relié à l'impédance de surface du traitement par

$$\mathcal{R} = \frac{Z_s - Z_0/\sin(\theta)}{Z_s + Z_0/\sin(\theta)}, \quad (1.6)$$

avec Z_0 l'impédance caractéristique de l'air.

Si le traitement est à réaction localisée, son impédance de surface ne dépend pas de l'angle d'incidence, ni du type d'onde [14, 15]. Pour une couche assimilable à un fluide isotrope homogène, elle est donnée par

$$Z_{s,local} = -iZ_{eq} \cot(k_{eq}L), \quad (1.7)$$

avec Z_{eq} l'impédance spécifique du fluide, $k_{eq} = \omega\sqrt{\rho_{eq}/K_{eq}}$ le nombre d'onde du fluide, $\omega = 2\pi f$ la pulsation, ρ_{eq} la densité du fluide, K_{eq} son module de compressibilité et enfin L son épaisseur.

En revanche si le matériau n'est pas à réaction localisée, l'impédance de surface dépend du type d'onde incidente et de son angle [16]. Pour une onde plane, elle devient

$$Z_s = -iZ_{eq} \frac{k_{eq}}{k_z} \cot(k_{eq,z}L), \quad (1.8)$$

avec k_z explicité par la loi de Snell pour les fluides isotropes sous la forme

$$k_z = \sqrt{k_{eq}^2 - k_0^2 \cos^2 \theta}, \quad (1.9)$$

où k_0 le nombre d'onde dans l'air.

En outre, si le traitement est à réaction localisée alors la mesure en incidence normale de son impédance de surface permet de prédire son coefficient de réflexion pour n'importe quel angle d'incidence. En revanche, ce n'est pas le cas des traitements à réaction non localisée que nous étudions.

1.3.4 Pertes visqueuses et thermiques

Les ondes sonores se dissipent en échangeant leur énergie acoustique en chaleur. L'atténuation des ondes audibles en champ libre dans l'air sont négligeables pour des distances inférieures à

10 m [14]. Quelques millimètres ou centimètres d'un traitement pour l'atténuation acoustique entraînent de fortes dissipations. Dans un traitement, il existe deux types de pertes : les pertes visqueuses et les pertes thermiques. Les pertes visqueuses viennent de la nature visqueuse de l'air combinée à la condition de non-glissement (vitesse tangentielle à la surface solide nulle) au niveau des parois internes ou externes du traitement. L'épaisseur de couche limite où le champ de vitesse est fortement perturbé par les forces visqueuses se nomme "épaisseur de sous-couche visqueuse". Au delà de cette couche-limite, la dissipation visqueuse est négligeable. L'épaisseur de sous couche visqueuse δ vaut

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\rho_0}}, \quad (1.10)$$

avec η la viscosité dynamique de l'air et ρ_0 la densité de l'air. Aux pertes visqueuses s'ajoutent les pertes thermiques caractérisées par une "épaisseur de sous-couche thermique" δ' donnée par

$$\delta' = \sqrt{\frac{2\kappa}{\omega\rho_0 C_p}}, \quad (1.11)$$

avec κ la conductivité thermique et C_p la capacité thermique isobare de l'air. Les deux épaisseurs sont reliées par le nombre de Prandtl

$$\frac{\delta}{\delta'} = \sqrt{Pr} = B. \quad (1.12)$$

Dans l'air à 20°C et 1 atm, à 100 Hz, l'épaisseur de couche visqueuse vaut 0.22 mm et le nombre de Prandtl 0.7. Par ailleurs, les pertes visqueuses augmentent avec la fréquence tandis que les pertes thermiques diminuent [17].

1.3.5 Absorption parfaite en fond rigide

L'absorption parfaite $\mathcal{A} = 1$ est souvent recherchée dans des applications pratiques. Nous pouvons voir l'absorption parfaite d'un traitement posé sur un fond rigide, c.à.d., $\mathcal{R} = 0$ de deux manières équivalentes : impédance de surface adaptée et couplage critique.

Lorsqu'il y a égalité entre l'impédance de l'air à l'incidence θ et l'impédance de surface du traitement

$$Z_s = Z_0 / \sin(\theta), \quad (1.13)$$

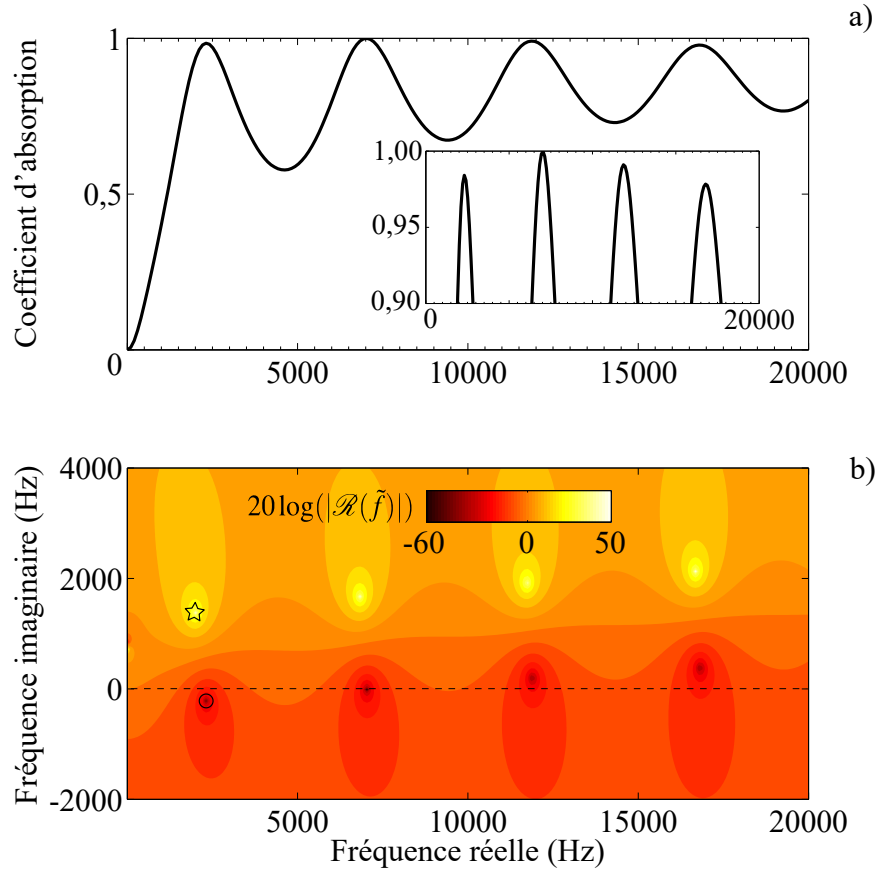


Figure 1.4 Couche poreuse homogène en fond rigide, critiqueusement couplée à son deuxième zéro de réflexion.

a) Coefficient d'absorption. b) Représentation de $20 \log(|\mathcal{R}|)$ dans le plan complexe des fréquences. Le cercle noir indique le premier zéro, l'étoile noire indique le premier pôle. Le deuxième zéro est situé sur l'axe réel des fréquences indiquant un couplage critique.

le coefficient de réflexion est nul, annulation du numérateur de l'Eq. (1.6), et donc l'absorption est parfaite. L'impédance de surface du traitement est dite "adaptée" (à celle de l'air) ou que le traitement permet une "adaptation d'impédance". Pour un matériau à réaction localisée, acoustiquement homogène et isotrope l'absorption parfaite équivaut à

$$\frac{Z_{eq}}{Z_0} = i \tan(k_{eq}L) / \sin \theta. \quad (1.14)$$

Z_{eq} et k_{eq} évoluent de manière proportionnellement inverse en fonction de la fréquence [14,18], cette écriture permet de voir que l'absorption parfaite ne peut pas être atteinte sur tout le spectre simultanément par un matériau poreux acoustiquement homogène.

Pour qu'un traitement absorbe toute l'énergie d'une onde, il faut que les pertes qu'il engendre compensent ses fuites (radiation d'onde du côté ouvert à l'air libre du traitement). Il y a alors couplage critique entre les pertes et les fuites et leurs facteurs de qualité sont égaux dans le cas où ils sont grands. Le traitement est dit "critiquement couplé" (à l'air).

Le traitement le plus efficace n'est pas celui qui présente le plus de pertes mais le traitement dont les pertes sont égales à ses fuites [19,20]. Pour le dire autrement, un traitement ne dissipant pas d'énergie présente un coefficient de réflexion *a priori* quelconque à une fréquence donnée. Si nous considérons la propagation d'une onde sonore dans un conduit et que toutes les pertes sont négligées, une variation de section du conduit ou l'ouverture du conduit vers le milieu extérieur vont engendrer une réflexion dont l'amplitude dépend de la géométrie du système et de la fréquence.

Le coefficient de réflexion possède des paires de pôles/zéros, dont l'emplacement dans le plan de fréquence complexe $\tilde{f} = \text{Re}(\tilde{f}) + i \text{Im}(\tilde{f})$ [19,21] représente les modes du système et leurs fuites associées. En l'absence de pertes, les zéros et les pôles sont parfaitement symétriques par rapport à l'axe des fréquences réelles. Toujours en l'absence de pertes et pour une fréquence réelle, $|R| = 1$ correspond à la conservation de l'énergie. Les pôles et zéros sont tous les deux décalés vers le demi-espace de fréquence imaginaire positif lorsque des pertes sont ajoutées selon la convention de Fourier temporelle choisie, $\exp(i\omega t)$. L'absorption parfaite, est obtenue lorsque les pertes ajoutées compensent parfaitement la fuite de la structure, ce qui conduit à la condition de couplage critique. À cet égard, $20 \log(|\mathcal{R}(\tilde{f})|)$ peut être tracé dans le plan de fréquence complexe pour compléter les analyses du coefficient d'absorption.

En guise d'exemple, le comportement d'une couche poreuse homogène sur fond rigide est pré-

senté par la Fig. 1.4. Son absorption est parfaite à la fréquence du sommet du deuxième pic d'absorption, c.à.d, à la fréquence du deuxième zéro de réflexion. Nous pouvons le visualiser directement sur la courbe d'absorption, Fig. 1.4 a) ou dans le plan complexe des fréquences Fig. 1.4 b) car le deuxième zéro de $\mathcal{R}(\tilde{f})$ est positionné sur l'axe des fréquences réelles. De plus nous pouvons voir que le premier zéro de réflexion est situé en dessous de l'axe des fréquences réelles indiquant un manque de pertes et que le troisième et quatrième zéro sont situés au dessus de l'axe des fréquences réelles indiquant un excès de pertes.

Dans ce qui suit, la fréquence du $n^{\text{ème}}$ zéro du coefficient de réflexion correspondant au $n^{\text{ème}}$ maximum du coefficient d'absorption est noté f_{n-1} .

Enfin, pour mieux appréhender le concept de couplage critique, une analogie mécanique est présentée. Considérons un système masse-ressort-amortisseur à un degré de liberté déplacé hors de sa position d'équilibre. Son équation du mouvement s'écrit en l'absence de terme forceur

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + c \frac{dX}{dt} + kX = 0, \quad (1.15)$$

avec X la position de la masse, m la masse, k la raideur et c le coefficient d'amortissement du système, respectivement. Le mouvement de la masse au cours du temps va en particulier dépendre du facteur de qualité $Q = \sqrt{mk}/c$:

- Si $Q > 1/2$ alors le système va suivre un régime pseudo-périodique, c.à.d. qu'il va osciller autour de sa position d'équilibre avec une amplitude décroissante au cours du temps.
- Si $Q < 1/2$ alors le système va suivre un régime apériodique, c.à.d. qu'il va retourner à sa position d'équilibre sans osciller.
- Si $Q = 1/2$ alors le système va suivre un régime (apériodique) critique, c.à.d. qu'il va retourner à sa position d'équilibre sans osciller le plus rapidement possible.

Ainsi le retour à l'équilibre sans oscillation le plus rapide n'est non pas obtenu pour le Q le plus faible, c.à.d, le coefficient d'amortissement c le plus élevé, mais pour $c = 2\sqrt{mk}$.

De façon similaire, les pertes d'un traitement acoustique ne doivent être ni trop élevées ni trop faibles pour atteindre le couplage critique et dépendent des autres paramètres du traitement tel que son épaisseur.

1.4 Caractérisation de traitements pour l'atténuation acoustique

Deux méthodes de caractérisation sont utilisées dans ces travaux.

1.4.1 Caractérisation en tube à impédance

Le tube à impédance ou tube de Kundt est certainement l'outil de caractérisation le plus répandu dans les laboratoires d'acoustique. Il permet de mesurer les coefficients de réflexion et de transmission d'un petit échantillon en incidence normale. Son fonctionnement et son utilisation sont décrits dans les normes ASTM E1050 [22] et ISO 10534-2.

La Fig. 1.5 présente schématiquement un tube à impédance. Deux terminaisons différentes peuvent être montées à l'aval de l'échantillon : une terminaison rigide qui est imperméable (mesure "en fond rigide" ou "2-microphones") ou un tube équipé de microphones et fermé par une terminaison dite anéchoïque qui limite les réflexions (mesure "en transmission" ou "4-microphones"). Une source de bruit est montée à l'amont de l'échantillon et génère l'excitation (bruit blanc, balayage en fréquence...). Plus le diamètre du tube est élevé et plus la mesure se fera sur une plage de fréquences basses, cette configuration étant limitée à la seule propagation du mode plan dans le tube et devant donc se faire en dessous de la fréquence de coupure du tube.

La mesure de pression aux microphones 1 et 2 ou aux microphones 1 à 4 situés en $z =$

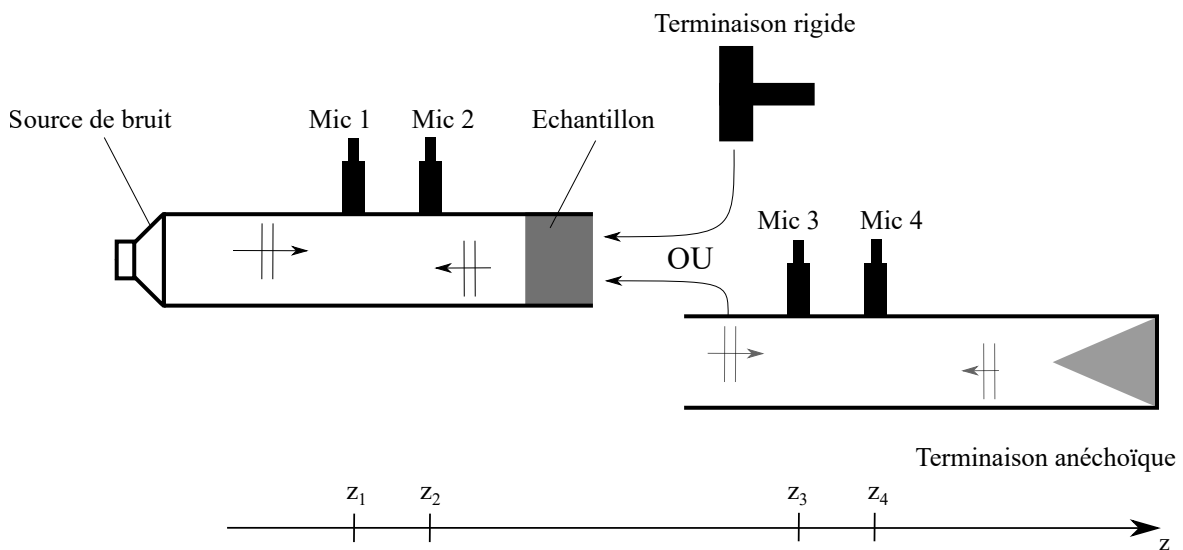


Figure 1.5 Schéma de tube à impédance.

$\{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ permet de remonter à l'amplitude des ondes et ainsi de mesurer les coefficients de réflexion ou de réflexion et de transmission de l'échantillon en fonction de la fréquence. La méthode considère que la mesure est effectuée en dessous de la fréquence de coupure du tube où seul le mode plan est propagatif. Les dépendances de la pression en fonction de la fréquence aux points de mesures sont obtenues en appliquant une transformée de Fourier aux dépendances temporelles mesurées. Il est aussi possible d'imposer une excitation purement sinusoïdale et de balayer l'espace des fréquences (méthode du sinus glissant).

La mesure du coefficient de réflexion de l'échantillon \mathcal{R}_m s'écrit

$$\mathcal{R}_m(f) = e^{2ik_0z_1}(H_{12} - H_a)/(H_b - H_{12}), \quad (1.16)$$

avec $H_{12} = p(f, z_2)/p(f, z_1)$ la fonction de transfert de la pression entre les deux points de mesure, $H_a = e^{ik_0(z_2-z_1)}$ et $H_b = e^{-ik_0(z_2-z_1)}$ des termes de déphasages entre les points de mesure.

La mesure en tube à impédance vise à caractériser un matériau en mesurant ses propriétés diffractantes (réflexion et transmission). À cause des imperfections de montage de l'échantillon ou de la dimension finie de ce dernier, ce sont en fait les coefficients de réflexion et de transmission d'un certain échantillon tel qu'il est monté qui sont mesurés [23–25]. Il convient d'être méticuleux pour minimiser les biais ci-après mentionnés

Les défauts de montage les plus courants sont :

- La présence d'une couche d'air non désirée entre le fond de l'échantillon et la terminaison rigide. Une couche d'air à l'aval du traitement est souvent recherchée pour améliorer ses performances basses fréquences. Lors d'une caractérisation en tube d'impédance, une couche d'air emprisonnée entre le fond de l'échantillon et la terminaison rigide de quelques micromètres suffit à fausser la mesure. L'impact de cette couche d'air dépend des propriétés de l'échantillon. Pour se prémunir contre ce défaut, il est possible d'appliquer de la graisse à vide sur la terminaison rigide ou du papier collant double face entre l'échantillon et la terminaison rigide. La présence d'une couche d'air entre le fond de l'échantillon et la terminaison rigide peut inversement être utilisée pour générer plus de données à partir d'un échantillon. L'épaisseur de la couche d'air doit alors être précisément contrôlée.
- La mauvaise étanchéité entre le pourtour de l'échantillon et les parois du tube d'impédance. Au lieu de se propager uniquement dans le traitement, l'onde sonore se propage

en partie par l'espace laissé libre entre le traitement et les parois du tube ce qui fausse la mesure.

- Le montage trop serré de l'échantillon entraînant sa compaction. Pour éviter la présence de fuites entre le pourtour de l'échantillon et les parois du tube, il est courant de monter des échantillons légèrement plus large que le diamètre du tube. Cependant, si l'échantillon est déformable, cela peut changer ses propriétés acoustiques.

La dimension finie de l'échantillon pose aussi des problèmes :

- De représentativité de l'échantillon par rapport au traitement dans sa globalité. Que l'échantillon soit prélevé sur un traitement plus grand (découpe de carotte de mousse) ou qu'il soit fabriqué individuellement, il peut ne pas être représentatif de l'ensemble du traitement. Une carotte de 30mm de diamètre extraite sur un panneau d'un mètre carré de mousse conventionnelle n'a pas les mêmes propriétés qu'elle soit prélevée au centre ou au bord du panneau car la porosité de la mousse n'est pas mésoscopiquement homogène.
- D'apparition de résonances lors des mesures en transmission. Un échantillon de matériau poreux de dimension finie peut résonner mécaniquement à des fréquences incluses dans la plage de caractérisation acoustique ce qui fausse les mesures car ici encore ce sont les propriétés de l'échantillon qui sont mesurées et non pas les propriétés du matériau dans sa globalité.
- D'apparition de résonances lors des mesures en réflexion. Ces résonances sont appelées "résonances de Biot".

1.4.2 Veine à écoulement

Lorsqu'un traitement est destiné à être placé sur les parois d'un conduit (réacteur d'avion, ventilation mécanique) comportant un écoulement d'air, le tube à impédance ne permet que de caractériser partiellement son comportement. Une veine à écoulement telle que celle schématisée sur la Fig. 1.6 est un dérivé du tube d'impédance où un traitement de plusieurs centimètres de long et de large est placé en paroi et où un écoulement d'air peut être généré. Le montage est en réalité plus complexe et son utilisation fait appel à des spécialistes, voir ASTM E477 [22].

Si le traitement est à réaction localisée, une mesure en veine à écoulement permet de mesurer son impédance de surface et éventuellement, selon le type de traitement, d'apprécier son évolution en fonction de la vitesse de l'écoulement et du niveau sonore. En outre, les coefficients

de réflexion et de transmission du traitement sont mesurables, qu'il soit à réaction localisée ou non localisée.

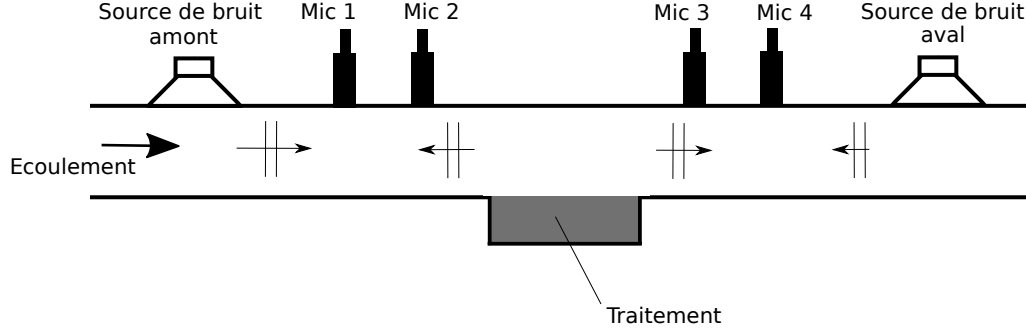


Figure 1.6 Schéma de veine à écoulement.

1.5 Classes de traitements pour l'atténuation acoustique

Les traitements pour l'atténuation acoustique sont habituellement classés en quatre catégories : les résonateurs à cavités, les résonateurs élastiques, les matériaux poreux et les méta-matériaux. Cette classification n'est ni unique, ni imperméable et ne doit pas faire oublier que des phénomènes physiques sont partagés entre plusieurs catégories.

1.5.1 Les résonateurs à cavité

Un résonateur à cavité est formé d'au moins un volume d'air ouvert qui, excité par une onde acoustique, va entrer en résonance. L'énergie de l'onde est dissipée au niveau des sous couches visqueuses et thermiques des parois du résonateur. Il est un très bon candidat pour dissiper des ondes acoustiques tonales ou sur des plages de fréquences restreintes. Le corollaire est qu'un résonateur seul est mal adapté pour atténuer un bruit large bande. Les résonateurs sont à réaction localisée, leur comportement est donc décrit par leur impédance de surface.

Le résonateur acoustique le plus simple est un tube droit. Il peut être ouvert à ses deux extrémités ou ouvert-fermé. Dans ce deuxième cas, il est appelé "résonateur quart d'onde" (RQO). Sa première fréquence de résonance f_0 est approximativement donnée par

$$f_0 = \frac{c_0}{4L}, \quad (1.17)$$

avec c_0 la célérité du son dans l'air et L la longueur du tube. À la vue de cette équation, il est clair que plus la longueur du tube sera importante, plus sa fréquence de résonance sera basse. En faisant apparaître la longueur d'onde dans l'air λ nous obtenons

$$L = \frac{\lambda(f_0)}{4}, \quad (1.18)$$

d'où le nom de résonateur quart d'onde. Pour plus de rigueur, il faut considérer le rayonnement acoustique du tube et donc ajouter à la longueur géométrique du RQO une correction de longueur pour ainsi obtenir la longueur effective du RQO. L'expression de cette correction de longueur a longtemps posé problème [26], mais il peut à présent être considéré résolu grâce à l'apport des simulations numériques [17, 27]. De plus, la célérité à considérer n'est pas celle dans l'air mais celle dans le RQO qui peut être différente de par la présence d'un autre milieu que de l'air dans le RQO ou simplement en considérant les pertes occasionnées par les parois du RQO. L'Eq. (1.17) sert de référence de comparaison entre traitements acoustiques dissipatifs. Un traitement est dit "sub-longueur d'onde" si son premier zéro de réflexion intervient à une fréquence f_0 plus faible que $c_0/(4L)$, c.à.d., que l'épaisseur du traitement est plus de 4 fois plus faible que la longueur d'onde dans l'air correspondant à f_0 . En pratique cela signifie qu'un ensemble de tubes droits fins a un comportement légèrement sous-longueur d'onde de par leur rayonnement et les pertes engendrées par leurs parois. Ainsi, le terme se doit d'être réservé à des épaisseurs de traitement significativement plus faibles que 4 fois la longueur d'onde dans l'air correspondant à f_0 . Par ailleurs, le niveau d'absorption d'un RQO rempli d'air est prédictible analytiquement. Un premier modèle simple a été mis au point par Zwikker et Kosten, en simplifiant celui de Kirchhoff, puis validé et complété par Stinson [14, 28]. Les pertes visqueuses et thermiques sont traitées séparément : les premières dans une densité effective et les secondes dans une compressibilité effective. Il est valide pour des tubes de rayon de l'ordre de la dizaine de micromètres à plusieurs centimètres.

Un deuxième résonateur très connu en acoustique est le résonateur de Helmholtz [17] (RH). Une bouteille vide en est un exemple courant. Le résonateur est constitué d'une cavité et d'un col (Fig. 1.7a). Par analogie avec la mécanique, la cavité joue le rôle de raideur, tandis que le col se comporte comme une masse. Ici encore, la longueur du col doit être corrigée pour prendre en compte le rayonnement du col. La fréquence de résonance d'un résonateur de Helmholtz est ainsi approximativement donnée par

$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S_{col}}{V_{cavite} L_{col}}}, \quad (1.19)$$

avec S_{col} l'aire de la section du col, V_{cavite} le volume de la cavité et L_{col} la longueur effective du col. Le volume de la cavité peut être important tout en limitant sa hauteur. Le niveau de dissipation peut être approximé en considérant le col et la cavité du résonateur comme des tubes droits et en utilisant le modèle de Stinson par exemple.

En résumé, la fréquence d'absorption d'un résonateur est inversement proportionnelle à la longueur parcourue dans le résonateur. Par ailleurs, vu que l'atténuation d'un résonateur est centrée autour d'une fréquence, si nous souhaitons atténuer une large bande de fréquences, il faut combiner plusieurs résonateurs. L'assemblage peut être fait en série ou en parallèle avec par exemple des tubes de longueurs ou diamètres différents [29,30], ou encore en répartissant logarithmiquement les fréquences de résonance [31].

1.5.2 Les résonateurs élastiques

Une membrane est une structure fine et déformable. Placée et tendue au dessus d'une cavité qu'elle referme, elle va être excitée par une onde acoustique et résonner à ses fréquences propres qui ne dépendent pas des dimensions de la cavité mais seulement de la membrane (densité) et de sa tension. Cette classe de traitement est très efficace pour atténuer les basses fréquences dans un volume restreint mais pose des problèmes de tenue mécanique, d'usure et de mise en œuvre.

1.5.3 Les matériaux poreux

Un matériau poreux est constitué d'un fluide, souvent de l'air, et d'un squelette solide (Fig. 1.7 b) c) d). Un volume non occupé par le squelette rigide forme un pore. Un matériau poreux est donc biphasé, sa composition chimique est inhomogène. Comme ce sont les propriétés et le comportement acoustique que nous étudions, par la suite, nous dirons qu'un matériau poreux est homogène si ses propriétés acoustiques intrinsèques ne dépendent pas de la position dans l'espace. Inversement, nous dirons que le matériau poreux est inhomogène ou à gradient de propriétés (acoustiques) si ses propriétés acoustiques intrinsèques dépendent de la position dans l'espace. Le rapport du volume des pores sur le volume total s'appelle la porosité, notée ϕ . La présence de pores dans un matériau est aussi nommée porosité. La phase fluide occupe généralement la majorité du volume du matériau, sa porosité ϕ est donc élevée ; pour la mélamine $\phi \approx 99\%$. C'est la très grande surface de contact fluide-solide qui lui confère ses propriétés acoustiques. Si une couche de mélamine était comprimée de sorte à ce que tous les pores disparaissent, alors le matériau aurait un coefficient d'absorption nul.

Les matériaux poreux ayant de bonnes propriétés acoustiques de dissipation possèdent principalement des porosités interconnectées (ouvertes). Les porosités fermées, dans lesquelles l'air est emprisonné, ne participent généralement pas au comportement acoustique du matériau. Pour dissiper des ondes sonores, la taille des pores doit être comprise entre quelques micromètres et moins d'un millimètre, c.à.d., environ l'épaisseur de couche visco-thermique [14], Eqs. (1.10, 1.11). À la différence des résonateurs et des membranes, les matériaux poreux présentent une absorption large bande. Cependant, à l'instar des résonateurs, ils requièrent des épaisseurs élevées pour absorber les basses fréquences. Une règle simplifiée est qu'un matériau poreux peut atteindre son premier maximum d'absorption pour une longueur d'onde quatre fois plus grande que son épaisseur L . Pour plus de rigueur, il faut en réalité considérer la vitesse de propagation du son dans le matériau c_{eq} et non pas la vitesse dans l'air c_0 , ce qui tend à diminuer cette fréquence. Les matériaux poreux sont donc des RQO où l'air a été remplacé par un autre milieu, en incidence normale.

Les matériaux poreux sont couramment utilisés dans de nombreux secteurs tels que la construction ou les transports. Leur atténuation large bande, leur légèreté et leur faible coût de fabrication sont appréciés. Ils peuvent être naturels (laine, liège, sable) ou de synthèse (fibres de verre, mousses mélamines, polystyrène expansé) et sont aussi employés par des applications non acoustiques (traitements thermiques, absorbants, filtres, absorbeurs d'impacts, flotteurs).

Enfin, notons que les matériaux poreux peuvent être classés selon leur morphologie [32]. Les travaux présentés font appel à des matériaux fibreux ordonnés donc constitués d'un enchevêtrement de fibres de grand rapport de forme et agencées de façon périodique. Les matériaux ordonnés s'opposent aux matériaux stochastiques formés de pores dont la forme et la taille sont aléatoires.

1.5.4 Les métamatériaux

Afin de repousser les frontières des capacités des traitements acoustiques actuels, de nouveaux matériaux appelés "métamatériaux" sont développés. Ils sont inspirés de travaux en électromagnétisme montrant qu'un (méta)matériau peut posséder un indice de réfraction négatif [33]. Les métamatériaux acoustiques sont, d'après la définition proposée par [34], des milieux ou des structures périodiques artificiels possédant au moins un module de compressibilité négatif ou une densité négative. Ces propriétés intrinsèques exceptionnelles apparaissent pour des longueurs d'ondes bien plus grandes que la période des motifs. Le terme "métamaté-

riau" est parfois utilisé pour désigner des traitements non périodiques mais dont la structure a été conçue de sorte à donner au traitement des propriétés exceptionnelles telles que de l'atténuation ou de la diffraction large bande et sub-longueur d'onde [35–37].

Les "métasurfaces" sont une forme de traitement à base de métamatériaux. Elles sont formées d'inclusions non résonantes dans une matrice poreuse [38] ou d'inclusions résonantes car présentant un orifice et étant alors un résonateur de Helmholtz [39–41]. Les inclusions permettent d'ajouter au moins un pic d'absorption sub-longueur d'onde à l'absorption large bande d'un matériau poreux de référence. Inversement, une couche de matériaux poreux devant le col d'un résonateur ou à l'intérieur de la cavité permettent d'élargir la plage d'absorption du matériau [42–46].

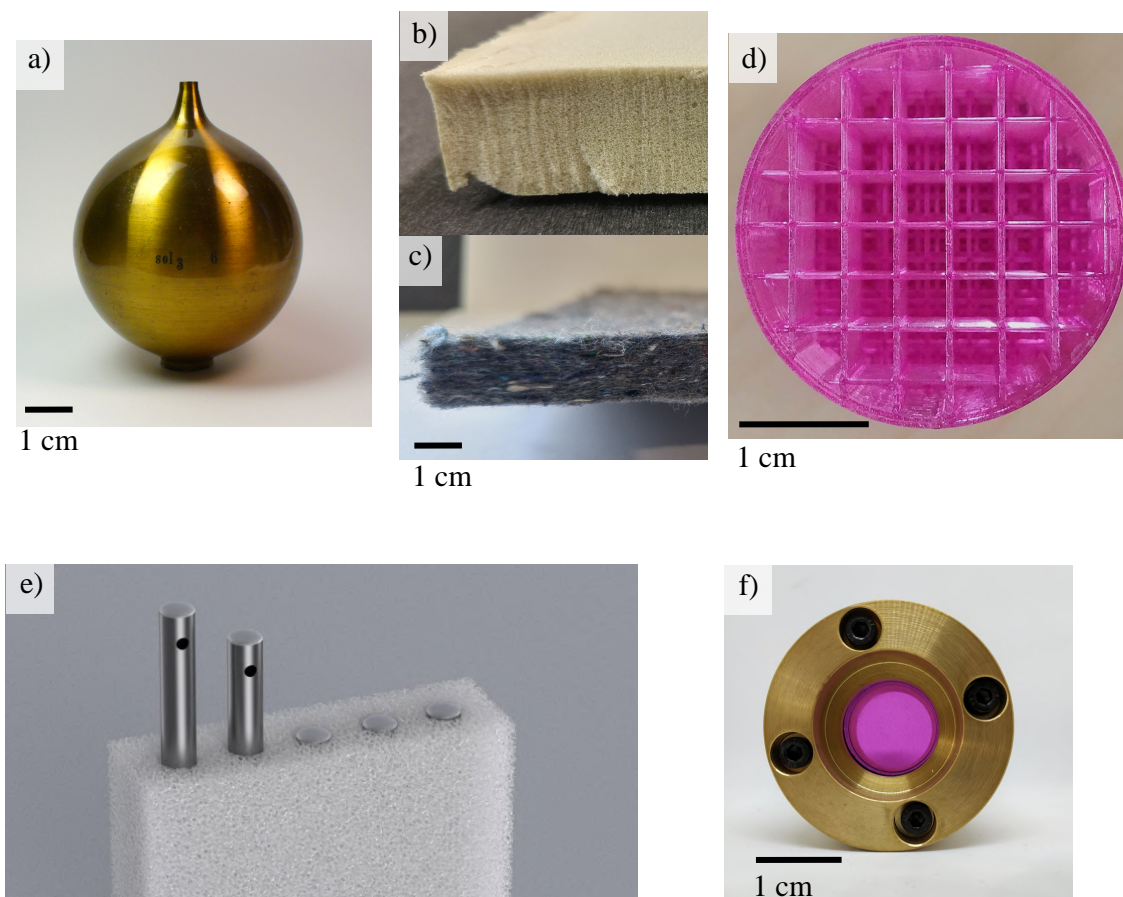


Figure 1.7 Photographies de traitements acoustiques.

a) Résonateur de Helmholtz, *Source* : Physics Dept, Case Western Reserve University.
 b) Mousse conventionnelle. c) Feutre conventionnel. d) Matériau poreux produit par fabrication additive dans le cadre des travaux présentés. e) Métamatériau constitué de résonateurs de Helmholtz inclus dans une mousse conventionnelle, *Source* : Metacoustic. f) Membrane élastique (au centre) placée dans un support de tube d'impédance, *Photographie* : Matthieu Malléjac.

CHAPITRE 2 MODÉLISATION DES MATÉRIAUX POREUX PAR FLUIDE ÉQUIVALENT

Dans ce chapitre nous allons voir que sous certaines conditions, un matériau poreux se comporte acoustiquement comme un fluide équivalent et que les paramètres du fluide équivalent peuvent être obtenus numériquement ou expérimentalement. Il s'agit d'une description intrinsèque du milieu. Comme présenté en Introduction, nous cherchons à concevoir des traitements ayant un comportement visé en optimisant la microstructure des matériaux poreux qui les composent. Il est donc important de connaître le comportement intrinsèque des matériaux poreux en fonction de leur microstructure pour connaître par la suite le comportement des traitements et enfin de les optimiser.

2.1 Modèles acoustiques de matériaux poreux

2.1.1 Théorie de Biot

En 1956, Biot propose une théorie pour décrire la propagation d'une onde dans un matériau poroélastique, à pores interconnectés et saturés par un fluide. Il modifiera cette théorie en 1962 en utilisant la contrainte totale, ce qui aura pour effet de remplacer les déplacements absolus du fluide et du squelette par le déplacement absolu du squelette et celui relatif du fluide [47]. Ce modèle considère donc les déplacements du squelette sous l'effet des ondes acoustiques. Dans le contexte de cette théorie, les dissipations viscothermiques peuvent être prises en compte en considérant que la phase fluide du matériau poreux se comporte comme un fluide équivalent ayant une densité $\tilde{\rho}_{eq}(\omega)$ et un module de compressibilité $\tilde{K}_{eq}(\omega)$ complexes et dépendants de la fréquence.

2.1.2 Poreux à squelette découplé du mouvement de l'air

Le squelette d'un matériau poreux est complètement couplé avec le mouvement de l'air lorsque sa densité est environ 10 fois supérieure à celle de l'air ($10 \times 1.2 \text{ kg/m}^3$) et son module d'élasticité isostatique (*bulk modulus*) est du même ordre de grandeur que celui de l'air ($\sim 120 \text{ kPa}$). Dans ce cas le squelette doit être considéré élastique et le matériau poroélastique. Cependant, pour de nombreux matériaux poreux le modèle de Biot modifié (1962) peut être simplifié. Il s'agit des matériaux dont le squelette est infiniment plus souple ou plus rigide que l'air. Le squelette de ces derniers reste immobile lorsque le matériau est parcouru par une onde acoustique. Le squelette des matériaux que nous utilisons dans cette

recherche (cf. Chap. 3) peut aisément être considéré comme infiniment plus rigide que l'air. En effet, la matière constituant le squelette présente environ un module d'élasticité isostatique de 3.8 GPa et une densité de 1300 kg/m³ [48]. Un matériau poreux à squelette rigide peut être considéré comme un fluide équivalent ayant une densité $\rho_{eq}(\omega)$ et un module de compressibilité $K_{eq}(\omega)$ complexes et dépendants de la fréquence. Les modèles de fluide équivalent peuvent être employés sous la condition de grande longueur d'onde [49] : la longueur d'onde est bien plus grande que la taille des pores et le fluide saturant est incompressible à l'échelle microscopique. Un fluide équivalent peut être décrit acoustiquement par deux grandeurs parmi sa densité, son module de compressibilité, son impédance caractéristique Z_{eq} , son nombre d'onde caractéristique k_{eq} et la célérité des ondes dans le milieu c_{eq} . En effet nous avons les relations

$$c_{eq} = \sqrt{K_{eq}/\rho_{eq}}, \quad (2.1)$$

$$Z_{eq} = \sqrt{K_{eq}\rho_{eq}}, \quad (2.2)$$

$$k_{eq} = \omega/c_{eq}. \quad (2.3)$$

Ainsi, la prédiction du comportement acoustique d'un matériau à porosité ouverte et à squelette rigide se fait en considérant le matériau comme un fluide équivalent dont les propriétés ne dépendent pas des paramètres élastiques du squelette mais uniquement de la morphologie du matériau poreux. La conservation de la masse combinée à l'équation d'état ainsi que la conservation du moment mènent, dans le cadre de la théorie de Biot alternative, [50] aux relations suivantes :

$$\rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\mathbf{grad}(p), \quad (2.4)$$

$$\frac{-1}{K_{eq}} \frac{\partial p}{\partial t} = \text{div}(\mathbf{V}), \quad (2.5)$$

avec p la pression et \mathbf{V} le flux (vitesse particulière multiplié par la porosité). Une fois ces relations combinées, nous retrouvons l'équation de Helmholtz [51] exprimée dans le fluide équivalent,

$$\Delta p + \omega^2 \frac{\rho_{eq}}{K_{eq}} p = 0. \quad (2.6)$$

2.1.3 Expressions de fluide équivalent

Des expressions analytiques exactes ou approchées de la densité et du module de compressibilité équivalents sont données par trois types de modèles : analytiques, empiriques, semi-

phénoménologiques. Le choix du modèle dépend du domaine d'application.

Modèles analytiques

Les modèles analytiques calculent explicitement les pertes viscothermiques pour des géométries simples comme les tubes droits ou les fentes. Un premier modèle analytique de tubes cylindriques a été développé par Kirchhoff (1868) puis simplifié par Zwikker et Kosten (1949), et enfin validé et complété par Stinson (1991) [14, 28]. La simplification consiste à considérer les pertes visqueuses et thermiques séparément. Le modèle de Stinson est valide pour des tubes de rayon de l'ordre de la dizaine de micromètres à plusieurs centimètres. Pour prendre en compte les pertes visqueuses et thermiques, l'air à l'intérieur d'un pore est remplacé par un fluide équivalent ayant une densité $\tilde{\rho}_{eq}$ et une compressibilité \tilde{K}_{eq} équivalentes

$$\tilde{\rho}_{eq}(\omega) = \rho_0 \alpha(\omega), \quad (2.7)$$

$$\tilde{K}_{eq}(\omega) = \gamma P_0 / \left(\gamma - \frac{\gamma - 1}{\alpha'(\omega)} \right), \quad (2.8)$$

avec ρ_0 , P_0 et γ la densité, la pression et le coefficient adiabatique de l'air, $\alpha(\omega)$ et $\alpha'(\omega)$ la tortuosité dynamique et la tortuosité thermique du pore considéré ayant pour expressions pour des pores droits cylindriques de rayon r

$$\alpha(\omega) = 1 + \delta(\omega) \sqrt{-2i}/r, \quad (2.9)$$

$$\alpha'(\omega) = 1 + \delta'(\omega) \sqrt{-2i}/r. \quad (2.10)$$

Nous reconnaissons δ et δ' les épaisseurs des couches visqueuse et thermique dépendant de la fréquence, Eqs. (1.10) et (1.11). Ainsi, la densité équivalente prend en compte la dissipation visqueuse alors que la compressibilité supporte celle thermique.

La densité ρ_{eq} et le module de compressibilité K_{eq} équivalents d'un matériau poreux sont égaux à la densité $\tilde{\rho}_{eq}$ et au module de compressibilité \tilde{K}_{eq} équivalents du fluide saturant le matériau divisés par la porosité ϕ

$$\rho_{eq}(\omega) = \frac{\tilde{\rho}_{eq}(\omega)}{\phi} = \frac{\rho_0}{\phi} \alpha(\omega), \quad (2.11)$$

$$K_{eq}(\omega) = \frac{\tilde{K}_{eq}(\omega)}{\phi} = \frac{\gamma P_0}{\phi} / \left(\gamma - \frac{\gamma - 1}{\alpha'(\omega)} \right). \quad (2.12)$$

Modèles empiriques

Les modèles empiriques sont basés sur un faible nombre de paramètres. Ils sont faciles d'utilisation mais ne sont valides que sur des plages restreintes d'applications. Ils ont été formulés à partir de résultats de mesures de matériaux similaires entre eux. Citons tout d'abord le modèle de Delany et Bazley (1970) [14, pages 22, 23], valide pour les matériaux fibreux tels que la laine de verre dont la porosité est proche de 1. Ce modèle exprime l'impédance et le nombre d'onde caractéristiques du fluide équivalent en fonction de la fréquence, de la densité de l'air, de la célérité du son et de la résistance au passage du fluide du matériau poreux. Cette dernière est donc la seule grandeur dépendant de la microstructure du matériau poreux nécessaire à l'application du modèle. Les prédictions du modèle sont acceptables pour une plage restreinte de résistance au passage du fluide du matériau poreux. D'autres auteurs suivirent la même voie, en modifiant le modèle de Delany et Bazley, comme Mechel, Miki ou Allard [52] dont les formulations sont meilleures mais elles aussi limitées à des plages d'application. Ces modèles mettent en avant que plus la porosité du matériau augmente et sa résistivité diminue et plus son impédance se rapproche de celle de l'air.

Modèles semi-phénoménologiques

Enfin, les modèles semi-phénoménologiques permettent de décrire le comportement de matériaux poreux plus complexes. Ils demandent plus d'informations que les modèles empiriques mais ont un champ d'application beaucoup plus large et sont construits à partir de considérations physiques. Ils sont basés sur les analyses des modèles analytiques et les étendent à des poreux dont les pores ont une forme quelconque et possiblement inter-connectés. Les modèles les plus connus sont ceux de Johnson–Champoux–Allard (JCA) [53,54], Johnson–Champoux–Allard–Lafarge (JCAL) [55] et Johnson–Champoux–Allard–Pride–Lafarge (JCAPL) [56] corrigé par Lafarge. Ils sont classés par ordre croissant de précision et prennent en compte respectivement 5, 6 et 8 paramètres dépendant de la microstructure du matériau poreux considéré si il est isotrope. Ces modèles cherchent à approcher le mieux possible ρ_{eq} et K_{eq} pour $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$ ainsi que la transition entre le comportement visqueux (isostatique et isotherme) présent en basses fréquences et le comportement inertiel (dynamique et adiabatique) présent en hautes fréquences. Le modèle JCAPL donne une meilleure approximation de la limite basses fréquences du module de compressibilité mais il est rarement utilisé car nécessite la connaissance de paramètres supplémentaires et n'apporte pas une amélioration importante de prédiction par rapport au modèle JCAL [14, page 88]. Sur la gamme des fréquences audibles, la densité et le module de compressibilité équivalents s'écrivent sous la forme donnée par les

Eqs. (2.11) et (2.12). La différence avec le modèle de Stinson se trouve dans l'expression des tortuosités dynamique et thermique qui ne sont plus restreintes aux pores cylindriques droits.

Pour le modèle JCAL, la tortuosité dynamique est définie par le modèle de Johnson *et al.* comme [54]

$$\alpha(\omega) = \alpha_\infty - \frac{i\nu}{\omega} \frac{\phi}{q_0} \sqrt{1 + \frac{i\omega}{\nu} \left(\frac{2\alpha_\infty q_0}{\phi\Lambda} \right)^2}, \quad (2.13)$$

avec ν la viscosité cinématique de l'air, α_∞ , Λ et k_0 la tortuosité géométrique, la longueur caractéristique visqueuse et la perméabilité visqueuse statique du matériau poreux.

Le modèle de JCAL définit la tortuosité dynamique comme [53, 55]

$$\alpha'(\omega) = 1 - \frac{i\nu'}{\omega} \frac{\phi}{q'_0} \sqrt{1 + \frac{i\omega}{\nu'} \left(\frac{2q'_0}{\phi\Lambda'} \right)^2}, \quad (2.14)$$

avec $\nu' = \nu/Pr$, et Pr le nombre de Prandtl, Λ' et k'_0 , la longueur caractéristique thermique et la perméabilité thermique statique du matériau poreux.

L'ensemble des Eqs. (2.11, 2.12, 2.13 et 2.14) forme le modèle JCAL. De même que pour le modèle de Stinson, les effets visqueux sont portés par la densité équivalente tandis que les effets thermiques sont compris dans le module de compressibilité. Notons que le modèle JCAL peut aussi bien être employé pour simuler des poreux stochastiques qu'ordonnés.

Si le matériau poreux est isotrope, son fluide équivalent l'est aussi et sa densité et son module de compressibilité équivalents sont des scalaires. L'effet de sa microstructure sur ses paramètres acoustiques est donc traduit par 6 paramètres : ϕ , α_∞ , Λ , Λ' , q_0 et q'_0 .

Présentons brièvement ces paramètres. De plus amples informations peuvent être trouvées dans [14, Chap. 5].

- La porosité (ouverte ou inter-connectée) ϕ est le rapport entre le volume de la phase fluide continue sur le volume total de matériau poreux. Si le matériau est formé de pores ouverts et fermés, seul le volume des pores ouverts est pris en compte. La porosité est un paramètre géométrique.
- La (limite haute fréquence de la) tortuosité α_∞ est égale à 1 lorsque le matériau est formé de canaux droits de section constante au sein de l'épaisseur du matériau. Elle augmente avec le désordre de l'organisation des pores [54] : pores inclinés, de section variables, inter-connectés... L'augmentation de la tortuosité entraîne une augmentation

de la densité équivalente du milieu poreux sans affecter sa compressibilité et donc entraîne une diminution de la célérité du son, voir Eq. (2.1), qui se traduit généralement par une diminution de la fréquence du premier zéro du coefficient de réflexion.

- La longueur caractéristique thermique Λ' est un paramètre géométrique égal à 2 fois le rapport entre le volume des pores sur la surface fluide-solide, Eq. (2.40). Elle est liée à la largeur maximale des pores.
- La longueur caractéristique visqueuse Λ est définie au travers d'une expression similaire à celle définissant Λ' mais faisant en plus intervenir un élément de vitesse de fluide au carré en comportement hautes fréquences. Les modèles analytiques de matériaux poreux formés de canaux droits font apparaître le rayon hydraulique des pores ou simplement le rayon des pores si les canaux sont des cylindres, Eqs. (2.9, 2.10). Le paramètre Λ a pour vocation de remplacer le rayon hydraulique des pores dans le cas des micro-géométries plus complexes. Cette longueur est liée à la largeur minimale des pores.
- La perméabilité viscoinertielle, $q(\omega)$ relie le gradient de pression à la moyenne de la vitesse d'écoulement dans le milieu poreux à n'importe quelle fréquence. Sa limite basse fréquence, q_0 est inversement proportionnelle à la résistivité définie par la loi de Darcy. q_0 et ϕ sont les deux paramètres les plus couramment discutés pour caractériser un matériau poreux de par leur fort impact sur son comportement acoustique.
- La perméabilité thermo-statique q'_0 est le pendant de q_0 pour les effets thermiques [55].

α_∞ , Λ et q_0 sont reliés aux effets visqueux à hautes fréquences, hautes et moyennes fréquences et basses fréquences, respectivement, tandis que Λ' et q'_0 sont reliés aux effets thermiques à hautes et moyennes et basses fréquences, respectivement. Une animation est disponible sur le site internet du laboratoire *Matelys* pour visualiser l'effet des paramètres JCAL sur l'absorption d'une couche poreuse isotrope [57]. Cependant, les effets sur le comportement acoustique de ces paramètres sont souvent couplés. Par exemple, une augmentation de porosité entraîne généralement une augmentation des perméabilités et une diminution de la tortuosité. À cet égard, chercher à optimiser indépendamment les paramètres JCAL pour atteindre une performance donnée n'est pas réaliste, contrairement à faire évoluer des paramètres micro-structuraux ancrés dans la réalité physique et impactant les paramètres JCAL. Notons de plus que les conditions suivantes doivent être vérifiées [14] :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 < \phi < 1, \\ \alpha_\infty \geq 1, \\ \Lambda \leq \Lambda', \\ q_0 \leq q'_0 \end{array} \right. \quad (2.15)$$

Par la suite, le modèle semi-phénoménologique JCAL est employé car il permet d'obtenir des prédictions précises, que ses paramètres peuvent être calculés numériquement ou obtenus numériquement et qu'il peut être appliqué aux matériaux que nous utilisons.

2.1.4 Les milieux quasi-isotropes

Les modèles de fluide équivalent ont été présentés en considérant que les milieux de propagation sont isotropes ou que la propagation ne peut se faire que dans une seule direction (ex. micro-canaux). Cependant certains milieux poreux rencontrés en acoustique sont anisotropes comme par exemple les laines de verre ou bien les matériaux que nous avons utilisés et qui seront présentés au Chap. 3.

Si le matériau poreux est anisotrope, alors son modèle de fluide équivalent l'est aussi et sa densité équivalente devient un tenseur 3×3 tandis que son module de compressibilité équivalent reste scalaire [58]. Dans le cadre du modèle JCAL, ϕ , Λ' et q'_0 restent donc des scalaires tandis que α_∞ , Λ et q_0 deviennent des tenseurs 3×3 . Les paramètres liés aux effets visqueux dépendent de la direction car définis au travers de relations vectorielles (champ de vitesse, gradient de pression). Nous avons alors, dans le repère des directions principales du matériau $\mathbf{R}_1 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1\}$ et en omettant la dépendance en ω pour une meilleure lisibilité

$$\boldsymbol{\rho}_{eq} = \begin{bmatrix} \rho_x & 0 & 0 \\ 0 & \rho_y & 0 \\ 0 & 0 & \rho_z \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

et

$$\boldsymbol{\alpha}_\infty = \begin{bmatrix} \alpha_{\infty,x} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_{\infty,y} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\infty,z} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \Lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \Lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \Lambda_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_0 = \begin{bmatrix} q_{0,x} & 0 & 0 \\ 0 & q_{0,y} & 0 \\ 0 & 0 & q_{0,z} \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Les conditions données par l'Eq. (2.15) doivent toujours être respectées pour chacune des composantes des paramètres tensoriels.

Un cas particulier d'anisotropie est la quasi-isotropie aussi appelée isotropie transverse ou orthotropie de révolution. Un matériau quasi-isotrope possède un plan d'isotropie dans lequel ses propriétés ne dépendent pas de la direction et un axe transverse au plan d'isotropie associé à des propriétés différentes de celles dans le plan d'isotropie. Dans les directions principales

d'un matériau poreux quasi-isotrope $\mathbf{R}_1 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1\}$, son tenseur de densité équivalent se réduit à

$$\boldsymbol{\rho}_{eq} = \begin{bmatrix} \rho^{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & \rho^{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & \rho^{\perp} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

avec ρ^{\parallel} la densité équivalente du matériau dans les directions du plan d'isotropie et ρ^{\perp} la densité équivalente du matériau dans la direction transverse au plan d'isotropie.

Le tenseur de densité équivalente peut être écrit dans une base $\mathbf{R}_0 = \{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$ qui n'est pas alignée avec la base des directions principales du matériau $\mathbf{R}_1 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1, \mathbf{z}_1\}$. En pratique, cette écriture est utile à la prédiction analytique du comportement d'un traitement dont les axes sont alignés avec \mathbf{R}_0 et qui est formé d'un matériau quasi-isotrope dont les directions principales sont alignées avec \mathbf{R}_1 comme présenté sur la Fig. 2.1.

Les rotations autour de l'axe transverse au plan d'isotropie \mathbf{z}_1 n'impactent pas l'écriture du tenseur de densité équivalente. L'appellation d'orthotropie de révolution prend alors tout son sens.

En revanche, les rotations autour de \mathbf{x}_1 ou \mathbf{y}_1 ont un impact. Les matrices de rotation autour de l'axe $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0$ et $\mathbf{y}_1 = \mathbf{y}_0$ et d'un angle β sont respectivement $\mathbf{R}_x(\beta)$ et $\mathbf{R}_y(\beta)$ et s'écrivent

$$\mathbf{R}_x(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{bmatrix}, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{R}_y(\beta) = \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{bmatrix}. \quad (2.20)$$

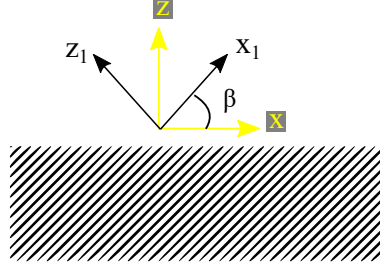


Figure 2.1 Représentation schématique de matériau quasi-isotrope hors directions principales par rotation autour de la direction \mathbf{y} .

Si \mathbf{R}_0 est une rotation de \mathbf{R}_1 d'un angle β autour de \mathbf{y}_1 , alors en notant $^{\top}$ la transposée d'une matrice, le tenseur de densité équivalente s'écrit dans \mathbf{R}_0

$$\boldsymbol{\rho}_{R_0} = {}^{\top}\mathbf{R}_y(\beta)\boldsymbol{\rho}_{R_1}\mathbf{R}_y(\beta) = \begin{bmatrix} \rho_{xx} & 0 & \rho_{xz} \\ 0 & \rho_{yy} & 0 \\ \rho_{xz} & 0 & \rho_{zz} \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

avec

$$\begin{cases} \rho_{xx} &= \rho^{\parallel} \cos^2(\beta) + \rho^{\perp} \sin^2(\beta) \\ \rho_{yy} &= \rho^{\parallel} \\ \rho_{zz} &= \rho^{\parallel} \sin^2(\beta) + \rho^{\perp} \cos^2(\beta) \\ \rho_{xz} &= \cos(\beta) \sin(\beta) (\rho^{\parallel} - \rho^{\perp}). \end{cases} \quad (2.22)$$

Une composante de couplage entre \mathbf{x} et \mathbf{z} est présente du fait que le matériau est anisotrope et hors directions principales. L'écriture dans d'autres bases peut être effectuée en suivant la même méthode. Seule l'écriture dans \mathbf{R}_0 définie comme une rotation de \mathbf{R}_1 autour de \mathbf{y} d'un angle β sera utilisée par la suite. Par défaut $\beta = 0$ et des valeurs de $\beta \neq 0$ sont rencontrées dans le Chap. 6.

2.1.5 En résumé

Le comportement acoustique intrinsèque d'un milieu poreux peut être approché par le modèle JCAL à condition que le squelette du matériau soit suffisamment rigide par rapport à son fluide saturant (l'air). Le modèle JCAL considère que le comportement du milieu poreux peut être décrit comme celui d'un fluide équivalent dont la densité et la compressibilité sont complexes et dépendent de la fréquence. Cette dépendance est gouvernée par 6 paramètres de fluide équivalent (paramètres JCAL) dans le cas des milieux isotropes et 9 pour les milieux

quasi-isotropes. Les directions principales de ces derniers ne sont pas obligatoirement alignées avec les axes de la couche poreuse qu'ils composent. Les paramètres JCAL dépendent de la microstructure du matériau.

2.2 Obtention des paramètres de fluide équivalent par simulation numérique

Considérons un matériau poreux dont la microstructure peut être modifiée en pratique. Il peut par exemple s'agir d'un matériau fibreux dont l'espacement des fibres peut être ajusté ou d'un matériau granulaire dont la taille de grain est elle aussi ajustable. Si nous souhaitons former une couche poreuse à partir de ce matériau et qu'elle présente certaines propriétés acoustiques, telle qu'une absorption parfaite sur une certaine plage de fréquence, alors il faut choisir convenablement l'espacement des fibres ou la taille des grains. En d'autres termes, il faut sélectionner au mieux le paramètre qui régit la microstructure du matériau. Si la dépendance des paramètres de fluide équivalent en fonction du paramètre qui gouverne la microstructure est inconnue alors il faut procéder expérimentalement par essai-erreur. Inversement un modèle paramétrique reliant les paramètres de fluide équivalent au paramètre qui gouverne la microstructure permet une optimisation numérique et réduit l'effort expérimental.

2.2.1 Méthode asymptotique multi-échelle

Les paramètres JCAL de certains matériaux poreux simples peuvent être calculés analytiquement. Il s'agit par exemple des matériaux composés d'un ensemble de pores cylindriques ou de fibres droites espacées, c.à.d. non jointives. Pour les matériaux dont la microstructure est plus complexe, il n'existe pas de solution analytique. Cependant, depuis la fin des années 2000, si la microgéométrie d'un matériau poreux à squelette rigide est connue, il est possible de prédire ses paramètres JCAL grâce à une Méthode Asymptotique Multi-échelle (MAM) implémentée numériquement *via* la Méthode des Elements Finis (Méthode des Éléments Finis (MEF)) [43, 59–61].

Dans cette approche, seul un petit élément du volume représentatif du matériau poreux, nommé Élément de Volume Représentatif (EVR), suffit à prédire son comportement acoustique. Vu que le squelette du matériau poreux est complètement découplé de l'air saturant les pores, l'EVR est uniquement constitué d'air, Fig. 2.2. Ses dimensions doivent être largement inférieures à la longueur d'onde. Dans le cas des matériaux à gradients de propriétés, il faut également que la taille caractéristique de l'EVR soit beaucoup plus petite que la variation

géométrie macroscopique, de sorte que l'hypothèse de la périodicité locale du matériau et des champs soit toujours valide [62]. La Méthode Asymptotique Multi-échelle (MAM) peut être appliquée à des milieux périodiques ou stochastiques. L'EVR d'un milieu hétérogène doit contenir un grand nombre d'hétérogénéités pour être représentatif du milieu. Si le milieu est périodique, l'EVR est la cellule unitaire du milieu correspondant à son motif périodique.

La méthode consiste en l'homogénéisation asymptotique à deux échelles d'équations fondamentales, Eqs. (2.26, 2.27, 2.28). Les deux échelles sont celle macroscopique, de la taille d'une longueur d'onde, et celle microscopique, de la taille d'un pore. Ainsi, les phénomènes ayant lieu aux deux échelles sont correctement modélisés. Ici encore, les effets visqueux et thermiques sont considérés séparément. Des intégrations des champs calculés sur les frontières de l'EVR entre l'air et le solide ainsi que sur le volume d'air, donnent les valeurs des paramètres JCAL.

Rentrons à présent dans le détail de cette méthode : conditions d'application et méthode. Les matériaux avec lesquels nous travaillons sont périodiques et anisotropes (cf. Chap. 3). La présentation de la méthode se concentre donc sur ce type de matériaux.

2.2.2 Conditions d'homogénéisation

L'EVR du matériau poreux considéré est défini. Il s'agit de la cellule unitaire dans le cas d'un matériau périodique. La Fig. 2.2 a) présente la cellule unitaire d'un matériau fibreux périodique et la Fig. 2.2 b) présente celle d'un matériau granulaire périodique. Les volumes représentés correspondent à la phase fluide des milieux (air). Ensuite, une dimension caractéristique

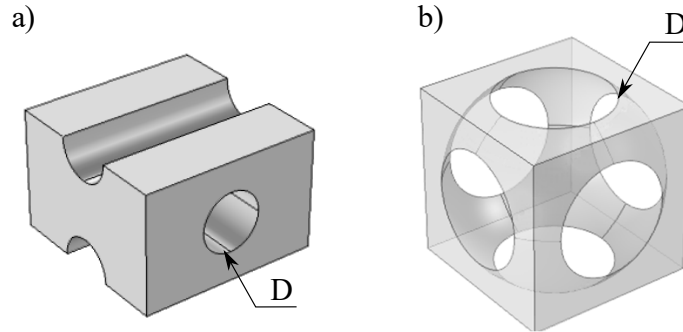


Figure 2.2 Cellules unitaires. a) Matériau fibreux périodique. b) Matériau granulaire périodique.

téristique de l'EVR l_c est définie. Par exemple, $l_c = D$ avec D le diamètre des fibres ou le diamètre du grain. La dimension caractéristique macroscopique L_c , du même ordre de grandeur que les longueurs d'ondes peut est prise égale à $L_c = 1$ m. La séparation des échelles requiert que

$$\frac{l_c}{L_c} = \epsilon \ll 1. \quad (2.23)$$

Ainsi, le diamètre des fibres ou des grains ne peuvent pas être plus grand que quelques millimètres en considérant des fréquences audibles.

2.2.3 Deux variables d'espace

Deux variables d'espace adimensionnées sont introduites. La variable d'espace macroscopique $\mathbf{x}^* = \mathbf{X}/L_c$ et la variable d'espace microscopique $\mathbf{y}^* = \mathbf{X}/l_c$ avec \mathbf{X} la variable d'espace à proprement parler.

Les opérateurs de dérivation s'écrivent alors

$$\frac{d}{d\mathbf{X}} \rightarrow \frac{d}{d\mathbf{x}^*} + \epsilon^{-1} \frac{d}{d\mathbf{y}^*}. \quad (2.24)$$

2.2.4 Expansion asymptotique

Afin de séparer les phénomènes qui se produisent à l'échelle microscopique de ceux qui se produisent à l'échelle macroscopique, les variables physiques sont substituées par leurs expansions asymptotiques à deux échelles en puissances de ϵ , Eq. (2.23). Un champ donné ψ s'exprime alors comme

$$\psi(\mathbf{X}, \mathbf{Y}) = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon^n \psi^{(n)}(x^*, y^*). \quad (2.25)$$

2.2.5 Homogénéisation

La procédure d'homogénéisation [62] est appliquée aux équations linéaires fondamentales de conservation de la masse, Eq. (2.26), du moment du fluide saturant l'EVR, Eq. (2.27) et de la chaleur, Eq. (2.28).

$$\operatorname{div}(\mathbf{V}) = i\omega \frac{\rho}{\rho_0}, \quad (2.26)$$

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\sigma}) = -i\omega \rho_0 \mathbf{V}, \quad (2.27)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{j}) = i\omega \rho_0 T_0 s. \quad (2.28)$$

Les relations constitutives : équation d'état, Eq. (2.29), définition du tenseur de contrainte, Eq. (2.30), et équation de Navier, Eq. (2.31), loi de Fourier, Eq. (2.32), ainsi que l'hypothèse de gaz parfait, Eq. (2.33), soutiennent la résolution des équations fondamentales :

$$\frac{p}{P_0} = \frac{\rho}{\rho_0} + \frac{T}{T_0}, \quad (2.29)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + 2\eta\mathbf{D}(\mathbf{V}), \quad (2.30)$$

$$\rho_0 T_0 s = C_p T - p, \quad (2.31)$$

$$\mathbf{j} = -\kappa \mathbf{grad}(T), \quad (2.32)$$

$$\gamma P_0 = (\gamma - 1) C_p T_0. \quad (2.33)$$

avec p, T et ρ les perturbations des champs de pression, de température et de densité, respectivement, P_0, T_0 et ρ_0 les champs statiques correspondants, C_p et s la capacité thermique et l'entropie spécifique du fluide saturant l'EVR, respectivement, \mathbf{j} le flux de chaleur de diffusion et $\boldsymbol{\sigma}$ le tenseur de contraintes.

Une identification des termes en puissance de ϵ et la prise de la limite en $\omega \rightarrow \infty$ ou $\omega \rightarrow 0$ des équations subséquentes conduisent aux systèmes d'intérêt. Les équations sont données dans le cas générique d'un matériau poreux anisotrope dont la tortuosité, la longueur caractéristique visqueuse et la perméabilité visqueuse sont des tenseurs diagonaux, Eq. (2.17).

L'équation du problème thermique, en prenant la limite en $\omega \rightarrow 0$, se lit

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\mathbf{grad}(\theta)) = -1, \\ \theta = 0 \text{ on } \Gamma_{fs}, \\ \theta \text{ } \Omega\text{-périodique,} \end{cases} \quad (2.34)$$

où Γ_{fs} est l'interface fluide-solide, Ω l'EVR et θ joue le rôle du champ de température.

Dans les équations suivantes, \mathbf{k} et ξ jouent respectivement le rôle du champ de vitesse et de son champ de pression associé. Le problème viscoinertiel, en prenant la limite en $\omega \rightarrow 0$, devient

$$\begin{cases} \operatorname{div}(\mathbf{grad}(\mathbf{k}_j^0)) = \mathbf{grad}(\xi_j^0) - \mathbf{e}_j, \\ \operatorname{div}(\mathbf{k}_j^0) = 0, \\ \mathbf{k}_j^0 = 0 \text{ on } \Gamma_{fs}, \\ \langle \xi_j^0 \rangle_\Omega = 0, \\ \mathbf{k}_j^0 \text{ and } \xi_j^0 \text{ } \Omega\text{-périodique,} \end{cases} \quad (2.35)$$

où $\langle \cdot \rangle_\Omega$ indique la moyenne sur le volume Ω et \mathbf{e}_j le vecteur unitaire dans la direction principale j de l'EVR.

Le problème viscoinertiel, en prenant la limite en $\omega \rightarrow \infty$, devient quant à lui

$$\begin{cases} \frac{i\omega\rho_0}{\eta} \mathbf{k}_j^\infty = \mathbf{grad}(\xi_j^\infty) - \mathbf{e}_j, \\ \operatorname{div}(\mathbf{k}_j^\infty) = 0, \\ \mathbf{k}_j^\infty \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ on } \Gamma_{fs}, \\ \langle \xi_j^\infty \rangle_\Omega = 0, \\ \mathbf{k}_j^\infty \text{ and } \xi_j^\infty \text{ } \Omega\text{-périodique.} \end{cases} \quad (2.36)$$

Les paramètres JCAL sont obtenus en intégrant les champs solution de ces équations, sur le domaine fluide Ω_f ou sur l'interface fluide-solide Γ_{fs} . Ils sont exprimés comme suit

$$\phi = \frac{\int_{\Omega_f} d\Omega_f}{\int_{\Omega} d\Omega}, \quad (2.37)$$

$$\boldsymbol{\alpha}_\infty \cdot \mathbf{e}_j = \phi \langle \mathbf{I} - \mathbf{grad}(\xi^\infty) \rangle^{-1} \cdot \mathbf{e}_j, \quad (2.38)$$

$$\boldsymbol{\Lambda} \cdot \mathbf{e}_j = 2 \frac{\int_{\Omega_f} k_j^\infty \cdot k_j^\infty d\Omega_f}{\int_{\Gamma_{fs}} k_j^\infty \cdot k_j^\infty d\Gamma_{fs}}, \quad (2.39)$$

$$\Lambda' = 2 \frac{\int_{\Omega_f} d\Omega_f}{\int_{\Gamma_{fs}} d\Gamma_{fs}}, \quad (2.40)$$

$$\mathbf{q}_0 \cdot \mathbf{e}_j = \langle k_j^0 \rangle_\Omega, \quad (2.41)$$

$$q'_0 = \frac{\int_{\Omega_f} \theta d\Omega_f}{\int_{\Omega_f} d\Omega_f}. \quad (2.42)$$

Dans le cas des milieux isotropes, les paramètres JCAL ne dépendent pas de la direction : leur projection sur chaque direction de l'espace est identique.

2.2.6 Dimension caractéristique de l'EVR

L'application d'une transformation homothétique à la microstructure du milieu, et donc à l'EVR, a un effet analytique simple sur les paramètres JCAL du milieu. La transformation de $l_c^{(1)}$ en $l_c^{(2)}$ multiplie les longueurs visqueuses et thermiques par le facteur homothétique $l_c^{(2)}/l_c^{(1)}$ et les perméabilités visqueuses et thermiques par son carré $\left(l_c^{(2)}/l_c^{(1)}\right)^2$. La porosité et la tortuosité ne sont pas affectées.

2.2.7 Exemples de validation

Comme mentionné précédemment, les paramètres JCAL de certains matériaux poreux simples peuvent être calculés exactement ou approchés analytiquement. Considérons deux cas tests dont les paramètres peuvent être calculés analytiquement. Ces comparaisons ont vocation à montrer que la méthode a été correctement implémentée et qu'elle permet de calculer les paramètres JCAL de matériaux dont les expressions n'ont pas été dérivées analytiquement.

Micro-canaux

Le premier exemple est un milieu formé d'un ensemble de canaux cylindriques de rayon r et espacés d'une distance a . Le milieu est représenté sur la Fig. 2.3 avec la partie solide en a), la partie fluide en b) et la cellule unitaire en c). Le milieu est homogénéisé en considérant une propagation axiale à l'intérieur des canaux. Les expressions analytiques des paramètres JCAL, Eqs. (2.43), sont obtenues d'après leur définition et des considérations géométriques.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = \pi r^2/a^2 \\ \alpha_\infty = 1 \\ \Lambda = r \\ \Lambda' = r \\ q_0 = r^2\phi/8 \\ q'_0 = r^2\phi/8. \end{array} \right. \quad (2.43)$$

Par ailleurs, les paramètres JCAL du milieu sont calculés par la MAM. Les champs correspondants aux Eqs. (2.34, 2.35, 2.36) calculés par MEF sont représentés sur la Fig. 2.3 d) e) f) avec $r = 50 \mu\text{m}$. Les valeurs des paramètres JCAL calculés numériquement et analytiquement sont comparés sur la Fig. 2.4. Pour chaque paramètre, la différence relative entre la valeur analytique et numérique est tracée en fonction de l'espacement relatif des canaux a/r . La différence relative est extrêmement faible comme attendu et dépend uniquement de la finesse

du maillage employé lors du calcul numérique.

Fibres direction transverse

Le deuxième exemple de validation correspond à un milieu composé de fibres cylindriques pleines non jointives de rayon r et espacées d'une distance a . Le milieu est représenté sur la Fig. 2.5 avec la partie solide en a), la partie fluide (air) en b) et la cellule unitaire en c). Le milieu est homogénéisé en considérant soit une propagation longitudinale ($//$) soit transverse (\perp) aux fibres. Les expressions analytiques des paramètres JCAL, Eqs. (2.44), sont obtenues d'après le résumé fait par [60]. Ces expressions ne sont pas toutes exactes, en particulier les perméabilités, car elles reposent sur l'hypothèse qu'il n'y a pas d'interaction entre les fibres, ce qui est pourtant le cas lorsque les fibres sont relativement proches les unes des autres.

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = (a^2 - \pi r^2)/a^2 \\ \alpha_{\infty}^{\perp} = 2 - \phi \\ \alpha_{\infty}^{//} = 1 \\ \Lambda^{\perp} = \phi r(2 - \phi)/(2 - 2\phi) \\ \Lambda^{//} = \phi r/(1 - \phi) \\ \Lambda' = \phi r/(1 - \phi) \\ q_0^{\perp} = r^2(2 \ln(1 - \phi) + 2\phi + \phi^2)/(16\phi - 16) \\ q_0^{//} = r^2(2 \ln(1 - \phi) + 2\phi + \phi^2)/(8\phi - 8) \\ q_0' = r^2(2 \ln(1 - \phi) + 2\phi + \phi^2)/(8\phi - 8). \end{array} \right. \quad (2.44)$$

De même que pour l'exemple précédent, les paramètres JCAL du milieu sont calculés par la MAM. Les champs correspondants aux Eqs. (2.34, 2.35, 2.36) calculés par MEF sont représentés sur la Fig. 2.5 d) e) f) avec $r = 125 \mu\text{m}$. Les valeurs des paramètres JCAL calculés numériquement et analytiquement sont comparés sur la Fig. 2.6. Pour chaque paramètre, la différence relative entre la valeur analytique et numérique est tracée en fonction de l'espacement relatif des fibres a/r . La différence relative dépend de l'espacement des fibres. Une réduction de l'écart est observée avec l'augmentation de l'écartement. La réduction de l'écart est plus lente pour les perméabilités q_0 et q_0' que pour les autres paramètres.

Ces deux exemples illustrent l'intérêt de la MAM lorsque les paramètres JCAL d'un matériau sont recherchés et qu'ils n'ont pas d'expression analytiques exacte.

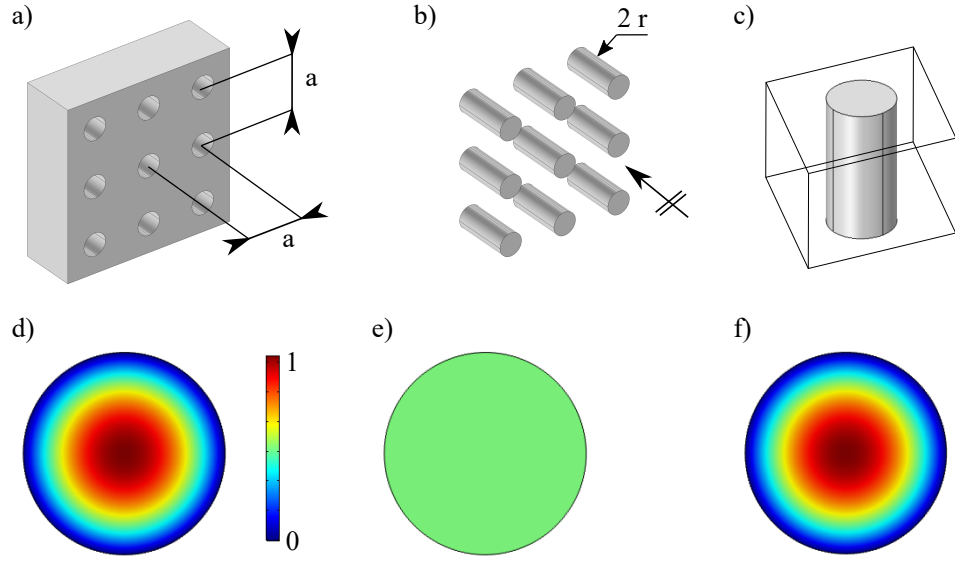


Figure 2.3 Calcul numérique des paramètres JCAL d'un milieu composé de micro-canaux. a) Détail du milieu poreux, phase solide. b) Détail du milieu poreux, phase fluide (air). c) Cellule unitaire correspondante. d) Problème thermique en $\omega \rightarrow 0$, champ normalisé. e) Problème viscoinertiel en $\omega \rightarrow \infty$, module du champ de vitesse normalisé. f) Problème viscoinertiel en $\omega \rightarrow 0$, module du champ de vitesse normalisé.

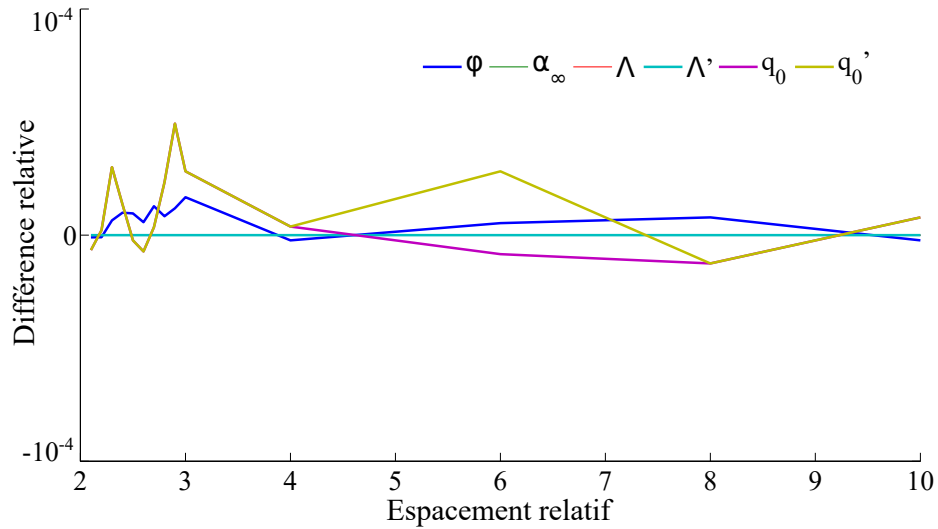


Figure 2.4 Paramètres JCAL du milieu composé de micro-canaux. Pour chaque paramètre : différence relative entre valeur analytique et valeur calculée numériquement en fonction de l'espacement relatif des canaux a/r .

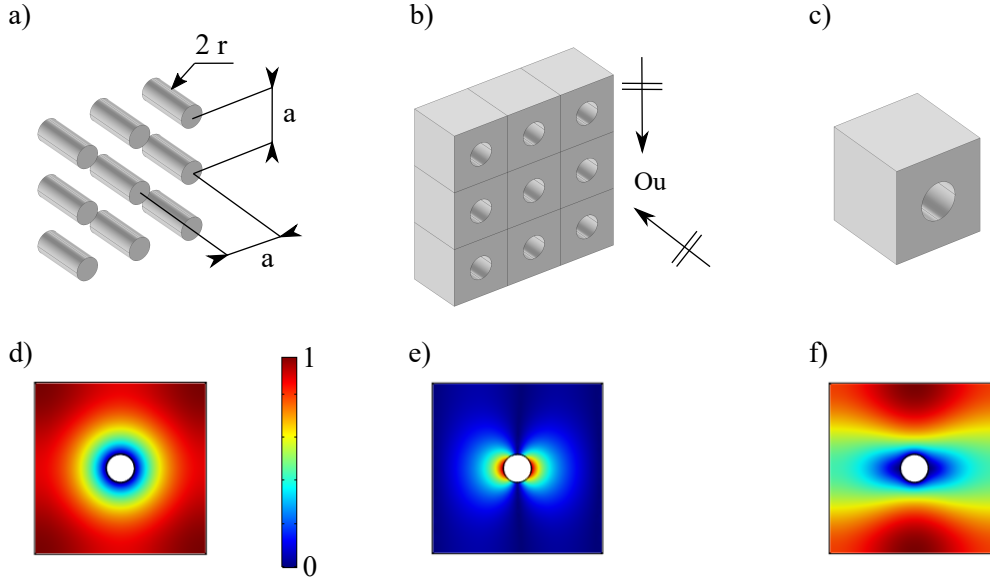


Figure 2.5 Calcul numérique des paramètres JCAL d'un milieu composé de fibres non jointives.

a) Détail du milieu poreux, partie solide. b) Détail du milieu poreux, partie fluide (air). c) Cellule unitaire correspondante. d) Problème thermique en $\omega \rightarrow 0$, champ normalisé. e) Problème viscoinertiel en $\omega \rightarrow \infty$, module du champ de vitesse normalisé. f) Problème viscoinertiel en $\omega \rightarrow 0$, module du champ de vitesse normalisé.

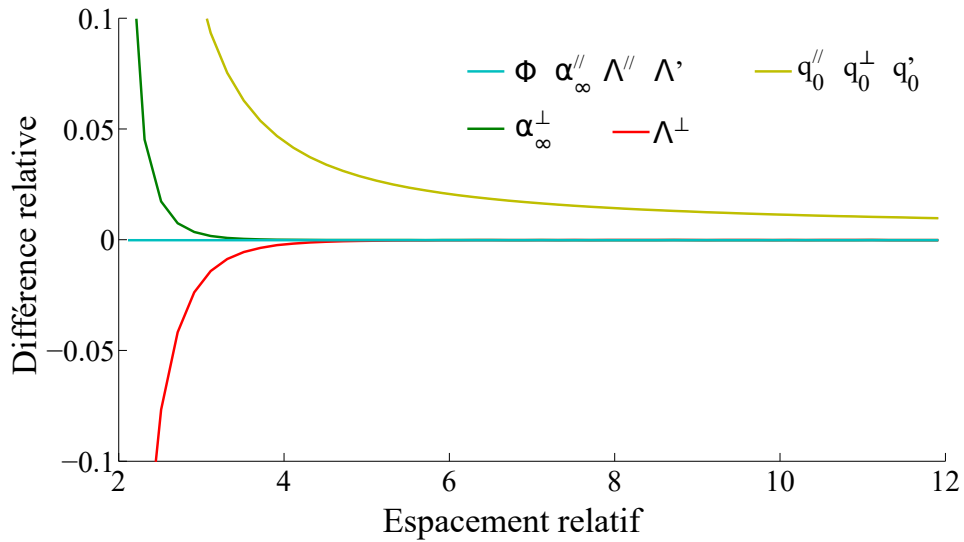


Figure 2.6 Paramètres JCAL du milieu composé de fibres non jointives. Pour chaque paramètre : différence relative entre valeur analytique et valeur calculée numériquement en fonction de l'espaceement relatif des fibres a/r .

2.2.8 En résumé

Les paramètres JCAL d'un milieu poreux peuvent être obtenus numériquement par une méthode asymptotique à deux échelles à condition que l'élément de volume représentatif du milieu soit connu et que la séparation d'échelles soit respectée. Pour les milieux périodiques, l'élément de volume représentatif se réduit à la cellule unitaire du milieu. Une modification d'un paramètre qui régit la microstructure du matériau implique de modifier l'élément de volume représentatif et de faire à nouveau le calcul des paramètres de fluide équivalent sauf si la modification est une homothétie. Dans ce cas la modification des paramètres de fluide équivalent est obtenue en multipliant les anciens paramètres par le facteur homothétique à la puissance 0 pour la porosité, ϕ et la tortuosité, α_∞ , 1 pour les longueurs caractéristiques, Λ et Λ' et 2 pour les perméabilités, q_0 et q'_0 .

2.3 Obtention des paramètres de fluide équivalent par méthodes expérimentales

Plutôt que de se baser sur la connaissance de la microstructure d'un matériau pour en déduire ses propriétés comme le font les méthodes numériques, les méthodes expérimentales font appel à des échantillons du matériau pour en mesurer de manière directe ou indirecte les paramètres de fluide équivalent. Historiquement, les méthodes expérimentales d'obtention des paramètres de fluide équivalent précèdent les méthodes numériques et demeurent une thématique de recherche active.

2.3.1 Caractérisation directe des paramètres JCAL

Les paramètres JCAL peuvent être mesurés directement par des méthodes expérimentales indépendantes [14]. Dans ce cas, les échantillons doivent être homogènes et les quantités mesurées sont des moyennes sur le volume de l'échantillon. Une condition nécessaire à l'homogénéité est la symétrie de l'échantillon, simple à vérifier par mesure en tube d'impédance. Cependant, l'équipement nécessaire aux mesures indépendantes des paramètres JCAL n'est pas très répandu.

2.3.2 Caractérisation inverse des paramètres JCAL

Les paramètres JCAL d'un milieu poreux peuvent aussi être obtenus à partir de mesures acoustiques et en particulier à partir de mesures au tube à impédance effectuées sur des petits échantillons homogènes [23, 63–65]. La caractérisation à partir de mesures en tube à impédance est nommée "caractérisation inverse" car elle part de propriétés d'un échantillon

pour remonter aux propriétés intrinsèques du matériau qui le compose. Il est important de noter que la solution au problème inverse n'est pas unique car l'impact des paramètres JCAL sur la réponse d'un matériau peuvent se compenser. Plusieurs conditions doivent être vérifiées pour éviter que les valeurs retournées par la caractérisation inverse ne soient biaisées : l'échantillon doit être plan, homogène, avoir un squelette rigide, des porosités ouvertes ainsi qu'une épaisseur connue [66]. Des méthodes de caractérisation inverse de matériau poreux à gradient de propriétés selon leur épaisseur sont aussi proposées dans la littérature [67] mais difficiles à appliquer en pratique (nécessité de plusieurs angles d'incidence).

Les méthodes de caractérisation inverse utilisant un tube d'impédance sont basées sur la mesure, en incidence normale et avec une excitation en onde plane, du coefficient de réflexion et de transmission d'un échantillon en fond libre ou du seul coefficient de réflexion sur fond rigide. À partir de ces mesures ainsi que de celle de l'épaisseur de l'échantillon, un problème de minimisation est posé puis résolu. Une méthode simple est décrite en guise d'illustration.

La méthode, sans doute la plus simple de caractérisation inverse, s'effectue à partir de la mesure du coefficient de réflexion d'un échantillon monté sur fond rigide. Un échantillon homogène isotrope d'un matériau poreux à squelette rigide, à porosité ouverte et d'épaisseur L est monté dans un tube à impédance en fond rigide. Nous considérons que le montage est parfait : il n'y a aucune fuite autour de l'échantillon et la face touchant la terminaison rigide du tube est parfaitement en contact (il n'y a ni couche d'air emprisonnée entre l'échantillon et le fond du tube ni fuite). Les fréquences d'excitation acoustique sont toujours en dessous de la fréquence de coupure du tube à impédance de sorte que seule l'onde plane se propage. Ainsi le montage est équivalent à un milieu poreux de dimensions latérales infinies excité par une onde plane en incidence normale. Une large plage de fréquence comprise entre f_{min} et f_{max} est excitée par un sinus glissant ou un bruit blanc. La mesure du coefficient de réflexion de l'échantillon \mathcal{R}_m est effectuée selon la procédure décrite au § 1.4.1.

Le coefficient de réflexion analytique \mathcal{R}_a est dérivé à partir de l'épaisseur de l'échantillon L et des propriétés du fluide équivalent k_{eq} , Z_{eq} , Eqs. (1.6 1.7) dont la dépendance fréquentielle est donnée par le modèle JCAL, Eqs. (2.11, 2.12, 2.13 et 2.14). La caractérisation inverse va chercher le jeu des six paramètres \mathbf{P}_{JCAL} minimisant la fonction coût J

$$J(\mathbf{P}_{JCAL}) = \sum_{f=f_{min}}^{f_{max}} |\mathcal{R}_m(f) - \mathcal{R}_a(f)|^2, \quad (2.45)$$

avec \mathbf{P}_{JCAL} respectant l' Eq. (2.15). Le meilleur jeu de paramètres \mathbf{P}_{JCAL} est donc celui qui produit un matériau dont le coefficient de réflexion est le plus proche du coefficient mesuré. Il est donc considéré comme étant le jeu de paramètres JCAL du matériau caractérisé. La minimisation de J et donc la recherche de \mathbf{P}_{JCAL} peut être menée à l'aide d'un algorithme itératif de minimisation de Nelder–Mead [68] implémenté par exemple dans la fonction *fminsearch* de Matlab.

Dans l'exemple de méthode présenté, l'échantillon est monté en fond rigide et seul son coefficient de réflexion en fond rigide est utilisé. Il est aussi possible de monter l'échantillon en transmission et ainsi de mesurer son coefficient de transmission et de réflexion de façon à accéder à un plus grand nombre de données de l'échantillon. Une nouvelle fonction coût impliquant les coefficients de réflexion et de transmission peut ainsi être utilisée

$$J(\mathbf{P}_{JCAL}) = \sum_{f=f_{min}}^{f_{max}} |R_m(f) - R_a(f)|^2 + |T_m(f) - T_a(f)|^2. \quad (2.46)$$

De manière à se rapprocher des propriétés du fluide équivalent, ses propriétés ρ_{eq} et K_{eq} en fonction de la fréquence sont calculées [22] ce qui permet de minimiser une troisième fonction coût

$$J(\mathbf{P}_{JCAL}) = \sum_{f=f_{min}}^{f_{max}} |\rho_{eq,m}(f) - \rho_{eq,a}(f)|^2 + |K_{eq,m}(f) - K_{eq,a}(f)|^2. \quad (2.47)$$

Lorsque le matériau est orthotrope et que ses propriétés dans toutes ses directions sont recherchées, la mesure de ses coefficients de réflexion et de transmission dans chacune de ses directions principales est nécessaire et viennent alimenter la fonction coût qui devient par exemple

$$J(\mathbf{P}_{JCAL}) = \sum_{f=f_{min}}^{f_{max}} \|\boldsymbol{\rho}_{eq,m}(f) - \boldsymbol{\rho}_{eq,a}(f)\|^2 + |K_{eq,m}(f) - K_{eq,a}(f)|^2. \quad (2.48)$$

Par ailleurs des stratégies plus robustes peuvent être employées lors de la minimisation de la fonction coût [65]. En complément, la reconstruction des paramètres pour un matériau multi-couches est un sujet de recherche [67, 69] encore plus complexe vu que le nombre de paramètres à reconstruire est proportionnel au nombre de couches.

Les méthodes de caractérisation inverse sont construites autour d'hypothèses liées à la mesure expérimentale et sur un problème de minimisation complexe. L'objectif de la caractérisation

inverse est d’obtenir les propriétés de fluide équivalent d’un matériau dans sa globalité, or seul un échantillon de ce matériau est mesuré à la fois. Les problèmes évoqués lors de la présentation du tube d’impédance, § 1.4.1, risquent de polluer les résultats.

Les incertitudes liées aux défauts de montage peuvent être réduites en prenant particulièrement soin de les éviter et en excluant les résultats aberrants. Notons que dans le cas des échantillons utilisés dans ce travail, le problème de fuites sur le pourtour de l’échantillon est facilement contourné en imprimant un anneau solide autour des échantillons de matériau poreux et en le recouvrant de graisse à vide. Concernant la représentativité de l’échantillon, il est possible d’effectuer la caractérisation inverse à partir de plusieurs échantillons du même matériau. Il se pose alors la question du traitement des résultats [70] : est-il cohérent de moyenner les coefficients réflexion/transmission avant la minimisation de la fonction coût ou de moyenner les paramètres JCAL de l’ensemble des échantillons ? Pour que l’une ou l’autre moyenne soit satisfaisante il faut que les grandeurs moyennées soient linéaires par rapport à l’inhomogénéité du matériau.

L’étape de minimisation est particulièrement sensible car elle demande à retrouver six paramètres pour les matériaux isotropes et ayant des effets potentiellement couplés. La modification d’un paramètre JCAL peut avoir un effet sur le coefficient de réflexion très similaire à l’effet de la modification d’un autre paramètre JCAL. De plus, lorsque des paramètres JCAL atteignent des valeurs extrêmes, leur variation peut avoir un effet négligeable. C’est par exemple le cas de la perméabilité visqueuse q_0 lorsqu’elle est très élevée.

Enfin, il est sous-entendu que le modèle de fluide équivalent est exact et adapté au matériau caractérisé. Or, d’une part les modèles semi-phénoménologiques ne sont pas rigoureusement exacts pour toutes les fréquences et en particulier autour de la fréquence de transition visco-inertielle, et d’autre part il est courant que les matériaux caractérisés ne respectent pas les hypothèses du modèle. La caractérisation inverse va alors chercher à faire coïncider un modèle (par le biais de l’ajustement des paramètres JCAL) à un comportement physique qui n’est pas correctement pris en compte par le modèle.

Afin d’obtenir les paramètres JCAL d’un matériau nous proposons de coupler simulation numérique de la géométrie approchée du matériau réel et caractérisation inverse en bornant le champ de recherche de chacun des paramètres JCAL autour de valeurs réalistes fournies par les simulations numériques sur la microstructure idéalisée (sans défaut de fabrication),

voir § 3.2.5.

2.3.3 En résumé

Les paramètres de fluide équivalent d'un milieu poreux peuvent être obtenus par méthodes expérimentales directes et indirectes à partir de la mesure d'échantillons. Les résultats de ces mesures ne peuvent être considérés comme exacts car ils dépendent de l'échantillon de matériau prélevé pour effectuer les mesures, de son montage et de la méthode de caractérisation.

2.4 Simulation par méthode éléments finis

Le logiciel *Comsol Multiphysics* est utilisé pour réaliser les études par MEF. Le module acoustique de *Comsol Multiphysics* ne permet pas de simuler des fluides anisotropes tandis que le module mathématique le permet.

La propagation dans les milieux poreux est simulée par les Eqs. (4.3, 4.4) avec les dépendances fréquentielles des propriétés de fluide équivalent obtenues par le modèle JCAL, Eqs. (2.11, 2.12, 2.13 et 2.14). Dans l'air les Eqs. (4.3, 4.4) restent valides avec $K = \gamma P_0$ et ρ^{-1} un scalaire (l'air est isotrope) égal à $1/\rho_0$.

Les murs rigides sont pris en compte par une condition de flux nul

$$\mathbf{grad} p \cdot \mathbf{n} = 0, \quad (2.49)$$

avec \mathbf{n} la normale au mur car la vitesse normale au mur est nulle et que la vitesse est proportionnelle au gradient de la pression, Eq. (2.4).

CHAPITRE 3 FABRICATION ET CARACTÉRISATION DE MATÉRIAU A POROSITÉ CONTRÔLÉE

Ce chapitre présente la méthode de fabrication de matériaux poreux employée dans ces travaux et les différences entre les matériaux fabriqués et leur modèle idéalisé. Il est en particulier expliqué la façon dont la porosité des matériaux est contrôlée expérimentalement, quels sont les défauts de fabrication et la façon dont ils impactent le comportement acoustique du matériau.

3.1 Fabrication de micro-treillis par méthode FDM

Les matériaux acoustiques utilisés dans ces travaux ont été produits par fabrication additive et plus précisément par le procédé de FDM.

3.1.1 Fabrication de traitements acoustiques par impression 3D

La FDM a été choisie car le procédé est relativement simple d'utilisation, robuste et a déjà été employé pour fabriquer des matériaux poreux fibreux à porosité contrôlée [71]. Elle ouvre par ailleurs des perspectives de développement de procédés et autorise l'utilisation de matières à hautes performances compatibles avec des applications aéronautiques. Toutefois, développer des méthodes de fabrication additive ne fait pas partie des objectifs de cette thèse. Elles sont utilisées en tant qu'outils.

La FDM et d'autres techniques d'impression 3D telles que la Stéréolithography Apparatus (SLA), le *Digital Light Processing* (DLP) ou le frittage laser direct de métal (DMLS) ont été mis à profit dans l'étude ou le développement de nombreux traitements acoustiques tels que des matériaux poreux [18, 72–76], des RQO [77, 78], des RH [36], des plaques micro-perforées [79, 80], des micro-canaux [81] et des métamatériaux [21, 82–86].

La fabrication additive vient parfois remplacer une technique de fabrication conventionnelle comme dans le cas des plaques micro-perforées mais est surtout intéressante lorsqu'elle permet de dépasser les limites de ces dernières. En particulier, la fabrication conventionnelle de mousses et feutres repose sur des procédés chimiques et mécaniques qui rendent difficile le contrôle précis de la microstructure. De manière grossière, un feutre conventionnel est obtenu en compactant des fibres. Le taux de compaction détermine l'agencement des fibres

qui sont réparties de manière stochastique. À l'inverse, la fabrication additive permet de placer chaque fibre à une position souhaitée. Le contrôle de la microstructure est donc bien plus important. Cependant, le temps et le coût de fabrication de matériaux poreux pour applications standards sont pour l'instant souvent plus importants pour des grandes séries par fabrication additive que par procédés conventionnels. Dans un proche avenir cela pourrait ne plus être le cas compte tenu des rapides progrès de la fabrication additive. En particulier, le procédé FDM peut être industrialisé.

3.1.2 Méthode de fabrication additive FDM

La Fig. 3.1 représente schématiquement les éléments clefs de la méthode FDM. Une imprimante FDM extrude une matière thermoplastique, telle que de l'Acrylonitrile Butadiène Styrène (ABS) ou de l'Acide PolyLactique (PLA), au travers d'une buse chauffée, qui la fait fondre. Le filament extrudé est déposé en suivant un parcours horizontal contrôlé. Il se solidifie rapidement au contact de l'air à température ambiante. Les corps sont fabriqués par superposition de couches successives en commençant au niveau d'une plateforme de fabrication. Les déplacements de la buse et de la plateforme ainsi que les autres tâches de la fabrication sont pilotés au travers d'un fichier de commande de type *.gcode* dont des exemples d'instructions sont donnés dans le Tableau 3.1.

Déroulons à présent le processus qui permet habituellement de passer du concept d'un corps à sa réalisation. Ce processus fait appel à plusieurs logiciels dont les actions peuvent éventuellement être codées manuellement.

Premièrement, le corps est dessiné en 3 dimensions à l'aide d'un logiciel de modélisation tridimensionnelle, par exemple un logiciel de Conception Assistée par Ordinateur (CAO). Il est ensuite exporté dans un fichier au format *.stl* qui ne décrit que la géométrie de surface du corps au travers de facettes. Un logiciel dit "de tranchage" prend alors connaissance de la géométrie du corps au travers du fichier *.stl*. Ce logiciel permet de régler les paramètres de fabrication et de générer un fichier au format *.gcode* qui contient une série d'instructions destinées à une imprimante 3D. Ce fichier est finalement interprété par l'imprimante qui exécute les instructions qu'il contient.

Les réglages des commandes et les propriétés de l'imprimante influencent la qualité de l'impression. La liste suivante permet de se familiariser avec certains d'entre eux qui seront à nouveau rencontrés par la suite :

- Diamètre de buse. Il gouverne le diamètre des filaments extrudés. Les buses destinées

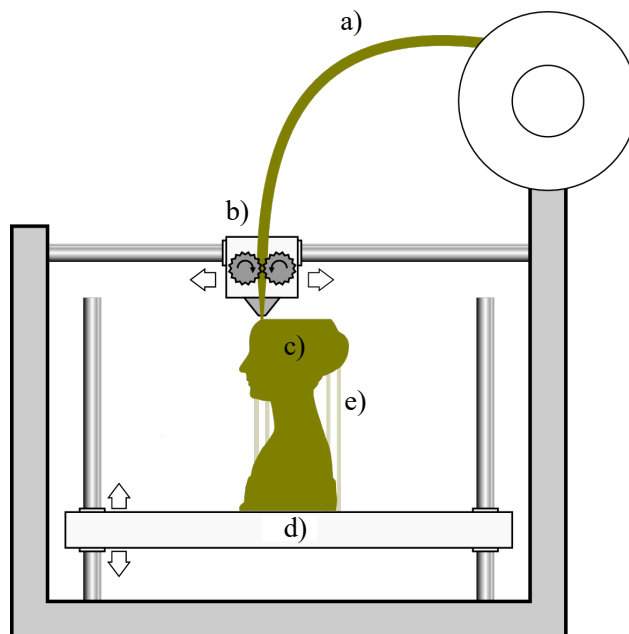


Figure 3.1 Schéma de méthode FDM.

a) Filament de matière plastique avant d'être extrudé. b) Tête chauffée et mobile horizontalement. Elle fait fondre le filament, l'extrude et le dépose, couche après couche, dans la forme souhaitée. c) Corps en cours de fabrication. d) Plateforme mobile verticalement qui s'abaisse après le dépôt de chaque couche. e) Structures supplémentaires de supports verticaux éventuellement nécessaires pour soutenir les parties en surplomb.

Source de l'image : [87] CC BY-SA 4.0

Tableau 3.1 Exemples de commandes fournies par un fichier *.gcode* extraits de la fabrication d'une pièce en PLA

Commande	Description de la commande
M104 S210 T0	Régler la température de la buse 0 à 210 °C et la maintenir à cette température.
M109 S210 T0	Attendre que la température de la buse 0 atteigne 210 °C.
G1 Z0.3 F1000	Déplacer l'axe vertical à la position $Z = 0.3$ mm à la vitesse de 1000 mm/min.
G1 X100 Y42 F6000	Déplacer la buse à la position $\{X; Y\} = \{100; 42\}$ mm à la vitesse de 6000 mm/min
G92 E0.0000	Définir la position de l'extrudeur à 0.
G1 X120 Y42 E0.40 F2000	Déplacer la buse à la position $\{X; Y\} = \{120; 42\}$ mm à la vitesse de 2000 mm/min et l'extrudeur jusqu'à la position 0.4 mm.
G1 E0.0000 F1800	Déplacer l'extrudeur jusqu'à la position 0 mm à la vitesse de 1800 mm/min.

à la FDM ont un diamètre de quelques centaines de micromètres.

- Vitesse d'impression : vitesse de déplacement de la buse lors de l'impression. Elle est comprise entre 20 et 100 mm/s pour du PLA.
- Facteur multiplicatif d'extrusion. Il permet d'ajuster le flux de matière, c.à.d., la quantité de matière extrudée par unité de déplacement de la buse. Il impacte le diamètre des filaments extrudés.
- Température de buse : elle doit être supérieure à la température de fusion du matériau extrudé. Plus elle est élevée et moins le filament extrudé sera visqueux. La température idéale dépend à la fois du matériau utilisé, de la vitesse d'impression et du diamètre de la buse : l'augmentation de la vitesse d'impression et du diamètre de la buse demandent une augmentation de la température de la buse. Elle est comprise entre 190 et 225 °C pour du PLA.
- Température de plateforme. Elle doit être approximativement égale à la température de transition vitreuse de la matière extrudée afin de permettre à la première couche du corps d'accrocher à la plateforme. Pour du PLA, elle est comprise entre 50 et 70 °C.
- Hauteur de couche. C'est la distance séparant deux couches successives. Elle doit être inférieure au diamètre des filaments extrudés afin qu'ils soient jointifs.

La méthode FDM permet de fabriquer des corps poreux et non poreux (solides). Les corps poreux sont obtenus en déposant horizontalement des filaments espacés de manière à créer des pores entre eux. Inversement, les corps solides sont formés de filaments jointifs horizontalement et verticalement. Notons que lors de la fabrication de corps solides, l'apparition de pores micrométriques non désirés est possible. Un corps poreux peut être obtenu à partir de son modèle 3D. Cependant une telle approche est compliquée à mettre en place en particulier de par la taille des fichiers *.stl*. Autrement, les options des logiciels de tranchage peuvent être avantageusement mises à contribution. En effet, beaucoup de corps fabriqués par FDM n'ont pas besoin d'être entièrement remplis de matière mais simplement d'avoir un aspect extérieur continu. Ainsi, les logiciels de tranchage permettent de générer des parois extérieures pleines et de remplir l'intérieur des corps par un motif de remplissage comme montré Fig. 3.2 a). Divers motifs de remplissage sont disponibles (Fig. 3.2 b). Cela réduit la quantité de matière utilisée et le temps de fabrication tout en rigidifiant la coque extérieure du corps. Nous utilisons cette technique pour générer des matériaux poreux. Compte tenu de la méthode de fabrication, les matériaux poreux sont composés de fibres superposées horizontalement formant des pores dans la direction normale et éventuellement dans la direction transverse (Fig. 3.2 e). Enfin, notons que les logiciels de tranchage permettent de

réglér le taux de remplissage (TR) des motifs poreux en ajustant l'espacement horizontal des filaments (Fig. 3.2 b) et c). Cette fonctionnalité est très utilisée dans nos travaux car elle permet de régler simplement la taille des pores. Le TR ne peut prendre que des valeurs entières et correspond, aux défauts de fabrication près, à $1 - \phi$ avec ϕ la porosité. Suivant le motif ou le diamètre des filaments D , un TR ne correspond donc pas à une taille de pore unique (Fig. 3.2 b), c) et d).

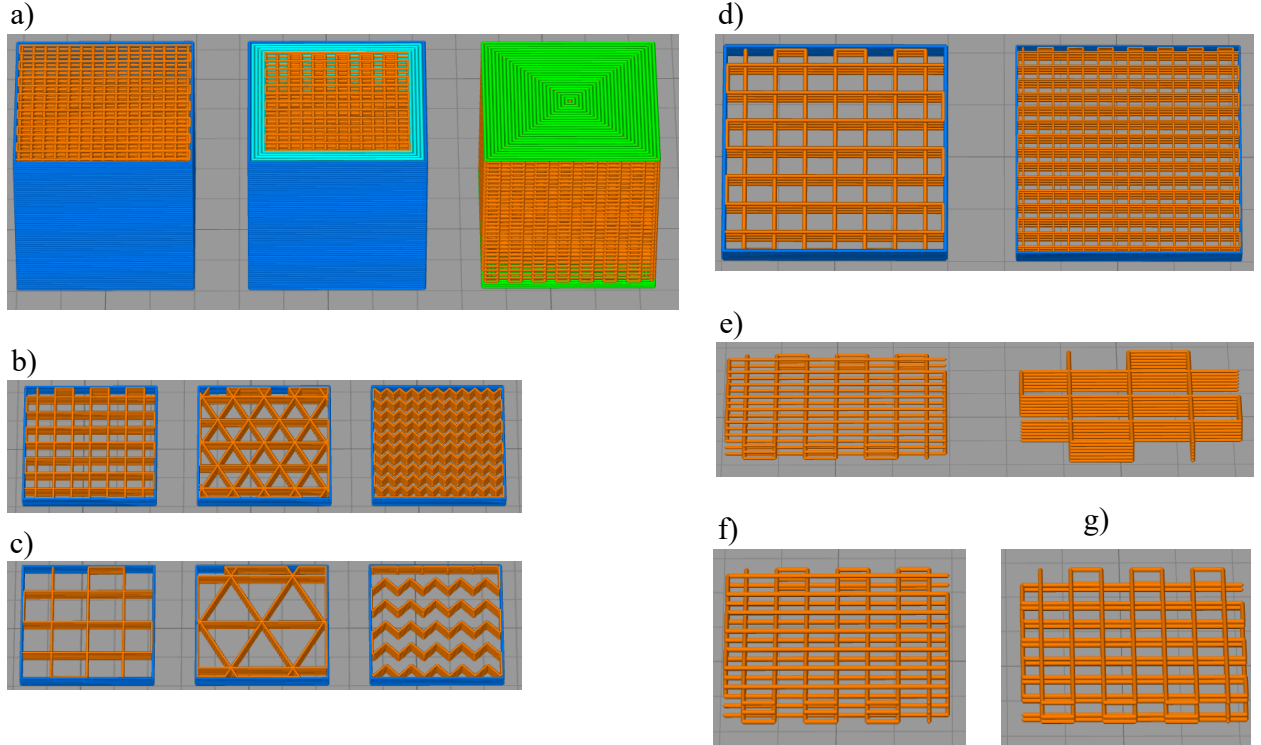


Figure 3.2 Captures d'écran du logiciel de tranchage *Simplify3D*. Les motifs de remplissage sont en orange. Descriptions de gauche à droite.

a) Illustration des possibilités de coques solides b) 3 motifs de remplissage, $TR = 30\%$. c) 3 motifs de remplissage, $TR = 15\%$. d) Motif "rectilinéaire" $TR = 15\%$, $D = 400\mu\text{m}$ et $D = 200\mu\text{m}$. e) Motif "rectilinéaire" comportant des pores transverses et motif "grille" ne comportant pas de pore transverse. f) Motif "rectilinéaire" avec alternance des directions entre chaque couche, MT-1f. g) Motif "rectilinéaire" avec alternance des directions toutes les deux couches, MT-2f.

3.1.3 Présentation des micro-treillis

Le matériau poreux utilisé dans ces travaux est un micro-treillis correspondant au motif de remplissage "rectilinéaire" du logiciel de tranchage *Simplify3D*, voir Fig. 3.2 d). Il peut être

généralisé par tous les logiciels de tranchage. Le matériau est composé d'une superposition de couches de fibres parallèles alternées orthogonalement. Deux variantes de ce matériau sont utilisées dans ces travaux. Les fibres sont composées soit d'un seul filament, Fig. 3.2 f) et Fig. 3.3 a) soit de deux filaments superposés verticalement, Fig. 3.2 g) et Fig. 3.3 b) et le matériau correspondant est alors nommé MT-1f ou MT-2f respectivement.

Les micro-treillis peuvent être décrits géométriquement par le diamètre des filaments D , l'espacement horizontal du centre des fibres SD et l'espacement vertical du centre des fibres TD .

Le diamètre des filaments D est approximativement égal au diamètre de la buse les ayant extrudés. Il peut varier selon l'épaisseur du matériau.

La distance verticale entre le centre des filaments TD gouverne la taille des pores dans les directions transverses du matériau \mathbf{x}_1 et \mathbf{y}_1 , voir Fig. 3.3. Elle est inférieure ou égale au diamètre des filaments pour qu'ils s'emboîtent et forment ainsi un matériau à fibres jointives. Elle est réglée et égale à la hauteur de couche. Dans les travaux présentés, cette distance reste fixe au sein de l'épaisseur du matériau mais peut être différente d'un matériau à un autre.

La distance horizontale entre le centre des filaments SD gouverne la taille des pores $H = D(S - 1)$ dans la direction normale du matériau \mathbf{z}_1 ainsi que dans les directions transverses du matériau \mathbf{x}_1 et \mathbf{y}_1 , voir Fig. 3.3. Elle est aussi appelée "constante de réseau" et doit être supérieure au diamètre des filaments ($S > 1$) afin qu'ils ne se touchent pas. La constante de réseau peut varier au sein de l'épaisseur du matériau. D'un point de vue pratique, elle est contrôlée par le TR du motif de remplissage et $TR = 100/S$.

3.1.4 Contrôle de gradient de propriétés

La constante de réseau des micro-treillis SD est gouvernée par la variable de fabrication TR . Il est possible de faire varier le TR au sein d'un échantillon en le séparant en zones volumiques et en attribuant un TR par zone dans le logiciel de tranchage. Un gradient de TR au sein de l'épaisseur d'un échantillon est donc obtenu en le séparant en tranches horizontales.

3.1.5 En résumé

La méthode de fabrication additive FDM est employée pour fabriquer des micro-treillis qui sont des matériaux poreux fibreux. Cette méthode permet de générer différents motifs et

d'ajuster l'espacement des fibres de manière homogène ou de manière variable au sein de l'épaisseur du matériau.

3.2 Prédiction du comportement de micro-treillis produits par méthode FDM

Des modèles numériques ou analytiques ont montré que les paramètres acoustiques d'un matériau poreux dépendent fortement de certains paramètres géométriques de sa microstructure et qu'ils peuvent être affectés par leur fabrication. Il peut s'agir de la modification de la forme des filaments d'un matériau fibreux ordonné [88], de la présence de rugosité sinusoïdale dans des micro-canaux [89] ou d'irrégularités de surface de paquets de micro-tubes [90]. Expérimentalement, des défauts de fabrication ont été repérés lors de l'impression de matériaux poreux. Zielinski *et al.* indiquent avoir repéré de la rugosité et des imperfections dans les échantillons de mousses imprimés par procédé SLA [76]. Deshmukh *et al.* ont remarqué que le diamètre des pores d'échantillons de mousse imprimés par méthode DLP ou DMLS est légèrement plus grand (0.1 mm) qu'attendu [72] et Fotsing *et al.* soulignent que la section des fibres des micro-treillis produits par procédé FDM est de forme elliptique et non circulaire [71]. Ces défauts diminuent la précision des modèles prédictifs qui ne les prennent pas en compte mais considèrent des micro-géométries idéalisées. Cependant, il est important de noter que les procédés de fabrication additive mentionnés ont une très grande répétabilité : deux échantillons imprimés avec les mêmes paramètres par la même machine ont des propriétés acoustiques extrêmement proches. À ce titre, les défauts et leurs impacts sont répétables et donc *a priori* contrôlables.

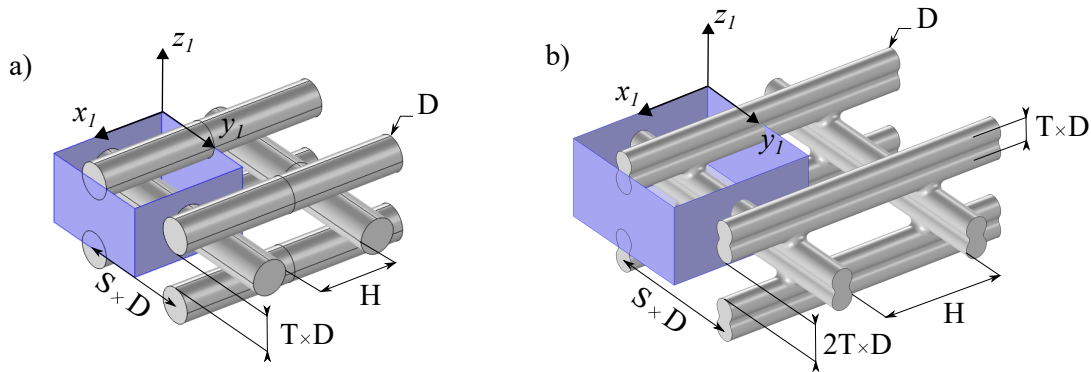


Figure 3.3 Microstructure de micro-treillis idéalisés. Les boîtes bleues délimitent leur cellule unitaire. a) MT-1f, $T = 1$, $S = 3, 5$. b) MT-2f, $T = 0, 9$, $S = 7$.

Dans cette section, une approche numérique et expérimentale combinée est utilisée pour décrire les différences entre un micro-treillis imprimé en 3D et sa représentation idéalisée en termes de géométrie et de réponse acoustique. Il est montré que l'impact des défauts peut être pris en compte soit en modifiant la cellule unitaire considérée par la MAM pour y inclure les défauts, soit par caractérisation inverse d'échantillons.

Cette section reprend le contenu de [91].

3.2.1 Matériau poreux considéré

Cette étude est réalisée en considérant un MT-1f, $T = 0,75$, produit par méthode FDM. Les observations et l'analyse des phénomènes restent valables pour d'autres micro-treillis et potentiellement pour d'autres matériaux poreux produits par fabrication additive. La méthodologie se veut indépendante du matériau poreux et de la méthode de fabrication considérés.

L'imprimante *Pro2* fournie par *RAISE3D* est utilisée pour produire des échantillons cylindriques de 30 mm d'épaisseur et de 30 mm de diamètre. Le matériau extrudé est du PLA. Le diamètre de la buse est de $D_n = 400 \mu\text{m}$ et la hauteur de couche est de $0,75D_n = 300 \mu\text{m}$. L'axe de révolution de l'échantillon est placé verticalement. La température de la buse est fixée à 200°C , sa vitesse de déplacement est de 60 mm.s^{-1} et le multiplicateur d'extrusion est de 0,9. Le logiciel de tranchage *Simplify3D* est utilisé pour générer les fichiers fournissant les instructions à l'imprimante.

Comme expliqué plus haut, la constante de réseau est gouvernée par le TR .

La microstructure idéalisée du MT-1f considéré est présentée Fig. 3.4 a). Deux photos d'un échantillon homogène représentatif sont présentées à la Fig. 3.5. À l'œil nu, la géométrie imprimée est cohérente avec celle attendue idéalement. Les filaments semblent être bien alignés et aucun défaut macroscopique n'est visible. Il convient de noter qu'un anneau solide de $800 \mu\text{m}$ d'épaisseur entoure le matériau poreux pour améliorer l'étanchéité du pourtour de l'échantillon lors des mesures acoustiques en tube à impédance.

À partir de la géométrie idéalisée (Fig. 3.4 a), la cellule unitaire idéalisée est extraite. Elle

est représentée par la Fig. 3.4 b), elle joue le rôle d'EVR dans la théorie de l'homogénéisation (§ 2.2.1) car le milieu poreux est structuré selon un motif régulier.

3.2.2 Description géométrique des défauts de microstructure

Les échantillons imprimés ont été analysés au moyen d'un microscope optique et d'un Microscope Électronique à Balayage (Microscope Électronique à Balayage (MEB)) afin d'identifier différents défauts géométriques de fabrication. Le microscope optique possède un zoom de $64\times$, il est équipé d'une caméra numérique pour l'acquisition des images. Le MEB produit des images en 2D de la surface de l'échantillon. La profondeur des irrégularités de surface ne peut donc pas être évaluée. La précision du MEB permet de distinguer des détails plus petits que $1\text{ }\mu\text{m}$. Les échantillons n'ont pas été revêtus d'un métal conducteur car la conductivité du PLA est suffisamment élevée pour obtenir des images de haute qualité. Trois types de défauts ont été identifiés.

Section elliptique du filament

La Fig. 3.6 montre une image obtenue au microscope optique d'un échantillon sectionné manuellement à l'aide d'une scie à ruban. L'image révèle deux points importants. Premièrement, la section du filament n'est pas parfaitement circulaire mais plutôt elliptique avec un grand axe horizontal. L'aplatissement des fibres dépend des paramètres d'impression et en particulier des paramètres affectant la viscosité des filaments. Dans notre cas, le petit axe représente en moyenne 92% du grand axe ; cela conduit à une largeur de filament égale au diamètre de la buse dans le sens horizontal ($400\text{ }\mu\text{m}$) et 92% du diamètre de la buse ($368\text{ }\mu\text{m}$) dans le sens vertical. Ce défaut ne dépend pas de la constante de réseau. Un seul filament déposé sur le plateau de l'imprimante et non sectionné possède aussi une section elliptique. Deuxièmement, l'espacement entre deux couches orthogonales consécutives est respecté et est égal à $300\text{ }\mu\text{m}$.

Rétrécissement de la section du filament

En raison du processus d'extrusion, les filaments sont soumis à un phénomène de striction de leur section. Le filament est extrudé par l'imprimante puis étiré par la buse avant de toucher une fibre de la couche précédente. Le rétrécissement entre deux jonctions est clairement visible sur la Fig. 3.7 : la section des filaments diminue entre deux jonctions consécutives dans le sens du dépôt de la matière. La figure montre que les largeurs D_1 et D'_1 sont inférieures à D_2 et D'_2 , respectivement. Les relations empiriques, Fig. 3.8, décrivant la Largeur Minimale du Filament (LMF) et la distance entre la Position de la LMF et la jonction du filament

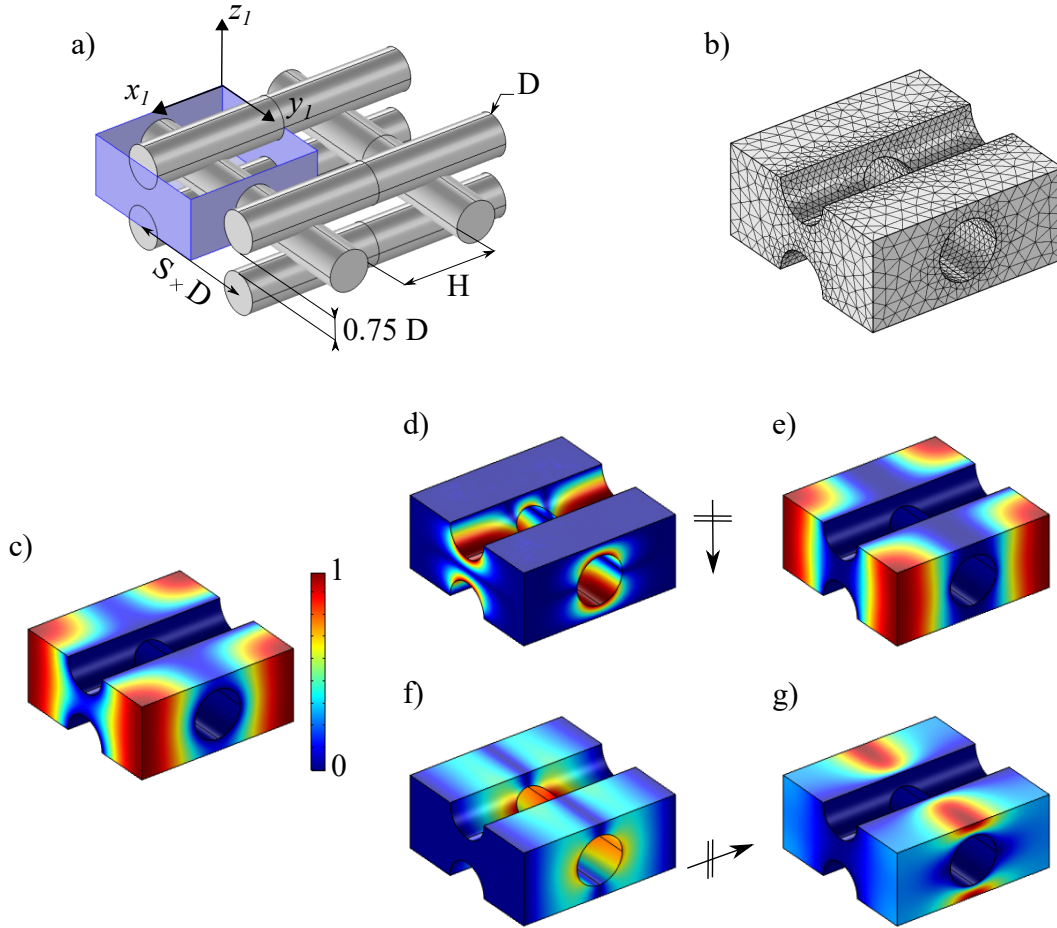


Figure 3.4 MT-1f idéalisé. a) microstructure du matériau poreux. La boîte bleu délimite une cellule unitaire. b) Phase fluide de la cellule unitaire maillée. c) Problème thermique en $\omega \rightarrow 0$, champ normalisé. d) Problème visco-inertiel dans la direction normale en $\omega \rightarrow \infty$, module du champ de vitesse normalisé. e) Problème visco-inertiel dans la direction normale en $\omega \rightarrow 0$, module du champ de vitesse normalisé. f) Problème visco-inertiel dans la direction transverse en $\omega \rightarrow \infty$, module du champ de vitesse normalisé. g) Problème visco-inertiel dans la direction transverse en $\omega \rightarrow 0$, module du champ de vitesse normalisé.

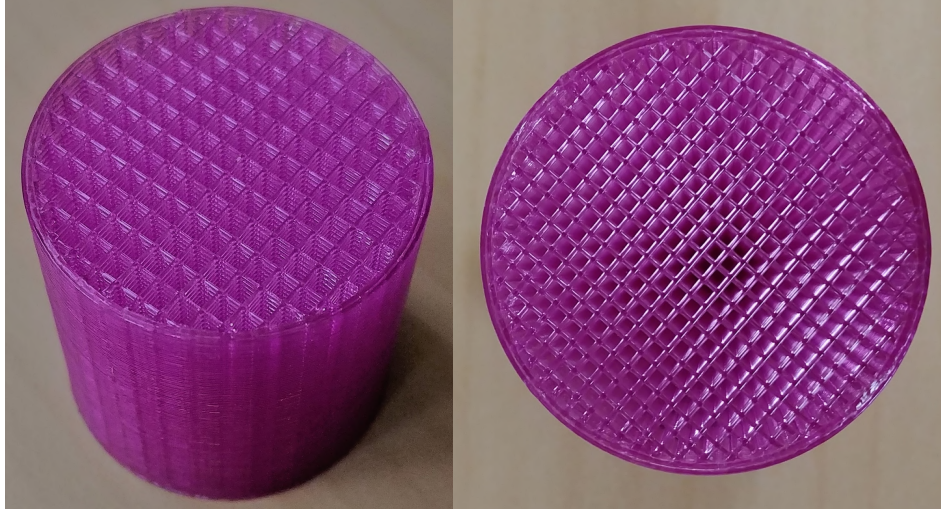


Figure 3.5 Photos d'échantillons de MT-1f.

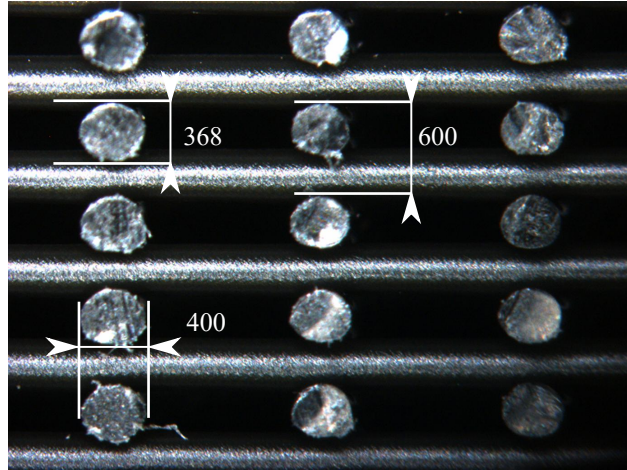


Figure 3.6 Image au microscope d'une section transversale de micro-treillis. Dimensions en micromètres.

avec la couche orthogonale précédente (P-LMF) sont obtenues à partir de mesures optiques. La LMF et la P-LMF sont données en micromètres, en fonction de la constante de réseau normalisée S et du diamètre de la buse D_n , en micromètres

$$\text{LMF} = \frac{287D_nS + 1,414 \times 10^6}{D_nS + 3\,391}, S \in [2; 11], \quad (3.1)$$

$$\text{P-LMF} = D_n(0,8S - 1), S \in [1,5; 11]. \quad (3.2)$$

Sur la Fig. 3.7, D_1 est une mesure du *MFW* effectuée à la *MFWP*. Ces relations sont utilisées plus loin pour tenir compte de ce défaut de fabrication dans les simulations. Elles sont obtenues à partir de la mesure au microscope de 10 échantillons avec S variant entre 1,5 et 11. La mesure de *LMF* n'est satisfaisante que lorsque S est supérieur à 2. En dessous de cette valeur de constante de réseau, la striction est trop faible pour être mesurée correctement.

Micro-rainures des filaments

Les lignes brillantes qui apparaissent sur les images microscopiques des micro-treillis (Fig. 3.7) ont attiré l'attention sur les défauts nanométriques. La surface des filaments n'est pas parfaitement lisse. La Fig. 3.9 montre des images d'une analyse MEB révélant des impuretés dispersées sur toute la surface du filament. De plus, de nombreuses micro-rainures sont clairement identifiables. Ces rainures sont alignées avec la direction du filament. Leur largeur varie entre 5 et 20 μm . Cependant, leur distribution et leur profondeur exactes n'ont pas pu être évaluées à partir des images MEB. Une vue en coupe transversale ne permettrait pas de révéler plus de détails sur ces rainures. En effet, le tranchage de l'échantillon a pour effet préjudiciable d'endommager la surface externe de la section transversale du filament. D'autres méthodes d'imagerie microscopiques pourraient être employées telles que les méthodes de spectroscopie des rayons X. Une explication simple de l'origine des rainures serait que la surface interne de la buse de l'imprimante n'est pas lisse. En conséquence, ce défaut pourrait être spécifique à la buse d'imprimante et à son état d'usure.

Les buses des imprimantes 3D FDM sont principalement en laiton, en acier inoxydable et trempé ou en matériaux spéciaux comme le rubis. La résistance à l'abrasion peut varier d'un

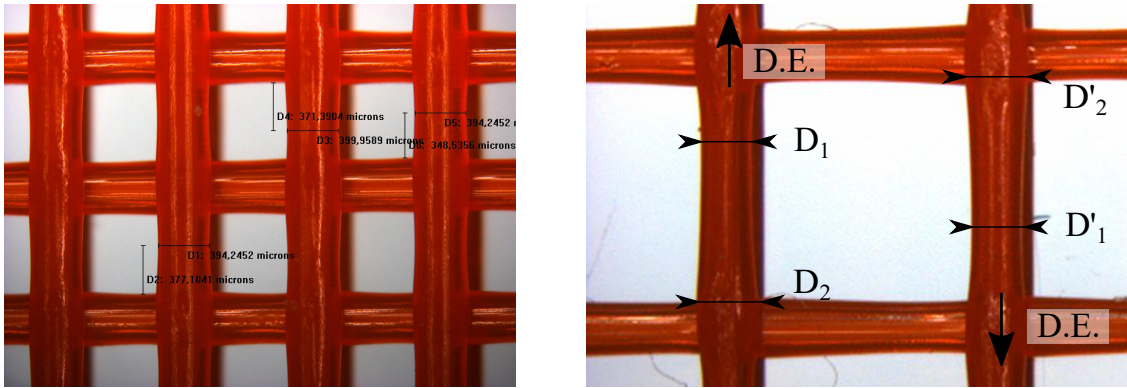


Figure 3.7 Image au microscope de 2 micro-treillis ayant une constante de réseau différente. Les flèches D.E. indiquent la direction d'extrusion.

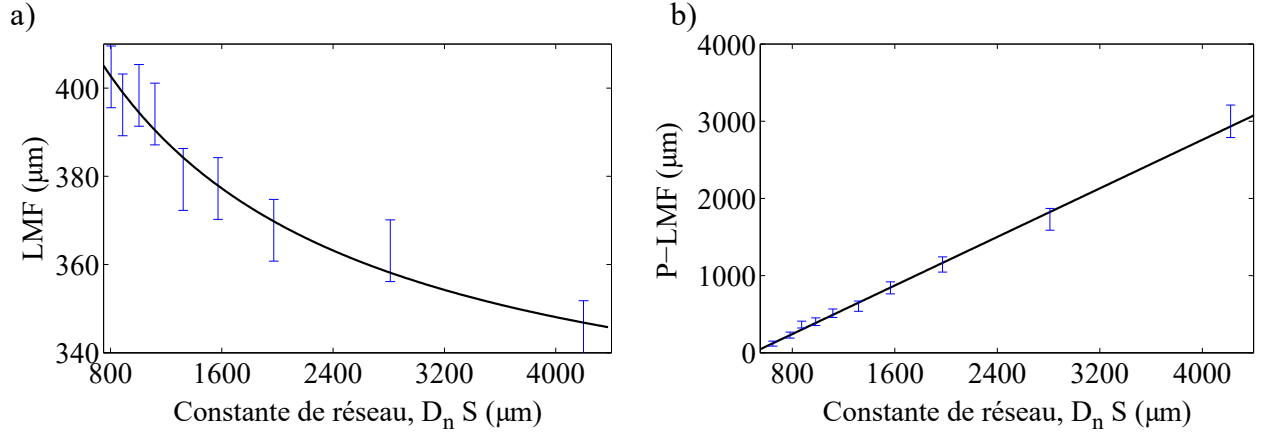


Figure 3.8 Micro-treillis fabriqué avec une buse de $D_n = 400\mu\text{m}$. Mesure et interpolation de a) LMF et b) P-LMF.

matériau à l'autre. Ainsi, le type et la vitesse d'usure d'une buse dépendent à la fois de son matériau constitutif et de la nature du matériau extrudé (PLA, Nylon...). La technique de fabrication d'une buse dépend également du fabricant. De plus, la forme du trou d'une buse neuve dépend de la technique de perçage et du type de revêtement appliqué après le perçage. La Fig. 3.10 présente des images prises au microscope de deux buses neuves fabriquées par la même entreprise. Elles sont en laiton. La buse avec un trou de diamètre $200\mu\text{m}$ (Fig. 3.10, (a)) est plaquée avec un composite de nickel. Le trou de la buse $200\mu\text{m}$ est plus proche d'un cercle et présente moins d'imperfections que l'autre buse. Cette comparaison ne permet pas de classer les fabricants, les matériaux ou le diamètre de la buse, mais montre que l'utilisation de buses différentes modifie certainement la nature des défauts des micro-treillis imprimés par procédé FDM.

3.2.3 Simulation acoustique et caractérisation expérimentale

Comme expliqué dans le Chapitre 2, les matériaux poreux à squelette rigide se comportent comme des fluides équivalents dont les propriétés peuvent être prédites par le modèle JCAL. Numériquement, les paramètres JCAL peuvent être calculés par la MAM. Afin d'évaluer numériquement l'impact de chacun des défauts de fabrication sur les paramètres JCAL, la géométrie de la cellule unitaire du micro-treillis va être modifiée pour les prendre en compte et identifier leur impact.

La Méthode des Matrices de Transfert (TMM), voir § 4.2.1, est utilisée pour prédire le comportement d'échantillons homogènes et multi-couches à partir de leurs paramètres JCAL.

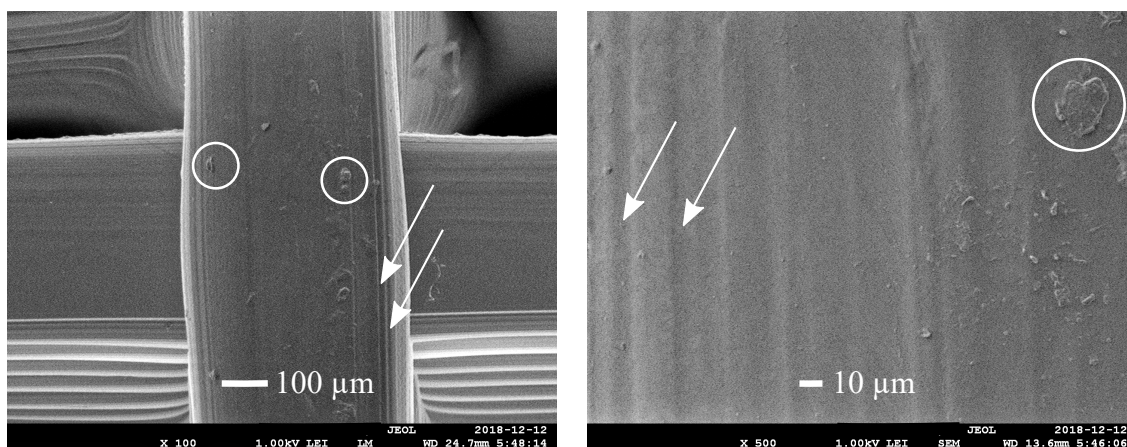


Figure 3.9 Image au MEB de micro-treillis. Les cercles indiquent des impuretés et les flèches pointent des rainures.

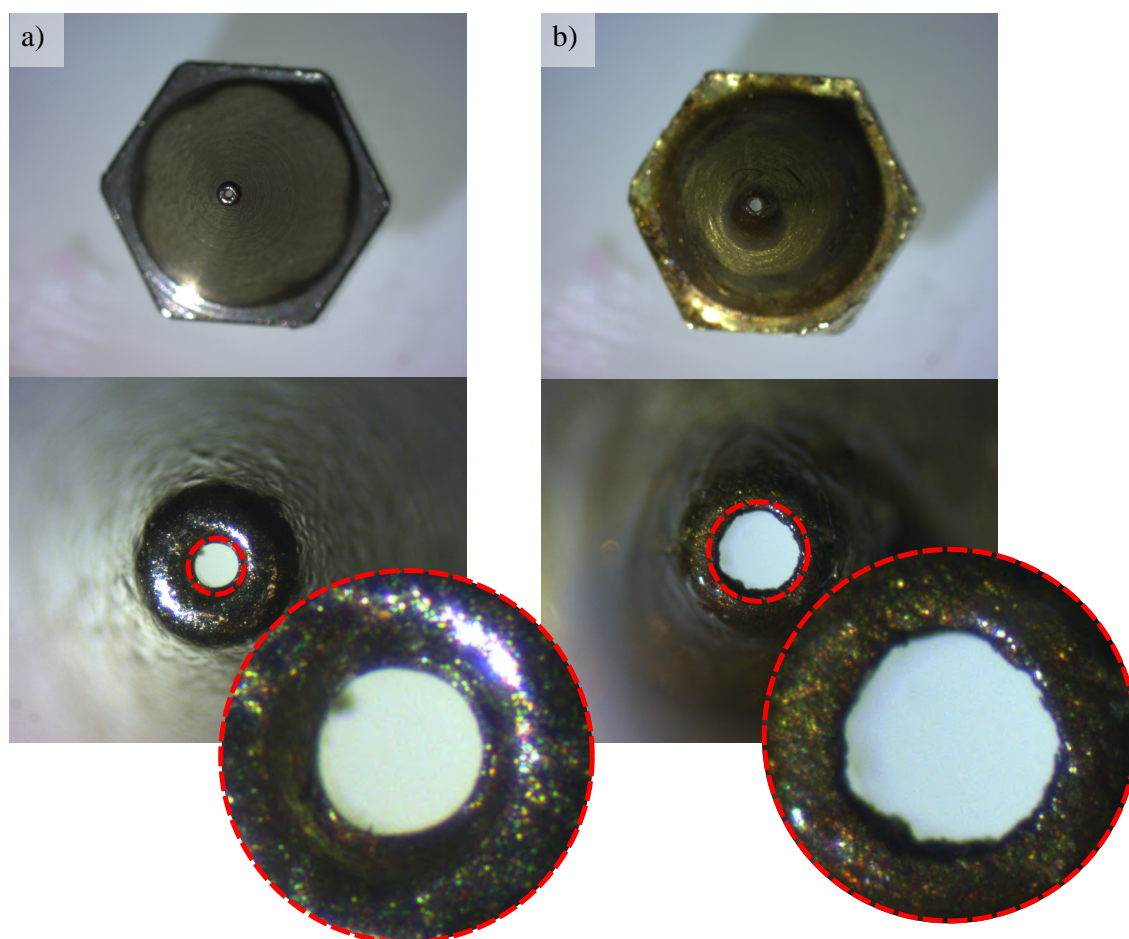


Figure 3.10 Images au microscope de buses d'imprimante FDM neuves.

- a) Buse en laiton 360, plaquée avec un EVRêtement TwinClad XT, de 200 µm de diamètre.
 b) Buse en laiton de 400 µm de diamètre.

Les échantillons sont composés d'un micro-treillis entouré d'un anneau solide. L'impact de l'anneau solide est considéré en corrigeant l'impédance de surface par le rapport de surface de l'échantillon S_{ech} sur sa partie poreuse S_{poreux} [14]. Dans l'Eq. (1.6), Z_s doit être remplacée par Z_{s^*} défini comme

$$Z_{s^*} = Z_s \frac{S_{ech}}{S_{poreux}}. \quad (3.3)$$

Le coefficient d'absorption des échantillons testés est mesuré en tube à impédance (voir section 1.4.1).

Les échantillons homogènes sont mesurés dans les deux orientations (avant et arrière, voir §1.3.1) pour s'assurer qu'ils sont symétriques et donc très probablement homogènes, comme attendu. Chaque échantillon est mesuré trois fois dans les deux orientations. Entre chaque mesure, l'échantillon est retiré et remplacé dans le tube. Pour chaque échantillon, les courbes d'absorption sont toujours superposées.

Les paramètres JCAL d'échantillons homogènes sont aussi obtenus par caractérisation inverse. Afin d'améliorer les prédictions, l'algorithme de caractérisation inverse est forcé à chercher la valeur de chaque paramètre JCAL dans un intervalle autour de la valeur obtenue numériquement.

3.2.4 Effet des défauts de fabrication sur les paramètres JCAL : étude numérique

Trois types de défauts inhérents à la fabrication additive ont été identifiés. Il est soupçonné que leur impact sur la réponse acoustique dépende de l'espacement des fibres. Dans cette section, leur impact est étudié numériquement pour la plage très large $S \in [1, 2; 25]$.

Section elliptique et rétrécissement de la section

L'impact de la section elliptique et le rétrécissement des filaments sont analysés dans cette section en modifiant la cellule unitaire idéalisée. Le micro-treillis composé de fibres de 400 μm parfaitement cylindriques est pris comme référence. La section elliptique considérée a un petit axe vertical de 368 μm et un grand axe horizontal de 400 μm . La géométrie du rétrécissement est décrite par les Eqs. (3.1 et 3.2). La Fig. 3.11(a) montre la cellule unitaire maillée utilisée dans ces calculs. Un exemple du champ viscostatique est donné dans les Figs. 3.11(b) et (c) pour le cas de fibres parfaitement cylindriques et elliptiques, respectivement.

Tableau 3.2 Différence relative des paramètres JCAL (%) par rapport à des fibres parfaitement cylindriques. Données obtenues à partir de simulations numériques par MEF et la MAM. Une valeur positive indique que le défaut correspondant augmente le paramètre JCAL considéré, et vice versa.

Défaut	S	ϕ	α_∞	Λ	Λ'	q_0	q'_0
Elliptique	1,2	15	2	0	5	19	22
	10	1	0	0	4	3	1
	25	0	0	0	4	2	0
Rétrécissement	10	1	0	1	9	4	5
	25	1	1	0	12	2	2
Elliptique et Rétrécissement	1,2	15	2	0	5	19	21
	10	2	0	1	13	5	6
	25	1	0	0	17	2	3

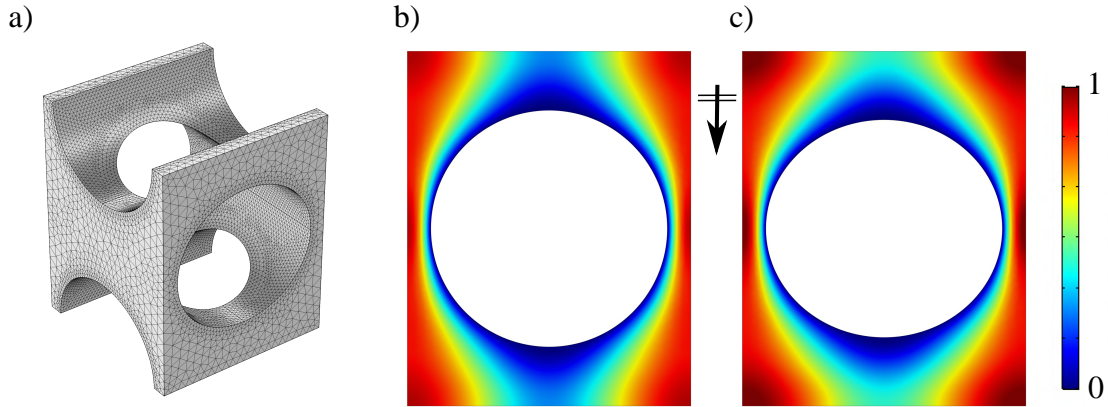


Figure 3.11 Simulation viscoélastique 3D du micro-treillis avec $S = 1, 2$.

a) Cellule unitaire. b) Composante du champ de vitesse dans la direction de l'onde incidente, fibres cylindriques. c) Composante du champ de vitesse dans la direction de l'onde incidente, avec des fibres elliptiques. Le petit axe vertical est égal à 92% du grand axe horizontal.

Le rétrécissement de la section est négligeable lorsque S est inférieur à 2 et n'est alors pas pris en compte dans la cellule unitaire. Les impacts des défauts sont résumés dans le Tableau 3.2 avec les principales conclusions suivantes :

- la section elliptique des filaments augmente significativement la porosité ϕ et (par conséquence ?) les perméabilités q_0 et q'_0 lorsque les filaments sont très proches les uns des autres, et augmente légèrement la longueur thermique Λ' . Les Figs. 3.11(b) et (c) montrent que le volume occupé par les filaments est légèrement plus petit lorsque leur section est elliptique. De plus, en regardant le champ de couleurs, la composante du champ de vitesse dans la direction de l'onde incidente entourant les fibres cylindriques semble plus élevée que la composante entourant les fibres elliptiques. Ces deux observations sont cohérentes avec le fait que la porosité et la perméabilité visqueuse sont plus élevées lorsque l'on considère les filaments elliptiques ;
- le rétrécissement de la section du filament augmente la longueur thermique Λ' lorsque les filaments sont éloignés les uns des autres et donc lorsque la striction est forte, voir Eq. (3.1) ;
- la combinaison des deux défauts entraîne une augmentation significative de la porosité ϕ et des perméabilités q_0 et q'_0 lorsque les filaments sont très proches les uns des autres. De plus, une augmentation de la longueur thermique Λ' est obtenue lorsque l'espacement entre les filaments est important.

Micro rainures

Afin d'étudier qualitativement l'effet de la présence des micro-rainures sur les paramètres acoustiques, un modèle 2D simple est développé. Les rainures ne sont pas implémentés dans un modèle 3D en raison du temps de calcul exceptionnellement long lié à la faible dimension du maillage nécessaire à la modélisation des rainures. La cellule unitaire pour le cas 2D est

Tableau 3.3 Différence relative des paramètres JCAL (%) par rapport à des fibres parfaitement cylindriques. Données obtenues à partir de simulations numériques 2D. Une valeur positive indique que le défaut correspondant augmente le paramètre JCAL considéré, et vice versa.

Défaut	S	ϕ	α_∞	Λ	Λ'	q_0	q'_0
Rainures	1,2	5	1	-14	-24	4	4
	10	0	0	-16	-26	0	0
	25	0	0	-16	-26	0	0

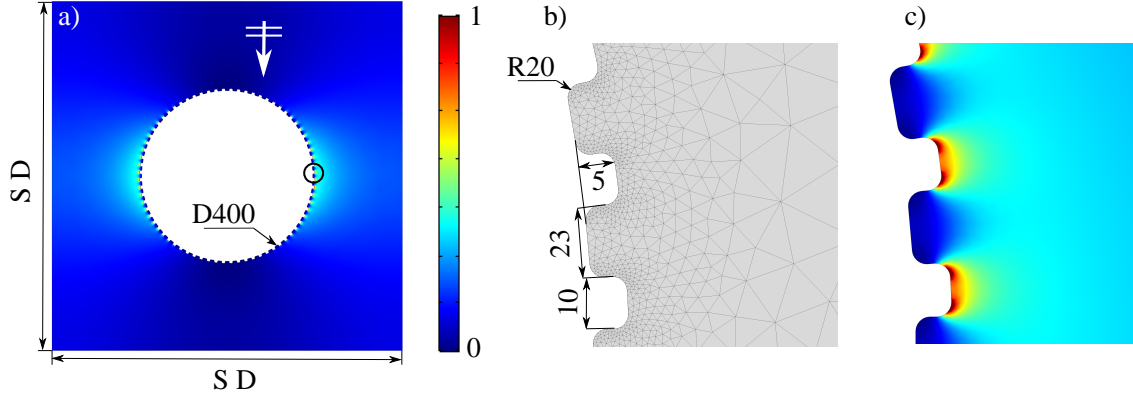


Figure 3.12 Simulation 2D de filament rainuré.

a) Cellule unitaire et champ de vitesse visco-inertielle, $\omega \rightarrow \infty$. b) Géométrie des rainures et maillage. c) Détail du champ de vitesse visco-inertielle, $\omega \rightarrow \infty$. Toutes les dimensions sont en microns.

présentée sur la Fig. 3.12(a). En réalité, la distribution des rainures semble aléatoire et leur profondeur n'a pas pu être mesurée avec précision. Ici, nous considérons des fibres de diamètre D espacées de façon égale par une distance SD et à la surface desquelles des rainures périodiques, de dimensions similaires à celles mesurées, sont ajoutées (voir Fig. 3.12(b) et (c)). Le but de cette simulation est d'évaluer la tendance physique générale de la présence de rainures sur des fibres formant un matériau poreux. Il est intéressant de noter que des arrondis et des congés aux angles des rainures sont nécessaires pour respecter les conditions de surfaces de la MAM, et ainsi éviter toute singularité dans la résolution de la limite haute fréquence du problème visco-inertiel, Eq. (2.36).

La Fig. 3.12 montre les dimensions de la cellule unitaire, du maillage et du champ de vitesse visco-inertielle. Ce dernier est utilisé pour calculer la longueur visqueuse Λ . Les variations des paramètres JCAL par rapport à la cellule unitaire idéalisée sont résumées dans le Tableau 3.3. D'une part, la porosité ϕ , la tortuosité α_∞ , les perméabilités visqueuses q_0 et thermique q'_0 ne sont pas affectées par les rainures, ou très peu lorsque S est proche de 1,2. Leurs variations relatives sont alors respectivement de 5%, 1%, 4% et 4%. En revanche, les longueurs caractéristiques Λ et Λ' sont influencées par les rainures. Λ est réduit de 16% et Λ' est réduit de 26%. Ces variations sont constantes, sauf lorsque S est proche de 1,2, sans doute en raison de l'augmentation de la porosité lorsque les fibres sont très rapprochées. La variation de Λ' était attendue car Λ' est définie comme étant le rapport du volume de fluide sur la surface fluide-solide [14]. Ainsi, la présence de rainures entraîne une augmentation de la surface fluide-solide sans modifier significativement le volume du fluide, sauf lorsque les

tiges sont très proches les unes des autres et que la porosité est affectée par les rainures.

3.2.5 Effet des défauts de fabrication sur les paramètres JCAL : étude expérimentale

Les défauts inhérents à la fabrication additive ont été étudiés numériquement. Dans cette section, l'impact des défauts inhérents à la fabrication additive et des défauts potentiellement non identifiés tels que ceux liés à la jonction des fibres, est étudié expérimentalement pour la gamme de $S \in [1, 4; 6, 7]$. Les limites de la gamme ont été restreintes par rapport à l'étude numérique pour tenir compte des possibilités d'impression (limite basse) et du besoin de mesurer un coefficient d'absorption pas trop faible pour pouvoir effectuer une caractérisation inverse fiable (limite haute).

Caractérisation inverse

Sept échantillons homogènes sont utilisés pour obtenir le modèle corrigé expérimentalement décrivant la variation des paramètres JCAL par rapport au TR et donc à la constante de réseau normalisée S . Le diamètre de la buse de l'imprimante est $D_n = 400 \mu\text{m}$. Le TR prend les valeurs $\{15; 22; 30; 40; 50; 60; 70\}\%$ (c.à.d $S \in [1, 43; 6, 67]$).

Pour chaque échantillon, une caractérisation inverse est effectuée afin de reconstruire les paramètres JCAL expérimentalement. Les limites des paramètres JCAL sont fixées autour des valeurs MEF de la cellule unitaire avec une section de fibres elliptique et sans rétrécissement. Les rainures devraient réduire de manière significative les longueurs caractéristiques tandis que le retrait des filaments devrait affecter la porosité, la longueur thermique et les perméabilités. Au cours du processus de caractérisation inverse, les longueurs caractéristiques peuvent varier entre 0,33 et 1,1 fois les valeurs de la cellule unitaire avec section elliptique. La porosité ϕ et la tortuosité α_∞ peuvent varier entre ± 0.1 de la valeur de la cellule unitaire, et les perméabilités q_0 et q'_0 sont comprises entre 3 et $1/3$ fois les valeurs de la cellule unitaire. Ces bornes ont été choisies en s'inspirant des résultats des simulations numériques des défauts de fabrication et validées *a posteriori* de la caractérisation inverse de tous les échantillons homogènes.

La caractérisation inverse d'échantillons homogènes conduit aux paramètres JCAL correspondant à certains TR . Pour obtenir un modèle paramétrique continu reliant les paramètres

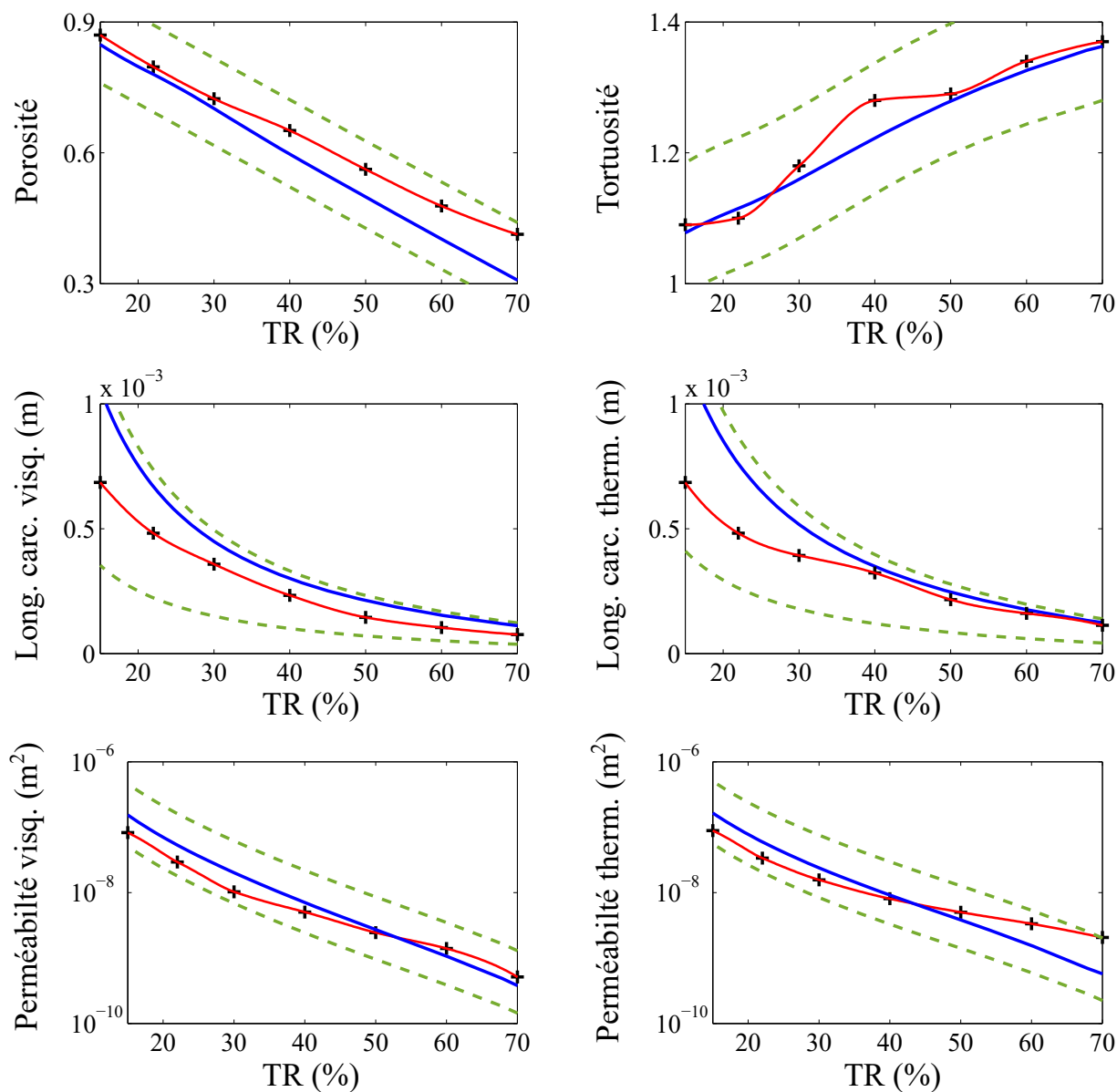


Figure 3.13 Modèle paramétrique JCAL en fonction du taux de remplissage, en considérant la cellule unitaire idéalisée (ligne bleue), à partir de la caractérisation inverse des échantillons homogènes (ligne rouge). Les lignes pointillées vertes indiquent le champ de recherche autorisé lors de la caractérisation inverse. Les marqueurs noirs indiquent les valeurs de caractérisation inverse.

JCAL au TR , des interpolations cubiques par morceaux (*Matlab*, *cubicinterp*) des données sont effectuées. Des expressions analytiques de la variation des paramètres JCAL par rapport au TR n'ont pas pu être dérivées de façon satisfaisante. En particulier, les expressions simples engendrent une perte importante de précision.

La Fig. 3.13 présente le modèle paramétrique des paramètres JCAL en fonction du TR . Les valeurs obtenues par caractérisation inverse et les courbes d'interpolations définissant le modèle de paramètres JCAL recalé sont présentées ainsi que les valeurs de la cellule unitaire idéalisée (aucun défaut, y compris la section elliptique) et les plages de recherche autorisées définies autour des valeurs de la cellule unitaire avec une section de fibres elliptique.

Effet des défauts sur les paramètres JCAL expérimentaux

Les tendances des paramètres JCAL expérimentaux en fonction du TR sont similaires aux tendances simulées à partir de la cellule unitaire idéalisée, c.à.d. ne prenant en compte aucun défaut. En détail, nous pouvons noter que :

- Les valeurs de la porosité obtenues expérimentalement sont plus élevées que celles obtenues numériquement à partir de la cellule unitaire idéalisée. La différence est plus marquée lorsque le TR est élevé, c.à.d lorsque la constante de réseau est faible. Elle est 27% plus élevée pour $TR = 70\%$. Cet effet avait déjà été observé qualitativement lors de l'étude numérique de l'impact des défauts.
- La tortuosité est assez bien prédite numériquement à partir de la cellule unitaire idéalisée, ce qui est conforme aux simulations conduites en présence de défauts. Le plus grand décalage est observé pour $TR = 40\%$ où la tortuosité obtenue expérimentalement n'est néanmoins supérieure que de 0,06% à celle de la cellule unitaire idéalisée. Une telle différence de tortuosité n'a qu'un faible impact sur la réponse acoustique d'un matériau poreux.
- Les longueurs caractéristiques expérimentales sont inférieures à celles obtenues numériquement en considérant la cellule unitaire idéalisée. La longueur caractéristique visqueuse est en moyenne 30% plus faible expérimentalement et le décalage est presque constant. Un décalage vers le bas presque constant a été prédit numériquement qualitativement et est dû à la présence de rainures sur la surface des filaments.

La longueur caractéristique thermique expérimentale est proche de celle obtenue numériquement en considérant la cellule unitaire idéalisée pour des TR moyens et élevés,

c.à.d des constantes de réseau moyennes et faibles. De plus, pour $TR = 15\%$, la longueur expérimentale est inférieure de 40%. Les simulations des défauts suggèrent que le décalage vers le bas de la longueur caractéristique thermique causé par la présence de rainures à la surface des filaments peut être partiellement compensé par une section elliptique de filaments et subissant de la striction pour les constantes de réseau élevées ; ce qui n'est cependant pas le cas.

- Les simulations ont prévu que les perméabilités soient plus élevées en présence de défauts, en particulier pour les constantes de réseau faibles. Cette prévision est confirmée expérimentalement. Pour $TR = 70\%$ la perméabilité visqueuse expérimentale est 15% plus élevée que celle calculée numériquement en considérant la cellule unitaire idéalisée et la perméabilité thermique est 3 fois plus élevée. Cependant, pour une constante de réseau élevée, la tendance est inversée. Pour $TR = 15\%$, les deux perméabilités expérimentales sont 45% plus faibles. Il convient de noter que toute perméabilité supérieure à $\approx 2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$ donnera des courbes d'absorption superposées, à condition que tous les autres paramètres JCAL soient maintenus constants. Ainsi, les perméabilités obtenues à partir de la caractérisation inverse des échantillons à constante de réseau élevée ($TR < 30\%$) doivent être considérées avec prudence.

À titre d'illustration, les paramètres JCAL de deux échantillons homogènes utilisés pour le processus de caractérisation inverse ($TR = 50\%$, c.à.d $S = 2$ et $TR = 30\%$, c.à.d $S = 3,33$) sont résumés dans le Tableau 3.4. Ce tableau présente les valeurs de la simulation de microstructure idéalisée, et les valeurs obtenues par caractérisation inverse.

Les coefficients d'absorption de ces échantillons sont présentés dans la Fig. 3.14. Comme observé par [76], le coefficient d'absorption mesuré est plus élevé que celui simulé en considérant la microstructure idéalisée. L'augmentation atteint 0,1 et les deux courbes suivent la même tendance. Soulignons que la disparité entre les coefficients d'absorption mesurés et simulés n'est pas la seule conséquence des possibles erreurs de mesures acoustiques identifiées §1.4.1. Les coefficients d'absorption d'échantillons homogènes mesurés ne correspondent pas aux simulations prenant en compte une microstructure idéalisée et il est clair que la géométrie imprimée diffère de celle simulée idéalisée ce qui entraîne des divergences acoustiques.

Enfin, la caractérisation inverse fournit des résultats très satisfaisants pour trois raisons. Premièrement, les paramètres JCAL extraits de la caractérisation inverse suivent des tendances monotones réalistes (Fig. 3.13). Deuxièmement, le décalage des paramètres JCAL dû à la présence de défauts est généralement orienté dans la même direction numériquement et

expérimentalement. Troisièmement, les courbes d'absorption obtenues sont presque parfaitement superposées aux courbes de mesure, lorsque l'on considère les paramètres JCAL soit à partir de la caractérisation inverse, soit à partir du modèle paramétrique corrigé (Fig. 3.14). Ce dernier point souligne simplement le fait que la méthode de caractérisation inverse est fonctionnelle.

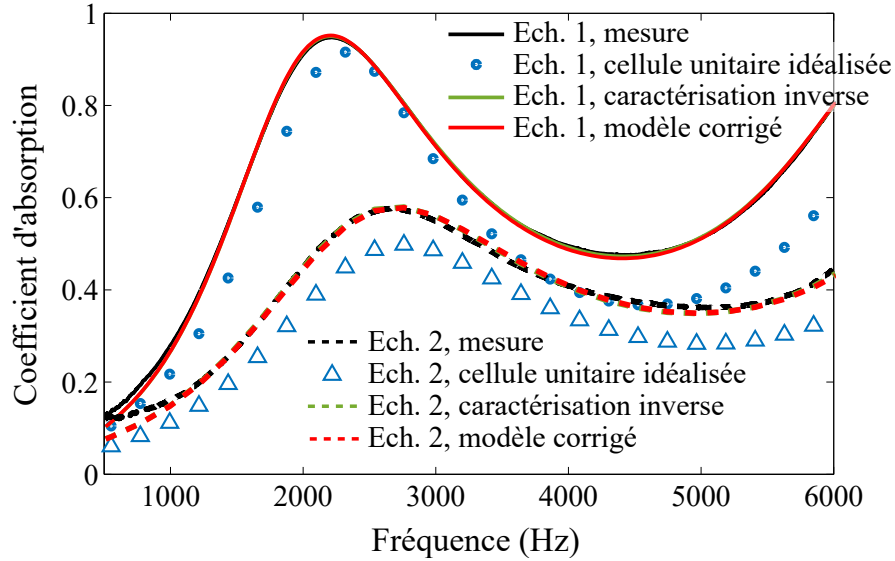


Figure 3.14 Coefficient d'absorption, sur fond rigide, mesuré (lignes noires), simulé en considérant la géométrie idéalisée (marqueurs), obtenu à partir de la caractérisation inverse (lignes vertes) et du modèle recalé (rouge) de deux échantillons homogènes.

Échantillon 1 : $TR = 50\%$, c.à.d $S = 2$. Échantillon 2 : $TR = 30\%$, c.à.d $S = 3,33$. Les paramètres JCAL de ces échantillons sont donnés par le Tableau 3.4.

Tableau 3.4 Paramètres JCAL d'échantillons homogènes calculés numériquement en considérant une cellule unitaire idéalisée (haut) et obtenus par caractérisation inverse (bas). $D = 400 \mu\text{m}$.

	S	ϕ	α_∞	$\Lambda(\mu\text{m})$	$\Lambda'(\mu\text{m})$	$q_0(10^{-9}\text{m}^2)$	$q'_0(10^{-9}\text{m}^2)$
Simulation	2	0,51	1,28	217	252	2,89	4,05
	3,33	0,71	1,16	447	515	20,0	23,7
	TR(%)	ϕ	α_∞	$\Lambda(\mu\text{m})$	$\Lambda'(\mu\text{m})$	$q_0(10^{-9}\text{m}^2)$	$q'_0(10^{-9}\text{m}^2)$
Reconstitution	50	0,56	1,29	145	216	2,45	5,02
	30	0,72	1,18	358	393	10,3	15,7

3.2.6 Validation

Pour valider le modèle prédictif corrigé, un échantillon bi-couche ($TR = [60; 30]\%$, c.à.d., $S = [1, 67; 3, 33]$), un échantillon tri-couche ($TR = [44; 55; 33]\%$, c.à.d., $S = [2, 27; 1, 82; 3, 03]$) et un échantillon à six couches ($TR = [15; 25; 35; 45; 55; 65]\%$, c.à.d., $S = [6, 67; 4, 00; 2, 86; 2, 22; 1, 82; 1, 54]$) ont été imprimés et simulés par la TMM. Il convient de noter qu'une partie seulement des TR considérés correspondent aux TR des échantillons homogènes utilisés pour la caractérisation inverse afin de montrer que l'interpolation des paramètres JCAL entre les TR des échantillons homogène est valide. Chaque échantillon a été imprimé en une seule fois (pas de collage ou d'assemblage manuel). La Fig. 3.15 présente le coefficient d'absorption mesuré et prédit des échantillons multicouches. Il est présenté pour les deux orientations de l'échantillon. L'échantillon bi-couche est composé de deux couches de 15 mm d'épaisseur, l'échantillon tri-couche est composé de trois couches de 10 mm d'épaisseur et l'échantillon à six couches est composé de six couches de 5 mm d'épaisseur. Les coefficients d'absorption prédits par le modèle considérant la cellule unitaire idéalisée ne correspondent pas bien aux coefficients d'absorption mesurés. À l'inverse, le modèle recalé, (Fig. 3.13), donne des courbes en très bon accord avec les valeurs expérimentales.

3.2.7 Routine d'obtention du modèle paramétrique de l'évolution des paramètres JCAL

L'approche visant à prendre en compte l'impact des défauts de géométrie est résumée dans la Fig. 3.16. Elle peut être appliquée à d'autres matériaux poreux et à d'autres techniques de fabrication. Elle consiste à simuler les paramètres JCAL de la cellule unitaire à l'aide de la MAM. Des mesures géométriques et acoustiques expérimentales, ainsi que des caractérisations inverses d'échantillons homogènes, fournissent le modèle paramétrique. Les défauts qui peuvent être décrits simplement et avec précision, tels que la section elliptique ou le rétrécissement de la section des filaments, peuvent être pris en compte dans la définition de la cellule unitaire, tandis que les défauts compliqués ou aléatoires tels que les rainures sont pris en compte en corrigeant expérimentalement le modèle paramétrique de fluide équivalent. La connaissance préalable des plages plausibles des paramètres JCAL simplifie le processus de recalage.

La TMM utilisant les paramètres JCAL du modèle recalé est appliquée à des échantillons multicouches et ses prédictions sont comparées à des mesures expérimentales afin de valider le processus de recalage.

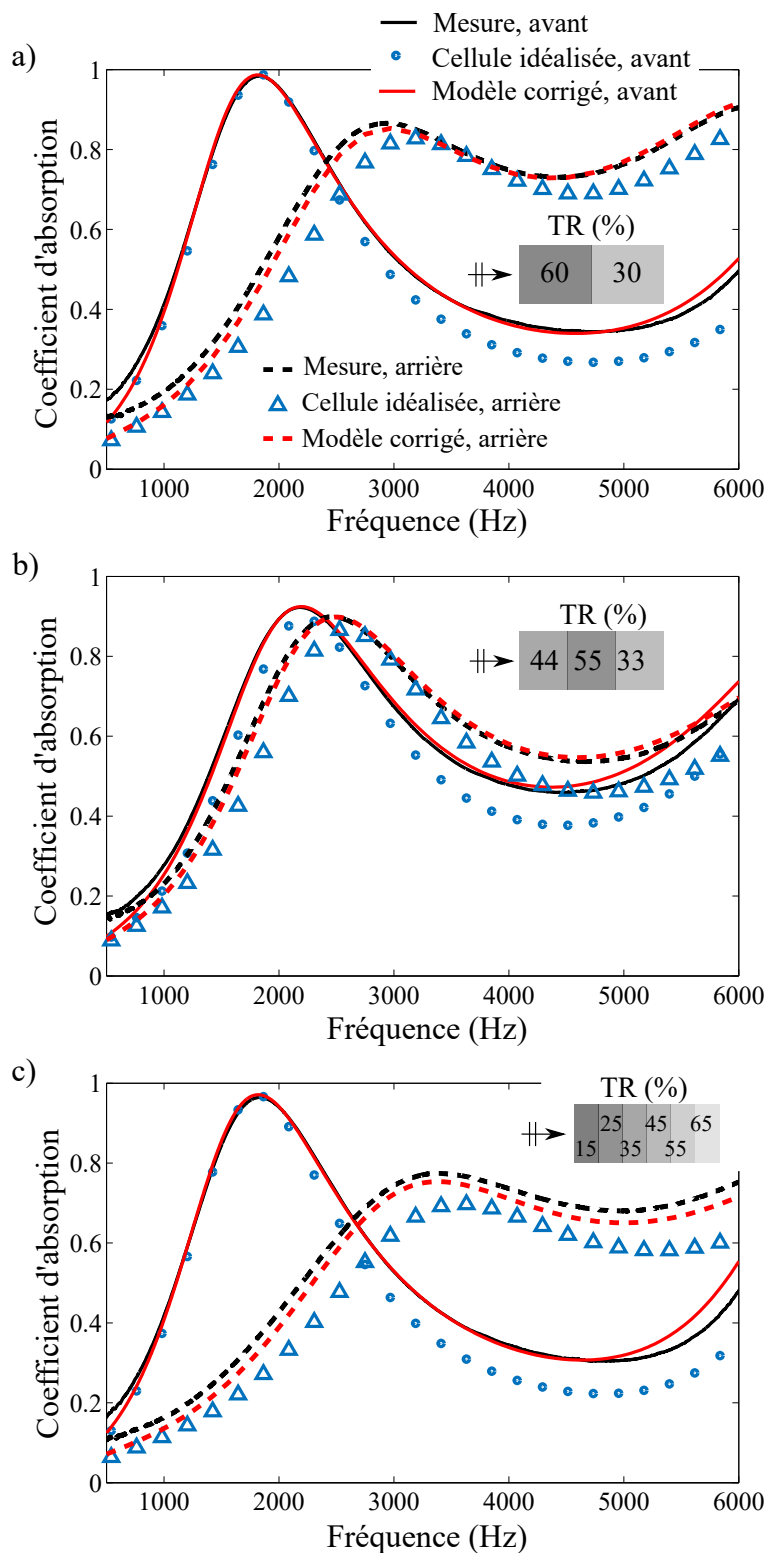


Figure 3.15 Coefficient d'absorption sur fond rigide de multicouches de 30 mm d'épaisseur, $D_n = 400 \mu\text{m}$, échantillons mesurés (lignes noires) et simulés sans tenir compte des défauts (marques bleues) et simulés par le modèle recalé (lignes rouges). Mesure dans les deux orientations.

a) $TR = [60; 30]\%$. b) $TR = [44; 55; 33]\%$. c) $TR = [15; 25; 35; 45; 55; 65]\%$.

3.2.8 En résumé

Dans cette section, les différences entre un micro-treillis idéalisé et sa géométrie réelle ont été discutées. L'utilisation d'un modèle idéalisé permet de prédire approximativement le comportement acoustique du milieu réel. Cependant, négliger les défauts micro-géométriques tels que la section elliptique des filaments, le rétrécissement de leur section ou les micro-rainures répartis sur leur surface, réduit le pouvoir prédictif du modèle idéalisé appliqué à échantillon réel. L'effet qualitatif de chaque défaut a été analysé en termes d'impact sur les paramètres JCAL. Certains d'entre eux dépendent de l'espacement des filaments, en particulier lorsque cet espacement est très faible. Une routine de recalage basée sur la connaissance préalable approximative des paramètres JCAL et sur une méthode de caractérisation inverse peut facilement être réalisée pour accorder au mieux les paramètres JCAL aux valeurs expérimentales des mesures d'absorption acoustique. Le bon accord expérimental avec le sur un traitement multi-couche avec le modèle recalé ouvre la voie à l'optimisation de gradient de propriétés présentée dans le chapitre suivant.

Les résultats présentés dans ce chapitre se focalisent sur les micro-treillis imprimés par méthode FDM. Cependant, les défauts micro-géométriques ne sont spécifiques ni à ce type de matériau poreux ni à cette technique de fabrication additive en particulier. La routine permettant d'obtenir un modèle précis de l'évolution des paramètres JCAL peut être appliquée à d'autres matériaux poreux fabriqués par d'autres procédés d'impression 3D tels que la SLA.

Enfin soulignons que les défauts micro-géométriques dépendent très probablement du dispositif de fabrication. En d'autres termes, deux imprimantes synchronisées du même modèle, pourraient ne pas fabriquer des échantillons ayant les mêmes paramètres acoustiques. La question sera étudiée par Zielinski *et al.* [92]. De la même manière, les défauts micro-géométriques peuvent dépendre de l'usure de l'appareil, en particulier de la buse.

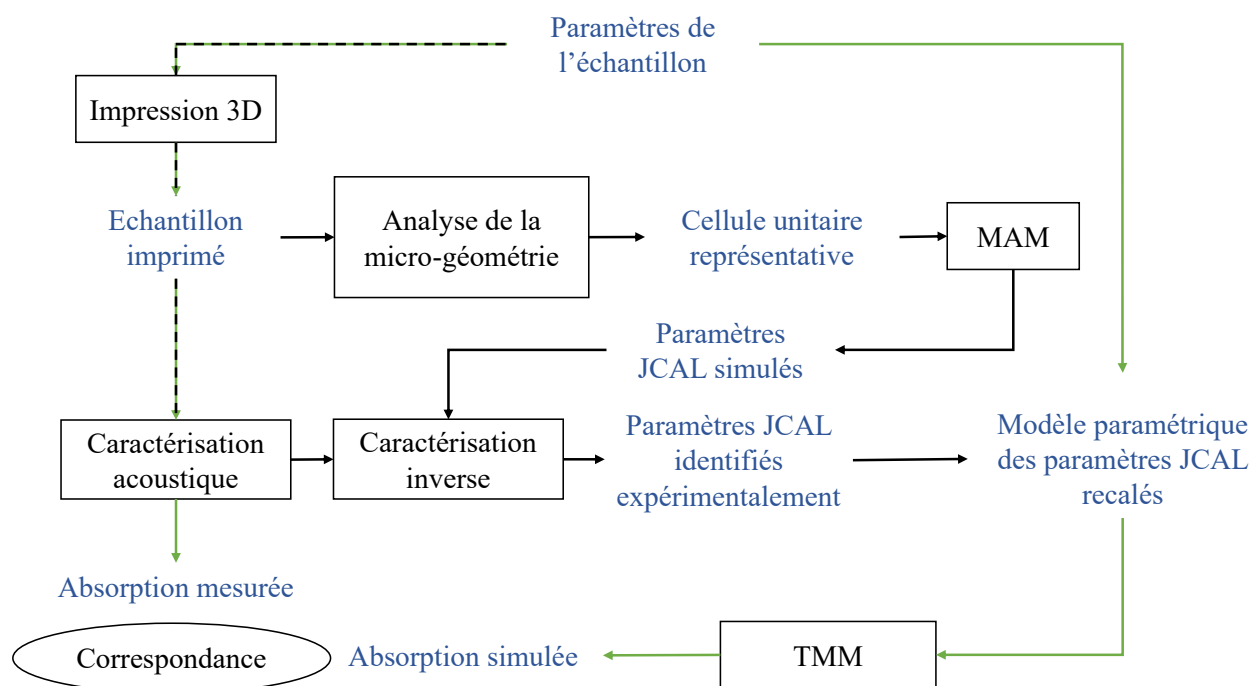


Figure 3.16 Diagramme de routine. Suivre les lignes noires conduit au modèle paramétrique des paramètres JCAL recalé par rapport au paramètre de l'échantillon considéré. Les lignes vertes indiquent comment confirmer l'exactitude du modèle recalé.

CHAPITRE 4 MATÉRIAUX POREUX A GRADIENT DE PROPRIÉTÉS

Ce chapitre présente les équations de propagation dans une couche poreuse à gradient de propriétés, des méthodes d'optimisation de gradients de propriétés et leur application en incidence normale, en fond rigide puis libre. Les équations de propagation, § 4.1, et les méthodes d'optimisation, § 4.3, considèrent le cas général de matériaux dont les directions principales ne sont pas alignées avec celles du traitement, Eq. (2.21), tandis que les applications de l'optimisation de gradient de propriétés, § 4.4 et § 4.5, ne font appel qu'à des matériaux dont les directions principales sont alignées avec celles du traitement. Les performances acoustiques du matériau sur fond rigide optimisé sont comparées selon que le matériau soit homogène, à gradient monotone ou à gradient libre. Les résultats numériques montrent, dépendamment de l'objectif fixé, soit un déplacement du pic d'absorption parfaite vers des fréquences plus basses, soit un élargissement de la plage de fréquences d'absorption parfaite pour les matériaux à gradient de propriétés par rapport aux matériaux homogènes. Les résultats sont validés expérimentalement sur des échantillons imprimés par procédé FDM, confirmant ainsi la pertinence d'un tel gradient ainsi que l'efficacité de l'ensemble du processus de conception.

4.1 Propagation dans un matériau poreux quasi-isotrope à gradient de propriétés

4.1.1 Description du problème

Les matériaux poreux avec lesquels nous travaillons se comportent acoustiquement comme des fluides équivalents quasi-isotropes à réaction non localisée, voir §. 1.3.2 et 2.1.4. Intéressons nous à présent à la propagation d'une onde de pression dans ces matériaux lorsqu'ils présentent un gradient de propriétés au sein de leur épaisseur et que leurs directions principales ne sont pas alignées avec celles du traitement.

La Fig. 4.1 présente schématiquement le problème considéré. Le milieu poreux est noté $\Omega^{[p]}$ et l'air extérieur $\Omega^{[0]}$. La couche poreuse est considérée infinie dans ses directions transverses \mathbf{x} et \mathbf{y} . Ses faces supérieure et inférieure sont parallèles et normales à \mathbf{z} . Sa face supérieure est notée Γ_0 et correspond à la position $z = 0$ tandis que sa face inférieure est notée Γ_L et correspond à la position $z = L$. Dans $\Omega^{[0]}$, le vecteur d'onde de l'onde incidente est $\mathbf{k}^{[0]}$ de

norme $k^{[0]}$. Ses composantes dans le repère $\mathbf{R}_0 = \{\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}\}$ sont

$$\begin{cases} k_x^i &= -k^{[0]} \cos(\theta) \cos(\psi), \\ k_y^i &= -k^{[0]} \cos(\theta) \sin(\psi), \\ k_z^i &= k^{[0]} \sin(\theta). \end{cases} \quad (4.1)$$

Le champ de pression incident considéré unitaire est donc

$$p^i(x, y, z, t) = e^{-i(k_z^i z + k_x^i x + k_y^i y)} e^{i\omega t}. \quad (4.2)$$

En considérant un milieu à gradient de propriétés selon z , anisotrope et donc une densité tensorielle, les Eqs. (2.4 et 2.5) de propagation dans le milieu poreux s'écrivent

$$\rho_{eq}(z, \omega) \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -\mathbf{grad}(p), \quad (4.3)$$

$$\frac{-1}{K_{eq}(z, \omega)} \frac{\partial p}{\partial t} = \text{div}(\mathbf{V}). \quad (4.4)$$

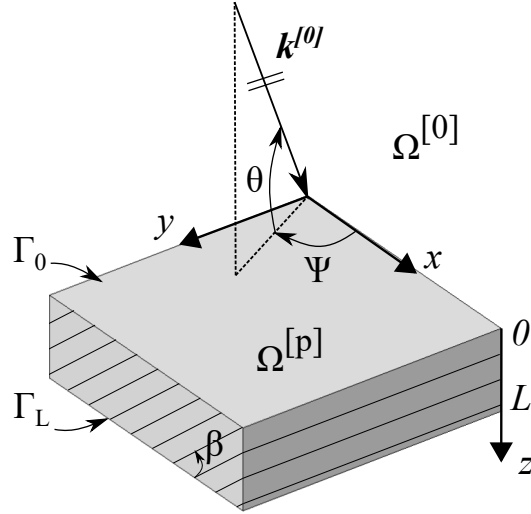


Figure 4.1 Schéma du problème

4.1.2 Formalisme de vecteurs d'état

Ce système peut être réécrit comme une équation différentielle matricielle du premier ordre après introduction de $\mathbf{W} = {}^T\langle p, V_z \rangle$ le vecteur d'état dans le milieu poreux avec $V_z = \mathbf{V} \cdot \mathbf{e}_z$ la composante normale du champ de vitesse,

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{W}(z, \omega) - \mathbf{A}(z, \omega) \mathbf{W}(z, \omega) = \mathbf{0}. \quad (4.5)$$

En remplaçant ρ_{eq} par son expression dans le repère \mathbf{R}_0 , Eq. (2.21), dans les Eqs. (4.3 et 4.4), nous obtenons

$$-i\omega p = K_{eq} \left(\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} \right), \quad (4.6)$$

$$V_x \rho_{xz} + V_z \rho_{zz} = \frac{i}{\omega} \frac{\partial p}{\partial z}, \quad (4.7)$$

$$V_y \rho_{yy} = \frac{k_y^i}{\omega} p, \quad (4.8)$$

$$V_x \rho_{xx} + V_z \rho_{xz} = \frac{k_x^i}{\omega} p. \quad (4.9)$$

Ainsi, dans \mathbf{R}_0 , la matrice reliant le vecteur d'état à sa dérivée s'écrit

$$\mathbf{A}_{\mathbf{R}_0}(z, \omega) = -i \begin{bmatrix} \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}} k_x^i & \omega \tilde{\rho}_{zz} \\ \frac{\omega}{\tilde{K}} & \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}} k_x^i \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

avec

$$\tilde{\rho}_{zz} = \rho_{zz} - \frac{(\rho_{xz})^2}{\rho_{xx}}, \quad (4.11)$$

$$\frac{1}{\tilde{K}} = \frac{1}{K_{eq}} - \frac{(k_x^i)^2}{\rho_{xx}\omega^2} - \frac{(k_y^i)^2}{\rho_{yy}\omega^2}. \quad (4.12)$$

Si le matériau est à réaction localisée alors $V_x = V_y = 0$ et la matrice reliant le vecteur d'état à sa dérivée devient dans \mathbf{R}_0

$$\mathbf{A}_{\mathbf{R}_0, Local}(z, \omega) = -i \begin{bmatrix} 0 & \omega \rho_{zz} \\ \frac{\omega}{K_{eq}} & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

L'expression des champs de pression et de vitesse entourant la couche poreuse permet d'introduire les coefficients de réflexion \mathcal{R} et de transmission \mathcal{T} . À l'interface Γ_0 , dans $\Omega^{[0]}$ les

champs de pression et de vitesse s'écrivent, en considérant une onde incidente unitaire

$$\begin{cases} p^{[0]} = 1 + \mathcal{R}, \\ V_z^{[0]} = \frac{k_z^i}{\omega \rho_0} (1 - \mathcal{R}). \end{cases} \quad (4.14)$$

La continuité du champ de pression, $p^{[0]}(\Gamma_0) = p^{[p]}(\Gamma_0)$, et la continuité de la composante normale du champ de vitesse, $V_z^{[0]}(\Gamma_0) = V_z^{[p]}(\Gamma_0)$, impliquent que le vecteur d'état sur Γ_0 s'écrit

$$\mathbf{W}(\Gamma_0) = {}^T \langle 1 + \mathcal{R}; \frac{k_z^i}{\omega \rho_0} (1 - \mathcal{R}) \rangle. \quad (4.15)$$

Similairement, si la couche poreuse est sur fond libre, le vecteur d'état sur Γ_L s'écrit

$$\mathbf{W}(\Gamma_L) = {}^T \langle \mathcal{T}; \frac{k_z^i}{\omega \rho_0} \mathcal{T} \rangle. \quad (4.16)$$

À l'inverse, si la couche poreuse repose sur un fond rigide, la vitesse normale des particules est nulle et le vecteur d'état sur Γ_L devient

$$\mathbf{W}(\Gamma_L) = {}^T \langle p^{[p]}(L); 0 \rangle. \quad (4.17)$$

4.1.3 En résumé

Les coefficients de réflexion et de transmission d'une couche poreuse assimilable à un fluide équivalent sont recherchés. Les équations fondamentales régissant la propagation dans les fluides anisotropes hors directions principales et à gradient de propriétés sont connues. Elles peuvent mener à une équation différentielle matricielle du premier ordre faisant intervenir le vecteur et la matrice d'état. Les conditions aux limites de cette équation s'expriment en fonction des coefficients de réflexion et de transmission et sont donc inconnues. La résolution de cette équation demande donc encore quelques manipulations.

4.2 Obtention des coefficients de réflexion et de transmission

4.2.1 Méthode de Matrices de Transfert

Après avoir posé l'équation d'état sous sa forme différentielle, Eq. (4.5), passons à sa résolution. Commençons par le cas particulier où la couche poreuse est homogène ou bien discrétisée par une superposition de couches homogènes. À l'intérieur de chacune des couches, la matrice reliant le vecteur d'état à sa dérivée ne dépend plus de z : $\mathbf{A}(z, \omega) = \mathbf{A}(\omega)$. Le lien entre

le vecteur d'état d'un côté et le vecteur d'état de l'autre coté d'une couche homogène peut alors se faire par le biais de la Méthode de Matrices de Transfert (TMM).

Considérons la couche $\Omega^{[p]}$ d'épaisseur L assimilable à un fluide ou à un fluide équivalent. Sa matrice de transfert $\mathbf{T}(L, [p])$ relie les vecteurs d'état en $z = 0$ et $z = L$

$$\mathbf{W}(z = L) = \mathbf{T}(L, [p])\mathbf{W}(z = 0). \quad (4.18)$$

Si le fluide est isotrope, sa matrice de transfert est bien connue et vaut [14]

$$\mathbf{T}(L, [p]) = \begin{bmatrix} \cos(k_z L) & -i \frac{\omega \rho_{eq}}{k_z} \sin(k_z L) \\ -i \frac{k_z}{\omega \rho_{eq}} \sin(k_z L) & \cos(k_{eq,z} L) \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

avec $k_z^2 = k_{eq}^2 - (k_x^i)^2 - (k_y^i)^2$ et $\text{Re}(k_z) \geq 0$, $\text{Im}(k_z) \leq 0$.

Remarque : Dans certains ouvrages, dont [14], la matrice de transfert ne correspond pas à l'Eq. (4.18) mais à

$$\mathbf{W}(z = 0) = \tilde{\mathbf{T}}(L, [p])\mathbf{W}(z = L). \quad (4.20)$$

La matrice de transfert vaut alors, par changement de variable ou inversion de \mathbf{T}

$$\tilde{\mathbf{T}}(L, [p]) = \begin{bmatrix} \cos(k_z L) & +i \frac{\omega \rho_{eq}}{k_z} \sin(k_z L) \\ +i \frac{k_{eq,z}}{\omega \rho_{eq}} \sin(k_z L) & \cos(k_z L) \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Attardons nous à présent à l'obtention de la matrice de transfert d'une couche de fluide équivalent anisotrope, hors directions principales, Eq. (2.21). Pour ce faire, reprenons l'équation d'état différentielle Eq. (4.5) écrite à l'intérieur de la couche homogène du milieu $\Omega^{[p]}$. Vu que la couche est homogène, sa matrice d'état \mathbf{A} ne dépend pas de z . Nous avons donc dans \mathbf{R}_0

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{W}(z, \omega) - \mathbf{A}(\omega) \mathbf{W}(z, \omega) = \mathbf{0}, \quad (4.22)$$

$$\mathbf{A}(\omega) = -i \begin{bmatrix} \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}} k_x^i & \omega \tilde{\rho}_{zz} \\ \frac{\rho_{xx}}{\tilde{K}} & \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}} k_x^i \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

À la vue des Eqs. (4.18 et 4.22), il est clair que la matrice de transfert $\mathbf{T}(L, [p])$ est l'exponentielle de la matrice $\mathbf{A}L$. Pour la calculer, il faut commencer par diagonaliser \mathbf{A} en

$\mathbf{A} = \mathbf{V}\mathbf{B}\mathbf{V}^{-1}$ avec \mathbf{V} la matrice des vecteurs propres de \mathbf{A} et \mathbf{B} la matrice des valeurs propres de \mathbf{A} . Ensuite, nous pouvons écrire que $\mathbf{T}(L, [p]) = \exp_m(\mathbf{A}L) = \mathbf{V} \exp_m(\mathbf{B}L) \mathbf{V}^{-1}$, avec $\mathbf{W}(L) = \mathbf{T}(L, [p])\mathbf{W}(0)$.

Ainsi, la diagonalisation de \mathbf{A} donne

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} -\sqrt{\tilde{K}\tilde{\rho}_{zz}} & \sqrt{\tilde{K}\tilde{\rho}_{zz}} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = -i \begin{bmatrix} k_x^i \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}} - \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} & 0 \\ 0 & k_x^i \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}} + \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

L'exponentielle de la matrice $\mathbf{B}L$ s'écrit

$$\exp_m(\mathbf{B}L) = \exp \left(-ik_x^i \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}} L \right) \begin{bmatrix} \exp \left(i\omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} L \right) & 0 \\ 0 & \exp \left(-i\omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} L \right) \end{bmatrix}, \quad (4.25)$$

et finalement l'exponentielle de la matrice $\mathbf{A}L$ qui est aussi la matrice de transfert $\mathbf{T}(L, [p])$ s'écrit

$$\exp_m(\mathbf{A}L) = \exp \left(-ik_x^i \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}} L \right) \begin{bmatrix} \cos \left(\omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} L \right) & -i \sin \left(\omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} L \right) \sqrt{\tilde{K}\tilde{\rho}_{zz}} \\ -i \sin \left(\omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} L \right) / \sqrt{\tilde{K}\tilde{\rho}_{zz}} & \cos \left(\omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} L \right) \end{bmatrix}, \quad (4.26)$$

qu'il est possible de réécrire pour se ramener aux notations de l'Eq. (4.19)

$$\exp_m(\mathbf{A}L) = \exp(CL) \begin{bmatrix} \cos(k_z L) & -i \frac{\omega \tilde{\rho}_{zz}}{k_z} \sin(k_z L) \\ -i \frac{k_z}{\omega \tilde{\rho}_{zz}} \sin(k_z L) & \cos(k_z L) \end{bmatrix}, \quad (4.27)$$

avec

$$C = -ik_x^i \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}}, \quad (4.28)$$

$$k_z = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{K}}} = \omega \sqrt{\frac{\rho_{zz} - (\rho_{xz})^2 / \rho_{xx}}{K_{eq}}} \sqrt{1 - (k_x^i)^2 \frac{K_{eq}}{\omega^2 \rho_{xx}} - (k_y^i)^2 \frac{K_{eq}}{\omega^2 \rho_{yy}}}, \quad (4.29)$$

$$\text{Re}(k_z) \geq 0, \quad \text{Im}(k_z) \leq 0.$$

La matrice de transfert de la couche de fluide isotrope, Eq. (4.19), est un cas particulier de celle de la couche de fluide anisotrope hors directions principales, Eq. (4.27).

De plus, si le fluide est à réaction localisée, alors sa matrice de transfert s'écrit

$$\mathbf{T}(L, [p])_{Local} = \begin{bmatrix} \cos(k_{z,Local} L) & -i \frac{\omega \rho_{zz}}{k_{z,Local}} \sin(k_{z,Local} L) \\ -i \frac{k_{z,Local}}{\omega \rho_{zz}} \sin(k_{z,Local} L) & \cos(k_{z,Local} L) \end{bmatrix}, \quad (4.30)$$

avec

$$k_{z,Local} = \omega \sqrt{\frac{\rho_{zz}}{K_{eq}}}. \quad (4.31)$$

La matrice de transfert d'une couche poreuse $\Omega^{[p]}$ composée de plusieurs couches homogènes $\Omega^{[p_i]}$ est le produit des matrices de transfert de chacune des couches

$$\mathbf{T}([p]) = \prod_i \mathbf{T}([p_i]). \quad (4.32)$$

Une fois la matrice de transfert de la couche poreuse calculée, les coefficients de réflexion et de transmission peuvent être calculés.

Si l'échantillon est sur fond libre, l'injection des Eqs. (4.15 et 4.16) dans l'Eq. (4.18) mène aux expressions de \mathcal{R} et \mathcal{T}

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}(\omega) = \frac{\mathbf{T}_{(2,1)} + \xi(-\mathbf{T}_{(1,1)} + \mathbf{T}_{(2,2)}) - \xi^2 \mathbf{T}_{(1,2)}}{-\mathbf{T}_{(2,1)} + \xi(\mathbf{T}_{(1,1)} + \mathbf{T}_{(2,2)}) - \xi^2 \mathbf{T}_{(1,2)}}, \\ \mathcal{T}(\omega) = \mathbf{T}_{(1,1)}(1 + \mathcal{R}) + \mathbf{T}_{(1,2)}\xi(1 - \mathcal{R}), \\ \text{avec } \xi = \frac{k_z^i}{\omega \rho_0}. \end{array} \right. \quad (4.33)$$

Si la couche poreuse est sur fond rigide, l'injection des Eqs. (4.15 et 4.17) dans Eq. (4.18) mène à l'expression de \mathcal{R}

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{R}(\omega) = \frac{\xi \mathbf{T}_{(2,2)} + \mathbf{T}_{(2,1)}}{\xi \mathbf{T}_{(2,2)} - \mathbf{T}_{(2,1)}}, \\ \text{avec } \xi = \frac{k_z^i}{\omega \rho_0}. \end{array} \right. \quad (4.34)$$

Dans les deux cas, il est intéressant de remarquer que le terme $\exp(CL)$ de la matrice de transfert s'annule lors du calcul du coefficient de réflexion.

4.2.2 Séries de Peano

La TMM permet de prédire le comportement de couches poreuses homogènes ou composées d'une superposition de couches homogènes. Lorsque la couche poreuse présente un gradient

continu, la matrice d'état dépend de z et la résolution de l'équation différentielle, Eq. (4.5), ne peut plus se faire par le biais d'une exponentielle de matrice. Elle ne peut pas non plus être résolue numériquement à l'aide d'un schéma d'équation différentielle numérique car les conditions limites $\mathbf{W}(z = L)$ et $\mathbf{W}(z = 0)$ dépendent des coefficients de réflexion \mathcal{R} et de transmission \mathcal{T} qui sont eux mêmes recherchés. La solution peut en revanche être obtenue en calculant le matricant \mathbf{M} de la matrice \mathbf{A} qui vérifie

$$\mathbf{W}(z = L) = \mathbf{M}\mathbf{W}(z = 0). \quad (4.35)$$

\mathbf{M} est défini par l'intégrale multiplicative respectant l'expansion en séries de Peano [93–95].

Si \mathbf{A} est continue sur $z \in [0, L]$, et commute avec elle même $[\mathbf{A}(t), \mathbf{A}(s)] = 0 \ \forall t, s \in [0, L]$, \mathbf{M} peut être évaluée comme [93, Lemme 2]

$$\mathbf{M}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{I}_n(\omega), \quad (4.36)$$

$$\text{avec } \mathbf{I}_n(\omega) = \frac{1}{n!} \left(\int_0^L \mathbf{A}(z, \omega) \, dz \right)^n \quad (4.37)$$

En pratique, \mathbf{M} ne peut être évaluée de cette manière que si les propriétés de la couche poreuse sont constantes au sein de son épaisseur. Cela signifie que \mathbf{A} ne dépend que de la fréquence et non de z . Nous retrouvons alors la configuration traitée par la TMM, voir § 4.2.1.

Sinon, \mathbf{M} peut être évaluée grâce à l'expansion en séries de Peano [94]

$$\mathbf{M}(\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{I}_n(L, \omega), \quad (4.38)$$

$$\begin{cases} \mathbf{I}_0 = \mathbf{I}_d, \\ \mathbf{I}_n(\xi, \omega) = \int_0^\xi \mathbf{A}(z, \omega) \mathbf{I}_{n-1}(z, \omega) \, dz, \\ \mathbf{I}_n(L, \omega) = \int_0^L \mathbf{A}(\xi, \omega) \mathbf{I}_{n-1}(\xi, \omega) \, d\xi \end{cases} \quad (4.39)$$

En pratique, les propriétés de la couche poreuse doivent être continues. Cela implique qu'un saut de propriété ne peut être simulé de cette manière, dans ce cas il est préférable d'utiliser la TMM, voir § 4.2.1.

Les coefficients de réflexion et de transmission sont enfin obtenus en remplaçant la matrice de transfert \mathbf{T} par le matricant \mathbf{M} de la matrice \mathbf{A} reliant le vecteur d'état à sa dérivée,

dans les Eqs. (4.33 et 4.34).

4.2.3 Wave Splitting

Nous avons vu que le calcul du matricant \mathbf{M} de la matrice \mathbf{A} permet de déduire les coefficients de réflexion et de transmission d'une couche poreuse à gradient de propriétés. Cette section présente une autre méthode moins directe mais qui s'avère être plus efficace et apporte plus d'informations sur la propagation de l'onde de pression dans la couche poreuse.

Par analogie avec l'électro-magnétisme [96, 97], la méthode de "vacuum wave splitting" est utilisée [50]. Le champ de pression est exprimé dans $\Omega^{[0]}$ et s'écrit

$$p^\pm = \frac{1}{2} \left(p^{[0]} \pm \tilde{Z}_0 V_z^{[0]} \right), \quad (4.40)$$

avec $\tilde{Z}_0 = Z_0 / \cos(\theta)$. L'utilisation de la méthode de "vacuum wave splitting" permet d'éviter d'écrire le champ de pression à l'intérieur du matériau poreux dont les propriétés dépendent de z à la différence de \tilde{Z}_0 dans $\Omega^{[0]}$. Le champ de pression peut aussi s'écrire sous un format matriciel

$$\mathbf{S} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{X}, \quad (4.41)$$

$$\text{avec } \mathbf{S} = \begin{pmatrix} p^+ \\ p^- \end{pmatrix}, \mathbf{X} = \begin{pmatrix} p^{[0]} \\ V_z^{[0]} \end{pmatrix}, \mathbf{Z} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \tilde{Z}_0 \\ 1 & -\tilde{Z}_0 \end{bmatrix}.$$

En notant qu'aux interfaces Γ , $\mathbf{X} = \mathbf{W}$, l'équation d'état différentielle, Eq. (4.5), devient

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{S} - \mathbf{Z} \mathbf{A} \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{S} = \mathbf{0}. \quad (4.42)$$

Le tenseur $\mathbf{Z} \mathbf{A} \mathbf{Z}^{-1}$ est égal à

$$\mathbf{Z} \mathbf{A} \mathbf{Z}^{-1} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -E^+ & -E^- \\ E^- & E^+ \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

avec

$$C = -i k_x^i \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}}, \quad (4.44)$$

$$E^\pm = \frac{i\omega}{2} \left(\frac{\tilde{Z}_0}{\tilde{K}} \pm \frac{\tilde{\rho}_{zz}}{\tilde{Z}_0} \right). \quad (4.45)$$

Si le milieu est considéré à réaction localisée, alors la réécriture des équations à partir de la

matrice d'état Eq. (4.13) donne

$$C_{Local} = 0, \quad (4.46)$$

$$E_{Local}^{\pm} = \frac{i\omega}{2} \left(\frac{\tilde{Z}_0}{K} \pm \frac{\rho_{zz}}{\tilde{Z}_0} \right). \quad (4.47)$$

L'Eq. (4.42) peut finalement être réécrite dans $\Omega^{[p]}$ comme suit

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} p^+ \\ p^- \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} C - E^+ & -E^- \\ +E^- & C + E^+ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} p^+ \\ p^- \end{pmatrix} = \mathbf{0}. \quad (4.48)$$

Deux grandeurs $R(z, \omega)$ et $T(z, \omega)$ sont ensuite introduites et définies au travers de

$$\begin{cases} p^-(z, \omega) = R(z, \omega)p^+(z, \omega), \\ p^+(L^+, \omega) = T(z, \omega)p^+(z, \omega). \end{cases} \quad (4.49)$$

Le coefficient de réflexion du traitement poreux est donc $R(0, \omega) = \mathcal{R}(\omega)$ et le coefficient de transmission $T(0, \omega) = \mathcal{T}(\omega)$.

À partir des Eqs. (4.48 et 4.49), il est possible d'écrire le système suivant

$$\frac{\partial}{\partial z} R = E^- + 2E^+ R + E^- R^2, \quad (4.50)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} T = (-C + E^+)T + E^- RT. \quad (4.51)$$

Si la couche poreuse est entourée d'air, les conditions aux limites en $z = L$ sont $R(L, \omega) = 0$ et $T(L, \omega) = 1$ [50, 67] et les Eqs. (4.50 et 4.51) doivent être résolues simultanément. Si le traitement poreux est posé sur fond rigide en $z = L$, la seule condition aux limites est $R(L, \omega) = 1$ et seule l'Eq. (4.50) est résolue.

La solution est trouvée en intégrant depuis $z = L$ où les conditions aux limites sont connues, jusqu'à $z = 0$ en utilisant une méthode de résolution d'équation différentielle.

Cette forme permet de visualiser que le terme de couplage C n'apparaît pas dans l'Eq. (4.50) et que le coefficient de réflexion ne dépend donc pas de C . Cette observation était déjà valable pour les milieux stratifiés. Cependant, l'expression n'est plus linéaire puisque des termes en R^2 ou RT apparaissent.

Les fonctions de Green, G^+ et G^- sont définies par [50, 98]

$$p^\pm(z, \omega) = G^\pm(z, \omega)p^\pm(L, \omega). \quad (4.52)$$

Les Eqs. (4.49 et 4.52) peuvent être combinées pour exprimer $R(z, \omega)$ et $T(z, \omega)$ en faisant apparaître les fonctions de Green

$$R(z, \omega) = \frac{G^-(z, \omega)}{G^+(z, \omega)}, \quad (4.53)$$

$$T(z, \omega) = \frac{T(L, \omega)}{G^+(z, \omega)}. \quad (4.54)$$

Remplacer p^+ et p^- dans l'Eq. (4.48) par leur expression faisant apparaître les fonctions de Green mène au système d'équations différentielles du premier ordre

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} G^+(z, \omega) \\ G^-(z, \omega) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C - E^+ & -E^- \\ +E^- & C + E^+ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} G^+(z, \omega) \\ G^-(z, \omega) \end{pmatrix}. \quad (4.55)$$

Si la couche poreuse est entourée d'air, les conditions aux limites en $z = L$ sont $R(L, \omega) = 0$ et $T(L, \omega) = 1$. Elles impliquent pour les fonctions de Green

$$\begin{aligned} G^+(L, \omega) &= 1, \\ G^-(L, \omega) &= 0. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Si le traitement poreux est posé sur fond rigide en $z = L$, la seule condition aux limites est $R(L, \omega) = 1$. Elle implique pour les fonctions de Green

$$\frac{G^+(L, \omega)}{G^-(L, \omega)} = 1. \quad (4.57)$$

La solution de l'Eq. (4.55) avec les conditions aux limites, Eq. (4.56) ou Eq. (4.57) est trouvée en intégrant depuis $z = L$ où les conditions aux limites sont connues, jusqu'à $z = 0$ en utilisant une méthode de résolution d'équation différentielle.

Les coefficients de réflexion et éventuellement de transmission sont

$$\mathcal{R}(\omega) = \frac{G^-(0, \omega)}{G^+(0, \omega)}, \quad (4.58)$$

$$\mathcal{T}(\omega) = \frac{1}{G^+(0, \omega)}. \quad (4.59)$$

L'introduction des fonctions de Green permet de résoudre le problème tout en conservant un système différentiel du premier ordre. Cependant, cette forme ne permet pas de visualiser que le coefficient de réflexion ne dépend pas de C . De plus, même si seul le coefficient de réflexion est recherché, le système Eq. (4.55) entier doit être résolu.

4.2.4 Convergence des méthodes et remarques

Trois méthodes prédisant le comportement d'une couche poreuse à gradient de propriétés ont été présentées. Leurs prédictions sont à présent comparées sur un cas test. Il permet de discuter des spécificités de ces méthodes, de leurs avantages et inconvénients.

Une onde plane incidente forme les angles $\theta = 60^\circ$ et $\psi = 0^\circ$ avec la couche poreuse, voir Fig. 4.1 pour l'orientation des angles. Le milieu poreux considéré est composé d'une couche de 10 mm et d'une couche 20 mm d'épaisseur. Leurs paramètres JCAL sont présentés dans le Tableau 4.1. L'angle entre les directions principales du milieu poreux et le repère principal autour de l'axe \mathbf{y} est $\beta = 60^\circ$. Le domaine fréquentiel est discrétisé linéairement entre 10 et 10 000 Hz avec 100 points.

La TMM est prise comme référence car elle permet de considérer un profil de propriétés discret et fournit un résultat "exact" dans le sens où elle n'emploie aucun schéma numérique

Tableau 4.1 Paramètres JCAL de la couche poreuse pour validation des méthodes analytiques. La couche $i = 1$ fait face à l'onde incidente.

i	L (mm)	β	ϕ	$\alpha_\infty^{\parallel}$ α_∞^\perp	$\Lambda^\parallel(\mu\text{m})$ $\Lambda^\perp(\mu\text{m})$	$\Lambda'(\mu\text{m})$	$q_0^{\parallel}(10^{-10}\text{m}^2)$ $q_0^\perp(10^{-10}\text{m}^2)$	$q_0'(10^{-10}\text{m}^2)$
1	10	60°	0,58	1,49 1,22	69 100	104	7,9 9,3	17,7
2	20	60°	0,80	1,21 1,14	150 243	442	49,4 85,7	129,9

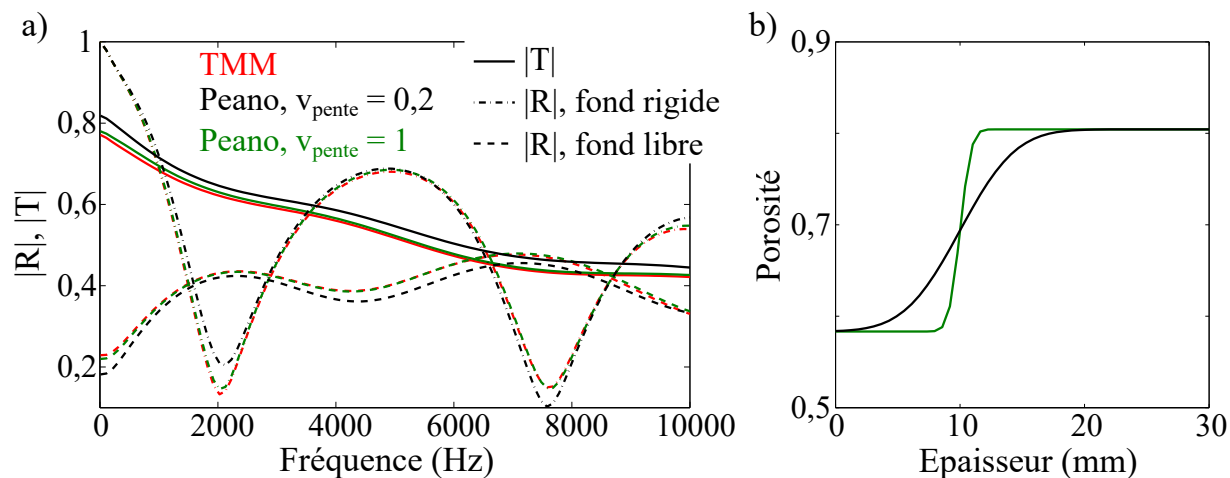


Figure 4.2 a) Comparaison de prédiction des modules des coefficients de réflexion et de transmission par TMM et séries de Peano. Module des coefficients. b) Profils de porosités considérés par les séries de Peano.

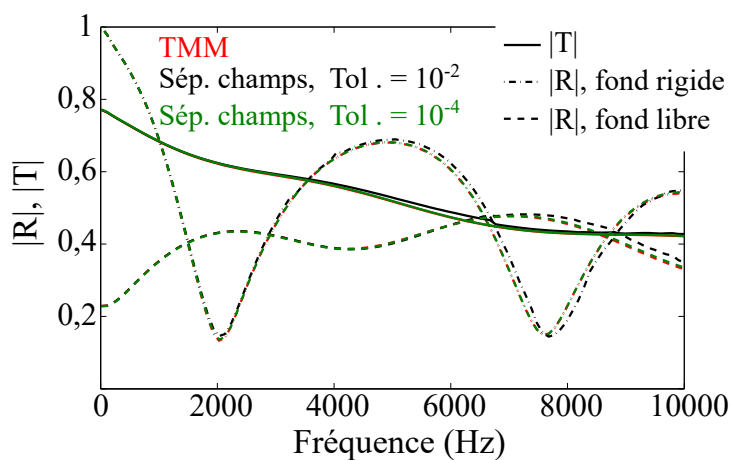


Figure 4.3 Comparaison de prédiction des modules des coefficients de réflexion et de transmission par TMM et *wave splitting*.

ni troncature de somme. Les modules des coefficients de réflexion et de transmission avec et sans fond rigide sont présentés en rouge sur la Fig. 4.2a).

Le temps de calcul évolue linéairement avec le nombre de matrices de transfert calculées donc linéairement avec le nombre de fréquences et le nombre de couches qui composent le matériau. Avec un ordinateur de bureau pris comme référence de comparaison des différentes méthodes, la simulation de la couche poreuse présentée demande environ 6.10^{-3} s pour 100 fréquences et 2 couches soit environ 2.10^{-5} s pour calculer une matrice de transfert (1 fréquence et 1 couche). Cette méthode est très rapide car elle relie les vecteurs d'état entre les deux faces d'une couche homogène sans avoir besoin de calculer explicitement le vecteur d'état à l'intérieur de la couche.

Les séries de Peano demandent à ce que le gradient de propriétés soit continu. Pour ce faire, la fonction d'erreur de Gauss *erf* est utilisée pour raccorder de manière continue les propriétés d'une couche à la suivante, comme suggéré dans [50]. La pente de la fonction est pilotée par un paramètre v_{pente} , voir Fig. 4.2 b). Plus il est élevé et plus la pente est forte et donc plus le matériau simulé s'approche du bi-couche considéré. Le profil est discrétisé en 50 points. Par ailleurs, le matricant calculé par le biais de l'expansion en séries de Peano est une somme infinie de termes, Eq. (4.38). Numériquement, nous ne considérons que les 50 premiers termes.

Comme nous pouvons le voir sur la Fig. 4.2 a), les coefficients de réflexion et de transmission se rapprochent de ceux calculés par TMM à mesure que le matériau considéré se rapproche du bi-couche de référence.

Le temps de calcul évolue linéairement avec le nombre de fréquences, avec le nombre de points qui discrétisent le profil et avec le nombre de termes de la série de Peano. La simulation du matériau considéré demande environ 10 s.

La méthode de *wave splitting* permet de considérer des profils à gradient continu ou discret. La résolution fait appel à une méthode de résolution d'équation différentielle. Sans rentrer dans les détails, nous pouvons souligner qu'il en existe plusieurs et que le choix de la méthode dépend de l'équation à résoudre et du rapport entre temps de calcul et précision de la solution recherchée. Aussi bien pour la résolution des Eqs. (4.50 et 4.51) que pour l'Eq. (4.55), il s'avère que la méthode de Rosenbrock (1963) est plus efficace qu'une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Cette dernière méthode est implémentée dans la fonction *ode23s* de *Matlab*.

Les autres méthodes ont tendance à prédire des coefficients légèrement bruités. Les tolérances sur l'erreur relative et l'erreur absolue impactent la précision du résultat et la vitesse d'exécution de la méthode. Les coefficients présentés sur la Fig.4.3, ont été calculés avec une tolérance de 10^{-2} (vert) et 10^{-4} (noir) sur les deux erreurs. Plus la tolérance est faible et plus le résultat s'approche de la prédiction de la TMM (rouge).

Le temps de calcul évolue linéairement avec le nombre de fréquences, et logarithmiquement avec le nombre de points qui discrétisent le profil. Il augmente avec la diminution de la tolérance sur les erreurs. La simulation du matériau considéré demande environ 10 s avec des tolérances à 10^{-4} . Si seul le coefficient de réflexion est calculé *via* l'Eq. (4.50) alors le temps de calcul est divisé par deux.

4.2.5 En résumé

Trois méthodes permettant d'obtenir les coefficients de réflexion et de transmission, en incidence quelconque, d'une couche poreuse anisotrope à gradient de propriétés au sein de son épaisseur et assimilable à un fluide équivalent ont été décrites. Elles sont tirées de la littérature et ont du être adaptées aux fluides anisotropes hors directions principales. Par la suite, la TMM sera utilisée pour prédire le comportement des multicouches (gradient discret) et la méthode de *wave splitting* le sera pour les milieux à gradient continu.

4.3 Optimisation de gradients de propriétés

L'objectif de l'optimisation du gradient de propriétés est de rapprocher le plus possible les coefficients de réflexion et/ou de transmission d'une couche poreuse de valeurs cibles en ajustant sa microstructure ou ses paramètres de fabrication. Cette optimisation peut ainsi permettre d'imiter un comportement de référence, par exemple dans un contexte de caractérisation inverse, ou permettre de maximiser l'absorption de la couche poreuse à gradient de propriétés, dans un contexte de recherche de performances. La fonction de coût J à minimiser se lit comme suit

$$J(\mathbf{q}(z)) = \sum_{\omega} W(\omega) \left(|\mathcal{R}(\mathbf{q}(z), \omega) - \mathcal{R}_{obj}(\omega)|^2 + |\mathcal{T}(\mathbf{q}(z), \omega) - \mathcal{T}_{obj}(\omega)|^2 \right), \quad (4.60)$$

avec $\mathcal{R}_{obj}(\omega)$ et $\mathcal{T}_{obj}(\omega)$ les coefficients de réflexion et de transmission cibles, $W(\omega)$ la fonction de pondération des fréquences utilisée pour favoriser des plages de fréquence cibles, et le vecteur $\mathbf{q}(z)$ des paramètres micro-structuraux ou de fabrication variant au sein de l'épais-

seur de la couche poreuse $z = [0; L]$ et étant l'objet de l'optimisation. Dans le cas où nous cherchons à maximiser l'absorption de la couche poreuse, $\mathcal{R}_{obj}(\omega)$ et $\mathcal{T}_{obj}(\omega)$ valent 0. Si la couche poreuse repose sur un fond rigide alors \mathcal{T} est nul.

Dans les sous-sections qui suivent, deux méthodes d'optimisation de gradient continu et une méthode d'optimisation de gradient discret sont détaillées.

4.3.1 Gradient monotone

Comme présenté sur la Fig. 4.4, les panneaux absorbants utilisés dans les studios d'enregistrement ou les chambres anéchoïques sont souvent constitués d'un ensemble de polyèdres de matériau poreux homogène dont la base est plaquée contre le mur d'une pièce. En considérant une surface suffisamment grande de ces panneaux, il apparait que la quantité de matériau poreux est d'autant plus élevée que l'on s'approche du mur sur lequel ils reposent. Ainsi, pour des longueurs d'onde acoustiques suffisamment plus grandes que la largeur des motifs des panneaux, ceux-ci se comportent comme des matériaux poreux possédant un gradient de propriétés monotone au sein de leur épaisseur : leur porosité et perméabilités effectives ne font que diminuer au sein de leur épaisseur.

Ce type de gradient est souvent décrit comme optimal car il permet de passer progressivement de l'air au matériau poreux en réalisant une variation douce de l'impédance caractéristique du matériau poreux (Z_{eq}) et ainsi obtenir une impédance de surface de traitement adaptée à celle de l'air ($Z_s = Z_0$). L'adaptation d'impédance est ainsi pressentie et globalement vérifiée expérimentalement comme le montre la large utilisation de panneaux absorbants à motifs polyédriques. Pour autant il n'est pas prouvé que le profil est optimal.

Il est donc intéressant de considérer des gradients de propriétés monotones, étant de fait la référence des gradients de propriétés. Ainsi, un algorithme d'optimisation de gradient de propriétés contraint à être monotone est proposé. Il est inspiré de [99]. Son but est de minimiser la fonction coût définie par Eq. (4.60) en optimisant un gradient de paramètres de fabrication ou micro-géométriques variant de façon monotone. Pour plus de clarté, seul un paramètre q est optimisé par cet algorithme. Le profil de $q(z)$ est obtenu en interpolant une fonction continue à partir d'un ensemble discret de N points équidistants $q_n = q(z_n)$ où $z_0 = 0$ et $z_N = L$. Une interpolation par des splines cubiques d'Hermite (Matlab, *pchip*) est utilisée. La fonction interpolée est C^1 (sa dérivée première existe et est continue), et respecte la tendance des données. Ainsi, si $q_{n+1} < q_n \forall n \in [0, N]$, alors q est strictement décroissant.

Les valeurs de q_n sont optimisées au moyen d'un algorithme de Nelder–Mead minimisant la fonction coût J et satisfaisant la condition $q_{n+1} < q_n, \forall n \in [0, N]$. De plus, le paramètre optimisé peut être borné entre q_{min} et q_{max} pour des raisons pratiques et/ou physiques. Dans ce cas, $q_{min} \leq q_n \leq q_{max}, \forall n \in [0, N]$ doit aussi être respecté.

4.3.2 Gradient libre : Algorithme de gradient conjugué non linéaire

Cette méthode permet d'optimiser un gradient de propriétés continu et borné. Le gradient est dit "libre" en opposition au gradient forcé à être monotone présenté précédemment. Il couvre donc un plus large champ de possibilités possiblement plus favorables à la maximisation de l'absorption que le gradient forcé à être monotone. La méthode d'optimisation du gradient monotone libérée de la condition de monotonie $q_{n+1} < q_n \forall n \in [0, N]$ pourrait être employée. Cependant, le profil optimisé dépendrait du nombre N de points du profil. La méthode ne permettrait donc pas d'atteindre tous les profils possibles. Afin de s'affranchir de cette limitation, l'optimisation du gradient de propriétés est effectuée en utilisant une méthode de gradient conjugué non linéaire.

La méthode du gradient conjugué non linéaire [100] est une généralisation de la méthode du gradient conjugué [101], qui peut minimiser toute fonction continue du moment que le gradient de la fonction coût peut être calculé. La convergence vers le minimum global n'est pas assurée si la fonction minimisée possède des minima locaux. La méthode est itérative, la variable optimisée $\mathbf{q}(z)$ prend une valeur initiale $\mathbf{q}^{(0)}(z)$ qui est ensuite mise à jour $\mathbf{q}^{(i)}(z)$ jusqu'à la convergence de la méthode. La mise à jour consiste à calculer une direction de recherche puis de l'ajouter un certain nombre de fois à la variable optimisée.

Cette méthode a été utilisée à des fins de caractérisation inverse de milieux isotropes à gradient de propriétés : des lignes de transmission en électromagnétisme [97] et des milieux poreux en acoustique [67]. Nous l'avons adaptée aux milieux poreux anisotropes hors directions principales et adapté sa fonction de caractérisation inverse en une fonction d'optimisation de paramètres micro-structuraux ou de fabrication. En d'autres termes, au lieu de retrouver les paramètres JCAL variant au sein de l'épaisseur d'une couche poreuse (caractérisation inverse), la méthode permet à présent d'optimiser les paramètres qui gouvernent sa micro-structure. Notre approche est donc orientée vers l'optimisation de paramètres directement réglables expérimentalement. Rappelons que le réglage de la microstructure est grandement simplifiée par l'utilisation de l'impression 3D.

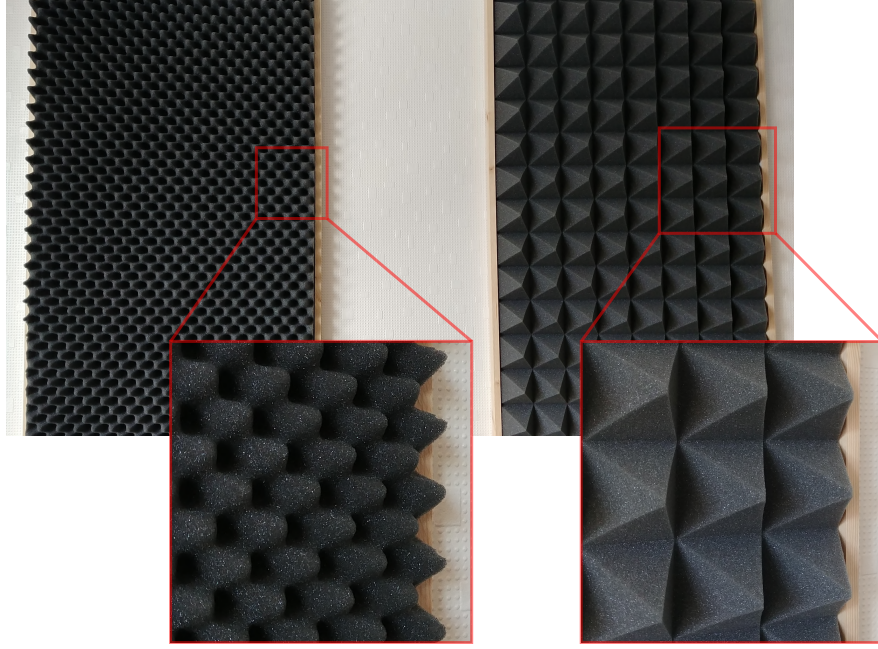


Figure 4.4 Photographies de panneaux absorbants commerciaux.

Rentrons à présent dans les détails des étapes de la méthode.

Étape 0 : Estimation initiale

$$\mathbf{q}^{(0)}(z) = \text{cte } \forall z \in [0; L]. \quad (4.61)$$

Étape 1 : Première direction de recherche

Appliquer $i = 0$. Calculer $R(z)$ et $T(z) \forall z \in [0; L]$ grâce aux Eqs. 4.50, 4.51) ou Eqs. (4.58, 4.59) et en considérant les conditions aux limites correspondant au fond rigide ou au fond libre. Calculer le gradient de la fonction coût

$$\mathbf{G}(\mathbf{q}^{(0)}) = \left[\frac{\partial J}{\partial q_1^{(0)}}, \frac{\partial J}{\partial q_2^{(0)}}, \dots, \frac{\partial J}{\partial q_n^{(0)}} \right]. \quad (4.62)$$

Appliquer $\mathbf{D}^{(0)} = \mathbf{G}(\mathbf{q}^{(0)})$ avec $\mathbf{D}^{(i)}$ la direction de recherche de l'itération i .

Étape 2 : Pas de descente

Calculer $\lambda^{(i)}$ réel et positif de même dimension que \mathbf{q} , tel que

$$J(\mathbf{q}^{(i)} - \lambda^{(i)} \mathbf{D}^{(i)}) = \min_{\lambda \in \mathbb{R}^{n+}} J(\mathbf{q}^{(i)} - \lambda \mathbf{D}^{(i)}). \quad (4.63)$$

La taille du pas de descente est obtenue par une méthode itérative. Si p est un paramètre unique, la technique de recherche de la section d'or présentée par Kiefer en 1953 est utilisée pour trouver la taille du pas optimale. Sinon, la méthode de Nelder-Mead est appliquée. Cette dernière méthode est heuristique mais elle est rapide et efficace lorsque seuls quelques paramètres sont optimisés.

Étape 3 : Mise à jour de \mathbf{q}

$$\mathbf{q}^{(i+1)}(z) = \mathbf{q}^{(i)}(z) - \lambda^{(i)} \mathbf{D}^{(i)}(z). \quad (4.64)$$

Étape 4 : Nouvelle direction de recherche

$$\mathbf{G}^{(i+1)} = \mathbf{G}(\mathbf{q}^{(i+1)}), \quad (4.65)$$

$$\mathbf{D}^{(i+1)} = \mathbf{G}^{(i+1)} + \beta^{(i)} \mathbf{D}^{(i)}. \quad (4.66)$$

$\beta^{(i)}$ peut être calculé par la formule de Polak–Ribiere avec une ré-initialisation automatique

$$\beta^{(i)} = \max \left(\frac{\tau \mathbf{G}^{(i+1)} \mathbf{G}^{(i+1)} - \tau \mathbf{G}^{(i+1)} \mathbf{G}^{(i)}}{\tau \mathbf{G}^{(i)} \mathbf{G}^{(i)}}, 0 \right). \quad (4.67)$$

Si i est plus grand que le nombre maximum d'itérations fixé par l'utilisateur ou que J est convergé alors l'algorithme s'arrête. Sinon $i = i + 1$ et boucler à l'**Étape 2**.

Gradient de la fonction coût

Le calcul du gradient de la fonction coût n'étant pas trivial, il est à présent détaillé.

Les variations infinitésimales de $R(z, \omega, \mathbf{q})$ et de $T(z, \omega, \mathbf{q})$ résultant d'une petite perturbation $\delta \mathbf{q}$ des paramètres micro-géométriques sont $\delta R(z, \omega, \mathbf{q}) = R(z, \omega, \mathbf{q} + \delta \mathbf{q}) - R(z, \omega, \mathbf{q})$ et $\delta T(z, \omega, \mathbf{q}) = T(z, \omega, \mathbf{q} + \delta \mathbf{q}) - T(z, \omega, \mathbf{q})$ respectivement. Que la couche poreuse soit sur fond libre ou rigide,

$$\delta R(z = L, \omega, \mathbf{q}) = 0, \quad (4.68)$$

$$\delta T(z = L, \omega, \mathbf{q}) = 0, \quad (4.69)$$

puisque la condition aux limites ne dépend pas des propriétés du matériau. La perturbation

des Eqs. (4.50, 4.51) par $\delta \mathbf{q}$ conduit donc à

$$\frac{\partial}{\partial z} \delta R - 2(E^+ + E^- R) \delta R = 2R \delta E^+ + (1 + R^2) \delta E^-, \quad (4.70)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \delta T - (E^+ - C + E^- R) \delta T = T(\delta E^+ - \delta C + \delta E^- R + E^- \delta R), \quad (4.71)$$

avec

$$\delta E^\pm = \frac{i\omega}{2} (\tilde{Z}_0 \delta \tilde{K}^{-1} \pm \tilde{Z}_0^{-1} \delta \tilde{\rho}_{eq}), \quad (4.72)$$

$$\delta C = -ik_x^i \delta \frac{\rho_{xz}}{\rho_{xx}}. \quad (4.73)$$

La dérivée totale de la densité et du module de compressibilité du fluide équivalent hors directions principales sont exprimées comme la somme de leurs dérivées partielles

$$\delta \tilde{\rho} = \sum_{m=1}^n \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial q_m} \delta q_m, \quad (4.74)$$

$$\delta \tilde{K}^{-1} = \sum_{m=1}^n \frac{\partial \tilde{K}^{-1}}{\partial q_m} \delta q_m. \quad (4.75)$$

S'il n'existe pas d'expression analytique des dérivées partielles, elles doivent être calculées en utilisant la définition de la dérivée

$$\frac{\partial f}{\partial z} = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \frac{f(z + \delta z) - f(z)}{\delta z}. \quad (4.76)$$

C'est le cas des dérivées partielles par rapport à la constante de réseau (ou au TR en pratique) car elle fait varier tous les paramètres JCAL d'une manière qui ne peut pas être écrite analytiquement. Inversement, la variation théorique des paramètres JCAL en fonction de D est analytique, voir § 2.2.6.

La variation de la fonction coût perturbée par $\delta \mathbf{q}$ prend la forme [97]

$$\delta J(\mathbf{q}) = 2\text{Re} \sum_{\omega} u_R(0, \omega) \delta R(0, \omega) + u_T(0, \omega) \delta T(0, \omega), \quad (4.77)$$

avec

$$u_R(0, \omega) = W(\omega) [\mathcal{R}(\omega) - \mathcal{R}_{obj}(\omega)]^*, \quad (4.78)$$

$$u_T(0, \omega) = W(\omega) [\mathcal{T}(\omega) - \mathcal{T}_{obj}(\omega)]^*, \quad (4.79)$$

où $*$ est la notation du complexe conjugué. L'intégration suivante est obtenue en considérant la condition aux limites Eq. (4.68)

$$\begin{aligned} \int_0^L \frac{\partial}{\partial z} (u_R(z, \omega) \delta R(z, \omega) + u_T(z, \omega) \delta T(z, \omega)) \\ = -u_R(0, \omega) \delta R(0, \omega) - u_T(0, \omega) \delta T(0, \omega). \end{aligned} \quad (4.80)$$

Le terme de droite de cette équation est inclus dans l'Eq. (4.77). L'intégrande du terme de gauche peut être écrit à partir des Eqs. (4.50, 4.51)

$$\frac{\partial}{\partial z} u_R \delta R = \delta R \left(\frac{\partial u_R}{\partial z} + 2u_R(E^+ + E^- R) \right) + u_R (2R \delta E^+ + (1 + R^2) \delta E^-), \quad (4.81)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} u_T \delta T = \delta T \left(\frac{\partial u_T}{\partial z} + u_T(E^+ - C + E^- R) \right) + u_T T (\delta E^+ - \delta C + \delta E^- R) \\ + \delta R (u_T E^- T). \end{aligned} \quad (4.82)$$

Les fonctions arbitraires $u_R(z, \omega)$ et $u_T(z, \omega)$ sont choisies de manière à ce que les dépendances en δR et δT à droite de l'égalité disparaissent. Pour ce faire, elles doivent vérifier

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} u_R \\ u_T \end{pmatrix} = - \begin{bmatrix} 2(E^+ + E^- R) & E^- T \\ 0 & E^+ - C + E^- R \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u_R \\ u_T \end{pmatrix}. \quad (4.83)$$

Ce système différentielle d'ordre 1 accompagné de ses conditions aux limites, Eqs. (4.78 et 4.79) peut être résolu par une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 (*Matlab*, *ode45*). Les Eqs. (4.81, 4.82) deviennent

$$\frac{\partial}{\partial z} u_R \delta R = u_R (2R \delta E^+ + (1 + R^2) \delta E^-), \quad (4.84)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} u_T \delta T = u_T T (\delta E^+ - \delta C + \delta E^- R). \quad (4.85)$$

Une nouvelle expression de la variation de la fonction coût est ensuite obtenue en combinant les Eqs. (4.77, 4.80, 4.84 et 4.85)

$$\delta J(\mathbf{q}) = -2\text{Re} \sum_{\omega} \int_0^L u_R (2R \delta E^+ + (1 + R^2) \delta E^-) + u_T T (\delta E^+ - \delta C + \delta E^- R). \quad (4.86)$$

Cette variation peut aussi simplement être exprimée comme

$$\delta J(\mathbf{q}) = \int_0^L \sum_{m=1}^n \frac{\partial J}{\partial q_m} \delta q_m. \quad (4.87)$$

L'identification des termes de l'Eq. (4.86) avec ceux de l'Eq. (4.87) et le remplacement des dérivées par leur expression mène finalement à l'expression de la dérivée de la fonction coût

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial q_i}(z) = & -\text{Re} \sum_{\omega} i\omega u_R \left(\tilde{Z}_0(1+R)^2 \frac{\partial \tilde{K}^{-1}}{\partial q_i} - \frac{(1-R)^2}{\tilde{Z}_0} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial q_i} \right) \\ & + i\omega u_T T \left(\tilde{Z}_0(1+R) \frac{\partial \tilde{K}^{-1}}{\partial q_i} + \frac{(1-R)}{\tilde{Z}_0} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial q_i} + \frac{2k_x^i}{\omega} \frac{\partial(\rho_{xz}/\rho_{xx})}{\partial q_i} \right). \end{aligned} \quad (4.88)$$

Si seul le coefficient de réflexion est recherché, alors les équations sont plus simples et plus rapides à résoudre. L'Eq. (4.83) se réduit à

$$\frac{\partial u_R}{\partial z} = -2(E^+ + E^- R)u_R, \quad (4.89)$$

et le gradient de la fonction coût devient

$$\frac{\partial J}{\partial q_i}(z) = -\text{Re} \sum_{\omega} i\omega u_R \left(\tilde{Z}_0(1+R)^2 \frac{\partial \tilde{K}^{-1}}{\partial q_i} - \frac{(1-R)^2}{\tilde{Z}_0} \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial q_i} \right). \quad (4.90)$$

4.3.3 Gradient discret

Les matériaux multicouches sont bien connus et largement utilisés comme traitements poreux à gradient de propriétés [102]. Leur gradient est discret. Afin d'optimiser le traitement, il faut commencer par fixer un nombre entier de couches $N_c \geq 1$ qui le compose. Considérons ces couches d'épaisseur variable $\mathbf{L} = \{L_1, L_2, \dots, L_{N_c}\}$ avec $|\mathbf{L}| = L$. Là où les propriétés qui définissent la microstructure ou les paramètres de fabrication de chacune des couches sont arrangées dans le vecteur \mathbf{q} de dimension N_c .

L'optimisation du matériau peut être effectuée, parmi d'autres méthodes, par un algorithme itératif de Nelder–Mead cherchant à minimiser la fonction coût J pour déterminer les meilleurs \mathbf{q} et \mathbf{L} . Compte tenu de la méthode, plusieurs initialisations sont nécessaires pour augmenter les chances d'obtenir le minimum absolu de la fonction coût et non un minimum local.

Cette méthode est simple à implémenter car la prédiction du comportement du matériau multicouche est effectuée par la TMM et son optimisation par un algorithme de Nelder-Mead (Matlab, *fminsearch*). Elle est particulièrement efficace pour optimiser des matériaux composés d'un faible nombre de couches ($\approx < 5$). En effet, le nombre de paramètres à optimiser est

alors faible ce qui correspond au champ d'application préférentiel de la méthode de Nelder-Mead. En revanche, cette méthode est mal adaptée à l'optimisation d'un grand nombre de paramètres et donc d'un matériau composé d'un grand nombre de couches. De plus, le nombre de couches est fixé *a priori*, le profil optimisé résultant n'est donc pas forcément le profil optimal ce qui complique l'interprétation physique des profils.

4.3.4 Optimisation en champ diffus

La fonction coût telle que définie par l'Eq. (4.60) considère un angle d'incidence θ unique et dont la dépendance est omise pour plus de clarté. Elle permet donc de focaliser l'optimisation d'une couche poreuse à un angle d'incidence particulier. L'optimisation en considérant un champ diffus $\theta \in [\theta_{min}; \theta_{max}]$ est une simple généralisation. La définition du coefficient d'absorption en champ diffus est rappelée par l'Eq. (1.4). L'optimisation de gradient de \mathbf{q} pour rapprocher le coefficient d'absorption de la couche poreuse \mathcal{A}_{diff} d'une cible $\mathcal{A}_{diff,obj}$ s'écrit *via* la fonction coût J_{diff} définie par

$$J(\mathbf{q}, z)_{diff} = 1 - \sum_{\omega} W(\omega) |\mathcal{A}_{diff}(\mathbf{q}(z), \omega) - \mathcal{A}_{diff,obj}(\omega)|. \quad (4.91)$$

Les méthodes d'optimisation ne faisant pas appel au gradient de la fonction coût (Sections 4.3.1 et 4.3.3) elles demandent donc simplement de calculer l'absorption en champ diffus de la couche poreuse en fonction de la fréquence à chaque itération.

La méthode de gradient conjugué (Section 4.3.2) nécessite d'explicitier le gradient de la fonction coût. Dans le cas où l'absorption en champ diffus est cherchée à être maximisée, $\mathcal{A}_{diff,obj} = 1$, par linéarité de l'intégrale, nous pouvons écrire que le gradient de la fonction coût en champ diffus par rapport au paramètre q_i est

$$\frac{\partial J_{diff}}{\partial q_i}(z) = \int_{\theta=\theta_{min} \neq 0}^{\theta_{max}} \frac{\partial J}{\partial q_i}(\theta, z) \cos \theta \sin \theta d\theta, \quad (4.92)$$

avec $\frac{\partial J}{\partial q_i}(\theta, z)$ le gradient de la fonction coût à l'incidence θ par rapport au paramètre q_i donné par l'Eq. (4.88). L'incidence parfaitement rasante $\theta = 0$ ne peut pas être considérée car fait apparaître une division par 0. En considérant des angles d'incidence discrets et répartis linéairement, nous obtenons

$$\frac{\partial J_{diff}}{\partial q_i}(z) = \sum_{\theta=\theta_{min} \neq 0}^{\theta_{max}} \frac{\partial J}{\partial q_i}(\theta, z) \cos \theta \sin \theta. \quad (4.93)$$

4.3.5 En résumé

Afin d’approcher le plus possible un coefficient de réflexion et éventuellement de transmission cibles, un gradient de propriétés est introduit et optimisé au sein de l’épaisseur d’une couche poreuse. Il peut s’agir d’un gradient de paramètres micro-structuraux ou de fabrication. Le milieu peut être périodique ou stochastique. La condition nécessaire à l’optimisation est que la variation des paramètres JCAL (ou d’un autre modèle de fluide équivalent) par rapport aux paramètres qui varient le long de l’épaisseur soit connue. Trois méthodes ont été présentées : une d’optimisation de gradient continu et forcé à être monotone, une d’optimisation de gradient continu et libre et une d’optimisation de gradient discret et libre. Elles peuvent être appliquées à une couche poreuse en fond rigide ou libre, pour un angle d’incidence unique quelconque ou en champ diffus.

4.4 Maximisation de l’absorption en incidence normale et en fond rigide

Les méthodes d’optimisation de gradient de propriétés ont été décrites dans le cas général où une couche poreuse est placée sur un fond rigide ou un fond libre et où l’onde incidente forme un angle quelconque avec sa normale. Dans cette section, le coefficient d’absorption $\mathcal{A} = 1 - |\mathcal{R}|^2$ d’une couche poreuse reposant sur un fond rigide et excitée par une onde plane en incidence normale, est maximisé. Le coefficient d’absorption maximal est de 1, ce qui signifie qu’une absorption parfaite est obtenue. Le coefficient de réflexion pris pour objectif est donc égal à zéro $\mathcal{R}_{obj} = 0$, et aucune transmission n’est présente $\mathcal{T} = 0$.

Cette section reprend le contenu de [103].

4.4.1 Paramètres numériques

Les méthodes d’optimisation de gradient contraint à être monotone et libre sont implémentées numériquement. Les fonctions continues doivent être discrétisées. Les profils de paramètres micro-géométriques ou de fabrication au sein de l’épaisseur de la couche poreuse sont discrétisés en 100 points. Les couches poreuses considérées ont une épaisseur de 30 mm, ce qui conduit à un pas de discrétisation de 300 μm . Concernant la méthode de gradient conjugué, le nombre d’itérations est fixé à 20 et le nombre d’itérations de la recherche du pas de descente est fixé à 15. En pratique ces réglages s’avèrent donner un bon équilibre entre le temps de calcul et la convergence. L’espace des fréquences est discrétisé de manière linéaire. La fonction de pondération des fréquences W est définie comme une fonction bande passante, sa limite

inférieure W_{li} et sa limite supérieure ω_{ls} dépendent du cas d'optimisation. $W(\omega)$ est égal à 1 dans l'intervalle $2\pi[\omega_{li}, \omega_{ls}]$ et 0 ailleurs avec $0 < \omega_{li} < \omega_{ls}$.

4.4.2 Optimisation de micro-treillis idéalisé

Le micro-treillis considéré numériquement est un MT-1f, dont la représentation idéalisée est donnée par la Fig. 4.5. Pour rappel, le diamètre des filaments est noté D , la hauteur de couche TD avec $T = 1$ ici, la constante de réseau SD , la taille des pores dans la direction normale H et la porosité ϕ avec

$$H = D(S - 1), \quad (4.94)$$

$$\phi = 1 - \pi/(4S). \quad (4.95)$$

Avant d'étudier le comportement acoustique d'un micro-treillis à gradient optimisé, analysons d'abord celui d'un micro-treillis homogène. Le diamètre des fibres D et la constante de réseau SD sont constants le long de l'épaisseur du matériau homogène. La Fig. 4.6(a) montre le coefficient d'absorption de deux couches poreuses optimisées de micro-treillis homogène de 30 mm d'épaisseur avec un diamètre de fibres de $D = 100 \mu\text{m}$ et $D = 400 \mu\text{m}$, respectivement. Les deux couches sont critiqueusement couplées à leur fréquence quart d'onde f_0 . Les pics d'absorption sont plus larges avec les fibres de 100 μm de diamètre qu'avec celles de 400 μm , tandis que f_0 est légèrement plus élevée.

Cai *et al.* [18] ont suggéré que, pour un matériau à porosité ouverte ayant des pores circulaires, l'absorption parfaite est obtenue lorsque le rayon des pores est égal à l'épaisseur de la couche limite visqueuse. Cette dernière est liée à la fréquence de transition visco-intertielle, pour les matériaux à porosité élevée, comme le note également Jimenez *et al.* [104]. Dans notre cas, la porosité est généralement faible ($\phi < 0,9$) et l'absorption parfaite est obtenue pour une taille de pore $H \approx 175 \mu\text{m}$ indépendante du diamètre des fibres.

De plus, la perméabilité visqueuse diminue avec la constante de réseau normalisée S (régissant ϕ et H , voir Eqs. (4.94, 4.95)) et augmente avec le diamètre des fibres D (régissant H , voir Eq. (4.94)). Plus S et D sont faibles et plus la perméabilité visqueuse est faible. En d'autres termes, la diminution de la taille des pores et du diamètre des fibres entraîne l'augmentation de la résistivité ($\propto 1/q_0$). Lorsqu'une absorption parfaite doit être atteinte à f_0 , un diamètre de fibres plus élevé est compensé par une constante de réseau plus faible. La taille des pores est inchangée mais la porosité est fortement réduite tandis que la perméabilité visqueuse aug-

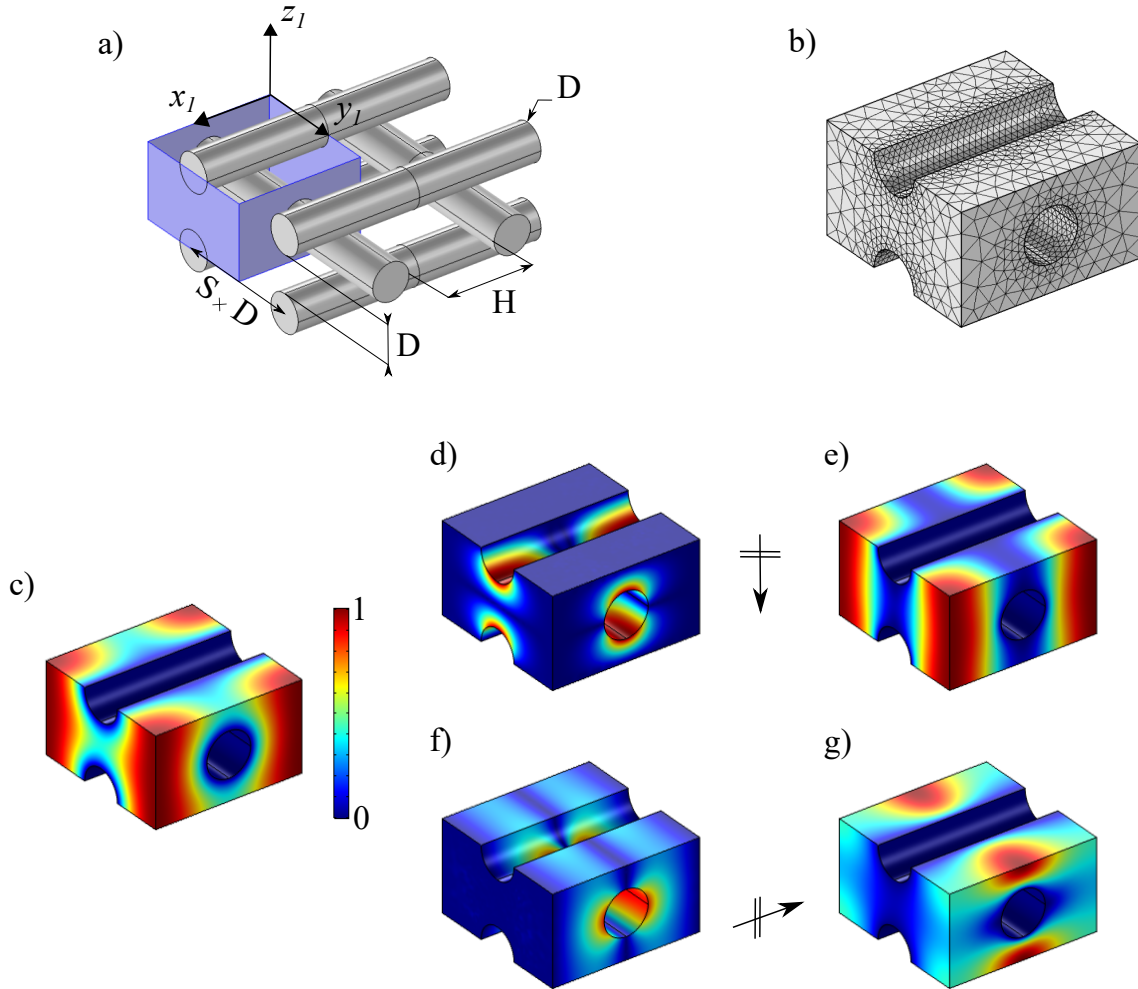


Figure 4.5 MT-1f idéalisé. $T = 1$. a) Microstructure du matériau poreux. La boîte bleue délimite une cellule unitaire. b) Phase fluide de la cellule unitaire maillée. c) Problème thermique en $\omega \rightarrow 0$, champ normalisé. d) Problème visco-inertiel dans la direction normale en $\omega \rightarrow \infty$, module du champ de vitesse normalisé. e) Problème visco-inertiel dans la direction normale en $\omega \rightarrow 0$, module du champ de vitesse normalisé. f) Problème visco-inertiel dans la direction transverse en $\omega \rightarrow \infty$, module du champ de vitesse normalisé. g) Problème visco-inertiel dans la direction transverse en $\omega \rightarrow 0$, module du champ de vitesse normalisé.

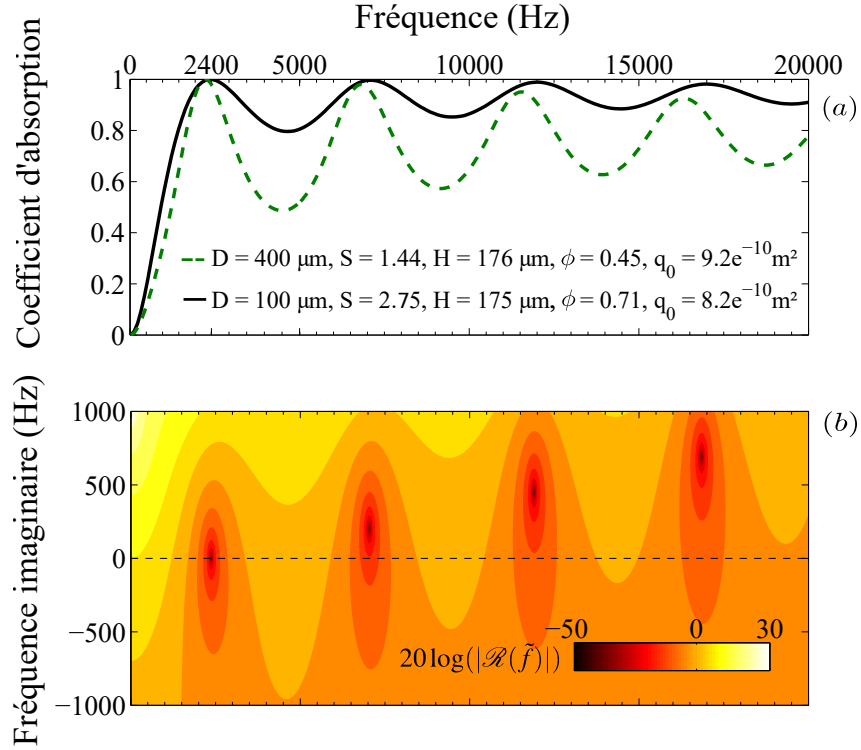


Figure 4.6 (a) Coefficient d'absorption de couche poreuse homogène de 30 mm d'épaisseur et placée sur fond rigide : fibres de 100 μm de diamètre (ligne pleine) et de 400 μm de diamètre (pointillés), les deux couches étant critiquelement couplées à f_0 . (b) Représentation de $20 \log(|\mathcal{R}|)$ dans le plan complexe des fréquences de la couche poreuse de 30 mm d'épaisseur et faite de fibres de 100 μm de diamètre.

mente légèrement. La fréquence de transition visco-inertielle du matériau en ressort diminuée. De même, la diminution du diamètre des fibres tout en maintenant une absorption parfaite à f_0 déplace vers le haut la position des pôles en l'absence de perte, diminuant ainsi le facteur de qualité associé. Ainsi, les pics d'absorption parfaite sont plus larges, mais à fréquence plus élevée lorsque le diamètre des fibres est faible et que la constante de réseau est optimisée, comme le montre la Fig. 4.6(a). Le coefficient de réflexion dans le cas d'un diamètre de fibres de $100\text{ }\mu\text{m}$ est tracé dans le plan de fréquences complexes $\tilde{f} = \text{Re}(\tilde{f}) + i \text{Im}(\tilde{f})$ sur la Fig. 4.6(b), voir § 1.3.5 pour plus de détails sur l'utilisation du plan complexe de fréquences et de la signification des termes qui lui sont associés. À f_0 , le zéro du coefficient de réflexion est exactement situé sur l'axe des fréquences réelles, confirmant ainsi l'absorption parfaite. Pour cette couche poreuse homogène, un seul zéro peut être situé sur l'axe des fréquences réelles à la fois, c'est-à-dire que l'absorption parfaite ne peut être obtenue qu'à une seule fréquence. Les pertes des zéros suivants sont trop importantes.

La couche homogène de 30 mm d'épaisseur, avec un diamètre de fibres de $100\text{ }\mu\text{m}$ (Fig. 4.6), est prise comme référence. La fréquence du premier pic d'absorption parfaite apparaît à $f_0^{ref} = 2\,400\text{ Hz}$. Trois cas sont décrits dans les sections suivantes correspondant à trois objectifs différents : abaissement de f_0 , amélioration de l'absorption dans la gamme des fréquences entre f_0 et f_1 et absorption large bande pour la même épaisseur de couche.

1er cas : diminution de la première fréquence d'absorption parfaite

L'objectif de cette première optimisation est de diminuer la fréquence d'absorption parfaite f_0 d'une couche homogène optimisée sans modifier l'épaisseur de la couche, c'est-à-dire $L = 30\text{ mm}$, en passant d'une couche homogène à une couche à gradient de $D(z)$ et $S(z)$. L'obtention d'une absorption parfaite à une fréquence inférieure pour une même épaisseur est particulièrement intéressante car cela est impossible en conservant un même matériau poreux homogène et en raison des contraintes d'encombrement croissantes dans les applications pratiques. Par la suite, un ensemble de ω_{li} et ω_{ls} est choisi de manière à ce que f_0 soit aussi petit que possible et que $\mathcal{A}(f_0) > 0,995$.

D'une part, le gradient monotone décroissant de S (et donc de ϕ et H) ou de D (et donc de H) ne permet pas de réduire f_0 par rapport à f_0^{ref} . En revanche, la plus basse fréquence f_0 présentant une absorption parfaite avec une couche à gradient de propriétés libre est $1\,630\text{ Hz}$. Elle est obtenue au moyen de $W(\omega) = 2\pi[1\,300, 1\,700]\text{ Hz}$. La Fig. 4.7(a) représente le coefficient d'absorption de la couche poreuse homogène du MT-1f de référence de 30 mm d'épaisseur,

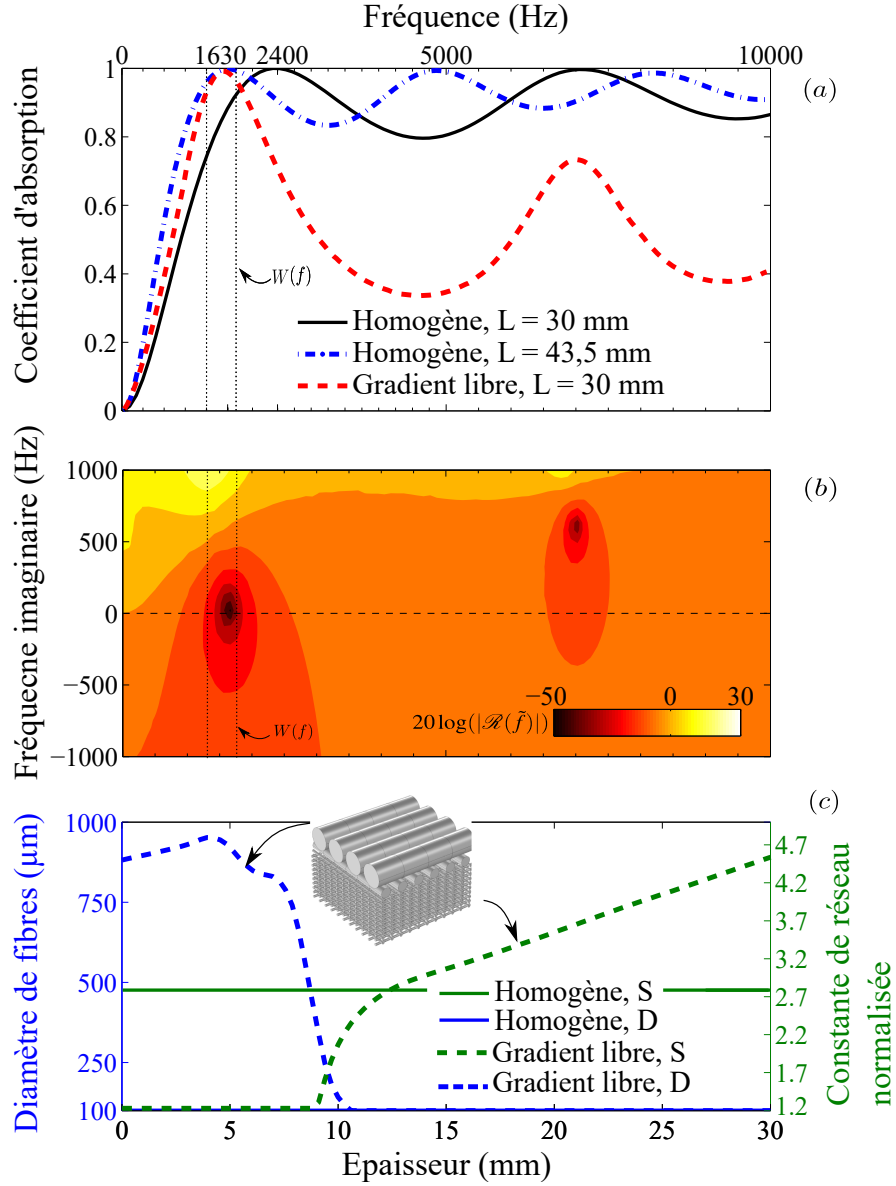


Figure 4.7 (a) Coefficients d'absorption sur fond rigide d'une couche homogène optimisée de 30 mm d'épaisseur faite de fibres de 100 μm de diamètre (ligne pleine), d'une couche homogène optimisée de 43,5 mm d'épaisseur faite de fibres de 100 μm de diamètre (ligne pointillée bleue) et d'une couche à gradient de propriétés libre optimisée de 30 mm d'épaisseur (ligne pointillée rouge). (b) Représentation de $20 \log(|\mathcal{R}|)$ dans le plan des fréquences complexes de la couche poreuse à gradient libre optimisée de 30 mm d'épaisseur. (c) Profils homogènes (lignes pleines) et optimisés en gradient libre (lignes pointillées) du diamètre des fibres (bleu) et de la constante de réseau normalisée S (vert). $W(\omega) = 2\pi[1\ 300; 1\ 700]$ Hz.

de la couche poreuse à gradient libre optimisé de même épaisseur et d'une couche homogène optimisée de 43,5 mm d'épaisseur présentant une absorption parfaite à $f_0 = 1\,630$ Hz. Les profils optimisés libres de $D(z)$ et $S(z)$ sont fournis à la Fig. 4.7(c). L'épaisseur de la couche à gradient de propriétés est égale à $\lambda/7$, 1 à f_0 , où λ est la longueur d'onde correspondante à f_0 dans l'air. D'autres fonctions de pondération des fréquences peuvent donner des résultats très similaires. Le pic d'absorption apparaît à une fréquence beaucoup plus basse, conférant un comportement sub-longueur d'onde à la couche poreuse, § 1.5.1, mais le pic est plus mince et l'absorption moyenne à haute fréquence est dégradée par rapport à une couche poreuse homogène. Néanmoins, ce résultat doit être modéré à première vue par le fait que l'algorithme d'optimisation n'a aucun contrôle en dehors de $[\omega_{li}, \omega_{ls}]$. Cela est attesté par l'analyse du coefficient de réflexion correspondant sur le plan complexe de fréquence, représenté sur la Fig. 4.7(b) où nous pouvons observer que le premier zéro de réflexion est situé sur l'axe des fréquences réelles tandis que les suivants en sont éloignés.

Les profils optimisés illustrés sur la Fig. 4.7(c) présentent une zone de diamètre de fibres élevée et de constante de réseau très faible à l'interface entre la couche poreuse et l'air, ainsi qu'une zone de diamètre de fibres faible et de constante de réseau élevée du côté du support rigide. Le diamètre élevé des fibres à l'interface avec l'air atténue l'effet de la très faible constante de réseau sur la taille des pores, voir Eqs. (4.94, 4.95), et permet ainsi d'obtenir une faible porosité tout en évitant que la perméabilité visqueuse diminue de manière trop importante. Une zone de transition continue entre les deux zones précédemment décrite est aussi visible. En d'autres termes, le profil optimal consiste en une couche de très faible porosité et de taille de pore moyenne suivie d'un plénum, permettant de contrôler la fréquence de résonance de la couche poreuse. À l'intérieur de la zone de faible porosité, $S(z) = S_{min} = 1,2$ soit $\phi(z) = \phi_{min} = 0,34$ et $D(z) \approx 900\,\mu\text{m}$ donc $H(z) \approx 180\,\mu\text{m}$ (qui se trouve aussi être la taille de pore de la couche poreuse homogène, Fig. 4.6) tandis qu'à l'intérieur de la zone perméable, $D(z) = D_{min} = 100\,\mu\text{m}$, $\phi(z) \in [0,72; 0,82]$ et $H(z) \in [180; 350]\,\mu\text{m}$. Les bornes des paramètres optimisés sont donc atteintes et nous pouvons nous attendre à ce que des f_0 plus faibles soient atteintes en élargissant les plages de variation des paramètres optimisés, ce qui permettrait d'augmenter l'écart de porosité entre les deux zones.

2ème cas : maximisation entre les deux premiers maxima d'absorption de la couche homogène

Cette optimisation vise à augmenter le coefficient d'absorption entre les fréquences du premier (f_0) et du second (f_1) maximum d'absorption tout en gardant f_0 aussi bas que pos-

sible. Ces deux objectifs sont contradictoires, du fait qu'augmenter l'absorption entre f_0 et f_1 tend à décaler f_0 vers les hautes fréquences. Le choix de la pondération en fréquences $W(\omega) = 2\pi[2\,000, 3\,200]$ Hz conduit à un bon équilibre entre garder f_0 aussi bas que possible et augmenter l'absorption entre f_0 et f_1 .

Le gradient de S décroissant de façon monotone, avec un diamètre de fibres fixé à $100\,\mu\text{m}$, améliore l'absorption sur la gamme de fréquences d'intérêt en montant f_0 jusqu'à 2600 Hz et en descendant f_1 , tout en élargissant les pics d'absorption, comme le montre la Fig. 4.8(a). L'absorption parfaite est obtenue à f_0 . Le profil optimisé de constante de réseau normalisée est présenté dans la Fig. 4.8(c). La constante de réseau diminue de façon monotone mais avec une faible variation. Pour faciliter la comparaison, seul le profil de constante de réseau est optimisé par la méthode de gradient libre, le diamètre des fibres étant fixé à $100\,\mu\text{m}$. L'effet du gradient libre est plus prononcé que celui du gradient monotone : f_0 est toujours égal à 2600 Hz tandis que f_1 est décalé vers le bas, comme le montre la Fig. 4.8(a). La largeur des pics d'absorption est assez similaire à celle des pics du matériau à gradient monotone optimisé, voir Fig. 4.8(a). En conséquence, l'absorption entre f_0 et f_1 est plus élevée que celle obtenue par optimisation de gradient monotone. Le profil optimisé est composée de deux zones à constante de réseau faible puis élevée (fibres proches et éloignées). La variation de constante de réseau est nettement inférieure à la variation présentée sur la Fig. 4.7(c). Néanmoins, elle permet de contrôler les deux premières résonances de la couche poreuse en laissant f_0 presque inchangée, en rapprochant f_1 de f_0 et en ajustant les pertes correspondantes. Une variation combinée du diamètre des fibres et de la constante de réseau apporte une légère augmentation supplémentaire de l'absorption. Le profil de constante de réseau est alors très similaire à celui présenté par la Fig. 4.8(c). Le profil du diamètre des fibres suit une tendance inverse à celle de la constante de réseau : le diamètre est élevé lorsque la constante de réseau est faible et vice versa. Ce gradient à deux paramètres déplace f_1 vers une fréquence plus basse que le gradient de S seul.

3ème cas : absorption large bande

À présent, la maximisation du coefficient d'absorption sur la gamme de fréquences $[3\,000; 20\,000]$ Hz est analysée. Le choix de $W(\omega) = 2\pi[3\,000; 20\,000]$ Hz permet de conserver une absorption parfaite à f_0 . Le coefficient d'absorption de la couche de gradient monotone de constante de réseau est supérieur à $0,99$ entre 3600 Hz et 30000 Hz et également supérieur à $0,997$ presque sur toute la gamme de fréquences optimisée, comme le montre la Fig. 4.9(a). Les quatre pics d'absorption apparaissant à f_n , $n = 0, \dots, 3$, sont décalés par rapport à f_n^{ref}

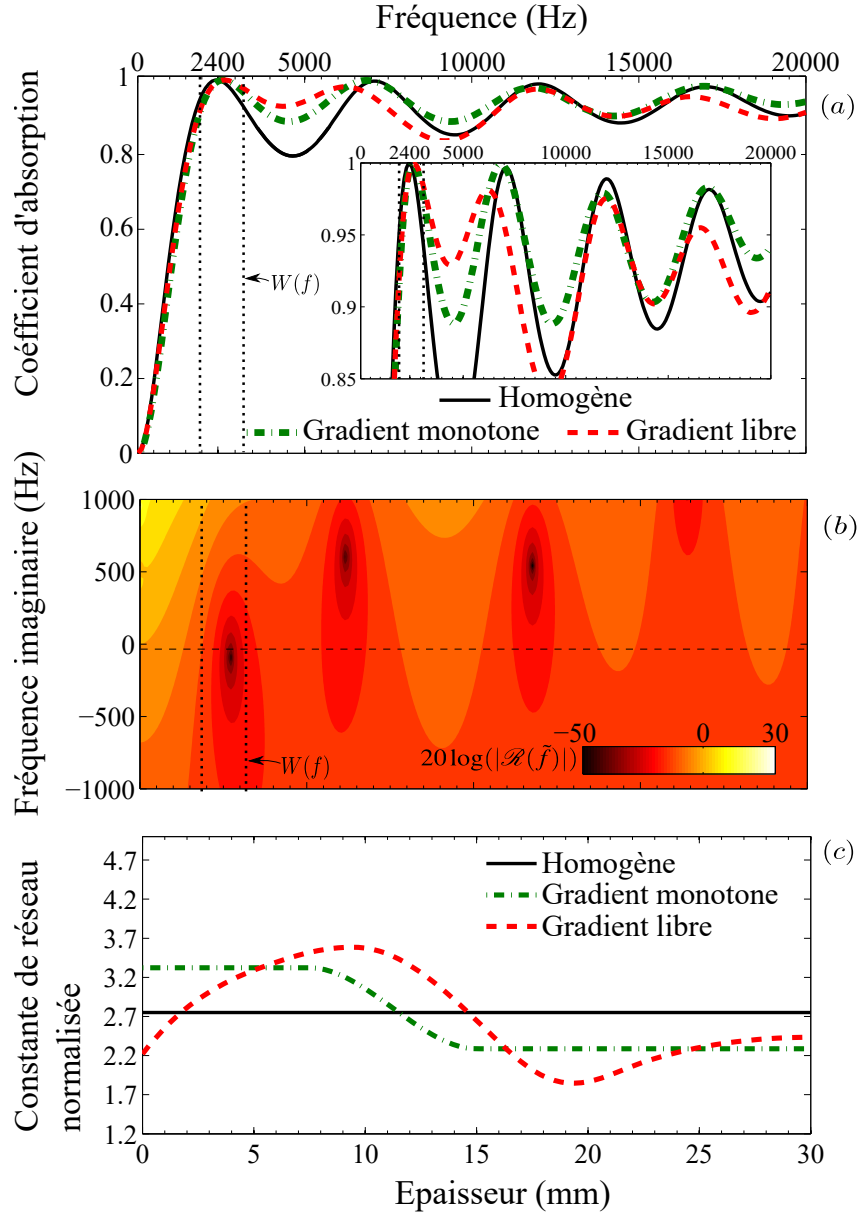


Figure 4.8 (a) Coefficients d'absorption sur fond rigide de couches optimisés de 30 mm d'épaisseur et faites de fibres de 100 μm de diamètre. Constante de réseau constante (ligne pleine), à gradient monotone (ligne en pointillés verts) et à gradient libre (ligne en pointillés rouges). (b) Représentation de $20 \log(|\mathcal{R}|)$ dans le plan des fréquences complexes de la couche poreuse à gradient libre optimisé de 30 mm d'épaisseur. (c) Profils optimisés de la constante de réseau normalisée : homogène (ligne pleine), à gradient monotone (pointillés verts) et à gradient libre (pointillés rouge), $D = 100 \mu\text{m}$. $W(\omega) = 2\pi[2\,000; 3\,200]$ Hz.

et rassemblés entre 3 000 et 20 000 Hz. De plus, une chute d'absorption à 0,993 est observée entre f_0 et f_1 . Le profil de constante de réseau suit une forme de pavillon de cuivre tel celui d'une trompette, voir Fig. 4.9(c), et débute sur la face recevant l'onde incidente, $z = 0$, par la valeur maximale autorisée S_{max} . Le profil de porosité qui en résulte diminue presque linéairement. En d'autres termes, le profil est similaire à ceux des panneaux commerciaux.

Comme pour l'optimisation considérant un gradient monotone, seul le profil de constante de réseau de la couche à gradient libre est optimisé et le diamètre des fibres est à nouveau fixé à 100 μm . Le coefficient d'absorption est représenté par la Fig. 4.9(a). Il est supérieur à 0,99 entre 3 600 et 20 000 Hz et supérieur à 0,997 entre 3900 et 19 500 Hz. Cette amélioration supplémentaire par rapport au gradient monotone est possible grâce au regroupement de cinq maxima d'absorption entre ω_{li} et ω_{ls} , comme nous pouvons aussi voir sur le plan complexe des fréquences du coefficient de réflexion, Fig. 4.9(b). La couche poreuse à gradient de constante de réseau strictement décroissant ne regroupe que quatre maxima d'absorption. En outre, la diminution de l'absorption après ω_{ls} s'explique par le déplacement vers le bas de f_5 . Le profil de constante de réseau, Fig. 4.9(c), est constitué de 5 zones où alternent des constantes de réseau relativement plus faibles et élevées par rapport au profil monotone décroissant, permettant de rassembler 5 modes et donc 5 zéros du coefficient de réflexion dans la gamme de fréquence d'optimisation. Les ondulations du coefficient d'absorption sont presque éliminées, il est presque parfait sur toute la gamme de fréquences d'optimisation.

Interprétation

Quelle que soit la gamme de fréquences d'optimisation et pour une épaisseur de couche poreuse fixée, une couche poreuse à gradient libre optimisé possède une plus haute absorption que la couche poreuse homogène optimisée ou à gradient monotone optimisé. Néanmoins, les résultats précédents demandent à être commentés :

- Tout d'abord, le déplacement vers les basses fréquences du premier pic d'absorption parfaite à épaisseur de traitement identique s'accompagne nécessairement d'une diminution de l'efficacité d'absorption aux fréquences plus élevées.
- Deuxièmement, l'amélioration du coefficient d'absorption sur une gamme spécifique de fréquences est toujours réalisée au détriment des propriétés d'absorption en dehors de cette gamme.
- Troisièmement, l'absorption parfaite sur une large bande est possible si la fréquence du premier pic d'absorption parfaite est supérieure à celle de la couche homogène.

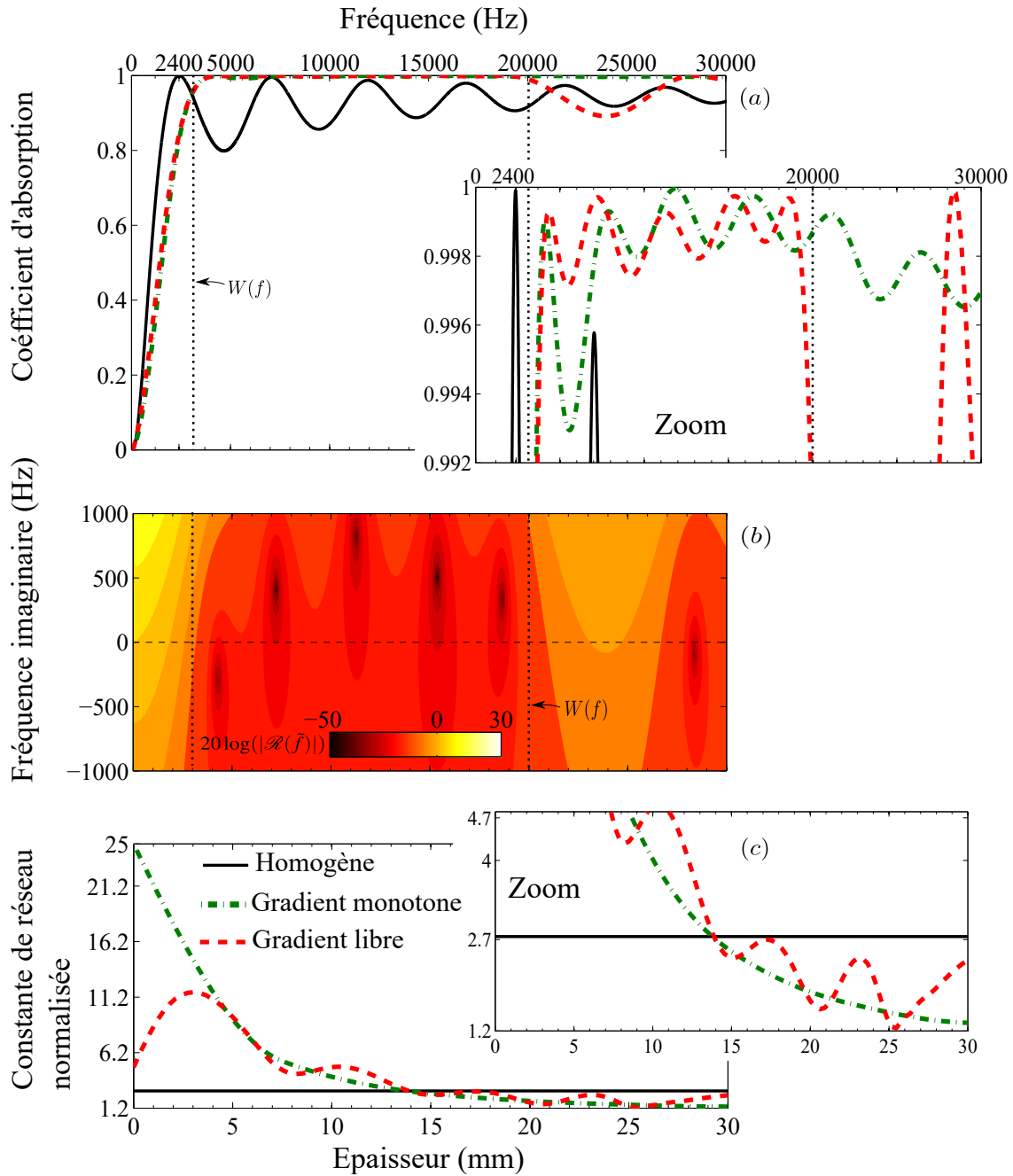


Figure 4.9 (a) Coefficients d'absorption sur fond rigide de couches optimisés de 30 mm d'épaisseur et faites de fibres de 100 μm de diamètre. Constante de réseau constante (ligne pleine), à gradient monotone (ligne en pointillés verts) et à gradient libre (ligne en pointillés rouges). (b) Représentation de $20 \log(|\mathcal{R}|)$ dans le plan des fréquences complexes de la couche poreuse à gradient libre optimisé de 30 mm d'épaisseur. (c) Profils optimisés de la constante de réseau normalisée : homogène (ligne pleine), à gradient monotone (pointillés verts) et à gradient libre (pointillés rouges), $D = 100 \mu\text{m}$. $W(\omega) = 2\pi[3\,000; 20\,000]$ Hz.

- Quatrièmement, le profil optimal est une distribution oscillante de constantes de réseau relativement faibles et élevées plutôt qu'un gradient monotone. Il conduit à une distribution alternée de couches de porosités contrastées. Ce résultat contre-intuitif s'explique par le fait que cette alternance permet la création et un meilleur contrôle des résonances. Un profil similaire avait été observé par Zhang *et al.* [105] dans le cadre de l'optimisation de gradient de propriétés en électromagnétisme. À des fréquences plus basses, une résonance possède un facteur de qualité important, ce qui ne permet d'obtenir qu'un pic d'absorption étroit. Une couche à faible porosité - faible constante de réseau - placée devant un plénum ne possède qu'une seule résonance à basse fréquence. Pour l'absorption large bande, l'alternance des constantes de réseau faibles et élevées entraîne une augmentation de la densité de modes sur la gamme de fréquences d'optimisation, entraînant un plus grand nombre de zéros de coefficient de réflexion situés dans la gamme de fréquences ciblée. Le coefficient d'absorption peut donc être presque plat et unitaire sur une large gamme de fréquences. Néanmoins, ce résultat pourrait être tempéré par le fait que l'accord de ces modes est limité par l'épaisseur de la couche, limitant ainsi un contrôle total de leur position en fréquence.

4.4.3 Validation expérimentale

Afin de corroborer les résultats des analyses numériques, le procédé d'optimisation est mis en pratique expérimentalement. Le MT-1f présenté dans la Section 3.2 est utilisé. Des exemples d'échantillons sont présentés par la Fig. 4.11. Les paramètres JCAL du MT-1f en fonction du TR sont présentés Fig. 4.10 pour $TR \in [10; 70]\%$. Ils sont très légèrement différents de ceux présentés par la Fig. 3.13 car les échantillons n'ont pas été fabriqués avec la même buse. Les paramètres JCAL obtenus expérimentalement (voir § 3.2) sont utilisés dans cette section afin de prédire au mieux le comportement des couches poreuses optimisées.

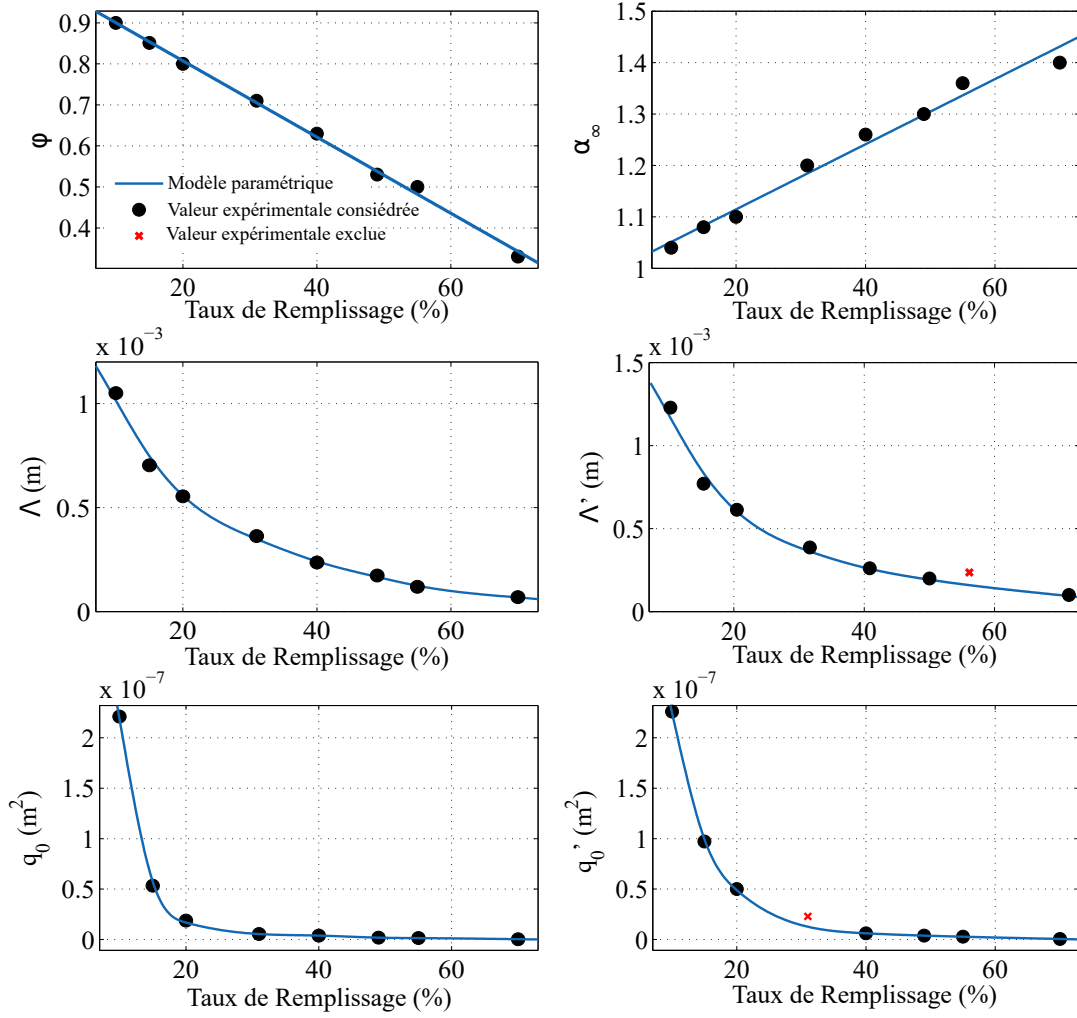


Figure 4.10 Modèle paramétrique JCAL en fonction du taux de remplissage à partir de la caractérisation inverse d'échantillons homogènes.

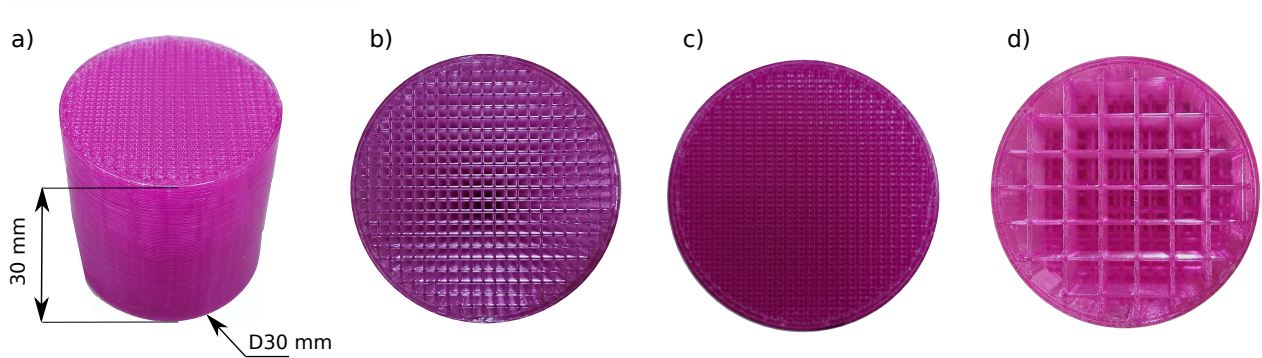


Figure 4.11 (a), (b) Échantillons homogènes. (c) Échantillon à gradient de constante de réseau, vue de dessus. (d) Échantillon à gradient de constante de réseau, vue de dessous.

Un gradient continu, où chaque couche de filament possède un taux de remplissage différent, peut être fabriqué mais demande de régler autant de fois le TR dans le logiciel de tranchage qu'il y a de couches. Le MT-1f utilisé dans cette section a une hauteur de couche de 300 μm . Un échantillon de 30 mm d'épaisseur est donc composé de 100 couches. Au lieu de cela, les échantillons imprimés sont formés de 10 couches. Ce nombre de couches est plus que suffisant pour discrétiser avec précision le profil continu formé d'au maximum 2 alternances de fibres espacées et éloignées. Le profil continu optimisé a donc été discrétisé en 10 couches d'épaisseur identique. Tout d'abord, le TR de chaque couche est pris égal au TR moyen du profil continu dans la largeur de la couche. Ensuite, un algorithme de Nelder-Mead ajuste le TR de chaque couche. Pour ce faire, l'algorithme minimise la fonction de coût donnée par Eq. (4.60) où $\mathcal{R}(\omega)$ est le coefficient de réflexion du matériau au profil discrétisé et $\mathcal{R}_{obj}(\omega)$ est le coefficient de réflexion du matériau au profil continu, tous deux calculés numériquement.

Deux optimisations indépendantes sont effectuées par l'algorithme de gradient libre. La première considère $W(\omega) = 2\pi[1\ 600; 1\ 700]$ Hz afin de réduire f_0 par rapport à f_0^{ref} . Le second considère $W(\omega) = 2\pi[2\ 500; 5\ 500]$ Hz de telle sorte que l'absorption soit plus élevée entre f_0^{ref} et f_1^{ref} .

Les Figs. 4.12(a) et 4.13(a) représentent le coefficient d'absorption du MT-1f homogène et critiquelement couplé à f_0^{ref} ($TR = 55\%$, soit $\phi = 0,47$) ainsi que le coefficient d'absorption simulé et mesuré, dans les deux orientations des échantillons, des matériaux optimisés. Les Figs. 4.12(b) et 4.13(b) fournissent les profils de porosité du matériau homogène, de celui à gradient optimisé continu et discrétisé correspondants aux profils de TR optimisés. Les coefficients d'absorption sont optimisés en considérant l'orientation "avant" qui correspond à une onde incidente se propageant à travers le profil de porosité de gauche (Épaisseur = 0 mm) à droite (Épaisseur = 30 mm). Les coefficients d'absorption sont également présentés dans l'orientation opposée, c.à.d., "arrière". Dans cette configuration, l'onde incidente se propage de l'Épaisseur = 30 mm à l'Épaisseur = 0 mm.

Pour les deux optimisations, les profils continus et discrétisés conduisent à des coefficients d'absorption numériquement très proches, et ce dans les deux orientations, ce qui signifie que la procédure de discrétisation est robuste.

Le profil résultant de l'optimisation $W(\omega) = 2\pi[1\ 600; 1\ 700]$ Hz, Fig. 4.12(b), est conforme au profil purement numérique de la Fig. 4.7(c). Dans les deux cas, la gamme de fréquences visée est inférieure à f_0^{ref} et la constante de réseau ($\propto S$ et $\propto \phi$) augmente le long de l'épaisseur du matériau. Les coefficients d'absorption mesurés et simulés, Fig. 4.12(a), sont presque superposés dans l'orientation "avant", avec une absorption parfaite mesurée ($\mathcal{A} = 0,997$) à

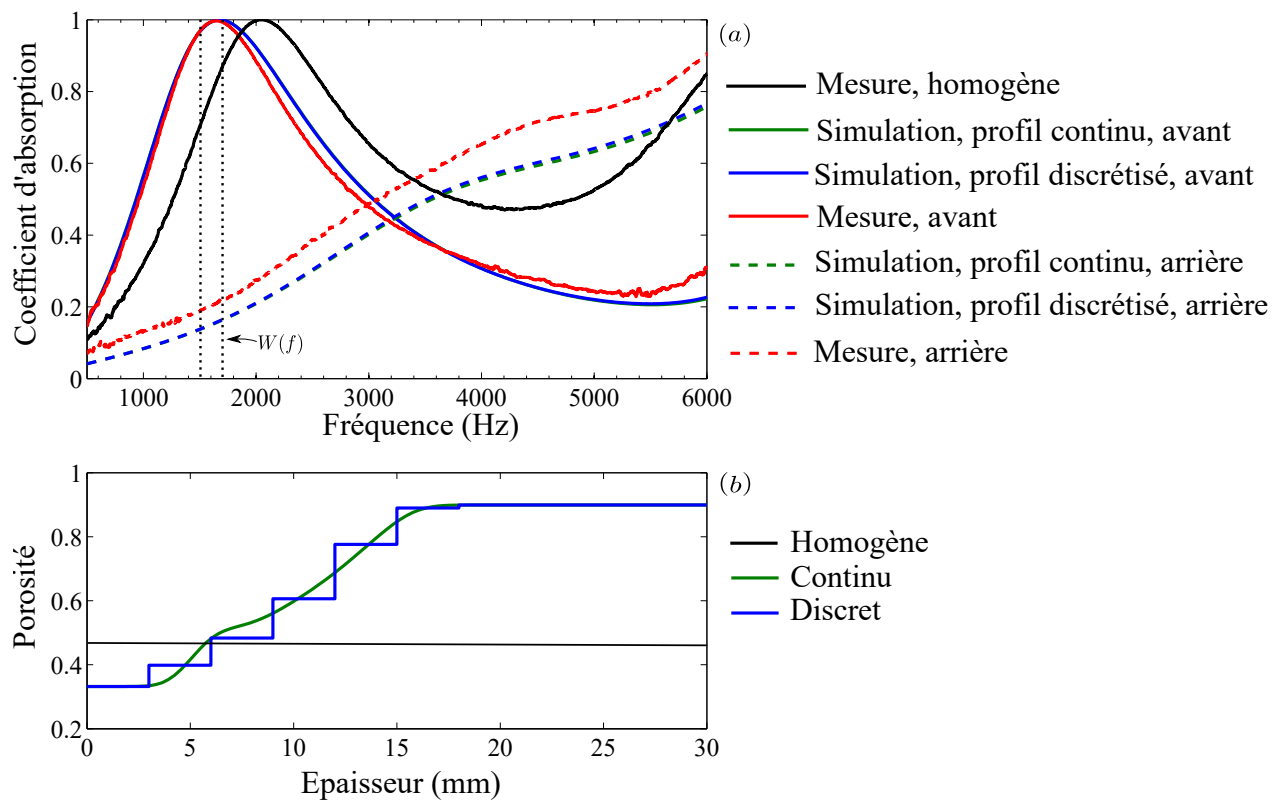


Figure 4.12 (a) Coefficients d'absorption d'échantillons optimisés de 30 mm d'épaisseur, calculés numériquement à partir du profil continu (lignes vertes), depuis le profil discrétisé (lignes bleues) et mesuré (lignes rouges), par l'avant (traits continus) et par l'arrière (pointillés). Mesure du matériau homogène (ligne noire) (b) Profils de porosité résultant des profils de TR optimisés. Matériau homogène (ligne noire), matériau optimisé par la méthode de gradient libre, profil continu (ligne verte) et discrétisé (ligne bleue). $W = [1\ 600; 1\ 700]$ Hz.

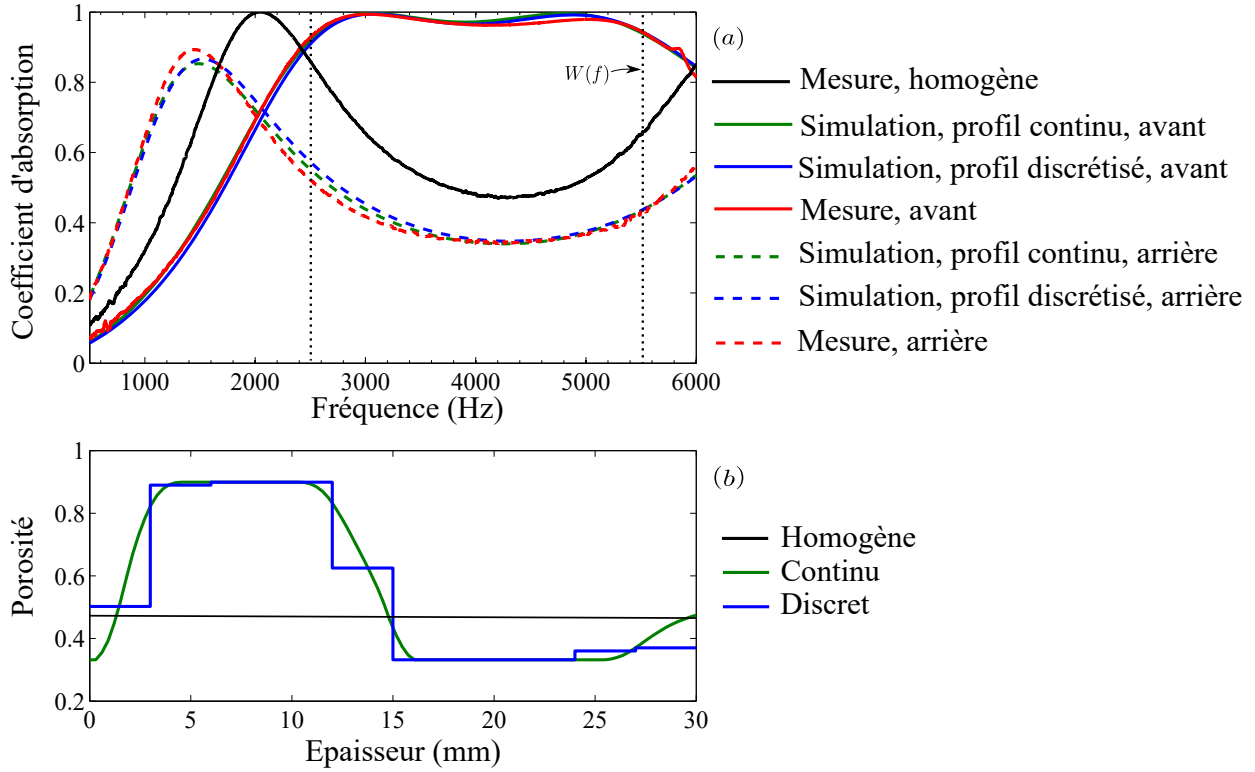


Figure 4.13 (a) Coefficients d'absorption d'échantillons optimisés de 30 mm d'épaisseur, calculés numériquement à partir du profil continu (lignes vertes), depuis le profil discrétisé (lignes bleues) et mesuré (lignes rouges), par l'avant (traits continus) et par l'arrière (pointillés). Mesure du matériau homogène (ligne noire) (b) Profils de porosité résultant des profils de TR optimisés. Matériau homogène (ligne noire), matériau optimisé par la méthode de gradient libre, profil continu (ligne verte) et discrétisé (ligne bleue). $W = [2\ 500; 5\ 500]$ Hz.

$f_0 = 1\,650$ Hz ($\lambda/7, 1$). La corrélation dans l'orientation inverse ("arrière") est plus faible. La première couche de micro-treillis des échantillons imprimés en 3D est toujours un peu aplati ce qui la rend plus résistive que prévu et entraîne un contrôle difficile du gradient dans l'orientation "arrière".

L'optimisation aux fréquences moyennes, définie par $W(\omega) = 2\pi[2\,500; 5\,500]$ Hz, conduit à un profil, Fig. 4.13(b), caractérisé par quatre zones alternant des filaments relativement proches et éloignés, conduisant à une porosité faible et élevée. Ce profil est également conforme à celui qui est représenté sur la Fig. 4.8(c). De plus, il existe une très bonne corrélation, Fig. 4.13(a), entre les coefficients d'absorption simulés et mesurés, dans les deux orientations, ce qui donne une absorption supérieure à 0,960 entre 2630 et 5390 Hz, dans l'orientation "avant". L'absorption atteint 0,994 et 0,979 à f_0 et f_1 respectivement.

4.4.4 Discussion gradient continu VS multicouche

Malgré la simplification des profils continus par des profils discrets, les coefficients d'absorption prédits restent extrêmement similaires, à tel point que sur la Fig. 4.12 a) il est difficile de distinguer les courbes bleues et vertes. Aucune différence majeure, à des fréquences inférieures à 20 kHz, n'a pu être observée entre un matériau à gradient continu et son équivalent multicouche, aussi bien en se focalisant sur la valeur moyenne de l'absorption que sur sa dépendance fréquentielle. En conséquence, l'optimisation de gradient continu (Section 4.3.2) est une méthode efficace et instructive quant au sens physique des gradients de propriétés optimaux mais les performances du matériau optimisé qui en résulte peuvent être égalées par une méthode d'optimisation de gradient discret (Section 4.3.3). Le nombre de couches doit alors être égal à 2 fois le nombre de zéros du coefficient de réflexion que le gradient de propriétés est capable d'affecter.

4.4.5 En résumé

L'optimisation de gradient de propriétés continu d'une couche poreuse a été appliquée en incidence normale de manière théorique et expérimentale afin de maximiser son absorption en fond rigide. Les optimisations ont montré une amélioration significative du coefficient d'absorption par rapport aux matériaux homogènes et à gradient monotone optimisés. D'une part, l'abaissement de la première fréquence d'absorption parfaite nécessite une faible porosité du matériau à l'interface air-matériau poreux, suivie d'une augmentation. Ceci conduit à une réduction importante de l'absorption dans les moyennes et hautes fréquences. D'autre part, l'augmentation de l'absorption dans les moyennes et hautes fréquences nécessite une diminution de la porosité à travers l'épaisseur. Il en résulte un déplacement vers les hautes fréquences

du premier maximum d'absorption. Le gradient monotone élargit les maxima d'absorption et les rapproche de l'unité. Le gradient libre suit la même tendance mais ajoute au profil une séquence de porosité plus faible et plus élevée. Le nombre de séquences est égal au nombre de maxima d'absorption réglés pour augmenter l'absorption dans la gamme de fréquences d'intérêt. Il en résulte une absorption encore plus élevée qu'avec le gradient monotone.

Enfin, des essais expérimentaux ont démontré la pertinence de la procédure d'optimisation.

4.5 Maximisation de l'absorption en incidence normale et en fond libre

Après l'optimisation en fond rigide, présentons des résultats d'optimisation en fond libre. Cette présentation est plus brève que celle en fond rigide car les phénomènes observés ont beaucoup de points communs. En fond rigide, le traitement repose sur une paroi annulant la transmission, le traitement n'est donc chargé que d'annuler la réflexion ce qui impacte le champ acoustique uniquement du côté de l'onde incidente. Cette configuration est rencontrée lorsque la source de bruit est située dans la même zone que le bruit non désiré. Tandis qu'en fond libre le traitement est entouré d'air, il doit annuler la réflexion et la transmission ce qui impacte à la fois le champ acoustique du côté de l'onde incidente et le champ acoustique de l'autre côté du traitement. Cette configuration est rencontrée lorsque le traitement sépare la source de bruit d'une zone où le bruit est non désiré. L'étude n'emploie que le gradient libre, ne présente pas les coefficients dans le plan complexe des fréquences et les résultats ne sont pas validés expérimentalement. Le coefficient d'absorption $\mathcal{A} = 1 - |\mathcal{R}|^2 - |\mathcal{T}|^2$ d'une couche poreuse en fond libre et excitée par une onde plane en incidence normale est maximisé. Les coefficients de réflexion et de transmission pris pour objectif sont égaux à zéro pour toutes les fréquences : $\mathcal{R}_{obj} = 0$ et $\mathcal{T}_{obj} = 0$. L'absorption parfaite $\mathcal{A} = 1$ n'est théoriquement et dans le sens strict du terme pas atteignable en transmission car la fréquence d'un zéro de réflexion ne peut être identique à la fréquence d'un zéro de transmission [106]. L'absorption parfaite est donc visée mais ne peut être qu'approchée, éventuellement de très près. Si la couche poreuse n'est pas homogène, alors son coefficient de réflexion dépend de l'orientation de la couche par rapport à l'onde incidente. La configuration "avant" correspond à une onde incidente qui se propage de $z = 0$ à $z = L = 30$ mm, tandis que la configuration "arrière" correspond à une onde incidente qui se propage de $z = L = 30$ mm à $z = 0$. Le coefficient d'absorption est toujours maximisé en considérant la configuration "avant" tandis que la configuration "arrière" est présentée pour compléter les analyses.

4.5.1 Optimisation de micro-treillis idéalisé

Paramètres numériques et micro-treillis considéré

Les paramètres numériques sont inchangés par rapport à l'optimisation en fond rigide (Section 4.4). Le micro-treillis considéré numériquement est le MT-1f employé pour l'optimisation en fond rigide numérique (Section 4.4).

Comportement acoustique du matériau homogène

Avant d'étudier le comportement acoustique d'un micro-treillis à gradient optimisé, analysons d'abord un micro-treillis homogène en fond libre de $L = 30$ mm d'épaisseur. Le diamètre des fibres D et la constante de réseau SD sont constants le long de l'épaisseur du matériau.

La Fig. 4.14 présente les coefficients d'absorption $\mathcal{A} = 1 - |\mathcal{R}|^2 - |\mathcal{T}|^2$, le module du coefficient de réflexion $|\mathcal{R}|$ et de transmission $|\mathcal{T}|$ de couches poreuses de micro-treillis homogènes ($L = 30$ mm, $D = 100$ μm) pour 3 constantes de réseau différentes.

Lorsque la constante de réseau est très faible ($S = 1, 2$), Fig. 4.14a) la réflexion est plutôt élevée tandis que la transmission est quasi-nulle sur toute la gamme des fréquences audibles : $TL(2 \text{ kHz}) = 50$ dB et $TL(10 \text{ kHz}) = 100$ dB. Le matériau présente une perméabilité visco-statique extrêmement faible $q_0 = 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$, c.à.d. une résistivité extrêmement élevée. Compte tenu du diamètre des fibres, la porosité est elle aussi faible $\phi = 0,35$. Cependant, il est intéressant de noter qu'avec des fibres plus fines, une même résistivité peut être atteinte en augmentant la porosité (voir § 2.2.6), par exemple $D = 0.1$ μm et $S = 3,1$ entraînent $q_0 = 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ m}^2$ et $\phi = 0,75$ ainsi qu'un TL deux fois plus élevé. Le coefficient d'absorption est faible et dominé par le terme $|\mathcal{R}|^2$. En complément, la Fig. 4.15 présente, pour 3 épaisseurs de couches poreuses, l'évolution du TL (a) en fonction de la constante de réseau à une fréquence donnée et (b) en fonction de la fréquence pour la constante de réseau $S = 1, 2$. Tel qu'attendu [14], l'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse et de la fréquence ainsi que la diminution de la constante de réseau entraînent l'augmentation du TL .

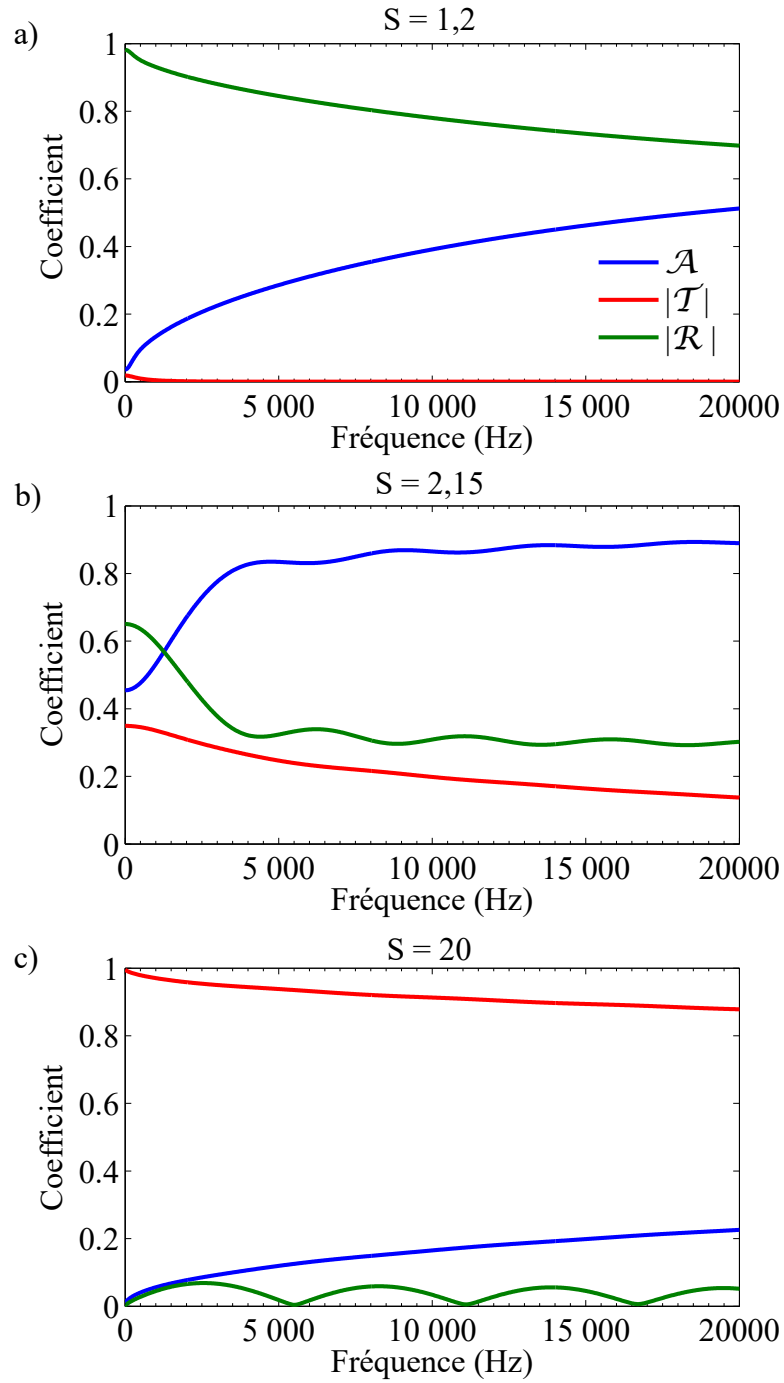


Figure 4.14 Coefficient d'absorption et module des coefficients de réflexion et de transmission de couches poreuses homogènes de MT-1f idéalisés, de $L = 30$ mm d'épaisseur et placées sur fond libre, fibres de $D = 100 \mu\text{m}$ de diamètre. a) $S = 1,2$. b) $S = 2,15$. c) $S = 20$.

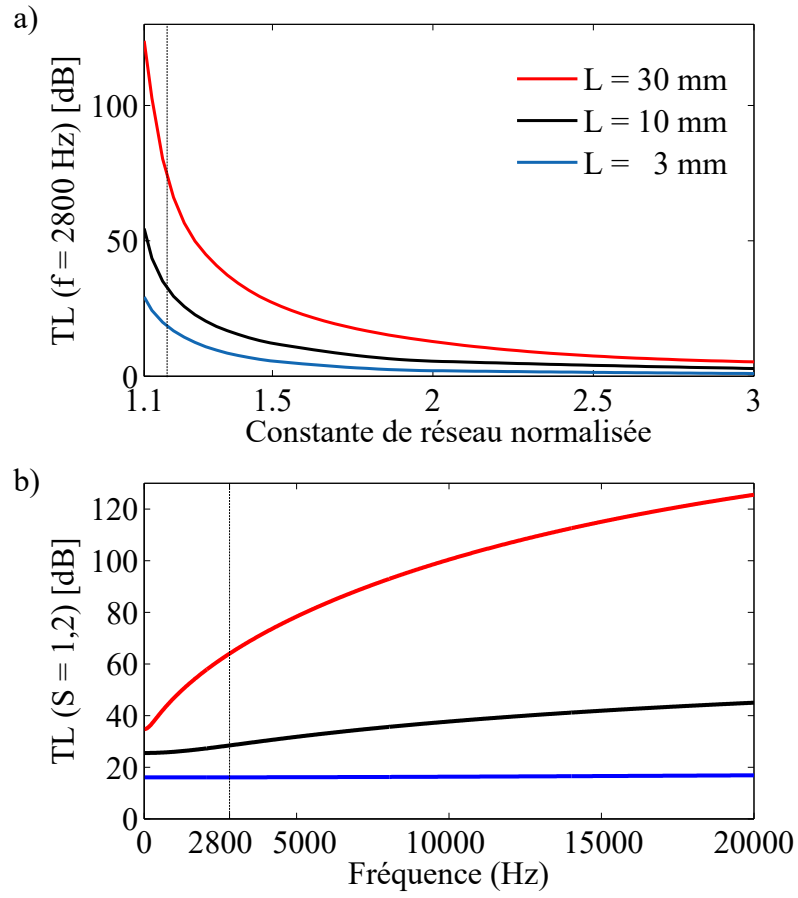


Figure 4.15 TL de couches poreuses homogènes de MT-1f idéalisés, épaisseur L , placées sur fond libre, fibres de $100 \mu\text{m}$ de diamètre. a) Valeur du TL à 2800 Hz en fonction de la constante de réseau normalisée S . b) Valeur du TL fonction de la fréquence avec $S = 1, 2$.

À l'inverse, une constante de réseau élevée ($S = 20$), Fig. 4.14c) entraîne une transmission élevée et une réflexion oscillant autour de valeurs très faibles, les oscillations étant dues aux modes de la couche poreuse. Le matériau est alors très poreux $\phi = 0.96$ et très peu résistif $q_0 = 1.4 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$. Son impédance est très proche de celle de l'air. Le traitement ne crée presque pas de discontinuité et donc impacte peu la propagation des ondes de pression. Le coefficient d'absorption est très faible et dominé par le terme $|\mathcal{T}|^2$.

Enfin, une constante de réseau moyenne ($S = 2, 15$, Fig. 4.14 b), procure à la couche poreuse une transmission et une réflexion modérées. Cette constante de réseau a été sélectionnée car elle entraîne l'absorption moyenne la plus élevée entre 20 et 20 000 Hz ($\bar{\mathcal{A}}_{[20;20\,000]\text{Hz}} = 0,83$) mais aussi entre 3000 et 20000 Hz ($\bar{\mathcal{A}}_{[3\,000;20\,000]\text{Hz}} = 0,86$). Elle sera donc prise comme référence pour les comparaisons avec les couches à gradient optimisé.

Ainsi, en considérant un matériau homogène nous voyons que l'absorption parfaite est loin d'être atteinte car une transmission nulle demande une très faible perméabilité viscostatique tandis qu'une réflexion nulle demande une perméabilité viscostatique et une porosité élevées. De plus, il a été montré d'un point de vue théorique que seul un système asymétrique pouvait se rapprocher de l'absorption parfaite en transmission [35, 106]. Une couche poreuse homogène étant symétrique, cette condition ne peut donc pas être remplie (sauf si elle est infiniment épaisse). Lorsque la couche poreuse était posée sur un fond rigide (voir Section 4.4) la transmission nulle était assurée par le fond rigide par définition, la couche poreuse n'était donc chargée que d'annuler la réflexion.

Optimisation de constante de réseau pour absorption quasi-parfaite à une seule fréquence

Un gradient de constante de réseau libre est à présent introduit et optimisé avec $S(z) \in [1, 1; 40]$ tandis que le diamètre des fibres est gardé constant $D = 100 \mu\text{m}$ et l'épaisseur du traitement est toujours fixé à $L = 30 \text{ mm}$.

L'absorption parfaite $\mathcal{A}_{\text{avant}} = 1 - |\mathcal{R}_{\text{avant}}|^2 - |\mathcal{T}|^2 = 1$ est d'abord visée à une seule fréquence afin de vérifier qu'il est possible de s'en approcher ponctuellement en transmission à partir d'une couche poreuse à gradient de propriétés. La Fig. 4.16(a) présente les coefficients $\mathcal{A}_{\text{avant}}$, $|\mathcal{R}_{\text{avant}}|$ et $|\mathcal{T}|$ de la couche poreuse à gradient de constante de réseau optimisée et l'absorption \mathcal{A} de la couche homogène de référence. La fréquence 2800 Hz s'avère être

la plus basse fréquence à laquelle une absorption quasi-parfaite $|\mathcal{A}_{avant}(2800 \text{ Hz})| = 0,9997$ a pu être atteinte. Nous observons $|\mathcal{R}_{avant}(2800 \text{ Hz})| = 0,0089$ et $|\mathcal{T}(2800 \text{ Hz})| = 0,0146$, c.à.d., $TL(2800 \text{ Hz}) = 37 \text{ dB}$. L'absorption peut donc s'approcher très fortement de la perfection ponctuellement. La couche poreuse à gradient de constante de réseau optimisé dans la configuration "avant" est retournée. Son comportement est défini par les coefficients $\mathcal{A}_{arriere}$, $|\mathcal{R}_{arriere}|$ et $|\mathcal{T}|$ présentés à la Fig. 4.16(b) est similaire au comportement de la couche homogène avec une faible constante de réseau, Fig. 4.14(a) et l'absorption est faible. Le profil de constante de réseau, présenté Fig. 4.16(c) est terminé par une zone atteignant la borne inférieure autorisée, $S([26; 30] \text{ mm}) = 1,1$. Une couche poreuse homogène de 4 mm d'épaisseur sur fond libre avec $D = 100 \mu\text{m}$ et $S = 1,1$ possède un $TL(2800 \text{ Hz}) = 32 \text{ dB}$. Cette zone à très faible constante de réseau et donc à très forte résistivité assure ainsi en grande partie l'annulation de la transmission de la couche poreuse. Si cette zone fait face à l'onde incidente (orientation "arrière") alors elle la réfléchit presque entièrement sans l'absorber. En revanche si cette zone est placée le plus loin de l'onde incidente dans la couche poreuse (orientation "avant", résultat de l'optimisation) alors elle permet d'annuler la transmission tout en laissant la zone précédente annuler la réflexion.

Optimisation de constante de réseau pour absorption quasi-parfaite des hautes fréquences

La maximisation du coefficient d'absorption est à présent effectuée grâce à la pondération fréquentielle $W(\omega) = 2\pi[3\ 000; 20\ 000] \text{ Hz}$.

La Fig. 4.17 présente (a) \mathcal{A}_{avant} , $|\mathcal{R}_{avant}|$ et $|\mathcal{T}|$ de la couche à gradient optimisé dans l'orientation "avant" et \mathcal{A} de la couche homogène ainsi que (b) $\mathcal{A}_{arriere}$, $|\mathcal{R}_{arriere}|$ et $|\mathcal{T}|$ de la couche à gradient optimisé et (c) les profils de constante de réseau correspondants. Lorsque la couche poreuse est considérée dans son orientation "avant", son absorption \mathcal{A}_{avant} est supérieure à 0.985 entre 3650 et 20000 Hz, avec une valeur moyenne de $\bar{\mathcal{A}}_{avant,[3\ 000; 20\ 000] \text{ Hz}} = 0,992$. La réflexion est plus élevée que la transmission entre 3650 et 20000 Hz ; nous pouvons observer $|\mathcal{R}_{avant}| < 0,12$ et $|\mathcal{T}| < 0,015$, c.à.d., $TL > 37 \text{ dB}$. Dans l'orientation "arrière", la réflexion $|\mathcal{R}_{arriere}|$ est élevée et l'absorption $\mathcal{A}_{arriere}$ est loin d'être parfaite.

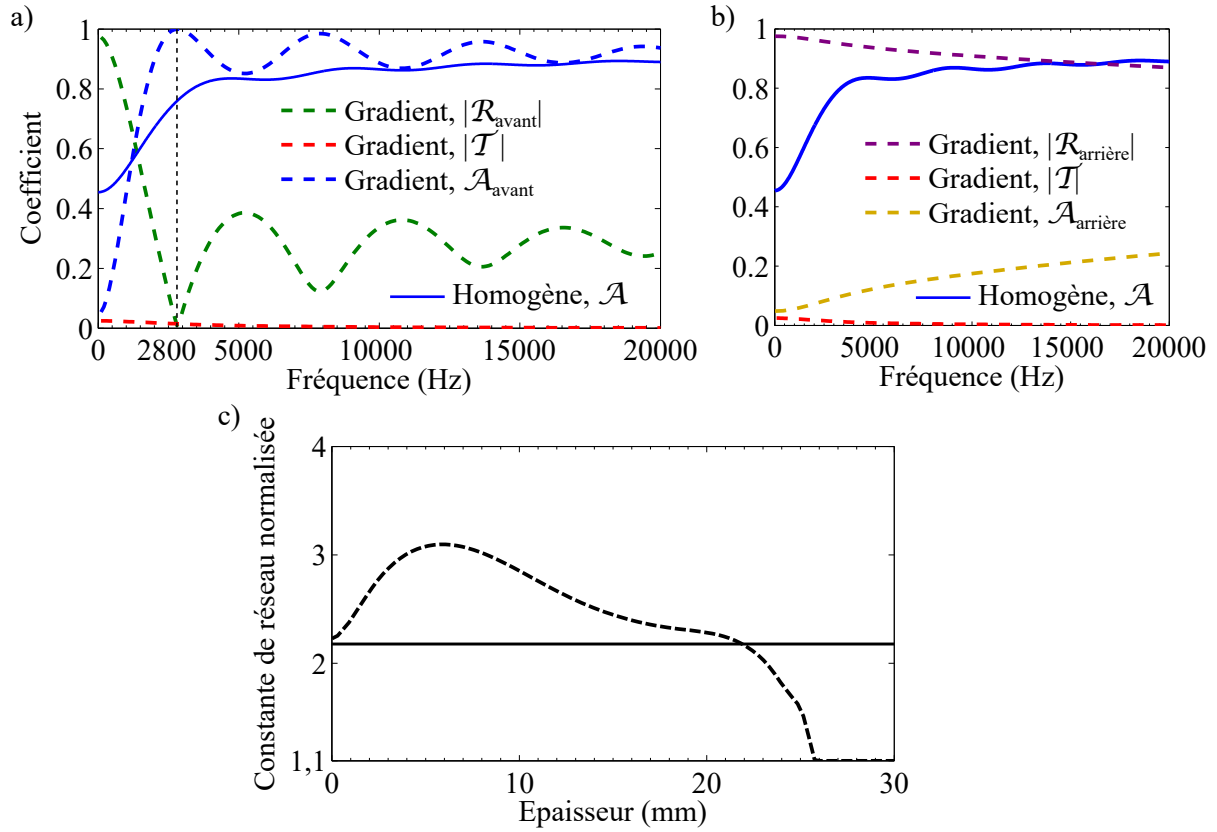


Figure 4.16 Couches poreuses de 30 mm d'épaisseur et placées sur fond libre, fibres de 100 μm de diamètre. a) \mathcal{A} de couche homogène, $\mathcal{A}_{\text{avant}}$, $|\mathcal{R}_{\text{avant}}|$ et $|\mathcal{T}|$ de couche à gradient de constante de réseau optimisé dans le but d'atteindre l'absorption parfaite à 2800 Hz dans la configuration "avant" de la couche poreuse. b) \mathcal{A} de couche homogène, $\mathcal{A}_{\text{arrière}}$, $|\mathcal{R}_{\text{arrière}}|$ et $|\mathcal{T}|$ de la couche à gradient de constante de réseau. c) Profils de constante de réseau normalisée S correspondants.

Le profil de constante de réseau est très similaire au profil obtenu lors de l'optimisation en fond rigide, Fig. 4.9(c) : il est composé de 5 zones alternant constante de réseau relativement faible puis élevée. Cependant seulement 4 minima de réflexion sont observés ici au lieu des 5 attendus engendrant 4 maxima d'absorption. Par ailleurs, la constante de réseau atteint sa borne inférieure autorisée $S([25; 28] \text{ mm}) = 1,1$ contribuant fortement à l'annulation de la transmission.

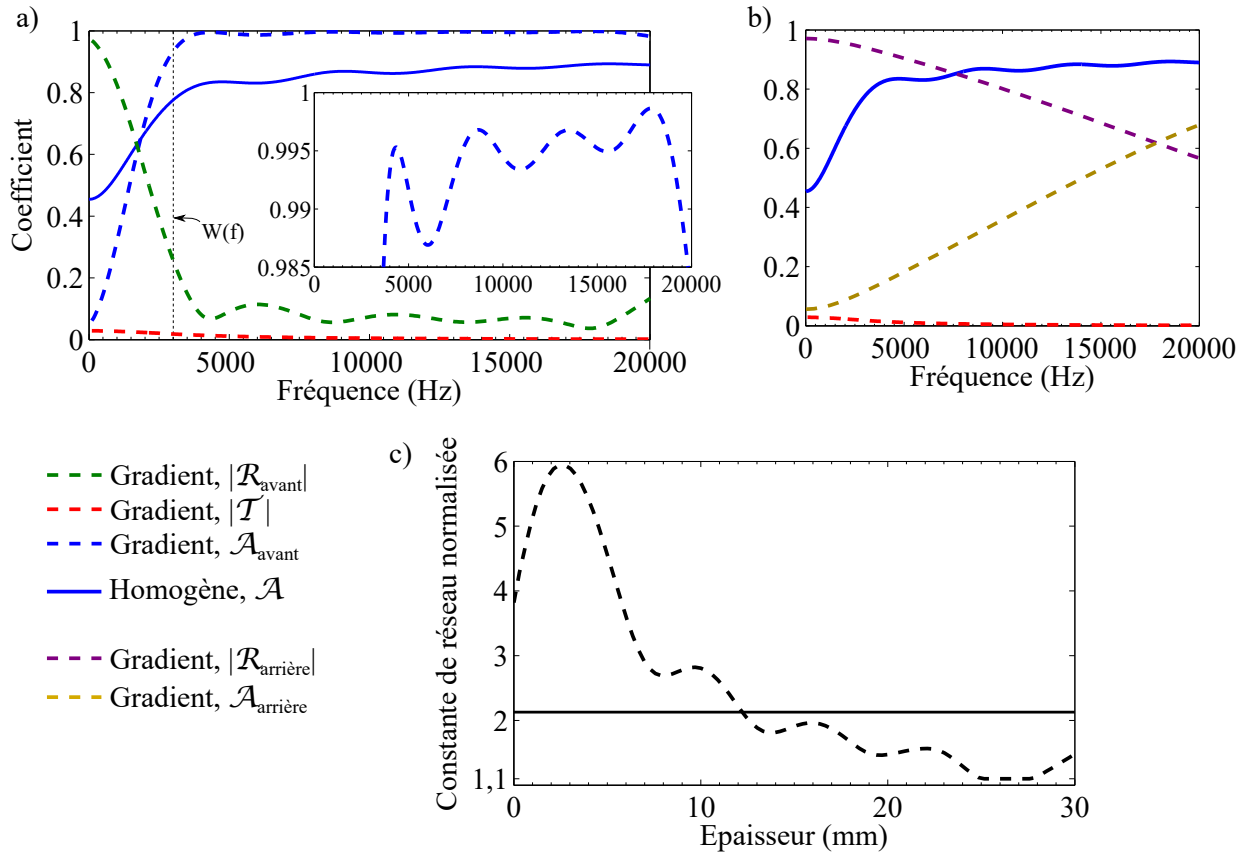


Figure 4.17 Couches poreuses de 30 mm d'épaisseur et placées sur fond libre, fibres de 100 μm de diamètre. a) \mathcal{A} de couche homogène, $\mathcal{A}_{\text{avant}}$, $|\mathcal{R}_{\text{avant}}|$ et $|\mathcal{T}|$ de couche à gradient de constante de réseau optimisé dans la configuration "avant" de la couche poreuse. b) \mathcal{A} de couche homogène, $\mathcal{A}_{\text{arrière}}$, $|\mathcal{R}_{\text{arrière}}|$ et $|\mathcal{T}|$ de la couche à gradient de constante de réseau. c) Profils de constante de réseau normalisée S correspondants. $W(\omega) = 2\pi[3\,000; 20\,000] \text{ Hz}$.

4.5.2 Optimisation de micro-treillis réaliste

L'absorption quasi-parfaite en transmission nécessite que le matériau optimisé possède une zone très résistive. Expérimentalement, le micro-treillis le plus résistif que nous avons pu réaliser a été fabriqué avec une buse de 200 μm de diamètre et un $TR = 60\%$ soit $S = 1,7$. Sa

taille de pore est donc $H \approx 140 \mu\text{m}$ et sa perméabilité viscostatique $q_0 \approx 4 \cdot 10^{-10} \text{m}^2$. Un TR plus élevé ne permet pas aux filaments de se rapprocher tout en respectant le motif souhaité car ils se collent alors souvent deux à deux dans le plan. Pour cette raison, expérimentalement et avec les moyens de fabrication disponibles, l'introduction et l'optimisation d'un gradient de constante de réseau au sein de l'épaisseur d'un micro-treillis permet d'améliorer son coefficient d'absorption en transmission mais ne permet pas d'atteindre l'absorption quasi-parfaite.

D'autres techniques de fabrication permettent sans doute de diminuer la perméabilité viscostatique d'un ordre de grandeur et ainsi de concevoir et réaliser un matériau poreux à gradient de propriétés possédant une absorption quasi-parfaite large bande en transmission.

4.5.3 En résumé

La maximisation de l'absorption en fond libre demande d'annuler simultanément la réflexion et la transmission de la couche poreuse. Ces exigences sont antagonistes si une couche poreuse homogène est considérée. L'introduction d'un gradient de propriétés permet en revanche de satisfaire cette double condition en rompant la symétrie du matériau. Pour annuler la transmission, une zone extrêmement résistive est formée sur la face opposée à l'onde incidente créant ainsi une terminaison quasi-rigide. Assez logiquement, l'annulation de la réflexion est alors obtenue par des profils très similaires à ceux observés lorsque la couche poreuse repose sur un fond rigide (Section 4.4). Les limitations de la méthode d'impression 3D utilisée dans ces travaux ne permettent pas de démontrer expérimentalement les résultats théoriques faisant appel à un micro-treillis idéalisé et à taille de pore sans limitation de taille.

CHAPITRE 5 IMPACT DE LA MICROSTRUCTURE ET DU TYPE DE RÉACTION SUR L'ATTÉNUATION

Il est bien connu que différentes microstructures de matériaux poreux entraînent différents comportements acoustiques. De même, le type de réaction, c.à.d., réaction localisée ou réaction non localisée impacte la propagation des ondes dans le matériau et donc dictent son comportement. Ce chapitre présente des comparaisons de performances de matériaux poreux (1) ayant des différences de microstructure et (2) permettant ou non la propagation transverse d'ondes acoustiques (réaction localisée ou non localisée). Lors des comparaisons, en dehors de la différence appliquée, les matériaux sont identiques ce qui permet de n'étudier que l'impact de la différence. Ces comparaisons en termes de performances viennent apporter un regard nouveau sur l'impact de la microstructure et du type de réaction. Les matériaux sont soit homogènes soit à gradient de propriétés.

5.1 Impact de la microstructure sur l'absorption

Comme présenté dans le Chap. 3 et dans la littérature [88,107], la capacité d'absorption d'un matériau poreux fibreux dépend de la taille, de la forme et de l'agencement de ses fibres. Cette disparité de comportements est bien connue pour les matériaux homogènes mais persiste-t-elle pour les matériaux à gradient de propriétés ?

Dans cette section nous allons analyser le comportement de couches poreuses reposant sur un fond rigide, homogènes ou à gradient optimal de propriétés et ayant diverses tailles, formes et agencements de fibres. Elles sont soumises à une excitation de type onde plane en incidence normale.

5.1.1 Impact de la largeur des fibres

L'impact du diamètre des fibres a été discuté au § 4.4.2 et la Fig. 4.6 dans le cas du MT-1f idéalisé. Avec une constante de réseau ne variant pas selon l'épaisseur de la couche poreuse et permettant d'atteindre le couplage critique à f_0 , le coefficient d'absorption en fond rigide présente des pics d'autant plus fins et basse fréquence que les fibres sont épaisses.

Afin de se rendre compte si cette différence de largeur de pics d'absorption est toujours valide lorsque le matériau présente un gradient de constante de réseau, l'optimisation hautes fréquences proposée dans § 4.4.2 est reprise. Le coefficient d'absorption sur fond rigide et en in-

cidence normale est maximisé avec la pondération de fréquences $W(\omega) = 2\pi[3\,000; 20\,000]$ Hz en optimisant un gradient de $S \in [1, 1; 40]$. Le MT-1f idéalisé est considéré et la couche poreuse a toujours une épaisseur de 30 mm. Les fibres ont un diamètre de $D = 100\,\mu\text{m}$, $200\,\mu\text{m}$ ou bien $400\,\mu\text{m}$.

Les coefficients d'absorption et les profils optimisés sont présentés sur la Fig. 5.1. Notons tout d'abord que pour les trois diamètres de fibres étudiés, les profils de constante de réseau (b) sont similaires car composés de 5 zones où alternent des valeurs relativement faibles et élevées. De plus, pour les fibres $D = 100\,\mu\text{m}$, le profil n'atteint pas ses bornes. L'optimisation n'a donc pas été restreinte par la limitation du champ de recherche autorisé. *A contrario*, avec les fibres $D = 200\,\mu\text{m}$ la borne inférieure de S est atteinte ponctuellement à $z = 26$ mm et de façon marquée pour les fibres $D = 400\,\mu\text{m}$ entre $z = 22.5$ mm et $z = 28$ mm. Une limite plus basse de S autorisée permettrait d'augmenter légèrement le coefficient d'absorption pour ces deux cas. Les moyennes des coefficients d'absorption sur la plage $[3\,600, 20\,000]$ Hz sont présentées dans le Tableau 5.1.

Ainsi, et aussi bien à la lecture des valeurs d'absorption moyenne qu'à la vision des courbes d'absorption, nous observons une nette diminution de l'écart d'absorption moyenne due au diamètre des fibres lorsque la constante de réseau présente un gradient optimisé. Les fibres les plus fines engendrent cependant toujours l'absorption la plus élevée avec ou sans gradient.

Tableau 5.1 Absorption moyenne sur la plage de fréquence $f \in [3\,600, 20\,000]$ Hz de MT-1f idéalisés homogènes et à gradient de constante de réseau optimisée pour différents diamètres de fibres.

$D\,(\mu\text{m})$	Homogène	Gradient libre
100	0.91	1.00
200	0.83	0.99
400	0.72	0.98

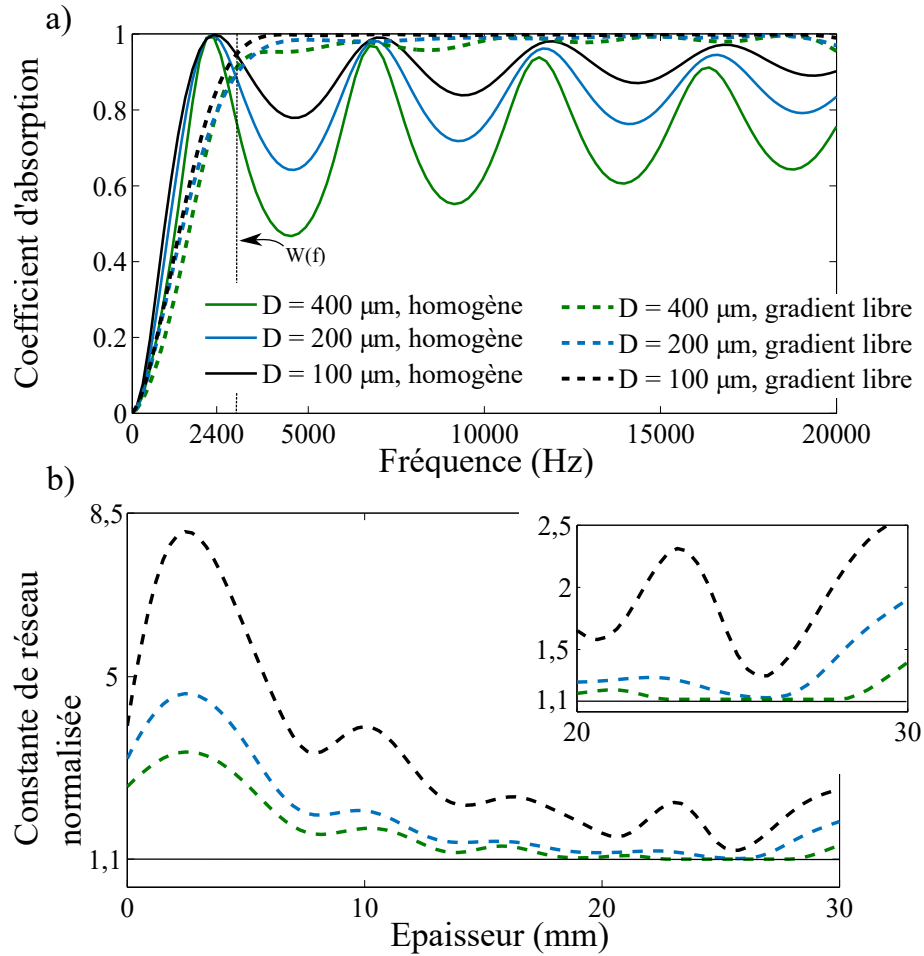


Figure 5.1 (a) Coefficients d'absorption sur fond rigide de couches poreuses optimisées de 30 mm d'épaisseur et faites de fibres de $D = 100 \mu\text{m}$ (noir), $200 \mu\text{m}$ (bleu) ou $400 \mu\text{m}$ (vert) de diamètre. Constante de réseau constante (ligne pleine) et à gradient libre (ligne en pointillés). (b) Profils optimisés de la constante de réseau normalisée correspondants. $W(\omega) = 2\pi[3\,000; 20\,000]$ Hz.

5.1.2 Impact de l'agencement et de la forme des fibres

Après l'étude de l'impact du diamètre des fibres sur l'absorption, passons à présent à celle de l'impact de la morphologie du matériau poreux fibreux. Les paramètres JCAL expérimentaux du MT-1f sont légèrement différents de ceux considérant la cellule unitaire idéalisée comme présenté Fig. 3.13. Cela n'a pas empêché l'optimisation du gradient de TR et donc de constante de réseau d'améliorer le coefficient d'absorption sur les plages de fréquences visées (Figs. 4.12 et 4.13) de manière similaire à l'amélioration du coefficient d'absorption qui a été observée en considérant la microstructure idéalisée (Figs. 4.7, 4.8 et 4.9). Le MT-1f idéalisé et le MT-1f expérimental restent cependant assez similaires en termes d'agencement et de forme des fibres. Il semble donc approprié de comparer le MT-1f idéalisé à un matériau poreux fibreux dont les fibres sont aussi cylindriques mais agencées différemment ainsi qu'avec un matériau composé de fibres non cylindriques. Le matériau présenté sur la Fig. 2.5 composé de fibres cylindriques non jointives ainsi que son équivalent avec des fibres de section carrée sont sélectionnés. Le calcul de leurs paramètres JCAL est effectué à partir de leur cellule unitaire idéalisée. Le champ de pression est transverse aux fibres. La même optimisation que lors de l'étude de l'impact du diamètre des fibres est réalisée. Ici, les fibres des matériaux ont un diamètre ou une largeur de $100\text{ }\mu\text{m}$.

Comme présenté sur la Fig. 5.2a), le coefficient d'absorption des matériaux homogènes aux fibres non jointives cylindriques (violet) et de section carrée (beige) sont très similaires. Leur constante de réseau et taille de pore sont légèrement différentes (Tableau 5.2) mais leur porosité et perméabilité viscostatique sont presque égales. Ainsi ces matériaux homogènes ont des fibres de formes différentes et de largeur similaires et ont une absorption presque identique lorsque leur constante de réseau est choisie pour que le couplage critique soit atteint à f_0 . Leur absorption est assez semblable à celle du MT-1f à ceci près que le premier pic d'absorption survient à une fréquence f_0 légèrement plus élevée et que les pics suivants sont plus proches de l'absorption parfaite. Il en résulte une absorption moyenne plus élevée (Tableau 5.3).

Une fois le gradient de constante de réseau S introduit et optimisé, les courbes d'absorption des trois matériaux sont presque superposées comme en témoignent la Fig. 5.2a) et le Tableau 5.3. Le profil de S est une fois de plus composé de 5 oscillations, Fig. 5.2b).

Ainsi, sur la plage de fréquence visée, l'absorption des trois matériaux est plus proche lorsqu'ils comportent un gradient d'espacement de fibres optimisé que lorsqu'ils sont homogènes. Cette absorption est quasi-parfaite.

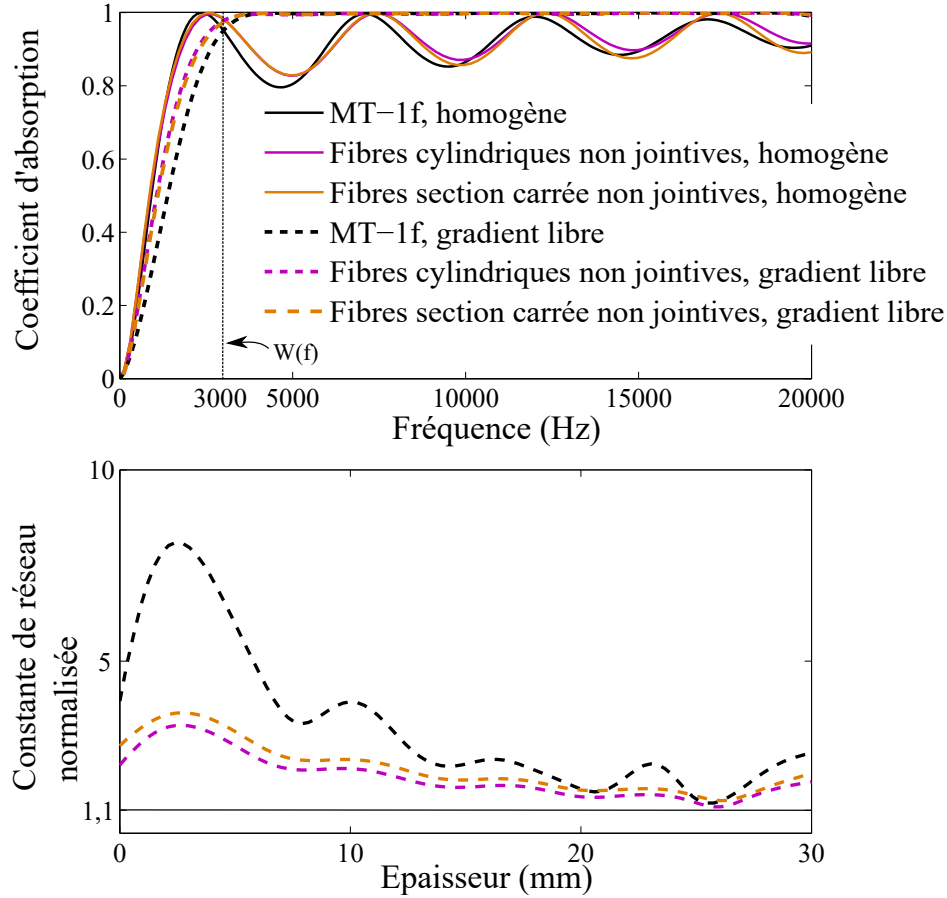


Figure 5.2 (a) Coefficients d'absorption sur fond rigide de couches poreuses homogènes (traits pleins) et à gradient de constante de réseau (traits pointillés) optimisées, de 30 mm d'épaisseur et faites de fibres de 100 μm de diamètre ou coté. (b) Profils optimisés de la constante de réseau normalisée correspondants. $W(\omega) = 2\pi[3\,000; 20\,000]$ Hz.

5.1.3 En résumé

L'absorption d'un matériau poreux fibreux homogène est tributaire de l'épaisseur de ses fibres, de leur forme et de leur arrangement. Le couplage critique à f_0 peut être atteint en choisissant convenablement la constante de réseau. Un gradient d'espacement de fibres permet d'améliorer l'absorption de la couche poreuse sur une plage de fréquence cible et réduit significativement les écarts de performances observés chez les matériaux homogènes.

Tableau 5.2 Matériaux poreux idéalisés, de 30 mm d'épaisseur, homogènes et critiquelement couplés à f_0 .

	S	H (μm)	ϕ	$q_0(10^{-10}\text{m}^2)$
MT-1f	2,75	175	0,71	8,2
Fibres cylindrique non jointives	2,05	105	0,81	9,3
Fibres section carrée non jointives	2,25	125	0,80	9,4

Tableau 5.3 Absorption moyenne sur la plage de fréquence $f \in [3\ 600, 20\ 000]$ Hz de matériaux poreux idéalisés homogènes et à gradient de constante de réseau, constitués de fibres cylindriques de 100 μm de diamètre ou de coté.

	Homogène	Gradient libre
MT-1f	0.91	1.00
Fibres cylindrique non jointives	0.93	1.00
Fibres section carrée non jointives	0.92	1.00

5.2 Réaction (non) localisée et absorption en fond rigide

Jusqu'à ce point tous les matériaux optimisés étaient à réaction non localisée. Cette section présente les performances d'atténuation d'une couche poreuse sur fond rigide, à réaction non localisée, et les compare à celles d'une couche poreuse de même épaisseur et formée du même type de matériau mais forcée à être à réaction localisée. Les performances sont exprimées en termes de coefficient d'absorption $\mathcal{A} = 1 - |\mathcal{R}|^2$.

5.2.1 Motivation

Habituellement, les modèles cherchent à prédire le comportement d'un traitement à partir de la connaissance de ses propriétés intrinsèques. En particulier, les modèles analytiques considèrent que les matériaux qui composent le traitement sont à réaction localisée ou bien non localisée (voir § 1.3.2) et adaptent les équations de propagation en conséquence.

L'importance de considérer le bon type de réaction a été soulignée. Il a par exemple été démontré que l'écart de prédiction peut être important lorsque le traitement repose sur un fond rigide et qu'une réaction localisée est envisagée à la place d'une réaction non localisée [16, 108]. Les traitements conventionnels de nacelles de réacteurs d'avions sont composés de plaques microperforées reposant sur des cavités en forme de nid d'abeille créant petites partitions verticales à réaction localisée. Cependant, lorsque ces traitements sont utilisés sur les parois de nacelles de réacteurs d'avion, des petites ouvertures doivent être percées dans

le nid d'abeille pour permettre le drainage. Il a été signalé que la présence de ces connexions entre les cavités affecte le comportement du traitement suivant le nombre et la taille des ouvertures : la réaction du traitement ne peut plus être considérée localisée [109].

La recherche s'est beaucoup concentrée sur l'obtention de modèles fiables tandis qu'assez peu d'études ont comparé les performances d'un type de traitement pouvant être à réaction localisée ou non localisée. Il semble pourtant que le passage de réaction localisée à non localisée d'un traitement composé d'une ou plusieurs plaques micro-perforées séparées par des âmes en nid d'abeille peut permettre d'augmenter son atténuation [110]. Cela peut s'expliquer par l'ajout de degrés de liberté. Un traitement à réaction localisée n'autorise la propagation que dans une seule direction (normale) tandis qu'un traitement à réaction non localisée l'autorise dans la direction normale ainsi que dans les directions transverses.

À l'inverse, les matériaux poreux à porosités interconnectées sont à réaction non localisée mais peuvent être forcés à devenir à réaction localisée si des partitions verticales sont par exemple introduites. En plus de permettre le contrôle de la porosité du matériau poreux, la fabrication additive rend possible la fabrication simultanée du matériau poreux et des partitions. Cette section a donc pour objectif d'évaluer les différences de performances entre un même type de matériaux poreux à réaction localisée ou non localisée.

5.2.2 Couche poreuse homogène

La comparaison des performances est d'abord effectuée en considérant une couche poreuse reposant sur un fond rigide et recevant une onde en incidence quelconque.

Le problème est le même que celui considéré jusqu'à présent et représenté sur la Fig. 4.1.

Le comportement de la couche poreuse homogène est obtenue à partir de la TMM (voir § 4.2.1), en considérant la matrice de transfert $\mathbf{T}(L, [p])$, Eq. (4.27), lorsque le matériau $\Omega^{[p]}$ est à réaction non localisée et la matrice $\mathbf{T}(L, [p])_{Local}$, Eq. (4.30), lorsque le matériau est à réaction localisée.

Le micro-treillis MT-1f idéalisé et présenté Fig. 4.5 est considéré. La couche poreuse a une épaisseur $L = 30$ mm. Elle est considérée infinie dans ses dimensions latérales. En pratique un traitement est toujours de dimensions latérales finies. Cela introduit des réflexions sur les

bords du traitement.

Le type de réaction n'a pas d'importance en incidence normale puisqu'il ne peut y avoir de propagation transverse, c'est donc en incidence oblique ou en champ diffus que l'étude porte. Le coefficient d'absorption en incidence quelconque est $\mathcal{A}(\theta, f)$ et celui en champ diffus $\mathcal{A}_{diff}(f)$ dont l'expression est donné par l'Eq. (1.4). L'angle $\theta = 90^\circ$ correspond à l'incidence normale.

Avant de comparer les coefficients d'absorption des traitements optimisés, attardons nous sur ceux de couches poreuses homogènes.

La Fig. 5.3 présente le comportement sur fond rigide des couches poreuses préalablement introduites au § 4.4.2. Elles ont une épaisseur de 30 mm et sont composées de fibres de diamètre $D = 100 \mu\text{m}$ ou $D = 400 \mu\text{m}$ tandis que leur constante de réseau est choisie de telle manière que l'absorption parfaite est atteinte au premier maximum d'absorption en incidence normale : $\mathcal{A}(\theta = 90^\circ, f_0) = 1$.

Premièrement, comme nous pouvons le voir sur la Fig. 5.3 a), b), c), d), l'absorption $\mathcal{A}(\theta, f)$ est nulle lorsque la fréquence ou l'angle d'incidence tendent vers 0. De plus, les variations au sein de l'espace (θ, f) sont plus importantes pour le micro-treillis ayant les plus gros filaments comme cela avait déjà été observé sur $(\theta = 90^\circ, f)$ au § 4.4.2. Lorsqu'une réaction localisée est considérée, entre $\theta = 90^\circ$ et 30° la position des maxima d'absorption dépend faiblement de la fréquence tandis qu'elle tend à augmenter en fréquence lorsque l'angle diminue (écart plus important avec l'incidence normale) lorsqu'une réaction non localisée est considérée. Dans les

Tableau 5.4 Moyenne du coefficient d'absorption en champ diffus $\bar{\mathcal{A}}_{diff}$ avec $\theta \in [0; 90]^\circ$ et $f \in [20; 20\,000]$ Hz de MT-1f idéalisés homogènes de 30 mm d'épaisseur et de constante de réseau S .

D (μm)	S	Réaction localisée	Réaction non localisée
100	1,38	0,72	0,73
	2,75	0,89	0,91
	5,50	0,67	0,82
400	1,2	0,77	0,75
	1,44	0,79	0,81
	2,88	0,50	0,64

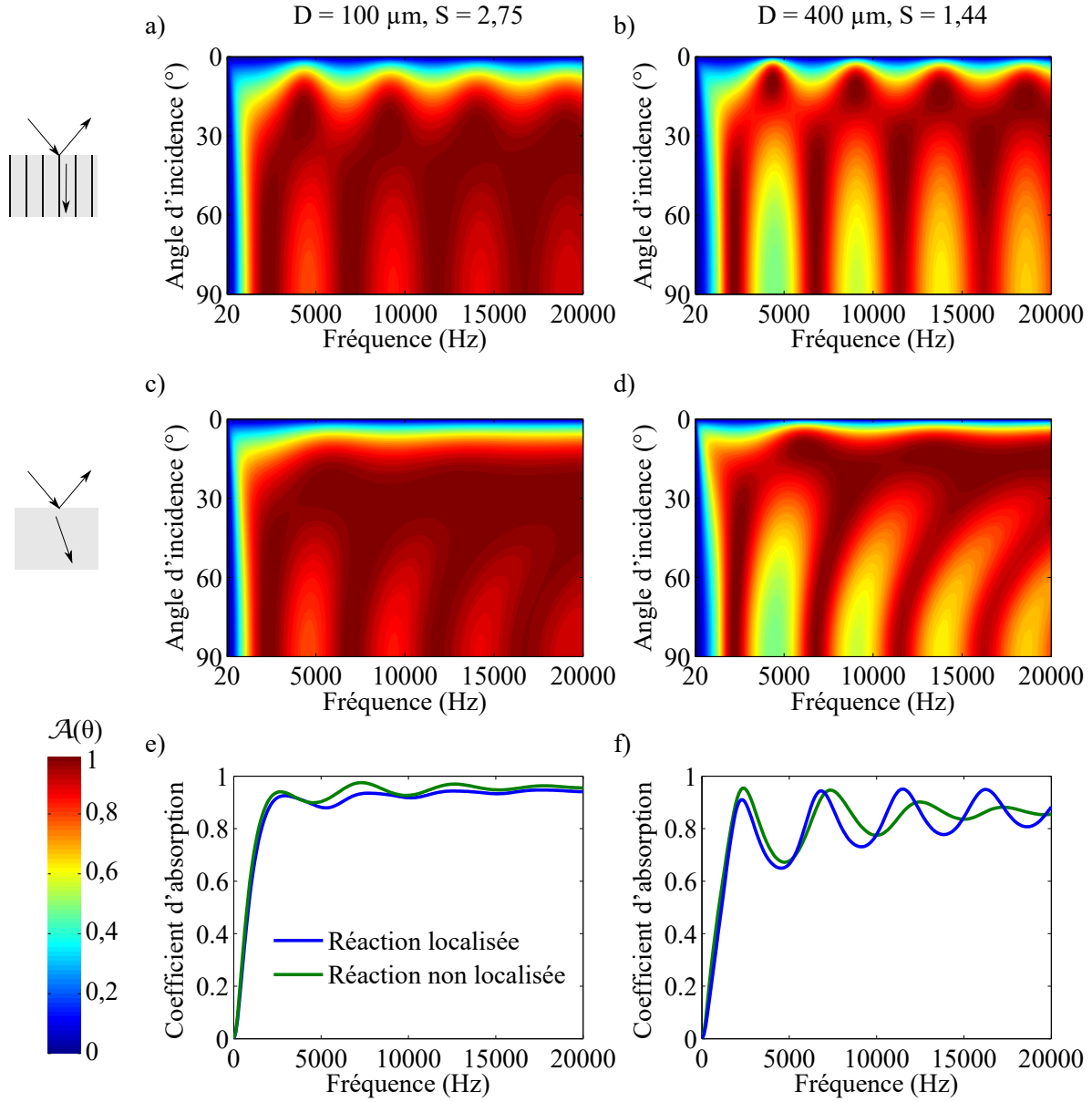


Figure 5.3 Coefficient d'absorption de couches homogènes de 30 mm d'épaisseur de MT-1f idéalisé. a), c) et e) Diamètre des fibres $D = 100 \mu\text{m}$ et constante de réseau normalisée $S = 2,75$. b), d), f) $D = 400 \mu\text{m}$ et $S = 1,44$. a) et b) Réaction localisée, c) et d) réaction non localisée. a), b), c) et d) Coefficient d'absorption en fonction de l'angle d'incidence et de la fréquence $\mathcal{A}(\theta, f)$. e) et f) Coefficient d'absorption en champ diffus $\mathcal{A}(f)_{diff}$ ($\theta_{min} = 0^\circ, \theta_{max} = 90^\circ$).

deux cas, aux alentours de $\theta = 20^\circ$ un saut de position en fréquence des maxima d'absorption survient puis l'absorption s'effondre à l'approche de l'incidence rasante $\theta = 0^\circ$. Concernant l'absorption en champ diffus présentée sur la Fig. 5.3 e), f), son niveau et sa dépendance en fréquence sont à première vue assez peu dépendants du type de réaction. Pour les fibres de $D = 400 \mu\text{m}$ nous remarquons cependant un décalage des pics vers les hautes fréquences et un élargissement. Finalement, pour ces matériaux, la moyenne de l'absorption en champ diffus est peu sensible au type de réaction (Tableau 5.4).

La constante de réseau est ensuite doublée et le comportement des couches poreuses est représenté sur la Fig. 5.4. Le type de réaction impacte plus fortement l'absorption et les matériaux à réaction non localisée possèdent une absorption en champ diffus supérieure à leur équivalent à réaction localisée sur tout le spectre audible ce qui affecte significativement leur moyenne (Tableau 5.4).

Enfin, la constante de réseau est réduite par rapport aux matériaux couplés de manière critique à f_0 en incidence normale. Le comportement des couches poreuses est représenté sur la Fig. 5.5. Les matériaux se comportent de manière très similaire quelque soit le type de réaction considéré. Les fibres de $D = 400 \mu\text{m}$ de diamètre sont cependant en moyenne légèrement plus favorables à la réaction localisée (Tableau 5.4).

Comparaison à constante de réseau optimisée pour chaque type de réaction indépendamment

La constante de réseau est à présent optimisée pour maximiser l'absorption de la couche poreuse homogène. Les comparaisons des performances suivant le type de réaction vont à présent pouvoir être effectuées en considérant des configurations optimisées indépendamment l'une de l'autre. La fabrication additive permet de contrôler la microstructure des matériaux poreux. Si nous devons déterminer s'il vaut mieux fabriquer un matériau à réaction localisée ou à réaction non localisée pour maximiser son absorption, une comparaison rigoureuse et objective des performances doit être réalisée en optimisant les matériaux pour chaque type de réaction indépendamment.

La constante de réseau de la couche poreuse est d'abord optimisée afin de maximiser l'absorption sur tout le spectre audible $f \in [20; 20\,000]$ Hz et pour tous les angles d'incidence $\theta \in [0; 90]^\circ$. Les valeurs d'absorption moyenne $\bar{\mathcal{A}}_{diff}$, où $\bar{\cdot}$ symbolise la moyenne de la gran-

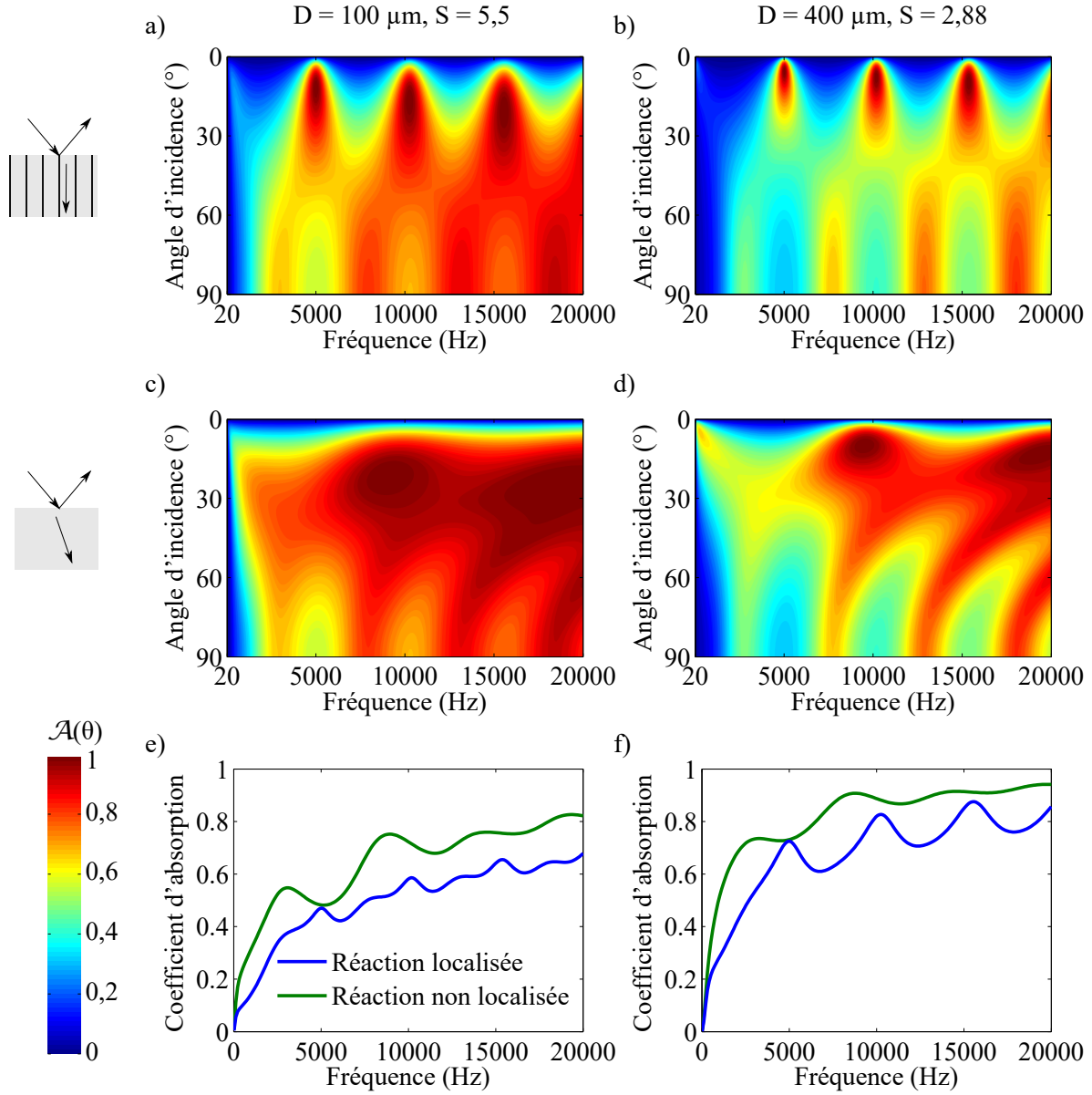


Figure 5.4 Coefficient d'absorption de couches homogènes de 30 mm d'épaisseur de MT-1f idéalisé. a), c) et e) Diamètre des fibres $D = 100 \mu\text{m}$ et constante de réseau normalisée $S = 5,5$. b), d), f) $D = 400 \mu\text{m}$ et $S = 2,88$. a) et b) Réaction localisée, c) et d) réaction non localisée. a), b), c) et d) Coefficient d'absorption en fonction de l'angle d'incidence et de la fréquence $\mathcal{A}(\theta, f)$. e) et f) Coefficient d'absorption en champ diffus $\mathcal{A}(f)_{\text{diff}}$ ($\theta_{\min} = 0^\circ, \theta_{\max} = 90^\circ$).

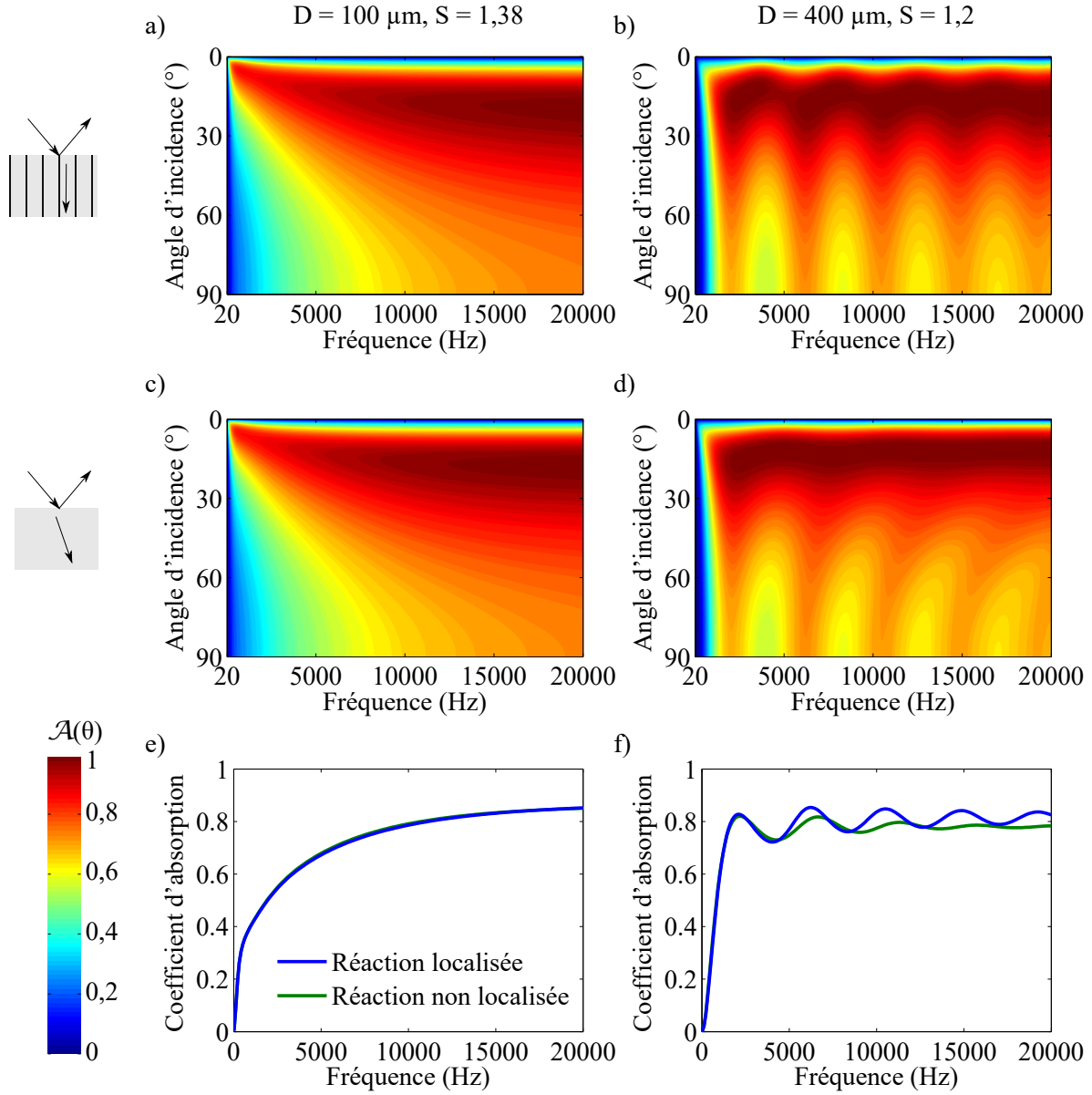


Figure 5.5 Coefficient d'absorption de couches homogènes de 30 mm d'épaisseur de MT-1f idéalisé. a), c) et e) Diamètre des fibres $D = 100 \mu\text{m}$ et constante de réseau normalisée $S = 1,38$. b), d), f) $D = 400 \mu\text{m}$ et $S = 1,2$. a) et b) Réaction localisée, c) et d) réaction non localisée. a), b), c) et d) Coefficient d'absorption en fonction de l'angle d'incidence et de la fréquence $\mathcal{A}(\theta, f)$. e) et f) Coefficient d'absorption en champ diffus $\mathcal{A}(f)_{diff}$ ($\theta_{min} = 0^\circ, \theta_{max} = 90^\circ$).

deur, et les constantes de réseau S correspondantes sont consignées dans les 4 premières lignes du Tableau 5.5. Les fibres de 100 μm de diamètre conduisent à une absorption moyenne supérieure à celle obtenue avec des fibres de 400 μm . Le type de réaction n'impacte, quant à elle, presque pas la valeur de l'absorption moyenne. Cependant nous pouvons noter que la constante de réseau optimale est supérieure dans le cas de la réaction non localisée, c.à.d, que le matériau présente des pores plus grands et une porosité plus élevée.

Des optimisations sur des plages de fréquences et d'angles d'incidence réduites sont ensuite conduites. Elles considèrent en particulier des plages qui semblent être favorables aux matériaux à réaction non localisée que sont les basses fréquences et les angles rasants. Il s'agit des plages de fréquences $f \in [20; 20\,000]$ Hz, $f \in [20; 2\,000]$ Hz et $f \in [2\,000; 20\,000]$ Hz couplées aux plages d'angles $\theta \in [0; 90]^\circ$ et $\theta \in [5; 30]^\circ$. Les valeurs d'absorption moyenne $\bar{\mathcal{A}}_{diff}$ et les constantes de réseau S correspondantes sont consignées dans le Tableau 5.5.

Les fibres de 100 μm de diamètre donnent lieu à une absorption moyenne supérieure à celle obtenue avec des fibres de 400 μm sauf sur les plages définies par $\theta \in [5; 30]^\circ$ et $f \in [20; 20\,000]$ Hz ou $f \in [2\,000; 20\,000]$ Hz. La réaction non localisée permet d'atteindre une absorption moyenne supérieure ou égale à la réaction localisée à l'exception de la plage définie par $\theta \in [5; 30]^\circ$ et $f \in [2\,000; 20\,000]$ Hz avec des filaments de $D = 400\,\mu\text{m}$. La différence d'absorption est toujours limitée à un faible $\delta\bar{\mathcal{A}}_{diff} = 0,02$. La constante de réseau est à nouveau plus élevée lorsque optimisée en considérant une réaction non localisée.

5.2.3 Couche poreuse à gradient de propriétés

La réaction non localisée est en moyenne très légèrement favorable à l'absorption en champ diffus de couches homogènes en fond rigide. Nous allons à présent explorer les couches à gradient de propriétés.

Description du problème

Le problème est le même que celui considéré jusqu'à présent et représenté sur la Fig. 4.1. Le micro-treillis MT-1f idéalisé et présenté Fig. 4.5 est toujours considéré. La constante de réseau normalisée est autorisée à varier sur $S \in [1, 2; 40]$. La couche poreuse a une épaisseur $L = 30\,\text{mm}$.

Le comportement de la couche poreuse à gradient de propriétés est obtenu à partir de la TMM

Tableau 5.5 MT-1f idéalisés homogènes de 30 mm d'épaisseur et de constante de réseau S optimisée pour maximiser $\bar{\mathcal{A}}_{diff}$ la moyenne de l'absorption en champ diffus pour différentes plages de fréquences et d'angles d'incidence.

θ (°)	f (Hz)	D (µm)		Réaction localisée	Réaction non localisée
[0; 90]	[20; 20 000]	100	\mathcal{A}_{diff}	0,90	0,91
			S	2,25	2,43
		400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,80	0,80
			S	1,31	1,44
[0; 90]	[20; 2 000]	100	\mathcal{A}_{diff}	0,60	0,61
			S	2,03	2,08
		400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,51	0,53
			S	1,24	1,26
[0; 90]	[2 000; 20 000]	100	\mathcal{A}_{diff}	0,94	0,95
			S	2,32	2,54
		400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,84	0,84
			S	1,33	1,47
[5; 30]	[20; 20 000]	100	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,90	0,92
			S	1,68	1,77
		400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,91	0,91
			S	1,21	1,28
[5; 30]	[20; 2 000]	100	\mathcal{A}_{diff}	0,69	0,70
			S	1,74	1,76
		400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,63	0,64
			S	1,18	1,19
[5; 30]	[2 000; 20 000]	100	\mathcal{A}_{diff}	0,93	0,95
			S	1,66	1,78
		400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,95	0,94
			S	1,22	1,30

pour les études préliminaires se servant de gradients discrets. Ensuite, des gradients continus sont étudiés et simulés à partir de la méthode de *wave splitting* (voir § 4.2.3). Lorsque le matériau est à réaction non localisée, la matrice \mathbf{A} est donnée par l'Eq. (4.10) et les composantes de la matrice $\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{Z}^{-1}$ sont données par les Eqs. (4.44 et 4.45). Lorsque le matériau est à réaction localisée, la matrice \mathbf{A}_{Local} est donnée par l'Eq. (4.13) et les composantes de la matrice $\mathbf{Z}\mathbf{A}_{Local}\mathbf{Z}^{-1}$ sont données par les Eqs. (4.46 et 4.47) .

Comparaison à constante de réseau optimisée pour chaque type de réaction indépendant

Des études préliminaires sont d'abord menées sur toutes les plages de fréquences et d'angles d'incidence étudiées lorsqu'une couche homogène était considérée. Les couches poreuses sont à gradient discret (4 couches de même épaisseur), la prédiction de leur comportement réalisée par TMM (voir § 4.2.1) et leur constante de réseau optimisée par la méthode décrite en § 4.3.3. Il en ressort qu'avec des fibres de $D = 100\text{ }\mu\text{m}$ de diamètre, la réaction non localisée apporte toujours un faible gain par rapport à la réaction localisée. Il est inférieur à $\delta\bar{\mathcal{A}}_{diff} = 0,02$. Avec des fibres de $D = 400\text{ }\mu\text{m}$ de diamètre, le classement dépend des plages de fréquences considérées. La réaction non localisée entraîne une absorption en champ diffus plus élevée sauf lorsqu'elle est maximisée sur la plage de fréquences $f \in [20; 2\,000]$ Hz.

Afin d'illustrer cette différence de performances, un gradient continu de constante de réseau $S(z)$ est à présent introduit et optimisé en prenant en compte des fibres de $D = 400\text{ }\mu\text{m}$ de diamètre. Le Tableau 5.6 résume les moyennes d'absorption et de constante de réseau (proportionnelle à la masse) du matériau à gradient optimisé.

Deux cas sont présentés en détails sur la Fig. 5.6 et discutés. Le premier cas concerne l'optimisation avec $\theta \in [1; 90]^\circ$ et $f \in [20; 20\,000]$ Hz, c'est à dire tous les angles d'incidence sauf l'incidence complètement rasante et tout le spectre audible. Le deuxième cas concerne $\theta \in [1; 90]^\circ$ et $f \in [20; 2\,000]$ Hz c'est à dire tous les angles d'incidence sauf l'incidence complètement rasante et les fréquences inférieures à la fréquence quart d'onde d'un matériau homogène de même épaisseur.

L'optimisation de tout le spectre audible donne l'avantage à la réaction non localisée aussi bien en termes de moyenne d'absorption que de constante de réseau. Le gradient de propriétés entraîne par ailleurs pour les deux types de réactions un net gain d'absorption par rapport

Tableau 5.6 MT-1f idéalisés de 30 mm d'épaisseur, composés de fibres de diamètre $D = 400 \mu\text{m}$ et à gradient de constante de réseau S optimisé pour maximiser $\bar{\mathcal{A}}_{diff}$ la moyenne de l'absorption en champ diffus pour différentes plages de fréquences et d'angles d'incidence.

θ (°)	f (Hz)	D (μm)		Réaction localisée	Réaction non localisée
[1; 90]	[20; 20 000]	400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,87	0,90
			\bar{S}	1,32	1,46
[1; 90]	[20; 2 000]	400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,63	0,58
			\bar{S}	4,55	2,37
[1; 90]	[2 000; 20 000]	400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,92	0,95
			\bar{S}	1,35	1,54
[5; 30]	[20; 20 000]	400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,91	0,92
			\bar{S}	1,22	1,27
[5; 30]	[20; 2 000]	400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,67	0,66
			\bar{S}	4,56	1,54
[5; 30]	[2 000; 20 000]	400	$\bar{\mathcal{A}}_{diff}$	0,96	0,97
			\bar{S}	1,22	2,49

au matériau homogène (Fig. 5.6 e). Les profils de S (Fig. 5.6 g) présentent des oscillations similaires à celles observées lors de l'optimisation en incidence normale (Fig. 4.9). Une grande partie du profil atteint la limite basse autorisée ce qui écrase le profil et ne permet pas d'apprécier un nombre d'oscillations précis.

L'optimisation centrée sur les fréquences inférieures à 2000 Hz permet elle aussi une amélioration de l'absorption en champ diffus par rapport au matériau homogène. En revanche la réaction localisée engendre une absorption en champ diffus plus élevée que la réaction non localisée (Fig. 5.6 e). Les profils de S (Fig. 5.6 h) présentent une première zone à faible valeur puis une augmentation accompagnée d'oscillations. En incidence normale (Fig. 4.7), le profil comportait déjà une première zone à faible valeur de S et était suivie d'un plenum (grande valeur de S) sans oscillations.

5.2.4 En résumé

Le type de réaction affecte généralement le comportement d'une couche poreuse homogène et un écart significatif d'absorption en champ diffus apparaît pour des valeurs de constante de réseau plus élevées que celle permettant d'atteindre l'absorption parfaite au premier maximum d'absorption en incidence normale. Une réaction non localisée entraîne alors une absorption

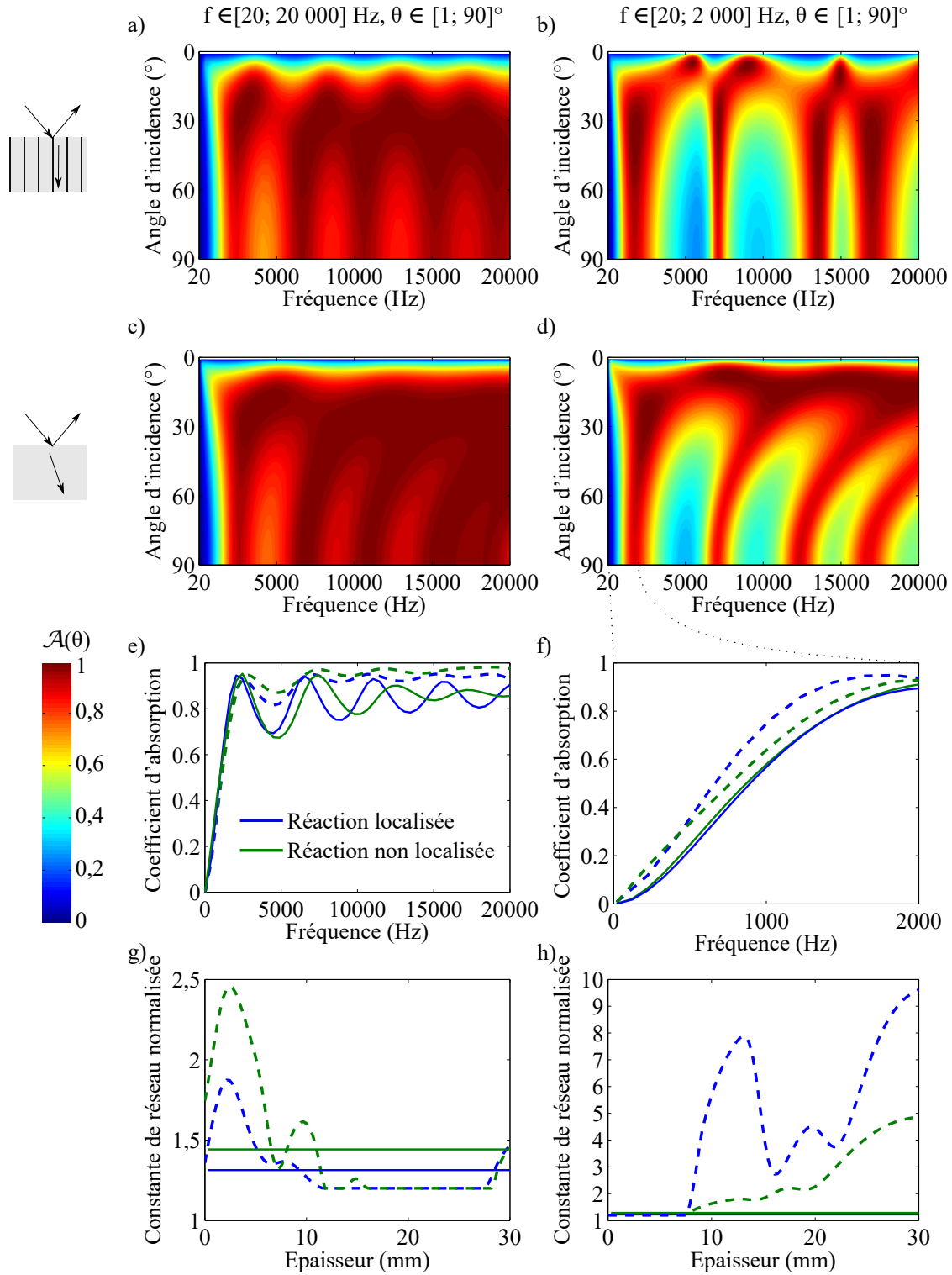


Figure 5.6 MT-1f idéalisés à gradient de constante de réseau S et de 30 mm d'épaisseur. Diamètre des fibres $D = 400\ \mu\text{m}$.

a), c), e) et g) Maximisation de $\bar{\mathcal{A}}(f)_{diff}$ avec $\theta \in [1; 90]^\circ$ et $f \in [20; 20\,000]$ Hz.

b), d), f) et h) Maximisation de $\bar{\mathcal{A}}(f)_{diff}$ avec $\theta \in [1; 90]^\circ$ et $f \in [20; 2\,000]$ Hz.

a) et b) $\mathcal{A}(\theta, f)$ en considérant une réaction localisée. c) et d) $\mathcal{A}(\theta, f)$ en considérant une réaction non localisée. e) et f) $\mathcal{A}(f)_{diff}$. Les pointillés correspondent aux valeurs obtenues avec un gradient de S et les traits pleins avec S constant. La réaction localisée est en bleu et la non localisée en vert. g) et h) S correspondantes.

plus élevée qu'une réaction localisée. Lorsque la constante de réseau est optimisée d'une part pour la couche homogène à réaction localisée et d'autre part pour celle à réaction non localisée, la constante de réseau et l'absorption sont très légèrement plus élevées pour la couche à réaction non localisée. Cette observation est valable pour différentes plages de fréquences et d'angles d'incidence et peut être mise à profit pour maximiser l'absorption d'une couche poreuse.

Lorsqu'un gradient de constante de réseau est introduit et optimisé, une augmentation de l'absorption par rapport à la couche poreuse homogène est observée. De plus, la réaction non localisée engendre alors une absorption légèrement plus élevée que la réaction localisée sauf pour les basses et moyennes fréquences.

Les études ont été menées en considérant comme matériau poreux le MT-1f idéalisé. Il s'agit d'un matériau fibreux quasi-isotrope. La généralisation des conclusions à tous les matériaux poreux n'est pas automatique. Néanmoins, les essais sur les couches poreuses homogènes et à gradient de constante de réseau ont aussi été effectués en utilisant les matériaux poreux constitué de fibres cylindriques pleines et non jointives (présenté Fig. 2.5). Les mêmes observations qu'avec le MT-1f ont été réalisées. Cela tend à généraliser ces conclusions sans pour autant les rendre universelles.

5.3 Réaction (non) localisée et atténuation en revêtement de paroi

Dans cette section, le traitement acoustique est placé sur les parois d'un conduit. En pratique une telle configuration est rencontrée lorsqu'un bruit non désiré se propage dans un conduit et s'en échappe sans qu'il soit possible de boucher la ou les ouvertures du conduit. Il peut s'agir de conduits de ventilation ou de réacteurs d'avion, par exemple.

5.3.1 Contexte

Un point commun entre une ventilation et un réacteur d'avion est la présence d'un écoulement d'air dans le conduit accompagnée d'un bruit non désiré se propageant dans le conduit et ultimement s'en échappant. Un des rôles du traitement est d'atténuer le plus possible le bruit non désiré sans bloquer l'écoulement d'air.

Habituellement, le bruit transmis à l'extérieur du conduit provient principalement des ouvertures du conduit. Pour simplifier les analyses, les parois du conduit sont donc considérées

rigides, c.à.d., imperméables au son. Les coefficients de réflexion et de transmission du traitement sont donc définis par rapport à la propagation à l'intérieur du conduit.

Il est important de noter que l'écoulement d'air influe la propagation des ondes sonores. Cependant, pour simplifier les analyses cet écoulement n'est pas pris en compte dans les modèles de cette étude.

Enfin, la capacité du traitement à empêcher le bruit de se propager dans le conduit est habituellement quantifiée à l'aide de son coefficient de transmission mis sous la forme de perte par transmission TL , Eq. (1.5). Bien qu'étant la grandeur de référence pour évaluer la performance d'un traitement en revêtement de conduit, le TL ne tient compte que de la perte d'énergie transmise au delà du traitement. Il ne donne donc pas l'information de l'énergie totale atténuée par le traitement, comprise dans le coefficient d'absorption $\mathcal{A} = 1 - |\mathcal{R}|^2 - |\mathcal{T}|^2$.

5.3.2 Motivation

Cette section s'inscrit dans la continuité de § 5.2 où il a été expliqué que bien que les traitements à réaction non localisée sont pressentis pour avoir une meilleure atténuation en champ diffus que leurs équivalents à réaction localisée, la différence est ténue lorsque les traitements sont optimisés. Comparons à présent les performances de ces deux types de réaction avec un traitement placé en revêtement de paroi de conduit.

5.3.3 Coefficients de réflexion et de transmission

Une veine de section droite est considérée en 2D. Autrement dit, la propagation hors plan est négligée ce qui correspond à la configuration présentée par la Fig. 5.7. La hauteur du conduit non traité est noté h , la hauteur de la couche poreuse est notée L et la largeur de la couche poreuse est notée L_y . Le conduit est séparé fictivement en trois domaines : Ω^I le domaine non traité à l'amont du traitement, Ω^{II} le domaine traité et Ω^{III} le domaine non traité à l'aval du traitement. La prédiction de la propagation est effectuée au travers d'un modèle éléments finis, voir § 2.4. La couche poreuse est soit considérée à réaction non localisée et le modèle prend en compte la géométrie complète du traitement, modélisé par une couche de fluide équivalent suivant le modèle JCAL, soit à réaction localisée et le traitement est remplacé par sa seule impédance de surface $Z_{s,local}$, Eq. (1.7), dont l'expression est obtenue au travers du modèle JCAL. N'importe quel mode du conduit peut être excité.

Si seul le mode plan est propagatif à une fréquence donnée, alors les coefficients de réflexion et de transmission du traitement sont obtenus de la même manière que dans un tube d'impédance, voir § 1.4.1. En revanche, si des modes d'ordre supérieur sont propagatifs alors les coefficients de réflexion et de transmission peuvent être obtenus numériquement par projection du champ de pression calculé par le modèle éléments finis sur la base orthogonale unitaire des modes du conduit rigide [111, §4].

La base des modes propres du conduit rigide, Ω^I et Ω^{III} , est $\zeta = {}^T\langle\zeta_0, \zeta_1, \dots\rangle$. La fonction propre correspondant au mode m s'écrit

$$\zeta_m = \cos(k_{xm}x) \sqrt{\frac{\epsilon_m}{h}} \quad \text{avec } \epsilon_0 = 1, \quad \epsilon_M = 2 \quad \forall M \neq 0, \quad (5.1)$$

et avec k_{xm} le nombre d'onde transverse du mode m défini par

$$k_{xm} = \frac{m\pi}{h}. \quad (5.2)$$

Le nombre d'onde longitudinal du mode m est donc

$$k_{ym} = \sqrt{k_0^2 - k_{xm}^2} \quad \text{avec } \text{Im}(k_{ym}) \geq 0. \quad (5.3)$$

Le champ de pression s'écrit comme la somme de la contribution de chaque mode, décomposée en une composante se propageant vers les y positifs et notée $^+$ et en une composante se propageant vers les y négatifs et notée $^-$ tel que

$$p(x, y) = \sum_m (A_m^+ e^{ik_{ym}y} + A_m^- e^{-ik_{ym}y}) \zeta_m(x), \quad (5.4)$$

$$p(x, y) = \sum_m (P_m^+(y) + P_m^-(y)) \zeta_m(x), \quad (5.5)$$

$$p(x, y) = {}^T\zeta(\mathbf{P}^+ + \mathbf{P}^-), \quad (5.6)$$

$$p(x, y) = {}^T\zeta\mathbf{P}. \quad (5.7)$$

Afin d'obtenir le coefficient de réflexion et de transmission du traitement, le champ de pression p est relevé pour $x \in [0; h]$ à deux positions $y = y_1$ et $y = y_2$ dans Ω^I ou Ω^{III} puis projeté sur la base du conduit rigide,

$$\int_h \zeta_m p \, dx = \int_h \zeta_m {}^T\zeta\mathbf{P} \, dx = P_m. \quad (5.8)$$

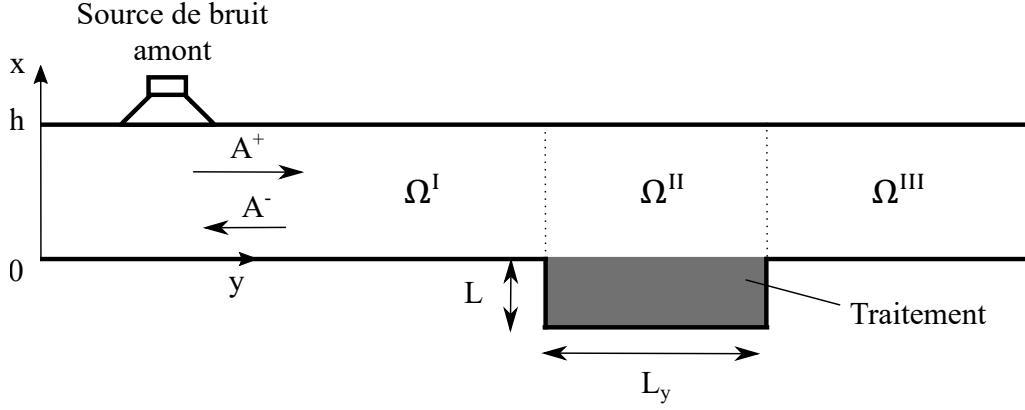


Figure 5.7 Schéma de conduit traité par une couche poreuse homogène. Modèle 2D utilisé pour les optimisations des traitements.

Ainsi les amplitudes modales $A_m^{I+}, A_m^{I-}, A_m^{III+}, A_m^{III-}$ du champ de pression dans Ω^I et Ω^{III} s'écrivent

$$A_m^\pm = \frac{P_m(y_1)e^{\pm ik_{ym}(y_2-y_1)} - P_m(y_2)}{\pm 2i \sin(k_{ym}(y_2 - y_1))}. \quad (5.9)$$

Par définition, l'énergie acoustique propagative E s'écrit

$$E^\pm = 0.5 \int_h \text{Re}(p^\pm v^{*\pm}) dx. \quad (5.10)$$

Cette écriture demande de reconstruire les champs à partir de leurs amplitudes modales et d'effectuer une intégration. Autrement, E peut s'obtenir directement à partir des amplitudes modales,

$$E^\pm = \sum_m D_m |A_m^\pm| \Gamma_m(f) \quad (5.11)$$

$$\text{avec } D_m = \frac{k_{ym}}{2k_0 \rho_0 c_0} \text{ et} \quad (5.12)$$

$$\Gamma_m(f) = 1 \text{ si } \text{Re}(k_{ym}(f)) \neq 0, \Gamma_m(f) = 0 \text{ si } \text{Re}(k_{ym}(f)) = 0. \quad (5.13)$$

Finalement, les coefficients de réflexion et de transmission s'écrivent sous forme énergétique

$$|\mathcal{R}|^2 = \frac{E^{I-}}{E^{I+}}, \quad (5.14)$$

$$|\mathcal{T}|^2 = \frac{E^{III+}}{E^{I+}}. \quad (5.15)$$

La base modale contient une infinité de termes. En pratique les sommes sont tronquées à un terme suffisamment élevé pour que les résultats soient convergés.

5.3.4 Mesure expérimentale

Avant d'entrer dans l'analyse de l'effet du type de réaction sur les performances d'une couche poreuse, les résultats d'une mesure test sont présentés.

Une veine, c.à.d., un conduit utilisé pour des essais § 1.4.2, de hauteur $h = 4$ cm et de profondeur 5 cm est utilisée en dessous de sa fréquence de coupure, c.à.d., que seul le mode plan est propagatif. L'échantillon est un bloc de MT-1f homogène de $L = 30$ mm de hauteur et $L_y = 20$ cm de largeur. Il est produit par une buse de diamètre $D_n = 400$ μm , de constante de réseau $SD_n = 900$ μm et de hauteur de couche $TD_n = 300$ μm . Une photo de l'échantillon monté dans le porte échantillon de la veine est présentée par la Fig. 5.8.

Les mesures emploient un niveau sonore suffisamment faible pour ne pas voir apparaître de non linéarités dues au niveau sonore dans le comportement du traitement. En complément à la mesure sans écoulement, une mesure avec un faible écoulement d'air (Mach 0,17 \approx 58 m/s) est réalisée, soit en propageant l'écoulement dans le même sens que l'onde sonore incidente soit en propageant l'écoulement dans le sens opposé à l'onde sonore incidente. Le TL mesuré dans ces trois configurations est présenté par la Fig. 5.9 a). Sans écoulement, un pic de TL apparaît clairement à 2 700 Hz. Comme attendu et similairement à d'autres traitements acoustiques [111, §5], l'écoulement influe le TL , notamment en décalant la fréquence du pic. La Fig. 5.9 b) compare le TL mesuré sans écoulement avec des TL simulés par éléments finis, toujours sans écoulement. La première simulation prend en compte les paramètres JCAL du MT-1f obtenus expérimentalement, voir § 3.2 et une réaction localisée (courbe verte). Le TL ainsi prédit ne correspond pas au comportement mesuré (courbe noire). En revanche, lorsqu'une réaction non localisée est appliquée en conservant les paramètres JCAL du MT-1f obtenus expérimentalement (courbe bleue), alors le TL prédit est proche de la valeur mesurée. Notons que la valeur maximale de TL prédite est plus élevée que la valeur maximale mesurée, ce qui peut s'expliquer par la présence de bruit de mesure, augmentant le niveau sonore à l'aval du traitement. Enfin, une simulation employant les paramètres JCAL du MT-1f idéalisé et une réaction non localisée (courbe rouge) est réalisée. Le TL qui en découle ne correspond pas au TL mesuré.

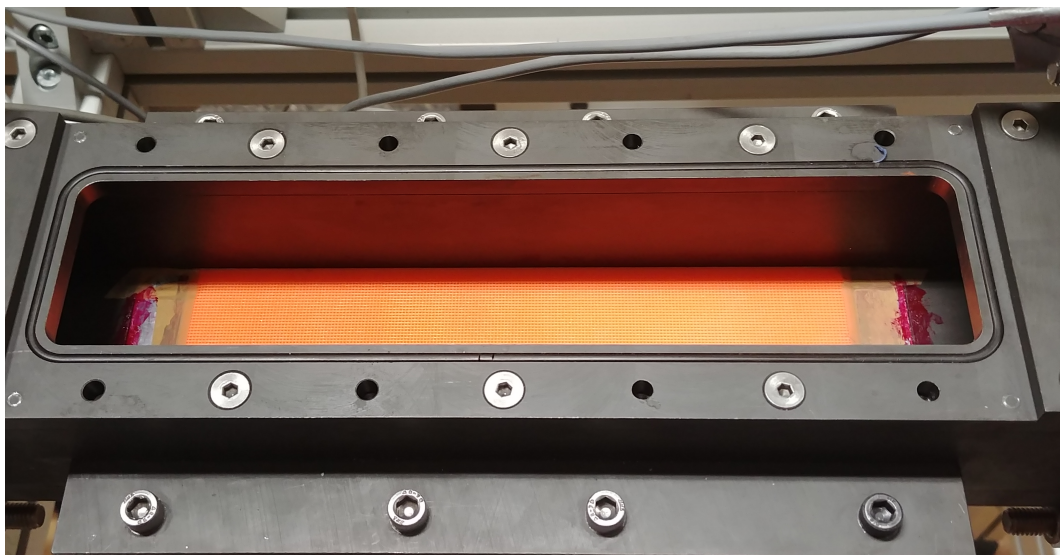


Figure 5.8 Photographie de porte échantillon de veine avec échantillon de MT-1f (orange).

Cet exemple permet de rappeler que les écoulements d'air influent la propagation des ondes sonores, qu'un bloc de micro-treillis possède une réaction non localisée, que considérer numériquement une réaction localisée peut mener à une prédiction erronée et enfin qu'il est important d'utiliser les paramètres JCAL du matériau obtenus expérimentalement pour reproduire le comportement expérimental des traitements ; comme déjà souligné en incidence normale au § 3.2.

5.3.5 Comparaison à constante de réseau optimisée pour chaque type de réaction indépendamment

Comme nous l'avons vu au travers de cet exemple, considérer le bon type de réaction est primordiale pour prédire correctement le comportement du traitement. Passons à présent à la comparaison de traitements homogènes optimisés étant soit à réaction localisée soit à réaction non localisée. Du fait du grand nombre de paramètres définissant un problème en conduit, nous ne présentons ici que quelques configurations représentatives.

Le micro-treillis considéré est le MT-1f idéalisé présenté Fig. 4.5. La couche poreuse est homogène et d'épaisseur $L = 30$ mm.

L'optimisation porte sur la constante normalisée du micro-treillis et donc sur la taille des pores. Elle est réalisée par un algorithme de Nelder-Mead implémenté dans la fonction *fmin-*

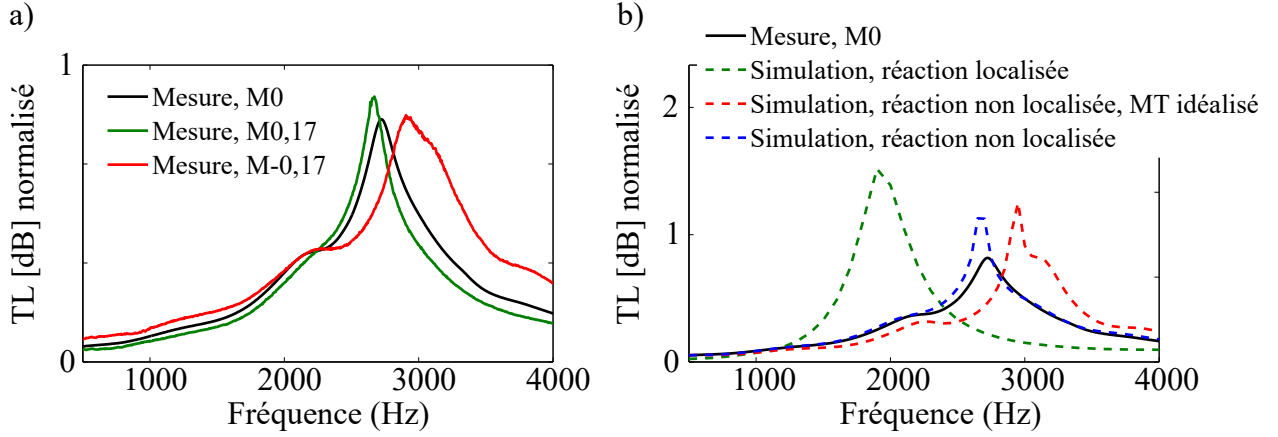


Figure 5.9 Perte par transmission de couche poreuse homogène. normalisée par une valeur arbitraire.

a) Mesures expérimentales à Mach = 0, c.à.d., sans écoulement d'air (courbe noire), Mach = 0,17 (courbe verte) et Mach = -0,17, c.à.d., avec un écoulement d'air dans le sens opposé à l'onde sonore incidente (courbe rouge).

b) Mesure expérimentale à Mach = 0 (courbe noire) et simulations éléments finis en considérant une réaction non localisée et un MT-1f idéalisé (courbe rouge), en considérant une réaction non localisée et un MT-1f réaliste (courbe bleue) en considérant une réaction localisée et un MT-1f idéalisé (courbe verte).

search de Matlab. Le calcul du champ de pression est effectué par simulation éléments finis au travers du module mathématique de *Comsol Multiphysics* tandis que la déduction des coefficients de réflexion et de transmission suit la méthode présentée au § 5.3.3.

Veine de faible hauteur

Premièrement, une veine dont les dimensions sont celles de la veine utilisée expérimentalement est considérée : $h = 4$ cm, $L_y = 20$ cm. Ces dimensions s'approchent de celles des veines de caractérisation de laboratoires. Compte tenu de la faible hauteur de la veine, seul le mode plan est excité.

Le TL est d'abord maximisé à une fréquence ponctuelle $f = 1\,000$, $2\,000$ ou $3\,000$ Hz inférieure à la fréquence de coupure du conduit, et ce pour deux valeurs de diamètre de fibres $D = 100$ ou 400 μm et pour une réaction localisée ou non localisée.

Pour les trois fréquences considérées, les fibres de $D = 100$ μm engendrent un TL plus élevé que les fibres de $D = 400$ μm . Seules les valeurs obtenues avec $D = 100$ μm sont donc présentées dans le Tableau 5.7 et commentées. La réaction localisée permet d'atteindre une valeur de TL très élevée à $2\,000$ Hz tandis que la réaction non localisée donne lieu à des valeurs de

TL élevées à 2 000 et 3 000 Hz. Les deux types de réaction engendrent un TL moyennement élevé à 1 000 Hz. La réaction non localisée permet d'annuler la transmission significativement mieux à 3 000 Hz tandis que la réaction localisée est significativement meilleure à 2 000 Hz, fréquence qui correspond approximativement à la fréquence de résonance quart d'onde de la couche poreuse.

L'absorption est ensuite maximisée dans les mêmes conditions que le TL et les résultats pour les fibres de $D = 100 \mu\text{m}$ sont présentés dans le Tableau 5.8. L'absorption est élevée ou très élevée à 2 000 et 3 000 Hz et moyenne à 1 000 Hz. Un écart significatif est observé à 3 000 Hz où la réaction non localisée permet d'atteindre une valeur d'absorption (0,99) bien plus élevée que la réaction localisée (0,90).

La Fig. 5.10 présente les coefficients de réflexion et de transmission du traitement homogène avec $S = 3$. Le TL présenté en a) est différent suivant le type de réaction considéré comme nous l'avons déjà vu plus haut. Le coefficient de réflexion est lui aussi impacté par le type de réaction comme nous pouvons le voir en b). Cependant, il est intéressant de noter que le coefficient de réflexion est globalement très faible. À l'inverse, le coefficient de transmission est élevé à certaines fréquences. Il est donc logique que la constante de réseau d'un micro-treillis optimisé pour maximiser son absorption soit proche de la constante de réseau du micro-treillis optimisé pour maximiser son TL car la difficulté de l'optimisation réside plus dans la minimisation de la transmission que dans la minimisation de la réflexion.

Tableau 5.7 Perte par transmission et constante de réseau normalisée de MT-1f idéalisé, homogène et optimisé pour maximiser la perte par transmission. Dimensions : $h = 4 \text{ cm}$, $L_y = 20 \text{ cm}$, $L = 30 \text{ mm}$. Excitation : Mode plan.

f (Hz)	D (μm)		Réaction localisée	Réaction non localisée
1 000	100	TL [dB]	5,8	6,3
		S	2,2	3,0
2 000	100	TL [dB]	68,4	20,2
		S	4,9	2,8
3 000	100	TL [dB]	9,9	19,9
		S	2,0	6,5

Tableau 5.8 Coefficient d'absorption et constante de réseau normalisée de micro-treillis homogène optimisé pour maximiser le coefficient d'absorption. Dimensions : $h = 4$ cm, $L_y = 20$ cm, $L = 30$ mm. Excitation : Mode plan.

f (Hz)	D (μm)		Réaction localisée	Réaction non localisée
1 000	100	\mathcal{A}	0.70	0.71
		S	2,1	2,3
2 000	100	\mathcal{A}	0,97	0.96
		S	2,4	2,5
3 000	100	\mathcal{A}	0,90	0,99
		S	2,0	6,6

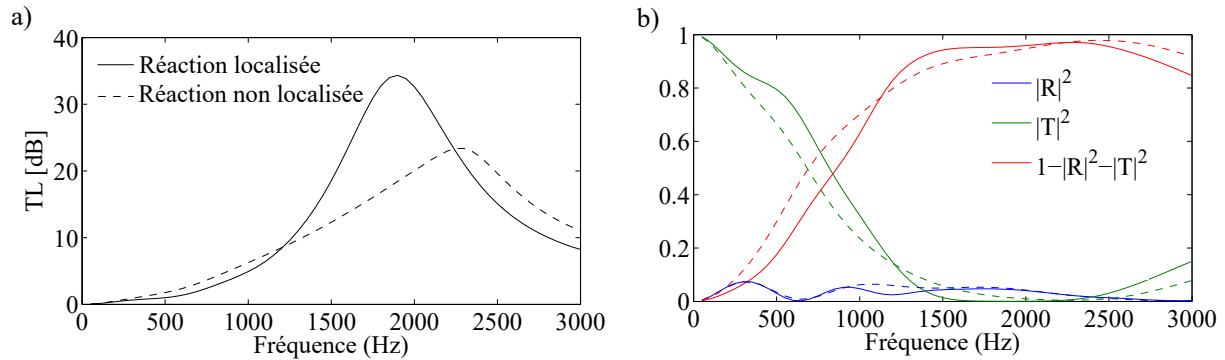


Figure 5.10 a) TL et b) Modules des coefficients de réflexion, de transmission et d'absorption de micro-treillis homogène de constante de réseau $S = 3$. Dimensions : $h = 4$ cm, $L_y = 20$ cm, $L = 30$ mm. Excitation : Mode plan.

Veine de forte hauteur

Une veine de plus grande hauteur est à présent considérée. La longueur du traitement est elle aussi augmentée : $h = 50$ cm, $L_y = 50$ cm. Ces dimensions s'approchent de celles d'un réacteur d'avion, notamment d'un conduit d'éjection secondaire de géométrie annulaire.

Le TL est d'abord maximisé à une fréquence ponctuelle $f = 1000, 2000$ ou 3000 Hz pour le mode 0 (plan), 2 et 5 (sauf à 1000 Hz car le mode 5 n'est pas propagatif à 1000 Hz) et ce pour deux valeurs de diamètre de fibres $D = 100$ ou 400 μm et pour une réaction localisée ou non localisée. Seules les valeurs obtenues avec $D = 100$ μm sont présentées dans le Tableau 5.9 et commentées car plus favorables à l'annulation de la transmission. Soulignons pour commencer que les valeurs de TL sont bien inférieures à celles obtenues avec la veine de petite hauteur d'une part parce que la veine est plus haute et d'autre part parce que le rapport h/L_y est plus faible. De plus, plus l'ordre du mode est élevé et plus l'atténuation est élevée pour les deux types de réaction. Enfin, les écarts de TL entre la réaction localisée et la réaction non localisée sont marginaux ($\leq 0,3$ dB).

L'absorption est ensuite maximisée dans les mêmes conditions que le TL et les résultats pour les fibres de $D = 100$ μm sont présentés dans le Tableau 5.10. De même que pour l'annulation de la transmission seule, l'annulation de la réflexion et de la transmission est d'autant plus simple que l'ordre du mode est élevé. Les écarts d'absorption entre les deux types de réactions sont très faibles (< 0.03). De plus, les constantes de réseaux optimisées sont très proches pour les deux types de réactions, ce qui n'était pas le cas avec la veine de faible hauteur.

5.3.6 En résumé

Cette section a permis d'aborder brièvement les traitements de parois en conduit avec un intérêt particulier porté sur l'impact du type de réaction sur les performances d'une couche poreuse homogène formée de micro-treillis.

Le type de réaction du matériau poreux peut influencer grandement sa capacité à atténuer le bruit. Expérimentalement, les micro-treillis sont à réaction non localisée mais l'ajout de partitions verticales permet de les rendre à réaction localisée sans changer leur microstructure.

L'optimisation de la taille des pores des micro-treillis pour deux exemples permet d'observer des grandes tendances. En considérant une veine de petite hauteur typique des veines de

caractérisation de laboratoire, la réaction localisée s'est révélée très efficace pour maximiser le TL autour de la fréquence de résonance quart d'onde de la couche poreuse mais aussi, et de façon moins marquée, l'absorption. La réaction non localisée est quant à elle efficace pour maximiser l'absorption et de manière plus modérée le TL , en particulier pour des fréquences plus élevées que la fréquence de résonance quart d'onde de la couche poreuse. Avec une veine de grande hauteur typique des réacteurs d'avion, il n'existe presque plus de différence de performance entre les deux types de réaction pour les cas étudiés (mode plan, mode 2 et mode 5 à 1 000, 2 000 et 3 000 Hz).

Tableau 5.9 Perte par transmission et constante de réseau normalisée de micro-treillis homogène optimisé pour maximiser la perte par transmission. Dimensions : $h = 50$ cm, $L_y = 50$ cm, $L = 30$ mm.

f (Hz)	Mode excité	D (μm)		Réaction localisée	Réaction non localisée
1 000	0	100	TL [dB]	1,6	1,3
			S	3,5	3,0
	2	100	TL [dB]	2,7	2,8
			S	2,2	2,5
2 000	0	100	TL [dB]	0,8	0,8
			S	2,0	2,0
	2	100	TL [dB]	1,4	1,4
			S	2,0	2,0
	5	100	TL [dB]	8,1	7,9
			S	2,5	2,5
3 000	0	100	TL [dB]	0,8	0,7
			S	1,6	1,6
	2	100	TL [dB]	1,3	1,3
			S	1,7	1,6
	5	100	TL [dB]	1,9	1,8
			S	2,1	2,1

Tableau 5.10 Coefficient d'absorption et constante de réseau normalisée de micro-treillis homogène optimisé pour maximiser le coefficient d'absorption. Dimensions : $h = 50$ cm, $L_y = 50$ cm, $L = 30$ mm.

f (Hz)	Mode excité	D (μm)		Réaction localisée	Réaction non localisée
1 000	0	100	\mathcal{A}	0,28	0,25
			S	3,0	2,9
	2	100	\mathcal{A}	0,45	0,47
			S	2,2	2,5
2 000	0	100	\mathcal{A}	0,16	0,16
			S	2,0	2,0
	2	100	\mathcal{A}	0,27	0,27
			S	2,0	2,0
	5	100	\mathcal{A}	0,83	0,83
			S	2,5	2,5
3 000	0	100	\mathcal{A}	0,16	0,16
			S	1,6	1,6
	2	100	\mathcal{A}	0,26	0,26
			S	1,7	1,6
	5	100	\mathcal{A}	0,34	0,34
			S	2,1	2,2

CHAPITRE 6 MÉTAPOREUX REPLIE DÉSACCORDÉ

Comme nous l'avons vu au Chap. 4, la fréquence la plus basse à laquelle l'absorption parfaite peut être atteinte en utilisant une couche poreuse homogène dépend de l'épaisseur de cette dernière. Un gradient de propriétés permet de réduire cette fréquence en gardant l'épaisseur de la couche poreuse inchangée au détriment de la largeur des pics d'absorption. Sachant que l'absorption est nulle à fréquence nulle, l'absorption sous-longueur d'onde d'une couche poreuse homogène est faible tandis que celle d'une couche poreuse à gradient de propriétés peut être parfaite uniquement sur une plage de fréquences restreinte.

Ce chapitre propose une autre approche que les gradients de propriétés pour obtenir une absorption parfaite sous-longueur d'onde et large bande. Il fait ainsi état d'une surface métaporeuse repliée et optimisée à cet effet. La cellule unitaire de la surface est composée de quatre cavités hélicoïdales différentes dont l'axe est normal à la surface du traitement et étant occupées par des micro-treillis homogènes de différentes constantes de réseau. L'épaisseur effective et les pertes intrinsèques de chaque cavité hélicoïdale peuvent être ajustées indépendamment en faisant varier leurs macro et microstructures, à savoir le nombre de tours de la structure repliée et la constante de réseau du micro-treillis. Un modèle analytique prédisant les propriétés physiques de cette surface métaporeuse est développé. Il est ensuite utilisé pour optimiser conjointement les propriétés macro et micro-structurales dans le but de doter la surface métaporeuse d'une absorption parfaite, large bande et sous-longueur d'onde. Enfin, le traitement est imprimé en 3D et testé expérimentalement. Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec la théorie et montrent une absorption presque parfaite sur une gamme de fréquences hors de portée du micro-treillis homogène constitutif et des seules cavités hélicoïdales.

Ce chapitre reprend le contenu de l'article J. Boulvert *et al.* "Folded metaporous material for sub-wavelength and broadband perfect sound absorption" et de son matériel supplémentaire soumis à *Applied Physics Letters* en novembre 2020.

6.1 Introduction

Dans de nombreuses applications pratiques, les traitements acoustiques sont contraints à être minces pour limiter leur volume et leur masse. L'inconvénient est qu'une faible épais-

seur de traitement entre en conflit avec l'absorption/atténuation large bande du bruit basses et moyennes fréquences. En effet, la première fréquence de résonance f_0 de la plupart des traitements acoustiques reposants sur le concept de Résonateur de Helmholtz (RH) ou de Résonateur Quart d'Onde (RQO) tels que les revêtements acoustiques à base de plaques micro-perforées et d'âme en nid d'abeille est inversement proportionnelle à leur épaisseur acoustique effective L_a , c.à.d, la distance effective sur laquelle l'onde de pression se propage. Par exemple, f_0 d'un RQO droit d'épaisseur L_a correspond à une longueur d'onde $\lambda = 4L_a$ lorsque nous ne tenons pas compte des pertes, Eq. (1.17) et $\lambda \approx 5L_a$ en prenant en compte les pertes.

Les matériaux poreux à cellules ouvertes forment une autre classe de traitements acoustiques largement utilisés. Leur capacité à fonctionner comme des absorbeurs acoustiques à large bande est bien établie, en particulier lorsqu'ils présentent un gradient de propriétés (Chap. 4). Cependant, leur efficacité à basse et moyenne fréquence est limitée par leur épaisseur et leurs mécanismes de perte intrinsèque [14]. Comme la vitesse du son est plus faible dans les matériaux poreux que dans l'air, la résonance dite "quart d'onde" de cette couche est légèrement décalée vers les basses fréquences par rapport à celle d'un RQO rempli d'air et nous observons généralement $\lambda \approx 5L_a$ pour une couche fibreuse [112]. Comme nous l'avons vu dans les Chap. 3 et 4, il convient de noter que les matériaux poreux à cellules ouvertes peuvent être imprimés en 3D ; de cette manière, leur microstructure peut être contrôlée et leurs propriétés macroscopiques peuvent être contrôlées [71, 76].

Une manière efficace de s'attaquer à l'absorption de longueurs d'onde plus de quatre fois plus grandes que l'épaisseur du traitement consiste à replier, c.à.d., courber les éléments constitutifs de ce dernier [36, 113, 114]. L'égalité entre l'épaisseur acoustique effective L_a et l'épaisseur du traitement brut L_b est brisée et $L_a \geq L_b$, en décalant vers le bas la fréquence de résonance correspondante tout en maintenant l'épaisseur du traitement inchangée. Les premières explorations expérimentales et théoriques ont été menées dans les années 1970 sur des revêtements aéronautiques repliés [115, 116]. Des modèles et des géométries sont toujours en cours de développement [113, 114] et ont donné lieu à de nombreux brevets [117, 118]. Plus récemment, le concept de repliement a été revisité pour concevoir notamment des absorbeurs acoustiques qui entrent dans la catégorie des métamatériaux traitant les basses fréquences [36]. Le repliement de la géométrie des éléments de traitement acoustique permet d'augmenter la densité d'états à basses fréquences. Cependant, une absorption parfaite nécessite en plus d'adapter l'impédance du traitement acoustique avec celle du milieu environnant (§ 1.3.5). La fuite d'énergie du traitement acoustique vers le milieu environnant doit être parfaitement compen-

sée par ses pertes inhérentes pour satisfaire cette condition, également connue sous le nom de condition de couplage critique [19]. Récemment, les concepts de repliement et de couplage critique ont été combinés pour concevoir des absorbeurs parfaits sous-longueur d'onde, basés sur des RQO repliés [21], des RH [119], ou d'autres types de résonateurs [120]. Cependant, les bandes passantes d'absorption de ce type d'absorbeurs parfaits sont étroites en raison du facteur de qualité élevé de leurs résonances. Pour palier ce défaut, la combinaison d'un ensemble d'éléments désaccordés peut conduire à une absorption parfaite à large bande [86, 121]. La largeur de bande est généralement proportionnelle au nombre d'éléments résonants.

Le concept de surface métaporeuse [122] repose sur l'assemblage d'éléments résonants dans une couche poreuse [123–126] pour améliorer sa densité d'état à basse fréquence. Ainsi, l'absorption à basse fréquence de la surface métaporeuse est plus élevée que celle de la couche poreuse. Une autre technique de conception d'absorbeurs acoustiques à large bande de type métamatériau, proposée ici, consiste à utiliser des matériaux poreux à l'intérieur de résonateurs repliés pour en améliorer l'absorption. Cela revient à utiliser le concept de surface métaporeuse à l'envers.

Dans ce chapitre, nous présentons théoriquement et expérimentalement des résonateurs pliés remplis de micro-treillis, dont les résonances résultantes ont un facteur de qualité faible et sont couplées de manière critique en incidence normale. Quatre Matériaux Poreux Repliés (MPR) travaillant à des fréquences différentes sont conçus et assemblés dans une Surface Métaporeuse (Surface Métaporeuse (SMp)) présentant une absorption quasi parfaite large bande en incidence normale pour $5,6L_b < \lambda < 9,9L_b$. La SMp est montée dans un guide d'ondes carré de largeur $W = 41,9$ mm avec une terminaison rigide et excitée par une onde plane en incidence normale pour imiter un traitement acoustique périodique infini [127]. Cette configuration est modélisée analytiquement par la TMM à l'intérieur des MPR couplée à une décomposition en ondes de Bloch à l'extérieur de la SMp afin de tenir compte du couplage possible entre les MPR. Ce modèle analytique est utilisé pour calculer le coefficient de réflexion de la SMp. La géométrie de la SMp est ensuite optimisée pour maximiser son coefficient d'absorption sur une large gamme de fréquences en couplant de manière critique chaque MPR. La SMp optimisée est imprimée en 3D et testée expérimentalement. Les résultats expérimentaux sont en bon accord avec les résultats analytiques et les simulations numériques par la MEF.

6.2 Présentation de la surface métaporeuse

La SMp conçue est représentée schématiquement à la Fig. 6.1a). Elle se compose de quatre structures hélicoïdales repliées imperméables, inspirées de [128], remplies de différents matériaux poreux. Les quatre MPR sont numérotés selon une distribution en "Z", comme le montre la Fig. 6.1(a). Chaque MPR est créé en faisant parcourir une croix grecque de largeur $C/\sqrt{2}$ le long de l'axe (O, \mathbf{z}_1) sur un support d'hélice. Cette hélicoïde à 4 branches est ensuite encapsulée dans un parallélépipède carré de hauteur L_b et de largeur C comme le montre la Fig. 6.1(b). Le nombre de révolutions effectuées par l'hélice sur la hauteur L_b est noté ξ . Les cavités hélicoïdales générées sont ensuite remplies de micro-treillis homogènes, comme le montre la Fig. 6.1d), créant ainsi le MPR. Les ondes de pression se propagent le long d'une trajectoire elliptique moyenne représentée par les flèches dorées de la Fig. 6.1(b) et de longueur $L_a \geq L_b$.

Le matériau poreux qui remplit les cavités hélicoïdales est un MT-2f illustré sur la Fig. 6.2. Les filaments qui le constituent ont un diamètre $D = 200\mu\text{m}$ et la hauteur de couche est de $0.9D = 180\mu\text{m}$. Dans la direction normale \mathbf{z}_1 , les pores sont carrés et la taille des pores est égale à $H = D(S - 1)$. Dans les directions \mathbf{x}_1 et \mathbf{y}_1 , les pores sont rectangulaires et de taille $H \times 1,8D$. Comme les autres micro-treillis présentés, celui-ci est structuré, périodique et quasi-isotrope.

Un MT-2f a été choisi pour remplir les cavités repliées plutôt qu'un MT-1f car ce dernier est trop résistif dans sa direction transverse et ne permet pas d'atteindre les pertes souhaitées ce qui conduit à des SMp à absorption non parfaite.

Comme expliqué plus haut, le micro-treillis se comporte acoustiquement comme un fluide équivalent quasi-isotrope qui peut être décrit au travers du modèle JCAL.

Les paramètres JCAL du MT-2f utilisé dans ce chapitre sont présentés sur la Fig. 6.3 avec $TR \in [3; 60]\%$ et proviennent de caractérisations inverses (cf. méthode décrite dans § 3.2.5). Ils sont donnés dans la direction normale et transverse du matériau.

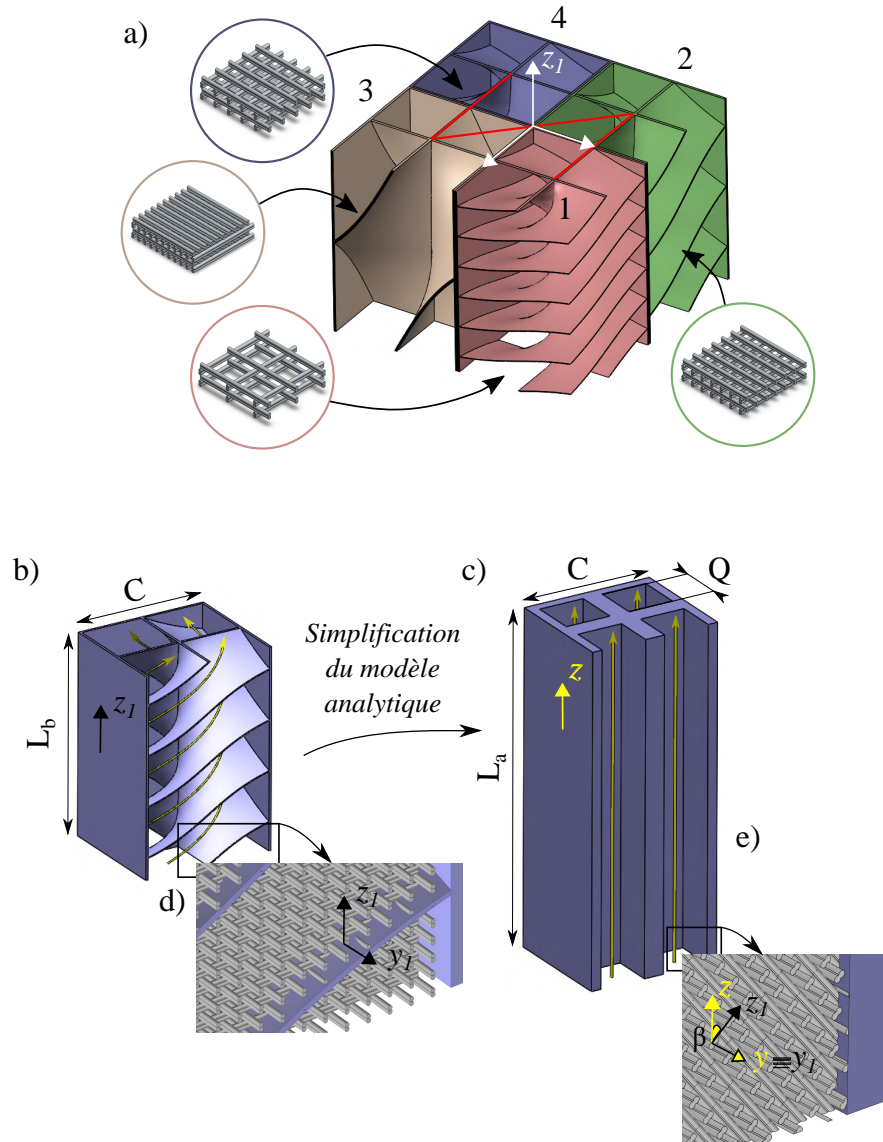


Figure 6.1 Schéma de la SMp. Toutes les dimensions sont en mm.

- a) Assemblage en parallèle de quatre MPR de différents ξ remplis par des micro-treillis de différents TR . b) Un seul MPR, $\xi = 1$, structure rigide. Les flèches dorées représentent le chemin elliptique moyen de l'onde acoustique de longueur L_a . c) Structure rigide d'un MPR simplifiée dans le modèle analytique. d) MPR rempli de micro-treillis, vue de détail. e) Simplification analytique de MPR rempli de micro-treillis, vue de détail.

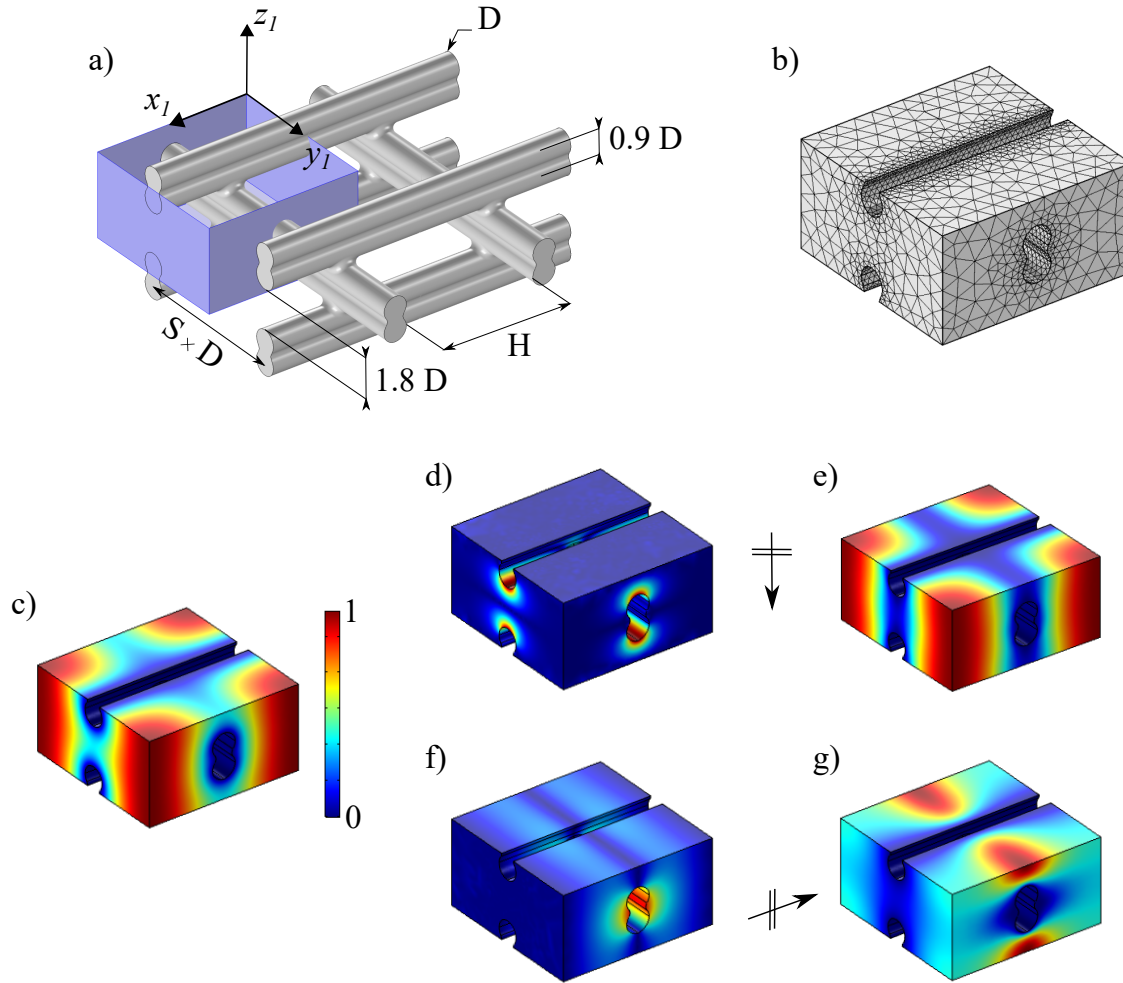


Figure 6.2 MT-2f idéalisé. $T = 0,9$ a) Microstructure du matériau poreux. La boîte bleu délimite une cellule unitaire. b) Phase fluide de la cellule unitaire maillée. c) Problème thermique en $\omega \rightarrow 0$, champ normalisé. d) Problème visco-inertiel dans la direction normale en $\omega \rightarrow \infty$, module du champ de vitesse normalisé. e) Problème visco-inertiel dans la direction normale en $\omega \rightarrow 0$, module du champ de vitesse normalisé. f) Problème visco-inertiel dans la direction transverse en $\omega \rightarrow \infty$, module du champ de vitesse normalisé. g) Problème visco-inertiel dans la direction transverse en $\omega \rightarrow 0$, module du champ de vitesse normalisé.

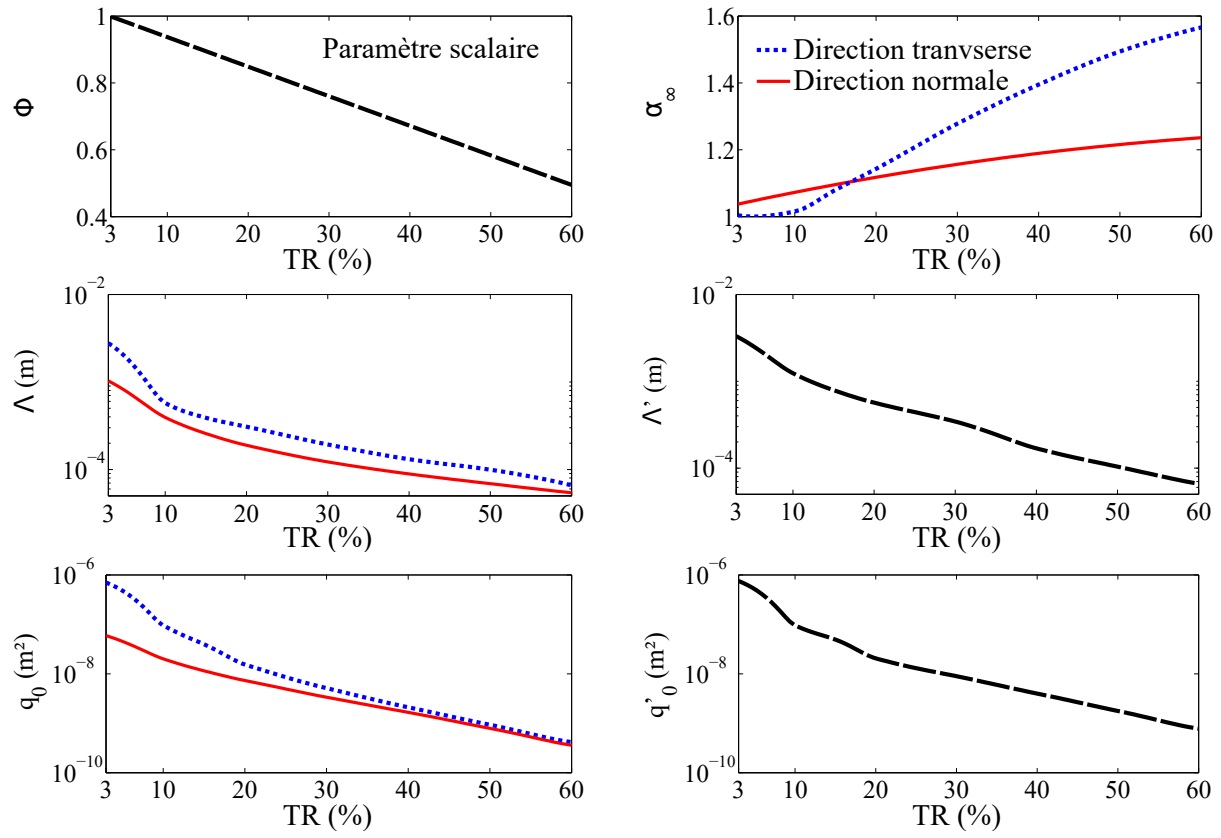


Figure 6.3 Variation des paramètres JCAL du MT-2f obtenus par caractérisation inverse d'échantillons homogènes.

6.3 Modélisation

La SMp sera placée sur un fond rigide à l'intérieur d'un guide d'ondes de section carrée et sera excitée par une onde plane en incidence normale. Les parois du guide d'ondes agissent comme des miroirs pour les ondes de pression, un motif périodique infini de SMp est alors ainsi virtuellement créé. Par conséquent, une paroi infinie couverte par une distribution périodique de la SMp sera évaluée par les modèles analytique et numérique.

Dans les deux modèles, les micro-treillis sont représentés par des fluides équivalents quasi-isotropes définis par le modèle JCAL dont les variations des paramètres sont obtenues par caractérisation inverse. Les parois des structures sont parfaitement imperméables et lisses. Leurs pertes induites ne sont pas prises en compte [129] car *a priori* négligeables par rapport aux pertes induites par les micro-treillis.

6.4 Modèle analytique

Le modèle analytique ne tient pas compte de la géométrie complexe de la SMp. Au lieu de cela, chaque MPR de hauteur L_b , et de surface de section transversale C^2 est approché comme un quadruplet de RQO droits remplis de matériau poreux.

Le modèle analytique utilise une formulation de matrices de transfert adaptée aux milieux anisotropes pour la propagation dans le RQO rempli de micro-treillis et une méthode de décomposition modale tenant compte des modes de Bloch dans l'air ambiant. Les ondes de Bloch tiennent compte du possible couplage évanescent entre les différents MPR dans la SMp.

6.4.1 Introduction

Le but du modèle analytique est de prédire le comportement de la SMp composée de quatre MPR $i = 1, 2, 3, 4$ de différents $\{\xi_i; TR_i\}$ et montée dans un tube d'impédance en fond rigide.

Trois images symétriques de la SMp sont créées par les parois latérales rigides du tube d'impédance se comportant comme des miroirs pour le champ de pression. Le MPR P est simplifié par un quatuor de tubes droits identiques numérotés $J_h(P) = 4(P - 1) + \{1, 2, 3, 4\}$ et leurs trois images numérotées $J_i(P) = J_h(P) + 16\{1, 2, 3\}$. En fin de compte, quatre quatuors de quatuors, soit $4^3 = 64$ tubes droits, doivent être pris en compte analytiquement comme le montre la Fig. 6.4 où les parois du tube d'impédance sont délimitées par les carrés rouges

et les tubes droits identiques par une même couleur. Ces tubes ont une section transversale carrée de largeur $w_x^{[J]} = w_y^{[J]} = Q(\xi)$ et de hauteur $b^{[J]} = L_a(\xi)$. Comme expliqué plus loin, le fluide équivalent quasi-isotrope qui remplit ces tubes n'est pas dans ses directions principales mais tourné d'un angle $\beta(\xi)$ autour de $\mathbf{y} = \mathbf{y}_1$.

Le modèle analytique peut prendre en compte des configurations plus complexes que celle de la SMp montée dans un tube d'impédance. Il peut considérer M tubes rectangulaires droits et toute direction d'onde plane incidente. Les tubes sont toujours fermés à l'extrémité inférieure, ouverts à l'extrémité supérieure et présentent des parois acoustiquement rigides. Ils sont séparés par des parois imperméables et remplis de fluides équivalents quasi-isotropes hors de leurs directions principales. Le système de coordonnées cartésiennes $\mathbf{R}_0 = (O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ est utilisé. Le vecteur de position est $\mathbf{x} = \{x, y, z\}$, l'axe (O, \mathbf{z}) est normal aux tubes droits et pointe vers leur support rigide. Les angles d'azimut et d'élévation sont notés ψ et θ , respectivement. Les domaines sont notés Ω . Le domaine aérien et le tube droit J^{th} sont indiqués respectivement par l'exposant $[0]$ et $[J]$ avec $J \in [1; M]$. Le tube droit J est centré autour de $(x, y) = (d_x^{[J]}, d_y^{[J]})$, de largeur $w_x^{[J]}$ et $w_y^{[J]}$, et de hauteur $b^{[J]}$. Le domaine de calcul est de dimensions latérales w_x et w_y . La position $z = 0$ est notée Γ . L'interface entre $\Omega^{[0]}$ et $\Omega^{[J]}$ est notée $\Gamma^{[J]}$.

Le modèle utilise une technique de raccordement modal. Dans les tubes droits poreux, la propagation est mise en équation par la TMM (voir § 4.2.1) qui ne tient compte que de la propagation normale, c.à.d que seul le mode plan se propage dans les tubes. Dans l'air, les modes de Bloch sont considérés pour prendre en compte la taille finie du domaine de calcul et du motif périodique engendré.

6.4.2 Description des champs

Dans $\Omega^{[0]}$, les composantes du nombre d'onde de l'onde incidente $\mathbf{k}^{[0]} = {}^T \langle k_x^i, k_y^i, k_z^i \rangle$ de norme $k^{[0]}$ sont

$$\begin{cases} k_x^i &= -k^{[0]} \cos(\theta) \cos(\psi), \\ k_y^i &= -k^{[0]} \cos(\theta) \sin(\psi), \\ k_z^i &= k^{[0]} \sin(\theta). \end{cases} \quad (6.1)$$

Le champ de pression incident est

$$p^i(x, y, z) = e^{-i(k_z^i z + k_x^i x + k_y^i y)} e^{i\omega t}. \quad (6.2)$$

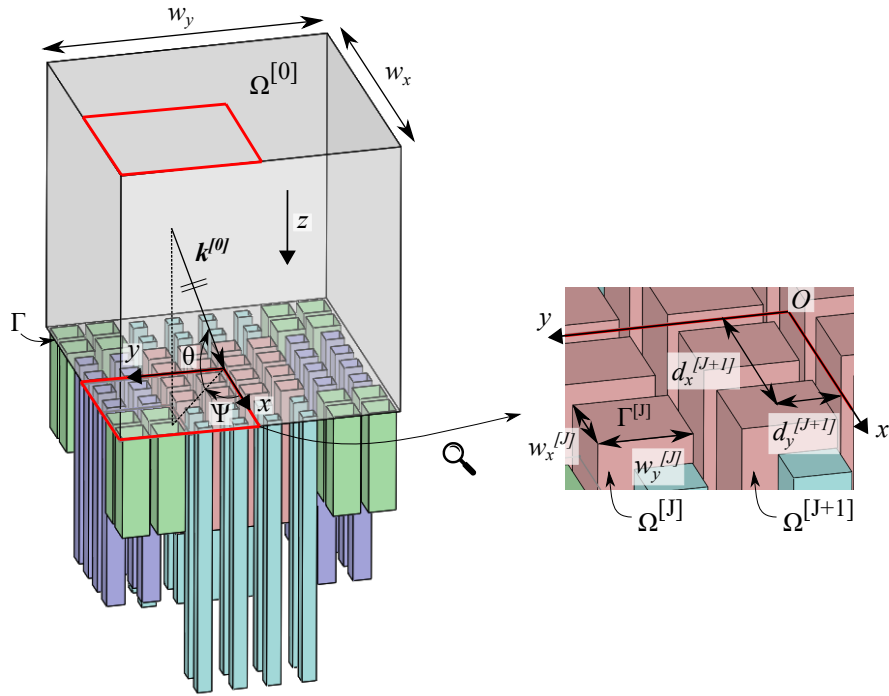


Figure 6.4 Schéma du modèle analytique. La géométrie représentée correspond au domaine de calcul lors de la simulation d'une SMp montée dans un tube d'impédance. Le carré rouge délimite une SMp composée de quatre quatuors de tubes droits remplis de différents micro-treillis. Le cube gris représente le domaine de l'air $\Omega^{[0]}$. Chacune des autres couleurs symbolise un micro-treillis défini par un TR et un angle β .

Dans $\Omega^{[0]}$, d'après le théorème de Bloch–Floquet [130], le champ de pression prend la forme

$$p^{[0]}(\mathbf{x}) = p^i(\mathbf{x}) + \sum_{m=-N}^N \sum_{n=-N}^N R_{mn} e^{i(k_{z,mn}z - k_{x,m}x - k_{y,n}y)}, \quad (6.3)$$

en considérant N modes de Bloch dans les directions x et y , $m \in [-N; N]$ et $n \in [-N; N]$ sont les indices des modes de Bloch dans les directions x et y , respectivement. Les composantes du nombre d'onde de l'onde réfléchie sont

$$\begin{cases} k_{x,m} &= k_x^i + \frac{2m\pi}{w_x}, \\ k_{y,n} &= k_y^i + \frac{2n\pi}{w_y}, \\ k_{z,mn} &= \sqrt{(k^{[0]})^2 - (k_{x,m})^2 - (k_{y,n})^2}, \\ &\text{Re}(k_{z,mn}) \geq 0, \text{Im}(k_{z,mn}) \leq 0. \end{cases} \quad (6.4)$$

La propagation transverse est négligée dans les tubes droits $\Omega^{[J]}$. Ce choix est valable aux fréquences d'étude et pour les dimensions de tubes considérées comme présenté plus bas. Il permet de simplifier l'expression du champ de pression dans les tubes droits et d'accélérer les calculs. Par ailleurs, l'écriture des modes transverses dans les tubes remplis de milieu anisotrope hors directions principales s'est révélée impossible. En effet, en repartant des équations fondamentales Eqs. (4.3, 4.4) et en effectuant la séparation de variable $p(x, y, z) = f(x)g(y)h(z)$, nous arrivons à une incohérence $f(x) = \tilde{f}(x, z)$ indiquant que la séparation de variables n'est pas possible dans le repère \mathbf{R}_0 . Les fluides équivalents sont donc considérés à réaction localisée. En faisant appel à la TMM, le lien entre le vecteur d'état \mathbf{W} en z et en $z = b^{[J]}$ est donné au travers d'une exponentielle de matrice

$$\begin{pmatrix} p^{[J]} \\ V_z^{[J]} \end{pmatrix}_z = \exp_m \left(\mathbf{A}_{Local}(z - b^{[J]}) \right) \begin{pmatrix} p^{[J]} \\ V_z^{[J]} \end{pmatrix}_{b^{[J]}}. \quad (6.5)$$

La position $z = b^{[J]}$ est celle de la terminaison rigide du tube droit J . Ainsi, $V_z^{[J]}(b^{[J]}) = 0$ et le champ de pression à n'importe quelle position $\mathbf{x} \in \Omega^{[J]}$ est

$$p^{[J]}(z) = \cos \left(k_{z,Local}^{[J]}(z - b^{[J]}) \right) p^{[J]}(b^{[J]}). \quad (6.6)$$

Le champ de pression prend donc la forme

$$p^{[J]}(\mathbf{x}) = B^{[J]} \cos \left(k_{z,Local}^{[J]}(z - b^{[J]}) \right), \quad (6.7)$$

où

$$k_{z,Local}^{[J]} = \omega \sqrt{\frac{\rho_{zz}^{[J]}}{K^{[J]}}, \quad \text{Re}(k_z^{[J]}) \geq 0, \quad \text{Im}(k_z^{[J]}) \leq 0. \quad (6.8)$$

6.4.3 Conditions de continuité

Les conditions de continuité portent sur la pression et la composante normale du champ de vitesse. Elles sont écrites à l'interface Γ .

La condition du champ de pression s'écrit

$$\forall \mathbf{x} \in \Gamma^{[J]}, \quad p^{[0]}(\mathbf{x}) = p^{[J]}(\mathbf{x}). \quad (6.9)$$

La conservation de la masse, Eq. (4.3), implique que la composante normale du champ de vitesse $V_z^{[J]}$ est

$$V_z^{[J]} = \frac{-1}{i\omega} \left(\frac{1}{\rho_{cx}^{[J]}} \frac{\partial p^{[J]}}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{zz}^{[J]}} \frac{\partial p^{[J]}}{\partial z} \right), \quad (6.10)$$

où $\rho_{cx}^{[J]} = \rho_{xz}^{[J]} - \rho_{xx}^{[J]} \rho_{zz}^{[J]} / \rho_{xz}^{[J]}$. Dans le cas général des fluides anisotropes hors de leurs directions principales, la composante normale du champ de vitesse est couplée aux variations transverses de la pression. Comme les variations transverses de la pression sont négligées dans $\Omega^{[J]}$, $V_z^{[J]}$ se résume à

$$V_z^{[J]} = \frac{-1}{i\omega \rho_{zz}^{[J]}} \frac{\partial p^{[J]}}{\partial z}. \quad (6.11)$$

Finalement, la continuité de la composante normale du champ de vitesse sur Γ s'écrit

$$\frac{1}{\rho^{[0]}} \frac{\partial p^{[0]}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \sum_J \frac{1}{\rho_{zz}^{[J]}} \frac{\partial p^{[J]}}{\partial z} \Big|_{z=0} \Pi, \quad (6.12)$$

$$\Pi = 1 \quad \forall (x, y) \in \Gamma^{[J]}, \quad \Pi = 0 \quad \forall (x, y) \in (\Gamma \setminus \Gamma^{[J]}). \quad (6.13)$$

La projection de l'Eq. (6.9) sur les modes de $\Omega^{[J]}$ donne

$$\int_{d_x^{[J]} - w_x^{[J]}/2}^{d_x^{[J]} + w_x^{[J]}/2} \int_{d_y^{[J]} - w_y^{[J]}/2}^{d_y^{[J]} + w_y^{[J]}/2} [p^{[0]}(z=0) - p^{[J]}(z=0)] dx dy = 0. \quad (6.14)$$

Cette équation peut être réécrite

$$B^{[J]} \cos \left(k_{z,Local}^{[J]} b^{[J]} \right) w_x^{[J]} w_y^{[J]} = I_{x,0}^{-[J]} I_{y,0}^{-[J]} + \sum_{m,n} R_{mn} I_{x,m}^{-[J]} I_{y,m}^{-[J]}, \quad (6.15)$$

avec

$$I_{\alpha,b}^{\pm[J]} = \int_{d_{\alpha}^{[J]} - w_{\alpha}^{[J]}/2}^{d_{\alpha}^{[J]} + w_{\alpha}^{[J]}/2} e^{-ik_{\alpha,b}\alpha} d\alpha = w_{\alpha}^{[J]} e^{\pm ik_{\alpha,b}d_{\alpha}^{[J]}} \text{sinc} \left(k_{\alpha,b} w_{\alpha}^{[J]}/2 \right). \quad (6.16)$$

La projection de l'Eq. (6.13) sur les modes de $\Omega^{[0]}$ s'écrit

$$\int_{-d_x/2}^{d_x/2} \int_{-d_y/2}^{d_y/2} \left[\frac{1}{\rho^{[0]}} \frac{\partial p^{[0]}}{\partial z} \Big|_{z=0} - \sum_J \frac{1}{\rho_{zz}^{[J]}} \frac{\partial p^{[J]}}{\partial z} \Big|_{z=0} \Pi \right] e^{i(k_{x,q}x + k_{y,s}y)} dx dy = 0. \quad (6.17)$$

Cette équation peut être réécrite

$$\frac{id_x d_y}{\rho^{[0]}} \left(-k_z^i \delta_{0q} \delta_{0s} + k_{z,qs} R_{qs} \right) - \sum_J \frac{B^{[J]}}{\rho_{zz}^{[J]}} k_{z,Local}^{[J]} \sin \left(k_{z,Local}^{[J]} b^{[J]} \right) I_{x,q}^{+[J]} I_{y,s}^{+[J]} = 0. \quad (6.18)$$

6.4.4 Système linéaire

La combinaison des Eqs. (6.15, 6.18) permet d'éliminer les amplitudes inconnues $B^{[J]}$

$$\begin{aligned} R_{qs} - \sum_{m,n} R_{mn} \frac{\rho^{[0]}}{id_x d_y k_{z,qs}} \sum_J \frac{I_{x,m}^{-[J]} I_{y,n}^{-[J]}}{w_x^{[J]} w_y^{[J]} \rho_{zz}^{[J]}} k_{z,Local}^{[J]} \tan \left(k_{z,Local}^{[J]} b^{[J]} \right) I_{x,q}^{+[J]} I_{y,s}^{+[J]} \\ = \frac{k_z^i}{k_{z,qs}} \delta_{0q} \delta_{0s} + \frac{\rho^{[0]}}{id_x d_y k_{z,qs}} \sum_J \frac{I_{x,0}^{-[J]} I_{y,0}^{-[J]}}{w_x^{[J]} w_y^{[J]} \rho_{zz}^{[J]}} k_{z,Local}^{[J]} \tan \left(k_{z,Local}^{[J]} b^{[J]} \right) I_{x,q}^{+[J]} I_{y,s}^{+[J]}. \end{aligned} \quad (6.19)$$

Cette égalité peut être réécrite sous une forme matricielle, avec \mathbf{R} et \mathbf{S} des vecteurs de dimension $2N + 1$, \mathbf{D} un tenseur de dimension $(2N + 1) \times (2N + 1)$ et \mathbf{I} la matrice identité

$$(\mathbf{I} - \mathbf{D})\mathbf{R} = \mathbf{S}, \quad (6.20)$$

avec

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{(i)} = R_{qs}, \\ D_{(i,j)} = \frac{\rho^{[0]}}{id_x d_y k_{z,qs}} \sum_J \frac{I_{x,m}^{-[J]} I_{y,n}^{-[J]}}{w_x^{[J]} w_y^{[J]} \rho_{zz}^{[J]}} k_{z,Local}^{[J]} \tan \left(k_{z,Local}^{[J]} b^{[J]} \right) I_{x,q}^{+[J]} I_{y,s}^{+[J]}, \\ S_{(i)} = \frac{k_z^i}{k_{z,qs}} \delta_{0q} \delta_{0s} + \frac{\rho^{[0]}}{id_x d_y k_{z,qs}} \sum_J \frac{I_{x,0}^{-[J]} I_{y,0}^{-[J]}}{w_x^{[J]} w_y^{[J]} \rho_{zz}^{[J]}} k_{z,Local}^{[J]} \tan \left(k_{z,Local}^{[J]} b^{[J]} \right) I_{x,q}^{+[J]} I_{y,s}^{+[J]}, \end{array} \right. \quad (6.21)$$

où, en notant $\lfloor x \rfloor$ l'arrondi à l'entier inférieur de x ,

$$\begin{cases} m &= \lfloor \frac{j-1}{2N+1} \rfloor - N, \\ n &= j - 1 - \lfloor \frac{j-1}{2N+1} \rfloor (2N+1) - N, \\ q &= \lfloor \frac{i-1}{2N+1} \rfloor - N, \\ s &= i - 1 - \lfloor \frac{i-1}{2N+1} \rfloor (2N+1) - N. \end{cases} \quad (6.22)$$

Le coefficient d'absorption \mathcal{A} est finalement donné par

$$\mathcal{A} = 1 - \sum_{m,n=-N}^N \frac{\text{Re}(k_{z,mn})}{k_z^i} |R_{mn}|^2. \quad (6.23)$$

6.4.5 Validation numérique

Du point de vue numérique, une simulation par MEF considérant la géométrie réelle est possible, voir § 2.4.

Afin d'illustrer la capacité du modèle analytique à prédire le comportement de tubes droits remplis d'un fluide anisotrope équivalent hors directions principales, une configuration réaliste est étudiée. Elle imite un échantillon monté dans un tube d'impédance de largeur $W = 41,9$ mm et composé de trois quatuors de tubes identiques à section carrée et d'un tube à section rectangulaire (afin de souligner que le modèle n'est pas restreint aux quatuors de tubes de section carrée), tous remplis de micro-treillis quasi-isotropes hors de leurs directions principales. L'échantillon est donc composé de 13 tubes. Le modèle analytique doit alors inclure 4×13 tubes pour rendre compte des images de l'échantillon dues aux parois rigides du tube d'impédance. Les dimensions des tubes de l'échantillon et les propriétés de leurs micro-treillis sont présentées dans le Tableau 6.1.

Le coefficient d'absorption de l'échantillon fictif est calculé par la MEF et par le modèle analytique. Les courbes d'absorption correspondantes sont présentées à la Fig. 6.5 par des croix noires et une ligne pointillée rouge, respectivement. La corrélation est excellente si l'on considère 4 modes de Bloch analytiquement. Ne considérer que le mode de Bloch fondamental ($m = 0$ et $n = 0$) revient à calculer l'absorption de l'échantillon au moyen de la somme des admittances de chaque tube rempli de micro-treillis. La corrélation avec le calcul par MEF est alors faible (ligne bleue continue), ce qui met en évidence l'impact des modes de Bloch et la nécessité d'utiliser le modèle analytique présenté au lieu d'une somme d'admittances pour prédire le comportement de la SMp.

Tableau 6.1 Paramètres de l'échantillon fictif pour validation du modèle analytique.

J	$\{1;2;3;4\}$	$\{5;6;7;8\}$	$\{9;10;11;12\}$	13
b/W	1,91	1,43	1,19	0,716
w_x/W	0,138	0,160	0,174	0,446
w_y/W	0,138	0,160	0,174	0,224
$TR(\%)$	5	10	15	20
$\beta(^{\circ})$	68	60	53	0

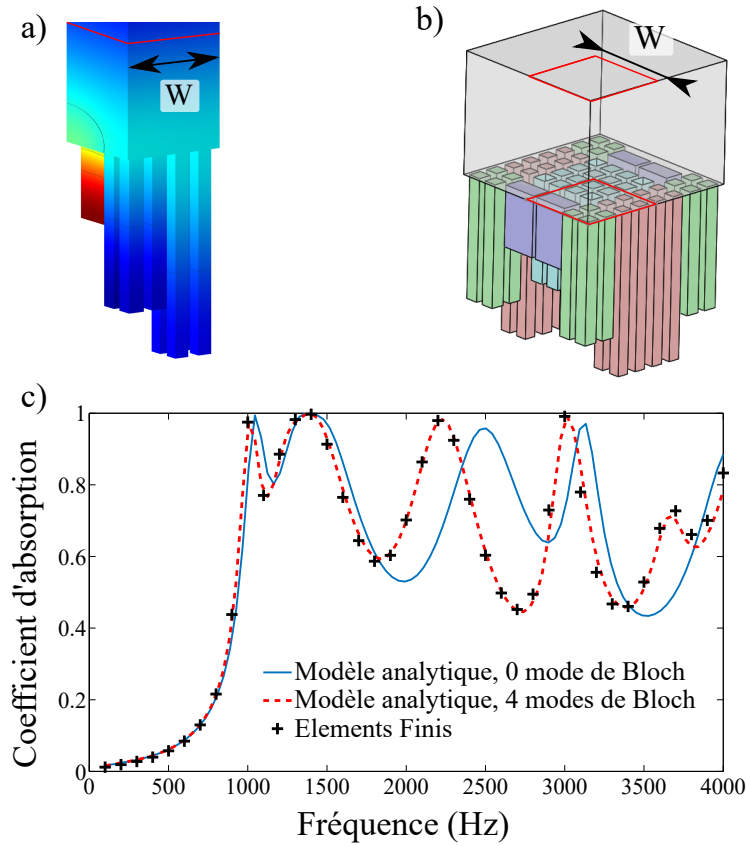


Figure 6.5 Simulation de l'échantillon fictif (voir Tableau 6.1) monté dans un tube d'impédance de largeur $W = 41,9$ mm. a) Champ de pression calculé par MEF. b) Géométrie prise en compte par le modèle analytique. Le carré rouge délimite le tube d'impédance. c) Coefficient d'absorption calculé par MEF et par le modèle analytique avec 0 et 4 modes de Bloch.

6.5 Simplification de la géométrie du MPR considérée dans le modèle analytique

La méthode utilisée pour trouver les paramètres géométriques $Q(\xi)$, $L_a(\xi)$ et $\beta(\xi)$ d'un MPR simplifié par un quatuor de tubes droits identiques est présentée ci-après.

La simplification d'un MPR par un quatuor de tube droits et leurs dimensions (Q et L_a) ne dépendent pas du fluide de remplissage. Pour simplifier l'analyse, un fluide isotrope est considéré lors de la recherche de Q et L_a . Ses paramètres JCAL sont $\phi = 0,78$; $\alpha_\infty = 1,13$; $\Lambda = 207 \mu\text{m}$; $\Lambda' = 216 \mu\text{m}$; $q_0 = 10,8 \cdot 10^{-9} \text{m}^2$; $q'_0 = 15,9 \cdot 10^{-9} \text{m}^2$.

Premièrement, le coefficient d'absorption d'un MPR rempli par le fluide isotrope homogène monté dans un tube d'impédance est calculé par MEF (voir Fig. 6.6, a).

Ensuite, le coefficient d'absorption d'un quatuor de tubes droits identiques remplis par le même fluide isotrope est calculé par le modèle analytique (voir Fig. 6.6, b). Les meilleurs Q et L_a sont recherchés de telle sorte que la courbe d'absorption analytique se superpose au mieux à celle obtenue par MEF autour du premier pic d'absorption. Les marqueurs circulaires et la ligne verte pleine de la Fig. 6.6, c) représentent le coefficient d'absorption du MPR $\xi = 2$ calculé par MEF et obtenu par le modèle analytique avec les meilleurs Q et L_a correspondants, respectivement. La corrélation est presque parfaite pour le premier pic d'absorption. Ensuite, un petit décalage apparaît entre l'absorption calculée par les deux méthodes. Le processus a été répété pour onze valeurs de $\xi \in [0,25; 2]$. Les relations $Q(\xi)$ et $L_a(\xi)$ ont ensuite été interpolées à partir de l'ensemble discret de valeurs tel que présenté sur les Figs. 6.7 a), b).

L'onde de pression suit approximativement une hélice à l'intérieur des cavités du MPR. L'équation paramétrique d'une hélice de rayon r , de hauteur L_b et de pas L_b/ξ est

$$\begin{cases} x(s) = r \cos(2\pi\xi s), \\ y(s) = r \sin(2\pi\xi s), \\ z(s) = sL_b, \\ s \in [0; 1]. \end{cases} \quad (6.24)$$

La longueur d'arc de l'hélice est $L_a = \sqrt{(2\pi\xi r)^2 + L_b^2}$. La tangente à l'hélice forme un angle

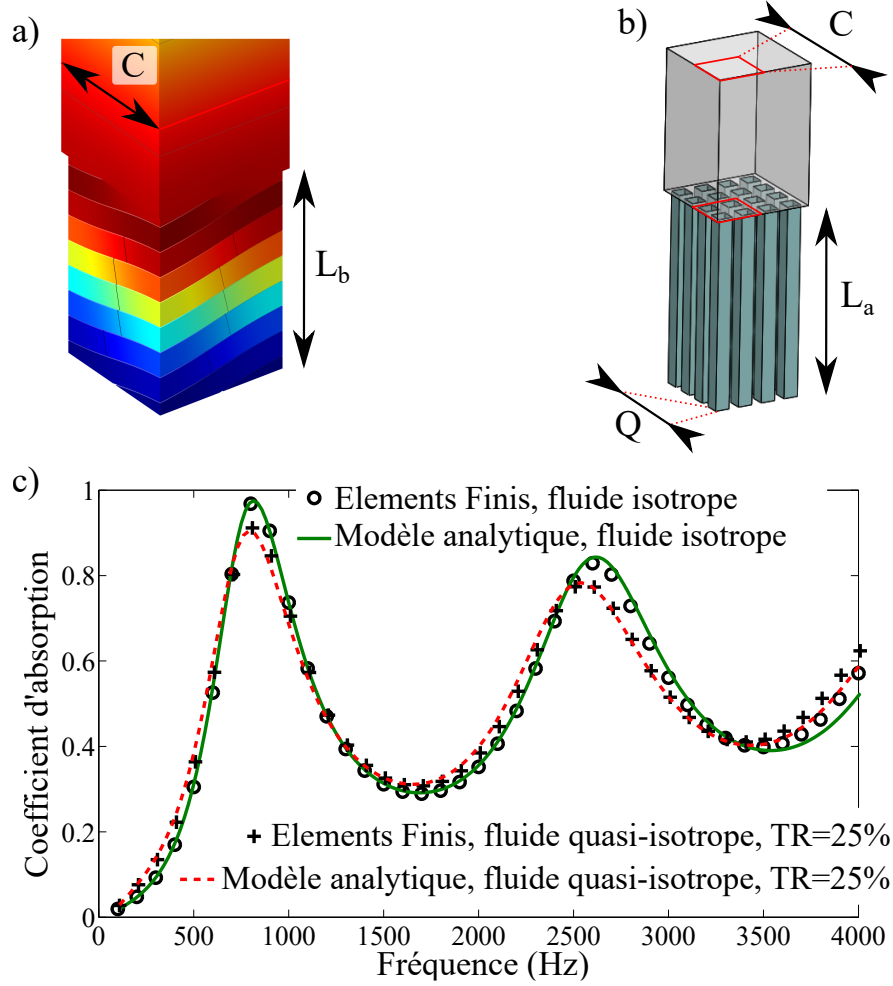


Figure 6.6 Simulation de MPR $\xi = 2$ monté dans un tube d'impédance de largeur $C = W/2 = 20,85$ mm. a) Champ de pression calculé par MEF. b) Géométrie simplifiée prise en compte par le modèle analytique. Le carré rouge délimite le tube d'impédance. c) Coefficient d'absorption calculé par MEF (marqueurs) et modèle analytique considérant la géométrie simplifiée (lignes). MPR rempli de fluide isotrope (cercles et ligne verte continue) pour récupérer les Q et L_a correspondants. MPR rempli par le micro-treillis quasi-isotrope $TR = 25\%$ (croix et pointillés rouges) pour la vérification de la valeur déduite de β .

constant β avec sa normale, exprimé par

$$\tan \beta = \frac{\sqrt{L_a^2 - L_b^2}}{L_b}. \quad (6.25)$$

Ainsi, $\beta(\xi)$ est obtenu à partir de l'Eq. (6.25) et de $L_a(\xi)$ interpolée précédemment. Il est représenté à la Fig. 6.7 c). Cet angle n'a pas d'effet sur la propagation des ondes si le MPR est rempli par un matériau poreux isotrope, comme c'était le cas lors de la recherche de $L_a(\xi)$

et $Q(\xi)$. Cependant, cet angle a une importance en pratique vu que les MPR sont remplis par des micro-treillis quasi-isotropes. Nous avons défini β comme l'angle entre la tangente de l'hélice et sa normale et il s'agit également de l'angle entre la direction principale \mathbf{y}_1 du micro-treillis et la direction \mathbf{y} du repère de référence. Ainsi l'angle β gouverne la direction de propagation transverse dans le micro-treillis de remplissage.

Enfin, la comparaison entre le coefficient d'absorption d'un seul MPR rempli par le micro-treillis quasi-isotrope calculé par MEF considérant la géométrie non simplifiée et par le modèle analytique considérant la géométrie simplifiée est très satisfaisante (voir Fig. 6.6, c).

En résumé, le modèle analytique utilise une géométrie simplifiée pour chaque MPR. Les paramètres des géométries simplifiées sont obtenus par comparaison avec des valeurs issues de simulations par MEF de la géométrie non simplifiée et des considérations géométriques. La corrélation entre le coefficient d'absorption d'un seul MPR calculé par MEF et par le modèle analytique est très bonne. Expérimentalement, il existe une incertitude sur l'épaisseur des parois solides, ce qui entraîne une incertitude sur les valeurs expérimentales de $Q(\xi)$, $L_a(\xi)$ et $\beta(\xi)$.

6.6 Optimisation

6.6.1 Méthode

Le modèle analytique est utilisé pour optimiser la géométrie de la SMp de $L_b = 30$ mm de hauteur et montée dans un tube d'impédance de largeur $W = 41,9$ mm afin de lui conférer une absorption parfaite sur une large plage de fréquences. La procédure d'optimisation, basée sur un algorithme itératif de Nelder-Mead, vise à maximiser le coefficient d'absorption sur une plage de fréquences ciblée. Pour ce faire, le pliage optimal de chaque MPR de largeur $C = W/2$, régi par leur ξ , et leur micro-treillis associé, régi par leur TR , sont optimisés. Durant l'optimisation, et pour des raisons de fabricabilité, le TR est limité à des valeurs entières comprises entre 3% et 60%. ξ est limité à des valeurs à une décimale et comprises entre 0 et 2. Le coefficient d'absorption \mathcal{A} est maximisé sur la gamme de fréquences $f = [1150; 2000]$ Hz en maximisant une fonction coût $J = \sum_f \mathcal{A}(f)$. Quatorze fréquences sont considérées avec un espacement linéaire. La limite haute de la plage de fréquences a été choisie de manière à ce que les fréquences les plus élevées de la plage de fréquences soient traitées par la SMp soient gérées par un MPR $\xi = 0$. La limite basse choisie pour les résultats présentées permet d'atteindre

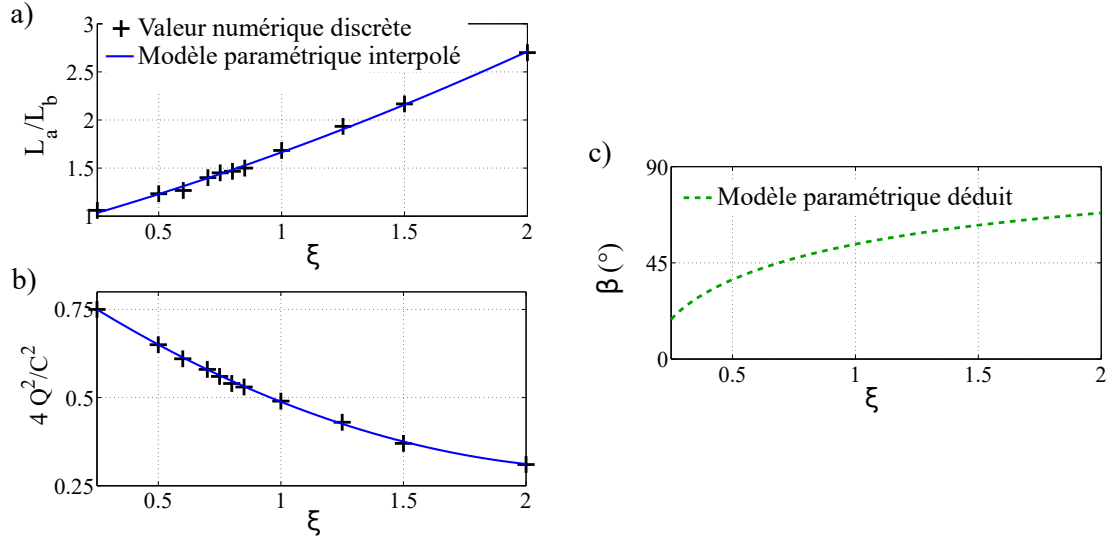


Figure 6.7 Paramètres géométriques du MPR simplifié en fonction de ξ . a) Hauteur normalisée. b) Section normalisée. c) Angle de rotation du repère.

un bon équilibre entre la largeur fréquentielle du plateau d'absorption et la hauteur de ses ondulations. Des fréquences plus basses sont possibles à absorber parfaitement au prix de pics d'absorption plus pointus.

6.6.2 Résultats

Les MPR sont fabriqués par procédé FDM et le matériau extrudé est du PLA. Deux buses sont utilisées alternativement : une buse de diamètre 400 μm pour la fabrication de la structure imperméable et une buse de diamètre 200 μm pour le micro-treillis. Une couche solide de 1 mm d'épaisseur est ajoutée au bas des MPR pour garantir la condition de fond rigide. Les quatre MPR sont imprimés séparément puis assemblés avec de la graisse à vide étalée sur leurs parois extérieures. Des photographies sont présentées à la Fig. 6.8 illustrant la fabrication d'un MPR (a) et de la SMp assemblée (b) et (c).

La SMp optimisée analytiquement est décrite par les paramètres suivants : $[\{\xi_i; TR_i(\%)\}] = [\{1, 67; 3\}, \{1, 28; 10\}, \{0, 72; 36\}, \{0; 36\}]$ $i = 1, 2, 3$ et 4. Les paramètres JCAL correspondants sont présentés dans le Tableau 6.2. Expérimentalement, pour $i = 1$, l'optimisation a donné la valeur $TR = 3\%$. Cependant, cette valeur est problématique car elle correspond à une constante de réseau, c.à.d. une distance entre le centre des fibres $SD = 6.7 \text{ mm} \approx C/3$. Chaque cavité repliée de ce MPR doit contenir une seule fibre par section transversale. Ce micro-treillis n'est alors plus un matériau poreux homogène et ses pertes induites sont com-

parables à celles de ses parois rigides, négligées dans les modèles. Ce micro-treillis est donc omis lors de la fabrication, c'est-à-dire que $\{1, 67; 3\}$ est remplacé par $\{1, 67; 0\}$.

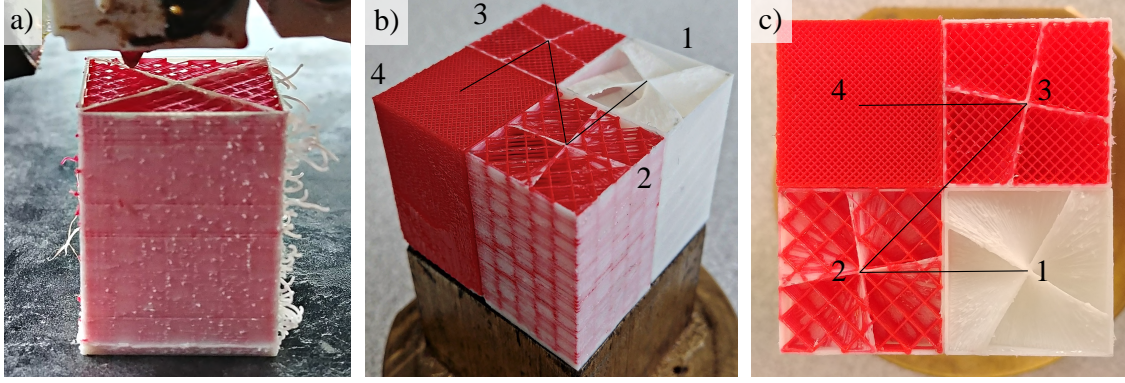


Figure 6.8 Photographies de SMp imprimée en 3D. a) Un seul MPR en cours d'impression. b) et c) SMp placé sur la terminaison rigide du tube d'impédance.

Tableau 6.2 Paramètres JCAL de la SMp optimisée numériquement.

i	ξ	TR	ϕ	$\alpha_{\infty}^{\parallel}$ α_{∞}^{\perp}	$\Lambda^{\parallel}(\mu\text{m})$ $\Lambda^{\perp}(\mu\text{m})$	$\Lambda'(\mu\text{m})$	$q_0^{\parallel}(10^{-9}\text{m}^2)$ $q_0^{\perp}(10^{-9}\text{m}^2)$	$q_0'(10^{-9}\text{m}^2)$
1	1, 67	3%	0, 99	1, 00 1, 04	1000 2800	3300	59, 3 702	756
2	1, 28	10%	0, 94	1, 02 1, 07	394 575	1200	20, 1 95, 2	95, 2
3	0, 72	24%	0, 81	1, 20 1, 13	156 256	463	5, 35 9, 6	14, 1
4	0	36%	0, 71	1, 35 1, 18	100 151	225	2, 20 2, 96	5, 5

Le coefficient d'absorption du matériau optimisé est présenté dans la Fig. 6.9(a). La ligne verte pleine correspond à la prédiction du modèle analytique et la ligne noire pleine suit les prévisions numériques. La simulation par MEF prédit $\mathcal{A}(f) > 0, 96 \forall f \in [1160; 2060]$ Hz soit $5, 6L_b < \lambda < 9, 9L_b$ et $\bar{\mathcal{A}} = 0, 98$. Les quatre maxima d'absorption sont égaux à 0,99 ou 1,00 correspondant à la condition de couplage critique pour chacun des MPR. La corrélation entre les résultats analytiques et les prévisions numériques est très bonne, avec un léger décalage d'absorption ($\delta\mathcal{A} = 0, 01$) entre 1500 et 2000 Hz en raison de la simplification de la géométrie des cavités repliées dans le modèle analytique. La mesure présentée Fig. 6.9(b) par les cercles violets est en accord avec les prédictions théoriques mais l'absorption est plus faible que prévu entre 1250 et 1700 Hz ($\delta\mathcal{A} = 0, 07$). Cette gamme de fréquences correspond aux

maxima d'absorption du deuxième ($i = 2$) et du troisième ($i = 3$) MPR. Des investigations ont montré que les pertes associées à ces MPR sont trop importantes expérimentalement, probablement parce que les pertes induites par leurs parois sont négligées dans les modèles théoriques. Une autre SMp a donc été fabriquée avec des TR réduits pour ces MPR, c'est-à-dire avec des pertes inhérentes réduites. Les TR modifiés de la nouvelle SMp sont $TR_2(\%) = 7$ et $TR_3(\%) = 20$. Cela correspond à une augmentation relative de 3% et 4% de leur porosité, respectivement. Ces valeurs ont été trouvées empiriquement. Le coefficient d'absorption de la SMp corrigée est représenté à la Fig. 6.9(b) par les croix rouges et nous pouvons observer une absorption $\mathcal{A}(f) > 0,96 \forall f \in [1155; 2140]$ Hz soit $5,3L_b < \lambda < 9,9L_b$ et $\bar{\mathcal{A}} = 0,98$. Les quatre maxima d'absorption sont égaux à 0,99 ou 1,00 et sont fréquemment espacés de manière logarithmique comme explicité par [86]. L'absorption mesurée est ainsi en très bonne corrélation avec les prédictions théoriques sur la plage de fréquences d'optimisation. Au dessus de la limite haute de celle-ci, l'absorption mesurée décroît moins que prédit théoriquement.

Les paramètres $[\{\xi_i, TR_i(\%)\}]$ des trois SMp évoquées sont résumés dans le Tableau 6.3.

Tableau 6.3 Paramètres des SMp présentées.

ξ		1,67	1,28	0,72	0
$TR(\%)$	Simulation	3	10	24	36
	Expérimental	0	10	24	36
	Expérimental corrigé	0	7	20	36

6.7 Comparaison avec de l'air dans les cavités

Pour souligner le rôle crucial du micro-treillis, les performances de la SMp sont comparées à celles d'un matériau équivalent avec de l'air au lieu du matériau poreux à l'intérieur des cavités repliées. Le matériau est simulé analytiquement de la même manière que la SMp, mais le modèle de Stinson est utilisé pour tenir compte des pertes à l'intérieur des cavités. Les cavités remplies d'air sont ensuite simulées comme quatre quadruplets de hauteur $L_a(\xi)$ de RQO de rayon hydraulique $Q(\xi)/\sqrt{\pi}$. Les pertes de ces RQO remplis d'air ne sont pas optimales, elles ne compensent pas les fuites. Elles sont uniquement induites par la géométrie pliée et donc par ξ . Le coefficient d'absorption calculé analytiquement du matériau plié rempli d'air est représenté par une ligne pointillée verte dans la figure. Les maxima d'absorption sont nets et il n'y a pas de plateau d'absorption proche de l'unité. De plus, il est intéressant de noter ici qu'un seul MPR produit un pic d'absorption à une longueur d'onde plus grande qu'un micro-treillis homogène avec le même L_b mais de largeur de pic plus faible (Fig. 6.9,

lignes pointillées bleues et violettes). Le facteur de qualité du pic d'absorption du MPR est donc beaucoup plus faible que celui du RQO rempli d'air. C'est la raison fondamentale qui explique le caractère large bande de la SMp conçue dans ce travail.

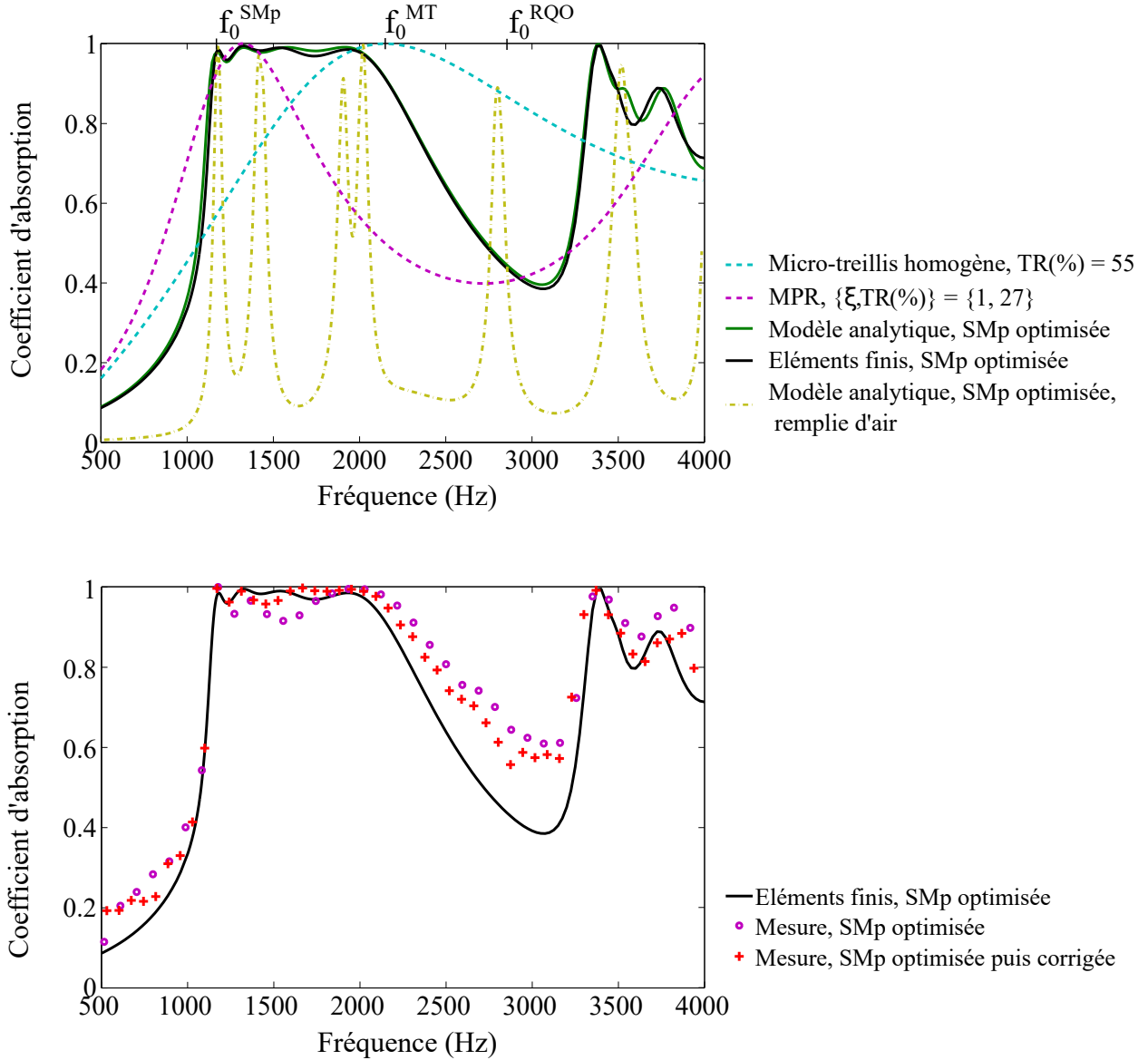


Figure 6.9 Coefficient d'absorption en incidence normale et sur fond rigide de matériaux de $L_b = 30$ mm d'épaisseur. Couplage critique : micro-treillis homogène (ligne bleue en pointillés) et $\xi = 1$ MPR simple (ligne violette en pointillés). Simulation de la SMp optimisée : modèle analytique (ligne solide verte), MEF (ligne solide noire). Mesure de la SMp optimisée (cercles violets) et avec TR corrigés (croix rouges). Simulation analytique de la SMp optimisée en remplaçant les micro-treillis par de l'air (ligne pointillée verte/jaune).

Enfin, notons que les matériaux acoustiques remplis d'air possèdent une résistance aux contraintes mécaniques uniquement grâce à leur structure : l'air ne contribue pas à leurs propriétés mécaniques. À cet égard, à iso matériau, les matériaux acoustiques remplis d'air repliés sont plus faibles lorsqu'ils sont comprimés et plus sujets au flambage que les matériaux non repliés. Au contraire, la résistance du micro-treillis présenté dépend principalement de son cœur poreux, ce qui signifie qu'un MPR occupé par un micro-treillis homogène ayant la même constante de réseau a une résistance mécanique équivalente ou supérieure.

6.8 En résumé

Dans ce chapitre, un matériau métaporeux replié conçu pour l'absorption parfaite large bande et sous-longueur d'onde est présenté théoriquement et expérimentalement. Le matériau métaporeux consiste en l'assemblage de plusieurs MPR possédant des résonances de faible facteur de qualité et sous-longueurs d'onde. La géométrie de chaque MPR est optimisée afin de présenter une absorption parfaite à des fréquences particulières dans une gamme de fréquences cible. Par conséquent, le micro-treillis de chaque MPR est optimisé pour atteindre un équilibre parfait entre les pertes inhérentes et la fuite du résonateur, ce qui donne lieu à la condition de couplage critique et, par conséquent, à l'absorption parfaite. Un modèle analytique combinant la décomposition modale et la méthode de la matrice de transfert ainsi qu'un modèle numérique sont utilisés pour étudier et dimensionner théoriquement le système. Le modèle analytique est utilisé pour optimiser la géométrie pour une absorption parfaite du son à incidence normale pour un bruit ayant une longueur d'onde dans l'air telle que $5,6L_b < \lambda < 9,9L_b$. Des longueurs d'onde plus longues relativement à l'épaisseur du traitement pourraient également être parfaitement absorbées au prix d'un plateau d'absorption parfaite plus étroit ou en acceptant d'obtenir plusieurs pics d'absorption sous-longueur d'onde ne formant pas un plateau. La SMP et son comportement peuvent ainsi être adaptés en fonction d'un cahier des charges en gardant à l'esprit qu'elle génèrera quatre pics d'absorption sous-longueur d'onde d'autant plus fins qu'ils sont basse fréquence. La structure est fabriquée par impression 3D et présente un très bon accord avec les résultats théoriques. Contrairement aux RQO ou RH remplis d'air, les pertes du traitement sont régies par un matériau poreux. De cette façon, les pertes du traitement sont indépendantes de sa structure repliée.

CONCLUSION

Dans un contexte de réduction du bruit, les avancées de la fabrication additive permettent de repenser la conception et l'optimisation de traitements à base de matériaux poreux. Grâce à l'impression 3D, nous contrôlons directement la microstructure des matériaux avec une grande précision et une grande souplesse dans la taille et la forme des pores. La microstructure des matériaux poreux dictant leurs propriétés acoustiques, nous pouvons fabriquer le traitement le mieux adapté pour répondre à un problème plutôt que de choisir parmi un catalogue de matériaux conventionnels existants.

Les travaux menés au cours de cette thèse ont été consacrés à l'optimisation de matériaux poreux pour atténuation acoustique dont les paramètres microstructuraux sont contrôlables. Ils ont cherché à répondre au problème d'atténuation sub-longueur d'onde et large bande.

Tout d'abord, les grandeurs acoustiques telles que le coefficient de réflexion, de transmission et d'absorption ainsi que des outils tels que l'utilisation du plan complexe de fréquences ou les méthodes de mesures ont été exposés.

Ensuite, des outils permettant la description du comportement intrinsèque des matériaux poreux utilisés ont été introduits. Les matériaux poreux employés sont quasi-isotropes et ont un squelette suffisamment rigide pour que leur comportement acoustique intrinsèque puisse être approché par le modèle JCAL de fluide équivalent. Les équations et la signification des paramètres de ce modèle ont été rappelées dans le cas des matériaux quasi-isotropes. Une méthode d'homogénéisation deux échelles et son implémentation numérique permettant d'obtenir les paramètres du modèle JCAL à partir de la microstructure d'un matériau poreux ont été présentées. Expérimentalement, les paramètres JCAL d'un matériau poreux peuvent être obtenus par caractérisation inverse. Des mesures acoustiques réalisées sur des échantillons sont utilisées pour remonter aux paramètres intrinsèques du matériau. La caractérisation inverse en tube d'impédance et ses limitations ont été résumées.

La théorie du comportement intrinsèque des matériaux poreux a fait ensuite place à l'expérimental. Le procédé FDM a été utilisé dans ces travaux pour fabriquer des matériaux poreux appelés micro-treillis. Il s'agit de matériaux fibreux et structurés qui ont la particularité d'être particulièrement simples à décrire géométriquement au travers du diamètre

et de l'espacement de leurs fibres. Le fonctionnement du procédé FDM et la façon dont il permet de contrôler la taille et la forme des pores des micro-treillis a été exposé. En pratique, les matériaux réalisés par impression 3D diffèrent de leur idéalisation, leurs fibres présentent principalement trois défauts intrinsèques au procédé de fabrication : une section elliptique, une variation de section entre deux points de contact et une surface micro-rainurée. Nous avons étudié numériquement et expérimentalement l'impact de ces défauts. Il en ressort que leur influence sur les paramètres JCAL des micro-treillis dépend de l'espacement des fibres et que les négliger entraîne une prédiction grossière du comportement des micro-treillis. Nous avons proposé une routine expérimentale d'ajustement des paramètres JCAL pour prendre en compte l'impact des défauts. Elle est basée sur la connaissance préalable approximative des paramètres JCAL et de mesures en tube d'impédance. Lorsque l'impact des défauts est pris en compte, la prédiction du comportement des micro-treillis est en très bon accord avec les mesures expérimentales.

Une fois le comportement intrinsèque des micro-treillis décrit et l'impact des défauts de fabrication maîtrisé, l'optimisation des traitements a pu commencer. Les matériaux poreux à gradient de propriétés ont d'abord été considérés. La mise en équation de la propagation dans les milieux quasi-isotropes à gradient de propriétés a été réalisée sous forme d'une équation différentielle matricielle faisant apparaître le vecteur d'état. La résolution de cette équation, conduisant aux coefficients de réflexion et de transmission du traitement poreux, peut être réalisée par trois méthodes présentées : la TMM, les séries de Peano et la méthode de *wave splitting*. Une méthode d'optimisation de gradient de propriétés continu a ensuite été développée. Elle est inspirée d'une méthode de caractérisation inverse, est basée sur un algorithme de gradient conjugué et permet de maximiser l'absorption d'une couche poreuse en optimisant un gradient de paramètres microstructuraux ou de fabrication. L'optimisation porte donc directement sur la microstructure qui est contrôlable en pratique grâce à l'impression 3D. Deux autres méthodes d'optimisation sont venues appuyer l'optimisation de gradient continu. Il s'agit d'une méthode d'optimisation de gradient discret, c.à.d., de matériau multicouche et d'une méthode d'optimisation de gradient continu mais forcé à être monotone décroissant. Ces trois méthodes peuvent être appliquées à une couche poreuse en fond rigide ou libre, pour un angle d'incidence unique quelconque ou en champ diffus.

Les méthodes d'optimisation ont d'abord été appliquées en incidence normale et avec un traitement reposant sur un fond rigide. À épaisseur de couche poreuse constante et sur une plage de fréquences visée, le coefficient d'absorption est plus élevé lorsqu'un gradient de propriétés est introduit, d'autant plus si celui-ci n'est pas contraint à être monotone. L'abaissement de la première fréquence d'absorption parfaite est possible au prix d'une réduction importante

de l'absorption dans les moyennes et hautes fréquences. Le profil optimal est formé d'une zone à faible porosité suivie d'une zone à haute porosité. L'augmentation de l'absorption au-dessus de la première fréquence d'absorption parfaite est quant à elle possible sur une large bande de fréquences et s'accompagne d'un déplacement vers les hautes fréquences du premier maximum d'absorption. Le profil optimal monotone correspond à une diminution de la porosité à travers l'épaisseur du matériau. Ce gradient élargit les maxima d'absorption et les rapproche de l'unité. Le gradient libre suit la même tendance mais ajoute au profil des ondulations de porosité. Le nombre d'ondulations est égal au nombre de maxima d'absorption réglés pour augmenter l'absorption dans la gamme de fréquences d'intérêt. Il en résulte une absorption encore plus élevée qu'avec le gradient monotone. Ainsi, un matériau poreux à gradient de propriétés optimisé peut présenter une absorption parfaite sub-longueur d'onde ou bien une absorption très large bande quasi-parfaite supra-longueur d'onde.

L'optimisation de gradient de propriétés a ensuite été appliquée en incidence normale et avec un traitement reposant sur un fond libre. La transmission est principalement annulée par une zone à très forte résistivité placée sur la face opposée à l'onde incidente. La réflexion est quant à elle annulée par les profils observés pour la couche poreuse en fond rigide, différant suivant la plage de fréquences d'intérêt. Ainsi, une couche poreuse à gradient de propriétés optimisé peut annuler la réflexion et la transmission, chose impossible pour une couche poreuse homogène.

Les pics d'absorption d'un matériau poreux homogène sont d'autant plus fins que les parois des pores sont épaisses. Nous avons ensuite montré qu'un gradient de taille de pores (espacement des fibres dans le cas considéré) permet d'améliorer l'absorption de la couche poreuse sur une plage de fréquence cible pour toute taille de parois de pores et réduit significativement les écarts de performances observés chez les matériaux homogènes. Ce résultat souligne l'utilité pratique de l'introduction et de l'optimisation de gradients de propriétés. Par ailleurs, les matériaux poreux peuvent être à réaction localisée ou non localisée ce qui signifie que la propagation des ondes de pression y est différente. Savoir quel type de réaction est le plus favorable à l'absorption est difficile en considérant des matériaux conventionnels car la différence de type de réaction s'accompagne d'une différence de microstructure biaisant la comparaison. La fabrication additive permet quant à elle de produire un matériau poreux à réaction localisée ou non localisée sans changer sa microstructure. Fort de cette constatation, nous avons comparé numériquement les performances en champ diffus, suivant le type de réaction, avec et sans gradient de propriétés. Une couche homogène à réaction non localisée présente une absorption plus élevée qu'une couche homogène à réaction localisée lorsqu'elles présentent des grands pores et une absorption très légèrement plus élevée lorsque chacune

d'entre elles présentent une taille de pore optimisée. L'introduction d'un gradient de taille de pore optimisé donne à la réaction non localisée une absorption légèrement plus élevée que la réaction localisée à hautes fréquences et inversement pour les basses et moyennes fréquences. Afin de couvrir d'avantage de configurations, l'étude de l'impact du type de réaction à aussi été menée sur des traitements homogènes en revêtement de conduits de section rectangulaire sans écoulement. Le type de réaction influe le comportement de la couche poreuse, en particulier si le conduit a une hauteur faible. Une fois optimisées, les couches poreuses homogènes présentent des différences de performances marquées lorsqu'elles recouvrent les parois de conduits de petite hauteur et très faibles lorsqu'elles recouvrent les parois de conduits de grande hauteur.

Enfin, nous avons présenté un nouveau matériau métaporeux replié utilisant le concept de surface métaporeuse en inversant le rôle de résonateur et de matériau poreux. Il est ainsi formé de résonateurs quart d'onde désaccordés, repliés et remplis de matériau poreux homogènes régissant leurs pertes. La réalisation de ce matériau a été rendue possible grâce à l'impression 3D qui permet d'ajuster le repliement des cavités et la taille des pores du matériau poreux de remplissage, cavité par cavité. Un modèle analytique ainsi qu'un modèle numérique ont été utilisés pour étudier et dimensionner théoriquement le système. Le métamatériau a été optimisé et fabriqué avec succès et présente une absorption parfaite sub-longueur d'onde et large bande en incidence normale et en fond rigide.

Les travaux menés au cours de cette thèse ont montré que la conception de traitements poreux à partir du contrôle de leur microstructure permet d'obtenir des traitements à hautes performances acoustiques. L'introduction d'un gradient de propriétés permet d'atteindre l'absorption parfaite sub-longueur d'onde ou plus haute en fréquences mais très large bande. L'utilisation de matériaux poreux repliés désaccordés permet d'atteindre une absorption sub-longueur d'onde large bande. L'accent a été mis sur la compréhension des phénomènes physiques impliqués, sur l'utilisation de modèles fiables prenant en compte la complexité expérimentale et sur l'importance de comparer des traitements optimisés.

Ce regard sur la conception des matériaux poreux basée sur le contrôle de la microstructure ouvre la voie à de nombreux développements et applications. Il rend compétitif les matériaux poreux dans des domaines aussi exigeants sur les performances et la multifonctionnalité que l'aéronautique.

Tous les types de traitements formés de matériaux poreux pourront être revisités sous ce regard de microstructure contrôlée, qu'ils aient une vocation d'atténuation ou de diffusion sonore et en partant des canaux droits formant le premier matériau poreux décrit analytiquement au XIX^{ème} siècle, jusqu'aux surfaces métaporeuses introduites il y a moins de dix ans, sans oublier les matériaux à squelette flexible, anisotropes, reconfigurables, assemblés en série ou en parallèle et bien d'autres. Cela devrait permettre d'améliorer leurs performances acoustiques. Les comparaisons entre traitements seront alors plus équitables qu'en considérant des matériaux poreux issus de catalogues. Les plaques micro-perforées sont utilisées depuis plusieurs décennies et sont très appréciées en aéronautique car elles permettent de concevoir des traitements à hautes performances, en particulier parce que le nombre et la taille des perforations sont choisis en fonction de l'application. Il est donc grand temps de passer à l'ère des matériaux poreux à porosité contrôlée.

RÉFÉRENCES

- [1] D. Sutliff *et al.*, “Attenuation of FJ44 Turbofan Engine Noise with a Foam-Metal Liner Installed Over-the-Rotor,” dans *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Miami, Florida : American Institute of Aeronautics and Astronautics, mai 2009.
- [2] J. Revell *et al.*, “Trailing-edge flap noise reduction by porous acoustic treatment,” dans *3rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*. Atlanta, GA, U.S.A. : American Institute of Aeronautics and Astronautics, mai 1997.
- [3] INRS, “Dossier Bruit,” 2020. [En ligne]. Disponible : <http://www.inrs.fr/risques/bruit/ce-qu-il-faut-retenir.html>
- [4] Santé et Services sociaux du Québec, “Effets sur la santé physique - Effets du bruit environnemental sur la santé,” nov. 2018.
- [5] OMS, “Valeurs guides de l’Organisation mondiale de la Santé - Bruit environnemental - Professionnels de la santé - MSSS,” nov. 2018.
- [6] J. Lambert et C. Philipps-Bertin, *Les nuisances environnementales des transports : résultats d’une enquête nationale*. Bron : INRETS, 2009, oCLC : 740915668.
- [7] “Décret n° 2017-1244 du 7 août 2017 relatif à la prévention des risques liés aux bruits et aux sons amplifiés,” 2017, library Catalog : Légifrance.
- [8] “Arrêté du 30 juin 1999 relatif aux caractéristiques acoustiques des bâtiments d’habitation.” 1999, library Catalog : Légifrance.
- [9] Senat, “Projet de loi relatif à l’environnement sonore aéroportuaire,” 1999.
- [10] S. Marin, “Aéroport Montreal-Trudeau : recours collectif contre le bruit,” *La Presse*, sept. 2016. [En ligne]. Disponible : <https://www.lapresse.ca/actualites/grand-montreal/201609/22/01-5023184-aeroport-montreal-trudeau-recours-collectif-contre-le-bruit.php>
- [11] UFCNA, “Union Française Contre les Nuisances des Aéronefs.” [En ligne]. Disponible : <http://www.ufcna.eu/spip/>
- [12] EASA, “Noise | European Aviation Environmental Report.” [En ligne]. Disponible : <https://www.easa.europa.eu/eaer/topics/overview-aviation-sector/noise>
- [13] FAA, “Aircraft Noise Issues.” [En ligne]. Disponible : https://www.faa.gov/about/office_org/headquarters_offices/apl/noise_emissions/airport_aircraft_noise_issues/

- [14] J.-F. Allard et N. Atalla, *Propagation of sound in porous media : modelling sound absorbing materials*, 2^e éd. Hoboken, N.J : Wiley, 2009.
- [15] R. Dragonetti et R. A. Romano, “Considerations on the sound absorption of non locally reacting porous layers,” *Applied Acoustics*, vol. 87, p. 46–56, janv. 2015.
- [16] R. Dragonetti et R. Romano, “Errors when assuming locally reacting boundary condition in the estimation of the surface acoustic impedance,” *Applied Acoustics*, vol. 115, p. 121–130, janv. 2017.
- [17] A. I. Komkin, M. A. Mironov et A. I. Bykov, “Sound absorption by a Helmholtz resonator,” *Acoustical Physics*, vol. 63, n^o. 4, p. 385–392, juill. 2017.
- [18] X. Cai, J. Yang et G. Hu, “Optimization on microlattice materials for sound absorption by an integrated transfer matrix method,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, n^o. 4, p. EL334–EL339, avr. 2015.
- [19] V. Romero-García *et al.*, “Use of complex frequency plane to design broadband and sub-wavelength absorbers,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 139, n^o. 6, p. 3395–3403, juin 2016.
- [20] K. Y. Bliokh *et al.*, “Unusual Resonators : Plasmonics, Metamaterials, and Random Media,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 80, n^o. 4, p. 1201–1213, oct. 2008, arXiv : 0708.2653.
- [21] J.-P. Groby, R. Pommier et Y. Aurégan, “Use of slow sound to design perfect and broadband passive sound absorbing materials,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 139, n^o. 4, p. 1660–1671, avr. 2016.
- [22] E33 Committee, “Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials Using a Tube, Two Microphones and a Digital Frequency Analysis System,” ASTM International, Rapport technique.
- [23] K. V. Horoshenkov *et al.*, “Reproducibility experiments on measuring acoustical properties of rigid-frame porous media (round-robin tests),” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 122, n^o. 1, p. 345–353, juill. 2007.
- [24] B. H. Song, J. S. Bolton et Y. J. Kang, “Effect of circumferential edge constraint on the acoustical properties of glass fiber materials,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 110, n^o. 6, p. 2902–2916, déc. 2001.
- [25] T. E. Vigran *et al.*, “Prediction and Measurements of the Influence of Boundary Conditions in a Standing Wave Tube,” p. 6, 1997.
- [26] U. Ingard, “On the Theory and Design of Acoustic Resonators,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 25, n^o. 6, p. 1037–1061, nov. 1953.

- [27] L. Jaouen et F. Chevillotte, “Length Correction of 2d Discontinuities or Perforations at Large Wavelengths and for Linear Acoustics,” *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 104, n^o. 2, p. 243–250, mars 2018.
- [28] M. R. Stinson, “The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 89, n^o. 2, p. 550–558, févr. 1991.
- [29] K. Attenborough, “Microstructures for lowering the quarter wavelength resonance frequency of a hard-backed rigid-porous layer,” *Applied Acoustics*, vol. 130, p. 188–194, janv. 2018.
- [30] X. Wang et H. Liang, “Effects of pore-size distribution on sound absorption of material fabricated by additive manufacturing,” p. 8, 2017.
- [31] M. Yang *et al.*, “Optimal sound-absorbing structures,” *Materials Horizons*, vol. 4, n^o. 4, p. 673–680, 2017.
- [32] W. Pannert, M. Merkel et A. Öchsner, “Acoustical Properties of Cellular Materials,” dans *Mechanics and Properties of Composed Materials and Structures*, A. Öchsner, L. F. M. da Silva et H. Altenbach, édit. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2012, vol. 31, p. 83–101.
- [33] V. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ,” *Soviet physics uspekhi*, n^o. 10, 509, 1968.
- [34] R. M. Walser, *Introduction to Complex Mediums for Optics and Electromagnetics*, W. S. Wiegelhofer et A. Lakhtakia, édit. 1000 20th Street, Bellingham, WA 98227-0010 USA : SPIE, mars 2003.
- [35] N. Jiménez *et al.*, “Rainbow-trapping absorbers : Broadband, perfect and asymmetric sound absorption by subwavelength panels for transmission problems,” *Scientific Reports*, vol. 7, n^o. 1, p. 13595, déc. 2017.
- [36] X. Cai *et al.*, “Ultrathin low-frequency sound absorbing panels based on coplanar spiral tubes or coplanar Helmholtz resonators,” *Applied Physics Letters*, vol. 105, n^o. 12, p. 121901, sept. 2014.
- [37] K. Donda *et al.*, “Extreme low-frequency ultrathin acoustic absorbing metasurface,” *Applied Physics Letters*, vol. 115, n^o. 17, p. 173506, oct. 2019.
- [38] J.-P. Groby *et al.*, “Enhancing the absorption coefficient of a backed rigid frame porous layer by embedding circular periodic inclusions,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 130, n^o. 6, p. 3771–3780, déc. 2011.

- [39] J.-P. Groby *et al.*, “Enhancing the absorption properties of acoustic porous plates by periodically embedding Helmholtz resonators,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, n^o. 1, p. 273–280, janv. 2015.
- [40] C. Lagarrigue *et al.*, “Absorption of sound by porous layers with embedded periodic arrays of resonant inclusions,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 134, n^o. 6, p. 4670–4680, déc. 2013.
- [41] L. Xiong *et al.*, “Enhancement of sound absorption in ducts using porous material with embedded inclusions.” American Institute of Aeronautics and Astronautics, mai 2016.
- [42] H.-Y. S. Lee, Dong-Hoon, “A Study on the Sound Absorption Performance of a Helmholtz Resonator Combined with Porous Materials,” *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, vol. 19, n^o. 6, p. 628–633, juin 2009.
- [43] C.-Y. Lee, M. J. Leamy et J. H. Nadler, “Numerical Calculation of Effective Density and Compressibility Tensors in Periodic Porous Media : A Multi-Scale Asymptotic Method,” Boston, 2008, p. 6.
- [44] Mechel, “Helmholtz Resonators with Added Porous Absorbers,” *Acta Acustica united with Acustica*, mai 1994.
- [45] J.-P. Groby, W. Lauriks et T. E. Vigran, “Total absorption peak by use of a rigid frame porous layer backed by a rigid multi-irregularities grating,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 127, n^o. 5, p. 2865–2874, mai 2010.
- [46] J.-P. Groby *et al.*, “Enhancing rigid frame porous layer absorption with three-dimensional periodic irregularities,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 133, n^o. 2, p. 821–831, févr. 2013.
- [47] M. A. Biot, “Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media,” *Journal of Applied Physics*, vol. 33, n^o. 4, p. 1482–1498, 1962.
- [48] Ultimaker, “Fiche Technique : PLA.”
- [49] M. Bruneau et C. Potel, *Matériaux et Acoustique, I Propagation des Ondes Acoustiques*, lavoisier éd., Paris, 2006, oCLC : 494230771.
- [50] L. De Ryck *et al.*, “Acoustic wave propagation and internal fields in rigid frame macroscopically inhomogeneous porous media,” *Journal of Applied Physics*, vol. 102, n^o. 2, p. 024910, juill. 2007.
- [51] C. Zwikker et C. W. Kosten, *Sound absorbing materials*. New York : Elsevier Pub. Co., 1949.
- [52] R. Dunne, D. Desai et R. Sadiku, “A Review of the Factors that Influence Sound Absorption and the Available Empirical Models for Fibrous Materials,” *Acoustics Australia*, vol. 45, n^o. 2, p. 453–469, août 2017.

- [53] Y. Champoux et J. Allard, “Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media,” *Journal of Applied Physics*, vol. 70, n^o. 4, p. 1975–1979, 1991.
- [54] D. L. Johnson, J. Koplik et R. Dashen, “Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 176, p. 379–402, mars 1987.
- [55] D. Lafarge *et al.*, “Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies,” *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 102, p. 1995–2006, oct. 1997.
- [56] S. R. Pride, F. D. Morgan et A. F. Gangi, “Drag forces of porous-medium acoustics,” *Physical Review B*, vol. 47, n^o. 9, p. 4964–4978, mars 1993.
- [57] “Johnson-champoux-allard-lafarge (jcal) model | APMR.” [En ligne]. Disponible : <http://apmr.matelys.com/PropagationModels/MotionlessSkeleton/JohnsonChampouxAllardLafargeModel.html>
- [58] J. M. Carcione, *Wave fields in real media : wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media*, 2016, oCLC : 1062346491.
- [59] Z. Sun, X. Tang et G. Cheng, “Numerical simulation for tortuosity of porous media,” *Microporous and Mesoporous Materials*, vol. 173, p. 37–42, juin 2013.
- [60] R. G. Venegas, “Microstructure influence on acoustical properties of multiscale porous materials,” Thèse de doctorat, University of Salford, 2011.
- [61] B. de Castro, “Numerical computation of the acoustic properties of porous media obtained by homogenisation techniques,” p. 7.
- [62] J.-L. Auriault, C. Boutin et C. Geindreau, *Homogenization of coupled phenomena in heterogeneous media*, 2009, oCLC : 733729827.
- [63] T. G. Zieliński, “Normalized inverse characterization of sound absorbing rigid porous media,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, n^o. 6, p. 3232–3243, juin 2015.
- [64] Atalla, Y. et Penneton, R., “Inverse Acoustical Characterization of Open Cell Porous Media Using Impedance Tube Measurements,” 2005.
- [65] M. Niskanen *et al.*, “Deterministic and statistical characterization of rigid frame porous materials from impedance tube measurements,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 142, n^o. 4, p. 2407–2418, oct. 2017.
- [66] Panneton, R., “Inverse Characterization of Porous Materials - Overview and Guidelines,” CFA, Lyon, 2010.

- [67] L. De Ryck *et al.*, “Reconstruction of material properties profiles in one-dimensional macroscopically inhomogeneous rigid frame porous media in the frequency domain,” *Journal of the Acoustical Society of America*, 2008.
- [68] J. A. Nelder et R. Mead, “A Simplex Method for Function Minimization,” *The Computer Journal*, vol. 7, n^o. 4, p. 308–313, janv. 1965.
- [69] Y. Liu *et al.*, “Inverse identification of the acoustic porous parameters of double-layered poroelastic structures by acoustic rigidity approximation,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 142, n^o. 1, p. 72–83, juill. 2017.
- [70] M. Niskanen *et al.*, “Estimating the material parameters of an inhomogeneous poroelastic plate from ultrasonic measurements in water,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 146, n^o. 4, p. 2596–2607, oct. 2019.
- [71] E. R. Fotsing *et al.*, “Acoustic properties of periodic micro-structures obtained by additive manufacturing,” *Applied Acoustics*, vol. 148, p. 322–331, mai 2019.
- [72] S. Deshmukh, H. Ronge et S. Ramamoorthy, “Design of periodic foam structures for acoustic applications : Concept, parametric study and experimental validation,” *Materials & Design*, vol. 175, p. 107830, août 2019.
- [73] A. Dubourg, *Intégration De Structures Absorbantes Acoustiques Innovantes Au Sein D’une Turbosoufflante*, ser. Mémoire de Maitrise, Polytechnique Montréal, 2015.
- [74] M. D. Guild *et al.*, “3d printed sound absorbers using functionally-graded sonic crystals,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 143, n^o. 3, p. 1714–1714, mars 2018.
- [75] M. Guild *et al.*, “Acoustic metamaterial absorbers based on confined sonic crystals,” *Journal of Applied Physics*, vol. 117, n^o. 11, p. 114902, mars 2015, arXiv : 1405.7200.
- [76] Zielinski, T., “Pore-size effects in sound absorbing foams with periodic microstructure : modelling and experimental verification using 3d printed specimens,” sept. 2016.
- [77] D. C. Akiwate *et al.*, “Acoustic properties of additive manufactured narrow tube periodic structures,” *Applied Acoustics*, vol. 136, p. 123–131, juill. 2018.
- [78] F. Setaki *et al.*, “New Sound Absorption Materials : Using Additive Manufacturing for Compact Size, Broadband Sound Absorption at Low Frequencies,” p. 7, 2016.
- [79] Z. Liu *et al.*, “Acoustic properties of multilayer sound absorbers with a 3d printed micro-perforated panel,” *Applied Acoustics*, vol. 121, p. 25–32, juin 2017.
- [80] Yang, Wenjing *et al.*, “Wideband sound absorption of 3d printed multi-layer,” 2018.
- [81] Z. Liu *et al.*, “Acoustic properties of a porous polycarbonate material produced by additive manufacturing,” *Materials Letters*, vol. 181, p. 296–299, oct. 2016.

- [82] T. Dupont *et al.*, “A microstructure material design for low frequency sound absorption,” *Applied Acoustics*, vol. 136, p. 86–93, juill. 2018.
- [83] R. Ghaffarivardavagh *et al.*, “Ultra-open acoustic metamaterial silencer based on Fano-like interference,” *Physical Review B*, vol. 99, n^o. 2, janv. 2019.
- [84] W. Huang *et al.*, “3D-printed sound absorbing metafluid inspired by cereal straws,” *Scientific Reports*, vol. 9, n^o. 1, p. 8496, déc. 2019.
- [85] N. Jiménez *et al.*, “Ultra-thin metamaterial for perfect and quasi-omnidirectional sound absorption,” *Applied Physics Letters*, vol. 109, n^o. 12, p. 121902, sept. 2016.
- [86] M. Yang *et al.*, “Optimal sound-absorbing structures,” *Materials Horizons*, vol. 4, n^o. 4, p. 673–680, 2017.
- [87] R. Scopigno *et al.*, “Digital Fabrication Techniques for Cultural Heritage : A Survey : Fabrication Techniques for Cultural Heritage,” *Computer Graphics Forum*, vol. 36, n^o. 1, p. 6–21, janv. 2017.
- [88] R. Venegas et O. Umnova, “On the influence of the micro geometry on sound propagation through periodic array of cylinders,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 123, n^o. 5, p. 3142–3142, mai 2008.
- [89] S. Y. Song *et al.*, “Modeling of roughness effects on acoustic properties of micro-slits,” *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 50, n^o. 23, p. 235303, juin 2017.
- [90] J. A. Kulpe, C.-Y. Lee et M. J. Leamy, “Computation of acoustic absorption in media composed of packed microtubes exhibiting surface irregularity,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 130, n^o. 2, p. 826–834, août 2011.
- [91] J. Boulvert *et al.*, “Acoustic modeling of micro-lattices obtained by additive manufacturing,” *Applied Acoustics*, vol. 164, p. 107244, juill. 2020.
- [92] T. G. Zieliński *et al.*, “Reproducibility of sound-absorbing periodic porous materials using additive manufacturing technologies : Round robin study,” *Additive Manufacturing*, vol. 36, p. 101564, déc. 2020.
- [93] M. Baake et U. Schlaegel, “The Peano-Baker series,” *arXiv :1011.1775 [math]*, nov. 2010.
- [94] A. Geslain *et al.*, “An application of the Peano series expansion to predict sound propagation in materials with continuous pore stratification,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 132, n^o. 1, p. 208–215, 2012.
- [95] A. Shuvalov, E. Le Clezio et G. Feuillard, “The state-vector formalism and the Peano-series solution for modelling guided waves in functionally graded anisotropic piezoelectric plates,” *International Journal of Engineering Science*, vol. 46, n^o. 9, p. 929–947, sept. 2008.

- [96] M. Norgren, “General scheme for electromagnetic reflection and transmission for composite structures of complex materials,” *IEE Proceedings - Microwaves, Antennas and Propagation*, vol. 142, n^o. 1, p. 52, 1995.
- [97] M. Norgren et S. He, “An optimization approach to the frequency-domain inverse problem for a nonuniform LCRG transmission line,” *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 44, p. 1503–1507, sept. 1996.
- [98] J. Lundstedt et M. Norgren, “Comparison between Frequency Domain and Time Domain Methods for Parameter Reconstruction on Nonuniform Dispersive Transmission Lines,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 43, p. 1–37, 2003.
- [99] T. Cavalieri *et al.*, “Graded and Anisotropic Porous Materials for Broadband and Angular Maximal Acoustic Absorption,” *Materials*, vol. 13, n^o. 20, p. 4605, oct. 2020.
- [100] R. Fletcher, “Function minimization by conjugate gradients,” *The Computer Journal*, vol. 7, n^o. 2, p. 149–154, févr. 1964.
- [101] M. R. Hestenes et E. Stiefel, “Methods of Conjugate Gradients for Solving Linear Systems,” *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, vol. 49, n^o. 6, p. 28, déc. 1952.
- [102] O. Tanneau, J. B. Casimir et P. Lamary, “Optimization of multilayered panels with poroelastic components for an acoustical transmission objective,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 120, n^o. 3, p. 1227–1238, sept. 2006.
- [103] J. Boulvert *et al.*, “Optimally graded porous material for broadband perfect absorption of sound,” *Journal of Applied Physics*, vol. 126, n^o. 17, p. 175101, nov. 2019.
- [104] N. Jiménez, V. Romero-García et J.-P. Groby, “Perfect Absorption of Sound by Rigidly-Backed High-Porous Materials,” *Acta Acustica united with Acustica*, p. 396–409, 2018.
- [105] Y. Zhang *et al.*, “Optimization of Graded Materials for Broadband Radome Wall with DRR Control Using a Hybrid Method,” *Progress In Electromagnetics Research M*, vol. 43, p. 193–201, 2015.
- [106] N. Jiménez *et al.*, “Quasiperfect absorption by subwavelength acoustic panels in transmission using accumulation of resonances due to slow sound,” *Physical Review B*, vol. 95, n^o. 1, p. 014205, janv. 2017.
- [107] K. Hirose, “Numerical study on the influence of fiber cross-sectional shapes on the sound absorption efficiency of fibrous porous materials,” *Applied Acoustics*, vol. 164, p. 107222, juill. 2020.
- [108] R. Opdam, D. de Vries et M. Vorländer, “Locally or Non-Locally Reacting Boundaries : Does it Make a Significant Acoustic Difference ?” *Building Acoustics*, vol. 21, n^o. 2, p. 117–124, juin 2014.

- [109] C. Chen, X. Li et F. Thiele, “Numerical study on non-locally reacting behavior of nacelle liners incorporating drainage slots,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 424, p. 15–31, juin 2018.
- [110] Z. Lu *et al.*, “An investigation on the characteristics of a non-locally reacting acoustic liner,” *Journal of Vibration and Control*, vol. 22, n°. 10, p. 2337–2346, juin 2016.
- [111] S. W. Rienstra, “Fundamentals of Duct Acoustics,” p. 52, 2015.
- [112] L. Cao *et al.*, “Porous materials for sound absorption,” *Composites Communications*, vol. 10, p. 25–35, déc. 2018.
- [113] T. Parrott, M. Jones et B. Homeijer, “Effect of Resonator Axis Skew on Normal Incidence Impedance,” dans *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit*. Hilton Head, South Carolina : American Institute of Aeronautics and Astronautics, mai 2003.
- [114] B. Howerton et T. Parrott, “Validation of an Acoustic Impedance Prediction Model for Skewed Resonators,” dans *15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (30th AIAA Aeroacoustics Conference)*. Miami, Florida : American Institute of Aeronautics and Astronautics, mai 2009.
- [115] R. J. Beckemeyer et D. T. Sawdy, “Analytical and experimental studies of folded cavity duct acoustic liners,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 60, n°. S1, p. S123–S123, nov. 1976.
- [116] D. T. Sawdy et R. J. Beckemeyer, “Bandwidth Attenuation with a Folded Cavity Liner in a Circular Flow Duct,” *AIAA Journal*, vol. 18, n°. 7, p. 766–773, juill. 1980.
- [117] M. G. Jones *et al.*, “Acoustic liners for turbine engines,” Brevet US10 107 139B1, 2018.
- [118] R. D. Cedar et M. W. Siekman, “Acoustic liners with oblique cellular structures,” Brevet EP3 537 429A1, 2020.
- [119] Y. Li et B. M. Assouar, “Acoustic metasurface-based perfect absorber with deep sub-wavelength thickness,” *Applied Physics Letters*, vol. 108, n°. 6, p. 063502, 2016.
- [120] K. Donda *et al.*, “Extreme low-frequency ultrathin acoustic absorbing metasurface,” *Applied Physics Letters*, vol. 115, n°. 17, p. 173506, 2019.
- [121] C. Rui Liu *et al.*, “Ultra-broadband acoustic absorption of a thin microperforated panel metamaterial with multi-order resonance,” *Composite Structures*, vol. 246, p. 112366, août 2020.
- [122] L. Lagarrigue *et al.*, “Acoustic panel,” USA Brevet 20 160 210 955.

- [123] J.-P. Groby *et al.*, “Absorption of a rigid frame porous layer with periodic circular inclusions backed by a periodic grating,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 129, n°. 5, p. 3035–3046, 2011.
- [124] C. Lagarrigue *et al.*, “Absorption of sound by porous layers with embedded periodic arrays of resonant inclusions,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 134, n°. 6, p. 4670–4680, 2013.
- [125] J.-P. Groby *et al.*, “Enhancing the absorption properties of acoustic porous plates by periodically embedding helmholtz resonators,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, n°. 1, p. 273–280, 2015.
- [126] Y. Zhou *et al.*, “Perfect acoustic absorption by subwavelength metaporous composite,” *Applied Physics Letters*, vol. 115, n°. 9, p. 093503, 2019.
- [127] J.-P. Groby, W. Lauriks et T. E. Vigran, “Total absorption peak by use of a rigid frame porous layer backed by a rigid multi-irregularities grating,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 127, n°. 5, p. 2865–2874, 2010.
- [128] M. Versaevel, L. Moreau et E. Lacouture, “Folded spiral-shaped cavities for nacelle acoustic liners : Impedance and attenuation modelling and comparison to experimental results.” 3AF Greener Aviation, 2016, p. 9.
- [129] W. Huang *et al.*, “3D-printed sound absorbing metafluid inspired by cereal straws,” *Scientific Reports*, vol. 9, p. 8496, 2019.
- [130] C. Kittel, *Instructor’s manual to accompany Introduction to solid state physics, seventh edition*, Charles Kittel. New York ; Chichester : Wiley, 1996, oCLC : 477165159.