



**Titre:** Transmetteur d'énergie sans fil à haute puissance pour la recharge d'appareils électroniques  
Title:

**Auteur:** Amanda Hébert  
Author:

**Date:** 2019

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Hébert, A. (2019). Transmetteur d'énergie sans fil à haute puissance pour la recharge d'appareils électroniques [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/4183/>  
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/4183/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Frédéric Sirois  
Advisors:

**Programme:** génie électrique  
Program:

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

**Transmetteur d'énergie sans fil à haute puissance pour la recharge d'appareils  
électroniques**

**AMANDA HÉBERT**

Département de génie électrique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

Génie électrique

Décembre 2019

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Transmetteur d'énergie sans fil à haute puissance pour la recharge d'appareils  
électroniques**

présenté par **Amanda HÉBERT**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

**Yves AUDET**, président

**Frédéric SIROIS**, membre et directeur de recherche

**Jean-Jacques LAURIN**, membre

## REMERCIEMENTS

Tout d’abord, je souhaite remercier mon directeur de recherche, M. Frédéric Sirois, qui a été très présent tout au long de mon projet de recherche. Son soutien, ses conseils et sa disponibilité m’ont énormément aidé lors de la réalisation de ce projet de maîtrise. Je lui suis aussi très reconnaissant pour l’opportunité qu’il m’a donné de travailler au sein de son laboratoire de recherche.

Je tiens à remercier Philippe Boulanger et Xavier Bidaut, de SINAP Interaction Inc., pour leur encadrement durant les deux dernières années. Ils m’ont très bien accueilli dans leur entreprise, et c’est en grande partie grâce à eux que j’ai eu l’occasion de réaliser ce projet de maîtrise.

Je veux également remercier Mathieu qui m’a supporté et conseillé tout au long de ma maîtrise. Mes remerciements vont aussi à mes collègues de laboratoires, tout spécialement Jonathan, qui m’a donné un coup de main à plusieurs reprises. Je suis également très reconnaissante envers ma sœur Mélodie, qui m’a grandement aidée lors de la révision linguistique.

Finalement, je tiens aussi à remercier messieurs Jean-Jacques Laurin et Yves Audet d’avoir accepté d’être membres de mon jury.

Je suis aussi très reconnaissante envers M. Maurice Brisson pour la bourse d’étude qu’il m’a octroyée, ainsi qu’envers Mitacs et SINAP Interaction Inc., qui ont financé mon projet de recherche.

Une dernière petite mention pour mes parents Mario et Manon, qui m’ont encouragé tout au long de ma vie à poursuivre mes études et qui ont toujours été très présents pour moi.

## RÉSUMÉ

La majorité des appareils utilisés dans notre quotidien fonctionnent avec une batterie qu'il faut recharger, sans quoi ils doivent être branchés au mur. Depuis peu, nous sommes en mesure d'utiliser ces appareils sans devoir les recharger avec un fil, mais en les posant simplement sur une surface qui transmet de l'énergie par le biais d'un champ magnétique ce qui permettrait d'augmenter leur mobilité.

Les systèmes de transfert d'énergie sans fil font de plus en plus leur entrée sur le marché. Cependant, la majorité des systèmes existants ont plusieurs limitations. Ils transmettent de faibles puissances sur de très courtes distances, et ce, à un seul appareil à la fois, qui doit être positionné d'une façon spécifique. De plus ces chargeurs sont souvent à un prix trop élevé par rapport aux chargeurs avec fil, qui sont, pour l'instant, bien plus efficaces. En utilisant des circuits résonants et une fréquence plus élevée, par exemple, de 6,78 MHz, il est possible d'améliorer tous ces aspects afin de réaliser des produits plus performants et attrayants pour les utilisateurs. C'est l'un des buts de la compagnie avec laquelle le projet de maîtrise est réalisé.

L'objectif principal de ce projet est de développer un programme de simulation permettant d'optimiser la forme de bobines dans un système de transfert d'énergie sans fil fonctionnant sur une grande surface et avec une puissance de plus de 30 W. La recherche est axée plus particulièrement sur la topologie et les composantes du circuit résonant, ainsi que sur la forme de la bobine.

Le code de simulation créé permet à l'entreprise de simuler des bobines et d'avoir une idée assez précise de leurs caractéristiques, et cela, sans devoir les fabriquer ou utiliser un logiciel d'éléments finis, qui est trop coûteux en temps pour être commode d'utilisation. Ainsi, les bobines qui seront utilisées pour les produits sont celles qui offrent de meilleures performances selon les calculs effectués par le code.

Afin de réaliser l'objectif du projet, on utilise le logiciel de programmation Python. Le code de simulation développé permet de créer des bobines et de les caractériser, c'est-à-dire de calculer leurs inductances propres et mutuelles ainsi que leurs résistances. Le calcul d'inductances est fait avec une version numérique de la formule de Neumann. On peut ensuite en déduire la valeur des condensateurs à utiliser pour syntoniser le circuit résonant ainsi que le facteur de qualité des bobines. Les valeurs des caractéristiques sont ensuite utilisées dans un simulateur de circuits qui calcule la tension en tout point du circuit et le courant traversant chaque composante. Ainsi, on peut déterminer la puissance et l'efficacité du transfert d'énergie. Le

code de simulation calcule aussi les champs magnétique et électrique afin de s'assurer que le dispositif est sécuritaire.

Un aspect très intéressant du code est qu'il peut réaliser des calculs sur des bobines de forme quelconque pour les calculs. Cela ne limite donc pas les choix pour la conception. Le code est aussi adapté pour prendre en entrée une bobine transmettrice et plusieurs bobines réceptrices ce qui permet d'observer l'impact de plusieurs récepteurs sur le transfert d'énergie et son efficacité. Il est aussi possible de connecter plusieurs bobines en parallèle ou en série afin de créer un transmetteur ou un récepteur, ce qui permet dans la majorité des cas d'améliorer le facteur de qualité.

Le simulateur de circuits permet de donner des résultats de tension et de courant en fonction du temps ou de la fréquence. Cela permet de voir le temps que le circuit prend pour se stabiliser, ou la réponse en fréquence du système résonant. De ces données, on peut aussi tirer des informations sur la puissance transmise et l'efficacité du transfert.

Une des options du code permet de calculer le coefficient de couplage et la puissance en fonction de la position du récepteur par rapport au transmetteur. On constate que le transfert d'énergie n'est pas uniforme sur toute la surface et qu'il n'est pas optimal à de courtes distances pour les systèmes résonants. Une courte analyse démontre qu'il est possible d'améliorer le transfert de puissance en ajustant la valeur des condensateurs.

Les résultats obtenus avec le code de simulation peuvent être comparés avec des résultats théoriques ou expérimentaux afin de confirmer la validité des calculs. Ainsi, on constate que les valeurs de résistances et d'inductances calculées ne sont pas nécessairement exactes, mais du bon ordre de grandeur. Pour ce qui est des calculs d'inductances mutuelles et de champ magnétique, les résultats obtenus correspondent bien aux résultats tirés de la littérature.

Plusieurs graphiques sont donnés en sorties du code afin de permettre à l'utilisateur de visualiser divers paramètres, tels que la forme et le positionnement des bobines. Des graphiques des tensions, des courants, des puissances et de l'efficacité en fonction du temps ou de la fréquence sont aussi produits avec le simulateur de circuits. Finalement, il est aussi possible de visualiser les champs magnétique et électrique, ainsi que le coefficient de couplage et la puissance en fonction du positionnement des bobines.

Ce projet de maîtrise présente donc un code de simulation utile à la conception de bobines pour le transfert d'énergie sans fil, en plus de prédire les paramètres électriques de bobines aux géométries non conventionnelles. Avec ces données en main, on peut utiliser un simple simulateur de circuits et déduire à partir des résultats les valeurs des champs magnétique et électrique.

Plusieurs améliorations doivent encore être faites afin de rendre ce code de simulation plus complet et fiable. Dans un futur proche, il serait nécessaire de développer une méthode de mesure robuste qui permettra de mesurer expérimentalement les résultats obtenus par simulation afin de valider tous les aspects du code.

Dans le cadre de ce projet, le code est utilisé pour optimiser la forme des bobines et le choix des composantes pour différents systèmes de transfert d'énergie sans fil. Cependant, le code peut aussi être utile dans d'autres domaines de recherche où il est nécessaire de connaître les paramètres électriques de bobines de forme particulière. Le code est simple d'utilisation et ne prend pas trop de temps afin de sortir des résultats pour la majorité des cas.

## ABSTRACT

Most of the devices used daily are battery powered and need to be charged with an electric wire. These wires greatly limit the mobility of our devices. It is now possible to use our device without connect them to any wire and only by being close to a wireless charger transmitting energy with a magnetic field.

Currently, the wireless power transfer system on the market can charge only one device at a time at low power, at a distance of less than a few centimetres and the device needs to be well positioned. The price of those chargers is also too high to be competitive in comparison to regular chargers with wire, which are also more efficient than the wireless ones. It is a necessity to improve the transmission power, the distance of charge and the number of devices that can be charged simultaneously while respecting the magnetic and electrical field restrictions for the human body. To achieve that, we can use a resonant circuit at higher frequency (e.g. 6,78 MHz). This is the main goal of SINAP Interaction Inc., the company with which this master of research project is realized.

The main objective of the project is to create a simulation code that optimizes the shape of the transmitter and receptors, to have an uniform charging surface transmitting more than 30 watts. The research is done mostly on the system's topologies, the choice of components and the shape of the coils.

With the simulation code, the company can propose coils and characterize them without the need of creating them physically or using the *Finite Element Method* (FEM), two ways which are time consuming. By calculating the coil characteristics before the conception, it improves the coils and their transfer efficiency.

The first step is to create a coil and to develop a method to calculate the self and mutual inductance of coils which can have any shape. To calculate those inductances, a numerical version of the Neumann formula is used. It is also necessary to calculate other characteristics such as the resistance of the coil. Then we can deduct the capacity needed in the resonant circuit. That information is used in another part of the code, the circuit simulator. It allows us to find the voltage and current at all points in the circuit which leads to the value of the power and efficiency transmitted. The circuit simulator can give results as a function of the time or frequency. The code also calculates the magnetic and electric fields in a user-defined volume.

A really interesting feature of the simulation code is that any shape of coils can be used



which does not restrict the conception. The program can also take in entries a transmitter coil and many receptors. The user can analyze the impact of using many receptors on the energy transfer and its efficiency. It is possible to connect many coils together in parallel or series to create a transmitter or receptor, this mostly improves the quality factor.

The simulations of the mutual inductance and the magnetic field are done without using the *Finite Element Method* (FEM). It is done by numerical methods with the programming language Python which permitted reducing the calculation time. It is also possible to have a map of the coupling coefficient and the power as a function of the position of the receptor. To have uniform surface of charge, it might be necessary to change the value of the capacity according to the coupling coefficient. A brief analysis on the subject is presented.

The results obtained by simulation are compared with theoretical and measured results. The mutual inductance and the magnetic field lead to the same results as the one in the literature. The results for the self-inductance and the resistance are not exact but are quite close. For the electric field, there are still some research to do to confirm the results.

Finally, a simulation code is realized to calculate the characteristics of coils, the power and efficiency of the transfer and to simulate the magnetic field for any shape of the coil. There is still some work to do to validate all the results obtained and to add new features that will be useful in the design of a wireless power transfer system. The simulation code can also be useful for other applications than wireless power transfer. It can characterize coil from any shape for many possible applications.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	vii
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	ix
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	x
LISTE DES FIGURES . . . . .	xi
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xii
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xiv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Définitions et concepts de base . . . . .	2
1.1.1 La compagnie SINAP Interaction Inc. . . . .	2
1.1.2 Principe de fonctionnement et composantes d'un dispositif de transfert d'énergie sans fil . . . . .	2
1.1.3 Circuit résonant et <i>frequency splitting</i> . . . . .	3
1.1.4 Inductance et résistance . . . . .	4
1.2 Éléments de la problématique . . . . .	5
1.2.1 Appareils existants . . . . .	5
1.2.2 Caractéristiques des bobines . . . . .	6
1.2.3 Sécurité du dispositif . . . . .	6
1.3 Objectifs de recherche . . . . .	6
1.4 Plan du mémoire . . . . .	7
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE . . . . .	8
2.1 Transmission d'énergie sans fil . . . . .	8
2.1.1 Normes et choix de fréquence . . . . .	9
2.1.2 Systèmes existants . . . . .	10
2.1.3 Le transfert d'énergie sans fil dans le domaine médical . . . . .	11
2.2 Caractéristiques des bobines . . . . .	12

2.2.1	Inductances propres et mutuelles . . . . .	12
2.2.2	Équation de Neumann . . . . .	13
2.2.3	Résistance . . . . .	15
2.3	Circuiterie . . . . .	17
2.3.1	Topologies de circuits résonants couplés . . . . .	17
2.3.2	Résolution des circuits . . . . .	17
2.3.3	Domaine temporel . . . . .	18
2.3.4	Domaine fréquentiel . . . . .	21
2.3.5	Puissance . . . . .	21
2.3.6	Facteur de qualité . . . . .	21
2.4	Champs magnétique et électrique . . . . .	22
2.4.1	Champ magnétique . . . . .	22
2.4.2	Calcul de champ magnétique pour une boucle circulaire . . . . .	23
2.4.3	Champ électrique . . . . .	24
2.4.4	Normes de sécurité . . . . .	24

## CHAPITRE 3 DÉVELOPPEMENT D'UN CODE D'AIDE À LA CONCEPTION DE CIRCUITS RÉSONANTS COUPLÉS . . . . .

3.1	Création des bobines . . . . .	27
3.1.1	Fichier texte . . . . .	27
3.1.2	Fonction pour créer des bobines . . . . .	27
3.1.3	Nombre de récepteurs . . . . .	29
3.2	Discretisation et positionnement des bobines . . . . .	31
3.2.1	Fonction <i>discretisation</i> . . . . .	31
3.2.2	Coordonnée du centre du cercle . . . . .	34
3.2.3	Coordonnées des bobines et rotation . . . . .	35
3.2.4	Exemple d'utilisation . . . . .	36
3.3	Inductances propres et mutuelles . . . . .	37
3.3.1	Simulation de l'inductance propre . . . . .	37
3.3.2	Matrice des inductances mutuelles équivalentes . . . . .	38
3.3.3	Mesure de l'inductance propre . . . . .	39
3.3.4	Mesure de l'inductance mutuelle . . . . .	39
3.4	Calcul de la résistance des bobines . . . . .	41
3.4.1	Mesure de la résistance des bobines . . . . .	42
3.5	Circuits résonants couplés et méthode des nœuds . . . . .	42
3.5.1	Un transmetteur avec un récepteur . . . . .	42

3.5.2	Un transmetteur avec deux récepteurs . . . . .	45
3.5.3	Calcul des courants dans chaque bobine avant la connexion . . . . .	47
3.5.4	Fonction <i>resonateur</i> . . . . .	48
3.6	Champs magnétique et électrique . . . . .	48
3.6.1	Simulation du champ magnétique . . . . .	48
3.6.2	Mesure du champ magnétique . . . . .	49
3.6.3	Simulation champ électrique . . . . .	49
3.6.4	Mesure du champ électrique . . . . .	50
3.7	Optimisation . . . . .	51
CHAPITRE 4	RÉSULTATS THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX . . . . .	52
4.1	Bobines sur PCB . . . . .	52
4.2	Inductance mutuelle . . . . .	54
4.2.1	Validation avec les résultats d'un article et de Grover . . . . .	54
4.3	Inductance propre . . . . .	55
4.3.1	Validation avec des formules théoriques . . . . .	55
4.3.2	Validation avec des mesures expérimentales . . . . .	56
4.3.3	Variation de l'inductance avec la fréquence . . . . .	57
4.3.4	Variation de l'inductance avec la valeur de la discrétisation . . . . .	57
4.4	Résistance . . . . .	58
4.4.1	Validation avec des mesures expérimentales . . . . .	58
4.5	Simulateur de circuits et comparaison avec LTSpice . . . . .	59
4.5.1	Circuit avec un transmetteur et un récepteur . . . . .	59
4.5.2	Circuit avec un transmetteur et trois récepteurs . . . . .	60
4.6	Coefficient de couplage et puissance selon la position . . . . .	63
4.7	Fréquence de résonance et ajustement de la valeur des condensateurs . . . . .	66
4.8	Champs magnétique et électrique . . . . .	69
4.8.1	Simulation des champs . . . . .	69
4.8.2	Comparaison avec des mesures théoriques pour des cas simples . . . . .	69
4.9	Optimisation du champ magnétique des bobines . . . . .	71
4.10	Exemple de l'utilisation du code de simulation . . . . .	74
4.10.1	Création des bobines . . . . .	74
4.10.2	Entrée des données . . . . .	74
4.10.3	Options du code . . . . .	76
4.10.4	Enregistrement des données . . . . .	84
CHAPITRE 5	PISTES D'AMÉLIORATIONS . . . . .	85

5.1	Simulation des caractéristiques des bobines . . . . .	85
5.2	Présentation du logiciel et ajout d'options . . . . .	85
5.3	Prises de mesures . . . . .	86
5.4	Simulateur de circuits et choix des condensateurs . . . . .	88
5.5	Optimisation . . . . .	89
CHAPITRE 6 CONCLUSION . . . . .		90
6.1	Synthèse des résultats . . . . .	90
6.2	Proposition pour des travaux futurs . . . . .	92
RÉFÉRENCES . . . . .		93
ANNEXES . . . . .		96

## LISTE DES TABLEAUX

2.1	Types et applications des technologies de transfert sans fil [1]. . . . .	8
2.2	Seuils limites d'exposition aux champs magnétiques et électriques pour le grand public. . . . .	24
3.1	Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction <i>discretisation</i> . . . . .	32
3.2	Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction <i>centre_cercle</i> . . . . .	35
3.3	Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction <i>rotation</i> . . . . .	36
3.4	Données pour tracer la figure 3.6b. . . . .	36
3.5	Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction <i>resistance</i> . . . . .	41
3.6	Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction <i>champ_mag</i> . . . . .	50
4.1	Caractéristiques des bobines utilisées pour la validation des résultats	54
4.2	Comparaison des longueurs de parcours des bobines modélisées et réelles.	54
4.3	Comparaison des résultats des calculs d'inductances mutuelles avec des résultats de référence tirés d'un article [2]. . . . .	55
4.4	Comparaison des inductances théoriques avec les inductances calculées avec le code Python, pour des bobines circulaires de section ronde. . .	55
4.5	Comparaison des inductances théoriques avec les inductances calculées avec le code Python, pour des bobines circulaires de section rectangulaire.	56
4.6	Comparaison des inductances mesurées et calculées. . . . .	57
4.7	Inductances propres (en $\mu\text{H}$ ) de deux bobines en fonction de la fréquence.	57
4.8	Valeur de l'inductance propre et du temps de calcul en fonction du pas de discrétisation $dl$ . . . . .	58
4.9	Comparaison des résistances calculées avec les valeurs mesurées. . . .	58
4.10	Composantes présentes dans le circuit de la figure 4.5. . . . .	61
4.11	Valeur de tensions et de courants crêtes pour l'analyse en domaine temporel. . . . .	61
4.12	Champ magnétique $B_z$ théorique et simulé pour une boucle parcourue par un courant de 1 A. Distance par rapport au centre de la boucle sur l'axe des $z$ . . . . .	71
4.13	Caractéristique des bobines utilisées dans l'exemple du code de simulation. . . . .	74
B.1	Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction <i>resonateur</i> . . . . .	98

## LISTE DES FIGURES

1.1	Composantes d'un système de transfert d'énergie sans fil . . . . .	2
2.1	Chargeur pour montre et cellulaire [3]. . . . .	10
2.2	Système de transfert d'énergie sans fil à un implant ( <i>left ventricular assist devices</i> LVAD) avec couplage inductif [4]. . . . .	12
2.3	Schéma des distances entre la bobine $l$ et la bobine $k$ . . . . .	13
2.4	Topologies principales de circuits résonants. . . . .	18
2.5	Circuit équivalent Norton d'une inductance et d'un condensateur. . .	20
2.6	Schéma des variables pour une boucle de courant. . . . .	23
3.1	Schéma des étapes du code de simulation. . . . .	26
3.2	Bobines spirales rondes avec un diamètre de 10 cm. . . . .	28
3.3	Spirales carrées avec une longueur de 15 cm et une largeur de 6 cm. .	29
3.4	Plusieurs bobines dans le même plan. . . . .	30
3.5	Schéma des angles et de la distance pour le quart de cercle. . . . .	31
3.6	Démonstration de la fonction discrétisation pour des droites et des arcs de cercle. . . . .	37
3.7	Type de connexions pour les bobines dans un même récepteur ou transmetteur. . . . .	39
3.8	Montage pour mesurer l'inductance mutuelle entre deux bobines. . .	40
3.9	Modèle de circuits résonants couplés pour le transfert d'énergie sans fil.	42
3.10	Circuit équivalent du circuit de la figure 3.9, modèle en T. . . . .	43
3.11	Circuits résonants pour le transfert d'énergie sans fil avec un transmetteur et deux récepteurs de topologies série-parallèle . . . . .	46
4.1	Bobines utilisées pour la validation des calculs. Les points orange sont ceux présents dans le fichier texte, et les points bleus sont ceux ajoutés par la discrétisation. . . . .	53
4.2	Schéma d'un circuit électrique avec un transmetteur et un récepteur (en violet : commandes nécessaires dans LTspice). . . . .	60
4.3	Comparaisons des tensions obtenues avec notre code Python et avec LTspice. . . . .	60
4.4	Position d'un transmetteur et de trois récepteurs pour la validation de cette section. . . . .	61

4.5	Schéma d'un circuit électrique pour un transmetteur et trois récepteurs avec les coefficients de couplage les reliant (en violet : commandes nécessaires dans LTspice). . . . .	62
4.6	Tensions obtenues par simulation sur Python et LTspice pour un transmetteur et trois récepteurs dans le domaine fréquentiel. . . . .	63
4.7	Coefficient de couplage et de la puissance à la résistance de charge en fonction de la distance en $x$ et $z$ entre les centres des bobines. . . . .	64
4.8	Coefficient de couplage et puissance à la résistance de charge en fonction de la distance en $x$ et en $z$ . . . . .	65
4.9	Positions particulières du centre de la bobine réceptrice. . . . .	66
4.10	Tension aux bornes de la résistance de charge du récepteur en fonction de la fréquence pour différents coefficients de couplage $k$ . Un maximum de tension représente aussi un maximum de puissance dans le cas présent. . . . .	67
4.11	Puissance en fonction de la valeur des condensateurs pour différentes valeurs de coefficient de couplage $k$ à une fréquence de 6,78 MHz. Les échelles en $x$ et $y$ varie pour chaque $k$ . La valeur des condensateurs qui permet d'obtenir la fréquence de résonance dans chaque bobine lorsque celles-ci sont découplées est de 0,246 nF (points blancs sur les figures). . . . .	68
4.12	Exemple du résultat d'une simulation pour la visualisation des champs en 3D et en 2D pour un courant de 1 A circulant dans la bobine est à une distance en $z$ de 2 mm. . . . .	70
4.13	Norme du champ magnétique pour une variation du nombre de tours. . . . .	71
4.14	Norme du champ magnétique pour une variation de l'espacement entre les traces. . . . .	72
4.15	Norme du champ magnétique pour une variation du rayon des coins. . . . .	72
4.16	Norme du champ magnétique pour une variation dans le diamètre. . . . .	73
4.17	Norme du champ magnétique pour une variation de l'angle des coins. . . . .	73
4.18	Bobine transmettrice. Les points sont ceux enregistrés dans le fichier texte portant le nom de la bobine. . . . .	75
4.19	Affichage en trois dimensions (a) et en deux dimensions (b) des bobines pour l'option #1 du code Python. . . . .	77
4.20	Inductances propres, résistances, condensateurs et facteurs de qualité associés à chaque sous-bobine. . . . .	78
4.21	Inductances propres, résistances, condensateurs et facteurs de qualité des bobines complètes une fois qu'elles sont connectées. . . . .	79



4.22	Composantes, tensions, courants, puissances et efficacités du transmetteur et des récepteurs. . . . .	79
4.23	Tensions aux bornes des inductances dans le domaine temporel. . . .	80
4.24	Puissance pour chaque système résonant et efficacité du transfert de puissance en fonction de la fréquence. . . . .	81
4.25	Courants circulant dans chaque sous-bobine. . . . .	82
4.26	Visualisation 3D des vecteurs de champs (a) magnétique et (b) électrique.	83
4.27	Coefficient de couplage et puissance dans la résistance de charge en fonction de la distance en $x$ et en $z$ entre le transmetteur et le récepteur 1.	84
4.28	Coefficient de couplage et puissance à la résistance de charge selon la distance du récepteur par rapport au transmetteur sur l'axe des $x$ ou l'axe des $z$ . . . . .	84
A.1	Schéma pour les deux positions du centre du cercle possible. . . . .	96
C.1	Model used in the finite element model to determine the relationship between the $I_i$ 's and the $V_i$ 's. . . . .	100
C.2	General model used to connect the conductors prior to define the connection matrix and the equivalent $\mathbf{Y}$ matrix of the connected conductors. . . . .	101
C.3	Example involving 2 groups of conductors : the first one consists of an anti-inductive series connection of conductors 1 and 2, and the second one consists of conductor 3 alone. . . . .	102
C.4	Example involving 2 groups of conductors : the first one consists of a parallel connection of conductors 1 and 2, and the second one consists of conductor 3 alone. Note that the parallel connection can be simply represented by duplicating voltage source $V_{s1}$ and the ground node. .	105
C.5	Illustration of all types of connections that can be used within a group of conductors. . . . .	106

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

A4WP	Alliance pour le transfert d'énergie sans fil ( <i>Alliance for Wireless Power</i> )
FCC	Commission fédérale des communications ( <i>Federal Communications Commission</i> )
ICNIRP	Commission internationale de protection contre les rayonnements non ionisants ( <i>International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection</i> )
IEEE	Institut des ingénieurs électriciens et électroniciens ( <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i> )
ISM	Union internationale des télécommunications pour les secteurs industriel, scientifique et médical ( <i>International Telecommunication Union for industrial, scientific and medical</i> )
MIT	Institut de technologie du Massachusetts ( <i>Massachusetts Institute of Technology</i> )
WPC	Consortium sur le transfert d'énergie sans fil ( <i>Wireless Power Consortium</i> )
PMA	<i>Power Matters Alliance</i>
AC	Courant alternatif
DC	Courant continu
EMI	Interférence électromagnétique ( <i>Electromagnetic interference</i> )
FOD	Détection d'objets étrangers ( <i>Foreign Object Detection</i> )
IMN	Réseau d'adaptation d'impédance ( <i>Impedance Matching Network</i> )
PCB	Circuit imprimé ( <i>Printed Circuit Board</i> )
RF	Radiofréquences
Rx	Récepteur
SAR	Taux d'absorption spécifique ( <i>Specific absorption rate</i> )
Tx	Transmetteur
VNA	Analyseur de réseau vectoriel ( <i>Vector Network Analyser</i> )
A	Vecteur potentiel
B	Densité de flux magnétique, T
C	Condensateur (capacité), F
E	Champ électrique, V/m
f	Fréquence, Hz
H	Champ magnétique, A/m

I	Courant, A
j	Nombre complexe
k	Coefficient de couplage
L	Bobine (inductance), H
M	Inductance mutuelle, H
P	Puissance, W
Q	Facteur de qualité
R	Résistance, $\Omega$
SI	Système international d'unités
t	Temps, s
V	Tension, V
Z	Impédance, $\Omega$
$\delta$	Pronfondeur de pénétration du courant, m
$\eta$	Efficacité, %
$\mu$	Perméabilité magnétique, H/m
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide, $4\pi \times 10^{-7}$ H/m
$\rho$	Résistivité, $\Omega \cdot \text{m}$
$\phi$	Flux magnétique, Wb
$\omega$	Fréquence angulaire, rad/s

## LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Fonction pour trouver le centre d'un cercle . . . . .	96
Annexe B	Entrées et sorties de la fonction <i>resonateur</i> . . . . .	98
Annexe C	Fonction <i>connection_ymat</i> . . . . .	99

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

La majorité des appareils utilisés dans notre quotidien fonctionnent à batterie ou doivent être directement branchés à une prise électrique. L'autonomie de leur batterie se limite souvent à quelques heures nécessitant une charge fréquente avec un connecteur spécifique ainsi que la proximité d'une prise électrique. Cela limite notre mobilité ainsi que notre assurance de pouvoir utiliser ces appareils en tout temps. Dans un futur proche, ces derniers pourront être rechargés sans fil et idéalement avec un transmetteur commun à tous. La technologie de recharge sans fil commence à se développer autant pour les voitures électriques que pour les petits appareils. Cependant, les chargeurs existants transmettent peu de puissance avec une faible efficacité et nécessitent un positionnement spécifique à moins d'un ou deux centimètres du chargeur afin de permettre la recharge.

L'amélioration de l'efficacité et de la puissance transmise par les chargeurs sans fil est une nécessité. Cela permettrait une meilleure intégration de ces appareils dans notre quotidien. Ce sont donc les buts de ce projet de maîtrise, réalisé en partenariat avec la start-up SINAP Interaction Inc.. Plus spécifiquement, le projet a pour objectif la conception d'un système permettant de transmettre de l'énergie sans fil vers divers appareils rechargés simultanément. Ce transmetteur pourra se situer sous une table de travail et alimenter plusieurs dispositifs électriques sans être sensible à leur positionnement et pouvant même se situer jusqu'à quelques dizaines de centimètres de l'appareil.

Du point de vue de l'utilisateur, pouvoir recharger ses appareils sans l'utilisation d'un fil dans une zone de quelques dizaines de centimètres de largeur apporterait plusieurs avantages. Tout d'abord, il ne sera plus nécessaire de trimballer les différents fils associés à chacun de nos appareils, puisque ces derniers pourraient tous être rechargés via une seule surface transmettrice. À long terme, on peut penser que plusieurs surfaces dans les lieux publics permettraient la recharge sans fil, et ainsi il n'y aurait plus à craindre de manquer de batterie. De plus, une autre motivation serait d'avoir des appareils électroniques complètement étanches, ce que la recharge sans fil permettrait d'atteindre, puisque le port de recharge des appareils pourrait être retiré, et ainsi, avec les écouteurs Bluetooth, le boîtier du cellulaire, par exemple, serait complètement étanche. Il pourrait donc être immergé dans l'eau ou exposé à des environnements très humides sans aucune conséquence.

## 1.1 Définitions et concepts de base

### 1.1.1 La compagnie SINAP Interaction Inc.

SINAP Interaction Inc. est une compagnie québécoise qui se spécialise dans le transfert d'énergie sans fil depuis 4 ans. La compagnie a déjà un dispositif fonctionnel d'une puissance maximale de 16 W. Elle cherche cependant à l'améliorer en augmentant l'efficacité, la puissance transmise ainsi que la distance de transfert d'énergie afin d'avoir un dispositif plus performant à mettre sur le marché.

### 1.1.2 Principe de fonctionnement et composantes d'un dispositif de transfert d'énergie sans fil

Débutons par une brève explication du fonctionnement d'un système de transmission d'électricité sans fil. Dans ce type de transmission, l'énergie électrique se propage par le biais d'un champ magnétique proche. Ce champ oscillant dans le temps est créé par la circulation d'un courant alternatif dans une bobine. Lorsque le champ créé par une première bobine atteint une deuxième bobine, il induit une tension dans cette dernière. Cette tension permet ensuite d'alimenter ou recharger un appareil connecté à la bobine. Un système de transfert d'énergie sans fil est normalement composé de deux dispositifs, un transmetteur et un récepteur. Parfois, un répéteur est aussi utilisé.

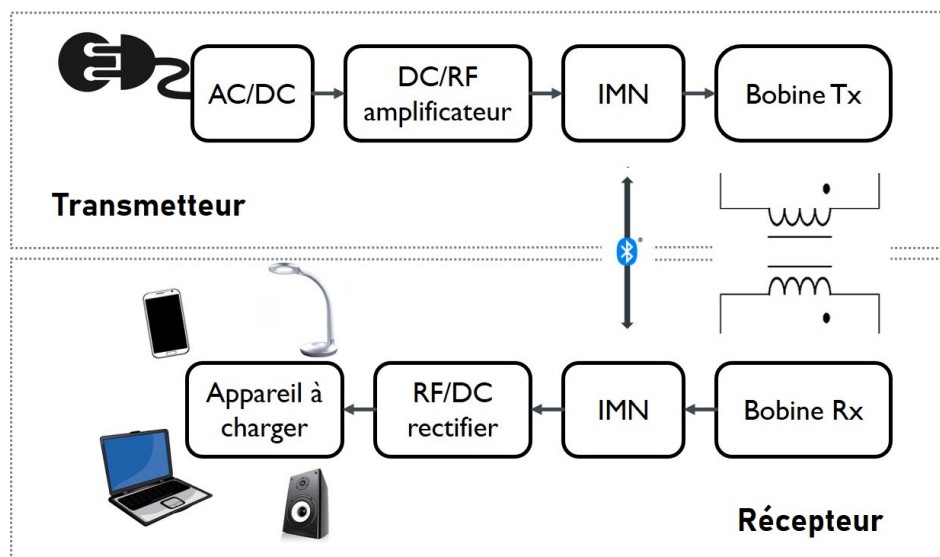


Figure 1.1 Composantes d'un système de transfert d'énergie sans fil

## Transmetteur (Tx)

Le transmetteur est le dispositif principal qui transfère de l'énergie à un ou plusieurs récepteur(s) sans connexion filaire. Il est composé de plusieurs éléments illustrés à la figure 1.1. Le premier est une source d'alimentation, par exemple une prise murale avec une tension AC transformée en courant DC, ou une batterie, qui fournit directement une tension DC. Ensuite, nous avons un amplificateur qui génère une tension de forme et de fréquence désirées. L'élément suivant est un circuit résonant qui est composé d'une bobine et d'un condensateur. Il est aussi possible d'utiliser un *Impedance Matching Network* (IMN) qui permet d'ajuster les impédances du transmetteur et des récepteurs.

## Récepteur (Rx)

Le récepteur est le dispositif qui reçoit l'énergie du transmetteur. Il est composé d'un circuit résonant, d'un redresseur pour retransformer la tension AC en tension DC, et finalement d'une charge (un appareil à charger). Dans le cas où le transmetteur à un IMN, le récepteur en aura un aussi.

## Répéteur

Il est possible d'utiliser un répéteur entre le transmetteur et le récepteur. Ce dispositif est simplement composé d'une bobine avec un condensateur formant un circuit résonant. Le répéteur n'a pas besoin d'être branché et est positionné entre le transmetteur et le récepteur. Il permet de relayer l'énergie sur une plus grande distance.

### 1.1.3 Circuit résonant et *frequency splitting*

Les circuits résonants se retrouvent souvent dans les filtres, dans les syntonisateurs et aussi dans les dispositifs de transfert d'énergie sans fil. Ces circuits contiennent au moins une bobine  $L$  et un condensateur  $C$ . La résonance se produit lorsque les parties imaginaires de l'impédance du circuit s'annulent. Un circuit résonant n'est pas nécessaire pour transférer de l'énergie sans fil, mais augmente la distance de transfert, c'est pourquoi il est utilisé dans la majorité des cas. En première approche, les composantes du transmetteur et des récepteurs sont choisies pour opérer à la fréquence de résonance  $\omega_0$  souhaitée en se basant sur l'équation

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (1.1)$$

Dans le cadre du projet, la fréquence de résonance choisie est de 6,78 MHz, ce choix est expliqué dans la section 2.1.1. Un élément contraignant de l'utilisation de circuit résonant est le phénomène de *frequency splitting*. Il s'agit d'un phénomène qui modifie la fréquence

de résonance d'un système lorsqu'il est fortement couplé. En fait, lorsque le couplage entre deux bobines est faible, les bobines s'affectent peu entre elles et la fréquence de résonance de chacune reste celle calculée avec (1.1). Cependant, lorsque le couplage augmente pour un système transmetteur-récepteur, la fréquence de résonance du système se dédouble et s'éloigne de la fréquence initiale de chaque système. Plus ce couplage est fort, plus les fréquences s'éloignent de la fréquence de résonance voulue.

#### 1.1.4 Inductance et résistance

Une bobine emmagasine de l'énergie sous forme de champ magnétique générée par le courant  $I$  qui y circule. L'inductance propre  $L$  d'une bobine se calcule selon le flux magnétique  $\Phi$  qui la traverse, ce qui est directement lié à la géométrie de la bobine.

$$L = \frac{\Phi}{I}. \quad (1.2)$$

Lorsque deux bobines ou plus sont à proximité, elles auront une inductance mutuelle  $M$  qui peut être perçue comme un lien magnétique entre deux bobines.

$$M = k\sqrt{L_1 L_2}. \quad (1.3)$$

Cette inductance mutuelle dépend de la géométrie des deux bobines et de la distance entre elles. Le coefficient de couplage  $k$  correspond à un ratio de flux transmis d'une bobine à l'autre. Dans le meilleur des cas il est de 1, ce qui signifie que la totalité des lignes de flux sont captées par la deuxième bobine. L'unité de l'inductance est le Henry (H).

La résistance d'un conducteur lorsqu'un courant continu le traverse dépend de la résistivité  $\rho$  du matériel et de la géométrie du conducteur, soit son aire  $A$  et sa longueur  $l$ .

$$R_{DC} = \frac{\rho l}{A}. \quad (1.4)$$

Dans notre cas, puisque la fréquence utilisée est dans les MHz, il sera nécessaire de considérer l'effet de peau lors des calculs de résistances. Ce phénomène se produit lorsqu'un courant AC circule dans un conducteur. Le courant tend alors à circuler en surface du conducteur, causant une augmentation de la résistance. Il faut alors tenir compte de la perméabilité magnétique  $\mu = \mu_0 \mu_r$  et de la fréquence  $f$  afin de déterminer la profondeur de pénétration du courant  $\delta$ ,

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0 \mu_r \pi f}}, \quad (1.5)$$



que l'on peut utiliser pour calculer la résistance AC. L'équation à utiliser dépend du type de conducteur ce qui est expliqué en détail dans la section 2.2.3.

## 1.2 Éléments de la problématique

### 1.2.1 Appareils existants

Actuellement, les systèmes de recharge existants sur le marché fonctionnent en majorité avec la norme Qi. Cette norme utilise une recharge par couplage inductif (parfois avec un système résonant) à une fréquence entre 100 et 300 kHz. L'appareil doit être placé à moins de 10 mm du chargeur avec une orientation spécifique pour charger avec une bonne efficacité, et un seul appareil peut être chargé à la fois. Les chargeurs peuvent transférer une puissance autour de 7,5 W, et 30 W dans le meilleur des cas, ce qui permet de charger un cellulaire ou une tablette. La majorité des ordinateurs portables se rechargent cependant avec une puissance entre 50 et 65 W, donc les chargeurs actuels ne sont pas assez puissants pour cette application. De plus, les chargeurs Qi ne peuvent pas être disposés sous une table, car la distance de charge serait trop grande et l'on se retrouve toujours avec le problème de fils encombrants sur nos espaces de travail.

Il est aussi nécessaire d'implémenter un système *Foreign Object Detection* (FOD) afin d'être conforme à la norme. En effet, aux fréquences de fonctionnement de ce système, les petits objets métalliques tels que les broches ou les trombones peuvent chauffer à des températures de plus de 100 °C s'ils se retrouvent dans la zone de charge. Cela peut causer des brûlures ou endommager l'appareil ainsi que le chargeur. Toutefois, ces chargeurs présentent aussi leurs avantages : ils permettent notamment d'avoir une méthode de charge commune à plusieurs appareils (si le système de recharge sans fil est implémenté dans l'appareil). Ils sont aussi une bonne option pour rendre éventuellement les appareils électroniques imperméables à l'eau en retirant leur port extérieur. Ils ont donc quelques avantages qui pourraient en faire des appareils très populaires, à condition d'améliorer encore quelques-unes de leurs caractéristiques.

En ce qui concerne les tissus humains, les études actuelles semblent démontrer qu'il n'y aurait pas d'impact sur la santé tant que l'appareil respecte les normes en vigueur. C'est d'ailleurs pourquoi il est important d'acheter des appareils qui ont été certifiés.

Améliorer la puissance, la distance de transfert, le nombre d'appareils pouvant être rechargés en même temps ainsi que la sécurité des appareils de recharge sans fil est donc un nouvel enjeu dans ce domaine. Pour ce faire, il peut être nécessaire d'explorer une alternative à la norme Qi.

### 1.2.2 Caractéristiques des bobines

Être en mesure de simuler les inductances propres et mutuelles des bobines, ainsi que leur résistance, sans passer par une méthode d'éléments finis permettrait une grande économie de temps. Sans code de simulation, il faut fabriquer les bobines et mesurer leurs caractéristiques physiquement, ce qui nécessite du temps et des coûts. De plus, plusieurs tentatives doivent être faites afin de trouver une forme optimale, ce qui peut être fait très rapidement par simulation. L'objectif est de pouvoir caractériser des bobines de forme quelconque.

Les bobines utilisées pour le transfert d'énergie sans fil sont majoritairement des spirales rondes ou de forme carrée avec des coins arrondis, fabriquées avec des fils ou imprimées sur des circuits imprimés. Puisque la forme des bobines peut être non conventionnelle et les traces rectangulaires, cela rajoute une difficulté aux différents calculs. En effet, les formules des calculs d'inductances simples ne peuvent être utilisées et une méthode pour calculer l'inductance, peu importe la forme des bobines, doit être développée. Les formules pour calculer les résistances DC sont bien connues, mais en AC, cela se complique, puisque l'effet de peau doit être considéré. Pour un conducteur cylindrique, les équations sont bien établies. Cependant, dans notre cas, on veut être en mesure de calculer des résistances de traces de forme rectangulaire, ce qui implique de considérer d'autres phénomènes en plus de l'effet de peau. Être en mesure de simuler la résistance est d'un grand intérêt, puisque sa mesure est difficile. Les résistances des bobines utilisées sont de l'ordre des milliohms. Dans notre cas, la partie réelle (résistance) de l'impédance est beaucoup plus petite que la partie imaginaire (inductance), il est donc difficile d'extraire la résistance d'une mesure d'impédance.

### 1.2.3 Sécurité du dispositif

Afin de passer les certifications pour commercialiser un appareil, plusieurs normes doivent être respectées. Il y a des contraintes concernant l'émission de champs magnétique et électrique. Mesurer des champs magnétiques et électriques peut être assez complexe et nécessite l'achat d'un appareil spécialisé. L'obtention des valeurs de champs par simulation est une très bonne alternative afin de s'assurer que le dispositif respecte les normes de sécurité avant de débiter sa fabrication. C'est donc un aspect inclus dans le projet de recherche.

## 1.3 Objectifs de recherche

Le but de la recherche est de développer un programme de simulation permettant d'optimiser le transmetteur et les récepteurs pour le transfert d'énergie sans fil sur une grande surface (d'environ  $1 \text{ m}^2$ ) et avec une puissance de plus de 30 W. Pour ce faire, la recherche est axée

sur la topologie et les composantes du circuit résonant, ainsi que sur la forme de la bobine. Ce but peut être divisé en quatre sous-objectifs.

#### 1) **Création de bobines et caractérisation**

Dans un premier temps, l'objectif est de créer un code permettant de générer des bobines avec des paramètres différents, qui est aussi compatible avec un logiciel de design de PCB. Par la suite, ces bobines doivent être caractérisées, ce qui nécessite une méthode pour calculer les inductances propres et mutuelles ainsi que leurs résistances.

#### 2) **Simulateur de circuit**

Dans un deuxième temps, un simulateur de circuit est conçu dans le but de calculer la puissance transmise et reçue par les systèmes. Ce simulateur doit avoir l'option de calculer la tension et le courant en tout point dans le domaine temporel ou fréquentiel.

#### 3) **Optimisation de la zone de charge**

Le troisième objectif est de faire un balayage de différents paramètres des bobines et ajuster les composantes afin de créer un volume de charge uniforme pour un ou plusieurs récepteurs.

#### 4) **Sécurité du dispositif**

La dernière étape consiste à simuler les champs magnétique et électrique autour des bobines afin de s'assurer que le dispositif respecte les normes de sécurité. De plus, les tensions et courants dans les composantes électriques ne doivent être trop élevés pour des questions de sécurité et empêcher les bris.

### 1.4 **Plan du mémoire**

Le mémoire présentant le projet de recherche est divisé en 6 chapitres. Dans le prochain chapitre, une revue de littérature est faite afin d'élaborer sur les différents concepts nécessaires à la réalisation du projet. Au chapitre 3, la méthodologie pour la réalisation du projet est présentée. On y présente donc le fonctionnement du code de simulation ainsi que les méthodes de mesures pour la validation des simulations. Au chapitre 4, les résultats de l'optimisation sont présentés pour des conditions spécifiques représentant des cas réalistes. Au chapitre 5, les sources d'erreurs ayant possiblement influencé les résultats sont présentées et analysées. Finalement, le dernier chapitre conclut sur le projet et présente les améliorations futures pouvant être apportées.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Afin de développer un code de simulation permettant d’optimiser la forme des antennes et sélectionner les composantes requises pour les circuits résonants, certaines notions et équations sont nécessaires. La revue de littérature est divisée en quatre grandes sections présentant les connaissances nécessaires pour bien poser le problème d’analyse qui permettra de réaliser ce projet.

### 2.1 Transmission d’énergie sans fil

Il existe différentes approches pour réaliser un transfert d’énergie sans fil fonctionnant à des fréquences particulières. Dans le tableau 2.1, on fait une brève revue des technologies de transfert d’énergie sans fil avec leurs applications typiques ainsi que les dispositifs technologiques sous-adjacents permettant à ces systèmes de fonctionner [1]. Dans le cadre de ce projet, c’est la technologie du couplage inductif résonant qui est utilisée et dont le fonctionnement est approfondi.

Depuis deux cents ans déjà, des chercheurs s’intéressent à la transmission d’énergie sans fil. En 1831, Michel Faraday a fait la découverte de l’induction électromagnétique, soit qu’un champ magnétique variant dans le temps induit une tension dans un fil [5]. Puis au 20<sup>e</sup> siècle c’est au tour de Nicolas Tesla de découvrir le transfert d’énergie par système résonant, permettant une transmission sur une plus grande distance [6]. En 2006, le concept de transfert d’énergie sans fil basé sur l’électromagnétisme en champ proche refait surface avec une démonstration assez spectaculaire au MIT. Des chercheurs allument une lampe de 60 W située à deux mètres

Tableau 2.1 Types et applications des technologies de transfert sans fil [1].

Fréquences	Technologies	Distance	Dispositifs	Applications
Hz	Couplage magnétodynamique	Courte	Aimants rotatifs	Implants médicaux, véhicules électriques
Hz à MHz	Couplage inductif	Courte	Bobines de fil	Appareil portable, brosse à dents, rasoir, four à induction
kHz à MHz	Couplage capacitif	Courte	Électrodes à plaque métallique	Appareil portable, implant médical, carte à puce
kHz à GHz	Couplage inductif résonant	Moyenne	Bobines de fil	Appareil portable, implant médical, train, autobus, véhicule électrique, carte à puce
GHz	Micro-ondes	Longue	Antenne parabolique, réseaux phasés	Appareil portable, drones, satellite alimenté par énergie solaire
$\geq$ THz	Ondes lumineuses	Longue	Laser, phot cellule, lentille	Appareil portable, alimentation drone

de distance d'un transmetteur avec une efficacité de 40 %. Ils développent aussi la théorie derrière le phénomène [6, 7].

Le principe derrière ce mode de transfert d'énergie est très différent de celui d'une antenne conventionnelle. Plutôt que d'utiliser la propagation des ondes électromagnétiques pour transporter de l'énergie, qui est un mode très dispersif et limité à de faibles puissances, le transfert d'énergie sans fil utilise le principe de résonance électromagnétique. Comme expliqué précédemment, le courant circulant dans la bobine transmettrice génère un champ magnétique près de celle-ci, appelé champ proche, qui ne se propage pas dans l'espace. Ce champ magnétique alternatif, qui est à une fréquence de 6,78 MHz, n'interagit pas (ou très peu) avec les objets qui l'entourent, mis à part la bobine réceptrice. Cette dernière est construite de façon à réagir très fortement avec cette fréquence d'excitation : on dit qu'elle entre en résonance ce qui rend cette approche très sélective en ce qui concerne le transfert d'énergie. La puissance du transfert décroît avec la distance entre le transmetteur et le récepteur.

### 2.1.1 Normes et choix de fréquence

Actuellement, il y a deux principales normes en concurrence pour le transfert d'énergie sans fil. D'un côté la norme Qi existant depuis 2008 publié par le *Wireless Power Consortium* (WPC) qui englobe les circuits inductifs ou résonants fonctionnant à une fréquence entre 100 et 300 kHz [8] et de l'autre, la norme Rezence développée en 2012 par *Alliance for Wireless Power* (A4WP) qui lui fonctionne à une fréquence de 6,78 MHz [9]. L'organisation a cependant fusionné en 2015 avec le *Power Matters Alliance* (PMA) pour former *The AirFuel Alliance*.

La seconde norme est celle qui nous concerne pour le projet de recherche puisqu'elle permet une recharge jusqu'à 50 W à une distance de plus d'une dizaine de centimètres sans être sensible à l'alignement du récepteur. De plus, jusqu'à 8 appareils peuvent être rechargés en même temps par le même transmetteur. La fréquence de 6,78 MHz est choisie par *International Telecommunication Union for industrial, scientific and medical* (ISM) [9]. Cette bande de fréquence est réservée internationalement pour l'utilisation de fréquences radio à des buts autres que la télécommunication dans le domaine industriel, scientifique et médical.

L'utilisation de hautes fréquences permet d'améliorer le transfert d'énergie puisque le facteur de qualité est plus élevé (se référer à la section 2.3.6). Ainsi, il est possible de transférer de l'énergie sur une plus grande distance. À des fréquences autour de 6,78 MHz les petits objets métalliques tels que des clés ou des pièces de monnaie chauffent très peu comparativement aux fréquences plus basses (centaine de kHz) ce qui rend le transmetteur plus sécuritaire. Cela s'explique par les courants de Foucault qui se créent dans un matériau conducteur

en présence d'une variation temporelle de champs magnétiques. Ces derniers induisent des courants électriques dans le conducteur qui va alors chauffer par effet de Joule [5]. Plus la fréquence est grande, plus la profondeur de pénétration des courants de Foucault est faible, ce qui entraîne une plus faible variation de température dans le conducteur. L'équation 1.5 donnée dans la section 1.1.4 permettant de calculer la profondeur de pénétration est aussi valide pour la profondeur des courants de Foucault.

### 2.1.2 Systèmes existants

Il existe très peu de chargeurs fonctionnant selon les spécifications de la norme Airfuel. La majorité des chargeurs sur le marché respectent la norme Qi ou aucune norme ; le marché des appareils de transfert d'énergie sans fil n'étant encore pas bien règlementé. La majorité des chargeurs fonctionnent avec une puissance entre 5 et 10 W, coûtent entre 10 et 200 \$, et sont compatibles avec les appareils intégrant la technologie de recharge sans fil, entre autres 80 modèles de cellulaires [10]. Ces chargeurs permettent de charger un appareil à la fois. Il y en a pour les cellulaires, pour les tablettes, pour les voitures, pour les montres et certains pour plusieurs appareils. Par exemple, le chargeur de la compagnie Belkin illustré à la figure 2.1 permet de charger une montre et un cellulaire, coûte 150 \$, et ne fonctionne pas très bien selon la moitié des acheteurs [3]. En fait, pour la majorité des appareils de la norme Qi, il faut que l'appareil soit collé sur le chargeur et avec un alignement particulier, ce qui ne plaît pas à plusieurs utilisateurs.

En 2017, la compagnie Dell a lancé le premier ordinateur portable au monde incorporant un système de charge sans fil. L'ordinateur prend la forme d'une tablette auquel il est possible d'ajouter différents types de claviers. Afin de pouvoir charger l'ordinateur sans brancher un fil, les utilisateurs doivent acheter un clavier particulier qui contient le récepteur sans fil (au



Figure 2.1 Chargeur pour montre et cellulaire [3].

prix de 380 \$ USD) [11] ainsi qu'un tapis de charge qui doit être placé sous l'ordinateur, agissant à titre de transmetteur. Ce tapis peut fournir une puissance de 30 W et se vend 200 \$ USD [12]. L'ensemble est relativement coûteux pour arriver à une recharge qui n'est pas plus performante qu'un système classique avec fil. De plus, on constate qu'il serait probablement plus simple de brancher l'ordinateur directement à la prise, le système de recharge sans fil n'améliorant pas vraiment la mobilité de l'appareil portable dans ce cas.

En 2017, la compagnie Apple annonçait la sortie du *AirPower*, son chargeur sans fil basé sur la norme Qi pour pouvoir charger plusieurs de ses appareils comme les AirPods, la Apple Watch et les iPhone. Le produit devait être mis en marché en 2018. Or, en mars 2019, la compagnie annonce que le projet est abandonné puisqu'il n'atteignait pas les hauts standards de leur compagnie [13]. Des rapports suggèrent que le produit avait des problèmes de surchauffe.

### 2.1.3 Le transfert d'énergie sans fil dans le domaine médical

Le transfert d'énergie sans fil a aussi une application très importante dans le domaine biomédical, soit la recharge d'implants. Un grand nombre d'articles proposent différentes méthodes pour améliorer le transfert d'énergie sans fil dans ce domaine, qui a des objectifs et des limites très différentes de celles du transfert d'énergie pour des appareils électroniques. Tout d'abord, ces implants doivent être très petits, et il est donc difficile de les munir d'une batterie pouvant durer de nombreuses années, c'est pourquoi on a recourt au transfert d'énergie sans fil. Le transmetteur qui se situe à l'intérieur du corps du patient ne doit pas trop chauffer pour ne pas endommager les cellules voisines. On parle ici d'une variation de température de moins de 2°C [14]. Le design doit donc être pensé en conséquence. Il est aussi souvent important de créer un lien permettant de transférer diverses données en provenance de l'implant.

Dans certains cas, il est possible d'utiliser le transfert d'énergie avec un couplage inductif à basse fréquence, mais pour ce faire, il faut que l'implant soit très proche de la surface de la peau comme illustré à la figure 2.2. En effet, le couplage inductif à basse fréquence est utilisable seulement pour de courtes distances, ce qui implique que lorsque l'implant est plus profond dans le corps, il faut le relier à une bobine qui sera proche de la surface du corps. Une meilleure alternative dans ce cas est d'utiliser le transfert d'énergie sans fil avec couplage résonant. Ainsi, il est possible de charger l'implant sur une plus grande distance et diminuer la région du corps nécessitant une opération.

Le code de simulation réalisé dans le cadre de ce mémoire pourrait être utilisé pour créer des bobines pour le domaine biomédical. Le concept est sensiblement le même, mais les bobines devront être beaucoup plus petites, opérer à une fréquence plus élevée, soit 13,56 MHz, et transférer une plus petite puissance, soit entre 0 et 12 W [4]. Il serait aussi important

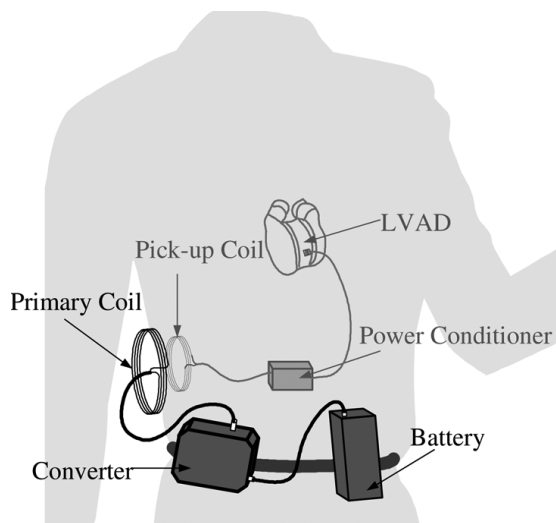


Figure 2.2 Système de transfert d'énergie sans fil à un implant (*left ventricular assist devices* LVAD) avec couplage inductif [4].

d'être en mesure d'avoir une très haute efficacité, pour éviter les pertes par effet Joule et d'échauffement dans le corps. Différentes méthodes présentées dans des articles permettent d'augmenter l'efficacité des systèmes de transfert dans le cas spécifique d'implants [4, 15]. Bien que l'application du transfert d'énergie sans fil dans le domaine biomédical soit très intéressante, elle ne sera pas étudiée plus en détail dans le cadre de ce mémoire.

## 2.2 Caractéristiques des bobines

Dans cette section, les équations pour calculer l'inductance et la résistance d'une bobine de forme quelconque sont présentées. Pour les définitions de base, se référer à la section 1.1.4.

### 2.2.1 Inductances propres et mutuelles

Diverses méthodes peuvent être utilisées afin de calculer les inductances propres et mutuelles de bobines. Cependant, puisque la forme de la bobine n'est pas définie à l'avance et qu'elle peut varier beaucoup, les équations pour le calcul de l'inductance propre se basant sur une géométrie spécifique ne peuvent être utilisées. On peut tout de même se servir de certaines de ces équations pour valider le calcul d'inductance propre. Nous négligeons l'inductance interne du fil. Nous utilisons la formule de Maxwell [16, p.110] qui permet de calculer l'inductance propre  $L$  pour des bobines circulaires :



$$L = \mu_0 \mu_r n^2 a \left[ \left( 1 + \frac{3R^2}{16a^2} \right) \log \frac{8a}{R} - \left( 2 + \frac{R^2}{16a^2} \right) \right], \quad (2.1)$$

où  $\mu_0$  et  $\mu_r$  sont respectivement les perméabilités du vide et relative,  $n$  est le nombre de tours,  $R$  est la distance moyenne géométrique,  $a$  est le rayon de la bobine. Les distances moyennes géométriques sont de  $0,7788\rho$  pour une section circulaire de rayon,  $\rho$  et de  $0,223464(w+t)$  pour une section rectangulaire de largeur  $w$  et d'épaisseur  $t$  [16].

### 2.2.2 Équation de Neumann

Afin de calculer l'inductance mutuelle  $M$  entre deux bobines, l'équation 2.8, appelée équation de Neumann, est utilisée. Pour arriver à cette équation, partons d'abord du potentiel vecteur magnétique  $A$  en coordonnées cartésiennes

$$\mathbf{A}_l(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I_l}{4\pi} \oint_l \frac{d\mathbf{l}}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|}, \quad (2.2)$$

où  $d\mathbf{l}$  est un petit élément de longueur de la bobine et  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  H/m. La distance  $r$  correspond à  $|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|$  comme défini à la figure 2.3. Dans notre cas, un courant  $I_l$  circule dans la bobine  $l$ .

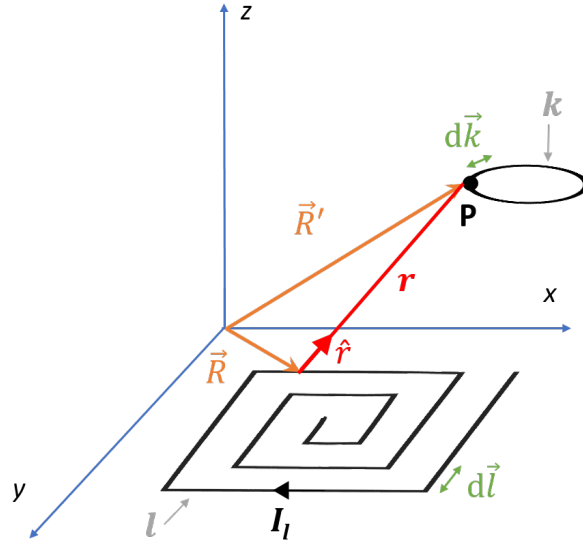


Figure 2.3 Schéma des distances entre la bobine  $l$  et la bobine  $k$ .

Il est possible de déterminer le flux traversant la bobine réceptrice  $\Phi_k$

$$\Phi_k = \int_S \mathbf{B}_l \cdot d\mathbf{S}_k, \quad (2.3)$$

où  $\mathbf{B}_l$  est le champ magnétique produit par la bobine  $l$  et  $d\mathbf{S}_k$  est un élément de surface de la bobine  $k$ . Ensuite, à l'aide de l'équation 2.5 et du théorème de Stokes (équation 2.4), on réécrit le flux  $\Phi_k$  en fonction du vecteur de potentiel magnétique  $A$ , i.e.

$$\int_{S_k} \nabla \times \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S}_k = \oint_k \mathbf{A} \cdot d\mathbf{k}, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (2.5)$$

$$\Phi_k = \oint_k \mathbf{A}_l \cdot d\mathbf{k}. \quad (2.6)$$

L'étape suivante consiste à déterminer l'inductance mutuelle  $M$  en fonction du flux et du courant  $I_l$  circulant dans la bobine

$$M = \frac{\Phi_k}{I_l}. \quad (2.7)$$

Ce qui mène finalement à l'équation de Neumann [17]

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_k \oint_l \frac{d\mathbf{l} \cdot d\mathbf{k}}{|\mathbf{R} - \mathbf{R}'|}. \quad (2.8)$$

L'inductance mutuelle dépend donc uniquement de la géométrie des bobines ainsi que de leurs positions et orientations. De plus, l'inductance mutuelle reste inchangée si on interchange la bobine réceptrice avec la bobine transmettrice, i.e.

$$M_{21} = M_{12}. \quad (2.9)$$

## Équation numérique

Nous utilisons la solution numérique de ces équations afin de calculer plus facilement l'inductance mutuelle. La méthode décrite subséquemment est utilisée pour le code de simulation. Elle est détaillée dans l'article [17].

Tout d'abord, les contours des bobines transmettrice  $l$  et réceptrice  $k$  sont divisés par un certain nombre de segments  $\alpha^l$  et  $\alpha^k$ . Les coordonnées de chaque point pour les deux bobines correspondent aux vecteurs  $\mathbf{q}^l$  et  $\mathbf{q}^k$ . Les indices en exposant indiquent s'il s'agit d'une variable de la bobine transmettrice  $l$  ou de la bobine réceptrice  $k$ . On utilise aussi l'indice  $m$  qui indique

chaque segment de chacune des bobines.

La variable  $c_m$  représente la longueur euclidienne du segment  $m$  qui se calcule facilement avec

$$c_m = \sqrt{(x_{m+1} - x_m)^2 + (y_{m+1} - y_m)^2 + (z_{m+1} - z_m)^2}, \quad (2.10)$$

où  $x_m$ ,  $y_m$  et  $z_m$  sont les coordonnées d'un point et  $x_{m+1}$ ,  $y_{m+1}$  et  $z_{m+1}$  sont les coordonnées du point suivant. L'équation 2.11 permet de déterminer le vecteur de position normalisé  $\mathbf{n}_m^l$  pour chaque segment de la bobine transmettrice. La même démarche s'applique pour la bobine réceptrice, mais en remplaçant  $l$  par  $k$ .

$$\mathbf{n}_m^l = \frac{\mathbf{q}_{m+1}^l - \mathbf{q}_m^l}{c_m^l}. \quad (2.11)$$

Dans le cas où les segments sont discrétisés avec un pas ( $\Delta l$  ou  $\Delta k$ ) constant, la variable  $c^l$  ou  $c^k$  est presque toujours constante. On peut alors écrire  $c^l = \Delta l$  ce qui évite le calcul de la longueur euclidienne pour chaque segment et diminue le temps de calcul. Nous utiliserons donc l'équation 2.12.

$$\mathbf{n}_m^l = \frac{\mathbf{q}_{m+1}^l - \mathbf{q}_m^l}{\Delta l}. \quad (2.12)$$

Finalement, l'équation numérique pour calculer l'inductance mutuelle est

$$M = \frac{\mu_o \Delta l \Delta k}{4\pi} \sum_{\alpha=1}^{\alpha^l} \sum_{\beta=1}^{\alpha^k} \frac{\mathbf{n}_\alpha^l \cdot \mathbf{n}_\beta^k}{|\mathbf{q}_\alpha^l - \mathbf{q}_\beta^k|}, \quad (2.13)$$

où  $\Delta l$  et  $\Delta k$  sont des petits éléments de longueur des bobines transmettrice et réceptrice.

### 2.2.3 Résistance

Une autre caractéristique importante d'une bobine est sa résistance. Deux méthodes sont utilisées pour la calculer qui dépendent de son design : fil circulaire ou trace à section rectangulaire sur un *Printed Circuit Board* (PCB). Le matériel utilisé pour les fils est dans la majorité du temps du cuivre qui a une résistivité  $\rho = 1,7 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$  à 300 K [18].

Débutons par l'équation de la résistance DC définie à l'équation 1.4. Puisque les fréquences utilisées sont élevées, l'effet de peau  $\delta$  (équation 1.5) doit être considéré. Pour calculer la résistance AC d'un fil de section circulaire, il faut soustraire l'aire de la section où aucun courant ne circule à l'aire du fil afin d'obtenir uniquement l'aire de la section en surface où

un courant circule ce qui donne

$$R_{AC} = \frac{\rho l}{\pi(R^2 - (R - \delta)^2)} = \frac{\rho l}{\pi\delta(2R - \delta)}, \quad (2.14)$$

où  $\rho$  est la résistivité du matériau,  $l$  la longueur du fil,  $A$  l'aire de la section,  $R$  est le rayon du fil et le terme  $\delta$  est la profondeur de pénétration définie à l'équation 1.5. L'équation 2.14 fonction dans le cas où  $\delta \ll R$ , sinon il faut utiliser les fonctions de Bessel, ce qui n'est pas présenté dans le cadre de ce mémoire. Ceci indique que si delta diminue la résistance augmentera ; donc plus de résistance aux hautes fréquences.

La valeur de  $\rho$  peut varier en fonction de la température. Dans ce cas, il faut utiliser l'équation

$$\rho = \rho_0 \left( 1 + \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0 - \theta_{carac}} \right), \quad (2.15)$$

où  $\theta_0$  est la température de référence (en K),  $\rho_0$  est la résistivité à la température  $\theta_0$  (en  $\Omega m$ ),  $\theta_{carac}$  est la température caractéristique du matériau (en K) et  $\theta$  est la température (en K) du conducteur. Pour le cuivre,  $\theta_{carac} = 38,7$  K [18].

### Résistance AC pour un fil de section rectangulaire

Pour calculer la résistance AC d'un fil avec une section rectangulaire, une équation expérimentale est utilisée [19]. Pour débiter, il faut multiplier la résistance DC par un facteur  $K_c$ , i.e.

$$K_c = 1 + F_{(f)} \left[ 1.2e^{\frac{2.1t}{w}} + 1.2e^{\frac{2.1w}{t}} \right], \quad (2.16)$$

où  $w$  est la largeur de la section rectangulaire et  $t$  d'épaisseur. La fonction  $F_{(f)}$  présente dans l'équation précédente prend en compte de la fréquence et est définie comme suit :

$$F_{(f)} = (1 - e^{-0.026p}). \quad (2.17)$$

Le paramètre  $p$  est un ratio de longueur et se calcule ainsi :

$$p = \sqrt{\frac{1000tw}{1.26\delta}}. \quad (2.18)$$

Finalement, la résistance AC tient aussi compte des pertes par diffusion, qui sont représentées par le dénominateur de l'équation 2.20, et donc du paramètre  $x$ , i.e.

$$x = \frac{2\frac{\delta}{t}\left(1 + \frac{t}{w}\right) + 8\frac{t}{w}\left(\frac{\delta}{t}\right)^3}{\left(\frac{w}{t}\right)^{0.33} e^{\frac{-3.5t}{\delta}} + 1} \quad (2.19)$$

Ce qui donne finalement l'équation pour la résistance AC

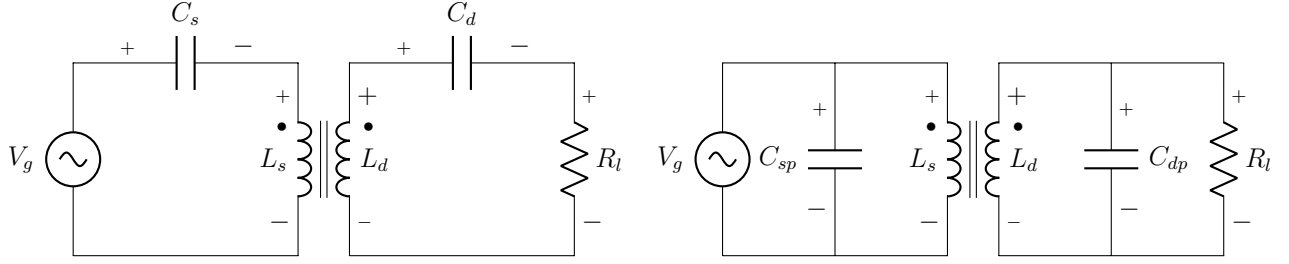
$$R_{AC} = \frac{R_{DC} \times K_c}{1 - e^{-x}}. \quad (2.20)$$

## 2.3 Circuiterie

Une portion importante du rendement du transfert d'énergie sans fil provient de la circuiterie. Afin de simplifier les analyses, il est considéré qu'une source AC idéale alimente le circuit résonant du transmetteur à la fréquence et tension désirée. En réalité, c'est un amplificateur de classe D ou E qui crée préalablement le signal AC, tel que détaillé dans le *Wireless Power Handbook* [20]. À partir de cette source, plusieurs topologies de circuit peuvent être utilisées comme décrites dans la section suivante. Il faut connaître la tension et le courant en plusieurs points du circuit afin de calculer la puissance et l'efficacité du transfert d'énergie sans fil. L'appareil à charger est modélisé comme une résistance de charge. Idéalement, un circuit-redresseur de courant ou un convertisseur AC-DC devrait être considéré en détail puisque la majorité des appareils se chargent avec une tension continue. Pour simplifier l'analyse, aucun redresseur de tension n'est considéré. La valeur de l'efficacité du redresseur pourrait être ajoutée à la fin des calculs pour avoir l'efficacité totale du système. Il en va de même pour l'efficacité de l'amplificateur qui génère l'excitation AC.

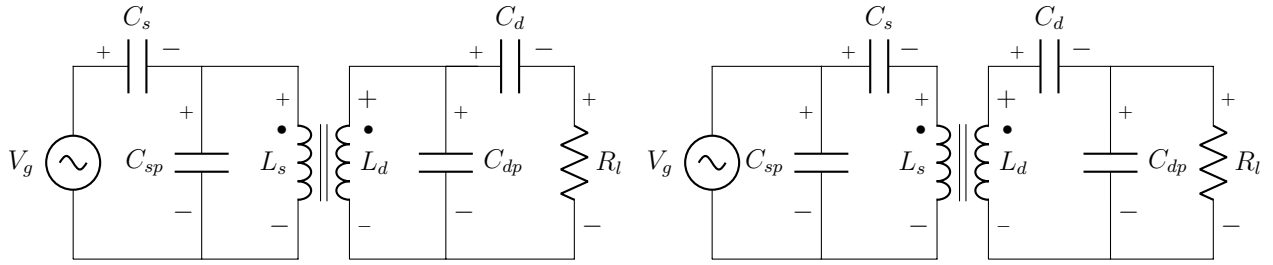
### 2.3.1 Topologies de circuits résonants couplés

La figure 2.4 illustre différentes topologies de circuits résonants couplés. Les lettres *s* et *p* représentent respectivement des circuits résonants en série et en parallèle. La lettre *d* provient du mot *device*, qui est en fait l'appareil à charger, soit le côté du récepteur. Il est aussi possible de combiner différentes topologies de circuits transmetteur et récepteur, par exemple dans un circuit *sp*, le transmetteur aurait une topologie série et le récepteur une topologie parallèle. Il est intéressant de noter qu'avec une topologie *spsp*, il est possible d'obtenir une topologie *ss*, en posant que les condensateurs parallèles  $C_{sp}$  et  $C_{dp}$  sont nuls. Pour cette raison, la suite de la modélisation de circuit est faite avec une topologie *spsp*.



(a) Topologie série du côté transmetteur et du côté récepteur - *ss*

(b) Topologie parallèle du côté transmetteur et du côté récepteur - *pp*



(c) Topologie série-parallèle du côté transmetteur et du côté récepteur - *sps*

(d) Topologie parallèle-série du côté transmetteur et du côté récepteur - *psps*

Figure 2.4 Topologies principales de circuits résonants.

### 2.3.2 Résolution des circuits

Afin de faire une analyse des circuits, la méthode des nœuds est utilisée. Cette méthode utilise les deux lois de Kirchhoff décrites ci-dessous. Elle permet de déterminer la tension de chaque nœud et le courant circulant dans chaque composante.

La deuxième loi de Kirchhoff (loi des courants) stipule que la somme des courants entrants dans un nœud doit être égale à la somme des courants sortant de ce nœud

$$\sum_{i=1}^m I_{in_i} = \sum_{j=1}^n I_{out_j}, \quad (2.21)$$

où  $m$  est le nombre de courants entrants dans le nœud et  $n$  est le nombre de courants sortants du nœud.

### 2.3.3 Domaine temporel

Une analyse temporelle des tensions et des courants du circuit permet de déterminer le temps qu'un système prend pour se stabiliser. Cela permet aussi de simuler les tensions et courants maximaux dans les composantes. La section qui suit explique les grandes lignes permettant de créer un simulateur de circuit en régime temporel.

Afin de discrétiser les équations différentielles associées aux inductances et aux condensateurs, on utilise les équivalents Norton qui sont illustrés aux figures 2.5a et 2.5b. Les équations reliées à ces figures sont écrites aux équations 2.26 à 2.34.

Débutons avec l'équation de la tension  $v$  dans une inductance  $L$  qui est définie comme suit

$$v = L \frac{di}{dt}, \quad (2.22)$$

où  $t$  est la variable de temps. Cela implique que le courant  $i$  dans une bobine s'écrit

$$i = \frac{1}{L} \int v dt, \quad (2.23)$$

$$i(t + \Delta t) = i(t) + \frac{1}{L} \int_t^{t+\Delta t} v(t) dt. \quad (2.24)$$

Puis, en effectuant une intégration par la méthode des trapèzes, nous obtenons :

$$i(t + \Delta t) = i(t) + \frac{1}{L} \left( \frac{v(t) + v(t + \Delta t)}{2} \right) \Delta t. \quad (2.25)$$

Ensuite, nous définissons une constante de résistance "effective", donné par les équivalents Norton, pour l'inductance  $R_L$  de la façon suivante

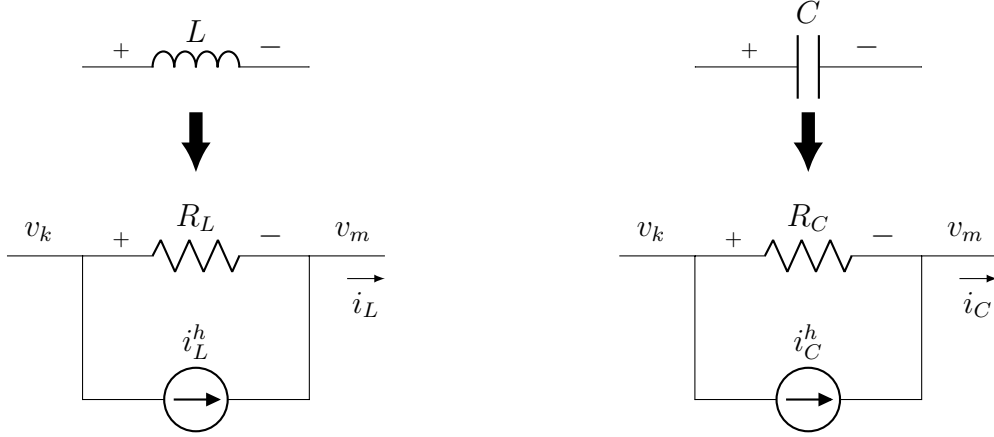
$$R_L = \frac{2L}{\Delta t}, \quad (2.26)$$

ce qui nous permet de réécrire

$$i(t + \Delta t) = \underbrace{i(t)}_{i_L^h} + \underbrace{\frac{v(t + \Delta t)}{R_L}}_{i_{R_L}(t + \Delta t)}, \quad (2.27)$$

où  $i_L^h$  est appelé terme d'historique pour l'inductance et  $i_{R_L}$  est le courant dans la résistance  $R_L$ .

Nous utilisons donc les équations suivantes afin de définir le courant  $i_L$  dans l'inductance, et



(a) Équivalence pour une inductance

(b) Équivalence pour un condensateur

Figure 2.5 Circuit équivalent Norton d'une inductance et d'un condensateur.

la valeur du terme d'historique  $i_L^h$

$$i_L(t + \Delta t) = \frac{v(t + \Delta t)}{R_L} + i_L^h, \quad (2.28)$$

$$i_L^h = \frac{v(t)}{R_L} + i_L^h(t). \quad (2.29)$$

Pour ce qui est du condensateur  $C$ , débutons avec l'équation du courant  $i$

$$i = C \frac{dv}{dt}. \quad (2.30)$$

Ce qui nous permet d'obtenir la tension  $v$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \frac{i(t + \Delta t) + i(t)}{2C} \Delta t. \quad (2.31)$$

Définissons ensuite la constante de résistance "effective" du condensateur  $R_C$

$$R_C = \frac{\Delta t}{2C}. \quad (2.32)$$

Nous obtenons finalement les équations suivantes pour le courant dans le condensateur  $i_C$  et



le terme d'historique  $i_C^h$

$$i_C(t + \Delta t) = \frac{v(t + \Delta t)}{R_C} + i_C^h, \quad (2.33)$$

$$i_C^h = -\frac{v(t)}{R_C} - i_C^h(t). \quad (2.34)$$

L'analyse dans le domaine temporel est très générale, car elle permet d'analyser le circuit lorsqu'il comporte des composantes non linéaires, par exemple des transistors qui alimentent le circuit résonant du côté du transmetteur. Cependant, dans le cadre de ce mémoire, il a été décidé de se concentrer plutôt sur la conception des bobines, et il est possible de rester en régime linéaire en tout temps, ce qui permet de simplifier la mise en équation en passant dans le domaine fréquentiel, tel que présenté à la section suivante.

### 2.3.4 Domaine fréquentiel

Une alternative à l'analyse dans le domaine temporel décrite précédemment est celle en régime fréquentiel. Elle permet de trouver plus rapidement les tensions et courants en régime permanent en tout point du circuit en fonction de la fréquence puisqu'une seule résolution matricielle est faite par fréquence. Afin de résoudre le circuit dans le domaine fréquentiel, et ainsi obtenir les fréquences de résonance pour chaque circuit résonant, les équations suivantes sont utilisées afin de déterminer l'impédance des inductances  $Z_L$  et des condensateurs  $Z_C$  en fonction de la fréquence angulaire  $\omega$  et du nombre complexe  $j$

$$Z_L = j\omega L, \quad (2.35)$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}. \quad (2.36)$$

Les équations 2.28 et 2.33 de la résolution en domaine temporel pourront être utilisées, mais en utilisant les impédances  $Z_L$  et  $Z_C$  au lieu de  $R_L$  et  $R_C$ , et en posant que les termes d'historiques sont nuls.

### 2.3.5 Puissance

Une des données principales qu'on cherche à optimiser est la puissance transmise du transmetteur au récepteur. Les valeurs efficaces (RMS) des courants et tensions doivent être utilisées pour la calculer. Lorsqu'on travaille en phaseur, il faut utiliser

$$P = \Re\{\bar{V}I^*\}, \quad (2.37)$$

où  $\bar{V}$  est un nombre complexe décrivant le phaseur de la tension et  $\bar{I}^*$  est le complexe conjugué du phaseur de courant, tous les deux exprimés en termes de leur valeur efficace.

### 2.3.6 Facteur de qualité

Le facteur de qualité d'un circuit résonant permet de mesurer son efficacité à conserver l'énergie. Plus le facteur de qualité est élevé, plus le système a une bande passante étroite et une grande amplitude de sortie [21]. L'équation générale pour décrire le facteur qualité est

$$Q = \frac{f_r}{\Delta f}, \quad (2.38)$$

où  $f_r$  est la fréquence de résonance et  $\Delta f$  est la bande passante. Dans le cas d'une bobine conçue pour le transfert d'énergie sans fil, on cherche à avoir un haut facteur de qualité, ce qui permet un meilleur transfert de puissance. Le facteur de qualité intrinsèque d'une bobine, est donné par

$$Q = \frac{\omega L}{R_{ind}}, \quad (2.39)$$

où  $\omega$  est la fréquence angulaire,  $L$  est l'inductance et  $R_{ind}$  est la résistance intrinsèque de la bobine. On cherchera donc toujours à diminuer la résistance de la bobine pour augmenter son facteur de qualité.

## 2.4 Champs magnétique et électrique

La connaissance de la valeur du champ magnétique et électrique est nécessaire pour s'assurer que le produit respecte les normes de sécurité concernant l'exposition des corps humains à ces derniers.

### 2.4.1 Champ magnétique

Afin de calculer le champ magnétique en tout point de l'espace autour des bobines, la loi de Biot-Savart de l'équation 2.40 est utilisée ce qui nous évite de passer par une méthode des éléments finis qui serait plus coûteuse en temps. Cette équation décrit le champ magnétique  $\mathbf{B}$  en fonction d'une constante, du courant efficace circulant dans la bobine  $I$  (densité de courant linéaire), d'un élément de longueur  $d\mathbf{l}$ , de la distance  $r$  entre le point d'observation et la bobine et de l'orientation de cette distance  $\hat{\mathbf{r}}$ .

$$\mathbf{B}_l(\mathbf{r}) = \frac{\mu_o I_l}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \quad (2.40)$$

Comme on travaille en champ proche, le champ dans l'espace est à tout moment proportionnel au courant circulant dans les bobines, c'est pourquoi il est possible d'utiliser l'équation de Biot-Savart. Les effets radiatifs sont négligés, car les bobines considérées ici sont trop petites pour être de bonnes antennes à 6,78 MHz (donc longueur d'onde de 44,25 m).

### 2.4.2 Calcul de champ magnétique pour une boucle circulaire

Afin de confirmer les résultats obtenus par simulation pour le calcul de champ magnétique, il est possible d'utiliser un cas simple, soit celui d'une bobine circulaire.

Afin de trouver le champ magnétique sur l'axe central  $B_z$ , débutons avec l'équation

$$dB_z = \frac{\mu_0 I dl \sin \theta}{4\pi r^2}.$$

Cette équation provient de la loi de Biot-Savart pour un fil mince et permet de trouver le champ  $B_z$  à un point  $P$  se situant à une distance  $r$  d'une boucle de rayon  $R$ , traversé par un courant  $I$ . L'ensemble des variables sont illustrées à la figure 2.6.

Il y a seulement une composante de champ en  $z$ , puisque sur l'axe central, les composantes en  $x$  et  $y$  s'annulent par symétrie. Dans le cas spécifique où le champ est calculé sur l'axe  $\hat{z}$ ,

$$\sin \theta = \frac{R}{r},$$

$$r = \sqrt{z^2 + R^2}.$$

Puis en intégrant  $dl$ , on obtient la circonférence du cercle,  $2\pi R$  ce qui mène finalement au

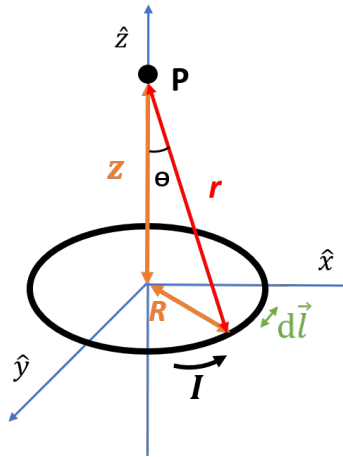


Figure 2.6 Schéma des variables pour une boucle de courant.

résultat suivant qui nous permettra de vérifier les résultats obtenus avec les simulations

$$B_z = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}. \quad (2.41)$$

### 2.4.3 Champ électrique

Afin de calculer le champ électrique, partons de l'équation de Maxwell [5]

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0. \quad (2.42)$$

Puis en suivant les étapes présentées dans [22], nous obtenons l'équation suivante, qui est utilisée pour approximer le champ électrique autour de la bobine

$$\mathbf{E} = -j\omega \mathbf{A} - \nabla V \quad (2.43)$$

où  $A$  est le potentiel vecteur défini à l'équation 2.2,  $\omega$  est la fréquence angulaire et  $\nabla V$  est le gradient de potentiel, que l'on peut estimer à partir de la tension la plus élevée qui sera rencontrée dans le circuit résonant.

### 2.4.4 Normes de sécurité

Afin de certifier un nouvel appareil, certaines normes de santé et sécurité doivent être respectées. Parmi celles-ci, il y a entre autres le *Specific absorption rate* (SAR), qui est une mesure de l'absorption d'énergie par les tissus humains, ainsi que des limites concernant l'exposition aux champs électromagnétiques. Dans le cadre du projet de maîtrise, le SAR n'est pas directement calculé ou mesuré, c'est plutôt une approximation de la valeur des champs magnétiques et électriques qui est faite.

Les normes de sécurité concernant les expositions aux champs électromagnétiques varient

Tableau 2.2 Seuils limites d'exposition aux champs magnétiques et électriques pour le grand public.

Institut	Fréquence MHz	Champ E V/m	Champ H A/m	Champ B $\mu\text{T}$
FCC [23]	<b>1,34 - 30</b>	824/ $f$ <b>121,5</b>	2,19/ $f$ <b>0,32</b>	<b>0,41</b>
ICNIRP 1998 [24]	<b>1 - 10</b>	87/ $f^{0,5}$ <b>33,4</b>	0,73/ $f$ <b>0,11</b>	0,92/ $f$ <b>0,14</b>
ICNIRP 2010 [25]	<b>0,003 - 10</b>	<b>83</b>	<b>21</b>	<b>27</b>
IEEE [26]	<b>3-30</b>	823,8/ $f$ <b>121,5</b>	16,3/ $f$ <b>2,4</b>	<b>3</b>

selon la fréquence des champs, les parties du corps exposées, ainsi que l'institut qui les a définies. Le tableau 2.2 présente les valeurs limites pour le *Federal Communications Commission* (FCC), le *International Commission on Non-Ionizing Radiation Protection* (ICNIRP) et le *Institute of Electrical and Electronics Engineers* (IEEE) pour différente plage de fréquence. Les valeurs en gras pour le champ E, H et B représentent les limites pour une fréquence de 6,78 MHz. Elles ont été calculés avec la formule située juste à gauche de la valeur, les normes donnant parfois une formule pour une large plage de fréquence. Attention, la fréquence  $f$  est en MHz dans le tableau.

On remarque que les normes sont très différentes selon les instituts. Le transfert d'énergie sans-fil étant relativement récent, peu de recherches ont été faites pour l'instant sur les impacts de ces fréquences particulières sur la santé. Comme on le voit dans le tableau, les plages de fréquences sont très grandes dans la majorité des cas, et c'est donc ce qui pourrait expliquer les grandes différences entre chaque institut. Il est certain qu'avec le développement du transfert d'énergie sans fil, des normes internationales devraient voir le jour afin d'encadrer plus adéquatement ce type de systèmes.

Pour ce qui est des radiations, la bande de fréquence choisie par l'ISM n'impose pas de restriction sur les émissions électromagnétiques radiatives [20]. En fait, aux fréquences utilisées, il n'y a pas ou très peu de radiations électromagnétiques parce que la bobine est une mauvaise antenne. Néanmoins, il se peut qu'à forte puissance, les harmoniques de 6,78 MHz engendrent une antenne de radiation puisque l'antenne devient meilleure lorsque la fréquence augmente. Ce problème ne sera cependant pas étudié dans ce mémoire.

### CHAPITRE 3 DÉVELOPPEMENT D'UN CODE D'AIDE À LA CONCEPTION DE CIRCUITS RÉSONANTS COUPLÉS

Dans cette section, les diverses parties du code de simulation développées dans le cadre de ce mémoire, ainsi que les méthodes de mesures pour valider les simulations sont détaillées. Le schéma 3.1 présente les principales étapes du code de simulation et l'ordre dans lequel elles sont réalisées. Chacune d'entre elles est expliquée en détail dans les prochaines sous-sections.

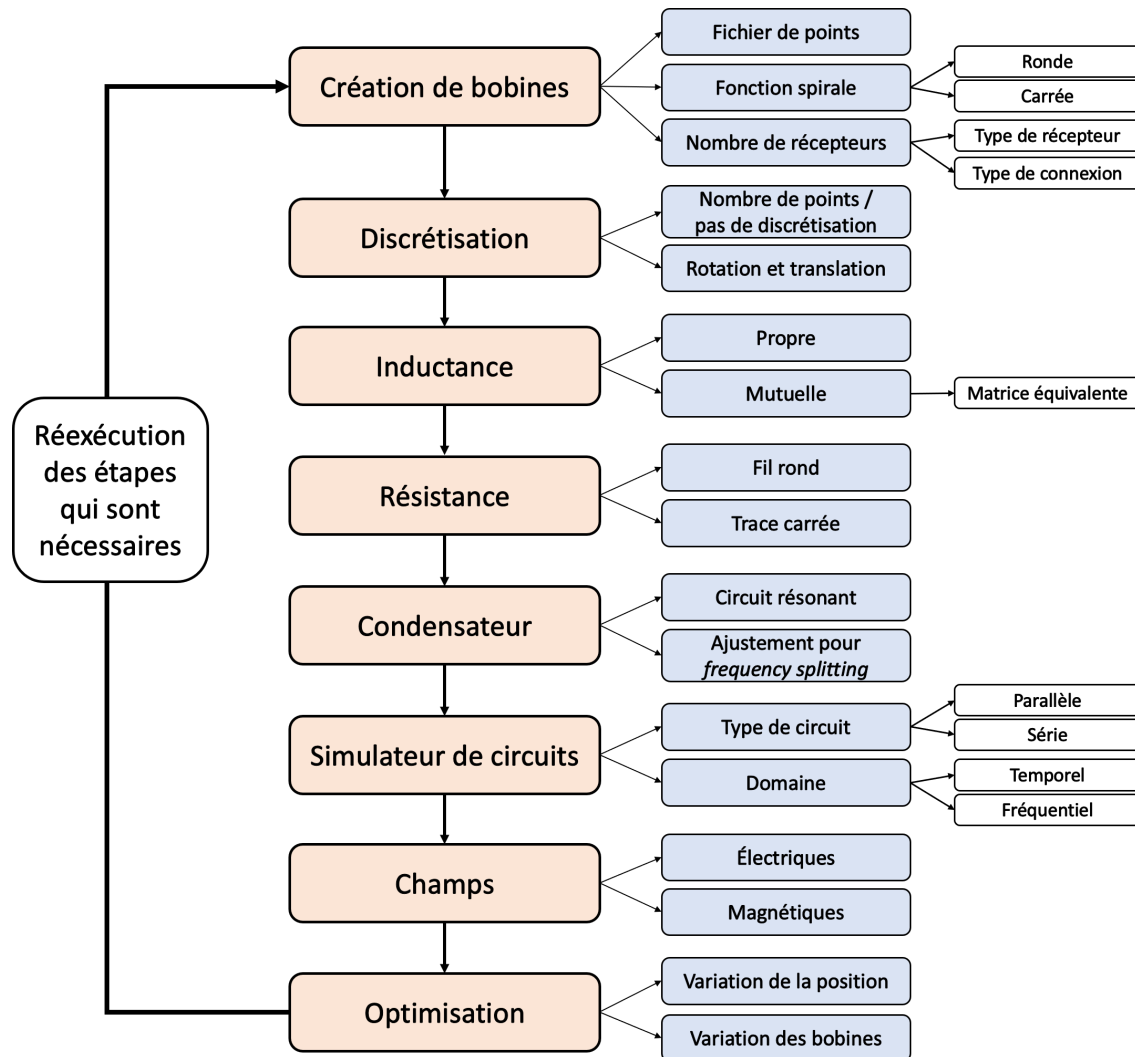


Figure 3.1 Schéma des étapes du code de simulation.

### 3.1 Création des bobines

La première étape du code consiste à créer les bobines utilisées dans le système de transfert d'énergie sans fil. Les différentes étapes pour ce faire sont détaillées dans les sections suivantes. Brièvement, les bobines sont créées soit à partir d'un fichier de points, ce qui permet d'avoir des formes particulières, soit avec une fonction calculant le parcours des bobines spirales rondes ou carrées. Ces bobines peuvent ensuite être connectées en parallèle ou en série sur une ou plusieurs couches d'un PCB.

#### 3.1.1 Fichier texte

Les bobines sont enregistrées sous forme de fichier texte contenant une série de points qui servent à définir le parcours du conducteur formant la bobine. Le format du fichier d'entrée pris en charge doit comporter 4 colonnes contenant les variables  $x$ ,  $y$ ,  $z$  et un angle  $\varphi$ . Les trois premières colonnes correspondent aux coordonnées  $x$ ,  $y$  et  $z$  du point et la dernière indique la longueur angulaire  $\varphi$  de l'arc de cercle partant du point spécifié. Voici les valeurs que peut prendre la variable  $\varphi$  et ce à quoi cela correspond :

$$\varphi = \begin{cases} 0 & \text{segment droit.} \\ > 0 & \text{arc de cercle avec rayon de courbure vers l'intérieur de la boucle.} \\ < 0 & \text{arc de cercle avec rayon de courbure vers l'extérieur de la boucle.} \end{cases}$$

La valeur absolue de la longueur d'arc  $\varphi$  doit se situer entre  $0^\circ$  et  $359^\circ$ . La figure 3.6b associé au tableau 3.4 donne un exemple numérique et graphique de la courbure pour des angles positifs ou négatifs.

#### 3.1.2 Fonction pour créer des bobines

Si la forme de la bobine n'est pas déjà définie par des points enregistrés dans un fichier texte, elle peut être créée à l'aide de la fonction *create\_spiral*. Cette fonction permet de concevoir des spirales rondes ou carrées ainsi que des bobines circulaires à partir de différents paramètres. Les bobines définies par la fonction sont ensuite enregistrées dans un fichier texte qui respecte le format spécifié à la section 3.1.1.

#### Spirales rondes et cercles

La bobine peut être de forme spirale ronde, telle qu'illustrée à la figure 3.2. Afin de créer ce type de spirale, certaines données sont nécessaires :

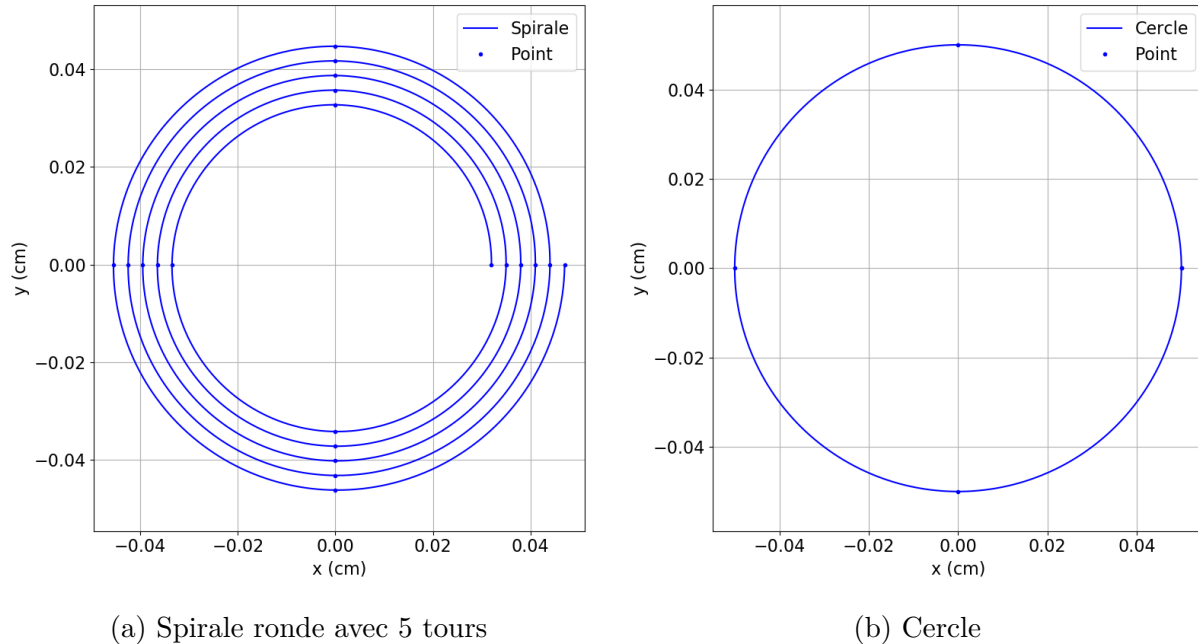


Figure 3.2 Bobines spirales rondes avec un diamètre de 10 cm.

1. Nombre de tours.
2. Diamètre.
3. Espacement entre les tours (à partir du milieu du conducteur).

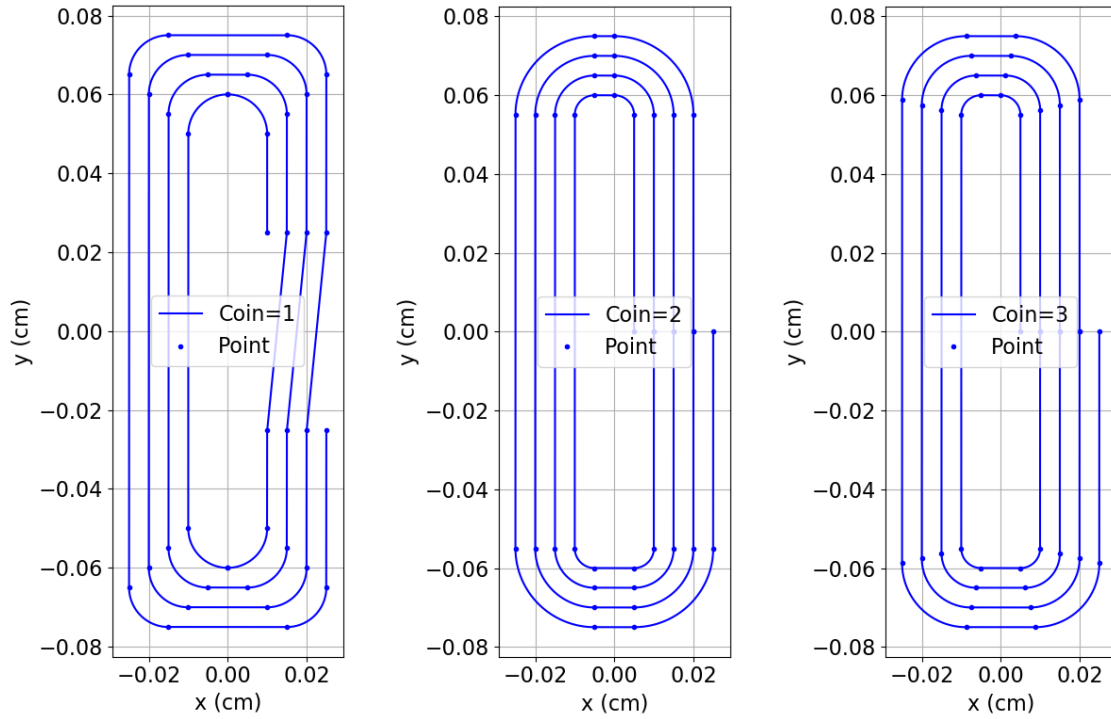
Chaque tour de la bobine est défini avec 4 points. Ces points qu'on voit sur la figure 3.2 sont ceux qui sont enregistrés dans le fichier texte. La ligne continue provient de la discrétisation qui est expliquée à la prochaine section. Afin de créer une bobine circulaire (figure 3.2b), on définit une spirale ronde avec la fonction et on pose les variables du nombre de tour à 1 et de l'espacement à 0 m.

### Spirales carrées

La bobine peut être une spirale carrée. Dans ce type de spirale, un plus grand nombre de paramètres sont nécessaires puisque plus d'options sont possibles.

1. Nombre de tours.
2. Longueur et largeur.
3. Espacement entre les tours (à partir du milieu du conducteur) et largeur du conducteur qui peut être un fil ou une trace de PCB.
4. Angle : par défaut, l'angle des coins est à  $90^\circ$ , mais il est possible de le modifier.





(a) Coin=1 et reliure=2. (b) Coin=2 et reliure=1. (c) Coin=3 et reliure=1.

Figure 3.3 Spirales carrées avec une longueur de 15 cm et une largeur de 6 cm.

#### 5. Options pour les coins de la spirale :

- coin = 1 : les coins auront le même rayon (voir figure 3.3a)
- coin = 2 : les rayons des coins sont concentriques (voir figure 3.3b)
- coin = 3 : le rayon des coins varie linéairement entre le rayon intérieur et le rayon extérieur (voir figure 3.3c).

#### 6. Reliure : façon dont sont reliés les tours

- reliure = 1 : relié avec une diminution du diamètre, tel que dans le logiciel *Eagle* (voir figure 3.3b)
- reliure = 2 : relié avec une pente, il faut alors spécifier la longueur de la section reliant les tours (voir figure 3.3a).

### 3.1.3 Nombre de récepteurs

Dans le cadre du projet, tous les systèmes de transfert d'énergie sont composés d'un seul transmetteur dont le centre est positionné au point (0,0,0) dans notre repère. Pour ce qui est

des récepteurs, il est possible d'en avoir plusieurs indépendants. Dans ce cas, il faut les créer séparément en les enregistrant dans un fichier de points, tel que spécifié dans la section 3.1.1. Il est possible d'avoir un récepteur composé de plusieurs bobines sur la même couche. Dans ce cas, une option dans la fonction *create\_spiral* permet de créer plusieurs spirales imbriquées, tel qu'illustré à la figure 3.4. Ces spirales peuvent ensuite être reliées en série ou en parallèle, selon un paramètre du code. Finalement, il est aussi possible de créer des spirales différentes sur la même couche en combinant deux fichiers de points. On peut connecter deux spirales sur des couches différentes, dans ce cas, il faut les créer individuellement et ensuite spécifier la connexion.

Chaque bobine sur la même couche est enregistrée sous un nom de fichier différent : c'est le dernier chiffre du fichier qui change. Dans les prochaines étapes, on verra qu'il est possible de créer un récepteur ou transmetteur combinant plusieurs fichiers textes.

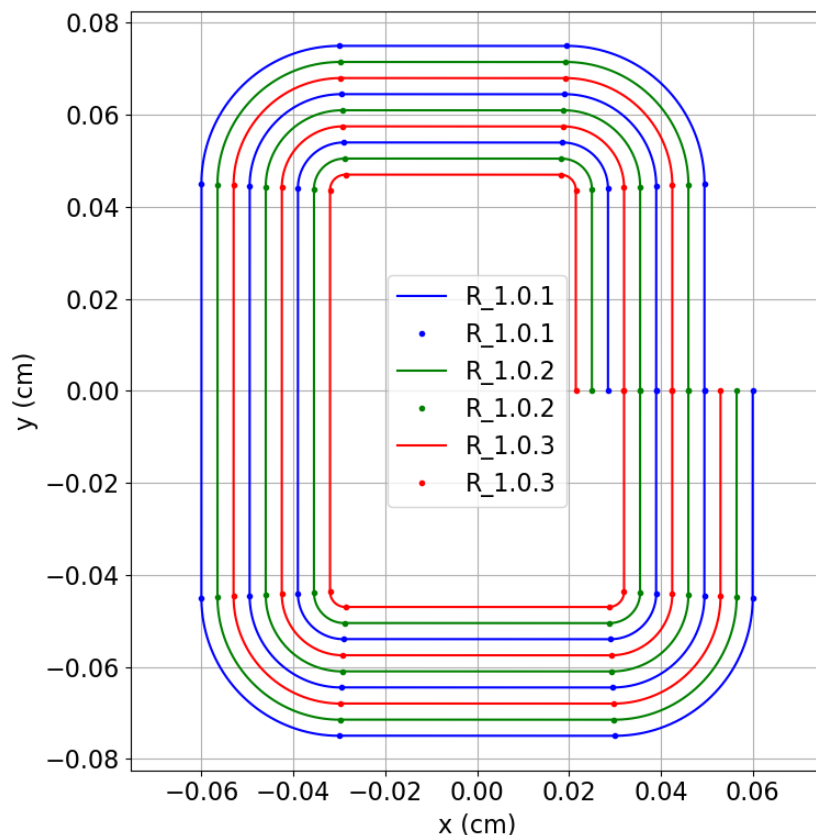


Figure 3.4 Plusieurs bobines dans le même plan.

### 3.2 Discrétisation et positionnement des bobines

La discrétisation crée une série de points entre deux coordonnées : un point initial  $p_i = (x_i, y_i)$  et un point final  $p_f = (x_f, y_f)$ , tel qu'illustrés à la figure 3.5. La méthode pour déterminer ces points est différente pour les segments de cercle et pour les segments droits. Dans la majorité des cas, la bobine sera seulement 2D, dans ce cas la composante  $z$  n'est pas nécessaire pour la discrétisation. Les étapes pour effectuer la discrétisation sont détaillées dans les prochaines sections. La démarche présentée est valide pour une discrétisation avec deux coordonnées  $x$  et  $y$ , cependant il est simple de généraliser pour ajouter la coordonnée  $z$ .

#### 3.2.1 Fonction *discretisation*

Le tableau 3.1 résume les paramètres d'entrée et de sortie de la fonction. Il est possible d'ajouter un paramètre d'entrée supplémentaire, soit le pas de discrétisation  $dc$  pour effectuer une discrétisation différente des arcs de cercle et des sections droites. Par défaut, on pose  $dc = dl$ .

Comme il est écrit dans le tableau 3.1, la valeur du pas de discrétisation peut être une distance en m, ou un nombre de points. Si la valeur de  $dl$  est plus grande que 1, on suppose que l'utilisateur a entré un nombre de points total pour la bobine. À ce moment-là, on commence par calculer le pas de discrétisation en mètres, puis on peut poursuivre avec la suite des étapes pour effectuer la discrétisation. Pour calculer le pas de discrétisation, il faut cependant avoir la longueur de la bobine qui est calculée uniquement à la fin de la fonction *discretisation*. On fait alors une estimation rapide de la longueur entre les points afin de

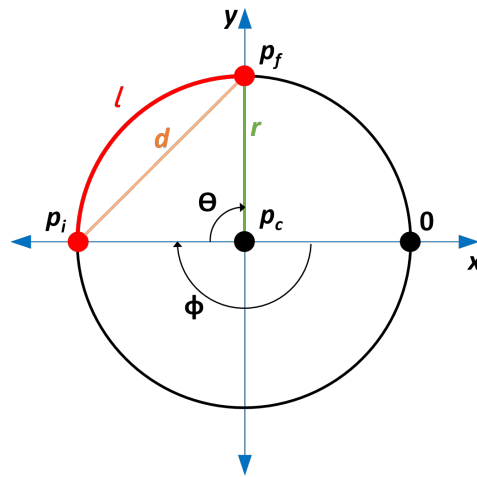


Figure 3.5 Schéma des angles et de la distance pour le quart de cercle.

Tableau 3.1 Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction *discretisation*

	Variables	Unités	Description
<b>Entrée</b>	$x, y, z$	m	Coordonnées des points
	$\varphi$	°	Angle
	$dl$	m ou -	Pas de discrétisation ou nombre de points
<b>Sortie</b>	$nx, ny, nz$	m	Coordonnées des nouveaux points
	<i>longueur</i>	m	Longueur totale de la bobine
	$dl$	m	Pas de discrétisation

calculer le  $dl$ . Cela peut cependant donner des valeurs de  $s$  aberrantes dans le cas où y a des sections avec de grands angles. Donc, lorsque l'utilisateur entre un nombre de points, c'est une valeur approximative et non exacte.

### Section de droite

Tout d'abord, la distance  $d$  et l'angle  $\theta$  entre les deux points sont calculés avec les équations 3.1 et 3.2. Par la suite, une multitude de points sont ajoutés entre les points entrés.

$$d = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2}. \quad (3.1)$$

$$\theta = \arctan \left( \frac{y_f - y_i}{x_f - x_i} \right). \quad (3.2)$$

L'utilisation de la fonction *atan2* dans Python, permet d'obtenir un résultat unique. La valeur de  $d$  correspond directement à la longueur  $l$  du segment total. On trouve ensuite le nombre  $s$  de nouveaux points entre les points donnés initialement ( $p_i$  et  $p_f$ ), ce qui correspond à

$$s = \frac{l}{dl}. \quad (3.3)$$

Cependant,  $s$  ne sera pas entier, il faut donc l'arrondir vers le haut ou vers le bas. Dans le cas où la partie décimale de  $s$  est plus petite que 0.1, nous arrondissons  $s$  vers le bas, et dans le cas contraire, vers le haut

$$\alpha = \begin{cases} \text{floor}(s) & \text{si } s - \text{floor}(s) < 0.1, \\ \text{floor}(s) + 1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.4)$$

La valeur de  $\alpha$  correspond à  $s$  arrondi adéquatement. Ainsi, il n'y aura pas deux points à une distance de presque 0 ce qui serait problématique pour la suite de l'exécution du code. Le critère de 0,1 est choisi afin de réduire le plus possible l'espace entre les deux derniers points d'un segment, sans pour autant que l'espace soit trop proche de 0 si le segment est très petit.

Finalement, on calcule les coordonnées des points ajoutés  $(x_{dl}, y_{dl})$  sur les segments droits

$$\begin{cases} x_{dl}(g) = x_i + g \cdot dl \cdot \cos \theta, \\ y_{dl}(g) = y_i + g \cdot dl \cdot \sin \theta, \end{cases} \quad (3.5)$$

où  $g$  est une variable itérative entre  $0 \leq g \leq \alpha$  et  $\theta$  est un angle qui correspond à celui illustré à la figure 3.5.

### Arc de cercle

Dans le cas où c'est un arc de cercle d'angle  $\varphi$  qui relie le point final et initial, il faut d'abord calculer le rayon  $r$  du cercle

$$r = \begin{cases} \frac{d}{2} & \text{si } |\varphi| = 180^\circ, \\ d \cdot \frac{\sin(\psi)}{\sin(2\psi)} & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.6)$$

Rappelons que  $\varphi$  est l'angle en radians provenant du fichier d'entrée, et  $d$  donné par l'équation 3.1. L'angle  $\psi$  est défini par

$$\psi = \frac{\pi - |\varphi|}{2}. \quad (3.7)$$

Par la suite, il est possible de calculer la longueur de l'arc de cercle avec

$$l = |\varphi| \cdot r. \quad (3.8)$$

Puis, il faut trouver la position du centre du cercle  $p_c = (x_c, y_c)$ . Pour ce faire, la fonction *centre\_cercle* décrite à la section 3.2.2 est utilisée. Une fois les coordonnées du centre du cercle déterminées, on trouve l'angle  $\Phi$  illustré à la figure 3.5. Cet angle correspond au décalage entre le vecteur dont les extrémités sont les  $p_c$  et 0, et le point  $p_i$ , i.e.

$$\Phi = \arctan\left(\frac{y_i - y_c}{x_i - x_c}\right). \quad (3.9)$$

La prochaine étape est de déterminer la portion d'angle  $d\theta$  correspondant à chaque segment

$$d\theta = \frac{\pi}{2\alpha}. \quad (3.10)$$

Rappelons que  $s$ ,  $\alpha$  et  $g$  sont déterminés de la même façon que pour un segment de droite (voir équation 3.3 et 3.4).

Ensuite, on trouve la position de chaque nouveau point entre les deux coordonnées initiales ( $p_i$  et  $p_f$ )

$$\begin{cases} x_{dl} = x_c + r \cdot \cos(-g \cdot \zeta \cdot \chi \cdot d\theta + \Phi), \\ y_{dl} = y_c + r \cdot \sin(-g \cdot \zeta \cdot \chi \cdot d\theta + \Phi), \end{cases} \quad (3.11)$$

où la variable  $\zeta$  est un facteur multiplicatif de  $g$

$$\zeta = \begin{cases} -1 & \text{si } |\varphi| > 180^\circ, \\ 1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.12)$$

Pour expliquer brièvement cette équation, on prend la coordonnée du centre  $x_c$  et on lui ajoute le rayon ce qui nous amène au point 0 (voir figure 3.5). Par la suite, on calcule le cosinus ou sinus de la fraction d'angle multiplié par l'incrément  $-g$ , le signe négatif correspond au sens de rotation, dans notre cas, il sera dans le sens des aiguilles d'une montre. Puis, on ajoute le décalage du point  $x_i$  par rapport au point 0. La variable  $\chi$  dépend de l'angle  $\varphi$  du fichier d'entrée et est aussi nécessaire dans la fonction *centre\_cercle* c'est pourquoi elle est différente du facteur  $\zeta$ . Si l'angle est positif,  $\chi = 1$ , et le centre est à l'intérieur de la boucle. Sinon, si l'angle est négatif,  $\chi = -1$ , et le rayon se retrouve à l'extérieur de la boucle.

$$\chi = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 < \varphi \leq 180^\circ \text{ ou } \varphi < -180^\circ, \\ -1 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.13)$$

La dernière étape de la fonction *discretisation* est de sommer tous les éléments de longueur  $l$  afin de trouver la longueur totale de la bobine utilisée ensuite pour calculer la résistance.

### 3.2.2 Coordonnée du centre du cercle

La fonction *centre\_cercle* permet de retourner les coordonnées du centre du cercle ( $x_c, y_c$ ) définies par l'arc de cercle en prenant en entrée 2 points,  $p_i$  et  $p_f$ , le rayon  $r$ , ainsi que la variable  $\chi$ , qui permet de choisir entre les deux rayons possibles. Les paramètres d'entrées et de sorties sont résumés dans le tableau 3.2. Les détails de la fonction sont présentés dans l'annexe A.

Tableau 3.2 Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction *centre\_cercle*.

	Variables	Unités	Description
<b>Entrée</b>	$x, y$	m	Coordonnées des points initiaux
	$x_f, y_f$	m	Coordonnées des points finaux
	$r$	m	Rayon
	$\chi$	–	Choix de la position du rayon
<b>Sortie</b>	$x_c, y_c$	m	Coordonnées du rayon

### 3.2.3 Coordonnées des bobines et rotation

On choisit, par convention, que la bobine transmettrice est toujours positionnée à  $z = 0$ . Initialement, la bobine réceptrice est aussi positionnée à  $z = 0$ , puis une rotation et translation sont effectuées sur cette bobine. On fait la rotation d'abord, puis la translation ensuite.

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R_y(\Phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 & \sin(\phi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi) \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Les matrices 3.14 permettent de modifier les coordonnées selon une rotation autour de l'axe  $z$  avec  $R_z$  (axe  $x$  vers l'axe  $y$ ), et autour de l'axe  $y$  avec  $R_y$ . Il suffit de faire un produit scalaire entre les deux matrices et les coordonnées  $x, y$  et  $z$  de la bobine initiale pour effectuer la rotation. Puis, pour faire la translation en  $z$  ou en  $x$ , on additionne la distance entre les deux bobines aux coordonnées  $z$  ou  $x$  initiales.

L'angle  $\theta$  et l'angle  $\phi$  sont les deux paramètres de rotation à spécifier au début du code. Ils représentent respectivement les angles de rotation par rapport au plan  $xz$  et au plan  $xy$ .

Finalement, on effectue la translation en ajoutant le vecteur  $dist = [dist_x, dist_y, dist_z]$  aux nouveaux points obtenus par la rotation ce qui nous donne la position finale des points du récepteur.

### Fonction *rotation*

Le tableau 3.3 présente les paramètres d'entrée et de sortie de la fonction *rotation*.

Tableau 3.3 Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction *rotation*.

	Variables	Unités	Description
<b>Entrée</b>	$nx, ny, nz$	m	Coordonnées des points discrétisés
	$\theta$	°	Angle de rotation selon l'axe $z$ (ou p/r au plan $xz$ )
	$\phi$	°	Angle de rotation selon l'axe $y$ (ou p/r au plan $xy$ )
	$dist$	m	Vecteur $x, y$ et $z$ des distances entre les bobines
<b>Sortie</b>	$xr, yr, zr$	m	Coordonnées des nouveaux points rotationnés et translatés

### 3.2.4 Exemple d'utilisation

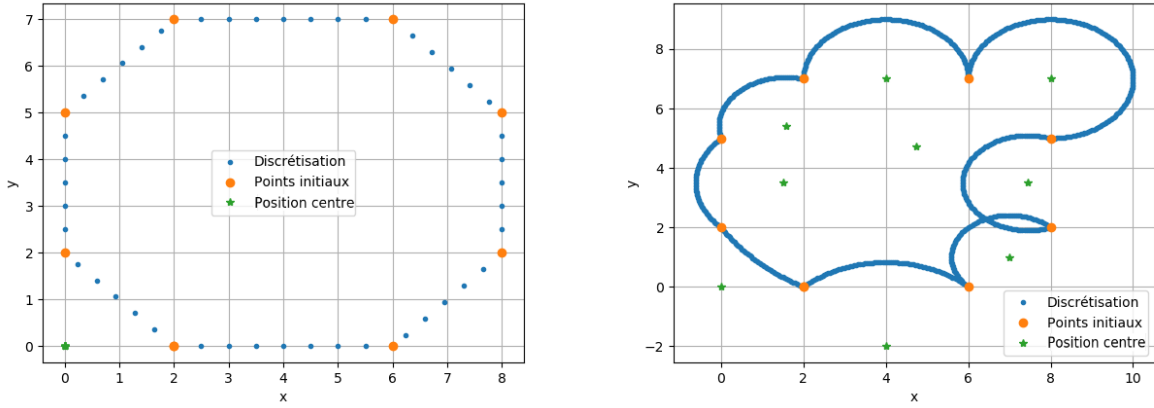
Afin de démontrer les fonctions *centre\_cercle* et *discretisation*, il est possible de tracer diverses courbes avec des fichiers de points tout en localisant la position du rayon. La figure 3.6 en est un exemple. La figure 3.6b découle du fichier de points dont les données sont dans le tableau 3.4.

Chaque fois qu'un angle est négatif, le centre (point vert) se situe à l'extérieur de la forme. Il est aussi possible de remarquer l'effet du paramètre  $dl$  lors de la discrétisation. On note que, par défaut, un point vert est situé en (0,0). C'est un choix arbitraire qui a été fait au niveau du code et non par le résultat d'un calcul.

Tableau 3.4 Données pour tracer la figure 3.6b.

x	y	z	$\varphi$
2	0	0	30
0	2	0	90
0	5	0	120
2	7	0	180
6	7	0	270
8	5	0	-220
8	2	0	-180
6	0	0	-90
2	0	0	30





(a) Droites avec pas discrétisation  $dl = 0,5$ . (b) Arcs de cercle avec différents angles et pas discrétisation  $dl = 0,05$ , correspondant aux données du tableau 3.4.

Figure 3.6 Démonstration de la fonction discrétisation pour des droites et des arcs de cercle.

### 3.3 Inductances propres et mutuelles

Pour le calcul des inductances propres et mutuelles, l'équation de Neumann sous forme numérique telle que décrite à la section 2.2.2 est utilisée. Pour le calcul de l'inductance, la fonction prend en entrée les vecteurs des points des deux bobines une fois la discrétisation effectuée (incluant la rotation et la translation) et donne en sortie l'inductance.

#### 3.3.1 Simulation de l'inductance propre

L'inductance propre peut en théorie se calculer avec la formule de Neumann en considérant le même parcours pour la bobine 1 et la bobine 2. Afin d'éviter les singularités qui surviennent dans ce cas particulier (division par des distances nulles), la méthode choisie est d'utiliser la formule de Neumann avec deux bobines identiques, mais séparées par une distance de

$$dist_z = 0,22346(w + t), \quad (3.15)$$

pour une trace rectangulaire et de largeur  $w$  et d'épaisseur  $t$ , et par une distance de

$$dist_z = \rho e^{1/4} \approx 0,7788\rho, \quad (3.16)$$

pour un fil de section circulaire avec un rayon  $\rho$ .

Ces distances, tirées du livre [16, p.110–167], sont en fait la distance moyenne géométrique pour un cercle et un rectangle. La valeur pour calculer l'inductance du fil avec une section carrée est une approximation valide dans le cas où le ratio de  $w/t$  est aux alentours de 20. De plus, la fréquence ayant un faible impact sur l'inductance, celle-ci n'est pas considérée.

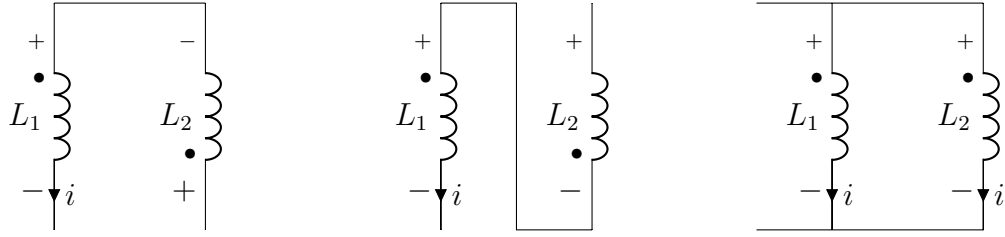
### 3.3.2 Matrice des inductances mutuelles équivalentes

Dans le cas où le transmetteur ou le récepteur sont composés de  $n$  bobines connectées en parallèle ou en série (exemple figure 3.4), ou s'il y a plusieurs récepteurs, il faut calculer une matrice d'inductances mutuelles  $M_i$ . La diagonale représente l'inductance propre de chaque bobine (et non de chaque récepteur). La partie inférieure de la matrice est égale à la partie supérieure, puisque  $M_{21} = M_{12}$ .

$$M_i = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & \dots & M_{0n} \\ M_{10} & M_{11} & \dots & M_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n0} & M_{n1} & \dots & M_{nn} \end{bmatrix}. \quad (3.17)$$

Ensuite, avec la fonction *connection\_ymat* (détaillée dans l'annexe C), les bobines peuvent être regroupées entre elles afin d'obtenir une matrice équivalente incluant seulement les inductances propres et mutuelles des transmetteurs et récepteurs. La fonction prend en entrée les trois paramètres énumérés ci-dessous et donne en sortie la matrice équivalente. La documentation relative à la fonction est présentée à l'annexe C [27].

1. Matrice initiale ( $M_i$ ).
2. Groupement des bobines : les indices des bobines qui sont regroupés ensemble. Par exemple, s'il y a 6 bobines et on veut regrouper les deux premières pour le transmetteur, on prend la troisième seule pour le premier récepteur et on prend les trois dernières pour le deuxième récepteur, la variable est *group* =  $[[0, 1], [2], [3, 4, 5]]$ .
3. Les connexions entre les bobines, soit la variable *conn\_mode*, elle peut prendre les valeurs décrites et illustrées à la figure 3.7. En gardant l'exemple du groupement des bobines, on pourrait avoir la variable *conn\_mode* =  $[0, 1, 0]$ .
  - 1 : inductif, donc en série avec des polarités dans le même sens (par défaut si aucune connexion spécifiée ou si une seule bobine dans le groupe.)
  - -1 : anti-inductif, en série avec des polarités inverses.
  - 0 : en parallèle.



(a) Connexion inductive      (b) Connexion anti-inductive      (c) Connexion parallèle

Figure 3.7 Type de connexions pour les bobines dans un même récepteur ou transmetteur.

Lorsque de nombreuses bobines sont connectées en parallèle ou en série et qu'on utilise un petit pas de discrétisation, le calcul des inductances mutuelles peut être long. Afin de diminuer le temps de calcul, certaines inductances mutuelles peuvent être approximées. En effet, après quelques simulations, on réalise que l'inductance mutuelle entre des bobines identiques relativement proches se rapproche d'une régression linéaire. Donc, lorsque des bobines identiques sont connectées ensemble sur diverses couches de PCB, il est possible d'effectuer une régression linéaire à partir des inductances mutuelles des deux bobines des extrémités, et ensuite, calculer l'inductance mutuelle des bobines au centre avec de l'équation trouvée.

Après chaque déplacement d'un récepteur, il n'est pas nécessaire de recalculer les valeurs d'inductance mutuelles entre les bobines qui ne bougent pas les unes par rapport aux autres, par exemple l'ensemble de "sous-bobines" qui composent le transmetteur ou les récepteurs.

### 3.3.3 Mesure de l'inductance propre

Il est possible de mesurer avec une bonne précision l'inductance propre des bobines avec un analyseur d'impédance ou un *Vector Network Analyser* (VNA). Pour ce faire, il suffit de calibrer l'appareil avec les fils qui sont ensuite soudés sur la bobine.

### 3.3.4 Mesure de l'inductance mutuelle

Différentes méthodes peuvent être utilisées pour mesurer l'inductance mutuelle. Dans le cadre de ce mémoire, nous en présentons une qui utilise un oscilloscope et une source de tension.

Tout d'abord, on applique une tension sinusoïdale connue  $V_s$  à une fréquence angulaire  $\omega$  dans la bobine transmettrice  $L_1$ . Ensuite, on place le récepteur à une distance de notre choix et on mesure la tension induite  $V_2$  à ses bornes.

Les tensions sous forme de phaseur  $\bar{V}_s$  et  $\bar{V}_2$  sont mesurées, la résistance intrinsèque de la

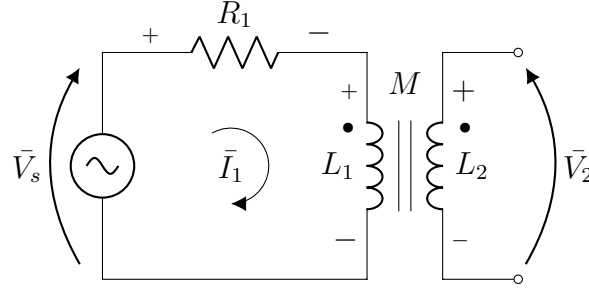


Figure 3.8 Montage pour mesurer l'inductance mutuelle entre deux bobines.

bobine  $R_1$  ainsi que l'inductance  $L_1$  sont aussi mesurées préalablement. Il est finalement possible d'obtenir l'inductance mutuelle avec l'équation suivante :

$$M = \frac{\bar{V}_2 L_1}{\bar{V}_s}. \quad (3.18)$$

Cette équation peut être démontrée par la démarche qui suit. Tout d'abord, il est possible d'écrire la tension  $\bar{V}_s$  comme suit avec la loi des mailles sur le circuit de la figure 3.8 :

$$\bar{V}_s = (R_1 + j\omega L_1)\bar{I}_1. \quad (3.19)$$

Puis, on peut écrire la tension  $\bar{V}_2$  en fonction de l'inductance mutuelle  $M$

$$\bar{V}_2 = j\omega M \bar{I}_1. \quad (3.20)$$

Ceci nous permet d'écrire le courant  $\bar{I}_1$  comme suit :

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{V}_2}{j\omega M}. \quad (3.21)$$

Ensuite, on peut remplacer  $\bar{I}_1$  dans l'équation 3.19 :

$$\bar{V}_s = (R_1 + j\omega L_1) \frac{\bar{V}_2}{j\omega M}, \quad (3.22)$$

ceci nous permet d'isoler le ratio des tensions

$$\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_s} = \frac{j\omega M}{R_1 + j\omega L_1}. \quad (3.23)$$

Finalement, éliminons la partie imaginaire du dénominateur

$$\frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_s} = \frac{j\omega M(R_1 - j\omega L_1)}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2}. \quad (3.24)$$

Ce qui mène à l'équation

$$M = \frac{\bar{V}_2}{\bar{V}_s} \times \left( \frac{j\omega(R_1 - j\omega L_1)}{R_1^2 + \omega^2 L_1^2} \right)^{-1}. \quad (3.25)$$

Dans la majorité des cas dans le cadre du projet de maîtrise,  $R_1 \ll j\omega L_1$ , et il est donc possible de négliger  $R_1$  dans l'équation 3.25, ce qui donne l'équation 3.18 énoncée en début de section.

### 3.4 Calcul de la résistance des bobines

Pour la résistance des bobines, le calcul se fait selon le type de bobine. Dans le cas d'un fil, il faut spécifier le diamètre, la longueur de la bobine et la fréquence, ensuite la résistance est trouvée à l'aide de l'équation 2.14. Pour une trace de PCB, il faut entrer la largeur et l'épaisseur de la trace (à la place du diamètre comme pour un fil). Ensuite, la résistance est calculée avec l'équation 2.20. La fonction retourne la résistance AC et DC ainsi que la profondeur de l'effet de peau et prend en entrée les paramètres présentés dans le tableau 3.5.

Tableau 3.5 Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction *resistance*

	Variables	Unités	Description
<b>Entrée</b>	$l_{tot}$	m	Longueur totale du fil/trace
	$w$	m	Largeur de la trace ou diamètre du fil
	$t$	m	Épaisseur de la trace (si trace circulaire, $t = w$ )
	$f$	Hz	Fréquence
<b>Facultatif</b>	$fil$	-	1 si fil circulaire ou 0 si trace carrée (0 par défaut)
<b>Sortie</b>	$R_{ac}$	$\Omega$	Résistance AC
	$R_{dc}$	$\Omega$	Résistance DC
	$peau$	m	Profondeur de l'effet de peau

### 3.4.1 Mesure de la résistance des bobines

Dans le cadre du projet, on cherche à avoir les plus petites valeurs de résistances possibles pour les bobines afin d'avoir un bon facteur de qualité. Cependant, la mesure de la résistance AC n'est réalisable que de façon approximative. En fait, il est difficile de mesurer de très petites résistances AC (plus petite qu'une centaine de milliohms) avec les instruments à notre disposition. Cela s'explique par le fait que les appareils mesurent l'impédance de la bobine. Puisque la partie imaginaire est beaucoup plus grande que la partie réelle, l'appareil ne peut dire avec précision la valeur de la composante réelle, qui est en fait la résistance. Un analyseur d'impédance ou un VNA sont utilisés pour les mesures AC.

Il est cependant possible de valider avec précision la valeur des résistances DC, puisqu'il n'y aura pas de composante inductive. Un pont de Wheastone ou un nanovoltmètre permet de réaliser ces mesures.

## 3.5 Circuits résonants couplés et méthode des nœuds

### 3.5.1 Un transmetteur avec un récepteur

Il est nécessaire de résoudre le modèle de circuit résonant illustré à la figure 3.9 afin d'obtenir la tension à chaque nœud ainsi que le courant circulant dans chaque composante. Deux circuits résonants couplés sont présents dans la figure 3.9. Dans la partie de gauche, il y a le transmetteur dont les composantes sont notées avec un indice  $s$  (pour source). Dans ce circuit, il y a la source de tension  $V_g$  et sa résistance  $R_g$ , les condensateurs série  $C_s$  et parallèle  $C_{sp}$ , la bobine  $L_s$  et sa résistance  $R_s$ . Dans la partie de droite, il y a le récepteur, dont les composantes seront notées avec un indice  $d$  (pour *device*). Dans ce circuit, il y a la bobine

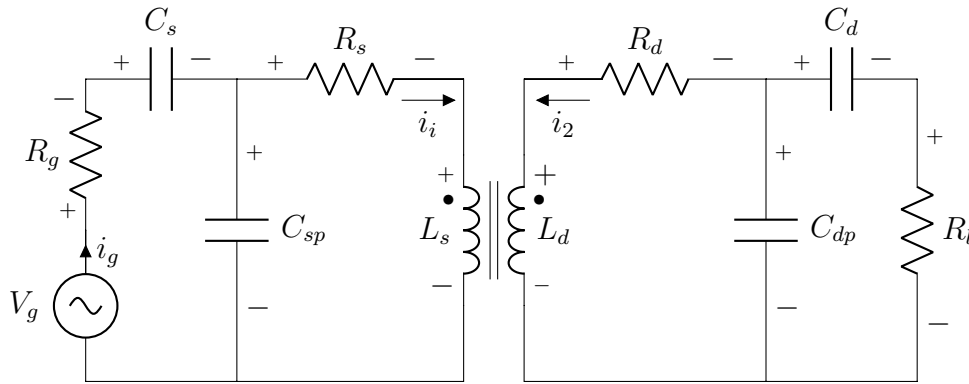


Figure 3.9 Modèle de circuits résonants couplés pour le transfert d'énergie sans fil.



À cela il faut ajouter l'équation 3.28, car il y a 9 inconnus, donc il faut 9 équations.

$$v_0 = v_g. \quad (3.28)$$

L'étape suivante consiste à remplacer les courants de branches par leur expression en termes des tensions de branche avec la loi d'Ohm. Ces équations de courants sont valides pour le domaine temporel. Dans le cas où nous voudrions faire une analyse dans le domaine fréquentiel, il suffit de poser que les termes d'historiques sont nuls et les tensions et courants deviennent des phaseurs. Les détails sont donnés à la section 2.3.4.

$$\begin{array}{lll} 1. i_{R_g} = \frac{v_0 - v_1}{R_g}. & 5. i_{C_s} = \frac{v_1 - v_2}{R_{C_s}} + ihC_s. & 9. i_{L_1} = \frac{v_3 - v_4}{R_{L_1}} + ihL_1. \\ 2. i_{R_s} = \frac{v_2 - v_3}{R_s}. & 6. i_{C_d} = \frac{v_7 - v_6}{R_{C_d}} + ihC_d. & 10. i_{L_2} = \frac{v_5 - v_4}{R_{L_2}} + ihL_2. \\ 3. i_{R_d} = \frac{v_6 - v_5}{R_d}. & 7. i_{C_{sp}} = \frac{v_2}{R_{C_{sp}}} + ihC_{sp}. & 11. i_{L_M} = \frac{v_4}{R_{L_M}} + ihL_M. \\ 4. i_{R_l} = -\frac{v_7}{R_l}. & 8. i_{C_{dp}} = \frac{-v_6}{R_{C_{dp}}} + ihC_{dp}. & \end{array}$$

Finalement, en combinant les équations développées précédemment, le système d'équations ( $Ax = b$ ) peut s'écrire sous forme matricielle qui est facile à résoudre pour trouver les tensions de nœuds. On a simplifier  $1/R_i$  par l'admittance de chaque composante  $G_i$  afin d'alléger la matrice.

$$\begin{bmatrix} G_{R_g} & -G_{R_g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -G_{R_g} & G_{R_g} + G_{C_s} & -G_{C_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_{C_s} & G_{C_s} + G_{R_s} + G_{C_{sp}} & -G_{R_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -G_{R_s} & G_{R_s} + G_{L_1} & -G_{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -G_{L_1} & G_{L_1} + G_{L_d} + G_{L_M} & -G_{L_d} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -G_{L_2} & G_{L_2} + G_{R_d} & -G_{R_d} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -G_{R_d} & G_{R_d} + G_{C_d} + G_{C_{dp}} & -G_{C_d} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -G_{C_d} & G_{C_d} + G_{R_l} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ i_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -ihC_s \\ -ihC_s - ihC_{sp} \\ ihL_1 \\ ihL_1 + ihL_2 - ihL_M \\ -ihL_2 \\ ihC_d + ihC_{dp} \\ -ihC_d \\ v_g \end{bmatrix}.$$

Pour le cas du domaine temporel, le temps final  $t_f$  et le pas de temps  $\Delta t$  sont définis par les équations 3.29 et 3.30. La variable *step* détermine le nombre de pas de temps total qui sont calculés. Plus *step* est élevée, meilleure est la précision, mais plus long est le temps de calcul.



La variable *cycle* permet de déterminer le nombre de cycles qui seront calculés et tracés.

$$t_f = \frac{cycle}{f}. \quad (3.29)$$

$$\Delta t = \frac{t_f}{step}. \quad (3.30)$$

Par la suite, on crée un vecteur  $t$  qui va de 0 à  $t_f$ , avec un nombre *step* d'incrément. Une boucle permet ensuite de calculer la matrice  $b$  contenant les termes d'historiques en fonction du temps, tel que décrit aux équations 2.29 et 2.28, ainsi que 2.34 et 2.33.

### 3.5.2 Un transmetteur avec deux récepteurs

Dans le cas d'un transmetteur avec plus d'un récepteur, il est difficile de représenter le circuit avec un modèle en T. Le circuit équivalent utilisé dans ce cas est légèrement différent et inclut les inductances mutuelles entre chaque pair de bobines.

Reprenons donc les étapes élaborées dans la section 3.5 et adaptons-les pour le circuit à deux récepteurs présentés à la figure 3.11. Les démarches qui suivent sont pour résoudre le système dans le domaine fréquentiel. Afin de faciliter la notation, les composantes du transmetteur sont nommées avec l'indice 0, celles du récepteur 1 avec l'indice 1, et celles du récepteur 2 avec l'indice 2.

Les courants entrants et sortants dans chaque nœud pour le transmetteur et les récepteurs s'écrivent comme suit

$$\begin{aligned} \text{Transmetteur} & \begin{cases} \text{nœud 0 : } -i_g + i_{R_g} = 0, & \text{nœud 2 : } -i_{C_0} + i_{R_0} + i_{C_{p0}} = 0, \\ \text{nœud 1 : } -i_{R_g} + i_{C_0} = 0, & \text{nœud 3 : } -i_{R_0} + i_{L_0} = 0, \end{cases} \\ \text{Récepteur 1} & \begin{cases} \text{nœud 4 : } i_{L_1} + i_{R_1} = 0, & \text{nœud 6 : } -i_{C_1} + i_{R_{l1}} = 0, \\ \text{nœud 5 : } -i_{R_1} + i_{C_1} + i_{C_{p1}} = 0, & \end{cases} \\ \text{Récepteur 2} & \begin{cases} \text{nœud 7 : } i_{L_2} + i_{R_2} = 0 & \text{nœud 9 : } -i_{C_2} + i_{R_{l2}} = 0, \\ \text{nœud 8 : } -i_{R_2} + i_{C_2} + i_{C_{p2}} = 0. & \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

Les tensions de chaque inductance peuvent donc s'écrire à l'aide de la matrice 3.31, où  $V_i$  et

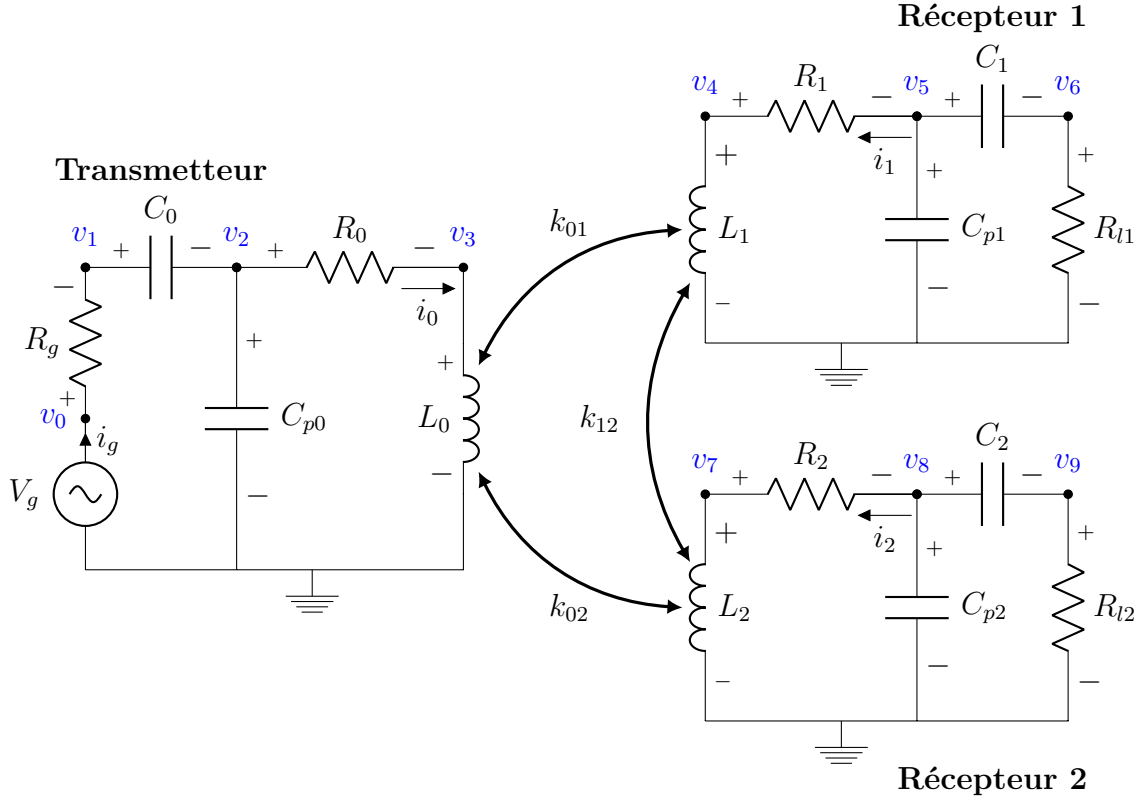


Figure 3.11 Circuits résonants pour le transfert d'énergie sans fil avec un transmetteur et deux récepteurs de topologies série-parallèle

$I_i$  représentent respectivement les courants et tensions de l'inductance  $L_i$ , et  $M_{ij}$  représente les inductances mutuelles entre les bobines. Dans le cas où  $i = j$ , il s'agit de l'inductance propre de la bobine.

Ainsi, la tension aux bornes de  $L_i$  s'écrit comme suit

$$V_i = j\omega(M_{i0}I_0 + M_{i1}I_1 + M_{i2}I_2). \quad (3.32)$$

Ensuite, le courant de chaque composante du circuit est donné par les équations suivantes :

$$\begin{array}{l}
 \text{Résistances} \left\{ \begin{array}{ll} 1. i_{R_g} = \frac{v_0 - v_1}{R_g} & 2. i_{R_0} = \frac{v_2 - v_3}{R_0} \\ 3. i_{R_1} = \frac{v_4 - v_5}{R_1} & 4. i_{R_{l1}} = \frac{v_6}{R_{l1}} \\ 5. i_{R_2} = \frac{v_7 - v_8}{R_2} & 6. i_{R_{l2}} = \frac{v_9}{R_{l2}} \end{array} \right. \\
 \text{Condensateurs} \left\{ \begin{array}{ll} 1. i_{C_0} = \frac{v_1 - v_2}{Z_{C_0}} & 2. i_{C_{p0}} = \frac{v_2}{Z_{C_{p0}}} \\ 3. i_{C_1} = \frac{v_5 - v_6}{Z_{C_1}} & 4. i_{C_{p1}} = \frac{v_5}{Z_{C_{p1}}} \\ 5. i_{C_2} = \frac{v_8 - v_9}{Z_{C_2}} & 6. i_{C_{p2}} = \frac{v_8}{Z_{C_{p2}}} \end{array} \right. \\
 \text{Inductances} \left\{ \begin{array}{l} 1. i_{L_0} = K_{00} \times v_3 + K_{01} \times v_4 + K_{02} \times v_7 \\ 2. i_{L_1} = K_{10} \times v_3 + K_{11} \times v_4 + K_{12} \times v_7 \\ 3. i_{L_2} = K_{20} \times v_3 + K_{21} \times v_4 + K_{22} \times v_7 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Posons que  $\mathbf{K} = \frac{1}{j\omega} \mathbf{M}^{-1}$ . Dans la matrice,  $Y$  représente les admittances, soit  $1/Z$  ou  $1/R$ . De plus, afin de simplifier l'écriture de la matrice suivante, posons  $YCR_i = Y_{R_i} + Y_{C_i} + Y_{C_{pi}}$  qui est une somme des admittances des condensateurs et de la résistance intrinsèque de la bobine.

$$\begin{bmatrix} Y_{R_g} & -Y_{R_g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -Y_{R_g} & Y_{R_g} + Y_{C_0} & -Y_{C_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -Y_{C_0} & YCR_0 & -Y_{R_0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -Y_{R_0} & Y_{R_0} + K_{00} & K_{01} & 0 & 0 & K_{02} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{10} & Y_{R_1} + K_{11} & -Y_{R_1} & 0 & K_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_{R_1} & YCR_1 & -Y_{C_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_{C_1} & Y_{C_1} + Y_{R_{L1}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{20} & K_{21} & 0 & 0 & K_{22} + Y_{R_2} & -Y_{R_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_{R_2} & YCR_2 & -Y_{C_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -Y_{C_2} & Y_{C_2} + Y_{R_{L1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \\ v_9 \\ i_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dans le code, la démarche est adaptée pour un transmetteur ainsi qu'un nombre  $n$  de bobines réceptrices.

### 3.5.3 Calcul des courants dans chaque bobine avant la connexion

Dans le cadre du calcul de champ magnétique, il est nécessaire de connaître le courant circulant dans chaque bobine individuelle lorsque ces dernières sont connectées en parallèle, car le courant se distribue non uniformément dans toutes les bobines.

Étant donné que les bobines sont connectées en parallèle, la tension calculée aux bornes des bobines connectées est la même que celle aux bornes de chaque bobine individuelle. Ainsi, en utilisant la matrice des mutuelles individuelles  $\mathbf{M}$  (équation 3.17) et les tensions calculées

à l'aide des étapes expliquées précédemment, il est possible de retrouver le courant  $I_i$  dans chaque bobine individuelle.

$$\mathbf{I} = \frac{1}{j\omega} \mathbf{V} \times \mathbf{M}^{-1} \quad (3.33)$$

Par exemple, prenons trois bobines  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$  connectées en parallèle. Avec le simulateur de circuits, le courant obtenu est celui circulant dans l'inductance équivalente. La tension  $V$  obtenue par le simulateur est la même aux bornes de chaque bobine. En appliquant l'équation 3.33, on retrouve le courant individuel dans chaque bobine

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \\ V \\ V \end{bmatrix} \times \frac{1}{j\omega} \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}^{-1}. \quad (3.34)$$

### 3.5.4 Fonction *resonateur*

La fonction *resonateur* utilise les concepts de la section précédente afin de calculer la tension à chaque nœud ainsi que le courant qui circule.

Le tableau B.1 dans l'annexe B présente les paramètres d'entrée et de sortie de la fonction *resonateur*.

## 3.6 Champs magnétique et électrique

### 3.6.1 Simulation du champ magnétique

Le calcul du champ magnétique s'effectue à partir de l'équation de Biot-Savart 2.40. Cette équation est adaptée pour le calcul numérique de façon similaire à ce qui est fait pour calcul d'inductance décrit à la section 2.2.1. Il faut donc effectuer une sommation afin de considérer la contribution de chacun des  $n$  segments sur le vecteur de champ magnétique de la bobine, i.e.

$$\mathbf{B}_l(\mathbf{p}) = \frac{\mu_0 I_l}{4\pi} \sum_{n=0}^{\alpha^l} \frac{d\mathbf{l}_n \times \mathbf{r}_n}{r_n^3}. \quad (3.35)$$

Dans cette équation,  $\mathbf{B}_l(\mathbf{p})$  est un vecteur de champ magnétique calculé pour divers points  $p = (x, y, z)$  spécifiés en entrée.  $I_l$  est le courant circulant dans la bobine  $l$ ,  $\alpha^l$  est le nombre de segments discrétisés de la bobine  $l$ ,  $d\mathbf{l}_n$  est un petit élément de distance entre les points  $\mathbf{q}_n^l$  et  $\mathbf{q}_{n+1}^l$ ,  $\mathbf{r}_n$  est un vecteur entre le vecteur  $\mathbf{q}_n^l$  et le point  $p$  et finalement  $r_n$  est la norme de ce vecteur. Pour une meilleure visualisation des éléments, se référer à la figure 2.3. On rappelle

que la notation  $\mathbf{q}$  représente des vecteurs avec les coordonnées des points comme définis à la section 2.2.2.

Ensuite, pour chaque point  $p$  de l'espace, il faut additionner les vecteurs de champ calculés pour chaque bobine  $i$  afin d'obtenir le vecteur de champ final  $\mathbf{B}(\mathbf{p})$  en un point  $p$ . Il est ensuite possible de calculer la norme de ce vecteur, qui nous indique la grandeur du champ qu'on peut ensuite comparer avec les normes de la section 2.4.4. Ensuite, une représentation graphique en 2D ou 3D est faite pour illustrer le champ dans l'espace.

Le tableau 3.6 représente les variables d'entrée et de sortie de la fonction qui calcule le champ. Il est possible de spécifier de calculer les vecteurs de champ sur une surface ou un volume. La fonction permet aussi de retourner directement la valeur du champ en un point particulier.

### 3.6.2 Mesure du champ magnétique

Pour la mesure du champ magnétique, un gaussmètre est utilisé, soit le modèle *475 DSP* de la compagnie *Lake Shore*. Le gaussmètre permet des mesures entre 0 et 15 kHz (ou jusqu'à 400 kHz) selon la sonde, mais cela n'est pas suffisant pour le cadre du projet. Donc, les mesures des champs magnétiques sont effectuées en mode DC à l'aide d'une sonde à effet Hall dans une enveloppe cylindrique en fibres de verre, qui permet d'éviter tout effet de courant de Foucault dans la gaine de la sonde. Selon l'hypothèse posée dans la section 2.4.1, puisqu'on travaille en champ proche, les effets radiatifs peuvent être négligés, donc la mesure en mode DC devrait être suffisante.

D'ailleurs, comme il est spécifié dans la section 2.4, la composante temporelle n'est pas considérée dans le calcul du champ. La sensibilité des sondes va jusqu'à 5 mG ( $0.5 \mu\text{T}$ ), il est cependant important de faire initialement une calibration du gaussmètre.

### 3.6.3 Simulation champ électrique

Pour ce qui est du champ électrique, la démarche est semblable à celle de la simulation du champ magnétique, sauf pour ce qui est de l'équation utilisée. Le vecteur potentiel de l'équation 2.2 est utilisé dans l'équation 2.43. Ainsi, il est possible de trouver un vecteur de champ électrique  $\mathbf{E}_i(\mathbf{p})$  en chaque point pour chaque bobine

$$E_i(p) = -j\omega \frac{\mu_0 I_i}{4\pi} \sum_0^n \frac{d\mathbf{l}_n}{r_n}. \quad (3.36)$$

Dans un premier temps, nous avons négligé  $-\nabla V$  de l'équation 2.43 pour le calcul du champ électrique. Cette hypothèse devra cependant être confirmée dans de futurs travaux.

Tableau 3.6 Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction *champ\_mag*

	Variables	Unités	Description
<b>Entrée</b>	$q$	m	Vecteur de points discrétisés pour chaque bobine
	$I$	A	Vecteur des courants dans chaque bobine
	$limit$	m	Vecteur des limites de la zone où calculer le champ : $[x_{min}, x_{max}, y_{min}, y_{max}, z_{min}, z_{max}]$
	$nb\_point$	-	Nb de points où calculer le champ (si $nb\_point > 1$ ) OU distance entre les points (si $nb\_point < 1$ )
<b>Facultatif</b>	$graph$	-	'y' si on veut tracer le graphique (par défaut)
	$point$	m	Point où le champ est calculé, (0,0,0) par défaut
	$just\_point$	-	Calculer le champ en 1 point uniquement
<b>Sortie</b>	$p$	m	Vecteurs de points où le champ est calculé
	$b$	T	Vecteur de champ $Bx, By, Bz$ pour chaque point $p$
	$b\_norm$	T	Norme du champ en tout point $p$
	$bpoint$	T	Valeur du champ à un point spécifié

Le tableau de la fonction du champ électrique est le même que celui pour le champ magnétique (soit le tableau 3.6), mais les variables de champ magnétique  $B$  sont remplacées par des variables de champ électrique  $E$ . De plus, il faut aussi ajouter la fréquence comme variable d'entrée.

### 3.6.4 Mesure du champ électrique

Pour faire la mesure de champ électrique, il est possible d'utiliser un analyseur de spectre, soit le N9320B, qui permet des mesures entre 9 kHz et 3 GHz. Une antenne de type monopole court dont nous connaissons le facteur d'antenne  $AF$  peut être utilisé comme sonde, puisque nous travaillons à basse fréquence et en champ proche. Puisque ce monopole est beaucoup plus petit que la longueur d'onde du signal utilisé dans les bobines (44,24 m), le facteur d'antenne sera simplement égal à la longueur du monopole. Une fois le facteur d'antenne connu et la tension de sortie  $V$  mesurée avec l'analyseur de spectre, il est possible de calculer

le champ  $E$  avec l'équation suivante [28]

$$AF = \frac{E}{V}. \quad (3.37)$$

### 3.7 Optimisation

En ce qui concerne la partie optimisation, dans le cadre de ce mémoire, un début d'étude concernant l'uniformité de champs magnétique a été effectuée.

Pour ce faire, une comparaison visuelle du champ magnétique produit par une bobine lorsqu'on modifie différentes caractéristiques est faite. On cherche à avoir un champ relativement uniforme sur une grande surface qui pourra être spécifié par l'utilisateur. Éventuellement, le processus pourrait être automatiser.

Les caractéristiques des bobines pouvant être modifiées afin d'optimiser la distribution du champ sont :

- Diamètre
- Nombre de tours
- Distance entre les tours
- Angle des coins
- Rayon des coins
- Nombre de bobines sur une couche
- Nombre de couches
- Type de connexion entre les bobines

Le procédé est simple, on crée une bobine, on simule ces caractéristiques, puis le champ magnétique. On termine en enregistrant l'image du champ magnétique produit dans un certain plan. On retourne au début de la boucle, on modifie l'un des paramètres, puis on reprend les calculs. Après plusieurs itérations, on obtient plusieurs images qu'il est possible d'animer afin d'observer plus facilement l'impact de la modification du paramètre sur l'uniformité du champ magnétique.

D'autres paramètres d'optimisation peuvent être choisis. Or, dans le cadre de ce mémoire, ils n'ont pas tous été explorés. Les détails sont présentés à la section 5.

## CHAPITRE 4 RÉSULTATS THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTAUX

Ce chapitre présente et analyse les résultats obtenus à l'aide du code de simulation. Les résultats sont comparés avec des mesures expérimentales, avec des valeurs tirées d'articles ou encore avec des simulations obtenues avec d'autres logiciels commerciaux ou gratuits.

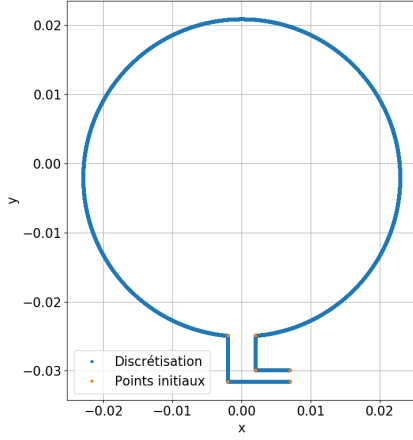
Tout d'abord, on présente les bobines qui sont utilisées pour diverses validations. Ensuite, les calculs d'inductances et de résistances sont confirmés avec des données théoriques ainsi qu'avec des valeurs expérimentales. La variation de l'inductance propre en fonction de la fréquence et du paramètre de discrétisation est aussi présentée. Puis, on compare les résultats obtenus avec le simulateur de circuits à ceux du logiciel *LTspice*. L'étape suivante est de présenter d'autres options du code, telles que l'affichage du coefficient de couplage et de la puissance en fonction de la position du récepteur. La suite présente la fréquence de résonance des circuits et l'ajustement des condensateurs afin de maximiser le transfert de puissance. Finalement, les résultats des simulations des champs magnétiques et électriques sont présentés, ainsi que le début de la phase d'optimisation. Le tout se termine avec un cas typique permettant de visualiser comment le code de simulation fonctionne.

### 4.1 Bobines sur PCB

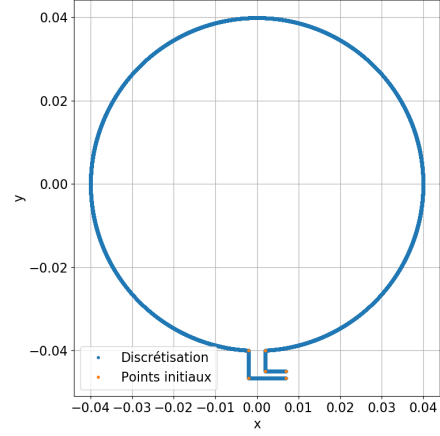
Des bobines imprimées sur des PCB permettent de valider les résultats obtenus avec le code de simulation. À plusieurs reprises dans les sections qui suivent, les quatre bobines présentées à la figure 4.1 sont utilisées. Le design initial des bobines est fait avec le logiciel *Eagle*, puis ces dernières sont imprimées sur des PCB. Les informations relatives aux bobines sont ensuite utilisées pour reproduire les bobines dans le logiciel de simulation. Les caractéristiques des bobines, telles que leur forme, leur diamètre, la largeur des traces sur le PCB et le nombre de couches utilisés sur le PCB (nombre de bobines identiques sur le PCB) sont présentées dans le tableau 4.1. Spécifiquement dans le tableau 4.1, dans le cas d'une spirale carrée, on considère que le mot diamètre représente en fait la longueur de chaque côté.

Les bobines *R-1.19* et *R-1.20* sont créées dans le logiciel de simulation en entrant les coordonnées des points et un angle dans un fichier texte, tel que décrit à la section 3.1.1. Les bobines *R-1.15v1* et *R-1.11* sont créées à l'aide de la fonction *create\_spiral*, décrite à la section 3.1.2, avec les caractéristiques présentées au tableau 4.1. La bobine *R-1.11* est composée de deux spirales rondes identiques situées sur chaque face du PCB. Ces bobines sont connectées en parallèle par des vias dans le PCB.

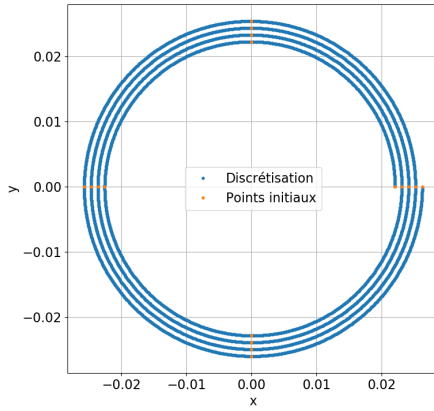




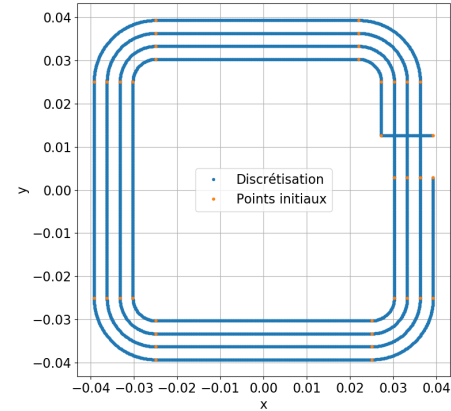
(a) R-1.19



(b) R-1.20



(c) R-1.11



(d) R-1.15v1

Figure 4.1 Bobines utilisées pour la validation des calculs. Les points orange sont ceux présents dans le fichier texte, et les points bleus sont ceux ajoutés par la discrétisation.

Ensuite, afin de vérifier que les bobines calculées sont presque identiques physiquement aux bobines créées sur PCB, il est possible de comparer les longueurs de tous les segments manuellement entre le fichier *Eagle* et la bobine créée sur Python. Une autre option est de comparer la longueur totale du parcours de la bobine. Pour la bobine sur PCB, il est possible d'avoir sa longueur avec le module *ULP length* dans *Eagle*. Pour la bobine calculée, la fonction *discretisation* donne en sortie la longueur totale de la bobine. Les comparaisons des longueurs des quatre bobines sont présentées dans le tableau 4.2. L'erreur relative sur la longueur est inférieure à 0.22% dans tous les cas. La longueur du parcours calculée est donc très proche de la longueur de la bobine imprimée sur le PCB. Le logiciel de simulation peut donc reproduire des bobines déjà créées de façon simple.

Tableau 4.1 Caractéristiques des bobines utilisées pour la validation des résultats

Nom	Forme	Diamètre (mm)	Largeur de trace (mm)	Couches sur PCB
<b>R-1.19</b>	Cercle	50	0,55	1
<b>R-1.20</b>	Cercle	80	0,55	1
<b>R-1.15v1</b>	Spirale carrée	78,5	1,5	1
<b>R-1.11</b>	Spirale ronde	52,24	0,55	2

Tableau 4.2 Comparaison des longueurs de parcours des bobines modélisées et réelles.

Nom	Longueur PCB (mm)	Longueur modélisée (mm)	Erreur (%)
<b>R-1.19</b>	178,73	178,33	0,22
<b>R-1.20</b>	272,98	272,62	0,13
<b>R-1.15v1</b>	1035,04	1035,28	0,023
<b>R-1.11</b>	606,27	606,28	0,0016

## 4.2 Inductance mutuelle

### 4.2.1 Validation avec les résultats d'un article et de Grover

Dans le but de confirmer les calculs de l'inductance mutuelle entre deux bobines, la première étape est de comparer les résultats des cas de références tirés d'un article : *Mutual inductance calculation between circular filaments arbitrarily positioned in space : Alternative to Grover's formula* [2]. Dans cet article, les auteurs présentent une formule permettant de calculer l'inductance mutuelle entre des bobines circulaires pouvant être inclinées. Ils comparent leurs résultats avec ceux développés par Grover il y a plus de 50 ans.

Une simulation prenant en compte les paramètres donnés dans les neuf premiers exemples de l'article est faite. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.3. Dans ce tableau,  $R_p$  et  $R_s$  sont les rayons des deux bobines,  $\phi$  est l'angle de la bobine par rapport à l'axe des  $z$ ,  $dist_x$  et  $dist_z$  sont les distances en  $x$  et en  $z$  entre les bobines,  $dl$  est le pas de discrétisation utilisé dans le code de calcul, et finalement,  $\Delta M$  est l'erreur relative entre les résultats des calculs et ceux de l'article. Pour ce qui est des inductances mutuelles,  $M_{calculé}$  représente la valeur calculée par le code Python, la valeur de  $M_{article}$  est celle calculée par la formule présentée dans l'article, et finalement, la valeur  $M_{Grover}$  sont ceux obtenus par Grover d'après les formules de son livre [16].

La valeur calculée se rapproche avec une bonne précision des résultats de l'article et ceux de

Tableau 4.3 Comparaison des résultats des calculs d'inductances mutuelles avec des résultats de référence tirés d'un article [2].

#	Rp (cm)	Rs (cm)	$\phi$ (rad)	dist <sub>x</sub> (cm)	dist <sub>z</sub> (cm)	M <sub>Grover</sub> (nH)	M <sub>article</sub> (nH)	M <sub>calculée</sub> (nH)	dl (mm)	$\Delta M$ (%)
1	15,00	15,00	0,0000	2,24	14,83	45,31	45,33	45,31	0,25	0,04
2	60,96	60,96	0,0000	121,16	38,10	-24,56	-24,57	-24,52	0,50	0,20
3	15,24	15,24	0,0000	45,72	15,06	-7,566	-7,562	-7,55	0,25	0,16
	15,24	15,24	0,0000	7,62	0	269,5	268,8	268,7	0,25	0,04
	15,24	15,24	0,0000	30,48	0	-85,97	-85,97	-86,75	0,10	0,91
4	10,00	8,00	0,0000	0,80	9,97	-0,248	-0,2483	-0,2481	0,10	0,08
5	10,00	8,00	0,0000	0,80	9,97	4,803	4,465	4,465	0,10	0,00
7	20,00	14,00	1,2661	19,08	6,00	47,44	47,44	47,43	0,25	0,02
8	25,40	7,62	1,1593	0	7,62	15,54	15,54	15,53	0,25	0,06
9	20,00	10,00	0,5236	0	20,00	29,44	29,44	29,41	0,25	0,10

Grover. Dans tous les cas, l'erreur relative est de moins de 1 %. On peut donc en conclure que le calcul d'inductance mutuelle est valide, et ce, malgré les simplifications effectuées afin de diminuer le temps de calcul.

Idéalement, pour la suite du projet il serait aussi intéressant de comparer les résultats de simulation avec des mesures expérimentales tel que décrit à la section 3.3.4

### 4.3 Inductance propre

#### 4.3.1 Validation avec des formules théoriques

Dans un premier temps, comparons les résultats des calculs de l'inductance propre de diverses bobines circulaires avec des résultats théoriques pour des fils ronds et des traces de PCB. Pour les valeurs théoriques, nous utilisons la formule 2.1 pour les calculer.

Tableau 4.4 Comparaison des inductances théoriques avec les inductances calculées avec le code Python, pour des bobines circulaires de section ronde.

Rayon de la bobine (cm)	Inductance théorique ( $\mu H$ )	Inductance calculée ( $\mu H$ )	$\Delta L$ (%)
2,5	0,1303	0,1302	0,05
4,0	0,2320	0,2319	0,06
10,0	0,6952	0,6948	0,06
25,0	2,0259	2,0258	0,004

Tableau 4.5 Comparaison des inductances théoriques avec les inductances calculées avec le code Python, pour des bobines circulaires de section rectangulaire.

Rayon de la bobine (cm)	Inductance théorique ( $\mu\text{H}$ )	Inductance calculée ( $\mu\text{H}$ )	$\Delta L$ (%)	Inductance mesurée ( $\mu\text{H}$ ) (nom bobine)
2,5	0,1676	0,1675	0,06	0,176 ( <i>R</i> -1.19)
4,0	0,2917	0,2915	0,06	0,295 ( <i>R</i> -1.20)
10,0	0,8444	0,8458	0,17	
25,0	2,3989	2,4049	0,25	

Le tableau 4.4 présente les résultats et l'erreur relative pour le calcul de l'inductance de bobines circulaires avec une section ronde. On constate que les résultats sont très près de la formule théorique utilisée, soit un écart d'au plus 0,06 %.

Pour le tableau 4.5, les mêmes bobines sont utilisées, mais cette fois avec des sections rectangulaire. Les résultats obtenus sont aussi très proches des valeurs attendues, la plus grande erreur étant de 0,25% sur la plus grande bobine. Il s'agit d'une erreur causée en grande partie par le pas de discrétisation utilisé. On peut aussi comparer les valeurs des deux premiers cercles avec les bobines *R*-1.19 et *R*-1.20, qui sont approximativement de la même forme. On constate que les inductances mesurées se rapprochent beaucoup des valeurs calculées et théoriques pour des cercles de même rayon.

Idéalement, il serait intéressant de comparer les résultats d'inductances obtenus pour diverses autres formes de bobines régulières dont les équations d'inductances propres sont connues, telles que des rectangles ou encore des spirales rondes.

#### 4.3.2 Validation avec des mesures expérimentales

Afin de valider le calcul d'inductance propre, les valeurs mesurées et calculées sont comparées. Les mesures ont été prises avec un analyseur d'impédance. L'erreur sur l'inductance se situe entre 2 et 22 %. Cette grande erreur peut s'expliquer par diverses causes. Premièrement, sur le PCB, il y a des "pads" permettant de souder des composantes qui ne sont pas présent dans les simulations et peuvent avoir un petit impact sur l'inductance. Deuxièmement, il est nécessaire de souder des fils au PCB afin de pouvoir connecter la bobine à l'appareil de mesure. L'appareil est calibré avec les fils, mais ces derniers peuvent tout de même avoir une influence sur l'inductance de la bobine selon leur positionnement. Les mesures sont difficilement répétables, sujet qui est abordé à la section 5. Notons aussi que la bobine *R*-1.11 est composé de deux bobines en parallèle de chaque côté d'un PCB. La simulation prédit bien la valeur calculé pour ce cas aussi.

Tableau 4.6 Comparaison des inductances mesurées et calculées.

Nom	Inductance mesurée ( $\mu\text{H}$ )	Inductance calculée ( $\mu\text{H}$ )	$\Delta L$ (%)
<b>R-1.19</b>	0,175	0,162	7,43
<b>R-1.20</b>	0,295	0,301	2,03
<b>R-1.15v1</b>	2,158	2,237	3,66
<b>R-1.11</b>	1,497	1,441	3,89

Tableau 4.7 Inductances propres (en  $\mu\text{H}$ ) de deux bobines en fonction de la fréquence.

Fréquence (kHz)	10	100	1000	6780	12000
<b>R-1.19</b>	0,18	0,185	0,1812	0,1778	0,1795
<b>R-1.20</b>	0,3	0,3	0,299	0,295	0,2973

#### 4.3.3 Variation de l'inductance avec la fréquence

Initialement, afin de simplifier les calculs, on avait posé l'hypothèse que le calcul de l'inductance pouvait être indépendant de la fréquence. Cette hypothèse est valide, comme on peut l'observer dans le tableau 4.7, où l'inductance varie peu avec la fréquence. De plus, la variation est plus faible que l'erreur sur le calcul d'inductance propre. Les mesures ont été prises avec l'analyseur d'impédance, en le calibrant de nouveau avant chaque mesure à une nouvelle fréquence.

#### 4.3.4 Variation de l'inductance avec la valeur de la discrétisation

Dans cette section, on analyse l'impact du pas de discrétisation sur la valeur de l'inductance propre calculée. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.8. Le temps  $t$  requis pour le calcul ainsi que l'erreur relative  $\Delta L$  sur l'inductance propre sont aussi donnés.

On observe avec ce tableau que la valeur n'est pas valide lorsque la discrétisation est trop grossière, puis qu'elle finit par converger avec une discrétisation suffisamment fine. Pour les deux premières bobines, une discrétisation de 0,1 mm donne des valeurs d'inductance assez précise. Dans le cas de la troisième bobine, qui a une longueur de parcours et une inductance plus élevée, une discrétisation de 0,25 mm est suffisante pour avoir une bonne précision. La valeur de la discrétisation peut donc être plus grande pour des bobines de plus grande dimension. Selon la précision désirée, on peut aussi adapter la précision désirée afin de diminuer le temps de calcul. Il est à noter que si le temps de calcul est grand, il l'est aussi pour le calcul des inductances mutuelles et des champs magnétique et électrique.

Tableau 4.8 Valeur de l'inductance propre et du temps de calcul en fonction du pas de discrétisation  $dl$ .

	$dl$ (mm)	<b>2,50</b>	<b>1,00</b>	<b>0,50</b>	<b>0,25</b>	<b>0,10</b>	<b>0,05</b>	<b>0,025</b>
<i>R</i> -1.19	<b>L (<math>\mu\text{H}</math>)</b>	0,40542	0,23643	0,1921	0,17911	0,17725	0,17724	<b>0,17724</b>
	<b><math>\Delta\text{L}</math> (%)</b>	128,74	33,40	8,38	1,06	0,01	0,00	0,00
	<b>t (s)</b>	0,2	0,2	0,8	2,8	16	64	257
<i>R</i> -1.20	<b>L (<math>\mu\text{H}</math>)</b>	0,65125	0,39212	0,32401	0,30403	0,30118	0,30115	<b>0,30115</b>
	<b><math>\Delta\text{L}</math> (%)</b>	116,25	30,21	7,59	0,96	0,01	0,00	0,00
	<b>t (s)</b>	0,2	0,7	1,8	6	37,7	146	1207
<i>R</i> -1.15v1	<b>L (<math>\mu\text{H}</math>)</b>	2,54664	2,28184	2,24403	2,24116	2,24134	<b>2,24141</b>	-
	<b><math>\Delta\text{L}</math> (%)</b>	13,62	1,80	0,12	0,01	0,00	0,00	-
	<b>t (s)</b>	1,1	5,8	22,5	85	539	2153	-

#### 4.4 Résistance

##### 4.4.1 Validation avec des mesures expérimentales

La deuxième étape pour valider le calcul des valeurs de résistance est de comparer les résultats calculés avec des mesures expérimentales en régime continu et alternatif.

Afin de mesurer la résistance DC des bobines, un pont de Wheatstone est utilisé. Il est nécessaire d'ajouter des fils soudés au PCB pour la mesure. La résistance de ces fils est ensuite soustraite à la mesure de la résistance. Les valeurs mesurées sont comparées avec les valeurs calculées dans le tableau 4.9. Pour ce qui est de la mesure AC, l'analyseur d'impédance est utilisé.

Les bobines *R*-1.19 et *R*-1.20 sont des PCB "maison", n'ayant pas été réalisées dans une compagnie fabricant des PCB. Il est fort probable que l'épaisseur de cuivre déposée n'est pas exactement celle utilisée pour les calculs ce qui peut faire grandement différer les résultats. La valeur n'étant pas connue, il aurait fallu la mesurer. La température peut aussi avoir

Tableau 4.9 Comparaison des résistances calculées avec les valeurs mesurées.

<b>Nom</b>	$R_{DC}$ mesurée ( $\Omega$ )	$R_{DC}$ calculée ( $\Omega$ )	$\Delta R_{DC}$ (%)	$R_{AC}$ mesurée ( $\Omega$ )	$R_{AC}$ calculée ( $\Omega$ )	$\Delta R_{AC}$ (%)
<b>R-1.19</b>	0,118	0,161	36,44	0,235	0,204	6,81
<b>R-1.20</b>	0,188	0,246	30,85	0,3	0,335	11,67
<b>R-1.15v1</b>	0,301	0,342	13,62	0,527	0,525	0,38
<b>R-1.11</b>	0,264	0,273	3,41	0,37	0,372	0,54

un léger impact sur la résistivité, ce qui n'a pas été considéré dans les calculs, puisqu'on considère cette erreur comme étant plutôt négligeable. Il pourrait cependant être intéressant de le confirmer dans le futur.

Divers autres problèmes avec les appareils de mesure empêchent de faire des mesures de précision de petites résistances AC : cela est abordé plus en détail dans la section 5. Cependant, la valeur exacte de la résistance des bobines n'est pas essentielle pour atteindre l'objectif du projet. Un bon ordre de grandeur suffit.

## 4.5 Simulateur de circuits et comparaison avec LTSpice

Afin de valider les résultats de la simulation de circuits électriques dans Python, les résultats obtenus sont comparés avec une simulation effectuée dans LTSpice. Les résultats de LTSpice sont importés dans Python afin de produire des graphiques contenant les résultats des deux types de simulation. Dans un premier temps, une simulation simple en domaine temporel est effectuée avec un transmetteur et un récepteur. Ensuite, on effectue une simulation avec un transmetteur et trois récepteurs dans les domaines temporel et fréquentiel.

### 4.5.1 Circuit avec un transmetteur et un récepteur

Débutons avec un circuit simple composé d'un transmetteur et d'un récepteur. Les valeurs exactes des composantes utilisées ainsi que les commandes LTSpice (en violet) sont présentées à la figure 4.2.

Les commandes en violet sont nécessaires afin de faire la simulation dans le logiciel LTSpice. La commande "SINE (0 25 6780k)" indique que la source envoie un signal sinusoïdal de 25V avec un offset DC de 0V et à une fréquence de 6780 kHz. La commande ".tran 0 7u 1n" signifie qu'une analyse temporelle est faite, qu'on enregistre les données de 0 à 7 $\mu$ s avec un pas de temps de 1 ns. Finalement, la commande "K01 L0 L1 6.819m" indique le coefficient de couplage entre les inductances  $L_0$  et  $L_1$  est de 0,006819. Cette valeur provient du calcul d'inductance mutuelle effectué entre les bobines R-1.20 et R-1.19 situées à une distance de 10 cm sur l'axe des  $z$ . L'inductance mutuelle est ensuite transformée en coefficient de couplage avec l'équation 1.3.

Les tensions de chaque nœud et les courants dans chaque composante sont comparés afin de valider le code réalisé. Les résultats sont identiques pour tous les cas. Un graphique comparant les tensions aux nœuds 1, 4 et 6 est présenté à la figure 4.3. Les courbes simulées suivent très bien celle de LTSpice. Les tensions diffèrent de quelques millivolts, ce qui peut être dû à une légère différence dans la valeur des composantes entre les deux simulations. Idéalement,

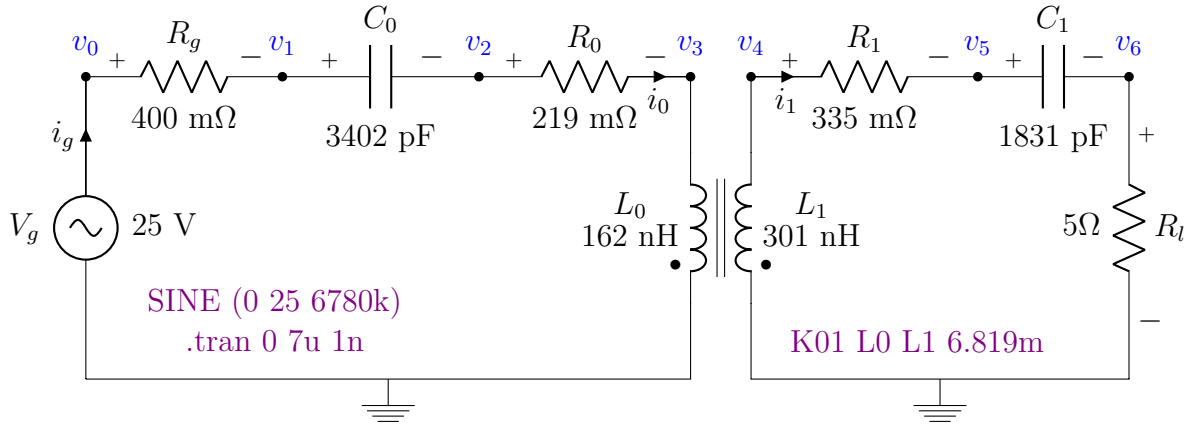


Figure 4.2 Schéma d'un circuit électrique avec un transmetteur et un récepteur (en violet : commandes nécessaires dans LTspice).

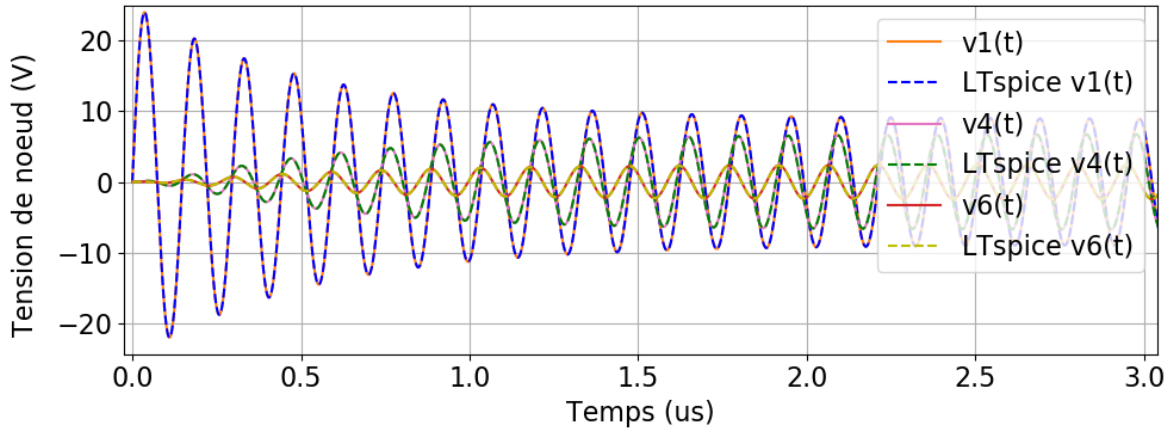


Figure 4.3 Comparaisons des tensions obtenues avec notre code Python et avec LTspice.

il faudrait arrondir les valeurs d'inductances et de résistances obtenues avec les calculs.

#### 4.5.2 Circuit avec un transmetteur et trois récepteurs

Dans un deuxième temps, on simule le cas d'un transmetteur avec trois récepteurs.

Cette simulation permet de vérifier que le modèle et son implémentation dans le simulateur fonctionnent bien dans le cas où il y a plusieurs récepteurs, ainsi que le cas où on a un circuit comprenant un condensateur en parallèle, comme c'est le cas pour le troisième récepteur. La représentation spatiale des bobines est illustrée à la figure 4.4.

La figure 4.5 représente le schéma électrique du système tout en incluant les commandes



LTspice (en violet) ainsi que les coefficients de couplage entre les bobines. Les valeurs de chaque composante sont dans le tableau 4.10. Une analyse dans les domaines temporel et fréquentiel est faite. Pour le domaine fréquentiel, la commande LTspice est ".ac lin 10000 2000k 10000k", qui signifie qu'on fait une analyse AC, avec 10000 points distribués linéairement entre les fréquences de 2 MHz et 10 MHz.

La première analyse du circuit se fait dans le domaine temporel. On compare quelques valeurs simulées avec Python et avec LTspice afin de valider le code. Les valeurs crêtes des tensions

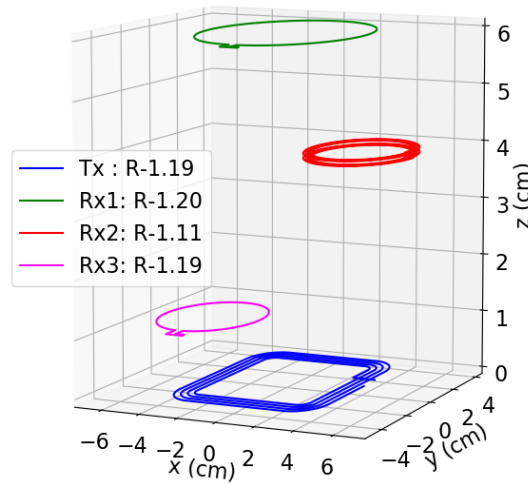


Figure 4.4 Position d'un transmetteur et de trois récepteurs pour la validation de cette section.

Tableau 4.10 Composantes présentes dans le circuit de la figure 4.5.

	<b>L (<math>\mu</math> H)</b>	<b>C (nF)</b>	<b>R (<math>\Omega</math>)</b>	<b>R<sub>g</sub>/R<sub>l</sub> (<math>\Omega</math>)</b>
<b>Tx</b>	2,244	0,246	0,525	0,4
<b>Rx1</b>	0,301	1,831	0,335	5
<b>Rx2</b>	1,525	0,361	0,72	5
<b>Rx3</b>	0,162	3,401	0,219	5

Tableau 4.11 Valeur de tensions et de courants crêtes pour l'analyse en domaine temporel.

	$V_{coil}$ <b>simulé</b> (V <sub>p</sub> )	$V_{coil}$ <b>LTspice</b> (V <sub>p</sub> )	$\Delta V$ (%)	$I_{R_l}$ <b>simulé</b> (A <sub>p</sub> )	$I_{R_l}$ <b>LTspice</b> (A <sub>p</sub> )	$\Delta I$ (%)
<b>Tx</b>	568,08	571,17	0,54	5,987	6,021	0,56
<b>Rx1</b>	34,39	34,28	0,32	2,499	2,491	0,32
<b>Rx2</b>	220,73	221,52	0,36	3,398	3,398	0,00
<b>Rx3</b>	15,81	15,79	0,13	1,856	1,853	0,16

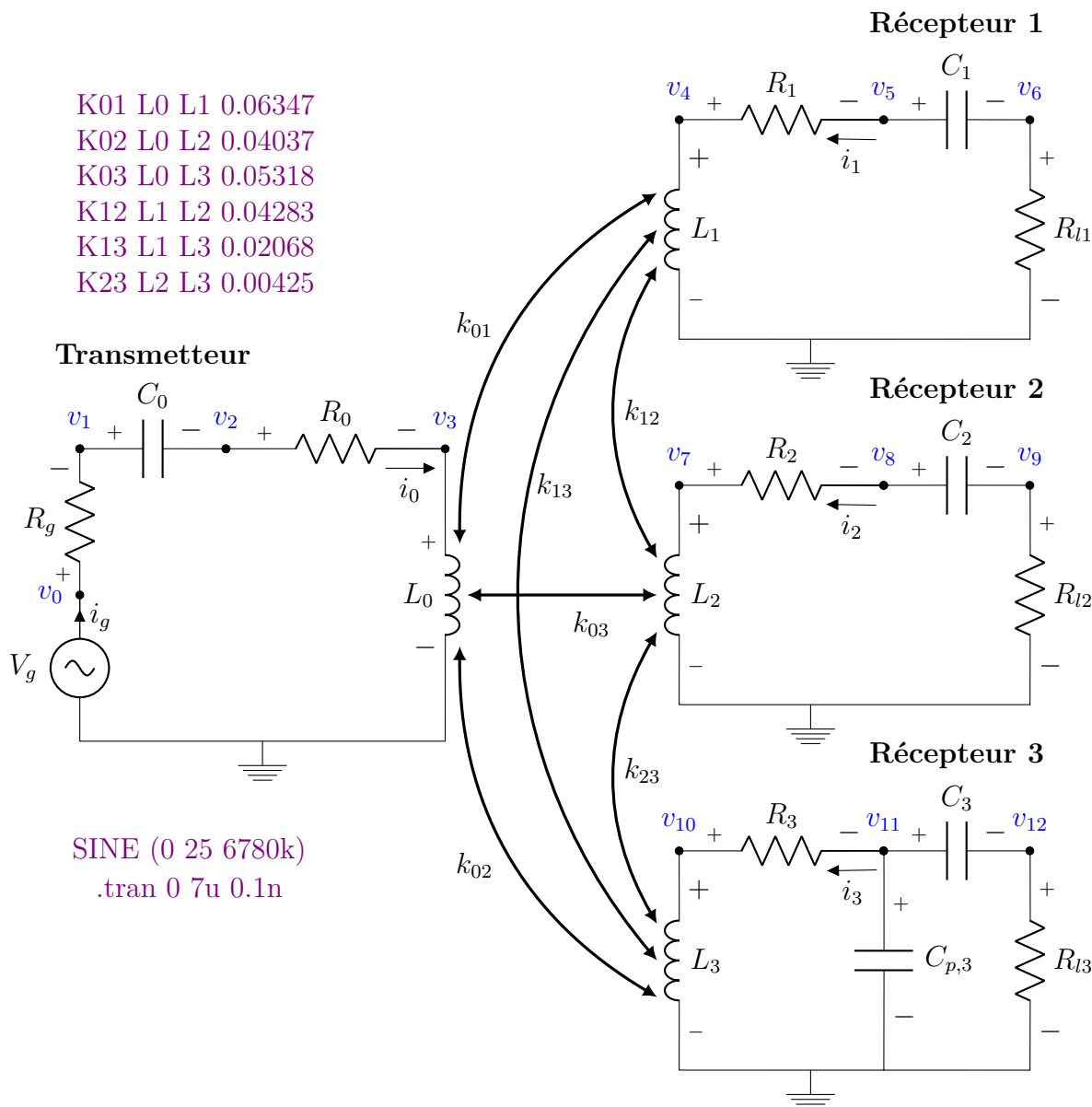


Figure 4.5 Schéma d'un circuit électrique pour un transmetteur et trois récepteurs avec les coefficients de couplage les reliant (en violet : commandes nécessaires dans LTspice).

aux bornes des inductances et des courants circulant dans les résistances de charge (ou la résistance de la source pour le transmetteur) sont données dans tableau 4.11. L'erreur relative est aussi donnée et se situe entre 0,00 et 0,56 %. La différence entre les résultats est donc très négligeable. La simulation pour plusieurs récepteurs est considérée comme concluante.

Pour ce qui est du troisième récepteur, qui est de topologie série-parallèle, le courant simulé circulant dans le condensateur est de 673,7 mA<sub>p</sub>, et la valeur donnée par LTspice est de

672,7 mA<sub>p</sub>. Cela représente une erreur relative de 0,15 %. On peut donc en conclure que notre modélisation pour ce type de récepteur est valable.

Pour le cas de l'analyse dans le domaine fréquentiel, on a simulé la tension et le courant sur une plage de 2 à 10 MHz. Tous les courants et tensions ont été comparés avec le logiciel LTspice, et les valeurs correspondaient. Un exemple des courbes obtenues est présenté dans le graphique 4.6. On observe que les courbes des deux simulations se superposaient parfaitement, ce qui confirme la validité du code pour la simulation dans le domaine fréquentiel. Il est aussi possible de présenter les données avec une échelle de fréquence logarithmique et avec des décibels sur l'axe vertical.

#### 4.6 Coefficient de couplage et puissance selon la position

Afin d'avoir une meilleure visualisation de l'impact du déplacement d'un récepteur par rapport au transmetteur, il est possible de représenter le coefficient de couplage  $k$  ou la puissance à la résistance de charge  $P$  en fonction de la position du récepteur. Les simulations sont faites pour une bobine transmettrice  $R-1.15v1$  centrée au point  $(0,0,0)$  ainsi qu'une bobine réceptrice  $R-1.20$  qui se déplace en  $x$  et en  $z$ . Les distances affichées correspondent aux coordonnées du centre de la bobine. Les deux bobines sont parallèles au plan  $xy$ .

La figure 4.7 présente le coefficient de couplage et la puissance à la résistance de charge, selon la position en  $x$  et  $z$  du récepteur. Afin d'observer plus précisément la variation selon chacun des axes, on peut se référer à la figure 4.8, qui illustre la variation de la distance en  $x$  pour une position en  $z$  fixe à 1 mm, et la variation de la distance en  $z$  pour une distance en  $x$  fixe de 0 mm. Le trajet effectué pour la figure 4.8 est équivalent à parcourir l'axe des  $x$  ou des  $z$

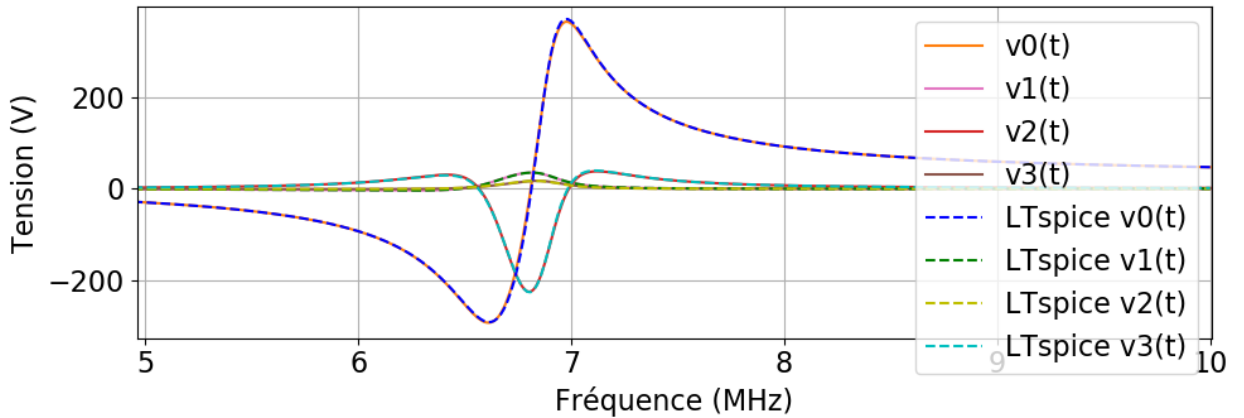


Figure 4.6 Tensions obtenues par simulation sur Python et LTspice pour un transmetteur et trois récepteurs dans le domaine fréquentiel.

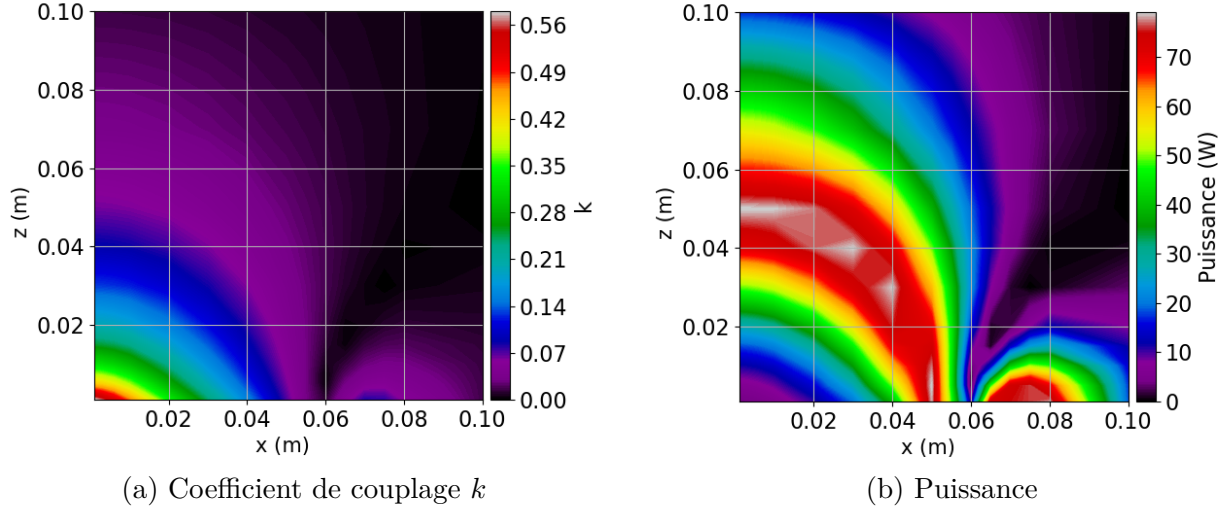


Figure 4.7 Coefficient de couplage et de la puissance à la résistance de charge en fonction de la distance en  $x$  et  $z$  entre les centres des bobines.

sur les figures 4.7a et 4.7b.

Sur la figure 4.8a, on remarque une première décroissance du coefficient de couplage entre 1 mm et 6 cm, où le coefficient de couplage devient presque nul. Après cette distance, le coefficient de couplage augmente légèrement jusqu'à une position en  $x$  de 7,3 cm. Ces trois positions particulières sont illustrées à la figure 4.9. Dans le premier cas, soit à une distance en  $x$  nulle, tout le flux du transmetteur est capté par le récepteur, ce qui fait en sorte que l'inductance mutuelle, telle que définie à l'équation 2.7, est très grande, et donc le coefficient de couplage aussi. Pour le deuxième cas, soit à une distance de 6 cm, la bobine est positionnée de telle sorte que le flux entrant provenant de l'intérieur de la bobine transmettrice et le flux sortant du côté extérieur à la bobine s'annule presque totalement. L'inductance mutuelle est alors presque nulle, tout comme le coefficient de couplage. Pour la position de 7,3 cm, le flux traversant le récepteur est dans une seule direction ce qui explique le coefficient de couplage plus élevé. Ensuite, la bobine s'éloigne et le flux diminue, entraînant de nouveau une diminution du coefficient de couplage.

Pour ce qui est de la puissance pour une distance en  $z$  fixe, elle atteint un maximum à trois positions, celles correspondantes à un  $k=0,06$  comme on peut observer sur la figure 4.8b. L'explication de la présence de ces maximums de transfert de puissance à un coefficient de couplage assez faible est donnée à la section 4.7.

Pour la variation du coefficient de couplage en fonction de la distance en  $z$  représentée à la figure 4.8c, la décroissance est constante, mais beaucoup plus rapide dans les cinq premiers

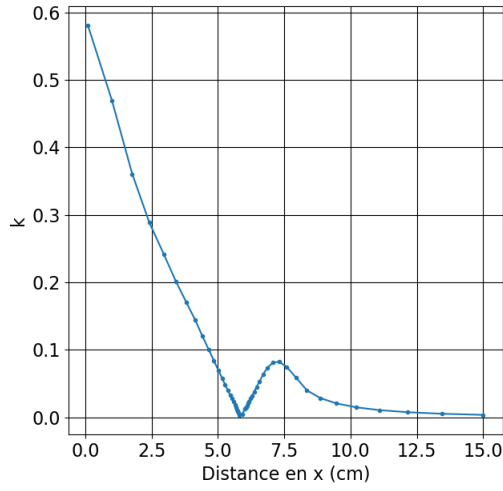
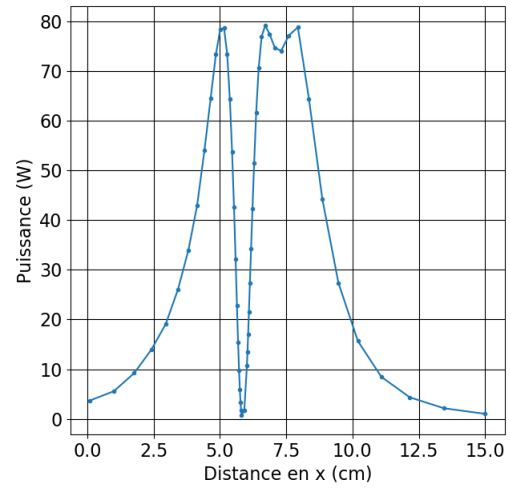
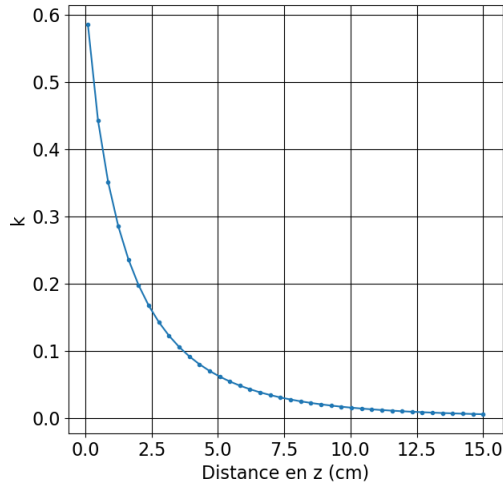
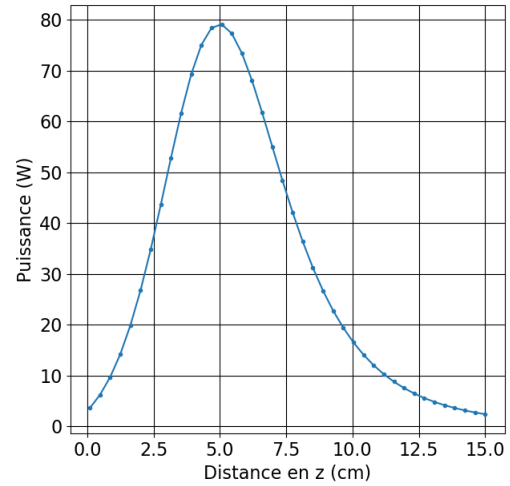
(a) Coefficient de couplage  $k$  avec  $dist_z=1$  mm.(b) Puissance avec  $dist_z=1$  mm.(c) Coefficient de couplage  $k$  avec  $dist_x=0$  mm.(d) Puissance avec  $dist_x=0$  mm.

Figure 4.8 Coefficient de couplage et puissance à la résistance de charge en fonction de la distance en  $x$  et en  $z$ .

centimètres. Encore une fois, la puissance transmise n'est pas proportionnelle au coefficient de couplage. On observe un maximum de puissance transmise à une distance de 5 cm correspondant à un coefficient de couplage de 0,06. D'ailleurs, sur la figure 4.7, la puissance est maximale partout où le coefficient de couplage était aux alentours de 0,06.

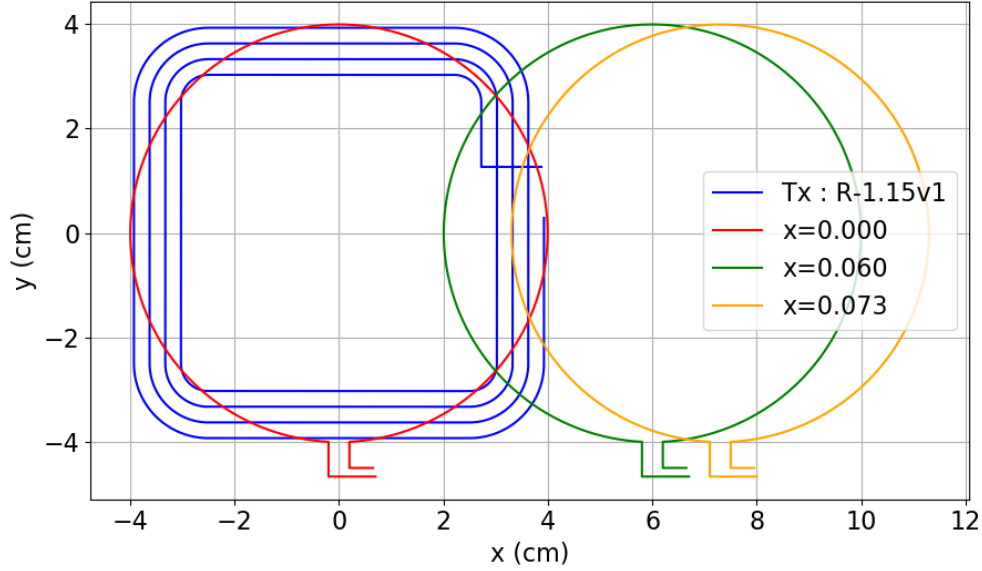


Figure 4.9 Positions particulières du centre de la bobine réceptrice.

#### 4.7 Fréquence de résonance et ajustement de la valeur des condensateurs

Il est intéressant d'observer l'impact de la variation de la position d'un récepteur sur la puissance transmise. Pour faire cela, on trace la tension aux bornes de la résistance de charge en fonction de la fréquence pour différents coefficients de couplage  $k$ , ce qui est représenté sur la figure 4.10. On y présente la simulation pour deux bobines *R-1.15v1* identiques comme transmetteur et récepteur.

Ce graphique démontre que le meilleur transfert de puissance ne se produit pas nécessairement lorsque les deux bobines sont très proches. En effet, on réalise que même si les bobines sont à une courte distance (donc un  $k$  élevé), le transfert de puissance n'est pas très efficace à la fréquence visée de 6,78 MHz. On observe que le meilleur transfert de puissance pour le cas présenté est à  $k=0,025$ . Plus on s'éloigne du transmetteur (diminution du  $k$ ), plus la tension aux bornes de la résistance diminue, jusqu'à devenir nulle à grande distance.

Dans le cas inverse, lorsqu'on s'approche du transmetteur, la tension aux bornes de la résistance diminue aussi à la fréquence de 6,78 MHz, mais due à un différent phénomène. En effet, on observe que la fréquence de résonance du système se dédouble lorsque  $k$  est plus grand que 0,025. Les deux nouvelles fréquences s'éloignent à mesure que l'on augmente le coefficient de couplage, ce qui entraîne une diminution du transfert de puissance. Ce phénomène, nommé *frequency splitting*, est une problématique rencontrée dans le design des technologies sans fil pour des systèmes résonants.

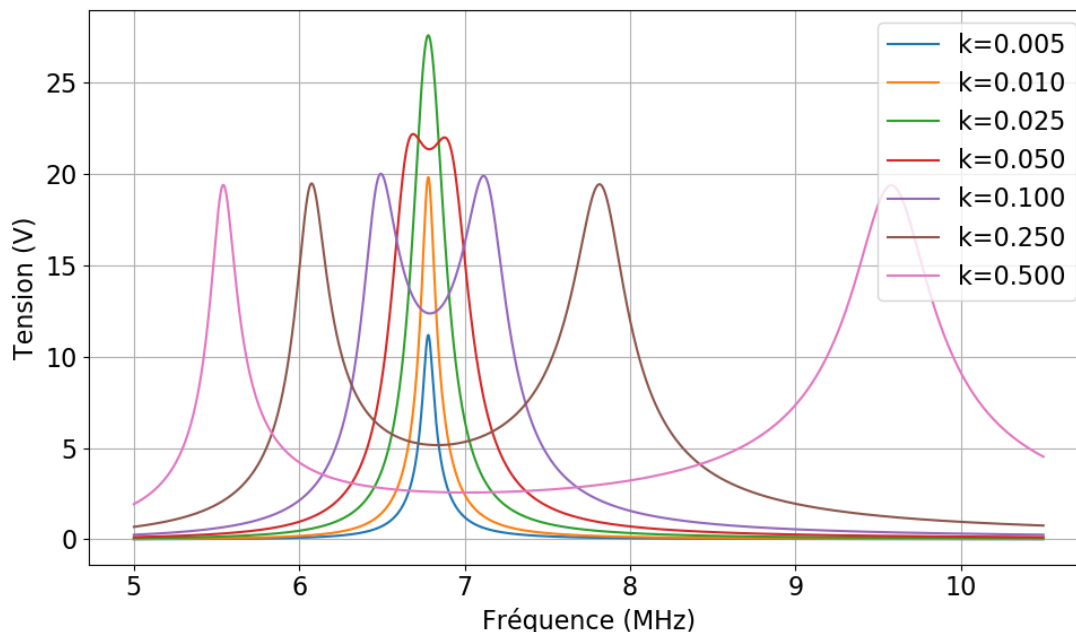


Figure 4.10 Tension aux bornes de la résistance de charge du récepteur en fonction de la fréquence pour différents coefficients de couplage  $k$ . Un maximum de tension représente aussi un maximum de puissance dans le cas présent.

Sur le graphique, le coefficient de couplage le plus élevé est de 0,5. Si on augmente davantage ce coefficient, les fréquences de résonance où le transfert de puissance est optimal s'éloignent de plus en plus de la fréquence de résonance initiale. De plus, la largeur de bande de la fréquence de droite s'élargit plus  $k$  est élevé.

Une des solutions potentielles au *frequency splitting* est de modifier la valeur des condensateurs dans les circuits résonants du transmetteur et/ou du récepteur afin de décaler un des deux maximums de tensions vers la fréquence désirée. Afin d'observer l'impact de cette modification, on trace la puissance transmise en fonction de la valeur des condensateurs. C'est ce qu'on peut observer sur la figure 4.11.

Dans le cas simulé, les bobines transmettrice et réceptrices sont les mêmes, donc, les valeurs initiales des condensateurs de la bobine source ( $C_s$ ) et de la bobine réceptrice ( $C_d$ ) sont aussi les mêmes et correspondent à 0,246 nF.

Sur la figure 4.11a, lorsque la valeur de  $k$  est faible, la valeur optimale des condensateurs correspond à leur valeur initiale. Pour ce qui est de la figure 4.11b, on y observe deux combinaisons de condensateurs qui permettent d'avoir un transfert de puissance maximale. Plus  $k$  augmente, plus la valeur des condensateurs modifiés s'éloigne de la valeur initiale. Avec un

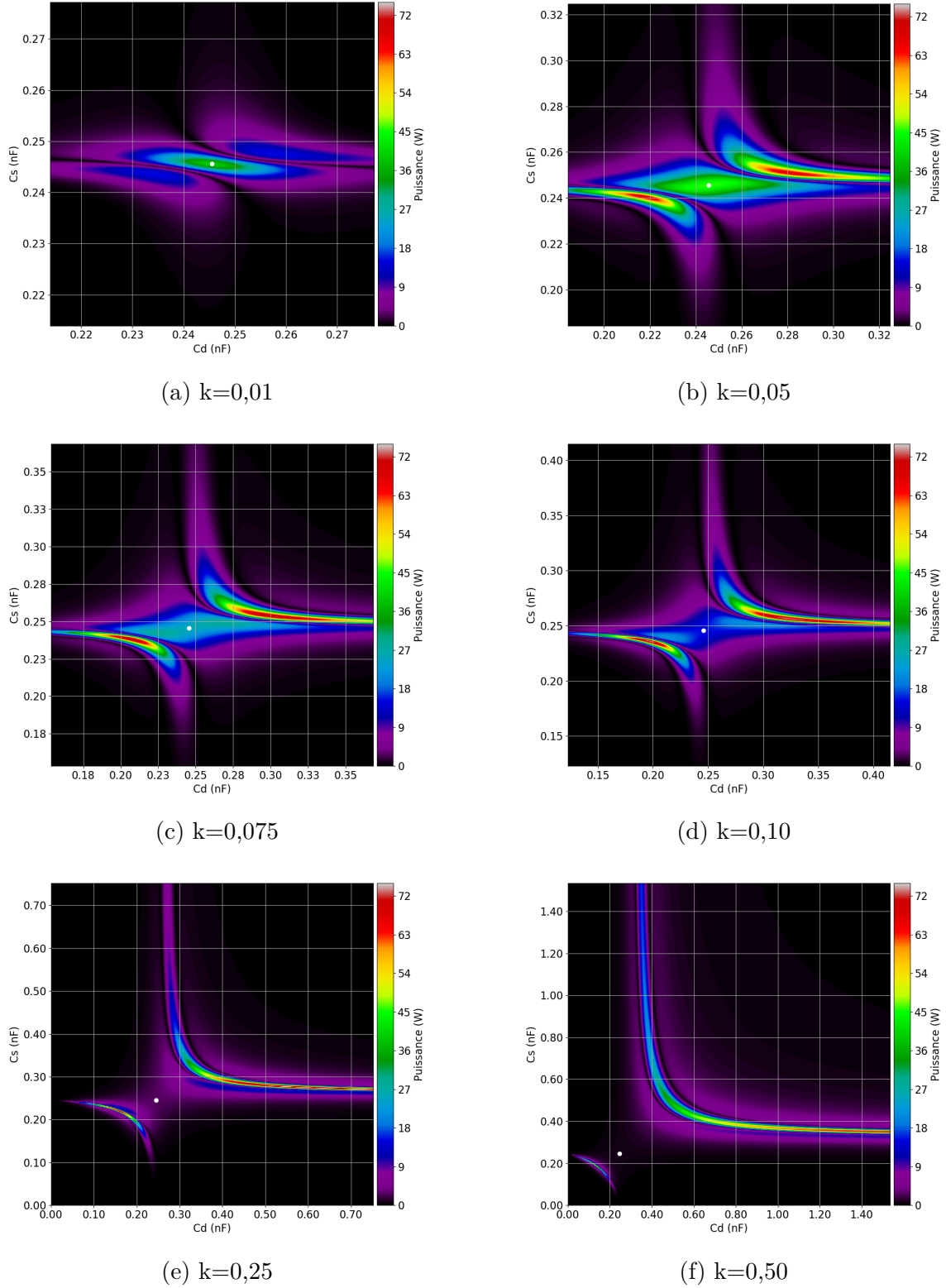


Figure 4.11 Puissance en fonction de la valeur des condensateurs pour différentes valeurs de coefficient de couplage  $k$  à une fréquence de 6,78 MHz. Les échelles en  $x$  et  $y$  varie pour chaque  $k$ . La valeur des condensateurs qui permet d'obtenir la fréquence de résonance dans chaque bobine lorsque celles-ci sont découplées est de 0,246 nF (points blancs sur les figures).



$k$  de 0,5 (figure 4.11f), si on ne modifie pas la valeur des condensateurs, on observe que le transfert de puissance est nul.

Deux zones se forment lorsque le coefficient de couplage augmente, dont une zone plus large à droite. Cette zone correspond au pic de résonance le plus large observé sur la figure 4.10. Idéalement, la combinaison de condensateurs choisie se trouve dans la zone la plus large, ce qui minimise l'impact sur le transfert de puissance d'un condensateur n'étant pas exactement à la valeur désiré. Il faut noter qu'il y a une marge d'erreur sur la valeur donnée par le fabricant, qui se reflète souvent sur le prix de la composante.

## 4.8 Champs magnétique et électrique

### 4.8.1 Simulation des champs

Pour les des champs magnétique et électrique, le code de simulation permet de les visualiser sous différentes formes présentées à la figure 4.12.

Le graphique 3D permet de visualiser les vecteurs des champs magnétique ou électrique aux points spécifiés en considérant l'impact de toutes les bobines réceptrices. La visualisation est plus facile avec le graphique 3D produit par Python, qu'il est possible de déplacer et d'observer sous plusieurs angles.

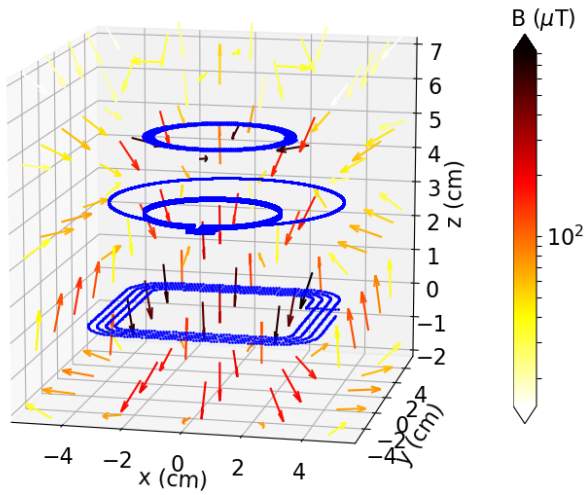
Il est aussi possible de représenter sur un graphique 2D la norme du vecteur en chaque point dans les plans  $xy$  ou  $xz$ . Il faut alors fixer une des valeurs et ensuite faire un balayage dans les deux autres directions. Cette visualisation est plus simple lorsqu'il y a plusieurs bobines ou beaucoup de points de champs et qu'on ne peut déplacer le graphique 3D pour l'observer sous plusieurs angles.

### 4.8.2 Comparaison avec des mesures théoriques pour des cas simples

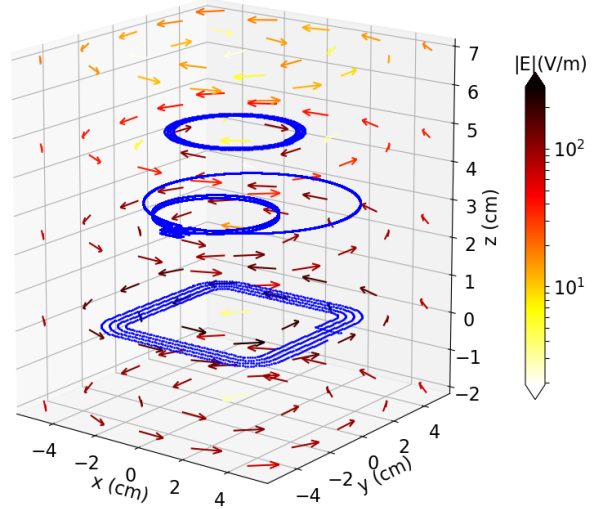
À partir de l'équation 2.41, on peut calculer le champ magnétique théorique pour une simple boucle de courant. Ensuite, ce champ est simulé avec le code afin de comparer les résultats, ce qui est fait dans le tableau 4.12.

On observe différentes caractéristiques du code de simulation. Tout d'abord, les résultats concordent très bien avec la formule théorique, l'erreur relative étant plus faible que 0,04% pour tous les cas. Ensuite, plus la discrétisation est petite, meilleur est le résultat. Cependant, lorsque l'on compare deux bobines de rayons différents, discrétisées de la même façon, on réalise que le résultat du champ de la plus grande bobine à une meilleure précision.

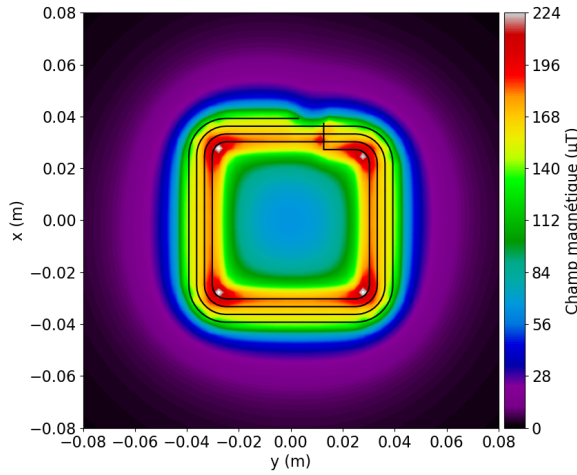
Pour ce qui est des mesures expérimentales des champs, cela n'a pas été réalisé avant la



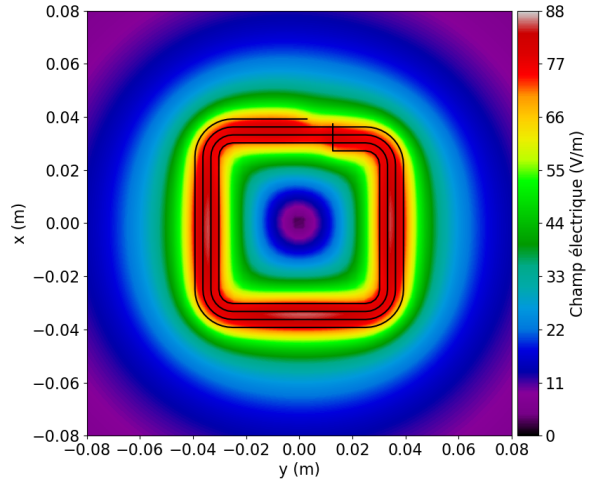
(a) Champ magnétique 3D



(b) Champ électrique 3D



(c) Champ magnétique 2D



(d) Champ électrique 2D

Figure 4.12 Exemple du résultat d'une simulation pour la visualisation des champs en 3D et en 2D pour un courant de 1 A circulant dans la bobine est à une distance en  $z$  de 2 mm.

remise du mémoire. Il s'agit de mesures qui seraient importantes à réaliser pour la suite du projet afin de valider autrement les résultats du code de simulation, surtout pour la partie du champ électrique. De plus amples informations sur les difficultés rencontrées lors d'une première tentative de mesure des champs sont présentées dans la section 5.

Tableau 4.12 Champ magnétique  $B_z$  théorique et simulé pour une boucle parcourue par un courant de 1 A. Distance par rapport au centre de la boucle sur l'axe des  $z$ .

Rayon (m)	Discrétisation (mm)	Distance (m)	$B_z$ théorique ( $\mu\text{T}$ )	$B_z$ simulée ( $\mu\text{T}$ )	$\Delta B_z$ (%)
0,04	0.01	0,000	15,7080	15,7073	0,004
0,04	0.01	0,010	14,3425	14,3420	0,004
0,04	0.1	0,100	0,0846	0,8043	0,040
0,10	0.1	0,100	2,2214	2,2211	0,016
0,20	0.1	0,100	2,2479	2,2478	0,007

#### 4.9 Optimisation du champ magnétique des bobines

Comme décrit à la section 3.7, pour la première étape de l'optimisation, on effectue une analyse visuelle de l'impact de divers paramètres sur l'uniformité du champ magnétique. Les résultats sont présentés dans la section qui suit, les figures sont seulement celles des paramètres minimaux et maximaux testés. En réalité, l'analyse peut être faite sur une image animée qui inclut de nombreuses images. Pour les cas présentés, on se positionne dans le plan  $xy$ , à une distance de 2 cm de la bobine. L'analyse pourrait aussi être faite dans n'importe quel autre plan et à une distance différente. Si on se place plus loin de la bobine, la variation du champ est différente, et ce dernier présente une forme plus arrondie.

Tout d'abord, on constate que la variation du nombre de tours a un gros impact sur le champ magnétique ce qui peut être observé sur la figure 4.13. Plus on ajoute de tours, plus le champ

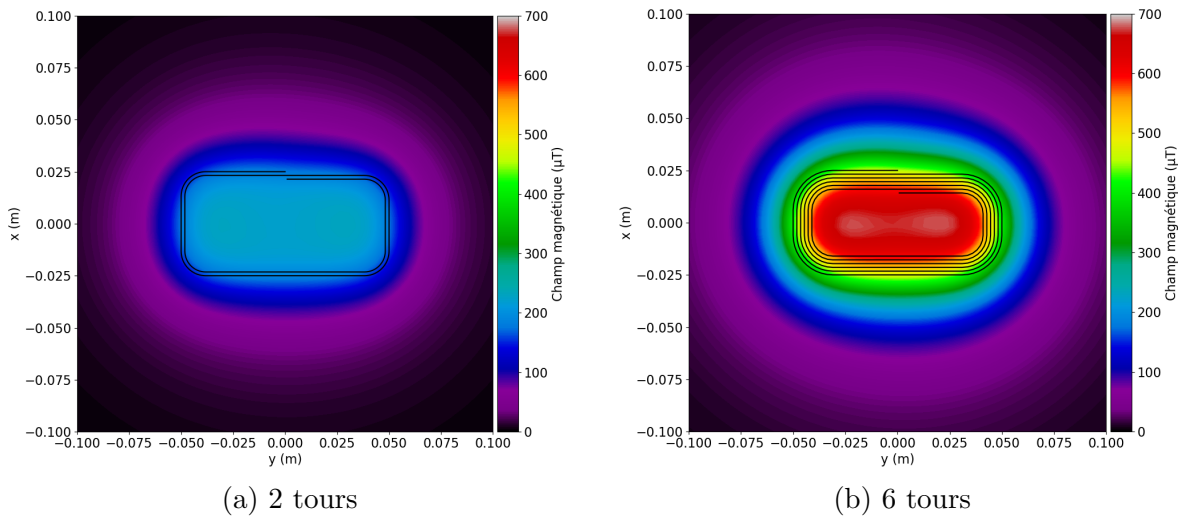


Figure 4.13 Norme du champ magnétique pour une variation du nombre de tours.

devient intense à l'intérieur de la bobine. Le champ augmente aussi à l'extérieur de la bobine, mais de façon moins significative.

La variation de l'espacement entre les tours, observable à la figure 4.14, diminue très légèrement la zone de charge lorsque les tours sont plus espacés. Le champ devient aussi un peu moins uniforme autour de la bobine à l'endroit où la trace débute.

Pour ce qui est du rayon des coins de la bobine illustré à la figure 4.15, l'impact est aussi très minime. Lorsque les coins sont plus carrés, le champ est plus faible dans les coins intérieurs

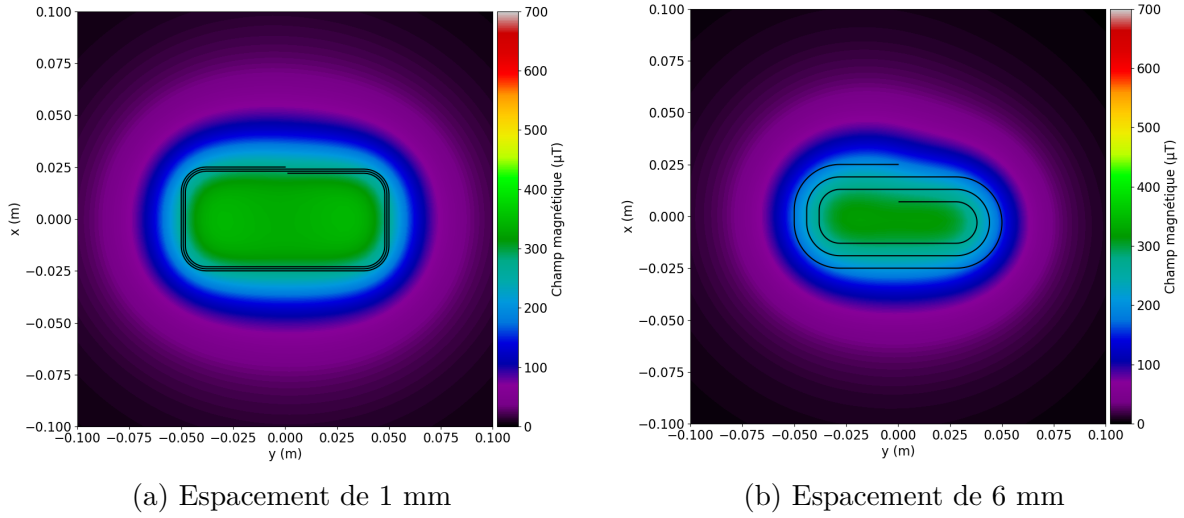


Figure 4.14 Norme du champ magnétique pour une variation de l'espacement entre les traces.

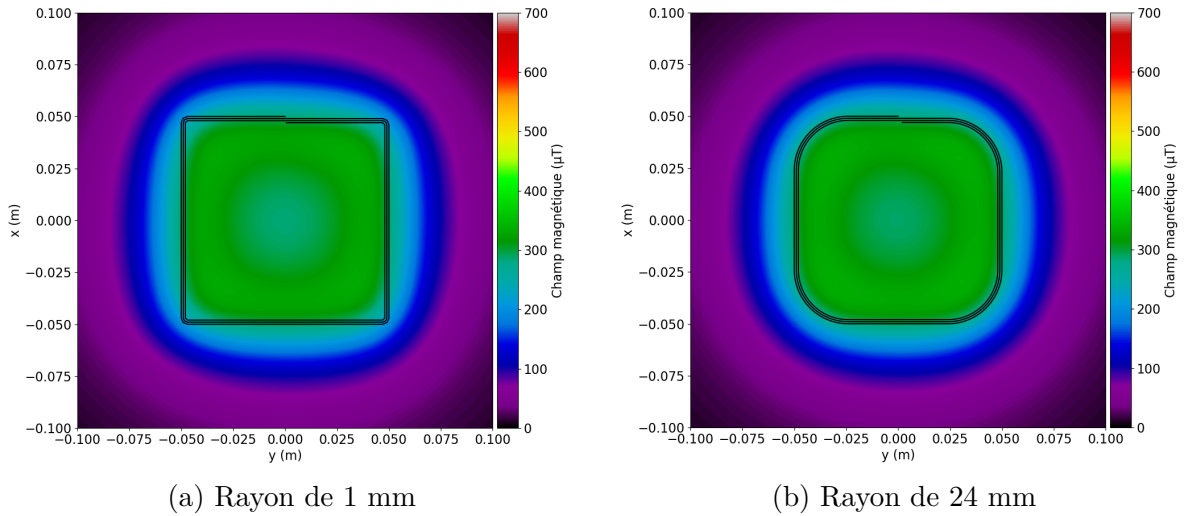


Figure 4.15 Norme du champ magnétique pour une variation du rayon des coins.

de la bobine. Il est cependant légèrement plus élevé à l'extérieur.

La figure 4.16 est un exemple pour un changement de diamètre de la bobine. On observe que la zone de charge augmente avec l'augmentation du diamètre, mais que peu à peu, le champ magnétique au centre de la bobine s'affaiblit.

Finalement, pour la variation de l'angle des coins présentée à la figure 4.17, cela permet d'augmenter le champ sur une plus grande surface. Cela entraîne aussi une légère diminution du champ au centre de la bobine.

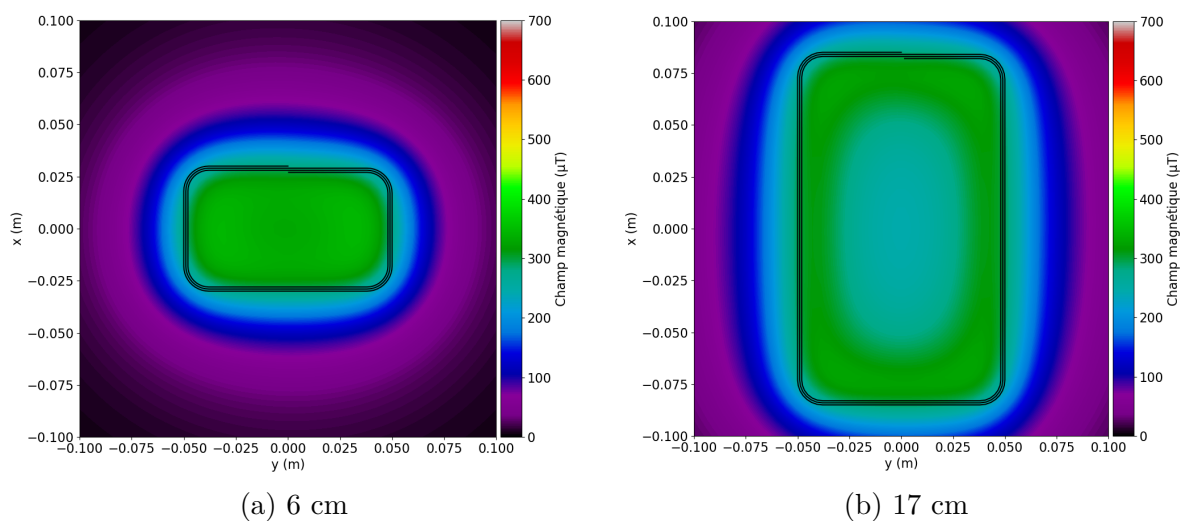


Figure 4.16 Norme du champ magnétique pour une variation dans le diamètre.

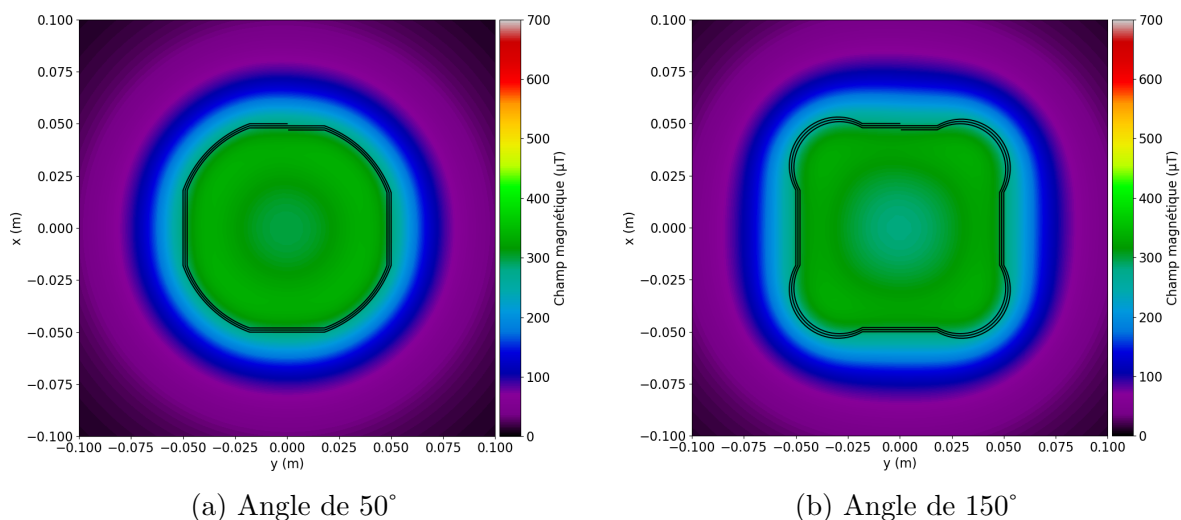


Figure 4.17 Norme du champ magnétique pour une variation de l'angle des coins.

Ce type d'analyse permet de voir rapidement quels sont les paramètres principaux qui ont un impact sur l'uniformité du champ. Idéalement, il faudrait par la suite prendre aussi en compte l'impact sur l'inductance et le facteur de qualité de la bobine. La partie optimisation du projet pourra être poursuivie dans le futur. Quelques améliorations sont présentées à la section 5.

## 4.10 Exemple de l'utilisation du code de simulation

Le code de simulation créé rassemble toutes les options vues précédemment dans un même fichier *.py* en faisant référence à de nombreuses fonctions. Les sections qui suivent permettent de démontrer les utilisations possibles du code de simulation réalisé pour la conception de circuits résonants couplés.

### 4.10.1 Création des bobines

Pour l'exemple qui suit, nous utilisons 3 bobines : un transmetteur de la dimension d'une feuille de papier, composé de plusieurs bobines en parallèle, et deux récepteurs avec les dimensions d'un cellulaire et d'une tablette. Les caractéristiques de chaque bobine sont présentées dans le tableau 4.13, et ces bobines sont illustrées à la figure 4.18. Les bobines sont préalablement créées avec la fonction *create\_spiral*, et le nom de leur fichier *.txt* peut ensuite être utilisé dans le code principal.

### 4.10.2 Entrée des données

Une fois les bobines créées, l'étape suivante est d'entrer toutes les données requises au début du code. Plusieurs options permettent à l'utilisateur différentes façons d'entrer les données. Par exemple, il est possible d'aller chercher directement toutes les caractéristiques de la bobine directement dans un fichier Excel lorsque seul son nom est spécifié dans le code Python. Ce fichier Excel, nommé *data\_base* contient toutes les données relatives à chaque bobine, et permet de diminuer la quantité de données à écrire dans l'initialisation des variables. Il est aussi possible d'entrer à la main toutes ces données si la bobine n'a pas encore été entrée

Tableau 4.13 Caractéristique des bobines utilisées dans l'exemple du code de simulation.

Nom	Nb de bobines	Spirale	Nb de tours	Longueur (m)	Largeur (m)	Espacement (m)	Largeur trace (m)	Reliure 1 ou 2	Coin 1 à 3	Rayon int. (m)	Rayon ext. (m)
<b>Tx</b>	2	Carrée	3	0,30	0,20	0,005	0,002	1	2	0,025	-
<b>Rx-1</b>	1	Carrée	5	0,12	0,06	0,002	0,001	2	3	0,004	0,01
<b>Rx-2</b>	3	Ronde	2	0,15	-	0,005	0,001	-	-	-	-

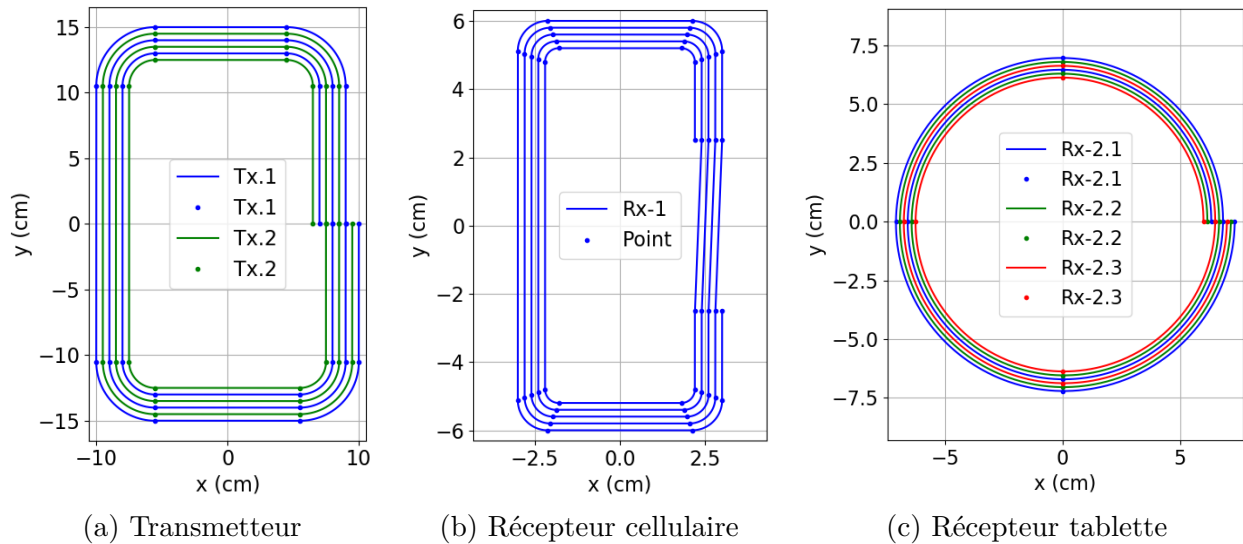


Figure 4.18 Bobine transmettrice. Les points sont ceux enregistrés dans le fichier texte portant le nom de la bobine.

dans le document Excel. Voici un exemple de quelques informations à entrer en début de code :

```
directory='Bobines'           # Dossier où sont les fichiers .txt de bobines
data='n'                      # Si 'y' utilise les données de: data_base.xlsx
bobine_ini= ['Tx.1','Tx.2','Rx-1','Rx-2.1','Rx-2.2','Rx-2.3'] # Bobines
nb_fois=[1,1,2,1,1,1]       # Nombre de fois que chaque bobine_ini est répétée
group_custom=3                # Choix parmi les options :
                              # 1: Regroupe les bobines_ini selon nb_fois
                              # 2: Demande une sélection automatique.
                              # 3: Variable group à remplir
group=[[0,1],[2],[3,4,5]]    # Nécessaire seulement si group_custom=3
conn_custom=1                 # Choix parmi les options :
                              # 1: Bobine même groupe: en parallèle
                              # 2: Demande une sélection automatique
                              # 3: Variable conn à remplir
conn='- '                     # Nécessaire seulement si conn_custom=3
espace=[0,0,0.001,0,0,0]     # Espace entre les bobines de même nom
dist_ini=[[0,0,0],[-0.06,-0.08,0.05],[0.03,0.06,0.01],[0.03,0.06,0.01],
           [0.03,0.06,0.01]] # Distances par rapport au point (0,0,0) [x,y,z] (en m)
dl=5e-4                       # Discrétisation (en m)
```

L'option sélection automatique (#2) pour les variables *group\_custom* et *conn\_custom* de-

mande à l'utilisateur des questions auxquelles il doit répondre, puis le logiciel crée en suite le vecteur associé aux réponses dans le bon format. Pour la variable *espace*, si le nombre de fois associé à la bobine est 1, par défaut, le code ne va pas considérer la valeur inscrite vis-à-vis l'indice de la bobine.

On remarque que la bobine composant le premier récepteur est répétée deux fois, soit sur les deux faces d'un PCB de 1 mm d'épais.

### 4.10.3 Options du code

Le code présente un menu avec diverses options pouvant être sélectionnées par l'utilisateur selon ce qu'il souhaite accomplir. Tant que l'option 0 n'est pas sélectionnée, il est possible de continuer de sélectionner de nouvelles ou anciennes options. Lorsqu'on parle d'inductance propre ou résistance individuelles, il s'agit de ceux des "sous-bobines" avant que celle-ci ne soit connectée en parallèle ou en série avec d'autres bobines.

- 0. Arrêter le programme
- 1. Afficher les bobines discrétisées
- 2. Calculs des inductances propres et mutuelles ainsi que les résistances (calcul tout, donc 2.1. est inclus)
  - 2.1. Calcule seulement les inductances propres individuelles et des résistances individuelles
- 4. Simulateur de circuit calculant la tension, le courant, la puissance et l'efficacité des circuits résonants
- 5. Visualiser et imprimer dans un fichier texte les valeurs de champ magnétique
- 6. Visualiser et imprimer dans un fichier texte les valeurs de champ électrique
- 7. Afficher le coefficient de couplage et la puissance en fonction de la distance pour un récepteur particulier

Si on sélectionne une option qui nécessite les calculs d'une option précédente afin de fonctionner, le code effectue automatiquement les calculs nécessaires, puis effectue ceux demandés par l'utilisateur. Tout au long du code, différents affichages de progression des calculs sont présentés afin de donner à l'utilisateur une estimation du temps que peut prendre chaque calcul.

### Affichage des bobines

La première étape pouvant être réalisée est l'affichage des bobines avec une visualisation 2D



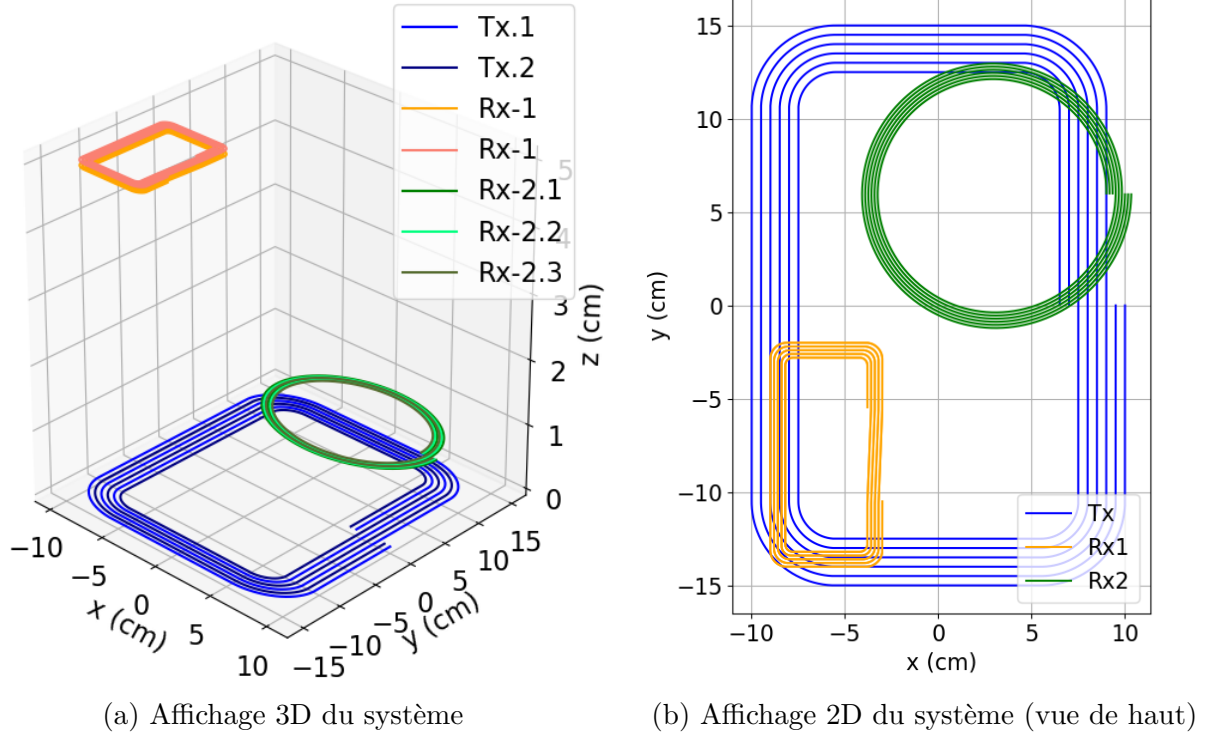


Figure 4.19 Affichage en trois dimensions (a) et en deux dimensions (b) des bobines pour l'option #1 du code Python.

et 3D. Les graphiques obtenus lors de la sélection de l'option 1 sont présentés à la figure 4.19. Ces derniers permettent d'avoir un premier aperçu de la forme et de la position des bobines avant la suite des calculs, ce qui permet de modifier le tout rapidement advenant une mauvaise entrée des données géométriques.

La figure 4.19b présente une vue du dessus, soit dans le plan  $xy$ . Les bobines d'un même transmetteur ou récepteur sont de la même couleur, peu importe leur type de connexion (série, parallèle ou anti-parallèle). Sur la figure 4.19a, les bobines du même récepteur ou transmetteur sont dans les mêmes teintes, mais de couleurs différentes afin de pouvoir distinguer les différentes sous-bobines composant le transmetteur ou récepteur.

### Calculs des inductances propres et mutuelles ainsi que des résistances

L'option 2.1 permet d'obtenir le tableau de la figure 4.20, qui présente les composantes des circuits résonants et le facteur de qualité estimé des sous-bobines lorsque celles-ci ne sont pas encore connectées entre elles.

Une fois les sous-bobines connectées, le code renvoie la matrice  $M$  des inductances mutuelles et la matrice  $k_{eq}$  des coefficients de couplage comme suit :

Nom bobine	L ( $\mu\text{H}$ )	R ( $\Omega$ )	C (pF)	Q
Tx.1	5.085	0.999	108.374	216.926
Tx.2	4.811	0.962	114.539	213.129
Rx-1	4.344	1.110	126.863	166.689
Rx-2.1	1.465	0.621	376.247	100.480
Rx-2.2	1.421	0.606	387.917	99.893
Rx-2.3	1.377	0.591	400.266	99.294

Figure 4.20 Inductances propres, résistances, condensateurs et facteurs de qualité associés à chaque sous-bobine.

Matrice des inductances mutuelles

```
[[ 4.391e-06  2.733e-07 -5.769e-07]
 [ 2.733e-07  4.121e-06  1.273e-08]
 [-5.769e-07  1.273e-08  1.177e-06]]
```

Matrice des coefficients de couplage

```
[[1.0000  0.0642  0.2537]
 [0.0642  1.0000  0.0058]
 [0.2537  0.0058  1.0000]]
```

Ces matrices sont sauveées dans un fichier texte. Une option au début du code permet d'entrer une matrice d'inductance mutuelle, ce qui permet de ne pas avoir à recalculer les inductances mutuelles dans le cas où les bobines restent positionnées à la même position.

Le code donne aussi en sortie le tableau de la figure 4.21, qui présente les valeurs associées aux transmetteur et récepteurs, donc une fois que les sous-bobines sont connectées selon la variable *group* et *conn*. Le tableau indique aussi la distance par rapport au transmetteur, ainsi que le nom des sous-bobines qui sont connectées ensemble.

La valeur des condensateurs  $C_{eq}$  est celle calculée avec l'équation 1.1 afin d'avoir un circuit résonant à une fréquence de 6,78 MHz. Si les valeurs sont trop faibles ( $< 10$  pF), il faut revoir les bobines puisque des condensateurs avec une capacité si faible sont difficiles à trouver et souvent instables pour notre ce type d'application.

Pour ce qui est des facteurs qualité  $Q_{eq}$ , il s'agit des facteurs de qualité de la bobine équivalente calculée avec l'équation 2.39. On donne uniquement le facteur de qualité de la bobine, puisque c'est un facteur important qui peut augmenter le transfert de puissance entre les

	Dist p/r au groupe 0 (m)	Leq ( $\mu$ H)	Req ( $\Omega$ )	Ceq (pF)	Qeq	Bobines
Groupe 0	0.000	4.391	0.490	125.494	381.858	Tx.1, Tx.2,
Groupe 1	0.112	4.121	0.555	133.716	316.292	Rx-1, Rx-1,
Groupe 2	0.068	1.178	0.202	467.932	248.539	Rx-2.1, Rx-2.2, Rx-2.3,

Figure 4.21 Inductances propres, résistances, condensateurs et facteurs de qualité des bobines complètes une fois qu'elles sont connectées.

circuits résonants.

### Simulation des tensions, courants, puissances et efficacité des circuits résonants

Initialement, l'utilisateur a l'option de faire des calculs dans les domaines temporel ou fréquentiel. Dans les deux cas, le logiciel donne en sortie un tableau comme celui de la figure 4.22.

Dans ce tableau,  $L$  et  $C$  sont les inductances propres et les condensateurs dans le circuit. Il y a aussi deux résistances,  $R_{coil}$  et  $R_{load}$  qui sont respectivement les résistances intrinsèques de la bobine et les résistances de la charge. Ensuite, on donne les valeurs du courant dans la charge  $I_{load}$  et des tensions aux bornes de la charge ( $V_{load}$ ), l'inductance ( $V_{coil}$ ), et des condensateurs ( $V_{cap}$ ). Puis, on donne la puissance dans la charge ( $P_{load}$ ) dans chaque récepteur. Pour le transmetteur, cette puissance correspond à celle fournie par la source. Finalement, on donne l'efficacité  $\eta_{eff}$ , et la distance par rapport au transmetteur. La dernière ligne fait le total de la puissance et calcule l'efficacité dans tous les récepteurs.

On remarque que l'efficacité totale est plus faible que 100 %, cela s'explique par les pertes dans les résistances. En effet, une partie de la puissance est dissipée sous forme de chaleur

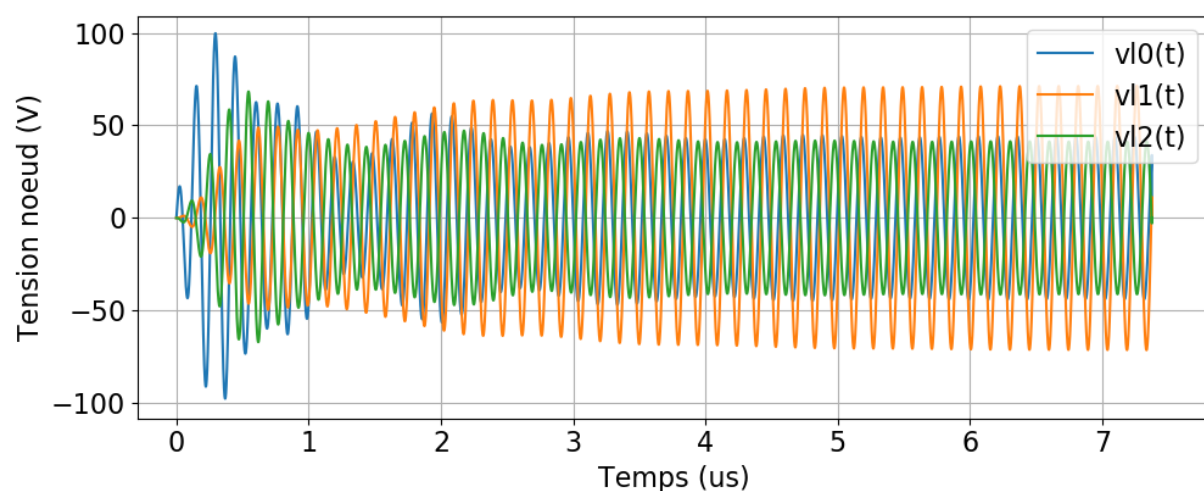
	L ( $\mu$ H)	C (nF)	Rcoil ( $\Omega$ )	Rload ( $\Omega$ )	Iload (A)	Vload (V)	Vcoil (V)	Vcap (V)	Pload (W)	neff (%)	Dist (m)
Tx	4.391	0.125	0.490	0.400	0.1781	25.000	43.042	33.308	2.219	100.0	0.000
Rx 1	4.121	0.134	0.555	5.000	0.3783	1.891	66.443	66.410	0.344	15.5	0.112
Rx 2	1.178	0.468	0.202	5.000	0.8337	4.169	42.048	41.824	1.735	78.2	0.068
Total									2.078	93.6	

Figure 4.22 Composantes, tensions, courants, puissances et efficacités du transmetteur et des récepteurs.

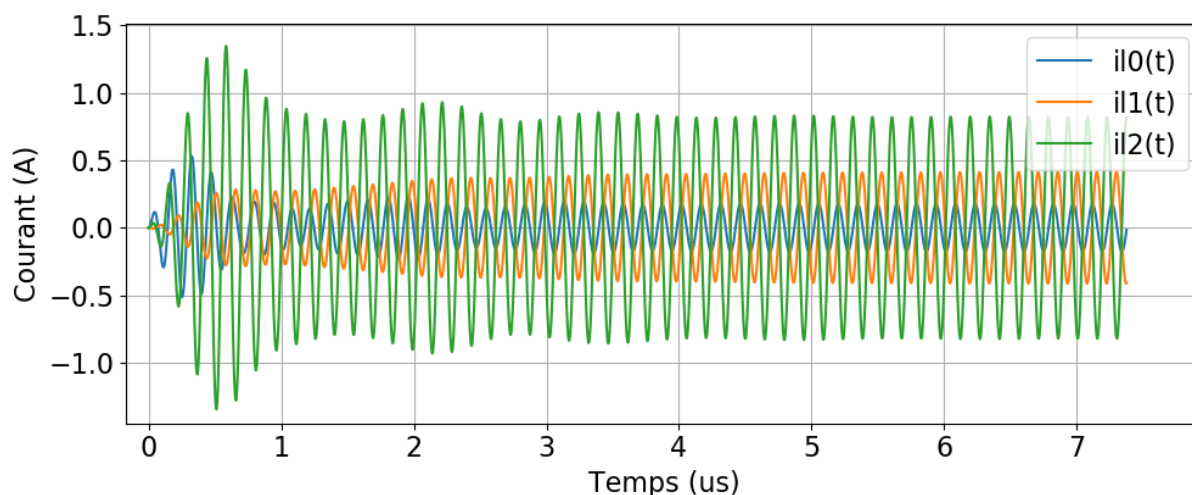
par effet Joule, ces pertes sont équivalentes à  $RI^2$ . On constate ainsi que plus la valeur des résistances est faible, plus l'efficacité de transfert est meilleure.

Dans le cas où l'un ou plusieurs des circuits résonants ont une topologie avec un condensateur en parallèle comme le récepteur trois de la 4.5, un nouveau tableau affiche aussi le courant traversant ces condensateurs.

Dans le cas des simulations dans le domaine temporel, la tension aux bornes des inductances (figure 4.23a) et le courant les traversant (figure 4.23b) se stabilisent après un court laps de temps. Dans le tableau 4.22 dans le domaine temporel, les valeurs affichées correspondent aux tensions ou aux courants après plusieurs cycles. Le code affiche aussi d'autres graphiques



(a) Tensions aux bornes des inductances



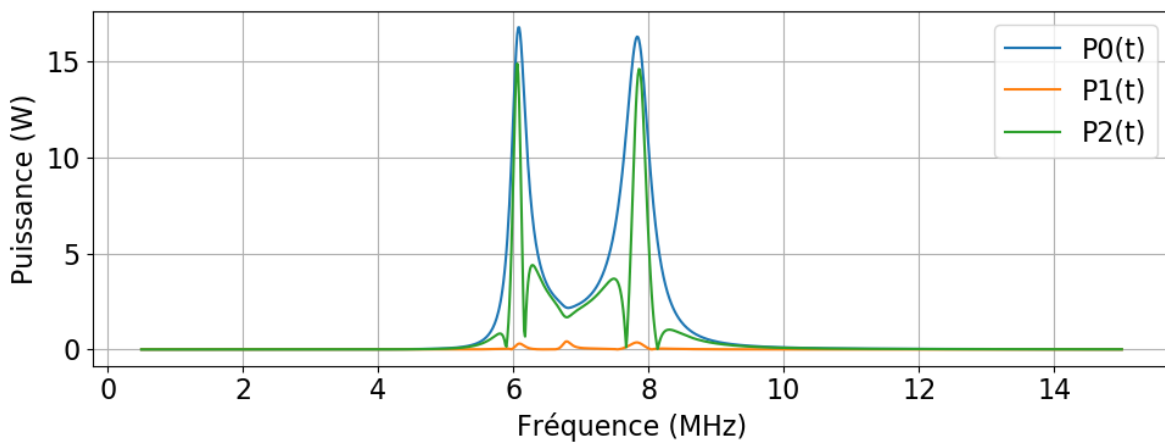
(b) Courant traversant les inductances

Figure 4.23 Tensions aux bornes des inductances dans le domaine temporel.

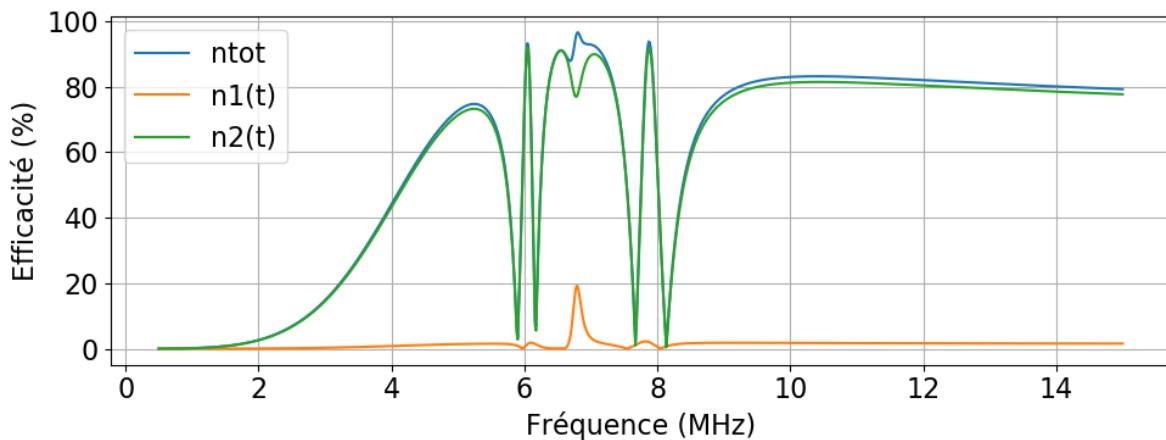
tels que les tensions aux bornes des condensateurs et des résistances de charge, ainsi que les courants les traversant.

Dans le domaine fréquentiel, le code renvoie aussi des graphiques des tensions aux bornes de chaque composante ainsi que du courant les traversant en fonction de la fréquence. En plus, il renvoie les graphiques de la puissance transférée et de l'efficacité de chaque récepteur, tel qu'illustré à la figure 4.24.

Il est primordial de faire attention avec l'analyse du graphique de l'efficacité. En effet, il est possible d'avoir une très bonne efficacité sans pour autant avoir une bonne puissance



(a) Puissance de la source ( $P_0$ ) et dans les résistances de charge



(b) Efficacité des deux récepteurs et efficacité totale

Figure 4.24 Puissance pour chaque système résonant et efficacité du transfert de puissance en fonction de la fréquence.

Nom bobine	I (A)
Tx.1	0.077
Tx.2	0.101
Rx-1	0.189
Rx-1	0.189
Rx-2.1	0.259
Rx-2.2	0.231
Rx-2.3	0.343

Figure 4.25 Courants circulant dans chaque sous-bobine.

transmise, comme on peut observer pour une fréquence de plus de 10 MHz. Cela se produit lorsque la tension envoyée et celle reçue sont très petites. De plus aux alentours de 6,78 MHz, l'efficacité est la meilleure, mais ce n'est pas la fréquence où le transfert de puissance est le plus élevé. On en conclut donc que ces deux graphiques doivent être analysés en paire.

Un dernier résultat obtenu avec la simulation de circuits est le courant circulant dans chaque sous-bobine. Le tableau obtenu par le code est présenté à la figure 4.25. Lorsque les bobines sont connectées en parallèle, par exemple, le courant n'est pas distribué uniformément entre les différentes sous-bobines. La connaissance du courant circulant dans chaque sous-bobine est nécessaire afin de pouvoir calculer le champ magnétique et surtout pour calculer les pertes  $RI^2$  dans les bobines.

### Visualisation et impression dans un fichier texte des valeurs de champ magnétique

Pour le champ magnétique, le code renvoie le graphique 3D de la figure 4.26a, qui illustre les vecteurs de champ magnétique en fonction de la position. Il faut initialement spécifier la plage de points où le champ doit être calculé. Finalement, le code renvoie aussi le champ à un point précis, qui doit aussi être donné initialement dans le code.

### Visualiser et imprimer dans un fichier texte les valeurs de champ électrique

Le processus pour le calcul de champ électrique est exactement le même que celui pour le champ magnétique et mène à la figure 4.26b qui illustre les vecteurs de champs électriques à diverses positions. On va aussi obtenir la valeur de champ électrique pour un point spécifier

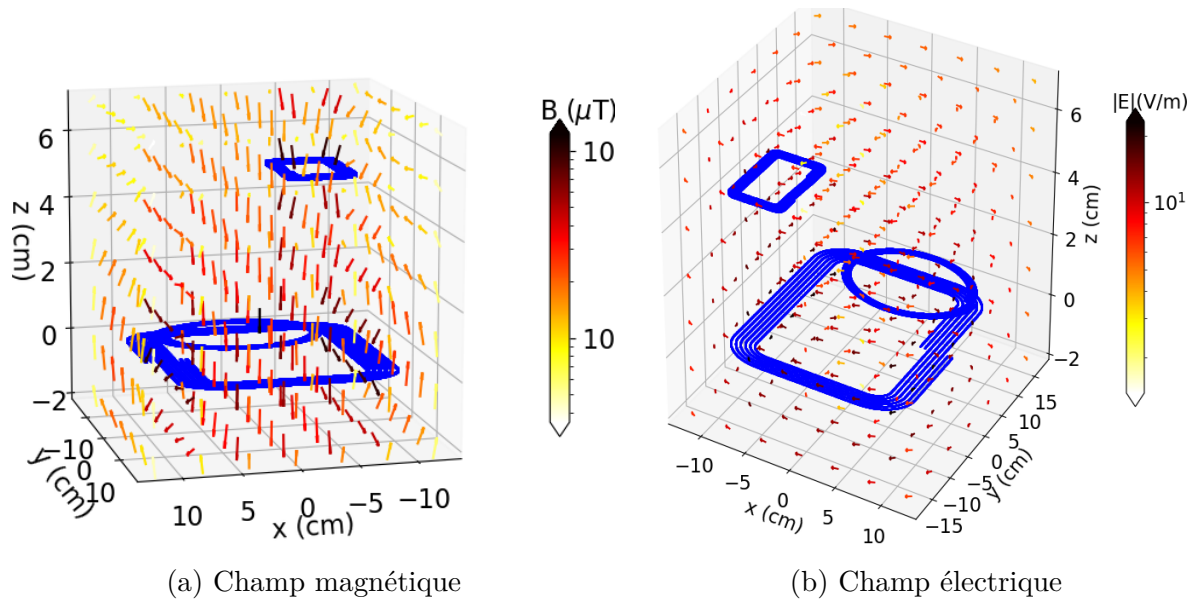


Figure 4.26 Visualisation 3D des vecteurs de champs (a) magnétique et (b) électrique.

initialement.

### Affichage du coefficient de couplage et de la puissance en fonction de la distance pour un récepteur particulier

Cette option permet d'afficher le coefficient de couplage et la puissance en fonction de la distance d'un des récepteurs par rapport au transmetteur ainsi qu'aux autres récepteurs.

Pour le calcul du coefficient de couplage, la valeur est obtenue à partir de l'inductance mutuelle entre le transmetteur et le récepteur sélectionné. Le calcul de la puissance tient compte de la présence transmetteur et de tous les autres récepteurs.

Initialement, il faut spécifier le récepteur qui se déplace dans l'espace ainsi que les points où l'on veut effectuer des calculs. Il est possible d'avoir les résultats dans un des trois plans, soit  $xy$ ,  $xz$  ou  $yx$ , option que l'utilisateur doit initialement choisir.

Dans l'exemple qui suit, on modifie la position du récepteur 1, ce qui permet d'obtenir les figures 4.27a et 4.27b, qui illustre respectivement les coefficients de couplage  $k$  et la puissance aux bornes de la résistance de charge du récepteur, pour une distance de 0 à 30 cm du transmetteur. On observe encore une fois que le coefficient de couplage le plus élevé n'est pas obtenu nécessairement lorsque les deux bobines sont à leur point le plus proche.

La figure 4.28 montre la variation du coefficient de couplage et de la puissance en fonction de la position, mais selon un seul axe. Dans ce cas, on fixe la valeur de  $x$  ou de  $z$  à 1 mm.

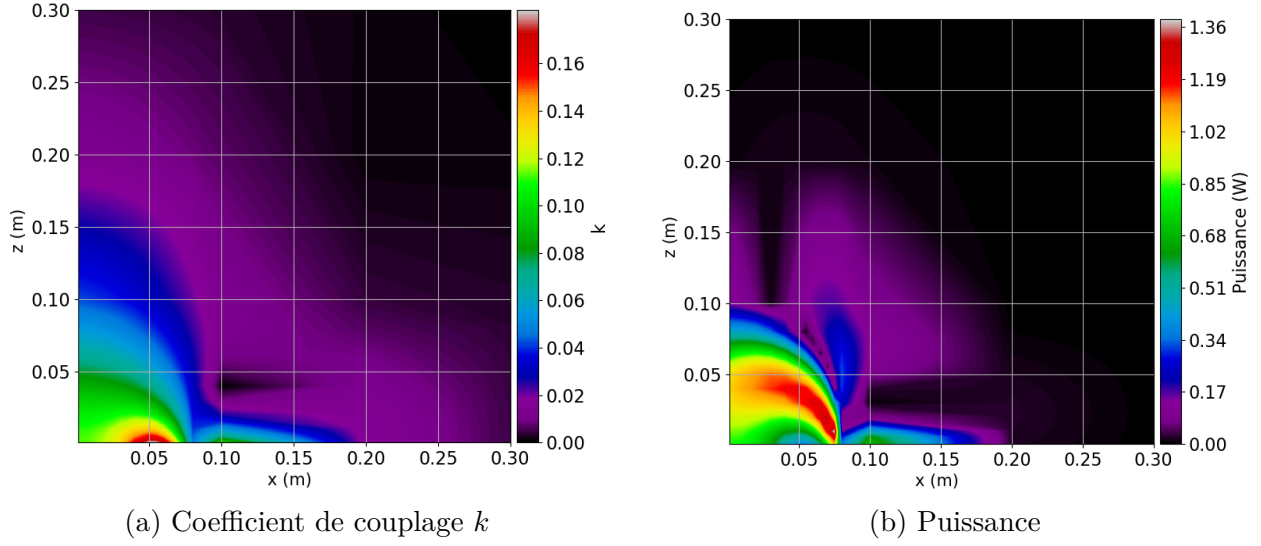


Figure 4.27 Coefficient de couplage et puissance dans la résistance de charge en fonction de la distance en  $x$  et en  $z$  entre le transmetteur et le récepteur 1.

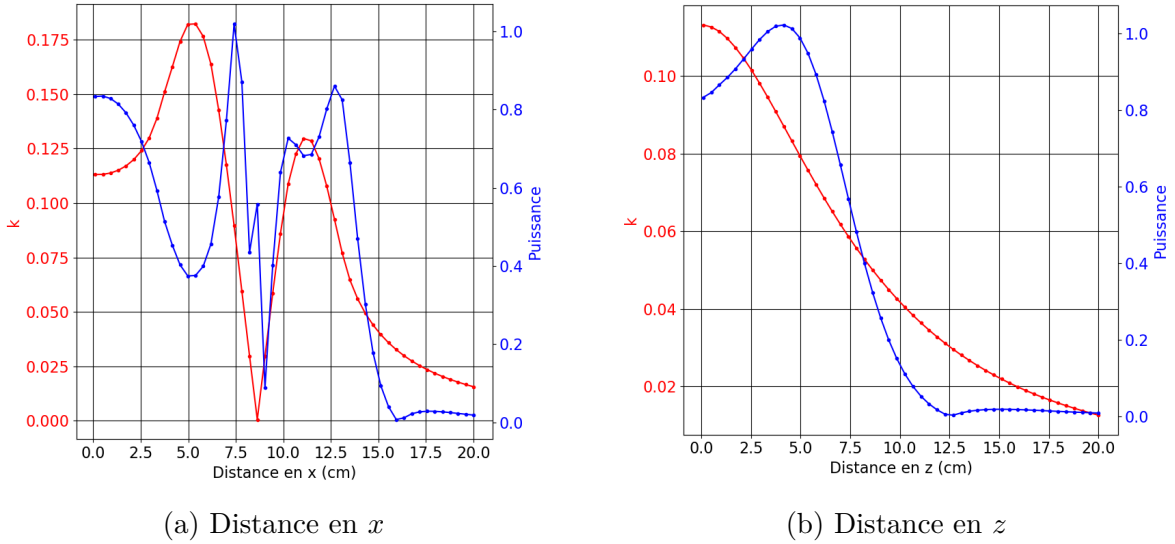


Figure 4.28 Coefficient de couplage et puissance à la résistance de charge selon la distance du récepteur par rapport au transmetteur sur l'axe des  $x$  ou l'axe des  $z$ .

#### 4.10.4 Enregistrement des données

Finalement, après l'exécution du code, l'ensemble des variables est enregistré dans un fichier *.py* qui peut ensuite être importé dans Python pour une utilisation future. Les graphiques sont aussi enregistrés. Une partie des données est aussi enregistrée dans des fichiers *.txt*, notamment toutes les options et variables entrées par l'utilisateur en début de code.



## CHAPITRE 5 PISTES D'AMÉLIORATIONS

Le chapitre qui suit présente les problèmes rencontrés lors du projet de maîtrise, ainsi que quelques améliorations possibles pour régler en partie ou totalement ces problèmes. Dans certains cas, plus de recherches sont nécessaires afin d'aboutir à une solution.

### 5.1 Simulation des caractéristiques des bobines

La simulation du calcul des inductances propres pourrait être améliorée. La méthode actuelle est très sensible à la discrétisation. Dans le cas où une meilleure méthode ne pourrait être développée, il faudrait que le code évalue la convergence pour chaque inductance propre simulée afin de s'assurer que la valeur est valide pour la suite des calculs. Idéalement, le code pourrait même choisir par lui-même le pas de discrétisation adéquat selon la bobine choisie pour réaliser un calcul avec une bonne précision et un temps minimal.

Lors des calculs d'inductance mutuelle pour des bobines qui sont extrêmement proches, on se retrouve aussi parfois face à un problème de simulation. Dans certains cas, les coefficients de couplage sont plus élevés que 1, ce qui est impossible physiquement. Cela se produit lorsque la distance entre les bobines est plus petite que celle utilisée pour calculer l'inductance propre, ou encore, lorsque la discrétisation utilisée est trop grande. Cela peut créer des matrices dont le déterminant est nul, ce qui ne permet pas de les inverser, une nécessité pour le calcul de la matrice de mutuelles équivalentes. Afin de contourner ces problèmes, il faudrait soit réviser le calcul d'inductance propre, soit procéder manuellement pour enlever les valeurs plus grandes que 1 dans la matrice, ce qui n'est pas la solution idéale. Une recherche plus approfondie sur ce problème pourrait être effectuée.

Il serait intéressant de faire davantage de simulations et mesures afin de confirmer la simulation des résistances AC pour les PCB. Puisque les mesures à haute fréquence sont difficiles, le code pourrait être validé avec des fréquences un peu plus basses, on pourrait aussi utiliser des résistances plus élevées.

### 5.2 Présentation du logiciel et ajout d'options

Pour améliorer le code de simulation, il pourrait être intéressant de créer une meilleure interface. Actuellement, l'utilisateur doit écrire directement dans le script. Certaines variables doivent être écrites avec la bonne nomenclature, ce qui peut devenir long et problématique pour un utilisateur connaissant peu le code. Par conséquent, améliorer le logiciel afin de le

rendre plus facile d'utilisation pour n'importe quelle personne n'ayant pas nécessairement de connaissance en programmation pourrait être une des prochaines étapes à accomplir.

Plusieurs autres aspects pourraient être intéressants à ajouter au code. Par exemple, un plus vaste choix pour la création de bobines. On pourrait ajouter une option pour la création de bobines hélicoïdales ou avec des formes plus particulières afin de voir l'impact sur la zone de charge.

Une autre amélioration très intéressante pourrait être le développement d'un programme permettant de transférer directement les bobines créées par le code dans un logiciel de design de PCB comme *Eagle*. Il faudrait alors voir s'il est possible d'établir une connexion entre *Eagle* et *Python* ou d'utiliser un fichier *.txt* dans *Eagle* contenant les données des bobines de façon à ce que le logiciel puisse les recréer.

### 5.3 Prises de mesures

Dans le cadre de la maîtrise, on s'est peu attaqué aux problèmes de prise de mesures, même si ces dernières n'étaient pas tout aussi précises que désiré. Avoir une idée de l'ordre de grandeur était suffisant pour le but de la maîtrise.

Pour diverses raisons, les mesures à prendre pour confirmer les valeurs de simulation étaient difficiles à obtenir. Nous discutons entre autres de la calibration des appareils, de l'environnement lors des prises de mesures, de la connexion entre la bobine et l'appareil et finalement de la limitation des appareils. Quelques pistes de solutions pour un travail futur sont aussi présentées.

Développer un protocole efficace et répétable pour la prise de mesures adaptées pour des composantes typiques d'un système de transfert d'énergie sans fil est un travail de plusieurs mois. D'autres appareils que ceux utilisés pour la prise des mesures seraient peut-être plus adéquats afin d'obtenir de bons résultats.

Lors de l'utilisation du VNA pour la mesure de résistance et d'inductance propre, il était nécessaire de débiter par une calibration de l'appareil à la fréquence utilisée. Pour se faire, on utilisait des fils soudés sur un connecteur SMA en circuit ouvert et en court-circuit ainsi qu'une calibration avec une résistance de  $50\ \Omega$ . La calibration à la fréquence voulue pouvait être enregistrée dans l'appareil. Pour les fois suivantes, la calibration enregistrée pouvait directement être utilisée afin d'économiser du temps. Cependant, on a réalisé que la méthode de calibration pouvait affecter les données. Avant d'utiliser un VNA, il est important de le laisser réchauffer un certain temps afin de s'assurer que la température des composantes internes ne varie pas durant les mesures. Or, si la calibration et la mesure ne sont pas prises

dans un intervalle de temps où la température est stable, cela peut avoir un impact sur la qualité des mesures. On a aussi réalisé que le modèle de VNA utilisé était sensible à son environnement. La présence d'un cellulaire, d'une source allumée ou encore d'un autre circuit dans les parages pouvait avoir un impact sur la calibration, et donc sur les mesures aussi.

Une autre source d'erreur dans les mesures était les fils reliant le PCB à l'appareil de mesure. Ces fils, reliés directement au connecteur de l'appareil devaient être soudés et dessoudés régulièrement des PCB lorsque les mesures sur différentes bobines devaient être prises. Le positionnement et les soudures des fils avaient un impact sur la mesure de l'inductance propre, malgré le fait qu'on les torsadait afin de réduire leur inductance. Idéalement, un câble coaxial pouvant être relié avec un connecteur à la bobine aurait permis de diminuer ce type d'erreur.

Une des grandes problématiques rencontrées fut la mesure de faible résistance AC des bobines. Un appareil comme un VNA ou un analyseur d'impédance mesure l'impédance comme un vecteur. Ensuite, la partie imaginaire est reliée à la réactance et la partie réelle à la résistance. Lorsque l'ordre de grandeur de la résistance à mesurer est beaucoup plus petit que celui de la réactance, l'appareil a de la difficulté à donner avec précision une mesure pour la résistance. Il est même possible qu'il la considère comme négative. Afin de contrer ce problème, diverses solutions ont été brièvement explorées, mais sans trop d'acharnement, puisque ce n'était pas l'objectif de la maîtrise. Par exemple, on pourrait utiliser un condensateur afin de créer un circuit résonant qui masquerait la réactance du circuit. L'utilisation d'un nanovoltmètre afin de mesurer la tension aux bornes de la résistance lorsque le courant était connu aurait mené à une meilleure connaissance de la valeur de la résistance. Cependant, aucun appareil fonctionnant dans la plage de fréquence recherchée n'était à notre disposition. Un générateur de fonction n'était pas suffisant pour une telle mesure, puisqu'il était difficile de mesurer avec précision le courant envoyé.

Une autre difficulté rencontrée dans les prises de mesures est celle de la tension et du courant en tout point. En effet, les sondes mesurant le système ajoutent une petite capacité au système, ce qui modifie la résonance du circuit et alors les données mesurées ne sont plus les bonnes. Comme solutions, on pourrait utiliser des sondes plus adaptées, ou intégrer des points de mesures directement sur un PCB test avec un petit circuit qui minimiserait ou annulerait l'effet capacitif des sondes.

Finalement, pour la mesure du champ magnétique, un gaussmètre était à notre disposition. Cependant, les mesures étaient très difficiles à prendre, puisque de nombreux facteurs les affectaient. Les champs à mesurer étaient plutôt faibles, et il était difficile de conclure que les mesures prises provenaient uniquement de la bobine. Idéalement, il aurait fallu un environnement avec la présence de très peu de sources de champs magnétiques, donc le moins

d'appareils électroniques possible. Une autre option aurait été de fabriquer une cage de Faraday pouvant être positionné au-dessus de la bobine et du dispositif de mesure afin de réduire l'impact des champs magnétiques extérieurs.

Pour ce qui est du champ électrique, un processus de mesure a été établi, mais aucune mesure n'a été prise encore. La connaissance des champs n'était pas une priorité dans le cadre du projet. Davantage de mesures pourraient être faites afin de valider les champs calculés. Cependant, il est de souligner que les bonnes prédictions réalisées avec le simulateur de circuits sont une preuve indirecte que les calculs de champs magnétique sont corrects.

#### 5.4 Simulateur de circuits et choix des condensateurs

La valeur de l'inductance des bobines créées ne peut être trop élevée, puisque le choix de condensateurs de petites valeurs est limité, surtout pour les tensions et courants qui peuvent être assez élevés. De plus, il est difficile et coûteux d'avoir un condensateur en dessous de quelques dizaines de picofarads qui peuvent supporter une haute tension d'opération (plus de quelques centaines de volts). De plus, la valeur du condensateur choisi dans un circuit réel ne peut pas être aussi précise que celle calculée. Cela peut donc engendrer des différences au niveau des valeurs de tension et de courant simulées et mesurées et aussi faire varier les fréquences de résonance. Pour limiter les coûts, ce sont souvent des combinaisons de condensateur qui sont choisies afin de reproduire la valeur exacte. Actuellement, le marché des composantes électroniques offre peu de choix de condensateurs pour des fréquences de quelques MHz qui peuvent supporter une grande différence de potentiel et un courant allant jusqu'à une dizaine d'ampères.

Dans un travail futur, il pourrait être intéressant d'ajouter une option permettant d'entrer une banque de condensateur à la disposition de l'utilisateur. Le code s'occuperait ensuite de faire une combinaison en parallèle ou en série de ces condensateurs afin d'obtenir une valeur la plus proche possible de celle requise.

Avec les résultats obtenus, on réalise que si la valeur des condensateurs n'est pas modifiée dans les circuits résonants, le transfert de puissance n'est pas efficace sur une grande surface. Il est donc nécessaire de trouver une solution à ce problème, afin de pouvoir transférer de l'énergie le plus uniformément possible sur un grand volume. Une des options pourrait être d'avoir une grande quantité de condensateurs avec des interrupteurs qui permettent de choisir le meilleur condensateur en fonction de la position. Cependant, cela nécessite le développement d'un bon protocole de communication entre les bobines et ça complique le circuit. De la recherche est encore nécessaire afin de déterminer si une meilleure solution que celle-ci pourrait être

envisagée, en n'oubliant pas que les courants et les tensions en jeu éliminent la majorité des composantes commerciales qui pourraient autrement remplir les fonctions désirées.

## 5.5 Optimisation

La phase d'optimisation n'a pas été beaucoup entamée lors du projet. Cela peut se révéler assez compliqué, puisqu'il y a une très grande quantité de paramètres modifiables. Idéalement, pour le futur du projet, il serait intéressant d'être en mesure d'entrer une dimension de bobine et un objectif de puissance à transmettre, et que le logiciel donne en sortie quelques choix de bobines idéales. Ces bobines permettraient un transfert de puissance le plus uniforme possible sur une certaine zone. Cependant, avant d'arriver à un tel résultat, il reste encore quelques problèmes de design à régler. Il ne faut pas oublier que le développement d'un module d'optimisation requiert d'abord et avant tout de connaître très précisément l'objectif poursuivi, de même que les contraintes associées.

## CHAPITRE 6 CONCLUSION

### 6.1 Synthèse des résultats

Les systèmes de recharge sans fil transfèrent de l'énergie entre un transmetteur, qui est branché au mur, et un récepteur qui peut être un cellulaire, une tablette, un ordinateur, ou tout autre appareil qui a besoin d'électricité afin de fonctionner. Actuellement, les chargeurs sans fil sur le marché sont très limités. Ils peuvent charger un appareil à la fois, sont coûteux, transfèrent peu de puissance, et cela, avec une faible efficacité. Afin de pouvoir améliorer la mobilité de nos appareils sans fil, il faudrait idéalement avoir un chargeur qui transmet une grande puissance, à plusieurs récepteurs à la fois, et avec une efficacité presque équivalente à celle des chargeurs à fil. L'entreprise Sinap Interaction Inc travaille à la création d'un système de ce type, conçu avec des circuits résonants à une fréquence de 6,78 MHz. C'est en partenariat avec elle que le projet de recherche a été réalisé.

Dans le cadre de ce projet de maîtrise, un code de simulation a été développé. Ce dernier permet d'aider l'utilisateur à concevoir des bobines transmettrices et réceptrices pour le transfert d'énergie sans fil. Le but étant d'uniformiser la surface de charge, de transférer une puissance de plus de 30 W et de charger plusieurs appareils simultanément.

Afin d'atteindre ce but, quatre sous-objectifs de recherche ont été développés, soit i) la modélisation et le calcul des paramètres bobines, ii) la conception d'un simulateur de circuits, iii) l'optimisation de la zone de charge, et iv) le calcul des champs magnétiques et électriques autour des bobines. Dans cette section, un retour sur les principaux résultats obtenus avec le code de simulation est fait.

#### Modélisation et calcul des paramètres des bobines

Le code permet de créer des bobines spirales rondes ou carrées. Il peut aussi prendre en entrée un fichier texte avec les coordonnées des points d'une bobine qui a une forme plus particulière. Ainsi, il n'y a pas de limitation sur le parcours des bobines lors de la conception d'un produit.

Avec la formule de Neumann, les inductances mutuelle et propre peuvent être calculées. Les résultats ont été validés avec des données théoriques, et il a été déterminé que le calcul d'inductance mutuelle est d'une grande précision. Le code permet aussi de calculer les résistances AC et DC de fils circulaires ou de trace de PCB. Les résultats obtenus sont du bon ordre de grandeur, mais pas tout à fait parfait. Pour l'inductance propre, les calculs permettent

d'avoir une valeur très proche de valeurs théoriques pour des cas simples. En comparaison aux mesures expérimentales, l'inductance propre calculée est très proche de la valeur théorique.

### **Simulateur de circuits**

Le simulateur de circuits permet de simuler les circuits résonants. Le code permet d'obtenir les tensions à chaque nœud ainsi que le courant traversant chaque composante, et ce, dans le domaine temporel ou fréquentiel. Ces calculs permettent d'obtenir les puissances et efficacités de chaque circuit résonant. Les calculs peuvent être effectués pour plusieurs récepteurs. Il est aussi possible de connecter plusieurs sous-bobines en parallèle ou en série. Différentes topologies de circuits résonants peuvent être utilisées pour les simulations. Les résultats obtenus avec le code de simulation sont presque identiques à ceux obtenus avec le logiciel LTSpice. Le simulateur de circuit donne donc de bons résultats. Sa grande utilité est qu'il permet à l'utilisateur de faire les calculs directement dans Python et utiliser les résultats pour faire d'autres simulations sans devoir recourir à un logiciel externe, ce qui pose les bases d'une automatisation nécessaires avant de passer à la phase d'optimisation.

### **Optimisation**

Dans le cadre du projet de maîtrise, pour la partie optimisation, nous nous sommes principalement concentrés sur l'effet de plusieurs paramètres sur l'uniformité du champ magnétique. L'analyse n'est toutefois pas encore complète, c'est à poursuivre dans le futur, et ce sont donc seulement les grandes lignes qui sont présentées dans le cadre de ce mémoire. Il reste encore du travail à faire avant d'atteindre le point où l'utilisateur entre quelques paramètres et le code lui donne en sortie la bobine idéale. Il s'agit cependant de l'un des buts à long terme du projet de simulation.

### **Calcul des champs**

En vue du processus de certification du dispositif, qui devra répondre à certaines normes de sécurité quant à l'exposition aux champs électromagnétiques, les codes permettent de calculer les vecteurs des champs magnétique et électrique en plusieurs points autour des bobines. Pour le champ magnétique, les valeurs calculées ont été comparées avec des résultats théoriques et le tout concorde bien. Pour le champ électrique, de plus amples recherches sont à faire afin de s'assurer que les valeurs calculées à l'aide du code sont fiables.

Somme toute, dans le cadre de ce projet, un code de simulation a été créé dans le but de faciliter la conception de bobines pour des systèmes de transfert d'énergie sans fil. La compagnie utilise déjà le logiciel, surtout la première partie qui crée et modélise les bobines.

## 6.2 Proposition pour des travaux futurs

Nous avons discuté de quelques aspects directement reliés au projet pouvant être améliorés dans les pistes d'améliorations. Nous avons mentionné entre autres le développement de nouvelles méthodes de mesures, d'une meilleure méthode de simulation de l'inductance mutuelle, ou encore de modifier l'interface du logiciel pour faciliter son utilisation. D'autres éléments importants pourraient aussi être intéressants à ajouter au code de simulation pour la suite du projet.

### Impacts d'objets métalliques

L'intégration d'une méthode de calcul évaluant l'impact d'objets ou de plaques métalliques à proximité des systèmes de transfert d'énergie sans fil serait l'une des premières choses à ajouter. Dans la réalité, nos objets à charger contiennent souvent de nombreuses composantes métalliques, telles qu'un boîtier complet pour les ordinateurs. Cela peut avoir un impact important sur les circuits résonants, notamment en changeant la fréquence de résonance, ce qui diminue l'efficacité du transfert. Pour l'instant, le calcul pourrait se faire par une méthode d'éléments finis, mais le temps de calcul est long puisque nous sommes en présence de surfaces et de fils/traces très minces. Idéalement, il faudrait intégrer les objets métalliques dans un modèle de circuit comme discuté dans l'article [29]. Ainsi les calculs pourraient tenir compte des objets métalliques environnants et adapter certains paramètres en conséquence. Cela peut cependant représenter un travail d'envergure.

### Ajouts au simulateur de circuits

Une autre amélioration serait d'incorporer d'autres éléments au simulateur de circuits, tel que l'amplificateur à transistors et le filtre *Electromagnetic interference* (EMI). Actuellement, pour avoir le comportement et l'efficacité reliée aux autres parties du circuit, il faut recourir à un simulateur de circuit externe au code Python. Le regroupement de toutes les parties du projet en un seul logiciel permettrait éventuellement de faciliter le design. Cependant, cela implique la modélisation de certaines composantes ayant des comportements non linéaires, tels que les transistors. Il faudrait aussi être en mesure d'avoir une plus grande flexibilité dans les topologies de circuit.



## RÉFÉRENCES

- [1] “Wireless power transfer,” dans *Wikipédia*, Novembre 2019. [En ligne]. Disponible : [https://en.wikipedia.org/wiki/Wireless\\_power\\_transfer](https://en.wikipedia.org/wiki/Wireless_power_transfer)
- [2] S. Babic *et al.*, “Mutual inductance calculation between circular filaments arbitrarily positioned in space : Alternative to grover’s formula,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, n°. 9, p. 3591–3600, 2010.
- [3] Belkin Valet Charge Dock for Apple Watch + iPhone. Apple. [En ligne]. Disponible : <https://www.apple.com/ca/shop/product/HKR92VC/A/belkin-valet-charge-dock-for-apple-watch-iphone?fnode=85>
- [4] P. Si *et al.*, “A frequency control method for regulating wireless power to implantable devices,” *IEEE Transactions on Biomedical Circuits and Systems*, vol. 2, n°. 1, p. 22–29, March 2008.
- [5] P. Lorrain, D. P. Corson et L. François, *Electromagnetic fields and waves*, 3<sup>e</sup> éd. New York : W.H. Freeman and Company, 1988.
- [6] A. Kurs *et al.*, “Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances,” *Science*, vol. 317, p. 83–86, June 2007.
- [7] A. Karalis, J. D. Joannopoulos et M. Soljacic, “Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer,” *Annals of Physics*, vol. 323, p. 34–48, 2008.
- [8] “Qi (standard),” dans *Wikipédia*, Avril 2019. [En ligne]. Disponible : [https://en.wikipedia.org/wiki/Qi\\_\(standard\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Qi_(standard))
- [9] K. Sealy. (2018, Octobre) Frequency choice. [En ligne]. Disponible : <https://www.airfuel.org/2018/10/25/frequency-choice/>
- [10] Wireless Charging Compatible Phones. powermat. [En ligne]. Disponible : <https://www.powermat.com/technology/compatible-phones/>
- [11] Dell Latitude 7285 Wireless Charging Keyboard - K02T. Dell. [En ligne]. Disponible : <https://www.dell.com/en-us/work/shop/dell-latitude-7285-wireless-charging-keyboard-k02t/apd/580-agle/handhelds-tablet-pcs>
- [12] Dell Wireless Charging Mat - PM30W17. Dell. [En ligne]. Disponible : <http://accessories.us.dell.com/sna/productdetail.aspx?c=us&l=en&s=hied&cs=73&sku=580-AGLI>
- [13] K. Leswing, “Apple cancels airpower, the wireless charging pad it announced over a year ago,” *CNBC*, March 2019. [En ligne]. Disponible : <https://www.cnbc.com/2019/03/29/apple-cancels-airpower.html>

- [14] R. Bashirullah, “Wireless implants,” *IEEE Microwave Magazine*, vol. 11, n°. 7, p. S14–S23, Dec 2010.
- [15] R. Xue, K. Cheng et M. Je, “High-efficiency wireless power transfer for biomedical implants by optimal resonant load transformation,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems I : Regular Papers*, vol. 60, n°. 4, p. 867–874, April 2013.
- [16] E. B. Rosa et F. W. Grover, “Formulas and tables for the calculation of mutual and self-inductance (Revised),” *Bulletin of the Bureau of Standards*, vol. 8, n°. 1, p. 1, 1912. [En ligne]. Disponible : [http://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/bulletin/08/nbsbulletinv8n1p1{\\_\\_}A2b.pdf](http://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/bulletin/08/nbsbulletinv8n1p1{__}A2b.pdf)
- [17] C. L. Sonntag, E. A. Lomonova et J. L. Duarte, “Implementation of the Neumann formula for calculating the mutual inductance between planar PCB inductors,” *Proceedings of the 2008 International Conference on Electrical Machines, ICEM’08*, p. 1–6, 2008.
- [18] “Résistivité,” dans *Wikipédia*, Juin 2019. [En ligne]. Disponible : <https://fr.wikipedia.org/wiki/R%C3%A9sistivit%C3%A9>
- [19] Payne A., “The AC resistance of rectangular conductors,” n°. ref 2, p. 1–27, 2017.
- [20] M. A. de Rooij, *Wireless Power Handbook : A supplement to GaN Transistors for Efficient Power Conversion*, 2<sup>e</sup> éd. Hong Kong : Power Conversion Publications, 2015.
- [21] M. Kesler. (2017) Highly Resonant Wireless Power Transfer : Safe, Efficient, and over Distance. WiTricity Corporation. [En ligne]. Disponible : [https://witricity.com/wp-content/uploads/2016/12/White\\_Paper\\_20161218.pdf](https://witricity.com/wp-content/uploads/2016/12/White_Paper_20161218.pdf)
- [22] S. V. Hum, “Radio and microwave wireless systems : Vector magnetic potential,” University of Toronto Course Notes, 2007-2018. [En ligne]. Disponible : <http://www.waves.utoronto.ca/prof/svhum/ece422.html>
- [23] “1.1310 Radiofrequency radiation exposure limits.” [En ligne]. Disponible : <https://www.govinfo.gov/content/pkg/CFR-2002-title47-vol1/pdf/CFR-2002-title47-vol1-sec1-1310.pdf>
- [24] “ICNIRP guidelines for limiting exposure to time-varying electric, magnetic and electromagnetic fields (up to 300 GHz),” *Health Physics*, vol. 74, n°. 4, p. 494–522, Avril 1998. [En ligne]. Disponible : <https://www.icnirp.org/cms/upload/publications/ICNIRPemfgdl.pdf>
- [25] “ICNIRP guidelines for limiting exposure to time-varying electric and magnetic fields (1Hz – 100 kHz),” *Health Physics*, vol. 99, n°. 6, p. 818–836, Décembre 2010. [En ligne]. Disponible : <https://www.icnirp.org/cms/upload/publications/ICNIRPLFgdl.pdf>

- [26] “IEEE Standard for Safety Levels with Respect to Human Exposure to Radio Frequency Electromagnetic Fields, 3 kHz to 300 GHz,” Avril 2006. [En ligne]. Disponible : <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1626482>
- [27] F. Sirois, “Details about the matrix formulation used in matlab function ymat coils,” June 2016.
- [28] “Antenna factor,” dans *Wikipédia*, Octobre 2019. [En ligne]. Disponible : [https://en.wikipedia.org/wiki/Antenna\\_factor](https://en.wikipedia.org/wiki/Antenna_factor)
- [29] T.-T. Nguyen *et al.*, “3-D Integral Formulation Using Facet Elements for Thin Conductive Shells Coupled With an External Circuit,” vol. 51, n°. 3, p. 1–4, March 2015.

## ANNEXE A FONCTION POUR TROUVER LE CENTRE D'UN CERCLE

Rappelons que la fonction *centre\_cercle* permet de retourner les coordonnées du centre du cercle  $(x_c, y_c)$  définies par un arc de cercle. La fonction prend en entrée 2 points  $(p_i$  et  $p_f)$ , le rayon  $r$ , ainsi que la variable  $\chi$  qui permet de choisir entre les deux coordonnées de centre du cercle possibles. En sortie, elle donne les coordonnées du centre du cercle  $p_c$ . Pour visualiser les variables, se référer à la figure A.1.

Partons de l'équation du cercle de l'équation du cercle, i.e.

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2, \quad (\text{A.1})$$

où  $a$  et  $b$  sont les coordonnées du centre du cercle.

Une fois développée, il est possible d'obtenir pour chacun des deux points  $p_i$  et  $p_f$ , les équations suivantes

$$x_i^2 - 2ax_i + a^2 + y_i^2 - 2y_ib + b^2 - r^2 = 0, \quad (\text{A.2})$$

$$x_f^2 - 2ax_f + a^2 + y_f^2 - 2y_fb + b^2 - r^2 = 0. \quad (\text{A.3})$$

Afin d'obtenir une équation quadratique, on soustrait l'équation A.3 de l'équation A.2 ce qui

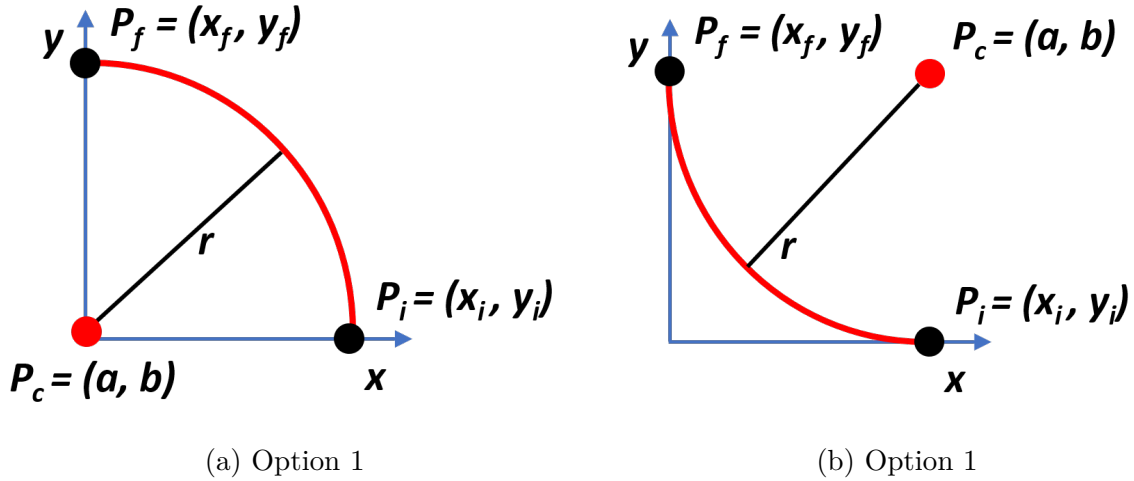


Figure A.1 Schéma pour les deux positions du centre du cercle possible.

nous donne l'équation,

$$2a(x_f - x_i) + 2b(y_f - y_i) + (x_i^2 - x_f^2) + (y_i^2 - y_f^2), \quad (\text{A.4})$$

dans laquelle on isole  $a$  ou  $b$  pour obtenir les équations suivantes

$$a = \frac{2b(y_i - y_f) + (x_i^2 - x_f^2) + (y_i^2 - y_f^2)}{2(x_f - x_i)}, \quad (\text{A.5})$$

$$b = \frac{2a(x_f - x_i) + (x_i^2 - x_f^2) + (y_i^2 - y_f^2)}{2(y_i - y_f)}. \quad (\text{A.6})$$

Les deux équations sont nécessaires au cas où  $x_f = x_i$  ou  $y_f = y_i$ , ce qui annule le dénominateur. Ensuite, on remplace l'équation A.5 ou A.6 dans l'équation A.2, puis on résout l'équation quadratique, ce qui nous donne deux coordonnées de rayons, sauf lorsque  $\varphi = |180^\circ|$ .

La dernière étape consiste à choisir le bon rayon. Les conditions pour la position du rayon sont spécifiées dans la section 3.1.1. Pour résumé, si l'angle est positif,  $\chi = 1$ , et le centre est à l'intérieur de la boucle. Sinon, si l'angle est négatif,  $\chi = -1$ , et le rayon se retrouve à l'extérieur de la boucle. Afin de respecter ces conditions, il faut choisir le rayon de la façon suivante :

$$\chi = 1 : \begin{cases} 1^{er} \text{ rayon} & \text{si } (y_f > y_i) \text{ OU } (x_i > x_f \text{ ET } y_i = y_f) \\ 2^e \text{ rayon} & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\chi = -1 : \begin{cases} 2^e \text{ rayon} & \text{si } (y_f > y_i) \text{ OU } (x_i > x_f \text{ ET } y_i = y_f) \\ 1^{er} \text{ rayon} & \text{sinon} \end{cases}$$

Ces conditions ont été déterminées et validées selon des essais pour de nombreux cas différents.

ANNEXE B ENTRÉES ET SORTIES DE LA FONCTION *RESONATEUR*Tableau B.1 Paramètres d'entrée et de sortie de la fonction *resonateur*

	Variables	Unités	Description
<b>Entrée</b>	$f$	Hz	Fréquence
	$V_{source}$	V	Tension peak de la source
	$R_g$	A	Résistance interne de la source
	$M$	H	Matrice des inductances
	$C$	F	Capacités en série avec l'inductance
	$C_p$	F	Capacités en parallèle avec l'inductance
	$R$	$\Omega$	Résistance des bobines transmettrice et réceptrice
	$R_{load}$	$\Omega$	Résistance de la charge des circuits récepteurs
	$Topo$	-	Topologie des circuits (se référer à la figure 2.4)
	$Dist\_group$	m	Distance par rapport au transmetteur
<b>Facultatif</b>	$fr$	Hz	Fréquence de résonance (par défaut =6.78 MHz)
	$graph$	-	"y" si on veut tracer le graphique (par défaut)
	$plot\_cycle$	m	Nb de cycles (domaine temporel) (par défaut =100)
	$temporel$	-	Domaine : temporel (= "y") ou fréquentiel (= "no")
<b>Sortie</b>	$sol$	-	Résolution de la matrice : vecteur $x$
	$v_{load}, i_{load}$	V & A	Tension et courant pour la charge
	$v_{coil}, i_{coil}$	V & A	Tension et courant pour inductances
	$v_{cond}, i_{cond}$	V & A	Tension et courant pour condensateurs en série
	$v_{condp}, i_{condp}$	V & A	Tension et courant pour condensateurs en parallèle
	$n_r, n_l, n_c, n_{cp}$	-	Numéros des nœuds associés à chaque composante
	$P$	W	Puissance dans chaque résistance de charge
	$n_{recep}$	%	Efficacité de transfert de chaque paire de bobine
	$n_{tot}$	%	Efficacité globale

## ANNEXE C FONCTION *CONNECTION\_YMAT*

Cette section présente les détails de la fonction *connection\_ymat* qui permet d'obtenir la matrice d'inductances mutuelles de bobines connectées en parallèle ou en série. La documentation a été réalisée par Frédéric Sirois [27]. La partie de code développé pour ce mémoire est basée sur cette documentation, mais est adaptée pour le langage de programmation Python.

### Details about the matrix formulation used in Matlab function *Ymat\_coils*

The matlab function *Ymat\_coils* is documented as follows in Matlab :

```
function [Ymat]=Ymat_coils(Y,group,conn_mode)
```

Function used to form the Y matrix of a set of magnetically coupled conductors. The conductors can be connected in parallel (0) or in series, either with inductive (1) or non-inductive (-1) connections, and we can form as many groups of conductors as we need.

In input, we only need to specify the Y matrix of the individual conductors (before their electrical connexions), wich usually comes from finite element simulations, and a list of the groups of conductors and the type of connection for each one of them.

The input parameters reads as follows:

Y: the Y matrix of individual conductors  
 group: the list of group of conductors to connect together  
 conn\_mode: the type of connection desired for each group, i.e.  
 0 : Parallel  
 1 : Inductive (series additive polarities)  
 -1 : Non-inductive (series with polarity inversed at each consecutive turn)

In output, the function returns a square Y-matrix (Ymat) that has the same dimensions of the number of groups specified. For instance, for 3-conductor system:

```
Y=[1 0.5 0.3;0.5 1 0.2;0.3 0.2 1]; % A 3x3 matrix
group={[1],[2 3]}; % Cond. 1 is alone, and cond. 2 and 3 are connected together
conn_mode=[1,0]; % Cond. 1 is inductive, and cond. 2+3 are in parallel
```

Note 1: If the connection mode is not specified, an inductive connection is defined by default for each group of conductors

Note 2: Only the conductors to group together need to be specified. The other conductors will be left alone and not present in the final matrix. Their effect, for instance the losses they generate in the system due to coupling will still be considered implicitly thought, which is normal since they were present in the physical simulation used to identify the parameters.

In this short document, we provide explanations about the way this function works.

We start with the  $\mathbf{Y}$  matrix, which comes from finite element (FE) simulations (a separate document explains the procedure for generating this matrix with COMSOL or with any other FE tool). As a reminder, each conductor in the FE framework is excited with its own current source  $I_i$ , such as illustrated in figure C.1. The associated voltage  $V_i$  is computed in a time harmonic simulation at a given frequency  $f$ . In this particular case of a 3-conductor system, this results in a  $\mathbf{Y}$  matrix relating the  $I_i$ 's and the  $V_i$ 's as

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}, \text{ or simply } \mathbf{I} = \mathbf{YV}. \quad (\text{C.1})$$

In order to use this  $\mathbf{Y}$  matrix in a way that allows making connections between the different conductors, it is necessary to define voltages also on the back side of the conductors. We then end up with the notation of figure C.2, where each back voltage and current is identified with a prime sign (').

From that point, one must write the connection equations between the conductors. Let us

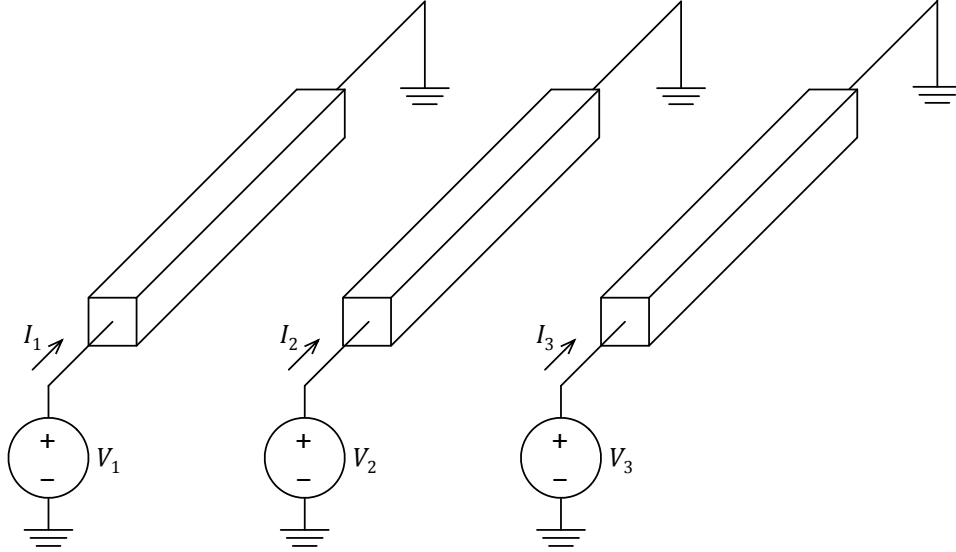


Figure C.1 Model used in the finite element model to determine the relationship between the  $I_i$ 's and the  $V_i$ 's.



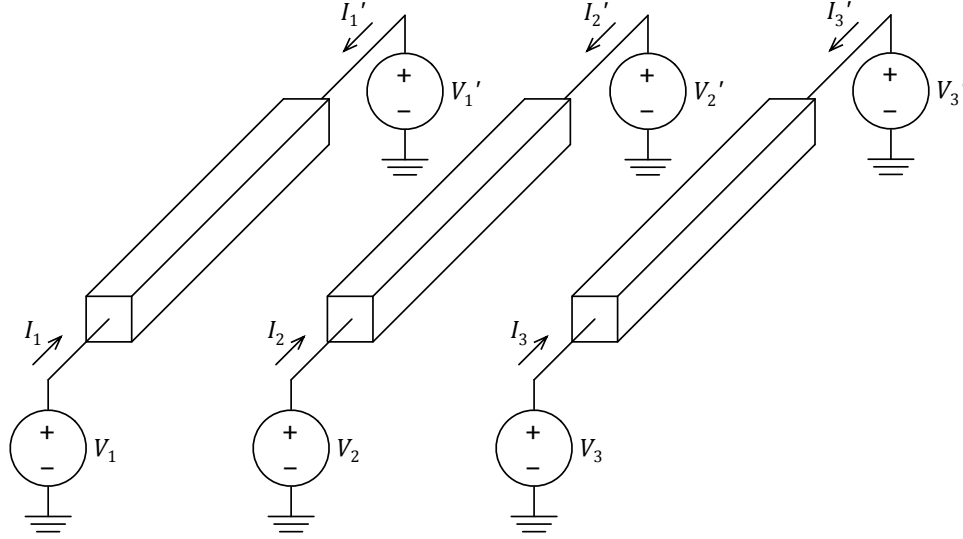


Figure C.2 General model used to connect the conductors prior to define the connection matrix and the equivalent  $\mathbf{Y}$  matrix of the connected conductors.

first write the final form of the matrix, and then explain the content of each submatrix :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y} & -\mathbf{Y} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & (\mathbf{A}_c)^T \\ -\mathbf{Y} & \mathbf{Y} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & (\mathbf{A}'_c)^T \\ \mathbf{A}_V & \mathbf{0} & \mathbf{A}_I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}'_V & \mathbf{0} & \mathbf{A}'_I & \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_c & \mathbf{A}'_c & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{V}' \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I}' \\ \mathbf{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{V}_s \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \text{ or simply } \mathbf{MX} = \mathbf{b}, \quad (\text{C.2})$$

where  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{V}'$ ,  $\mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I}'$  are the vectors containing the voltages  $V_i$ ,  $V'_i$  and currents  $I_i$ ,  $I'_i$  defined in figure C.2,  $\mathbf{I}_c$  is a vector containing the currents flowing in interconnections between the conductors (see below),  $\mathbf{Y}$  is the admittance matrix defined in (C.1),  $\mathbf{I}$  is the identity matrix,  $\mathbf{0}$  is the null matrix,  $\mathbf{A}_V$  and  $\mathbf{A}'_V$  are matrices containing equations relative to the voltages on the front terminals and back terminals of the conductors,  $\mathbf{A}_I$  and  $\mathbf{A}'_I$  are matrices containing equations relative to the currents flowing into the front terminals and back terminals of the conductors, and  $\mathbf{A}_c$  and  $\mathbf{A}'_c$  are matrices containing coefficients relative to the connections between the conductors (see below). All matrices are square and of the same size as  $\mathbf{Y}$ , except for  $\mathbf{A}_c$  and  $\mathbf{A}'_c$  and the corresponding null matrices on the last row and column of  $\mathbf{M}$ , which contain only as many equations as the number of interconnections between the conductors.

In order to illustrate how to write the equations for this system, let us take the example illustrated in figure C.3. There we have  $n = 3$  conductors, and  $m = 1$  connection. All matrices must be  $3 \times 3$  matrices ( $n \times n$ ), except for  $\mathbf{A}_c$  and  $\mathbf{A}'_c$ , which must be  $1 \times 3$  matrices

$(m \times n)$ . In order to complete this system, we need  $2 \times n + m$  equations, which corresponds to the last 3 lines of (C.2). Indeed, the first 2 lines are readily known since the  $\mathbf{Y}$  matrix is known, and  $(\mathbf{A}_c)^T$  and  $(\mathbf{A}'_c)^T$  follow directly from the equation we will develop below for the last line of  $\mathbf{M}$ .

The first 6 equations are quickly found by looking at the source terms in figure C.3. For each group of conductors, one must have ONLY ONE active voltage source, and ONLY ONE ground node. The rest of the nodes must be connected together (in this case, nodes 1' and 2', i.e. the back terminals of conductors 1 and 2, are connected directly together, which means that there is no external voltage source connected to these nodes, thus no currents  $I_1$  and  $I_2$  from these sources. The ground is treated as a voltage source with zero value ( $V_i = 0$ ), thus in this case, we must not set the source current to zero. Explicitly, we can write the equations for the face terminals as follows :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{s1}, \\ V_2 &= 0, \\ V_3 &= V_{s2}, \end{aligned} \tag{C.3}$$

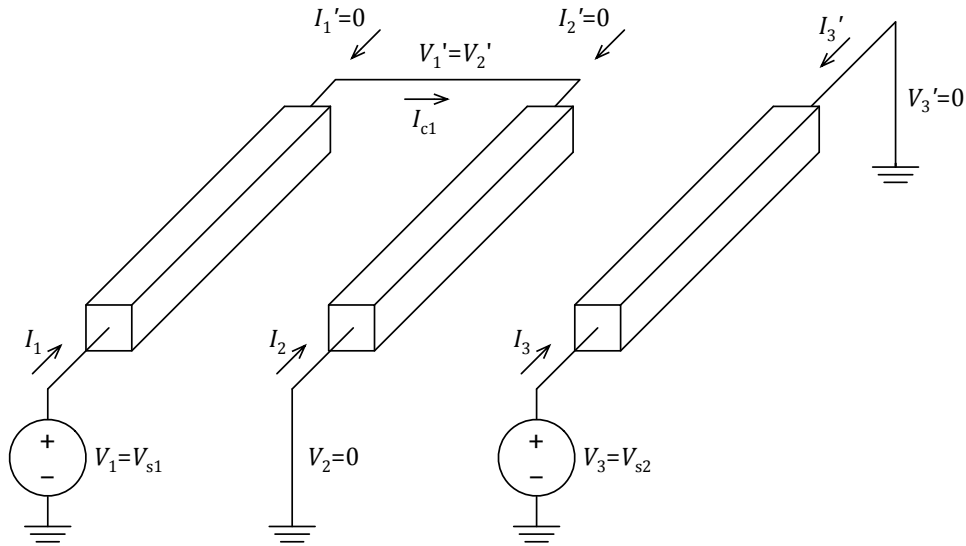


Figure C.3 Example involving 2 groups of conductors : the first one consists of an anti-inductive series connection of conductors 1 and 2, and the second one consists of conductor 3 alone.

and the equations for the back terminals as follows :

$$\begin{aligned} I'_1 &= 0, \\ I'_2 &= 0, \\ V'_3 &= 0. \end{aligned} \tag{C.4}$$

These 6 equations completely define matrices  $\mathbf{A}_V$ ,  $\mathbf{A}'_V$ ,  $\mathbf{A}_I$ ,  $\mathbf{A}'_I$  and  $\mathbf{V}_s$ , i.e. the first  $2 \times n$  augmented equations, i.e.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_V & \mathbf{0} & \mathbf{A}_I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}'_V & \mathbf{0} & \mathbf{A}'_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V} \\ \mathbf{V}' \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V'_1 \\ V'_2 \\ V'_3 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I'_1 \\ I'_2 \\ I'_3 \end{bmatrix} \tag{C.5}$$

Also, in this particular case, we have

$$\mathbf{V}_s = \begin{bmatrix} V_{s1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & V_{s2} \end{bmatrix}. \tag{C.6}$$

The last equation here (since  $n = 1$ ) is provided by the connection equation between terminals 1' and 2'. It is expressed simply as :

$$V'_1 = V'_2, \tag{C.7}$$

and it allows filling matrices  $\mathbf{A}_c$ ,  $\mathbf{A}'_c$ , i.e.

$$\left[ \begin{array}{c|c} \mathbf{A}_c & \mathbf{A}'_c \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \mathbf{V} \\ \hline \mathbf{V}' \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \hline V'_1 \\ V'_2 \\ V'_3 \end{array} \right]. \quad (\text{C.8})$$

From this point, one only need to solve (C.2) with all  $V_{si} = 1$  (the reason for that is given below), i.e.

$$\mathbf{X} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{b} \rightarrow \left[ \begin{array}{c} \mathbf{V} \\ \mathbf{V}' \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{I}' \\ \mathbf{I}_c \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{D} \\ \mathbf{E} \end{array} \right], \quad (\text{C.9})$$

where  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{E}$  are all  $n \times m$  matrices. Since our goal is to obtain the equivalent admittance matrix  $\mathbf{Y}_{eq}$  of the grouped conductors, now forming coils, we just need to keep the part corresponding to  $\mathbf{I}$ , i.e.

$$\mathbf{I} = \mathbf{C} \rightarrow \left[ \begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cccc} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1m} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & C_{n2} & \dots & C_{nm} \end{array} \right]. \quad (\text{C.10})$$

For obtaining the final solution, one must extract only the lines corresponding to the voltage sources  $V_{si}$ . Since there is only one voltage source per group of conductor, this will result in a square matrix of dimension  $m \times m$ . Because we chose to set all  $V_{si} = 1$ , it turns out that  $\mathbf{C} \equiv \mathbf{Y}_{eq}$ . For the example of figure C.3, we would thus have :

$$\left[ \begin{array}{c} I_{group\ 1} \\ I_{group\ 2} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} I_1 \\ I_3 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc} C_{11} & C_{12} \\ C_{31} & C_{32} \end{array} \right] \equiv \mathbf{Y}_{eq}. \quad (\text{C.11})$$

All additional information contained in the  $\mathbf{C}$  matrix can be discarded.

The only exception to this occurs when there are group of conductors connected in parallel : in this case, the parallel current is the sum of the currents of the individual turns. If we had for instance turns 1 and 2 connected in parallel instead of in anti-inductive mode in the

example of figure C.3 (see figure C.4 for an explicit illustration), then  $I_{group\ 1} = I_1 + I_2$ , and we would have :

$$\begin{bmatrix} I_{group\ 1} \\ I_{group\ 2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} + C_{21} & C_{12} + C_{22} \\ C_{31} & C_{32} \end{bmatrix} \equiv \mathbf{Y}_{eq}, \quad (C.12)$$

Note that in the case of the parallel connection, there is no need to add connection equations in the  $\mathbf{A}_c$  and  $\mathbf{A}'_c$  matrices. Instead, one can simply duplicate the voltage source  $V_{s1}$  and the ground node and write only voltage equations. In the particular case illustrated in figure C.4, this leads to the following 6 equations :

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{s1}, \\ V_2 &= V_{s1}, \\ V_3 &= V_{s2}, \\ V'_1 &= 0, \\ V'_2 &= 0, \\ V'_3 &= 0, \end{aligned} \quad (C.13)$$

As a last information in this document, we show schematically in figure C.5 the 3 possible connexions for a group of conductors, i.e. the a) series inductive, b) series anti-inductive, and

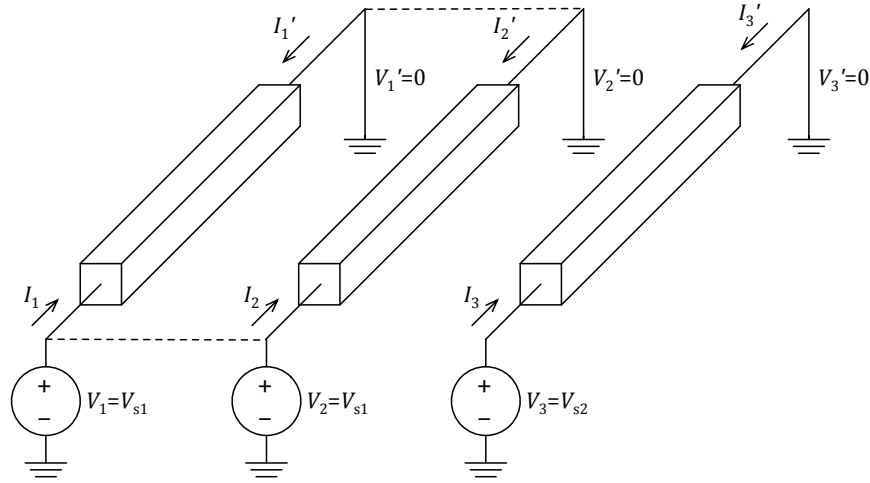


Figure C.4 Example involving 2 groups of conductors : the first one consists of a parallel connection of conductors 1 and 2, and the second one consists of conductor 3 alone. Note that the parallel connection can be simply represented by duplicating voltage source  $V_{s1}$  and the ground node.

c) parallel connections. The `Ymat_coils` Matlab function described in this document takes care of setting all equations and building all matrices required to get  $\mathbf{Y}_{eq}$  in output.

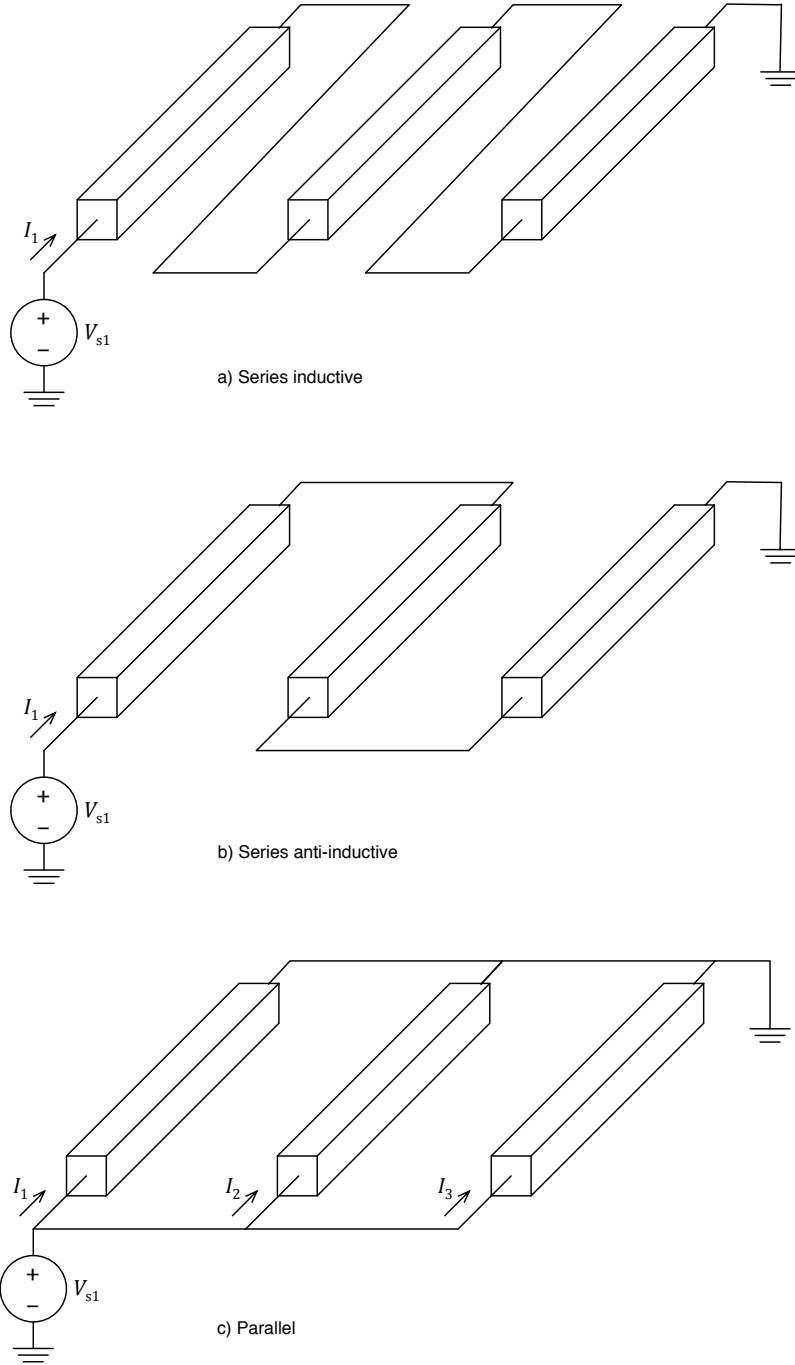


Figure C.5 Illustration of all types of connections that can be used within a group of conductors.