PolyPublie
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Développement d'outils d'optimisation pour la planification à moyen et long terme de la production hydroélectrique
Auteur: Author:	Yves Alain Mbeutcha
Date:	2020
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Mbeutcha, Y. A. (2020). Développement d'outils d'optimisation pour la planification à moyen et long terme de la production hydroélectrique [Thèse de doctorat, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/5550/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/5550/
Directeurs de recherche: Advisors:	Michel Gendreau, & Grégory Emiel
Programme: Program:	Doctorat en mathématiques

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
affiliée à l'Université de Montréal

Développement d'outils d'optimisation pour la planification à moyen et long terme de la production hydroélectrique

YVES ALAIN MBEUTCHA
Département de mathématiques et de génie industriel

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
Mathématiques

Décembre 2020

© Yves Alain Mbeutcha, 2020.

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

Développement d'outils d'optimisation pour la planification à moyen et long terme de la production hydroélectrique

présentée par **Yves Alain MBEUTCHA**
en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Charles AUDET, président
Michel GENDREAU, membre et directeur de recherche
Grégory EMIEL, membre et codirecteur de recherche
Fabian BASTIN, membre
Amaury TILMANT, membre externe

DÉDICACE

À mes parents Mbeutcha et Nzimi,

À ma femme Ngopjop Eva,

À mon fils Nkoni,...

REMERCIEMENTS

Je voudrais tout d'abord remercier mon directeur de recherche Michel Gendreau pour m'avoir accueilli et avoir partagé avec moi sa grande expérience et expertise en optimisation et recherche opérationnelle. J'ai énormément appris auprès de lui et ceux dans des domaines très éloignés de ce projet de recherche. Je voudrais également remercier mon co-superviseur Grégory Emiel pour l'aide qu'il m'a fourni tout au long du projet, pour ses conseils et ses indications sur les enjeux de la gestion à long terme et moyen terme de la production hydroélectrique.

Je tiens à remercier l'équipe OMM pour leur accueil chaleureux et l'ambiance de travail formidable et stimulante que j'y ai trouvé. Un Merci spécial à Marko Blais, Nathalie Letendre, Jasson Pina pour leur grande disponibilité lors de l'écriture des articles. La qualité du travail présenté dans cette thèse n'aurait pas été la même sans vous.

Un merci particulier aussi à Héliante Richard-Hamelin pour son pragmatisme et sa disponibilité dans la mise en place des outils stochastiques développés dans le cadre de ce projet. Une pensée spéciale pour Alexia Marchand, Hind El Maroizy, Patrick Jeandroz, Luc Charest, Siamack Kaveh, Mahdi Machani, Jasmin Marinelli ainsi que tous les membres de la direction de planification de la production d'Hydro-Québec. J'ai beaucoup appris auprès de vous.

Je tiens à dire un merci particulier à mes parents pour leur soutien et leur encouragement tout au long de ce parcours doctoral. Un Merci spécial à ma femme Ngopjop Eva qui m'a apporté une aide et un amour que je ne saurais décrire avec des mots.

RÉSUMÉ

La planification de la production vise à définir l'utilisation des ressources d'un parc hydroélectrique pour répondre à la demande électrique et maximiser les revenus tirés de l'électricité produite, tout en respectant les contraintes du système et en assurant la pérennité des installations. À moyen et long terme, l'horizon étudié s'étend typiquement sur plusieurs années avec un pas de temps hebdomadaire ou mensuel pour les étapes de décision. La gestion des réservoirs du parc doit se faire en considérant l'incertitude des apports en eau sur l'horizon de planification.

La prise de décision à long terme est encore plus importante lorsque de grands réservoirs de capacité multiannuelle sont présents dans le parc de production comme au Québec. Les réservoirs multiannuels peuvent déplacer l'énergie stockée sur plusieurs années, ce qui en fait un moyen efficace de protection contre la grande variabilité hydrologique généralement présente à long terme. Un compromis doit être trouvé entre conserver un stock de sécurité suffisant pour les années futures et saisir les opportunités présentes à travers la production et la vente de l'énergie potentielle en stock. À cet équilibre difficile à trouver viennent s'ajouter la grande taille du système et les relations non linéaires et non convexes entre le débit soutiré, la hauteur de chute et la production hydroélectrique.

Planifier la production à long terme se formule comme un problème multi-étapes stochastique de prise de décision qui est souvent résolu par la programmation dynamique stochastique (SDP) ou la programmation dynamique stochastique duale (SDDP), une variante de la SDP non affectée par la « malédiction de la dimension » du système. L'incertitude sur les apports est représentée par un modèle hydrologique périodique autorégressif (PAR) pour la méthode SDDP et un processus markovien dans le cadre de la SDP. Les cadres périodique autorégressif et markovien standard présentent des limitations à la structure de corrélation et aux statistiques annuelles et interannuelles pouvant être considérées. Le but de cette thèse est d'améliorer les méthodes d'optimisation sous incertitude afin de tenir compte de l'information statistique pertinente pour la planification long terme d'un complexe hydroélectrique. Trois activités entourent cet objectif principal.

La première activité consiste à la mise en place d'un outil d'optimisation stochastique basé sur la SDDP dans l'environnement industriel d'Hydro-Québec Production (HQP). L'histoire de la programmation stochastique à HQP est longue et riche de modèles performants pour la gestion des opérations. Malheureusement, les divergences avec les caractéristiques officielles des installations n'ont pas favorisé la pérennité de ces modèles. Pour cette raison, un intérêt

particulier a été apporté à l'adéquation du modèle avec l'environnement utilisateur et à la flexibilité de l'outil. Ces caractéristiques ont permis de doter les gestionnaires de rivière, les gestionnaires moyen terme et long terme d'un outil efficace d'aide à la décision dans la gestion du parc de production d'HQP.

La deuxième activité utilise l'outil d'optimisation stochastique développé et étend le modèle PAR qui y est utilisé à un modèle périodique autorégressif à moyenne mobile (PARMA). Les modèles PARMA sont connus pour avoir une structure de corrélation plus forte que les modèles PAR. Les modèles PARMA testés sur le système hydrique Manicouagan ont révélé une meilleure représentation des autocorrélations d'ordre 2 et 3, ainsi que de la moyenne annuelle des apports par rapport aux modèles PAR de même ordre autorégressif. Les politiques de gestion obtenues par la méthode SDDP avec les modèles PARMA induisent une plus grande valeur marginale de l'eau stockée dans le réservoir multiannuel du système. Les décisions prises ont donc tendance à conserver plus d'eau en stock, ce qui entraîne une amplitude des déversements extrêmes plus forte contrebalancée par une meilleure protection du système contre les délestages. Globalement, le revenu moyen et l'efficacité du système se retrouvent améliorés, ce qui indique un meilleur compromis des modèles PARMA par rapport aux PAR.

La troisième activité s'intéresse à une politique de gestion du stock énergétique d'Hydro-Québec Production sur plusieurs années qui intègre la représentation des statistiques annuelles et interannuelles d'un modèle Shifting Level (SL). Le parc de production est agrégé en réservoirs énergétiques équivalents et le SL est utilisé pour représenter la dynamique annuelle et interannuelle des apports, couplé à une méthode de désagrégation pour capturer l'information au niveau intra-annuel. La désagrégation temporelle n'est pas compatible avec le cadre markovien standard ce qui empêche l'utilisation directe de la SDP. Une méthode hybride est désignée dans laquelle les scénarios générés à partir du SL désagrégé permettent d'améliorer une politique initiale obtenue par la SDP où la variable hydrologique est l'apport précédent. La performance de la politique améliorée est comparée à la SDP qui utilise un modèle de Markov à états cachés autorégressif (HMM-AR) comme approximation markovienne du processus SL désagrégé. Le revenu moyen obtenu par la méthode hybride est supérieur à la SDP avec HMM-AR. Cet avantage est associé à un meilleur compromis entre un stock de sécurité élevé pour diminuer le risque de délestage et un volume de ventes élevé permettant de rentabiliser l'énergie stockée en évitant de la perdre par déversement.

ABSTRACT

Hydropower production scheduling aims at defining the system's use of resources to satisfy the electrical load and maximize the income from electricity production while respecting the constraints of the system and ensuring the sustainability of the installations. In the medium term and long term scheduling, the horizon typically spans over several years with a weekly or monthly time step for the decision stages. The management of the reservoirs in the system must consider the uncertainty of inflows over the planning horizon.

Long-term decision-making is even more critical when large reservoirs with multi-year capacity are present as in Québec's production system. Multi-year reservoirs can move stored energy over several years, making them an adequate protection tool against the huge hydrological variability generally present in the long term. Therefore, a trade-off must be found between ensuring sufficient safety storage for future years and seizing the current opportunities through the production and sale of the stock's energy. In addition to this difficult balance, the large size of the system and the non-linear, non-convex relationships between discharges, head, and hydroelectric production make the problem even harder to solve.

Long-term production planning is usually framed as a multistage stochastic decision-making problem. This problem is often solved by Stochastic Dynamic Programming (SDP) or Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP), a variant of SDP unaffected by the "curse of the dimensionality". The uncertainty on the inflows is represented by a periodic autoregressive model (PAR) for the SDDP method and a Markovian process within the SDP framework. Periodic autoregressive and the standard markovian models provide impressive fitting capabilities of the actual inflow process. However, some limitations may be present regarding the correlation structure and the annual and interannual statistics. This thesis aims to improve the stochastic optimization methods to take into account the relevant statistical information for the long-term planning of a hydroelectric complex. This primary goal is organized around three activities.

The first activity consists of building a stochastic optimization tool based on SDDP in the industrial environment of Hydro-Québec Production (HQP). The history of stochastic programming at HQP is long and rich in robust models for the stochastic management of operations. Unfortunately, differences with the installations' official characteristics did not favor the durability and the evolution of these models. Thus, a particular interest has been brought to the adequation of the model with the user environment and the flexibility of the tool. These characteristics have made it possible to provide river managers, medium-term, and long-term

operators with a useful decision-support tool in managing the HQP production system.

The second activity uses the developed stochastic optimization tool and extends the PAR model to a periodic autoregressive moving average model (PARMA). PARMA models are known to have a stronger correlation structure than PAR models. The PARMA models tested on the Manicouagan hydropower system better capture the autocorrelations of the order 2 and 3, as well as the annual average of the inflows compared to the PAR models of the same autoregressive order. The management policies obtained by the SDDP method with the PARMA models induce a higher marginal value of the water stored in the multi-year reservoir. Therefore, the decisions tend to keep more water in the reservoir, which leads to a greater amplitude of extreme spills balanced by better protection of the system against load deficits. Overall, the average income and the system's efficiency are improved, which indicates a better compromise of the PARMA models compared to the PAR.

The third activity is concerned with a policy for managing Hydro-Québec Production's energy storage over several years, integrating the representation of annual and inter-annual statistics of a Shifting Level (SL) model. The production system is aggregated into equivalent energy reservoirs. The SL is used to represent the annual and interannual energy inflow dynamics, coupled with a disaggregation method to capture information at the intra-annual level. The temporal disaggregation is not compatible with the standard Markovian framework, which prevents SDP direct use. A hybrid method is designed to compute the operations policy. The hybrid method improves with the disaggregated SL scenarios, an initial policy obtained by the SDP, where the hydrological variable is the previous inflow. The improved policy's performance is compared to an SDP method that uses an autoregressive hidden state Markov model (HMM-AR) as the Markovian approximation of the disaggregated SL process. The average income obtained by the hybrid method is higher than the SDP with HMM-AR. This advantage is associated with a better trade-off between high safety storage to reduce the risk of energy deficits and a high sales volume to profit on the energy stored by avoiding spillage losses.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iii

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT vii

TABLE DES MATIÈRES ix

LISTE DES TABLEAUX xii

LISTE DES FIGURES xiii

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS xiv

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1
1.1 La planification de la production d'hydroélectricité 2
1.2 Élements de la problématique 3
1.2.1 Réservoirs annuels et multiannuels 3
1.2.2 Modélisation hydrologique des apports en eau 4
1.2.3 Les fonctions de production 4
1.3 Objectifs de la thèse 5
1.4 Plan de la thèse 5

CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE 7
2.1 Niveaux hiérarchiques et classification des méthodes 8
2.2 Optimisation stochastique implicite 9
2.2.1 Méthodes avec Régression 9
2.2.2 Modèles de flots et métaheuristiques 9
2.2.3 Approches par paramétrisation-simulation 10
2.3 Optimisation stochastique explicite 11
2.3.1 Optimisation stochastique sur arbres de scénarios 11
2.3.2 La programmation dynamique stochastique 13
2.3.3 La programmation dynamique stochastique duale 14
2.4 Synthèse des différentes méthodes 15

CHAPITRE 3 ORGANISATION GÉNÉRALE DE LA THÈSE 17

CHAPITRE 4 IMPLÉMENTATION DE LA SDDP DANS UN ENVIRONNEMENT INDUSTRIEL 20
4.1 Introduction 20
4.1.1 La planification de la production à HQP 20
4.1.2 Nécessité d'une planification stochastique 24
4.1.3 Plan du chapitre 27
4.2 La méthode SDDP 27
4.2.1 Décomposition temporelle et programmation dynamique stochastique 28
4.2.2 Principes de base de la méthode SDDP 29
4.3 Implémentation de la SDDP à Hydro-Québec Production 30
4.3.1 Historique de la SDDP dans la planification de la production à HQP 31
4.3.2 Les enjeux présents dans l'intégration de la méthode SDDP 32
4.3.3 Implémentation de la méthode SDDP 33
4.4 Résultats obtenus 36
4.4.1 Solution déterministe 36
4.4.2 Convergence de la solution stochastique 37
4.4.3 Comparaison SDP vs SDDP 40
4.4.4 Stratégies d'exploration et temps de calcul 42
4.5 Conclusions et recommandations 44

CHAPITRE 5 ARTICLE 1 : BENEFIT OF PARMA MODELING FOR LONG-TERM HYDROELECTRIC SCHEDULING USING STOCHASTIC DUAL DYNAMIC PROGRAMMING 46
5.1 Introduction 47
5.2 Materials and Methods 49
5.2.1 The Manicouagan hydropower system 49
5.2.2 Formulation of the long-mid term hydropower scheduling problem . . 51
5.2.3 Linear PARMA and SDDP 54
5.3 Simulation results 56
5.3.1 Comparison of the different PARMA models 56
5.3.2 Simulation results of the different PARMA policies 58
5.4 Conclusion 62
5.5 Data Availability 65
5.6 Acknowledgments 65
5.7 Expression of the partial derivative of the expected benefit-to-go function . . 65

CHAPITRE 6 ARTICLE 2 : A HYBRID DYNAMIC PROGRAMMING - TABU SEARCH APPROACH FOR THE LONG-TERM HYDROPOWER PLANNING PROBLEM 67
6.1 Introduction . . . 68
6.1.1 Long-term hydropower planning . . . 68
6.1.2 Problem statement . . . 69
6.1.3 Literature review . . . 70
6.1.4 Paper organization . . . 71
6.2 Formulation of the Long-term hydropower planning problem . . . 72
6.2.1 Description of the system . . . 72
6.2.2 Mathematical formulation of the problem . . . 74
6.2.3 Long-term persistence modeling in inflows . . . 76
6.3 The solution approach . . . 78
6.3.1 The hybrid SDP-Tabu Search approach . . . 78
6.3.2 SDP with Hidden Markov Model . . . 81
6.4 Results of the Hydrological modeling . . . 83
6.5 Computational experiments . . . 85
6.6 Conclusion . . . 88
6.7 Acknowledgments . . . 89

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE SUR LES RÉSULTATS . . . 90

CHAPITRE 8 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS . . . 92
8.1 Synthèse des travaux . . . 92
8.2 Limitations de la solution proposée . . . 92
8.3 Améliorations futures . . . 93

RÉFÉRENCES . . . 95

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 4.1	Les outils du processus de planification à HQP	23
Tableau 4.2	Borne inférieure, supérieure et écart relatif de la solution déterministe	37
Table 5.1	Manicouagan hydropower system	50
Table 5.2	CRPS of the weekly lag-2 and lag-3 autocorrelations	59
Table 5.3	Simulation results of the different hydrological derived policies	60
Table 6.1	Seasonal statistics of the controllable EER	84
Table 6.2	Annual statistics of the hydrological models	84
Table 6.3	Average revenue of the different methods in (M\$)	86
Table 6.4	Distribution of energy net exchanges, deficits and spillages	88

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Exemple d'un arbre de scénarios	11
Figure 4.1	Le parc de production d'Hydro-Québec	21
Figure 4.2	Les objectifs du processus de planification à HQP	22
Figure 4.3	Le processus de planification à HQP	24
Figure 4.4	Schéma de l'outil SDDP	34
Figure 4.5	Comparaison des stocks de l'optimisation frontale vs la décomposition SDDP	37
Figure 4.6	Évolution des bornes sup et inf pour une instance de *La Grande Rivière*	39
Figure 4.7	Distribution hebdomadaire de la valeur de l'eau dans le réservoir Outardes 4.	41
Figure 4.8	Proportion des temps de calcul pour les phases de récursion normale et de re-calcul.	44
Figure 5.1	The Manicouagan hydroelectric power system	50
Figure 5.2	Minimal and Maximal energy	52
Figure 5.3	Autocorrelation of order 2 for the Manicouagan system	58
Figure 5.4	Annual mean of inflows for the Manicouagan system	59
Figure 5.5	Average weekly storage at reservoir Manic-5	62
Figure 5.6	Annual energy transfers and difference between total energy and inflow	63
Figure 5.7	Water values for Manic-5 reservoir	64
Figure 6.1	Difference between historical energy inflows and their mean	70
Figure 6.2	The EER representation of HQP hydroelectric power system.	73
Figure 6.3	Energy surplus exchanges policies obtained from the SDP algorithm.	79
Figure 6.4	Simulation annual trajectories over the horizon	86

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

(C)PAR	(Contemporeanous) Periodic AutoRegressive
(C)PARMA	(Contemporeanous) Periodic AutoRegressive and Moving Average
DPS	Direct Policy Search
EER	Energy Equivalent Reservoir
IREQ	Institut de REcherche d'Hydro-Québec
HMM	Hidden Markov Model
HMM-AR	Autoregressive Hidden Markov Model
HQP	Hydro-Québec Production
SDP	Stochastic Dynamic Programming
SDDP	Stochastic Dual Dynamic Programming
SL	Shifting Level
SSDP	Sampling Stochastic Dynamic programming

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

L'énergie hydraulique est employée depuis des centaines d'années pour les activités humaines notamment à travers la conversion en énergie mécanique pour le fonctionnement des moulins. De nos jours, l'énergie hydraulique et potentielle de l'eau stockée dans les réservoirs est principalement utilisée pour la production d'électricité (16 % de la production mondiale [53] et 99 % de la production du Québec). L'énergie hydroélectrique est générée en utilisant la pression de l'eau sur les pales d'une turbine, dont le mouvement est ensuite transformé en électricité par un alternateur. Les groupes turbines-alternateurs sont situés à l'intérieur de centrales électriques localisées en aval des barrages. Un évacuateur de crue est généralement présent sur le site pour permettre de déverser le surplus d'eau qui ne peut être stocké, notamment lors des grandes crues sur la rivière. Un système hydrique est composé de l'ensemble des ouvrages (réservoir, barrages, centrale, évacuateur de crue) se trouvant en série sur une rivière et/ou en parallèle sur plusieurs branches d'une rivière. Les systèmes hydriques servent donc à la production d'électricité mais également à la protection contre les inondations, l'irrigation, la régulation d'un débit pour des besoins récréatifs ou environnementaux.

La gestion d'un système hydrique avec réservoirs est un problème complexe pour plusieurs raisons. Premièrement, le couplage dans le temps des décisions demande un compromis entre le soutirage immédiat de l'eau contenue dans les réservoirs et sa conservation pour une utilisation future. Deuxièmement, un système hydrique peut contenir un grand nombre de réservoirs, de centrales et de groupes turbines-alternateurs qui sont autant d'éléments contrôlables nécessitant la prise de décision pour l'atteinte des objectifs du système. Cette prise de décision est rendue encore plus difficile du fait des interrelations non linéaires et non convexes entre le débit soutiré, la hauteur de chute et la production hydroélectrique. Troisièmement, le caractère incertain des apports naturels en eau donne une dimension hautement stochastique au problème. À l'aléa sur les apports naturels, on peut ajouter celui sur la consommation et la production. En effet, la consommation de l'énergie électrique tel le chauffage et la climatisation est elle aussi soumise aux aléas de la météo et la transition énergétique voit s'installer de plus en plus de sources de production renouvelable variable tels l'éolien et le solaire. Lorsque la gestion du système hydrique est faite principalement dans le but de produire de l'énergie hydroélectrique, on parle de planification de la production. Un ensemble de systèmes hydriques interconnectés ou non est généralement appelé un parc de production.

1.1 La planification de la production d'hydroélectricité [1]

Le processus de planification de la production vise à définir l'utilisation future des ressources d'un parc hydroélectrique pour répondre à la demande électrique avec la meilleure efficacité, tout en respectant les contraintes du système et en assurant la pérennité des installations. Ce processus décisionnel, généralement trop complexe pour être abordé directement, est habituellement subdivisé en plusieurs niveaux hiérarchiques couvrant différents horizons de temps.

À long terme, l'horizon s'étend en général sur plusieurs années et les décisions concernent principalement l'étude de nouveaux investissements, la construction de centrales et de lignes électriques, la négociation de contrats bilatéraux et le respect des critères de fiabilité en énergie et en puissance. À moyen terme, les trajectoires des réservoirs ainsi que les risques de déversement ou d'étiage sont étudiés sur les prochains mois, voire la prochaine année. À court terme, les débits à turbiner et à déverser sont définis afin de répartir la demande électrique aux différentes centrales du système par heure pour les prochains jours. Enfin à très court terme, la production de chaque groupe turbine-alternateur est définie presque en temps réel. Le problème du très court terme, communément appelé *Chargement optimal* des groupes turbines-alternateurs, consiste à répartir le débit décidé par le court terme entre les différents groupes afin de produire la puissance demandée au meilleur rendement possible.

On s'intéresse dans cette thèse à la gestion à moyen et à long terme de systèmes hydroélectriques comportant des réservoirs multiannuels comme les complexes électriques d'Hydro-Québec. Cette société d'État est en charge de la production, du transport et de la distribution d'électricité au Québec, ainsi que de l'entretien des installations pour leur pérennité. Dans le cadre de la gestion long terme, la présence de grands réservoirs multiannuels est particulièrement intéressante, car elle permet le stockage et le transfert de quantités d'énergie considérables (de l'ordre du TWh) sur plusieurs années. Afin d'assurer la sécurité énergétique du Québec et le respect de ses engagements fermes, Hydro-Québec opère son parc de production sur une base multiannuelle et maintient une réserve pour faire face à la variabilité naturelle des apports hydriques. Dans le cadre de la gestion moyen terme, les interactions entre la dynamique intra-annuelle de vidange-remplissage des réservoirs annuels et l'importance du stock de sécurité des réservoirs multiannuels sont essentielles pour l'atteinte des cibles de la planification.

1. Ce texte est inspiré de l'introduction de la thèse de Marchand [70].

1.2 Élements de la problématique

On présente dans cette partie les éléments importants pour la compréhension du travail de recherche exposé dans cette thèse. Ces éléments permettent de clarifier les notions utiles pour comprendre l'intérêt des réservoirs annuels et multiannuels, la dynamique des apports et les fonctions de production des centrales hydroélectriques.

1.2.1 Réservoirs annuels et multiannuels

On appelle *bassin hydrographique* ou *bassin versant* d'un réservoir le territoire sur lequel tombent les précipitations qui ruissellent jusqu'à un bras de rivière se rendant au réservoir. La quantité d'eau reçue par un réservoir est de deux natures : l'une contrôlable qui provient des débits des barrages se trouvant à l'amont du réservoir et l'autre naturelle qui est fournie par le bassin hydrographique du réservoir. On désigne par apport en eau d'un réservoir, la quantité d'eau totale fournie par le bassin hydrographique sur une certaine période donnée. Le rapport entre la capacité de stockage d'un réservoir et l'apport en eau annuel moyen est le principal indicateur de la dynamique annuelle ou multiannuelle d'un réservoir.

Dans un réservoir annuel, le ratio entre la capacité de stockage et l'apport moyen en eau est inférieur à 100 % alors qu'il est généralement supérieur pour un réservoir multiannuel. Ceci implique qu'un réservoir annuel ne peut pas conserver toute la quantité d'eau qu'il reçoit durant une année. La majeure partie de l'énergie potentielle emmagasinée durant les crues de printemps et d'automne doit être utilisée au cours de l'année, et particulièrement durant les périodes de forte demande (comme en hiver avec le chauffage électrique au Québec). Les transferts d'énergie se font donc entre des saisons contiguës.

Pour leur part, les réservoirs multiannuels possèdent une capacité de stockage suffisamment importante pour déplacer une partie non négligeable de l'énergie stockée pendant les périodes de printemps-été vers l'hiver deux ans après ou plus. À titre d'exemple, le réservoir Manic-5 du système hydrique Manicouagan situé dans la Côte-Nord du Québec, possède un ratio stockage sur apport en eau de 210 % (voir [71]). Ainsi en partant d'un réservoir plein, Manic-5 pourrait fournir un équivalent énergétique de sa quantité d'apport annuel moyen pendant deux années sans recevoir aucune précipitation. Cet exemple, bien qu'hypothétique, permet de concevoir l'importance de ces systèmes pour un producteur d'électricité comme Hydro-Québec dont certains contrats bilatéraux comprennent des livraisons fermes d'énergie sur plusieurs décennies. Hydro-Québec doit assurer ces livraisons à partir d'une ressource énergétique qui fluctue grandement entre les années fortes et faibles (l'amplitude entre l'année la plus forte et la plus faible de l'historique $1960 - 2019$ est de plus de 100 TWh).

1.2.2 Modélisation hydrologique des apports en eau

L'hydrologie stochastique consiste principalement à la modélisation des apports en eau des bassins versants avec une attention particulière pour la représentation des corrélations temporelle et spatiale. Depuis les travaux de [115,129], la structure autorégressive est très populaire au niveau de la modélisation hydrologique stochastique des apports en eau. En supposant que la physique du débit de décrue d'une rivière est représentée par une fonction exponentielle décroissante, [129] arrive à montrer que le ruissellement annuel devrait suivre un modèle autorégressif d'ordre 1

$$q_t - \bar{q} = \phi\,(q_{t-1} - \bar{q}) + \epsilon_t \tag{1.1}$$

où q_t représente l'apport annuel, $\bar{q}$ est la moyenne annuelle des apports, ϕ est le coefficient autorégressif et ϵ_t est une variable aléatoire indépendante des apports q_t. Or, l'apport en eau d'un réservoir est constitué principalement des contributions du ruissellement et du stockage souterrain. Si l'on suppose que toute l'eau infiltrée durant une année est rendue au réservoir de surface et participe du ruissellement, on peut déduire que les apports annuels suivront la dynamique d'une série temporelle autorégressive. Cette base conceptuelle physique a contribué à faire de la structure autorégressive, et plus généralement de la chaîne de Markov, le cadre de référence en hydrologie statistique à moyen et long terme [63].

Dans le calcul de la politique de gestion d'un système hydrique à long terme, le modèle hydrologique permet de déterminer la distribution de probabilité des apports en eau à chaque période. Le modèle représente l'information hydrologique que la politique doit prendre en compte afin de maximiser l'utilisation des ressources. Améliorer l'information hydrologique devrait améliorer la gestion des systèmes hydriques à long terme [35]. Pour bonifier l'information hydrologique, il apparaît naturel d'y ajouter d'autres variables hydrologiques (précipitation, température, stock de neige) ou de raffiner les lois statistiques des variables aléatoires. L'utilisation d'une structure plus générale et de corrélation plus forte telle que la structure autorégressive à moyenne mobile a rarement été envisagé. De plus, le cadre markovien bien que très général, devient une limitation si des méthodes de désagrégation temporelle sont nécessaires dans notre modèle hydrologique. L'emploi d'une méthode d'optimisation basée sur les simulations de séries synthétiques apparaît alors comme une bonne alternative.

1.2.3 Les fonctions de production

L'électricité produite par un groupe turbine-alternateur dépend du débit turbiné et de la hauteur de chute (différence entre le niveau amont de l'eau dans le réservoir et le niveau aval

de la centrale) :

$$P = \rho \times g \times Q \times H \times \eta(Q) \tag{1.2}$$

où P représente la puissance produite en MW, ρ est la masse volumique de l'eau en kg/m^3, $g = 9.806\ m/s^2$ est l'accélération gravitationnelle, Q est le débit turbiné par le groupe m^3/s, H est la hauteur de chute en m et $\eta(Q)$ est le rendement du groupe au débit Q. La fonction de production (1.2) est non linéaire, non convexe et très difficile à représenter mathématiquement dans un modèle.

Pour la gestion long terme et moyen terme, le pas de temps est de l'ordre de la semaine ou du mois et les gestionnaires utilisent une représentation simplifiée des fonctions de production. En résolvant le problème de chargement optimal pour des valeurs de débits à répartir entre les groupes d'une centrale, on peut établir une fonction de production pour la centrale. La fonction de production d'une centrale garde la dépendance avec le débit et la hauteur de chute, mais la structure de cette dépendance peut être simplifiée en adoptant une relation linéaire, concave ou non-concave, mais séparable.

1.3 Objectifs de la thèse

Le but principal de cette thèse est d'améliorer les méthodes d'optimisation sous incertitude afin de tenir compte de l'information statistique pertinente pour la planification long terme d'un complexe hydroélectrique. Cet objectif principal est composé de trois sous-objectifs. Le premier consiste à valider et mettre en place un outil d'optimisation stochastique basé sur la programmation dynamique stochastique duale dans l'environnement industriel d'Hydro-Québec Production. Cet outil consolide les savoir-faire et les connaissances développés dans le domaine de la gestion des réservoirs sous incertitude à Hydro-Québec Production. On s'intéresse ensuite à la quantification de la plus-value d'une représentation statistique améliorée dans la planification long terme. Le deuxième sous-objectif utilise l'outil d'optimisation stochastique développé et le modifie afin de tenir compte des corrélations saisonnières d'ordre élevé représentées par un modèle PARMA. Le troisième sous-objectif essaye de déterminer une politique de gestion du stock énergétique d'Hydro-Québec Production sur plusieurs années. Cette politique doit pouvoir intégrer la représentation des statistiques annuelles et interannuelles d'un modèle Shifting Level (SL) afin d'améliorer la gestion long terme.

1.4 Plan de la thèse

Le chapitre 2 présente une revue de littérature des méthodes d'optimisation utilisées dans les problèmes de planification de la production long terme et moyen terme. Le chapitre 3

donne la démarche générale de la thèse. Le chapitre 4 présente l'implémentation réalisée de la méthode de programmation dynamique stochastique duale (SDDP) dans l'environnement industriel d'Hydro-Québec Production (HQP). Les chapitres 5 et 6 exposent les deux articles réalisés dans le cadre de cette thèse. Une synthèse des travaux est dressée dans le chapitre 7 et le chapitre 8 conclut ce travail par quelques recommandations et pistes de recherche future.

CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE

La planification de la production hydroélectrique et, plus largement, la gestion de réservoirs sont des problèmes étudiés depuis des décennies. Plusieurs travaux de recherche ont été effectués dans ce domaine et les revues de la littérature de [1,62,88] présentent une description détaillée des méthodes de résolution mises de l'avant dans ce contexte. La gestion des réservoirs est en général modélisée comme un problème de prise de décision multi-étapes dont une formulation générale est :

$$\max_{\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^n, \mathbf{s}_t \in \mathbb{R}^p} \quad \mathbb{E}\left[\sum_{t=1}^{T} g_t\left(\mathbf{x}_t, \mathbf{s}_t\right) + \Psi_{T+1}(\mathbf{s}_{T+1})\right] \tag{2.1}$$

sous les contraintes :

$$\mathbf{s}_{t+1} = \mathbf{s}_t + A_t\mathbf{x}_t + b_t(\xi_t) \quad , \quad \forall t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{2.1a}$$

$$\mathbf{x}_t \in \mathcal{X}_t\left(\mathbf{s}_{t+1}, \mathbf{s}_t\right) \quad , \quad \forall t \in \{1, 2, ..., T\} \tag{2.1b}$$

$$\underline{s}_t \leq \mathbf{s}_t \leq \bar{s}_t \quad , \quad \forall t \in \{1, 2, ..., T\}. \tag{2.1c}$$

Dans ce problème, la fonction des gains $g_t(\cdot)$ peut représenter des profits associés à la production, aux ventes d'électricité mais aussi l'inverse des pénalités pour délestage, éloignement d'une cible de niveau ou non respect d'une contrainte. La fonction $\Psi_{T+1}(\cdot)$ représente la valeur finale de l'eau qui traduit la valeur économique donnée au stockage à la fin de l'horizon. Le vecteur $\mathbf{x}_t$ est le vecteur de décisions à l'étape t contenant généralement le soutirage, le débit déversé et la production électrique. Le vecteur $\mathbf{s}_t$ est le volume des réservoirs du système au début de l'étape t. Les contraintes (2.1a) représentent l'équation de conservation de la masse d'eau pour tous les réservoirs du système. La matrice A_t est généralement appelée matrice de connectivité. Les contraintes (2.1b) définissent l'espace de contrôle pour le vecteur de décision $\mathbf{x}_t$ et les contraintes (2.1b) représentent des bornes minimales et maximales sur les trajectoires des réservoirs du système. L'espérance $\mathbb{E}[\cdot]$ est calculée par rapport au processus stochastique $(\xi_1, ..., \xi_T)$ dont les composantes de chacun des vecteurs d'aléa ξ_t est un paramètre aléatoire du problème. $(\xi_1, ..., \xi_T)$ est donc un processus stochastique multidimensionnel que l'on suppose ici indépendant des décisions prises durant l'horizon. On s'intéresse dans cette thèse uniquement au cas particulier où les variables aléatoires sont présentes dans le membre de droite des contraintes. Néanmoins, certaines méthodes présentées dans cette revue de littérature possèdent un cadre d'application plus général.

La solution du problème 2.1 est une suite de fonctions $(\pi_1, ..., \pi_T)$ appelée politique de gestion. À chaque étape t, la règle de gestion $\pi_t(S_t)$ permet de retourner la décision $\mathbf{x}_t$ à appliquer pour un état de système S_t. Le vecteur S_t contient naturellement le volume des réservoirs mais peut être enrichie d'informations ou de variables de l'historique du processus stochastique jusqu'à l'étape t. Cet historique est noté $\mathcal{F}_t(\xi_1, ..., \xi_{t-1})$.

2.1 Niveaux hiérarchiques et classification des méthodes

Comme mentionné dans l'introduction, la planification de la production est généralement séparée en trois niveaux hiérarchiques, les résultats d'un niveau servant de guide pour les opérations du niveau inférieur [131]. Même si l'étude du court terme sort du cadre de cette thèse, il est important de mentionner les éléments fondamentaux qui distinguent la planification court terme de la gestion moyen et long terme. Dans le cadre de la planification court terme, les méthodes de résolution s'organisent autour du problème du *unit commitment* ou *engagement des groupes*. Ce problème consiste à déterminer les groupes turbines-alternateurs en fonctionnement à chaque étape t afin de satisfaire la demande et de maximiser les gains. Le caractère binaire de l'engagement des groupes donne une nature de programme en nombres entiers au problème de planification. Les articles de [111] et [124] traitent très spécifiquement des méthodes de résolution dans les cas déterministe et stochastique respectivement.

Dans le cadre de la planification moyen et long terme, les méthodes de résolution s'organisent autour de deux stratégies. L'optimisation stochastique implicite, d'une part, utilise des techniques de régression et de simulations de scénarios déterministes pour construire la politique de gestion. Utiliser un ensemble de scénarios permet de représenter des structures de corrélation très complexes assez facilement puisqu'il n'y a pas de contrainte particulière sur la méthode de génération de ces scénarios. L'information hydrologique implicite présente dans les solutions déterministes sera ainsi transmise à la politique de gestion construite. L'optimisation stochastique explicite, d'autre part, représente explicitement la distribution de probabilité $\mathbb{P}_t(\cdot|\xi_{t-1}, ..., \xi_1)$ du vecteur aléatoire ξ_t à chaque étape. Le processus stochastique est généralement représenté par une chaîne de Markov et le problème 2.1 se décompose en une suite de processus de décision markoviens, ce qui permet sous certaines hypothèses d'obtenir des politiques « optimales » de gestion.

Nous présentons dans les deux sections qui suivent les méthodes de résolution pour les catégories implicite et explicite de l'optimisation stochastique.

2.2 Optimisation stochastique implicite

Si l'on considère les décisions (soutirage, déversement) de la politique comme des variables à expliquer, et les trajectoires de volumes et d'apports comme des variables explicatives, une méthode de régression peut permettre d'inférer une politique de gestion à partir de solutions déterministes. Des modèles de flots et des heuristiques ont également été utilisés dans ce cadre. L'approche par paramétrisation-simulation est un nouveau paradigme qui devient de plus en plus populaire dans la littérature scientifique de la gestion de réservoirs.

2.2.1 Méthodes avec Régression

Les auteurs de [48] utilisent une régression multiple pour calibrer les coefficients d'une équation linéaire entre le volume, les apports de la période précédente et le soutirage. Pour surmonter la limitation liée à l'usage d'une dépendance linéaire entre les variables explicatives et la réponse à expliquer, [87] proposent d'entraîner un réseau de neurones à partir des solutions déterministes. L'avantage de ce type d'approche est la facilité de modélisation au niveau des problèmes déterministes à résoudre, mais aussi la possibilité d'utiliser un large gamme de techniques de résolution du problème déterministe notamment la programmation dynamique [55], la méthode des points intérieurs [103] ou encore les algorithmes de flots [108]. Cependant, la précision de la régression peut s'avérer faible si des solutions déterministes très éloignées sont présentes. En effet, les solutions déterministes connaissant le futur, des soutirages très différents peuvent être obtenus pour un volume et un apport précédent proche. Ceci rend bien évidemment difficile la résolution par régression. De plus, la taille du problème influence directement la difficulté de la régression à réaliser.

2.2.2 Modèles de flots et métaheuristiques

Certaines initiatives existent dans la littérature pour la prise en compte du caractère aléatoire des apports dans les méthodes de flots. Les travaux de [75, 76] proposent un modèle de flot multi-commodités. Chaque commodité représente un volume d'apports supplémentaire par rapport à un cas d'apport certain (le minimum historique par exemple). L'inconvénient de cette méthode tient surtout dans le petit nombre de commodités que l'on peut considérer à chaque étape. On peut également citer les travaux de [16] où un modèle de flots multi-commodités avec des contraintes liantes inspiré de [75] est utilisé. La résolution du programme se fait à l'aide d'un solveur non linéaire comme MINOS ou SNOPT.

Au début des années 2000, les métaheuristiques se sont avérées très efficaces dans la résolution de problèmes complexes d'optimisation, notamment le problème de planification à long

terme [78]. Que ce soit les méthodes à voisinage (le recuit simulé et la recherche tabou) ou les méthodes à population (algorithme génétique, essaims de particules), une solution est toujours représentée par la trajectoire des réservoirs au cours du temps, associée aux débits turbinés à chaque pas de temps. Les études [19, 106] traitent le caractère incertain des apports par simulation. Une population de solutions est générée et évaluée sur un ensemble de séries d'apports historiques et les individus les plus performants sont retenus pour la nouvelle génération. La facilité d'implémentation et de modélisation rendent les métaheuristiques très intéressantes pour résoudre le problème de planification à long terme. Cependant, les métaheuristiques souffrent de leur paramétrisation difficile et sont souvent tributaires de l'instance. Elles nécessitent également de discrétiser l'espace d'états contrairement aux méthodes par paramétrisation-simulation, et la plupart des études manquent de cas réels à grande échelle : pas plus de 10 réservoirs sur un horizon de 2 ans.

2.2.3 Approches par paramétrisation-simulation

Les méthodes d'optimisation implicite par paramétrisation-simulation définissent une forme mathématique de la politique de gestion à chaque étape. Des méthodes d'optimisation sont ensuite utilisées afin de déterminer les paramètres pour lesquels la forme mathématique donne la meilleure performance [17]. L'objectif est évalué par simulation de la règle de gestion sur un ensemble de scénarios. Les familles de fonctions mathématiques choisies sont non anticipatives, c'est-à-dire qu'à l'étape t, la règle de gestion ne peut dépendre que des informations du passé $t' = 1, \ldots, t-1$. Parmi les familles de fonctions les plus populaires, on peut citer les réseaux de neurones utilisés dans [82] et les réseaux de fonctions à base radiale employés dans [38]. Les algorithmes évolutionnaires ont été utilisés comme outil d'optimisation de fonctions à base radiale dans les travaux de [27] pour la gestion du système de Kémano en Colombie Britannique. Selon [88], les algorithmes évolutionnaires comme les algorithmes génétiques, les essaims de particules, le recuit simulé ou la recherche tabou deviennent des alternatives très intéressantes pour les modèles non linéaires et les structures de corrélation complexes. Les principales limitations de ces méthodes tiennent dans le choix difficile de la « bonne » famille de fonctions à optimiser ainsi que le caractère heuristique des solutions obtenues. Il n'existe à notre connaissance pas d'études où le choix d'une famille « optimale » de fonctions est guidé par une méthode d'optimisation stochastique explicite telle que la programmation dynamique stochastique (SDP). Ce choix représenterait pourtant une alternative intéressante pour la résolution de la planification à long terme étant donné que la SDP peut traiter des problèmes non linéaires également.

2.3 Optimisation stochastique explicite

2.3.1 Optimisation stochastique sur arbres de scénarios

Le processus stochastique $(\xi_1, ..., \xi_T)$ peut être représenté par un arbre de scénarios (voir figure 2.1) en supposant que chaque vecteur aléatoire ξ_t possède un nombre fini de réalisations possibles. Chacun des chemins partant de la racine de l'arbre jusqu'au nœud feuille situé en fin d'horizon est un scénario, correspondant à une réalisation possible du processus stochastique. Les arbres de scénarios peuvent être construits à partir de scénarios historiques ou synthétiques en choisissant à chaque étape les réalisations qui permettent de mieux reproduire la distribution de probabilité [46].

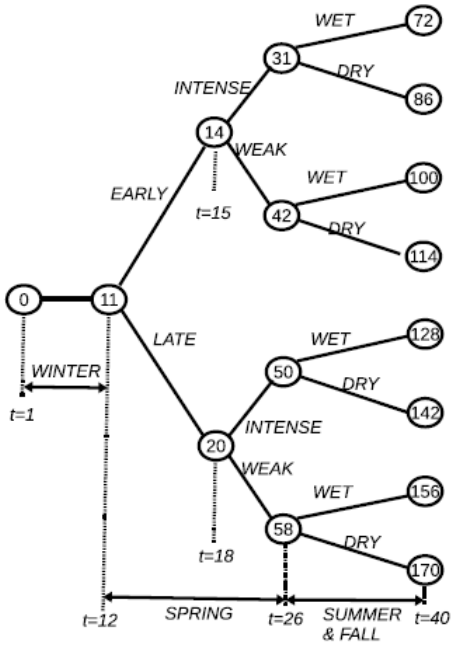


Figure 2.1 Exemple d'un arbre de scénarios tiré de [14]

Le programme (2.1) peut être réécrit en termes de nœuds d'un arbre de scénarios et le programme obtenu est appelé programme équivalent déterministe. Dans les articles [20] et [103], le problème est modélisé comme un programme stochastique à 2 étapes. En première étape, on décide de la production hydroélectrique et en deuxième étape, on rétablit l'équilibre offre-demande avec les excédents et les délestages. Le programme déterministe équivalent est résolu par une méthode de points intérieurs qui exploitent la structure creuse et diagonale par blocs de la matrice des contraintes. Plus récemment, les auteurs de [118] linéarisent par morceaux les fonctions de production à l'aide d'indicateurs binaires pour chaque segment de

la courbe par morceaux et résolvent le modèle en nombres entiers équivalent avec CPLEX. La taille relativement petite des modèles linéaires à 2 étapes permet de tenir compte d'autres contraintes telles que la régulation de fréquence sur un réseau électrique et l'évaporation de l'eau entre deux pas de temps.

Le programme déterministe équivalent est en général de grande taille et sa résolution nécessite d'utiliser des méthodes de décomposition. Deux approches de décomposition sont présentes dans la littérature. La première est la décomposition de Benders qui utilise un schéma de décomposition par étape et construit des fonctions de recours à chaque nœud de branchement de l'arbre. La méthode L-shaped proposée par [125] peut être utilisée pour résoudre le problème si la modélisation est linéaire. Originellement utilisée sur des problèmes contenant uniquement deux étapes, la méthode L-shaped a été étendue et testée pour les arbres de scénarios contenant plusieurs étapes [29]. Les auteurs de [57] ont proposé une version de la méthode qui permet de traiter des arbres de scénario recombinants. La deuxième approche est la décomposition par scénarios avec l'emploi du *progressive hedging* [93]. Pour utiliser cette approche, le programme déterministe équivalent doit être transformé d'une formulation en terme de noeuds en une formulation en terme de scénarios. Des contraintes de non-anticipativité sont ajoutées pour garantir que les décisions prices à l'étape t restent invariantes par rapport aux scénarios visitant le même nœud de l'arbre. La méthode du *progressive hedging* consiste à appliquer une relaxation lagrangienne augmentée aux très nombreuses contraintes de non-anticipativité. Les programmes relaxés sont des problèmes déterministes qui se résolvent donc assez facilement. Le *progressive hedging* a été utilisé par [14] pour résoudre le problème de planification long terme d'Hydro-Québec. Cependant, du fait du grand nombre de contraintes de non-anticipativité, les branchements dans l'arbre de scénario ne sont pas effectués à chaque étape. Ceci pose le problème du choix des étapes de branchement ainsi que du caractère anticipatif des solutions déterministes sur plusieurs étapes.

Une autre méthodologie présente dans la littérature est le concept de *règles de décisions linéaires* [42]. L'idée est de dire que les variables et les décisions à chaque période t dépendent affinement des apports en eau observés jusqu'à la période t.

$$\mathbf{x}_t^\xi = \delta_t^0 + \sum_{t'=1}^{t} \delta_t^{t'} \ \xi_{t'} \qquad \forall t \tag{2.2}$$

$$\mathbf{s}_t^\xi = \theta_t^0 + \sum_{t'=1}^{t} \theta_t^{t'} \ \xi_{t'} \qquad \forall t \tag{2.3}$$

Les équations de conservation de la masse (2.1a) ainsi que les contraintes sur les espaces de décisions et de volume (2.1b), (2.1c) peuvent se réécrire en fonction des nouvelles variables

δ_t^i , θ_t^j. Ces variables de décision représentent la sensibilité des variables d'état et de l'espace de contrôle de l'étape t à la réalisation des apports à une étape t' antérieure. Le problème est ensuite résolu pour un processus d'apports contrôlé par une petite variance σ. L'article de [61] et la thèse de doctorat de [114] utilisent notamment cette méthode de résolution. De façon générale, les méthodes sur arbre de scénarios souffrent de la difficulté de construire un arbre de scénarios qui irait capter toute la variabilité des apports sur un horizon long.

2.3.2 La programmation dynamique stochastique

La programmation dynamique stochastique est l'une des méthodes les plus utilisées dans la littérature pour résoudre le problème de planification à long terme. L'intérêt de cette méthode vient du fait qu'elle peut tenir compte de la non linéarité des fonctions de production, de leur caractère non convexe ainsi que d'un processus stochastique représenté par une chaîne de Markov, ce qui confère à la méthode un cadre assez général. En utilisant le principe d'optimalité introduit par Bellman [7], la méthode décompose le problème (2.1) en petits sous-problèmes à chaque étape et les résout récursivement en partant de la fin de l'horizon. Pour tenir compte de l'incertitude sur les apports naturels, le vecteur d'états, qui contient déjà le volume des réservoirs, peut être enrichi de variables hydrologiques h_t. La politique de gestion est donc une fonction du volume initial des réservoirs et des variables hydrologiques. La règle de décision est obtenue en résolvant l'équation :

$$\mathcal{Q}_t(s_t, h_t) = \underset{x_t \in \mathbb{R}^n}{max} \underset{\xi_t | h_t}{\mathbb{E}} \left[g_t\left(x_t, s_t\right) + \underset{h_{t+1}|h_t, \xi_t}{\mathbb{E}} \left[\mathcal{Q}_{t+1}(s_{t+1}, h_{t+1}) \right] \right] \tag{2.4}$$

où la fonction $\mathcal{Q}_t$ représente la fonction de valeur du système à chaque étape. Pour résoudre le processus de décision markovien (2.4), l'approche classique consiste à discrétiser l'espace d'état en une grille uniforme et de résoudre le problème de maximisation pour chacun des points de cette grille discrète. Des techniques d'interpolation permettent ensuite de construire une fonction valeur pour un vecteur d'état quelconque. Le nombre de problèmes à résoudre pour chaque étape t augmente exponentiellement avec la taille du vecteur d'état et rend impossible l'application de la méthode sur des systèmes avec beaucoup de réservoirs ou nécessitant un grand nombre de variables hydrologiques.

Beaucoup de techniques ont été proposé pour faire face à cette malédiction de la dimension. L'une d'elles est la technique d'agrégation-désagrégation utilisée par [95], [4] et [121] pour les réservoirs du système, ainsi que par [120] pour les variables hydrologiques. Une autre approche consiste à définir une discrétisation intelligente de l'espace d'état et approximer la fonction valeur par un réseau de neurones [18] ou des fonctions cubiques multidimensionnelles [112].

Les décisions à chaque étape sont déterminées ensuite soit par interpolation dans la table des décisions de la grille discrète, soit par ré-optimisation en utilisant les approximations des fonctions valeurs. Il est également possible d'entraîner un réseau de neurones artificiel afin d'extrapoler la fonction valeur à chaque étape, ce qui permet de lever la malédiction de la dimension. L'approche nommée Neuro-SDP, a été utilisée avec succès par [15]. La calibration précise du réseau de neurones artificiel constitue cependant une difficulté à l'application pratique de la méthode. L'utilisation de l'enveloppe convexe des points de la fonction valeur évalués sur une grille partielle est une avenue intéressante explorée par [28] et [11].

Lorsque l'information hydrologique est assez complexe et nécessite un grand nombre de variables hydrologiques, la programmation dynamique stochastique par échantillonnage de [58] peut être employée. Cette variante de la SDP utilise un ensemble de scénarios pour représenter la dynamique temporelle des apports en eau. La variable hydrologique est l'indice de la série et représente toute l'information contenue dans cette série jusqu'à l'étape t. Ainsi les transitions entre les scénarios peuvent utiliser différentes variables hydrologiques comme la prévision du volume de neige [31] ou encore une combinaison de l'équivalent en eau de la neige et de l'humidité du sol [23]. La programmation dynamique stochastique bayésienne de [56] permet d'utiliser le volume des réservoirs, l'apport et la prévision d'apport comme variables d'état en utilisant la théorie bayésienne pour mettre à jour les probabilités de transition du processus hydrologique. Malheureusement, peu d'études existent sur des problèmes de grande taille dont l'opération nécessite un compromis entre une simplification du système ou une réduction du nombre de variables hydrologiques considérées pour représenter l'information hydrologique.

2.3.3 La programmation dynamique stochastique duale

La programmation dynamique stochastique duale introduite par [80] est une variante de la programmation dynamique stochastique qui permet de traiter le problème de planification long terme pour de grands systèmes. La méthode consiste à construire une approximation de la fonction valeur à chaque étape à travers des hyperplans tangents ou coupes de Benders. L'approximation est une extrapolation de la fonction valeur qui rend caduque l'évaluation en chacun des points d'une grille. La programmation dynamique stochastique duale est une méthode itérative qui raffine l'approximation des fonctions valeurs à travers deux phases :

- un processus avant dans lequel N scénarios d'apports sont choisis et utilisés pour obtenir N trajectoires des réservoirs, soit autant de valeurs de l'état à chaque étape. Ces valeurs représentent des échantillons du vecteur d'état pour chaque étape.
- un processus arrière dans lequel partant de l'étape $T-1$, les valeurs duales du pro-

blème de l'étape suivante sont utilisées pour obtenir de nouveaux hyperplans tangents à ajouter à l'approximation courante de la fonction valeur.

Si le problème à résoudre (2.4) est convexe, comme un programme linéaire, les approximations construites convergent vers la fonction valeur réelle à chaque étape [81]. La programmation dynamique stochastique duale est à la base du modèle NEWAVE [66] utilisé dans des études opérationnelles officielles et l'établissement du prix de l'électricité pour les marchés de gros au Brésil. La méthode a également servi pour une étude sur le bassin Euphrates en Turquie et Syrie [117], dans un contexte où la production d'électricité et les activités d'irrigation sont en compétition pour l'utilisation efficace de l'eau. Parmi d'autres applications, on peut citer des études en Norvège [94], en Nouvelle-Zélande [60], en Amérique du Sud [49, 116], sur le bassin du Nil [41] et en Espagne [68].

La principale restriction de la méthode SDDP provient de la linéarité imposée à l'objectif, aux contraintes et au modèle hydrologique. Les processus linéaires tels que le modèle périodique autorégressif (PAR), apportent des possibilités limitées pour la représentation de la complexité hydrologique. Plusieurs études ont tenté d'améliorer cette représentation hydrologique par un extension du modèle PAR. Il convient de mentionner l'article de [64] avec l'ajout de l'information spatiale voisine, celui de [92] avec un processus stochastique multiplicatif et les travaux de [83] avec des variables climatiques comme l'équivalent en eau de la neige.

2.4 Synthèse des différentes méthodes

Le choix entre les différentes méthodes présentées est souvent guidé par la représentation de l'incertitude des apports futurs. Dans le cas où un ensemble de scénarios historiques ou synthétiques doit être utilisé sans analyse particulière de la série temporelle, l'optimisation stochastique implicite et les méthodes sur arbres de scénarios seront préférées. Dans le cas où un modèle hydrologique est utilisé pour représenter la dynamique des apports, la programmation dynamique stochastique sera envisagée. Contrairement à l'optimisation explicite, les méthodes implicites manquent de fondements théoriques solides notamment au niveau de l'optimalité de la solution finale. Les méthodes sur arbres de scénarios permettent de relâcher l'hypothèse markovienne du processus stochastique mais sont tributaires de la taille limitée des arbres de scénarios pour la représentation de l'aléa à chaque étape. De plus, la valeur de l'eau retournée par la programmation dynamique stochastique est un élément important dans la gestion des opérations d'un complexe hydroélectrique. Cette valeur de l'eau n'est pas directement accessible avec des méthodes sur arbres de scénarios.

La représentation des distributions saisonnières (semaine, mois, été, hiver) et annuelles est importante lors du choix de la modélisation hydrologique à adopter dans une méthode de

programmation dynamique pour un problème long terme. Deux approches existent pour représenter les statistiques des séries temporelles hydrologiques [107].

La première approche utilise des modèles saisonniers ou périodiques pour représenter fidèlement la dynamique intra-annuelle des apports. Cette approche permet de représenter explicitement les moyennes, variances et corrélations entre les périodes d'une année. Malheureusement, il n'y a pas de garantie que les séries annuelles, agrégées d'un modèle périodique, reproduisent les caractéristiques annuelles et interannuelles. Cependant, [128] et [6] suggèrent que les modèles PARMA d'ordre élevé pourraient représenter fidèlement la moyenne et la variance annuelles. Un modèle PARMA d'ordre élevé pourrait être limité par la malédiction de la dimension. Ceci oriente vers une variante telle que SDDP où par ailleurs, les modèles hydrologiques sortent rarement du cadre périodique autorégressif.

La deuxième approche en modélisation statistique des apports utilise des techniques de désagrégation temporelle et/ou spatiale [72, 109]. L'approche par désagrégation génère une séquence annuelle d'apport qui est ensuite répartie entre les différentes périodes. Cette technique est la seule capable de garantir le respect simultané des statistiques saisonnières, annuelles et interannuelles. Il est difficile d'inclure une technique de désagrégation comme modèle hydrologique dans une méthode d'optimisation stochastique explicite. Cependant, la connaissance du modèle au niveau annuel et de la technique de désagrégation peut nous donner des indices pour bien démarrer une méthode stochastique implicite. Certains algorithmes évolutionnaires présentés à la section 2.2.3 peuvent être très efficaces s'ils partent d'une bonne solution initiale.

CHAPITRE 3 ORGANISATION GÉNÉRALE DE LA THÈSE

On s'intéresse dans cette thèse au développement d'outils et à la conception de méthodes permettant de traiter le problème de planification de la production à moyen et long terme. Ce problème est essentiellement stochastique et nécessite des techniques de résolution tenant compte de l'incertitude des apports naturels dans la prise de décision. Le chapitre 4 de cette thèse présente un exemple d'implémentation réussie d'un outil d'optimisation stochastique basé sur la programmation dynamique stochastique duale (SDDP). L'implémentation est faite dans l'environnement industriel d'Hydro-Québec Production. À travers la revue de littérature du chapitre précédent, on peut s'apercevoir que la SDDP est l'une des méthodes permettant de traiter effectivement des problèmes de très grande taille, sur des horizons longs comme dans le cadre moyen et long terme. Les chapitres 5 et 6 présentent chacun une étude où l'on quantifie la plus-value d'une meilleure représentation statistique des apports dans la planification long terme en présence d'un réservoir multiannuel. Les modèles hydrologiques utilisés sont respectivement le modèle périodique autorégressif à moyenne mobile (PARMA) qui possède une structure de corrélation plus forte que le modèle autorégressif, et le Shifting Level (SL) désagrégé qui sort du cadre markovien standard.

Le succès de l'implémentation d'une méthode d'optimisation stochastique explicite dépend beaucoup de la faculté de réutilisation des modèles et outils existants dans l'écosystème de l'utilisateur. En effet, contrairement à l'optimisation stochastique implicite, les méthodes explicites ne peuvent pas être liées directement à des modèles de simulation [88], ce qui constitue une sorte de « malédiction de la modélisation » [27]. Les modèles de l'écosystème utilisateur décrivent bien souvent une réalité du système dont l'outil d'aide à la décision doit tenir compte pour que les planificateurs se l'approprient facilement. En partant de ce constat, le chapitre 4 présente une implémentation de la SDDP dans l'environnement industriel du plus grand producteur hydroélectrique en Amérique du Nord. Les caractéristiques de cette implémentation telles que la flexibilité et l'adéquation au système réel permettent à la SDDP d'être utilisé aussi bien pour la prise de décision long terme et stratégique, pour la gestion moyen terme et tactique d'un parc hydroélectrique de grande taille que pour la gestion opérationnelle dans le cadre de la gestion des crues sur les rivières.

Dans le premier article (chapitre 5), on compare l'utilisation des structures autorégressive (PAR) et autorégressive à moyenne mobile (PARMA) dans la planification long terme du complexe hydroélectrique Manicouagan situé dans la région côte-Nord du Québec. Le cas d'études suppose que le système Manicouagan est géré indépendamment du parc de pro-

duction avec comme objectif de maximiser ses ventes d'électricité tout en assurant un profil annuel de production minimale sur un horizon de 68 années représentant la série d'historique du système. Ce profil de production appelé service minimum représente l'énergie annuelle qu'Hydro-Québec s'attend à recevoir du complexe Manicouagan. La structure autorégressive à moyenne mobile présente une base conceptuelle et physique solide en modélisation hydrologique [21, 98, 100]. Cependant, du fait de leur difficulté de calibration, les modèles PARMA ont rarement été utilisés pour la planification de la production hydroélectrique contrairement aux modèles PAR. Les modèles hydrologiques étant linéaires, l'outil SDDP présenté au chapitre 4 est utilisé pour obtenir une politique stationnaire de gestion du système. Le nombre de variables d'états augmente avec les ordres autorégressif et moyenne mobile des modèles PAR et PARMA. Cette augmentation de l'espace d'état n'affecte pas la SDDP ce qui en fait une méthode de prédilection pour l'étude. Des modèles PAR et PARMA de différents ordres sont comparés afin de mettre l'emphase sur la valeur ajoutée du terme de moyenne mobile dans la gestion long terme du complexe Manicouagan qui comprend un réservoir multiannuel de grande capacité et deux autres réservoirs avec une dynamique annuelle. Cet article est publié dans la revue *Journal of Water Resources Planning and Management* [71].

Le problème de planification à long terme du parc de production d'Hydro-Québec est étudié dans le deuxième article (chapitre 6). Le problème consiste à planifier les échanges de surplus énergétiques avec les marchés voisins permettant de maximiser les revenus des ventes tout en satisfaisant la demande interne du Québec et en assurant une certaine fiabilité énergétique. L'horizon d'études est de 15 ans. Les caractéristiques du problème et le niveau très stratégique de la décision nous permet d'agréger le système en deux réservoirs énergétiques équivalents (EERs) : un EER variable qui agrège les rivières possédant des réservoirs à capacité multiannuelle et un EER au fil de l'eau caractérisé par une dynamique annuelle de vidange-remplissage pour tenir compte des réservoirs annuels et des systèmes au fil de l'eau. Les apports énergétiques reçus par l'EER variable sont modélisés par un processus SL désagrégé par la méthode de Stedinger [109]. Ce modèle hydrologique permet une représentation explicite des statistiques saisonnières, annuelles et interannuelles de la dynamique des apports énergétiques. Les statistiques interannuelles, notamment la corrélation, l'intensité et la durée maximale des sécheresses, sont importantes lors d'études sur un horizon de plusieurs années afin de permettre une meilleure prise en compte du risque de délestage ou de non respect d'engagements fermes. Le modèle de désagrégation temporelle de Stedinger pour un processus unidimensionnel s'écrit :

$$q_t = a_t + b_t q_{t-1} + c_t Z + d_t \Lambda_t + \epsilon_t \tag{3.1}$$

où q_t représente l'apport pour la période t, Z est l'apport annuel, Λ_t désigne le cumul des apports du début de l'année à la période t et ϵ_t est un bruit normal de moyenne nulle. Ainsi, la distribution des apports à chaque période t dépend de l'apport annuel, ce qui impliquerait donc que les apports des mois futurs devraient être connus. Le modèle SL utilisant la structure (3.1) ne s'intègre donc pas directement dans le cadre markovien. Deux options principales sont disponibles dans ce cas. La première option consiste à déterminer un modèle markovien assez fidèle de notre processus d'apport, ce qui est réalisé avec un modèle de Markov à états cachés autorégressif (HMM-AR). La deuxième option consiste à utiliser une représentation implicite du modèle SL désagrégé à travers un ensemble de scénarios et employer une méthode d'optimisation stochastique implicite. Dans le deuxième article, la comparaison est faite entre la programmation dynamique stochastique utilisant un HMM-AR et une méthode d'optimisation stochastique implicite combinant la recherche tabou et la programmation dynamique stochastique. L'article est soumis à la revue *Computational Management Science*.

CHAPITRE 4 IMPLÉMENTATION DE LA SDDP DANS UN ENVIRONNEMENT INDUSTRIEL

On s'intéresse dans ce chapitre à l'implémentation réelle de la méthode de programmation dynamique stochastique duale dans l'environnement industriel d'Hydro-Québec Production (HQP). Cette méthode d'optimisation stochastique est capable de trouver une politique de gestion pour de grands systèmes et s'avère utile dans tous les contextes de planification de la production à HQP.

4.1 Introduction

Hydro-Québec Production est la société d'État chargée de la gestion et de l'exploitation du parc de production québécois. Ce parc de production, représenté sur la figure 4.1, compte 63 centrales, 27 grands réservoirs répartis en 12 systèmes hydriques pour une capacité de stockage de 176 TWh et une puissance installée de 37 309 MW [51]. L'énergie produite par ce parc hydroélectrique de grande taille est engagée à travers des contrats bilatéraux avec Hydro-Québec Distribution, l'entité en charge de distribuer l'électricité au Québec, mais aussi avec les états du Nord-Est des États-Unis et les provinces voisines. Les contrats bilatéraux contiennent en général des clauses de livraison fermes d'énergie. HQP doit évaluer sa capacité à assurer cette livraison de façon fiable compte tenu de la très grande variabilité hydrologique des bassins québécois. Pour réduire son risque face à l'hydrologie aléatoire, HQP peut stocker l'énergie hydraulique pour des besoins futurs avec ses grands réservoirs multiannuels présents dans son parc de production. HQP vend également de l'électricité sur les marchés spots d'Ontario, de New York et de la Nouvelle-Angleterre.

4.1.1 La planification de la production à HQP

Le processus de planification de la production à HQP se définit plus adéquatement en terme d'objectifs que d'horizon de temps. Il est commode de classer les différents objectifs dans les trois catégories suivantes : **stratégique**, **tactique** et **opérationnelle**. La figure 4.2 donne les différents objectifs qui sont contenus dans chacune de ces catégories.

Plusieurs équipes travaillent en coordination pour remplir les objectifs d'HQP. L'équipe **Long terme** (LT) est en charge de la fiabilité énergétique du parc de production sur les prochaines décennies. Pour cela, l'équipe évalue l'ajout de nouveaux équipements, les nouveaux contrats de livraison d'énergie et s'assure de la cohérence du plan multiannuel. L'outil principal des

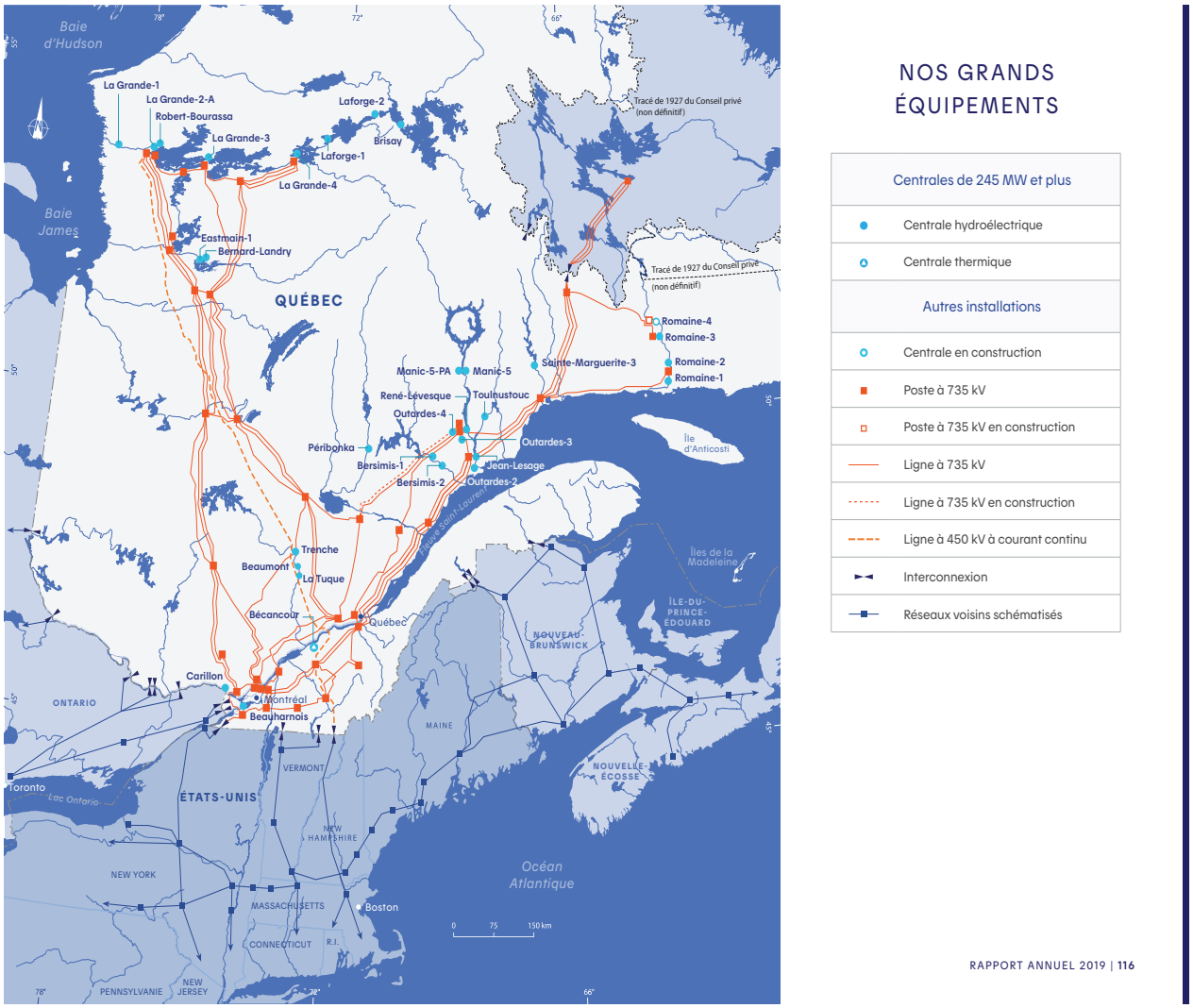


Figure 4.1 Le parc de production d'Hydro-Québec

gestionnaires long terme est le BEP (Bilan Énergétique du Producteur) qui permet de réaliser une simulation du stock énergétique agrégé à travers un bilan entre l'offre de production et la demande énergétique prévue sur les prochaines années. Pour mieux valider la capacité de la réserve multiannuelle agrégée à protéger les engagements d'HQP contre l'incertitude hydrologique, l'outil STOCKCIBLE a été développé en 2015. Cet outil intègre la stochasticité des apports énergétiques, mais également la dynamique des marchés spots, pour calculer une politique d'échanges (Achats/Ventes) de l'énergie d'Hydro-Québec. Les échanges d'énergie permettent de déterminer le stockage et la marge non-engagée à assurer pour se prémunir contre les risques à long terme.

L'équipe **Moyen terme** (MT) possède comme mandat la gestion et la répartition idéale des

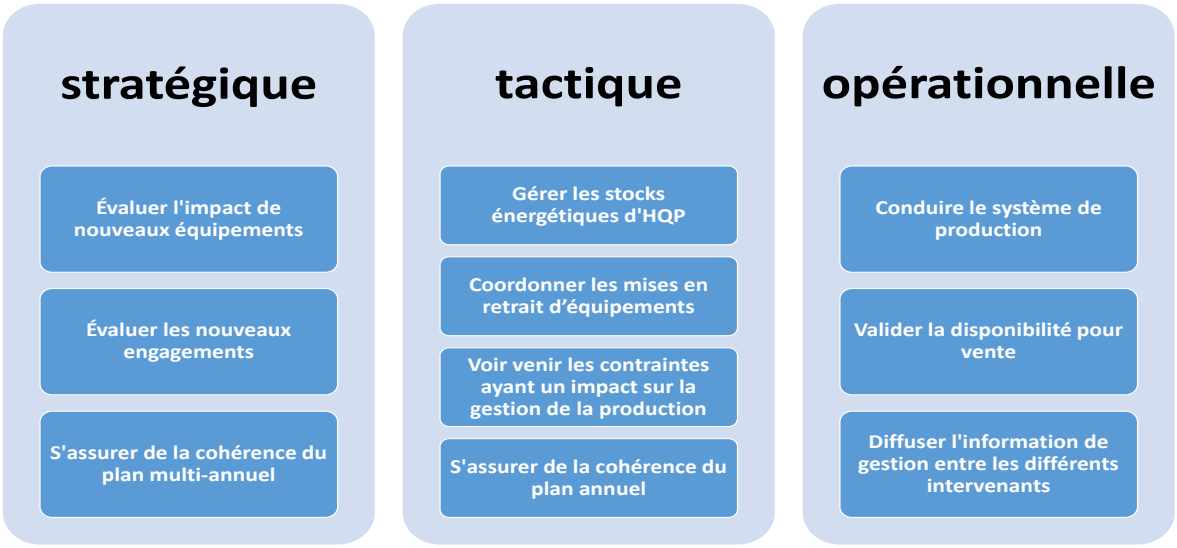


Figure 4.2 Les objectifs du processus de planification à HQP

stocks énergétiques d'HQP entre les différentes réserves. L'outil OPD (Optimisation de la Production Déterministe) est le principal instrument de l'équipe **Moyen terme**. Il s'agit d'un programme linéaire sur un horizon de 18 à 24 mois dont l'objectif est de répondre à la demande électrique au meilleur rendement possible. Pour tenir compte de la non convexité des fonctions de production, une méthode d'approximations linéaires séquentielles [123] est effectuée pour chaque optimisation. L'outil OPD comprend une modélisation détaillée du parc de production en termes de centrales, réservoirs, segments de rivière, lignes de transport, zones électriques au pas de temps hebdomadaire. Dans l'équilibre à trouver entre les différents réservoirs, les gestionnaires moyen terme doivent guider les stratégies court terme et de gestion de rivières. Ils doivent aussi régulièrement s'ajuster aux contraintes particulières qui peuvent apparaître dans un horizon plus court ou ponctuellement sur une rivière.

À l'aide de l'outil PILOTE, les gestionnaires de l'équipe **Court terme** (CT) fournissent quotidiennement les stratégies de production d'HQP aux répartiteurs du centre de conduite du réseau (CCR) afin d'atteindre les cibles de répartition du **Moyen terme**. L'équipe **Gestion de rivières** (GR) quant à elle assure le suivi et le fonctionnement sécuritaire des aménagements de chacune de rivières du parc de production. Les gestionnaires de rivières sont aidés dans leurs tâches par l'outil OSIRIS, dérivé d'OPD, mais également par d'autres simulateurs propres à chaque système. Le tableau 4.1 donne un récapitulatif des différents outils utilisés ou ayant été utilisés par les équipes du processus de planification à HQP.

Tableau 4.1 Les outils du processus de planification à HQP. Les outils avec un (*) ne sont plus utilisés présentement.

Équipe	Outil	Aléa	Horizon	Technologie
Long terme	BEP	déterministe	15 à 20 ans	Simulation du stock énergétique au pas annuel
	EGERIE*	stochastique	20 ans	Programmation dynamique stochastique au pas mensuel
	STOCKCIBLE	stochastique	15 ans	Programmation dynamique stochastique au pas saisonnier
Moyen terme	OPD	déterministe	18 à 24 mois	Programmation linéaire au pas hebdomadaire
	OPD MULTISCÉNARIOS	déterministe	18 à 24 mois	Programmation linéaire au pas hebdomadaire
	PERESE*	stochastique	5 ans	Agrégation-désagrégation et programmation dynamique stochastique au pas mensuel
Gestion de rivières	OSIRIS	déterministe	1 an	Propagation de l'écoulement d'eau dans la rivière au pas hebdomadaire ou journalier
	PPS	stochastique	2 ans	Programmation dynamique stochastique au pas hebdomadaire
	SOHO*	stochastique	2 ans	Programmation stochastique sur arbre de scénarios au pas journalier
Court terme	PILOTE	déterministe	10 à 30 jours	Programmation linéaire en nombres entiers et méthodes de décomposition au pas horaire
	PILOTE	stochastique	10 à 30 jours	Recherche à voisinages variables avec arbre de scénarios au pas horaire

La figure 4.3 présente une cartographie du processus de planification de la production à HQP. Pour réaliser leurs différentes activités, les équipes du processus de planification de la production utilisent des prévisions météorologiques et hydrologiques, des prévisions de la demande électrique et des retraits [1] de groupes turbines-alternateurs ou de transformateurs, ainsi que les contraintes du réseau. Les tâches réalisées concernent l'impact des ventes sur la gestion hydrique, le suivi de la demande et du plan de retraits ainsi que diverses études énergétiques telles que l'impact d'une contrainte de niveau sur un réservoir. L'équipe GR possède une dimension très opérationnelle durant les périodes de crue printanière et automnale, couplée à une dimension plus tactique dans l'étude de l'impact des contraintes particulières du système hydrique sur le plan de production global. De même, l'équipe MT, qui est au cœur de la gestion tactique des ressources d'HQP, prend une dimension plus stratégique dans le suivi des balises des réservoirs multiannuels. La quantification du risque hydrologique et son impact sur le respect des engagements d'HQP sont des aspects importants de la planification de la

1. Le retrait d'un équipement consiste à retirer du réseau pour des entretiens de routine ou une réparation.

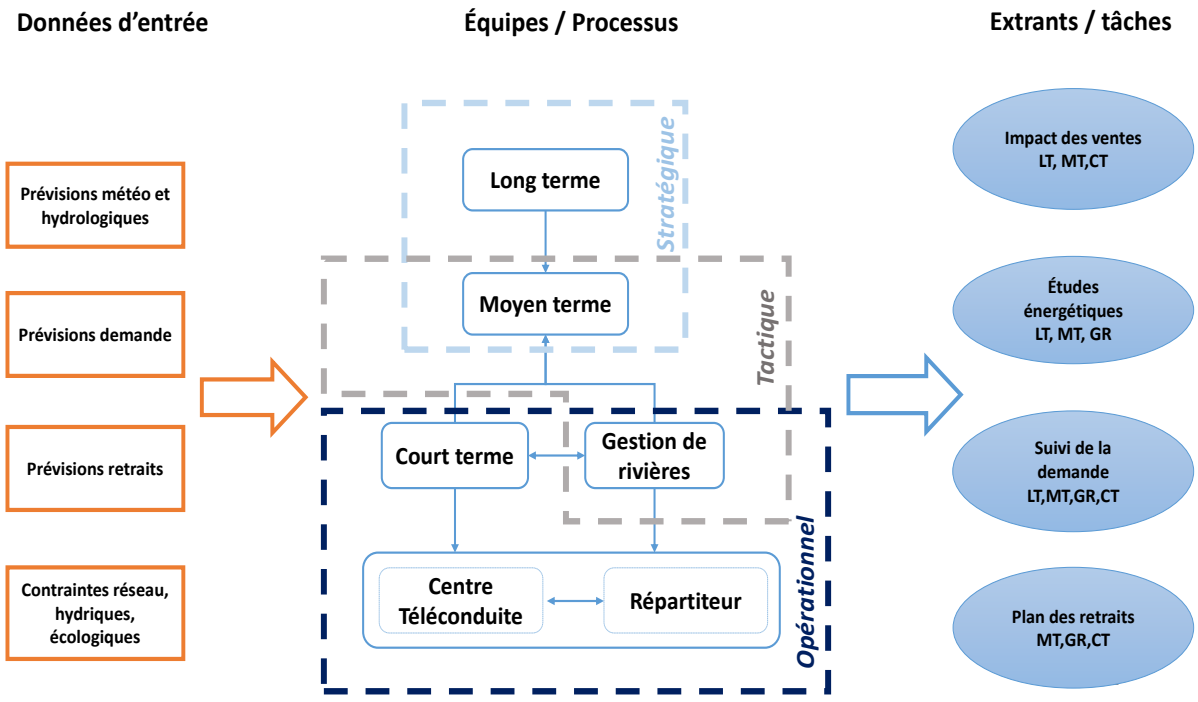


Figure 4.3 Le processus de planification à HQP

production. Chacune de ces équipes est influencée par les aléas, notamment sur les apports naturels. C'est pourquoi il est utile pour les différentes équipes du processus de planification de s'intéresser à l'incertitude des apports naturels.

4.1.2 Nécessité d'une planification stochastique

Dans un horizon de 10 jours, les prévisions météo sont suffisamment précises pour que les écarts de prévisions puissent bien souvent être absorbés par les réservoirs. Ainsi, l'intégration d'un volet stochastique des apports en eau dans le court terme n'est pas essentielle. Au niveau tactique, l'utilisation de l'outil OPD avec plusieurs scénarios d'apports (OPD MULTISCÉNARIOS) permet d'introduire une dimension stochastique à la gestion des réservoirs. Pour corriger le biais déterministe présent dans les optimisations OPD MULTISCÉNARIOS, les gestionnaires moyen terme imposent des contraintes sur les trajectoires des réservoirs afin de réserver de l'espace pour les cas d'apport forts ou de garder de l'eau pour les cas faibles. Ce travail laborieux est nécessaire pour obtenir des trajectoires plus réalistes et moins anticipatives de l'avenir. Ces contraintes rendent cependant certaines analyses d'impact plus difficiles. En particulier, la valeur de l'impact d'un retrait sera en général sous-estimée par

une optimisation déterministe pure et sur-estimée si jamais les contraintes sur les trajectoires sont présentes. Les gestionnaires de rivières possèdent des outils de gestion stochastique plus avancés. L'outil PPS, qui utilise la programmation dynamique stochastique, peut être utilisé pour calculer la politique de gestion sur les rivières ayant moins de 3 réservoirs. Malheureusement, du fait de la malédiction de la dimension associée à la programmation dynamique stochastique, les grands systèmes hydriques tels que *La Grande Rivière*, ou encore le parc de production en entier ne peuvent être traités avec cette méthode. L'outil SOHO a également été développé pour la gestion des systèmes au fil de l'eau. Cet outil se base sur la programmation linéaire stochastique et l'aléa sur les apports est représenté par un arbre de scénarios probabiliste. Au niveau stratégique, STOCKCIBLE, un outil qui agrège l'ensemble des réservoirs en un seul, permet d'obtenir des réponses rapides aux différentes problématiques mais ne permet pas une analyse détaillée du parc de production sur plusieurs années .

Il n'existait pas d'outil officiel de planification stochastique à HQP qui permet d'obtenir une évaluation du risque hydrologique en tenant compte du détail du parc de production. Un tel outil comporterait plusieurs avantages. Au niveau de la gestion de rivières, il permettrait une meilleure évaluation des risques des systèmes hydriques de grande taille tels que *La Grande Rivière* (12 réservoirs). Au niveau de la gestion moyen terme, il permettrait de corriger le problème d'anticipativité d'OPD ainsi que d'équilibrer plus objectivement le risque entre les différents réservoirs. En effet, le risque hydrologique de déversement en cas de fort apport ou d'étiage en cas de faible apport étant déjà pris en compte dans la politique de gestion stochastique, les contraintes utilisateurs ne sont plus nécessaires. À plus long terme, l'impact de ventes additionnelles, de nouveaux contrats ou de nouveaux engagements serait visible de manière détaillée et réaliste pour chacun des éléments du système de production.

Des initiatives ont existé par le passé pour bâtir un tel outil de planification stochastique. La première remonte à 1996 avec le modèle PERESE [119] qui utilisait la méthode d'agrégation-désagrégation décrite dans [121]. Cette méthode fonctionne en trois étapes. Les systèmes hydriques du parc de production sont d'abord agrégés en un réservoir énergétique unique et la politique de gestion de ce réservoir est déterminée par programmation dynamique stochastique. Ensuite, la valeur marginale de l'énergie stockée dans chacun des systèmes hydriques est calculée et utilisée pour répartir la production hydroélectrique. Cette production est enfin distribuée à chacune des centrales du système hydrique tout en maximisant le rendement à long terme du système hydrique. Très efficace, PERESE s'est imposé comme modèle standard au niveau tactique du processus de planification. Malheureusement, il a été abandonné quelques années après principalement à cause de la complexité et du niveau de compétence requis pour son utilisation par les gestionnaires moyen terme. Deux autres points expliquent aussi selon nous l'arrêt de l'utilisation de l'outil :

- Le logiciel du modèle PERESE écrit en C, était peu évolutif. En effet, le modèle mathématique, les algorithmes de résolution, ainsi que les différentes étapes de désagrégation étaient livrés en un bloc. Ceci a rendu difficile l'évolution du modèle lors de l'ajout de nouvelles centrales, de nouveaux réservoirs ou encore lors de la modification de règles influençant le processus d'agrégation ou de désagrégation.
- Le caractère heuristique du modèle de désagrégation fait perdre la finesse de la politique de gestion stochastique du réservoir agrégé. Cette perte peut conduire à des politiques sous-optimales et à des résultats peu intuitifs pour les gestionnaires.

Plusieurs initiatives ont cherché à convertir le modèle déterministe OPD en un version stochastique via une représentation sur arbres de scénarios. La résolution frontale du programme déterministe équivalent au modèle stochastique a été explorée dans le stage de maîtrise de Marchand [69] en 2013. Des méthodes de décomposition basées sur le Progressive Hedging [93] ont été développées dans la thèse de doctorat de Carpentier [13]. Ces approches utilisaient directement le modèle linéaire de l'outil OPD comme modèle de base pour le calcul des solutions stochastiques. Cette réutilisation de blocs existants dans le processus de planification a rendu la validation des résultats beaucoup plus facile pour les gestionnaires. L'optimisation stochastique sur arbres de scénarios est très dépendante de la qualité de l'arbre de scénario représentant l'incertitude. Les techniques permettant de générer des arbres à partir de peignes de scénario sont très complexes et par ce fait même, difficile à expliquer aux utilisateurs. La génération d'arbres de scénarios de grande variabilité, sur un long horizon entraîne une augmentation exponentielle du problème à résoudre. De plus, des biais déterministes restent présents notamment si le branchement dans l'arbre ne se fait pas à chaque période, ce qui limite l'applicabilité au niveau tactique voire stratégique.

La programmation dynamique stochastique duale [80] (SDDP) est l'une des approches les plus utilisées dans le monde pour la gestion stochastique de la production des systèmes hydroélectriques de grande taille. La méthode qui est dérivée de la programmation dynamique stochastique n'est pas limitée par la malédiction de la dimension liée à la taille du système. SDDP s'adapte facilement aux différents horizons de temps du processus de planification et génère des valeurs de l'eau par réservoir, ce qui est très utile aux gestionnaires moyen terme pour l'évaluation économique de contraintes ou de retraits d'équipements. L'historique de la SDDP à HQP remonte aux années 2000. Cependant, en 2017, aucune version de cette méthode n'était utilisée par les équipes du processus de planification de la production. Ce chapitre propose une analyse de l'intégration de la méthode SDDP dans le processus de planification de la production à HQP. Nous présentons aussi une méthodologie concluante ayant permis l'implémentation effective de cet algorithme efficace pour résoudre des problèmes de planification stochastique multiétapes.

4.1.3 Plan du chapitre

La suite du présent chapitre est organisée comme suit. La partie 4.2 présente la méthode SDDP. Dans la partie 4.3, la démarche qui a conduit à l'implémentation actuelle de la méthode SDDP est décrite. Cette partie commence par un rappel de l'historique et des enjeux d'intégration de la méthode SDDP dans le processus de planification. Les détails de l'implémentation choisie, aussi bien au niveau de l'architecture que du suivi auprès des utilisateurs sont ensuite discutés. Les résultats de l'implémentation et de sa validation sont fournis dans la partie 4.4 et la partie 4.5 conclut le chapitre avec certaines recommandations.

4.2 La méthode SDDP

Cette section reprend des éléments des sections 2.3.2 et 2.3.2 de la revue de littérature. Elle précise cependant certaines notions utiles pour la compréhension de la suite de ce chapitre.

La gestion d'un système hydroélectrique comportant des réservoirs est un problème complexe dont les décisions sont prises sur plusieurs étapes successives de l'horizon d'étude T. La décision d'utiliser l'eau stockée dans les réservoirs à une étape donnée a des effets immédiats mais également des conséquences futures, notamment si les apports en eau sont incertains. Il y a donc un compromis à faire entre le bénéfice immédiat de turbiner l'eau stockée dans les réservoirs et l'éventuel bénéfice futur d'utiliser cette eau pour un meilleur profit. Le problème de gestion d'un système hydroélectrique se formule comme un problème stochastique multiétapes de prise de décision. Le programme mathématique s'écrit :

$$Z = \max_{x_t, s_t} \mathbb{E}\Big[\sum_{t=1}^{T}\Big(b_t(s_t, q_t, x_t) - p_t(s_t, x_t)\Big) + \nu(s_{T+1})\Big] \tag{4.1}$$

sujet à

$$s_{t+1} = s_t - A_t\ x_t + q_t \qquad \forall t \tag{4.1a}$$

$$f_t(x_t) \leq 0 \qquad \forall t \tag{4.1b}$$

$$\nu(s_{T+1}) \leq g^i(s_{T+1}) \qquad \forall i \in I \tag{4.1c}$$

Dans le modèle 4.1, la fonction $b_t(\cdot)$ représente le bénéfice immédiat associé au volume des réservoirs au début de l'étape s_t, aux décisions x_t ainsi qu'à l'apport reçu dans les bassins versants q_t. La fonction $p_t(\cdot)$ exprime les pénalités encourues par les décisions x_t du fait de l'état des réservoirs s_t. La fonction $\nu(\cdot)$ est la fonction de récompense finale donnant la valeur économique à l'eau stockée dans les réservoirs à la fin de l'horizon. La contrainte

(4.1a) représente la conservation de la masse d'eau en circulation dans le système avec A_t la matrice de connectivité. Les caractéristiques générales du système telles que les fonctions de production, le respect de la demande électrique à chaque stade sont modélisées à l'aide de la contrainte (4.1b). Enfin, les inégalités (4.1c) permettent de représenter la fonction de récompense finale comme le minimum d'un ensemble de fonctions affines $g^i(\cdot)$. Dans le cadre de la gestion d'un système hydroélectrique, les décisions x_t comprennent généralement les débits à turbiner pour la production d'électricité, le débits à déverser, ainsi que l'énergie à faire transiter sur les lignes électriques.

4.2.1 Décomposition temporelle et programmation dynamique stochastique

Dans le problème 4.1, les décisions et les réalisations du processus stochastique d'apports se déroulent récursivement. Ainsi, les décisions x_1 sont prises à l'étape 1, puis les apports aux bassins q_1 deviennent connus et le système évolue dans un nouvel état pour le début de l'étape 2 où x_2 sera décidé etc. Les décisions futures peuvent donc corriger la dynamique de notre système en se basant sur les informations contenues dans l'état du système au début de chaque étape. Si l'on suppose que la dépendance temporelle du processus stochastique des apports est représentée par un processus autorégressif d'ordre 1, l'état du système contient le volume des réservoirs au début de chaque étape s_t ainsi que l'apport des bassins versants de l'étape précédente q_{t-1}. Le programmation dynamique stochastique décompose le problème 4.1 en plusieurs sous-problèmes, un par étape de décision t. La solution du problème original peut être obtenue en résolvant les sous-problèmes à chaque étape récursivement en partant de la fin de l'horizon. Les équations de Bellman issues de la décomposition du problème 4.1 s'écrivent :

$$\mathcal{Q}_t(s_t, q_{t-1}) = \underset{q_t|q_{t-1}}{\mathbb{E}}\Big[\max\Big(b_t(s_t, q_t, x_t) - p_t(s_t, x_t) + \mathcal{Q}_{t+1}(s_{t+1}, q_t)\Big)\Big] \tag{4.2}$$

où $\mathcal{Q}_t()$ est la fonction du bénéfice futur espérée représentant la profit pour le système de se trouver dans l'état (s_t, q_{t-1}) au début de l'étape t et d'opérer de façon optimale jusqu'à la fin de l'horizon. L'apport à l'étape q_1 est en général supposé connu.

La méthode de programmation dynamique discrétise les variables d'état (s_t, q_{t-1}) au début de chaque étape et résout le problème pour chacune des combinaisons des valeurs discrètes. Une interpolation est ensuite utilisée pour déterminer la valeur du bénéfice futur espéré pour tout l'espace d'état. Le nombre de combinaisons augmente exponentiellement avec la taille du vecteur d'état (nombre de réservoirs et de bassins versants du système). Cette croissance exponentielle au niveau spatial limite l'application de la programmation dynamique stochas-

tique à des systèmes de grande taille et/ou dont l'hydrologie nécessite un grand nombre de variables d'état. La programmation dynamique stochastique duale est une version dérivée de la programmation dynamique stochastique qui réussit à s'affranchir de la malédiction de la dimension spatiale en procédant par échantillonnage et non discrétisation à priori.

4.2.2 Principes de base de la méthode SDDP

Dans le cas où les fonctions $b_t(\cdot)$, $p_t(\cdot)$ et $f_t(\cdot)$ sont affines, et la relation $q_t \sim h_t(q_t|q_{t-1})$ est linéaire, la fonction $(s_t, q_{t-1}) \mapsto (b_t(s_t, q_t, x_t) - p_t(s_t, x_t) + \mathcal{Q}_{t+1})$ est concave en s_t et q_{t-1}, ces deux variables d'état appartenant au membre de droite des contraintes du sous-problème linéaire à résoudre à chaque étape. La somme de fonctions concaves étant aussi une fonction concave, on obtient que la fonction de bénéfice futur espéré $\mathcal{Q}_t(\cdot)$ est une fonction concave. Elle peut donc être approchée très fidèlement par le minimum d'un certain nombre d'hyperplans supports ou coupes de Benders. En supposant un nombre fini de réalisations du processus stochastique d'apport à chaque étape (donc un nombre fini de scénarios d'apport), une propriété intéressante de l'approximation construite par la méthode SDDP à chaque étape est qu'elle converge vers la fonction de bénéfice futur espéré réelle [81, 104].

Le sous-problème détaillé à résoudre à chaque étape se formule comme suit :

$$F_t = \max \Big(b_t(s_t, q_t, x_t) - p_t(s_t, x_t) + \mathcal{Q}_{t+1} \Big) \tag{4.3}$$

sujet à

$$s_{t+1} = s_t - A_t\ x_t + q_t + B_t \qquad \forall t \tag{4.3a}$$

$$f_t(x_t) \leq 0 \qquad \forall t \tag{4.3b}$$

$$\mathcal{Q}_{t+1} \leq \alpha_{t+1}^l\ s_{t+1} + \beta_{t+1}^l\ q_t + \delta_{t+1}^l \qquad \forall t < T\ ,\ \forall l \tag{4.3c}$$

$$\mathcal{Q}_{T+1} = \nu(s_{T+1}). \tag{4.3d}$$

Les contraintes (4.3c) sont ajoutées au sous-problème décomposé à chaque étape. Elles définissent l'approximation courante de la fonction de bénéfice futur espéré pour l'étape $t+1$ lors de la résolution du problème à l'étape t. Il est important de remarquer ici que le sous-problème (4.3) peut être vu comme une variante raccourcie (sur l'horizon) et de très petite taille du problème déterministe général sur l'horizon de temps complet. On rappelle que la fonction de bénéfice futur espéré pour l'étape t s'obtient à partir du problème (4.3) par

$$\mathcal{Q}_t(s_t, q_{t-1}) = \mathop{\mathbb{E}}_{q_t|q_{t-1}} \Big[F_t(s_t, q_t) \Big]\ , \quad \forall t\ . \tag{4.4}$$

L'algorithme SDDP raffine l'approximation de la fonction de bénéfice futur espéré pour chacune des étapes en ajoutant des coupes de Benders à travers un processus itératif qui comporte deux phases :

- Dans la phase de récursion, de nouveaux hyperplans sont ajoutés à l'approximation courante de la fonction de bénéfice futur espéré pour la raffiner. À chaque étape, les apports q_t sont discrétisés en tenant compte de l'état hydrologique donné par l'apport précédent q_{t-1}. Les cas d'apport discrétisés sont obtenus en utilisant la relation linéaire $q_t \sim h_t(q_t|q_{t-1})$ et en échantillonnant les innovations aléatoires qui s'y trouvent. Le problème (4.3) est ensuite résolu pour chaque cas d'apport et les informations primales et duales de la solution sont utilisées pour calculer une nouvelle coupe de Benders à partir de (4.4). Les calculs se déroulent de la fin vers le début de l'horizon et la solution de la première étape représente une borne supérieure du problème original.
- Dans la phase de simulation, les approximations courantes des fonctions de bénéfice futur espéré sont évaluées en simulant un grand nombre de scénarios d'apports sur tout l'horizon. Ces simulations fournissent une borne inférieure du problème original ainsi qu'un intervalle de confiance associé à cette borne. Si la borne supérieure calculée lors de la phase de récursion est à l'intérieur de l'intervalle de confiance, l'approximation courante est jugée suffisamment précise et l'algorithme s'arrête. Sinon, les valeurs des variables d'état s_t et q_{t-1} échantillonnées lors de la simulation représentent des points candidats intéressants pour augmenter la précision de l'approximation courante. Une nouvelle phase de récursion est réalisée avec ces points échantillonnés.

Comme tout algorithme de décomposition, l'algorithme SDDP peut être vu en terme de problème maître et de sous-problèmes. Le problème maître est la méthode de coordination qui récupère les informations primales et duales des sous-problèmes (4.3), calcule les nouvelles coupes de Benders et les communique au sous-problème de l'étape précédente dans la phase de récursion. Lors de la phase de simulation, la coordination assure que les valeurs obtenues des variables d'état d'un scénario d'apport sont passées de la fin d'une étape au début de l'étape suivante. Cette description est à la base des différentes implémentations de l'algorithme SDDP, notamment celles qui se sont succédées à Hydro-Québec Production.

4.3 Implémentation de la SDDP à Hydro-Québec Production

Pour mieux comprendre les aspects qui ont freiné l'intégration de la méthode SDDP dans le processus de planification à HQP, il est nécessaire de rappeler l'historique de cette méthode au sein d'HQP. À la suite de cet historique, les différents enjeux autour d'une nouvelle implémentation dans le contexte industriel (début de l'année 2017) peuvent être mieux cernés.

Il convient donc de tenir compte de ces enjeux dans la solution à proposer.

4.3.1 Historique de la SDDP dans la planification de la production à HQP

La première implémentation de la méthode SDDP est faite en 2000 par les chercheurs Louis Delorme et Louis Lafond de l'IREQ (Institut de Recherche d'Hydro-Québec). La coordination dans cette implémentation est faite en C/C++ et les sous-problèmes sont résolus à l'aide du logiciel CPLEX. Le choix du langage C a apporté une première difficulté liée à la forme bas niveau de l'interface de CPLEX. Le code présentait une certaine opacité et difficulté d'appropriation. Cette limitation est néanmoins attribuable en grande partie au contexte de programmation de l'époque. Dans la phase initiale de développement du projet, le code et le logiciel étaient propriétaires de l'IREQ, et les conseillers Optimisation avaient la charge de l'intégrer dans l'infrastructure des équipes de planification de la production. Le logiciel fourni comportait cependant plusieurs irritants :

- L'implémentation était développée spécifiquement pour le parc de production afin de réaliser des études annuelles ou multiannuelles. L'utilisation du logiciel sur d'autres systèmes hydriques était une tâche difficile nécessitant des modifications substantielles. De plus, ces modifications requéraient l'intervention de l'IREQ, propriétaire du logiciel.
- L'implémentation était livrée en un bloc contenant le problème maître de coordination, la construction des programmes linéaires correspondant aux sous-problèmes, la simulation finale de l'approximation des fonctions de bénéfice futur espéré à l'aide de scénarios historiques. Le module de construction des fonctions de bénéfice futur et le module de simulation finale n'étaient notamment pas séparés. Cette rigidité a contribué à l'aspect *boîte noire* du logiciel selon l'angle des conseillers Optimisation et des utilisateurs potentiels.
- Des écarts de modélisation étaient présents par rapport aux autres outils notamment au niveau délais d'écoulement dans les segments de rivière. Ceux-ci ont rendu la comparaison et le balisage des résultats difficiles.

L'évolution du parc de production d'HQP et les coûts temporel et financier nécessaires pour la prise en compte des changements ont conduit à l'arrêt de l'utilisation du logiciel au profit de modèles déterministes déjà intégrés à l'environnement de la planification. Afin d'augmenter la flexibilité de l'implémentation originale, une refonte du code a été faite en 2010 lors du stage de post-doctorat de Emiel. Cette refonte en C++ visait notamment l'évolution de l'outil vers la technologie CONCERT de CPLEX et l'utilisation de la méthode sur d'autres systèmes hydriques. Cette branche du code a été utilisée dans des études, en particulier celle de [74]. Malheureusement, elle n'est pas devenue la version officielle de la méthode SDDP dans la

planification de la production à HQP, principalement à cause de la difficulté d'intégration dans l'environnement de la planification.

En 2014, une projet interne à HQP a été réalisé avec l'aide de PSR-inc pour l'utilisation de son logiciel SDDP [86] dans le cadre d'une étude d'impact en lien avec des contrats d'approvisionnement de long-terme. Une partie non négligeable du travail de cette étude a été consacrée à la représentation fidèle des caractéristiques du parc de production dans le logiciel SDDP. Cet aspect est moins important lors d'études d'impact où l'on compare le comportement d'une solution de base à une solution alternative à modélisation égale du système de production. Cependant, pour les gestionnaires Long terme, Moyen terme et de rivières, la fidélité de représentation du modèle mathématique est un aspect crucial de validation des résultats, et donc d'appropriation de l'outil. Le réalisme des solutions est en effet très important lorsque l'on souhaite qu'un outil d'aide à la décision soit adopté par des utilisateurs opérationnels.

4.3.2 Les enjeux présents dans l'intégration de la méthode SDDP

Au début de notre implémentation de la SDDP en 2017, les enjeux de réussite du projet pouvaient être segmentés en deux catégories. La première catégorie découle de l'historique précédent dans lequel on peut déceler deux aspects fonctionnels très importants : La flexibilité du code et l'adéquation du modèle avec le système de production. Le passage facile d'un système hydrique à un autre faciliterait grandement l'adoption du modèle SDDP par les gestionnaires de rivière, eux-même étant amenés à changer plusieurs fois de systèmes hydriques au cours de leur carrière. La flexibilité du code devrait notamment tenir compte de la modélisation au niveau des étapes de décisions. En effet, en fonction du niveau stratégique, tactique ou opérationnel, une étape journalière, hebdomadaire, mensuelle ou saisonnière pourrait être requise. De même la représentation des délais d'écoulement dans les segments de rivière, des fonctions de production, des ouvrages non contrôlables ou des effets de tarage [2] sont autant d'éléments qui seront analysés par les utilisateurs lors de la validation.

La deuxième catégorie s'appuie sur le contexte industriel dans lequel doit se dérouler l'implémentation de la méthode SDDP. Une migration progressive de tous les outils du processus de planification de la production est en marche depuis 2016. Cette migration consiste à rassembler ces outils dans un environnement unique visant à rendre modulaire les différentes composantes d'un progiciel de planification que sont : la base de données, les interfaces de

2. Le tarage est la relation qui lie le débit et la hauteur de l'eau d'une rivière. L'effet de tarage se manifeste notamment par le fait que le niveau aval d'une centrale varie en fonction du débit de sortie. Ainsi la hauteur de chute vu par les groupes varie en fonction du soutirage de la centrale.

saisie et de visualisation et les moteurs de calcul dont les optimiseurs. Cet environnement permet notamment de :

- faciliter la conformité des modèles avec les caractéristiques et données officielles du parc de production.
- améliorer le travail des gestionnaires et planificateurs en standardisant les tâches communes pour tous.
- simplifier le travail des développeurs en standardisant les modules et activités de nature informatiques (importation, stockage, affichage, permission).

L'environnement nommé OPTIPRO contient déjà l'outil PILOTE du court terme, OSIRIS de la gestion de rivières, OPD du moyen terme, BEP du long terme et bientôt l'outil STOCKCIBLE. Il apparaît donc naturel que le modèle SDDP à implémenter soit intégré à l'environnement OPTIPRO. L'une des principales limites de cette exigence réside dans le partage des ressources mémoire et processeurs du serveur de production entre SDDP et le reste des outils de la planification de la production. La méthode SDDP peut être très gourmande en terme de mémoire si beaucoup de coupes sont nécessaires pour obtenir la convergence. De plus, beaucoup d'études de la littérature scientifique sont faites avec des exécutions sur un grand nombre de processeurs du fait du caractère hautement parallélisable de la méthode.

Un autre aspect lié au contexte industriel est l'utilisation du langage de programmation mathématique OPL de CPLEX dans les modèles OPD et OSIRIS. Le langage OPL est un langage de modélisation de haut niveau permettant une grande facilité de formulation d'un programme mathématique, une aisance dans la lecture du code et une maintenance simplifiée grâce à l'interface ILOG CPLEX Optimization Studio. Les conseillers Optimisation, qui supportent les outils de la planification de la production, souhaitaient garder cet atout dans le support de l'outil SDDP dont le modèle linéaire de base sera naturellement proche de celui d'OPD. De plus, un code générique est également recommandé par les bonnes pratiques de l'industrie. Le caractère générique facilite l'amélioration continue et donc l'évolution du code, mais également le transfert de connaissances entre les utilisateurs, les développeurs ou conseillers Optimisation.

4.3.3 Implémentation de la méthode SDDP

Le but principal de notre implémentation de l'algorithme SDDP est de permettre à l'optimisation stochastique de s'insérer le plus naturellement possible dans l'environnement de travail et les tâches courantes des gestionnaires. Pour y parvenir, il apparaît primordial de réutiliser au maximum le système existant ainsi que l'intelligence d'affaires déjà construite autour

du gestionnaire de scénarios et de l'outil OPD. L'outil développé a été conçu avec une architecture modulaire qui ré-exploite les différents blocs du processus de planification de la production en place. La figure 4.4 donne une description des différents modules de l'outil.

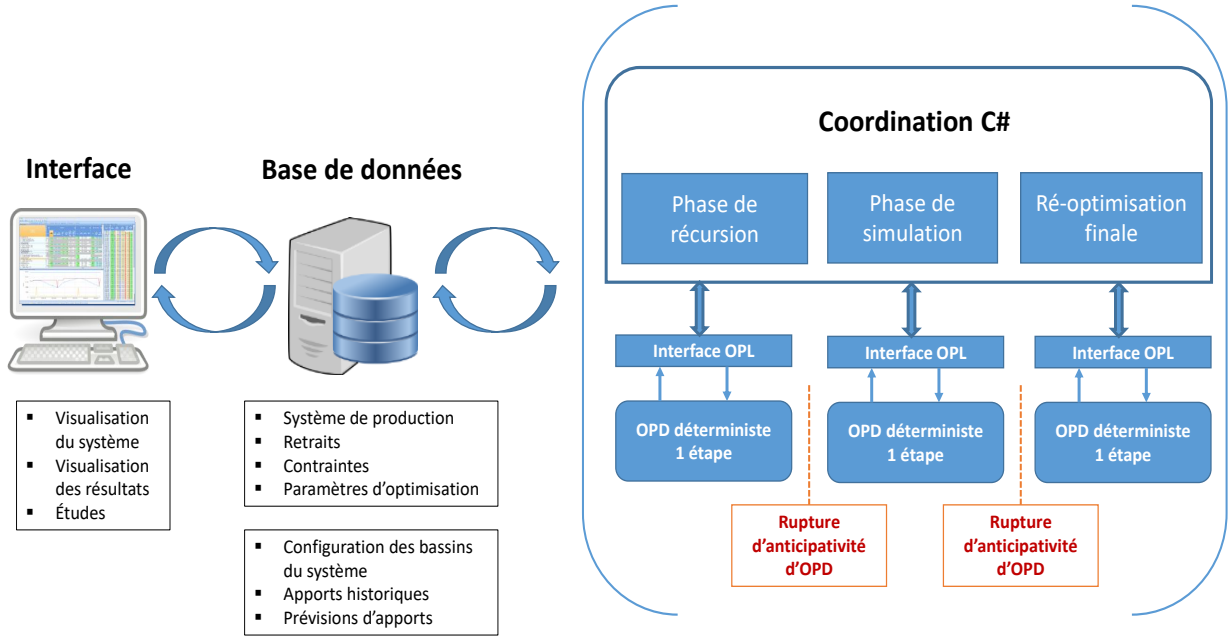


Figure 4.4 Schéma de l'outil SDDP

Le premier aspect très important de cette implémentation réside dans les sous-problèmes de l'algorithme SDDP. Ces sous-problèmes sont des variantes de petite taille du problème déterministe global, autrement dit des mini-OPD. Le modèle linéaire résolu par l'outil OPD pour chaque scénario d'apport correspond au modèle 4.1 sans la présence de l'espérance mathématique $\mathbb{E}[\cdot]$. Les différences majeures entre ce modèle et le modèle (4.3) sont l'ajout de la fonction de bénéfice futur espéré $\mathcal{Q}_{t+1}$ dans l'objectif et l'ajout des contraintes (4.3c). Une autre différence moins apparente concerne la gestion des irréalisabilités du modèle (4.3). En effet, la méthode SDDP suppose un recours complet des sous-problèmes résolus à chaque étape. En pratique, les programmes linéaires de gestion de la production possèdent cette propriété même si des contraintes particulières telles que le débit minimum dans un segment de rivière peuvent rendre le problème irréalisable. Le cas échéant, des contraintes peuvent être assouplies et pénalisées au moyen de la fonction $p_t(\cdot)$. Néanmoins, les différences énoncées ne modifient pas le cœur de la modélisation du programme mathématique d'OPD, ce qui

aide grandement à l'adéquation de l'outil. Les sous-problèmes de notre implémentation de la SDDP sont donc écrits en OPL et sont indépendants de l'algorithme de coordination. De plus, la communication entre les sous-problèmes et le problème maître de coordination se fait à travers une seule classe. Tester un nouveau solveur linéaire, ou une nouveau langage de modélisation mathématique impliquera la réécriture de cette classe uniquement.

Le second aspect décisif de l'implémentation est le développement de l'algorithme de coordination à l'intérieur de l'infrastructure de l'environnement OPTIPRO. La méthode SDDP est fournie comme une option d'optimisation supplémentaire aux optimisations déterministes d'OPD et d'OSIRIS. L'algorithme de coordination est codé en C# et utilise toutes les méthodes d'importation, de dialogue, et de publication avec la base de données. Le code est générique et s'adapte au système, à l'horizon d'étude et à la nature de l'étape définis par l'utilisateur dans l'interface. Cette grande flexibilité a certainement contribué à l'adoption de l'outil par les gestionnaires. Chaque exécution de l'algorithme SDDP se fait avec un nombre de processeurs limité pour le parallélisme. Du fait de l'utilisation de sous-problèmes écrits en OPL, résoudre un sous-problème nécessite une instance à part entière du modèle et de ses données. Ainsi, si 6 processeurs sont disponibles en parallèle, 6 instances du modèle doivent être présentes en mémoire. Limiter le nombre de processus en parallèle est donc apparu comme la solution la plus viable pour ne pas surcharger le serveur de production compte tenu que plusieurs analyses sont souvent effectuées simultanément. Cet équilibre est jugé « adéquat » actuellement.

Le troisième aspect que nous aimerions mentionner dans l'implémentation de la méthode SDDP est le suivi et l'accompagnement des utilisateurs. Dans le processus d'implémentation de la méthode SDDP, beaucoup d'énergie a été consacrée à former les gestionnaires sur les notions de la programmation dynamique stochastique, la programmation dynamique stochastique duale et la modélisation de l'incertitude sur les apports futurs. En plus de démystifier les concepts et d'enlever l'aspect boîte noire de la méthode, ces formations sont un excellent moyen de clarifier les exigences des utilisateurs, notamment dans la visualisation des résultats. En effet, il n'existe pas de forme standard pour visualiser une politique stochastique multidimensionnelle. Les utilisateurs représentent la politique à travers le résultat de sa simulation sur un ensemble de scénarios d'apports prédéfinis. Les simulations résultantes comportent une distribution pour un grand nombre de variables de sorties qu'il faut parfois combiner pour montrer la plus-value de la politique stochastique aux utilisateurs. Le développement de la méthode SDDP a également profité de la qualité des ressources et compétences disponibles lors de son implantation. L'équipe en charge de l'implémentation possédait aussi bien des personnes en parfaite maîtrise de la théorie de la SDDP, que des experts en recherche opérationnelle ayant de la pratique de gestionnaires moyen terme. Cet

écosystème a grandement favorisé l'interaction avec les utilisateurs et leur implication.

4.4 Résultats obtenus

L'outil SDDP est utilisé présentement par les équipes du processus de planification de la production à HQP. Au niveau de la gestion de rivières, l'outil aide au suivi hebdomadaire de la plupart des systèmes hydriques, en particulier le système *La Grande Rivière* pour lequel aucun outil de planification stochastique n'était disponible jusqu'à présent. Au niveau de la gestion moyen terme, l'outil est en phase de validation pour être à la base de la révision hebdomadaire et mensuelle des stratégies. Ces révisions permettent d'évaluer des variables importantes de la gestion moyen terme telles que les probabilités de déversement du parc et de chaque système hydrique, le risque de délestage de la charge, le non respect d'une injonction particulière. Au niveau de la gestion long terme, un modèle mensuel sur plusieurs années est en étude pour le calcul des valeurs de l'eau par réservoirs. Ce modèle qui combinera la dynamique des marchés d'électricité avec le détail du parc de production permettra de désagréger l'information stratégique fournie par l'outil STOCKCIBLE. Cette intégration effective traduit l'atteinte de l'objectif initial du projet débuté en 2017.

Nous présentons également dans cette section, les différents tests qui ont été réalisés lors de l'implémentation de la méthode SDDP pour en vérifier l'exactitude. Les tests comprennent notamment le calcul d'une solution déterministe, la convergence de la méthode ainsi que la comparaison avec la programmation dynamique stochastique. Une section sur les stratégies d'exploration testées dans la phase de simulation et les proportions des temps de calcul de notre implémentation conclue cette partie.

4.4.1 Solution déterministe

Une méthode classique de vérification d'une implémentation SDDP (test of correctness [30]) est de comparer la solution de la coordination SDDP sur une instance déterministe. L'instance déterministe consiste à résoudre le modèle (4.3) avec une seule réalisation de l'apport. Les réalisations de chaque étape concaténées forment un scénario d'apport et une solution déterministe du modèle initial représente la valeur optimale du problème. Nous avons réalisé ce test avec une instance réelle du parc de production sur un horizon de 52 semaines. La résolution frontale du problème a donné une valeur objectif de $159\,478,876\ GWh$. Cette valeur représente le stock global énergétique du parc à la fin de l'horizon, la conversion en énergie étant effectuée avec des facteurs de production historiques. La coordination SDDP a été exécutée pendant 300 itérations et nous avons reporté chaque 50 itérations la borne

inférieure, la borne supérieure ainsi que l'écart relatif entre les deux. Les résultats sont fournis dans le tableau 4.2.

Tableau 4.2 Borne inférieure, supérieure et écart relatif de la solution déterministe

	Itération					
	50	100	150	200	250	300
Borne inférieure (GWh)	156 485, 84	159 185, 9	159 430	159 475, 19	159 478, 71	159 478, 78
Borne supérieure (GWh)	161 124, 25	159 851, 93	159 514, 15	159 482, 68	159 479, 08	159 478, 94
écart relatif	2, 8 %	0, 41 %	0, 053 %	0, 0047 %	$2,3\,10^{-4}$ %	10^{-5} %

Les bornes inférieure et supérieure forment un encadrement de la valeur optimale du problème. Cet encadrement se raffine au fil des itérations de la méthode et atteint une précision de 10^{-7} au bout de 300 itérations. L'expérience suggère fortement que la solution de la coordination SDDP converge vers la solution optimale déterministe. Notre déduction peut également être validée en observant la différence entre le stock énergétique global de la solution déterministe et de la coordination SDDP au bout des 300 itérations. La figure 4.5 suggère que les stocks énergétiques dans le cas déterministe et dans le cas de la coordination sont quasiment pareils tout au long de l'horizon et non juste à la fin où l'objectif (stock énergétique final de 159 478 GWh) est évalué. De plus, la plus grande différence entre les trajectoires est autour de 12 GWh, ce qui correspond à une écart relatif de l'ordre de 0, 007 %.

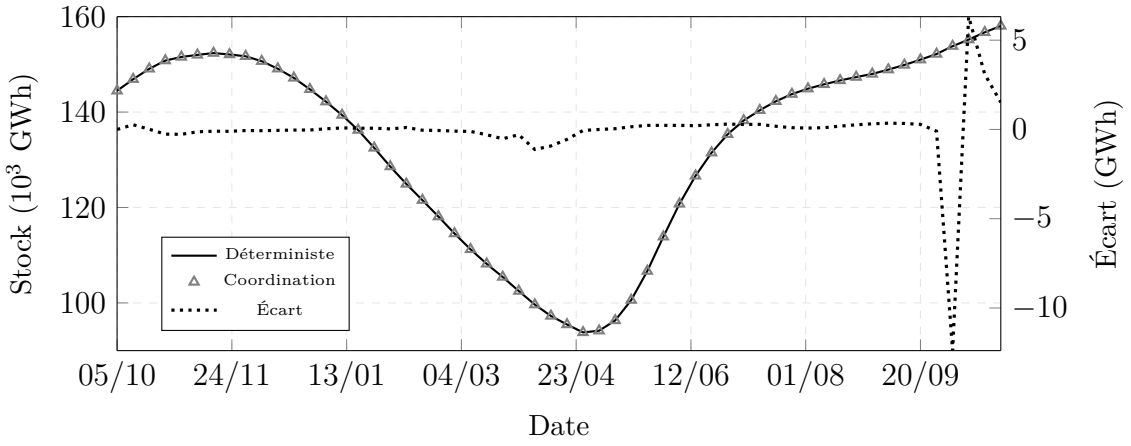


Figure 4.5 Comparaison des stocks de l'optimisation frontale vs la décomposition SDDP

4.4.2 Convergence de la solution stochastique

La deuxième vérification à réaliser lors d'une implémentation de la méthode SDDP est la convergence de la solution stochastique. Nous ne pouvons malheureusement pas présenter

ici les résultats pour le parc de production comme précédemment. La raison principale est liée à la difficulté d'obtenir un échantillonnage représentatif des scénarios d'apports pour un système contenant beaucoup de bassins. Le parc de production d'Hydro-Québec contient en effet plus d'une soixantaine de bassins hydrologiques. Pour représenter individuellement tous les bassins dans un modèle de type multisite périodique autorégressif (MPAR), il faudrait tenir compte des corrélations spatiales contenues dans une matrice de taille 60×60. Le nombre d'échantillons d'apports (ou ouvertures) à générer à chaque semaine pour tenir compte de cette matrice spatiale est énorme. Cette approche augmenterait grandement le temps de calcul. En effet, si $N_{échantillons}$ est le nombre d'ouvertures considérées à chaque semaine et N_{points} le nombre de points de la phase de simulation, le nombre de sous-problèmes à résoudre à chaque semaine et pour chaque itération est $N_{échantillons} \times N_{points}$. Pour contourner ce problème au Brésil, où le système de production contient près de 150 sites, l'approche de l'outil NEWAVE considère une représentation agrégée en 12 réservoirs énergétiques équivalents [67]. Cette approche ne nous semble pas appropriée puisque l'un des objectifs de notre implémentation était l'adéquation du modèle avec le parc de production détaillé. L'approche mise en place, décrite notamment dans [71], consiste à choisir un certain nombre de bassins hydrologiques de référence pour faire partie de notre modèle MPAR. Tous les bassins hydrologiques du parc de production possèdent un ou plusieurs bassin(s) de référence associé(s). L'apport à un bassin se déduit de l'apport à son/ses bassin(s) de référence à travers un coefficient de corrélation. Le choix des bassins de référence se fait par analyse des composantes principales, tout en considérant les indications des experts en prévisions d'apport qui utilisent une méthode similaire.

Le test de convergence que nous présentons ici est une étude sur le système hydrique *La Grande Rivière* situé au Nord de la province de Québec (voir figure 4.1). Ce grand système fournit près de 40 % de la production totale du parc d'Hydro-Québec. Une instance classique pour la gestion de *La Grande Rivière* s'étend sur 3 années (156 semaines) au pas de temps hebdomadaire. L'objectif est de maximiser l'énergie globale du système c'est-à-dire la somme de la production et de l'énergie stockée dans les réservoirs à la fin de l'horizon. Le modèle contient 12 réservoirs et 10 bassins hydrologiques. Des délais d'écoulement de plusieurs semaines sont présents sur certains segments de rivière du système hydrique. La prise en compte de ces délais nécessite l'ajout de 4 variables d'états supplémentaires associées au débit dans ces segments de rivière pour les semaines précédentes. Un modèle hydrologique contemporain périodique autorégressif d'ordre 2 est choisi pour représenter la dynamique spatiale et temporelle des apports. Ainsi, le nombre de variables d'états de chaque sous-problème est $12 + 10 \times 2 + 4 = 36$. Nous pensons donc que ce test est représentatif de la convergence sur un système de grande taille.

L'exploration de la phase de simulation est réalisée avec les séries historiques utilisées pour la calibration du processus CPAR d'ordre 2. Nous utilisons 5 scénarios à chaque phase de simulation. Cependant, contrairement à l'approche classique de la méthode SDDP, la convergence est testée à chaque 10 itérations en simulant cette fois-ci 100 séries d'apports synthétiques générées avec le modèle hydrologique CPAR(2). La méthode SDDP n'impose pas de restrictions sur la nature des scénarios utilisés pour échantillonner l'espace d'état. Cependant, l'intervalle de confiance statistique doit être calculé avec des scénarios issus du même processus qui a servi a généré les ouvertures à chaque semaine. $N_{échantillons} = 30$ ouvertures sont générées dans notre implémentation. La figure 4.6 donne l'évolution des bornes supérieure et inférieure de l'algorithme.

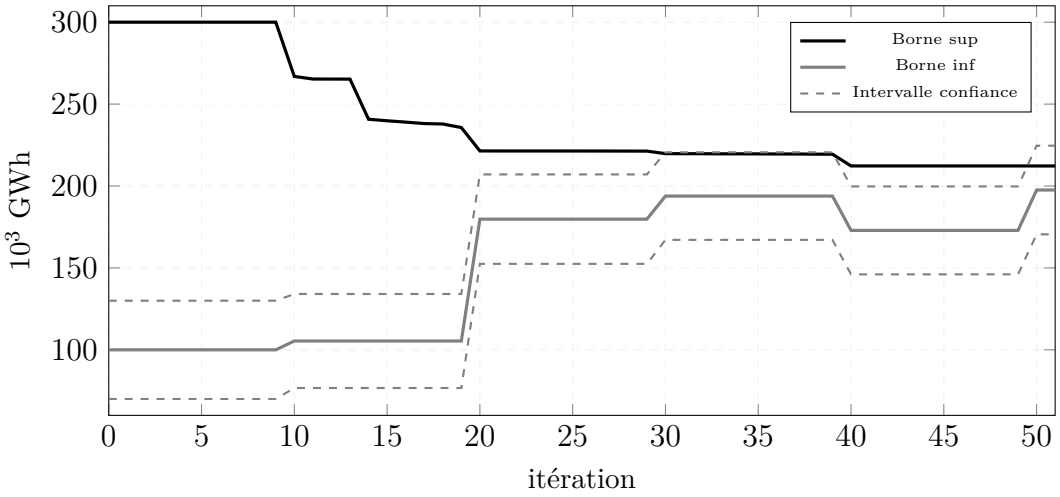


Figure 4.6 Évolution des bornes sup et inf pour une instance de *La Grande Rivière*

Le critère d'arrêt est vérifié à l'itération 30 de l'exécution comme l'illustre la figure 4.6, c'est-à-dire après 150 coupes générées pour le premier sous-problème. Ce résultat est encourageant car il montre l'efficacité de l'implémentation sur les systèmes réels d'Hydro-Québec. En pratique, le respect du critère d'arrêt statistique n'est pas forcément synonyme de bonne qualité de solution du fait de la grande dispersion pouvant être présente dans l'intervalle de confiance de la borne inférieure. Dans notre implémentation, une vérification de la stabilité de la solution est réalisée. Cette vérification consiste à générer un nouvel ensemble de 100 scénarios avec le modèle hydrologique et à poursuivre l'algorithme jusqu'à ce que la borne supérieure soit présente à nouveau dans l'intervalle de confiance. Sur la figure 4.6, ce mécanisme explique la décroissance observée de la borne inférieure à l'itération 40 où le nouvel échantillon de scénarios produit une borne inférieure dont l'intervalle de confiance ne contient pas la borne supérieure. L'algorithme se poursuit donc jusqu'à l'itération 50 où la borne in-

férieure est de nouveau évaluée et le critère d'arrêt est à nouveau vérifié, ce qui termine l'exécution. Dans l'outil SDDP actuellement en utilisation à HQP, les utilisateurs peuvent choisir l'intervalle de confiance ou le nombre d'itérations comme critère d'arrêt. Si la qualité de solution ne convient pas à l'utilisateur, la possibilité de continuer une exécution SDDP est également présente. Cette option est utile car avec l'expérience, les utilisateurs connaissent le nombre d'itérations supplémentaires qu'il faudrait pour atteindre une certaine qualité de solution optimale.

4.4.3 Comparaison SDP vs SDDP

La dernière comparaison nous permettant de valider l'implémentation de la SDDP est la comparaison avec une autre méthode d'optimisation stochastique. L'outil PPS utilisé par les gestionnaires de rivière nous servira de comparaison. Cet outil est construit sur une méthode de programmation dynamique stochastique. Comme expliqué à la section 4.2.1, la programmation dynamique stochastique dans sa version standard, remplace le domaine continu de l'espace d'états par une grille discrète et calcule la valeur de la fonction de bénéfice futur espéré $\mathcal{Q}_t(s_t, q_{t-1})$ en chaque point de cette grille. De plus, le problème à résoudre à chaque étape n'est pas limité à un problème linéaire comme dans la méthode SDDP. L'absence de cette limitation permet d'utiliser facilement une chaîne de Markov (plus précise qu'un modèle analytique linéaire) pour représenter la dynamique temporelle des apports dans PPS. Une représentation non linéaire et plus précise des fonctions de production est également utilisée dans l'outil PPS grâce à cette non-limitation. Ainsi, la programmation dynamique stochastique peut être considérée comme une méthode exacte car elle détermine une valeur fiable pour la fonction de bénéfice futur espéré en chacun des points de la grille discrète. Dans la pratique, l'énumération explicite peut être réalisée sur un sous-ensemble de l'espace d'état pour diminuer la taille de la grille. Ce sous-ensemble peut provenir de bornes de volumes historiques ou utilisateurs. La méthode SDDP quant-à-elle calcule une approximation de la fonction de bénéfice futur espéré à travers $\underset{l}{min}\left(\alpha_t^l\ s_t + \beta_t^l\ q_{t-1} + \delta_t^l\right)$. Ainsi, en calculant l'approximation en chacun des points de la grille discrète utilisée dans la programmation dynamique stochastique, il nous est possible d'évaluer la précision de la méthode SDDP par rapport à la méthode exacte de l'outil PPS.

Le système hydrique choisi pour cette comparaison est le système *Aux Outardes* situé dans la région de la Côte-Nord au Québec. De l'amont à l'aval, le système est composé de trois sites en série Outardes 4, Outardes 3 et Outardes 2. Le site Outardes 4 possède un réservoir de tête avec une centrale en aval et les sites Outardes 3 et Outardes 2 possèdent chacun une centrale et des biefs ayant une faible capacité de stockage par rapports aux débits des

apports. Ce système à un réservoir peut donc être traité par la programmation dynamique stochastique. Afin d'avoir la meilleure comparaison possible, la grille discrète est réalisée sur tout l'espace d'états. L'horizon d'études est de 52 semaines. Après avoir obtenu l'approximation des fonctions de bénéfice futur espéré en chacun des points de la grille, les dérivées sont calculées et comparées à celles obtenues par l'outil PPS. La dérivée de la fonction de bénéfice futur espéré représente la valeur marginale de l'eau en chaque niveau, pour chaque semaine. En règle générale, la valeur marginale de l'eau indique ce que l'opérateur serait prêt à payer pour obtenir une unité supplémentaire d'eau dans le réservoir Outardes 4 pour une semaine donnée. La figure 4.7 montre les valeurs marginales de l'eau obtenues avec la méthode SDDP et l'outil PPS.

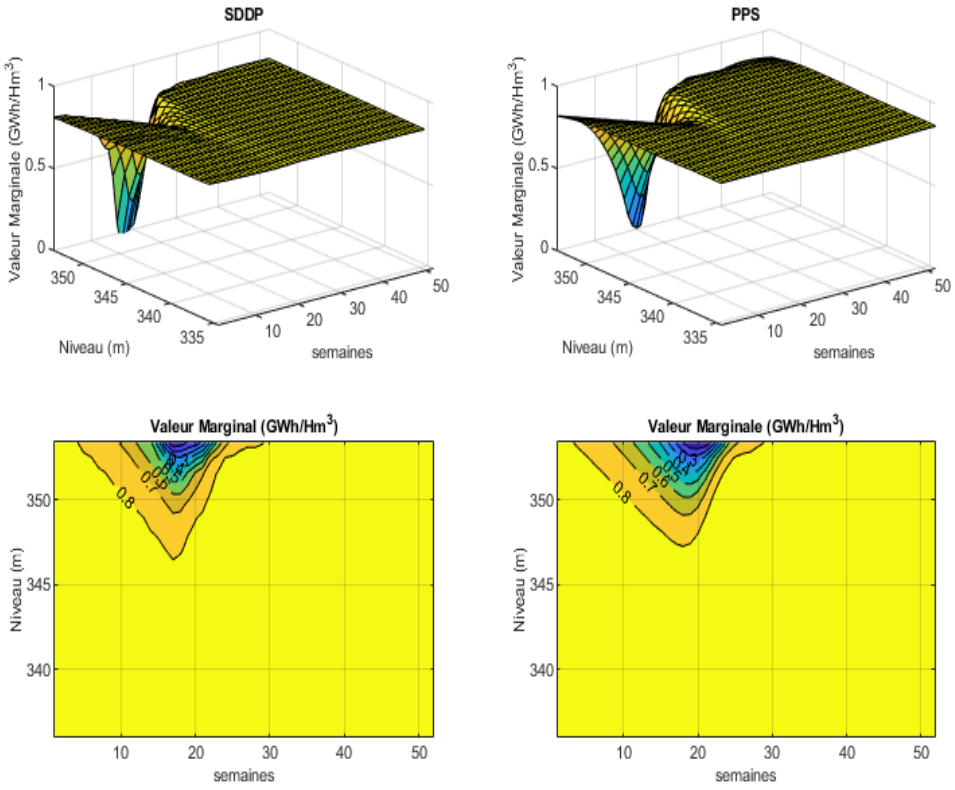


Figure 4.7 Distribution hebdomadaire de la valeur de l'eau dans le réservoir Outardes 4.

La valeur de l'eau décroît pendant l'hiver car à partir d'un certain niveau de remplissage, l'eau stockée court le risque d'être déversée pendant la crue. Ce risque de déversement augmente avec le niveau de remplissage, ce qui fait de plus en plus baisser la valeur marginale de l'eau. Cette dynamique est bien captée par les deux méthodes même si on peut voir que les

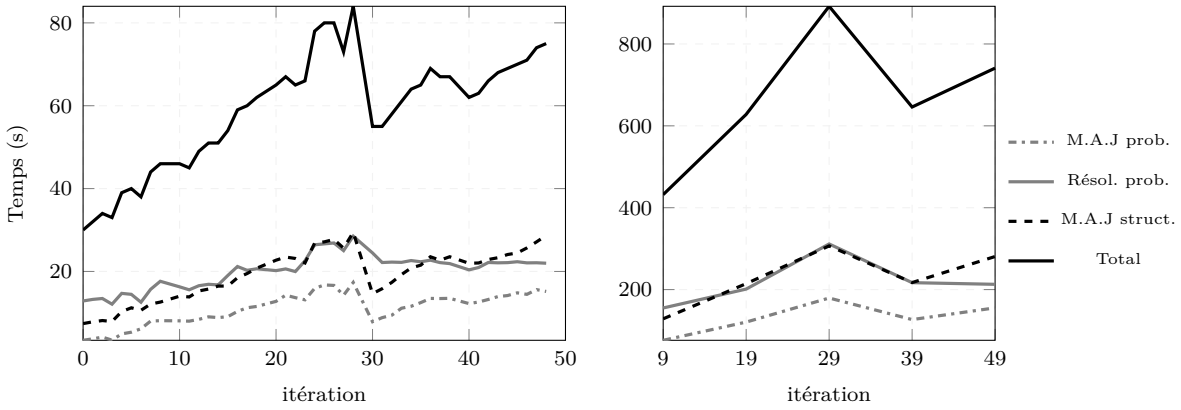
variations obtenues avec l'outil PPS sont un peu plus lisses. En terme qualitatif, on peut constater que la valeur marginale de l'eau est bien représentée en utilisant la SDDP, ce qui nous permet de conclure que les approximations des fonctions de bénéfice futur espéré sont adéquates.

4.4.4 Stratégies d'exploration et temps de calcul

Il existe plusieurs propositions de stratégies dans la littérature pour améliorer la convergence de l'algorithme SDDP. Après un grand nombre d'itérations, beaucoup de coupes de Benders sont rajoutées aux sous-problèmes. Ceci a pour effet d'augmenter la complexité des sous-problèmes et par conséquent le temps de calcul. Il est donc important dans les premières itérations de l'algorithme d'obtenir des coupes de Benders les plus précises possibles afin de faire évoluer rapidement les bornes supérieure et inférieure. Dans une phase de simulation classique, un grand nombre M de scénarios est utilisé pour trouver de nouveaux points échantillonnés où seront construites les prochaines coupes de Benders et évaluer la borne inférieure avec son intervalle de confiance. Cependant, dans le rapport [24], les auteurs concluent que la stratégie d'utiliser un scénario par itération pour l'exploration de l'espace (une coupe ajoutée par itération) est une approche payante. Avec cette stratégie, l'exploration de l'itération 2 utilise les informations de la coupe ajoutée à l'itération 1, l'exploration de l'itération 3 utilise l'itération 2 et 1. Après M coupes, la borne supérieure est plus susceptible d'avoir évolué rapidement que dans l'approche classique. Notre implémentation de la méthode SDDP utilise la même stratégie d'exploration lors de la phase de simulation en l'adaptant au parallélisme choisi. Ainsi, si 5 processus en parallèle sont autorisés comme dans le test précédent sur *La Grande Rivière*, 5 scénarios seront simulés pour chaque exploration. Une étape de re-calcul des coupes est également réalisée avant d'évaluer la borne inférieure et son intervalle de confiance aux 10 itérations. Dans cette étape, les coupes de tous les points échantillonnés depuis la dernière évaluation de la borne inférieure sont recalculées afin de rendre plus précise l'approximation de la fonction de bénéfice futur espéré. En effet, les coupes calculées lors des premières explorations deviennent dominées par les nouvelles coupes au fur et à mesure des itérations. Par contre, les points échantillonnés au cours des précédentes itérations explorent des parties de l'espace d'état potentiellement intéressantes. Dans les tests que nous avons réalisés, l'étape de re-calcul s'est avérée décisive dans l'amélioration de la borne supérieure au début de l'algorithme (voir itérations $9-10$ de la figure 4.6). Par contre, cette étape devient peu utile et coûteuse après un grand nombre d'itérations. Nous avons donc conditionné cette étape de re-calcul à l'amélioration de la borne supérieure au delà d'un certain seuil dans les itérations précédentes.

Nous avons représenté sur la figure 4.8 les temps de calcul pour les phases de récursion du test de convergence sur *La Grande Rivière* présenté précédemment. Les phases de récursion sont séparées entre les phases normales et les phases de re-calcul qui s'effectuent donc aux itérations 9, 19, 29, 39 et 49. Le temps *M.A.J prob.* est le temps nécessaire à la mise à jour du sous-problème OPL. Il comprend notamment l'insertion des volumes et débits entrants initiaux, l'insertion du scénario d'apport, l'insertion et la mise à jour des coupes avant la résolution des sous-problèmes. Le temps *Résol. prob.* correspond à la résolution des sous-problèmes linéaires (appel de la fonction Solve de CPLEX). Enfin, le temps *M.A.J struct.* est le temps de calcul des structures C# principalement la génération des ouvertures et le calcul des coefficients des coupes. Le temps total mis pour la phase de récursion est également représenté. Les temps de calcul sont la somme des temps pour toutes les 156 semaines. La figure 4.8 nous montre que la communication avec le sous-problème à travers l'interface OPL n'est pas l'enjeu majeur au niveau de la performance de l'implémentation. Une caractéristique assez surprenante est la quasi-égalité entre le temps de résolution des sous-problèmes et le temps de mise à jour des structures dans la coordination. En effet, pour d'autres implémentations de la méthode SDDP telle que [30], le temps de résolution des sous-problèmes constitue la principale étape en terme de temps de calcul. Nous expliquons cette différence par la nature des tests réalisés. En effet, dans l'implémentation sus-citée, le processus hydrologique est un processus indépendant d'étape en étape. Avec ce processus, il n'est pas nécessaire de régénérer des ouvertures pour chaque point échantillonné lors de la phase de récursion. De plus, le nombre de variables d'état est grandement réduit avec l'hypothèse d'indépendance. Sur l'exemple de *La Grande Rivière*, l'utilisation d'un CPAR(2) entraîne l'addition de $10 \times 2 = 20$ variables d'états supplémentaires par rapport à un processus indépendant. Notre test effectue donc 2 fois plus de calcul de coefficients des coupes. La génération des ouvertures et le nombre supplémentaires de coefficients justifient l'importance du temps de mise à jour des structures par rapport la résolution des sous-problèmes.

Une dernière remarque que nous pouvons tirer de la figure 4.8 est l'impact du filtrage des coupes qui se produit à l'itération 30 sur la figure 4.8a. Le filtrage des coupes correspond à la sélection par degré de dominance présentée dans [25]. Le filtrage des coupes réduit le temps de calcul de tous les composants du graphique. La réduction est néanmoins plus faible pour le temps de résolution des sous-problèmes probablement du au fait que le retrait de contraintes redondantes est déjà effectué en interne par CPLEX. Le filtrage est notamment important si des phases de récursion avec re-calcul sont présentes. Sur la figure 4.8b, le filtrage des coupes fait gagner près de 200 s entre le re-calcul de l'itération 29 (avant le filtrage) et celui de l'itération 39.



(a) Récursion normale (b) Récursion de re-calcul

Figure 4.8 Proportion des temps de calcul pour les phases de récursion normale et de re-calcul.

4.5 Conclusions et recommandations

Nous avons présenté dans ce chapitre l'implémentation réussie d'un outil de gestion stochastique basé sur la programmation dynamique stochastique duale dans un environnement industriel. En analysant l'historique des précédents essais d'intégration de la méthode SDDP ainsi que les contraintes spécifiques de l'environnement industriel, nous avons pu bâtir un outil qui réutilise les blocs opérationnels existants et s'insère naturellement dans le contexte de l'utilisateur. Un aspect fondamental du succès de l'implémentation est la prise en compte de la continuité des améliorations faites au cours des dernières années aussi bien à la méthode SDDP, qu'aux modèles et à l'environnement du processus de planification de la production chez HQP. Tout en construisant sur cet outil commun, des voies d'amélioration peuvent être envisagées notamment dans la représentation du processus d'apports, la transition énergétique avec l'intégration de sources renouvelables variables, les mesures de risques et les méthodes hybrides SDP-SDDP. Dans l'implémentation réalisée, le problème maître de coordination a été entièrement développé en interne dans le cadre de ce doctorat. Depuis peu, de plus en plus de librairies pour la méthode SDDP sont présentes sur le marché. Nous pouvons citer notamment *Optimist* [91] écrite en Python, *SDDP.jl* [30] écrite en Julia, *StOpt* [36] écrite en C++ et *FAST* [12] écrite en Matlab. Ces librairies possèdent des options avancées au niveau de la méthode de coordination (filtrage des coupes, mesures de risque), mais nécessitent en général une réécriture du modèle linéaire à la base des sous-problèmes. Elles nécessitent aussi de représenter le processus d'apport à travers une chaîne de Markov. Ceci pourrait limiter leur utilisation dans un contexte industriel assez contraint où les gestionnaires possèdent déjà un modèle linéaire fidèle de leur système de production mais mériterait

d'être évalué pour voir si des gains de performance pourraient surpasser de tels inconvénients.

CHAPITRE 5 ARTICLE 1 : BENEFIT OF PARMA MODELING FOR LONG-TERM HYDROELECTRIC SCHEDULING USING STOCHASTIC DUAL DYNAMIC PROGRAMMING

Mbeutcha Yves[1], **Gendreau Michel**[2], **Emiel Gregory**[3]

1 – CIRRELT and the Department of Mathematics and Industrial Engineering, Polytechnique Montréal, Montreal, QC H3C 3A7 Canada. Email : yves.mbeutcha@polymtl.ca

2 – CIRRELT and the Department of Mathematics and Industrial Engineering, Polytechnique Montréal, Montreal, QC H3C 3A7 Canada. Email : michel.gendreau@cirrelt.net

3 – Hydro-Québec, Montreal, QC H2Z 1A4 Canada. Email : gregory.emiel@hydro.qc.ca

Cet article a été accepté pour publication le 18 septembre 2020 dans la revue *Journal of Water Resources Planning and Management*.

Abstract In the long-term management of large hydropower systems, operators generally have to maximize the benefits from energy production while ensuring to satisfy a minimal energy profile throughout the year. Enhanced hydrological information can be critical to improving the operations of the system. This need encourages the use of a more complex representation of inflow series. Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP) is a commonly used method for optimizing multi-reservoir operations of hydropower systems. Within SDDP, inflow uncertainty is usually modeled using statistical time series models such as the family of Periodic Autoregressive (PAR) models that have the required linear structure to implement SDDP. While often used in hydrological modeling for its ability to represent long-term spatio-temporal relationships, Periodic Autoregressive and Moving Average (PARMA) has yet been little used in an SDDP framework. The additional moving average component of PARMA models over PAR models provides to PARMA a deeper memory than PAR, thanks to a more complex correlation structure. This paper compares policies generated by PARMA and PAR to manage the Manicouagan hydropower system in Québec. The comparison is made between PAR and PARMA models of the same autoregressive order to illustrate the advantages of including the moving average component. Simulations over historical scenarios are performed and reveal that PARMA derives policies that can better manage the interannual capacity present in the system.

5.1 Introduction

To operate a reservoir system over a mid-term ($1-2$ years) or a long-term (more than 3 years) horizon, operators must consider trade-offs between immediate benefits through releases from the reservoir for production or future opportunities arising with the water left in the reservoir. Operations are made even more challenging due to the variability of inflows in the system both at the seasonal level and annual level. Managing water in the reservoirs throughout a long horizon, taking into account this uncertainty on future inflows, can preserve the system from a high risk of energy shortages and huge spillages. The problem of finding the optimal operation of a hydropower system under uncertainty can be framed as a multistage stochastic programming (MSP) problem [9]. Stochastic Dynamic Programming (SDP) is the commonly-used approach to solve an MSP for long-term horizons.

Despite its theoretical potential and its simplicity, SDP is affected by the curse of dimensionality, which limits its applicability to systems with few state variables [117]. Several strategies exist to cope with the curse of dimensionality inherent to SDP. One strategy is to aggregate the reservoirs in the system [95] or the hydrologic variables [120]. However, some details may be lost during the required disaggregation process. Another strategy is to interpolate the benefit-to-go function [112] or use a partial but efficient discretization of the state space [18]. The use of an artificial neural network (ANN) to extrapolate the benefit-to-go function has also been proposed to alleviate the curse of dimensionality. The methodology was applied in Neuro Dynamic Programming (Neuro-DP) [15]. The main difficulty in Neuro-DP lies in the calibration of the ANN used to approximate the benefit-to-go function.

Stochastic Dual Dynamic Programming (SDDP) [79, 80] is an extension of SDP, which is not limited by the curse of dimensionality. In SDDP, the expected benefit-to-go function is approximated through piecewise linear functions of the state variables. These piecewise linear functions are obtained through sampling of the state variables and extrapolation. The method is an iterative procedure structured around two phases : a backward optimization where the benefit-to-go functions for the given sample are defined, and a forward simulation in which the accuracy of the benefit-to-go functions is tested. If the accuracy is found inadequate, new points are added to the sample. Convergence is guaranteed if the relations between the state variables and other constraints of the system are linear with a convex function as the benefit objective [37]. This requirement poses a substantial restriction, especially when inter-stage dependency should be added to the problem through a stochastic process. SDDP was developed initially for stagewise independent inflow process. [54] proposed a methodology to share the cuts among the realizations of the stochastic process for some classes of inter-stage dependencies. The methodology was applied in different studies to consider periodic

AutoRegressive (PAR) models as the basis of inflow uncertainty modeling in SDDP.

The Thomas-Fiering AR or PAR_1 model has been used in several applications including [94], [65], [117], [39] and [130]. With the idea that an improvement in the hydrologic model will eventually translate into superior management of the system, various studies have tried to add hydrologic information into the general PAR_p formulation. In [64], the spatial information of nearby catchments of a reservoir is added to a PAR_p model and included in SDDP. [84] calibrate a PAR_4 model on the Box-Cox transformation of the original inflow series and propose a linear approximation to obtain the original inflow from the transformed series. A methodology is developed to include this linear approximation in the backward phase of SDDP. To avoid the errors introduced by sampling the continuous distribution of residuals to obtain the Sample Average Approximation problem, [85] proposes to use the SDDP algorithm with a continuous inflow model where the residuals have a discrete distribution. More recently, [83] introduce exogenous hydrologic variables, such as snow water equivalent or precipitation, in a PAR_p model. These studies focus essentially on improving the seasonal forecast accuracy of the hydrological model with a PAR structure.

Periodic AutoRegressive and Moving Average (PARMA) models [127] are a generalization of PAR models that play an essential role in hydrologic modeling of streamflows series. [99] lay the physical foundations of the AutoRegressive and Moving Average (ARMA) structure by identifying the Autoregressive scheme as the response of the groundwater storage in a watershed and the Moving Average scheme as the direct contribution of rainfall and snowmelts to the streamflows. [100] extended the physical basis of ARMA to the periodic case by proving that streamflow processes belong to the family of PARMA models if all inputs, storages, and parameters of the natural watershed are periodic. Due to their conceptual-physical basis, PARMA models can capture the complex and time-varying autocorrelation structure generally present in hydrologic inflows series. Some studies such as [128] and [6] even suggested that high order PARMA models can reproduce the annual mean and standard deviation of the corresponding aggregated series. This property is not guaranteed in general for periodic time series. While PARMA models have been used in the modeling of real systems such as the Ottawa River in Canada [89], few practical studies have explored the impact of PARMA models on the operations of a hydropower system. Recently, [92] present a method to incorporate a multiplicative approach for the streamflow modeling into the SDDP algorithm. The multiplicative model for inflows consists of a PARMA model calibrated on the logarithm of inflows and a linearization phase to cope with the restrictions imposed by the SDDP algorithm. The theoretical development is done for a general PARMA hydrological model. However, in the application of the article, the authors only compare a multiplicative PAR_1 model with the commonly used Thomas-Fearing model. For that reason, the results presented

are more related to the effects of the logarithm- transformation and the nonuniform time step aggregation on those of having an additional Moving Average term. This study intends to fill this gap by providing a comparison of PARMA models and pure PAR models using the SDDP algorithm for the Manicouagan multi-reservoir hydropower system. To fit within the SDDP framework, the different models are calibrated directly on the original series, and the formulation of the Benders optimality cuts at each stage are provided using the methodology proposed by [54]. Experiments are performed to illustrate the value of the additional moving average term on the Manicouagan multi-reservoir hydropower system.

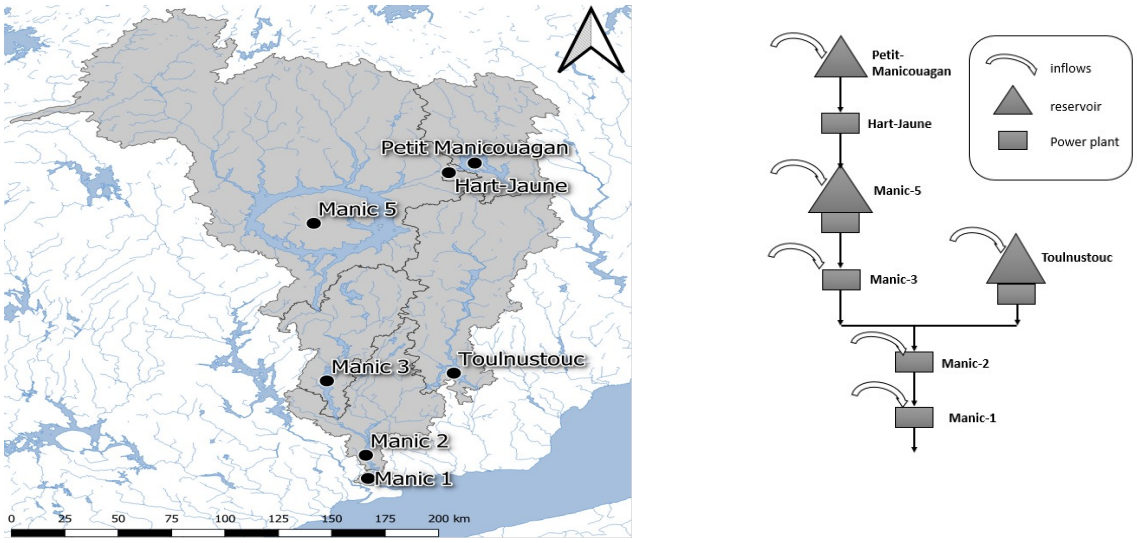
The remainder of the paper is organized as follows. The section "Materials and Methods" starts with a description of the Manicouagan hydropower system, which is followed by a presentation of the optimization problem and its SDDP formulation with PAR models. The section ends with the mathematical description of PARMA models and the changes needed in SDDP to incorporate the PARMA structure. In the section "Simulation results", a comparison is performed among several PAR and PARMA models, followed by a discussion of the results of the optimization. The conclusions of the study are drawn in the "Conclusion" section.

5.2 Materials and Methods

5.2.1 The Manicouagan hydropower system

The Manicouagan hydropower system is located in the Québec Côte-Nord area in Eastern Canada. It is one of the 3 significant systems of the Hydro-Québec generation system. It contains 6 main subbasins that drain a total area of $44,500\ km^2$ with a total installed capacity of $6,065\ MW$. With the weekly time step usually considered in long-term hydroelectric operations, the system consists in 4 run-of-the-river power plants (Hart-Jaune, Manic-3, Manic-2, and Manic-1), 2 impoundment power plants with reservoirs upstream (Manic-5 and Toulnustouc) and one reservoir with just a spillway downstream (Petit Manicouagan). The forebays present at Manic-3, Manic-2, and Manic-1 are not large enough to contain more than one week of inflows but can be considered in a short-term study with an hourly or daily time step. Figure 5.1 gives the configuration of the Manicouagan River system.

The main characteristics of the assets present in the Manicouagan system are given in Table 5.1. The Manicouagan system has both interannual and annual reservoirs. The nature of a reservoir can be assessed by looking at the reservoir to inflow ratio, which is obtained by dividing the reservoir capacity with the average annual inflow to the reservoir. An inflow ratio above 100% usually indicates an interannual behavior. In particular, we can see from Table 5.1 that the Manic-5 reservoir can store more than 2 years of average inflows. Toulnustouc



(a) (b)

Figure 5.1 The Manicouagan hydroelectric power system : **(a)** watershed, **(b)** configuration

and Petit-Manicouagan are annual reservoirs where a substantial part of the energy received during the spring, the summer, and the autumn should be discharged to avoid significant water spillages. The global reservoir to inflow ratio of the Manicouagan system is 149.7%, which indicates the interannual ability of the system.

Table 5.1 Manicouagan hydropower system

Name	Installation type	Volume (hm^3)	Capacity (MW)	Drainage area (km^2)	Reservoir to inflow ratio	Inflow reference site
Petit-Manicouagan	Reservoir	$1,315$	$--$	$4,565$	21.7%	Manic-5
Hart-Jaune	run-of-river	$--$	40	$--$	$--$	$--$
Manic-5	Reservoir	$35,171$	$2,660$	$24,735$	210.6%	Manic-5
Manic-3	run-of-river	$--$	$1,244$	$4,463$	$--$	Manic-5
Toulnustouc	Reservoir	$2,436$	526	$7,274$	75.1%	Toulnustouc
Manic-2	run-of-river	$--$	$1,145$	$4,394$	$--$	Manic-5
Manic-1	run-of-river	$--$	450	156	$--$	Manic-5

The operations of the Manicouagan system throughout the year must respect the minimal energy requirement P_{min} and the maximal energy P_{max}. The weekly profile of P_{min} and

P_{max} are shown in Figure 5.2. The minimal production is high during the winter (November to March) and low during the rest of the year to reflect the reality of operations and energy deliveries in Québec, where electric heating is predominant in winter. The maximum energy profile represents the reduced flexibility that the Manicouagan power system could be constrained due to planned maintenance outages or to ensure the stability of the electrical network. In the presence of an extended drought sequence, energy will be withdrawn from the interannual reserve to fulfill the minimal energy requirement. Year after year, the interannual reserve will be emptied, and without cautious management, the system could face a huge risk of energy deficits.

5.2.2 Formulation of the long-mid term hydropower scheduling problem

The problem of operating a multi-reservoir hydroelectric power system is a multi-stage decision - making problem. The aim is to determine a sequence of optimal discharges that maximizes the expected sum of revenues over the whole planning horizon T. The objective function of the problem can be written as :

$$\max \ \mathbb{E}\left[\sum_{t=0}^{T}\left\{\mathrm{b_t}\left(\sum_{c\in C} p_{c,t}\right) - \eta_{\mathrm{t}}^{-} z_t^{-} - \eta_{\mathrm{t}}^{+} z_t^{+}\right\} + \mathcal{F}_{T+1}\right] \tag{5.1}$$

where $\mathrm{b_t}(\$/MWh)$ is the revenue price associated with the production of energy at time step t ; $\eta_{\mathrm{t}}^{-}(\$/MWh)$ is the penalty price associated with a deficit of energy z_t^{-} and η_{t}^{+} $(\$/MWh)$ is the penalty price for the excess energy $z_t^{+}(MWh)$ at time step t. Both the energy deficit and the excess energy are naturally defined by :

$$z_t^{-} = max\left(0, \mathrm{P_t^{min}} - \sum_{c\in C} p_{c,t}\right) \quad , \quad z_t^{+} = max\left(0, \sum_{c\in C} p_{c,t} - \mathrm{P_t^{max}}\right) \tag{5.2}$$

where $p_{c,t}$ (MWh) stands for the energy production of powerplant c at period t. $\mathcal{F}_{T+1}(\$)$ is the final value function that represents the value of the water remaining in the reservoirs at the end of the horizon. In the present study for the Manicouagan system, both η_{t}^{-} and η_{t}^{+} are higher than $\mathrm{b_t}$ in order to create a strong disincentive towards deficit or excess of energy in the model.

In problem (5.1), the decisions and the stochastic variable realizations appear recursively. This allows the decisions to be corrected thanks to the newly available information at each time step. Problem (5.1) can therefore be written as a MSP [105]. By using the Bellman optimality principle [8], SDDP decomposes the problem over the entire horizon into step-by-step sub-problems. The Bellman functional equations obtained from the decomposition can

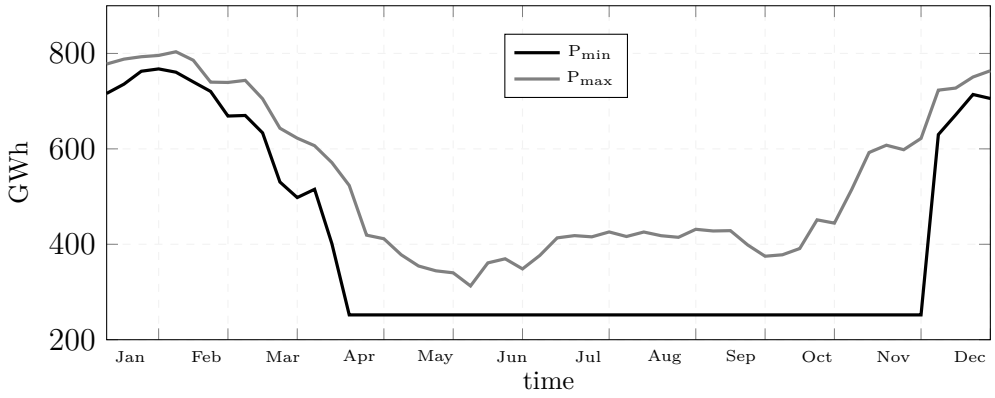


Figure 5.2 Minimal and Maximal energy

be written :

$$\mathcal{F}_t\left(s_t, q_{[t-1]}\right) = \underset{q_t|q_{[t-1]}}{\mathbb{E}}\left[\max\left\{\mathrm{b_t}\left(\sum_{c\in C} p_{c,t}\right) - \eta_{\mathrm{t}}^{-} z_t^{-} - \eta_{\mathrm{t}}^{+} z_t^{+} + \mathcal{F}_{t+1}\left(s_{t+1}, q_{[t]}\right)\right\}\right] \tag{5.3}$$

where $\mathcal{F}_t$ is the expected value function or benefit-to-go function, representing the value for the system to be in a particular state at the beginning of stage t if it operates optimally until the end of the horizon. In SDDP, the expected benefit-to-go function at each time step is approximated by a set of locally accurate hyperplanes or Benders cuts. The realization of the inflows q_t at time step t is conditioned to the history $q_{[t-1]}$ of the stochastic process considered up to time $t-1$. However, SDDP imposes linearity to the relation $q_t \sim f(q_t|q_{[t-1]})$ between the current inflow and its history. For that reason, in practical applications of SDDP to long-term hydropower scheduling problems, the history of the stochastic process generally contains the p previous observed inflows and the stochastic process is modeled as a Periodic Autoregressive $\mathrm{PAR_p}$ model :

$$\frac{q_{\nu,\omega} - \mu_\omega}{\sigma_\omega} = \sum_{i=1}^{p} \phi_{\mathrm{i},\omega}\left(\frac{q_{\nu,\omega-i} - \mu_{\omega-\mathrm{i}}}{\sigma_{\omega-\mathrm{i}}}\right) + \varepsilon_{\nu,\omega} \tag{5.4}$$

where the time index t is partitioned into a year index ν and a week index ω, $q_{\nu,\omega}$ represents the natural inflows at year ν for the week ω, $\phi_{\mathrm{i},\omega}$ denotes the autoregressive coefficient of order i for the week ω, μ_ω and σ_ω are respectively the mean and the standard deviation of the inflows during the week ω and $\varepsilon_{\nu,\omega}$ represents the residual or innovation values which are independent and identically distributed.

The detailed one-stage problem to solve at each time step in SDDP with the inflow process

following a $\mathrm{PAR_p}$ structure as in (5.4) is

$$F_t = \max \left\{ \mathrm{b_t} \left(\sum_{c \in C} p_{c,t} \right) - \eta_{\mathrm{t}}^{-} z_t^{-} - \eta_{\mathrm{t}}^{+} z_t^{+} + \mathcal{F}_{t+1} \right\} \tag{5.5}$$

$$s.t \quad s_{r,t+1} = s_{r,t} + \tau_{\mathrm{t}} \left(q_{b(r),t} + \sum_{c \in C^{up}(r)} u_{c,t} + \sum_{e \in E^{up}(r)} w_{e,t} - \sum_{c \in C(r)} u_{c,t} - \sum_{e \in E(r)} w_{e,t} \right) \quad , \ \forall r \tag{5.5a}$$

$$p_{r,t} = \mathrm{P}_{c,t}^{ref}(u_{c,t}) + \mathrm{P}_{c,t}^{ref}(\bar{u}_{c,t}) \times \left(\frac{h_{r,t}}{h_{r,t}^{ref}} - 1 \right) \quad , \ \forall c \tag{5.5b}$$

$$h_{r,t} = \mathrm{H_r} \left(\frac{s_{r,t+1} + s_{r,t}}{2} \right) \quad , \ \forall r \tag{5.5c}$$

$$\mathcal{F}_{t+1} - \sum_{r \in R} \alpha_{\mathrm{r,t+1}}^{\mathrm{l}} \ s_{r,t+1} \leq \sum_{b=1}^{n_{sites}} \sum_{i=1}^{p} \beta_{\mathrm{b,t+1,i}}^{\mathrm{l}} \ q_{b,t+1-i} \ + \ \delta_{\mathrm{t+1}}^{\mathrm{l}} \quad , \ \forall l \tag{5.5d}$$

$$\mathcal{F}_t \left(s_t, q_{t-1}, \cdots, q_{t-p} \right) = \underset{q_t | q_{t-1}, \cdots, q_{t-p}}{\mathbb{E}} \left[F_t(s_t, q_t) \right] \tag{5.6}$$

The constraint (5.5a) represents the mass balance equation for each reservoir of the system where the inflows of the watershed upstream r, $q_{b(r),t}$ (m^3/s) added to the discharges through upstream power plants $\sum_{c \in C^{up}(r)} u_{c,t}$ (m^3/s) and through the upstream spillway $\sum_{e \in E^{up}(r)} w_{e,t}$ (m^3/s) will be added to the initial volume $s_{r,t}$ (hm^3). The discharges from the reservoir through the turbines $u_{c,t}$ and the spillage $w_{e,t}$ will be removed to obtain the final volume of the reservoir $s_{r,t+1}$ (hm^3). The constraint (5.5b) represents the modeling of the production function which depends on the discharge through the power plants $u_{c,t}$ and the average head $h_{r,t}$ (m) of the upstream reservoir during the time step t. The average head of time step t is computed using the head function $\mathrm{H_r}(\cdot)$ (5.5c). The time step average head variation with respect to a reference head $h_{r,t}^{ref}$ (m) is used to capture the head effect generally present in hydroelectric production functions. The parameter τ_{t} is a conversion factor from flows (m^3/s) to volume (hm^3). The constraints (5.5d) defines the form of the Benders cuts approximating the future expected benefit-to-go function. For the lth Benders cut, $\alpha_{\mathrm{r,t+1}}^{\mathrm{l}}$ $(\$/hm^3)$ is the slope associated to the reservoir storage r, $\beta_{b,t+1,i}^{l}$ is the coefficient associated to the ith previous inflow for the site b and $\delta_{\mathrm{t+1}}^{\mathrm{l}}$ is the offset value. The formulas to derive the aforementioned Benders cut parameters can be found in [117]. The problem (5.6) is the same as problem (5.3) using the detailed model definition (5.5) as the term of the expectation operator.

The SDDP algorithm is composed of two main phases. In the backward optimization, the

resolution goes back from the last time step to the previous one. With the sample points of the state variables at each time step, K inflows scenarios or backward openings are generated using a model like (5.4). A problem (5.5) is solved for each of these backward openings, and the dual variables of the problem, along with the inflow scenarios values, are used to derive the analytical expression of the new hyperplane that will be inserted in the current approximation of the expected benefit-to-go function $\mathcal{F}_t$. The relation (5.6) is used to aggregate the information from each backward opening resolution and compute the corresponding Benders cut. The approximation of the expected benefit-to-go function obtained for the first time step problem is an upper bound of the objective function of the true problem (5.1). In the forward simulation, the current approximation of the expected benefit-to-go functions is simulated with M hydrologic sequences of inflows. It should be noted that the hydrologic sequences for the simulation can be generated from the model (5.4) or can be user-defined synthetic series generated with a more detailed model. Simulation values for the M sequences are averaged to provide a lower bound on the optimal value of problem (5.1). The accuracy of the approximation is judged sufficient when the upper bound is inside the confidence interval of the average value [49,81]. If the condition fails, new sample points are added and another backward phase is performed to refine the approximation at each time step. Interested readers on the theory and applications behind the SDDP method are referred to [116] and [104].

5.2.3 Linear PARMA and SDDP

We will focus the presentation of the PARMA model on the univariate case to highlight the temporal correlation structure, which constitutes the main contribution of the paper. The spatial correlation can be taken into account using a spatially correlated vector of residuals. The corresponding model will be labeled as Contemporaneous Periodic Autoregressive and Moving Average CPARMA. Basically, a CPARMA process consists in n_{sites} univariate PARMA with spatial correlation among different sites captured in the residual covariance matrix [66]. A univariate general representation of PARMA(p, n) can be written :

$$\frac{q_{\nu,\omega} - \mu_{\omega}}{\sigma_{\omega}} = \sum_{i=1}^{p} \phi_{\mathrm{i},\omega} \left(\frac{q_{\nu,\omega-i} - \mu_{\omega-\mathrm{i}}}{\sigma_{\omega-\mathrm{i}}} \right) + \varepsilon_{\nu,\omega} - \sum_{j=1}^{n} \theta_{\mathrm{j},\omega}\ \varepsilon_{\nu,\omega-j} \tag{5.7}$$

where the time index $t = (\nu, \omega)$ still stands for the time partition and $\theta_{\mathrm{j},\omega}$ denotes the moving average coefficient of order j for the week ω. The remaining parameters have the same definition as in (5.4). PARMA models are known to have a deeper memory than PAR models and provide a stronger correlation structure. It means that PARMA models provide a better hydrological information than PAR, which is particularly useful for the operations

of complex hydropower systems.

The calibration of the PARMA model (5.7) requires determining the parameters μ_ω, σ_ω, $\phi_{\mathrm{i},\omega}$, $\theta_{\mathrm{j},\omega}$ and $\sigma_{\varepsilon,\omega}$ for all periods. To ease the integration of the model into the SDDP algorithm, the PARMA model is calibrated on the observed inflow time series $q_{\nu,\omega}$. To cope with the right tail usually present in the weekly distribution of inflows, a three-parameter log-normal distribution is used for the residuals. When no moving average parameter is present in (5.7), the PARMA model is equivalent to a PAR model and the periodic Yule-Walker equations are the usual way to find the parameters. However, when periodic moving average coefficients are present, finding a solution for the periodic Yule-Walker equations [90] can be troublesome mainly because the equations are no longer separable by periods. The moving average parameters thus increase the complexity of the statistical model. In this paper, the calibration of PARMA model was done using a constrained least-squares estimation. The constraints are defined by the stationarity conditions for the autoregressive parameters and the invertibility conditions for the moving average parameters. Interested readers can refer to [126], [3] and [113] for others PARMA calibration methods.

To integrate a PARMA structure as (5.7) in SDDP, the history of the stochastic process $q_{[t-1]}$ has to be enlarged to include the previous realization of the innovations ε_t. It should be noted that the previous innovations values can be computed iteratively as the difference between the observed value and the forecast of the PARMA model at the previous time steps. Hence, they are known information from the history of the stochastic process up to the beginning of time step t. The state variables at the beginning of each time step now contain the storage volumes, the inflows of the p previous stages $q_{t-1},\cdots,q_{t-p}$ and the innovations of the n previous stages $\varepsilon_{t-1},\cdots,\varepsilon_{t-n}$. The Benders cut form is :

$$\mathcal{F}_{t+1} - \sum_{r\in R} \alpha^{\mathrm{l}}_{\mathrm{r,t+1}}\ s_{r,t+1} \leq \sum_{b=1}^{n_{sites}} \sum_{i=1}^{p} \beta^{\mathrm{l}}_{\mathrm{b,t+1,i}}\ q_{b,t+1-i} + \sum_{b=1}^{n_{sites}} \sum_{j=1}^{n} \gamma^{\mathrm{l}}_{\mathrm{b,t+1,j}}\ \varepsilon_{b,t+1-j}\ +\ \delta^{\mathrm{l}}_{\mathrm{t+1}} \qquad ,\ \forall l \tag{5.8}$$

Using the Benders cut form (5.8) instead of (5.5d) adds $n \times n_{sites}$ states variables to the expression of the expected benefit-to-go function. This addition does not significantly increase the complexity of the SDDP algorithm as the method is made for problems with a large number of state variables. The corresponding parameters of the additional states variables are the γ's parameters. They are related to the moving average part of the PARMA model. Because the estimation of the parameter cuts is a crucial part of SDDP, the estimation of the γ's will be the focus of the remaining part of this section. Let us first recall the definition

of the expected benefit-to-go function $\mathcal{F}_{t+1}$ for time step $t+1$:

$$\mathcal{F}_{t+1}\left(s_{t+1}, q_t, \cdots, q_{t+1-p}, \varepsilon_{t-1}, \cdots, \varepsilon_{t+1-n}\right) = \underset{q_{t+1}|q_t,\cdots,q_{t+1-p},\varepsilon_t,\cdots,\varepsilon_{t+1-n}}{\mathbb{E}} \left[F_{t+1}(s_{t+1}, q_{t+1})\right] \quad (5.9)$$

Let us further assume that the sample values $s^o_{1,t+1}$, $\cdots$,$s^o_{r,t+1}$, $q^o_{1,t}$, $\cdots$, $q^o_{b,t+1-p}$, $\varepsilon^o_{1,t}$, $\cdots$, $\varepsilon^o_{b,t+1-n}$ are generated at the beginning of time step $t+1$. The new cut l^o that will be added to the current approximation of $\mathcal{F}_{t+1}$ is a tangent hyperplane computed at the sample values. As previously explained, SDDP uses the PARMA hydrological model (5.7) to create K backward openings $q^{o,k}_{t+1}$ with equal probability [104], in order to compute the multidimensional expectation in (5.9). For the new cut l^o, $\gamma^{l^0}_{\mathrm{b,t+1,j}}$ is the partial derivative of the expected benefit-to-go function $\mathcal{F}_{t+1}$ towards the previous innovation $\varepsilon_{b,t+1-j}$ and is computed by :

$$\gamma^{l^0}_{b,t+1,j} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \frac{\partial F^k_{t+1}}{\partial \varepsilon_{b,t+1-j}}(s^o_{t+1}, q^{o,k}_{t+1},)$$

The detailed steps required to compute the partial derivative are given in Appendix 5.7 and the final formula is provided below :

$$\frac{\partial F^k_{t+1}}{\partial \varepsilon_{b,t+1-j}} = -\left(\tau_{t+1}\ \pi^{k,r(b)}_{t+1} + \sum_l\ \lambda^{k,l}_{t+1}\ \gamma^l_{b,t+2,1}\right)\sigma_{q_{b,t+1}}\ \theta_{j,t+1}, \quad j = n \quad (5.10a)$$

$$\frac{\partial F^k_{t+1}}{\partial \varepsilon_{b,t+1-j}} = \sum_l\ \lambda^{k,l}_{t+1}\ \gamma^l_{b,t+2,j+1} - \left(\tau_{t+1}\ \pi^{k,r(b)}_{t+1} + \sum_l\ \lambda^{k,l}_{t+1}\ \gamma^l_{b,t+2,1}\right)\sigma_{q_{b,t+1}}\ \theta_{j,t+1}, \quad j < n \quad (5.10b)$$

where $\pi^{k,r}_{t+1}$ are the dual values of the mass balance constraint (5.5a) for the $t+1$ stage using the backward opening scenario k and $\lambda^{k,l}_{t+1}$ the dual value of the cut l defining the expected benefit-to-go function for the problem $t+1$. The notation $r(b)$ represents the reservoir receiving the inflows of catchment site b.

5.3 Simulation results

5.3.1 Comparison of the different PARMA models

In the present study, only the inflows model for the Manic-5 catchment and Toulnustouc catchment are modeled. Together, these two catchments represent more than 70% of the entire Manicouagan watershed. Historically, gauging and measuring stations were present at Manic-5 and Toulnustouc sites. The data for the other catchments were recreated using a physical or a statistical model with the stations' measures. Including the noise of those models

in the calibration method can lead to unexpected behaviors, and so should be avoided. The main site used to derive the inflows data of other subbassins are labeled as *inflow reference site*. The lateral inflows to the other subbasins are found using a spatial correlation coefficient, which supposes a perfect correlation between the inflow reference site and the corresponding subbassin. The mapping between the inflow reference sites and the subbasins of the Manicouagan river system is given in the last column of Table 5.1.

The multi-site models with Manic-5 and Toulnustouc sites are calibrated using 42 years of historical data. Four PARMA models with different autoregressive and moving average orders are calibrated. The residual ε_t for each week and each site are fitted to a three-parameter log-normal distribution. The models are CPAR_1, $\text{CPARMA}_{1,1}$, CPAR_2 and $\text{CPARMA}_{2,1}$. Once the model calibration is made, a Monte-Carlo simulation is realized to assess the fitting performance of the hydrological models. More precisely, we generate 1000 sets of $N_{years} = 42$ years of weekly series.

We represented in Figure 5.3a and Figure 5.3b, the lag-2 autocorrelation for Manic 5 and Toulnustouc respectively. One can see that PAR models have difficulties capturing the variation of the correlation during the September to November (weeks 38 to 48) period, especially at the Manic-5 catchment. The 4 models struggle to follow the drop in the autocorrelation of lag-2 in weeks 16 to 23 (the beginning of the freshet and the peak of it). At the Manic-5 site, $\text{CPARMA}_{1,1}$ and $\text{CPARMA}_{2,1}$ seem to recover the correlation sooner than the PAR models. To have a broader look at the fitting performance of the different models regarding the correlation structure, we decided to compare the entire distribution obtained from the Monte-Carlo simulation with the historical autocorrelation. We computed the continuous ranked probability score (CRPS) [47] of the lag-2 and lag-3 autocorrelations. If $\rho_{k,\omega}$ is the lag-k autocorrelation of week ω, the CRPS is defined as the quadratic measure of the discrepancy between the empirical cumulative density function (CDF) F_{cum} obtained with the Monte-Carlo samples and the empirical CDF of $\rho_{k,\omega}$:

$$\text{CRPS}(k) = \frac{1}{52} \sum_{\omega=1}^{52} \int_{\mathbb{R}} \left[F_{cum}(\rho) - \mathbb{I}(\rho \geq \rho_{k,\omega})\right]^2 \mathrm{d}\rho, \tag{5.11}$$

where $\mathbb{I}(\cdot)$ is the indicator function returning 1 if $\rho \geq \rho_{k,\omega}$ and 0 otherwise. The lower the CRPS performance measure is, the more accurate the hydrological model represents the observed historical value of the autocorrelation. As expected, Table (5.2) shows that the PARMA models have a stronger correlation structure than the PAR models (at least with the same autoregressive order), and better represent the historical behavior.

Another noticeable difference arises when we examine the annual mean of inflows. We re-

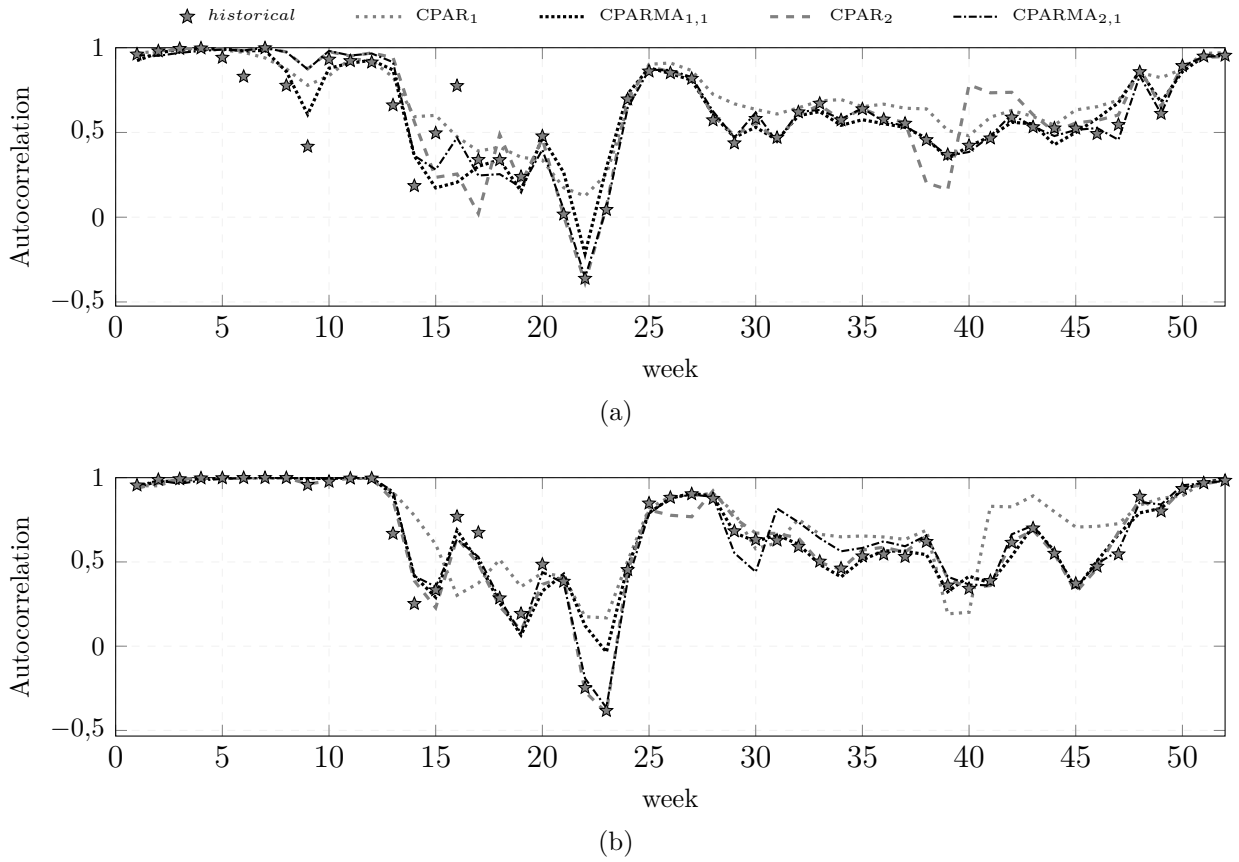


Figure 5.3 Autocorrelation of order 2 for : **(a)** Manic-5 site, **(b)** Toulnustouc site. Each model line represents the median value of the distribution obtained by the Monte-Carlo simulation.

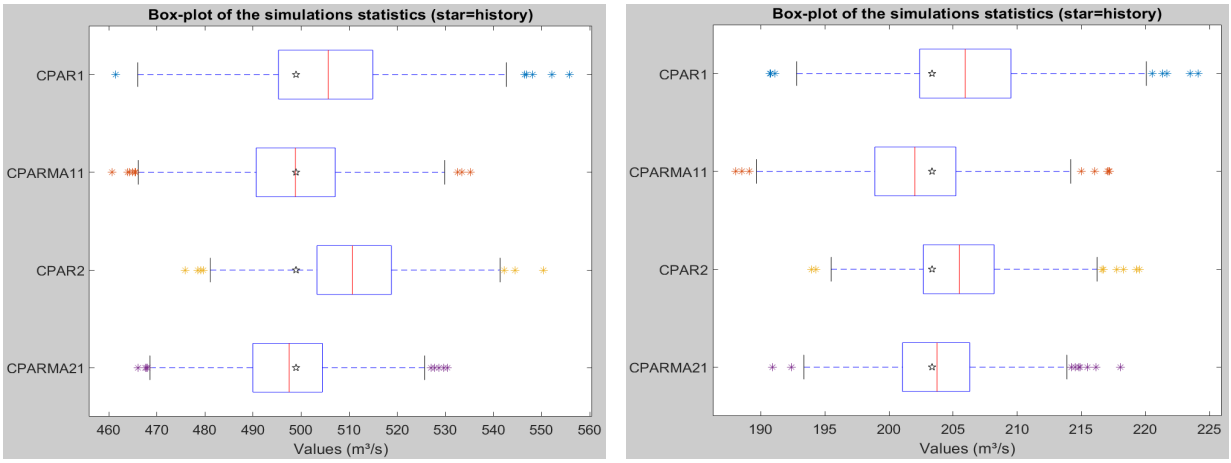
present in figure (5.4a) and (5.4b), the fitting results for the annual mean for Manic-5 and Toulnustouc. The star represents the historical annual mean value, and the box-plot represents the distribution generated by the Monte-Carlo simulation of each model. At both sites, the PARMA models produce a better representation of the annual mean than the PAR alternatives.

5.3.2 Simulation results of the different PARMA policies

The PARMA models previously presented satisfied the stationarity condition ; hence, they are stationary processes. To compute the stationary policies associated with each hydrological model, we proceed as suggested by [83]. A planning period of 312 weeks (6 years) has been used, and we retrieve the benefits-to-go functions of the third year. Our experiments showed that two-year buffer for the initial conditions and three-year buffer for the final condition is sufficient to provide the third-year with an exploration space large enough for the policy approximation and adequately reduce the effect of the end-of-horizon value function. The

Table 5.2 CRPS of the weekly lag-2 and lag-3 autocorrelations

	site	CPAR_1	$\text{CPARMA}_{1,1}$	CPAR_2	$\text{CPARMA}_{2,1}$
lag-2	Manic-5	0.077	0.056	0.077	0.053
	Toulnustouc	0.100	0.043	0.034	0.039
lag-3	Manic-5	0.107	0.076	0.086	0.068
	Toulnustouc	0.115	0.064	0.043	0.045



(a) (b)

Figure 5.4 Annual mean of inflows for **(a)** Manic-5 and **b)** Toulnustouc.

penalty price η_t^- is set to be 4 times the average revenue price and the excess production penalty η_t^+ is set to be twice the average revenue price. This choice is based on the insight and the risk sensitility of the system's operators. Energy deficits should be avoided, an excess of production is not desirable, and unproductive energy spillages can happen if necessary. The model already contained maximum spillage and some minimal ecological flows constraints at some nodes ; hence an energy spillage does not have any additional economic value except a waste of potential storage. The authors believe the penalty choice does not hinder the general analysis of the results for the Manicougan power system.

For each week, $K = 30$ backward openings have been used, and the exploration was performed one scenario per iteration using the 42 historical series used in the calibration of the different models. The convergence of the method was evaluated every 10 iterations using $M = 100$ series generated by the hydrological model. However, to ensure the comparability of the different policies and avoid premature convergence of some models, the SDDP optimization was carried out until 500 iterations. The results of the 4 different hydrological models are compared using an a-posteriori simulation of the corresponding benefits-to-go functions along the 68-year historical sequence $(1950 - 2017)$. Special attention is given to the comparison of

the same autoregressive order policies. This means that CPAR_1 will be used as a benchmark for $\text{CPARMA}_{1,1}$ and CPAR_2 will be the benchmark for $\text{CPARMA}_{2,1}$. The comparison helps to highlight the value of the additional moving average term of a PARMA model in the management of the Manicouagan system.

Table 5.3 Simulation results of the different hydrological derived policies

		Order 1		Order 2	
	Quantile	CPAR_1	$\text{CPARMA}_{1,1}$	CPAR_2	$\text{CPARMA}_{2,1}$
Total Revenue ($M\$$)	mean	$1,819.3$	$1,865.9$	$1,861.2$	$1,875.9$
Efficiency	mean	1.0054	1.0060	1.0058	1.0077
Spillage (GWh)	1%	97	96	94	96
	10%	100	100	99	100
	25%	100	109	100	103
	50%	106	126	114	116
	75%	135	180	168	150
	90%	194	340	247	249
	99%	504	$3,498$	$5,230$	$4,283$
	mean	70	154	159	166
Deficits (GWh)	1%	0	0	0	0
	10%	0	0	0	0
	25%	0	0	0	0
	50%	0	0	0	0
	75%	76.9	0	0	0
	90%	896.7	0	219.5	0
	99%	$1,592.8$	978.9	799.5	402.7
	mean	172.4	30.5	48.8	13.9

Four aggregated indicators are analyzed to evaluate the performance of the different hydrological derived policies, namely the average annual revenue ($), the average annual efficiency of the system, the average annual deficits (GWh), and the spillage energy losses (GWh). To make our simulation statistics more robust, 3 sets of simulations were performed for each SDDP derived policy. Each set corresponds to an initial volume for the Manic-5 reservoir : $s_0 = 15,617\ hm^3$, $s_0 = 10,524\ hm^3$ and $s_0 = 18,125\ hm^3$. The results are given in Table 5.3.

Generally, we can see that PARMA derived policies perform better than their PAR derived competitors with an increase of 2.5% of the annual revenue for order 1 models and 0.8% of the annual revenue for order 2. The revenue increase of the PARMA derived policies can be explained by the reduction achieved in deficits occurrence of 82% and 71% on average respectively for order 1 models and order 2 models. The efficiency of the system is also enhanced when an additional moving average parameter is considered in the hydrological

model. Efficiency (*no unit*) is defined as the ratio between the total energy produced by the system and the energy inflows received. The total energy is the sum of the energy produced by the turbines and the storage variation between the beginning and the end of the year. Inflows are transformed into energy using historical production factors for the site that receives these inflows. The idea behind the efficiency computation is to make an energy balance. The energy (inflows) received by the system are produced, stored in reservoirs or spilled. Hence, the efficiency of the system measures how the management of the inflows received has performed. The increase in the efficiency of the system can be associated with the reduction of the energy deficits occurrence, as shown in Table 5.3. PARMA derived policies run into fewer energy shortages than their PAR competitors. Furthermore, the energy deficits are less severe with PARMA derived policies than with PAR derived policies. Therefore the system management given by a PARMA model produces more energy than PAR derived policies, which results in better efficiency. The other aspect of the efficiency enhancement lies in the usage of the interannual capacity by the different policies.

To analyze the use of interannual capacity and its influence on the energy deficit reduction, we represented in Figure 5.5, the average trajectories of Manic-5 reservoir for the $s_0 = 15,617\ hm^3$ simulation. Higher storage at Manic-5 gives security in case of prolonged years of low inflows in addition to increasing the efficiency at which the energy will be produced. To mitigate the risk of low inflows, PARMA derived policies raise the level of the Manic-5 reservoir through the simulation compared to their PAR alternatives. This rise comes from cautious management of the energy transfers that can be analyzed at the annual level, with Figure 5.6b and Figure 5.6c. To protect the system against the risk brought by the minimal energy delivery P_{min}, the PARMA derived policies try to produce less energy than their PAR competitors directly at the beginning of the simulation. The decisions are proved useful as we can see that during prolonged high inflows sequences like $1963 - 1971$ and $1975 - 1981$, and also low inflows sequences like $1987 - 1991$ and $1994 - 2010$, a substantial part of the energy stored is produced by the PARMA models as compared to PAR. The higher volume the $\text{CPARMA}_{1,1}$, CPAR_2 and $\text{CPARMA}_{2,1}$ policies decide for operations make the Manic-5 reservoir vulnerable to an increased probability of energy spillage losses, which is represented by the increase of the annual spillage mean as in Table 5.3. The distribution of energy spillage losses in Table 5.3 shows that this increase is driven by the upper part of the distribution $90\% - 99\%$ as it should be expected with higher storage for operations. Overall, the addition of the moving average term seems to produce the desired effect in the trade-off between energy production and the energy deficit reduction. Still, it increases the probability of high spillage occurrence.

We finally study the influence of the additional moving average parameter on the margi-

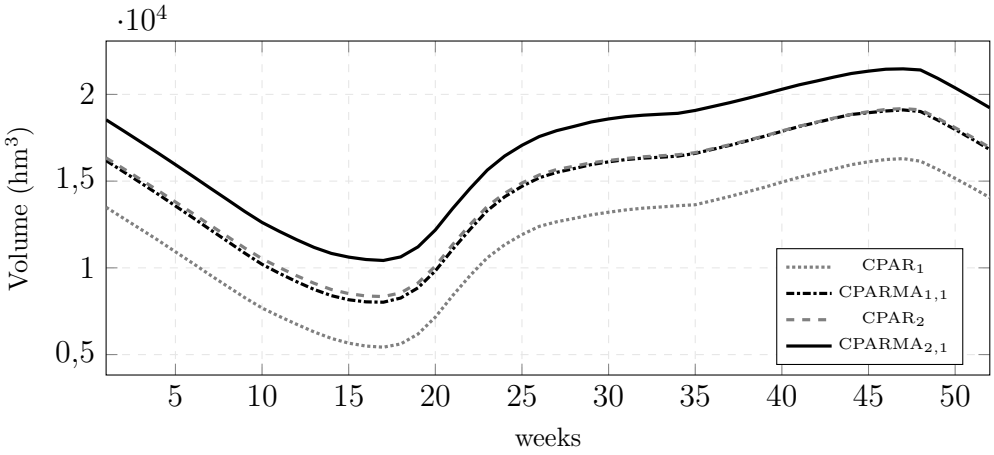


Figure 5.5 Average weekly storage at reservoir Manic-5

nal water values, which corresponds to the Lagrange multipliers associated with the mass balance equation of the reservoirs. Figures 5.7a, 5.7b, 5.7c and 5.7d represent the distribution of storage with the corresponding marginal water values ($\$/hm^3$) obtained through the simulation of the 4 models derived policies for Manic-5. We can see from the figures that the marginal water values obtained with the $\text{CPARMA}_{1,1}$ and $\text{CPARMA}_{2,1}$ policies are higher than the marginal water values of the CPAR_1 and CPAR_2 policies respectively. As an illustration, one can study the area associated with a marginal water value greater than 60 $\$/hm^3$ and 65 $\$/hm^3$ (the two brighter areas of the figures). The above 65 $\$/hm^3$-area are approximately at $20,000\ hm^3$ at week 45 (beginning of November) in figure 5.7b while it is lower than $15,000\ hm^3$ for CPAR_1 (figure 5.7a). A similar observation can be made with order 2 processes as the above 65 $\$/hm^3$-area goes beyond $20,000\ hm^3$ for $\text{CPARMA}_{2,1}$ while the limit of the area remains at this value for the same date. A reasonable explanation is that the penalty for minimal energy satisfaction gives a higher value to the lowest part of the reservoir, which is better assessed by PARMA models than PAR models. This value propagates from the bottom to the top of the reservoir, yielding more conservative decisions, which tend to increase the volume during high inflows sequences. The conservative decisions eventually provide better long-term management of the Manicouagan hydropower system.

5.4 Conclusion

In the present paper, we investigated the benefit of using a PARMA hydrological model to optimize the operations of the Manicouagan hydropower system within the SDDP algorithm. PARMA time-series are an essential class of statistical models in hydrology modeling. When a moving average component is considered in the PARMA model, the memory of the process

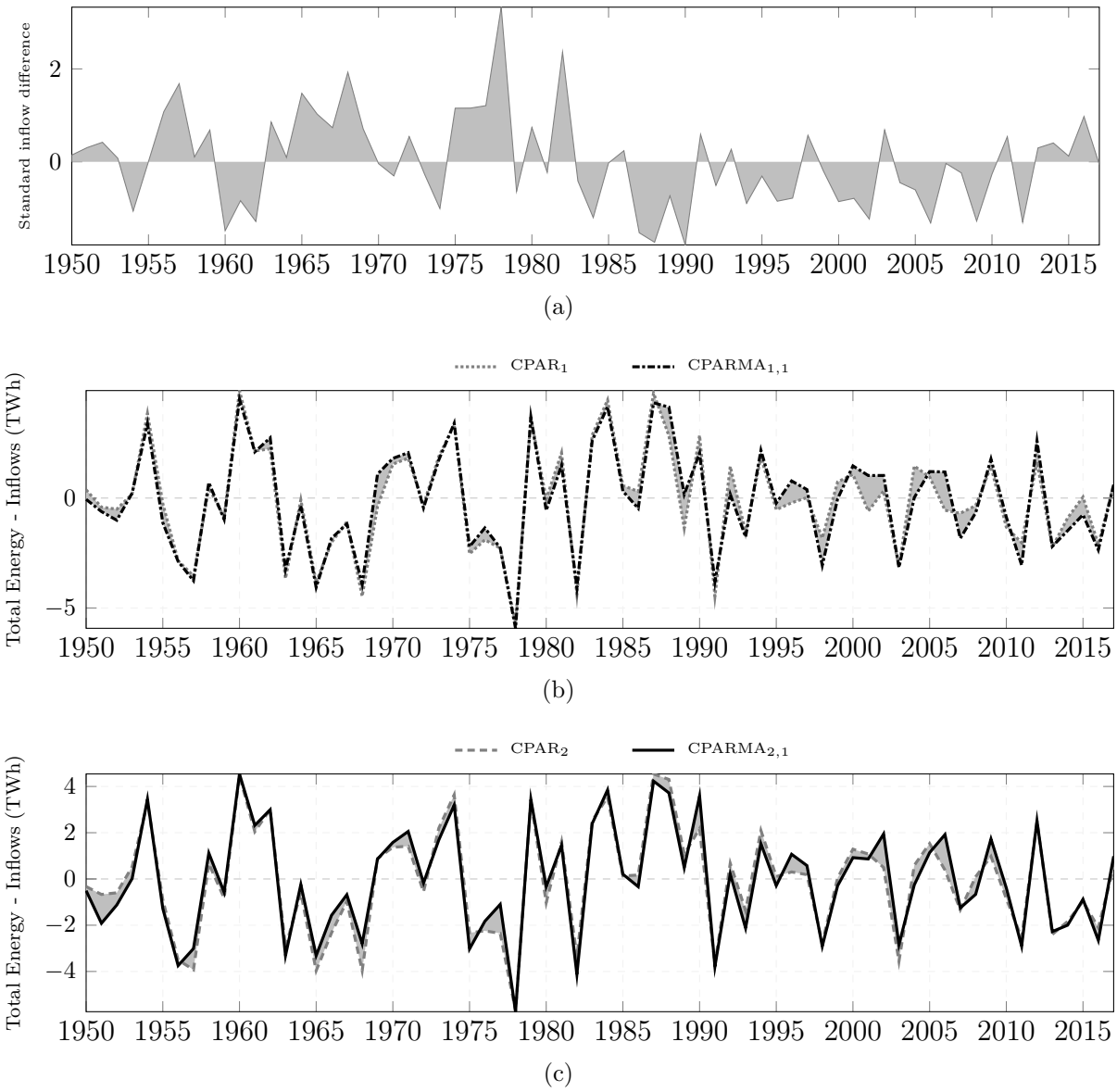


Figure 5.6 Annual Energy transfers for Manic-5 reservoir : **(a)** Annual standardized inflow difference $\frac{\left(\sum_{t=1}^{52} q_t\right) - \mu_\Sigma}{\sigma_\Sigma}$, **(b)** Difference between total energy and inflow for order 1 processes , **(c)** Difference between total energy and inflow for order 2 processes.

is enhanced thanks to a more complex correlation structure. For the Manicouagan system, this additional complexity results in better hydrological information as PARMA models are able to capture higher autocorrelation dynamics and represent the annual mean of inflows. A procedure to integrate linear PARMA models into the backward phase of SDDP is provided. Simulation results reveal that PARMA derived policies better manage the interannual capacity transfer to protect the system against the costly risk of energy shortages as compared

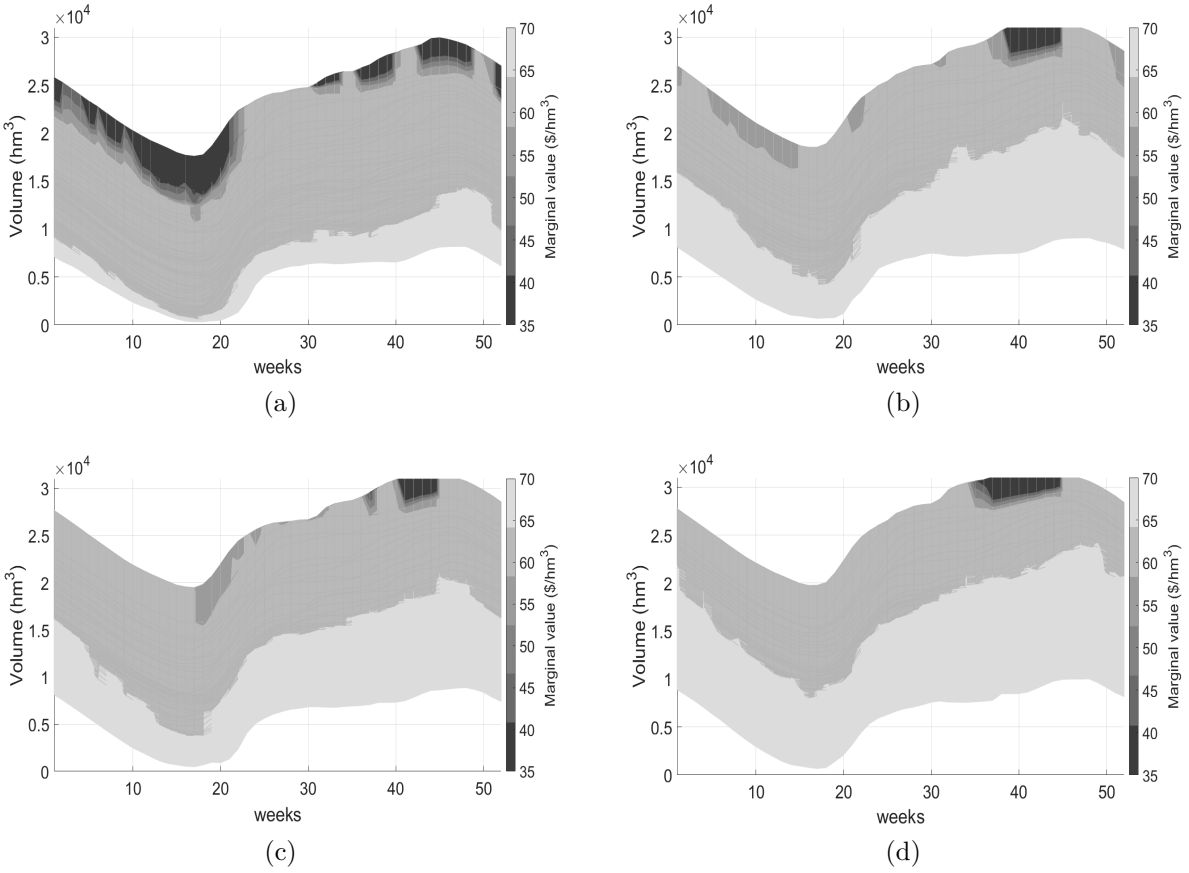


Figure 5.7 Water values for Manic-5 reservoir : **(a)** CPAR_1, **(b)** $\text{CPARMA}_{1,1}$, **(c)** CPAR_2 and **(d)** $\text{CPARMA}_{2,1}$

to PAR derived policies. PARMA models induce a high marginal water value in the inter-annual Manic-5 reservoir, which results in more conservative decisions, especially when the volume level is decreasing. However, those conservative decisions expose the system to more intense, although rare, energy spillage losses. The trade-off between deficits and spillages is substantially influenced by the choice of penalties in the objective. Penalty setting is an essential part of model performance, requiring the expertise of the system operators and, thus, undoubtedly case-specific. The SDDP model used for the Manicouagan scheduling problem provides careful management of the energy transfers with PARMA compared to PAR, which results in a positive long-term impact on the operations of the system.

The integration of PARMA models into SDDP brings up complexity in the calibration of the hydrological process mainly. This complexity is the main drawback of the direct use of the approach to other systems. A trade-off should be found between the additional complexity of PARMA models over PAR and the real impact on the operations of a hydropower system.

The authors believed that further researches need to be done on hydropower systems where the main focus is on seasonal flood-drought management or agricultural and environmental management to confirm the link between higher hydrological information and improvements in the operations. Moreover, with the improvement in long-term and seasonal forecasts, a promising research area will be the combination of PARMA models with exogenous variables or seasonal forecasts. These variables can provide useful information on the local hydrology, which combine to PARMA, could result in better operations globally.

5.5 Data Availability

The data used for the study are private industrial data of a Hydro-Québec Production, the authority in charge of the generation of hydroelectric in Québec's region. They are not available for the general public. For all data requests, the agreement of Hydro-Québec Production is required and should be asked accordingly.

5.6 Acknowledgments

The authors thank the reviewers, the Associate Editor, and the Editor for their constructive suggestions which helped improve the quality of the present paper. The authors thank Laura Fagherazzi at Hydro-Québec's production planning unit who provided the tools to calibrate and analyze the different hydrological models used in the paper. Finally, the authors thank the optimization practitioners of the team Planification and Strategies for their critical comments, insights, and disponibility throughout the study.

5.7 Expression of the partial derivative of the expected benefit-to-go function

To determine the expression of the partial derivative with respect to the previous innovation $\varepsilon_{b,t+1-j}$, we must recall the water balance constraint and the Benders cuts that approximate the expected benefit-to-go function at stage $t+1$:

$$s_{r,t+2} - \tau_{t+1}\left(\sum_{c\in C^{up}(r)} u_{c,t+1} + \sum_{e\in E^{up}(r)} w_{e,t+1} - \sum_{c\in C(r)} u_{c,t+1} - \sum_{e\in E(r)} w_{e,t+1}\right) = s^{o}_{r,t+1} + \tau_{t+1} q^{o,k}_{b(r),t+1} \tag{5.12}$$

with $\pi^{k,r}_{t+1}$ as the dual information and

$$\mathcal{F}_{t+2} - \sum_{r\in R} \alpha^{l}_{r,t+2}\ s_{r,t+2} \leq \sum_{b=1}^{n_{sites}} \sum_{i=1}^{p} \beta^{l}_{b,t+2,i}\ q_{b,t+2-i} + \sum_{b=1}^{n_{sites}} \sum_{jj=1}^{n} \gamma^{l}_{b,t+2,jj}\ \varepsilon_{b,t+2-jj}\ +\ \delta^{l}_{t+2} \tag{5.13}$$

with $\lambda_{t+1}^{k,l}$ as the dual information.

If $j < n$, the innovation term $\varepsilon_{b,t+1-j}$ is directly present in the constraint (5.13) in the term corresponding to $jj = j + 1$. As the innovations are independent variables, the variation of the current innovation term $\varepsilon_{b,t+1}$ with respect to the previous innovations term $\varepsilon_{b,t+1-j}$ is 0 ($\frac{\partial \varepsilon_{b,t+1}}{\partial \varepsilon_{b,t+1-j}} = 0$). Hence, we can write :

$$\frac{\partial F_{t+1}^{k}}{\partial \varepsilon_{b,t+1-j}} = \sum_{l} \lambda_{t+1}^{k,l} \gamma_{b,t+2,j+1}^{l} + \frac{\partial F_{t+1}^{k}}{\partial \mathbf{q_{t+1}}} \frac{\partial \mathbf{q_{t+1}}}{\partial \varepsilon_{b,t+1-j}} \tag{5.14}$$

$$= \sum_{l} \lambda_{t+1}^{k,l} \gamma_{b,t+2,j+1}^{l} - \left(\tau_{t+1} \pi_{t+1}^{k,r(b)} + \sum_{l} \lambda_{t+1}^{k,l} \gamma_{b,t+2,1}^{l} \right) \sigma_{q_{b,t+1}} \theta_{j,t+1} \tag{5.15}$$

The second term of the sum (5.14) is computed exactly as [117] while considering the PARMA model (5.7). The expression of the derivative for the last innovations $j = n$ is simpler because the first term is not present in the computation of (5.14).

CHAPITRE 6 ARTICLE 2 : A HYBRID DYNAMIC PROGRAMMING - TABU SEARCH APPROACH FOR THE LONG-TERM HYDROPOWER PLANNING PROBLEM

Mbeutcha Yves[1], **Gendreau Michel**[2], **Emiel Gregory**[3]

1 – CIRRELT and the Department of Mathematics and Industrial Engineering, Polytechnique Montréal, Montreal, QC H3C 3A7 Canada. Email : yves.mbeutcha@polymtl.ca

2 – CIRRELT and the Department of Mathematics and Industrial Engineering, Polytechnique Montréal, Montreal, QC H3C 3A7 Canada. Email : michel.gendreau@cirrelt.net

3 – Hydro-Québec, Montreal, QC H2Z 1A4 Canada. Email : gregory.emiel@hydro.qc.ca

Le contenu de ce chapitre représente la version de l'article soumise à la revue *Computational Management Science* le 23 septembre 2020. Les commentaires recus de la revue ont conduit à une révision de l'article qui sera soumise le 13 janvier 2021. Ces commentaires portaient principalement sur la clarification des termes, hypothèses et méthodes utilisés dans l'article.

Abstract The long-term energy planning of a large hydroelectric power system is studied in this paper. The problem aims at defining a policy that provides the best trade-off between energy conservation into the reservoir for future revenues and current energy sales with a risk of system failure in the future. The policy should take into account the uncertainty of energy inflows for the next decades. Energy inflows are obtained from water inflows using an energy aggregation process and therefore behave like hydrological time series. Long-term persistence, present in the energy inflows, especially with multiyear sequences of low and high inflows, poses a serious threat to the system's reliability. A Shifting Level hydrological model is used to capture precisely the annual and interannual dynamic of the energy inflows. However, this model is challenging to include in the framework required by state-of-the-art optimization methods that mostly rely on the dynamic programming principle and Markovian processes. We propose a method combining stochastic dynamic programming and Tabu Search to solve the long-term energy planning problem without the need to find an appropriate Markovian approximation of the Shifting level model. The policies resulting from this hybrid method are compared with stochastic dynamic programming policies coupled with a Hidden Markov Model. The results show that the hybrid method retains more energy in the reservoirs, thus reducing the volume of possible energy deficits with overall better revenues than the stochastic dynamic programming with the Hidden Markov Model.

Keywords Long-term hydropower planning, energy aggregation, multi-annual persistence, stochastic dynamic programming, Tabu Search.

6.1 Introduction

6.1.1 Long-term hydropower planning

Hydropower planning consists of designing a cost-effective use of hydro plants production to maximize profit while meeting the load demand and ensuring the future operation security. In long-term studies, the planning horizon generally covers several years and the decision time step can be a month or a season (aggregation of months) [101]. The profits are obtained using energy exchanges with markets either through the contracts or the auctions. When the power system also rely on thermal generation, the saved costs induced by the reduction of thermal sources production can be considered. The security of the system is mainly oriented towards protecting against the reservoir depletion over more extended periods.

Like other renewable sources of electricity, hydroelectricity is an inherently uncertain energy source, with significant supply variability on a weekly, monthly, and even annual basis. Large reservoirs available to some producers (Canada, Norway, New Zealand, Brazil) mitigate this variability risk and allow them to engage in firm energy delivery contracts that are generally more lucrative and less risky than the spot market. However, before committing to such contracts, the ability to withstand the firm deliveries over several years and the fair value of the commitments must be assessed in the light of the available (flexible) spot markets. Stochastic optimization allows us to compute appropriate management policies to evaluate these issues, but it is important to integrate the risk of persistence to effectively control the threat of consecutive periods of low energy supply, especially at the annual level. While the objective of this paper is to develop a general methodological framework, applicable to various hydropower producers, we decided to present it through an illustrative case study based on the situation of Hydro-Québec Production (HQP), which has the largest hydro generation capacity in North America.

With a maximum storage capacity of 176 TWh and an installed capacity of 37 309 MW [51], HQP generates over 99 % of its production with hydro plants. The majority of HQP energy is committed through bilateral contracts with firm energy deliveries. It allows HQP to hedge against the uncertainty of long-term energy price fluctuations and ensure a flat revenue over a 15-year horizon. The remaining energy is exchanged with the Québec neighboring wholesale markets as spot transactions. When planning market transactions for the next fifteen years, HQP long-term analysts have two main objectives : to demonstrate compliance with the energy reliability criterion and to maximize the revenues obtained through market transactions. The energy reliability criterion is imposed to HQP by *la Régie de l'énergie du Québec*, the energy sector economic regulator. The criterion can be expressed as minimal

levels of the total energy present in HQP reservoirs during the year. Besides the two previous objectives, planning long-term operations should address the variability and uncertainties related to energy prices and inflows.

Wholesale market price variability is often difficult to include in long-term hydropower modeling due to the shorter time scale usually considered in energy prices compared to strategic hydropower decisions. Instead of merely considering an average price, HQP, through its quantitative analysis and risk management unit, adopts an approach similar to [77]. The main idea is to develop revenue functions that include price variability such as peak/off-peak, day/night, week/weekend. These revenue functions are built for the energy volumes exchanged using an optimal dispatch of the energy through the markets with realistic assumptions about the congestion of transmission lines and competition within the markets. Uncertainties about the future energy prices are usually considered as scenarios of prices in the dispatch problem. These scenarios reflect different structural or political changes in the long-term horizon. The average revenue obtained for an energy volume is used to build the revenue functions.

The uncertainty of inflows is the primary concern for long-term hydropower planning. Because of the very long horizon of the studies, inflows uncertainty should reflect the long-term persistence usually present in natural inflows series. Since the work of [50], hydrological series are known not only to have short-term persistence between different seasons (month, week) of the same year, but also long-term persistence. This long-term persistence is characterized by the presence of multiannual sequences of high and low inflows. This phenomenon, known as the Hurst phenomenon, increases the interannual correlation of hydrological series and the variability of annual series [59]. Figure 6.1 illustrates the phenomenon for the HQP hydropower system. Along with the history, we can see the presence of very long high inflows periods $1976 - 1983$ and consecutive low inflows years $1985 - 1998$. Multiannual sequences of low inflows are a threat to the reliability of the system as they can cause a complete reservoir depletion.

6.1.2 Problem statement

The energy volumes committed in the bilateral contracts have a firm delivery clause that must be respected. Substantial penalties are associated with a default of delivery. Hence, the remaining means to protect against low inflows sequences are the energy exchanges on the wholesale markets and the energy stock. The net exchange of a period is defined as the difference between the energy sold and the energy bought during the period. If the system faces low inflows and the energy stock level is small, a high net energy exchange (we are selling a lot more energy than we buy) can cause the energy stock level to violate the

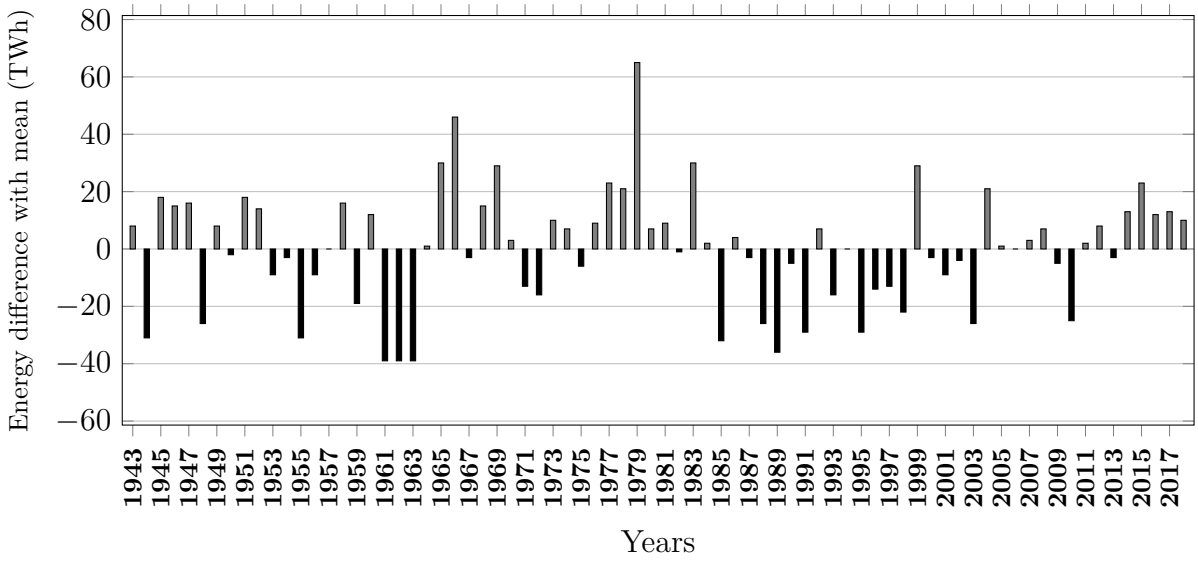


Figure 6.1 Difference between historical energy inflows and their mean [52].

minimum bounds of the energy reliability criterion. On the contrary, a low net exchange of energy provides security for future low inflows but decreases the expected revenues from market transactions.

The general problem in long-term hydropower planning is the compromise between storing the energy in the reservoirs to avoid future years of penalties or selling our energy in the current period and getting an instant reward while satisfying demand at each period. In the context of HQP, that is our case study, long-term analysts currently compute planning policies over a 15-year horizon on a seasonal four-month time step, assuming that inflow uncertainty follows a Periodic AutoRegressive (PAR) hydrological model. PAR model fails to represent long-term persistence statistics [96], which results in an optimistic policy for the 15-year planning horizon. This work aims to integrate long-term persistence in the long-term hydropower planning problem and assess the impact in the long-term operations.

6.1.3 Literature review

A common approach to represent the stochastic nature of inflows in hydropower planning models is with probability density functions. Stochastic Dynamic Programming (SDP) has been the most used technique to solve the resulting multistage stochastic problem. SDP techniques handle persistence on the inflows by including a hydrological state variable. This hydrological variable can be previous or current inflow [56, 102], a built-in hydrological variable [120], or even exogenous hydrological variables such as the snow water equivalent or precipitation [83]. The entire history of inflows series can also be used in Sampling Stochastic

Dynamic programming (SSDP) [31, 44, 45]. The curse of dimensionality limits the applicability of these methods to large systems without approximations and also restricts the number of hydrological states variables that can be considered. Due to the time separability imposed by SDP, the technique becomes difficult when the form of inflows persistence does not entirely fit within the required Markovian framework or when the transition probabilities between synthetic series are hard to estimate accurately. The need for an explicit Markovian model for the inflows in SDP has been referred to the curse of modeling [38] and forbids SDP to integrate complex inflows dynamics as it is usually the case in long-term studies.

Scenario-based techniques that use a set of scenarios to represent the stochastic inflows process are an alternative to SDP. The usual way to proceed is to build a scenario tree by aggregating the scenarios and solve the resulting program with decomposition techniques like the L-Shaped method proposed by [125] or progressive hedging [13, 93]. However, those techniques become computationally expensive when the scenario tree's size increases, which usually happens with a large number of scenarios and a large number of decision steps. Moreover, the aggregation to a scenario tree can also be seen as a form of curse of modeling as the process chooses the scenarios more representative of a specific distribution.

Direct Policy Search (DPS) methods were introduced in water system problems by [78]. In DPS, the policy space is directly explored using simulations of the scenarios without computing the value functions as in SDP. Hence, the uncertainty of inflows is implicitly represented by the scenarios, which alleviates the curse of modeling and allows for more complexity in the stochastic process. The usual optimization techniques to find a performing management policy include Artificial Neural Networks or evolutionary algorithms [27]. However, if a good initial policy is available, local search algorithms can provide a very interesting avenue for the policy search as determining the appropriate family functions for the policy could be avoided. Tabu Search [40] is a local search algorithm where a tabu list is used to prevent the policy from returning quickly to the same state. Tabu Search is easily implementable and intuitive, adding to the fact that it performed well on various problems.

6.1.4 Paper organization

The paper is organized as follows. Section 6.2 presents the system modeling, the long-term inflows model, and the mathematical formulation of the problem to solve. In section 6.3, we detail the method that we propose to solve the problem and the benchmark approach. Section 6.4 presents the different hydrological models used for the inflows, and section 6.5 discusses the results of the simulation experiments. Section 6.6 concludes the study.

6.2 Formulation of the Long-term hydropower planning problem

6.2.1 Description of the system

A substantial difficulty in long-term hydroelectric planning is linked with the multi-reservoir nature of the system. However, some considerations advocate the use of aggregation into Energy Equivalent Reservoirs (EERs). First, the energy that should be withdrawn from the reservoirs constitutes the major decision of our long-term hydropower planning problem, and revenue functions are made for a total amount of energy to be exchanged with the neighboring wholesale markets. Furthermore, the minimal limits related to the energy reliability criterion are expressed for the total energy present in the reservoirs. Although being a rough approximation of the hydropower system, the level of details provided by the EER aggregation is sufficient for the strategic decisions involved in long-term hydropower planning.

The EER approach was first proposed by [5]. The arguments used are simple. Reservoirs receive the water volume that flows into rivers. This volume will produce energy in all the power plants downstream on the river. An average productivity factor ρ_r can be established for every single reservoir r of the system by using historical operations and assuming an average value for reservoir heads like in [10]. If we multiply $\rho_r(TWh/hm^3)$ (TWh/hm^3) by the reservoir volume $V_r(hm^3)$, we obtain the energy stored in the reservoir E_r (TWh). The same operations can be performed with water inflows. The sum of all the energy stored allows us to represent the system as an Energy Equivalent Reservoir (EER), which receives, stores, and provides energy instead of water. The EER representation of the HQP power system is given in Figure 6.2. In long-term hydropower planning, analysts are particularly interested in the risk of low inflow sequences. Therefore, significant attention is given to multiannual reservoirs as they can withstand prolonged drought. A natural separation is made in Figure (6.2) considering Hydro-Québec's power system :

- The rivers with only run-of-the-river power plants or annual reservoirs are aggregated into a *run-of-the-river EER*. These rivers are mostly located in the south of Québec. Because annual reservoirs should return to their initial levels at the end of the year, the energy removed during the winter is restored during spring, summer, and autumn. Energy spillages for the run-of-the-river EER depend on the inflows as the storage capacity is limited for interannual transfers.
- The rivers with significant storage capacity are in the north of Québec, far enough to consider the hydrology between the run-of-the-river EER and these reservoirs spatially independent. The rivers with reservoirs are aggregated into another large EER called *controllable EER* with significant interannual capacity. The aggregated energy spillage

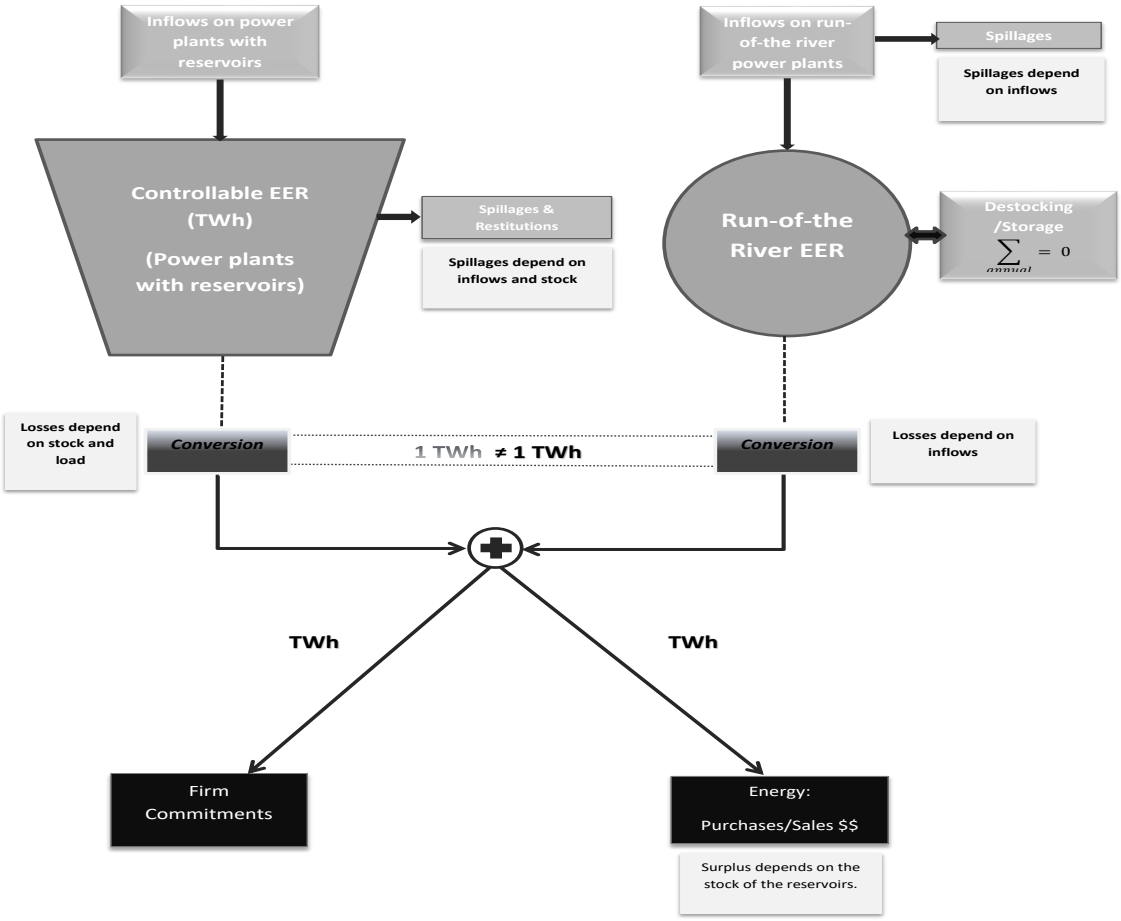


Figure 6.2 The EER representation of HQP hydroelectric power system.

function depends on the stock of the controllable EER and the energy inflows.

A loss rate is applied to the energy withdrawals from the EERs to obtain the energy for firm commitments and wholesale market transactions. The loss rate represents two major water-to-energy conversion characteristics : the head effect and the efficiency of hydroelectric turbines. The head effect is represented by the increase in the conversion to energy efficiency with the upstream reservoir's volume level. Furthermore, the turbine's efficiency decreases when the turbine production exceeds the optimum power output point, lower than the maximal capacity of the turbine. It means that the electric power beyond the optimal output point is produced with some degradation of efficiency, which implies a waste of water. Henceforth, The loss rate is a non-linear function of the initial stock level at a period and the energy produced during the period.

6.2.2 Mathematical formulation of the problem

In this section, we present the mathematical model developed for the long-term hydropower planning problem. The planning horizon spans $T = 15$ years, and each year is divided into three 4-month seasons (January-April, May-August, September-December). The mathematical model is as follows :

$$\max \mathbb{E}\Big\{\sum_{t=1}^{T} \gamma^{t-1}\Big[c_t(x_t) - \alpha_t\Big(c_t(x_t) - c_t(x_t - rh_t)\Big) - \psi_t sh_t\Big] + \gamma^T V_{T+1}(s_{T+1})\Big\} \tag{6.1}$$

$$\begin{aligned}
s.t.\ \ & p_t^{ror} = \varsigma_t^{ror}\left[y_t^{ror} - g_t^{ror}(y_t^{ror})\right] + \Delta S_t^{ror} && ,\forall t && (6.2)\\
& p_t^c = D_t + (1+\theta_t)x_t - p_t^{ror} && ,\forall t && (6.3)\\
& \varsigma_t^c = \mathbb{L}_t\left(s_t, p_t^c\right) && ,\forall t && (6.4)\\
& sf_t = s_t - \varsigma_t^c\ p_t^c + y_t^c && ,\forall t && (6.5)\\
& 0 \le rh_t \le x_t - \underline{x}_t && ,\forall t && (6.6)\\
& sh_t = (\underline{s}_{t+1} - sf_t - (1+\theta_t)\ rh_t)^+ && ,\forall t && (6.7)\\
& s_{t+1} = sf_t - g_t^c(sf_t) + (1+\theta_t)\ rh_t + sh_t && ,\forall t && (6.8)\\
& \underline{s}_t \le s_t \le \bar{s}_t && ,\forall t && (6.9)\\
& \underline{x}_t \le x_t \le \bar{x}_t && ,\forall t && (6.10)\\
& (y_1^c, y_1^{ror}, \ldots, y_T^c, y_T^{ror}) \in \mathcal{F}_{1,\ldots,T}(Y_1, \ldots, Y_T) && && (6.11)
\end{aligned}$$

Decision variables :

s_t (TWh)	Energy (level) stock in the controllable EER at the beginning of period t ;
x_t (TWh)	Net volume of energy exchanged with the energy market for period t ;
p_t^c (TWh)	Energy production needed from the controllable EER during period t ;
sf_t (TWh)	Intermediate level of the controllable EER at the end of period t ; it represents the final energy stock of period t before spillages are removed or energy purchases are made maintain the lower bound on the energy stock ;
rh_t (TWh)	Energy delivery default during the exchange with the energy market at period t ;
sh_t (TWh)	Energy deficit in the controllable EER at the end of period t ;
ς_t^c	Energy loss rate for the controllable EER.

Parameters :

γ	Economic discount factor ;
α_t	Penalty coefficient for energy imported from the energy market at the end of period t ;
ψ_t (\$/TWh)	Penalty cost for energy deficit at period t ;
y_t^{ror} (TWh)	Energy inflow to the run-of-the-river EER during the period t ;
y_t^c (TWh)	Energy inflow to the controllable EER during the period t ;
p_t^{ror} (TWh)	Energy production of the run-of-the-river EER during the period t ;
ΔS_t^{ror} (TWh)	Energy stored and removed from the run-of-the-river EER to account for the annual dynamics of the reservoirs present in the aggregation. ΔS_t^{ror} is positive during season 1 and negative for seasons 2 and 3 ;
ς_t^{ror}	Constant loss rate parameter for energy conversion in the run-of-the-river EER ;
D_t (TWh)	Firm energy load that needs to be satisfied for each period t ;
θ_t	Losses in the transit on the electric network up to the energy market in period t.

Functions :

$c_t(\cdot)$	Revenue function which gives the profit for exchanging the total amount of energy x_t ; this function is a concave, piecewise linear and increasing function of the total amount of energy exchanged ;
$V_{T+1}(\cdot)$	Historical final value function of the energy of the EER ;
$\mathbb{E}(\cdot)$	Mathematical expectation taken on the energy inflows processes $\mathcal{F}_{1,\dots,T}\left(Y_1,\dots,Y_T\right)$;
$g_t^{ror}(\cdot)$	Spillage function for the run-of-the-river EER during the period t ;
$g_t^c(\cdot)$	Spillage function for the controllable EER during period t ;
$\mathbb{L}_t(\cdot,\cdot)$	Non-linear loss rate function for period t ;
$(\cdot)^+$	Positive part of the argument provided.

The decision process will help us to understand the mathematical model. At the beginning of period t, operators observe the energy stored in the controllable EER (s_t), notice the firm commitments D_t, then decide on an amount of energy to exchange on the spot energy market (x_t). When energy inflows occur, the energy produced to satisfy the demand is computed using equations (6.2) and (6.3). (6.5) gives the intermediate level at the end of period t using (6.4) to find the loss rate conversion for energy production. If the intermediate energy level is lower than the minimum level required for the next period, our recourse is to buy some energy rh_t

on the market with an α_t penality. The energy is used to raise the controllable EER level until the minimum level is respected. However, the volume of energy to buy is limited by the amount of energy decided at the beginning of period t using (6.6). If the controllable EER level is still insufficient, the deficit is considered as load curtailment as defined in (6.7), with a huge penalty in the objective function. The ψ_t penalty for energy deficits is user-defined. The minimum energy levels in (6.9) are related to the energy reliability criterion, and HQP must respect these limits. The energy level for the next period is then updated using (6.8). Obviously, spillage losses and energy deficit cannot coincide ; thus, the transition equation can be written as constraint (6.8). (6.10) represents the transit limits on the interconnection lines.

As previously explained, the controllable EER and the rivers of the run-of-the-river EER are geographically distant. Hence, y_t^c and y_t^{ror} can be considered independent stochastic variables. Furthermore, the run-of-the-river EER energy inflows present no temporal correlation with the 4-month aggregation. The hydrological models we present here are meant only to represent the controllable EER inflow y_t^c.

6.2.3 Long-term persistence modeling in inflows

The main objective of hydrology modeling is to generate synthetic inflows series similar to the observed sequences. The similarity generally implies the reproduction of seasonal and annual statistics. There are two main approaches for modeling hydrological series :

- The direct approach uses a seasonal hydrological model (PAR, PARMA, ARIMA) to capture seasonal statistics and inter annual statistics by aggregating seasonal series. Unfortunately, the aggregation of seasonal series does not guarantee the respect of annual statistics in the general case, especially for the interannual correlation [96].
- The indirect approach has two elements : an annual model that allows the annual statistics to be well represented and a disaggregation model to obtain the seasonal series. The number of seasonal statistics to be preserved depends on the complexity of the disaggregation model.

The indirect approach is the most indicated to represent long-term persistence modeling accurately. The Shifting Level (SL) [98] is an annual statistical process that has been applied successfully for simulating annual streamflow series in the Québec region [97] where inflows series exhibit flood-rich and drought-rich characteristics. If Y_t represents the yearly

contribution of the year t, a general definition of the SL model can be written :

$$Y_t = W_t + \sum_{i=1}^{t} M_i \, \mathbb{I}_{(S_{i-1},S_i]}(t) \tag{6.12}$$

where $\{W_t\}_{t=1...T}$ is a sequence of i.i.d. normal random variables, $\{M_i\}_{i=1}^{\infty} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_M^2)$, $\mathbb{I}_{(a,b]}(t)$ is the indicator function of the semi-interval $(a, b]$, $S_i = \sum_{j=1}^{i} N_j$ with the N_j positive geometric random variables. In a simplified way, the model generates a local shift using the Gaussian variable M_i. The duration of the shift is the semi-interval $(S_{i-1}, S_i]$ (N_i) and this perturbation is added to the Gaussian noise W_t, which has the same average as the observed annual inflow. [33] proved that this SL model belongs to the class of Hidden Markov-chain Models (HMM). The authors observed that $\{m_t\} = \left\{\sum_{i=1}^{t} M_i \, \mathbb{I}_{(S_{i-1},S_i]}(t)\right\}$ is actually a Markov chain thanks to the properties of the geometric distribution. Theoretically, this observation allows us to integrate the SL model inside the Stochastic Dynamic Programming (SDP) framework, which requires Markovian stochastic data processes, to compute the hydropower planning policy. However, the $\{m_t\}$ hidden state variable takes continuous values, which adds an important complexity in the calibration of an HMM to approximate the SL model in practical applications. Moreover, the decision time steps in the long-term hydropower planning problem is not annual but seasonal. The Stedinger disaggregation scheme [43, 109] was used in this study to reproduce the covariance matrix of the seasonal streamflow series with an adequate accuracy. In general, disaggregation models do not respect the non-anticipativity requirement to be directly integrated in the SDP framework.

The question remains as to how to integrate the SL model into the long-term operations of a hydroelectric producer and assess the impact of this particular assumption on long-term planning. The classical approach to address this question will be to calibrate an HMM that approximates the SL and use the Non Observable Markov Decision Process to derive the operating policy. The solution presents several difficulties, such as the calibration of the HMM and the simulation of the obtained policy as the hidden states are non-observable variables. We devised a hybrid method to address this challenge. The hybrid method consists of deriving an initial operating policy, just taking into account seasonal persistence, then applying a local search method to improve the performance of the initial policy using sequences generated with the disaggregated SL model. We benchmark our hybrid method against a policy computed with an HMM and simulate the optimized policies on SL model streamflow sequences.

6.3 The solution approach

As we mentioned in the previous section, it is difficult to find an exact Markov Chain that represents the disaggregated SL model. However, it is relatively straightforward to obtain 15-years streamflow series from the disaggregated SL model. The series contains information about the long-term persistence that is the focus of the SL model and could inform the system about the trajectories to take to avoid complete depletion and maximize the long-term revenue. A modified policy search method [26] is used in this study to derive an operating policy with the streamflow series generated with the disaggregated SL. Policy search methods are simulation-optimization approaches where the policy is parameterized within a given family of functions, and the policy parameters are optimized to improve the objective function. If not adequate, the parameter space can introduce suboptimality in the policy search method. For that reason, the parameter vector of our policy search is chosen to be the policy decision. It means that the parameter space is the Cartesian product of the energy exchanged interval at each period. The policy update will consist of local modifications (either increase or decrease) of the decision for a particular state variable value, and Tabu Search will be used as the optimization meta-heuristic method. Due to the size of the parameter space, it is essential for the efficiency of the method to start with a good operating policy.

6.3.1 The hybrid SDP-Tabu Search approach

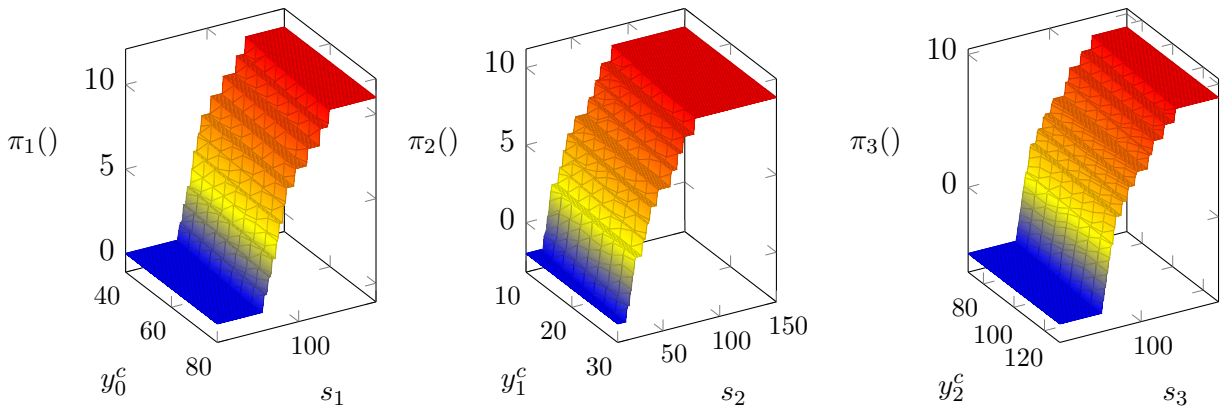
Although our study focuses on long-term persistence evaluation, it is essential to represent short-term (season to season) persistence. A simple approach to represent short-term dependence is to suppose the energy inflow to the controllable EER y_t^c depends linearly on the energy inflow at the previous stage y_{t-1}^c. This means that the inflows are modeled through a first-order Periodic AutoRegressive (PAR_1) model that captures the seasonal mean, variance, and seasonal autocorrelation of inflows dynamics. A policy based on this assumption could thus be a starting point to find an efficient long-term management policy.

Stochastic Dynamic Programming (SDP) is a method to solve the multistage decision problem obtained with the inflows modeled as a PAR_1 process. SDP returns a policy that provides a mapping between each state of the system and the energy exchange decided at each period t. The state variables are the energy level (s_t) at the beginning of the period t and the inflows to the controllable EER at the previous period y_{t-1}^c. The advantage of SDP is that it does not require any assumption on the nature of the objective function or the feasible space to be made to ensure its applicability. This particularity makes it suitable for our problem as the loss function in (6.4) and the constraint (6.5) are highly non-linear. For each period, the

Bellman recursion to solve under constraints (6.2) - (6.10) is

$$V_t(s_t, y^c_{t-1}) = \max\ c_t(x_t) + \underset{y^c_t | y^c_{t-1}}{\mathbb{E}} \left\{ -\alpha_t \Big(c_t(x_t) - c_t(x_t - rh_t) \Big) - \psi_t\ sh_t + \ \gamma\ V_{t+1}(s_{t+1}, y^c_t) \right\} \tag{6.13}$$

where $V_t(\cdot)$ is the value function (or benefit-to-go function) representing the expected profit of being in the state (s_t, y^c_{t-1}) and operating optimally from period t until the end of the horizon. The usual way to solve the SDP problem is to discretize the state variables and compute the value function for all discretized grid points. In our implementation, the controllable energy level has been discretized using a step of 1 TWh. The previous stage energy inflows have been discretized uniformly with 9 points. We used a historical final value function $V_{T+1}(\cdot) = V_{hist}(\cdot)$ in all the programs that we ran. This historical value is computed using stationary assumptions on energy load and energy inflows for several years until a steady-state policy is attained. $V_{hist}(\cdot)$ is a piecewise linear concave value of the energy level at the end of the horizon. An example of the mapping $\pi = \Big(\pi_1(s_1, y^c_0), \cdots, \pi_T(s_T, y^c_{T-1})\Big)$ for the three seasons of the first year on the horizon is given in Figure (6.3).



(a) season 1 (b) season 2 (c) season 3

Figure 6.3 Energy surplus exchanges policies obtained from the SDP algorithm.

For each period t, the mapping $\pi_t()$ is an increasing function of the state variables. Furthermore, it seems reasonable to suppose that a policy with the energy level and the previous inflow should have this increasing property. The arguments to prove this point are quite intuitive. If the previous energy inflow y^c_{t-1} is fixed, $\pi_t(\cdot, y^c_{t-1})$ is an increasing function of the energy level as a higher energy level $s^\sharp_t$ at the beginning of period t implies less losses for the energy generation. Therefore, the optimal energy exchange decided for lower energy levels is feasible for the maximization problem of $s^\sharp_t$. Similarly, if the energy level s_t is fixed,

$\pi_t(s_t, \cdot)$ is an increasing function of the previous inflow to the controllable EER. A first-order correlation coefficient is a non-negative number, which implies that a higher value for the previous inflow generates a higher distribution of inflows for the current period. If the system is certain to receive more energy from the inflows, the optimal decision for lower values of the previous inflows becomes feasible for the grid's higher points. Our policy search method is designed to find increasing operating policies.

If we note $\omega = (y^c_{t,\omega}, y^{ror}_{t,\omega})$ an energy inflow serie generated with the disaggregated SL model for y^c_t and the time independent Gaussian distributions for y^{ror}_t, and s_i an initial energy level of the controllable EER, we can define the value of a policy $\Gamma(\pi(), s_i)$ as :

$$\Gamma = \frac{1}{N}\sum_{\omega}\Big(\sum_{t=1}^{T}\gamma^{t-1}\Big[c_t(x_t) - \alpha_t(c_t(x_t) - c_t(x_t - rh^\omega_t)) - \psi_t s h^\omega_t\Big] + \ \gamma^T V_{hist}(s^\omega_{T+1})\Big) \tag{6.14}$$

$$s_{t=1} = s_i$$

$$x_t = \pi_t(s_t, y^c_{t-1,\omega})$$

where N is the total number of energy inflow series. $\Gamma(\pi(), s_0)$ represents an approximation of the expectation used in (6.1) for the performance of a policy $\pi(\cdot)$ starting at the level s_i. The idea of our policy search method is to find a policy maximizing $\Gamma(\pi(), s_i)$ using local changes on the current policy. We will use the Tabu Search procedure to fulfill this purpose. Tabu Search is a meta-heuristic method that aims at improving the objective function of a problem by successive local modifications of the current solution. Local adjustments yield a neighborhood of the current solution. At each iteration, the best neighbor in the neighborhood is chosen, even if it does not improve the objective function (we are then in a local maximum). A tabu list forbids the method to go back to the previous solutions for some iterations, enabling the algorithm to escape from local maxima. Interested readers can refer to [34] for an overview of the Tabu Search method.

The construction of the neighborhood is a critical step in designing the Tabu Search procedure. As previously explained, the local modification on a solution will increase or decrease the energy exchange decided for a state variable value, at one period, t. The period is selected randomly over the planning horizon and noted $\tilde{t}$. A combination of two strategies is investigated in this study. The first strategy consists of exploring the state variables at period $\tilde{t}$, associated with the energy inflow series leading to the lowest revenues in the simulation. This strategy aims at correcting the trajectory of the energy inflow series where deficit occurs, as we try to maximize the expected profit throughout the planning horizon. The second strategy consists in exploring the most visited state variables at period $\tilde{t}$. This strategy aims at correcting the trajectory of the most common energy inflow series. The distinct union of the

state variables provided by these two strategies defines the current solution's neighborhood.

Algorithm 26 summarizes the local search procedure used for our correction method. We select 20 energy state variables for the lowest revenues strategy and 20 state variables for the most visited strategy, i.e. $|\tilde{S}(\tilde{t})| = 40$. To preserve the increasing property of the policy $\tilde{\pi}(\cdot)$, a movement at the state variable value $(s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1})$, either for increasing the exchange decision $mv(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}, \uparrow)$ or decreasing the decision $mv(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}, \downarrow)$, results in changes at nearby state variables. Only the energy inflow series visiting the state variables affected by the changes should be simulated to find the objective variation. This allows us to evaluate faster the impact of the movement. The parameter δ is randomly chosen among different values from 0.4 TWh to 2 TWh to include diversification in the current solution's neighborhood generated. A modification lower than 0.4 TWh will not produce enough changes in the entire solution. The 2 TWh upper bound is arbitrary, but computational experiments have shown that this value provides good results in reasonable computing times. The aspiration criterion verifies if the objective function's variation allows reaching a solution better than the best solution we know. If this criterion is satisfied, the *tabu* nature of the movement will be ignored. The procedure terminates when the relative improvement of the objective value is lower than a threshold.

6.3.2 SDP with Hidden Markov Model

We benchmark the hybrid SDP - Tabu Search method presented above against SDP, where the inflows to the controllable EER are modeled with an AutoRegressive Hidden Markov Model (HMM-AR). AutoRegressive Hidden Markov Models or Markov-Switching AutoRegressive models extend the classical HMM and autoregressive models [2], thus providing a stronger sensitivity to latent correlations present in hydrological series. The inflow to the controllable EER is a stochastic process $\{y^c_t, z_t\}$ where z_t is the unobserved (hidden) Markov chain variable. z_t can take a finite number of values z^β_t at each period. The hidden state at a period t depends only on the hidden state at the previous period, and the transition probability is given by a matrix P. The inflows distribution is determined using a first-order autoregressive model conditioned on the hidden state variable :

$$y^c_t = \mu^\beta_t + \phi^\beta \frac{\sigma^\beta_t}{\sigma^\beta_{t-1}} (y^c_{t-1} - \mu^\beta_{t-1}) + \varepsilon^\beta_t \tag{6.15}$$

where μ^β_t and σ^β_t are respectively the mean and the standard deviation of the process under the hidden state β, ϕ^β is a correlation coefficient for the regime β and $\varepsilon^\beta_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^\beta_\varepsilon)$ is a white noise variable. Our implementation follows the steps presented in [122]. The Bellman

Algorithm 1: Tabu Search method

Result: the corrected best policy $\bar{\pi}(\cdot)$

Initialization phase : $\tilde{\pi}(\cdot) = \bar{\pi}(\cdot) = \pi^0()$;
while *Stopping criteria* **do**
  Choose randomly a period $\tilde{t}$;
  build the neighborhood $\tilde{S}(\tilde{t})$;
  foreach $(s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}) \in \tilde{S}(\tilde{t})$ **do**
    Build movement $mv(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}, \uparrow)$;
    Find the series $\tilde{k} \in N^{\uparrow}$, affected by the change of decision $\tilde{\pi}() \leftarrow \tilde{\pi}() + \delta$;
    Simulate the series $\tilde{k}$ forward and get the objective variation $\Delta\Gamma(mv, \tilde{\pi}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1})$ of $\Gamma(\tilde{\pi}(), s_i)$;
    if $mv(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}, \uparrow)$ *is Tabu and Aspiration criterion not verified* **then**
      Discard the movement;
    else
      Add $mv(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}, \uparrow) \rightarrow MOUV(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1})$;
    end
    Build movement $mv(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}, \downarrow)$;
    Find the energy series $\tilde{k} \in N^{\downarrow}$, affected by the change of decision $\tilde{\pi}() \leftarrow \tilde{\pi}() - \delta$;
    Simulate the series $\tilde{k}$ and get the variation on the objective $\Delta\Gamma(mv, \tilde{\pi}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1})$ of $\Gamma(\tilde{\pi}(), s_i)$;
    if $mv(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}, \downarrow)$ *is Tabu and Aspiration criterion not verified* **then**
      Discard the movement;
    else
      Add $mv(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1}, \downarrow) \rightarrow MOUV(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1})$;
    end
  end
  Choose the best movement in $MOUV(\tilde{t}, s_{\tilde{t}}, y^c_{\tilde{t}-1})$ based on $\Delta\Gamma$;
  Update the Tabu List ;
  Update the current solution $\tilde{\pi}(\cdot)$ and the best solution $\bar{\pi}(\cdot)$ if needed;
end

recursion to solve at each period is

$$
\begin{aligned}
&V_t(s_t, z_{t-1}, y^c_{t-1}) = \max\ c_t(x_t) + \\
&\mathop{\mathbb{E}}_{z_t|z_{t-1}}\Big[\mathop{\mathbb{E}}_{y^c_t|z_t, y^c_{t-1}}\Big\{-\alpha_t\left(c_t(x_t) - c_t(x_t - rh_t)\right) - \psi_t\ sh_t + \ \gamma\ V_{t+1}(s_{t+1}, z_t, y^c_t)\Big\}\Big]
\end{aligned}
\tag{6.16}
$$

By solving the equation (6.16) from the end of the horizon to the beginning, we obtain a mapping $\left(\pi_1(s_1, z_0, y^c_0), \cdots, \pi_T(s_T, z_{T-1}, y^c_{T-1})\right)$ that we need to simulate on streamflow series generated with the disaggregated SL model. The simulation requires the hidden state

variables z_t to be known, which is not the case in general. We adapted the methodology proposed by [32] and considered the simulation of the policy with the most likely state at a period t. The most likely state is computed using a streamflow series and the parameters of the calibrated HMM-AR.

6.4 Results of the Hydrological modeling

To better understand the differences between the previous hydrological models, it is important to compare their fitting performances. We study three hydrological models : the PAR_1 and the disaggregated SL models for our hybrid method, and the HMM-AR for the comparison method. For the sake of simplification, the disaggregation reference will be omitted in the following. We use the same historical record of HQP from 1943 to 2018 for all the models. Data are transformed to normal before fitting the models using a 3-parameter log transform. The PAR_1 and the SL are calibrated using the SAMS software [110] and the HMM-AR is calibrated using the NHMSAR package [73] of the R software [22]. We simulate 1000 series of 76 years containing three seasons and compare the simulated and the historical statistics for each model.

The seasonal statistics are presented in table 6.1. Due to confidentiality issues, only the relative gap of the calibrated models and the historical values are presented for the mean and the standard deviation. The relative gaps are small for both statistics (less than 1.5 %), indicating a good representation of the seasonal mean and standard deviation for all the models. The observation is natural. Standardization is performed on the transformed series and ensures that these statistics will be respected. The PAR_1 perfectly represents the first-order autocorrelation of the seasonal series. The SL model's bad fitting for the season 1 autocorrelation is a drawback of the Stedinger disaggregation scheme. The deseasonalization required to calibrate the HMM-AR can explain why the model is not sensitive to the seasonal autocorrelation, as shown see in table (6.1). The underestimation of seasonal autocorrelation can alter the SDP performance with HMM-AR concerning the energy transfers among the seasons. However, the HQP power system's aggregated model already accounts for some energy transfers between consecutive seasons thanks to the ΔS_t^{ror} dynamics. Therefore, the authors believe the impact will be minimal regarding long-term operations.

We report in table 6.2 the annual statistics that we obtained from the calibration and the simulation of the different hydrological models. The Run Length and Run Sum for the deficits/surpluses are called drought-related statistics. A deficit in a time series occurs when the annual energy is under the mean value of the series. A deficit can be defined by its duration (number of successive years of deficit) and its magnitude (total missing energy to make the

Table 6.1 Seasonal statistics of the controllable EER

statistic	season	HIST	PAR_1	$HMM - AR$	SL
mean relative gap (%)	1	0	−0.10	−0.17	0.06
	2	0	−0.11	0.03	0.12
	3	0	−0.14	0.03	0.08
standard deviation relative gap (%)	1	0	−1.4	−1.1	−0.74
	2	0	−0.14	1.3	0.14
	3	0	−0.75	0.6	−0.91
Autocorrelation	1	0.36	0.36	0.0	0.04
	2	0.06	0.08	0.0	0.07
	3	0.20	0.20	0.0	0.17

mean value for each year of the deficit). The deficit length is called the Run Length, and the magnitude is called the Run Sum. A similar definition can be made for the surpluses in a time series. The term Hurst stands for the Hurst coefficient ($0 < H < 1$) and can be used to measure the long-term memory of time series. The closer the Hurst coefficient is to 1, the more the time series present a persistent behavior.

Table 6.2 Annual statistics of the hydrological models

Statistic	HIST	PAR_1	$HMM - AR$	SL
Mean relative gap (%)	0.0	−0.1	0.0	0.05
Standard deviation relative gap (%)	0.0	−2.7	−10	−2.2
Autocorrelation order 1	0.26	0.04	0.21	0.24
Run Length deficits (year)	2.31	2.08	2.33	2.46
Run Sum deficits (TWh)	33.69	29.53	30.63	36.07
Run Length surplus (year)	2.29	2.04	2.25	2.44
Run Sum surplus (TWh)	31.71	29.63	30.65	35.20
Hurst	0.71	0.63	0.70	0.70

We can observe in Table 6.2 that all the different models perfectly capture the annual mean of the historical series. The HMM-AR presents an underestimation of the annual standard deviation. Both the HMM-AR and the SL model perform well concerning the drought/surpluses related statistics. It means that these models have accurate information about the length and amplitude of the multiyear sequences. The first-order annual autocorrelation and the Hurst

coefficient demonstrate the superiority of the HMM-AR and the SL for long-term persistence representation. Hence, the SDP method with HMM-AR can reveal to be a promising benchmark method as the model performs similarly to the SL at the annual level. However, the SDP method with PAR_1 will eventually return suboptimal decisions concerning the long-term risk as this model does not capture the annual autocorrelation. The suboptimality justifies using the Tabu Search phase of our method to include the long-term persistence sensibility with SL streamflow series.

6.5 Computational experiments

We design a hypothetical experiment where all data are fixed through the horizon except for the revenue functions. Specifically, we have one different revenue function for each season of the 5 years at the beginning of the horizon and a fixed revenue function for the rest of the horizon starting at year 6. To improve the initial policy returned by the SDP method with PAR_1, we used 2500 15-year streamflow series generated with the SL for the controllable EER and independent Gaussian variables at each season for the run-of-the-river EER. The derived-policies are then simulated on another set of 4000 streamflow series generated with the same procedure. In addition, to provide a common comparison basis with the SDP method with PAR_1 and HMM-AR, the simulation also serves as an out-of-sample analysis for the Tabu Search phase. For the HMM-AR implementation, we tried 3 and 5 hidden states and retained the model with the best results. The average objective values are computed and used as a comparison for the performance of the different policies.

We study our hybrid method's sensitivity towards two important parameters : the penality for energy deficits ψ_t and the initial energy level s_i. The ψ_t controls the aversion of the user to an energy deficit event in the operations. For HQP, ψ_t can represent the cost of load curtailment alternatives, such as residential or industrial electricity interruption costs. A rule of thumbs of HQP suggests that ψ_t should not be less than $2.5\times$ the highest marginal revenue over all the horizon. Marginal revenues are computed as the derivative of the revenue functions for each net energy exchange. In this study, we tried a penalty equal to $5\times$ and $10\times$ the highest marginal revenue. Because our hybrid method uses a simulation of streamflow series in the Tabu Search phase, a reasonable question should be whether the initial energy level has a significant impact on the resulting policy's performance. To assess the initial energy level's sensitivity, we decided to compare the results of a primary policy simulation using an initial level and the same initial level derived-policy. More precisely, we run our hybrid method with an initial energy level of $s_i = 115\ TWh$ to build the primary policy. Trial tests performed on our case study showed that this stock level corresponds to a relatively steady state over the

horizon. The primary policy obtained for each configuration of ψ_t is then simulated with two different initial energy levels : $s_i = 110\ TWh$ and $s_i = 120\ TWh$. The policies with the same initial energy levels are then recomputed with the hybrid method for comparison. Results are presented in Table 6.3. The simulation column contains the expected revenue over the horizon for the simulation of the primary $s_i = 115\ TWh$-policy with the corresponding initial level. The optimization column shows the results for the recomputed policy.

Table 6.3 Average revenue of the different methods in (M\$)

ψ_t	s_i			Hybrid method	
		SDP PAR_1	SDP HMM-AR	simulation	optimization
	110 TWh	10,148	10,159	10,169	10,167
5×	115 TWh	10,233	10,245	10,254	10,254
	120 TWh	10,315	10,328	10,337	10,337
	110 TWh	10,012	10,039	10,052	10,051
10×	115 TWh	10,102	10,130	10,142	10,142
	120 TWh	10,189	10,216	10,228	10,225

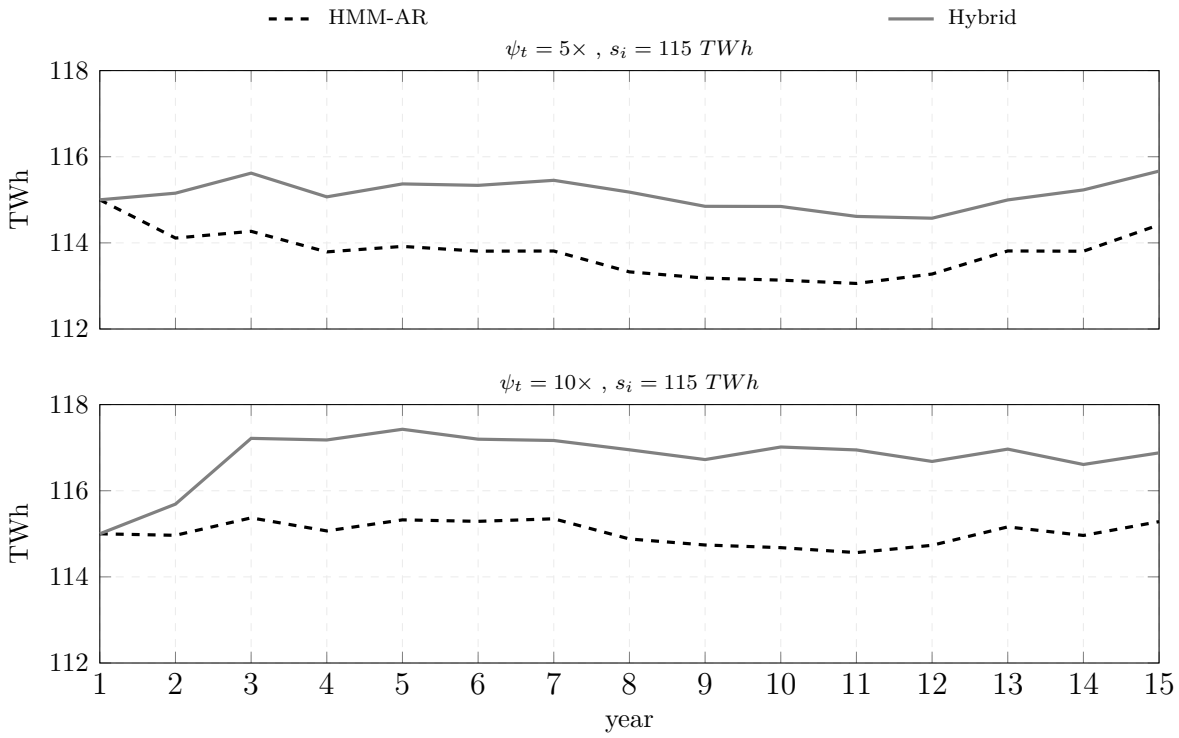


Figure 6.4 Simulation annual trajectories over the horizon.

For all the configurations, the hybrid method has higher expected revenues than the bench-

mark SDP HMM-AR. The difference between the hybrid method and PAR_1 increases with the ψ_t penalty. The result is intuitive because the long-term information introduced by the SL streamflow series (through the Tabu Search phase) should have more value when energy deficits are highly penalized. The gap between the SDP HMM-AR and our hybrid method is also marginally higher with ψ_t. The slight difference between the simulation and the optimization columns of table 6.3 suggests that the initial energy level s_i has a small impact on the performances of the hybrid method.

Compared to the SDP HMM-AR, the hybrid method's enhanced performance is mainly linked to the more conservative nature of the policies returned by the Tabu Search phase. Figure 6.4 illustrates this point. The figure presents the average stock level at the beginning of each year of the horizon. The hybrid method policy raises the energy level of the controllable EER to protect the system against the risk of energy deficits. For $\psi_t = 10\times$, the precaution is approximately 1.8 TWh of additional storage. This additional storage is taken from the reduction of the net exchange, as shown in table 6.4 by the total net exchange mean value. The results are also related to the neighborhood used for the Tabu Search algorithm. Our neighborhood focuses on the trajectories with the lowest revenues and the average trajectories (in terms of simulation revenues). If deficits are present for these trajectories, reducing the spot market's net exchanges becomes an interesting alternative. Consequently, the low and the middle part of the net exchange distribution is affected by the Tabu Search algorithm, while the highest part of the distribution remains almost intact.

On average, the reduction of energy deficits is relatively marginal (only 0.05 TWh). The reason lies in the scarcity of the energy deficit event, which affects only the lowest streamflow series as 96% of the simulations do not present any deficit. However, the avoided deficits of the highest part of the distribution are of the same order of magnitude than the hybrid method's energy precaution compared to SDP HMM-AR. Table 6.4 also shows that the increased energy level suggested by the hybrid method policy for long-term operations generates 1 TWh of additional spillages on average during the 15 years. It is important to note that the spillages are not necessarily due to the aggregated storage capacity overrun. Because of the EER aggregation, energy spillages are linked to the final level in the controllable EER by the spillage function $g_t^c(\cdot)$. The higher the energy level is, the closer the system's reservoirs get to their maximum limits and start to spill. Overall, the hybrid method policies provide a better compromise than SDP HMM-AR between storing the energy with a higher risk of spillages and selling more energy with a potential risk of deficits as the system's revenue is increased with the former compared to the latter.

Table 6.4 Distribution of energy net exchanges, deficits and spillages. Presented results correspond to the sum over the 15-year horizon.

	Quantile	SDP HMM-AR	Hybrid method
Energy net exchanges (TWh)	min	18.4	13
	25%	270	269
	50%	323	321
	75%	368	366
	max	444	446
	mean	315.1	313.7
Deficits (TWh)	min	0	0
	90%	0	0
	96%	0	0
	98%	5.04	3.5
	max	70.08	68.56
	mean	0.38	0.33
Spillage (TWh)	min	0	0
	25%	0	0
	50%	0.86	1.36
	75%	17.84	19.73
	max	289.5	294.7
	mean	14.37	15.27

6.6 Conclusion

In this work, the problem of planning the long-term hydropower operations of a large hydroelectric system was modeled as a multistage stochastic non-linear problem using aggregation into an energy equivalent reservoir. The uncertainty of inflows is represented with a disaggregated Shifting Level model to ensure long-term statistics are adequately reproduced. A method was designed to solve the problem without the difficult task to fit the Shifting Level model into the Markovian framework. The method is a hybrid combination of an initial policy obtained with Stochastic Dynamic Programming and an improvement phase performed with the Tabu Search algorithm. Numerical experiments show the hybrid method's effectiveness compared to a Stochastic Dynamic Programming method that used an Autoregressive Hidden Markov Model to represent the inflows. The method can be adapted to other forms of long-term persistence modeling without substantial modifications. The approach also provides an alternative to problems where a latent variable's impact should be estimated, such

as in Partially Observable Markov Decision Processes (POMDP). However, a specific neighborhood may be needed to obtain good results. The method's extensions to two or three controllable energy equivalent reservoirs seem a promising avenue for future research as long as we can exploit the property of the underlying optimal policy.

6.7 Acknowledgments

The study was supported by NSERC/Hydro-Québec Industrial Research Chair in the stochastic Optimization of Electricity Generation, Hydro-Québec Production, and a Mitacs Accelerate Program grant.

CHAPITRE 7 DISCUSSION GÉNÉRALE SUR LES RÉSULTATS

Nous avons présenté dans cette thèse des algorithmes de programmation dynamique stochastique duale et de programmation dynamique stochastique permettant de tenir compte de modèles hydrologiques PARMA et Shifting Level désagrégé. Dans un premier temps, l'implémentation du modèle SDDP qui a servi à l'étude du chapitre 5 est présentée dans le chapitre 4. L'outil développé permet d'utiliser la méthode SDDP à plusieurs niveaux dans le processus de planification. Au niveau opérationnel, l'outil permet le suivi hebdomadaire de systèmes hydriques de grande taille, notamment dans des contextes de crue automnales fortes qui nécessitent une gestion minutieuse du risque de déversement. Au niveau tactique, l'outil sera une aide à l'équilibrage optimal des réservoirs du parc de production d'Hydro-Québec. Au niveau stratégique, le calcul des valeurs de l'eau par réservoir donnera un signal très important pour le parquet de transactions énergétiques qui planifie et effectue les ventes d'électricité. En regardant l'histoire de la programmation stochastique à Hydro-Québec, on peut s'apercevoir que les divergences répétées avec les caractéristiques officielles des installations n'ont pas favorisé la pérennité des modèles. Ainsi, l'intérêt apporté à l'adéquation du modèle avec l'environnement utilisateur et la flexibilité de l'outil a permis la réussite de l'implémentation et l'appropriation par les utilisateurs.

L'objectif du chapitre 5 est d'incorporer dans le méthode SDDP un modèle hydrologique périodique autorégressif à moyenne mobile. Les modèles PARMA testés sur le système hydrique Manicouagan ont révélé une meilleure représentation des autocorrélations d'ordre 2 et 3 par rapport aux modèles PAR de même ordre autorégressif. Les modèles PARMA permettent également de mieux représenter la moyenne annuelle des apports pour les bassins à l'amont de Manic-5 et Toulnustouc. Les modèles PARMA ayant une structure linéaire, ils peuvent directement être utilisés dans la phase de récursion de la SDDP. L'expression analytique des coefficients des coupes de Benders représentant l'approximation de la fonction de bénéfice futur espéré est fournie dans l'article. Les politiques de gestion obtenues avec les modèles PARMA induisent une plus grande valeur marginale de l'eau stockée dans le réservoir multiannuel Manic-5. L'augmentation de la valeur marginale, qui est liée au terme de moyenne mobile additionnel, entraîne des décisions plus conservatrices avec deux conséquences : une amplitude des déversements extrêmes plus forte contrebalancée par une meilleure protection du système contre les délestages.

Le chapitre 6 s'intéresse à l'intégration dans une méthode d'optimisation stochastique du modèle annuel Shifting Level dont la désagrégation temporelle n'est pas compatible avec le

cadre markovien. Le modèle SL désagrégé est utilisé pour modéliser les apports énergétiques de l'agrégation du parc de production en réservoirs énergétiques équivalents. Le SL faisant parti de la famille des modèles de Markov à états cachés, un processus HMM-AR est choisi pour comparer les résultats du modèle SL désagrégé. Les deux modèles représentent adéquatement les statistiques annuelles et interannuelles des apports, avec une petite sous-dispersion pour le HMM-AR. La méthode hybride développée utilise les scénarios générés à partir du SL désagrégé pour améliorer une politique initiale obtenue par la programmation dynamique stochastique où la variable hydrologique est l'apport précédent. Les simulations des politiques de gestion donnent un avantage en terme de revenu moyen à la méthode hybride par rapport à la SDP avec HMM-AR. Cet avantage est associé à un meilleur compromis entre un stock de sécurité élevé pour diminuer le risque de délestage et un volume de ventes élevé permettant de rentabiliser l'énergie stockée en évitant de la perdre par déversement.

CHAPITRE 8 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

8.1 Synthèse des travaux

Cette thèse a permis la mise en place d'un outil de planification de la production basé sur la programmation dynamique stochastique duale ainsi que le développement de deux méthodes de résolution du problème long terme d'un complexe hydroélectrique. Les deux méthodes permettent de tenir compte dans une politique de gestion long terme de la richesse d'une bonne représentation du processus réel par un modèle hydrologique statistique. Le potentiel de prédiction long terme d'un modèle hydrologique augmente avec sa capacité à capter les moyennes, variances, autocorrélations saisonnières d'ordre élevé, mais aussi annuelles et interannuelles. Un potentiel de prédiction à long terme supérieur s'avère plus important pour les grands systèmes capables de déplacer l'énergie sur plusieurs années comme les réservoirs à capacité multiannuelle. Les études réalisées confirment l'intérêt d'améliorer les représentations statistiques des modèles périodiques autorégréssifs ou des processus markoviens discrets, notamment dans la planification des opérations de grands réservoirs.

Au niveau de l'impact pour Hydro-Québec Production, l'outil basé sur la programmation dynamique stochastique duale présenté au chapitre 4 permettra de résoudre des problématiques au niveau stratégique, tactique et opérationnel de la gestion du parc hydroélectrique. La grande flexibilité et la bonne adéquation de l'outil avec le système de production donneront un apport certain à d'autres processus connexes de la planification de production tels que la gestion des retraits et indisponibilités.

8.2 Limitations de la solution proposée

Les limitations de chacune des approches proposées au chapitre 5 et 6 proviennent essentiellement des méthodes de programmation dynamique stochastique duale et programmation dynamique stochastique.

La principale limitation de la méthode proposée dans l'article 1 est la restriction de linéarité du processus hydrologique utilisé dans la SDDP. Bien souvent, une transformation logarithmique à 3-paramètres est nécessaire pour obtenir une distribution normale des apports à chaque période. Le modèle PARMA calibré sur les apports transformés n'est plus linéaire et ne peut donc servir directement dans la phase de récursion de l'algorithme SDDP. L'approxi-

mation linéaire proposée par [92] nous amène à linéariser l'équation

$$q_t + a_t = (q_{t-1} + a_{t-1})^{\phi_1} \cdot \varepsilon_{t-1}^{\theta_1} \cdot \varepsilon_t \tag{8.1}$$

autour des valeurs moyennes $q_{t-1} = \bar{q}_t$ et $\varepsilon_{t-1} = 1$. Dans l'équation (8.1), q_t représente l'apport à la période t, a_t représente le troisième paramètre de la loi log-normale à 3 paramètres, ϕ_1 et θ_1 sont respectivement le paramètre autorégressif et moyenne mobile, et ε_t est une variable aléatoire log-normale. Le choix du paramètre a_t à chaque période devient très important car sa présence dans l'équation (8.1) ne garantit plus la génération de valeurs q_t strictement positives dans le cas général. De plus, l'apport q_t dépend maintenant de 2 variables q_{t-1}, ε_{t-1} et une simple approximation linéaire autour de la moyenne $(\bar{q}_{t-1}, 1)$ pourrait s'avérer peu précise, notamment au niveau des valeurs extrêmes de la distribution. Dans les cas où la fonction $(q_{t-1}, \varepsilon_{t-1}) \mapsto (q_{t-1} + a_{t-1})^{\phi_1} \cdot \varepsilon_{t-1}^{\theta_1}$ est concave, la précision de l'approximation linéaire pourrait être augmentée en considérant d'autres points différents de $(\bar{q}_{t-1}, 1)$ pour le calcul des plans tangents de support à la fonction. La concavité de l'équation (8.1) est garantie pour la plupart des périodes par les contraintes de stationnarité et d'inversibilité d'un modèle $PARMA(1,1)$.

La malédiction de la dimension attachée à la programmation dynamique stochastique limite la recherche de la solution initiale de notre méthode hybride du chapitre 6. En effet, la recherche tabou utilise le fait que la solution doit garder la propriété de croissance de la politique initiale obtenue par programmation dynamique stochastique utilisant l'apport précédent. Si l'espace d'état contient plus d'une variable hydrologique ou plusieurs réservoirs variables, cette propriété n'est plus vraie en général. Dans le cadre de la planification long terme, l'étape de décision est généralement le mois et il est rare que des corrélations fortes existent au delà du mois précédent. L'usage de l'apport précédent comme variable hydrologique dans la politique initiale est donc toujours possible. Dans le cas d'un système à plusieurs réservoirs variables, le recherche d'une famille de fonctions pour la politique devient un impératif.

8.3 Améliorations futures

Même si les modèles PARMA possèdent une mémoire plus longue que les modèles PAR, la présence d'installations capables d'utiliser la meilleure représentation offerte par les modèles PARMA est importante. Pour vérifier que la complexité inhérente aux modèles PARMA est toujours nécessaire, des études doivent être menées sur des systèmes dont le but principal est la gestion saisonnière des crues et étiages avec des risques économiques de déversement élevés.

En dehors de la prise en compte de la transformation des apports, l'incorporation de l'information climatique dans une structure PARMA pourrait être explorée. Un stock de neige important s'accumule en effet dans les bassins hydrographiques du système Manicouagan entre les mois de novembre et avril. Comme le montre [83], l'intégration de variables hydrologiques exogènes comme l'équivalent en eau de la neige, la température et les précipitations améliore les performances de gestion saisonnière, voire multiannuelle.

Dans le deuxième article présenté au chapitre 6, les scénarios utilisés dans la recherche tabou sont générés avec un modèle statistique stationnaire. Le fait de disposer d'un modèle hydrologique permet de déduire certaines caractéristiques de la solution et de mieux choisir la politique initiale. La méthode hybride pourrait être testée avec un ensemble de scénarios beaucoup plus général tel que des prévisions d'ensemble. Dans le cadre de l'étude de l'impact des changements climatiques, [44] ont comparé plusieurs méthodes de programmation dynamique sur des prévisions d'ensemble générées avec des modèles non stationnaires. La remise en question de l'hypothèse de stationnarité dans les scénarios et la bonne performance de la programmation dynamique stochastique par échantillonnage avec des prévisions d'ensemble [31] donnent un cadre de comparaison idéal pour la méthode hybride SDP-recherche tabou.

RÉFÉRENCES

[1] Ahmad, A., El-Shafie, A., Razali, S. F. M. et Mohamad, Z. S. (2014). Reservoir optimization in water resources : A review. *Water Resources Management*, 28(11):3391–3405.

[2] Ailliot, P., Bessac, J., Monbet, V. et Pène, F. (2015). Non-homogeneous hidden markov-switching models for wind time series. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 160:75–88.

[3] Anderson, P. L., Meerschaert, M. M. et Vecchia, A. V. (1999). Innovations algorithm for periodically stationary time series. *Stochastic Processes and their Applications*, 83(1):149–169.

[4] Archibald, T. W., McKinnon, K. I. M. et Thomas, L. C. (1997). An aggregate stochastic dynamic programming model of multireservoir systems. *Water Resources Research*, 33(2):333–340.

[5] Arvanitidis, N. V. et Rosing, J. (1970). Optimal operation of multireservoir systems using a composite representation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89(2):327–335.

[6] Bartolini, P. et Salas, J. D. (1993). Modeling of streamflow processes at different time scales. *Water Resources Research*, 29(8):2573–2587.

[7] Bellman, R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, first édition.

[8] Bellman, R., éditeur (1961). *Adaptive Control Processes : A Guided Tour*. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, first édition.

[9] Birge, J. R. et Louveaux, F., éditeurs (1997). *Introduction to stochastic programming*. Springer Science, Berlin, Germany, first édition.

[10] Brandao, J. L. B. (2010). Performance of the equivalent reservoir modeling technique for multi-reservoir hydropower systems. *Water Resources Management*, 24(12):3101–3114.

[11] Brandi, R. B. S., Ramos, T. P., Dias, B. H., Marcato, A. L. M. et da Silva Junior, I. C. (2015). Improving stochastic dynamic programming on hydrothermal systems through an iterative process. *Electric Power Systems Research*, 123:147–153.

[12] Cambier, L. (2018). Fast. https ://github.com/leopoldcambier/FAST.

[13] Carpentier, P.-L. (2013). *Méthodes de décomposition pour la planification à moyen terme de la production hydroélectrique sous incertitude*. thèse de doctorat, Dép. de mathé-

matiques et génie industriel, École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC. https ://publications.polymtl.ca/1314/.

[14] Carpentier, P.-L., Gendreau, M. et Bastin, F. (2013). Long-term management of a hydroelectric multireservoir system under uncertainty using the progressive hedging algorithm. *Water Resources Research*, 49(5):2812–2827.

[15] Castelletti, A., De Rigo, D., Rizzoli, A. E., Soncini-Sessa, R. et Weber, E. (2007). Neuro-dynamic programming for designing water reservoir network management policies. *Control Engineering Practice*, 15(8):1031–1038.

[16] Castro, J. et González, J. A. (2004). A nonlinear optimization package for long-term hydrothermal coordination. *European Journal of Operational Research*, 154(3):641–658.

[17] Celeste, A. B. et Billib, M. (2009). Evaluation of stochastic reservoir operation optimization models. *Advances in Water Resources*, 32(9):1429–1443.

[18] Cervellera, C., Chen, V. C. P. et Wen, A. (2006). Optimization of a large-scale water reservoir network by stochastic dynamic programming with efficient state space discretization. *European Journal of Operational Research*, 171(3):1139–1151.

[19] Chen, L. (2003). Real coded genetic algorithm optimization of long term reservoir operation. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 39(5):1157–1165.

[20] Christoforidis, M., Aganagic, M., Awobamise, B., Tong, S. et Rahimi, A. (1996). Long-term mid-term resource optimization of a hydro-dominant power system using interior point method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11:287–294.

[21] Claps, P., Rossi, F. et Vitale, C. (1993). Conceptual-stochastic modeling of seasonal runoff using autoregressive moving average models and different scales of aggregation. *Water Resources Research*, 29(8):2545–2559.

[22] Core Team, R (2011). R : a language and environment for statistical computing. http ://www.R-project.org.

[23] Côté, P., Haguma, D., Leconte, R. et Krau, S. (2011). Stochastic optimisation of Hydro-Québec hydropower installations : a statistical comparison between SDP and SSDP methods. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 38(12):1427–1434.

[24] De Matos, V., Philpott, A. B., Finardi, E. C. et Guan, Z. (2010). Solving long-term hydro-thermal scheduling problems. Rapport technique, Electric Power Optimization Centre, University of Auckland.

[25] de Matos, V. L., Philpott, A. B. et Finardi, E. C. (2015). Improving the performance of stochastic dual dynamic programming. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 290:196–208.

[26] Deisenroth, M., Neumann, G. et Peters, J. (2013). A survey on policy search for robotics. *Now Foundations and Trends in Robotics*, pages 1–142.

[27] Desreumaux, Q., Côté, P. et Leconte, R. (2018). Comparing model-based and model-free streamflow simulation approaches to improve hydropower reservoir operations. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 144(3):05018002.

[28] Dias, B., Marcato, A., Souza, R., Soares, M., Silva, J. I., Oliveira, E., de Brandi, R. et Ramos, T. (2010). Stochastic dynamic programming applied to hydrothermal power systems operation planning based on the convex hull algorithm. *Mathematical Problems in Engineering*, 2010:687–697.

[29] dos Santos, T. N. et Diniz, A. L. (2009). A new multiperiod stage definition for the multistage benders decomposition approach applied to hydrothermal scheduling. *IEEE Transactions on Power Systems*, 24(3):1383–1392.

[30] Dowson, O. et Kapelevich, L. (2020). SDDP.jl : A julia package for stochastic dual dynamic programming. *INFORMS Journal on Computing*.

[31] Faber, B. A. et Stedinger, J. R. (2001). Reservoir optimization using sampling SDP with ensemble streamflow prediction (ESP) forecasts. *Journal of Hydrology*, 249(1-4):113–133.

[32] Fisher, A., Green, D. et Metcalfe, A. (2012). Modelling of hydrological persistence for hidden state markov decision processes. *Annals of Operations Research*, 199(1):215–224.

[33] Fortin, V., Perreault, L. et Salas, J. D. (2004). Retrospective analysis and forecasting of streamflows using a shifting level model. *Journal of Hydrology*, 296(1-4):135–163.

[34] Gendreau, M. et Potvin, J.-Y. (2019). Tabu search. *In* Gendreau, M. et Potvin, J.-Y., éditeurs : *Handbook of Metaheuristics*, volume 45, pages 37–55. Springer Nature, Cham ,Switzerland, third édition.

[35] Georgakakos, A. P. (1989). The value of streamflow forecasting in reservoir operation. *Journal of the American Water Resources Association*, 25(4):789–800.

[36] Gevret, H., Lelong, J. et Warin, X. (2016). STochastic OPTimization library in C++. Rapport de recherche, EDF Lab, Paris-Saclay, France.

[37] Girardeau, P., Leclere, V. et Philpott, A. B. (2015). On the convergence of decomposition methods for multistage stochastic convex programs. *Mathematics of Operations Research*, 40(1):130–145.

[38] Giuliani, M., Castelletti, A., Pianosi, F., Mason, E. et Reed, P. M. (2016). Curses, tradeoffs, and scalable management : Advancing evolutionary multiobjective direct policy search to improve water reservoir operations. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 142(2):04015050.

[39] Gjerden, K. S., Helseth, A., Mo, B. et Warland, G. (2015). Hydrothermal scheduling in norway using stochastic dual dynamic programming ; a large-scale case study. *In 2015 IEEE Eindhoven PowerTech*, pages 1–6, Eindhoven, Netherlands.

[40] Glover, F. W. et Laguna, M. (1997). *Tabu Search*. Springer US, New York, USA, first édition.

[41] Goor, Q., Kelman, R. et Tilmant, A. (2011). Optimal multipurpose-multireservoir operation model with variable productivity of hydropower plants. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 137(3):258–267.

[42] Grønvik, I., Hadziomerovic, A., Ingvoldstad, N., Egging, R. et Fleten, S. E. (2014). Feasibility of linear decision rules for hydropower scheduling. *In 2014 International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems (PMAPS)*, pages 1–6, Durham, UK.

[43] Grygier, J. C. et Stedinger, J. R. (1988). Condensed disaggregation procedures and conservation corrections for stochastic hydrology. *Water Resources Research*, 24(10):1574–1584.

[44] Haguma, D. et Leconte, R. (2018). Long-term planning of water systems in the context of climate non-stationarity with deterministic and stochastic optimization. *Water Resources Management*, 32(5):1725–1739.

[45] Haguma, D., Leconte, R., Côté, P., Krau, S. et Brissette, F. (2014). Optimal hydropower generation under climate change conditions for a northern water resources system. *Water Resources Management*, 28(13):4631–4644.

[46] Heitsch, H. et Römisch, W. (2009). Scenario tree modeling for multistage stochastic programs. *Mathematical Programming*, 118(2):371–406.

[47] Hersbach, H. (2000). Decomposition of the continuous ranked probability score for ensemble prediction systems. *Weather and Forecasting*, 15(5):559–570.

[48] Hiew, K. L., Labadie, J. W. et Scott, J. F. (1989). Optimal operational analysis of the colorado-big thompson project. *In Proceedings of the 3rd Water Resources Operations Management Workshop*, pages 1–6, Fort Collins, Colorado, United States.

[49] Homem-de Mello, T., de Matos, V. L. et Finardi, E. C. (2011). Sampling strategies and stopping criteria for stochastic dual dynamic programming : a case study in long-term hydrothermal scheduling. *Energy Systems*, 2(1):1–31.

[50] Hurst, H. E. (1951). The long-term storage capacity of reservoir. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 116(1):770–799.

[51] Hydro-Québec (2019). Annual report 2019 - setting new sights with our clean energy. https ://www.hydroquebec.com/data/documents-donnees/pdf/annual-report-2019-hydro-quebec.pdf.

[52] Hydro-Québec Distribution (2019). Complément d'information du plan d'approvisionnement 2020-2029 – approvisionnements. Dossier R-4110-2019, Document B-0009, Tableau 4.6, page 30, Accessed 23 September 2020.

[53] IAE (2019). Key world energy statistics 2020. Accessed 13 november 2020. https ://www.iea.org/.

[54] Infanger, G. et Morton, D. P. (1996). Cut sharing for multistage stochastic linear programs with interstage dependency. *Mathematical programming*, 75(2):241–256.

[55] Karamouz, M. et Houck, M. H. (1987). Comparison of stochastic and deterministic dynamic programming for reservoir operating rule generation 1. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 23(1):1–9.

[56] Karamouz, M. et Vasiliadis, H. V. (1992). Bayesian stochastic optimization of reservoir operation using uncertain forecasts. *Water Resources Research*, 28(5):1221–1232.

[57] Küchler, C. et Vigerske, S. (2007). Decomposition of multistage stochastic programs with recombining scenrario trees. *Stochastic Programming E-Print*, 9.

[58] Kelman, J., Stedinger, J. R., Cooper, L. A., Hsu, E. et Yuan, S. Q. (1990). Sampling stochastic dynamic programming applied to reservoir operation. *Water Resources Research*, 26(3):447–454.

[59] Koutsoyiannis, D. (2005). Hydrologic persistence and the hurst phenomenon. *Water encyclopedia*, 3:210–221.

[60] Kristiansen, T. (2004). Financial risk management in the electric power industry using stochastic optimization. *Advanced Modeling and Optimization*, 6(2):17–24.

[61] Kuhn, D., Wiesemann, W. et Georghiou, A. (2009). Primal and dual linear decision rules in stochastic and robust optimization. *Mathematical Programming*, 130(1):177–209.

[62] Labadie, J. W. (2004). Optimal operation of multireservoir systems : State-of-the-art review. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 130(2):93–111.

[63] Lamond, B. F. et Boukhtouta, A. (2002). Water reservoir applications of markov decision processes. *In* Feinberg, E. A. et Shwartz, A., éditeurs : *Handbook of Markov Decision Processes*, volume 40, page 537–558. Springer US, Boston, MA, USA.

[64] Lohmann, T., Hering, A. S. et Rebennack, S. (2016). Spatio-temporal hydro forecasting of multireservoir inflows for hydro-thermal scheduling. *European Journal of Operational Research*, 255(1):243–258.

[65] Maceira, M. E. P. et Damázio, J. M. (2004). Use of the PAR(p) model in the stochastic dual dynamic programming optimization scheme used in the operation planning of the brazilian hydropower system. *In 8th International Conference on Probabilistic Methods Applied to Power Systems*, pages 397–402, Ames, IA, USA.

[66] Maceira, M. E. P., Duarte, V. S., Penna, D. D. J., Moraes, L. A. M., et Melo, A. C. G. (2008). Ten years of application of stochastic dual dynamic programming in official and agent studies in brazil-description of the newave program. *In 16th Power Systems Computation Conference*, pages 14–18, Glasgow, Scotland, UK.

[67] Maceira, M. E. P., Penna, D. D. J., Diniz, A. L., Pinto, R. J., Melo, A. C. G., Vasconcellos, C. V. et Cruz, C. B. (2018). Twenty years of application of stochastic dual dynamic programming in official and agent studies in brazil-main features and improvements on the newave model. *In 2018 Power Systems Computation Conference*, pages 1–7, Dublin, Ireland.

[68] Macian-Sorribes, H., Tilmant, A. et Pulido-Velazquez, M. (2017). Improving operating policies of large-scale surface-groundwater systems through stochastic programming. *Water Resources Research*, 53(2):1407–1423.

[69] Marchand, A. (2013). Optimisation de la production hydroélectrique sur arbre de scénarios. Rapport de stage, Dép. Optimisation, Recherche Opérationnelle et Commande, ENSTA Paristech, Palaiseau, France.

[70] Marchand, A. (2018). *Optimisation de la planification court-terme d'un système de production hydroélectrique de grande taille.* thèse de doctorat, Dép. de mathématiques et génie industriel, École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC. https ://publications.polymtl.ca/3286/.

[71] Mbeutcha, Y., Gendreau, M. et Emiel, G. (2021). Benefit of parma modeling for long-term hydroelectric scheduling using stochastic dual dynamic programming. *Journal of Water Resources Planning and Management.* À paraître.

[72] Mejia, J. M. et Rousselle, J. (1976). Disaggregation models in hydrology revisited. *Water Resources Research*, 12(2):185–186.

[73] Monbet, V. (2020). Package NHMSAR : Non-homogeneous markov switching autoregressive models. https ://CRAN.R-project.org/package=NHMSAR.

[74] Mouad, F. (2015). Application de méthodes de programmation dynamique stochastique au problème de planification de la production d'hydroélectricité. mémoire de maîtrise, Dép. de mathématiques et de génie industriel, École Polytechnique de Montréal, Montréal, QC.

[75] Nabona, N. (1993). Multicommodity network flow model for long-term hydrogeneration optimization. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(2):395–404.

[76] Nabona, N., Castro, J. et Gonzalez, J. A. (1995). Optimum long-term hydrothermal coordination with fuel limits. *IEEE Transactions on Power Systems*, 10(2):1054–1062.

[77] Olivares, M. A. et R., L. J. (2012). Representing energy price variability in long- and medium-term hydropower optimization. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 138(6):606–613.

[78] Oliveira, R. et Loucks, D. P. (1997). Operating rules for multireservoir systems. *Water Resources Research*, 33(4):839–852.

[79] Pereira, M. V. F. et Pinto, L. M. V. G. (1985). Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system : A decomposition approach. *Water Resources Research*, 21(6):779–792.

[80] Pereira, M. V. F. et Pinto, L. M. V. G. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52(2):359–375.

[81] Philpott, A. B. et Guan, Z. (2008). On the convergence of stochastic dual dynamic programming and related methods. *Operations Research Letters*, 36(4):450–455.

[82] Pianosi, F., Thi, X. Q. et Soncini-Sessa, R. (2011). Artificial neural networks and multi objective genetic algorithms for water resources management : an application to the hoabinh reservoir in vietnam. *IFAC Proceedings Volumes*, 44(1):10579–10584.

[83] Pina, J. A., Tilmant, A. et Côté, P. (2017). Optimizing multireservoir system operating policies using exogenous hydrologic variables. *Water Resources Research*, 53(11):9845–9859.

[84] Poorsepahy-Samian, H., Espanmanesh, V. et Zahraie, B. (2016). Improved inflow modeling in stochastic dual dynamic programming. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 142(12):04016065.

[85] Pritchard, G. (2015). Stochastic inflow modeling for hydropower scheduling problems. *European Journal of Operational Research*, 246(2):496–504.

[86] PSR (2018). SDDP (version 16.0.3). https ://www.psr-inc.com/softwares-en/.

[87] Raman, H. et Chandramouli, V. (1996). Deriving a general operating policy for reservoirs using neural networks. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 122(5):342–347.

[88] Rani, D. et Moreira, M. M. (2010). Simulation–optimization modeling : A survey and potential application in reservoir systems operation. *Water Resources Management*, 24(6):1107–1138.

[89] Rasmussen, P. F., Mathier, L., Salas, J. D., Fagherazzi, L. et Rassam, J.-C. (1995). Calibration of a multivariate PARMA model for the ottawa river system. Rapport de recherche 432, INRS - Eau, 490, Rue de la Couronne, Quebec.

[90] Rasmussen, P. F., Salas, J. D., Fagherazzi, L., Rassam, J.-C. et Bobée, B. (1996). Estimation and validation of contemporaneous PARMA models for streamflow simulation. *Water Resources Research*, 32(10):3151–3160.

[91] Raso, L., Dorchies, D., Kwakkel, J. et Malaterre, P. O. (2016). Optimist : A python library for water system optimal operation and analysis using SDDP. *In 8th International Congress on Environmental Modelling and Software*, Toulouse, France.

[92] Raso, L., Malaterre, P.-O. et Bader, J.-C. (2017). Effective streamflow process modeling for optimal reservoir operation using stochastic dual dynamic programming. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 143(4):04017003.

[93] Rockafellar, T. R. et Wets, R. J.-B. (1991). Scenarios and policy aggregation in optimization under uncertainty. *Mathematics of operations research*, 16(1):119–147.

[94] Rotting, T. A. et Gjelsvik, A. (1992). Stochastic dual dynamic programming for seasonal scheduling in the norwegian power system. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1):273–279.

[95] Saad, M., Turgeon, A., Bigras, P. et Duquette, R. (1994). Learning disaggregation technique for the operation of long-term hydroelectric power systems. *Water Resources Research*, 30(11):3195–3202.

[96] Saada, N. (2014). Time series modeling of monthly rainfall in arid areas : Case study for saudi arabia. *American Journal of Environmental Sciences*, 10(3):277–282.

[97] Salas, J. D. (2000). Stochastic analysis and modeling for simulation and forecasting, consulting report for hydro-quebec. Rapport de recherche, Colorado State University, Colorado, USA.

[98] Salas, J. D. et Boes, D. C. (1980). Shifting level modelling of hydrologic series. *Advances in Water Resources*, 3(2):59–63.

[99] Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V. M. et Lane, W. L., éditeurs (1980). *Applied modeling of Hydrologic time series*. Water Resources Publications, Littleton, Colorado, USA, first édition.

[100] Salas, J. D. et Obeysekera, J. T. B. (1992). Conceptual basis of seasonal streamflow time series models. *Journal of Hydraulic Engineering*, 118(8):1186–1194.

[101] Scarcelli, R. O., Zambelli, M. S., Filho, S. S. et Carneiro, A. A. (2014). Aggregated inflows on stochastic dynamic programming for long term hydropower scheduling. *In 2014 North American Power Symposium (NAPS*, pages 1–6, Pullman, WA, USA.

[102] Scarcelli, R. O. C., Zambelli, M. S., Soares, S. et Carneiro, A. A. F. M. (2017). Ensemble of markovian stochastic dynamic programming models in different time scales for long term hydropower scheduling. *Electric Power Systems Research*, 150:129–136.

[103] Seifi, A. et Keith, W. R. (2001). Interior-point method for reservoir operation with stochastic inflows. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 127(1):48–57.

[104] Shapiro, A. (2011). Analysis of stochastic dual dynamic programming method. *European Journal of Operational Research*, 209(1):63–72.

[105] Shapiro, A. et Andrzej, P. R., éditeurs (2003). *Stochastic programming*. Elsevier, Amsterdam, Netherlands, first édition.

[106] Sharif, M. et Wardlaw, R. (2000). Multireservoir systems optimization using genetic algorithms : Case study. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 14(4):255–263.

[107] Sharma, A. et O'Neill, R. (2002). A nonparametric approach for representing interannual dependence in monthly streamflow sequences. *Water Resources Research*, 38(7):5–1–5–10.

[108] Simo, T., Kenfack, F. et Ngundam, J. M. (2007). Contribution to the long-term generation scheduling of the cameroonian electricity production system. *Electric Power Systems Research*, 77(10):1265–1273.

[109] Stedinger, J. R. et Vogel, R. M. (1984). Disaggregation procedures for generating serially correlated flow vectors. *Water Resources Research*, 20(1):47–56.

[110] Sveinsson, O. G. B., Salas, J. D., Lane, W. L. et Frevert, D. K. (2007). Stochastic analysis, modeling and simulation (SAMS).

[111] Taktak, R. et D'Ambrosio, C. (2017). An overview on mathematical programming approaches for the deterministic unit commitment problem in hydro valleys. *Energy Systems*, 8(1):57–79.

[112] Tejada-Guibert, J. A., Johnson, S. A., et Stedinger, J. R. (1993). Comparison of two approaches for implementing multireservoir operating policies derived using stochastic dynamic programming. *Water Resources Research*, 29(12):3969–3980.

[113] Tesfaye, Y. G., Meerschaert, M. M. et Anderson, P. L. (2006). Identification of periodic autoregressive moving average models and their application to the modeling of river flows. *Water Resources Research*, 42(1):375–384.

[114] Thienie, J. (2008). *Décisions séquentielles dans l'incertain : nouvelles approches par la programmation stochastique et applications*. thèse de doctorat, Faculté des sciences économiques et sociales, Université de Genève, Genève, Suisse. http ://julien.thenie.free.fr/files/2008-JThenieThesis.pdf.

[115] Thomas, H. A. et Fiering, M. B. (1962). Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation. *In* Mass, A. et al., éditeurs : *Design of Water Resource Systems*, volume 40, pages 459–493. Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.

[116] Tilmant, A. et Kelman, R. (2007). A stochastic approach to analyze trade-offs and risks associated with large-scale water resources systems. *Water Resources Research*, 43(6):W06425.

[117] Tilmant, A., Pinte, D. et Goor, Q. (2008). Assessing marginal water values in multipurpose multireservoir systems via stochastic programming. *Water Resources Research*, 44(12):W12431.

[118] Tong, B., Zhai, Q. et Xiaohong, G. (2013). A stochastic milp model for long-term hydrothermal scheduling considering water resource management. *In Proceedings of the 32nd Chinese Control Conference*, page 2603–2608, Xi'an, China.

[119] Turgeon, A. (1992). PERESE : The new Hydro-Québec optimization model for the long-term scheduling of reservoirs. *In Hydropower 92 : Proceedings of the 2nd International Conference on Hydropower*, pages 603–612, Lillehamer, Norway.

[120] Turgeon, A. (2005). Solving a stochastic reservoir management problem with multilag autocorrelated inflows. *Water Resources Research*, 41(12):W12414.

[121] Turgeon, A. et Charbonneau, R. (1998). An aggregation-disaggregation approach to long-term reservoir management. *Water Resources Research*, 34(12):3585–3594.

[122] Turner, S. W. D. et Galelli, S. (2016). Regime-shifting streamflow processes : Implications for water supply reservoir operations. *Water Resources Research*, 52(5):3984–4002.

[123] Vallée, A. et Lafond, L. (1989). Production scheduling model for Hydro-Québec. *In Proceedings of the 3rd Water Resources Operations Management Workshop*, page 439–449, Fort Collins, Colorado, United States.

[124] van Ackooij, W., Lopez, I. D., Frangioni, A., Lacalandra, F. et Tahanan, M. (2018). Large-scale unit commitment under uncertainty : an updated literature survey. *Annals of Operations Research*, 271(1):11–85.

[125] Van Slyke, R. M. et Wets, R. J.-B. (1969). L-shaped linear programs with applications to optimal control and stochastic programming. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 17(4):638–663.

[126] Vecchia, A. V. (1985a). Maximum likelihood estimation for periodic autoregressive moving average models. *Technometrics*, 27(4):375–384.

[127] Vecchia, A. V. (1985b). Periodic autoregressive-moving average (PARMA) modeling with applications to water resources. *Journal of the American Water Resources Association*, 21(5):721–730.

[128] Vecchia, A. V., Obeysekera, J. T., Salas, J. D. et Boes, D. C. (1983). Aggregation and estimation for low-order periodic ARMA models. *Water Resources Research*, 19(5): 1297–1306.

[129] Yevjevich, V. M. (1963). Fluctuations of wet and dry years : Part i : Research data assembly and mathematical models. *Hydrology papers (Colorado State University)*, 1.

[130] Yildiran, U. (2019). Nonnegative wind speed time series models for sddp and stochastic programming applications. *In 2019 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Europe (ISGT-Europe)*, pages 1–5, Bucharest, Romania.

[131] Zahraie, B. et Karamouz, M. (2004). Optimal multipurpose-multireservoir operation model with variable productivity of hydropower plants. *Scientia Iranica*, 11(1):92–103.