



**Titre:** Méthode heuristique d'optimisation pour la planification à long  
Title: terme des réseaux cellulaires alimentés par l'énergie solaire

**Auteur:** Abdoul Wassi Badirou  
Author:

**Date:** 2020

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Badirou, A. W. (2020). Méthode heuristique d'optimisation pour la planification à  
Citation: long terme des réseaux cellulaires alimentés par l'énergie solaire [Master's thesis,  
Polytechnique Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/5344/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/5344/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Brunilde Sanso, & André Girard  
Advisors:

**Programme:** génie électrique  
Program:

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

**Méthode heuristique d'optimisation pour la planification à long terme des  
réseaux cellulaires alimentés par l'énergie solaire**

**ABDOUL WASSI BADIROU**

Département de génie électrique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
Génie électrique

Mai 2020

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Méthode heuristique d'optimisation pour la planification à long terme des  
réseaux cellulaires alimentés par l'énergie solaire**

présenté par **Abdoul Wassi BADIROU**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

**Christian CARDINAL**, président

**Brunilde SANSÒ**, membre et directrice de recherche

**André GIRARD**, membre et codirecteur de recherche

**Chahé NERGHIZIAN**, membre

**DÉDICACE**

*À ma femme, Rodiath,  
ma fille, Youmna,  
mes parents, Choukouratou et Moussibahou,...  
et mes soeurs Wajiha et Waliya...*

## REMERCIEMENTS

La réalisation de ce mémoire a été possible grâce à l'appui de plusieurs personnes à qui je voudrais témoigner toute ma gratitude.

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma reconnaissance à ma directrice de recherche, professeure Brunilde Sansò, ainsi que mon codirecteur, professeur André Girard, pour l'opportunité qu'ils m'ont offerte de faire cette maîtrise. Je leur suis extrêmement reconnaissant pour les meilleures conditions d'étude qu'ils m'ont offertes, leur confiance et leurs précieux conseils.

J'aimerais remercier madame Nathalie Lévesque pour son aide administratif tout au long de mon programme de maîtrise à l'École Polytechnique de Montréal. Mes remerciements également à monsieur Edo Logo et monsieur Pierre Girard du GERAD pour leur soutien technique.

Je tiens à remercier affectueusement ma conjointe Rodiath, pour son soutien indéfectible, sa grande patience et ses encouragements dans les moments les plus difficiles. Un grand merci de m'avoir offert un cadre familial propice pour la concrétisation de ce mémoire. Merci également à mes sœurs Wajiha et Waliya d'y avoir contribué.

Enfin ma profonde gratitude à mes chers parents, Choukouratou et Moussibahou, pour tous les sacrifices consentis depuis mon enfance pour m'offrir une éducation de qualité, et leurs encouragements tout au long de cette maîtrise.

## RÉSUMÉ

Les réseaux cellulaires constituent une partie importante de l'impact environnemental des Technologies de l'Information et de la Communication dans le monde. Plus précisément, le réseau d'accès radio, constitué principalement d'antennes, est le plus énergivore. De plus, la prochaine génération de réseau cellulaire, la 5G, avec ses ondes millimétriques, entrainera une prolifération des sites d'antennes à courte portée. Cette densification du réseau engendre non seulement plus d'investissement pour les opérateurs, mais complexifie davantage la planification et l'optimisation de ces réseaux.

L'objectif de ce mémoire est de proposer un algorithme de recherche tabou qui minimise les coûts d'investissements à long terme et les dépenses opérationnelles en énergie des sites d'antennes dans les réseaux cellulaires alimentés par l'énergie solaire.

Pour atteindre cet objectif, le problème est d'abord modélisé sous la forme d'un programme mathématique linéaire mixte (MIP). Il est ensuite résolu conjointement avec un solveur cplex et une heuristique de recherche tabou. En effet, la décomposition du problème met en évidence deux problèmes d'optimisation : un problème de localisation des stations de base et un autre d'assignation des usagers. Ainsi les mouvements de la recherche tabou consistent à modifier la topologie de l'infrastructure radio. Ceci à travers l'installation ou le retrait d'une station ou la modification du type de station installé. L'assignation des usagers à ces stations est ensuite optimisée à l'aide du solveur cplex de AMPL afin de minimiser les dépenses opérationnelles liées à l'utilisation de l'énergie.

L'algorithme développé permet d'optimiser des réseaux de plus de 50 stations avec des solutions à moins de 15% de l'optimum.

## ABSTRACT

Cellular networks are an important part of the environmental impact of Information and Communication Technologies worldwide. More specifically, the radio access network part, consisting mainly of antennas, is the most energy-consuming. In addition, the next generation of cellular network, 5G, with its millimeter waves, will lead to a proliferation of short-range antenna sites. This densification of the network not only generates more investment for operators, but further complicates the planning and optimization of these networks.

The main objective of this dissertation is to propose a tabu search algorithm which minimizes the long-term investment costs and operational energy expenditure of antenna sites in cellular networks powered by solar energy.

To achieve this objective, the problem is first modeled using a mixed-integer programming model (MIP). It is then solved jointly with a cplex solver and a tabu search heuristic. Indeed, the breakdown of the problem highlights two optimization problems: one for locating base stations and the other for assigning users. Thus the movements of tabu research consist in modifying the topology of the radio infrastructure. This is done by installing or removing a station or modifying the type of station installed. The assignment of users to these stations is then optimized using the AMPL cplex solver in order to minimize operational expenses linked to the use of energy.

The algorithm developed makes it possible to optimize networks of more than 50 stations with solutions at less than 15% of the optimum.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iv
REMERCIEMENTS . . . . .	v
RÉSUMÉ . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	viii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xi
LISTE DES FIGURES . . . . .	xii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xiv
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Contexte . . . . .	1
1.2 Objectif . . . . .	2
1.3 Méthodologie . . . . .	3
1.4 Plan du mémoire . . . . .	4
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	5
CHAPITRE 3 DESCRIPTION DU PROBLÈME . . . . .	7
3.1 Composantes d'un réseau d'accès cellulaire LTE fonctionnant par l'énergie solaire	8
3.2 Caractéristiques et exemple de planification . . . . .	11
CHAPITRE 4 MODÈLE HEURISTIQUE . . . . .	22
4.1 Description d'une heuristique tabou . . . . .	22
4.2 Simplications du modèle . . . . .	26
4.3 Structure mathématique du problème . . . . .	29
4.4 Algorithme de recherche tabou . . . . .	29
4.5 Espace des solutions . . . . .	31
4.6 Voisinages et mouvements . . . . .	32



4.7	Mouvements tabou et critère d'aspiration . . . . .	35
4.8	Évaluation d'un mouvement . . . . .	39
4.9	Solution initiale . . . . .	40
4.9.1	Algorithme A : heuristique de minimisation des sites candidats actifs basée sur le degré d'association des sites et TP . . . . .	43
4.9.2	Algorithme B : heuristique de minimisation des sites candidats actifs basée sur la capacité énergétique résiduelle des stations de base . . . . .	45
CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET ANALYSES . . . . .		46
5.1	Description des jeux de données . . . . .	46
5.2	Analyse des heuristiques de génération d'une solution initiale . . . . .	49
5.2.1	Analyse de la résolution du sous-problème SPA . . . . .	49
5.2.2	Analyse de la minimisation des sites candidats actifs par l'algorithme A . . . . .	50
5.2.3	Analyse de la minimisation des sites candidats actifs par l'algorithme B . . . . .	56
5.3	Analyse et performance de la recherche tabou . . . . .	59
5.3.1	Comparaison des solutions de la recherche tabou . . . . .	59
5.3.2	Comparaison des coûts des solutions de la recherche tabou . . . . .	65
5.3.3	Performances de la recherche tabou . . . . .	65
CHAPITRE 6 CONCLUSION . . . . .		71
6.1	Synthèse . . . . .	71
6.2	Impacts . . . . .	73
6.3	Limitations . . . . .	73
6.4	Travaux futurs . . . . .	74
RÉFÉRENCES . . . . .		75
ANNEXES . . . . .		78
A.1	Ensembles, paramètres et variables . . . . .	78
A.1.1	Ensembles . . . . .	78
A.1.2	Paramètres . . . . .	78
A.1.3	Variables . . . . .	80
A.2	Objectif et contraintes . . . . .	81
A.2.1	Fonction objectif . . . . .	81
A.2.2	Contraintes . . . . .	81
B.1	Sous-problème lagrangien de minimisation de l'investissement . . . . .	88
B.2	Sous-problème lagrangien de minimisation de l'énergie . . . . .	88

B.3	Sous-problème lagrangien de minimisation de l'assignation . . . . .	94
B.4	Sommaire des sous problèmes . . . . .	94
C.1	Les stations de base . . . . .	96
C.2	Les points de test . . . . .	98

## LISTE DES TABLEAUX

3.1	Caractéristique des types de stations de base . . . . .	14
3.2	Ensembles du modèle de planification . . . . .	15
3.3	Paramètres du modèle de planification . . . . .	20
3.4	Variables du modèle de planification . . . . .	20
5.1	Paramètres communs à toutes les instances générées . . . . .	47
5.2	Paramètres spécifiques de chaque instance générée . . . . .	47
5.3	Utilisation énergétique des stations de base macro à la période de pointe de la dernière année . . . . .	50
5.4	Comparaison du coût des solutions initiales . . . . .	57
5.5	Année d'installation des stations de base pour le problème P1 . . . .	60
5.6	Année d'installation des stations de base pour le problème P2 . . . .	61
5.7	Année d'installation des stations de base pour le problème P3 . . . .	62
5.8	Année d'installation des stations de base pour le problème P4 . . . .	62
5.9	Année d'installation des stations de base pour le problème P5 . . . .	63
5.10	Résultats de la recherche tabou . . . . .	65
5.11	Temps d'exécution en secondes de la recherche tabou . . . . .	67
C.1	Paramètres des types de stations de base . . . . .	99

## LISTE DES FIGURES

3.1	Architecture d'un réseau cellulaire . . . . .	8
3.2	Architecture d'une station de base . . . . .	9
3.3	Source d'énergie solaire d'appoint au réseau électrique . . . . .	11
3.4	Exemple de réseau à planifier . . . . .	12
3.5	Profil de trafic des points de test . . . . .	13
3.6	TP actif par année . . . . .	13
3.7	Exemple de planification en période de pointe . . . . .	16
3.8	Exemple de non remplacement de station de base dans la planification	17
3.9	Exemple d'assignation des TP . . . . .	17
3.10	Exemple de réseau à optimiser à une période $t$ d'une année $q$ . . . . .	18
3.11	Exemple de planification sujet à la contrainte de capacité des stations de base . . . . .	19
3.12	Décomposition du problème global . . . . .	21
4.1	Exemple de solution initiale pour la recherche tabou . . . . .	22
4.2	Exemple de voisin de la solution initiale de la figure 4.1 . . . . .	24
4.3	Organigramme d'une métaheuristique tabou . . . . .	25
4.4	Organigramme de la stratégie d'exploration d'un voisinage (partie 1 de 3) . . . . .	36
4.5	Organigramme de la stratégie d'exploration d'un voisinage (partie 2 de 3) . . . . .	37
4.6	Organigramme de la stratégie d'exploration d'un voisinage (partie 3 de 3) . . . . .	38
4.7	Organigramme de l'heuristique pour générer la solution initiale . . . . .	41
5.1	Réseaux étudiés . . . . .	48
5.2	Solution SPA du problème P1 . . . . .	51
5.3	Solution SPA du problème P2 . . . . .	51
5.4	Solution SPA du problème P3 . . . . .	51
5.5	Solution SPA du problème P4 . . . . .	51
5.6	Solution SPA du problème P5 . . . . .	52
5.7	Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du pro- blème P1 . . . . .	53
5.8	Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du pro- blème P2 . . . . .	53

5.9	Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du problème P3 . . . . .	54
5.10	Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du problème P4 . . . . .	55
5.11	Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du problème P5 . . . . .	56
5.12	Algorithme B : Solution de minimisation des sites candidats du problème P2 . . . . .	58
5.13	Algorithme B : Solution de minimisation des sites candidats du problème P3 . . . . .	58
5.14	Solution en période de pointe de la dernière année du problème P1 .	59
5.15	Solution en période de pointe de la dernière année du problème P2 .	60
5.16	Solution en période de pointe de la dernière année du problème P3 .	61
5.17	Solution en période de pointe de la dernière année des problèmes P4 et P5 . . . . .	64
5.18	Évolution du coût de la solution par itération (1 DE 3) . . . . .	68
B.1	Sous-problèmes identifiés à partir de la relaxation lagrangienne . . . .	95

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

BS	Base Station
GES	Gaz à Effet de Serre
GSM	Global System for Mobile Communication
LTE	Long Term Evolution
RAN	Radio Access Network
SIM	Subscriber Identity Module
SMS	Short Message Service
TP	Test Point
UMTS	Universal Mobile Telecommunications System

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	MODÈLE MATHÉMATIQUE . . . . .	78
Annexe B	RELAXATION LAGRANGIENNE . . . . .	85
Annexe C	Description des paramètres pour la génération des instances . . . . .	96

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

### 1.1 Contexte

Les enjeux environnementaux occupent aujourd'hui une place de choix dans notre société. Dans l'accord de Paris, COP21, les gouvernements se sont engagés à maintenir l'augmentation du réchauffement climatique sous le seuil de  $2^{\circ}\text{C}$ , et à viser le seuil de  $1,5^{\circ}\text{C}$  par rapport au niveau de la période préindustrielle [1]. Pour atteindre cette cible, les émissions globales de gaz à effet de serre, GES, doivent diminuer de moitié d'ici 2030 [2]. Ainsi, tous les secteurs doivent contribuer collectivement à réduire leur impact sur l'environnement. Cette réduction se fait selon deux axes : la réduction de la consommation énergétique d'une part et l'utilisation de sources d'énergie vertes d'autres part.

Dans cet écosystème, les Technologies de l'Information et des Communications (TIC) représentent 2% à 10% de la consommation énergétique mondiale [3], et pourraient atteindre 20% d'ici 2025 [4]. Cette consommation génère environ 2% des émissions globales de  $\text{CO}_2$ . Les réseaux cellulaires constituent une partie importante de ces émissions. Le secteur mobile émet environ l'équivalent de 220  $\text{MtCO}_2$ , ce qui représente 0,4% des émissions globales [2]. Cet impact pourrait être 2 à 3 fois plus important avec le déploiement des réseaux 5G [5]. La pleine capacité des réseaux 5G est atteinte dans les bandes au-dessus de 6 GHz [6]. Ainsi, la portée réduite des nouvelles antennes 5G entraînera une densification importante de cette nouvelle infrastructure radio (NR). Dans la ville de Montréal, on prévoit de 30 à 50 fois plus d'antennes [7]. Sachant que dans un réseau cellulaire, 80% de la consommation énergétique provient des infrastructures radio [8], la gestion efficace de l'utilisation énergétique est beaucoup plus importante dans un RAN 5G. Les opérateurs de réseaux mobiles doivent donc utiliser intelligemment l'énergie dans ces réseaux.

Par ailleurs, les réseaux mobiles permettent à d'autres secteurs de réduire leur impact environnemental. Cette contribution sera plus importante avec le déploiement de la 5G. En effet, la 5G permettra l'introduction de nouvelles générations de produits et services tels que les véhicules autonomes, les villes intelligentes, les soins de santé à distance, l'internet des objets et bien d'autres paradigmes d'avenir dont l'objectif est d'améliorer nos conditions de vie et de réduire notre impact sur l'environnement. Les émissions de  $\text{CO}_2$  évitées par les autres secteurs grâce aux technologies mobiles sont 10 fois plus importantes que celles produites par ces dernières [2]. Ainsi, pour atteindre les objectifs de zéro émission, il est indispensable de se tourner vers des sources d'énergie alternatives telles que le solaire pour l'alimentation des réseaux cellulaires. La démocratisation des coûts de cette source d'énergie et les inci-



tatifs gouvernementaux rendent opportune son utilisation et permettent aux opérateurs de réduire leurs dépenses opérationnelles en énergie. En effet, les panneaux photovoltaïques ont connu une diminution de 90 % de leur coût ces 10 dernières années et pourraient connaître une autre diminution de 50 % les 5 prochaines années [5]. De plus, ces réseaux alimentés par ces sources d’énergie alternatives sont plus autonomes et plus robustes en cas de pannes électriques majeures causées par les changements climatiques. De surcroît, face au défi de localisation des nombreuses antennes à déployer avec la 5G, les opérateurs sont moins dépendants de la présence d’un réseau d’alimentation électrique traditionnel. Ce mémoire saisit donc l’opportunité de l’évolution des réseaux cellulaires vers la 5G pour fournir les moyens de planifier des réseaux mobiles écoénergétiques.

Dans un réseau cellulaire, l’énergie représente 15 à 25 % des dépenses opérationnelles [8]. Ces dépenses seront encore plus importantes avec le déploiement de la 5G. Face aux énormes investissements requis pour le déploiement de cette nouvelle génération d’infrastructure et à la stagnation des revenus, les opérateurs doivent optimiser la planification de l’évolution de leur infrastructure pour assurer la pérennité de ces réseaux cellulaires. Malheureusement, la coexistence pendant de longues années encore des RAN 3G, 4G, 5G et surtout la densification du réseau engendrée par la prolifération des nouvelles stations de bases 5G, complexifient davantage cette optimisation. Il est donc nécessaire de recourir à des méthodes heuristiques d’optimisation qui permettent d’avoir des solutions rapides et proches de l’optimalité pour des problèmes complexes de grande taille.

## 1.2 Objectif

Dans le contexte décrit dans la section 1.1, l’objectif des travaux présentés dans ce mémoire est de proposer un algorithme de recherche tabou qui minimise les coûts d’investissements à long terme et les dépenses opérationnelles en énergie des sites d’antennes dans les réseaux cellulaires alimentés par l’énergie solaire. En d’autres termes, les travaux visent à proposer un algorithme qui permet d’optimiser la planification de grands réseaux cellulaires écoénergétiques et verts. Plus spécifiquement il s’agit de :

- Fournir pour chaque année les sites de déploiement des nouvelles stations de base parmi un ensemble de sites potentiels ainsi que le type de chaque station à installer. Un type est défini par son rayon de couverture, sa capacité à ajuster dynamiquement sa consommation énergétique en fonction des besoins et la présence ou non d’un système de conversion de l’énergie solaire en énergie électrique.
- Fournir l’assignation des groupes d’utilisateurs aux stations de base à chaque période.
- Fournir le niveau de transmission de chaque station de base à chaque période.

- Identifier le type de source d'alimentation de chaque station de base à chaque période.

### 1.3 Méthodologie

Rappelons que l'objectif est de proposer une heuristique qui, pour des réseaux de grande taille, permet de minimiser les coûts d'investissements et les dépenses opérationnelles en énergie de l'infrastructure radio, et ceci, dans un contexte de développement durable.

Les coûts d'investissements sont liés aux montants capitalisables investis pour la mise en service d'une station de base. Ils incluent principalement les coûts des équipements et de leur installation. Le montant d'investissement pour la mise en service d'une station alimentée par l'énergie solaire est plus élevé que celui pour une station alimentée par l'énergie traditionnelle, en raison des coûts additionnels nécessaires pour le matériel et l'installation des équipements solaires. La satisfaction de la demande en bande passante des usagers guide la construction de nouveaux sites. L'énergie requise pour satisfaire cette demande définit la taille des sites et la puissance de transmission des antennes installées. Cette dernière détermine la consommation énergétique des stations de base, qui constitue le coût en énergie. L'alimentation des stations à partir de l'énergie solaire emmagasinée permet d'éviter ces dépenses opérationnelles. Mais cela contribue à augmenter l'investissement initial. Ainsi les coûts d'investissements et les dépenses opérationnelles sont fortement liés.

Afin de mieux comprendre et identifier les éléments qui permettent de décomposer le problème pour atteindre l'objectif, nous avons proposé une décomposition Lagrangienne du problème. La compréhension de la structure de décomposition met en lumière deux problèmes principaux d'optimisation : le problème de localisation des stations de base et celui d'assignation des usagers. Nous nous sommes donc orientés vers un algorithme de recherche tabou. Cette métaheuristique a fait ses preuves dans de nombreuses applications. Elle consiste à partir d'une solution initiale, puis appliquer de façon itérative, des modifications dites mouvements, sur une solution afin de construire des solutions voisines, et choisir la meilleure non tabou de ce voisinage. La solution choisie sert de solution de départ pour l'itération suivante. Le mouvement ayant engendré la solution choisie est rajouté dans une liste dite tabou pour une durée définie. Toutes les solutions qui résultent des mouvements de cette liste tabou sont dites tabou. Un critère d'arrêt est défini afin de mettre fin au processus itératif.

Dans nos travaux, après avoir construit une solution initiale à partir d'un algorithme glouton, les mouvements consistent à modifier la localisation des stations. Ceci implique l'installation d'une nouvelle station ou le retrait d'une station existante ou la modification du type d'une station installée. Chaque voisin issu du voisinage définit donc une topologie de l'infrastructure

radio. Le problème d'assignation qui en résulte est modélisé sous la forme d'un programme mathématique linéaire mixte (MIP : Mixed Integer Programming). Il est résolu avec le solveur Cplex de AMPL. Un nombre défini d'itérations sans amélioration de la meilleure solution trouvée met fin au processus itératif et nous permet d'atteindre l'objectif défini au 1.2.

#### **1.4 Plan du mémoire**

Le présent mémoire qui expose nos travaux de recherche s'articule principalement autour de 4 chapitres. Dans un premier temps, la revue de littérature permet de situer nos travaux par rapport à ceux des autres chercheurs et démontrer en quoi ils s'en démarquent. Afin de bien comprendre en quoi consistent nos travaux, le chapitre 3 décrit le problème étudié à travers la description des composantes d'un réseau d'accès cellulaire puis à partir de quelques exemples simples de planification, nous mettons en lumière la problématique du sujet. Dans ce chapitre, nous exposons également de façon qualitative les contraintes et la fonction objectif du problème afin de mettre en lumière ses difficultés. Le détail de la modélisation mathématique est reporté en annexe. Ensuite, l'essence de nos travaux est présentée dans le chapitre 4 à travers l'exposé des modèles heuristiques développés. Enfin, avant de conclure par les impacts potentiels de nos travaux, leur limitation et les travaux futurs, le chapitre 5 présente et analyse les résultats obtenus.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Les travaux de ce mémoire mettent en évidence trois concepts principaux : l'efficacité énergétique, l'utilisation de l'énergie solaire comme source alternative et l'approche heuristique dans l'optimisation de la planification des réseaux cellulaires.

L'efficacité énergétique dans les réseaux cellulaires vise à réduire la consommation énergétique. Dans la littérature nous distinguons deux approches : la première améliore l'efficacité énergétique des équipements et protocoles dans les réseaux mobiles. Cette approche qui s'adresse essentiellement aux manufacturiers et aux organismes de normalisation sort du cadre de nos travaux. La deuxième approche qui nous intéresse un peu plus explore différentes stratégies de planification des réseaux qui permettent d'optimiser l'utilisation de l'énergie.

Une stratégie permettant de réduire la consommation d'énergie dans les réseaux consiste à mettre en veille ou éteindre certaines stations pendant les périodes où la demande des usagers est moins élevée [9–11]. Les différents articles qui mettent en lumière cette approche se distinguent principalement les uns des autres par la métrique utilisée pour déterminer les stations qui doivent être actives et celles qui peuvent être éteintes ou mises en veille. Dans [12], la contrainte principale est la couverture alors que dans [13] il s'agit de la demande des usagers. [14] réduit la puissance consommée en éteignant certains nœuds UMTS (Universal Mobile Telecommunications System) durant les périodes hors pointes tout en garantissant une certaine qualité de service.

Une autre stratégie consiste à ajuster dynamiquement la puissance de transmission des antennes dans les stations de base en fonction de la demande dans le réseau. Cette approche introduit le concept de zoom cellulaire. [15] tient compte de la variation spatiale et temporelle du trafic, et propose une implémentation avec une fonction multiobjectif qui vise à minimiser la consommation énergétique et la probabilité de blocage des usagers. [16], quant à lui utilise conjointement la stratégie de mise en veille des stations et d'ajustement dynamique de la puissance de transmission. La formulation proposée est sous la forme d'un programme mathématique non linéaire qui minimise la consommation énergétique sujette à des contraintes qui visent à maintenir un certain niveau de service tel que la probabilité de blocage et la couverture radio.

Le déploiement de réseau hétérogène utilisant des stations macro, micro, pico et femto permet de réduire la consommation d'énergie [17, 18]. En effet, la distance de propagation entre les stations est réduite ce qui nécessite moins d'énergie, et l'utilisation de hautes fréquences offre un débit plus élevé. Les petites stations desservent les zones avec une forte densité trafic en

utilisant une plus faible quantité d'énergie [19]. Par ailleurs plusieurs travaux ont démontré que le déploiement de réseau hétérogène couplé à des mécanismes de mise en veille des stations en période hors pointe ou de gestion dynamique de la puissance, permet d'atteindre des gains beaucoup plus importants en économie d'énergie [20, 21].

L'utilisation des sources d'énergies renouvelables est nécessaire pour réduire significativement l'impact intrinsèque des réseaux cellulaires sur l'environnement. [22] démontre la faisabilité d'alimenter un réseau LTE exclusivement à partir des énergies renouvelables. Il propose également une méthode de dimensionnement des équipements solaires et des unités de stockage. La faisabilité d'une telle approche repose essentiellement sur l'utilisation des mécanismes qui réduisent la consommation énergétique afin de réduire la taille des systèmes nécessaires pour utiliser ces sources d'énergie renouvelables. [23] optimise le dimensionnement des équipements solaires pour l'alimentation des stations macro dans un réseau LTE. Il démontre que l'alimentation hybride de ces réseaux à partir d'énergie solaire et des sources de distribution traditionnelle est économiquement plus avantageuse que l'alimentation exclusive à partir de l'une ou l'autre des sources.

D'un point de vue de la planification des réseaux, [3] dans ses travaux démontre l'importance de tenir compte conjointement des investissements réseaux et de la gestion opérationnelles liées à l'utilisation de l'énergie. En effet, ces travaux montrent qu'une petite augmentation des dépenses capitalisables peut permettre d'économiser jusqu'à près de 65% des dépenses énergétiques.

Dans la littérature, nous n'avons trouvé aucun article qui propose une approche heuristique pour la planification des réseaux en tenant compte conjointement des investissements et de la gestion énergétique dans un réseau hétérogène. [24] propose une heuristique qui minimise le nombre de stations nécessaires pour maintenir la qualité de service au-dessus d'un certain seuil sans réduire l'efficacité spectrale dans un réseau constitué exclusivement de petites stations. [25] et [26] proposent un algorithme génétique pour la planification et la gestion des réseaux en deux étapes successives.

Nos travaux se démarquent de ceux qu'on retrouve dans la littérature par le fait qu'ils tiennent comptent conjointement des deux catégories de dépenses et intègrent toutes les stratégies exposées précédemment qui permettent de réduire l'utilisation énergétique et réduire l'impact des réseaux cellulaires sur notre environnement. De plus, l'évolution annuelle de la demande des usagers est prise en compte.

### CHAPITRE 3 DESCRIPTION DU PROBLÈME

Les réseaux cellulaires ont été conçus à l'origine pour assurer les communications vocales. Ainsi la première génération de réseau mobile (1G) introduite dans les années 80 utilisait des techniques de communication analogique pour assurer les communications vocales entre les usagers. Le développement des systèmes numériques a permis aux réseaux de deuxième génération (2G), encore appelé GSM (Global System for Mobile communication) en Europe, de voir le jour dans les années 90. Ces réseaux en plus d'assurer les communications vocales, permettent l'envoi de court message (SMS : Short Message Service). En parallèle, le développement de l'internet a conduit à la nécessité d'introduire des services de transfert de données dans les réseaux cellulaires. Ceci a conduit progressivement à la création des réseaux de troisième génération (3G) dans les années 2000. Cette génération de réseau cellulaire permet aux usagers de communiquer et de télécharger des données à des vitesses allant jusqu'à 10 Mbps, depuis leur équipement mobile.

Depuis 2007, le développement des téléphones intelligents couplé à la prolifération des applications mobiles a conduit à une croissance exponentielle des trafics de donnée dans les réseaux cellulaires. De 2007 à 2013, les données dans ces réseaux ont augmenté par un facteur de plus de 500 [27]. En 2010 le trafic de donnée est devenu significativement plus important que celui de la voix. L'évolution de ces réseaux est devenue strictement dépendante des exigences liées au transfert de données. Les réseaux 2G et 3G ne répondent plus au besoin en bande passante des usagers pour les données. Ceci a conduit à l'introduction des réseaux LTE 4G.

Le trafic de voix étant devenu presque négligeable devant celui des données, les modèles développés dans nos travaux visent à satisfaire les besoins en données des usagers dans le réseau cellulaire. Ces exigences en bande passante qui ne cessent de croître exponentiellement au fil des années posent des enjeux majeurs dans la planification à long terme des réseaux cellulaires face aux limites en capacité de ces derniers. Ainsi dans ce chapitre nous mettons d'abord en lumière ces limites à travers la description sommaire des composantes d'un réseau LTE qui peut être alimenté par l'énergie solaire. Ensuite, nous décrivons les problèmes auxquels nos travaux tentent d'apporter des éléments de réponse.

### 3.1 Composantes d'un réseau d'accès cellulaire LTE fonctionnant par l'énergie solaire

Les réseaux cellulaires sont constitués de trois parties principales : les équipements mobiles, le réseau d'accès radio et le cœur du réseau. La figure 3.1 donne une vue générale de ces différentes parties.

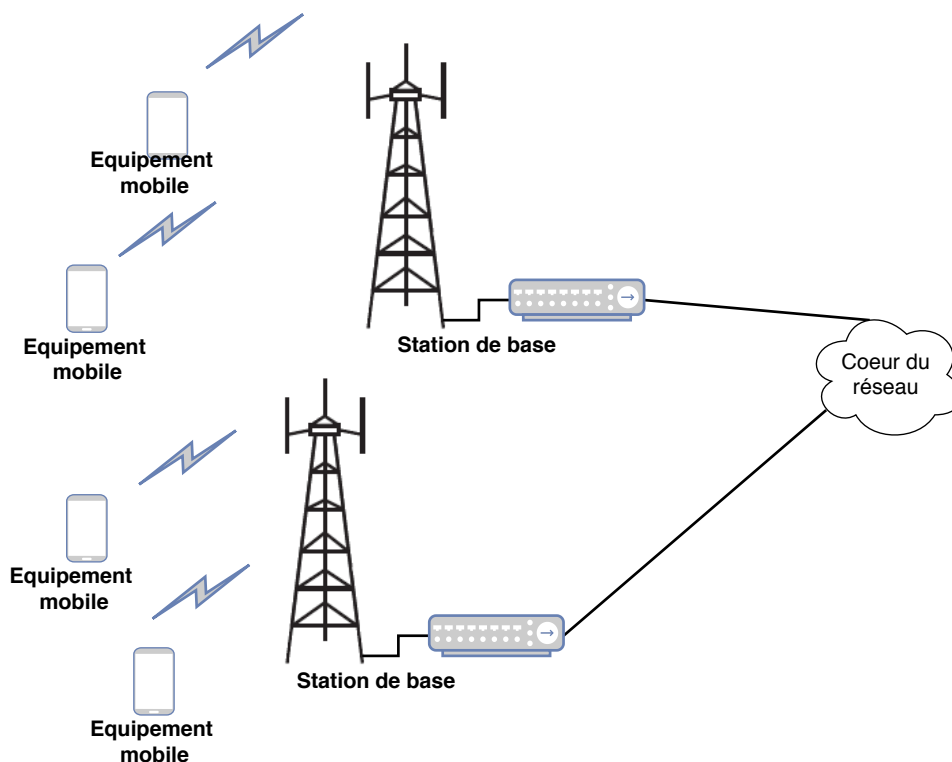


Figure 3.1 Architecture d'un réseau cellulaire

Les équipements mobiles ou équipements usagers selon la norme LTE, permettent aux usagers de communiquer de n'importe où en étant mobile, à travers un réseau cellulaire. Pour communiquer, ces équipements sont dotés d'une carte SIM (Subscriber Identity Module) et d'un module de communication. La carte SIM héberge et exécute une application qui stocke le numéro de téléphone et des informations sur l'identité du réseau propriétaire du numéro. Le module de communication doté principalement d'antennes assure la transmission et la réception des données au moyen d'ondes radio échangées avec des antennes dans l'infrastructure de l'opérateur cellulaire. Les équipements mobiles sont le vecteur de l'évolution et de la planification des réseaux cellulaires. Leur position géographique et le volume de données qu'ils génèrent à travers le réseau, en plus d'être aléatoire, varient et évoluent dans le temps,

ce qui rend très complexe la planification des réseaux cellulaires. Ainsi dans nos travaux, le caractère non déterministe et la variation spatiale et temporelle de la position des équipements usagers seront laissés de côté. Seules la variation et l'évolution temporelle des demandes des usagers sont prises en compte.

Le réseau d'accès radio assure la connectivité entre les équipements mobiles et le cœur du réseau. Il est composé exclusivement de stations de base. Dans l'architecture LTE, la station de base est appelée eNodeB (evolved Node B). Trois composantes majeures forment la station de base : les antennes, les modules radio et le module numérique. La figure 3.2 illustre l'architecture d'une station de base.

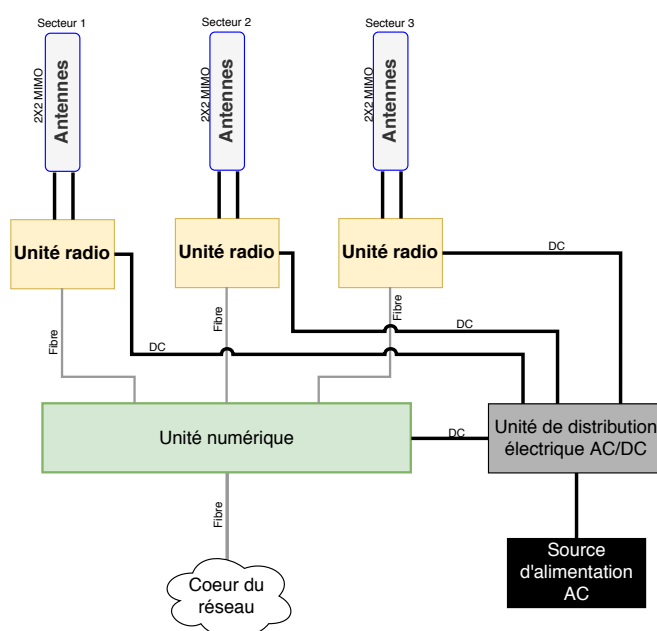


Figure 3.2 Architecture d'une station de base

Les antennes qui sont la partie la plus visible du réseau, assurent la transmission et la réception par ondes radio des données échangées entre les équipements mobiles et la station de base. Afin d'assurer une couverture omnidirectionnelle et fournir plus de capacité, la station de base utilise plusieurs antennes, trois en général. Chacune, couvrant un angle de  $120^\circ$ , définit un secteur. L'ensemble des secteurs d'une station de base forme une cellule. La portée maximale où un équipement mobile peut recevoir correctement les ondes émises par les antennes de la station de base définit la taille de la cellule, et le débit maximal de transmission des données en définit la capacité. Ces limitations conduisent donc à différents types de cellule.



Les macrocellules fournissent une large couverture avec une portée de quelques kilomètres, et sont généralement déployées dans des zones rurales ou des banlieues. Les microcellules avec une portée de quelques centaines de mètres offrent des capacités propices pour des régions à forte densité démographique comme des zones urbaines. Les picocellules offrent une couverture de quelques dizaines de mètres et sont utilisées dans des immeubles comme les bureaux, les centres commerciaux, les gares, les bourses, etc. Enfin les femtocellules sont de petites stations de base qui couvrent quelques mètres et servent à étendre la couverture du réseau cellulaire dans les maisons ou de petites entreprises.

Les antennes de chaque secteur de la station de base sont reliées à une unité radio. Cette dernière a pour rôle de moduler et démoduler les signaux transmis et reçus de l'interface aérien. Les unités radio sont reliées à une unité numérique par des liaisons optiques. L'unité numérique représente l'unité centrale de la station de base. Elle traite les signaux échangés avec les équipements usagers et agit comme interface avec le cœur du réseau. À travers elle, la station de base gère l'allocation des ressources radio aux équipements usagers, la compression et le cryptage des signaux utilisateurs, le relaie des communications vers une autre station de base (handover), l'application des règles de QoS, le contrôle de la congestion, etc. Tous les équipements actifs de la station de base sont branchés à une unité de distribution électrique. Cette unité assure la protection et l'approvisionnement électrique des équipements à partir d'une source d'alimentation provenant, soit du réseau de distribution électrique traditionnel, soit d'une source d'énergie alternative en énergie électrique. Cette source d'énergie alternative est l'énergie solaire dans le cadre de nos recherches. La figure 3.3 illustre le stockage de l'énergie solaire en énergie électrique comme source d'énergie d'appoint au réseau électrique.

Afin d'exploiter l'énergie solaire, certains équipements sont nécessaires. Le plus important est constitué des panneaux photovoltaïques. Ils captent les radiations solaires et les convertissent en électricité. L'aire de ces panneaux détermine leur capacité électrique qui est mesurée en  $W/m^2$ . Les contrôleurs de charges situés entre les panneaux solaires et les batteries limitent la tension et le courant provenant des panneaux afin de protéger les batteries. Les batteries emmagasinent l'énergie produite. Enfin les convertisseurs de courant assurent la conversion du courant continu généré en courant alternatif pour la distribution.

Le cœur du réseau cellulaire, constitué essentiellement de serveurs, commutateurs et routeurs, assure l'acheminement des données vers le réseau internet. Cette partie du réseau entièrement filaire est plus simple à planifier et nécessite moins d'investissement que le réseau d'accès. Ainsi nos travaux de recherche ne s'y attardent pas.

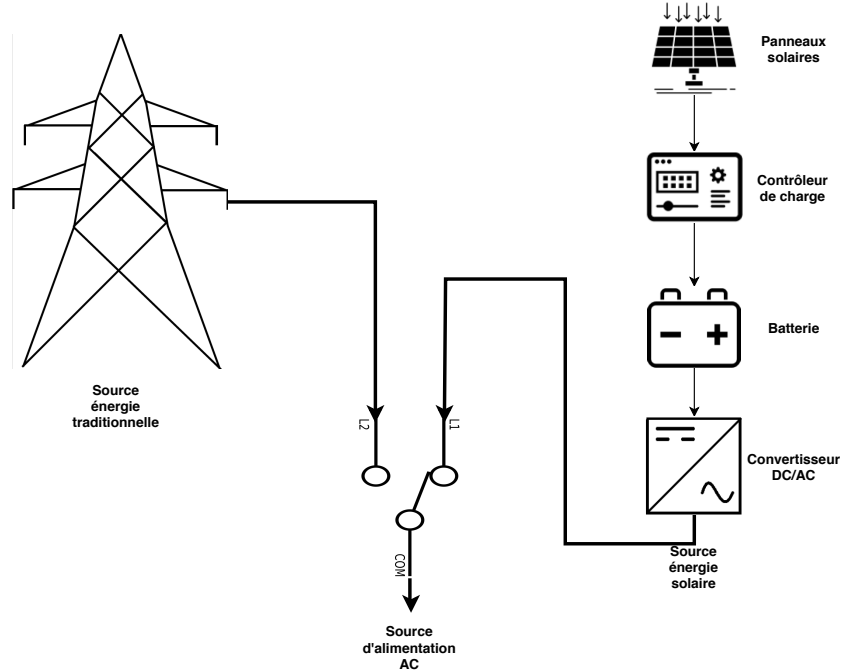


Figure 3.3 Source d'énergie solaire d'appoint au réseau électrique

### 3.2 Caractéristiques et exemple de planification

La planification d'un RAN consiste entre autres à déterminer les années d'installation et les types des nouvelles stations de base nécessaires pour répondre aux besoins des usagers. L'ensemble des années est défini par  $\mathcal{Q}$ . Plusieurs travaux ont démontré que la prise en compte de la gestion opérationnelle améliore significativement la planification et conduit à des économies substantielles pour les opérateurs. Dans une infrastructure RAN cette gestion opérationnelle est essentiellement liée à la gestion de l'énergie consommée. La figure 3.4 montre un exemple de réseau à planifier.

Les points bleus sont des points de test. Ils servent à représenter les équipements mobiles à travers le réseau. Un TP est une agrégation de plusieurs usagers. L'ensemble des TP est représenté dans la modélisation par  $\mathcal{I}$ . Naturellement, le trafic généré par les TP varie quotidiennement en fonction des habitudes des usagers. Dans les réseaux cellulaires, on observe une pointe de trafic autour de 12h dans les zones commerciales et vers 23h dans les zones résidentielles en semaine. En fin de semaine, le trafic dans les zones commerciales diminue significativement [22].

Pour tenir compte de ces fluctuations, mais en négligeant les différences entre les semaines et fins de semaine, nous définissons un profil de trafic type journalier. La figure 3.5 illustre le

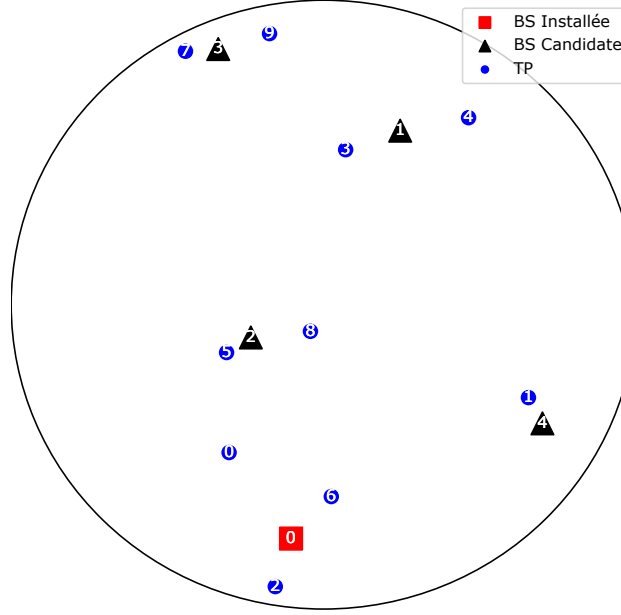


Figure 3.4 Exemple de réseau à planifier

profil utilisé. Le trafic de données est normalisé par rapport à la valeur du trafic en pointe. Ainsi pour chaque TP, un trafic maximal aléatoire est généré puis modulé par le profil typique à tous les TP. Une journée est segmentée en période de temps définissant des intervalles d'heures à l'intérieur desquels le comportement des usagers ne change pas. L'ensemble des instants qui délimitent ces périodes est défini par  $\mathcal{T}$ . Ainsi sur la figure 3.5, une journée est segmentée en 8 périodes  $\Delta_t$  et la 3<sup>e</sup> période qui dure 3h correspond à la période de pointe de trafic.

Les opérateurs de réseaux cellulaires font face à la croissance fulgurante des données générées. Pour tenir compte de cette évolution, nous faisons croître exponentiellement la demande des TP à partir d'un taux de croissance annuel pré-défini. Afin d'augmenter leur revenu, les opérateurs visent la croissance du nombre d'abonnés. Ainsi la planification doit en tenir compte afin d'assurer une couverture complète pour tous les usagers. Pour en tenir compte, un certain nombre de TP est activé au fil du temps. La figure 3.6 montre un exemple de différents TP actifs à chaque année pour un horizon de planification de 10 ans.

Dans la représentation du réseau illustré à la figure 3.4, les carrés rouges et les triangles noirs représentent respectivement les stations de base existantes et les sites candidats. En effet le problème posé suggère que l'opérateur possède une infrastructure et qu'il doit planifier le déploiement d'une nouvelle génération d'infrastructure pour répondre aux besoins croissants de ses usagers. Des contraintes géographiques et réglementaires limitent l'emplacement où de nouvelles stations peuvent être installées. Les sites candidats viennent donc représenter

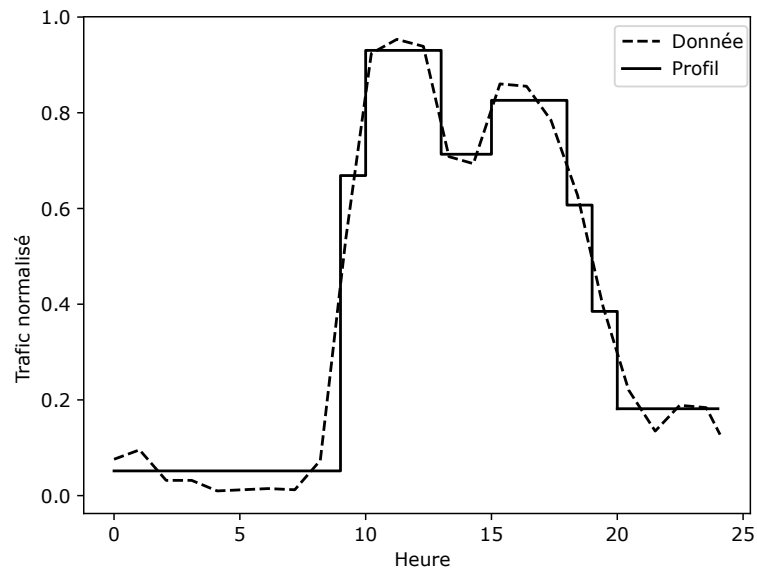


Figure 3.5 Profil de trafic des points de test

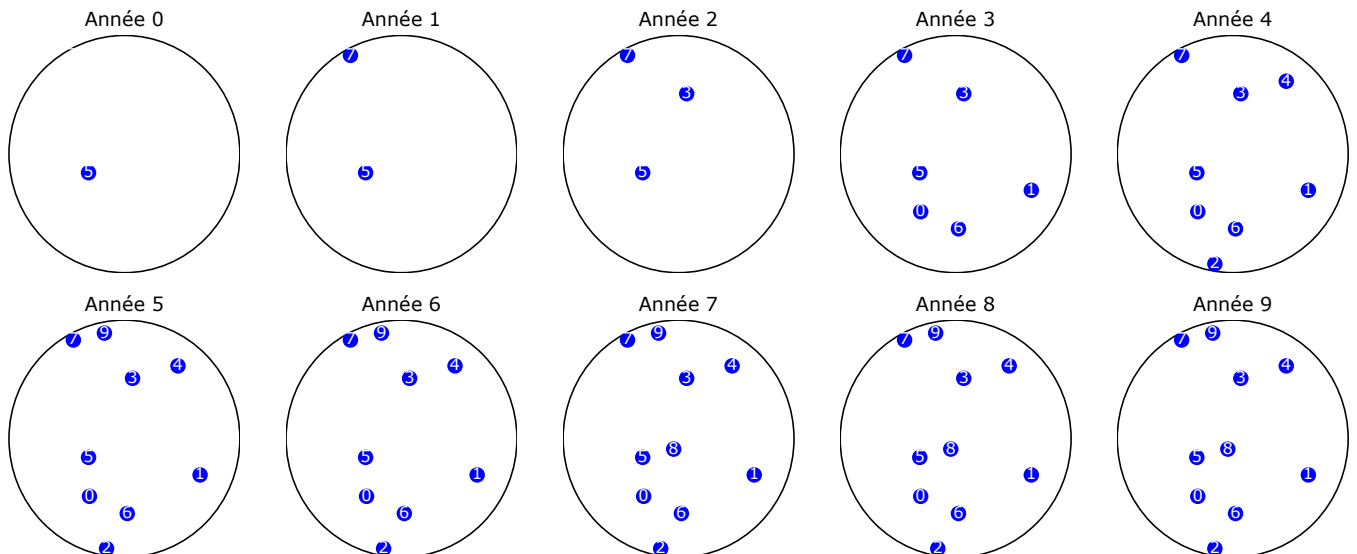


Figure 3.6 TP actif par année

les emplacements potentiels où les nouvelles stations peuvent être installées. Les ensembles des stations existantes et des sites candidats sont respectivement définis par  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{C}$ . Les bandes de fréquences utilisées actuellement dans les réseaux cellulaires font que la grande majorité des stations sont des macro-cellules. Ainsi nous considérons dans nos modèles, que les stations existantes ont toute la même caractéristique : station macro avec une puissance de transmission fixe en tout temps et alimentée par une source d'énergie traditionnelle.

Par contre la 5G favorise l'utilisation d'ondes millimétriques ce qui conduira au déploiement d'antennes avec des rayons de couvertures plus petits. Ainsi différents types de stations peuvent être installés dans les sites candidats. Ils sont définis par l'ensemble  $\mathcal{L}$  et résumés dans le tableau 3.1. Les types sont caractérisés par la taille des cellules qu'ils forment : micro ou pico et aussi par le déploiement de technologie qui permette une utilisation efficace et écologique de l'énergie. En effet certains types de stations de base peuvent émettre à différents niveaux de puissance et ajuster dynamiquement la puissance de transmission en fonction des besoins des TP. Certains peuvent également disposer d'équipement solaire pour l'utilisation des rayons solaires comme source d'énergie d'appoint au réseau électrique. Nous distinguons 8 types différents de stations de base qui peuvent être installées dans les sites candidats.

Le tableau 3.2 résume les différents ensembles qui définissent les dimensions du modèle de planification.

La planification du réseau consiste à déterminer les types de stations de base et leur site d'installation afin qu'à chaque période de chaque année, chacun des TP actifs soit desservi par exactement une station de base, tout en minimisant le coût total du réseau. Ce dernier est composé du coût d'installation des stations de base et des dépenses énergétiques payées au

Type	Taille de la cellule	Gestion dynamique	Alimentation solaire	Nombre de niveaux de puissance
1	micro	Non	Non	1
2	micro	Oui	Non	3
3	micro	Non	Oui	1
4	micro	Oui	Oui	3
5	pico	Non	Non	1
6	pico	Oui	Non	2
7	pico	Non	Oui	1
8	pico	Oui	Oui	2

Tableau 3.1 Caractéristique des types de stations de base

Ensemble	Index	Description
$\mathcal{Q}$	$q$	Ensemble des années
$\mathcal{T}$	$t$	Ensemble des instants qui délimitent les périodes journalières
$\mathcal{B}$	$j$	Ensemble des sites existants
$\mathcal{C}$	$j$	Ensemble des sites candidats
$\mathcal{L}$	$l$	Ensemble des types de stations de base
$\mathcal{I}$	$i$	Ensemble des TP
$\mathcal{S}_l$	$s$	Ensemble des états de transmission d'une station de type $l$

Tableau 3.2 Ensembles du modèle de planification

fournisseur d'électricité. L'installation d'une station fonctionnant à partir de l'énergie solaire est plus dispendieuse qu'une station alimentée par un fournisseur d'électricité en raison des coûts supplémentaires liés aux équipements nécessaires pour la transformation et le stockage de l'énergie solaire en énergie électrique. Cependant, ces stations autonomes, fonctionnant à l'énergie solaire permettent de faire des économies sur la facture d'électricité. Ainsi un réseau déployé exclusivement avec des stations de base fonctionnant au solaire, maximise les coûts d'installations et minimise les dépenses énergétiques. À contrario, un réseau déployé exclusivement avec des stations alimentés par un fournisseur d'électricité, minimise les coûts d'installations et maximise les dépenses énergétiques. Une planification optimale consiste à trouver le bon équilibre afin de minimiser ces deux coûts qui sont fortement liés.

La figure 3.7 illustre un exemple de planification optimal en période de pointe de chaque année. Elle propose le déploiement de nouvelles stations de base aux sites 3,4,1 et 2 respectivement aux années 5,7,8 et 9. Dans une telle planification, il existe trois scénarios pour les types de stations à installer dans ces sites.

Le premier consiste à déployer exclusivement des types de stations qui ne disposent pas d'équipement pour utiliser l'énergie solaire et fonctionnent donc à partir de l'énergie traditionnelle. Un deuxième, à déployer des stations qui disposent toutes d'équipement pour utiliser l'énergie solaire. Le troisième scénario est d'avoir un réseau hétérogène. En fonction du coût auquel est vendue l'énergie traditionnelle par rapport aux coûts d'achat et d'installation des équipements solaires, le premier scénario permet une diminution des coûts d'investissements par rapport au deuxième scénario, mais implique une augmentation des dépenses opérationnelles. Le troisième scénario apparaît donc comme un compromis entre les deux premiers et permet de réduire le coût global du réseau.

Les choix des types de stations à installer et leur site représentent un défi énorme. Ce défi est d'autant plus complexe que le moment d'installation de ces stations vient influencer les coûts du réseau à long terme. Par exemple à la figure 3.7, à puissance égale, on peut croire

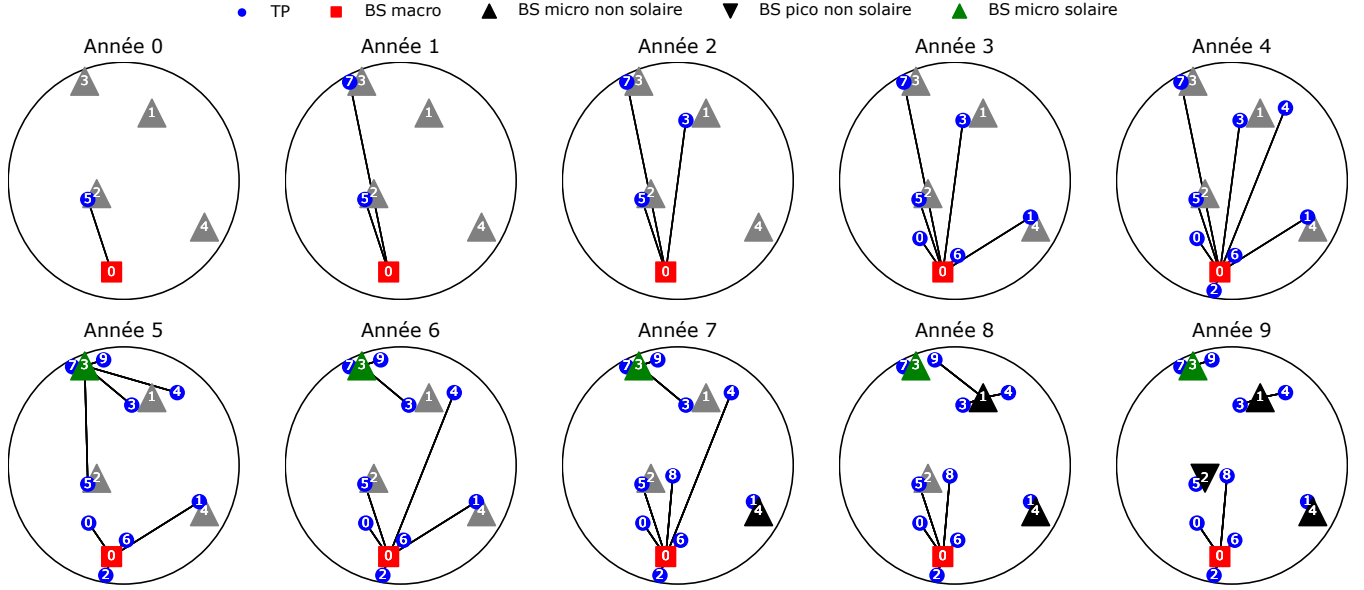


Figure 3.7 Exemple de planification en période de pointe

qu'installer une station alimentée à l'énergie solaire au site 3 à l'année 5 est moins coûteux que d'installer le même type de station au site 4 à l'année 7. En effet, le premier cas permet d'amortir le coût des équipements solaires sur une plus longue période que le deuxième. Ce qui contribue à réduire le coût unitaire de l'énergie solaire. Mais en tenant compte de la valeur des investissements dans le temps, la valeur actualisée de l'investissement dans le deuxième cas est plus faible que celle dans le premier cas. Dans le même ordre d'idée, une planification dans laquelle tous les sites requis sont installés à la première année est plus dispendieuse que celle dans laquelle les installations sont repoussées. Ainsi le moment d'installation des nouvelles stations est très important dans la minimisation des coûts.

Par ailleurs d'autres contraintes viennent complexifier davantage l'optimisation de la planification. Tout d'abord, afin de tenir compte des contraintes géographiques qui pourraient limiter l'installation de certains types de stations à certains endroits, nous définissons pour chaque site l'ensemble des types de stations de base qui peuvent y être déployés. Ainsi, les types autorisés à chaque emplacement doivent être pris en compte dans le choix des nouveaux sites pour l'installation des stations de base nécessaires pour répondre aux besoins des TP.

Tout au long de l'horizon de planification, pas plus d'une station de base ne peut être installée sur un site. Autrement dit, le remplacement de station de base n'est pas permis. Tel qu'illustré à la figure 3.8, la station micro installée au site 2 à l'année 8 ne peut pas être remplacée par une station pico à l'année 9 afin de réduire la consommation énergétique. Ainsi les décisions prises à une année donnée conditionnent celles des années subséquentes.

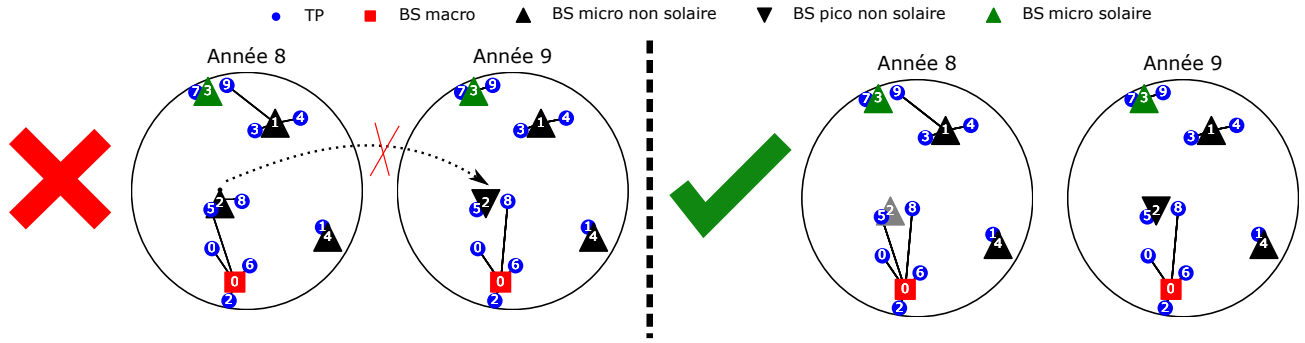


Figure 3.8 Exemple de non remplacement de station de base dans la planification

À chaque instant, chaque TP doit être desservi par une unique station de base. La capacité d'une station à desservir un TP dépend fortement de son niveau de transmission. Ainsi, l'illustration à l'extrémité gauche de la figure 3.9 représente une mauvaise assignation des TP 9 et 8, car le premier est desservi par deux stations et le second par aucune station. Sur l'illustration du milieu de la même figure, le niveau de transmission de la station 2 ne permet de desservir que le TP 5. Avec un niveau de transmission un peu plus élevé, comme illustré à l'extrémité droite de la figure 3.9, la station 2 peut desservir les TP 5 et 8. Cette contrainte stricte sur l'assignation des TP représente un énorme défi dans l'optimisation de la planification. En effet, à chaque instant, il existe de nombreuses possibilités d'assignation des TP pour chaque combinaison du niveau de transmission de chacun des sites déployés. Et cette dernière est intrinsèquement liée à la nécessité de couvrir tous les TP.

Bien qu'une station puisse couvrir un ensemble de TP en fonction de son niveau de transmission à un instant donné, elle ne peut desservir que les TP pour lesquels sa capacité énergétique lui permet de répondre à leur besoin à cet instant. La demande des TP est modélisée comme des demandes en énergie puisque c'est sur cet aspect que nos travaux se focalisent. Cette demande dépend de la distance du TP à la station de base. En pratique, ces valeurs sont fournies par le département responsable du trafic. Mais pour les fins de notre étude, nous

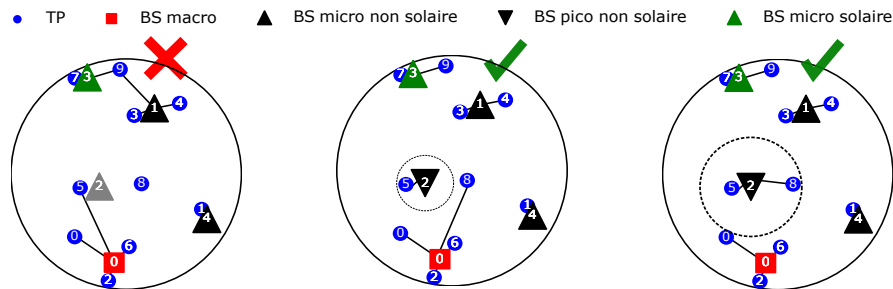


Figure 3.9 Exemple d'assignation des TP



utilisons un modèle simple de canal à bruit blanc gaussien et additif. Le calcul est présenté à l'équation (C.6) de l'annexe C.

La figure 3.10 illustre un exemple de réseau à optimiser à une période  $t$  d'une année  $q$ . La valeur en vert sur le lien entre un TP et une station de base représente la demande en énergie du TP à la station de base. La valeur en rouge sur chaque BS représente la capacité énergétique de la station de base. Plus un TP est loin d'une station, plus sa demande énergétique est importante.

Si la station 1 dessert les TP 0 et 1, alors elle ne disposera plus d'énergie pour desservir le TP 2. Ce dernier devra donc être desservi par la station 2. Dans une telle solution (figure 3.11a), la demande énergétique totale dans le réseau est de 3. Lorsque la station 1 dessert le TP 2, les TP 0 et 1 devront être desservis par la station 3. Dans une telle solution (figure 3.11b), la demande énergétique totale dans le réseau est de 4. Ainsi, si les deux stations requises dans ces deux solutions fonctionnent à partir de l'énergie traditionnelle, le coût énergétique de la deuxième solution sera plus important que la première. Un défi de l'optimisation est donc de minimiser les dépenses énergétiques en satisfaisant en tout temps, aux besoins des TP dans le respect de la capacité énergétique des stations de base installées.

Dans une autre planification du même réseau que celui de la figure 3.10, les stations 1,3, et 2 desservent respectivement les TP 0,1 et 2. Dans une telle planification (figure 3.11c), la demande énergétique totale dans le réseau est aussi faible que celle dans la solution 1 (figure 3.11a), mais une BS de plus est requise, ce qui augmente le coût d'investissement. Ainsi, la planification opérationnelle a une incidence sur la minimisation des investissements ce qui représente un autre défi de l'optimisation.

L'introduction de station fonctionnant à l'énergie solaire permet de réduire les dépenses en énergie, mais introduit une contrainte supplémentaire sur la capacité des stations de base à répondre aux besoins des TP. En effet, la capacité de ces stations est limitée par celle des

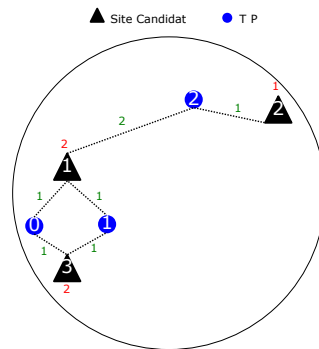


Figure 3.10 Exemple de réseau à optimiser à une période  $t$  d'une année  $q$

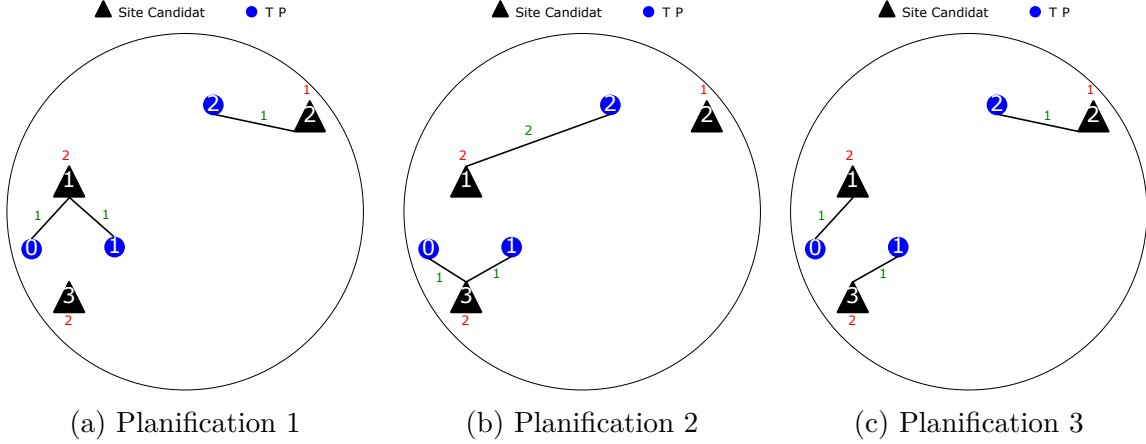


Figure 3.11 Exemple de planification sujet à la contrainte de capacité des stations de base

équipements solaires et de l'énergie disponible dans les batteries qui subissent des cycles de charge et décharge. Par exemple, dans solution de la figure 3.11a, si la station 1 fonctionne à l'énergie solaire et qu'à cet instant sa batterie est chargée à 50 %, sa capacité en énergie passerait de 2 à 1, ce qui impliquerait une réassignation des TP 0 ou 1.

Face à la complexité du problème et pour le résoudre pour des réseaux de grandes tailles, nous proposons des heuristiques taboues qui sont présentées au chapitre 4. Pour y arriver, un modèle d'optimisation mathématique a d'abord été développé. Il est présenté en détail à l'annexe A. Ce modèle mathématique est nécessaire d'une part, pour comprendre les approximations qui sont faites pour définir les heuristiques taboues, d'autre part, pour déterminer des solutions exactes ou des bornes sur ces solutions afin d'évaluer la qualité des solutions produites par les heuristiques développées. Les tableaux 3.3 et 3.4 résument respectivement les paramètres et variables du modèle. La planification consiste donc à déterminer les variables  $z, h, u$  et  $v$  qui minimisent les coûts d'investissements et les dépenses opérationnelles en énergie. Cet objectif est représenté mathématiquement par l'équation (3.1).

$$\min \left\{ \underbrace{\sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \sum_{\substack{j \in \mathcal{C} \\ l \in \mathcal{L}}} C_{l,q} z_{l,j,q}}_{\text{coûts d'investissements}} + \underbrace{\sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{\substack{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C} \\ t \in \mathcal{T}}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G}_{\text{dépenses opérationnelles en énergie}} \right\} \quad (3.1)$$

À travers une décomposition Lagrangienne, nous avons décomposé le problème global en sous-problèmes. Le détail de cette décomposition est présenté à l'annexe B. Cette démarche révèle que le problème global se décompose en plusieurs sous-problèmes de minimisation

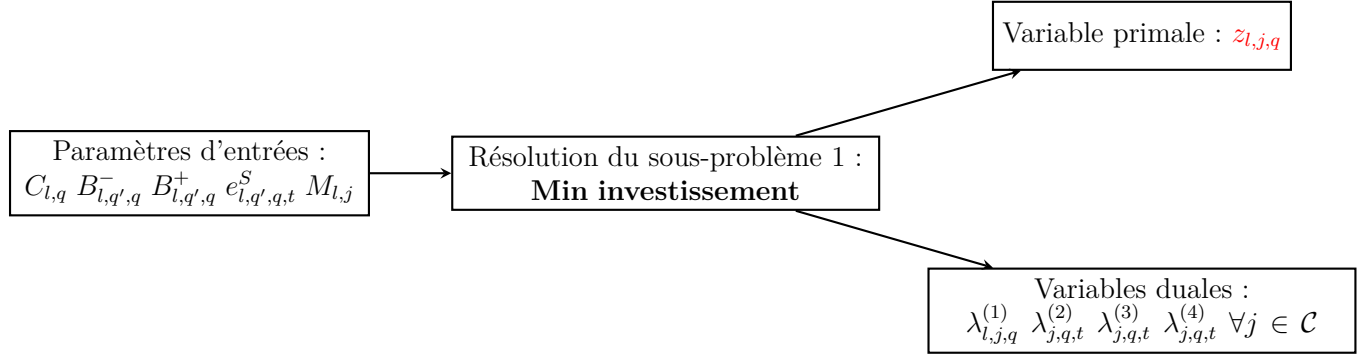
Paramètre	Index	Description
$r$	-	Taux d'actualisation
$m$	-	Nombre de périodes d'installation par année
$\phi$	-	Nombre de jours entre les instants d'installations
$\Delta$	$t$	Durée entre les instants $t$ et $t - 1$
$M$	$l, j$	Fonction indiquant si le type de BS $l$ peut être installé au site $j$
$C$	$l, j$	Coût d'installation d'une station de base
$C^G$	$j, t$	Coût unitaire de l'énergie traditionnelle
$U$	$l$	Fonction indiquant si le type de BS $l$ a des équipements solaires
$E^T$	$i, j, q, t$	Besoin énergétique d'un TP à une station de base
$\nu$	$i, q$	Fonction indiquant si le TP $i$ est actif à l'année $q$
$k$	$i, j, l, s, q, t$	Fonction indiquant la couverture d'un TP par une station
$W$	$l, s$	Puissance consommée par un type de station de base
$W^x$	$l, s$	Puissance de transmission d'un type de station de base
$e^S$	$l, q', q, t$	Capacité de production énergétique des panneaux solaires
$B^+$	$l, q', q$	Capacité de stockage maximale des batteries d'une station
$B^-$	$l, q', q$	Capacité de stockage minimale des batteries d'une station

Tableau 3.3 Paramètres du modèle de planification

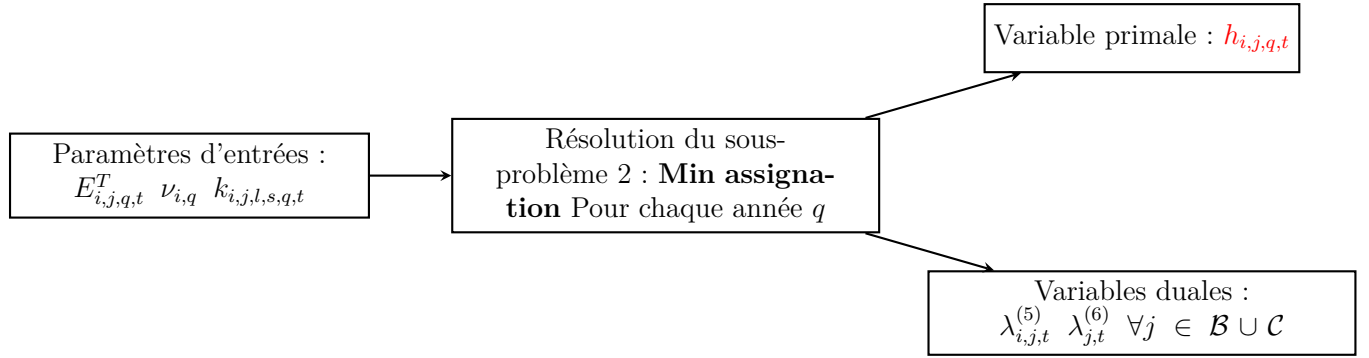
Variable	Index	Description
$z$	$l, j, q$	Installation
$u$	$j, q, t$	Source d'alimentation (solaire ou traditionnelle)
$h$	$i, j, q, t$	Assignment
$v$	$l, s, j, q, t$	Niveau de transmission

Tableau 3.4 Variables du modèle de planification

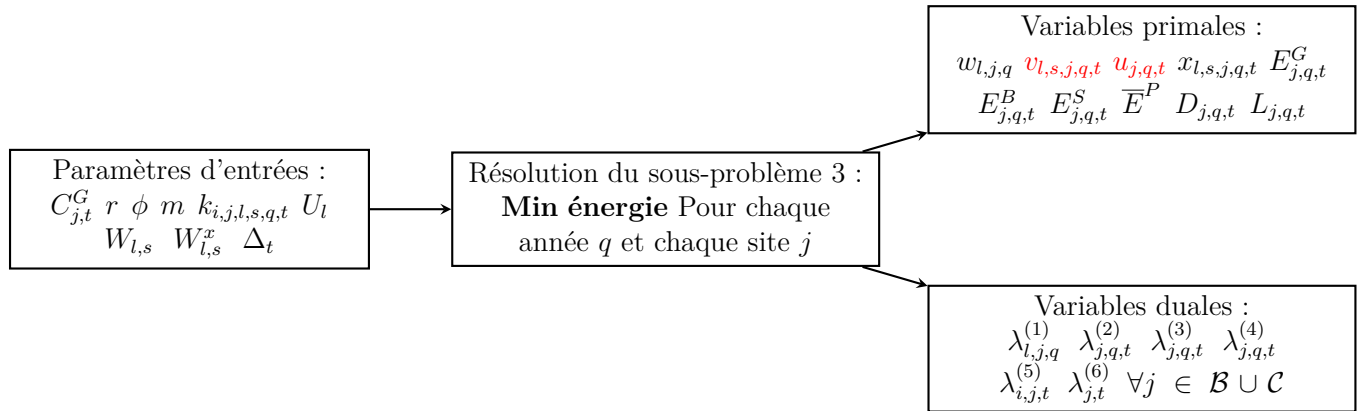
d'investissement, d'assignation et d'énergie, tel qu'illustré à la figure 3.12. Nous pouvons constater que la résolution du sous-problème 3 devient triviale dès que les deux premiers sous-problèmes sont résolus, car les variables duales du sous-problème 3 sont l'union de celles des deux premiers. Ainsi les heuristiques taboues développées se focalisent sur la détermination des variables  $z$  et  $h$  qui minimisent l'investissement et l'opération des stations de bases.



(a) Schéma bloc sous-problème 1 - Min investissement



(b) Schéma bloc sous-problème 2 - Min assignation



(c) Schéma bloc sous-problème 3 - Min énergie

Figure 3.12 Décomposition du problème global

## CHAPITRE 4 MODÈLE HEURISTIQUE

### 4.1 Description d'une heuristique tabou

Une heuristique est une méthode d'optimisation qui est spécifique à un problème. Elle ne garantit pas la qualité de la solution trouvée, mais permet de résoudre des problèmes difficiles en un laps de temps raisonnable. Ainsi pour résoudre notre problème, nous nous sommes tournés vers une heuristique qui repose sur un algorithme de recherche tabou. La recherche tabou est une métaheuristique appartenant à la classe des méthodes de trajectoire qui manipulent une seule solution à la fois et essaient itérativement d'améliorer cette solution. Elle est caractérisée par une solution initiale, des mouvements qui définissent un voisinage, une liste tabou et un critère d'arrêt.

Le point de départ d'un algorithme tabou consiste à générer une solution initiale  $s$  quelconque. Cette solution est le point de départ de la trajectoire qui est construite dans l'espace des solutions afin d'arriver à une solution satisfaisante. Dans les travaux de ce mémoire, une solution représente une planification du réseau. Elle est représentée par un quadruplet de vecteur  $(\mathbf{z}, \mathbf{h}, \mathbf{u}, \mathbf{v})$ . Rappelons que  $\mathbf{z} = \{z_{l,j,q}\}$  indique si une station de base de type  $l$  est installée au site candidat  $j$  à l'année  $q$ ,  $\mathbf{h} = \{h_{i,j,q,t}\}$  indique si un TP  $i$  est assigné au site  $j$  à la période  $t$  de l'année  $q$ ,  $\mathbf{u} = \{u_{j,q,t}\}$  indique si la station  $j$  fonctionne à partir de l'énergie solaire à la période  $t$  de l'année  $q$  et  $\mathbf{v} = \{v_{l,s,j,q,t}\}$  indique si la station de type  $l$  au site  $j$  est à l'état de puissance  $s$  à la période  $t$  de l'année  $q$ . La figure 4.1 illustre un exemple de solution initiale  $s$ .

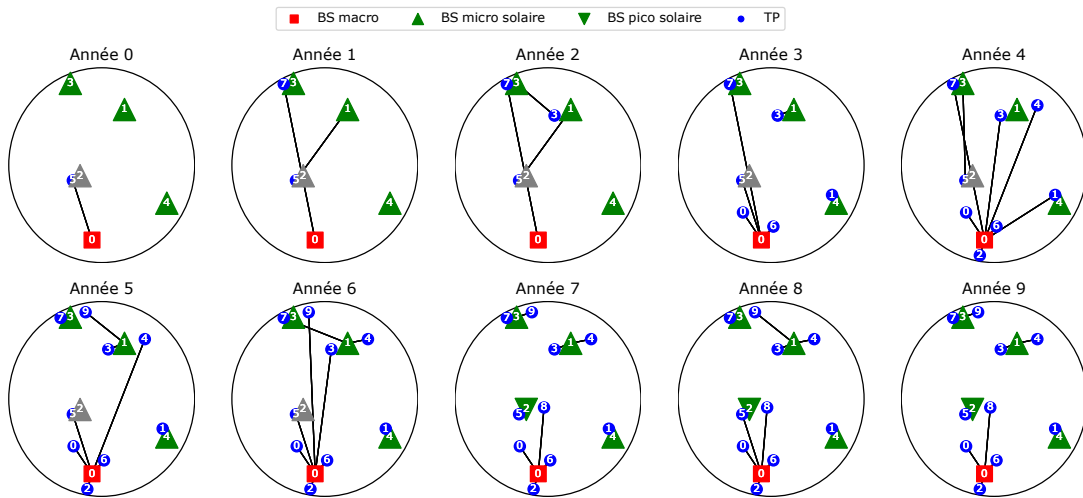


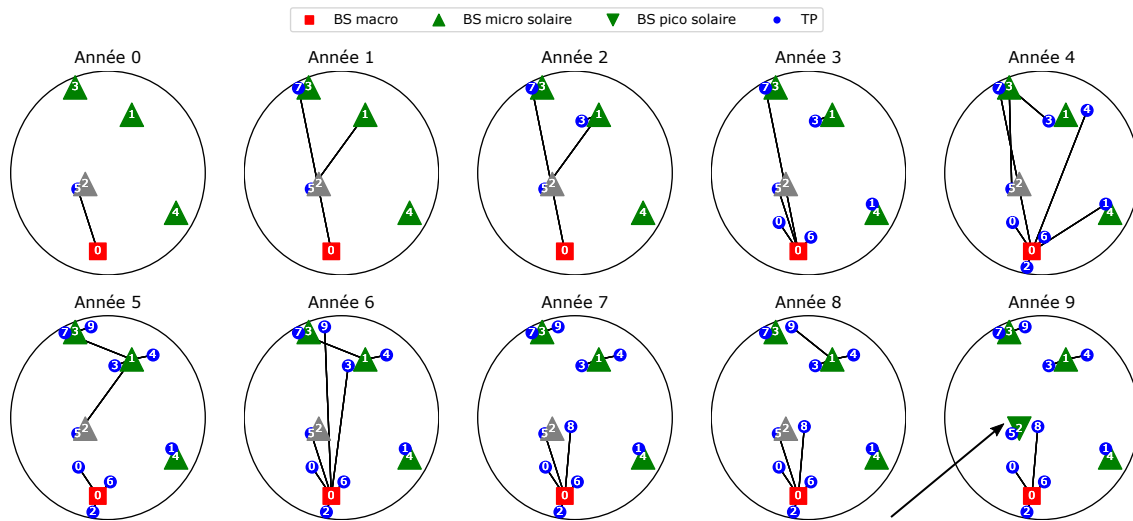
Figure 4.1 Exemple de solution initiale pour la recherche tabou

La solution initiale  $s$  subie ensuite un ensemble de modifications élémentaires afin de générer plusieurs autres solutions qui sont dites voisines de la solution d'origine. Ces modifications élémentaires sont appelées mouvements, et l'ensemble des solutions voisines forme le voisinage. La structure du voisinage est très importante, car elle définit les règles de déplacement dans l'espace de recherche. Dans notre algorithme, un voisin est la topologie obtenue en ajoutant, ou en retirant ou en modifiant le type et l'année d'installation d'une station. Par exemple, à la figure 4.2, un voisin de la solution initiale de la figure 4.1 est obtenu en repoussant l'installation du site 2 à l'année 9, un autre est obtenu en installant une station micro sans équipement solaire à l'année 9, un troisième voisin est obtenu simplement en retirant la station installée au site 2. Il existe une multitude de voisins possible pour une solution courante, et l'ensemble de ces voisins forme le voisinage de cette solution.

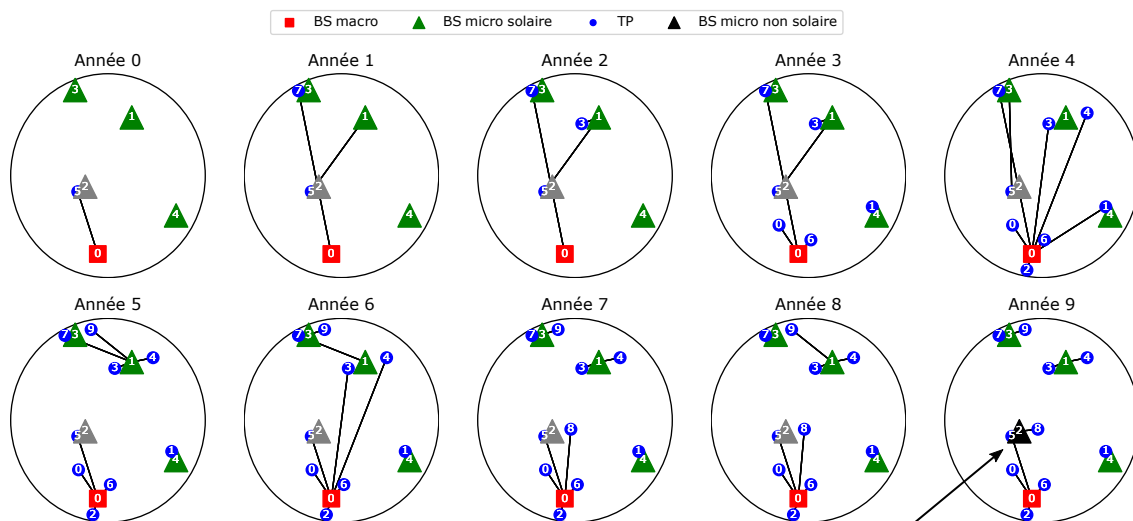
Chaque voisin est évalué et le meilleur est choisi pour former la nouvelle solution courante. Lorsque le voisinage est très grand, il peut s'avérer coûteux en temps de calcul de l'évaluer au complet. Ainsi, une stratégie d'exploration permettra de réduire la taille du voisinage à un sous-ensemble de voisins, à priori les plus prometteurs. Cependant cette stratégie ne garantit pas la qualité de la solution obtenue car des voisins qui pourraient conduire à de meilleures solutions peuvent être manqués. Par ailleurs, remarquons que la meilleure solution du voisinage peut être moins bonne que la solution courante. Cette caractéristique permet à la recherche de s'échapper des optimums locaux.

Tel quel, même si l'algorithme peut s'échapper des optimums locaux, il peut parfois osciller entre plusieurs états en revenant indéfiniment à des solutions déjà explorées. Pour y remédier, l'heuristique utilise une liste tabou. Elle tient à jour une liste de solutions déjà visitées qui deviennent interdites pendant un certain nombre d'itérations. Ainsi, c'est la meilleure solution non interdite d'un voisinage qui est sélectionnée pour devenir la solution courante de l'itération suivante. La liste tabou est donc considérée comme une mémoire à court terme, car elle mémorise les dernières solutions visitées afin d'éviter des cycles. La durée des éléments dans cette liste définit sa taille. Ce paramètre est aussi important, car il permet de diversifier la recherche. Dans [28], on suggère en général de définir la taille à  $\sqrt{|\mathcal{N}(\omega)|}$ , où  $|\mathcal{N}(\omega)|$  est la taille maximale du voisinage. Ainsi dans nos travaux, nous utilisons cette formule pour la taille de la liste tabou mise en œuvre.

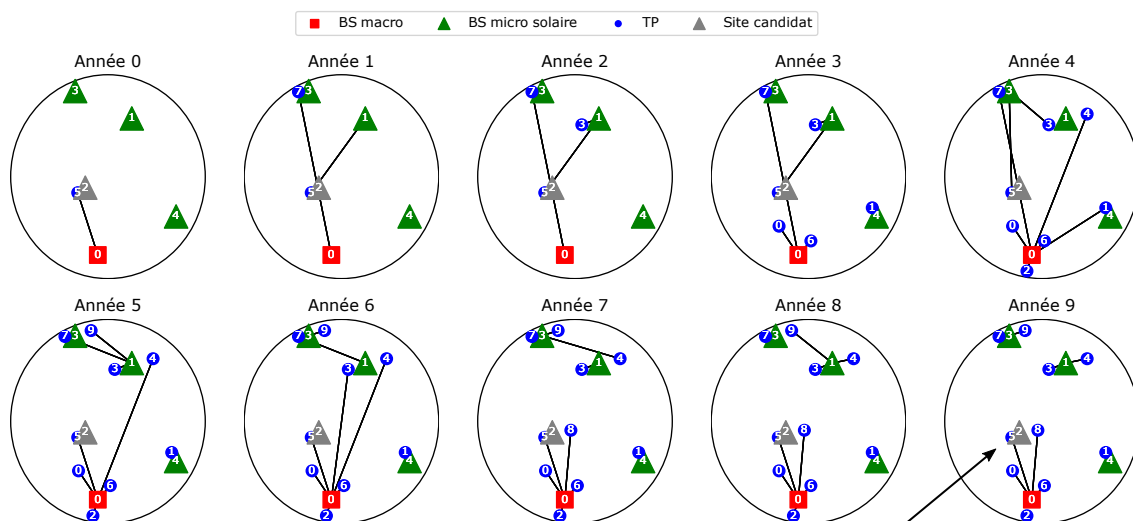
Cependant, pour éviter de passer à côté de certaines bonnes solutions, un critère d'aspiration permet de lever l'interdiction sur une solution si elle devient la meilleure de toutes les solutions visitées. Un critère d'arrêt permet de mettre fin au processus itératif afin de retourner la meilleure solution connue. Dans nos travaux, ce critère est défini par un nombre  $n$  d'itérations



(a) Voisin 1



(b) Voisin 2



(c) Voisin 3

Figure 4.2 Exemple de voisin de la solution initiale de la figure 4.1

au bout duquel il n'y a pas eu une amélioration de la meilleure solution rencontrée. La figure 4.3 décrit sommairement à travers un organigramme l'heuristique tabou.

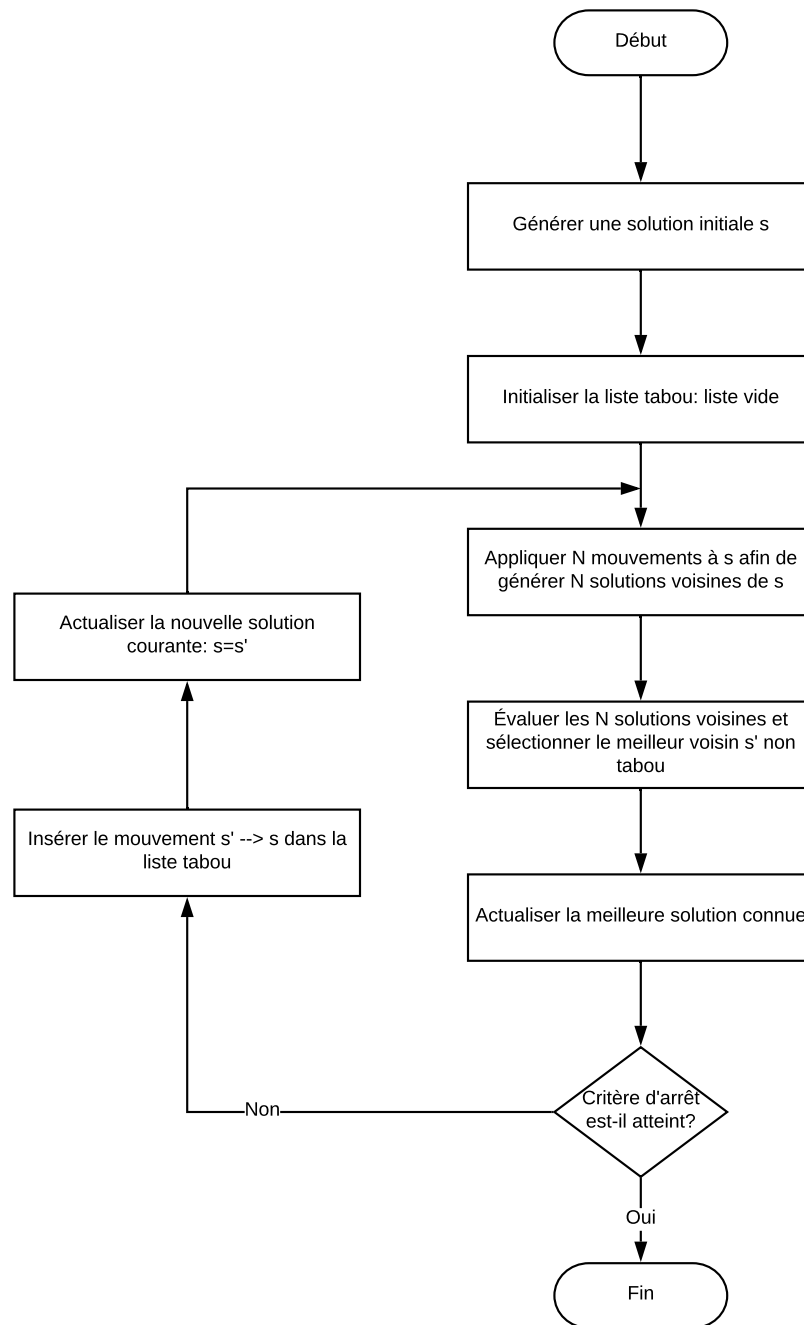


Figure 4.3 Organigramme d'une métaheuristique tabou

Les sections suivantes décrivent en détail la mise en œuvre de la recherche tabou dans le cadre de nos travaux.



## 4.2 Simplifications du modèle

Rappelons que l'objectif de l'heuristique tabou est de trouver une planification qui minimise les coûts d'investissement et les dépenses opérationnelles liées à l'utilisation de l'énergie traditionnelle. Dans la modélisation, la planification est représentée par les variables  $\mathbf{z} = \{z_{l,j,q}\}$ ,  $\mathbf{h} = \{h_{i,j,q,t}\}$ ,  $\mathbf{u} = \{u_{j,q,t}\}$  et  $\mathbf{v} = \{v_{l,s,j,q,t}\}$ . Les coûts d'investissements liés à l'installation de nouvelles stations de base ( $\mathbf{z}$ ) représentent les coûts les plus importants. Ainsi nous nous concentrons en premier lieu sur cet aspect, ce qui nous amène à effectuer quelques simplifications sur l'aspect énergétique afin de réduire l'espace de recherche de l'heuristique tabou.

Tout d'abord pour les types de stations de base qui peuvent émettre à plusieurs niveaux de puissance, nous limitons à deux ces niveaux de transmission. Soit  $\mathcal{S}'_l$  ce nouvel ensemble d'états. Ainsi  $\mathcal{S}'_l$  est de cardinalité deux pour tous les types de stations qui font de la gestion dynamique. L'état  $s = 0, s \in \mathcal{S}_l$  correspond à une station en mode veille, et l'état  $s = \bar{s}$  correspond à l'état où la BS émet à sa puissance maximale. Les stations qui ne font pas de la gestion dynamique de l'énergie émettent constamment à l'état  $\bar{s}$ .

$$\bar{s} = \operatorname{argmax}_{s \in \mathcal{S}_l} W_{l,s}^x \quad \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.1)$$

Cette simplification permet de réduire le nombre de variables  $\mathbf{v}$  en diminuant la cardinalité de l'ensemble  $\mathcal{S}$  pour chaque type de station de base. Elle affecte très peu la topologie de la solution obtenue. En effet, les états de transmission transitoire entre le mode veille et le mode de transmission maximal affectent essentiellement la gestion opérationnelle liée à l'utilisation de l'énergie traditionnelle. Dans une phase de post-optimisation où nous nous concentrons sur l'optimisation de la gestion opérationnelle à partir d'une topologie donnée, nous pourrions ignorer cette simplification. Mais le gain inhérent à cette post-optimisation est très marginal par rapport au coût total du réseau.

Une autre simplification au problème consiste à considérer que l'énergie produite par les panneaux solaires est suffisante pour alimenter une station qui fonctionne à l'énergie solaire. Elle est traduite par les équations (4.2) et (4.3).

$$e_{l,q',q,t}^s \geq \Delta_t W_{l,s} U_l \quad \forall l \in \mathcal{L}, q', q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.2)$$

$$e_{l,q',q,t}^s \leq \alpha U_l \quad \forall l \in \mathcal{L}, q', q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.3)$$

$\alpha$  est un nombre très grand, et constitue un artifice qui permet de ne pas borner supérieurement la capacité de production des panneaux solaires. Ainsi, les cycles de charge et de

décharge des batteries ne sont plus gérés dans le modèle. De même, la capacité des batteries n'est plus un facteur limitant l'utilisation d'une station de base fonctionnant à l'énergie solaire. Cette hypothèse se traduit dans la modélisation par le retrait des équations (A.20) à (A.24) de la modélisation mathématique présentée en annexe. En pratique cette simplification n'est pas totalement dénuée de sens. En effet, on peut supposer que l'opérateur dimensionne ses batteries en fonction du taux de radiation solaire dans la zone de façon à ce qu'elles puissent desservir la BS en tout temps. Le dimensionnement de ces équipements solaires peut faire l'objet d'un problème d'optimisation à part entière.

Étant donné que les équipements solaires et batteries ne sont plus limitatifs, tous les types de stations de base qui ont des équipements solaires fonctionnent en tout temps en mode batterie, et l'équation (A.5) devient :

$$u_{j,q,t} = \sum_{l \in \mathcal{L}} w_{l,j,q} U_l \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.4)$$

Soit P le problème initial décrit au chapitre A et  $\bar{P}$  le problème simplifié.  $\bar{P}$  se résume à :

$$\min \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \sum_{j \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{l,j,q} + \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G \right\} \quad (4.5)$$

sujet aux contraintes :

### Installation des stations de base

$$\sum_{q \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q} \leq M_{l,j} \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C} \quad (4.6)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}, q \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{C} \quad (4.7)$$

$$w_{l,j,q} = \sum_{q' \leq q} z_{l,j,q'} \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q} \quad (4.8)$$

$$u_{j,q,t} = \sum_{l \in \mathcal{L}} w_{l,j,q} U_l \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.9)$$

### Assignment des points de test

$$\sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} h_{i,j,q,t} = \nu_{i,q} \quad \forall i \in \mathcal{I}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.10)$$

$$h_{i,j,q,t} \leq \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \geq 1 \\ s \in \mathcal{S}'_l}} v_{l,s,j,q,t} k_{i,j,l,s,q,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.11)$$

$$h_{i,j,q,t} \leq \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ s \in \mathcal{S}'_l}} k_{i,j,l,s,q,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.12)$$

### Capacité énergétique des stations de base

$$D_{j,q,t} = \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i,j,q,t}^T h_{i,j,q,t} \quad \forall j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.13)$$

$$D_{j,q,t} \leq \Delta_t W_{0,0}^x \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.14)$$

$$D_{j,q,t} \leq \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}'_l} v_{l,s,j,q,t} W_{l,s}^x \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.15)$$

### Linéarisation

$$x_{l,s,j,q,t} \leq v_{l,s,j,q,t} \quad (4.16)$$

$$x_{l,s,j,q,t} \leq u_{j,q,t} \quad (4.17)$$

$$x_{l,s,j,q,t} \geq v_{l,s,j,q,t} + u_{j,q,t} - 1 \quad (4.18)$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}'_l, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}$$

### Énergie

$$\sum_{s \in \mathcal{S}'_l} v_{l,s,j,q,t} = w_{l,j,q} \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.19)$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^P = \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}'_l} W_{l,s} x_{l,s,j,q,t} \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.20)$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^P = 0 \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.21)$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^G = \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}'_l} W_{l,s} (v_{l,s,j,q,t} - x_{l,s,j,q,t}) \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.22)$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^G = \Delta_t W_{0,0} \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.23)$$

### 4.3 Structure mathématique du problème

Tout d'abord, rappelons que notre objectif est de trouver les valeurs des vecteurs  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$  qui minimisent la fonction objectif (4.5). À travers la décomposition par la méthode de relaxation lagrangienne présentée en annexe dans la section B, nous avons démontré que le problème  $\mathbf{P}$  se décompose en deux sous-problèmes : un sous-problème de minimisation de l'investissement que nous notons  $\mathbf{P}_c$  et un sous-problème de minimisation de l'utilisation énergétique que nous notons  $\mathbf{P}_o$ . Le  $\mathbf{P}_c$  permet de trouver le vecteur  $\mathbf{z}$  et le  $\mathbf{P}_o$  permet de trouver les vecteurs  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{u}$ , et  $\mathbf{v}$ , et par conséquent toutes les autres variables intermédiaires  $\mathbf{w}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\bar{\mathbf{E}}^G$ , et  $\bar{\mathbf{E}}^P$ . Nous avons également démontré que le  $\mathbf{P}_o$  se décompose pour chaque année  $q$  et pouvait également se décomposer pour chaque période  $t$ . Ainsi, une fois le vecteur  $\mathbf{z}$  fixé, notre problème se résume à  $|\mathcal{Q}| * |\mathcal{T}|$  sous-problème  $\mathbf{P}_o$ .

À partir d'un vecteur  $\mathbf{z}$  donné, on peut déduire les vecteurs  $\mathbf{w}$  et  $\mathbf{u}$  respectivement par les équations (4.8) et (4.9). Soit  $\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{z})$ , le problème  $\mathbf{P}$  lorsque le vecteur  $\mathbf{z}$  est fixé.

$$\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{z}) : \min_{\mathbf{h}, \mathbf{v}} \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{\substack{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C} \\ t \in \mathcal{T}}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G : (4.10) - (4.23) \right\} \quad (4.24)$$

$\bar{\mathbf{E}}^G$  est une variable intermédiaire qui représente l'énergie utilisée par les stations de base lorsqu'elles fonctionnent à partir des sources traditionnelles. Cette énergie est dépendante de l'assignation des TP aux SB. En effet, l'assignation définit la demande en énergie des TP aux SB, et certaines stations peuvent ajuster dynamiquement leur puissance de transmission en fonction de leur demande en énergie. Par ailleurs, la puissance de transmission maximale d'une station de base conditionne le nombre maximum de TP qu'elle peut desservir. Le sous-problème  $\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{z})$  se résume donc à trouver l'assignation des TP aux stations de base qui minimise l'utilisation énergétique traditionnelle des stations. Il s'agit donc là, d'un problème d'assignation avec contraintes. Le principe général de la recherche tabou développée consiste à chaque itération, à définir un nouveau vecteur  $\mathbf{z}$ , puis résoudre  $\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{z})$  afin de trouver les vecteurs  $\mathbf{h}$  et  $\mathbf{v}$ . Cette résolution peut se faire soit à partir d'un programme mathématique, soit par une approche heuristique. Les sections suivantes exposent les variantes de la recherche tabou explorée et leurs caractéristiques principales.

### 4.4 Algorithme de recherche tabou

Dans cette section nous présentons les grandes étapes communes aux deux variantes de l'algorithme tabou développé. Pour faciliter la représentation du vecteur  $\mathbf{z}$  dans l'algorithme,

nous introduisons le vecteur  $\zeta = \{\zeta_{j,q}\}_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \in \mathcal{L}$  qui représente le type  $l$  de station de base installé au site  $j \in \mathcal{C}$  à l'année  $q$ . Pour une valeur du vecteur  $\zeta$  dans l'algorithme tabou, nous notons  $z(\zeta)$  la valeur du vecteur  $\mathbf{z}$  correspondant dans le modèle mathématique. Par ailleurs, afin de représenter l'absence de station dans un site  $j$ , nous introduisons le type  $l = -1$ . Nous avons donc un nouvel ensemble de type de station de base défini par  $\mathcal{L}' = \{-1\} \cup \mathcal{L}$ . Par exemple, pour une planification sur un horizon de 5 ans, l'installation du type 3 au site candidat 1 à l'année 2, est représenté dans le modèle mathématique par  $z_{3,1,2} = 1$  et dans l'algorithme tabou par  $\zeta_1 = [-1, -1, 3, 3, 3]$ .

**Étape 1 : Solution initiale** Générer une solution initiale  $s$  par une méthode heuristique simple. Une solution est normalement caractérisée par les valeurs attribuées aux vecteurs  $\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{u}$  et  $\mathbf{v}$ . Mais  $s$  est limitée à une solution partielle caractérisée exclusivement par les vecteurs  $\mathbf{z}$  et optionnellement  $\mathbf{h}$ , car à l'étape suivante le voisinage dépend exclusivement du vecteur  $\mathbf{z}$ . Ensuite, créer une liste tabou vide et poser  $s^* \leftarrow s$  et  $k \leftarrow 0$  où  $s^*$  est la meilleure solution connue et  $k$  le nombre d'itérations.

**Étape 2 : Exploration du voisinage** Déterminer la meilleure solution voisine  $s'$  de  $s$  en tenant compte de la liste tabou et du critère d'aspiration. Pour cela :

1. Appliquer à  $s$  les mouvements  $\zeta_{j,q} \rightarrow \zeta'_{j,q}$  en respectant la contrainte (4.7) qui exige un seul type de station de base dans un site, et empêche le remplacement des stations de base installées au cours des années. Ainsi certains mouvements ne sont pas autorisés. Par exemple le mouvement  $\zeta_1 = [-1, -1, -1, -1, \dots] \rightarrow \zeta_1 = [-1, -1, 3, -1, \dots]$  n'est pas permis. Chaque mouvement implique une nouvelle valeur d'un unique élément du vecteur  $\mathbf{z}$  ou d'une paire d'élément de ce vecteur. Par exemple le mouvement  $\zeta_1 = [-1, -1, 3, -1, \dots] \rightarrow \zeta_1 = [-1, -1, 4, -1, \dots]$  implique  $z_{3,1,2} = 0$  et  $z_{4,1,2} = 1$ .
2. Pour chaque mouvement, résoudre de façon exacte ou à l'aide d'une heuristique,  $\bar{P}(\mathbf{z}(\zeta))$  et évaluer la solution à partir de l'équation (4.5).
3. Choisir la meilleure solution voisine  $s'$  dont le mouvement dont elle est issue n'est pas dans la liste tabou. Ainsi  $s'$  peut être moins bonne que  $s$ . Ensuite, rajouter le mouvement inverse de la solution voisine choisie dans la liste tabou. C'est-à-dire le mouvement qui permet de passer de  $s'$  à  $s$ . Si la meilleure solution du voisinage est tabou, elle est choisie si elle est meilleure que  $s^*$ . Dans ce cas le mouvement dont elle est issue est retiré de la liste tabou.

**Étape 3 : Mise à jour de la meilleure solution** Si  $s'$  est meilleure que  $s^*$  alors on pose  $s^* \leftarrow s'$  et  $k \leftarrow 0$ . Autrement, incrémenter  $k$  :  $k \leftarrow k + 1$ .

**Étape 4 : Validation du critère d'arrêt** Si  $k = MAX\_IT$  alors il faut retourner  $s^*$  et l'algorithme est terminé. Sinon, continuer à l'étape suivante.  $MAX\_IT$  est le nombre d'itérations, sans amélioration de la meilleure solution connue, au bout duquel l'algorithme s'arrête.

**Étape 5 : Mise à jour de la solution courante** Poser  $s \leftarrow s'$  et retourner à l'étape 2.

#### 4.5 Espace des solutions

À la section 4.1 nous mentionnons qu'une solution est représentée par un quadruplet de vecteur  $(\mathbf{z}, \mathbf{h}, \mathbf{u}, \mathbf{v})$ . Cependant, avec les simplifications énoncées à la section 4.2, une solution est maintenant représentée par un triplet de vecteur  $(\mathbf{z}, \mathbf{h}, \mathbf{v})$ , car  $\mathbf{u}$  est déduit de  $\mathbf{z}$  par l'équation (4.9). De façon équivalente, dans l'algorithme tabou, la solution est représentée par  $(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{h}, \mathbf{v})$ . Le vecteur  $\boldsymbol{\zeta}$  représente l'infrastructure déployée qui minimise l'investissement. Les vecteurs  $\mathbf{h}$  et  $\mathbf{v}$  représentent respectivement l'assignation des TP et la puissance de transmission des stations de base déployées qui minimisent les coûts opérationnels liés à l'utilisation énergétique.

Soit  $\mathcal{Z}$  l'ensemble des installations de SB possible.  $|\mathcal{Z}| = |\mathcal{L}|^{|\mathcal{C}||\mathcal{Q}|}$ . Soit  $\mathcal{H}$  l'ensemble des assignations de TP aux SB possible dans le réseau.  $|\mathcal{H}| = 2^{|\mathcal{I}||\mathcal{B} \cup \mathcal{C}||\mathcal{Q}||\mathcal{T}|}$ . Soit  $\mathcal{V}$  l'ensemble des états de transmission possible des stations de base du réseau.  $|\mathcal{V}| = 2^{|\mathcal{L}||\mathcal{S}||\mathcal{B} \cup \mathcal{C}||\mathcal{Q}||\mathcal{T}|}$ . Nous distinguons deux espaces de solution potentiels définis par les relations (4.25) et (4.26).

$$\Omega' = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{P} : \mathcal{Z} \times \mathcal{H} \times \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R} \\ (\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{h}, \mathbf{v}) \mapsto \mathbf{P}(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{h}, \mathbf{v}) \end{array} \right\} \quad (4.25)$$

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{P} \circ \overline{\mathbf{P}} : \mathcal{Z} \rightarrow \mathcal{H} \times \mathcal{V} \rightarrow \mathbb{R} \\ \boldsymbol{\zeta} \mapsto \overline{\mathbf{P}}(\boldsymbol{\zeta}) = (\mathbf{h}, \mathbf{v}) \mapsto \mathbf{P}(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{h}, \mathbf{v}) \end{array} \right\} \quad (4.26)$$

Dans l'heuristique tabou développée, nous utilisons l'espace  $\Omega$ , tout d'abord parce qu'il permet de réduire notre espace de recherche. En effet, avec l'espace  $\Omega'$ , le domaine de recherche de l'algorithme serait de  $|\mathcal{Z}||\mathcal{H}||\mathcal{V}|$  plutôt que  $|\mathcal{Z}|$  avec  $\Omega$ . De plus dans le réseau, les coûts les plus élevés sont liés à l'installation des stations de base, ainsi l'exploration de cet espace engendre des variations très importantes dans le coût total du réseau. Enfin, comme nous l'avons mentionné dans la section 4.3,  $\overline{\mathbf{P}}(\boldsymbol{\zeta})$  se résume à un problème d'assignation. Ainsi, nous pouvons tirer avantage de l'efficacité des programmes mathématiques de cette classe de problème d'optimisation.

Par ailleurs, certains choix de  $\zeta$  ne permettent pas de respecter la contrainte (4.10) qui exige que chaque TP soit assigné en tout temps à exactement une seule BS. Pour y remédier et ainsi élargir le domaine de définition de  $\Omega$ , nous relaxons cette contrainte en permettant qu'un TP puisse ne pas être assigné à une station de base pendant une période. Cette contrainte est donc remplacée par (4.27).

$$\sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} h_{i,j,q,t} \leq \nu_{i,q} \quad \forall i \in \mathcal{I}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (4.27)$$

Cependant, pour assurer la convergence de l'algorithme vers une solution qui finit par respecter la contrainte, nous introduisons un coût de pénalité à la fonction objectif (4.5) pour le non-respect de la contrainte (4.10). Soit  $\Theta$  ce coût.

$$\Theta = \sum_{q \in \mathcal{Q}} \phi m \sum_{\substack{i \in \mathcal{I} \\ t \in \mathcal{T}}} \bar{C} \left( \nu_{i,q} - \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} h_{i,j,q,t} \right) \quad (4.28)$$

où

$$\bar{C} = \frac{\sum_{l \in \mathcal{L}} \max_{q \in \mathcal{Q}} C_{l,q}}{|\mathcal{I}| |\mathcal{T}|} \quad (4.29)$$

$\bar{C}$  représente un coût unitaire moyen de construction d'une mini station de base pour satisfaire les besoins d'un TP à un instant  $t$  donné. La recherche tabou est donc limitée à l'espace  $\Omega$  dans lequel  $\bar{\mathbf{P}}$  satisfait les contraintes (4.6) à (4.9), (4.27) et (4.11) à (4.23).

#### 4.6 Voisinages et mouvements

Rappelons que  $\mathcal{L}_j$  est l'ensemble des types de stations de base qui peuvent être installés au site  $j$  et  $\mathcal{L}'_j$  le même ensemble excluant le type 0 et rajoutant le type -1 qui représente le retrait de la station sur le site :  $\mathcal{L}'_j = \{l : l \in \mathcal{L} - \{0\} \cup \{-1\}, M_{l,j} = 1\}$ . Soit  $\omega = (\zeta, \bar{\mathbf{P}}(\zeta)) \in \Omega$  une solution. Un voisinage  $\mathcal{N}(\omega)$  de  $\omega$ , est un ensemble de solutions obtenues en modifiant dans la solution courante, la planification de l'installation à un site  $j$  donné. Nous distinguons deux types de modifications élémentaires que nous pouvons faire sur la planification d'un site.

La première catégorie de modification que nous pouvons faire, consiste à modifier le type de station de base installé. Par exemple, si la solution courante est représentée par :

$$\zeta_1^0 = [-1, -1, 3, 3, 3] \quad (4.30)$$

alors les voisins correspondants à cette modification sont :

$$\begin{aligned}
\zeta_1^1 &= [-1, -1, 2, 2, 2] \\
\zeta_1^2 &= [-1, -1, 4, 4, 4] \\
\zeta_1^3 &= [-1, -1, 5, 5, 5] \\
&\vdots \\
\zeta_1^{|\mathcal{L}'_j|-2} &= [-1, -1, |\mathcal{L}'_j|, |\mathcal{L}'_j|, |\mathcal{L}'_j|]
\end{aligned} \tag{4.31}$$

La seconde catégorie de modification élémentaire, consiste à devancer ou reporter l'année d'installation d'une station de base d'un type donné  $l$ . Par exemple, pour la solution courante (4.30), les voisins correspondants à cette modification sont :

$$\begin{aligned}
\zeta_1^1 &= [-1, 3, 3, 3, 3] \\
\zeta_1^2 &= [3, 3, 3, 3, 3] \\
\zeta_1^3 &= [-1, -1, -1, 3, 3] \\
&\vdots \\
\zeta_1^{|\mathcal{Q}|} &= [-1, -1, -1, -1, -1]
\end{aligned} \tag{4.32}$$

Avec ces approches, la taille du voisinage est d'au plus  $|\mathcal{C}||\mathcal{Q}||\mathcal{L}|$ . Afin de réduire la taille du voisinage, nous limitons à deux la taille de l'ensemble  $\mathcal{L}_j$  exploré à chaque mouvement.  $\mathcal{L}_j$  est réduit aux types  $l_1, l_2 \in \mathcal{L}'_j$  où  $l_1$  est le type correspondant au niveau de transmission maximale précédent celui du type courant et  $l_2$  celui correspond au niveau de transmission maximale suivant celui du type courant. Par exemple pour la solution courante (4.30), si  $\mathcal{L}'_1 = \{-1, 1, 2, 3, 4, 5\}$  est l'ensemble des types qui peuvent être installés au site 1, ordonné par ordre croissant de leur niveau de transmission maximale, les voisins (4.31) sont limités à :

$$\begin{aligned}
\zeta_1^1 &= [-1, -1, 2, 2, 2] \\
\zeta_1^2 &= [-1, -1, 4, 4, 4]
\end{aligned} \tag{4.33}$$

Avec cette nouvelle approche, la taille du voisinage devient  $|\mathcal{C}|(2|\mathcal{Q}| + 1)$ .

La notion de voisinage introduit celle de mouvement. Un mouvement est la modification apportée à la solution courante. Son application à une solution  $\omega$  génère une nouvelle solution  $\omega'$  dite voisine de  $\omega$ . Nous représentons un mouvement  $m$  par un triplet  $(l, j, q)$  qui représente le nouveau type  $l$  de la station  $j$  installée à l'année  $q$ . Soit  $\omega + m$  l'application du mouvement  $m$  à la solution  $\omega$ . Par exemple, pour la solution courante (4.30), les mouvements qui conduisent



aux voisins (4.33) sont décrits par les relations au (4.34).

$$\begin{aligned}\zeta_1^0 + (2, 1, 2) &= \zeta_1^1 \\ \zeta_1^0 + (4, 1, 2) &= \zeta_1^2\end{aligned}\tag{4.34}$$

Une bonne stratégie d'exploration du voisinage permet d'améliorer de façon significative les performances de la recherche tabou. Une première stratégie mise en œuvre consiste à explorer les voisins qui impliquent les sites candidats installés lors des itérations précédentes lorsque la contrainte (4.10) n'est pas violée. Lorsque la contrainte est violée, l'exploration du voisinage est limitée aux sites candidats non installés lors des itérations précédentes. Pour une solution réalisable  $s$  de  $\bar{P}$  et de fonction objectif  $\bar{f}$ , soit  $\mathcal{C}^1 \subset \mathcal{C}$  l'ensemble des sites candidats installés. Avec la structure du problème, il **n'existe pas** un site  $j' \notin \mathcal{C}^1$  tel que :

$$\sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \left( \sum_{j \in \mathcal{C}^1, l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{l,j,q} + \sum_{l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{l,j',q} \right) + \bar{P}(\mathbf{z} + \mathbf{z}') < \bar{f} \tag{4.35}$$

En d'autres termes, le nombre de stations installées dans les sites candidats dans une solution réalisable du problème  $\bar{P}$  est une borne supérieure du nombre de BS à installer dans une solution optimale du problème  $\bar{P}$ . Il est donc moins pertinent d'explorer des voisins qui nécessitent l'ajout d'une nouvelle station à celles installées dans la solution réalisable courante. Lorsque la solution courante n'est pas réalisable et viole la contrainte (4.10), cela signifie que les stations installées n'ont pas assez de capacité pour répondre en tout temps aux besoins des TP. Il est donc nécessaire d'installer de nouvelles stations de base. Ainsi l'exploration du voisinage se limite aux sites candidats où des stations n'ont pas encore été installées. Cette stratégie permet d'éviter d'explorer tous les  $|\mathcal{C}|(2|\mathcal{Q}| + 1)$  voisins.

Dans l'exploration d'un voisinage  $\mathcal{N}(\omega)$ , lorsqu'on rencontre un voisin impliquant le retrait d'une station qui conduit à une solution réalisable du problème  $\bar{P}$ , alors l'exploration de ce voisinage se limite au voisin qui implique également le retrait d'une station de base active. Par exemple, soit  $\mathcal{N}_s = \{n_1, n_2, n_3, n_4, \dots\}$  l'ensemble des voisins d'une solution courante  $s$ , ordonné dans l'ordre d'exploration du voisinage. Si  $n_3$  implique le retrait d'une station et conduit à une solution réalisable, alors seulement les autres voisins de  $\{n_4, n_5, \dots\}$  qui impliquent également un retrait d'une station de base seront explorés. En effet, dans un voisinage, les voisins qui conduisent à une réduction du nombre de sites entraînent une diminution beaucoup plus importantes des coûts et permettent donc de converger plus rapidement vers une solution optimale.

Une autre stratégie d'exploration du voisinage consiste à parcourir les voisins dans l'ordre

inverse des années et pour un site  $j$  de type  $l$ , s'arrêter dès qu'on obtient une solution réalisable ou que le coût de la solution se dégrade dans l'espace des solutions non réalisable. En effet, pour un site  $j$  de type  $l$ , la solution à l'année  $q_2$  est toujours meilleure que la solution à l'année  $q_1$  pour  $q_1 < q_2$ . Le terme  $(1+r)^{-q}$  utilisé pour l'actualisation en montant présent des investissements et dépenses futurs, suggère qu'il est préférable de repousser les investissements puisque  $(1+r)^{-q_2} < (1+r)^{-q_1}$  pour  $q_1 < q_2$ .

Enfin nous définissons des règles qui nous permettent de déterminer à priori les sites candidats du voisinage susceptibles de conduire à une bonne solution, afin de réduire la taille du voisinage. Pour y arriver, nous dotons l'heuristique d'une mémoire qui retient certaines caractéristiques déterminées au fur et à mesure de l'exploration du voisinage. La première, notée  $\mathcal{M}_j^1$ , est l'année d'installation la plus lointaine du site  $j$  ayant conduit à une solution réalisable. Ensuite la caractéristique  $\mathcal{M}_j^2$  représente le nombre de fois que le site  $j$  fait partie du meilleur voisin sélectionné au cours des itérations. La dernière caractéristique  $\mathcal{M}_j^3$  représente le plus petit coût du réseau obtenu à partir d'un mouvement impliquant le site  $j$ . Ces trois caractéristiques définissent la mémoire  $\mathcal{M}$  qui est mise à jour à chaque évaluation d'un voisin. À chaque itération, lorsque la solution courante est réalisable, c'est à dire le coût de pénalité est nul, l'ensemble  $\mathcal{C}^* \subset \mathcal{C}$  des sites candidats à explorer dans le voisinage est défini à l'équation (4.36).

$$\begin{aligned} \mathcal{C}^* = & \left\{ j \mid \mathcal{M}_j^2 = \min_{j' \in \mathcal{C}} \mathcal{M}_{j'}^2, \text{ et } \mathcal{M}_j^1 = \max_{j' \in \mathcal{C}} \mathcal{M}_{j'}^1, \text{ si } \mathcal{M}_j^2 = 0 \right\} \\ & \cup \left\{ j \mid \mathcal{M}_j^1 = \min_{j' \in \mathcal{C}} \mathcal{M}_{j'}^1, \text{ si } \mathcal{M}_j^2 \neq 0 \right\} \\ & \cup \left\{ j \mid \mathcal{M}_j^3 = \min_{j' \in \mathcal{C}} \mathcal{M}_{j'}^3 \right\} \end{aligned} \quad (4.36)$$

$\bar{\mathcal{C}}$  est l'ensemble des sites candidats de  $\mathcal{M}$  ayant été les moins choisis. Toutes les stratégies d'exploration du voisinage décrites dans cette section sont schématisées dans les figures 4.4 à 4.6.

#### 4.7 Mouvements tabou et critère d'aspiration

Une composante importante de la recherche tabou est la liste tabou. Elle sert à mémoriser les solutions visitées et permet d'éviter de revenir à ces solutions. Cette fonctionnalité permet également à l'algorithme de ne pas rester coincé dans un minimum local. Cette liste a une taille qui permet de définir le nombre d'itérations pendant lesquelles une solution demeure interdite. Dans [28], on suggère en pratique de définir la taille à  $\sqrt{|\mathcal{N}(\omega)|}$ . Ainsi dans l'algorithme

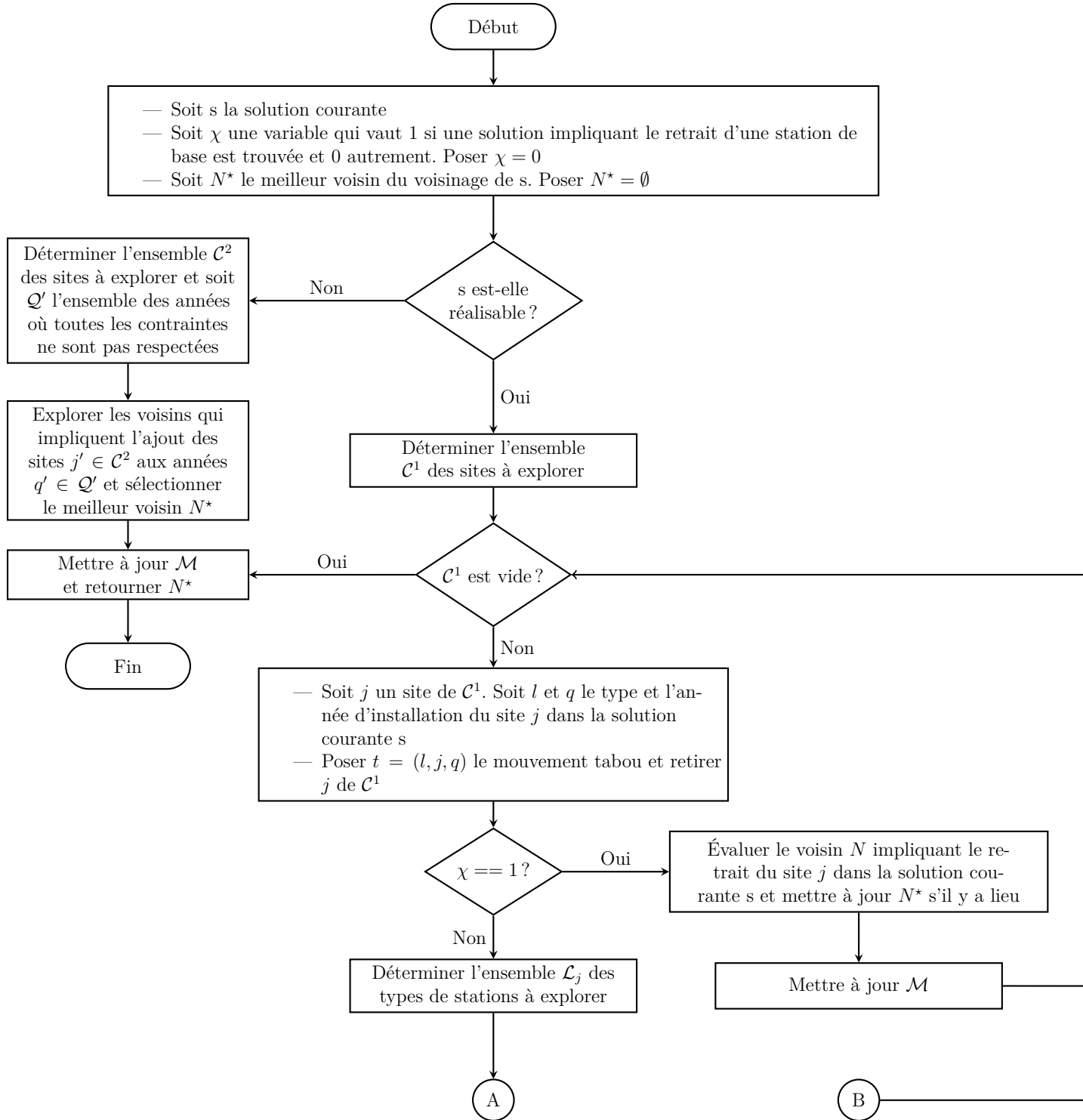


Figure 4.4 Organigramme de la stratégie d'exploration d'un voisinage (partie 1 de 3)

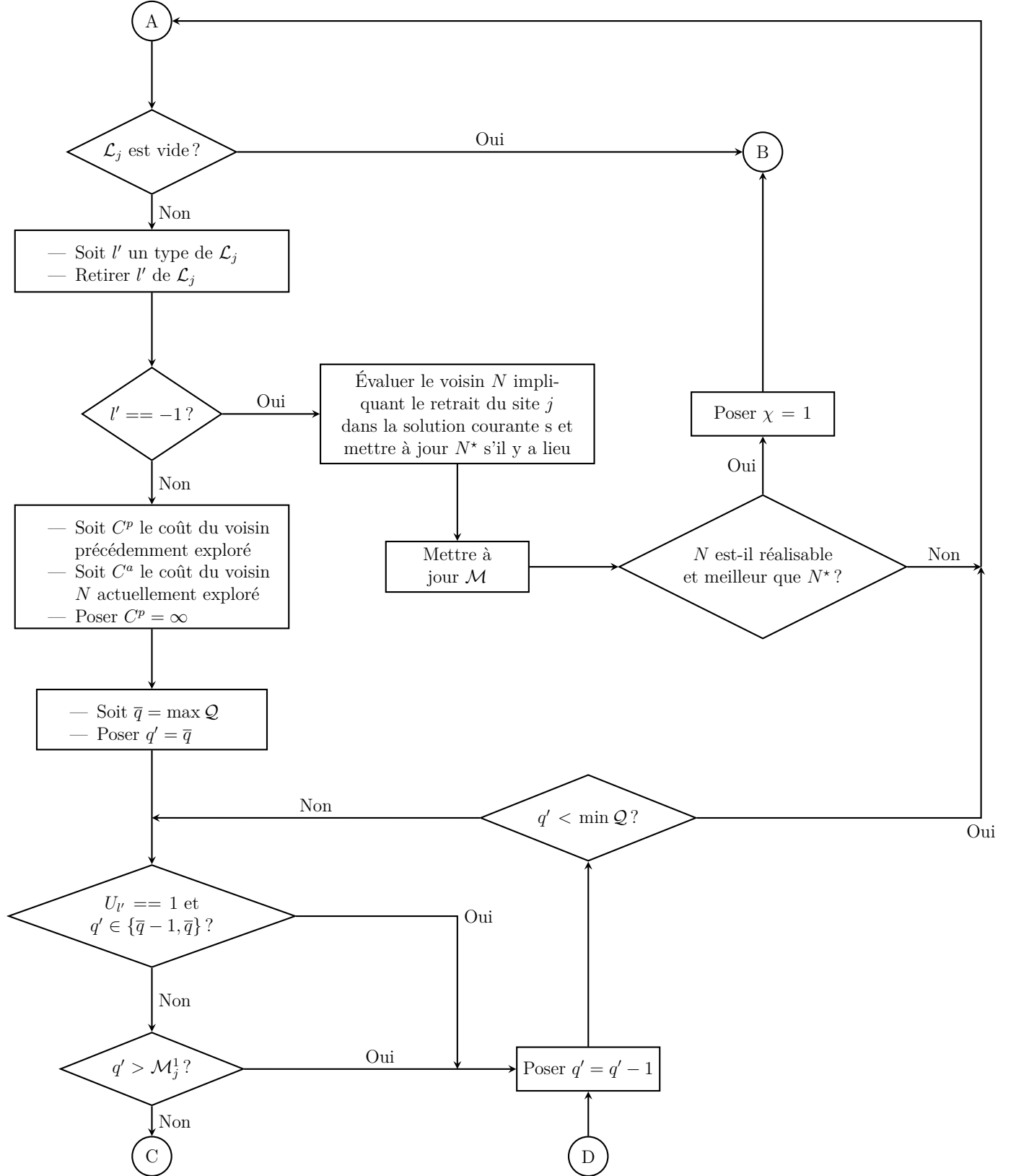


Figure 4.5 Organigramme de la stratégie d'exploration d'un voisinage (partie 2 de 3)

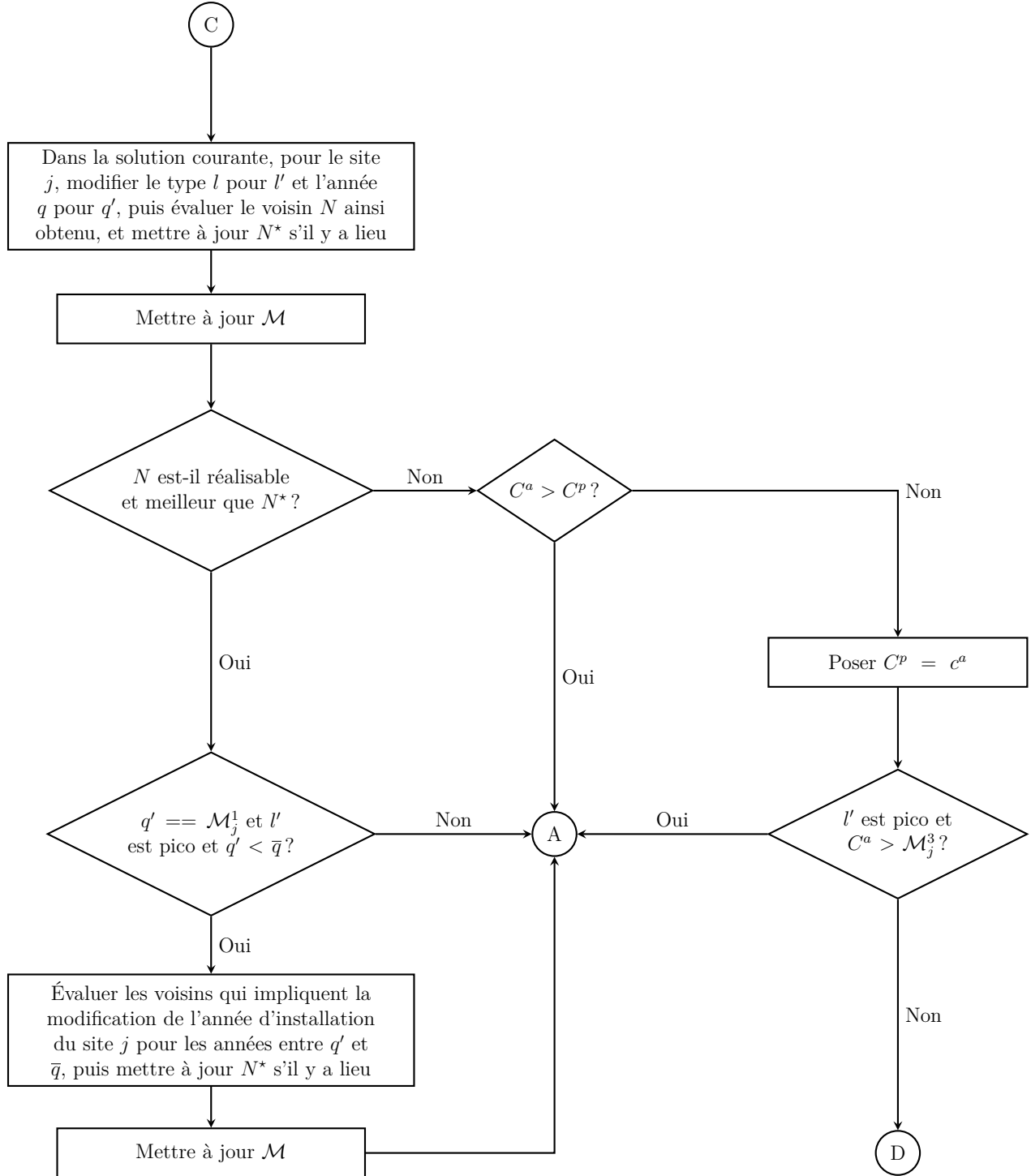


Figure 4.6 Organigramme de la stratégie d'exploration d'un voisinage (partie 3 de 3)

développé, les éléments demeurent dans la liste tabou pour  $\sqrt{|\mathcal{C}|(2|\mathcal{Q}| + 1)}$  itérations. Tout mouvement qui conduit à une solution de la liste tabou est considéré comme un mouvement tabou. La gestion de la liste tabou peut s'avérer très coûteuse en mémoire. Ainsi, plutôt que de mémoriser les solutions, nous mémorisons les mouvements qui conduisent aux solutions. Rappelons qu'un mouvement est représenté par un triplet  $m = (l, j, q)$  qui représente le nouveau type  $l$  de la station  $j$  installée à l'année  $q$ . Par exemple, le déplacement de la solution  $\zeta_1^0 = [-1, -1, 3, 3, 3]$  vers  $\zeta_1^1 = [-1, -1, 2, 2, 2]$  est représenté dans la liste tabou par  $[(3, 1, 2)]$ . Ainsi, tout mouvement qui implique l'installation d'une station de type 3 au site 1 à l'année 2 est considéré tabou.

L'un des inconvénients de la liste tabou est qu'elle peut empêcher d'explorer une solution qui pourrait être très intéressante pour l'optimisation. Pour y remédier, on définit un critère d'aspiration qui permet de lever le statut tabou d'un mouvement qui satisfait le critère. Ainsi dans la recherche tabou développée, le critère d'aspiration consiste à retirer de la liste tabou un mouvement qui conduit à une solution meilleure que celle rencontrée jusqu'ici. Soit  $\mathcal{N}'(\omega) \subset \mathcal{N}(\omega)$  l'ensemble des solutions du voisinage  $\mathcal{N}(\omega)$  vers lesquels la liste tabou permet de se diriger en tenant compte du critère d'aspiration.

$$\mathcal{N}'(\omega) = \{\omega' \in \mathcal{N}(\omega) | \omega' \notin L \text{ ou } f(\omega') < f(\omega^*)\} \quad (4.37)$$

où  $L$  est la liste tabou et  $\omega^* \in \Omega$  est la meilleure solution obtenue jusque là.

## 4.8 Évaluation d'un mouvement

L'étape 2 de l'algorithme tabou présenté à la section 4.4 suggère une approche exacte ou heuristique du sous-problème  $\bar{P}(\mathbf{z})$  pour évaluer une solution voisine. Ce sous-problème se résume à un problème d'assignation. Ainsi dans cette section, nous présentons l'heuristique explorée pour assigner les TP aux stations de base afin de trouver  $\mathbf{h}$ .

### Étape 1 : Initialisation

Poser  $q \leftarrow 0$

### Étape 2 : Assignation des TP

**2.1** Identifier l'instant  $t'$  correspondant à la période de pointe de l'année  $q$ .

**2.2** Soit  $\bar{\mathcal{I}}^C$  l'ensemble des TP actifs à l'année  $q$ , ordonné par ordre croissant de leur degré de connectivité. Le degré de connectivité d'un TP correspond au nombre maximum de stations qui peuvent le couvrir.

### 2.3 Pour chaque TP $i \in \overline{\mathcal{I}}^C$

**2.3.1** Identifier la plus proche station  $j$  pour laquelle  $E_{i,j,q,t'}^T + D_{j,q,t'} \leq W_{l,\bar{s}}^x \Delta_{t'}$ . S'il n'existe pas de station  $j$  qui respecte cette contrainte, le TP demeure non assigné.

**2.3.2** Poser  $h_{i,j,q,t'} \leftarrow 1$ .

**2.3.3** Pour tous les autres instants  $t$  de l'année  $q$ , poser aussi  $h_{i,j,q,t} \leftarrow 1$ .

**2.4** Si  $q < |\mathcal{Q}| - 1$  alors poser  $q \leftarrow q + 1$  et retourner à l'étape 2, autrement l'algorithme prend fin et retourner **h**.

## 4.9 Solution initiale

Comme mentionné au début de ce chapitre, le point de départ de tout algorithme tabou est la génération d'une solution initiale. Une solution initiale est restreinte aux valeurs du vecteur  $\mathbf{z}$ . Rappelons que chaque élément de ce vecteur est représenté par trois dimensions :  $j$ ,  $l$  et  $q$ . Le but de l'heuristique développée pour générer une solution initiale est de trouver parmi les sites candidats, ceux qui permettent de satisfaire les besoins des TP tout en minimisant les coûts d'investissement. Ainsi l'algorithme développé est restreint à un problème de localisation et se focalise sur la dimension  $j$  du vecteur  $\mathbf{z}$ . Il est donc nécessaire d'émettre des hypothèses sur les autres dimensions  $l$  et  $q$  de chaque élément du vecteur  $\mathbf{z}$  pour produire une solution initiale. Nous définissons  $\bar{l}_j$  le type de station de base considéré pour le site  $j$  parmi les types  $l$  qui peuvent être installés sur ce site.  $\bar{l}_j$  est choisi parmi l'ensemble  $\mathcal{E} = \{l | M_{l,j} = 1\}$  selon les critères suivants par ordre de priorité :

1. Le type  $l$  a la plus grande puissance de transmission.

$$l = \underset{\substack{l' \in \mathcal{E} \\ s \in S_{l'}}}{\operatorname{argmax}} W_{l',s}^x$$

2. Le type  $l$  a des équipements solaires :  $U_l = 1$
3. Le type  $l$  peut ajuster dynamiquement sa puissance de transmission :  $|S_l| > 1$
4. Le type  $l$  a le plus petit coût d'installation.

$$l = \underset{l' \in \mathcal{E}}{\operatorname{argmin}} C_{l',0}$$

L'hypothèse sur la dimension  $q$  consiste à considérer que toutes les stations requises à la période de pointe de la dernière année de l'horizon de planification sont installées à l'année 0.

L'ossature de l'heuristique développée est illustrée à la figure 4.7. Soit  $\bar{q}$  la dernière année de

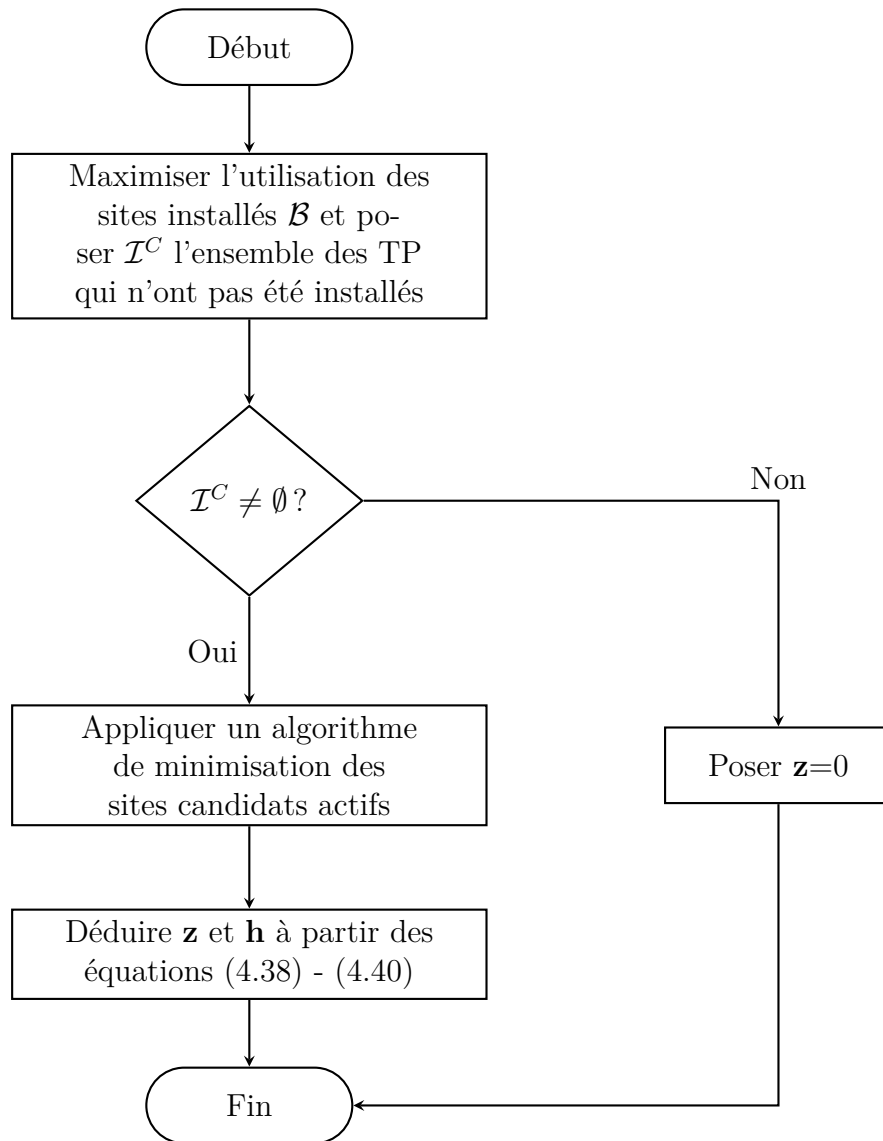


Figure 4.7 Organigramme de l'heuristique pour générer la solution initiale



l'horizon de planification. Soit  $\bar{t} = \left\{ \bar{t} \mid \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} E_{i,j,\bar{q},\bar{t}}^T \geq \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} E_{i,j,\bar{q},t}^T \forall t \in \mathcal{T} \right\}$ , la période de pointe de l'année  $\bar{q}$ .

Tout d'abord nous maximisons l'utilisation des sites installés  $\mathcal{B}$  par la résolution du sous-problème **SPA** défini comme suit :

$$\begin{aligned} & \max \left\{ \sum_{\substack{i \in \mathcal{I} \\ j \in \mathcal{B}}} h_{i,j,\bar{q},\bar{t}} \right\} \\ & \text{sujet à} \\ & h_{i,j,\bar{q},\bar{t}} \leq k_{i,j,0,0,\bar{q},\bar{t}} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{B} \\ & D_{j,\bar{q},\bar{t}} = \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i,j,\bar{q},\bar{t}}^T h_{i,j,\bar{q},\bar{t}} \quad \forall j \in \mathcal{B} \\ & D_{j,\bar{q},\bar{t}} \leq \Delta_{\bar{t}} W_{0,0}^x \quad \forall j \in \mathcal{B} \\ & \sum_{j \in \mathcal{B}} h_{i,j,\bar{q},\bar{t}} \leq \nu_{i,\bar{q}} \quad \forall i \in \mathcal{I} \end{aligned}$$

La résolution de ce sous problème permet de maximiser l'assignation des TP aux sites installés. Étant donné que les stations dans les sites  $\mathcal{B}$  émettent à une puissance constante en tout temps, leur dépense énergétique ne dépend pas du nombre de TP qu'elles desservent. Ainsi en maximisant le nombre de TP assigné à ces stations, nous minimisons le nombre de TP à desservir à partir des sites candidats, ce qui permet de réduire le nombre de stations de base à déployer. À l'issue de cette résolution, nous définissons  $\mathcal{I}^C$  l'ensemble des TP qui n'ont pas été assignés :  $\mathcal{I}^C = \{i \mid \sum_{j \in \mathcal{B}} h_{i,j,\bar{q},\bar{t}} = 0\}$ . Le problème est maintenant limité à l'ensemble  $\mathcal{C}$  des stations de base et  $\mathcal{I}^C$  des TP.

Si  $\mathcal{I}^C \neq \emptyset$ , nous appliquons un algorithme de minimisation des sites candidats actifs, désigné par MSCA, afin de trouver les sous-vecteurs  $\mathbf{z}_q = \{z_{l,j,q}\}_{l=\bar{l}_j, j \in \mathcal{C}, q=\bar{q}}$  et  $\mathbf{h}_{q,t} = \{h_{i,j,q,t}\}_{i \in \mathcal{I}^C, j \in \mathcal{C}, q=\bar{q}, t=\bar{t}}$ . Nous en déduisons les vecteurs  $\mathbf{z}$  et  $\mathbf{h}$  à partir des équations (4.38) - (4.40).

$$z_{\bar{l}_j,j,0} = z_{\bar{l}_j,j,\bar{q}} \quad \forall j \in \mathcal{C} \quad (4.38)$$

$$z_{\bar{l}_j,j,\bar{q}} = 0 \quad \forall j \in \mathcal{C} \quad (4.39)$$

$$h_{i,j,q,t} = h_{i,j,\bar{q},\bar{t}} \nu_{i,q} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q} - \{\bar{q}\} \quad (4.40)$$

Si  $\mathcal{I}^C = \emptyset$ , nous déduisons que le vecteur  $\mathbf{z}$  est nul et  $\mathbf{h}$  est déduit à partir de l'équation (4.40). La solution ainsi obtenue est optimale, car le coût de cette solution est une borne

inférieure du problème  $\bar{P}$  qui est défini par l'équation (4.41)

$$f_m = \sum_q (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in B, t} C_{j,t}^G \Delta_t W_{0,0} \quad (4.41)$$

Le but de l'algorithme de minimisation des sites candidats actifs est de déterminer pour un ensemble de sites candidats et un ensemble de TP, les stations de base qu'il faut activer pour répondre aux besoins des TP. Ainsi, nous explorons deux algorithmes qui permettent d'y arriver. Le premier nommé algorithme A, est basé sur le degré d'association des sites et TP alors que le deuxième repose sur la capacité énergétique résiduelle des stations de base. Ce dernier est nommé algorithme B. Pour des raisons de concision, et étant donné que c'est l'algorithme A qui est utilisée pour la recherche tabou, nous le présentons en détail ainsi que les éléments qui le diffèrent de l'algorithme B. Avant de la présenter, nous définissons quelques termes.

Soit  $\boldsymbol{\eta} = \{\eta_j\}_{j \in \mathcal{C}}$  le vecteur contenant le nombre de TP associés à la BS  $j$ . Il s'agit du degré de chaque station de base.

Soit  $\boldsymbol{\kappa} = \{\kappa_i\}_{i \in \mathcal{I}}$  le vecteur contenant le nombre de BS associés au TP  $i$ . Il s'agit du degré de chaque TP.

Soit  $\mathcal{C}^a$  l'ensemble des sites actifs :  $\mathcal{C}^a \subset \mathcal{C}$ , et  $\mathcal{C}^{\bar{a}}$  l'ensemble des sites précédemment actifs.

Afin d'alléger la présentation de l'algorithme, nous omettons les indices  $\bar{q}, \bar{t}, \bar{l}_j$  et  $\bar{s}$ . Ainsi, par exemple  $z_{\bar{l}_j, j, \bar{q}}$  sera tout simplement identifié par  $z_j$  dans l'algorithme.

#### 4.9.1 Algorithme A : heuristique de minimisation des sites candidats actifs basée sur le degré d'association des sites et TP

##### Étape 1 : Initialisation

$$\begin{aligned} \eta_j &\leftarrow 0, z_j \leftarrow 0 \quad \forall j \in \mathcal{C} \\ \kappa_i &\leftarrow 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}^C \\ h_{i,j} &\leftarrow 0 \quad \forall i \in \mathcal{I}^C, j \in \mathcal{C} \\ \mathcal{C}^a &\leftarrow \mathcal{C} \text{ et } \mathcal{C}^{\bar{a}} \leftarrow \emptyset \end{aligned}$$

**Étape 2 : Construction du graphe** Construire un graphe  $G(V, A)$ . Les sommets  $V$  du graphe représentent les sites actifs et les TP :  $V = \mathcal{C}^a \cup \mathcal{I}^C$ . Une arête  $a \in A$  relie un sommet  $v_1 \in \mathcal{C}^a$  et  $v_2 \in \mathcal{I}^C$  si le TP  $v_2$  peut être couvert par la station  $v_1$ .

**Pour chaque**  $i \in \mathcal{I}^C$  et  $j \in \mathcal{C}^a$

Si  $k_{i,j} = 1$  alors

$$h_{i,j} \leftarrow 1, \eta_j \leftarrow \eta_j + 1, \kappa_i \leftarrow \kappa_i + 1$$

### Étape 3 : Suppression des connexions redondantes

**3.1** Soit  $\mathcal{C}^{\bar{v}}$  l'ensemble des sites candidats actifs non explorés. Poser  $\mathcal{C}^{\bar{v}} \leftarrow \mathcal{C}^a$ .

**3.2 Tant qu'il** existe un TP qui est connecté à plus d'une station dans le graphe G :  $\max_{i \in \mathcal{I}^C} \{\kappa_i\} > 1$

**3.2.1** Poser  $j \leftarrow \operatorname{argmax}_{j \in \mathcal{C}^{\bar{v}}} \{\eta_j\}$  : on choisit le site ayant le plus grand degré dans le graphe G parmi ceux qui n'ont pas encore été explorés. Poser  $\mathcal{C}^{\bar{v}} \leftarrow \mathcal{C}^{\bar{v}} - \{j\}$ . Soit  $\Upsilon$  l'ensemble des TP qui sont connectés à cette BS  $j$ .

**3.2.2** Calculer la demande énergétique totale des TP associés à la station  $j$  :  $D_j = \sum_{i \in \Upsilon} E_{i,j}^T$ .

**3.2.3 Tant que** la demande dépasse la capacité de la station de base :  $D_j > W_{l_j, \bar{s}}^x \Delta_{\bar{t}}$

**3.2.3.1** Identifier le TP  $i \in \Upsilon$  de degré maximal dans le graphe G :  $i = \operatorname{argmax}_{i \in \Upsilon} \kappa_i$ .  
S'il existe plusieurs TP de degré maximal, celui exigeant le plus d'énergie est privilégié.

**3.2.3.2** Supprimer l'arête  $(i, j)$  du graphe G.

**3.2.3.3** Mettre à jour  $\eta, \kappa, \Upsilon$  :  $\eta_j \leftarrow \eta_j - 1, \kappa_i \leftarrow \kappa_i - 1, \Upsilon \leftarrow \Upsilon - \{i\}, h_{i,j} \leftarrow 0$

**3.2.3.4** Recalculer  $D_j$

**3.2.4** Supprimer les connexions entre les TP reliés à  $j$  et les autres BS et mettre à jour les variables  $\mathbf{h}, \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\kappa}$  : il s'agit des connexions  $\{(i, j') | i \in \Upsilon, j' \in \mathcal{C}^a - \{j\}\}$ .

### Étape 4 : Sélection des sites candidats actifs

**4.1** Poser  $\mathcal{C}^{\bar{a}} \leftarrow \mathcal{C}^a$

**4.2** Mettre à jour  $\mathcal{C}^a$ . Il s'agit de tous les sommets du graphe G représentant les sites candidats qui ont un degré non nul :  $\mathcal{C}^a \leftarrow \{j \in \mathcal{C}^a | \sum_{i \in \mathcal{I}^C} h_{i,j} > 0\}$ .

**4.3** Si  $|\mathcal{C}^{\bar{a}}| \neq |\mathcal{C}^a|$  retourner à l'étape 2, sinon continuer à l'étape 5.

### Étape 5 : Réparation et génération du vecteur $\mathbf{z}$

**5.1** Les étapes précédentes ne garantissent pas que toutes les stations respectent la contrainte de capacité énoncée à la section A.2.2. En effet, tout TP qui est exclusivement associé à une BS qui n'a pas été visitée lors des étapes précédentes est susceptible de violer la contrainte de capacité. Ainsi cette étape consiste à identifier

tous les sites candidats actifs qui violent cette contrainte et de les réparer. Soit  $\mathcal{C}^b$  l'ensemble des sites candidats actifs qui ne respectent pas la contrainte de capacité :  $\mathcal{C}^b \leftarrow \left\{ j \in \mathcal{C}^a \mid W_{\bar{l}_j, \bar{s}}^x \Delta_{\bar{t}} < \sum_{i \in \mathcal{I}^C} E_{i,j}^T h_{i,j} \right\}$ .

**Pour chaque**  $j \in \mathcal{C}^b$

**5.1.1** Identifier l'ensemble  $\Upsilon$  des TP qui sont connectés à  $j$ .

**5.1.2** Calculer la demande énergétique totale des TP associés à la station  $j$  :

$$D_j = \sum_{i \in \Upsilon} E_{i,j}^T.$$

**5.1.3 Tant que** la demande dépasse la capacité de la station de base :  $D_j >$

$$W_{\bar{l}_j, \bar{s}}^x \Delta_{\bar{t}}$$

**5.1.3.1** Identifier le TP  $i \in \Upsilon$  le plus énergivore :  $i = \operatorname{argmax}_{i \in \Upsilon} E_{i,j}^T$ .

**5.1.3.2** Supprimer l'arête  $(i, j)$  du graphe  $G$ .

**5.1.3.3** Mettre à jour  $\eta, \kappa, \Upsilon$  :  $\eta_j \leftarrow \eta_j - 1, \kappa_i \leftarrow \kappa_i - 1, \Upsilon \leftarrow \Upsilon - \{i\}, h_{i,j} \leftarrow 0$

**5.1.3.4** Recalculer  $D_j$

**5.2 Pour chaque**  $j \in \mathcal{C}^a$  poser  $z_j \leftarrow 1$ .

**5.3** Retourner les vecteurs  $\mathbf{z}$  et  $\mathbf{h}$ .

#### 4.9.2 Algorithme B : heuristique de minimisation des sites candidats actifs basée sur la capacité énergétique résiduelle des stations de base

L'algorithme B reprend la plupart des étapes de l'algorithme A. La différence principale est à l'étape **3.2.1**. Soit  $\boldsymbol{\psi} = \{\psi_j\}_{j \in \mathcal{C}^a}$  le vecteur contenant l'énergie résiduelle des stations de base. Elle correspond à la différence entre la demande énergétique d'une station  $j$  et la capacité de cette station :  $\psi_j \leftarrow \sum_{i \in \mathcal{I}^C} E_{i,j}^T h_{i,j} - W_{\bar{l}_j, \bar{s}}^x \Delta_{\bar{t}}$ . À cette étape, plutôt que de poser  $j \leftarrow \operatorname{argmax}_{j \in \mathcal{C}^a} \{\eta_j\}$ , nous posons  $j \leftarrow \operatorname{argmax}_{j \in \mathcal{C}^a} \{\psi_j\}$ . Autrement dit, plutôt que de choisir le site ayant le plus grand degré dans le graphe  $G$  parmi ceux qui n'ont pas encore été explorés, nous choisissons le site ayant la plus grande énergie résiduelle parmi ceux qui n'ont pas encore été explorés. Toutes les autres étapes demeurent les mêmes que celles de l'algorithme A. À travers les résultats de ces deux algorithmes présentés au chapitre 5, nous montrons que l'algorithme A génère des solutions dont le coût est plus faible que celles issues de l'algorithme B.

## CHAPITRE 5 RÉSULTATS ET ANALYSES

Afin de mesurer les performances de l'algorithme tabou développé, des réseaux hypothétiques de différentes tailles sont générés. Ainsi, dans ce chapitre nous décrivons tout d'abord les caractéristiques de ces réseaux, ensuite nous analysons les heuristiques qui servent à générer une solution initiale avant d'évaluer les performances de notre heuristique tabou. Le détail du calcul des paramètres du modèle est présenté à l'annexe C.

### 5.1 Description des jeux de données

Afin d'illustrer les algorithmes développés et mesurer leur performance, nous avons généré 5 réseaux différents. Les paramètres communs à tous ces réseaux sont résumés dans le tableau 5.1. Les 8 périodes permettent de mieux caractériser les différentes périodes de fluctuation de la demande des usagers. Elles sont illustrées à la figure 3.5 et correspondent au profil de trafic des usagers lors des journées de travail, dans une cellule située dans une zone commerciale [22]. Le trafic maximal par usager de 10Mbps, croît annuellement à un taux de 20 %. Ainsi la demande des usagers est doublée au bout de 4 ans. Le taux d'actualisation de 12 % permet de réduire de moitié la valeur de l'investissement lorsqu'il est reporté de 6 ans. Un coût unitaire d'énergie électrique de 0.20\$/kwh s'adapte à plusieurs régions du monde comme les États-Unis où le coût varie de 0.18 \$/kwh à 0.30 \$/kwh pour de faibles puissances de consommation [29]. Un coût d'équipement solaire trop élevé ne permettra pas l'installation de station alimentée par l'énergie solaire. Le coût de 3 \$/w, tiré de [30] assure une certaine rentabilité des installations solaires. Le gain d'antenne de 3 caractérise l'efficacité des antennes utilisées dans le réseau. Le coefficient d'affaiblissement et le bruit du canal caractérisent l'environnement de propagation des ondes.

Les paramètres spécifiques à chaque instance générée sont présentés au tableau 5.2. Ils définissent la taille de chaque problème. Toutes les instances portent sur un horizon de planification de 10 ans sauf le dernier problème P5 qui couvre une planification sur 5 ans. En effet, sur des horizons lointains, il devient de plus en plus avantageux d'intégrer des stations alimentées par l'énergie solaire puisque ça laisse le temps de rentabiliser l'investissement lié aux équipements solaires. Les stations macro sont celles qui sont existantes dans le réseau de l'opérateur. Ainsi dans les problèmes P1 à P4 nous considérons qu'il y a moins de 2 stations disponibles. Les sites candidats seront donc mis à contribution pour répondre à la demande exponentielle des TP. Plus les valeurs des paramètres présentés au tableau 5.2 augmentent, plus la taille du problème augmente, plus l'optimisation du problème devient coûteuse en

Paramètre	Valeur
Nombre de périodes	8
Taux d'actualisation annuel	0.12
Taux de croissance annuel	0.20
Coût unitaire de l'énergie traditionnelle(\$/kwh)	0.20
Coût unitaire de l'équipement solaire (\$/w)	3
Gain d'antenne	3
Coefficient d'affaiblissement	3
Bruit du canal	$10^{-5}$
Trafic maximal par usager (Mbps)	10

Tableau 5.1 Paramètres communs à toutes les instances générées

Problème	Nombre d'années	Nombre de BS macro	Nombre de sites candidats	Nombre de TP
P1	10	1	4	10
P2	10	1	18	38
P3	10	2	28	60
P4	10	2	38	80
P5	5	10	66	152

Tableau 5.2 Paramètres spécifiques de chaque instance générée

temps de calcul et en espace mémoire. Les algorithmes développés sont exécutés sur une machine dotée de 12 processeurs Intel core i7-8700 à 3.2GHz, avec une mémoire RAM de 62GB. Le plus gros problème qu'il a été possible de générer est composé de 252 sites et 504 TP. Cependant pour des raisons de clarté, nous nous limitons dans ce mémoire au problème P5 constitué de 76 sites et 152 TP. La figure 5.1 illustre les différents réseaux générés.

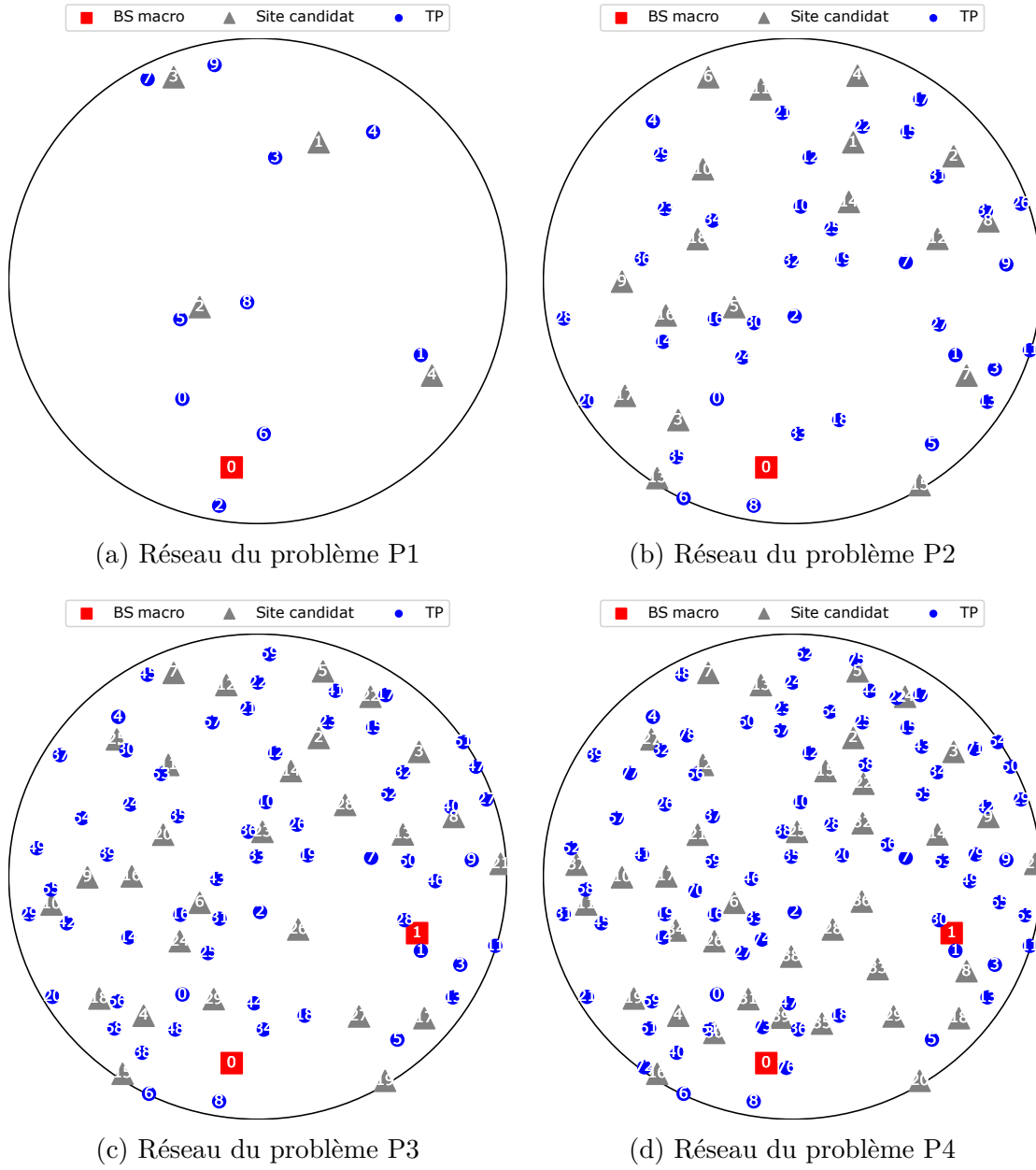
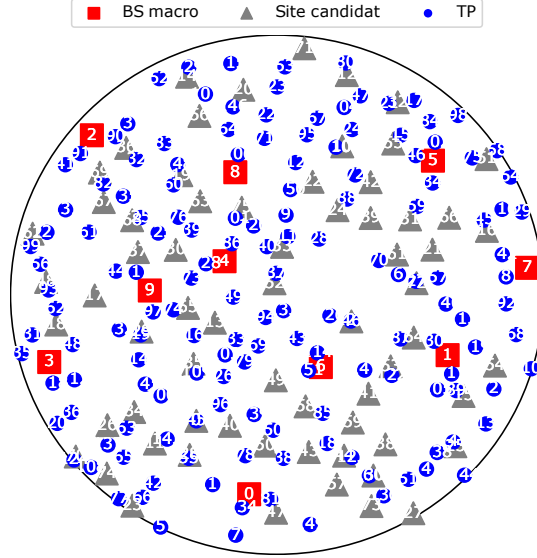


Figure 5.1 Réseaux étudiés



(e) Réseau du problème P5

Figure 5.1 Réseaux étudiés (suite)

## 5.2 Analyse des heuristiques de génération d'une solution initiale

Les heuristiques développées pour générer une solution initiale sont composées de deux parties principales. La première est la résolution du sous-problème SPA et la deuxième partie est la minimisation des sites candidats actifs. Les deux heuristiques explorées diffèrent dans l'approche de résolution de cette deuxième partie. Dans l'optique de mettre en lumière leur performance, nous présentons dans cette section les résultats issus des différentes étapes conduisant à la génération d'une solution initiale.

### 5.2.1 Analyse de la résolution du sous-problème SPA

Comme décrit à la section 4.9, la résolution du sous-problème SPA consiste, à la période de pointe de la dernière année de l'horizon de planification, à maximiser l'assignation des TP aux stations macros disponibles. En effet, étant donné que les BS macros ont une consommation fixe en tout temps, il est avantageux de maximiser leur utilisation.

Les résultats de l'assignation des TP aux stations macros qui maximise leur utilisation sont présentés aux figures 5.2 à 5.6. Cette étape s'exécute en quelques secondes pour de grands réseaux, et permet de réduire la taille du problème en réduisant le nombre de TP qui doivent être desservis par les sites candidats. Par exemple pour le P5 où nous avons un plus grand nombre de BS macro, cette étape permet de réduire de 60% le nombre de TP à assigner. Pour



les autres problèmes P1 à P4 où le nombre de BS macro est moins important, la maximisation des TP à ces stations permet tout de même de réduire en moyenne de nombre de TP à assigner de 38%.

L'efficacité de l'assignation des TP aux sites macro est évaluée à travers le tableau 5.3 qui montre l'utilisation énergétique de chaque BS macro. L'utilisation énergétique représente le rapport entre la demande énergétique et la capacité de chaque station. Hormis le problème P1, on peut constater que les stations macro sont globalement utilisées à plus de 80% ce qui contribue à la qualité de la solution initiale trouvée, car le coût énergétique des ces stations est incompressible. Nous avons observé que cette approche est efficace pour des réseaux denses, car la probabilité de pouvoir assigner un grand nombre de TP aux sites macros est plus élevée.

Par ailleurs, remarquons que certains sites candidats peuvent déjà être éliminés, car les TP qui en sont proches se retrouvent desservies par les stations macros. Par exemple à la figure 5.5, les sites candidats 8,18,20,29,35 et 39 entre autres ne pourront pas aux étapes suivantes desservir un TP. Ainsi la résolution du sous-problème SPA permet de réduire significativement la taille du problème ce qui joue un rôle important dans la convergence rapide de l'algorithme A.

### 5.2.2 Analyse de la minimisation des sites candidats actifs par l'algorithme A

À l'issue de l'étape précédente, les TP assignés aux stations macros sont retirés du réseau puis nous essayons d'assigner les TP restant en utilisant le moins de stations de base possible à l'aide de l'heuristique décrite à la section 4.9.1. Le fonctionnement principal de cette heuristique consiste tout d'abord à créer un graphe où les sommets sont les sites candidats et les TP. Les arêtes du graphe indiquent qu'une station peut desservir un TP. Itérativement, les arêtes sont supprimées pour respecter la contrainte de capacité des sites tout en assurant que chaque TP est desservi par au plus une station.

Problème	BS 0	BS 1	BS 2	BS 3	BS 4	BS 5	BS 6	BS 7	BS 8	BS 9	Total
P1	47%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	47%
P2	90%	-	-	-	-	-	-	-	-	-	90%
P3	77%	90%	-	-	-	-	-	-	-	-	83%
P4	97%	96%	-	-	-	-	-	-	-	-	97%
P5	80%	99%	76%	95%	99%	77%	96%	95%	97%	95%	91%

Tableau 5.3 Utilisation énergétique des stations de base macro à la période de pointe de la dernière année

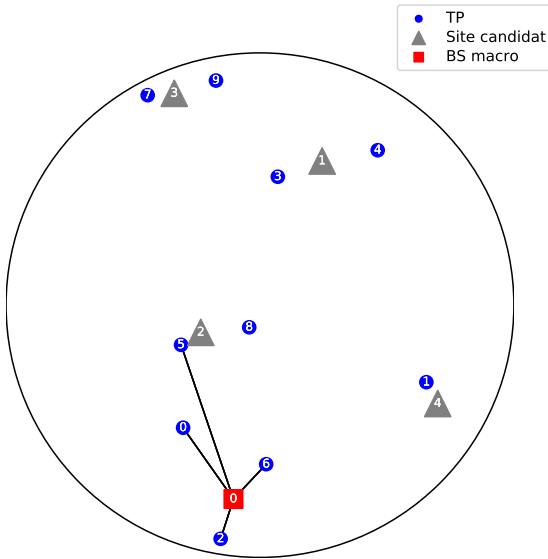


Figure 5.2 Solution SPA du problème P1

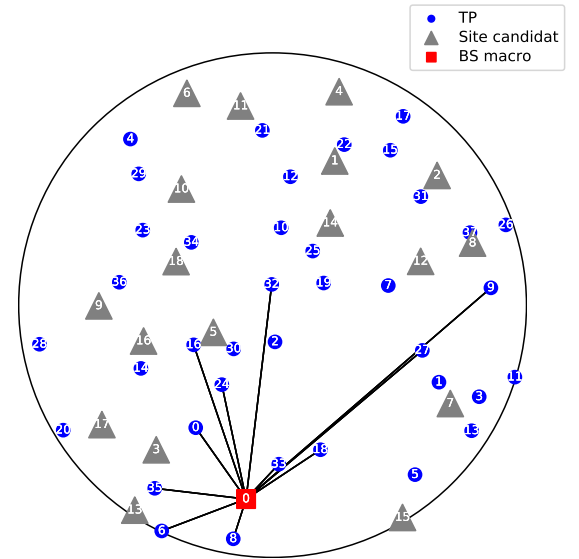


Figure 5.3 Solution SPA du problème P2

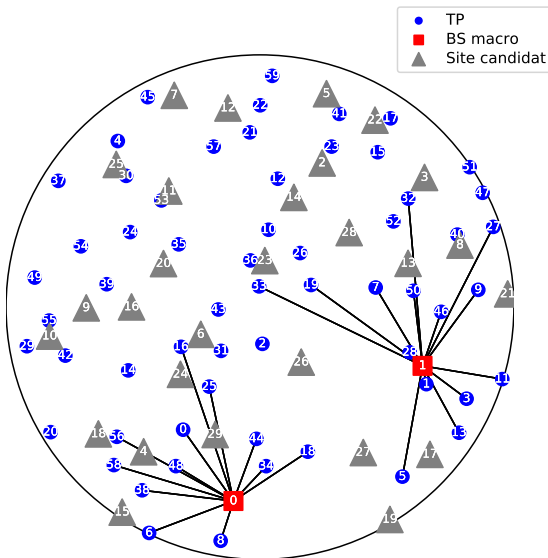


Figure 5.4 Solution SPA du problème P3

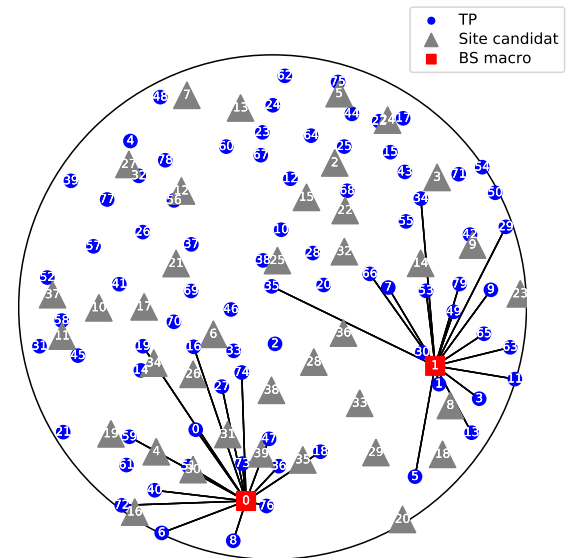


Figure 5.5 Solution SPA du problème P4

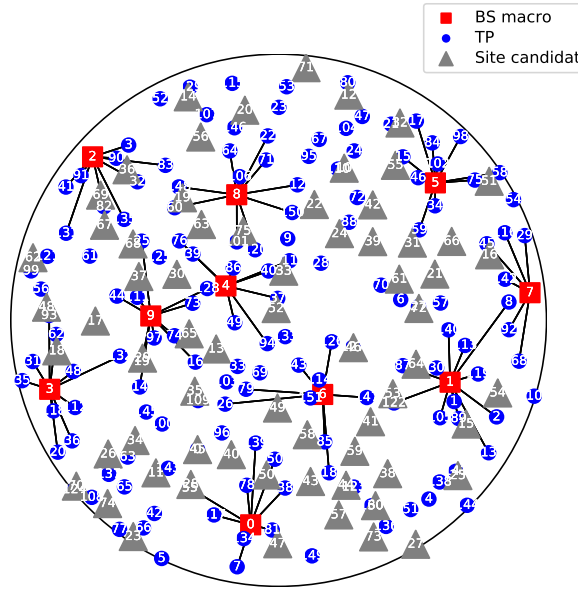


Figure 5.6 Solution SPA du problème P5

Pour le problème P1, après le retrait des TP assignés aux BS macros à la figure 5.2, l'assignation des TP restants devient triviale. En effet, chaque TP restant est couvert par un unique site potentiel, ainsi l'heuristique trouve la solution dès la première itération. Cette solution, illustrée à la figure 5.7, suggère l'activation de tous les sites candidats.

À la figure 5.8, on peut constater que contrairement au résultat du problème P1, l'heuristique de minimisation des sites candidats permet dans le problème P2 de réduire les sites potentiels de 50% dès la première itération. À la deuxième itération, illustrée à la figure 5.8b, les assignations des TP 28 et 20 sont interverties, mais le nombre de sites candidats utile reste inchangé ce qui met fin à l'heuristique.

Dans le problème P3, illustré à la figure 5.9, après le retrait des TP assignés aux BS macro, les sites candidats 17,19 et 27 se retrouvent isolés. Ainsi aucun TP ne peut leur être assigné. Dès la première itération de l'heuristique, à la figure 5.9a nous réalisons qu'au plus 11 sites sur les 28 disponibles sont nécessaires pour desservir tous les TP. À l'itération 2, figure 5.9b, le TP 14 qui était assigné au site 4 peut être desservi par la station installée au site 6 afin d'exclure le site 4 et réduire les coûts d'installations de nouvelles stations. L'heuristique prend fin à l'itération 3 puisque le nombre de sites nécessaire demeure inchangé et seul le TP 37 est réassigné à un autre site.

Au problème P4 illustré à la figure 5.10, après le retrait des TP assignés aux stations macros,

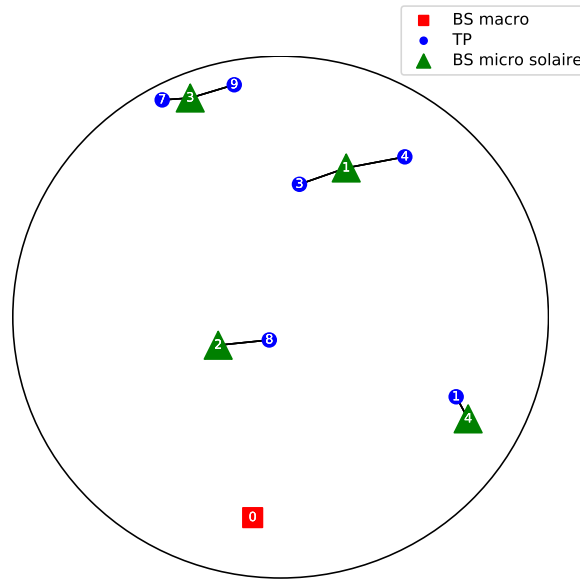


Figure 5.7 Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du problème P1

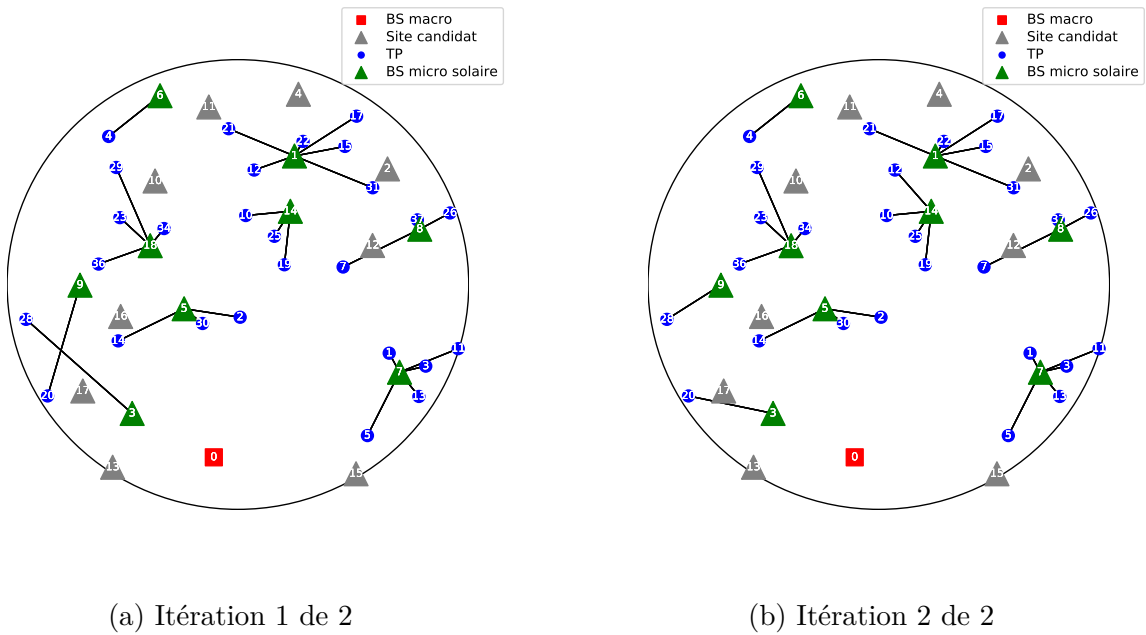
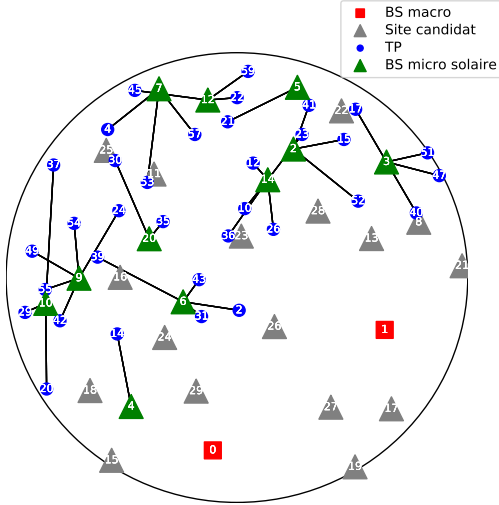
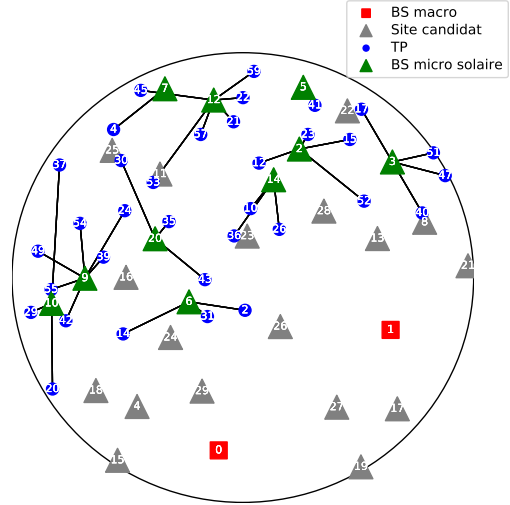


Figure 5.8 Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du problème P2

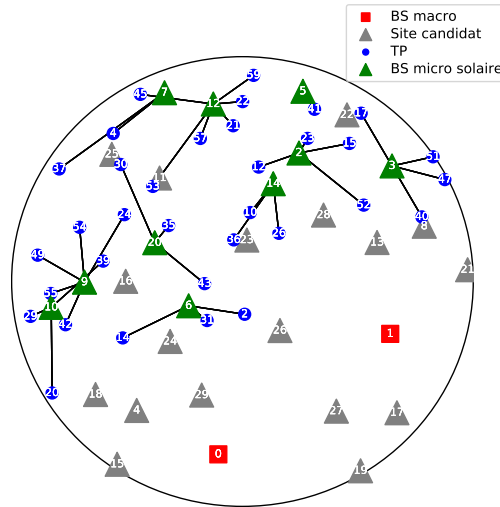
les sites 8,18,20,29,35 et 39 se retrouvent isolés et dès la première itération seulement 50% des sites sont nécessaires pour desservir les TP. À la deuxième itération, figure 5.10b, les TP



(a) Itération 1 de 3



(b) Itération 2 de 3



(c) Itération 3 de 3

Figure 5.9 Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du problème P3

69 et 55 sont respectivement réassignés aux sites 21 et 3 ce qui permet de désactiver les sites 28 et 9, réduisant ainsi le nombre de sites candidats nécessaire à 17. Aux deux itérations suivantes, figure 5.10c et 5.10d, la réassignation des TP permet de désactiver le site 26. Ainsi l'heuristique de minimisation des sites candidats actifs permet, en seulement 4 itérations, de

réduire le réseau à un ensemble de 16 sites candidats au lieu de 38. Cette réduction permettra de réduire la taille du voisinage exploré plus tard par l'algorithme tabou.

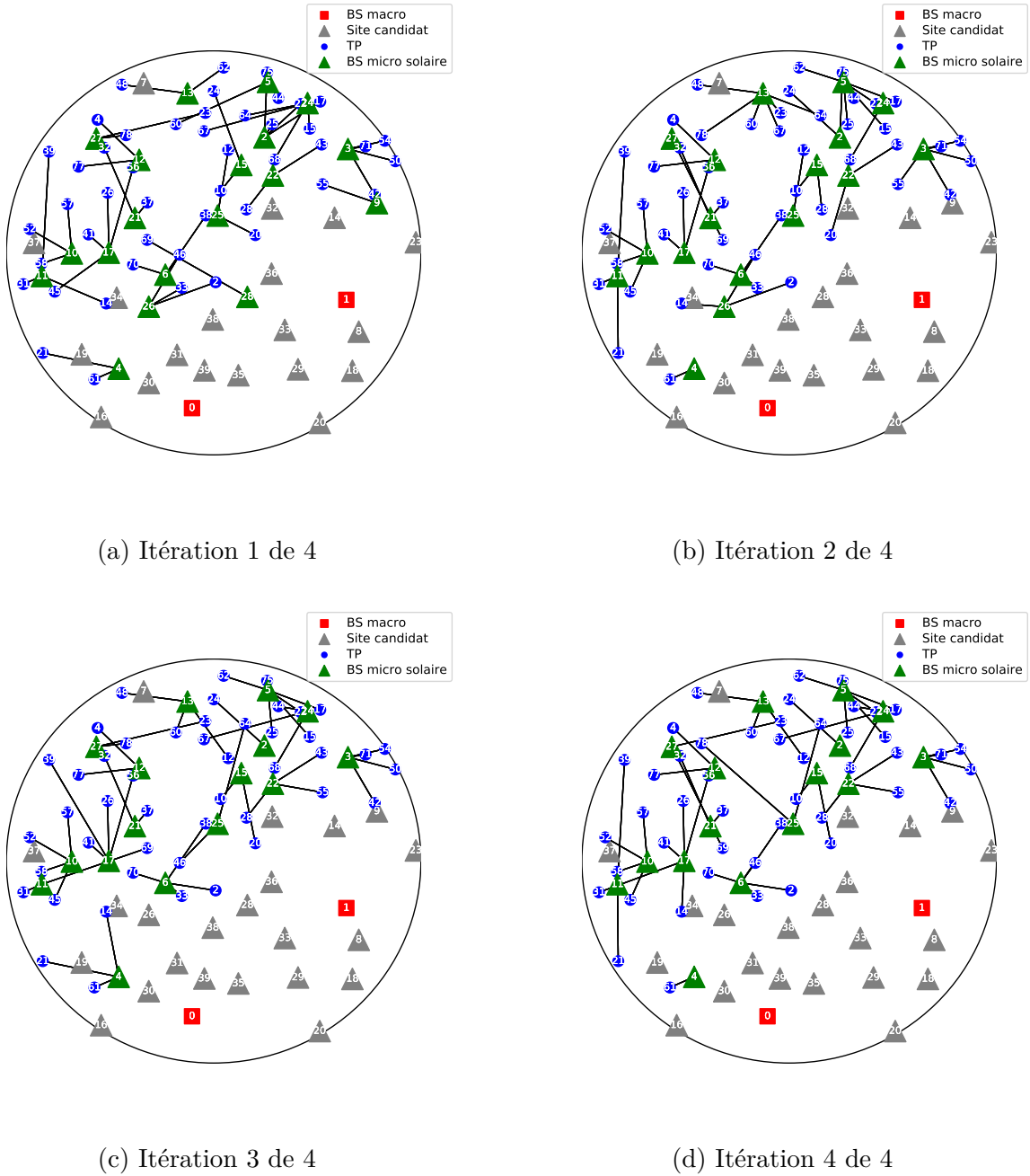


Figure 5.10 Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du problème P4

Pour le dernier problème, figure 5.11, composé de 66 sites candidats et 152 TP, l'assignation initiale des TP aux sites macro permet d'isoler 17 sites candidats, réduisant ainsi la taille des sites candidats potentiels à 49. Ainsi, au bout de 2 itérations l'heuristique circonscrit le

problème à un ensemble de 31 sites potentiels sur 66, ce qui représente tout de même une réduction de près de 50% de l'ensemble  $\mathcal{C}$ .

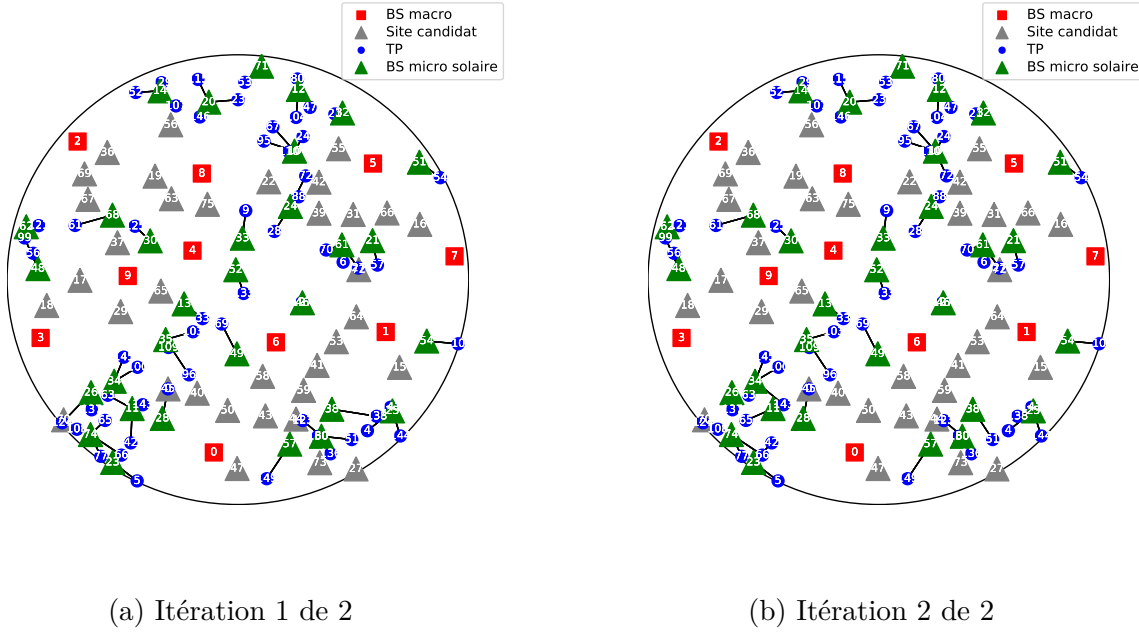


Figure 5.11 Algorithme A : Solution de minimisation des sites candidats du problème P5

### 5.2.3 Analyse de la minimisation des sites candidats actifs par l'algorithme B

Les heuristiques basées sur l'algorithme A et B se différencient les unes des autres à l'étape de minimisation des sites candidats actifs. En effet à chaque itération, après la construction du graphe, les sites candidats sont parcourus par ordre décroissant de la différence entre leur demande énergétique et leur capacité énergétique. Autrement dit, le site qui connaît une plus grande violation de sa contrainte de capacité est d'abord choisi. Une fois le site choisi, les déconnexions du site aux TP se font par ordre décroissant de la demande énergétique de chaque TP. Les TP les plus énergivores sont donc détachés du site afin de respecter leur contrainte d'assignation. Contrairement à l'algorithme A où le critère de priorisation est basé sur le nombre de TP que peut desservir une station et le nombre de stations qui couvre un TP, l'algorithme B conduit en général à des solutions où plus de stations sont utilisées pour desservir les TP.

À la figure 5.12, l'algorithme B estime au bout de deux itérations, 11 sites candidats pour desservir tous les TP du problème P2. Or avec l'algorithme A, une solution permettant d'assigner tous les TP est proposée avec 9 sites candidats. De même à la figure 5.13, 13 sites

candidats sont utilisés pour assigner tous les TP dans le problème P3 contrairement à 10 avec l'algorithme A.

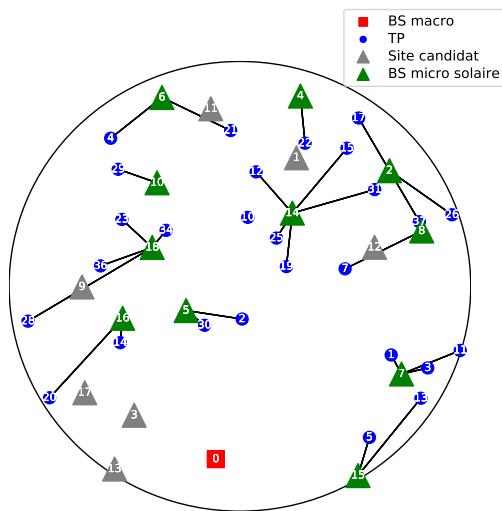
Par ailleurs, ces heuristiques garantissent le respect de la contrainte de capacité de chaque station de base, mais ne garantissent pas que chaque TP soit assigné à une seule station. Contrairement à l'algorithme A, la probabilité de violer cette dernière contrainte est beaucoup plus élevée avec l'algorithme B. Dans solution illustrée à la figure 5.12a, on peut constater que dès la première itération de l'algorithme B sur le problème P2, le TP 10 n'est assigné à aucune station. En effet, la station 14 couvre les TP 7,10,22,21,15,31,19,12 et 25, énoncés dans l'ordre décroissant de leur demande énergétique. Le TP 10 est le seul qui est couvert uniquement par la station 14. Afin de respecter la contrainte de capacité de cette station, les TP les plus énergivores sont déconnectés de la station. Ainsi les liens entre la station 14 et les TP 7,10,22 et 21 sont rompus. Le TP 10 se retrouve donc isolé de toutes les stations de base. Une telle situation ne se produit pas avec l'algorithme A comme on peut le constater à la figure 5.8a, puisque ceux sont les liens avec les TP qui ont un plus grand degré qui sont d'abord rompus. Ainsi le TP 10 avec un degré de 1 reste assigné à la station 14.

L'inefficacité de l'algorithme B quant à la détermination du nombre minimal de sites pour desservir tous les TP, cumulée à la violation de la contrainte d'assignation des TP, engendre des solutions initiales pour la recherche tabou plus coûteuse qu'avec l'algorithme A. Le tableau 5.4 illustre cet écart en comparant le coût des solutions initiales générées à partir des deux heuristiques. Ainsi pour la suite de la recherche tabou nous utilisons l'algorithme A pour générer une solution initiale.

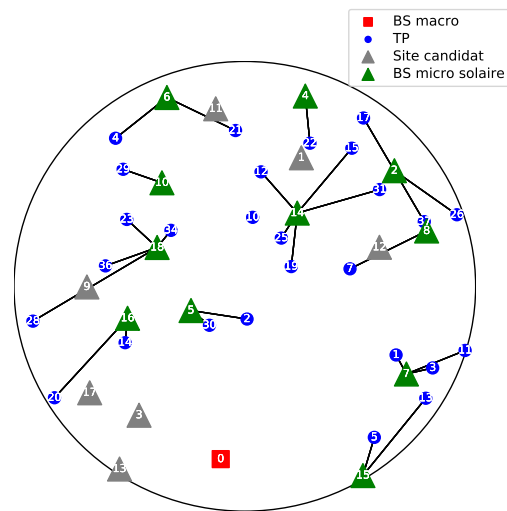
Problème	Coût de l'heuristique Algorithme A (\$)	Coût de l'heuristique Algorithme B (\$)
P1	622 004	622 004
P2	1 379 176	1 682 044
P3	1 546 877	2 001 180
P4	2 455 483	2 455 483
P5	4 793 696	4 945 130

Tableau 5.4 Comparaison du coût des solutions initiales



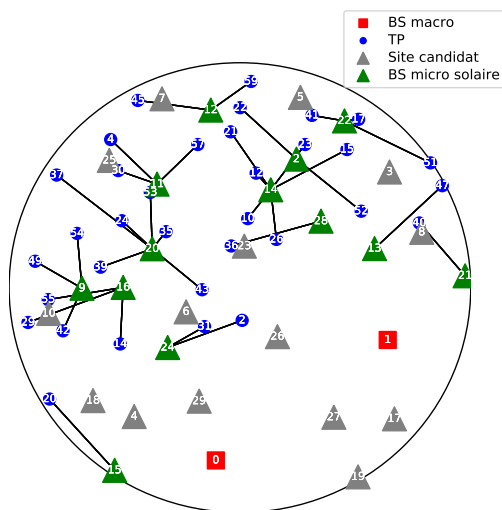


(a) Itération 1 de 2

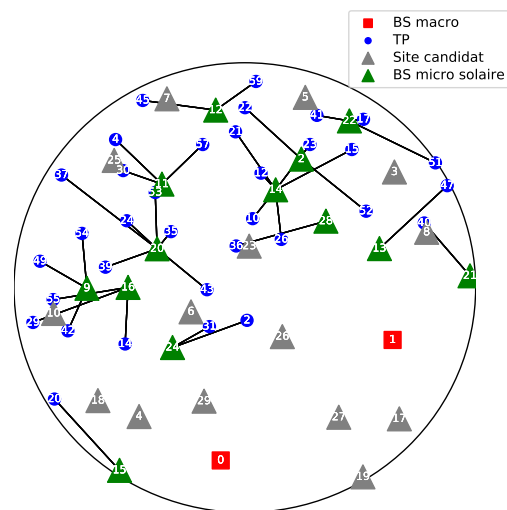


(b) Itération 2 de 2

Figure 5.12 Algorithme B : Solution de minimisation des sites candidats du problème P2



(a) Itération 1 de 2



(b) Itération 2 de 2

Figure 5.13 Algorithme B : Solution de minimisation des sites candidats du problème P3

### 5.3 Analyse et performance de la recherche tabou

#### 5.3.1 Comparaison des solutions de la recherche tabou

Dans cette section nous comparons sommairement les solutions obtenues à partir de l'heuristique tabou à celle issue de la résolution mathématique du problème modélisé. Pour des raisons de simplicité et de concision, nous illustrons uniquement les solutions à la période de pointe de la dernière année. En effet, cette période correspond à l'apogée de la demande des TP sur l'horizon de la planification. Ainsi toute solution réalisable à cette période l'est aussi pour toutes les autres périodes.

À la figure 5.14, on peut constater pour le problème P1 que la solution issue de l'heuristique est identique à la solution optimale. Ce réseau de petite taille nécessite l'utilisation de tous les sites candidats pour répondre à la demande des TP, car ils sont très dispersés et requièrent plus d'énergie pour le site qui n'est pas le plus proche.

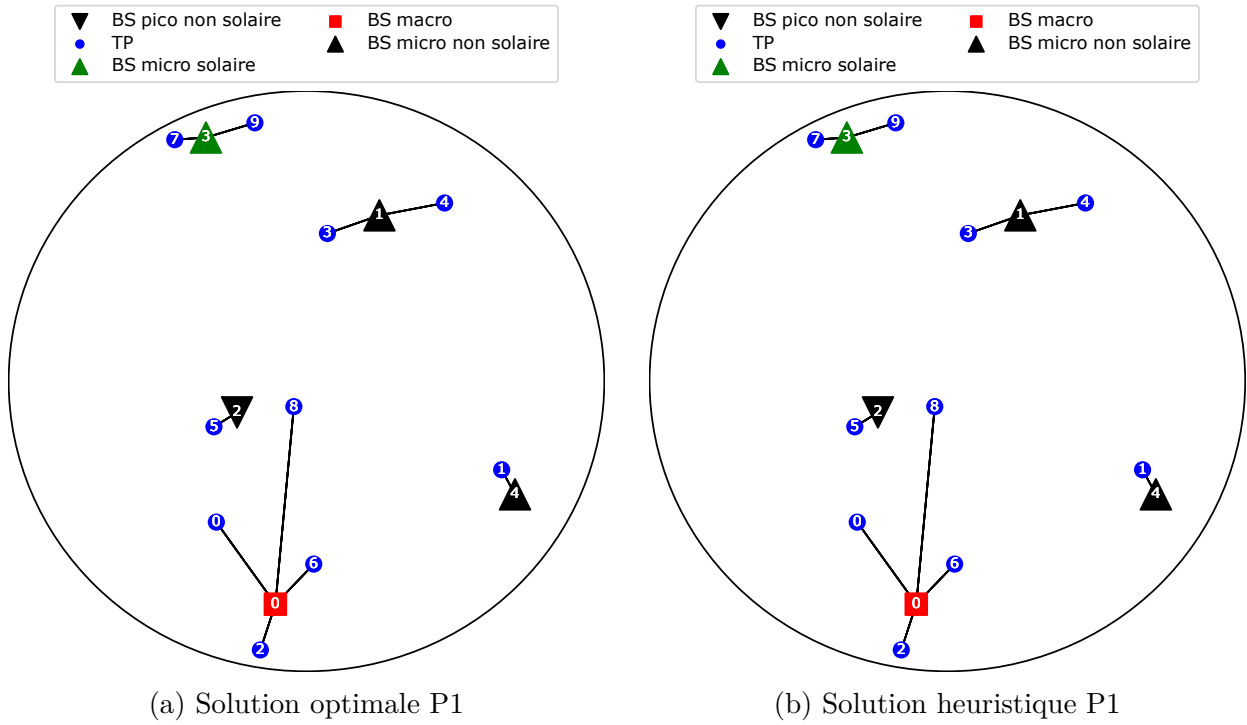


Figure 5.14 Solution en période de pointe de la dernière année du problème P1

Le tableau 5.5 montre également que le choix de l'année d'installation des stations est optimal. À l'instar de la station 2 qui est installée à la dernière année, l'installation d'une station pico vise en général à répondre au besoin ponctuel d'un TP qui ne peut pas être satisfait par les stations existantes. En général leur installation est requise à la dernière année, car elle

Site candidat	Année d'installation (solution optimale)	Année d'installation (solution heuristique)
1	8	8
2	9	9
3	5	5
4	7	7

Tableau 5.5 Année d'installation des stations de base pour le problème P1

correspond à la pointe des demandes de chaque TP. À l'inverse, l'installation des stations qui fonctionnent à l'énergie solaire n'est pas avantageuse aux dernières années, car leur retour sur investissement se fait au bout de plusieurs années.

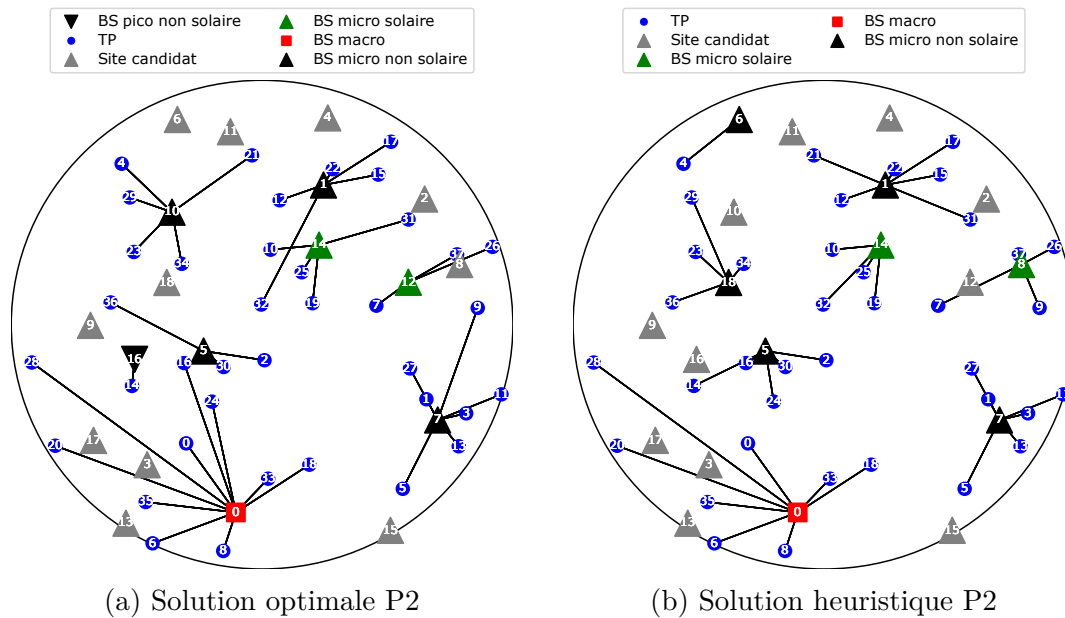


Figure 5.15 Solution en période de pointe de la dernière année du problème P2

La figure 5.15 illustre les solutions en pointe de la dernière année du problème P2 et le tableau 5.6 montre la planification de l'installation des stations de base. On peut constater que l'heuristique trouve le nombre optimal de stations de base nécessaire pour répondre aux besoins des TP. Le nombre de stations alimentées à partir de l'énergie solaire ainsi que leur année d'installation est également optimal. 57% des sites choisis sont optimaux, ainsi que le moment de leur installation. L'écart apparaît dans le choix des sites où installer les stations. Le remplacement des sites 6, 8 et 18 par ceux 16, 12 et 10 respectivement dans la solution heuristique aurait permis d'atteindre l'optimalité. Dans la solution optimale, la station 16 de type pico est requise à la dernière année pour répondre au besoin du TP 14 uniquement.

Les deux stations fonctionnant avec du solaire sont installées dans la solution heuristique comme dans la solution optimale aux années 3 et 6 ce qui permet d'atteindre la rentabilité des équipements solaires installés.

Site candidat	Année d'installation (solution optimale)	Année d'installation (solution heuristique)
1	8	8
5	9	9
6	-	9
7	7	7
8	-	6
10	7	-
12	6	-
14	3	3
16	9	-
18	-	7

Tableau 5.6 Année d'installation des stations de base pour le problème P2

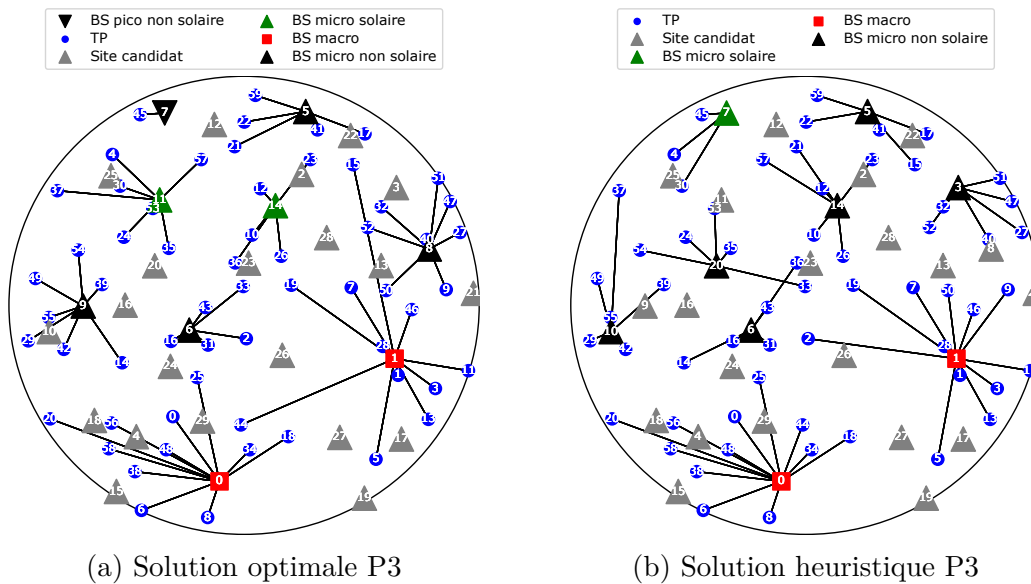


Figure 5.16 Solution en période de pointe de la dernière année du problème P3

Dans la solution heuristique du problème P3 illustrée à la figure 5.16b, on peut constater également que le nombre de sites nécessaires pour répondre aux besoins des TP est optimal en comparaison à la solution optimale illustrée à la figure 5.16a. À l'instar du problème P2, 57% des sites choisis sont optimaux, quand bien même le moment de leur installation diffère

quelque peu. Le schéma selon lequel les stations picos sont en général nécessaires à la dernière année pour répondre à un besoin ponctuel d'un TP, ainsi que la pertinence d'installer les stations solaires plus tôt, sont confirmés dans les solutions illustrées de ce problème.

Site candidat	Année d'installation (solution optimale)	Année d'installation (solution heuristique)
3	-	9
5	8	7
6	9	9
7	8	4
8	9	-
9	7	-
10	-	6
11	4	-
14	6	7
20	-	8

Tableau 5.7 Année d'installation des stations de base pour le problème P3

Site candidat	Année d'installation (solution optimale)	Année d'installation (solution heuristique)
3	6	9
4	9	-
5	8	-
6	-	9
10	6	-
11	-	5
13	-	3
15	5	-
21	8	8
24	-	7
25	-	6
27	3	9

Tableau 5.8 Année d'installation des stations de base pour le problème P4

Contrairement aux problèmes précédents, les solutions heuristiques des problèmes P4 et P5 illustrées respectivement aux figures 5.17b et 5.17d, installent au plus deux stations de plus par rapport aux solutions optimales pour répondre aux besoins des TP. La proportion de sites installés dans les solutions heuristiques qui correspondent à ceux dans la solution optimale est élevée. Les stations fonctionnant à l'énergie solaire ne sont jamais installées dans les dernières années. Bien que les solutions heuristiques explorent très rarement la possibilité d'installer

une station pico, le profil dégagé de l'analyse des solutions optimales nous montre qu'il est en général pertinent de les installer à la dernière année pour répondre aux besoins particuliers de certains TP.

Site candidat	Année d'installation (solution optimale)	Année d'installation (solution heuristique)
10	3	2
12	1	-
13	4	-
14	3	3
20	2	3
23	4	-
24	3	4
25	3	3
26	-	4
28	-	3
30	-	4
32	4	3
33	4	4
34	3	3
35	4	3
45	3	-
46	3	2
49	-	4
53	4	-
54	-	4
57	-	4
60	2	2
61	-	2
62	2	2
67	4	-
68	-	4
71	-	1
72	2	-
74	1	1

Tableau 5.9 Année d'installation des stations de base pour le problème P5

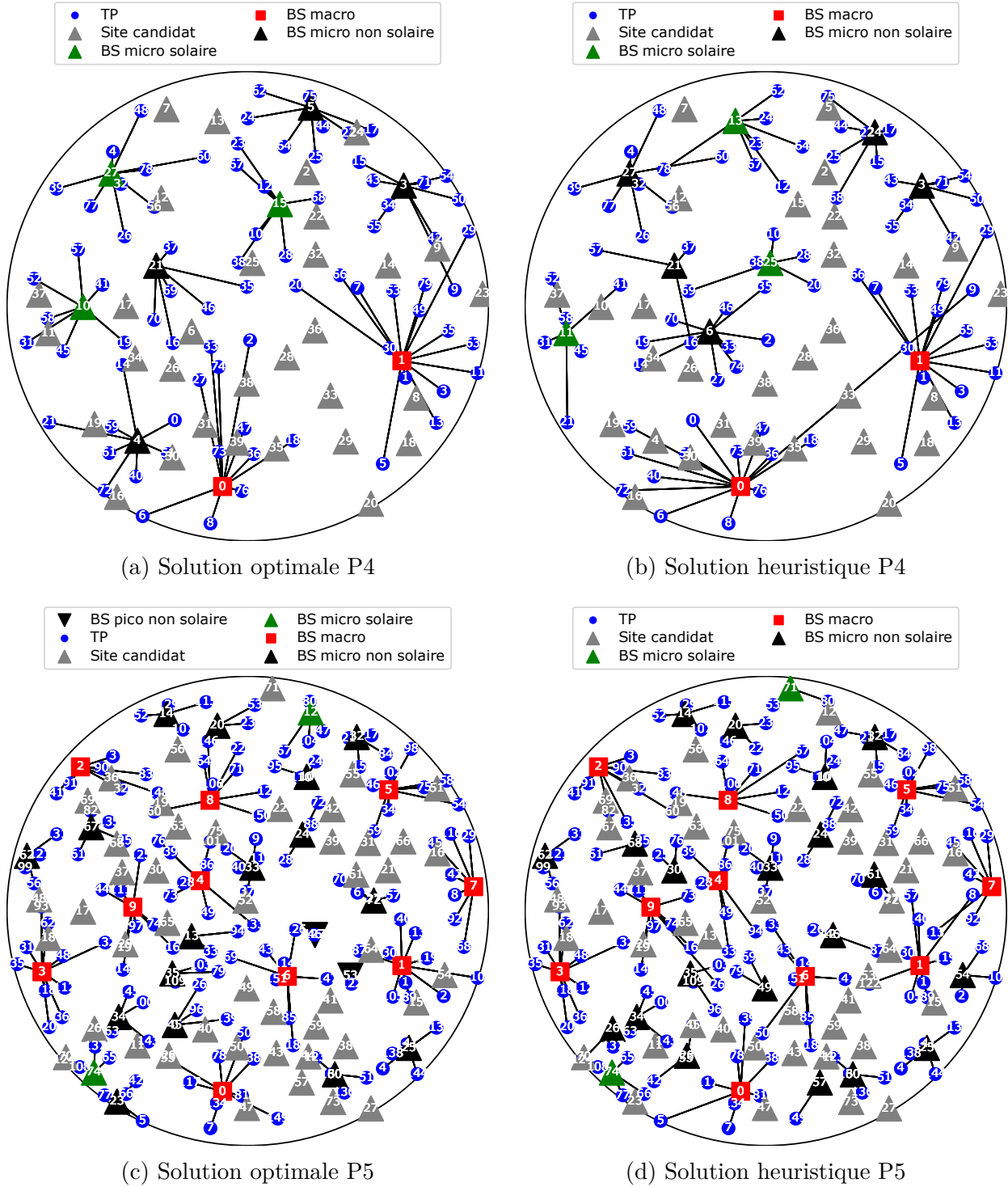


Figure 5.17 Solution en période de pointe de la dernière année des problèmes P4 et P5

### 5.3.2 Comparaison des coûts des solutions de la recherche tabou

Afin de mesurer la qualité des solutions obtenues à partir de la recherche tabou, nous calculons le coût total du réseau planifié et le comparons à celui de la solution optimale. L'écart relatif de ces deux valeurs est présenté à travers l'écart relatif de la solution heuristique par rapport à l'optimalité dans le tableau 5.10. Nous pouvons constater que les solutions obtenues sont à moins de 15% de l'optimalité. Pour le problème P1, de petite taille, la solution heuristique obtenue est optimale. En effet, pour les problèmes de petite taille, vu que le voisinage à explorer n'est pas grand, nous arrivons souvent à l'optimalité avec la recherche tabou. Pour les problèmes de grandes tailles, nous arrivons très rarement à l'optimalité, mais les solutions sont en général à moins de 15% de la solution optimale.

Problème	Coût total (k\$)	Gap relatif (%)	Capex (k\$)	Opex énergie (k\$)	Énergie tra- ditionnelle (MWh)	Énergie solaire (MWh)
P1	305.5	0.0	288.9	16.6	120.9	5.4
P2	591.4	5.3	574.5	16.9	124.0	12.3
P3	597.7	7.1	564.4	33.4	243.9	4.7
P4	691.1	8.4	658.1	33.0	240.4	19.0
P5	2663.5	14.2	2560.9	102.6	611.2	10.1

Tableau 5.10 Résultats de la recherche tabou

Le tableau 5.10 nous montre également les coûts de capital liés à l'installation des stations de base et les coûts opérationnels liés à l'utilisation de l'énergie traditionnelle. On peut remarquer que plus de 95% du coût total du réseau est lié aux dépenses capex, ce qui justifie l'intérêt d'opter pour un mouvement dans la recherche tabou qui influence directement les coûts d'installation.

On peut d'ailleurs constater sur les graphes de la figure 5.18 que la recherche descend vite vers les zones où nous trouvons les meilleures solutions. En définissant le mouvement sur le type de station installé à une année sur un site, plutôt que sur l'assignation des TP, nous donnons plus de relief à la topologie de recherche avec des voisins qui ont des coûts très différents les uns des autres pour les premières itérations où la liste tabou est encore courte.

### 5.3.3 Performances de la recherche tabou

En optimisation il existe deux approches de résolution, une approche exacte qui garantie l'optimalité de la solution obtenue et une approche heuristique qui au-delà des limites de



l'approche précédente, permet d'obtenir de bonnes solutions en un temps raisonnable. La qualité des solutions obtenues a été discutée à la section 5.3.2 et la présente section vise à évaluer les performances de l'algorithme tabou mis en œuvre.

Le plus gros réseau qu'il nous a été possible de générer et donc de résoudre avec l'algorithme tabou est constitué de 252 stations et 504 TP pour des journées de 8 périodes pour une planification 5 ans. En effet, au-delà de cette taille, le volume de données généré dépasse la capacité des 62 GB de RAM disponible sur la machine utilisée pour exécuter l'algorithme. Une optimisation de la structure des données est nécessaire pour dépasser cette limite.

Afin de produire une solution optimale, et fournir une base de comparaison à l'heuristique tabou, nous avons modélisé le problème mathématique dans le logiciel AMPL et fait appel au solveur cplex pour le résoudre. AMPL intègre des mécanismes de pré résolution qui permettent d'éliminer certaines variables et contraintes avant de faire appel au solveur. Cette approche permet de résoudre des problèmes relativement grands qui autrement ne pourront pas être résolus par le solveur. Cependant nous atteignons les limites de cette approche pour des réseaux au-delà de 30 sites et 60 TP. Pour repousser un peu cette limite, nous fournissons au solveur une solution initiale. Ainsi nous avons pu trouver l'optimalité des problèmes P3 à P5.

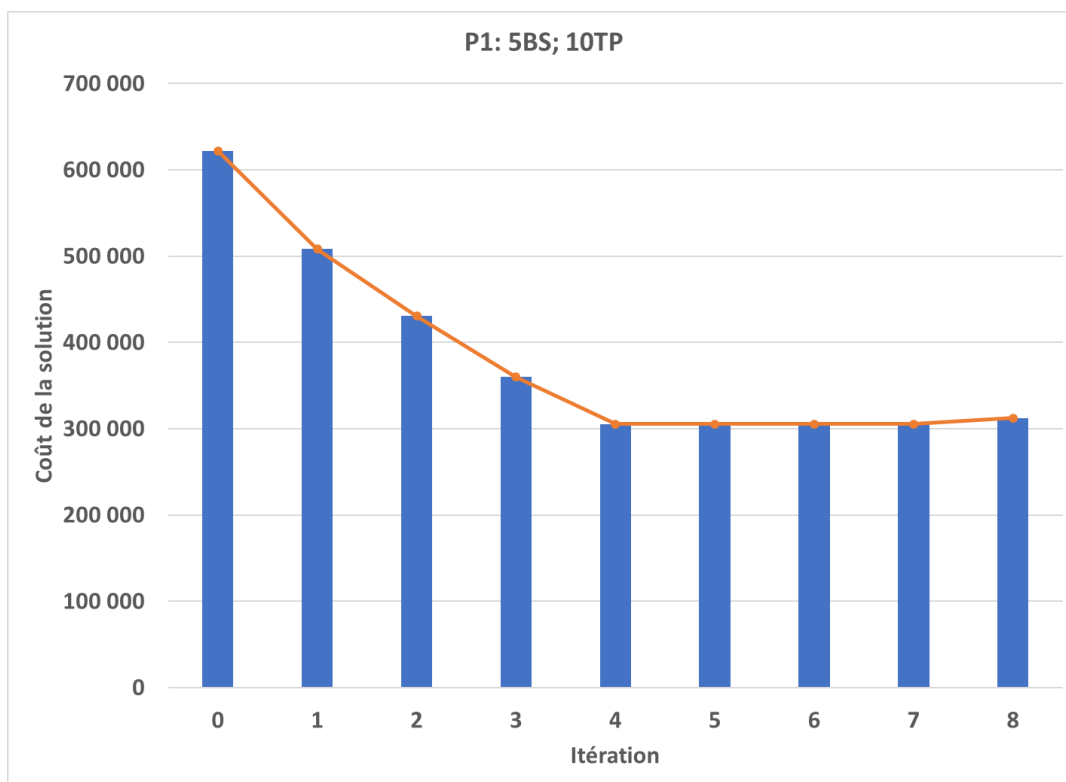
Le tableau 5.11 présente le temps d'exécution de chaque itération de la recherche tabou. L'itération 0 correspond au temps utilisé pour générer une solution initiale. Nous pouvons remarquer que le temps d'exécution de chaque itération de la recherche pour un problème donnée varie beaucoup d'une itération à l'autre. Par exemple pour le problème P5, il varie de 69 secondes à 871 secondes. En effet les stratégies d'exploration du voisinage décrites à la section 4.6 font en sorte que, même si la taille du voisinage est de  $|\mathcal{C}|(2|\mathcal{Q}| + 1)$ , seuls certains voisins sont explorés. Plus le nombre de voisins explorés est grand plus le temps d'exécution de l'itération est élevé. Ce nombre de voisins est grand en général lorsqu'il y a moins de relief dans le voisinage de sorte que la sélection à priori des voisins les plus prometteurs est moins efficace.

À la fin du tableau 5.11, nous comparons le temps total de l'exécution de l'heuristique à celui du solveur cplex. Pour le problème P1, nous pouvons constater que le solveur atteint l'optimalité beaucoup plus vite que l'heuristique. En effet pour les réseaux de petite taille, l'arbre de recherche est relativement petit, et l'algorithme du simplexe couplé aux techniques de séparation et évaluation utilisés permet au solveur cplex de converger très rapidement vers l'optimalité. Pour les problèmes P2 à P5, l'heuristique converge beaucoup plus vite vers une bonne solution que cplex le fait pour atteindre l'optimalité. Le gain en temps d'exécution

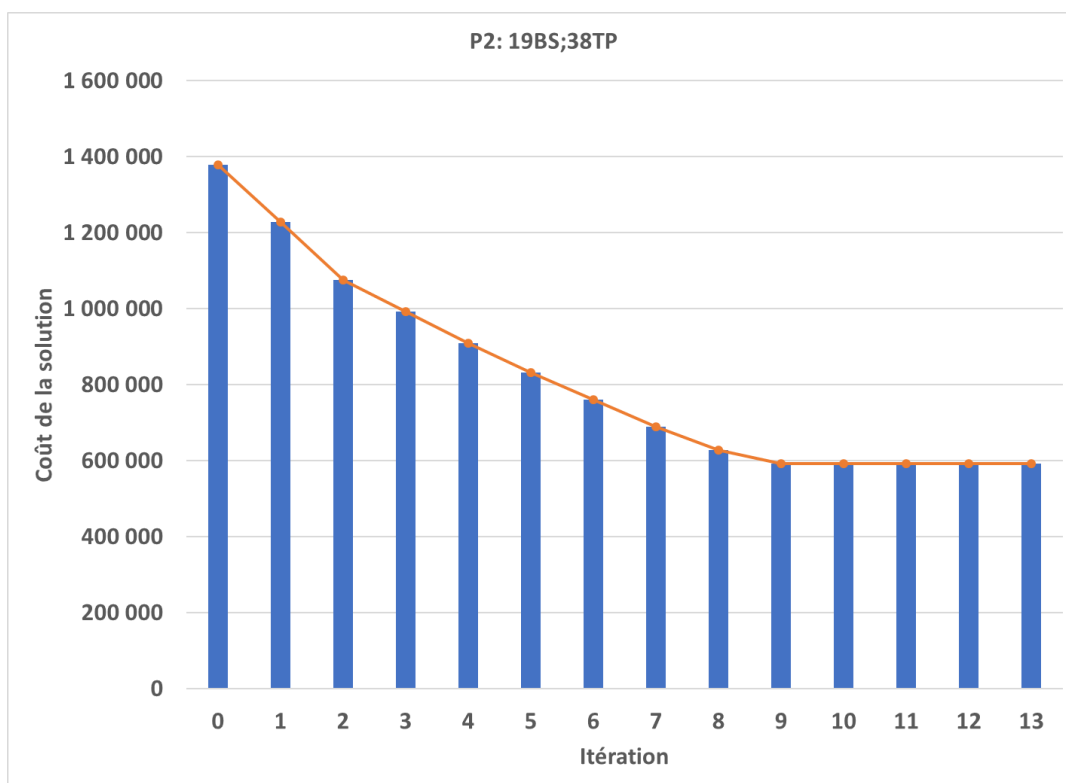
de l'algorithme peut être deux fois plus court que celui du solveur. Il s'agit là d'un avantage énorme de notre heuristique tabou.

Itération	Temps P1 (s)	Temps P2 (s)	Temps P3 (s)	Temps P4 (s)	Temps P5 (s)
0	6.02	9.54	16.31	27.9	29.62
1	1.19	15.73	37.12	117.19	225.0
2	0.48	12.63	49.45	107.11	181.47
3	0.6	33.31	37.9	98.33	172.87
4	0.32	8.87	77.43	105.4	174.83
5	0.16	23.38	35.55	97.48	157.5
6	0.74	16.13	43.15	86.04	250.55
7	0.46	20.74	40.37	65.7	168.45
8	0.31	15.01	52.55	72.19	145.02
9	-	12.22	37.6	170.16	126.2
10	-	4.58	26.76	118.44	401.11
11	-	9.15	11.47	126.22	225.97
12	-	26.85	25.71	120.66	192.65
13	-	21.92	68.5	121.39	156.84
14	-	17.35	-	54.4	145.34
15	-	13.0	-	93.25	108.27
16	-	8.64	-	68.8	93.34
17	-	-	-	39.24	88.01
18	-	-	-	61.99	263.3
19	-	-	-	44.3	192.29
20	-	-	-	132.57	186.52
21	-	-	-	81.68	175.95
22	-	-	-	-	190.82
23	-	-	-	-	117.3
24	-	-	-	-	93.0
25	-	-	-	-	77.4
26	-	-	-	-	281.5
27	-	-	-	-	240.15
28	-	-	-	-	229.3
29	-	-	-	-	177.38
30	-	-	-	-	109.24
31	-	-	-	-	83.35
32	-	-	-	-	80.71
33	-	-	-	-	69.54
34	-	-	-	-	871.11
35	-	-	-	-	779.1
Total temps tabou	10.26	269.06	559.87	2 010.45	7 260.95
Total temps cplex	0.59	1 279.88	72 818.25	33 730.33	56 385.54

Tableau 5.11 Temps d'exécution en secondes de la recherche tabou

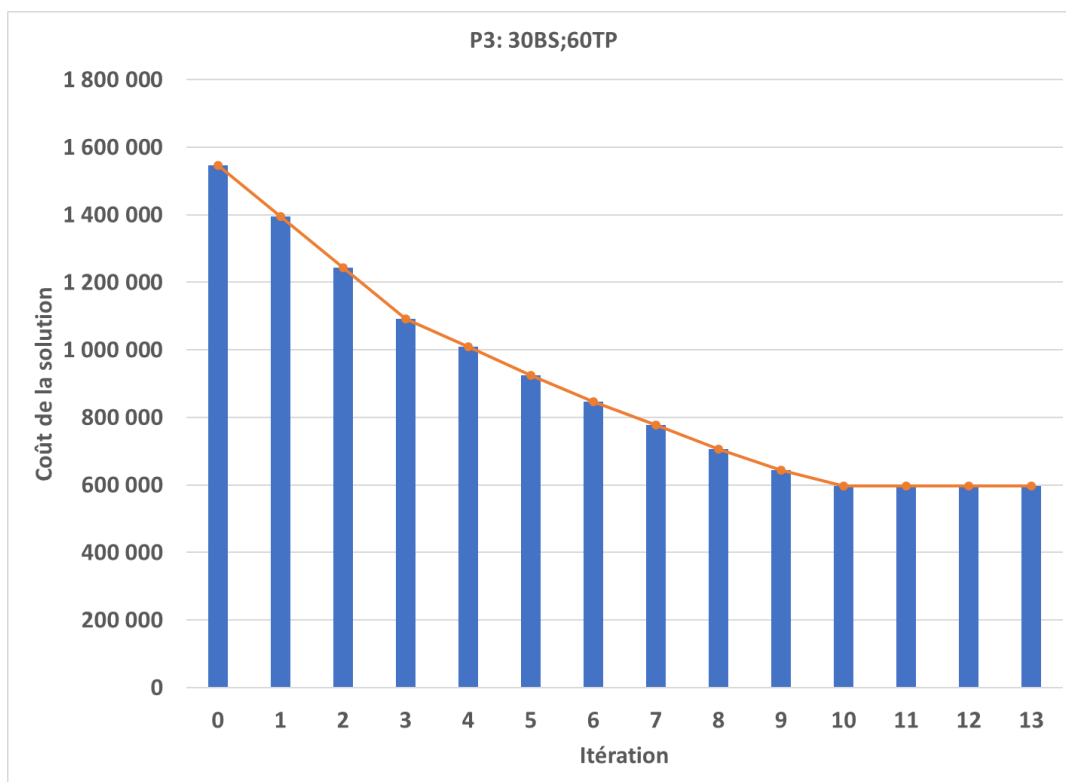


(a) Problème P1

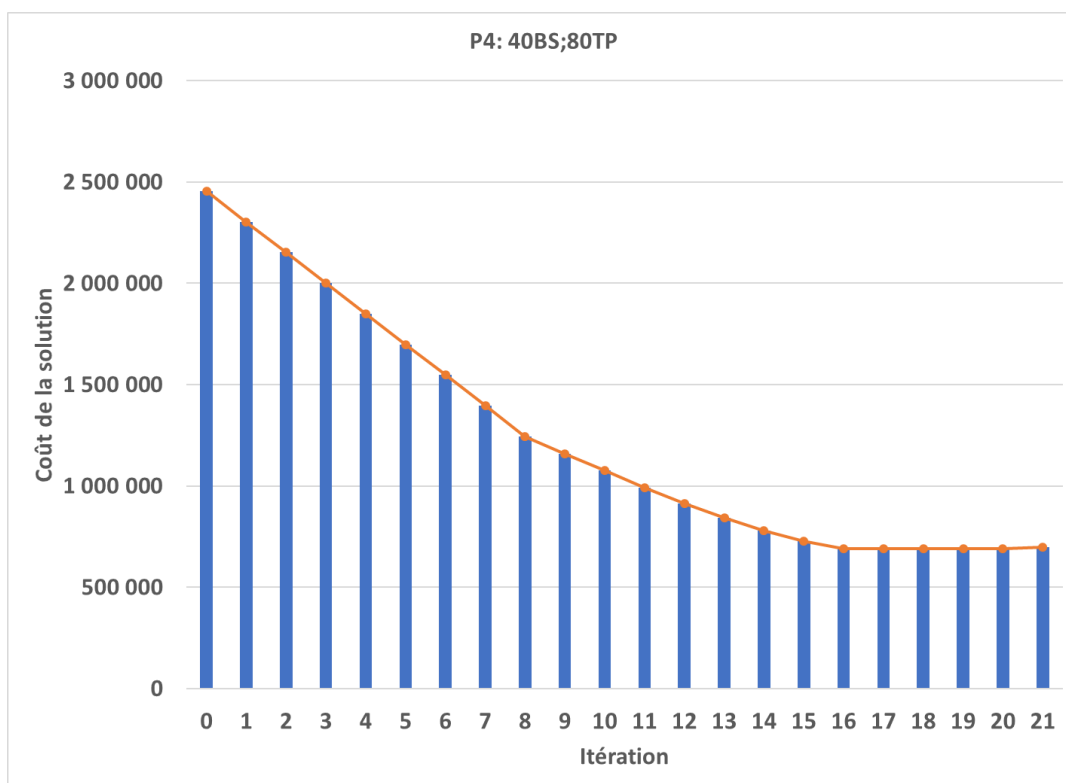


(b) Problème P2

Figure 5.18 Évolution du coût de la solution par itération (1 DE 3)

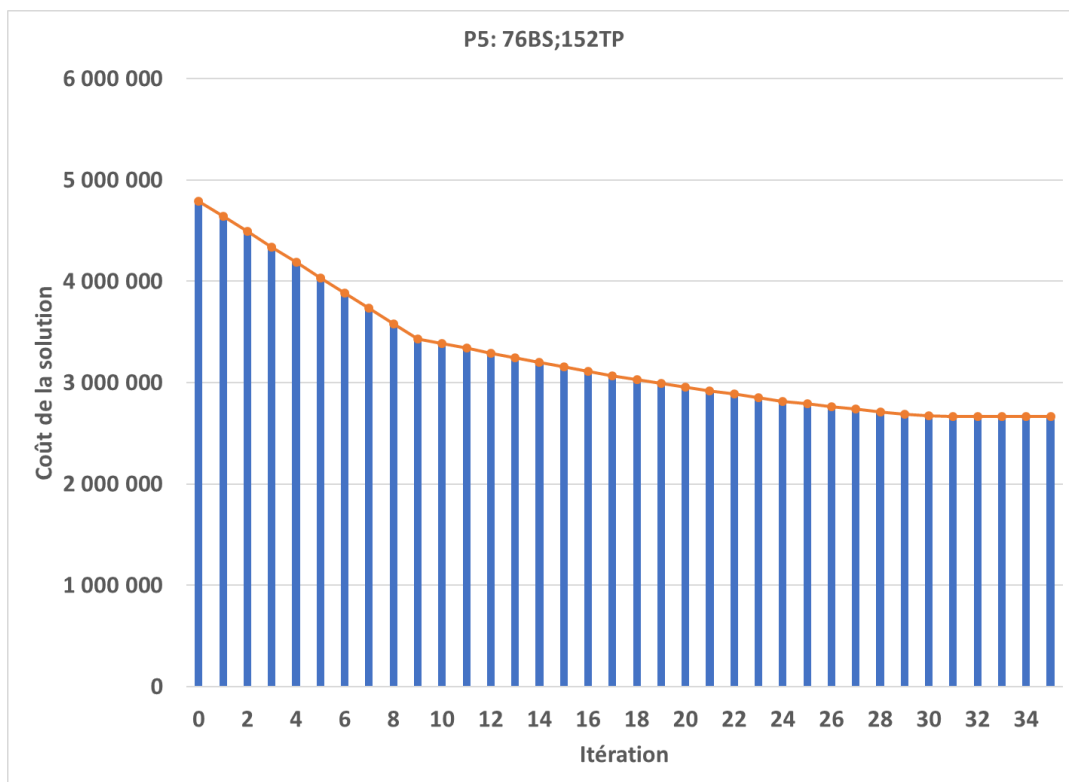


(c) Problème P3



(d) Problème P4

Figure 5.18 Évolution du coût de la solution par itération (2 DE 3)



(e) Problème P5

Figure 5.18 Évolution du coût de la solution par itération (3 DE 3)

## CHAPITRE 6 CONCLUSION

### 6.1 Synthèse

Face à la densification des réseaux d'accès radio des opérateurs mobiles, engendrée par le déploiement imminent de la 5G, nos travaux avaient pour objectif de proposer une méthode heuristique pour optimiser la planification de ces réseaux de grande taille. Le but de cette optimisation était de minimiser les investissements liés à l'installation de nouvelles stations de base et les dépenses opérationnelles liées à l'utilisation de l'énergie électrique.

Tout d'abord nous avons décrit les caractéristiques du réseau et mis en lumière les défis de l'optimisation de sa planification. Chaque année, il faut décider si de nouvelles stations sont requises pour répondre aux besoins des TP qui croissent annuellement. Le cas échéant, le type et l'emplacement de chacune des stations doivent être déterminés. Trois caractéristiques définissent le type : la taille micro ou pico de la cellule, la capacité de la station à ajuster dynamiquement sa puissance de transmission, et la disponibilité des équipements solaires pour leur approvisionnement en énergie électrique. Ces décisions ont un impact direct sur les coûts d'investissements.

La variation journalière des besoins des TP est prise en compte dans la modélisation en segmentant chaque journée en huit périodes de temps. Dans chacune d'elles, il faut décider pour chaque TP, la station qui doit le desservir et sa puissance de transmission. Ces décisions ont quant à elle un impact direct sur les dépenses opérationnelles en énergie. Nous avons montré que la difficulté de l'optimisation était non seulement liée à la complexité des nombreuses décisions qui doivent être prises pour chaque période de chaque année, mais également la dépendance intrinsèque entre les deux coûts à minimiser, car l'un conditionne l'optimisation de l'autre et vice versa.

Après avoir bien cerné les enjeux de l'optimisation mathématique dans l'atteinte de notre objectif, nous avons opté pour une heuristique basée sur la recherche tabou. Cinq composantes définissent l'algorithme tabou : la fonction d'évaluation, la solution initiale, le voisinage, la liste tabou et le critère d'arrêt.

La fonction d'évaluation définit l'espace des solutions de la recherche tabou. Elle est composée du coût total du réseau auquel s'ajoute un coût de pénalité. Ce dernier vise à pénaliser la fonction objectif pour chaque TP qui n'est pas desservi par une station de base à une période donnée. Il représente l'investissement unitaire moyen supplémentaire pour construire une station sur mesure pour les besoins du TP pendant la période concernée. La relaxation de

la contrainte d'unicité de l'assignation des TP, a élargie l'espace de recherche, mais a permis de simplifier la recherche et à la rendre très efficace.

La génération d'une solution initiale se fait en deux étapes. La première étape consiste à maximiser l'assignation des TP aux stations macros existantes à partir d'une modélisation mathématique. La deuxième consiste, à partir d'une heuristique, à déterminer un nombre maximal de sites candidats nécessaire pour répondre aux besoins d'un maximum de TP en période de pointe. Lorsque la solution obtenue est réalisable, ce nombre est maximum. Parmi les heuristiques explorées, la plus efficace est celle de la minimisation des sites candidats actifs basée sur le degré d'assignation des TP (algorithme A). Elle consiste à partir d'un graphe où les TP sont liés par des arêtes, à toutes les stations qui peuvent les desservir, puis progressivement retirer les liaisons en commençant par les TP qui peuvent être couverts par un grand nombre de stations afin de satisfaire la contrainte de capacité de chaque station de base. Cette heuristique qui converge dans l'ordre de quelques secondes pour des réseaux de grande taille, permet en général de réduire de 30% à 50% le nombre de sites candidats nécessaire pour répondre aux besoins des TP, et d'être en moyenne à 50% proche du nombre optimal de sites candidats.

Le voisinage est un élément très important de la recherche taboue. Il est défini par l'ensemble des modifications élémentaires, appelées mouvements, qu'on peut appliquer à une solution courante pour en générer une nouvelle. Dans notre algorithme il consiste à ajouter, ou retirer, ou modifier le type et l'année d'installation d'une station. Chaque mouvement engendre un nouveau réseau avec un nouveau coût d'investissement. Les dépenses opérationnelles inhérentes à cet investissement sont ensuite optimisées par la résolution mathématique du sous-problème d'assignation qui en découle. Il en résulte ainsi une nouvelle solution voisine de la solution courante. Le choix de ce voisinage a permis d'avoir des voisins avec des coûts très éloignés les uns des autres et donc, d'effectuer des descentes très prononcées d'une itération à l'autre dans la recherche tabou. La taille de ce voisinage est de  $|\mathcal{C}|(2|\mathcal{Q}| + 1)$  et plusieurs stratégies d'explorations ont permis de n'explorer que les voisins jugés prometteurs. Ainsi notre recherche tabou trouve une solution satisfaisante beaucoup plus vite que la résolution mathématique à partir du solveur cplex. La qualité des solutions obtenues est en général à moins de 15% de l'optimalité.

La liste tabou permet à l'algorithme de s'échapper des optimums locaux. Cette liste est essentiellement caractérisée par sa taille. Dans notre algorithme la taille de cette liste est de  $\sqrt{|\mathcal{C}|(2|\mathcal{Q}| + 1)}$ . La recherche tabou prend fin après un certain nombre d'itérations sans amélioration de la meilleure solution trouvée. Nous avons remarqué qu'au-delà de deux itérations sans amélioration, l'algorithme s'éternise dans l'espace des solutions non réalisables ne trou-

vant pas de meilleure solution. Ainsi le critère d'arrêt de la recherche tabou a été établi à deux itérations sans amélioration de la meilleure solution obtenue.

L'analyse de l'heuristique nous a permis de tirer quelques enseignements sur la structure des solutions. Tout d'abord les stations pico sont très peu utilisées. Elles servent essentiellement à répondre au besoin particulier d'un TP à une période de pointe donnée. Dans les solutions où elles sont utilisées, on les installe dans les dernières années où les besoins des TP sont les plus élevés. Une autre observation porte sur l'installation des stations disposant d'équipements solaires. En effet, pour assurer leur rentabilité il est nécessaire de les installer dans les premières années de la planification. Toutes ces observations suggèrent des pistes d'amélioration de l'heuristique développée.

## 6.2 Impacts

Dans le contexte environnemental actuel, nos travaux permettront de réduire l'impact des réseaux cellulaires sur l'environnement. L'utilisation efficace de l'énergie permettra de réduire la consommation énergétique globale de ces réseaux qui pourrait être accentuée par le développement de la 5G. L'utilisation des sources d'énergies renouvelables, en plus d'offrir progressivement une infrastructure pour l'utilisation de ces types de source par d'autres secteurs, contribuera à l'atteinte des objectifs de zéro émission d'ici 2050. Nos travaux offrent les moyens aux opérateurs de saisir l'opportunité du déploiement de la 5G pour entreprendre ce virage.

Dans un contexte où les revenus des opérateurs de réseaux mobiles stagnent et qu'ils doivent continuer à investir pour assurer leur compétitivité, nos travaux leur permettront de réduire les coûts de déploiement des prochaines infrastructures 5G et optimiser la gestion de ces réseaux.

## 6.3 Limitations

Nos travaux de recherches ne prétendant pas répondre à tous les enjeux liés à la planification des réseaux cellulaires, ils présentent quelques limitations que nous jugeons important de mentionner.

Tout d'abord dans un réseau cellulaire, un usager qui communique avec une station de base, subi des interférences liées à la transmission des ondes émises par des stations adjacentes. Ces interférences entraînent une réduction de la capacité du canal disponible pour chaque TP. Dans nos travaux, nous négligeons ces interférences dans le calcul du débit de transmission



maximal à l'équation (C.6). Or la prise en compte de ces interférences aurait conduit à des solutions complètement différentes et probablement plus coûteuses pour répondre aux besoins des TP. Dans ce contexte on peut bien imaginer qu'une solution comme celle illustrée à la figure 5.16b ne serait pas acceptable, car par exemple l'assignation du TP 37 à la station 10 aurait probablement un gros impact sur l'assignation du TP 54 à la station 20.

Une autre limitation de nos travaux porte sur le seul profil de trafic utilisé pour modéliser les besoins des usagers dans une journée, et l'utilisation du même profil pour toutes les journées d'une année. En effet, les opérateurs cellulaires desservent plusieurs régions, et les profils de consommation varient énormément d'un secteur à l'autre et parfois même d'une journée à l'autre en fonction d'événements majeurs qui pourraient survenir au cours d'une année. Or l'heuristique développée dans nos travaux qui se veut spécifique au problème modélisé pourrait s'avérer significativement moins efficace pour des réseaux avec des profils différents.

## 6.4 Travaux futurs

Nos travaux offrent de nombreuses perspectives d'amélioration et d'évolution. La première piste et la plus importante, consiste à améliorer la qualité des solutions obtenues, de façon à se rapprocher de l'optimalité de moins de 5% sans dégrader trop significativement nos temps de calcul. Une analyse minutieuse des solutions de l'heuristique nous montre dans la plupart des cas qu'en échangeant certaines stations par d'autres nous arrivons à la solution optimale. Ainsi des heuristiques à voisinage variable peuvent être explorées en complémentarité à notre heuristique tabou.

Le temps de résolution de la recherche taboue peut également être amélioré. En effet, dans nos travaux, pour chaque voisin visité nous recalculons le coût total du réseau, car les voisins génèrent la plupart du temps des topologies très différentes les unes des autres. Ainsi, une amélioration de la méthode d'évaluation de chaque voisin de façon à partir du coût de la solution courante et à y ajouter ou retrancher la différence engendrée par le voisin évalué permettrait de réduire significativement le temps de calcul et donc de convergence globale de l'heuristique.

## RÉFÉRENCES

- [1] United Nations Framework Convention on Climate Change. (2018) L'accord de paris. [En ligne]. Disponible : <https://unfccc.int/fr/process-and-meetings/the-paris-agreement/l-accord-de-paris>
- [2] GSMA, "The enablement effect : The impact of mobile communications technologies on carbon emission reductions," GSMA, Rapport technique, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://www.gsma.com/newsroom/press-release/mobile-technologies-enabling-huge-carbon-reductions-in-response-to-climate-emergency/#.Xji6dVWHQDs.link>
- [3] S. Boiardi, A. Capone et B. Sansò, "Radio planning of energy-aware cellular networks," *Computer Networks*, vol. 57, p. 2564–2577, 2013.
- [4] P. Richard, "Télécoms : un gouffre énergétique," *Informatique et Numérique*, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://www.techniques-ingenieur.fr/actualite/articles/telecoms-un-gouffre-energetique-52289/>
- [5] GSMA, "Energy efficiency : An overview," *Future Networks*, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://www.gsma.com/futurenetworks/wiki/energy-efficiency-2/>
- [6] —, "Spectre 5G : Position de politique publique de la GSMA," *Spectrum*, 2019. [En ligne]. Disponible : <https://www.gsma.com/spectrum/wp-content/uploads/2019/09/5G-Spectrum-Positions-FRA.pdf>
- [7] K. Benessaïeh, "5G : Samsung fait son entrée au Canada grâce à Vidéotron," 2019. [En ligne]. Disponible : <https://www.lapresse.ca/affaires/techno/201912/13/01-5253585-5g-samsung-fait-son-entree-au-canada-grace-a-videotron.php>
- [8] J. Rowley, "Mobile communication networks : energy efficiency & green power," *GSMA*, 2010. [En ligne]. Disponible : [https://www.itu.int/dms\\_pub/itu-t/oth/3C/02/T3C020000330001PDFE.pdf](https://www.itu.int/dms_pub/itu-t/oth/3C/02/T3C020000330001PDFE.pdf)
- [9] L. Budzisz *et al.*, "Dynamic resource provisioning for energy efficiency in wireless access networks : A survey and an outlook," *IEEE Communication Surveys & Tutorials*, vol. 16, n° 4, p. 2259–2285, 2014.
- [10] W. Vereecken *et al.*, "Power consumption in telecommunication networks : overview and reduction strategies," *Communications Magazine*, vol. 49, n° 6, p. 62–69, 2011.
- [11] J. Wu *et al.*, "Energy-efficient base-stations sleep-mode techniques in green cellular networks : A survey," *Communication Surveys & Tutorials*, vol. 17, n° 2, p. 803–826, 2015.

- [12] Y. Wu *et al.*, “Energy efficient coverage planning in cellular networks with sleep mode,” dans *Proc. IEEE 24th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, 2013, p. 2586–2590.
- [13] D. Tsilimantos, J. Gorce et E. Altman, “Stochastic analysis of energy savings with sleep mode in ofdma wireless networks,” dans *2013 Proceedings IEEE INFOCOM*. IEEE, 2013, Conference Proceedings, p. 1097–1105. [En ligne]. Disponible : <https://dx.doi.org/10.1109/INFOCOM.2013.6566900>
- [14] L. Chiaraviglio *et al.*, “Energy-aware umts access networks,” dans *The 11th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications*. WPMC, 2008, Conference Proceedings.
- [15] Z. Niu *et al.*, “Cell zooming for cost-efficient green cellular networks,” *Communications Magazine*, vol. 48, n<sup>o</sup>. 11, p. 74–79, nov. 2010.
- [16] M. Yigitel, O. Incel et C. Ersoy, “Dynamic base station planning with power adaptation for green wireless cellular networks,” *Eurasip Journal on Wireless Communications and Networking*, vol. 2014, n<sup>o</sup>. 1, p. 77, 2014. [En ligne]. Disponible : <https://dx.doi.org/10.1186/1687-1499-2014-77>
- [17] S. Cai *et al.*, “A cross-layer optimization of the joint macro- and picocell deployment with sleep mode for green communications,” dans *22nd Wireless and Optical Communication Conference*, mai 2013, p. 225–230.
- [18] H. Ghazzai *et al.*, “Green networking in cellular hetnets : A unified radio resource management framework with base station ON/OFF switching,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 66, n<sup>o</sup>. 7, p. 5879–5893, juill. 2017.
- [19] O. Arnold *et al.*, “Power consumption modeling of different base station types in heterogeneous cellular networks,” dans *2010 Future Network & Mobile Summit*. IEEE, 2010, p. 1–8.
- [20] H. Claussen, I. Ashraf et L. T. W. Ho, “Dynamic idle mode procedures for femtocells,” *Bell Labs Technical Journal*, vol. 15, n<sup>o</sup>. 2, p. 95–116, 2010. [En ligne]. Disponible : <https://dx.doi.org/10.1002/bltj.20443>
- [21] W. Guo et T. O’Farrell, “Green cellular network : Deployment solutions, sensitivity and tradeoffs,” dans *Wireless Advanced*. IEEE, 2011, p. 42–47. [En ligne]. Disponible : <https://dx.doi.org/10.1109/WiAd.2011.5983283>
- [22] M. Marsan *et al.*, “Towards zero grid electricity networking : Powering BSs with renewable energy sources,” dans *IEEE International Conference on Communications Workshops*, juin 2013, p. 596–601.

- [23] Y. Zhang *et al.*, “Minimum cost solar power systems for LTE macro base stations,” *Computer Networks*, vol. 112, p. 12–23, 2017. [En ligne]. Disponible : <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1389128616303401>
- [24] L. Zhou *et al.*, “Green small cell planning in smart cities under dynamic traffic demand,” dans *IEEE INFOCOM 2015 Workshop on Computer Communications*. IEEE, 2015, p. 618–623. [En ligne]. Disponible : <http://dx.doi.org/10.1109/INFCOMW.2015.7179454>
- [25] L. Chiaraviglio *et al.*, “Energy-efficient planning and management of cellular networks,” dans *9th Annual Conference on Wireless On-demand Network Systems and Services (WONS)*. IEEE, 2012, p. 159–166.
- [26] K. Son, E. Oh et B. Krishnamachari, “Energy-aware hierarchical cell configuration : from deployment to operation,” dans *IEEE INFOCOM 2011 Workshop on Green Communications and Networking*, 2011, p. 289–294.
- [27] C. Cox, *An Introduction to LTE : LTE, LTE-Advanced, SAE, VoLTE and 4G Mobile Communications*. New York, UNITED KINGDOM : John Wiley & Sons, Incorporated, 2014. [En ligne]. Disponible : <http://ebookcentral.proquest.com/lib/polymtl-ebooks/detail.action?docID=1690922>
- [28] P. Siarry, *Métaheuristiques : Recuits simulé, recherche avec tabous, recherche à voisinages variables, méthodes GRASP, algorithmes évolutionnaires, fourmis artificielles, essais particuliers et autres méthodes d’optimisation*. Paris, France : Eyrolles, 2014.
- [29] Ministère de l’Énergie et des Ressources Naturelles. (2019) Prix de l’électricité. [En ligne]. Disponible : <https://mern.gouv.qc.ca/energie/statistiques-energetiques/prix-electricite/>
- [30] Hydro-Québec. (2019) Coûts et rentabilité : ne tombez pas dans le panneau ! [En ligne]. Disponible : <https://www.hydroquebec.com/solaire/couts.html>
- [31] G. Auer *et al.*, “Energy efficiency analysis of the reference systems, areas of improvements and target breakdown,” Cordis, Rapport technique INFISO-ICT- 247733 EARTH, 2012. [En ligne]. Disponible : <http://cordis.europa.eu/docs/projects/cnect/3/247733/080/deliverables/001-EARTHWP2D23v2.pdf>
- [32] K. Johansson *et al.*, “Relation between base station characteristics and cost structure in cellular systems,” dans *2004 IEEE 15th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, Barcelona, Spain, 5-8 Sept. 2004, p. 2627–2631. [En ligne]. Disponible : <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1368795>
- [33] M. Sauter, *Beyond 3G– Bringing Networks, Terminals and the Web Together*. Chichester, UK : John Wiley & Sons, Ltd, 2008. [En ligne]. Disponible : <http://doi.wiley.com/10.1002/9780470741085>

## ANNEXE A    MODÈLE MATHÉMATIQUE

### A.1    Ensembles, paramètres et variables

#### A.1.1    Ensembles

- $\mathcal{Q}$  Ensemble des années. Il est indexé par  $q = 1 \dots Q$ . Il définit l'horizon de la planification. Toutes les décisions doivent être prises pour chaque année. Cette dimension permet également de tenir compte de l'évolution de la demande des usagers.
- $\mathcal{T}$  Ensemble des instants qui délimitent les périodes journalières. Il est indexé par  $t = 1 \dots T$ . Il permet de tenir compte de la variation de la demande des usagers à chaque journée.
- $\mathcal{B}$  Ensemble des stations de base existantes au début de l'année 1. Il est indexé par  $j$ .
- $\mathcal{C}$  Ensemble des sites candidats où nous pouvons installer une nouvelle station de base. Nous pouvons avoir au plus une station de base par site candidat. Il est indexé par  $j$ .
- $\mathcal{L}$  Ensemble des types de stations de base. Le type  $l = 0$  correspond au type de station de base déjà installée au début de la première année. Il est indexé par  $l$ .
- $\mathcal{I}$  Ensemble des tests points. Il est composé des tests points actuellement utilisés et ceux qui pourront être utilisés pour représenter la croissance de la demande ou des usagers. Il est indexé par  $i$ .
- $\mathcal{S}_l$  Ensemble des états définis par la puissance de transmission des stations de base de type  $l$ . Il est indexé par  $s = 0 \dots S_l$ .

#### A.1.2    Paramètres

- $r$  Le taux d'actualisation en valeur présente d'un montant futur. Ce paramètre permet de tenir compte de la valeur de l'argent dans le temps.
- $m$  Le nombre de périodes d'installation par année.
- $\phi$  Le nombre de jours entre les instants d'installations.  $\phi = 365/m$ .
- $\Delta_t$  La durée entre les instants  $t$  et  $t - 1$ .
- $M_{l,j}$  Fonction indicatrice, dont la valeur 1 indique que la station de base de type  $l$  peut être installée au site candidat  $j$ . Notons que  $M_{0,j \in \mathcal{C}} = 0$ .
- $C_{l,q}$  Le coût d'installation d'une station de base de type  $l \geq 1$  à l'année  $q$ . Ce coût est composé du coût de construction de la station de base, de son entretien et des licences

pour les différentes fonctions qu'elle possède. Lorsque la station peut être alimentée par l'énergie solaire, le coût inclut le coût du système qui permet de convertir l'énergie solaire en énergie électrique : panneaux solaires, batteries, convertisseurs, inverseurs de courant, etc. Il s'agit d'un coût nominal et non actualisé.

$C_{j,t}^G$  Le coût unitaire de l'énergie traditionnelle d'une station de base  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ . Les indices permettent de tenir compte de la variation de coût d'un site à un autre et d'une période à une autre.

$U_l$  Fonction indicatrice, dont la valeur 1 indique que la station de base de type  $l$  a des équipements solaires. Par définition  $U_0 = 0$ .

$E_{i,j,q,t}^T$  Énergie requise par le test point  $i$  à la période  $t$  de l'année  $q$  s'il est alimenté par la station au site  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ . En effet, pour un débit donné, si un TP est plus loin d'un site, il nécessitera plus d'énergie que s'il était proche du site.

$q_i^*$  La première année à partir de laquelle le test point  $i$  devient actif. C'est à dire requiert une couverture. En effet, afin de tenir compte de la croissance du nombre d'équipements qui se connecte au réseau sans fil, certains points de test sont activés au fil des années.

$\nu_{i,q}$  Fonction indicatrice de l'année à partir de laquelle le test point  $i$  commence par être utilisé. Elle est définie par :

$$\nu_{i,q} = \begin{cases} 0 & \text{si } q < q_i^* \\ 1 & \text{autrement.} \end{cases}$$

$k_{i,j,l,s,q,t}$  Fonction indicatrice qui vaut 1 si le test point  $i$  est dans le rayon de couverture de la station de base de type  $l$  installée au site  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  quand cette dernière utilise le niveau de puissance  $W_s, s \in S_l$  pendant la période  $\Delta_t$  de l'année  $q$ .

$W_{l,s}$  La puissance consommée par une station de base de type  $l$  dans un état  $s$ . Par convention, pour les types  $l$  de stations de base qui font du cell zooming,  $W_{l,0}$  est la puissance consommée en mode veille. Pour les types ne faisant pas du cell zooming, il s'agit de la puissance fixe maximale consommée. La puissance décrite ici, inclut la puissance de transmission lorsque la station alimente des TP.

$W_{l,s}^x$  La puissance de transmission d'une station de type  $l$  à l'état  $s$ . Par convention, pour les types  $l$  de stations de base qui font du cell zooming,  $W_{l,0} = 0$ . Pour les types ne faisant pas du cell zooming, il s'agit de la puissance fixe maximale de transmission.

$e_{l,q',q,t}^S$  La quantité d'énergie électrique produite avec les panneaux solaires installés dans

une station de type  $l$  durant la période  $\Delta_t$  de l'année  $q$  lorsqu'ils ont été installés à l'année  $q' < q$ .

$B_{l,q',q}^+$  Énergie maximale que peut emmagasiner une batterie d'une station de base de type  $l$  installée à l'année  $q'$  et utilisée à l'année  $q > q'$ .

$B_{l,q',q}^-$  Énergie minimale que peut emmagasiner une batterie d'une station de base de type  $l$  installée à l'année  $q'$  et utilisée à l'année  $q > q'$ .

On peut remarquer pour les trois derniers paramètres liés à la capacité des équipements solaires, l'utilisation de deux indices  $q$  et  $q'$ , pour les années. L'indice  $q'$  utilisé pour l'année d'installation et  $q$  pour l'année d'utilisation. Cette différenciation permet de tenir compte de la dégradation annuelle des équipements solaires. En effet, lorsqu'un équipement est installé à une année  $q'$ , elle aurait connu une certaine dégradation liée à son usure lorsqu'elle est utilisée à l'année  $q_1$ , avec  $q_1 > q$ . Cette dégradation serait encore plus importante lorsqu'elle est utilisée à l'année  $q_2$ , avec  $q_2 > q_1$ . Ainsi la capacité de production et de stockage de l'énergie électrique produite à partir du rayonnement solaire est moins importante lorsque les équipements sont utilisés à l'année  $q_2$  par rapport à leur utilisation à l'année  $q_1$ .

### A.1.3 Variables

Variables de décisions qui valent 1 si :

$z_{l,j,q}$  une station de base de type  $l$  est installée au site candidat  $j \in \mathcal{C}$  à l'année  $q$ .

$u_{j,q,t}$  les batteries solaires sont utilisées au site  $j \in \mathcal{C}$  à la période  $t$  de l'année  $q$ .

$h_{i,j,q,t}$  le test point  $i$  est assigné au site  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  à la période  $t$  de l'année  $q$ .

$v_{l,s,j,q,t}$  la station de base de type  $l$  au site  $j \in \mathcal{C}$  est à l'état de puissance  $s$  à la période  $t$  de l'année  $q$ .

Variables intermédiaires :

$w_{l,j,q}$  Variable de décision qui vaut 1 si la station de base de type  $l$  est actuellement déjà installée au site  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  à l'année  $q$ . Elle peut être interprétée comme l'état du site  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  à l'année  $q$ .

$D_{j,q,t}$  Énergie requise à une station de base  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  à une période  $t$  de l'année  $q$  par tous les points de test qui lui sont assignés.

$\bar{E}_{j,q,t}^P$  Énergie utilisée par une station de base  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  pendant la période  $\Delta_t$  de l'année  $q$  lorsqu'elle fonctionne à partir des batteries.

$\bar{E}_{j,q,t}^G$  Énergie utilisée par une station de base  $j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$  pendant la période  $\Delta_t$  de l'année  $q$  lorsqu'elle fonctionne à partir des sources traditionnelles (grid).

$E_{j,q,t}^B$  Énergie disponible dans les batteries d'une station de base  $j \in \mathcal{C}$  au début de la période  $t$  de l'année  $q$ .

$E_{j,q,t}^S$  Énergie produite par les panneaux solaires d'une station de base  $j \in \mathcal{C}$  durant la période  $t$  de l'année  $q$ .

$L_{j,q,t}$  Énergie solaire perdue à la station de base du site  $j \in \mathcal{C}$  à la période  $t$  de l'année  $q$ .

Variable de linéarisation

$x_{l,s,j,q,t}$  Vaut 1 si la station de base de type  $l$  au site  $j \in \mathcal{C}$ , fonctionne à un niveau de puissance correspondant à l'état  $s$  à partir des batteries solaires à la période  $t$  de l'année  $q$ .  $x_{l,s,j,q,t} = v_{l,s,j,q,t} u_{j,q,t}$ .

## A.2 Objectif et contraintes

### A.2.1 Fonction objectif

L'objectif (A.1) est de minimiser les dépenses d'investissements et d'opérations tout au long de l'horizon de planification. Les dépenses d'investissements sont liées au type de station installée et à leur année d'installation. Les dépenses d'opérations sont liées à l'utilisation de l'énergie traditionnelle pour alimenter les stations. Ainsi, l'installation de station alimentée par l'énergie solaire permet d'économiser sur les dépenses opérationnelles en plus de réduire l'impact sur l'environnement, mais nécessite un investissement supplémentaire pour le type de station au moment de l'installation.

$$\min \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \sum_{j \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{l,j,q} + \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G \right\} \quad (\text{A.1})$$

### A.2.2 Contraintes

#### Installation des stations de base

Cette section décrit les contraintes liées à l'installation des types de stations de base dans les différents sites potentiels.

En raison de contraintes physiques ou environnementales, certains types de stations de base peuvent ne pas être autorisés sur certains sites potentiels. Cette contrainte limite l'installation des types de stations aux sites permis.

$$\sum_{q \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q} \leq M_{l,j} \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C} \quad (\text{A.2})$$



Étant donné que  $M_{0,j \in \mathcal{C}} = 0$ , alors  $z_{0,j,q} = 0 \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}$ .

Tout au long de l'horizon de planification, pas plus d'une station de base ne peut être installée sur un site. Autrement dit, il n'y a pas de remplacement de station de base au cours des années.

$$\sum_{l \in \mathcal{L}, q \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q} \leq 1 \quad \forall j \in \mathcal{C} \quad (\text{A.3})$$

Cette contrainte établit la relation entre l'existence à une année d'une station de base dans un site et du moment de son installation. Autrement, il s'agit de la relation entre la variable  $z$  et la variable intermédiaire  $w$ .

$$w_{l,j,q} = \sum_{q' \leq q} z_{l,j,q'} \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q} \quad (\text{A.4})$$

Une station de base ne peut pas utiliser l'énergie solaire si elle ne dispose pas de système permettant d'emmagasiner et convertir l'énergie solaire en énergie électrique. Ainsi pour utiliser les batteries solaires, il faut que le type de station de base installée ait des équipements solaires.

$$u_{j,q,t} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} w_{l,j,q} U_l \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.5})$$

### Assignment des points de test

Cette section décrit les limites d'assignation d'un point de test à une station de base installée.

Tous les TP actifs, c'est-à-dire actuellement utilisés, doivent toujours être assignés à un site.

$$\sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} h_{i,j,q,t} = \nu_{i,q} \quad \forall i \in \mathcal{I}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.6})$$

Un TP  $i$  peut être assigné à un site  $j$  seulement s'il peut être couvert par un type  $l$  de station de base installée dans ce site qui opère à un état  $s$ .

$$h_{i,j,q,t} \leq \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ s \in \mathcal{S}_l}} v_{l,s,j,q,t} k_{i,j,l,s,q,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.7})$$

$$h_{i,j,q,t} \leq \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ s \in \mathcal{S}_l}} k_{i,j,l,s,q,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.8})$$

## Capacité énergétique des stations de base

La quantité d'énergie disponible dans une station de base doit pouvoir répondre à la demande des points de test qui leur sont assignés.

$$D_{j,q,t} = \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i,j,q,t}^T h_{i,j,q,t} \quad \forall j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.9})$$

$$D_{j,q,t} \leq \Delta_t W_{0,0}^x \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.10})$$

$$D_{j,q,t} \leq \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} W_{l,s}^x \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.11})$$

## Linéarisation

Cette section décrit les contraintes associées à la variable de linéarisation  $x_{l,s,j,q,t} = v_{l,s,j,q,t} u_{j,q,t}$

$$x_{l,s,j,q,t} \leq v_{l,s,j,q,t} \quad (\text{A.12})$$

$$x_{l,s,j,q,t} \leq u_{j,q,t} \quad (\text{A.13})$$

$$x_{l,s,j,q,t} \geq v_{l,s,j,q,t} + u_{j,q,t} - 1 \quad (\text{A.14})$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}$$

## Énergie

Un type de station de base installée sur un site  $j$  ne peut pas être dans plusieurs états de puissance à une période  $t$  de l'année  $q$ . Elle est liée à la variable  $w_{l,j,q}$ . Si une station de type  $l$  n'est pas encore installée au site  $j$  à l'année  $q$  alors,  $w_{l,j,q} = 0 \Rightarrow v_{l,s,j,q,t} = 0 \quad \forall s \in \mathcal{S}_l$ . Par contre si le type  $l$  a déjà été installé au site  $j$  à l'année  $q$ , alors  $w_{l,j,q} = 1$ , ce qui va forcer la sélection d'un seul niveau de puissance.

$$\sum_{s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} = w_{l,j,q} \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.15})$$

Cette contrainte définit l'énergie en mode batterie

$$\overline{E}_{j,q,t}^P = \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} W_{l,s} x_{l,s,j,q,t} \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.16})$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^P = 0 \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.17})$$

L'énergie traditionnelle est définie par les contraintes suivantes :

$$\overline{E}_{j,q,t}^G = \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} W_{l,s}(v_{l,s,j,q,t} - x_{l,s,j,q,t}) \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.18})$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^G = \Delta_t W_{0,0} \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.19})$$

L'énergie produite par le système solaire est définie par :

$$E_{j,q,t}^S = \sum_{l \in \mathcal{L}, q' \in \mathcal{Q}} e_{l,q',q,t}^S z_{l,j,q'} \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.20})$$

L'énergie disponible dans les batteries au début d'une période  $t$  est définie par :

$$E_{j,q,t}^B = E_{j,q,t-1}^B + E_{j,q,t-1}^S - L_{j,q,t-1} - \overline{E}_{j,q,t-1}^P \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \geq 2 \quad (\text{A.21})$$

$$E_{j,q,1}^B = E_{j,q,T}^B + E_{j,q,T}^S - L_{j,q,T} - \overline{E}_{j,q,T}^P \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q} \quad (\text{A.22})$$

L'énergie disponible dans les batteries doit être comprise entre les capacités minimums et maximums de ces derniers.

$$\sum_{l \in \mathcal{L}, q' \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^- \leq E_{j,q,t}^B \leq \sum_{l \in \mathcal{L}, q' \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^+ \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.23})$$

La perte d'énergie maximale pour un système d'énergie solaire correspond à l'énergie que peuvent produire les panneaux solaires.

$$0 \leq L_{j,q,t} \leq E_{j,q,t}^S \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{A.24})$$

## ANNEXE B RELAXATION LAGRANGIENNE

L'objectif est de minimiser les coûts d'investissements liés à l'installation des stations de base et les dépenses opérationnelles liées à l'utilisation de l'énergie électrique fournie par le réseau électrique traditionnel. La minimisation conjointe de ces coûts rend la résolution du problème encore plus complexe. Ainsi, la décomposition du problème permettra de mieux appréhender le problème pour une résolution efficace. Cette décomposition n'est pas non plus intuitive dans la mesure où plusieurs contraintes du problème présenté à la section A.2.2 couplent les deux objectifs à minimiser. Par exemple, la nécessité de couvrir tous les TP et répondre à leur demande, impose une limite sur l'emplacement des sites à construire et leur utilisation énergétique. Or cette dernière limite elle aussi le type de stations de base installées. Cette section présente donc la démarche utilisée pour décomposer le problème. Cette démarche utilise la relaxation lagrangienne. Au terme de cette décomposition, les différents sous problèmes sont mis en lumière et une approche de résolution est présentée.

Soit  $f(z, \overline{E}^G)$  la fonction objectif (A.1). Les variables  $z$  et  $\overline{E}_{j,q,t}^G$  influencent respectivement les coûts d'installations et les dépenses liées à l'utilisation de l'électricité traditionnelle. Afin de découpler ces deux coûts, nous relaxons toutes les contraintes qui lient la variable  $z$  à n'importe quelle autre variable, car la planification de l'installation des stations de base est définie par la variable  $z$ . Il s'agit des contraintes (A.4), (A.20) et (A.23).

Ainsi, soit :

$$g_{l,j,q}^{(1)}(z) = w_{l,j,q} - \sum_{q' \leq q} z_{l,j,q'} \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q} \quad (\text{B.1})$$

$$g_{j,q,t}^{(2)}(z) = E_{j,q,t}^S - \sum_{l \in \mathcal{L}, q' \in \mathcal{Q}} e_{l,q',q,t}^S z_{l,j,q'} \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.2})$$

$$g_{j,q,t}^{(3)}(z) = \sum_{l \in \mathcal{L}, q' \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^- - E_{j,q,t}^B \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.3})$$

$$g_{j,q,t}^{(4)}(z) = E_{j,q,t}^B - \sum_{l \in \mathcal{L}, q' \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^+ \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.4})$$

Le lagrangien du problème initial est défini par :

$$\begin{aligned} L(z, \overline{E}^G, \lambda) = & f(z, \overline{E}^G) + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} g_{l,j,q}^{(1)}(z) + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} g_{j,q,t}^{(2)}(z) \\ & + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} g_{j,q,t}^{(3)}(z) + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} g_{j,q,t}^{(4)}(z) \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Basé sur la théorie de la dualité lagrangienne, soit  $H(\lambda)$  la fonction duale du lagrangien.

$$\begin{aligned}
H(\lambda) &= \min_{z, \bar{E}^G} L(z, \bar{E}^G, \lambda) \\
&= \min_{z, \bar{E}^G} \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \sum_{j \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{j,l,q} + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} (w_{l,j,q} - \sum_{q' \leq q} z_{l,j,q'}) \right. \\
&\quad + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} (E_{j,q,t}^S - \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} e_{l,q',q,t}^S z_{l,j,q'}) \\
&\quad + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} (\sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^- - E_{j,q,t}^B) \\
&\quad + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} (E_{j,q,t}^B - \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^+) \\
&\quad \left. + \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H(\lambda) &= \min_{z, \bar{E}^G} \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \sum_{j \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{j,l,q} + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} - \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} \sum_{q' \leq q} z_{l,j,q'} \right. \\
&\quad + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} e_{l,q',q,t}^S z_{l,j,q'} \\
&\quad + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^- - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B \\
&\quad + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^+ \\
&\quad \left. + \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H(\lambda) = \min_{z, \bar{E}^G} & \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \sum_{j \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{j,l,q} - \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} \sum_{q' \leq q} z_{l,j,q'} \right. \\
& - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} e_{l,q',q,t}^S z_{l,j,q'} + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^- \\
& - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^+ + \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G \\
& + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \Big\} \\
& = H_1(\lambda) + H_2(\lambda)
\end{aligned}$$

où on a :

$$\begin{aligned}
H_1(\lambda) = \min_z & \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \sum_{j \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{j,l,q} \right. \\
& - \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} \sum_{q' \leq q} z_{l,j,q'} - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} e_{l,q',q,t}^S z_{l,j,q'} \\
& + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^- - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^+ \Big\} \quad (\text{B.6})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
H_2(\lambda) = \min_{\bar{E}^G, w, E^B, E^S} & \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G \right. \\
& + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \Big\} \\
& \quad (\text{B.7})
\end{aligned}$$

**Contraintes** (A.2) -(A.19), (A.21), (A.22) et (A.24)

Ainsi, H se décompose en deux sous-problèmes :

1.  $H_1(\lambda)$  sujet aux contraintes (A.2) et (A.3).
2.  $H_2(\lambda)$  sujet aux autres contraintes (A.5), (A.6) -(A.19), (A.21), (A.22) et (A.24)

## B.1 Sous-problème lagrangien de minimisation de l'investissement

### Fonction objectif

$$\begin{aligned}
H_1(\lambda) = \min_z & \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \sum_{j \in \mathcal{C}, l \in \mathcal{L}} C_{l,q} z_{j,l,q} \right. \\
& - \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} \sum_{q' \leq q} z_{l,j,q'} - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} e_{l,q',q,t}^S z_{l,j,q'} \\
& \left. + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^- - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} \sum_{\substack{l \in \mathcal{L} \\ q' \in \mathcal{Q}}} z_{l,j,q'} B_{l,q',q}^+ \right\}
\end{aligned}$$

**sujet aux contraintes :**

[Installation des SB] - Installation des types de stations de base aux sites permis et pas de remplacement de station de base au cours des années.

$$\begin{aligned}
\sum_{q \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q} & \leq M_{l,j} & \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C} \\
\sum_{l \in \mathcal{L}, q \in \mathcal{Q}} z_{l,j,q} & \leq 1 & \forall j \in \mathcal{C}
\end{aligned}$$

## B.2 Sous-problème lagrangien de minimisation de l'énergie

### Fonction objectif

$$\begin{aligned}
H_2(\lambda) = \min_{\overline{E}^G, w, E^B, E^S} & \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \overline{E}_{j,q,t}^G \right. \\
& + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \left. \right\}
\end{aligned}$$

**sujet aux contraintes :**

[Utilisation des équipements solaires] - Utilisation des batteries solaires uniquement si le type de station de base installé a des équipements solaires.

$$u_{j,q,t} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} w_{l,j,q} U_l \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.8})$$

[Assignation des stations de base] - Un TP assigné à une station et couverture de tous les

TP.

$$\sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} h_{i,j,q,t} = \nu_{i,q} \quad \forall i \in \mathcal{I}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.9})$$

$$h_{i,j,q,t} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} k_{i,j,l,s,q,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.10})$$

$$h_{i,j,q,t} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l} k_{i,j,l,s,q,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.11})$$

[Capacité énergétique des stations de base] - Le niveau de puissance des stations doit répondre à la demande des points de test qui leur sont assignés

$$D_{j,q,t} = \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i,j,q,t}^T h_{i,j,q,t} \quad \forall j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.12})$$

$$D_{j,q,t} \leq \Delta_t W_{0,0}^{tx} \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.13})$$

$$D_{j,q,t} \leq \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} W_{l,s}^{tx} \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.14})$$

[Linéarisation]

$$x_{l,s,j,q,t} \leq v_{l,s,j,q,t} \quad (\text{B.15})$$

$$x_{l,s,j,q,t} \leq u_{j,q,t} \quad (\text{B.16})$$

$$x_{l,s,j,q,t} \geq v_{l,s,j,q,t} + u_{j,q,t} - 1 \quad (\text{B.17})$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}$$

[Énergie]

Un type de station de base installé sur un site  $j$  ne peut pas être dans plusieurs états de puissance à un instant  $t$  de l'année  $q$ .

$$\sum_{s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} = w_{l,j,q} \quad \forall l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.18})$$

Énergie en mode batterie

$$\overline{E}_{j,q,t}^P = \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} W_{l,s} x_{l,s,j,q,t} \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.19})$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^P = 0 \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.20})$$



Énergie traditionnelle

$$\overline{E}_{j,q,t}^G = \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} W_{l,s} (v_{l,s,j,q,t} - x_{l,s,j,q,t}) \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.21})$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^G = \Delta_t W_{0,0} \quad \forall j \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.22})$$

Énergie disponible dans les batteries à l'instant  $t$ .

$$E_{j,q,t}^B = E_{j,q,t-1}^B + E_{j,q,t-1}^S - L_{j,q,t-1} - \overline{E}_{j,q,t-1}^P \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \geq 2 \quad (\text{B.23})$$

$$E_{j,q,1}^B = E_{j,q,T}^B + E_{j,q,T}^S - L_{j,q,T} - \overline{E}_{j,q,T}^P \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q} \quad (\text{B.24})$$

Perte d'énergie solaire

$$0 \leq L_{j,q,t} \leq E_{j,q,t}^S \quad \forall j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.25})$$

## Décomposition par année

Remarquons que :

$$\begin{aligned} H_2(\lambda) &= \min_{\overline{E}^G, w, E^B, E^S} \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \overline{E}_{j,q,t}^G \right. \\ &\quad \left. + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \right\} \\ &= \min_{\overline{E}^G, w, E^B, E^S} \left\{ \sum_{q \in \mathcal{Q}} \left[ (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \overline{E}_{j,q,t}^G \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \right] \right\} \\ &= \sum_{q \in \mathcal{Q}} \min_{\overline{E}^G, w, E^B, E^S} \left\{ (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \overline{E}_{j,q,t}^G \right. \\ &\quad \left. + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \right\} \end{aligned}$$

De plus, toutes les contraintes sont définies pour chaque  $q \in \mathcal{Q}$ . Ce sous-problème se décompose donc pour chaque année  $q$ .

Ainsi, pour chaque année  $q$ , nous avons le problème  $P_q$  suivant :

$$\begin{aligned} \min_{\bar{E}^G, w, E^B, E^S} \left\{ (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B \right. \\ \left. + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

sujet aux contraintes (B.8) à (B.25).

### Décomposition par station de base

Dans la formulation précédente, ce qui couple le sous-problème entre les stations de base est la variable d'assignation  $h_{i,j,q,t}$ . Afin de décomposer le problème par station de base, nous effectuons une autre relaxation lagrangienne avec les contraintes où interviennent cette variable. Il s'agit des contraintes (B.10) et (B.12).

$$\begin{aligned} H^{(2)}(\lambda) &= \min_{\bar{E}^G, h, v, w, E^B, E^S} \left\{ (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} \right. \\ &\quad + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \\ &\quad + \sum_{i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{i,j,t}^{(5)} h_{i,j,q,t} - \sum_{i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{i,j,t}^{(5)} \sum_{l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} k_{i,j,l,s,q,t} \\ &\quad \left. + \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,t}^{(6)} D_{j,q,t} - \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,t}^{(6)} \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i,j,q,t}^T h_{i,j,q,t} \right\} \\ &= \min_{\bar{E}^G, h, v, w, E^B, E^S} \left\{ (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \bar{E}_{j,q,t}^G + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} \right. \\ &\quad + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \\ &\quad - \sum_{i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{i,j,t}^{(5)} \sum_{l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} k_{i,j,l,s,q,t} + \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,t}^{(6)} D_{j,q,t} \\ &\quad \left. + \sum_{i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{i,j,t}^{(5)} h_{i,j,q,t} - \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,t}^{(6)} \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i,j,q,t}^T h_{i,j,q,t} \right\} \\ &= H_1^{(2)}(\lambda) + H_2^{(2)}(\lambda) \end{aligned}$$

avec :

$$\begin{aligned}
H_1^{(2)}(\lambda) = & \min_{\overline{E}^G, v, w, E^B, E^S} \left\{ (1+r)^{-q} \phi m \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \overline{E}_{j,q,t}^G + \sum_{l \in \mathcal{L}, j \in \mathcal{C}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} \right. \\
& + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \\
& \left. - \sum_{i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{i,j,t}^{(5)} \sum_{l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} k_{i,j,l,s,q,t} + \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,t}^{(6)} D_{j,q,t} \right\}
\end{aligned}$$

$$H_2^{(2)}(\lambda) = \min_h \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{i,j,t}^{(5)} h_{i,j,q,t} - \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,t}^{(6)} \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i,j,q,t}^T h_{i,j,q,t} \right\}$$

où  $H_1^{(2)}(\lambda)$  définit le sous-problème de minimisation de l'énergie et  $H_2^{(2)}(\lambda)$  un nouveau sous-problème de minimisation de l'assignation.

### Reformulation du sous problème lagrangien de minimisation de l'énergie par année et par site de station de base

Pour chaque année  $q$  et pour chaque site de station de base  $j$ , nous avons le problème ci-dessous :

#### Fonction objectif

$$\begin{aligned}
H_2(\lambda) = & \min_{u, v, x, w, E^B, E^S, D} \left\{ (1+r)^{-q} \phi m \sum_{t \in \mathcal{T}} C_{j,t}^G \overline{E}_{j,q,t}^G + \sum_{l \in \mathcal{L}} \lambda_{l,j,q}^{(1)} w_{l,j,q} \right. \\
& + \sum_{t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(2)} E_{j,q,t}^S - \sum_{t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(3)} E_{j,q,t}^B + \sum_{t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,q,t}^{(4)} E_{j,q,t}^B \\
& \left. - \sum_{i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{i,j,t}^{(5)} \sum_{l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} k_{i,j,l,s,q,t} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,t}^{(6)} D_{j,q,t} \right\} \tag{B.27}
\end{aligned}$$

**Contraintes** [Utilisation des équipements solaires] - Nous ne pouvons pas utiliser l'énergie solaire si les équipements solaires ne sont pas installés. Ainsi pour utiliser les batteries solaires, il faut que le type de station de base installé ait des équipements solaires.

$$u_{j,q,t} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} w_{l,j,q} U_l \quad \forall t \in \mathcal{T}. \text{ Si } j \in \mathcal{C} \tag{B.28}$$

[Capacité énergétique des stations de base] - Le niveau de puissance des stations doit pouvoir

répondre à la demande des points de test qui leur sont assignés. Donc :

$$D_{j,q,t} \leq \Delta_t W_{0,0}^{tx} \quad \forall t \in \mathcal{T}. Si j \in \mathcal{B} \quad (\text{B.29})$$

$$D_{j,q,t} \leq \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} W_{l,s}^{tx} \quad \forall t \in \mathcal{T}. Si j \in \mathcal{C} \quad (\text{B.30})$$

[Linéarisation] - Contraintes de linéarisation

$$x_{l,s,j,q,t} \leq v_{l,s,j,q,t} \quad (\text{B.31})$$

$$x_{l,s,j,q,t} \leq u_{j,q,t} \quad (\text{B.32})$$

$$x_{l,s,j,q,t} \geq v_{l,s,j,q,t} + u_{j,q,t} - 1 \quad (\text{B.33})$$

$$\forall l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l, j \in \mathcal{C}, q \in \mathcal{Q}, t \in \mathcal{T}$$

[Énergie]

Un type de SB installé sur un site  $j$  ne peut pas être dans plusieurs états de puissance à un instant  $t$  de l'année  $q$

$$\sum_{s \in \mathcal{S}_l} v_{l,s,j,q,t} = w_{l,j,q} \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}. Si j \in \mathcal{C} \quad (\text{B.34})$$

Énergie utilisée en mode batterie :

$$\overline{E}_{j,q,t}^P = \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} W_{l,s} x_{l,s,j,q,t} \quad \forall t \in \mathcal{T}. Si j \in \mathcal{C} \quad (\text{B.35})$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^P = 0 \quad \forall t \in \mathcal{T}. Si j \in \mathcal{B} \quad (\text{B.36})$$

Énergie utilisée en mode traditionnel :

$$\overline{E}_{j,q,t}^G = \Delta_t \sum_{l \in \mathcal{L} \geq 1, s \in \mathcal{S}_l} W_{l,s} (v_{l,s,j,q,t} - x_{l,s,j,q,t}) \quad \forall t \in \mathcal{T}. Si j \in \mathcal{C} \quad (\text{B.37})$$

$$\overline{E}_{j,q,t}^G = \Delta_t W_{0,0} \quad \forall t \in \mathcal{T}. Si j \in \mathcal{B} \quad (\text{B.38})$$

Énergie disponible dans les batteries à l'instant  $t$  est définie par :

$$E_{j,q,t}^B = E_{j,q,t-1}^B + E_{j,q,t-1}^S - L_{j,q,t-1} - \overline{E}_{j,q,t-1}^P \quad \forall t \in \mathcal{T} \geq 2. Si j \in \mathcal{C} \quad (\text{B.39})$$

$$E_{j,q,1}^B = E_{j,q,T}^B + E_{j,q,T}^S - L_{j,q,T} - \overline{E}_{j,q,T}^P \quad . Si j \in \mathcal{C} \quad (\text{B.40})$$

Perte d'énergie solaire :

$$0 \leq L_{j,q,t} \leq E_{j,q,t}^S \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall j \in \mathcal{C} \quad (\text{B.41})$$

### B.3 Sous-problème lagrangien de minimisation de l'assignation

Pour chaque année  $q$ , nous avons la formulation du problème ci-dessous :

#### Fonction objectif

$$H_3(\lambda) = \min_h \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{i,j,t}^{(5)} h_{i,j,q,t} - \sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}} \lambda_{j,t}^{(6)} \sum_{i \in \mathcal{I}} E_{i,j,q,t}^T h_{i,j,q,t} \right\} \quad (\text{B.42})$$

**Contraintes** Tous les TP actifs doivent toujours être assignés à un site. Donc :

$$\sum_{j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}} h_{i,j,q,t} = \nu_{i,q} \quad \forall i \in \mathcal{I}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.43})$$

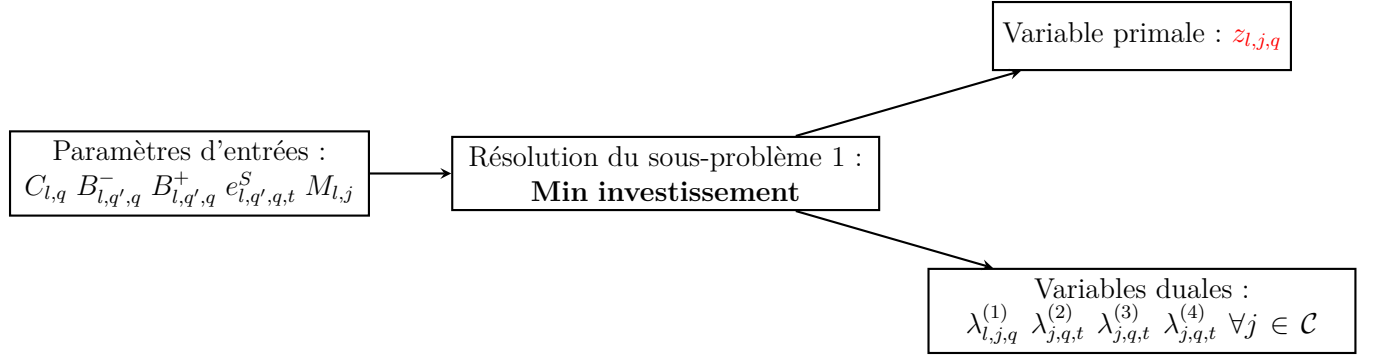
Un TP  $i$  peut être assigné à un site  $j$  seulement s'il peut être couvert par un type  $l$  de station de base installé dans ce site qui opère à un état  $s$ . Donc :

$$h_{i,j,q,t} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}, s \in \mathcal{S}_l} k_{i,j,l,s,q,t} \quad \forall i \in \mathcal{I}, j \in \mathcal{B}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.44})$$

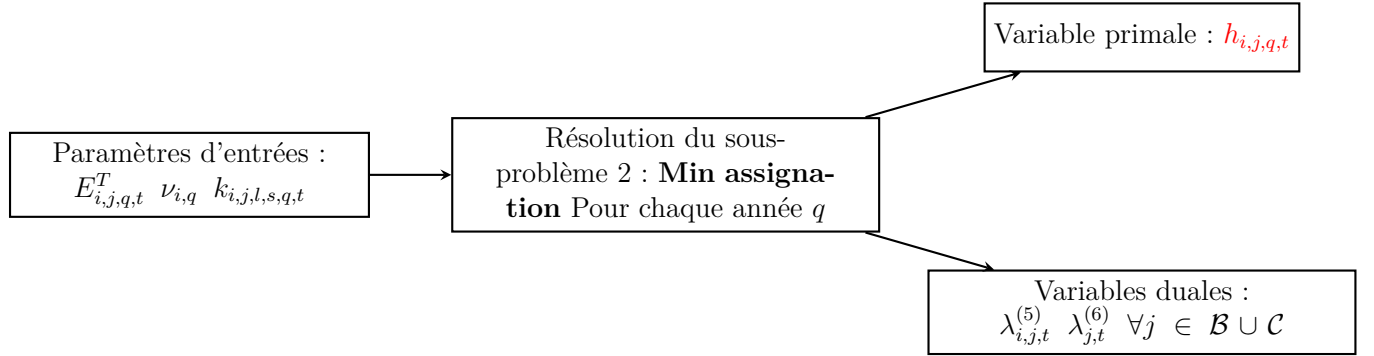
On peut constater que ce sous-problème peut se décomposer pour chaque période  $t$  et pour chaque TP  $i$ . Il ne peut toutefois pas se décomposer pour chaque site de station de base  $j$ .

### B.4 Sommaire des sous problèmes

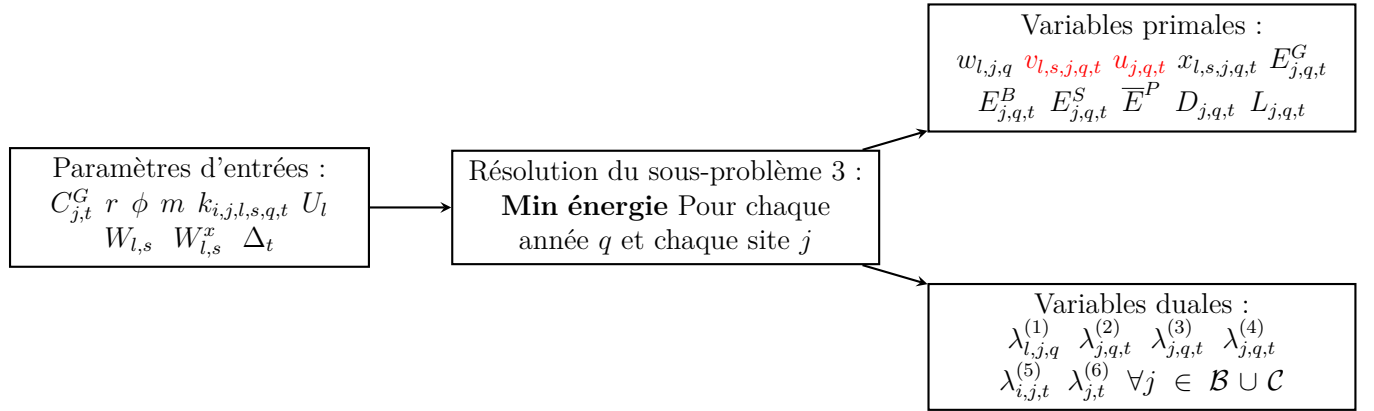
Les figures B.1a, B.1b et B.1c résument les trois sous-problèmes identifiés à partir de la relaxation lagrangienne. On peut constater qu'à partir de la résolution des sous-problèmes 1 et 2, la résolution du sous-problème 3 devient triviale, car ses variables duales sont l'union de celles des deux premiers sous-problèmes. Cependant la détermination de ces variables rend très difficile la mise en œuvre de la décomposition lagrangienne. Ainsi, les travaux de ce mémoire se focalisent sur le développement d'heuristiques taboues en tenant compte des observations issues de l'analyse de cette décomposition.



(a) Schéma bloc sous-problème 1 - Min investissement



(b) Schéma bloc sous-problème 2 - Min assignation



(c) Schéma bloc sous-problème 3 - Min énergie

Figure B.1 Sous-problèmes identifiés à partir de la relaxation lagrangienne

## ANNEXE C    DESCRIPTION DES PARAMÈTRES POUR LA GÉNÉRATION DES INSTANCES

### C.1    Les stations de base

Pour des raisons de simplicité, nous utilisons une région de forme circulaire pour délimiter le réseau. Les coordonnées des sites de station de base sont générées aléatoirement sous forme polaire puis converties en coordonnées cartésiennes. Une coordonnée polaire est définie par un angle  $\alpha$  et un rayon  $r$ . L'angle est généré aléatoirement suivant une loi uniforme entre 0 et  $2\pi$ . Le rayon est la racine carrée d'un nombre aléatoire généré également suivant une loi uniforme entre 0 et 1. La conversion des coordonnées polaires en coordonnées cartésiennes se fait à partir des équations (C.1) et (C.2).

$$x = x_0 + rR \cos(\alpha) \tag{C.1}$$

$$y = y_0 + rR \sin(\alpha) \tag{C.2}$$

où  $(x_0, y_0)$  représente les coordonnées du centre de la région et  $R$  le rayon du cercle qui délimite cette région.

Nous générons quatre catégories de stations de base. Les stations macro exclusivement pour les sites disponibles au début de la planification, et les stations micro et pico pour les sites candidat. Chacune de ces stations a des caractéristiques différentes qui définissent leur puissance de transmission, leur coût et leur débit de transmission. La relation entre la puissance de transmission  $W_{l,s}^x$  et la puissance consommée  $W_{l,s}$  de chaque type de station de base, exposé par [31], est définie par l'équation (C.3).

$$W_{l,s} = \begin{cases} N_l^A (P_l^0 + \Delta_l^P P_{l,s}) & P_{l,s} > 0 \\ N_l^A P_{l,s}^V & P_{l,s} = 0 \end{cases} \tag{C.3}$$

avec

$$W_{l,s}^x = N_l^A P_{l,s}$$

où :

$N_l^A$  est le nombre d'antennes de la station de type  $l$ .

$P_l^0$  est la puissance de consommation intrinsèque par antenne d'une station de type  $l$ ,

c'est à dire la puissance consommée par une antenne lorsqu'elle ne transmet aucune donnée.

$P_{l,s}$  est la puissance de transmission par antenne d'une station de type  $l$  fonctionnant à l'état  $s$ . Cette puissance est bornée par une puissance de transmission maximale définissant l'état maximal  $\bar{s}$ .

$P_{l,s}^V$  est la puissance de consommation par antenne d'une station de type  $l$  en mode veille.

$\Delta_l^P$  est la pente de la puissance de consommation d'une station de type  $l$  en fonction de sa puissance de transmission.

Le coût d'une station de base est composé du coût de construction et d'installation de la station ainsi que ceux liés aux systèmes de production d'électricité à partir d'énergie solaire. Elle est définie par l'équation (C.4).

$$C_{l,q} = C_l^B + C_q^S \quad (\text{C.4})$$

où

$C_l^B$  est le coût de construction du site et d'installation de la station de base de type  $l$ .

Ce coût est tiré de [32].

$C_q^S$  est le coût des équipements et d'installations des équipements solaires. Ce coût dépend de la capacité de production et stockage des équipements installés. D'après [30], au Québec le coût moyen est de 3\$ par watt. L'indice  $q$  permet éventuellement de tenir compte de la diminution progressive du coût des équipements solaires. Cependant dans les instances générées nous utilisons un coût fixe tout au long de l'horizon de la planification.

Les réseaux LTE utilisent une technique de modulation basée sur l'OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access) pour la transmission des données par l'interface radio. Cette technique transmet simultanément sur plusieurs sous-porteuses les flux de données. Le nombre total de sous-porteuses disponible dépend de la largeur de bande des canaux utilisés. Dans les réseaux générés, les antennes utilisent des bandes de 10 MHz ce qui rend disponibles environ 601 sous-porteuses [33]. Les données, en bits, sont d'abord regroupées en symbole avant d'être transmises à travers une sous-porteuse. Toutes les stations générées utilisent une modulation 64QAM, ce qui permet d'encoder 6 bits par symbole et ainsi offrir un meilleur débit binaire. La capacité  $\bar{C}$  d'une station de base de type  $l$  est calculée à partir de l'équation (C.5).

$$\bar{C}_l = \frac{1}{\tau} \log_2(\mathcal{M}) N^P N_l^A \eta \quad (\text{C.5})$$

où



$\tau$  est la durée de transmission d'un symbole. Dans un réseau LTE, un symbole est transmis pendant environ  $71,367 \mu s$ .

$\mathcal{M}$  est la modulation utilisée : 64 QAM.

$N^P$  est le nombre total de sous-porteuse : 601 sous-porteuses pour une bande de fréquence de 10 MHz.

$N_l^A$  est le nombre d'antennes de la station de type  $l$ .

$\eta$  est la proportion du débit théorique qui peut en pratique être atteint. De [3], nous extrapolons qu'en pratique on peut atteindre environ 69 % du débit théorique disponible.

Le tableau C.1 résume les différents paramètres des types de stations de base utilisée dans les réseaux générés. Les caractéristiques de chaque type ont été résumées dans le tableau 3.1.

## C.2 Les points de test

À l'instar des stations de base, les TP sont générés aléatoirement sous forme polaire et convertis en coordonnées cartésiennes à partir des équations (C.1) et (C.2). Le nombre de TP à générer est déterminé en multipliant le nombre moyen de TP par station fourni en paramètre par le nombre maximal de stations. L'année  $q_i^*$  à partir de laquelle un TP  $i$  devient actif est déterminée aléatoirement suivant une loi uniforme entre 0 et le nombre d'années sur lesquelles porte la planification.

La formule de Shannon établit le débit de transmission maximal qu'on peut atteindre sur un canal en présence de bruit. Comme mentionné à la section 3.2, nous utilisons un modèle simple de canal à bruit blanc gaussien et additif, car nos travaux visent à proposer une heuristique d'optimisation et en pratique ces valeurs sont connues. Ainsi le débit maximal  $\bar{C}_{i,j,l,s}$  auquel un TP  $i$  peut recevoir les données à partir d'une station de base  $j$  de type  $l$  émettant à un niveau de puissance correspondant à l'état  $s$  est défini par l'équation (C.6).

$$\bar{C}_{i,j,l,s} = B_l \log_2 \left( 1 + \frac{W_{i,j,l,s}^r}{N} \right) \quad (C.6)$$

où

$B_l$  est la largeur de bande des canaux utilisés par les antennes d'une station de type  $l$

$W_{i,j,l,s}^r$  est la puissance reçue par le TP  $i$  à partir de la station  $j$  de type  $l$  fonctionnant à l'état de transmission  $s$ .

$N$  est le bruit du canal.

Type de station	$N^A$	$P^0$ (W)	$\Delta^P$	$\bar{P}$ (W)	$P^V$ (W)	$B$ (Mbps)	$C^B$ (k\$)	$C^S$ (\$)	Type $l$
macro	6	130	4.7	20	75	210	446	4032	0
micro	2	56	2.6	6.3	19.5	70	151	434.3	1
									2
									3
									4
pico	2	6.8	4	0.13	4.3	70	84	43.92	5
									6
									7
									8

Tableau C.1 Paramètres des types de stations de base

Ainsi une station peut satisfaire la demande  $C_{i,q,t}$  d'un TP  $i$  à l'instant  $t$  de l'année  $q$  si  $C_{i,q,t} \leq \bar{C}_{i,j,l,s}$ . Cette relation permet de générer à partir de l'équation (C.7), le paramètre  $\mathbf{k}$  qui définit la couverture de chaque station à chaque instant.

$$k_{i,j,l,s,q,t} = \begin{cases} 1 & \text{si } C_{i,q,t} \leq \bar{C}_{i,j,l,s} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{C.7})$$

$$\forall i \in \mathcal{I}, \quad \forall j \in \mathcal{B} \cup \mathcal{C}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, \quad \forall s \in \mathcal{S}_l, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \quad \forall t \in \mathcal{T}.$$

Le signal émis par une station subit des pertes avant de se rendre au TP. Cette perte est d'autant plus importante que la distance entre le TP et la station augmente. Ainsi plus un TP est loin d'une BS, plus la puissance émise par cette dernière doit être grande pour répondre à la demande du point de test. La puissance de transmission  $W_{i,j,l,s}^x$  nécessaire pour la réception d'un signal de puissance  $W_{i,j,l,s}^r$  est définie par l'équation (C.8).

$$W_{i,j,l,s}^r = W_{l,s}^x \gamma_{i,j} \quad (\text{C.8})$$

avec

$$\gamma_{i,j} = \frac{\alpha}{d_{i,j}^n} \quad (\text{C.9})$$

où

$d_{i,j}$  est la distance entre le TP  $i$  et la station  $j$ .

$n$  est un coefficient d'affaiblissement qui caractérise l'environnement que le signal traverse. Une valeur plus élevée indique un environnement plus dense avec plus d'obstacle.

Nous utilisons  $n = 3$  pour générer des instances du problème en étude.

$\alpha$  est lié au gain des antennes utilisées. Nous utilisons  $\alpha = 3$ .

À partir des équations (C.6),(C.8) et (C.9) la puissance de transmission d'une station de base, nécessaire pour satisfaire la demande en débit  $C_{i,q,t}$  d'un TP, peut être déduite. Elle est exprimée par l'équation (C.10).

$$W_{i,j,q,t}^x = \frac{Nd_{i,j}^n}{\alpha} \left( 2^{C_{i,q,t}/B_j} - 1 \right) \quad (\text{C.10})$$

En conséquence, la demande énergétique  $E_{i,j,q,t}^T$  de chaque TP s'exprime par l'équation (C.11).

$$E_{i,j,q,t}^T = \Delta t W_{i,j,q,t}^x \quad (\text{C.11})$$