

Titre: Analyse du comportement d'éléments fléchis en béton renforcé de fibres métalliques: Du matériau à la structure
Title:

Auteur: Renaud De Montaignac de Chauvance
Author:

Date: 2011

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: De Montaignac de Chauvance, R. (2011). Analyse du comportement d'éléments fléchis en béton renforcé de fibres métalliques: Du matériau à la structure [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.
Citation: <https://publications.polymtl.ca/548/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/548/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Bruno Massicotte, & Jean-Philippe Charron
Advisors:

Programme: Génie civil
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ANALYSE DU COMPORTEMENT D'ÉLÉMENTS FLÉCHIS
EN BÉTON RENFORCÉ DE FIBRES MÉTALLIQUES:
DU MATÉRIAU À LA STRUCTURE

RENAUD DE MONTAIGNAC DE CHAUVANCE
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUES ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (PH. D)
(GÉNIE CIVIL)

AVRIL 2011

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

ANALYSE DU COMPORTEMENT D'ÉLÉMENTS FLÉCHIS
EN BÉTON RENFORCÉ DE FIBRES MÉTALLIQUES:
DU MATÉRIAU À LA STRUCTURE

Présentée par : DE MONTAIGNAC DE CHAUVANCE Renaud

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiae Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. TREMBLAY Robert, Ph.D, président

M. MASSICOTTE Bruno, Ph.D, membre et directeur de recherche

M. CHARRON Jean-Philippe, Ph.D, membre et codirecteur de recherche

M. GAGNÉ Richard, Ph.D., membre

M. BISCHOFF Peter, Ph.D, membre

DÉDICACE

À ma famille,

*à ma femme,
à mes enfants,
à mes parents*

REMERCIEMENTS

Je tiens en premier lieu à remercier Bruno Massicotte, mon directeur de recherche, qui m'a permis de réaliser cette thèse. Ses connaissances techniques et scientifiques ont permis de me diriger tout au long de mes travaux, tandis que ses qualités humaines ont fait de nos rencontres un moment agréable. Je le remercie également pour le soutien financier.

Je souhaite remercier Jean-Philippe Charron, mon co-directeur de recherche, qui par sa connaissance du matériau béton a su m'orienter dans mes travaux. Sa disponibilité, sa rigueur et son enthousiasme m'ont permis de mener à bien mon projet et de maintenir le cap au fil du temps.

Ce fut un plaisir et un honneur de réaliser ma recherche dans un laboratoire de structures de calibre international avec des équipements de haut niveau. Cela n'aurait pas été possible sans le support de toute l'équipe technique. Je tiens donc à remercier Denis Fortier, Patrice Bélanger, Yves Méséréré et David Ek pour leur aide dans la réalisation de la partie expérimentale. Je dis un merci spécial à mon compatriote Cédric Androuet, avec qui j'ai eu le plaisir de travailler pour le développement des matériaux et dans la réalisation des essais. La campagne expérimentale a été possible grâce, également, au support des associés de recherche. Je remercie donc Kathleen Moffatt et Viacheslav Koval pour leur aide dans l'organisation du projet et Martin Leclerc pour sa contribution très appréciée dans la réalisation des spécimens.

J'ai eu beaucoup de plaisir à travailler au sein du groupe de recherche en génie des structures de l'École Polytechnique. Je tiens à remercier particulièrement les professeurs Robert Tremblay, Pierre Léger et Najib Bouaanani, ainsi que mes directeurs de recherche Bruno Massicotte et Jean-Philippe Charron, pour la qualité de l'enseignement offert en génie des structures qui m'ont permis d'acquérir et de maîtriser les compétences essentielles à l'exercice de mon métier. La diversité et la curiosité des étudiants aux études supérieures font du groupe de recherche un espace dynamique et convivial. Je souhaite remercier mes collègues pour les bons moments que j'ai vécu pendant ces années d'étude. Je remercie également la secrétaire Anne Marie Goulet pour sa disponibilité et sa bonne humeur.

Je remercie le Conseil National de Recherche en Sciences Naturel et en Génie du Canada (CRSNG) et le Centre de Recherche sur les Infrastructures en Béton du Québec (CRIB) pour le financement de ce projet. Je remercie Bekaert, Holcim et Euclid pour avoir fourni respectivement les fibres, le béton et les adjuvants.

Finalement, je tiens à dire un immense merci et toute ma reconnaissance à ma femme Déborah pour son soutien sans faille tout au long de mes études (et surtout vers la fin). Son amour et son énergie m'ont donné chaque jour la force nécessaire pour mener à bien, petit à petit, cette thèse de doctorat.

RÉSUMÉ

L'utilisation des bétons renforcés de fibres (BRF) à titre de renforcement structural nécessite la connaissance du comportement post-fissuration du matériau. Cette thèse passe en revue les différentes méthodes et analyses utilisées pour la détermination de la résistance à la traction des BRF. L'étude se base sur un programme expérimental comprenant cinq mélanges de BRF avec des volumes de fibres variant de 0.75% à 1.25%. Ces matériaux ont servi à fabriquer les spécimens pour les essais de traction uniaxiale, de flexion sur poutre entaillée et sur dalle circulaire. Les résultats des essais de caractérisation permettent de comparer le comportement $\sigma-w$ obtenu directement à partir de l'essai de traction uniaxiale avec ceux obtenus par analyse inverse des essais de flexion. La variabilité des résultats dépend notamment de l'orientation des fibres, de la taille de la section fissurée et de la présence d'une entaille.

Un modèle de calcul, basé sur des hypothèses simples et communément admises, est proposé pour l'analyse et le dimensionnement d'éléments en BRF soumis à des efforts de flexion. De manière à évaluer le modèle, une large campagne expérimentale est menée. Elle comprend des essais de flexion sur 19 poutres rectangulaires et deux poutres en T, fabriquées avec les cinq mélanges de BRF. La contribution des fibres aux différentes phases du comportement en flexion est décrite. La capacité du modèle analytique à prédire le comportement $M-w_{max}$, en conditions limites d'utilisation et de service, est vérifiée à l'aide des résultats expérimentaux. Les écarts observés peuvent être liés à la variabilité de la résistance à la traction des BRF et à la différence d'orientation des fibres entre les poutres et les spécimens de caractérisation. Une approche de dimensionnement réaliste est finalement proposée pour des poutres en 'T' soumises à des moments positifs et négatifs.

Par la suite, le comportement en flexion des BRF est étudié par la méthode des éléments finis. D'une part, la modélisation d'essais de flexion sur poutre entaillée et sur dalle circulaire normalisés est réalisée. La qualité des résultats comparés aux résultats expérimentaux permet de valider les hypothèses utilisées dans l'analyse inverse pour déterminer la loi contrainte-ouverture du matériau. L'effet de l'orientation des fibres, la procédure d'essai et la validité des essais normalisés sont discutés. D'autre part, la modélisation d'éléments structuraux de différentes taille, géométries et type de renforcement permet de mettre en valeur l'importance d'utiliser des

propriétés de matériau non uniformes afin de prédire convenablement l'évolution de la rigidité, de la résistance et de l'ouverture de fissure. L'indépendance de la résistance en traction post-fissuration du matériau et de la longueur de référence utilisée en éléments finis vis-à-vis des dimensions de la poutre, de sa forme et du type de renforcement est également confirmée.

ABSTRACT

Utilization of steel fibre reinforced concrete (SFRC) for carrying loads in structural applications requires knowledge of the post-cracking tensile response. Furthermore, applications in load-carrying structural members have yet to gain wide acceptance in design codes. This is partly explained by the lack of a unified design philosophy adapted to this material. This thesis reviews the experimental characterization tests and subsequent analysis commonly used for determining the post-cracking tensile properties of SFRC. The experimental program supporting this investigation comprised five different SFRC mixes with fibre volumes ranging from 0.75% to 1.25% used to fabricate a set of characterization specimens for uniaxial tensile tests, notched beam tests and round panel tests. In parallel, an extensive experimental program was conducted on large scale beams: 21 rectangular and T-beams of various sizes produced with the same material.

Characterization test results allowed a comparison between direct stress-crack opening measurements and the stress-crack openings retrieved from the inverse analysis of bending tests. Result discrepancies are analyzed and related mainly to test configurations, the presence of a predefined crack, support conditions, fibre orientation, and cracked surface size. Results obtained using material characterization tests are then applied to the reproduction of the structural behaviour of large scale beams.

A model based on simple and widely accepted assumptions was proposed for the analysis and the design of SFRC members subjected to bending moments. The contribution of fibres at different loading phases in bending is described in detail. The accuracy of the analytical model to predict maximum crack opening applicable in service conditions and the ultimate flexural strength are compared to experimental measurements. Discrepancies observed are related to the dispersion of the material properties and the difference of fibre orientation in beams and characterization specimens. Finally, the proposed design approach is applied to the design of a realistic T-beam subjected to positive and negative bending moments.

Finally this thesis is aimed at understanding the mechanics of steel fibre reinforced concrete (SFRC) in the context of designing for structural applications with Finite Elements Analysis

based on crack opening material behaviour. It focuses on the testing procedures used in order to obtain the tensile response of SFRC that are introduced later on in the finite element model of structural elements subjected to bending. Modelling of standardised material test specimens using nonlinear analysis enabled validation of the assumptions used in an inverse analysis to determine the post-cracking σ - w response from bending tests on notched beams and round panel tests. The effect of fibre orientation, the testing procedure, and the validity of each standardized test are discussed. Bending tests on structural beams of different scales, shapes, and conventional reinforcement were then reproduced using finite element analysis. The results emphasize the importance of selecting the appropriate material properties to correctly predict the member stiffness and strength, crack spacing, and evolution of the crack openings. The paper confirms the independence of the post-cracking σ - w response and the reference length used in the context of finite element modelling regarding member size, shape, and conventional reinforcement.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS.....	IV
RÉSUMÉ.....	VI
ABSTRACT	VIII
TABLE DES MATIÈRES	X
LISTE DES TABLEAUX.....	XVII
LISTE DES FIGURES.....	XVIII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS.....	XXI
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
1.1. Généralités	1
1.2. Problématiques	2
1.2.1. Caractérisation.....	2
1.2.2. Comportement en flexion.....	3
1.2.3. Modélisation.....	4
1.3. Définition du sujet de recherche et objectifs.....	5
1.3.1. La caractérisation des bétons renforcés de fibres métalliques	5
1.3.2. Étude du comportement en flexion des BRF	6
1.3.3. Modélisation.....	6
1.4. Portée et contributions.....	6
1.5. Contenu de la Thèse	8

CHAPITRE 2 LES BÉTONS RENFORCÉS DE FIBRES MÉTALLIQUES.....	9
2.1. Généralités	9
2.1.1. Action des fibres.....	9
2.1.2. Optimisation des dosages	10
2.1.3. Orientation préférentielle des fibres	12
2.2. Caractérisation du matériau en traction.....	12
2.2.1. Les essais	12
2.2.2. Discussion	14
2.2.3. Conclusions sur les méthodes de caractérisation	18
2.3. Le calcul inverse	18
2.3.1. Formulation analytique	18
2.3.2. Technique de résolution	20
2.4. Modèle de calcul en flexion.....	21
2.4.1. Modèle de calcul analytique.....	21
2.4.2. Longueur de référence.....	22
2.4.3. Les coefficients de tenue	24
2.5. Modélisation par la méthode des éléments finis	25
2.5.1. Recommandations	25
2.5.2. Le module EPM3D.....	26
CHAPITRE 3 DESCRIPTION DES TRAVAUX EXPÉRIMENTAUX.....	27
3.1. Limitation.....	27
3.2. Méthodologie.....	28
3.3. Campagne expérimentale	30
3.4. Caractérisation de la loi $\sigma-w$	31
3.5. Comportement en flexion	32

3.6. Modélisation du comportement des BRF	33
3.7. Description du programme expérimental	34
3.7.1. Paramètres étudiés pour les essais de flexion	34
3.7.2. Optimisation des matériaux	36
3.7.3. Réalisation des spécimens	37
3.7.4. Essais de caractérisation	41
3.7.5. Essais de flexion sur poutres de grandes tailles	47
 CHAPITRE 4 DESIGN OF SFRC STRUCTURAL ELEMENTS: POST-CRACKING TENSILE STRENGTH MEASUREMENT	 52
4.1. Résumé	53
4.2. Abstract	54
4.3. Introduction	55
4.4. Experimental program	59
4.5. Experimental results	62
4.6. Inverse analysis	64
4.6.1. Deflection - crack opening relationships	64
4.6.2. Inverse analysis results	65
4.7. Tensile σ-w relations for design	69
4.8. Discussion	70
4.8.1. Analysis of the uniaxial tension test results	70
4.8.2. Analysis of the bending test results	71
4.8.3. Reproducibility of experimental results	72
4.8.4. Inverse analysis results	73
4.8.5. Comparison of calculated and measured tensile behaviour	73
4.8.6. Application of σ -w relations in design and quality control	74

4.9. Conclusions	74
4.10. Acknowledgements.....	75
4.11. Notation	76
4.12. References	78
4.13. Appendix 1: predicting round panel deflection	81
 CHAPITRE 5 DESIGN OF SFRC STRUCTURAL ELEMENTS: FLEXURAL BEHAVIOUR PREDICTION.....	82
5.1. Résumé	83
5.2. Abstract.....	84
5.3. Introduction	85
5.4. Flexural analysis of SFRC members	86
5.4.1. Models and assumptions	86
5.4.2. Characteristic length.....	89
5.5. Experimental program	91
5.5.1. Material description and characterization	92
5.5.2. Bending tests	93
5.6. TEST RESULTS	95
5.6.1. Load-displacement behaviour	95
5.6.2. Moment-maximum crack width behaviour	96
5.6.3. Evaluation of the analytical model performance.....	99
5.6.4. Design of SFRC members.....	101
5.7. Discussion.....	103
5.7.1. SFRC interests for structural applications.....	103
5.7.2. Analytical model	104

5.8. Conclusions	105
5.9. Acknowledgements.....	106
5.10. Notation	107
5.11. References	109
 CHAPITRE 6 FINITE ELEMENT MODELING OF SFRC MEMBERS IN BENDING.	111
6.1. Résumé	112
6.2. Abstract	113
6.3. Introduction	114
6.3.1. SFRC tensile response.....	114
6.3.2. Modelling approach.....	115
6.3.3. Objectives.....	116
6.4. Background experimental program	116
6.4.1. Materials.....	117
6.4.2. Specimens.....	117
6.5. Finite element modeling.....	121
6.5.1. Concrete model	121
6.5.2. Modelling of SFRC specimens	121
6.6. Results and analysis	123
6.6.1. Characterization tests	124
6.6.2. Rectangular beam tests.....	125
6.6.3. T-beam tests	127
6.7. Discussion	129
6.7.1. Inverse analysis of characterization specimens.....	129
6.7.2. Finite element modelling of large beams	132
6.7.3. Recommendations	133

6.8. Conclusions	134
6.9. Acknowledgements.....	135
6.10. References	136
6.11. Notation	139
CHAPITRE 7 COMPLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES	140
7.1. Correction du frottement pour les essais de flexion sur dalle circulaire.....	140
7.2. Démarche pour la réalisation du calcul inverse	143
7.2.1. Traitement des données.....	144
7.2.2. Entrée des données	146
7.2.3. Vérification.....	148
7.3. Problèmes lors de la fabrication des poutres	150
CHAPITRE 8 DISCUSSION GÉNÉRALE	152
8.1. Rappel des objectifs.....	152
8.2. Caractérisation de la résistance à la traction.....	152
8.2.1. Variabilité, reproductibilité et représentativité.....	152
8.2.2. Aide à la décision	154
8.2.3. Calcul inverse.....	159
8.2.4. Vérification des méthodes de calcul inverse avec la MEF.....	160
8.3. Le calcul du comportement en flexion des BRF	162
8.3.1. Le comportement en flexion	162
8.3.2. Comportement en flexion des BRF au niveau d'une fissure.....	163
8.3.3. Longueur de référence.....	164
8.3.4. Évaluation du modèle sectionnel.....	166
8.3.5. Comportement en flexion des BRF avec la méthode des éléments finis	168

8.4. La modélisation par éléments finis du comportement flexionnel des BRF.....	169
CHAPITRE 9 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS.....	171
9.1. Conclusions	171
9.1.1. Conclusions sur la caractérisation des BRF	171
9.1.2. Conclusions sur l'étude du comportement en flexion des BRF	172
9.1.3. Conclusions sur la modélisation des BRF	174
9.2. Recommandations	175
9.2.1. Approfondissement de l'étude sur le calcul inverse.....	175
9.2.2. Amélioration du calcul inverse sur les dalles circulaires	175
9.2.3. Raffinement de la méthode de dimensionnement	176
9.2.4. Amélioration de la compréhension du comportement en flexion	177
9.2.5. Optimisation de l'utilisation des fibres	177
RÉFÉRENCES	179
ANNEXE: RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.....	187

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 Type de fibres et dosage des mélanges de BRF et sections de poutres réalisées avec ces mélanges	36
Tableau 3.2 Dimension des spécimens	37
Tableau 3.3 Composition des BRF	38
Table 4.1 Mixes properties.....	59
Table 4.2 Mechanical properties in compression.....	60
Table 4.3 Relative cracking energy ratio $E_{\text{bending}} / E_{\text{UT}}$ at $w = 1 \text{ mm}$	74
Table 5.1 Proposed values for L_r	90
Table 5.2 Mechanical properties	92
Table 5.3 Specimen dimensions and reinforcement.....	94
Table 5.4 L_r values for SFRC beams	100
Table 5.5 Performance of the analytical model - MMOD / MEXP	101
Table 6.1 Experimental program on structural beams	117
Table 6.2 Mechanical properties of SFRC mixes	117
Table 6.3 Finite element analysis parameters	123
Tableau 8.1 Avantages et inconvénients des différents essais utilisés.....	154
Tableau 8.2 Classement des critères d'aide à la décision	155
Tableau 8.3 Description des critères de pondération	156
Tableau 8.4 Analyse multicritères des méthodes de caractérisation	158

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Schématisation de la thèse	7
Figure 2.1 Comportement des BRF soumis à des efforts de traction.....	10
Figure 2.2 Variation de la maniabilité en fonction du rapport S/G	11
Figure 2.3 Schéma de l'assemblage nécessaire pour l'essai de traction directe	15
Figure 2.4 Procédure de l'analyse inverse	20
Figure 2.5 Schéma de l'analyse sectionnelle	21
Figure 2.6 Transformation de la loi de comportement.....	23
Figure 3.1 Schématisation de la méthodologie du projet de recherche.....	29
Figure 3.2 Représentation schématique de la campagne expérimentale.....	30
Figure 3.3 Schéma de la méthodologie d'étude de la caractérisation de la résistance à la traction des BRF	32
Figure 3.4 Schéma de la méthodologie de l'étude du comportement.....	33
Figure 3.5 Schéma de la méthodologie pour la modélisation	34
Figure 3.6 Schéma des sections de poutres	35
Figure 3.7 À l'usine de béton.....	39
Figure 3.8 Essai au cône d'Abrams avant (à gauche) et après (à droite) l'insertion des fibres	39
Figure 3.9 La coulée.....	40
Figure 3.10 La cure	40
Figure 3.11 Procédure de collage de l'essai de traction uniaxiale.....	42
Figure 3.12 Photos de l'essai de traction uniaxiale	43
Figure 3.13 Photos de l'essai de flexion 3 points sur poutre entaillée et de l'instrumentation	45
Figure 3.14 Photos de l'essai de flexion sur dalle	47
Figure 3.15 Principe de l'essai de flexion 4 points.....	48
Figure 3.16 Flexion quatre points sur les poutres de 150 mm	48
Figure 3.17 Instrumentation des poutres – Mesure de l'ouverture des fissures.....	50
Figure 4.1 Proposed approach for design or analysis.....	56
Figure 4.2 Proposed approaches for determining tensile properties	58
Figure 4.3 RILEM 162TDF uniaxial test.....	60
Figure 4.4 Figure 4 EN14651 notched beam test.....	61
Figure 4.5 ASTM round panel test.....	61

Figure 4.6 RILEM TDF162 uniaxial test results a) $w \leq 5$ mm; b) $w \leq 1$ mm	62
Figure 4.7 EN14651 notched beam test results	62
Figure 4.8 ASTM C 1550 Round Panel test results	63
Figure 4.9 Inverse analysis principles	64
Figure 4.10 Application of inverse analysis	65
Figure 4.11 Application of inverse analysis on F60-0.75 mix	66
Figure 4.12 Application of inverse analysis on F60-1.0 mix	66
Figure 4.13 Application of inverse analysis on F35-1.0 mix	67
Figure 4.14 Application of inverse analysis on F35-1.25 mix	67
Figure 4.15 Application of inverse analysis on F35-1.0T mix	68
Figure 4.16 F35-1.0T mix characteristic properties	70
Figure 5.1 Analytical model assumptions	87
Figure 5.2 Assumptions for σ - w and σ - ϵ relationships	88
Figure 5.3 Influence of L_r on the flexural behaviour of SFRC beam	89
Figure 5.4 SFRC post-cracking tensile properties	92
Figure 5.5 Specimens cross-section	93
Figure 5.6 Two point loading experimental setup	95
Figure 5.7 Load displacements behaviour :	96
Figure 5.8 Experimental and sectional analysis results for the R150F specimens	97
Figure 5.9 Experimental and sectional analysis results for the R300RF specimens	98
Figure 5.10 Experimental and analytical results for the T500RF specimens	99
Figure 5.11 F35-1.0T σ - w relations	102
Figure 5.12 T-beam design	103
Figure 6.1 Stress crack opening relation	116
Figure 6.2 Experimental setups for characterization specimens	118
Figure 6.3 Characteristics of structural beams	119
Figure 6.4 Experimental setup for structural beams	119
Figure 6.5 Measured σ - w relations	120
Figure 6.6 Mesh	122
Figure 6.7 Notched beam test modelling	124
Figure 6.8 Round panel test modelling	125

Figure 6.9 Rectangular beam test modelling.....	126
Figure 6.10 T-beam test modelling	128
Figure 6.11 Crack pattern of finite element model for T-beams.....	128
Figure 6.12 Evolution of the maximal crack opening in T-beams.....	129
Figure 6.13 Proposed support device for ASTM-C1550 round panel tests	132
Figure 7.1 Correction des résultats d'un essai de flexion sur dalle circulaire.....	142
Figure 7.2 Modification du montage de l'essai de flexion sur dalle circulaire pour supprimer l'effet du frottement :	143
Figure 7.3 Étapes du calcul de la courbe moyenne	145
Figure 7.4 Suppression de la partie élastique de courbe de flexion sur dalle circulaire pour l'analyse inverse	146
Figure 7.5 Introduction des données pour le calcul inverse de l'essai de flexion sur dalle circulaire - Première partie – Données générales.....	147
Figure 7.6 Introduction des données pour le calcul inverse de l'essai de flexion sur dalle circulaire - Deuxième partie – Données géométriques	147
Figure 7.7 Introduction des données pour le calcul inverse de l'essai de flexion sur dalle circulaire - Troisième partie – paramètres de l'analyse	148
Figure 7.8 Vérification de la courbe charge-déplacement	149
Figure 7.9 Vérification de l'allure de la courbe contrainte - ouverture de fissure.....	149
Figure 8.1 Utilisation de deux longueurs de référence.....	164
Figure 8.2 Courbe M-w pour le dimensionnement d'une poutre en 'T' à l'état limite ultime et comparaison à la courbe expérimentale	168

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Sigles

AFGC =	Association Française du Génie Civil
BFP =	Béton Haute Performance
BRF =	Béton Renforcé de Fibres
EPM3D=	Endommagement Progressif du Matériau en 3 Dimensions
LVDT =	Linear Variable Differential Transformer – Capteur de déplacement linéaire
FIB =	Fédération Internationale du Béton
MEF =	Méthodes des Éléments finis
NB =	Essai de flexion sur poutre entaillée (Notched Beam test)
RP =	Essai de flexion sur dalle circulaire (Round Panel test)
SFRC =	Steel Fiber Reinforced Concrete
UT =	Essai de traction uniaxiale (Uniaxial Tension test)

Symboles latin

b	=	largeur
C	=	quantité de ciment dans le mélange
E	=	quantité d'eau dans le mélange
E_c	=	module d'Young
E_{UT}	=	aire sous la courbe σ - w pour l'essai de traction uniaxiale
$E_{bending}$	=	aire sous la courbe σ - w pour les essais de flexion
f_c'	=	résistance à la compression du béton
f_{cr}	=	contrainte de fissuration du béton
f_t	=	résistance à la traction du béton
G	=	masse des gros granulats dans le mélanges
h	=	hauteur
L	=	longueur
L_R	=	longueur de référence
M	=	moment fléchissant
M_{EXP}	=	moment fléchissant expérimental
M_{MOD}	=	moment fléchissant du modèle

N	=	effort normale
N_a	=	charge normale
N_c	=	effort de compression
N_f	=	effort de traction dû à l'action des fibres
N_s	=	effort de traction dû à l'armature conventionnelle
N_t	=	effort de traction dû à la matrice de béton
P	=	charge
r	=	rayon entre les supports de la dalle circulaire
R	=	rayon extérieur de la dalle circulaire
V	=	coefficient de variation
S	=	masse de sable dans le mélange
s_m	=	espacement de fissures selon l'Eurocode 2
t	=	coefficient de Student
w	=	ouverture de fissure
w_{lim}	=	ouverture de fissure limite pour le dimensionnement
w_{max}	=	ouverture de fissure maximale
w_t	=	ouverture de fissure à la face
z	=	profondeur de la fissure

Symboles grec

α	=	fraction fissure de la hauteur
δ	=	flèche
δ_{max}	=	flèche maximale
Δ	=	δ/δ_{max}
ε	=	déformation
ε_c	=	déformation à la face comprimée
ε_e	=	déformation élastique
ε_{max}	=	déformation maximale
ε_t	=	déformation à la face tendue
ε_w	=	déformation équivalente à une ouverture de fissure
ϕ_s	=	facteur de réduction de l'acier

ϕ_f	=	facteur de réduction des BRF
θ	=	angle que forme la fissure
γ	=	coefficient de tenue
ν	=	coefficient de Poisson
ψ	=	courbure
σ	=	contrainte
σ_c	=	contrainte de compression
σ_{ch}	=	contrainte caractéristique
σ_f	=	contrainte post-fissuration
$\bar{\sigma}$	=	contrainte moyenne

Chapitre 1 INTRODUCTION

1.1. Généralités

Les bétons renforcés de fibres (BRF) sont des matériaux de plus en plus utilisés dans diverses applications du génie civil. Ces matériaux présentent en effet des propriétés très intéressantes par rapport aux bétons conventionnels telles que la ductilité et la prolongation de la durabilité. La présence de fibres métalliques au cœur de la matrice cimentaire permet le transfert d'efforts de traction au travers des fissures. Il est ainsi possible de parler de couture des fissures par les fibres. D'une part, ce phénomène permet au béton fissuré de conserver une résistance à la traction, ce qui lui confère de la ductilité. D'autre part, en limitant l'ouverture des fissures, la pénétration de l'eau dans la matrice est diminuée. Or l'eau sert de moyen de transport aux nombreux agents chimiques à l'origine de la dégradation des bétons et des armatures.

Les bétons renforcés de fibres intéressent les chercheurs depuis les années 1960 et notre connaissance ne cesse de s'accroître. La compréhension du matériau à l'état frais permet aujourd'hui de réaliser des mélanges maniabiles de béton avec des quantités de fibres importantes (jusqu'à 10% de fibres métalliques). De nombreuses études portant sur le comportement en flexion des BRF ont permis de mettre en valeur un phénomène d'écrouissage en flexion pour certains dosages et types de fibres. La non-fragilité en flexion de ces BRF a ouvert la porte à l'utilisation des fibres à titre de renforcement structurel.

De nos jours, les applications sont diverses. Les BRF sont utilisés de manière industrielle pour des projets de dalles sur sol ou encore de revêtement intérieur des tunnels en béton projeté. Ce type d'utilisation s'intéresse principalement à l'amélioration de la durabilité qu'apportent les fibres en limitant l'ouverture des fissures. Les dosages en fibres utilisés sont relativement faibles et se situent autour de 20 kg/m^3 (0.25%). En revanche, peu d'utilisations s'appuient sur le renforcement apporté par les fibres au niveau de la structure.

L'introduction de fibres dans un dosage suffisant confère au matériau des propriétés structurales, au niveau de son comportement en flexion et en cisaillement. Cela signifie que les fibres peuvent remplacer en partie ou en totalité l'armature conventionnelle. En effet, ces deux options sont

couramment envisagées dans la littérature : (1) les fibres remplaceraient une partie du renforcement de flexion dans des zones fortement encombrées par les armatures, (2) les fibres pourraient également remplacer l'armature dans sa totalité en flexion ou en cisaillement dans les zones faiblement sollicitées.

L'utilisation des BRF au niveau structural nécessite de connaître les propriétés du matériau sous différentes sollicitations. Les caractéristiques mécaniques en compression des BRF s'obtiennent de la même manière que pour les bétons conventionnels. En revanche, le comportement vis-à-vis de la traction est plus difficile à déterminer et demande le plus grand soin.

1.2. Problématiques

Il existe une variété de techniques de dimensionnement de structures en BRF. Les plus répandues (AFGC 2002, Rilem 2002, FIB 2010) se basent sur la loi contrainte – ouverture de fissure ($\sigma-w$) caractéristique de la résistance à la traction du matériau. Ces techniques ont une approche sectionnelle similaire au calcul de structure en béton armé, usuel pour les ingénieurs. Dans le but de pouvoir valider une méthode générale de dimensionnement en BRF, il convient de mener une large étude couvrant différents domaines : la caractérisation en traction, la méthode de dimensionnement et la prise en compte des paramètres structuraux ou encore, la modélisation de structure en BRF.

1.2.1. Caractérisation

La caractérisation de la résistance à la traction des BRF passe par la détermination d'une loi de comportement de type contrainte – ouverture de fissure ($\sigma-w$), permettant de connaître la contrainte transmise par les fibres au travers de la fissure pour une ouverture donnée. Le béton est un matériau fortement hétérogène et ses propriétés mécaniques peuvent varier au cœur d'une structure. Il est donc important de connaître le plus fidèlement possible le comportement en traction du matériau. Les caractéristiques recherchées pour une méthode de caractérisation sont la répétabilité, une faible variabilité et la simplicité de réalisation.

De nombreux essais ont vu le jour pour permettre l'étude du comportement des BRF. Il existe notamment plusieurs essais de flexion sur prisme chargé au tiers de la portée (ASTM C0418, JCI-SF4 1984, Banthia 1999), des essais de flexion sur dalle appuyée sur le contour (EFNARC 1996)

ou encore l'essai WST (2008). Parmi les plus utilisés, on en retrouve trois qui paraissent intéressant pour leur comportement stable et leur répétabilité :

- L'essai de traction directe (RILEM TC 162-TDF), théoriquement l'essai idéal, est cependant le plus difficile à réaliser;
- L'essai de flexion trois points sur poutre entaillée (EN 14651) est l'un des plus utilisés, particulièrement en Europe. Il est simple et permet de comparer les matériaux entre eux en termes de résistance équivalente en flexion pour une flèche donnée;
- L'essai de flexion sur dalle circulaire (ASTM C1550) développé par Bernard (1998) est également utilisé. Il permet de comparer les matériaux en termes d'énergie de rupture pour une flèche donnée. Cet essai adopté par l'ASTM présente une faible variabilité et une très bonne répétabilité.

Ces trois essais fournissent des renseignements sur le comportement des BRF mais aucun ne permet d'obtenir une loi $\sigma-w$ de comportement en traction de manière simple. De nombreux chercheurs ont travaillé à trouver un moyen d'extraire cette loi caractéristique des essais de flexion sur poutre entaillée (Stang 1998, Chanvillard 2000, Gettu 2006) et même plus récemment de l'essai de flexion sur dalle circulaire (Nour et al, 2011). Ce type d'approche est nommé calcul inverse. Ainsi, à l'École Polytechnique, Nour et Massicotte ont développé des logiciels basés sur le calcul inverse pour les deux types d'essais de flexion. En obtenant la loi caractéristique des BRF à partir d'une série d'essais de flexion faciles à mettre en place, on simplifie cette étape clé du dimensionnement de structure en BRF.

1.2.2. Comportement en flexion

Une bonne compréhension du comportement en flexion des BRF est essentielle à la validation d'une méthode de dimensionnement. Il existe plusieurs théories décrivant le comportement en flexion des BRF. Les principales sont celles de Rossi-Casanova (1997) et l'approche de l'AFGC. À l'École Polytechnique, un logiciel d'analyse sectionnelle permet le calcul de la relation moment-courbure ($M-\psi$) pour différents types de matériaux et de renforcements. Afin de le valider, il est nécessaire de vérifier si les prévisions émises par le logiciel pour les éléments en flexion sont correctes. De plus, de nombreux paramètres semblent influencer la réponse des

éléments en BRF. Parmi ceux là, on retrouve l'effet du dosage en fibres, du type de fibres, de l'effet d'échelle et du type de renforcement.

Diverses recherches ont permis le développement de méthodes de calcul visant à reproduire le comportement en flexion des BRF. Un élément clé de ces méthodes est la transformation de la relation $\sigma-w$ en relation $\sigma-\varepsilon$. La première relation est caractéristique du matériau alors que la seconde, nécessaire au calcul sectionnel, varie en fonction de l'utilisation. Le paramètre de transformation, appelé longueur de référence et noté L_R , a été le sujet de nombreuses recherches (Habel 2004). Il n'existe pas encore à ce jour de règle universelle pour la détermination de ce paramètre.

1.2.3. Modélisation

Le comportement non linéaire du béton est très complexe à représenter convenablement au sein d'une structure. Massicotte et al. (2007) ont développé un modèle tridimensionnel, nommé EPM3D (Endommagement Progressif du Matériau en trois Dimensions), permettant une bonne modélisation du comportement du béton armé autant au niveau de l'endommagement en compression que pour la prise en considération de la résistance post-fissuration. Désormais reconnu pour sa capacité à modéliser le comportement de structures en béton armé, le modèle a été adapté pour permettre la modélisation des BRF.

Dans les logiciels d'éléments finis, il est possible d'introduire une résistance en traction post-fissuration sous la forme $\sigma-\varepsilon$ ou d'énergie de rupture. Ces valeurs doivent être adaptées pour chaque type de modélisation, car dépendantes de différents paramètres tels que la taille des éléments. Une particularité du modèle pour les BRF est la définition de la loi post-fissuration propre au matériau, directement avec les ouvertures de fissures. L'adaptation d'EPM3D aux BRF constitue une certaine innovation dans la recherche sur les BRF. La vérification des hypothèses associées au modèle EPM3D est envisagée en reproduisant des essais dont les résultats expérimentaux sont connus. En validant le module, la modélisation des éléments de BRF de différentes géométries soumis à des efforts de flexion devient possible. De plus, cela confirme la validation à la fois du calcul inverse et de la méthode de prévision du comportement en flexion. La possibilité de modéliser les BRF par la méthode des éléments finis s'avère d'une grande aide

pour l'étude des essais de caractérisation sur les BRF ainsi que pour la compréhension du comportement en flexion.

1.3. Définition du sujet de recherche et objectifs

Cette thèse vise à améliorer l'étendue des connaissances sur les BRF afin d'en faciliter l'utilisation en tant que renforcement pour des applications structurales. Pour cela, la thèse étudie trois étapes importantes dans le dimensionnement en BRF. Dans un premier temps, la thèse a pour but de démontrer notre capacité à caractériser les BRF, en s'attardant particulièrement sur la validation de la méthode de calcul inverse. Le second objectif est de vérifier une méthode de dimensionnement simple pour les éléments de structure soumis à des efforts de flexion. Pour cela, l'étude s'appuie sur une importante campagne expérimentale réalisée au laboratoire de l'École Polytechnique. Le troisième et dernier objectif de la thèse est l'application et la validation des paramètres de modélisation des BRF par la méthode des éléments finis dans des éléments soumis à des efforts de flexion, à l'aide du modèle EPM3D. À travers cela, la validation du calcul inverse et la compréhension du comportement en flexion des BRF sont également étudiés.

Ainsi, les objectifs de ce projet de recherche peuvent être regroupés sous trois thèmes :

- La caractérisation des bétons renforcés de fibres métalliques;
- L'étude du comportement en flexion d'éléments de structure en BRF;
- La modélisation par la méthode des éléments finis et le logiciel EPM3D.

1.3.1. La caractérisation des bétons renforcés de fibres métalliques

À ce jour, trois essais sont principalement utilisés pour déterminer le comportement des BRF soumis à la traction. Dans un premier temps, il est intéressant de comparer ces différents essais de caractérisation du point de vue de la facilité de réalisation, de la variabilité des résultats et de l'équipement utilisé. Il est important de considérer également la représentativité de chacun des essais.

La validation des logiciels de calcul inverse développés à l'École Polytechnique par Nour et al (2011) est un point essentiel de cette thèse. Ces logiciels permettent d'obtenir de manière indirecte la loi σ - w caractéristique d'un mélange de BRF à partir des essais de flexion sur poutre entaillée et sur dalle circulaire. Ces travaux sont réalisés en parallèle avec ceux d'Ali Nour de

manière à effectuer les ajustements sur les logiciels de calcul. Le but est ici de créer deux logiciels de calculs capables de déterminer la loi caractéristique des BRF à partir des essais de flexion.

1.3.2. Étude du comportement en flexion des BRF

L'étude du comportement en flexion d'éléments de structure en BRF a pour but de mettre en évidence l'influence de différents paramètres tels que : l'effet d'échelle, le type de renforcement, le type et le dosage en fibres. L'objectif principal est de vérifier la validité de la méthode de calcul permettant de prédire ce comportement en utilisant une analyse simplifiée de calcul sectionnel. Le paramètre L_R est étudié de manière à proposer des valeurs propres aux éléments de structures étudiés.

1.3.3. Modélisation

L'objectif de cette étude est la compréhension du comportement des BRF en flexion dans un contexte de dimensionnement d'éléments structuraux en réalisant la modélisation d'une grande variété de spécimens. Dans un premier temps, l'étude porte sur la validation des paramètres utilisés pour l'analyse inverse. Dans un second temps, les paramètres utilisés pour la modélisation de poutres en BRF de grandes dimensions sont étudiés.

1.4. Portée et contributions

Cette thèse a pour objectif de démocratiser l'utilisation des BRF au niveau structural et de permettre d'orienter les ingénieurs dans les différentes étapes du dimensionnement d'éléments fléchis. Ce document constitue une source d'informations techniques pour toute personne s'intéressant à la conception d'éléments fléchis en BRF. La structure de la thèse est illustrée à la figure 1.1. Elle se compose d'articles abordant chacun un aspect de la démarche de dimensionnement. Le premier article discute de la caractérisation de la résistance à la traction des BRF (Thème 1). Le second étudie la prédiction du comportement en flexion d'éléments en BRF à l'aide du calcul sectionnel (Thème 2). Le troisième article montre la modélisation d'éléments de structure en BRF à l'aide d'EPM3D (Thème 3). Les liens entre les articles sont indiqués en traits pointillés. Les contributions propres à chacun des articles sont décrites au paragraphe suivant.

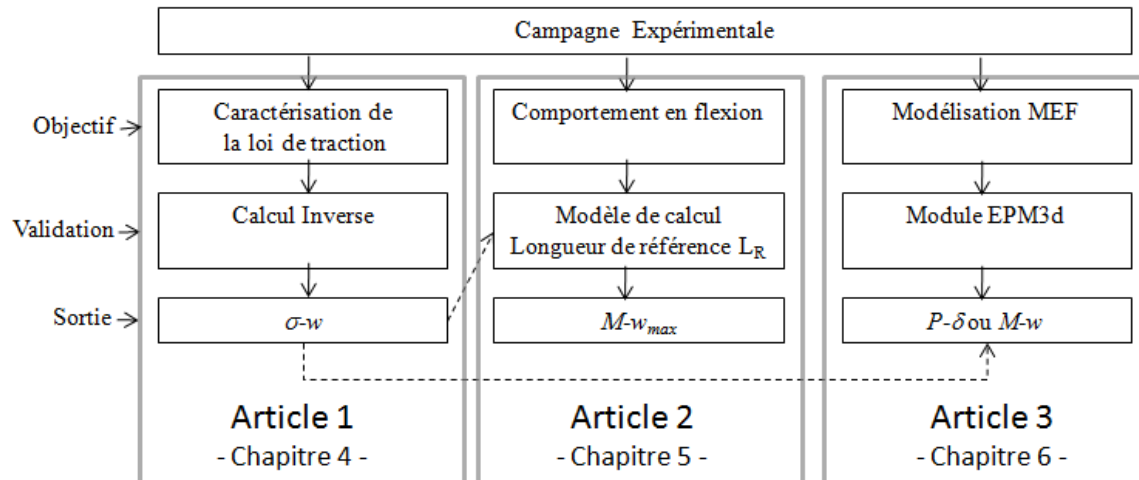


Figure 1.1 Schématisation de la thèse

Contributions originales

Premier article : Détermination de la résistance post-fissuration

- Comparaison pour plusieurs mélanges de BRF des résultats des trois méthodes d'essais de caractérisation;
- Obtention de la courbe σ - w complète par calcul inverse à partir des résultats de l'essai de flexion trois points sur poutre entaillée;
- Obtention de la courbe σ - w complète par calcul inverse à partir des résultats de l'essai de flexion sur dalle appuyée en trois points et chargée en son centre;
- Comparaison des lois de comportement σ - w obtenue des essais et analyses complémentaires.

Deuxième article : Prédiction du comportement en flexion

- Réalisation d'une campagne de flexion sur des éléments en BRF de grande dimension;
- Détermination de règles pour la sélection de la longueur de référence (L_R);
- Vérification du calcul sectionnel et des règles de L_R en reproduisant les résultats expérimentaux des éléments en BRF.

Troisième article : Modélisation du comportement en flexion

- Modélisation du comportement des éprouvettes de BRF lors des essais de caractérisation et validation des hypothèses du calcul inverse;
- Modélisation d'éléments de structure soumis à des efforts de flexion de grandes dimensions et comparaison avec les résultats expérimentaux;
- Validation des paramètres utilisés dans la modélisation de spécimen en BRF tels que les propriétés du matériau et la longueur de référence;
- Étude de l'influence de l'homogénéité des propriétés du BRF sur le comportement en flexion des modèles.

1.5. Contenu de la Thèse

À la suite de cette introduction, une revue de la documentation permet de mettre à jour l'état des connaissances aux niveaux des différents points abordés dans la thèse : les BRF, la caractérisation des matériaux, le calcul inverse, les méthodes de calcul de la résistance en flexion et la modélisation des matériaux. Le chapitre 3 est une description de l'ensemble des travaux qui composent ce projet de recherche. La campagne expérimentale y est détaillée et les différentes étapes du projet y sont présentées. Ce chapitre décrit également la méthodologie de la recherche et présente l'articulation des articles au cœur de la démarche scientifique. Le chapitre 4 est dédié à la caractérisation de la résistance à la traction et particulièrement à la dérivation de la $\sigma-w$ par calcul inverse sur les essais de flexion. Le chapitre 5 porte sur le comportement en flexion des BRF et l'application des méthodes de calcul sectionnel. Le chapitre 6 concerne la modélisation des BRF par la méthode des éléments finis. Ces trois chapitres correspondent aux articles de revue qui ont été soumis à la suite des travaux de recherche. Le chapitre 7 présente des compléments méthodologiques concernant la recherche. Chaque sous partie de ce chapitre est indépendante. Le chapitre 8 revient sur la discussion de chacun des trois articles et propose une analyse globale de la problématique abordée. Le chapitre 9 présente les conclusions de la thèse et les recommandations pour les recherches à venir.

Chapitre 2 LES BÉTONS RENFORCÉS DE FIBRES MÉTALLIQUES

2.1. Généralités

2.1.1. Action des fibres

L'ajout de fibres métalliques au cœur de la matrice cimentaire améliore le comportement post-fissuration du béton soumis à un effort de traction (Rossi, 1988). Si l'on considère le mécanisme de rupture en traction d'une matrice cimentaire, on observe trois phases distinctes. Entre 40% et 90% de f_t , le comportement est élastique et se caractérise par le développement d'une microfissuration diffuse. Autour de 90% de f_t , la coalescence de microfissure entraîne la formation d'une macrofissure jusqu'à atteindre la résistance à la traction de la matrice. En post-pic, on observe l'ouverture de la macrofissure. Les fibres débutent leur action une fois la matrice fissurée. En réalisant la couture des microfissures, les microfibres retardent la création des macrofissures (Lawler et al., 2002). Les macrofibres réalisent ensuite la couture des macrofissures, retardant la rupture du matériau et améliorent la ductilité. Ainsi, les parties fissurées de la matrice conservent une résistance à la traction grâce à l'action des fibres, qui transfèrent les efforts aux travers des fissures. Alors que le béton ordinaire présente une rupture fragile, l'ajout de fibres apporte de la ductilité, en absorbant de l'énergie au moment de la rupture.

Les fibres métalliques sont définies à partir de deux paramètres : la longueur et le rapport longueur/diamètre. Dans le cadre de ce projet, nous étudierons l'utilisation de macrofibres (35 mm et 60 mm) introduites dans des mélanges de bétons de résistance courante (< 70 MPa). L'interaction des fibres avec la matrice cimentaire agit de deux manières pour assurer le transfert des efforts aux travers des fissures : l'ancrage mécanique des crochets et le frottement le long de la fibre. Pour des mélanges de BRF comme ceux étudiés dans le cadre de cette thèse, la résistance à la traction (f_t) est identique à celle de la matrice de béton seule. En revanche, le comportement post-pic présente une ductilité importante caractérisée par une diminution progressive de la contrainte, comme le montre la figure 2.1. Ce comportement est présenté sous la forme de l'évolution de la contrainte de traction en fonction de l'ouverture de fissure ($\sigma-w$).

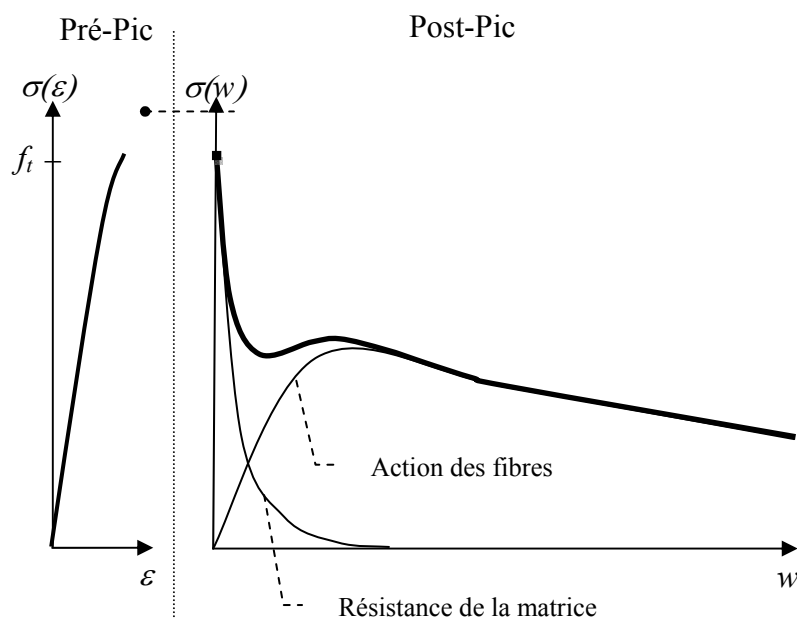


Figure 2.1 Comportement des BRF soumis à des efforts de traction

Dans notre étude, l'introduction de fibres ne modifie pas le comportement en compression du béton caractérisé par la résistance ultime f'_c et le module d'Young E . Le comportement en traction avant fissuration reste identique à celui du béton sans fibre, de même que la contrainte de fissuration f_t . Ainsi, tel que présenté à la figue 2.1, la particularité des BRF se situe dans la loi caractéristique du comportement post-fissuration qui présente l'évolution de la contrainte en fonction de l'ouverture de fissure.

2.1.2. Optimisation des dosages

L'une des principales difficultés dans l'utilisation de BRF est d'obtenir de bonnes caractéristiques mécaniques tout en conservant une maniabilité acceptable. Il est nécessaire d'obtenir un matériau qui se place facilement dans le coffrage et qui ne présente pas de ségrégation. L'utilisation d'une grande quantité de superplastifiant est souvent nécessaire. Un agent viscosant peut également être introduit dans le mélange, pour limiter la ségrégation en augmentant la viscosité de la pâte.

L'optimisation de la matrice est une étape essentielle au développement de mélange de BRF. De nombreux paramètres entrent en considération. Il s'agit non seulement du rapport E/C et de la quantité de ciment, de l'emploi d'addition minérale et d'adjuvant, mais également du type de fibres, de leur dosage et de la compacité du squelette granulaire. L'optimisation de ce dernier paramètre, caractérisé par le rapport massique sable sur granulats (S/G), constitue une étape préliminaire à la formulation du matériau.

En utilisant la méthode de Baron-Lesage (Rossi, 1990), il est possible de trouver un rapport S/G de manière à optimiser la maniabilité du mélange. Le rapport est optimisé en utilisant les mêmes granulats que lors de la coulée. L'introduction de fibres vient modifier le squelette granulaire, ainsi le rapport S/G doit être optimisé pour différents types de fibre et différents dosages. La figure 2.2 montre l'effet de la variation de S/G sur la maniabilité (temps d'écoulement d'un volume de béton par exemple). Par la suite, la maniabilité désirée est obtenue en faisant varier la quantité de ciment, la quantité de superplastifiant et la quantité d'agent viscosant.

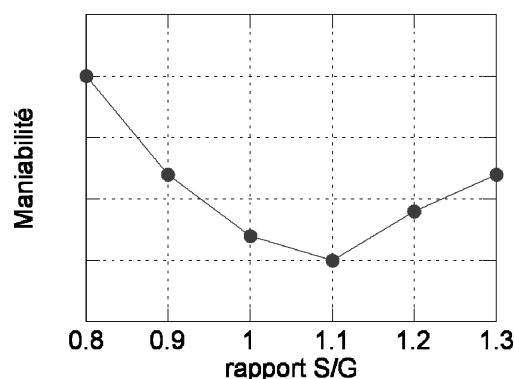


Figure 2.2 Variation de la maniabilité en fonction du rapport S/G

Au-delà de satisfaire les critères de maniabilité, Kooiman (2000) souligne que l'optimisation des mélanges doit permettre de respecter quelques critères essentiels au bon comportement du matériau. D'une part, la quantité de pâte doit être suffisante pour assurer l'ancrage des fibres (un minimum de 350 kg/m^3 pour 1% de fibres). D'autre part, le diamètre des granulats est choisi de manière à éviter les nœuds de fibres qui peuvent se produire si ceux-ci sont trop gros (la longueur des fibres doit être 2 à 3 fois le diamètre des plus gros granulats).

2.1.3. Orientation préférentielle des fibres

L'orientation des fibres au cœur du béton joue un rôle important dans la résistance à la traction. En effet, le gain de résistance apporté par les fibres au travers d'une fissure varie en fonction de l'angle d'incidence (Strack, 2008). Une fibre perpendiculaire au plan de la fissure aura une efficacité maximale. Il est alors intéressant de faire en sorte que les fibres soient orientées perpendiculairement aux plans de fissuration anticipés. Pour une poutre sollicitée en flexion, l'orientation des fibres à favoriser est parallèle à l'axe de la poutre.

L'orientation et la dispersion des fibres sont grandement influencées par les dimensions de la pièce, la direction de coulage, les propriétés rhéologiques du béton frais, etc. Afin d'essayer d'influencer l'orientation préférentielle des fibres dans une direction donnée, la compréhension des phénomènes à son origine est importante. Parmi ces phénomènes, on retrouve l'effet de bord ou la présence d'obstacles (des barres d'armatures par exemples) qui entraînent la création de zone de discontinuité. Un autre phénomène est l'orientation des fibres suivant l'écoulement du matériau dans le coffrage pour les bétons suffisamment fluides. L'orientation des fibres est fortement influencée par la méthode de coulée.

2.2. Caractérisation du matériau en traction

2.2.1. Les essais

Pour permettre l'utilisation en tant que renforcement primaire, il est important d'avoir une méthode adéquate de caractérisation de la résistance. Le meilleur essai de caractérisation doit permettre de faire la distinction entre différents types et dosage de fibres, afin de déterminer différentes classes de performance. Il doit en priorité être répétable et facile à réaliser (Lambrechts, 2003). La courbe de traction post-fissuration contrainte – ouverture de fissure ($\sigma-w$) est nécessaire pour connaître la participation du matériau dans les zones fissurées et pouvoir utiliser ces données à l'aide d'une méthode analytique simple. La définition de cette courbe requiert la réalisation d'un essai de laboratoire. Plusieurs essais existent, chacun présentant ses avantages et ses inconvénients. Le choix du meilleur essai se fait en les analysant en fonction de certains critères tels que la représentativité de l'essai par rapport à la sollicitation dans la structure et à l'orientation des fibres, la variabilité de la loi $\sigma-w$ ou encore la facilité de réalisation.

Plusieurs essais sont couramment utilisés pour étudier le comportement des BRP. Certains sont normalisés comme l'essai de traction uniaxiale (Rilem TC 162-TDF), l'essai de flexion sur poutre entaillée (EN 14651) et l'essai de flexion sur dalle circulaire (ASTM C1550). L'essai de traction est théoriquement l'essai de caractérisation idéal mais présente de nombreux inconvénients. Les essais de flexions sont simples à réaliser, le matériel nécessaire est courant dans les laboratoires, mais ils requièrent un traitement de données supplémentaires pour obtenir la loi $\sigma-w$. Ces trois essais seront décrits et discutés plus en détails dans ce chapitre, notamment en ce qui concerne la représentativité et la variabilité des résultats.

L'essai de traction uniaxiale consiste à appliquer une charge de traction aux extrémités d'un cylindre de 100 mm de diamètre et 100 mm de hauteur ayant été carotté au cœur d'un élément représentatif de la structure. L'orientation et la dispersion des fibres dans le cylindre doit correspondre au mieux à ceux attendus pour l'application structurale. De manière à imposer la position de la fissure et ainsi de pouvoir mesurer son ouverture à l'aide de trois extensomètres, une entaille est réalisée à mi-hauteur sur une profondeur de 10 mm. Les données de sortie sont la force de traction et l'ouverture de fissure en tout moment de l'essai. Connaissant l'aire de la section au niveau de la fissure, il est aisé d'obtenir la relation contrainte – ouverture de fissure.

L'essai de flexion sur poutre entaillée consiste à appliquer une charge à mi-portée sur une poutre de section carrée (150 x 150 mm), entaillée sur la face inférieure sur une profondeur de 25 mm. Les poutres ont une portée de 500 mm. Deux LVDTs placés au niveau de l'entaille de part et d'autre de la poutre mesurent la flèche et contrôlent le chargement en déplacement.

L'essai de flexion sur dalle circulaire consiste à appliquer une charge au centre d'une dalle de 800 mm de diamètre et 80 mm d'épaisseur simplement appuyée sur trois points. Un LVDT placé au dessous de la dalle mesure la flèche au centre. Aucune préparation additionnelle n'est nécessaire pour les spécimens.

Pour les essais de flexion sur poutre et sur dalle, les données de sortie sont la charge et la flèche en tout temps de l'essai. Ces données permettent de comparer les matériaux les uns aux autres en termes de comportement en flexion. Cependant, la courbe caractéristique $\sigma-w$ ne peut pas être obtenue directement. Un enjeu est de permettre le calcul de la courbe caractéristique à partir des

résultats des essais de flexion en utilisant une méthode d'analyse inverse. Le principe de cette méthode est présenté à la section 2.3 de ce chapitre.

On retrouve également d'autres tests comme l'essai de flexion en 4 points sur poutre non entaillée. L'essai ASTM C1018 a été l'un des plus utilisés pendant longtemps. Le comportement des BRF est étudié en termes d'indice de ductilité ou de contrainte résiduelle. Cet essai trouve des équivalents dans la norme suisse ou japonaise. L'instabilité de l'essai, particulièrement lors de la fissuration, le problème de fiabilité du traitement des données et la représentativité de l'indice de ductilité ont fait sorte que cet essai n'est plus utilisé. La norme ASTM C1609 ou encore l'essai proposé par Banthia (1999) sont des évolutions de cet essai. Il reste que la représentativité de la contrainte résiduelle est discutable et que ces essais présentent une variabilité importante (Lambrechts 2003). Il existe également des essais sur dalles appuyées sur le contour (Bernard 1998, EFNARC 1996). D'après l'étude de Lambrechts (2003), la variabilité des résultats sur cet essai est très grande. Le fait que les panneaux soient appuyés sur leur contour simule la continuité d'un élément. Ce type d'essai est donc parfaitement approprié pour le béton projeté sur la surface des tunnels ou les dalles sur sol. Le spécimen étant appuyé sur le contour, il est statiquement indéterminé et le schéma des fissures est imprévisible et rend impossible la transformation des données sous la forme σ - w .

2.2.2. Discussion

Réalisation des essais

Théoriquement, l'essai de traction directe est idéal pour caractériser le comportement post-fissuration des BRF, de par la répartition linéaire des contraintes (Chanvillard 2000). Cet essai est cependant très difficile à réaliser en raison des conditions d'ancrage et de la difficulté d'assurer la stabilité de l'essai. Une rotation du spécimen entraîne la création d'un champ de contraintes non linéaire à l'intérieur du matériau. Ce problème rend les résultats inexacts pour la résistance de la matrice. Si la charge se trouve excentrée, la résistance à la traction se trouve sous-estimée. De plus, comme le montre la figure 2.3, le montage et la préparation des spécimens sont complexes et les risques d'erreur dans le positionnement du cylindre, par collage et fixation mécanique sont nombreux. Finalement, l'entaille entraîne un plan de faiblesse qui n'est pas, à l'origine, la section

la plus faible du béton. Ainsi, l'essai de traction directe, qui est théoriquement l'essai parfait de caractérisation de la résistance à la traction, est en réalité difficile à réaliser et peu utilisé.

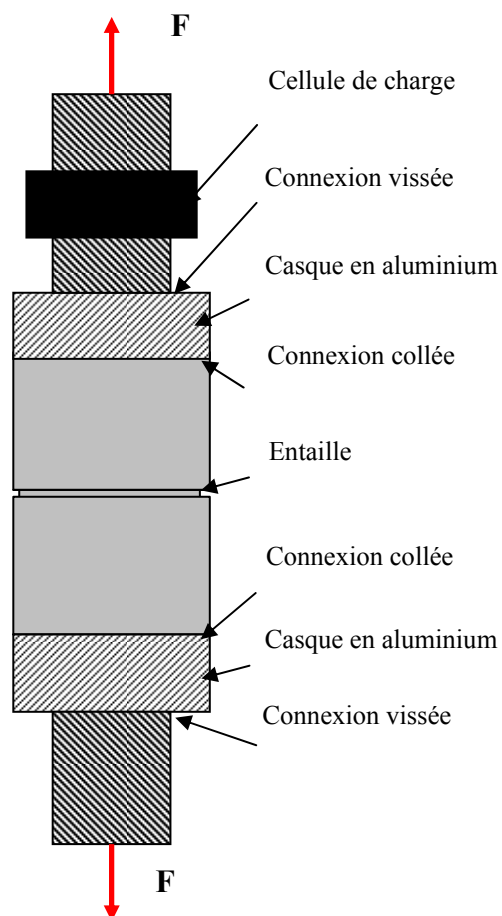


Figure 2.3 Schéma de l'assemblage nécessaire pour l'essai de traction directe

Les essais de flexion sont plus simples à réaliser et peuvent se faire à l'aide d'un équipement courant dans les laboratoires de matériaux. L'essai de flexion sur poutre entaillée est le plus répandu. La préparation consiste à entailler la poutre avec une scie à béton conventionnelle. Bien que souffrant de l'effet d'échelle, à cause de la faible dimension de la section fissurée (Chanvillard 2000), cet essai est représentatif du comportement en flexion des BRF.

L'essai de flexion sur dalle circulaire demande un plus gros effort lors de la manutention car les spécimens sont volumineux, cependant aucune préparation spécifique n'est nécessaire. De plus, c'est un essai très rapide à réaliser puisqu'il se déroule sur une période de 15 minutes.

Représentativité des résultats

Cette partie a pour objet la représentativité des résultats de chacun des essais, et particulièrement l'effet que peuvent avoir l'entaille ou l'orientation des fibres sur les résultats. La variabilité des différents essais y est également discutée.

• Effet de l'entaille

L'entaille réalisée sur un spécimen agit comme initiateur de la fissure et permet d'imposer la position de la fissure lors de l'essai. La localisation de la fissure étant bien définie, il est plus aisé de faire la mesure de flèche ou d'ouverture directement sur la fissure. Ainsi, l'utilisation de spécimens entaillés réduit la variabilité des résultats sans perturbation majeure de la réponse (Chanvillard, 2000).

Cependant, tel que mentionné, l'entaille crée un plan de faiblesse dans le spécimen qui n'est pas nécessairement le plan le plus faible du spécimen. Il est possible de cette manière de fausser la valeur de la résistance à la traction, entraînant notamment la surestimation de la résistance pour de faibles ouvertures. Cet effet est plus important pour les essais de traction directe, car dans un essai sur poutre, seule une partie de la section, la fibre inférieure, subit la contrainte maximale.

• Orientation des fibres

Dans les différents essais, l'orientation préférentielle des fibres ne se fait pas de la même manière. Dans le cas de la traction directe, cela dépend de la position et de l'orientation de la carotte. De manière idéale, celle-ci doit être extraite au cœur d'un élément de dimension équivalente à ceux que l'on souhaite dimensionner, afin que le comportement post fissuration soit représentatif. Il est important de faire la carotte en respectant le sens d'action des fibres, c'est-à-dire perpendiculairement aux plans de fissuration attendus. Dans le cas d'une poutre en flexion, le carottage se fait dans le même sens que l'écoulement du béton lors de la coulée, ce qui favorise la résistance du matériau en entraînant une orientation préférentielle perpendiculaire aux fissures.

Pour l'essai de flexion sur poutre entaillée, une procédure de coulage est décrite dans la norme pour éviter une variabilité des résultats trop importante. La section des poutres étant réduite (150 x 150 mm) et la longueur des fibres importante (35 et 60 mm), la zone perturbée par l'effet de bord comprend la majeure partie de la section. L'orientation préférentielle est ainsi essentiellement dans l'axe de la poutre, soit de manière perpendiculaire à la fissure. Les résultats obtenus avec cet essai sont bien représentatifs pour des poutres de faibles dimensions mais peuvent entraîner une surestimation de la résistance pour des poutres plus grandes.

Dans le cas de l'essai de flexion sur dalle circulaire, la faible épaisseur de la section fait en sorte que l'orientation des fibres se fait dans le plan de la dalle, sans pour autant avoir une direction préférentielle. Dans ce cas, le matériau est représentatif des dalles de grandes dimensions mais a tendance à sous estimer le comportement au cœur d'une poutre élancée, où comme il a été souligné précédemment, l'orientation préférentielle se fait perpendiculairement aux fissures de flexion.

• Variabilité

Une méthode de caractérisation est plus intéressante à utiliser quand la variabilité des résultats est la plus faible. En effet, pour une précision souhaitée, le nombre d'essais à réaliser sera moindre pour la méthode offrant la variabilité la plus faible. Celle-ci est fortement liée au volume de béton fissuré, parfois assimilé à la section fissurée ou encore à la longueur de la fissure. Les sections des spécimens des essais de traction uniaxiale et de flexion sur poutre entaillée sont faibles et leur variabilité est plus importante que celles des essais de flexion sur dalle.

Lambrechts (2003) a réalisé une étude sur la variation de caractéristiques des BRF en comparant les différents essais. Au total, près de 300 essais de flexion de types et de dosages de fibre différents ont été répertoriés. Le principal but était de comparer les écarts obtenus sur les essais de poutres par rapport aux essais sur dalle. Chaque série comportait six essais pour un même mélange de béton. La comparaison des méthodes porte sur la variation de l'énergie absorbée pour une même ouverture de fissure. L'étude montre une variabilité moyenne autour de 10% pour les essais de dalles circulaires contre 18% pour les poutres entaillées, et peut atteindre 38 % pour certains spécimens. À partir de ces données, on constate que si l'on souhaite obtenir une valeur expérimentale moyenne de la résistance avec 10% d'écart de la valeur réelle, un minimum de 15

poutres doit être testé contre 5 dalles circulaires. Bastien (2004) et Bélanger (2000) ont trouvé des résultats du même ordre pour les essais de flexion sur poutre entaillée avec une variabilité autour de 15%.

2.2.3. Conclusions sur les méthodes de caractérisation

L'essai de traction uniaxiale est difficile à réaliser, demande une préparation complexe des spécimens et présente une variabilité importante des résultats. Il reste cependant la seule méthode permettant de connaître directement la loi post-fissuration $\sigma-w$ des BRF. Bien que la présence de l'entaille puisse entraîner une légère surestimation de la résistance, les résultats sont satisfaisants lorsque l'essai est réalisé avec soin.

Les essais de flexion sur poutre sont les plus couramment employés pour déterminer le comportement des BRF. Ils sont faciles à réaliser dans des conditions courantes de laboratoire. Le contrôle du chargement par la mesure du déplacement permet une bonne stabilité des résultats. L'essai sur poutre entaillée présente une orientation favorable des fibres, qui ajoutée à l'entaille, entraîne une surestimation des résultats. La variabilité de cet essai est plus élevée que celle de l'essai de flexion sur dalle. Les essais de flexion fournissent cependant uniquement la relation charge – flèche en flexion du matériau. D'autres données peuvent être extraites de ces essais, comme la résistance résiduelle ou l'indice de ductilité. De nombreux chercheurs se sont intéressés à la possibilité d'extraire la loi caractéristique $\sigma-w$ des résultats des essais de flexion (Stang 1998, Bernard 1998, Marti 1999) à l'aide de méthodes de calcul inverse.

2.3. Le calcul inverse

2.3.1. Formulation analytique

Le calcul inverse a pour but de déterminer indirectement la relation contrainte-ouverture de fissure ($\sigma-w$) d'un BRF à partir des essais de flexion sur poutre entaillée ou sur dalle circulaire simplement appuyée. La méthode de calcul inverse, dans son principe, s'appuie sur un modèle analytique qui fournit la courbe force-déplacement pour une loi d'adoucissement arbitraire spécifiée a priori.

Dans les cas des poutres, Zhang et Stang (1998) ont proposé une formulation analytique présentant des résultats satisfaisants. L'apport de leur formulation est l'utilisation d'une relation dérivée de la mécanique de rupture, qui lie l'ouverture de fissure au moment et à la profondeur de la fissure.

Dans le cas des dalles, Marti et al. (1999) ont développé une approche théorique simplifiée. Leur modèle est limité par l'allure de la loi d'adoucissement du BRF qui est de forme parabolique. Cela simplifie la dérivation du comportement charge-flèche à partir de la théorie des lignes de rupture, mais n'est pas représentatif du comportement en traction du matériau. Tran et al. (2005) ont proposé une méthode pour déterminer le comportement charge-flèche des essais de flexion sur dalle circulaire. Leur formulation s'appuie sur la théorie des lignes de rupture pour le comportement en flexion de poutres de composition et d'épaisseur équivalentes. En revanche, ils utilisent la relation moment-rotation de la fissure ($M-\theta$) des poutres comme données d'entrées et non la loi $\sigma-w$. Nour et al. (2011) ont proposé une nouvelle relation entre l'ouverture de fissure et la flèche de la dalle permettant la prédiction du comportement en flexion des dalles circulaires. Étant donné la forte hétérogénéité du matériau, ils considèrent qu'une approche déterministe n'est pas convenable pour obtenir cette relation. Ils ont donc eu recours à des techniques probabilistes. Ainsi, la réponse charge-flèche est prédite à partir de la théorie des lignes de rupture, basés sur une relation flèche-profondeur de fissure pour des poutres de profondeurs équivalentes. Cette dernière relation est obtenue en utilisant des simulations de Monte-Carlo.

Les résultats d'analyse inverse présentés dans la thèse sont obtenus à l'aide de logiciels développés par Ali Nour se basant sur les formulations analytiques suivantes :

- Pour le cas des poutres entaillées, la méthode s'appuie sur le modèle analytique de Zhang et Stang (1998).
- Pour les dalles circulaires appuyées en trois points, la méthode utilise les équations cinématiques de Tran et al. (2005) développées à partir de la théorie des lignes de rupture, combinées avec le modèle analytique proposé par Nour et al. (2011).

2.3.2. Technique de résolution

Les méthodes d'analyse inverse existantes peuvent être divisées en deux groupes. Dans le premier se trouvent les techniques qui permettent une détermination complète de la loi d'adoucissement (Kitsutaka 1997). Le second rassemble les techniques pour lesquelles la loi d'adoucissement vérifie une fonction connue a priori, dont les paramètres sont déterminés à l'aide de techniques d'optimisation (Sousa et Gettu 2006). La méthode proposée par Ali Nour et validée dans le cadre de cette thèse, appartient au premier groupe, c'est à dire que la forme de la loi d'adoucissement est libre de varier.

La méthode est basée, comme pour la technique de Kitsutaka (1997), sur l'approximation polylinéaire pour l'obtention des courbes d'adoucissement en traction. C'est essentiellement une technique d'ajustement où un point de la courbe force-déplacement est utilisé pour trouver son correspondant sur la courbe d'adoucissement. Cette technique implique une extension pas à pas de la courbe d'adoucissement pour laquelle, le prochain point est déterminé par l'optimisation de la différence entre la courbe force-déplacement calculée analytiquement et la courbe expérimentale. Avec cette méthode, pour chaque ouverture de fissure, le diagramme d'adoucissement en traction est choisi de sorte que la courbe force-déplacement s'ajuste bien avec la courbe expérimentale (Nour et al. 2011).

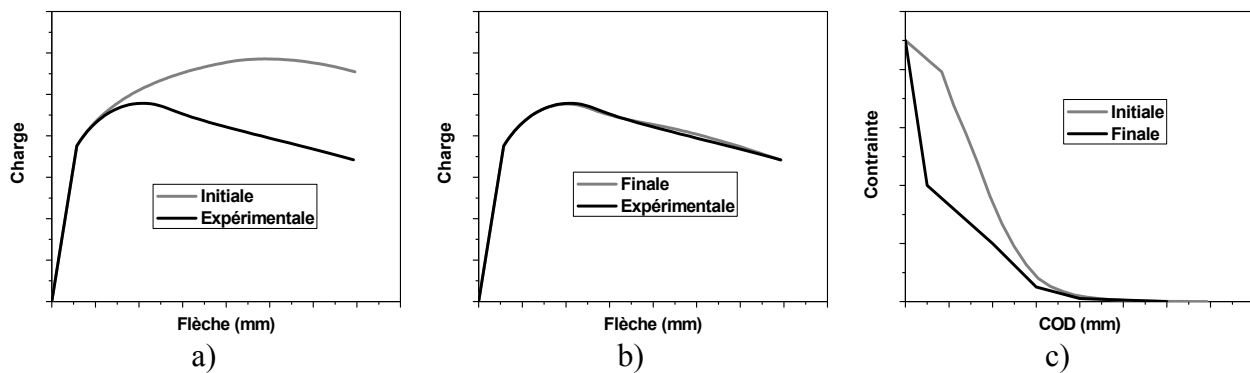


Figure 2.4 Procédure de l'analyse inverse

- a) résultat typique de l'ajustement branche par branche,
b) résultat typique de l'ajustement sur l'ensemble, c) lois d'adoucissement

La méthode présente deux niveaux d'ajustement avec la courbe force-déplacement comme le montre la figure 2.4. Le premier niveau d'ajustement consiste à diviser la courbe expérimentale force-déplacement en plusieurs branches, à avancer sur la courbe d'adoucissement, branche par branche, dans le but de déterminer une première estimée de la loi contrainte-ouverture de fissure par ajustement. Cette courbe d'adoucissement sert de base pour un deuxième niveau d'ajustement, réalisé par le biais d'une nouvelle analyse sur l'ensemble de la courbe force-déplacement. La courbe d'adoucissement est alors améliorée via un calcul itératif.

2.4. Modèle de calcul en flexion

2.4.1. Modèle de calcul analytique

Le calcul prédictif du comportement en flexion d'un élément de structure en BRF est généralement basé sur un modèle d'analyse sectionnelle du même type que celui du béton armé. Le modèle le plus largement utilisé (AFGC 2002, FIB 2010, Italian guidelines 2006, ACI 2002) est basé sur 2 hypothèses. La première est de considérer que les sections planes restent planes, permettant ainsi de relier les déformations le long de la section à la courbure. La seconde consiste à obtenir l'équilibre des forces internes de la section pour tout niveau de chargement, ou de déformation, en faisant varier la courbure de l'élément. La figure 2.5 montre le schéma d'une section en BRF ainsi que l'identification des paramètres utiles au modèle.

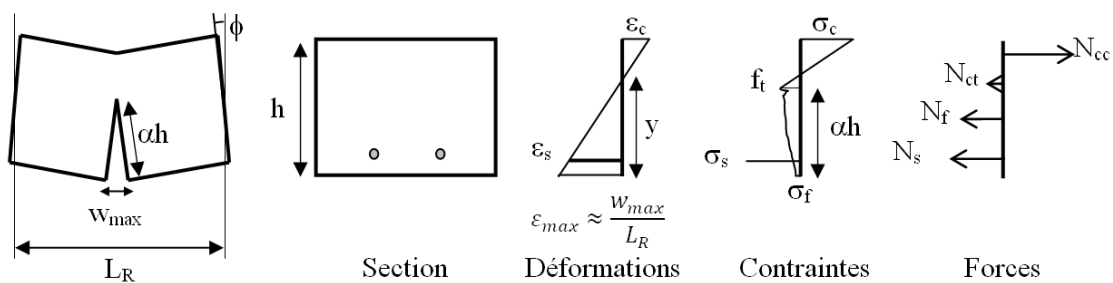


Figure 2.5 Schéma de l'analyse sectionnelle

Pour chaque pas de calcul, incrément de déformation à la fibre comprimée ou niveau de chargement, la courbure de la section est modifiée de manière itérative. La déformation en traction à la surface tendue, notée ε_{max} à l'équation (1), est exprimée en fonction de la courbure φ ,

puis les déformations en tout point de la section sont évaluées. Lorsque la courbure menant à l'équilibre des efforts internes décrit à l'équation (2) est obtenue, le moment résistant de la section est calculé.

$$\varepsilon_{max} = ah\psi \quad (2.1)$$

$$\sum N = N_{cc} + N_{ct} + N_f + N_s = 0 \quad (2.2)$$

Afin d'appliquer la méthode de calcul sectionnel, il importe de connaître la loi σ - ε du BRF. Comme il a été dit précédemment, la loi caractéristique du matériau en traction post-fissuration se présente sous la forme σ - w . La conversion de la loi σ - w en loi σ - ε est décrite par l'équation (2.3). Cette équation présente l'avantage de pouvoir s'intégrer aisément à un logiciel de calcul par éléments finis. Le comportement du matériau est considéré élastique jusqu'à la fissuration, ensuite la déformation équivalente est définie par le rapport de l'ouverture de fissure w sur une longueur de référence L_R . Le modèle analytique a été intégré au logiciel d'analyse AIS développé à l'École Polytechnique de Montréal (Bédard et al. 2001) et utilisé dans le cadre de ce projet, de même que dans le modèle EPM3D utilisé pour la modélisation par la méthode des éléments finis.

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} & w=0 \\ \frac{\sigma}{E} + \frac{w}{L_R} & w>0 \end{cases} \quad (2.3)$$

2.4.2. Longueur de référence

La longueur de référence L_R est un élément essentiel du calcul sectionnel. Introduite dans l'équation 3, elle permet de transformer la loi de comportement propre au matériau, avant et après la fissuration, en une loi de comportement équivalente propre à l'élément de structure. Cette loi équivalente s'exprime sous la forme contrainte – déformation comme le montre la figure 2.6. Or, il n'existe pas de consensus dans la littérature quand à la valeur de L_R à utiliser. Cette absence de règle peut s'expliquer par le fait que L_R dépend de plusieurs paramètres, parmi ceux-ci on compte le type de matériau, la géométrie de l'élément et la présence de renforcement (fibres, armatures).

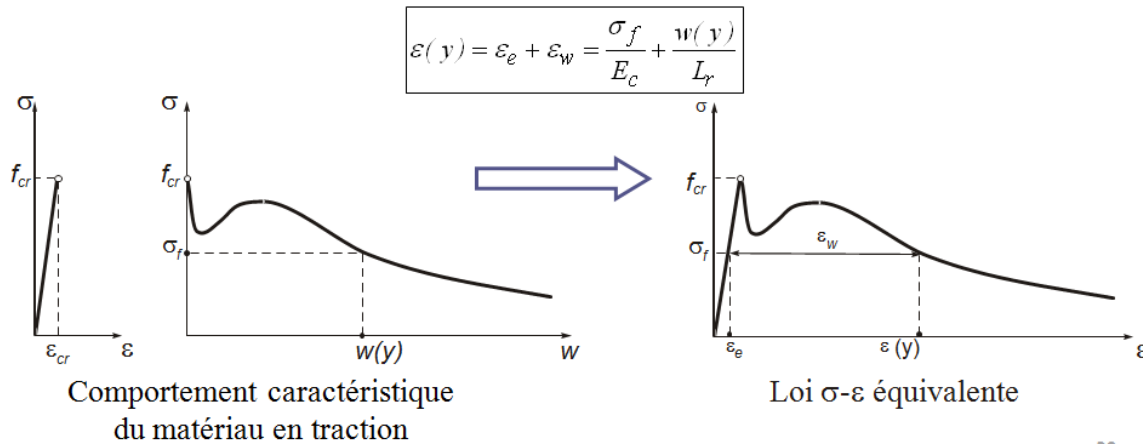


Figure 2.6 Transformation de la loi de comportement

Certains chercheurs proposent l'utilisation d'une valeur constante de L_R , d'autres suggèrent qu'elle varie en fonction de l'évolution de la rupture. Parmi ce dernier groupe, une première proposition est de définir L_R égale à 2 fois la hauteur de la fissure (Casanova et Rossi 1994, Stang 1998, Dupont 2003). Une seconde proposition est d'appliquer plusieurs valeurs de L_R en fonction du comportement de la structure. L'Italian Guidelines (2006) étudie la possibilité d'utiliser une valeur pour le comportement matériau, puis une autre permettant de tenir compte de la multifissuration en flexion du matériau et enfin une dernière à partir de la localisation de la fissure. L'utilisation de plusieurs L_R permet de représenter le comportement réel de la structure de manière plus exacte, particulièrement pour le comportement charge-déplacement.

Il importe aussi de distinguer la longueur de référence à utiliser avec et sans armature de flexion. Pour le BRF sans armature, diverses valeurs de L_R ont été proposées en fonction de la hauteur de l'élément de structure, telle que présenté au chapitre 5. Des modélisations par éléments finis tendent à démontrer que la zone d'influence de la fissuration s'étend sur une longueur égale à la hauteur du spécimen de part et d'autre de la fissure (Strack 2008). Le choix de L_R est également influencé par le type de comportement que l'on souhaite étudier. Habel (2004) mentionne avec justesse qu'un petit L_R permet de prendre en considération une flèche ou une courbure moyenne de la section multifissurée, tandis qu'un grand L_R permet d'évaluer de manière plus juste la courbure maximale au droit de la fissure principale. En conséquence, pour une conception basée sur l'ouverture de fissure maximale à la surface d'une pièce fléchie (état limite de service), il est préférable d'utiliser un L_R élevé.

L'espacement entre les fissures étant moins grand dans un élément de structure avec armature conventionnelle, il convient d'utiliser un L_R inférieur pour les BRF armés. Certains chercheurs (Moffat 2004, Massicotte 2004, FIB 2010, CNR 2006) ont proposé l'utilisation d'un L_R équivalent à l'espacement des fissures s_m , calculé selon l'Eurocode 2 (2003), avec certaines limitations géométriques.

2.4.3. Les coefficients de tenue

Pour considérer la variabilité inhérente au matériau et à la structure, les normes de conception de structure en béton armé pondèrent les propriétés mécaniques du béton avec des coefficients de tenue. Celui à appliquer pour les BRF est encore source de discussion. Plusieurs paramètres doivent être pris en considération lorsque l'on s'intéresse à cette donnée ou à la valeur inverse utilisée dans plusieurs normes sous la forme d'un facteur de sécurité. Parmi ces paramètres, on retrouve la représentativité des essais vis-à-vis du type de sollicitation attendu dans la structure, ainsi que la variabilité des résultats des essais de caractérisation. Cette variabilité est influencée par le nombre de spécimens testés, l'aire totale des fissures ou l'homogénéité du matériau et la variabilité de la méthode de calcul.

Le FIB (2010) propose d'utiliser un coefficient de sécurité de 1.5 pour un BRF fabriqué avec un contrôle ordinaire et 1.3 pour un contrôle élevé de la qualité qui assure une meilleure homogénéité du matériau. Dans le cas de l'utilisation structurale des BRF, un contrôle élevé du matériau est indispensable. Dans le même sens, l'AFGC (2006) recommande pour les BRF, l'utilisation d'un coefficient de sécurité de 1.3 pour le calcul aux états ultimes, équivalent à un coefficient de tenue de 0.77. C'est également la valeur obtenue en utilisant la méthode décrite par di Prisco (2009) avec une loi log-normale de distribution aléatoire de la résistance en traction tenant compte de la variabilité des essais de caractérisation sur les BRF (environ 15% dans le cadre de cette thèse), de la géométrie des spécimens (5%) et du modèle de calcul (5%).

De manière à être en accord avec la documentation, la valeur de 0.75 a été retenue comme coefficient de tenue pour ce document. Cette valeur est également identique à celle utilisée par mes prédécesseurs dans ce domaine à l'École Polytechnique de Montréal : Bastien (2004) et Bélanger (2000).

2.5. Modélisation par la méthode des éléments finis

2.5.1. Recommandations

La modélisation du comportement post-fissuration des BRF par la méthode des éléments finis est complexe. De nombreuses méthodes ont été utilisées avec des résultats plus ou moins satisfaisants. Tlemat et al. (2006) énumèrent plusieurs approches appliquées avec différents logiciels tels que DIANA, ANSYS, ATENA ou ABAQUS. La méthode communément admise est basée sur une approche de type '*smeared crack*'. Cette approche consiste à répartir la fissuration sur une distance équivalente à la largeur de l'élément. Les principaux paramètres d'entrée sont le comportement post-fissuration, sous la forme d'une loi $\sigma-\varepsilon$ ou $\sigma-w$, et la longueur caractéristique, correspondant à la largeur sur laquelle est calculée la déformation dans le cas où la loi $\sigma-w$ est utilisée. L'introduction d'une loi $\sigma-\varepsilon$ (Rashid 1968, Dupont 2002) est simple à utiliser, mais apparaît très sensible au choix de la taille des éléments. En introduisant le comportement sous la forme d'une loi $\sigma-w$, Ostergaard (2002) obtient de bons résultats avec le logiciel Diana. De même, Jansson (2008) utilise la loi $\sigma-w$ pour modéliser le comportement de poutre en BRF avec de l'armature conventionnelle. La longueur de référence utilisée est l'espacement des fissures calculé selon l'Eurocode 2 (2003). Tlemat et al. (2006) souligne qu'il existe une certaine difficulté à assurer la localisation de la fissure et d'empêcher la diffusion de la fissure aux éléments adjacents. La méthode utilisée est alors de modifier la longueur de référence afin d'obtenir un comportement adéquat. Cette étude ne traite pas du cas des poutres en BRF sans armature conventionnelle.

Les recommandations données par le groupe de travail BRITE-EURAM (2002) suggèrent l'utilisation d'une approche '*smeared crack*' avec une longueur de référence équivalente à la taille de l'élément et l'introduction du comportement en traction sous la forme d'une loi $\sigma-w$. L'utilisation d'éléments cubiques solides est conseillée pour connaître plus précisément la taille des éléments. Les mêmes recommandations ont été proposées par Beaurivage (2009) pour la modélisation des BRF avec le logiciel ATENA. Cette approche a été adoptée dans nos travaux de modélisations.

2.5.2. Le module EPM3D

Le module EPM3D, développé à l'École Polytechnique de Montréal, est le support des travaux de recherches décrits dans la thèse. Il s'agit d'un modèle de béton tridimensionnel pour lequel les propriétés mécaniques sont orthotropes en compression et en traction et peuvent ainsi être différentes dans chacune des directions. EPM3D permet la représentation des principales caractéristiques du comportement non-linéaire du béton sous chargement multiaxial. En compression, le modèle constitutif tridimensionnel est basé sur une approche hypoélastique pour laquelle le comportement du béton est modélisé par un paramètre d'endommagement. Ce modèle permet de prendre en considération différents paramètres tels que l'anisotropie, l'endommagement du module élastique, la variation inélastique du volume. En traction, EPM3D utilise un modèle de raidissement en traction basé sur une approche macroscopique. Un paramètre d'endommagement en traction permet de représenter la dégradation des propriétés mécaniques liée à la propagation de la fissure. Ainsi, les paramètres d'endommagement en compression et en traction sont liés par le calcul du module élastique '*dégradé*' et de la contrainte résiduelle en traction. Le modèle utilise une approche de fissuration diffuse '*smeared crack*' adéquate à l'analyse de structure par éléments finis non-linéaire. La description de la loi de traction $\sigma-w$ s'effectue en sept points et s'applique dans le cadre de ce projet de manière isotrope. Dans une analyse avec EPM3D, la longueur de référence L_R pour des éléments cubiques est l'espacement des points d'intégration qui correspond à la longueur de l'élément.

Le modèle a été isolé de manière à pouvoir être intégré à n'importe quel logiciel d'éléments finis. Il a été intégré à Abaqus Explicit pour les analyses de la thèse.

Chapitre 3 DESCRIPTION DES TRAVAUX EXPÉRIMENTAUX

3.1. Limitation

Le domaine des BRF est très vaste et il existe une très grande diversité de fibres, autant au niveau des matériaux, de la géométrie, du mécanisme d'ancrage, que du dosage pouvant être introduit dans la matrice. Autant de variétés de fibres et de combinaisons possibles qui amènent des réponses différentes au niveau du comportement du matériau. Il est important de spécifier que la présente thèse concerne l'utilisation de fibres métalliques à crochets avec un dosage élevé, variant entre 0.75 % (60 kg/m^3) et 1.25 % (100 kg/m^3), cohérente avec une utilisation structurale des BRF. Les fibres ont une géométrie élancée avec des rapports longueur sur rayon (l/d) de 80 et 65 respectivement pour les fibres de 60 et 35 mm de longueur. Il est également important de noter que chaque mélange n'utilise qu'un seul type de fibres. Les matériaux de la présente recherche ont la particularité de présenter un comportement de type adoucissant en traction (cf. figure 2.1) et écrouissant en flexion. Les méthodes, les analyses et les conclusions décrites dans cet ouvrage concernent uniquement les BRF ayant ce type de comportement, et ne doivent pas être étendues à d'autres types de BRF sans la réalisation d'études complémentaires.

3.2. Méthodologie

Pour mener à bien cette recherche, une large campagne expérimentale est réalisée. Les résultats sont utilisés pour la validation du calcul inverse et de la méthode de calcul de la résistance en flexion, ainsi que pour l'évaluation des paramètres utilisés lors de modélisation des BRF par la méthode des éléments à l'aide du modèle EPM3D. Dans un premier temps, cinq mélanges de BRF sont développés de manière à ce que ces matériaux soient suffisamment maniables et stables pour être mis en place sans l'apport d'aucune vibration interne. Chaque matériau présente une matrice cimentaire comparable, mais se distingue par le dosage et la longueur des fibres utilisées. Avec chacun de ces matériaux, un ensemble de spécimens est fabriqué dans le but de comparer la performance des trois essais de caractérisation de traction. Parallèlement, un ensemble de poutres de différentes dimensions et renforcements est fabriqué pour l'étude du comportement flexionnel. Au terme de la campagne d'essais, pour chacun des matériaux, les résultats des trois essais de caractérisation ainsi que le comportement du matériau en flexion pour différentes géométries et renforcements sont connus. Par la suite, pour compléter la série de poutres testées en flexion, deux poutres en T de grandes dimensions sont testées en flexion respectivement selon un moment positif et négatif.

Les résultats expérimentaux servent de base de réflexion pour l'ensemble du projet. Celui-ci se divise en trois parties qui sont traitées successivement (figure 3.1). La première partie porte sur le calcul inverse appliqué aux essais de caractérisation par flexion. L'étude du comportement en flexion d'éléments de structure et la détermination de la longueur de référence L_R constituent l'étape suivante. Enfin, la troisième partie est la modélisation des essais de caractérisation et de flexion par la MEF.

La méthodologie propre à chaque étape du projet est présentée en détails dans ce chapitre. Chaque étape est traitée dans l'ordre chronologique bien qu'il existe une interdépendance des objectifs liés à chacune telle qu'observée sur la figure 3.1. La première étape porte sur la méthode de calcul inverse. Celle-ci vise à calculer la loi contrainte – ouverture de fissure ($\sigma-w$), caractéristique du comportement post-fissuration des BRF, à partir des résultats d'un essai de flexion, obtenus sous la forme charge – déplacement ($P-\delta$). Cette méthode est possible si l'on connaît d'une part, la relation directe entre la loi caractéristique $\sigma-w$ et le comportement $P-\delta$ en

flexion pour une géométrie de spécimen donnée, et d'autre part, la relation $\delta-w$ reliant la flèche et l'ouverture de fissure. Cette loi de comportement est ensuite utilisée à l'étape 2 pour l'étude du comportement en flexion au sein d'éléments de structure et la reproduction des résultats expérimentaux à l'aide d'un modèle sectionnel. De même, cette loi est introduite dans les modèles d'éléments finis pour reproduire finement les essais de caractérisation et étudier certains phénomènes parasites (frottement). Entre les étapes 1 et 3, la relation est bidirectionnelle car les résultats de la modélisation sont également utilisés pour l'interprétation et la discussion des résultats de l'étape 1. La méthode de calcul du comportement en flexion proposée à l'étape 2 est utilisée à l'étape 3 pour la comparaison avec les résultats de la modélisation par la MEF. Cette comparaison apporte des points de discussion en rapport à l'utilisation de la MEF tels que l'espacement des fissures ou la représentation de l'hétérogénéité des matériaux.

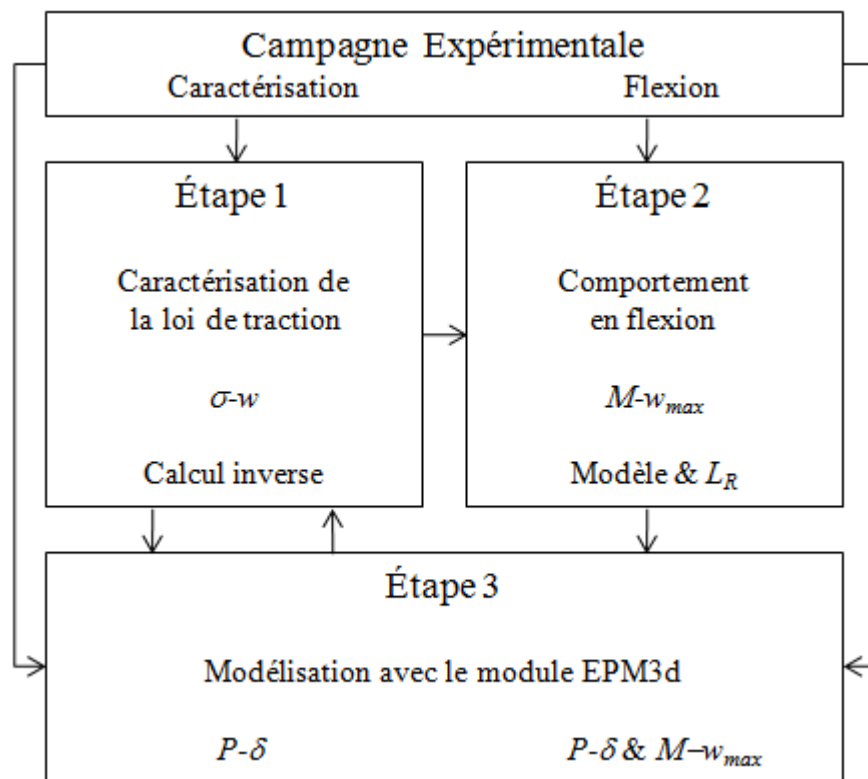


Figure 3.1 Schématisation de la méthodologie du projet de recherche

3.3. Campagne expérimentale

Le projet de recherche comporte un programme expérimental de grande envergure qui comprend plusieurs phases énumérées ci-dessous et illustrées à la figure 3.2 :

- Développement de quatre mélanges de BRF
- Caractérisation du comportement en traction des matériaux à partir de trois essais de caractérisation sur un total de 86 spécimens (carottes, poutres, dalles)
- Essais de flexion portant sur 19 poutres de sections rectangulaires
- Essais de flexion sur deux poutres en 'T'

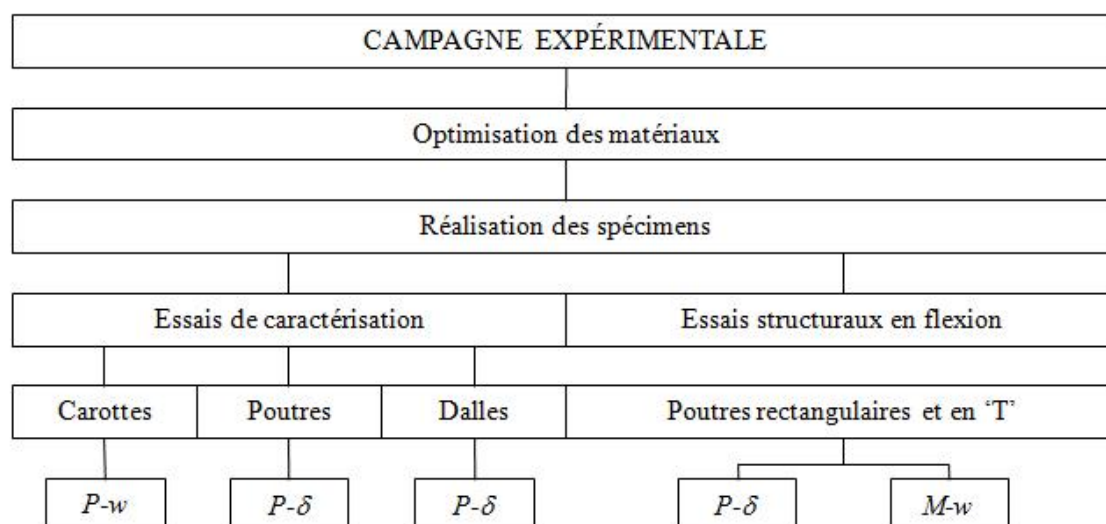


Figure 3.2 Représentation schématique de la campagne expérimentale

Dans un premier temps, les mélanges de BRF sont optimisés de manière à obtenir un matériau facile à mettre en place lors de la coulée. Un mélange de béton haute performance est mis au point, ainsi que quatre mélanges de BRF avec deux types de fibres et trois dosages. La compacité du squelette granulaire, puis la quantité d'adjuvants, sont optimisées de manière à obtenir les caractéristiques souhaitées. Les spécimens sont ensuite coulés au laboratoire de l'École Polytechnique de Montréal.

Parallèlement à cela, des essais de flexion préliminaires sont réalisés dans le but de valider le montage expérimental pour les essais de flexion sur les grandes poutres, valider les hypothèses mises en jeu, et choisir l'instrumentation à utiliser.

L'ensemble des essais de caractérisation est réalisé sur les différents BRF. Une attention particulière est portée sur la comparaison des méthodes de caractérisation en termes de difficultés de réalisation, d'exploitation des résultats et de variabilité. Ensuite les poutres à section rectangulaire sont testées en flexion quatre points. Ces essais de flexion permettent de comparer le comportement en flexion des BRF en fonction de différents facteurs tels que la géométrie et le type de renforcement.

La dernière partie de la campagne expérimentale est la réalisation d'essais de flexion sur les poutres en 'T' de grandes dimensions. Ces essais sont réalisés par Benjamin Silvestri dans le cadre de son projet de fin d'études auquel j'ai apporté mon soutien technique. Des essais de caractérisation sont également réalisés pour le matériau spécifique des poutres en 'T'.

3.4. Caractérisation de la loi $\sigma-w$

À l'issue de la campagne expérimentale, les données disponibles sont la relation charge-ouverture de la fissure ($P-w$) pour l'essai de traction uni-axiale et la relation charge-déplacement ($P-\delta$) pour les essais en flexion. Il est aisé d'extraire la relation $\sigma-w$ à partir des résultats de traction uniaxiale. Ce résultat sert de base de comparaison pour les résultats issus du calcul inverse des essais de flexion. Deux versions du logiciel d'analyse inverse sont développées par Ali Nour pour transformer les résultats des essais de flexion sur prisme entaillé et sur dalle circulaire. Ces outils calculent la relation $\sigma-w$ correspondant au comportement $P-\delta$ observé sur les essais. Le principe de fonctionnement de ces logiciels est expliqué dans l'article 1. Donc, 3 relations $\sigma-w$ sont issues des trois essais différents, mais correspondent à un même matériau. Il est ensuite possible de comparer les relations et les procédures expérimentales (figure 3.3).

Tout d'abord, il est possible de discuter de la réalisation des essais en termes de fabrication, préparation, montage, instrumentation, précision, représentativité et variabilité des résultats. Il est également nécessaire de juger de la qualité des logiciels de calcul inverse. Pour cela, les courbes $\sigma-w$ sont comparées avec la courbe issue du calcul direct, notamment du point de vue de l'aire sous la courbe pour une ouverture de fissure donnée.

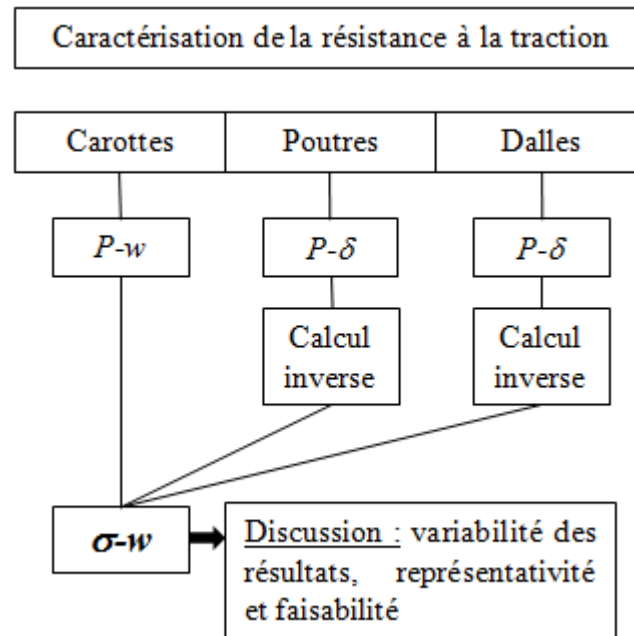


Figure 3.3 Schéma de la méthodologie d'étude de la caractérisation de la résistance à la traction des BRF

3.5. Comportement en flexion

L'objectif du chapitre 5 est d'étudier le comportement en flexion de poutres en bétons renforcés de fibres dans le cadre d'un calcul structural basé sur la relation entre le moment et l'ouverture de fissure maximale ($M-w_{max}$). La méthodologie de cette étude est présentée à la figure 3.4.

Pour cette étude, les données disponibles sont les courbes $M-w_{max}$ expérimentales issues de 21 essais de flexion et les relations $\sigma-w$ spécifiques à cinq matériaux. Une méthode sectionnelle simplifiée est utilisée pour reproduire le comportement expérimental. Le point essentiel de cette partie du projet est le choix de longueur de référence (L_R) adéquate pour la transformation de la relation $\sigma-w$ en relation $\sigma-\varepsilon$ telle qu'utilisée dans le calcul sectionnel. Au terme de cette première étape, une méthode est développée. Celle-ci est capable de fournir la relation $M-w_{max}$ d'un élément de structure en BRF soumis à des efforts de flexion. La seconde étape consiste à appliquer et à vérifier la méthode avec les poutres en 'T' testées au cours de la campagne. Une application de la méthode vers le dimensionnement prenant en compte des facteurs de tenues est alors abordée.

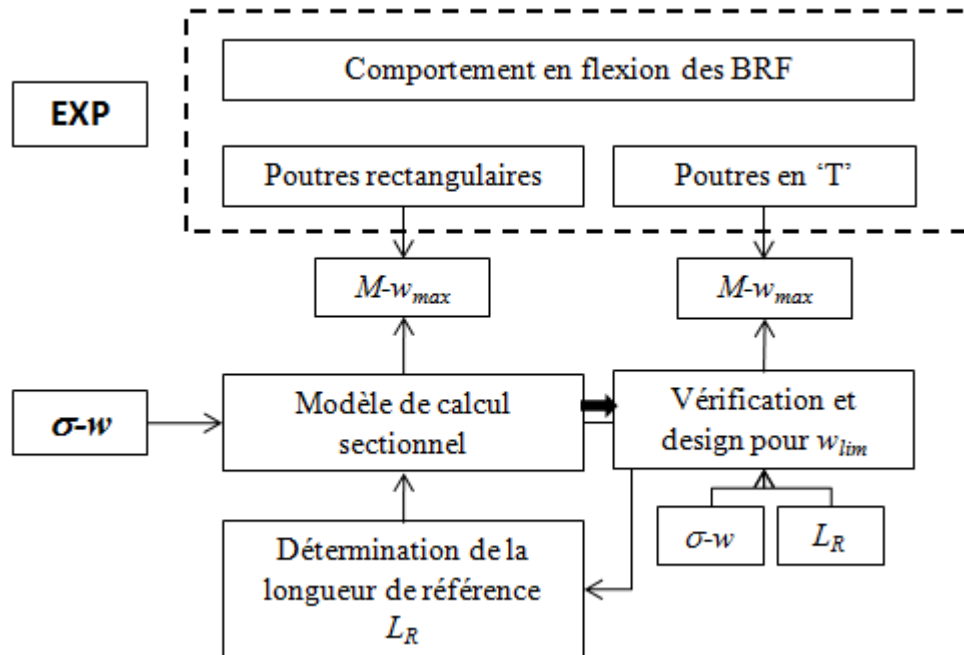


Figure 3.4 Schéma de la méthodologie de l'étude du comportement en flexion des BRF

3.6. Modélisation du comportement des BRF

Le chapitre 6 se concentre sur la modélisation d'éléments en BRF par la méthode des éléments finis, à l'aide du module EPM3D développé à l'École Polytechnique. La méthodologie suivie est illustrée à la figure 3.5.

Dans un premier temps, l'objectif du travail est la modélisation des essais de caractérisation en flexion (prisme entaillé et dalle), en utilisant les résultats de l'analyse inverse. De cette manière, il est possible de vérifier la précision du modèle EPM3D tout en apportant des critiques utiles pour l'amélioration de la méthode de calcul inverse pour chacun des essais. Dans un second temps, la modélisation des essais de flexion sur spécimens structuraux est réalisée en mettant l'accent sur les poutres en 'T'. Les discussions portent sur la performance de la modélisation pour reproduire le comportement à la fois global $P-\delta$ et local $M-w_{max}$.

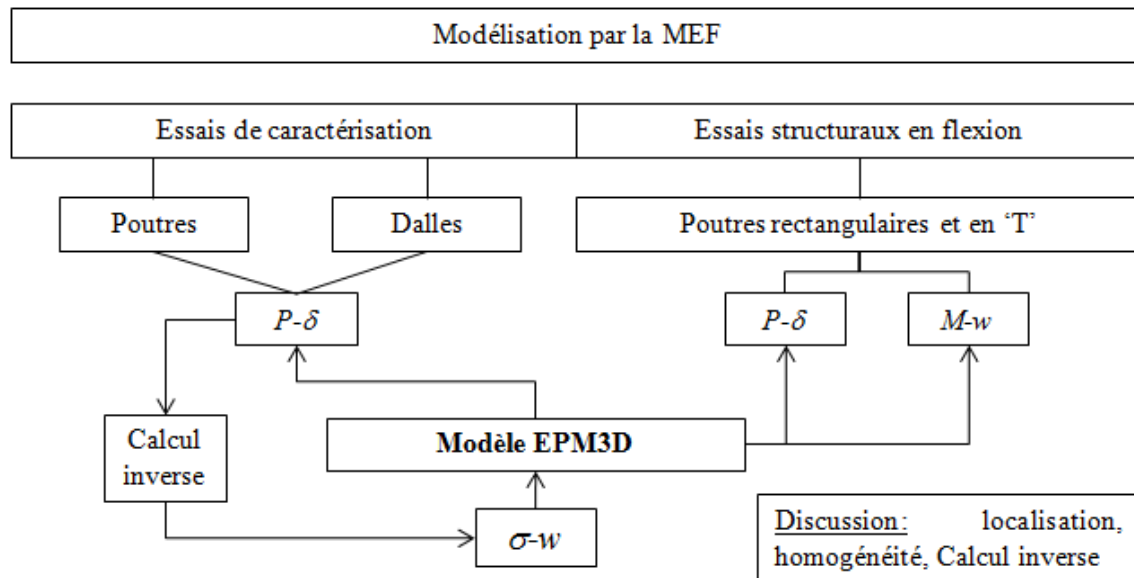


Figure 3.5 Schéma de la méthodologie pour la modélisation

3.7. Description du programme expérimental

Cette section présente l'ensemble du programme expérimental réalisé dans le cadre de cette thèse. Dans un premier temps, les paramètres étudiés pour leur influence sur le comportement des BRF sont décrits. Ceci permet de comprendre le choix des différents matériaux pour l'étude des méthodes de caractérisation, ainsi que le choix de géométrie pour les poutres de grandes tailles. Dans un deuxième temps, les méthodes d'optimisation des mélanges de BRF et réalisation des spécimens sont décrites. Enfin, l'ensemble des essais de caractérisation et des essais de flexion sur poutres de grandes tailles sont décrits dans leur ensemble : le montage expérimental, l'instrumentation et le déroulement des essais. Les principaux résultats expérimentaux sont montrés dans l'annexe de la présente thèse.

3.7.1. Paramètres étudiés pour les essais de flexion

Les caractéristiques des poutres pour les essais de flexion sont choisies de manière à mettre en valeur quatre paramètres qui sont (1) l'effet d'échelle, (2) le type de renforcement, (3) l'influence des fibres et (4) de leur dosage.

L'effet d'échelle

Le choix porte sur trois sections de profondeurs différentes afin d'observer l'effet d'échelle sur le comportement en flexion des BRF (figure 3.6), tel que proposé par Massicotte (2004). La plus petite section présente une profondeur de 150 mm et permet de simuler le comportement de dalle au sein d'un bâtiment. La section intermédiaire a une profondeur de 300 mm, tandis que la section la plus trapue a une profondeur de 600 mm. Ces deux dernières permettent l'étude du comportement de type poutre.

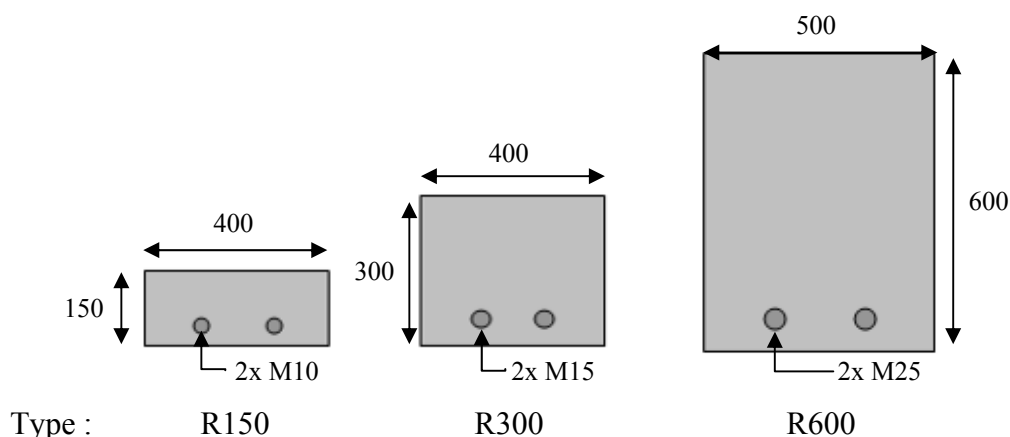


Figure 3.6 Schéma des sections de poutres

Le renforcement

Pour chacune de ces poutres, le comportement du BRF sans armature et avec un dosage de 0.33% d'armature est testé. Ce taux d'armature correspond à 2 barres 10M, 2 barres 15M et 2 25M, respectivement pour les poutres de 150 mm, 300 mm et 600 mm (figure 3.6). La position verticale des armatures par rapport à la fibre comprimée est respectivement de 120, 250 et 540 mm. Lors de la mise en place des barres d'armature, un échantillon de 600 mm est prélevé de manière à mesurer les caractéristiques mécaniques (f_y , f_u et E_s) de l'acier lors d'un essai de traction directe. Celles-ci sont utilisées pour le modèle analytique et les éléments finis.

Les fibres

Deux types de fibres Dramix à crochets RC80/60 et RC65/35 sont utilisés. Elles ont pour longueur 60 mm et 35 mm et un rapport longueur sur diamètre (l/d) respectifs de 80 et 65. Dans

le but de comparer l'effet des fibres, cinq mélanges ayant une matrice cimentaire similaire sont réalisés. Le premier mélange est un béton haute performance (BHP), les quatre autres sont des BRF avec les 2 types de fibres décrits et différents dosages. Le nom donné au béton est de la forme F'longueur'-'pourcentage'. Ainsi F35-1 signifie que le BRF contient 1% de fibres de 35 mm de longueur. Le tableau 3.1 montre, pour les différents BRF, le type et le dosage en fibres utilisés lors de l'ensemble du programme de recherche et les sections de poutres qui sont coulées.

Tableau 3.1 Type de fibres et dosage des mélanges de BRF et sections de poutres réalisées avec ces mélanges

Mélange	Fibres		Dosage		Poutres
	Longueur (mm)	Rapport l/d (-)	Pourcentage (%)	Masse (kg/m ³)	
F35-1	35	65	1.0	80	R150; R300; R600
F60-1	60	80	1.0	80	R150; R300; R600
F35-1.25	35	65	1.25	100	R600
F60-0.75	60	80	0.75	60	R600
F35-1T	35	65	1.0	80	T500

3.7.2. Optimisation des matériaux

Parmi les caractéristiques recherchées pour les BRF, la résistance à la compression minimale doit être de 50 MPa et l'utilisation d'un ciment binaire avec de la fumée de silice est privilégiée. Au niveau des adjuvants, un superplastifiant et un agent viscosant sont utilisés, mais aucun agent entraîneur d'air. En termes de maniabilité, le béton frais doit atteindre un étalement supérieur à 600 mm au cône d'Abrams avant l'insertion des fibres, et un affaissement supérieur à 180 mm en présence de fibres.

Les premiers mélanges sont réalisés avec une quantité de 400 kg/m³ de ciment et un rapport E/C de 0.44. Les quantités d'adjuvants sont ensuite ajustées de manière à obtenir la maniabilité recherchée. Devant les difficultés rencontrées lors de la coulée de certains mélanges, la décision d'augmenter la quantité de ciment à 425 kg/m³ puis 450 kg/m³ est prise pour les dernières coulées (F60-1 et F35-1.25b). Le détail de la composition des mélanges est présenté à la section suivante au tableau 3.3.

Une étape essentielle du projet est l'optimisation des mélanges qui se déroule en deux temps. Dans un premier temps, il est nécessaire de déterminer l'optimum de compacité du squelette granulaire. Cette valeur est définie par le rapport massique de la quantité de sable sur la quantité de granulats (S/G). La valeur optimale est modifiée par tout changement dans la granulométrie, suivant le type et l'origine des granulats, ainsi que le type et le pourcentage de fibres. Pour trouver l'optimum, des mélanges avec un rapport S/G variant entre 0.9 et 1.3 sont préparés pour chacun des mélanges de BRF. La valeur optimale de S/G , correspondant à la maniabilité la plus élevée, n'est pas modifiée lorsqu'on change la quantité de ciment ou d'adjuvants, ni même le rapport E/C . Pour chacun des mélanges de BRF, le rapport S/G obtenu est de 1.1. Cette valeur est donc utilisée lors de chacune des coulées.

Dans un second temps, les dosages en superplastifiant et en agent viscosant sont optimisés en laboratoire de manière à satisfaire les contraintes de maniabilité sans apparition de ségrégation. Ces quantités sont une dernière fois ajustées dans le camion-malaxeur livrant le béton au laboratoire après avoir introduit les fibres dans le mélange.

3.7.3. Réalisation des spécimens

L'ensemble des spécimens réalisés lors de ce programme de recherche est décrit au tableau 3.2.

Tableau 3.2 Dimension des spécimens

Caractérisation		
	Dimension	Nombre
Cylindre de compression	$\Phi 150 \times 300$ mm	72
Traction uniaxiale	$\Phi 100 \times 100$ mm	48
Poutre entaillée	$150 \times 150 \times 550$ mm	30
Dalle circulaire	$\Phi 800 \times 80$ mm	24
Essais de flexion		
	Dimension	Nombre
R150	$150 \times 400 \times 1400$ mm	5
R300	$300 \times 400 \times 2600$ mm	5
R600	$600 \times 500 \times 5000$ mm	9
T500 Moment positif (M+)	$(150 \times 1000 / 350 \times 400) \times 5600$ mm (h=500)	1
T500 Moment négatif (M-)	$(350 \times 400 / 150 \times 1000) \times 4000$ mm (h=500)	1

L'ensemble des spécimens a été coulé au laboratoire de l'École Polytechnique. Le tableau 3.3 montre les principaux composants de chacun des mélanges.

Tableau 3.3 Composition des BRF

	BHP	F60-0.75	F60-1.0	F35-1.0	F35-1.0T	F35-1.25	BF35-1.25b**
Ciment Gub-SF (kg/m ³)	400	400	450	400	500	400	450
Eau (kg/ m ³)	176	176	198	176	208	176	198
Sable Joliette (kg/ m ³)	928	920	854	913	867	907	853
Pierre 5-14mm (kg/ m ³)	844	832	788	830		826	776
Pierre 2.5-10mm (kg/ m ³)					676		
Superplastifiant (L/ m ³) EUCON 37	7.3	7.3	8.5	8.0	10.9	8.0	7.0
Agent viscosant (L/ m ³) EUCON NIVO L	0.185*	0.185	2.28	0.23		0.92	1.040
Type de fibres Dramix	-	RC80/60	RC80/60	RC65/35	RC65/35	RC65/35	RC65/35
Pourcentage (%)		0.75	1	1	1	1.25	1.25
Rapport E/C	0.44	0.44	0.44	0.44	0.42	0.44	0.44

Les mélanges sont préparés à l'usine Ciment St-Laurent de Ville LaSalle. Une personne assiste sur place à la prise de mesures de la teneur en eau des granulats et à l'ajustement de la quantité d'eau du mélange. Une fois les constituants malaxés, les premières mesures sur le béton frais sont relevées : teneur en air, masse volumique, température et étalement (figure 3.7 et 3.8). Si les caractéristiques rencontrent les exigences, le camion est envoyé à l'École Polytechnique.

À l'arrivée à l'École Polytechnique, l'essai du cône d'Abrams est à nouveau réalisé afin de vérifier l'étalement du béton avant l'insertion des fibres. Celles-ci sont introduites manuellement dans le camion par séries de 100 kg, suivie par la rotation du malaxeur pendant trois minutes.

Après cette étape, l'affaissement est mesuré et les dosages en adjuvants sont ajustés. Le mélange est ainsi corrigé jusqu'à obtenir un affaissement minimal de 180 mm. Cette étape dure entre 15 et 30 minutes en fonction de la quantité de fibres insérée et de la difficulté à obtenir la maniabilité attendue.



Figure 3.7 À l'usine de béton



Figure 3.8 Essai au cône d'Abrams avant (à gauche) et après (à droite) l'insertion des fibres

Les poutres de grandes dimensions sont coulées à l'aide d'une benne de 1.5 m³ que l'on déplace à l'aide du pont roulant. Cette benne est remplie directement à la sortie du camion (figure 3.9). Les poutres sont remplies en plusieurs couches en déplaçant la benne dans le sens de la longueur de la poutre. Pour assurer un bon écoulement du béton, des vibrateurs externes sont fixés sur les parois des coffrages. Ainsi, la vibration de l'ensemble du coffrage permet d'éviter l'apparition de vides importants au cœur des éléments. Pour terminer, la surface supérieure des poutres est arasée.

Les dalles circulaires sont coulées en faisant chuter le béton depuis la benne et en nous assurant de la bonne mise en place du matériau et de la répartition des fibres dans les spécimens. La même méthode est utilisée pour couler le bloc de carottage pour la traction uniaxiale. Les prismes et les cylindres sont coulés directement à la pelle en respectant les procédures proposées dans les normes (EN14651 et ASTM C192).

Parallèlement, l'ensemble des essais sur le béton frais est réalisé : mesure de la température (ASTM C1064), de la teneur en air (ASTM C231), de la masse volumique (ASTM C138) et de l'affaissement (ASTM C143).



Figure 3.9 La coulée

L'ensemble des éléments est soumis à une cure spécifique. Les poutres subissent une cure humide de sept jours, à l'aide de toile de jutes humides, tout comme le bloc de traction et les dalles. Le décoffrage de ces éléments se fait trois jours après la coulée. Les prismes et les cylindres subissent une cure en chambre humide durant 28 jours. Le décoffrage de ces éléments est fait après 24h.



Figure 3.10 La cure

3.7.4. Essais de caractérisation

Les essais de caractérisation sont décrits brièvement en mettant en évidence la préparation nécessaire aux essais et les points essentiels de leur réalisation. Le détail de chacun des essais se trouve dans les normes respectives.

Essai de traction uniaxiale (Rilem TC162 TDF)

Il s'agit d'un essai de traction pure sur éprouvette carottée et entaillée. En connaissant l'effort de traction au niveau de l'entaille (où l'aire de la section est connue) et l'ouverture de la fissure en tout temps, il est possible d'établir la relation contrainte – ouverture de fissure ($\sigma-w$) caractéristique du matériau.

La préparation des éprouvettes est complexe. Il faut dans un premier temps, prélever les carottes dans le bloc coulé à cet effet, parallèlement au sens de l'écoulement du béton, de manière à obtenir une orientation des fibres perpendiculaire à la fissure. Une fois les six carottes prélevées, il faut les scier à une longueur de 100 mm et réaliser le surfacage des extrémités en s'assurant du parallélisme des faces. Ensuite, l'entaillage du spécimen est effectué à la scie. L'entaille doit être placée à mi-hauteur du cylindre, parallèlement aux extrémités et avoir une profondeur de 10 mm ± 1 , constante sur toute la périphérie. Cette préparation requiert une grande précision, il faut compter plus d'une heure par spécimen.

Des encoches sur les cylindres sont créées afin de mettre en place les extensomètres qui servent à la lecture de l'ouverture de fissure. Le spécimen est ensuite inséré dans le montage expérimental en suivant la procédure de collage schématisée à la figure 3.11.

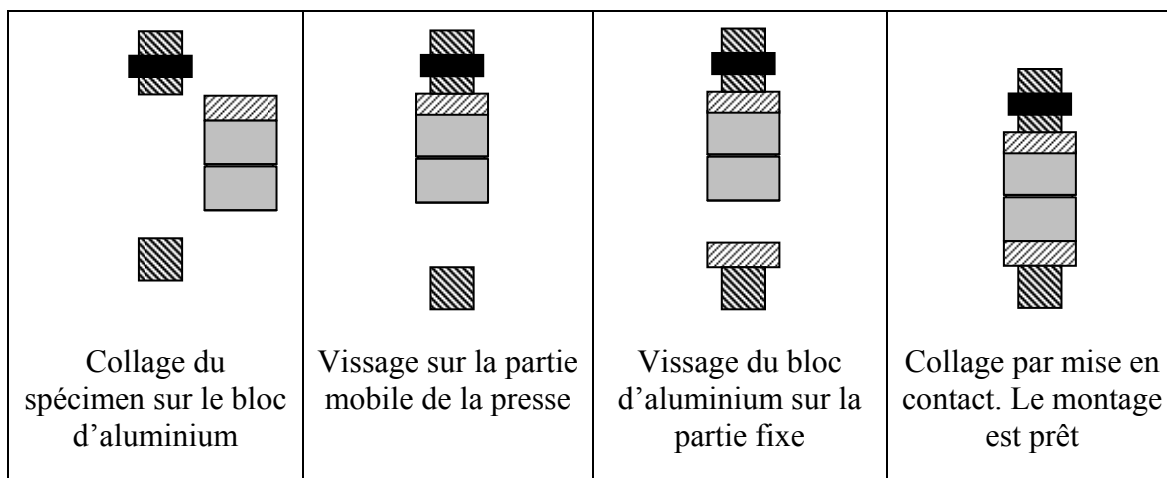


Figure 3.11 Procédure de collage de l'essai de traction uniaxiale

Après la mise en contact du spécimen, une force de compression de 5 kN est appliquée pendant 15 minutes sur le spécimen. Au total, il faut compter une vingtaine de minutes entre le début de la procédure et le lancement de l'essai.

La mesure du chargement est faite grâce à une cellule de charge placée en série avec le spécimen et le vérin de la presse. L'instrumentation de la mesure de l'ouverture de fissure consiste en trois extensomètres placés à intervalles réguliers (au 120°) autour du cylindre au niveau de l'entaille (figure 3.12). Les extensomètres ont une ouverture initiale de 25 mm et leur plage de mesure est ± 5 mm. La précision de ces instruments est de l'ordre du micromètre. La moyenne des trois extensomètres nous donne en tout temps la valeur de l'ouverture de fissure. L'écart de chacune des mesures avec la moyenne des extensomètres ne doit pas dépasser 10% afin de limiter les efforts de flexion. Pour des ouvertures de fissure supérieures à 5 mm, au cas où un extensomètre se décroche, nous enregistrons également le déplacement vertical du vérin. L'acquisition des données est faite à un taux de dix lectures par seconde.

L'essai est réalisé dans une presse INSTRON de 2500 MN présentant une grande rigidité. Le chargement est contrôlé en déplacement des extensomètres, de manière à avoir une ouverture de fissure régulière. La vitesse de chargement est de 5 $\mu\text{m}/\text{min}$ jusqu'à 50 μm , puis de 100 $\mu\text{m}/\text{min}$ jusqu'à une ouverture de 1 mm. Au-delà de 1 mm, le contrôle est fixé sur le déplacement du vérin. Le taux de chargement est alors de 0.5 mm/min jusqu'à la fin de l'essai qui survient soit pour une ouverture de 10 mm soit à la rupture du spécimen.

Il est nécessaire de connaître avec précision le diamètre du spécimen, ainsi que la profondeur moyenne de l'entaille prise sur au moins trois mesures. Ces mesures servent au calcul de la section soumise à l'effort de traction. Six spécimens d'un même matériau doivent être testés pour avoir des résultats représentatifs. Un spécimen est rejeté si la fissure apparaît en dehors de l'entaille.



Figure 3.12 Photos de l'essai de traction uniaxiale

Essai de flexion 3 points sur poutre entaillée (EN 14651)

Il s'agit d'un essai de flexion 3 points ayant une portée de 500 mm. La présence d'une entaille permet de localiser la fissure à mi-portée. Le résultat obtenu prend la forme d'une courbe force-déplacement ($P-\delta$). Il est également possible d'obtenir les résultats sous la forme d'une relation moment-courbure ($P-\psi$).

Après la cure, le spécimen est tourné à 90° par rapport au sens de la coulée, il est scié sur une profondeur de 25 mm. Il faut compter une dizaine de minutes par prisme. Avant de mettre en place le spécimen sur le montage (figure 3.13), deux supports en aluminium sont collés au niveau de la fibre supérieure vis à vis de l'entaille. Ceux-ci serviront d'appui pour les LVDT de mesure

de la flèche. Le système de support du spécimen est composé de deux appuis rotulés dont un seul est fixe. Ceci permet d'éviter l'apparition d'effort de frottement au niveau des appuis.

La force appliquée est enregistrée grâce à une cellule de charge placée en série avec la presse. Deux capteurs LVDT, placés de part et d'autre de la poutre, servent à la lecture de la flèche. Chacun est monté sur une tige qui est simplement supportée au niveau des appuis, permettant ainsi d'éliminer la mesure de l'écrasement du béton. La flèche correspond à la moyenne des mesures des deux LVDT. De plus, un système mis au point par Bastien (2004) sert à la mesure de la courbure au niveau de la fissure. La figure 3.13 montre l'instrumentation utilisée. Les mesures sont enregistrées à un taux de cinq lectures par seconde.

L'effort est transmis de la presse à la poutre par un appui rotulé, puis par un élément de transfert en acier de 25 mm de large qui répartit le chargement sur la largeur de la poutre. Le chargement est contrôlé en déplacement à partir du signal de retour de la moyenne des deux LVDTs, de manière à avoir une augmentation de la flèche à un taux constant. Nous programmons la séquence de chargement de la manière suivante : un taux de 0.1 mm/min jusqu'à une flèche de 0.8 mm, puis de 0.21 mm/min jusqu'à 3.5 mm et enfin de 1 mm/min jusqu'à la rupture du prisme ou une flèche de 9 mm. Chaque essai dure environ 25 minutes. Cette programmation s'écarte de la norme RILEM qui préconise une vitesse du vérin de 0,2 mm/min depuis le temps 0 jusqu'à atteindre la flèche spécifiée (Vandewalle, 2005). Ce choix a été fait afin de raccourcir la durée de l'essai.

Il est nécessaire de connaître avec précision la section du spécimen au niveau de l'entaille, définie par la largeur et la profondeur non entaillée. Ces mesures servent au calcul de la section soumise à l'effort de flexion. Six spécimens d'un même matériau doivent être testés pour avoir des résultats représentatifs. En effet, la dispersion des résultats de cet essai est très élevée. Un essai est rejeté si la fissure apparaît ou se propage en dehors de l'entaille.

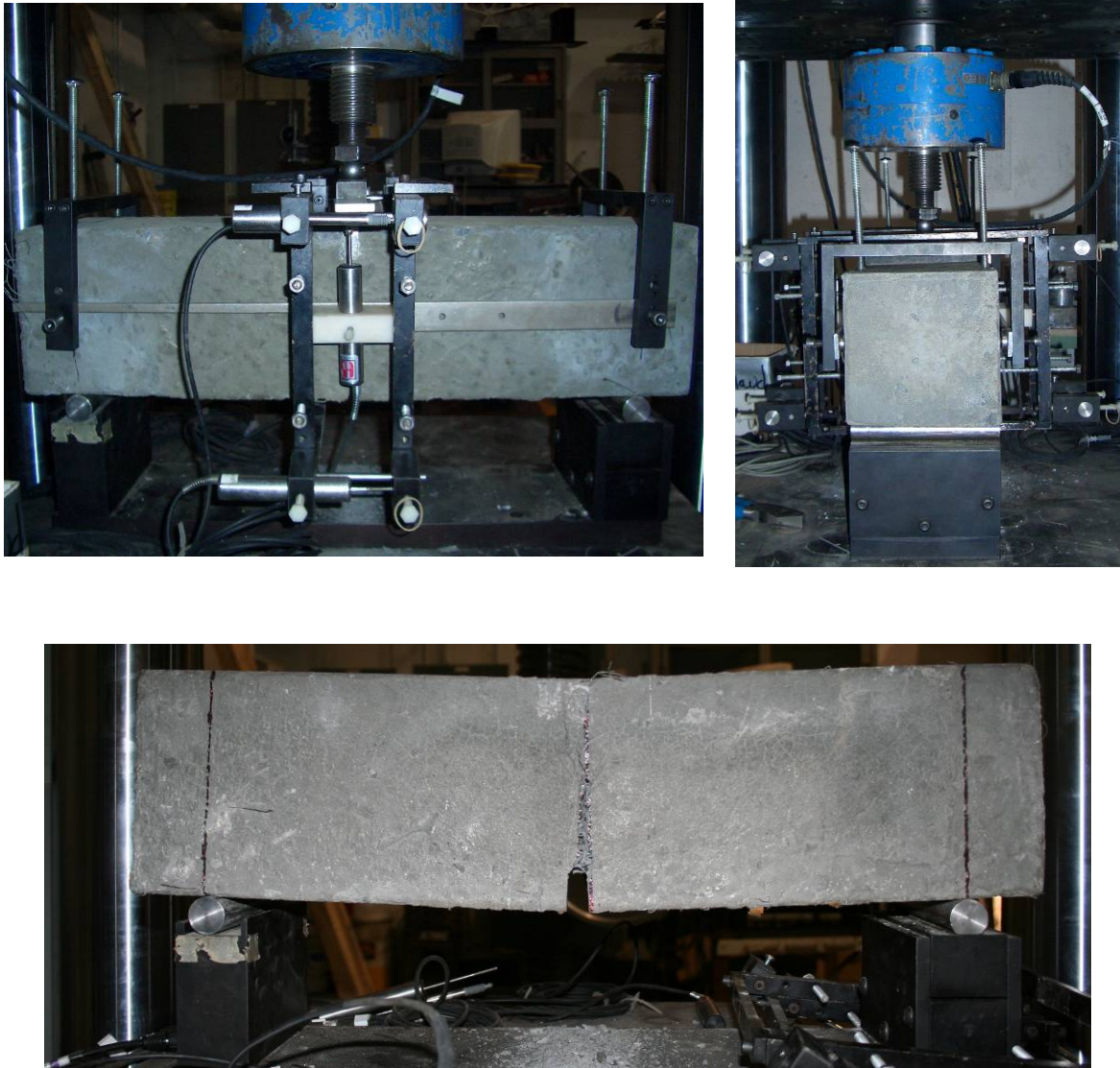


Figure 3.13 Photos de l'essai de flexion 3 points sur poutre entaillée et de l'instrumentation

Essai de flexion sur dalle appuyée en trois points (ASTM C1550)

Le principe de l'essai est de mesurer l'évolution de la flèche au centre d'une dalle circulaire simplement appuyée en trois points, en fonction de la charge, qui est appliquée en son centre. Le dispositif d'appui a été fabriqué à l'École Polytechnique d'après les recommandations de la norme ASTM C1550. Dans ce montage, les déplacements radiaux sont restreints et les appuis

sont rotulés. La distance entre la charge et chacun des appuis est de 375 mm. Le résultat obtenu est représenté sous la forme d'une courbe charge-déplacement.

Les dalles ne requièrent aucune préparation spécifique, il est uniquement nécessaire d'assurer une bonne répartition des fibres en deux dimensions au moment de la coulée. Il est possible de les mettre en place dans le dispositif d'essai seul à l'aide d'un chariot élévateur. Il est important de bien centrer le point d'application de la charge et de s'assurer que la distance entre les plaques d'appui et le bord de la dalle est de 25 mm.

Une cellule de charge placée en série avec le vérin mesure la charge exercée sur la dalle. Un LVDT placé au centre, sous la dalle, mesure la flèche (figure 3.14). Ce LVDT est fixé sur un système de mesure nommé Spydermatic, développé par Bischoff (2000) à l'Université du Nouveau Brunswick, qui permet de tenir compte de l'écrasement du béton aux appuis. En effet, ce système étant appuyé sur la dalle au niveau des rotules, le LVDT ne lit pas les mesures d'écrasement et il n'est pas nécessaire de corriger les mesures de flèche enregistrées. Le taux d'acquisition des données est de cinq lectures par seconde.

Le mode de chargement est contrôlé en déplacement du vérin à vitesse constante. Le taux utilisé est de 4 mm par minute jusqu'à un déplacement de 45 mm. La durée d'un essai est d'environ 12 minutes. En comptant la mise en place du spécimen, il faut prévoir 30 minutes par essai.

Quatre dalles sont testées pour chacun des matériaux. Le nombre de fissures radiales ayant une ouverture supérieure à 5 mm à la fin de l'essai doit être de trois, une entre chacun des appuis. Si ce nombre est différent, l'essai est rejeté. Il est important de prendre les mesures du diamètre (moyenne de trois mesures) et de l'épaisseur de la dalle (moyenne de 10 mesures), afin de vérifier qu'elles répondent aux exigences de la norme. La direction des trois fissures radiales ainsi que la position des appuis sont marquées sur la face supérieure de la dalle. Les angles formés par les fissures par rapport à une droite partant du centre de la dalle et passant par le point d'appui sont mesurés, de même que les angles entre les fissures.



Figure 3.14 Photos de l'essai de flexion sur dalle

3.7.5. Essais de flexion sur poutres de grandes tailles

L'objectif de ces essais est d'étudier le comportement structural d'une poutre en BRF soumise à des efforts de flexion, notamment vis-à-vis de la flèche, de la courbure et de l'évolution de l'ouverture des fissures. L'essai de flexion en 4 points consiste à appliquer deux forces égales sur une poutre isostatique afin d'observer son comportement dans la zone de moment constant. Les poutres testées sont de hauteur h et de portée l égale à huit fois la hauteur (figure 3.15). Les forces

sont appliquées à une distance $3h$ des appuis. Cette distance permet de minimiser l'effort tranchant de manière à ce que le mode de rupture soit bien en flexion. La distance entre les points d'application des forces est de $2h$. Les résultats sont représentés à l'aide de courbes de charge-déplacement $P-\delta$ ou moment-ouverture de fissure maximale $M-w_{max}$.

Les appuis d'extrémités sont rotulés et un des appuis est libre de se déplacer (figures 3.15 et 3.16). Les efforts sont transmis à la poutre par une plaque de 50 mm d'épaisseur sur la largeur de la poutre. Cette plaque est déposée sur un mélange de plâtre qui permet une répartition parfaite de l'effort au niveau du point d'application.

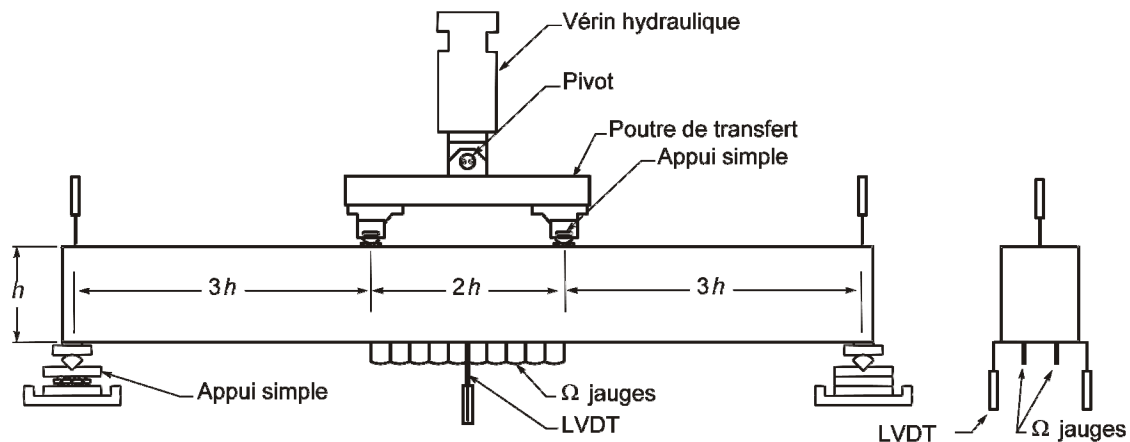


Figure 3.15 Principe de l'essai de flexion 4 points

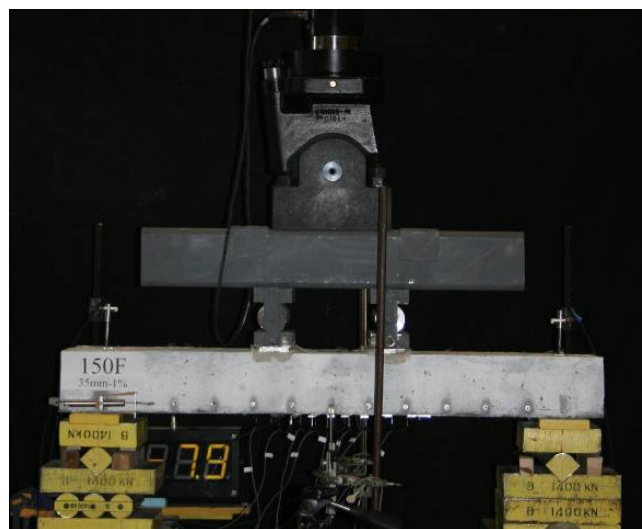


Figure 3.16 Flexion quatre points sur les poutres de 150 mm

En tout temps, l'amplitude de l'effort est identique aux deux points d'application. Pour les poutres de 150 mm et 300 mm de hauteur, la charge est répartie entre le vérin et les deux points d'application à l'aide d'une poutre de transfert (figure 3.15). Le vérin a une capacité de 500 kN. Le chargement est contrôlé avec le déplacement du vérin. La vitesse de chargement est de 0.5 mm/min jusqu'à la fin de l'essai. Pour les poutres de 600 mm de hauteur, un vérin de 500 kN est utilisé pour chaque point d'application de la charge. Le chargement est contrôlé sur le déplacement du premier vérin à un taux de 0.5 mm/min. Le second vérin est programmé de manière à appliquer une force identique au premier, quelque soit son déplacement. La similitude de la charge aux deux points d'application est ainsi assurée. L'enregistrement de toutes les données est fait à une fréquence de 5 Hz.

Une cellule de charge placée en série avec le vérin mesure la charge exercée. Nous connaissons ainsi la charge totale appliquée pour les poutres de 150 mm et 300 mm, et la charge appliquée par chaque vérin pour les poutres de 600 mm.

Pour la mesure de la flèche, l'instrumentation est composée de quatre LVDT : deux au centre, de part et d'autre de la poutre, mesurent la flèche moyenne apparente et deux au niveau des appuis, mesurent l'écrasement moyen du béton aux appuis. La différence de ces deux résultats, la flèche moyenne apparente et l'écrasement moyen, donne la flèche réelle de la poutre en flexion.

Des capteurs mesurant les ouvertures de fissures sont disposés à la fibre inférieure, au niveau de la portée centrale des poutres. Il s'agit de jauges Ω placées en série (six jauges de 50 mm et deux jauges de 100 mm) ayant une plage de lecture de ± 5 mm. Pour garantir la mesure des toutes les fissures, les jauges sont placées en quinconce. Pour couvrir toute la portée centrale des poutres de 300 et 600 mm, deux et six LVDT ± 5 mm ayant une portée de 100 mm sont ajoutés à l'extrémité de la série de jauges. Ainsi, chaque fissure de la zone centrale est interceptée par un appareil qui mesure son ouverture à la fibre inférieure.



Poutres de 150 mm



Poutres de 300 mm



Poutres de 600 mm

Figure 3.17 Instrumentation des poutres – Mesure de l'ouverture des fissures

Deux jauges enregistrent les déformations au niveau de la fibre supérieure de la poutre entre les points d'application des charges. Elles servent essentiellement au contrôle de l'essai, afin de limiter les déformations en compression et d'éviter l'écrasement du béton. L'essai prend fin lorsque la déformation en compression atteint $2200 \mu\epsilon$, afin d'éviter l'endommagement des équipements en cas de rupture fragile, ou bien lorsque l'information accumulée est jugée suffisante et que la plage d'intérêt est couverte.

Poutres en 'T'

Les poutres en 'T' ont une âme de 400 mm de largeur et de 350 de haut et une semelle de 150 mm d'épaisseur pour 1000 mm de largeur. Deux essais de flexion sont effectués sur ces poutres : l'un a pour but d'étudier le comportement de la poutre soumise à un moment positif et l'autre à un moment négatif. La mesure de l'ouverture de fissure porte sur deux fois la hauteur de la poutre, soit 1000 mm. En moment positif, les poutres sont testées en flexion 4 points. La distance entre les appuis et les vérins est de 1900 mm. La distance entre les deux vérins de chargement est de

1000 mm. En moment négatif, la charge est appliquée à mi-portée et le bras de levier est de 1900 mm également. L'instrumentation est identique à celle des essais de flexion sur poutre rectangulaire.

Chapitre 4 DESIGN OF SFRC STRUCTURAL ELEMENTS: POST-CRACKING TENSILE STRENGTH MEASUREMENT

Renaud de Montaignac, Bruno Massicotte, Jean-Philippe Charron and Ali Nour

Department of Civil, Geological and Mining Engineering
Ecole Polytechnique of Montréal
B.O. Box 6079, Station Centre-ville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

**Paper submitted for possible publication in Materials and Structures
Manuscript MAAS4647**

Corresponding Author:

Bruno Massicotte
Department of Civil, Geological and Mining Engineering
Ecole Polytechnique of Montréal
B.O. Box 6079, Station Centre-Vville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

Tel : 1-514-340-4711, ext. 4501

Fax : 1-514-340-5881

Email : bruno.massicotte@polymtl.ca

4.1. Résumé

L'utilisation des BRF à titre de renforcement structural nécessite la connaissance du comportement post-fissuration du matériau. Cet article passe en revue les différentes méthodes et analyses utilisées pour la détermination de la résistance à la traction des BRF. L'étude se base sur un programme expérimental comprenant 5 mélanges de BRF avec des volumes de fibres variant de 0.75% à 1.25%. Ces matériaux ont servi à fabriquer les spécimens pour les essais de traction uniaxiale, de flexion sur poutre entaillée et sur dalle circulaire. Dans le même temps, des poutres de grandes dimensions ont été réalisées. Les résultats des essais de caractérisation permettent de comparer le comportement $\sigma-w$ obtenu directement à partir de l'essai de traction uniaxiale avec ceux obtenus par analyse inverse des essais de flexion. La variabilité des résultats dépend notamment de l'orientation des fibres, de la taille de la section fissurée, de la présence d'une entaille. Les résultats de traction sont ensuite utilisés dans un modèle sectionnel pour la reproduction du comportement en flexion de poutre de grandes dimensions, tel que décrit dans le chapitre 5.

4.2. Abstract

Utilisation of steel fibre reinforced concrete (SFRC) for designing structural members requires knowledge of the post-cracking tensile response. This paper reviews the experimental characterisation tests and subsequent analysis commonly used for determining the post-cracking tensile properties of SFRC. The experimental program supporting this investigation comprised five different SFRC mixes with fibre volumes ranging from 0.75% to 1.25% used to fabricate a set of characterisation specimens for uniaxial tension tests, notched beam tests and round panel tests carried out in parallel with an extensive experimental program on large scale beams. Characterisation test results allowed a comparison between direct stress-crack opening measurements and the stress-crack openings retrieved from the inverse analysis of bending tests. Discrepancies in post-cracking tensile results obtained with the three types of tests are analyzed and related mainly to test configurations, the presence of a predefined crack, support conditions, fibre orientation, and cracked surface size. Results obtained using material characterisations are then applied to the reproduction of the structural behaviour of large scale beams, documented in a companion paper.

Keywords: steel fibre reinforced concretes; direct tension test; bending tests; post-cracking strength; inverse analysis.

4.3. Introduction

Concrete is a brittle material with low tensile strength, therefore making it prone to cracking. Despite the advent of high performance concrete, being a more durable material, the predisposition to cracking still remains. Adding fibres to concrete can help minimize durability problems related to cracking. To achieve this goal, fibre reinforced concrete (FRC) must be correctly optimized, as well as being produced and cast with adequate procedures. Until now, fibres have been used mainly to improve the behaviour of structural members for serviceability issues. However SFRC can also be used to provide additional strength capacity or act as the main reinforcement in structural members. This has been the case in a number of pilot projects for shell roof [1], bridge decks [2] and elevated slabs [3].

One of the obstacles hindering the utilisation of fibres in structural applications has undoubtedly been the difficulty in estimating a characteristic tensile property of FRC that can be easily incorporated into existing design procedures [4,5]. The most appropriate property when considering design of structural member is the post-cracking tensile strength, σ_f . It can be expressed in terms of a stress-crack opening (σ - w) or a stress-strain (σ - ϵ) response. The stress-strain relation is the most desirable because it can be directly used in engineering calculations. However, it does not represent the actual post-cracking behaviour of FRC and cannot be retrieved directly from a characterisation test. The stress-crack opening (σ - w) relation naturally expresses the real post-cracking behaviour of FRC. It can be directly obtained from a uniaxial tension test [6], which requires very specialized equipment, or indirectly using bending tests such as the notched beam test [7] and the round panel test [8]. The load-deflection (P - δ) response obtained from these two bending tests can be converted into equivalent stress-strain (σ - ϵ) [9,10] or moment-rotation (M - θ) [11] relations respectively using specific relationships.

Figure 4.1 summarises the 5 steps involved in a design process, from the material testing to the quality control. The present paper illustrates the application of steps 1, 2 and 5 in a context where the design process includes material characterisation of SFRC tensile properties. It has been recognised [12-15] that the member size must be considered in the design procedure because the maximum crack width for a known curvature increases with the member depth. Consequently, for

a given material characterised in a unique σ - w relation defined up to a maximum crack width w_{max} (Fig. 4.1, Step 2), it results a smaller maximum strain corresponding to w_{max} for a deeper structural member (Fig. 4.1, Step 3). Therefore σ - ε curves are not unique for a given material because they are member size dependent. Stress-strain curves derived from beam tests [9,10] adopt assumptions that limit their application to the design of structural members of sizes similar to the characterisation beam dimensions. Using these properties for members larger than the test specimens underestimate crack width, which can lead to unsafe strength predictions. This is especially true for SFRC with high fibre content in which the post-cracking tensile strength remains high for crack widths considered in service conditions ($w \leq 0.3$ mm) or at crack localisation at peak load ($w \leq 1$ mm).

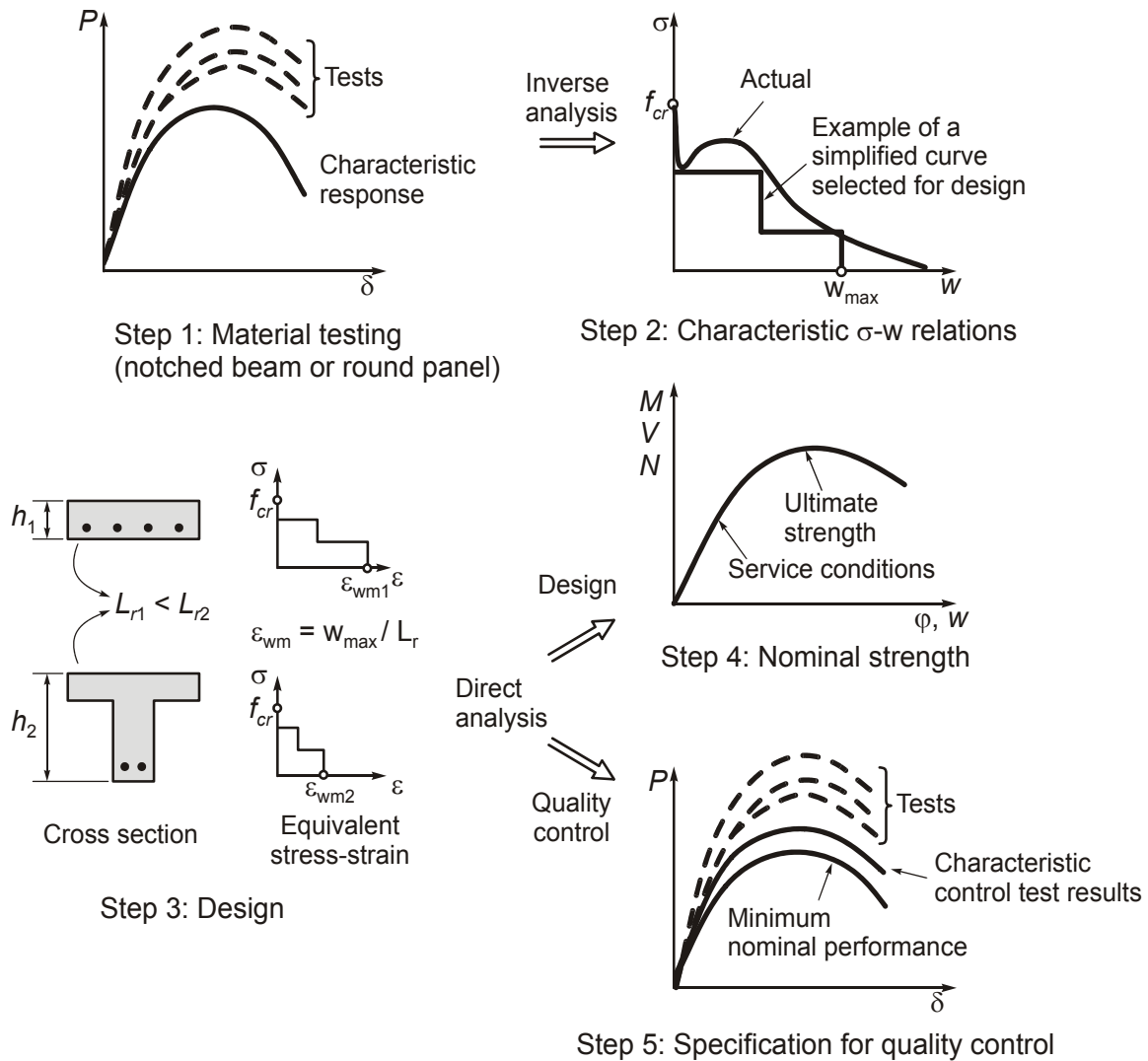


Figure 4.1 Proposed approach for design or analysis

For homogenous FRC, σ - w curves are size-effect free material properties and must be retained for structural design, not only because they offer several advantages but also for reliability issues. They represent the actual behaviour of the material and are independent of the nature and direction of the structural action considered and they are thus applicable for various force effects such as bending, shear, restrained shrinkage, etc. Stress-crack width properties are also independent of the structural member size such that material properties determined on small characterisation specimens can be applied to members of any size. Finally, these properties can be directly considered in nonlinear finite element analysis. However, as indicated in the present paper and in the companion paper [16], the assumption of material homogeneity is not always applicable due to the fabrication process of SFRC and some care must be taken in defining material properties.

Selecting this approach raises some issues however. For instance, the analytical model presented in the companion paper [16] proposes the utilisation of a unique σ - w response for a given mix in order to predict the bending behaviour of both rectangular and T-beams of depths ranging from 150 to 600 mm in depth for service and ultimate load levels. The first issue is that there is no direct procedure for obtaining the σ - w responses from the bending tests. Adequate assumptions must be made between the load-deflection (P - δ) measurements so that the values associated with the stress-crack opening (σ - w) response may be retrieved. Similar types of research activities have already been carried out by several groups [17-19]. The second issue is the conversion of the post-cracking σ - w relations into σ - ϵ curves for designing FRC structural members using the same procedure adopted for conventional reinforced concrete. This conversion requires utilisation of a characteristic length L_r that varies depending on the application. Finally, divergence between fibre orientation in material characterisation specimens and in structural members needs to be considered [5,12]. The first issue is discussed in this paper whereas the other issues are analyzed in the companion paper [16].

The proposed approach for determining the tensile properties of FRC is illustrated in Fig. 4.2. It assumes that for a homogenous material, any of the three characterisation tests shown would yield similar σ - w relations. However, this assumption still needs to be validated. In this context, an experimental project was conducted for measuring the tensile properties of several softening

SFRC mixes, containing sufficiently high volumes of fibres so that they can be considered as structural reinforcement in load-carrying members. The three types of characterisation tests were carried out first, and then the results of the beam and round panel tests were converted to σ - w relationships by inverse analysis for comparison with the σ - w response of the uniaxial tension test.

This paper proposes a simple approach to characterizing FRC tensile response. It also provides the tools for identifying the characteristic FRC tensile response which can be directly incorporated into rational design or evaluation procedures for load-carrying FRC members submitted to bending. The experimental program presented in this paper illustrates that softening stress-crack opening (σ - w) relations for steel fibre reinforced concrete (SFRC) can be obtained through three types of characterisation tests: direct measurement using the RILEM 162TDF uniaxial tension test[6], or using the indirect measurement by applying inverse analysis procedures on the EN14651 notched beam test [7], or on the ASTM C1550 round panels test [8]. The scope of the paper is limited to conventional FRC using steel fibres at high dosages presenting post-cracking softening.

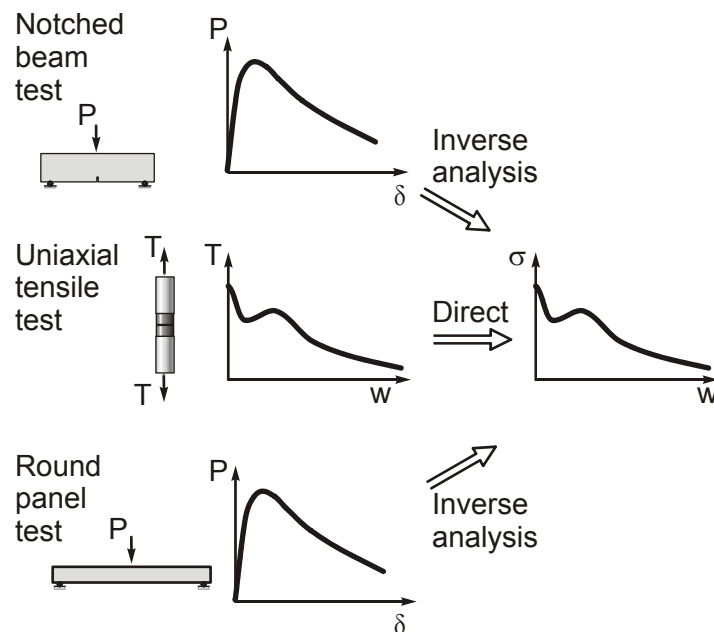


Figure 4.2 Proposed approaches for determining tensile properties

4.4. Experimental program

Five SFRC mixes (Table 4.1) were fabricated using two types of hooked-end fibres: the RC80/60 fibres (60×0.75 mm) and the RC65/35 fibres (35×0.55 mm). Three fibre dosages were selected: 0.75%, 1.0% and 1.25% in volume. Mixes were first optimized using the Baron-Lesage method [20], while the cement and admixture content were adjusted to obtain the desired workability and homogeneity levels. Material characterisation specimens used in this research project were fabricated at the same time as the large scale beams of the structural test series carried out in parallel [16]. All mixes, specified to present high workability, were fabricated in a ready mix plant with fibres being introduced at the laboratory. Mechanical characteristics in compression were determined using 150 mm diameter cylinders after 28 days of moist curing (Table 4.2). Compressive strength was estimated following the ASTM C39 procedure [8]. The Young modulus and Poisson ratio were measured using the ASTM C469 standard [8].

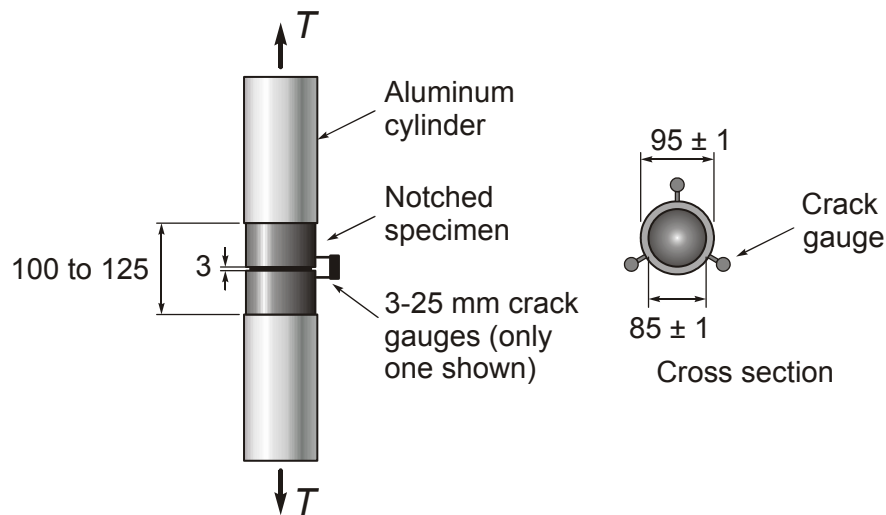
Table 4.1 Mixes properties

	F60-0.75	F60-1.0	F35-1.0	F35-1.0T	F35-1.25
Cement kg/m ³	400	450	400	500	400
Water kg/ m ³	176	198	176	208	176
Sand kg/m ³	920	854	913	867	907
Aggregate (5/14 mm) kg/m ³	832	788	830		826
Aggregate (2.5/10 mm) kg/m ³				676	
Superplasticizer kg/m ³	7.3	8.5	8.0	10.9	8.0
Viscosity modifying admixture kg/m ³	0.185	2.28	0.23		0.92
Type of fibres	RC80/60	RC80/60	RC65/35	RC65/35	RC65/35
Percentage (% in volume)	0.75%	1%	1%	1%	1.25%
Water/Cement ratio (-)	0.44	0.44	0.44	0.42	0.44
Sand/Aggregate ratio(-)	1.1	1.1	1.1	1.25	1.1

Table 4.2 Mechanical properties in compression

Material	F60-0.75	F60-1.0	F35-1.0	F35-1.0T	F35-1.25
f_c MPa	58.2	63.2	46.9	46.9	56.1
E GPa	32.9	34.0	33.5	27.4	33.4
ν	0.22	0.25	0.23	0.24	0.24

The RILEM uniaxial tension test[6] was conducted on notched core-cylinders (Fig. 4.3). Six specimens for each mix were cored horizontally from 500×600×400 mm blocks. This test was carried out using a stiff displacement controlled 2.5 MN load-frame. Aluminium cylinders, fixed to the load-frame, were glued to the opposite surfaces of the specimen. Extensometers were placed at 120 degree angles for providing crack opening measurements. Variable loading rates were applied during the test: 0.005 mm/min of up to 0.05 mm displacement, 0.1 mm/min of up to 1.0 mm and finally 1.0 mm/min of up to 10 mm.

**Figure 4.3 RILEM 162TDF uniaxial test**

The three point EN14651 notched beam test[7] (Fig. 4.4) was carried out on a minimum of 6 specimens for each mix. The specimens were cast and tested according to standard specifications. This test was conducted using a displacement controlled 2.5 MN load-frame. Two LVDTs were placed on both sides of the specimen for measuring the relative deflection and for controlling the load displacement. Variable loading rates were adopted throughout the test: 0.08 mm/min of up to 0.24 mm displacement, 0.21 mm/min of up to 3.5 mm and 1.0 mm/min until the test ended or at a maximum deflection of 10 mm.

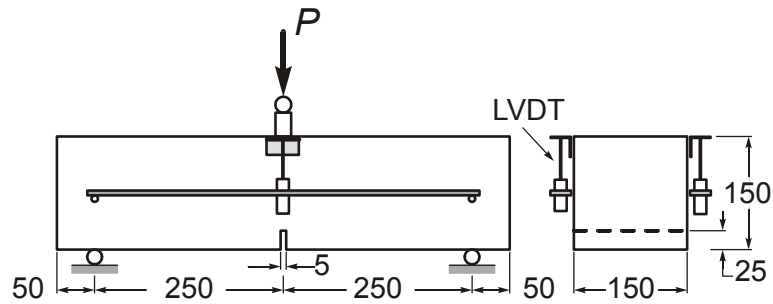


Figure 4.4 Figure 4 EN14651 notched beam test

The ASTM C1550 round panel test [8] consisted of a load being applied at the center of a circular panel laid out on three supports at 120 degrees (Fig. 4.5). The load was applied with a 250 kN vertical actuator fixed in a vertical position. The relative deflection of the round panel was measured by an LVDT fixed on an aluminium device that compensated for support movements developed by Bischoff[21]. A constant displacement rate of 4 mm/min was applied, up to a maximum deflection of 45 mm. This test was carried out on 4 specimens for each mix.

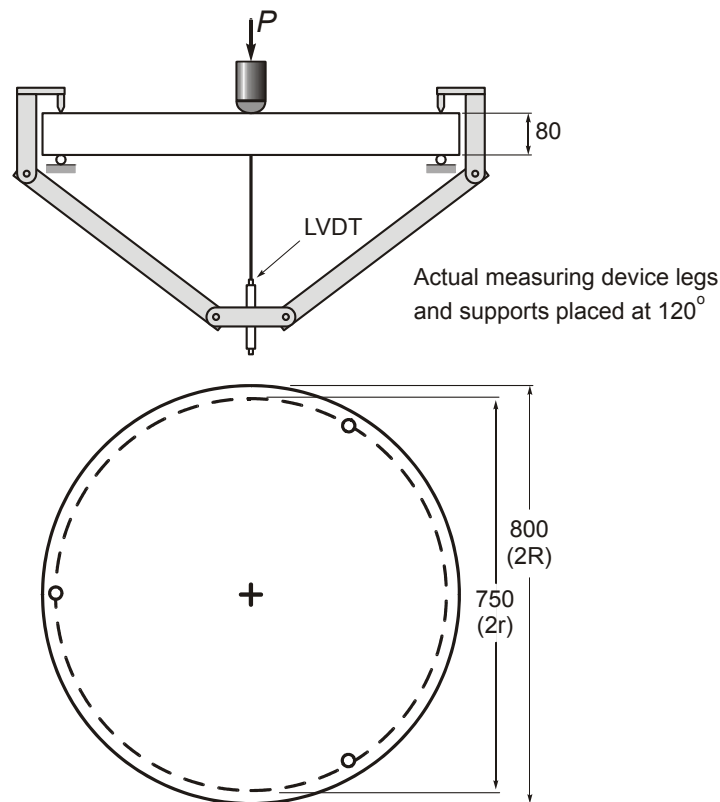


Figure 4.5 ASTM round panel test

4.5. Experimental results

Experimental average results for the core-specimens, notched beams and round panels are presented respectively in Figs. 4.6, 4.7 and 4.8. Results from at least two types of characterisation tests are available for each mix. Notched beam test results are not available for the F60-0.75 and F35-1.0T mixes. Unfortunately it had been impossible to reproduce these last two materials for comparison purposes because the original mixes were fabricated using ready mix concrete that was used for the preparation of the structural specimens of the companion paper [16]. Round panel test results were modified according to Bernard's recommendations [22] in order to eliminate the effects of friction on the supports. In this test series, the correction reduced the load by about 15%.

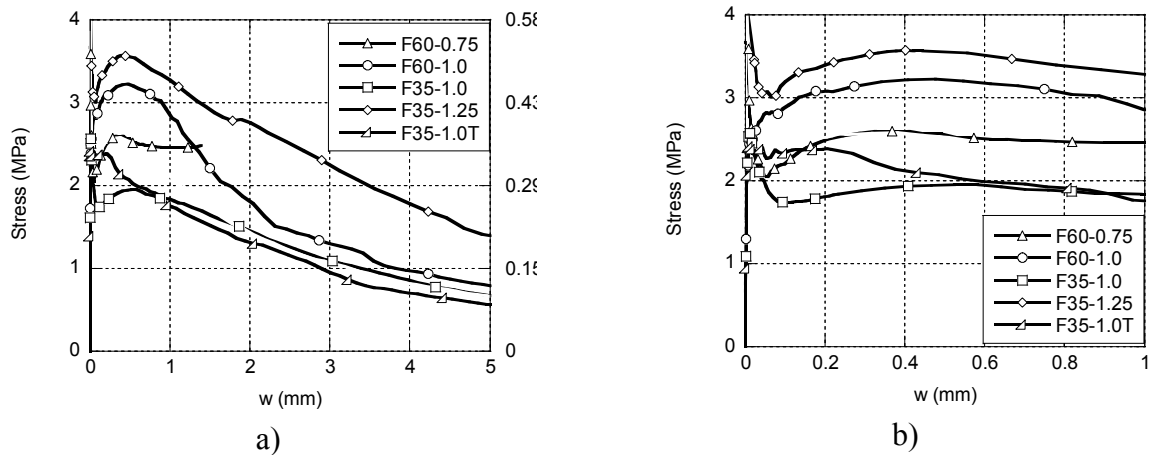


Figure 4.6 RILEM TDF162 uniaxial test results a) $w \leq 5$ mm; b) $w \leq 1$ mm

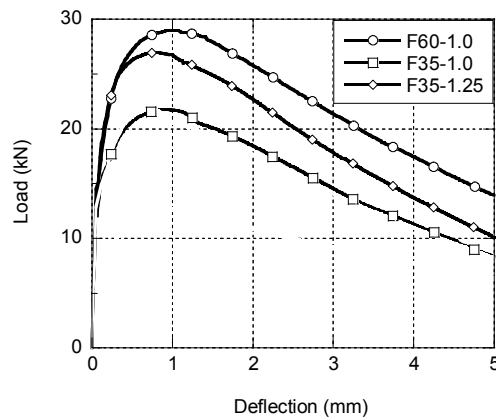


Figure 4.7 EN14651 notched beam test results

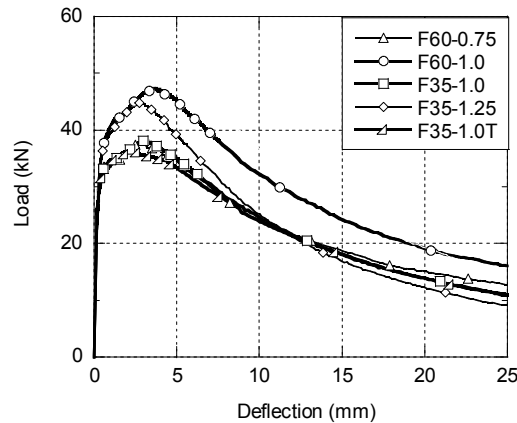


Figure 4.8 ASTM C 1550 Round Panel test results

During the uniaxial tension tests (Fig. 4.6), the specimens exhibited a sharp but controlled load reduction immediately after cracking occurred, followed by a post-cracking hardening phase which then changed progressively to smooth load reduction. After matrix cracking, bending tests on notched beams and round panels (Fig. 4.7 and 4.8) showed a hardening response when approaching the peak load, followed by a progressive load reduction as crack width increased. The hardening behaviour observed in the three types of tests was expected for the high fibre volume used in this testing program. The studied SFRC showed a relatively high post-cracking strength (1.8 to 3.3 MPa) up to a crack opening of approximately 1 mm (Fig. 4.6). Such strength in terms of post-cracking can be very useful in structural applications because it controls thin crack opening ($w < 0.3$ mm) and limits deflections under service conditions. It also provides higher ultimate flexural strength which normally occurs at crack sizes from 0.5 to 1.0 mm for SFRC members with and without conventional reinforcement [16].

The behaviour of all mixes can be compared with the round panel bending test results in Fig. 4.8. The influence of the fibre volume is clearly visible for each type of fibre. For similar volumes, the 60-mm steel fibres, which have a higher slenderness ratio, present a stronger post-cracking response than the 35-mm steel fibres. This is due to the strength of the concrete matrix which may not provide sufficient anchorage length to the shorter fibres for controlling cracking, as it does with the longer fibres. Furthermore, higher volumes of a fibre type have logically led to a higher ultimate strength. Table 2 presents the standard mechanical properties in compression for the 5 mixes.

4.6. Inverse analysis

4.6.1. Deflection - crack opening relationships

Inverse analysis techniques convert a load-deflection (P - δ) response to a stress-crack width (σ - w) relation. Techniques proposed in this literature are divided in two families. The first family allows computing the complete post-cracking softening response [17], whereas the second family assumes a predefined curve by which a parameter must be determined [19]. Both techniques use optimisation tools. The former technique was adopted in the present study. In the step-by-step procedure shown in Fig. 4.9, the multi-linear response is iteratively determined, for predefined maximum crack width values, by varying for a given crack width (w_t) the crack length (z) until the equivalence is obtained. Each point on the σ - w curve is determined so that the computed bending moment (or the corresponding load) matches the measured value and its associated deflection.

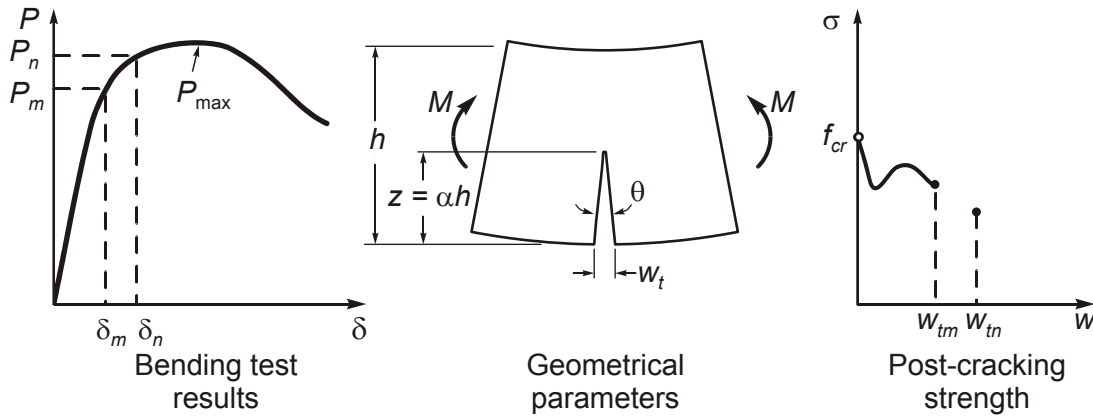


Figure 4.9 Inverse analysis principles

Inverse analysis requires relationships that link beam or panel deflection δ , maximum crack opening w_t and crack depth z . In a direct analysis in which the σ - w relation is known, no closed form solutions exist for notched beams. The procedure requires numerical integration that includes an iterative process. The model proposed by Zhang and Stang [23] is used in the present study for inverse analysis of notched beam results. This model, based on fracture mechanics, proposes relationships for linking the beam deflection δ to the crack angle θ , the maximum crack opening w_t and the crack depth z .

For round panel test results, no such fracture mechanics solution exists for the direct or the inverse analyses. The model used in the present study is based on relationships between w_t , θ and z proposed by Nour and Massicotte [24] and the equations derived by Tran, Beasley and Bernard [11] between θ and δ for the yield line analysis. These relations are presented in Appendix 1. During bending tests, the onset of cracking is often difficult to identify. Moreover, in the inverse analysis, the elastic part of the bending tests results up to cracking is not considered. For sake of uniformity and simplicity, the tensile strength is approximated by an equation given in Appendix 1.

4.6.2. Inverse analysis results

The application of the previously described inverse analysis for a round panel bending test carried out on the F60-1.0 mix is illustrated in Fig. 4.10 for a round panel test. The σ - w curve was modified using an iterative process until the load-displacement curve, predicted by the model, coincided with the measured values illustrated in Fig. 4.10a. This process resulted in the corresponding σ - w relation shown in Fig 4.10b.

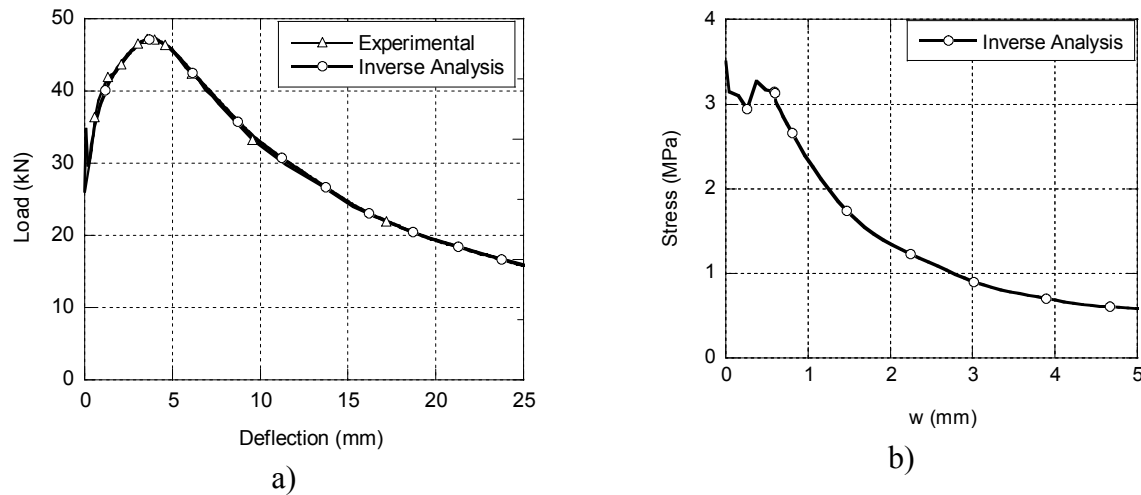


Figure 4.10 Application of inverse analysis

a) Load-Displacement; b) Stress-crack width results

Figures 4.11 to 4.15 present the σ - w curves that have been experimentally measured using the uniaxial tension test, called UT in the legends, and calculated properties using the inverse analysis for the notched beam and round panel bending tests, called respectively NB and RP. In all figures results are presented for crack widths up to 5 mm. In parallel, results are also given for

crack width up to 1.0 mm because this range is the most important for determining member performance at serviceability level and at ultimate [16]. It is also the crack opening range where hooked fibres can provide tension hardening following the first stress reduction due to the cracking of the concrete matrix. Overall results are particularly satisfactory if one considers the non-homogeneity of the FRC mixes (anisotropy of fibre orientation), the extremely different nature of the various tests (static condition, cracked surface size, etc.), the disparity of the preferential orientation of the fibre in the three types of specimens, and the analytical procedure involved in inverse analysis.

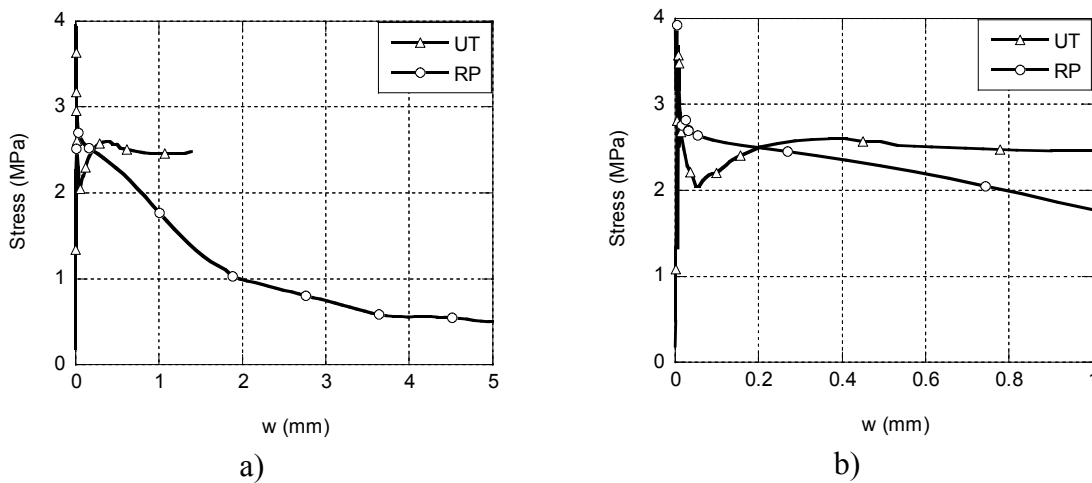


Figure 4.11 Application of inverse analysis on F60-0.75 mix

a) $w \leq 5$ mm; b) $w \leq 1$ mm

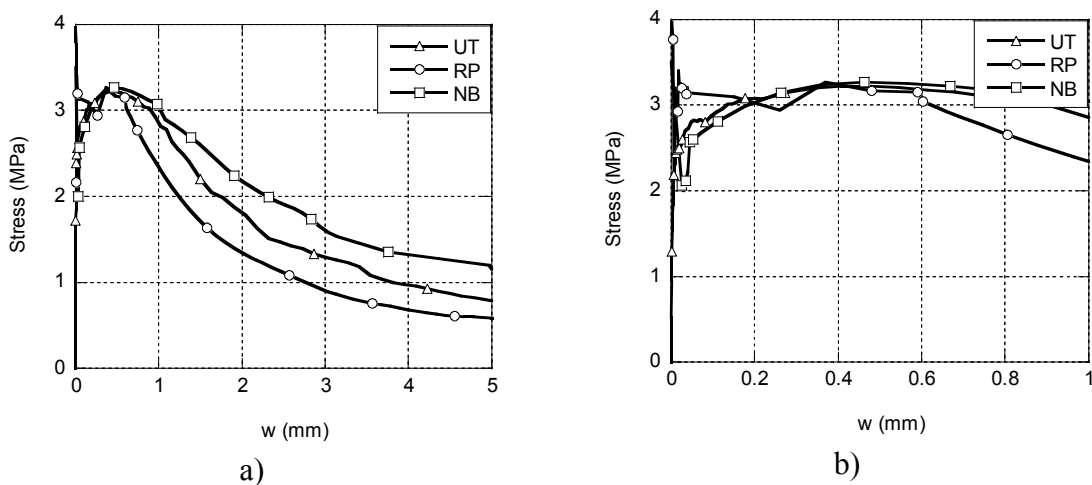


Figure 4.12 Application of inverse analysis on F60-1.0 mix

a) $w \leq 5$ mm; b) $w \leq 1$ mm

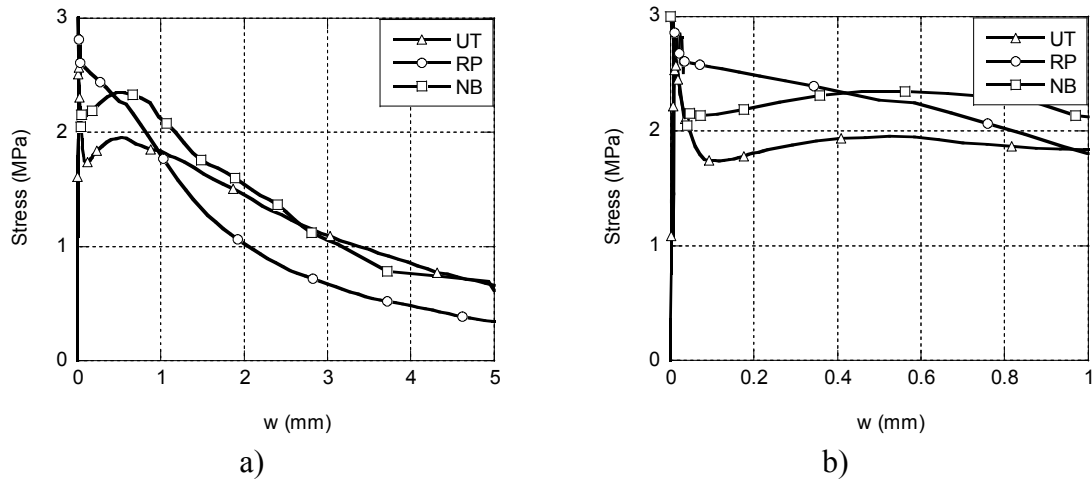


Figure 4.13 Application of inverse analysis on F35-1.0 mix

a) $w \leq 5$ mm; b) $w \leq 1$ mm

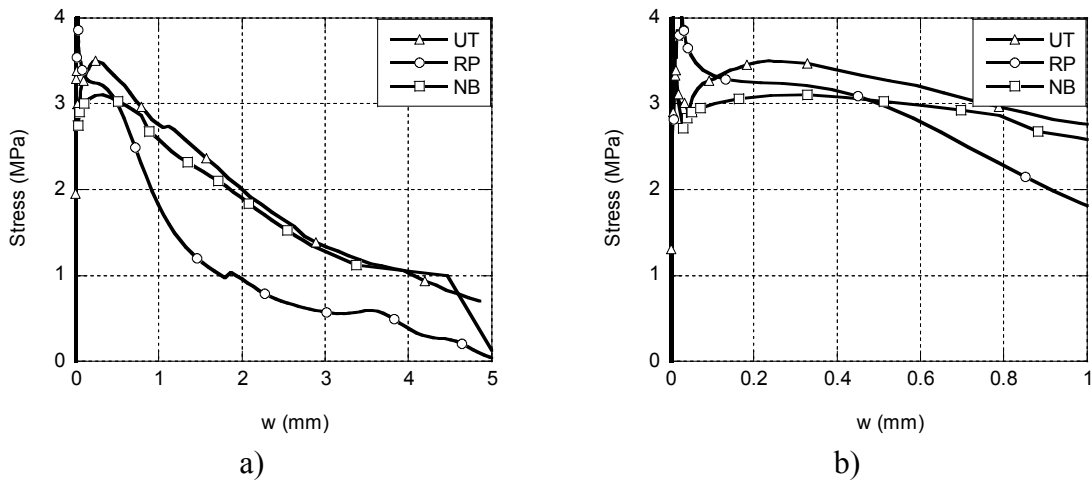


Figure 4.14 Application of inverse analysis on F35-1.25 mix

a) $w \leq 5$ mm; b) $w \leq 1$ mm

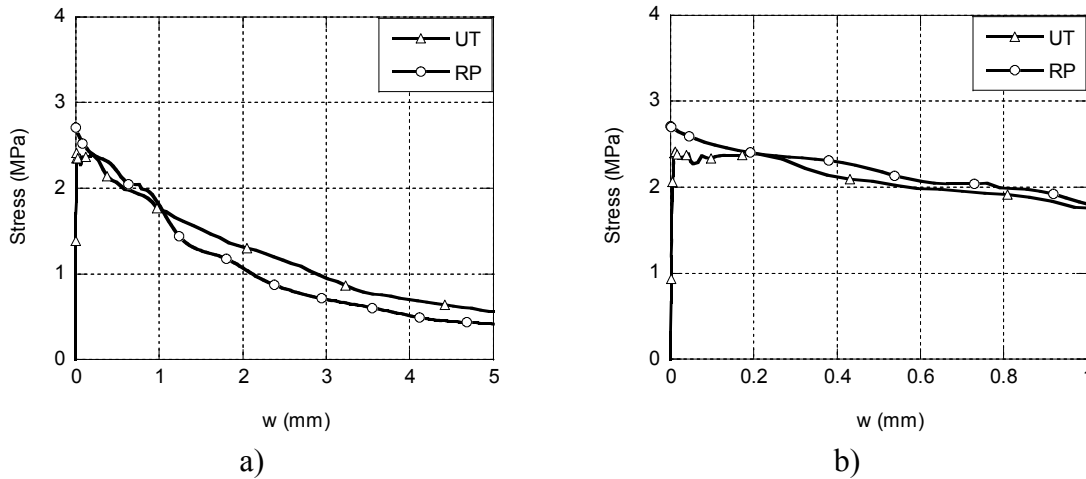


Figure 4.15 Application of inverse analysis on F35-1.0T mix

a) $w \leq 5$ mm; b) $w \leq 1$ mm

Experimental and analytical curves present a similar behaviour: a sharp strength reduction immediately after cracking, a short hardening phase and a smooth softening response. Depending on the mix and bending test, inverse analysis results either overestimate or underestimate the post-cracking behaviour measured in direct tension. The notched beam test, due to the preferential fibre orientation associated with its fabrication process, generally gives higher post-cracking tensile strength. For crack widths beyond 1.0 mm, the round panel test results are lower than the two other testing methods, probably caused by the bidirectional nature of the fibre dispersion. However, for cracks less than 1.0 mm, the round panel test results overestimate the post-cracking strength. This is due to the assumption adopted for the round panel (see Appendix 1) in which it is assumed that only three cracks form. Careful experimental observations revealed that at the onset of cracking, the nature of the round panel and the flexural hardening of the SFRC mixes tested are such that multiple microcracks develop at the early stages of cracking. Once the three main cracks are formed, the surrounding microcracks close.

For both bending tests, inverse analysis predictions for crack widths between 0 and 1.0 mm differ by a maximum of 20% from the uniaxial test measurements. This cracking width range includes the service load conditions ($w < 0.3$ mm) and the ultimate bending strength, as observed in the testing program on small and large scale beams reported in the companion paper [16]. For large crack width, the discrepancy can reach 30%.

Inverse analysis carried out on the notched beam tests is more accurately capable of reproducing all aspects of the post-cracking behaviour. Predictions are optimal in terms of small crack width, whereas they tend to overestimate the measured properties for large crack widths. Inverse analysis applied on round panel tests tends to underestimate the actual post-cracking material strength. The initial load reduction at small crack opening ($w < 0.2$ mm), observed in the uniaxial tension test results, is not captured by the inverse analysis on round panels. These points will be discussed in the next section.

4.7. Tensile σ - w relations for design

Knowledge of characteristic material properties is required in design to take into account the variability of construction materials. They are calculated with statistical treatment of experimental data. With the Student's rule, the characteristic strength σ_{ch} is computed with Eq. 4.1. Statistical parameters $\bar{\sigma}$ and V stand for the average and the coefficient of variation of results, while Student's factor t varies following the level of reliance:

$$\sigma_{ch} = \bar{\sigma} (1 - t \cdot V) = \bar{\sigma} \cdot \mu \quad (4.1)$$

For tensile properties of FRC determined with a uniaxial tension test, it is pertinent to measure dispersion of the results V as a function of the area under the σ - w curve up to the appropriate crack width [12]. For tensile properties determined with an inverse analysis from the bending test, the coefficient of variation V is obtained with the statistical distribution of the area under the load-deflection curves up to a prescribed displacement.

Figure 16a presents the experimental load-deflection curves of 4 round panel tests and the average response for the F35-1.0T mix. A coefficient of variation of 9 % was obtained using the area under the load-deflections curves ($\delta_{max} = 10$ mm; $w_{t\ max} = 5$ mm); a typical value for round panel tests conducted in this research program. An average coefficient of variation of 13% was found for the notched beam tests from this research program. The variability presented here is significantly less than those reported in other research [1,25]. This may be explained by the high fibre volumes introduced in SFRC and the high workability of the concrete mixes developed for

this project, two parameters that increase homogeneity and reduce the probability of having an area without fibres.

Statistical parameters $\bar{\sigma}$ and V obtained from F - δ curves (Fig. 4.16a) allowed computation of the characteristic σ - w relation (Fig. 4.16b). Utilisation of a Student's factor t equal to 1.638 for a level of reliance of 90% led to a reduction factor μ equal to 0.85 (Eq. 4.1).

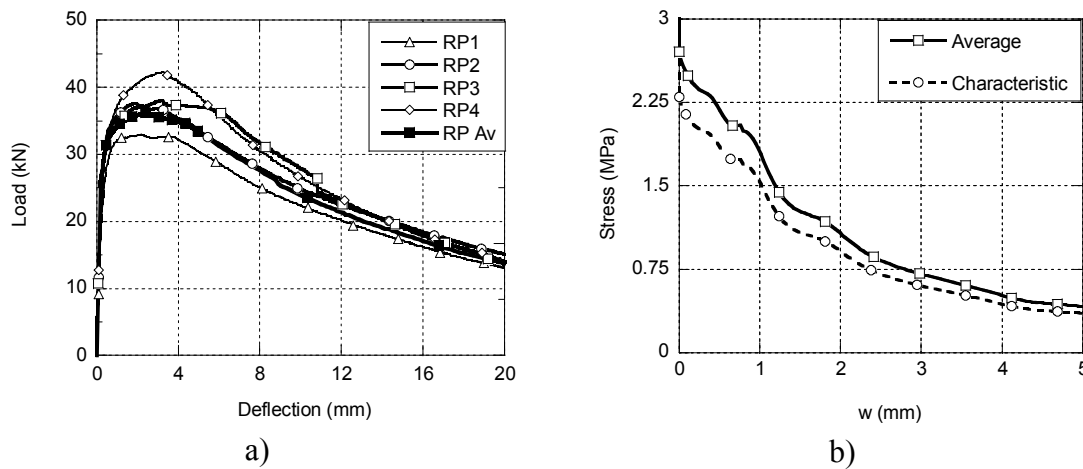


Figure 4.16 F35-1.0T mix characteristic properties

a) P- δ curve; b) σ - w curve

4.8. Discussion

4.8.1. Analysis of the uniaxial tension test results

The tensile behaviour before cracking and the ultimate matrix strength of all SFRC mixes showed similar results. As expected the macro-fibres used in this study cannot counteract the development and coalescence of microcracks before the peak load, they can only bridge the localised microcrack and control its propagation after the peak load [15, 26].

Three phases were observed beyond the localised cracking that corresponded to the ultimate matrix strength at $w = 0$ (Fig. 4.11 to 4.15). Firstly, the SFRC behaviour in uniaxial tension was characterised by a sharp reduction of the tensile resistance. Depending on the volume and type of fibres, this phase progressively stopped as fibre contribution took place. In this testing program, the strength reduction varied between 15 and 30 % of the ultimate matrix strength, with the

minimum strength being reached at crack widths of typically less than 0.05 mm. A short strain hardening process typical of hooked-end fibres in direct tension occurred in the second phase. For all mixes, the strength enhancement remained below the matrix resistance, characterising strain softening material. The hardening phase was more significant for materials with higher fibre dosage and better fibre performance as shown in Fig. 4.12 and 4.13 for the 60 mm and 35 mm fibres at 1.0% dosage. Thirdly, beyond a crack width larger than about 0.2 to 0.4 mm, a gradual softening behaviour was observed with a smoother response for higher fibre dosage for a given type of fibre.

4.8.2. Analysis of the bending test results

Three phases describe the material behaviour in the bending tests: an elastic phase up to cracking, a flexural hardening response up until crack localisation takes place, followed by a reduction of the applied load with increasing deflection. These three phases were different for the notched beam and the round panel bending tests.

Cracking load was easily noticeable in the beam tests due to the predefined crack location. However, with a predefined crack location as for the uniaxial tensile test, the maximum flexural strength could potentially be higher than the one measured at the weakest plane of the beam. As for the uniaxial tensile tests, the reduction of the tensile strength for small crack openings and the subsequent hardening up to crack width of about 0.2 to 0.4 mm could be observed from the results of inverse analysis.

In the round panel test, the onset of cracking was hardly perceptible because three governing cracks must be initiated before engaging the post-cracking behaviour. This observation is attributed to the redundant structural behaviour that takes place during the initial cracking phase in round panels. This was accompanied with multiple cracking, a phenomenon observed in the early cracking stages of thin SFRC members containing high fibre dosages. This resulted with inverse analysis in post-cracking strengths higher than those measured using the two other tests with predefined crack location. Therefore, up to a crack width of about 0.2 mm, the results include a structural behaviour that averages the post-cracking strength and that could slightly overestimate the actual strength due to the presence of a multiple cracking phenomenon that is

not included in the assumption of inverse analysis for round panels. Once cracking was fully initiated, cracks propagated along the three weakest planes forming angles departing from 120 degrees, thereby potentially resulting in a lower bending strength when compared with the two other tests.

Nevertheless, in both tests, the softening behaviour began when localisation took place. The round panel tests allowed a better observation of all phases of the failure mechanism until large deflection occurred, mainly because the panel span to thickness ratio is more than twice that of the notched beam. For structural applications however, the crack width that should be considered for designing structural members is less than 0.5 mm in service conditions and less than 2 mm at ultimate, which roughly corresponds to maximum deflections of 6 mm and 2.5 mm for the round panel and notched beam tests, respectively.

4.8.3. Reproducibility of experimental results

The performance of inverse analysis results must be examined whilst also considering the important variability of SFRC test results. Due to the non-homogeneity of SFRC, inherent to the anisotropy of fibre orientation in specimens, the variability of the measured tensile properties is greatly affected by the size of the cracked surface in specimens. The size ratios of cracked surfaces are approximately 16/4/1, for the round panel, the notched beam and the uniaxial tension tests, respectively. Taking into account the number of specimens of each type carried out in this study (3 round panels, 5 notched beams and 5 core specimens on average), the total size ratios of cracked surfaces becomes 10/4/1. In terms of the five SFRC mixes, the average variation coefficients of the stress-crack opening responses were 10%, 13% and 19%, for the round panel, notched beam and direct tensile tests respectively. As expected, the dispersion decreased as the total cracked surface considered in all tests of each type increased. This observation is consistent with the proposal of conducting less round panel tests than notched beam tests or uniaxial tension tests for a given variation [25].

4.8.4. Inverse analysis results

Inverse analysis results indicate that the proposed methods yielded adequate σ - w relationships for both bending tests. For the notched beam tests, results of inverse analyses reproduced the three phases observed in uniaxial tension tests, particularly the initial strength reduction due to matrix cracking and the hardening phase that characterises the early post-cracking stages. Beam tests lead to higher post-cracking resistance in comparison to uniaxial tension tests on core specimens. This is caused by the preferential fibre orientation being parallel to the narrow mould, and the notch forcing crack location. Inverse analysis application to the round panel tests tends to underestimate the post-cracking strength beyond the initial cracking phase. This is explained by the fabrication process that distributes fibres more uniformly in the specimen plane where the mould effect is less significant, and because cracks are free to form along the weakest lines in the specimen. At the early cracking stages ($w < 0.2$ mm) however, round panel tests provide higher tensile strength due to the multiple cracking which occurs before localisation and because the three localised cracks do not form simultaneously. These phenomena impeded the reproduction of the strength reduction that arises after the event of matrix ultimate strength and before the mechanical activation of macro-fibres occurs.

4.8.5. Comparison of calculated and measured tensile behaviour

Inverse analysis accuracy for predicting the experimental σ - w response is quantified by estimating cracking energy values, obtained by measuring the area under the σ - w curve up to a crack opening of 1 mm. Table 4.3 presents the ratio of the measured cracking energy for both the notched beam tests and the round panel tests in comparison to the uniaxial tension test values ($E_{bending}/E_{UT}$). The average post-cracking energy obtained with inverse analysis for the two bending tests exceeded by only 2% that of the uniaxial tests. The ratio was within 10% for all materials except for the F35-1.0 mix for which it exceeded 20% with however similar results for the two bending tests. Considering the variability of the uniaxial tension test properties with only 5 specimens per mix, energy ratios close to 1.0 indicate that the inverse analysis provides comparable cracking energy for all three tests. With the results obtained in this testing program, it can be concluded that the inverse analysis technique can therefore be considered adequate for predicting the post-cracking strength. This also suggests that for design the average post-cracking

strength over the 0 to 1.0 mm range should lead to reasonable results with any of the testing methods.

Table 4.3 Relative cracking energy ratio $E_{\text{bending}} / E_{\text{UT}}$ at $w = 1$ mm

Test	F60-0.75	F60-1.0	F35-1.0	F35-1.0T	F35-1.25
Uniaxial tension	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Notched beam	NA	1.01	1.19	NA	0.93
Round panel	0.91	0.96	1.20	1.05	0.89

4.8.6. Application of σ - w relations in design and quality control

Fig. 4.1 illustrates the 5 steps involved in a design process, from the material testing to the quality control. The present paper illustrated the application of steps 1 and 2 in a context where the design process includes material characterisation of SFRC tensile properties. However, a normal design process would normally begin in step 3 with a given nominal σ - w relation chosen by the engineer. This relation would then be converted in σ - ϵ relation with reference length L_r appropriate for the structural member. The design process can involve calculations of the complete member response, as illustrated in step 4, or the single evaluation of the maximum strength, as usually done in practice. In the quality control procedure illustrated in step 5, the minimum performance is determined using the nominal material properties selected in step 3 and compared to the corresponding characteristic values obtained with the controlled tests. An example of the characteristic σ - w response computation is illustrated in Fig. 4.16. The companion paper [16] will focus on steps 3 and 4.

4.9. Conclusions

The objective of this paper was to present and analyse the different approaches for determining the σ - w tensile response of softening SFRC, taken from three characterisation tests: one in uniaxial tension and two in bending using an inverse analysis procedure. A summary of observations is listed below:

- Reproducibility of experimental results on SFRC is greatly affected by the size of the cracked surface in specimens. The dispersion is decreased by increasing the total cracked surface considered in all tests of each type.

- Application of inverse analyses on the results of notched beam and the round panel bending tests allows the determination of the post-cracking σ - w response of SFRC.
- Inverse analysis predictions of the notched beam tests have a tendency to slightly overestimate the post-cracking strength but clearly capture all phases of post-cracking behaviour. This overestimation is most probably related to the mould side effect which preferentially orientates the fibres, and the presence of a predefined crack on the specimen.
- Inverse analysis predictions of the round panel tests tend to slightly overestimate FRC strength at crack openings of less than 0.2 mm but, overall, tend to underestimate the post-cracking resistance as the cracks become wider. Multiple cracking before and after localisation may explain this observation.
- All three tests yielded comparable σ - w responses across the crack opening range where SFRC carries loads in structural applications (crack opening less than 2 mm).
- Due to a larger cracked surface being created in the round panel test, the dispersion of experimental results is significantly lower than that found in the other tests and is probably closer to the dispersion expected in structural members.
- In terms of the bending characterisation tests, great care must be taken of the support conditions of specimens to avoid friction; otherwise corrections must be applied to the measured load values.
- Characteristic tensile σ - w relations determined from the round panel test require fewer specimens than the beam test to achieve the same level of variation.

Material properties described in this paper are used in a companion paper [16], for the reproduction of the structural behaviour of large scale beams manufactured at the same time.

4.10. Acknowledgements

This project has been financially supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC) of Canada, the Center for Research on Concrete Infrastructures of Quebec (FQRNT - CRIB). Materials were graciously provided by Bekaert, St-Laurence Cement, and Euclid.

4.11. Notation

b	=	width of the specimen
E_c	=	Young modulus
E_{UT}	=	area under σ -w curve for uniaxial test
$E_{bending}$	=	area under σ -w curve for bending test
f_{cr}	=	tensile strength
h	=	height of the member
L	=	length between support
L_r	=	reference length (geometric parameter)
M	=	bending moment
P	=	load
r	=	radius between support of the round panel
R	=	radius of the round panel
V	=	coefficient of variation
t	=	Student's factor
w	=	crack width
w_{max}	=	maximum crack opening for design
w_t	=	crack opening in appendix A1
z	=	crack depth
α	=	cracked depth ratio
δ	=	deflection
δ_{max}	=	maximum deflection
Δ	=	δ/δ_{max}
ε	=	strain
ε_{max}	=	maximum strain
θ	=	crack angle
γ	=	reliability coefficient
ν	=	Poisson's coefficient
σ	=	stress
σ_c	=	compression stress

σ_{ch} = characteristic stress

σ_{f} = post-cracking stress

$\bar{\sigma}$ = average stress

4.12. References

1. Serna, P., Arango, S., Ribeiro, T., Nunez, A.M. and Garcia-Taengua, E., "Structural cast-in-place SFRC: technology, control criteria and recent applications in Spain", *Materials and Structures*, Vol. 42, 2009, pp. 1233-1246.
2. Moffatt, K. and Massicotte, B. "Design of continuous SFRC bridge decks for serviceability criteria". Proceeding of the Sixth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete, Varrena, Italia, September 20-22, 2004, pp. 1173-1182.
3. Destrée, X., "Structural application of steel fibre as only reinforcing in free suspended elevated slabs: conditions – design – examples", Sixth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete, Varenna, Italy, September 20-22, 2004, pp. 1073-1082.
4. Massicotte, B., Bischoff, P. H., "Fibre reinforced concrete: a structural perspective". Proceeding of the Fifth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete, Lyon, France, September 13-15, 2000, pp. 193-202.
5. Walraven, J. C., "High performance fiber reinforced concrete: progress in knowledge and design codes", *Materials and Structures*, Vol. 42, 2009, pp. 1247-1260.
6. RILEM, "RILEM TC 162-TDF: test and design methods for steel fiber reinforced concrete: Uni-axial tension test for steel fiber reinforced concrete", *Materials and structures*, vol.34, January-February 2001, pp 3-6.
7. EN 14651 2004. "Test method for metallic fibered concrete - Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)", European Committee for Standardization, Brussels.
8. ASTM C 1550, "Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber-Reinforced Concrete (Using Centrally-Loaded Round Panel) ", ASTM, West Conshohocken, Pa, 2008.

9. RILEM. "RILEM TC 162-TDF - Tests and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ε design method – Final recommendation". *Materials and Structures*, Vol. 36, 2003, pp 560-567.
10. Soranakom, C. and Mobasher, B., "Flexural design of fiber-reinforced concrete", *ACI Material Journal*, V. 106, No. 5, Sept.-Oct. 2009. pp. 461-469.
11. Tran, V. N. G., Bernard, E. S., and Beasley, A. J., "Constitutive modeling of fiber reinforced shortcrete panels". *Journal of Engineering Mechanics*, 131(5), 2005, 512-521.
12. Casanova, P., Rossi, P., "Analysis and design of steel fiber reinforced concrete beams", *ACI structural Journal*, September-October 1997, p. 595-602.
13. CNR-DT 204, "Guidelines for design, construction and production control of fiber reinforced concrete structures". National Research Council of Italy, Italy, 2006.
14. FIB (2010), "Model Code 2010" First complete draft. International Federation for Structural Concrete, Switzerland.
15. Di Prisco, M., Plizzari, G. and Vandevale, L., "Fibre reinforced concrete: new design perspectives", *Materials and Structures*, Vol. 42, 2009, pp. 1261-1281.
16. De Montaignac, R., Massicotte, B. and Charron, J.-P., "Design of SFRC structural elements: Flexural behaviour prediction", paper submitted for possible publication to *Materials and Structures*, March 2011.
17. Kitsutaka Y., "Fracture parameters by polylinear tension-softening analysis". *Journal of Engineering Mechanics*, 123 (5), 1997, pp 444-450.
18. Chanvillard, G., "Characterization of fiber reinforced concrete mechanical properties : a review", *Fiber-reinforced concrete BEFIB' 2000*, Rilem proceedings PRO15, 2000, p29-49
19. Sousa, J., Gettu, R. "Determining the tensile Stress-Crack opening curve of concrete by inverse analysis", *Journal of engineering mechanics ASCE*, February 2006, p. 141-148.

20. Rossi, P., Harouche, N. "Mix design and mechanical behaviour of some steel-fibre reinforced concretes used in reinforced concrete structures", *Materials and Structures*. 23, 1990, pp. 256-266.
21. Duong, Vi, "Comparison of flexure beam and plate load toughness testing", undergraduate senior report, Department of civil engineering, University of New-Brunswick, December 2000.
22. Bernard, E.S., "The role of friction in post-crack energy absorption of fiber reinforced concrete in the round panel test", *Journal of the ASTM International*, Vol.2, No.1, January 2005, 12p.
23. Zhang, J., and Stang, H., "Application of stress crack width relationship in predicting the flexural behavior of fiber-reinforced concrete", *Journal Cement and Concrete Research*, 28(3), 1998, pp 439-452.
24. Nour, A., Massicotte, B., "Use of tension softening diagrams for predicting the post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete panels", *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, Catania, Italy, Eds: Carpinteri, A., Gambarova, P., Ferro, G. and Plizzari, G., June 2007, pp. 1533-1540.
25. Lambrechts, A. "Performance classes for steel fibre reinforced concrete: be critical", BEFIB 2008 Symposium, Chennai, India, 2008, September 17-19. pp. 1007-1020.
26. Lawler, J.S., Zampini, D., Shaw, S.P., "Permeability of cracked hybrid fiber-reinforced mortar under load", *ACI Materials Journal*, July-August 2002, pp. 379-385.

4.13. Appendix 1: predicting round panel deflection

The relationships between the central deflection δ , the maximum crack width w_t , the crack rotation θ and the crack depth z are given by the following equations for round panels with a symmetrical crack pattern, where $\Delta = \delta/\delta_{\max}$ (Figs. 4.5 and 4.9) [23,24]:

$$w_t = \theta \cdot z = \theta \cdot \left(\frac{12.55 \cdot h \cdot \Delta^{0.61}}{1 + 12.65 \cdot \Delta^{0.61}} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$\theta = 2 \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2r} \cdot \delta \right) \quad (\text{A.2})$$

$$P = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{R}{r} \frac{\theta}{\tan(\theta/2)} M \quad (\text{A.3})$$

For unsymmetrical crack patterns, more general relationships are available in literature [24] to replace Eq. A.2 and A.3. Cracking strength of concrete was assumed equal to:

$$f_{cr} = 0.4 \sqrt{f_c'} \quad (\text{A.4})$$

Chapitre 5 DESIGN OF SFRC STRUCTURAL ELEMENTS: FLEXURAL BEHAVIOUR PREDICTION

Renaud de Montaignac, Bruno Massicotte and Jean-Philippe Charron

Department of Civil, Geological and Mining Engineering
Ecole Polytechnique of Montréal
B.O. Box 6079, Station Centre-ville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

**Paper submitted for possible publication in Materials and Structures
Manuscript MAAS4648**

Corresponding Author:

Bruno Massicotte
Department of Civil, Geological and Mining Engineering
Ecole Polytechnique of Montréal
B.O. Box 6079, Station Centre-ville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

Tel : 1-514-340-4711, ext. 4501

Fax : 1-514-340-5881

Email : bruno.massicotte@polymtl.ca

5.1. Résumé

L'absence de règle de dimensionnement adaptée aux BRF fait en sorte que l'utilisation du matériau au niveau structural se développe difficilement dans la pratique. Un modèle de calcul, basé sur des hypothèses simples et communément admises, est proposé pour l'analyse et le dimensionnement d'éléments en BRF soumis à des efforts de flexion. De manière à évaluer le modèle, une large campagne expérimentale est menée. Elle comprend des essais de flexion sur 19 poutres rectangulaires et deux poutres en T, fabriquées avec cinq mélanges de BRF différents. La contribution des fibres aux différentes phases du comportement en flexion est décrite. La capacité du modèle analytique à prédire le comportement $M-w_{max}$, en conditions limites d'utilisation et de service, est vérifiée à l'aide des résultats expérimentaux. Les écarts observés peuvent être liés à la variabilité de la résistance à la traction des BRF et à la différence d'orientation des fibres entre les poutres et les spécimens de caractérisation. Une approche de dimensionnement réaliste est finalement proposée pour des poutres en 'T' soumises à des moments positifs et négatifs.

5.2. Abstract

Practical steel fibre reinforced concrete (SFRC) applications in load-carrying structural members have yet to gain wide acceptance in design codes. This is partly explained by the lack of a unified design philosophy adapted to this material. A model based on simple and widely accepted assumptions is proposed for the analysis and design of SFRC members subjected to bending moments. In order to evaluate the accuracy of the analytical model predictions, an extensive experimental program was conducted on 21 rectangular and T-beams of various sizes produced with 5 different types of SFRC. The contribution of fibres at different loading phases in bending is described in detail. The analytical model accuracy to predict maximum crack opening applicable in service conditions and at the ultimate flexural strength are compared to experimental measurements. Discrepancies observed are related to the dispersion of the material properties and the difference of fibre orientation in beams and characterization specimens. Finally, the proposed design approach is applied to the design of a realistic T-beam subjected to positive and negative bending moments.

Keywords: *steel fibres reinforced concrete, flexural behaviour, analytical model, characteristic length, fibre orientation, design.*

5.3. Introduction

Concrete structures are designed with the primary objective of safety, as reflected by the predominance of strength related specifications in design codes [1,2,3]. Reinforcing bars have been traditionally used to carry the main tensile forces, to reduce crack opening in service conditions and to provide ductility at the ultimate limit state for structural members. Due to its high strength in compression but relative weakness in tension, concrete is mainly used to support compression forces. The addition of structural fibres enables hardened concrete to carry tensile forces after the concrete has cracked. The mechanical performance of structural members made with steel fibre reinforced concrete (SFRC) can be significantly enhanced for service, fatigue and ultimate load levels, as documented in numerous publications [4,5]. When properly designed in terms of matrix composition, fibre dosage and workability, SFRC can eliminate concrete tensile brittleness, increase compression ductility, improve reinforcement bonding with concrete, enhance confinement of reinforcing bars, improve concrete water-tightness, mitigate shrinkage and thermal cracking, etc. The efficient utilisation of SFRC in structural members can also lead to a reduction or even an elimination of secondary and principal reinforcement while still maintaining or improving structural safety [6,7]. Despite the numerous advantages of using SFRC, this construction material still has not gained widespread acceptance in design codes or from engineers for load-carrying structural member applications.

One of the reasons for explaining the limited utilisation of SFRC in structural applications is the lack of a unified design philosophy adapted to this material. For instance, several design approaches have been proposed for the contribution of fibres in flexure, ultimately leading to confusion instead of providing the required consensus for introducing these materials into normal practice. The design approaches suggested in the literature for flexure can be classified into three families: moment-rotation ($M-\theta$) [8], stress-deformation ($\sigma-\epsilon$) [8] and stress-crack width ($\sigma-w$) [10]. A characterization test is associated with each approach for determining the material tensile properties: round panel test [11], notched beam test [12] and uniaxial tension test [13]. Most of these design approaches yield acceptable results for predicting the maximum member strength. However, only the $\sigma-w$ approach can provide the necessary information in terms of design for

service conditions related to crack opening, to limit stress variation under fatigue loading, and to directly consider scale effects.

A project has been undertaken at the Ecole Polytechnique of Montreal to provide tools and guidelines for the design of SFRC structural members in bending. This project included material testing and the subsequent data treatment for obtaining the appropriate SFRC tensile properties to design using any of the three approaches previously mentioned. It also comprised an extensive testing program on SFRC beams of various depths and shapes, with and without conventional reinforcement, to support a practical design method. The companion paper [14] is dedicated to the material testing and analysis treatment; this paper focuses on the structural testing and the design method.

This paper aims to contribute to the development of a design approach applicable to SFRC structural members in bending, with and without conventional reinforcement. The paper follows a methodology proposed by some researchers [15,16,17] that has been retained in international design guidelines [4,10,18]. An experimental program on 21 rectangular and T-beams with depths ranging from 150 mm to 600 mm was conducted for determining the geometrical parameters required in associating σ - w tensile properties with the σ - ε relationship used in conventional reinforced concrete (RC) design. Results have led to the proposal and validation of a design procedure compatible with usual reinforced concrete design.

5.4. Flexural analysis of SFRC members

5.4.1. Models and assumptions

Most models proposed in literature for predicting the flexural behaviour of SFRC members in bending [4,9,10,18] adopt the usual sectional analysis assumptions of conventional RC: plane sections remain plane, strain compatibility is assumed (without bond-slip) and force equilibrium is attained. This is illustrated in Fig. 5.1 and expressed in the following equations:

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_c + y \cdot \psi \quad (5.1)$$

$$\sum N = N_c + N_t + N_f + N_s = N_a \quad (5.2)$$

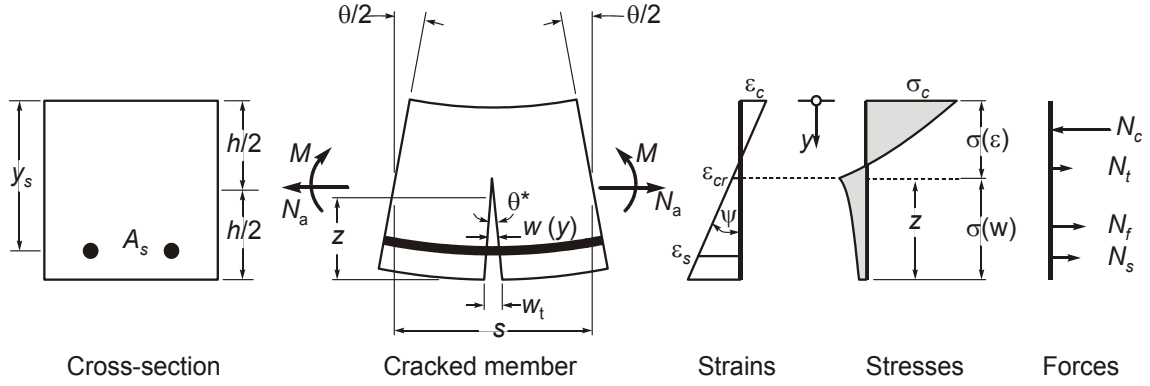


Figure 5.1 Analytical model assumptions

In cracked SFRC members, stresses along the crack are defined according to the crack openings. The commonly adopted hypothesis assumes a linear crack opening with an angle θ^* (Fig. 5.1). This allows the expression:

$$w(y) = \frac{(y + z - h)}{z} w_t = (y + z - h) \theta^* \quad (5.3)$$

The relationship between $\varepsilon(y)$ and $w(y)$ along the crack can be expressed by the following equation, the tensile properties of concrete being presented in Fig. 5.2.

$$\varepsilon(y) = \varepsilon_e + \varepsilon_w = \frac{\sigma_f}{E_c} + \frac{w(y)}{L_r} \quad (5.4)$$

Eq. 5.4, proposed in the French recommendations [18], was selected from among many relationships [15,16,17] because it can be easily implemented in cross-sectional analysis software or in constitutive models used in finite element analysis. The first term in Eq. 5.4 accounts for the elastic deformation of concrete between cracks, whereas the second term represents inelastic deformation occurring in cracks. Some researchers [16] consider the elastic deformation as negligible and assume that the totality of the sectional rotation takes place at the crack location ($\theta = \theta^*$), a reasonable hypothesis for softening SFRC. Utilisation of Eq. 5.4 required knowledge of the σ - w tensile relation (Fig. 5.2). As indicated in the companion paper [14], this can be obtained from most common test methods characterizing the post-cracking behaviour of SFRC [11,12,13].

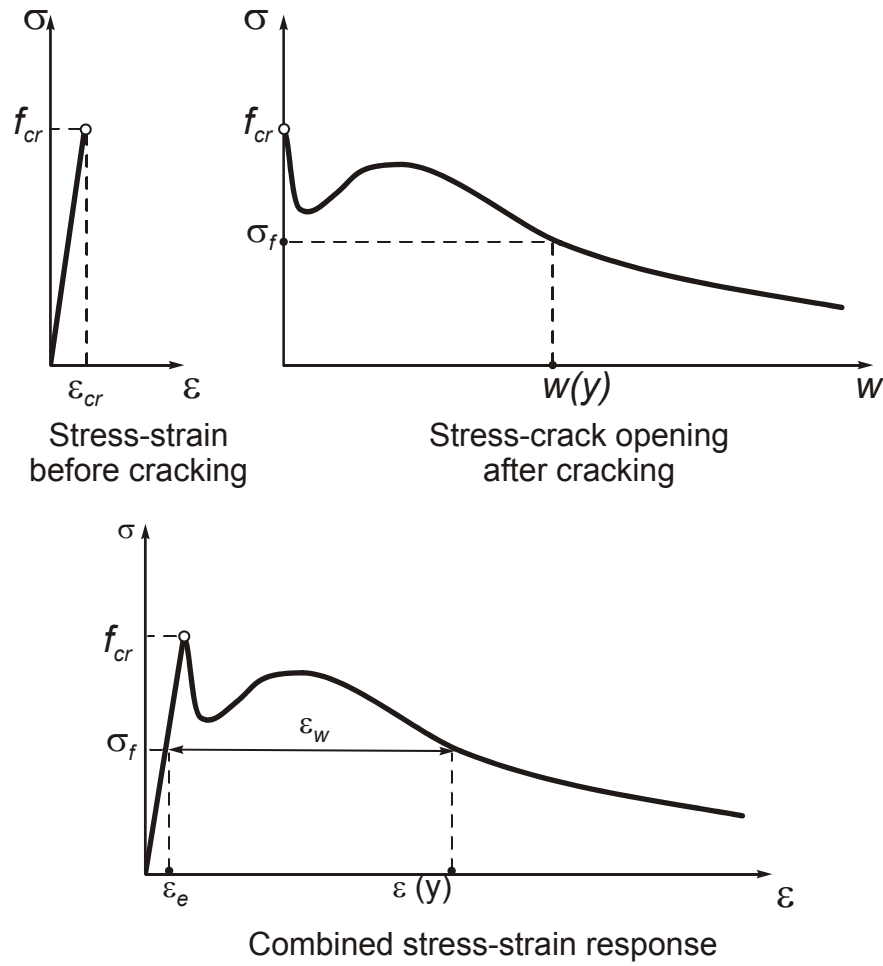


Figure 5.2 Assumptions for σ - w and σ - ε relationships

Incrementally varying the compression strain ε_c (Fig. 5.1) from zero to the maximum strain (0.003 or 0.0035 [1,2,3]) enables the identification of the moment-curvature (M - ψ), the moment-rotation (M - θ) or the moment-crack width (M - w) responses of a member. During this process, and at each step associated to a given compression strain ε_c , the tensile strain ε_t is varied until force equilibrium is satisfied (Eq. 5.2), and the corresponding bending moment is computed using the internal forces. Such an analytical model was implemented in the incremental sectional analysis software AIS [20] (Fig. 5.1).

5.4.2. Characteristic length

The characteristic length L_r in Eq. 5.4 is the key parameter linking strains $\varepsilon(y)$ and crack opening $w(y)$. In an analytical model, L_r is an indication of the crack spacing considered in calculations. No consensus has yet been achieved to determine L_r . This can be explained by the fact that L_r is influenced by several parameters: type and volume of fibres, matrix strength, cross-section geometry, presence of conventional reinforcement (longitudinal or transverse), load level (service, ultimate), etc. At low load level, the crack spacing s (Fig. 5.1) is small, especially if the structural member presents a hardening behaviour or contains conventional reinforcement. At high load level, the member behaviour is governed by fewer, more widely spaced cracks before crack localization takes place. Some cracks may therefore close, transferring their accumulated openings to the governing cracks. This suggests the need to select different L_r values for describing the overall behaviour of structural members.

The influence of L_r on a member response is illustrated in Fig. 5.3, where L_r varies from $h/4$ to $2h$ for a 150 mm deep and 400 mm wide SFRC beam. The parametric analysis shows that increasing L_r reduces the bending strength and thus estimates wider cracks for a given bending moment. Therefore, it is more conservative to adopt a larger L_r for predicting crack width in service conditions or for predicting ultimate strength.

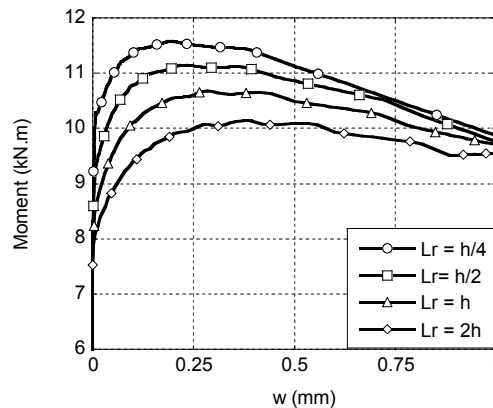


Figure 5.3 Influence of L_r on the flexural behaviour of SFRC beam

For SFRC members, some researchers have proposed the utilisation of a constant value for L_r (Table 5.1) while other researchers [15] suggest that this value should vary depending on load

(for example $L_r = 2z$). Another possibility suggested in the Italian Guidelines [26] is to use multiple L_r values according to the loading phases of the member: for the micro-cracking material phase (used in FE analysis), for the macro-cracking hardening phase, and at crack localization. A similar approach was initially considered in the present research project, because it allows a more accurate representation of the response of SFRC members. However, this paper aims to show that adopting such a refinement is not required in a design context. Utilisation of a single L_r value yields satisfactory and conservative results.

Table 5.1 Proposed values for L_r

Reinforcement	Past studies		This study For maximum crack width
	Rule	References	
SFRC	$h/2$	Rilem [10], Massicotte[17], Ulfkjaer[20], Iyengar[21], Pedersen [22], Kooiman[23]	$2h$
	$2h/3$	AFGC [18]	
	h	FIB [4], CNR [24]	
	$2h$	Strack [25]	
SFRC and reinforcing bars	$\text{Min } [s_m ; h/2]^*$	Massicotte [17]	$\text{Min } [s_m ; h]^*$
	$\text{Min } [s_m ; y]^*$	FIB [4], CNR [24]	

* : s_m is estimated with the Eurocode2 [1]

L_r values ranging from $h/2$ to $2h$ have been proposed in the literature for reproducing the structural behaviour of SFRC without conventional reinforcement (Table 5.1). They are consistent with finite element models in defining the extent of the crack influence zone close to the member depth on both sides of the crack [23]. It must be pointed out that the selection of L_r depends on the objective search for calculations [27]. Selecting a small L_r more accurately reproduces global observations of the structural behaviour as deflection or average curvature. A larger L_r should be considered for determining the maximum curvature at a governing crack

where localisation occurs. For service conditions, a larger L_r value is more appropriate if the design must respect a maximum crack opening, whereas a smaller value is recommended for average crack width requirements. L_r values retrieved in literature (Table 5.1) were proposed with the objective of reproducing the global or average member responses: load deflection, average curvature, or average crack width. However the objective of the present paper is to propose an approach to determine the maximum crack width in order for the model to meet design requirements associated with durability and safety applicable for both service and ultimate load conditions.

Results of the experimental program for SFRC without conventional reinforcement, described further on in this paper, showed that the analytical model predictions were closer to the measured values and were more meaningful when the moment-maximal crack width ($M-w_{\max}$) responses were calculated with $L_r = 2h$.

A combination of conventional reinforcement and SFRC leads to the development of more closely spaced cracks, suggesting that a smaller L_r should be retained. It has been suggested in literature that L_r should be determined on the basis of geometric parameters and crack spacing s_m , the latter evaluated with RC design code equations (Table 5.1). Within the present project, the best predictions were obtained with the minimum value of h and s_m calculated with Eurocode2 [1] recommendations.

5.5. Experimental program

An extensive experimental program on SFRC structural members was carried out in order to validate the assumptions adopted in the previously described sectional analytical model and for supporting the design approach proposed in this paper. The program includes bending tests on beams of various shapes and sizes and was carried out using five SFRC mixes. In parallel, an extensive material testing program was conducted for determining the σ - w tensile properties of the SFRC mixes [14].

5.5.1. Material description and characterization

The five SFRC mixes contained two types of hooked-end fibres: RC80/60 fibres (60×0.75 mm) and RC65/35 fibres (35×0.55 mm). Three fibre dosages were selected: 0.75, 1.0 and 1.25% in volume. Mix identification is given after the fibre length and dosage values (Table 5.2). The F35-1.0T mix used for the T-beams was produced 12 months after the F35-1.0 mix and was specified with different constituents and dosages (admixtures and aggregates) for improving its workability and homogeneity. Finally a high strength concrete (HSC) mix without fibres was used for the production of reference specimens. All mixes were produced in a ready mix plant and fibres were introduced into the mixes at the laboratory. SFRC mixes presented high workability and were compacted using external vibrators attached to the formworks. Table 5.2 gives the mechanical properties while Fig. 5.4 presents the σ - w tensile responses [14].

Table 5.2 Mechanical properties

Material	HSC	F60-0.75	F60-1.0	F35-1.0	F35-1.0T	F35-1.25
f_c MPa	51.9	58.2	63.2	46.9	46.9	56.1
E GPa	34.3	32.9	34.0	33.5	27.4	33.4
ν	0.24	0.22	0.25	0.23	0.24	0.24

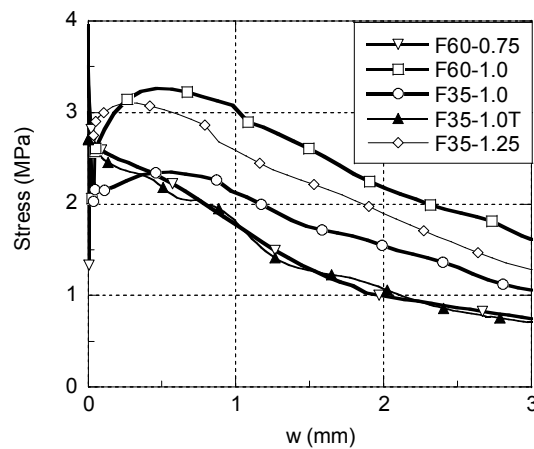


Figure 5.4 SFRC post-cracking tensile properties

5.5.2. Bending tests

The experimental program consisted of two test series on SFRC beams. The objective of the first test series was to observe the influence of the fibre type and its dosage, in addition to conventional reinforcement and the cross-section size on the behaviour of rectangular beams. The objective of the second test series carried out on T-beams was to verify the proposed method for designing continuous one-way concrete beams [17]. The specimen geometries and the associated materials are summarized in Fig. 5.5 and in Table 5.3. The program included 19 rectangular and 2 T-beams of different depths (150 mm, 300 mm, 500 mm and 600 mm) fabricated with five types of SFRC. Three types of reinforcements were used: fibre only (F), reinforcing bars only (R), or a combination of both (RF). Specimens are identified by their shape, depth in millimetres, type of reinforcement and type of concrete. For example, beam R150RF / F60-1.0 represents a 150 mm deep rectangular beam produced using both conventional reinforcement and SFRC made with 60 mm fibres at a volume fraction of 1.0%. The rectangular specimen width was adjusted to keep the conventional reinforcement ratio constant at 0.33%.

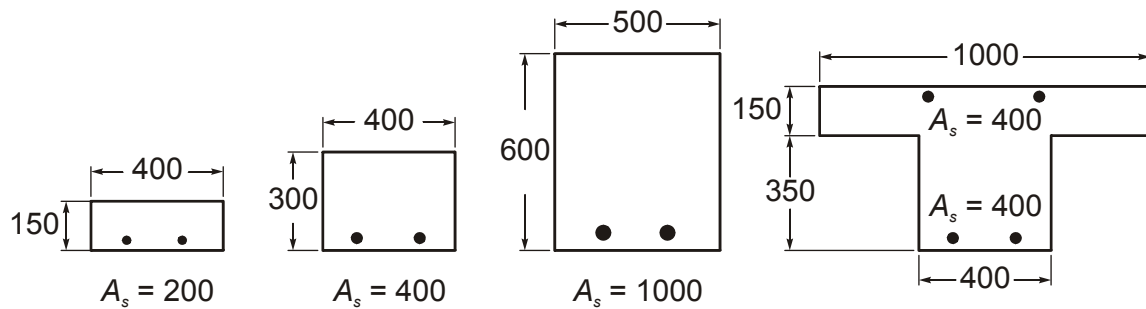


Figure 5.5 Specimens cross-section

Table 5.3 Specimen dimensions and reinforcement

I.D.	Beam type	h (mm)	L (mm)	As (mm ²)	d (mm)	Materials
R150R	Rectangular	150	1400	200	120	HSC
R300R	Rectangular	300	2600	400	250	HSC
R600R	Rectangular	600	5000	1000	540	HSC
R150F	Rectangular	150	1400	-	-	F60-1.0; F35-1.0
R300F	Rectangular	300	2600	-	-	F60-1.0; F35-1.0
R600F	Rectangular	600	5000	-	-	F60-0.75; F60-1.0; F35-1.0; F35-1.25
R150RF	Rectangular	150	1400	200	120	F60-1.0; F35-1.0
R300RF	Rectangular	300	2600	400	250	F60-1.0; F35-1.0
R600RF	Rectangular	600	5000	1000	540	F60-0.75; F60-1.0; F35-1.0; F35-1.25
T500RF	T-beam P *	500	5600	400/400	470/30	F35-1.0T
T500RF	T-beam N *	500	4000	400/400	470/30	F35-1.0T

* : P and N mean positive and negative bending.

The rectangular specimens had a span equal to $8h$ and were loaded at two points spaced at $2h$. The specimens were supported on rollers and pins as illustrated in Fig. 5.6. For the 150 mm and 300 mm deep rectangular beams, a single actuator with a transfer beam was used. For the 600 mm rectangular beams and the T-beams, one actuator was used at each loading point. The loading rate was kept constant at 0.5 mm/min. The instrumentation comprised 4 LVDT to measure the deflection, and 8 Ω -gages installed underneath the specimens to measure crack widths. The rectangular beams and the first T-beam were tested for positive bending (2-point loads), whereas the second T-beam was tested for negative bending (1-point load) with spans of 5.0 and 4.0 m respectively.

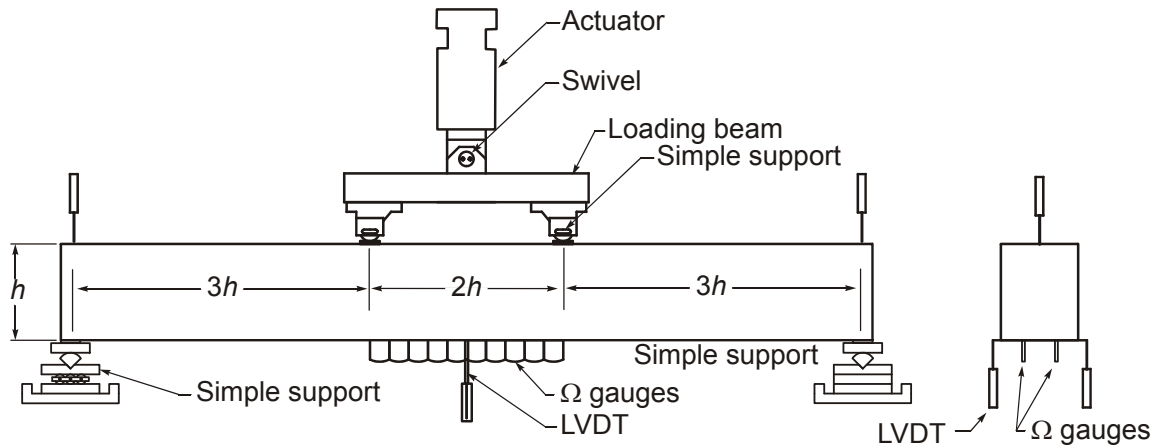


Figure 5.6 Two point loading experimental setup

5.6. TEST RESULTS

5.6.1. Load-displacement behaviour

The load-displacement responses of the two series of tests are presented in Fig. 5.7. Results of SFRC beams with and without conventional reinforcement can be compared to the HSC reference specimens containing conventional reinforcement. All SFRC specimens without conventional reinforcement showed deflection hardening behaviour before crack localization and ductile behaviour thereafter. Specimens with SFRC and conventional reinforcement also presented bending hardening and great ductility with a smooth softening behaviour. Most tests were stopped before failure occurred, but the R600RF / F35-1.0 beam was loaded until a deflection of 280 mm was achieved, with a remaining load of 370 kN to illustrate the extended ductility of a reinforced SFRC member. Generally, the addition of the maximum load reached by the SFRC specimens without reinforcing bars to that of the corresponding RC reference specimens, slightly exceeds the maximum load of the SFRC specimens with conventional reinforcement. This indicates that the design method must include a compatibility relationship, as described in Eq. 5.4, for correctly reproducing the contribution of each material.

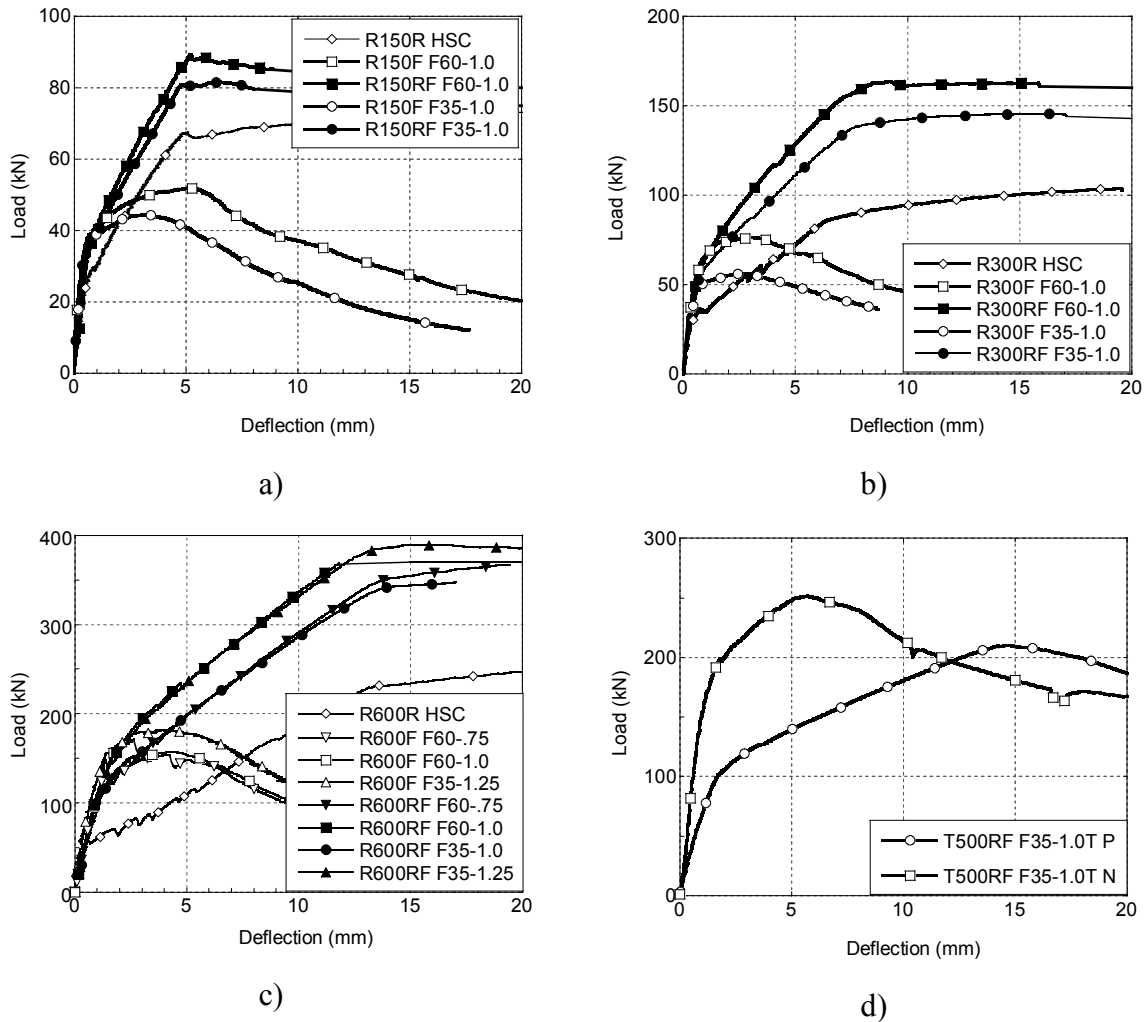


Figure 5.7 Load displacements behaviour :
a) R150 beams b) R300 beams c) R600 beams d) T500 beams

5.6.2. Moment-maximum crack width behaviour

This section presents the results of the experimental program together with a prediction for the analytical model developed in this project. The specimen behaviour is presented in terms of moment-maximum crack opening ($M-w_{\max}$) response. The peak load for SFRC with conventional reinforcement is obtained for a maximum crack width of approximately 0.6 mm and of around 1 mm without conventional reinforcement. Therefore the curves are presented for a maximum crack width inferior to 1 or 2 mm respectively.

Rectangular beams without conventional reinforcement

Fig. 5.8 shows $M-w_{\max}$ curves for the 150 mm deep specimens without conventional reinforcement. Results for the 300 mm and the 600 mm deep specimens exhibit similar tendencies. The specimen response can be divided into three stages: an elastic phase leading up to cracking, a flexural hardening phase where multiple cracking can be observed until crack localization occurs, and finally a softening phase. The later phase was initiated at a crack width of approximately 1 mm for the different materials and specimen sizes. The $M-w_{\max}$ response of the analytical model reproduces these three phases, the discrepancies with respect to the experimental results being relatively low. A detailed evaluation of the model performance will be presented in a further section.

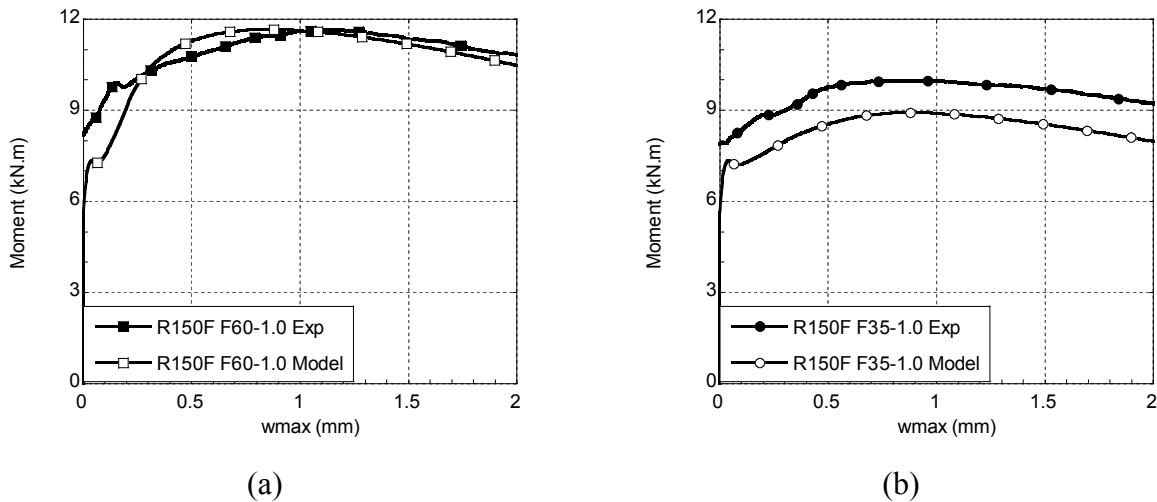


Figure 5.8 Experimental and sectional analysis results for the R150F specimens
a) F60-1.0; b) F35-1.0

Rectangular beams with conventional reinforcement

Fig. 5.9 presents the experimental and sectional analysis results for the 300 mm deep specimens. The three phases described for the SFRC specimens without conventional reinforcement were also observed in the specimens containing conventional reinforcement. In this case, the flexural hardening phase was characterized by more closely spaced cracks with the crack localization occurring at a crack width of approximately 0.6 mm accompanied by reinforcement yielding. After crack localization, a smooth softening response took place. Similar behaviour was also observed in the 150 and 600 mm reinforced SFRC specimens. Test results for the HSC specimens

are also presented for comparison in Fig. 5.9. This illustrates the significant contribution of the fibres for service and ultimate load levels.

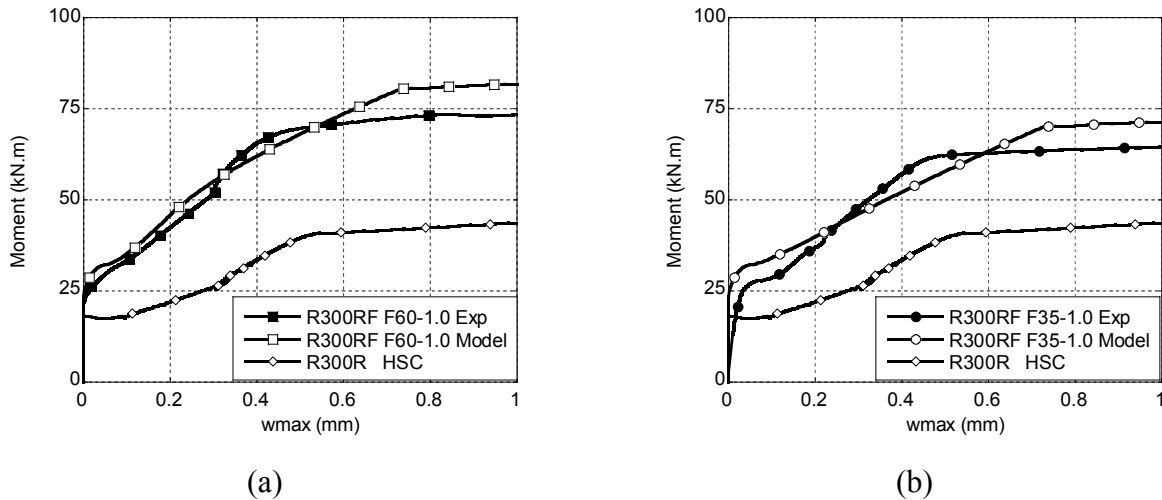


Figure 5.9 Experimental and sectional analysis results for the R300RF specimens
a) FRC60-1 ; b) FRC35-1

The analytical model leads to predictions comparable to experimental results. Both crack width and stiffness are well reproduced for service load levels ($0.1 \leq w \leq 0.3$ mm). For the 300 mm specimens, reinforcement yielding predicted in the model occurred at a larger crack width and for a higher moment magnitude than that of experimental measurements.

T- beams with conventional reinforcement

The model was more accurately able to predict the behaviour of the two T-beams for service and ultimate conditions (Fig. 5.10). This can be partly explained by the fact that the F35-1.0T mix used for the T-beams had a better workability and homogeneity than previous mixes. The measured post-peak phase showed a sharper softening due to the closing of non-governing cracks, an aspect not considered in the model which only considers the behaviour of the governing crack. This discrepancy in capturing this local phenomenon has no impact however on the model performance used for design purposes.

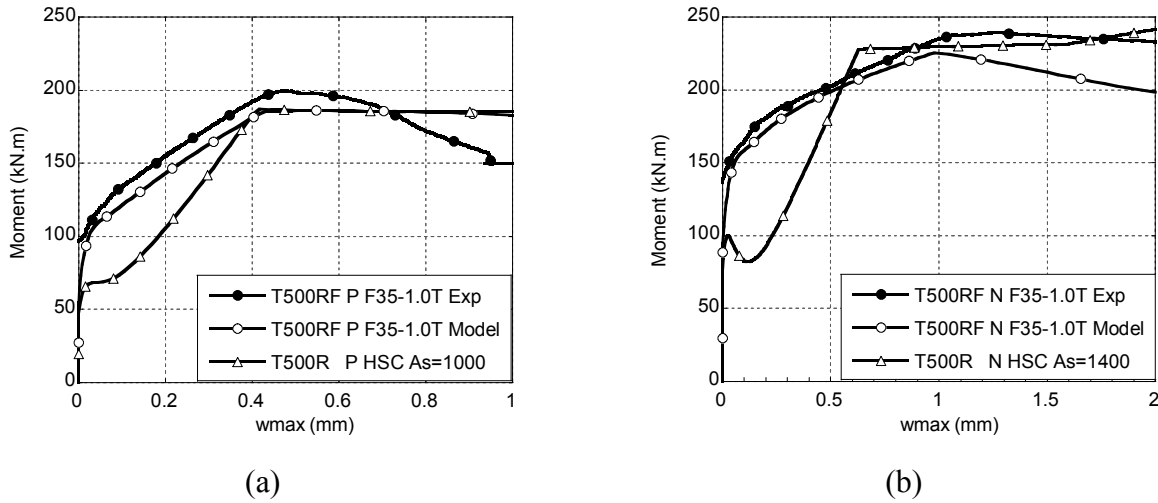


Figure 5.10 Experimental and analytical results for the T500RF specimens

a) Positive bending moment; b) Negative bending moment

Theoretical predictions of HSC beams illustrated in Fig. 5.10 emphasize the contribution of fibres in this application. These beams were designed to achieve the same ultimate strength of the SFRC beams, which resulted in specifying reinforcement area of 1000 and 1400 mm² for positive and negative bending respectively. Compared with the 400 mm² reinforcement area used in the two SFRC beams, one can conclude that the fibre contribution is equivalent to 600 and 1000 mm² of conventional reinforcement for positive and negative bending respectively. Although cracking occurs at the same bending moment, the hardening effect and multiple cracking provided by fibres are such that the member stiffness is significantly higher. Consequently, for a given bending moment for service load levels, crack widths would be notably less when using fibres. Moreover the initial member stiffness remains nearly constant to at least half the ultimate capacity (Fig. 5.7d).

5.6.3. Evaluation of the analytical model performance

The analytical $M-w_{max}$ curves presented in Figs. 5.8 to 5.10 were obtained using the mechanical properties presented in Table 5.2 and Fig. 5.4, as well as the L_r values shown in Table 5.4. In order to establish the performance of the analytical model in a design context, its predictions were quantitatively compared to experimental measurements for service and ultimate conditions. Maximum crack width limits are usually specified at less than 0.3 mm to achieve an extended

durability within service conditions. This domain corresponds to the hardening phase of SFRC members. Predictions of the analytical model are compared to measured values in Table 5.5, where the average M_{MOD} / M_{EXP} ratio for three standard crack width limits ($w = 0.1, 0.2$ and 0.3 mm) are presented for each specimen. Table 5.5 also gives the M_{MOD} / M_{EXP} ratio for ultimate conditions. For service conditions, a ratio larger than 1.0 indicates that the model underestimates crack widths for a given moment, while for ultimate conditions a ratio larger than 1.0 means that the model overestimates the bending strength.

Table 5.4 L_r values for SFRC beams

Identification	L_r	
	mm	Meaning
Beams with fibres only		$2h$
R150FR / F60-1.0	150	h
R300FR / F60-1.0	300	h
R600FR / F60-1.0	600	h
R150FR / F35-1.0	150	h
R300FR / F35-1.0	438	s_m
R600FR / F35-1.0	438	s_m
R600FR / F60-0.75	438	s_m
R600FR / F35-1.25	438	s_m
T500FR / F35-1.0P	200	s_m
T500FR / F35-1.0N	450	s_m

Results in Table 5.5 indicate that the model predicts bending moments for service and ultimate conditions within $\pm 5\%$ in average for SFRC members with and without conventional reinforcement. The variation coefficient of the model accuracy varies from 8 to 18% for SFRC members depending on reinforcement types.

Table 5.5 Performance of the analytical model - MMOD / MEXP

SFRC			SFRC and conventional reinforcement		
Specimen	Service	Ultimate	Specimen	Service	Ultimate
R150F F60-1.0	0.94	1.01	R150RF F60-1.0	1.09	1.00
R300F F60-1.0	0.93	1.22	R300RF F60-1.0	1.06	1.10
R600F F60-1.0	NA	0.86	R600RF F60-1.0	0.99	1.14
R150F F35-1.0	0.89	0.90	R150RF F35-1.0	NA	1.06
R300F F35-1.0	1.06	1.28	R300RF F35-1.0	1.04	1.12
R600F F35-1.0	NA	0.76	R600RF F35-1.0	1.12	1.09
R600F F60-0.75	NA	1.06	R600RF F60-0.75	1.08	1.00
R600F F35-1.25	0.92	1.08	R600RF F35-1.25	0.78	1.09
Mean	0.95	1.02	T500RF F35-1.0 P *	0.93	0.93
Variation coefficient	8%	18%	T500RF F35-1.0 N *	0.97	0.94
			Mean	1.03	1.05
			Variation coefficient	13%	8%

NA: Non available, main crack outside the measuring zone

* : P and N mean positive and negative bending.

5.6.4. Design of SFRC members

As described in the companion paper [14], statistical treatments must be carried out to identify the FRC characteristic tensile properties required in design. In a context where the actual characteristic tensile properties are not available, for instance at a preliminary stage of a project, the engineer can choose a multiple linear σ - w relation for the FRC. The average, characteristic and design tensile σ - w relations for the F35-1.0T material are given in Fig. 5.11.

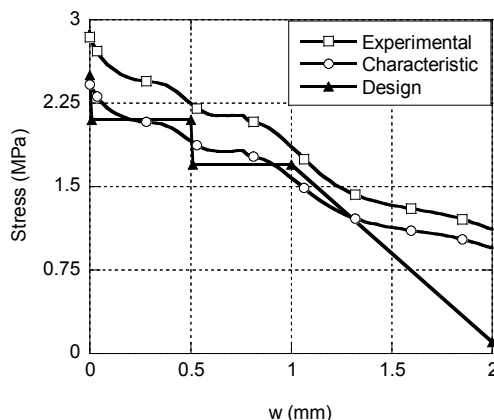


Figure 5.11 F35-1.0T σ -w relations

In this case it was decided for design to use constant strength values over various ranges of crack widths corresponding to the average characteristic properties. For service conditions, the characteristic or design tensile relations are directly used in calculations while for ultimate conditions, resistance factors must be applied to the later relations. Depending on the code [1,2,3], global or specific material resistance factors must be considered. To illustrate the application of the design approach for a structural member, a material resistance factor $\phi_f = 0.75$ was adopted for the tensile contribution of SFRC, which is typical of values proposed in the literature [17,18,28,29]; $\phi_s = 0.9$ was selected for the conventional reinforcement, where ϕ is equivalent to $1/\gamma$ used in some standards.

A typical one-way floor T-beam taken from literature [17] was designed with the analytical procedure given in Eq. 4 and the design tensile σ -w relation in Fig. 5.11. The cross section and conventional reinforcement of the T-beam are the same as that depicted in Fig. 5.5. Fig. 5.12 presents the M - w_{\max} behaviour of the T-beams in positive and negative bending. Analytical responses are shown for two loading cases: for service conditions using the design σ -w relation, and for the ultimate load level using the factored design σ -w relation. The experimental results of the T-beam are also presented. In this application, the target flexural strengths of 110 and 160 kN-m for positive and negative bending moments respectively were reached.

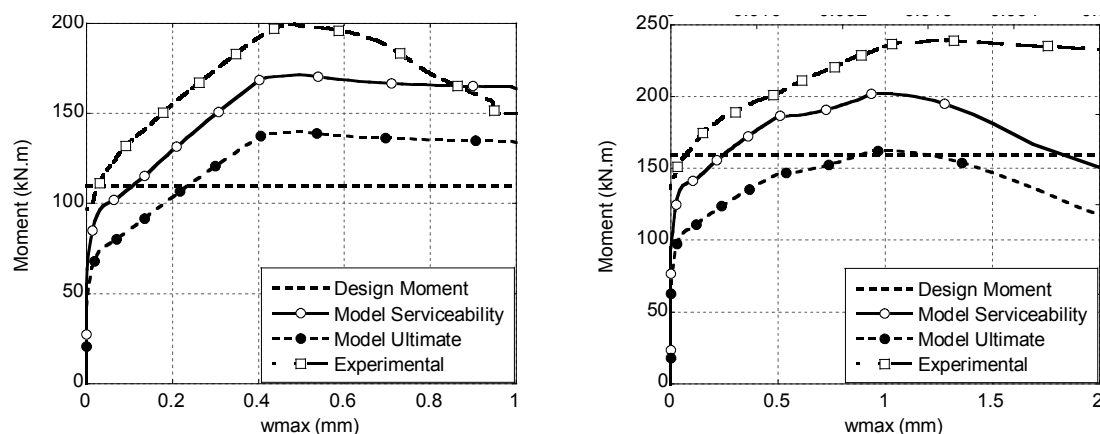


Figure 5.12 T-beam design

a) Positive bending moments b) Negative bending moments

5.7. Discussion

5.7.1. SFRC interests for structural applications

Results of this project showed that a high fibre dosage (from 0.75 to 1.25%) can be considered as an efficient structural reinforcement in bending. Fibres limit the propagation of cracks, improve strain hardening and contribute to a gradual softening after crack localization.

Fig. 5.7 shows that SFRC members without any conventional reinforcement exhibited a flexural hardening behaviour with multiple cracking that was very significant with regard to the shallow specimens, but less important as element thickness increased. The importance of this phenomenon, identified by Rossi [30] for SFRC and called the ‘scale effect’, justifies design approaches that explicitly consider the member height in terms of its formulation, as outlined in Eq. 5.3 and 5.4. Post-peak ductility was smooth and gradual for specimens of all sizes. It confirms that SFRC members without conventional reinforcement thus present sufficient ductility in enabling moment redistribution in redundant structural systems.

On Fig. 5.7, the contribution of fibres in members containing conventional reinforcement is also very significant, particularly in service conditions. The combined action of reinforcing bars and fibres favours the formation of closely spaced fine cracks up to the peak load. Moreover, fibres limit the progression of secondary cracks occurring close to governing cracks and around the reinforcing bars, and thus creating confinement. As a result, fibres provide a direct contribution at

the cracks surface and in the concrete volume immediately adjacent to the cracks. Combining reinforcing materials at two scales creates a synergetic effect characterized by global behaviour superior to that brought separately by the materials. As a matter of fact, combining both reinforcing bars and SFRC creates structural members with higher stiffness and finer cracks at service load level, thus reducing deflection and which would contribute to reducing water penetration in severe environmental conditions. Although no significant scale effect was noticed at service load levels for SFRC members with conventional reinforcement, this phenomenon clearly affected the ultimate member strength and justifies the choice made by L_r in considering beam height.

5.7.2. Analytical model

Globally, the $M-w_{\max}$ response predicted by the proposed analytical model correctly reproduced the experimental measurements (Fig. 5.8 to 5.10). For a given member, a single value of characteristic length L_r was proposed for the sake of simplicity and conservatism. It provides an adequate description of the sectional behaviour and is appropriate for estimating service and ultimate strength. The simplification brought by a single L_r value introduces some discrepancies with respect to the experimental measurements near to and after the elastic phase. Nevertheless, the limited data available in literature linking the SFRC bending moment and the maximal crack width dictated the adoption of conservative values. L_r values proposed in the literature for computing member deflection or average curvature could also have been adopted, but the model accuracy would have been significantly reduced for the description of the maximum crack opening. As pointed out previously, the L_r selection depends on the objective sought out using calculations.

The accuracy of the model prediction presented in Table 5 must be examined by taking into account the various sources of variability related to fibre reinforced concrete. Firstly, the average SFRC material properties were considered for the prediction of the beam behaviour. As indicated in the companion paper [14], the $\sigma-w$ tensile properties present variation coefficients of 15% on average. Secondly, fibre orientations in structural elements and in characterization specimens differ. Fibre dispersion within the structural member also varies from one point to another. These

later aspects are greatly affected by the specimen cross-section and the presence of conventional reinforcement, the mix workability and the casting process. The influence of these sources of variability, not included in the analysis, appears in the M_{MOD}/M_{EXP} ratios. The inherent variability of 15% at material scale is also found at a structural scale with a variation coefficient less than 18% for all materials and beam configurations. Similarities in bending moment dispersion at material and structural scales are consistent due to the fact that both beams and characterization specimens were produced using the same mixes. Furthermore, the average predictions of the model are within 5% of the real load-carry capacity for service and ultimate conditions. This observation is partly probably caused by the difference in the fibre orientation of beams and characterization specimens and on the variability of identical specimens that was not considered in this study.

Finally, the T-beams mix presented better workability and homogeneity, leading to better correlations between the experimental and model results (Fig. 5.12).

5.8. Conclusions

The objective of this research project was to present and validate a design method that could satisfactorily reproduce the flexural behaviour of SFRC structural beams with and without conventional reinforcement. The analysis of experimental and numerical results leads to the following conclusions.

- Incorporating fibres at high dosage (0.75 to 1.25% in volume) into concrete significantly improves the structural behaviour of SFRC beams; this provides bending hardening, considerably limits crack opening in service conditions and gives a ductile behaviour for ultimate conditions.
- The utilisation of a single value of L_r for all loading stages in a sectional analysis of SFRC members yields good correlation with experimental values if the structural behaviour is governed by the maximum crack width.
- The moment-maximum crack opening response of the proposed analytical model satisfactorily reproduces the measured values. Average predictions are within 5% for both service and ultimate load conditions for 21 different beams of various configurations made with 5 different types of materials.

- Discrepancies between experimental and analytical results are related mainly to the dispersion of material properties and the dissimilarities between fibre orientation in SFRC beams and characterization specimens.
- By taking into account the characteristic properties of SFRC and their dispersion, the analytical model enables engineers to design SFRC structures submitted to flexural loading with safety.

The results presented in the two companion papers show that relatively simple material characterization tests, combined with a common sectional analysis model, gives a satisfactory prediction of the flexural behaviour of SFRC members and yield conservative design.

5.9. Acknowledgements

This project has been financially supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council (NSERC) of Canada, the Center for Research on Concrete Infrastructures of Quebec (FQRNT – CRIB). Materials were graciously provided by Bekaert, Holcim and Euclid.

5.10. Notation

E_c	=	Young modulus
h	=	height of the specimen
L	=	length between support
L_r	=	reference length (geometric parameter)
M	=	bending moment
M_{EXP}	=	experimental bending moment
M_{MOD}	=	model bending moment
N	=	normal force
N_a	=	normal load
N_c	=	compression normal force
N_f	=	tensile normal force due to FRC
N_s	=	tensile normal force due to conventional steel reinforcement
N_t	=	tensile normal force due elastic behaviour of concrete
P	=	load
w	=	crack width
w_{max}	=	maximum crack opening for design
y	=	distance between neutral axis and the extreme tensile side of the cross section
z	=	crack depth
δ	=	deflection
ε	=	strain
ε_c	=	strain at face in compression
ε_e	=	elastic strain

ε_t	=	strain at face in tension
ε_w	=	strain equivalent to a crack opening
ϕ_s	=	reinforcement strength reduction factor
ϕ_f	=	SFRC strength reduction factor
θ	=	crack angle
γ	=	reliability coefficient
ψ	=	curvature
σ	=	stress
σ_f	=	post-cracking stress

5.11. References

1. European Committee for Standardization (2004) "Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings".
2. ACI Committee 318, (2008) Building code and commentary, Report ACI 318-08/318R-08. American Concrete Institute, Farmington Hills.
3. CSA A23.3-04, (2005), Design of Concrete Structures, Canadian Standard Association.
4. FIB (2010), "Model Code 2010" First complete draft. International Federation for Structural Concrete, Switzerland.
5. ACI Committee 544, (2002) Design considerations for steel Fiber Reinforced Concrete, ACI 544.1R-96. American Concrete Institute, ACI Farmington Hills.
6. Massicotte, B., Filiatrault, A., Mossor, B. and Tremblay, S., (1999) Compressive strength and ductility of steel fiber reinforced concrete columns. *ACI Special Publication SP-182: Structural applications of fiber reinforced concrete*, pp.163-180.
7. Moffatt, K. and Massicotte, B., (2004) Design of continuous SFRC bridge decks for serviceability criteria. *Proceeding of the Sixth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete*, Varrena, Italia, September 20-22, pp. 1173-1182.
8. Tran, V. N. G., Bernard, E. S., and Beasley, A. J., (2005) Constitutive modeling of fiber reinforced shortcrete panels. *Journal of Engineering Mechanics*, 131(5), 512-521.
9. RILEM, (2003) RILEM TC 162-TDF - Tests and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ε design method – Final recommendation. *Materials and Structures*, Vol. 36, 560-567.
10. RILEM, (2002) RILEM TC 162-TDF - Tests and design methods for steel fibre reinforced concrete: Design of steel fibre reinforced concrete using the σ -w method: principles and applications. *Materials and Structures*, Vol. 35, 262-278.
11. ASTM C 1550, (2008) Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber-Reinforced Concrete (Using Centrally-Loaded Round Panel), ASTM, West Conshohocken, Pa.
12. EN 14651, (2004) "Test method for metallic fibre concrete— measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality, residual)", Varenna, Italy.
13. RILEM, (2001) RILEM TC 162-TDF - Tests and design methods for steel fibre reinforced concrete: Uni-axial tension test for steel fibre reinforced concrete, *Materials and Structures*, Vol. 34, pp.3-6.
14. De Montaignac, R., Massicotte, B. and Charron, J.-P. Nour, A., Design of SFRC structural elements: post-cracking tensile strength measurement, Companion paper submitted for possible publication to Materials and Structures, March 2011.
15. Casanova, P., Rossi, P., (1997) Analysis and design of SFRC beams, *ACI structural journal*, V.94, No. 5, September-October, p 595 – 624.

16. Zhang, J., and Stang, H., (1998) Application of stress crack width relationship in predicting the flexural behavior of fibre-reinforced concrete. *Journal Cement and Concrete Research*, 28(3), 439-452.
17. Massicotte, B., (2004) Implementing SFRC design into North American codes: application to a building floor. Invited paper to the International Workshop on the Advanced in Fibre Reinforced Concrete, Bergamo, Italia, September 24-25, pp. 73-80.
18. AFGC-SETRA, (2002) Ultra High Performance Fibre-Reinforced Concretes, Interim recommendations. AFGC Publication, France.
19. Bédard, S., Massicotte, B., (2001) AIS Users Manual - Version 1.0, Group for Research in Structural Engineering, Ecole Polytechnique of Montréal.
20. Ultkjaer, J. P., Krenk, S. and Brincker, R., (1995) Analytical model for fictitious crack propagation in concrete beams, *ASCE, J. Eng. Mech.* 121 (1), pp 7-15.
21. Iyengar, S. R. K. T., Raviraj, S., and Ravikumar, P., (1998) Analysis study of fictitious crack propagation in concrete beams using a bi-linear σ -w relation *3th Int. Conf. Fract. Mech. Concr. Struct.* FRAMCOS III, Japan, 315-324.
22. Pedersen, C., (1996) New production processes, materials and calculation techniques for fiber reinforced concrete pipes, PhD thesis, Department of Structural Engineering and Materials, Technical, University of Denmark, Series R, no. 14.
23. Kooiman, A.G., (2000) Modelling SFRC for structural design, PhD. Thesis, university of Delft, Delft, Netherlands, ISBN: 90-70235-60-X.
24. CNR-DT 204, (2006) Guidelines for design, construction and production control of fiber reinforced concrete structures. National Research Council of Italy, Italy.
25. Strack, M., (2008) Modelling of crack opening of SFRC under tension and bending, *7th international Rilem symposium on FRC: Design and Application*, p 323 – 332.
26. UNI 11188, (2004) Design, production and control of Steel Fibre Reinforced structural elements. Italian Board of Standardization, Italy.
27. Habel, K., (2004) Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced, PhD. Thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausann.
28. Soranakom, C. and Mobasher, B., (2009) Flexural design of fiber-reinforced concrete, *ACI Material Journal*, V. 106, No. 5, Sept.-Oct.. pp. 461-469.
29. Di Prisco, M., Plizzari, G. and Vandevale, L., "Fibre reinforced concrete: new design perspectives", *Materials and Structures*, Vol. 42, 2009, pp. 1261-1281.
30. Rossi, P., (1988), "Les bétons de fibres métalliques", Presses de l'ENPC.

Chapitre 6 FINITE ELEMENT MODELING OF SFRC MEMBERS IN BENDING

Renaud de Montaignac, Bruno Massicotte and Jean-Philippe Charron

Department of Civil, Geological and Mining Engineering
Ecole Polytechnique of Montréal
B.O. Box 6079, Station Centre-ville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

**Paper submitted for possible publication in Cement and Concrete Research
Manuscript CEMCON-D-11-00203**

Corresponding Author:

Bruno Massicotte
Department of Civil, Geological and Mining Engineering
Ecole Polytechnique of Montréal
B.O. Box 6079, Station Centre-ville
Montreal, Qc, Canada H3C 3A7

Tel : 1-514-340-4711, ext. 4501

Fax : 1-514-340-5881

Email : bruno.massicotte@polymtl.ca

6.1. Résumé

L'objectif de cet article est la compréhension du comportement des BRF en flexion dans un contexte de dimensionnement d'éléments structuraux. Dans un premier temps, l'article porte sur les essais de flexion utilisés pour la caractérisation de la résistance à la traction post-fissuration des BRF. La modélisation des essais de flexion normalisés permet de valider les hypothèses utilisées dans l'analyse inverse pour déterminer la loi σ - w à partir des essais de flexion sur poutre entaillée et sur dalle circulaire. L'effet de l'orientation des fibres, de la procédure d'essai et de la validité des essais normalisés sont discutés. Dans un second temps, la modélisation de poutres de différentes tailles, géométries et types de renforcement permet de mettre en valeur l'importance d'utiliser des propriétés de matériau non uniformes afin de prédire convenablement l'évolution de la rigidité, de la résistance et de l'ouverture de fissure. Cet article confirme l'indépendance de la résistance en traction post-fissuration du matériau et de la longueur de référence utilisée en éléments finis vis-à-vis des dimensions de la poutre, de sa forme et du type de renforcement.

6.2. Abstract

This paper is aimed at understanding the mechanics of steel fibre reinforced concrete (SFRC) in the context of designing for structural applications. It focuses on the testing procedures adopted to obtain the tensile response of SFRC that are used in finite element models of structural elements submitted to bending. Modelling of standardised material test specimens enabled validating the assumptions used in inverse analysis to determine the post-cracking σ - w response from bending tests on notched beams and round panels. The effect of fibre orientation, the testing procedure, and the validity of standardized tests are discussed. Modelling of structural beams of different scales, shapes, and conventional reinforcement emphasize the importance of using non-uniform material properties within the model to correctly predict the member stiffness and strength, and the crack opening evolution. The paper confirms the independence of the post-cracking σ - w response and the reference length selection in finite element modelling regarding member size, shape, and conventional reinforcement..

Key words: Fibre Reinforcement [E], Finite Element Analysis [C], Tensile Properties [C], Bending Strength [C], Inverse Analysis

6.3. Introduction

Steel fibre reinforced concretes (SFRC) have been used extensively in construction in recent decades, mainly as secondary reinforcement in elements for which there was little impact on safety, the most common example being the use of fibres in slabs on ground. In many cases, the volume of fibres used in non-structural applications is kept low for economical reasons and such a practice has mostly been successful because the load effects are not as severe as in structural elements. SFRC post-cracking fracture energy can offer a significant enhancement of structural member mechanical behaviour in the service conditions and at ultimate [1], and can be used in applications for the partial or full replacement of conventional reinforcement [2,3,4].

In the recent years, a worldwide research effort has provided knowledge on design procedures at a level that enables the consideration of steel fibres as primary reinforcement for structural applications. The latest accepted design methods [5,6] provide guidelines for designing SFRC structural elements using rational principles that are compatible with conventional reinforced concrete design. Both guidelines base their recommendations on the utilization of the direct post-cracking tensile properties as expressed in terms of the stress-crack opening (σ - w) response. Despite the availability of these analytical design methods, important challenges must first be overcome in order to adequately model the SFRC structural applications with finite element computations.

6.3.1. SFRC tensile response

Strictly speaking, only uniaxial tensile tests [7] enable the measurement of the actual direct tensile properties of SFRC. Such tests are rather complex to carry out, and they require specialized equipment that is rarely found outside of research laboratories. For that reason, the vast majority of reported tensile properties in the literature are given in terms of load-deflection (P - δ) responses obtained with bending tests, but very rarely in terms of σ - w responses. The characterization of SFRC with flexural beam tests presents two main disadvantages: the σ - w relationship cannot be determined directly from the test results, and testing small elements brings significant scatter in the results that are not representative of the actual conditions in the structural members [8]. Those observations encouraged many investigators to perform bending tests on square or round panels of a large dimension [9,10,11,12]. Despite the better representation of

large concrete volumes, the actual post-cracking behaviour of SFRC in tension (σ - w) cannot be directly determined from panel tests as for beam tests.

Therefore, none of the commonly proposed beam and panel tests in the literature can be used to obtain the uniaxial σ - w relation of SFRC. To overcome this situation, the inverse analysis of the bending tests results [5,13,14,15,16] has been proposed as a practical alternative to uniaxial tension tests. However, the post-treatment, which uses an inverse analysis technique, requires assumptions that need to be validated.

6.3.2. Modelling approach

Continuum mechanics of materials is based on strain fields from which stresses are determined and compared with failure envelopes. This principle is adopted in finite element analysis and in most approaches specified in the structural design codes [6]. In the case of fibre reinforced concrete, the fundamental tensile property is defined as a function of the stress-crack opening (σ - w) response. In the context of structural analysis, this property must be converted into a σ - ε constitutive relationship. A simple approach is defined in Fig. 6.1 and Eq. 6.1 [6]. This approach requires a reference length (L_R) that allows associating the post-cracking strain (ε_w) used in the analysis to the crack opening (w) of the material property as expressed in the following equation:

$$\varepsilon_w = \varepsilon - \varepsilon_e = \varepsilon - f_{cr}/E_c = w/L_R \quad (6.1)$$

This formulation offers the advantage of being easy to introduce in most software. However, its robustness strongly depends on the appropriate choice of L_R .

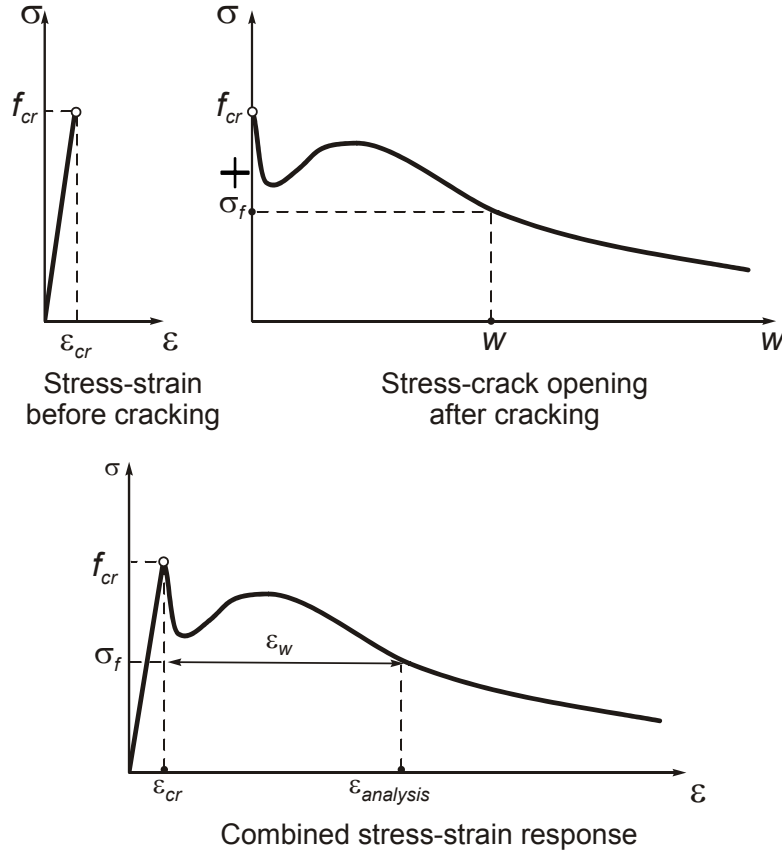


Figure 6.1 Stress crack opening relation

6.3.3. Objectives

The present paper is firstly dedicated to the validation of the inverse analysis assumptions adopted in notched beam and round panel tests for the determination of the σ - w tensile properties that are introduced later on in the finite element computations. Secondly, the paper focuses on the assumptions adopted for the finite element modelling of SFRC structural members of different scales, shapes, and reinforcement.

6.4. Background experimental program

This section presents a summary of an experimental program carried out at Ecole Polytechnique of Montreal on SFRC elements for which the complete details can be found in [17]. The tests series serve as reference to examine the validity of the inverse analysis of notched beam and round panel tests and finite element calculations of SFRC beams.

6.4.1. Materials

Two types of SFRC served for the production of the characterization specimens and large rectangular beams (Table 6.1). The first mix contained 60 mm long fibres at 1%-vol. dosage (F60-1), while the second two mixes comprised 35 mm long fibres at 1%-vol. dosage (F35-1). This last mix was used in a second phase (F35-1T) to produce large T-beams. The mechanical properties of the SFRC mixes are listed in Table 6.2.

Table 6.1 Experimental program on structural beams

Specimen	Width (mm)	L (mm)	Reinforcement	As (mm ²)	d (mm)	Material
R150F	400	1400	F ¹	0	-	F35-1; F60-1
R150RF	400	1400	RF ²	200	120	F35-1; F60-1
T500-N ³	400/1000	3800	RF	400-400	50/450	F35-1T
T500-P ⁴	400/1000	4800	RF	400-400	50/450	F35-1T

1: Fibers; 2: Rebar and fibres; 3: Negative bending; 4: Positive bending

Table 6.2 Mechanical properties of SFRC mixes

	Rectangular beams		T-beams
Material	F60-1	F35-1	F35-1T
f_c – (MPa)	63.2	46.9	46.9
E_c – (GPa)	34.0	33.5	27.4
ν	0.25	0.23	0.24

6.4.2. Specimens

The characterization specimens produced in the experimental program were EN14651 notched beams [18], ASTM C1550 round panels [19], and RILEM 162-TDF uniaxial notched cylinders [7]. The dimensions of the characterization specimens and the testing configurations are illustrated in Fig. 6.2. The dimensions of the rectangular and T-beams are depicted in Fig. 6.3,

and the experimental test setup is presented in Fig. 6.4. One T-beam was tested in positive bending, and the other was tested in negative bending with the flange in tension.

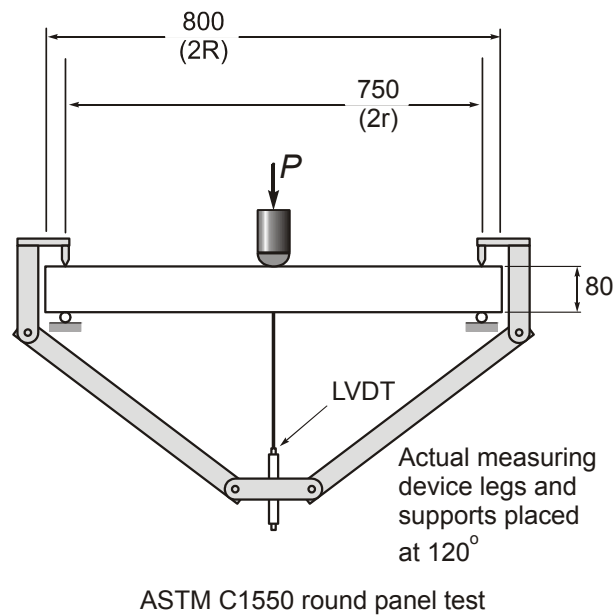
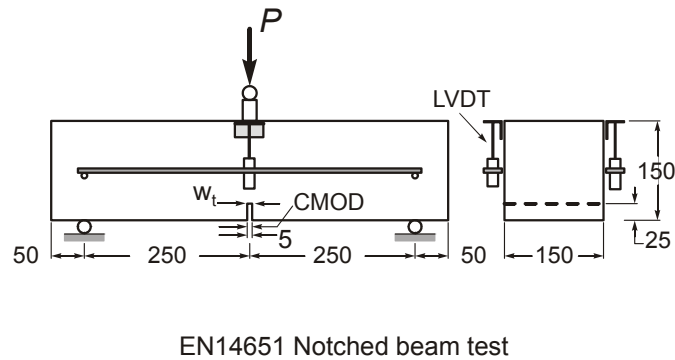
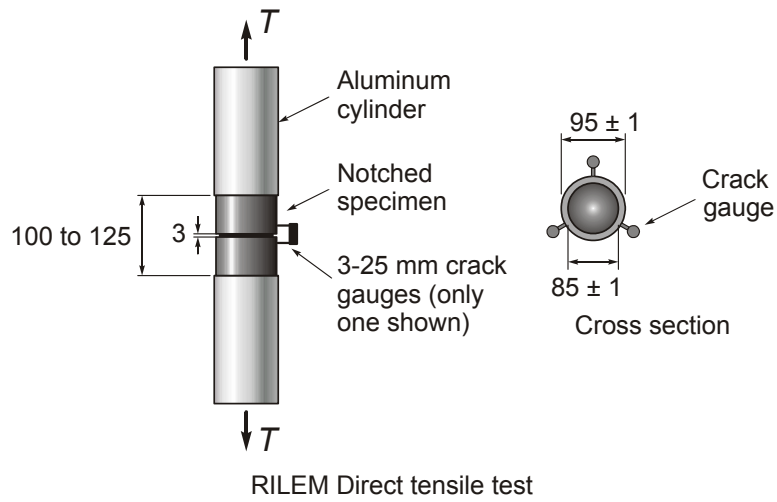


Figure 6.2 Experimental setups for characterization specimens

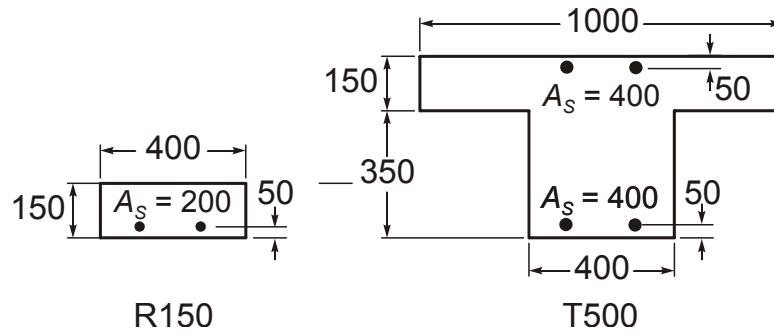
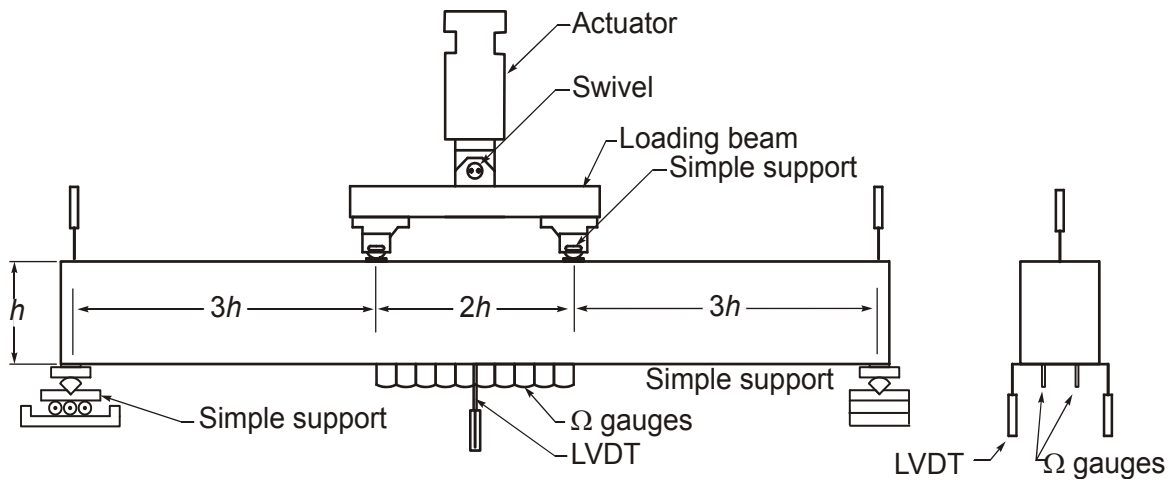


Figure 6.3 Characteristics of structural beams



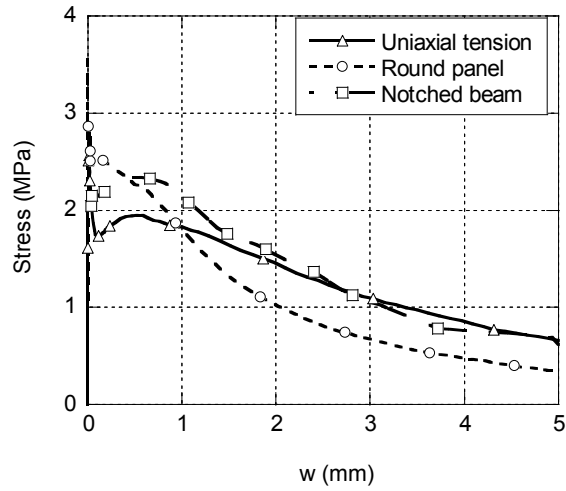
Note : Negative bending applied with one point loading

Figure 6.4 Experimental setup for structural beams

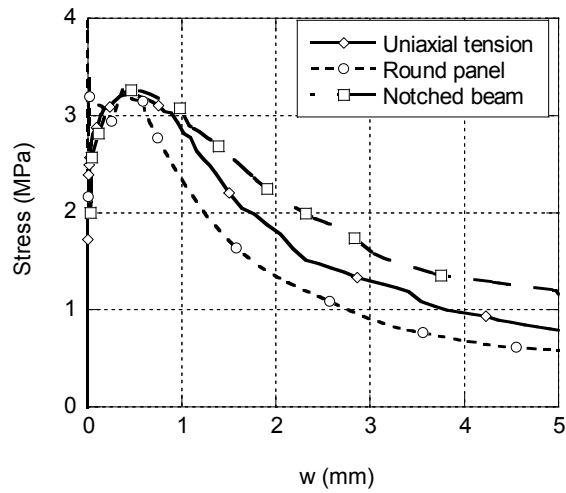
Figure 6.5 presents the average post-cracking properties of the three SFRC mixes obtained using three characterization tests and inverse analysis for bending tests [16]. The observed differences in the post-cracking strength can be primarily explained by the fibre orientation and efficiency of the inverse analysis procedure. Each type of specimen presents its own preferential fibre orientation due to its geometry and fabrication process, which affects the measured tensile property. The uniaxial tensile specimens were cored parallel to the longitudinal axis of the large beams in the direction of the applied stress and are, therefore, considered as representative of the actual fibre contribution in bending. The notched beam presents the most unidirectional fibre orientation due to the wall effect in the mould, which consequently gives a higher post-cracking strength. The round panels present a fibre orientation that is uniformly distributed in the specimen plane, which leads to a weaker measured post-cracking strength. Furthermore, one

should mention that the support conditions prescribed in ASTM C1550 round panel test impede the free horizontal movement of the specimens, which creates radial forces that artificially increase the panel strength. Using geometrical parameters, Bernard [20] proposed Eq. 6.2 for correcting the applied load P with a steel to concrete friction coefficient μ equal to 0.85. In this equation, t stands for the panel thickness and r represents the support radius. This correction was used in next analysis to correct the experimental results and to feed the finite element models accordingly.

$$P_{corr} = \left(1 - \frac{\mu t}{r}\right) P \quad (6.2)$$

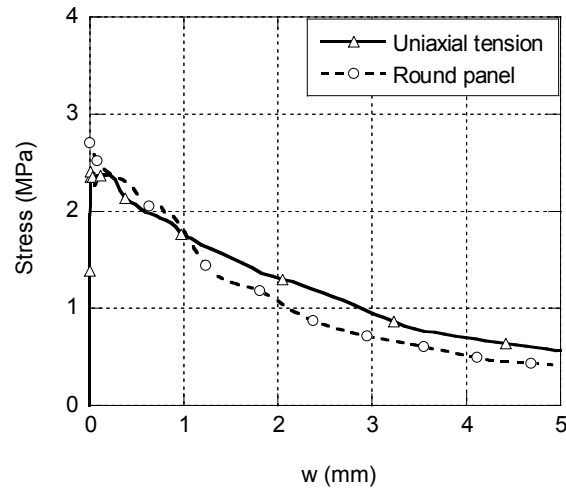


a) F35-1 mix



b) F60-1 mix

Figure 6.5 Measured σ - w relations



c) F35-1T mix

Figure 6.5 (suite) Measured σ -w relations

6.5. Finite element modeling

6.5.1. Concrete model

EPM3D [21] is a general and portable constitutive model for nonlinear analysis by finite elements of plain, reinforced, and fibre reinforced concrete structures. The model is implemented as a user-defined subroutine that can be used in any commercial or in-house software that offers such a feature. This model simulates the behaviour of concrete under multiaxial loading and follows a tridimensional hypoelastic smeared crack approach [22]. For fibre reinforced concrete, the model assumes an isotropic post-cracking behaviour. EPM3D was implemented in the finite element software ABAQUS [23] for both standard and explicit nonlinear computations as a user-defined subroutine. The explicit resolution technique was preferred because it considerably reduces the memory requirement and calculation time.

6.5.2. Modelling of SFRC specimens

Notched beams, round panels, and structural specimens were modeled and analyzed using eight node solid elements with reduced integration. Except when friction was considered at the supports, simply supported conditions were considered. In the case of supports with friction, the

actual interaction was modeled with contact elements between the specimens and supports. In the presence of conventional reinforcement, perfect bond conditions were assumed between the concrete and reinforcement.

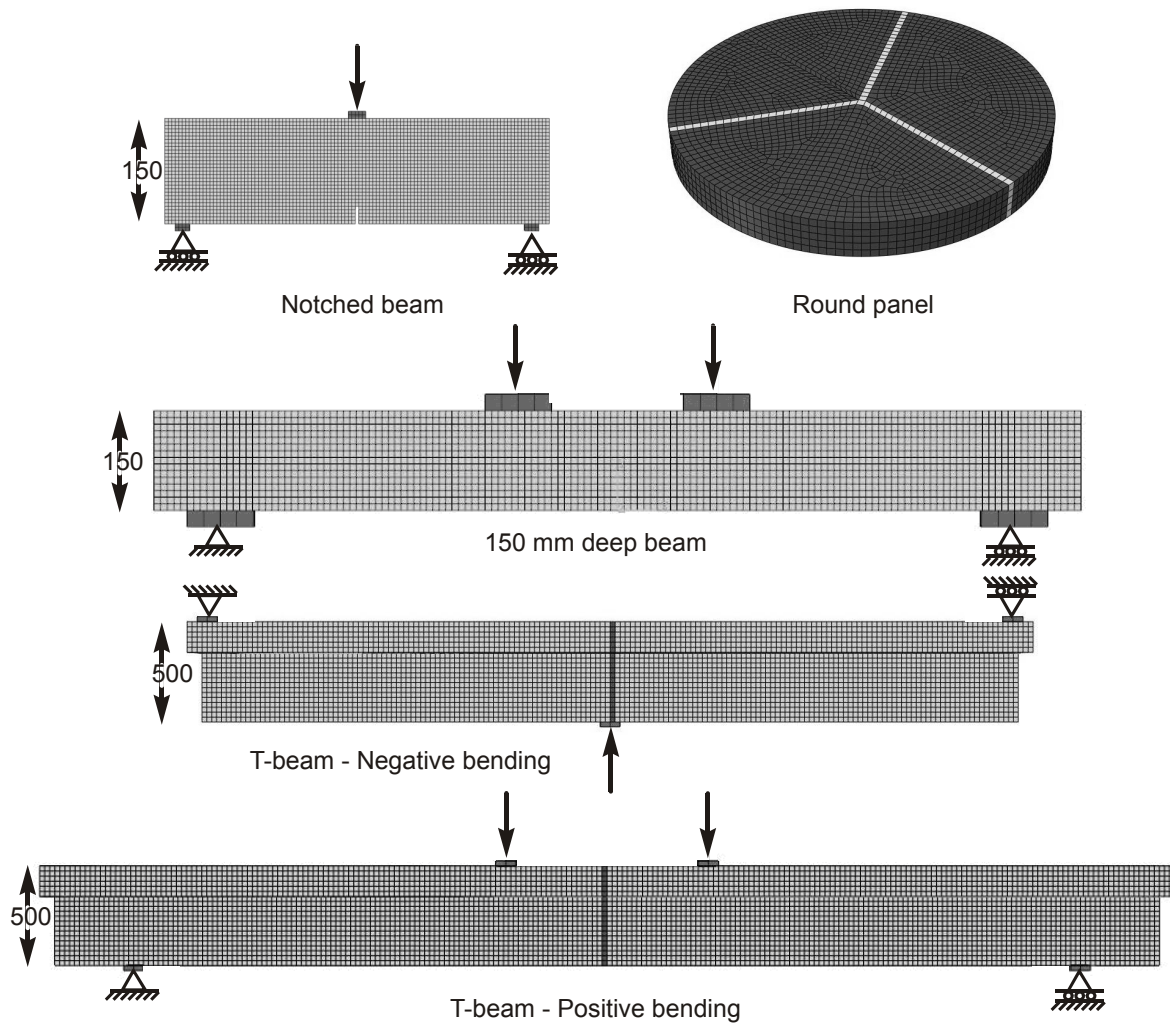


Figure 6.6 Mesh

Figure 6.6 shows the different models representing the characterization specimens and the structural beams. Variations in gray shades indicate the various types of materials. As discussed later on in the paper, better agreement with the test results is obtained when the cracking process begins at one location. For the notched beam specimens, this is achieved with specimen geometry. With the other types of specimens, the material properties were slightly reduced in

specific sections for initiating the cracking process. For the round panel, a reduced strength was given along three radial lines, whereas it was applied on one line in the rectangular and T-beams. This artifice was required to avoid excessive multiple cracking and an overestimation of the element strength.

Table 6.3 gives the values of the key parameters pertaining to each model. The reference length L_R that is described in Eq. 6.1 is used to transform the direct tensile properties of SFRC to the corresponding σ – ε response that is introduced in the finite element analysis. This value must correspond to the integration point spacing, which is equivalent to the element size in the analyses presented in this paper.

Table 6.3 Finite element analysis parameters

Model	Notched beam	Round panel	Beams R150	Beams T500
Solid element size (mm)	5	16	10	25
L_R (mm)	5	16	10	25
Friction coefficient	-	0 and 0.85	-	-
Max. deflection (mm)	8	25	15	15
Post-cracking tensile response	Inverse analysis from notched beam tests	Inverse analysis from round panel tests	Uniaxial tensile tests	Inverse analysis from round panel tests

6.6. Results and analysis

The comparison of the finite element model predictions to the experimental measurements is first presented in terms of applied force and maximum deflection for the characterization specimens and the structural beams. Subsequently, the effect of crack localization and crack spacing are shown for the structural beams.

6.6.1. Characterization tests

Figure 6.7 presents the load deflection and crack opening behaviour for the notched beam specimens for the two SFRC described in the experimental program. The model satisfactorily predicted the load deflection response in the elastic, flexural hardening, and the post-peak portions of the specimen response.

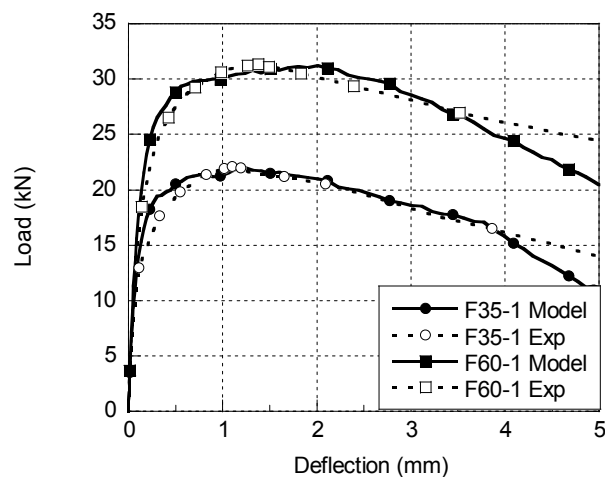
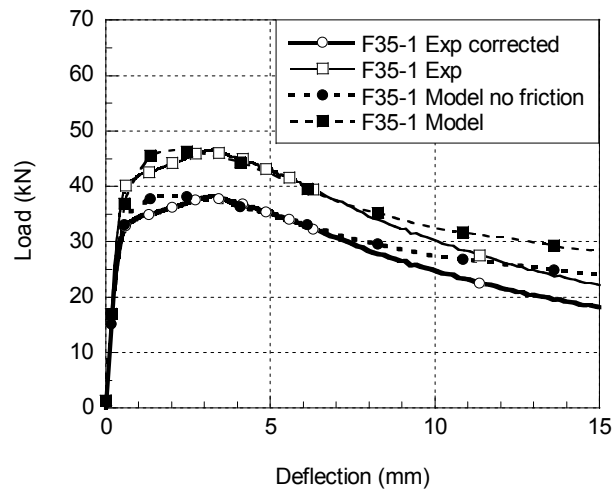
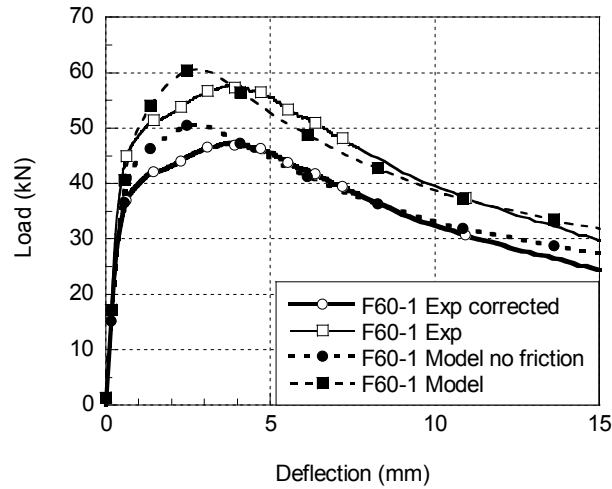


Figure 6.7 Notched beam test modelling

The flexural behaviour of round panels, as shown on Fig. 6.8, follows the same three phases described for the notched beam: elastic up to cracking, flexural hardening, and progressive softening beyond the peak load. Since the support conditions of this test impede the free horizontal displacement of the specimens and thus artificially increase the panel strength, Bernard's correction was applied to obtain the actual contribution of the SFRC. Both support conditions were reproduced with the model. The model correctly reproduced the three phases of the experimental behaviour with friction at the supports as the original test. It slightly overestimated the load deflection capacity for small deflections, more distinctly for the SFRC with longer fibres (F60-1). The effect of friction at the supports on the maximum strength and the load deflection response is also well captured by the model. The correction applied to the experimental results using Eq. 6.2 yields the same results as the finite element calculations with free horizontal displacement.



a) F35-1 mix



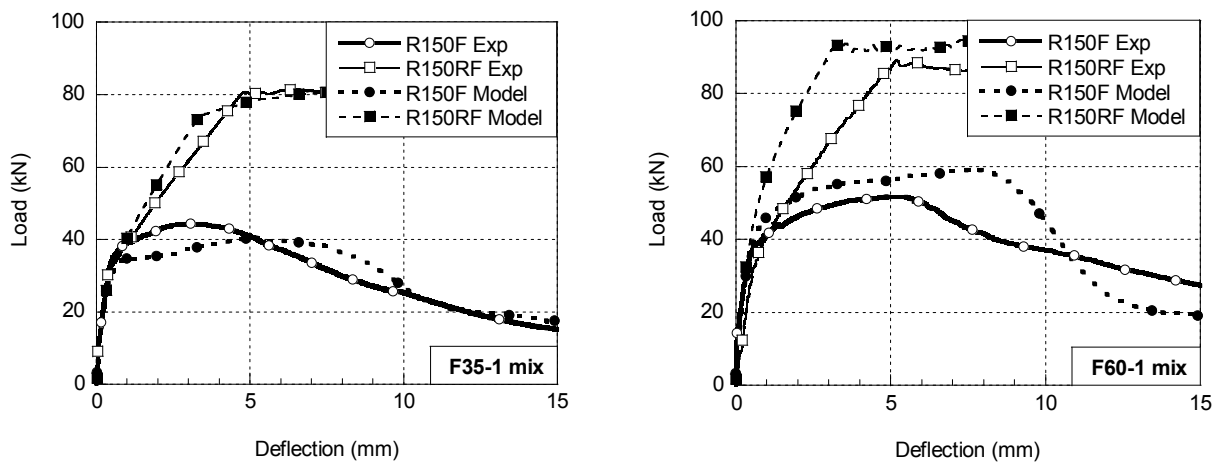
b) F60-1 mix

Figure 6.8 Round panel test modelling

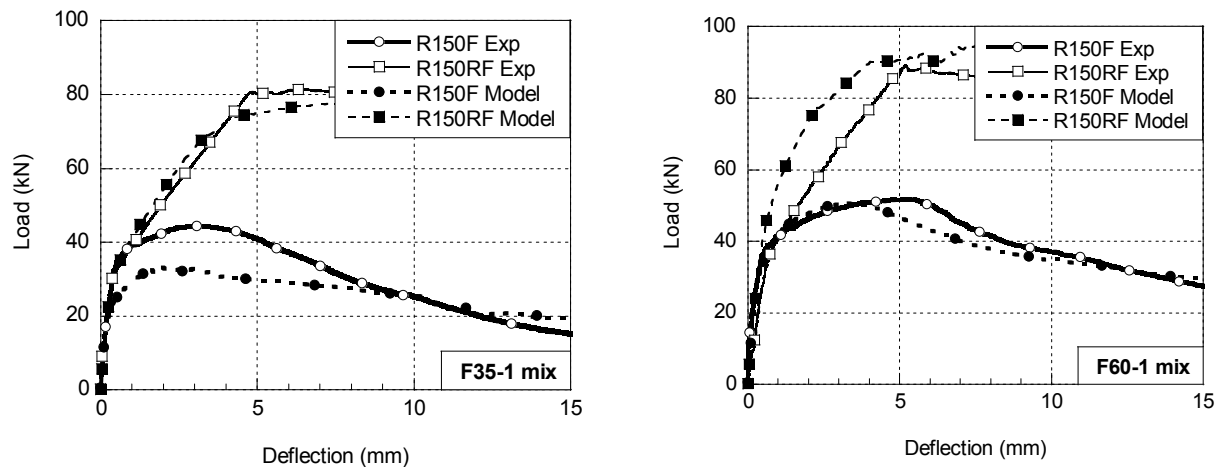
6.6.2. Rectangular beam tests

Figure 6.9 presents the measured and modeled $P-\delta$ responses for the 150 mm deep SFRC beams with and without conventional reinforcement. The $\sigma-w$ properties measured using the direct uniaxial tensile tests were introduced in the models. The results are first presented with homogeneous material properties (Fig. 6.9a). For the F35-1 beams, the model satisfactorily predicted the experimental behaviour with a slightly larger difference for the specimen without

conventional reinforcement. For the F60-1 beams, the predicted post-cracking stiffness and ductility is superior to the measured trends with and without conventional reinforcement. This discrepancy for the beams made with the F60-1 mix is attributed to its important post-cracking tensile hardening between a crack opening of 0.1 and 0.4 mm (Fig. 6.5b). This hardening characteristic of the material leads to multiple cracking that is more pronounced in finite element modelling due to the adoption of homogenous material properties. In consequence, the model tends to overestimate the member stiffness.



a) Homogeneous material



b) Weak section

Figure 6.9 Rectangular beam test modelling

A solution to reproduce the localization phenomenon consists in including a weaker material property at one section in order to force localization (Fig. 6.9b). The cracking stress of the SFRC in the weak section was kept unchanged, but the post-cracking tensile strength was taken as 85% of the relations depicted in Fig. 6.5. The 15% reduction corresponds to one standard deviation of the tensile properties measured in the present and past projects using ready-mix SFRC of similar fibre volumes and types [16,24,25]. With this approach, the accuracy of the prediction decreased in the case of the F35-1 beams, but better predictions were obtained for the F60-1 beams. Although differences are expected between the model predictions and experimental results, the use of non-uniform material properties is justified for modelling the cracking pattern of structural elements made with a softening material.

6.6.3. T-beam tests

The global behaviour predicted by the finite element models with no crack localization for T-beams is shown in Fig. 6.10a. The results were satisfactory in terms of the load-deflection response for both positive and negative bending, but the computed strength exceeded the measured value by 10% and 21%, respectively. The relative importance of the fibre reinforced concrete contribution in negative bending with a large volume of concrete in tension explains the importance of the discrepancy. As for the rectangular beams, the superior strength can be attributed to the multiple cracking occurring in the model due to the assumption of a homogeneous material, although crack localization was observed early on in the test. Not forcing crack localization underestimated the governing crack width and strain in the reinforcement, which led to the overestimation of the member strength. The introduction of a weaker section in the models brought the load-deflection responses closer to the experimental values, as shown in Fig. 6.10b.

The crack pattern obtained with the model was very different considering a homogeneous material (Fig. 6.11a) or a weaker section to initiate the localization of cracks (Fig. 6.11b). In the case of a homogeneous material, multiple cracking was more important and the crack width at peak load was smaller due to the larger number of governing cracks. The introduction of a weak section led the analytical results closer to the observed experimental behaviour. In positive bending, the average crack spacing of 125 mm with a homogeneous material increased to 200

mm with a weak section. In negative bending, the utilization of a homogeneous material resulted in the formation of several cracks spaced at 100 mm rather than a unique crack with localization. In both cases, the experimental observations were very close to the results obtained with the model forcing localization.

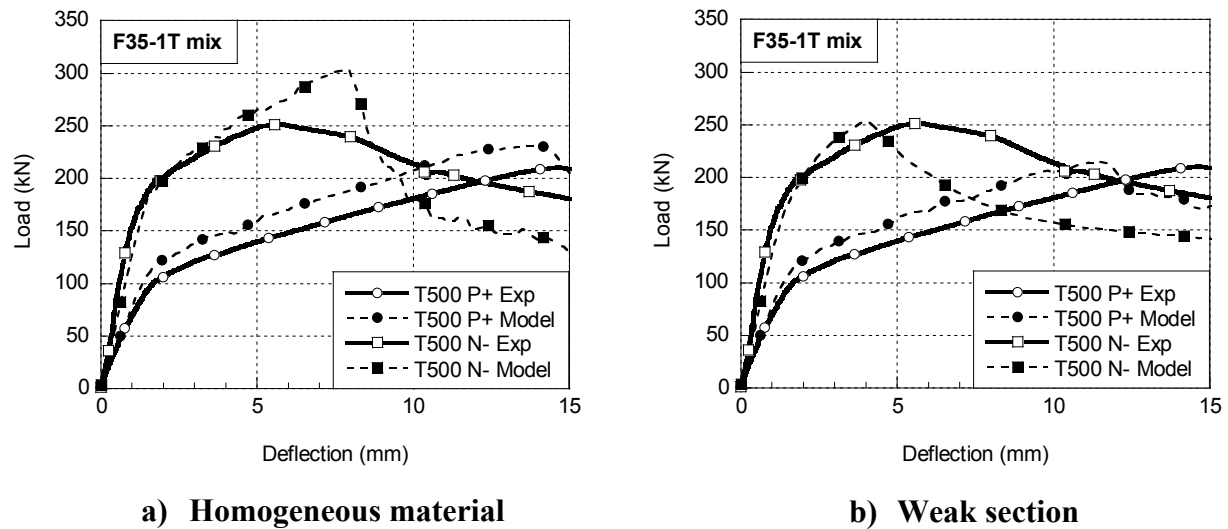


Figure 6.10 T-beam test modelling

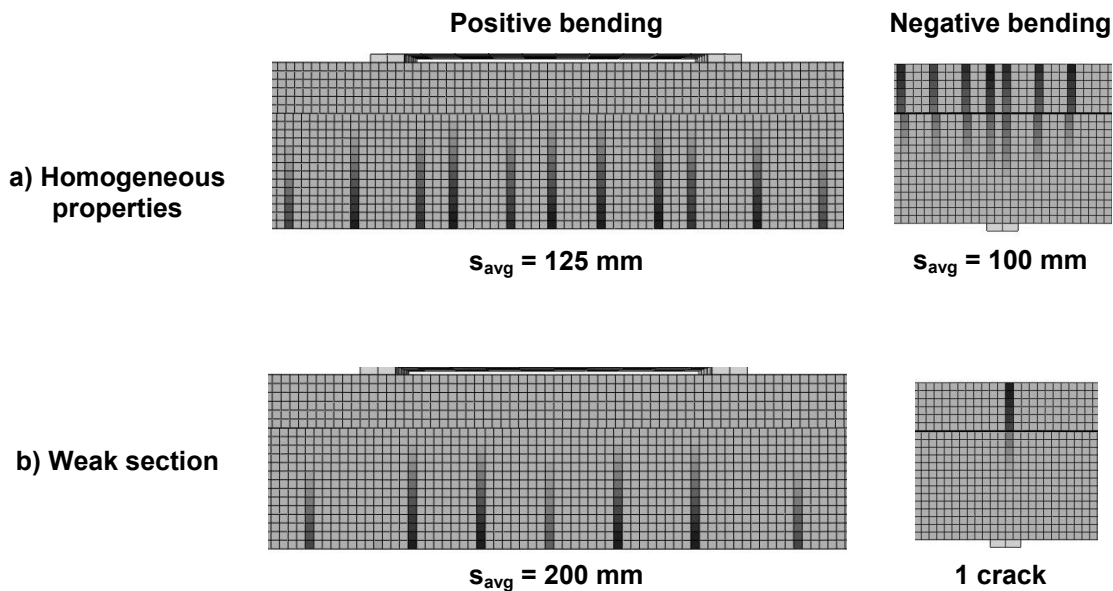


Figure 6.11 Crack pattern of finite element model for T-beams

Figure 6.12 presents the numerical and experimental maximal crack opening with the calculation approach. For positive and negative bending, the analysis with a weak section improved the results, satisfactorily captured the governing crack width evolution, and accurately predicted the maximum beam strength. The accuracy of the model with a weaker section is reduced beyond the peak load; however, this part of the curve is of less importance in design [17]. The analysis of the results demonstrated that the behaviour of deep structural beams is governed by fewer cracks than shallower beams made with the same SFRC.

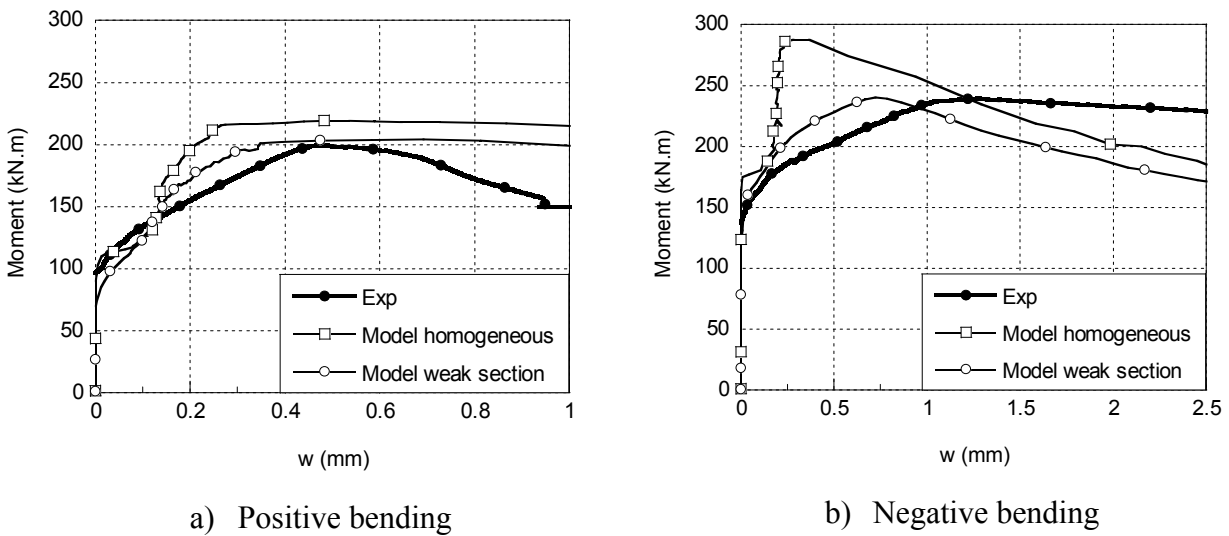


Figure 6.12 Evolution of the maximal crack opening in T-beams

6.7. Discussion

6.7.1. Inverse analysis of characterization specimens

One of the research project objectives was to validate the assumptions adopted in inverse analysis for the notched beam and round panel tests. Tensile responses retrieved from the inverse analysis were compared to the reference uniaxial test results, and then they were introduced in finite element models to predict the behaviour of corresponding specimens.

The tensile properties obtained with the notched beam inverse analysis overestimated the actual material properties due to the preferential fibre orientation (Fig. 6.5). For the two SFRC mixes, the notched beam test results overestimated the direct tensile test values by 10% up to a crack

opening of 1 mm and 12% up to 5 mm. The number of mixes considered in the present study is insufficient to generalize this conclusion and, therefore, more extensive testing that considers a broader range of SFRC mixes would be required. Nevertheless, this tendency is real and has been observed in other research works [8]. Depending on the foreseen application of the tensile response, indications should be given in EN14651 or on the design guidelines regarding this aspect.

The tensile properties obtained from inverse analysis were introduced in the notched beam model. The excellent agreement between the numerical and experimental P - δ response (Fig. 6.7) confirms the appropriateness of the inverse analysis assumptions adopted. In this case, the relation between the deflection and the crack mouth opening displacement (δ - w_t) proposed by Zhang and Stang [26] was introduced in the inverse analysis procedure developed by Nour [15].

The tensile properties obtained with the round panel inverse analysis slightly overestimated the actual tensile properties for openings up to 0.5 mm and then underestimated them (Fig. 6.5). The initial discrepancy originates directly from the σ - w properties obtained from inverse analysis of the round panel tests using the δ - w_t relationship proposed by Nour et al. [15], which overestimates the tensile strength at small crack openings. In the inverse analysis, it is assumed that only one crack forms along each radial line. However, experimental evidences has shown that at very small deflection, multiple cracking is observed along each radial line. Therefore, the assumption of a single crack per radial line adopted in the inverse analysis overestimates the dissipated energy, which in turn overestimates the tensile strength for small crack openings. Corrections could be made in the inverse analysis assumptions. However, the results of the round panel tests with friction free supports were insufficient for proposing a new relationship between the crack width and deflection (δ - w_t). This would also require further experimental study on a broader range of materials. Nevertheless, the tensile strength obtained with the round panel test at a crack width of approx. 0.5 mm is very close to the value measured using the uniaxial tensile test. With the available knowledge, it is, therefore, suggested for practical applications to limit the tensile strength before 0.5 mm to the strength at a crack opening of 0.5 mm. The underestimation of strength for a wider crack may be related to the more uniformly distributed fibre orientation in the panel compared to the core specimens.

The tensile properties obtained from inverse analysis were also introduced in the round panel model. The concordance between the numerical and experimental P - δ response with fixed supports indicated that even with neglecting the multicracking process with the inverse analysis, the finite element calculations yield satisfactory results (Fig. 6.8). This confirms the adequacy of the proposed δ - w_i relationships for the round panel test [15] and the robustness of the associated inverse analysis procedure. Moreover, the numerical results showed that the radial forces developed at the fixed supports significantly increase the panel resistance and corrupt the measurement. The utilization of the correction procedure proposed by Bernard permitted the removal of this artefact from the experimental results and confirmed its performance with the similar results of the model considering free support. The good agreement obtained does not mean that the actual value of the friction coefficient is correct, since the value is introduced in both the experimental results and the finite element model. Nevertheless, it confirms that the round panel test results can be corrected with a simple procedure.

Although the correction of the applied load to eliminate the friction effect appears appropriate, it would be more suitable to perform tests on free supports. Such a device has been developed at Ecole Polytechnique of Montreal after the present project, and it has been successfully used since then (Fig. 6.13). This device allows panel rotation as in ASTM-C1550 but also permits free radial displacement. Stable tests can be carried out with a displacement controlled actuator.

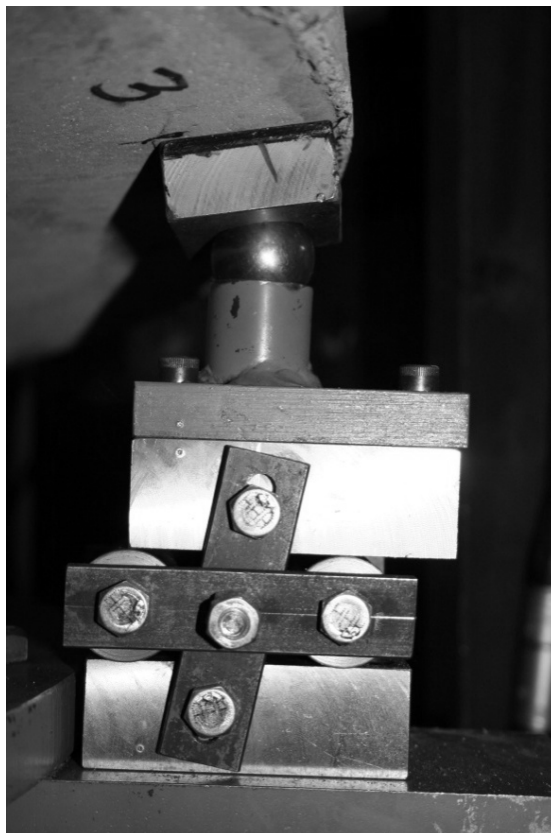


Figure 6.13 Proposed support device for ASTM-C1550 round panel tests

6.7.2. Finite element modelling of large beams

The general flexural behaviour of beams was adequately reproduced by the finite element model (Fig. 6.9 and 6.10). It was demonstrated that the utilization of uniform tensile properties in calculations leads to multiple cracking, which does not allow the reproduction of the actual structural element behaviour. This observation was more pronounced for the T-beam in negative bending for which the contribution of the fibres to the resisting moment was more significant. This was also observed to a lesser extent in the rectangular beams without conventional reinforcement.

This phenomenon is not likely attributable to the size effect. Firstly, the weaker section would be equally affected by size effects and this had not been the case. In addition, the analyses carried out with the reduced homogenous properties in the model for reproducing size effect yielded inappropriate results. Finally, size effects in the reinforced concrete members generally appear for beams of depth that are greater than 500 mm or for unreinforced beams, the conditions of

which do not apply here. Therefore, it can be concluded that the larger beams studied in this project appear to be more sensitive to the non homogeneity of the material properties. The probability of occurrence of weak zones is necessarily higher in elements of large volume. Therefore, the utilization of a weaker section leads to more widely spaced cracks, and it reproduces the experimental observations better. In statically determinate structural elements in which load redistribution is not possible, using a homogeneous tensile response along the beams may be acceptable for predicting the global structural behaviour, but would lead to the overestimation of the ultimate capacity.

The same trend and recommendation can be drawn in order to model the crack width evolution (Fig. 6.12). Consideration of a homogeneous material in the model underestimates the crack openings, which is inappropriate for design of structures of serviceability. Using sections with a reduced strength to account for the variability of the material strength in the structure allows a more realistic prediction of the beam structural behaviour. In this project, the reduction of strength was chosen equal to 15% and consistent with the variability of the measured SFRC properties.

In the described models (Fig 6.6), the weak section was placed at the centre of the uniform bending moment region or at the point of maximum moment in the case of one-point loading. Varying the position of this section may slightly modify the results. Indeed, for the beam submitted to a constant moment, several cracks were still observed in the models containing a weak section and thus influenced the beam behaviour.

6.7.3. Recommendations

In this project, the uniaxial tensile test specimens were cored in beams parallel to the internal forces. It is thus justified to consider the related tensile response as the most representative of the property found in the beams. In the other case, the properties obtained from the inverse analysis of the round panel tests should be more representative of the material properties in the structure. This is explained by the fact that the fibres were primarily oriented in a horizontal plane in large structural members as in the round panels.

The selection of the characterization test must be related to the expected failure mode. Great care must be taken to design a structural member where the crack pattern and/or the fibre orientation are different than those of the characterization test.

The finite element modelling of SFRC using the σ - w tensile properties converted in σ - ϵ response using a reference length corresponding to the integration point spacing was successful. The same σ - w properties with different mesh element sizes enabled satisfactory reproduction of different beam configurations, demonstrating the independence of this approach to the element size and member depth. In this project, the σ - w properties were directly input into the model and the conversion to σ - ϵ values was done inside the software according to the actual element size. If such an option is not available, different material properties must be attributed to elements of various dimensions. In this case, the utilization of nearly cubic elements is highly recommended.

The non-homogeneity of the material properties was treated with the introduction of weak sections in this study. Such a conservative approach is accessible to most finite element software. Another approach would be to use variable material properties dispersed randomly according to the actual distribution of material properties [27]. Crack localization in the model will then be much more representative of the actual mechanical behaviour of the structural member, particularly if it is combined with multiple calculations (Monte Carlo simulations). Moreover, attributing non-isotropic properties in a finite element model should increase its robustness for capturing various failure modes.

6.8. Conclusions

The study described in the present paper contributes to the understanding of the behaviour of SFRC with finite element computations of characterization specimens to structural elements submitted to bending. The analysis of the numerical and experimental results has shown that:

- The modelling of various concrete members, such as notched beams, round panel specimens, rectangular structural beams, and large T-beams in positive and negative bending enlightened the adequacy of using a σ - w response as the fundamental tensile property of SFRC;

- The finite element modelling of a wide variety of specimens using a large range of element sizes confirmed the adequacy of the modelling technique and the robustness of the conversion of σ - w properties to σ - ε constitutive relationships regardless of the mesh refinement or member size;
- The analysis of standardized material test specimens using finite element calculations allowed the validation of the assumptions used in inverse analysis to determine the σ - w properties from notched beam and round panel tests;
- The assumption of a homogeneous material overestimated the stiffness and member strength, and underestimated the crack opening for a given bending moment, whereas a better agreement with the experimental results was obtained when a section with reduced post-cracking strength was introduced in the model, particularly for large specimens or for materials exhibiting a nearly constant post-cracking strength for small crack opening;
- The results obtained for the round panel test were the most representative of the material in the structures; although the assumption of a single crack forming along each radial line adopted in the inverse analysis slightly overestimated the post-cracking strength for very small crack openings;
- The support conditions specified in the ASTM-C1550 round panel test are inappropriate; although the correction factor proposed in the literature gives reasonable results, the use of supports that permit radial displacement is recommended.

6.9. Acknowledgements

The authors would like to acknowledge the financial support obtained from Natural Sciences and Engineering Council of Canada, and FQRNT, Quebec Granting Agency. The material donation from Bekaert Corporation is also acknowledged.

6.10. References

- [1] Massicotte, B., Bischoff, P. H., "Fibre reinforced concrete: a structural perspective". Proceeding of the Fifth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete, Lyon, France, September 13-15 2000, pp. 193-202.
- [2] Massicotte, B., "Implementing SFRC design into North American codes: application to a building floor ". International Workshop on the Advanced in Fibre Reinforced Concrete, Bergamo, Italia, September 24-25, 2004, pp. 73-80.
- [3] Massicotte, B., "Code implementation of SFRC as structural material: application to the design of bridge decks", 2nd International FIB Congress, Naples, Italy, June 2006.
- [4] Braike, S., Massicotte, B. and Charron, J.-P., "Design of prestressed concrete bridges made with high to ultra high performance fibre reinforced concrete". 7th International Conference on Short and Medium Span Bridges, Montreal, August 2006.
- [5] FIB, "Model Code 2010" First complete draft. International Federation for Structural Concrete, Switzerland, 2010.
- [6] AFGC-SETRA, "Ultra High Performance Fibre-Reinforced Concretes", Interim recommendations, French Association for Civil Engineering, 2002.
- [7] RILEM, "RILEM TC 162-TDF - Tests and design methods for steel fibre reinforced concrete: Uni-axial tension test for steel fibre reinforced concrete", *Materials and Structures*, Vol. 34, pp.3-6, 2001.
- [8] Parmentier, B., Vandewalle, L. and Van Rickstal, F., "Evaluation of the scatter of the postpeak behaviour of fibre reinforced concrete in bending: a step toward reliability". Seventh Int. RILEM Symp. on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications. Ghetu (ed). Chennai, India, pp. 133-143, 2008.
- [9] European Federation of National Associations of Specialist Contractors and Material Suppliers for the Construction Industry (EFNARC), "European specification for sprayed concrete", Aldershot, U.K, 1996.
- [10] Destrée, X., "Structural application of steel fibre as principal reinforcing: conditions – design – examples", Proceeding of the Fifth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete, Lyon, France, September 13-15 2000, pp. 291-301, 2000.

- [11] Marti, P., Pfy, T., Sigrist, V., and Ulaga, T., "Harmonized test procedures for steel fibre-reinforced concrete", *ACI Materials Journal*, November–December, 676–685, 1999.
- [12] Bernard, E. S., "Behaviour of round steel fibre reinforced concrete panels under point loads", *Material and Structures Journal*, RILEM, 33, 181-188, 2000.
- [13] Chanvillard, G., "Caractérisation des performances d'un béton renforcé de fibres à partir d'un essai de flexion – partie 2 : Identification d'une loi de comportement intrinsèque en traction", *Materials and Structures*, 32, pp. 601-605, 2000.
- [14] de Oliveira e Sousa, J.L.A and Gettu, R., "Determining the tensile stress-crack opening curve of concrete by inverse analysis", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 132-2, pp. 141-148, 2006.
- [15] Nour, A., Massicotte, B., De Montaignac, R. and Charron, J.-P. "Derivation of a crack opening deflection relationship for fibre reinforced concrete panels using a stochastic model and application for predicting the flexural behaviour of round panels using stress crack opening diagrams", *Journal Cement and Concrete Research*, (Submitted in August 2010).
- [16] De Montaignac, R., Massicotte, B. and Charron, J.-P. Nour, A., "Design of SFRC structural elements: post-cracking tensile strength measurement", Paper submitted for publication to the Materials and Structures Journal.
- [17] De Montaignac, R., Massicotte, B. and Charron, J.-P., "Design of SFRC structural elements: Flexural behaviour prediction", Paper submitted for publication to the Materials and Structures Journal.
- [18] EN 14651, "Test method for metallic fibered concrete - Measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality (LOP), residual)", European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- [19] ASTM C 1550, "Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber-Reinforced Concrete (Using Centrally-Loaded Round Panel) ", ASTM, West Conshohocken, Pa, 2008.
- [20] Bernard, E.S., "The role of friction in post-crack energy absorption of fiber reinforced concrete in the round panel test", *Journal of the ASTM International*, Vol.2, No.1, January 2005, 12p.
- [21] Massicotte, B., Nour, A., Ben Ftima, M. et Yildiz, E. 2007. "EPM3D – A user-supplied constitutive model for the nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures". Report SR07-10, Ecole Polytechnique of Montreal, Canada, 2007.

- [22] Bouzaiene, A. and Massicotte, B., "Hypoelastic tridimensional model for non proportional loading of plain concrete", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 123(11): 1111-1120, 1997.
- [23] Hibbitt, H. D., Karlson, B. I. and Sorensen, E. P., "ABAQUS version 6.10, finite element program", Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, USA, 2010.
- [24] Bastien, D., "Structural use of fibre reinforced concrete for designing bridge decks", M.A.Sc. Thesis, Ecole Polytechnique of Montreal, 2004. (In French).
- [25] Bélanger, A., "Design of bridge decks using reduced reinforcement and steel fibre reinforced concrete", M.A.Sc. Thesis, Ecole Polytechnique of Montreal, 2000. (In French).
- [26] Zhang, J., and Stang, H., "Application of stress crack width relationship in predicting the flexural behaviour of fibre-reinforced concrete", *Journal Cement and Concrete Research*, 28(3), 439-452, 1998.
- [27] Tailhan, J.-L., Dal Ponte, S., Rossi, P., "From local to global probabilistic modeling of concrete cracking", *Annals of Solid Structural Mechanics*, 1, 103-115, 2010.

6.11. Notation

b	=	width of the specimen
E_c	=	Young modulus
f_{cr}	=	tensile strength
h	=	height of the member
L_R	=	reference length (geometric parameter)
M	=	bending moment
P	=	load
r	=	radius between support of the round panel
R	=	radius of the round panel
t	=	panel thickness
w	=	crack width
w_t	=	crack width measured at the tip of the notch
δ	=	deflection
ε	=	strain
ε_{cr}	=	cracking strain
ε_e	=	elastic strain
ε_w	=	post-cracking strain
ν	=	Poisson's coefficient
σ	=	stress
σ_c	=	compression stress
σ_f	=	post-cracking stress
μ	=	friction coefficient

Chapitre 7 COMPLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES

Ce chapitre a pour objectif de présenter quelques compléments méthodologiques pouvant contribuer à la compréhension de cette thèse. Dans un premier temps, le traitement des résultats des essais de flexion sur dalle pour corriger l'effet du frottement sur les appuis est abordé. Ensuite, les paramètres et les données d'entrée pour l'analyse inverse sont décrits. Enfin, la troisième partie présente les problèmes observés au laboratoire qui ont pu avoir un effet sur la mise en place des BRF.

7.1. Correction du frottement pour les essais de flexion sur dalle circulaire

L'objectif de cette section est de décrire le calcul qui permet la correction des essais de flexion sur dalle circulaire afin de supprimer les effets de frottement. Il a été observé par Bernard (2007) que des efforts de frottement existent au niveau des appuis lors que l'on respecte le protocole expérimental énoncé dans la norme ASTM C1550. Bien que la majeure partie de l'énergie dissipée lors de l'essai de flexion sur dalle le soit au cours du processus de déformation et d'arrachement des fibres à travers les fissures, une autre partie est dissipée par le frottement de la dalle de béton sur les appuis métalliques. Ce phénomène a été observé lors des essais présentés dans cette thèse. Pour les besoins de la méthode de calcul inverse développée par Ali Nour, les courbes $P-\delta$ issues de l'essai de flexion sur dalle circulaire ont besoin d'être corrigées. Ainsi, les travaux de Bernard (2007) décrits dans ce qui suit servent à l'évaluation de la quantité d'énergie dissipée par frottement afin de connaître la courbe $P-\delta$ corrigée correspondant à l'énergie réellement dissipée à travers les fissures.

Le déplacement horizontal z au niveau des appuis, à une flèche δ donnée de la dalle circulaire, peut être approximé par :

$$z = \frac{\delta \times t}{r} \quad (7.1)$$

Où t est l'épaisseur de la dalle et r le rayon par rapport au support.

Dans notre cas, on s'intéresse à l'énergie dissipée par la force de frottement F à l'un des trois appuis. On utilise alors la force verticale P_P appliquée au niveau de l'un des trois appuis,

équivalente au tiers de la charge P totale. En considérant μ , le coefficient de frottement entre deux surfaces, la force de frottement F est déterminée par :

$$F = \mu \times P_p \quad (7.2)$$

Alors, l'énergie dissipée par friction pour un déplacement z s'exprime :

$$W_F = \mu \int P(z) dz \quad (7.3)$$

Or

$$dz = \frac{t}{r} d\delta \quad (7.4)$$

Donc

$$W_F = \frac{\mu t}{r} \int P(\delta) d\delta \quad (7.5)$$

Le terme intégral correspond à l'énergie totale dissipée lors de l'essai de flexion sur dalle circulaire. Le facteur $\frac{\mu t}{r}$ est alors la partie de cette énergie dissipée par frottement. Ainsi, si on supprime la portion élastique de la courbe (ce que nous faisons pour le calcul inverse), l'énergie effectivement dissipée par le matériau lors de l'essai est évaluée par :

$$W_f = \left(1 - \frac{\mu t}{r}\right) \int P(\delta) d\delta \quad (7.6)$$

Il est alors possible de corriger les courbes charge-déplacement obtenues expérimentalement (pour la partie fissurée), en appliquant le facteur sur la charge de manière à ce que l'aire sous la courbe corresponde effectivement à l'énergie dissipée par le matériau.

$$P_{corr}(\delta) = \left(1 - \frac{\mu t}{r}\right) \times P(\delta) \quad (7.7)$$

Bernard utilise un coefficient de friction μ de l'acier sur une surface lisse de béton de 0.85. Cette valeur a aussi été utilisée dans nos travaux.

La figure 7.1 montre l'application de la correction sur le résultat de l'essai de flexion sur dalle circulaire du matériau F60-1.

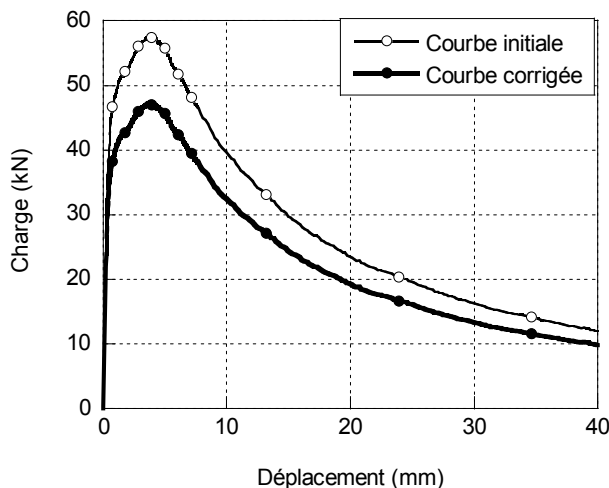
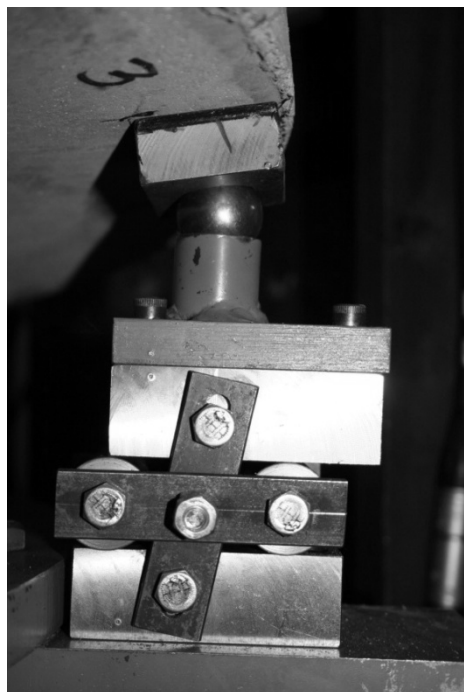


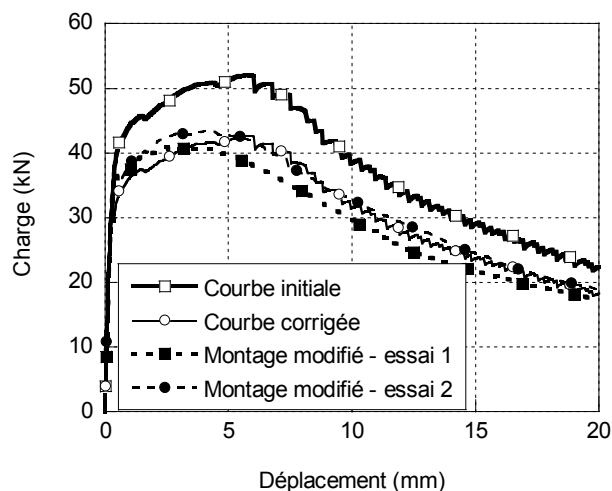
Figure 7.1 Correction des résultats d'un essai de flexion sur dalle circulaire

Le chapitre 6 a permis de vérifier la justesse de la correction en modélisant par éléments finis le comportement de l'essai de flexion sur dalle circulaire avec et sans frottement aux appuis. Ces résultats montrent que la méthode appliquée pour corriger les courbes est cohérente. Cette correction rend possible l'utilisation de l'analyse inverse sur les essais de flexion sur dalle circulaire et ainsi l'obtention de la loi post-fissuration $\sigma-w$ du BRF. Il paraît intéressant de modifier le montage présenté dans la norme ASTM C1550 afin de supprimer le frottement aux appuis en modifiant les matériaux à la surface des appuis ou encore en libérant le déplacement radial des appuis (figure 7.2.a). Une série d'essais a été réalisée en modifiant le montage expérimental afin de vérifier cette hypothèse. La figure 7.2.b montre les courbes $P-\delta$ issues d'un essai de flexion sur dalle circulaire avec le montage initial, ainsi que la courbe corrigée pour considérer le frottement. Les 2 autres courbes $P-\delta$ sont issues de 2 essais de flexion sur dalle circulaire réalisés avec le montage modifié permettant le déplacement radial des appuis. Les dalles circulaires de ces 3 essais ont été fabriquées avec un même BRF. La figure 7.2.b tend à montrer la validité de la correction apportée, bien que le nombre d'essais considérés (3) soit faible. En effet, on observe que la courbe corrigée et celles issues des essais avec le montage modifié ont un faible écart. Un plus grand nombre d'essais et de matériaux pourrait permettre la

validation de la modification apportée au montage, afin de ne plus avoir à corriger les résultats des essais.



a)



b)

Figure 7.2 Modification du montage de l'essai de flexion sur dalle circulaire pour supprimer l'effet du frottement :

a) Montage modifié – le déplacement radial est libéré

b) Courbes $P-\delta$ pour la validation du montage modifié

7.2. Démarche pour la réalisation du calcul inverse

L'utilisation du calcul inverse est un sujet majeur de la présente thèse. Cette partie décrit les différentes étapes qui permettent le passage du résultat $P-\delta$ des essais de caractérisation en flexion à l'obtention de la courbe $\sigma-w$ à l'aide du logiciel d'analyse inverse. Pour chaque série d'essais, l'analyse inverse est effectuée sur la courbe moyenne. La première étape est alors le traitement des courbes $P-\delta$ de la série d'essai de manière à extraire une courbe moyenne représentative du comportement du BRF étudié. La seconde étape est la préparation du fichier d'entrée et des données introduites dans le logiciel de calcul. La dernière étape est la vérification du résultat d'analyse inverse. Si la convergence des résultats n'est pas satisfaisante, les paramètres d'entrée sont modifiés à l'étape deux pour améliorer la solution numérique.

7.2.1. Traitement des données

L'objectif de cette étape est la transformation de plusieurs courbes expérimentales (figure 7.3a) en une seule courbe dite moyenne. Cette courbe n'est cependant pas une moyenne directe de la charge obtenue pour un déplacement donné. La courbe moyenne est calculée en utilisant une méthode proposée par Brühwiler (1988). Dans un premier temps, il s'agit de compiler l'ensemble des résultats d'essais et de repérer la valeur de pic, ou charge maximale (P_{max}), ainsi que le déplacement correspondant à ce pic (δ_{max}), pour chacune des courbes. Puis, on effectue le calcul de la moyenne des valeurs P_{max} et δ_{max} des différents essais, notées respectivement P_{moy} et δ_{moy} . Les courbes charge-déplacement sont ensuite normalisées par rapport aux valeurs P_{max} et δ_{max} de manière à ce que chaque courbe présente une charge maximale égale à 1, pour un déplacement de 1 (figure 7.3b). Ceci signifie que pour chaque essai, les charges sont divisées par P_{max} et les déplacements par δ_{max} . On définit alors une série de valeurs de déplacements normalisés pour laquelle les valeurs de charges normalisées de chacun des essais sont extrapolées. Cette étape permet de choisir le nombre de points souhaités pour le tracé de la courbe et ainsi de limiter la quantité de données expérimentales en passant de 6000 points à une centaine. En chacun de ces points, la moyenne des charges normalisées est calculée (figure 7.3c). La courbe obtenue est alors une courbe moyenne normalisée qu'il faut transformer en courbe P - δ en multipliant respectivement la charge normalisée et le déplacement normalisé par les valeurs de P_{moy} et δ_{moy} (figure 7.3d). On observe de cette manière que la charge maximale de la courbe moyenne correspond en effet à la moyenne des charges maximales des différents essais.

La série de données de la courbe moyenne est celle introduite dans le logiciel d'analyse inverse. Le fichier de données prend la forme d'un fichier texte composé de deux colonnes sans titre reprenant les données dans l'ordre suivant : déplacement moyen et charge moyenne.

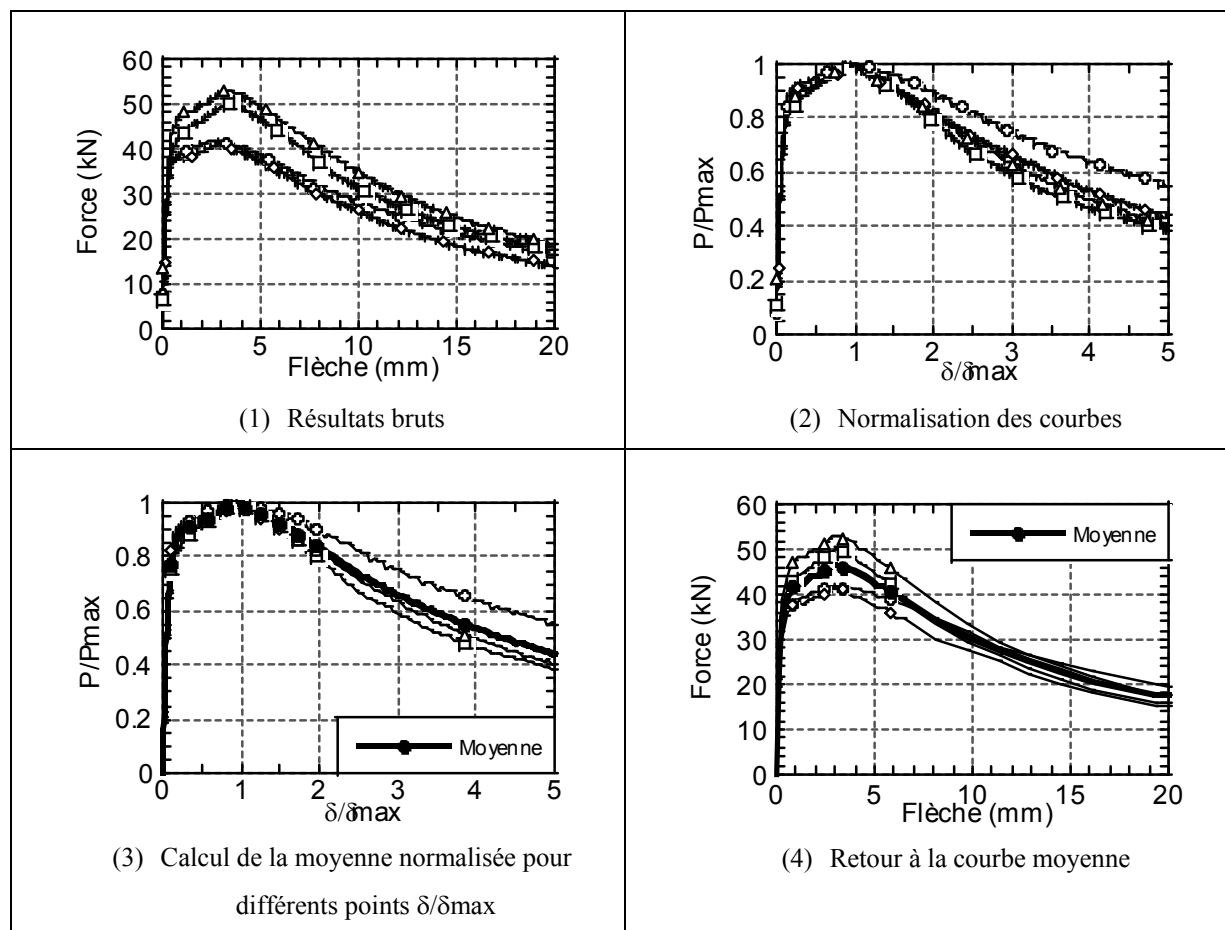


Figure 7.3 Étapes du calcul de la courbe moyenne

Pour l'analyse inverse des essais de flexion sur dalle circulaire, un traitement de données supplémentaire est nécessaire. Si la méthode s'applique sur l'ensemble de la courbe charge-déplacement pour les essais sur poutre entaillée, seule la partie post-fissuration est utilisée dans le cas des dalles. Les courbes expérimentales sont modifiées de manière à supprimer la partie linéaire élastique comme le montre la figure 7.4. Pour cela, il s'agit de repérer la flèche correspondant à la fissuration de la dalle, soit le point d'inflexion visible dans le premier millimètre de l'essai. La partie élastique est ensuite retranchée aux valeurs de déplacement de façon à ce que la force de fissuration de la dalle corresponde à une flèche nulle. Il est important de noter que l'évaluation de la position de la rupture de pente sur la courbe est approximative mais que l'influence sur le résultat de l'analyse inverse est négligeable.

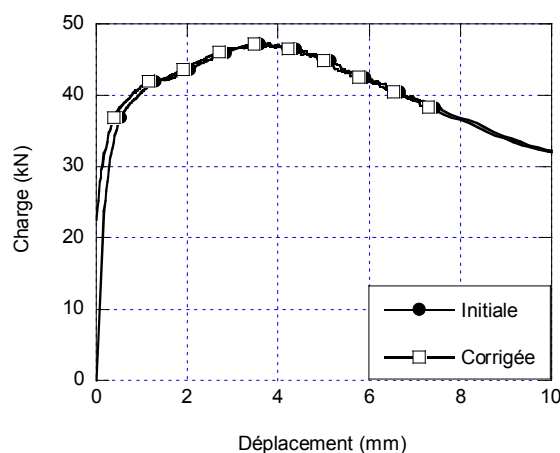


Figure 7.4 Suppression de la partie élastique de courbe de flexion sur dalle circulaire pour l'analyse inverse

7.2.2. Entrée des données

L'entrée des données pour le calcul inverse se fait dans un fichier texte. Trois types de données sont requis. Dans un premier temps, il faut introduire le nom du fichier des données expérimentales qui sera appelé et le nom souhaité pour le fichier de sortie (figure 7.5). De plus, il est nécessaire de préciser s'il s'agit d'un nouveau calcul ou bien du raffinement d'un calcul existant, auquel cas le calcul s'effectue à partir des données comprises dans le fichier de sortie. Le calcul est effectué en deux niveaux. Le premier comprend l'analyse inverse proprement dite et s'effectue à partir des données expérimentales. Le second niveau est un raffinement et un lissage de la solution se basant sur les paramètres statistiques spécifiés. Cette deuxième étape se base sur les résultats de la première et peut être répétée au besoin pour permettre l'ajustement.

```

      I   N   V   _   F   R   C

Determining the Tensile Stress–Crack Opening Curve
of Concrete Structural Elements by Inverse Analysis

+++++
+++++ Case of the Round Panel +++++
+++++

By:

NOUR Ali & Bruno Massicotte

Ecole Polytechnique de Montreal, July 2006 (c); Ver. 1.0.

!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!
* Job Name:
essai1
* Load displacement curve filename:
essai1.dat
* Type of analysis:
0: New project, 1: Adjusting existing project
0

```

Figure 7.5 Introduction des données pour le calcul inverse de l'essai de flexion sur dalle circulaire - Première partie – Données générales

Dans un second temps, les données géométriques sont inscrites (figure 7.6). Dans le cas d'essais de flexion sur poutre entaillée, ces données sont : l'épaisseur, la largeur et la hauteur de la poutre, la profondeur de l'entaille et le module élastique du béton. Ce dernier est nécessaire pour le traitement de la partie linéaire élastique. Dans le cas d'essais de flexion sur dalle circulaire, les données sont : l'épaisseur, le rayon entre les appuis et le rayon extérieur de la dalle, ainsi que l'angle que forme chacune des fissures par rapport à la bissectrice de l'angle entre le centre de la dalle et les deux appuis adjacents à la fissure. Les angles permettent une meilleure évaluation du moment agissant sur la fissure en se basant sur la méthode des lignes de rupture. J'ai constaté dans mes travaux que l'influence de ces valeurs est négligeable par rapport au résultat final.

```

* Specimen Height:
80.00000
* Radius to support:
375.00000
* Panel radius
400.00000
* Yield line angle Gam1
0.00000
* Yield line angle Gam2
0.00000
* Yield line angle Gam3
0.00000

```

Figure 7.6 Introduction des données pour le calcul inverse de l'essai de flexion sur dalle circulaire - Deuxième partie – Données géométriques

La troisième section du fichier d'entrée regroupe les données propres à la méthode développée par Ali Nour au niveau de l'analyse inverse et du lissage des résultats (figure 7.7). Les principaux paramètres à définir sont le nombre de points de la courbe $\sigma-w$, le nombre de points d'intégration, le choix du type de lissage si on le souhaite, le nombre de moyennes successives à réaliser, le nombre maximal d'itérations et bien sûr la tolérance spécifiée. Cette tolérance se définit en pourcentage et correspond à l'écart entre les aires sous les courbes $P-\delta$ initiale (ou expérimentale) et finale de l'analyse inverse. La comparaison de ces courbes constitue un bon moyen de vérification du calcul. Dans le cas où la vérification n'est pas concluante, on modifie les paramètres de cette troisième section de manière à améliorer la convergence de la solution.

```
* Number of points for TS curve
100
* Ratio from Maximun Load
0.25000E+00
* Windows Matching Number :
2
* First window from Origin Parameter (FIRW):
0.10000E+01
* Smooth the TS curve with the average windowing technique:
ismt = 0: No, ismt = 1: Yes.
1
* Number of average:
50
* Number of Gauss-Cheb Integration Points:
50
* Tolerance of the Area under 1e LDP curves (Ana.-Exp.) difference (Branch Analy
0.001000
* Integer to Accelerate Covergence of the Initial TS estimation:
1
* Max. Iteration Number for the Initial TS estimation:
50
* Tolerance of the Area under 1e LDP curves (Ana.-Exp.) difference (Full Exp. Da
0.000100
```

Figure 7.7 Introduction des données pour le calcul inverse de l'essai de flexion sur dalle circulaire - Troisième partie – paramètres de l'analyse

7.2.3. Vérification

Le logiciel développé ne permet pas d'assurer la convergence de la solution. Il faut agir par essais et erreurs en modifiant certains paramètres pour améliorer le comportement du calcul. Le fichier de sortie de l'analyse inverse comprend notamment un fichier de données pour la courbe $P-\delta$ finale, sensée reproduire la courbe initiale, et un fichier pour la courbe $\sigma-w$ finale. Au terme du calcul, il est nécessaire de vérifier le résultat tant au niveau des courbes $P-\delta$ (figure 7.8) que de la courbe $\sigma-w$. Le processus itératif de convergence du calcul inverse se fait en réduisant l'écart

entre les données expérimentales et numériques en termes d'aire sous la courbe. Or il est possible, dans le cas d'une convergence erronée, que les aires sous les courbes soient comparables en valeur sans pour autant que les courbes P - δ se superposent.

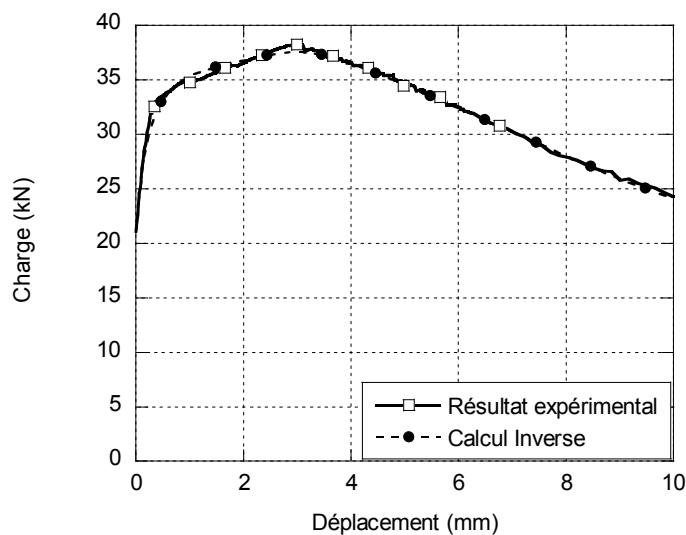


Figure 7.8 Vérification de la courbe charge-déplacement

La seconde vérification se fait sur la courbe σ - w . Si le nombre de points est insuffisant ou encore que le lissage ne soit pas adéquat, la courbe finale obtenue présente une forme incorrecte (figure 7.9). Les observations peuvent être des sauts brusques de la contrainte ou encore une reprise de charge pour des ouvertures de fissures supérieures à 1 mm non représentative du matériau.

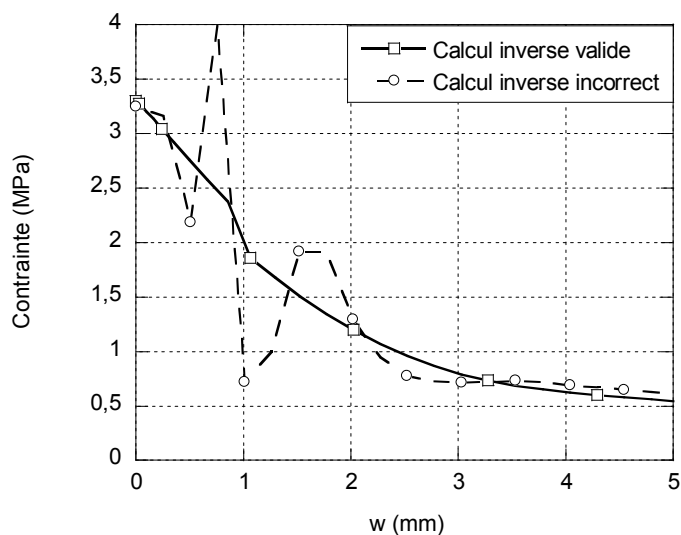


Figure 7.9 Vérification de l'allure de la courbe contrainte - ouverture de fissure

Il est essentiel de noter que la phase de validation fait appel au jugement de la personne qui utilise l'analyse inverse et suppose une bonne connaissance du matériau BRF et du comportement attendu en fonction du dosage ou du type de fibre.

7.3. Problèmes lors de la fabrication des poutres

Les poutres réalisées pour la campagne expérimentale n'ont pas respecté la qualité désirée au niveau de la fabrication, notamment en termes d'homogénéité. Cette partie décrit les problèmes rencontrés lors de la coulée pouvant être à l'origine de la forte variabilité des matériaux au sein d'une même poutre.

Chaque formulation de BRF a été élaborée et optimisée au laboratoire de manière à réaliser des matériaux ayant une très bonne maniabilité à l'état frais. Les BRF qui ont été livrés ont tous présentés des irrégularités vis-à-vis des dosages demandés. Les différences observées portaient principalement sur une modification de l'origine des granulats et de la quantité d'adjuvants (superplastifiant et agent viscosant). Les mélanges ont été ajustés dans le camion avant la coulée pour répondre aux besoins de maniabilité après l'introduction des fibres métalliques. Cependant, la réalisation de tels ajustements de dernière minute n'est pas idéale et peut renforcer l'hétérogénéité du matériau.

L'homogénéité de la résistance à la traction post-fissuration des BRF, au sein d'un élément, est liée à l'orientation préférentielle des fibres. En dehors des effets de bord, les fibres ont tendance à s'orienter parallèlement à l'écoulement du béton. Ainsi, pour une poutre en flexion, le comportement en traction post-fissuration des BRF sera meilleur si la direction de l'écoulement, lors de la mise en place du matériau, se fait dans le sens de la longueur de la poutre. La fluidité de l'écoulement d'un mélange de BRF est variable. Lorsque le matériau est coulé directement à l'aide de la goulotte du camion-malaxeur, la mise en place se fait aisément. Ceci a été le cas pour les plus gros spécimens. Cependant, certaines poutres disposées trop loin du camion ont nécessité l'utilisation d'une benne à béton. Le béton est alors relâché verticalement au dessus de la poutre. L'écoulement se produit en profitant de l'énergie de la chute depuis la benne. Il se peut que la zone située juste sous de la benne ne soit pas soumise à un écoulement suffisant pour entraîner une orientation préférentielle uniforme sur la longueur de la poutre. Il est possible que l'utilisation de la benne, en réduisant la fluidité de l'écoulement, ait entraîné une dégradation de

l'homogénéité du matériau ou du moins, qu'elle ait favorisé une orientation des fibres différente de celle obtenue avec l'utilisation de la goulotte du camion-malaxeur.

Les divers problèmes rencontrés confirment l'idée que la réalisation d'éléments structuraux en BRF requiert un très bon contrôle tant au niveau de la préparation du matériau que de la technique de fabrication. Les recommandations suivantes sont à prendre en considération lorsque l'on prépare un projet en BRF :

- S'assurer que les dosages de BRF soient bien respectés par le fournisseur de béton. Ces dosages ne sont pas conventionnels et le personnel de l'usine peut ne pas être habitué à ce type de béton très fluide et riche en adjuvants.
- Veiller à ce que les composants utilisés à l'usine soient identiques à ceux utilisés pour l'optimisation des BRF pour la maniabilité. Tant au niveau des composants chimiques comme le superplastifiant ou l'agent viscosant, qu'au niveau des granulats. Les granulats jouent un grand rôle dans l'optimisation de la maniabilité. Une modification au niveau de la granulométrie, du type de pierre ou de leur origine géographiques peut avoir des conséquences sur le BRF après l'introduction des fibres. Le fait d'introduire les fibres directement dans le malaxeur à l'usine serait évidemment un avantage majeur, l'introduction des fibres dans le camion-malaxeur étant longue et fastidieuse.
- Éviter les temps d'attente et les délais entre l'usine et le lieu de coulée.
- S'assurer du bon écoulement des BRF dans le coffrage pour avoir une répartition homogène des fibres en encourageant l'orientation préférentielle dans la direction de l'écoulement dans le cas des poutres.

Afin d'assurer un meilleur contrôle, la possibilité de réaliser les éléments dans une usine de préfabrication est à envisager. En effet, les différentes étapes du projet peuvent alors être réalisées en un même lieu : l'optimisation des BRF, le gâchage du béton, l'introduction des fibres et la coulée des éléments. De plus, la présence d'une vibration externe peut permettre de limiter l'apparition de vides dans les éléments fabriqués.

Chapitre 8 DISCUSSION GÉNÉRALE

8.1. Rappel des objectifs

Ce chapitre a pour but de mettre en parallèle les discussions apportées par les chapitres 4 à 7 et les principaux objectifs de la thèse. Dans un premier temps, la caractérisation de la résistance à la traction post-fissuration est discutée, ainsi que les trois approches expérimentales décrites. La modélisation par la MEF de ces essais est également abordée. Ensuite, le comportement en flexion des poutres en BRF et la méthode d'analyse sectionnelle sont étudiés. Les conclusions du second article sont discutées pour l'utilisation de la méthode d'analyse sectionnelle dans le cadre d'un dimensionnement basé sur une ouverture de fissure limite en service. Enfin, les paramètres utilisés pour la modélisation de poutres en BRF sont discutés en rapport avec les observations du troisième article.

8.2. Caractérisation de la résistance à la traction

Le chapitre 4 présente l'étude de plusieurs approches pour la détermination de la loi de comportement en traction des BRF. La discussion s'appuie sur l'étude de cinq matériaux et de trois essais de caractérisation : l'essai de traction uniaxiale utilisant le calcul direct et les essais de flexion sur poutres entaillées et sur dalle circulaire s'appuyant sur l'analyse inverse. D'une part, les essais sont comparés au niveau de la variabilité, de la réalisation et de la représentativité des résultats. D'autre part, les méthodes d'analyse inverse sont critiquées. L'apport de la MEF dans les discussions est également décrit.

8.2.1. Variabilité, reproductibilité et représentativité

Comme il a été discuté au chapitre 3, la qualité d'un essai de caractérisation se juge sur une série de critères parmi lesquels on trouve la variabilité des résultats et la représentativité du matériau vis-à-vis de la structure dans lequel il est utilisé. Pour un même intervalle de confiance, plus la variabilité d'un essai est faible, plus le nombre d'essais à réaliser est bas. De même pour un même nombre d'essais, plus la variabilité est faible et plus la valeur caractéristique de la résistance à la traction sera proche de la moyenne des essais. La taille de la surface de béton fissurée lors d'un essai a une influence directe sur la variabilité des résultats. Plus la section fissurée est grande, plus la variabilité des résultats sera faible. Les bétons en général, et a fortiori

les BRF, sont fortement hétérogènes et présentent des zones de faiblesses réparties aléatoirement dans le volume des matériaux. Plus la section fissurée est importante, plus elle sera représentative du volume global. Pour un effort constant, la fissure se présente théoriquement dans la section la plus faible d'un volume. La présence d'une entaille dans un spécimen de béton impose la position de la fissure qui ne se situe plus nécessairement au niveau de la section la plus faible. Ainsi, les spécimens entaillés (poutres et carottes) ont tendance à présenter une valeur moyenne plus élevée de résistance à la traction et une variabilité plus importante également. Ces observations expliquent pourquoi la variabilité des essais de dalle est inférieure à celles des autres essais. Une plus grande section de rupture entraîne également une meilleure représentativité de l'essai vis-à-vis du matériau dans une structure.

Un autre élément prépondérant est la répartition et l'orientation des fibres dans les spécimens d'essais. Tel que vu au chapitre 2, les fibres ont tendance à s'orienter parallèlement aux parois du coffrage et dans le sens de l'écoulement. Ainsi, les fibres au cœur des poutres entaillées de l'essai de flexion ont une orientation préférentielle uniaxiale perpendiculaire au plan de fissuration. Cette orientation se retrouve dans des éléments fins et élancés de dimensions moyennes. Pour les éléments plus larges, comme les poutres R600, l'orientation des fibres loin des bords est plus aléatoire car le matériau ne subit que l'effet de l'écoulement. Les dalles circulaires présentent une répartition des fibres en 2D dans le plan de la dalle. Ce type de répartition se retrouve plus couramment dans les dalles où l'écoulement se fait dans le plan. Dans le cas de l'essai de traction uniaxiale, l'orientation préférentielle des fibres dans les carottes est reliée à celle existante dans le volume de béton carotté. Ainsi, pour que l'orientation préférentielle des fibres soit représentative de celle d'une poutre, il est préférable de prélever les carottes dans le sens longitudinal d'une poutre de géométrie équivalente qui aura été coulée dans des conditions identiques.

8.2.2. Aide à la décision

Chaque essai possède ses avantages et ses défauts vis-à-vis de la caractérisation du matériau comme le montre le tableau 8.1.

Tableau 8.1 Avantages et inconvénients des différents essais utilisés

	Avantages +	Inconvénients —
Traction uniaxiale (TC 162 Tdf)	Calcul direct de la loi σ - w ; précis pour de faibles ouvertures.	Rigidité de l'appareillage; faible volume de béton testé; réalisation difficile et longue.
Poutre entaillée (EN 14651)	Facilité de manutention et de réalisation; essai courant dans de nombreux laboratoires.	Nécessite un calcul inverse pour la loi σ - w ; faible volume de béton testé; orientation préférentielle marquée.
Dalle circulaire (ASTM C1550)	Contrôle et réalisation de l'essai simple et rapide; faible variabilité des résultats; grand volume de béton testé; orientation préférentielle représentative des dalles.	Nécessite le calcul inverse pour la loi σ - w ; la manipulation des spécimens est plus difficile.

Il paraît intéressant de trouver une méthode pour déterminer quel essai est le plus approprié pour caractériser la résistance à la traction du matériau. Il est possible par exemple de classer les critères de choix d'un essai de caractérisation en trois grandes catégories comme au tableau 8.2 : la représentativité, le traitement des résultats et la réalisation de l'essai. En termes de représentativité des résultats, il faut regarder, outre l'orientation des fibres et la surface de rupture, la précision du résultat pour de petites ou de grandes ouvertures de fissures en fonction de l'utilisation recherchée. Au niveau du traitement des résultats, au-delà de la variabilité, on regarde la facilité de calcul et la fiabilité des résultats. La réalisation de l'essai couvre les besoins humains et techniques nécessaires à la préparation des spécimens et à la réalisation des essais.

Tableau 8.2 Classement des critères d'aide à la décision

Réalisation de l'essai	Traitement des résultats	Représentativité
<ul style="list-style-type: none"> • Réalisation et préparation des spécimens • Manutention • Instrumentation • Type d'appareil • Contrôle du chargement • Durée de l'essai 	<ul style="list-style-type: none"> • Variabilité • Calcul direct de la loi (σ-w) ou calcul inverse avec équation • Précision du calcul inverse • Fiabilité des résultats 	<ul style="list-style-type: none"> • Volume de béton • Conditions aux limites • Orientation des fibres • Service ($w < 0.2$ mm) • Ultime ($w < 1$ mm)

Une description rapide des sous-critères de comparaison est donnée au tableau 8.3.

Tableau 8.3 Description des critères de pondération

Réalisation de l'essai		
	Réalisation et préparation des spécimens	Quantité de travail demandé pour la réalisation des spécimens (coffrage, coulé ou carotté, etc.) et simplicité de la préparation des spécimens (sciage, nettoyage, entaillage, etc.)
	Manutention	Poids des spécimens et appareillages pour leur mise en place
	Instrumentation	Quantité, prix et simplicité d'installation de l'instrumentation
	Type d'appareil	L'appareillage requis est-il courant dans les laboratoires, particulièrement en termes de rigidité et de capacité de la presse ?
	Contrôle du chargement	Simplicité du contrôle du chargement, soit le chargement est direct ou contrôlé avec l'instrumentation.
	Durée de l'essai	Temps nécessaire pour réussir un essai
Traitement des résultats		
	Critère de rejet	Facilité de mettre en évidence les critères de rejet
	Variabilité	Variabilité de l'essai
	Calcul direct de la loi $\sigma-w$	Possibilité de calculer directement la loi à partir des données de l'essai
	Calcul inverse avec équation	Fait de connaître et de contrôler les équations théoriques utilisées dans l'algorithme de calcul inverse
	Précision du calcul inverse	Précision des résultats de calcul inverse (comportement, nombre de point)
	Fiabilité des résultats	Fait d'utiliser de manière sécuritaire les résultats obtenus sans en douter
Représentativité		
	Volume de béton	Plus le volume de béton sollicité est important, plus l'essai a une bonne représentativité
	Conditions aux limites	Connaissance et maîtrise des conditions aux limites
	Orientation des fibres	Fait de connaître l'orientation des fibres et qu'elle soit en accord avec l'orientation au cœur de la structure
	Service ($w < 0.2\text{mm}$)	Qualité et variabilité des résultats pour une ouverture inférieure à 0.2 mm
	Ultime ($w < 1\text{mm}$)	Qualité et variabilité des résultats pour une ouverture jusqu'à 1 mm d'ouverture

Dans le cadre d'une analyse multicritère, comme l'a fait Kooiman (2000), chacun de ces critères revêt une importance différente suivant le cadre de travail et le contexte d'utilisation du matériau. Chaque critère est évalué pour chacun des essais et possède une pondération propre à l'utilisation souhaitée. Par exemple, dans un cadre de recherche la pondération liée à la précision des résultats est élevée, alors que dans un cadre de dimensionnement, on s'intéresse d'avantage à la représentativité du matériau. Pour le contrôle de qualité, on recherche en priorité un essai rapide

et facile à réaliser. En imposant des évaluations objectives de chacun des critères et des pondérations propres aux besoins et au contexte, il est possible de réaliser une analyse d'aide à la décision pour déterminer l'essai le plus approprié.

Le tableau 8.4 présente un exemple d'aide à la décision de la méthode de caractérisation à considérer en fonction des besoins. Trois principaux champs d'application sont retenus : le contrôle du matériau en production, le dimensionnement d'éléments en BRF et la recherche en laboratoire. Chaque critère est évalué pour les différents essais avec des notes allant de 0 (très mauvais) et 5 (excellent). Pour comparer les essais de caractérisation, une pondération est imposée aux différents critères en fonction du champ d'application. Par exemple, la simplicité et la rapidité des essais est un critère plus important dans un cadre de contrôle des matériaux à l'usine que pour un projet de recherche en laboratoire. La pondération de la note varie entre 0 (pas important) et 5 (très important). Ainsi la pondération maximale de la réalisation de l'essai, du traitement des résultats et de la représentativité est respectivement de 30, 30 et 25 points. Le tableau 8.4 présente l'ensemble de l'analyse multicritères. La note globale pondérée pour chaque essai de caractérisation et pour chaque champ d'application est calculée de la manière suivante

$$\frac{\sum(\text{note} \times \text{pondération})}{5 \times \sum(\text{pondération})}$$

Cette analyse est présentée à titre informatif, il est possible de modifier la pondération des critères pour une application particulière selon ses priorités et ainsi obtenir l'essai le plus appropriés à ses besoins.

De manière générale, le tableau 8.4 montre que l'utilisation de l'essai de flexion sur poutre entaillée représente une solution intéressante dans tous les cadres d'activités. En effet, il satisfait à 63% les critères mis en valeur pour chaque type d'utilisation. Plus particulièrement, il paraît préférable d'utiliser l'essai de flexion sur poutre entaillée pour le contrôle des matériaux. L'essai de flexion sur dalle circulaire présente des résultats rendant son utilisation intéressante dans un cadre de contrôle ou de dimensionnement. Il semble cependant à éviter dans un cadre de recherche, étant donné l'incertitude des résultats pour de faibles ouvertures de fissures ($w < 0.2$

mm). L'essai de traction uniaxiale est très intéressant dans un cadre de recherche (65%), notamment car le matériel disponible en laboratoire de recherche permet un bon contrôle de l'essai et des conditions aux limites.

Tableau 8.4 Analyse multicritères des méthodes de caractérisation

		Essais			Pondération en fonction du contexte (de 0 à 5)		
Détails		Traction uniaxiale (carotte)	Flexion sur poutre entaillée	Flexion sur dalle circulaire	Contrôle du matériau	Dimension nement	Recherche
Réalisation de l'essai -Max 30 points					24	19	12
	Réalisation et préparation des spécimens	1	4	5	5	4	2
	Manutention	5	4	0	5	2	3
	Instrumentation	1	3	5	3	3	1
	Type d'appareil	1	4	5	4	4	2
	Contrôle du chargement	1	4	5	3	3	3
	Durée de l'essai	1	3	5	4	3	1
Traitement des résultats - Max 30 points (traction : 20)					15	23	23
	Critère de rejet	5	4	3	2	4	5
	Variabilité	1	1	5	3	5	2
	Calcul direct de la loi $\sigma-w$	5	0	0	4	3	5
	Calcul inverse avec équation	-	2	0	0	2	4
	Précision du calcul inverse	-	3	1	3	5	3
	Fiabilité des résultats	3	4	3	3	4	4
Représentativité - Max 25 points					19	22	16
	Volume de béton	1	2	5	4	5	2
	Conditions limites	3	5	1	3	4	3
	Orientation des fibres	4	4	3	4	4	3
	Service ($w < 0.2$ mm)	3	3	0	4	5	4
	Ultime ($w < 1$ mm)	5	4	5	4	4	4
Total pondéré en fonction du contexte							
	Contrôle du matériau	53%	65%	63%			
	Dimensionnement	52%	63%	63%			
	Recherche	65%	63%	50%			

8.2.3. Calcul inverse

Globalement, les lois de comportement post fissuration obtenues par analyse inverse sur les essais de flexion sur poutre entaillée et sur dalle circulaire sont très proches de ceux issus de l'essai de traction uniaxiale. L'aire sous la courbe $\sigma-w$, couramment interprétée comme l'énergie de rupture, est comparable pour une ouverture de fissure de 1 mm, pour chacun des trois essais. Comme il est décrit dans la suite de ce chapitre, la modélisation par MEF des essais tend à montrer la pertinence des méthodes de calcul inverse. Il apparaît que l'on peut utiliser l'essai de son choix pour caractériser un matériau, en tenant cependant compte des remarques qui suivent.

Poutre entaillée

Il est important de noter que l'essai sur poutre entaillée présente une configuration favorable à la résistance à la traction des BRP qui peut entraîner une légère surestimation de la contrainte calculée. D'une part, les faibles épaisseur et largeur de la poutre (150 mm) en comparaison de la longueur des fibres utilisées (35 et 60 mm) sont à l'origine d'une orientation préférentielle principalement uniaxiale perpendiculaire à la fissure. D'autre part, la présence d'une entaille impose la localisation de la fissure à une section qui n'est pas forcément la plus faible. À cette surestimation, il faut ajouter une variabilité importante due à la petite taille de la section fissurée.

Dalle circulaire

L'essai sur dalle circulaire montre également quelques limites qu'il est important de prendre en considération. Théoriquement, l'essai de dalle possède trois fissures radiales, une entre chaque appui, qui confère à l'essai un comportement isostatique. Dans les premiers temps de l'essai, pour une flèche inférieure à 4 mm, il a été observé que le comportement de la dalle est hyperstatique. Une multi-fissuration apparaît sur la face tendue de la dalle. Celle-ci s'estompe rapidement avec la localisation des fissures, mais elle est suffisante pour entraîner une légère surestimation de la résistance à la traction pour de faibles ouvertures de fissure (< 0.3 mm). De plus, l'évolution des trois fissures n'est pas simultanée lors de l'essai. En considérant trois fissures identiques par hypothèse, le calcul inverse fournit une valeur globale moyenne de la résistance à la traction. Ceci a pour effet de réduire la variabilité de l'essai. Enfin, la répartition en deux dimensions de l'orientation des fibres est différente de celle que l'on retrouve dans les poutres testées en flexion et est plutôt défavorable pour des ouvertures de fissures plus importantes (> 1 mm).

Traction uniaxiale

L'essai de traction uniaxiale présente plusieurs inconvénients. Comme pour les poutres, la présence d'une entaille impose la position de la fissure et la petite section de rupture fait en sorte que la variabilité des résultats est très élevée. Pour être représentatif de la structure, le matériau doit idéalement être carotté au cœur des éléments perpendiculairement à la direction des fissures, ce qui n'est pas toujours aisé. La réalisation des essais requiert un équipement de chargement de grande rigidité (pour le contrôle en ouverture de fissure) et de l'instrumentation de grande qualité qui ne sont pas courants, notamment au niveau des laboratoires de contrôle. Enfin, il est très difficile de réaliser un essai de traction parfait et d'éviter la présence d'une flexion parasite qui vient fausser les résultats. L'essai de traction uniaxiale présente cependant un avantage majeur vis-à-vis de la caractérisation de la résistance en traction post-fissuration des BRF puisqu'il permet d'obtenir directement la loi de comportement σ - w sans avoir à procéder à une analyse inverse.

8.2.4. Vérification des méthodes de calcul inverse avec la MEF

Chaque essai de caractérisation présente des particularités qu'il est important de connaître pour bien analyser les résultats de résistance à la traction post-fissuration. L'analyse inverse montre des résultats satisfaisants lorsque l'on compare les trois méthodes. Cependant, aucun de ces essais ne permet de connaître la valeur exacte de la résistance d'un BRF. L'utilisation des éléments finis permet de compléter la vérification supplémentaire des méthodes d'analyse inverse. Une fois que l'analyse inverse a été effectuée sur les résultats expérimentaux des essais de flexions sur poutres entaillée et sur dalle circulaire, les lois de comportement en traction post-fissuration de ces 2 essais sont introduites dans les analyses par éléments finis tel que décrit au chapitre 6. Ainsi, les propriétés des BRF utilisées pour modéliser par la MEF les essais de flexions sont issues de l'analyse inverse. L'objectif est alors de vérifier que les courbes P - δ des essais de flexion obtenus par la modélisation correspondent au comportement observé expérimentalement. La section suivante présente la discussion des résultats de cette étude pour les essais de flexion.

Poutre entaillée

L'existence d'une entaille fait en sorte que la modélisation par la MEF est plus facile à réaliser. En effet, la position de la fissure lors de l'analyse par la MEF sera identique à l'expérimentale et

le comportement globale de type charge – flèche. Les résultats présentés au chapitre 6 montrent que le comportement $P-\delta$ résultant de la modélisation est très proche de celui issu du calcul inverse. La loi de comportement en traction post-fissuration est obtenue par calcul inverse sur la courbe $P-\delta$ expérimentale. La loi $\sigma-w$ est ensuite introduite comme propriété du BRF dans un modèle éléments finis. Les résultats de la modélisation sous la forme $P-\delta$ sont comparables à la courbe expérimentale. Ces observations nous permettent de valider la méthode d'analyse inverse pour les essais de flexion sur poutre entaillée.

Dalle

De manière à valider le calcul inverse, la dalle est modélisée en tenant compte des hypothèses d'isostaticité, en imposant la localisation de la fissure en trois zones de faiblesse radiales. Le matériau dans ces zones est celui issu de l'analyse inverse tandis que la résistance en traction du BRF est plus élevée dans le reste du maillage. On évite de cette manière que les fissures se diffusent sur plusieurs éléments de largeur et faussent le comportement de la dalle qui est étudiée sous la forme $P-\delta$. On observe que la modélisation reproduit la courbe $P-\delta$ expérimentale adéquatement. On en conclut qu'avec ces hypothèses (trois fissures radiales), le calcul inverse sur les dalles circulaires donne des résultats satisfaisants. Il est important de noter que la dalle circulaire ainsi modélisée reproduit les hypothèses introduites dans le calcul inverse. Il ne reproduit alors pas la multifissuration qui existe dans le développement initial des fissures et observée au début de l'essai. Le modèle permet également de vérifier la correction du frottement, telle que décrite au chapitre 7. En effet, les modèles EF de dalle circulaire ont été réalisés en imposant un coefficient de frottement au niveau des appuis. Dans un premier temps, la valeur du coefficient est prise égale à 0.85 et permet de reproduire le comportement expérimental convenablement. Dans un second temps, le coefficient de frottement est pris égal à 0 et la courbe $P-\delta$ issue de l'analyse est comparée au résultat expérimental auquel la correction décrite au chapitre 7 est appliquée. On observe que ces courbes montrent un écart faible, permettant de valider l'existence du frottement sur les appuis d'une part et la méthode de correction utilisée d'autre part.

8.3. Le calcul du comportement en flexion des BRF

Le chapitre 5 présente les résultats de l'étude du comportement en flexion des BRF. Une campagne d'essais portant sur cinq matériaux et 19 essais de flexion est réalisée dans l'objectif d'observer l'influence de divers paramètres comme le dosage en fibres, le type de renforcement et l'effet d'échelle. Une méthode de calcul sectionnel capable de reproduire le comportement du matériau au niveau local est ensuite validée. La discussion suivante portera sur un paramètre essentiel de la méthode qui est la longueur de référence. La méthode est évaluée et la possibilité de l'intégrer à une démarche de dimensionnement est discutée. Enfin, les résultats obtenus par la MEF sont critiqués vis à vis du comportement global et local du modèle.

8.3.1. Le comportement en flexion

Les résultats expérimentaux sur poutres de grandes tailles (1.4 m à 5.6 m) tendent à confirmer certaines observations. Il faut tout d'abord rappeler que les travaux se concentrent sur des BRF avec des dosages importants de macrofibres métalliques. Ces mélanges présentent une loi adoucissante en traction post-fissuration et un comportement écrouissant en flexion. On constate que l'augmentation du dosage en fibres entraîne une amélioration de l'écrouissage en flexion qui induit une meilleure ductilité de la structure. Ceci a pour effet, pour un moment de flexion donné, de diminuer l'ouverture de fissure observée. On note également que pour un même dosage, la fibre la plus longue et la plus trapue, ici la fibre de 60 mm, conduit à une meilleure résistance à l'ultime et une meilleure ductilité. L'utilisation des BRF dans des poutres avec armatures conventionnelles permet d'améliorer le comportement global en flexion comparativement à un béton ordinaire, notamment avec une faible quantité d'armature. Les courbes $P-\delta$ présentées au chapitre 5 permettent de constater que les BRF apportent un gain significatif de résistance par rapport à la poutre de béton armé, ainsi qu'un comportement flexionnel plus stable avec un faible taux d'armature, particulièrement lors de la fissuration. La présence d'armature entraîne l'apparition d'une multifissuration sur la longueur de la poutre. La résistance en traction post-fissuration des BRF participe donc à la résistance globale de la poutre à chacune des sections fissurées. Une fois le moment résistant atteint, une fissure principale continue de s'ouvrir pendant que les autres se referment. L'action des fibres s'atténue jusqu'à l'extraction des fibres et la perte totale de la résistance des BRF au travers des fissures. Le moment résistant pour de grandes ouvertures de fissures ($w > 5$ mm) est alors égal à celui d'une poutre en béton armé seul. Ce

constat est d'autant plus visible pour les sections de plus grande hauteur en présence d'un faible taux d'armatures conventionnelles.

Sans armature conventionnelle, l'effet d'échelle sur les poutres en flexion est très important. On observe que l'écroutissage en flexion est plus grand pour les sections de faible hauteur. Plusieurs raisons expliquent que les BRF aient un effet bénéfique plus net sur les sections de faible épaisseur. D'une part, l'effet d'échelle fait en sorte que plus le volume de béton est grand, plus l'hétérogénéité du béton est forte. D'autre part, l'orientation préférentielle des fibres est plus favorable dans les éléments fins grâce aux effets de bord dans le coffrage. Cela fait en sorte que de la multifissuration apparaît plus largement pour les poutres de 150 mm d'épaisseur. La présence des plusieurs fissures améliore l'efficacité des BRF puisque les fibres sont actives à chacun des plans de fissuration jusqu'à l'atteinte du moment résistant. Au contraire, pour les poutres de grandes dimensions, on peut penser que le bras de levier et la profondeur de la fissure initiale entraîne l'accélération du développement de la fissure principale et diminue l'efficacité globale des BRF. Ainsi les poutres en BRF de 600 mm de hauteur ne montrent pas ou peu de multifissuration lors des essais et présentent ainsi une ductilité faible.

8.3.2. Comportement en flexion des BRF au niveau d'une fissure

Le modèle de calcul sectionnel présentée au chapitre 5 s'intéresse au comportement en flexion des poutres au niveau local, dans le but d'étudier la relation moment – ouverture de fissure ($M-w$) pour un plan de fissuration. Contrairement à de nombreux travaux, l'objectif affiché du modèle n'est pas la reproduction du comportement global des poutres, qui se traduit par des courbes charge-flèche ou encore moment-ouverture de fissure moyenne. L'intérêt du modèle est la détermination du moment résistant des poutres pour une ouverture de fissure donnée. La donnée de référence expérimentale pour valider le modèle est de type moment-ouverture de fissure maximale ($M-w_{max}$). Le comportement local est particulièrement intéressant dans l'étude des BRF car l'objectif premier de ces matériaux est le contrôle de la fissuration. Le dimensionnement est fait de sorte que pour un moment donné, l'ouverture de fissure maximale est inférieure à l'ouverture de fissure limite fixée par le concepteur.

8.3.3. Longueur de référence

Un paramètre essentiel du modèle décrit au chapitre 5 est la longueur de référence. Utilisé dans l'équation 5.4, L_R a pour but de transformer la loi $\sigma-w$, propre au matériau, en une relation $\sigma-\varepsilon$, spécifique à l'élément de structure et qui se trouve à la base du calcul sectionnel. L_R est influencé par un ensemble de paramètres parmi lesquels on trouve la hauteur de l'élément, la profondeur de la fissure, le type et le dosage en fibres, la présence d'armatures conventionnelles. Il est aussi connu que L_R est en relation avec l'espacement des fissures.

Comme il a été décrit, certains chercheurs comme Casanova-Rossi (1997), proposent l'utilisation d'un paramètre égal à deux fois la profondeur de la fissure qui évolue constamment, à chaque pas de calcul. Au cours des présents travaux, la possibilité d'utiliser deux longueurs de référence différentes a été envisagée en divisant le calcul en deux phases. Tel que le montre la figure 8.1, un premier L_R est utilisé pendant la phase d'écroutissage, où a lieu la multifissuration. Un second L_R , plus grand, est utilisé après avoir atteint la localisation à une ouverture de fissure w_{loc} , où une seule fissure continue de s'ouvrir. Les résultats obtenus avec cette méthode sont corrects, mais la quantité de données expérimentales disponibles ne permet pas de valider avec certitudes des valeurs de L_R .

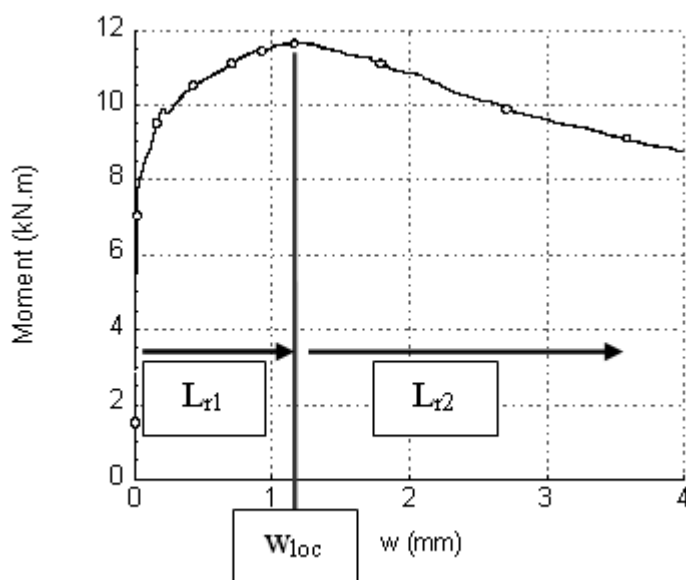


Figure 8.1 Utilisation de deux longueurs de référence

De plus, comme l'objectif est de proposer une méthode simple pouvant être intégrée à un processus de modélisation, l'utilisation d'une seule longueur de référence est privilégiée sur toute la courbe $M-w_{max}$. Avant la localisation de la fissure, le L_R unique tel qu'énoncé entraîne une légère sous estimation du moment résistant pour des ouvertures de fissures très faibles (<0.2 mm) et se situe du côté sécuritaire dans un cadre de dimensionnement. Les résultats obtenus avec le modèle présentent une corrélation satisfaisante avec les résultats expérimentaux.

Il paraît important de distinguer la longueur de référence du BRF avec et sans la présence d'armature de flexion. Pour le BRF seul, L_R est exprimé en fonction de la hauteur du spécimen : $H/2$ (Kooiman 2000, Massicotte 2003), $2H/3$ (AFGC 2002), H (CNR 2006, FIB 2010) et $2H$ (Strack 2008). La modélisation de Strack tend à montrer que la zone d'influence de la fissuration s'étend sur une longueur égale à la hauteur du spécimen de part et d'autre de la fissure. Le choix de la longueur de référence est influencé par le type de comportement que l'on souhaite étudier. En effet, tel que décrit par Habel (2004), une longueur de référence faible permet de prendre en considération une courbure moyenne de la section multifissurée, tandis qu'une longueur de référence élevée permet d'évaluer de manière plus juste la courbure au droit de la fissure principale (supérieure à la courbure moyenne). Aussi, si l'on s'intéresse à l'ouverture de fissure maximale à la surface d'une pièce fléchie, il est préférable de connaître la courbure au droit de la fissure et donc d'utiliser un L_R élevé.

Au cours de la présente recherche, la valeur de L_R égale à $2H$ est celle qui a permis d'obtenir les meilleurs résultats, notamment lorsque l'on regarde l'évolution de l'ouverture de fissure maximale pour une poutre en flexion. Une longueur de référence élevée entraîne en revanche une surestimation de la flèche dans le cas de multifissuration, étant donné que la courbure calculée sera supérieure à la courbure moyenne. Dans le cadre de ce projet de recherche, l'objectif est de fixer un cadre de conception basé sur les ouvertures de fissure limites et donc de connaître l'ouverture de fissure maximale de l'élément de structure. Sans armature conventionnelle, la longueur de référence suggérée est égale à $2H$.

$$L_R = 2H \quad (8.1)$$

La valeur de L_R de $2H$ est trop élevée dans le cadre de BRF avec armature conventionnelle. Dans ce cas, il est important de limiter la longueur de référence à l'espacement entre les fissures de flexion. Au niveau analytique, l'équation empirique de l'Eurocode 2 a été retenue pour calculer l'espacement des fissures s_m dans le béton armé. Cette relation, limitée par un paramètre géométrique, est celle utilisée dans plusieurs recherches pour proposer des règles pour le choix de la longueur de référence en présence d'armature conventionnelle. Parmi ces recherches, on retient notamment les équations suivantes :

$$L_R = \text{Max} \left(s_m, \frac{H}{2} \right) - \text{Massicotte 2003} \quad (8.2)$$

$$L_R = \text{Min}(s_m, y) - \text{FIB 2010, CNR 2006} \quad (8.3)$$

Dans la présente recherche, en présence d'armature conventionnelle, la valeur de la longueur de référence suggérée est égale à l'espacement de fissure, limité à la hauteur de la section H .

$$L_R = \text{Min}(s_m, H) \quad (8.4)$$

En conclusion, la plupart des méthodes de calcul sectionnel dans la documentation considèrent une longueur de référence plus faible que celle proposée dans le présent document, dans le cas d'éléments de structure sans armature conventionnelle. Avec un L_R plus élevé, l'évolution de l'ouverture de la fissure est plus rapide et le moment résistant maximal est plus faible. En présence d'armature, la relation pour déterminer L_R dépend de la hauteur de la section et du renforcement en armature conventionnelle. La différence notable entre les relations proposées et celles retrouvées dans la documentation sont principalement dues à l'objectif visé par le modèle qui est ici la reproduction du comportement local à la section fissurée d'une poutre et non le comportement global de cette dernière.

8.3.4. Évaluation du modèle sectionnel

Le modèle analytique simplifié montre des résultats très satisfaisant en comparaison des résultats expérimentaux. En moyenne, l'écart entre le modèle et les tests se situe autour de $\pm 5\%$ autant au niveau des ouvertures de fissures de services que pour le moment ultime. L'approximation du

comportement flexionnel de poutres par le modèle est considérée comme adéquate. On constate cependant que certains résultats présentent un écart plus important autour de 20%. Pour expliquer cette tendance, il est bon de considérer l'hétérogénéité du matériau dans les éléments de structure. D'une part, au sein même des éléments, la variabilité de la résistance à la traction du BRF est une réalité et l'évolution de la fissuration dépend directement de celle-ci. D'autre part, le modèle utilise comme loi de comportement en traction, la loi $\sigma-w$ obtenue à partir des essais de caractérisation. Comme il en a été question dans ce chapitre, la variabilité des essais de caractérisation est élevée. Les deux formes de dispersion de la résistance à la traction, l'une au niveau caractéristique et l'autre au sein de la structure, expliquent les difficultés à obtenir une plus grande précision du modèle.

Dans un cadre de dimensionnement, ces variabilités se doivent d'être considérées de manière à offrir une évaluation sécuritaire du comportement en flexion. Au niveau du matériau, la loi $\sigma-w$ moyenne est remplacée par la loi caractéristique prenant en compte la variabilité des essais. Au niveau de la structure, un coefficient de tenue est introduit tel que discuté au chapitre 2. Ce coefficient prend en compte entre autres l'erreur sur le modèle de calcul et sur la variabilité de la résistance du matériau au sein de la structure.

Afin de pouvoir évaluer la performance du modèle en situation concrète, des poutres en 'T' ont été dimensionnées en se basant sur un exemple de plancher de bâtiment décrit par Massicotte (2004). L'étude porte sur la résistance en flexion d'une poutre secondaire de plancher. Le moment de dimensionnement de 110 kN.m à l'état limite ultime est également tiré de l'article de Massicotte (2004). On considère que la poutre en 'T' du bâtiment possède une exposition intérieure pour laquelle une ouverture de fissure limite w_{lim} de 0.4 mm est permise selon l'Eurocode 2.

Pour le dimensionnement, la loi de comportement en traction post-fissuration caractéristique du BRF est utilisée, ainsi qu'un coefficient de fiabilité de 0.75 au niveau structural. La longueur de référence L_R respecte la règle énoncée dans ce document en présence d'armature conventionnelle et prend la valeur 200 avec une section d'acier d'armature de 400 mm². La figure 8.2 montre la courbe d'analyse sectionnelle réalisée pour le dimensionnement de la poutre. On constate que le critère de dimensionnement est respecté puisque le moment résistant pondéré de l'analyse est

supérieur au moment de design de 110 kN.m pour une ouverture de fissure de 0.4 mm. La courbe expérimentale montre que le dimensionnement est sécuritaire par rapport au comportement réel de la poutre.

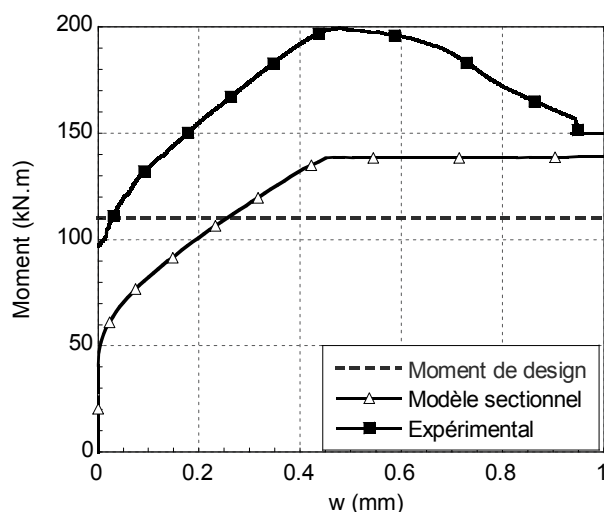


Figure 8.2 Courbe M-w pour le dimensionnement d'une poutre en 'T' à l'état limite ultime et comparaison à la courbe expérimentale

8.3.5. Comportement en flexion des BRP avec la méthode des éléments finis

Les résultats présentés dans le chapitre 6 montrent que la MEF permet une bonne approximation du comportement global des essais de flexion. Ainsi, la représentation sous la forme $P-\delta$ issue de la modélisation est comparable aux résultats expérimentaux. Cependant le comportement $M-w_{max}$ des modélisations est très éloigné de l'expérimental : le moment résistant obtenu est supérieur et les ouvertures de fissures sont plus faibles. La raison principale est que le volume de béton de la structure est modélisé de manière homogène et ne tient pas compte de la variabilité de la résistance à la traction. Le comportement en flexion correspond à un comportement moyen du matériau et représente adéquatement le comportement global de l'élément de structure sous la forme $P-\delta$. La localisation de la fissuration a théoriquement lieu à la section la plus faible. De manière à modéliser ce comportement au niveau local, il est possible de forcer la localisation en attribuant une résistance plus faible à une section d'éléments comme proposé au chapitre 6. Pour être plus précis, il serait nécessaire de connaître la position réelle de la fissure localisée, ce qui n'est pas toujours possible. Une autre solution est de créer une hétérogénéité aléatoire du

matériau dans le modèle de manière à positionner aléatoirement le plan le plus faible. Il s'agirait d'un modèle probabiliste du même type que celui développé au Laboratoire Centrale de Ponts et Chaussées LCPC à Paris (Tailhan 2010), permettant de considérer l'hétérogénéité du matériau au sein d'un volume de béton. Avec cette méthode, il serait peu probable que le plan de faiblesse observé expérimentalement coïncide avec celui de la modélisation, cependant le degré de représentativité des résultats sera amélioré.

8.4. La modélisation par éléments finis du comportement flexionnel des BRF

Le chapitre 6 porte sur la modélisation par la MEF du comportement post-fissuration des BRF en étudiant une variété de spécimens allant des essais de flexion utilisés pour la caractérisation de la résistance à la traction, à des éléments structuraux de plus grande dimension. Le premier objectif est la validation des paramètres utilisés pour l'analyse inverse des essais de flexion sur dalle circulaire et sur poutre entaillée. Les discussions sur ce point sont présentées à la section 8.2.4. Le second objectif est l'étude des paramètres utilisés pour la modélisation de poutres en BRF de différentes dimensions, géométries et types de renforcement.

Le module EPM3D implémenté dans Abaqus a été validé pour son utilisation dans la cadre de la modélisation en béton armé. Dans le module, les propriétés des BRF sont introduites sous la forme de la relation contrainte-ouverture de fissures. Au niveau de chaque élément, la loi $\sigma-w$ est convertie en une relation $\sigma-\varepsilon$ en considérant une longueur de référence égale au côté de l'élément. Tant les propriétés du matériau que la longueur de référence sont établies indépendamment de la dimension de la poutre modélisée, de sa forme et de son renforcement. Les résultats présentés dans le chapitre 6 montrent la validité de la méthode pour la modélisation de structure en BRF. Le comportement post-fissuration et la progression des fissures sont cohérents avec les résultats expérimentaux. La modélisation des essais de caractérisation, pour lesquels la localisation de la fissure est forcée, reproduit le comportement attendu de manière très satisfaisante. Pour les essais de flexion sur poutres de plus grandes dimensions, les modélisations reproduisent adéquatement le comportement global en termes de moment résistant et d'espacement de fissures.

L'homogénéité du matériau dans le modèle EF ne permet pas une bonne reproduction du comportement local sans forcer la localisation de la fissure. En effet, l'utilisation de propriétés de matériaux homogènes dans le modèle entraîne la surestimation de la rigidité et de la résistance des spécimens. Cette surestimation est visible vis-à-vis du comportement des sections tant au niveau global ($P-\delta$) que local ($M-w$). L'homogénéité du matériau fait en sorte que lors de l'apparition d'une fissure, particulièrement pour les BRF ayant une bonne résistance à la traction post-fissuration, celle-ci a tendance à se diffuser aux éléments adjacents. Cela se traduit par une hausse de la capacité portante, par un espacement de fissures plus faible et par une diminution de l'ouverture de fissure pour un moment donné. Pour éviter ce phénomène, une section d'éléments a été affaiblie en appliquant une diminution de 15% de la résistance post-fissuration du BRF. La fissure qui continuera de s'ouvrir après l'atteinte du moment résistant sera ainsi localisée au niveau de la section affaiblie. Cette méthode n'empêche pas la multifissuration dans les poutres et permet une bonne représentation du comportement en flexion des poutres tant au niveau global $P-\delta$, que localement au niveau de plan de fissuration ($M-w$). On constate une meilleure concordance avec les résultats expérimentaux, particulièrement pour les spécimens de grandes dimensions et pour les matériaux présentant une résistance à la traction proche de la contrainte de fissuration pour de faibles ouvertures de fissures.

Bien que EPM3D possède de nombreux avantages, particulièrement en termes de simplicité et de rapidité d'exécution, l'analyse des résultats met en valeur certaines limites du modèle. Le fait que l'on ne puisse choisir que parmi un nombre très limité de géométries pour le maillage est une limite importante, notamment pour les maillages de forme hexaédrique à huit nœuds pour lesquels l'intégration réduite est imposée. C'est-à-dire que chacun des paramètres évolutifs est calculé uniquement au point de gauss des éléments. Ceci entraîne, pour des maillages assez grossiers, un manque de précision qui peut s'avérer important vis-à-vis du comportement des éléments aux frontières notamment. Par ailleurs, le comportement des modèles de BRF sous chargement triaxial n'a pas été vérifié avec le module EPM3D. Il s'agit d'un point important à valider en vue de la modélisation de structures plus complexes.

Chapitre 9 CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS

9.1. Conclusions

9.1.1. Conclusions sur la caractérisation des BRF

L'objectif au niveau de la caractérisation était de comparer différentes approches d'obtention de la loi $\sigma-w$ d'un BRF, à partir de trois essais types. La validation de la méthode de calcul inverse est un point essentiel de cette partie du travail. Les conclusions suivantes peuvent être apportées en comparant leurs résultats par rapport à ceux de la traction directe :

- La variabilité des résultats expérimentaux est grandement affectée par la dimension de la surface fissurée. Plus la surface de fissure est grande, plus la variabilité des résultats est faible. L'essai sur dalle circulaire est celui qui présente la plus faible variabilité.
- L'essai de flexion sur poutre entaillée combinée à l'analyse inverse permet de déterminer le comportement post-fissuration d'un BRF sous la forme $\sigma-w$. Le résultat a tendance à surestimer le comportement moyen du matériau pour deux raisons : l'orientation préférentielle des fibres est perpendiculaire à la fissure et la présence d'une entaille impose la position de la fissure.
- L'essai de flexion sur dalle circulaire combinée à l'analyse inverse permet de déterminer le comportement post-fissuration d'un BRF sous la forme $\sigma-w$. La présence d'hyperstaticité au début de l'essai entraîne la création de plusieurs fissures radiales, plutôt que trois tel que considéré dans le calcul inverse. Les résultats $\sigma-w$ ne tenant pas compte de ce phénomène, le comportement du matériau pour des ouvertures de fissures inférieures à 0.2 mm est surestimé.
- Pour une ouverture de fissure jusqu'à 2 mm, le comportement post fissuration obtenu à partir des trois essais de caractérisation est comparable, notamment en termes d'aire sous la courbe $\sigma-w$.

- L'existence du frottement sur les appuis de l'essai de flexion sur dalle circulaire est démontrée. La validité de la correction des courbes proposée dans la documentation afin de tenir compte du frottement au niveau des appuis est vérifiée expérimentalement et par la modélisation des essais. La modification du montage d'essai proposé dans la norme ASTM C1550 est recommandé car elle permettrait de supprimer cette variable lors de l'analyse des résultats de l'essai de flexion sur dalle circulaire.
- Une analyse multicritère est proposée pour permettre de trouver l'essai de caractérisation recommandé suivant le champ d'application envisagé. Ainsi, l'essai de flexion sur poutre entaillée paraît le plus approprié au contrôle des matériaux. L'essai de flexion sur dalle circulaire peut être intéressant dans un cadre de contrôle en phase de production ou pour le dimensionnement. Il semble cependant à éviter dans un cadre de recherche, étant donné l'incertitude des résultats pour de faibles ouvertures de fissures. Finalement, l'essai de traction uniaxiale est intéressant dans un cadre de recherche, dans le cas où le matériel disponible au laboratoire permet un bon contrôle de l'essai et des conditions limites.
- Afin de faire une conception sécuritaire, la loi de comportement post-fissuration utilisée dans un cadre de dimensionnement doit être ajustée de manière à tenir compte de la variabilité de l'essai de caractérisation et du nombre d'essais réalisés pour calculer la moyenne (du type loi de Student). De plus, lorsque l'on utilise la loi de comportement obtenue par calcul inverse sur l'un des essais de flexion, poutre entaillée ou dalle circulaire, il est souhaitable d'utiliser la contrainte calculée pour une ouverture de fissure de 0.5 mm comme valeur maximale pour toute ouverture inférieure à 0.5 mm.

9.1.2. Conclusions sur l'étude du comportement en flexion des BRF

L'objectif de l'étude était la mise en place d'une méthode de calcul analytique sectionnel simple pour reproduire le comportement, au niveau local ou au plan des fissures, d'éléments en BRF soumis à des efforts de flexion. Les conclusions suivantes peuvent être apportées :

- L'introduction de fibres métalliques dans des dosages élevés entraîne l'amélioration du comportement en flexion en créant de l'écrouissage en flexion, en limitant l'ouverture des fissures en service et en apportant de la ductilité à l'état limite ultime. Les BRF ont un effet bénéfique particulièrement visible lorsqu'utilisé avec une faible quantité d'armature conventionnelle. Un gain de résistance flexionnelle est observé. L'effet d'échelle fait en sorte que l'efficacité des BRF est plus grande sur le comportement en flexion de poutres de faible épaisseur. L'apport des BRF est plus significatif lorsque les poutres présentent de la multifissuration.
- La longueur de référence L_R est un paramètre essentiel de la méthode d'analyse sectionnelle. Les valeurs de L_R proposées sont : $2h$ sans armatures conventionnelles et le minimum de h et l'espacement de fissure s_m , calculé avec l'Eurocode 2, en présence d'armature. Le modèle montre une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux sous la forme $M-w_{max}$. L'erreur moyenne de la méthode, appliquée sur 21 essais de flexion et cinq matériaux différents, est de 5%.
- La méthode de calcul sectionnel proposée permet de représenter adéquatement le comportement en flexion de poutres de différentes sections au niveau du plan de fissuration sous la forme $M-w$. Cette méthode peut être implantée de manière sécuritaire dans un processus de dimensionnement pour les éléments soumis à des efforts de flexion. Il est alors possible de rechercher le moment résistant pour une ouverture de fissure donnée. Pour cela, il est nécessaire de connaître les propriétés caractéristiques du BRF que l'on souhaite utiliser. Il est également important de prendre en considération un coefficient de tenue. Dans le cas où on peut s'assurer d'un bon contrôle du matériau lors de la réalisation des éléments en BRF, il est suggéré d'utiliser la valeur 0.75 comme coefficient de tenue. Autrement, il est préférable d'utiliser la valeur communément admise dans la documentation de 0.65 .

9.1.3. Conclusions sur la modélisation des BRF

L'objectif de l'étude était la compréhension du comportement des BRF en flexion dans un contexte de dimensionnement d'éléments structuraux à l'aide de modélisations par éléments finis de spécimen de caractérisation et d'éléments structuraux soumis à des efforts de flexions. La comparaison des résultats expérimentaux et numériques ont montré que :

- La modélisation d'une variété de pièces en BRF, telles que des poutres entaillées, des dalles circulaires, des poutres rectangulaires et des poutres en 'T' de grandes dimensions en moment négatif et positif, a permis de mettre en évidence la validité de l'utilisation de la loi $\sigma-w$ comme propriété caractéristique de la résistance en traction post-fissuration des BRF. Cela a également permis de confirmer la validité de la technique de modélisation et de la conversion des propriétés de traction $\sigma-w$ en une loi $\sigma-\varepsilon$, et ce indépendamment des dimensions des éléments ou du spécimen modélisé.
- La modélisation de spécimens d'essais normalisés par la méthode des éléments finis a permis de valider des hypothèses utilisées dans l'analyse inverse pour déterminer la résistance à la traction post-fissuration des BRF à partir des essais de flexion sur poutre entaillée et sur dalle circulaire. La méthode de correction des courbes proposées dans la documentation afin de tenir compte du frottement au niveau des appuis est validée.
- L'utilisation de propriétés de matériaux homogènes dans la modélisation entraîne la surestimation de la rigidité et de la résistance des spécimens. Cette surestimation est visible vis-à-vis du comportement des sections tant au niveau global ($P-\delta$) et que local ($M-w$). Cela se traduit par une hausse de la capacité portante, par un espacement de fissures plus faible et par une diminution de l'ouverture de fissure pour un moment donné. Une meilleure concordance avec les résultats expérimentaux a été obtenue en réduisant la résistance en traction post-fissuration du BRF à une section de la poutre, particulièrement pour les spécimens de grandes dimensions et pour les matériaux présentant une résistance à la traction presque constante pour de faibles ouvertures de fissures. Ainsi, en forçant la localisation de la fissure, en imposant un plan de faiblesse, il est possible d'évaluer le comportement local de manière satisfaisante.

9.2. Recommandations

Suite aux observations apportées par la présente recherche et les questions en suspend, les recommandations pour des recherches futures sont les suivantes :

9.2.1. Approfondissement de l'étude sur le calcul inverse

Cette thèse portait sur l'utilisation de cinq mélanges de BRF, deux types de fibres et trois dosages. Il serait intéressant d'entreprendre une campagne expérimentale plus large pour valider le calcul inverse pour une grande variété de BRF. Le type de fibres pourrait être limité aux fibres métalliques pour leur intérêt à titre de renforcement structurel dans un premier temps. Une grande variété de mélanges avec des dosages et des types de fibres différents devrait être mise en place. De manière à réduire la variabilité des résultats, le nombre de spécimens par mélange serait doublé. Un grand soin serait porté à la réalisation des spécimens et des essais de manière à faciliter l'analyse des résultats du calcul inverse. Dans le cadre d'une telle étude, il serait intéressant d'utiliser un essai flexion sur poutre entaillée avec une section plus large. De cette manière, on augmenterait la section fissurée et réduirait la variabilité de cet essai qui est un de ces principaux points faibles.

9.2.2. Amélioration du calcul inverse sur les dalles circulaires

Le calcul inverse et les essais de flexion sur les dalles circulaires ont soulevé la question de la multifissuration au début de l'essai due à l'hyperstaticité de la dalle. Plusieurs adaptations peuvent être apportées à l'essai dans le but d'améliorer les résultats du calcul inverse sur le début de la loi de résistance en traction post-fissuration (entre 0 et 0.5 mm d'ouverture de fissure). La première est la modification des systèmes d'appuis pour libérer le déplacement dans le plan horizontal et ainsi supprimer les effets de frottement. Dans le but de bien saisir le mécanisme de fissuration au début de l'essai, il serait intéressant de réduire le taux de chargement pour les dix premiers millimètres de flèche. Une analyse vidéo de la progression des fissures, autant au niveau de la progression radiale que de la multifissuration, aiderait à comprendre le phénomène et éventuellement d'adapter le calcul inverse pour en tenir compte. De cette manière, il serait possible que le calcul inverse pour les essais de flexion sur dalle circulaire gagne en précision sur

le premier millimètre de la courbe $\sigma-w$, qui est l'intervalle primordial pour l'utilisation des BRF en structure.

9.2.3. Raffinement de la méthode de dimensionnement

La méthode de dimensionnement présentée dans ce document pourrait être détaillée de manière à en faire un outil à part entière, pouvant être utilisé aisément par les ingénieurs ne possédant pas une connaissance importante du matériau BRF. La méthode de calcul est simple d'utilisation et est encadrée par des règles simples, notamment pour la détermination de L_R . Deux facteurs peuvent compléter la méthode :

- Facteur de tenue

Le facteur de tenue à utiliser dans le cadre d'un dimensionnement en BRF n'est pas encore adopté dans la norme canadienne. Il est lié entre autre à la précision de la méthode de calcul, à la variabilité du matériau au sein de la structure et à la variabilité de la résistance à la traction obtenue à partir des essais de caractérisation. Il serait bon de déterminer un facteur normalisé applicable aux BRF soumis à des efforts de flexion.

- Facteur de transformation

L'influence de l'orientation préférentielle des fibres sur la résistance à la traction des BRF a été discutée dans cette thèse. Il serait intéressant de pouvoir transformer les lois $\sigma-w$ issues des différents essais de caractérisation en fonction de la répartition et de l'orientation préférentielle des fibres attendues dans la structure. La détermination de facteurs de transformation pour chacun des essais en fonction du type et de la géométrie des éléments étudiés serait un projet de recherche utile pour l'utilisation des BRF. Ces facteurs, représentant l'orientation préférentielle des fibres, pourraient permettre de modifier le comportement isotrope des éléments en éléments finis en appliquant un facteur d'orientation différent selon chacun des trois axes. Par exemple, ces paramètres pourraient être définis lors de la définition des matériaux dans EPM3D.

9.2.4. Amélioration de la compréhension du comportement en flexion

La thèse se concentre sur le comportement des BRF soumis à des efforts de flexion simple et dans une seule direction. Deux thèmes pourraient être ajoutés à l'étude du comportement des BRF :

- Flexion de type dalle

Un premier thème porterait sur l'étude de la flexion bidirectionnelle et le comportement des BRF dans des éléments de structure de type dalle. La fissuration de la dalle dans des plans sécants serait notamment un point intéressant à approfondir, de même que l'effet favorable des fibres auquel on peut s'attendre dans le cas d'éléments hyperstatiques de faible épaisseur. Il pourrait être intéressant d'étudier la possibilité d'adapter la méthode sectionnelle pour ce type de comportement.

- Flexion composée ($M-V$)

Comme dans le cas de la flexion, les fibres permettent d'améliorer le comportement d'éléments de structure vis-à-vis de l'effort tranchant. Le second thème serait l'étude de l'interaction entre le moment et l'effort tranchant dans les structures.

9.2.5. Optimisation de l'utilisation des fibres

L'importance de l'effet d'échelle sur le comportement en flexion est connue. Sans armatures conventionnelles, le renforcement apporté par les fibres semble être plus efficace sur les éléments de plus faible épaisseur. L'effet d'échelle, le type de renforcement, le dosage en fibres sont de nombreux éléments qui influencent le comportement en flexion des BRF. Il paraît intéressant d'approfondir la question de manière à mettre en évidence les applications qui optimisent l'utilisation des fibres au niveau mécanique. L'étude pourrait comporter sur une combinaison de trois champs d'étude :

- La **géométrie** des éléments : poutre rectangulaire, en 'T', dalle pleine de différentes épaisseurs, dalle évidée, etc.
- Le type de **sollicitation** : flexion simple, flexion bidirectionnelle, flexion composée, effort tranchant, etc.

- Type et quantité du **renforcement** : BRF seul, armature minimale, remplacement de l'armature de cisaillement par les fibres, utilisation de la précontrainte, etc.

Une étude de grande envergure pourrait reposer sur une grande base de données combinant essais au laboratoire, résultats de la documentation et modélisation par la MEF.

RÉFÉRENCES

ACI Committee 318, "Building code and commentary", Report ACI 318-08/318R-08. American Concrete Institute, Farmington Hills, 2008.

ACI Committee 544, "Design considerations for steel Fiber Reinforced Concrete", ACI 544.1R-96. American Concrete Institute, ACI Farmington Hills, 2002.

AFGC-SETRA, "Ultra High Performance Fibre-Reinforced Concretes", Interim recommendations, French Association for Civil Engineering, 2002.

ASTM - American Society for testing and Materials, "Annual book of ASTM standards", ASTM Publications, Danvers, USA, 2009.

ASTM C1018-97, Standard Test Method for Flexural Toughness and First-Crack Strength of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading) (Withdrawn 2006)

ASTM C1550, "Standard Test Method for Flexural Toughness of Fiber-Reinforced Concrete (Using Centrally-Loaded Round Panel) ", ASTM, West Conshohocken, Pa, 2008.

ASTM C1609 / C1609M - 2010 Standard Test Method for Flexural Performance of Fiber-Reinforced Concrete (Using Beam With Third-Point Loading)

Banthia, N. & Dubey, A. 1999. "Measurement of flexural toughness of fiber reinforced concrete using a novel technique, Part 1: assessment and calibration", *ACI Materials Journal* 89: 651-656.

Bastien, D, "Structural use of fibre reinforced concrete for designing bridge decks", M.A.Sc. Thesis, Ecole Polytechnique of Montreal, 2004. (In French).

Bédard, S., Massicotte, B., "AIS Users Manual - Version 1.0", Group for Research in Structural Engineering, Ecole Polytechnique of Montréal, 2001.

Bélanger, A., "Design of bridge decks using reduced reinforcement and steel fibre reinforced concrete", M.A.Sc. Thesis, Ecole Polytechnique of Montreal, 2000.

Bernard, E.S., "The role of friction in post-crack energy absorption of fiber reinforced concrete in the round panel test", *Journal of the ASTM International*, Vol.2, No.1, January 2005, 12p.

Bernard, E. S., "Behaviour of round steel fibre reinforced concrete panels under point loads", *Material and Structures Journal*, RILEM, 33, 181-188, 2000.

Bernard, E.S., 'Measurement of post cracking performance in fiber reinforced shotcretes', in 'Shotcrete for Underground Support', Australian Shotcrete Conference, Sidney, Australia, Oct. 8-9, 1998, 15pp

Bouzaïene, A. and Massicotte, B., "Hypoelastic tridimensional model for non proportional loading of plain concrete", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 123(11): 1111-1120, 1997.

Braïke, S., Massicotte, B. and Charron, J.-P., "Design of prestressed concrete bridges made with high to ultra high performance fibre reinforced concrete". 7th International Conference on Short and Medium Span Bridges, Montreal, August 2006.

Casanova, P., Rossi, P., "Analysis and design of SFRC beams", *ACI structural journal*, V.94, No. 5, September-October 1997, p 595 – 624.

Chanvillard, G., "Characterization of fiber reinforced concrete mechanical properties : a review", *Fiber-reinforced concrete BEFIB' 2000*, Rilem proceedings PRO15, 2000, p29-49

Chanvillard, G., "Caractérisation des performances d'un béton renforcé de fibres à partir d'un essai de flexion – partie 2 : Identification d'une loi de comportement intrinsèque en traction", *Materials and Structures*, 32, pp. 601-605, 2000.

CNR-DT 204, "Guidelines for design, construction and production control of fiber reinforced concrete structures". National Research Council of Italy, Italy, 2006.

Comité Européen de Normalisation, "Eurocode 2 : Design of concrete structures, General rules and rules for buildings", European Standard, 2003.

CSA A23.3-04, 2005, "Design of Concrete Structures", Canadian Standard Association

de Oliveira e Sousa, J.L.A and Gettu, R., "Determining the tensile stress-crack opening curve of concrete by inverse analysis", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, 132-2, pp. 141-148, 2006.

Destrée, X., "Structural application of steel fibre as only reinforcing in free suspended elevated slabs: conditions – design – examples", Sixth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete, Varenna, Italy, September 20-22, 2004, pp. 1073-1082.

Di Prisco, M., Plizzari, G. and Vandevale, L., "Fibre reinforced concrete: new design perspectives", *Materials and Structures*, Vol. 42, 2009, pp. 1261-1281.

Duong, Vi, "Comparison of flexure beam and plate load toughness testing", undergraduate senior report, Department of civil engineering, University of New-Brunswick, December 2000.

EN 14651, "Test method for metallic fibre concrete— measuring the flexural tensile strength (limit of proportionality, residual)", Varenna, Italy, 2004.

European Committee for Standardization (2004) "Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings".

European Federation of National Associations of Specialist Contractors and Material Suppliers for the Construction Industry (EFNARC), "European specification for sprayed concrete", Aldershot, U.K, 1996.

FIB, "Model Code 2010" First complete draft. International Federation for Structural Concrete, Switzerland, 2010.

Habel, K., "Structural behaviour of elements combining UHPFRC and reinforced", PhD. Thesis, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2004.

Hibbitt, H. D., Karlson, B. I. and Sorensen, E. P, "ABAQUS version 6.10, finite element program", Hibbitt, Karlson and Sorensen, Providence, USA, 2010.

Iyengar, S. R. K. T., Raviraj, S., and Ravikumar, P, "Analysis study of fictitious crack propagation in concrete beams using a bi-linear σ -w relation" *3th Int. Conf. Fract. Mech. Concr. Struct.* FRAMCOS III, Japan, 1998, 315-324.

JCI, 1984, "Method of Tests for Flexural Strength and Flexural Toughness of Fiber Reinforced Concrete". In: *JCI Standard SF-4*, Japan Concrete Institute Standards for Test methods of Fiber Reinforced Concrete, Tokyo, Japan, pp. 45–51

Kooiman, A.G., "Modelling SFRC for structural design", PhD. Thesis, university of Delft, Delft, Netherlands, ISBN: 90-70235-60-X, 2000.

Kitsutaka Y., "Fracture parameters by polylinear tension-softening analysis". *Journal of Engineering Mechanics*, 123 (5), 1997, pp 444-450.

Lambrechts, A. "Performance classes for steel fibre reinforced concrete: be critical", BEFIB 2008 Symposium, Chennai, India, 2008, September 17-19. pp. 1007-1020.

Lawler, J.S., Zampini, D., Shaw, S.P., "Permeability of cracked hybrid fiber-reinforced mortar under load", *ACI Materials Journal*, July-August 2002, pp. 379-385

Löfgren I., Stang H. and Olesen J. F. (2008): The WST method, a fracture mechanics test method for FRC. *Materials and Structures*, Vol. 41, pp. 197-211.

Marti, P., Pfyl, T., Sigrist, V., Ulaga, T., "Harmonized test procedures for steel fiber-reinforced concrete", *ACI Materials Journal*, November–December, 1999, pp. 676–685.

Massicotte, B., Nour, A., Ben Ftima, M. et Yildiz, E. 2007. "EPM3D – A user-supplied constitutive model for the nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures". Report SR07-10, Ecole Polytechnique of Montreal, Canada, 2007.

Massicotte, B., "Code implementation of SFRC as structural material: application to the design of bridge decks", 2nd International FIB Congress, Naples, Italy, June 2006.

Massicotte, B., "Implementing SFRC design into North American codes: application to a building floor ". International Workshop on the Advanced in Fibre Reinforced Concrete, Bergamo, Italia, September 24-25, 2004, pp. 73-80.

Massicotte, B., Bischoff, P. H., "Fibre reinforced concrete: a structural perspective". Proceeding of the Fifth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete, Lyon, France, September 13-15, 2000, pp. 193-202.

Massicotte, B., Filiatrault, A., Mossor, B. and Tremblay, S., "Compressive strength and ductility of steel fiber reinforced concrete columns". *ACI Special Publication SP-182: Structural applications of fiber reinforced concrete*, 1999, pp.163-180.

Moffatt, K. and Massicotte, B., "Design of continuous SFRC bridge decks for serviceability criteria". *Proceeding of the Sixth RILEM Symposium of Fibre-Reinforced Concrete*, Varrena, Italia, September 20-22, 2004, pp. 1173-1182.

Nour, A., Massicotte, B., De Montaignac, R. and Charron, J.-P. "Derivation of a crack opening deflection relationship for fibre reinforced concrete panels using a stochastic model and application for predicting the flexural behaviour of round panels using stress crack opening diagrams", *Journal Cement and Concrete Research*, (Submitted in August 2010).

Nour, A., Massicotte, B., "Use of tension softening diagrams for predicting the post-cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete panels", *Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, Catania, Italy, Eds: Carpinteri, A., Gambarova, P., Ferro, G. and Plizzari, G., June 2007, pp. 1533-1540.

Parmentier, B., Vandewalle, L. and Van Rickstal, F., "Evaluation of the scatter of the postpeak behaviour of fibre reinforced concrete in bending: a step toward reliability". Seventh Int. RILEM Symp. on Fibre Reinforced Concrete: Design and Applications. Ghetu (ed). Chennai, India, pp. 133-143, 2008.

Pedersen, C., "New production processes, materials and calculation techniques for fiber reinforced concrete pipes", PhD thesis, Department of Structural Engineering and Materials, Technical, University of Denmark, Series R, no. 14, 1996.

RILEM, "RILEM TC 162-TDF - Tests and design methods for steel fibre reinforced concrete: σ - ε design method – Final recommendation". *Materials and Structures*, Vol. 36, 2003, 560-567.

RILEM, "RILEM TC 162-TDF - Tests and design methods for steel fibre reinforced concrete: Design of steel fibre reinforced concrete using the σ -w method: principles and applications". *Materials and Structures*, Vol. 35, 2002, 262-278.

RILEM, "RILEM TC 162-TDF - Tests and design methods for steel fibre reinforced concrete: Uni-axial tension test for steel fibre reinforced concrete", *Materials and Structures*, Vol. 34, 2001, pp.3-6.

Rossi, P., 1988, "Les bétons de fibres métalliques", Presses de l'ENPC.

Rossi, P., Harouche, N. "Mix design and mechanical behaviour of some steel-fibre reinforced concretes used in reinforced concrete structures", *Materials and Structures*. 23, 1990, pp. 256-266.

Serna, P., Arango, S., Ribeiro, T., Nunez, A.M. and Garcia-Taengua, E., "Structural cast-in-place SFRC: technology, control criteria and recent applications in Spain", *Materials and Structures*, Vol. 42, 2009, pp. 1233-1246.

Soranakom, C. and Mobasher, B., "Flexural design of fiber-reinforced concrete," *ACI Material Journal*, V. 106, No. 5, Sept.-Oct. 2009. pp. 461-469.

Sousa, J., Gettu, R. "Determining the tensile Stress-Crack opening curve of concrete by inverse analysis", *Journal of engineering mechanics ASCE*, February 2006, p. 141-148.

Strack, M., "Modelling of crack opening of SFRC under tension and bending", 7th international Rilem symposium on FRC: Design and Application, 2008, p 323 – 332.

Tailhan, J.-L., Dal Ponte, S., Rossi, P., "From local to global probabilistic modeling of concrete cracking", *Annals of Solid Structural Mechanics*, 1, 103-115, 2010.

Tran, V. N. G., Bernard, E. S., and Beasley, A. J., "Constitutive modeling of fiber reinforced shortcrete panels". *Journal of Engineering Mechanics*, 131(5), 2005, 512-521.

Utkjaer, J. P., Krenk, S. and Brincker, R., "Analytical model for fictitious crack propagation in concrete beams", *ASCE, J. Eng. Mech.* 121 (1), 1995, pp 7-15.

UNI 11188, "Design, production and control of Steel Fibre Reinforced structural elements". Italian Board of Standardization, Italy, 2004.

Walraven, J. C., "High performance fiber reinforced concrete: progress in knowledge and design codes", *Materials and Structures*, Vol. 42, 2009, pp. 1247-1260.

Zhang, J., and Stang, H., "Application of stress crack width relationship in predicting the flexural behavior of fiber-reinforced concrete", *Journal Cement and Concrete Research*, 28(3), 1998, pp 439-452.

ANNEXE

A RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Cette annexe a pour objectif de présenter de manière simple, l'ensemble des résultats expérimentaux des essais qui ont été réalisés au laboratoire. Dans un premier temps, les résultats portant sur les matériaux à l'état frais sont présentés puis les essais de compression sur les bétons. Ensuite les résultats des essais de caractérisation de BRF pour chacun des essais sont montrés. Finalement, la dernière partie porte sur les résultats de l'ensemble des essais de flexions sur poutres.

A.1 Matériaux

A.1.1 À l'état frais

Le tableau 4-1 présente les résultats des matériaux à l'état frais. Pour chacun des mélanges, le tableau montre les mesures prises à l'usine de béton puis celles obtenues après l'insertion des fibres dans les mélanges. Les quantités d'adjuvants ajoutés au mélange pour obtenir une maniabilité acceptable en présence de fibre sont également données.

Tableau A-1 Propriétés des matériaux à l'état frais

	BHP	BF35-1	BF60-1	BF35-1.25	BF60-0.75	BF35-1.25b
Date	15-févr	22-févr	15-mars	01-mars	02-août	02-avr
A l'usine de béton						
Étalement mm	690	-	650	690	680	
Air %	2.9	-	3.2	-	2.4	
Température °C	20.9	-	24.8	-	20.4	
Masse volumique kg/m³	2350	-	2350	-	23800	
Après l'insertion des fibres - Au moment de la coulée						
Ajustement						
Superplastifiant (L/m³)	0.00	0.00	0.69	0.95	0.95	
Viscosant (L/m³)	0.00	0.27	0.18	0.00	0.00	
Test						
Affaissement/Étalement mm	-/550	210/350	180/430	150/380	190/-	180/-
Air %	1.9	3.4	2.9	2.2	3.5	2.4
Température °C	14.6	24.6	25.5	18.5	20.3	22.8
Masse volumique kg/m³	2410	2400	2475	2470	2420	2460

Lorsque les mélanges sont trop ségrégés lors du départ du camion, l'ensemble des essais n'est pas réalisé. De plus, la valeur de l'étalement des BRF après l'insertion des fibres n'est donnée qu'à titre informatif mais n'est pas significative vis-à-vis du matériau.

A.1.2 Caractéristiques mécaniques

Lors de chaque coulée, 9 et 12 cylindres sont préparés pour la réalisation des essais de compression. La valeur f'_c est mesurée comme la moyenne de 3 essais. Trois spécimens sont testés à 28 jours, puis à 42 jours correspondant à la date des essais de caractérisation en traction, puis à 56 jours et s'il reste des cylindres, les derniers essais sont effectués à 90 jours. À 28 jours, l'un des cylindres est instrumenté et chargé à 40% de f'_c de manière à déterminer le module élastique E et le coefficient de poisson ν .

Tableau A-2 Résultats des essais de compression

	BHP	BF35-1	BF60-1	BF35-1.25	BF60-0.75	BF35-1.25b
f'_c MPa (28jours)	51.9	46.9	63.2	56.1	58.2	51.6
E MPa	34300	33500	34000	33430	32900	36300
ν	0.243	0.23	0.252	0.238	0.221	0.252
f'_c MPa (42jours)	56.1	49.1	67	58.8	62.3	52.4
f'_c MPa (56jours)	57.1	52.6	70.1	60.3	65.5	56.7
f'_c MPa (90jours)	61.3	-	-	62.4	66.4	-

A.2 Essais de caractérisation

A.2.1 Essai de traction uniaxiale

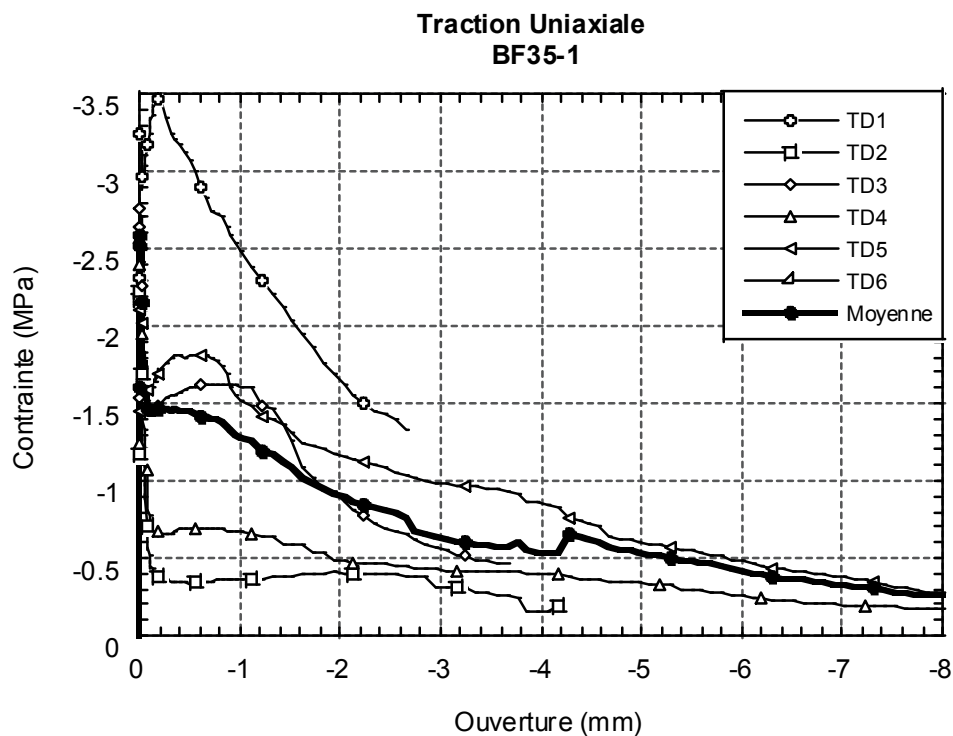
Cette section présente tous les résultats des essais de traction uniaxiale. Pour chacun des matériaux, six spécimens entaillés ont été testés. Le courbe n'est affichée que pour les essais valide, c'est-à-dire ceux dont la fissure est apparue au niveau de l'entaille. La courbe moyenne a été calculée avec la méthode énoncée au chapitre 7.

Pour chaque série d'essai, les résultats sont nommés de TD1 à TD6 dans l'ordre de réalisation.

Comme nous l'avons vu dans cette thèse, les essais de traction sont difficiles à réaliser. De plus, ils présentent une incertitude importante qui provient de deux facteurs principaux qui sont l'apparition d'effort de flexion et la répartition hétérogène des fibres dans le bloc de traction.

A.2.1.1 Matériau F35-1

Pour le mélange de BF35-1, le spécimen TD6 est rejeté. Les spécimens TD1, TD2 et TD3 n'ont pas atteint l'ouverture de fissure de 10 mm qui représentent la fin de l'essai car la rupture a eu lieu pour des ouvertures situées autour de 3-4 mm.



La raison principale de la grande variabilité des résultats est la répartition des fibres. Comme le montre la figure 4.3, la quantité de fibre traversant la section fissurée est très variable d'un spécimen à l'autre.

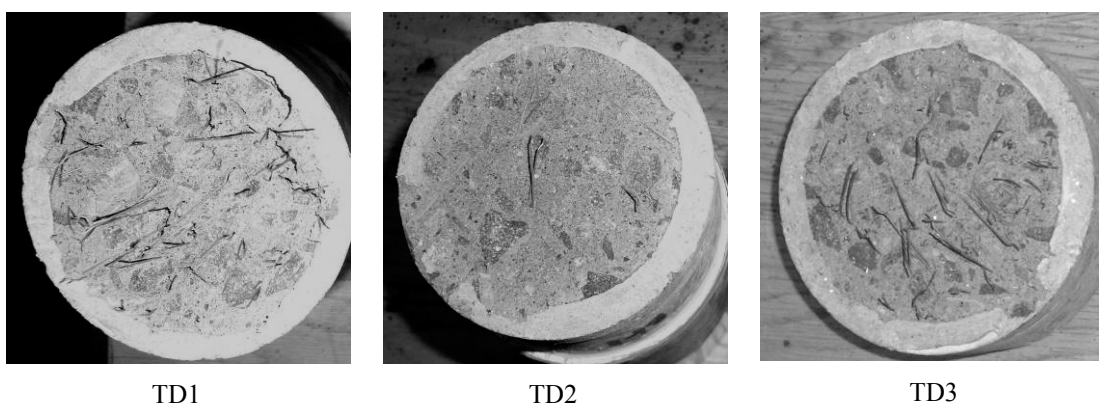


Figure A.2 BF35-1 Photos des sections après la rupture

Pour vérifier les résultats de ces essais de tractions, des carottes au cœur des poutre de 300 mm ont été réalisé dans le sens de la longueur. La répartition des fibres est parfaitement représentative de la réalité puisque le prélèvement est effectué au cœur d'une poutre.

A.2.1.2 Matériau F60-1

Les essais TD1 et TD4 sont les seuls à ne pas avoir atteint 1 mm d'ouverture de fissure. Les résultats des quatre autres essais suivent une allure similaire : une chute drastique après le pic, suivie d'une légère reprise puis un adoucissement progressif de la charge

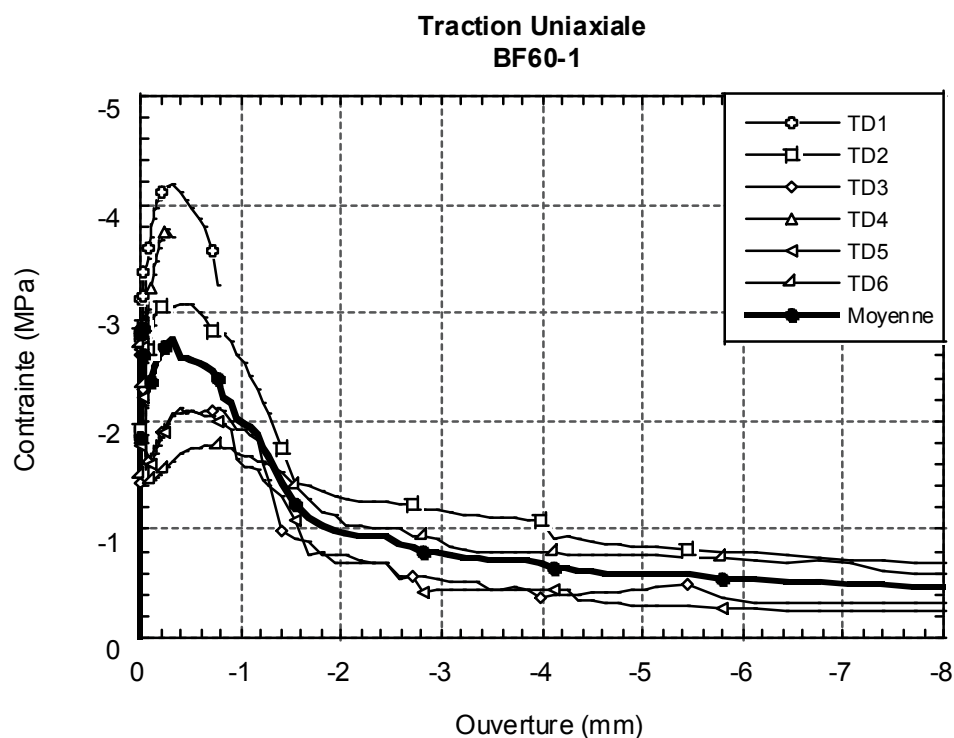


Figure A.3 BF60-1 Résultats de traction uniaxiale

A.2.1.3 Matériau F35-1.25

Seul le spécimen TD4 a atteint le terme de l'essai alors les autres n'ont pas dépassé 1.8mm, 2.5mm, 4.5mm, 6mm et 6.5mm, respectivement pour les essais TD2, TD3, TD1, TD6 et TD5. La particularité de ce matériau est que la perte de résistance est très faible en post-pic et que le gain de résistance due aux fibres est très proche de la valeur de pic. Finalement l'adoucissement progressif est très régulier.

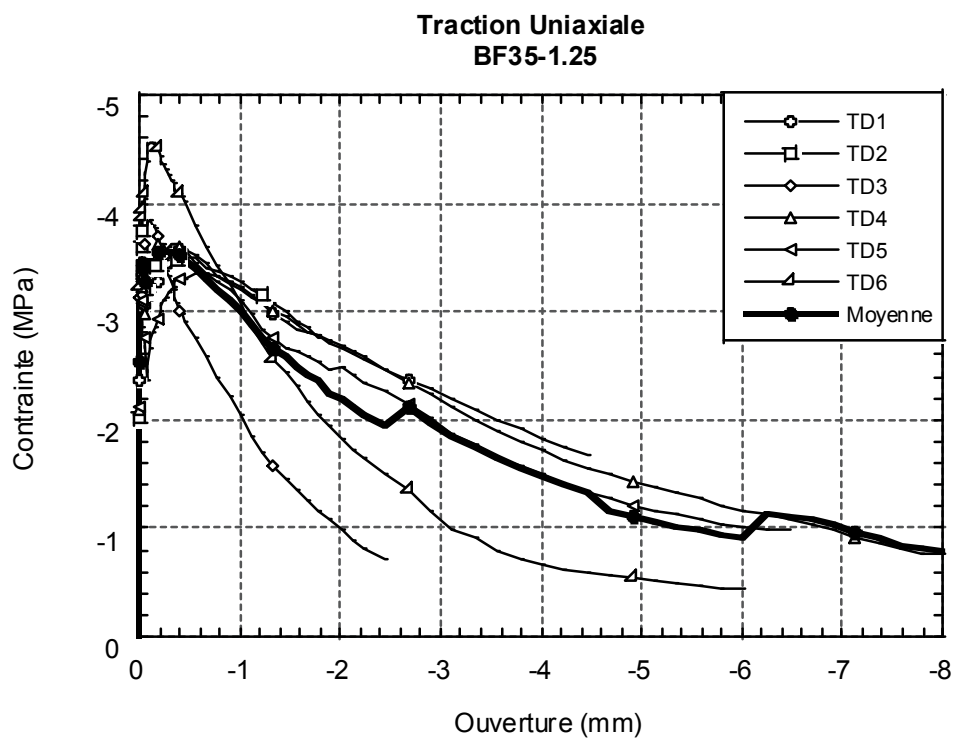


Figure A.4 BF35-1.25 Résultats de traction uniaxiale

A.2.1.4 Matériau F60-0.75

Ce matériau a été le premier à être testé en traction uniaxiale. De ce fait, les réglages du montage expérimental n'étaient pas tout à fait optimisés. Ainsi, la rigidité de la presse était très élevée afin de permettre de suivre une loi d'adoucissement sur des spécimens de béton ordinaire. Ce réglage s'est avéré ne pas être approprié pour les essais de traction sur BRF. On observe de manière très précise la chute en post fissuration de la matrice, mais pour des ouvertures plus importantes, la presse réagissait à la perte d'ancrage des fibres en écrasant totalement le spécimen. La sensibilité trop élevée du système de chargement a entraîné la rupture des 6 spécimens en compression pour des ouvertures de fissures inférieures à 2 mm.

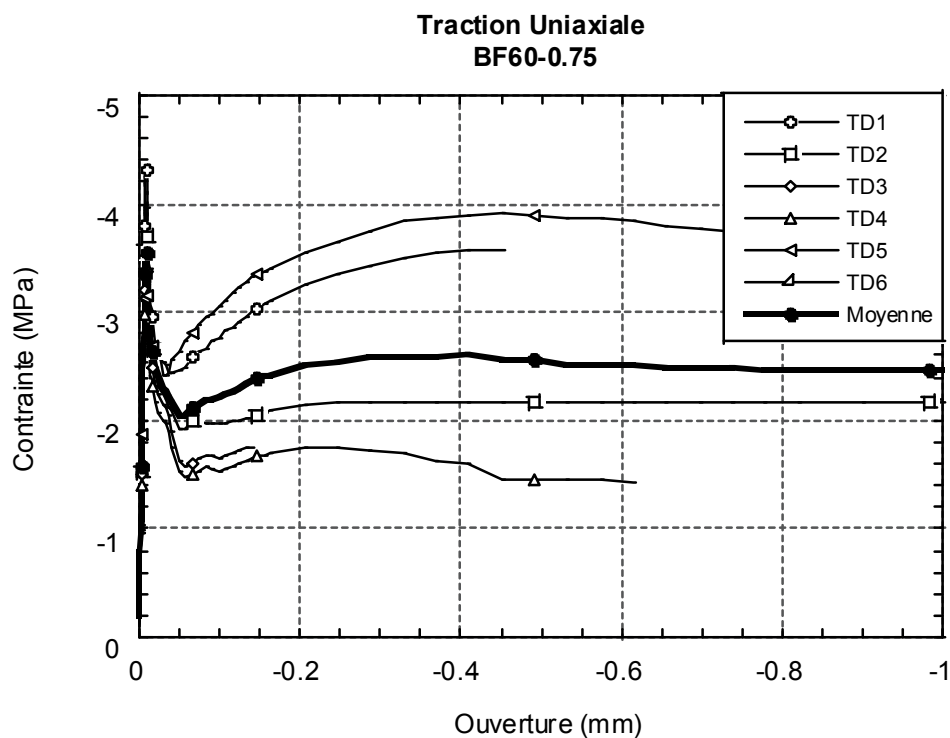


Figure A.5 BF60-0.75 Résultats de traction uniaxiale

A.2.1.5 Matériau F35-1.25b

Les spécimens TD3 et TD5 sont rejetés suite à l'apparition de la fissure en dehors de l'entaille. Les autres spécimens présentent un comportement similaire à celui observé sur le matériau BF35-1.25.

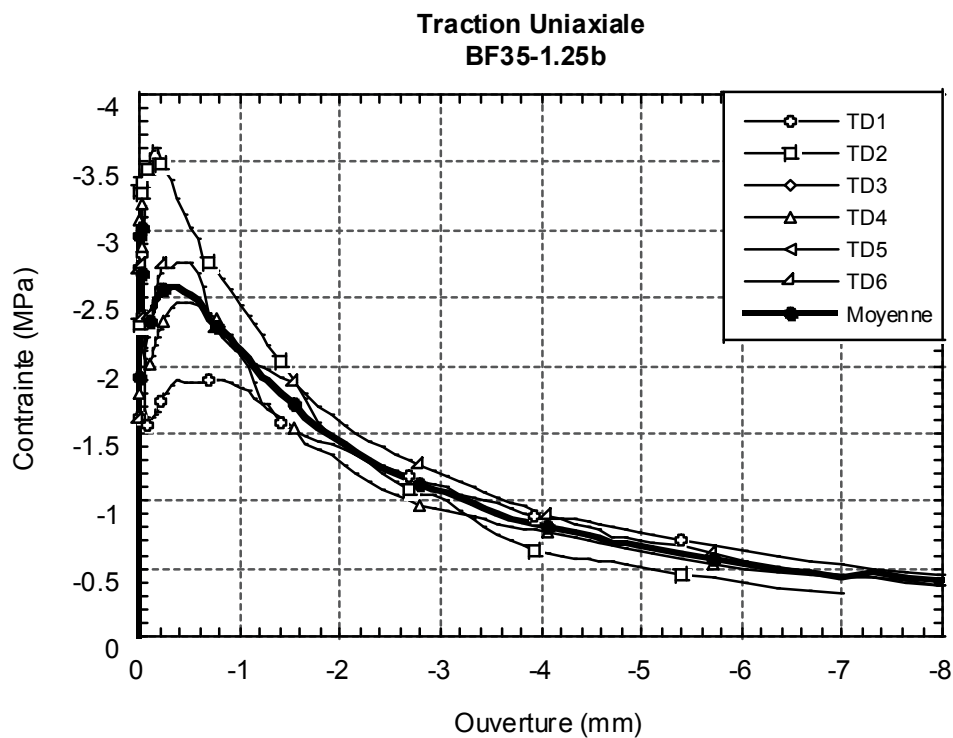
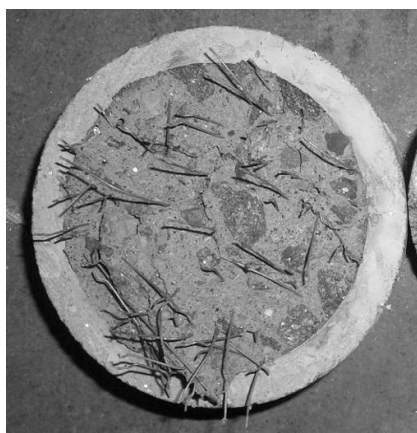


Figure A.6 BF35-1.25b Résultats de traction uniaxiale



BF35-1.25 TD4



BF35-1.25b TD4

Figure A.7 Comparaison de l'orientation des fibres

A.2.1.6 Remarques

Au cours de la campagne d'essai de traction uniaxiale, nous observons une variabilité très importante des résultats. Comme nous l'avons vu, la dispersion et l'orientation des fibres au niveau de l'entaille jouent un rôle essentiel dans la variation de la résistance post-fissuration.

Il nous apparaît également qu'un autre phénomène entre en jeu vis-à-vis de la variation des résultats, il s'agit de l'introduction de la flexion dans le spécimen, particulièrement avant l'atteinte du pic de résistance. Ce fait a été observé par Bélanger et Massicotte (2000) sur une série d'essai de traction uniaxiale. En effet, malgré l'ensemble des précautions prises lors de l'essai pour l'éviter, de la flexion est toujours présente tant que la fissure n'a pas totalement traversé l'entaille. De part l'hétérogénéité du matériau, la fissure ne se propage pas uniformément dans toute l'entaille. Ainsi, aussi longtemps que la fissure n'a pas traversé le spécimen, la flexion est inévitable. Cette flexion peut augmenter si la rigidité du montage, notamment au niveau des connexions, est trop faible. Les résultats peuvent alors être faussés et l'on doit notamment considérer une sous estimation de la résistance à la traction.

Afin de limiter les efforts de flexion, le comité RILEM propose des limites au niveau de l'écart entre les extensomètres et l'ouverture de fissure moyenne. Ainsi, d'après la RILEM, si cet écart est supérieur à 10%, les résultats de l'essai ne sont pas valides. Or comme le montre la figure A.8, l'apparition de la flexion avant d'atteindre le pic, entraîne des écarts supérieurs à la limite autorisée. Malheureusement, la grande majorité de nos essais ne respectent pas cette limite. Nous considérons que les résultats sous estiment la résistance en traction et ne représente pas exactement le matériau.

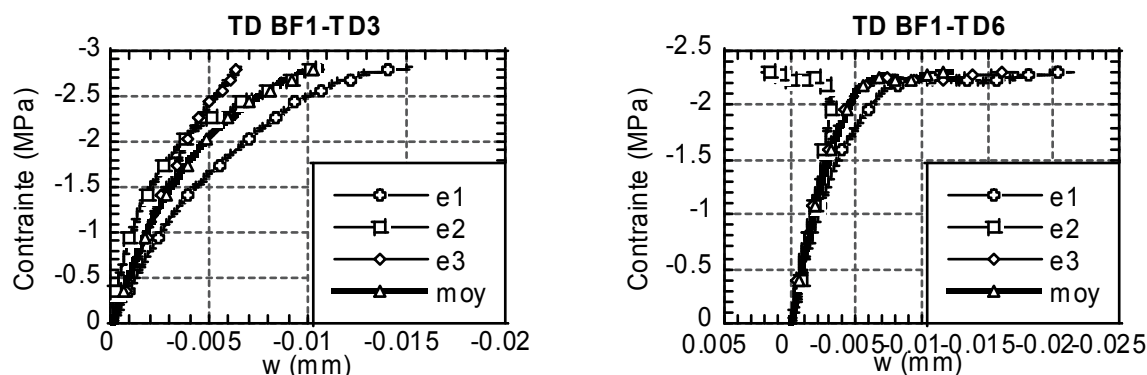


Figure A.8 Tracer des 3 extensomètres jusqu'au pic lors d'essais de traction uniaxiale

Même lorsque les trois extensomètres sont en traction, il nous est difficile de respecter la limite de 10% entre la valeur moyenne et les différents extensomètres. Cependant, nous considérons que le comportement post-fissuration correspond réellement à de la traction uniaxiale et que l'utilisation de ces résultats pour l'étude des matériaux est valide.

A.2.2 Essai de flexion 3 points sur poutre entaillée

Nous nous intéressons aux résultats des essais de flexion sur poutre entaillée chargé en 3 points. Ces résultats sont présentés sous la forme d'une courbe de charge en fonction de la flèche. L'essai est rejeté lorsque la fissure apparaît et se propage en dehors de l'entaille. Certaines courbes sont incomplètes suite au décollement de l'un de LVDT de mesure de la flèche qui entraîne l'arrêt de l'essai. Les différents tests sont représentés par la lettre R suivie de leur numéro dans l'ordre de réalisation.

A.2.2.1 Matériau F35-1

Le spécimen R6 est rejeté et R5 s'est arrêté pour une flèche de 1 mm. Nous remarquons que la fissuration du spécimen R5 est très précoce par rapport aux autres spécimens. Nous décidons de ne pas considérer R5 comme représentatif du matériau.

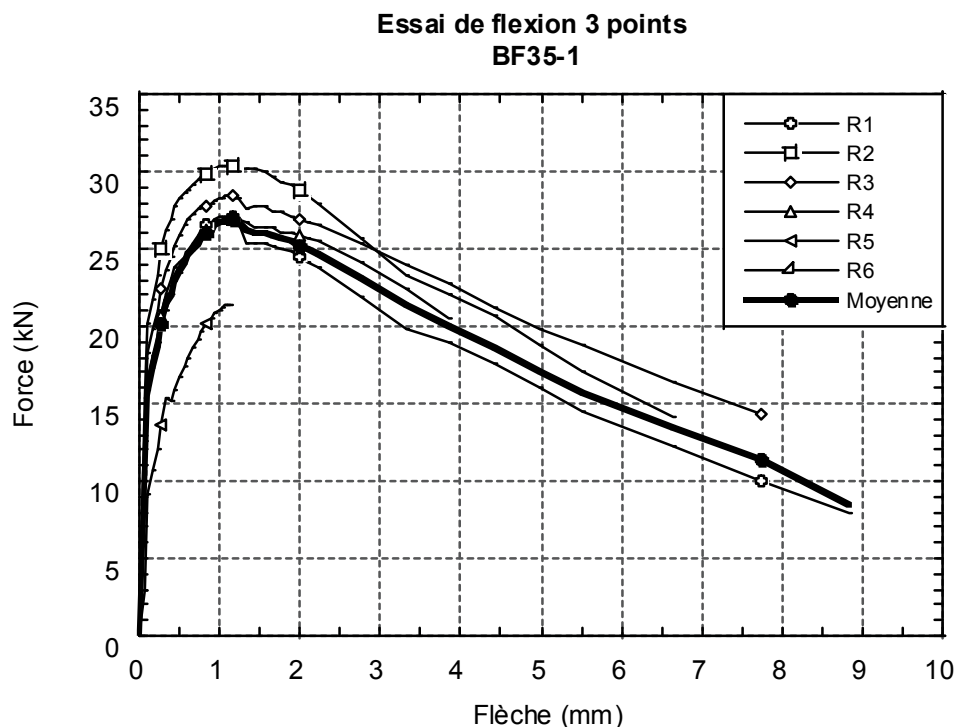


Figure A.9 BF35-1 Résultats des essais de flexion sur prisme entaillé

A.2.2.2 Matériau F60-1

Le spécimen R2 est rejeté car la fissure est apparue en dehors de l'entaille. L'ensemble des autres spécimens a un comportement similaire.

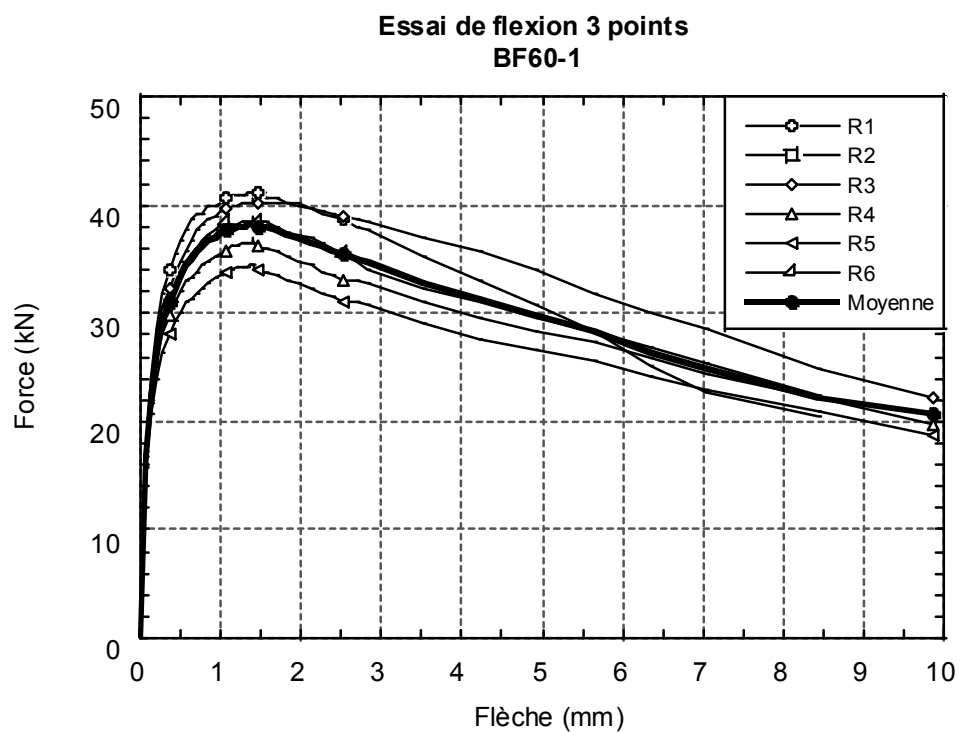


Figure A.10 BF60-1 Résultats des essais de flexion sur prisme entaillé

A.2.2.3 Matériau F35-1.25

Aucun essai n'a été rejeté.

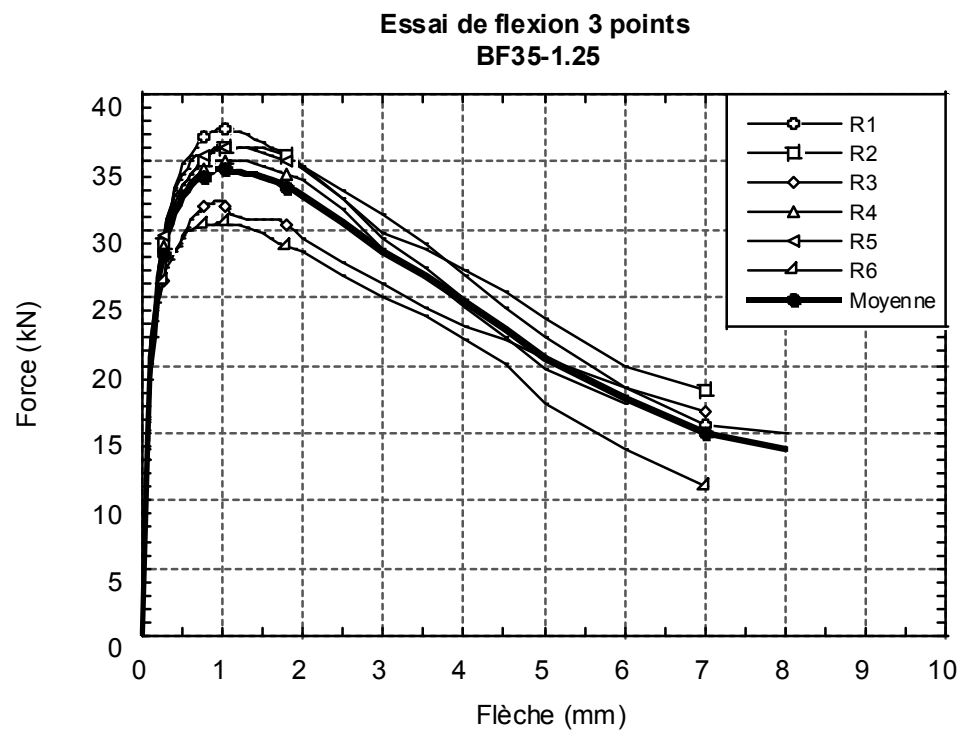


Figure A.11 BF35-1.25 Résultats des essais de flexion sur prisme entaillé

A.2.2.4 Matériau F60-0.75

L'essai R6 est rejeté. Les résultats des essais effectués sur ce matériau présentent une variabilité particulièrement grande.

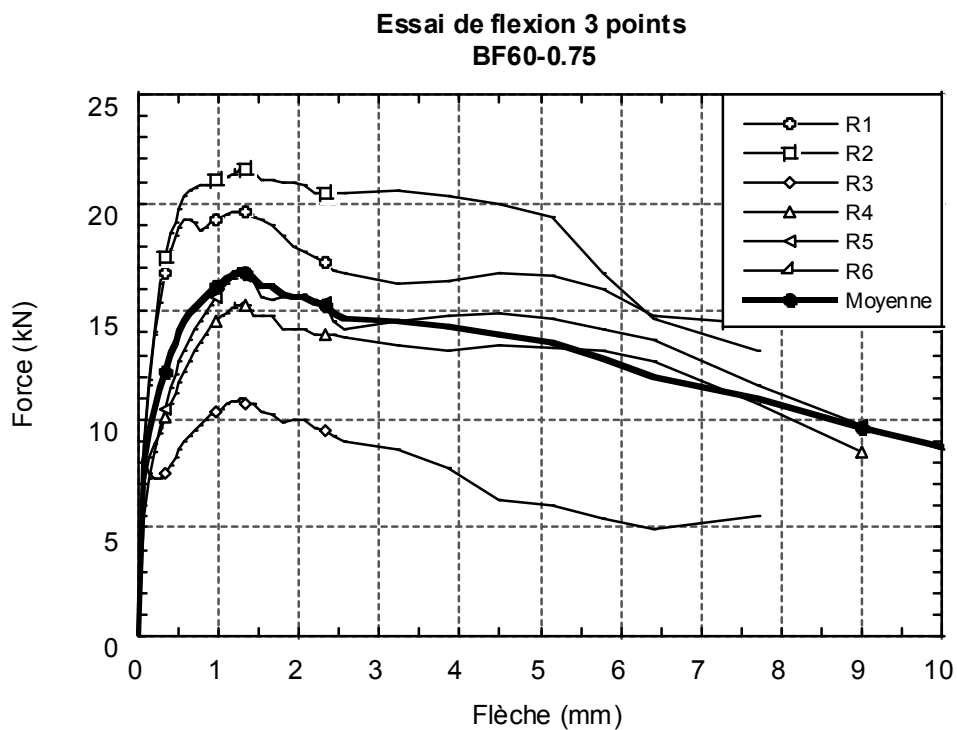


Figure A.12 BF60-0.75 Résultats des essais de flexion sur prisme entaillé

A.2.2.5 Matériau F35-1.25b

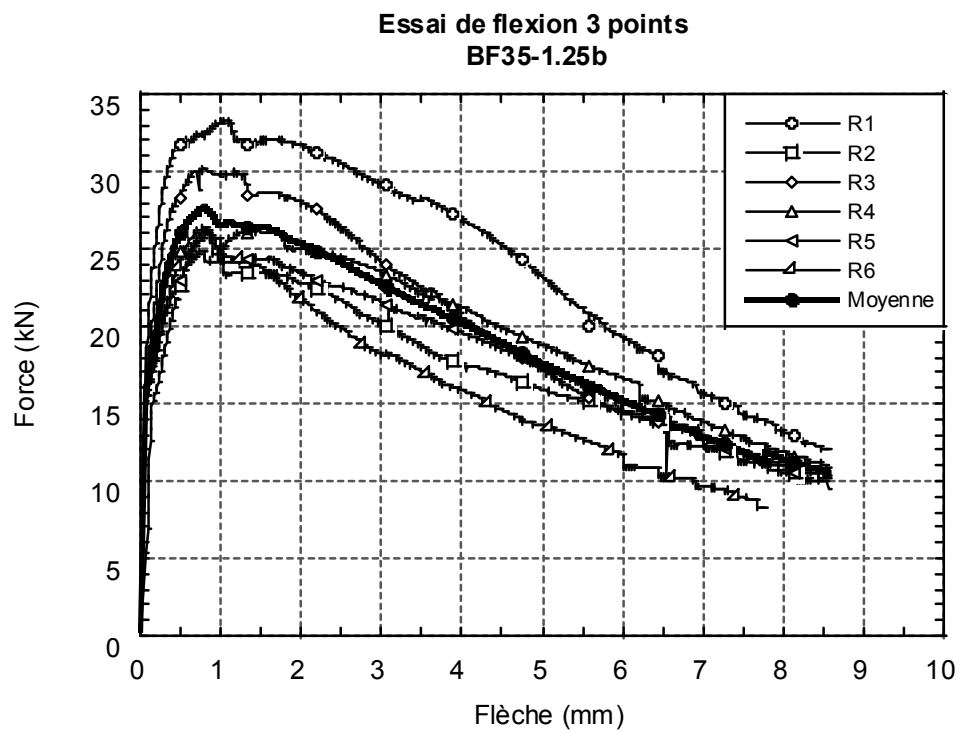


Figure A.13 BF35-1.25b Résultats des essais de flexion sur prisme entaillé

Aucun essai n'a été rejeté.

A.2.3 Essai de flexion sur dalle appuyée en trois points

Les essais de flexion sur dalle circulaire appuyée en 3 points et chargée en leur centre permettent de représenter un comportement de flexion dans le plan.

Les résultats des essais sont présentés sous la forme d'une courbe de la force appliquée en fonction de la flèche au centre de la dalle. Quatre dalles sont testées pour chaque BRF et sont numérotées de D1 à D4 en fonction de l'ordre des essais. Un spécimen est rejeté si le nombre de fissures radiales ayant une ouverture supérieures à 5mm est différent de trois.

À la fin de l'essai, nous mesurons les angles formés par les fissures. Une autre mesure intéressante est celle de l'angle formé entre la fissure réelle et la position idéale de la fissure qui est la médiane entre le point d'application de la charge et les points d'appui (figure 4.16). Les angles γ_1 , γ_2 et γ_3 mesurés sont utilisés dans le calcul inverse afin de corriger l'ouverture de fissure.

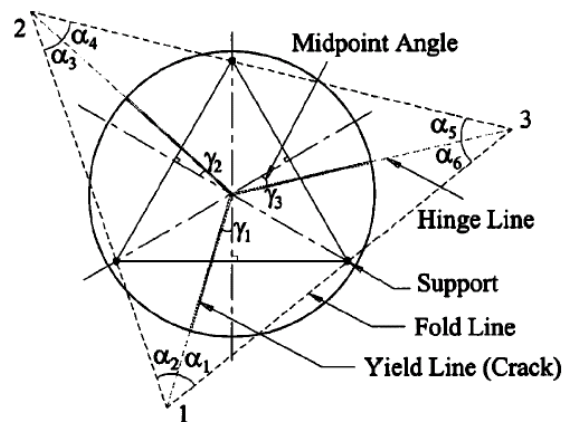


Figure A.14 Schéma de la mesure des angles

A.2.3.1 Matériau F35-1

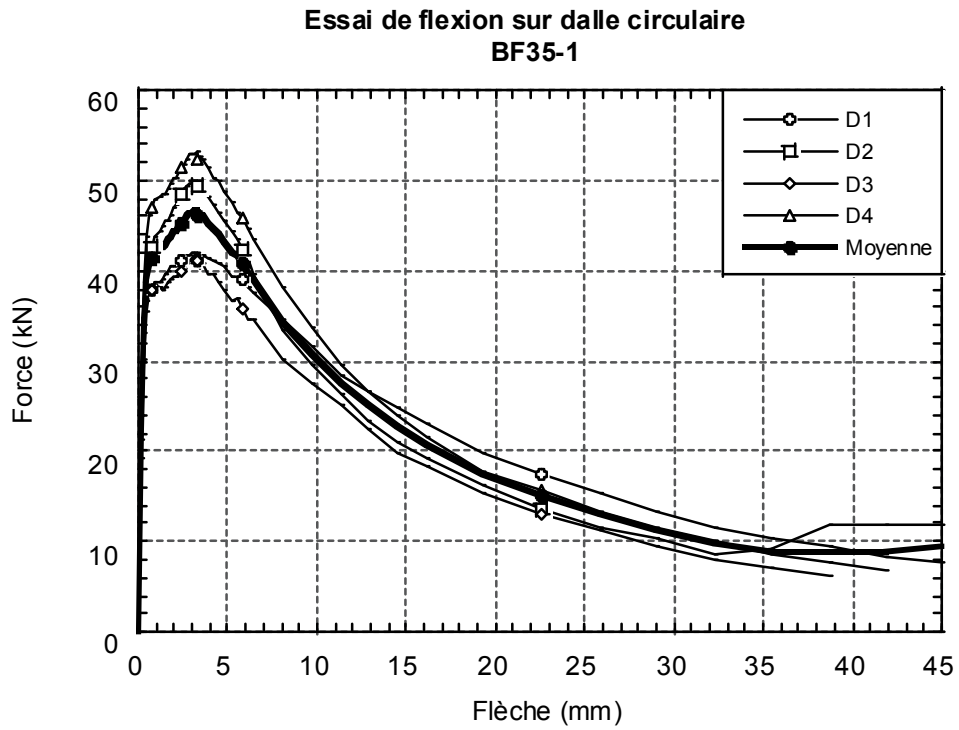


Figure A.15 BF35-1 Résultats des essais de flexion sur dalle circulaire

Le tableau A-3 montre les angles mesurés sur les différents spécimens de BF65-1.

Tableau A-3 Angles BF35-1

BF35-1	D1	D2	D3	D4
α_1	0	34	25	0
α_2	-1	-4	8	-25
α_3	25	-19	-44	-9

A.2.3.2 Matériau F60-1

Les spécimens D1 et D3 sont rejetés car ils ne présentent qu'une seule fissure d'une ouverture supérieure à 5 mm. Ce mode de rupture ne permet pas la comparaison des BRF. La courbe obtenue pour le spécimen D4 présente une légère discontinuité au moment de la fissuration de la dalle marquée par une chute de la charge appliquée.

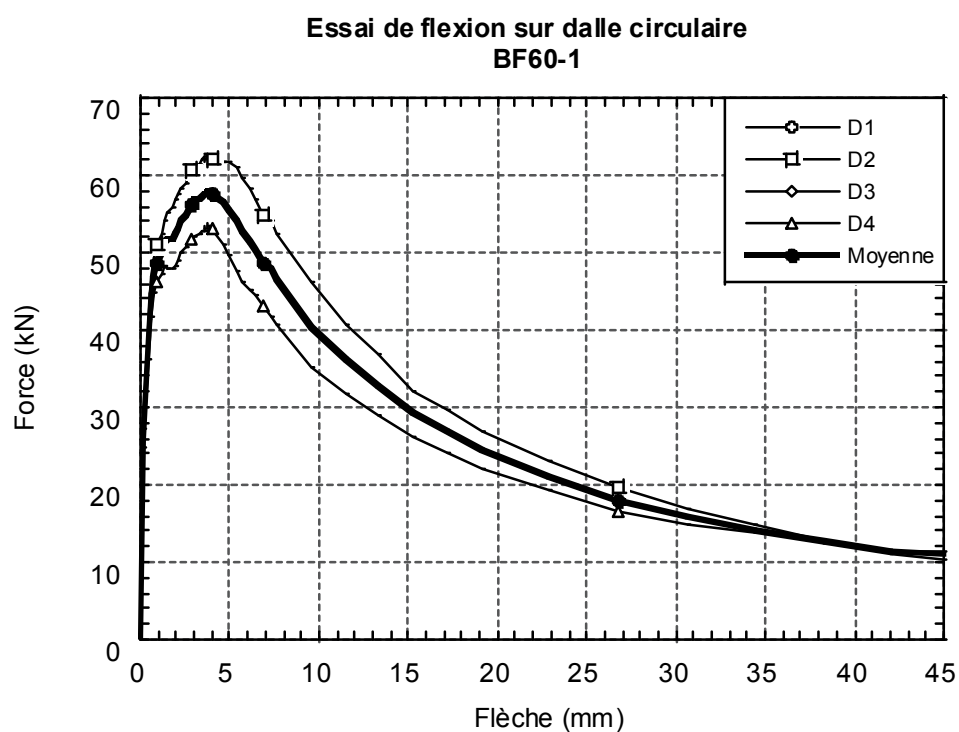


Figure A.16 BF60-1 Résultats des essais de flexion sur dalle circulaire

Le tableau A-4 montre les angles mesurés sur les différents spécimens de BF60-1.

Tableau A-4 Angles BF60-1

BF60-1	D1	D2	D3	D4
α_1		2		0
α_2		-7		-23
α_3		-27		8

A.2.3.3 Matériau F35-1.25

Pour les mêmes raisons que précédemment, l'essai D3 est rejeté.

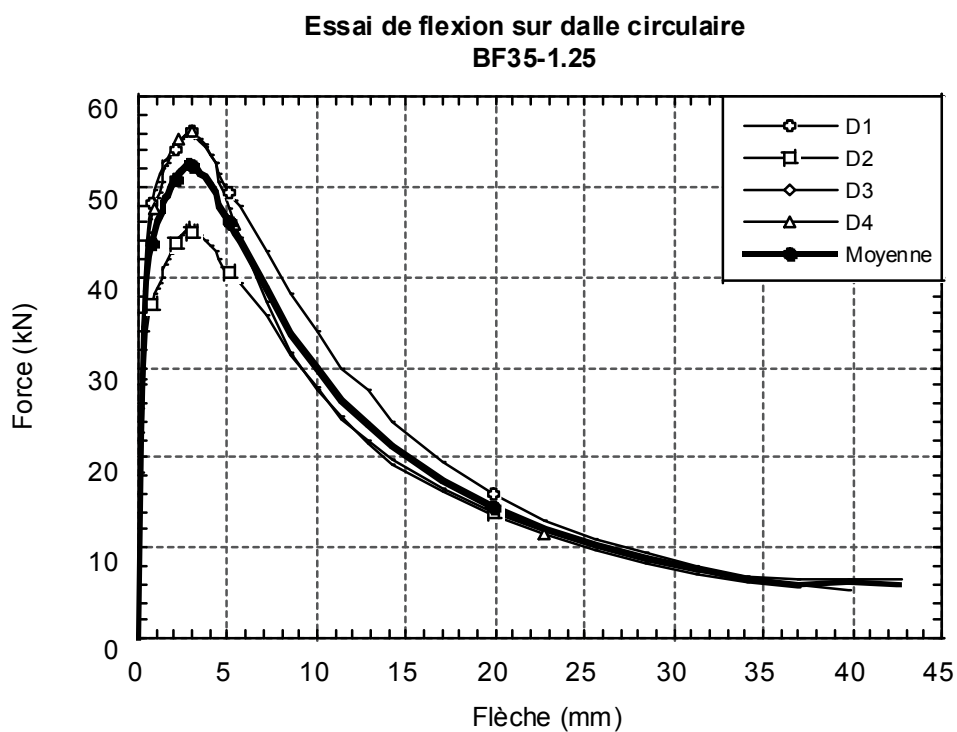


Figure A-17 BF35-1.25 Résultats des essais de flexion sur dalle circulaire

Le tableau A-5 montre les angles mesurés sur les différents spécimens de F35-1.25.

Tableau A-5 Angles BF35-1.25

BF35-1.25	D1	D2	D3	D4
α_1	0	11		3
α_2	-10	2		-20
α_3	-4	7		-15

A.2.3.4 Matériau F60-0.75

N'ayant qu'une fissure de flexion, la dalle D4 est rejetée.

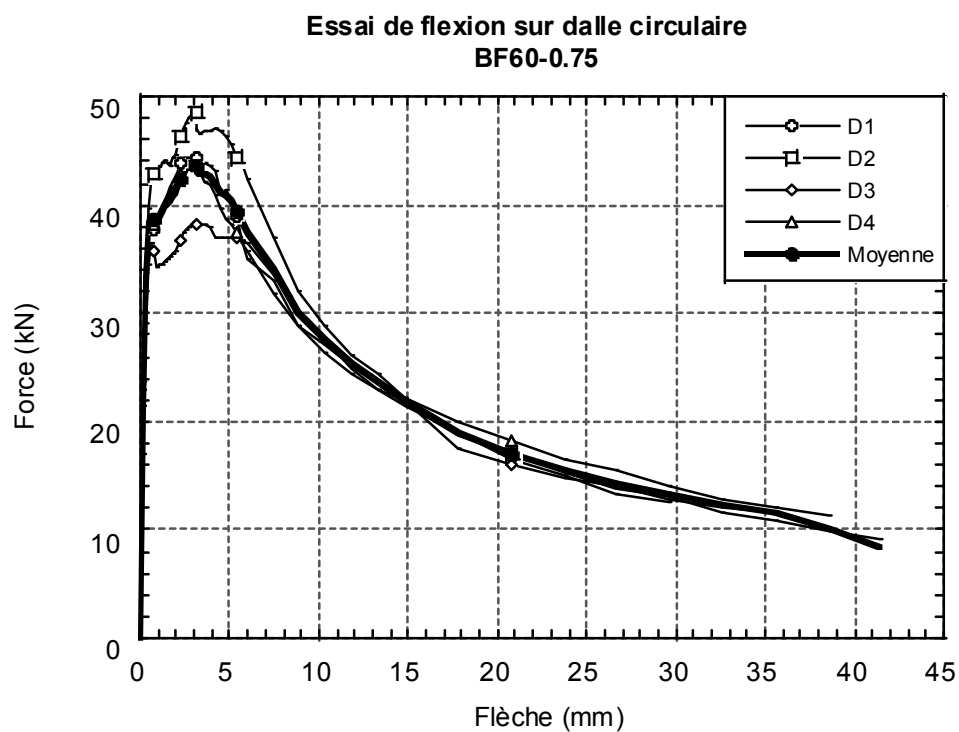


Figure A-18 BF60-0.75 Résultats des essais de flexion sur dalle circulaire

Le tableau A-6 montre les angles mesurés sur les différents spécimens de BF60-0.75.

Tableau A-6 Angles BF60-0.75

BF60-0.75	D1	D2	D3	D4
α_1	18	0	15	
α_2	-45	-34	6	
α_3	30	30	-26	

A.2.3.5 Matériau F35-1.25b

L'essai D2 est rejeté suite à un comportement inadéquat.

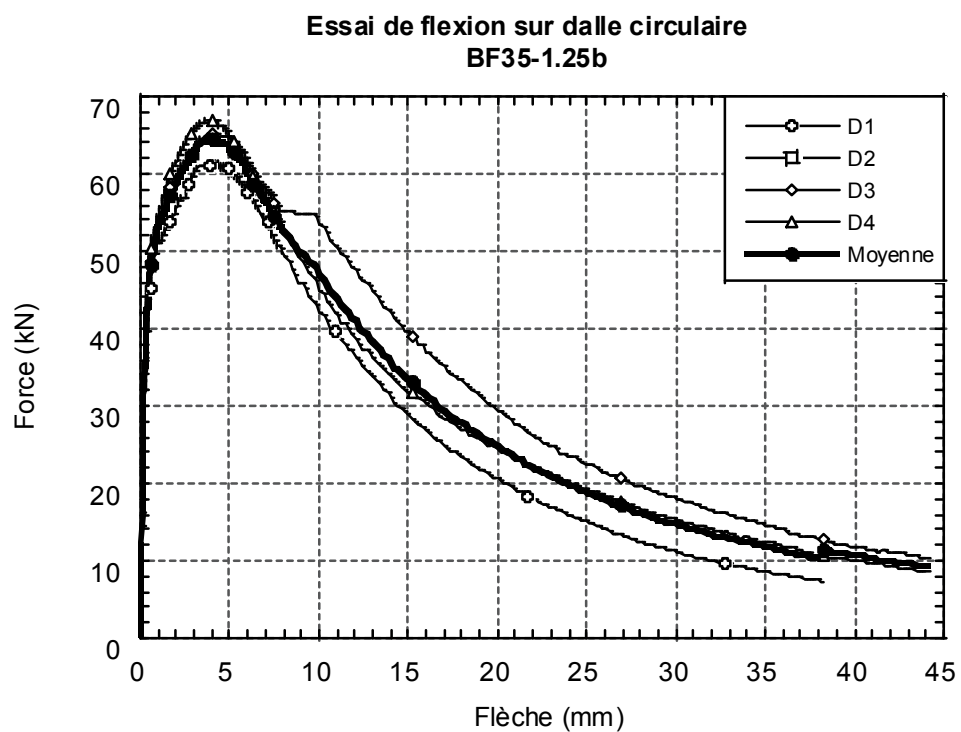


Figure A-19 BF35-1.25b Résultats des essais de flexion sur dalle circulaire

Le tableau A-7 montre les angles mesurés sur les différents spécimens de BF35-1.25b.

Tableau A-7 Angles BF35-1.25b

BF35-1.25b	D1	D2	D3	D4
α_1	0		0	0
α_2	-25		0	18
α_3	28		-7	2

A.2.4 Comparaison des courbes moyennes

A.2.4.1 Traction uniaxiale

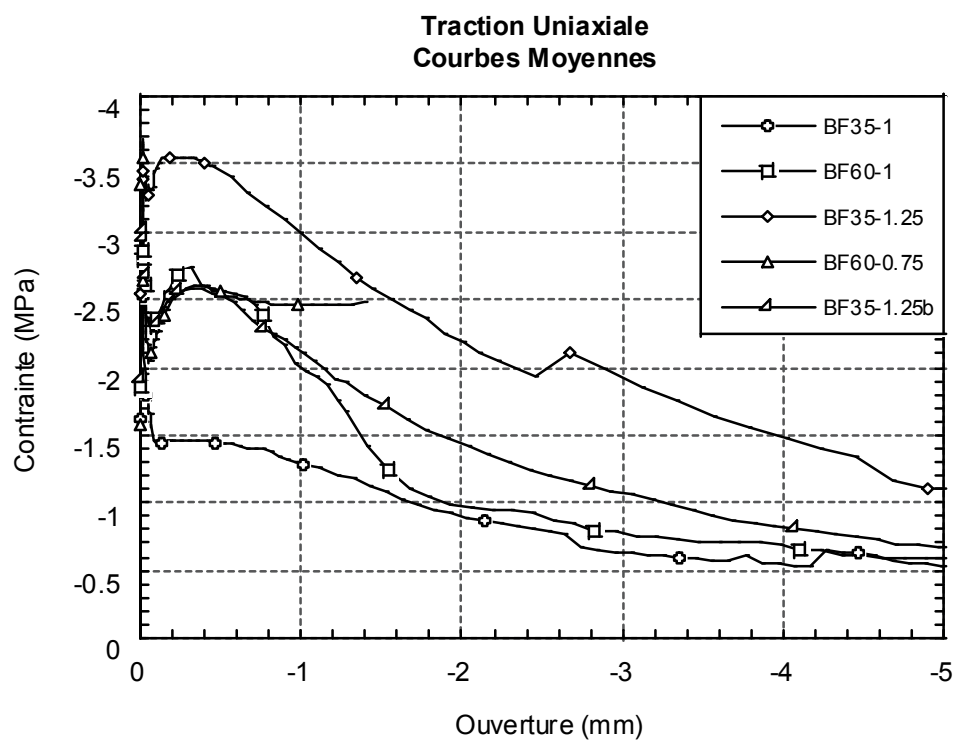


Figure A-20 Comparaisons des résultats de traction uniaxiale

A.2.4.2 Essai de flexion sur prisme

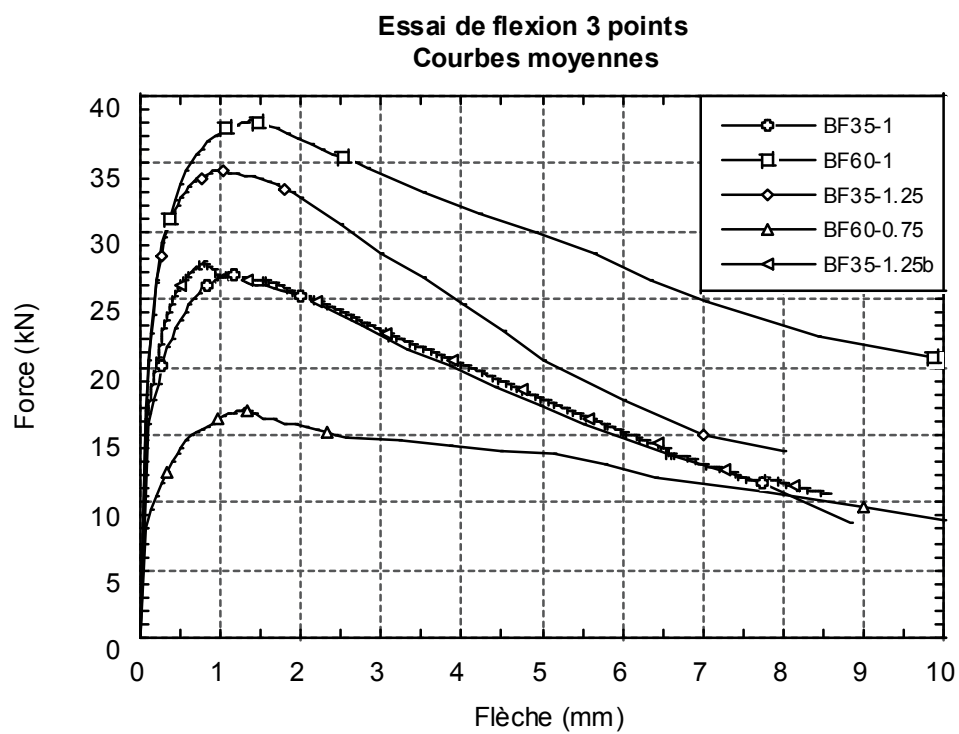


Figure A-21 Comparaison des résultats des essais de flexion sur prisme entaillé

A.2.4.3 Essai de flexion sur dalle

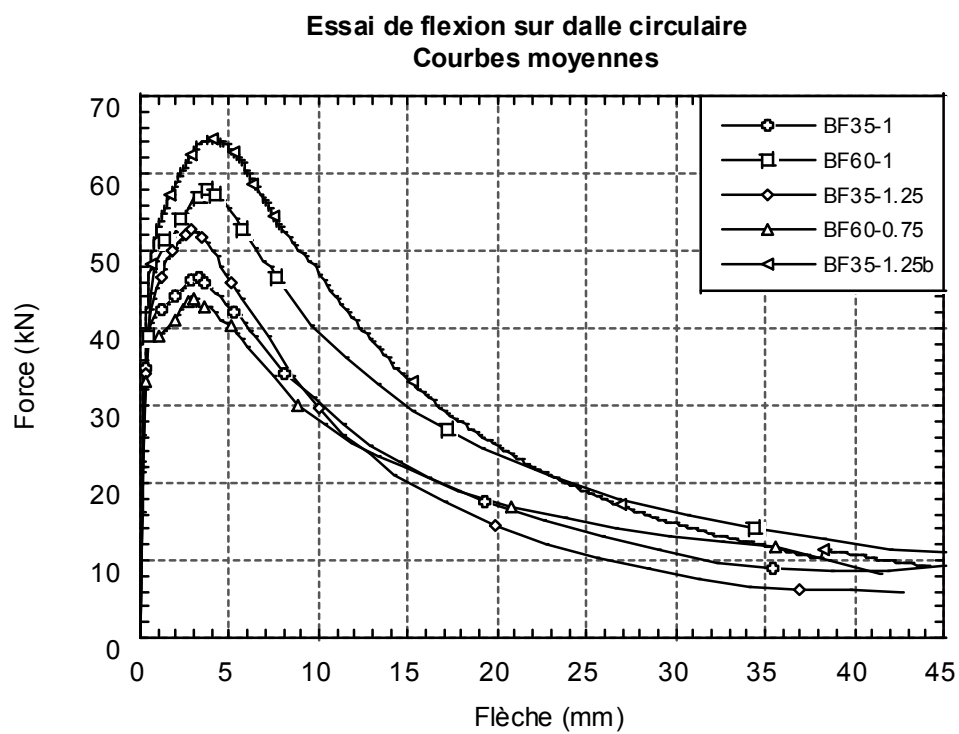


Figure A-22 Comparaison des résultats des essais de flexion sur dalle circulaire

A.2.5 Résultats supplémentaires – Essais de traction uniaxiale

Une nouvelle série d'essais a été réalisée sur des spécimens carottés au cœur des poutres de 300 mm. Ces carottes ont été extraites dans la direction de la coulée dans les parties non endommagées à la suite des essais de flexions. Nous avons réalisés 6 spécimens pour les matériaux BF35-1 et BF60-1. L'orientation des fibres dans ces cylindres est plus représentative de la réalité que celle dans les spécimens utilisés pour les premiers essais. Ce sont ces résultats qui ont été utilisés pour la comparaison des courbes de traction post-fissuration dans le cadre de cette thèse.

A.2.5.1 Matériau F35-1

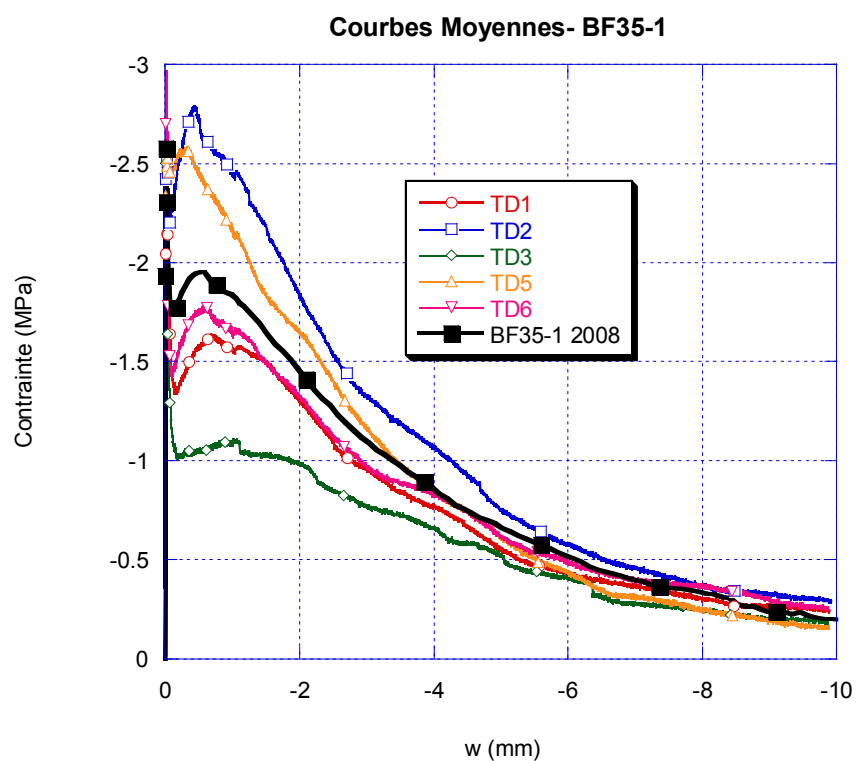


Figure A-23 F35-1 traction uniaxiale – 2eme série

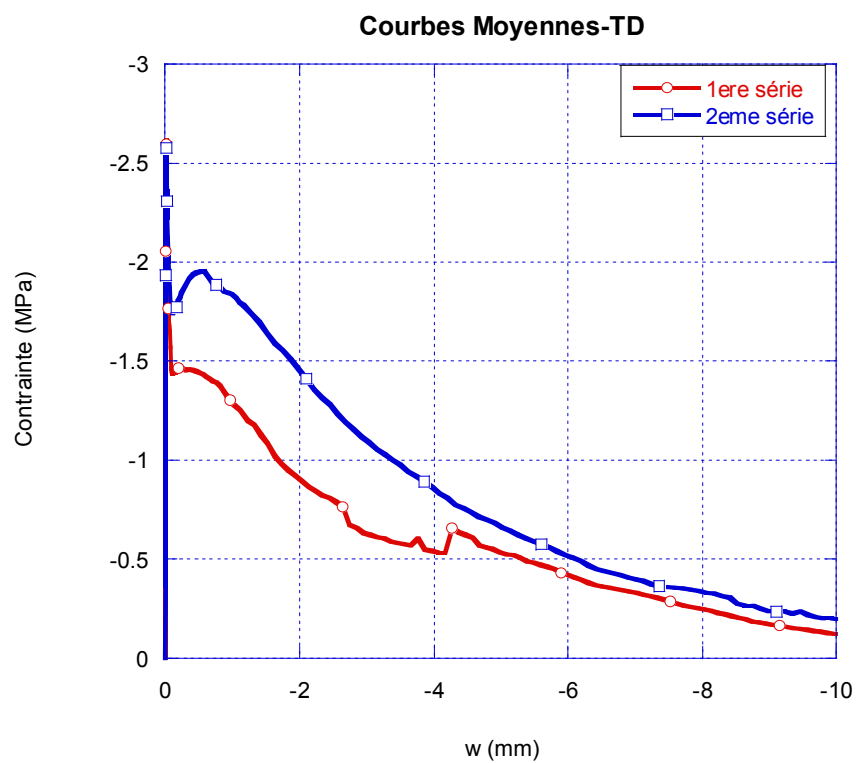


Figure A-24 F35-1 Comparaison traction uniaxiale

A.2.5.2 Matériau F60-1

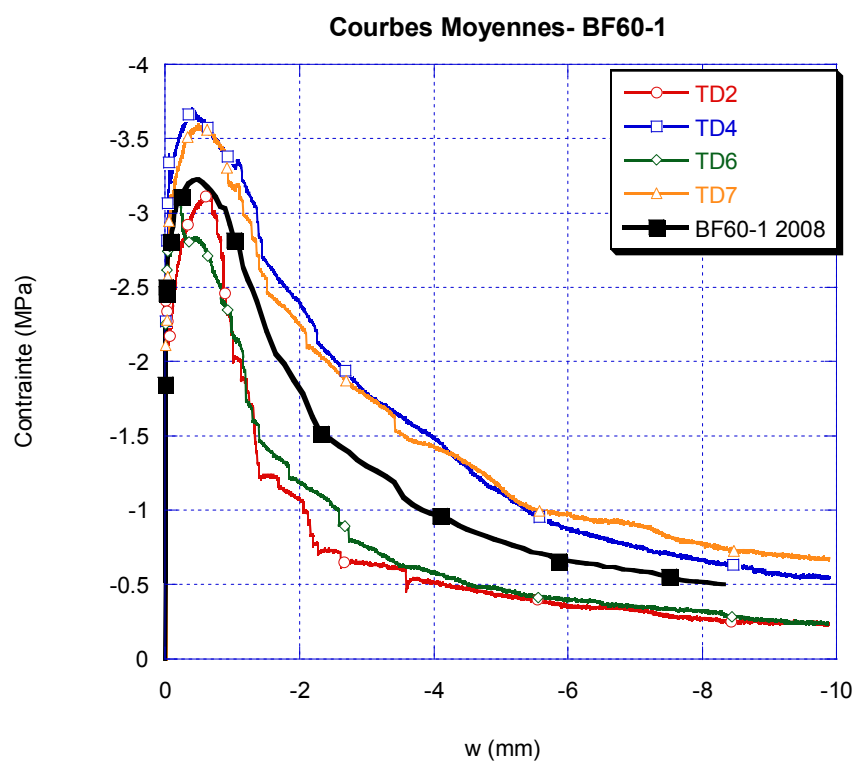


Figure A-25 F60-1 traction uniaxiale – 2eme série

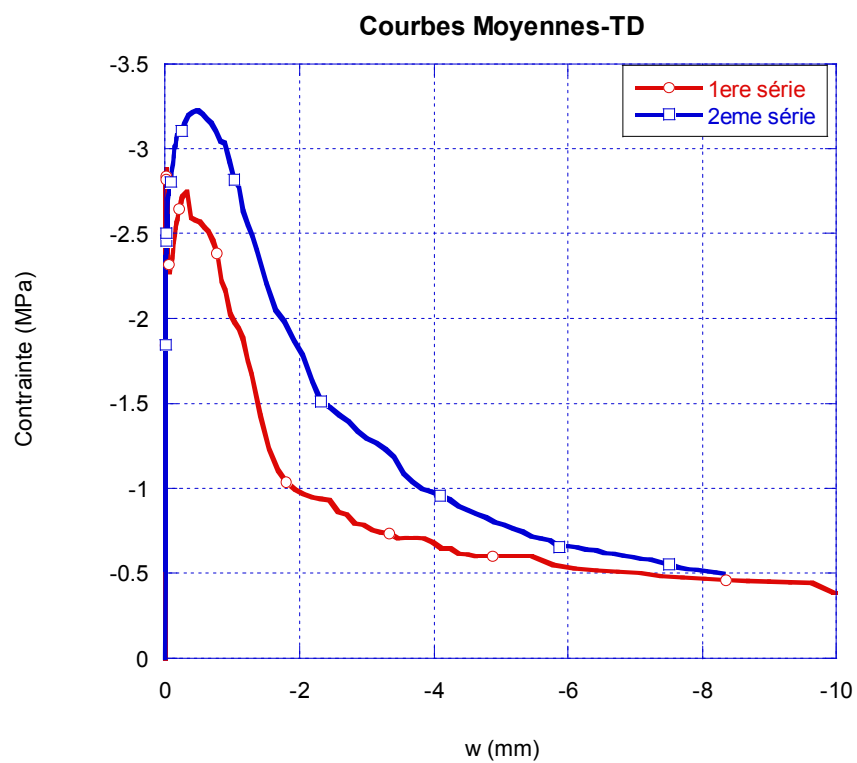


Figure A-26 F60-1 Comparaison traction uniaxiale

A.3 Essais de traction sur les barres d'armatures

Le tableau A.8 présente les résultats des essais de traction effectués sur les barres d'armatures. Les résultats sont présentés pour chaque poutre, pour les 2 barres d'armatures. La moyenne des résultats pour un même type de barre est présentée en caractère gras. Les barres sont de type 10M, 15M et 25M respectivement pour les poutres de 150, 300 et 600 mm de hauteur.

Pour chaque barre, le module élastique de l'acier (E), la limite élastique (ϵ_y , F_y), la limite ultime (ϵ_u , F_u) et la déformation maximale à la rupture de la barre sont déterminés.

Les contraintes sont données en MPa, ainsi que le module élastique. Les déformations sont sans unité.

Tableau A-8 Caractérisation des barres d'armatures

Poutre	Barre	Nom	Fy (MPa)	Fu (MPa)	ε_y	ε_u	ε_r	E
R150R	1	T10.fy.1	464	563	2.21E-03	3.83E-02	8.89E-02	210492
R150R	2	T10.fy.1	464	563	2.21E-03	3.83E-02	8.89E-02	210492
R150RF-35-1	1	T10.fy.1	464	563	2.21E-03	3.83E-02	8.89E-02	210492
R150RF-35-1	2	T10.fy.1	464	563	2.21E-03	3.83E-02	8.89E-02	210492
R150RF-60-1	1	T10.fy.2	440	564	2.20E-03	4.56E-02		200000
R150RF-60-1	2	T10.fy.2	440	564	2.20E-03	4.56E-02		200000
		Moy	456	563	2.20E-03	4.08E-02	8.89E-02	206995
R300R	1	T15.fy.1	469	701	2.33E-03	5.19E-02	8.17E-02	201308
R300R	2	T15.fy.1	469	701	2.33E-03	5.19E-02	8.17E-02	201308
R300RF-35-1	1	T15.fy.2	466	695	2.20E-03	4.93E-02	8.16E-02	211566
R300RF-35-1	2	T15.fy.2	466	695	2.20E-03	4.93E-02	8.16E-02	211566
R300RF-60-1	1	T15.fy.3	460	696	2.20E-03	5.54E-02	8.30E-02	209094
R300RF-60-1	2	T15.fy.3	460	696	2.20E-03	5.54E-02	8.30E-02	209094
		Moy	465	697	2.24E-03	5.22E-02	8.21E-02	207323
R600R	1	T25.fy.1	456	772	2.22E-03	4.08E-02	6.01E-02	205443
R600R	2	T25.fy.2	446	780	2.15E-03	5.12E-02	0.0693	207364
R600RF-35-1	1	T25.fy.3	468	780		4.49E-02	0.0636	
R600RF-35-1	2	T25.fy.4	470	773	2.29E-03	5.54E-02	7.67E-02	205618
R600RF-60-1	1	T25.fy.5	446	779	2.13E-03	5.41E-02	7.34E-02	209029
R600RF-60-1	2	T25.fy.6	458	771	2.30E-03	4.36E-02	6.09E-02	199228
R600RF-35-1.25	1	T25.fy.7	451	761	2.19E-03	4.99E-02	0.0712	205870
R600RF-35-1.25	2	T25.fy.8						
R600RF-60-0.75	1	T25.fy.9	470	779	2.24E-03	4.49E-02	6.45E-02	210129
R600RF-60-0.75	2	T25.fy.10	466	775	2.25E-03	5.26E-02	0.0722	207371
		Moy	459	774	2.22E-03	4.86E-02	6.80E-02	206257

A.4 Essais de flexion sur spécimens structuraux

Dans cette partie, les principaux résultats obtenus avec les essais de flexion 4 points sur poutre sont présentés. Dans un premier temps, les courbes charge-déplacement et moment-courbure de chacun des essais sont montrés. Dans un second temps, la fissuration observée lors des essais sera donnée à l'aide des mesures faites lors de l'essai et de photos. Enfin les résultats sont des essais de flexion sont présentés sous la forme moment – ouverture de fissure maximale

A.4.1 Courbes charge-déplacement et moment-courbure

La poutre de référence en béton armé non fibré est représentée à l'aide de marques circulaires évidées. Chaque forme représente un type de BRF, par exemple le carré est le F60-1. Enfin, la marque est vide lorsqu'il s'agit d'une poutre fibrée sans armature alors qu'elle est pleine pour les poutres armées et fibrées.

A.4.1.1 Poutres rectangulaires de 150 mm d'épaisseur

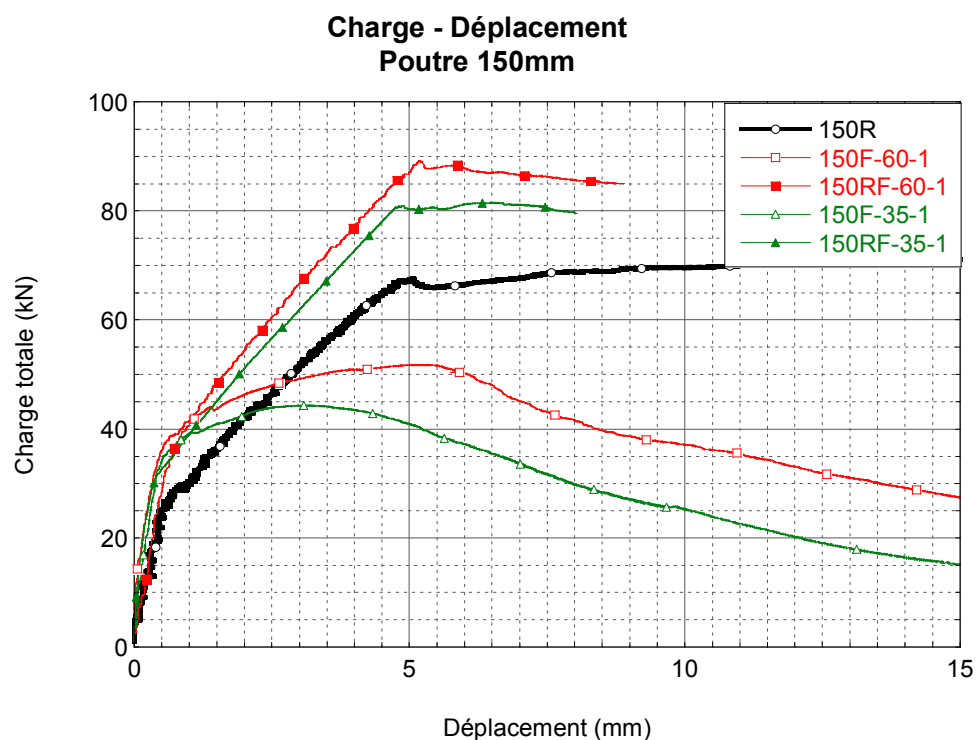


Figure A.27 R150 : Courbes charge – déplacement

A.4.1.2 Poutres rectangulaires de 300 mm d'épaisseur

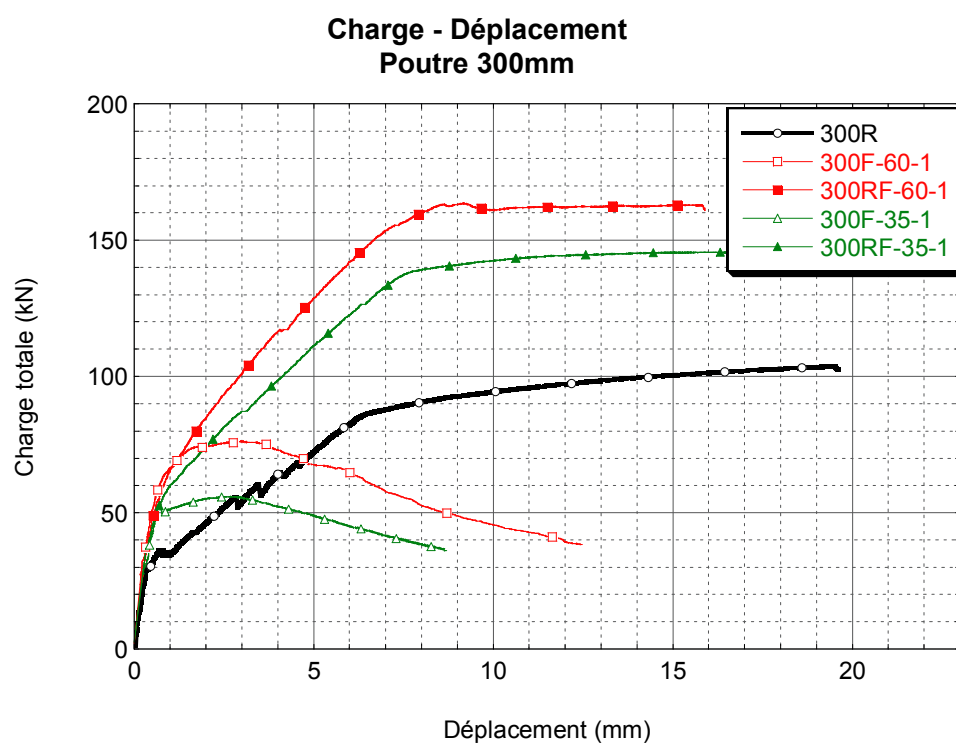


Figure A.28 R300 : Courbes charge – déplacement

A.4.1.3 Poutres rectangulaires de 600 mm d'épaisseur

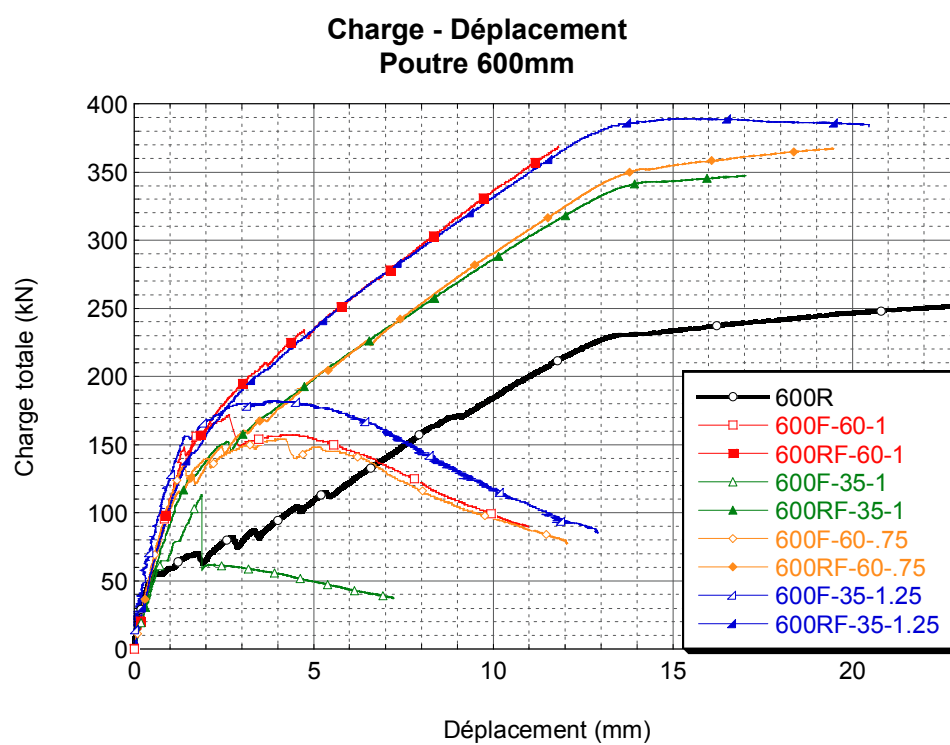


Figure A.29 R600 : Courbes charges – déplacement

A.4.1.4 Poutre R600RF-F35-1.0

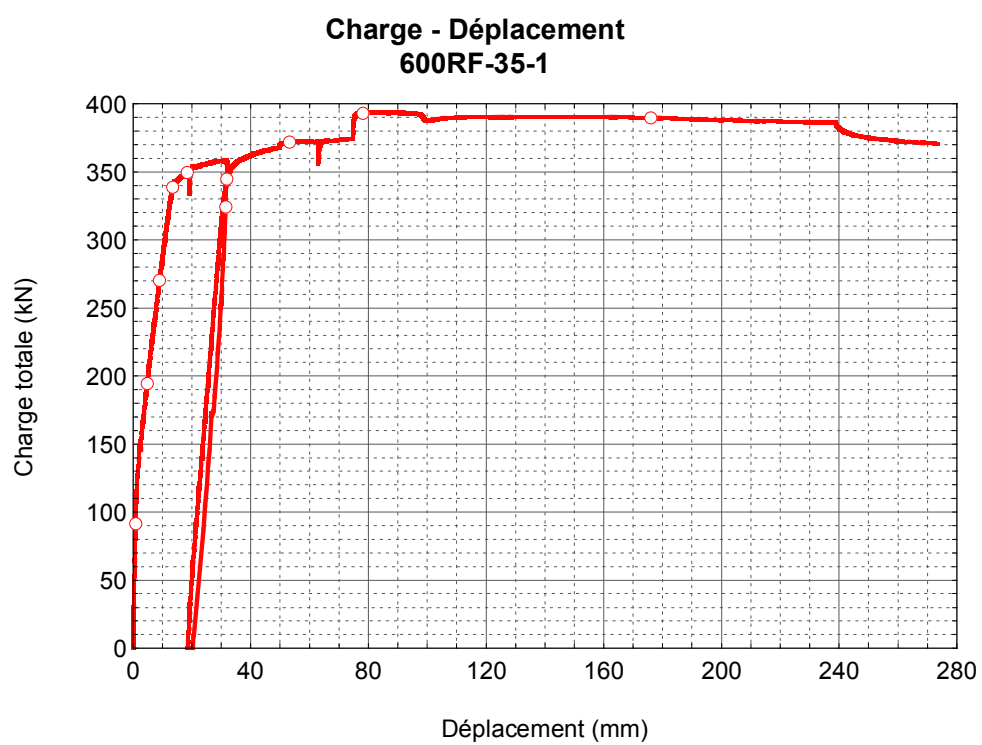


Figure A.30 R600RF-F35-1.0 Courbe charge - déplacement

A.4.2 Photos de la fissuration

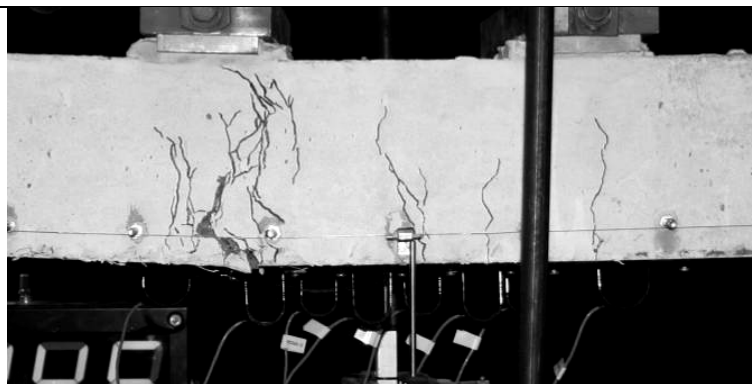
A.4.2.1 Poutres rectangulaires de 150 mm d'épaisseur



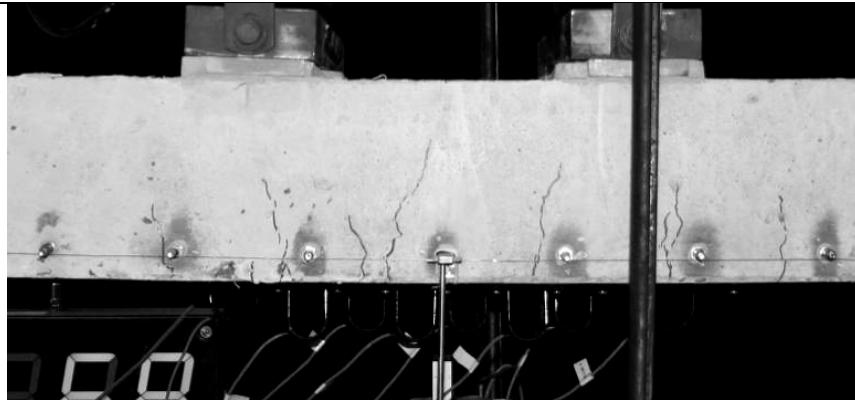
R150R-BHP



R150F-F35-1



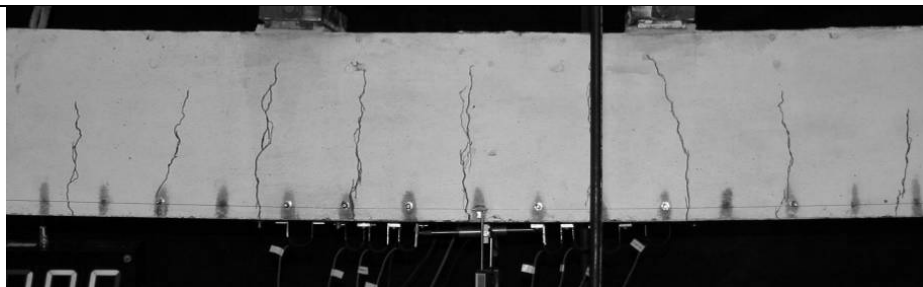
R150F-F60-1



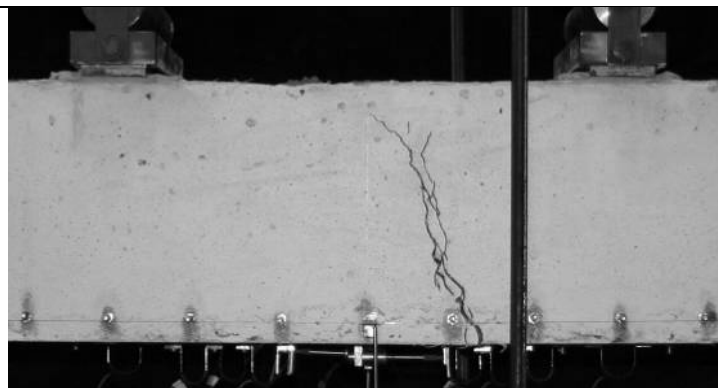
R150RF-F60-1

Figure A.31 Photos de la fissuration des poutres de 150 mm

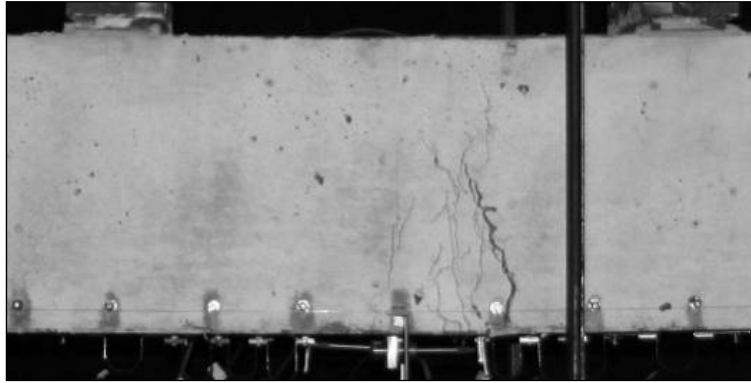
A.4.2.2 Poutres rectangulaires de 300 mm d'épaisseur



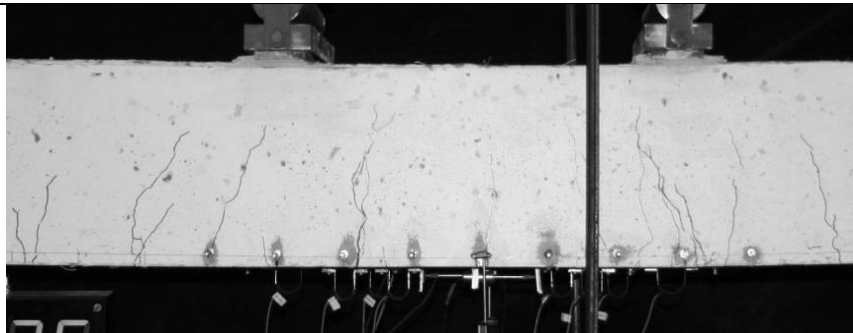
R300R-BHP



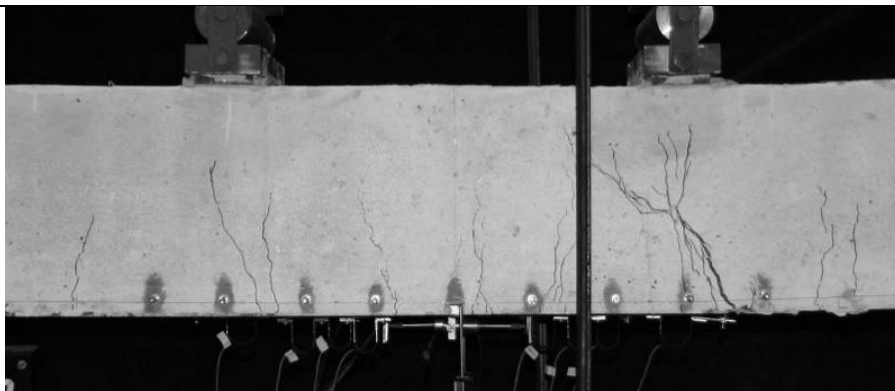
R300F-F35-1



R300F-F60-1



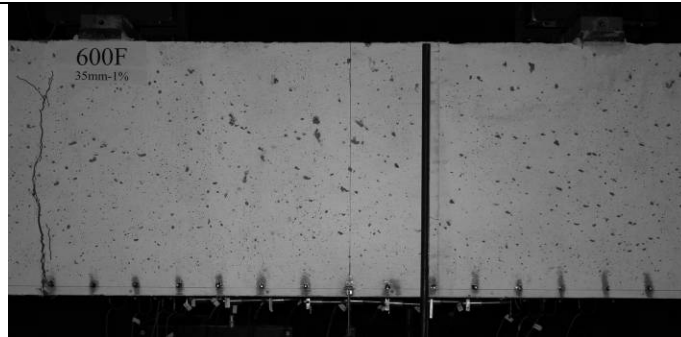
R300RF-F35-1



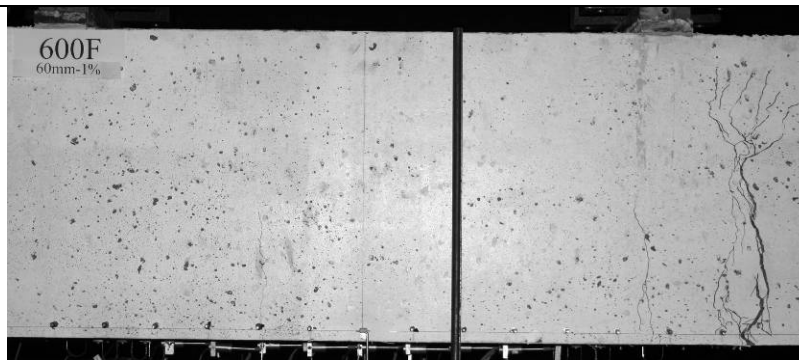
R300RF-F60-1

Figure A.32 Photos de la fissuration des poutres de 300 mm

A.4.2.3 Poutres rectangulaires de 600 mm d'épaisseur



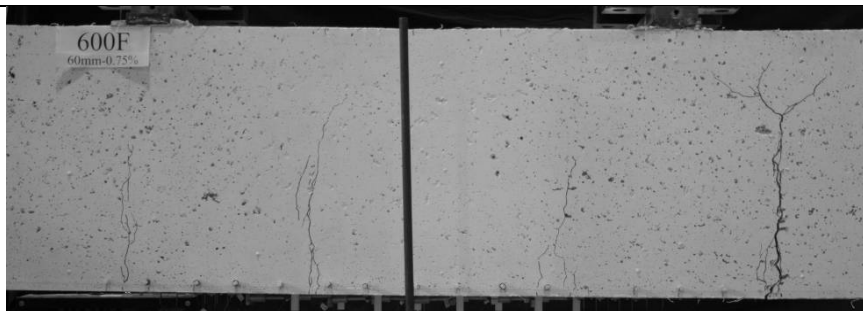
R600F-F35-1



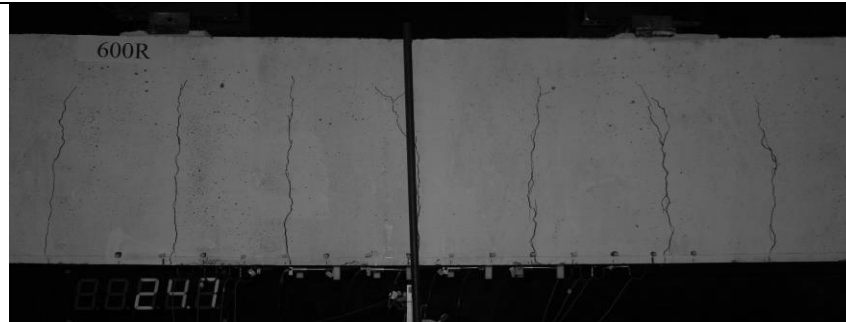
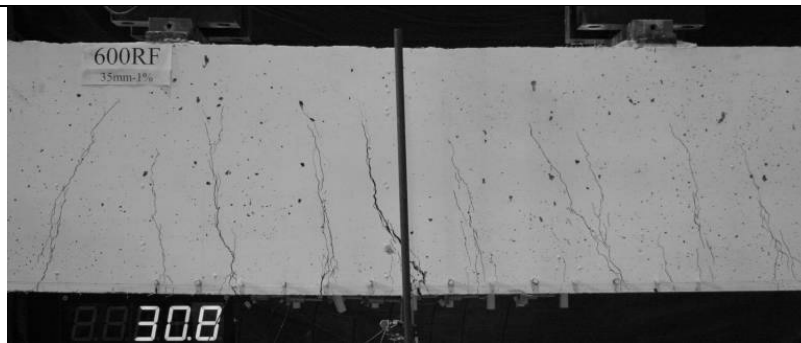
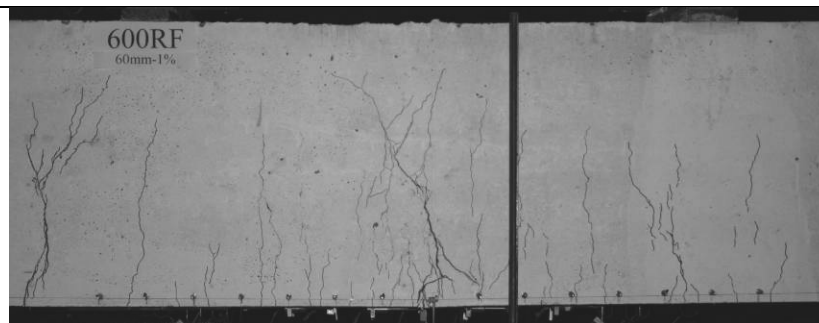
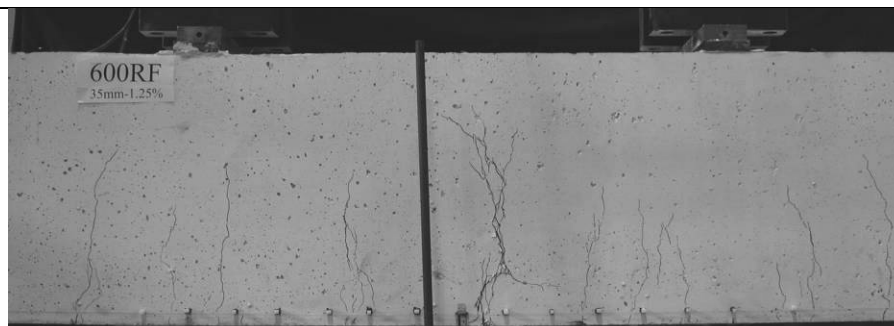
R600F-F60-1

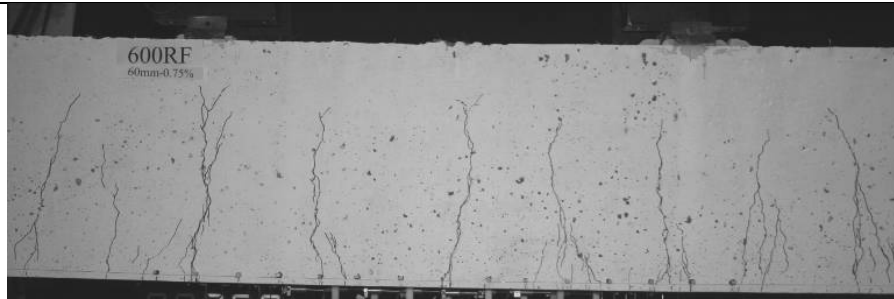


R600F-F35-1.25



R600F-F60-0.75

**R600RF-BHP****R600RF-F35-1****R600RF-F60-1****R600RF-F35-1.25**



R600RF-F60-0.75

Figure A.33 Photos de la fissuration des poutres de 600 mm

A.4.3 Courbes Moment- Ouverture de fissure maximale

Dans cette partie, les courbes $M-w_{\max}$ sont présentées avec l'ouverture maximum pour chacun des essais de flexions.

A.4.3.1 Poutres rectangulaires de 150 mm d'épaisseur

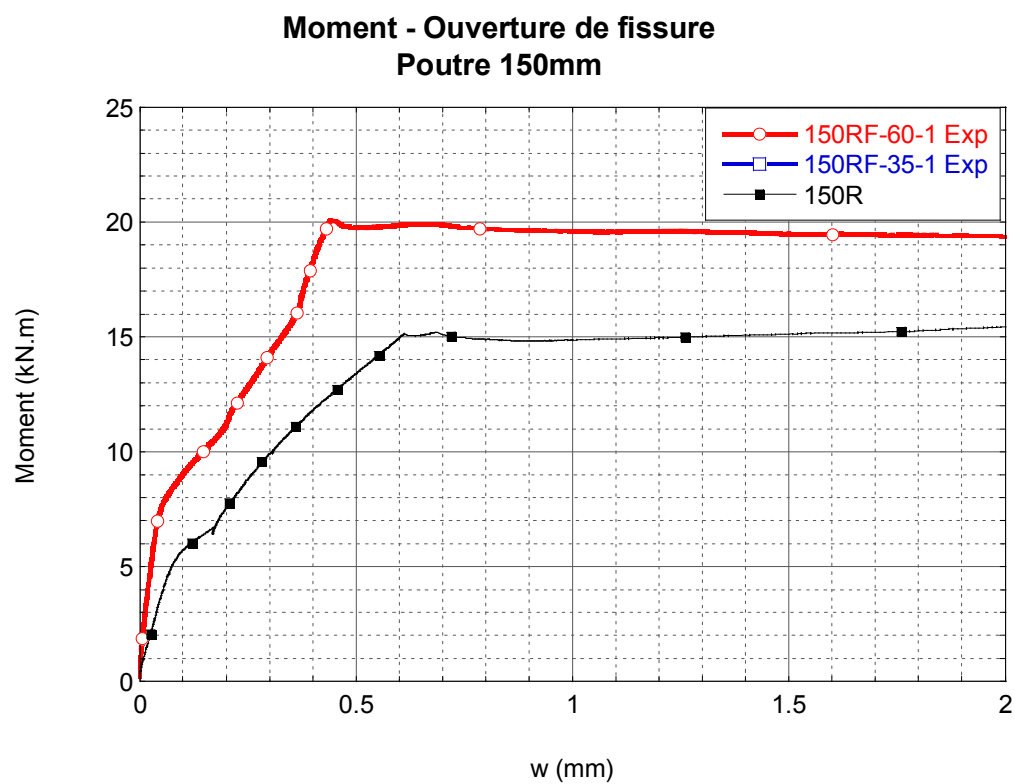
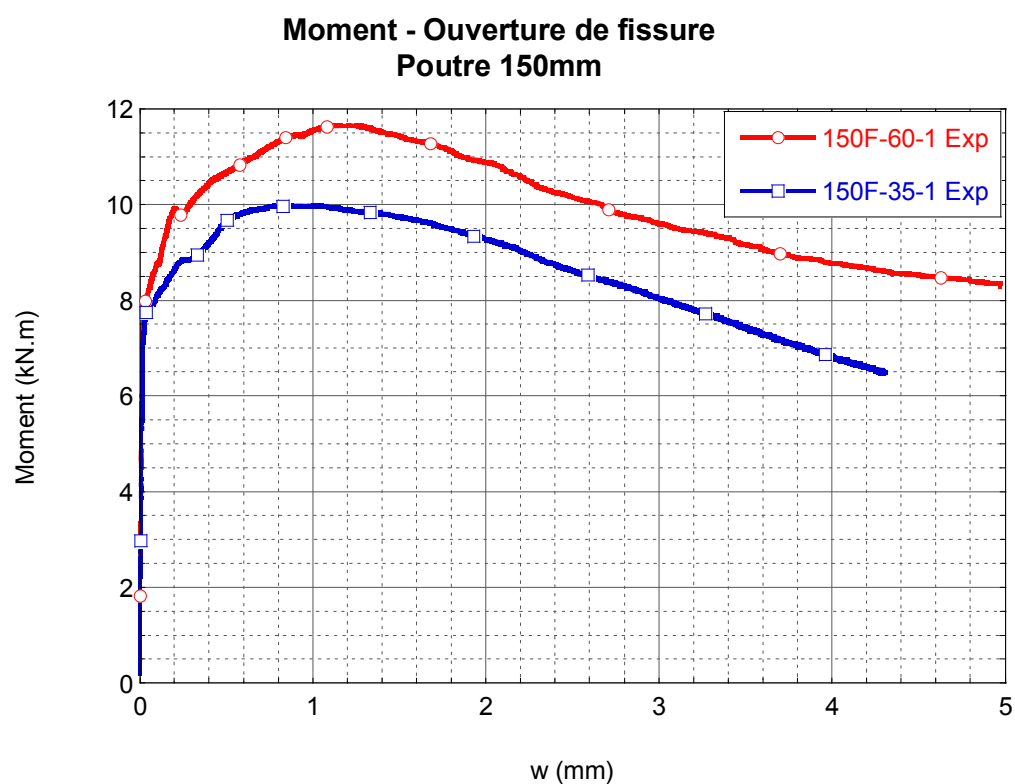


Figure A.34 $M-w_{\max}$ – Poutres de 150 mm

A.4.3.2 Poutres rectangulaires de 300 mm d'épaisseur

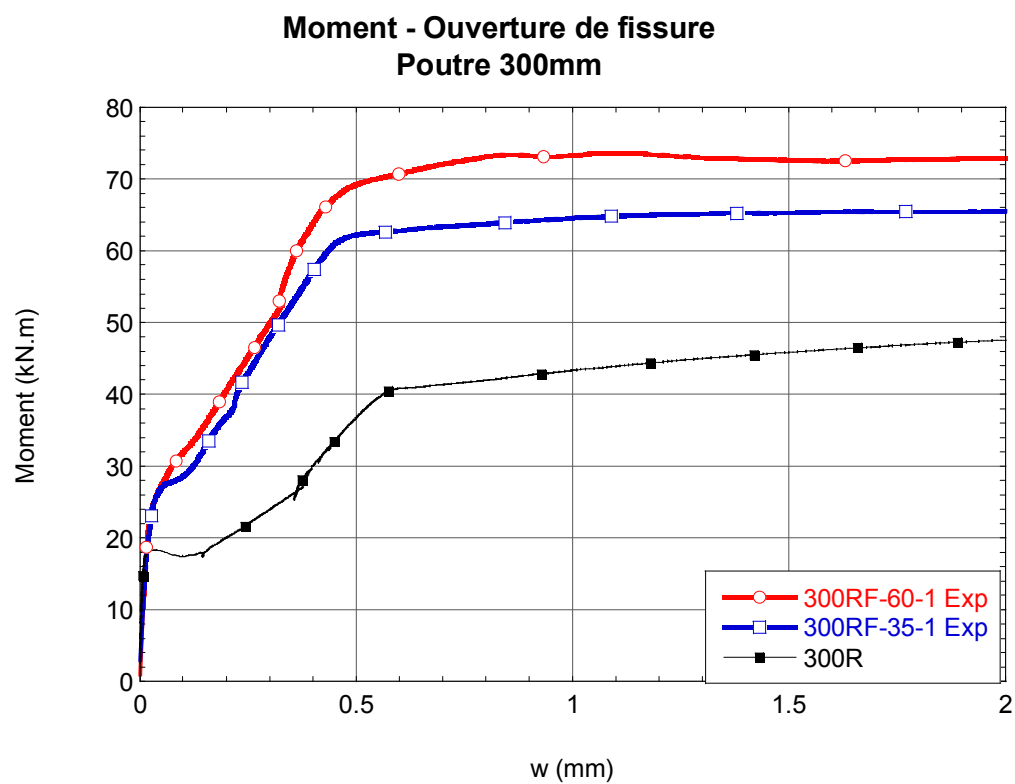
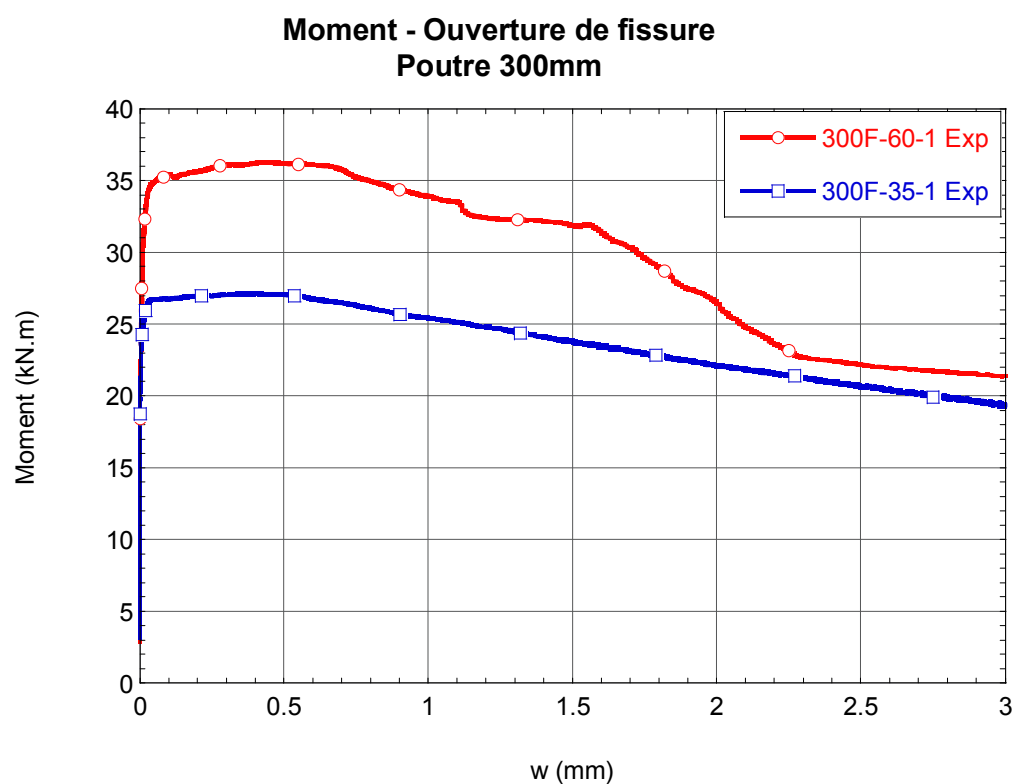


Figure A.35 $M-w_{\max}$ – Poutres de 300 mm

A.4.3.3 Poutres rectangulaires de 600 mm d'épaisseur

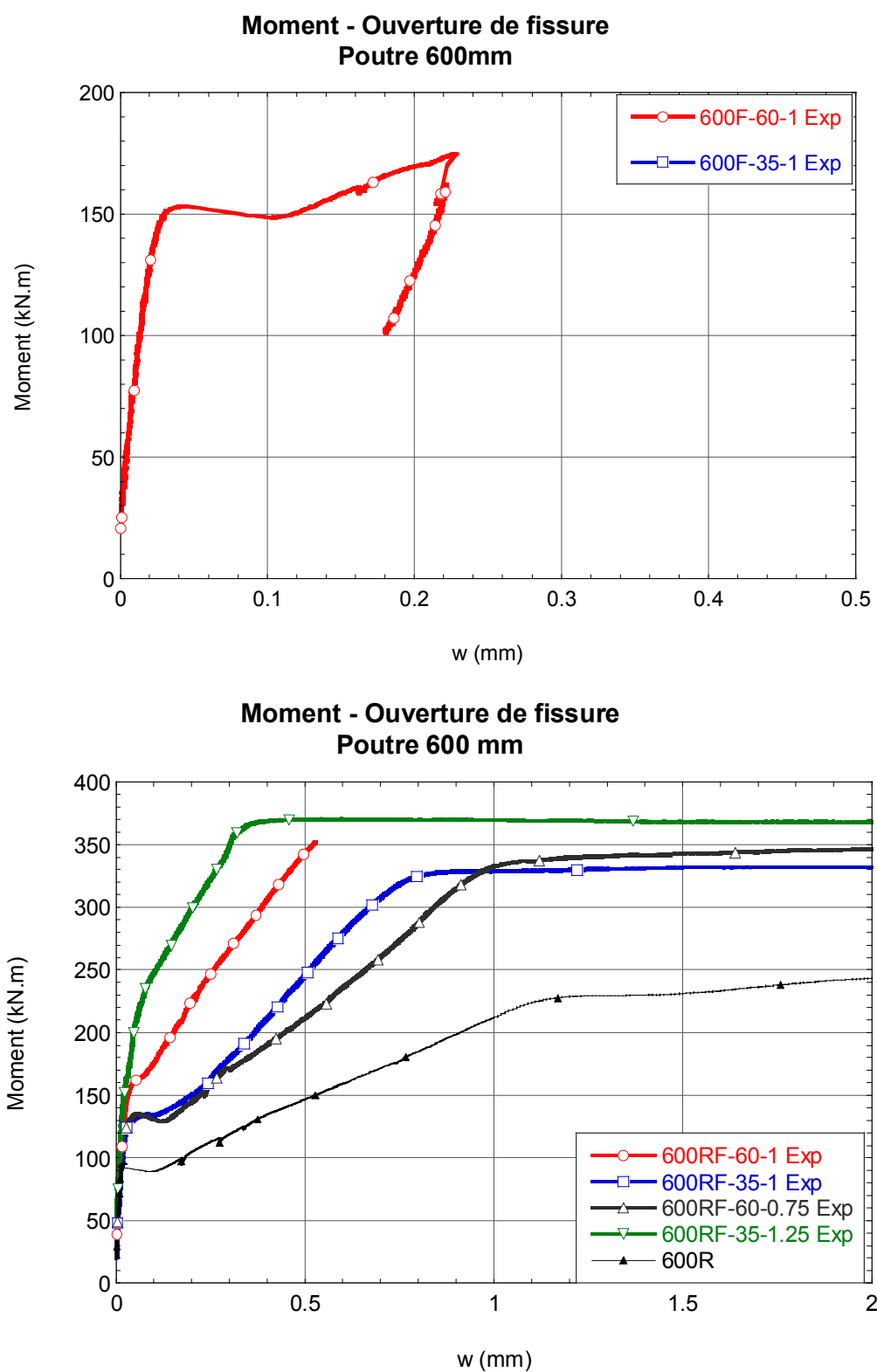


Figure A.36 M- w_{\max} – Poutres de 600 mm

A.4.4 Courbes $M-w$ - Fissuromètres

Dans cette partie, les courbes Moment – Ouverture de fissure de chacun des fissuromètres sont présentées, de même que la mesure de l’allongement totale de la poutre au niveau de la fibre inférieure (notée Gliss sud) pour l’ensemble des essais de flexion sur poutres rectangulaires.

A.4.4.1 Poutre R150R-BHP

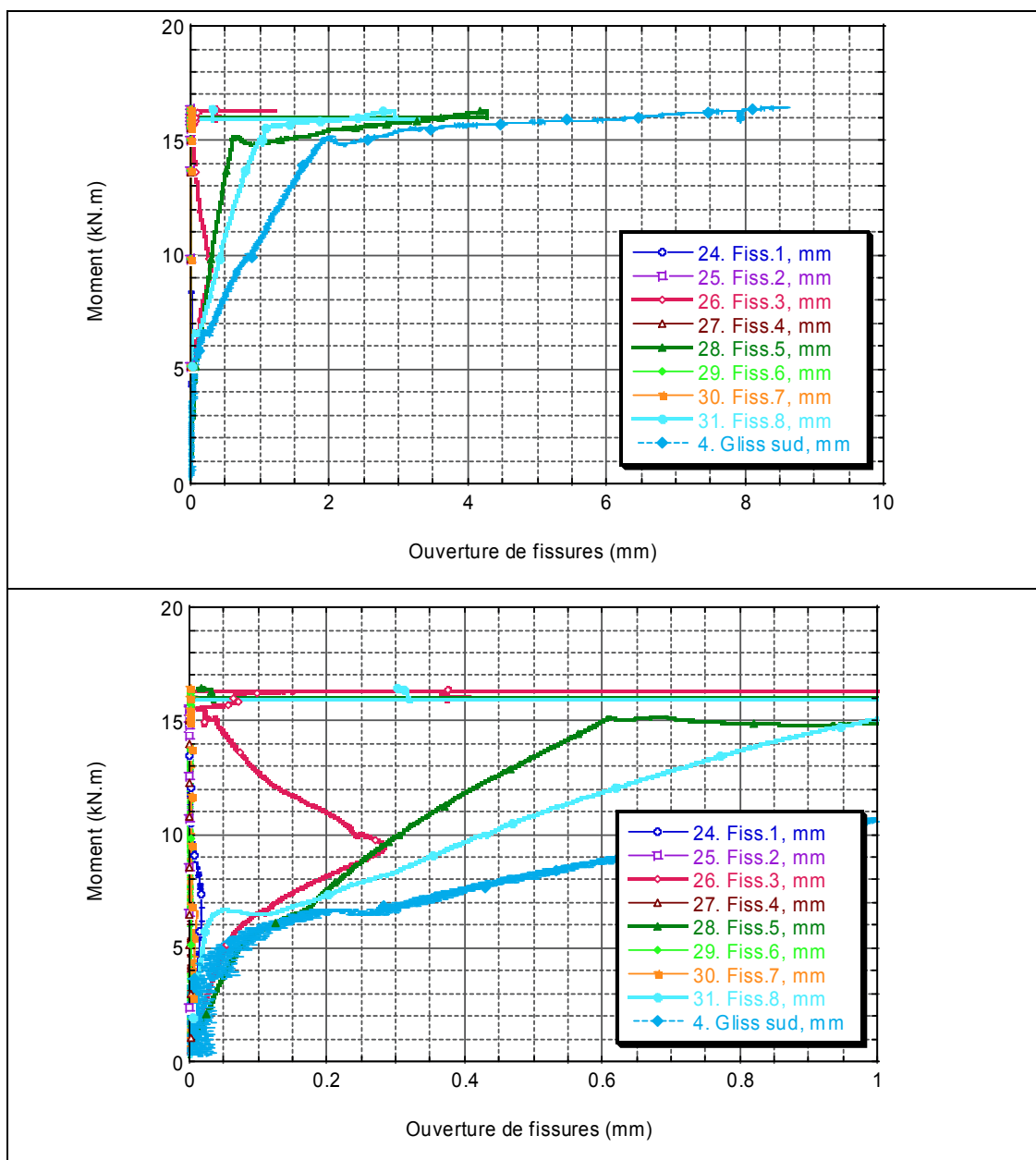
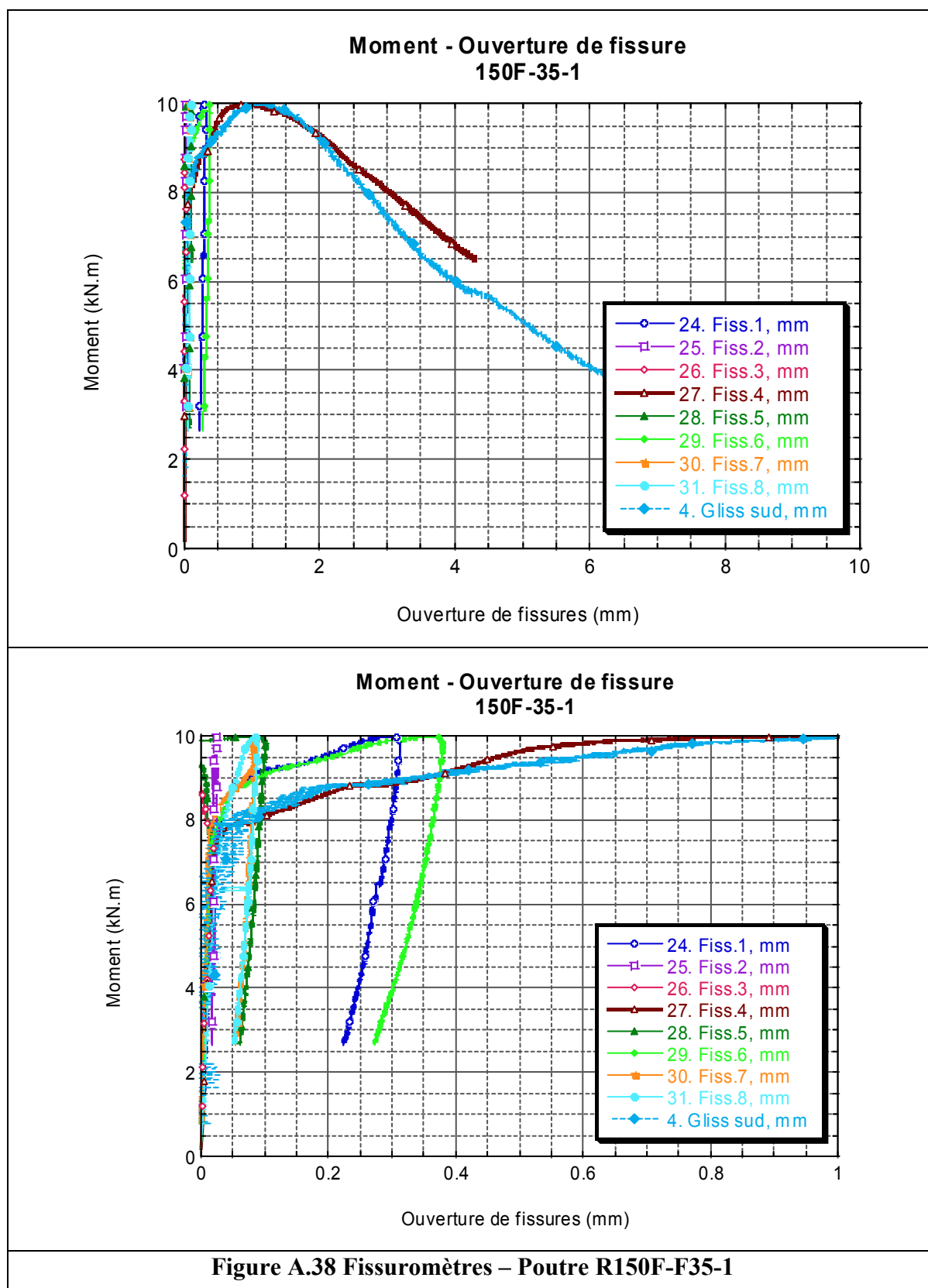


Figure A.37 Fissuromètres – Poutre R150R-BHP

A.4.4.2 Poutre R150F-F35-1



A.4.4.3 Poutre R150F-F60-1

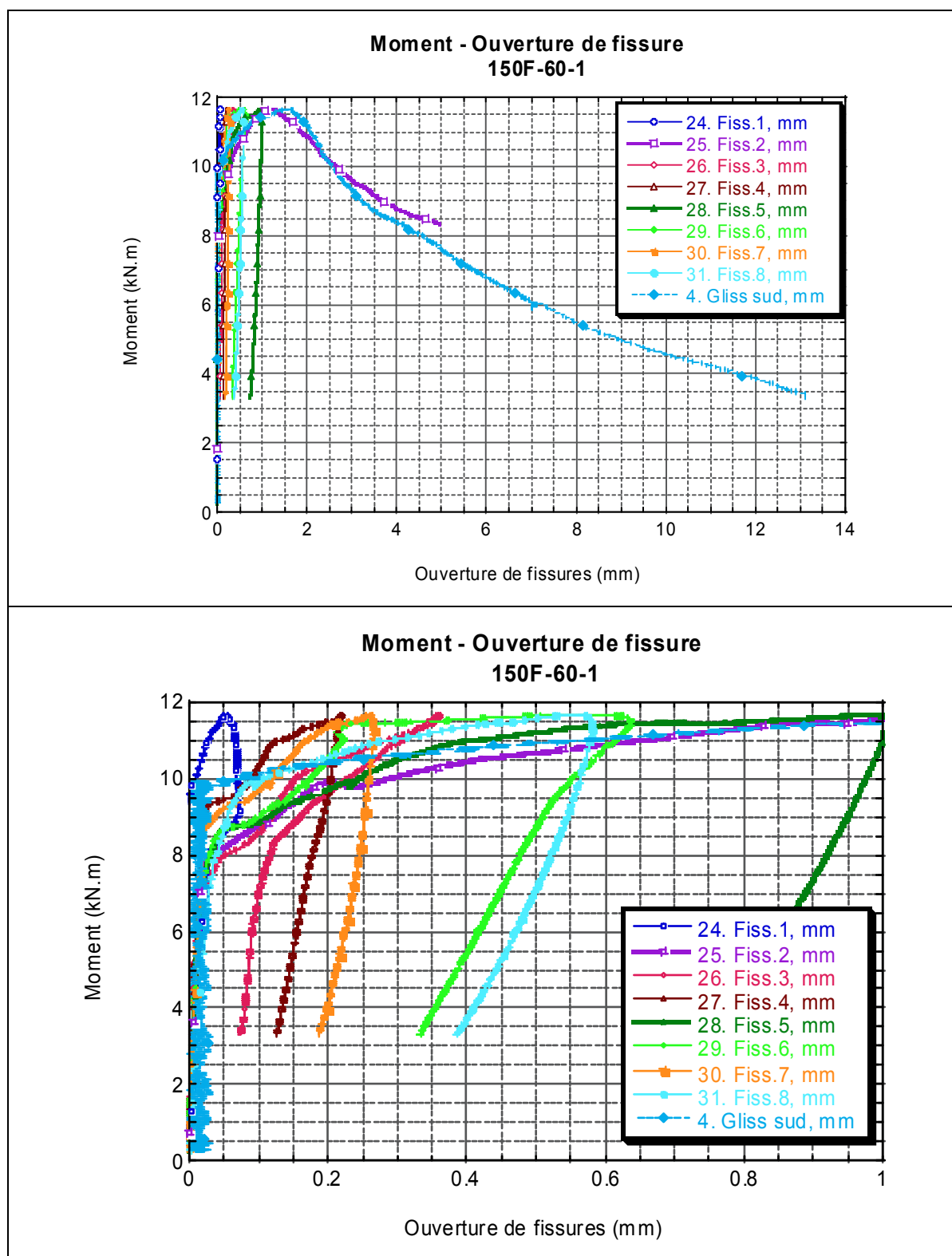
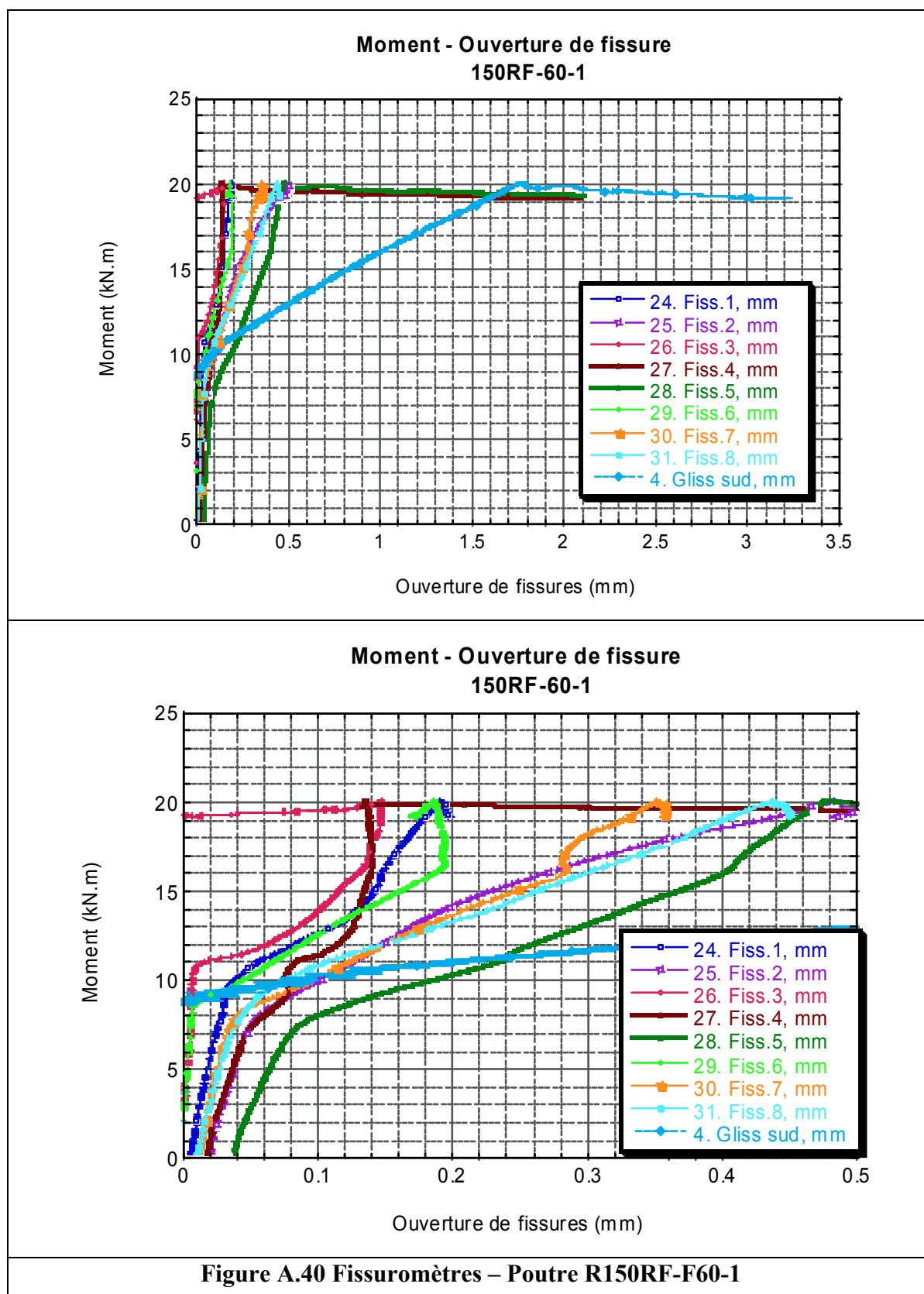
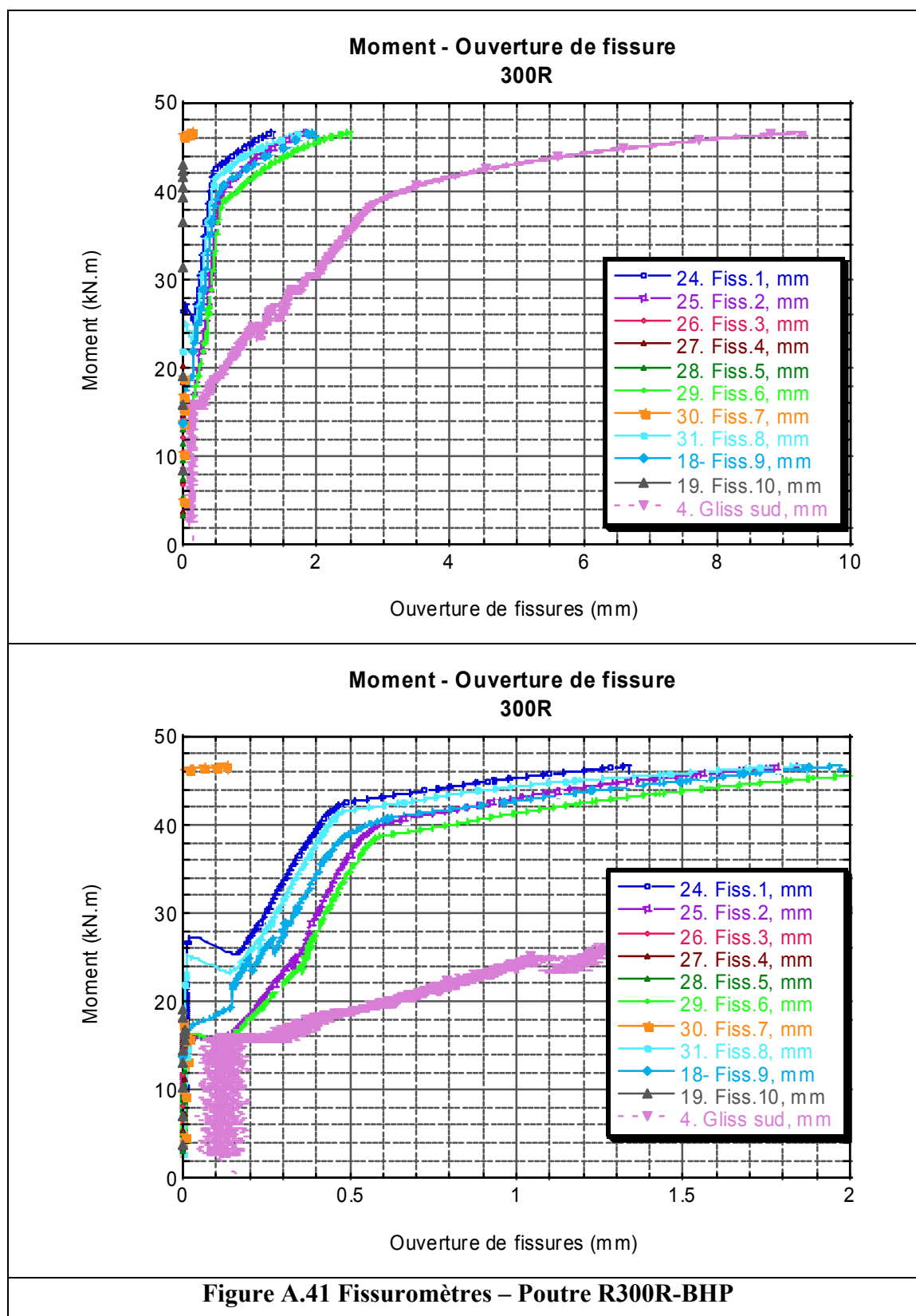


Figure A.39 Fissuromètres – Poutre R150F-F60-1

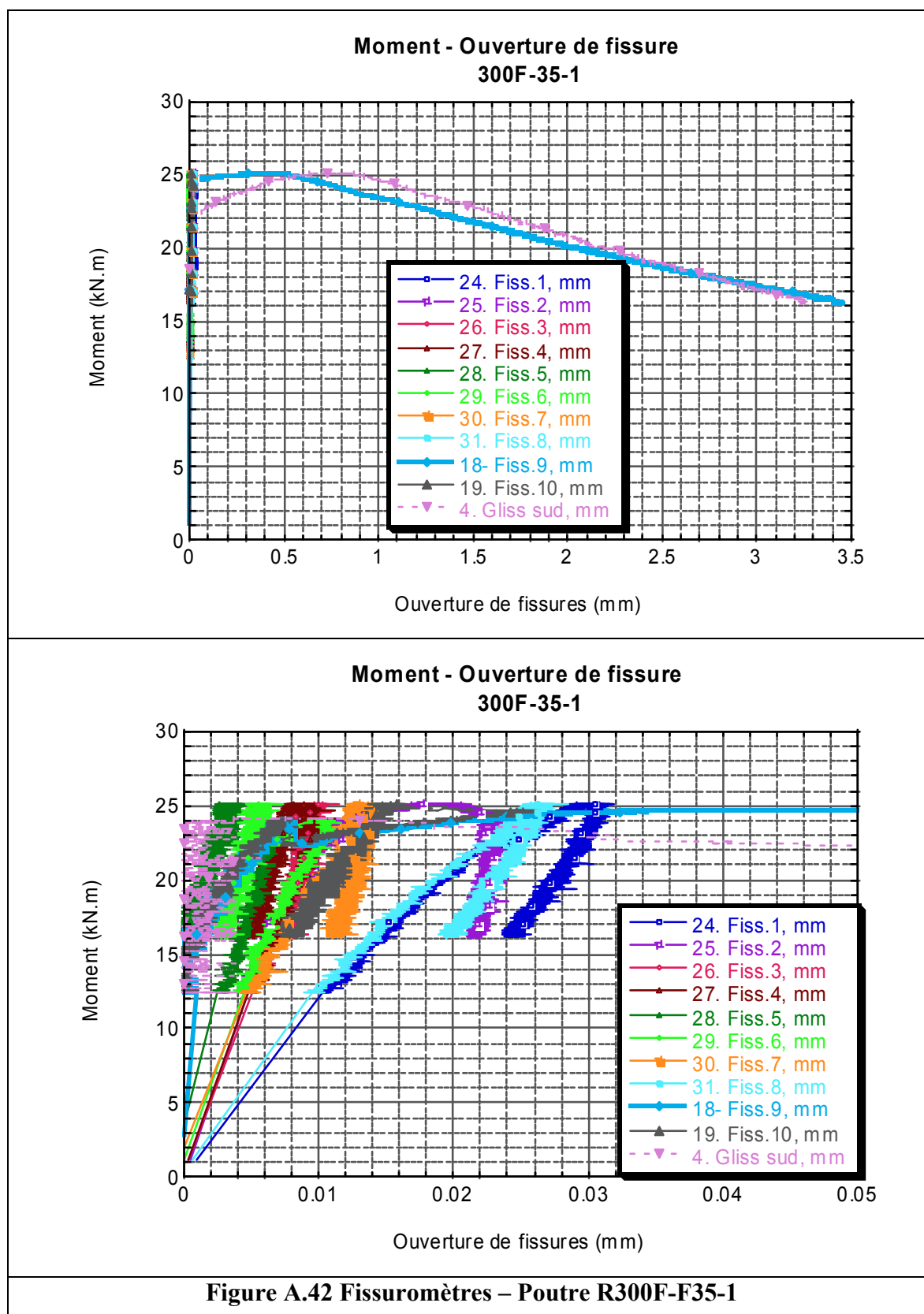
A.4.4.4 Poutre R150RF-F60-1



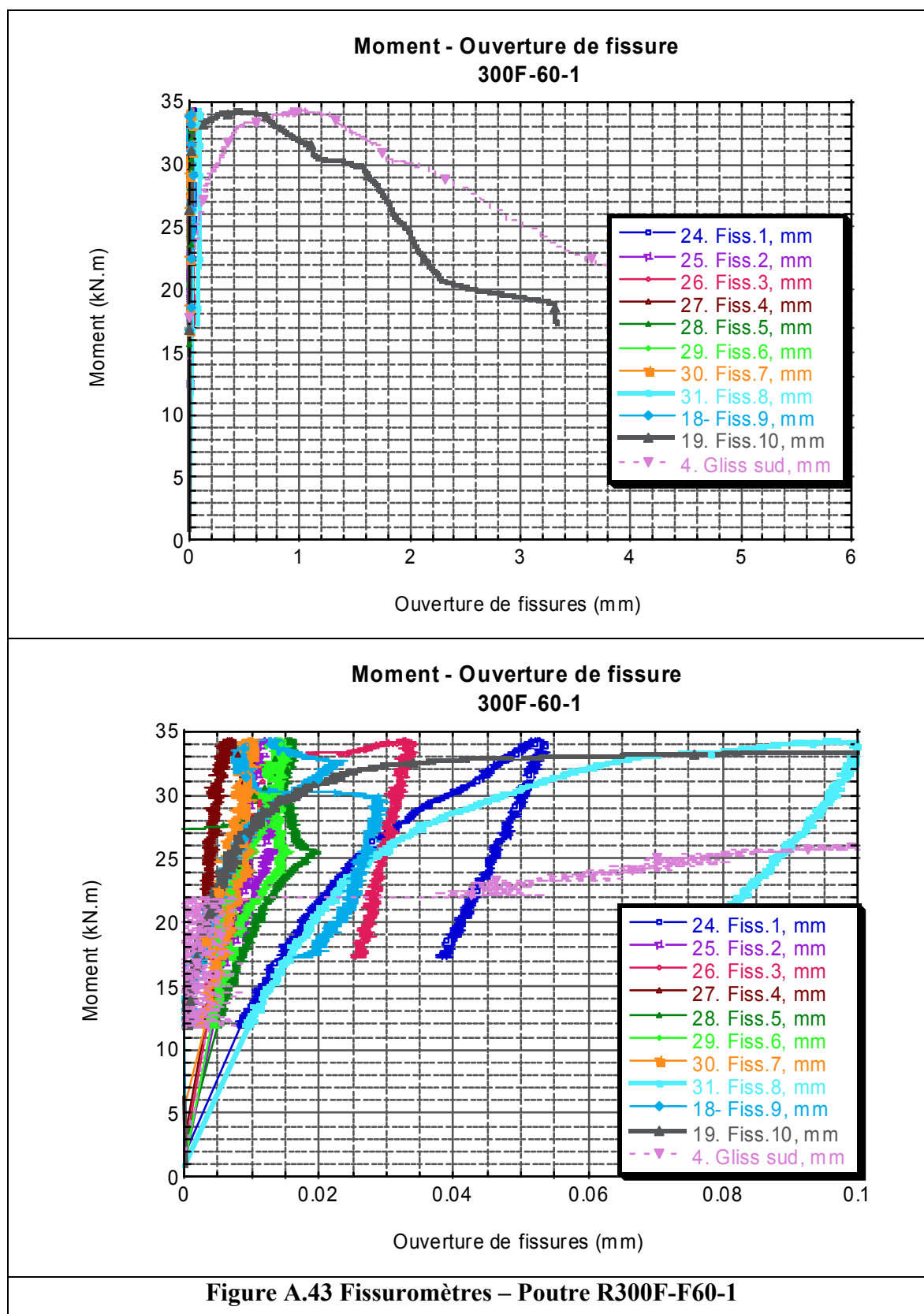
A.4.4.5 Poutre R300R-BHP



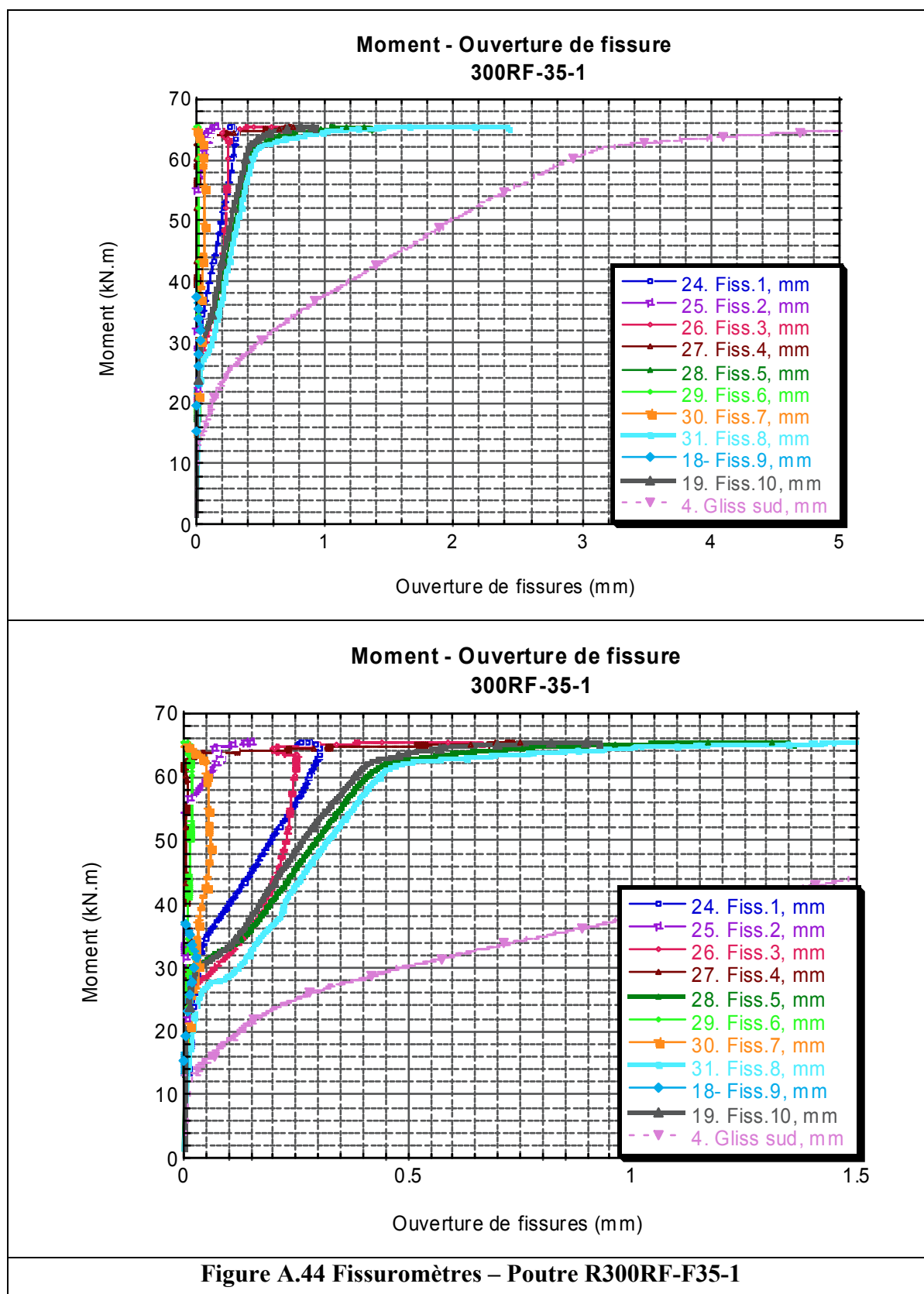
A.4.4.6 Poutre R300F-F35-1



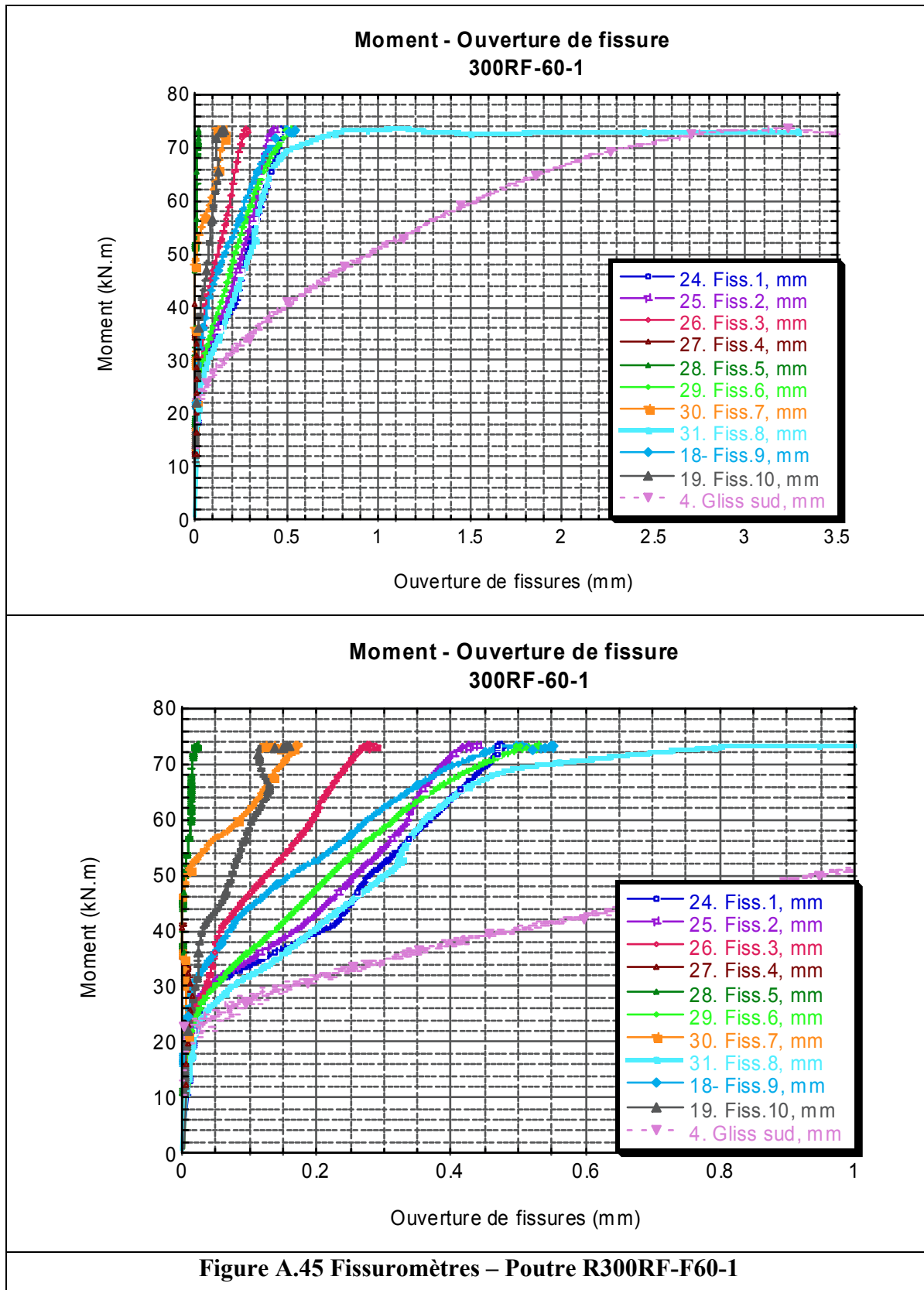
A.4.4.7 Poutre R300F-F60-1



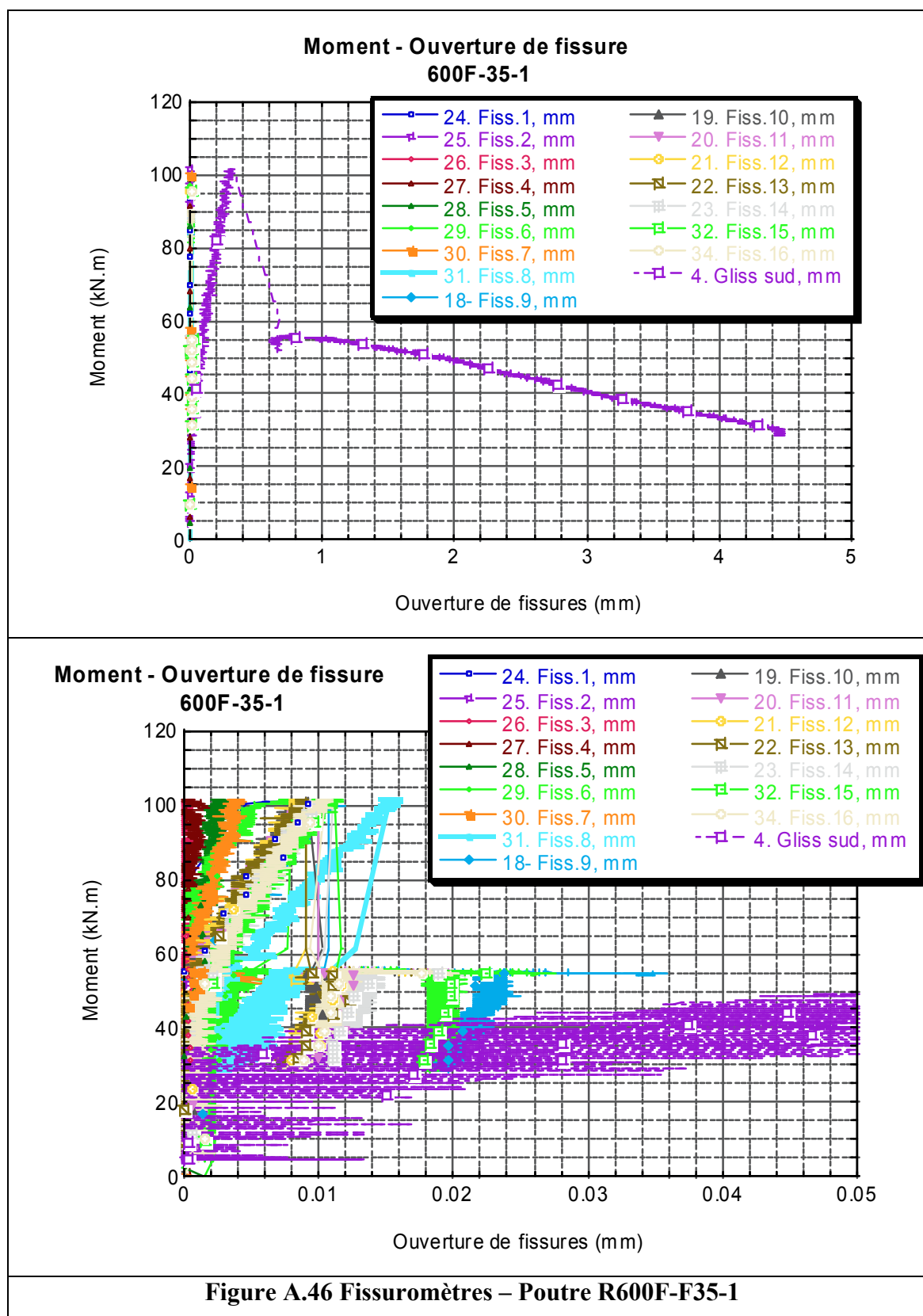
A.4.4.8 Poutre R300RF-F35-1



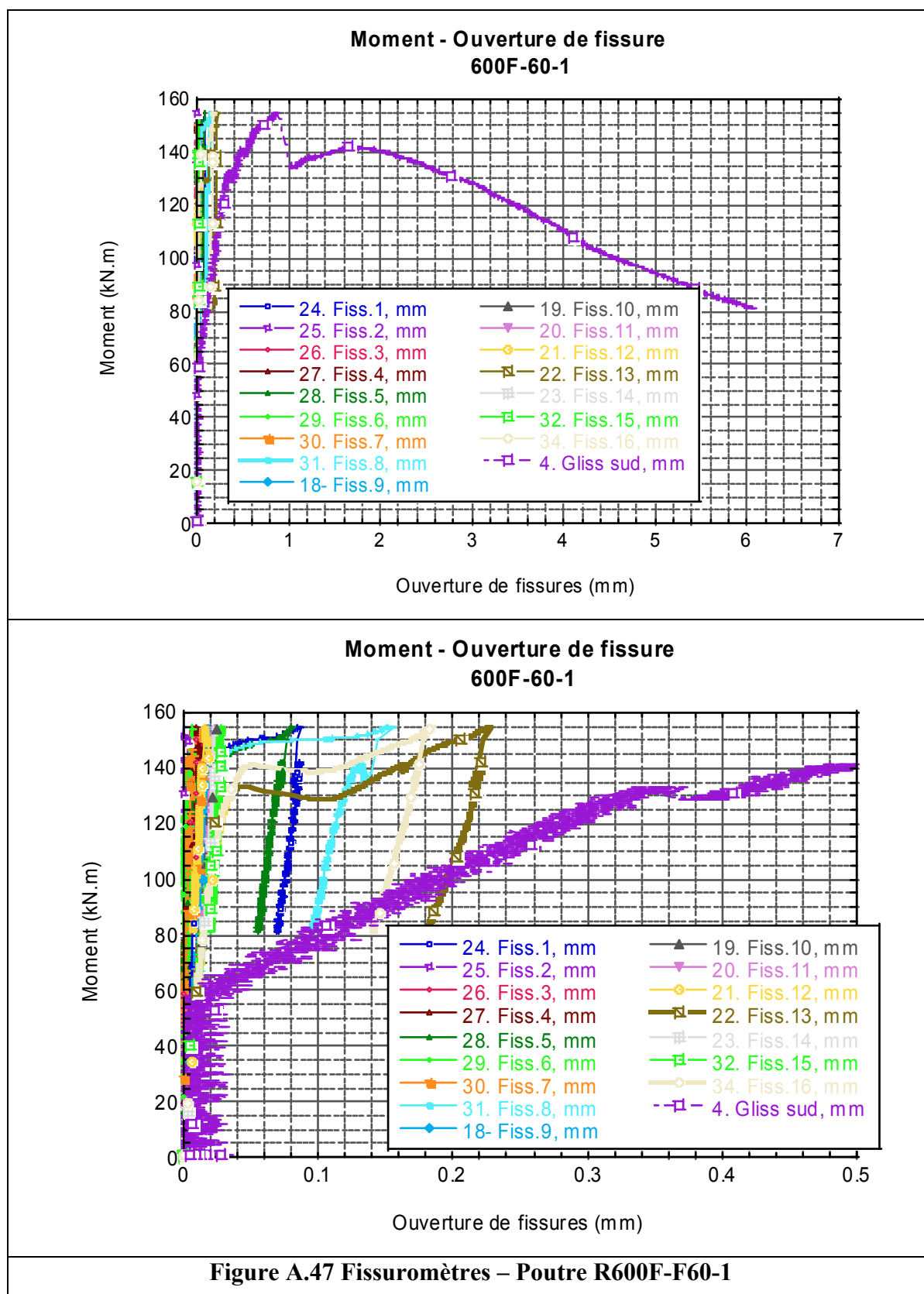
A.4.4.9 Poutre R300RF-F60-1



A.4.4.10 Poutre R600F-F35-1



A.4.4.11 Poutre R600F-F60-1



A.4.4.12 Poutre R600F-F35-1.25

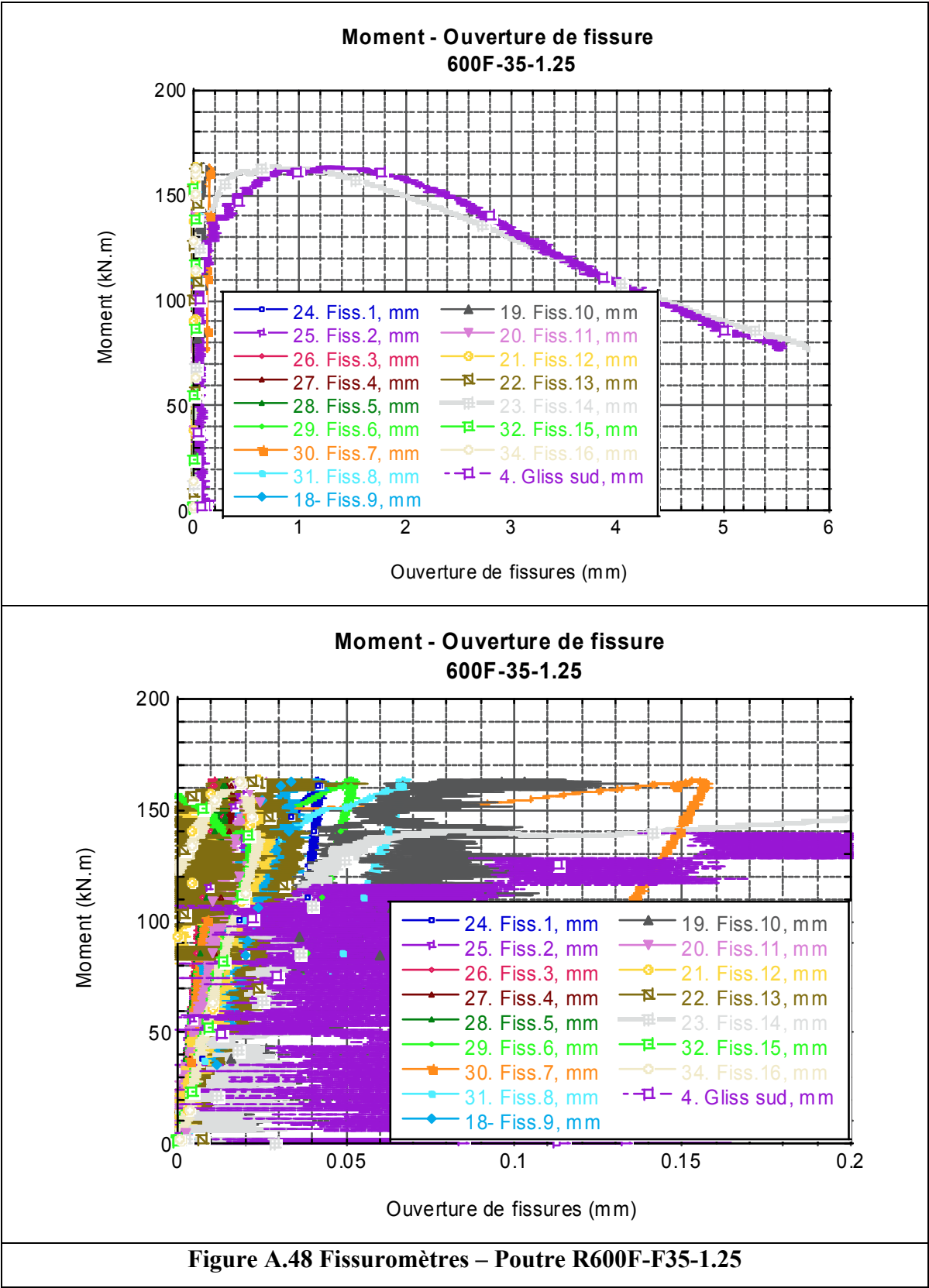
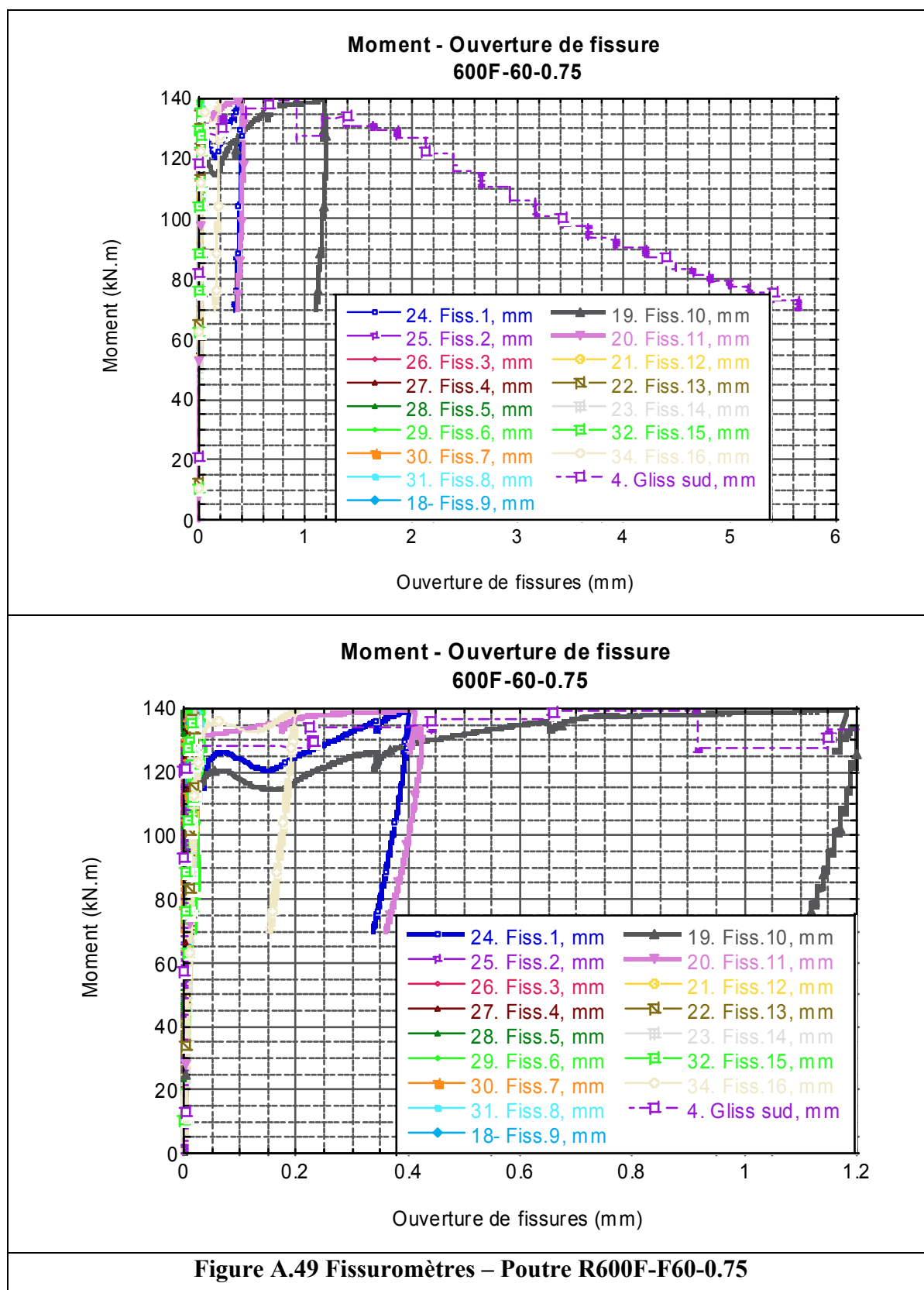
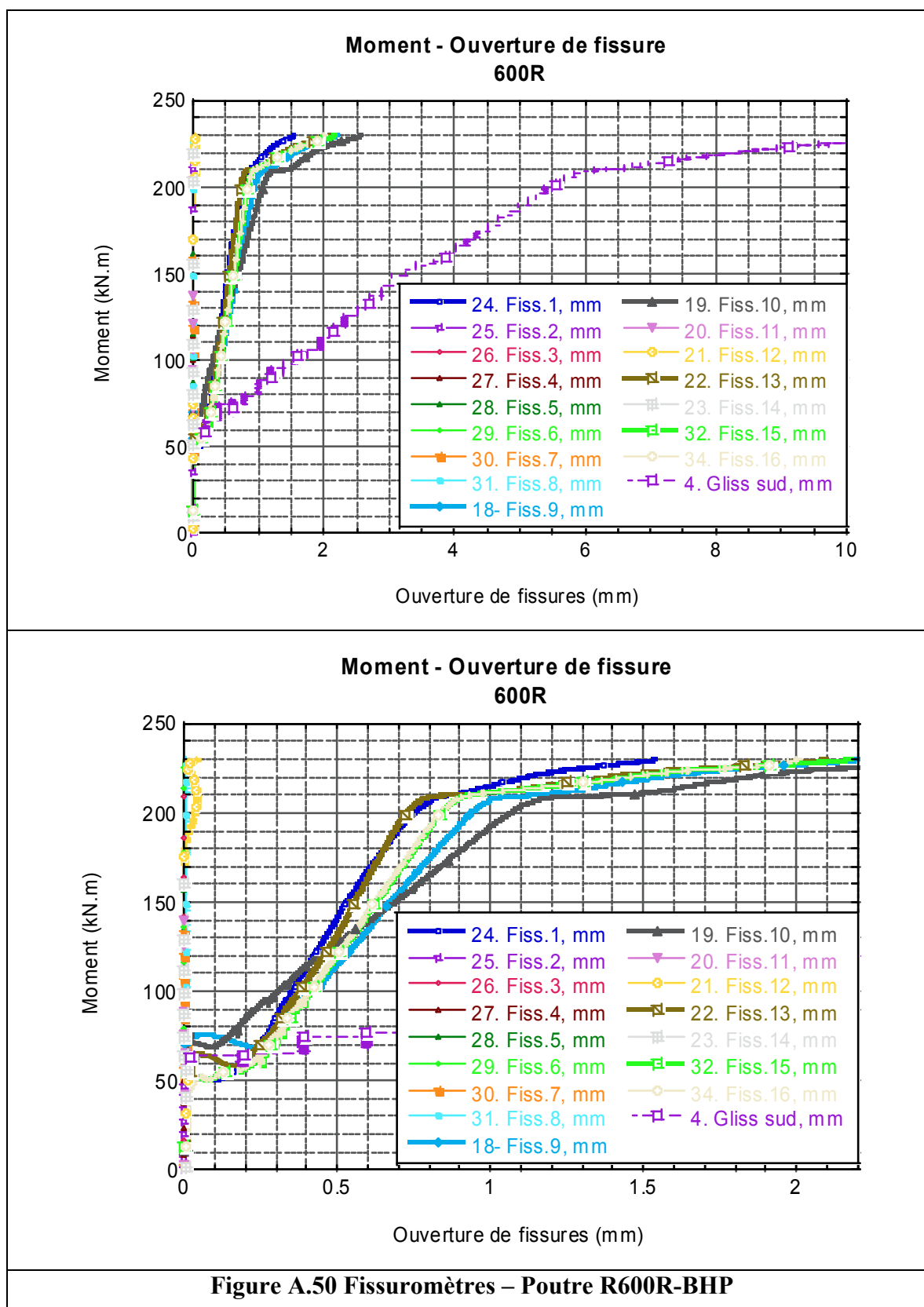


Figure A.48 Fissuromètres – Poutre R600F-F35-1.25

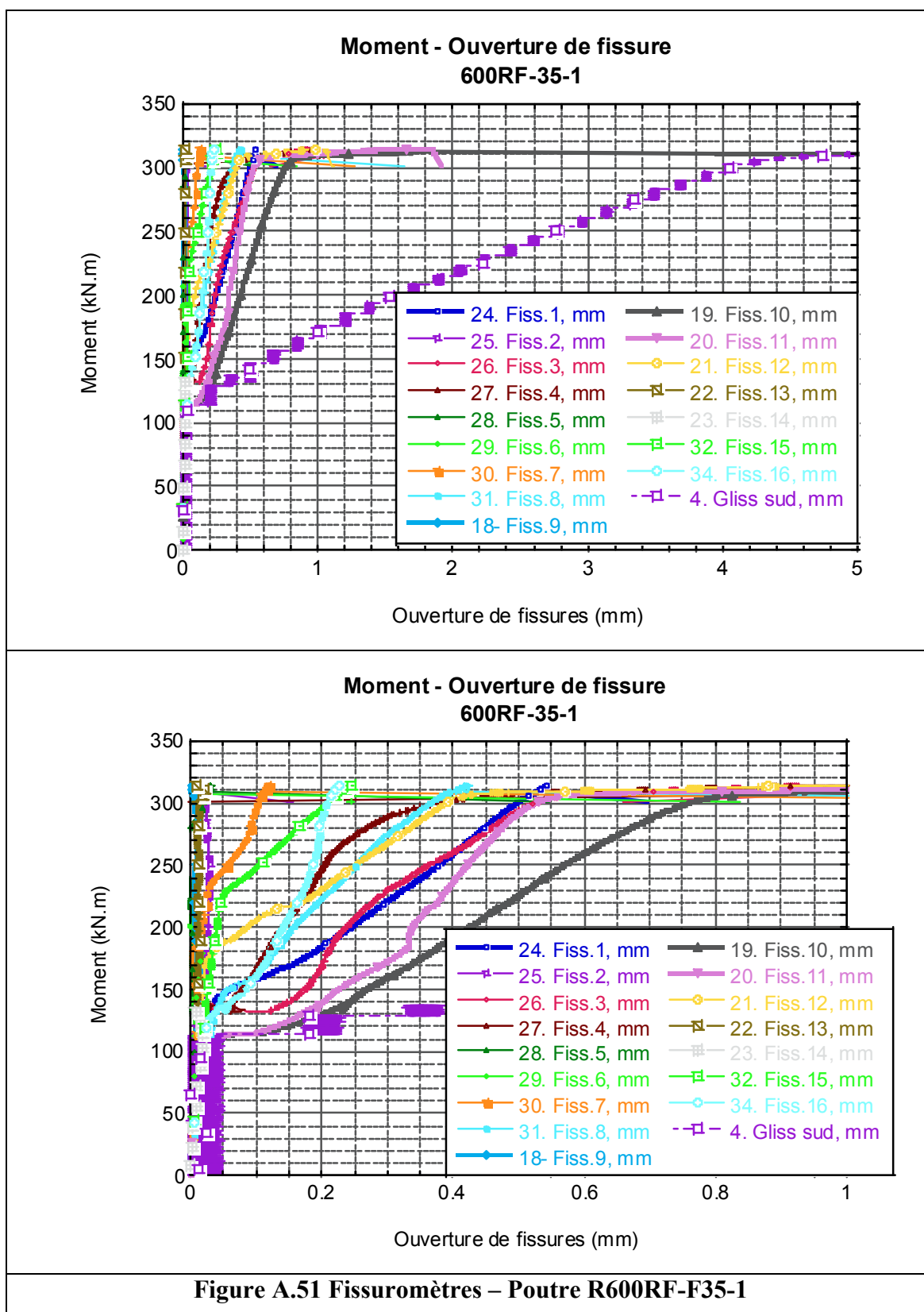
A.4.4.13 Poutre R600F-F60-0.75



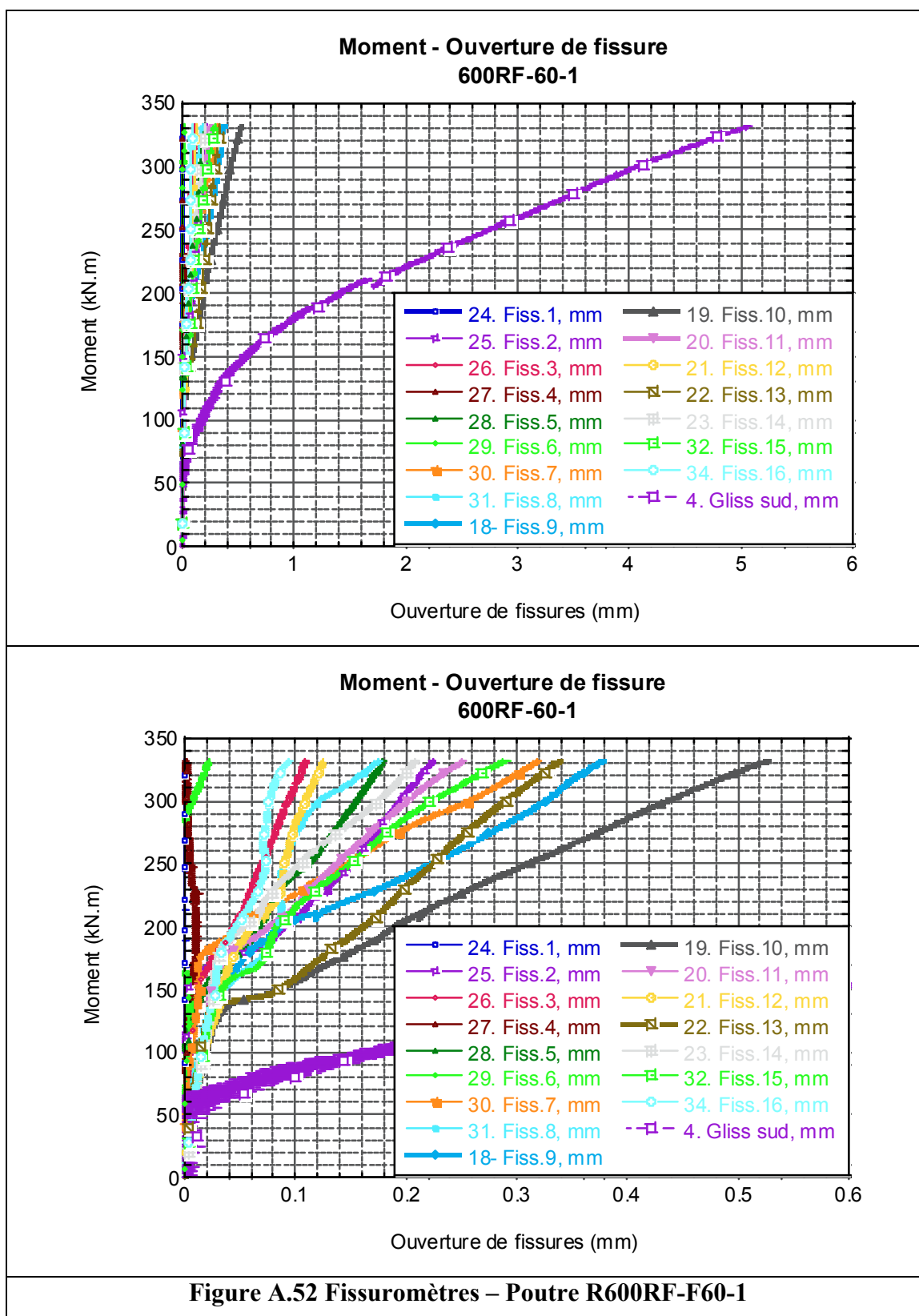
A.4.4.14 Poutre R600R-BHP



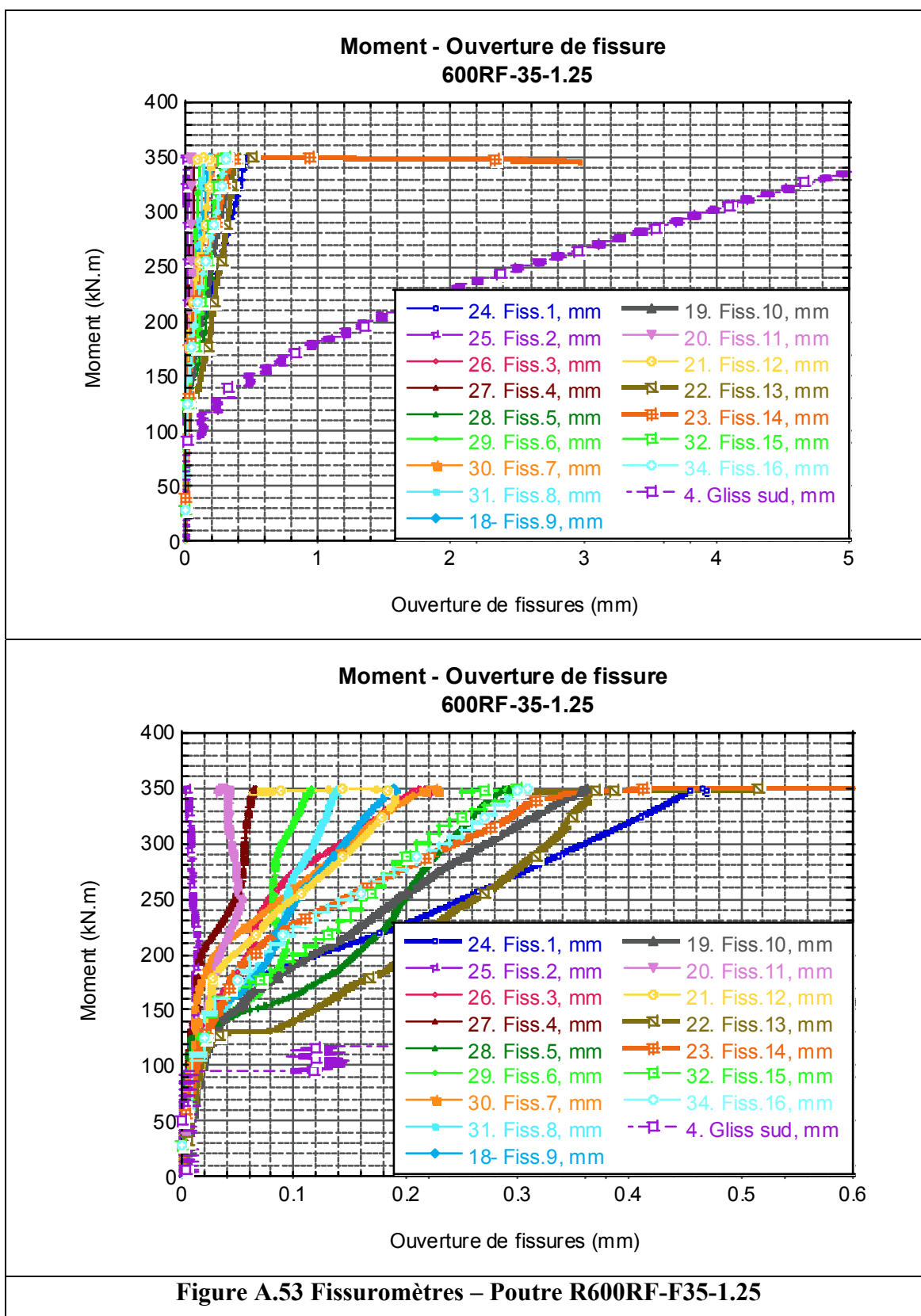
A.4.4.15 Poutre R600RF-F35-1



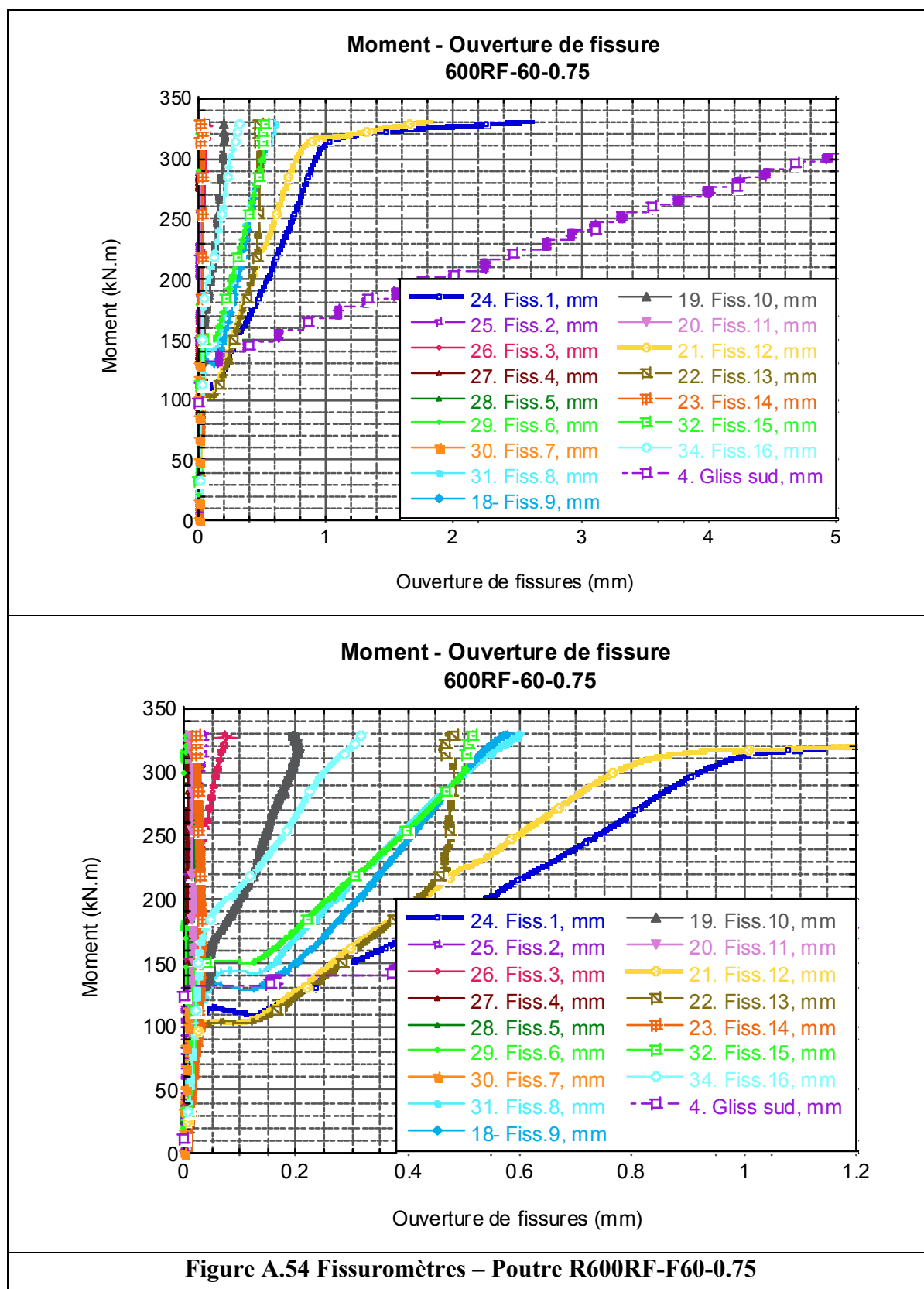
A.4.4.16 Poutre R600RF-F60-1



A.4.4.17 Poutre R600RF-F35-1.25



A.4.4.18 Poutre R600RF-F60-0.75



A.4.5 Courbes Moment-Courbure

La courbure moyenne des poutres en flexion a été mesurée dans la zone de moment constant. Cette section montre les résultats des essais de flexion sous la forme de courbes Moment-Courbure.

A.4.5.1 Poutres rectangulaires de 150 mm d'épaisseur

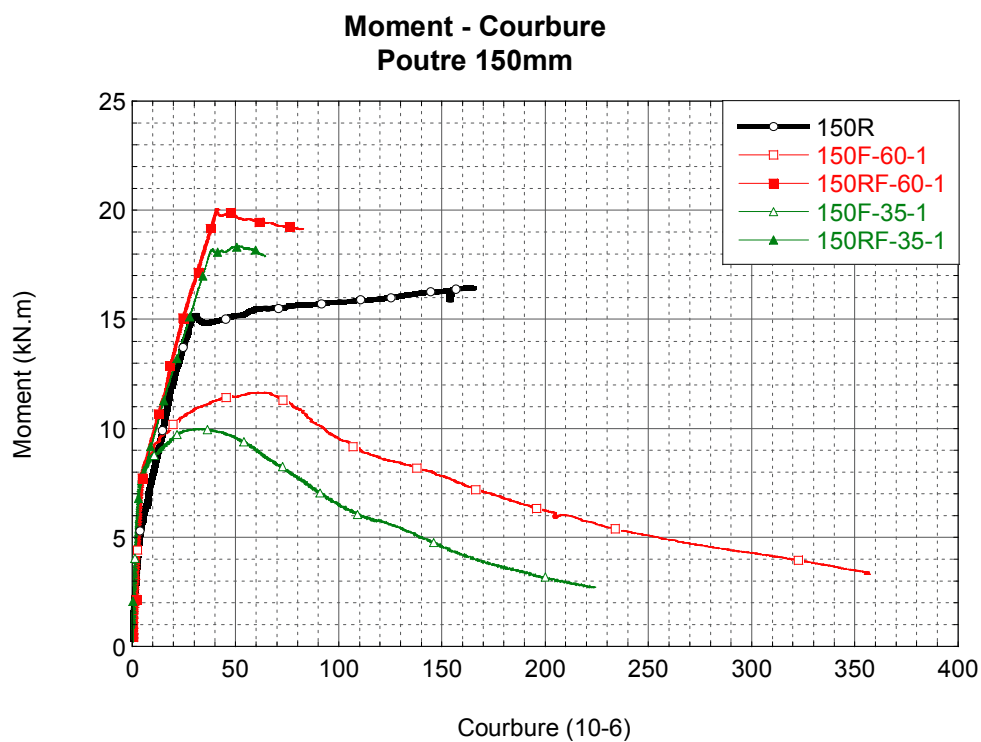


Figure A.55 M- ψ – Poutres de 150 mm

A.4.5.2 Poutres rectangulaires de 300 mm d'épaisseur

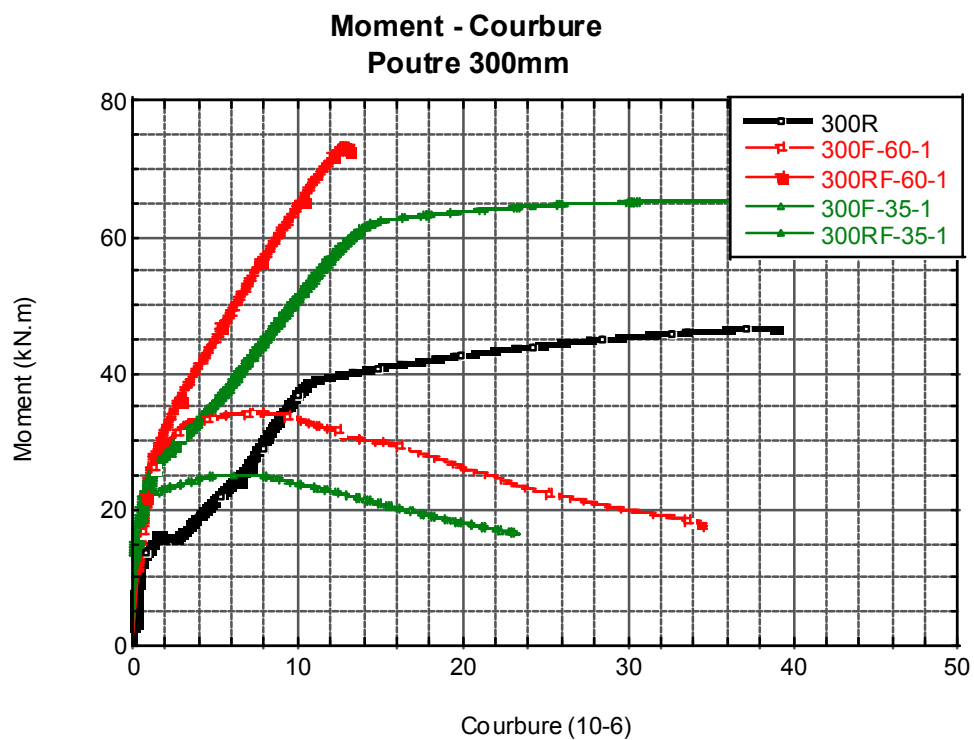


Figure A.56 M- ψ – Poutres de 300 mm

A.4.5.3 Poutres rectangulaires de 600 mm d'épaisseur

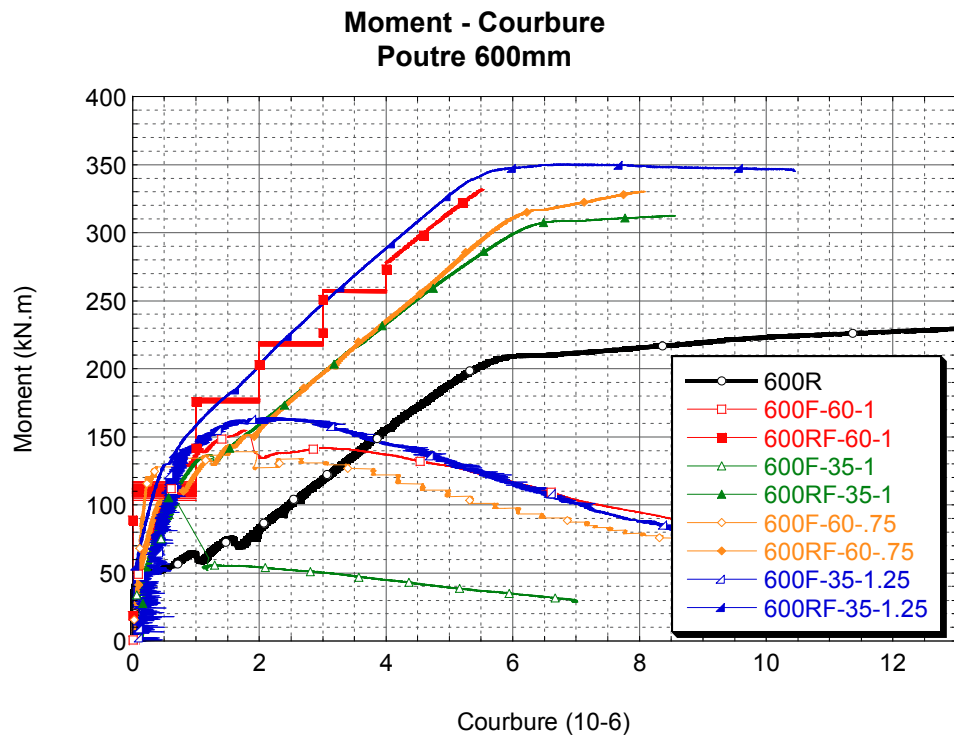
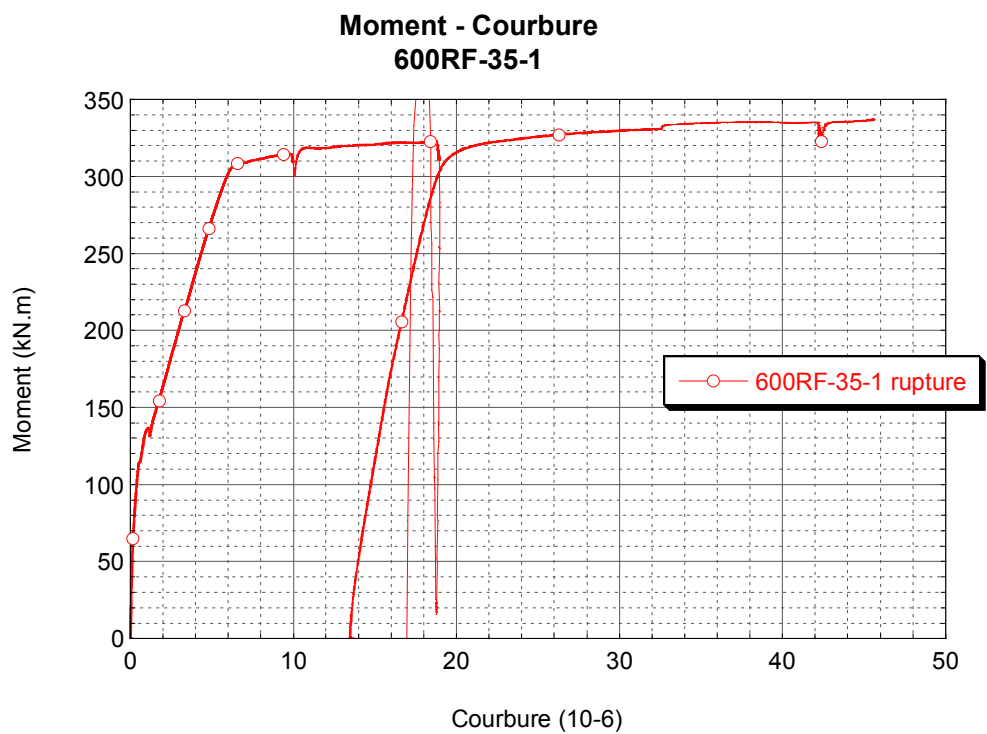


Figure A.57 M- ψ – Poutres de 600 mm

A.4.5.4 Poutre R600RF-F35-1**Figure A.58 M- ψ – Poutre R600RF-F35-1**