

**Titre:** Optimisation topologique pour le dimensionnement d'échangeurs de chaleur géothermiques  
Title: de chaleur géothermiques

**Auteur:** Alexandre Noel  
Author:

**Date:** 2023

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Noel, A. (2023). Optimisation topologique pour le dimensionnement d'échangeurs de chaleur géothermiques [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/53364/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/53364/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Massimo Cimmino  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

**Optimisation topologique pour le dimensionnement d'échangeurs de chaleur  
géothermiques**

**ALEXANDRE NOËL**

Département de génie mécanique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*  
Génie mécanique

Avril 2023

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Optimisation topologique pour le dimensionnement d'échangeurs de chaleur  
géothermiques**

présenté par **Alexandre NOËL**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

**David VIDAL**, président

**Massimo CIMMINO**, membre et directeur de recherche

**Michaël KUMMERT**, membre

## REMERCIEMENTS

J'aimerais d'abord remercier le professeur Massimo Cimmino. Son encadrement, sa disponibilité, ses connaissances et sa compréhension ont fait en sorte que ces deux dernières années ont été une grande source d'apprentissages pour moi. Merci de m'avoir fait vivre une superbe expérience en participant à la conférence IGSHPA à Las Vegas et d'avoir rendu passionantes ces deux dernières années.

Je tiens ensuite à remercier mes collègues du BEE lab, que ce soit ceux qui ont pris de leur temps pour assister à des pratiques de présentation, ceux avec qui j'ai suivi des cours et avec qui j'ai pu participer à divers événements aux cours des deux dernières années. Une mention particulière à Aziz, Carlos, Geoffrey et Sepher, mes voisins de bureau. Merci pour ces bons moments à vos côtés.

Je veux également souligner l'apport du professeur Michel Bernier tout au long de ma maîtrise. Ses enseignements et son expérience ont été remarquables et ont grandement contribué à la réalisation de ce projet.

Merci aux professeurs David Vidal et Michaël Kummert d'avoir accepté de prendre part à l'évaluation de mon projet comme membres du jury.

Je concluerai en remerciant ma famille et mes amis qui me suivent dans mon parcours scolaire depuis plusieurs années et qui sont une énorme source de support pour moi.

## RÉSUMÉ

Les systèmes géothermiques sont en mesure de combler des besoins en chauffage et en climatisation en permettant les échanges thermiques entre le sol et les bâtiments auxquels ils sont couplés. Cela se fait typiquement au moyen d'échangeurs de chaleur forés dans le sol et d'une pompe à chaleur qui est elle-même reliée au bâtiment. Un seul forage, ou puits géothermique, n'est généralement pas suffisant pour répondre à cette demande, surtout lorsqu'ils sont utilisés pour des applications commerciales. Plusieurs puits géothermiques peuvent donc être nécessaires formant alors un champ de puits géothermique. Un fluide circule entre les puits et la pompe à chaleur. C'est ce fluide qui permet le transfert de chaleur avec le sol. Un deuxième circuit reliant la pompe à chaleur avec le bâtiment permet ensuite le transfert de chaleur avec le bâtiment.

Afin de répondre à une certaine demande énergétique, l'échangeur doit être dimensionné de façon adéquate. Il faut donc déterminer le nombre de puits ainsi que la position et la longueur des puits qui permettra de combler la demande, tout en essayant de réduire au maximum le coût de construction qui est lié entre autres à la longueur totale de forage. Il faut également s'assurer que le fluide qui circule dans les puits soit maintenu à l'intérieur d'une certaine plage de température pour s'assurer du bon fonctionnement du système. Lorsque plusieurs puits sont positionnés à proximité, ils interagissent entre eux. Ce phénomène doit être pris en considération lors du dimensionnement car il affecte directement le nombre de puits qui seront requis.

Les méthodes de dimensionnement conventionnelles cherchent généralement à évaluer la longueur minimale requise pour un nombre et une configuration de puits prédéterminés, et qui est généralement régulière, donc avec un espacement constant entre les puits. Le positionnement des puits n'est pas optimisé avec cette façon de faire et repose sur le concepteur. L'objectif du présent travail est donc de trouver une façon de contrer ce problème en développant une méthode de dimensionnement d'échangeurs de chaleur géothermiques qui utilise les principes d'optimisation topologique pour optimiser la position des puits.

L'optimisation topologique trouve ses origines dans le domaine des structures mécaniques et est une manière de déterminer la distribution de matière qui permet de maximiser les performances structurelles. La majorité des méthodes d'optimisation topologique demande de discrétiser un domaine en plusieurs éléments. Le problème demande ensuite une certaine formulation qui, jumelée à un algorithme d'optimisation robuste, permettra de déterminer quels éléments contiendront de la matière. Les algorithmes les plus efficaces utilisent les dérivées des

fonctions qui composent le problème. La formulation qui est choisie doit donc tenir compte du fait que des dérivées devront être calculées tout au long du processus d'optimisation.

Le problème de dimensionnement formulé est contraint par la température du fluide qui circule dans les puits pour les deux modes de fonctionnement. Le calcul de cette température se fait par l'entremise de l'équation gouvernant la méthode alternative de l'ASHRAE, fréquemment utilisée dans le dimensionnement des champs de puits. Cette méthode tient compte des interactions thermiques entre les puits par l'évaluation de  $g$ -fonctions qui sont des facteurs de réponse thermique adimensionnels. Un autre objectif du projet consiste à adapter la méthode alternative de l'ASHRAE afin d'être compatible avec les problèmes d'optimisation topologique. Pour ce faire, une variable représentant le facteur de présence d'un puit géothermique a été introduite et est prise en compte dans le calcul des  $g$ -fonctions.

Les  $g$ -fonctions sont évaluées par une superposition de la source ligne finie et sont basées sur une condition frontière de flux de chaleur constant pour tous les puits du domaine. Cette condition permet de faciliter le calcul des dérivées de la  $g$ -fonction, mais elle est moins précise que d'autres conditions frontières. Un terme de pénalité de température est donc évalué afin de tenir compte des différences entre l'approximation qui est faite de la  $g$ -fonction, et la  $g$ -fonction de référence. Une formulation analytique de la  $g$ -fonction pour une condition de température de fluide constante entre les puits est proposée et permet une représentation plus juste des échanges thermiques entre les puits.

Le projet a également comme objectif de déterminer l'effet de divers éléments de conception sur les configurations optimales de champs de puits. Une étude sur différents types de domaines et profils de charge a permis de mettre en évidence certains principes de positionnement en fonction de ces paramètres. Pour des profils de charge dominants dans un mode de fonctionnement, les configurations optimales sont irrégulières et se caractérisent par des densités de puits plus grandes au périmètre du domaine. Des configurations régulières peuvent également être considérées comme optimales, mais pour des profils de charge équilibrés de façon équitable entre le chauffage et la climatisation. Finalement, un cas de stockage a été étudié et permet de conclure que des configurations optimales sont formées de puits concentrés en un endroit sur le domaine. Les effets de la géométrie sur le profil de charge sont moins importants mais il a été possible de remarquer que les puits ne devraient pas se trouver près des angles rentrants du domaine, s'il en contient.

Les résultats obtenus par la méthode ne sont pas propices à une utilisation directe de par leur complexité qui est attribuable au grand nombre de variations qu'il serait possible de faire aux configurations et qui donneraient des résultats similaires. Les configurations optimisées sont plutôt une manière d'évaluer l'espacement entre les puits à divers endroits sur le domaine

et les types de configurations les mieux adaptées à une combinaison donnée de paramètres de conception. Dans son état actuel, la méthode est un outil qui aiderait le concepteur dans la phase préliminaire du dimensionnement en identifiant des stratégies de positionnement adaptées aux paramètres de conception.

## ABSTRACT

Geothermal systems are able to satisfy heating and cooling demands by providing a way to exchange thermal energy between the soil and the buildings they are attached to. These systems are usually equipped of ground heat exchangers, which are drilled in the ground, and ground-source heat pumps, which are connected with the building. Using only one ground heat exchanger, or borehole, is typically not enough to fulfill the energy demand, especially in commercial applications. Multiple ground heat exchangers are therefore necessary forming a geothermal bore field. A fluid circulates in a loop connecting the bore field and the heat pump, and using the ground either as a heat source or a heat sink to transfer the heat between the soil and the heat pump. A second loop connects the heat pump to the building. It is in this second loop that the heat is exchanged between the heat pump and the building.

The ground heat exchanger has to be sized according to the energy demand it is used for. It is therefore necessary to evaluate the number of boreholes, as well as their positions and lengths, that will fulfill the desired needs, while also reducing the construction costs as much as possible. The construction cost is highly dependent on the total drilling length. It is also necessary to ensure that the temperature of the fluid circulating in the boreholes is constrained in heating and in cooling mode to maintain the safe operation of the system. Thermal interactions occur between the boreholes when they are positioned close to each other, and this effect has to be taken into account when sizing the bore field as it directly affects the number of boreholes required.

The most common methods for sizing bore fields typically calculate the total drilling length required to fulfill the demand for a given configuration of boreholes. This configuration is often regular, meaning that the spacing between the boreholes is constant in all directions. The designer is tasked in finding the configuration that will minimize the number of boreholes as much as possible, as these methods do not take this factor into account. The objective of this work is therefore to provide a solution to this problem by developing a method to size ground heat exchangers that uses the principles of topology optimization to optimize bore field configurations.

Topology optimization was first developed for the optimization of mechanical structures as a way to maximize the structural performances by strategically placing the material. Most topology optimization methods work on discretized domains. Topology optimization problems require a specific formulation depending on the approach. The problem is then solved using robust optimization algorithms that are for the most part gradient-based. The



derivatives of the functions used to define the problem are therefore required to perform the optimization, and this has to be taken into account when formulating the problem.

The proposed optimization problem minimizes the required number of boreholes, while being constrained by the average temperature of the fluid circulating in the boreholes. The alternative ASHRAE sizing method, which is a common sizing method, is used to evaluate this temperature for any given configuration. The method uses  $g$ -functions, which are dimensionless thermal response factors, to measure the thermal interactions between the boreholes. Another objective of the project is to adapt the alternative ASHRAE sizing method in order to be compatible with the formulation of topology optimization problems. A variable defined as the borehole presence fraction is introduced for this purpose and is used in the evaluation of the  $g$ -functions.

The  $g$ -functions are evaluated based on the superposition of the finite line source solution for a uniform heat transfer rate condition on all boreholes. This formulation of the  $g$ -function has the advantage of being easily differentiable, but is not as precise as other boundary conditions frequently encountered. A temperature penalty factor is evaluated for this purpose and is used to account for the differences between the first approximation of the  $g$ -functions and the reference  $g$ -function. An analytical formulation of the  $g$ -function for an average fluid temperature condition is proposed and provides a more precise approximation of the  $g$ -functions.

Another objective of the project is to evaluate the impact of various design variables on the optimal bore field configurations. A study on different domain shapes and ground load profiles highlighted some design strategies that can be used to reduce the number of boreholes required in a bore field. Irregular configurations with a higher density of boreholes on the perimeter compared to the center are more desirable for dominant load profiles in one of the two modes of operation. Regular configurations can still be considered as optimal configurations when the ground load profile is balanced between the heating and the cooling mode. A case of seasonal storage has also been presented and showed that the optimal configurations are obtained when the boreholes are regrouped together in one part of the domain. The effects of the geometry on the configurations were shown to be less important, as some of the same strategies can be applied on all kinds of domain shapes. It has however been showed that the boreholes should be positioned away from the reflex angles for concave design domains.

The results provided by the topology optimization method are not suitable for a direct use as they are complex. The complexity in the results may be due to the high number of configurations that would lead to similar results. The optimized configurations obtained

with the proposed method are a way to provide different placement strategies for a given set of design constraints, and evaluate optimized spacings between the boreholes in different parts of the domain. The sizing method proposed in this work is primarily a tool to guide the designer in the early stages of the design process by providing various placement strategies adapted to a specific set of design constraints.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	x
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xiii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xiv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xv
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xix
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Définitions et concepts de base . . . . .	1
1.1.1 Principes généraux des systèmes géothermiques et de leur dimensionnement . . . . .	1
1.1.2 Notions sur l'optimisation topologique . . . . .	5
1.2 Éléments de la problématique . . . . .	5
1.3 Objectifs de recherche . . . . .	6
1.4 Organisation du travail et plan du mémoire . . . . .	7
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	8
2.1 Modélisation des champs de puits . . . . .	8
2.1.1 Facteurs de réponse thermique . . . . .	9
2.1.2 Résistances thermiques . . . . .	16
2.2 Méthodes traditionnelles de dimensionnement de champs de puits . . . . .	16
2.2.1 Méthode de dimensionnement de l'ASHRAE . . . . .	18
2.2.2 GLHEPRO . . . . .	19
2.2.3 EED . . . . .	19
2.2.4 TRNSYS . . . . .	19
2.2.5 Résumé des méthodes traditionnelles de dimensionnement . . . . .	20
2.3 Optimisation topologique . . . . .	20

2.3.1	Types de problèmes d'optimisation topologique . . . . .	20
2.3.2	Approches de résolution de problèmes d'optimisation topologique . .	21
2.3.3	Applicabilité pour le dimensionnement de champs de puits géothermiques	23
CHAPITRE 3 ARTICLE 1 : TOPOLOGY OPTIMIZATION OF GEOTHERMAL		
BORE FIELDS USING THE METHOD OF MOVING ASYMPTOTES . . . . .		
		25
3.1	Abstract . . . . .	25
3.2	Introduction . . . . .	25
3.2.1	Current state of GHE designs . . . . .	26
3.2.2	Topology Optimization . . . . .	28
3.3	Methodology . . . . .	29
3.3.1	Problem formulation . . . . .	30
3.3.2	Optimization procedure . . . . .	35
3.4	Results . . . . .	39
3.4.1	Case 1: Base case . . . . .	42
3.4.2	Case 2: Omitting the temperature penalty . . . . .	43
3.4.3	Case 3: Equal hourly and monthly loads . . . . .	44
3.4.4	Case 4: Balanced loads . . . . .	47
3.5	Discussion and conclusions . . . . .	47
3.5.1	Impact of ground load profile . . . . .	47
3.5.2	Impact of geometry . . . . .	49
3.5.3	Limitations . . . . .	49
3.5.4	Contributions . . . . .	50
3.5.5	Future work . . . . .	50
3.6	Acknowledgments . . . . .	51
3.7	Disclosure Statement . . . . .	51
CHAPITRE 4 DIMENSIONNEMENT POUR LE STOCKAGE THERMIQUE SAI-		
SONNIER . . . . .		
		52
4.1	Cas étudié . . . . .	52
4.1.1	Résultats . . . . .	53
4.1.2	Discussion . . . . .	54
CHAPITRE 5 DISCUSSION GÉNÉRALE . . . . .		
		57
CHAPITRE 6 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS . . . . .		
		59
6.1	Synthèse des travaux . . . . .	59

6.2 Limitations de la solution proposée . . . . .	60
6.3 Améliorations futures . . . . .	60
RÉFÉRENCES . . . . .	62
ANNEXES . . . . .	70

## LISTE DES TABLEAUX

Table 3.1	Bore Field Parameters . . . . .	41
Table 3.2	Summary of the Different Cases . . . . .	42
Table 3.3	Optimization parameters . . . . .	42
Table 3.4	Total number of boreholes for all cases . . . . .	42
Table 3.5	Total drilling length in meters for all cases . . . . .	42
Tableau 4.1	Profil de charge pour le cas de stockage . . . . .	53
Tableau 4.2	Paramètres d'optimisation pour le cas de stockage . . . . .	53
Tableau 4.3	Nombre de puits et longueur totale de forage pour le cas de stockage	53
Tableau 4.4	Nombre de noeuds considérés par rapport à la fraction de présence d'un puit . . . . .	55
Table A.1	Parameters Used in the Simulation . . . . .	76
Table A.2	Sizing Results . . . . .	78

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Représentation schématique d'un échangeur géothermique . . . . .	2
Figure 1.2	Paramètres d'un échangeur de chaleur géothermique à considérer . . .	2
Figure 1.3	Évolution de la température du fluide circulant dans les puits sous l'effet d'un profil de charge dominant en climatisation . . . . .	4
Figure 3.1	Borehole geometry and thermal parameters . . . . .	30
Figure 3.2	Bore field optimization procedure . . . . .	36
Figure 3.3	$\rho$ distribution for an optimized bore field with a penalization of $p = 1$	38
Figure 3.4	Comparison between the initial grid (top), the initial function-defined grid (middle) and the refined function-defined grid (bottom) . . . . .	40
Figure 3.5	Optimal configurations for case 1 . . . . .	44
Figure 3.6	Optimal configurations for case 2 . . . . .	45
Figure 3.7	Optimal configurations for case 3 . . . . .	46
Figure 3.8	Optimal configurations for case 4 . . . . .	48
Figure 4.1	Configuration optimisée en stockage . . . . .	54
Figure 4.2	Comparaison entre la solution filtrée à 20% (vert) et la discrétisation du domaine (bleu) . . . . .	56
Figure A.1	Bore field sizing filtered results case 1 (top left), case 2 (top right), case 3 (bottom left), case 4 (bottom right) . . . . .	77
Figure A.2	Detailed sizing results with topology optimization for case 2) . . . . .	78

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Abbreviations

ASE	Matériau Anisotropique, Solide ou Vide (Anisotropic material, Solid or Empty)
BESO	Optimisation Structurelle Évolutive Bi-directionnelle (Bi-directionnal Evolutionary Structural Optimization)
BTES	Stockage Géothermique (Borehole Thermal Energy Storage)
ESO	Optimisation Structurelle Évolutionnaire (Evolutionary Structural Optimization)
EIFT	Température d'Entrée du Fluide Égale (Equal Inlet Fluid Temperature)
GHE	Échangeur de Chaleur Géothermique (Ground Heat Exchanger)
IS	Isotropique-Solide (Isotropic-Solid)
ISE	Isotropique-Solide ou Vide (Isotropic-Solid or Empty)
ISEC	Isotropique-Solide, Vide ou Composé (Isotropic-Solid, Empty or Composite)
ISECP	Isotropique-Solide, Vide, Composé ou Poreux (Isotropic-Solid, Empty, Composite or Porous)
ISEP	Isotropique-Solide, Vide ou Poreux (Isotropic-Solid, Empty or Porous)
LSM	Méthodes des Surfaces de Niveaux (Level-Set Methods)
MMA	Méthode des Asymptotes Mobiles (Method of Moving Asymptotes)
SIMP	Matériau Solide-Isotropique avec Pénalisation (Solid-Isotropic Material with Penalization)
SCI (ICS)	Source cylindrique infinie (Infinite cylinder source)
SLF (FLS)	Source linéique finie (Finite line source)
SLI (ILS)	Source linéique infinie (Infinite line source)
UAFT	Température moyenne de fluide uniforme (Uniform average fluid temperature)
UBWT	Température à la paroi du puit uniforme (Uniform borehole wall temperature)
UHTR	Taux de transfert de chaleur uniforme (uniform heat transfer rate)

### Sigles



## Alphabet latin

<b>b</b>	Matrice des contraintes d'espacement entre les puits (Matrix of the soft constraint of the spacing)
$B$	Espacement entre les puits (Borehole spacing)
$B_{min}$	Espacement minimal entre les puits (Minimal borehole spacing)
$c_{p,f}$	Capacité thermique massique du fluide (Fluid specific heat capacity)
$D$	Profondeur d'enfouissement d'un puits (Borehole buried depth)
$d$	Distance (Distance)
$d_{perimeter}/d_{center}$	Mesure de la distance entre les puits sur le périmètre et au centre du domaine (Measure of the distance between the nodes on the perimeter and on the center of the domain)
$Fo$	Nombre de Fourier (Fourier number)
$f_0$	Fonction objective d'optimisation (Optimization cost-function)
$f_j$	Fonctions contraintes d'optimisation (Optimization constraint functions)
$f_1$	Fonction de contrainte de température en climatisation (Temperature constraint function in cooling)
$f_2$	Fonction de contrainte de température en chauffage (Temperature constraint function in heating)
$G$	Fonction $G$ pour le calcul de la source cylindrique infinie (G function for the evaluation of the infinite cylinder source)
$g$	$g$ -function
$g_0$	Approximation de la $g$ -function ( $g$ -function approximation)
$g_1$	$g$ -function de référence (Reference $g$ -function)
<b>h</b>	Matrice des facteurs de réponse thermique segment à segment (Matrix of segment-to-segment thermal response factor)
$ierf$	Intégrale de la fonction d'erreur (Integral of the error function)
$J_i$	Fonction de Bessel du premier type d'ordre $i$
$k_s$	Conductivité thermique du sol (Ground thermal conductivity)
$L$	Longueur d'un puits (Individual borehole length)
<b>l</b>	Distribution des tailles raffinées des éléments de la grille (Distribution of the refined size of the elements of the grid)
$l_{min}$	Taille minimale des éléments de la grille (Minimum size of the elements of the grid)
$l_{min}^*/l_{max}^*$	Taille nominale minimale et maximale des éléments de la grille (Minimum and maximum nominal size of the grid elements)

$L_{tot}$	Longueur totale de forage (Total drilling length)
$m$	Nombre de contraintes d'optimisation (Number of optimization constraints)
$n$	Taille du vecteur de variables d'optimisation (Size of design variable array)
$n_b$	Nombre de puits (Number of boreholes)
$n_{ref,max}$	Nombre maximal de raffinement à effectuer (Maximum number of refinements to perform)
$n_s$	Nombre de segments par puits (Number of segments per borehole)
$p$	Terme de pénalisation (Penalization term)
$\Delta p$	Incrément de pénalisation
$p_{max}$	Terme de pénalisation maximal (Maximum penalization term)
$Q$	Taux d'extraction de chaleur (Heat transfer rate)
$q$	Taux d'extraction de chaleur par unité de longueur (Heat extraction rate per unit length)
$\bar{q}$	Taux d'extraction de chaleur moyen par unité de longueur (Average heat extraction rate per unit length)
$\tilde{q}$	Taux d'extraction de chaleur normalisé par unité de longueur (Normalized heat extraction rate per unit length)
$r$	Distance radiale par rapport au centre d'un puits (Radial distance from borehole center)
$R_b$	Résistance thermique locale d'un puits (Local borehole thermal resistance)
$r_b$	Rayon d'un puits (Borehole radius)
$R_b^*$	Résistance thermique effective d'un puits (Effective borehole thermal resistance)
$R_g$	Résistance thermique du sol (Ground thermal resistance)
$T_b$	Température à la paroi d'un puits (Borehole wall temperature)
$T_f$	Température du fluide (Fluid temperature)
$T_g$	Température non perturbée du sol (Undisturbed ground temperature)
$T_{h,f}/T_{c,f}$	Température d'entrée du fluide en chauffage et en climatisation (Entering fluid temperature in heating and in cooling)
$T_m$	Température moyenne du fluide (Average fluid temperature)
$(T_m - T_g)_{ref}$	Contrainte de température du fluide (Fluid temperature constraint)
$\Delta T_p$	Pénalité de température (Temperature penalty)
$t$	Temps écoulé (Elapsed time)

$t_s$	Temps caractéristique du champ de puits (Bore field characteristic time)
$\dot{V}_f$	Débit de fluide (Fluid flow rate)
$(\mathbf{x}_{\text{ref}}, \mathbf{y}_{\text{ref}})$	Coordonnées des noeuds de la grille initiale (Initial coordinates of the nodes on the grid)
$Y_i$	Fonction de Bessel du deuxième type d'ordre $i$
$z$	Distance le long d'un puits (Distance along borehole)
Alphabet grec	
$\alpha_s$	Diffusivité thermique du sol (Ground thermal diffusivity)
$\Gamma$	Facteur de réponse thermique (Thermal response factors)
$\Delta$	Variation/Incrément (Variation/Increment)
$\Theta_b$	Température adimensionnelle à la paroi d'un puits (Dimensionless borehole wall temperature)
$\Theta_f$	Température adimensionnelle du fluide (Dimensionless fluid temperature)
$\rho$	Variable d'optimisation (Design variable)
$\hat{\rho}$	Distribution normalisée de $\rho_{ref}$ (Normalized distribution of $\rho_{ref}$ )
$\rho_f$	Densité du fluide (Fluid density)
$\rho_{ref}$	Distribution optimisée de la variable d'optimisation sans pénalisation (Non-penalized optimized design variable distribution)
$\phi$	Fonction de surface de niveaux (Level-set function)

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	ARTICLE 2 : DEVELOPMENT OF A TOPOLOGY OPTIMIZATION METHOD FOR THE DESIGN OF GROUND HEAT EXCHANGERS . . . . .	70
----------	--	----

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

La géothermie est une source d'énergie qui permet de répondre à des besoins en chauffage et en climatisation en utilisant le sol pour extraire ou rejeter de la chaleur. Cela se fait au moyen d'échangeurs de chaleur qui sont en fait des forages faits dans le sol et dans lesquels circule un fluide caloporteur. Le dimensionnement des échangeurs de chaleur se fait lors de la conception du système géothermique et consiste en l'évaluation du nombre de forages à faire ainsi que leur longueur afin de s'assurer d'avoir une capacité suffisante en chauffage et en climatisation pour répondre à une certaine demande énergétique.

Quelques principes généraux sur les échangeurs de chaleur géothermiques seront détaillés, en plus d'une introduction à l'optimisation topologique et à son intérêt dans le cadre du dimensionnement de champs de puits géothermiques.

### 1.1 Définitions et concepts de base

#### 1.1.1 Principes généraux des systèmes géothermiques et de leur dimensionnement

Les systèmes utilisés sont typiquement composés d'un échangeur de chaleur dans le sol ainsi que d'une pompe à chaleur connectée à un bâtiment. L'échangeur de chaleur dans le sol est en fait un forage dans lequel est inséré un ou plusieurs tuyaux en U et qui est ensuite rempli d'un coulis. La combinaison de l'échangeur et de la pompe à chaleur permet de faire le lien entre le sol et le bâtiment. Un fluide caloporteur circule dans ce circuit. Le fluide permet l'échange de chaleur entre le sol et la pompe à chaleur. Le transfert de chaleur vers le bâtiment se fait ensuite au travers de la pompe à chaleur. La Figure 1.1 représente schématiquement un échangeur géothermique. Ce schéma se limite au cas d'échangeurs de chaleur verticaux, qu'on appelle également des puits géothermiques, connectés en parallèle. La connexion en parallèle signifie que le fluide qui entre dans les puits est à la même température pour tous les puits, ce qui correspond au cas étudié dans le cadre de ce projet. Les paramètres importants à considérer pour un échangeur de chaleur géothermique sont présentés dans la Figure 1.2 où  $D$  est la profondeur d'enfouissement des puits,  $L$  est la longueur d'un puits,  $r_b$  est le rayon d'un puits, et  $T_g$ ,  $\alpha_s$  et  $k_s$  sont respectivement la température du sol, la diffusivité thermique du sol et la conductivité thermique du sol.

Tout au long de son opération, un bâtiment aura des demandes énergétiques en chauffage et en climatisation, et ces demandes sont affectées par plusieurs facteurs qu'ils soient propres

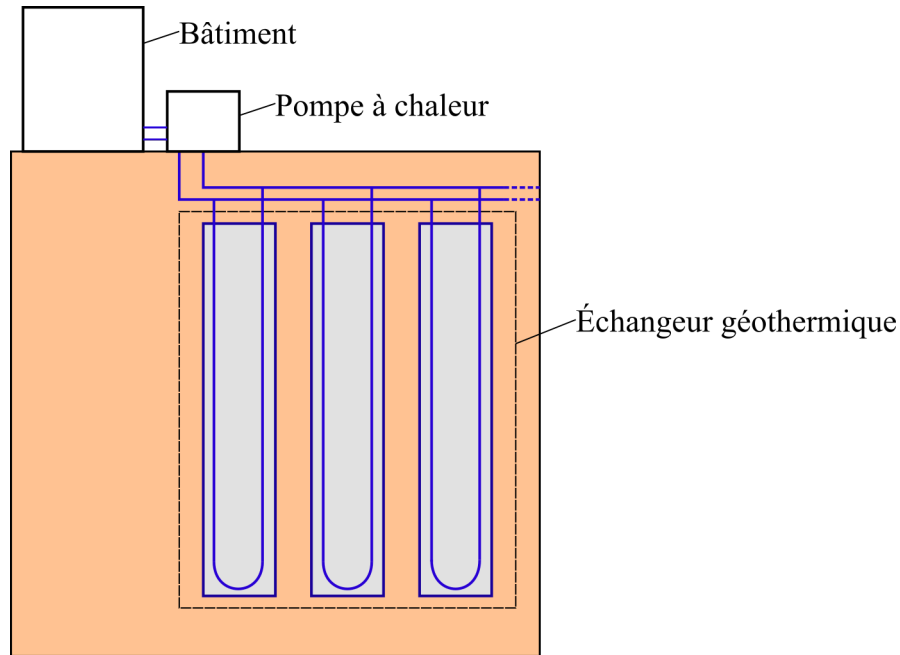


FIGURE 1.1 Représentation schématique d'un échangeur géothermique

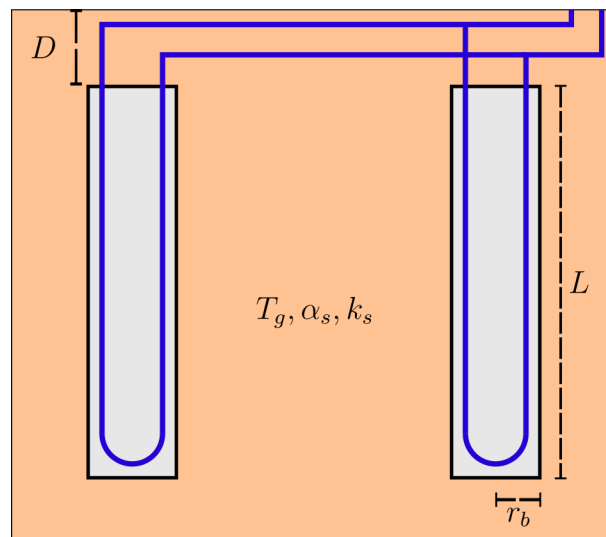


FIGURE 1.2 Paramètres d'un échangeur de chaleur géothermique à considérer

au bâtiment ou bien à l'environnement qu'il occupe. Des exemples de facteurs propres au bâtiment sont : son enveloppe, ses occupants ou encore ses systèmes. Des facteurs externes seraient par exemple, la température extérieure ou encore l'ensoleillement. Les demandes énergétiques évoluent donc grandement, autant pour des périodes relativement courtes (une journée) que longues (plusieurs années). Dans le cas où ces besoins sont satisfaits par un échangeur de chaleur géothermique, ce dernier doit être dimensionné de façon à pouvoir y

répondre.

L'objectif principal du dimensionnement d'un échangeur de chaleur géothermique est d'abord et avant tout de pouvoir répondre à la demande énergétique souhaitée. Le dimensionnement peut se faire sur plusieurs fronts : la longueur des puits, leur nombre, ainsi que leur positionnement. Si la longueur est généralement contrainte par la longueur maximale à laquelle il est possible de forer dans le sol, le nombre et le positionnement des puits sont influencés par la demande ainsi que par les phénomènes physiques qui se déroulent dans le sol. Dans le cas où la demande est en chauffage, et donc que la chaleur est extraite du sol, le fluide doit circuler à une température inférieure à celle du sol. À mesure que la chaleur est extraite, la température du sol autour du puits viendra à diminuer. La diminution de la température du fluide permettra de continuer de répondre à la demande. Il y a par contre une limite à laquelle il est possible de diminuer cette température, le tout pour des raisons opérationnelles, entre autres pour prévenir le gel du fluide. Il convient alors de forer plusieurs puits de manière à répartir la demande à divers endroits dans le sol pour que le système puisse opérer à une température sécuritaire. Cependant, des puits rapprochés interagissent ensemble, ce qui peut encore une fois entraîner la diminution de la température du fluide. Dans le cas de l'opération en climatisation, la chaleur est maintenant rejetée dans le sol. Un phénomène similaire est observable mais dans ce cas-ci, la température autour des puits augmentera et le fluide doit être maintenu en deçà d'une certaine valeur. La Figure 1.3 illustre ce phénomène pour une période de dix ans d'opération d'un champ de puits soumis à un profil de charge dominant en climatisation, où la température du fluide tend à augmenter afin de pouvoir répondre à la demande énergétique. Également, la variation de température autour des puits causée par le rejet ou l'extraction de chaleur jumelé aux interactions entre les puits fait en sorte que certaines zones sont susceptibles de devenir plus froides dans le cas d'une opération en chauffage, ou plus chaudes dans le cas d'une opération en climatisation. Les puits situés dans ces zones ne pourront pas échanger autant de chaleur avec le sol que ceux situés dans des zones où la température aurait moins varié.

L'inclinaison des puits peut être un autre facteur qui affectera les échanges thermiques dans le sol, et par le fait même les performances de l'échangeur de chaleur, mais ce dernier ne sera pas abordé dans ce travail. Outre ces éléments qui font partie des manières possibles d'arranger les puits, les caractéristiques mêmes des puits peuvent influencer la quantité de chaleur pouvant être rejetée ou extraite du champ de puits. Ainsi, le fluide utilisé, le nombre de tuyaux utilisés, les matériaux utilisés pour le coulis et les tuyaux sont tous des aspects qui vont directement affecter la résistance thermique du puits, autrement dit sa capacité à transférer la chaleur entre le fluide et la paroi extérieure du puits.

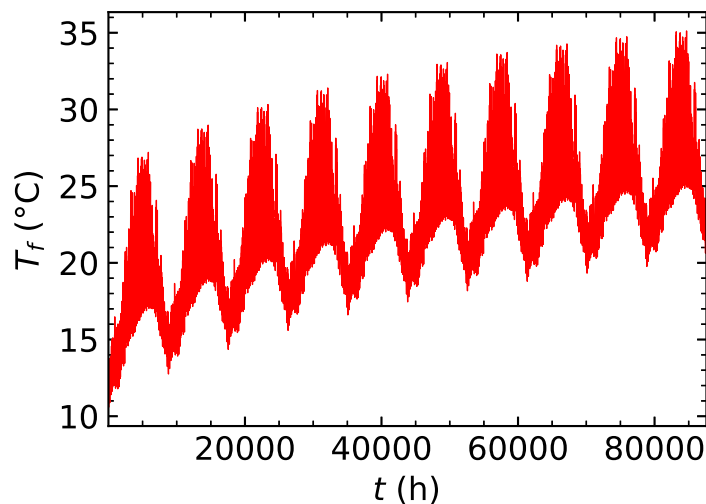


FIGURE 1.3 Évolution de la température du fluide circulant dans les puits sous l'effet d'un profil de charge dominant en climatisation

Outre la longueur maximale de forage et la température du fluide, diverses contraintes doivent également être considérées. La superficie disponible ainsi que les propriétés du sol affectent le dimensionnement du champ de puits. Un dimensionnement bien fait en est également un qui vient diminuer les coûts de construction. Les coûts de construction sont souvent assez élevés dans le cas des échangeurs de chaleur géothermiques et c'est un frein important dans son instauration à plus grande échelle. Bien que d'autres éléments sont susceptibles d'affecter le coût de construction, le nombre de puits et donc la longueur totale de forage sont typiquement les éléments qui affectent le plus fortement le coût du système.

L'approche traditionnelle de dimensionnement consiste à évaluer la longueur totale de forage requise pour une configuration de champ de puits prédéterminée. Il existe des outils et des méthodes de calculs qui permettent l'évaluation de cette longueur de forage. Ainsi, le nombre et le positionnement des puits n'est considéré que par le concepteur qui doit souvent évaluer la longueur des puits pour diverses configurations, de façon itérative, jusqu'à l'atteinte d'un résultat satisfaisant. Également, les configurations qui sont choisies avec cette méthode sont souvent uniformes, c'est-à-dire que l'espacement entre les puits est constant. Cette façon de faire n'est peut-être pas optimale pour positionner les puits et il peut s'avérer pertinent d'évaluer les performances de l'échangeur pour différentes configurations de champs de puits.



### 1.1.2 Notions sur l'optimisation topologique

L'optimisation topologique est un domaine qui tire ses origines de celui des structures mécaniques. Son objectif est de déterminer le positionnement de la matière dans un domaine afin d'obtenir les meilleures performances structurelles possibles [1]. Son application s'étend aujourd'hui à plusieurs autres domaines de recherche. Une autre façon d'expliquer l'optimisation topologique est de le voir comme une manière d'optimiser à la fois la forme et la topologie d'un domaine pour en maximiser les performances [2].

Les problèmes d'optimisation topologique sont formulés à partir d'une fonction objective  $f_0$  qui est à minimiser et d'une ou plusieurs fonctions contraintes ( $f_j$  pour  $j = 1, \dots, m$ ). À titre d'exemple, le problème typique d'optimisation topologique dans le cadre des structures est de minimiser la déformation sous une contrainte de volume de matière maximal. Les domaines sont généralement discrétisés en éléments, et l'objectif est de déterminer lesquels de ces éléments doivent contenir ou non de la matière afin de respecter les contraintes du problème tout en minimisant la fonction objective. Ce sont donc des problèmes qui sont discrets. Il existe différentes manières d'approcher les problèmes d'optimisation topologique, que ce soit de façon discrète ou de façon continue. Un exposé des différentes méthodes communément utilisées sera fait dans la section 2.3.

Le parallèle à faire avec le problème du dimensionnement de champs de puits géothermiques est que l'on cherche généralement à trouver les endroits dans le domaine où positionner les puits de façon à réduire le nombre de puits, ou encore à augmenter l'efficacité individuelle des puits. Cela fait donc de l'optimisation topologique une avenue potentielle afin d'aider au dimensionnement de champs de puits géothermiques.

## 1.2 Éléments de la problématique

Le dimensionnement des champs de puits géothermiques est une étape cruciale du processus de construction d'un échangeur de chaleur géothermique. Lorsque sous-dimensionné, le système n'accomplira pas le travail attendu, alors qu'un surdimensionnement pourrait entraîner une augmentation des coûts et de la complexité du système. Comme il sera abordé dans les prochains chapitres, diverses méthodes existent afin de dimensionner adéquatement les champs de puits géothermiques, chacune présentant ses propres avantages et inconvénients.

Les modèles et les outils utilisés pour dimensionner les champs de puits se sont grandement améliorés dans les dernières années. À titre d'exemple, les premiers modèles permettant d'évaluer la variation de température autour des puits étaient des modèles numériques et nécessitaient plusieurs heures de calculs. Ces calculs peuvent maintenant se faire à l'échelle

de quelques secondes grâce à l'introduction de modèles analytiques pour modéliser les phénomènes thermiques liés aux échangeurs de chaleur géothermiques et aux progrès en informatique et en programmation. Les modèles analytiques sont également devenus plus précis et représentent plus fidèlement les différents phénomènes thermiques dans le sol. Cela a permis la réalisation de plusieurs études sur les configurations de champs de puits et de se rendre compte de l'importance du positionnement et du nombre de puits sur le dimensionnement.

Divers principes de dimensionnement ont été identifiés au fil des ans et permettent généralement de diminuer le nombre de puits et d'équilibrer la charge des puits, mais la question demeure à savoir à quel point ces principes permettent de dimensionner de façon optimale les champs de puits géothermiques compte tenu des nombreux paramètres dont il faut tenir compte. De plus, comme soulevé précédemment, les méthodes et les outils couramment utilisées pour le dimensionnement ont le désavantage de se baser sur des configurations prédéterminées, ou bien limitent les types de configurations qui peuvent être générées pour évaluer une longueur requise de forage. Ces dernières sont souvent contraintes à des arrangements réguliers des puits. Également, tel que soulevé par Spitler et al. [3], peu de recherches ont été effectuées sur les stratégies irrégulières de placement de puits, entre autres en raison des outils qui ne permettaient pas de le faire jusqu'à tout récemment.

C'est donc en grande partie grâce à l'amélioration des modèles thermiques et aux progrès technologiques qu'il est maintenant possible de se pencher sur le développement de méthodes de dimensionnement qui optimisent à la fois la longueur de forage comme c'est le cas des méthodes traditionnelles, mais également le nombre et le positionnement des puits, le tout de façon automatique.

### 1.3 Objectifs de recherche

Face aux différents éléments présentés précédemment, l'objectif du présent travail de recherche est d'appliquer les principes d'optimisation topologique pour le dimensionnement de champs de puits géothermiques.

Les objectifs secondaires associés au projet sont les suivants :

1. Adapter les méthodes de dimensionnement et les modèles thermiques pour appliquer l'optimisation topologique au dimensionnement.
2. Étudier l'effet des éléments de conception sur les configurations optimales de champs de puits.

Ce travail découlerait vers une nouvelle méthode automatisée pour dimensionner des champs de puits.

## 1.4 Organisation du travail et plan du mémoire

Afin de pouvoir répondre aux objectifs du travail, il est nécessaire de formuler un problème d'optimisation qui permet de prendre en considération les différents aspects du dimensionnement de champs de puits géothermiques. Cette formulation doit également être compatible avec les principes d'optimisation topologique. La deuxième partie du travail consiste à appliquer la méthode développée pour plusieurs combinaisons de paramètres de conception afin de déterminer leurs effets sur les configurations optimales de champs de puits.

Le Chapitre 2 constitue d'abord une revue de la littérature pertinente au sujet. La modélisation des champs de puits, leur dimensionnement ainsi que les bases théoriques de l'optimisation topologique y seront présentées. Le Chapitre 3 présente un article soumis à la revue *Science and Technology for the Built Environment* qui s'intitule *Topology optimization of geothermal bore fields using the method of moving asymptotes*, et qui constitue le corps du présent mémoire. Ce chapitre est également un complément à certains aspects de la revue de littérature. Le modèle mathématique ainsi que la majorité des résultats obtenus avec la méthode y sont concentrés. Le Chapitre 4 présente une étude sur le dimensionnement de champs de puits pour un cas de stockage. S'en suit une discussion générale de la méthode au Chapitre 5. Le Chapitre 6 expose finalement les conclusions du travail ainsi que les éléments pertinents à considérer pour la suite du projet. L'Annexe A est un article de conférence présenté lors de l'*International Ground Source Heat Pump Association Annual Conference* à Las Vegas et qui se nomme *Development of a topology optimization method for the design of ground heat exchangers*. La première itération de la méthode y est détaillée et présente certains résultats complémentaires dont une comparaison de la méthode d'optimisation topologique avec une méthode traditionnelle de dimensionnement.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Le dimensionnement de champs de puits peut se diviser en deux parties. D'abord il est essentiel d'établir un modèle thermique dans le sol et dans les puits eux-mêmes afin de bien représenter les différents phénomènes thermiques qui se déroulent dans le champ de puits. Il est ensuite nécessaire d'établir un ou plusieurs critères de dimensionnement qui feront le pont entre les besoins énergétiques du bâtiment et l'échangeur de chaleur dans le sol.

La revue de littérature présentée dans l'article du Chapitre 3 est complémentaire à celle présentée dans ce chapitre. La revue de littérature est divisée de la façon suivante. La section 2.1 traitera des différentes façons de modéliser les échanges thermiques dans le sol, la section 2.2 traitera du dimensionnement de champs de puits, et la section 2.3 servira à décrire les méthodes et approches d'optimisation topologique les plus fréquemment rencontrées. Une revue des investigations menées par rapport à l'optimisation des configurations de champs de puits ainsi qu'un portrait des dernières avancées en matière de méthodes de dimensionnement sont présentés dans le Chapitre 3.

### 2.1 Modélisation des champs de puits

Typiquement, la modélisation de champs de puits géothermiques se fait en modélisant d'abord le transfert de chaleur dans le sol dû à l'extraction de chaleur et à l'interaction thermique entre les puits. Cette première étape permet d'évaluer la température à la paroi du puits. La deuxième étape requiert de modéliser le transfert de chaleur à la paroi du puits, donc entre la paroi du puits et le fluide. Ce transfert de chaleur est généralement représenté par un modèle de résistances thermiques. L'objectif de la modélisation dans le cadre du dimensionnement est de prédire la température du fluide qui circule dans les puits à mesure que la chaleur est extraite ou rejetée dans le sol. En effet, cette température est souvent considérée dans les contraintes de dimensionnement.

Deux types de modèles sont utilisés : les modèles numériques et les modèles analytiques. Les modèles numériques sont assez précis, mais nécessitent la génération de maillages appropriés et sont souvent assez lourds en calculs. Les modèles analytiques, de leur côté, sont très variés et présentent chacun des avantages et des inconvénients que ce soit au niveau du temps de calcul que du niveau de précision. Le processus de dimensionnement requiert souvent un certain processus itératif, que ce soit pour déterminer la longueur requise des puits ou bien pour tester différentes configurations. Les modèles numériques sont donc peu utilisés

pour accomplir cette tâche. Les modèles analytiques sont plus souvent utilisés puisqu'ils sont beaucoup plus rapides. L'évolution des modèles analytiques sera détaillée dans la présente section.

### 2.1.1 Facteurs de réponse thermique

Les facteurs de réponse thermique permettent d'évaluer la variation de température à une distance quelconque d'une source de chaleur soumis à une charge d'extraction ou de rejet de chaleur, le tout en fonction du temps. Pour les puits géothermiques, ces facteurs sont utilisés afin de calculer la variation de la température à la paroi du puits par rapport à la température non perturbée du sol :

$$T_b - T_g = \frac{Q \cdot \Gamma(r_b, t)}{L} \quad (2.1)$$

où  $T_b$  est la température à la paroi du puits,  $T_g$  est la température non perturbée du sol,  $Q$  est le taux de chaleur extraite ou rejetée en W,  $L$  est la longueur du puits en m,  $r_b$  est le rayon du puits en m et  $\Gamma$  est le facteur de réponse thermique exprimé en m-K/W.

Divers modèles ont été développés afin de calculer ces facteurs. Ces modèles diffèrent en fonction de la façon de représenter les puits géothermiques ainsi que par la précision et la complexité des calculs. Les principaux modèles seront présentés.

**Source ligne infinie (SLI)** La SLI représente les puits comme des lignes de longueur infinie. Le transfert de chaleur considéré n'est qu'en une seule dimension. Ingersoll et Plass [4] ont développé une solution analytique de la source linéique infinie de manière à calculer la température, considérée comme constante peu importe la profondeur dans le sol, à une distance  $r$  de l'axe du puits :

$$\Gamma(r, t) = \frac{1}{2\pi k_s} \int_{\frac{r}{2\sqrt{\alpha t}}}^{\infty} \frac{e^{-\beta^2}}{\beta} d\beta \quad (2.2)$$

où  $k_s$  est la conductivité thermique du sol en W/m-K,  $r$  est la distance par rapport à l'axe du puits,  $\alpha_s$  est la diffusivité thermique du sol en m<sup>2</sup>/s et  $t$  est le temps écoulé en secondes. La distance  $r = r_b$  est donc utilisée afin de calculer cette valeur à la paroi du puits.

La SLI est relativement simple à implémenter et à calculer et c'est ce qui en fait son attrait. Elle néglige cependant les effets axiaux ce qui diminue son niveau de précision pour de longues périodes de temps. Elle est également moins précise pour évaluer la variation de température pour des puits plus courts [5].

**Source cylindrique infinie (SCI)** La SCI représente le puits comme étant un cylindre de longueur infinie. La solution proposée par Carslaw et Jaeger [6] permet de faire l'évaluation analytique de cette solution qui se base sur le calcul des facteurs  $G$  :

$$\Gamma(r, t) = \frac{G(F_0, \frac{r}{r_b})}{k_s} \quad (2.3)$$

avec

$$G(F_0, \frac{r}{r_b}) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty (e^{-\beta^2 F_0} - 1) \frac{J_0\left(\frac{r}{r_b}\beta\right) Y_1(\beta) - Y_0\left(\frac{r}{r_b}\beta\right) J_1(\beta)}{\beta^2 (J_1^2(\beta) + Y_1^2(\beta))} d\beta \quad (2.4)$$

où  $F_0$  est le nombre de Fourier donné par  $\frac{\alpha_s t}{r^2}$ , et où  $J$  et  $Y$  sont les fonctions de Bessel du premier et du deuxième type d'ordre 0 et 1.

La SCI, tout comme la SLI, évalue la température à une distance  $r$  de l'axe du puits, et ce, en 1D. Elle est généralement plus précise pour évaluer la température près du centre du puits ainsi que pour de courtes périodes de temps [5].

**Source ligne finie (SLF)** La source ligne finie se différencie des deux premiers modèles par le fait que les effets considérés sont en deux dimensions et que les puits sont de longueur finie. En effet, l'intérêt de la SLF vient du fait que les effets axiaux des puits deviennent de plus en plus importants plus le temps avance, ce qui fait de la SLF un modèle plus précis que la SLI ou la SCI. Les profils de température varient donc à la fois avec la distance  $r$  à partir de l'axe du puits, mais aussi avec la profondeur  $z$  le long du puits. Il est à noter que le développement de la SLF s'est souvent fait conjointement à celui des  $g$ -fonctions, qui sont une autre façon de calculer des facteurs de réponse thermique. Les  $g$ -fonctions ont d'abord été proposées par Eskilson [7] qui a utilisé un schéma aux différences finies afin de les calculer. Ces fonctions ont la particularité de dépendre de paramètres adimensionnels. Vu la complexité du modèle numérique utilisé, autant par rapport à son implémentation que sur son temps de calculs élevé, l'idée de développer des méthodes analytiques pour calculer plus rapidement les  $g$ -fonctions a fait son chemin. C'est un des aspects qui a motivé plusieurs développements effectués sur la SLF. Les  $g$ -fonctions seront présentées plus loin dans ce chapitre.

La première solution de la SLF est attribuée à Eskilson [7] qui l'a utilisée afin d'approximer les solutions qu'il a obtenues avec les  $g$ -fonctions. Divers auteurs ont ensuite fait usage de la SLF ou encore l'ont adaptée pour en faciliter les calculs. Zeng et al. [8] et Diao et al [9] se sont servis de la SLF afin de calculer des  $g$ -fonctions de façon analytique. Deux approches ont été utilisées : la première consiste à évaluer la température au milieu du puits alors que la deuxième évalue la température moyenne le long du puits. La deuxième option est la plus

juste des deux, mais vient avec l'inconvénient de résoudre une intégrale double au lieu d'une intégrale simple. Les auteurs ont jugé que les erreurs entre les deux étaient négligeables et leur application de la SLF s'est faite en calculant la température au milieu du puits pour des raisons pratiques.

Le problème de la double intégrale a été adressé par Lamarche et Beauchamp [10] dans le cas où la profondeur d'enfouissement du puits est de 0 m. Claesson et Javed [11] ont eux aussi réduit le calcul de la SLF à une seule intégrale, s'appliquant dans le cas où la profondeur d'enfouissement est plus grande ou égale à 0 m. Cette solution est donnée par :

$$\Gamma(r, t) = \frac{1}{4\pi k_s} \int_{\frac{1}{\sqrt{4\alpha_s t}}}^{\infty} e^{-r^2 s^2} \frac{I_{ls}(Ls, Ds)}{Ls^2} ds \quad (2.5)$$

avec

$$I_{ls}(Hs, Ls) = 2 \cdot \text{ierf}(Ls) + 2 \cdot \text{ierf}(Ls + 2Ds) - \cdot \text{ierf}(2Ls + 2Ds) - \cdot \text{ierf}(2Ls) \quad (2.6)$$

où  $\text{ierf}(x)$  est l'intégrale de la fonction d'erreur, et  $D$  est la profondeur d'enfouissement du puits en m. La solution a été généralisée par Cimmino et Bernier [12]. Elle s'applique maintenant à des puits qui ont des profondeurs d'enfouissement et des longueurs variables.

Les trois modèles analytiques présentés précédemment servent à calculer le changement de température à une distance  $r$  du puits. Dans le cas des échangeurs de chaleur géothermiques, les puits interfèrent entre eux. Le principe de superposition spatiale permet d'évaluer toutes ces interactions. Le principe stipule que les perturbations en un point donné correspondent à la somme des perturbations causées par tous les puits en ce point. Ainsi, dans les cas où le taux de transfert de chaleur est constant pour des puits de même longueur, et en reprenant l'Équation 2.1, la température à la paroi de chaque puits serait donnée par :

$$T_{b,i}(t) = T_g + \frac{Q}{L} \sum_{j=1}^{n_b} \Gamma(r_{ij}, t) \quad (2.7)$$

où  $n_b$  est le nombre de puits dans l'échangeur et  $r_{ij}$  correspond à la distance entre le  $i$ -ème puits et le  $j$ -ième puits. Dans le cas où  $i = j$  la distance considérée est  $r_b$ , soit le rayon du puits.

En jumelant donc le principe de superposition spatiale avec les modèles analytiques présentés précédemment, il est possible de calculer la température à la paroi de tous les puits qui composent l'échangeur de chaleur géothermique.

L'Équation 2.7 s'applique dans le cas où la charge au sol est constante dans le temps. Dans

la majorité des applications par contre, la charge au sol est variable et la température à la paroi du puits est influencée par cette variation de la charge. Il est possible d'appliquer le principe de superposition temporelle qui tient compte de l'historique du profil de charge dans le calcul de la température à la paroi des puits. Ci-dessous, la superposition temporelle tel que présentée par Eskilson [7] couplée à la superposition spatiale :

$$T_{b,i}(t_k) = T_g + \frac{1}{L} \sum_{p=1}^k \sum_{j=1}^{n_b} (Q_p - Q_{p-1}) \Gamma(r_{ij}, t_k - t_{p-1}) \quad (2.8)$$

L'Équation 2.8 devient cependant lourde en calculs pour de longues périodes de temps ou encore lorsque la résolution du profil de charges est élevée. D'autres méthodes existent afin de tenir compte de la superposition temporelle, comme l'agrégation des charges. Introduite par Yavuzturk et Spitler [13], cette méthode consiste à regrouper certaines portions de l'historique du profil de charges ensemble afin de réduire le nombre de termes considérés dans l'Équation 2.8, et donc de réduire le temps de calculs. Tel que soulevé par ces auteurs, l'applicabilité de la méthode part du fait que chacune des charges a de moins en moins d'impact plus le temps évolue.

**g-functions** Les *g*-functions sont des fonctions sans dimension qui permettent de calculer des facteurs de réponse thermique. Elles ont d'abord été introduites par Eskilson [7]. L'évaluation du facteur de réponse thermique par les *g*-functions se fait de la façon suivante :

$$\Gamma(t) = \frac{1}{2\pi k_s} g\left(\frac{t}{t_s}, \frac{r_b}{L}, \frac{B}{L}, \frac{D}{L}\right) \quad (2.9)$$

Les *g*-functions sont fonctions des paramètres  $\frac{t}{t_s}$ ,  $\frac{r_b}{L}$ ,  $\frac{B}{L}$  et  $\frac{D}{L}$ , où  $t_s$  est le temps caractéristique du champ de puits donné par  $\frac{L^2}{9\alpha_s}$ , et  $B$  est l'espacement entre les puits. Deux champs de puits qui ont ces mêmes paramètres auront donc les mêmes *g*-functions.

L'approche originale d'Eskilson était de résoudre le problème de transfert de chaleur par un schéma aux différences finies avec comme condition frontière que la température à la paroi des puits est uniforme sur la longueur du puits, et identique pour tous les puits. Il s'agit d'une hypothèse valide dans le cas de puits connectés en parallèle, puisque dans ce scénario, le fluide qui entre dans les puits est à la même température pour tous les puits. Cela fait également en sorte que le taux de transfert de chaleur à la paroi des puits varie le long de ceux-ci. L'approche numérique d'Eskilson est cependant lourde en calculs et est de plus en plus longue à évaluer plus le nombre de puits considérés augmente. Divers modèles analytiques ont donc été développés afin de simplifier les calculs. Ces modèles analytiques



se différencient par la condition frontière qui est appliquée et qui implique des degrés de complexité et de précision qui varient, et par le facteur de réponse thermique utilisé. Deux conditions frontières ont été grandement utilisées dans les divers travaux.

Jusqu'à maintenant, les différents facteurs de réponse thermique calculés de manière analytique qui ont été présentés l'ont été pour une condition de taux de transfert de chaleur uniforme le long d'un puits, et égal pour tous les puits. La température à la paroi des puits peut ainsi varier sur leur longueur dû à l'interaction thermique entre les puits.

Une autre condition impose une température uniforme à la paroi des puits et où le taux de transfert de chaleur est constant pour tout le champ mais variable selon les puits. Cette condition correspond à celle utilisée par Eskilson pour calculer numériquement les  $g$ -fonctions. Le développement de la solution analytique pour cette condition s'est fait en deux temps. D'abord, Cimmino et al. [14] ont développé une solution analytique pour cette condition basée sur la superposition spatiale de la SLF. Le taux de transfert de chaleur était alors supposé variable d'un puits à l'autre, mais uniforme sur la longueur du puits. Ce modèle est une amélioration par rapport à la condition de transfert de chaleur uniforme, mais présente tout de même des écarts par rapport aux  $g$ -fonctions d'Eskilson.

Cimmino et Bernier [12] ont ensuite développé une méthode semi-analytique pour le calcul des  $g$ -fonctions, toujours en utilisant la superposition de la source ligne finie mais en ajustant la condition frontière pour qu'elle corresponde à celle d'Eskilson. Le modèle s'appuie sur la segmentation des puits afin de reproduire le fait que le taux de transfert de chaleur peut être variable le long d'un puits. Tel que soulevé par les auteurs, la segmentation des puits entraîne cependant une augmentation du temps de calcul. Il avait alors été recommandé de segmenter les puits en 12 segments de longueur égale afin d'approximer adéquatement les  $g$ -fonctions. Les auteurs avaient également remarqué que les taux de transfert de chaleur étaient plus élevés et variaient davantage aux extrémités des puits. Pour aider à diminuer l'effet négatif de la segmentation sur le temps de calcul, Lamarche [15] a proposé une variation linéaire du taux de transfert de chaleur sur chaque segment dans le calcul de la  $g$ -fonction, au lieu de supposer que le taux de transfert de chaleur est constant sur chaque segment. Cette hypothèse permet de réduire le nombre de segments considérés par rapport à la formulation de Cimmino et Bernier [12]. Cimmino et Cook [16] ont ensuite développé un schéma de segmentation non-uniforme qui permet une discrétisation plus fine aux extrémités des puits et plus grossière vers le milieu du puits, tout en gardant le taux de transfert de chaleur constant pour un segment donné. Dans les deux cas, une discrétisation à 8 segments permet d'obtenir une bonne approximation de la  $g$ -fonction, ce qui représente des économies non-négligeables sur le temps de calcul.

Mathématiquement, le développement des deux conditions mentionnées précédemment peut s'exprimer en suivant le développement proposé par Cimmino et Bernier [12] dans le cas où la SLF est utilisée pour calculer les  $g$ -functions. Ce développement s'applique au cas général, c'est-à-dire lorsque les puits sont segmentés. Le développement original de Cimmino et Bernier [12] prend en compte la superposition temporelle, ce qui ne sera pas fait ici.

On considère donc que le champ de puits est composé de  $n_b$  puits divisés en  $n_s$  segments. Ainsi, la variation de température à la paroi d'un segment d'un puits causée par un autre segment peut-être exprimée par :

$$\Delta T_{ij,uv}(t) = \frac{q_{i,u}}{2\pi k_s} h_{ij,uv}(t) \quad (2.10)$$

où  $\Delta T_{ij,uv}$  est la variation de température à la paroi du  $u$ -ième segment du  $i$ -ème puits par le  $v$ -ième segment du  $j$ -ème puits,  $q_{i,u}$  est le taux d'extraction ou de rejet de chaleur au  $u$ -ème segment du  $i$ -ème puits par unité de longueur (W/m), et  $h_{ij,uv}$  est le facteur de réponse thermique entre les mêmes segments. Le calcul de  $h_{ij,uv}$  se fait similairement à l'Équation 2.6 mais en l'adaptant au fait que les puits sont segmentés :

$$\begin{aligned} h_{ij,uv} = & \frac{1}{2L_{i,u}} \int_{\frac{1}{\sqrt{4\alpha_s t}}}^{\infty} \frac{e^{-d_{ij}^2 s^2}}{s^2} \\ & [ierf((D_{i,u} - D_{j,v} + L_{i,u})s) - ierf((D_{i,u} - D_{j,v})s) \\ & + ierf((D_{i,u} - D_{j,v} - L_{j,v})s) - ierf((D_{i,u} - D_{j,v} + L_{i,u} - L_{j,v})s) \\ & + ierf((D_{i,u} + D_{j,v} + L_{i,u})s) - ierf((D_{i,u} + D_{j,v})s) \\ & + ierf((D_{i,u} - D_{j,v} + L_{j,v})s) - ierf((D_{i,u} + D_{j,v} + L_{i,u} + L_{j,v})s)] ds \end{aligned} \quad (2.11)$$

avec  $d_{ij}$  qui représente la distance entre deux puits tel que :

$$d_{ij} = \begin{cases} r_b & \text{pour } i = j \\ \sqrt{(x_i^2 - x_j^2) + (y_i^2 - y_j^2)} & \text{pour } i \neq j \end{cases} \quad (2.12)$$

On calcule ensuite la variation de température totale à la paroi de chaque segment par le principe de superposition :

$$\Delta T_{b,i,u}(t) = \sum_{j=1}^{n_b} \sum_{v=1}^{n_s} \frac{q_{j,v}}{2\pi k_s} h_{ij,uv}(t) \quad (2.13)$$

Il est également considéré que la somme du taux d'extraction de chaleur dans le champ de

puits demeure constante :

$$\bar{q} = \frac{\sum_{j=1}^{n_b} \sum_{v=1}^{n_s} q_{j,v} L_{j,v}}{\sum_{j=1}^{n_b} \sum_{v=1}^{n_s} L_{j,v}} \quad (2.14)$$

Comme les  $g$ -functions sont sans dimension, il est souvent pratique d'adimensionnaliser les Équations 2.13 et 2.14. Les variables  $\Theta_{b,j,v} = \frac{\Delta T_{b,j,v}}{\bar{q}/2\pi k_s}$  et  $\tilde{q}_{i,u} = \frac{q_{i,u}}{\bar{q}}$  sont introduites, ce qui permet de reformuler ces deux équations :

$$\Theta_{b,i,u}(t) = \sum_{j=1}^{n_b} \sum_{v=1}^{n_s} \tilde{q}_{j,v} h_{ij,uv}(t) \quad (2.15)$$

$$\frac{\sum_{j=1}^{n_b} \sum_{v=1}^{n_s} \tilde{q}_{j,v} L_{j,v}}{\sum_{j=1}^{n_b} \sum_{v=1}^{n_s} L_{j,v}} = 1 \quad (2.16)$$

Dans le cas de la condition de taux de transfert de chaleur uniforme, les deux équations suivantes complètent le problème :

$$\tilde{q}_{j,v} = 1 \quad (2.17)$$

$$\Theta_b(t) = \frac{\sum_{i=1}^{n_b} \sum_{u=1}^{n_s} \Theta_{b,i,u}(t) L_{i,u}}{\sum_{i=1}^{n_b} \sum_{u=1}^{n_s} L_{i,u}} \quad (2.18)$$

La condition où la température à la paroi des puits est uniforme peut finalement s'exprimer comme :

$$\Theta_b(t) = \Theta_{b,i,u}(t) \quad (2.19)$$

Les Équations 2.15, 2.16 et 2.19 permettent de définir cette condition.

Cimmino [17] a ensuite imposé une condition sur la température entrante dans les puits afin de générer des  $g$ -functions. Cette condition vient du fait que pour des puits connectés en parallèle, le fluide entre dans les puits à la même température, ainsi que sur le fait que la condition d'une température uniforme à la paroi des puits n'a pas été validée comme étant une représentation exacte de la réalité. Ce modèle nécessite la prise en compte de la résistance thermique du puits afin de faire le pont entre la température à la paroi du puits, qui peut être évaluée par exemple par la SLF, et celle du fluide. Cette méthode a été adaptée par Cimmino [18] pour des configurations présentant à la fois des puits connectés en parallèle et en série, en introduisant le concept de température effective et de résistance thermique effective du champs de puits.

### 2.1.2 Résistances thermiques

Le dernier élément nécessaire afin de faire le pont entre la température du fluide qui circule dans les puits et la température du sol est la résistance thermique du puits. Cette résistance se décompose généralement comme la somme de la résistance thermique du coulis, celle du tuyau dans lequel circule le fluide et finalement celle du fluide. Il est important de souligner qu'il existe deux types de résistance thermique pour le puits. La première correspond à la résistance thermique locale du puits, notée  $R_b$ . Localement, la résistance thermique du puits s'exprime comme :

$$R_b = \frac{T_f(z) - T_b(z)}{q(z)} \quad (2.20)$$

L'autre manière d'exprimer la résistance thermique du puits est de l'exprimer de manière à évaluer l'échange global de chaleur entre le fluide et la paroi. Ce concept a été introduit par Mogensen [19] qui s'était alors basé sur un essai de réponse thermique en calculant la différence de température du fluide à la sortie des puits. Analytiquement, cette variation de température était alors évaluée comme la variation de la température à la paroi, en plus de la contribution d'une résistance thermique du puits. Dans la pratique, c'est plutôt la résistance effective du puits ( $R_b^*$ ) tel que définie par Hellstrom [20] qui est utilisée. On considère une température moyenne du fluide ( $T_m$ ) qui est la moyenne entre la température à l'entrée et à la sortie du puits, la température moyenne à la paroi du puits ( $T_b$ ) et le taux de transfert de chaleur moyen ( $\bar{q}$ ). La résistance thermique effective du puits s'exprime alors comme :

$$R_b^* = \frac{T_m - T_b}{\bar{q}} \quad (2.21)$$

Dans le cadre de travail, ce sera généralement la résistance thermique effective du puits qui sera considérée.

Le calcul de la résistance thermique est essentiel et diverses méthodes existent afin d'en faire son évaluation. Pour les besoins de ce projet, des valeurs typiques de résistances thermiques sont considérées, et donc leur calcul n'est pas nécessaire. Le lecteur est donc redirigé vers un article de Javed et Spitler [21] qui présente une revue de diverses méthodes pour calculer les résistances thermiques selon différents niveaux de complexité et de détail.

## 2.2 Méthodes traditionnelles de dimensionnement de champs de puits

Le dimensionnement de champs de puits se fait typiquement à partir des charges en chauffage et en climatisation du bâtiment. Par la suite, en fonction de la pompe à chaleur à laquelle

le champ de puits est connecté, il est possible de déterminer les charges au sol. Ce sont ces charges qui serviront à dimensionner l'échangeur de chaleur. Une charge au sol appliquée pendant une durée de temps déterminée peut-être nommée un pulse. Ce sont souvent le nombre de pulses considérés ainsi que leur durée d'application qui départageront les diverses méthodes de dimensionnement. Spitler et Bernier [22] ont classifié les méthodes traditionnelles de dimensionnement en fonction du pas de temps utilisé dans la méthode. Les méthodes ont été divisées en cinq groupes (niveau 0-4), et peuvent se résumer comme suit :

- Niveau 0 : Règles de pouce qui se basent généralement sur la charge maximale en climatisation ou en chauffage pour estimer la longueur.
- Niveau 1 : un pulse en chauffage et un pulse en climatisation sont considérés.
- Niveau 2 : trois pulses pour chaque mode de fonctionnement, soit la moyenne annuelle, la moyenne mensuelle pour un mois donné et la moyenne horaire pour ce même mois.
- Niveau 3 : un pulse mensuel est considéré auquel s'ajoute un pulse maximal pour une durée de quelques heures, et ce pour tous les mois de l'année.
- Niveau 4 : les pulses horaires sont considérées

Les règles de pouce (niveau 0) ne sont généralement pas considérées comme des méthodes fiables de dimensionnement. En effet, plusieurs autres facteurs autres que la charge maximale influencent grandement la longueur totale de forage nécessaire. Cela est attribuable au fait que la température du sol met plusieurs années avant de se stabiliser ce qui influence alors la température de retour du fluide pour satisfaire la même charge maximale, et au fait qu'il existe de grandes variabilités entre les charges au sol annuelles et maximales [23]. De leur côté, les méthodes de niveau 1 ne sont plus couramment utilisées [24]. Elles permettent tout de même de faire le pont entre les besoins de pointe en chauffage et en climatisation et permettent de représenter la résistance thermique du sol.

Tel que soulevé par Ahmadfard et Bernier [24], en excluant les méthodes de niveau 0, la plupart des méthodes découlent d'une façon ou d'une autre de l'équation suivante :

$$L_{tot} = \frac{\sum_{i=1}^N q_i R_i + q_h R_b^*}{T_m - (T_g + \Delta T_p)} \quad (2.22)$$

où  $L_{tot}$  est la longueur totale de forage,  $N$  est le nombre de pas de temps considérés,  $q_i$  représente un pulse auquel est soumis le sol,  $R_i$  la résistance thermique du sol pour le pulse correspondant,  $q_h$  est le pulse horaire maximal,  $R_b^*$  est la résistance thermique effective du puits,  $T_m$  est la température moyenne du fluide circulant dans les puits,  $T_g$  est la température non perturbée du sol et  $\Delta T_p$  est un terme de pénalité de température qui permet généralement de tenir compte des interactions thermiques entre les puits. Ce dernier peut varier dans sa définition selon la manière de calculer les résistances thermiques effectives du sol, et sera

davantage couvert au Chapitre 3. L'idée générale de ces méthodes est de supposer que le champ de puits est soumis en succession à divers pulses dont l'amplitude et la durée varient. Les méthodes de niveau 2 à 4 sont les plus fréquemment utilisées dans les différentes méthodes et outils disponibles. Une revue de quelques unes de ces méthodes est présentée dans les prochaines sous-sections.

### 2.2.1 Méthode de dimensionnement de l'ASHRAE

La méthode de dimensionnement de l'ASHRAE est une méthode à six pulses (trois par mode de fonctionnement). La méthode, attribuée à Kavanaugh [25], apparaît dans le guide de l'ASHRAE depuis bon nombre d'années. Tel que modifiée par Bernier, l'équation qui gouverne la méthode s'écrit comme :

$$L_{tot} = \frac{q_a R_{ga} + q_m R_{gm} + q_h R_{gh} + q_h R_b^*}{T_m - (T_g + \Delta T_p)} \quad (2.23)$$

où  $q_a$ ,  $q_m$  et  $q_h$  sont les pulses annuel moyen, mensuel moyen maximal et horaire maximal, et  $R_{ga}$ ,  $R_{gm}$  et  $R_{gh}$  les résistances thermiques du sol correspondantes. L'Équation 2.23 est utilisée à deux reprises, la première contenant les pulses en chauffage et la deuxième contenant les pulses en climatisation. Deux longueurs sont calculées et la plus grande des deux est utilisée. Ainsi, on suppose que le sol est soumis en succession à trois pulses. Les durées d'application des trois pulses peuvent varier mais sont généralement de 10 ans pour le pulse annuel, 1 mois pour le pulse mensuel et de 4 à 6 heures pour le pulse horaire [24].

Ahmadfard et Bernier [26,27] ont modifié la méthode de l'ASHRAE. Cette méthode apparaît maintenant dans le guide de l'ASHRAE depuis 2015 sous le nom de méthode alternative de l'ASHRAE. Cette méthode se différencie principalement de la méthode classique par le fait que les résistances thermiques du sol sont maintenant évaluées par des  $g$ -functions, ce qui permet de retirer le terme de pénalité de température, puisque l'interaction entre les puits est prise en compte par les  $g$ -functions.

Une autre différence majeure entre les deux méthodes est que la méthode classique est une méthode directe, alors que la méthode alternative est une méthode itérative. Cela s'explique par le fait que les résistances thermiques dépendent de la longueur des puits dans la méthode alternative, ce qui n'est pas le cas de la méthode classique. Les deux méthodes seront détaillées davantage dans le Chapitre 3.

### 2.2.2 GLHEPRO

GLHEPRO [28] est un logiciel spécifique pour le dimensionnement de champs de puits géothermiques. Le dimensionnement se fait à partir de 24 pulses représentant des moyennes mensuelles en chauffage et en climatisation en plus de 24 pulses horaires représentant des charges de pointe, encore une fois dans les deux modes de fonctionnement. La configuration de champs de puits doit être déterminée à l'avance, et le programme itère sur la longueur des puits jusqu'à ce que la température du fluide à la sortie des puits respecte une valeur entrée par l'utilisateur.

Le calcul des résistances thermiques du sol se fait à l'aide de  $g$ -functions qui sont stockées dans une librairie. Cette librairie est cependant limitée à des configurations standards. Pour 30 puits et moins, l'utilisateur est tout de même libre de créer ses propres configurations. Dans ce cas, l'évaluation du modèle thermique ne se fait plus à partir de la librairie de  $g$ -functions, mais par un modèle de SLF.

### 2.2.3 EED

EED [29] est un outil pour le dimensionnement d'échangeurs de chaleur géothermiques. Similairement à GLHEPRO, des  $g$ -functions pré-calculées et stockées dans une librairie sont utilisées pour évaluer le transfert de chaleur. EED permet également le dimensionnement sur des configurations irrégulières. Pour ce faire, une routine permet de chercher une configuration régulière faisant partie de la librairie de EED qui approxime la configuration irrégulière. Le dimensionnement se fait à partir des pulses mensuels et est contraint par la température moyenne du fluide.

### 2.2.4 TRNSYS

Le logiciel TRNSYS [30] permet la simulation de systèmes transitoires, et est un outil souvent utilisé en simulation de systèmes énergétiques. Le logiciel est basé sur l'implémentation de composantes qui représentent chacune divers systèmes. Ces composantes peuvent être jumelées entre elles pour ainsi créer des systèmes de plus en plus complexes.

Le dimensionnement d'échangeurs de chaleur géothermiques est possible sur TRNSYS. La méthodologie développée par Ahmadfard et al. [31] consiste en une minimisation de la longueur totale de forage tout en s'assurant de maintenir la température de sortie du fluide entre des limites inférieure et supérieure. Cette méthode d'optimisation permet la simulation horaire du système mais est cependant limitée par les contraintes du modèle DST utilisé par TRNSYS [32] pour modéliser les champs de puits et qui ne permet que la modélisation de

configurations axisymétriques d'échangeurs de chaleur.

### 2.2.5 Résumé des méthodes traditionnelles de dimensionnement

Le désavantage que les méthodes présentées ont en commun est qu'elles ne permettent pas de travailler sur la configuration même du champ de puits. Également, ce ne sont pas toutes ces méthodes qui permettent de dimensionner des configurations irrégulières, et celles qui le permettent sont limités à des cas restreints ou à des approximations. Elles sont donc limitées dans leur application et nécessitent un travail supplémentaire du concepteur de tester lui-même plusieurs types de configurations, sans savoir si les configurations sont optimales ou non. Quelques méthodes d'optimisation récentes qui permettent de travailler sur le nombre et la configuration des puits seront présentées dans le Chapitre 3.

## 2.3 Optimisation topologique

Tel que brièvement introduit, l'optimisation topologique a comme objectif de déterminer à la fois la forme et la topologie dans un domaine donné, le tout reposant sur la définition d'une fonction objective et d'une ou plusieurs fonctions contraintes. Les méthodes et les approches de résolution sont assez variées et dépendent souvent du type de problème qui est abordé. La section 2.3.1 traitera des différentes catégories d'éléments utilisés dans la discrétisation du domaine alors que la section 2.3.2 traitera des approches les plus communes de résolution de problèmes d'optimisation topologique.

### 2.3.1 Types de problèmes d'optimisation topologique

L'optimisation topologique nécessite plus souvent qu'autrement une discrétisation du domaine en plusieurs éléments. Les éléments peuvent cependant être représentés de différentes façons, ce qui influencera par la suite la méthode à prioriser pour résoudre le problème. Rozvany [33] présente 4 familles d'éléments qui se différencient par leurs caractéristiques. Le type ISE (Isotropic-Solid or Empty) contient des éléments qui sont soit remplis de matière ou qui sont vides, et pour lequel un seul matériau par élément est considéré. La classe IS (Isotropic-Solid) n'est composée que d'éléments qui contiennent de la matière. Un seul matériau par élément est considéré, mais plusieurs matériaux peuvent être utilisés dans le domaine. Les optimisations ASE (Anisotropic material, Solid or Empty) est semblable aux problèmes ISE sauf que comme son nom l'indique, les éléments peuvent avoir des propriétés qui sont non constantes entre les éléments. La dernière classe de problèmes est formée des problèmes de types ISEP (Isotropic-Solid, Empty or Porous), ISEC (Isotropic-Solid, Empty or Composite)



et ISECP (Isotropic-Solid, Empty, Composite or Porous). Il s’agit de problèmes pour lesquels les matériaux considérés peuvent être poreux, ou composés de plusieurs matériaux différents.

De façon générale, les deux premiers types sont les plus courants. Le problème de dimensionnement de champs de puits géothermiques correspond à la classe ISE puisque l’objectif est de déterminer si chaque élément du domaine contient un puits ou non. Différentes approches seront donc présentées dans la prochaine section du point de vue des topologies à deux phases, soit une solide et une vide.

### 2.3.2 Approches de résolution de problèmes d’optimisation topologique

Les problèmes d’optimisation topologique doivent être formulés d’une certaine manière afin de pouvoir être résolus de façon adéquate. Typiquement, ces problèmes sont formulés de la façon suivante pour un domaine discrétisé :

$$\begin{cases} \min : & f_0(\boldsymbol{\rho}) \\ \text{s.t.} & f_j(\boldsymbol{\rho}) \leq 0 \text{ pour } j = 1, \dots, m \\ & \rho_i = \{0, 1\} \text{ pour } i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (2.24)$$

où la variable  $\boldsymbol{\rho}$  est introduite et représente la variable d’optimisation du problème qui ne peut prendre que la valeur de 0 ou 1 (vide ou matière),  $f_0$  est la fonction de coût à minimiser,  $f_j$  qui représentent les fonctions contraintes du problème,  $m$  le nombre de contraintes et  $n$  le nombre d’éléments considérés dans le domaine, et donc la taille de la variable d’optimisation. Comme l’objectif de la formulation 2.24 est de déterminer les endroits où il y a de la matière ou non, le problème est de nature discrète.

D’après les différentes revues des méthodes fréquemment utilisées en optimisation topologique [1, 33, 34], les méthodes se différencient entre autres selon que les approches soient discrètes ou continues, et selon qu’elles modifient la définition des frontières du domaine ou non. Dans cette sous-section, certaines des approches d’optimisation topologique seront introduites et seront présentées du point de vue du domaine des structures. Le parallèle entre l’optimisation topologique et le dimensionnement de champs de puits géothermiques sera fait par la suite.

**Méthodes ESO/BESO** Les méthodes ESO (*Evolutionary Structural Optimization*) [35] et BESO (*Bi-directional ESO*) [36] sont des méthodes discrètes qui reposent sur le principe du *hard killing*. Un certain critère est défini (e.g. l’énergie de déformation à divers endroits dans le domaine [37]), et les éléments qui ont une faible valeur de ce critère seront retirés [38]. La différence entre les méthodes ESO et BESO est que la méthode BESO permet la

réintroduction de matière près des endroits qui ont une valeur élevée de ce même critère. Une faiblesse notable des méthodes ESO/BESO est qu'il n'est pas possible d'inclure plus d'une contrainte de façon systématique dans la définition du problème [1].

**Approches basées sur la densité** Ces approches sont les plus communément utilisées en optimisation topologique. Il s'agit d'une famille d'approches continues. Commun à toutes ces méthodes, le problème 2.24 doit être reformulé de façon à devenir un problème continu. L'avantage d'avoir une telle formulation est qu'il est maintenant possible d'utiliser des méthodes d'optimisation efficaces basées sur les gradients. L'Équation 2.24 peut donc être reformulée afin d'accepter des valeurs intermédiaires de la variable d'optimisation :

$$\begin{cases} \min : & f_0(\boldsymbol{\rho}) \\ \text{s.t.} & f_j(\boldsymbol{\rho}) \leq 0 \text{ pour } j = 1, \dots, m \\ & 0 \leq \rho_i \leq 1 \text{ pour } i = 1, \dots, n \end{cases} \quad (2.25)$$

L'approche par homogénéisation [39] est perçue comme la première application complète de l'optimisation topologique. Elle a créé le pont entre l'optimisation de forme et le dimensionnement. L'idée est de représenter chaque élément du domaine par une cellule composite (un trou et un élément solide) dont les propriétés sont évaluées par la théorie de l'homogénéisation. C'est la densité de chacune de ces cellules qui guidera l'optimisation. Une cellule dont la densité s'approche de 0 aura un trou qui occupe tout l'espace. À mesure que la densité augmente, la taille du trou diminue jusqu'à ce que la cellule ne soit formée que de matière. Afin de pallier au fait que certaines cellules, majoritairement à la frontière, risquent de présenter des valeurs de densité intermédiaires, il est proposé de filtrer les résultats. Les endroits où la densité est supérieure à une certaine valeur seront considérés comme étant solides, les autres seront considérés comme vides.

La méthode SIMP [40] pour *Solid-Isotropic Material with Penalization* est une autre méthode basée sur la densité couramment utilisée. La difficulté avec le problème 2.25 est qu'il permet la convergence vers des valeurs intermédiaires de la variable d'optimisation, ce qui n'est pas souhaitable, puisqu'au yeux de la définition 2.24 du problème, cette variable est discrète. Pour remédier à ce problème, un terme de pénalisation ( $p \geq 1$ ) est ajouté en exposant à la variable d'optimisation. Son objectif est de pénaliser les valeurs intermédiaires de  $\boldsymbol{\rho}$  de façon à forcer la convergence vers des valeurs de 0 ou 1. Dans le cas d'un problème convexe pour  $p = 1$ , l'introduction de la pénalisation risque de rendre le problème non-convexe, augmentant ainsi le nombre de minima locaux. Le choix de la valeur de la pénalisation est très important sur la valeur du résultat final. Si  $p$  est trop faible, la solution risque de contenir trop de valeurs

intermédiaires, alors que s'il est trop élevé, la solution pourrait converger vers un minimum local. L'approche de continuation permet de converger vers le minimum global, en résolvant le problème d'optimisation de façon successive tout en augmentant progressivement la valeur de  $p$  et en démarrant le problème à partir du dernier résultat obtenu. Cela aide à suivre la solution globale, mais ne garantit toutefois pas qu'elle sera obtenue [41, 42].

**Approches basées sur les surfaces de niveau** Les approches basées sur les surfaces de niveau, ou *Level-Set Methods* (LSM) utilisent une fonction de surface de niveaux, généralement nommée  $\phi(x)$ , qui permet de représenter les différentes phases qui composent un domaine de conception. Les LSMs ont été introduites par Osher et Sethian [43] et permettent de suivre l'évolution de l'interface entre deux surfaces. La première application des LSMs pour l'optimisation topologique utilisait la distribution de la contrainte pour modifier la topologie de la structure [44].

Dans le contexte où il n'y a que deux phases, donc une phase solide et une phase vide, tous les endroits sur le domaine de conception qui retournent une valeur de la fonction  $\phi(x)$  supérieure ou égale à un certain seuil représentent la portion solide du domaine, et tous les autres la portion vide. Ces méthodes sont particulièrement efficaces afin de délimiter de façon précise le domaine. Une revue plus détaillée des méthodes par courbes de niveaux se retrouve dans [2].

**Approches basées sur les champs de phase** Cette famille de méthodes ressemble en partie aux méthodes par surfaces de niveaux où la distribution des régions solide et vide est représentée par une fonction qui en délimite la frontière. La première application des champs de phase pour l'optimisation topologique revient à Bourdin et Chambolle [45] pour la minimisation d'une structure sous l'effet d'une charge de pression exercée par un liquide. Certaines des différences entre les méthodes par surfaces de niveaux et par champs de phase viennent du fait que les méthodes LSMs nécessitent une ré-initialisation de la fonction délimitant l'interface solide-vide pour éviter les problèmes de convergence, et que les méthodes par champs de phase optimisent directement la variable de densité, ce qui n'est pas le cas des méthodes LSMs [2].

### 2.3.3 Applicabilité pour le dimensionnement de champs de puits géothermiques

L'avantage des méthodes basées sur la frontière du domaine (surfaces de niveaux, champs de phase) est qu'elles permettent généralement de mieux définir la frontière entre la matière et le vide, ce qui est un aspect important en structures puisque ces dernières doivent être

liées. Appliquées directement, elles ont cependant l'inconvénient de dépendre de la solution de départ puisqu'elles n'ont pas la possibilité de créer de nouveaux trous. Il convient souvent de les coupler à d'autres méthodes pour générer des trous.

Du point de vue du dimensionnement de champs de puits, la notion de frontière ne s'applique pas comme c'est le cas pour les problèmes de structure. On s'attend plutôt à voir des puits dispersés à divers endroits dans le domaine discrétisé. Une méthode basée sur la densité, comme la méthode SIMP, est préférable étant donné qu'elle permet de travailler sur chaque élément localement plutôt que sur la frontière entre les valeurs de 0 – 1 comme les méthodes basées sur les courbes de niveaux ou les champs de phase. Il s'agit également d'une approche qui permet l'ajout de plusieurs contraintes, qui est relativement simple à appliquer et qui est robuste.

## CHAPITRE 3    ARTICLE 1 : TOPOLOGY OPTIMIZATION OF GEOHERMAL BORE FIELDS USING THE METHOD OF MOVING ASYMPTOTES

Noël, A. & Cimmino, M. (2023). Topology optimization of geothermal bore fields using the method of moving asymptotes. Soumis à *Science and Technology for the Built Environment* le 28 mars 2023.

### 3.1 Abstract

A new method is proposed to optimize the configurations of vertical ground heat exchangers using topology optimization and the method of moving asymptotes. The problem formulation minimizes the required number of boreholes of a given length required with a constraint on the average fluid temperature in cooling and heating mode. The method relies on the adaptation of the alternative ASHRAE design method and a new analytical formulation for the calculation of  $g$  functions based on a boundary condition of equal average fluid temperature. The paper also studies the effect of different types of domains and ground load profiles on the optimized configurations. It is shown that the shape of the domain has minimal impact on the optimized configurations. A higher density of boreholes on the perimeter of the domain compared to the center is recommended in the case where one operation mode is dominant. A uniform configuration is better suited when the load profile is balanced.

Keywords: Geothermal energy, ground heat exchangers, topology optimization, method of moving asymptotes,  $g$ -functions.

### 3.2 Introduction

The design of ground heat exchangers (GHE) is an important part of its installation as it directly affects the performance of the system, its safe operation and its cost. The design process also has to deal with constraints such as the available area, the ground properties and the technical limits for building the GHE. It is often necessary to have multiple boreholes given all these constraints, which together form a bore field. However, the performance of the individual boreholes decreases, as there is thermal interaction between the boreholes. The placement of the boreholes then becomes a challenge, as the cost and the total drilling length can increase drastically, which are two major obstacles in the adoption of the technology on a large scale.

### 3.2.1 Current state of GHE designs

Traditionally, bore field designs are obtained by calculating the required drilling length for a predetermined configuration. The designer can then modify the placement of the boreholes as well as their number to improve the design. ASHRAE's sizing method is often used for this purpose. It is a three-pulse method, which describes a family of methods for which the bore field is sized according to three successive loads [24]. The following equation governs ASHRAE's sizing method as reformulated by Bernier [46]:

$$L_{tot} = \frac{q_a R_{ga} + q_m R_{gm} + q_h R_{gh} + q_h R_b^*}{(T_m - T_g)_{ref} - \Delta T_p} \quad (3.1)$$

where  $L_{tot}$  is the total drilling length,  $q_a$ ,  $q_m$  and  $q_h$  are the mean annual ground load, the mean monthly ground load for the design month and the hourly peak ground load for the design month,  $R_{ga}$ ,  $R_{gm}$  and  $R_{gh}$  are the ground thermal resistances associated with each of the ground loads,  $R_b^*$  is the effective borehole thermal resistance,  $T_m$  is the mean fluid temperature circulating in the boreholes,  $T_g$  is the undisturbed ground temperature and  $\Delta T_p$  is the temperature penalty. The temperature difference between the fluid and the ground is imposed in Equation 3.1. The simplest approach is to place the boreholes in a regular configuration in the given domain (e.g. on a rectangular grid) and modify the number of boreholes and the spacing until satisfying results are obtained.

Determining the value of  $\Delta T_p$  is a challenge when using this method and its definition differs depending on how the ground thermal resistances are calculated. The ASHRAE Handbook [47] presents  $\Delta T_p$  as a way to account for the thermal interactions between the boreholes. Other definitions of the temperature penalty include the one proposed by Fossa [48] who evaluates the temperature penalty value of a given bore field based on the fact that most ground thermal models are equivalent for short time periods. The temperature penalty  $\Delta T_p$  can therefore be expressed as a correcting factor between an approximate model and the true value of the temperature drop or increase at the borehole wall for long time periods. Ahmadfard and Bernier [27] modified 3.1 by calculating the ground thermal resistances using  $g$ -functions:

$$L_{tot} = \frac{q_a R_{ga} + q_m R_{gm} + q_h R_{gh} + q_h R_b^*}{(T_m - T_g)_{ref}} \quad (3.2)$$

Using  $g$ -functions removes the necessity of the temperature penalty since they already consider thermal effects that arise over long time periods, namely thermal interactions between boreholes and axial effects. Since these effects are included in the ground thermal model used to evaluate the thermal resistances, there is no need for the temperature penalty and

$$\Delta T_p = 0.$$

The research on bore field configurations has shown the importance of the placement of boreholes on the total drilling length as well as on the temperature distribution. Cimmino and Bernier [49] studied the effect of adding and removing boreholes by reducing and increasing the spacing in a regular configuration. They evaluated the required drilling length for the different cases by calculating the fluid temperature exiting the boreholes. They concluded that removing boreholes by increasing the spacing between them usually leads to an increase in the individual drilling length of the boreholes, but that the total drilling length is reduced. Bore fields should have the least possible amount of boreholes covering the available surface to improve the drilling length, as long as economical and technical constraints are still respected. Guo et al. [50] proposed another analysis of the placement of boreholes on a given domain. They progressively displaced the boreholes located in the center of the bore field towards the perimeter starting from a conventional design to optimize the variation of the ground temperature over the operation time of the bore field. They showed that the configurations that present a higher density of boreholes on the perimeter lead to more uniform temperature distribution in the ground. Spitler, Cook, and Liu [3] studied various design strategies and their impact on the total drilling length and the temperature of the fluid entering the heat pump. This analysis proposed to investigate configurations with different regular spacing, irregularly spaced configurations (increased spacing in the center compared to the perimeter) and wrap-around configurations (boreholes are positioned around the building). It showed that these various strategies lead to savings in drilling length and thus reinforced the idea that irregular bore field configurations could improve the design of GHEs.

When strictly considering the minimal drilling length, two concepts stand out from these investigations. The first one is that it is usually better to reduce the number of boreholes to fulfil the energy demand by making them as long as possible. The second one is that the density of boreholes should be higher on the perimeter of the bore field than in its center. The different strategies presented have shown promising results, which are usually better than more traditional design methods. The research has now shifted toward the optimization of bore field configurations by developing automated design methods.

Beck et al. [51] proposed a method to optimize both the positions and the thermal loads of the individual boreholes using differential evolution to minimize the maximum temperature variation of the ground due to the bore field operation. The boreholes were located toward the perimeter of the bore field when optimizing the positions. They also concluded that there were limited benefits to optimize both the positions and the loads. Bayer, de Paly, and Beck [52] developed a procedure to optimize the thermal load of each borehole while also

reducing the number of required boreholes. Starting from a regularly spaced configuration, the method relies on identifying the boreholes located where the temperature in the ground varies the most, and removing them from the configuration. The objective function is once again the maximum ground temperature variation. The optimized configurations present the same characteristics as what was previously presented: the boreholes that were removed were located in the center, leaving only the ones on the perimeter. They however noted that removing too many boreholes could lead to a greater increase in the maximum temperature variation. Egidi, Giacomini, and Maconi [53] optimized borehole positions using the steepest descent method, which required a derivable formulation of the heat transfer in the ground. The optimization problem minimizes the overall temperature variation in the ground for a given number of boreholes, where the available domain is not fixed. The results showed that the optimized configurations make use of as much space as possible (increased spacing between the boreholes). GHEDT [54] and its updated version GHEDesigner [55], are automated tools for the design of ground heat exchangers. The designer is able to choose between various placement routines depending on the design needs. Its newly implemented RowWise method gives the ability to place the boreholes irregularly while keeping an organized structure in different areas of the domain.

### 3.2.2 Topology Optimization

Topology optimization originated in mechanical design to find the placement of material that will give the best structural performance [1]. The solutions to these types of problem are discrete on every area of the domain (i.e. material or no material). Topology optimization has evolved greatly over time and found applications in other field of studies. This paper will only cover the concepts of topology optimization that are relevant to the present GHE problem and the proposed method.

Many topology optimization methods are density based. For any given domain, the area is discretized and a density variable ( $\rho$ ) is introduced, which takes the value of 0 or 1 on every element and represents the design variable. One way to solve the problem is to make the design variable continuous so that efficient gradient-based optimization algorithms can be used, while still forcing the convergence to discrete solutions. This is the purpose of the Simplified Isotropic Material with Penalization (SIMP) [40] method. The idea behind this method is to introduce a penalization term ( $p \geq 1$ ) in the problem formulation, which penalizes intermediate values of the design variable and thus helps the convergence to values of 0 or 1. When  $p > 1$ , the problem becomes nonconvex and has multiple local minima. The continuation approach is introduced to help the convergence toward the global minimum by



solving the problem multiple times starting from a penalization of  $p = 1$ , and by slowly increasing its value using an increment ( $\Delta p$ ), with the last solution as the new initial point for the next solving step. It should however be mentioned that the continuation approach does not guarantee the convergence to the global optimum even though it still represents a good approximation of its value [41, 42].

Bore field configurations have proven to be an important part of the design process. Research has shown that irregular bore field configurations have the potential to reduce the number of boreholes required and thus reduce the initial cost of investment. It has motivated the development of sizing methods that work on the optimization of the placement of boreholes to reduce the total drilling length. Because of its nature, topology optimization and the SIMP method could represent a new approach to the design of GHEs. This paper proposes a method to design GHEs that minimizes the required number of boreholes by strategically placing them using the principles of topology optimization. It is an extension of the method proposed by Noël & Cimmino [56]. The additions include a temperature penalty in the definition of the constraints of the problem to account for the differences between different boundary conditions in the evaluation of the  $g$ -functions, as well as a new strategy to refine the domain based on the distribution of the design variable.

### 3.3 Methodology

The objective of the proposed bore field optimization method is to minimize the number of boreholes required given a specific domain and ground loads, where the individual length of the boreholes is predetermined. The geometry of the boreholes and the thermal parameters that are considered are summarized in Figure 3.1, where  $L$  represents the length of the boreholes,  $D$  is the buried depth of the boreholes,  $r_b$  is the radius of the boreholes, and  $T_g$ ,  $\alpha_s$ , and  $k_s$  are respectively the undisturbed ground temperature, the thermal diffusivity of the soil and the thermal conductivity of the soil.

The optimization is constrained by the maximum allowable variation of the average fluid temperature circulating in the boreholes, both in heating and cooling modes. The alternative ASHRAE sizing method is adapted so that it is compatible with the SIMP method and the Method of Moving Asymptotes (MMA) [57, 58]. The superposition of the finite line source (FLS) is used to evaluate approximate  $g$ -functions and evaluate ground thermal resistances considering the design variable. This approximate formulation allows the analytical evaluation of derivatives of the constraint functions required for the MMA. The temperature penalty is then evaluated using a more accurate  $g$ -function formulation. A soft constraint on the minimal spacing between two consecutive boreholes is introduced by penalizing the

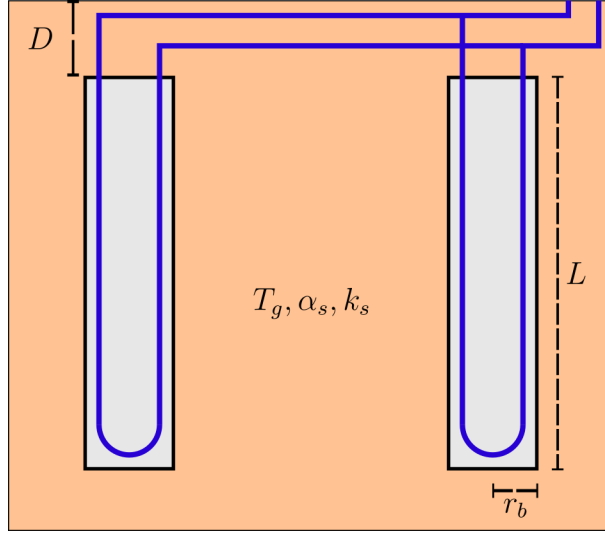


Figure 3.1 Borehole geometry and thermal parameters

thermal interaction between two possible borehole positions when they are closer than an imposed minimal spacing.

The following sections describe the methodology starting by the problem formulation, followed by the optimization procedure and then the handling of the grid throughout the optimization.

### 3.3.1 Problem formulation

The domain is discretized into nodes that each represent a possible borehole position. The method then finds the combination of boreholes of length  $L$  located at some of the possible positions that minimizes the total number of boreholes. The MMA requires the evaluation of the derivatives of the cost-function and the constraint functions. It is thus preferable that the functions used to formulate the problem are derivable to avoid increased computational costs for the numerical evaluation of derivatives. Two models for the evaluation of the  $g$ -function used with the alternative ASHRAE method will be developed using different boundary conditions. The first model is an approximation of the  $g$ -function based on the superposition of the finite line source solution. This model is used in the optimization procedure since it allows for the evaluation of analytical derivatives of the cost and constraint functions. The second model imposes a boundary condition of uniform fluid temperature along the length of the boreholes for the evaluation of the  $g$ -function. This model is then used to evaluate the temperature penalty but its impact on the derivatives is neglected.

The optimization problem is formulated as follows:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimize : } f_0(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^n \rho_i \\ \text{Subject to : } f_1(\boldsymbol{\rho}) = (T_m - T_g)_c - (T_m - T_g)_{ref,c} \leq 0 \\ f_2(\boldsymbol{\rho}) = (T_g - T_m)_h - (T_g - T_m)_{ref,h} \leq 0 \\ 0 \leq \rho_i \leq 1 \text{ for } i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (3.3)$$

where  $\boldsymbol{\rho} = [\rho_1, \dots, \rho_n]^T$  is the vector of borehole presence fractions  $\rho_i$  on any given node  $i$  inside the discretized domain,  $f_0$  is the objective function,  $f_1$  is the constraint in cooling,  $f_2$  is the constraint in heating, and  $(T_m - T_g)_{ref,c}$  and  $(T_g - T_m)_{ref,h}$  are the maximum temperature differences between the ground and the fluid circulating inside the boreholes in cooling and in heating modes, respectively (i.e. the temperature constraints).

A value  $\rho_i = 0$  signifies the absence of a borehole at node  $i$  of the domain, whereas a value  $\rho_j = 1$  signifies the presence of a borehole at node  $j$ . In the context of the MMA, the presence of a borehole is taken as a continuous variable with values  $0 \leq \rho_i \leq 1$ . Non-integer values of the borehole presence fraction are allowed during the optimization process but are expected to converge to 0 or 1 using the SIMP method.

### Ground thermal model

The values of  $(T_m - T_g)_c$  and  $(T_g - T_m)_h$  are evaluated using the alternative ASHRAE sizing equation. Its formulation is adapted to consider the design variable ( $\boldsymbol{\rho}$ ). The temperature difference is evaluated as follows:

$$(T_m - T_g)_c = \frac{q_{a,c}R_{ga} + q_{m,c}R_{gm} + q_{h,c}R_{gh} + q_{h,c}R_b^*}{L \cdot \sum_{i=1}^n \rho_i} + \Delta T_{p,c} \quad (3.4)$$

$$(T_g - T_m)_h = - \left( \frac{q_{a,h}R_{ga} + q_{m,h}R_{gm} + q_{h,h}R_{gh} + q_{h,h}R_b^*}{L \cdot \sum_{i=1}^n \rho_i} + \Delta T_{p,h} \right) \quad (3.5)$$

with:

$$R_{ga} = \frac{g_0(t_f) - g_0(t_f - t_1)}{2\pi k_s} \quad (3.6)$$

$$R_{gm} = \frac{g_0(t_f - t_1) - g_0(t_f - t_2)}{2\pi k_s} \quad (3.7)$$

$$R_{gh} = \frac{g_0(t_f - t_2)}{2\pi k_s} \quad (3.8)$$

where  $\Delta T_{p,c}$  and  $\Delta T_{p,h}$  are the temperature penalties in cooling and heating mode, and  $g_0(t_i)$

are approximations of the  $g$ -functions evaluated at  $t_f$ ,  $t_f - t_1$  and  $t_f - t_2$ , with  $t_1 = 10$  years,  $t_2 = t_1 + 1$  month and  $t_f = t_2 + 6$  hours as recommended in the alternative ASHRAE sizing method.

The approximations of the  $g$ -functions are evaluated using the superposition of the finite line source (FLS) solution as proposed by Claesson and Javed [11]:

$$g_0(t) = \frac{\boldsymbol{\rho}^T [b_{ij} h_{ij}] \boldsymbol{\rho}}{\sum_{i=1}^n \rho_i^p} \quad (3.9)$$

with:

$$h_{ij} = \frac{1}{2L} \int_{1/\sqrt{4\alpha_s t}}^{\infty} \frac{1}{s^2} \exp(-d_{ij}^2 s^2) I_{ls}(Ls, Ds) ds \quad (3.10)$$

$$I_{ls}(Ls, Ds) = 2 \cdot \text{ierf}(Ls) + 2 \cdot \text{ierf}(Ls + 2Ds) - \text{ierf}(2Ls + 2Ds) - \text{ierf}(2Ds) \quad (3.11)$$

where  $h_{ij}$  is the thermal response factor of a borehole positioned on the  $j$ -th node to a borehole positioned on the  $i$ -th node,  $p$  is a penalization for the SIMP method and will be explained later, and  $b_{ij}$  is a positive factor that acts as a soft constraint to ensure a minimal spacing ( $B_{min}$ ) between two consecutive boreholes,  $d_{ij}$  is the radial distance between the  $i$ -th and the  $j$ -th node (with  $d_{ii} = r_b$ , the borehole radius). If  $d_{ij} < B_{min}$ ,  $b_{ij} = 5$ , otherwise it is equal to 1. The value of 5 is arbitrary, but it has been found to provide the desired effect. Note that Equation 3.9 allows for intermediate values of the design variable  $\rho$  (i.e.  $0 < \rho_i < 1$ ). When all values are equal to 0 or 1, and using  $p = 1$  and  $b_{ij} = 1$ , Equation 3.9 becomes equivalent to the method of Claesson and Javed [11].

## Derivatives of the cost- and constraint functions

The derivatives of the cost-function and the constraint functions are needed to apply the MMA. The derivative of the objective function  $f_0$  in Equation 3.3 is given by:

$$\frac{\partial f_0}{\partial \boldsymbol{\rho}} = [1, \dots, 1]^T \quad (3.12)$$

and the derivatives of the constraint functions are given by:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \boldsymbol{\rho}} = \frac{q_{a,c} \frac{\partial R_{ga}}{\partial \boldsymbol{\rho}} + q_{m,c} \frac{\partial R_{gm}}{\partial \boldsymbol{\rho}} + q_{h,c} \frac{\partial R_{gh}}{\partial \boldsymbol{\rho}}}{L \sum_{i=1}^n \rho_i} - \frac{q_{a,c} R_{ga} + q_{m,c} R_{gm} + q_{h,c} R_{gh} + q_{h,c} R_b^*}{L (\sum_{i=1}^n \rho_i)^2} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \boldsymbol{\rho}} = - \left( \frac{q_{a,h} \frac{\partial R_{ga}}{\partial \boldsymbol{\rho}} + q_{m,h} \frac{\partial R_{gm}}{\partial \boldsymbol{\rho}} + q_{h,h} \frac{\partial R_{gh}}{\partial \boldsymbol{\rho}}}{L \sum_{i=1}^n \rho_i} - \frac{q_{a,h} R_{ga} + q_{m,h} R_{gm} + q_{h,h} R_{gh} + q_{h,h} R_b^*}{L (\sum_{i=1}^n \rho_i)^2} \right) \quad (3.14)$$

The derivatives of the  $g$ -functions are required to evaluate the derivatives of the ground thermal resistance:

$$\frac{\partial R_{ga}}{\partial \rho} = \frac{\frac{\partial g_0(t_f)}{\partial \rho} - \frac{\partial g_0(t_f-t_1)}{\partial \rho}}{2\pi k_s} \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial R_{gm}}{\partial \rho} = \frac{\frac{\partial g_0(t_f-t_1)}{\partial \rho} - \frac{\partial g_0(t_f-t_2)}{\partial \rho}}{2\pi k_s} \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial R_{ga}}{\partial \rho} = \frac{\frac{\partial g_0(t_f-t_2)}{\partial \rho}}{2\pi k_s} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial g_0}{\partial \rho} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \rho_i^p} \left( -p\rho^{p-1}g_0 + (\mathbf{b} \circ \mathbf{h}) \rho + \rho^T (\mathbf{b} \circ \mathbf{h}) \right) \quad (3.18)$$

### Temperature penalty

The assumption of a uniform heat transfer rate (UHTR) is made for the approximation of  $g$ -functions, instead of a uniform borehole wall temperature (UBWT) [12] or an equal inlet fluid temperature (EIFT) [17, 18] which would both provide more accurate evaluation of  $g$ -functions. The UHTR condition is used for the estimation because derivatives of the  $g$ -functions are required for the method of moving asymptotes. These derivatives are difficult to evaluate for the other boundary conditions since their evaluation relies on the solution of a system of linear equations. A boundary condition of uniform average fluid temperature (UAFT) in the boreholes is used for the evaluation of  $g$ -functions, rather than any of the aforementioned UBWT and EIFT conditions. This boundary was introduced by Monzó et al. [59] using the finite element method for the evaluation of  $g$ -functions. This method has been shown to provide similar accuracy to the EIFT boundary condition. It is adapted here to use the analytical finite line source solution. This new formulation provides the advantage of using the same thermal parameter  $R_b^*$  as in the temperature constraint functions (Equations 3.4, 3.5). It also allows using intermediate values of the borehole presence fraction.

The temperature penalty is evaluated as follows:

$$\Delta T_{p,c} = \frac{q_{a,c}\Delta R_{ga} + q_{m,c}\Delta R_{gm} + q_{h,c}\Delta R_{gh}}{L \cdot \sum_{i=1}^n \rho_i} \quad (3.19)$$

$$\Delta T_{p,h} = \frac{q_{a,h}\Delta R_{ga} + q_{m,h}\Delta R_{gm} + q_{h,h}\Delta R_{gh}}{L \cdot \sum_{i=1}^n \rho_i} \quad (3.20)$$

where the values of  $\Delta R_{gi}$  are evaluated similarly as the thermal resistances from Equations

3.6-3.8 except that the  $g$ -functions are replaced by  $g$ -function variations as follows:

$$\Delta g(t) = g_1(t) - g_0(t) \quad (3.21)$$

where  $g_1$  is the reference  $g$ -function.

The evaluation of the reference  $g$ -functions consists in the solution to a system of three sets of equations: (1) the spatial superposition of the finite line source solution, (2) a relation for the heat transfer rate at the borehole wall, and (3) a global energy balance. The  $n$  boreholes are discretized into  $n_s$  segments, with  $L_u$  the length of the  $u$ -th segment of a borehole.

The superposition of the finite line source solution yields a set of  $n_s \cdot n$  equations:

$$T_g - T_{b,i,u} = \sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^{n_s} \frac{h_{ij,uv}(t) q_{j,v}(t)}{2\pi k_s} \quad (3.22)$$

where  $h_{ij,uv}$  is the thermal response factors of the  $v$ -th segment of a borehole positioned on the  $j$ -th node to the  $u$ -th segment of a borehole positioned on the  $i$ -th node,  $q_{j,v}$  is the heat extraction rate per unit borehole length of the  $v$ -th segment of a borehole positioned on the  $j$ -th node, and  $T_{b,i,u}$  is the borehole wall temperature of the  $u$ -th segment of a borehole positioned on the  $i$ -th node. No temporal superposition is considered so as to accelerate the method in the optimization process.

The fluid flowing through the boreholes is assumed to have the same temperature, uniform along the length of the boreholes. The effective thermal resistances of the boreholes are modulated using the borehole presence fraction:

$$q_{i,u}(t) = \frac{T_{b,i,u}(t) - T_f(t)}{R_b^* / \rho_i} \quad (3.23)$$

where  $T_f$  is the uniform fluid temperature. The modulation of the effective thermal resistance makes it so that a value  $\rho_i = 0$  yields an infinite thermal resistance and no heat extraction, thereby effectively removing the borehole from the bore field.

The global energy balance is given by:

$$\bar{q}(t) = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^{n_s} L_{j,v} q_{j,v}(t)}{L \cdot \sum_{i=1}^n \rho_i} = \frac{\sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^{n_s} L_{j,v} q_{j,v}(t)}{L_{tot}} \quad (3.24)$$

where  $\bar{q}$  is the average heat extraction rate per unit borehole length in the bore field.

The system of Equations 3.22-3.24 is solved in non-dimensional form assuming a constant

average heat transfer rate per unit borehole length. The dimensionless parameters are:  $\Theta_{b,i,u} = \frac{T_g - T_{b,i,u}}{\bar{q}/2\pi k_s}$  the dimensionless borehole wall temperature,  $\Theta_f = \frac{T_g - T_f}{\bar{q}/2\pi k_s}$  the dimensionless fluid temperature, and  $\tilde{q}_{i,u} = q_{i,u}/\bar{q}$  the normalized heat extraction rate per unit borehole length. The system of equations becomes:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{v=1}^{n_s} h_{ij,uv}(t) \tilde{q}_{j,v}(t) = \Theta_{b,i,u} \quad (3.25)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^{n_s} L_{i,u} \tilde{q}_{i,u}(t) = L_{tot} \quad (3.26)$$

$$\frac{2\pi k_s R_b^*}{\rho_i} \tilde{q}_{i,u}(t) + \Theta_{b,i,u} = \Theta_f \quad (3.27)$$

The  $g$ -function is then given by the effective dimensionless borehole wall temperature, as defined by Cimmino [18]:

$$g_1(t) = \Theta_f - 2\pi k_s R_b^* \quad (3.28)$$

### 3.3.2 Optimization procedure

The following section details the specific aspects of the proposed optimization procedure, which are summarized in Figure 3.2. The procedure starts with the solution of the optimization problem using the MMA with  $p = 1$  and  $\Delta T_{p,c} = \Delta T_{p,h} = 0$  on a uniform grid. The resulting distribution of the borehole presence fraction is then used to generate progressively refined non-uniform grids at subsequent solutions of the optimization problem. The subsequent solutions involve successive solutions of the optimization problem with increasing values of penalization,  $p$ . The penalty temperatures,  $\Delta T_{p,c}$  and  $\Delta T_{p,h}$ , are updated at the same time the penalization is increased.

#### Penalization

The SIMP method consists in solving the optimization problem multiple times, where the penalization is increased in small increments,  $\Delta p$ , starting from  $p = 1$ . This procedure is known as the continuation approach. Typically, the increments are fixed throughout the procedure although adaptive penalization schemes have been proposed, e.g. [60]. The choice of the penalization step is crucial to avoid converging too quickly towards a local minimum. A constant step  $\Delta p = 0.01$  and a maximum penalization  $p_{max} = 3$  are used in the proposed method.

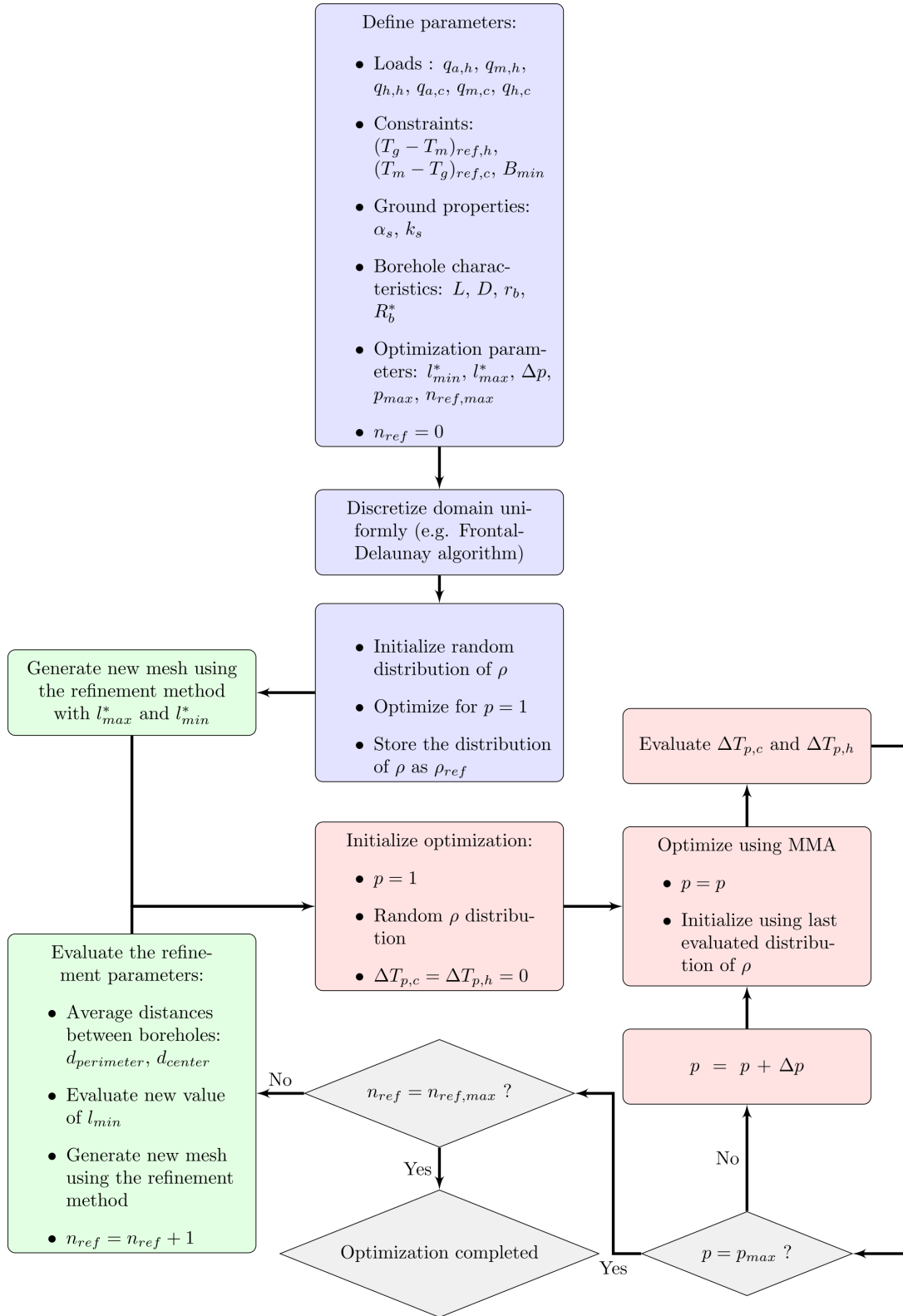


Figure 3.2 Bore field optimization procedure



## Temperature penalty

The values of  $\Delta T_{p,c}$  and  $\Delta T_{p,h}$  are assumed to be independent of  $\rho$  during the solution of the optimization problem (Equation 3.3). Their values are only updated when the penalization is incremented, using the optimized borehole presence fraction from the latest optimization to evaluate the  $g$ -function  $g_1$  with the UAFT boundary condition.

The accuracy of the  $g$ -function evaluation depends on the discretization of boreholes into segments, where using more segments leads to better accuracy. However, a higher number of segments results in a larger system of equations to solve and an increase in computation time. Here, even though the  $g$ -function only has to be solved at three time steps, it has to be solved each time the penalization is increased. A non-uniform discretization is adopted, as proposed by Cimmino and Cook [16]. The authors recommend 8 segments per borehole. Using 8 segments with the proposed optimization method is still expensive in computational time because of the domain discretization. Solving the system of equations using 5 non-uniform segments per borehole was found to be a good compromise between accuracy and computational time, as the gains in minimizing the cost-function are less important for more segments.

## Grid refinement

The level of discretization of the grid is an important aspect to consider in the optimization of the bore field. Using more nodes, which translates to more possible positions for the boreholes, typically improves the results of the optimization. It is however costly in terms of computation time to increase the number of nodes inside the grid. The grid should ideally be more refined in the areas where the boreholes are more likely to be located since the location of the boreholes has a greater impact on the thermal interaction in those regions. It is proposed to optimize the problem in three steps to obtain such a grid. A first optimization without penalization (i.e.  $p = 1$ ) is performed on a uniform grid. A second optimization with penalization is done on a grid with finer discretization where a higher density of boreholes is located, using the first optimization to infer the expected distribution of boreholes. The third optimization with penalization is performed with a refined grid, using the first and second optimizations to infer the expected distribution of boreholes.

The first optimization (with  $p = 1$ ) is conducted on a uniform grid generated using a Frontal-Delaunay algorithm with a characteristic length of 5m. This optimization yields a distribution of borehole presence fraction  $\rho_{ref}$  with intermediate values  $0 \leq \rho_i \leq 1$ . An example distribution is shown on Figure 3.3 for a square domain. While this distribution does not allow to

position boreholes in the domain, it gives an indication of where boreholes are most likely to be optimally placed. On Figure 3.3, it can be seen that a higher density of boreholes, indicated by higher borehole presence fractions, is expected along the perimeter of the domain. The distribution  $\rho_{ref}$  can thus be used to generate refined grids with higher density of nodes in these locations.

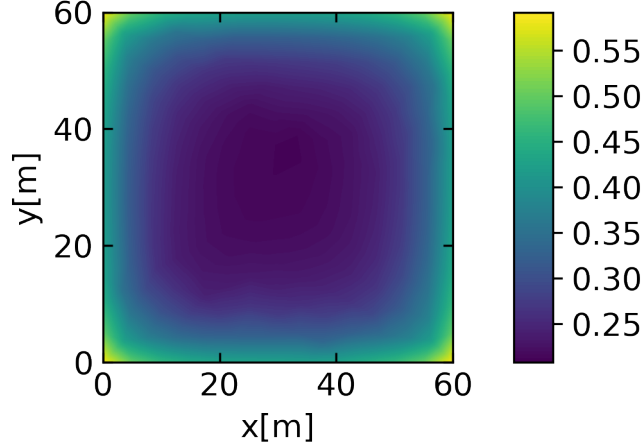


Figure 3.3  $\rho$  distribution for an optimized bore field with a penalization of  $p = 1$

The distribution  $\rho_{ref}$  is then normalized between 0 and 1:

$$\hat{\rho} = \frac{\rho_{ref} - \min(\rho_{ref}) \mathbf{J}}{\max(\rho_{ref}) - \min(\rho_{ref})} \quad (3.29)$$

where  $\mathbf{J}$  is a vector of ones of the same dimension as the number of nodes on the reference grid. The value of  $\hat{\rho}$  is then used in the subsequent stages of the refinement. The normalized distribution is scaled between  $l_{min}^*$  and  $l_{max}^*$ , the nominal minimum and maximum element sizes, so that the regions where the  $\rho$  distribution is higher will have a higher density of nodes:

$$\mathbf{l} = (\mathbf{J} - \hat{\rho})(l_{max}^* - l_{min}^*) + l_{min}^* \mathbf{J} \quad (3.30)$$

where  $\mathbf{l}$  represents the refined element size of the new grid at all node locations  $(\mathbf{x}_{ref}, \mathbf{y}_{ref})$  of the initial grid. The refined non-uniform grid is generated using a linear interpolation of  $\mathbf{l}$  for the element sizes on the domain. The second optimization problem is solved with the continuation approach starting from  $p = 1$  to  $p = 3$ .

For the third optimization, the domain is further refined using the last distribution of  $\rho$ . The

following parameters are calculated for the grid refinement:

$$d_{perimeter} = \frac{\text{domain perimeter}}{\sum \rho_{perimeter}} \quad (3.31)$$

$$d_{center} = \left( \frac{\text{domain area}}{\sum \rho_{center}} \right)^{0.5} \quad (3.32)$$

$$d_{min} = \min(d_{perimeter}, d_{center}) \quad (3.33)$$

$$d_{max} = \max(d_{perimeter}, d_{center}) \quad (3.34)$$

$$l_{min} = \frac{d_{min}}{d_{max}} l_{max}^* \quad (3.35)$$

where  $d_{perimeter}$  and  $d_{center}$  are respectively a measure of the distance between full length boreholes on the perimeter and on the center of the grid, and  $l_{min}$  is the minimum element size of the third grid. A new distribution of  $\mathbf{l}$  is evaluated by replacing the value of  $l_{min}^*$  in Equation 3.30 with the newly calculated value of  $l_{min}$ , and a new refined grid is generated, once again by a linear interpolation. Figure 3.4 presents an example of the evolution of the grid for the three-step optimization technique.

In the case where  $l_{min} \geq l_{min}^*$  in Equation 3.35, a third optimization is not necessary as repeating the optimization on a coarser grid will not improve the results. In this case, the procedure can be stopped and the results of the second optimization correspond to the optimized configuration. The refinement procedure used to generate the third grid can be repeated more than once with updated values for  $l_{min}$ . The variable  $n_{ref,max}$  can be defined as the maximum number of refinements to be performed before stopping the procedure.

## Tools used in the implementation

The finite line source solution used to calculate  $g$ -functions is evaluated using *pygfunction* with the method of similarities [16,61]. The *NLopt 2.7.1* module [62] and its implementation of the MMA is used to solve the optimization problem. Finally, all handling of the grid, its generation and its refinement, is performed using *pygmsh 7.1.17* [63].

## 3.4 Results

The topology optimization method is applied to different load profiles on three different domains which all present similar area over perimeter ratios. The first domain is an L-shaped domain of 6800m<sup>2</sup> (Grid 1). The second domain is a circle with a radius of 38m (Grid

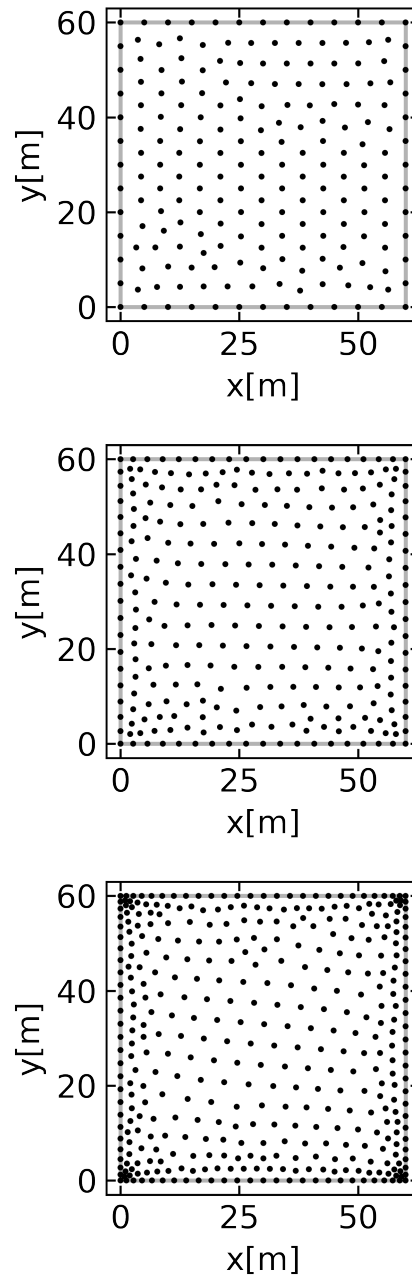


Figure 3.4 Comparison between the initial grid (top), the initial function-defined grid (middle) and the refined function-defined grid (bottom)

2) and finally the third domain is a square of 113m by 113m with an empty space of 20m by 40m where no boreholes can be placed (Grid 3). The effect of the temperature penalty is also explored. Finally, different load cases are presented as well as their effect on the optimized configurations. The objective of this study is to explore how different domain shapes and ground load profiles affect the optimal configuration of boreholes in a domain.

Table 3.1 presents the parameters used in the simulation concerning the bore field, the ground and the fluid circulating in the pipes. The parameters are similar to the ones presented in [56]. The major difference concerns the ground loads. The same annual ground loads are used, but the monthly and the hourly ground loads are scaled based on the annual load to produce different heat load profiles.

Table 3.1 Bore Field Parameters

Bore field parameters		
Borehole buried depth ( $D$ )	4	m
Borehole radius ( $r_b$ )	0.075	m
Borehole length ( $L$ )	125	m
Borehole thermal resistance ( $R_b^*$ )	0.2	m-K/W
Ground properties		
Thermal diffusivity ( $\alpha_s$ )	$1 \times 10^{-6}$	$\text{m}^2/\text{s}$
Thermal conductivity ( $k_s$ )	2.0	W/m-K
Undisturbed ground temperature ( $T_g$ )	14	$^{\circ}\text{C}$
Annual ground load ( $q_a$ )	108.60	kW
Fluid properties (propylene-glycol 20% concentration)		
Flow rate ( $\dot{V}_f$ )	0.05	L/s-kW of peak load
Density ( $\rho_f$ )	1008	$\text{kg}/\text{m}^3$
Specific heat capacity ( $c_{p,f}$ )	4014	J/kg-K
Entering fluid temperature - heating mode ( $T_{h,f}$ )	0	$^{\circ}\text{C}$
Entering fluid temperature - cooling mode ( $T_{c,f}$ )	40	$^{\circ}\text{C}$

Table 3.2 presents four different parameter sets for the optimization. The first case serves as the base case and includes the temperature penalty. The second case uses the same ground loads as case 1 but the temperature penalty is assumed to be zero (i.e. only the approximation of the  $g$ -function is used for the optimization). For case 3, it is assumed that the hourly peak load is the same as the monthly load. Case 4 presents a balanced profile in heating and cooling. The value of  $q_a$  for this case is 0kW, and values for the hourly and the monthly load are based on the value of the annual load as presented in Table 3.1. The optimization parameters and variables are finally presented in Table 3.3. The domains were refined and the configurations were optimized until reaching the value of  $n_{ref,max}$ , no matter if  $l_{min} \geq l_{min}^*$ . The number of boreholes and the total drilling length for the optimized configurations are presented in Tables 3.4 and 3.5. As will be discussed, some of the values of  $\rho_i$  do not always converge to 0 or 1. Table 3.4 presents the results as rounded to the next integer. Table 3.5 shows the results of  $L \cdot \sum_{i=1}^n \rho_i$  and  $L \cdot n_b$  in parenthesis. Note that all the results that appear on the subsequent figures were filtered to only show the values of  $\rho_i \geq 0.5$  so as to help with the clarity of the image. The results that appear in the tables are unfiltered, which

explains why there are some instances where the number of boreholes on the figure does not correspond to the number of boreholes in Table 3.4.

Table 3.2 Summary of the Different Cases

	$q_{m,h}$	$q_{h,h}$	$q_{m,c}$	$q_{h,c}$	$T_p$
Case 1 (Base case)	$-0.5 \cdot q_a$	$-2.5 \cdot q_a$	$2.5 \cdot q_a$	$7 \cdot q_a$	Yes
Case 2 (Omitting $\Delta T_p$ )	$-0.5 \cdot q_a$	$-2.5 \cdot q_a$	$2.5 \cdot q_a$	$7 \cdot q_a$	No
Case 3 ( $q_h = q_m$ )	$-0.5 \cdot q_a$	$-0.5 \cdot q_a$	$2.5 \cdot q_a$	$2.5 \cdot q_a$	Yes
Case 4 ( $q_a = 0\text{kW}$ )	$-2.5 \cdot q_a$	$-7 \cdot q_a$	$2.5 \cdot q_a$	$7 \cdot q_a$	Yes

Table 3.3 Optimization parameters

Minimal spacing ( $B_{min}$ )	2.5	m
Maximal distance between nodes ( $l_{max}^*$ )	2.5	m
Initial minimal distance between nodes ( $l_{min}^*$ )	1.25	m
Fixed penalization step ( $\Delta p$ )	0.01	-
Maximal penalization value ( $p_{max}$ )	3	-
Maximal number of grid refinements ( $n_{ref,max}$ )	2	-

Table 3.4 Total number of boreholes for all cases

	Case 1 (Base case)	Case 2 (Omitting $\Delta T_p$ )	Case 3 ( $q_h = q_m$ )	Case 4 ( $q_a = 0\text{kW}$ )
Grid 1 ( $L$ )	149	154	71	188
Grid 2 (Circle)	205	245	98	189
Grid 3 (Square)	123	124	61	188

Table 3.5 Total drilling length in meters for all cases

	Case 1 (Base case)	Case 2 (Omitting $\Delta T_p$ )	Case 3 ( $q_h = q_m$ )	Case 4 ( $q_a = 0\text{kW}$ )
Grid 1 ( $L$ )	18 552 (18 625)	19 249 (19 250)	8 757 (8 875)	23 402 (23 500)
Grid 2 (Circle)	25 625 (25 625)	30 623 (30 625)	12 249 (12 250)	23 611 (23 625)
Grid 3 (Square)	15 265 (15 375)	15 467 (15 500)	7 595 (7625)	23 409 (23 500)

### 3.4.1 Case 1: Base case

This case represents the complete method and serves as a reference for comparison purposes. The temperature penalty is considered to account for a more accurate evaluation of the

average fluid temperature. The results are presented in Figure 3.5 for all three domains. On a visual standpoint, all three domains share a common characteristic: there is a separation between the borehole distribution on the perimeter and inside the domain. There is a slight difference between Grids 1 and 3, and Grid 2. Configurations obtained for Domains 1 and 3 present a higher density of boreholes on the outside border for which the spacing is close to the imposed minimum. The boreholes that are not on the border are then positioned in what seems a uniform arrangement with increased spacing compared to the perimeter. The second grid is however divided in three zones. The first one is close to the perimeter and a layer of closely spaced boreholes is present, the second zone is located toward the middle of the domain. An agglomeration of boreholes is present and the spacing is increased compared to the border of the domain. The final distinct zone is located between the perimeter and the middle of the domain, where no boreholes are present.

The results obtained on the circle grid (Grid 2) did not all respect the soft constraint of  $B_{min} = 2.5\text{m}$ . One pair of boreholes are at a distance of 2.49m. This increases the value of the  $g$ -function but the effect should be minimal when taking into account that it only affects one pair of boreholes out of 205 boreholes.

### 3.4.2 Case 2: Omitting the temperature penalty

For case 2, the temperature penalty is not taken into consideration. This means that only the UHTR boundary condition is used in the evaluation of the  $g$ -functions. This case serves as a measure of the inaccuracy of the approximate method for the evaluation of  $g$ -functions. Results for case 2 are presented in Figure 3.6 for all three domains. The three optimizations that were performed present the same visual appearance as case 1. However, it is shown that the inclusion of the temperature penalty has a non-negligible effect on the number of required boreholes inside the domain. The increase in the required number of boreholes are more important for Grid 2, for which the number of boreholes is significantly higher than the other two domains. This is expected due to greater number of boreholes which increases thermal interactions and accentuates errors due to improper boundary conditions in the evaluation of  $g$ -functions [12].

The same observation as case 1 can be made on the second grid where some of the boreholes do not respect the imposed minimal spacing. Five pairs of boreholes are closer than this value with the closest ones being 2.49m apart. The same conclusion can be made as to the effect of the non-respect of the constraint on the optimized configuration.

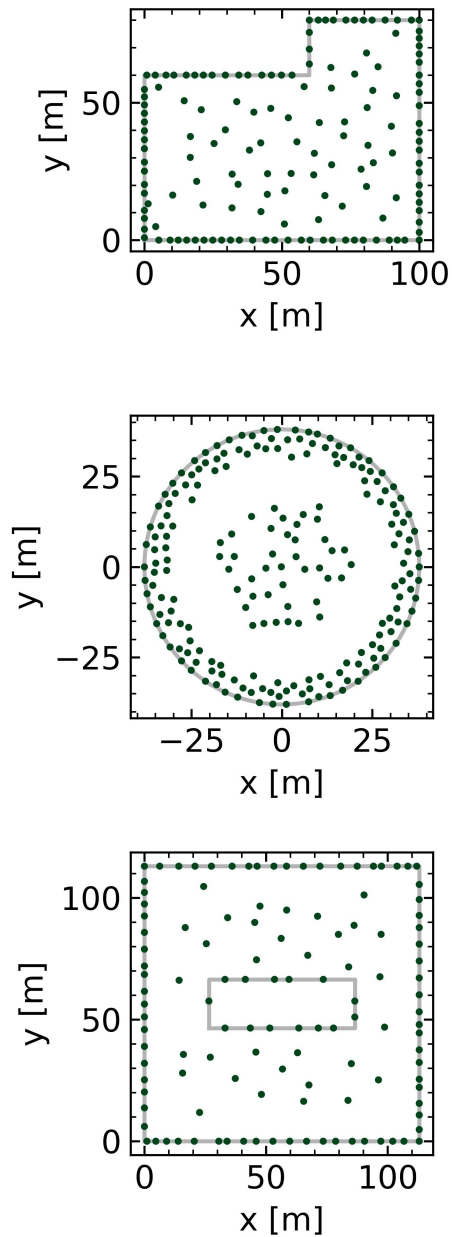


Figure 3.5 Optimal configurations for case 1

### 3.4.3 Case 3: Equal hourly and monthly loads

For case 3, the hourly load is decreased compared to the first two cases. As a result, fewer boreholes are required to satisfy the heating and cooling energy demands. Results for case 3 are presented in Figure 3.7. The configuration of Grid 1 is very similar to what was



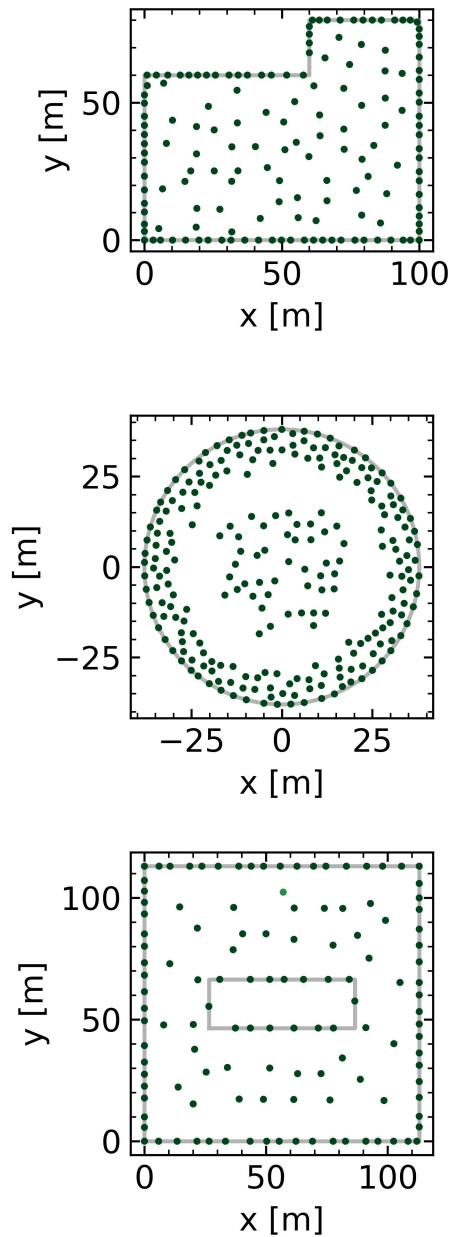


Figure 3.6 Optimal configurations for case 2

presented in the first two cases. There is however one characteristic of this domain that is more prominent. Since the shape is concave, there is a reflex angle on the upper part of the domain, and only one borehole is present close to this angle. Grid 2 presents a configuration with characteristics that are now more similar to what was obtained in the first two cases with Grids 1 and 3 in terms of density on the border and in the center of the bore field. Grid

3 respects the same principles highlighted previously concerning the density. However, since the number of boreholes is reduced, it is possible to observe that some of the boreholes on the perimeter are paired together, showing varying spacings on the perimeter.

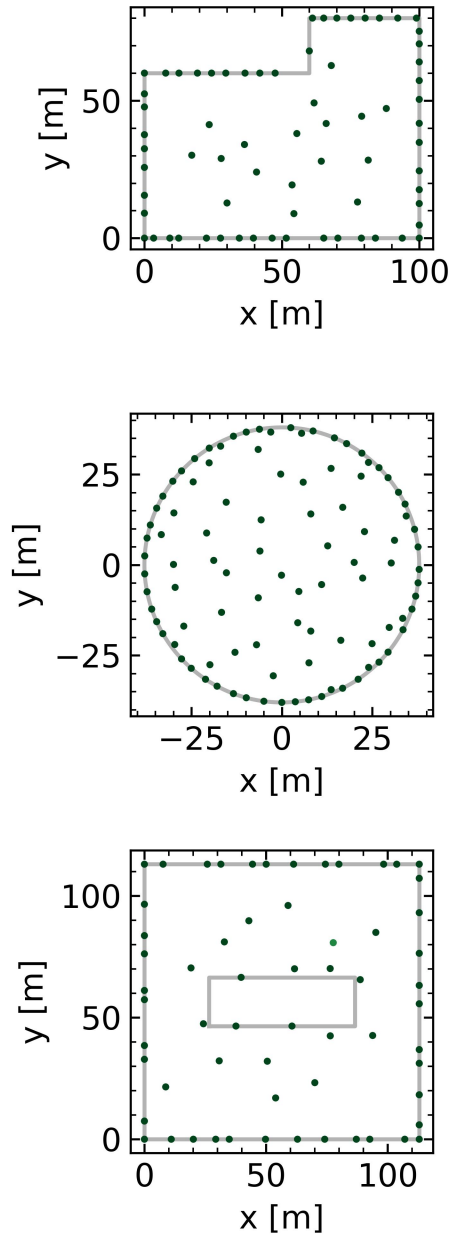


Figure 3.7 Optimal configurations for case 3

### 3.4.4 Case 4: Balanced loads

The ground loads used for case 4 are perfectly balanced. The annual ground load is therefore equal to 0 kW. The optimized configurations for case 4 are presented in Figure 3.8. The configurations obtained for this case are similar. The boreholes are positioned in every area of the domain and have an overall constant spacing. It is also worth noting that even though the domains are different, the number of boreholes is the same. The values of  $(T_m - T_g)_c$  and  $(T_g - T_m)_h$  evaluated at the end of the optimization procedure are equal and the case is constrained in heating mode. This is different than the other cases where both values were different with the cooling mode being the more constrictive of the two.

The optimization parameters were modified during this case for Grid 3, as the memory usage was too important for the available tools. The value of  $l_{max}^*$  was changed to 5m, and the value of  $l_{min}^*$  to 2.5m. This issue will be further discussed.

## 3.5 Discussion and conclusions

It is shown that the method is able to provide optimized bore field configurations. The method is an improved version of the optimization method presented by Noël & Cimmino [56], with the addition of a temperature penalty to improve the accuracy of the thermal model, as well as a method to refine the discretized domain based on the distribution of the design variable on the first steps of the optimization process.

This paper has validated some of the research made on bore field optimization, showing that there is a gain in placing the boreholes irregularly. In most cases, placing the boreholes closer on the perimeter of the bore field and coarser towards the center leads to savings in drilling length.

### 3.5.1 Impact of ground load profile

Three load profiles were studied: a cooling dominant profile, a profile where the hourly peak and the monthly loads are equal with less heat injection and extraction, and a balanced profile.

In the case where one mode of operation is dominant, the optimized configurations converge to a higher density of boreholes on the perimeter than in the center as can be observed on cases 1 to 4. This characteristic was found in previous studies and is a way to limit the interactions between the boreholes. This is due to the overall ground temperature that will either increase or decrease depending on the dominant mode of operation. The results

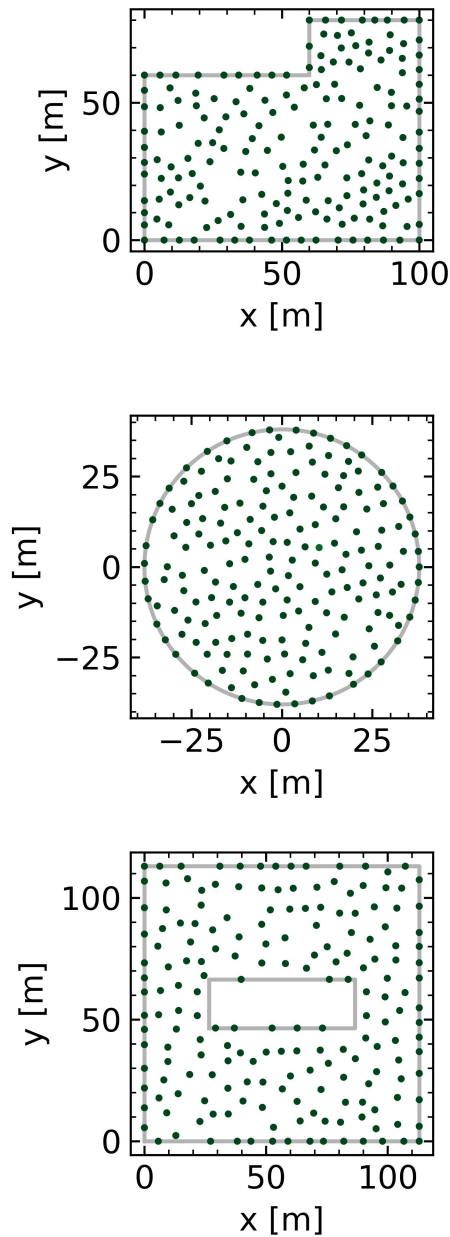


Figure 3.8 Optimal configurations for case 4

obtained on the circular domain show that another strategy is to regroup the boreholes located on the perimeter onto a layer of closely spaced boreholes and to regroup the boreholes located in the center with a larger spacing than on the perimeter, leaving an empty zone between these two groups. These results only applied to cases 1 and 2 as the results for case 3 on the circular domain are similar to what was found on the other domains. This tends to

suggest that the amount of heat to extract or to inject has a greater impact than the load profile itself, as long as one mode of operation is dominant. An increase in the heat transfer leads to more boreholes, and there seems to be a threshold for which the boreholes should be positioned in a manner that will leave part of the domain empty.

When the loads are smaller, therefore the number of boreholes is reduced, a strategy was found on Grid 3 where the boreholes were positioned in pairs in some parts of the perimeter. This strategy seems to be only possible when the number of boreholes is small enough. It is interesting to note that this strategy was preferred compared to positioning more boreholes in the center or having an even spacing.

Finally, a balanced load profile generated configurations that were somewhat regular (constant spacing between all the boreholes on all parts of the domains). Since the annual load is 0 kW, the soil does not tend to either warm or cool over a long period of time meaning that the interactions are limited when the boreholes are regularly spaced.

### 3.5.2 Impact of geometry

Conclusions may be made on concave geometries. The spacing between boreholes on Grid 1 was increased close to its reflex angle as opposed to the other parts of the perimeter. The effect was more pronounced when the overall heat injected and extracted was reduced in case 3. This showed that there is a benefit to varying the spacing on specific parts of the domain. A similar effect may be present on Grid 3 where the hole is positioned, but it is definitely harder to tell since the total number of boreholes is lower on this grid. The effect on this grid could also be because the reflex angles are in the center of the domain, which, as was previously shown, usually has a lower density of boreholes.

### 3.5.3 Limitations

The proposed grid refinement technique is able to refine the discretization in locations where there are more boreholes. However, the method is still heuristic in some aspects and some drawbacks of using this particular technique can be identified. Parameters are introduced to modulate the refinement and to limit the number of refinements that are performed. The parameter values used in this paper are not universal and may need adjustments if the methodology is applied to other cases.

The modulation based on the ratio  $d_{min}/d_{max}$  shown in Equation 3.35 might refine the domain too much in cases where there is a great imbalance between  $d_{min}$  and  $d_{max}$ , even when the number of boreholes required is small. This can result in increased computation time and

cost due to the generation of a grid with a large number of nodes, as experienced on Grid 3 in case 4 where the optimization could not be performed using the same mesh refinement parameters as all the other optimizations.

The method still presents some of the limitations highlighted in Noël & Cimmino [56]. The configurations are too complex to be used as is by a designer. The optimized configurations should not be interpreted as an exact blueprint of where boreholes should be positioned but rather as a guide to identify what the spacing between boreholes should be in different areas of the domain.

There are still occurrences of intermediate design variable values even though the SIMP method is applied to the optimization problem. There are instances where some of the nodes have converged to values of  $\rho_i \leq 0.1$  but that are still greater than 0. These values can add up and increase the value of the sum of the design variable. In some other cases, an intermediate value of  $\rho_i$  closer to 1 can appear, meaning that the optimization has converged to an intermediate value of the design variable. A filtering followed by a re-evaluation of  $T_m$  might be necessary to eliminate these partial values while still ensuring that the constraints are respected.

### 3.5.4 Contributions

Load profiles and geometries were shown to play a role in the determination of the configurations. The strategies uncovered using the proposed topology optimization method were to position boreholes closer on the perimeter as opposed to the center in case of an imbalanced load profile, to limit the number of boreholes located near reflex angles, and to group boreholes in pairs on the perimeter when it is possible to do so. This shows that studying a wide range of load profiles and geometries can lead to various design strategies.

This work also presented an analytical solution to evaluate  $g$ -functions based on an equal average fluid temperature for all boreholes. This method for calculating  $g$ -functions was used to improve the precision of the fluid temperature evaluation in the constraint functions of the optimization problem and adapted to include the design variable of the optimization problem. It showed that the inclusion of the newly added temperature penalty based on this analytical solution can lead to a lower evaluation of the total drilling length.

### 3.5.5 Future work

Future work will focus on the economic optimization of bore field configurations. The quantification of a feasibility indicator for bore field configuration, which could be used to drive

the optimization process toward simpler design, will also be explored.

### **3.6 Acknowledgments**

This study is funded by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) [grant number: RGPIN-2018-04471].

### **3.7 Disclosure Statement**

The authors report there are no competing interests to declare.

## CHAPITRE 4 DIMENSIONNEMENT POUR LE STOCKAGE THERMIQUE SAISONNIER

Le Chapitre 3 a démontré l'impact de certains profils de charges au sol et de différentes géométries sur les configurations optimales de champs de puits. Les profils de charge utilisés de ce chapitre étaient soit dominants dans un mode de fonctionnement (la charge annuelle et la charge de pointe est dans le même mode) ou bien équilibrés. Il y a cependant d'autres types de charge qui peuvent se présenter selon l'utilisation que l'on souhaite faire du champ de puits. Une utilisation de plus en plus répandue des échangeurs de chaleur géothermiques est celle d'un stockage saisonnier (BTES pour *Borehole Thermal Energy Storage*).

Un des exemples bien connus de ce type d'utilisation est celui de la communauté de Drake Landing au Canada [64, 65] où les besoins en chaleur de la communauté sont comblés par un système de capteurs solaires jumelé à un système géothermique de stockage saisonnier pour combler les besoins de chauffage en hiver. De l'énergie est donc emmagasinée dans le sol au printemps, à l'été et à l'automne, puis extraite en hiver comme source de chauffage. Les stockages de ce type composent cependant avec des pertes importantes dans le sol. Dans une revue des études sur les communautés solaires jumelées à des systèmes de stockage saisonnier, Rad et Fung [66] recensent que les installations de type BTES ne peuvent extraire qu'entre 40% et 60% de l'énergie qui y est injectée.

Pour analyser les configurations de champs de puits utilisés en stockage pour le chauffage avec la méthode d'optimisation topologique, cela reviendrait à avoir un pulse annuel ( $q_a$ ) dominant en climatisation (il y a alors annuellement plus de chaleur rejetée dans le sol qu'extraite), et des pulses de pointes mensuel ( $q_m$ ) et horaire ( $q_h$ ) dominant en chauffage. L'objectif de ce chapitre est de présenter les configurations optimales obtenues par la méthode de dimensionnement proposée, pour des cas de stockage.

Pour ce faire, un domaine carré est utilisé pour dimensionner un champ de puits géothermiques en utilisant la méthode d'optimisation topologique. Les trois pulses utilisés pour ce dimensionnement s'apparentent à un cas de stockage.

### 4.1 Cas étudié

Le domaine étudié est un carré de  $100\text{m} \times 100\text{m}$ . Les paramètres utilisés pour la simulation sont similaires à ceux du Chapitre 3 présentés dans la Table 3.1 Le profil de charge est modifié et est présenté dans la Table 4.1. Dans les paramètres du champ de puits, seule la longueur



individuelle des puits est modifiée et est maintenant de 150m. Les paramètres d'optimisation sont eux aussi semblables à ceux utilisés précédemment. Ils sont présentés dans la Table 4.2.

TABLEAU 4.1 Profil de charge pour le cas de stockage

$q_a$	25	kW
$q_{m,c}$	150	kW
$q_{h,c}$	200	kW
$q_{m,h}$	-250	kW
$q_{h,h}$	-500	kW

TABLEAU 4.2 Paramètres d'optimisation pour le cas de stockage

Espacement minimal ( $B_{min}$ )	2.5	m
Distance maximale entre les noeuds ( $l_{max}^*$ )	5	m
Distance minimale entre les noeuds ( $l_{min}^*$ )	2.5	m
Pas de pénalisation fixe ( $\Delta p$ )	0.01	-
Pénalisation maximale ( $p_{max}$ )	3	-
Nombre de raffinement maximal ( $n_{ref,max}$ )	2	-

#### 4.1.1 Résultats

Les configurations optimisées ainsi que le nombre de puits et la longueur totale de forage correspondants (donnée par  $L \cdot \sum_{i=1}^n \rho_i$  et  $L \cdot n_b$  entre parenthèses) sont présentés dans la Figure 4.1 et la Table 4.3. Tout comme pour les figures montrées dans le précédent chapitre, les résultats sont filtrés dans la figure. Seul les endroits où  $\rho_i \geq 0.01$  apparaissent.

TABLEAU 4.3 Nombre de puits et longueur totale de forage pour le cas de stockage

Nombre de puits	56	-
Longueur totale de forage	8298 (8400)	m

La Figure 4.1 montre qu'il y a une concentration de puits à un endroit en particulier du domaine, ce qui est semblable aux configurations typiques de stockage. On remarque cependant qu'il y a plusieurs valeurs intermédiaires de la variables d'optimisation qui se trouvent dans la zone entourant les endroits correspondants à  $\rho_i = 1$ . En fait, la configuration ne compterait que 23 puits si l'on ne considère que les endroits où la variable d'optimisation est égale à 1.

Pour le cas des profils de charge dominants dans un des deux modes de fonctionnement, il y a typiquement une des deux contraintes sur la température moyenne du fluide qui atteint la limite, et l'autre qui respecte la contrainte en deçà de la valeur maximale imposée. Pour le cas de stockage, les deux contraintes atteignent la limite imposée.

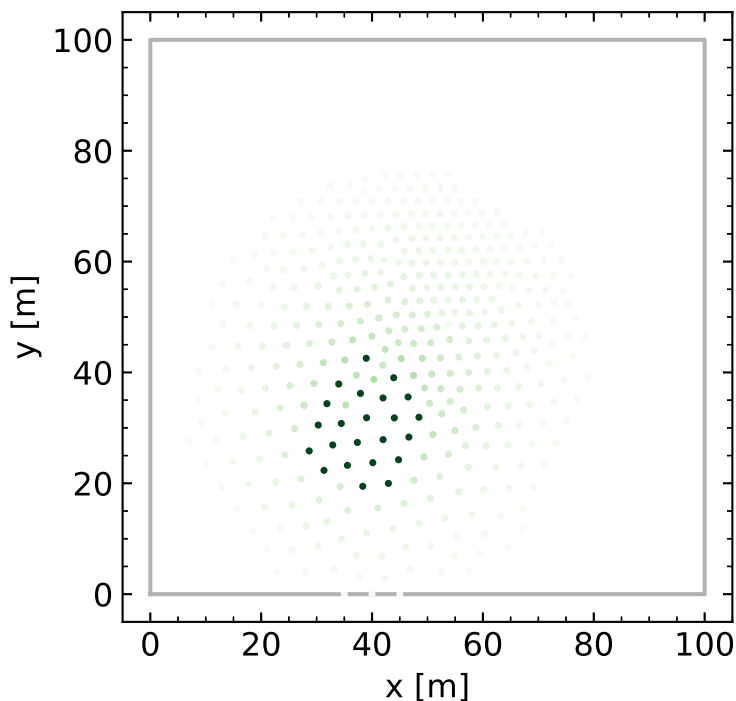


FIGURE 4.1 Configuration optimisée en stockage

#### 4.1.2 Discussion

Les profils de charge en stockage mènent à des résultats assez différents de ceux obtenus pour des profils dominants dans un des modes de fonctionnement. Cela se traduit entre autre par le positionnement des puits qui est concentré vers un endroit du domaine, mais également par la distribution de la variable d'optimisation pour le cas de stockage par rapport à celle pour les autres cas de profil de charge au sol.

#### Convergence de la variable d'optimisation

Les valeurs intermédiaires de la variable d'optimisation sont davantage présentes pour ce cas que ce pouvait l'être pour des cas de charge dominants dans un mode. La Table 4.4 montre la réduction du nombre de noeuds lorsque les résultats sont filtrés pour différentes valeurs de la variable d'optimisation. Il y a plusieurs points qui ont des fractions importantes et non-négligeables par rapport à l'évaluation qui est faite de la contrainte sur la température du fluide. Cela démontre également l'écart entre le nombre de points où l'optimisation a convergé vers  $\rho_i = 1$  qui est de 23 noeuds et la somme arrondie vers le haut de la variable d'optimisation qui est de 56.

TABLEAU 4.4 Nombre de noeuds considérés par rapport à la fraction de présence d'un puit

$\rho_i \geq$	Nombre de noeuds
0.001	397
0.1	145
0.25	39
0.5	23
1	23

Le regroupement des puits pour le cas de stockage fait en sorte que le champ de puits pourrait être traité comme une forme qui se positionne dans un endroit précis du domaine, contrairement aux résultats présentés dans le Chapitre 3 où le champ de puits utilise tout l'espace disponible. Ce cas pourrait être mieux adapté à des méthodes basées sur les courbes de niveaux ou sur les champs de phase. L'avantage de ces méthodes en structure est de pouvoir définir des frontières précises du domaine. Cela pourrait aider à diminuer ou à éliminer l'étalement de la variable d'optimisation pour de petites valeurs vers la frontière du domaine.

### Raffinement du maillage pour le stockage

L'objectif de la méthode de raffinement du maillage présentée précédemment est de prédire les endroits dans le domaine où il devrait y avoir une plus grande concentration de puits, et raffiner le domaine à ces endroits.

La Figure 4.2 présente la grille utilisée pour effectuer l'optimisation topologique en stockage. On observe que les endroits plus raffinés dans le domaine ne correspondent pas aux endroits où la majorité des puits s'est retrouvée dans la Figure 4.1. Cela est dû à la configuration préconisée en stockage qui se trouve vers le centre du domaine. Il peut donc y avoir plusieurs symétries dans le domaine, et en fonction de la distribution initiale de la variable d'optimisation et des erreurs numériques, la solution pourrait converger vers un endroit qui n'était pas raffiné initialement.

Pour le résultat présenté ici, le maillage n'a pas été raffiné après avoir obtenu la première configuration optimisée. Cela met en lumière un certain problème avec la procédure pour raffiner le maillage en fonction de la solution convergée. En effet, comme tous les puits se trouvent concentrés en un endroit au centre du domaine, le nombre de puits sur le périmètre est faible, voire presque nul, ce qui a pour effet de réduire la valeur du ratio  $\frac{d_{min}}{d_{max}}$  qui dirige le raffinement et engendre une valeur de  $l_{min}$  qui s'approche de 0 m.

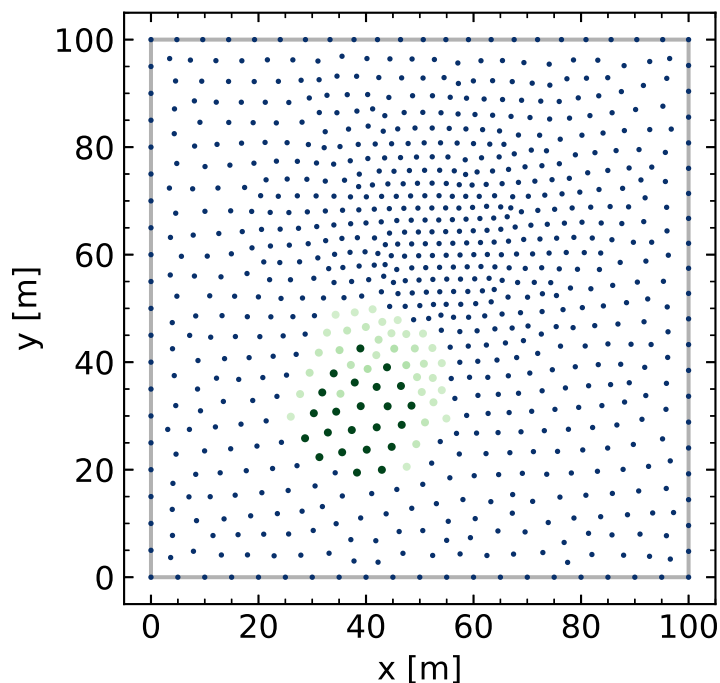


FIGURE 4.2 Comparaison entre la solution filtrée à 20% (vert) et la discrétisation du domaine (bleu)

### Limitations pour le cas de stockage

Le cas présenté ici permet d'établir l'idée générale d'une configuration optimale des puits pour un cas de stockage. Des puits concentrés en un endroit et assez rapprochés permettent le respect des contraintes imposées tout en minimisant la longueur totale de forage. Cependant, dans son état actuel, la méthode n'est pas adaptée aux cas de stockage alors qu'il n'est pas possible de converger en majorité vers des valeurs de  $\rho_i = \{0, 1\}$ . Cela entraîne une surestimation importante de la somme de la variable d'optimisation par rapport au nombre de noeuds où la distribution converge vers une valeur de 1.

## CHAPITRE 5 DISCUSSION GÉNÉRALE

La revue de littérature présentée dans le Chapitre 2 a permis d'identifier les aspects à considérer dans le dimensionnement d'échangeurs de chaleur géothermiques ainsi que d'exposer certaines des faiblesses des méthodes de dimensionnement traditionnelles. Le présent chapitre permettra d'évaluer la méthode de dimensionnement développée en suivant les principes d'optimisation topologique par rapport aux méthodes conventionnelles de dimensionnement.

La méthodologie développée et présentée dans le Chapitre 3 montre comment une méthode conventionnelle de dimensionnement, soit la méthode alternative de l'ASHRAE a été adaptée pour les problèmes d'optimisation topologique. Les configurations optimisées sont généralement en accord avec les recherches effectuées sur les configurations de puits. Pour les profils de charge où un des deux modes de fonctionnement est dominant, les configurations optimisées sont généralement plus denses au périmètre du champ de puits que dans le centre. La méthode proposée a démontrée être capable de générer des configurations optimisées de champs de puits qui se comparent bien avec les principaux principes de dimensionnement identifiés.

La méthode présente aussi une alternative intéressante par rapport aux méthodes conventionnelles de dimensionnement. Ces méthodes cherchent généralement à minimiser la longueur totale de forage en fonction d'une configuration pré-déterminée de puits. Ainsi, le travail se fait surtout sur la longueur individuelle des puits. Cette façon de faire est différente de celle de la méthode proposée, qui repose plutôt sur la minimisation de la longueur totale de forage en optimisant le nombre et le positionnement des puits pour une longueur individuelle de puits donnée. L'avantage de procéder de cette façon est qu'il est plus avantageux d'avoir des puits les plus longs possibles. Cela permet à chaque puit d'échanger plus de chaleur, ce qui peut par la suite entraîner une diminution du nombre de puits et des espacements plus grands entre eux. La méthode d'optimisation topologique permet de contraindre ce paramètre lors de l'initialisation du dimensionnement en fonction des limitations techniques. Le fait de pouvoir imposer à la fois une contrainte en chauffage et en climatisation évite également de devoir faire deux dimensionnements. Les résultats présentés dans l'Annexe A montrent d'ailleurs comment peut se comparer la méthode d'optimisation topologique avec la méthode alternative de l'ASHRAE.

Le fait que les configurations obtenues soient complexes peut être attribué à deux facteurs reliés entre eux : l'approche SIMP avec continuation qui ne garantit pas l'atteinte d'un minimum global, et le fait que plusieurs configurations vont donner des résultats similaires. Le

problème formulé se base sur les  $g$ -functions afin d'évaluer les interactions thermiques, et sa valeur n'est influencée que par la position relative des puits entre eux. Ainsi, plusieurs configurations sont susceptibles d'être similaires, tant que les espacements requis sont respectés. Également, pour de grands champs de puits composés d'un nombre important de puits, la position spécifique d'un seul puits n'aura pas une grande influence sur la valeur de la contrainte, soit la température du fluide qui circule dans les puits. Plusieurs puits peuvent donc être déplacés sans pour autant que les contraintes du problème ne soient plus respectés. L'attrait principal de la méthode dans son état actuel n'est pas de pouvoir positionner avec précision les puits, mais plutôt de donner des informations par rapport aux espacements optimaux entre les puits dans différentes régions du domaine. Cette particularité de l'approche de dimensionnement proposée a donc permis d'étudier différents domaines et profils de charge au sol, et de mettre en évidence ces différents aspects ainsi que leur impact sur les configurations optimales de champs de puits.

Les problèmes de convergence vers des valeurs de 0-1, surtout pour le cas de stockage, ne sont pas tout à fait ciblés. Une piste à explorer serait un problème qui est régulièrement rencontré en optimisation de structures, soit celui où des contraintes, ou des charges, sont dépendantes de l'évolution de la forme de la structure, par exemple des contraintes de pression sur la structure, où le point d'application varie selon l'évolution de la frontière, ou encore des contraintes par rapport au poids de la structure. À titre d'exemple, le cas de la minimisation de la déformation en considérant le poids de la structure a été analysé par Bruyneel et Duysinx [67] qui avaient entre autres remarqué l'apparition de valeurs intermédiaires de la variables d'optimisation en appliquant directement l'approche SIMP. Ils avaient alors proposé certaines modifications au schéma de pénalisation, en plus de tester différents algorithmes d'optimisation s'apparentant à la famille de la MMA. Les méthodes basées sur les surfaces de niveaux ou sur les champs de phase semblent mieux gérer ce genre de formulation puisqu'elles se basent sur une définition claire de la frontière [2]. Toutefois, davantage d'investigations sont nécessaires afin de déterminer si les différentes stratégies proposées dans la littérature pourraient s'appliquer au cas du dimensionnement de champs de puits géothermiques.

## CHAPITRE 6 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Le présent mémoire se conclut maintenant en faisant d'abord un retour sur le travail accompli et sur les principaux résultats. Certaines des limitations de la méthode et quelques améliorations possibles seront également présentées.

### 6.1 Synthèse des travaux

L'objectif initial du travail était de faire le dimensionnement de champs de puits géothermiques en appliquant les principes d'optimisation topologique. Il a rapidement été choisi d'approcher le dimensionnement par une méthode basée sur la densité, plus précisément la méthode SIMP d'optimisation topologique en raison des affinités entre le problème de dimensionnement et les forces des approches de densité. Le problème d'optimisation formulé est de minimiser le nombre de puits qui composent le champ de puits en contraignant la température moyenne du fluide circulant dans les puits en chauffage et en climatisation.

Une variable d'optimisation représentant la fraction de présence d'un puits à un endroit du domaine a été définie. L'objectif est donc de minimiser la somme de cette variable. Les fonctions contraintes sont une adaptation de la méthode alternative de l'ASHRAE pour le dimensionnement dans le but de borner la température du fluide circulant dans les puits. Cette adaptation s'est traduite au niveau du calcul des facteurs de réponse thermique utilisés dans la méthode, soit les  $g$ -functions. Un calcul basé sur la superposition spatiale de la source ligne finie pour une condition frontière de transfert de chaleur uniforme à la paroi des puits a été considérée en incluant la variable d'optimisation définie.

Pour tenir compte des erreurs de précision associées à cette condition frontière, une pénalité de température a été ajoutée au problème. Ce terme évalue la différence entre la variation de température à la paroi des puits en comparant les  $g$ -functions évaluées par la condition frontière de transfert de chaleur uniforme à des  $g$ -functions évaluées en considérant une condition frontière de température moyenne de fluide égale entre tous les puits. Une solution analytique pour cette condition frontière a été formulée et a également été adaptée pour tenir compte de la variable d'optimisation.

Des dimensionnements ont été faits sur des domaines présentant différentes géométries et différents profils de charge, afin d'identifier les stratégies de dimensionnement applicables à ces contraintes de conception. Les stratégies identifiées sont :

1. Augmenter la densité de puits situés sur le périmètre extérieur du domaine par rap-

port au centre dans le cas de profils de charge dominés par un des deux modes de fonctionnement.

2. Espacer uniformément les puits pour des profils de charge équilibrés.
3. Éviter de positionner des puits autour des angles rentrants.
4. Répartir les puits en zones en fonction des contours du domaine lorsque le nombre de puits sur la surface devient important.
5. Regrouper les puits par paires sur le périmètre lorsque ce dernier est peu occupé par des puits.
6. Concentrer les puits pour des cas de stockage thermique.

Le premier élément avait déjà été identifié par les différentes investigations sur le dimensionnement de champs de puits.

## 6.2 Limitations de la solution proposée

Bien que la méthode proposée se compare avantageusement à certaines des techniques de dimensionnement traditionnelles en plus d'être appuyée par les investigations sur les configurations de champs de puits, la méthode présente des limites.

- Les configurations obtenues sont complexes et difficilement réalisables pour des applications réelles.
- La pénalisation n'est pas suffisante pour garantir la convergence vers des valeurs discrètes. Certaines variables d'optimisation convergent vers des valeurs intermédiaires et des valeurs près de 0.
- La paramétrisation du schéma de discrétisation et de raffinement n'est pas adaptée à tous les types de configurations et tous les types de profil de charge.
- Les cas en stockage sont difficilement gérés par la méthode qui converge en grande partie vers des valeurs intermédiaires de la variable d'optimisation.

## 6.3 Améliorations futures

Le futur du projet peut se faire sur plusieurs fronts, autant au niveau des fonctionnalités qui sont déjà présentes que pour en ajouter de nouvelles.

Le développement de nouvelles fonctions contraintes pour le problème pourrait s'avérer intéressant afin de permettre le dimensionnement des champs de puits selon des critères propres à chaque projet. Des fonctions qui permettraient de contraindre les coûts ou la complexité des travaux feraient en sorte de créer des dimensionnements qui sont davantage personnalisés.



L'avantage de la méthode choisie est que des contraintes peuvent facilement être ajoutées au problème, tant qu'il est possible de les exprimer en fonction de la définition de la variable d'optimisation.

Le schéma de pénalisation pourrait également être amélioré, d'abord en déterminant une valeur de pénalisation maximale qui s'appuie sur une étude plus poussée, mais également en déterminant un pas de pénalisation qui permettrait de conserver la qualité des résultats tout en permettant de réduire le nombre de problèmes d'optimisation qui doivent être résolus. Une avenue intéressante serait l'implémentation d'un schéma adaptatif de la pénalisation qui permet de faire varier le pas de pénalisation de façon à réduire le nombre de problèmes d'optimisation à résoudre. Certains travaux ont d'ailleurs déjà été réalisés à cet effet (e.g. [60]).

Davantage de travaux sont également nécessaires afin d'améliorer la méthode de raffinement du domaine, principalement la modulation qui est faite entre les éléments grossiers et les éléments plus fins. Le nombre de points peut devenir plus élevé que nécessaire et augmente considérablement le temps et le poids des calculs.

Il faut finalement rappeler que les contraintes formulées se basent sur la SLF qui ne s'applique que pour des cas de transfert de chaleur en conduction pure. Une prochaine étape serait d'intégrer les solutions analytiques permettant de tenir compte des effets des mouvements d'eau souterraine (e.g. la source ligne finie mobile [68]), qui ont des effets non-négligeables sur le transfert de chaleur, et qui pourraient également avoir des effets sur les configurations d'échangeurs de chaleur.

## RÉFÉRENCES

- [1] O. Sigmund et K. Maute, “Topology optimization approaches,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 48, n°. 6, p. 1031–1055, déc. 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-013-0978-6>
- [2] N. P. van Dijk *et al.*, “Level-set methods for structural topology optimization : a review,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 48, n°. 3, p. 437–472, sept. 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-013-0912-y>
- [3] J. Spitler, J. Cook et X. Liu, “A preliminary investigation on the cost reduction potential of optimizing bore fields for commercial ground source heat pump systems,” communication présentée à 45th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford, Californie, 10-12 février 2010. [En ligne]. Disponible : <https://www.osti.gov/biblio/1761687>
- [4] L. R. Ingersoll et H. Plass, “Theory of the ground pipe heat source for the heat pump,” *Heating, Piping & Air Conditioning*, vol. 20, p. 119–122, juill. 1948.
- [5] M. Philippe, M. Bernier et D. Marchio, “Validity ranges of three analytical solutions to heat transfer in the vicinity of single boreholes,” *Geothermics*, vol. 38, n°. 4, p. 407–413, déc. 2009. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.geothermics.2009.07.002>
- [6] H. Carslaw et J. Jaeger, *Conduction of heat in solids*. Oxford, Angleterre : Clarendon Press, 1947.
- [7] P. Eskilson, “Thermal analysis of heat extraction boreholes,” thèse de doctorat, Dep. of Mathematical Physics, University of Lund, Lund, Suède, 1987. [En ligne]. Disponible : <https://portal.research.lu.se/en/publications/thermal-analysis-of-heat-extraction-boreholes>
- [8] H. Y. Zeng, N. R. Diao et Z. H. Fang, “A finite line-source model for boreholes in geothermal heat exchangers,” *Heat Transfer—Asian Research*, vol. 31, n°. 7, p. 558–567, nov. 2002. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/htj.10057>
- [9] N. R. Diao, H. Y. Zeng et Z. H. Fang, “Improvement in modeling of heat transfer in vertical ground heat exchangers,” *HVAC&R Research*, vol. 10, n°. 4, p. 459–470, oct. 2004. [En ligne]. Disponible : <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10789669.2004.10391114>
- [10] L. Lamarche et B. Beauchamp, “A new contribution to the finite line-source model for geothermal boreholes,” *Energy and Buildings*, vol. 39, n°. 2, p. 188–198, févr. 2007. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2006.06.00>

- [11] J. Claesson et S. Javed, “An analytical method to calculate borehole fluid temperatures for time-scales from minutes to decades,” *ASHRAE Transactions*, vol. 117, n<sup>o</sup>. 2, p. 279–288, juill. 2011.
- [12] M. Cimmino et M. Bernier, “A semi-analytical method to generate g-functions for geothermal bore fields,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 70, p. 641–650, mars 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.11.037>
- [13] C. Yavuzturk et J. D. Spitler, “A short time step response factor model for vertical ground loop heat exchangers,” *ASHRAE Transactions*, vol. 105, n<sup>o</sup>. 2, p. 475–485, 1999.
- [14] M. Cimmino, M. Bernier et F. Adams, “A contribution towards the determination of g-functions using the finite line source,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 51, n<sup>o</sup>. 1, p. 401–412, mars 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2012.07.044>
- [15] L. Lamarche, “g-function generation using a piecewise-linear profile applied to ground heat exchangers,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 115, p. 354–360, déc. 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2017.08.051>
- [16] M. Cimmino et J. C. Cook, “pygfunction 2.2 : New features and improvements in accuracy and computational efficiency,” communication présentée à International Ground Source Heat Pump Association Annual Conference, Las Vegas, Nevada, 6-8 décembre 2022, Conference Proceedings, p. 45–52. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.22488/okstate.22.000015>
- [17] M. Cimmino, “The effects of borehole thermal resistances and fluid flow rate on the g-functions of geothermal bore fields,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 91, p. 1119–1127, déc. 2015. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.08.041>
- [18] —, “Semi-analytical method for g-function calculation of bore fields with series- and parallel-connected boreholes,” *Science and Technology for the Built Environment*, vol. 25, n<sup>o</sup>. 8, p. 1007–1022, sept. 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/23744731.2019.1622937>
- [19] P. Mogensen, “Fluid to duct wall heat transfer in duct system heat storages,” communication présentée à International Conference on Subsurface Heat Storage in Theory and Practice, Stockholm, Suède, 6-8 juin 1983, p. 652–657.
- [20] G. Hellström, “Ground heat storage : thermal analyses of duct storage systems,” thèse de doctorat, Dep. of Mathematical Physics, Lund University, Lund,

- Suède, 1991. [En ligne]. Disponible : <https://portal.research.lu.se/en/publications/ground-heat-storage-thermal-analyses-of-duct-storage-systems>
- [21] S. Javed et J. D. Spitler, “Calculation of borehole thermal resistance,” dans *Advances in Ground-Source Heat Pump Systems*, S. J. Rees, édit. Woodhead Publishing, 2016, p. 63–95. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100311-4.00003-0>
- [22] J. D. Spitler et M. Bernier, “Vertical borehole ground heat exchanger design methods,” dans *Advances in Ground-Source Heat Pump Systems*, S. J. Rees, édit. Woodhead Publishing, 2016, p. 29–61. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/B978-0-08-100311-4.00002-9>
- [23] J. D. Spitler et J. Cullin, “Misconceptions regarding design of ground-source heat pump systems,” communication présentée à World Renewable Energy Congress, Glasgow, Écosse, 20-25 juillet 2008, Conference Proceedings.
- [24] M. Ahmadfard et M. Bernier, “A review of vertical ground heat exchanger sizing tools including an inter-model comparison,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 110, p. 247–265, août 2019. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.rser.2019.04.045>
- [25] S. Kavanaugh, “A design method for commercial ground-coupled heat pumps,” *ASHRAE Transactions*, vol. 101, n<sup>o</sup>. 2, p. 1088–1094, 1995.
- [26] M. Ahmadfard et M. Bernier, “An alternative to ashrae’s design length equation for sizing borehole heat exchangers,” communication présentée à ASHRAE Annual Conference, Seattle, Washington, 28 juillet-14 mars 2014.
- [27] —, “Modifications to ashrae’s sizing method for vertical ground heat exchangers,” *Science and Technology for the Built Environment*, vol. 24, n<sup>o</sup>. 7, p. 803–817, août 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/23744731.2018.1423816>
- [28] J. D. Spitler, “Glhepro – a design tool for commercial building ground loop heat exchangers,” communication présentée à Fourth International Heat Pumps in Cold Climates Conference, Aylmer, Québec, 17-18 août 2000. [En ligne]. Disponible : <https://hvac.okstate.edu/glhepro.html>
- [29] Blocon. (2019) Eed - earth energy designer. [En ligne]. Disponible : <https://buildingphysics.com/eed-2/>
- [30] S. Klein *et al.*, *TRNSYS, a transient simulation program*, University of Wisconsin–Madison, Madison, Wisconsin, 2018.
- [31] M. Ahmadfard, M. Bernier et M. Kummert, “Evaluation of the design length of vertical geothermal boreholes using annual simulations combined with genopt,”

- communication présentée à Proceedings of eSim 2016 : 9th Conference of IBPSA-Canada, Hamilton, Ontario, 4-5 mai 2016, p. 334–345. [En ligne]. Disponible : [https://publications.ibpsa.org/conference/paper/?id=esim2016\\_5-121](https://publications.ibpsa.org/conference/paper/?id=esim2016_5-121)
- [32] D. Pahud et G. Hellström, “The new duct ground heat model for trnsys,” communication présentée à Eurotherm seminar 49, Eindhoven, Pays-bas, 25-27 mars 1996, Conference Proceedings, p. 127–136. [En ligne]. Disponible : <https://repository.supsi.ch/3241/>
- [33] G. Rozvany, “Aims, scope, methods, history and unified terminology of computer-aided topology optimization in structural mechanics,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 21, n<sup>o</sup>. 2, p. 90–108, avr. 2001. [En ligne]. Disponible : <https://link.springer.com/article/10.1007/s001580050174>
- [34] J. D. Deaton et R. V. Grandhi, “A survey of structural and multidisciplinary continuum topology optimization : post 2000,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 49, n<sup>o</sup>. 1, p. 1–38, janv. 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-013-0956-z>
- [35] Y. M. Xie et G. P. Steven, “A simple evolutionary procedure for structural optimization,” *Computers & Structures*, vol. 49, n<sup>o</sup>. 5, p. 885–896, dec 1993. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0045-7949\(93\)90035-C](https://doi.org/10.1016/0045-7949(93)90035-C)
- [36] O. M. Querin, G. P. Steven et Y. M. Xie, “Evolutionary structural optimisation (eso) using a bidirectional algorithm,” *Engineering Computations*, vol. 15, n<sup>o</sup>. 8, p. 1031–1048, déc. 1998. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1108/02644409810244129>
- [37] X. Huang et Y.-M. Xie, “A further review of eso type methods for topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 41, n<sup>o</sup>. 5, p. 671–683, mai 2010. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-010-0487-9>
- [38] G. I. N. Rozvany, “A critical review of established methods of structural topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 37, n<sup>o</sup>. 3, p. 217–237, janv. 2009. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-007-0217-0>
- [39] M. P. Bendsøe et N. Kikuchi, “Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 71, n<sup>o</sup>. 2, p. 197–224, nov. 1988. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0045-7825\(88\)90086-2](https://doi.org/10.1016/0045-7825(88)90086-2)
- [40] M. P. Bendsøe, “Optimal shape design as a material distribution problem,” *Structural Optimization*, vol. 1, p. 193–202, 1989. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/BF01650949>

- [41] K. Svanberg et M. Stolpe, “On the trajectories of penalization methods for topology optimization,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 21, n<sup>o</sup>. 2, p. 128–139, avr. 2001. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s001580050177>
- [42] R. Watada et M. Ohsaki, “Continuation approach for investigation of non-uniqueness of optimal topology for minimum compliance,” communication présenté à 8th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, Lisbonne, Portugal, 1-5 juin 2009, Conference Paper, p. 1–10. [En ligne]. Disponible : <http://www.se-lab.archi.kyoto-u.ac.jp/ohsaki/conf.html>
- [43] S. Osher et J. Sethian, “Fronts propagating with curvature dependent speed : Algorithms based on hamilton-jacobi formulations,” *Journal of Computational Physics*, vol. 79, n<sup>o</sup>. 1, p. 12–49, nov. 1988. [En ligne]. Disponible : [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(88\)90002-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(88)90002-2)
- [44] J. Sethian et A. Wiegmann, “Structural boundary design via level set and immersed interface methods,” *Journal of Computational Physics*, vol. 163, n<sup>o</sup>. 2, p. 489–528, sept. 2000. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1006/jcph.2000.6581>
- [45] B. Bourdin et A. Chambolle, “Design-dependent loads in topology optimization,” *ESAIM : Control, Optimisation and Calculus of Variations*, vol. 9, p. 19–48, sept. 2003. [En ligne]. Disponible : <https://www.cambridge.org/core/article/designdependent-loads-in-topology-optimization/1802340533633A125D6659415759681E>
- [46] M. Bernier, “Closed-loop ground-coupled heat pump systems,” *ASHRAE Journal*, vol. 48, n<sup>o</sup>. 9, p. 12–19, sept. 2006.
- [47] ASHRAE, *35.1.3.1 Vertical Design*, s-i éd. Atlanta, Géorgie : American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers, Inc. (ASHRAE), 2019, p. 35.1–35.51.
- [48] M. Fossa, “The temperature penalty approach to the design of borehole heat exchangers for heat pump applications,” *Energy and Buildings*, vol. 43, n<sup>o</sup>. 6, p. 1473–1479, juin 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2011.02.020>
- [49] M. Cimmino et M. Bernier, “Effects of unequal borehole spacing on the required borehole length,” *ASHRAE Transactions*, vol. 120, n<sup>o</sup>. 2, p. 158–173, juill. 2014.
- [50] M. Guo *et al.*, “Optimization of ground heat exchangers in area with imbalanced heating and cooling load,” *Procedia Engineering*, vol. 205, p. 3727–3734, janv. 2017. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.311>

- [51] M. Beck *et al.*, “Geometric arrangement and operation mode adjustment in low-enthalpy geothermal borehole fields for heating,” *Energy*, vol. 49, p. 434–443, janv. 2013. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.energy.2012.10.060>
- [52] P. Bayer, M. de Paly et M. Beck, “Strategic optimization of borehole heat exchanger field for seasonal geothermal heating and cooling,” *Applied Energy*, vol. 136, p. 445–453, déc. 2014. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2014.09.029>
- [53] N. Egidi, J. Giacomini et P. Maponi, “Inverse heat conduction to model and optimise a geothermal field,” *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol. 423, p. 114957, mai 2023. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.cam.2022.114957>
- [54] J. C. Cook, “Development of computer programs for fast computation of g-functions and automated ground heat exchanger design,” mémoire de maîtrise, Oklahoma State University, Stillwater, Oklahoma, 2021. [En ligne]. Disponible : <https://shareok.org/handle/11244/335489>
- [55] J. D. Spitler, T. West et X. Liu, “Ground heat exchanger design tool with rowwise placement of boreholes,” communication présentée à International Ground Source Heat Pump Association Annual Conference, Las Vegas, Nevada, 6-8 décembre 2022, p. 53–60. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.22488/okstate.22.000016>
- [56] A. Noël et M. Cimmino, “Development of a topology optimization method for the design of ground heat exchangers,” communication présentée à International Ground Source Heat Pump Association Annual Conference, Las Vegas, Nevada, 6-8 décembre 2022, p. 61–68. [En ligne]. Disponible : <https://shareok.org/handle/11244/336839>
- [57] K. Svanberg, “The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 24, n<sup>o</sup>. 2, p. 359–373, févr. 1987. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1002/nme.1620240207>
- [58] —, “A class of globally convergent optimization methods based on conservative convex separable approximations,” *SIAM Journal on Optimization*, vol. 12, n<sup>o</sup>. 2, p. 555–573, janv. 2002. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1137/S1052623499362822>
- [59] P. Monzo *et al.*, “Numerical modeling of ground thermal response with borehole heat exchangers connected in parallel,” *Energy and Buildings*, vol. 172, p. 371–394, 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2018.04.057>
- [60] M. Tarek et T. Ray, “Adaptive continuation solid isotropic material with penalization for volume constrained compliance minimization,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 363, p. 112880, mai 2020. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.cma.2020.112880>

- [61] M. Cimmino, “pygfunction : an opensource toolbox for the evaluation of thermal response factors for geothermal borehole fields,” communication présentée à eSim 2018, the 10th conference of IBPSA-Canada, Montréal, Québec, 9-10 mai 2018, p. 492–501.
- [62] S. G. Johnson. (2021) The nlopt nonlinear-optimization package (version 2.7.1). [En ligne]. Disponible : <http://github.com/stevengj/nlopt>
- [63] N. Schlömer. (2022) pygmsh : A python frontend for gmsh (version 7.1.17). [En ligne]. Disponible : <https://github.com/nSchloe/pygmsh>
- [64] B. Sibbitt *et al.*, “The performance of a high solar fraction seasonal storage district heating system – five years of operation,” *Energy Procedia*, vol. 30, p. 856–865, 2012. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.egypro.2012.11.097>
- [65] L. Mesquita *et al.*, “Drake landing solar community : 10 years of operation,” communication présentée à ISES Solar World Conference 2017 and the IEA SHC Solar Heating and Cooling Conference for Buildings and Industry 2017, Abu Dhabi, Émirats Arabes Unis, 29 octobre-2 novembre 2017, p. 333–344. [En ligne]. Disponible : <http://proceedings.ises.org/?mode=list&conference=swc2017>
- [66] F. M. Rad et A. S. Fung, “Solar community heating and cooling system with borehole thermal energy storage - review of systems,” *Renwable & Sustainable Energy Reviews*, vol. 60, p. 1550–1561, juill. 2016. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.rser.2016.03.025>
- [67] M. Bruyneel et P. Duysinx, “Note on topology optimization of continuum structures including self-weight,” *Structural and Multidisciplinary Optimization*, vol. 29, n<sup>o</sup>. 4, p. 245–256, avr. 2005. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1007/s00158-004-0484-y>
- [68] N. Molina-Giraldo, “A moving finite line source model to simulate borehole heat exchangers with groundwater advection,” *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50, n<sup>o</sup>. 12, p. 2506–2513, déc. 2011. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2011.06.012>
- [69] M. Dawson-Haggerty et al. (2022) trimesh (version 3.11.2). [En ligne]. Disponible : <https://trimsh.org/>
- [70] M. Cimmino, “Fast calculation of the g-functions of geothermal borehole fields using similarities in the evaluation of the finite line source solution,” *Journal of Building Performance Simulation*, vol. 11, n<sup>o</sup>. 6, p. 655–668, nov. 2018. [En ligne]. Disponible : <https://doi.org/10.1080/19401493.2017.1423390>
- [71] S. G. Johnson. (2020) The nlopt nonlinear-optimization package (version 2.7.0). [En ligne]. Disponible : <http://github.com/stevengj/nlopt>



[72] DOE and PNNL. (2020) Commercial prototype building models. [En ligne]. Disponible : [https://www.energycodes.gov/development/commercial/prototype\\_models](https://www.energycodes.gov/development/commercial/prototype_models)

## ANNEXE A ARTICLE 2 : DEVELOPMENT OF A TOPOLOGY OPTIMIZATION METHOD FOR THE DESIGN OF GROUND HEAT EXCHANGERS

A. Noël et M. Cimmino, “Development of a topology optimization method for the design of ground heat exchangers,” communication présentée à International Ground Source Heat Pump Association Annual Conference, Las Vegas, NV, 6-8 décembre 2022, p. 61–68. [En ligne]. Disponible : <https://shareok.org/handle/11244/336839>

### Abstract

A new method for sizing vertical ground heat exchangers is proposed using topology optimization to reduce the number of boreholes required to fulfill the cooling and heating demand. The ASHRAE sizing equation is adapted to formulate a topology optimization problem to minimize the number of boreholes required in a bore field. The results show that topology optimization can help reduce the number of boreholes required when compared to a sizing performed on a regular grid using conventional sizing methods. These optimized configurations show smaller spacings between the boreholes located on the perimeter and larger spacings between the boreholes located in the center of the bore field.

### Introduction

The design phase is a crucial part of the installation of a ground heat exchanger (GHE). Many aspects must be considered such as the heating and cooling loads of the building, the properties of the ground and the operating conditions. The operating conditions are usually a constraint that is imposed on the temperature of the fluid when entering or leaving the borehole. Multiple boreholes are often required to satisfy all the design parameters. However, boreholes interfere with each other, which may lead to a decrease in the performance of the GHE and an increase in the required borehole length. A higher drilling length in the GHE tends to increase the initial investment cost, which is one of the biggest obstacles for a wider use of GHEs. Working on ways to reduce these expenses by minimizing the total drilling length is a task that could be beneficial for the adoption of the technology on a larger scale. Existing design methods usually evaluate the minimal required total drilling length given a regular and already planned GHE configuration. An example is ASHRAE’s sizing method,

as modified by Ahmadfard & Bernier [27]:

$$L_{tot} = \frac{q_a R_{ga,g} + q_m R_{gm,g} + q_h R_{gh,g} + q_h R_{gh,g}}{(T_m - T_g)_{ref}} \quad (\text{A.1})$$

where  $L_{tot}$  is the total drilling length,  $q_a$ ,  $q_m$  and  $q_h$  are respectively the mean annual ground load, the mean monthly ground load for the design month, and the hourly peak ground load for the design month,  $R_{ga,g}$ ,  $R_{gm,g}$ , and  $R_{gh,g}$  are the respective thermal resistances for each load which are evaluated using  $g$ -functions,  $T_m$  is the mean fluid temperature inside the borehole, and  $T_g$  is the undisturbed ground temperature. Both  $T_m$  and  $T_g$  are imposed in that method, thus the notation “ $( )_{ref}$ ” in Equation A.1.

Previous research has identified different design strategies to optimize bore field configurations. Cimmino & Bernier [49] studied the effect of adding or removing boreholes by modifying the spacing between the boreholes in a regular configuration. Guo et al. [50] studied the impact of the ground temperature variation when displacing boreholes from the center of the bore field to its perimeter. Spitler et al. [3] analyzed strategies such as irregular spacings and configurations that wrap around the buildings. These previous investigations on the optimization of GHE configurations result in similar conclusions: increasing the spacing with longer boreholes and a density of boreholes that is higher on the perimeter and lower in the center leads to savings in total drilling length and to more effective bore fields. Most of the research made on the subject proposed design strategies that compare advantageously with a base case, usually a regular configuration. The question remains as to how close these strategies are to the optimal layout.

Automated methods to optimize GHEs have been developed over the years. Beck et al. [51] proposed to optimize both the positioning of the boreholes and their heat extraction rates using linear programming and evolutionary computation. They found that optimizing a combination of both parameters produced minimal differences in the results. Bayer et al. [52] developed a method to balance the workloads of each borehole in a bore field by removing the least effective ones. More recently, Edigi et al. [53] proposed a method for evaluating bore field configurations for a fixed number of boreholes that relied on minimizing the sum of squares of the temperature difference in the ground due to the long-term operation of the bore field using the steepest descent method. Even though the objective function of that problem is not a condition that is usually used when designing GHEs, it led to results similar to previous studies. Cook [54] developed the GHEDT program. The tool searches through pre-defined configurations via various design routines to find a combination of configurations that will optimize the bore field. These methods all converged to configurations where the

perimeter is denser in boreholes than the center.

As mentioned by Sigmund & Maute [1], topology optimization originated for mechanical design applications but has since been used in many other fields of study. The idea behind topology optimization is to find the placement of material that will give the best structural performance. Most topology optimization approaches are density based and are performed on a prescribed domain. This domain is usually divided in elements and a design variable ( $\boldsymbol{\rho}$ ) that can take either the value of 0 (void) or 1 (solid) is introduced. The optimization process evaluates which elements will contain material to meet the constraints. However, this is a discrete problem, and it is difficult to solve it directly [1]. The problem is usually reformulated into a continuous one which allows to use more efficient gradient-based methods. The continuous problem takes the following form:

$$\begin{cases} \text{Minimize :} & f_0(\boldsymbol{\rho}) \\ \text{Subject to :} & f_i(\boldsymbol{\rho}) \leq 0 \text{ for } i = 1, \dots, m \\ & 0 \leq \rho_j \leq 1 \text{ for } j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

where  $f_0$  is the cost-function (i.e. the function to minimize),  $f_i$  are the constraints,  $m$  is the number of constraints,  $n$  is the number of elements in the domain, and  $\boldsymbol{\rho}$  is the vector of design variable.

Even though the solving process is more efficient with the continuous formulation, the problem does not always converge to values of 0 or 1, which may create non-feasible solutions. A method to facilitate the convergence to values of 0 or 1 is the Simplified Isotropic Material with Penalization (SIMP) [40], where a penalization term ( $p$ ) is introduced in the problem formulation. For  $p = 1$ , the solution is the same as if no penalization was introduced. For  $p > 1$ , intermediate values of  $\rho$  are penalized. As pointed out by Rozvany [33] and Sigmund & Maute [1], the optimization problem is solved repeatedly by slowly increasing the values of  $p$  which leads to better results.

The placement of the boreholes that compose a GHE has proven to be a parameter that influences the design process because of the thermal interactions between the boreholes. Strategically placing them can lead to significant savings in drilling length, which should usually help reduce the cost of investment of GHEs. This paper proposes a topology optimization method for the design of ground heat exchangers to minimize the number of boreholes in a GHE by strategically placing them inside the available area, adapting the modified ASHRAE sizing method.

## Methodology

### Problem Formulation

A problem of the form of Equation A.2 must be formulated to apply topology optimization for the design of GHEs. The objective of the proposed method is to minimize the number of boreholes of a given length inside a prescribed domain. The problem is constrained by the maximum temperature difference between the undisturbed ground and the fluid circulating in the boreholes, as in the modified ASHRAE sizing equation (Equation A.1). Contrary to many topology optimization problems, the domain is discretized in points instead of elements as only the coordinates of the boreholes are needed. The optimization determines which combination of boreholes of length  $L$  minimizes its number, where  $L$  is a fixed parameter. This procedure is explained in details in the next section. With respect to Equation A.2, the proposed optimization problem can be written as follows:

$$\begin{cases} \text{Minimize :} & f_0(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{i=1}^n \rho_i \\ \text{Subject to :} & f_i(\boldsymbol{\rho}) = (T_m - T_g) - (T_m - T_g)_{ref} \leq 0 \\ & 0 \leq \rho_j \leq 1 \text{ for } j = 1, \dots, n \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

where  $\rho_i$  represents the fraction of a borehole of length  $L$  on every point inside the domain (which would ideally only take the value of 0 or 1), and  $(T_m - T_g)_{ref}$  the imposed temperature constraint. As previously mentioned, gradient-based optimization methods are efficient, but require a continuous problem formulation, which is why  $\rho_i$  is continuous in Equation A.3.

The modified ASHRAE sizing equation has to be modified to evaluate  $(T_m - T_g)$  while taking into account the design variable. The temperature is evaluated as follows:

$$T_m - T_g = \frac{q_a R_{ga,g} + q_m R_{gm,g} + q_h R_{gh,g} + q_b R_b}{\sum_{i=1}^n \rho_i \cdot L} \quad (\text{A.4})$$

with:

$$R_{ga,g} = \frac{g(t_f) - g(t_f - t_1)}{2\pi k_s} \quad (\text{A.5})$$

$$R_{gm,g} = \frac{g(t_f - t_1) - g(t_f - t_2)}{2\pi k_s} \quad (\text{A.6})$$

$$R_{gh,g} = \frac{g(t_f - t_2)}{2\pi k_s} \quad (\text{A.7})$$

where  $k_s$  is the ground thermal conductivity,  $L$  the individual length for a borehole, and  $g$  the  $g$ -functions evaluated at timesteps  $t_f$ ,  $t_f - t_1$  and  $t_f - t_2$ , with  $t_1 = 10$  years,  $t_2 = t_1 + 1$

month and  $t_f = t_2 + 6$  hours. The  $g$ -functions are evaluated by superposition of the finite line source (FLS) solution:

$$g(t) = \frac{\boldsymbol{\rho}^T [b_{ij} \cdot h_{ij}] \boldsymbol{\rho}}{\sum_{i=1}^n \rho_i^p} \quad (\text{A.8})$$

with:

$$h_{ij} = \frac{1}{2L} \int_{1/\sqrt{4\alpha t}}^{\infty} \frac{1}{s^2} \exp(-d_{ij}^2 s^2) I_{ls}(Ls, Ds) ds \quad (\text{A.9})$$

$$I_{ls}(Ls, Ds) = 2 \cdot \text{ierf}(Ls) + 2 \cdot \text{ierf}(Ls + 2Ds) - \text{ierf}(2Ls + 2Ds) - \text{ierf}(2Ds) \quad (\text{A.10})$$

where  $[b_{ij} \cdot h_{ij}]$  is the array of thermal response factors for a borehole positioned on the  $j$ -th node on a borehole positioned on the  $i$ -th node, multiplied by a constant. The  $h_{ij}$  factors are evaluated using the FLS model as proposed by Claesson & Javed [11], with  $d_{ij}$  representing the radial distance between the  $i$ -th and the  $j$ -th borehole (with  $d_{ii} = r_b$ ),  $D$  the buried depth of the boreholes, and  $\alpha$  the ground thermal diffusivity. The  $b_{ij}$  factor is added to ensure a minimal spacing between the boreholes in the solution. It acts as a soft constraint that takes either the value of 5 if  $d_{ij} < B_{min}$  or 1 if  $d_{ij} \geq B_{min}$ , where  $B_{min}$  is the imposed minimal spacing. The value of 5 has shown sufficient to fulfill the imposed minimal spacing constraint for the different cases tested. It has however been chosen arbitrarily and is subject to further research. The penalization is added in Equation A.8. Having the penalization at this specific position was found to be the most efficient way of obtaining discrete values of the design variable.

## Optimization Procedure

The available domain is first discretized using the pygmsh 7.1.17 Python module [63] with the default Frontal-Delaunay algorithm and is then reloaded with the trimesh 3.11.2 Python module [69] with processing for future manipulations of the grid. The positions are determined with more precision with a finer discretization, at the cost of increasing calculation time. The array of thermal response factors is evaluated for every point in the domain using pygfunction 2.1.0 and the method of similarities [61, 70]. At this point, it is assumed that there is a borehole on every point of the discretization. The initial value of  $\boldsymbol{\rho}$  is generated randomly to avoid the convergence of the solution to a local minimum.

The method of moving asymptotes (MMA) [57, 58] as implemented in the NLopt 2.7.0 Python module [71] is used to perform the optimization. The MMA requires the evaluation of the derivatives of the costfunction and the constraints functions with respect to the design variable on every point in the domain. The derivatives of the cost function in Equation A.3

are given by:

$$\frac{\partial f_0}{\partial \rho} = [1, \dots, 1]^T \quad (\text{A.11})$$

and the derivatives of the constraint function in Equation A.4 are given by:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \rho} = \frac{\partial (T_m - T_g)}{\partial \rho} = \frac{q_a \frac{\partial R_{ga,g}}{\partial \rho} + q_m \frac{\partial R_{gm,g}}{\partial \rho} + q_h \frac{\partial R_{gh,g}}{\partial \rho}}{L \sum_{i=1}^n \rho_i} - \frac{q_a R_{ga,g} + q_m R_{gm,g} + q_h R_{gh,g} + q_b R_b}{L (\sum_{i=1}^n \rho_i)^2} \quad (\text{A.12})$$

The ground thermal resistance requires the evaluation of the derivatives of the  $g$ -function, given by:

$$\frac{\partial g}{\partial \rho} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \rho_i^p} \left( -p \rho^{p-1} g + (\mathbf{b} \circ \mathbf{h}) \boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}^T (\mathbf{b} \circ \mathbf{h}) \right) \quad (\text{A.13})$$

The process is repeated for values of  $p$  ranging from 1 to 3 by increments of 0.05. The limit of 3 was found to provide configurations that contain almost exclusively values of 0 or 1 for the design variable. Gradual refinement of the grid is also proposed to reduce the calculation time. The grid is refined using trimesh around the points where  $\boldsymbol{\rho} \geq 0.001$  in the previous solution. The penalization process is repeated starting from  $p = 1$  to  $p = 3$  using the new refined grid.

## Case Study

The medium office from the commercial building library of the U.S. Department of Energy located in the city of International Falls, MN, is chosen for the case study [72]. The heating and cooling loads are evaluated, and it is assumed that this demand is met by a ground source heat pump system with a COP of 3 in both modes. The three ground loads are then evaluated and multiplied by a factor of 4, requiring a larger bore field. A large imbalance in cooling was found for the ground loads, therefore the sizing is only performed in cooling mode. An additional constraint could be added to Equation A.3 to also cover the heating mode.

The study is performed on an L-shaped area of 6800 m<sup>2</sup>. A first sizing is done with the modified ASHRAE sizing method using a regular configuration and serves as the base case (case 1). A target length of around 125 m was aimed and multiple combinations of spacings were tested to find the minimum total drilling length. These combinations were tested manually, which means that it is possible that a better configuration could have been achieved. A spacing of 10 m in the  $x$  direction and 5 m in the  $y$  direction was finally chosen. Another sizing is performed using the topology optimization method, with boreholes of the same length as the ones evaluated with the first method (case 2). It is then proposed to size the bore field using

topology optimization by increasing the individual length of the boreholes (cases 3 and 4). The purpose of these last two cases is to analyze the behavior of the topology optimization method when increasing the individual length, and how it compares to previous studies that analyzed this parameter. A minimal spacing of 2.5 m is imposed for all three sizings done using topology optimization, and the initial grid is refined two times starting from a grid where the longest distance between two consecutive points is 5 m. The parameters used for the sizing are presented in Table A.1. The value of  $T_{m,ref}$  used in constraint  $f_1$  from Equation A.3 is evaluated at 37.5°C. This results in a value of 23.5°C for the  $(T_m - T_g)_{ref}$  constraint.

Table A.1 Parameters Used in the Simulation

Bore field parameters		
Borehole buried depth ( $D$ )	4	m
Borehole radius ( $r_b$ )	0.075	m
Borehole thermal resistance ( $R_b^*$ )	0.2	m-K/W
Ground properties		
Thermal diffusivity ( $\alpha_s$ )	$1.0 \times 10^{-6}$	$\text{m}^2/\text{s}$
Thermal conductivity ( $k_s$ )	2.0	W/m-K
Undisturbed ground temperature ( $T_g$ )	14	°C
Annual ground load ( $q_a$ )	108.60	kW
Monthly ground load ( $q_m$ )	255.72	kW
Hourly ground load ( $q_h$ )	773.36	kW
Fluid properties (propylene-glycol 20% concentration)		
Flow rate ( $\dot{V}_f$ )	0.05	L/s per kW of peak load
Density ( $\rho_f$ )	1008	$\text{kg}/\text{m}^3$
Specific heat capacity ( $c_{p,f}$ )	4014	J/kg-K
Entering fluid temperature ( $T_{o,f}$ )	40	°C

## Results and Discussion

Figure A.1 presents the comparison for sizings done using the methods described in the previous section. These are filtered results, meaning that only the locations where  $\rho_i \geq 0.01$  are shown. Figure A.2 presents the results for the sizing of case 1. The complete grid after refinement is shown, and the shaded points represent locations where the value of  $\rho_i$  is approximately 0. A summary of the four cases is presented in Table A.2<sup>1</sup>.

The optimized configurations using topology optimization are in accordance with previous studies and present a combination of the design strategies identified in the literature. The

1. Les résultats pour le cas 2 ont été corrigés par rapport à l'article publié. Le nombre de puits a été corrigé de 150 à 152 puits, la longueur totale de forage a été corrigée de 18 714 m à 19 319 m, et les économies de 9.8% à 6.9%.



configurations are usually denser on the perimeter and have spacings that increase in the middle of the bore field. The method can achieve significant savings as case 2 presents savings of 9.8% compared to case 1. As previous studies showed, increasing the maximum length of the individual boreholes (cases 3 and 4) usually tends to higher savings in the total drilling length. The perimeter is still filled with boreholes, and the density of boreholes at the center is reduced. The spacing between boreholes is also increased, both on the perimeter and in the center.

The penalization introduced in Equation A.8 is not sufficient to ensure that  $\rho$  converges to values of 0 and 1. The total drilling length in Table A.2 for cases 2, 3 and 4 is not equal to the product of the number of boreholes and the individual borehole length. This causes errors in the calculation of the total drilling length since boreholes that are only partially present are accounted for in the cost function which can lead to two phenomena. The first one is when the value of  $\rho$  on a given point is significant depending on the case but not equal to 1. For example, case 2 has a point with a value of  $\rho \approx 0.76$ . The other case is when multiple values of  $\rho$  are small but not equal to 0. These additional lengths are small for a single point in the domain but become significant when summed for the entire domain.

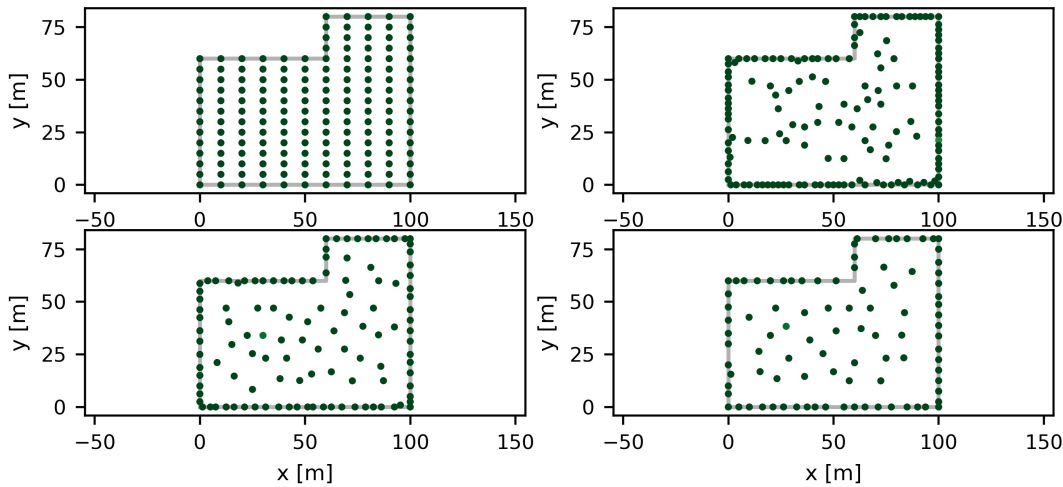


Figure A.1 Bore field sizing filtered results case 1 (top left), case 2 (top right), case 3 (bottom left), case 4 (bottom right)

The optimized configurations are complex and impractical for real applications. The boreholes in the middle are scattered in what seems a random configuration. Since the optimization procedure relies on  $g$ -functions, it is the borehole density (e.g. in boreholes per square meter) across the domain that affects the temperature difference and thus affects the presence or absence of boreholes in a given region of the domain. There might be multiple

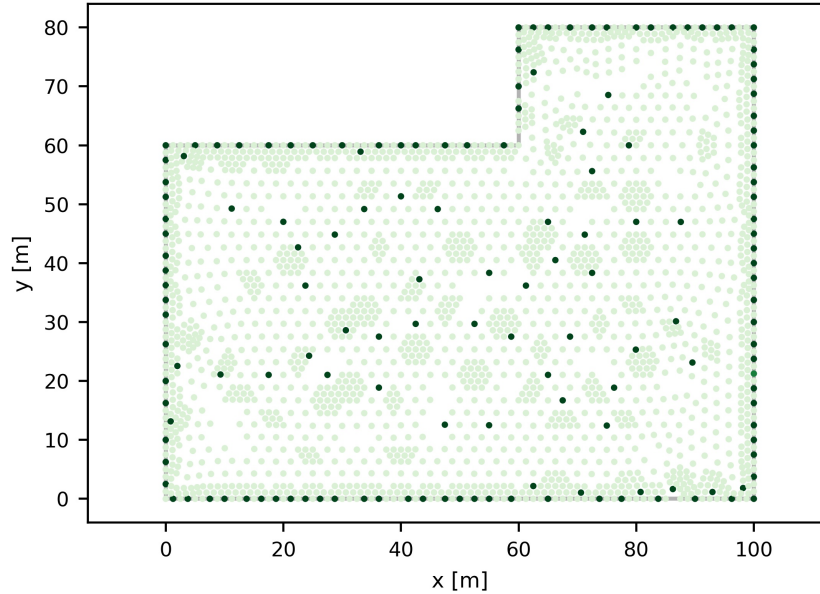


Figure A.2 Detailed sizing results with topology optimization for case 2)

configurations that will satisfy the design criteria with similar total drilling lengths. A “feasibility” constraint could be considered in future work, but this necessitates a quantitative criterion compatible with the problem formulation of Equation A.2.

The time consumption of the method also represents one of its limits. The method may take a couple of hours for large bore fields that are finely discretized. The optimization method however does not require supervision. Once all the design parameters are entered, the method produces the result automatically. On the other hand, ASHRAE’s sizing method takes a couple of seconds, and the same can be said for some of the more recent sizing tools, such as GHEDT.

Table A.2 Sizing Results

Case	Method	Number of boreholes	Individual borehole length (m)	Total drilling length (m)	Savings (%)
1	Modified ASHRAE sizing method	163	127.3	20 750	0.0
2	Topology optimization	152	127.3	19 319	6.9
3	Topology optimization	117	150.0	17 528	15.5
4	Topology optimization	94	175.0	16 426	20.8

## Conclusion

Borehole placement is an important aspect to consider when designing a GHE. Previous research has shown the effect of placement on the total drilling length, and many strategies have been explored to optimize bore field configurations. This paper has proposed a new method to optimize GHEs based on topology optimization.

A case study has been presented, which compared this new optimization method with one that is used frequently when designing bore fields. It has been shown that this method can reduce the total drilling length using efficient and robust optimization algorithms. The configurations obtained are in accordance with the more recent research made on the optimization of bore fields: boreholes should be more densely placed on the perimeter and more coarsely in the center. The current state of the method shows that directly applying topology optimization can lead to savings in total drilling length, but that the resulting configurations are complex. It should however help uncover new design strategies that have not been explored yet. The results can also serve to produce reference lower bounds on the total drilling length to compare other design methods. It is finally worth noting that this paper proposes only one formulation for the design problem. As long as the objective function and the constraints are in respect with the problem formulation in Equation A.2, different types of optimizations, e.g. techno-economic optimization, could be performed.

## Acknowledgements

This work was supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada [grant number RGPIN2018-04471].

## Nomenclature

$\alpha$	=	Ground thermal diffusivity ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
$\rho$	=	Design variable (-)
$\rho_f$	=	Fluid density ( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$b_{ij}$	=	Distance multiplying factor
$B_{min}$	=	Imposed minimal spacing (m)
$c_{p,f}$	=	Fluid specific heat capacity ( $\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$ )
$d_{ij}$	=	Radial distance between the $i$ -th and the $j$ -th borehole (m)
$D$	=	Borehole buried depth (m)
$f_0$	=	Cost-function

$f_1$	=	Constraint function
$g(t)$	=	$g$ -function evaluated at time $t$ (-)
$\mathbf{h}$	=	Array of ground thermal response factors (-)
$ierf$	=	Error function integral (-)
$k_s$	=	Ground thermal conductivity (W/m-K)
$L_{tot}$	=	Total bore field drilling length (m)
$L$	=	Individual borehole length (m)
$p$	=	Penalization value (-)
$q_i$	=	Ground loads (W)
$R_b$	=	Borehole thermal resistance (m-K/W)
$r_b$	=	Borehole radius (m)
$R_{g_i,g}$	=	Ground thermal resistance evaluated using $g$ -functions (m-K/W)
$T_m$	=	Mean fluid temperature ( $^{\circ}$ C)
$T_g$	=	Undisturbed ground temperature ( $^{\circ}$ C)
$\Delta T$	=	Temperature variation constraint ( $^{\circ}$ C)
$T_{o,f}$	=	Entering fluid temperature ( $^{\circ}$ C)
$\dot{V}_f$	=	Fluid flow rate (L/s per kW of peak load)