

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

IMPLÉMENTATION D'UN MODÈLE NUMÉRIQUE DE COUPLAGE
HYDROMÉCANIQUE DES DISCONTINUITÉS GÉOLOGIQUES

FRÉDÉRIC CHOQUET
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MINÉRAL)
DÉCEMBRE 2010

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

IMPLÉMENTATION D'UN MODÈLE NUMÉRIQUE DE COUPLAGE
HYDROMÉCANIQUE DES DISCONTINUITÉS GÉOLOGIQUES

présenté par : CHOQUET Frédéric

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. JAMES Michael, Ph.D., président

M. SIMON Richard, Ph.D., membre et directeur de recherche

M. LI Li, Ph.D., membre

DÉDICACE

Utilisateurs de FLAC
du monde entier. . .
Unissez-vous !

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier mon tuteur Richard Simon pour ses conseils avisés, sa compétence et son encadrement qui m'ont permis d'aboutir à la finalisation de ce projet de recherche. Merci à l'ensemble des professeurs du département de génie civil, géologique et des mines de l'École Polytechnique de Montréal pour leur disponibilité et leur soutien. Je tiens plus particulièrement à remercier Mme. Maria Helena Leite et M. Robert Corthésy pour leur conseils en mécanique des roches et leur suggestions qui m'ont aidé dans l'utilisation du logiciel FLAC. Merci à M. Chapuis pour son humour hydrogéologique. Merci également à Mme. Manon Latour qui, en plus de m'avoir aidé pour les formalités administratives, a toujours été là le 15ème jour de chaque mois.

Merci à tous mes camarades pour tous les bons moments passés ensemble à discuter, travailler, voyager et se désaltérer. Merci à Romain pour ses conseils et ses remarques dans la réalisation de mon projet, merci à Antoine pour ses blagues, son soutien technologique et son incontournable Apple-Touch. Merci à Fred d'avoir choisi d'utiliser FLAC : je me suis senti moins seul... Merci à François son ordinateur sur-puissant. Merci à Amélie d'avoir été présente et de m'avoir soutenu et encouragé tout au long de mon projet de maîtrise.

Je remercie mes parents, ma soeur et toute ma famille pour leurs sacrifices, leurs conseils et leur soutien dans la poursuite de mes études et de ma carrière.

Merci à mon laptop d'avoir supporté mes injures et mes crises de colères. Merci à l'équipe d'Itasca : vous m'avez permis de passer tant de bon moments, tant de journées et tant de soirées toutes plus charmantes les unes que les autres...

RÉSUMÉ

La présence d'une exploitation minière a des répercussions importantes sur le milieu qui l'entoure. D'un point de vue mécanique, les excavations entraînent le transfert des contraintes initiales sur une portion plus restreinte du massif. D'autre part, les lieux de stockage des rejets miniers créent de nouvelles surcharges. D'un point de vue environnemental, l'apparition de zones excavées bouleverse le réseau d'écoulement initial et la possible création de drainage minier acide est une menace directe pour le biotope.

Le massif dans lequel se déroule l'exploitation minière est généralement parcouru par des discontinuités géologiques témoignant de son histoire tectonique. Le long d'une discontinuité, la modification des contraintes in situ génère des déformations. Ces déformations (ouverture ou fermeture de la discontinuité) modifient les caractéristiques hydrauliques du réseau d'écoulement. Ces modifications changent la répartition des pressions interstitielles et par là-même, celle des contraintes effectives qui agissent dans le massif. La relation qui existe entre grandeurs mécaniques (ouverture mécanique et contrainte effective) et les grandeurs hydrauliques (pression interstitielle, débit et ouverture hydraulique) constitue le comportement hydromécanique du massif. Les discontinuités constituent, à la fois, des chemins d'écoulements préférentiels pour l'eau souterraine et des zones de faiblesses mécaniques du matériau. Il est donc essentiel, pour comprendre le comportement hydromécanique d'un massif fracturé, de s'intéresser au comportement hydromécanique des discontinuités qui le parcourent.

Cependant, lors des modélisations, les comportements hydrauliques et mécaniques sont souvent évalués individuellement par manque de modèles et d'outils adéquats.

Le présent travail propose ainsi un modèle de couplage entre contraintes mécaniques et pressions interstitielles le long d'une discontinuité géologique. Le modèle de couplage a été implémenté dans le logiciel FLAC 2D, en utilisant le langage natif du logiciel : FISH.

Le modèle analytique retenu est le modèle CSDSw (pour Complete Stress Displacement Surface with Water) qui propose une relation entre contraintes effectives et déformations ainsi qu'une expression de la dilatation du joint sous forme de double exponentielle. Le mode de couplage est de type discret, direct et la discontinuité est supposée saturée. C'est-à-dire que les joints sont modélisés individuellement et les pressions sont actualisées en même temps que les pressions interstitielles lors des étapes de calculs. Le modèle est validé en le comparant à des essais de littérature. Il est également appliqué à des exemples typiques.

ABSTRACT

A mine site has important effects on its surrounding area. In a mechanical point of view, loads previous to mining are redistributed on a smaller part of rock mass. Moreover, mining wastes storage parks overload local areas of the rock mass. In an environmental point of view, the excavated zones disturb the hydrogeological flow and possible creation of acid waters is a direct hazard for wildlife.

The mining operations generally take place in a rock mass which contains discontinuities. These discontinuities result from the tectonical history of the rock. Along a discontinuity, a change in local stresses brings deformations. Deformations modify the hydrogeological behavior of the discontinuity. Pore pressures are thus modified and effective stress are modified too. Relationship between mechanical values (mechanical aperture and effective stress) and hydrological values (hydraulic aperture, pore pressure and flow) is the hydromechanical behavior of the rock mass. This behavior is entirely conditioned by the one of discontinuities as they are both preferential flow path for underground water and weakness zones.

However, hydrogeological studies and mechanical studies are generally performed separately due to a lack of efficient models.

In the present document, a hydromechanical model for rock joints is introduced. The coupled model is implemented with FLAC embedded language : FISH.

The chosen analytical model is the CSDSw (stands for Complete Stress Displacement Surface with water) model which consists in a stress – strain relation and a dilation – shear displacement relation. Both of these relations are made from two exponential forms. It is a discrete and direct coupling model, which respectively means that joint are individually modeled and pore pressures are updated at the same time as stresses. The model has been validated by comparisons with tests reported in literature. Some typical applications of it are also shown.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	x
LISTE DES FIGURES	xi
LISTE DES ANNEXES	.xviii
LISTE DES SIGLES ET DES ABRÉVIATIONS	xix
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	4
2.1 Rupture de la roche intacte	4
2.1.1 Critère de Mohr Coulomb	4
2.1.2 Le critère de Hoek et Brown (1980a,b)	5
2.2 Comportement mécanique des discontinuités géologiques	8
2.2.1 Modèle de Mohr Coulomb	8
2.2.2 Le modèle bilinéaire de Patton (1966)	9
2.2.3 Modèle de Barton (1973, 1976, 1986)	10
2.2.4 Modèle de Bandis	14
2.2.5 Ladanyi et Archambault (1970)	15
2.2.6 Seidel et Haberfield (1995)	17
2.2.7 Le modèle de Saeb et Amadei (1990)	22
2.2.8 Le modèle CSDS, Simon (1999)	30
2.3 Caractérisation hydraulique des discontinuités géologiques	36
2.3.1 Rappel sur la Loi de Darcy (1856)	37
2.3.2 Établissement de la loi cubique	37

2.3.3	Écoulement dans une fracture rugueuse	40
2.4	Couplages hydromécaniques	42
2.4.1	Approche globale, modèle équivalent continu	42
2.4.2	Le modèle CSDSw	42
CHAPITRE 3 PRÉSENTATION DE L'OUTIL DE MODÉLISATION NUMÉRIQUE :		
	FLAC	52
3.1	Présentation du calcul des contraintes sous FLAC	52
3.2	Critère de stabilité du modèle mécanique	53
3.3	Équations de base de l'écoulement fluide	54
3.4	Stabilité numérique du modèle hydraulique	55
3.5	Couplage hydromécanique, éléments de base	58
3.6	Critère de stabilité du couplage hydromécanique	60
3.7	Vérification du logiciel	61
CHAPITRE 4 IMPLÉMENTATION DES MODÈLES CSDS ET CSDSw SOUS FLAC		
4.1	Implémentation du modèle de Saeb et Amadei (1992) sous FLAC	62
4.1.1	Test de compression uniaxiale	63
4.1.2	Test de cisaillement	64
4.1.3	Cisaillement à charge normale constante (CNL)	67
4.1.4	Cisaillement à raideur normale constante (CNS)	70
4.2	Implémentation du modèle CSDS sous FLAC	72
4.2.1	Descriptif du programme	78
4.2.2	Test de cisaillement à charge normale constante (CNL)	84
4.2.3	Test de cisaillement à raideur normale constante (CNS)	88
4.3	Implémentation du modèle CSDSw	92
4.4	Application à un joint simple	93
4.4.1	Joint horizontal	93
4.4.2	Adjonction d'un écoulement interstitiel	98
4.5	Test du modèle CSDS dans deux exemples typiques	106
4.5.1	Chantier approchant une fracture	106
4.5.2	Chantier traversant une fracture	109
4.6	Tests des modèles CSDS et CSDSw sur un cas typique	121
4.6.1	Ouverture circulaire à proximité d'un joint vertical sec	121
4.6.2	Ouverture circulaire à proximité d'un joint vertical avec écoulement interstitiel	125

CHAPITRE 5 DISCUSSION ET CONCLUSION	128
5.1 Synthèse des travaux	128
5.2 Limitations de la solution proposée	130
5.3 Améliorations futures	133
RÉFÉRENCES	135
ANNEXES	139

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Tableau comparatif des résultats expérimentaux de cisaillement direct de joint en Calcarenite avec les prédictions du modèle de Ladanyi-Archambault et Seidel-Haberfield, d'après Seidel et Haberfield (1995) .	21
Tableau 2.2	Tableau récapitulatif des valeurs de k_{nn} et de k_{ns} proposées par Saeb et Amadei (1990)	29
Tableau 2.3	Valeurs des coefficients a,b,c,d,e du modèle CSDS dans la relation τ vs u pour les trois essais de Flamand <i>et al.</i> (1994) à charge normale constante	34
Tableau 2.4	Valeurs des coefficients $(\beta_i)_i$ du modèle CSDS pour les essais de Flamand <i>et al.</i> (1994)	36
Tableau 2.5	Coefficients du le modèle CSDSw, tirés d'Esaki <i>et al.</i> (1999)	45
Tableau 2.6	Coefficients du modèle CSDSw pour les expériences de Lee et Cho (2002), série GH, relation $v - u$	48
Tableau 2.7	Coefficients du modèle CSDSw pour les expériences de Lee et Cho (2002), série GH	49
Tableau 2.8	Données de sortie du modèle CSDSw (modèle prédictif) pour les expériences de Lee et Cho (2002), série MH	50

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Représentation graphique du critère de Mohr – Coulomb dans l'espace de (τ, σ)	4
Figure 2.2	Représentation graphique du critère de Hoek et Brown, d'après Hoek et Brown (1997), (a) enveloppe de rupture dans le plan $\sigma_1 - \sigma_3$, (b) enveloppe de rupture dans le plan de Mohr et comparaison avec l'enveloppe de Mohr-Coulomb, (c) évolutions de l'angle de friction instantané et la cohésion instantanée en fonction du déplacement de cisaillement .	6
Figure 2.3	Influence du paramètre m sur l'enveloppe du critère de Hoek-Brown représenté dans l'espace de Mohr, d'après Hoek et Brown (1997)	7
Figure 2.4	Influence du paramètre s sur l'enveloppe du critère de Hoek-Brown représenté dans l'espace de Mohr, d'après Hoek et Brown (1997)	7
Figure 2.5	Modèle bilinéaire de Patton dans l'espace $\tau - \sigma$, d'après Patton (1966)	10
Figure 2.6	Modèle de Jaeger (en bleu) comparé au modèle bilinéaire de Patton dans l'espace $\tau - \sigma$, d'après Jaeger (1971)	11
Figure 2.7	Représentation graphique de la relation empirique de Barton (1973) pour différents joints possédant chacun un JRC différent, d'après Barton et Choubey (1977)	12
Figure 2.8	Profils de rugosité typiques et valeur correspondante du JRC , d'après Barton et Choubey (1977), adapté par Hoek (2007)	13
Figure 2.9	discrétisation du profil d'une éponte selon la méthodologie de Tse et Cruden (1979)	13
Figure 2.10	Travaux associés à la friction dans le joint, d'après Ladanyi et Archambault (1970)	16
Figure 2.11	Résistance au cisaillement d'un joint rempli avec de la poudre de mica, soumis à une charge normale de 746kPa, pour différentes valeur du rapport t/a , d'après Goodman (1970)	18
Figure 2.12	Résistance au cisaillement d'un joint en béton rempli avec du kaolin, soumis à une charge normale de 8.69MPa, pour différentes valeur du rapport t/a et différentes pente d'aspérités, d'après Ladanyi et Archambault (1977)	18
Figure 2.13	Déformation élastique de la discontinuité, d'après Seidel et Haberfield (1995)	19

Figure 2.14	Forces extérieures agissant sur l'aspérité qui plastifie, d'après Seidel et Haberfield (1995)	20
Figure 2.15	(a)Chemin de chargement d'un joint artificiel en Calcarenite avec des aspérités à $12,5^\circ$ (b) Évolution de la dilatation avec le déplacement horizontal, d'après Seidel et Haberfield (1995)	22
Figure 2.16	(a)Chemin de chargement d'un joint artificiel en Calcarenite avec des aspérités à $22,5^\circ$ (b) Évolution de la dilatation avec le déplacement horizontal, d'après Seidel et Haberfield (1995)	22
Figure 2.17	(a)Fermeture du joint (v versus σ_n) (b) Contrainte de cisaillement versus u pour différentes valeurs de σ_n (c) v versus u pour différentes valeurs de σ_n , d'après Saeb et Amadei (1990)	23
Figure 2.18	Réponses d'un joint à différents chemin de chargement (a)Contrainte normale versus fermeture du joint pour différentes valeurs de la contrainte de cisaillement (b)Contrainte de cisaillement versus déplacement horizontal (c)Fermeture versus déplacement horizontal (d)Contrainte normale versus déplacement horizontal, d'après Saeb et Amadei (1990) . .	24
Figure 2.19	Réponses d'un joint à différents chemin de chargement (a)Contrainte normale versus fermeture du joint pour différentes valeurs de la contrainte de cisaillement (b)Contrainte de cisaillement versus déplacement horizontal (c)Fermeture versus déplacement horizontal (d)Contrainte normale versus déplacement horizontal, d'après Saeb et Amadei (1990) . .	25
Figure 2.20	Représentation graphique de la contrainte normale versus le déplacement normal pour un joint dont les épontes coïncident (trait plein) et pour un joint désenchevêtré (pointillés), d'après Saeb et Amadei (1992)	27
Figure 2.21	Représentation graphique de la fonction $F(e)$, avec $u_r = 25mm$, $u_p = 0,52mm$	32
Figure 2.22	Comparaison des courbes obtenues avec les résultats du tableau 2.3 et des points expérimentaux de Flamand <i>et al.</i> (1994)	34
Figure 2.23	Comparaison des courbes obtenues avec les résultats du tableau 2.4 et des points expérimentaux de Flamand <i>et al.</i> (1994)	36
Figure 2.24	Représentation schématique d'une colonne de matériau poreux dans laquelle circule un fluide	37
Figure 2.25	Répartition des vitesses dans une discontinuité d'épaisseur $2.e_i$ de vecteur normal $(O, \vec{z})$	39

Figure 2.26	Représentation graphique de la relation contrainte de cisaillement - déplacement de cisaillement à partir des résultats expérimentaux tirés de Esaki <i>et al.</i> (1999) et des résultats du CSDSw	45
Figure 2.27	Représentation graphique de la relation déplacement vertical - déplacement de cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Esaki <i>et al.</i> (1999) et des résultats du CSDSw	46
Figure 2.28	Représentation graphique de la relation déplacement vertical - déplacement de cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Lee et Cho (2002) (série GH) et des résultats du CSDSw	48
Figure 2.29	Représentation graphique de la relation contrainte de cisaillement - déplacement de cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Lee et Cho (2002) (série GH) et des résultats du CSDSw	50
Figure 2.30	Représentation graphique de la relation contrainte de cisaillement - déplacement de cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Lee et Cho (2002) (série MH) et des résultats du CSDSw	51
Figure 2.31	Représentation graphique de la relation dilatation - cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Lee et Cho (2002) (série MH) .	51
Figure 3.1	Représentation schématique de la séquence de calculs opérés par le logiciel FLAC	53
Figure 3.2	Exemple de décomposition d'une cellule quadrilatère en deux sous-grilles de sous-cellules triangulaires	55
Figure 4.1	Relation hyperbolique $\sigma_n - v$ obtenue par la modélisation numérique .	64
Figure 4.2	Modèle utilisé pour l'essai de compression uniaxiale simple	65
Figure 4.3	Représentation dans l'espace i-j de la grille utilisée pour l'étude du programme.	65
Figure 4.4	Fermeture du joint lors de la mise en charge	67
Figure 4.5	Augmentation de la contrainte normale de compression au cours du chargement initial	67
Figure 4.6	Relation contrainte tangentielle – déplacement de cisaillement au centre du joint pour trois valeurs de σ_n	68
Figure 4.7	Relation déplacement normal – déplacement de cisaillement au centre du joint pour trois valeurs de σ_n	68
Figure 4.8	Relation déplacement normal – déplacement de cisaillement au centre du joint et aux deux coins supérieurs du joint en CNL, $\sigma_n = 21 \text{ MPa}$.	69
Figure 4.9	Évolution de la raideur normale k_{nn} en fonction de u pour différentes raideurs extérieures	70

Figure 4.10	Évolution de la raideur normale k_{ns} en fonction de u pour différentes raideurs extérieures	71
Figure 4.11	Évolution de la raideur tangentielle k_{ss} en fonction de u pour différentes raideurs extérieures	72
Figure 4.12	Évolution de la raideur tangentielle k_{sn} en fonction de u pour différentes raideurs extérieures	73
Figure 4.13	Dilatation du joint en condition de CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure appliquée.	74
Figure 4.14	Évolution de la contrainte normale au joint, en condition de CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure.	75
Figure 4.15	Relation contrainte normale – déplacement vertical en CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure appliquée	76
Figure 4.16	Relation contrainte tangentielle – déplacement de cisaillement au centre du joint pour trois valeurs de σ_n , pour une même raideur normale constante	77
Figure 4.17	Évolution de la contrainte tangentielle au joint, en condition de raideur normale constante, pour une même valeur de la contrainte normale initiale	78
Figure 4.18	Diagramme de l’algorithme de calcul	83
Figure 4.19	Vérification de la valeur de σ_n au cours des calculs	85
Figure 4.20	Relation $\tau - u$, conditions de CNL, pour différentes valeurs de σ_n . . .	85
Figure 4.21	Comparaison des résultats fournis par FLAC et par la modélisation Excel du 2.2.8	86
Figure 4.22	Comparaison de la dilatation du joint au cours du cisaillement, en trait plein le résultat calculé par FLAC, en pointillés le résultat analytique d’après l’équation (2.76)	87
Figure 4.23	Comparaison de la dilatation calculée au cours de la modélisation Excel et de la modélisation FLAC	87
Figure 4.24	Évolution de la raideur normale k_{nn} au cours d’un cisaillement en CNL, pour 3 valeurs de σ_n	88
Figure 4.25	Évolution de la raideur normale k_{ns} au cours d’un cisaillement en CNL, pour 3 valeurs de σ_n	88
Figure 4.26	Évolution de la raideur tangentielle k_{sn} au cours d’un cisaillement en CNL, pour 3 valeurs de σ_n	88
Figure 4.27	Évolution de la raideur tangentielle k_{ss} au cours d’un cisaillement en CNL, pour 3 valeurs de σ_n	88

Figure 4.28	Valeur de σ_n en fonction de v , en condition de CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure	89
Figure 4.29	Valeur de σ_n au cours des calculs, en condition de CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure	90
Figure 4.30	Relation $\tau - u$ pour différentes valeurs de la raideur extérieure k_{ext} , d'après les résultats du modèle numérique (traits pleins) et analytique (pointillés)	91
Figure 4.31	Dilatation du joint au cours du cisaillement pour différentes valeurs de la raideur extérieure k_{ext}	91
Figure 4.32	Relation $\tau - u$ avec les valeurs de k_{ss} et k_{sn} données par les expressions (4.21) et (4.22)	92
Figure 4.33	Relation $\tau - u$ avec les valeurs de k_{ss} et k_{sn} données par Simon (1999) .	93
Figure 4.34	Évolution des différentes raideurs internes du joint pour $\sigma_{n0} = 10 MPa$ et $k_e = 12 Pa/mm$	94
Figure 4.35	Représentation graphique de la fermeture initiale du joint	95
Figure 4.36	Évolution de la contrainte normale à l'intérieur du joint pendant la phase de mise en charge	95
Figure 4.37	Représentation graphique de la dilatation des deux cellules extrêmes (i=1 et i=10) et au milieu (i=5)	96
Figure 4.38	Évolution de la dilatation le long du joint	96
Figure 4.39	Isocontours des déplacements horizontaux	97
Figure 4.40	Isocontours des déplacements verticaux	98
Figure 4.41	Représentation graphique de la relation $\tau - u$ pour quelques cellules . . .	99
Figure 4.42	Évolution de la contrainte normale le long du joint, au cours du cisaillement	100
Figure 4.43	Isocontours des contraintes normales σ_{yy}	100
Figure 4.44	Isocontours des contraintes tangentielles σ_{xy}	100
Figure 4.45	Représentation graphique de la contrainte tangentielle au cours du cisaillement le long de la verticale (i=5)	101
Figure 4.46	Représentation graphique de la contrainte normale au cours du cisaillement le long de la verticale (i=5)	102
Figure 4.47	Représentation graphique de la fermeture initiale du joint	102
Figure 4.48	Évolution de la contrainte normale à l'intérieur du joint pendant la phase de mise en charge	102
Figure 4.49	Répartition initiale des déplacements verticaux	103
Figure 4.50	Répartition initiale des pressions interstitielles	103

Figure 4.51	Répartition des pressions interstitielles lors de la mise en charge	103
Figure 4.52	Répartition finale des pressions interstitielles lors de la mise en charge .	103
Figure 4.53	Évolution de la porosité le long du joint au cours de la mise en charge .	104
Figure 4.54	Évolution des pressions interstitielles le long du joint au cours du cisaillement	104
Figure 4.55	Évolution de l'ouverture du joint lors du chargement	105
Figure 4.56	Évolution de la porosité du joint lors du chargement	105
Figure 4.57	Évolution de la contrainte tangentielle le long du joint au cours du cisaillement	106
Figure 4.58	Comparaison de la contrainte tangentielle pour différentes valeurs du gradient de pression imposé de part et d'autre de l'échantillon	106
Figure 4.59	Comparaison du déplacement vertical pour différentes valeurs du gradient de pression imposé de part et d'autre de l'échantillon	107
Figure 4.60	Déplacements horizontaux initiaux obtenus avec FLAC	110
Figure 4.61	Déplacements verticaux initiaux obtenus avec FLAC	110
Figure 4.62	Contrainte principale majeure initiale obtenue avec FLAC	111
Figure 4.63	Contrainte principale mineure initiale obtenue avec FLAC	111
Figure 4.64	Déplacements horizontaux obtenus avec FLAC	112
Figure 4.65	Déplacements verticaux obtenus avec FLAC	112
Figure 4.66	Contrainte principale majeure obtenue avec FLAC	113
Figure 4.67	Contrainte principale mineure obtenue avec FLAC	113
Figure 4.68	Contrainte principale majeure obtenue par Simon (1999)	114
Figure 4.69	Contrainte principale mineure obtenue par Simon (1999)	114
Figure 4.70	État de plasticité du massif : (a) à l'état initial, (b) après la première excavation, (c) après la deuxième excavation, (d) après la troisième excavation, (e) après la quatrième excavation et (e) après la dernière excavation.	115
Figure 4.71	Déplacements horizontaux initiaux obtenus avec FLAC	116
Figure 4.72	Déplacements verticaux initiaux obtenus avec FLAC	116
Figure 4.73	Déplacements horizontaux obtenus avec FLAC	117
Figure 4.74	Déplacements verticaux obtenus avec FLAC	117
Figure 4.75	Contrainte principale majeure initiale obtenue avec FLAC	118
Figure 4.76	Contrainte principale mineure initiale obtenue avec FLAC	118
Figure 4.77	Contrainte principale majeure obtenue avec FLAC	119
Figure 4.78	Contrainte principale mineure obtenue avec FLAC	119
Figure 4.79	État de plasticité du massif après l'excavation.	120

Figure 4.80	Grille utilisée pour l'exemple du paragraphe 4.6.1 à l'état initial	122
Figure 4.81	Détail du remplissage de l'excavation	123
Figure 4.82	Détail de l'excavation à l'état final	124
Figure 4.83	Contrainte de cisaillement dans une cellule du joint	124
Figure 4.84	Contrainte de cisaillement dans une cellule du joint	126
Figure 4.85	Isocontours des pressions interstitielles une fois l'excavation réalisée . .	127

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	FICHIERS DES MODÈLES IMPLÉMENTÉS	139
----------	--	-----

LISTE DES SIGLES ET DES ABRÉVIATIONS

CNL	test de cisaillement à charge normale constante
CNS	test de cisaillement à raideur normale constante
u	le déplacement en cisaillement (shear displacement)
u_r	le déplacement de cisaillement résiduel
u_p	le déplacement de cisaillement au pic
v	le déplacement vertical du joint
τ	la contrainte de cisaillement agissant le long de la discontinuité
τ_p	la contrainte de cisaillement au pic
τ_r	la contrainte de cisaillement résiduelle
σ_n	la contrainte normale à la discontinuité
σ_{ni}	contrainte normale initiale
σ_t	la contrainte longitudinale le long de la discontinuité
σ_T	contrainte de transition ductile – fragile, généralement égale à C_0
C_0	résistance en compression uniaxiale de la roche intacte
S_0	cohésion de la roche
T_0	résistance en tension de la roche intacte
ϕ_b	angle de friction de base de la roche intacte (angle de friction entre deux épontes découpées à la scie)
ϕ_0	angle de friction interne de la roche intacte
ϕ_r	angle de friction résiduel
JRC	coefficient de rugosité d'une discontinuité
JCS	coefficient de raideur d'une discontinuité
k_{nn}	raideur normale interne de la discontinuité, $\frac{\partial \sigma_n}{\partial v}$
k_{ns}	raideur normale interne de la discontinuité, $\frac{\partial \sigma_n}{\partial u}$
k_{ss}	raideur tangentielle interne de la discontinuité, $\frac{\partial \tau}{\partial u}$
k_{sn}	raideur tangentielle interne de la discontinuité, $\frac{\partial \tau}{\partial v}$
i_0	angle initial des aspérités d'une discontinuité
i	angle des aspérités d'une discontinuité
a_S	coefficient représentant l'aire des aspérités cisillées
p	pression interstitielle
θ	inclinaison de la discontinuité ou du plan de faiblesse par rapport à l'horizontal
k_{ni}	raideur initiale de la discontinuité
a, b, c, d, e	coefficients du modèle CSDS

$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5$	coefficients du modèle CSDS
e_m	ouverture mécanique de la discontinuité
e_h	ouverture hydraulique de la discontinuité
Re	nombre de Reynolds
L_c	taille caractéristique d'une maille de calcul
ep	variable locale du fichier FISH contenant l'épaisseur de la discontinuité
$zs11$	variable locale représentant σ_{xx} dans le fichier FLAC
$zs12$	variable locale représentant σ_{xy} dans le fichier FLAC
$zs22$	variable locale représentant σ_{yy} dans le fichier FLAC
$zs33$	variable locale représentant σ_{zz} dans le fichier FLAC
$zde11$	variable locale représentant l'incrément de déformation longitudinale
$zde12$	variable locale représentant l'incrément de déformation de cisaillement
$zde22$	variable locale représentant l'incrément de déformation transversale
$zdpp$	variable locale représentant l'incrément de pression interstitielle
du	incrément de déplacement de cisaillement
dv	incrément de déplacement normal (fermeture de la discontinuité)
dt	incrément de déplacement longitudinal le long de la discontinuité

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Une exploitation minière a des répercussions, tant sur le plan géomécanique que sur le plan environnemental. D'un point de vue géomécanique, les excavations entraînent le transfert des charges initiales sur une portion plus restreinte du massif et les lieux de stockage des rejets miniers créent de nouvelles surcharges. D'un point de vue environnemental, l'apparition de zones excavées bouleverse le réseau d'écoulement initial et la possible création de drainage minier acide constitue une menace directe pour le biotope.

Le massif rocheux qui est excavé lors de l'exploitation minière est souvent parcouru par des discontinuités géologiques issues de son histoire tectonique. Tandis que la résistance d'une roche fracturée est conditionnée par le nombre, l'orientation et les caractéristiques mécaniques des discontinuités, sa conductivité hydraulique dépend de l'interconnectivité, de la perméabilité, de la tortuosité et de l'état de surface des discontinuités. Les discontinuités géologiques constituent donc, à la fois des chemins d'écoulement préférentiels pour l'eau souterraine et des zones de faiblesse mécanique. Modifier les contraintes *in situ* génère des déformations le long des discontinuités. Ces déformations (ouverture ou fermeture de la discontinuité) modifient les caractéristiques hydrauliques (ouverture hydraulique, conductivité) des discontinuités. Ces dernières changent la répartition des pressions interstitielles et par là-même, celle des contraintes effectives qui agissent dans le massif.

La modification du réseau d'écoulement et la modification des contraintes *in situ* sont liées. Cependant, ces changements sont bien souvent évalués individuellement, faute de modèles et d'outils adéquats. Dans les études hydrauliques, le comportement mécanique est bien souvent négligé tandis que dans les études mécaniques, la variation des paramètres hydrauliques n'est pas prise en compte. Considérer l'évolution conjointe de l'écoulement souterrain et des contraintes agissant au sein du massif rocheux permettrait de mieux prédire les modifications qu'entraîne la présence d'excavations ; que ce soit pour diminuer les risques de pollution afin de rencontrer les normes environnementales ou de sécurité.

Les discontinuités géologiques jouant un rôle essentiel dans le comportement hydromécanique d'un massif rocheux, il est donc normal de s'intéresser à leur comportement hydromécanique.

Le terme « discontinuités » désigne différents « accidents » géologiques selon Priest (1993) :

- les failles (*faults*) témoignent d'une rupture en cisaillement du massif soumis à des forces tectoniques.

- les joints sont définis par la plupart des auteurs (Goodman (1980), Price (1966), Ragan (1985)) comme étant des « fractures » ou des « fissures » le long desquelles il n’y a pas ou peu de déplacement. Leur taille va du millimètre (on parlera alors plutôt d’une fissure) au kilomètre (on parlera d’une fracture).
- les plans de litage mettent en avant un changement de granulométrie, de composition chimique ou minéralogique entre deux couches d’une roche sédimentaire.

Selon Junya *et al.* (2005), les démarches adoptées pour modéliser le comportement hydromécanique d’un massif fracturé peuvent être décomposées en deux principaux groupes : les modèles continus équivalents (« effective continuum model ») et les modèles discrets de réseaux (« discrete network model »). Dans la première approche, l’effet des joints est intégré dans l’élément de calcul sous forme d’un bloc continu anisotrope équivalent. De cette façon, le couplage intervient sous la forme de variables hydrauliques et mécaniques corrélées. Tandis que dans la deuxième approche, chaque joint constitutif du réseau est susceptible de bouger selon les variations locales des contraintes in-situ. Généralement, le couplage par modèle discret donne de meilleurs résultats à petite ou moyenne échelle (échelle de l’excavation ou inférieure). Cependant il demande un outil informatique plus performant.

L’intérêt du présent travail est d’implémenter un modèle discret de couplage hydromécanique direct : les pressions interstitielles sont actualisées avec les contraintes mécaniques. C’est-à-dire que les variations des grandeurs mécaniques (contraintes effectives, ouverture mécanique) vont évoluer avec les grandeurs hydrauliques (pressions interstitielles, ouverture hydraulique et débit). Le modèle analytique utilisé est le modèle CSDS (Complete Stress Displacement Surface) présenté par Simon (1999) et Simon *et al.* (2003, 1999a), modifié en y adjoignant l’effet de pressions interstitielles (CSDSw). Le modèle proposé a été implémenté dans le logiciel FLAC de la société Itasca.

Le travail présenté contient, au chapitre deux, une revue bibliographique sur les critères utilisés pour modéliser la roche intacte et ceux qui servent à la modélisation mécanique des discontinuités. Le modèle CSDS est plus particulièrement analysé et des exemples de la littérature servent à illustrer son application. La deuxième partie de la revue bibliographique porte sur le comportement hydraulique des discontinuités. La troisième et dernière partie de cette revue de littérature traite des couplages hydromécaniques en général et du modèle CSDSw en particulier.

Le troisième chapitre porte sur l’outil numérique utilisé, ses limites et sa stabilité. Un certains nombres de cas particuliers dont on connaît les solutions analytiques, ont été réalisés mais ne sont pas présentés. Le lecteur est invité à consulter le manuel d’utilisation du logiciel publié par Itasca (2005) pour prendre connaissances des exemples de vérifications du logiciel.

Enfin, au chapitre quatre, le modèle hydromécanique tel qu’il fut implémenté est présenté

et testé sur des cas simples ou d'applications typiques. Les exemples illustrent les obstacles rencontrés lors de l'utilisation du programme.

Dans le chapitre cinq, les résultats obtenus sont discutés et un certain nombre de recommandations sont faites.

CHAPITRE 2

REVUE DE LITTÉRATURE

2.1 Rupture de la roche intacte

Deux modèles de comportement de la roche intacte sont ici présentés : le modèle de Mohr-Coulomb et le modèle de Hoek et Brown. Ces deux modèles sont largement utilisés en mécanique des roches. Ils serviront notamment à décrire le massif lors des modélisations numériques.

2.1.1 Critère de Mohr Coulomb

Soit un solide soumis au champ de contraintes principales $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. Les contraintes normales et tangentielles, notées respectivement σ et τ , agissant sur une face centrée autour d'un point du solide sont situées à l'intérieur de la zone hachurée sur la figure 2.1. Le critère de Mohr-Coulomb donne une relation linéaire entre σ et τ :

$$\tau = \sigma \cdot \tan(\phi_0) + S_0 \quad (2.1)$$

Où ϕ est l'angle de friction interne du matériau et S_0 sa cohésion. Les contraintes critiques agissent sur un plan incliné d'un angle θ par rapport à la contrainte principale. θ vérifie :

$$2\theta = \frac{\pi}{2} + \phi_0 \quad (2.2)$$

La figure 2.1 représente le cercle de Mohr et la courbe enveloppe du critère.

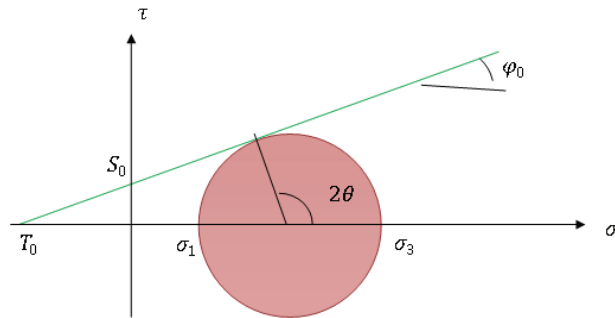


Figure 2.1 Représentation graphique du critère de Mohr – Coulomb dans l'espace de (τ, σ)

Ce critère est intéressant car il donne une relation linéaire entre τ et σ . En revanche, le critère de rupture est peu précis lorsqu'on a des valeurs élevées de σ . Dans ce cas là, le critère surestime la contrainte de cisaillement critique.

2.1.2 Le critère de Hoek et Brown (1980a,b)

Hoek et Brown ont développé un critère en accord avec les valeurs expérimentales, pouvant prendre la forme d'une expression mathématique simple et pouvant être extrapolé aux milieux anisotropes et aux roches fracturées. Le critère dans sa forme finale résulte d'approches successives pour coïncider au mieux avec les résultats expérimentaux. Il est donné par :

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + (m.C_0\sigma'_3 + C_0^2)^a \quad (2.3)$$

Où σ'_1 et σ'_3 sont, respectivement, les contraintes effectives principales majeure et mineure. m et a sont deux paramètres constants dont les valeurs vérifient :

- $m \in [0.001; 25]$ selon Hoek et Brown (1980a)
- $a = \frac{1}{2}$

La figure 2.2 (a) est une représentation graphique du modèle dans le plan $\sigma_1 - \sigma_3$. Trois points sont remarquables : $(\sigma_1 < 0; \sigma_3 = 0)$ qui correspond à la rupture en traction de l'échantillon, $(\sigma_1 = 0; \sigma_3 > 0)$ qui correspond à la rupture en compression uniaxiale de l'échantillon et $(\sigma_1 > 0; \sigma_3 > 0)$ qui correspond à la rupture au cours d'un essai triaxial. L'enveloppe de rupture du critère de Hoek-Brown est représentée dans l'espace $(\tau; \sigma)$ à la figure 2.2 (b) avec celle du critère de Mohr-Coulomb. La courbe enveloppe du critère de Mohr-Coulomb est une droite qui approche bien la forme parabolique du critère de Hoek-Brown autour du point de tangence avec le cercle de Mohr. Au-delà, on remarque que le critère de Mohr-Coulomb va systématiquement surestimer la contrainte tangentielle critique pour une valeur de la contrainte normale donnée. Enfin, à la figure 2.2 (c), les évolutions de l'angle de friction instantanée (en rouge) et de la cohésion instantanée (en bleu) sont représentées pour un test de cisaillement direct du matériau.

À la figure 2.3, on a tracé la courbe enveloppe pour différentes valeurs du paramètre m . L'influence de m sur l'enveloppe, dans l'espace $(\tau; \sigma)$, montre que ce paramètre joue un rôle similaire à l'angle de friction interne dans le critère de Mohr-Coulomb. La figure 2.4 quant à elle, illustre l'influence du paramètre s sur l'aspect de la courbe enveloppe du critère dans l'espace $(\tau; \sigma)$. Son influence est comparable à celle de la cohésion c d'un matériau obéissant au critère de Mohr-Coulomb.

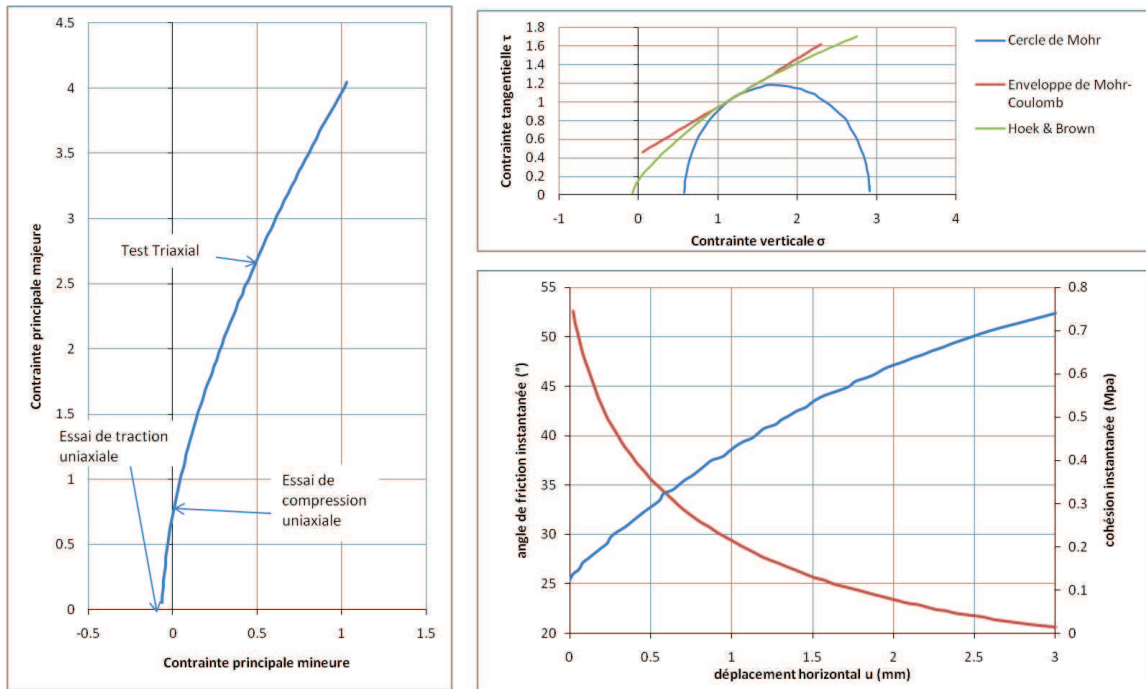


Figure 2.2 Représentation graphique du critère de Hoek et Brown, d'après Hoek et Brown (1997), (a) enveloppe de rupture dans le plan $\sigma_1 - \sigma_3$, (b) enveloppe de rupture dans le plan de Mohr et comparaison avec l'enveloppe de Mohr-Coulomb, (c) évolutions de l'angle de friction instantané et la cohésion instantanée en fonction du déplacement de cisaillement

Dans ce critère, la contrainte effective intermédiaire σ_2 n'est supposée avoir qu'un effet négligeable sur la rupture du matériau. On suppose également que la vitesse de chargement de l'échantillon n'a pas d'influence sur la résistance du matériau.

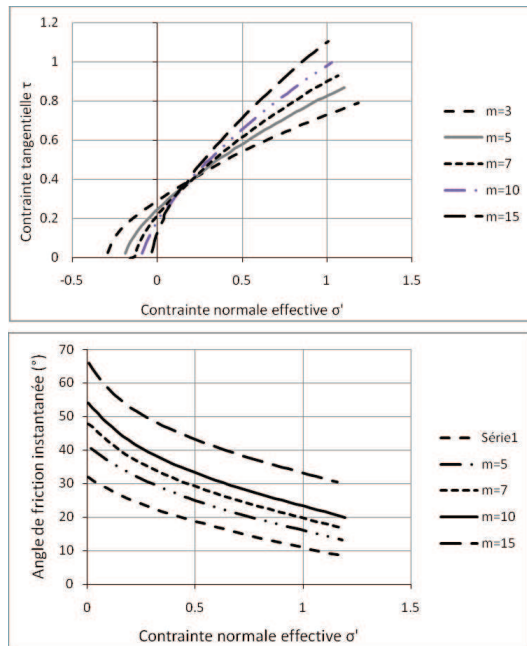


Figure 2.3 Influence du paramètre m sur l'enveloppe du critère de Hoek-Brown représenté dans l'espace de Mohr, d'après Hoek et Brown (1997)

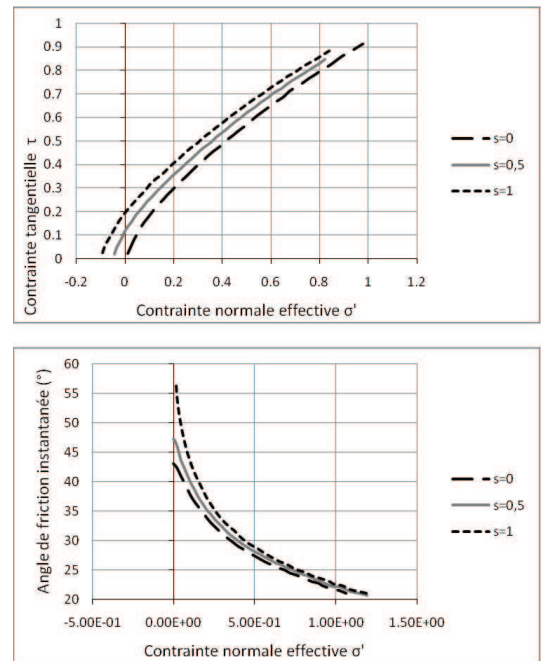


Figure 2.4 Influence du paramètre s sur l'enveloppe du critère de Hoek-Brown représenté dans l'espace de Mohr, d'après Hoek et Brown (1997)

2.2 Comportement mécanique des discontinuités géologiques

Les discontinuités ont une résistance inférieure à celle de la roche intacte. La résistance d'un massif fracturé est donc moindre que celle de la roche intacte constituant le massif. Les discontinuités dans un massif sont décrites par leur :

- fréquence
- orientation
- taille
- résistance au cisaillement
- altération
- remplissage
- écoulement interstitiel

En effet, on observe rarement dans la nature des joints parfaitement propres. Selon Priest (1993), différents événements peuvent nuire à l'intégrité des discontinuités géologiques :

- les écoulements d'eau depuis la surface peuvent transporter des matériaux lâches
- les eaux calcaires ou ferrugineuses peuvent également être à la base de dépôts dans les joints
- lors des mouvements tectoniques, les parois du joint peuvent être abrasées et le joint peut se remplir avec les résidus
- l'altération des parois par les fluides qui circulent dans les joints donne naissance à des matériaux de remplissage de type argileux

Mais l'altération de la roche au niveau des épontes peut également pénétrer en profondeur le roc, dépendamment de la perméabilité du matériau.

Plusieurs modèles permettent d'évaluer la résistance en cisaillement des fractures. Quelques-uns d'entre eux sont présentés plus loin.

2.2.1 Modèle de Mohr Coulomb

Ce modèle reprend la théorie des contacts de Coulomb. Soit deux surface planes en contact. Lorsqu'il y a glissement relatif des surfaces, la contrainte tangentielle τ est égale à la résistance au cisaillement et a pour expression :

$$\tau = \sigma_n \cdot \tan(\phi_b) + c \quad (2.4)$$

Où ϕ_b est l'angle de friction de base des deux surfaces, σ_n la contrainte normale appliquée sur l'interface et c la cohésion initiale de l'interface. Lorsque la contrainte normale atteint la résistance en compression uniaxiale de la roche intacte, C_0 , la résistance au cisaillement du

joint chute à 0.

2.2.2 Le modèle bilinéaire de Patton (1966)

Dans ce modèle, le profil du joint est en dents de scie. Les aspérités font un angle i avec la direction moyenne de la discontinuité (voir la figure 2.5). Les deux épontes du joint sont inclinées par rapport à l'horizontal d'un angle θ . La surface de contact est soumise à l'action d'une charge normale W appliquée sur la partie supérieure de l'échantillon. La charge normale est constante (condition de *Constant Normal Load* ou *CNL*).

Les surfaces inclinées de $\theta + i$ par rapport à l'horizontal restent en contact. Ce sont elles qui contrôlent le glissement de la partie supérieure sur la partie inférieure du joint. Le long de ces surfaces, les contraintes normale et tangentielle vérifient :

$$\sigma_n = \frac{W \cos(\theta + i)}{A} \quad (2.5)$$

$$\tau = \frac{W \sin(\theta + i)}{A} \quad (2.6)$$

Où A est l'aire de la surface de contact. On a donc :

$$\frac{\tau}{\sigma_n} = \tan(\theta + i) \quad (2.7)$$

L'inclinaison de la discontinuité par rapport à l'horizontale a un effet similaire à un angle de friction entre les épontes de la discontinuité. L'angle de friction apparent d'une discontinuité est de la forme :

$$\phi = \phi_b + i \quad (2.8)$$

Où ϕ_b est l'angle de frottement entre deux surfaces lisses de roche intacte.

D'où :

$$\tau = \sigma_n \cdot \tan(\phi_b + i) \quad (2.9)$$

Lorsqu'il y a glissement (pour σ_n faible).

Lorsque σ_n devient très élevée, la dilatation du joint est empêchée et il y aura augmentation de la contrainte de cisaillement jusqu'à atteindre la résistance de cisaillement des aspérité. Le mouvement de cisaillement sera donc le résultat d'une rupture de la roche le long d'un plan parallèle à la ligne de l'effort de cisaillement. Le massif rocheux parcouru par la discontinuité se comporte alors comme une roche intacte. Le modèle de Patton redevient

alors une loi de Mohr-Coulomb pour la roche intacte :

$$\tau = \sigma_n \cdot \tan(\phi_r) + S_0 \quad (2.10)$$

Où S_0 et ϕ_r sont – respectivement – la cohésion et l'angle résiduel de frottement du matériau constitutif des aspérités. Le modèle de Patton est donc bilinéaire, comme représenté sur la figure 2.5.

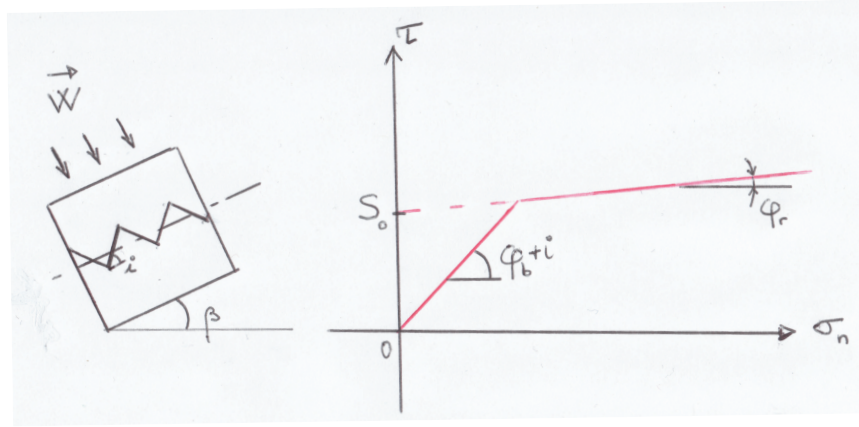


Figure 2.5 Modèle bilinéaire de Patton dans l'espace $\tau - \sigma$, d'après Patton (1966)

Le modèle de Patton rend compte des deux phénomènes intervenant lors du cisaillement d'une discontinuité : le glissement le long des aspérités et la rupture de la roche intacte avec glissement le long des plans de rupture. Ce modèle reste toutefois trop simplifié pour être représentatif. La rupture en σ_T est notamment peu réaliste.

Jaeger (1971) propose une transition courbe entre les deux droites du modèle de Patton :

$$\tau = \sigma_n \cdot \tan(\phi_r) + S_0(1 - e^{-b \cdot \sigma_n}) \quad (2.11)$$

Où b est une constante traduisant l'effet de σ_n sur p , l'écart entre la droite de pente ϕ_r et la courbe de Jaeger. Le modèle de Jaeger (1971) est montré à la figure 2.6.

2.2.3 Modèle de Barton (1973, 1976, 1986)

Le critère de Barton s'exprime comme suit :

$$\tau = \sigma_n \cdot \tan(JRC \log_{10}(\frac{JCS}{\sigma_n}) + \phi_b) \quad (2.12)$$

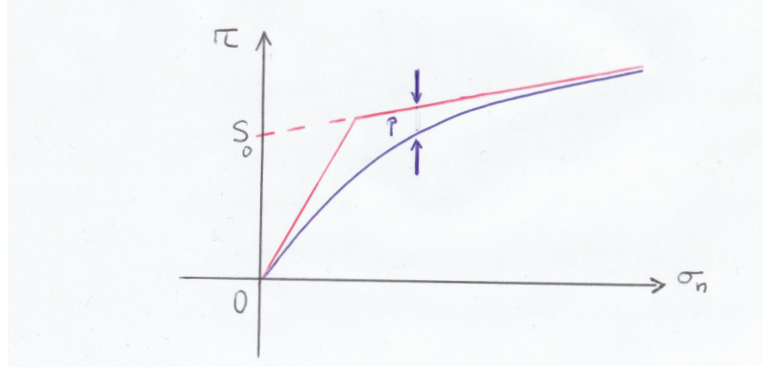


Figure 2.6 Modèle de Jaeger (en bleu) comparé au modèle bilinéaire de Patton dans l'espace $\tau - \sigma$, d'après Jaeger (1971)

Où JRC et JCS sont, respectivement, les coefficients de rugosité et de raideur de la discontinuité.

La relation ci-dessus est illustré à la figure 2.7 où la courbe enveloppe a été dessinée pour différentes valeurs du JRC . Le chiffre au bout de chaque courbe est la valeur du JCS exprimée en MPa pour le joint considéré. Cette figure est tirée des résultats de Barton et Choubey (1977).

Barton et Choubey (1977) proposent de mesurer le JCS à l'aide du marteau de Schmidt :

$$\log_{10} JCS = 0,88.\gamma.R + 1,01 \quad (2.13)$$

Où γ est le poids volumique de la roche en N/m^3 et R est le nombre de rebonds du marteau en L. Selon les auteurs, le JCS peut varier de C_0 pour une discontinuité non altérée à $\frac{C_0}{4}$ dans le cas d'une discontinuité fortement altérée.

Le JRC peut varier de 0 pour une discontinuité très lisse à 20 pour une discontinuité très rugueuse. Barton et Choubey (1977) proposent une caractérisation visuelle du JRC à partir d'un ensemble de profil-types (cf. figure 2.8).

Tse et Cruden (1979) proposent une estimation du JRC basée sur la discrétisation du profil du joint en M segments horizontaux de largeur constante Δx (fonction escalier). Si y_i est l'élévation du segment i par rapport à la ligne moyenne de la discontinuité alors on peut définir la grandeur Z par :

$$Z = \sum_{i=1}^{M-1} \frac{(y_{i+1} - y_i)^2}{M.(\Delta x)^2} \quad (2.14)$$

La figure 2.9 illustre la discrétisation du profil de l'éponte effectué.

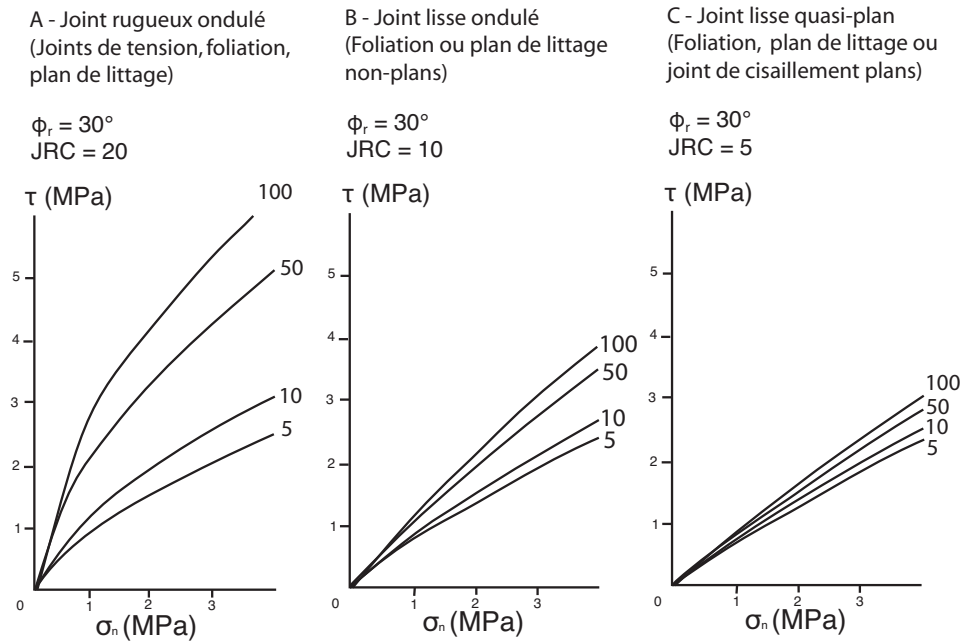


Figure 2.7 Représentation graphique de la relation empirique de Barton (1973) pour différents joints possédant chacun un JRC différent, d'après Barton et Choubey (1977)

De là, Tse et Cruden (1979) donnent la valeur du JRC en fonction de Z :

$$JRC = 32,2 + 32,47 \cdot \log_{10} Z \quad (2.15)$$

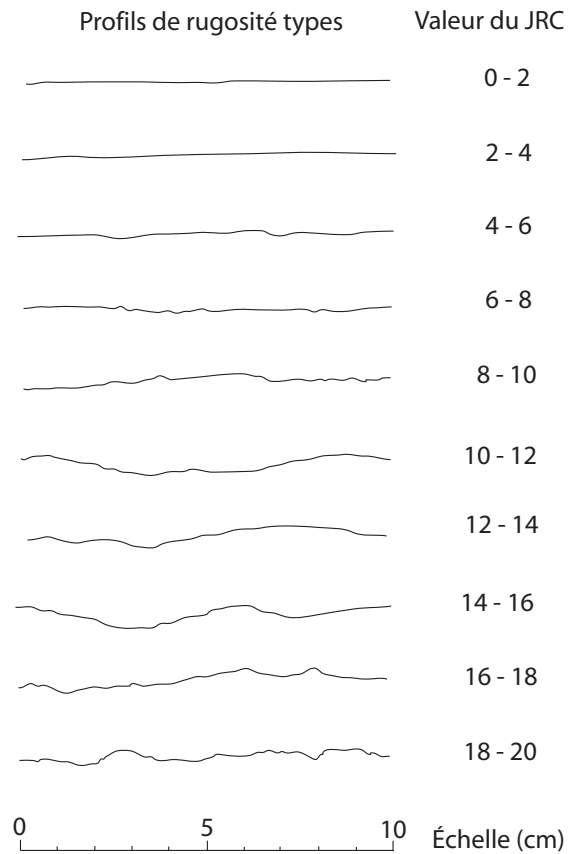


Figure 2.8 Profils de rugosité typiques et valeur correspondante du JRC, d'après Barton et Choubey (1977), adapté par Hoek (2007)

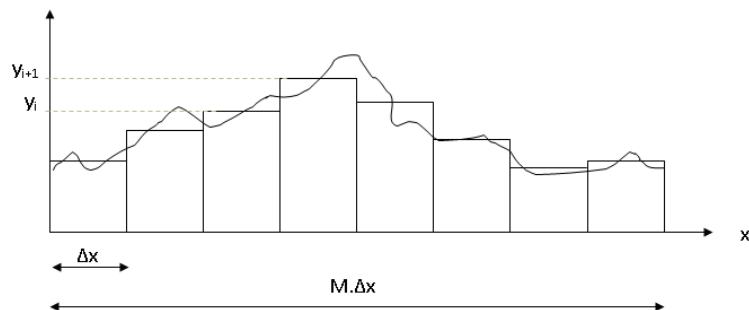


Figure 2.9 discrétisation du profil d'une éponte selon la méthodologie de Tse et Cruden (1979)

2.2.4 Modèle de Bandis

Ce modèle propose une relation hyperbolique entre l'ouverture de la discontinuité et la contrainte normale qui s'y applique. Goodman (1976) est le premier à proposer de relier la contrainte normale σ_n au joint à la contrainte normale initiale σ_{ni} et à la déformation transversale v de la discontinuité :

$$\sigma_n = \sigma_{ni} \left(1 + R \frac{v}{V_m + v} \right) \quad (2.16)$$

Où R est une constante expérimentale et V_m la fermeture maximale de la discontinuité. Lorsque $v = -V_m$, le joint est fermé et σ_n tend vers ∞ .

Bandis *et al.* (1983) reprennent l'équation 2.16 en proposant :

$$\sigma_n = \sigma_{ni} + \frac{v}{a + bv} \quad (2.17)$$

Avec a et b des constantes.

On note $\overline{\sigma_n}$ la différence de contrainte agissant sur la fracture : $\overline{\sigma_n} = \sigma_n - \sigma_{ni}$

Lorsque $\overline{\sigma_n} \rightarrow \infty$, $v \rightarrow -V_m$ donc :

$$V_m = \frac{a}{b} \quad (2.18)$$

La rigidité normale de la discontinuité est donnée par :

$$k_n = \frac{\partial(\overline{\sigma_n})}{\partial v} = \frac{1 - b\sigma_n}{a + bv} \quad (2.19)$$

Si $\sigma_n = \sigma_{ni}$, alors $\overline{\sigma_n} = 0$ et $v = 0$ dans 2.19. On trouve alors $k_n = k_{ni} = \frac{1}{a}$.

En utilisant (2.18) :

$$a = \frac{1}{k_{ni}} \quad (2.20)$$

$$b = \frac{1}{V_m k_{ni}} \quad (2.21)$$

D'où

$$k_n = k_{ni} \left(\frac{k_{ni} V_m - \overline{\sigma_n}}{k_{ni} V_m} \right)^2 \quad (2.22)$$

L'équation 2.17 peut être écrite ainsi :

$$\overline{\sigma_n} = \frac{v \cdot k_{ni} \cdot V_m}{V_m + v} \quad (2.23)$$

k_{ni} a été empiriquement estimé par Bandis *et al.* (1983) :

$$k_{ni} = 0,02 \frac{JCS}{t_0} + 1,75JRC - 7 \quad (2.24)$$

Où e_0 est l'ouverture initiale de la discontinuité, en *mm* et k_{ni} s'exprime en *MPa/mm*.

Pour V_m , Bandis *et al.* (1983) donnent l'expression suivante :

$$V_m = R \left(\frac{JCS}{e_0} \right)^S \quad (2.25)$$

Où R et S sont des constantes expérimentales.

2.2.5 Ladanyi et Archambault (1970)

Le modèle proposé par Ladanyi et Archambault (1970) est une extension du modèle de Patton (1966) qui permet de rendre compte du glissement et du cisaillement des aspérités qui intervient dans les joints naturels. Ils ont considéré un joint artificiel constitué d'aspérités régulières en dent de scie inclinées de $+i$ et $-i$ par rapport à la direction générale du joint.

Ce modèle est basé sur l'équilibre énergétique du joint soumis au cisaillement suggéré par Rowe *et al.* (1964).

La force de cisaillement est donnée par :

$$T_t = T_1 + T_2 + T_3 \quad (2.26)$$

Où

- T_1 est la composante nécessaire pour aller à l'encontre de la force normale N appliquée sur le joint : $T_1 = N\dot{v}$ avec $\dot{v}$ le taux de dilatance
- T_2 est la composante pour aller à l'encontre du frottement lorsqu'il y a dilatance : $T_2 = T\dot{v} \tan(\phi_b)$ où ϕ_b est l'angle de résistance au glissement de base
- T_3 est la composante liée au travail interne de friction dans le cas où l'échantillon ne change pas de volume : $T_3 = N \tan(\phi_b)$

La figure 2.10 rend compte des différentes composantes intervenant dans T_t .

La force de cisaillement totale est donnée par :

$$T = T_t(1 - a_s) + T_4 \cdot a_s \quad (2.27)$$

Où

- T_4 est la composante due au cisaillement des aspérités à leur base. $T_4 = AC_0 + N \tan \phi_0$

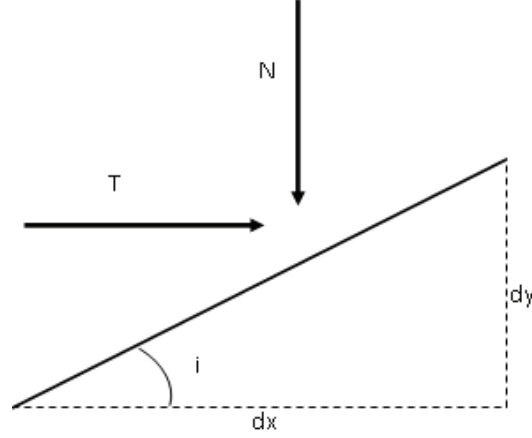


Figure 2.10 Travaux associés à la friction dans le joint, d'après Ladanyi et Archambault (1970)

avec C_0 et ϕ_0 les paramètres de la roche intacte (résistance en compression uniaxiale et angle de frottement interne)

- a_s est le rapport entre l'aire effective sur laquelle il y a cisaillement et l'aire totale du joint :

$$a_s = 1 - \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_1} \quad (2.28)$$

Avec k_1 constante du modèle LADAR égale à 1,5.

Le taux de dilatance $\dot{v}$ est égal au rapport de l'incrément de déplacement vertical dy par l'incrément de déplacement en cisaillement dx (voir figure 2.10). On suppose que les aspérités sont rigides, le taux de dilatance $\dot{v}$ est donc assimilable à la tangente de l'angle des aspérités ($\tan(i)$). En transposant l'équation (2.27) en termes de contrainte (division par l'aire A) et en remplaçant $\dot{v}$ par $\tan i$, on retrouve alors le modèle de Patton :

$$\tau = \sigma'_n \cdot \tan(\phi_0 + i) \quad (2.29)$$

L'expression de i est :

$$i = \arctan \left[\left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2} \cdot \tan(i_0) \right] \quad (2.30)$$

Avec k_2 deuxième constante du modèle LADAR égale à 4, i_0 l'angle initial des aspérités par rapport à la direction moyenne de la discontinuité, σ_T , la contrainte de transition. Good-

man (1976) suggère de prendre pour valeur de σ_T la valeur de la résistance en compression uniaxiale, C_0 .

Pour les joints réels dont le profil n'est pas constitué seulement d'irrégularités du premier ordre (dents de scie), Ladanyi et Archambault suggèrent de conserver la valeur de $\dot{v}$ obtenue expérimentalement plutôt que de chercher i .

Les auteurs donnent donc comme expression de résistance en cisaillement d'un joint, en négligeant la composante de cisaillement des aspérités (T_4) :

$$\tau = \sigma_n \frac{\dot{v} + \tan \phi_0}{1 - \dot{v} \tan \phi_0} \quad (2.31)$$

$$= \sigma_n \tan(\phi_0 + v) \quad (2.32)$$

Avec $v = \arctan(\dot{v})$.

L'hypothèse de rigidité des aspérités faite dans ce modèle entraine une sous-estimation de la résistance au cisaillement du joint.

Ce modèle est également applicable à des joints remplis. Ainsi, Goodman (1970) teste en cisaillement direct des joints en dent de scie remplis de poudre de mica. La résistance du joint rempli est alors supérieure à la résistance du matériau de remplissage seul tant que le rapport de l'épaisseur moyenne du remplissage, t , sur la hauteur moyenne des aspérités, a est inférieur ou égal à 1,25. (voir figure 2.11)

Ces résultats sont corroborés par les travaux de Ladanyi et Archambault (1977) sur des joints en béton remplis de kaolin. Lorsque i_0 augmente, la résistance en cisaillement du joint augmente. Cette augmentation est d'autant plus grande que $\frac{t}{a}$ tend vers 0. (voir figure 2.12)

Soit τ_{max} le cisaillement maximal pour un joint non rempli et τ_{min} la résistance minimale potentielle du joint atteinte pour $t = t_{critique}$.

$t_{critique}$ est atteint lorsque l'épaisseur du remplissage empêche les aspérités d'avoir une influence sur le comportement en cisaillement du joint. Il est fonction de la taille des grains du matériau de remplissage et de la hauteur des aspérités. Par exemple, $t_{critique,sable} > a$ tandis que $t_{critique,argile} \leq a$. Pour un joint rugueux, ondulé et caractérisé par une forte pente des aspérités, $\tau_{min} = \tau_{remplissage}$ est une approximation acceptable. Pour un joint plat, peu ondulé et lisse, $\tau_{min} = \sigma_n \cdot \tan(\phi_b)$.

2.2.6 Seidel et Haberfield (1995)

Seidel et Haberfield (1995) proposent d'intégrer la déformation élastique des aspérités triangulaires d'un joint artificiel à la théorie précédente.

La figure 2.13 montre une déformation verticale de due à la force N appliquée perpendicu-

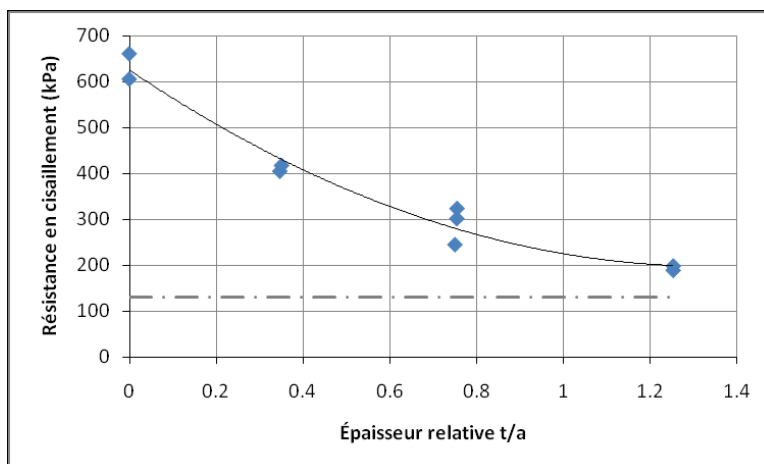


Figure 2.11 Résistance au cisaillement d'un joint rempli avec de la poudre de mica, soumis à une charge normale de 746kPa, pour différentes valeur du rapport t/a , d'après Goodman (1970)

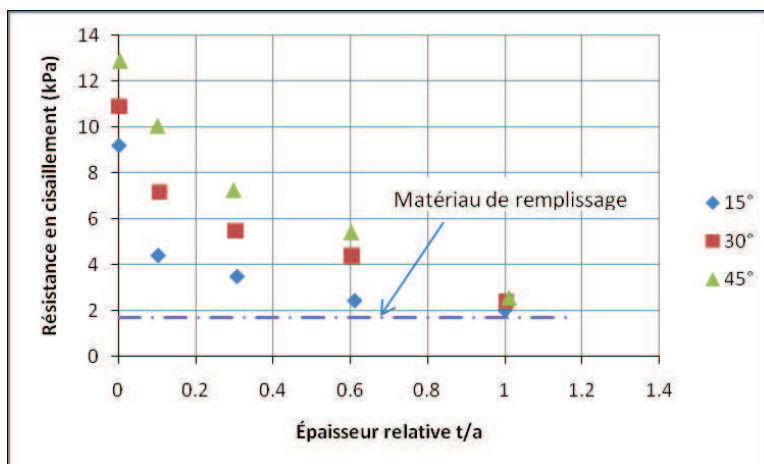


Figure 2.12 Résistance au cisaillement d'un joint en béton rempli avec du kaolin, soumis à une charge normale de 8.69MPa, pour différentes valeur du rapport t/a et différentes pente d'aspérités, d'après Ladanyi et Archambault (1977)

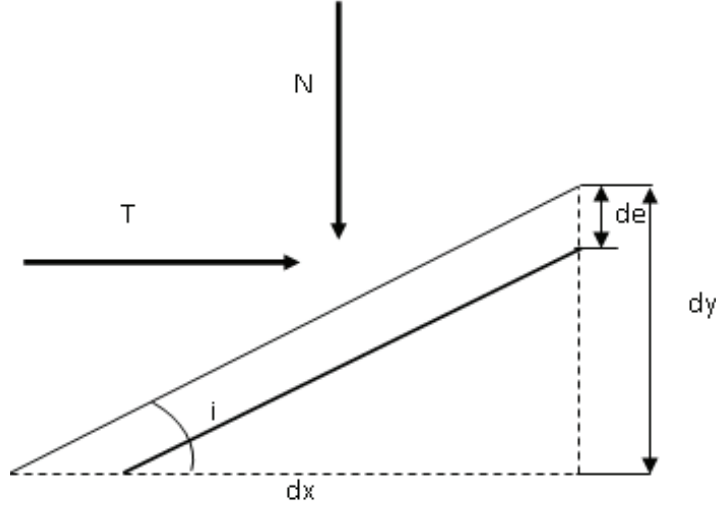


Figure 2.13 Déformation élastique de la discontinuité, d'après Seidel et Haberfield (1995)

lairement à la ligne moyenne du joint. Il y a donc une diminution de la dilatation du joint : la dilatation devient $dy - de$. Cependant le mouvement relatif des deux faces demeure inchangé. En effet, les mouvements horizontal et vertical qui génèrent des pertes de friction sont toujours dx et dy . T_2 et T_3 restent inchangées. En revanche, dans T_1 , Seidel et Haberfield (1995) changent dy par $dy - de$ mais ajoutent la composante correspondant au travail nécessaire pour augmenter l'énergie de déformation interne du solide $dU = N.de$. Soit $T_1 = N \frac{dy-de}{dx} + N \frac{de}{dx}$. T_1 reste donc inchangée. La résistance au cisaillement du joint s'en trouve donc inchangée.

Seidel et Haberfield (1995) étendent leur à des joints naturels comportant des aspérités rigides d'angle différents, alors les aspérités mobilisées au court du glissement sont celles qui ont la plus forte pente (pente seuil i_c). Avec la déformation des aspérités au court du cisaillement, i_c diminue. Du fait de la déformation élastique des aspérités, le glissement va s'opérer, non seulement le long des aspérités de pente égale à i_c qui se seront déformées, mais aussi le long des aspérités de pente légèrement inférieure à la pente critique (pente sub-critique) qui ne se seront pas encore déformées.

Avec la déformation élastique des aspérités critiques, Seidel et Haberfield (1995) expliquent qu'il y a apparition d'un travail interne pour contrer la déformation élastique du corps. Les termes T_1 , T_2 et T_3 restent donc inchangés et $\tau = \sigma'_n \cdot \tan(\phi_b + i)$.

La résistance instantanée du joint comportant n familles d'aspérités ayant chacune une pente i_j , j compris entre 1 et n , obéit à l'expression suivante :

$$\tau = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^n a_j \sigma'_{nj} \tan(\phi_0 + i_j) \quad (2.33)$$

Où A est l'aire totale du joint, σ'_{nj} est la contrainte normale effective locale agissant sur l'aire a_j des aspérités de type j . Pour les aspérités le long desquelles il n'y a aucun glissement, $\sigma'_{nj} = 0$.

Lors de l'application d'une force de cisaillement, les aspérités vont se déformer élastiquement puis plastiquement : la structure du joint (nombre de points de contact, cimentation du joint etc.) s'effondre et celui-ci va se remplir avec les matériaux dégradés. Soit un chargement de cisaillement T .

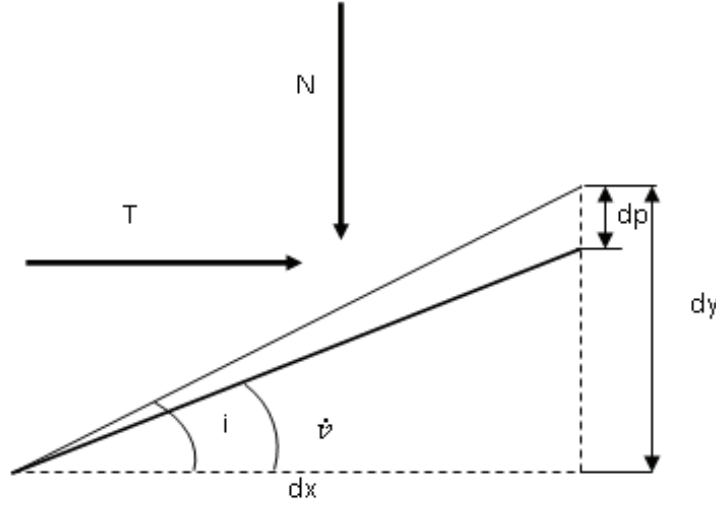


Figure 2.14 Forces extérieures agissant sur l'aspérité qui plastifie, d'après Seidel et Haberfield (1995)

La figure 2.14 montre une aspérité idéalisée (en dent de scie) qui suit une déformation linéaire dp sous l'application d'un effort de cisaillement. Alors, la réduction du travail extérieur pour contrer la contrainte normale, T_1 , n'est pas compensée par l'énergie de déformation interne du solide comme dans le cas de la déformation élastique. La composante T_3 liée au travail interne de friction dans le cas où l'échantillon ne change pas de volume est inchangé puisque le déplacement horizontal dx reste identique au cas élastique traité précédemment. La composante T_2 diminue : si le taux de dilatation, $\dot{v}$, vérifie $\dot{v} \leq \tan \phi_b$ alors T_2 vaut : $T\dot{v} \tan \phi_b$.

La force de cisaillement totale est donc, d'après Seidel et Haberfield (1995) :

$$T = N \tan i + S\dot{v} \tan \phi_0 + N \tan \phi_0 \quad (2.34)$$

Ou encore, mis sous forme de contraintes, d'après Seidel et Haberfield (1995) :

$$\tau = \sigma_n \frac{\tan i + \tan \phi_0}{1 - \dot{v} \tan \phi_0} \quad (2.35)$$

Seidel et Haberfield (1995) définissent un angle de frottement de l'interface dégradée $\phi_{degrade}$:

$$\phi_{degrade} = \arctan \left[\frac{\tan i + \tan \phi_0}{1 - \dot{v} \tan \phi_0} \right] \quad (2.36)$$

En appliquant l'équation (2.33) au cas du chargement tangentiel, Seidel et Haberfield (1995) expriment la contrainte de cisaillement pour une discontinuité contenant n familles d'aspérités de pente i_j .

$$\tau = \frac{1}{A} \sum_{j=1}^n a_j \sigma'_{nj} \frac{\tan i_j + \tan \phi_u}{1 - \dot{v} \tan \phi_u} \quad (2.37)$$

Seidel et Haberfield (1995); Haberfield et Seidel (1999) ont mené une série de test sur des joints en dent de scie avec une pente des aspérités allant de 5° à $27,5^\circ$. Les résultats expérimentaux sont donnés dans les figures 2.15 et 2.16.

Dans le tableau 2.1, ils ont comparé la valeur de $\phi_{degrade}$ donnée par l'équation 2.36 à celle de $\arctan(\frac{\tau_p}{\sigma_n})$ et à celle de $\phi_b + v$ donnée par l'équation 2.32 dans le modèle de Ladanyi et Archambault.

Tableau 2.1 Tableau comparatif des résultats expérimentaux de cisaillement direct de joint en Calcarenite avec les prédictions du modèle de Ladanyi-Archambault et Seidel-Haberfield, d'après Seidel et Haberfield (1995)

angle des aspérités i (°)	angle de dilatance mesuré $\dot{v}$ (°)	angle de frottement de base ϕ_b (°)	$\arctan(\frac{\tau}{\sigma_n})$ expérimental (°)	$\phi_{degrade}$ (eq. 2.36) (°)	$\phi_b + i$ (eq 2.32) (°)	$\phi_b + v$ (°)
5,0	1,2	37,5	42,1	41,0	42,5	38,7
10,0	2,9	37,5	44,5	44,5	47,5	40,4
12,5	3,8	37,5	47,0	46,2	50,0	41,3
17,5	10,5	37,5	51,3	49,7	55,0	48,0
22,5	11,9	37,5	56,1	54,7	60,0	49,4
27,5	14,4	37,5	60,0	58,1	65,0	51,9

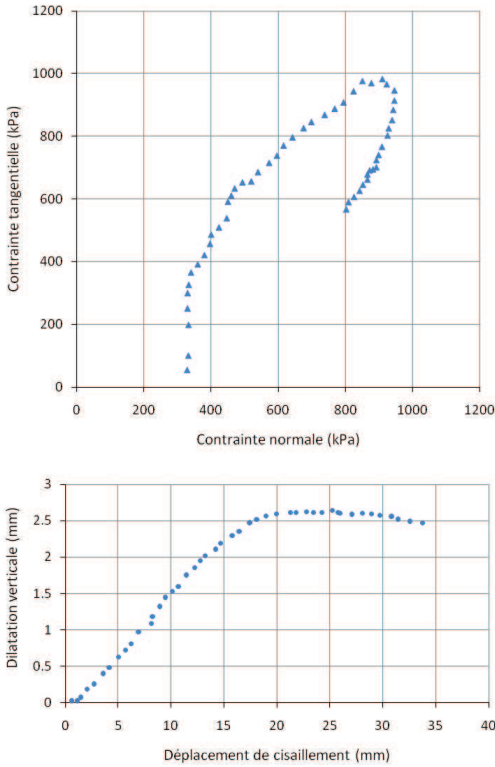


Figure 2.15 (a)Chemin de chargement d'un joint artificiel en Calcarene avec des aspérités à $12,5^\circ$ (b) Évolution de la dilatation avec le déplacement horizontal, d'après Seidel et Haberfield (1995)

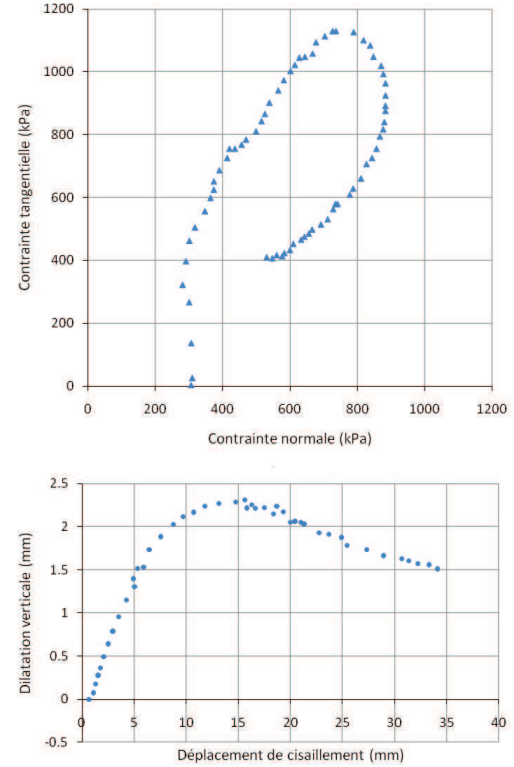


Figure 2.16 (a)Chemin de chargement d'un joint artificiel en Calcarene avec des aspérités à $22,5^\circ$ (b) Évolution de la dilatation avec le déplacement horizontal, d'après Seidel et Haberfield (1995)

2.2.7 Le modèle de Saeb et Amadei (1990)

Les modèles proposés considèrent généralement une condition de charge constante à la frontière (CNL). Or, dans la réalité, le massif rocheux avoisinant tend à contraindre la dilatation du joint. De ce fait, la condition aux limites d'un joint est une condition de raideur normale constante (CNS). Saeb et Amadei (1990) ont apporté une méthodologie permettant d'accéder à la réponse d'un joint dilatant cisailé en CNS à partir de résultats de la littérature ou de laboratoires obtenus avec des tests en CNL. Les auteurs s'intéressent essentiellement à des joints non altérés. Les joints, dans leur position initiale, possèdent deux faces qui coïncident parfaitement.

Présentation de la méthode graphique

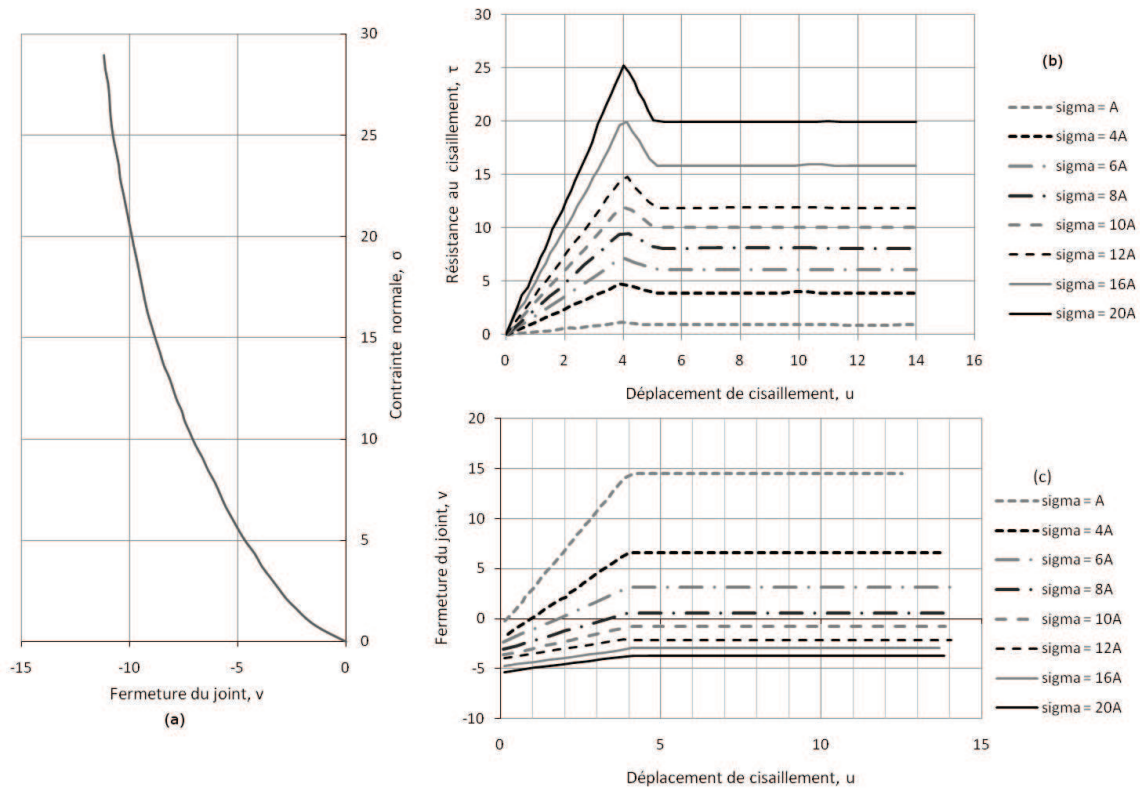


Figure 2.17 (a) Fermeture du joint (v versus σ_n) (b) Contrainte de cisaillement versus u pour différentes valeurs de σ_n (c) v versus u pour différentes valeurs de σ_n , d'après Saeb et Amadei (1990)

Un joint est cisailé tandis que la contrainte normale est maintenue constante. Les résultats visibles sur la figure 2.18 montrent que les résistances en cisaillement au pic et résiduelle du joint augmentent avec σ_n . Quant à la dilatation du joint, elle diminue lorsque σ_n augmente. Lorsque le déplacement horizontal u dépasse la valeur seuil u_r il n'y a plus de variation du déplacement vertical v .

Grâce aux figures 2.17(b) et 2.17(c), Saeb et Amadei (1990) tracent σ_n en fonction de v pour différentes valeurs de u . Ils obtiennent la figure 2.18(a). Chaque courbe de cette figure, de paramètre u_i , représente le comportement du joint soumis à une charge normale après avoir été décalé d'un déplacement horizontal u_i .

Avec les graphes de la figure 2.17, Saeb et Amadei (1990) développent une méthode graphique (décrite ci-dessous) permettant de prédire la valeur de la résistance au cisaillement du joint quelque soit le chemin de chargement :

- choisir de travailler en CNL ou CNS

- reporter les coordonnées des points d'intersection du chemin de chargement retenu avec les courbes de paramètres u dans un espace $\tau - u$

Sur la figure 2.18 différents chemins de chargement sont représentés :

- contrainte normale constante (ABCDE)
- déplacement normal constant (AJKLM)
- raideur normale constante (AFGHI)
- raideur normale variable (ANPQR)

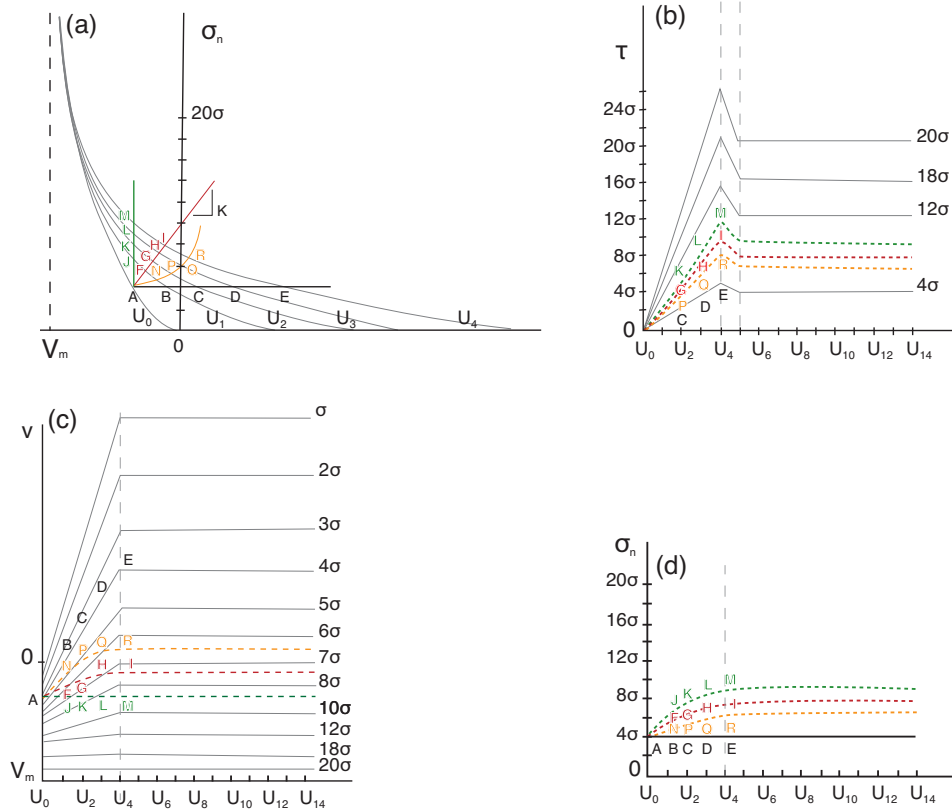


Figure 2.18 Réponses d'un joint à différents chemin de chargement (a)Contrainte normale vers fermeture du joint pour différentes valeurs de la contrainte de cisaillement (b)Contrainte de cisaillement vers déplacement horizontal (c)Fermeture vers déplacement horizontal (d)Contrainte normale vers déplacement horizontal, d'après Saeb et Amadei (1990)

Les abaques utilisées (figure 2.18) ne sont valables que pour un joint particulier. Saeb et Amadei (1990) montrent que l'application de cette méthode à un joint plus dilatant donne de nouveaux abaques, comme ceux de la figure 2.19.

Pour tout déplacement horizontal u de valeur supérieure à u_r (noté u_4 sur les figures tirées de Saeb et Amadei (1990)), la courbe représentative de σ_n vs u est inchangée.

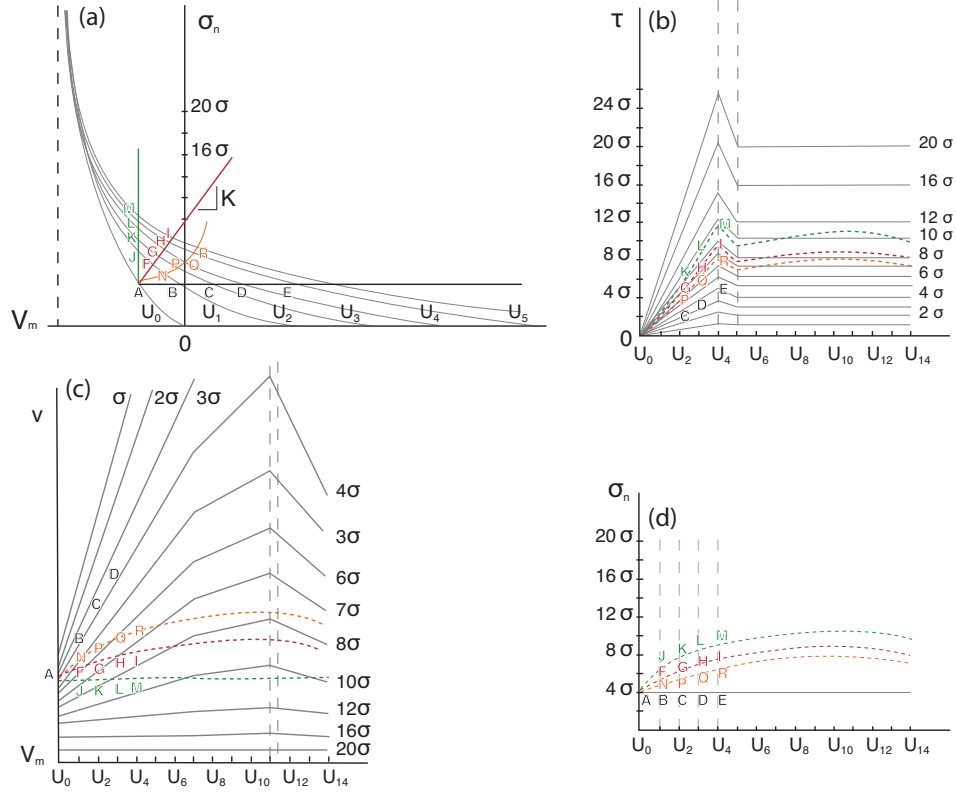


Figure 2.19 Réponses d'un joint à différents chemin de chargement (a) Contrainte normale versus fermeture du joint pour différentes valeurs de la contrainte de cisaillement (b) Contrainte de cisaillement versus déplacement horizontal (c) Fermeture versus déplacement horizontal (d) Contrainte normale versus déplacement horizontal, d'après Saeb et Amadei (1990)

Développement d'un modèle mathématique

Saeb et Amadei (1992) ont développé un modèle mathématique décrivant le comportement du joint. Pour cela, ils se sont basés sur les modèles développés par Bandis *et al.* (1983), Patton (1966), Jaeger (1971) ou Ladanyi et Archambault (1970).

L'équation de Bandis retenue est celle obtenue en utilisant les valeurs de a et b des relations (2.20) et (2.21) dans l'expression (2.17).

L'expression de la dilatance utilisée par Saeb et Amadei (1992) est donnée par Goodman et St-John (1977) :

$$\frac{\partial v}{\partial u} = \dot{v} = \tan i = \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2} \tan(i_0) \quad \text{Pour } u \leq u_r \text{ et } \sigma_n < \sigma_T \quad (2.38)$$

$$\frac{\partial v}{\partial u} = 0 \quad \text{Pour } u > u_r \text{ ou } \sigma_n \geq \sigma_T \quad (2.39)$$

Saeb et Amadei (1992) reformulent en termes de contraintes :

$$\tau_r = \tau_p \left(B_0 + \frac{1 - B_0}{\sigma_T} \sigma_n \right) \quad \text{pour } \sigma_n < \sigma_T \quad (2.40)$$

$$(2.41)$$

$$\tau_r = \tau_p \quad \text{pour } \sigma_n \geq \sigma_T \quad (2.42)$$

Enfin, ils utilisent le modèle de Ladanyi et Archambault – Ladanyi et Archambault (1970) – qu'ils ont modifié :

$$\tau_{pic} = \sigma_n \tan(\phi + i)(1 - a_s) + a_s S_r \quad (2.43)$$

Où :

- $1 - a_s$ est la proportion du joint le long de laquelle il y a glissement
- ϕ est l'angle de frottement le long des aspérités
- S_r est la résistance au cisaillement des aspérités c'est-à-dire de la roche intacte
- $i = \tan(\dot{v})$, $\dot{v}$ étant la vitesse sécante de dilatance

Selon Ladanyi et Archambault (1970) a_s et $\dot{v}$ sont dépendantes de σ_n .

$$a_s = 1 - \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T} \right)^{k_1} \quad (2.44)$$

$$\dot{v} = \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T} \right)^{k_2} \tan(i_0) \quad (2.45)$$

$$(2.46)$$

Avec $k_1 = 1.5$ et $k_2 = 4$.

En intégrant la relation (2.38), on a

$$v = u. \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T} \right)^{k_2} \tan(i_0) + f(\sigma_n) \quad (2.47)$$

En $u=0$ on trouve :

$$v_0 = \frac{\sigma_n V_m}{k_{ni} V_m - \sigma_n} \quad (2.48)$$

Pour $u > u_r$ et $\sigma_n < C_0$, le joint cesse de se dilater et $v = v(u_r)$.

Pour $\sigma_n \geq C_0$, le premier terme de 2.47 disparaît et aucune dilatation n'est possible durant le cisaillement.

En notant $w = u. \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T} \right)^{k_2} \tan(i_0)$, Saeb et Amadei (1992) reformulent les équations de

la façon suivante :

$$\sigma_n = \frac{(v - w)k_{ni}V_m}{V_m + (v - w)} \quad (2.49)$$

Où w est l'augmentation d'ouverture du joint due au cisaillement.

Cette équation modélise le comportement σ_n versus v d'un joint après qu'il a été décalé par un déplacement en cisaillement u (cf. figure 2.20). La 2.20 montre qu'un joint décalé est plus déformable qu'un joint parfaitement ajusté.

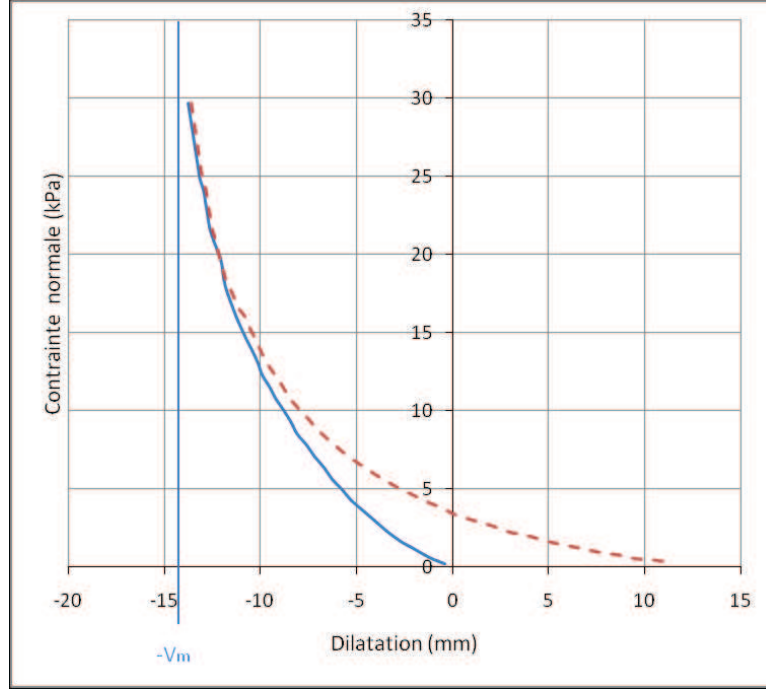


Figure 2.20 Représentation graphique de la contrainte normale versus le déplacement normal pour un joint dont les épontes coïncident (trait plein) et pour un joint désenchevêtré (pointillés), d'après Saeb et Amadei (1992)

Saeb et Amadei (1992) précisent qu si le joint n'est pas dilatant ($\tan i_0 = 0$) alors $w = 0$ et le comportement σ_n devient indépendant de u .

Formulation différentielle du problème :

L'expression de la relation $\sigma_n - v$ sous forme différentielle permet de calculer les raideurs normales et tangentielles du problème. Deux types de modèles constitutifs existent : les modèles à déplacements constants dans lesquels u_p et u_r sont supposés être des données intrinsèques de la discontinuité (ils ne varient donc pas d'un essai à l'autre) et les modèles à raideurs constantes dans lesquels la raideur du joint est supposée indépendante de la contrainte nor-

male appliquée à la discontinuité.

$$d\sigma_n = \frac{dv - \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2} \tan(i_0).du}{-\frac{uk_2}{\sigma_T} \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2-1} \tan(i_0) + \frac{V_m^2}{(k_{ni}V_m - \sigma_n)^2}} \quad (2.50)$$

Soit : $d\sigma_n = k_{nn}dv + k_{ns}du$ Ou encore :

$$k_{nn} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial v} \quad (2.51)$$

$$k_{ns} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial u} \quad (2.52)$$

De façon analogue, $d\tau = k_{sn}dv + k_{ss}du$. Différentes valeurs de k_{sn} et k_{ss} sont proposées par Saeb et Amadei (1990, 1992) selon le mode de sollicitation du joint (déplacement constant ou raideur constante).

$$k_{sn} = \frac{\partial \tau}{\partial v} \quad (2.53)$$

$$k_{ss} = \frac{\partial \tau}{\partial u} \quad (2.54)$$

Saeb et Amadei (1990) écrivent :

$$k_{ss} = \frac{k_{sn}k_{ns}}{k_{nn}} + \frac{\tau_p}{u_p} \quad \text{pour } u < u_p \quad (2.55)$$

$$= \frac{k_{sn}k_{ns}}{k_{nn}} + \frac{\tau_p - \tau_r}{u_p - u_r} \quad \text{pour } u_p \leq u \leq u_r \quad (2.56)$$

$$= \frac{k_{sn}k_{ns}}{k_{nn}} \quad \text{pour } u > u_r \quad (2.57)$$

Le tableau 2.2 récapitule les valeurs des raideurs du joint selon le mode de sollicitation retenu.

Le modèle de Saeb et Amadei (1992) est intéressant car il propose des relations linéaires simples entre la contrainte de cisaillement et le déplacement de cisaillement. En revanche, il ne rend pas correctement compte du comportement post-pic de la discontinuité.

Tableau 2.2 Tableau récapitulatif des valeurs de k_{nn} et de k_{ns} proposées par Saeb et Amadei (1990)

	Déplacement constant
$u < u_p$	$k_{sn} = \frac{u}{u_p} k_{nn} \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n}$
	$k_{ss} = \frac{u}{u_p} k_{ns} \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} + \frac{\tau_p}{u_p}$
$u_p \leq u \leq u_r$	$k_{sn} = \frac{k_{nn}}{u_p - u_r} \left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} (u - u_r) + (u_p - u) \left[\frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} B_0 + \frac{1-B_0}{\sigma_T} \sigma_n + \frac{\tau_p}{\sigma_T} (1 - B_0) \right] \right\}$
	$k_{ss} = \frac{\tau_p - \tau_r}{u_p - u_r} + \frac{k_{ns}}{u_p - u_r} \left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} (u - u_r) + (u_p - u) \left[\frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} B_0 + \frac{1-B_0}{\sigma_T} \sigma_n + \frac{\tau_p}{\sigma_T} (1 - B_0) \right] \right\}$
$u_r < u$ et $\sigma_n < \sigma_T$	$k_{sn} = k_{nn} \left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} \left(B_0 + \frac{1-B_0}{\sigma_T} \sigma_n \right) + \frac{\tau_p}{\sigma_T} (1 - B_0) \right\}$
	$k_{ss} = k_{ns} \left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} \left(B_0 + \frac{1-B_0}{\sigma_T} \sigma_n \right) + \frac{\tau_p}{\sigma_T} (1 - B_0) \right\} = 0$
	Raideur constante
$u < u_p$	$k_{sn} = 0$
	$k_{ss} = \frac{\tau_p}{u_p}$
$u_p \leq u \leq u_r$	$k_{sn} = k_{nn} \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} \frac{1}{\tau_p} \left(\frac{u_p \tau_r - \tau_p u_r}{u_p - u_r} \right)$
	$k_{ss} = \frac{\tau_p - \tau_r}{u_p - u_r} + \frac{k_{ns}}{u_p - u_r} \left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} (u - u_r) + (u_p - u) \left[\frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} B_0 + \frac{1-B_0}{\sigma_T} \sigma_n + \frac{\tau_p}{\sigma_T} (1 - B_0) \right] \right\}$
$u_r < u$ et $\sigma_n < \sigma_T$	$k_{sn} = k_{nn} \left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} \left(B_0 + \frac{1-B_0}{\sigma_T} \sigma_n \right) + \frac{\tau_p}{\sigma_T} (1 - B_0) \right\}$
	$k_{ss} = k_{ns} \left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} \left(B_0 + \frac{1-B_0}{\sigma_T} \sigma_n \right) + \frac{\tau_p}{\sigma_T} (1 - B_0) \right\} = 0$

2.2.8 Le modèle CSDS, Simon (1999)

Ce modèle, développé par Simon (1999) et Simon *et al.* (1999b) s'appuie sur l'existence supposée d'une surface unique dans l'espace à quatre dimensions (τ, σ, u, v) , pour un chargement monotone, selon Fortin *et al.* (1990). Ce modèle a été développé afin de modéliser au mieux le comportement post-pic d'un joint. L'équation de base du modèle est inspirée du modèle de Chapuis (1990) :

$$\tau = G(u) = a + b \exp(-cu) - d \exp(-eu) \quad (2.58)$$

Où τ est la contrainte de cisaillement en MPa, u le déplacement tangentiel au plan de la discontinuité en mm , a , b , c , d et e des paramètres vérifiant :

$$a, b, c, d, e > 0 \quad (2.59)$$

$$c < e \quad (2.60)$$

La condition de l'équation (2.60) permet de vérifier que la deuxième partie de l'expression biexponentielle est négligeable devant la première partie dès que u devient grand (entendre par là $u > u_r$).

Les paramètres d'entrée du modèle sont :

- u_r et u_p les déplacements résiduel et au pic, respectivement
- σ_T la contrainte de transition, généralement prise égale à la résistance en compression de la roche intacte
- ϕ_r et ϕ_b les angles de friction résiduel et de base de la fracture, respectivement
- ϕ_0 l'angle de friction interne de la roche intacte constituant la fracture
- i_0 angle initial des aspérités
- S_0 la cohésion de la roche intacte formant les aspérités
- k_{ni} la raideur normale initiale de la fracture
- V_m la fermeture maximale de la fracture

La condition initiale $\tau(u = 0)$ et la condition à la limite $\tau(u \rightarrow \infty)$ Simon (1999) donne :

$$b = d - a \quad (2.61)$$

$$\tau_r = G(u \geq u_r) = a \quad (2.62)$$

Afin de pouvoir suivre au mieux les courbes expérimentales, une valeur de c suffisamment petite est nécessaire. Simon (1999) a analysé plusieurs séries de résultats expérimentaux. Il est apparu que la valeur de $\exp(-c \cdot u_r) = 0,007$ convenait, soit $c = \frac{5}{u_r}$.

Donc l'équation (2.58) précédente devient :

$$\tau = \tau_r + (d - \tau_r) \exp\left(-\frac{5u}{u_r}\right) - d \exp(-e.u) \quad (2.63)$$

$$= \tau_r \left[1 - \exp\left(-\frac{5u}{u_r}\right)\right] + d \left[\exp\left(-\frac{5u}{u_r}\right) - \exp(-e.u)\right] \quad (2.64)$$

Au pic ($u = u_p$), on a :

$$\frac{\partial G}{\partial u} = -\frac{5}{u_r} (d - \tau_r) \cdot \exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right) + d.e. \exp(-e.u_p) = 0 \quad (2.65)$$

Soit

$$\frac{d.e.u_r}{5(d - u_r)} - \exp\left[u_p\left(e - \frac{5}{u_r}\right)\right] = 0 \quad (2.66)$$

Une deuxième relation entre d et e peut être obtenue en considérant l'équation (2.64) en $u = u_p$:

$$d = \frac{\tau_p - \tau_r \left[1 - \exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right)\right]}{\exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right) - \exp(-e.u)} \quad (2.67)$$

Les équations (2.66) et (2.67) forment un système de deux équations non-linéaires à deux inconnues d et e . Ce système peut se résoudre par itérations successives en veillant à ne conserver que la solution qui permet de vérifier la condition $c < e$. Il est également possible de substituer l'expression de d dans l'équation (2.66) par sa valeur donnée en (2.67). Cette substitution donne une expression du type $F(e) = 0$. Chercher les valeurs de e solutions de notre système de deux équations à deux inconnues, revient à chercher les zéros de la fonction $F(e)$ représentée à la figure 2.21. Sur cette figure, le premier zéro de $F(e)$ est obtenu en $c = 0,4 \text{ mm}$. Le deuxième zéro, en 1,3 environ, correspond à la valeur de e pour le modèle CSDS.

τ_r se calcule en utilisant le critère de Coulomb :

$$\tau_r = \sigma_n \cdot \tan \phi_r \quad (2.68)$$

Simon *et al.* (2003) proposent d'utiliser le critère de LADAR –Ladanyi et Archambault (1970)– modifié par Saeb et Amadei (1992) pour calculer τ_p , .

$$\tau_p = \sigma_n (1 - a_s) \cdot \tan(i + \phi_b) + a_s \cdot S_r \quad (2.69)$$

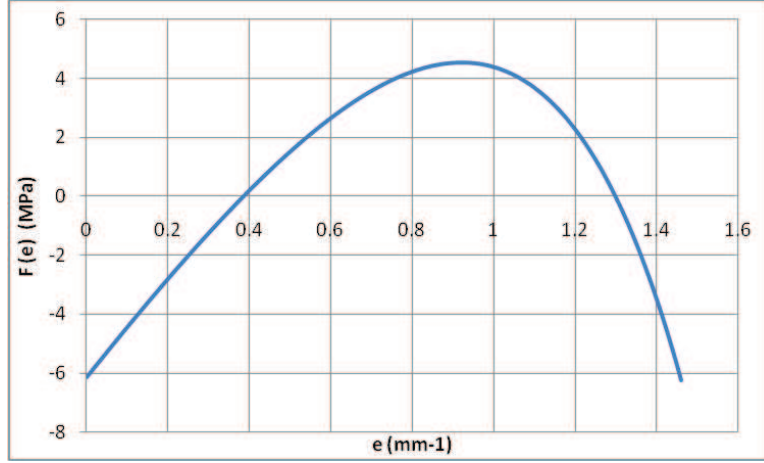


Figure 2.21 Représentation graphique de la fonction $F(e)$, avec $u_r = 25mm$, $u_p = 0,52mm$

Où ϕ_b est l'angle de friction de base entre deux surfaces lisses de roche intacte.

Saeb et Amadei (1992) suggèrent également d'utiliser le critère de Mohr-Coulomb pour calculer la résistance au cisaillement des aspérités, S_r :

$$S_r = S_0 + \sigma_n \tan \phi_0 \quad (2.70)$$

Où S_0 est la cohésion de la roche intacte et ϕ_0 l'angle de friction interne.

Le modèle CSDS de Simon *et al.* (1999b) donne également une relation entre les déplacements normal et de cisaillement :

$$v = \beta_1 + \beta_2 \cdot \exp(-\beta_3 \cdot u) - \beta_4 \cdot \exp(-\beta_5 \cdot u) \quad (2.71)$$

Comme il est très difficile d'évaluer les paramètres de l'équation (2.71), on utilise une forme simplifiée en imposant $\beta_2 = 0$:

$$v = \beta_1 - \beta_4 \cdot \exp(-\beta_5 \cdot u) \quad (2.72)$$

En $u = 0$, $v = v_0 = \beta_1 - \beta_4$. La fermeture initiale, v_0 , peut être obtenue par l'équation (2.23) de Bandis *et al.* (1983) :

$$\beta_4 = \beta_1 - \frac{\sigma_n V_m}{k_{ni} V_m - \sigma_n} \quad (2.73)$$

Pour $(u \geq u_r)$, $v = v_r = \beta_1$, ce qui correspond au déplacement tangentiel maximum. Simon (1999) propose d'utiliser l'expression de la dilatation donnée par Saeb et Amadei

(1990, 1992) :

$$\beta_1 = \underbrace{u_r \left[1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T} \right]^{k_2}}_{\beta_4} \tan i_0 + \frac{\sigma_n V_m}{k_{ni} V_m - \sigma_n} \quad (2.74)$$

Le paramètre β_5 peut être relié au déplacement résiduel u_r . Simon (1999) en donne la valeur suivante :

$$\beta_5 \simeq \frac{1,5}{u_r} \quad (2.75)$$

En utilisant les valeurs de β_1 , β_4 et β_5 dans l'équation (2.72) Simon (1999) obtient l'expression suivante de la dilatation :

$$v = \left[u_r \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T} \right)^{k_2} \right] \tan(i_0) \left[1 - \exp \left(-\frac{1,5u}{u_r} \right) \right] + \frac{\sigma_n V_m}{k_{ni} \sigma_n - V_m} \quad (2.76)$$

Le modèle CSDS a été implémenté sur Excel afin de mieux comprendre son fonctionnement (entrées - sorties, sensibilité, etc.).

Application du modèle aux essais de Flamand *et al.* (1994)

Les essais de Flamand *et al.* (1994) sont des essais de cisaillement direct d'une discontinuité à charge normale constante. Trois essais ont été réalisés pour trois valeurs de la contrainte normale appliquée au joint : $\sigma_n = 7 \text{ MPa}$, $\sigma_n = 14 \text{ MPa}$ et $\sigma_n = 21 \text{ MPa}$. Les grandeurs τ_r , τ_p , u_r et u_p sont mesurées expérimentalement. La valeur de la contrainte de transition dans les essais de Flamand *et al.* (1994) est $\sigma_T = 82 \text{ MPa}$.

Afin de tester le modèle CSDS, les paramètres d'entrée ont été déterminés en faisant leur moyenne sur les deux premiers essais de Flamand *et al.* (1994) ($\sigma_n = 7 \text{ MPa}$ et $\sigma_n = 14 \text{ MPa}$). Puis le modèle a servi à prédire la réponse de la discontinuité testée sous une contrainte normale constante égale à 21 MPa . Les résultats du modèle CSDS ont enfin été comparés aux résultats expérimentaux de Flamand *et al.* (1994).

Par lecture des résultats expérimentaux, on accède à u_p et u_r :

$$u_p = 0,52 \text{ mm} \quad (2.77)$$

$$u_r = 4 \text{ mm} \quad (2.78)$$

L'angle de frottement de base ϕ_b pour les essais de Flamand *et al.* (1994) vaut $\phi_b = 37^\circ$.

On lit les des valeurs de τ_p et τ_r à partir des nuages de points expérimentaux.

À partir des valeurs expérimentales de τ_r , on peut calculer un ϕ_r moyen grâce à l'équa-

tion (2.68) :

$$\phi_r = 41^\circ \quad (2.79)$$

Les grandeurs τ_p , σ_n et S_r sont reliées par l'équation (2.69). a_s s'obtient pour chaque valeur de σ_n grâce à l'équation (2.28). Une valeur de 14° a été arbitrairement retenue pour i_0 . i peut alors être calculé pour chacun des deux premiers tests. On a alors accès à S_r . De là, on déduit ϕ_0 .

$$\phi_0 = 64^\circ \quad (2.80)$$

Le tableau 2.3 montre les valeurs des 5 coefficients nécessaires au calcul de la relation τ – u .

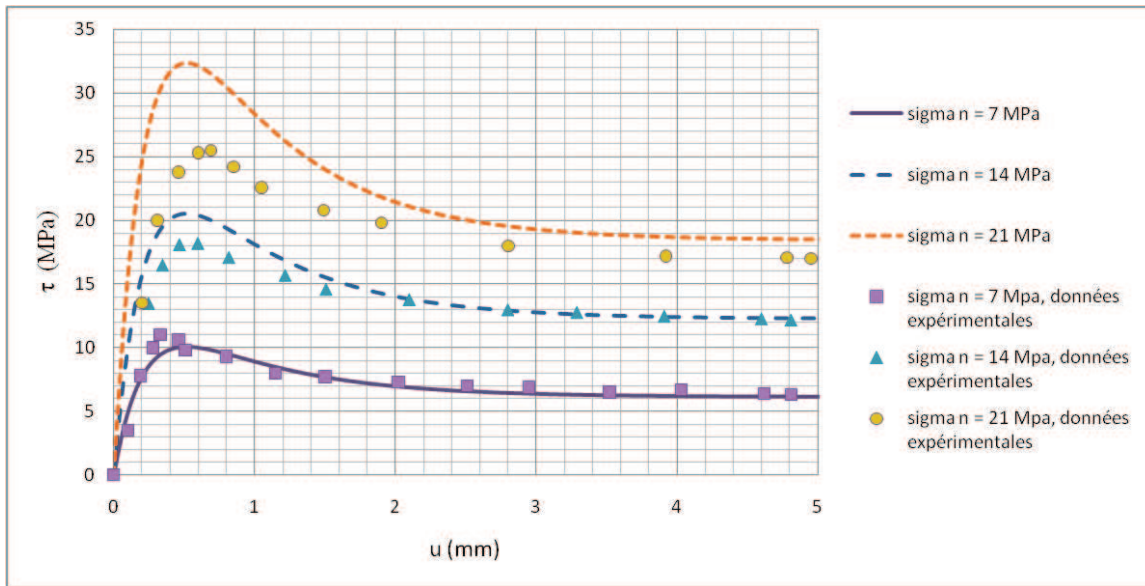


Figure 2.22 Comparaison des courbes obtenues avec les résultats du tableau 2.3 et des points expérimentaux de Flamand *et al.* (1994)

Tableau 2.3 Valeurs des coefficients a,b,c,d,e du modèle CSDS dans la relation τ vs u pour les trois essais de Flamand *et al.* (1994) à charge normale constante

σ_n (MPa)	a (MPa)	b (MPa)	c (mm^{-1})	d (MPa)	e (mm^{-1})
7	6,14	10,17	1,25	16,31	4,74
14	12,29	21,52	1,25	33,81	4,68
21	18,43	36,66	1,25	55,09	5,53

La figure 2.2.8 montre les résultats du modèle CSDS (traits plein ou pointillés) et les nuages des points expérimentaux. Pour les deux premiers essais à $\sigma_n = 7MPa$ et $\sigma_n = 14MPa$, les résultats renvoyés par le modèle CSDS sont de type descriptif : à partir des résultats expérimentaux, on voit qu'on peut retrouver ces résultats par le modèle analytique. Dans le cas du troisième essai ($\sigma_n = 21MPa$) on utilise les paramètres d'entrée moyens déterminés ci-dessus pour chercher à prédire la réponse du joint. Le modèle n'est pas prédictif car il y a un trop grand écart entre la contrainte au pic prédite et réelle. En revanche l'aspect général de la courbe est bien rendu. L'écart peut s'expliquer par une différence des trois joints utilisés pendant les expériences. En effet, on a supposé que chacun des test de cisaillement à charge normale constante était réalisé sur un joint identique pour chaque test. Or il se peut que le joint utilisé n'ait pas été strictement reproduit.

Relation $v - u$

Pour le calcul des coefficients β_1 , β_4 et β_5 , on utilise les équations (2.74), (2.73) et (2.75).

Dans le cas de l'expérience de Flamand *et al.* (1994), les valeurs de V_m et k_{ni} ne sont pas données par les auteurs. Pour accéder aux valeurs de V_m et k_{ni} , on lit la valeur de v_0 pour les deux premiers tests ($\sigma_n = 7MPa$ et $\sigma_n = 14MPa$). On remarque que les trois nuages de points semblent partir de l'origine, comme si v_0 était nul. Les auteurs ont donc pris comme origine de la dilatation du joint l'ouverture lue après mise en charge du joint. Il est donc difficile de trouver une véritable de v_0 pour chacun des deux premiers essais. Cependant, en utilisant l'expression de v en $u = u_r$, on a :

$$v(u = u_r) = v_0 + \beta_4 \times 0.777 \quad (2.81)$$

Et β_4 est connu :

$$\beta_4 = u_r \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2} \cdot \tan(i_0) \quad (2.82)$$

À partir des valeurs de v_0 pour les deux premiers essais, on trouve les valeurs de k_{ni} et V_m :

- $k_{ni} = 100MPa/mm$
- $V_m = 3.10^{-2}mm$

Les coefficients $(\beta_i)_i$, nécessaires au calcul de la relation $v-u$ sont présentés dans le tableau (2.4).

Les courbes représentant les résultats du modèle CSDS visibles sur la figure 2.2.8 montrent que le modèle ne prédit pas avec suffisamment de précision le comportement du joint soumis à un test sous charge normale constante à $21MPa$.

Tableau 2.4 Valeurs des coefficients $(\beta_i)_i$ du modèle CSDS pour les essais de Flamand *et al.* (1994)

σ_n	β_1	β_4	β_5
7	0,681	0,698	0,38
14	0,449	0,472	0,38
21	0,280	0,305	0,38

2.3 Caractérisation hydraulique des discontinuités géologiques

L'eau souterraine présente dans un massif fracturé a deux possibilités pour s'écouler : à travers la roche (par l'intermédiaire des pores) ou au travers des fractures, joints et autres discontinuités. Dans le cas d'une exploitation minière, celle-ci prend généralement place dans un massif constitué de roche ignée. Celle-ci est généralement peu perméable car ses pores ne sont pas reliés en nombre suffisamment grand afin de créer un réseau d'écoulement. L'eau empruntera donc préférentiellement les fractures du massif rocheux pour « voyager ».

Au moins trois facteurs conditionnent la perméabilité d'une fracture :

- Sa rugosité
- Son ouverture

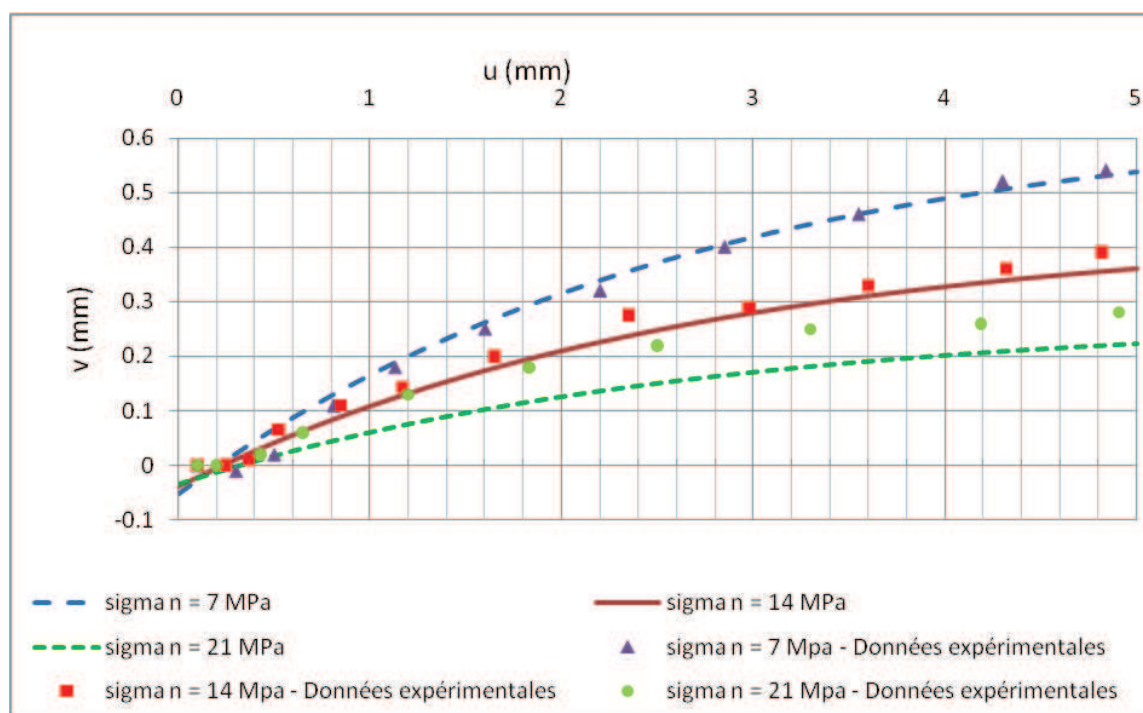


Figure 2.23 Comparaison des courbes obtenues avec les résultats du tableau 2.4 et des points expérimentaux de Flamand *et al.* (1994)

– Son remplissage

Dans la présente étude, différents cas seront étudiés : pour une fracture seule puis pour un réseau d'écoulement.

2.3.1 Rappel sur la Loi de Darcy (1856)

Dans le cas d'un écoulement unidimensionnel dans un échantillon de matériau poreux de longueur L , de section A , aux bornes de laquelle une variation de charge Δh est appliquée (cf. figure 2.24), Darcy (1856) relie empiriquement le débit $\vec{Q}$ de fluide circulant à travers l'échantillon au gradient hydraulique $J = \frac{\Delta h}{L}$:

$$Q = K.A.J \quad (2.83)$$

Où K est la conductivité hydraulique du milieu.

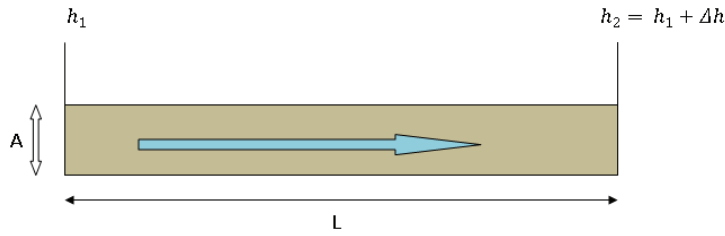


Figure 2.24 Représentation schématique d'une colonne de matériau poreux dans laquelle circule un fluide

Cette loi est exprimée sous forme matricielle dans le cas d'un écoulement tridimensionnel :

$$\begin{bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{bmatrix} . A . \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x} \\ \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

La matrice des perméabilités, $(k_{ij})_{ij}$, est supposée symétrique.

Le signe négatif nous indique que le flux va des points de plus haute charge (plus haute énergie), vers les points de plus basse charge.

2.3.2 Établissement de la loi cubique

Une des hypothèses simplificatrices communément utilisées pour modéliser une fracture est d'apparenter cette dernière à deux plaques planes parallèles infinies. On a alors une frac-

ture d'ouverture constante, parfaitement lisse. Selon Louis (1969), en régime établi, l'équation de Navier-Stokes qui régit l'écoulement dans la fracture est :

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = \vec{P} - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}} p + \nu \overrightarrow{\Delta V} + \frac{\nu}{3} \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{V}) \quad (2.85)$$

Où $\vec{V}$ est le vecteur des vitesses du fluide, $\vec{P}$ la force volumique qui s'applique au fluide, ρ la masse volumique du fluide, p la pression hydrostatique, ν la viscosité cinématique du fluide et t le temps et $\overrightarrow{\Delta V}$ le Laplacien vectoriel du champ des vitesses.

Louis (1969) propose de faire l'hypothèse d'un écoulement incompressible ($\text{div}(\vec{V}) = 0$), de la constance de la viscosité du fluide (température constante) et de la seule attraction gravitationnelle comme force agissant sur le fluide. Il obtient alors :

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = -g \overrightarrow{\text{grad}} \left(Z + \frac{p}{\gamma_w} \right) + \nu \overrightarrow{\Delta V} \quad (2.86)$$

Avec Z la coordonnées verticale du point M considéré.

La discontinuité considérée est détaillée à la figure 2.25. La variation de vitesse dans la direction du joint (plan contenant $\vec{x}$ et $\vec{y}$) est négligeable devant la variation de la vitesse dans la direction perpendiculaire au joint ($\vec{z}$). Il n'y a pas d'écoulement selon $\vec{z}$ donc $V_z = 0$. Si de plus on considère un flux stationnaire ($\frac{\partial}{\partial t} \equiv 0$), alors on obtient un système de trois équations :

$$-g \left(\frac{\partial Z}{\partial x} + \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \nu \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} = 0 \quad (2.87)$$

$$-g \left(\frac{\partial Z}{\partial y} + \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \nu \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} = 0 \quad (2.88)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} + \frac{1}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (2.89)$$

En intégrant les équations précédentes entre $+e_i$ et $-e_i$ (où e_i est la demi-ouverture de la fracture), Louis (1969) obtient l'expression des composantes du vecteur des vitesses :

$$V_x = g \frac{J_x}{2\nu} (e_i^2 - z^2) \quad (2.90)$$

$$V_y = g \frac{J_y}{2\nu} (e_i^2 - z^2) \quad (2.91)$$

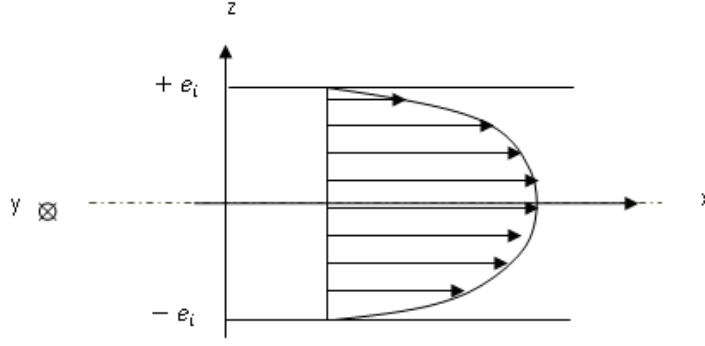


Figure 2.25 Répartition des vitesses dans une discontinuité d'épaisseur $2.e_i$ de vecteur normal $(O, \vec{z})$

Les composantes de vitesse moyenne d'écoulement sont :

$$\overline{V_x} = \frac{1}{2e_i} \int_{-e_i}^{e_i} V_x \cdot dz = \frac{gJ_x}{12\nu} (2e_i)^2 \quad (2.92)$$

$$\overline{V_y} = \frac{1}{2e_i} \int_{-e_i}^{e_i} V_y \cdot dz = \frac{gJ_y}{12\nu} (2e_i)^2 \quad (2.93)$$

En intégrant sur la section du joint, on accède au débit moyen par unité de largeur :

$$\overline{Q_x} = \frac{gJ_x}{12\nu} (2e_i)^3 \quad (2.94)$$

$$\overline{Q_y} = \frac{gJ_y}{12\nu} (2e_i)^3 \quad (2.95)$$

Cette dernière relation est appelé loi cubique. On l'exprime généralement comme suit :

$$Q = C \cdot (2e_i)^3 \cdot \Delta h \quad (2.96)$$

Où C est une constante dépendant de l'écoulement :

– pour un écoulement radial,

$$C = \frac{2\pi}{\ln(r_e/r_w)} \frac{\rho g}{12\nu} \quad (2.97)$$

– pour un écoulement parallèle,

$$C = \frac{w}{l} \frac{\rho g}{12\nu} \quad (2.98)$$

Avec w la largeur du joint et l sa longueur

2.3.3 Écoulement dans une fracture rugueuse

La loi cubique précédemment établie a été proposée dans le cas d'un joint lisse, d'ouverture constante et propre. Or, dans la réalité, les discontinuités géologiques présentent des défauts de surface (aspérités, zones de contact) qui réduisent l'épaisseur dans laquelle le fluide pourra passer. On distingue donc l'ouverture mécanique d'une fracture qui correspond à l'ouverture effective de la fracture (c'est une grandeur qu'on peut mesurer « avec une règle ») de l'ouverture hydraulique qui est utilisée dans la loi cubique. L'ouverture hydraulique tient compte de la rugosité de la fracture, de sa tortuosité. Ainsi, une fracture d'ouverture mécanique $2e_m$ aura une ouverture hydraulique $2e_h$:

- égale à $2e_m$ si les parois sont parfaitement lisses et parallèles
- inférieure strictement à $2e_m$ si les parois sont rugueuses ou si le chemin d'écoulement est tortueux

Les travaux de Lomize (1951) rapportés par Louis (1969) montrent la validité de la loi cubique entre deux plaques parallèles dont l'état de surface a été modifié. En reprenant l'équation (2.96), on peut dire qu'il existe $\lambda \leq 1$ tel que :

$$Q = \lambda.C.(2e_m)^3.\Delta h \quad (2.99)$$

L'équation empirique suivante a pu être établie par Lomize (1951) :

$$\lambda = \frac{96}{Re} \left[1 + 6,0 \left(\frac{\epsilon}{2e_m} \right)^{1,5} \right] \quad (2.100)$$

Où ϵ est égal à la valeur absolue de la hauteur moyenne des aspérités de la surface rugueuse. L'équation (2.100) reste valable pour $\frac{\lambda}{2e_m} > 0,065$.

L'expression de Lomize (1951) peut être réécrite comme suit :

$$\lambda = \frac{96}{Re.f} \quad (2.101)$$

Où f est un facteur qui rend compte de l'écart entre la réalité et le cas idéal d'un joint lisse. L'expression 2.101 sert à retrouver l'ouverture hydraulique d'une fracture à partir de son ouverture mécanique :

$$e_h = e_m.\sqrt[3]{\lambda} \quad (2.102)$$

Barton *et al.* (1985) proposent une relation empirique entre ouverture mécanique et ouverture hydraulique :

$$e_h = \frac{e_m^2}{JRC^{2,5}} \quad (2.103)$$

Validation de la loi cubique pour une fracture fermée

Si la fracture est ouverte est rugueuse, on vient de voir que la loi cubique est toujours valable. Seul un terme de perte énergétique proportionnel à λ apparaît dans l'expression du débit en fonction de l'ouverture mécanique. Cependant, il est fréquent d'avoir des fractures dont les surfaces ont un certain degré de contact. Witherspoon *et al.* (1980) proposent de vérifier la validité de la loi cubique pour une fracture fermée ($e_m = 0$) d'ouverture résiduelle $2e_r$.

Pour cela, ils supposent la loi cubique valide pour un fracture fermée et détermine une série de valeurs à partir de données expérimentales. D'autre part, ils fixent le coefficient de correction f à 1 et optimisent $\frac{Q}{\Delta h} = C(2e_m + 2e_r)^n$ par la méthode des moindres carrés :

$$\min_{n, 2e_r} \{ \chi^2 = \sum_{i \in \{\text{points expérimentaux}\}} \omega_i \log \left(\frac{Q}{\Delta h} \right)_i - \log [C(2.e_m + 2.e_r)]_i^n \} \quad (2.104)$$

Où $\omega_i = \frac{1}{2} |\log(\frac{Q}{\Delta h})_{i+1} - \log(\frac{Q}{\Delta h})_{i-1}|$ est un facteur de pondération. Une étude de sensibilité montre que χ^2 est peu sensible aux variations de ω_i .

Les résultats montrent que $n \approx 3$ et que $2e_r$ est proche de la valeur calculée en appliquant la loi cubique à la fracture fermée à partir de données expérimentales. La loi cubique est donc applicable aux fractures fermées et la loi est bien cubique.

2.4 Couplages hydromécaniques

L'approche par modèle à double porosité est présentée dans cette section afin de comprendre la différence de formulation qu'elle présente avec le CSDSw.

2.4.1 Approche globale, modèle équivalent continu

Cette approche, mise au point pour les réservoirs fracturés de pétrole, consiste à décomposer le milieu en deux matériaux :

- la matrice rocheuse, généralement considérée comme imperméable
- les fractures qui peuvent être remplies ou non et qui sont des chemins d'écoulement préférentiels

Tandis que la roche occupe un volume conséquent au sein du réservoir fracturé considéré, les fractures en constituent une faible portion. Barenblatt *et al.* (1960), Warren et Root (1963) et Kazemi (1969) ont proposé des modèles à double porosité sans y intégrer l'effet des contraintes et des déformations sur la matrice et les fractures.

Wilson et Aifantis (1982) propose un modèle de couplage flux-déformations pour un matériau élastique à double porosité. Dans l'étude faite par Zhang et Roegiers (2005), on suppose que le matériau est un matériau à double-porosité (ou double-perméabilité) idéal. C'est-à-dire que le massif est représentable par un ensemble de mailles de matériau ayant chacune des propriétés de double-perméabilité distinctes.

Afin de déterminer les paramètres des matériaux équivalents, le massif est subdivisé en blocs qui seront homogénéisés. La taille caractéristique des blocs à homogénéiser doit être suffisamment grande pour contenir assez de fractures mais suffisamment petite pour que les paramètres caractérisant la famille de fractures étudiée ne varient pas trop dans le bloc. Le bloc homogénéisé est le RVE (Representative Volume Element). Certains auteurs comme Jing et Hudson (2004) montrent que la dimension du RVE correspond à la taille de la fenêtre d'échantillonnage au delà de laquelle les caractéristiques du joint rocheux (amplitude des aspérités par exemple) sont sensiblement stationnaires.

2.4.2 Le modèle CSDSw

Pour utiliser le modèle CSDSw, on remplace la contrainte totale σ_n dans les expressions (2.68), (2.69), (2.30), (2.28), (2.70), (2.73), (2.74) et (2.76) par la contrainte effective σ'_n .

Dans ce cas là, l'analyse mécanique avec le modèle CSDS va modifier les contraintes effectives qui à leur tour vont affecter la répartition des pressions interstitielles. Le couplage est implicite.

Le modèle a été testé sur trois séries de résultats tirés de la littérature. La première série de résultats expérimentaux provient de Esaki *et al.* (1999) tandis que les deux séries suivantes proviennent de Lee et Cho (2002). D'autres essais tels que ceux de Gentier (1986), Gentier *et al.* (1997) ou Olsson et Brown (1993) pourraient également servir à tester le modèle CSDSw.

Analyse des résultats expérimentaux de Esaki *et al.* (1999)

Esaki *et al.* (1999) étudient les effets de la dilatance d'un joint et de sa déformation en cisaillement sur sa conductivité hydraulique. Ils présentent un appareil mis au point dans le but d'effectuer des tests de cisaillement à charge normale constante sur des joints naturels ou artificiels.

Présentation de l'appareil de mesure

L'appareil est composé de quatre parties distinctes :

- une cellule de cisaillement direct
- une unité d'acquisition de données
- une unité de test de la conductivité hydraulique
- une partie recréant un joint

Il permet donc de :

- créer un joint artificiel à partir d'un spécimen intact de roche
- solliciter le spécimen en cisaillement de façon précise
- appliquer d'importants déplacements de cisaillement au-delà de la limite de plasticité
- appliquer une charge normale constante
- réaliser des tests de conductivité en appliquant une charge hydraulique à l'entrée du joint pendant le cisaillement

L'eau est injectée dans le joint par l'intermédiaire d'un trou de diamètre 8mm, normal au plan moyen du joint, réalisé dans la partie inférieure du joint. La charge d'entrée est régulée par un réservoir à charge constante, tandis que la charge de sortie est maintenue par un trop plein de 5mm au dessus du plan moyen du joint. L'écoulement dans le joint est radial à partir du point d'injection.

Présentation des mesures

Le matériau utilisé pour constituer les joints est un granite dont les propriétés sont les suivantes :

- masse volumique $\rho = 2610 kg/m^3$
- porosité $n = 37\%$
- résistance en compression uniaxiale $C_0 = 162 MPa$

Le joint testé a les dimensions suivantes :

- largeur $W = 100mm$
- longueur $L = 80mm$

Esaki *et al.* (1999) appliquent un cisaillement par palier successifs. La vitesse de cisaillement est de $0,1 \text{ mm/s}$. Le joint est cisailé par palier jusqu'à atteindre un déplacement total de 20 mm . À chaque palier, on attend que le régime permanent s'établisse tout en maintenant le déplacement de cisaillement constant et la contrainte normale constante.

Résultats

Les paramètres d'entrées moyens du modèle CSDSw ont été calculés à partir des résultats expérimentaux pour $\sigma_n = 1 \text{ MPa}$, $\sigma_n = 5 \text{ MPa}$, $\sigma_n = 10 \text{ MPa}$ et $\sigma_n = 20 \text{ MPa}$. L'allure des nuages de points expérimentaux laissent supposer que les déplacements au pic et résiduel dépendent de la contrainte normale appliquée. Cependant la différence est de l'ordre du dixième voire du centième de millimètre. On en reste donc à notre hypothèse initiale selon laquelle u_p et u_r sont intrinsèques au joint étudié. Ainsi, on conserve les valeurs suivantes : $u_p = 1 \text{ mm}$ et $u_r = 15 \text{ mm}$. En supposant que la pression interstitielle évolue linéairement entre le point d'injection et la périphérie du joint et que la différence de charge appliquée de part et d'autre de notre système est de 10 cm , on détermine la pression interstitielle moyenne. Celle-ci est retranchée à la valeur de la contrainte normale totale appliquée pour chaque essai. À partir de la valeur de τ_r pour chacun des trois essais expérimentaux, on calcule ϕ_r avec le critère de Mohr-Coulomb, sachant que la contrainte normale effective est constante au cours de chaque essai. On trouve $\phi_r = 41^\circ$. N'ayant pas de valeurs pour ϕ_b , on choisit arbitrairement une valeur courante de $\phi_b = 40^\circ$. De la même façon, on impose $i_0 = 12^\circ$. La résistance en compression uniaxiale de la roche, C_0 , vaut 162 MPa . On choisit d'affecter à la contrainte de transition σ_T la valeur conseillée par Goodman et St-John (1977) : C_0 . Pour chacun des trois premiers essais a_S et i sont calculés. Puis on calcule la valeur moyenne de $\phi_0 : 11^\circ$. La cohésion de la roche intacte des éponte, S_0 , est déterminée à partir de la résistance en traction $T_0 = -6,6 \text{ MPa} : S_0 = 1,13 \text{ MPa}$. Les paramètres k_{ni} et V_m sont choisis afin de pouvoir retrouver le déplacement à l'origine. On a pris $k_{ni} = -200 \text{ MPa/mm}$ et $V_m = 0,03 \text{ mm}$.

Les coefficients a , b , c , d et e sont présentés au tableau 2.5 pour chacun des quatre essais à charge normale totale constante. Les courbes correspondantes sont représentées à la figure 2.26. On remarque que le modèle analytique s'éloigne des résultats expérimentaux pour $\sigma_n = 10 \text{ MPa}$ et $\sigma_n = 20 \text{ MPa}$. L'écart vient du fait que les valeurs moyennes utilisées ne permettent pas de retrouver exactement les valeurs expérimentales des contraintes résiduelles et au pic. Les différentes valeurs de ϕ_r et ϕ_0 qui servent au calcul des valeurs moyennes de ϕ_r et ϕ_0 sont trop étalées. Cette dispersion montre que le joint n'est pas strictement identique d'un essai à l'autre.

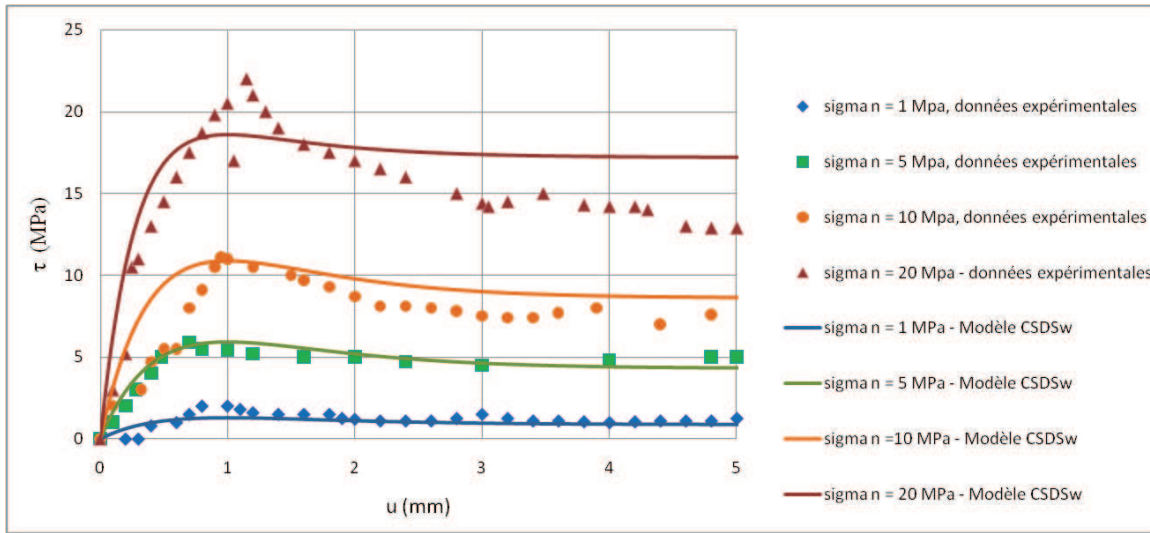


Figure 2.26 Représentation graphique de la relation contrainte de cisaillement - déplacement de cisaillement à partir des résultats expérimentaux tirés de Esaki *et al.* (1999) et des résultats du CSDSw

La relation $v - u$ est représentée à la figure 2.27. On remarque que le modèle analytique ne permet pas de retrouver exactement les résultats de l'expérience. Cet écart peut s'expliquer par le choix des paramètres k_{ni} et V_m ou encore par le choix du déplacement résiduel qui n'est pas strictement le même selon l'essai. En effet, nous respectons l'hypothèse du CSDS selon laquelle u_p et u_r sont des grandeurs intrinsèques au joint. La valeur de u_r choisie est la plus grande valeur possible.

Tableau 2.5 Coefficients du le modèle CSDSw, tirés d'Esaki *et al.* (1999)

	σ_n (MPa)	a (MPa)	b (MPa)	c (mm^{-1})	d (MPa)	e (mm^{-1})
[1]	1	0,86	5,14	1,25	6,00	1,73
[2]	5	4,29	16,40	1,25	20,69	1,90
[3]	10	8,59	18,39	1,25	26,98	2,20
[4]	20	17,18	7,64	1,25	24,82	3,44

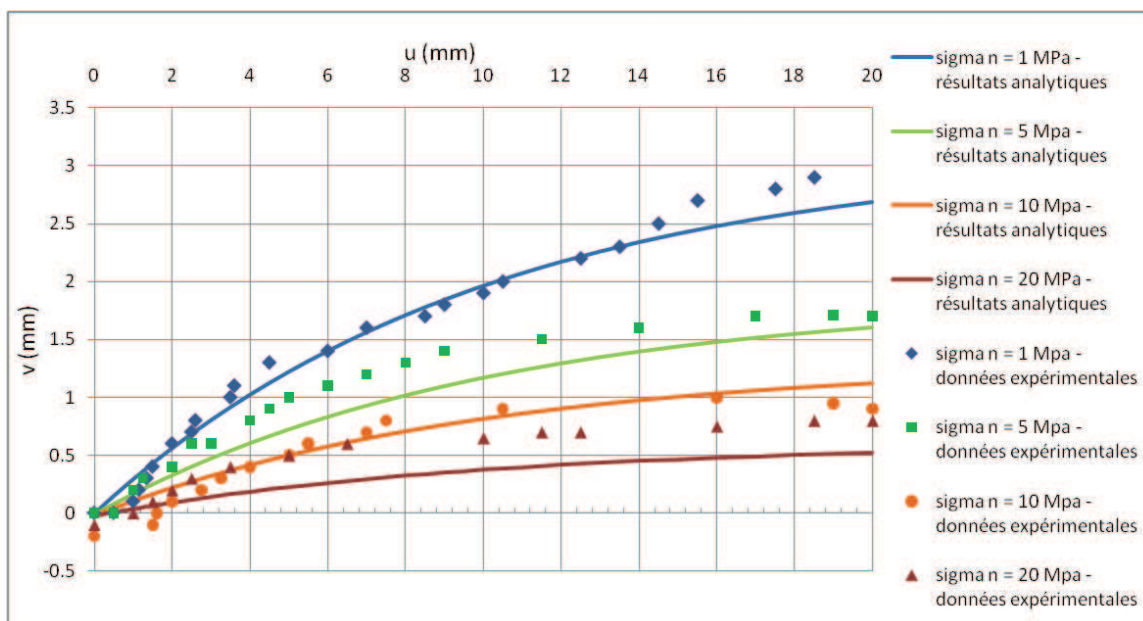


Figure 2.27 Représentation graphique de la relation déplacement vertical - déplacement de cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Esaki *et al.* (1999) et des résultats du CSDSw

Discussion

Le modèle CSDSw parvient à retranscrire le comportement du joint, en particulier dans la phase post-pic, ce que le modèle de Bandis *et al.* (1983) et Barton *et al.* (1985) ne parvient pas à faire aussi bien.

Pour ce qui est de la relation $v - u$, le modèle a du mal à suivre les différentes courbes. Ceci peut venir d'un mauvais choix des valeurs de V_m et k_{ni} dans le modèle. Il est également possible que les joints testés par Esaki *et al.* (1999) ne sont pas tous identiques et donc n'ont pas les mêmes paramètres V_m et k_{ni} . Cependant, on remarque que les courbes expérimentales ont toutes une ordonnée à l'origine quasi-nulle. Ceci signifie que les auteurs des essais expérimentaux ont mis à zéro les déplacements verticaux après avoir mis en charge le joint.

La présence d'eau n'a pas d'impact réel sur le comportement du joint : dans ce calcul, l'eau a seulement été introduite sous la forme d'une pression interstitielle moyenne retranchée à la contrainte normale totale appliquée. Ce n'est donc pas à proprement parler une modélisation hydromécanique mais plutôt une analyse mécanique en contraintes effectives.

Analyse des résultats expérimentaux de Lee et Cho (2002)

Présentation de l'installation expérimentale

Selon Lee et Cho (2002), les essais d'Esaki *et al.* (1999) ne permettent pas d'identifier aisément l'effet de couplage car l'écoulement interstitiel y est radial alors que le déplacement y est longitudinal. Lee et Cho (2002) présentent les résultats d'essais hydrauliques menés sur des fractures de tensions créées dans des échantillons de granite de Hangdeung et de marbre de Yeosan. Le flux dans les fractures est linéaire. Les échantillons sont soumis, lors des essais de cisaillement direct, à une contrainte normale constante. Les dimensions des échantillons testées sont :

- largeur $W = 120mm$
- longueur $L = 160mm$
- hauteur $H = 120mm$

Afin de maintenir une surface de contact constante au cours du cisaillement, le bloc supérieur a été taillé de $20mm$ dans la longueur. 20 spécimens de chaque sorte de roche ont été préparés. La série avec les échantillons de granite est repérée par les initiales GH tandis que la série avec les échantillons de marbre est repérée par les initiales MH.

Afin d'éviter les fuites le long du joint mais tout en permettant au joint de se dilater, il a fallu sceller avec des gels silicone souples et de la gomme naturelle trois des quatre côtés de l'échantillon. Les joints d'étanchéité sont maintenus par un ensemble de boulons à écartement fixe.

Le cisaillement est appliqué jusqu'à atteindre un déplacement de $15 mm$. Trois séries de tests ont été réalisées, correspondant à trois valeurs de la contraintes normale σ_n : 1, 2 et 3 MPa. Pour chaque valeur de σ_n , il y a une valeur de la pression interstitielle : 4, 91, 12, 28 et 19, 64 kPa respectivement. Une fois que le régime permanent est atteint, le débit moyen est calculé sur 2 minutes.

Résultats Pour obtenir les paramètres ϕ_r et ϕ_0 , on a suivi la démarche décrite à la section 2.2.8.

L'obtention des paramètres k_{ni} et V_m reste problématique. Une solution graphique a été envisagée. Les courbes expérimentales sont supposées être de la forme $\beta_4 \cdot (1 - \exp(-\beta_5 \cdot t)) + \beta_1 - \beta_4$. La tangente à ce type de courbe en $u_r = 1/\beta_5$ a pour équation :

$$y = \frac{1}{e} \cdot \beta_4 \cdot \beta_5 \cdot u + \delta \quad (2.105)$$

Avec $\delta = v_0 - \frac{\beta_4}{e}$.

La valeur de $\beta_5 = \frac{1,5}{u_r}$ est connue.

En assimilant la tangente à la courbe expérimentale en $u = 1/\beta_5$ à son approximation linéaire en ce point, on peut utiliser Excel pour tracer une courbe de tendance linéaire autour des points retenus. Les équations de ces portions de droites nous donnent accès aux coefficients du CSDSw. Connaissant la pente de la tangente, on détermine β_4 . Avec l'expression de l'ordonnée à l'origine δ , on trouve v_0 . Sachant que $\beta_1 = \beta_4 + v_0$ on obtient β_1 .

Les courbes sont visibles sur la figure 2.28 et les coefficients sont consignés dans le tableau 2.6.

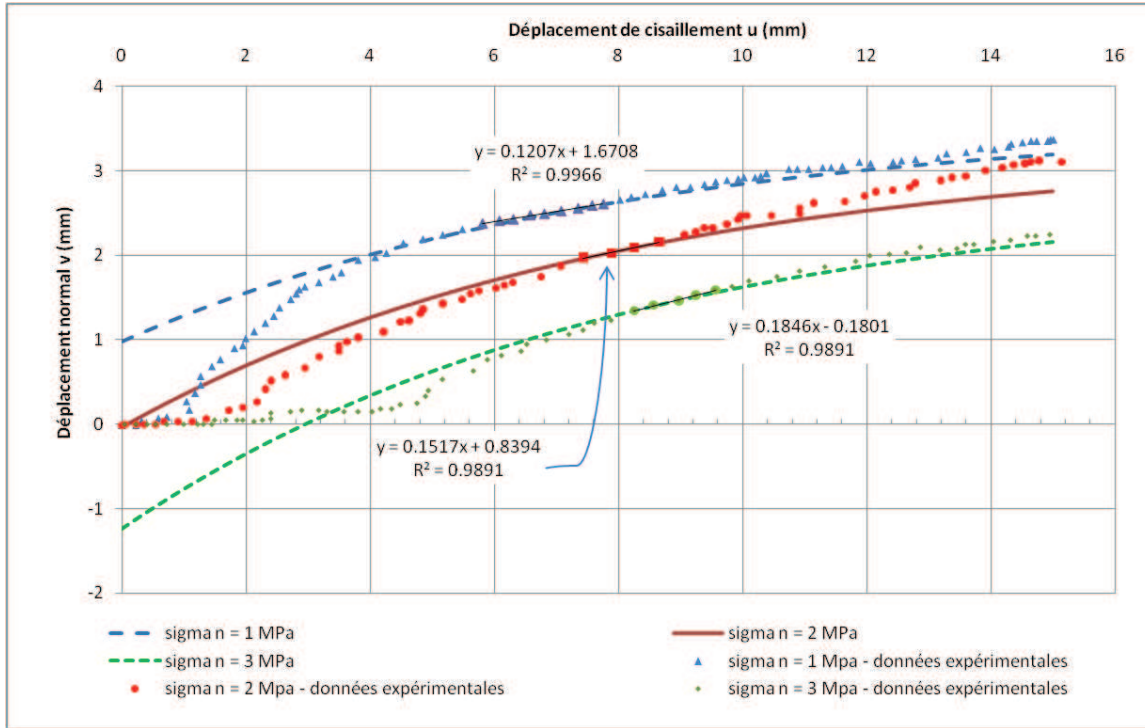


Figure 2.28 Représentation graphique de la relation déplacement vertical - déplacement de cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Lee et Cho (2002) (série GH) et des résultats du CSDSw

L'approche graphique met en évidence une limitation du modèle CSDSw utilisé : les courbes expérimentales n'ont pas vraiment une expression de la forme $\beta_1 - \beta_4 \cdot \exp(-\beta_5 \cdot u)$.

Tableau 2.6 Coefficients du modèle CSDSw pour les expériences de Lee et Cho (2002), série GH, relation $v - u$

σ_n (MPa)	v_0 (mm)	β_1 (mm)	β_4 (mm)	β_5 (mm^{-1})
1	0,98	3,60	2,62	0,13
2	-0,03	3,27	3,30	0,13
3	-1,24	2,77	4,01	0,13

Ce type de courbe suit mal les résultats expérimentaux lorsque $u \rightarrow 0$. Si on ajoutait la partie négligée $+\beta_2 \cdot \exp(-\beta_3 \cdot u)$ au modèle simplifié, on pourrait mieux rendre compte du comportement autour de 0. Mais les coefficients β_2 et β_3 sont encore indéterminés.

Les appareils utilisés lors des expérimentations ne lisent pas la contraction initiale du joint : l'ouverture du joint part d'une valeur nulle. La nécessité d'avoir v_0 pour utiliser le modèle CSDS nous a poussé à utiliser une méthode graphique qui n'est pas forcément très fiable car basée sur un petit nombre de données expérimentales.

Cette méthode graphique ne permet cependant pas de déterminer k_{ni} et V_m . Elle donne uniquement accès à v_0 . Pour retrouver k_{ni} et V_m , on peut chercher le couple de valeurs permettant de retrouver les valeur du déplacement initial de notre joint (v_0) établies par la méthode « graphique ». En fait on résout un système de trois équations à deux inconnues. Ce système n'a pas de solution ce qui signifie bien que les trois essais ne se font pas avec les mêmes joint strictement.

Les paramètres d'entrées accessibles du modèle CSDSw pour la série des GH sont :

- $u_p = 3 \text{ mm}$
- $u_r = 12 \text{ mm}$
- $C_0 = 151 \text{ MPa}$
- $S_0 = 2,1 \text{ MPa}$
- $\phi_b = 37^\circ$
- $\phi_r = 37,5^\circ$
- $\phi_0 = 11,7^\circ$
- $i_0 = 12^\circ$

Les coefficients a , b , c , d et e sont présentés dans le tableau 2.7 et les courbes de la relation $\tau - u$ sont présentées à la figure 2.29. On voit que le modèle CSDSw donne une bonne approximation du comportement réel du joint. En particulier, la courbe du modèle CSDSw est bien représentative du comportement post-pic du joint.

Pour la série des échantillons de Marbre (MH), on procède de la même façon. Les paramètres d'entrées accessibles du modèle CSDSw pour la série des MH sont :

- $u_p = 2,37 \text{ mm}$

Tableau 2.7 Coefficients du modèle CSDSw pour les expériences de Lee et Cho (2002), série GH

test	a (MPa)	b (MPa)	c (mm^{-1})	d (MPa)	e (mm^{-1})
1	0,76	5,00	0,42	5,77	0,57
2	1,53	8,97	0,42	10,50	0,58
3	2,29	11,78	0,42	14,07	0,59

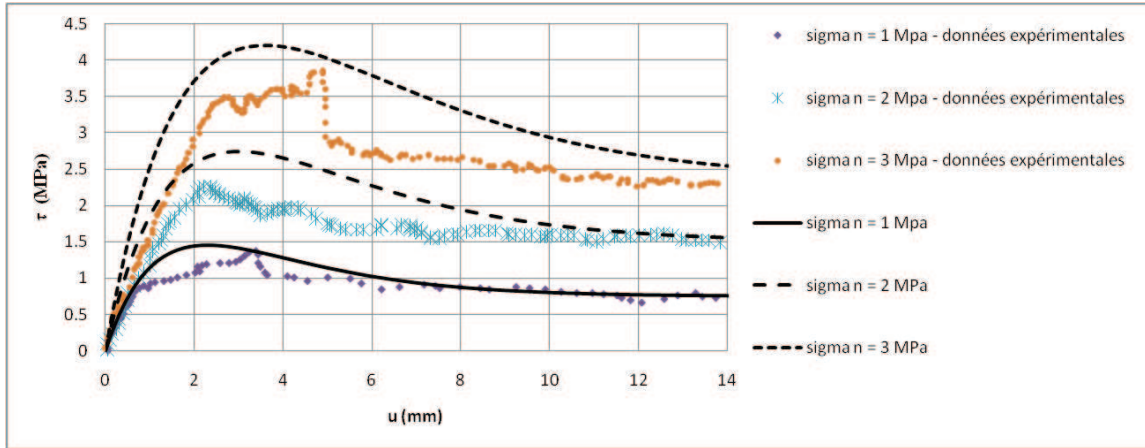


Figure 2.29 Représentation graphique de la relation contrainte de cisaillement - déplacement de cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Lee et Cho (2002) (série GH) et des résultats du CSDSw

- $u_r = 13 \text{ mm}$
- $C_0 = 72 \text{ MPa}$
- $S_0 = 0,34 \text{ MPa}$
- $\phi_b = 37^\circ$
- $\phi_r = 40,8^\circ$
- $\phi_0 = 3,3^\circ$
- $i_0 = 12^\circ$

Dans ce cas, les courbes représentant la relation τ – u sont visibles à la figure 2.30 et les coefficients du modèle sont dans le tableau 2.8. En revanche dans ce cas, le modèle CSDSw n'est même pas utilisable pour les relations de dilatation – cisaillement car, comme on le voit sur la figure 2.31, les courbes expérimentales se croisent ce qui signifierait, par exemple, que le joint soumis à une charge normale de 3 MPa finit par se dilater davantage que lorsqu'il est soumis à une charge normale de 2 MPa ou encore que le joint soumis à une charge normale de 2 MPa se dilate davantage, pour une faible valeur du cisaillement, que lorsqu'il est soumis à une charge normale de 1 MPa.

Tableau 2.8 Données de sortie du modèle CSDSw (modèle prédictif) pour les expériences de Lee et Cho (2002), série MH

σ_n (MPa)	a (MPa)	b (MPa)	c (mm^{-1})	d (MPa)	e (mm^{-1})
1	0,86	0,97	0,38	1,83	1,08
2	1,72	1,55	0,38	3,27	1,16
3	2,59	1,75	0,38	4,34	1,28

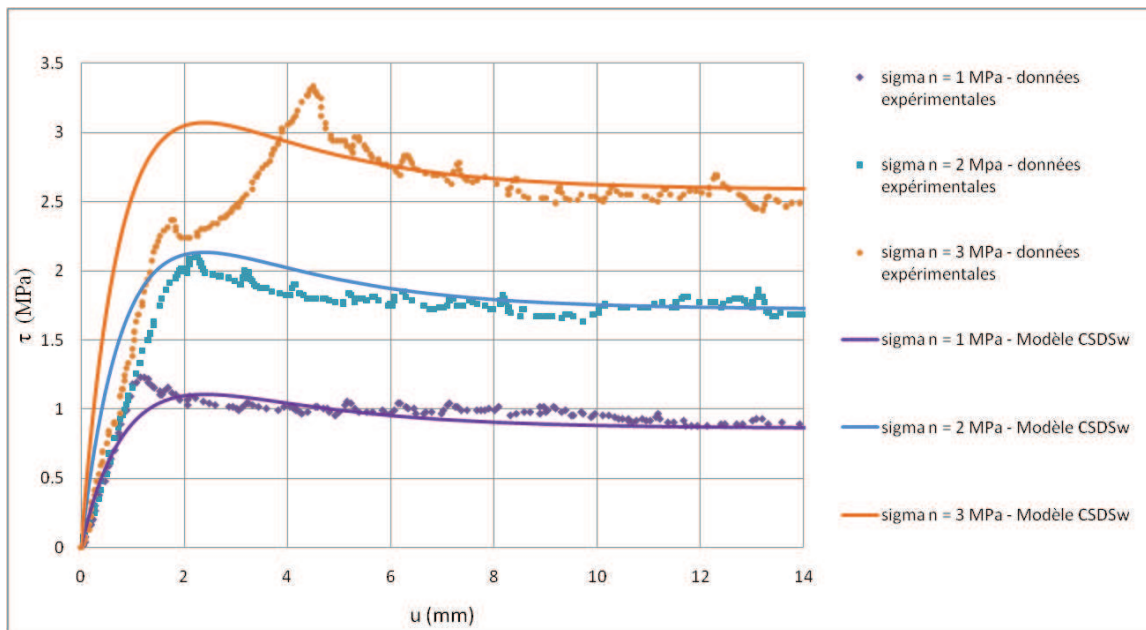


Figure 2.30 Représentation graphique de la relation contrainte de cisaillement - déplacement de cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Lee et Cho (2002) (série MH) et des résultats du CSDSw

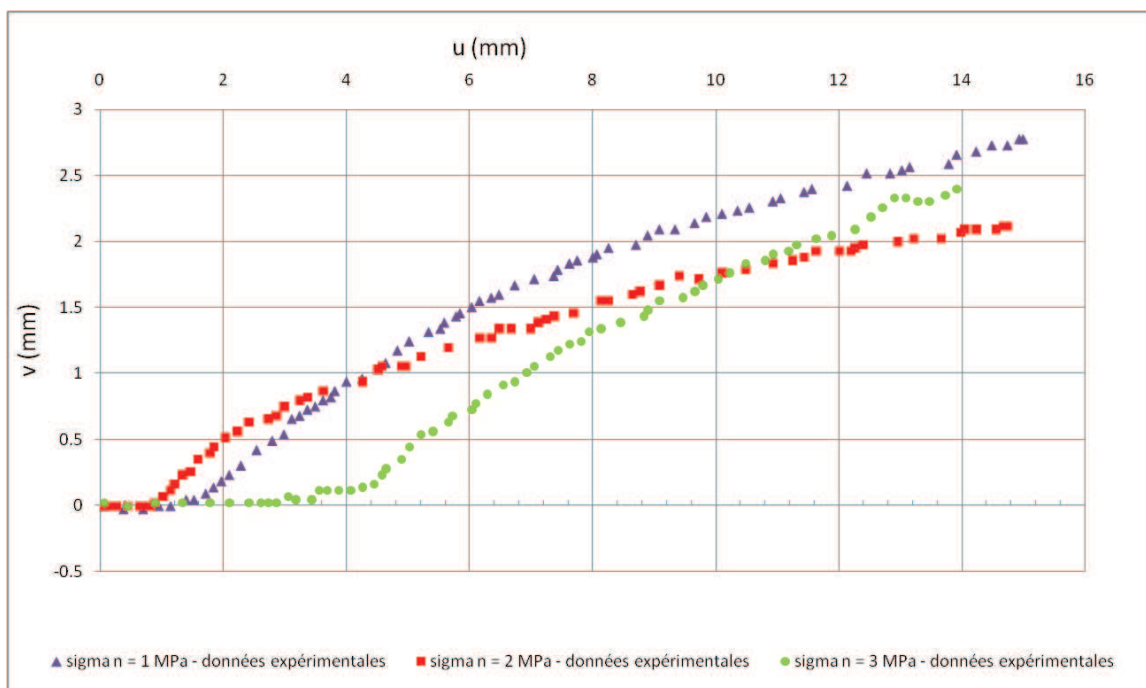


Figure 2.31 Représentation graphique de la relation dilatation - cisaillement, à partir des résultats expérimentaux tirés de Lee et Cho (2002) (série MH)

CHAPITRE 3

PRÉSENTATION DE L'OUTIL DE MODÉLISATION NUMÉRIQUE : FLAC

Cette section englobe la présentation et les conditions d'utilisation du logiciel utilisé pour le projet.

3.1 Présentation du calcul des contraintes sous FLAC

Le logiciel FLAC (pour Fast Lagrangian Analysis Continua) est un programme de calcul par différences finies en deux dimensions. Il permet de simuler le comportement de structures faites de matériau continu et est plus particulièrement adapté à la mécanique des géomatériaux.

Les rappels théoriques qui suivent sont tirés du manuel d'utilisation du logiciel publié par Itasca (2005).

Les méthodes par différences finies et éléments finis, sont basées sur la linéarisation des équations différentielles régissant le comportement du matériau étudié. Dans le cas de la méthode par différences finies, les déplacements et les vitesses sont uniquement définies aux noeuds de calcul. Dans le cas de la méthode par éléments finis les déplacements varient au sein de chaque cellule du maillage. Ces variations sont régies par des fonctions d'interpolations.

Les deux méthodes de calcul fournissent le même système d'équations linéaires. Dans la méthode par éléments finis, la relation contraintes – déformations fait intervenir une matrice de rigidité que l'outil de calcul devra inverser pour résoudre le système. Cette inversion est coûteuse en temps mais aussi en mémoire. En revanche, dans le cas d'une résolution par différences finies, il n'y a pas de matrice de rigidité. Les équations sont résolues au fur et à mesure.

Le logiciel que nous utilisons, FLAC, contient les équations du mouvement dans sa formulation. Selon ses développeurs, cet ajout assure la stabilité du modèle numérique même lorsque le modèle physique est instable (en rupture ou en plasticité par exemple).

La séquence de calcul de FLAC est représentée par la figure 3.1.

Plaçons-nous au début de la i -ème étape de calcul. À partir d'un ensemble de valeurs des contraintes, le logiciel utilise les équations du mouvement pour déterminer les vitesses de déformation et les déformations en chacun des noeuds. Grâce à la loi de comportement du matériau modélisé, FLAC établit les contraintes. À la fin de la boucle, les contraintes trouvées ne sont pas strictement identiques aux contraintes qui ont servi d'entrée à l'étape

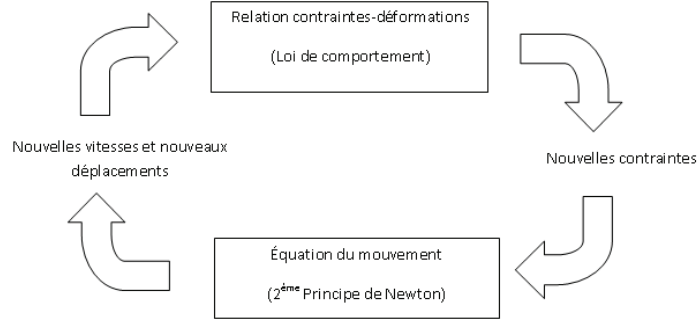


Figure 3.1 Représentation schématique de la séquence de calculs opérés par le logiciel FLAC

de calcul i . Le logiciel va donc réaliser un certain nombre de boucles de calcul jusqu'à ce que les contraintes trouvées à la fin de la n -ème étape de calcul soient suffisamment proches des contraintes trouvées à la fin de la $(n-1)$ -ème étape de calcul. Le critère d'arrêt du logiciel est fixé par l'utilisateur.

Chaque boucle de calcul correspond à un pas de temps. Lorsqu'on est dans une des « boîtes » du schéma 3.1, les entrées sont figées tandis que les sorties sont mises à jour. Cette façon de calculer n'est physiquement pas réaliste car si une contrainte agissant en un point change, elle influence les vitesses des points avoisinants. Les développeurs de FLAC, précisent dans le manuel publié par Itasca (2005) qu'un pas de temps de calcul suffisamment faible permet d'affirmer que l'information ne passe pas d'un élément à l'autre dans ce laps de temps. Dans une telle configuration, ce qu'ils appellent « l'onde de calcul » est toujours en avance sur l'onde physique et il est physiquement acceptable de dire qu'à un moment donné, les vitesses de déformations sont figées tandis que les contraintes varient.

Il est précisé dans le manuel de Itasca (2005) que le terme Lagrangien utilisé dans la définition du logiciel signifie que les incréments de déplacement sont ajoutés aux coordonnées. De cette façon, la grille bouge et se déforme en même temps que le matériau qu'elle représente. Le terme Lagrangien vient en opposition à la formulation Eulérienne dans laquelle le matériau se déforme et se déplace relativement à une grille fixe.

3.2 Critère de stabilité du modèle mécanique

Selon le manuel du logiciel publié par Itasca (2005), le pas de temps de calcul noté Δt , doit être inférieur au temps caractéristique de transfert de l'information d'une cellule à la cellule adjacente afin d'assurer la stabilité et la cohérence de la réponse mécanique :

$$\Delta t < \frac{L_c}{C} \quad (3.1)$$

Où L_c est la longueur caractéristique du milieu et C la vitesse de propagation de l'information à travers le milieu. Généralement C est prise égal à la célérité des ondes de compression dans le matériau.

Pour un système masse-ressort, selon Itasca (2005), le pas de temps de calcul doit vérifier :

$$\Delta t < 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (3.2)$$

C'est-à-dire que Δt doit être inférieur à la période propre du système. Pour un ensemble de systèmes masse-ressort, le pas de temps doit donc être inférieur à la plus petite période propre. Lors d'une simulation, la détermination de ce minimum nécessite donc d'établir toutes les périodes propres du système. FLAC fait des estimations du pas de temps critique local pour adapter son pas de temps de calcul (Itasca, 2005).

3.3 Équations de base de l'écoulement fluide

L'équation de conservation de la masse de fluide donnée dans le manuel publié par Itasca (2005) est :

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + q_v \quad (3.3)$$

Avec :

- ζ variation du volume de fluide par unité de volume de matériaux poreux
- q_v terme source (sans dimensions)
- q_i i-ème composante du vecteur des débits selon $(O, \vec{x}_i)$

Dans le cas d'un matériau saturé, les développeurs de FLAC (Itasca, 2005) montrent que l'évolution de la pression est liée aux variations temporelles de ζ et ϵ_v –déformation volumique de l'élément considéré– par l'intermédiaire du module et du coefficient de Biot :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = M \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} - \alpha \frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} \right) \quad (3.4)$$

Avec :

- M module de Biot, dépendant de la porosité et du module de compressibilité du matériau et du fluide
- α coefficient de Biot égal au rapport de la variation de volume occupé par le fluide sur la variation de volume de l'élément de matériau poreux considéré

La valeur de M est donnée par (Itasca, 2005) :

$$M = \frac{K_w}{n + (\alpha - n)(1 - \alpha) \frac{K_w}{K}} \quad (3.5)$$

Avec K_w et K , respectivement, modules de compressibilité du fluide et du matériau drainé.

Pour un matériau poreux idéal (Itasca, 2005) :

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \quad (3.6)$$

Avec K_s module de compressibilité de la matrice solide.

Pour un solide incompressible, $\alpha = 1$.

D'une façon générale (Itasca, 2005) :

$$\frac{3n}{2+n} \leq \alpha \leq 1 \quad (3.7)$$

La combinaison des équations (3.3) et (3.4) associée à la subdivision de la grille de quadrilatères en sous-cellules triangulaires dans lesquelles la pression varie linéairement, constituent la formulation de base des écoulements fluides de FLAC.

3.4 Stabilité numérique du modèle hydraulique

Pour l'écoulement hydraulique, la stabilité de la solution requiert de trouver un pas de temps inférieur à une valeur critique. Considérons le noeud d'une cellule quadrilatérale. Cette cellule est divisée en 4 sous-cellules qui se chevauchent (voir la figure 3.2 pour le schéma de subdivision). La pression est supposée varier linéairement entre les noeuds de chaque sous-cellule.

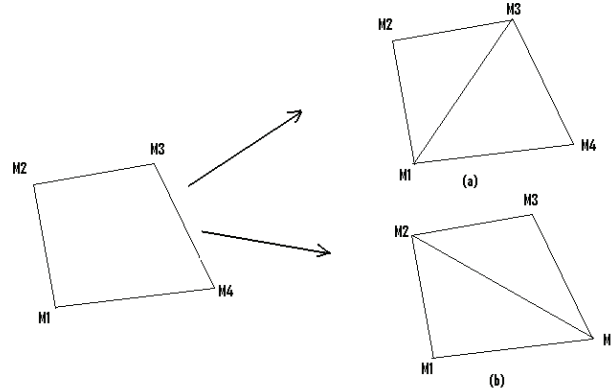


Figure 3.2 Exemple de décomposition d'une cellule quadrilatère en deux sous-grilles de sous-cellules triangulaires

La loi de Darcy généralisée utilisée est :

$$\vec{Q} = -\underline{\underline{K}} \cdot \vec{grad}(h) \quad (3.8)$$

Où $\underline{\underline{K}}$ est le tenseur des perméabilités. En négligeant la gravité ainsi que l'effet de la vitesse, on remplace la charge par la pression divisée par le poids volumique du fluide γ_w . Ce qui donne en terme de composantes vectorielles :

$$Q_i = -\frac{1}{\gamma_w} \cdot \sum_j K_{ij} \cdot \oint \partial p \partial x_i \quad (3.9)$$

Si on considère une sous-cellule triangulaire d'aire A , le débit entrant $\vec{Q}$ dans la cellule est le vecteur moyen des débits passant à travers les 3 côtés de la cellule. C'est-à-dire le vecteur dont les composantes sont les moyennes sur l'ensemble de la cellule triangulaire des vecteurs débits.

$$\vec{Q} = -\frac{1}{A\gamma_w} \int \int_A \underline{\underline{K}} \cdot \vec{grad}(p) \cdot da \quad (3.10)$$

D'après le Théorème de Gauss, en notant ∂A la frontière fermée de la sous-cellule triangulaire, on obtient :

$$\vec{Q} = -\frac{1}{A\gamma_w} \int_{\partial A} \underline{\underline{K}} \cdot p(x) \cdot \vec{dl} \quad (3.11)$$

Pour une cellule triangulaire, la pression variant linéairement le long des côtés, on trouve :

$$\vec{Q} = -\frac{1}{A\gamma_w} \sum_k \underline{\underline{K}} \cdot \langle p \rangle_k \cdot l_k \cdot \vec{n}_k \quad (3.12)$$

Où k indique le k -ème côté du triangle, $\vec{n}_k$ sa normale, l_k sa longueur et $\langle p \rangle_k$ la pression moyenne le long du côté k .

D'après le manuel d'utilisation du logiciel publié par Itasca (2005), la contribution de la première sub-division (subdivision (a) de la figure 3.2) au point M_1 :

$$Q_x^{(1)} = -\frac{1}{2A\gamma_w} \cdot (K_{11}A_1 - k_{12}B_1) \quad (3.13)$$

$$Q_y^{(1)} = -\frac{1}{2A\gamma_w} \cdot (K_{21}A_2 - k_{22}B_2) \quad (3.14)$$

Avec :

$$A_1 = \underbrace{(P^{(2)} - P^{(4)})(y_2 - y_4)}_{\text{Contribution de } [M_2; M_4]} + \underbrace{(P^{(4)} - P^{(1)})(y_4 - y_1)}_{\text{Contribution de } [M_1; M_4]} + \underbrace{(P^{(1)} - P^{(2)})(y_1 - y_2)}_{\text{Contribution de } [M_1; M_2]} \quad (3.15)$$

$$B_1 = \underbrace{(P^{(2)} - P^{(4)})(x_2 - x_4)}_{\text{Contribution de } [M_2; M_4]} + \underbrace{(P^{(4)} - P^{(1)})(x_4 - x_1)}_{\text{Contribution de } [M_1; M_4]} + \underbrace{(P^{(1)} - P^{(2)})(x_1 - x_2)}_{\text{Contribution de } [M_1; M_2]} \quad (3.16)$$

$$A_2 = A_1 \quad (3.17)$$

$$B_2 = B_1 \quad (3.18)$$

$P^{(k)}$ étant la pression au point M_k et $(x_k; y_k)$ sont les coordonnées du point M_k dans le repère global.

Le facteur 1/2 qui apparaît dans les expressions (3.13) et (3.14) vient de l'expression de la pression moyenne au centre du côté du triangle.

Le flux total entrant dans le noeud M_1 est égal à la demie somme des flux entrant à ce noeud pour les deux décompositions de la cellule $M_1M_2M_3M_4$, présentées à la figure 3.2. À partir des flux selon les axes $(O\vec{x})$ et $(O\vec{y})$, on exprime le débit total entrant au point M_i sous la forme d'un produit scalaire du vecteur des débits unitaires $\vec{q}$ par les vecteurs normaux aux faces de chaque sous-cellule :

$$Q_i = \sum_{\{\text{sous-cellules}\}} \sum_k q_k^{(i)} \cdot n_k \cdot s^{(k)} \quad (3.19)$$

Les développeurs de FLAC écrivent finalement le vecteur des débits entrants à chaque noeud, $\vec{Q}$, sous la forme du produit d'une matrice de taille 4×4 $\underline{\underline{M}}$ et d'un vecteur pression contenant la pression en chacun des noeuds, $\vec{P}$:

$$\vec{Q} = \underline{\underline{M}} \cdot \vec{P} \quad (3.20)$$

$\underline{\underline{M}}$ est fonction des coordonnées des point de la cellule et des perméabilités K_{ij} .

La variation de pression associée à la variation de flux en un noeud, ΔP , vaut (Itasca, 2005) :

$$\Delta P = -\frac{M \cdot Q \cdot \Delta t}{V} \quad (3.21)$$

Avec Q le débit entrant, V le volume de la cellule autour du noeud considéré et M le module de Biot.

En utilisant l'équation 3.20, on a $Q_0 = \sum_{k=1}^4 \mathcal{M}_{kk} P_0$ (Itasca, 2005). Soit une nouvelle

pression P_1 de :

$$P_1 = P_0 + \Delta P \quad (3.22)$$

$$= P_0 \left(1 - \frac{M \cdot \sum_{k=1}^4 \mathcal{M}_{kk} P_0 \cdot \Delta t}{V} \right) \quad (3.23)$$

Afin d'avoir une stabilité dans notre calcul numérique, il faut avoir une variation monotone et stable de notre équation (Itasca, 2005). Il faut donc que P_1/P_0 soit positif. Soit :

$$\Delta t < \frac{V}{M \cdot \sum_{k=1}^4 \mathcal{M}_{kk}} \quad (3.24)$$

3.5 Couplage hydromécanique, éléments de base

Le couplage se fait à partir d'un état d'équilibre mécanique. À chacune des T étapes de calcul, on effectue X étapes de calcul de flux puis Y étapes de calcul mécanique. X et Y sont choisis afin de maintenir un équilibre quasi-statique dans le système. La variation de pression interstitielle liée à l'écoulement fluide est calculée pendant les X étapes de calcul de flux. La variation de pression interstitielle due à une variation du volume des cellules est calculée pendant les Y étapes de calcul mécanique. Les contraintes effectives sont corrigées au fur et à mesure du calcul avec l'incrément de pression calculé.

Il est à noter que le couplage hydromécanique devient peu précis et chronophage dès que le module de confinement du matériau drainé ($K + 4/3.G$ pour le modèle de Mohr-Coulomb) devient faible devant le module de compressibilité du fluide ($K_{water} = 2.10^9 Pa$). Il en va de même s'il y a de forts gradients de perméabilité, de porosité ou de taille de la grille dans le système étudié (Itasca, 2005).

Dans le cas d'un modèle défini par l'utilisateur, la variation de pression due à la variation de volume d'une cellule est prise en compte par défaut. C'est-à-dire qu'à l'issue des calculs mécaniques, les contraintes effectives sont mises à jour en tenant compte de la variation des incréments de déformations volumiques des cellules. Si notre modèle prend en considération l'écrasement des grains de notre matériau poreux, on doit entrer la variation de pression associée à cet écrasement dans la variable de zone $zdpp$. Dans notre cas, la déformation volumique de notre joint prend en compte l'écrasement des épontes par l'intermédiaires de a_s et i . Il n'est donc pas nécessaire d'utiliser $zdpp$.

Au cours du cisaillement du joint, la perméabilité ainsi que l'indice des vides (et donc la porosité) se modifient. Or FLAC n'actualise ni la porosité ni la perméabilité du milieu au cours des calculs. D'après Itasca (2005), l'actualisation de ces paramètres au cours d'un calcul est trop coûteuse en temps. Il y a cependant moyen d'implémenter des tables de conversions

donnant la porosité et/ou la perméabilité du milieu en fonction de la déformation volumique cumulée ϵ_v . La convention de signe retenue est $\epsilon_v > 0$ pour la dilatation et $\epsilon_v < 0$ pour la contraction. Les valeurs de la porosité et de la perméabilité sont dans ce cas mises à jour toutes les dix étapes.

Dans le cas de notre joint cisailé, la déformation volumique est définie comme :

$$\epsilon_v = \frac{ep.l - ep_0.l_0}{ep_0.l_0} \quad (3.25)$$

Où ep , ep_0 et l sont respectivement l'épaisseur à un instant donné, l'épaisseur initiale et la largeur d'une cellule constituant le joint. Si on note Δv la déformation transversale cumulée du joint et Δl sa déformation longitudinale cumulée, alors :

$$\epsilon_v = \frac{\Delta v}{ep_0} + \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3.26)$$

D'après l'équation 3.25, on obtient :

$$ep.l = (\epsilon_v + 1)ep_0.l_0 \quad (3.27)$$

Si on considère que le paramètre ep du modèle CSDS contient l'ouverture mécanique du joint, alors :

$$e_m = (\epsilon_v + 1)ep_0 \cdot \frac{l_0}{l} \quad (3.28)$$

En utilisant l'équation 2.103 de Barton *et al.* (1985) :

$$e_h = (\epsilon_v + 1)^2 \cdot \left(\frac{l_0}{l}\right)^2 \cdot \underbrace{\frac{ep_0^2}{JRC^{2,5}}}_{e_{h, 0}} \quad (3.29)$$

Le coefficient de mobilité k qui est entré dans FLAC en tant que perméabilité est relié à la perméabilité au sens hydrogéologique, notée k_h , par la relation :

$$k = \frac{k_h}{\rho g} \quad (3.30)$$

C'est-à-dire que le coefficient de mobilité utilisé par FLAC vaut environ la perméabilité du matériau divisé par 10^4 pour un écoulement d'eau.

Pour un écoulement parallèle, le long d'un joint d'aire transversale $e_h.w$, la loi cubique utilisée par FLAC nous donne l'expression suivante pour la perméabilité hydrogéologique :

$$k_h = \frac{\rho g w}{12\nu} e_h^2 \quad (3.31)$$

En combinant les expressions des équations (3.29), (3.30) et (3.31) en négligeant la déformation longitudinale du joint ($l \approx l_0$) et en négligeant les termes d'ordre 2, on trouve :

$$k = (\epsilon_v + 1)^4 \cdot \left(\frac{l_0}{l}\right)^4 \cdot e_{h0}^2 \cdot \frac{1}{12\nu} \quad (3.32)$$

$$= e_{h0}^2 \cdot \frac{1}{12\nu} \cdot (1 + 4\epsilon_v) \quad (3.33)$$

Pour la porosité, on peu supposer que le long du joint, la porosité vaut :

$$n = \frac{V_s}{V_t} \quad (3.34)$$

$$= \frac{e_h \cdot l}{e_m \cdot l} \quad (3.35)$$

$$= \frac{e_h}{e_m} \quad (3.36)$$

$$= \frac{e_m}{JRC^{2,5}} \quad (3.37)$$

En utilisant la relation (3.28) :

$$n = \frac{(\epsilon_v + 1)ep_0 \cdot \frac{l_0}{l}}{JRC^{2,5}} \quad (3.38)$$

En négligeant la déformation longitudinale du joint au cours du temps :

$$n = \frac{(\epsilon_v + 1)ep_0}{JRC^{2,5}} \quad (3.39)$$

$$= (\epsilon_v + 1)n_0 \quad (3.40)$$

3.6 Critère de stabilité du couplage hydromécanique

Tandis que l'évolution des contraintes dans un matériau poreux peut être quasi-instantanée, la dissipation des pressions interstitielles peut durer de quelques secondes à plusieurs jours, voire quelques mois. Les développeurs du logiciel FLAC comparent les temps caractéristiques de l'écoulement fluide dans un certain nombre de géomatériaux. En utilisant l'équation (3.1) d'une part et en écrivant que le temps caractéristique de l'écoulement fluide vaut $\frac{L_c}{C_f}$ où C_f est la diffusivité du fluide ($C_f = \frac{k}{M^{-1} + \alpha^2(K + \frac{4}{3}G)^{-1}}$, d'après Itasca, 2005) ils trouvent :

$$\frac{t_c^f}{t_c^m} = \sqrt{\frac{M + 4/3G}{\rho}} \cdot \frac{L_c}{k} \cdot \left(\frac{1}{M} + \frac{\alpha}{K + 4/3G} \right) \quad (3.41)$$

Pour un fluide incompressible ($\alpha = 1$), avec $M = \frac{K_w}{n} \approx 1000 \text{ Pa}$ l'ordre de grandeur du coefficient de mobilité du matériau poreux est (Itasca, 2005) :

- $10^{-19} \text{ m}^2 \text{Pa.s}^{-1}$ pour un granite
- $10^{-17} \text{ m}^2 \text{Pa.s}^{-1}$ pour un calcaire
- $10^{-15} \text{ m}^2 \text{Pa.s}^{-1}$ pour un grès
- $10^{-13} \text{ m}^2 \text{Pa.s}^{-1}$ pour une argile
- $10^{-7} \text{ m}^2 \text{Pa.s}^{-1}$ pour un sable

Pour un sol ou une roche, la masse volumique est de l'ordre de 10^3 kg/m^3 et $K + \frac{4}{3}G$ vaut de 10^8 Pa à 10^{10} Pa . Le rapport de la relation (3.41) va donc de L_c pour un sable à $10^{12} L_c$ pour un granite en passant par $10^6 L_c$ pour une argile, $10^8 L_c$ pour un grès et $10^{10} L_c$ pour un calcaire. Pour des matériaux de conductivité hydraulique inférieure à $10^{-9} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ (soit un coefficient de mobilité inférieur à $10^{-13} \text{ m}^2 \text{Pa.s}^{-1}$), le rapport des temps caractéristiques fluide et mécanique reste élevé même pour des cellules de longueur caractéristique, L_c , faible. Donc d'une façon générale, il faudra procéder à un nombre important de calcul d'écoulement fluide pour une étape de calcul mécanique. Cependant au début de la résolution d'un problème couplé, un léger incrément de pression peut déséquilibrer le système. Il est donc conseillé dans le manuel publié par Itasca (2005) de procéder à plusieurs étapes mécaniques pour une étape de calcul d'écoulement au début d'un calcul couplé. Dès que les pressions ont commencé à se dissiper, on peut inverser les rapports et procéder à un grand nombre d'étapes de calcul d'écoulement pour une étape de calcul mécanique. Afin de choisir le nombre d'étapes mécaniques et hydrauliques que le logiciel doit réaliser à chaque étape de résolution couplée, on utilise les commandes respectives **SET ngw** et **SET nmech**.

3.7 Vérification du logiciel

Afin de s'assurer que l'emploi du logiciel de modélisation numérique est correct, il faut généralement tester le logiciel sur des cas simples dont les solutions analytiques sont connues. Le logiciel FLAC étant largement utilisé il n'est pas nécessaire de le vérifier.

Quatre tests, tirés du manuel d'utilisation du logiciel, ont cependant été étudiés. Ils ne sont pas retranscrits dans les sections suivantes. Les exemples sont les numéros 3, 4, 7 et 14 de la rubrique *Verification Problems* du manuel de FLAC.

CHAPITRE 4

IMPLÉMENTATION DES MODÈLES CSDS ET CSDSw SOUS FLAC

Le but du présent travail est de mener des analyses numériques tenant compte de l'écoulement interstitiel dans une discontinuité en utilisant le modèle CSDSw. Le modèle CSDSw a été implémenté sous FLAC puis testé. Cette implémentation est précédée par celle du modèle de Saeb et Amadei (1992). Ce dernier a l'avantage d'être plus simple à implémenter car il est multilinéaire (alors que le modèle CSDS est biexponentiel). Cependant il est peu précis car justement trop simple : en condition de charge normale constante, le radoucissement post-pic (entre u_p et u_r) est représenté par une portion de droite de pente moyenne, et la résistance résiduelle (au-delà de u_r) est une portion de droite horizontale. Le modèle CSDS, lui, permet de suivre le comportement post-pic d'une discontinuité comme on a pu le voir à la section 2.2.8.

Les résultats du modèle CSDS seront confrontés à des résultats de la littérature (par exemple, ceux présentés à la section 2.4.2) et seront illustrés par des exemples d'application typiques.

Lors des premières tentatives d'implémentation, on a voulu utiliser les modèles d'interface proposés par Itasca. Cependant il n'est pas possible de modifier la valeur des raideur d'une discontinuité en cours de calcul. De plus le modèle pour les interfaces proposé par Itasca est basé sur des pointeurs, voir section (4.2) du manuel Itasca (2005). Les lignes de code étant difficile à comprendre il aurait été difficile de les modifier. La solution retenue consiste alors à modéliser la discontinuité par un matériau équivalent. Ce matériau aura les propriétés globale de la discontinuité modélisée. Il sera réparti sous forme d'une couche constituée d'une seule cellule en épaisseur et attachée à la matrice rocheuse voisine.

4.1 Implémentation du modèle de Saeb et Amadei (1992) sous FLAC

Afin de modéliser le joint, on implémente un modèle de matériau qui reprend les mêmes caractéristiques que le modèle de Saeb et Amadei (1992) pour un joint. Vu que le matériau reprend les caractéristiques globales du joint, il suffira d'une couche comportant une seule cellule en épaisseur pour modéliser le joint dans son ensemble.

Les équations constitutives du modèle sous forme différentielle sont :

$$d\sigma_n = k_{nn}dv + k_{ns}du \quad (4.1)$$

$$d\tau = k_{sn}dv + k_{ss}du \quad (4.2)$$

Les rigidités sont explicitées au tableau 2.2 de la section 2.2.7.

4.1.1 Test de compression uniaxiale

La première étape dans la validation du modèle numérique est le test de compression simple. Les lignes de code sont présentées en annexe. Le programme écrit cesse d'utiliser la loi hyperbolique pour les calculs lorsque v atteint $-V_m$ ou lorsque σ_n atteint la résistance en compression uniaxiale de la roche C_0 . Au-delà d'une de ces deux limites, la contrainte verticale est posée égale à C_0 . Le modèle étudié est une grille unicellulaire au sommet de laquelle est appliquée une vitesse de compression (**yvel** < 0) tout en maintenant la base fixe (figure 4.2). Le calcul est répété en cisailant au préalable le joint (sans lui appliquer une quelconque charge). Le faisceau de courbes obtenu est montré à la figure 4.1.

La relation $\sigma_n - v$ de la figure 4.1 est bien hyperbolique. On remarque que pour toute valeur de u positive, l'hyperbole est décalée vers la droite (sens des v positifs). À chaque fois que le joint est cisailé, il se dilate. Puis lorsqu'on le met en charge, il se contracte comme prévu par la relation (2.23) de Bandis *et al.* (1983).

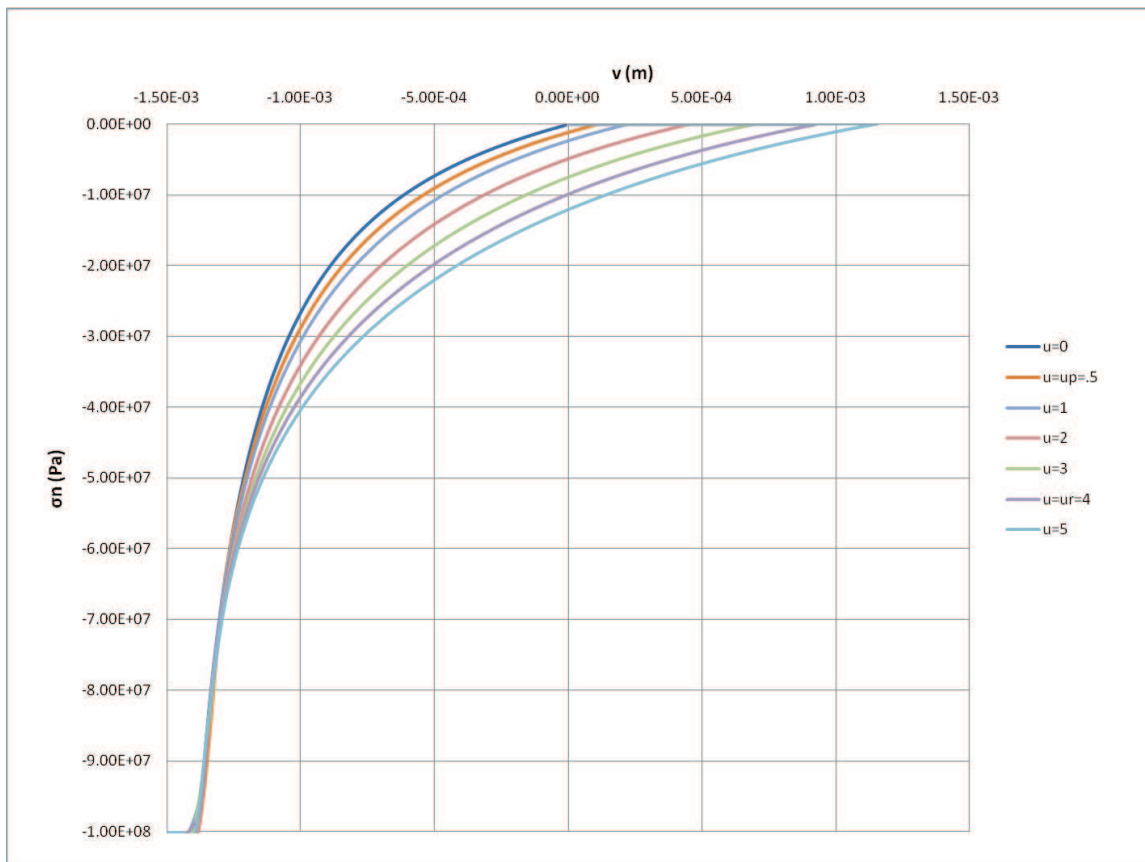


Figure 4.1 Relation hyperbolique $\sigma_n - v$ obtenue par la modélisation numérique

4.1.2 Test de cisaillement

Description de la grille

Comme il est incompatible d'appliquer une contrainte mécanique et un déplacement en un même point, et qu'on souhaite à la fois appliquer une contrainte normale à notre joint et un déplacement de cisaillement, plusieurs couches d'un matériau élastique sont ajoutées au-dessus de la couche modélisant le joint (voir figure 4.3). Ce matériau servira à transmettre la contrainte normale au joint.

La condition de charge normale constante (CNL) est recrée en appliquant une contrainte normale au sommet de la grille tout au long du cisaillement. Pour la condition de raideur normale constante (CNS), le joint est mis en charge puis le déplacement vertical du sommet de la grille est bloqué. Dans ce dernier cas de figure, les couches de matériau élastique servent à créer une raideur normale. Le choix du matériau des couche supérieure est donc important : il ne doit pas être trop souple pour ne pas se déformer à la place du joint lors de la mise

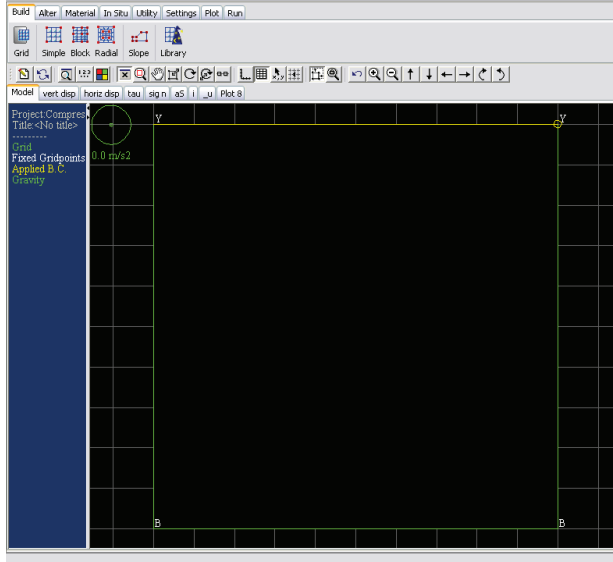


Figure 4.2 Modèle utilisé pour l'essai de compression uniaxiale simple

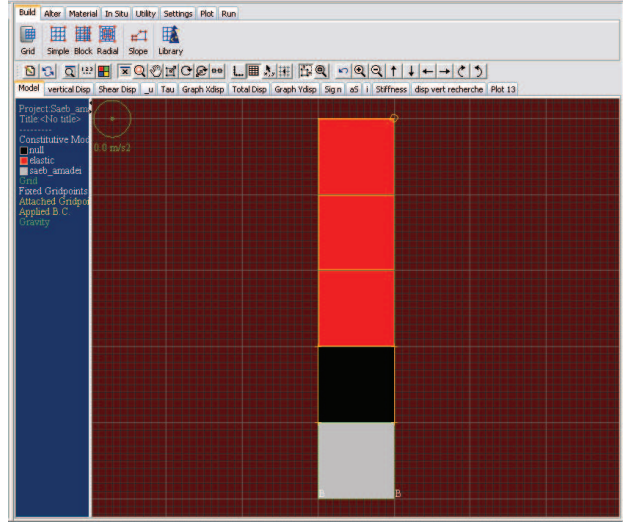


Figure 4.3 Représentation dans l'espace i-j de la grille utilisée pour l'étude du programme.

en charge et comme il représentera un ressort en conditions de CNS il devra éviter de se dilater transversalement. C'est-à-dire que son module de Poisson est nul. Les paramètres d'entrée d'un matériau dans FLAC sont les modules de compression et de cisaillement K et G , respectivement. On passe donc par les relations entre ces quatre grandeurs :

$$K = \frac{E}{3.(1 - 2.\nu)} \quad (4.3)$$

$$G = \frac{E}{2.(1 + \nu)} \quad (4.4)$$

En prenant $\nu = 0$, on obtient :

$$K = \frac{E}{3} \quad (4.5)$$

$$G = \frac{E}{2} \quad (4.6)$$

E représentera la raideur extérieure.

Le joint étant représenté par une couche de matériau, celle-ci est attachée (avec la commande **ATTACH**) à la cellule au-dessus. Pour une application du modèle à plus grande échelle, le joint sera également attaché à la matrice rocheuse puisque si les épontes du joint se déforment, le joint doit suivre ces déformations.

Mise en charge du modèle

Une contrainte normale négative (compression) qui correspond à la contrainte de confinement de l'expérience est appliquée au sommet de la grille. La figure 4.4 montre la fermeture du joint qui a lieu lors de la mise en charge tandis que la figure 4.5 montre l'augmentation de la contrainte de compression. Dans l'exemple ci-dessous, les paramètres d'entrée du joint sont :

- $u_r = 4 \text{ mm}$
- $u_p = 0,52 \text{ mm}$
- $\sigma_T = 82 \text{ MPa}$
- $s_0 = 11,4 \text{ MPa}$
- $V_m = 3,3 \text{ mm}$
- $k_{ni} = 10 \text{ MPa/mm}$
- $\phi_r = 41^\circ$
- $\phi_b = 37^\circ$
- $\phi_0 = 60^\circ$
- $i_0 = 13^\circ$

Le signe des paramètres du modèle est celui correspondant à la convention de signe de FLAC : $d\sigma_n < 0$ en compression, $dv < 0$ en contraction, $k_{ni} > 0$ et $V_m > 0$.

Les grandeurs du matériau élastique sont les suivantes :

- $K = 2.10^8 \text{ MPa}$
- $G = 3.10^8 \text{ MPa}$

La contrainte extérieure est fixée à -7 MPa .

Le modèle se stabilise autour de la valeur de σ_n imposée (figure 4.5). v tend vers une valeur légèrement inférieure ($v_{0, num} = -5,93.10^{-4}$) à celle prévue par le modèle de Saeb et Amadei (1992). D'après l'équation (2.47), en $u = 0$:

$$v_0 = u \cdot \tan(i_0) \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2} + \frac{\sigma_n \cdot V_m}{k + ni \cdot V_m - \sigma_n} \quad (4.7)$$

$$= \frac{-7 * 3,3}{10 * 3,3 + 7} \quad (4.8)$$

$$= -5,78.10^{-4} \quad (4.9)$$

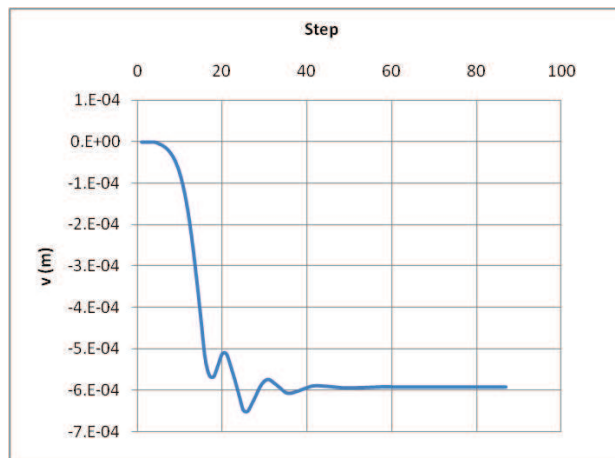


Figure 4.4 Fermeture du joint lors de la mise en charge

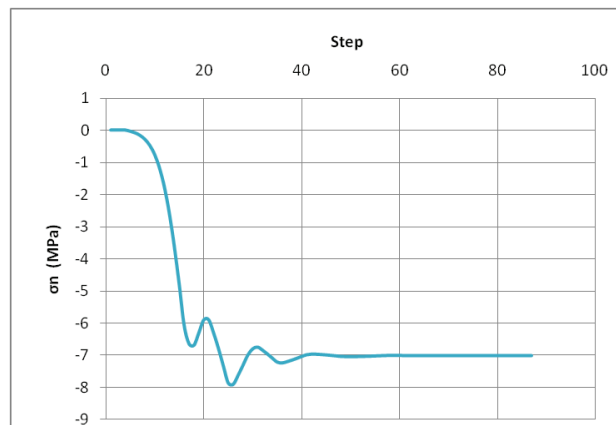


Figure 4.5 Augmentation de la contrainte normale de compression au cours du chargement initial

4.1.3 Cisaillement à charge normale constante (CNL)

Après avoir mis en charge le joint, on le cisaille. Les déplacements horizontaux sont d'abord remis à 0. La grille est soumise à une vitesse de déformation appliquée aux cellules supérieure du matériau élastique ainsi qu'à la frontière supérieure du joint. On maintient une contrainte normale constante au sommet de la cellule du dessus (le long de la ligne $j=5$ dans notre exemple de la figure 4.3). Différentes grandeurs caractérisant le cisaillement sont représentées sur les figures 4.6 à 4.8.

La figure 4.6 montre la contrainte tangentielle τ au cours du déplacement horizontal. Pour u compris entre 0 et u_p , τ croît jusqu'à atteindre τ_p en $u = u_p$ puis décroît pour atteindre τ_r en $u = u_r$ et devient constant lorsqu'on dépasse u_r . Le modèle de Saeb et Amadei (1992) retenu et illustré ici est celui des déplacements constants dans lequel u_p et u_r restent des données intrinsèques du joint.

La figure 4.7 représente le déplacement vertical (dilatation du joint) pour différentes valeurs de σ_n . Plus la contrainte normale est élevée, moins le joint se dilate. Au-delà de $u = u_r$, le déplacement vertical devient constant. Ce résultat correspond à l'hypothèse selon laquelle au-delà du déplacement résiduel, il n'y a plus de dilatation car toutes les aspérités ont été rompues par cisaillement.

La figure 4.8 compare le déplacement v calculé par le modèle avec le déplacement des deux coins supérieurs du joint. La grandeur v contient le déplacement vertical calculé dans le modèle, c'est donc une valeur au centre de la cellule. Au début du cisaillement, les deux coins supérieurs du joint se dilatent en sens opposé : le coin supérieur gauche se déplace vers

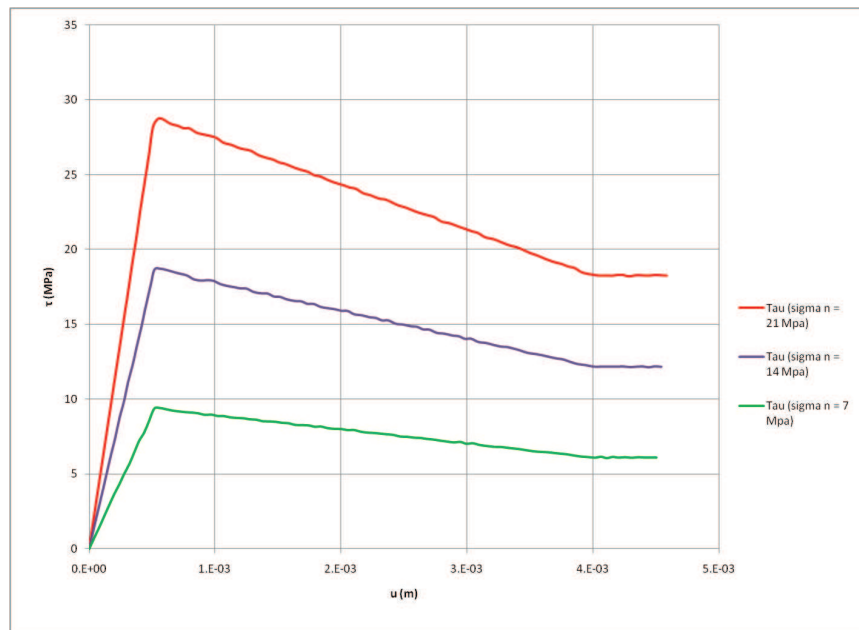


Figure 4.6 Relation contrainte tangentielle – déplacement de cisaillement au centre du joint pour trois valeurs de σ_n

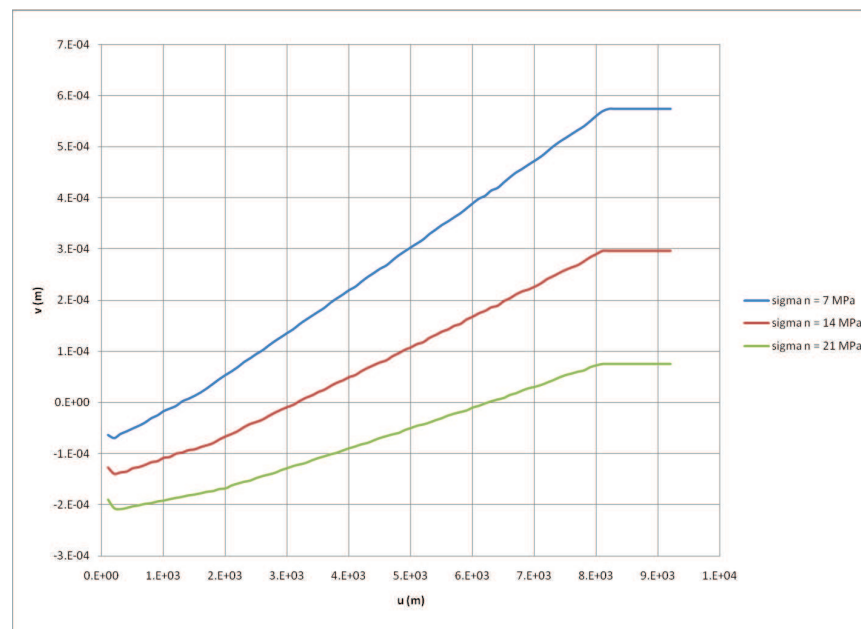


Figure 4.7 Relation déplacement normal – déplacement de cisaillement au centre du joint pour trois valeurs de σ_n

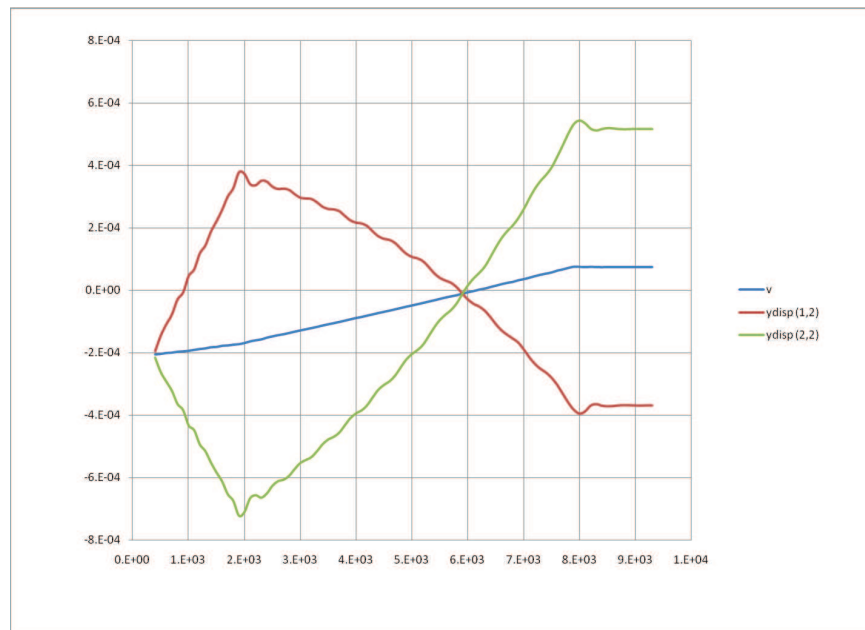


Figure 4.8 Relation déplacement normal – déplacement de cisaillement au centre du joint et aux deux coins supérieurs du joint en CNL, $\sigma_n = 21 \text{ MPa}$

le haut tandis que le coin supérieur droit s'enfonce. Le joint entame donc une rotation. Dès que le déplacement au pic est atteint ($u \geq u_p$) le joint se redresse. Finalement on atteint un plateau au-delà de u_r .

4.1.4 Cisaillement à raideur normale constante (CNS)

Comme précédemment, après la mise en charge, les déplacements horizontaux sont ré-initialisés. Le sommet de la grille est bloqué en déplacement et une vitesse horizontale est appliquée sur la partie supérieure du joint. Différentes grandeurs caractérisant le cisaillement sont représentées de la figure 4.9 à 4.15.

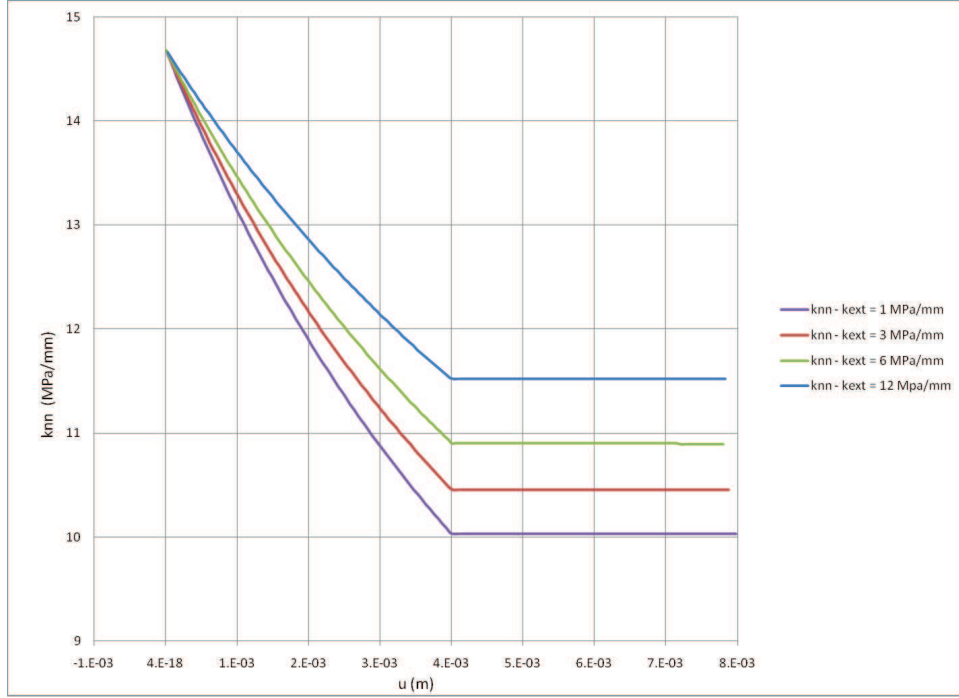


Figure 4.9 Évolution de la raideur normale k_{nn} en fonction de u pour différentes raideurs extérieures

Les figures 4.9, 4.10, 4.11 et 4.12 montrent l'évolution respective de k_{nn} , k_{ns} , k_{ss} et k_{sn} en fonction de u . On remarque qu'au delà du déplacement résiduel du joint, les raideurs intrinsèques $k_{ns} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial u}$ et $k_{ss} = \frac{\partial \tau}{\partial u}$ s'annulent. Quant à $k_{nn} = \frac{\partial \sigma}{\partial v}$ et $k_{sn} = \frac{\partial \tau}{\partial v}$ elles deviennent constantes.

Sur la figure 4.13, on peut voir la dilatation du joint au cours du cisaillement : il se dilate linéairement entre 0 et u_r puis reste stationnaire au-delà. L'incrément de dilatation dv devient donc nul au-delà de u_r .

D'après ce qu'on a dit ($k_{ns} = 0$ et $dv = 0$ pour $u > u_r$), on comprend pourquoi la contrainte normale devient stationnaire pour tout $u > u_r$ comme montré à la figure 4.14. De la même façon, on a $dv = 0$ et $k_{ss} = 0 \forall u > u_r$ donc τ devient constante au-delà de u_r .

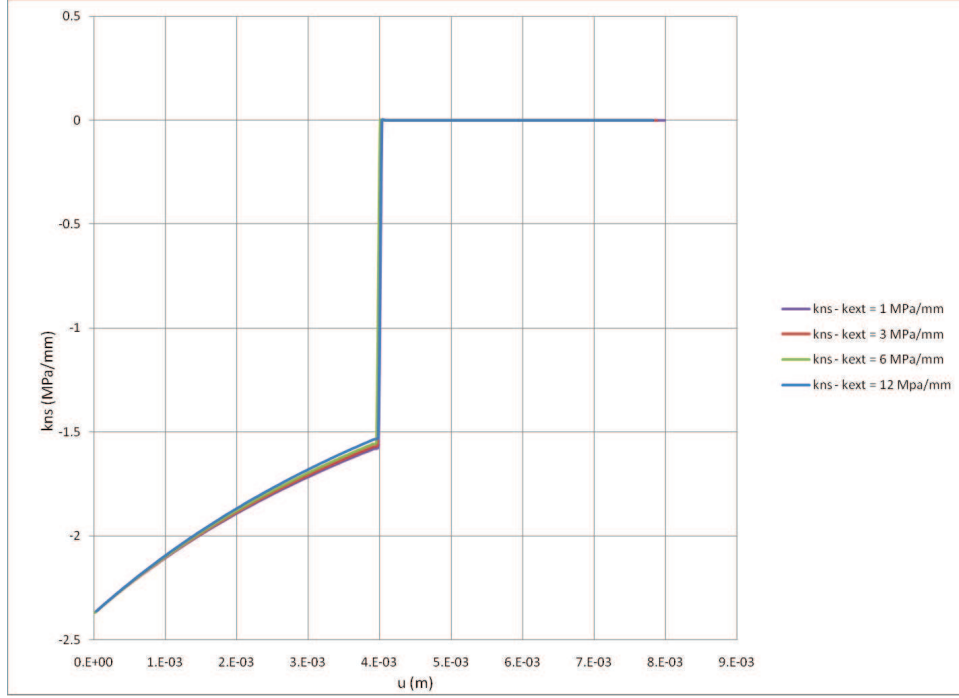


Figure 4.10 Évolution de la raideur normale k_{ns} en fonction de u pour différentes raideurs extérieures

Comme on le voit sur la figure 4.17.

Selon la raideur appliquée, il se peut que $\tau_r(u_r)$ soit supérieure ou égale à $\tau_p(u_p)$. La variation de $\tau(u)$ pour différentes valeurs initiales de σ_n est montrée dans la figure 4.16. La raideur retenue dans ce cas là est de 10^{12} Pa/m pour chaque calcul.

La figure 4.15 permet de vérifier la condition de CNS en mettant en relation σ_n et v pour une même valeur de la contrainte de confinement initiale. La valeur du module de Young retenue pour chacun de ces calculs est exactement la pente de la courbe de tendance associée à chacune des droites.

En revanche on remarque une différence dans l'ordonnée à l'origine de chacune des courbe. Lors de la mise en charge, le joint se ferme ($v < 0$). Une valeur nulle de v nécessite donc une dilatation du joint. Plus la raideur externe est élevée, plus la contrainte normale va tendre vers $-\infty$. C'est pourquoi lorsque v est nul, la contrainte normale au joint diminue avec l'augmentation de la raideur externe imposée.

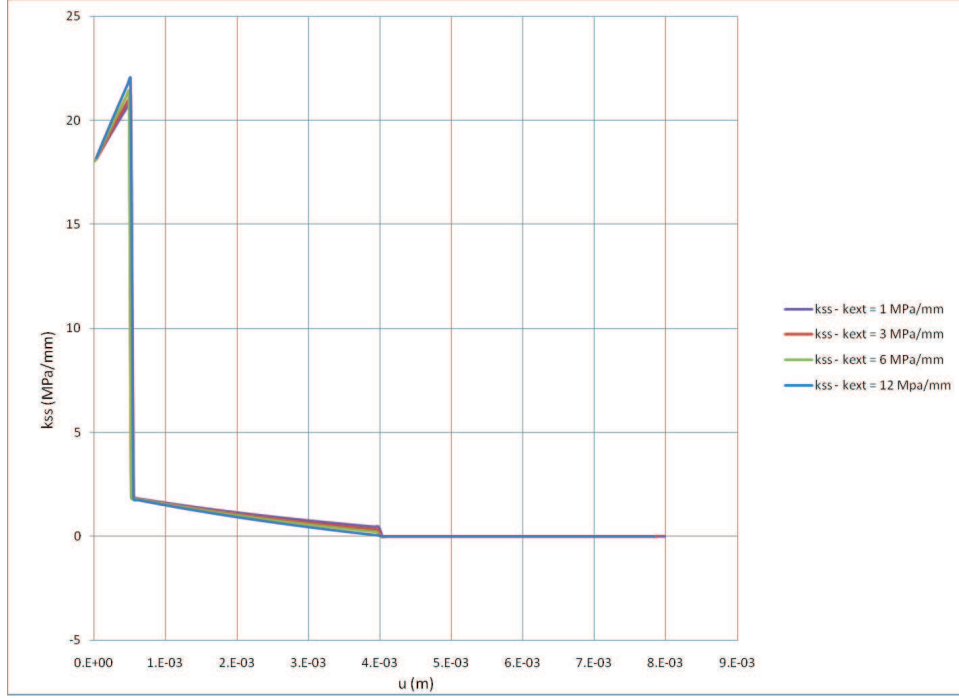


Figure 4.11 Évolution de la raideur tangentielle k_{ss} en fonction de u pour différentes raideurs extérieures

4.2 Implémentation du modèle CSDS sous FLAC

Cette fois-ci, on crée un matériau équivalent à la discontinuité suivant le modèle CSDS. Les équations constitutives du modèle sont :

$$d\sigma_n = k_{nn}dv + k_{ns}du \quad (4.10)$$

$$d\tau = k_{sn}dv + k_{ss}du \quad (4.11)$$

L'expression des raideurs internes de la discontinuité utilisées ne suivent pas exactement celles de Simon (1999). En effet, la différenciation de l'équation (2.76) du modèle CSDS donne :

$$dv = A.du + B.d\sigma_n \quad (4.12)$$

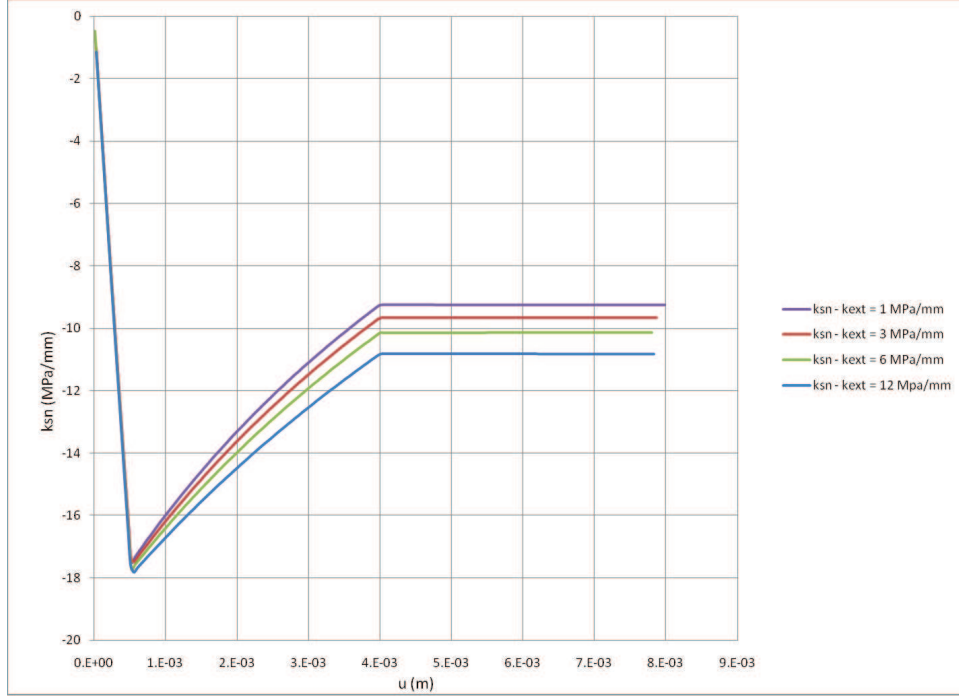


Figure 4.12 Évolution de la raideur tangentielle k_{sn} en fonction de u pour différentes raideurs extérieures

Avec :

$$A = 1,5 \cdot \exp\left(-1,5 \cdot \frac{u}{u_r}\right) \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2} \cdot \tan(i_0) \quad (4.13)$$

$$B = -\frac{k_2 \cdot u_r}{\sigma_T} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2-1} \cdot \tan(i_0) \cdot \left(1 - \exp\left(-1,5 \cdot \frac{u}{u_r}\right)\right) + \frac{k_{ni} V_m^2}{(k_{ni} V_m - \sigma_n)^2} \quad (4.14)$$

Les expressions des raideurs $k_{nn} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial v}$ et $k_{ns} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial u}$ sont donc (Simon, 1999) :

$$k_{nn} = \left(\frac{-k_2 \cdot u_r}{\sigma_T} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2-1} \cdot \tan(i_0) \cdot \left(1 - \exp\left(-1,5 \cdot \frac{u}{u_r}\right)\right) + \frac{k_{ni} V_m^2}{(k_{ni} V_m - \sigma_n)^2} \right)^{-1} \quad (4.15)$$

$$k_{ns} = -\frac{1,5 \cdot \exp\left(-1,5 \cdot \frac{u}{u_r}\right) \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2} \cdot \tan(i_0)}{\frac{-k_2 \cdot u_r}{\sigma_T} \cdot \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2-1} \cdot \tan(i_0) \cdot \left(1 - \exp\left(-1,5 \cdot \frac{u}{u_r}\right)\right) + \frac{k_{ni} V_m^2}{(k_{ni} V_m - \sigma_n)^2}} \quad (4.16)$$

Pour k_{ss} et k_{sn} , on sait, grâce à la relation (2.58) du CSDS, que τ est une fonction de u . D'autre part, les coefficients a et e et donc les coefficients d et b font intervenir la contrainte normale σ_n . En réalité, τ est une fonction de u et de σ_n et est donc différentiable par rapport

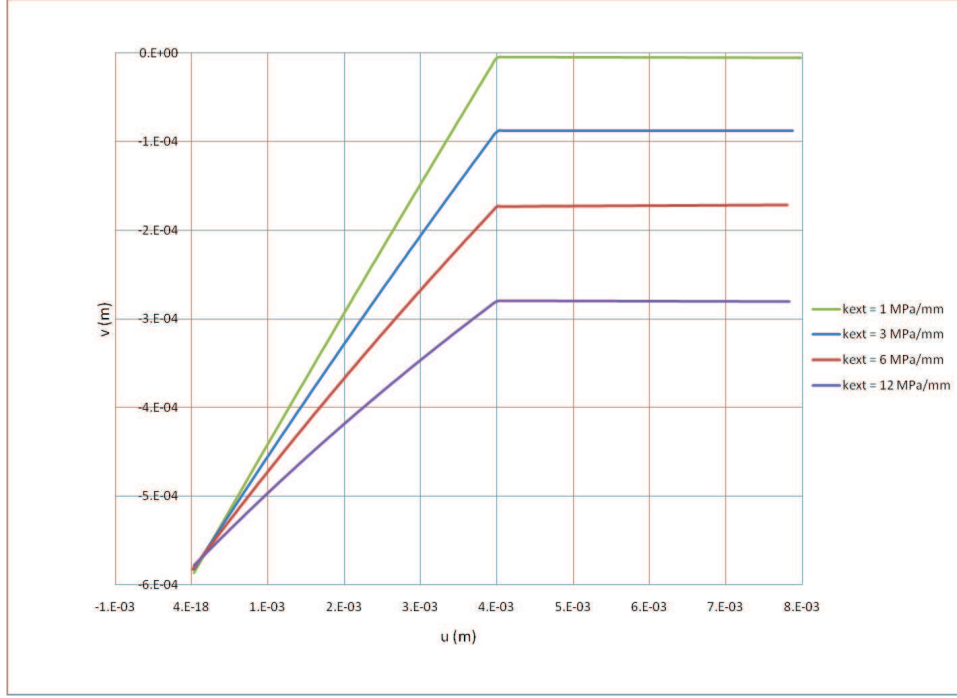


Figure 4.13 Dilatation du joint en condition de CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure appliquée.

à ces deux grandeurs. C'est-à-dire que :

$$\exists(\alpha, \beta) \text{ tel que } : d\tau = \alpha.d\sigma_n + \beta.du \quad (4.17)$$

Or, d'après 4.12 :

$$d\sigma_n = k_{nn}.dv + k_{ns}.du \quad (4.18)$$

En réintroduisant ce résultat dans (4.17), on obtient :

$$d\tau = \alpha.k_{nn}.dv + (\alpha.k_{ns} + \beta).du \quad (4.19)$$

Or

$$d\tau = k_{sn}.dv + k_{ss}.du \quad (4.20)$$

Après identification membre à membre des équations (4.19) et (4.20), on trouve :

$$k_{ss} = \alpha.k_{ns} + \beta \quad (4.21)$$

$$k_{sn} = \alpha.k_{nn} \quad (4.22)$$

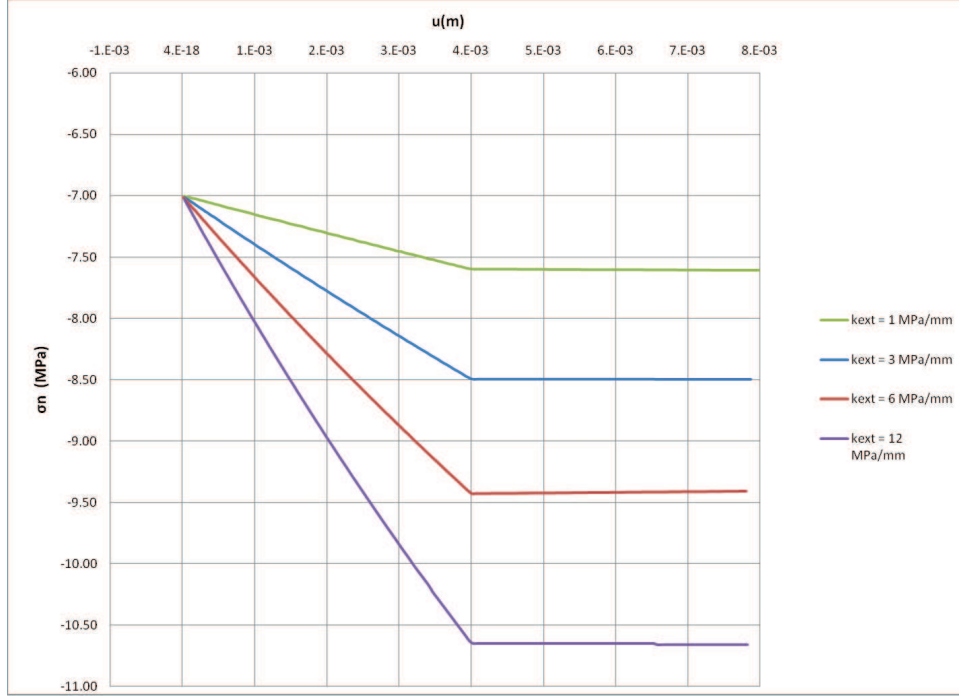


Figure 4.14 Évolution de la contrainte normale au joint, en condition de CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure.

Avec, par définition :

$$\alpha = \frac{\partial \tau}{\partial \sigma_n} \quad (4.23)$$

$$\beta = \frac{\partial \tau}{\partial u} \quad (4.24)$$

Comme les coefficients de la relation (2.58) sont indépendants du déplacement horizontal :

$$\beta = -b.c. \exp(-cu) + d.e. \exp(-eu) \quad (4.25)$$

Le calcul de α nécessite de déterminer la dérivée de e puis celle de d par rapport à σ_n car :

$$\alpha = \frac{\partial a}{\partial \sigma_n} + \frac{\partial b}{\partial \sigma_n} \cdot \exp(-cu) - \frac{\partial d}{\partial \sigma_n} \cdot \exp(-eu) - \frac{\partial e}{\partial \sigma_n} \cdot d \cdot \exp(-eu) \quad (4.26)$$

Il vient :

$$\frac{\partial a}{\partial \sigma_n} = \tan(\phi_r) \quad (4.27)$$

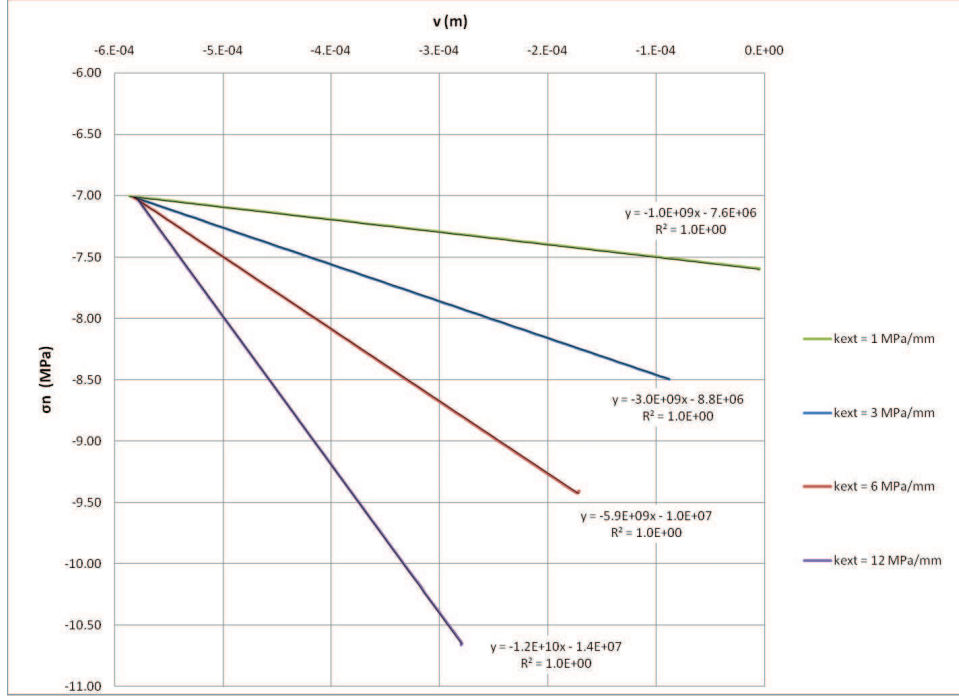


Figure 4.15 Relation contrainte normale – déplacement vertical en CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure appliquée

Quant à b , il vérifie :

$$\frac{\partial b}{\partial \sigma_n} = \frac{\partial d}{\partial \sigma_n} - \frac{\partial a}{\partial \sigma_n} \quad (4.28)$$

La combinaison des équations (2.66) et (2.67) donne une relation entre e et les grandeurs intrinsèque au joint :

$$\left[\tau_p - \tau_r \cdot \left(1 - \exp\left(-5 \frac{u_p}{u_r}\right) \right) \right] e \cdot u_r = 5 \exp\left(u_p \left(e - \frac{5}{u_r}\right)\right) [\tau_p - \tau_r (1 - \exp(-e u_p))] \quad (4.29)$$

Après dérivation et réarrangement de l'égalité (4.29), il vient :

$$\frac{\partial e}{\partial \sigma_n} = \frac{\left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} - \frac{\partial \tau_r}{\partial \sigma_n} \left[1 - \exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right) \right] - 5 \exp\left(u_p \left(e - \frac{5}{u_r}\right)\right) \right\} \cdot \left[\exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right) - \exp(-e u_p) \right]}{u_p \left\{ \tau_r \left[-5 \exp\left(-\frac{10u_p}{u_r}\right) + e u_p \right] + \exp(-e u_p) \left(1 - \exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right) \right) \right\} - \tau_p \cdot \exp(-e u_p)} \quad (4.30)$$

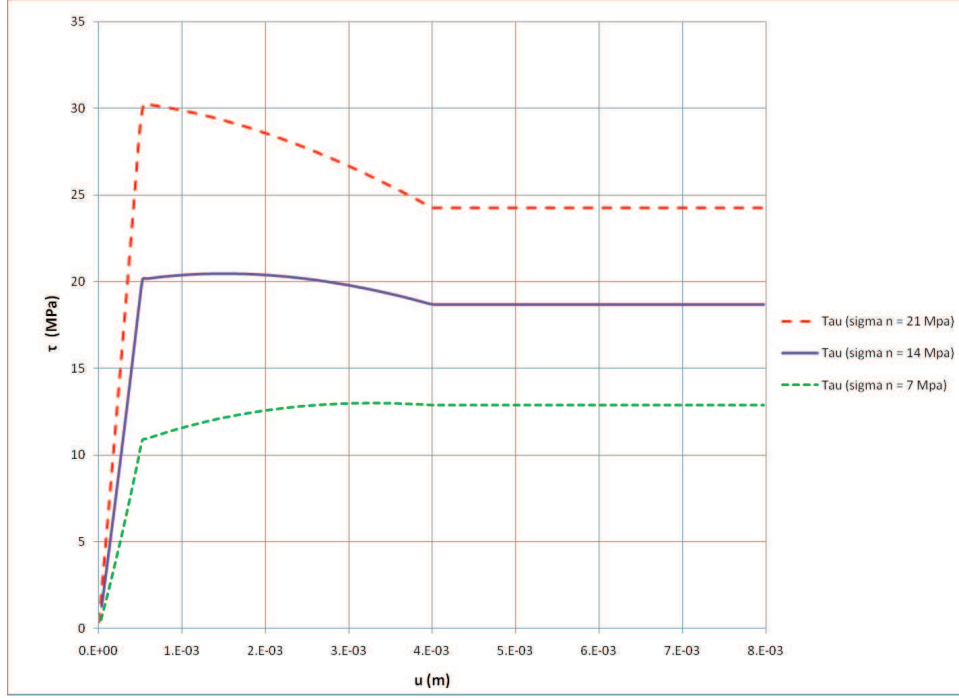


Figure 4.16 Relation contrainte tangentielle – déplacement de cisaillement au centre du joint pour trois valeurs de σ_n , pour une même raideur normale constante

Connaissant $\frac{\partial e}{\partial \sigma_n}$, $\frac{\partial d}{\partial \sigma_n}$ s'obtient grâce à la relation :

$$\frac{\partial d}{\partial \sigma_n} = \frac{D_1 - D_2}{\left(\exp\left(-5\frac{u_p}{u_r}\right) - \exp(-e.u_p) \right)^2} \quad (4.31)$$

Avec :

$$D_1 = \left\{ \frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} - \frac{\partial \tau_r}{\partial \sigma_n} \left[1 - \exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right) \right] \right\} \left[\exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right) - \exp(-e.u_p) \right] \quad (4.32)$$

$$D_2 = \left\{ \tau_p - \tau_r \left[1 - \exp\left(-\frac{5u_p}{u_r}\right) \right] \right\} \frac{\partial e}{\partial \sigma_n} u_p \exp(-e.u_p) \quad (4.33)$$

Les équations (2.30), (2.28) et (2.70) permettent de trouver $\frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n}$. Le résultat est également donné par Saeb et Amadei (1992) :

$$\frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma_n} = T_1 - T_2 - T_3 + T_4 + T_5 \quad (4.34)$$

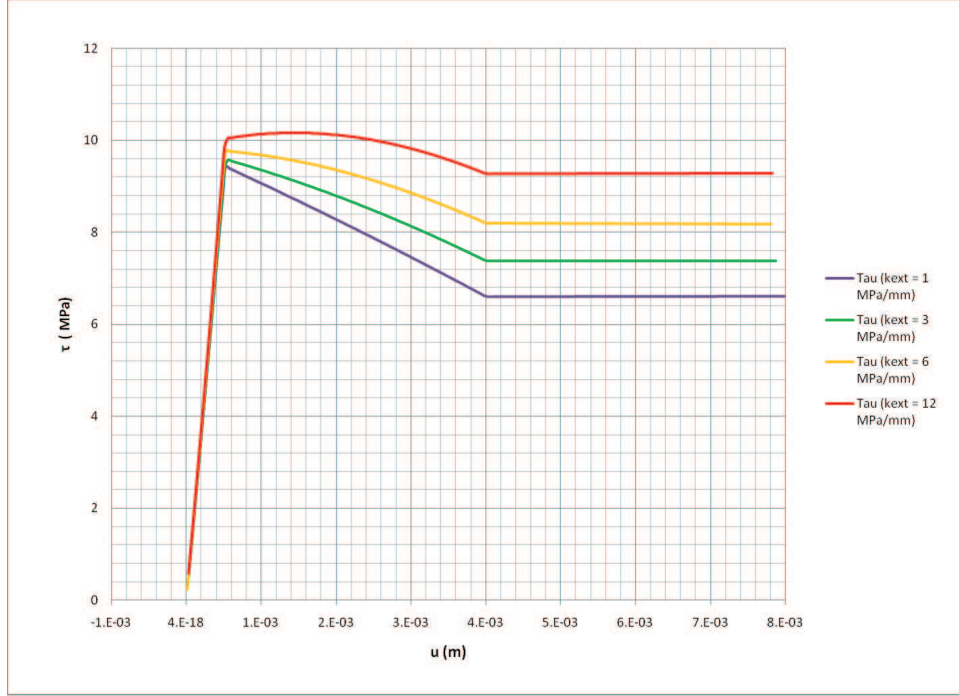


Figure 4.17 Évolution de la contrainte tangentielle au joint, en condition de raideur normale constante, pour une même valeur de la contrainte normale initiale

Avec :

$$T_1 = (1 - a_S) \tan(\phi_b + i) \quad (4.35)$$

$$T_2 = \frac{\sigma_n}{\sigma_T} \frac{k_2(1-a_S)}{\cos^2(\phi_b + i)} \cdot \frac{\tan(i_0) \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_2-1}}{1 + \tan^2(i_0) \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{2k_2}} \quad (4.36)$$

$$T_3 = k_1 \frac{\sigma_n}{\sigma_T} \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_1-1} \tan(\phi_b + i) \quad (4.37)$$

$$T_4 = k_1 \frac{S_T}{\sigma_T} \left(1 - \frac{\sigma_n}{\sigma_T}\right)^{k_1-1} \quad (4.38)$$

$$T_5 = a_S \tan(\phi_0) \quad (4.39)$$

4.2.1 Descriptif du programme

Le programme présenté en annexe se décompose en quatre parties :

- une première partie qui contient la déclaration de toutes les variables locales
- *case 1* est l'étape durant laquelle toutes les propriétés du modèle sont initialisées. En l'absence de commande, FLAC affecte une valeur nulle à toute propriété du modèle qui n'a pas été initialisée.

- *case 2* correspond au processus de calcul. Au cours de cette étape, les contraintes locales sont actualisées en accord avec les nouveaux incréments de déformations établis par FLAC grâce aux équations du mouvement.
- *case 3* est l'étape appelée en premier par FLAC lors de l'utilisation d'un modèle défini par l'utilisateur. Elle contient une valeur du module de confinement maximal et du module de cisaillement maximal de notre matériau notés c_{max} et s_{max} , respectivement. Ces deux modules permettent au logiciel de déterminer la vitesse de propagation de l'information dans le milieu et donc choisir un temps de calcul adapté.

Choix des paramètres c_{max} et s_{max}

Il est raisonnable d'affecter à c_{max} et s_{max} les mêmes valeurs que dans le modèle de Mohr-Coulomb. Soit $c_{max} = K + \frac{4}{3}G$ et $s_{max} = 2G$, où K et G sont respectivement les modules de compressibilité et de cisaillement de la roche intacte. Cependant les premiers essais numériques avec de telles valeurs divergent. Avec une série d'essais erreur, les valeurs empiriques de $10 \cdot [K + \frac{4}{3}G]$ et $20 \cdot G$ ont été retenues car elles confèrent une stabilité au modèle. Si on note K et G les modules de compressibilité et de cisaillement du matériau constituant la matrice rocheuse, alors la discontinuité doit avoir un module de compressibilité de $10K$ et un module de cisaillement de $10G$ pour vérifier la condition précédemment énoncée sur les modules de confinement et de cisaillement maximaux. Ce qui revient à dire que si la matrice rocheuse a un module de Young E et un module de Poisson ν , alors le module de Young de la discontinuité vaut $10E$ et son module de Poisson vaut ν . En effet :

$$E = \frac{9K \cdot G}{3K + G} \quad (4.40)$$

$$\nu = \frac{3K - 2G}{2(3K + G)} \quad (4.41)$$

La discontinuité serait donc 10 fois plus rigide que la matrice mais aussi dilatante. Cela signifie que le temps caractéristique de la discontinuité est plus élevé que le temps caractéristique de la roche. Les calculs dans le matériau constituant la discontinuité réclament donc un pas de temps supérieur au pas de temps de calcul dans la roche avoisinante. Ceci est très certainement dû aux nombreux calculs intermédiaires que le programme doit réaliser pour actualiser les contraintes selon le modèle CSDS.

Initialisation des paramètres

Pour l'initialisation des déplacements, une sentinelle a été introduite : `_ini`. Cette variable vaut 0 par défaut et 1 si les propriétés dans la cellule actuelle ont déjà été initialisées. Si

$_ini = 0$ alors on initialise les déplacements u et v . u est initialisé à 0 tandis que v prend la valeur de fermeture du joint une fois chargé ($\beta_1 - \beta_4$). Au cours de l'étape d'initialisation, le signe des variables d'entrée est également vérifié et les contraintes sont initialisées.

Corps du programme

Le corps du programme est décrit par le diagramme de la figure 4.18. La deuxième partie du programme (*case2*) commence par la mise à jour, par l'utilisateur, des incréments de déplacement horizontal et vertical dans les cellules de la discontinuité. Ces incréments, notés du et dv respectivement, sont établis à partir des incréments de déformation dans le repère global $(O, \vec{x}, \vec{y})$, notés, par défaut dans les modèles définis par l'utilisateur, $zdeij$ ($i, j \in \llbracket 1, 2 \rrbracket$). Ces incréments de déformations sont déterminés par FLAC, grâce aux équations du mouvement, à partir des contraintes actualisées à l'étape de calcul antérieure.

Si le joint fait un angle θ par rapport à l'horizontale $(O, \vec{x})$, alors du et dv s'expriment comme suit :

$$du = \left(-\frac{zde11 - zde22}{2} \sin(2\theta) + \frac{zde12}{2} \cos(2\theta) \right) .2.ep \quad (4.42)$$

$$dv = \left(\frac{zde11 + zde22}{2} - \frac{zde11 - zde22}{2} \cos(2\theta) - \frac{zde12}{2} \sin(2\theta) \right) .ep \quad (4.43)$$

Où ep est l'épaisseur de la cellule représentant une section du joint (notation utilisée dans les lignes de code).

On a choisi d'actualiser les déplacements u et v une fois que FLAC a fait les calculs pour toutes les sous-cellules de la cellule courante. Pour cela, la variable locale, notée $zsub$ a été utilisée. Cette variable vaut 0 tant que le logiciel n'a pas fini de résoudre les équations dans chacune des sous-cellules triangulaires et 4 dès qu'il a fini.

Les déplacements u et v sont ensuite comparés à u_p et u_r d'une part et à V_m d'autre part. Les deux premières comparaisons permettent de déterminer si le joint est en phase pré-pic ($u \leq u_p$), post-pic ($u_p < u \leq u_r$) ou résiduel ($u_r < u$). La formulation du modèle CSDS étant de type biexponentielle (donc C^∞), savoir si la discontinuité est en phase pré-pic, post-pic ou résiduelle n'a pas d'influence réelle sur l'actualisation des contraintes. En revanche, cela permet de vérifier l'état du joint par l'intermédiaire de la variable $_u$ qui prend successivement les valeurs 0, 1 et 2 selon qu'il soit en phase pré-pic, post-pic ou résiduelle. Le troisième test indique si le joint est fermé (dans le cas où $v > V_m$). Dans ce cas, le joint réagira comme la roche intacte avoisinante qui elle suit un modèle de Mohr-Coulomb. Un dernier test, sur la valeur de $\frac{\sigma_n}{C_0}$, précise si la contrainte externe dépasse la résistance en compression des épontes ($\frac{\sigma_n}{C_0} > 1$) ou si le joint subit une traction ($\frac{\sigma_n}{C_0} > 0$).

Pour actualiser les contraintes à partir des nouveaux déplacements, on commence par calculer le tenseur des raideurs. On commence par calculer les paramètres intermédiaires $(a_s, i, \tau_p, \tau_r, a, b, c, d, e)$ puis on utilise les équations 4.21, 4.22.

Connaissant le tenseur des raideurs, on actualise les contraintes locales S_n, S_t et τ dans le repère local lié à la cellule. Les contraintes dans le repère global $(O, \vec{x}, \vec{y})$, notées $zs11$, $zs22$ et $zs12$, sont établies en changeant de repère :

$$zs11 = \frac{St + Sn}{2} + \frac{St - Sn}{2} \cdot \cos(2\theta) + \tau \cdot \sin(2\theta) \quad (4.44)$$

$$zs22 = \frac{St + Sn}{2} - \frac{St - Sn}{2} \cdot \cos(2\theta) - \tau \cdot \sin(2\theta) \quad (4.45)$$

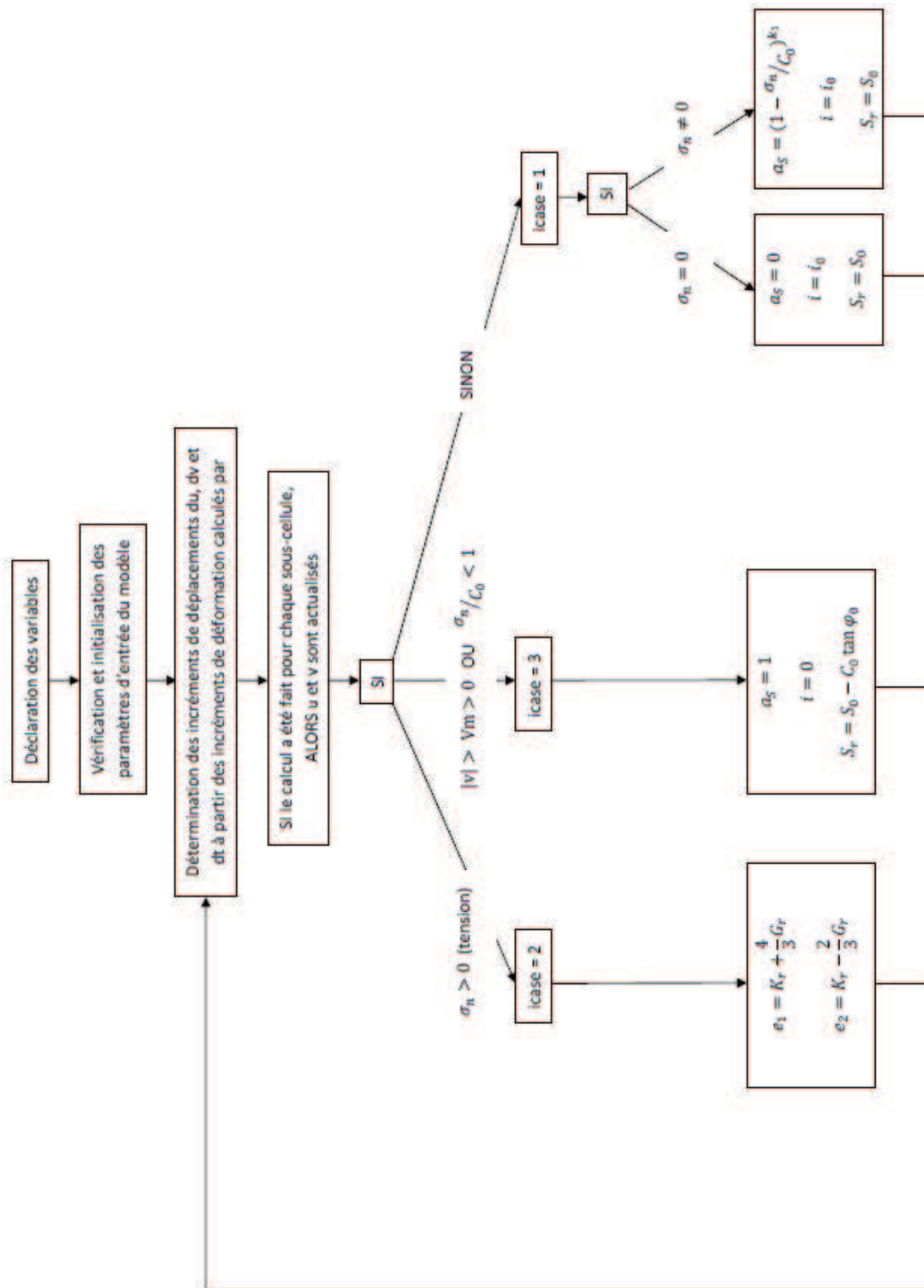
$$zs12 = -\frac{St - Sn}{2} \cdot \sin(2\theta) + \tau \cdot \cos(2\theta) \quad (4.46)$$

On détermine ensuite les contraintes principales pour enfin recalculer les contraintes dans le repère $(O, \vec{x}, \vec{y})$. Ces lignes de code sont tirées du modèle de Mohr-Coulomb fournit par Itasca (2005).

Si la résistance à la compression du joint est dépassée, on se retrouve dans le deuxième cas du programme. Dans ce cas, $a_s = 1$ et $i = 0$. Les épontes du joint sont totalement en contact. Les raideurs se voient attribuer les mêmes valeurs que dans le modèle de Saeb et Amadei (1992) implémenté auparavant.

Si la contrainte normale au joint est positive (le joint est sollicité en traction), le programme passe au troisième cas ($\$icase = 3$). Dans ce cas-là, le joint suit la loi de Mohr-Coulomb tirée du manuel du logiciel, publié par Itasca (2005). Le modèle proposé par Itasca (2005) est basé sur le calcul d'un potentiel plastique lié au phénomène de traction. Si les contraintes in situ se situent en dehors de l'enveloppe de rupture, elles sont ramenées sur l'enveloppe par l'intermédiaire du gradient du potentiel plastique. La loi d'écoulement plastique est associée ($\psi = 0$).

La compression uniaxiale d'un joint obéissant au modèle CSDS est équivalente à la compression d'un joint suivant le modèle de Saeb et Amadei (1992) déjà présentée à la section précédente (section 4.1). Seul le cisaillement du joint est traité dans la suite.



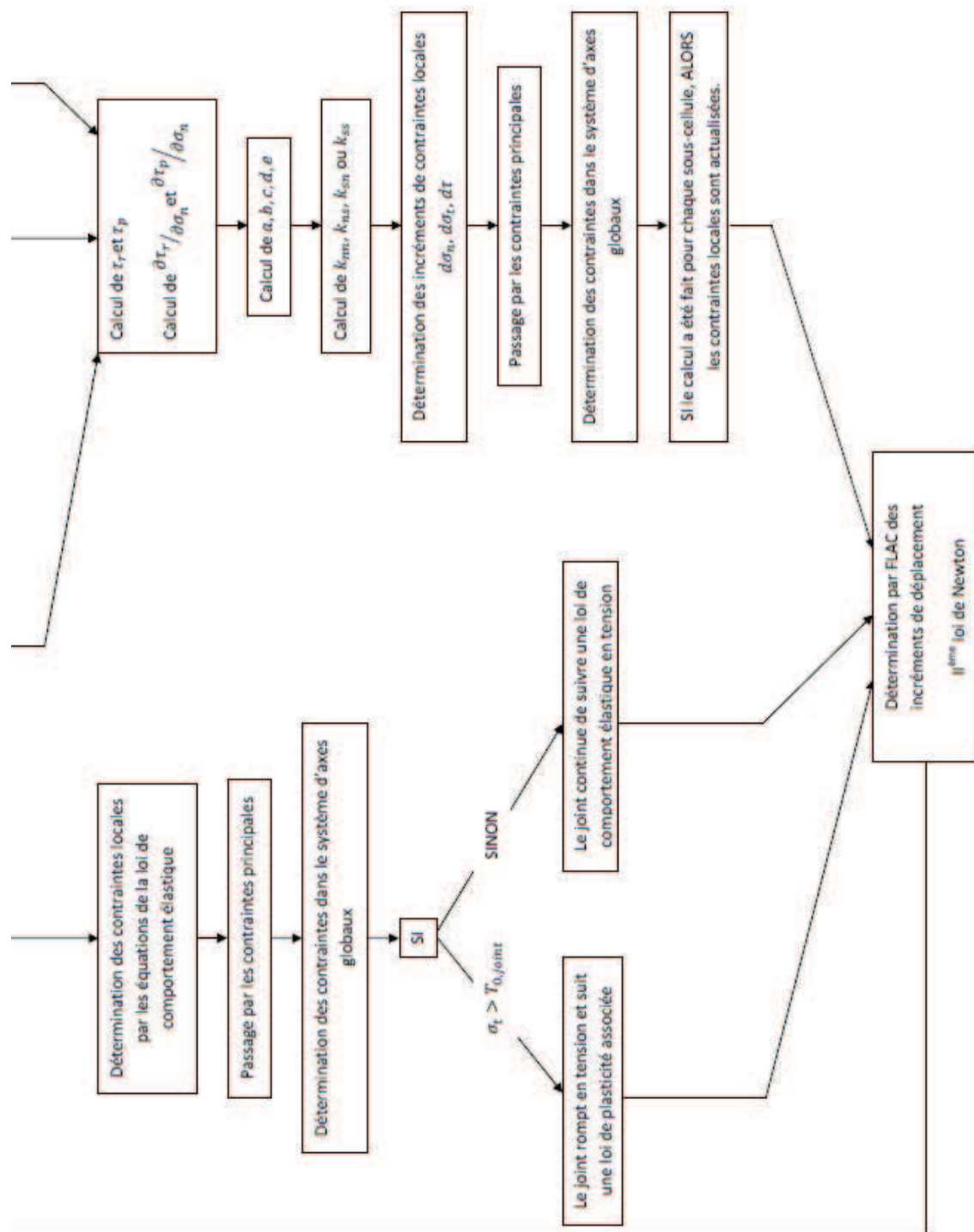


Figure 4.18 Diagramme de l'algorithme de calcul

4.2.2 Test de cisaillement à charge normale constante (CNL)

La grille utilisée pour les tests de cisaillement est la même que celle utilisée dans la section 4.1.2, figure 4.3.

Les propriétés du modèle utilisées pour le CNL sont :

- $u_r = 4 \text{ mm}$
- $u_p = 0,52 \text{ mm}$
- $\sigma_T = -82 \text{ MPa}$
- $s_0 = 11,4 \text{ MPa}$
- $V_m = 3,3 \text{ mm}$
- $k_{ni} = 10 \text{ MPa/mm}$
- $\phi_r = 41^\circ$
- $\phi_b = 37^\circ$
- $\phi_0 = 60^\circ$
- $i_0 = 14^\circ$

Le signe des paramètres du modèle est celui correspondant à la convention de signe de FLAC : $d\sigma_n < 0$ en compression, une contraction est notée négativement, donc $k_{ni} > 0$ et $\lim_{\sigma_n \rightarrow \sigma_T} v_{\sigma_n \rightarrow \sigma_T} = -V_m < 0$. Avec cette convention, on veillera, lors de l'implémentation, à modifier les signes de τ_p et τ_r qui doivent être positifs pour $\sigma_n < 0$:

$$\tau_r = -\sigma_n \cdot \tan(\phi_r) \quad (4.47)$$

$$\tau_p = -\sigma_n \cdot \tan(\phi_b + i) + a_S \cdot S_r \quad (4.48)$$

Comme C_0 est également négatif selon la convention de signe de FLAC, les signes de i , a_S et S_r sont inchangés.

Les modules de compressibilité et de cisaillement du matériau élastique sont les suivantes :

- $K = 2 \text{ GPa}$
- $G = 3 \text{ GPa}$

Différentes grandeurs caractérisant le cisaillement sont représentées sur les figures 4.19 à 4.27. Les calculs ont été menés pour trois valeurs de la contrainte normale σ_n : 7 MPa , 14 MPa et 21 MPa . Les propriétés choisies et les conditions extérieures sont celles des essais de Flamand *et al.* (1994).

Afin de s'assurer que la condition externe est bien respectée dans le joint (charge normale constante), contrainte normale lue par FLAC au centre de la cellule représentant le joint a été tracée à la figure 4.19. La contrainte normale reste constante au cours du cisaillement, pour chacune des trois valeurs de pression de confinement. La condition de CNL est donc bien respectée.

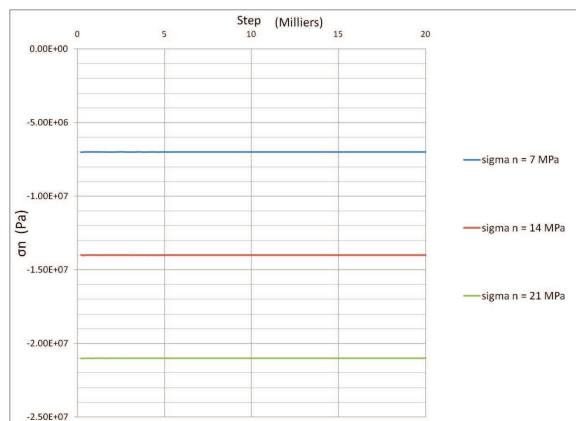


Figure 4.19 Vérification de la valeur de σ_n au cours des calculs

L'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction du déplacement horizontal de cisaillement est montrée à la figure 4.20. τ suit la variation attendue : elle est croissante de 0 à u_p . En u_p elle vaut τ_p . τ décroît au-delà de u_p et a pour limite τ_r en $+\infty$. À partir de $u = u_r$ l'écart entre τ et τ_r devient négligeable. L'évolution de τ avec u est parfaitement identique à celle obtenue par la modélisation Excel de la section 2.2.8 (cf. figure 4.21).

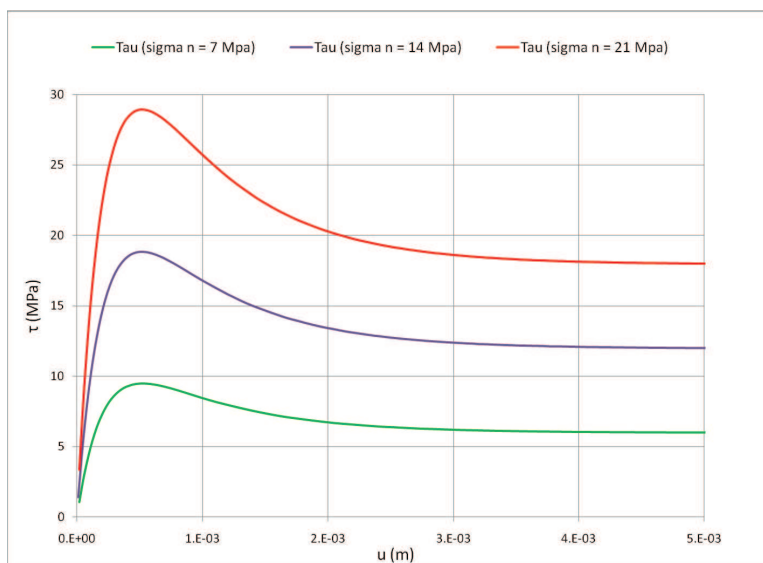


Figure 4.20 Relation $\tau - u$, conditions de CNL, pour différentes valeurs de σ_n

L'évolution du déplacement vertical avec le déplacement horizontal est visible à la figure 4.22 : en trait plein, le résultat retourné par FLAC, en pointillés, le résultat obtenu en déterminant, à chaque étape de calcul, les coefficients $(\beta_i)_{1,4,5}$. L'écart est relativement faible

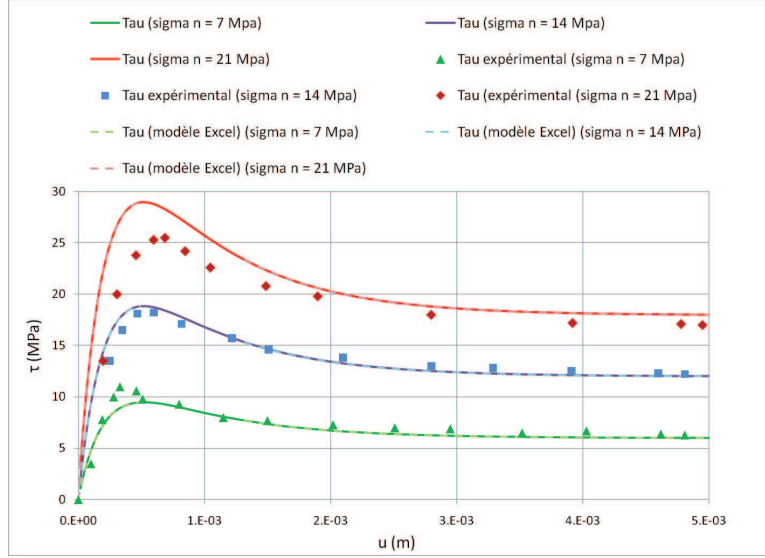


Figure 4.21 Comparaison des résultats fournis par FLAC et par la modélisation Excel du 2.2.8

mais augmente avec l'augmentation de σ_{ni} . Les déplacements déterminés par FLAC à partir des contraintes suivant la loi de comportement du CSDS ne suivent pas parfaitement la loi de dilatation du CSDS. L'écart peut provenir de la façon dont on modélise le joint (par un matériau et non par une interface).

La figure 4.23 montre la dilatation calculée avec le modèle Excel et la dilatation obtenue avec FLAC. Dans le tableur Excel, afin d'approcher au mieux les déplacements initiaux v_0 , on avait trouvé une valeur de $V_m = 3,3 \cdot 10^{-2} mm$. Or, si on entre une telle valeur dans FLAC, v dépasse V_m au bout d'une dizaine d'étape de calcul au cours de la mise en charge du joint et le reste du calcul est impossible (le matériau est brisé avant même le cisaillement). En ajustant la valeur d'entrée dans FLAC afin d'éviter la rupture lors du chargement initial, on remarque que $V_m = 3,3 mm$ assure un bon comportement du joint.

Les figures 4.24 à 4.27 montrent l'évolution des 4 raideurs du modèle pour les trois valeurs de σ_n retenues. k_{nn} et k_{sn} ont une limite finie non nulle en $+\infty$ tandis que k_{ns} et k_{ss} ont une limite nulle en $+\infty$. Ceci permet d'affirmer que v a une limite finie en $+\infty$ (i.e. dv tend vers 0 à l'infini) pour pouvoir satisfaire la condition CNL :

$$d\sigma_n = 0 = k_{nn}.dv + k_{ns}.du \quad (4.49)$$

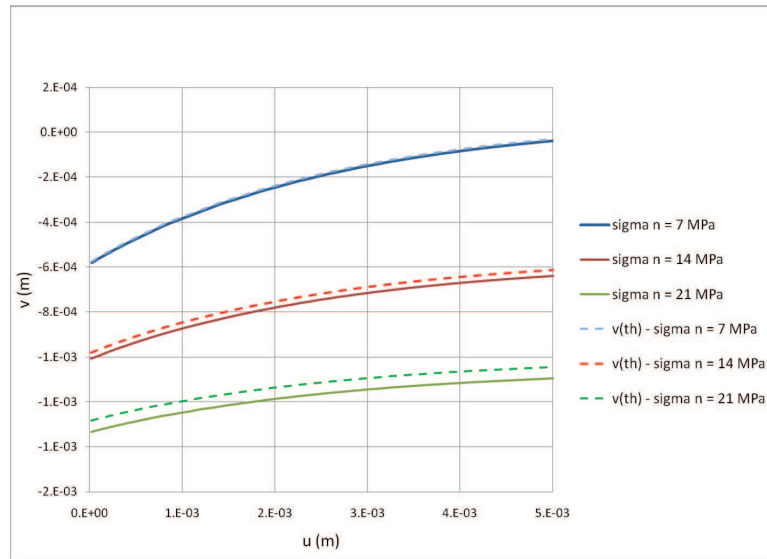


Figure 4.22 Comparaison de la dilatation du joint au cours du cisaillement, en trait plein le résultat calculé par FLAC, en pointillés le résultat analytique d'après l'équation (2.76)

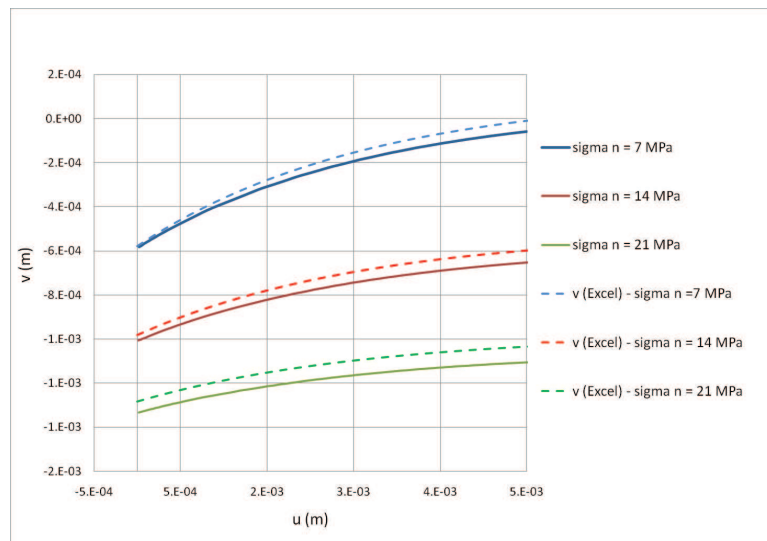


Figure 4.23 Comparaison de la dilatation calculée au cours de la modélisation Excel et de la modélisation FLAC

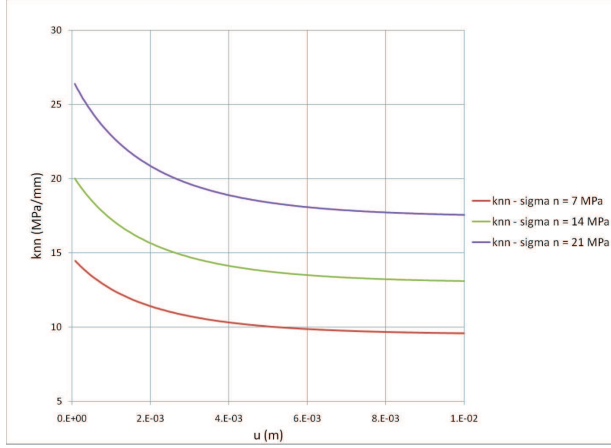


Figure 4.24 Évolution de la raideur normale k_{nn} au cours d'un cisaillement en CNL, pour 3 valeurs de σ_n

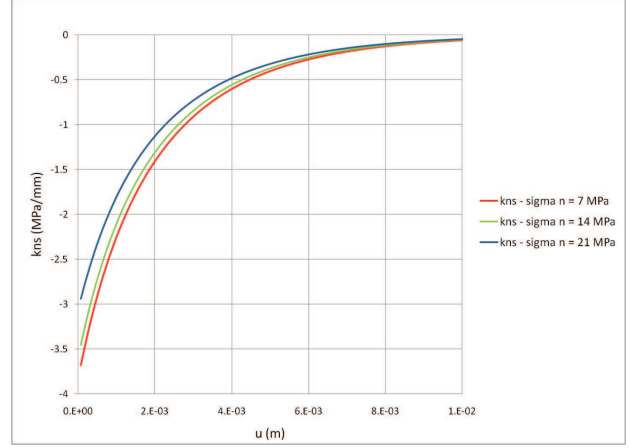


Figure 4.25 Évolution de la raideur normale k_{ns} au cours d'un cisaillement en CNL, pour 3 valeurs de σ_n

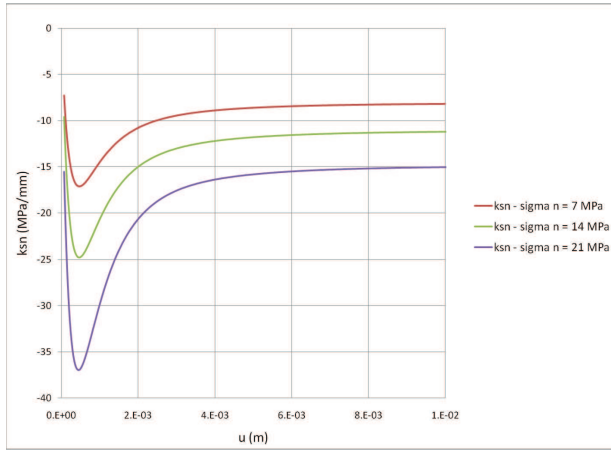


Figure 4.26 Évolution de la raideur tangentielle k_{sn} au cours d'un cisaillement en CNL, pour 3 valeurs de σ_n

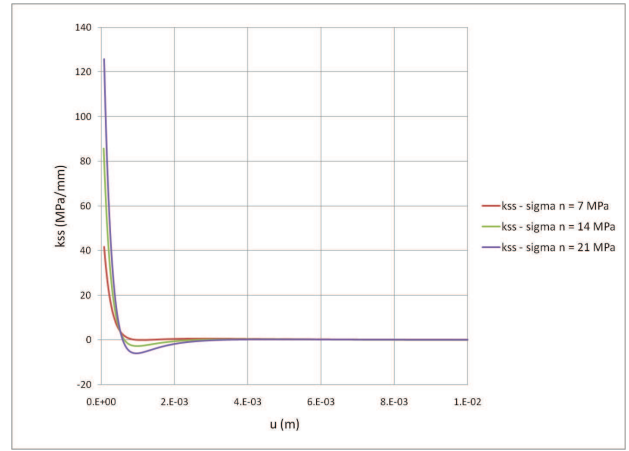


Figure 4.27 Évolution de la raideur tangentielle k_{ss} au cours d'un cisaillement en CNL, pour 3 valeurs de σ_n

4.2.3 Test de cisaillement à raideur normale constante (CNS)

Les propriétés sont identiques à celles des conditions CNL précédente. Cette fois-ci, la contrainte normale initiale est de -10 MPa . Quatre simulations ont été faites pour quatre valeurs de la raideur normale : 3, 6, 9 et 12 MPa/mm . La figure 4.29 montre l'évolution de la contrainte normale au cours du cisaillement, après l'étape de mise en charge du joint. σ_n

diminue au cours du cisaillement et tend vers une valeur constante pour $u \geq u_r$. Ce phénomène traduit la rupture en cisaillement des aspérités des épontes du joint. Sur la figure 4.28, on a tracé la relation entre σ_n et v . Cette relation est linéaire. La pente de la courbe est proche de la valeur de la raideur. L'écart entre la valeur de la pente et la raideur supposée appliquée peut s'expliquer par le cisaillement du matériau des couches supérieures. En effet, on ne peut pas entrer à la fois un déplacement de cisaillement **et** bloquer le déplacement dans le sens vertical pour un même noeud. Il apparaît donc un léger cisaillement des couches supérieures qui font office de raideur externe appliquée au joint. Ce cisaillement peut entraîner une dilatation du matériau et donc une augmentation de la contrainte normale dans la cellule représentant le joint. L'utilisation d'un plus grand nombre de cellules pour le joint, la présence d'une matrice rocheuse et d'avantage de cellules pour représenter la raideur externe devraient annuler ces effets de bord.

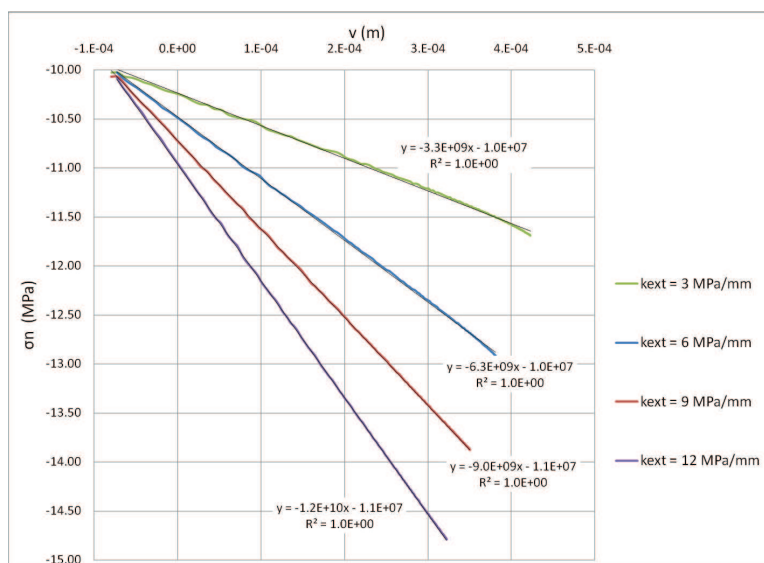


Figure 4.28 Valeur de σ_n en fonction de v , en condition de CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure

La figure 4.30 montre la relation entre la contrainte de cisaillement τ et le déplacement horizontal u . On voit qu'après u_r , τ continue d'augmenter étant donné qu'elle suit τ_r et que τ_r augmente en même temps que σ_n diminue. En trait plein, la valeur de τ d'après la modélisation numérique, en pointillés, la valeur de τ d'après une implémentation sous Excel du modèle.

Sur la figure 4.31, la dilatation du joint calculée par FLAC (traits pleins) est comparée à celle obtenue par la détermination analytique des coefficients $(\beta_i)_{1,4,5}$. Les deux séries de

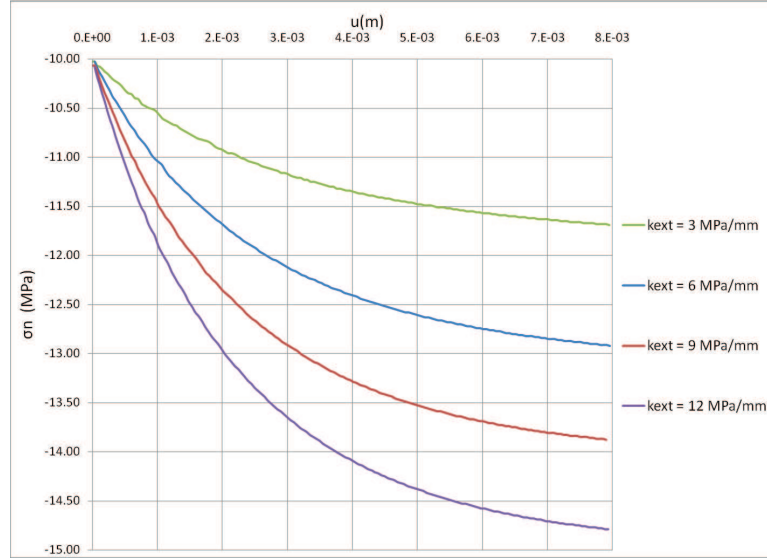


Figure 4.29 Valeur de σ_n au cours des calculs, en condition de CNS, pour différentes valeurs de la raideur extérieure

courbes se superposent bien. On remarque que les résultats analytiques et numériques sont d'autant plus proches que la raideur extérieure est élevée.

Si on compare les résultats obtenus en utilisant les valeurs de k_{ss} et k_{sn} données par les expressions (4.21) et (4.22) de la section 4.2.1, aux résultats obtenus en utilisant les valeurs de ces raideurs données par Simon (1999), on obtient les figures 4.32 et 4.33. Les expressions de k_{ss} et k_{sn} permettent de suivre la résistance au cisaillement résiduelle. Ce résultat est confirmé par la figure 4.34 qui montre que lorsque u tend vers u_r , k_{ss} et k_{ns} tendent vers 0 tandis que k_{nn} et k_{sn} tendent vers des valeurs opposées.

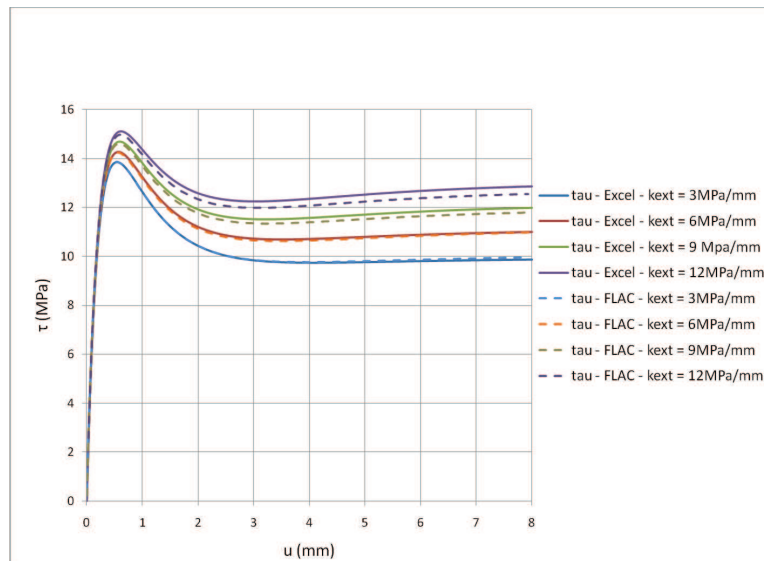


Figure 4.30 Relation $\tau - u$ pour différentes valeurs de la raideur extérieure k_{ext} , d'après les résultats du modèle numérique (traits pleins) et analytique (pointillés)

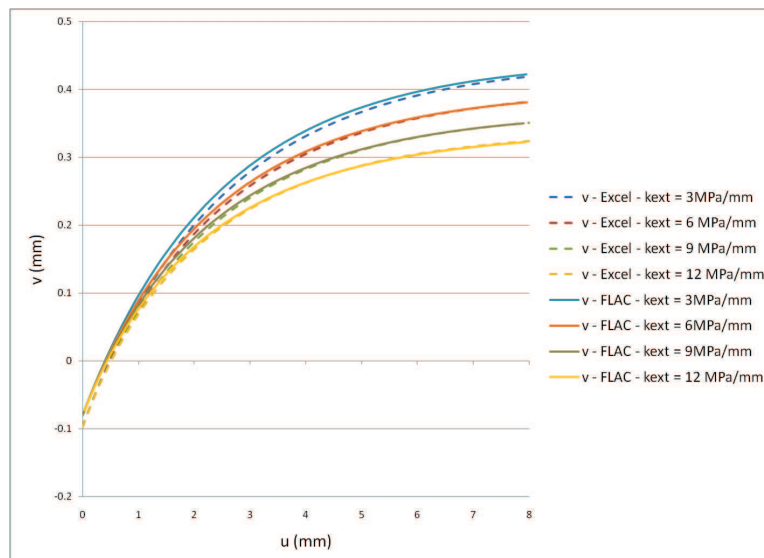


Figure 4.31 Dilatation du joint au cours du cisaillement pour différentes valeurs de la raideur extérieure k_{ext}

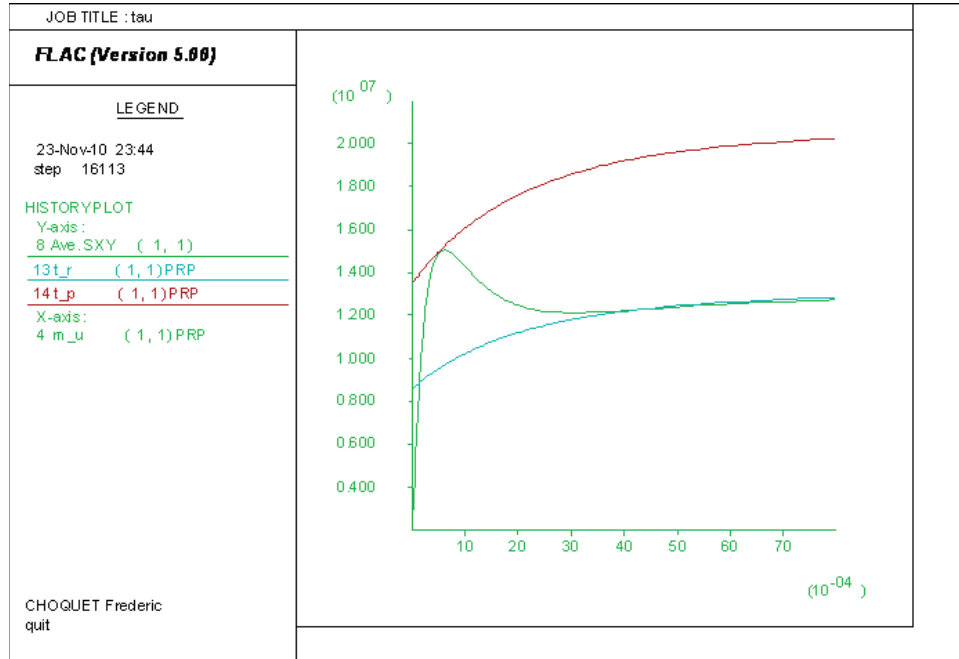


Figure 4.32 Relation $\tau - u$ avec les valeurs de k_{ss} et k_{sn} données par les expressions (4.21) et (4.22)

4.3 Implémentation du modèle CSDSw

Pour utiliser le modèle CSDSw, on a simplement utilisé le modèle CSDS implémenté précédemment en configurant la grille de calcul pour qu'elle prenne en compte la présence d'eau. La seule ligne de code ajoutée est :

```
_poro = zporo
```

Cette commande permet d'accéder à la porosité du milieu au cours de l'analyse numérique.

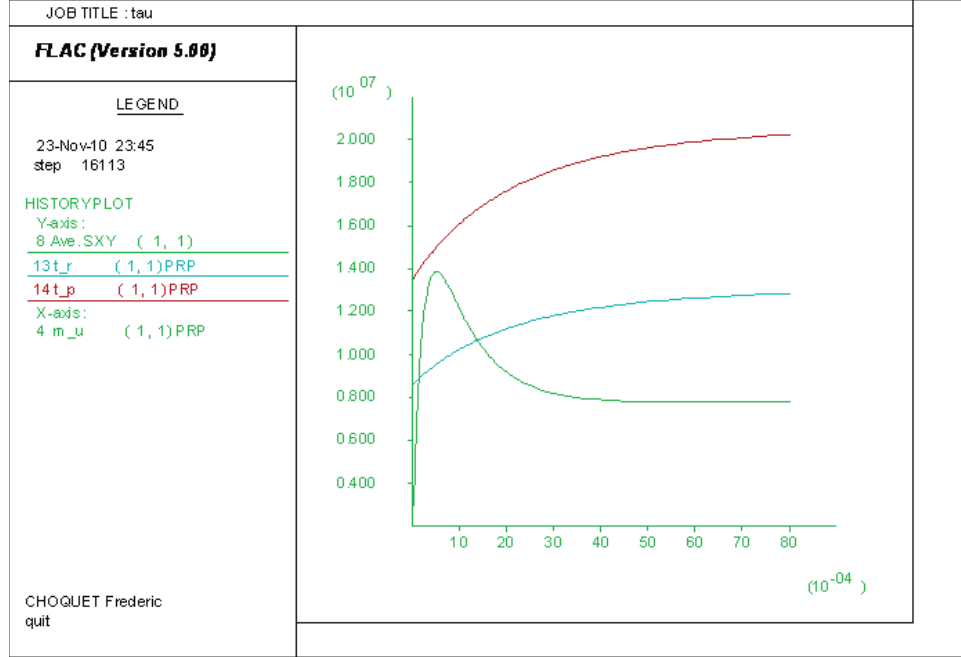


Figure 4.33 Relation $\tau - u$ avec les valeurs de k_{ss} et k_{sn} données par Simon (1999)

4.4 Application à un joint simple

Cette section contient un exemple de cisaillement direct d'un joint obéissant au modèle CSDS. Dans un deuxième temps, un écoulement est ajouté aux conditions initiales du joint afin de voir l'effet des pressions interstitielles dans le modèle CSDSw.

4.4.1 Joint horizontal

Considérons un échantillon de roche possédant les caractéristiques suivantes :

- dimensions de l'échantillon : 20cm de large et 60cm de haut
- ouverture mécanique initiale du joint : 2mm
- joint horizontal (pendage nul)
- module de Young de la roche $E = 50 \text{ GPa}$
- coefficient de Poisson de la roche $\nu = 0,3$
- déplacement résiduel du joint $u_r = 5 \text{ mm}$
- déplacement au pic du joint $u_p = 0,5 \text{ mm}$
- angle de frottement résiduel du joint $\phi_r = 30^\circ$
- angle de frottement interne de la roche intacte $\phi_0 = 50^\circ$

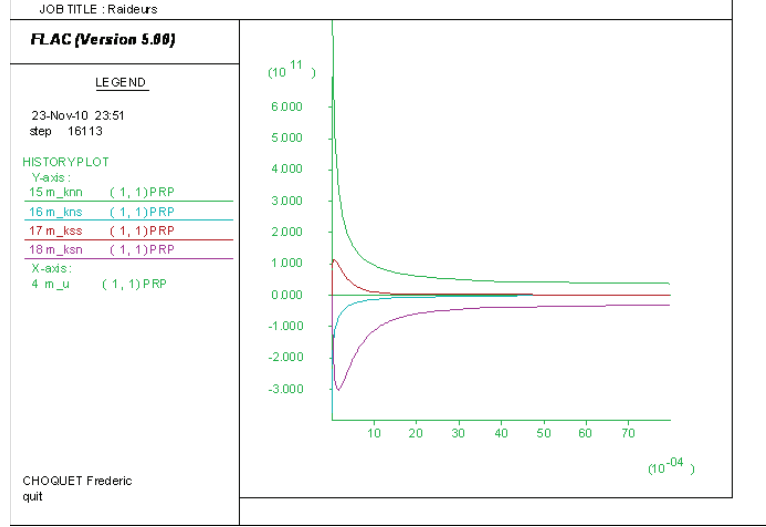


Figure 4.34 Évolution des différentes raideurs internes du joint pour $\sigma_{n0} = 10 \text{ MPa}$ et $k_e = 12 \text{ Pa/mm}$

- angle de frottement de base du joint $\phi_b = 37^\circ$
- angle initiale des aspérités $i_0 = 4^\circ$
- cohésion de la roche $S_0 = 9,1 \text{ MPa}$
- résistance à la traction de la roche $\sigma_{trac} = 6 \text{ MPa}$
- résistance à la compression uniaxiale de la roche $C_0 = -50 \text{ MPa}$
- raideur normale initiale du joint $k_{ni} = 100 \text{ MPa/mm}$
- fermeture maximale du joint $V_{max} = 10 \text{ mm}$

Mise en charge du joint

La fermeture de chacune des cellules constituant le joint tend vers une même valeur comme le montre la figure 4.35. La valeur atteinte est très proche de la valeur prévue par le modèle analytique de Saeb et Amadei (1992) (équation (2.48), section 2.2.7) :

$$v_{pred} = \frac{\sigma_n V_m}{k_{ni} V_m - \sigma_n} \quad (4.50)$$

$$= 0,101 \text{ mm} \quad (4.51)$$

$$\approx v_{num} \quad (4.52)$$

Dans chacune des cellule du joint, la contrainte normale converge vers la valeur imposée à l'extérieur du joint (voir la figure 4.36) Le joint en entier se comporte comme une grille unicellulaire (voir le calcul décrit à la section 4.2).

Cisaillement du joint

Le programme est en mode « grandes déformations » (**SET =large**).

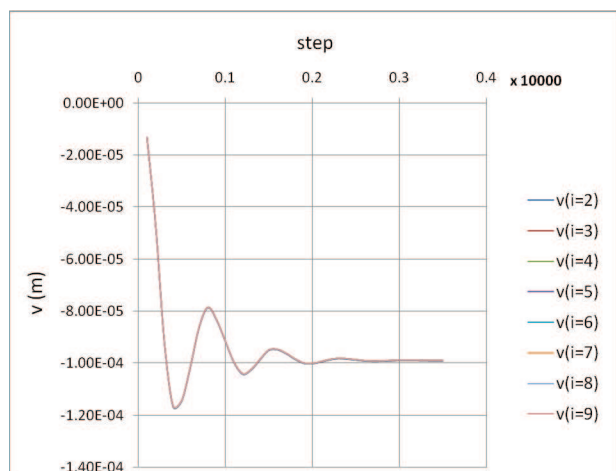


Figure 4.35 Représentation graphique de la fermeture initiale du joint

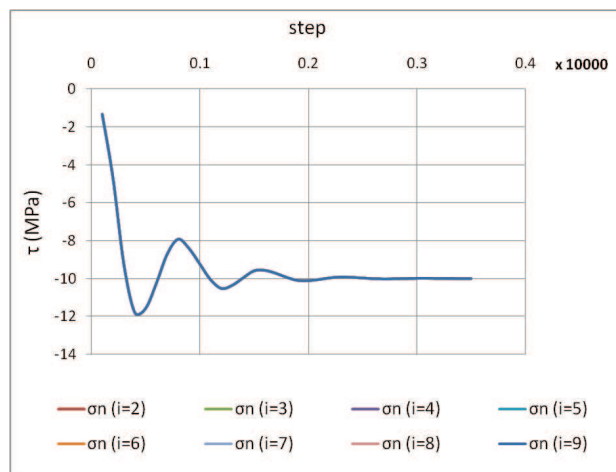


Figure 4.36 Évolution de la contrainte normale à l'intérieur du joint pendant la phase de mise en charge

Une vitesse de cisaillement $\dot{x} = 10^{-7} m/s$ est appliquée à l'ensemble des points de la matrice rocheuse supérieure. L'application d'une vitesse de cisaillement à l'intérieur de toute la grille supérieure diminue les chances d'instabilité du système : lorsqu'on déplace une éponte du joint par application d'une vitesse de cisaillement aux frontières de la grille constituant la matrice, il arrive que les déplacements ne soient pas homogènes au sein du matériau. Cet effet est négligeable lorsqu'on est en petite déformations mais dès qu'on passe en grandes déformations (dans notre cas, le déplacement relatif des deux épontes est supérieur à $1cm$), alors cette inhomogénéité des déplacements entraîne une instabilité du modèle et une incohérence des résultats.

Lors du cisaillement, la cellule à l'entrée du joint ($i = 1$) subit une dilatation très importante comparativement aux autres cellules (figure 4.37). La forte variation des déplacements verticaux de la première cellule à gauche du joint (voir figure 4.40) montre que cette cellule joue un rôle tampon. Par la suite, on écartera systématiquement le comportement de cette cellule.

La dilatation du joint, présentée à la figure 4.38, varie d'une cellule à l'autre : les premières cellules ($i = 2, 3, etc.$) ont tendance à moins se dilater que les dernières cellules.

Quant à la contrainte de cisaillement, τ , représentée à la figure 4.41, elle varie le long du joint au cours du cisaillement mais le comportement général décrit à la section 2.2.8 est bien présent.

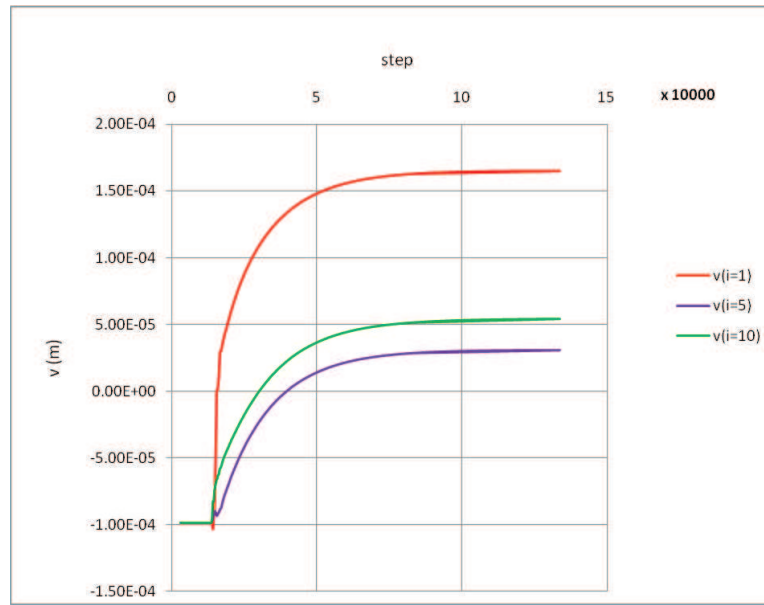


Figure 4.37 Représentation graphique de la dilatation des deux cellules extrêmes ($i=1$ et $i=10$) et au milieu ($i=5$)

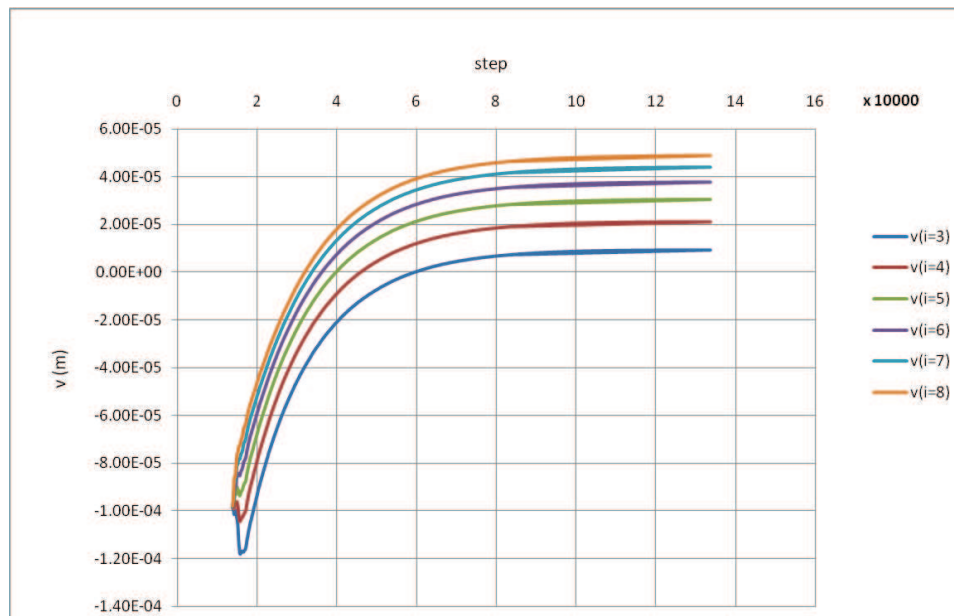


Figure 4.38 Évolution de la dilatation le long du joint

La figure 4.42 représente l'évolution de la contrainte normale dans le joint au cours du cisaillement. σ_n ne reste pas constante au cours du cisaillement et n'est pas identique le long du joint ni même à l'intérieur de la matrice rocheuse (voir figure 4.43)

Le fait que les grandeurs dans chaque cellule du joint ne soient pas strictement identiques entre elles peut s'expliquer par la souplesse du système. Étant donné que la demi-grille inférieure n'est bloquée en translation qu'aux frontières et que le matériau qui la constitue n'a pas une rigidité infinie, il se peut que la grille inférieure se déforme lors du cisaillement. Les figures 4.39 et 4.40 montrent les déplacements horizontaux et verticaux à l'état final. Une non homogénéité des déplacements est remarquable. Les parties supérieure et inférieure de l'échantillon sont soumises à un déplacement horizontal différentiel et sont donc cisailées, comme le confirme la figure 4.44.

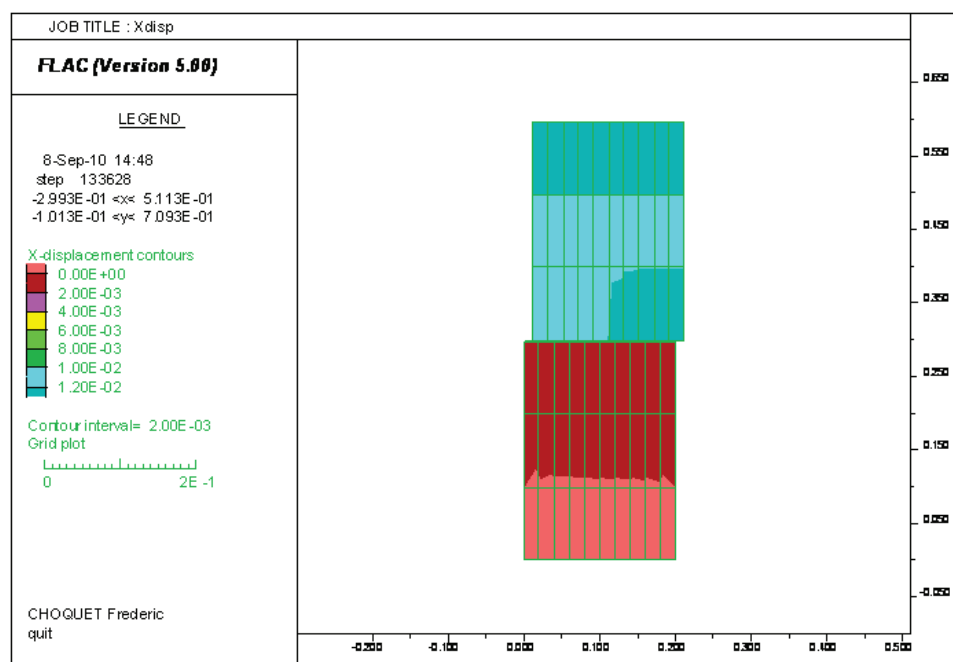


Figure 4.39 Isocontours des déplacements horizontaux

Autour du joint, la figure 4.45 montre que la contrainte tangentielle dans les cellules autre que la cellule contenue dans le joint ($j=5$) suit un comportement similaire à celui du joint. Cependant l'amplitude est plus faible dans la roche que dans le joint et diminue d'autant plus qu'on s'éloigne du joint. Nous avons là, la confirmation que la matrice rocheuse se déforme et amortie la réponse du joint.

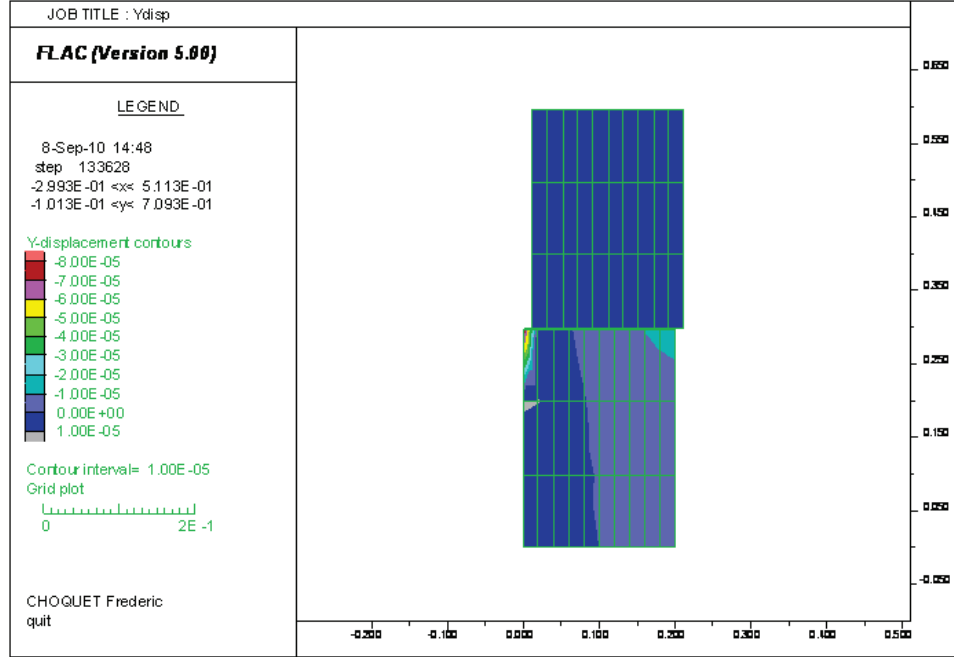


Figure 4.40 Isocontours des déplacements verticaux

4.4.2 Adjonction d'un écoulement interstitiel

Un écoulement interstitiel est ajouté à l'exemple précédent. Les propriétés hydrauliques des matériaux sont les suivantes :

- porosité initiale du joint $n = 30\%$
- coefficient de mobilité initial (dix mille fois plus faible que la perméabilité du milieu, voir l'équation (3.30), section 3.5) $k = 10^{-15} Pa.m^2.s^{-1}$

Sur la face $x = 0$, la pression est de $12 kPa$ et elle est de $2 kPa$ sur la face $x = 20 cm$. Le long de la discontinuité, la pression suit une répartition linéaire à l'état initial.

La matrice reçoit arbitrairement une porosité de 20% et un coefficient de mobilité 100 fois plus faible que celui du joint. Afin d'établir un régime permanent, on fixe le rapport $\frac{\Delta t_{meca}}{\Delta t_{fluide}}$ à $\frac{1}{100}$.

Mise en charge du joint

Les figures 4.47 et 4.48 montrent, respectivement, le déplacement vertical du joint (valeur de m_v au centroïde de chaque cellule) et la contrainte normale au centroïde de chaque cellule dans le joint. Par rapport au joint sec précédemment étudié, on remarque que :

- toutes les cellules ne présentent pas la même réponse

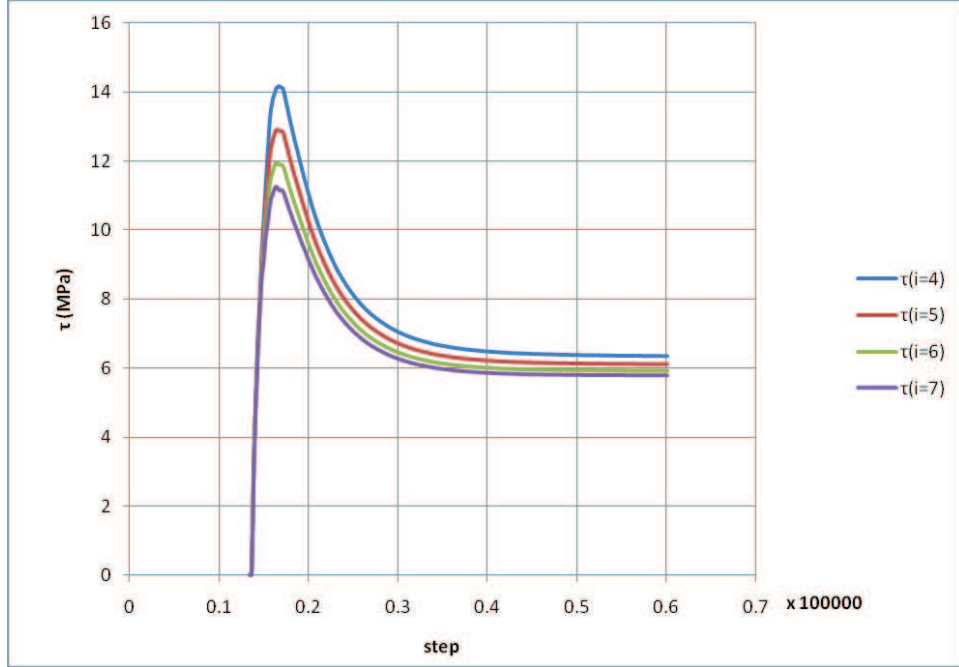


Figure 4.41 Représentation graphique de la relation $\tau-u$ pour quelques cellules

- une certaine symétrie des résultats est cependant observable autour du plan médian du joint ($i = 6$) :

$$v(i = 1) \approx v(i = 10) \quad (4.53)$$

$$v(i = 2) \approx v(i = 9) \quad (4.54)$$

$$v(i = 3) \approx v(i = 8) \quad (4.55)$$

$$v(i = 4) \approx v(i = 7) \quad (4.56)$$

$$v(i = 5) \approx v(i = 6) \quad (4.57)$$

- l'écart entre les valeurs de part et d'autre du plan médian augmente d'autant plus qu'on s'éloigne de ce plan (i.e. $\|v(i = 1) - v(i = 10)\| > \|v(i = 2) - v(i = 9)\| > \|v(i = 3) - v(i = 8)\| > \|v(i = 4) - v(i = 7)\| > \|v(i = 5) - v(i = 6)\|$)
- la convergence vers l'état final se fait sans oscillations

La fermeture initiale du joint prédite par le modèle de Saeb et Amadei (1992) est donnée par l'équation (2.48) de la section 2.2.7 en remplaçant la contrainte totale par la contrainte effective. La pression interstitielle prévue au centre du joint est égale à la pression moyenne soit $p_{moy} = 7 \text{ kPa}$. La fermeture prévue est $100,94 \text{ } \mu\text{m}$. L'ordre de grandeur des résultats

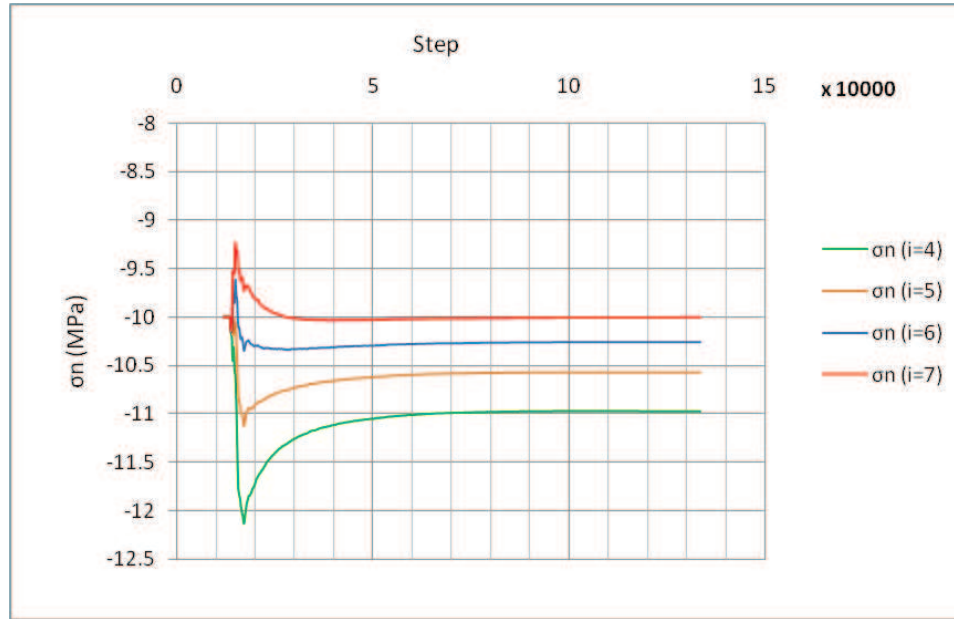


Figure 4.42 Évolution de la contrainte normale le long du joint, au cours du cisaillement

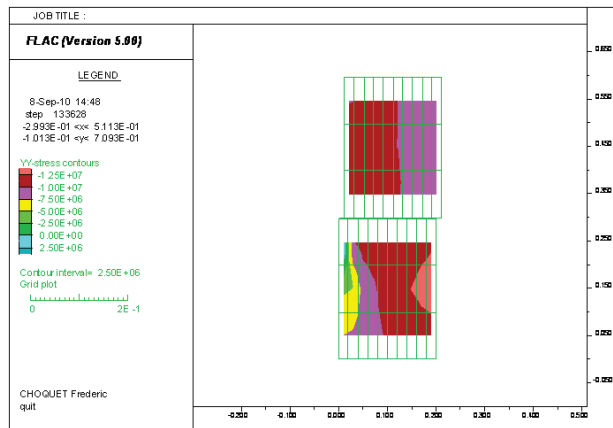


Figure 4.43 Isocontours des contraintes normales σ_{yy}

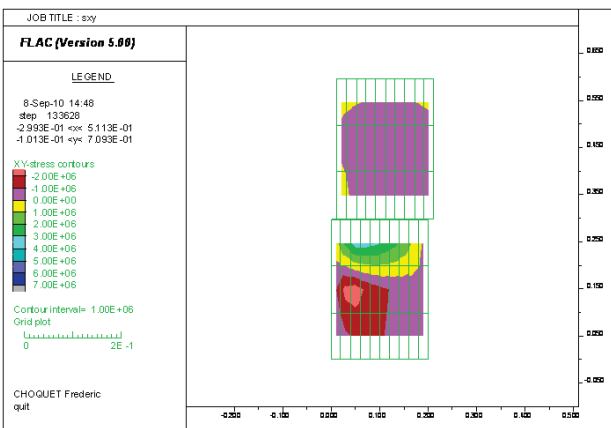


Figure 4.44 Isocontours des contraintes tangentielles σ_{xy}

numérique correspond au résultat attendu. Cependant aucune cellule n'atteint la fermeture prévue : dans la modélisation numérique, le joint s'écrase moins que prévu analytiquement. Cet écart entre le modèle analytique et le modèle numérique peut s'expliquer par l'écrasement de la grille représentant la matrice rocheuse visible sur la figure 4.49. Cet écrasement est symétrique par rapport à l'axe médian vertical de la grille de calcul.

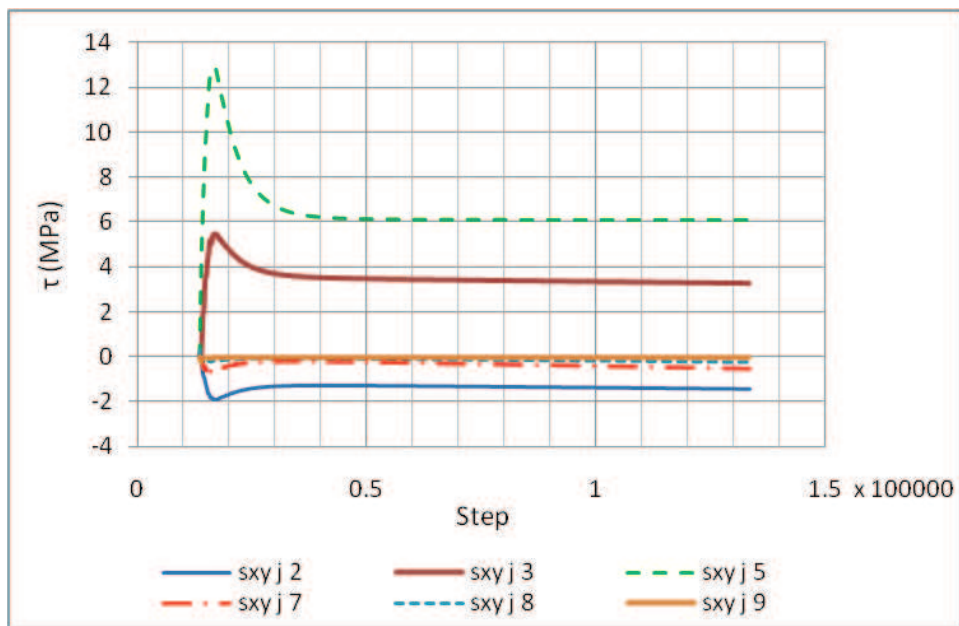


Figure 4.45 Représentation graphique de la contrainte tangentielle au cours du cisaillement le long de la verticale ($i=5$)

L'augmentation de l'écart entre les valeurs finales de v avec l'éloignement au plan médian provient de la répartition linéaire des pressions le long du joint (voir figure 4.50). Cette répartition linéaire des pressions donne une répartition linéaire de la contrainte normale effective le long du joint. La figure 4.50 montre les isocontours des pressions. Ces isocontours sont des droites verticales. Puisqu'il y a un gradient de pression dans la matrice rocheuse, il y a donc un écoulement dans cette dernière. La faible conductivité de la matrice rend l'écoulement en son sein négligeable devant celui qui a lieu dans le joint.

On peut quand même remarquer que la valeur de la contrainte normale au niveau des cellules centrales, correspond à la valeur attendue : $(10 - .07) \text{ MPa} = 9.93 \text{ MPa}$.

L'évolution des pressions montrée à la figure 4.51 montre une très forte augmentation des pressions au début de la mise en charge. Puis une dissipation progressive (i.e. pendant les sept milles premières étapes) pour enfin trouver une répartition linéaire des pressions le long du joint (voir figure 4.52). La première évolution brutale des pressions correspond à une non dissipation des pressions interstitielles au début du cisaillement. Réaliser 1 étape de calcul mécanique pour 100 étapes de calcul hydraulique n'est peut-être pas suffisant au vue de la perméabilité des matériaux de l'analyse numérique.

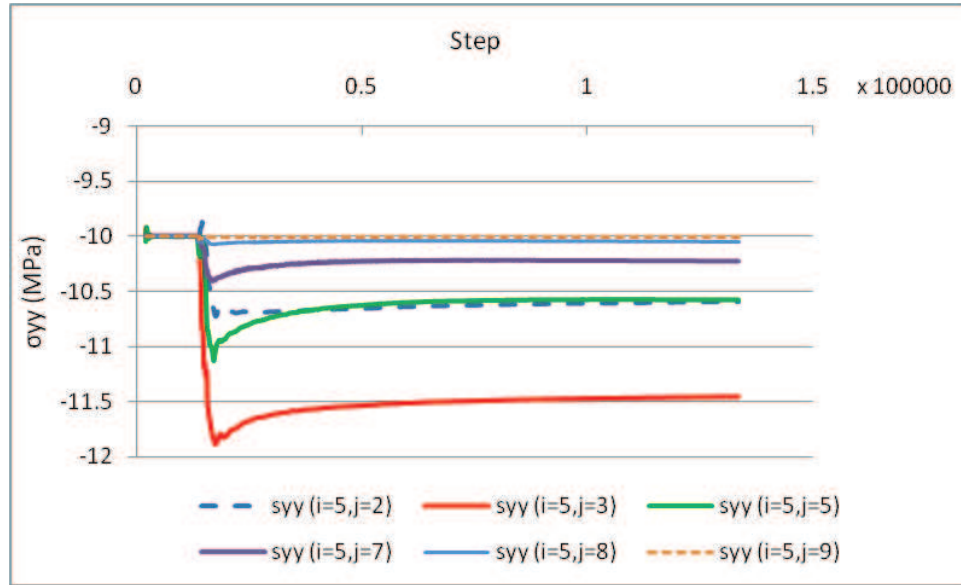


Figure 4.46 Représentation graphique de la contrainte normale au cours du cisaillement le long de la verticale ($i=5$)

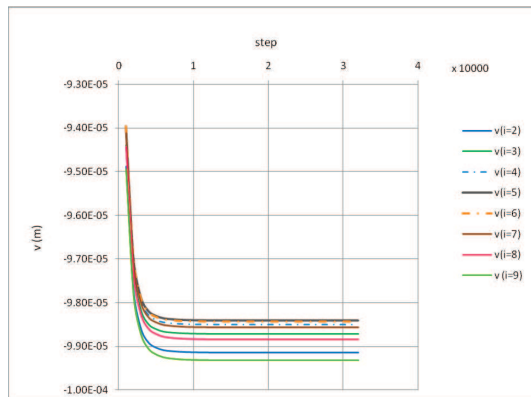


Figure 4.47 Représentation graphique de la fermeture initiale du joint

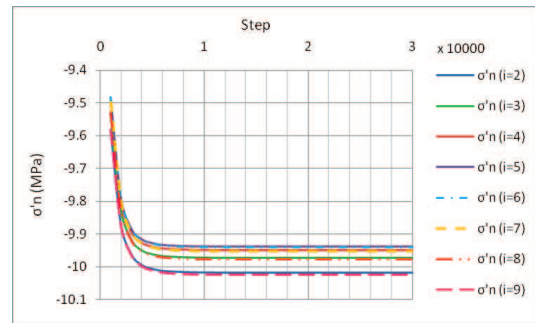


Figure 4.48 Évolution de la contrainte normale à l'intérieur du joint pendant la phase de mise en charge

L'évolution de la porosité visible sur la figure 4.53 est à mettre en relation avec l'évolution de la fermeture le long du joint montrée à la figure 4.47.

Cisaillement du joint

Une vitesse de cisaillement $\dot{x} = 10^{-7} \text{ m/s}$ est appliquée aux frontières et à l'intérieur de la

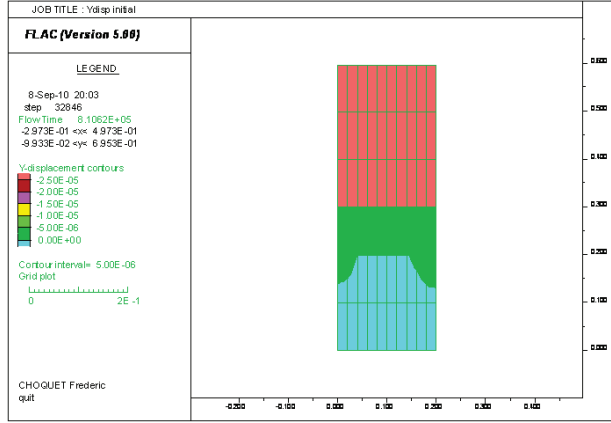


Figure 4.49 Répartition initiale des déplacements verticaux

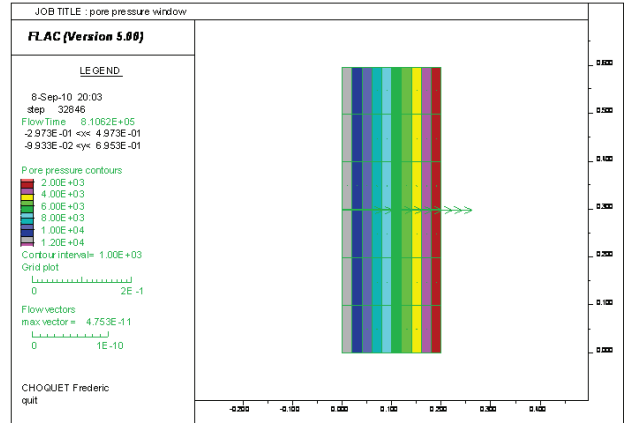


Figure 4.50 Répartition initiale des pressions interstitielles

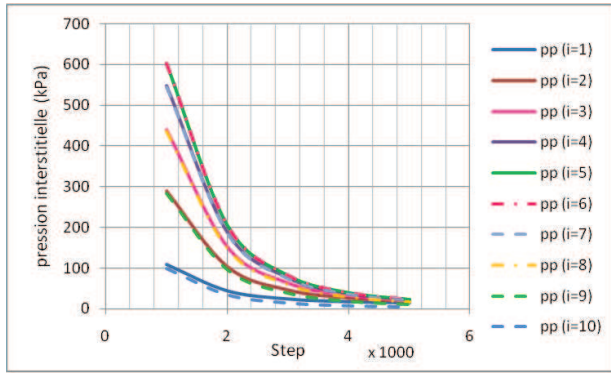


Figure 4.51 Répartition des pressions interstitielles lors de la mise en charge

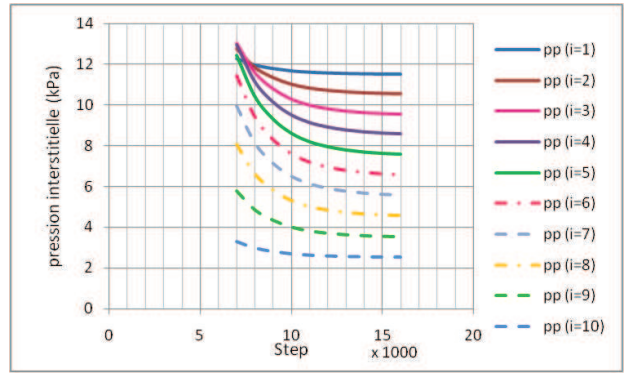


Figure 4.52 Répartition finale des pressions interstitielles lors de la mise en charge

grille supérieure. Le rapport $\frac{\text{nombre tapes mecaniques}}{\text{nombre tapes hydrauliques}}$ choisi est de $\frac{1}{100}$ et le programme est en mode « grandes déformations » (**SET =large**).

Lors du cisaillement, les pressions interstitielles augmentent dans un premier temps. Cette augmentation, visible sur la figure 4.54, est directement liée à la fermeture du joint et à la diminution de la porosité lorsqu'on entame le cisaillement, elles-mêmes visibles, respectivement, aux figures 4.55 et 4.56. Une fois cette contraction passée, le joint entame une dilatation et les pressions deviennent négatives. Il y a succion dans le joint lorsque la dilatation commence. Puis les pressions se stabilisent autour des valeurs finales obtenues lors de la mise en charge (voir figure 4.52).

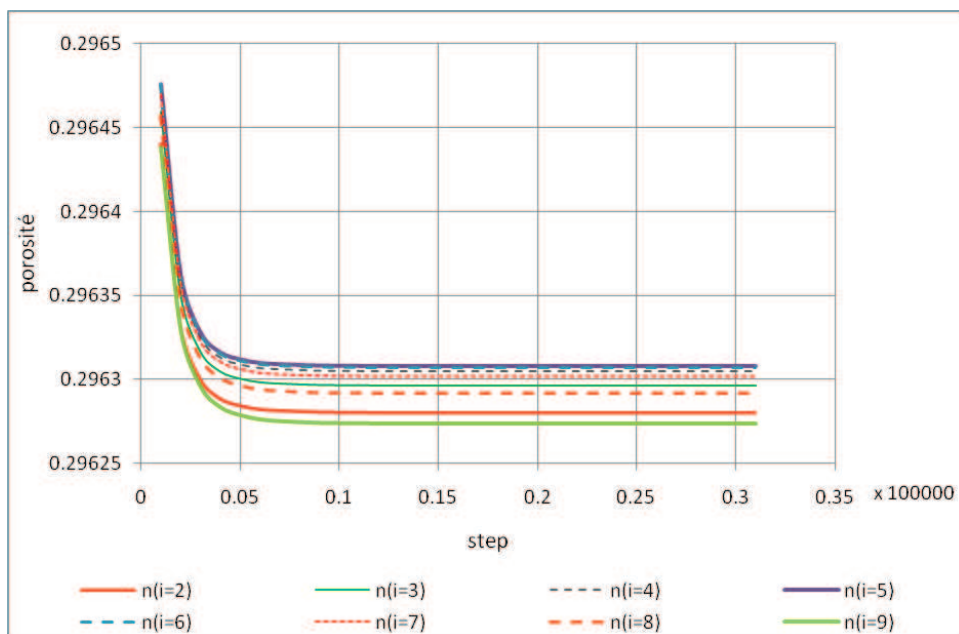


Figure 4.53 Évolution de la porosité le long du joint au cours de la mise en charge

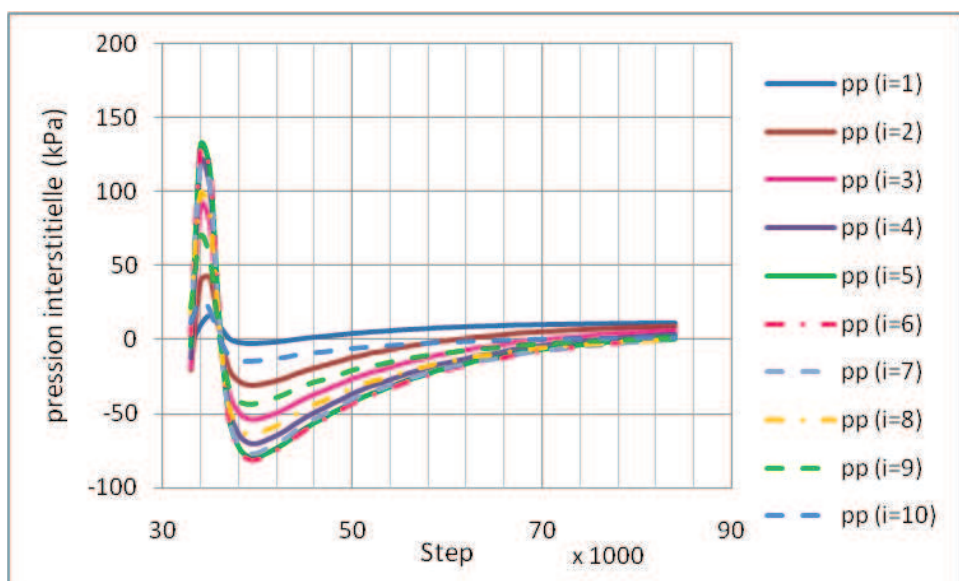


Figure 4.54 Évolution des pressions interstitielles le long du joint au cours du cisaillement

La relation $\tau - u$ représentée figure 4.57 montre que la contrainte de cisaillement n'est pas strictement identique d'une cellule à l'autre. Cette différence provient de la répartition

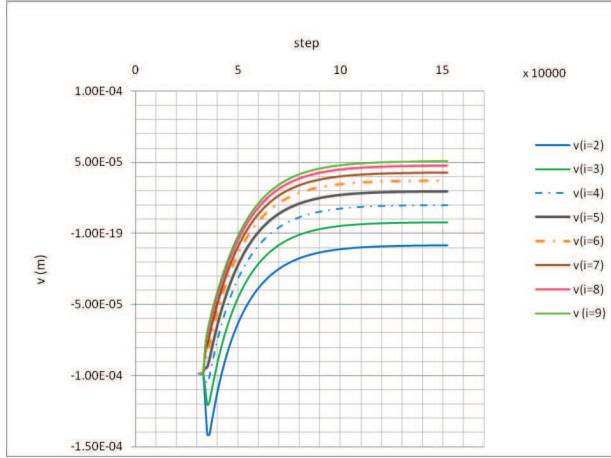


Figure 4.55 Évolution de l'ouverture du joint lors du chargement

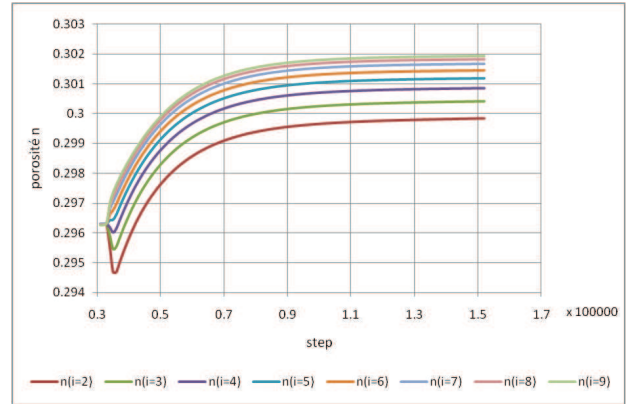


Figure 4.56 Évolution de la porosité du joint lors du chargement

linéaire de la pression interstitielle le long du joint. Plus la pression interstitielle est élevée dans la cellule, moins la contrainte de cisaillement est mobilisée dans cette cellule.

La figure 4.58 compare l'évolution de τ dans la cellule centrale $i = 5$ dans le cas du CSDSw et du CSDS. La différence de comportement est très faible voire inexistante si la différence de pression entre les deux bornes est de $100 \text{ kPa}/20\text{cm}$. Si le différentiel de pression est élevé, l'amplitude de la contrainte tangentielle est diminuée. Les courbes de la figure 4.58 sont décalées horizontalement uniquement car on a pris la même origine des temps. Ce décalage temporel est le temps nécessaire pour atteindre l'équilibre hydromécanique du système.

Le déplacement vertical au centre de la cellule est comparé pour différentes valeurs de la différence de pression appliquée aux bornes (voir figure 4.59). Si la différence de comportement est très faible voire inexistante lorsque la pression interstitielle est de l'ordre de 100 kPa , elle s'accroît lorsque la pression interstitielle devient de l'ordre du MPa . La présence d'eau entraîne une plus faible contraction du joint lors de sa mise en charge mais une dilatation plus importante lors de son cisaillement. La contrainte tangentielle mobilisée lors du cisaillement chute avec l'augmentation de pression mais le comportement dilatant du joint est plus fort. En fait, l'eau diminue la contrainte normale effective qui s'applique sur le joint. On retrouve le comportement décrit par les expériences de Flamand *et al.* (1994).

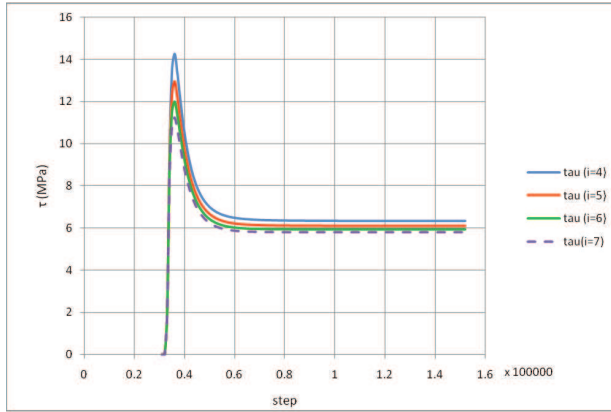


Figure 4.57 Évolution de la contrainte tangentielle le long du joint au cours du cisaillement

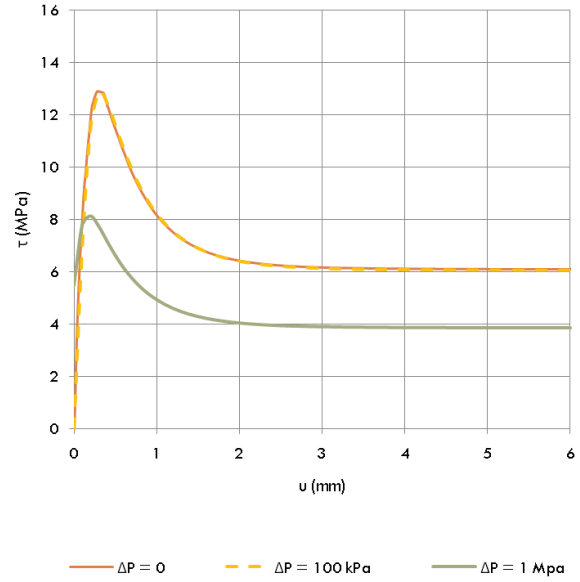


Figure 4.58 Comparaison de la contrainte tangentielle pour différentes valeurs du gradient de pression imposé de part et d'autre de l'échantillon

4.5 Test du modèle CSDS dans deux exemples typiques

Le modèle implémenté a été testé sur deux exemples d'application typiques proposés par Simon (1999).

4.5.1 Chantier approchant une fracture

Dans cet exemple, on considère un massif modélisable par un modèle de Mohr-Coulomb, dans lequel se trouve une fracture. Les paramètres de la roche sont les suivants :

- Module de Young : $E_m = 50 \text{ GPa}$
- Module de Poisson : $\nu = 0.30$

La fracture possède les caractéristiques suivantes :

- $u_p = 1 \text{ mm}$
- $u_r = 20 \text{ mm}$
- $\sigma_T = 50 \text{ MPa}$

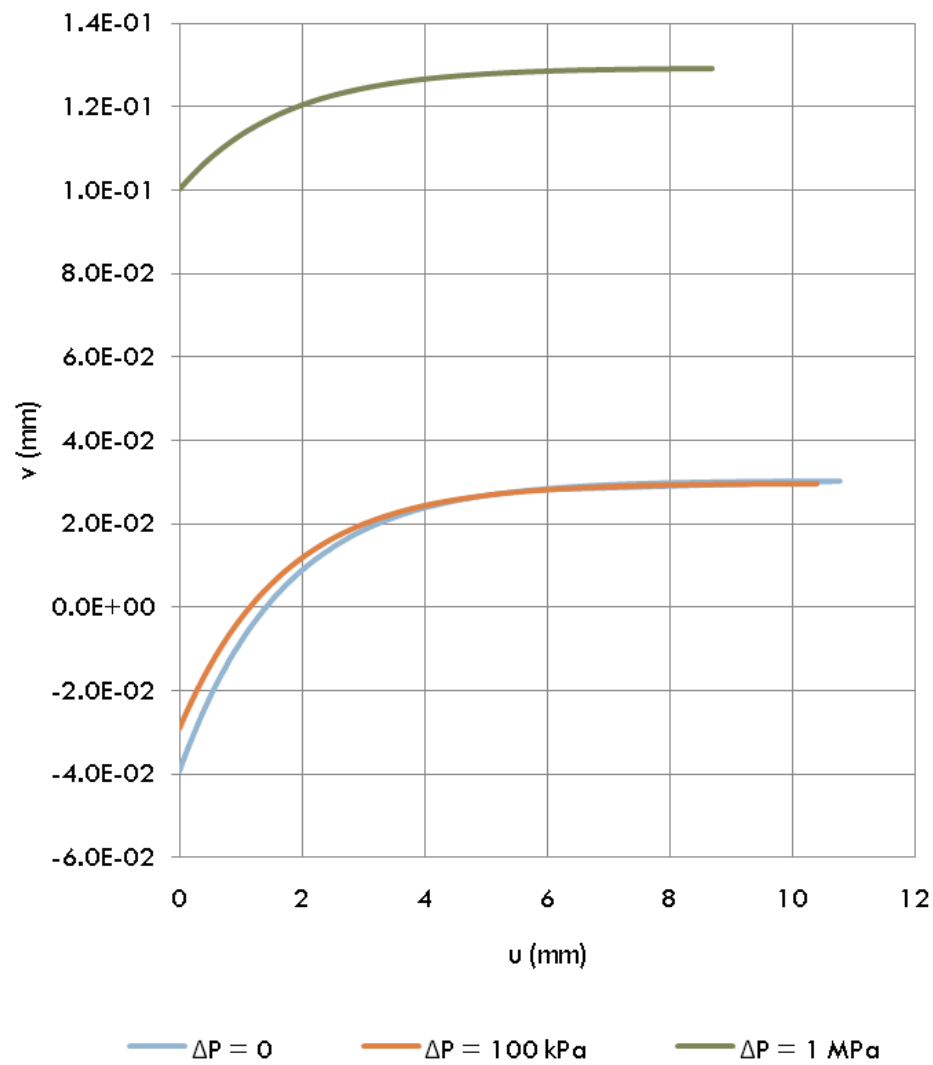


Figure 4.59 Comparaison du déplacement vertical pour différentes valeurs du gradient de pression imposé de part et d'autre de l'échantillon

- $i_0 = 4^\circ$
- $\phi_b = 37^\circ$
- $\phi_0 = 50^\circ$
- $\phi_r = 30^\circ$
- $S_0 = 9,1 \text{ MPa}$

- $k_{ni} = 1000 \text{ MPa/mm}$
- $V_m = 10 \text{ mm}$
- pendage : -10°

Les conditions in situ initiales sont :

- $\sigma_v = -25 \text{ MPa}$
- $\sigma_h = -60 \text{ MPa}$

Dans ce massif, on entame une excavation de 5 m de large par 15 m de haut. Une première excavation de 3 m de haut est réalisée puis on monte, en 5 étapes, en excavant 3 m de haut à chaque fois.

Les dimensions minimales de la grille pour englober la zone d'influence de l'excavation sont déterminées par la méthode de Brady et Brown (2004). Soit K le rapport des contraintes in situ de telle sorte que $K \leq 1$. Ici, $K = \frac{\sigma_v}{\sigma_h} = 0,417$. Les axes $\vec{x}'$ et $\vec{z}'$ de la méthode de Brady et Brown (2004) sont, respectivement, les axes $(O, \vec{y})$ et $(O, \vec{x})$ de la modélisation. L'excavation est assimilée à une ellipse d'axe $\vec{q}$ parallèle à $(O, \vec{x})$ et $\vec{p}$ parallèle à $(O, \vec{y})$.

- $2p = 15 \text{ m}$
- $2q = 5 \text{ m}$

La zone d'influence est une ellipse centrée sur l'excavation, d'axes $\bar{p}$ et $\bar{q}$ parallèle à $\vec{x}'$ et $\vec{z}'$ respectivement.

$$\bar{p} = \max \left\{ q \sqrt{10 \cdot \left| \frac{p}{q} \left(\frac{p}{q} + 2 \right) - K \left(3 + 2 \frac{p}{q} \right) \right|}; q \sqrt{10 \left(K \frac{p^2}{q^2} \right) + K \frac{p^2}{q^2}} \right\} \quad (4.58)$$

$$\bar{q} = \max \left\{ q \sqrt{10 \cdot \left| K \left(1 + 2 \frac{p}{q} \right) - \frac{p}{q} \left(3 \frac{p}{q} \right) + 2 \right|}; q \sqrt{10 \left(K + \frac{p^2}{q^2} \right) + 1} \right\} \quad (4.59)$$

On trouve $\bar{p} = 25 \text{ m}$ et $\bar{q} = 43 \text{ m}$

Les résultats successifs sont montrés aux figures 4.64 à 4.66. Celles qui nous intéressent le plus sont les figures 4.66 et 4.67 qui montrent la contrainte principale mineure et la contrainte principale majeure dans le massif une fois l'excavation achevée. Ces deux figures sont comparables aux résultats de Simon (1999) montrés aux figures 4.68 et 4.69. La répartition des contraintes principales autour de l'excavation est similaire dans les deux cas. La différence d'ordre de grandeur est due à la différence de géométrie : l'excavation étudiée par Simon (1999) n'a pas la même dimension que celle étudiée dans le cas présent.

La représentation des cellules en rupture sur la figure 4.70 montre les zones de rupture. Au cours du chantier, il y a rupture élastique du coin supérieur droit de l'excavation vers la fracture. Le long de la fracture, des éléments en rupture apparaissent. Les éléments en rouge ont rompu en cisaillement ou ont subi une rupture volumique, les éléments violets ont déjà

atteint leur limite élastique

4.5.2 Chantier traversant une fracture

Le massif rocheux de cet exemple a les mêmes propriétés que précédemment. Il est traversé par une fracture. La fracture a les mêmes propriétés qu'à l'exemple précédent seul son pendage change : $+20^\circ$. Les conditions initiales in situ sont les mêmes que ci-dessus.

L'excavation réalisée est de section carrée et mesure $12m \times 12m$. Elle est réalisée en une seule fois.

Comme pour le premier exemple, la zone d'influence de l'excavation est déterminée par la méthode de Brady et Brown (2004). Le tenseur in situ étant inchangé, les axes $\vec{x}'$ et $\vec{z}'$ sont, respectivement, les axes $(O, \vec{y})$ et $(O, \vec{x})$ de la modélisation. L'excavation est assimilée à un cercle inscrit, d'axe $\vec{q}$ parallèle à $(O, \vec{x})$ et $\vec{p}$ parallèle à $(O, \vec{y})$.

$$- 2p = 12m$$

$$- 2q = 12m$$

La zone d'influence est une ellipse centrée sur l'excavation, d'axes $\bar{p}$ et $\bar{q}$ parallèle à $\vec{x}'$ et $\vec{z}'$ respectivement.

$$\bar{p} = \max \left\{ q\sqrt{10 \cdot |3 - 5K|} ; q\sqrt{10(K + 1) + K} \right\} \quad (4.60)$$

$$\bar{q} = \max \left\{ q\sqrt{10 \cdot |3K - 5|} ; q\sqrt{10(K + 1) + 1} \right\} \quad (4.61)$$

On trouve $\bar{p} = 23 \text{ m}$ et $\bar{q} = 37 \text{ m}$

La grille choisie mesure environ $100m \times 100m$. Les résultats sont montrés aux figures 4.73 à 4.78.

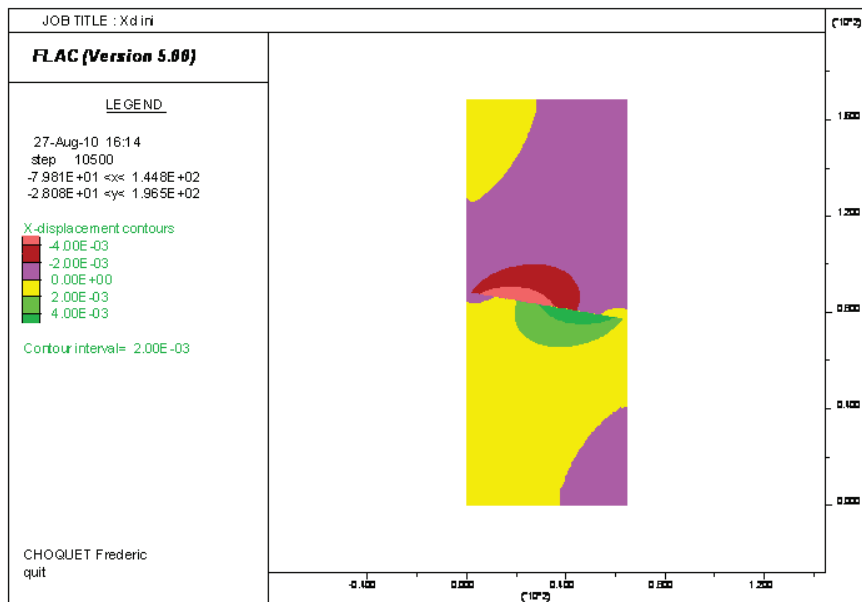


Figure 4.60 Déplacements horizontaux initiaux obtenus avec FLAC

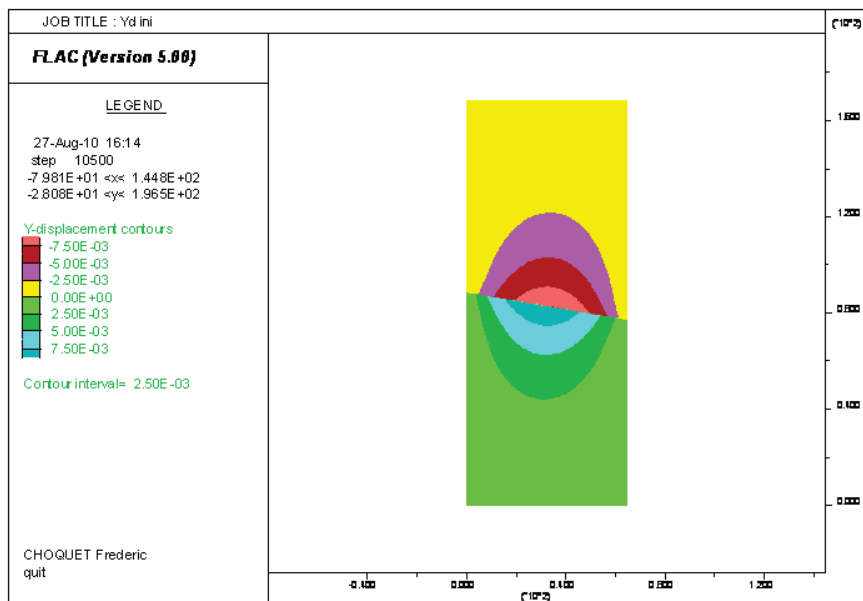


Figure 4.61 Déplacements verticaux initiaux obtenus avec FLAC

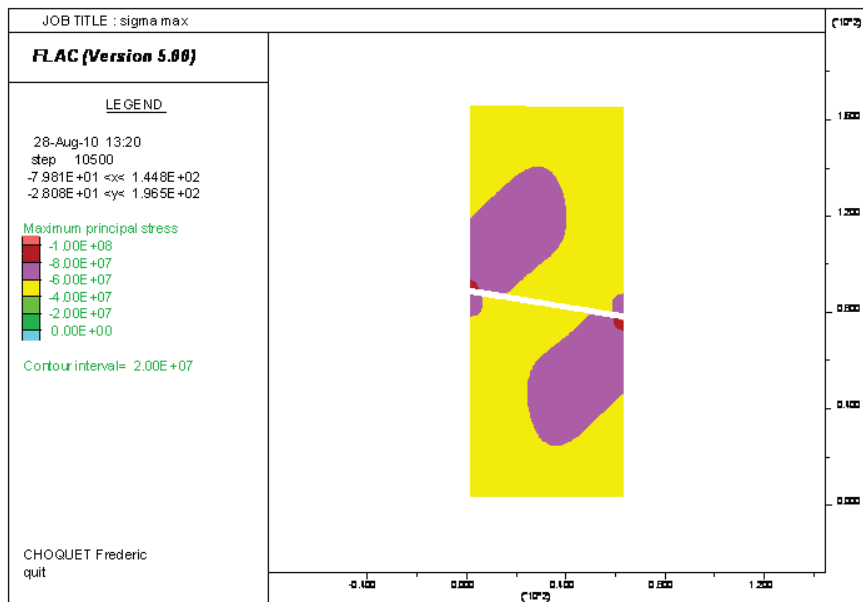


Figure 4.62 Contrainte principale majeure initiale obtenue avec FLAC

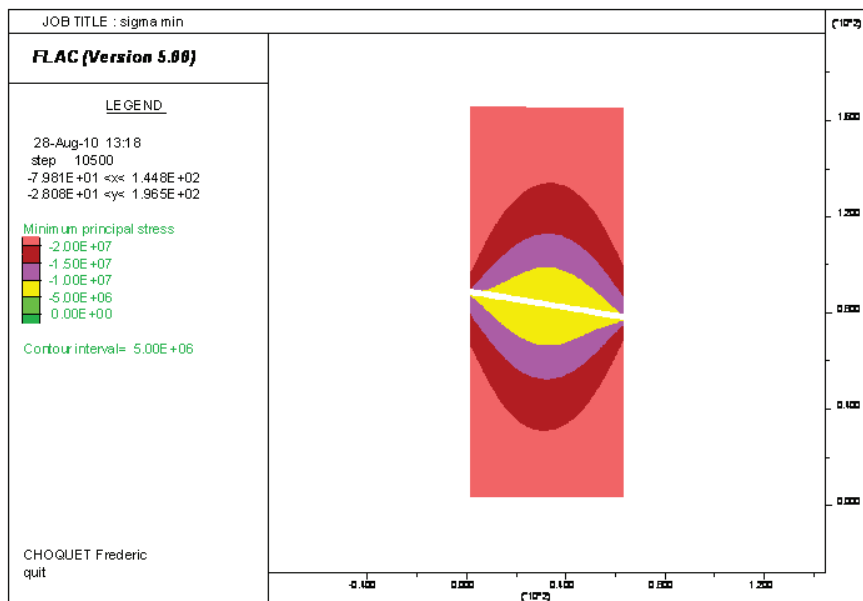


Figure 4.63 Contrainte principale mineure initiale obtenue avec FLAC

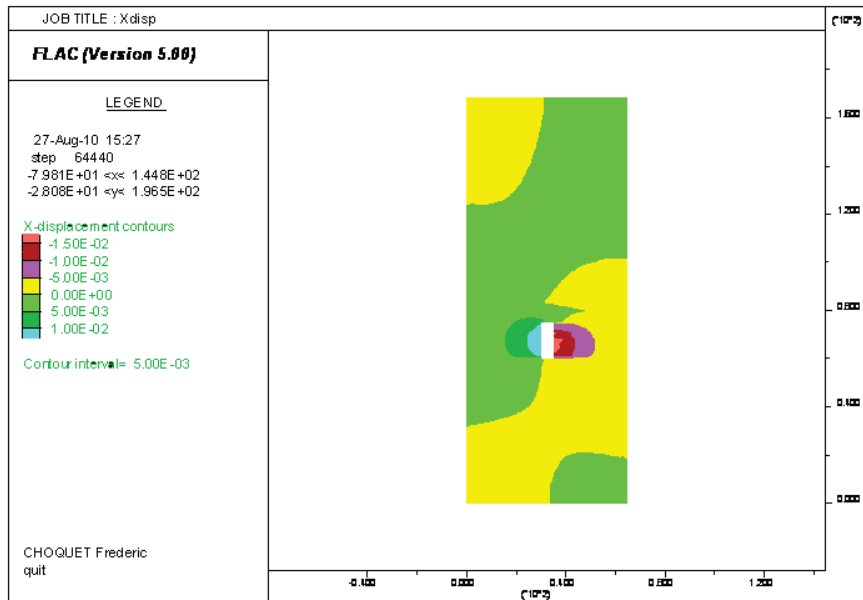


Figure 4.64 Déplacements horizontaux obtenus avec FLAC

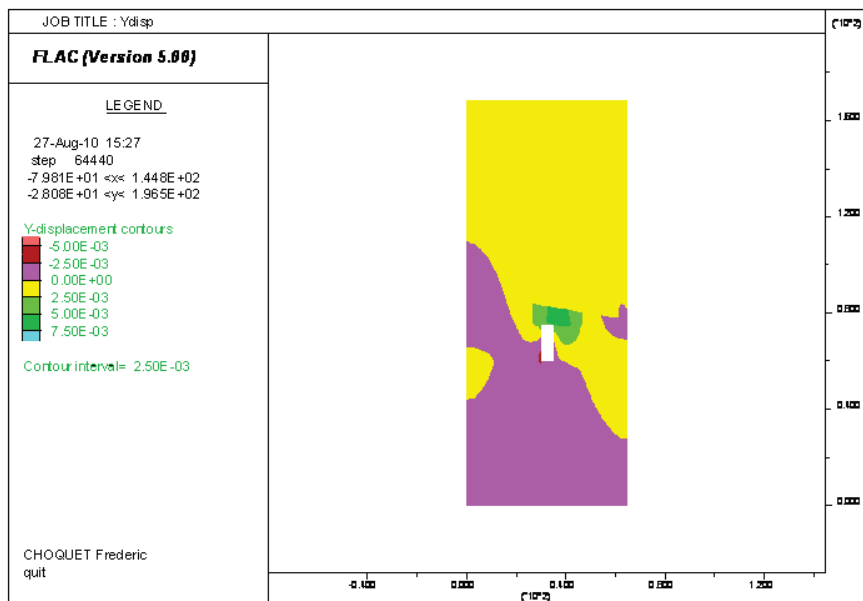


Figure 4.65 Déplacements verticaux obtenus avec FLAC

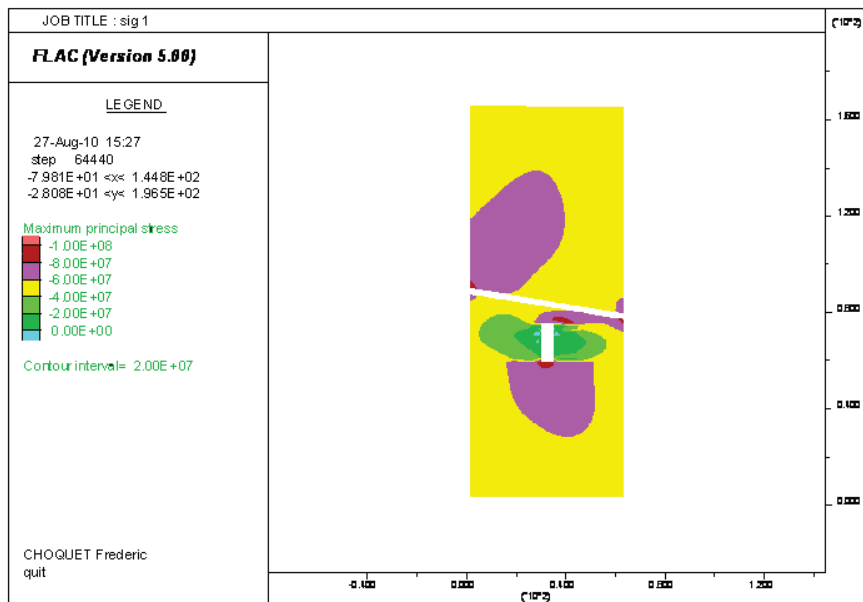


Figure 4.66 Contrainte principale majeure obtenue avec FLAC

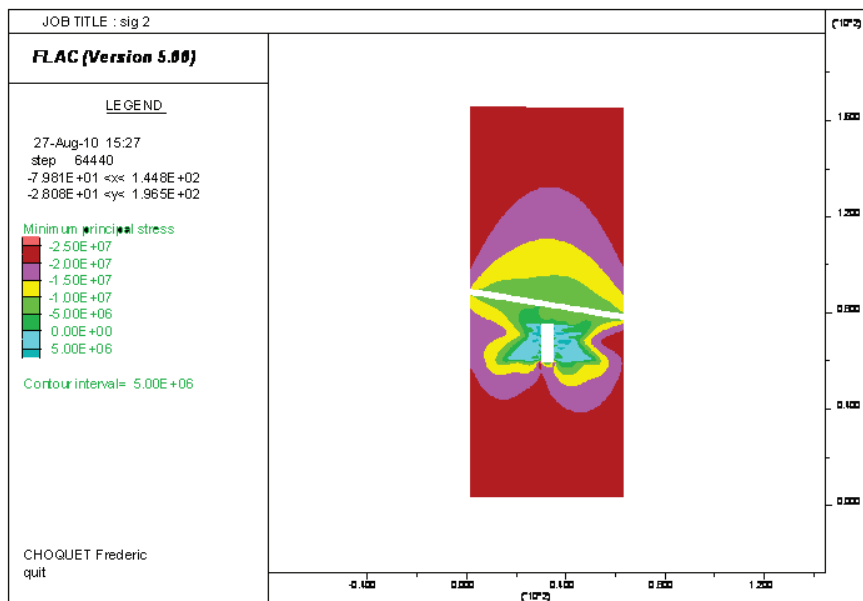


Figure 4.67 Contrainte principale mineure obtenue avec FLAC

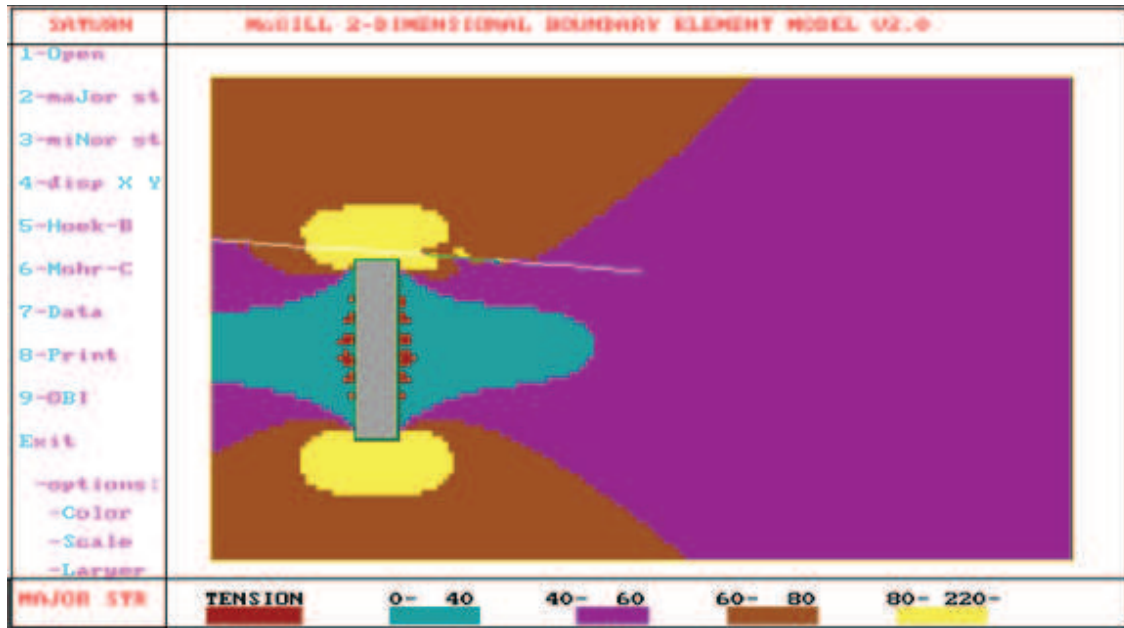


Figure 4.68 Contrainte principale majeure obtenue par Simon (1999)

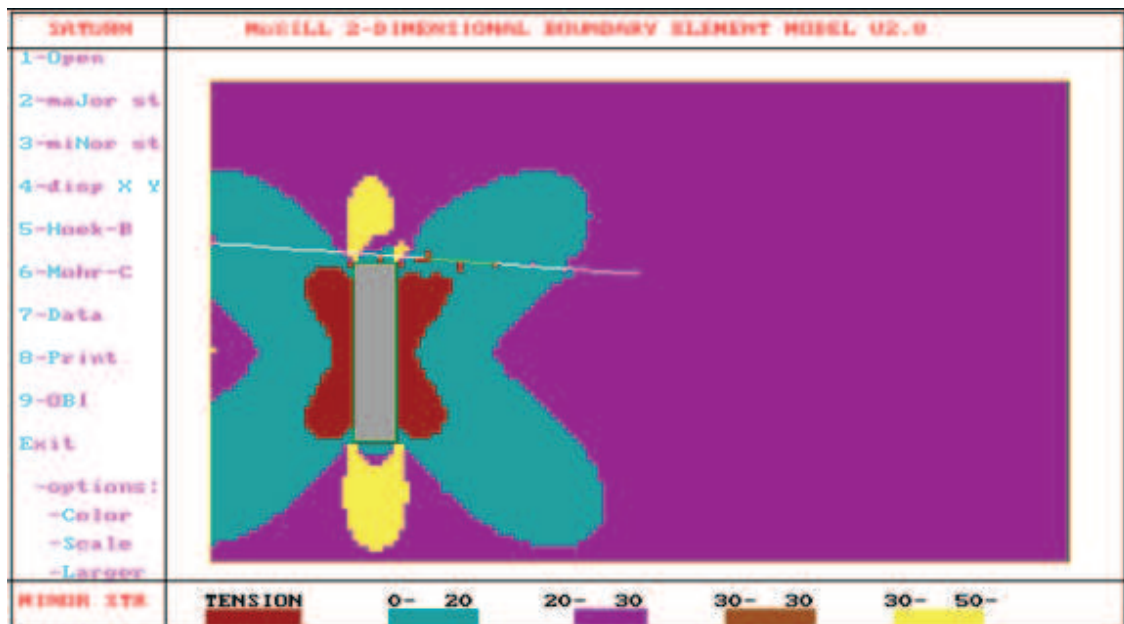


Figure 4.69 Contrainte principale mineure obtenue par Simon (1999)

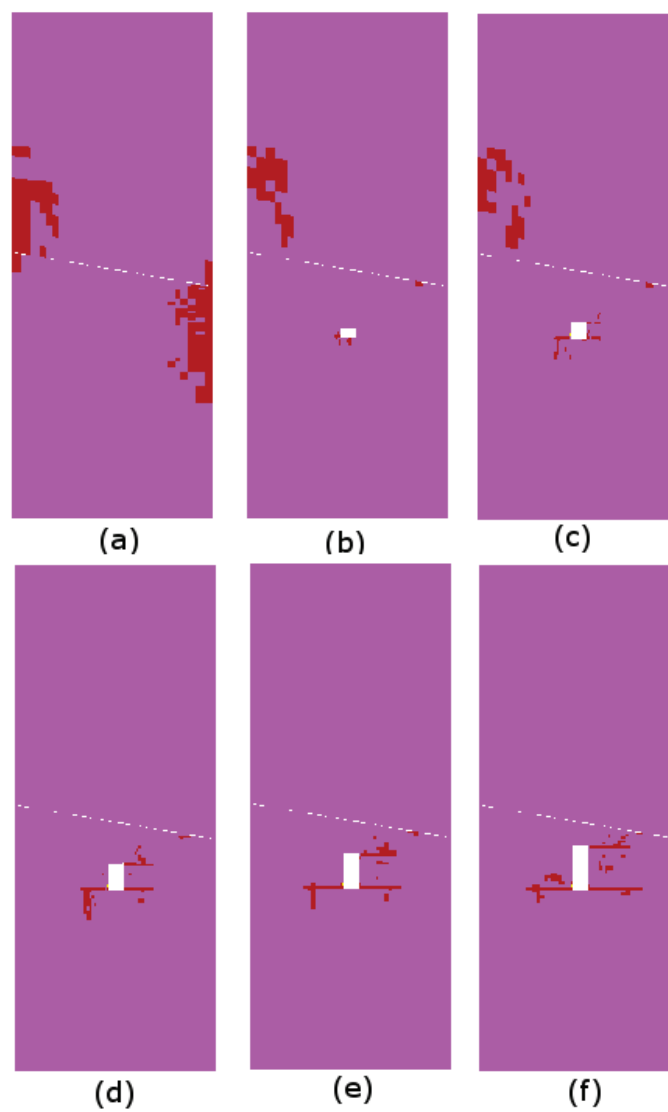


Figure 4.70 État de plasticité du massif : (a) à l'état initial, (b) après la première excavation, (c) après la deuxième excavation, (d) après la troisième excavation, (e) après la quatrième excavation et (f) après la dernière excavation.

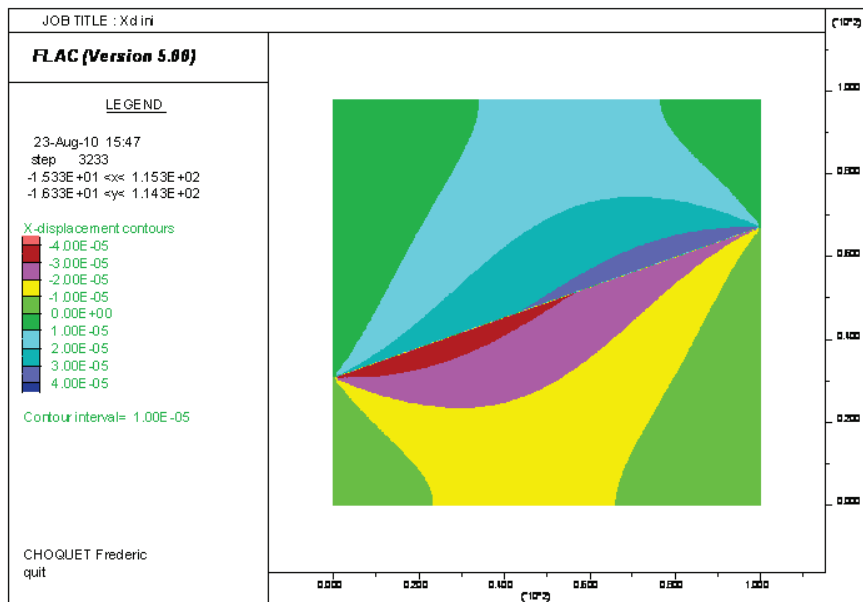


Figure 4.71 Déplacements horizontaux initiaux obtenus avec FLAC

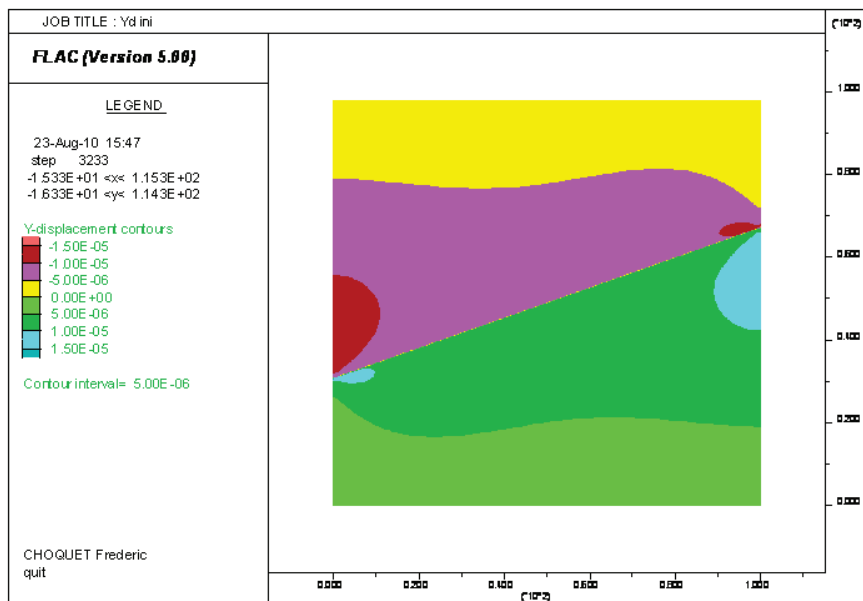


Figure 4.72 Déplacements verticaux initiaux obtenus avec FLAC

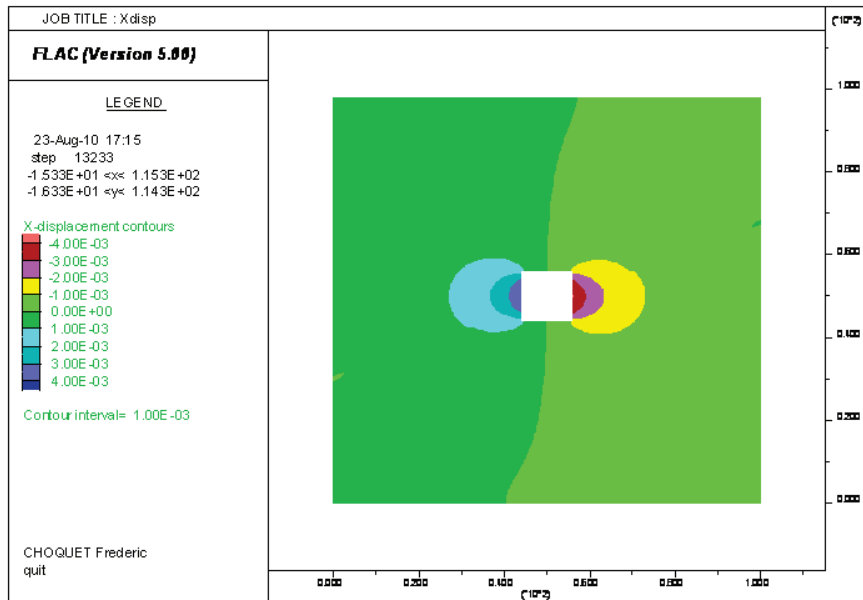


Figure 4.73 Déplacements horizontaux obtenus avec FLAC

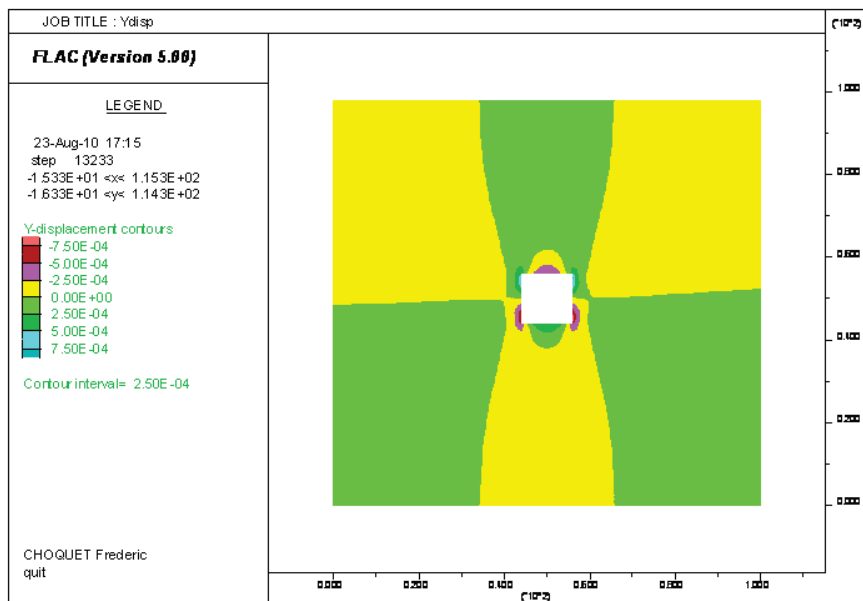


Figure 4.74 Déplacements verticaux obtenus avec FLAC

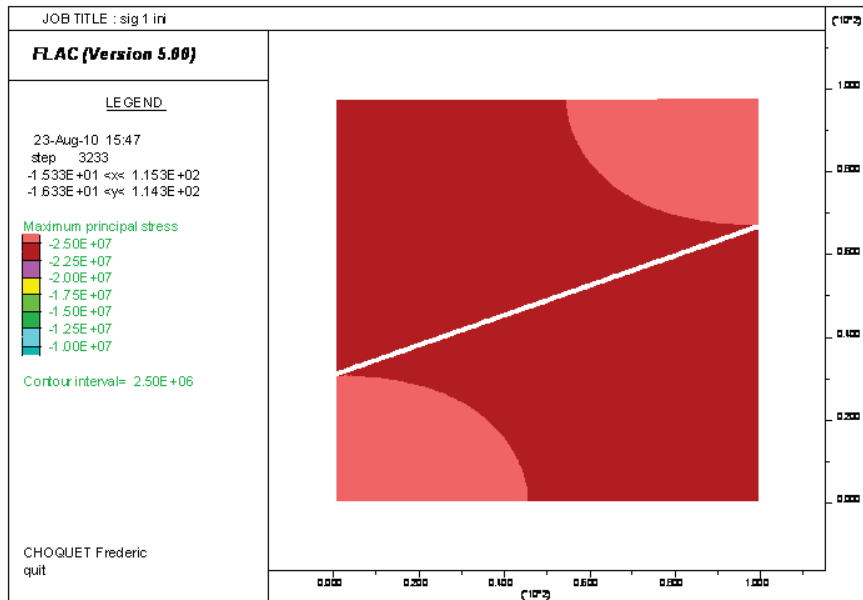


Figure 4.75 Contrainte principale majeure initiale obtenue avec FLAC

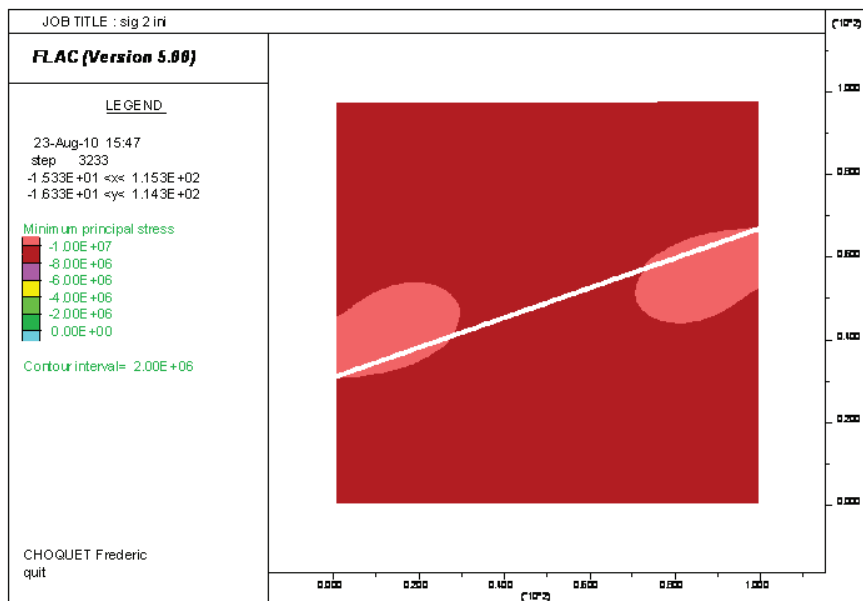


Figure 4.76 Contrainte principale mineure initiale obtenue avec FLAC

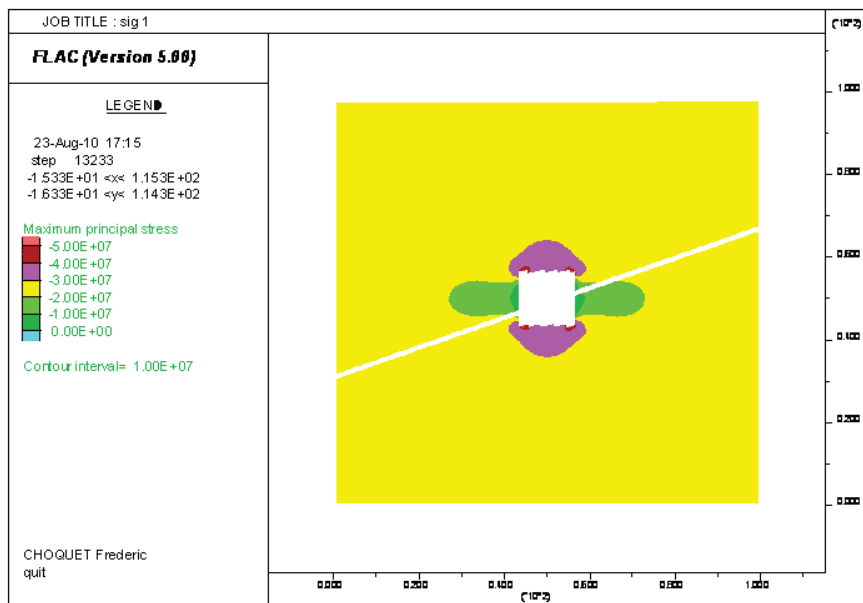


Figure 4.77 Contrainte principale majeure obtenue avec FLAC

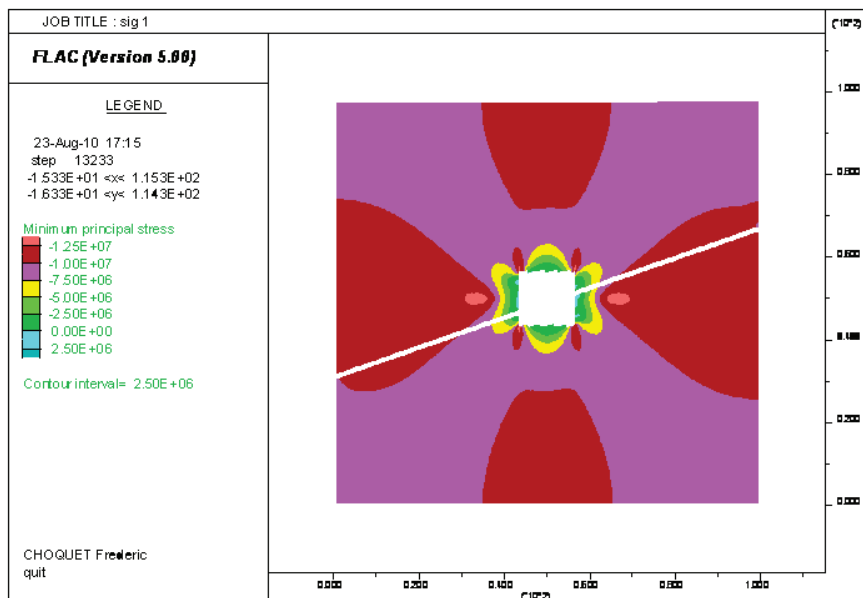


Figure 4.78 Contrainte principale mineure obtenue avec FLAC

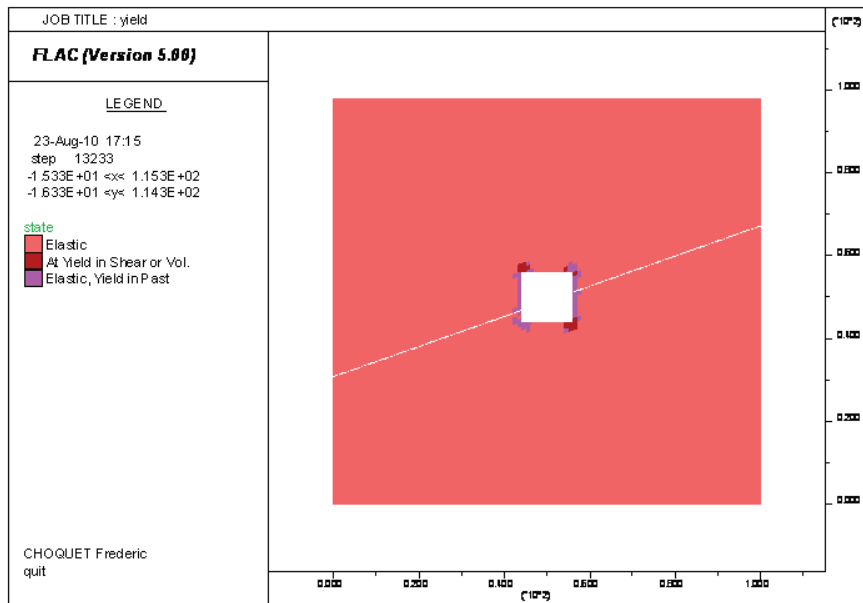


Figure 4.79 État de plasticité du massif après l'excavation.

4.6 Tests des modèles CSDS et CSDSw sur un cas typique

4.6.1 Ouverture circulaire à proximité d'un joint vertical sec

Une excavation circulaire de rayon 5m est creusée dans un massif rocheux parcouru par une fracture verticale. Les propriétés mécaniques de la roche intacte sont :

- module de Young 40 GPa
- coefficient de Poisson $\nu = 0,3$
- angle de friction interne $\phi_0 = 60^\circ$
- cohésion $S_0 = 1 \text{ MPa}$
- résistance à la compression uniaxiale $C_0 = 60 \text{ MPa}$

Les propriétés de la discontinuité sont :

- déplacement au pic $u_p = 0,5 \text{ mm}$
- déplacement résiduel $u_r = 1 \text{ mm}$
- angle de friction de base $\phi_b = 37^\circ$
- angle de friction résiduel $\phi_r = 30^\circ$
- angle de friction interne des aspérités $\phi_0 = 60^\circ$
- résistance à la compression uniaxiale des aspérités $C_0 = 60 \text{ MPa}$
- angle initial des aspérités $i_0 = 10^\circ$
- fermeture maximale $V_m = 10 \text{ mm}$
- raideur initiale du joint $k_{n,i} = 1 \text{ GPa/mm}$

Pour créer l'excavation, il est possible de créer un maillage suffisamment étroit et de dessiner un cercle à l'intérieur puis d'affecter les propriétés d'un matériau **NULL** à la région ainsi délimitée. Cependant, cette méthode génère une déformation de la grille dans la zone immédiatement adjacente à l'excavation. Certaines cellules peuvent avoir une forme « illégale », c'est-à-dire que le ratio longueur sur largeur est supérieur à 10 ou bien qu'elles sont concaves. Dans de telles cellules, le logiciel risque de diverger.

La solution retenue consiste à créer une grille carrée avec une ouverture circulaire au centre grâce à la fonction *hole.DAT* vue dans les exemples de vérifications. Le reste du massif est construit autour de cette grille. La grille issue de la fonction *hole.DAT* et le reste du massif sont attachés avec la commande **ATTACH**. L'utilisation de cette commande nécessite un nombre proportionnel de cellules de part et d'autre de l'interface concernée. Les coordonnées de chaque cellule constituant le massif sont déterminées grâce à des boucles sur les indices i et j des régions à modéliser (voir programme en Annexe).

Pour éviter de percer l'excavation en une seule fois, ce qui risque de déstabiliser le modèle, l'excavation est générée en plusieurs étapes. Elle est d'abord remplie par une couronne de matériau grâce à la fonction *qdonut.DAT* de la bibliothèque de FLAC. Le rayon central est

de 30cm et le rayon externe de 5m. Lors du percement, on enlèvera des couronnes d'éléments en partant de la couronne la plus au centre pour finir par celle qui jouxte la forme finale de l'excavation. Entre chaque suppression de matériau, l'équilibre hydromécanique sera établi.

Afin de diminuer les effets de bord, la fracture ne traverse pas le massif de part en part. L'ensemble de la grille est entouré par une couche épaisse d'une dizaine de cellules ayant les mêmes propriétés mécaniques et hydrauliques que la roche intacte.

La grille est montrée aux figure 4.80 et 4.81. La deuxième étant un détail de la première. La grille une fois l'excavation terminée est visible à la figure 4.82. Sur les figures 4.81 et 4.82, la matrice rocheuse apparaît en gris foncé et le joint en gris clair ou fuchsia, respectivement.

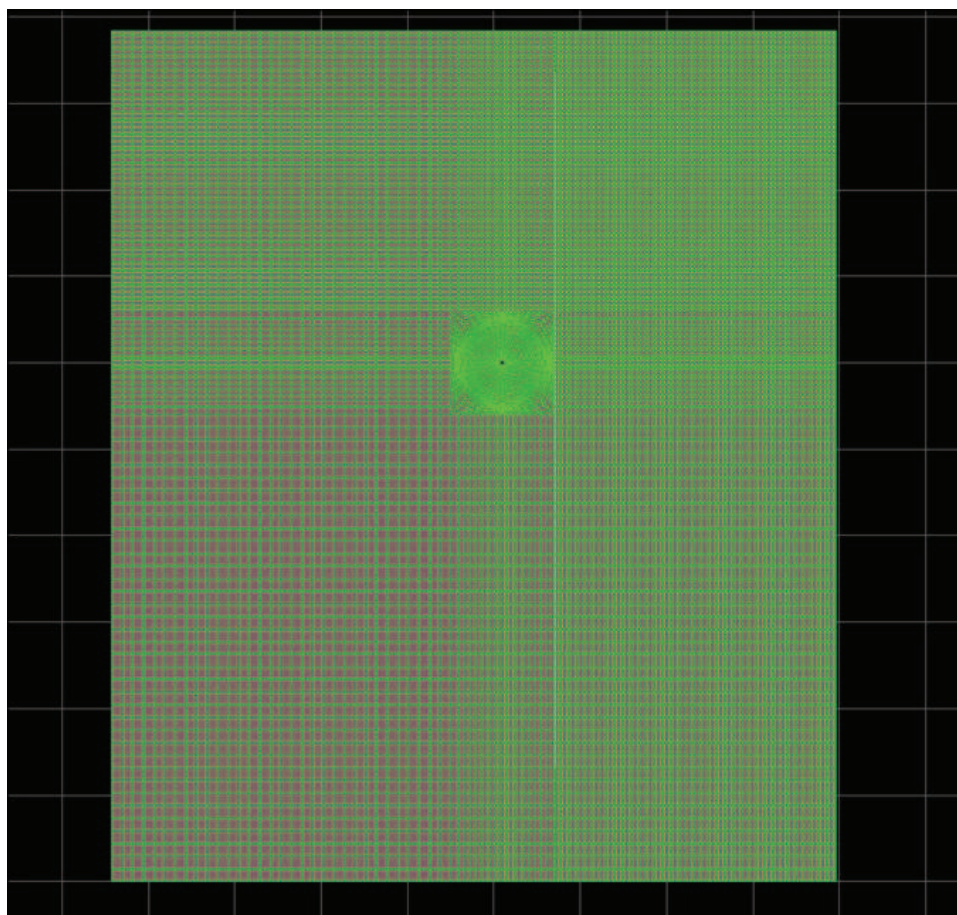


Figure 4.80 Grille utilisée pour l'exemple du paragraphe 4.6.1 à l'état initial

Lors du relâchement des contraintes, une zone de cisaillement se développe de part et d'autre de l'excavation tandis que l'ouverture créée tend à se refermer. Le calcul des contraintes dans la zone cisailée du joint ne donne cependant aucune réponse cohérente. La figure 4.83 montre la contrainte de cisaillement agissant dans le joint dans une cellule proche du coin inférieur droit de la grille contenant l'excavation. Si τ suit un comportement similaire à celui

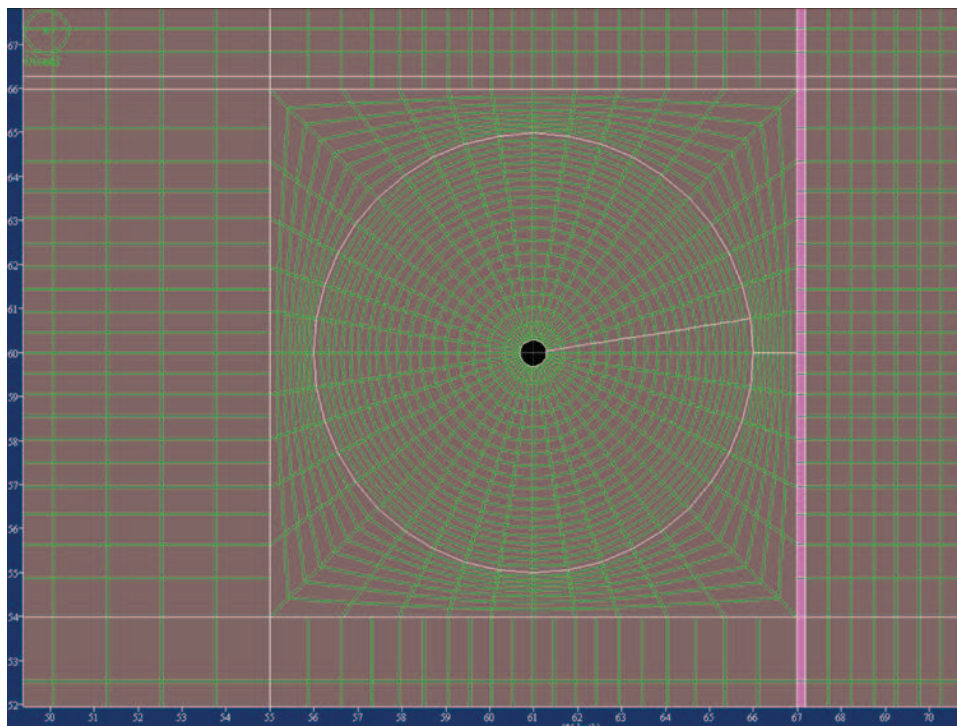


Figure 4.81 Détail du remplissage de l'excavation

attendu, le joint n'atteint pas son pic de résistance au moment où u atteint u_p mais après. La contrainte de cisaillement commence même à décroître de 0 après u_p .

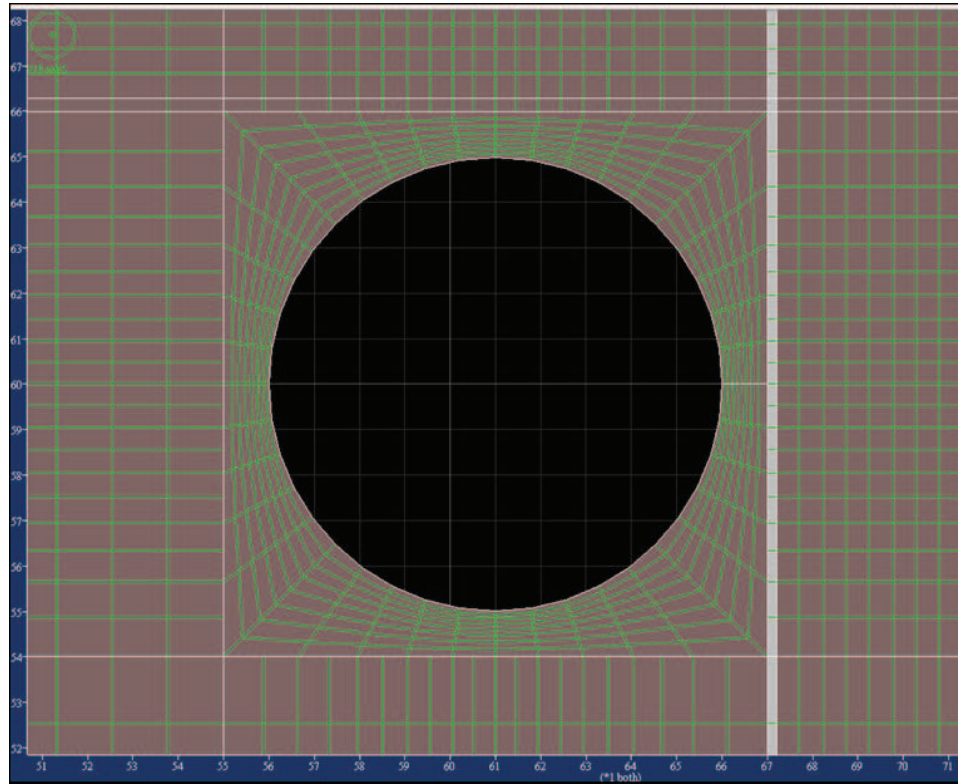


Figure 4.82 Détail de l'excavation à l'état final

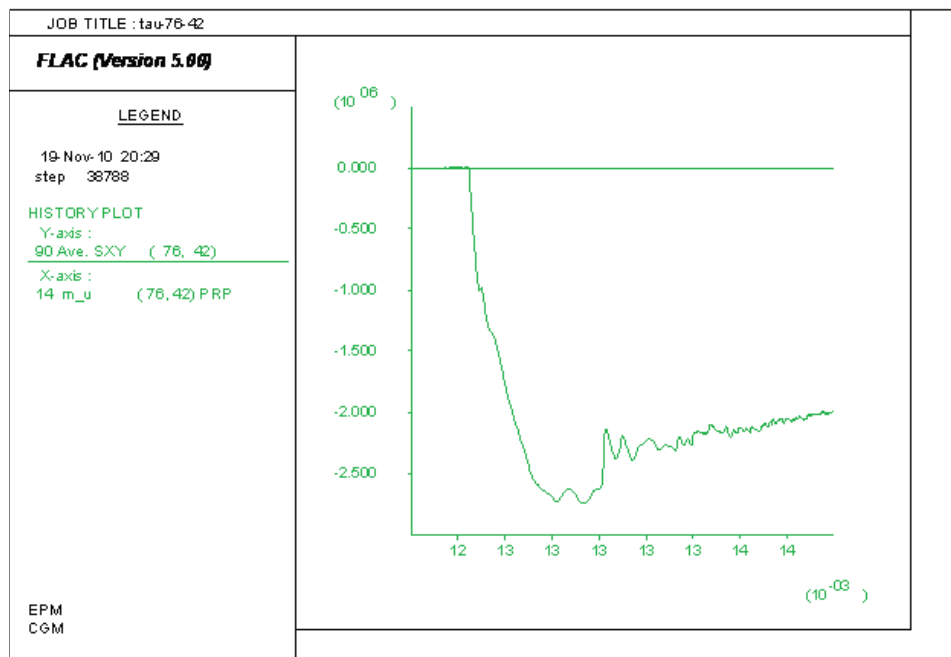


Figure 4.83 Contrainte de cisailment dans une cellule du joint

4.6.2 Ouverture circulaire à proximité d'un joint vertical avec écoulement interstitiel

L'exemple précédent a été repris en ajoutant un écoulement fluide vertical. Les paramètres hydrogéologiques de la fracture sont :

- porosité $n = 70\%$
- la perméabilité de la fracture $k = 10^{-5} \text{ m/s}$
- ouverture mécanique initiale $2e_m = 0,2 \text{ mm}$

Pour éviter un trop grand contraste dans la taille des cellules de la grille, l'épaisseur de la fracture est multipliée par un facteur 1000 et sa conductivité est diminuée dans les mêmes proportions. Ainsi, le flux unitaire est inchangé.

De la même façon, pour éviter un trop grand contraste des perméabilités, la matrice rocheuse reçoit une perméabilité non nulle 20 fois plus faible que la discontinuité. Ainsi, la fracture conserve un rôle prépondérant dans l'écoulement, sans pour autant nécessiter un temps de calcul trop long pour atteindre l'état permanent dans la matrice rocheuse.

Finalement, les paramètres hydrauliques de la roche sont :

- porosité $n = 0,3$
- coefficient de mobilité de l'eau $k = 50.10^{-15} \frac{\text{m}}{\text{s}} / \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$

Et ceux de la discontinuité sont :

- porosité $n = 0,7$
- coefficient de mobilité de l'eau $k = 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{s}} / \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$
- ouverture mécanique initiale $2e_m = 0,2 \text{ m}$

Le champ des pressions est linéaire. Il a pour valeur maximale 200 kPa à la frontière supérieure et 100 kPa à la frontière inférieure. Aux frontières latérales, la pression évolue linéairement du haut vers le bas.

Les contraintes initiales sont :

- $\sigma_{yy} = -22 \text{ MPa}$
- $\sigma_{xx} = -50 \text{ MPa}$
- $\sigma_{zz} = -50 \text{ MPa}$

L'équilibre hydromécanique est calculé. Durant cette première étape, aucune condition de pression n'est donnée aux parois de l'excavation : FLAC considère cette frontière imperméable.

Une fois que le modèle est initialisé, les déplacements à la paroi de l'excavation sont libérés et la pression y est fixée à zéro (pression atmosphérique). Afin de permettre une dissipation des surpressions interstitielles lors des déformations du matériau, une centaine d'étapes de calculs hydrauliques sont effectuées pour chaque étape de calcul mécanique. Une fois l'équilibre atteint, on enlève une couronne d'éléments qui est à l'intérieur de l'excavation.

La pression à la paroi de la nouvelle excavation est fixée à zéro et on calcule de nouveau l'équilibre hydromécanique.

La figure 4.84 représente l'évolution de la contrainte tangentielle en fonction du déplacement horizontal dans une des cellules du joint où il y a cisaillement. Le joint ne suit pas le comportement décrit dans les sections précédentes. La résistance est mobilisée après avoir dépassé u_p et atteint un maximum en amplitude lorsque u_r est atteint. Au-delà de u_r , il y a un plateau.

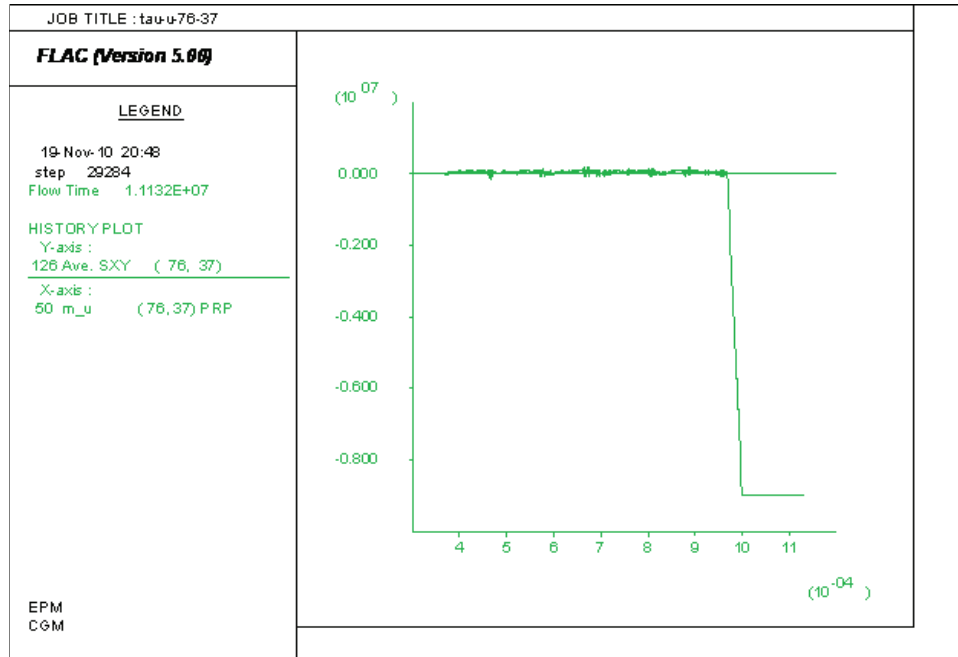


Figure 4.84 Contrainte de cisaillement dans une cellule du joint

L'écoulement final est semblable à celui d'un écoulement perturbé par un puits, selon la figure 4.85.

Finalement, les calculs menés sous FLAC avec le modèle CSDSw implémenté en FISH n'ont pas donné de résultats concluants. Il doit y avoir une erreur dans le code du modèle comme par exemple une variable locale masquée par une variable globale, ou encore un critère de convergence incorrect.

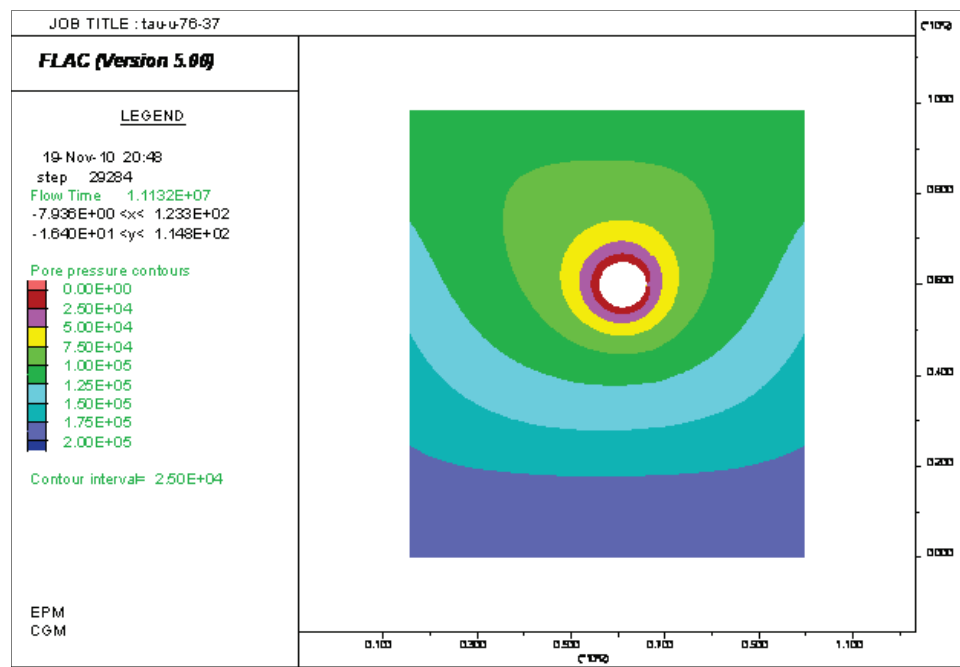


Figure 4.85 Isocontours des pressions interstitielles une fois l'excavation réalisée

CHAPITRE 5

DISCUSSION ET CONCLUSION

5.1 Synthèse des travaux

La modélisation du comportement hydromécanique des discontinuités géologiques est essentielle à une modélisation correcte de l'interaction entre contraintes mécaniques et écoulement souterrain. Le présent travail avait pour but d'implémenter et de tester un modèle de couplage hydromécanique des discontinuités rocheuses sous FLAC.

Avant d'implémenter les modèles CSDS et CSDSw sous FLAC, ceux-ci ont été appliqués à des expériences tirées de la littérature. Les modèles CSDS et CSDSw ont été confrontés aux résultats de, respectivement, Flamand *et al.* (1994), d'une part et de Esaki *et al.* (1999) et de Lee et Cho (2002), d'autre part. Ces essais constituent des essais à charge normale constante. À partir des données expérimentales de chaque auteur, on a établi des caractéristiques globales moyennes du joint utilisé pour chaque série de mesures. Cette démarche s'appuie sur l'hypothèse selon laquelle le joint est identique pour une même série de mesure.

Le modèle CSDS donne des résultats proches des résultats expérimentaux aussi bien pour la relation $\tau - u$ (allure des courbes, emplacement du pic) que pour la relation $v - u$. Les écart entre le comportement prédit par le modèle CSDS et les résultats expérimentaux de Flamand *et al.* (1994) vient du fait que les auteurs des essais n'ont pas utilisé exactement le même joint pour chacune des séries de mesures : les paramètres ϕ_0 , ϕ_r etc. varient trop d'une série de mesures à l'autre. Si l'aspect général de la courbe $\tau - u$ est respecté, le modèle CSDS a cependant du mal à retranscrire le comportement du joint au début du cisaillement. Cet écart avec l'expérience vient du fait que les termes d'une des exponentielles du modèle CSDS sont négligés.

Le modèle CSDSw rend compte lui aussi de l'évolution de τ avec u . La trop grande disparité dans les résultats expérimentaux permet difficilement de trouver la valeur des paramètres d'entrée du modèle CSDSw qui sont supposés être des paramètres intrinsèque au joint. Il est possible que les joints utilisés par les auteurs pour une même série de mesures n'étaient pas identiques.

L'implémentation du modèle CSDS a été précédée par l'implémentation du modèle de Saeb et Amadei (1992) dans lequel les déplacements caractéristiques sont supposés constants. Ce modèle a l'avantage d'être plus simple dans sa formulation que le modèle CSDS. Il a été testé sur des grilles simples (grilles unicellulaires) sous trois types de chargement : une compres-

sion uniaxiale, un cisaillement à charge normale constante (appelé CNL) et un cisaillement à raideur normale constante (appelé CNS). Cette première approche a permis de se familiariser avec le langage FISH dans le cas d'un modèle simplifié. Les relations $\sigma_n - v$, $\tau - u$ et $v - u$ suivent les comportements attendus. Mais le modèle implémenté n'est pas utilisable sur un joint incliné. En effet, le programme montré en annexe ne passe pas par les axes globaux pour actualiser les contraintes. Il convient uniquement pour la modélisation d'un joint horizontal. Ce programme devra être adapté, comme l'a été le programme du modèle CSDS, pour voir le champ de ses utilisations étendu.

Une fois implémenté, le modèle CSDS a d'abord été validé avec des cas de compression uniaxiale et de charge normale constante. La compression uniaxiale donne les mêmes résultats que le modèle de Saeb et Amadei (1992). En ce qui concerne le test à charge normale constante, les paramètres d'entrée du modèle étaient tirés des expériences de Flamand *et al.* (1994). Les résultats ont été comparés à ceux de l'analyse du modèle sous Excel présentée dans la section 2.2.8. Cette comparaison a permis de s'assurer que le programme implémenté donnait la même valeur de la contrainte de cisaillement que le modèle analytique. En revanche, la dilatation calculée à partir du programme FISH s'écarte des résultats analytiques. Cette différence peut venir du fait que les auteurs des essais expérimentaux ont mesuré la dilatation du joint une fois chargé, en prenant sa fermeture initiale comme origine de la dilatation.

Lors du calcul avec le modèle CSDS implémenté, le programme détermine, en parallèle du calcul des raideurs internes de la discontinuité, les coefficients $\beta_1, \beta_4, \beta_5$ et en déduit le déplacement v avec la formulation analytique du modèle. Ce calcul permet seulement de voir si la dilatation du joint correspondant aux raideurs internes implémentées est identique à l'expression analytique de la dilatation. On remarque que la fermeture du joint à l'étape $i+1$ calculée par FLAC à partir des contraintes actualisées à l'étape i n'est pas strictement égale à la fermeture calculée avec la formulation analytique à l'étape $i+1$. Il est possible que l'utilisation des équations du mouvement par le logiciel FLAC lorsqu'il calcule les déformations à partir des contraintes actualisées introduise cet écart avec les valeurs analytiques.

La formulation du modèle utilisée dans ce travail n'est pas strictement la même que celle proposée par Simon (1999). Les raideurs k_{sn} et k_{ss} n'ont pas les mêmes valeurs. Simon (1999), dans un but de simplification, proposait une valeur nulle de k_{sn} . Une expression analytique de k_{sn} a été explicitée dans ce travail. Les tests sous raideur normale constante – avec un joint identique à celui des tests à charge normale constante – ont montré qu'une valeur non nulle de k_{sn} permet à la contrainte de cisaillement de suivre la condition de raideur normale extérieure constante. Les tracés de σ_n en fonction de la fermeture du joint v confirment la condition de raideur normale constante appliquée au joint.

Le modèle CSDSw a été testé en introduisant un écoulement interstitiel au sein d'un joint dont le comportement suivait le modèle CSDS. La prise en compte de l'écoulement interstitiel est facilitée par le logiciel qui travaille par défaut en contraintes effectives. Les incréments de pressions liés à une déformation volumique du milieu perméable sont pris en compte par le logiciel dès qu'on réalise un couplage hydromécanique. Il a été possible d'affiner le couplage en établissant une relation entre les déformations volumiques du joint et sa conductivité ainsi que sa porosité (section 3.5, équations 3.33 et 3.40). Cependant l'amélioration apportée par l'implémentation de lois reliant la porosité et la perméabilité du joint à sa déformation volumique n'a pas été quantifiée. Dans le cas d'un joint soumis à un cisaillement simple (sections 4.4.1 et 4.4.2), le programme permet de retranscrire l'effet de l'eau. Celle-ci a pour effet de diminuer la fermeture du joint lors de sa mise en charge et d'augmenter sa dilatation lors de son cisaillement. Elle diminue également la résistance au cisaillement mobilisée le long du joint.

Les deux exemples typiques tirés de Simon (1999) montrent les utilisations possibles du programme. Lorsqu'une excavation approche une discontinuité, une zone de cisaillement apparaît le long de cette discontinuité.

Les dernières simulations numériques ont mis en lumière les limites du modèle. Modéliser l'effet d'une excavation circulaire sur une fracture verticale proche requiert certaines précautions lors de la génération d'une grille. Afin d'éviter les contrastes de dimensions, le joint doit être élargi et sa perméabilité diminuée en conséquence pour conserver un débit unitaire constant. Pour éviter les contrastes de perméabilité et porosité que FLAC ne sait pas gérer, tout en respectant les conditions idéalisées de matrice imperméable, une perméabilité non nulle est attribuée à la roche ainsi qu'une porosité supérieure à 0,25 selon les recommandations de Itasca (2005).

En l'état actuel du travail, les modèles CSDS et CSDSw n'ont pas permis de modéliser les comportements d'un massif traversé par une fracture verticale. Les comportements observés le long du joint ressemblent à ceux attendus (forme de la courbe $\tau - u$ respectée) mais le pic de cisaillement intervient après u_p et la valeur de τ_p est très faible devant celle prévue par le modèle analytique.

Le programme fourni en annexe, codé en FISH (langage natif de FLAC) permet donc d'utiliser les modèles CSDS et CSDSw sous FLAC. Il a cependant quelques limites.

5.2 Limitations de la solution proposée

Les limites de la solution proposée reposent sur trois points :

- le modèle analytique utilisé

- le logiciel employé
- la calibration du modèle

Premièrement, le modèle CSDS utilisé est une version simplifiée. Les termes $\beta_{2,3}$ qui retranscrivent la contraction initiale d'un joint cisailé sont supposés nuls. Le comportement exposé ici est seulement dilatatant. Même si l'ouverture du joint converge vers la valeur prévue par le modèle analytique, la relation $v - u$ pendant la mise en charge, représentée à la figure 4.35 par exemple, ne correspond en aucun cas au comportement réel d'un joint soumis à une compression.

D'autre part, on peut se poser la question de la validité du coefficient β_5 qui est supposé constant. Il est possible que celui-ci dépende de σ_n ou de u . La valeur attribuée à β_5 est basée sur un ensemble de résultats de la littérature.

Deuxièmement, l'utilisation de FLAC nécessite une construction judicieuse de la grille de calcul. Ce logiciel étant adapté aux milieux continus, il gère difficilement les contrastes de taille. Deux cellules adjacentes dont les tailles caractéristiques varient d'un ordre de grandeur peuvent être responsable d'une divergence du modèle. En effet, si on se réfère à la section 3.1, on sait que FLAC fige les contraintes pour déterminer les déformations puis fige la déformation pour actualiser les contraintes avec la loi de comportement retenue. Cette méthode ne fonctionne que si le temps de calcul est plus faible que le temps caractéristique nécessaire à un noeud du maillage pour influencer un de ses voisins. En d'autres termes, le front de calcul doit se déplacer plus vite que la propagation physique de l'information dans le matériau. Donc si deux cellules adjacentes ont un trop grand écart de taille et si le front de calcul est calibré pour être cohérent dans la plus grande cellule, alors il ne le sera probablement plus dans la plus petite. Or, dans notre cas, on représente le joint par une couche de matériau qui initialement a pour épaisseur l'ouverture mécanique initiale du joint. Pour avoir une continuité de l'épaisseur entre les cellules du joint (épaisseur caractéristique de l'ordre du mm) et celles de la roche intacte constituant le massif ou l'éprouvette (épaisseur de l'ordre du m ou du cm), il faudrait un trop grand nombre de cellules. La solution retenue est donc de multiplier la taille du joint. Lorsqu'on voudra modéliser un massif dans son ensemble, parcouru par des familles de fractures, il faudra peut-être aller jusqu'à multiplier l'épaisseur des joints par dix, cent ou mille. On ne travaillera donc plus avec un modèle qui reprend les dimensions du cas réel mais avec une maquette dont les résultats devront être réduits par un facteur d'échelle à déterminer.

L'adaptation de la vitesse du front de calcul aux dimensions et aux caractéristiques d'une cellule entraîne une divergence de FLAC dans une cellule beaucoup plus longue que large (rapport longueur-largeur supérieur à dix). Or, dans le cas de la méthode retenue pour modéliser une discontinuité, c'est-à-dire par une mince couche de cellule de matériau ayant

les propriétés globales du joint, il est plutôt logique d'envisager des cellules bien plus longues que large. Il faudra donc veiller à diviser le joint en un nombre suffisant de cellules pour ne pas générer de « difformités » du maillage.

Le calibrage de la vitesse du front de calcul dans le cas du programme présenté a été établi empiriquement comme valant dix fois celui de la roche intacte. Ce choix empirique n'est basé que sur un petit nombre de simulations avec un éventail restreint de coefficients multiplicatifs. Il serait intéressant d'établir clairement quel lien existe entre les coefficients c_{max} et s_{max} du matériau représentatif du joint d'une part, et de la roche intacte d'autre part.

Autre source de discontinuité numérique, les paramètres hydrogéologiques. La roche intacte ne peut pas être parfaitement imperméable lorsqu'on utilise un modèle numérique. Seule une gamme de valeurs pour la perméabilité et la porosité de la roche sont acceptables : de trop grands écarts avec les caractéristiques des joints déstabilisent le logiciel mais de trop faibles écarts estompent le rôle des discontinuités dans l'évolution de l'écoulement souterrain. La perméabilité du joint doit être changée de manière inversement proportionnelle à l'augmentation de son épaisseur décrite plus haut. Un rapport de 20 a été choisi entre la perméabilité de la matrice rocheuse et la perméabilité du joint. Quant à la porosité, Itasca (2005) suggère de ne pas passer en dessous de 20%. En dessous de cette limite, la raideur apparente du fluide (égale à K_w/n) devient bien plus grande que celle du solide et le temps de convergence est très long.

La réalisation de la grille est donc pour beaucoup dans la stabilité du modèle utilisé. FLAC v.5.0 ne possède pas vraiment générateur de grilles. La grille est généralement créée à la main et le raffinement local du maillage nécessite bien souvent de refaire toute la grille.

Les déformations de la matrice ainsi que l'écoulement qui y prend place peuvent avoir une influence non négligeable sur le comportement du joint étudié. Par défaut, FLAC ne modifie pas la porosité du milieu ou celle de la conductivité lorsque les contraintes évoluent. Les modifications de la perméabilité et de la porosité en fonction de la déformation volumique cumulée apportent une précision supplémentaire. Cependant les relations sur lesquelles elles reposent mériteraient d'être vérifiées. D'autre part, l'implémentation de ces relations nécessite un surplus de temps de calcul car le logiciel va chercher, par défaut, toutes les dix étapes, la valeur de la porosité et du coefficient de mobilité correspondant à la déformation volumique actuelle. Les tables de la porosité et du coefficient de mobilité sont calculées et enregistrées par FLAC. L'incrément de déformation volumique retenu doit donc être suffisamment petit afin d'avoir une bonne précision.

Le couplage nécessite notamment de choisir judicieusement le nombre de sous-étapes de calcul mécanique et hydraulique. Une méthode conseillée est de commencer la modélisation en forçant le logiciel à faire une dizaine d'étapes mécaniques pour une étape hydraulique.

Puis le ratio $nmech/ngw$ est diminué à 1/100 comme fait à la section (4.6.1). Généralement, le temps caractéristique de l'écoulement est affiché par FLAC lors du lancement du calcul. Ce temps caractéristique de l'écoulement fluide est obtenu à partir de la relation (3.41) dans laquelle les valeurs locales des grandeurs sont introduites. Le temps caractéristique affiché par FLAC est donné pour la valeur du temps caractéristique du calcul mécanique du cas en cours de calcul. Il incombe à l'utilisateur de s'assurer que le ratio $\frac{ngw}{nmech}$ respecte les temps de calculs du modèle. Les résultats d'une modélisation ne sont donc valides que si les paramètres du calcul sont cohérents.

En résumé, le gros obstacle lors de l'implémentation du modèle CSDSw est le logiciel choisi qui est un logiciel qui fonctionne bien avec des milieux continus. Or on cherche à modéliser des discontinuités géologiques.

5.3 Améliorations futures

La calibration du modèle numérique réclame des séries de mesures en laboratoire. Les études en laboratoire pourront être réalisées sur des joints synthétiques idéalisés (en dent de scie) ou des copies conformes de joints réels. Un mélange convenable pour la reproduction des joints est donné par Indraratna (1990). Ce mélange est constitué de 10,0% de plâtre blanc, 75,8% de sable fin uniforme, 15,15% d'eau à température ambiante et 0,05% de phosphate de sodium anhydre (retardateur). Les propriétés mécaniques du matériau de synthèse devront être vérifiées sur un certain nombre d'échantillon afin de s'assurer de la reproductibilité des joints synthétiques et de la cohérence de ces propriétés vis-à-vis des propriétés du matériau réel. En effet, s'il est seulement possible de reproduire une gamme restreinte de propriétés mécaniques en laboratoire, le modèle numérique ne pourra être calibré que sur une gamme restreinte de propriétés mécaniques.

L'application du modèle à un cas grandeur nature permettrait de confronter les prédictions du modèle avec ce qui est réellement observé. Il faudrait donc mettre en place des campagnes de mesures in situ. Le choix des instruments de mesure et le nombre de forage nécessaires à la détermination du tenseur de contraintes in-situ sont encore à définir. Une fois que le comportement d'une discontinuité a pu être mesuré in-situ, il conviendrait de comparer le comportement prédit avec le modèle CSDS (ou CSDSw) avec le comportement prédit par un modèle de joint simple de type Mohr-Coulomb. Cette comparaison permettra de quantifier la précision du modèle CSDSw mais également la complexité (ou la simplicité) de son utilisation et le temps nécessaire pour arriver à une solution par rapport à un modèle simple largement utilisé.

La détermination des coefficients β_1 et β_2 du modèle CSDS améliorerait la précision du

logiciel puisqu'elle lui permettrait de rendre compte de la phase de contraction initiale du joint. La détermination de ces paramètres nécessite une série d'expériences de laboratoire. Il faudrait envisager des séries de mesures expérimentales au cours desquelles on porterait une attention particulière à la phase de contraction du joint. L'expression analytique du modèle devrait être également utilisée afin d'expliciter les valeurs de ces deux coefficients en fonction des grandeurs caractéristiques du joint.

Le modèle analytique pourrait également être affiné en menant une analyse paramétrique exhaustive. Cette analyse paramétrique permettrait de repérer les éventuels ensembles de plages de valeurs dans lesquelles le modèle CSDS est peu précis ou carrément inutilisable. Une fois déterminées, ces plages de valeurs devront être comparées aux valeurs observables dans la réalité grâce à des résultats de la littérature ou de mesure in-situ.

Les expériences de laboratoire qui pourraient être menées afin de calibrer le modèle numérique devront également permettre de calibrer les équations (3.29) et (3.37) proposées à la section 3.5 qui permettent de relier, respectivement, la porosité et la perméabilité à la déformation volumique.

Enfin, il serait intéressant d'implémenter le modèle CSDSw sous un autre logiciel prenant en compte les contrastes de caractéristiques hydrogéologiques et mécaniques. Par exemple, UDEC de la société Itasca, pourrait être utilisé dans un travail ultérieur. Ce logiciel permet lui aussi d'implémenter des modèles définis par l'utilisateur. Comme il possède le même langage natif que FLAC (FISH), l'adaptation sous UDEC du programme développé au cours de ce travail serait facilitée. Une fois que le modèle CSDSw aura été amélioré, calibré et implémenté sous UDEC, il pourrait être implémenté en C++. La compilation d'un modèle défini par l'utilisateur, rédigé en C++ donne une application .dll directement téléchargeable par le logiciel. Le nouveau modèle est alors disponible par défaut dans la bibliothèque de modèles de FLAC ou UDEC ce qui rend son utilisation beaucoup plus aisée et plus efficace.

RÉFÉRENCES

- BANDIS, S., LUMSDEN, A. et BARTON, N. (1983). Fundamentals of rock joint deformation. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, vol. 20, pp. 249–268.
- BARENBLATT, G., ZHELTOV, Y. et KOCHINA, I. (1960). Basic concepts in theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 24, pp. 1286–1303.
- BARTON, N. (1973). Review of a new shear-strength criterion for rock joints. *Engineering Geology*, vol. 7, pp. 287–332.
- BARTON, N. (1976). Rock mechanics review - the shear strength of rock and rock joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 13, pp. 255–279.
- BARTON, N. (1986). Deformation phenomena in jointed rock. *Geotechnique*, vol. 36, pp. 147–167.
- BARTON, N., BANDIS, S. et BAKHTAR, K. (1985). Strength, deformation and conductivity coupling of rock joints. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 22, pp. 121–140.
- BARTON, N. et CHOUBEY, V. (1977). Shear strength of rock joints in theory and practice. *Rock Mechanics*, vol. 10, pp. 1–54.
- BRADY, B. et BROWN, E. (2004). *Rock mechanics for underground mining (3rd ed.)*. Kluwer Academic Publishers.
- CHAPUIS, R. (1990). *A constitutive equation for granular materials from consideration of their internal structure*. In *Yielding, Damage and Failure from Anisotropic Solids*, Boehler.
- DARCY, H. (1856). *Les fontaines publiques de la ville de Dijon*. Paris : Dalmont.
- ESAKI, T., DU, S., MITANI, Y., IKUSADA, K. et JING, L. (1999). Development of a shear-flow test apparatus and determination of coupled properties for a single rock joint. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 36, pp. 641–650.
- FLAMAND, R., ARCHAMBAULT, G., GENTIER, S., RISS, J. et ROULEAU, A. (1994). An experimental study of the shear behavior of irregular joints based on angularities and progressive degradation of the surfaces. *Proceedings of the 47th Canadian Geotechnical Conference, Halifax*. pp. 253–262.
- FORTIN, M., GILL, D., LADANYI, B., AUBERTIN, M. et ARCHAMBAULT, G. (1990). Simulation of the effect of a variable normal stiffness on shear behavior of discontinuities. *Mechanics of Jointed and Faulted Rock*, vol. 33, pp. 381–388.

- GENTIER, S. (1986). *Morphologie et comportement hydromécanique d'une fracture naturelle dans le granite sous contrainte normale – Étude expérimentale et théorique*. Thèse de doctorat, Université d'Orléans, France.
- GENTIER, S., LAMONTAGNE, E., ARCHAMBAULT, G. et RISS, J. (1997). Anisotropy of flow in a fracture undergoing shear and its relationship to the direction of shearing and injection pressure. *International journal of rock mechanics and mining sciences and geomechanics abstracts*, 34, pp. 412–424.
- GOODMAN, R. (1970). The deformability of joints. in determination of the insitu modulus of deformation of rocks. *Special Technical Publication*, (ASTM), pp. 174–196.
- GOODMAN, R. (1976). *Methods of geological engineering in discontinuous rocks*. St. Paul : West Pub. Co.
- GOODMAN, R. (1980). *Introduction to rock mechanics*. New York : Wiley.
- GOODMAN, R. et ST-JOHN, C. (1977). Finite element analysis for discontinuous rocks. *Numerical Methods in Geotechnical Engineering*, 6, pp. 148–175.
- HABERFIELD, C. et SEIDEL, J. (1999). Some recent advances in the modelling of soft rock joints in direct shear. *Geotechnical and Geological Engineering*, vol. 17, pp. 177–195.
- HOEK, E. (2007). *Practical Rock Engineering*. Rock Science (2007 ed.).
- HOEK, E. et BROWN, E. (1980a). Empirical strength criterion for rock masses. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, vol. 106, pp. 1013–1035.
- HOEK, E. et BROWN, E. (1980b). *Underground excavation in rock*. London : The Institution of Mining and Metallurgy.
- HOEK, E. et BROWN, E. (1997). Practical estimates of rock mass strength. *International journal of rock mechanics and mining sciences and geomechanics abstracts*, vol. 34, pp. 1165–1186.
- INDRARATNA, B. (1990). Development and applications of a synthetic material to simulate soft sedimentary rocks. *Géotechnique*, vol. 40, pp. 189–200.
- ITASCA, C. G. I. (2005). *On line manual*. Third Edition.
- JAEGER, J. (1971). Friction of rock and stability of rock slopes. *Geotechnique*, vol. 21, pp. 97–134.
- JING, L. et HUDSON, J. A. (2004). Fundamentals of the hydro-mechanical behaviour of rock fractures : Roughness characterization and experimental aspects. *International journal of rock mechanics and mining sciences*, vol. 41, pp. 1A26.

- JUNYA, I., HYUNG-MOK, K. et HIDEYUKI, H. (2005). Estimation of hydraulic property of jointed rock mass considering excavation-induced change in permeability of each joints. *Soils and Foundations*, vol. 45, pp. 43–45.
- KAZEMI, H. (1969). Pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution. *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 9, pp. 451–462.
- LADANYI, B. et ARCHAMBAULT, G. (1970). Simulation of shear behaviour of a jointed rock mass. *Proceedings of the 11th Symposium on Rock Mechanics*. pp. 105–125.
- LADANYI, H. et ARCHAMBAULT, G. (1977). Shear strength and deormability of filled indented joints. *Proceedings of the 1st International Symposium on Geotechnical Structural Complex Formations, Capri*. pp. 317–326.
- LEE, H. et CHO, T. (2002). Hydraulic characteristics of rough fractures in linear flow under normal shear load. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 35, pp. 299–318.
- LOMIZE, G. (1951). *Flow in Fractured Rock (in Russian)*. Gosemergoizdat, Moscow.
- LOUIS, C. (1969). *Study of ground water flow in jointed rock and its influence on the stability of rock masses*. Rock Mech Research Report No10 Imp College.
- OLSSON, R. et BROWN, S. (1993). Hydromechanical response of a fracture undergoing compression and shear. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, vol. 30, pp. 845–851.
- PATTON, F. (1966). Multiple modes in shear failure in rock. *Proceedings of the 1st International Congress on Rock Mechanics, Lisbon*. pp. 509–513.
- PRICE, N. (1966). *Fault and joint development in brittle and semi-brittle rocks*. Pergamon, Oxford.
- PRIEST, S. (1993). *Discontinuity analysis for rock engineering (1st ed.)*. Chapman et Hall.
- RAGAN, D. (1985). *Structural geology, an introduction to geotechnical techniques (3rd Edition)*. Wiley, Chichester.
- ROWE, P., BARDEN, L. et LEE, I. (1964). Energy components during triaxial cell and direct shear tests. *Geotechnique*, vol. 14, pp. 247–261.
- SAEB, S. et AMADEI, B. (1990). Modelling joint response under constant or variable normal stiffness boundary conditions. *International journal of rock mechanics and mining sciences and geomechanics abstracts*, vol. 27, pp. 213–217.
- SAEB, S. et AMADEI, B. (1992). Modelling rock joints under shear and normal loading. *International journal of rock mechanics and mining sciences and geomechanics abstracts*, vol. 29, pp. 267–278.

- SEIDEL, J. et HABERFIELD, C. (1995). Application of energy principles to the determination of the sliding resistance of rock joints. *Rock mechanics and rock engineering*, vol. 28, pp. 211–226.
- SIMON, R. (1999). *Analysis of Fault-Slip Mechanisms in Hard Rock Mining*. Thèse de doctorat, Mc Gill University, Montréal, Canada.
- SIMON, R., AUBERTIN, M. et DENG, D. (2003). Estimation of post-peak behaviour of brittle rocks using a constitutive model for rock joints. *56e Conférence canadienne de géotechnique Winnipeg*. sur cd–Rom.
- SIMON, R., AUBERTIN, M. et MITRI, H. (1999a). A non-linear constitutive model for rock joints to evaluate unstable slip. *The 37th U.S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS), Vail, CO*. vol. 2, pp. 1091–1098.
- SIMON, R., MITRI, H. et AUBERTIN, M. (1999b). A comparative study of non-linear constitutive models for rock joints. *Proceeding of the 2nd Southern African Rock Engineering Symposium*. vol. 1, pp. 281–286.
- TSE, R. et CRUDEN, D. (1979). Estimating joints roughness coefficients. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanical Abstracts*, vol. 16, pp. 303–307.
- WARREN, J. E. et ROOT, P. J. (1963). The behavior of naturally fractured reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, vol. 3, pp. 245–255.
- WILSON, R. et AIFANTIS, E. (1982). On the theory of consolidation with double porosity. *International Journal of Engineering Science*, vol. 20, pp. 1009–1035.
- WITHERSPOON, P., WANG, J., IWAI, K. et GALE, J. (1980). Validity of cubic law for fluid flow in a deformable rock fracture. *Water Resources Research*, vol. 16, pp. 1016–1024.
- ZHANG, J. et ROEGIERS, J.-C. (2005). Double porosity finite element method for borehole modeling. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 38, pp. 217–242.

ANNEXE A

FICHIERS DES MODÈLES IMPLÉMENTÉS

A.1 Implémentation du modèle analytique de Saeb et Amadei (1992)

```

;Name:Saeb_Amadei model
;Diagram:
def saeb_amadei
  constitutive_model 990
  f_prop m_ur m_up m_phir m_phi0 m_phib m_i0 m_s0 m_c0 m_kni m_Vm
  f_prop m_aS m_i m_Sr t_p t_r ep
  f_prop Sn c0 Snn
  f_prop d_i1 d_i2 d_i d_as d_Sr
  f_prop dtp dtp1 dtp2 dtp3 dtp4 dtp5 B0 sent_sig sent_v
  f_prop m_u m_v d_u d_v sig_n sig_nn _vf
  f_prop m_knn m_ksn m_kss m_kns
  f_prop _u _ini

  int $icase $m_err
  float $B011 $B012 $B02
  float $knn2 $knn1
  float $ksn1 $ksn21 $ksn22 $ksn23 $ksn3 $ksn4 $ksn_n $ksn_d
  float $kns1 $kns2
  float $kss1 $kss2
  float $test_ur $test_up $test_sig $test_v
  float $coef $k2 $k1

  float $tg_psi $tan_psi

  float $ycase
  float $s11i $s22i $s12i $s33i $sdif $s0 $rad $s1 $s2 $s3
  float $si $sii $psdif $cs2 $si2 $dc2 $dss

```

```
case_of mode
```

```
;/////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////////
```

```

    case 1
$m_err = 0
;-----
    if m_phi0 > 89.0 then
        $m_err = 1
    end_if
    if m_phib > 89.0 then
        $m_err = 2
    end_if
    if m_phir > 89.0 then
        $m_err = 3
    end_if
    if m_i0 > 89.0 then
        $m_err = 4
    end_if
;-----
    if m_s0 < 0.0 then
        $m_err = 5
    end_if
    if m_c0 > 0.0 then
        $m_err = 6
    end_if
;-----
    if m_Vm < 0.0 then
        $m_err = 7
    end_if
    if m_kni > 0.0 then
        $m_err = 8
    end_if
;-----
    if m_ur < 0.0 then

```

```

        $m_err = 9
    end_if
    if m_up < 0.0 then
        $m_err = 10
    end_if
;-----
    if $m_err # 0 then
        nerr = 126
        error = 1
    end_if
;-----
sig_n = zs22
sig_nn= zs22
dtp   = 0

$icase = 1

if _ini=1 then
    _vf   = m_v
end_if

if _ini=0 then
    m_v   = 0
    m_u   = 0
    _ini  = 1
    _u    = 0
end_if

;////////////////////////////////////

    case 2
ep = 1
d_u = d_u + zde12*ep
d_v = d_v + zde22*ep
if d_u#0 then
    $tan_psi = d_v/d_u + $tan_psi

```

```
end_if
```

```
if zsub>0 then
```

```
m_u = m_u + d_u/zsub
```

```
m_v = m_v + d_v/zsub
```

```
tan_psi = $tan_psi/zsub
```

```
$tan_psi= 0
```

```
d_u = 0
```

```
d_v = 0
```

```
end_if
```

```
    ;On teste la valeur du déplacement
```

```
$test_v  = m_v  + m_Vm
```

```
$test_ur = m_ur - m_u
```

```
$test_up = m_up - m_u
```

```
$test_sig= sig_n/m_c0
```

```
if $test_up<=0 then
```

```
    if $test_ur>=0 then
```

```
if _u=0 then
```

```
    _u = 1
```

```
end_if
```

```
else
```

```
if _u=1 then
```

```
    _u = 2
```

```
end_if
```

```
end_if
```

```
else
```

```
if _u=0 then
```

```
    _u=0
```

```
end_if
```

```
end_if
```

```
SECTION
```

```

if $test_v<=0 then
    sent_v = 1
    $icase = 2
    EXIT SECTION
end_if

    if $test_sig<=1 then
if $icase # 2 then
$icase=1
EXIT SECTION
end_if
    else
$icase=2
sent_sig = 1
EXIT SECTION
    end_if
    END_SECTION

;On va calculer le tenseur des rigidités pour ensuite
; déterminer les contraintes locales
$k2    = 4
$k1    = 1.5
$coef = pi/180

; =====

    case_of $icase

case 1

Sn = -sig_n
c0 = -m_c0
Snn= -sig_nn

```

```
;..... tau p et tau r .....
```

```
m_aS = 1-(1-Sn/c0)^$k1
```

```
m_i = atan(tan(m_i0*$coef)*(1-Sn/c0)^$k2)/$coef
```

```
m_Sr = m_s0+Sn*tan(m_phi0*$coef)
```

```
t_r = Sn*tan(m_phir*$coef)
```

```
t_p = 1*(Sn*(1-m_aS)*tan((m_i+m_phib)*$coef)+m_aS*m_Sr)
```

```
;Dérivée des grandeurs précédentes par rapport à sigma n = -Sn
```

```
; On multiplie donc, au final par -1
```

```
d_as = 1/c0*$k1(1-Sn/c0)^($k1-1)
```

```
d_i1 = -1*tan(m_i0*$coef)*$k2*(1-Sn/c0)^($k2-1)/c0
```

```
d_i2 = 1+(tan(m_i0*$coef)*(1-Sn/c0)^$k2)^2
```

```
d_i = d_i1/d_i2/$coef
```

```
d_Sr = tan(m_phi0*$coef)
```

```
dtp1 = (1-m_aS)*tan((m_i+m_phib)*$coef)
```

```
dtp2 = Sn*(-d_as)*tan((m_i+m_phib)*$coef)
```

```
dtp3 = Sn*(1-m_aS)*d_i*$coef/(cos((m_i+m_phib)*$coef))^2
```

```
dtp4 = d_as*m_Sr
```

```
dtp5 = m_aS*d_Sr
```

```
dtp = -1*(dtp1 + dtp2 + dtp3 + dtp4 + dtp5)
```

```
;On peut fixer B0 tel que tau(u>ur)=t_r strictement
```

```
;
```

```
; multiplié c0 pour respecter c0 = -c0
```

```
if _u=0 then
```

```
    B0 = tan(m_phir*$coef)/tan((m_i0+m_phib)*$coef); valeur conseillée par Goodman
end_if
```

```
if _u=1 then
```

```
    $B011 = -dtp*c0*m_u + dtp*c0*m_ur + m_up*dtp*Sn
```

```

    $B012 = m_up*t_p - m_u*ntp*Sn - m_u*t_p
    $B02  = ((-m_up + m_u)*(-ntp*c0 - ntp*Sn - t_p))
    B0    = ($B011+$B012)/$B02
end_if

if _u=2 then
    B0 = 0
end_if

;..... Raideurs .....

;Détermination de k_ns = dsigma/du = -dSn/du
;Détermination de k_nn = dsigma/dv = -dSn/dv
;Détermination de k_sn et k_ss

if _u=0 then
$kns1 = -(1-Sn/c0)^$k2*tan(m_i0*$coef)
$kns21 = -m_u*$k2/c0
$kns22 = (1-Sn/c0)^($k2-1)
$kns23 = tan(m_i0*$coef)
$kns3 = m_Vm^2*m_kni
$kns4 = (m_kni*m_Vm-Sn)^2
$kns_n = $kns1
$kns_d = ($kns21*$kns22*$kns23+$kns3/$kns4)
m_kns = -1*($kns_n/$kns_d)

$knn1 = -$k2*m_u/c0*(1-Sn/c0)^($k2-1)*tan(m_i0*$coef)
$knn2 = m_kni*m_Vm^2/(m_kni*m_Vm-Sn)^2
m_knn = -1*(1/($knn2+$knn1))

m_ksn = m_u/m_up*m_knn*ntp
m_kss = m_u/m_up*m_kns*ntp+t_p/m_up
end_if

if _u=1 then ;----- u>up et u<ur
$kns1 = (1-Sn/c0)^$k2*tan(m_i0*$coef)

```

```

$kns21 = -m_u*$k2/c0
$kns22 = (1-Sn/c0)^($k2-1)
$kns23 = tan(m_i0*$coef)
$kns3 = m_Vm^2*m_kni
$kns4 = (m_kni*m_Vm-Sn)^2
$kns_n = -$kns1
$kns_d = ($kns21*$kns22*$kns23+$kns3/$kns4)
m_kns = -1*($kns_n/$kns_d)

$knn1 = -$k2*m_u/c0*(1-Sn/c0)^($k2-1)*tan(m_i0*$coef)
$knn2 = m_kni*m_Vm^2/(m_kni*m_Vm-Sn)^2
m_knn = -1*(1/($knn2+$knn1))

$ksn1 = dtp*(m_u-m_ur)
$ksn2 = (m_up-m_u)*(dtp*(B0+(1-B0)/c0*Sn)+t_p/c0*(1-B0))
m_ksn = m_knn/(m_up-m_ur)*($ksn1+$ksn2)

$ks1 = (t_p-t_r)/(m_up-m_ur)
$ks2 = m_kns/(m_up-m_ur)
m_kss = $ks1+$ks2*($ksn1+$ksn2)
end_if

if _u=2 then
m_kns = 0

$knn1 = -$k2*m_ur/c0*(1-Sn/c0)^($k2-1)*tan(m_i0*$coef)
$knn2 = m_kni*m_Vm^2/(m_kni*m_Vm-Sn)^2
m_knn = -1*(1/($knn2+$knn1))

m_kss = m_kns*(dtp*(B0+(1-B0)/c0*Sn)+t_p/c0*(1-B0))
m_ksn = m_knn*(dtp*(B0+(1-B0)/c0*Sn)+t_p/c0*(1-B0))
end_if

;..... Relation v-u .....
if _u#2 then
_vf = m_u*(1-Sn/c0)^$k2*tan(m_i0*$coef)+Sn*m_Vm/(m_kni*m_Vm-Sn)

```

```

else
    _vf = m_ur*(1-Sn/c0)^(k2*tan(m_i0*$coef))+Sn*m_Vm/(m_kni*m_Vm-Sn)
end_if

;..... Contraintes principales .....

;Actualisation des contraintes
$s11i = zs11
$s22i = zs22 + m_knn*zde22*ep + m_kns*zde12*ep
$s33i = zs33
$s12i = zs12 + m_ksn*zde22*ep + m_kss*zde12*ep

;-----
$sdif = $s11i - $s22i
$s0 = 0.5 * ($s11i + $s22i)
$rad = 0.5 * sqrt ($sdif*$sdif + 4.0 * $s12i*$s12i)

;Contraintes principales
$si = $s0 - $rad
$sii = $s0 + $rad
$psdif = $si - $sii

;Détermination du cas
    if $s33i > $sii then
; s33 est majeure
$ycase = 3
$s1 = $si
$s2 = $sii
$s3 = $s33i
    else
; s33 est mineure ou intermediaire
        if $s33i < $si then
; s33 est mineure

```

```

$ycase = 2
$s1     = $s33i
$s2     = $si
$s3     = $sii
else
    ;s33 est intermédiaire
    $ycase = 1
    $s1     = $si
    $s2     = $s33i
    $s3     = $sii
end_if
    end_if

    ;cosinus directeurs
    if $psdif = 0 then
$cs2 = 1
$si2 = 0
    else
$cs2 = $sdif/$psdif
$si2 = 2*$s12i/$psdif
    end_if

    ;Retour aux axes globaux
case_of $ycase
    ;-----
    case 1
$dc2 = ($s1 - $s3) * $cs2
$dss = $s1 + $s3
zs11 = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22 = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12 = 0.5 * ($s1 - $s3) * $si2
zs33 = $s2

dsig_n = dsig_n + zs22

if zsub>0 then

```

```

        sig_nn = sig_n
        sig_n  = dsig_n/zsub
        dsig_n = 0
end_if

;-----
    case 2
$dc2  = ($s2 - $s3) * $cs2
$dss  =  $s2 + $s3
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s2 - $s3) * $si2
zs33  = $s1

dsig_n = dsig_n + zs22

if zsub>0 then
    sig_nn = sig_n
    sig_n  = dsig_n/zsub
    dsig_n = 0
end_if

;-----
    case 3
$dc2  = ($s1 - $s2) * $cs2
$dss  =  $s1 + $s2
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s1 - $s2) * $si2
zs33  = $s3

dsig_n = dsig_n + zs22

if zsub>0 then
    sig_nn = sig_n
    sig_n  = dsig_n/zsub

```

```

        dsig_n = 0
end_if
;-----

end_case
; =====
case 2

Sn = -sig_n
c0 = -m_c0
Snn= -sig_nn

m_aS = 1
m_i   = 0
m_Sr = m_s0+c0*tan(m_phi0*$coef)

t_r   = -c0*tan(m_phir*$coef)
t_p   = -m_aS*m_Sr

;-----

d_as   = 0
d_i     = 0
d_Sr   = tan(m_phi0*$coef)

dtp    = -m_aS*d_Sr

;Détermination de k_ns=dsigma/du
m_kns  = 0

;Détermination de k_nn
m_knn  = -m_kni*((m_kni*m_Vm-Sn)/(m_kni*m_Vm))^2

;Détermination de k_sn et k_ss

```

```

if _u=0 then
m_ksn = m_u/m_up*m_knn*dtp
m_kss = -t_p/m_up
end_if

if _u=1 then ;----- u>up et u<ur
$ksn1 = dtp*(m_u-m_ur)
$ksn2 = (m_up-m_u)*dtp
m_ksn = m_knn/(m_up-m_ur)*($ksn1+$ksn2)

$kss1 = (t_p-t_r)/(m_up-m_ur)
m_kss = $kss1
end_if

if _u=2 then
m_kss = 0
m_ksn = 0
end_if

;Actualisation des contraintes
$s11i = zs11
$s22i = zs22 + m_knn*zde22*ep + m_kns*zde12*ep
$s33i = zs33
$s12i = zs12 + m_ksn*zde22*ep + m_kss*zde12*ep

$sdif = $s11i - $s22i
$s0 = 0.5 * ($s11i + $s22i)
$rad = 0.5 * sqrt ($sdif*$sdif + 4.0 * $s12i*$s12i)
;Contraintes principales
$si = $s0 - $rad
$sii = $s0 + $rad
$psdif = $si - $sii

;Détermination du cas

```

```

        if $s33i > $sii then
; s33 est majeure
$ycase = 3
$s1     = $si
$s2     = $sii
$s3     = $s33i
        else
; s33 est mineure ou intermediaire
        if $s33i < $si then
; s33 est mineure
$ycase = 2
$s1     = $s33i
$s2     = $si
$s3     = $sii
else
; s33 est intermédiaire
        $ycase = 1
        $s1     = $si
        $s2     = $s33i
        $s3     = $sii
end_if
        end_if

; cosinus directeurs
        if $psdif = 0 then
$cs2 = 1
$si2 = 0
        else
$cs2 = $sdif/$psdif
$si2 = 2*$s12i/$psdif
        end_if

; Retour aux axes globaux
case_of $ycase
; -----
case 1

```

```

$dc2  = ($s1 - $s3) * $cs2
$dss  = $s1 + $s3
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s1 - $s3) * $si2
zs33  = $s2

```

```

dsig_n = dsig_n + zs22

```

```

if zsub>0 then

```

```

    sig_nn = sig_n
    sig_n  = dsig_n/zsub
    dsig_n = 0

```

```

end_if

```

```

;-----

```

```

case 2

```

```

$dc2  = ($s2 - $s3) * $cs2
$dss  = $s2 + $s3
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s2 - $s3) * $si2
zs33  = $s1

```

```

dsig_n = dsig_n + zs22

```

```

if zsub>0 then

```

```

    sig_nn = sig_n
    sig_n  = dsig_n/zsub
    dsig_n = 0

```

```

end_if

```

```

; =====

```

```

case 3

```

```

$dc2  = ($s1 - $s2) * $cs2
$dss  = $s1 + $s2

```

```

zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s1 - $s2) * $si2
zs33  = $s3

dsig_n = dsig_n + zs22

if zsub>0 then
    sig_nn = sig_n
    sig_n = dsig_n/zsub
    dsig_n = 0
end_if
    ;-----
end_case
end_case

;=====
case 3
cm_max = -m_kni
sm_max = 4e10
end_case
end

```

A.2 Implémentation du modèle analytique CSDSw

```

def csdsw
constitutive_model 997
    f_prop m_ur m_up m_phir m_phi0 m_phib m_i0 m_s0 c0 m_kni m_Vm
    f_prop ep dip cmx smx
    f_prop m_aS m_Sr t_p t_r m_i
    f_prop Sn Snn Stg tau
float $dSn $dSt $dtau
f_prop dSn dSt dtau

    f_prop m_u m_v d_u d_v

```

```
f_prop m_knn m_ksn m_kss m_kns
f_prop _u _ini
f_prop lr
```

```
f_prop bulk_r shear_r t0 _ten
f_prop m_nphi m_npsi m_csnp m_e1 m_e2 m_x1 m_sh2
float $sphi $spsi
```

```
f_prop d_i1 d_i2 d_i d_as d_Sr
f_prop dtp dtp1 dtp2 dtp3 dtp4 dtp5 B0
```

```
f_prop beta1 beta4 beta5 _vv
```

```
f_prop aa bb cc dd ee f_f
```

```
f_prop d_a d_b d_d d_e alfa beta
float $d_e11 $d_e12 $d_e21 $d_e22 $d_d11 $d_d12 $d_d21 $d_d22 $d_dn $d_dd
```

```
float $ff1 $f11 $f12 $f13 $ff2 $f21 $f22 $f23
float $ee1 $ee2
float $eei $ffi $fi1 $fi2 $fi3
float $m $lim
```

```
f_prop cs2th sn2th cs_2th sn_2th
float $du $dv $dt
```

```
float $icase $knn2 $knn1 $knn11
float $kns1 $kns11 $kns21 $kns22 $kns23 $kns3 $kns_n $kns_d
float $ksn1 $ksn2
float $kss1 $kss2
float $test_ur $test_up $test_sig $test_v
float $m_err $coef $k2 $k1
```

```
float $ycase
float $s11i $s22i $s12i $s33i $sdif $s0 $rad $s1 $s2 $s3
```

```

float $si $sii $psdif cs2 $si2 $dc2 $dss

f_prop _poro
float $delta_V
float $cmax1 $cmax2

case_of mode

;=====
case 1
$m_err = 0
;-----
    if m_phi0 > 89.0 then
        $m_err = 1
    end_if
    if m_phib > 89.0 then
        $m_err = 2
    end_if
    if m_phir > 89.0 then
        $m_err = 3
    end_if
    if m_i0 > 89.0 then
        $m_err = 4
    end_if
;-----
    if m_s0 < 0.0 then
        $m_err = 5
    end_if
    if c0 > 0.0 then
        $m_err = 6
    end_if
;-----
    if m_Vm < 0.0 then
        $m_err = 7
    end_if
    if m_kni < 0.0 then

```

```

        $m_err = 8
    end_if
;-----
    if m_ur < 0.0 then
        $m_err = 9
    end_if
    if m_up < 0.0 then
        $m_err = 10
    end_if
;-----
    if ep <= 0.0 then
        $m_err = 11
    end_if
;-----
    if $m_err # 0 then
        nerr = 126
        error = 1
    end_if
;-----
sn2th = sin( 2*dip*pi/180)
cs2th = cos( 2*dip*pi/180)
sn_2th = sin(-2*dip*pi/180)
cs_2th = cos(-2*dip*pi/180)
;-----
Sn = (zs11+zs22)/2 - (zs11-zs22)/2*cs2th - zs12*sn2th
Stg = (zs11+zs22)/2 + (zs11-zs22)/2*cs2th + zs12*sn2th
tau =                - (zs11-zs22)/2*sn2th + zs12*cs2th
;-----
m_e1 = bulk_r + 4.0 * shear_r / 3.0
m_e2 = bulk_r - 2.0 * shear_r / 3.0
;-----
if _ini=0
;
    m_v = (Sn*m_Vm)/(m_kni*m_Vm-Sn)
    m_u = 0
    _ini = 1

```

```

;
    dtp      = 0
    _u       = 0
    $icase   = 1
    $du      = 0
    $dv      = 0
;
end_if
;-----

;=====
    case 2
zvisc = 1.0

; $dv est l'incrément de fermeture du joint
; $du est l'incrément de cisaillement du joint
; $dt est l'incrément d'élongation longitudinale

$dv = ((zde11+zde22)/2-(zde11-zde22)/2*cs2th-zde12/2*sn2th)*ep
$du = (-(zde11-zde22)/2*sn2th + zde12/2*cs2th)*ep*2
$dt = ((zde11+zde22)/2+(zde11-zde22)/2*cs2th+zde12/2*sn2th)*ep

d_u = $du + d_u
d_v = $dv + d_v

if zsub>0 then
    m_v = m_v + d_v/zsub
    m_u = m_u + d_u/zsub
    d_u = 0
    d_v = 0
end_if

;..... Relation u-v ... (pour comparaison) .....
;Détermination de beta 1, 4 et 5

beta1 = m_ur*(1-Sn/c0)^$k2*tan(m_i0*$coef) + (Sn*m_Vm)/(m_kni*m_Vm-Sn)

```

```

beta4  = m_ur*(1-Sn/c0)^$k2*tan(m_i0*$coef)
beta5  = 1.5/m_ur
      ;Détermination du déplacement recherché
_vv     = (beta1-beta4*exp(-beta5*m_u))
;.....
;Constantes de LADAR et coefficient de passage des degrés
;au radians

$k2     = 4
$k1     = 1.5
$coef   = pi/180

section
$test_v = m_v  + m_Vm
$test_sig= Sn/c0

      ;On regarde si on est encore dans le domaine de
      ; déformation du joint

      if $test_v<=0 then
$icase = 2
exit section
;La roche intacte doit assurer la résistance du joint
      end_if

      if $test_sig>1 then
$icase = 2
exit section
;La roche intacte doit assurer la résistance du joint
      end_if

      if $test_sig>0 then
if $icase = 1 then
      $icase = 1
      exit section

```

```

        ;On est dans le domaine de résistance en cisaillement
        ;du joint
end_if
    end_if

```

```

        if $test_sig<0 then
$icase = 3
        ;Le joint travaille en tension
exit section
        end_if

```

```

end_section

```

```

        ;On teste la valeur du déplacement de cisaillement
if m_u>0 then
    $test_ur = m_ur - m_u
    $test_up = m_up - m_u
else
    $test_ur = m_ur + m_u
    $test_up = m_up + m_u
end_if

```

```

if $test_up<=0 then
    if $test_ur>=0 then
if _u=0 then
    _u = 1
    ;u compris entre up et ur
    end_if
    else
if _u=1 then
    _u = 2
    ;u au-delà de ur
end_if
    end_if
else

```

```

if _u=0 then
  _u=0
end_if
end_if

;-----

      case_of $icase
;          =====
case 1

;..... tau p et tau r .....
if Sn=0 then
  $test_Sn = 1
  m_aS = 0
  m_i = m_i0
  m_Sr = m_s0
else
  $test_Sn = 2
  m_aS = 1-(1-abs(Sn/c0))$k1
  m_i = atan(tan(m_i0*$coef)*(1-abs(Sn/c0))$k2)/$coef
  m_Sr = m_s0-Sn*tan(m_phi0*$coef)
end_if

t_r = -Sn*tan(m_phir*$coef)
t_p = -Sn*(1-m_aS)*tan((m_i+m_phib)*$coef)+m_aS*m_Sr

;Dérivée des grandeurs précédentes par rapport à sigma n

d_as = 1/c0*$k1(1-Sn/c0)($k1-1)
d_i1 = -$k2/c0*tan(m_i0*$coef)*(1-Sn/c0)($k2-1)
d_i2 = 1+(tan(m_i0*$coef)*(1-Sn/c0)$k2)2
d_i = d_i1/d_i2/$coef
d_Sr = -tan(m_phi0*$coef)

```

```

dtp1 = -(1-m_aS)*tan((m_i+m_phib)*$coef)
dtp2 = -Sn*(-d_as)*tan((m_i+m_phib)*$coef)
dtp3 = -Sn*(1-m_as)*d_i*$coef/(cos((m_i+m_phib)*$coef))^2
dtp4 = d_as*m_Sr
dtp5 = m_aS*d_Sr
dtp = dtp1 + dtp2 + dtp3 + dtp4 + dtp5

;..... coefficients a,b,c,d et e .....
aa = t_r
cc = 5/m_ur

$ee1 = cc*1.01
$ee2 = 15e3

$f11 = t_p-t_r*(1-exp(-5*m_up/m_ur))
$f12 = exp($ee1*m_up)*(t_p-t_r)+t_r
$f13 = 5*exp(-5*m_up/m_ur)
$ff1 = $ee1*m_ur*$f11-$f12*$f13

$f21 = t_p-t_r*(1-exp(-5*m_up/m_ur))
$f22 = exp($ee2*m_up)*(t_p-t_r)+t_r
$f23 = 5*exp(-5*m_up/m_ur)
$ff2 = $ee2*m_ur*$f21-$f22*$f23

f_f = max($ff1,-$ff2)

$eei = ($ee1+$ee2)/2
$ffi = 0
$m = 0

$lim = ln(1e6*($ee2-$ee1))/ln(2)-1

loop while $m<$lim
$eei = ($ee1+$ee2)/2

```

```

$fi1 = t_p-t_r*(1-exp(-5*m_up/m_ur))
$fi2 = exp($eei*m_up)*(t_p-t_r)+t_r
$fi3 = 5*exp(-5*m_up/m_ur)
$ffi = $eei*m_ur*$fi1-$fi2*$fi3

if $ffi>0 then
$ee1 = $eei
$ff1 = $ffi
else
$ee2 = $eei
$ff2 = $ffi
end_if
f_f=max($ff1,-$ff2)
$m = $m +1
end_loop

ee = ($ee1+$ee2)/2

dd = (t_p-t_r*(1-exp(-5*m_up/m_ur)))/(exp(-5*m_up/m_ur)-exp(-ee*m_up))
bb = dd-aa

;Dérivée des coefficients par rapport à sigma n
d_a = -tan(m_phr*$coef)

$d_e11= 5*exp(-5*m_up/m_ur)*(exp(ee*m_up)*(dtp-d_a)+d_a)
$d_e12= -ee*m_ur*(dtp-d_a*(1-exp(-5*m_up/m_ur)))
$d_e21= m_ur*(t_p-t_r*(1-exp(-5*m_up/m_ur)))
$d_e22= -5*exp(-5*m_up/m_ur)*exp(ee*m_up)*(t_p-t_r)

if Sn#0 then
d_e = ($d_e11+$d_e12)/($d_e21+$d_e22)
end_if

$d_d11= dtp-d_a*(1-exp(-5*m_up/m_ur))
$d_d12= exp(-5*m_up/m_ur)-exp(-ee*m_up)

```

```

$d_d21= t_p-t_r*(1-exp(-5*m_up/m_ur))
$d_d22= d_e*m_up*exp(-ee*m_up)
$d_dn = $d_d11*$d_d12-$d_d21*$d_d22
$d_dd = (exp(-5*m_up/m_ur)-exp(-ee*m_up))^2
d_d    = $d_dn/$d_dd

d_b    = d_d-d_a

alfa   = d_a + d_b*exp(-cc*m_u)
alfa   = alfa - d_d*exp(-ee*m_u)
alfa   = alfa + d_e*dd*m_u*exp(-ee*m_u)

beta   = -bb*cc*exp(-cc*m_u)+dd*ee*exp(-ee*m_u)

;..... tenseur des raideurs .....
;Détermination de k_ns=dsigma/du
$kns1  = -1.5*(1-Sn/c0)^$k2*tan(m_i0*$coef)*exp(-1.5*m_u/m_ur)
$kns21 = -$k2*m_ur/c0*(1-Sn/c0)^($k2-1)*tan(m_i0*$coef)
$kns23 = (1-exp(-1.5*m_u/m_ur))
$kns22 = (m_kni*m_Vm^2)/(m_kni*m_Vm-Sn)^2

$kns_n = $kns1
$kns_d = ($kns21*$kns23+$kns22)
m_kns  = ($kns_n/$kns_d)

;Détermination de k_nn
$knn1  = -$k2*m_ur/c0*(1-Sn/c0)^($k2-1)*tan(m_i0*$coef)
$knn11 = (1-exp(-1.5*m_u/m_ur))
$knn2  = m_kni*m_Vm^2/(m_kni*m_Vm-Sn)^2
m_knn  = 1/($knn1*$knn11+$knn2)

;Détermination de kss
m_kss  = beta + alfa*m_kns

```

```

;Détermination de ksn
m_ksn = alfa*m_knn

;..... Actualisation des contraintes .....
;On introduit la variation de volume due à l'écrasement et
;au glissement le long des aspérités
_poro = zporos

;On calcule en premier les contraintes dans le repères incliné
;de theta="dip" i.e. Sn et tau
$dSn = m_knn*$dv + m_kns*$du
$dSt = $dv/ep* m_e2 + $dt/ep * m_e1
$dtau = m_ksn*$dv + m_kss*$du

dSn = dSn + $dSn
dSt = dSt + $dSt
dtau = dtau + $dtau

;On transpose dans le repère global
$s11i = zs11 + ($dSt+$dSn)/2 + ($dSt-$dSn)/2*cs_2th + $dtau*sn_2th
$s22i = zs22 + ($dSt+$dSn)/2 - ($dSt-$dSn)/2*cs_2th - $dtau*sn_2th
$s33i = zs33
$s12i = zs12 - ($dSt-$dSn)/2*sn_2th + $dtau*cs_2th

$sdif = $s11i - $s22i
$s0 = 0.5 * ($s11i + $s22i)
$rad = 0.5 * sqrt ($sdif*$sdif + 4.0 * $s12i*$s12i)

;Contraintes principales
$si = $s0 - $rad
$sii = $s0 + $rad
$psdif = $si - $sii

```

```

;Détermination du cas
    if $s33i > $sii then
; s33 est majeure
$ycase = 3
$s1     = $si
$s2     = $sii
$s3     = $s33i
    else
; s33 est mineure ou intermediaire
    if $s33i < $si then
; s33 est mineure
$ycase = 2
$s1     = $s33i
$s2     = $si
$s3     = $sii
    else
; s33 est intermédiaire
$ycase = 1
        $s1     = $si
        $s2     = $s33i
        $s3     = $sii
    end_if
end_if
    end_if

;cosinus directeurs
    if $psdif = 0 then
cs2 = 1
$si2 = 0
    else
cs2 = $sdif/$psdif
$si2 = 2*$s12i/$psdif
    end_if

;Retour aux axes globaux
case_of $ycase

```

```

        case 1
$dc2  = ($s1 - $s3) * cs2
$dss  = $s1 + $s3
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s1 - $s3) * $si2
zs33  = $s2

        case 2
$dc2  = ($s2 - $s3) * cs2
$dss  = $s2 + $s3
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s2 - $s3) * $si2
zs33  = $s1

        case 3
$dc2  = ($s1 - $s2) *cs2
$dss  = $s1 + $s2
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s1 - $s2) * $si2
zs33  = $s3
end_case

; ----- retranscription dans le repère lié au joint -----
if zsub>0 then
    Sn  =  Sn  +  dSn/zsub
    Stg =  Stg +  dSt/zsub
    tau =  tau + dtau/zsub
;
    dSn = 0
    dSt = 0
    dtau= 0
end_if
;-----

```

```

;=====

case 2

m_aS = 1
m_i   = 0
m_Sr  = m_s0-c0*tan(m_phi0*$coef)

t_r   = -c0*tan(m_phir*$coef)
t_p   = -m_aS*m_Sr

;-----

d_as   = 0
d_i    = 0
d_Sr   = tan(m_phi0*$coef)

dtp    = -m_aS*d_Sr

;Détermination de k_ns=dsigma/du
m_kns  = 0

;Détermination de k_nn
m_knn  = 0;-m_kni*((m_kni*m_Vm-Sn)/(m_kni*m_Vm))^2

;Détermination de kSn et k_ss

if _u=0 then
m_ksn  = m_u/m_up*m_knn*dtp
m_kss  = -t_p/m_up
end_if

if _u=1 then ;----- u>up et u<ur

```

```

$ksn1 = dtp*(m_u-m_ur)
$ksn2 = (m_up-m_u)*dtp
m_ksn = m_knn/(m_up-m_ur)*($ksn1+$ksn2)

$kss1 = (t_p-t_r)/(m_up-m_ur)
m_kss = $kss1
end_if

if _u=2 then
m_kss = 0
m_ksn = 0
end_if

;On calcule en premier les contraintes dans le repères incliné
;de theta="dip" i.e. Sn et tau
$dSn = m_knn*$dv + m_kns*$du
$dSt = $dv/ep* m_e2 + $dt/ep * m_e1
$dtau = m_ksn*$dv + m_kss*$du

dSn = dSn + $dSn
dSt = dSt + $dSt
dtau = dtau + $dtau

;On transpose dans le repère global
$s11i = zs11 + ($dSt+$dSn)/2 + ($dSt-$dSn)/2*cs_2th + $dtau*sn_2th
$s22i = zs22 + ($dSt+$dSn)/2 - ($dSt-$dSn)/2*cs_2th - $dtau*sn_2th
$s33i = zs33
$s12i = zs12 - ($dSt-$dSn)/2*sn_2th + $dtau*cs_2th

$sdif = $s11i - $s22i
$s0 = 0.5 * ($s11i + $s22i)
$rad = 0.5 * sqrt ($sdif*$sdif + 4.0 * $s12i*$s12i)

;Contraintes principales
$si = $s0 - $rad
$sii = $s0 + $rad

```

```

$psdif = $si - $sii

;Détermination du cas
    if $s33i > $sii then
;s33 est majeure
$ycase = 3
$s1     = $si
$s2     = $sii
$s3     = $s33i
    else
    ;s33 est mineure ou intermediaire
        if $s33i < $si then
;s33 est mineure
$ycase = 2
$s1     = $s33i
$s2     = $si
$s3     = $sii
    else
    ;s33 est intermédiaire
        $ycase = 1
        $s1     = $si
        $s2     = $s33i
        $s3     = $sii
    end_if
end_if
    end_if

;cosinus directeurs
    if $psdif = 0 then
cs2 = 1
$si2 = 0
    else
cs2 = $sdif/$psdif
$si2 = 2*$s12i/$psdif
    end_if

```

```

;Retour aux axes globaux
case_of $ycase
  case 1
$dc2  = ($s1 - $s3) * cs2
$dss  = $s1 + $s3
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s1 - $s3) * $si2
zs33  = $s2

  case 2
$dc2  = ($s2 - $s3) * cs2
$dss  = $s2 + $s3
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s2 - $s3) * $si2
zs33  = $s1

  case 3
$dc2  = ($s1 - $s2) *cs2
$dss  = $s1 + $s2
zs11  = 0.5 * ($dss + $dc2)
zs22  = 0.5 * ($dss - $dc2)
zs12  = 0.5 * ($s1 - $s2) * $si2
zs33  = $s3

end_case

;          =====

case 3
  _ten    = 1

```

```

    $sphi   = sin (phi0 * $coef)
    $spsi   = sin (0)
    m_nphi  = (1.0 + $sphi) / (1.0 - $sphi)
    m_npsi  = (1.0 + $spsi) / (1.0 - $spsi)
    m_csnp  = 2.0 * S0 * sqrt(m_nphi)
    m_x1    = m_e1 - m_e2*m_npsi + (m_e1*m_npsi - m_e2)*m_nphi
    m_sh2   = 2.0 * shear_r

; --- get new trial stresses from old, assuming elastic increments ---
    $s11i = zs11 + (zde22 + zde33) * m_e2 + zde11 * m_e1
    $s22i = zs22 + (zde11 + zde33) * m_e2 + zde22 * m_e1
    $s33i = zs33 + (zde11 + zde22) * m_e2 + zde33 * m_e1
    $s12i = zs12 + zde12 * m_sh2
    $sdif = $s11i - $s22i
    $s0   = 0.5 * ($s11i + $s22i)
    $rad  = 0.5 * sqrt ($sdif*$sdif + 4.0 * $s12i*$s12i)

; --- principal stresses ---
    $si    = $s0 - $rad
    $sii   = $s0 + $rad
    $psdif = $si - $sii

; --- determine case ---
    section
        if $s33i > $sii then
; --- s33 is major p.s. ---
            $ycase = 3
            $s1    = $si
            $s2    = $sii
            $s3    = $s33i
            exit section
        end_if
        if $s33i < $si then
; --- s33 is minor p.s. ---
            $ycase = 2
            $s1    = $s33i
            $s2    = $si
            $s3    = $sii

```

```

        exit section
    end_if
; --- s33 is intermediate ---
    $ycase = 1
    $s1     = $si
    $s2     = $s33i
    $s3     = $sii
end_section

section
; --- shear yield criterion ---
    $fs     = $s1 - $s3 * $anphi + m_csnp
    $alams  = 0.0
; --- tensile yield criterion ---
    $ft     = t0 - $s3
    $alamt  = 0.0
; --- tests for failure ---
    if $ft < 0.0 then
        $bisc = sqrt(1.0 + $anphi * $anphi) + $anphi
        $pdiv = -$ft + ($s1 - $anphi * m_ten + m_csnp) * $bisc
        if $pdiv < 0.0 then
; --- shear failure ---
            $alams = $fs / m_x1
            $s1     = $s1 - $alams * (m_e1 - m_e2 * m_npsi)
            $s2     = $s2 - $alams * m_e2 * (1.0 - m_npsi)
            $s3     = $s3 - $alams * (m_e2 - m_e1 * m_npsi)
        else
; --- tension failure ---
            $alamt = $ft / m_e1
            $tco   = $alamt * m_e2
            $s1     = $s1 + $tco
            $s2     = $s2 + $tco
            $s3     = t0
            t0      = 0.0
        end_if
    end_if

```

```

        else
            if $fs < 0.0 then
; ---      shear failure ---
                $alams = $fs / m_x1
                $s1     = $s1 - $alams * (m_e1 - m_e2 * m_npsi)
                $s2     = $s2 - $alams * m_e2 * (1.0 - m_npsi)
                $s3     = $s3 - $alams * (m_e2 - m_e1 * m_npsi)
            else
; ---      no failure ---
                zs11 = $s11i
                zs22 = $s22i
                zs33 = $s33i
                zs12 = $s12i
                exit section
            end_if
        end_if

; --- direction cosines ---
        if $psdif = 0.0 then
            cs2    = 1.0
            $si2   = 0.0
        else
            cs2    = $sdif / $psdif
            $si2   = 2.0 * $s12i / $psdif
        end_if

; --- resolve back to global axes ---
        case_of $ycase
        case 1
            $dc2 = ($s1 - $s3) * cs2
            $dss = $s1 + $s3
            zs11 = 0.5 * ($dss + $dc2)
            zs22 = 0.5 * ($dss - $dc2)
            zs12 = 0.5 * ($s1 - $s3) * $si2
            zs33 = $s2
        case 2
            $dc2 = ($s2 - $s3) * cs2

```

```

        $dss = $s2 + $s3
        zs11 = 0.5 * ($dss + $dc2)
        zs22 = 0.5 * ($dss - $dc2)
        zs12 = 0.5 * ($s2 - $s3) * $si2
        zs33 = $s1
    case 3
        $dc2 = ($s1 - $s2) *cs2
        $dss = $s1 + $s2
        zs11 = 0.5 * ($dss + $dc2)
        zs22 = 0.5 * ($dss - $dc2)
        zs12 = 0.5 * ($s1 - $s2) * $si2
        zs33 = $s3
    end_case
end_section

; =====

    end_case

; ----- retranscription dans le repère lié au joint -----
if zsub>0 then
    Sn = Sn + dSn/zsub
    St = St + dSt/zsub
    tau = tau + dtau/zsub
;
    dSn = 0
    dSt = 0
    dtau= 0
end_if

if zsub>0 then
    $dtau = 0
    $dSn = 0
    $dSt = 0
;

```

```

        $du = 0
            $dv = 0
end_if

zvisc = 0.0

;=====
case 3
    $cmax1 = bulk_r + 4/3*shear_r
    cm_max = cmx*($cmax1)
    sm_max = smx*shear_r
end_case

end

```