POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
affiliée à l'Université de Montréal

Approche heuristique pour la planification à court terme dans les mines à ciel ouvert

ISSOUFOU ABDOU AMADOU
Département de mathématiques et de génie industriel

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
Mathématiques

Novembre 2019

© Issoufou Abdou Amadou, 2019.

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

Approche heuristique pour la planification à court terme dans les mines à ciel ouvert

présentée par **Issoufou ABDOU AMADOU**
en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Jean-Marc FRAYRET, président
Michel GAMACHE, membre et directeur de recherche
Denis MARCOTTE, membre
Amina LAMGHARI, membre externe

DÉDICACE

À mes parents
je ne finirai jamais de vous remercier, qu'Allah vous pardonne et vous accorde Sa miséricorde...

À mes frères, ma femme, mes enfants
Mes remerciements pour votre patience et vos encouragements...

À Abdoulkader, Abdoulkarim, Abdoulmoumouni, Abdoulnasser, Abdourahmane, Aboubacar, Adamou, Ali, Amadou, Mamadou, Balo, Bélo, Habibou, Hamza, Hassane, Ibrahima, Ibrahime, Idrissa, Ismael, Khaldoun, Moadz, Namaiwa, Oumarou, Soufiane, Sidibé, Zakaria... et leurs familles respectives
Mes remerciements pour votre assistance...

REMERCIEMENTS

Je remercie profondément mon directeur de recherche Michel GAMACHE, professeur à l'École Polytechnique de Montréal pour avoir accepter de m'encadrer. Il a fait preuve d'une très grande disponibilité et d'une très forte implication tout au long de la réalisation de ce projet doctoral. J'ai pu profiter de ses précieux conseils et de son financement pour mener ce projet à terme et dans un bon climat.

Je souhaite présenter mes remerciements à Jean-Marc FRAYRET et à Denis MARCOTTE, Professeurs à Polytechnique Montréal, à Amina LAMGHARI, Professeure à l'Université de Québec à Trois-Rivières, pour leur participation au jury de cette thèse.

J'exprime ma gratitude à l'endroit de la Banque Islamique de Développement (BID) qui m'a permis de lancer ce projet grâce à son financement.

Le GERAD offre un cadre de travail agréable et je profite pour remercier les membres de l'équipe administrative pour leur soutient. J'adresse mes sincères remerciements à mes amis pour Hassane, Soufiane, Abdoulnasser, Adil, Serge, Moadz, Abdourrahmane, Eric, Rachid, Zenab, Salah-eddine, Kevin, Jaafar, Sébastien, Nourredine, Nadia, Nathan,...pour les échanges fructueux.

Finalement, j'exprime ma reconnaissance à toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce projet de thèse.

RÉSUMÉ

Le présent projet de thèse vise à résoudre le problème de l'optimisation de la planification minière à court terme des mines à ciel avec une prise en compte de la réalité de l'exploitation minière. Cette planification est fortement contrainte car elle est l'avant dernière étape de la mise œuvre de l'exploitation minière. À ce titre, elle regroupe à la fois des contraintes de production et des contraintes opérationnelles relatives aux équipements et aux techniques de l'exploitation minière. Malgré une production littéraire un peu soutenue sur l'optimisation de la planification à court terme des mines à ciel ouvert, très peu d'études se sont intéressées aux suivis des opérations de forage, dynamitage et d'extraction et aux équipements qui doivent les réaliser.

La première étape de ce projet consiste à proposer un programme linéaire dont l'objectif est de minimiser le coût du déplacement des équipements de production et de favoriser l'accessibilité des blocs pour la réalisation des opérations minières. Cette modélisation permettra d'ordonnancer la production suivant les périodes de l'horizon de la planification (3 à 6 mois avec la semaine comme unité de période) sous la contrainte des cibles de production et des exigences de qualité. Le modèle prendra aussi en compte les contraintes opérationnelles qui sont l'accessibilité horizontale des blocs, la précédence verticale des bloc et la mise en œuvre des opérations de forage, de dynamitage et d'extraction. La réalisation des opérations se fera par des équipements dont il faut suivre les déplacements tout en s'assurant de la disponibilité des ressources suffisantes (capacité, vitesse, disponibilité). La modélisation permettra aussi une amélioration de la précision et de l'exactitude de la précédence des tâches, ce qui facilitera la mise en œuvre ultérieure du dispatching.

Une méthode de décomposition du problème initial en 2 étapes est proposée pour la résolution du problème. La première étape de la démarche consiste à ordonnancer les blocs sous la contrainte des cibles de production et de qualité pour déterminer les blocs qui feront partie de contour d'exploitation et les périodes d'extraction de chaque bloc. L'ordonnancement se fait par la résolution de 2 nouveaux MIP développés à cet effet.

La seconde étape se base sur les résultats de l'ordonnancement des bloc pour déterminer les tournées des équipements de production avec pour objectif de minimiser le coût des déplacements et de favoriser l'accessibilité horizontale des blocs. La détermination des tournées des équipements se fera en 2 phases avec des résolutions de nouveaux MIP adaptés à la problématique. La première phase consistera à déterminer les tournées des pelles par la résolution d'un MIP approprié qui intègre des estimations de la durée des opérations de forage et de dynamitage. La seconde phase s'occupera de la détermination des tournées des équipements

de forage et de dynamitage sur la base des résultats de l'affectation de pelles. Une autre approche de résolution des problèmes des tournées des équipements par la méthode de la programmation par contraintes est testée et une comparaison est réalisée avec les résultats de la résolution des MIP d'affectation des équipements.
Les résolutions des MIP ont été réalisées par la méthode itérative des fenêtre mobiles et les tests ont été réalisés avec des données artificielles.
La démarche a permis de résoudre des instances de moins 400 blocs en 4h et de moins de 500 blocs en 10h. L'étape de l'ordonnancement des blocs a permis une réduction d'au moins 96% de la taille des graphes des déplacements possibles des équipements. La programmation par contraintes a donné de très bons résultats lors de tests de la détermination des tournées des pelles, les résultats sont par contre moins intéressants pour la détermination des tournées des foreuses et équipements de dynamitage.

ABSTRACT

This thesis project aims to solve the problem of optimizing the short-term mining planning of open-pit mines by taking into account the reality of mining. This planning is strongly constrained as it is the last step before the dispatching. As such, it combines both production constraints and operational constraints on equipment and mining techniques. Despite a literature production on optimizing the short-term planning of open-pit mines, very few studies have focused on the monitoring of drilling, blasting and extraction operations and their equipment.

The first step of this project consists in proposing a linear program whose objective is to minimize the cost of moving the production equipment and to promote the horizontal accessibility of the blocks for carrying out the mining operations. This modeling will make it possible to schedule the production according to the periods of the horizon of the planning (3 to 6 months with the week as unit of period) under the constraint of the targets of production and the requirements of quality. The model will also take into account the operational constraints that are the horizontal accessibility of the blocks, the vertical precedence of the blocks and the implementation of drilling, blasting and extraction operations. The implementation of operations will be done by equipment that must be tracked while ensuring the availability of sufficient resources (capacity, speed, availability). The modeling will also improve the precision and accuracy of the task precedence, which will facilitate the subsequent implementation of dispatching.

An initial 2-step problem decomposition method is proposed for solving the problem. The first step of the process consists of scheduling the blocks under the constraint of the production and quality targets to determine the blocks that will be extract and their extraction periods. The scheduling is done by the resolution of 2 new MIP developed for this purpose. The second step is based on the results of block scheduling to determine the production equipment tours with the objective of minimizing the cost of moving of the equipment and promoting horizontal accessibility of the blocks. The determination of equipment routing will be in two phases with resolutions of new MIP adapted to the problem. The first phase will consist of determining shovel tours by the resolution of an appropriate MIP that incorporates estimates of the duration of drilling and blasting operations. The second phase will deal with the determination of the rounds of drilling and blasting equipment based on the results of the assignment of shovels. Another approach to solving the problems of equipment runs by the constraint programming method is tested and a comparison is made with the results of the resolution of the equipment assignment MIPs.

The resolutions of the MIPs were realized by the iterative method of the mobile windows and the tests were performed with artificial data.
With this approach, it has be possible to resolved instances of less than 400 blocks in 4 hours and less than 500 blocks in 10 hours.The stage of block scheduling allowed a reduction of more than 96% in the size of the possible displacement graphs of the equipment. The constraint programming has given very good results during tests of the determination of the routing of the shovels, the results are on the other hand less interesting for the determination of the rounds of the drills and equipment of blasting.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iii

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT vii

TABLE DES MATIÈRES ix

LISTE DES TABLEAUX xvi

LISTE DES FIGURES xix

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS xxiii

LISTE DES ANNEXES xxv

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1

1.1 Contexte du projet 1

1.1.1 Planification minière à long terme ou planification stratégique 4

1.1.2 Planification minière à moyen terme ou tactique 6

1.1.3 Planification minière à court terme ou opérationnelle 6

1.2 Définitions et concepts de base 7

1.2.1 Minerai 7

1.2.2 Modèle de blocs 7

1.2.3 Teneur de coupure 8

1.2.4 Gradin 8

1.2.5 Stabilité des talus 8

1.2.6 Graphe de la précédence verticale 10

1.2.7 Faces d'un bloc 11

1.2.8 Performance des équipements ou des équipes 13

1.2.9 Graphes des déplacements possibles pour les équipements 13

1.2.10 Charge de travail 14

1.2.11 Modélisation de la précédence des tâches 14

1.3 Éléments de la problématique 17

1.4 Objectifs de recherche 19
1.5 Contributions du projet 20
1.6 Plan de la thèse 21

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE 23
2.1 Planification minière stratégique 23
2.1.1 Résolution par la méthode de la relaxation Lagrangienne 24
2.1.2 Heuristiques - Métaheuristiques 26
2.1.3 Méthodes de branchement 27
2.2 Planifications tactique et opérationnelle 27
2.3 Dispatching dans l'exploitation minière 31
2.4 Programmation par contraintes (CP) 33
2.5 Conclusion 35
2.5.1 Planification minière à long terme 35
2.5.2 Dispatching 35
2.5.3 Planification minière à court terme 35
2.5.4 Programmation par contraintes 36

CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE 37
3.1 Introduction 37
3.1.1 Objectifs 37
3.1.2 Hypothèses 37
3.2 Modélisation 37
3.2.1 Précision et exactitude des précédences des tâches 38
3.2.2 Précédence des tâches dans un contexte multi-périodes et une prise en compte des équipements avec leurs disponibilités 40
3.3 Modèle de base (MP0) 42
3.3.1 Indices 43
3.3.2 Ensembles 43
3.3.3 Paramètres 44
3.3.4 Description des variables de décision 45
3.3.5 Fonction objectif 46
3.3.6 Contraintes 47
3.4 Stratégies de prétraitement 54
3.4.1 Précédence verticale 54
3.4.2 Cône de déplacement 55
3.4.3 Rayon de déplacement 57

3.5 Résultats numériques et discussions 57
3.5.1 Données d'entrées 58
3.5.2 Taille du modèle de base 59
3.6 Approche de résolution 63
3.6.1 Décomposition 63
3.6.2 Phase I (ph1) : Ordonnancement du modèle de blocs 63
3.6.3 Phase II (ph2) : Affectation des pelles 66
3.6.4 Phase III (ph3) : Affectation des foreuses et des équipes du dynamitage 67
3.7 Conclusion 68

CHAPITRE 4 ORDONNANCEMENT DES BLOCS 69
4.1 Introduction 69
4.1.1 Objectifs 69
4.1.2 Hypothèses 69
4.1.3 Difficultés 70
4.2 Données du problème 70
4.2.1 Données de sorties 70
4.3 Méthodologie de résolution 71
4.4 Précédence verticale 72
4.5 Formulation de l'ordonnancement des blocs $MP1_{v1}$ 72
4.5.1 Indices 73
4.5.2 Ensembles 73
4.5.3 Paramètres 73
4.5.4 Description des variables 74
4.5.5 Fonction objectif 75
4.5.6 Contraintes 76
4.6 Formulation de l'ordonnancement des blocs $MP1_{v2}$ 79
4.6.1 Description des variables 79
4.6.2 Fonction objectif 80
4.6.3 Contraintes 81
4.7 Synthèse du résultat de la phase I 84
4.8 Résultats numériques et discussions 90
4.8.1 Prétraitement 90
4.8.2 Résolution par la méthode non itérative 91
4.8.3 Résolution par la méthode itérative 97
4.8.4 Analyse de l'impact de l'approche MIFM sur la qualité de la solution 103

4.9 Conclusion 105

CHAPITRE 5 AFFECTATION DES BLOCS AUX PELLES 106
5.1 Introduction 106
5.1.1 Objectif 106
5.1.2 Hypothèses 106
5.1.3 Difficultés 107
5.2 Données du problème 107
5.2.1 Données d'entrée 107
5.2.2 Données de sortie 107
5.3 Méthodologie 108
5.3.1 Heuristiques 108
5.4 Formulation MP2 : Affectation des pelles 114
5.4.1 Indices 114
5.4.2 Ensembles 114
5.4.3 Paramètres 115
5.4.4 Description des variables 116
5.4.5 Fonction objectif 116
5.4.6 Contraintes 117
5.5 Formulation MP3 : Affectation des pelles 119
5.5.1 Paramètres 119
5.5.2 Description des variables 120
5.5.3 Fonction objectif 120
5.5.4 Contraintes 121
5.6 Formulation CP4 : affectation des pelles 126
5.6.1 Définitions de base 127
5.6.2 Indices 128
5.6.3 Ensembles 128
5.6.4 Paramètres 129
5.6.5 Description des variables 129
5.6.6 Fonction objectif 130
5.6.7 Contraintes 131
5.7 Résultats numériques et discussions 134
5.7.1 Résultats de la HeurMP2$_{v1}$ 135
5.7.2 Résultats de la HeurMP2$_{v2}$ 137
5.7.3 Résultats de la formulation CP4 139

5.7.4 Résultats de la formulation MP3 141
5.8 Conclusion 153

CHAPITRE 6 AFFECTATION FOREUSES ET DYNAMITAGE 154
6.1 Introduction 154
6.1.1 Objectif 154
6.1.2 Hypothèses 154
6.1.3 Difficultés 155
6.2 Données du problème 155
6.2.1 Données d'entrée 155
6.3 Méthodologie 156
6.4 Formulation MP5 : Affectation des foreuses et dynamitage 156
6.4.1 Indices 157
6.4.2 Ensembles 158
6.4.3 Paramètres 159
6.4.4 Fonction objectif 160
6.4.5 Contraintes 161
6.5 Formulation CP6 : affectation des équipements de forage et de dynamitage . 167
6.5.1 Indices 168
6.5.2 Ensembles 168
6.5.3 Paramètres 169
6.5.4 Description des variables 169
6.5.5 Fonction objectif 171
6.5.6 Contraintes 171
6.6 Résultats numériques et discussions 176
6.6.1 Résultats de la formulation MP5 178
6.6.2 Résultats de la formulation CP6 181
6.7 Conclusion 185

CHAPITRE 7 CONCLUSION 188
7.1 Synthèse des travaux 190
7.2 Limitations de la solution proposée 191
7.3 Améliorations futures 191

RÉFÉRENCES 193

ANNEXES 200

A.1 Modèle de base MP0 simplifiée 200
A.1.1 Indices 200
A.1.2 Ensembles 201
A.1.3 Paramètres 202
A.1.4 Description des variables de décision 203
A.1.5 Fonction objectif 203
A.1.6 Contraintes 204
A.2 Autre version du modèle de base : $MP0_1$ 208
A.2.1 Indices 208
A.2.2 Ensembles 209
A.2.3 Paramètres 210
A.2.4 Description des variables 211
A.2.5 Fonction objectif 211
A.2.6 Contraintes 212
A.3 Méthode itérative de la fenêtre mobile notée MIFM 217
B.1 Version simplifiée de $MP1_{v1}$ 219
B.1.1 Indices 219
B.1.2 Ensembles 219
B.1.3 Paramètres 220
B.1.4 Description des variables 221
B.1.5 Fonction objectif 221
B.1.6 Contraintes 222
B.2 Version simplifiée de $MP1_{v2}$ 224
B.2.1 Description des variables 224
B.2.2 Fonction objectif 224
B.2.3 Contraintes 225
C.1 Version simplifiée de MP2 : Affectation des pelles 228
C.1.1 Indices 228
C.1.2 Ensembles 228
C.1.3 Paramètres 229
C.1.4 Description des variables 230
C.1.5 Fonction objectif 230
C.1.6 Contraintes 230
C.2 Version simplifiée de MP3 : Affectation des pelles 233
C.2.1 Paramètres 233
C.2.2 Description des variables 233

C.2.3 Fonction objectif 233
C.2.4 Contraintes 234
C.3 Version simplifiée du modèle CP4 : affectation des pelles 238
C.3.1 Indices 238
C.3.2 Ensembles 238
C.3.3 Paramètres 239
C.3.4 Description des variables 239
C.3.5 Fonction objectif 240
C.3.6 Contraintes 240
C.4 Résultats numériques des tests de HeurMP2$_{v1}$ 243
C.5 Résultats numériques des tests de HeurMP2$_{v2}$ 245
C.6 Résultats des tests du modèle CP4 247
D.1 Version simplifiée du modèle CP6 : affectation des foreuses et équipes de dynamitage 249
D.1.1 Indices 249
D.1.2 Ensembles 250
D.1.3 Paramètres 251
D.1.4 Description des variables 251
D.1.5 Fonction objectif 253
D.1.6 Contraintes 253
E.1 Tableaux du bilan global 257

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 Modèles de blocs utilisés pour les tests 58
Tableau 3.2 Nombre de variables et contraintes du modèle de base 62
Tableau 3.3 Proportion des variables et des contraintes de déplacements dans le modèle MP0 62
Tableau 4.1 Résultat du prétraitement en phase I 90
Tableau 4.2 Liste des instances à tester 91
Tableau 4.3 Résultats de la résolution du $\mathrm{MP1}_{v1}$ sans itération 92
Tableau 4.4 Résultats de la résolution du $\mathrm{MP1}_{v2}$ sans itération 92
Tableau 4.5 Résultats de la résolution du $\mathrm{MP1}_{v1}Sup$ sans itération 93
Tableau 4.6 Évolution de la taille des graphes des déplacements possibles et des précédences suite à la résolution du $\mathrm{MP1}_{v1}Sup$ 93
Tableau 4.7 Résultats de la résolution du $\mathrm{MP1}_{v2}$ par la MIFM 98
Tableau 4.8 Résultats de la résolution du $\mathrm{MP1}_{v1}Sup$ par la MIFM 99
Tableau 4.9 Résolution par la MIFM : durée totale, valeur de la fonction objectif de $\mathrm{MP1}_{v2}$ et $\mathrm{MP1}_{v1}Sup$ 100
Tableau 5.1 Instances qui ont fait l'objet de test de résolution lors de la phase II . 134
Tableau 5.2 La taille du graphe des déplacements possibles pour les pelles après la phase I (ph1) 135
Tableau 5.3 Résultats de la $\mathrm{HeurMP2}_{v1}$ utilisée pour la construction d'une solution initiale avec une limite de gap d'optimalité de 5% 136
Tableau 5.4 Suite des résultats de l'heuristique $\mathrm{HeurMP2}_{v1}$ utilisée pour la construction d'une solution initiale avec une limite de gap d'optimalité de 5% 136
Tableau 5.5 Résultats de la $\mathrm{HeurMP2}_{v2}$ utilisée pour l'amélioration de la solution initiale, gap d'optimalité limite = 5% 138
Tableau 5.6 Suite des résultats de $\mathrm{HeurMP2}_{v2}$ utilisée pour l'amélioration de la solution initiale, gap d'optimalité limite = 5% 138
Tableau 5.7 Résultats de la résolution du CP4 par la programmation par contraintes avec une précision de 1/20 heures 140
Tableau 5.8 Suite des résultats de la résolution du modèle CP4 par la programmation par contraintes avec une précision de 1/20 heures 140
Tableau 5.9 Instances I3 à I14, résultats de la résolution de HeurMP3 avec le résultat de $\mathrm{HeurMP2}_{v1}$ comme solution initiale 141

Tableau 5.10 Instances I3 à I14, valeur de la fonction objectif suite à la résolution de HeurMP3 en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$ 142
Tableau 5.11 Quelques indicateurs statistiques des durées de résolution par itération des instances I3 à I10 142
Tableau 5.12 Instances I9d à I14d, résultats de la résolution de HeurMP3 avec le résultat de HeurMP2$_{v1}$ comme solution initiale 144
Tableau 5.13 Instances I9d à I14d, valeur de la fonction suite à la résolution de HeurMP3 en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$ 144
Tableau 6.1 La taille du graphe des déplacements possibles des équipements après la phase I 177
Tableau 6.2 Taille et durée de la résolution du modèle MP5 résolu par la MIFM . 178
Tableau 6.3 Valeur de la fonction objectif du modèle MP5 résolu par la MIFM . . 178
Tableau 6.4 Opération d'extraction : résultats de la résolution du MP5 par la MIFM en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$ 180
Tableau 6.5 Opération de dynamitage : résultats de la résolution du MP5 par la MIFM en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$ 180
Tableau 6.6 Opération de forage : résultats de la résolution du MP5 par la MIFM en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$ 180
Tableau 6.7 Taille et durée de résolution du modèle CP6 résolu de manière non itérative 181
Tableau 6.8 Composition de la valeur de la fonction objectif du modèle CP6 résolu de manière non itérative 181
Tableau 6.9 Résultats de la résolution du CP6 sans itération en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$ 182
Tableau 6.10 Taille et durée de résolution du modèle CP6 résolu par la MIFM . . . 182
Tableau 6.11 Composition de la valeur de la fonction objectif du modèle CP6 résolu par la MIFM 183
Tableau 6.12 Modèle CP6 résolu par la MIFM : Répartition de la valeur de la fonction objectif par type d'opération 183
Tableau 7.1 Résumé des durées de résolution des instances lorsque la durée de résolution du MP3 est limitée à 2h par itération 189
Tableau 7.2 Version 1 (MP5) : Répartition de la durée totale de résolution par phase 189
Tableau 7.3 Version 2 (CP6) : Répartition de la durée totale de résolution par phase 191
Tableau C.1 Résultats de la HeurMP2$_{v1}$ utilisée pour la construction d'une solution initiale 243

Tableau C.2 Suite des résultats de la HeurMP2$_{v1}$ utilisée pour la construction d'une solution initiale avec une limite de 3% gap par itération 244
Tableau C.3 Résultats de la HeurMP2$_{v2}$ utilisée pour l'amélioration de la solution initiale 245
Tableau C.4 Suite des résultats de la HeurMP2$_{v2}$ utilisée pour l'amélioration de la solution initiale 246
Tableau C.5 Résultats de la résolution du CP4 par la programmation par contrainte avec une précision de 1h 247
Tableau C.6 Suite des résultats de la résolution du modèle CP4 par la programmation par contraintes avec une précision de 1h 248
Tableau E.1 Résumé des durées de résolution des instances lorsque la durée de résolution du MP3 est limitée à 10min par itération 257
Tableau E.2 Version 1 (MP5) 10 min : Répartition de la durée totale de résolution par phase 257
Tableau E.3 Version 2 (CP6) 10min : Répartition de la durée totale de résolution par phase 258

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Complexe minier dans le cas des mines à ciel ouvert (*Licence de la figure achetée sur www.creativemarket.com*) 2
Figure 1.2 Schéma d'une coupe verticale d'une mine à ciel ouvert 3
Figure 1.3 L'extraction du bloc j avant le bloc i engendrera l'éboulement de ce dernier 9
Figure 1.4 Les cônes de précédence (blocs gris) et de succession (blocs hachurés) du bloc i. 10
Figure 1.5 Précédence verticale directe pour le bloc 7 : les blocs 2, 3, 4, 5, 6 sont à extraire avant l'exploitation du bloc 7. 10
Figure 1.6 Le Bloc i et les faces φ_1, φ_2, φ_3 et φ_4 qui lui sont associées. 12
Figure 1.7 La face φ est une face pour les blocs i_4 et i_8 12
Figure 1.8 Exemple d'accessibilité des blocs. 12
Figure 1.9 Exemple de résultat d'une modélisation de la planification minière d'une mine à ciel ouvert dans le cas d'une optimisation multi-périodes 15
Figure 1.10 Différentes possibilités (7) des précédences des opérations sur les périodes pour chaque bloc 19
Figure 3.1 Les charges des blocs et la disposition géométrique du modèle de blocs 39
Figure 3.2 Présentation de la solution sol_1 en diagramme de Gantt pour les 2 formulations 40
Figure 3.3 Possibilités de précédence de 2 tâches consécutives O_1 et O_2 sur les périodes $(t-1)$, t et $(t+1)$. 41
Figure 3.4 Exemple de représentation de la variable binaire en escalier x 47
Figure 3.5 Coupe de profil d'un modèle de blocs : le bloc i en rouge, les blocs contenus dans l'ensemble $DepCoEns_i$ en gris. Seuls les déplacements de i vers $j_k, (k = 1, 2, 3)$ sont permis avec les blocs de $DepCoEns_i$ . . 56
Figure 3.6 Vu en plan d'un modèle de blocs : déplacement d'un équipement de proche en proche (i,i_1,i_2,i_3,i_4) dans le rayon de déplacement 57
Figure 3.7 Modèle de base MP0 : nombre de contraintes (en 10^6) en fonction du nombre de périodes, d'équipements et de blocs 60
Figure 3.8 Modèle de base MP0 : nombre de variables (en 10^6) en fonction du nombre de périodes, d'équipements et de blocs 61
Figure 3.9 Décomposition du problème initial 64
Figure 3.10 Graphe initial des déplacements possibles pour les pelles **avant la ph1** 65

Figure 3.11 Graphe des déplacements possibles pour les pelles **après la ph1**, positionnement des blocs sur les périodes 65
Figure 3.12 Modèle de blocs avec 3 bancs, le graphe de la précédence verticale avant la ph1 66
Figure 3.13 Modèle de blocs, le graphe de la précédence verticale après la phase I 67
Figure 4.1 Proportion des blocs supprimés du modèle de blocs suite au prétraitement 90
Figure 4.2 Proportion des blocs accessibles après les résolutions non itératives . 95
Figure 4.3 Proportion du coût de l'accessibilité dans la valeur de la fonction objectif pour les résolutions non itératives 95
Figure 4.4 Gaps des résolutions non itératives 96
Figure 4.5 Valeur de la fonction objectif pour les résolutions non itératives . . . 96
Figure 4.6 Durées de résolution des instances pour la méthode non itérative . . . 96
Figure 4.7 Taux et facteur de réduction de la taille des graphes des déplacements possibles et des précédences suite à la résolution du $\mathrm{MP1}_{v1}Sup$ 97
Figure 4.8 Proportion des blocs accessibles à l'issu des différentes résolutions . . 101
Figure 4.9 Proportion du coût de l'accessibilité dans la valeur de la fonction objectif suite aux différentes résolutions 101
Figure 4.10 Valeur de la fonction objectif pour les résolutions par la MIFM 102
Figure 4.11 Les durées des résolutions par la MIFM 102
Figure 4.12 Évolution de la taille des graphes des déplacements possibles et des précédences suite à la résolution du $\mathrm{MP1}_{v1}Sup$ par la MIFM 102
Figure 4.13 Proportion des blocs accessibles en fonction de la taille de la fenêtre mobile 103
Figure 4.14 Proportion du coût de l'accessibilité des blocs dans la valeur de la fonction objectif 104
Figure 4.15 Résolution instance I3 : Valeur de la fonction objectif suivant la taille de la fenêtre mobile 104
Figure 5.1 Illustration d'une itération de $\mathrm{HeurMP2}_{v1}$ qui résout le MP2 par la méthode itérative des fenêtres mobiles afin de construire une solution initiale. 110
Figure 5.2 Exemple d'illustration d'une itération avec résolution du MP2 par fenêtre mobile sur la période t et $t+1$. Les affectations blocs/pelles ($\mathrm{HeurMP2}_{v1}$) sont relaxées sur la fenêtre (périodes t et $t+1$). 112
Figure 5.3 Illustration d'une itération de HeurMP3 : les affectations blocs/périodes (de la phase I) et blocs/pelles ($\mathrm{HeurMP2}_{v2}$) sont relaxées sur la fenêtre mobile (périodes t et $t+1$). 113

Figure 5.4 Durées des résolutions par itération des instances I4 et I10 de la durée maximale de résolution 143
Figure 5.5 Comparaison de HeurMP3 et de $CP4_{10}$: coûts des déplacements et de l'accessibilité des blocs 146
Figure 5.6 Valeur de la fonction objectif suivant les méthodes de résolution itératives 146
Figure 5.7 Valeur de la fonction objectif pour la formulation de la programmation par contraintes 147
Figure 5.8 Durées des résolutions du MP2 en fonction des limites de gap d'optimalité fixées et la taille de la fenêtre d'itération 147
Figure 5.9 Durées des résolutions par la programmation par contraintes en fonction de l'erreur de mesure 148
Figure 5.10 Proportion du nombre de blocs accessibles par méthode de résolution 148
Figure 5.11 Nombre de variables 149
Figure 5.12 Nombre de contraintes par méthode de résolution 149
Figure 5.13 Proportion du coût des blocs accessibles dans la valeur de la fonction objectif 150
Figure 5.14 Durées des résolutions par itération des instances I9 et I10 de la durée maximale de résolution 150
Figure 5.15 Durées des résolutions par fenêtre des instances I11 et I12 de la durée maximale de résolution 151
Figure 5.16 Durées des résolutions par itération des instances I13 et I14 de la durée maximale de résolution 151
Figure 5.17 Résultats des résolutions par MP3 des instances I9 à I14 en fonction de la durée maximale de résolution 152
Figure 6.1 Les possibilités (4 cas) des précédences des opérations sur les périodes pour chaque bloc dans le cas de la modélisation par la méthode de la programmation par contraintes. 167
Figure 6.2 Facteur de réduction des graphes des déplacements possibles pour les équipements suite aux résultats de la phase I par rapport au graphe initial 177
Figure 6.3 Nuage des points : nombre moyen de blocs par itération et durée de la résolution des instances I3 à I10 179
Figure 6.4 Résolution du CP6 par la MIFM, nuage des points du nombre moyen de blocs par itération et de la durée de résolution des instances 184
Figure 6.5 Valeur de la fonction objectif par instance résolue 186
Figure 6.6 Durée de résolution des instances 187

Figure 6.7 Proportion du coût de l'accessibilité dans la valeur de la fonction objectif187

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

CP4	Modèle mathématique de l'affectation des pelles basé sur la programmation par contraintes
CP6	Modèle mathématique de l'affectation des équipements de forage et de dynamitage basé programmation par contraintes
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure, est une méthaheuristique
LimitDurée	Arrêt de la résolution suite à l'atteinte de la limite de la durée de résolution fixée
LimitGap	Arrêt de la résolution suite à l'atteinte de la limite du gap d'optimalité
LimitMem	Arrêt de la résolution suite à une insuffisance de mémoire de l'ordinateur
LP	Programme linéaire
MIFM	Méthode itérative des fenêtres mobiles
MIP	Programme linéaire mixte
MP0	Programme linéaire mixte initiale : ordonnancement des blocs et affectations des équipements
$MP1_{v1}$	MIP qui modélise l'ordonnancement des blocs avec des variables de fin de tâche binaires
$MP1_{v2}$	MIP qui modélise l'ordonnancement des blocs avec des variables de fin de tâche binaires
MP3	MIP qui modélise l'affectation des pelles
MP5	MIP qui modélise l'affectation des équipements de forage et de dynamitage
NaN	Valeur manquante dans un tableau
nb	Nombre
PGC	Plus grand chemin
PMLT	Planification minière à long terme
PMMT	Planification minière à moyen terme
PMCT	Planification minière à court terme
PNE	Programme linéaire en nombres entiers
RO	Recherche Opérationnelle
VAN	Valeur actualisée nette
VRP	Problème de tournées de véhicules (vehicules routing problem)

OPMPSP	Ordonnancement des blocs en mode-multi-périodes pour les mines à ciel ouvert
RCPSP	Problème d'ordonnancement avec contraintes de ressources.

LISTE DES ANNEXES

Annexe A Modélisations du problème de base 200

Annexe B Phase I 219

Annexe C Phase II : Modèles mathématiques et résultats 228

Annexe D Phase III : Modèles mathématiques et résultats 249

Annexe E Bilan global 257

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Contexte du projet

Le projet de mise en valeur d'un gîte minéralisé est un processus qui peut s'étendre sur plusieurs décennies et s'arrêter à tout moment. L'arrêt du projet peut advenir lorsqu'une conjecture économique durablement défavorable s'installe sur le marché des ressources minières concernées par le projet.

La première étape de ce processus est l'exploration qui permet la découverte de gîte minéralisé et de sa caractérisation. Lorsque l'exploration a donné des résultats concluants, le processus passe à la phase d'aménagement de la mine qui va permettre de préciser la valeur potentielle du gisement, sa rentabilité (études de faisabilité, permis d'exploitation, etc) et la construction éventuellement de la mine. Cette rentabilité dépend de divers facteurs (Canada. Secteur des minéraux et des métaux [1]) qui sont entre autres :

- Le volume et la valeur de la ressource ;
- L'emplacement et l'accessibilité du gîte ;
- La distance du gîte par rapport aux marchés et aux points de ravitaillement ;
- Les prix des minéraux et des métaux sur le marché ;
- L'impact potentiel de l'exploitation sur l'environnement ;
- Le régime de réglementation (taxes, redevances, etc) ;
- La disponibilité d'une ressource humaine qualifiée.

L'aménagement de la mine permet aussi de déterminer le type de mine (souterraine ou à ciel ouvert) et la méthode d'exploitation en fonction de la profondeur et la base de la morphologie du gisement. La planification minière à long terme de l'exploitation est réalisée à cette étape du projet minier (Newman *et al.* [2]) : elle comprend la détermination du « contour ultime » et l'ordonnancement pluriannuel de la production de la mine.

Dans ce projet doctoral, il est question des types de gisements dont l'exploitation se fait par la méthode d'exploitation par fosses emboîtées (voir les figures 1.1 et 1.2). Cette méthode consiste à exploiter le gisement par excavation, par passes successives qui évoluent en s'élargissant. Les gradins sont reliés entre eux par des rampes d'accès. Cette méthode est peu réversible, une fois que la forme de la fosse ultime est fixée, il est très difficile de s'écarter de cette forme sous peine de trop lourds investissements. Vouloir récupérer du minerai qui ne fait pas partie de la fosse ultime initiale entrainerait d'importants travaux de découverture de produit stérile (Kamulet [3]).

Les dernières phases du processus sont l'exploitation (production) et la fermeture de la mine

(y compris la restauration du site minier). L'exploitation est la phase au cours de laquelle le minerai est extrait du sol à l'aide de machineries lourdes et d'explosifs puis enrichi dans une usine de traitement dédiée (Coquard et Antoine [4]). L'exploitation des mines à ciel ouvert requiert, généralement, d'importants investissements en achats d'équipements de production (foreuses, pelles, chargeuses, camions) de très grande capacité (par exemple 42 m^3 pour la pelle mécanique Liebherr R9800 et 76-116 m^3 pour la dragline Caterpillar 8750, 85-122 m^3 pour la dragline Komatsu P&H-9020XPC). Ces équipements (pelles, draglines, foreuses, etc) sont encombrants et difficiles à déplacer. Plus que pour les équipements de production des mines souterraines, leurs déplacements est à minimiser pour une meilleure utilisation et une réduction des coûts d'exploitation.

La conduite de l'exploitation nécessite une planification plus ou moins fine de la production afin de répondre à la nécessité de respecter les cibles de production issues de la planification minière à long terme et de garantir une certaine régularité de la composition du minerai qui se trouvera en tête d'usine. Les planifications minières à moyen terme (tactiques) et à court terme (opérationnelles) répondent à cet impératif (Newman *et al.* [2]).

Figure 1.1 Complexe minier dans le cas des mines à ciel ouvert (*Licence de la figure achetée sur www.creativemarket.com*)

Sur la figure 1.2 est illustrée une coupe verticale d'une mine à ciel ouvert qui montre quelques éléments fondamentaux de la configuration de la méthode d'exploitation des fosses emboitées. Les lignes en pointillés représentent des limites réelles ou artificielles de zones qui ont été extraites.

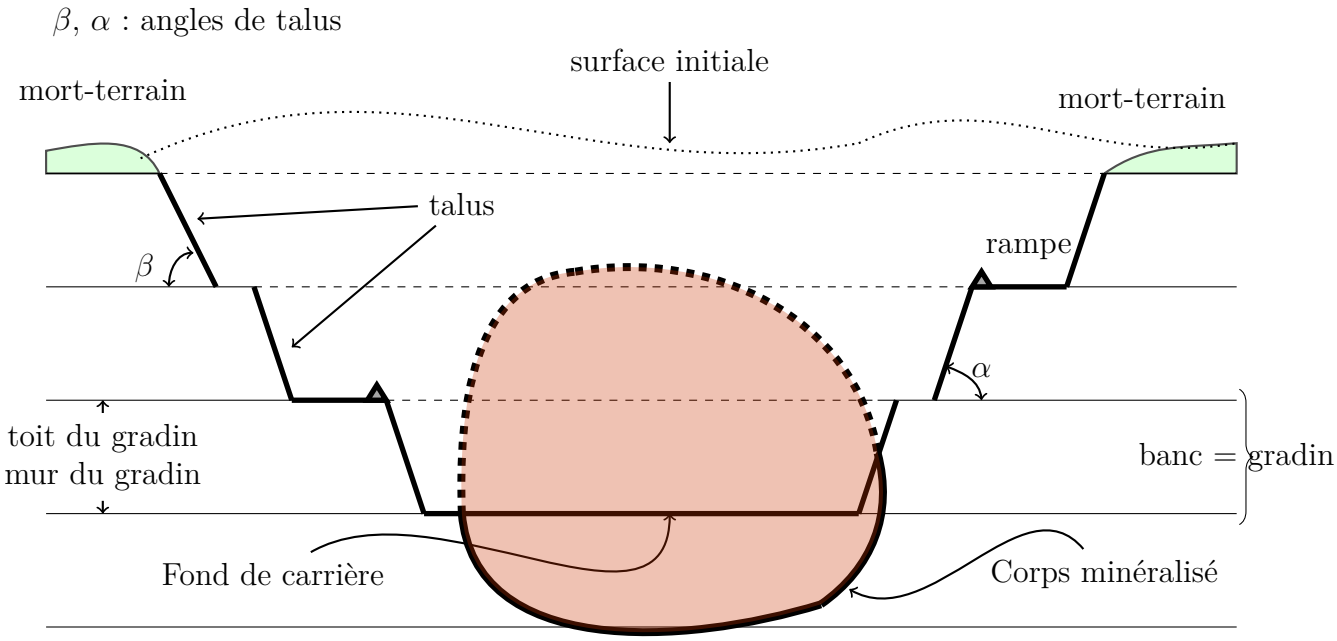


Figure 1.2 Schéma d'une coupe verticale d'une mine à ciel ouvert

1.1.1 Planification minière à long terme ou planification stratégique

La planification minière à long terme, notée PMLT, permet de définir la durée de vie de la mine lors de l'étape de projet. Lors de la phase d'exploitation, des mises à jour de cette planification sont effectuées de manière périodique pour prendre en compte certains des changements éventuels qui interviendraient sur les prix des produits miniers sur les marchés et/ou suite à des modifications des réserves géologiques de la mine. L'horizon de cette planification dépend du volume des réserves et des ressources géologiques. Par exemple, l'horizon de la mine Canadian Malartic située à Val-d'Or est de 13 ans, celle de Raglan du Nunavik est en exploitation depuis plus de 20 ans. La mine de Somair au Niger est en exploitation depuis plus de 30 ans. La planification stratégique permet la prise de la décision de la poursuite ou non du projet minier. Elle est aussi à la base du dimensionnement des installations de la mine et des infrastructures. *Les décisions de ce niveau sont occasionnelles, durables et difficilement réversibles* (L'Heureux *et al.* [5]).
La planification stratégique dans les mines à ciel ouvert est composée de 2 phases qui sont la détermination du contour ultime de la mine et l'ordonnancement stratégique de la production en mode multi-périodes, notée OPMPSP.
Ci-dessous le modèle mathématique du problème de la fosse ultime présenté dans l'étude de Newman *et al.* [2].

Modèle mathématique du problème de la fosse ultime

i, j : Index des blocs

B : Ensemble des blocs

A : Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc i est extrait avant j

V_i : Valeur obtenue avec l'extraction du bloc i

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est extrait} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$\max z = \sum_{i \in \mathcal{B}} V_i y_i$$

$$sc. : y_i \leq y_j \qquad \forall (i, j) \in A \tag{1.1}$$

$$0 \leq y_i \leq 1 \qquad i \in B \tag{1.2}$$

Ci-dessous la version simplifiée de la formulation du problème de l'OPMPSP de Johnson (1968) qui est présentée dans l'article de Chicoisne *et al.* [6].

Modèle mathématique du problème de l'ordonnancement des blocs

a, b : Index des blocs

t : Index des périodes

r : Index des resssources

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

T : Nombre de périodes de l'horizon de la planification

R : Nombre de type de ressources utilisées pour l'extraction des blocs

$\mathcal{A}$: Ensemble des arcs (a, b) tel que le bloc b est extrait avant le bloc a

c_{rt} : Quantité maximale de la ressource du type r disponible pour la période t

p_{bt} : Profit obtenu avec l'extraction du bloc b dans la période t

a_{rb} : Quantité de la ressource de type r nécéssaire pour extraire le bloc b

$$x_{bt} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } b \text{ est extrait dans la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$\max z = \sum_{b \in \mathcal{B}} \sum_{t=1}^{T} p_{bt}(x_{bt} - x_{b,t-1}) \tag{1.3}$$

$$sc. : \sum_{b \in \mathcal{B}} a_{rb}(x_{bt} - x_{b,t-1}) \leq c_{rt} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall r = 1, ..., R \tag{1.4}$$

$$x_{at} \leq x_{bt} \qquad \forall (a, b) \in \mathcal{A};\ \forall t = 1, ..., T \tag{1.5}$$

$$x_{bt} \leq x_{b,t+1} \qquad \forall b \in \mathcal{B};\ \forall t = 1, ..., T - 1 \tag{1.6}$$

$$x_{bt} \in \{0, 1\} \qquad \forall b \in \mathcal{B};\ \forall t = 1, ..., T \tag{1.7}$$

$$x_{b0} = 0 \qquad \forall b \in \mathcal{B} \tag{1.8}$$

1.1.2 Planification minière à moyen terme ou tactique

La planification minière à moyen terme, notée PMMT, vient directement après celle du long terme dont elle sert à décliner les objectifs sur des échéances plus courtes généralement de 1 à 24 mois (jusqu'à 60 mois, Smith *et al.* [7]). L'unité des périodes de cette planification peut varier de quelques jours à 1 mois. Contrairement à la planification à long terme, son objectif principal est de minimiser le coût de production tout en s'assurant de l'adéquation des ressources disponibles pour l'atteinte des cibles fixées par la planification à long terme. En effet, en plus du séquençage des blocs, la planification à moyen terme peut prendre en compte les affectations de certaines ressources (e.g. pelles, foreuses, équipes de minage), les objectifs de qualité (la régularité de la teneur en tête d'usine de traitement et les contraintes de mélanges) et la réduction du mouvement des produits. Lorsque les ressources s'avèrent insuffisantes, des stratégies seront mises en place pour faire face aux enjeux de production. Cette adaptation pourra prendre diverses formes comme une modification de l'organisation du travail, des acquisitions de moyens supplémentaires (équipements, ressources humaines), etc. *Les décisions prises au niveau tactique sont faiblement réversibles et ont un impact certain sur l'exploitation minière* (L'Heureux *et al.* [5]). En pratique, la planification tactique est mise en œuvre dans les mines avec plus ou moins de détails sur les contraintes à prendre en compte (équipements individuels ou non, espace de travail). Il demeure impératif de trouver le niveau de détails adapté à chaque mine : si elle est trop détaillée, le résultat risque de ne pas être réaliste (à cause de l'incertitude des données) et le coût en calcul sera important. Un modèle grossier n'apportera pas assez d'informations comparativement à la planification à long terme.

1.1.3 Planification minière à court terme ou opérationnelle

Cette planification, notée PMCT, permet la conduite des opérations par l'optimisation de l'utilisation des ressources d'exploitation, principalement les équipements, sur un horizon très court qui varie de quelques heures à quelques semaines en fonction des mines. Elle permet aussi de garantir le respect des cibles de production tout en minimisant les écarts sur les contraintes de qualité définies à partir de la planification moyen terme. *Les prises des décisions de ce niveau sont fréquentes, flexibles et brèves* (L'Heureux *et al.* [5]). Les résolutions, en terme d'optimisation, sont assez rapides du fait que ces problèmes sont de petites tailles (les blocs affleurent dans la plupart des cas d'où la présence de moins des contraintes de précédence verticale). Les informations sont assez fiables à cause de la meilleure connaissance des données géologiques et des paramètres d'exploitation. La littérature fait cas de plusieurs types de modèles. La grande majorité s'intéressent aux séquençage des blocs à extraire, aux

contraintes de qualités, aux capacités des équipements (pelles, unités des traitements, piles de stockage), d'autres prennent en compte le déplacement des pelles mais très peu font état des opérations de forage et dynamitage.

1.2 Définitions et concepts de base

Dans cette section seront énoncés quelques concepts clés nécessaires pour la compréhension de la suite du projet.

1.2.1 Minerai

Le terme « minerai » désigne une roche, un minéral ou une association de minéraux contenant un ou plusieurs éléments chimiques (ou physico-chimiques) utiles dont les quantités sont suffisamment importantes pour permettre leur exploitation. En plus de éléments chimiques principaux, certains peuvent se trouver en quantités faibles mais capables tantôt d'accroitre la valeur économique du minerai (argent dans les galènes, cuivre dans les blendes) ou de gêner les traitements industriels (germanium dans les blendes, arsenic dans de les pyrites) (O.Marcel [8]).

1.2.2 Modèle de blocs

La modélisation d'un gisement se fait en plusieurs étapes composées entre autres de :

- la récolte des données (sondages, cartes géologique, des observations de terrains, etc),
- la détermination du type de roche ou minerai, des zones géologiques (et leur limites)
- et la subdivision du gisement en blocs tridimensionnels (généralement cubiques et de même dimension).

À chaque bloc sont attribuées des coordonnées spatiales, des densités, des teneurs, des tonnages. Ces blocs forment *le modèle géologique de blocs* qui est obtenu par l'utilisation des méthodes géostatistiques. Ce modèle géologique de blocs est utilisé par la suite pour déterminer la faisabilité du projet minier et de son plan d'exploitation potentiel.
La présente optimisation de la planification minière à court terme se fera à partir du modèle géologique de blocs ou à partir de tout autre modèle de blocs qui peut être issu d'un prétraitement de ce modèle géologique de blocs sous la contrainte de certaines spécificités de l'exploitation minière (agrégation des blocs en clusters). En définitive, les blocs utilisés dans cette planification minière sont généralement de forme cubique ou rectangulaire avec des dimensions pouvant être variables ou uniformes. Par contre la hauteur doit être identique pour tous les blocs. La géométrie des blocs peut-être quelconque, cependant la hauteur

des blocs doit rester la même par gradin. Dans la suite de ce document, pour un besoin de simplification, le terme *modèle de blocs* sera utilisé, invariablement, pour désigner le modèle géologique de blocs ou le modèle de blocs miniers.

1.2.3 Teneur de coupure

Une teneur quelconque, utilisée pour une raison quelconque, afin de démarquer deux lignes de conduites : soit exploiter un gisement ou le laisser en place, soit traiter le minerai ou le rejeter... (Marcotte [9]). Elle permet de fixer généralement la partie du gisement qui sera considérée comme minerai et celle qui ne le sera pas pour des raisons d'ordre économiques. La teneur de coupure peut varier lors de l'exploitation du gisement en fonction des prix long ou moyen terme sur les marchés des matières premières.
Dans le présent projet, les données techniques de chaque élément géologique du modèle de blocs sont considérées comme connues. Il s'agira des données comme le tonnage brut, la teneur, les quantités des impuretés et des éléments bonifiants.

1.2.4 Gradin

Le gradin est une partie des morts-terrains ou du gisement située sur un niveau de la mine et extraite de manière autonome et qui est desservie par des moyens de transport qui lui sont propres (Kamulete [3]). Ci-dessous quelques éléments essentiels d'un gradin :

- le toit du gradin : il s'agit de la surface horizontale limitant le gradin à sa partie supérieure.
- le mur du gradin : c'est la surface horizontale limitant le gradin à sa partie inférieure.
- le talus : la surface latérale inclinée limitant le gradin du coté vide de l'exploitation.
- angle du gradin ou angle de talus (α, β sur la figure 1.2) : correspond à l'angle formé entre le mur et le talus du gradin.

1.2.5 Stabilité des talus

Assurer la stabilité de la mine, lors de son exploitation ou ultérieurement, revient à définir les angles adéquats des talus. Ces angles sont définis en fonction de la nature des roches (types de roche, caractéristiques géologiques et géomécaniques), de l'évolution des propriétés géotechniques au cours du temps, des familles de discontinuités, des types de sollicitations mécaniques, l'hydrogéologie (Fleurisson *et al.* [10]). Ainsi pour un gisement donné, il est possible de se retrouver en présence de plusieurs angles de talus différents en fonction des types de roche qui composent ce gisement. Le respect de ces angles de talus est une nécessité

pour garantir la tenue des terrains. Cette nécessité engendre une contrainte organisationnelle dans la méthode d'exploitation du gisement : il s'agit de la contrainte de précédence verticale ou de stabilité. La figure 1.3 est une illustration de cette contrainte. En effet, soit un bloc i non encore extrait, S_i représente l'ensemble des blocs du gradin du dessous : les blocs hachurés sur la figure 1.3. Ces blocs ont été définis de telle sorte que i soit entièrement ou partiellement dans la partie au dessus de l'angle de talus de chacun des blocs de S_i (voir l'exemple des angles de talus α et β sur la figure 1.4). L'extraction d'un élément de l'ensemble S_i entrainera l'éboulement du bloc i de manière complète ou partielle (voir b) sur la figure 1.4). Afin d'écarter ce risque d'éboulement, les techniques de l'exploitation minière interdisent l'extraction de tout bloc qui appartient à S_i tant que le bloc i n'est pas totalement extrait.

Cette contrainte a pour conséquence, pour tout bloc, l'obligation d'extraire ceux qui sont directement « au dessus de lui », au sens de cette contrainte, avant d'entamer son extraction. Cela se traduit sur l'exemple de figure 1.5 par le fait que le bloc 7 ne peut pas faire l'objet d'une extraction qu'après l'extraction totale des blocs 2,3,4,5 et 6.

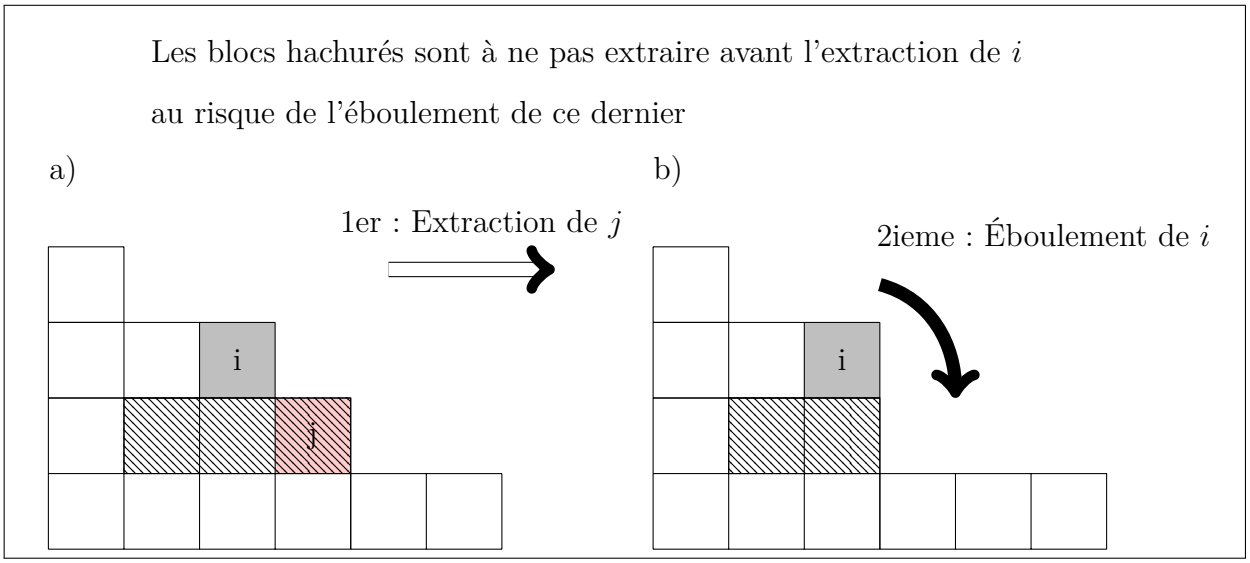


Figure 1.3 L'extraction du bloc j avant le bloc i engendrera l'éboulement de ce dernier

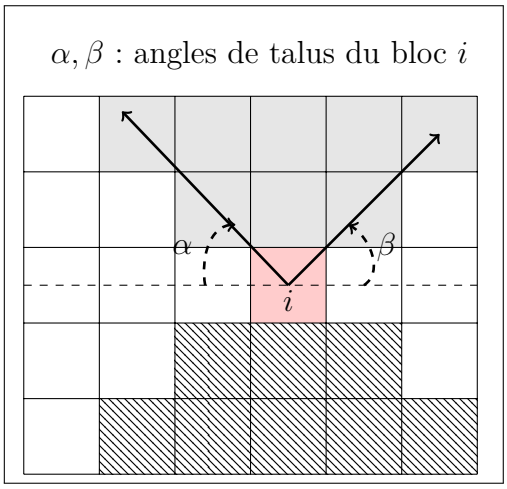


Figure 1.4 Les cônes de précédence (blocs gris) et de succession (blocs hachurés) du bloc i.

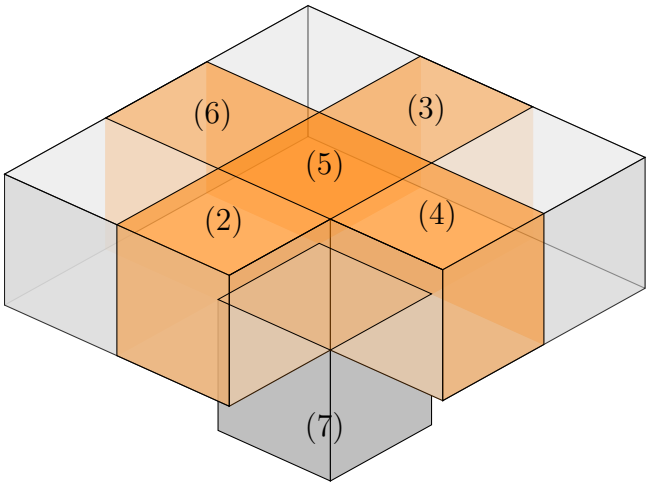


Figure 1.5 Précédence verticale directe pour le bloc 7 : les blocs 2, 3, 4, 5, 6 sont à extraire avant l'exploitation du bloc 7.

1.2.6 Graphe de la précédence verticale

La contrainte de stabilité de talus permet de définir un graphe de la précédence verticale sur l'ensemble des blocs qui composent le modèle de blocs. Ce graphe noté $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$ où $\mathcal{B}$ représente l'ensemble des blocs du modèle de blocs et $\mathcal{A}_p$ représente l'ensemble des arcs (i, j) où i et j sont des éléments de $\mathcal{B}$. L'arc (i, j) signifie que le bloc j doit être extrait avant qu'il ne soit possible de débuter une quelconque opération sur le bloc i.
La conséquence de cette précédence sur ce projet est que le forage n'est possible sur un bloc qu'après extraction totale des blocs qui sont au dessus de ce dernier.
La fermeture transitive du graphe $\mathcal{G}_p$ est noté $\overline{\mathcal{G}}_p = (\mathcal{B}, \overline{\mathcal{A}}_p)$.
Sur la figure 1.4 se trouve en gris l'ensemble des prédécesseurs du bloc i lorsque qu'on se réfère au sens de l'extraction minière (ils sont à extraire avant le bloc i). Cet ensemble sera

appelé « cône de précédence » du bloc i. L'ensemble de successeurs du bloc i sera appelé « cône de succession » du bloc i (voir les blocs hachurés sur la figure 1.4).

1.2.7 Faces d'un bloc

Dans un modèle de blocs, tout bloc est entouré par d'autres blocs du même gradin qui lui sont contigus. Lors de l'exploitation minière, accéder à un bloc par l'intermédiaire d'autres qui ont été déjà exploités constitue une contrainte opérationnelle qui permet une meilleure productivité des équipements. En effet, pour toute opération, il est important de disposer de zones libres qui serviront de plateforme de travail par laquelle les équipements accéderont aux blocs et qui serviront de surface de dégagement pour l'abattage par dynamitage.
Dans le cadre de cette modélisation, pour chaque bloc, ceux qui l'entourent seront regroupés en un maximum de 4 faces. Chaque face présente, entre autres, les caractéristiques suivantes :

- généralement constituée de trois (3) blocs (comme illustré par la figure 1.6) et quelques rares cas d'un (1) ou de deux (2) blocs (pour les cas de la bordure du gisement) ;
- identifiée de manière unique dans la mine ;
- et par construction, ne peut avoir plus de deux blocs dont elle est l'une des faces (voir l'illustration de la figure 1.7).

Dans la suite de ce document, un bloc donné sera dit *accessible* pour une opération donnée, lorsque avant de l'entamer sur ce bloc, elle a été déjà réalisée sur au moins une des faces de ce dernier. Dans le cas contraire, le bloc est dit *inaccessible* pour cette opération. Par exemple, le bloc i est accessible pour l'extraction signifie qu'au moins une de ses faces a été extraite avant que l'extraction du bloc i ne débute.
Il demeure possible d'exploiter un bloc dont les faces n'ont pas été exploitées. Cette situation se présente lorsqu'on accède à un gradin pour la première fois (se trouver sur le toit du nouveau gradin que l'on souhaite ouvrir comme illustré par le niveau du fond de la carrière sur la figure 1.2). Il est aussi possible d'être confronté à cette situation suite à la nécessité de respecter des contraintes de mélange ou des cibles de production. Lorsque φ est une face pour un bloc i donné, et que l'exploitation de ce bloc a commencé pour une opération o donnée sans que cette dernière n'ait été terminée sur la face φ, alors i sera dit « inaccessible pour cette opération par la face φ ». Dans le cas contraire, le bloc i sera dit « accessible par la face φ pour l'opération o ».

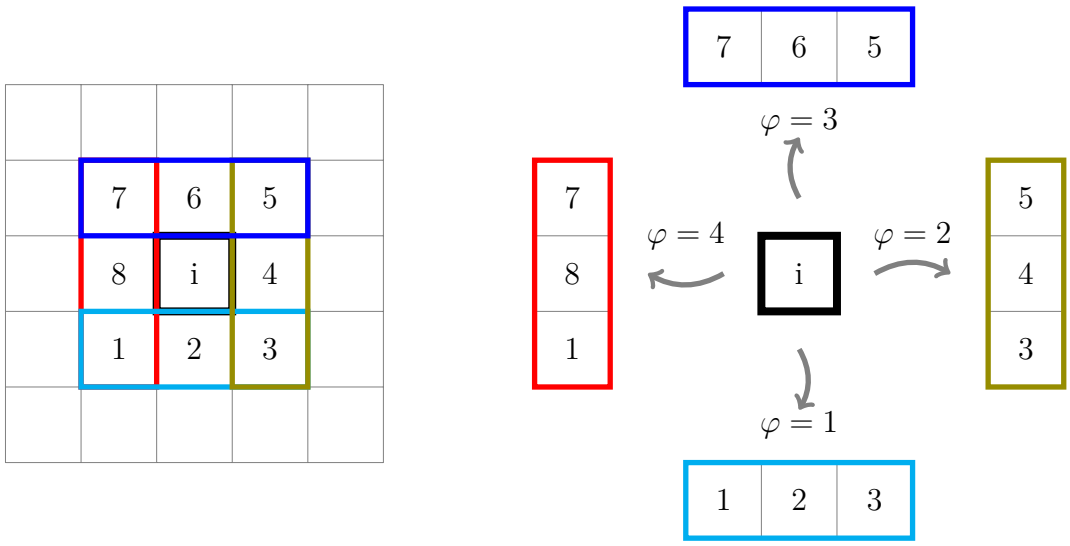


Figure 1.6 Le Bloc i et les faces φ_1, φ_2, φ_3 et φ_4 qui lui sont associées.

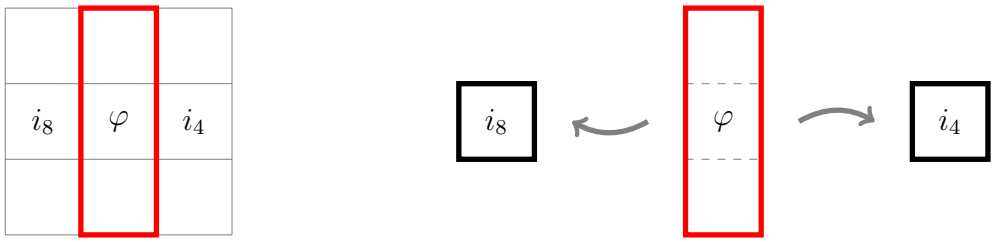


Figure 1.7 La face φ est une face pour les blocs i_4 et i_8

i : bloc accessible ;

j : bloc inaccessible car ne dispose d'aucune face exploitée

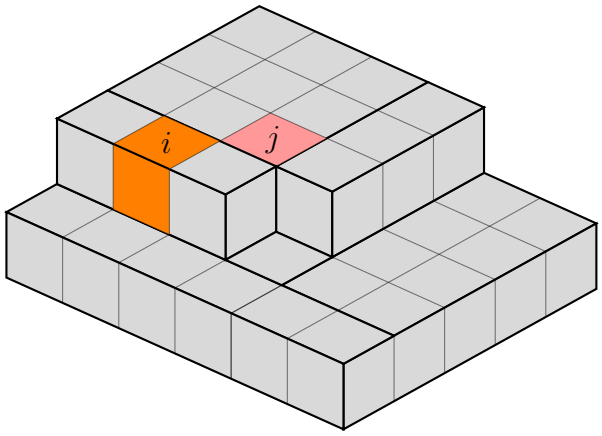


Figure 1.8 Exemple d'accessibilité des blocs.

1.2.8 Performance des équipements ou des équipes

Le volet maintenance de ce projet concerne la prise en compte de la performance des équipements. Ceci se fera à travers quelques indicateurs clés que sont :

- La capacité horaire de production d'un équipement

Pour un équipement donné, cet indicateur donne la productivité d'une machine en l'absence des arrêts de maintenance. Par exemple pour :

— une pelle mécanique, cette capacité correspond à la quantité de produit en tonnes (minerai ou stérile) qu'elle peut extraire en une heure.

— les foreuses (respectivement les équipes de dynamitage), il s'agit du nombre de mètres linéaires forés (respectivement chargés) par heure.

- La disponibilité d'un équipement

Pour une période donnée, la disponibilité d'un équipement est le ratio de la durée pendant laquelle cet équipement est disponible (opérationnel, utilisable) sur la durée totale la période.

- La vitesse d'un équipement

Il s'agit de la vitesse de déplacement de l'équipement dont l'unité est le km/h.

- La durée d'installation d'un équipement

Il s'agit de la durée (en heures) nécessaire pour rendre opérationnel (branchement des câbles électriques s'il s'agit d'une pelle mécanique, positionnement sécuritaire, etc) cet équipement une fois qu'il se trouve sur le lieu de l'extraction du bloc.

1.2.9 Graphes des déplacements possibles pour les équipements

Un graphe des déplacements possibles est associé aux équipements chargés de la réalisation de chaque type d'opération. Ainsi pour une opération o donnée, le graphe des déplacements possibles est noté $\mathcal{G}_{d_o} = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_o})$ où $\mathcal{B}$ représente le modèle de blocs et $\mathcal{A}_{d_o}$ représente l'ensemble des arcs (i, j) pour l'opération o avec i et j des blocs de $\mathcal{B}$. Un équipement en charge d'une opération o qui passe par l'arc (i, j) signifie que cet équipement est passé directement à la réalisation de l'opération o sur le bloc i, juste après avoir terminé cette même opération sur le bloc j.

1.2.10 Charge de travail

Le terme « charge de travail » ou « charge », pour un bloc et une opération donnés, représente la quantité de travail à réaliser sur ce bloc pour considérer que cette opération est finalisée. Ainsi, l'unité de la charge dépend de l'opération. Il est possible de simplifier les unités des charges des opérations comme suit :

— le forage : son unité est le nombre de trous forés ;
— l'unité du dynamitage s'exprime aussi en nombre de trous de mine chargés ;
— l'extraction s'exprime en tonne (t).

Pour le forage et le dynamitage, il convient de souligner que l'unité « nombre de trous » sous-entend que les hauteurs des gradins sont uniformes (ce qui est la cas du présent projet). Dans le cas contraire, il existe dans la bibliographie des unités qui dépendent de la hauteur du gradin.

1.2.11 Modélisation de la précédence des tâches

Un aspect fondamental de la modélisation de planification minière à ciel ouvert est la notion de précédence verticale dans l'extraction des blocs. Cette notion sera généralisée par le terme « précédence des tâches » pour prendre en compte les différents types de précédence qui peuvent faire l'objet de modélisation dans le cadre de la PMCT des mines à ciel ouvert. Ces précédences sont les suivantes : l'accessibilité horizontale des blocs, la précédence des opérations et la précédence verticale.

Lorsque la modélisation du problème de la PMCT est en mode multi-périodes, les modèles disponibles dans la littérature utilisent plus ou moins des variantes de la modélisation utilisée pour la précédence verticale des blocs du OPMPSP (voir la contrainte 1.5 de la page 5) pour modéliser la précédence des tâches. Cette formulation présente 2 problématiques majeures qui n'apparaissent pas dans la littérature. Elles seront appelées comme suit : « la précision de la précédence des tâches » et « l'exactitude de la précédence des tâches ». La figure 1.9 permettra d'illustrer ces problématiques dans le cas d'un modèle de blocs sous la contrainte de la précédence verticale des blocs.

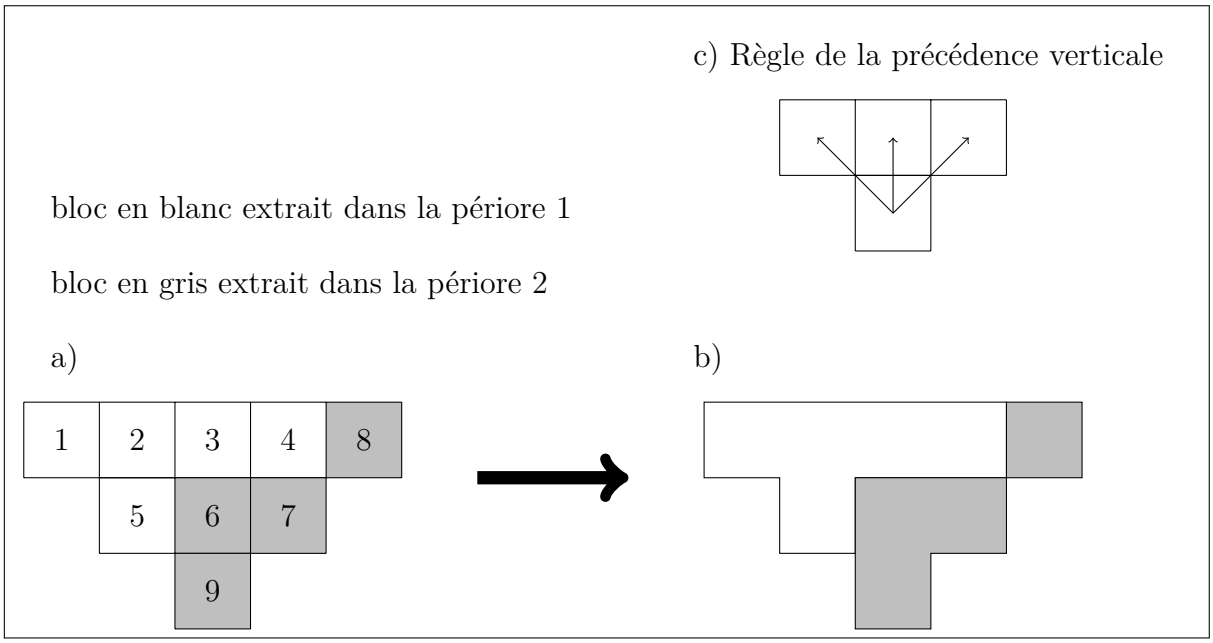


Figure 1.9 Exemple de résultat d'une modélisation de la planification minière d'une mine à ciel ouvert dans le cas d'une optimisation multi-périodes

Précision de la précédence des tâches

Il s'agit d'une notion qui sera définie pour donner le niveau de précision qui est recherché lors d'une modélisation de la précédence des tâches dans un contexte d'optimisation multi-périodes. La figure 1.9 est une illustration du résultat d'un cas de modélisation de la précédence verticale suivant une variante de la contrainte 1.5 :

— L'horizon de la planification est de 2 périodes ;
— Les blocs 1,2,3,4,5 sont extraits dans la période 1 ;
— Les blocs 6,7,8,9 sont extraits dans la période 2.

La précision de la précédence verticale dans ce modèle de planification est d'une période :

— Les blocs 1,2,3,4,5 forment un ensemble (figure 1.9, b) l'ensemble blanc) qui est extrait dans la période 1, il n'existe pas un ordre d'extraction ; la contrainte n'interdit pas l'extraction du bloc 5 avant celle du bloc 1. Or cela est impossible dans la réalité.
— Les blocs 6,7,8,9 forment un second ensemble (figure 1.9, b) l'ensemble gris) qui est extrait dans la période 2. Il n'existe par un ordre d'extraction à l'intérieur de l'ensemble.

L'utilisation de la contrainte 1.5 et de ses variantes permet une modélisation approximative de la précédence verticale. La précision de cette approximation est du niveau de la période, en effet :

— le modèle représente correctement la précédence verticale des blocs qui sont extraits

dans des périodes différents ;
— pour les blocs qui sont extraits dans une même période, la précédence verticale n'est pas modélisée.

Soit un ensemble de blocs à extraire dans le cadre d'une planification minière donnée qui utilise la contrainte 1.5 ou ses variantes pour modéliser la précédence verticale. Pour un horizon constant de cette planification, si T représente le nombre de périodes de l'horizon, il est facile de constater que plus T est grand, plus la précédence verticale sera précise car le nombre de blocs à extraire dans une période diminue (en moyenne).
Il reste possible d'améliorer cette contrainte ou de modéliser la précédence verticale différemment pour augmenter la précision sans avoir recours à une augmentation du nombre de périodes dans l'horizon de la planification.

Exactitude de la précédence des tâches

Cette expression permettra de définir le respect de la capacité de l'unité des périodes lorsqu'il faut modéliser la précédence des tâches dans un contexte d'optimisation multi-périodes. Cette capacité est à mettre en lien avec celle des équipements qui doivent réaliser les opérations de forage, dynamitage et d'extraction. La précédence verticale des blocs est la plus concernée par cette notion d'exactitude. Il existe une durée minimale entre les moments d'extraction d'un bloc i donné et de tout bloc j qui appartient à son cône de précédence. Cette durée correspond au cumul des durées suivantes :

— La durée que prendrait l'opération d'extraction du bloc j ;
— La durée des opérations à réaliser sur le plus long chemin entre les blocs i et j en excluant celles réalisées sur le bloc i (au sens du graphe de la précédence verticale) ;
— Les durées des opérations de forage, de dynamitage et d'extraction du bloc i.

Ainsi, lorsque les blocs i et j sont extraits dans une même période, il peut être important de s'assurer qu'au moins cette durée minimale n'est pas strictement supérieure à la durée de la période. Car il est presque impossible d'agir sur les capacités individuelles des équipements au stade des planifications minière à moyen et à court terme. En effet, la sélection des équipements (foreuses, pelles, etc) avait été déjà réalisée lors de la PMLT.
Il sera dit que « le modèle n'est pas exact » pour un type de précédence des tâches donné lorsque cette vérification n'est pas prise en compte lors de la modélisation de ce type de précédence des tâches.
Par exemple, sur la figure 1.9, l'exactitude de la précédence verticale des blocs sera vérifiée pour les couples des blocs (5,1), (5,2) et (5,3) qui sont extraits dans période 1 et les couples (9,6), (9,7),(7,8) et (9,8) qui sont extraits dans la période 2. Le calcul de la durée minimale se fait de la manière suivante pour les couples ci-dessous :

— (5,1) : la durée minimale correspond à la durée d'extraction du bloc 1 à laquelle est ajoutée les durées du forage, du dynamitage et d'extraction du bloc 5 ;
— (9,8) : la durée minimale correspond à la durée d'extraction du bloc 8 à laquelle sont ajoutées les durées de forage, de dynamitage et d'extraction des blocs 7 et 9.

1.3 Éléments de la problématique

Ce projet doctoral s'inscrit dans le domaine de l'optimisation de la planification minière à court terme pour les mines à ciel ouvert qui constitue le trait d'union entre les planifications minières à long ou moyen terme et le dispatching. Elle permet de décliner les cibles de production du long terme sur des échéances plus courtes et d'évaluer l'adéquation des moyens de production disponibles. Le présent projet doit prendre en compte certaines caractéristiques géologiques du modèle de blocs, les contraintes de l'exploitation minière (précédence verticale et contraintes opérationnelles) et de la performance des équipements. L'unité de la période de la planification est la semaine et son horizon varie entre 3 mois et 6 mois. Ainsi, l'objectif est l'ordonnancement des blocs conditionné par le respect des cibles de production et les contraintes de mélanges. Il vise aussi l'optimisation des déplacements des équipements qui doivent réaliser les opérations de production (forage, dynamitage et extraction) et la valorisation de l'accessibilité des blocs pour ces 3 opérations. La résolution du problème doit se faire dans une durée acceptable (5h à 10h) pour des problèmes miniers ayant des tailles réelles (300 à 1500 blocs).
Afin de baliser les contours du projet, les hypothèses de travail ci-dessous ont été fixées :

1. Le modèle de blocs utilisé est celui qui est issu de la planification minière à long terme ;
2. Les données géologiques et les paramètres des équipements à utiliser sont déterministes ;
3. Aucune technique d'agrégation des blocs ne sera utilisée dans ce projet ;
4. Opérations minières et équipements :
   (a) Les opérations minières à prendre en compte sont : le forage, le dynamitage et l'extraction ;
   (b) Un parc d'équipements est dédié pour la réalisation de chacune des opérations ;
   (c) Les performances à prendre en compte pour chaque équipement sont : la capacité de production, la vitesse de déplacement, la durée nécessaire pour son installation sur un bloc et la disponibilité ;
   (d) Les performances de chaque équipement peuvent varier par période ;

(e) Pour toute période donnée, les performances de chaque équipement sont constantes à l'intérieur de cette derrière ;

(f) Un équipement peut être affecté à plusieurs blocs successivement et sur une période ;

(g) Un équipement ne peut être affecté à un bloc plus d'une fois sur l'horizon de la planification ;

(h) Pour tout équipement e en charge d'une opération o sur un bloc i, la durée de déplacement effectué par e pour rejoindre le bloc i ainsi que sa durée d'installation sur i sont affectées à la première période de réalisation de l'opération o sur i ;

(i) Il n'existe pas d'équipements affectés uniquement aux travaux dans le stérile et d'autres uniquement dédiés aux travaux dans le minerai.

5. Opérations minières et périodes : les hypothèses sur la précédence des opérations sur les périodes sont résumées à la figure 1.10, page 19. Ci-dessous le détail de ces hypothèses :

(a) Il est possible de réaliser les opérations de forage ou d'extraction sur 1 ou 2 périodes consécutives par bloc. Cependant la réalisation d'une opération ne peut excéder 2 périodes ;

(b) Une opération de dynamitage entamée dans une période doit se terminer dans cette même période ;

(c) La période de fin de l'opération de forage sur chaque bloc est la même que la période de réalisation de l'opération de dynamitage sur ce même bloc ;

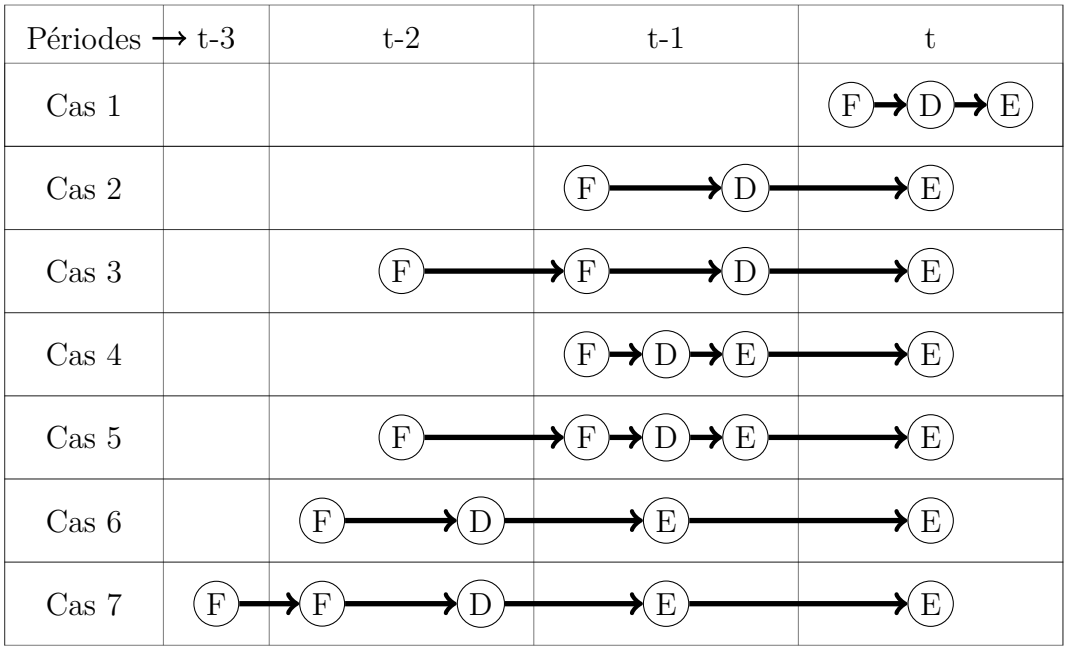
(d) Les périodes de réalisation des opérations de dynamitage et d'extraction sur un bloc sont directement consécutives (t et $t+1$) lorsqu'elles ne sont pas réalisées dans la même période t.

Parmi les quelques difficultés de résolution à anticiper, il est à noter que ce problème possède des caractéristiques de 2 problèmes classiques en recherche opérationnelle (RO) et qui sont connus comme étant NP-complets. Il s'agit : du problème des tournées de véhicules (VRP) avec contraintes de ressources et celui de l'ordonnancement des tâches (*flow-shop* hybride). Cependant, il ne correspond pas exclusivement à aucun des types de problèmes cités ci-dessus.

1.4 Objectifs de recherche

L'objectif principal de cette recherche est de proposer une nouvelle approche de résolution de l'optimisation de la planification minière à court terme des mines à ciel ouvert dans des conditions les plus proches possible des pratiques du métier de l'exploitation minière et avec une durée d'exécution raisonnable (5h à 10h). Cet objectif se décline en quatre sous-objectifs :

1. Une nouvelle formulation en programme linéaire mixte est proposée pour modéliser ce problème sur la base des hypothèses de travail énoncées précédemment ;
2. Une approche nouvelle de décomposition du problème initial est proposée pour résoudre ce dernier. Cette approche regroupe plusieurs modèles mathématiques (MIP) résolus par la méthode itérative des fenêtres mobiles (MIFM) ;
3. Deux autres formulations mathématiques basées sur la programmation par contraintes seront utilisées pour tester l'efficacité de la programmation par contraintes dans ce domaine ;
4. Tous les modèles seront implémentés et testés sur des modèles de blocs artificiels construits localement.



F : Forage, D : Dynamitage, E : Extraction

Figure 1.10 Différentes possibilités (7) des précédences des opérations sur les périodes pour chaque bloc

1.5 Contributions du projet

Dans la littérature de la planification minière à court terme des mines à ciel ouvert, très peu d'études ont pris en compte le suivi de la réalisation des activités d'extraction, de forage et de dynamitage sur les blocs ou les agrégats de blocs. Lorsque ces activités sont intégrées, soit le modèle de d'optimisation n'est pas multi-périodes, soit les équipements qui doivent réaliser ces opérations ne figurent pas dans les modèles avec y compris leur disponibilités et les autres contraintes de production (cibles), de qualité (teneurs) et opérationnelles (accessibilité horizontale, précédence verticale).

La première contribution de ce projet est la proposition d'un modèle mathématique qui aura les caractéristiques ci-dessous :

- Ordonnancer la production sur plusieurs périodes conformément aux cibles de production et contraintes de qualité ;
- Intégrer la réalisation des activités minières suivantes sur les blocs sans agrégation de ces derniers : forage, dynamitage et extraction ;
- Modéliser et suivre le déplacement des équipements qui doivent réaliser les activités sous la contrainte de leur disponibilité et de leur performance (vitesse, capacité, durée nécéssaire à l'installation d'un équipement sur un bloc ;
- Permettre à chaque équipement de réaliser l'opération dont il est chargé sur plusieurs blocs dans une période ;
- Modéliser l'accessibilité horizontale des blocs par opération ;
- Modéliser la précédence verticale des blocs ;
- Assurer dans la modélisation une précision meilleure que le niveau de la période lors de la modélisation des précédences des tâches suivantes : la précédence verticale des blocs, les accessibilités des blocs, le déplacements des équipements et la précédence des opérations. Cette approche n'est pas prise en compte dans la littérature de l'optimisation multi-périodes des PMCT ou PMMT.

La seconde contribution de cette étude est la proposition d'une approche de décomposition pour la résolution du problème sur des instances de taille réelle dans le domaine de la PMCT des mines à ciel ouvert. Cette approche permet de scinder le problème en 2 parties : la première partie consiste à ordonnancer les blocs sur les périodes sous la contrainte du respect des cibles de production et de la qualité du minerai, la seconde partie permettra d'affecter les équipements aux blocs et de déterminer les tournées des équipements. Le résultat de l'ordonnancement des blocs permet de réduire de manière significative la taille des graphes des déplacements possibles des équipements et le graphe de la précédence verticale. L'affectation des équipements se fait en 2 phases. Les opérations d'extraction des blocs sont les premières

concernées par cette affectation sur la base de la résolution de 2 modèles mathématiques qui permettent de construire une solution initiale puis de l'améliorer. La deuxième phase consiste à affecter les équipements de forage et de dynamitage à l'aide d'un autre modèle mathématique.
La troisième contribution consiste à tester la résolution par la programmation par contraintes, une méthode qui a fait ses preuves dans la résolution des problèmes d'ordonnancements des tâches avec contraintes de ressources et des problèmes de tournées de véhicules avec fenêtres de temps.
Les modèles mathématiques et la méthode de décomposition proposés sont génériques, ils peuvent ainsi s'adapter à une grande variété de mines à ciel ouvert.

1.6 Plan de la thèse

Le chapitre 2 présentera une revue de littérature sur les stratégies et les méthodes de planification minière globalement en mettant un accent particulier sur le moyen et le court terme.
Au chapitre 3, il sera question d'un nouveau MIP, noté **MP0**, proposé comme modèle mathématique du problème posé et des limites identifiées dans la résolution de MP0. Une méthodologie de résolution par décomposition est proposée dans ce chapitre.
Le chapitre 4 concernera la première phase de la méthode de décomposition. Cette phase, appelée **phase I**, consiste à ordonnancer les blocs sur les périodes d'exploitation en accord avec les cibles de production, les contraintes de mélange et une valorisation de l'accessibilité des blocs pour l'opération d'extraction. Cet ordonnancement correspond au séquençage des blocs à extraire, c'est à dire à l'activité des pelles. Cette résolution se base sur 2 modèles mathématiques et trois stratégies combinés avec une résolution par la méthode itérative de la fenêtre mobile.
Le chapitre 5 décrira la **phase II** de la méthode de décomposition. Elle présentera la démarche qui permet de créer des tournées pour les pelles sur la base de l'ordonnancement des blocs issu de la phase I. Cette approche est basée sur 3 modèles mathématiques dont les 2 sont résolus par la méthode itérative de la fenêtre mobile. Une solution initiale sera construite par la résolution d'un MIP de manière itérative, puis elle sera améliorée à travers d'autres modèles mathématiques. Une autre formulation basée sur la programmation par contraintes sera testée et le résultat sera comparé aux résultats des autres MIP.
La phase de l'affectation des équipements de forage et de dynamitage aux blocs, appelée **phase III** se fera au chapitre 6 sur la base des résultats de l'affectation, des pelles aux blocs, effectuée lors de la phase II. Cette affectation se fera à l'aide d'une version simplifiée du modèle de base MP0. Elle sera résolue par la méthode de la fenêtre mobile. Une formulation,

CP6, basée sur la programmation par contraintes du modèle de base MP0 est aussi proposée sous certaines conditions d'allégement des hypothèses. Son résultat fera l'objet d'une comparaison avec celui du MP0 simplifié.
La conclusion présentera le bilan global de cette démarche et ses limites. Il sera aussi question des perspectives futures.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Comme il a été rappelé en introduction, les objectifs visés par les planifications minière à long, moyen et court terme sont très différents mais concourent au même projet minier. Ce constat est aussi valable pour ce qui est des approches de résolution des problèmes d'optimisation de ces planifications. Le premier point de la revue de littérature est réalisé sur l'optimisation de planification minière à long terme des mines à ciel ouvert. En seconde étape, l'optimisation de planification minière à moyen et court terme est traitée avec plus de détails. L'optimisation du dispatching sera ensuite abordée de manière sommaire. La revue sera finalisée par point sur l'utilisation de la programmation par contraintes dans l'optimisation de la planification minière.

2.1 Planification minière stratégique

La planification stratégique dans les mines à ciel ouvert est composée de 2 phases qui sont la détermination du contour ultime de la mine et l'ordonnancement stratégique de la production en mode multi-périodes.

La première phase de cette planification, aussi appelée le problème de la fosse ultime, consiste à trouver les blocs qui feront partie de l'exploitation. Ce problème a fait l'objet de beaucoup d'études dans la littérature et est résolu à l'optimum. Il possède une structure mathématique totalement unimodulaire (voir une formulation à la section 1.1.1). D'après Hochbaum *et al.* [11], Lerchs et Grossman [12] ont produit le premier algorithme qui a résolu ce problème à l'optimalité. Par la suite, Picard [13] a démontré qu'il s'agit d'un problème de clôture maximale dans un graphe. Pour plus de détails sur cette problématique, se rapporter aux revues de D.Hochbaum *et al.* [11] et de Newman *et al.* [2]. Auger *et al.* [14] ont proposé une approche de résolution du problème de la fosse ultime par l'algorithme du flot maximum. Il a été montré un accroissement linéaire de la durée de résolution du problème en fonction du nombre de blocs. Il ont aussi fait observer que l'utilisation de l'algorithme du flot maximum permet de ne pas avoir recours aux techniques de réduction de la taille des graphes.

Une approche de résolution de type stochastique a été proposée par D.Marcotte et Caron [15] pour le problème de la fosse ultime. Ils ont fait ressortir les gains sur les coûts d'extraction engendrés par l'approche stochastique comparativement aux méthodes déterministe ou de simulation des fosses.

Bai *et al.* [16] ont présenté une nouvelle approche permettant de générer automatiquement les *pushbacks* dans le domaine de la planification de l'exploitation des mines à ciel ouvert. La

méthode prend en compte les exigences géométriques (les pentes, les bancs et leur largeur, la fluidité, la continuité) à travers des opérateurs qui ont été définis à partir des techniques de la morphologie mathématiques. Une optimisation, basée sur l'algorithme du flot maximum, est utilisée pour générer les *pushbacks* de manière séquentielle. Les tests ont montré l'efficacité de la méthode dans la construction de *pushbacks* réalistes sans pour autant dégrader la VAN du projet. La durée de la résolution est aussi intéressante (4 min pour un modèle de blocs de 100 000 blocs ; 2h de résolution pour 500 000 blocs).
La seconde phase de l'optimisation de PMLT pour la mine à ciel ouvert est l'ordonnancement de la production, noté OPMPSP, qui permet de décider du bloc à extraire, de sa période d'extraction et sa destination. Elle a pour but de répartir la production sur plusieurs périodes sous des contraintes de capacité et de qualité tout en maximisant la valeur actualisée nette (VAN) du projet minier. Ces contraintes de capacité peuvent représenter entre autres les cibles de production, les contraintes de mélanges, les capacités des équipements et celles des unités de traitement du minerai. La modélisation peut aussi inclure les incertitudes liées aux données géologiques. Plusieurs études ont été réalisées sur cette problématique, car contrairement au cas de la fosse ultime, ce problème est difficile à résoudre, NP-Difficile (Osanloo *et al.* [17]), au vu de la structure mathématique de la formulation et de la taille importante des problèmes réels. En effet l'ajout des contraintes de capacités ne permet plus d'utiliser les algorithmes de flots dans un réseau pour le résoudre (voir une formulation du problème de l'OPMPSP à la section 1.1.1).
Plusieurs approches ont été proposées pour résoudre les variantes de OPMPSP. La grande proportion de ces approches ont pour point de départ une formulation de type MIP ou PNE dont la résolution combine plusieurs méthodes dont les principales sont : l'agrégation des blocs, les heuristiques, les métaheuristiques, la relaxation Lagrangienne, la méthode itérative des fenêtres mobiles, la programmation stochastique.
Ci-dessous seront présentés quelques articles subdivisés en 3 familles d'approches de résolution. Chaque famille n'est pas exclusive, en effet, les articles qui y sont cités peuvent faire état d'autres méthodes et même de celle de l'autre famille. Cette manière d'organiser est motivée par les tentatives de résolution des instances de taille réelle observées dans la littérature récente.

2.1.1 Résolution par la méthode de la relaxation Lagrangienne

Partant du constat de la difficulté de résoudre des instances de OPMPSP de grande taille, Bienstock et Zukerberg [18] se sont attaqués à sa relaxation linéaire. Les formulations du type MIP du OPMPSP sont composées de quelques centaines de contraintes de capacités et de millions de contraintes de précédence verticale. Les méthodes classiques de la relaxation

Lagrangienne (la version des sous-gradients) exploitent la structure totalement unimodulaire de la matrice des contraintes de précédences. Cependant, les auteurs font remarquer la très lente convergence de cette approche et la difficulté à choisir les paramètres adéquats à son implémentation. En plus, ils notent que les solutions optimales obtenues sont en général primales non réalisables. Ainsi, ils ont proposé une nouvelle approche qui exploite un aspect du schéma de la relaxation Lagrangienne qui permettrait de connaître très tôt parmi certaines contraintes qui sont serrées et certaines variables qui ne seront pas nulles. Cette approche a permis de résoudre la version relaxée du problème avec une instance de 96 821 blocs et 25 périodes à l'optimum en moins de 11 min et 16 itérations. Ils ont ouvert la voie à une vague d'études visant la résolution des grandes instances.

Brika *et al.* [19] ont développé une démarche de résolution du OPMPSP dans un contexte d'incertitude sur les données géologiques relatives aux blocs. Cette démarche est basée sur l'approche de Bienstock et Zukerberg [18] combinée au tri topologique et la recherche tabou. La méthode a été testée sur une instance de taille réelle dont il fallait contrôler les teneurs de 4 éléments géologiques. La durée de résolution est de presque 1h contre plus de 4h pour la résolution de la relaxation linéaire du problème par le solveur de CPLEX. Dans la suite de cette même démarche, un nouveau MIP a été proposé par Brika *et al.* [20] pour étendre la problématique initiale par l'ajout des destinations des matériaux et des piles de stockage. Une adaptation de la méthode de résolution déjà utilisée dans Brika *et al.* [19] a été réalisée pour résoudre ce nouveau problème. Les tests ont été réalisés sur 3 instances composées de 1 à 3 gisements. Le nombre de périodes varie entre 5 et 12 suivant les gisements. L'un des gisements contient 132672 blocs. Les durées de résolution sont excellentes et sont inférieures à 40 min à l'exception d'une instance dont la durée est de 2h15min.

Cullenbine *et al.* [21] ont proposé l'ajout de bornes inférieures à la formulation classique du OPMPSP et un prétraitement pour définir des dates de débuts au plus tôt et au plus tard pour l'extraction de chacun des blocs. Une heuristique est développée pour décomposer l'horizon de la planification en 3 ensembles de périodes de taille variable suivant l'évolution des itérations sur les périodes. Un nouveau modèle est crée à partir de l'ancien sur la base des ensembles de périodes définis comme suit : les variables du premier ensemble sont fixées comme des constantes suivant les résultats précédents, toutes les contraintes du modèle initial doivent être respectées sur le $2^{\text{ième}}$ ensemble de périodes et enfin toutes les contraintes reliées au $3^{\text{ième}}$ ensemble sont ajoutées à la fonction objectif suivant la méthode de résolution de la relaxation Lagrangienne.

Chatterjee *et al.* [22] ont proposé une méthode itérative sur les périodes et qui associe la relaxation Lagrangienne et la méthode *branch and cut* dans un contexte de prise en compte de l'incertitude sur la valeur économique des blocs. À chaque itération, le modèle est considéré

juste pour cette période et est résolu par la méthode de la relaxation Lagrangienne avec le transfert des contraintes de capacité dans la fonction objectif. Lorsque la solution trouvée n'est pas réalisable, un MIP est résolu en utilisant la méthode « branch and cut » et l'ajout d'une borne supérieure obtenue de la relaxation Lagrangienne pour accélérer la résolution et trouver ainsi une solution réalisable. Les blocs qui font partie de la solution ainsi trouvée sont alors éliminés de l'ensemble initial des blocs, et l'itération passe à la période suivante. Il a été possible de résoudre une instance de 16 532 blocs et 7 périodes avec gap d'optimalité de moins 3% et une durée de résolution réduite de 97% par rapport à celle du solveur CPLEX.

2.1.2 Heuristiques - Métaheuristiques

Chicoisne *et al.* [6] ont proposé une méthode de décomposition pour la résolution des instances de taille importante. L'approche débute par la résolution de la version relaxée du OPMPSP avec une méthode développée par les auteurs pour le cas spécifique d'une seule contrainte de ressource par période. La solution est alors utilisée pour définir les poids des sommets du graphe généré à partir des contraintes de précédence. Un tri topologique appliqué au graphe permet de générer une solution initiale entière de bonne qualité qui est ensuite améliorée par une recherche locale. Cette méthode a permis de résoudre, avec un gap d'optimalité de moins de 4%, une instance qui compte jusqu'à 4 millions de blocs et 15 périodes.
Samavati *et al.* [23] ont présenté une approche de résolution du OPMPSP basée sur les travaux de Chicoisne *et al.* [6]. Ils sont parvenus à résoudre la version relaxée du OPMPSP par l'ajout d'inégalités valides. La solution obtenue est utilisée dans l'heuristique basée sur l'algorithme du tri topologique proposée par Gershon [24] pour trouver une solution entière. Les tests ont été réalisés sur des instances de références. Des solutions de très bonne qualité ont été trouvées. Par exemple, la plus grande instance, appelée « McLaughlin », qui compte plus de 2 millions de blocs et 20 périodes a été résolue en 1100s et la solution présente un gap d'optimalité de 0.06%.
Lamghari et Dimitrakopoulos [25] ont présenté un algorithme de recherche Tabou pour la résolution du OPMPSP avec une prise en compte de l'incertitude de la teneur du métal. La solution initiale est générée par itération sur les périodes avec affectation des blocs lors de chaque itération de manière à respecter la contrainte de précédence verticale et la capacité de chaque période. Dans une première recherche Tabou, une solution voisine est obtenue par le choix aléatoire d'un bloc de la solution courante et par la modification de sa période d'extraction par une autre période conformément aux contraintes de précédence verticale. Deux stratégies de diversification ont été testées. La première, notée TS-LTM, est basée sur une mémoire à long terme de l'affectation des blocs aux périodes et la seconde stratégie, notée TS-VN, est basée sur la méthode basique des voisinages variables proposée par Hansen

et Mladenovic [26]. Les auteurs ont montré que le TS-LTM est le plus rapide et robuste. Une instance de 40762 blocs a été résolue en 2.5h (alors que le solveur CPLEX n'est pas parvenu à résoudre la version relaxée de cette instance en 4 semaines). Lamghari *et al.* [27] ont proposé une autre métaheuristique basée sur la méthode des voisinages variables descendants (VND) de Hansen et Mladenovic [26] pour une résoudre le même problème. Avec 2 alternatives pour générer les solutions initiales, il a été possible de trouver en quelques heures une solution de bonne qualité pour une instance de plus 97000 blocs.
Les travaux de Amaya *et al.* [28] sont basés sur la recherche locale. La solution initiale est construite à l'aide de l'heuristique décrite par Gershon [24] et est améliorée par une recherche locale sur des ensembles de blocs choisis aléatoirement. Trois stratégies de voisinage local furent développées. La recherche locale a permis d'obtenir des solutions presque optimale (gap d'optimalité de moins de 1%). Il ont testé une instance de 772800 blocs et 15 périodes et trouver une solution de bonne qualité en 4h.

2.1.3 Méthodes de branchement

Caccetta *et al.* [29] proposèrent plusieurs techniques de prétraitements et de coupes pour la résolution : branchements forts, combinaison des techniques de branchement (profondeur d'abord, meilleur d'abord), ajout des bornes inférieures par la méthode des fenêtres mobiles sur les périodes. Certaines instances ont été testées dont un cas de 209 664 blocs avec 10 périodes et dont le résultat est un gap de 8,3% au bout de 20 heures d'exécution. Bley *et al.* [30] ont proposé, dans le sillage des travaux de Caccetta *et al.* [29] , des formulations fortes et de coupes associées à l'exploration de l'arbre de branchement. Les valeurs des variables sont fixées suivant les cônes de précédence verticale. Des inégalités de cliques sont ajoutées pour les ensembles de deux blocs adjacents. Les résultats sont intéressants, cependant il s'est avéré que les méthodes d'exploration et de séparation des variables fractionnaires occasionnent des durées de résolution importantes. Cette approche reste quand bien même adaptable à tout ensemble de blocs adjacents. Pour rappel, Chatterjee *et al.* [22] ont utilisé des méthodes de coupes dans leurs travaux.

2.2 Planifications tactique et opérationnelle

L'optimisation de la planification minière des niveaux tactique et opérationnel a fait l'objet de nombreuses études. La frontière entre ces 2 niveaux de planification n'est pas totalement nette dans la littérature. L'unité de l'horizon de la planification peut varier du quart de travail à un mois (Andrade *et al.* [31] , Blom *et al.* [32]) et l'horizon peut aussi varier d'une semaine à plusieurs années (maximum 5) (Campos *et al.* [33] , Smith *et al.* [7]). Blom *et al.* [32]

ont présenté dans une excellente revue la majeure partie des objectifs de ces planifications. On peut distinguer entre autres le respect des cibles de production de la planification à long terme, le contrôle de la qualité du minerai, la maximisation de l'utilisation des équipements de production (généralement les pelles), le respect des capacités de production et de traitement, la minimisation du coût du mouvement des produits en tenant compte des destinations. Comme pour la planification stratégique, plusieurs modèles mathématiques et approches de résolution ont été proposés pour résoudre différentes versions des problèmes d'optimisation des planifications minière à moyen et court terme. Ces approches de résolution regroupent, en général, quelques unes des méthodes suivantes : métaheuristique, relaxation Lagrangienne, méthode itérative des fenêtres mobiles, programmation stochastique, programmation dynamique, heuristique.

Ce projet se base principalement sur le travail de L'Heureux *et al.* [5] qui ont réalisé une importante étude sur la planification minière à court terme qui intègre le déplacement des pelles, les activités de forage et de dynamitage et les précédences verticales. Les activités ont lieu sur des regroupements qui sont des agrégats de blocs. Il n'est pas fait cas des équipements qui doivent réaliser les activités de forage et dynamitage comme pour les pelles. Le MIP développé est du type multi-périodes et son objectif est la minimisation des déplacements des pelles et du coût des activités de forage et de dynamitage. Les auteurs ont montré les limites de la méthode exacte pour des instances de grande taille malgré les améliorations intégrées dans la formulation et l'agrégation des blocs en regroupement. Une heuristique a été aussi développée pour établir une séquence prédéterminée qui est ensuite suggérée au programme lors de sa résolution à travers un système de poids variables. Cette démarche a permis de résoudre des instances avec 310000 variables et 84000 contraintes.

Gholamnejad *et al.* [34] ont notifié l'importance de prendre en compte les surfaces de dégagement lors des dynamitages ou l'espace de travail pour les engins. Ils ont intégré cette notion dans le modèle qu'ils ont proposé en plus de la précédence verticale classique. Cette notion d'accessibilité horizontale fait partie des techniques minières fondamentales. On retrouve aussi cette notion d'accessibilité horizontale dans les travaux de Hu *et al.* [35] dans le cadre de la résolution qu'ils avaient proposé pour la PMCT.

Eivazy *et al.* [36] ont proposé un MIP qui prend en compte les différentes activités de la mine dans le cadre la PMCT. L'objectif du modèle consiste à minimiser les coûts d'extraction, de transport, de traitement, de remaniement des produits et de réhabilitation du stérile. Le modèle intègre les multiples destinations, les rampes d'accès, et d'accessibilité horizontal des blocs. Les coûts intégrés sont des données globales par bloc, par exemple le coût d'extraction englobe les coûts du forage, du dynamitage, et du chargement. Les équipements ne figurent pas dans le modèle de manière individuelle. Les tests ont été effectués avec le solveur de

CPLEX qui utilise les méthodes de branchements et de coupes pour la résolution des MIP. L'horizon de la planification est de 12 mois et l'implémentation a nécessité l'agrégation des blocs (3089 blocs agrégés en 150 unités d'ordonnancement).
Mousavi *et al.* [37] ont développé un MIP en mode multi-périodes qui est proche de celui de Eivazy *et al.* [36] (séquence d'extraction, exigences de qualité, contraintes du traitement, piles de stockage, destination multiples). Ils ont ajouté l'allocation individuelle des équipements au modèle de Eivazy *et al.* [36]. La notion d'accessibilité horizontale des blocs est intégrée sous une forme de pénalités dans la fonction objectif. La méthode de résolution utilise une approche hybride entre les méthodes du recuit simulé, de la recherche à voisinage large, noté LNS (Shaw [38]), et de l'algorithme de *branch and bound*. Ils n'ont pas eu recourt à l'agrégation des blocs. Les tests réalisés ont donné des résultats intéressants.
Andrade *et al.* [31] ont développé une heuristique dont l'objectif est de maximiser l'utilisation des équipements de chargement tout en réduisant le déplacement de ces derniers et les déviations sur la qualité du minerai. Les contraintes prises en compte sont les types de produit, les cibles de production et de qualité, les capacités de l'usine de traitement, les stocks intermédiaires et l'affectation des équipements de chargement de diverses capacités (dans un cadre de PMCT). Afin de contourner les difficultés liées à la taille du problème, l'heuristique génère des séquences de minage de manière itérative en résolvant à l'optimum, pour chaque séquence de minage, un programme mixte en nombres entiers sur les blocs qui affleurent. Des tests ont été réalisés sur un cas de 1795 blocs et ont abouti à la construction de 1615 séquences de minage avec des horizons variant de 30 min à 25 heures.
Smith *et al.* [7] on proposé un nouveau MIP et une démarche permettant de réaliser une PMMT d'une mine à ciel ouvert sur un horizon de 60 mois avec pour objectif de maximiser la récupération du minerai et de tenir compte entre autres du nombre de pelles disponibles. La mine était constituée de 2 fosses qui contiennent 2 types de minerais répartis en 5 classes. La résolution a consisté à créer plusieurs scénarios avec un nombre variable de pelles en fonction des fosses et des périodes d'extraction. Les stratégies de résolution mises en œuvres sont l'agrégation des blocs de ressources en blocs miniers, l'augmentation de la granulométrie des unités d'ordonnancement et de la durée d'une unité de période de production. Ils ont aussi adopté une stratégie d'optimisation du MIP suivant la méthode de la fenêtre de périodes mobiles et l'attribution des dates de début au plus tôt et au plus tard aux unités d'ordonnancement. Avec un gap d'optimalité situé entre 2 et 5%, la solution du modèle a nécessité 4 heures de résolution pour une mine qui comptait 3687 blocs miniers à ordonnancer sur 30 mois. Les pelles n'avaient pas été modélisées individuellement, ainsi le déplacement de ces dernières n'est pas pris en compte.
Dowd *et al.* [39] ont proposé une heuristique basée sur le recuit simulé pour garantir la qualité

du minerai dans le cadre de la PMCT. La solution initiale utilisée en entrée pour le recuit simulé est obtenue par la méthode de la relaxation Lagrangienne. Une nouvelle solution est générée par le choix aléatoire d'un certain nombre de blocs dans la solution courante et le décalage de leurs périodes d'extraction en conformité avec les contraintes opérationnelles et de stabilité.

Fioroni *et al.* [40] développèrent une approche qui combine simulation et MIP pour l'optimisation de la PMCT pour les mines à ciel ouvert. Il s'agissait d'effectuer une affectation des équipements (pelles et camions) tout en prenant en compte les cibles de production et de qualité et les capacités individuelles des équipements. La méthode a été testée et a prouvé son efficacité sur le terrain.

Kozan *et al.* [41] ont proposé un MIP intéressant formulé sous la forme d'un problème d'ateliers à cheminements multiples (*job shop*) pour créer un horaire des opérations de forage, de dynamitage et d'extraction avec un cas pratique dans une mine de fer en Australie. À chaque opération, est dédiée un parc d'équipements qui a la charge de la réalisation de cette opération. L'objectif consiste à maximiser l'utilisation des équipements et minimiser la durée totale de l'exploitation. Pour diminuer la taille du problème, les blocs sont agrégés en « blocs miniers » de taille plus importante. Les précédences verticales des blocs et la notion de face ne figurent pas dans cette modélisation. En plus les équipements ne présentent pas de limite dans leur disponibilité sur l'horizon de la planification. Ces éléments ont contribué à rendre le problème plus facile à résoudre. Le MIP a été résolu à l'aide sur solveur de CPLEX et une solution a été trouvée au bout de 10 heures de résolution pour une instance qui compte 54 blocs miniers.

Matamoros *et al.* [42] proposèrent un nouveau modèle stochastique en nombres entiers, noté SIP, pour optimiser la planification minière à court terme dans les mines à ciel ouvert. Ce modèle prend en compte la gestion des parcs de pelles et de camions (déplacement, capacité, disponibilité), les contraintes opérationnelles telles que l'accessibilité horizontale et l'espace nécessaire pour le travail des équipements. Les incertitudes liées à la teneur des différents éléments géologiques et celles des paramètres et performances des équipements sont aussi prises en compte. Les déplacements des pelles se font entre secteurs (auxquels les blocs sont à affecter). Les auteurs ont opté pour une résolution séquentielle avec agrégation continue des périodes car la durée de la résolution globale est importante. L'implémentation a été réalisée pour une mine de fer qui compte 2 pelles et 10 camions, sur un horizon de 12 mois. Une solution a été trouvée en 292s.

Upadhyay *et al.* [43] ont formulé un nouveau MIP couplé à une démarche stochastique pour un optimisation de la planification minière à court terme pour une mine à ciel ouvert. L'incertitude concernait les données géologiques et opérationnelles. Les éléments à extraire sont

des faces (appelées aussi polygones) auxquelles sont affectés les pelles et les camions dont les mouvements sont à minimiser. Une pelle ne peux extraire plus de 2 faces dans une période. La disponibilité, la capacité et la vitesse des pelles et camions sont aussi intégrées au MIP. Il reste que la fin de l'extraction d'une face est évaluée sur un critère binaire. Le test a été réalisé dans une mine de fer pour un horizon de 26 semaines.
Manriquez *et al.* [44] ont présenté une formulation MIP en mode multi-périodes (12 mois) qui cherche entre autres à minimiser les mouvements des pelles (individuellement) entre les zones d'activités. Les vitesses des pelles, leurs capacités et leurs disponibilités sont aussi intégrées au modèle.
Pathak *et al.* [45] ont développé un MIP et une métaheuristique de type génétique pour ordonnancer l'extraction (PMCT) des blocs provenant de plusieurs mines à ciel ouvert. L'objectif consiste à minimiser le coût du roulage, celui du mouvement total des produits et les déviations de ces derniers par rapport aux cibles de production et de qualité. Les tests ont concerné 4 mines et 1200 blocs dont la production est à ordonnancer sur une année. Il est à noter que le modèle ne prend pas en compte les équipements mais uniquement les distances entre les mines, les piles de stockage et les unités de traitement du minerai.
Lipovetzky *et al.* [46] et Burt *et al.* [47] ont construit une planification journalière dans le cadre de l'optimisation de la PMCT dans le contexte des mines à ciel ouvert. L'objectif est d'optimiser l'utilisation du concasseurs, des pelles et des camions tout en respectant les contraintes de mélange et de ressource des équipements. Le principe de leur approche consiste à décomposer le problème en 2 sous-problèmes. Le premier s'assurera du choix des blocs et de leur destination sous les contraintes de mélanges et la maximisation de l'utilisation des concasseurs sur la base d'un MIP. Le second sous-problème consistera à déterminer la séquence d'extraction des blocs qui optimise l'utilisation du concasseur tout en respectant la capacité des pelles et des camions et une prise en compte de certains évènements de la maintenance. Les auteurs ont utilisé la programmation par contraintes, la programmation quadratique mixte et une heuristique de réparation pour résoudre le problème.

2.3 Dispatching dans l'exploitation minière

Le transport du matériel dans les mines à ciel ouvert représente plus de 50% des coûts opératoires (Alarie et Gamache [48]). Le sujet du transport dans les mines a fait l'objet d'un nombre important travaux de recherche et de publications à travers notamment l'optimisation du dispatching (qui consiste en une affectation des équipements en temps réel). L'objectif du dispatching est d'augmenter la productivité tout en réduisant les coûts opératoires (Alarie et Gamache [48]). Une importante revue a été réalisée par Alarie et Gamache [48] sur l'état

de l'art sur la problématique du dispatching des camions dans les mines à ciel ouvert. Ils ont fait le point des approches de résolution qui peuvent être regroupées en 2 catégories : un système à un niveau et un autre qui est composé de plusieurs niveaux. *Le premier système consiste à affecter les camions aux pelles sans tenir compte des cibles ou contraintes de production. Le second système se compose, globalement, de 2 phases dont le premier consiste à fixer les objectifs de production pour chaque pelle et le second affecte les camions aux pelles de manière à respecter les cibles de production suggérées par les résultats de la première phase* (Alarie et Gamache [48]). Moradi *et al.* [49]) ont publié une récente revue sur les modèles et algorithmes utilisés dans le cadre de la gestion des parcs d'équipements dans les mines. Leurs travaux ont touché aussi bien aux publications du domaine académique qu'à celles de l'industrie. Dans cette étude, les auteurs sont revenus sur les stratégies de résolution présentées précédemment.

Zhang *et al.* [50] ont proposé un PNE pour minimiser le coût du transport des produits par les camions tout en respectant les cibles de production, les contraintes de qualité. Les capacités des pelles et des camions sont intégrées au PNE. Les camions ne sont pas suivis individuellement mais regroupés par type. La résolution du modèle permet de déterminer le besoin en nombre de cycles pour chaque type de camion et les sources et les destinations des produits. Les auteurs ont souligné qu'il ne s'agit pas d'un VRP, cependant, son résultat peut être une donnée d'entrée pour un VRP.

Souza *et al.* [51] ont proposé un MIP et une heuristique pour déterminer le niveau de production par fosse dans une mine à ciel ouvert, et de minimiser les écarts avec les cibles de production et de qualité et aussi de réduire le nombre de camions. L'heuristique effectue une affectation dynamique des équipements (pelles et camions) de diverses capacités à des fosses. Un plan de production est établi pour une heure d'activité, et ce même plan est répliqué lorsque les conditions opérationnelles sont restées presque les mêmes (toutes les fosses sont toujours en extraction, aucune pelle n'a changé de banc d'exploitation). La solution initiale est générée en 2 phases. Une première assure l'affectation des pelles et des camions aux fosses d'extraction du stérile à l'aide d'un algorithme glouton. La seconde phase consiste à affecter les pelles et les camions aux fosses de production de minerai à l'aide d'une métaheuristique de type GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) qui est une procédure itérative composée d'une étape de construction et d'une étape d'amélioration. À partir de cette solution initiale, une recherche locale est effectuée en utilisant la métaheuristique de la recherche à voisinage variable générale proposée par Hansen *et al.* [52]. Le choix des voisinages se fait aléatoirement et suivant une probabilité fixée pour chaque type de voisinage (qui sont au nombre de 8). Les tests ont concerné 8 instances de 7 à 8 pelles, 30 camions et 17 à 32 fosses. La méthode converge rapidement, en 2 minutes avec un gap d'optimalité de

moins de 1,5%. La taille des instances (horizon d'une heure de production) est certainement la cause de cette efficacité.
Dans le domaine de la mine souterraine, Nehring *et al.* [53] ont proposé un nouveau MIP qui modélise l'affectation des chargeuses et camions dans une mine souterraine avec pour objectif de minimiser la déviation de la qualité du minerai. Ce modèle est proposé dans le cadre de l'ordonnancement de la production à court terme. Les équipements y sont suivis individuellement.
Gamache *et al.* [54] ont développé une approche de la gestion d'un parc de chargeuses-transporteuses dans une mine souterraine. Cette approche, basée sur l'algorithme du plus court chemin de Dijkstra, permet d'affecter une tâche à toute chargeuse-transporteuse disponible par le choix du meilleur chemin dans un graphe défini à cet effet. Ce graphe regroupe les informations sur les galeries (trajets, intersections, points de changement direction des engins, points d'attente et autres critères de dispatching) et l'évolution de la position des engins dans le temps. Les auteurs ont notifié la limite majeure de la méthode dû au fait que les affectations des chargeuses-transporteuses se font à l'unité par l'algorithme de Dijkstra sans possibilité de prendre en compte leur interaction mutuelle. Beaulieu et Gamache [55] ont proposé une autre approche qui est un algorithme d'énumération basé sur la programmation dynamique pour prendre en compte les interactions des chargeuses-transporteuses lors des affectations.
Astrand *et al.* [56] présentèrent une revue du problème de dispatching dans les mines souterraines. Les auteurs ont voulu savoir comment il peut-être possible de formuler cette problématique comme un problème d'ateliers à production linéaire (*flow-shop*) de manière adéquate. Afin d'apporter des éléments de réponses, ils se sont penchés sur les études réalisées dans le domaine minier et dans celui de la communauté de recherche sur les problèmes de *flow-shop* en général. Il ressort que le niveau de modélisation par l'approche *flow-shop* est faible et que la version hybride du *flow-shop* est celle qui correspond le mieux au problème du dispatching dans les mines à cause des jeux d'engins qui réalisent les mêmes opérations. Cette approche pourra intégrer les diverses opérations minières comme illustré par l'étude de Schulze *et al.* [57].

2.4 Programmation par contraintes (CP)

La CP est un paradigme qui permet la formulation et la résolution de problème d'optimisation combinatoire. Elle utilise systématiquement un raisonnement déductif pour réduire l'espace de recherche (Kanet *et al.* [58], Baptiste *et al.* [59]).
La CP utilise des techniques de *recherche opérationnelle (théorie des graphes, programma-*

tion mathématique, algorithmes de permutation), des modèles de représentation et de traitement des contraintes de l'intelligence artificielle (satisfaction des contraintes, propagation des contraintes, langages déclaratifs de modélisation), des méthodes d'analyse (vérification de la consistance, caractérisation de l'espace des solutions) et des algorithmes de résolution efficaces (recherche arborescente, recherche locale, optimisation) (Malapert [60]). La CP est utilisée pour la résolution des problèmes de gestion des horaires ou de l'affectation des ressources, de planification, d'ordonnancement... ; et son efficacité dépend considérablement de la manière dont le problème a été posé (Laborie *et al.* [61], Kanet *et al.* [58]). Pour plus de renseignements sur les méthodes d'implémentation de la programmation par contraintes sur le solveur CPLEX, se reporter aux travaux de Laborie.

La CP a été très peu utilisée dans l'optimisation de la planification minière malgré son potentiel pour la résolution des problèmes d'ordonnancement dans différents domaines. Burt *et al.* [47] ont utilisé la CP et d'autres types de formulation dans l'optimisation de la PMCT pour les mines à ciel ouvert. Ils ont testé cette approche avec une planification journalière. L'objectif consistait à maximiser l'utilisation des concasseurs, des pelles et des camions tout en respectant les contraintes de mélanges et de ressource des équipements. Les auteurs ont conclus que la CP est compétitive par rapport au MIP sans être la meilleure approche.

Campeau et Gamache [62] utilisent la CP pour modéliser et résoudre le problème de la planification des activés d'une mine souterraine dans le cadre d'une PMCT. Ces activités sont composées du forage, du chargement des explosifs, et du roulage. L'objectif consiste à maximiser la valeur actualisée nette associée aux activités réalisées. Les tests effectués sur 5 instances ont montré l'efficacité de la CP comparativement au MIP. Alors que toutes les instances ont été résolues avec la CP, le MIP est parvenu à trouver une solution pour juste une instance et ce avec un gap d'optimalité très important. Les auteurs ont fait ressortir le fait que la CP offre aussi plus de possibilité de modélisation que le programme linéaire. Astrand *et al.* [63] semble être le premier à modéliser l'ordonnancement de l'activité des équipements de production dans une mine souterraine par la programmation par contraintes.

Liess et Michelon [64] ont montré l'efficacité de l'utilisation de la CP pour résoudre les problèmes d'ordonnancement avec contraintes de ressources (RCPSP). Ils ont réalisé des tests sur des instances de références avec des résultats intéressants. Masoud *et al.* [65] ont utilisé la CP, avec une stratégie de recherche en profondeur, pour optimiser un système de transport du charbon par rails en Australie (qui est l'un des leaders mondial de la production de charbon dans le monde) sous la contrainte de ressources limitées telles que le nombre de wagons. L'approche par la CP offre la possibilité des traiter des grandes instances (jusqu'à 15 trains) alors que l'approche par MIP ne dépasse pas les instances qui comptent plus de 6 trains.

2.5 Conclusion

Cette revue de la littérature, particulièrement axée sur l'optimisation de la planification minière des mines à ciel ouvert, fait ressortir quelques points importants sur les résolutions du OPMPSP et de la planification minière à moyen et court terme.

2.5.1 Planification minière à long terme

L'optimisation de l'OPMPSP a fait l'objet d'une large gamme d'études. Ce domaine continue toujours à intéresser les chercheurs notamment sur le volet stochastique et les problèmes de taille réelle. Les méthodes de relaxation Lagrangienne et les méta-heuristiques semblent prendre le pas sur le reste.

2.5.2 Dispatching

Dans la littérature, les équipements concernés par la problématique de l'optimisation du dispatching sont essentiellement les camions et pelles lorsqu'il s'agit des mines à ciel ouvert et les chargeuses-transporteuses pour les mines souterraine. Les équipements de forage et de dynamitage ne sont pas pris en compte dans les modèles. Le dispatching est un problème d'affectation à temps réel, les résultats de l'optimisation du dispatching permettent de prendre des décisions immédiates d'affectation des camions et pelles. Partant de ce fait, une certaine rapidité est attendue dans la résolution de ce type de problème et une certaine précision dans l'établissement de la planification des horaires associés. Sachant que le dispatching est l'étape qui suit directement la PMCT, quelle doit-être le niveau de détail et de précision des précédences des tâches de la modélisation de la PMCT ?

2.5.3 Planification minière à court terme

Pour l'optimisation des planifications à moyen et court terme, l'accent a été mis sur la qualité du minerai (destinations, piles de stockage), l'ordonnancement des blocs, l'allocation des pelles et des camions sans la prise en compte des déplacements des pelles. Le déplacement des pelles et des équipements de forage et de dynamitage ne figurent que dans très peu d'études. D'autres contraintes opérationnelles comme l'accessibilité des faces s'intègrent progressivement dans cette littérature. Les points clés suivants sont à retenir sur l'optimisation de la PMCT :

— La modélisation de la PMCT est pour l'essentiel du type multi-périodes à l'exception des études réalisées par Lui *et al.* [66] et Kozan *et al.* [41] qui sont des modélisations du type « problème d'horaires » ;

— L'unité de l'ordonnancement de la production est le bloc ou un agrégat de blocs et son extraction ou son transport (pour stockage au niveau des piles de stockage) peut se faire, assez souvent, sur plusieurs périodes ;
— Les pelles et les camions sont intégrés à la plus grande proportion des études sous une forme d'allocation d'équipements pour garantir le respect de la capacité de ces derniers. Et généralement, ils ne font pas l'objet de suivi individuel ;
— Les activités de forage et de dynamitage ont été modélisées dans seulement les études de L'Heureux *et al.* [5], Lui *et al.* [66] et Kozan *et al.* [41]. Et les équipements utilisés pour la mise en œuvre de ses opérations ont été modélisés individuellement dans les 2 dernières études ;
— La problématique de la modélisation de l'accessibilité horizontale aux blocs pour la réalisation des opérations a fait l'objet de quelques récentes études : Gholamnejad *et al.* [34], Eivazy *et al.* [36], L'Heureux *et al.* [5], Mousavi *et al.* [37], Matamoros *et al.* [42], Matthew *et al.* [67] ;
— La précédence des tâches (comme l'accessibilité horizontale des blocs, le déplacement des équipements, la succession des opérations, la précédence verticale des blocs) est modélisée dans la littérature de l'optimisation de la PMCT par une approche dont la précision est l'unité de la période de l'horizon de la planification. Par exemple pour la précédence verticale des blocs, la contrainte qui garantie son respect est du type de celle du modèle du problème de l'OPMPSP n°1.5 à laquelle est ajoutée une autre qui garantira l'extraction totale des blocs du dessus.

La planification minière à court terme dans les mines ciel ouvert avec prise en compte du mouvement des équipements est un domaine qui peux présenter des enjeux pratiques et économiques importants pour une meilleure transposition des objectifs de l'OPMPSP dans la problématique du dispatching.

2.5.4 Programmation par contraintes

Cette revue a aussi mise en exergue la presque inexistence de modèle mathématiques construit sur la base de la programmation par contraintes dans le domaine de la planification minière malgré le potentiel réel de cette approche (3 études font cas de tentatives d'utilisation de cette modélisation dans le domaine de l'optimisation de planification minière).

CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE

3.1 Introduction

Dans cette partie sont exposés les concepts clés de la nouvelle modélisation proposée pour le problème de planification à court terme pour les mines à ciel ouvert ainsi que la méthodologie de résolution adoptée pour répondre à la problématique déjà exposée.

3.1.1 Objectifs

Un programme linéaire mixte (MIP) est proposée pour modéliser le problème. Ce modèle est appelé « **modèle de base** » est noté **MP0**. Il assurera le respect des cibles de production, des contraintes de mélanges et opérationnelles en accord avec les hypothèses présentées à la section 3.1.2. Il permettra de décrire le problème et de montrer ses limites en termes de taille et complexité. Une approche de résolution sera proposée pour répondre à la problématique posée.

3.1.2 Hypothèses

Ce modèle est proposé en accord avec les hypothèses présentées à la section 1.3 (page 17) auxquelles sont ajoutées les 2 points ci-dessous :

— ajout d'un bloc artificiel, s, comme point de départ de tous les équipements ;

— ajout d'un autre bloc artificiel, d, comme destination de tous les équipements à la fin de l'horizon de la planification.

3.2 Modélisation

Cette modélisation se fera conformément aux hypothèses présentées à la section 3.1.2. Ce problème compte 4 types de précédence des tâches qui sont :

— La précédence dans la réalisation des opérations sur chaque bloc et dans l'ordre suivant : forage, dynamitage, extraction ;

— La précédence verticale caractérisée par le graphe $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$ (voir la section 1.2.6, page 10) ;

— Les déplacements possibles, de chaque équipement sur les blocs, modélisés par les graphes des déplacements possibles $\mathcal{G}_{d_o} = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_o}), o \in \mathcal{O}$ (voir la section 1.2.9, page 13) ;

— L'accessibilité horizontale des blocs.

La problématique principale de cette modélisation se trouve dans la formulation de ces précédences des tâches dans un contexte d'une optimisation multi-périodes qui doit prendre en compte des équipements et de leurs disponibilités. En effet, la précision de ses précédences doit être améliorée par rapport celle des modèles multi-périodes de la littérature des PMCT ou PMMT pour les mines à ciel ouvert. Pour rappel, la précision des précédences des tâches est l'unité de la période dans cette littérature.

3.2.1 Précision et exactitude des précédences des tâches

Une formulation proche de celle développée par Kozan *et al.* (2016) est proposée pour modéliser les précédences des tâches dans ce contexte multi-périodes. Cette formulation résout les problématiques de la précision et de l'exactitude des précédences des tâches. Toutes les opérations sont prises en compte dans le modèle. L'approche adoptée consiste à utiliser des variables réelles pour modéliser la fin de chaque tâche (opération) réalisée sur chaque bloc contrairement à l'approche habituelle (dans la littérature) qui a recourt à des variables binaires pour la modélisation de la fin des tâches. Un exemple est donné ci-dessous pour illustrer l'impact des 2 types de formulations sur la précédence verticale.

- Exemple de modélisation de la précédence verticale

Deux modèles sont proposés pour ordonnancer un modèle de blocs sous les contraintes suivantes : la cible de production et la précédence verticale. Les 2 modèles sont les caractéristiques principales suivantes :

— dans le premier, les variables de fin de tâche sont binaires ;

— et dans le second, ces mêmes variables sont réelles positives.

Soit un modèle de blocs composé de 4 blocs, $\mathcal{B} = \{i_1, i_2, i_3, i_4\}$, qui sont à extraire sur une seule période par 2 pelles ($\mathcal{E}_p = \{e_1, e_2\}$). La figure 3.1 montre la disposition géométrique du modèle de blocs.

1. Hypothèses :
   — Horizon de planification $T = 1$;
   — Durée d'une unité de période de planification $H = 8$h (h :=heures) ;
   — Chaque équipement a une capacité de 8h par période ;
   — La durée d'extraction U_i de chaque bloc $i \in \mathcal{B}$ est donnée sur la figure 3.1 ;
   — Cible de production = 17h, donc tous les blocs sont à exploiter.
2. Formulation avec des variables de fin de tâche binaires :

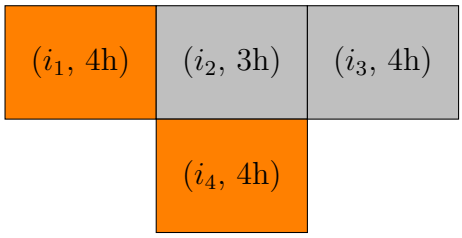


Figure 3.1 Les charges des blocs et la disposition géométrique du modèle de blocs

Les variables :

$$f_i = \begin{cases} 1 & \text{Si l'extraction est terminée sur le bloc } i \text{ sur la période} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$x_i^e = \begin{cases} 1 & \text{la pelle } e \text{ est affecté au bloc } i \text{ pour son extraction} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Les contraintes de la précédence verticale (3.1) et de l'affectation des pelles (3.2) :

$$f_i \leq f_j \qquad \forall (i,j) \in \{(i_4, i_k) \mid k = 1,2,3\} \tag{3.1}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_p} x_i^e = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{3.2}$$

Construction d'une solution :
Vu que tout les blocs sont à extraire sur la période, il en résulte que :

— $f_i = 1, \forall i \in \{i_1, i_2, i_3, i_4\}$;
— $f_{i_4} \leq f_j, \forall j \in \{i_1, i_2, i_3\}$;
— Donc la précédence verticale est respectée pour le bloc i_4, ainsi la configuration $sol_1 = \{(e_1, i_1), (e_1, i_4), (e_2, i_3), (e_2, i_2)\}$ (où (e_p, i_k) signifie que la pelle e_p est chargée de l'extraction du bloc i_k) est une solution réalisable.

3. Formulation avec des variables de fin de tâche réelles :
Les variables :

$f_i \in \mathbb{R}^+$: Moment de fin de l'extraction du bloc i

Les contraintes de la précédence verticale et de l'affectation des pelles :

$$f_j + U_i \leq f_i \qquad \forall (i,j) \in \{(i_4, i_k) \mid k = 1,2,3\} \tag{3.3}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_p} x_i^e = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{3.4}$$

sol_1 est-elle réalisable pour cette nouvelle formulation ?

— L'équipement e_2 extrait i_3, puis i_2 : ainsi $f_{i_3} \geq 4, f_{i_2} \geq 3 + f_{i_3}$ ainsi si l'extraction au lieu le plus tôt possible (sans attente) : $f_{i_3} \geq 4, f_{i_2} \geq 7$;

— L'équipement e_1 extrait i_1, puis i_4 : ainsi $f_{i_1} \geq 4, f_{i_4} \geq 4 + f_{i_1} \Rightarrow f_{i_4} \geq 8$;

— Or d'après la précédence verticale :

$$f_{i_1} + 4 \leq f_{i_4} \Rightarrow 4 + 4 = 8 \leq f_{i_4}$$
$$f_{i_2} + 4 \leq f_{i_4} \Rightarrow 7 + 4 = 11 \leq f_{i_4}$$
$$f_{i_3} + 4 \leq f_{i_4} \Rightarrow 4 + 4 = 8 \leq f_{i_4}$$

D'où $f_{i_4} \geq 11h > 8h$, ce qui est impossible, car la durée de la période sera dépassée.

— Ainsi sol_1 n'est pas réalisable dans cette formulation.

La figure 3.2 ci-dessous montre un diagramme de Gantt de la solution sol_1 pour les 2 formulations déjà exposées : selon la formulation avec les variables de fin de tâche binaires, sol_1 est une solution réalisable (voir le graphe a. sur la figure 3.2) et d'après la seconde formulation sol_1 n'est pas une solution réalisable (voir le graphe b. sur la figure 3.2). Ceci montre que la formulation avec les variables de fin de tâche binaires peut générer des solutions non cohérentes en pratique.

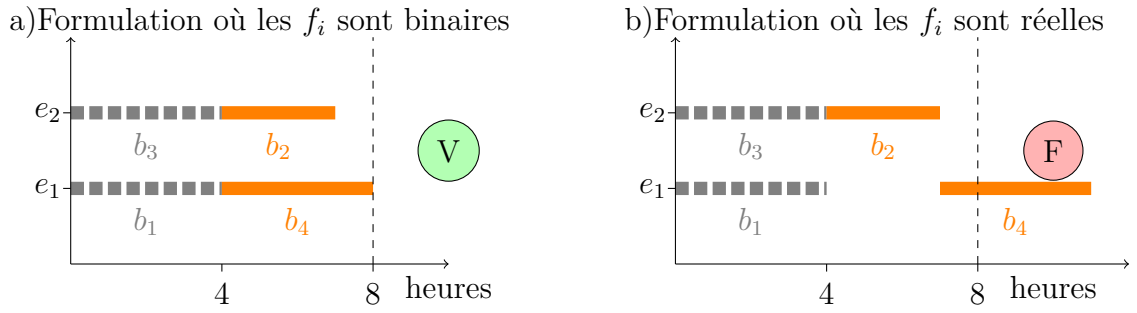


Figure 3.2 Présentation de la solution sol_1 en diagramme de Gantt pour les 2 formulations

3.2.2 Précédence des tâches dans un contexte multi-périodes et une prise en compte des équipements avec leurs disponibilités

La formulation proposée pour améliorer la précision à la section 3.2.1 pose un autre problème qui résulte du contexte multi-périodes combiné à la prise en compte des équipements avec leur disponibilité.

Lorsque deux (2) tâches sont consécutives, trois (3) cas de figures peuvent se présenter :

— Cas 1 : les deux tâches s'achèvent durant la même période t ;

— Cas 2 : les deux tâches s'achèvent sur 2 périodes consécutives t et $t + 1$;

— Cas 3 : les deux tâches s'achèvent sur 2 périodes non consécutives t et t' avec $t+1 < t'$.

La figure 3.3 est une illustration des 3 possibilités de précédence entre deux tâches consécutives notées o et $o+1$.

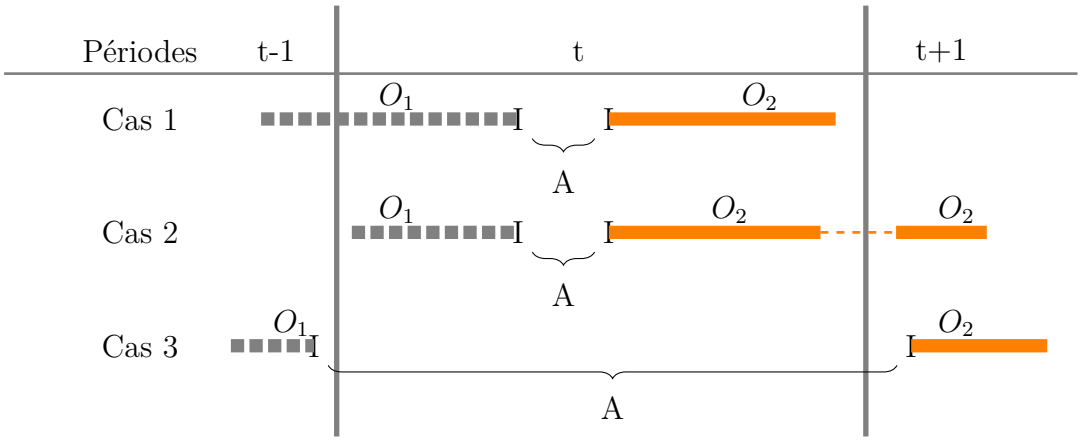


Figure 3.3 Possibilités de précédence de 2 tâches consécutives O_1 et O_2 sur les périodes $(t-1)$, t et $(t+1)$.

Les précédences **cas 1** et **cas 3** de la figure 3.3 seront modélisées par la formulation classique ci-dessous. Soit o_1 et o_2 deux tâches potentiellement consécutives :

— f_o, f_{o+1} : les variables des fins des tâches respectives de o_1, o_2 ;

— $d_{o_1 o_2}$: durée de passage de la tâche o_1 vers o_2 ;

— Formulation : $f_{o_1} + d_{o_1 o_2} \leq f_{o_2}$.

La situation illustrée par le **cas 2** ne peut pas être modélisée par cette formulation classique du fait que la réalisation des charges est dynamique (il est possible de réaliser les opérations de forage et d'extraction sur 2 périodes) et de la disponibilité des équipements par période (il est presque impossible à un équipement d'être en état de fonctionner sur toute une période). La problématique posée par le **cas 2** est illustrée par un exemple à la section 3.2.2. Il est alors proposé une autre formulation qui consiste à ajouter une borne inférieure à la variable qui modélise la fin de la tâche o_2 (sur la figure 3.3).

- Exemple d'illustration la problématique posée par la modélisation de la précédence des tâches dans le cas 2

On considère 2 tâches successives o et o_2 (voir le **cas 2** de la figure 3.3) avec les données ci-dessous :

— Les charges sont exprimées en heures ;

— Notation : pour toute tâche $o \in \{o_1, o_2\}$;

— paramètres :
  - U_o : charge totale de la tâche o
  - $H = 10$: durée d'une période ;
— variables :
  - f_o : représente le moment de fin de la tâche o
  - u_o^t : représente la partie de la charge de la tâche o réalisée durant la période t.

— Données :
  - $U_{o_1} = 3, u_{o_1}^t = 3, f_{o_1} = 10t - 7$
  - $U_{o_2} = 5, u_{o_2}^t = 3.5, u_{o_2}^{t+1} = 1.5$

Résultats des 2 types de modélisations :

— première formulation : $f_{o_2} \geq U_{o_2} + f_{o_1}$
  $\Rightarrow f_{o_2} \geq 5 - 7 + 10t$
  $\Rightarrow f_{o_2} \geq 10t - 2$

— seconde formulation, ajout de la borne inférieure : $f_{o_2} \geq u_{o_2}^{t+1} + 10t$
  $\Rightarrow f_{o_2} \geq 10t + 1.5$

La seconde formulation est meilleure et elle a été rendue possible grâce à l'utilisation de l'information selon laquelle la tâche o_2 a été réalisée durant les périodes t et $t + 1$. Or cette information n'a pas fait l'objet d'utilisation dans la formulation classique.

3.3 Modèle de base (MP0)

Le modèle mathématique MP0, présenté ci-dessous, décrit le problème posé de l'optimisation de la planification minière à court terme dans les mines à ciel ouvert. Une autre version, notée $MP0_1$ et disponible à l'annexe A.2, avait été développée initialement. La particularité principale de $MP0_1$ est que les variables qui modélisent la fin des tâches sont binaires, ainsi la précision des précédences des tâches est l'unité de la période. Alors que ces dernières sont des réelles positives dans MP0. La version de MP0 épurée des commentaires est aussi présentée à l'annexe A.1.

3.3.1 Indices

La liste des indices :

i, j : Index des blocs

s : Bloc artificiel qui représente le dépôt de départ des équipements

d : Bloc artificiel qui représente le dépôt de destination des équipements

o : Index des opérations

e : Identifiant pour un équipement

t : Index des périodes

φ : Identifiant des faces (voir la section 1.2.7 - page 11)

k : Identifiant des caractéristiques physico-chimique

3.3.2 Ensembles

Présentation de la liste des ensembles :

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs pour lesquels φ constitue une face

$\mathcal{A}_{d_o}$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc i est visité juste avant le bloc j pour l'opération o

$\mathcal{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j doit être extrait avant l'accès au bloc i

$\mathcal{G}_{d_o}$ =$(\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_o})$: Graphe des déplacements possibles pour l'opération o

$\mathcal{G}_p$ =$(\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathcal{A}_{d_o}^{-i}$: Ensemble des blocs prédécesseurs du bloc i dans le graphe $\mathcal{G}_{d_o}$

$\mathcal{A}_{d_o}^{i+}$: Ensemble des blocs successeurs du bloc i dans le graphe $\mathcal{G}_{d_o}$

$\mathcal{E}_o$: Ensemble des équipements pouvant effectuer l'opération o

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i où $i \in \mathcal{B}$

$\mathcal{K}$: Ensemble des éléments physico-chimiques

$\mathcal{O} = \{1, 2, 3\}$: Ensemble des opérations où 1 := forage, 2 := dynamitage, 3 := extraction

$\mathscr{T}_i^o$: représente l'ensemble des périodes potentielles de réalisation de l'opération o sur le bloc i

$\mathcal{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face φ

3.3.3 Paramètres

Liste des paramètres :

α_{oe}^t : Charge minimale de travail à effectuer par e ($e \in \mathcal{E}_o$) dans la période t

β_e^o : Coût horaire de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

λ_i^o : Gain de coût engendré par l'accessibilité du bloc i pour l'opération o

C_e^o : Capacité de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

D_e^{ot} : Disponibilité (en %) de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur la période t

Δ_{ij} : Distance entre les blocs i et j (en km)

H : Durée d'une période (en heures)

I_{ie}^o : Durée (en heures) d'installation de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur le bloc i

M_i : Métal contenu dans le bloc i (en tonnes)

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

N_F^i : Nombre de faces du bloc i

T_o : Nombre maximal de périodes de réalisation de l'opération o sur tout bloc

T : Nombre de périodes dans l'horizon de la planification

γ_o : Charge minimale à effectuer sur un bloc dans une période lorsque l'opération o a lieu sur ce bloc

Q_i^k : Quantité de l'élément physico-chimique k dans le bloc i (en tonnes)

U_i^o : Charge du bloc i en unités de l'opération o

$\overline{M_t}$: Quantité maximale de métal à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{M_t}$: Quantité minimale de métal à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{O_t}$: Quantité maximale de minerai à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{O_t}$: Quantité minimale de minerai à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{P_t}$: Quantité maximale de brut à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{P_t}$: Quantité minimale de brut à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{Q_k^t}$: Quantité maximale admissible de l'élément physico-chimique k à la période t (en tonnes)

$\underline{Q_k^t}$: Quantité minimale admissible de l'élément physico-chimique k à la période t (en tonnes)

V_{ij}^{oe} : Vitesse (en km/h) de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) lors de son déplacement de i vers j

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est du minerai} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

3.3.4 Description des variables de décision

$$a_i^o = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'opération } o \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

La variable binaire r permet de savoir pour tout couple (i, φ) (i bloc et φ une face associée à i) et toute opération o, si la réalisation de o sur le bloc i a débuté avant la fin de l'opération o sur la face φ. Elle permet, en d'autres termes, de savoir s'il est possible d'accéder au bloc i par la face φ pour la réalisation de l'opération o.

$$r_\varphi^{io} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'opération } o \text{ n'est pas achevée sur } \varphi \text{ lorsqu'elle a débuté sur le bloc } i \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'opération } o \text{ a lieu (achevée ou pas) sur le bloc } i \text{ durant la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

La variable x indique si un équipement e (opération o) est affecté à un bloc i à la période t. La variable binaire z modélise le déplacement direct d'un équipement donné entre deux (2) blocs, elle donne aussi le sens de ce déplacement. x et z sont liées ($x_{ie}^{ot} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} z_{jie}^{ot}$) et elles sont construites comme des variables en escalier.

$$x_{ie}^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'équipement } e(\in \mathcal{E}_o) \text{ est affecté au bloc } i \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$z_{ije}^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'équipement } e(\in \mathcal{E}_o) \text{ quitte le bloc } i \text{ pour } j \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_i^o \geq 0$: Moment de fin de l'opération o sur le bloc i

$g_\varphi^o \geq 0$: Moment de fin de l'opération o sur la face φ

$u_{ie}^{ot} \geq 0$: Quantité produite par l'équipement e sur le bloc i dans la période t

3.3.5 Fonction objectif

La fonction objectif comprend d'une part la minimisation des coûts des déplacements et de l'installation des équipements, et d'autre part la valorisation de l'accessibilité des blocs par opération. Partant de la diversité des équipements et de l'accessibilité des blocs, des poids (paramètres) ont été introduits pour harmoniser les différents termes de la fonction objectif qui n'ont pas, *a priori*, la même importance.

Les deux composantes de la fonction objectif sont :

— Le coût du déplacement des équipements qui est à minimiser ; les poids positifs β_e^o permettent d'inclure l'importance de chaque équipement dans la fonction objectif ; ce terme est donné par :

$$\sum_{o\in\mathcal{O}} \Big(\sum_{e\in\mathcal{E}_o} \beta_e^o \sum_{(j,i)\in\mathcal{A}_{d_o}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o) z_{jie}^{oT} \Big) \tag{3.5}$$

— Le coût de l'accessibilité des blocs avant leur exploitation (par type d'opération) est à maximiser ; les poids λ_i^o permettent l'harmonisation des coûts à l'échelle de la fonction objectif ; le terme est donné par :

$$\sum_{o\in\mathcal{O}} \sum_{i\in\mathcal{B}} \lambda_i^o a_i^o \tag{3.6}$$

Ainsi la fonction objectif est donnée par :

$$\min \sum_{o\in\mathcal{O}} \Big(-\sum_{i\in\mathcal{B}} \lambda_i^o a_i^o + \sum_{e\in\mathcal{E}_o} \beta_e^o \sum_{(j,i)\in\mathcal{A}_{d_o}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o) z_{jie}^{oT} \Big) \tag{3.7}$$

L'accessibilité des blocs est intégrée dans la fonction objectif du fait de la non réalisabilité qu'elle pourrait induire pour le MP0. En effet, si elle est ajoutée comme contrainte dans le MP0, cette dernière s'assurera de l'accessibilité pour tous les blocs avant leur exploitation. C'est le cas, par exemple, d'une instance constituée d'un modèle de blocs initial qui comporte au moins un gradin dont l'exploitation n'a pas débuté mais qui devrait l'être sur l'horizon de la planification pour le respect des cibles de production et des contraintes de mélange. Les premiers blocs (au minimum 3) à extraire de ce gradin pour créer une plateforme de travail pour les pelles ne disposent pas d'aucune face d'accès. Ainsi ces blocs ne seront jamais accessibles (voir la figure 1.2) de la page 3, ce qui rendra MP0 non réalisable.

3.3.6 Contraintes

- Précédences temporelles des variables Les contraintes 3.8 et 3.9 assurent aux variables chargées des affectations, x et z, qu'elles soient des variables en escalier comme illustré sur la figure 3.4.

$$z_{ije}^{ot} \leq z_{ije}^{o(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{3.8}$$

$$x_{ie}^{ot} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} z_{jie}^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{3.9}$$

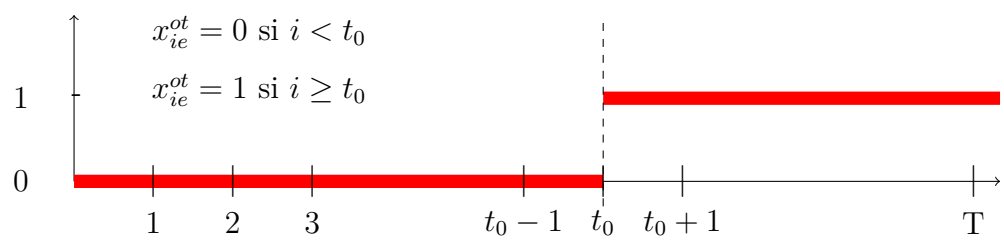


Figure 3.4 Exemple de représentation de la variable binaire en escalier x

- Production - affectation - période Cette partie, 3.10 à 3.20, présente certains liens entre les variables de production u_{ie}^{ot}, y_i^{ot}, de déplacement z_{jie}^{ot} et les variables de fin d'opération f_i^o. Il s'agit essentiellement des affectations, des bornes et de la limitation du nombre maximal de périodes de réalisation des opérations.
La contrainte ci-dessous assure l'obligation pour tout équipement à réaliser un minimum de charge par période :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} u_{ie}^{ot} \geq \alpha_{oe}^{t} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall t = 1, ..., T \tag{3.10}$$

L'affectation, pour chaque opération, d'un seul équipement au maximum par bloc est assurée par la contrainte ci-dessous :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{oT} \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{3.11}$$

Les contraintes 3.12 à 3.14 donnent des bornes inférieures et supérieures qui permettent d'encadrer les variables de fin de réalisation de chaque opération sur chaque bloc en fonction des périodes :
- bornes inférieures :

$$f_i^o \geq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \left(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o) z_{jie}^{ot} \right) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ t = 1 \tag{3.12}$$

$$f_i^o \geq (t-1) H y_i^{ot} + \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \left(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o)(z_{jie}^{ot} - z_{jie}^{o(t-1)}) \right)$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 2, ..., T \tag{3.13}$$

- bornes supérieures :

$$f_i^o \leq t H y_i^{ot} + H y_i^{o(t+1)} + T H (1 - y_i^{ot})$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T-1 \tag{3.14}$$

Les contraintes 3.12 - 3.15 assurent que le respect du nombre maximum de périodes d'exploitation du bloc i pour chaque opération o :

$$y_i^{ot} + y_i^{o(t+T_o)} \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T - T_o \tag{3.15}$$

Liens entre les variables u_{ie}^{ot} et y_i^{ot}, lorsqu'une opération o donnée est réalisée sur un bloc i, $u_{ie}^{ot} > 0$, alors $y_i^{ot} = 1$:

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \leq U_i^o y_i^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{3.16}$$

La contrainte 3.17 permet d'éviter la réalisation d'une très faible charge (proche de 0) sur un

bloc i donné pour une opération o sur une période t :

$$\gamma_o y_i^{ot} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{3.17}$$

La contrainte 3.18 assure de ne pas réaliser plus que la charge initiale du bloc par opération :

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \leq U_i^o \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{3.18}$$

Pour tous bloc i et une opération o donnés, la contrainte 3.19 s'assure de l'affectation d'un équipement en charge de l'opération o sur le bloc i avant le début de réalisation de o sur i :

$$y_i^{ot} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{ot} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T \tag{3.19}$$

Un équipement affecté à un bloc ne peut pas le quitter sans avoir terminer l'opération sur ce bloc :

$$U_i^o \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{i+} \setminus \{d\}} z_{ije}^{ot} \leq \sum_{t'=1}^{t} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot'} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T \tag{3.20}$$

Les contraintes 3.21 et 3.22 assurent que le déplacement d'un équipement vers un bloc dans une période entraine la réalisation de l'opération dont l'équipement à la charge opération sur ce bloc et dans cette période :

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} z_{jie}^{ot} \leq y_i^{ot} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ t = 1 \tag{3.21}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} (z_{jie}^{ot} - z_{jie}^{o(t-1)}) \leq y_i^{ot} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 2, ..., T \tag{3.22}$$

- Succession des opérations sur un bloc Les contraintes 3.23 à 3.25 gèrent les liens de la succession des opérations ($(o-1)$ et o) sur un bloc :

— La contrainte 3.23 assure cette précédence lorsque ces deux (2) opérations s'achèvent dans la même période (voir en illustration le **cas 1** sur la figure 3.3) :

$$f_i^o \geq f_i^{(o-1)} + \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \left(I_{ie}^o + \frac{U_i^o}{C_e^o} \right) x_{ie}^{oT} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \{2, 3\} \tag{3.23}$$

— La contrainte ci-dessous gère cette précédence lorsque $(o-1)$ se termine dans la période t et l'opération o a lieu sur les périodes t et $(t+1)$ (voir en illustration le **cas 2** sur

la figure 3.3). Elle affecte aussi la durée d'installation de l'équipement à la période de début de réalisation de l'opération o sur le bloc i :

$$TH(1-y_i^{(o-1)t})+TH(1-y_i^{ot})+tHy_i^{ot} \geq f_i^{(o-1)}+\sum_{e\in\mathcal{E}_o}\left(I_{ie}^o x_{ie}^{oT}+\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}\right)$$
$$\forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o\in\{2,3\};\ \forall t=1,...,T \quad (3.24)$$

L'affectation au bloc i d'un équipement pour réaliser l'opération o se fait après l'affectation d'un équipement pour la réalisation de l'opération $(o-1)$ sur le même bloc :

$$x_{ie}^{ot} \leq \sum_{e'\in\mathcal{E}_{(o-1)}} x_{ie'}^{(o-1)t} \qquad \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o\in\{2,3\};\ \forall e\in\mathcal{E}_o;\ \forall t=1,...,T \quad (3.25)$$

Lien entre les périodes de réalisation du forage et du dynamitage :

$$y_i^{2t} \leq y_i^{1t} \qquad \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t=1,...,T \quad (3.26)$$
$$y_i^{1t} \leq y_i^{2t}+y_i^{2(t+1)} \qquad \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t=1,...,T-1 \quad (3.27)$$

Lien entre les périodes de réalisation du dynamitage et de l'extraction :

$$y_i^{2t} \leq y_i^{3t}+y_i^{3(t+1)} \qquad \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t=1,...,T-1 \quad (3.28)$$
$$y_i^{3(t+1)} \leq y_i^{2(t+1)}+y_i^{2t}+y_i^{3t} \qquad \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t=1,...,T-1 \quad (3.29)$$

- Précédence verticale Les contraintes 3.30 à 3.32, gèrent la précédence verticale entre les couples de blocs $(i,j) \mid (i,j)\in\mathcal{A}_p$:

— La contrainte 3.30 assure la précédence verticale lorsque l'extraction du bloc j et le forage du bloc i s'achèvent dans la même période :

$$f_i^1 \geq f_j^3+\sum_{e\in\mathcal{E}_1}(I_{ie}^1+\frac{U_i^1}{C_e^1})x_{ie}^{1T} \qquad \forall (i,j)\in\mathcal{A}_p \quad (3.30)$$

— La contrainte ci-dessous gère cette précédence lorsque l'extraction de j se termine dans la période t et le forage de i a lieu sur les périodes t et $(t+1)$:

$$tHy_i^{1t}+TH(1-y_i^{1t})+TH(1-y_j^{3t}) \geq f_j^3+\sum_{e\in\mathcal{E}_1}\left(I_{ie}^1 x_{ie}^{1T}+\frac{u_{ie}^{1t}}{C_e^1}\right)$$
$$\forall (i,j)\in\mathcal{A}_p;\ \forall t=1,...,T \quad (3.31)$$

La contrainte 3.32 assure que l'affectation d'une foreuse au bloc i se fait après l'affectation d'une pelle au bloc j :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_1} x_{ie}^{1t} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{je}^{3t} \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall t = 1, ..., T \tag{3.32}$$

- Accessibilité des blocs Comme défini dans la section 1.2.7 (page 11), chaque bloc dispose d'un certain nombre de faces qui lui sont associées. Ce groupe de contraintes, 3.33 à 3.36, assure, pour chaque opération o, la relation entre le début d'ouverture des faces et l'accessibilité des blocs associés à ces faces :

— La fin de l'opération o sur les blocs qui composent une face entraine l'ouverture de cette dernière pour cette opération (contrainte 3.33) :

$$f_j^o \leq g_\varphi^o \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall j \in \mathcal{V}_\varphi \tag{3.33}$$

— Le bloc i ne sera pas accessible par la face φ pour l'opération o si cette même opération est entamée sur i avant sa fin sur la face φ :

$$r_\varphi^{io} \geq \frac{1}{TH}\Big(g_\varphi^o - (f_i^o - \sum_{e \in \mathcal{E}_o}(I_{ie}^o + \frac{U_i^o}{C_e^o})x_{ie}^{oT})\Big) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{3.34}$$

— La contrainte 3.35 permet à la variable a_i^o de prendre la valeur 1 lorsque l'opération o est achevée sur au moins une des faces du bloc i avant le début de l'opération sur i :

$$a_i^o + \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} r_\varphi^{io} \leq N_F^i \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{3.35}$$

— Comme le modèle de blocs peut contenir des blocs qui ne seront pas exploités, la contrainte ci-dessous bloque la comptabilisation des accessibilités des blocs qui ne seront pas exploités ($x_{ie}^{oT} = 0$) pour ne pas polluer la fonction objectif :

$$a_i^o \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{oT} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{3.36}$$

- Déplacement des équipements Les contraintes 3.37 à 3.44 assurent la gestion des tournées des équipements. Les contraintes 3.37 et 3.38 assurent l'affectation appropriée des temps de déplacement et d'installation à la bonne période :

— La contrainte 3.37 assure la précédence du bloc j vers le bloc i lorsque l'opération o s'achève sur les 2 blocs dans la même période :

$$f_j^o + (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o + \frac{U_i^o}{C_e^o})z_{jie}^{oT} \leq f_i^o + H(T+1)(1 - z_{jie}^{oT})$$
$$\forall o \in \mathcal{O};\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (3.37)$$

— La contrainte ci-dessous gère la même précédence lorsque l'opération o se termine dans la période t sur le bloc j et a lieu dans les périodes t et $(t+1)$ sur le bloc i :

$$f_j^o + (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o)z_{jie}^{oT} + \frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} \leq tHy_i^{ot} + TH(1 - y_i^{ot}) + TH(1 - y_j^{ot}) + H(T+1)(1 - z_{jie}^{oT})$$
$$\forall o \in \mathcal{O};\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall t = 1, ..., T \quad (3.38)$$

Lorsque l'équipement e passe directement du bloc j au bloc i, la contrainte ci-dessous assure que l'affectation de e au bloc i se fasse après l'affectation de e au bloc j :

$$x_{ie}^{ot} \leq x_{je}^{ot} + (1 - z_{jie}^{oT}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o} \quad (3.39)$$

La contrainte 3.40 initialise à zéro la valeur de la fin de l'opération o sur le bloc de dépôt de départ s pour tous les équipements :

$$f_{se}^o = 0 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (3.40)$$

La contrainte 3.41 initialise à $TH + 1$ la valeur de la fin de l'opération o sur le bloc de dépôt de destination d pour tous les équipements :

$$f_{de}^o = TH + 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (3.41)$$

Les contraintes 3.42 à 3.44 assurent la conservation du flot, le départ de tous les équipements à partir du dépôt s et leur retour sur le dépôt de destination d :

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} z_{jie}^{oT} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{i+}} z_{ije}^{oT} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (3.42)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}_{d_o}^{s+}} z_{sie}^{o1} = 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (3.43)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}_{d_o}^{-d}} z_{ide}^{oT} = 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (3.44)$$

- Capacité et disponibilité des équipements Ces contraintes assurent le non dépassement de la durée disponible par équipement et par période :

$$\sum_{i\in\mathcal{B}}\Big(\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}}+I_{ie}^{o})z_{jie}^{ot}+\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}\Big)\leq HD_e^{ot}$$

$$t=1;\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \quad (3.45)$$

$$\sum_{i\in\mathcal{B}}\Big(\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}}+I_{ie}^{o})(z_{jie}^{ot}-z_{jie}^{o(t-1)})+\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}\Big)\leq HD_e^{ot}$$

$$\forall t=2,...,T;\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \quad (3.46)$$

- Durée des opérations sur bloc Lorsque plusieurs opérations ont lieu sur un bloc, et sur une seule période, ces contraintes assurent que les opérations réalisées sur ce bloc n'excèdent pas la durée de cette période :

$$\sum_{o\in\mathcal{O}}\sum_{e\in\mathcal{E}_o}\Big(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}+\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}I_{ie}^{o}z_{jie}^{ot}\Big)\leq H \qquad \forall i\in\mathcal{B};\ t=1 \quad (3.47)$$

$$\sum_{o\in\mathcal{O}}\sum_{e\in\mathcal{E}_o}\Big(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}+\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}I_{ie}^{o}(z_{jie}^{ot}-z_{jie}^{o(t-1)})\Big)\leq H \qquad \forall i\in\mathcal{B};\ \forall t=2,...,T \quad (3.48)$$

- Cibles de production et contraintes de mélange Ces contraintes assurent le respect des cibles de production (brut et métal) et des contraintes de mélanges sur chaque période :

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}u_{ie}^{3t}\leq\overline{P_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad (3.49)$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}u_{ie}^{3t}\geq\underline{P_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad (3.50)$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}S_iu_{ie}^{3t}\leq\overline{O_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad (3.51)$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}S_iu_{ie}^{3t}\geq\underline{O_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad (3.52)$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{M_iS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\leq\overline{M_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad (3.53)$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{M_iS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\geq\underline{M_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad (3.54)$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{Q_i^k S_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t} \leq \overline{Q_k^t} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall k\in\mathcal{K} \tag{3.55}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{Q_i^k S_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t} \geq \underline{Q_k^t} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall k\in\mathcal{K} \tag{3.56}$$

- Domaine des variables

$$a_i^o \in \{0,1\} \qquad \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o\in\mathcal{O} \tag{3.57}$$

$$f_i^o \in \mathbb{R}^+ \qquad \forall i\in\mathcal{B};\ \forall o\in\mathcal{O} \tag{3.58}$$

$$g_\varphi^o \in \mathbb{R}^+ \qquad \forall o\in\mathcal{O};\ \forall \varphi\in\mathcal{F} \tag{3.59}$$

$$u_{ie}^{ot} \in \mathbb{R}^+ \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall i\in\mathcal{B};\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \tag{3.60}$$

$$r_\varphi^{io} \in \{0,1\} \qquad \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall \varphi\in\mathcal{F}_i \tag{3.61}$$

$$x_{ie}^{ot} \in \{0,1\} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s\};\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \tag{3.62}$$

$$y_i^{ot} \in \{0,1\} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s\};\ \forall o\in\mathcal{O} \tag{3.63}$$

$$z_{ije}^{ot} \in \{0,1\} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall (i,j)\in\mathcal{A}_{d_o};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \tag{3.64}$$

3.4 Stratégies de prétraitement

Trois de stratégies de prétraitement globale ont été proposées afin de réduire la taille du MP0 et ainsi accélérer la résolution des modèles. Ces stratégies s'appuient principalement sur la géométrie du modèle de blocs et son impact sur les possibilités de déplacement des équipements. Elles seront appliquées dans la suite du processus de résolution sur différents modèles mathématiques.

3.4.1 Précédence verticale

Cette stratégie se subdivise en deux sous-stratégies :

1. **Période d'exploitation d'un bloc au plus tard** : il a été possible d'effectuer un prétraitement basé sur le moment (période) de début d'exploitation d'un bloc au plus tard (Cullenbine *et al.* [21], Bley *et al.* [30]) en fonction des cibles de production et des contraintes de précédence verticale. Cette approche a été étendue aux faces qui sont constituées de blocs et dont l'exploitation est aussi suivie dans cette résolution ;
2. **Cône de précédence** : en considérant les opérations (forage, dynamitage et extraction) et les performances des équipements en charge de les mettre en œuvre, il est possible d'estimer les durées des opérations à effectuer sur chaque bloc. Ainsi, pour chaque bloc i donné et pour tout bloc j élément de son cône de précédence, il sera

calculé la durée minimale incompressible entre les réalisation de l'opération o sur le bloc i et celle de o' sur le bloc j. Cette durée minimale correspond au plus long chemin entre les blocs i et j dans un graphe qui sera construit à partir de $\mathcal{G}_p$ par ajout de poids adéquats sur les arcs et d'autres modifications. Ce calcul pourra se faire à l'aide de certains algorithmes classiques de plus court chemin dans un graphe.
Pour tout bloc i, sur la base de ces durées incompressibles, il sera associé à chaque bloc j appartenant à son cône de précédence, le nombre de périodes minimales entre l'exploitation de j et celle de i. Un regroupement grossier permet de définir deux (2) sous-ensembles :

— Un premier sous-ensemble de blocs qui peuvent être exploités dans une même période que le bloc i ;
— Un second sous-ensemble composé des blocs qui ne seront jamais exploités avec le bloc i sur une même période.

3.4.2 Cône de déplacement

Les relations de précédence verticale entrainent une configuration physique qui empêche des déplacements directs entre certains blocs. En effet, pour tout bloc i, il est physiquement impossible pour un équipement de passer directement de ce bloc vers tout autre bloc de l'ensemble des blocs, noté $DepCoEns_i$, formé par les blocs des cônes de précédence et de succession dans la fermeture transitive $\overline{\mathcal{G}}_p$. Une exception est faite pour les blocs situés directement sous le bloc i.
Ainsi, il ne sera pas nécessaire de créer certaines variables de déplacements z_{ije}^{ot} entre chaque bloc i et ceux contenus dans l'ensemble $DepCoEns_i$ (voir en illustration la figure 3.5).
Ce pré-traitement permet une réduction de presque 13 % du nombre initial des variables de déplacement sur certaines instances théoriques testées.

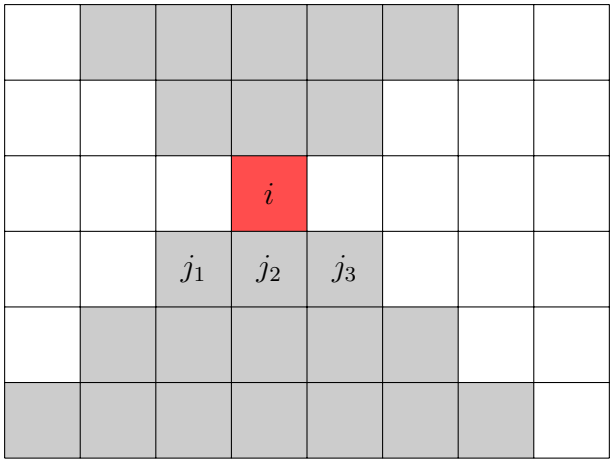


Figure 3.5 Coupe de profil d'un modèle de blocs : le bloc i en rouge, les blocs contenus dans l'ensemble $DepCoEns_i$ en gris. Seuls les déplacements de i vers $j_k, (k = 1, 2, 3)$ sont permis avec les blocs de $DepCoEns_i$

3.4.3 Rayon de déplacement

Une autre approche de réduction nombre d'arcs du graphe des déplacements possibles, consiste à fixer une distance maximale à ne pas dépasser par les équipements lors des déplacements directs entre 2 blocs. À partir d'une position donnée qui correspond aux coordonnées du dernier bloc sur lequel l'équipement a travaillé, ce dernier pourra se déplacer directement vers tout autre bloc non encore affecté à l'intérieur du cercle dont le rayon correspond à cette distance maximale. Cela implique que cet équipement ne peut pas être affecté à des blocs situés au delà de ce rayon. Cependant, dans l'absolue, tout équipement peut se déplacer partout dans la mine, mais seulement de proche en proche (voir l'illustration de la figure 3.6). L'impact de cette stratégie est très simple à évaluer. Il reste que son efficacité est tributaire de la valeur du rayon, et cette dernière est à fixer en fonction de la réalité de chaque mine. Une attention particulière doit être portée sur la valeur de ce rayon. Si elle est trop petite, le MP0 sera non réalisable, et si elle est trop grande, l'impact de la réduction sera négligeable.

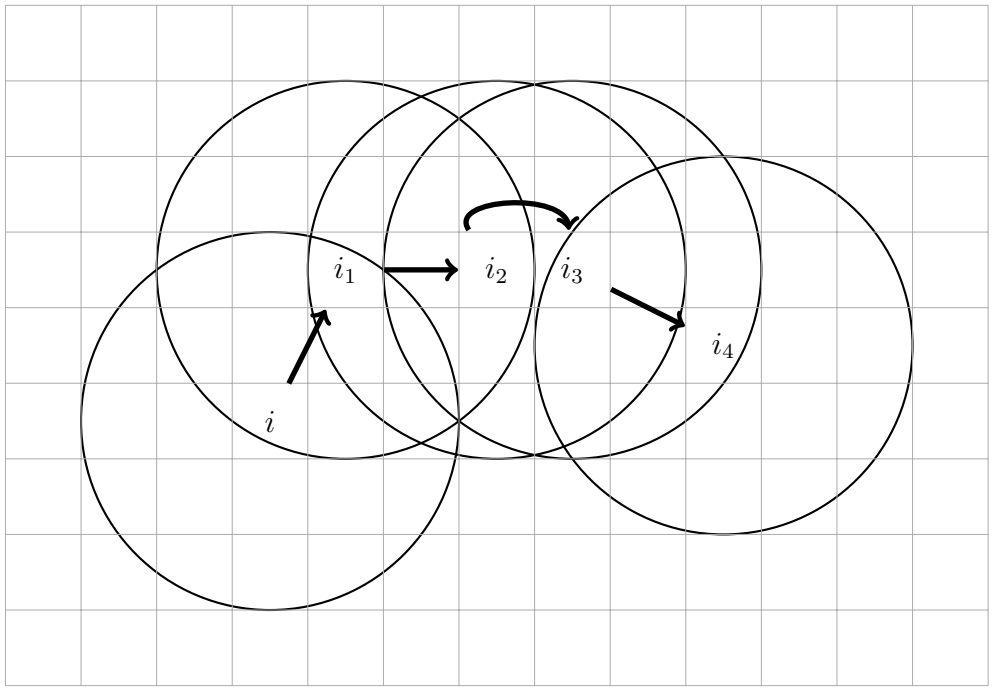


Figure 3.6 Vu en plan d'un modèle de blocs : déplacement d'un équipement de proche en proche (i,i_1,i_2,i_3,i_4) dans le rayon de déplacement

3.5 Résultats numériques et discussions

Les implémentations des modèles ont été réalisées sur des ordinateurs de type Intel(R) Core(TM) i7- 4770 CPU @ 3.40GHz and 16 GB of RAM. L'édition est faite avec Python API et les solveurs utilisés sont les suivants :

— MIP : Gurobi version 7.5.0 ;
— CP : DOcplex.CP de IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8.0.0.

3.5.1 Données d'entrées

1. Modèles de blocs :

   Les instances utilisées pour tester les modèles mathématiques sont issues de modèles de blocs artificiels qui ont été construits sur la base de la précédence verticale (voir figure 1.5) fixée dans les hypothèses. Le nombre de bancs du modèle de blocs détermine le nombre de blocs qu'il contient. Les modèles de blocs qui seront utilisés sont présentés dans le tableau 3.1. Les blocs ont les mêmes dimensions (longueur de 25 m, largeur de 25 m et hauteur de 10 m). Une valeur est générée suivant la loi de probabilité uniforme continue $U(0,1)$ pour chaque bloc du modèle de blocs. Cette valeur servira à définir la teneur en métal du bloc. Une teneur de coupure est ensuite fixée. Tous les blocs dont la teneur est inférieure à cette valeur sont considérés comme stérile.

   Tableau 3.1 Modèles de blocs utilisés pour les tests

n^o modèles blocs	N2	N3	N4	N6	N8	N9	N10	N12	N13	N14
nb de bancs	2	3	4	6	8	9	10	12	13	14
nb de blocs	6	19	44	146	344	483	670	1156	1496	1834

2. Équipements :

   Le nombre d'équipements peut varier entre 2 et 6 par type d'opération et en fonction des cibles de production. Une vérification est réalisée sur chaque instance pour déterminer si le parc d'équipements proposé dispose de la capacité nécessaire à la réalisation de la production. Chaque équipement possède des performances individuelles en rapport avec les caractéristiques suivantes :
   — Une vitesse de déplacement (km/h) ;
   — Une capacité de production : mètres forés par heure pour les foreuses et mètres chargés par heure pour les équipes de dynamitage et tonnes par heure pour les pelles ;
   — Une durée d'installation sur un bloc (en heures) ;
   — Un taux de disponibilité par période.

3. Liste de quelques paramètres :
   — $(\lambda_i^o)_{i\in\mathcal{B},\ o\in\mathcal{O}}$: ont été intégrés au modèle MP0 pour hiérarchiser l'accessibilité des blocs par type d'opération et équilibrer ce terme avec celui du déplacement des

équipements dans la fonction objectif. Pour le cas des instances testées, l'accessibilité des blocs pour l'extraction est celle qui a été mise en valeur en priorité, elle représente presque 96% de la valeur totale de l'accessibilité pour les 3 opérations pour un bloc donné. En pratique, la garantie de l'accessibilité pour l'extraction pour un bloc est presque liée celle des opérations de forage et dynamitage.

— $(\beta_e^o)_{o\in\mathcal{O},\ e\in\mathcal{E}_o}$ permettent de hiérarchiser les déplacements par type d'opération et avec l'autre terme de la fonction objectif. Le déplacement des pelles constitue la priorité.

— $(\gamma_o)_{o\in\mathcal{O}}$ permettent de définir une charge minimale à réaliser sur un bloc lorsqu'une opération o est entamée sur ce bloc. Cela permet d'éviter la réalisation de charges très faibles en valeur et donc non réalistes (par exemple la production de 0.23 tonnes sur un bloc durant la période t).

— Les paramètres $(\alpha_e^o)_{o\in\mathcal{O},\ e\in\mathcal{E}_o}$ permettent de définir une charge minimale à réaliser par chaque équipement et par période afin d'éviter l'inactivité totale des équipements sur les périodes.

3.5.2 Taille du modèle de base

Le modèle est très combinatoire, les graphiques présentés sur les figures 3.7 et 3.8 montrent l'évolution du nombre de contraintes et de variables en fonction du nombre de blocs, de périodes et d'équipements. On observe qu'avec 300 blocs, 30 périodes et 15 équipements (5 par opération), la taille du problème dépasse 18 millions de contraintes et 4 millions de variables. À noter que les données présentées sur les figures 3.7 et 3.8 ne contiennent pas certaines contraintes ajoutées suite aux prétraitements.

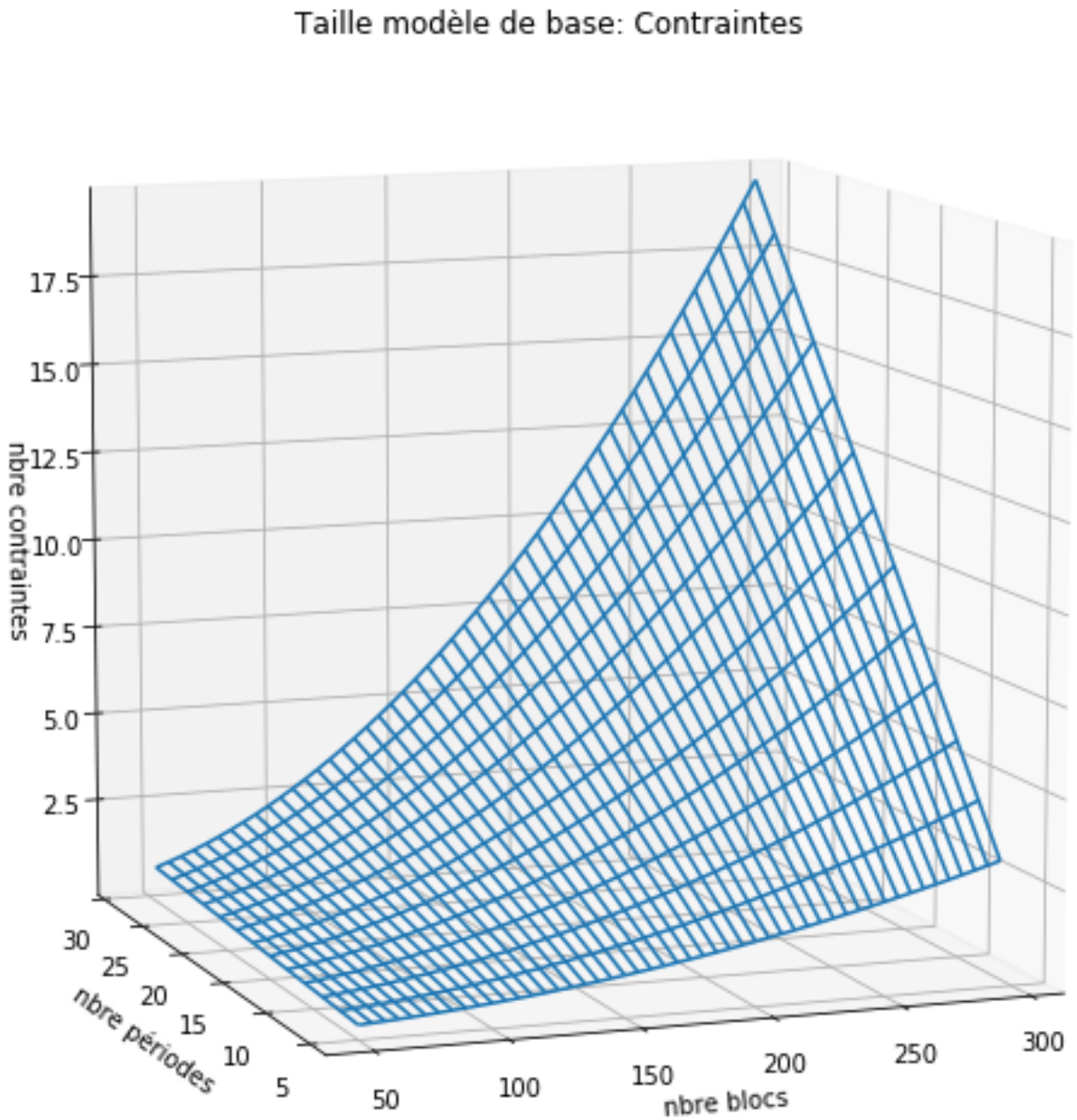


Figure 3.7 Modèle de base MP0 : nombre de contraintes (en 10^6) en fonction du nombre de périodes, d'équipements et de blocs

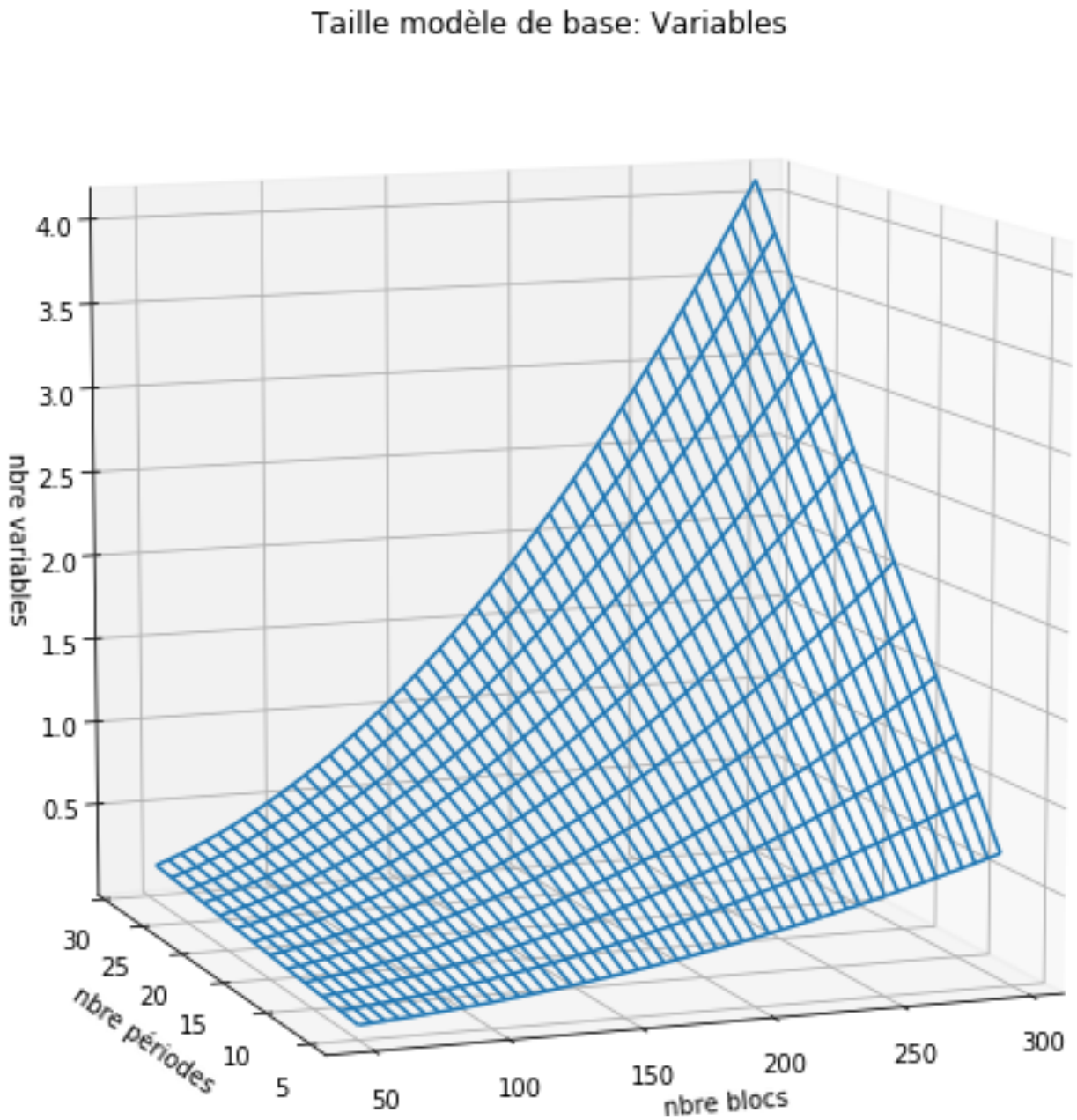


Figure 3.8 Modèle de base MP0 : nombre de variables (en 10^6) en fonction du nombre de périodes, d'équipements et de blocs

Le tableau 3.2 présente la taille de quelques instances pour des modèles de blocs de 3 à 6 bancs. Au delà du modèle de blocs de 6 bancs, il est impossible de charger les instances (N8 à plus) par insuffisance du mémoire du micro-ordinateur.

Tableau 3.2 Nombre de variables et contraintes du modèle de base

n^o instances	I1	I2	I3	I4	I5
n^o modèle de blocs	N3	N4	N4	N6	N6
nb* périodes	3	4	3	5	8
nb blocs initiale	21	44	44	146	146
nb blocs après prétraitement	18	43	43	145	145
nb foreuses	2	2	3	4	5
nb dynamitage	2	2	3	4	4
nb pelles	2	2	3	4	4
nb variables	4 813	32 772	36 363	878 658	1 524 291
nb contraintes	13 232	95 359	105 273	2 613 214	4 524 291

* nb : nombre dans les tableaux dans la suite du document

Les variables (z_{ije}^{ot}) et les contraintes qui permettent de modéliser le déplacement des équipements représentent la plus grande proportion des variables (plus 71%) et des contraintes (plus 78 %) du MP0. Le tableau 3.3 récapitule les proportions de ces variables et ces contraintes.

Tableau 3.3 Proportion des variables et des contraintes de déplacements dans le modèle MP0

n^o instances	I1	I2	I3	I4	I5
n^o modèle de blocs	N3	N4	N4	N6	N6
nb périodes	3	4	3	5	8
nb blocs après prétraitement	18	43	43	145	145
nb équipements	6	6	9	12	13
nb variables	4 813	32 772	36 363	878 658	1 524 291
% variables déplacements	71%	88%	89%	97%	97%
nb contraintes	13 232	95 359	105 273	2 613 214	4 524 291
% contraintes déplacements	78%	83%	92%	85%	78%
% gap d'optimalité	5%	–	–	–	–
% durée résolution	18 753 s	5 jours	5 jours	LimitMem*	LimitMem*

* LimitMem : arrêt suite à une limite de mémoire de l'ordinateur

En plus d'être très combinatoire, MP0 est presque impossible à résoudre sauf pour des instances de très petite taille. En effet, les tests réalisés sur quelques instances de taille modeste ont donné au mieux des durées d'exécution trop importantes. Au pire, il a été impossible de charger les instances. Par exemple, il a fallu plus de 5h pour parvenir à trouver une solution (ayant un gap d'optimalité de 5%) lors de la résolution de l'instance $N3_1$ qui compte juste 18 blocs après le prétraitement. Les tests du MP0 sur des instances générées à partir du modèle

de blocs N4 (qui compte 44 blocs initialement) sont restés sans solution au bout de 5 jours d'exécution. Pour les modèles de blocs qui comptent plus de blocs, il a été impossible de les charger à cause d'une insuffisance de la capacité de stockage de la mémoire de l'ordinateur (voir le tableau 3.3).

3.6 Approche de résolution

Afin de trouver des solutions au problème, avec une durée d'exécution raisonnable, une approche par décomposition est proposée.

3.6.1 Décomposition

La décomposition proposée se compose de trois phases successives suivant le schéma simplifié de la figure 3.9. L'objectif de cette décomposition est de scinder le problème initial en deux pour se rapprocher davantage des familles de problèmes classiques qui sont :

— L'ordonnancement des blocs dans le cadre d'une planification minière à long terme ou à moyen terme ;

— L'affectation des équipements à des blocs qui sont à exploiter et dont les périodes d'exploitation sont connues : ce problème est très proche des problèmes de tournées de véhicules avec contraintes de ressources (VRP).

Cette approche permet de réduire la taille du problème (les graphes de la précédence verticale et des déplacements possibles) à travers la suppression des blocs qui ne seront pas du tout exploités et l'affectation de certains blocs à des périodes connues avant le passage à la partie de l'affectation des équipements aux blocs.

L'inconvénient de cette approche est son impact négatif potentiel sur l'optimalité de la solution ainsi construite.

La démarche associe la résolution de plusieurs modèles mathématiques de manière séquentielle et par la méthode itérative des fenêtres mobiles notée MIFM (voir l'annexe A.3) dans la suite du document.

3.6.2 Phase I (ph1) : Ordonnancement du modèle de blocs

Cette phase consistera à ordonnancer le modèle de blocs sur les périodes de l'horizon de la planification. L'objectif est de déterminer pour chaque bloc les périodes de début et de fin d'extraction tout en respectant les cibles de production et les contraintes de mélanges. Cet ordonnancement est fait à l'aide par la résolution d'un MIP, noté $MP1_{v1}$, pour des instances de petite taille sans recourir à des itérations. Une heuristique basée sur la méthode itérative

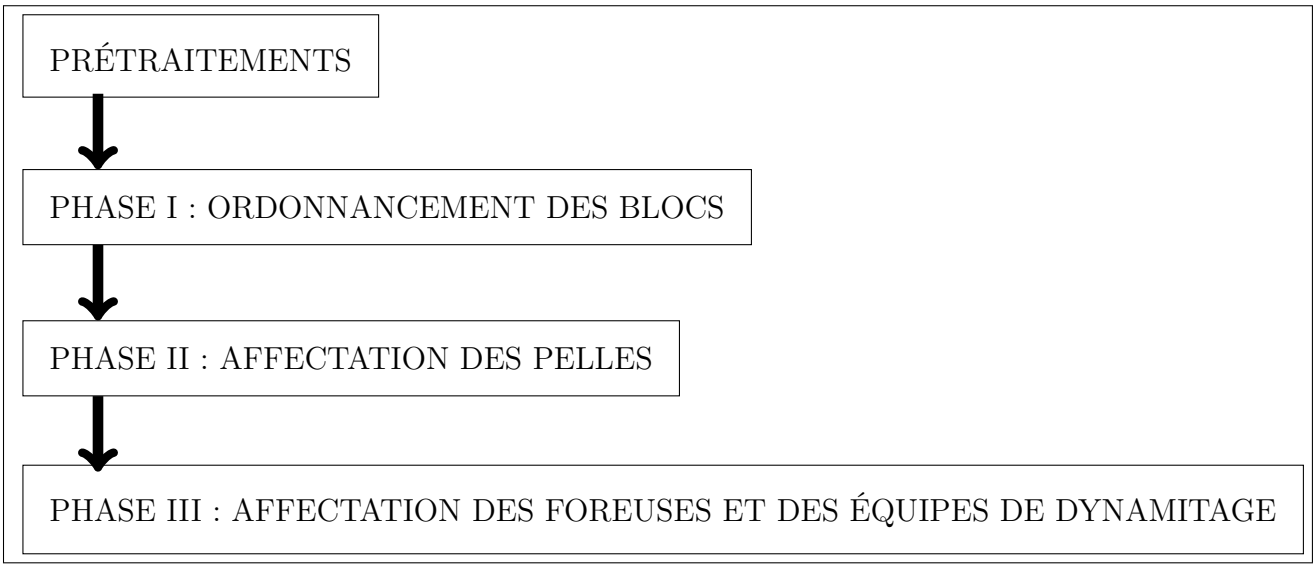


Figure 3.9 Décomposition du problème initial

des fenêtres mobiles est utilisée pour les instances de taille importante. L'heuristique consiste à résoudre un premier MIP, noté MP1_{v2}, puis sa solution est utilisée lors de la résolution du MP1_{v1} pour accélérer cette dernière. Les paramètres des fenêtres sont à définir en fonction du nombre de blocs à extraire par période et du nombre de pelles.
La phase I permettrait de réduire de manière significative la taille des graphes des déplacements possibles des équipements $\mathcal{G}_{d_o} = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_o}), o \in \mathcal{O}$ et du graphe de la précédence verticale $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$.

Impact potentiel de la phase I sur le graphe des déplacements possibles

Un exemple est présenté ci-dessous pour illustrer l'impact que peut avoir la phase I sur le graphe des déplacements possibles qui est généré à partir du modèle de blocs initial.
La figure 3.10 montre les déplacements potentiels des équipements dans le modèle de blocs initial. Lorsqu'un arc relie deux blocs, par exemple, s vers 2, cela signifie que seul le déplacement de s vers 2 est possible. Et lorsque deux blocs i et j sont reliés par une arête, cela signifie qu'il est possible de passer de i vers j et inversement (l'arête est utilisée pour ne pas surcharger la figure). Le graphe compte 9 nœuds et 56 arcs.
La figure 3.11 montre les déplacements potentiels des équipements après le traitement de la phase I. Ce graphe contient 10 nœuds avec des degrés non nuls, 1 nœud de degré nul et 21 arcs. Ainsi, dans cet exemple, le passage par la phase I, a permis de réduire la taille du graphe des déplacements possibles des équipements de 63%. Le nœud 6 qui ne fera pas l'objet d'exploitation sera supprimé du graphe des déplacements final. Le bloc 2 est extrait sur les

périodes $t = 1$ et $t = 2$ et le bloc 4 sur les périodes $t = 2$ et $t = 3$. Sur le graphe, des copies des blocs 2 et 4 sont crées dans leur seconde période d'extraction pour modéliser cet aspect. Ainsi, par exemple, pour le bloc 2, lorsqu'un équipement débute l'extraction de ce dernier sur la période 1, cet équipement restera sur ce même bloc jusqu'à la 2ième période pour finaliser l'extraction du bloc 2, puis se diriger vers un autre bloc.

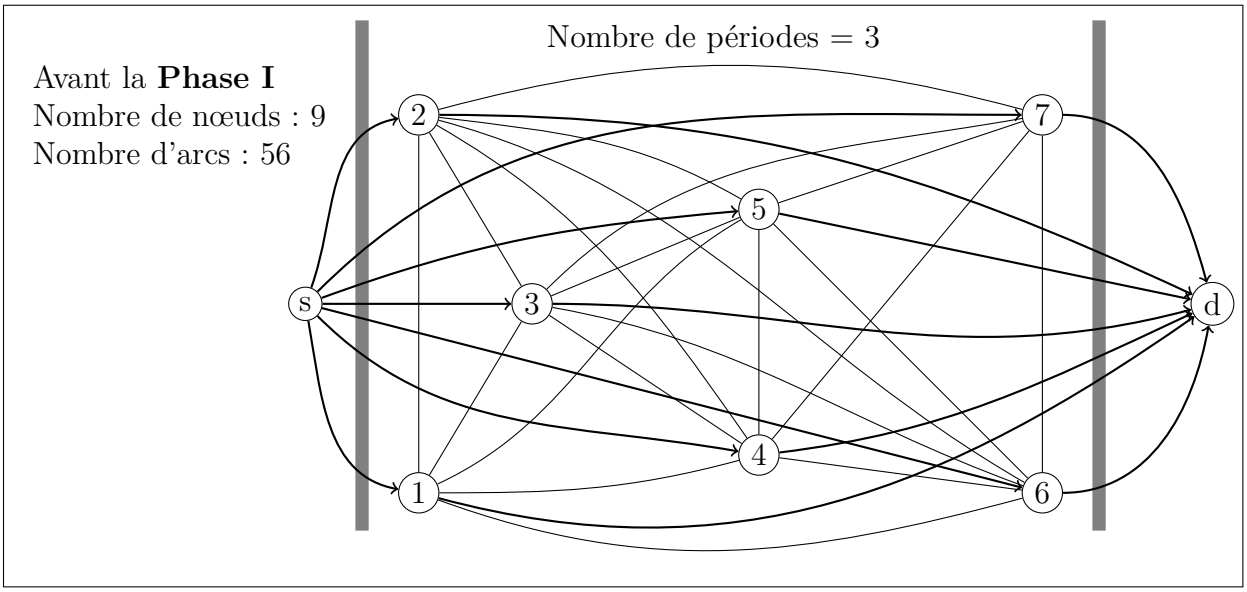


Figure 3.10 Graphe initial des déplacements possibles pour les pelles **avant la ph1**

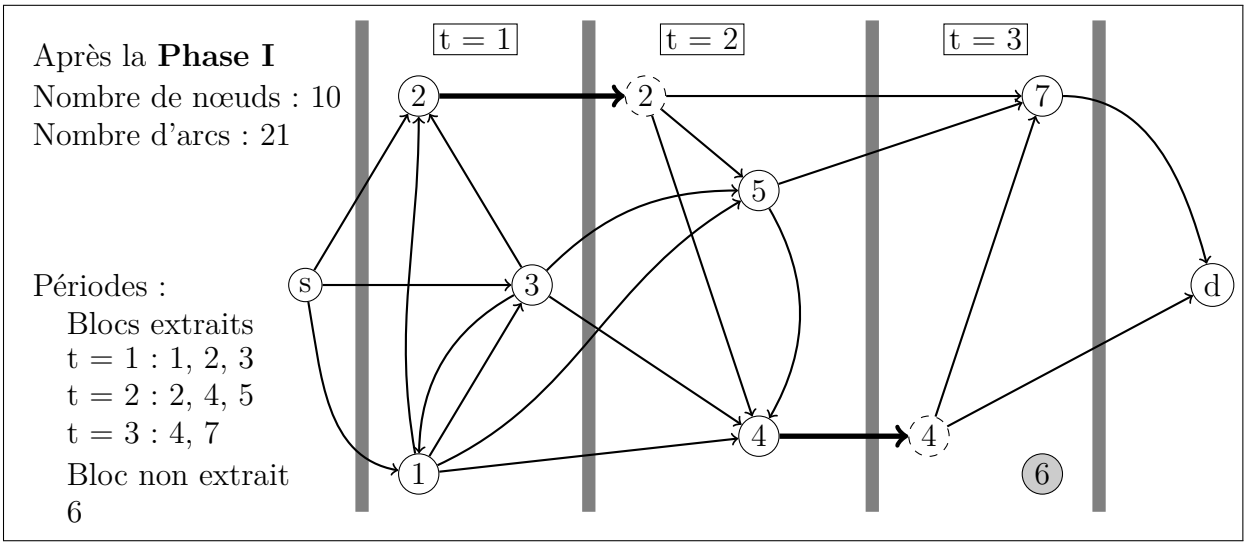


Figure 3.11 Graphe des déplacements possibles pour les pelles **après la ph1**, positionnement des blocs sur les périodes

Impact potentiel de la phase I sur le graphe de la précédence verticale

Ci-dessous un exemple théorique de l'impact de la phase I sur le graphe de la précédence verticale généré à partir d'un modèle de blocs initial qui doit être ordonnancé sur 3 périodes. La figure 3.12 représente un modèle de blocs avec les arcs des précédences verticales. Un arc allant du bloc i vers le bloc j signifie que le bloc j est à extraire avant de pouvoir accéder au bloc i. Ce graphe compte 30 arcs.
La figure 3.13 représente le même modèle de blocs après la phase I : la période d'extraction de chaque nœud (bloc) est connue et correspond au numéro qui se trouve dans le nœud. Il découle de ce traitement, qu'il est possible de supprimer les arcs des précédences verticales qui existaient entre des blocs qui sont extraits dans différentes périodes. Ceci fait qu'il reste juste 11 arcs dans le cas de cet exemple.

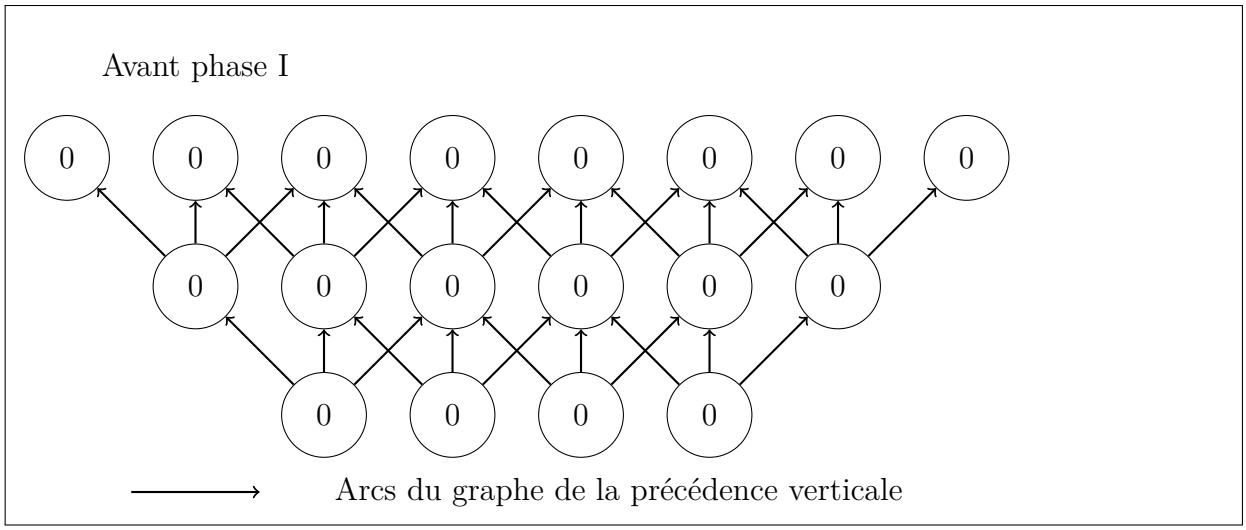


Figure 3.12 Modèle de blocs avec 3 bancs, le graphe de la précédence verticale avant la ph1

3.6.3 Phase II (ph2) : Affectation des pelles

La phase II consistera à affecter les blocs aux pelles sur la base du résultat de la phase I. Cette affectation inclut la détermination des tournées des pelles sous la contrainte du respect de leur capacité.
Une solution initiale est construite par la résolution d'un MIP, noté MP2, par de manière itérative par période. Cette solution est améliorée par la résolution du MP2 par la MIFM avec des fenêtres mobiles de taille 2 sur lesquelles les affectations blocs/pelles, issues de la solution initiale, sont relaxées.
L'amélioration de la solution initiale est recherchée dans la résolution d'un MIP, noté MP3, par la MIFM avec la relaxation des affectations pelles/blocs et blocs/périodes sur la fenêtre

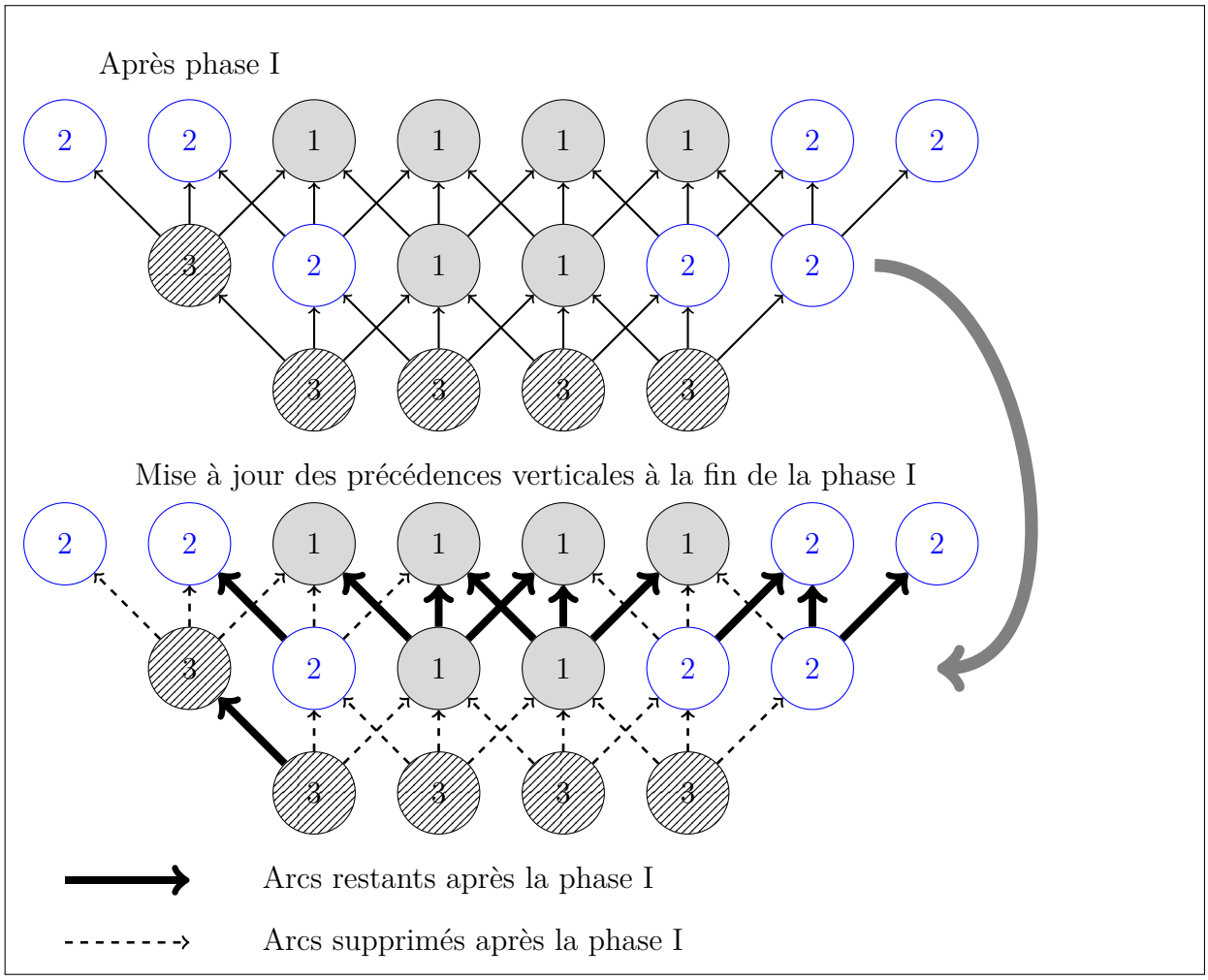


Figure 3.13 Modèle de blocs, le graphe de la précédence verticale après la phase I

mobile.
Une autre approche basée sur la programmation par contraintes (CP4) est testée et les résultats sont comparés à ceux des méthodes précédentes.

3.6.4 Phase III (ph3) : Affectation des foreuses et des équipes du dynamitage

Cette dernière étape complète l'affectation des équipements par la création des tournées pour les foreuses et les équipes de dynamitage (les pelles sont déjà affectées à l'issue de la phase II). La MIFM est utilisée pour résoudre un MIP (MP5) qui est une version réduite (sur la base des résultats de l'affectation des pelles) du MP0.
Avec l'allégement des certaines hypothèses initiales, il a été possible d'utiliser la programmation par contraintes pour créer des tournées pour les foreuses et les équipes de dynamitage. Une comparaison des 2 approches est réalisée.

3.7 Conclusion

Le modèle MP0 proposée décrit le problème. Il peut-être scindé en 3 grandes familles de contraintes qui sont : les tournées des équipements, l'accessibilité des blocs et les cibles de production et contraintes de mélange.
Le problème est NP complet et très combinatoire (section 3.5.2), il est donc très difficile à résoudre. La problématique de la précision de la précédences des tâches dans un contexte d'optimisation multi-périodes combinée avec la prise en compte de la disponibilité des équipements a conduit au rajout d'une importante série de contraintes à la formulation (les contraintes 3.24, 3.31 et 3.38).
Une résolution par décomposition est proposée. Elle permet de séparer le modèle en 2 volets. Un premier qui concerne l'ordonnancement des blocs en mode multi-périodes. Le second volet permet la création des tournées des équipements dans un cadre de contraintes de ressources. L'accessibilité des blocs est prise en compte dans ces 2 volets. Une importante réduction de la taille des graphes des déplacements possibles des équipements est attendue de la résolution du problème d'ordonnancement des blocs (phase I). Cette réduction favorisera la résolution du problème des tournées des équipements.

CHAPITRE 4 ORDONNANCEMENT DES BLOCS

4.1 Introduction

Cette partie, appelée phase I, est la première étape de la résolution du problème. Elle permettra l'ordonnancement des blocs sur plusieurs périodes comme dans le cas de l'ordonnancement des blocs de la planification minière à long terme. Il s'agit de planifier l'activité des pelles mais l'affectation des pelles n'y apparait pas de manière explicite. Cependant, certains aspects de cette affectation sont pris en compte pour éviter de générer des configurations qui se traduiront par des contraintes impossibles à respecter dans la suite de la résolution.

4.1.1 Objectifs

L'objectif de cet ordonnancement est de :

— Déterminer un contour, dans le modèle de blocs, qui contiendrait et respecterait les cibles de production et les contraintes de mélange par période. Les blocs seront ordonnancés par période à l'intérieur de ce contour ;

— Favoriser l'extraction des blocs qui disposent de faces déjà extraites, ceci permettra de valoriser la disponibilité d'espace de travail pour les pelles.

4.1.2 Hypothèses

Les hypothèses de cette approche sont les suivantes :

— Les opérations minières (forage, dynamitage et extraction) sont prises en compte mais contrairement à la formulation MP0, les équipements ne figurent pas dans cette modélisation de manière explicite ;

— Les durées de réalisation des opérations (forage, dynamitage, extraction) sur les blocs sont estimées *a priori* afin de pouvoir mieux formaliser la précédence verticale des tâches ; cette estimation peut se baser sur un paramètre statistique de tendance centrale (moyenne, médiane) ou sur toute autre donnée jugée pertinente ;

— Conformément aux hypothèses de la section 1.3, un bloc est extrait au maximum sur 2 périodes consécutives ;

— Pour toute période t, le nombre de blocs dont l'extraction sur les périodes t et $t+1$ ne doit pas dépasser le nombre de pelles, car dans le cas contraire il sera impossible d'avoir une solution réalisable lors de la phase d'affectation des pelles (phase II).

4.1.3 Difficultés

Cet ordonnancement s'apparente un peu à la modélisation de la planification minière à long terme. Cependant le besoin d'améliorer la précision de la précédence verticale et l'accessibilité des blocs, la prise en compte du fractionnement potentiel des blocs et la prise en compte du nombre de pelles ont conduit à l'adoption d'une modélisation du type ordonnancement des tâches. Il est devenu, ainsi, moins évident d'utiliser les approches connues pour la résolution des problèmes de l'optimisation de la planification minière à long terme.

4.2 Données du problème

Ci-dessous, les données d'entrées nécessaires pour cette phase :

- Le modèle de blocs avec les caractéristiques des blocs ;
- Le résultat du prétraitement effectué sur le modèle de blocs initial ;
- Les cibles de production et les contraintes de mélange par période ;
- Le nombre de pelles en activité et leurs positions initiales.

Il est aussi possible d'ajouter aux contraintes de capacité, celles des pelles.

4.2.1 Données de sorties

À l'issue de la résolution, il y aura deux familles de blocs reparties suivant l'horizon de la planification :

- La première sera composée des blocs qui seront extraits à l'intérieur de cet horizon : il s'agit des blocs qui figurent dans le contour de l'extraction et pour lesquels les périodes d'extraction sont connues ;
- La seconde famille concernera les blocs qui ne feront pas l'objet d'extraction sur l'horizon de la planification : se sont les blocs hors contour qui ne seront pas considérés dans la suite de la démarche.

Les livrables de cette phase peuvent se résumer comme suit :

- Un contour qui sera formé par les blocs qui feront l'objet d'une extraction. Il sera conforme aux cibles de production et aux contraintes de mélanges par période ;
- Pour chaque bloc du contour : la période de son début d'extraction sera connue ;
- Un nouveau graphe des déplacements possibles des pelles ; $\mathbb{G}_{d_3} = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_{d_3})$ qui sera issu de $\mathcal{G}_{d_3} = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_3})$ par la prise en compte de la période d'extraction de chaque bloc (voir les illustrations sur les figures 3.10 et 3.11 - page 65) ;
- Un nouveau graphe des déplacements possibles des foreuses $\mathbb{G}_{d_1} = (\mathbb{B}_1, \mathbb{A}_{d_1})$ qui sera issu de $\mathcal{G}_{d_1} = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_1})$ par la prise en compte des périodes potentielles de forage ;

— Un nouveau graphe des déplacements possibles des équipements de dynamitage $\mathbb{G}_{d_2} = (\mathbb{B}_2, \mathbb{A}_{d_2})$ qui sera issu de $\mathcal{G}_{d_2} = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_2})$ par la prise en compte des périodes potentielles de dynamitage ;

— Un nouveau graphe de la précédence verticale $\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$: il sera généré à partir du graphe initial des précédences verticales, $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$, en prenant en compte les périodes connues d'extraction des blocs.

Deux (2) indicateurs seront utilisés pour quantifier les réductions escomptées sur la taille des graphes des déplacements possibles et de précédence verticale à l'issu de la phase I :

1. Taux de réduction : il s'agit d'une proportion définie comme suit :
   — Graphes des déplacements possibles, pour une opération o donnée, $\mathbb{A}_{d_o}$: $1 - \frac{Card(\mathbb{A}_{d_o})}{Card(\mathcal{A}_{d_o})}$ où $Card(\mathcal{A}_{d_o})$ représente le cardinal de l'ensemble $\mathcal{A}_{d_o}$ des déplacements possibles avant l'ordonnancement issu de la phase I.
   — Graphe de la précédence verticale $\mathbb{A}_p$: $1 - \frac{Card(\mathbb{A}_p)}{Card(\mathcal{A}_p)}$ où $Card(\mathbb{A}_p)$ représente le cardinal de $\mathbb{A}_p$ et $Card(\mathcal{A}_p)$ correspond au cardinal de $\mathcal{A}_p$ avant le traitement de la phase I.

2. Facteur de réduction : cet indicateur permet de mieux apprécier le gain de réduction de la taille des graphes lorsque le taux de réduction avoisine 100%. Il est défini comme suit :
   — Graphes des déplacements possibles, pour une opération o donnée, $\mathbb{A}_{d_o}$: $\frac{Card(\mathcal{A}_{d_o})}{Card(\mathbb{A}_{d_o})}$ où $Card(\mathcal{A}_{d_o})$ représente le cardinal de $\mathcal{A}_{d_o}$ avant la phase I.
   — Graphe de la précédence verticale $\mathbb{A}_p$: $\frac{Card(\mathcal{A}_p)}{Card(\mathbb{A}_p)}$ où $Card(\mathcal{A}_p)$ représente le cardinal de $\mathcal{A}_p$ avant le traitement de la phase I.

4.3 Méthodologie de résolution

Ce problème d'ordonnancement sera résolu à l'aide de 2 modèles mathématiques qui ont été construits pour modéliser ce problème. Le premier modèle, noté MP1_{v1}, est un MIP, construit suivant le schéma des problèmes d'ordonnancement des tâches dans le domaine de la production manufacturière. Les variables de fin d'extraction des blocs, qui y sont définies, seront des variables réelles. MP1_{v1} est le modèle qui décrit le mieux le problème. Le second modèle, noté MP1_{v2}, est aussi un MIP mais construit sur le schéma des modèles de planification minière à long terme. Les variables de fin d'extraction des blocs qui y sont définies sont binaires. MP1_{v2} est un modèle approximatif du problème, car la précision des précédences des tâches est du niveau de la période (voir la section 1.2.11). Il est possible d'affirmer que MP1_{v2} est comme une *relaxation* de MP1_{v1}.

Pour la résolution, deux (2) stratégies ont été adoptées en fonction de la taille des instances :

1. Instances de petite taille (modèles de blocs 4 niveaux ou moins) : MP1_{v1} est résolu à l'optimalité soit globalement ;
2. Instances de taille moyenne à grande : une approche qui combine MP1_{v1} et MP1_{v2} suivant la méthode itérative des fenêtres mobiles (MIFM) est proposée. MP1_{v2} est résolu par la MIFM et la valeur de sa fonction objectif est utilisée comme borne supérieure lors de la résolution du MP1_{v1} par la MIFM aussi. Les affectations des blocs aux périodes résultant de la résolution du MP1_{v2} sont aussi prises en compte pour réduire les contours des blocs lors des itérations. Cette approche est notée $\text{MP1}_{v1}Sup$ dans la suite du document.

4.4 Précédence verticale

La précédence verticale est la seule précédence des tâches (parmi celles définies à la section 3.2, page 37) qui figure dans cette problématique de l'ordonnancement des blocs. Afin de prendre en compte la capacité des périodes dans le cadre de cette précédence verticale pour apporter une réponse à la problématique de l'exactitude de la précédence verticale (voir la section 1.2.11), il est apparu nécessaire de calculer le coût du plus grand chemin (PGC) entre tout couple de blocs (i, j) liés par au moins un chemin dans le graphe de la précédence verticale $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}_p, \mathcal{A}_p)$. La détermination du PGC se fait suivant le pseudo-code 1 de la page 85. Le PGC correspond à la durée minimale T_{ij}^{ch} à réserver entre la fin de l'extraction du bloc de dessus et le début de l'extraction du bloc de dessous. Si le couple de blocs est lié par un arc dans le graphe $\mathcal{G}_p$, le PGC correspond alors à la durée des opérations de forage et de dynamitage du bloc j (de dessous). Dans le cas contraire, cette durée englobe ces opérations ainsi que celles qu'il faut réaliser sur les blocs du chemin qui lie le couple de blocs (i, j).

4.5 Formulation de l'ordonnancement des blocs MP1_{v1}

La formulation suivante est la première version de la modélisation de l'ordonnancement des blocs sur plusieurs périodes en phase I. Les variables de fin d'extraction des blocs sont réelles comme pour le cas du modèle de base MP0. Une version de MP1_{v1} qui est épurée des commentaires est disponible à l'annexe B.1.

4.5.1 Indices

La liste des indices :

i, j : Index des blocs

t : Identifiant d'une période

φ : Index des faces

k : Identifiant d'une caractéristique physico-chimique

4.5.2 Ensembles

La liste des ensembles :

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathcal{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j doit-être extrait avant l'accès au bloc i

$\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs pour lesquels φ constitue une face

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces, $\varphi \in \mathcal{F}$

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i

$\mathcal{K}$: Ensemble des éléments physico-chimiques

$\mathcal{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face φ

4.5.3 Paramètres

Liste des paramètres :

λ_i^3 : Gain de coût engendré par l'accessibilité du bloc i pour l'extraction

C_{est}^3 : Capacité de production estimée pour les pelles (en tonnes/heure)

H : Durée d'une période (en heures)

M_i : Quantité de métal contenu dans le bloc i (en tonnes)

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi = \mid V_\varphi \mid$

N_F^i : Nombre de faces associées au bloc i

E_p : Nombre de pelles du parc de chargement

T : Nombre de périodes de l'horizon de la planification

T_i^F : Durée (en heures) nécessaire pour effectuer l'opération de forage sur le bloc i

T_i^{Dy} : Durée (en heures) nécessaire pour effectuer l'opération de dynamitage sur le bloc i

T_3 : Nombre maximal de périodes d'extraction d'un bloc

γ_3 : Charge minimale à extraire sur un bloc dans une période lorsqu'il y a extraction sur ce bloc

η_i : Poids d'ajustement de la valorisation de la teneur du bloc i dans la fonction objectif

U_i^3 : Quantité de brut du bloc i (en tonnes)

$\overline{M_t}$: Quantité maximale de métal à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{M_t}$: Quantité minimale de métal à extraire à la période t (en tonnes)

$\overline{O_t}$: Quantité maximale de minerai à extraire à la période t (en tonnes)

$\underline{O_t}$: Quantité minimale de minerai à extraire à la période t (en tonnes)

$\overline{P_t}$: Quantité maximale de brut à extraire à la période t (en tonnes)

$\underline{P_t}$: Quantité minimale de brut à extraire à la période t (en tonnes)

$\overline{Q_k^t}$: Quantité maximale admissible pour l'élément k sur la période t (en tonnes)

$\underline{Q_k^t}$: Quantité minimale admissible pour l'élément k sur la période t (en tonnes)

Q_i^k : Quantité de l'élément physico-chimique k dans le bloc i (en tonnes)

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est du minerai ;} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

4.5.4 Description des variables

$$a_i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'extraction} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$q_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est extrait sur les périodes } t \text{ et } (t+1) \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

La variable binaire r permet de savoir pour tout couple (i, φ) (où φ est une face associée au bloc i), si l'extraction sur ce bloc a commencé ou non avant la fin de l'extraction de cette face :

$$r_{\varphi}^{i} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est inaccessible, pour l'extraction, par la face } \varphi \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^t = \begin{cases} 1 & \text{S'il y a extraction sur le bloc } i \text{ à la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_i \in \mathbb{R}^+$: Moment de fin de l'extraction du bloc i

$g_\varphi \in \mathbb{R}^+$: Moment de fin de l'extraction de la face φ

$v_i^t \in \mathbb{R}^+$: Quantité (en tonnes) de brut extraite sur le bloc i à la periode t

4.5.5 Fonction objectif

La fonction objectif est composée de 2 groupes de termes :

— Le premier terme représente le coût de l'accessibilité des blocs à extraire qui est à maximiser :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \lambda_i^3 a_i \tag{4.1}$$

— Le second terme est ajouté pour favoriser les blocs à forte teneur avec pour finalité de diminuer les effets de symétrie dans l'arbre de branchement. La réduction de cet effet de symétrie permet d'accélérer la résolution du problème. Par exemple lorsqu'il ya plusieurs blocs dont la combinaison d'une partie permet de satisfaire les contraintes et garantir aussi l'accessibilité, le choix entre 2 blocs devient plus difficile lors de la résolution. Ainsi l'ajout du second terme permet un meilleur accroissement de la fonction objectif pour un bloc qui présente une teneur plus élevée parmi des blocs concourants. Un poids η_i est ajouté pour une pondération adaptée avec le premier terme de la fonction objectif suivant la réalité des instances :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \eta_i \frac{M_i S_i}{U_i} \sum_{t=1}^{T} v_i^t \tag{4.2}$$

La fonction objectif est donnée par :

$$\max z = \Big(\sum_{i \in \mathcal{B}} (\lambda_i^3 a_i + \eta_i \frac{M_i S_i}{U_i} \sum_{t=1}^{T} v_i^t) \Big) \tag{4.3}$$

4.5.6 Contraintes

- Production - fin d'extraction

Les contraintes 4.4 et 4.5 permettent de connaître les périodes sur lesquelles il y a eu extraction sur le bloc i (lien entre v_i^t et y_i^t) :

$$v_i^t \leq U_i y_i^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.4}$$

$$\gamma_3 y_i^t \leq v_i^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.5}$$

La contrainte 4.6 donne la quantité maximale à ne pas dépasser pour chaque bloc i :

$$\sum_{t=1}^{T} v_i^t \leq U_i \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.6}$$

La contrainte 4.7 assure que tout bloc i entamé sur une période t, sera totalement extrait à l'exception d'un bloc entamé sur la dernière période T :

$$U_i y_i^t \leq \sum_{t'=1}^{T} v_i^{t'} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{4.7}$$

Les contraintes 4.8 à 4.10 interdisent l'extraction d'un bloc sur deux périodes non consécutives :

$$y_i^t + y_i^{t+T_3} \leq 1 \qquad \forall t = 1, ..., T - T_3;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.8}$$

Les contraintes 4.9 et 4.10 donnent les bornes inférieure et supérieure des variables de fin d'extraction :

$$f_i \geq (t-1) H y_i^t + \frac{v_i^t}{C_{est}^3} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.9}$$

$$f_i \leq t H y_i^t + H y_i^{t+1} + HT(1 - y_i^t) \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.10}$$

- Précédence verticale

Ces contraintes assurent la précédence verticale entre blocs. Si les blocs de la fermeture transitive du bloc i ne sont pas extraits, alors le bloc ne peut pas être entamé :

$$f_j + \frac{U_i}{C^3_{est}} + T^F_i + T^{Dy}_i \leq f_i \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{4.11}$$

$$f_j + \frac{v^t_i}{C^3_{est}} + T^F_i + T^{Dy}_i \leq tHy^t_i + TH(1 - y^t_i) \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{4.12}$$

$$y^t_i \leq \sum_{t'=1}^{t} y^{t'}_j \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{4.13}$$

- Accessibilité des blocs

La contrainte 4.14 assure que la fin d'extraction des blocs qui composent une face entraine l'ouverture de cette dernière :

$$f_i \leq g_\varphi \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall i \in \mathcal{V}_\varphi \tag{4.14}$$

La contrainte 4.15 permet de savoir s'il est impossible d'accéder au bloc i par la face φ. Ainsi, le bloc i ne sera pas accessible par la face φ si l'extraction est entamée sur i avant la fin de l'extraction de la face φ :

$$r^i_\varphi \geq \frac{1}{TH}\Big(g_\varphi - (f_i - \frac{U_i}{C^3_{est}})\Big) \qquad \forall i \in B;\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{4.15}$$

La contrainte 4.16 permet à la variable a_i de prendre la valeur 1 (à travers sa maximisation dans l'objectif) lorsqu'au moins une des faces du bloc i a été extraite en totalité avant le début de l'extraction de i :

$$a_i + \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} r^i_\varphi \leq N^i_F \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.16}$$

Comme le modèle du bloc peut contenir des blocs qui ne seront pas exploités, la contrainte ci-dessous bloque la comptabilisation de l'accessibilité des blocs qui ne seront pas exploités pour ne pas polluer la fonction objectif :

$$a_i \leq \sum_{t=1}^{T} y^t_i \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.17}$$

- Blocs extraits sur deux périodes

Ces contraintes permettent de détecter les blocs qui sont extraits sur deux périodes et de limiter ainsi leur nombre, sur chaque intersection de périodes, au nombre des pelles :

— La contrainte 4.18 permet de détecter les blocs qui sont exploités sur deux périodes consécutives :

$$q_i^t \geq y_i^{(t+1)} + y_i^t - 1 \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.18}$$

— Tout bloc peut au plus être exploité sur deux (2) périodes consécutives une seule fois :

$$\sum_{t=1}^{T-1} q_i^t \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.19}$$

— La contrainte 4.20 s'assure que pour chaque période t, il y aura suffisamment de pelles pour traiter tous les blocs qui sont extraits sur cette période et la suivante $t+1$:

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} q_i^t \leq E_p \qquad \forall t = 1, ..., T-1 \tag{4.20}$$

- Production : cibles et mélanges

Les contraintes, 4.21 à 4.28, assurent le respect des cibles de production et des contraintes de mélange :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} v_i^t \leq \overline{P_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.21}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} v_i^t \geq \underline{P_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.22}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} S_i v_i^t \leq \overline{O_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.23}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} S_i v_i^t \geq \underline{O_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.24}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i} v_i^t \leq \overline{M_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.25}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i} v_i^t \geq \underline{M_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.26}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i} v_i^t \leq \overline{Q_k^t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{4.27}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i} v_i^t \leq \underline{Q_k^t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{4.28}$$

- Domaine des variables

$$a_i \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.29}$$

$$r_\varphi^i \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{4.30}$$

$$f_i \geq 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.31}$$

$$g_\varphi \geq 0 \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{4.32}$$

$$y_i^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.33}$$

$$q_i^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.34}$$

$$v_i^t \geq 0 \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.35}$$

4.6 Formulation de l'ordonnancement des blocs MP1_{v2}

Cette section présente la formulation du modèle d'ordonnancement des blocs sur les périodes en fonction des cibles de production et des contraintes de mélange (une version de MP1_{v2} qui est épurée des commentaires est disponible à l'annexe B.2). Dans cette formulation, les variables de fin d'extraction des blocs sont binaires. Les indices, les ensembles et les paramètres sont presque identiques que ceux du modèle MP1_{v1}. Le paramètre et l'ensemble spécifiques à ce modèle sont les suivants :

T_{ij}^{ch} : Durée minimale des opérations à réaliser entre les blocs i et j

$\overline{\mathcal{G}}_p = (\mathcal{B}, \overline{\mathcal{A}}_p)$: Fermeture transitive du graphe $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$

4.6.1 Description des variables

$$a_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible à la période } t \text{ ou après} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

La variable f est binaire, elle permet de connaitre la période de la fin d'extraction d'un bloc donné :

$$f_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si l'extraction du bloc } i \text{ est terminée à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$q_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est extrait sur les périodes } t \text{ et } (t+1) \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^t = \begin{cases} 1 & \text{S'il y a eu extraction sur le bloc } i \text{ à la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$g_\varphi^t = \begin{cases} 1 & \text{Si la face } \varphi \text{ est extraite à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$v_i^t \geq 0$: Quantité de brut (en tonnes) produit sur le bloc i à la periode t

4.6.2 Fonction objectif

La fonction objectif est composée de deux groupes de termes :

— Le premier terme concerne l'accessibilité des blocs qui est à maximiser :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \lambda_i^3 a_i^1 \tag{4.36}$$

— Le second terme est ajouté pour favoriser les blocs à forte teneur avec pour but de diminuer les effets de symétrie des blocs :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \eta_i \frac{M_i S_i}{U_i} (\sum_{t=1}^{T} v_i^t) \tag{4.37}$$

La fonction objectif est donnée par :

$$\max z = \sum_{i \in \mathcal{B}} \left(\lambda_i^3 a_i^1 + \eta_i \frac{M_i S_i}{U_i} \sum_{t=1}^{T} v_i^t \right) \tag{4.38}$$

4.6.3 Contraintes

- Précédences temporelles des variables

Les contraintes 4.39 à 4.41 permettent de définir les variables binaires en escalier comme le modèle de la figure 3.4 à l'exception de la contrainte 4.41 qui assure que la variable d'accessibilité soit en escalier mais dans le sens opposé de la figure 3.4 :

$$g_{\varphi}^{t} \leq g_{\varphi}^{(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{4.39}$$

$$f_{i}^{t} \leq f_{i}^{(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.40}$$

$$a_{i}^{t} \geq a_{i}^{(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.41}$$

- Production - fin d'extraction

Les contraintes 4.42 et 4.43 permettent de connaître les périodes dans lesquelles le bloc i a été extrait (lien entre v_i^t et y_i^t) :

$$v_{i}^{t} \leq U_i y_{i}^{t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.42}$$

$$\gamma_3 y_{i}^{t} \leq v_{i}^{t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.43}$$

Les contraintes 4.44 et 4.45 donnent la production maximale requise avant la fin de l'extraction de tout bloc i :

$$\sum_{t=1}^{T} v_{i}^{t} \leq U_i \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.44}$$

$$U_i f_{i}^{t} \leq \sum_{t'=1}^{t} v_{i}^{t'} \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall t = 1, ..., T \tag{4.45}$$

La contrainte 4.46 assure que le début d'extraction d'un bloc i sur une période entraîne la fin de l'extraction systématique de ce dernier au bout de T_3 périodes :

$$y_{i}^{t} \leq f_{i}^{(t+T_3-1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-T_3+1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.46}$$

La contrainte 4.47 assure la fin de l'extraction de tout bloc ayant fait l'objet d'une extraction sur la période T :

$$y_{i}^{T} \leq f_{i}^{T} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.47}$$

- Précédence verticale

Ces contraintes assurent la précédence verticale entre blocs. Si les blocs successeurs du bloc i, dans le graphe de fermeture transitive des précédences, ne sont pas extraits, alors l'extraction de ce dernier ne peut pas débuter :

$$y_i^t \leq f_j^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{4.48}$$

La contrainte ci-dessous permet de s'assurer du respect de la capacité de la période lorsqu'une opération d'extraction a lieu sur les blocs i et j (avec $(i,j) \in \mathcal{A}_p$) sur la même période :

$$\frac{v_j^t}{C_{est}^3} + \frac{v_i^t}{C_{est}^3} + y_i^t(T_i^F + T_i^{Dy}) \leq H + HT(1 - y_j^t) + HT(1 - y_i^t)$$
$$\forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{4.49}$$

La contrainte 4.49 ne modélise pas le respect de la capacité des périodes dans le cas où un bloc i donné et un autre bloc j, qui appartient au cône de précédence de i, sont extraits dans une même période t et si $(i,j) \notin \mathcal{A}_p$ (c'est à dire que j n'est pas un bloc qui se trouve juste au dessus de i). Une version améliorée de cette contrainte est proposée au 4.50. Cependant, elle ne permet pas de prendre en compte la problématique de la précédence des tâches telle qu'expliquée à la section 3.2.1, page 38.

$$\frac{v_j^t}{C_{est}^3} + \frac{v_i^t}{C_{est}^3} + y_i^t T_{ij}^{ch} \leq H + TH(1 - y_j^t) + TH(1 - y_i^t)$$
$$\forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \overline{\mathcal{A}}_p \tag{4.50}$$

- Accessibilité horizontale des blocs

Les contraintes 4.51 et 4.52 assurent que la fin de l'extraction des blocs qui composent une face entraîne l'ouverture de cette dernière et inversement :

$$\sum_{j \in \mathcal{V}_\varphi} f_j^t \leq g_\varphi^t + N_\varphi - 1 \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{4.51}$$

$$N_\varphi g_\varphi^t \leq \sum_{j \in \mathcal{V}_\varphi} f_j^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{4.52}$$

La contrainte 4.53 assure au bloc i l'inaccessibilité s'il est extrait avant la fin de l'extraction de toutes ses faces :

$$1 - a_i^t \geq y_i^t - \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g_\varphi^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.53}$$

Comme le modèle de blocs peut contenir des blocs qui ne seront pas exploités, la contrainte ci-dessous bloque la comptabilisation de l'accessibilité de ces blocs afin ne pas polluer la valeur de l'objectif :

$$a_i^1 \leq \sum_{t=1}^{T} y_i^t \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.54}$$

- Blocs extraits sur deux périodes

La contrainte 4.55 permet de détecter les blocs qui sont exploités sur deux périodes consécutives :

$$q_i^t \geq y_i^{(t+1)} + y_i^t - 1 \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.55}$$

Pour chaque période $t \in \{1, ..., T-1\}$, la contrainte 4.56 s'assure que le nombre des blocs extraits sur deux périodes consécutives ne dépassent pas le nombre de pelles disponibles :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} q_i^t \leq E_p \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in B \tag{4.56}$$

- Production : cibles et mélanges

Les contraintes 4.57 à 4.64 assurent le respect des cibles de production et les contraintes de mélange :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} v_i^t \leq \overline{P_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.57}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} v_i^t \geq \underline{P_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.58}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} S_i v_i^t \leq \overline{O_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.59}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} S_i v_i^t \geq \underline{O_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.60}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i} v_i^t \leq \overline{M_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.61}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i} v_i^t \geq \underline{M_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{4.62}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i} v_i^t \leq \overline{Q_k^t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{4.63}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i} v_i^t \leq \underline{Q_k^t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{4.64}$$

- Domaine des variables

$$a_i^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.65}$$

$$f_i^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.66}$$

$$g_\varphi^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{4.67}$$

$$y_i^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.68}$$

$$q_i^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.69}$$

$$v_i^t \geq 0 \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{4.70}$$

4.7 Synthèse du résultat de la phase I

Pour rappel, la phase I permet d'ordonnancer le modèle de blocs initial sur les périodes de l'horizon de la planification. À l'issue de cette phase, il est connu pour chaque bloc, s'il appartient au contour d'extraction ou non. Dans le cas où le bloc a fait l'objet d'une extraction, ses périodes d'extraction sont aussi connues. Ainsi, le traitement ci-dessous peut-être effectué :

— Mise à jour du modèle de blocs $\mathcal{B}$ pour en supprimer les blocs qui ne feront pas l'objet d'une extraction ;

— Génération d'un nouveau modèle de blocs noté $\mathbb{B}_o$ par opération à l'aide de l'algorithme MOD_BLOCS_T (page 86). Cet ensemble est composé des couples de bloc-période (i, t) où (i, t) représente un bloc i et sa période d'extraction t.

— Construction des graphes simplifiés des déplacements possibles pour les équipements $\mathbb{G}_{d_o} = (\mathbb{B}_o, \mathbb{A}_{d_o}), o \in \mathcal{O}$ à l'aide de l'algorithme GRAPH_DEPT de la page 87. Un exemple de ce graphe a été donné à la figure 3.11 de la page 65.

— Construction d'un graphe simplifié des précédences verticales $\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$ à l'aide de l'algorithme GRAPH_PRECT de la page 88. Une illustration de ce graphe se trouve sur la figure 3.13 à la page 67.

Algorithmes : Notations

- $\mathbb{B}_o$: modèle de couples blocs/périodes, noté (i,t) ou i_t : i est un bloc et t est une période d'extraction lorsque $o = 3$ et une période possible de réalisation de l'opération o lorsque $o \in \{1,2\}$;
- $\mathscr{T}_i^o$: représente l'ensemble des périodes d'extraction du bloc i lorsque $o = 3$ et l'ensemble des périodes possibles de réalisation de l'opération o lorsque $o \in \{1,2\}$;
- $\mathfrak{T}_{i1}^o$: Période de début au plus tôt de la réalisation de l'opération o sur le bloc i ;
- $\mathfrak{T}_{i2}^o$: Période de fin au plus tard de la réalisation de l'opération o sur le bloc i ;
- $\mathcal{B}_o^t$: représente l'ensemble des blocs sur lesquels est réalisé ou il est possible de réaliser l'opération o dans la période t ;
- $\mathbb{A}_{d_o}$: ensemble des arcs des déplacements possibles pour les équipements en charge de l'opération o (les sommets étant dans $\mathbb{B}_o$)
- T_i^{Dy} : durée nécessaire pour réaliser le dynamitage du bloc i ;
- T_i^F : durée nécessaire pour réaliser le forage du bloc i ;
- U_{it}^o : charge du bloc i pour l'opération o lorsque o est réalisée à l'intérieur de la période t ;
- $PosB_{Ini}^o$: ensembles des blocs sur lesquels sont initialement positionnés les équipements (chargés de la réalisation de l'opération o) ;
- C_{est}^3 : capacité de production estimée pour les pelles (en tonnes/heure).

Algorithme 1 : Algorithme de détermination du plus grand chemin (PGC) entre deux blocs du graphe $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$

Données : $\mathcal{B}$, $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$, $\overline{\mathcal{G}}_p = (\mathcal{B}, \overline{\mathcal{A}}_p)$,$\{T_k^{Dy}, T_k^F \mid k \in \mathcal{B}\}$
Résultat : $\{T_{ij}^{ch}, (i,j) \in \overline{\mathcal{A}}_p\}$

1 **pour tous** *bloc* $i \in \mathcal{B}$ **faire**
2 - $\mathcal{B}_i^{ch} = \{j \in \mathcal{B} \mid (i,j) \in \overline{\mathcal{A}}_p\}$ représente l'ensemble des blocs, autre que i, qui se trouvent dans le cône de précédence du bloc i;
3 **si** $\mathcal{B}_i^{ch} \neq \emptyset$ **alors**
4 **pour tous** *bloc* $j \in \mathcal{B}_i^{ch}$ **faire**
5 - $Chem_{ij}$: ensemble des différents chemins qui relient i à j ;
6 **pour tous** $\underline{Ch} \in Chem_{ij}$ **faire**
7 - Coût du chemin $\underline{Ch}$: $T_{ij}^{\underline{Ch}} = \sum_{k \in \underline{Ch} | k \neq i,j} \left(T_k^{Dy} + T_k^F + \frac{U_k^3}{C_{est}^3}\right)$;
8 $T_{ij}^{ch} = \max_{\underline{Ch} \in Chem_{ij}} T_{ij}^{\underline{Ch}}$;

Algorithme 2 : MOD_BLOCS_T - Construction du modèle de blocs-périodes

Données : $\mathcal{B}$, T, $\mathcal{O}$, $\{U_i^o \mid i \in \mathcal{B}, o \in \mathcal{O}\}$, $\{T_o \mid o \in \mathcal{O}\}$
Résultat : $\{\mathbb{B}_o \mid o \in \mathcal{O}\}$, $\{\mathscr{T}_i^o \mid o \in \mathcal{O}, i \in \mathcal{B}\}$, $\{U_{it}^o \mid o \in \mathcal{O}, i \in \mathcal{B}, t \in \mathscr{T}_i^o\}$

1 **Initialisation :**
2 $\mathbb{B}_o \leftarrow \emptyset,\ \forall o \in \mathcal{O}$;
3 $\mathscr{T}_i^o \leftarrow \emptyset,\ \forall i \in \mathcal{B},\ \forall o \in \mathcal{O}$;
4 **pour tous** $o \in \mathcal{O}$ **faire**
5 $\quad \mathscr{T}_s^o = \{0\}$;
6 $\quad \mathscr{T}_d^o = \{T+1\}$;
7 $\quad$ **pour tous** $i \in \mathcal{B}$ **faire**
8 $\quad\quad$ **si** $o < 3$ **alors**
9 $\quad\quad\quad \mathscr{T}_i^o = \{\max(1, \mathfrak{T}_{i1}^3 - T_o), ..., \mathfrak{T}_{i1}^3\}$;
10 $\quad\quad$ **sinon**
11 $\quad\quad\quad$ **si** *i extrait sur une période* **alors**
12 $\quad\quad\quad\quad \mathscr{T}_i^o = \{\mathfrak{T}_{i1}^3\}$;
13 $\quad\quad\quad$ **sinon**
14 $\quad\quad\quad\quad \mathscr{T}_i^o = \{\mathfrak{T}_{i1}^3, \mathfrak{T}_{i2}^3\}$;
15 $\quad\quad$ **pour tous** $t \in \mathscr{T}_i^o$ **faire**
16 $\quad\quad\quad \mathcal{B}_o^T \leftarrow i_t$;
17 $\quad\quad\quad$ **si** $o < 3$ **alors**
18 $\quad\quad\quad\quad U_{it}^o = U_i^o$;
19 $\quad\quad\quad$ **sinon**
20 $\quad\quad\quad\quad U_{it}^o =$ quantité extraite sur le bloc i dans la période t;
21 **pour tous** $i \in \mathcal{B}$ **faire**
22 $\quad Preced = \{j \in \mathcal{B} \mid (i,j) \in \mathcal{A}_p\}$;
23 $\quad$ **si** $card(Preced) > 0$ **alors**
24 $\quad\quad t = \max(\mathfrak{T}_{j2}^3 \mid j \in Preced)$;
25 $\quad\quad$ **si** $\mathfrak{T}_{i1}^1 < t$ **alors**
26 $\quad\quad\quad \mathfrak{T}_{i1}^1 = t$;
27 $\quad\quad\quad$ **si** $\mathfrak{T}_{i1}^2 < \mathfrak{T}_{i1}^1$ **alors**
28 $\quad\quad\quad\quad \mathfrak{T}_{i1}^2 = \mathfrak{T}_{i1}^1$;

Algorithme 3 : GRAPH_DEPT - Construction des graphes des déplacements possibles pour les équipements

Données : $\mathcal{O}$, $\{\mathcal{A}_{d_o} \mid \ o \in \mathcal{O}\}$, $\{\mathbb{B}_o \mid \ o \in \mathcal{O}\}$, $\{\mathcal{B}_o^t \mid \ o \in \mathcal{O},\ t = 1, ..., T\}$, s, d, $\{PosB_{Ini}^o \mid \ o \in \mathcal{O}\}$

Résultat : $\{\mathbb{G}_{d_o} = (\mathbb{B}_o, \mathbb{A}_{d_o}),\ o \in \mathcal{O}\}$

1 **Initialisation :**
2 $t \leftarrow 1$;
3 **pour tous** $o \in \mathcal{O}$ **faire**
4 $\quad \mathbb{A}_{d_o}^T \leftarrow \emptyset$;
5 $\quad$ - **ARCS_DEPART_FIN** - Création des arcs de départ et de destination pour l'opération o;
6 $\quad$ **tant que** $t \leq T$ **faire**
7 $\quad\quad$ **pour tous** $i \in \mathcal{B}_o^t$ **faire**
8 $\quad\quad\quad$ **si** *blocs déjà ordonnancés pour l'opération* o **alors**
9 $\quad\quad\quad\quad$ **si** i *est extrait sur une période* **alors**
10 $\quad\quad\quad\quad\quad$ - **ARCS_AVEC_ORD1** - Créer les arcs de déplacement liés au bloc i lorsque l'opération o y est réalisée sur la seule période t
11 $\quad\quad\quad\quad$ **sinon**
12 $\quad\quad\quad\quad\quad$ - **ARCS_AVEC_ORD2** - Créer les arcs de déplacement liés au bloc i lorsque l'opération o y est réalisée sur 2 périodes $(t-1, t)$ ou $(t, t+1)$
13 $\quad\quad\quad$ **sinon**
14 $\quad\quad\quad\quad$ - **ARCS_SANS_ORD** - Créer les arcs de déplacements liés au bloc i pour la réalisation de l'opération o dans la période t
15 $\quad\quad$ $t \leftarrow t + 1$

Algorithme 4 : ARCS_DEPART_FIN - Création des arcs de départ et de destination

Données : o, $\mathbb{A}_{d_o}$, $\mathbb{B}_o$, $\mathcal{B}_o^T$, $\mathcal{B}_o^1$, T, s, d, $PosB_{Ini}^o$

Résultat : Mise à jour des ensembles $\mathbb{A}_{d_3}$ et $\mathbb{B}_o$

1 $\mathbb{B}_o = \mathbb{B}_o \cup \{s_0, d_{T+1}\}$;
2 **si** $PosB_{Ini}^o \neq \emptyset$ **alors**
3 $\quad$ **pour tous** $i \in PosB_{Ini}^o$ **faire**
4 $\quad\quad$ Ajouter (s_0, i_1) à $\mathbb{A}_{d_o}$
5 **sinon**
6 $\quad$ **pour tous** $i \in \mathcal{B}^1$ **faire**
7 $\quad\quad$ Ajouter (s_0, i_1) à $\mathbb{A}_{d_o}$
8 **pour tous** $i \in \mathcal{B}_o^T$ **faire**
9 $\quad$ Ajouter (i_t, d_{T+1}) à $\mathbb{A}_{d_o}^T$

Algorithme 5 : ARCS_AVEC_ORD1 - Création des arcs de déplacement liés au bloc i lorsque l'opération o est réalisée sur ce dernier dans la période t

Données : o, i, t, T, $\mathcal{A}_{d_o}$, $\mathbb{A}_{d_o}$, $\{\mathscr{T}_j^o = \{\mathfrak{T}_{j1}^o, ..., \mathfrak{T}_{j2}^o\}, j \in \mathcal{B}\}$, $\mathcal{B}_o^t$, $\mathcal{B}_o^{t+1}$
Résultat : Mise à jour de $\mathbb{A}_{d_o}$

- Arcs entre i et les blocs qui sont uniquement extraits dans la période t :
pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}_o^t \mid b \neq i,\ Card(\mathscr{T}_b^o) = 1\}$ **faire**
  si $(i, j) \in \mathcal{A}_{d_o}$ **alors**
    Ajouter l'arc (i_t, j_t) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
  si $(j, i) \in \mathcal{A}_{d_o}$ **alors**
    Ajouter l'arc (j_t, i_t) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
- Arcs de i vers les blocs extraits sur 2 périodes et dont le début d'extraction a lieu sur t :
pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}^t \mid b \neq i,\ Card(\mathscr{T}_b^o) = 2,\ \mathfrak{T}_{b1}^o = t,\ (i, b) \in \mathcal{A}_{d_o}\}$ **faire**
  Ajouter (i_t, j_t) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
- Arcs vers i et partant des blocs extraits sur 2 périodes et dont la fin d'extraction a lieu sur t :
pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}^t \mid b \neq i, Card(\mathscr{T}_b^o) = 2,\ \mathfrak{T}_{b2}^o = t, (b, i) \in \mathcal{A}_{d_o}\}$ **faire**
  Ajouter (j_t, i_t) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
- Arcs partant de i vers les blocs dont le début d'extraction a lieu sur $t + 1$:
si $t \leq T - 1$ **alors**
  pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}^{t+1} \mid b \neq i,\ \mathfrak{T}_{b1}^o = t + 1, (i, b) \in \mathcal{A}_{d_o}\}$ **faire**
    Ajouter (i_t, j_{t+1}) à $\mathbb{A}_{d_o}$;

Algorithme 6 : GRAPH_PRECT - Construction du graphe de la précédence verticale

Données : $o = 3$, $\mathcal{A}_p$, $\mathbb{B}_o$, $\{\mathcal{B}_o^t,\ t = 1, ...T\}$
Résultat : $\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_o, \mathbb{A}_p)$

Initialisation : $\mathbb{A}_p \leftarrow \emptyset$; $t \leftarrow 1$;
pour tous $(i, j) \in \mathcal{A}_p$ **faire**
  si $\mathfrak{T}_{i1}^o < \mathfrak{T}_{j2}^o$ **alors**
    Problème avec le modèle de blocs issus du résultat de la phase I
  sinon
    Ajouter l'arc $(i_{\mathfrak{T}_{i1}^o}, j_{\mathfrak{T}_{j2}^o})$ à $\mathbb{A}_p$;
    si $Bl^T(i) = 2$ **alors**
      Ajouter l'arc $(i_{\mathfrak{T}_{i1}^o}, i_{\mathfrak{T}_{i2}^o})$ à $\mathbb{A}_p$;

Algorithme 7 : ARCS_AVEC_ORD2 - Création des arcs de déplacement liés au bloc i lorsque l'opération o y est réalisée sur les 2 périodes $(t-1,t)$ ou $(t,t+1)$

Données : o, i, t, T, $\mathcal{A}_{d_o}$, $\mathbb{A}_{d_o}$, $\mathcal{B}_o^t$, $\mathcal{B}_o^{t+1}$, $\{\mathfrak{T}_{j1}^o, \mathfrak{T}_{j2}^o, \forall j \in \mathcal{B}\}$
Résultat : Mise à jour de $\mathbb{A}_{d_o}$

si $\mathfrak{T}_{i1}^o = t$ **alors**
  - Arcs vers i partant des blocs dont la fin d'extraction a lieu sur t :
  pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}_o^t \mid b \neq i,\ \mathfrak{T}_{b2}^o = t, (b,i) \in \mathcal{A}_{d_o}\}$ **faire**
    Ajouter (j_t, i_t) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
  - Arcs de i_t vers i_{t+1} :
  si $t \leq T-1$ **alors**
    Ajouter (i_t, i_{t+1}) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
sinon
  - Arcs partant de i vers les blocs dont le début d'extraction a lieu sur t :
  pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}_o^t \mid b \neq i,\ \mathfrak{T}_{b1}^o = t, (i,b) \in \mathcal{A}_{d_o}\}$ **faire**
    Ajouter (i_t, j_t) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
  - Arcs partant de i vers les blocs dont le début d'extraction a lieu sur $t+1$:
  si $t \leq T-1$ **alors**
    pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}_o^{t+1} \mid b \neq i,\ \mathfrak{T}_{b1}^o = t+1, (i,b) \in \mathcal{A}_{d_o}\}$ **faire**
      Ajouter (i_t, j_{t+1}) à $\mathbb{A}_{d_o}$;

Algorithme 8 : ARCS_SANS_ORD - Création des arcs de déplacement liés au bloc i pour la réalisation de l'opération o dans la période t

Données : o, i, t, T, $\mathcal{A}_{d_o}$, $\mathbb{A}_{d_o}$, $\mathcal{B}_o^t$, $\mathcal{B}_o^{t+1}$
Résultat : Mise à jour de $\mathbb{A}_{d_o}$

pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}_o^t \mid b \neq i\}$ **faire**
  si $(j,i) \in \mathcal{A}_{d_o}$ **alors**
    Ajouter (j_t, i_t) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
  sinon
    si $(i,j) \in \mathcal{A}_{d_o}$ **alors**
      Ajouter (i_t, j_t) à $\mathbb{A}_{d_o}$;
si $t \leq T-1$ **alors**
  pour tous $j \in \{b \in \mathcal{B}_o^{t+1} \mid b \neq i, (i,b) \in \mathcal{A}_{d_o}$ **faire**
    Ajouter (i_t, j_{t+1}) à $\mathbb{A}_{d_o}$;

4.8 Résultats numériques et discussions

Ci-dessous seront présentés les résultats numériques des tests réalisés dans le cadre de la phase II.

4.8.1 Prétraitement

Le tableau 4.1 présente les résultats des prétraitements qui précèdent la résolution des instances. Pour chaque instance, la proportion des blocs supprimés de son modèle de blocs associé à la suite du prétraitement est très faible, inférieure à 1% dans la plupart des cas (voir figure 4.1). Cet apport faible du prétraitement résulte du fait que la suppression un bloc i donné du modèle de blocs n'est possible que lorsque que la somme des cibles de production de l'horizon de la planification est inférieure à la production contenue dans le cône de précédence de ce bloc i. Par contre, ce prétraitement peut se révéler très prometteur dans le cadre d'une résolution itérative où toutes les périodes de l'horizon de la planification ne sont pas considérées ensemble.

Tableau 4.1 Résultat du prétraitement en phase I

n^o modèle de blocs	N3	N4	N6	N8	N9	N10	N12	N14
nb périodes	3	3	5	10	20	25	25	25
nb initial de blocs	19	44	146	344	489	670	1156	1834
nb pelles	2	3	4	5	5	5	5	5
nb blocs après prétraitement	18	43	145	343	488	669	1155	1828

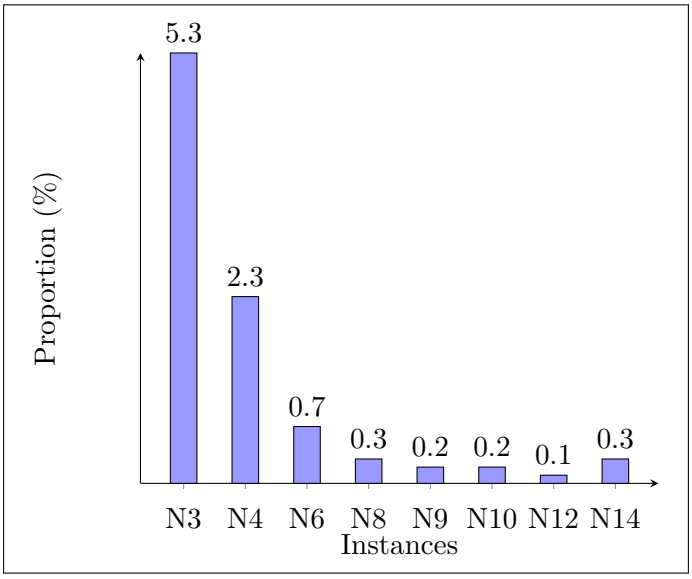


Figure 4.1 Proportion des blocs supprimés du modèle de blocs suite au prétraitement

Les instances qui feront l'objet des tests sont présentées dans le tableau 4.2.
Pour la méthode de résolution itérative, les prétraitements sont renouvelés à chaque itération pour prendre en compte les solutions des itérations précédentes.

Tableau 4.2 Liste des instances à tester

n^o instances	n^o modèle blocs	nb périodes	nb pelles	nb blocs initial
I1	N3	3	2	19
I2	N4	3	3	44
I2′	N4	4	2	44
I3	N6	5	4	146
I3′	N6	8	4	146
I4	N8	8	5	344
I4′	N8	10	5	344
I5	N9	10	5	489
I5′	N9	15	5	489
I6	N10	25	5	670
I7	N12	20	5	1156
I7′	N12	25	5	1156
I8	N14	28	5	1834
I9	N14	30	5	1834

4.8.2 Résolution par la méthode non itérative

Les résultats, qui seront présentés ci-dessous, concernent des instances de petite taille qui ont été résolues par les différentes méthodes sans recours à l'utilisation des fenêtres mobiles. Pour toutes ces instances, les résolutions se font à l'optimalité avec un critère d'arrêt de 5h de durée d'exécution.

- MP1_{v1} sans itération

Le tableau 4.3 présente les résultats des tests réalisés avec la formulation MP1_{v1}, sans itération, sur quelques instances. Les tests sur les instances des modèles de blocs $N6$ et $N8$ se sont achevés par le critère d'arrêt lié à la durée de résolution avec des gaps d'optimalité qui sont supérieurs à 4%. Pour les modèles de blocs ayant 9 bancs et plus, la résolution s'est arrêtée, sans qu'une solution ne soit trouvée, suite à l'atteinte de la limite de la durée de résolution (5h) ou pour cause d'une insuffisance de la mémoire de l'ordinateur.

Tableau 4.3 Résultats de la résolution du $MP1_{v1}$ sans itération

n^o instances	I1	I2	I2′	I3	I3′	I4
n^o modèle de blocs	N3	N4	N4	N6	N6	N8
nb blocs après ph1	12	28	26	97	106	312
nb variables	242	610	739	3024	4329	12405
nb contraintes	656	1852	2334	11056	16678	51836
gap d'optimalité (%)	0	0	0	4.8	16.7	18.9
durée résolution	0.8s	5s	25.3s	5h	5h	5h
nb blocs accessibles	11	31	32	120	111	278

- MP1_{v2} sans itération

Le modèle $MP1_{v2}$ a été utilisé sans itération sur les mêmes instances que le modèle $MP1_{v1}$. Le tableau 4.4 présente les résultats de ces tests. Toutes les instances ont été résolues à l'optimalité. Cette formulation a fait l'objet d'un test d'une instance du modèle de blocs N9 et la solution avait un gap d'optimalité presque nul sur une durée d'exécution proche de 5h. Par contre, il n'a pas été possible de continuer les tests pour les modèles de blocs ayant plus de bancs.

Tableau 4.4 Résultats de la résolution du $MP1_{v2}$ sans itération

n^o instances	I1	I2	I2′	I3	I3′	I4
n^o modèle de blocs	N3	N4	N4	N6	N6	N8
nb blocs après ph1	12	28	26	97	106	312
nb variables	384	947	1277	5545	8959	26797
nb contraintes	984	3284	4334	36086	59336	326567
gap d'optimalité (%)	0	0	0	0	0	0
durée résolution	0.8s	0.5s	1.6s	70s	39s	5h
nb blocs accessibles	14	37	37	122	124	287

- MP$1_{v1}Sup$ sans itération

Le tableau 4.5 présente les résultats des mêmes instances résolues avec $MP1_{v1}Sup$. Les durées d'exécution sont assez proches de celles de $MP1_{v1}$. Les gaps d'optimalité sont par contre un peu meilleurs.

Le tableau 4.6 donne le récapitulatif de la taille des graphes des déplacements possibles $\{\mathbb{G}_{d_o} = (\mathbb{B}_o, \mathbb{A}_{d_o}), o \in \mathcal{O}\}$ qui ont été crées suivant l'algorithme **GRAPH_DEPT** et celle du graphe des précédences verticales $\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$ crée suivant l'algorithme **GRAPH_PRECT**.

Tableau 4.5 Résultats de la résolution du MP1$_{v1}Sup$ sans itération

n^o instances	I1	I2	I2′	I3	I3′	I4
n^o modèle de blocs	N3	N4	N4	N6	N6	N8
nb blocs après ph1	14	38	41	137	124	327
nb variables	242	610	739	3024	4329	12405
nb contraintes	657	1853	2335	11057	16679	51837
gap d'optimalité (%)	0	0	0	1.3	11.5	12.3
durée résolution	0.8s	8s	25.7s	5h	5h	5h
nb blocs accessibles	11	31	32	119	110	253

Tableau 4.6 Évolution de la taille des graphes des déplacements possibles et des précédences suite à la résolution du MP1$_{v1}Sup$

n^o instances	I1	I2	I2′	I3	I3′	I4
n^o modèle de blocs	N3	N4	N4	N6	N6	N8
$card(\mathcal{A}_{d_3})$	591	3612	4816	71170	113872	835480
$card(\mathbb{A}_{d_1})$	164	1133	1112	13135	10183	54422
$card(\mathbb{A}_{d_2})$	122	967	902	10023	7514	37668
$card(\mathbb{A}_{d_3})$	65	556	522	5521	3388	17363
$card(\mathcal{A}_p)$	30	95	95	425	425	1155
$card(\mathbb{A}_p)$	10	65	85	410	405	1065

- Bilan de l'approche non itérative

Cette partie présente d'une part les résultats de l'approche non itérative par élément de performance (durée de résolution, valeur de l'objectif...) et de l'autre la conclusion sur les points les plus importants à retenir de ces tests.

Durée de résolution : la durée de résolution (voir la figure 4.6) du MP1$_{v2}$ et le gap d'optimalité (voir la figure 4.4) de sa meilleure solution (lorsqu'elle n'est pas optimale) sont largement meilleurs que ceux des 2 autres formulations (MP1$_{v1}$ et MP1$_{v1}Sup$) sur les instances issues des petits modèles de blocs (N3 à N6). À partir du modèle de blocs N8 (344 blocs), les durées d'exécution des 3 modèles deviennent semblables jusqu'à l'impossibilité de continuer les tests non itératifs. Cependant le gap d'optimalité reste meilleur pour le MP1$_{v2}$.

Valeur de la fonction objectif : les modèles MP1$_{v1}$ et MP1$_{v1}Sup$ donnent des valeurs presque identiques et qui sont inférieures à celles de MP1$_{v2}$ qui est leur *version relaxée* (voir le graphe *objectif* sur la figure 4.5). La différence est en moyenne de 11.2% entre les formulations MP1$_{v2}$ et MP1$_{v1}Sup$.

L'accessibilité des blocs (lorsqu'il existe au moins une face extraite, donc de libre) contribue à la valeur de la fonction objectif des formulations de la manière suivante :

— $MP1_{v2}$: en moyenne de 94,6% avec une tendance de 95% pour les plus grandes instances ;
— $MP1_{v1}$ et $MP1_{v1}Sup$: en moyenne de presque 93%.

Pour plus de détails voir la figure 4.3.

Accessibilité des blocs : la proportion des blocs accessibles parmi les blocs issus de la résolution est répartie comme suit :
— $MP1_{v2}$: en moyenne de 96,6% avec une tendance de 99% pour les plus grandes instances ;
— $MP1_{v1}$ et $MP1_{v1}Sup$: en moyenne de presque 81%-82%.

Pour plus de détails, se reporter à la figure 4.2. La proportion du nombre de blocs accessibles dans les résultats de $MP1_{v2}$ est supérieure de 14% que celle des 2 autres formulations. Ceci s'explique par l'impossibilité pour la formulation $MP1_{v1}$ de modéliser correctement la précédence entre blocs lorsque ces derniers sont extraits dans une même période (comme expliqué à la section 3.2.1).

Réduction de la taille des graphes des déplacements et des précédences : après les tests réalisés sur la formulation $MP1_{v1}Sup$, les améliorations suivantes ont été observées sur la taille des graphes initiaux :
— Le graphe des déplacements possibles des équipements a été réduit en moyenne respectivement de 81% pour l'opération de forage, de 85% pour le dynamitage et de 92% pour l'extraction ;
— Le graphe de la précédence verticale enregistre une plus faible performance avec une moyenne de réduction de 21% ;
— Les facteurs de réduction de la taille des graphes sont donnés sur la figure 4.7.

Pour plus de détails par instance, voir la figure 4.7.

- Conclusion sur la résolution non itérative

Les tests de résolution non itérative des modèles $MP1_{v1}$, $MP1_{v2}$ et $MP1_{v1}Sup$ réalisés sur des petites instances permettent de tirer les observations suivantes :
— Ces approches ne sont rapides que pour des modèles de blocs qui comptent moins de 50 blocs ;
— Les formulations $MP1_{v1}$ et $MP1_{v1}Sup$ présentent des performances presque identiques, ainsi l'approche qui consiste à utiliser la borne supérieure issue de la résolution de la formulation $MP1_{v2}$ pour accélérer la résolution n'est pas concluante ;
— Il est observé une réduction de plus de 80% de la taille des graphes des déplacements possibles pour les 3 opérations et en particulier de plus de 90% pour les équipements en charge de l'extraction.

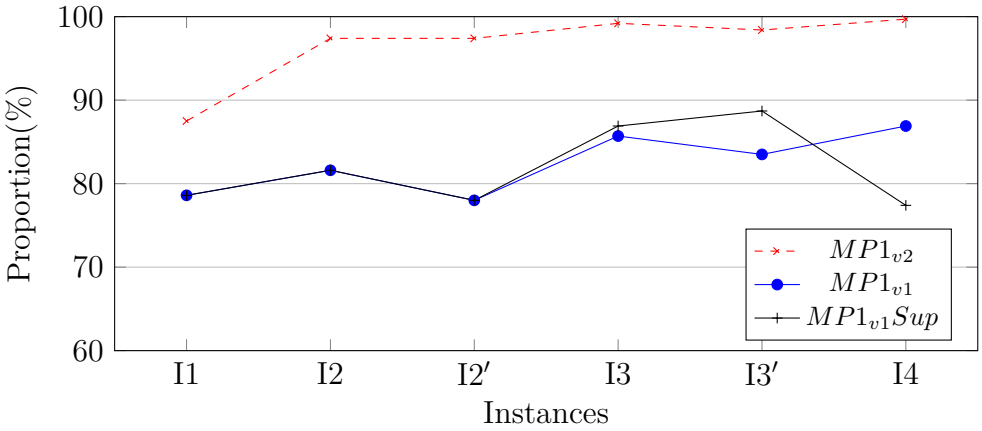


Figure 4.2 Proportion des blocs accessibles après les résolutions non itératives

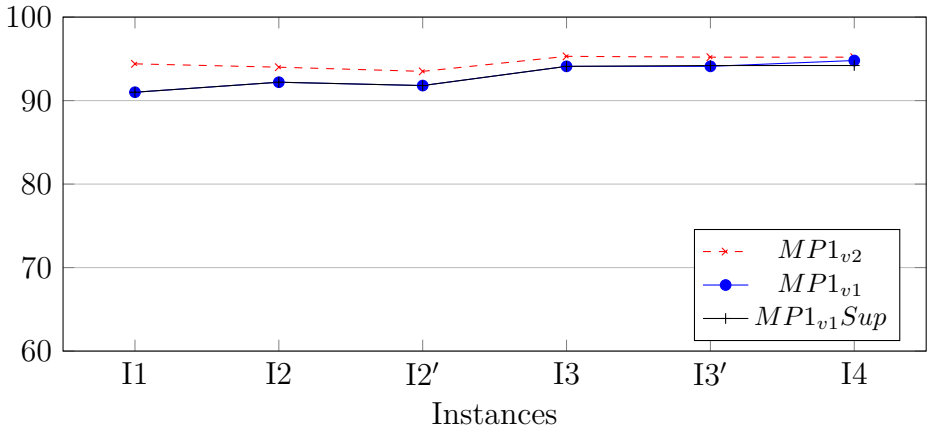


Figure 4.3 Proportion du coût de l'accessibilité dans la valeur de la fonction objectif pour les résolutions non itératives

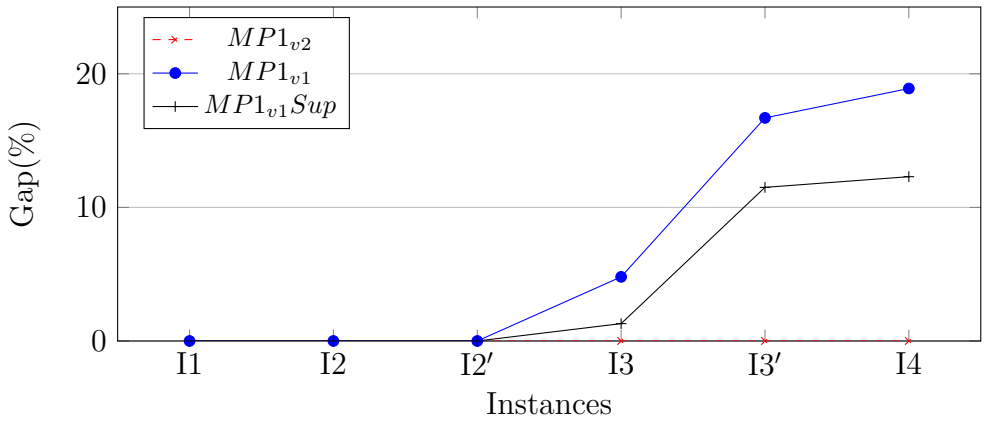


Figure 4.4 Gaps des résolutions non itératives

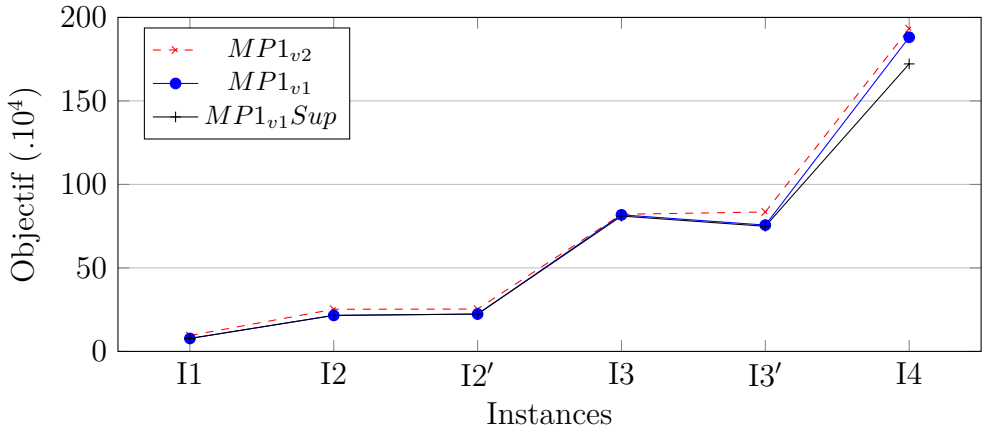


Figure 4.5 Valeur de la fonction objectif pour les résolutions non itératives

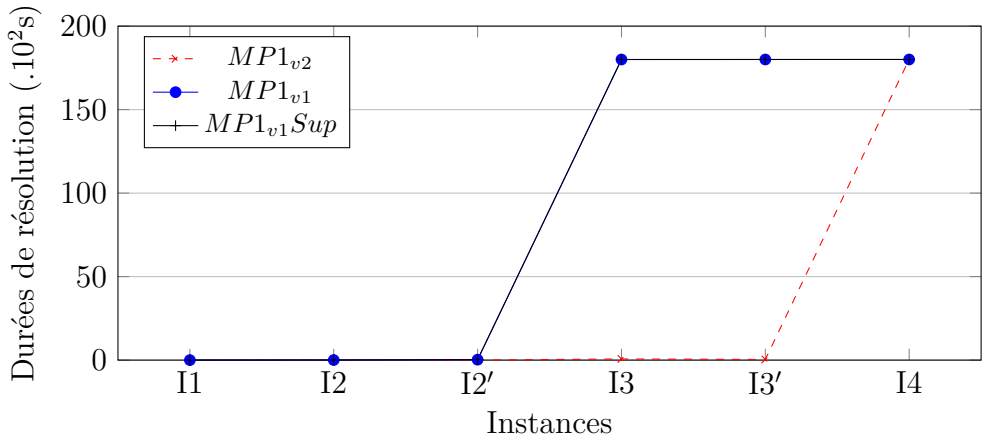


Figure 4.6 Durées de résolution des instances pour la méthode non itérative

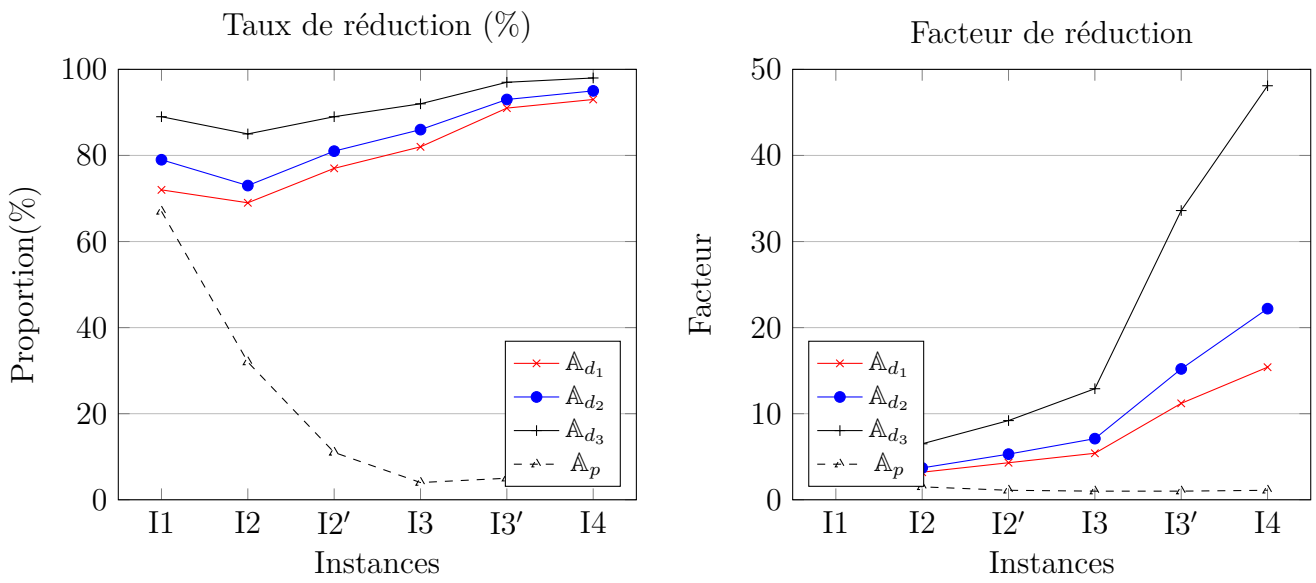


Figure 4.7 Taux et facteur de réduction de la taille des graphes des déplacements possibles et des précédences suite à la résolution du MP1$_{v1}Sup$

4.8.3 Résolution par la méthode itérative

Les formulations MP1$_{v2}$ et MP1$_{v1}Sup$ ont été résolus par la MIFM sur quelques instances. La taille de la fenêtre mobile est de 2 périodes. Deux critères d'arrêts ont été fixés dans le cadre de ces résolutions : un gap d'optimalité inférieur ou égal à 3% et une durée maximale de résolution de 5h par itération. Cette approche a permis de résoudre d'autres instances de taille plus importante issues du modèle de blocs N14 qui compte 1834 blocs avant le prétraitement et 1408 blocs après.

- MP1$_{v2}$ par la MIFM

Le tableau 4.7 présente les résultats des tests de la formulation MP1$_{v2}$ réalisés par la MIFM. Pour rappel, sans la MIFM, la résolution de l'instance I4, qui est issue du modèle de blocs N8, s'était arrêtée au bout de 5h d'exécution. Avec la MIFM, cette instance a été résolu en 268 s. Les instances des modèles de blocs N12 ont été résolues par la MIFM en presque 4h, alors que ces résolutions étaient impossibles avec l'approche sans itération. Pour l'instance I4, il s'agit d'un gain de 98.5% sur la durée de résolution.

- MP1$_{v1}Sup$ par la MIFM

Le tableau 4.8 présente les résultats de la résolution du modèle MP1$_{v1}Sup$ par la MIFM. La borne supérieure est obtenue par l'estimation réalisée à partir de la solution du MP1$_{v2}$

Tableau 4.7 Résultats de la résolution du $MP1_{v2}$ par la MIFM

n^o instances	nb périodes	nb pelles	durée résolution	nb blocs après ph1	nb blocs accessibles
I1	3	2	1 s	15	3
I2	3	3	13 s	34	17
I2′	4	2	11 s	34	11
I3	5	4	29 s	114	73
I3′	8	4	768 s	118	74
I4	8	5	268 s	273	197
I4′	10	5	177 s	278	206
I5	10	5	861 s	393	288
I5′	15	5	524 s	401	303
I6	25	5	18 min	514	409
I7	20	5	4.2h	876	709
I7′	25	5	3.3h	884	727
I8	28	5	11.3h	1405	1181
I9	30	5	9.8h	1408	1178

obtenue aussi par la MIFM. L'instance I1 n'est pas réalisation et pour les instances I3 et I3′ (modèle de blocs N6), le gain sur la durée d'exécution est supérieur à 95% y compris lorsque la durée de la résolution du modèle $MP1_{v2}$ par la MIFM est prise en compte.

Le tableau 4.9 donne, de gauche à droite, les numéros des instances, la durée de résolution $MP1_{v1}Sup$ additionnée à celle de $MP1_{v2}$, et la valeur de la fonction objectif de $MP1_{v2}$ et enfin celle de $MP1_{v1}Sup$ dans la dernière colonne.

- Bilan de l'approche itérative

Cette partie présente le bilan des performances de la résolution par la MIFM.

Durée de résolution : l'utilisation de la MIFM pour résoudre les modèles $MP1_{v2}$ et $MP1_{v1}Sup$ a permis de trouver des solutions pour des instances issues de modèles de blocs de 9 bancs et plus (670 à 1834 blocs). Après la résolution de $MP1_{v2}$ par la MIFM (qui peut atteinte de 4.5h), celle de $MP1_{v1}Sup$ n'a jamais dépassée 17min. La durée de résolution de $MP1_{v1}Sup$ est plus faible d'un facteur moyen de 21 par rapport à celle de $MP1_{v2}$ sur l'ensemble des instances. Ce facteur présente par contre une forte dispersion avec un écart-type de 20. Pour plus de détails, voir le graphe 4.11.

Valeur de la fonction objectif : la qualité de la solution s'est dégradée par le passage à la MIFM avec une fenêtre dont la taille est de 2 périodes. En effet :

— La différence entre les valeurs de la fonction objectif de $MP1_{v1}Sup$ et de $MP1_{v2}$

Tableau 4.8 Résultats de la résolution du $MP1_{v1}Sup$ par la MIFM

n^o instances	nb périodes	nb pelles	durée résolution	nb blocs après ph1	nb blocs accessibles
I1	3	2	-	-	-
I2	3	3	1 s	25	11
I2′	4	2	1s	27	9
I3	5	4	12 s	94	38
I3′	8	4	16 s	103	37
I4	8	5	93 s	238	109
I4′	10	5	84 s	249	100
I5	10	5	258 s	354	156
I5′	15	5	92 s	372	149
I6	25	5	69 s	489	162
I7	20	5	389 s	830	311
I7′	25	5	210 s	845	282
I8	28	5	964 s	1350	473
I9	30	5	891 s	1352	455

est en moyenne de 46% (voir la figure 4.10) alors que pour l'approche non itérative cette différence est en moyenne de 11% ;

— Sur les instances de petite taille, la dégradation de la valeur de la fonction objectif lors de la résolution par la MIFM est de 50% en moyenne pour la formulation $MP1_{v2}$ par rapport à la résolution non itérative. Pour le modèle $MP1_{v1}Sup$, cette dégradation est de 64% ;

— L'accessibilité des blocs contribue à la valeur de la fonction objectif du modèle $MP1_{v2}$ en moyenne de 92% et pour la formulation $MP1_{v1}Sup$, cette contribution est en moyenne de 87%. Pour plus de détails voir la figure 4.9 ;

Accessibilité des blocs : la proportion des blocs accessibles parmi les blocs issus des résolutions par la MIFM est répartie comme suit :

— $MP1_{v2}$: en moyenne de 67% avec une tendance à la hausse pour les plus grandes instances ;

— $MP1_{v1}Sup$: en moyenne de presque 38% avec une tendance à la baisse pour les grandes instances.

Sur les instances qui ont été testées par les 2 approches, la proportion du nombre des blocs accessibles chute de plus de 40 points. Pour plus détails, voir la figure 4.8.

Réduction de la taille des graphes des déplacements et des précédences : les réductions ont été observées sur la taille des graphes initiaux suite aux tests de résolution réalisés sur la formulation $MP1_{v1}Sup$:

— Le graphe des déplacements possibles des équipements est réduit en moyenne de 96% pour le forage, de 97% pour le dynamitage et de 99% pour l'opération d'extraction ; Ces valeurs sont meilleures de 9 points en moyenne que celles de la résolution itérative ;

— La taille du graphe de la précédence verticale enregistre une réduction moyenne de 45%. Cette valeur est de 21% sur les instances I1 à I4 lorsque la résolution est non itérative et de 62% sur les mêmes instances pour la résolution itérative.

La tendance de la réduction de la taille du graphe des déplacements possibles des équipements d'extraction est de 99%, pour le cas de l'instance I9, cela se traduit par un facteur de réduction de 762 de la taille ce graphe. Pour plus de détails, voir la figure 4.12.

Tableau 4.9 Résolution par la MIFM : durée totale, valeur de la fonction objectif de $MP1_{v2}$ et $MP1_{v1}Sup$

n^o instances	durée totale résolution	$MP1_{v2}$	$MP1_{v1}Sup$
I1	-	23 270	-
I2	15	119 967	80 962
I2′	12	84 015	70 480
I3	41	500 302	275 170
I3′	784	513 839	275 201
I4	361	1 341 020	776 782
I4′	262	1 405 280	725 204
I5	1 119	1 970 662	1 124 850
I5′	616	2 078 070	1 089 602
I6	1 126	2 796 158	1 212 287
I7	15 497	4 885 246	2 337 229
I7′	11 971	5 008 832	2 157 096
I8	41 498	8 056 545	3 516 291
I9	36 015	8 034 574	3 403 600

- Conclusion sur la MIFM

Les tests réalisés sur les modèles $MP1_{v2}$ et $MP1_{v1}Sup$ par la MIFM ont permis de mettre en lumière les points suivants :

— L'approche itérative combinée avec la pré-résolution de $MP1_{v2}$ est efficace pour résoudre $MP1_{v1}Sup$ avec des instances de taille inférieure à 650 blocs pour une durée totale de résolution inférieure à 25min ;

— Pour les instances de plus de 700 blocs, la résolution de $MP1_{v1}Sup$ par la MIFM est très rapide avec un maximum de 17 min pour l'instance I8. Par contre la durée de

résolution de $MP1_{v2}$ reste importante (11,25h pour l'instance I8). Ainsi, la réduction de la durée de résolution de $MP1_{v2}$ reste encore un défi pour les grandes instances ;

— Une importante réduction de plus de 96% de la taille des graphes des déplacements possibles est observée pour les 3 opérations. Cette réduction est particulièrement importante pour la suite de la démarche qui consistera à affecter les équipements de production aux blocs ;

— La résolution par la MIFM entraine une augmentation du gap d'optimalité sur les petites instances : jusqu'à 64% en moyenne.

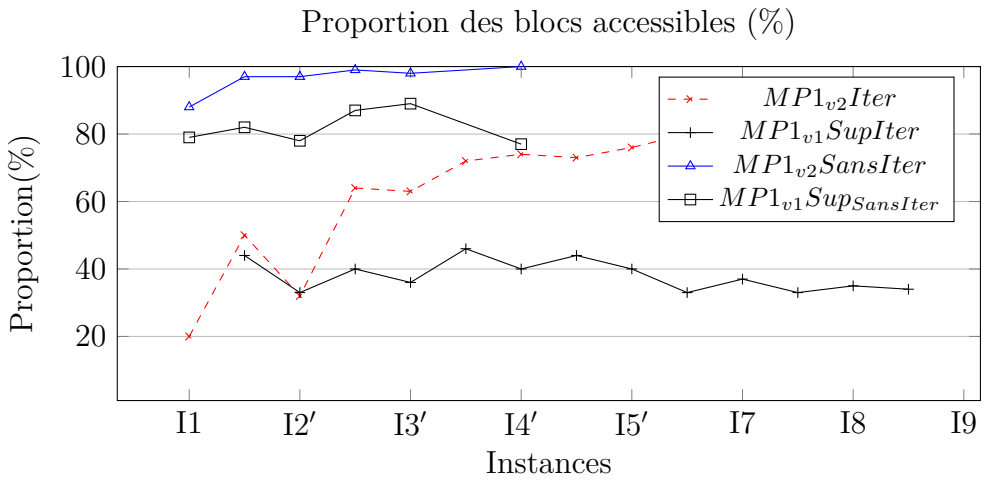


Figure 4.8 Proportion des blocs accessibles à l'issu des différentes résolutions

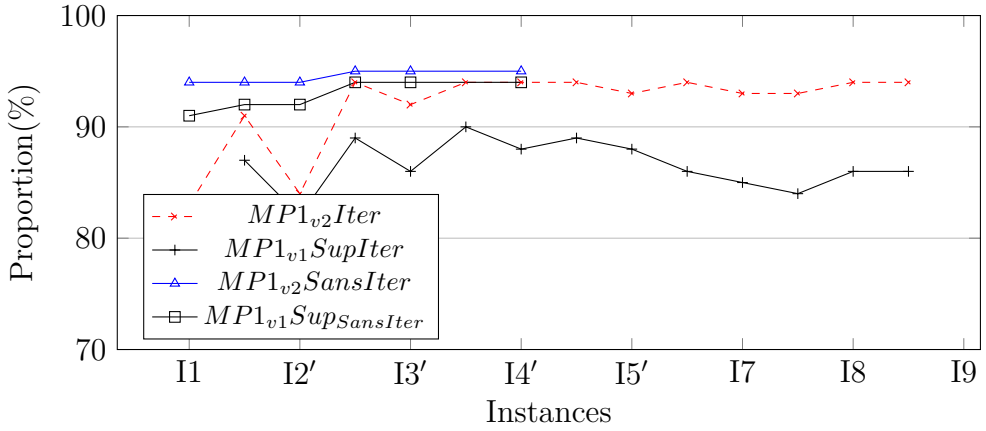


Figure 4.9 Proportion du coût de l'accessibilité dans la valeur de la fonction objectif suite aux différentes résolutions

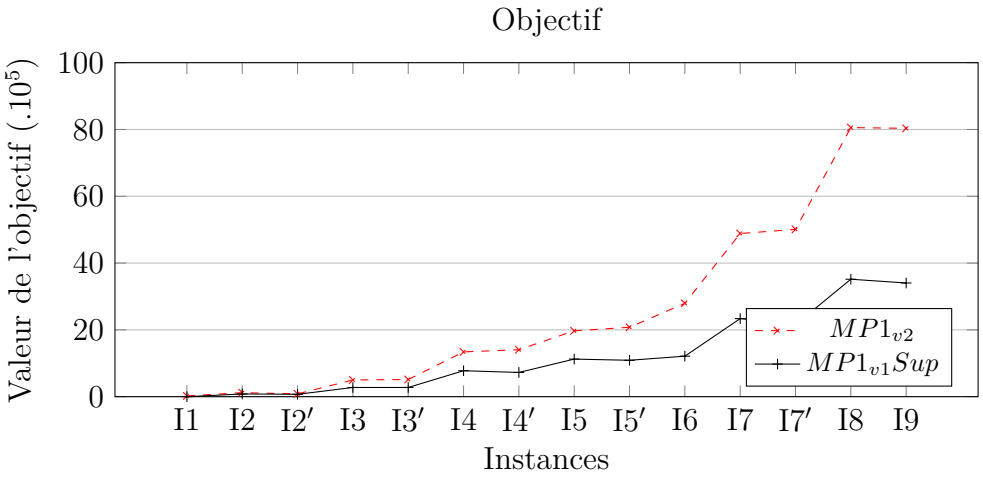


Figure 4.10 Valeur de la fonction objectif pour les résolutions par la MIFM

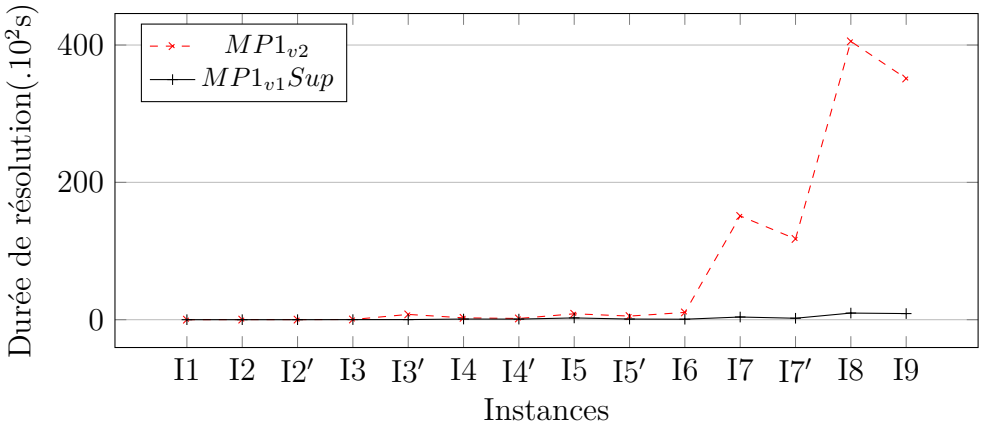


Figure 4.11 Les durées des résolutions par la MIFM

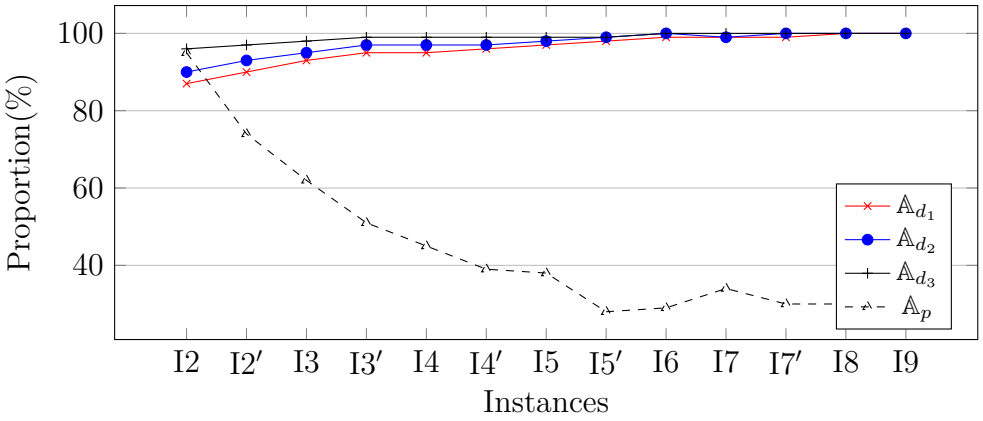


Figure 4.12 Évolution de la taille des graphes des déplacements possibles et des précédences suite à la résolution du $\mathrm{MP1}_{v1}Sup$ par la MIFM

4.8.4 Analyse de l'impact de l'approche MIFM sur la qualité de la solution

Cette section permet d'étudier l'impact de la taille de la fenêtre mobile sur la qualité de la solution. L'analyse a été réalisée sur l'instance I3 qui compte 144 blocs, 5 périodes et 4 pelles. Les constats sont les suivants sur la différence entre les résultats de la résolution itérative avec une fenêtre mobile de 2 périodes et ceux de la résolution non itérative :

1. Modèle MP1_{v2} :
   — Valeur de la fonction objectif : un saut de 5.5% entre la résolution avec la fenêtre mobile de 2 périodes et la solution optimale (voir le graphe 4.15) ;
   — Proportion du coût de l'accessibilité des blocs dans la fonction objectif : 0.2%de différence (voir le graphe 4.14) ;
   — Proportion du nombre de blocs accessibles : 5.7% de différence entre les 2 résolutions (voir le graphe 4.13).
2. Modèle $\text{MP1}_{v1}Sup$:
   — La différence est de 53% sur la valeur de la fonction objectif entre la valeur optimale et la résolution itérative avec la fenêtre mobile de 2 périodes (voir graphe 4.15) ;
   — Proportion du coût de l'accessibilité des blocs dans la valeur de la fonction objectif : 6.1% ;
   — Proportion du nombre de blocs accessibles : 44% de différence, voir le graphe 4.13.

Il apparait que la taille de la fenêtre mobile a très peu d'incidence sur la valeur de la fonction objectif du modèle MP1_{v2}. Par contre pour le modèle $\text{MP1}_{v1}Sup$, l'incidence sur la valeur de la fonction objectif est très importante.
La légende des graphes présentés ci-dessous :
— fen = p : signifie que la taille de la fenêtre mobile est égale à p ;
— SansIter : concerne l'instance qui a été résolue da manière non itérative.

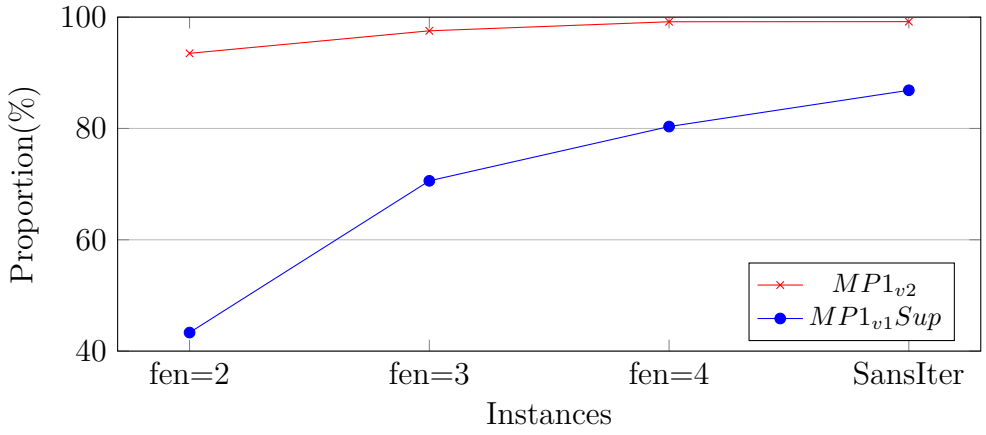


Figure 4.13 Proportion des blocs accessibles en fonction de la taille de la fenêtre mobile

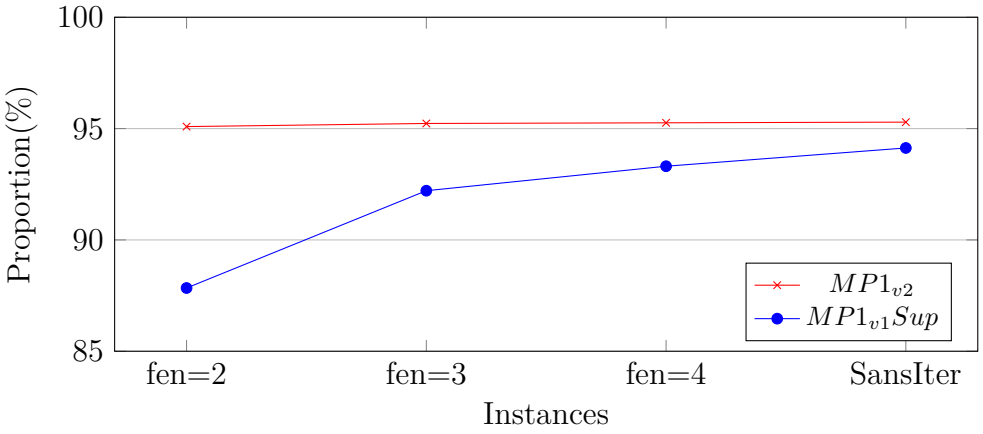


Figure 4.14 Proportion du coût de l'accessibilité des blocs dans la valeur de la fonction objectif

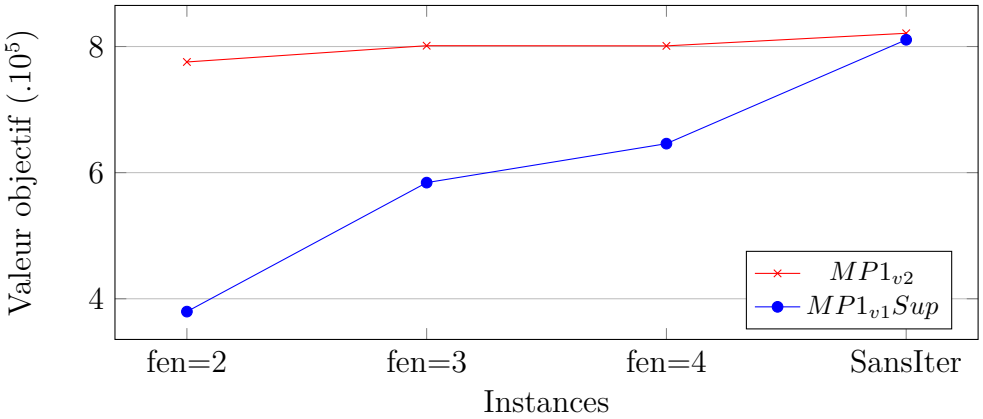


Figure 4.15 Résolution instance I3 : Valeur de la fonction objectif suivant la taille de la fenêtre mobile

4.9 Conclusion

Le problème de l'ordonnancement des blocs est décrit par le modèle $MP1_{v1}$. La phase I a permis de tester une approche pour ordonnancer l'extraction des blocs sur les périodes de l'horizon de la planification tout en prenant en compte la performance globale des équipements de production pour les 3 opérations et en favorisant l'accessibilité des blocs pour l'extraction. Cela s'est traduit par la détermination d'un contour de blocs qui respecte les cibles de production et contraintes de mélange par période. La performance de la résolution du modèle mathématique $MP1_{v1}$ dépend de la taille des instances comme suit :

- Lorsque l'instance contient moins 50 blocs : la résolution se fait de manière non itérative et en moins de 60s ;
- Pour les instances dont la taille est comprise entre 150 et 350 blocs, la durée de résolution non itérative du $MP1_{v1}$ dépasse 5h. Au delà de cette taille, il a été impossible de parvenir à une solution par la résolution non itérative. Ce qui a conduit à tester une autre approche avec les modèles $MP1_{v2}$ et $MP1_{v1}Sup$ et une résolution par la MIFM ;
- La méthode qui combine les modèles $MP1_{v2}$ et $MP1_{v1}Sup$ dans une résolution par la MIFM avec une fenêtre mobile de 2 périodes a permis de trouver des solutions pour des instances qui comptent 650 blocs en moins de 25min ;
- Pour les instances de 1000 blocs, la durée de résolution $MP1_{v2}$ dépasse 3h pour un maximum de presque 12h pour les instances de 1800 blocs. Pour ces mêmes instances, après la résolution de $MP1_{v2}$, celle de $MP1_{v1}Sup$ reste inférieure à 17 min.

La taille des graphes de déplacements possibles est réduite d'au moins 80% pour chacune des 3 opérations (pouvant atteindre 99% pour l'opération d'extraction). Et pour le graphe de précédence verticale, cette réduction est de 45% lorsque la résolution est itérative et de 21% dans le cas contraire.

Le passage par une approche itérative avec une fenêtre mobile de 2 périodes entraine une baisse de la qualité de la solution avec un effondrement du taux de blocs accessibles pour l'opération d'extraction. L'effondrement de la valeur de la fonction objectif est en moyenne de 64% sur les instances qui ont pu faire l'objet des 2 approches. Une légère tendance à la baisse est constatée lorsque la taille de l'instance augmente.

Le modèle $MP1_{v2}$ est une version relaxée du modèle $MP1_{v1}$ avec des variables de fin d'extraction qui sont binaires. Le taux élevé du nombre de blocs accessibles (plus de 67%) confirme l'analyse présentée dans la section 1.2.11 sur la notion de précision. Au vu de l'impact de la résolution de $MP1_{v2}$ sur la durée de résolution de $MP1_{v1}Sup$, il serait intéressant de tester une approche de résolution par la méthode développée par Bienstock *et al.* [18] sur le modèle $MP1_{v2}$.

CHAPITRE 5 AFFECTATION DES BLOCS AUX PELLES

5.1 Introduction

Ce chapitre présente la **phase II** de la démarche proposée à la section 3.6.1 comme réponse à la problématique posée.

5.1.1 Objectif

La phase II consiste à affecter les pelles aux blocs pour chaque période. Les tournées des pelles seront constituées tout en minimisant les déplacements de ces dernières. L'objectif comporte aussi la mise en valeur de l'accessibilité des blocs pour l'opération d'extraction.

5.1.2 Hypothèses

Les hypothèses initiales, déjà annoncées au niveau de la section 1.3, sont globalement conservées. Cependant une petite adaptation a été nécéssaire dans le contexte de cette affectation qui concerne uniquement les pelles :

- Le modèle de blocs utilisé est celui qui est issu de la phase I ;
- Les pelles qui réalisent l'opération d'extraction des blocs figurent de manière explicite dans le modèle d'affectation et leur déplacement est suivi ;
- Une pelle peut être affectée à plusieurs blocs successivement et sur une période ;
- Une pelle ne peut être affecté à un bloc plus d'une fois sur l'horizon de la planification ;
- L'extraction d'un bloc peut se faire sur un maximum de 2 périodes consécutives ;
- Pour toute pelle e en charge de l'extraction sur un bloc i, la durée de déplacement effectué par e pour rejoindre le bloc i ainsi que sa durée d'installation sur i sont affectées à la période de début d'extraction du bloc i ;
- Le parc des pelles peut-être hétérogène ;
- Les performances (capacité de production, vitesse de déplacement, durée d'installation, disponibilité) peuvent varier par période ;
- Les performances de chaque pelle sont constantes à l'intérieur de chacune des périodes ;
- Les équipements en charge de la réalisation du forage et du dynamitage ne sont pas individuellement intégrés au modèle ;
- Les opérations de forage et de dynamitage sont prises en compte : la durée de réalisation de chacune de ces opérations sur chaque bloc est estimée dans le but de les intégrer au modèle.

5.1.3 Difficultés

Ce problème est un « problème de tournées de véhicules avec contraintes de ressources » (capacités des périodes et des pelles, disponibilité des pelles) auquel il faut ajouter les contraintes de précédence verticale liées au modèle de blocs miniers. En effet, la phase I a permis l'ordonnancement des blocs sur les périodes, ainsi ces derniers représentent les clients qui doivent faire l'objet de visite par les pelles (véhicules) (voir l'exemple le graphe des déplacements possibles de la figure3.11).

5.2 Données du problème

5.2.1 Données d'entrée

L'affectation des blocs aux périodes obtenue comme résultat de la phase I est utilisée comme donnée d'entrée pour la phase II. Ainsi les blocs à extraire dans la phase II sont les nouveaux éléments formés par les couples bloc/période (i_t) du modèle de blocs $\mathbb{B}_3$. Le graphe $\mathbb{G}_{d_3} = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_{d_3})$ représente le nouveau graphe des déplacements possibles pour les pelles.
Les caractéristiques et performances (vitesses, capacités, disponibilités...) des pelles font aussi partie des données d'entrée de cette phase.

5.2.2 Données de sortie

Les tournées des pelles constituent le résultat principal de la phase II. À cela s'ajoute, pour chaque bloc :

- Le moment de fin du passage de la pelle qui lui a été affectée ;
- L'état sur l'accessibilité du bloc : s'il est accessible, fournir la ou les faces par lesquelles a lieu cette accessibilité.

5.3 Méthodologie

L'approche de résolution proposée pour l'affection des pelles se fait suivant 4 étapes qui combinent la résolution de 3 modèles mathématiques comme suit :

1. Construire une bonne solution basée sur le modèle de blocs $\mathbb{B}_3$ qui est issu de la phase I : l'heuristique HeurMP2$_{v1}$ décrit à la section 5.3.1 et qui est basée sur le modèle MP2 est utilisée pour construire une solution initiale notée Sol_{Ini} ;
2. Une tentative d'amélioration de la solution Sol_{Ini} est faite à l'aide de l'heuristique HeurMP2$_{v2}$ décrit à la section 5.3.1 qui est aussi basée sur le MP2 mais avec une fenêtre mobile de 2 périodes. La solution issue de cette étape est notée Sol_{Ini2} ;
3. Un autre modèle mathématique CP4 est utilisé à titre de comparaison avec les résultats issus des résolutions du MP2. Le modèle CP4 est basée sur la programmation par contraintes. Elle devrait permettre de pouvoir traiter des instances de taille importante dans le contexte des tournées aux pelles ;
4. Une seconde tentative d'amélioration de la solution issue du traitement précédent est réalisée en permettant la relaxation de l'affectation des blocs aux périodes qui avait été réalisée en phase I. Cette relaxation consiste à ne plus affecter les blocs aux périodes. La résolution se fait par l'utilisation de la MIFM sur un MIP, appelé MP3. La relaxation est ainsi faite à chaque itération sur la fenêtre mobile dont la taille est de 2 périodes. A l'issue de la résolution, si une amélioration de la solution est constatée, alors une mise à jour des modèles des blocs $\{\mathbb{B}_o, o \in \mathcal{O}\}$ est effectuée. Il sera aussi possible de résoudre le modèle CP4 sur la base du nouveau modèle de blocs $\mathbb{B}_3$ pour une comparaison avec le résultat du modèle MP3.

5.3.1 Heuristiques

Dans cette section seront présentées les heuristiques qui feront partie de la procédure d'affectation des pelles.

Notations

— $\mathcal{B}$: modèle de blocs mise à jour à la suite de la phase I ;
— $\mathbb{B}_3$: modèle de couples bloc/période i_t où le bloc i a fait l'objet d'une extraction dans la période t ;
— $\mathcal{T}_i^3$: représente l'ensemble des périodes d'extraction du bloc i ;
— $\mathcal{A}_{d_3}$: ensemble des arcs des déplacements possibles pour les pelles ;
— $\mathbb{A}_{d_3}$: ensemble des arcs des déplacements possibles des pelles dans $\mathbb{B}_3$;

— s : bloc artificiel qui représente le dépôt de départ des pelles ;
— d : bloc artificiel qui représente le dépôt de destination des pelles.

Heuristique HeurMP2$_{v1}$

Cette heuristique résout le MP2 par itération sur les périodes afin de construire une solution initiale. Partant de la première période, les pelles sont affectées aux blocs sur chaque période en harmonie avec les affectations déjà réalisées sur les périodes précédentes. Une illustration d'une itération de HeurMP2$_{v1}$ est représentée sur la figure 5.1 et l'algorithme 9 décrit sommairement le principe de son fonctionnement.

Algorithme 9 : HeurMP2$_{v1}$ - Construction d'une solution initiale pour les pelles

Données : $\mathbb{B}_3$, pelles, T
Résultat : Tournées des pelles
1 **Initialisation :**
2 - Positionner les pelles sur les blocs de départ sur la période $t = 1$;
3 - Solution initiale $Sol_{Ini} \leftarrow \emptyset$;
4 - $t \leftarrow 1$;
5 **pour tous** $t \leq T$ **faire**
6 Résoudre **MP2** sur la période t;
7 **si *MP2*** *réalisable* **alors**
8 - Mettre à jour Sol_{Ini};
9 - Initialiser les pelles sur les nouveaux blocs de départ de la période $t + 1$ qui correspondent aux derniers blocs extraits sur la période t;
10 - Continuer la résolution.
11 **sinon**
12 - Problème de capacité : arrêter la résolution.

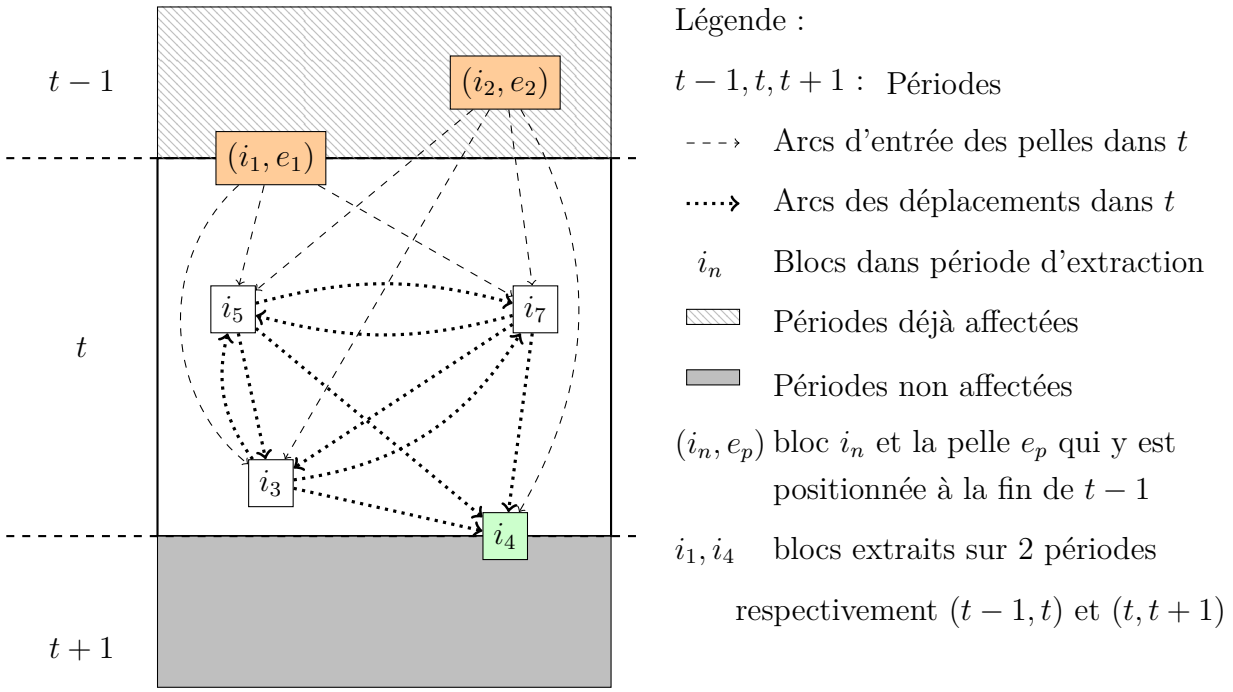


Figure 5.1 Illustration d'une itération de HeurMP2$_{v1}$ qui résout le MP2 par la méthode itérative des fenêtres mobiles afin de construire une solution initiale.

Heuristique HeurMP2$_{v2}$

Cette heuristique a pour objectif d'améliorer la solution initiale Sol_{Ini}. Le modèle MP2 est résolu par la MIFM avec une fenêtre mobile de 2 périodes. Cette résolution consiste à relaxée sur la fenêtre mobile les affectations (des pelles aux blocs) qui sont le résultat de HeurMP2$_{v1}$. Cette heuristique est mise en œuvre avec l'assurance de conserver une solution réalisable à l'échelle de l'horizon de la planification par le maintient des affectations des pelles en début et à la fin de chaque itération. L'algorithme 10 résume le principe de fonctionnement de HeurMP2$_{v2}$.

Algorithme 10 : HeurMP2$_{v2}$ - Amélioration de la solution initiale Sol_{Ini}

Données : $\mathbb{B}_3$, Pelles, Sol_{Ini}
Résultat : Tournées des pelles - Sol_{Ini2}

```
1  Initialisation :
2  - Positionner les pelles sur les blocs de départ sur la période t = 1;
3  - Sol_Ini2 ← Sol_Ini;
4  - t ← 1 ;
5  tant que t + 1 ≤ T faire
6      Résoudre MP2 sur la fenêtre des périodes t et t + 1;
7      si MP2 réalisable alors
8          - Mettre à jour de Sol_Ini2;
9          - Initialiser les pelles sur les nouveaux blocs de départ de la période t + 1;
10         - Initialiser les pelles sur les blocs de sortie de la période t + 2;
11         - Continuer la résolution;
12     t=t+1
```

Heuristique HeurMP3

Cette heuristique a pour objectif d'améliorer la solution générée par HeurMP2$_{v2}$. Le modèle MP3 est résolu aussi par la MIFM avec une fenêtre mobile de 2 périodes. À chaque itération, les affectations des blocs aux périodes (issues de la phase I) et celles des pelles aux blocs (résultats de HeurMP2$_{v2}$) sont relaxées. Ainsi, il devient possible d'extraire ces blocs sur l'une des 2 périodes ou sur les deux périodes. L'heuristique est mise en œuvre de manière à avoir une solution réalisable à l'échelle de l'horizon de la planification. L'algorithme 11 résume le principe de fonctionnement de l'heuristique. La figure 5.3 illustre une itération de HeurMP3 sur les périodes t et $t + 1$.

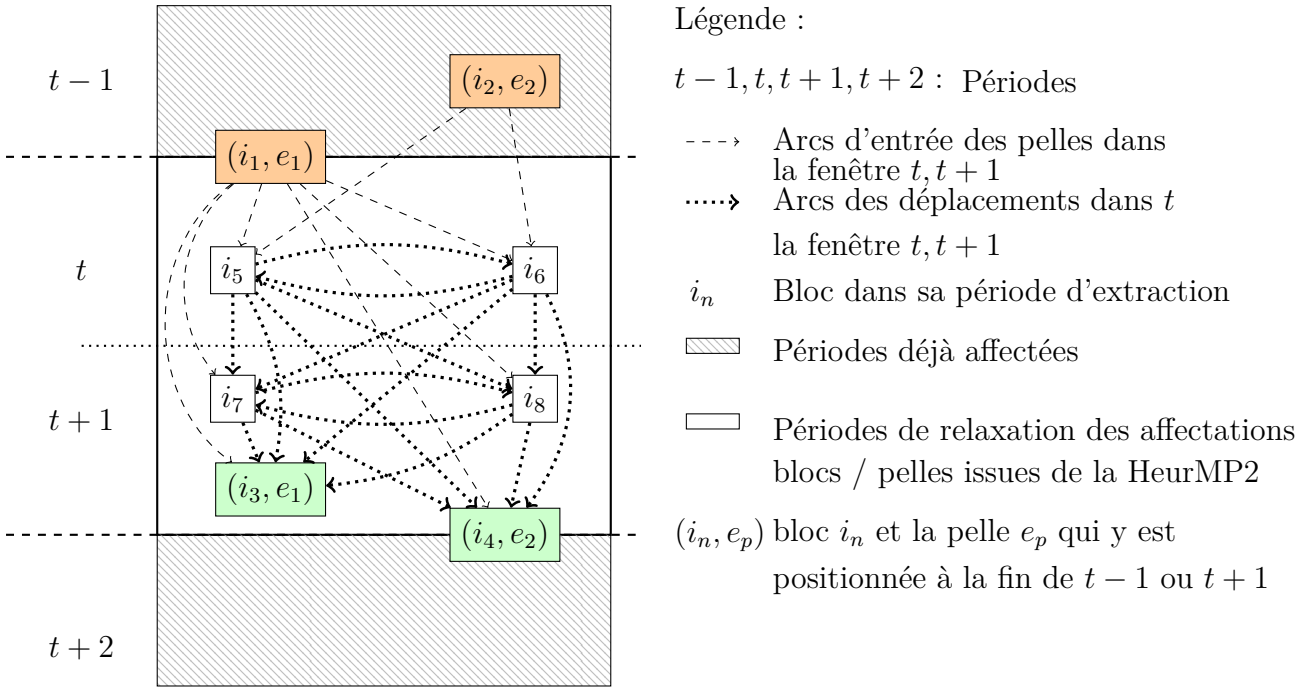


Figure 5.2 Exemple d'illustration d'une itération avec résolution du MP2 par fenêtre mobile sur la période t et $t+1$. Les affectations blocs/pelles (HeurMP2$_{v1}$) sont relaxées sur la fenêtre (périodes t et $t+1$).

Algorithme 11 : HeurMP3 - Amélioration de la solution issue de la HeurMP2$_{v2}$

Données : $\mathbb{B}_3$, Pelles, Sol_{Ini2}, Cibles de production, Contraintes de mélanges
Résultat : Tournées des pelles

Initialisation :
- Positionner les pelles sur les blocs de départ sur la période $t = 1$ et de sortie sur la période $t = 2$;
- $Sol_{MIP} \leftarrow Sol_{Ini2}$;
- $t \leftarrow 1$;

tant que $t + 1 \leq T$ **faire**
  Résoudre MP3 sur la fenêtre des périodes t et $t + 1$;
  si *MP3 réalisable* **alors**
    - Mettre à jour la solution Sol_{MIP};
    - Initialiser les pelles sur les nouveaux blocs de départ de la période $t + 1$;
    - Initialiser les pelles sur les blocs de sortie de la période $t + 2$;
    - Continuer la résolution;
  t=t+1

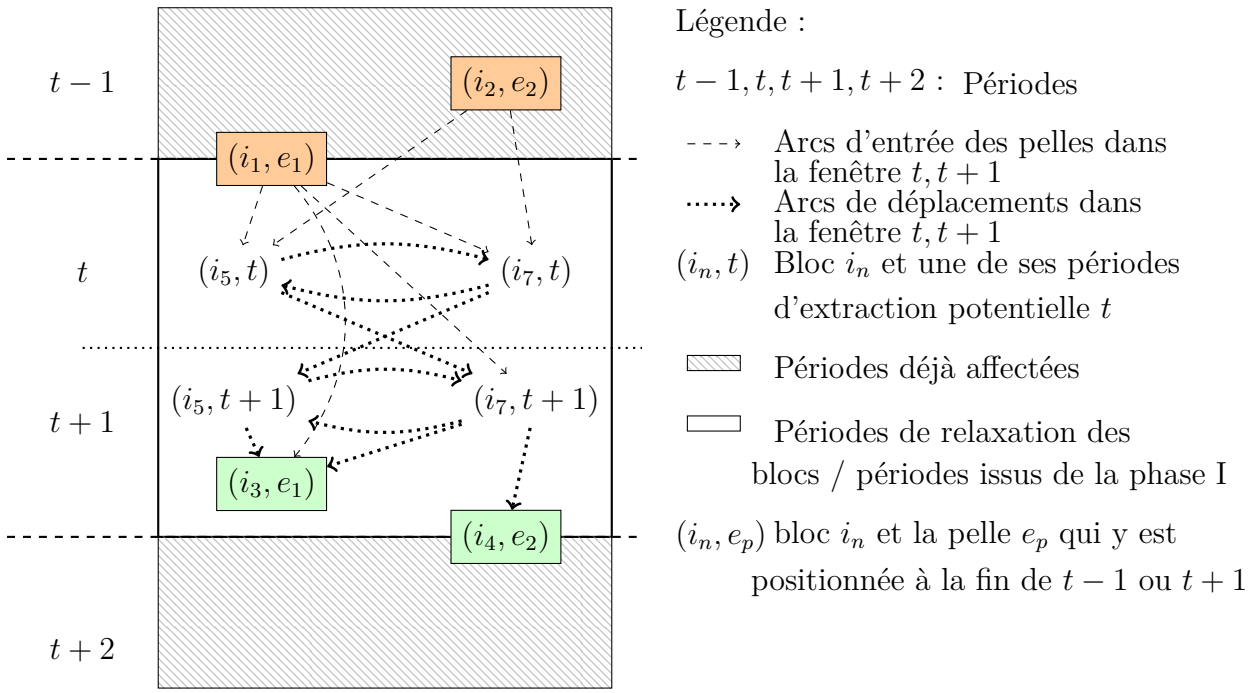


Figure 5.3 Illustration d'une itération de HeurMP3 : les affectations blocs/périodes (de la phase I) et blocs/pelles (HeurMP2$_{v2}$) sont relaxées sur la fenêtre mobile (périodes t et $t+1$).

5.4 Formulation MP2 : Affectation des pelles

Cette formulation permet l'affectation des pelles aux blocs de l'ensemble $\mathbb{B}_3$ et la détermination des tournées des pelles. Le terme bloc sera utilisé pour désigner les couples bloc/période i_t dans cette formulation. La version simplifiée de MP2 est présentée à l'annexe C.1.

5.4.1 Indices

Liste des indices :

i_t, j_t : Index des blocs

s : Dépot de départ des pelles

d : Dépot de destination des pelles

e : Index des pelles

t : Période

φ : Identifiant d'une face

5.4.2 Ensembles

Liste des ensembles :

$\mathbb{B}_3$: Ensemble des blocs issus de la phase I

$\mathcal{B}^t$: Ensemble des blocs i_t extraient sur la période t

$\mathbb{B}_{Acc}$: Ensemble des blocs $i_t \in \mathbb{B}_3$ tel que la période t associée à i correspond à sa première période d'extraction

$\mathbb{A}_p$: Ensemble des arcs $(i_t, j_{t'})$ tel que le bloc $j_{t'}$ est extrait avant le bloc i_t

$\mathbb{A}_{d_3}$: Ensemble des arcs $(i_t, j_{t'})$ tel que le bloc $j_{t'}$ est visité par une pelle juste après sa visite du bloc i_t

$\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathbb{G}_{d_3} = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_{d_3})$: Graphe des déplacements possibles pour les pelles

$\mathcal{E}_3$: Ensemble des pelles

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces

$\mathcal{F}_{i_t}$: Ensemble des faces du bloc $i_t \in \mathbb{B}_{Acc}$ (identique à $\mathcal{F}_i$)

$\mathbb{B}_\varphi$: Ensemble des blocs i_t dont φ est l'une des faces

$\mathbb{V}_\varphi$: Ensemble des blocs $i_t \in \mathbb{B}_3$ qui composent la face φ

5.4.3 Paramètres

Liste des paramètres :

$\lambda^3_{i_t}$: Gain de coût associé à l'accessibilité du bloc $i_t \in \mathbb{B}_{Acc}$

β^3_e : Coût horaire de la pelle e

C^3_e : Capacité de la pelle e (tonnes/heure)

D^{3t}_e : Disponibilité de la pelle e dans la période t (%)

$\Delta_{j_t i_{t'}}$: Distance entre les blocs j_t et $i_{t'}$ (km)

H : Durée d'une période (heures)

I^{3t}_{ie} : Durée d'installation (heures) de la pelle sur le bloc $i_t \in \mathbb{B}_3$

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

$N^{i_t}_F$: Nombre de faces associées au bloc i_t

T : Horizon de la planification

$T^{3g}_{\varphi 1}$: Période de fin d'exploitation de la face φ

T_{i_t} : Période d'extraction du bloc i_t

$T^{TF}_{i_t}$: Durée de réalisation de l'opération de forage sur le bloc i_t

$T^{TDy}_{i_t}$: Durée de réalisation de l'opération de dynamitage sur le bloc i_t

U^3_{it} : Charge d'extraction du bloc i_t (en tonnes)

$V^{3e}_{j_t i_{t'}}$: Vitesse (km/h) de la pelle lors de son déplacement du bloc j_t vers le bloc $i_{t'}$

5.4.4 Description des variables

Liste des variables :

$$r_{\varphi}^{i_t} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i_t \text{ est inaccessible par la face } \varphi \text{ pour l'extraction} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$a_{i_t} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i_t \text{ est accessible} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$x_{i_t}^{e} = \begin{cases} 1 & \text{Si la pelle } e \text{ est affectée au bloc } i_t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$z_{i_t j_{t'}}^{e} = \begin{cases} 1 & \text{Si la pelle } e \text{ quitte le bloc } i_t \text{ pour le bloc } j_{t'} \text{ avec } (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_{i_t} \geq 0$: Moment de la fin d'extraction du bloc i_t

$g_{\varphi} \geq 0$: Moment de la fin d'extraction de la face φ

5.4.5 Fonction objectif

Comme pour les modèles précédents, la fonction objectif est composée de deux termes :

— Le coût de l'accessibilité des blocs pour l'extraction est à maximiser, les poids $\lambda_{i_t}^3$ permettent l'harmonisation des coûts à l'échelle de la fonction objectif :

$$\sum_{i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \setminus \{s_0, d_{T+1}\}} \lambda_{i_t}^3 a_{i_t} \tag{5.1}$$

— Le coût du déplacement des pelles qui est à minimiser, les poids positifs β_e^3 permettent d'inclure l'importance de chaque pelle dans la fonction objectif :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} \beta_e^3 \sum_{(j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3}} z_{j_t i_{t'}}^{e} \left(\frac{\Delta_{j_t i_{t'}}}{V_{j_t i_{t'}}^{3e}} + I_{ie}^{3t'} \right) \tag{5.2}$$

La fonction objectif est la suivante :

$$\min z = - \sum_{i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \setminus \{s_0, d_{T+1}\}} \lambda_{i_t}^3 a_{i_t} + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} \beta_e^3 \sum_{(j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3}} z_{j_t i_{t'}}^{e} \left(\frac{\Delta_{j_t i_{t'}}}{V_{j_t i_{t'}}^{3e}} + I_{ie}^{3t'} \right) \tag{5.3}$$

5.4.6 Contraintes

- Définition des variables

Les contraintes 5.4 et 5.5 assurent l'affectation de chaque bloc à une seule pelle :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{i_t e} = 1 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{5.4}$$

$$\sum_{j_{t'} \in \mathbb{B}_3} z_{j_{t'} i_t e} = x_{i_t e} \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0\} \tag{5.5}$$

Les contraintes 5.6 et 5.7 donnent respectivement les bornes inférieures et supérieures des variables de fin d'exploitation :

$$f_{i_t} \geq (T_{i_t} - 1)H + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{i_t e}\Big(I_{ie}^{3t} + \frac{U_{i_t}^3}{C_e^3}\Big) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \tag{5.6}$$

$$f_{i_t} \leq T_{i_t} H \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \tag{5.7}$$

- Précédences verticales

La précédence verticale est assurée par la contrainte ci-dessous :

$$f_{j_{t'}} + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{i_t e}(I_{ie}^{3t} + \frac{U_{i_t}^3}{C_e^3} + T_{i_t}^{TF} + T_{i_t}^{TDy}) \leq f_{i_t} \qquad \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_p \tag{5.8}$$

- Accessibilités des blocs par les faces

Cet ensemble de contraintes assure la gestion de l'accessibilité horizontale des blocs.
Les contraintes 5.9 et 5.10 donnent les bornes inférieure et supérieure des variables de fin d'extraction des faces g_φ (en fait $g_\varphi = \max_{i_t \in \mathbb{V}_\varphi} f_{i_t}$) :

$$f_{j_t} \leq g_\varphi \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall j_t \in \mathbb{V}_\varphi \tag{5.9}$$

$$g_\varphi \leq T_{\varphi 1}^{3g} H \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{5.10}$$

La contrainte 5.11 assure que le bloc i_t ne soit pas accessible par la face φ pour l'extraction si cette dernière est entamée sur i_t avant la fin de cette opération sur la face φ :

$$r_\varphi^{i_t} \geq \frac{1}{TH}\Big(g_\varphi - (f_{i_t} - \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{i_t}^e (I_{ie}^{3t} + \frac{U_{i_t}^3}{C_e^3}))\Big) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_{i_t} \tag{5.11}$$

La contrainte 5.12 permet à la variable a_{i_t} de prendre la valeur de 1 lorsque l'extraction a

été achevée sur au moins une des faces du bloc i avant le début de son extraction :

$$a_{i_t} + \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_{i_t}} r_{\varphi}^{i_t} \leq N_F^{i_t} \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \tag{5.12}$$

- Déplacement des pelles

La contrainte 5.13 assure la précédence des déplacements de chaque pelle parmi les blocs qui lui sont affectés dans une même période.

$$f_{j_t} + z_{j_t i_{t'}}^e \left(\frac{\Delta_{j_t i_{t'}}}{V_{j_t i_{t'}}^{3e}} + I_{ie}^{3t'} + \frac{U_{i_{t'}}^3}{C_e^3}\right) \leq f_{i_{t'}} + H(1 - z_{j_t i_{t'}}^e)$$
$$\forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall (j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \mid T_{j_t} = T_{i_{t'}} \tag{5.13}$$

Pour tout couple $(j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3}$ qui n'ont pas fait l'objet d'une extraction dans la même période ($T_{j_t} < T_{i_{t'}}$), la contrainte 5.14 permet d'affecter les durées du déplacement et de l'installation de la pelle sur la période d'extraction du bloc i_t :

$$HT_{j_t} + z_{j_t i_{t'}}^e \left(\frac{\Delta_{j_t i_{t'}}}{V_{j_t i_{t'}}^{3e}} + I_{ie}^{3t'} + \frac{U_{i_{t'}}^3}{C_e^3}\right) \leq f_{i_{t'}} + H(1 - z_{j_t i_{t'}}^e)$$
$$\forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall (j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \mid T_{j_t} \neq T_{i_{t'}} \tag{5.14}$$

La contrainte 5.15 initialise à zéro la valeur de la fin d'extraction sur le bloc de dépôt de départ :

$$f_{s_0} = 0 \qquad s_0 \text{ bloc de départ} \tag{5.15}$$

Les contraintes 5.16 à 5.18 permettent la conservation du flot, le départ de toutes les pelles à partir du dépôt s_0 et leur retour sur le dépôt de destination d_{T+1} :

$$\sum_{j_{t'} \in \mathbb{A}_{d_3}^{-i_t}} z_{j_{t'} i_t}^e = \sum_{j_{t'} \in \mathbb{A}_{d_3}^{i_t +}} z_{i_t j_{t'}}^e \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{5.16}$$

$$\sum_{i_t \in \mathbb{A}_{d_3}^{s_0 +}} z_{s_0 i_t}^e = 1 \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.17}$$

$$\sum_{i_t \in \mathbb{A}_{d_3}^{-d_{T+1}}} z_{i_t d_{T+1}}^e = 1 \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.18}$$

- Capacité et disponibilité des pelles

Cette contrainte permet de s'assurer du non dépassement du temps disponible pour chaque pelle et par période pour la réalisation des tâches dont elle a la charge. Les durées de déplacement et d'installation sont affectées sur la période dans laquelle le bloc est extrait.

$$\sum_{i_t \in \mathcal{B}^t} \sum_{j_{t'} \in \mathbb{A}_{d_3}^{-i_t}} z^e_{j_{t'} i_t} \left(\frac{\Delta_{j_{t'} i_t}}{V^{3e}_{j_{t'} i_t}} + I^{3t}_{ie} + \frac{U^3_{i_t}}{C^3_e} \right) \leq HD^t_e \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall t = 1, ..., T \tag{5.19}$$

- Domaine des variables

$$g_\varphi \geq 0 \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{5.20}$$

$$f_{i_t} \geq 0 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \tag{5.21}$$

$$a_{i_t} \in \{0, 1\} \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{5.22}$$

$$r^{i_t}_\varphi \in \{0, 1\} \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_{i_t} \tag{5.23}$$

$$x^e_{i_t} \in \{0, 1\} \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0\};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.24}$$

$$z^e_{j_t i_{t'}} \in \{0, 1\} \qquad \forall (j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.25}$$

5.5 Formulation MP3 : Affectation des pelles

L'opération concernée par cette formulation est l'extraction. Les indices, les ensembles et les paramètres restent les mêmes que ceux du modèle de base MP0 à l'exception de quelques paramètres (une version simplifiée de MP3 se trouve à l'annexe C.2).

5.5.1 Paramètres

Liste des paramètres :

T^F_i : Durée (en heures) de réalisation de l'opération de forage sur le bloc i

T^{Dy}_i : Durée (en heures) de réalisation de l'opération de dynamitage sur le bloc i

5.5.2 Description des variables

Liste des variables de décisions :

$$a_i^3 = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'extraction} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$r_\varphi^{3i} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'extraction a commencé sur } i \text{ avant la fin de l'extraction sur } \varphi \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^{3t} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'extraction a eu lieu sur le bloc } i \text{ à la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$x_{ie}^{3t} = \begin{cases} 1 & \text{Si la pelle } e \text{ est affecté au bloc } i \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$z_{ije}^{3t} = \begin{cases} 1 & \text{Si la pelle } e \text{ quitte le bloc } i \text{ pour } j \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_i^3 \geq 0$: Moment de fin de l'extraction du bloc i

$g_\varphi^3 \geq 0$: Moment de fin de l'extraction de la face φ

$u_{ie}^{3t} \geq 0$: Quantité produite par la pelle e sur le bloc i dans la période t

5.5.3 Fonction objectif

La fonction objectif est composée des deux termes suivants :

— Le coût de l'accessibilité des blocs pour l'extraction qui est à maximiser, les poids λ_i^3 permettent l'harmonisation des coûts à l'échelle de la fonction objectif :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \lambda_i^3 a_i^3 \tag{5.26}$$

— Le coût du déplacement des pelles qui est à minimiser, les poids positifs β_e^3 permettent d'inclure l'importance de chaque pelle dans la fonction objectif :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} \beta_e^3 \sum_{(j,i) \in \mathcal{A}_{d_3}} z_{jie}^{3T} \left(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3\right) \tag{5.27}$$

La fonction objectif complète est donnée par :

$$\min z = -\sum_{i\in\mathcal{B}} \lambda_i^3 a_i^3 + \sum_{e\in\mathcal{E}_3} \beta_e^3 \sum_{(j,i)\in\mathcal{A}_{d_3}} z_{jie}^{3T}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3) \tag{5.28}$$

5.5.4 Contraintes

- Précédences temporelles des variables Les contraintes 5.29 et 5.30 permettent de définir les variables d'affectation x et z comme des fonctions en escalier (voir le graphe 3.4) :

$$z_{ije}^{3t} \leq z_{ije}^{3(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.29}$$

$$x_{ie}^{3t} = \sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s\};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.30}$$

- Production, affectation et période La contrainte ci-dessous assure l'obligation pour toute pelle à réaliser un minimum de charge par période :

$$\sum_{i\in\mathcal{B}} u_{ie}^{3t} \geq \alpha_{3e}^t \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall t = 1, ..., T \tag{5.31}$$

L'affectation d'une seule pelle par bloc est assurée par la contrainte ci-dessous :

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3} x_{ie}^{3T} = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\} \tag{5.32}$$

Les contraintes 5.33 à 5.35 donnent des bornes inférieures et supérieures qui permettent d'encadrer les variables de fin d'extraction sur chaque bloc en fonction des périodes :

— Bornes inférieures :

$$f_i^3 \geq \sum_{e\in\mathcal{E}_3} \left(\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} + \sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3)\right) \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ t = 1 \tag{5.33}$$

$$f_i^3 \geq (t-1)Hy_i^{3t} + \sum_{e\in\mathcal{E}_3} \left(\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} + \sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}} (z_{jie}^{3t} - z_{jie}^{3(t-1)})(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3)\right)$$
$$\forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t = 2, ..., T \tag{5.34}$$

— Bornes supérieures :

$$f_i^3 \leq tHy_i^{3t} + Hy_i^{3(t+1)} + TH(1 - y_i^{3t}) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T-1 \quad (5.35)$$

Les contraintes 5.33 - 5.36 assurent le non dépassement du nombre maximal de périodes d'extraction de chaque bloc i :

$$y_i^{3t} + y_i^{3(t+T_3)} \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\}; \forall t = 1, ..., T - T_3 \quad (5.36)$$

Liens entre les variables u_{ie}^{3t} et y_i^{3t} :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} u_{ie}^{3t} \leq U_i^3 y_i^{3t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \quad (5.37)$$

$$\gamma_3 y_i^{3t} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_3} u_{ie}^{3t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \quad (5.38)$$

Cette contrainte permet de ne pas réaliser plus que la charge initiale du bloc et s'assure de l'affectation d'une pelle à ce bloc avant la réalisation de cette charge (liens entre z_{jie}^{3t} et u_{ie}^{3t}) :

$$\sum_{t'=1}^{t} u_{ie}^{3t'} \leq U_i^3 \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t} \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T \quad (5.39)$$

Une pelle, affectée à un bloc, ne peut le quitter sans avoir terminé l'extraction de ce bloc :

$$U_i^3 \sum_{e \in \mathcal{E}_3} \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{i+} \setminus \{d_1\}} z_{ije}^{3t} \leq \sum_{t'=1}^{t} \sum_{e \in \mathcal{E}_3} u_{ie}^{3t'} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T \quad (5.40)$$

Les contraintes 3.21 et 3.22 assurent que le déplacement d'une pelle vers un bloc dans une période, entraine le début de l'extraction de ce dernier dans cette période :

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} \sum_{e \in \mathcal{E}_3} z_{jie}^{3t} \leq y_i^{3t} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ t = 1 \quad (5.41)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} \sum_{e \in \mathcal{E}_3} (z_{jie}^{3t} - z_{jie}^{3(t-1)}) \leq y_i^{3t} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 2, ..., T \quad (5.42)$$

- Précédence verticale La contrainte 5.43 assure la précédence verticale entre les blocs j et i avec la prise en compte des durées des opérations de forage et de dynamitage à réaliser

sur i :

$$f_j^3 + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{ie}^{3T}(I_{ie}^3 + \frac{U_i^3}{C_e^3}) + T_i^F + T_i^{D_y} \leq f_i^3 \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{5.43}$$

La contrainte ci-dessous gère la précédence verticale lorsque, d'une part, l'extraction du bloc j se termine dans la période t, d'autre part, le forage du bloc i a lieu dans les périodes t et $(t+1)$:

$$f_j^3 + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} \left(x_{ie}^{3T} I_{ie}^3 + \frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} \right) + T_i^F + T_i^{D_y} \leq tHy_i^{3t} + TH(1 - y_i^{3t}) + TH(1 - y_j^{3t})$$
$$\forall (i,j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall t = 1, ..., T \tag{5.44}$$

La contrainte 5.45 assure que l'affectation d'une foreuse au bloc i se fait après l'affectation d'une pelle au bloc j :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{ie}^{3t} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{je}^{3t} \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall t = 1, ..., T \tag{5.45}$$

- Accessibilité des blocs La contrainte 5.46 assure que la fin de l'extraction sur les blocs qui composent une face entraine l'ouverture de cette dernière pour l'extraction :

$$f_j^3 \leq g_\varphi^3 \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall j \in \mathcal{V}_\varphi \tag{5.46}$$

Le bloc i ne sera pas accessible par la face φ pour l'opération o si cette même opération est entamée sur i avant sa fin sur la face φ :

$$r_\varphi^{3i} \geq \frac{1}{TH} \left(g_\varphi^3 - (f_i^3 - \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{ie}^{3T}(I_{ie}^3 + \frac{U_i^3}{C_e^3})) \right) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{5.47}$$

La contrainte 5.48 permet à la variable a_i^3 de prendre la valeur de 1 lorsque l'extraction a été achevée sur au moins une des faces du bloc i avant le début de l'extraction sur i :

$$a_i^3 + \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} r_\varphi^{3i} \leq N_F^i \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{5.48}$$

Comme le modèle de blocs peut contenir des blocs qui ne feront pas l'objet d'exploitation sur l'ensemble de l'horizon de la planification, la contrainte ci-dessous bloque la comptabilisation de l'accessibilité de cette catégorie de blocs ($x_{ie}^{3T} = 0$) pour ne pas polluer la valeur de la

fonction objectif :

$$a_i^3 \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{ie}^{3T} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{5.49}$$

- Déplacement des équipements La contrainte 5.50 assure la précédence du bloc j vers le bloc i lorsque l'extraction s'achève sur les 2 blocs dans la même période :

$$f_j^3 + z_{jie}^{3T}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{jie}^3} + I_{ie}^3 + \frac{U_i^3}{C_e^3}) \leq f_i^3 + H(T+1)(1 - z_{jie}^{3T})$$
$$\forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.50}$$

La contrainte ci-dessous gère la même précédence lorsque l'extraction se termine dans la période t sur le bloc j et a lieu dans les périodes t et $(t+1)$ sur le bloc i :

$$f_j^3 + z_{jie}^{3T}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3) + \frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} \leq tHy_i^{3t} + TH(1 - y_i^{3t}) + TH(1 - y_j^{3t}) + H(T+1)(1 - z_{jie}^{3T})$$
$$\forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall t = 1, ..., T \tag{5.51}$$

Lorsque la pelle e passe directement du bloc j au bloc i, la contrainte ci-dessous assure que l'affectation de e au bloc i se fasse après l'affectation de e au bloc j :

$$x_{ie}^{3t} \leq x_{je}^{3t} + (1 - z_{jie}^{3T}) \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_3} \tag{5.52}$$

La contrainte 5.53 initialise à zéro la valeur de la fin de l'extraction sur le bloc de dépot de départ s pour toutes les pelles :

$$f_{se}^3 = 0, \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.53}$$

Les contraintes 5.54 à 5.56 assurent la conservation du flot, le départ de tous les équipements à partir du dépôt s et leur retour sur le dépôt de destination d :

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3T} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{i+}} z_{ije}^{3T} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.54}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}_{d_3}^{s+}} z_{sie}^{31} = 1 \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.55}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}_{d_3}^{-d}} z_{ide}^{3T} = 1 \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.56}$$

- Capacité et disponibilité des pelles Ces contraintes assurent le non dépassement du temps disponible par pelle et par période :

$$\sum_{i\in\mathcal{B}}\Big(\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}}+I_{ie}^{3})+\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3}\Big)\leq HD_e^{3t}$$

$$t=1;\ \forall e\in\mathcal{E}_3 \quad (5.57)$$

$$\sum_{i\in\mathcal{B}}\Big(\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}} (z_{jie}^{3t}-z_{jie}^{3(t-1)})(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}}+I_{ie}^{3})+\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3}\Big)\leq HD_e^{3t}$$

$$\forall t=2,...,T;\ \forall e\in\mathcal{E}_3 \quad (5.58)$$

- Durée des opérations sur bloc Ces contraintes assurent que les opérations réalisées sur ce bloc n'excèdent pas la durée de cette période :

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\Big(\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3}+\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t}(I_{ie}^{3}+T_i^F+T_i^{D_y})\Big)\leq H \qquad \forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ t=1 \quad (5.59)$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\Big(\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3}+\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}} (z_{jie}^{3t}-z_{jie}^{3(t-1)})(I_{ie}^{3}+T_i^F+T_i^{D_y})\Big)\leq H$$

$$\forall i\in\mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t=2,...,T \quad (5.60)$$

- Cibles de production et contraintes de mélange Ces contraintes assurent le respect des cibles de production (brut et métal) et des contraintes de mélanges sur chaque période :

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} u_{ie}^{3t} \leq \overline{P_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{5.61}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} u_{ie}^{3t} \geq \underline{P_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{5.62}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} S_i u_{ie}^{3t} \leq \overline{O_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{5.63}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} S_i u_{ie}^{3t} \geq \underline{O_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{5.64}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i^3} u_{ie}^{3t} \leq \overline{M_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{5.65}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i^3} u_{ie}^{3t} \geq \underline{M_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{5.66}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i^3} u_{ie}^{3t} \leq \overline{Q_k^t}, \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{5.67}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i^3} u_{ie}^{3t} \geq \underline{Q_k^t}, \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{5.68}$$

- Domaine des variables Liste des domaines des variables :

$$a_i^3 \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{5.69}$$

$$f_i^3 \geq 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{5.70}$$

$$g_\varphi^3 \geq 0 \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{5.71}$$

$$u_{ie}^{3t} \geq 0 \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.72}$$

$$r_\varphi^{i3} \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{5.73}$$

$$x_{ie}^{3t} \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.74}$$

$$y_i^{3t} \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\} \tag{5.75}$$

$$z_{ije}^{3t} \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i, j) \in \mathcal{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{5.76}$$

5.6 Formulation CP4 : affectation des pelles

La formulation suivante permet l'affectation des pelles aux blocs et la détermination des tournées de ces pelles par une modélisation basée sur la programmation par contraintes (une version simplifié de CP4 est présentée à l'annexe C.3).

5.6.1 Définitions de base

La modélisation par la programmation par contraintes requiert la définition de quelques fonctions de base qui seront utilisées dans cette méthodologie :

— *variable d'intervalle* : est une variable de décision qui représente une inconnue d'un problème d'ordonnancement, en particulier un intervalle de temps pendant lequel est réalisée une tâche, une activité dont la position dans le temps est inconnue. Lorsqu'elle est fixée, elle aura un moment de début et un moment de fin ;

— *variable séquence* : représente un ensemble de variables d'intervalles ;

— *precedent* : s'assure qu'une variable d'intervalle soit antérieure à une autre variable d'intervalle dans une séquence ;

— *presence* : une variable d'intervalle peut être facultative dans la solution. Ainsi cette fonction peut-être appliquée sur une variable d'intervalle pour forcer à ce qu'elle figure dans la solution ;

— *premier* : permet de s'assurer qu'une variable d'intervalle soit la première d'une séquence ;

— *dernier* : est une fonction qui permet de s'assurer qu'une variable d'intervalle soit la dernière d'une séquence ;

— *alternative* : elle s'applique comme suit, *alternative*(var,Ens,card) où var est une variable d'intervalle, Ens représente un ensemble de variables d'intervalle et card est un nombre. Lorsque var est présente, cette fonction permet de choisir card variables dans Ens. Les variables d'intervalle sélectionnées auront les mêmes début et fin que la variable var ;

— *debut* : représente le moment de début de la tâche que représente une variable d'intervalle ;

— *fin* : représente le moment de fin de la tâche que représente une variable d'intervalle ;

— *noOverlap* : assure le non chevauchement d'un ensemble de variables d'intervalle ;

— *size* : permet de préciser la taille de l'intervalle pour une variable d'intervalle.

5.6.2 Indices

Liste des indices :

$i_t, j_{t'}$: Index des blocs

e : Identifiant d'une pelle

s_0 : Dépot de départ des pelles

d_{T+1} : Dépot de destination pour les pelles

t : Période

φ : Identifiant d'une face

5.6.3 Ensembles

Liste des ensembles :

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathcal{B}^t$: Ensemble des blocs qui sont extraits dans la période t

$\mathbb{B}_3$: Ensemble des blocs / périodes de la phase I

$\mathbb{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j est extrait avant le bloc i

$\mathbb{A}_{d_3}$: Ensemble des arcs $(j_{t'}, i_t)$ tel que le bloc $j_{t'}$ est visité par une pelle juste après sa visite du bloc i_t

$\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathbb{G}_{d_3} = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_{d_3})$: Graphe des déplacements possibles pour les pelles

$\mathcal{E}_3$: Ensemble des pelles

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces φ

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs i dont φ est l'une des faces

$\mathbb{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face $\varphi \in \mathcal{F}$

5.6.4 Paramètres

Liste des paramètres :

β_m^3 : Coût horaire de la pelle m

$\lambda_{i_t}^3$: Gain de coût associé à l'accessibilité du bloc $i_t \in \mathbb{B}_{Acc}$

$\delta_{j_{t'} i_t}^m$: Durée (heures) nécéssaire à la pelle m pour parcourir la distance entre les blocs $j_{t'}$ et i_t

H : Durée d'une période (heures)

H_m^{3t} : Durée (heures) utilisable par la pelle m dans la période t

$I_{i_t m}^3$: Durée d'installation (heures) de la pelle m sur le bloc $i_t \in \mathbb{B}_3$ à la période t

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

$N_F^{i_t}$: Nombre de faces associées au bloc i_t

T : Horizon de la planification

$T_{\varphi 1}^{3g}$: Période de fin d'exploitation de la face φ

$T_{i_t}^3$: Période d'extraction du bloc i_t

$T_{i_t}^{TF}$: Durée nécessaire pour effectuer l'opération de forage sur le bloc i_t

$T_{i_t}^{TDy}$: Durée nécessaire pour effectuer l'opération de dynamitage sur le bloc i_t

$U_{i_t}^{3m}$: Durée nécessaire à la pelle m pour extraire le bloc i_t (en heures)

5.6.5 Description des variables

Variables binaires :

a_{i_t} : Accessiblité du bloc $i_t \in \mathbb{B}_{Acc}$

$$a_{i_t} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i_t \text{ est accessible} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Variables entières :

$g_\varphi \in \{H(T_{\varphi 1}^{3g} - 1), ..., HT_{\varphi 1}^{3g}\}$: Moment de fin d'extraction de la face φ

$c_{i_t} \in \mathbb{N}$: Coût du déplacement vers i_t et de l'installation, sur i_t, de la pelle qui se chargera de son extraction

Variables d'intervalles :

$f_{i_t}^m$: Intervalle de temps d'extraction du bloc i_t par la pelle m

$$f_{i_t}^m \subset \begin{cases} [0,1],\ size = 1 & m \in \mathcal{E}_3;\ i_t = s_0 \\ [HT, HT+2],\ size = 1 & m \in \mathcal{E}_3;\ i_t = d_{T+1} \\ \emptyset \cup [H(T_{i_t}-1), HT_{i_t}],\ size = U_{i_t}^{3m} + I_{i_t m}^3 & m \in \mathcal{E}_3;\ i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \end{cases}$$

$d_{j_{t'} i_t}^m$: Intervalle de temps du déplacement de la pelle m pour atteindre i'_t juste après l'extraction de $j_{t'}$

$$d_{j_{t'} i_t}^m \subset \begin{cases} [HT, HT+1],\ size = 1 & m \in \mathcal{E}_3;\ (j_{t'}, d_{T+1}) \in \mathbb{A}_{d_3} \\ \emptyset \cup [H(T_{i_t}-1), HT_{i_t}],\ size = \delta_{j_{t'} i_t}^m & m \in \mathcal{E}_3;\ (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_3} \mid i_t \neq d_{T+1} \end{cases}$$

$\overline{f}_{i_t}$: Intervalle de temps d'extraction du bloc i_t

$\overline{f}_{i_t} \subset [H(T_{i_t}-1), HT_{i_t}], \qquad i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\}$

$\overline{d}_{i_t}$: Intervalle de temps de déplacement pour atteindre i_t en venant d'un autre bloc

$\overline{d}_{i_t} \subset \emptyset \cup [H(T_{i_t}-1), HT_{i_t}], \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\}$

$\underline{d}_{d_{T+1}}^m$: Intervalle de temps de déplacement de la pelle m pour atteindre d_{T+1} en venant d'un autre bloc

$\underline{d}_{d_{T+1}}^m \subset [HT, H(T+1)], \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3$

Variables séquences :

q_m : Ensemble des tâches réalisées par la pelle m

$q_m \subset \{f_{i_t}^m \mid i_t \in \mathbb{B}_3\} \cup \{d_{i_t j_{t'}}^m \mid (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3}\} \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3$

5.6.6 Fonction objectif

La fonction objectif permet de maximiser l'accessibilité des blocs et de minimiser le déplacements des pelles :

— Le coût de l'accessibilité des blocs pour l'extraction est à maximiser, les poids λ_{i_t} permettent l'harmonisation des coûts à l'échelle de la fonction objectif :

$$\sum_{i_t \in \mathbb{B}_{Acc}} \lambda_{i_t} a_{i_t} \tag{5.77}$$

— Le coût du déplacement des pelles est à minimiser :

$$\sum_{i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\}} c_{i_t} \tag{5.78}$$

La fonction objectif est donnée par :

$$\min z = -\sum_{i_t \in \mathbb{B}_{Acc}} \lambda_{i_t} a_{i_t} + \sum_{i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\}} c_{i_t} \tag{5.79}$$

5.6.7 Contraintes

- Affectation, Blocs et Pelles

Tout bloc est extrait et il doit exister un déplacement vers ce bloc :

$$\overline{f}_{i_t} \neq \perp \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{5.80}$$

$$\overline{d}_{i_t} \neq \perp \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{5.81}$$

La contrainte ci-dessous assure la précédence entre la variable de déplacement vers le bloc i_t et celle de qui gère l'extraction de ce dernier :

$$fin(\overline{d}_{i_t}) <= debut(\overline{f}_{i_t}) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{5.82}$$

Les contraintes ci-dessous permettent de s'assurer de l'affectation des pelles au dépôt de départ s_0 :

$$f^m_{s_0} \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.83}$$

$$fin(f^m_{s_0}) = 1 \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.84}$$

Les contraintes 5.85 et 5.86 permettent de garantir par le déplacement chaque pelle m vers le bloc de destination d_{T+1} et la fin d'extraction de ce bloc.

$$\underline{d}^m_{d_{T+1}} \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.85}$$

$$f^m_{d_{T+1}} \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.86}$$

La contrainte 5.87 assure que la fin du déplacement de chaque pelle vers le bloc d_{T+1} survienne au moment précis $HT + 1$. La contrainte 5.88 assure que la fin de l'extraction du bloc d_{T+1}

chaque pelle survienne au moment précis $HT + 2$.

$$fin(\underline{d}^m_{d_{T+1}}) = HT + 1 \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.87}$$

$$fin(f^m_{d_{T+1}}) = HT + 2 \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.88}$$

La contrainte ci-dessous permet le choix de l'unique pelle à affecter au bloc i_t :

$$alternative(\overline{f}_{i_t}, \{f^m_{i_t} \mid m \in \mathcal{E}_3\},\ card = 1) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{5.89}$$

Cette contrainte assure, pour chaque pelle m, le choix de l'unique arc par lequel cette dernière rejoint le dépôt de destination d_{T+1} :

$$alternative(\underline{d}^m_{d_{T+1}}, \{d^m_{j_{t'},d_{T+1}} \mid (j_{t'}, d_{T+1}) \in \mathbb{A}_{d_3}\},\ card = 1) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.90}$$

La contrainte ci-dessous permet de choisir l'unique pelle à affecter au bloc i_t et l'unique bloc qui va précéder i_t dans la tournée de cette pelle :

$$alternative(\overline{d}_{i_t}, \{d^m_{j_{t'},i_t} \mid (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_3}, m \in \mathcal{E}_3\},\ card = 1) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{5.91}$$

- Précédences verticales

La contrainte 5.92 assure la précédence verticale entre les blocs $j_{t'}$ et i_t (il n'est pas possible d'extraire ce dernier avant la fin de l'extraction de $j_{t'}$) :

$$fin(\overline{f}_{j_{t'}}) + T^{TF}_{i_t} + T^{TDy}_{i_t} \leq debut(\overline{f}_{i_t}) \qquad \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_p \tag{5.92}$$

- Accessibilité des blocs

La fin d'extraction de la face φ correspond à la fin de l'extraction du dernier bloc à être extrait :

$$g_\varphi = \max_{i_t \in \mathbb{V}_\varphi}(fin(\overline{f}_{i_t})) \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{5.93}$$

Les blocs qui ne disposent pas de face sont inaccessibles :

$$a_{i_t} = 0 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \mid N^{i_t}_F = 0 \tag{5.94}$$

Les contraintes 5.95 et 5.96 permettent à la variable a_{i_t} de prendre la valeur de 1 lorsque

l'extraction a été achevée sur au moins une des faces du bloc i_t avant le début de son extraction :

$$debut(\overline{f}_{i_t}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_{i_t}} g_\varphi \geq 0 \Rightarrow a_{i_t} = 1 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \mid N_F^{i_t} > 0 \tag{5.95}$$

$$debut(\overline{f}_{i_t}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_{i_t}} g_\varphi < 0 \Rightarrow a_{i_t} = 0 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \mid N_F^{i_t} > 0 \tag{5.96}$$

- Déplacements des pelles

La contrainte 5.97 interdit le chevauchement des tâches affectées à chacune des pelles :

$$noOverlap(q_m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.97}$$

Pour toute pelle m qui passe par l'arc $(i_t, j_{t'})$, les contraintes 5.98 et 5.99 garantissent le respect de l'ordre qui suit lors de la réalisation des tâches suivantes : l'extraction du bloc i_t, le déplacement vers le bloc $j_{t'}$ puis l'extraction de $j_{t'}$.

$$precedent(q_m, f_{i_t}^m, d_{i_t j_{t'}}^m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \tag{5.98}$$

$$precedent(q_m, d_{i_t j_{t'}}^m, f_{j_{t'}}^m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \tag{5.99}$$

Les contraintes 5.100 à 5.103 assurent les liens d'existence entre les variables de fins des tâches des pelles et celles des déplacements :

$$d_{i_t j_{t'}}^m \neq \perp \Rightarrow f_{i_t}^m \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall (i_t, j_t') \in \mathbb{A}_{d_3} \tag{5.100}$$

$$d_{i_t j_{t'}}^m \neq \perp \Rightarrow f_{j_{t'}}^m \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \tag{5.101}$$

$$f_{i_t}^m \neq \perp \Leftrightarrow d_{i_t j_{t'}}^m \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \mid j = i, t' = t+1 \tag{5.102}$$

$$f_{j_{t'}}^m \neq \perp \Leftrightarrow d_{i_t j_{t'}}^m \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall j_{t'} \in \mathbb{B}_3 \mid i = j, t' = t+1 \tag{5.103}$$

Le bloc s_0 est le point de départ des pelles :

$$premier(q_m, f_{s_0}^m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.104}$$

Le bloc d_{T+1} est le dernier bloc visité par les pelles :

$$dernier(q_m, f_{d_{T+1}}^m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.105}$$

$$precedent(q_m, d_{i_t d_{T+1}}^m, f_{d_{T+1}}^m) \qquad \forall (i_t, d_{T+1}) \in \mathbb{A}_{d_3};\ \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{5.106}$$

- Capacité et disponibilité des pelles

Cette contrainte assure le respect de la durée disponible pour chaque pelle par période :

$$\sum_{(j_{t'},i_t)\in\mathbb{A}_{d_3}} \Big(\delta^m_{j_{t'}i_t} + U^{3m}_{i_t} + I^3_{i_t m}\Big) presence(d^m_{j_{t'}i_t}) \leq H^{3t}_m$$

$$\forall t = 1, ..., T;\ \forall m \in \mathcal{E}_3 \quad (5.107)$$

- Coût des blocs

La contrainte ci-dessous permet de calculer le coût associé à l'extraction (déplacement et installation) de chaque bloc i_t :

$$c_{i_t} = \sum_{m\in\mathcal{E}_3} \sum_{(j_{t'},i_t)\in\mathbb{A}_{d_3}} \beta^3_m \Big(\delta^m_{j_{t'}i_t} + I^3_{i_t m}\Big) presence(d^m_{j_{t'}i_t})$$

$$\forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \quad (5.108)$$

5.7 Résultats numériques et discussions

Le tableau 5.1 présente les instances qui feront l'objet de test d'affectation des pelles lors de cette phase II. La phase I s'est soldée par une importante réduction de la taille du graphe des déplacements possibles pour les pelles et les autres équipements. Le tableau 5.2 présente le facteur de réduction de la taille du graphe des déplacements possibles des pelles en fonction des instances entre l'après prétraitement ($\mathcal{A}_{d_3}$) et après la phase I avec prise en compte de l'ordonnancement des blocs sur les périodes ($\mathbb{A}_{d_3}$).

Tableau 5.1 Instances qui ont fait l'objet de test de résolution lors de la phase II

instances	n^o modèle blocs	n^o instances	nb blocs initial	nb blocs après ph1
N4P4E2	N4	I3	46	23
N6P5E4	N6	I4	148	78
N6P8E4	N6	I5	148	91
N8P8E5	N8	I6	346	214
N8P10E5	N8	I7	346	226
N9P10E5	N9	I8	491	322
N9P15E5	N9	I9	491	349
N10P25E5	N10	I10	672	470
N12P20E5	N12	I11	1158	791
N12P25E5	N25	I12	1158	813
N14P28E5	N14	I13	1836	1302
N14P30E5	N14	I14	1836	1312

Tableau 5.2 La taille du graphe des déplacements possibles pour les pelles après la phase I (ph1)

instances	n^o instances	$Card(\mathcal{A}_{d_3})$ après prétrait	$Card(\mathcal{A}_{d_3})$ après ph1	$Card(\mathbb{A}_{d_3})$ après ph1	facteurs de réduction
N4P3E2	I2	3,61E+03	8,82E+02	1,56E+02	23
N4P4E2	I3	4,82E+03	1,63E+03	1,60E+02	30
N6P5E4	I4	7,12E+04	2,30E+04	1,58E+03	45
N6P8E4	I5	1,14E+05	4,88E+04	1,44E+03	79
N8P8E5	I6	6,68E+05	2,83E+05	8,54E+03	78
N8P10E5	I7	8,35E+05	3,94E+05	7,93E+03	105
N9P10E5	I8	1,72E+06	8,25E+05	1,65E+04	105
N9P15E5	I9	2,59E+06	1,40E+06	1,29E+04	200
N10P25E5	I10	8,24E+06	4,31E+06	1,44E+04	570
N12P20E5	I11	2,01E+07	1,01E+07	5,37E+04	373
N12P25E5	I12	2,51E+07	1,32E+07	4,40E+04	569
N14P28E5	I13	7,15E+07	3,84E+07	1,06E+05	675
N14P30E5	I14	7,66E+07	4,20E+07	1,01E+05	762

5.7.1 Résultats de la HeurMP2_{v1}

L'HeurMP2_{v1} a permis de construire une solution initiale par la résolution de MP2 par la MIFM. Pour chaque itération, 2 critères d'arrêts ont été définis : une limite sur le gap d'optimalité et une durée de résolution maximale fixée à 2 heures. Les tableaux 5.3 et 5.4 présentent les résultats des résolutions avec un gap d'optimalité limite de 5% et les tableaux C.1 et C.2 en annexe donnent les résultats des tests avec une limite de gap d'optimalité de 3%.

Les observations suivantes sont à noter :

Durée de résolution :

- La construction de la solution initiale reste relativement rapide, moins de 4 min pour les instances qui comptent moins de 1000 blocs et presque 19 min pour les instances issues du modèle de blocs dont la taille est de 1300 blocs ;
- Les résolutions effectuées avec le critère d'arrêt d'un gap d'optimalité de 5% sont les plus rapides ; leurs durées ont représenté en moyenne 76% des celles du modèle avec un gap d'optimalité limite de 3%.

Accessibilité des blocs :

- La proportion moyenne du nombre de blocs accessibles est de 22% (voir le graphe 5.10) ;
- La valeur associée à l'accessibilité des blocs représente 16% dans la celle de la fonction objectif.

Tableau 5.3 Résultats de la HeurMP2$_{v1}$ utilisée pour la construction d'une solution initiale avec une limite de gap d'optimalité de 5%

n^o instance	nb blocs / itération	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables / itération	nb contraintes / itération
I3	9	1	3	162	182
I4	20	3	17	1133	1394
I5	16	2	23	748	901
I6	32	17	36	3665	4436
I7	28	53	53	2897	3415
I8	38	73	68	5455	6465
I9	29	24	75	3027	3700
I10	25	16	128	2172	2665
I11	45	273	188	8260	9404
I12	38	183	202	5588	6577
I13	52	991	281	11160	12626
I14	50	1089	301	9936	11367

Tableau 5.4 Suite des résultats de l'heuristique HeurMP2$_{v1}$ utilisée pour la construction d'une solution initiale avec une limite de gap d'optimalité de 5%

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement des pelles	coût accessibilité des blocs
I3	178 412	197 649	-19 238
I4	566 877	675 890	-109 013
I5	642 200	789 687	-147 488
I6	1 676 485	1 907 335	-230 850
I7	1 655 122	1 994 985	-339 863
I8	2 438 072	2 874 122	-436 050
I9	2 601 888	3 082 825	-480 938
I10	3 319 696	4 140 496	-820 800
I11	5 813 724	7 019 274	-1 205 550
I12	5 926 629	7 221 954	-1 295 325
I13	10 013 113	11 911 213	-1 898 100
I14	9 961 546	11 891 708	-1 930 163

5.7.2 Résultats de la HeurMP2_{v2}

Les tableaux 5.5 et 5.6 présentent les résultats de l'heuristique HeurMP2_{v2}. Elle prend en entrée la solution initiale issue de HeurMP2_{v1} pour l'améliorer en résolvant le MP2 par la MIFM sur des fenêtres de 2 périodes. Pour les tests de résolutions, il y avait 2 critères d'arrêts : une limite de la durée d'exécution de 2h par itération et une limite sur le gap d'optimalité. Pour les résultats des tableaux 5.5 et 5.6, le gap d'optimalité limite est de 5%. Ce gap d'optimalité est de 3% pour les résultats présentés dans les tableaux C.3 et C.4 (en annexe).
Les tendances clés des résultats sont :

Durée de résolution : elle dépend de la limite de gap d'optimalité fixée lors des résolutions (voir le graphe 5.8) :

— Lorsque la limite du gap d'optimalité est de 5%, les durées de résolution sont presque identiques à celles de HeurMP2_{v1}. Dans le détail, elles sont plus élevées en moyenne de 4% pour les instances qui comptent moins de 500 blocs et moins élevées en moyenne de 19% pour les instances de taille supérieure à 700 blocs ;

— Avec une limite de gap d'optimalité de 3%, il est à noter une augmentation des durées de résolution en moyenne de 77% par rapport la phase de construction de la solution initiale.

Valeur de la fonction objectif : il n'y a presque pas d'amélioration de la valeur de la fonction objectif par rapport à la phase de construction. Une amélioration de 0.18% lorsque la limite du gap d'optimalité est de 5% et de 0.34% avec une limite de gap d'optimalité de 3% (voir le graphe 5.6).

Accessibilité des blocs : la proportion moyenne du nombre de blocs accessibles reste stable à 22% (voir le graphe 5.10) entre la construction et la phase de l'amélioration. La proportion du cout associé à cette accessibilité dans la valeur de la fonction objectif reste aussi stable à 16% en moyenne.

Tableau 5.5 Résultats de la HeurMP2$_{v2}$ utilisée pour l'amélioration de la solution initiale, gap d'optimalité limite = 5%

n^o instance	nb blocs / itération	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables	nb contraintes
I3	12	1	3	243	279
I4	34	3	17	2538	2494
I5	26	3	23	1547	1563
I6	56	22	36	7716	6595
I7	48	35	53	5829	5097
I8	72	33	68	NaN	NaN
I9	50	30	75	6801	5478
I10	41	34	128	4446	4425
I11	84	468	188	20978	17308
I12	68	134	202	13663	12262
I13	97	403	296	27254	22300
I14	95	466	301	NaN	NaN

Tableau 5.6 Suite des résultats de HeurMP2$_{v2}$ utilisée pour l'amélioration de la solution initiale, gap d'optimalité limite = 5%

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement des pelles	coût accessibilité des blocs
I3	178 306	197 543	-19 238
I4	563 676	672 689	-109 013
I5	641 563	789 050	-147 488
I6	1 669 885	1 900 735	-230 850
I7	1 653 987	1 993 850	-339 863
I8	2 438 072	2 874 122	-436 050
I9	2 594 520	3 075 458	-480 938
I10	3 316 186	4 136 986	-820 800
I11	5 802 639	7 008 189	-1 205 550
I12	5 914 553	7 209 878	-1 295 325
I13	9 991 531	11 889 631	-1 898 100
I14	9 961 546	11 891 708	-1 930 163

5.7.3 Résultats de la formulation CP4

La formulation par la programmation par contraintes utilise uniquement des nombres entiers. De ce fait, il a été nécéssaire de trouver une approximation des données des instances qui ont fait l'objet des tests. Dans un premier temps, les données ont été converties en heures. Deux approximations ont été réalisées en fonction de la précision recherchée. Ainsi, si a représente une donnée exprimée en heures :

— La première approximation, notée $ApproxCP4_1$ consiste à prendre l'arrondi de a à zéro chiffre après la virgule (exemple : si $a = 23.21 \Rightarrow [a] = 23$, si $a = 23.61 \Rightarrow [a] = 24$), ainsi les données recalculées auront une erreur de mesure de 30 min ;

— La seconde approximation, notée $ApproxCP4_{10}$ consiste à prendre l'arrondi de $10a$ à zéro chiffre après la virgule (exemple : si $a = 23.21 \Rightarrow 10a = 232.1 \Rightarrow [10a] = 232$, si $a = 23.67 \Rightarrow 10a = 236.7 \Rightarrow [10a] = 237$). Pour ce cas, l'erreur de mesure sur les données recalculées est de $\frac{1}{20}$ h = 3 min.

Les tests réalisés sur la formulation CP4 ne sont pas itératives. Les tableaux 5.7 et 5.8 présentent les résultats des tests effectués sur les instances avec l'approximation $ApproxCP4_{10}$. Et les tableaux C.5 et C.6 présentent les résultats des tests réalisés sur les instances avec l'approximation $ApproxCP4_{10}$. Les points clés qui ressortent des résultats sont :

Durée de la résolution : il a été possible de résoudre des instances de 1300 blocs pour une durée de 1 heure (voir le tableau 5.7 et le graphe 5.9) sans itération et avec un nombre important de contraintes pouvant atteindre 2 millions (voir les graphes 5.12).

Valeur de la fonction objectif : les résultats de la formulation CP4 avec les instances $ApproxCP4_{10}$ ont la même allure que ceux de HeurMP2$_{v1}$ et HeurMP2$_{v2}$ (voir le graphe 5.6). Ils sont en plus meilleurs de 11% en moyenne que ceux des MIP. Par contre, pour les résultats de la formulation CP4 sur les instances $ApproxCP4_1$, aucune tendance claire ne se dégage (voir la courbe CP4$_1$ sur le graphe 5.6) ; les valeurs de la fonction objectif fluctuent suivant les instances.

Accessibilité des blocs : il est à noter une augmentation significative de la proportion du nombre de blocs accessibles. Elle est de 39% en moyenne (voir le graphe 5.10), soit presque 17% plus que celle des MIP. La proportion de la valeur de l'accessibilité des blocs dans la valeur de la fonction objectif est aussi meilleure avec une moyenne de 28% (voir le graphe 5.13).

Tableau 5.7 Résultats de la résolution du CP4 par la programmation par contraintes avec une précision de 1/20 heures

n^o instance	nb blocs	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables / itération	nb contraintes / itération
I3	25	1	9	545	1615
I4	89	30	32	7 254	26 522
I5	108	25	35	6 894	24 597
I6	239	106	81	45 468	174 302
I7	252	81	92	42 542	162 279
I8	354	273	118	86 351	334 256
I9	399	186	121	69 356	264 976
I10	551	165	184	78 523	297 285
I11	851	1351	322	278 495	1 086 979
I12	899	893	322	230 617	894 199
I13	1394	4456	545	545 792	2 138 632
I14	1417	3364	551	519 018	2 031 055

Tableau 5.8 Suite des résultats de la résolution du modèle CP4 par la programmation par contraintes avec une précision de 1/20 heures

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement des pelles	coût accessibilité des blocs
I3	130 621	188 333	-57 713
I4	455 399	660 599	-205 200
I5	551 709	776 146	-224 438
I6	1 362 549	1 881 961	-519 413
I7	1 369 372	1 959 322	-589 950
I8	2 087 408	2 844 083	-756 675
I9	2 326 868	3 102 781	-775 913
I10	3 303 481	4 483 381	-1 179 900
I11	5 716 896	7 781 721	-2 064 825
I12	5 325 366	7 454 316	-2 128 950
I13	9 716 439	13 211 251	-3 494 813
I14	8 872 079	12 405 366	-3 533 288

5.7.4 Résultats de la formulation MP3

L'heuristique HeurMP3 a été utilisée pour améliorer la solution de HeurMP2$_{v1}$ ou de HeurMP2$_{v2}$ comme décrit par l'algorithme 11. Au vu des faibles améliorations précédemment enregistrées lors de l'utilisation de l'heuristique HeurMP2$_{v2}$, les tests de HeurMP3 ont été réalisés directement avec la solution initiale construite avec l'heuristique HeurMP2$_{v1}$.
Les instances de I3 à I10 ont été testées avec un critère d'arrêt de 5% sur le gap d'optimalité par itération. Les tableaux 5.9 et 5.10 montrent les résultats de ces tests. On y observe des durées de résolution totale très importantes (jusqu'à 14h pour l'instance I10).
Le tableau 5.11 montre une forte dispersion de la durée de résolution par itération. On observe sur le graphe 5.4 que cette dispersion résulte globalement de la durée de résolution sur une seule itération. Aussi dans la suite des tests, pour les instances I11 à I14, un second critère d'arrêt d'une durée maximale de résolution de 2h est ajouté.
Cette approche ne permet pas de réduire pour autant la durée de résolution des instances I11 à I14. La limite maximale de la durée de résolution par itération est atteinte en moyenne pour 29% du nombre d'itération par instance avec une moyenne de gap d'optimalité de 8% pour ces mêmes itérations.

Tableau 5.9 Instances I3 à I14, résultats de la résolution de HeurMP3 avec le résultat de HeurMP2$_{v1}$ comme solution initiale

n^o instance	nb blocs / itération	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables / itération	nb contraintes / itération
I3	13	3	8	579	1 495
I4	35	2 592	42	6 369	18 251
I5	27	115	52	3 766	10 555
I6	59	4 068	126	23 045	68 086
I7	50	6 737	139	17 077	50 151
I8	70	21 812	206	33879	100479
I9	52	11 208	214	18 185	53 650
I10	43	53 631	305	12 466	36 500
I11	84	63 189	514	49 939	148 416
I12	70	37 086	517	33 721	99 927
I13	99	82 954	853	69 226	206 252
I14	93	118 817	857	60 960	181 475

Une autre série de tests de résolution a été réalisée sur les instances I9 à I14 avec 2 critères d'arrêt par itération : une durée de résolution maximale de 10 min et d'une limite inférieure de 5% pour le gap d'optimalité. Ces instances seront notées I9d à I14d, les résultats sont présentés dans les tableaux 5.12 et 5.13. Le comparatif des durées de résolution du MP3 sur les instances I9 à I14 et par itération est donné par les graphes 5.14, 5.15, 5.16 et 5.17.

Tableau 5.10 Instances I3 à I14, valeur de la fonction objectif suite à la résolution de HeurMP3 en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement des pelles	coût accessibilité des blocs
I3	145 749	197 049	-51 300
I4	401 281	670 606	-269 325
I5	448 048	781 498	-333 450
I6	1 070 360	1 878 335	-807 975
I7	1 086 080	1 977 418	-891 338
I8	1 529 499	2 850 474	-1 320 975
I9	1 672 768	3 045 043	-1 372 275
I10	2 135 540	4 091 353	-1 955 813
I11	3 700 243	6 996 268	-3 296 025
I12	3 866 530	7 181 793	-3 315 263
I13	9 243 873	11 847 348	-2 603 475
I14	6 311 078	11 806 591	-5 495 513

Tableau 5.11 Quelques indicateurs statistiques des durées de résolution par itération des instances I3 à I10

instances	moyenne	écart-type	maximum	minimum
I3	1,6	1,8	2,9	0,4
I4	863,7	855,6	1 849,3	311,5
I5	18,9	17,0	39,7	2,4
I6	672,7	773,1	2 091,9	30,9
I7	841,6	1 543,7	4 548,5	4,7
I8	2 725,2	4 577,6	13 203,9	123,8
I9	861,2	2 419,8	8 882,9	3,8
I10	2 330,8	10 317,0	49 640,4	3,4

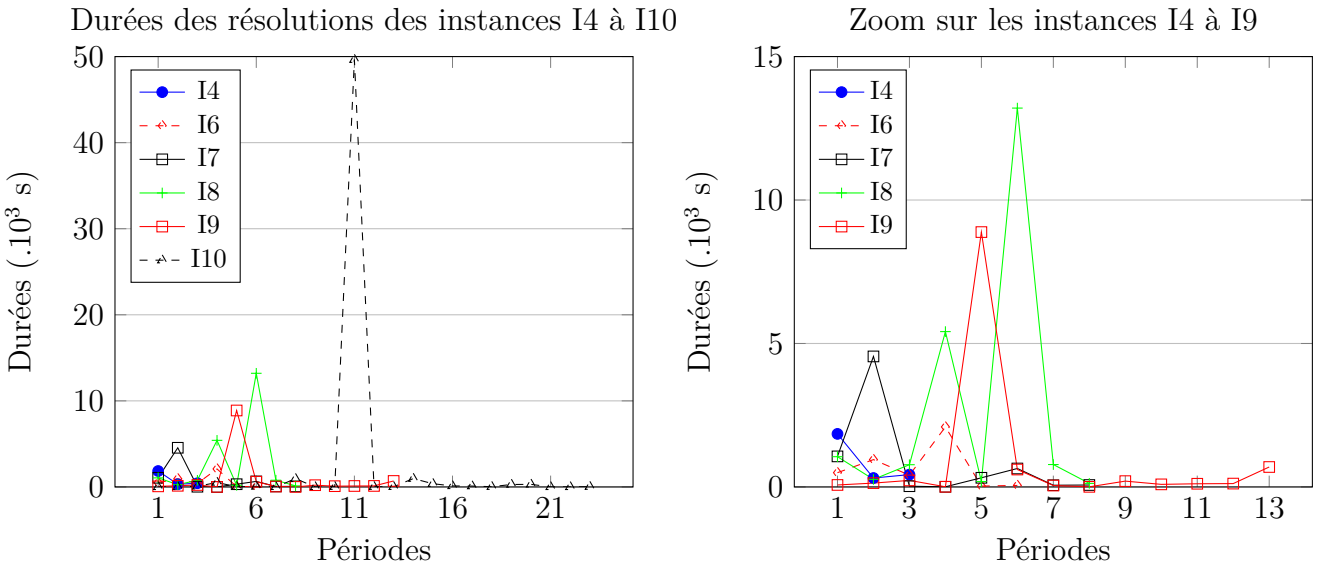


Figure 5.4 Durées des résolutions par itération des instances I4 et I10 de la durée maximale de résolution

Tableau 5.12 Instances I9d à I14d, résultats de la résolution de HeurMP3 avec le résultat de HeurMP2$_{v1}$ comme solution initiale

n^o instance	nb blocs / itération	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables / itération	nb contraintes / itération
I9d	52	2 365	212	18 161	53 590
I10d	43	2 548	305	12 407	36 318
I11d	84	6 476	493	49 986	148 540
I12d	70	5 564	412	32 459	96 027
I13d	99	8 851	806	68 805	204 956
I14d	92	3 764	464	55 523	164 478

Tableau 5.13 Instances I9d à I14d, valeur de la fonction suite à la résolution de HeurMP3 en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement des pelles	coût accessibilité des blocs
I9d	1 688 837	3 048 287	-1 359 450
I10d	2 135 860	4 091 673	-1 955 813
I11d	3 833 296	6 994 658	-3 161 363
I12d	4 563 613	7 205 563	-2 641 950
I13d	6 697 576	11 866 051	-5 168 475
I14d	8 910 539	11 885 939	-2 975 400

Les principaux résultats de la résolution du MP3 par l'heuristique HeurMP3 sont :

Durées de la résolution : elles sont importantes par rapport à celles des modèles MP2 et CP4. Deux cas sont distingués :

— Pour les instances résolues avec limite maximale de 2h sur la durée de résolution par itération : en moyenne elle dépasse de 62 fois la durée maximale enregistrée sur les autres méthodes avec un pic d'un facteur de 324 pour l'instance I10. La moyenne de cette durée sur les grandes instances I9 à I14 est 61148s $\simeq$ 17h ;

— Lorsque la limite maximale de la durée de résolution par itération est de 10min : le facteur de l'augmentation de cette durée passe à 6 (sachant que cette comparaison se fait uniquement sur les instances I9 à I14) avec un pic de 15. La durée moyenne de la résolution des instances I9d à I14d est de 4928s $\simeq$ 1.37h.

Valeur de la fonction objectif : elle est meilleure en moyenne de 32% que celle du $CP4_{10}$ pour les instances résolues avec une limite maximale de 2h pour la durée de résolution. Ainsi la résolution du MP3 permet d'améliorer de manière significative la solution initiale précédemment construite (voir les graphes 5.6 et 5.7). Lorsque cette comparaison est restreinte aux résultats des instances I9 à I13 (I14 est exclus car sa résolution n'a pas été terminée) l'amélioration est en moyenne de 48% et pour les I9d à I13d, cette moyenne est de 41%.

Accessibilité des blocs : la proportion du nombre de blocs accessibles est de 59% en moyenne (voir le graphe 5.10), soit une amélioration de 20% par rapport à celle du $CP4_{10}$ (les graphes 5.5). La proportion de la valeur de l'accessibilité des blocs dans celle de la fonction objectif est aussi meilleure avec une moyenne de 43% (voir le graphe 5.13).

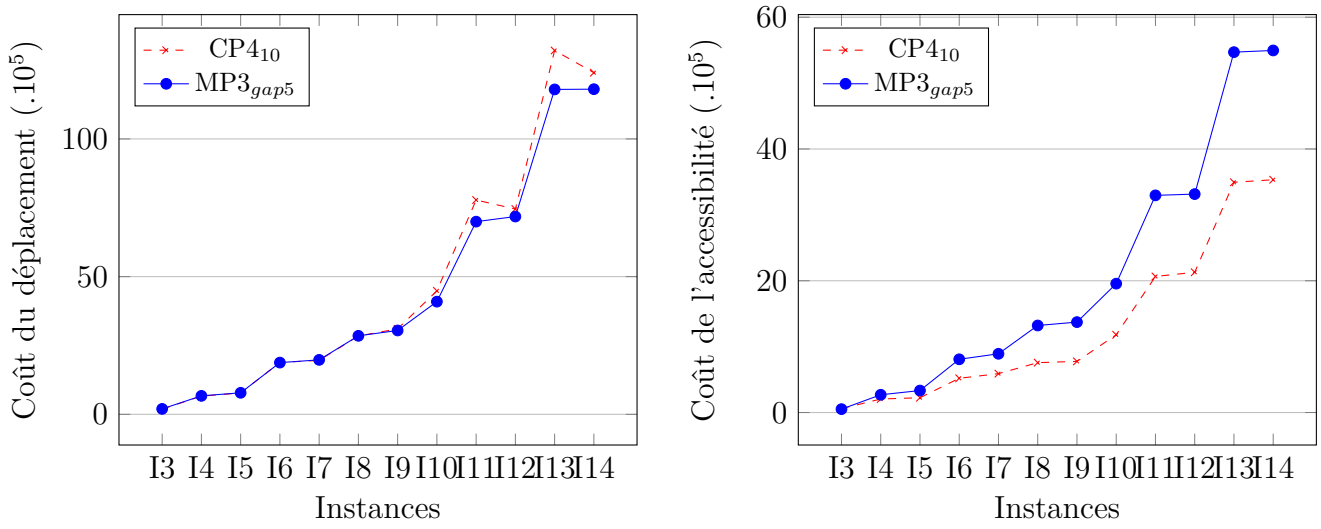


Figure 5.5 Comparaison de HeurMP3 et de CP4$_{10}$: coûts des déplacements et de l'accessibilité des blocs

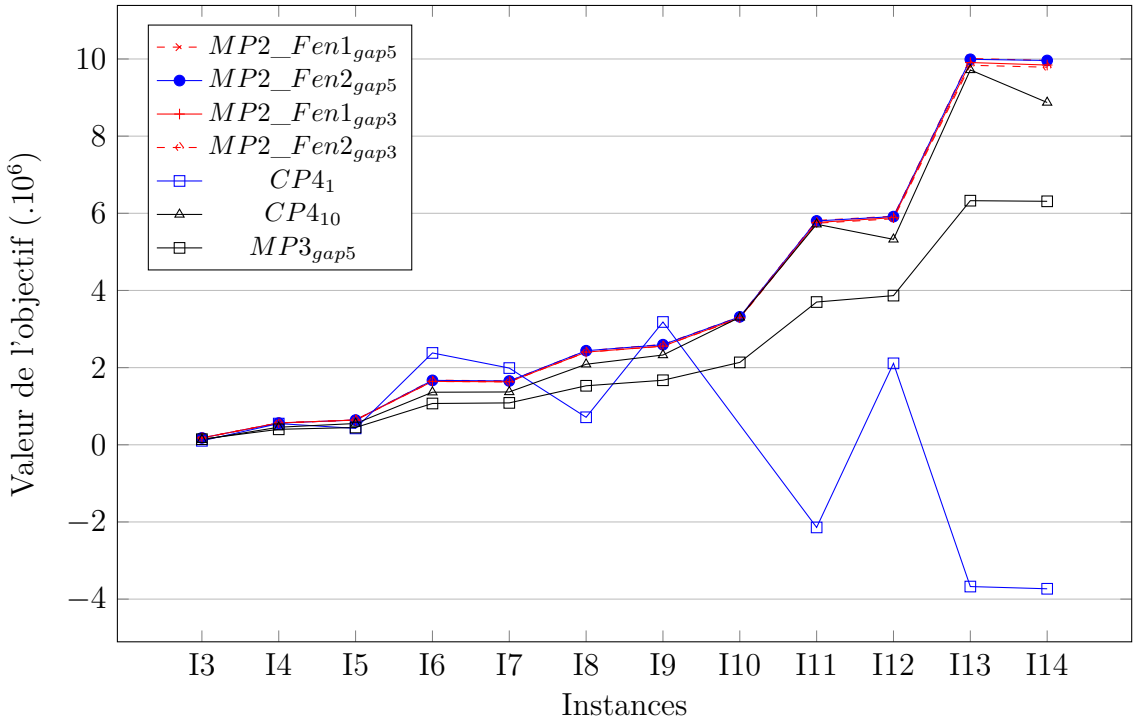


Figure 5.6 Valeur de la fonction objectif suivant les méthodes de résolution itératives

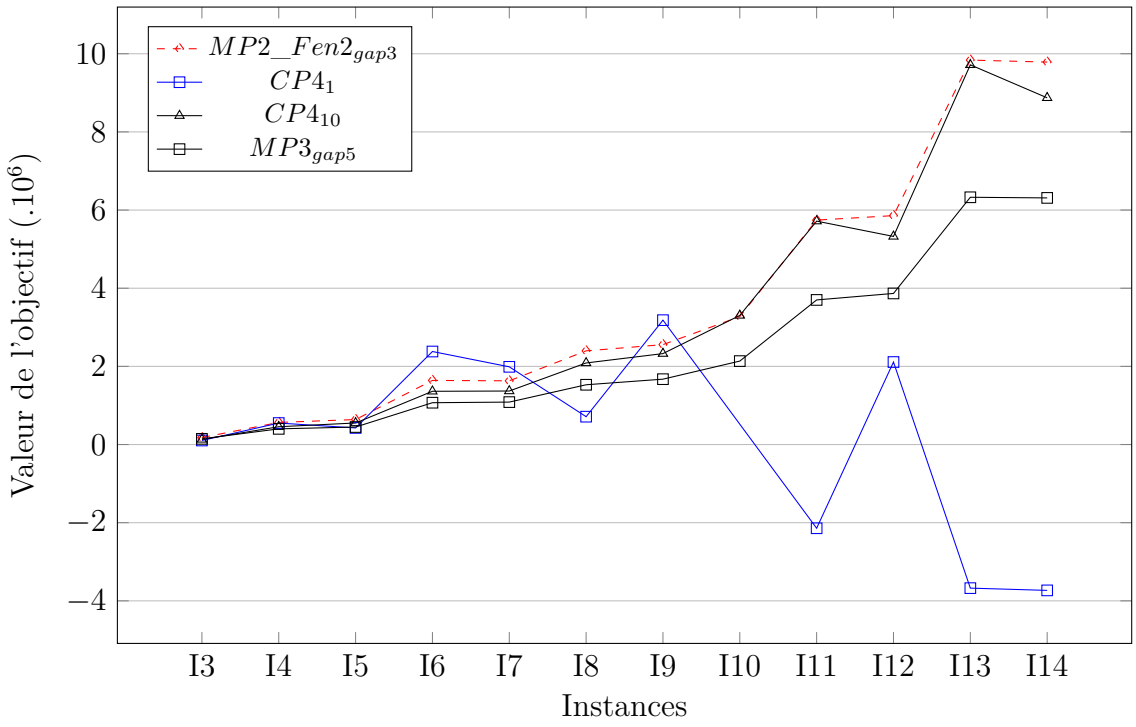


Figure 5.7 Valeur de la fonction objectif pour la formulation de la programmation par contraintes

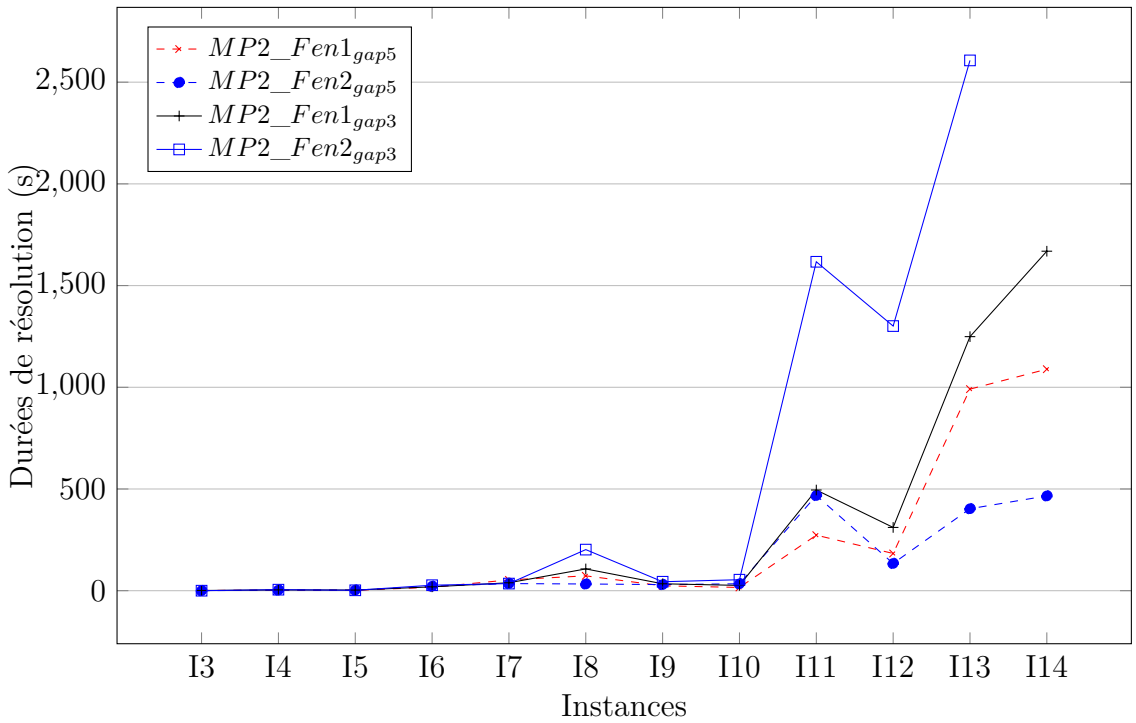


Figure 5.8 Durées des résolutions du MP2 en fonction des limites de gap d'optimalité fixées et la taille de la fenêtre d'itération

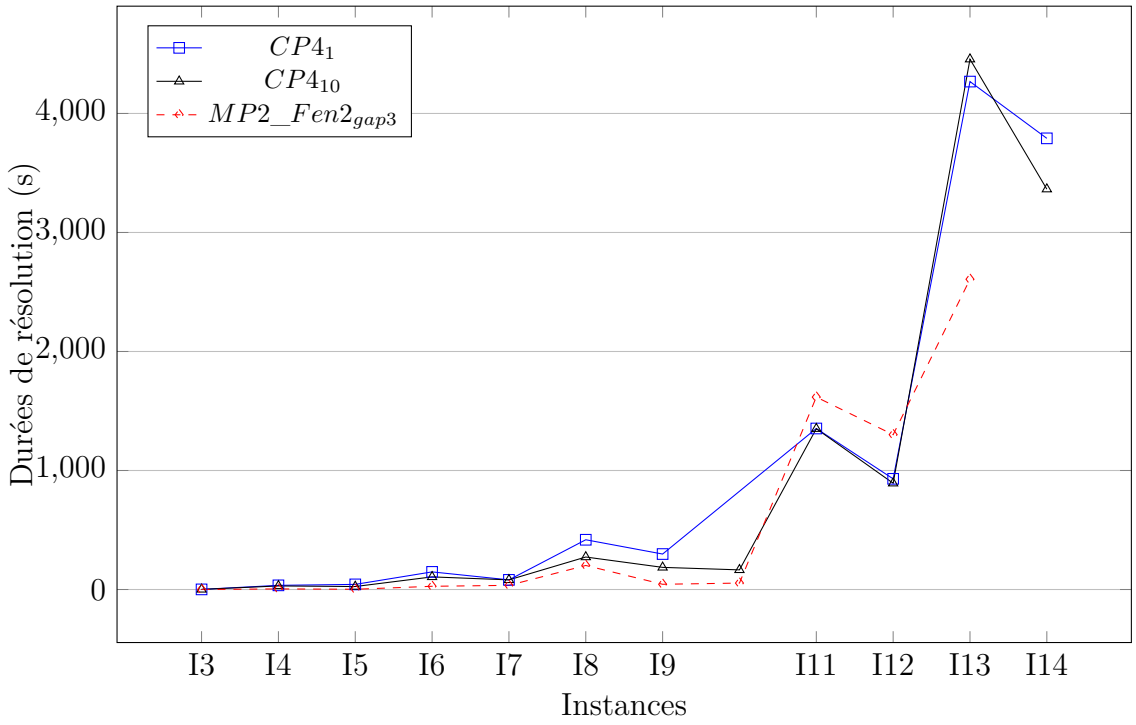


Figure 5.9 Durées des résolutions par la programmation par contraintes en fonction de l'erreur de mesure

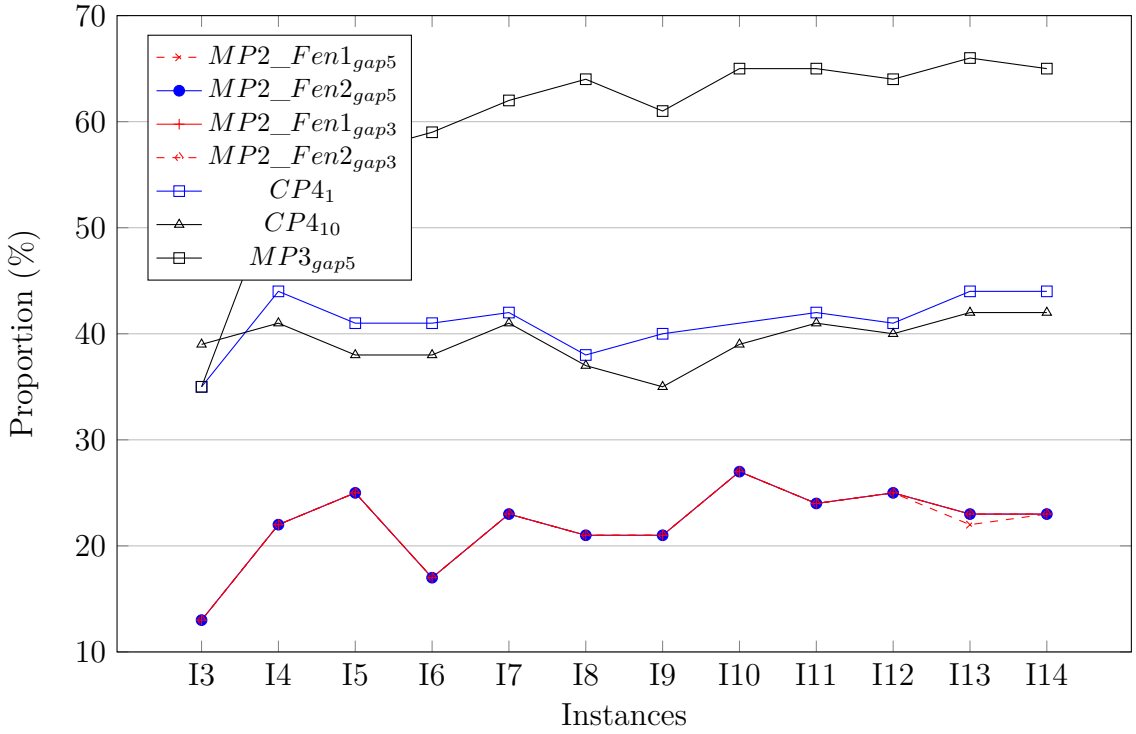


Figure 5.10 Proportion du nombre de blocs accessibles par méthode de résolution

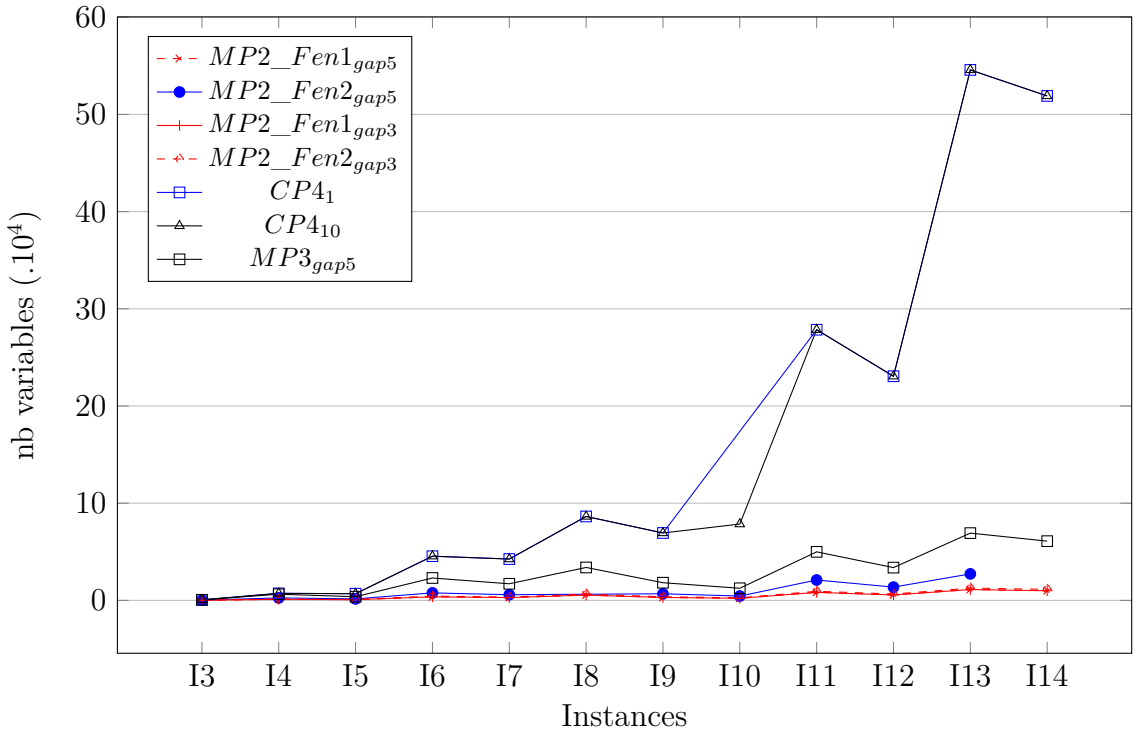


Figure 5.11 Nombre de variables

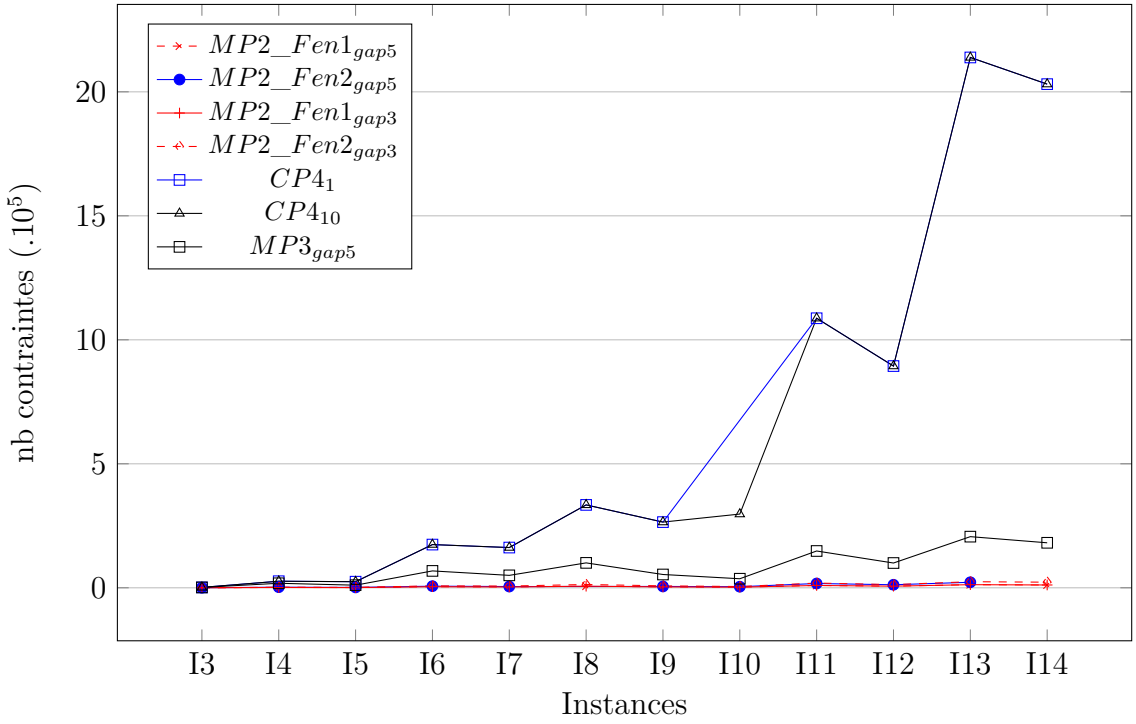


Figure 5.12 Nombre de contraintes par méthode de résolution

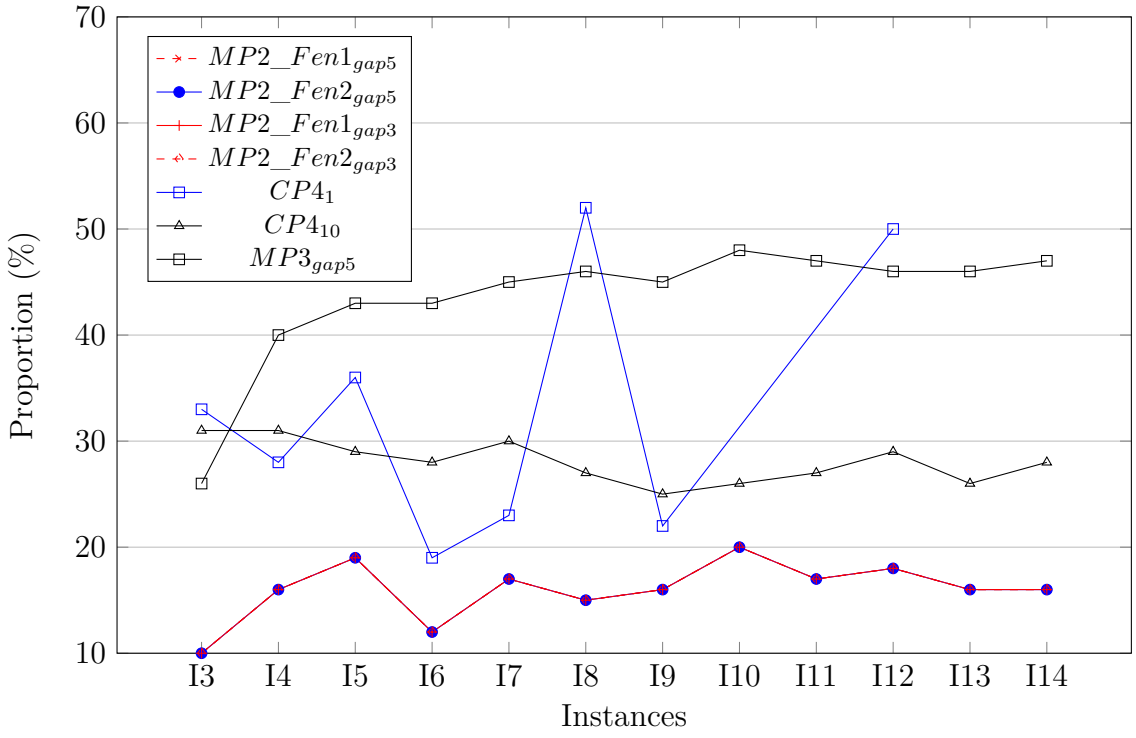


Figure 5.13 Proportion du coût des blocs accessibles dans la valeur de la fonction objectif

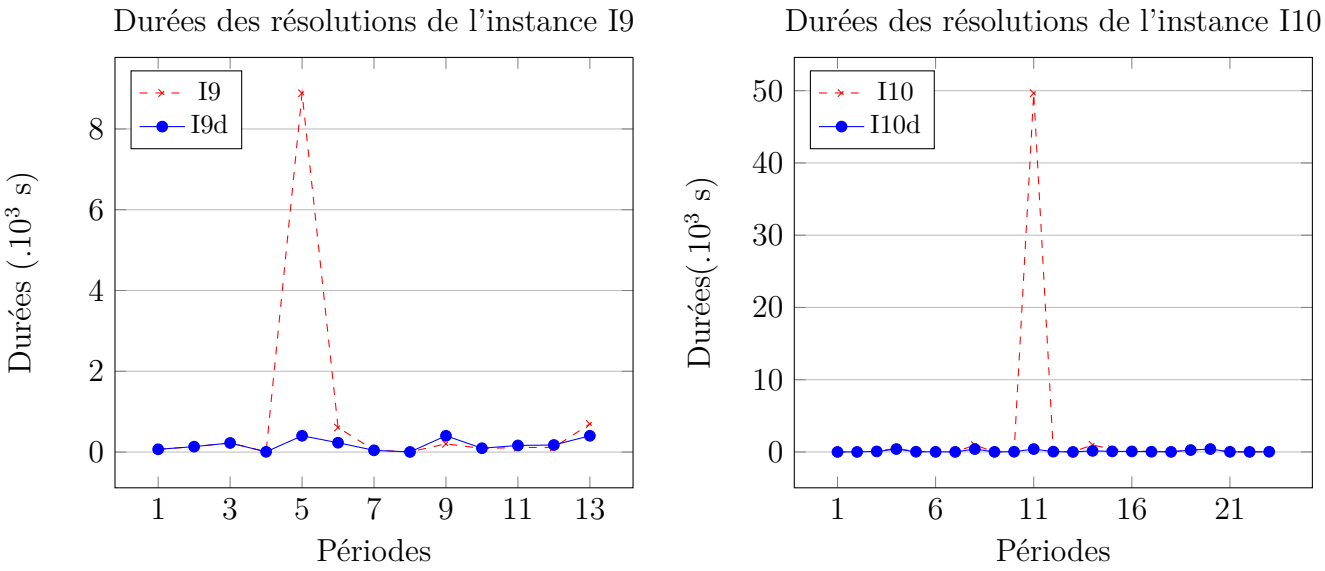


Figure 5.14 Durées des résolutions par itération des instances I9 et I10 de la durée maximale de résolution

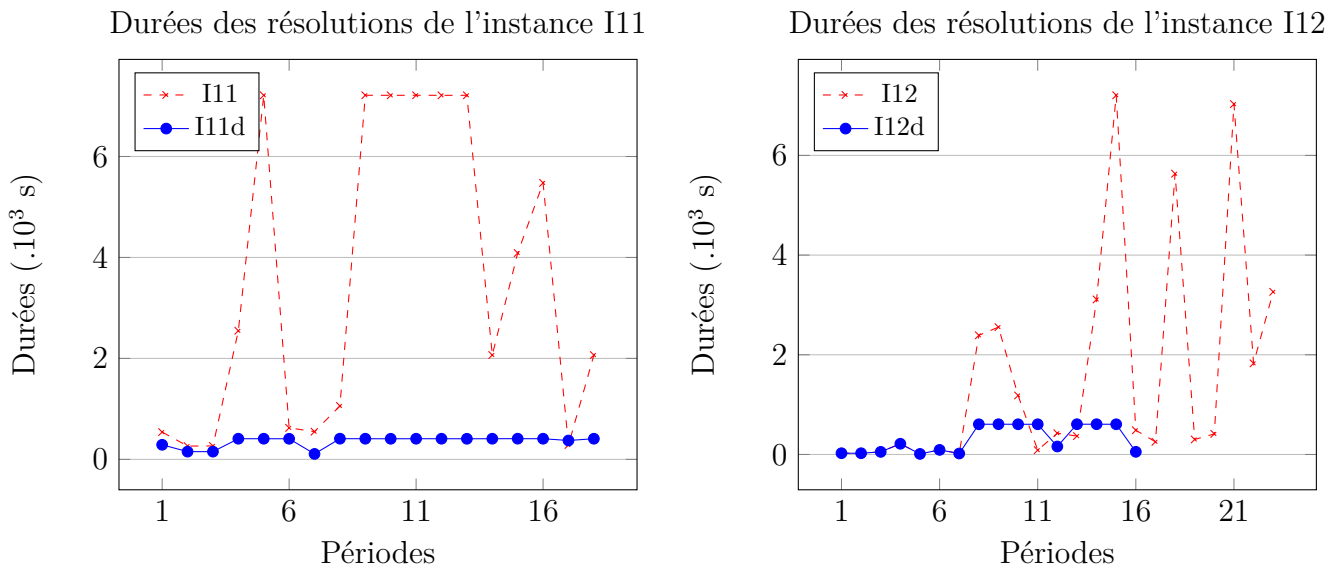


Figure 5.15 Durées des résolutions par fenêtre des instances I11 et I12 de la durée maximale de résolution

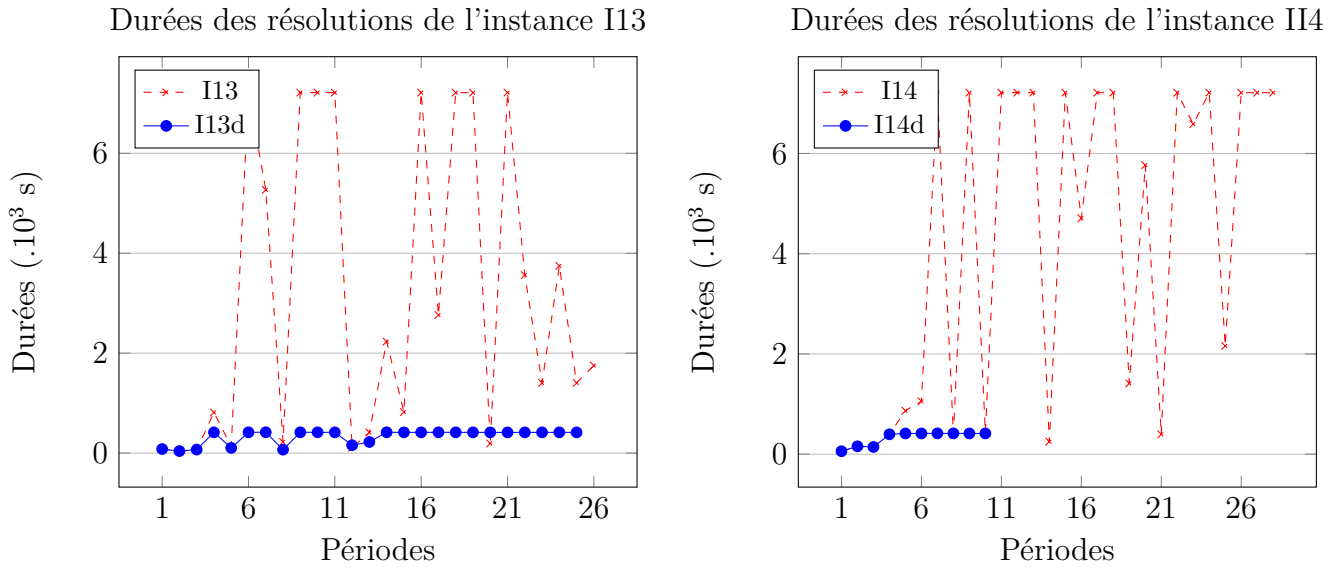


Figure 5.16 Durées des résolutions par itération des instances I13 et I14 de la durée maximale de résolution

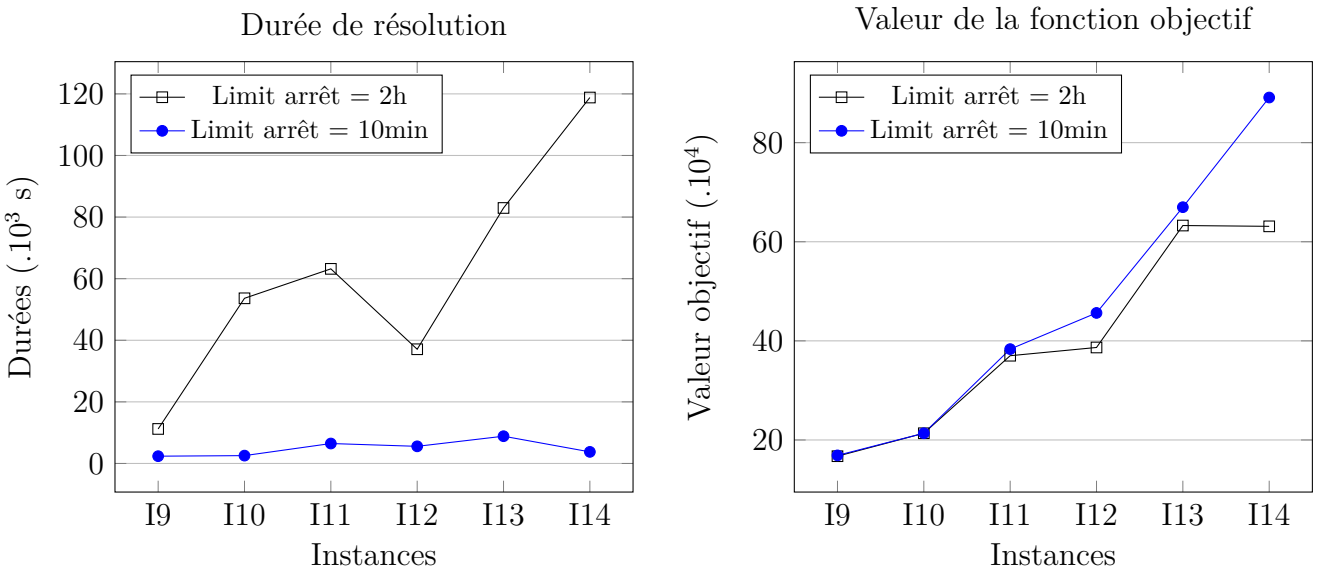


Figure 5.17 Résultats des résolutions par MP3 des instances I9 à I14 en fonction de la durée maximale de résolution

5.8 Conclusion

L'affectation des pelles aux blocs est réalisée à l'aide de l'heuristique HeurMP2$_{v1}$ qui construit une solution initiale de manière itérative. Cette construction se fait en moins de 20 min pour les instances issues du modèle de blocs dont la taille est inférieure à 1300 blocs pour les tests avec une limite de gap d'optimalité de 5%. Lorsque cette limite passe à 3%, une augmentation moyenne de 29% de la durée de résolution est constatée.
L'heuristique HeurMP21$_{v2}$ tente d'améliorer la solution initiale par la résolution de MP2 par la MIFM avec une fenêtre mobile de 2 périodes. Cependant l'amélioration constatée (maximum 0.34%) est restée faible par rapport à la durée de sa résolution (augmentation moyenne de 77%).
Le modèle CP4 basé sur la programmation par contraintes a donné le meilleur résultat comparativement aux HeurMP21$_{v1}$ sur les instances $ApproxCP4_{10}$ malgré une durée de résolution multipliée en moyenne par un facteur de 4. Alors même qu'il ne fut pas possible de charger le MP2 sur l'ensemble de l'horizon de la planification dès lors que la taille d'une instance atteint 350 blocs et le nombre important de variables et de contraintes (voir les graphes 5.11 et 5.12). Le modèle CP4 a été résolue à l'optimalité. La valeur de la fonction objectif est en moyenne meilleur de 11% que celle de MP2. La proportion du nombre de blocs accessibles est en moyenne de 39% contre 22% pour les solutions du MP2.
Le MP3 permet de revoir l'ordonnancement des blocs réalisé lors la phase I tout en réaffectant les pelles sur la fenêtre mobile. La résolution par l'heuristique HeurMP3 a permis une amélioration moyenne de 32% de la valeur de la fonction objectif par rapport à celle de CP4$_{10}$ avec une limite maximale de 2h de résolution par itération. Lorsque ce critère d'arrêts passe à 10 min par itération, cette amélioration tombe à 28%. La proportion du nombre de blocs accessibles est de 59% en moyenne. La moyenne des durées de résolution est de 1.43h pour les instances I9d à I13d qui comptent entre 350 et 1302 blocs.

CHAPITRE 6 AFFECTATION FOREUSES ET DYNAMITAGE

6.1 Introduction

Cette section représente la phase III ou phase finale de la démarche de résolution du problème de l'optimisation de la planification minière à moyen terme dans les mines à ciel ouvert.

6.1.1 Objectif

L'objectif consiste à affecter les équipements de forage et de dynamitage aux différents blocs sachant que l'affectation des pelles avait été réalisée au niveau de la phase II. L'accessibilité des blocs sera favorisée pour chaque opération. Deux approches seront utilisées pour effectuer ces affectations : une résolution du MP5 (qui est une version simplifiée du MP0) et une modélisation du problème par la programmation par contraintes CP6.

6.1.2 Hypothèses

Les hypothèses initiales formulées en introduction (voir la section 1.3) sont reconduites dans cette phase tout en prenant en compte les affectations déjà réalisées :

— Un parc d'équipements est dédié pour la réalisation de chacune des opérations (forage, dynamitage et extraction) ;

— Les équipements en charge des différentes opérations minières (forage, dynamitage, extraction) sont individuellement pris en compte ;

— Les affectations des pelles réalisées lors de la phase II sont conservées ;

— Conformément aux hypothèses initiales, les équipements peuvent avoir des performances individuelles différentes (capacité de production, vitesse de déplacement, durée d'installation et disponibilité) et qui peuvent aussi varier par période pour chaque équipement ;

— Pour la modélisation par la programmation par contraintes, l'opération de forage, sur un bloc, ne peut pas être fractionnée sur 2 périodes contrairement à l'hypothèse initiale. Ainsi l'opération de forage se fera sur une période. La figure 6.1 montre la version actualisée des possibilités de succession des opérations sur les périodes à la suite de cette hypothèse.

6.1.3 Difficultés

Malgré la réduction de la taille du problème initial qui a résulté du traitement réalisé lors des phases I et II, la création des tournées des équipements de forage et dynamitage est toujours un problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps et contraintes de ressources. Ainsi comme pour le problème de l'affectation des pelles, la résolution globale de ce problème sur l'ensemble de la plage des périodes ne peut se faire.

6.2 Données du problème

6.2.1 Données d'entrée

Cette phase reprend les données initiales du modèle de blocs et des équipements (performances individuelles). Les phases I et II ont permis l'ordonnancement du modèle de blocs sur les périodes et la création des tournées des pelles. Une importante réduction de la taille du problème initiale a résulté de ces nouvelles informations qui suivent :

1. La délimitation du contour qui est concernée par l'exploitation (conformément aux cibles de production) : ainsi tous les blocs du modèle de blocs résiduel doivent être forés et dynamités ;
2. Le modèle de blocs a été ordonnancé : la (les) période(s) d'extraction de chaque bloc est(sont) connue(s) ;
3. Sur la base de la précédence des opérations sur chaque bloc, il a été possible de déterminer les périodes de réalisation potentielle des opérations de forage et de dynamitage pour chaque bloc qui est situé dans le contour à exploiter. Cette estimation est précise à une période près. Ces informations conduiront à une importante réduction de la taille des graphes qui seront utilisés dans les modèles mathématiques de la phase III comme cela a été déjà montré sur le tableau 4.6. Ces estimations permettront d'initialiser une grande partie des variables d'affectation, de déplacement et de production (pour le forage et le dynamitage) ;
4. La tournée de chaque pelle est connue et ainsi pour chaque bloc, la pelle qui lui a été affectée est connue. Ainsi la présence des variables de déplacement, et de production associées aux pelles ne sera plus nécessaire dans la version simplifiée du modèle mathématique MP0.

Ces informations seront utilisées pour accélérer la résolution de ce problème de tournées avec contraintes de ressources.

6.3 Méthodologie

L'approche adoptée est, à quelques nuances près, identique à celle déjà utilisée pour affecter les pelles. Elle se compose des étapes suivantes :

1. Mise à jour des graphes ci-dessous suite aux résultats de la phase II :
   — Les graphes des déplacements possibles pour les équipements $\{\mathcal{G}_{d_o} = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_o}),\ o \in \mathcal{O}\}$. Certains arcs sont à supprimer suite à l'ordonnancement de l'extraction des blocs sur les périodes ;
   — Le graphe de la précédence verticale $\{\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p),\ o \in \mathcal{O}\}$;
   — Mise à jour des graphes des déplacements possibles des équipements pour les opérations de forage, de dynamitage et d'extraction : $\{\mathbb{G}_{d_o} = (\mathbb{B}_o, \mathbb{A}_{d_o}), o \in \mathcal{O}\}$.
2. Construction d'une solution par la résolution du MP5 par itération sur des fenêtres mobiles ;
3. Formulation et résolution d'un modèle mathématique, CP6, basée sur la programmation par contraintes.

6.4 Formulation MP5 : Affectation des foreuses et dynamitage

Le MP5 est une version simplifiée du MP0 qui prend en compte l'ordonnancement des blocs et l'affectation des pelles réalisée lors des phases précédentes. Ainsi l'intégration de ces résultats a apporté les simplifications ci-dessous à la formulation du MP5 :

1. Le MP5 ne contient pas les variables d'affectation (x_{ie}^{ot}), de déplacement (z_{ije}^{ot}) et de production (y_i^{ot}, u_{ie}^{ot}) liées à l'opération d'extraction qui figuraient dans le MP0. Elles ont été remplacées par des constantes ;
2. En passant de la phase II à la phase III, les durées estimées du forage et du dynamitage ont été remplacées par les durées réelles associées aux équipements de forage et de dynamitage. Ainsi, les variables de fin d'extraction (des blocs et des faces) et les variables liées à l'accessibilité des blocs ($f_i^o, g_\varphi^o, r_\varphi^{io}, a_i^o$) ont été conservées dans le MP5 dans le but de construire la succession définitive des opérations (forage, dynamitage, extraction) et ainsi corriger l'accessibilité des blocs pour l'extraction à la suite de cette modification ;
3. Sur la base des périodes de réalisation potentielles des opérations ($\mathfrak{T}_{i1}^o, \mathfrak{T}_{i2}^o$) pour tout bloc i, des contraintes sont ajoutées au MP5 pour fixer les valeurs de la grande majorité des variables liées aux opération de forage et dynamitage.

6.4.1 Indices

Liste des indices :

i, j : Index des blocs

s : Dépot de départ des blocs

d : Dépot de destination des blocs

o : Identifiant d'une opération

e : Identifiant des équipements de forage et de dynamitage

e_i : Pelle affectée au bloc i

j_i : Bloc qui précède le bloc i dans la tournée de la pelle e_i

t : Période

φ : Identifiant d'une face

6.4.2 Ensembles

Liste des ensembles :

$\mathcal{A}_{d_o}$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc i est visité avant le bloc j pour une opération de type o par une pelle juste après sa visite du bloc i

$\mathcal{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j est extrait avant le bloc i

$\mathcal{G}_{d_o}$= $(\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_o})$: Graphe des déplacements possibles pour l'opération o

$\mathcal{G}_p$= $(\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathcal{A}_{d_o}^{-i}$: Ensemble des blocs prédécesseurs du bloc i dans le graphe $\mathcal{G}_{d_o}$

$\mathcal{A}_{d_o}^{i+}$: Ensemble des blocs successeurs du bloc i dans le graphe $\mathcal{G}_{d_o}$

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs pour lesquels φ constitue une face

$\mathcal{E}_o$: Ensemble des équipements pouvant effectuer l'opération de type o

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i où $i \in \mathcal{B}$

$\mathcal{O} = \{1, 2, 3\}$: Ensemble des opérations de forage (1), dynamitage (2) extraction (3)

$\mathcal{T}_i^o$: Ensemble des périodes d'extraction du bloc i lorsque $o = 3$ et l'ensemble des périodes possibles de réalisation de l'opération o lorsque $o \in \{1, 2\}$

$\mathcal{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face φ

6.4.3 Paramètres

Liste des paramètres :

α_{oe}^{t} : Charge minimale de travail à effectuer par e ($e \in \mathcal{E}_o$) dans la période t

β_{e}^{o} : Cout horaire de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

λ_{i}^{o} : Gain de coût engendré par l'accessibilité du bloc i pour l'opération o

C_{e}^{o} : Capacité de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

D_{e}^{ot} : Disponibilité (en %) de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur la période t

Δ_{ji} : Distance entre les blocs i et j

H : Durée d'une période (en heures)

I_{ie}^{o} : Durée (en heures) d'installation du l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur le bloc i

M_i : Métal contenu dans le bloc i (en tonnes)

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

N_F^i : Nombre de faces associées au bloc i

T : Nombre de périodes dans l'horizon de planification

γ_o : Charge minimale à effectuer sur un bloc dans une période lorsqu'un équipement lui est affecté pour réaliser l'opération o

T_o : Nombre maximal de périodes de réalisation de l'opération o sur tout bloc

$\mathfrak{T}_{i1}^{3}$: Période de début d'extraction du bloc i (obtenue de la phase II)

$\mathfrak{T}_{i2}^{3}$: Période de fin d'extraction du bloc i (obtenue de la phase II)

$\mathfrak{T}_{i1}^{o}$: Période de début au plus tôt de l'opération $o \in \{1, 2\}$ sur le bloc i

$\mathfrak{T}_{i2}^{o}$: Période de fin au plus tard de l'opération $o \in \{1, 2\}$ sur le bloc i

$T_{\varphi 1}^{og}$: Période de fin au plus tôt de réalisation de l'opération o sur la face φ

$T_{\varphi 2}^{og}$: Période de fin au plus tard de réalisation de l'opération o sur la face φ

U_{i}^{3t} : Tonnage du bloc i à extraire à dans la période t

U_{i}^{o} : Charge du bloc i en unités de l'opération o

V_{ij}^{oe} : Vitesse de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) lors de son déplacement de i vers j

$$I_{ie_i}^{3t} = \begin{cases} I_{ie_i}^{3} & \text{Si } t \text{ correspond à la période de début d'extraction du bloc } i \ (t = \mathfrak{T}_{i1}^{3}) \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$\overline{U_i^{3t}} = \begin{cases} U_i^{3t} & \text{Si le bloc } i \text{ a fait l'objet d'une extraction à la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Description des variables

$$a_i^o = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'opération } o \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$r_\varphi^{io} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'opération } o \text{ a commencé sur } i \text{ avant la fin de l'opération } o \text{ sur } \varphi \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'opération } o \text{ est réalisée sur le bloc } i \text{ à la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$x_{ie}^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'équipement } e(\in \mathcal{E}_o) \text{ est affecté au bloc } i \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$z_{ije}^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'équipement } e(\in \mathcal{E}_o) \text{ quitte le bloc } i \text{ pour } j \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_i^o \geq 0$: Moment de fin de l'opération o sur le bloc i

$g_\varphi^o \geq 0$: Moment de fin de l'opération o sur la face φ

$u_{ie}^{ot} \geq 0$: Charge réalisée par l'équipement $e(\in \mathcal{E}_o)$ sur le bloc i dans la periode t

6.4.4 Fonction objectif

L'objectif consiste à minimiser le déplacement des équipements et à maximiser le nombre de blocs accessibles avant le début de leur exploitation.

$$\min z = \Big(- \sum_{o \in \mathcal{O}} \sum_{i \in \mathcal{B}} \lambda_i^o a_i^o + \sum_{o \in \{1,2\}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \sum_{(j,i) \in \mathcal{A}_{d_o}} \beta_e^o \big(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o \big) z_{jie}^{oT} \Big) \tag{6.1}$$

6.4.5 Contraintes

- Précédences temporelles des variables

Définition des variables en fonction des périodes :

$$z_{jie}^{ot} \leq z_{jie}^{o(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{6.2}$$

$$x_{ie}^{ot} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} z_{jie}^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{6.3}$$

- Production, affectation, période

Délais pour réaliser les opérations sur un bloc et globalement pour exploiter ce bloc :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} u_{ie}^{ot} \geq \alpha_{oe}^{t} \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall t = 1, ..., T \tag{6.4}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{oT} = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{6.5}$$

Bornes inférieures des variables de fin d'opération des blocs :

$$f_i^o \geq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \left(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o) z_{jie}^{ot} \right)$$
$$\forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\} \mid \mathfrak{T}_{i1}^o = 1;\ t = 1 \tag{6.6}$$

$$f_i^o \geq (t-1)Hy_i^{ot} + \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \left(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o)(z_{jie}^{ot} - z_{jie}^{o(t-1)}) \right)$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall t > 1 \mid t \in \mathscr{T}_i^o \tag{6.7}$$

$$f_i^3 \geq (t-1)H + \frac{\overline{U_i^{3t}}}{C_{e_i}^3} + I_{ie_i}^{3t}, \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^3 \tag{6.8}$$

Bornes supérieures des variables de fin d'opération des blocs :

$$f_i^o \leq tHy_i^{ot} + Hy_i^{o(t+1)} + TH(1 - y_i^{ot})$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{6.9}$$

$$f_i^3 \leq \mathfrak{T}_{i2}^3 H \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\} \tag{6.10}$$

Nombre maximum de périodes de réalisation des opérations :

$$y_i^{ot} + y_i^{o(t+T_o)} \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall t = \mathfrak{T}_{i1}^o, ..., \mathfrak{T}_{i2}^o - T_o \tag{6.11}$$

$$y_i^{ot} = 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall t = 1, ..., \mathfrak{T}_{i1}^o - 1 \tag{6.12}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{ot} = 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \{1,2\};\ t = \mathfrak{T}_{i1}^o - 1 \tag{6.13}$$

$$y_i^{ot} = 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall t = \mathfrak{T}_{i2}^o + 1, ..., T \tag{6.14}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{ot} = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \{1,2\};\ t = \mathfrak{T}_{i2}^o \tag{6.15}$$

Périodes d'exploitation :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \leq U_i^o y_i^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{6.16}$$

$$\gamma_o y_i^{ot} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{6.17}$$

$$\sum_{t'=1}^{t} u_{ie}^{ot'} \leq U_i^o \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} z_{jie}^{ot} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall t = 1, ..., T \tag{6.18}$$

$$U_i^o \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{i+}} z_{ije}^{ot} \leq \sum_{t'=1}^{t} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot'} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall t = 1, ..., T \tag{6.19}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} z_{jie}^{ot} \leq y_i^{ot} \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\} \mid \mathfrak{T}_{i1}^o = 1;\ t = 1 \tag{6.20}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} (z_{jie}^{ot} - z_{jie}^{o(t-1)}) \leq y_i^{ot}$$

$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \mid t > 1 \tag{6.21}$$

- Succession des opérations sur un bloc

Délais pour réaliser les opérations sur un bloc et globalement pour exploiter ce bloc :

$$f_i^o \geq f_i^{(o-1)} + \sum_{e \in \mathcal{E}_o} (I_{ie}^o + \frac{U_i^o}{C_e^o}) x_{ie}^{oT} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \{2\} \tag{6.22}$$

$$f_i^3 \geq f_i^2 + \left(I_{ie_i}^3 + \frac{U_i^3}{C_{e_i}^3} \right) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\} \tag{6.23}$$

$$TH(1 - y_i^{ot}) + tHy_i^{ot} \geq f_i^{(o-1)} + \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \left(I_{ie}^o x_{ie}^{oT} + \frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} \right) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \{2\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{6.24}$$

$$\mathfrak{T}_{i_1}^3 H \geq f_i^2 + (I_{ie_i}^3 + \frac{U_i^{3\mathfrak{T}_{i1}^3}}{C_{e_i}^3}) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\} \tag{6.25}$$

$$x_{ie}^{ot} \leq \sum_{e' \in \mathcal{E}_{(o-1)}} x_{ie'}^{(o-1)t} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \{2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall t = 1, ..., \mathfrak{T}_{i1}^3 \tag{6.26}$$

$$y_i^{2t} \leq y_i^{1t} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^2 \tag{6.27}$$

$$y_i^{1t} \leq y_i^{2t} + y_i^{2(t+1)} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^1 \tag{6.28}$$

$$y_i^{2(t-1)} + y_i^{2t} \geq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ t = \mathfrak{T}_{i1}^3 \tag{6.29}$$

- Précédences verticales

Relation entre le début, la fin, la précédence des opérations et le déplacement des équipements :

$$f_i^1 \geq f_j^3 + (I_{ie}^1 + \frac{U_i^1}{C_e^1}) x_{ie}^{1T} \qquad \forall (i, j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall e \in \mathcal{E}_1 \tag{6.30}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_1} x_{ie}^{1t} \leq 0 \qquad \forall (i, j) \in \mathcal{A}_p;\ t = \mathfrak{T}_{j_2}^3 - 1 \mid \mathfrak{T}_{j_2}^3 - 1 > 0 \tag{6.31}$$

$$tHy_i^{1t} + TH(1 - y_i^{1t}) \geq f_j^3 + I_{ie}^1 x_{ie}^{1T} + \frac{u_{ie}^{1t}}{C_e^1} \qquad \forall (i, j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall e \in \mathcal{E}_1;\ t = \mathfrak{T}_{j2}^3 \tag{6.32}$$

- Accessibilités des blocs

Relation entre le début d'ouverture des faces et l'accessibilité des blocs :

$$r_{\varphi}^{io} \geq \frac{1}{TH}\Big(g_{\varphi}^{o} - (f_{i}^{o} - \sum_{e \in \mathcal{E}_o}(I_{ie}^{o} + \frac{U_i^o}{C_e^o})x_{ie}^{oT})\Big) \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \quad (6.33)$$

$$r_{\varphi}^{3i} \geq \frac{1}{TH}\Big(g_{\varphi}^{3} - (f_{i}^{3} - (I_{ie_i}^{3} + \frac{U_i^3}{C_{e_i}^3}))\Big) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \quad (6.34)$$

$$f_j^o \leq g_{\varphi}^o \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall j \in \mathcal{V}_{\varphi} \quad (6.35)$$

$$a_i^o + \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} r_{\varphi}^{io} \leq N_F^i \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\} \quad (6.36)$$

- Déplacement des équipements

Gestion de la relation entre le déplacement des équipements et l'exploitation des blocs qui lui sont affectés :

$$f_j^o + (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o + \frac{U_i^o}{C_e^o})z_{jie}^{oT} \leq f_i^o + TH(1 - z_{jie}^{oT}) \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o} \quad (6.37)$$

$$f_{j_i}^3 + (\frac{\Delta_{j_i i}}{V_{j_i i}^{3e_i}} + I_{ie_i}^3 + \frac{U_i^3}{C_{e_i}^3}) \leq f_i^3 \qquad (j_i, i) \in \mathcal{A}_{d_3} \quad (6.38)$$

Pour chaque équipement en charge d'une opération donnée sur un bloc, cette contrainte permet d'affecter les durées du déplacement et de l'installation de l'équipement à la période de début de cette opération :

$$f_j^o + (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o)z_{jie}^{oT} + \frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} \leq tHy_i^{ot} + TH(1 - y_i^{ot}) + TH(1 - z_{jie}^{oT}) \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \quad (6.39)$$

$$f^3_{j_i} + (\frac{\Delta_{j_i i}}{V^{3e_i}_{j_i i}} + I^3_{e_i} + \frac{U^{\mathfrak{T}^3_{i1}}_{ie_i}}{C^3_{e_i}}) \leq \mathfrak{T}^3_{i1} H \qquad (j_i, i) \in \mathcal{A}_{d_3} \quad (6.40)$$

$$x^{ot}_{ie} \leq x^{ot}_{je} + (1 - z^{oT}_{jie}) \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o} \quad (6.41)$$

$$f^o_{se} = 0 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.42)$$

$$f^o_{de} = TH + 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.43)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} z^{oT}_{jie} = \sum_{j \in \mathcal{A}^{i+}_{d_o}} z^{oT}_{ije} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.44)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}^{s+}_{d_o}} z^{o1}_{sie} = 1 \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.45)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}^{-d}_{d_o}} z^{oT}_{ide} = 1 \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.46)$$

- Capacité et disponibilité des équipements

Ces contraintes s'assurent du respect de la disponibilité des équipements pour les opérations de forage et dynamitage

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \Big(\sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} (\frac{\Delta_{ji}}{V^{oe}_{ji}} + I^o_{ie}) z^{ot}_{jie} + \frac{u^{ot}_{ie}}{C^o_e} \Big) \leq HD^{ot}_e \qquad t = 1;\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.47)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \Big(\sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} (\frac{\Delta_{ji}}{V^{oe}_{ji}} + I^o_{ie})(z^{ot}_{jie} - z^{o(t-1)}_{jie}) + \frac{u^{ot}_{ie}}{C^o_e} \Big) \leq HD^{ot}_e \qquad \forall t = 2, ..., T;\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.48)$$

- Durée des opérations sur bloc

Les contraintes 6.49 à 6.50 assurent le respect de la capacité des périodes par bloc :

$$(I^{3t}_{ie_i} + \frac{\overline{U^{3t}_i}}{C^3_{e_i}}) + \sum_{o \in \{1,2\}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \Big(\frac{u^{ot}_{ie}}{C^o_e} + \sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} I^o_{ie} z^{ot}_{jie} \Big) \leq H \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ t = 1 \quad (6.49)$$

$$(I^{3t}_{ie_i} + \frac{\overline{U^{3t}_i}}{C^3_{e_i}}) + \sum_{o\in\{1,2\}} \sum_{e\in\mathcal{E}_o} \left(\frac{u^{ot}_{ie}}{C^o_e} + \sum_{j\in\mathcal{A}^{-i}_{d_o}} I^o_{ie}(z^{ot}_{jie} - z^{o(t-1)}_{jie}) \right) \leq H$$

$$\forall i \in \mathcal{B};\ \forall t = 2, ..., T \quad (6.50)$$

- Domaine des variables

$$a^o_i \in \{0,1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \quad (6.51)$$

$$f^o_i \geq 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \quad (6.52)$$

$$g^o_\varphi \geq 0 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \quad (6.53)$$

$$u^{ot}_{ie} \geq 0 \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.54)$$

$$r^{io}_\varphi \in \{0,1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i;\ \forall o \in \mathcal{O} \quad (6.55)$$

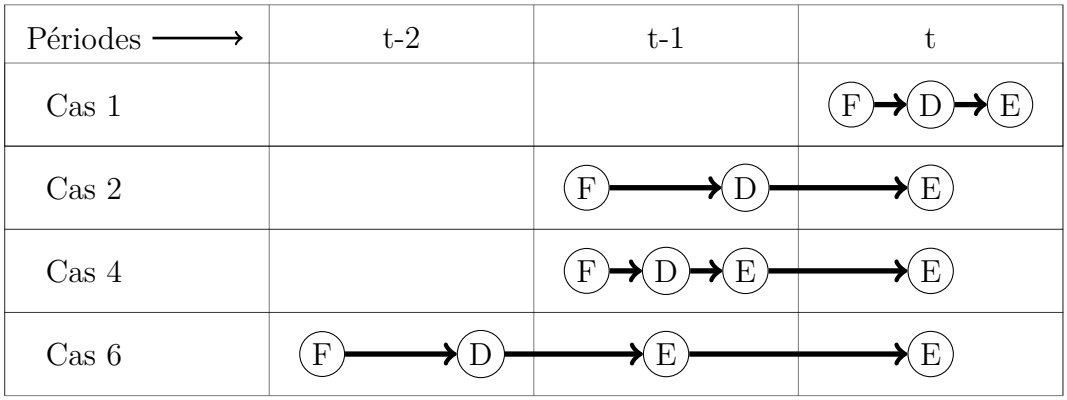
$$y^{ot}_i \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \{1,2\} \quad (6.56)$$

$$x^{ot}_{ie} \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.57)$$

$$z^{ot}_{jie} \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall o \in \{1,2\};\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \quad (6.58)$$

6.5 Formulation CP6 : affectation des équipements de forage et de dynamitage

Cette modélisation est basée sur la programmation par contraintes. Chaque bloc i_t représente une association d'un bloc i et d'une de ses périodes d'extraction t. Cette formulation permet l'affectation des équipements de forage et de dynamitage et la détermination des tournées de ces équipements. Pour rappel, la programmation par contraintes n'utilise que des nombres entiers. Ainsi il ne sera pas possible de conserver la possibilité de fractionner l'opération de forage sur plusieurs périodes. Ceci réduit le nombre de périodes d'exploitation d'un bloc comme présenté par la figure 6.1. La formulation proposée ci-dessous inclut aussi l'opération d'extraction et toutes les variables qui lui sont associées, cependant d'autres contraintes sont ajoutées au modèle dans le but d'intégrer les données connues à la fin de la phase II sur les tournées des pelles. Une version du CP6 épurée des commentaires est à l'annexe D.1.



F : Forage, D : Dynamitage, E : Extraction

Figure 6.1 Les possibilités (4 cas) des précédences des opérations sur les périodes pour chaque bloc dans le cas de la modélisation par la méthode de la programmation par contraintes.

6.5.1 Indices

Liste des indices :

i, j : Index des blocs

m : Identifiant des équipements

s : Dépôt de départ des pelles

d : Dépôt de destination pour les pelles

o : Index des opérations

t, t' : Index des périodes

φ : Identifiant d'une face

6.5.2 Ensembles

Liste des ensembles :

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathbb{B}_o$: Ensemble des blocs pour l'opération o

$\mathbb{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j est extrait avant le bloc i

$\mathbb{A}_{d_o}$: Ensemble des arcs $(i_t, j_{t'})$ tel que le bloc $j_{t'}$ est visité par un équipement (chargé de réaliser l'opération o) juste après sa visite du bloc i_t

$\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathbb{G}_{d_o} = (\mathbb{B}_o, \mathbb{A}_{d_o})$: Graphe des déplacements possibles pour les équipements chargés de la réalisation l'opération o

$\mathcal{E}_o$: Ensemble des équipements chargés de la réalisation de l'opération o

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces φ

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs i dont φ est l'une des faces

$\mathscr{T}_i^o$: Ensemble des périodes potentielles de réalisation de l'opération o sur le bloc i

$\mathcal{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face $\varphi \in \mathcal{F}$

6.5.3 Paramètres

Liste des paramètres :

β_m^o : Coût horaire de l'équipement m ($m \in \mathcal{E}_o$)

λ_i^o : Gain de coût engendré par l'accessibilité du bloc i pour l'opération o

δ_{ji}^{om} : Durée nécessaire à l'équipement m (opération o) pour parcourir la distance entre les blocs j et i (heures)

H : Durée d'une période (heures) ;

H_m^{ot} : Durée (heures) disponible pour l'équipement m (opération o) à la période t

I_{im}^{ot} : Durée d'installation (heures) de l'équipement m (opération o) sur le bloc $i \in \mathcal{B}$ à la période t

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

N_F^i : Nombre de faces associées au bloc i

T : Horizon de la planification

$T_{\varphi 1}^{og}$: Période de fin au plus tôt de réalisation de l'opération o sur la face φ

$T_{\varphi 2}^{og}$: Période de fin au plus tard de réalisation de l'opération o sur la face φ

$\mathfrak{T}_{i1}^o$: Période de début au plus tôt de la réalisation de l'opération o sur le bloc i

$\mathfrak{T}_{i2}^o$: Période de fin au plus tard de la réalisation de l'opération o sur le bloc i

U_{im}^{ot} : Durée (en heures) nécessaire à l'équipement m pour réaliser l'opération o sur le bloc i dans la période t

6.5.4 Description des variables

Variables binaires :

$$a_i^o = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'opération } o \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Variables entières :

g_φ^o : Moment de la fin de la réalisation de l'opération o sur la face φ

$g_\varphi^o \in \{H(T_{\varphi 1}^{og} - 1), ..., HT_{\varphi 2}^{og}\}$

$c_i^o \in \mathbb{N}$: Coût du passage sur le bloc i pour la réalisation de l'opération o

Variables d'intervalles :

f_{it}^{om} : Intervalle de temps de la réalisation de l'opération o sur le bloc i par l'équipement m dans la période t

$$f_{it}^{om} \subset \begin{cases} [0,1],\ size = 1 & i = s;\ t = 0;\ \forall o \in \mathcal{O} \\ [HT, HT+2o],\ size = 1 & i = d;\ t = T+1;\ \forall o \in \mathcal{O} \\ \emptyset \cup [H(t-1), Ht],\ size = U_{im}^{ot} + I_{im}^{ot} & \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \end{cases}$$

$\overline{f}_{it}^{o}$: Intervalle de temps de réalisation potentielle de l'opération o sur le bloc i dans la période t

$\overline{f}_{it}^{o} \subset [H(t-1), Ht] \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o$

$\underline{f}_{i}^{o}$: Intervalle de temps de la réalisation de l'opération o sur i

$\underline{f}_{i}^{o} \subset [H(\mathfrak{T}_{i1}^{o} - 1), H\mathfrak{T}_{i2}^{o}] \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}$

$d_{itjt'}^{om}$: Intervalle de temps de passage de l'équipement m chargé de realiser l'opération o sur le bloc j dans la période t' juste après l'exploitation du bloc i dans la période t

$d_{i_t j_{t'}}^{om} \subset \emptyset \cup [H(t'-1), Ht'],\ size = \delta_{ij}^{om} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o}$

$\overline{d}_{it}^{o}$: Intervalle de temps de passage d'un équipement pour la réalisation de l'opération o sur i dans la période t en venant d'un autre bloc

$\overline{d}_{it}^{o} \subset [H(t-1), Ht] \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o$

$\underline{d}_{i}^{o}$: Intervalle de temps de passage d'un équipement pour la réalisation de l'opération o sur le bloc i en venant d'un autre bloc

$\underline{d}_{i}^{o} \subset [H(\mathfrak{T}_{i1}^{o} - 1), H\mathfrak{T}_{i2}^{o}] \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}$

$\hat{d}_{d(T+1)}^{om}$: Intervalle de temps du passage de l'équipement m (opération o) vers le dépot de destination d en venant d'un autre bloc

$\hat{d}_{d(T+1)}^{om} \subset [HT, HT+2o-1] \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o$

Variables séquences :

q_m^o : Ensemble des tâches réalisées par l'équipement m (opération o)

$q_m^o \subset \{f_{it}^{om} \mid\ i \in \mathcal{B},\ t \in \mathscr{T}_i^o\} \bigcup \{d_{i_t j_{t'}}^{om} \mid\ (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o}\},\ \ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o$

b_i : Ensemble des tâches réalisées (forage, dynamitage, extraction)
sur le bloc i ou pour le compte de ce dernier

$$b_i \subset \{\underline{f}_i^o \mid \ o \in \{1,2\}\} \cup \{\overline{f}_{it}^3 \mid \ t \in \mathscr{T}_i^3\}, \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}$$

6.5.5 Fonction objectif

Cette formulation reprend l'objectif du modèle globale MP0, qui consiste à réduire les coûts du déplacement et de l'installation des équipements et à maximiser l'accessibilité des blocs pour chaque opération :

$$\min z = \sum_{o \in \mathcal{O}} \Big(- \sum_{i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}} \lambda_i^o a_i^o + \sum_{i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}} c_i^o \Big) \tag{6.59}$$

6.5.6 Contraintes

- Affectation, blocs et équipements

Les contraintes 6.60 à 6.63 assurent l'exploitation de tout les blocs :

$$\overline{f}_{it}^o \neq \perp \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ o = 3;\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{6.60}$$

$$\overline{d}_{it}^o \neq \perp \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ o = 3;\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{6.61}$$

$$\underline{f}_i^o \neq \perp \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{6.62}$$

$$\underline{d}_i^o \neq \perp \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{6.63}$$

Les contraintes 6.64 à 6.66 assurent le départ des équipements à partir du bloc s et leur retour au niveau du bloc de destination d :

$$f_{s0}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.64}$$

$$f_{d(T+1)}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.65}$$

$$\hat{d}_{d(T+1)}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.66}$$

La contrainte 6.67 permet l'affectation d'un équipement unique pour la réalisation de l'opération o sur le bloc i dans la période t :

$$alternative(\overline{f}_{it}^o, \{f_{it}^{om} \mid m \in \mathcal{E}_o\},\ card = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{6.67}$$

La contrainte 6.68 assure, pour les cas des opérations de forage et de dynamitage, le choix de la période de réalisation de l'opération o sur le bloc i parmi les périodes potentielles :

$$alternative(\underline{f}_i^o, \{\overline{f}_{it}^o \mid t \in \mathscr{T}_i^o\},\ card = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \{1, 2\} \quad (6.68)$$

La contrainte 6.69 permet le choix d'un équipement (qui fera le déplacement vers i) et d'un bloc précédent (direct) sur la période t pour la réalisation de l'opération o sur le bloc i :

$$alternative(\overline{d}_{it}^o, \{d_{j_{t'} i_t}^{om} \mid (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o}, m \in \mathcal{E}_o\},\ card = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \quad (6.69)$$

La contrainte 6.70 permet le choix (pour le déplacement vers le bloc i dans le cadre de la réalisation de l'opération o) d'une période et d'un bloc (précédent direct) :

$$alternative(\underline{d}_i^o, \{\overline{d}_{it}^o \mid t \in \mathscr{T}_i^o\},\ card = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \{1, 2\} \quad (6.70)$$

La contrainte 6.70 assure de choisir, pour l'équipement m, un bloc (précédent direct) lors de son déplacement vers le dépôt de destination d :

$$alternative(\hat{d}_{i(T+1)}^{om}, \{d_{j_{t'} i_{T+1}}^{om} \mid (j_{t'}, i_{T+1}) \in \mathbb{A}_{d_o}\},\ card = 1) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad (6.71)$$

Les contraintes 6.72 à 6.73 donnent des bornes inférieures et supérieures qui permettent d'encadrer les variables de fin pour chaque bloc, équipement et période d'exploitation potentielle :

$$H(t-1) presence(f_{it}^{om}) \leq debut(f_{it}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \quad (6.72)$$

$$(Ht) presence(f_{it}^{om}) \geq fin(f_{it}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \quad (6.73)$$

Les contraintes 6.74 à 6.75 donnent des bornes inférieures et supérieures qui permettent d'encadrer les variables de déplacement pour chaque bloc, équipement et période d'exploitation

potentielle :

$$H(t-1)presence(d^{om}_{j_{t'}i_t}) \leq debut(d^{om}_{j_{t'}i_t}) \qquad \forall o \in \mathcal{O}; (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad (6.74)$$

$$(Ht)presence(d^{om}_{j_{t'}i_t}) \geq fin(d^{om}_{j_{t'}i_t}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad (6.75)$$

- Succession des opérations sur un bloc

La contrainte ci-dessous assure le non chevauchement des tâches sur chaque bloc :

$$noOverlap(b_i) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \quad (6.76)$$

Les contraintes de 6.77 à 6.79 permettent de définir l'ordre des tâches (déplacements et opérations) sur chaque bloc i :

$$precedent(b_i, \underline{f}^1_i, \underline{f}^2_i) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \quad (6.77)$$

$$precedent(b_i, \underline{f}^2_i, \overline{f}^3_{i\mathfrak{T}^3_{i1}}) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \quad (6.78)$$

$$precedent(b_i, \overline{f}^3_{i\mathfrak{T}^3_{i1}}, \overline{f}^3_{i\mathfrak{T}^3_{i2}},) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \mid card(\mathscr{T}_i{}^3) = 2 \quad (6.79)$$

La contrainte 6.80 assure que le forage et le dynamitage se déroulent sur la même période :

$$(presence(\overline{f}^2_{it}) = 1) \Rightarrow (presence(\overline{f}^1_{it}) = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i{}^2 \quad (6.80)$$

La contrainte 6.81 assure que l'affectation de la durée du déplacement vers le bloc i et de la réalisation de l'opération o sur ce bloc se déroulent dans la même période :

$$presence(\overline{f}^o_{it}) = presence(\overline{d}^o_{it}) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t \in \mathscr{T}_i{}^o \quad (6.81)$$

Les contraintes 6.82 à 6.85 initialisent les variables de fin et de déplacement des équipements

sur les blocs s et d :

$$fin(f_{s0}^{om}) = 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.82}$$

$$fin(f_{d(T+1)}^{om}) = HT + 2o \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.83}$$

$$fin(\hat{d}_{d(T+1)}^{om}) = HT + 2o - 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.84}$$

$$fin(\hat{d}_{d(T+1)}^{om}) \leq debut(f_{d(T+1)}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.85}$$

- Précédence verticale

La contrainte 6.86 assure la précédence verticale entre le bloc i sur lequel il n'est possible de faire aucune opération tant que le bloc j (bloc de dessus) n'est pas extrait :

$$fin(\overline{f}^{3}_{j\mathfrak{T}^{3}_{j2}}) \leq debut(\underline{f}^{1}_{i}) \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{6.86}$$

- Accessibilité des blocs

La fin d'extraction de la face φ correspond à la fin de l'opération sur le dernier bloc sur lequel cette opération s'était tenue :

$$g_{\varphi}^{o} = \max_{i \in \mathcal{V}_{\varphi}}(fin(\overline{f}^{o}_{i\mathfrak{T}^{o}_{i2}})) \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ o = 3 \tag{6.87}$$

$$g_{\varphi}^{o} = \max_{i \in \mathcal{V}_{\varphi}}(fin(\underline{f}^{o}_{i})) \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{6.88}$$

Les blocs qui ne disposent pas de faces sont inaccessibles :

$$a_i^o = 0 \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N_F^i = 0 \tag{6.89}$$

Les contraintes 6.90 et 6.93 permettent à la variable a_i^o de prendre la valeur de 1 lorsque l'opération o a été achevée sur au moins une des faces du bloc i avant le début de cette opération sur i :

$$debut(\overline{f}^{o}_{i\mathfrak{T}^{o}_{i1}}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g_{\varphi}^{o} \geq 0 \Rightarrow a_i^o = 1 \qquad o = 3;\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N_F^i > 0 \tag{6.90}$$

$$debut(\overline{f}^{o}_{i\mathfrak{T}^{o}_{i1}}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g_{\varphi}^{o} < 0 \Rightarrow a_i^o = 0 \qquad o = 3;\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N_F^i > 0 \tag{6.91}$$

$$debut(\underline{f}^{o}_{i}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g_{\varphi}^{o} \geq 0 \Rightarrow a_i^o = 1 \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N_F^i > 0 \tag{6.92}$$

$$debut(\underline{f}^{o}_{i}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g_{\varphi}^{o} < 0 \Rightarrow a_i^o = 0 \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N_F^i > 0 \tag{6.93}$$

- Déplacements des équipements

La contrainte 6.94 assure le non chevauchement des tâches affectées à chaque équipement :

$$noOverlap(q_m^o) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.94}$$

La contrainte 6.95 et 6.96 assurent la précédence entre les blocs qui constituent chaque couple $(i_t, j_{t'})$. Si un équipement m de l'opération o est affectée à ce couple, alors l'opération o est réalisée sur i_t avant sa réalisation sur $j_{t'}$:

$$precedent(q_m^o, f_{it}^{om}, d_{i_t j_{t'}}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o} \tag{6.95}$$

$$precedent(q_m^o, d_{i_t j_{t'}}^{om}, f_{jt'}^{om},) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o} \tag{6.96}$$

Les contraintes 6.97 à 6.100 définissent les relations, en termes de présence, entre les variables de fin des tâches des équipements et les variables de déplacement de ces derniers :

$$d_{i_t j_{t'}}^{om} \neq \perp \Rightarrow f_{it}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o} \tag{6.97}$$

$$d_{i_t j_{t'}}^{om} \neq \perp \Rightarrow f_{jt'}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o} \tag{6.98}$$

$$d_{i_{\mathfrak{T}_{i1}^o}\, i_{\mathfrak{T}_{i2}^o}}^{om} \neq \perp \Leftrightarrow f_{i\mathfrak{T}_{i2}^o}^{om} \neq \perp \qquad o = 3;\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{6.99}$$

$$f_{i\mathfrak{T}_{i1}^o}^{om} \neq \perp \Leftrightarrow f_{i\mathfrak{T}_{i2}^o}^{om} \neq \perp \qquad o = 3;\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{6.100}$$

La contrainte 6.101 fixe le bloc s comme bloc de départ de tous les équipements :

$$premier(q_m^o, f_{s0}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.101}$$

La contrainte 6.102 fixe le bloc d comme bloc de destination de tous les équipements :

$$dernier(q_m^o, f_{d(T+1)}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{6.102}$$

- Coût de l'exploitation des blocs

La contrainte ci-dessous permet de calculer le coût associé à l'exploitation (déplacement et installation) de chaque bloc i par opération o :

$$c_i^o = \sum_{m \in \mathcal{E}_o} \sum_{(j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o}} \beta_m^o \Big(\delta_{ji}^{om} + I_{im}^{ot}\Big) presence(d_{j_{t'} i_t}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{6.103}$$

- Capacité et disponibilité des équipements

Cette contrainte assure le respect de la durée disponible pour chaque équipement et par période :

$$\sum_{(j_{t'},i_t)\in\mathbb{A}_{d_o}} \Big(\delta_{ji}^{om} + U_{im}^{ot} + I_{im}^{ot}\Big) presence(d_{j_{t'}i_t}^{om}) \leq H_m^{ot}$$

$$\forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T;\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad (6.104)$$

- Durée des opérations sur bloc

La contrainte 6.105 assure que le cumul des durées des tâches réalisées sur le bloc i dans la période t n'excède pas la durée de cette dernière :

$$\sum_{o\in\mathcal{O}} \sum_{m\in\mathcal{E}_o} \sum_{(j_{t'},i_t)\in\mathbb{A}_{d_o}} \Big(\delta_{ji}^{om} + U_{im}^{ot} + I_{im}^{ot}\Big) presence(d_{j_{t'}i_t}^{om}) \leq H$$

$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T \quad (6.105)$$

6.6 Résultats numériques et discussions

Les instances testées dans la phase III sont les mêmes que celles du tableau 5.1. La phase III utilise comme données d'entrée l'affectation des pelles effectuée grâce à l'heuristique HeurMIP2$_{v1}$ (qui a permis de construire la solution initiale). Le tableau 6.1 donne la taille des graphes des déplacements possibles par type de d'équipement après l'intégration des résultats de la phase I. La figure 6.2 représente le facteur de réduction de la taille du graphe des déplacements possibles en fonction du type d'équipement. Ce facteur de réduction est le rapport entre la valeur initial de la taille du graphe et la valeur finale suite au traitement (elle reflète mieux le gain comparativement à la proportion lorsque cette dernière est proche de 99%). Il est à noter que ces graphes n'intègrent pas les équipements de manière individuelle. Ainsi lors de la modélisation, les valeurs présentées dans le tableau 6.1 sont à multiplier par le nombre d'équipements afin d'avoir la taille finale des graphes dans le modèle mathématique.

Tableau 6.1 La taille du graphe des déplacements possibles des équipements après la phase I

no instances	$Card(\mathcal{A}_{d_3})$	$Card(\mathbb{A}_{d_1})$	$Card(\mathbb{A}_{d_2})$	$Card(\mathbb{A}_{d_3})$
I2	882	473	358	156
I3	1 628	464	325	160
I4	23 025	5 248	3 765	1 577
I5	48 784	6 056	3 950	1 440
I6	282 728	30 846	22 008	8 539
I7	394 450	30 910	21 334	7 928
I8	825 000	55 959	40 456	16 453
I9	1 395 315	46 166	32 254	12 948
I10	4 307 275	58 538	38 048	14 446
I11	10 140 820	191 627	137 175	53 735
I12	13 231 025	163 028	112 057	44 047
I13	38 376 800	357 275	258 180	105 919
I14	41 964 570	336 010	243 135	100 517

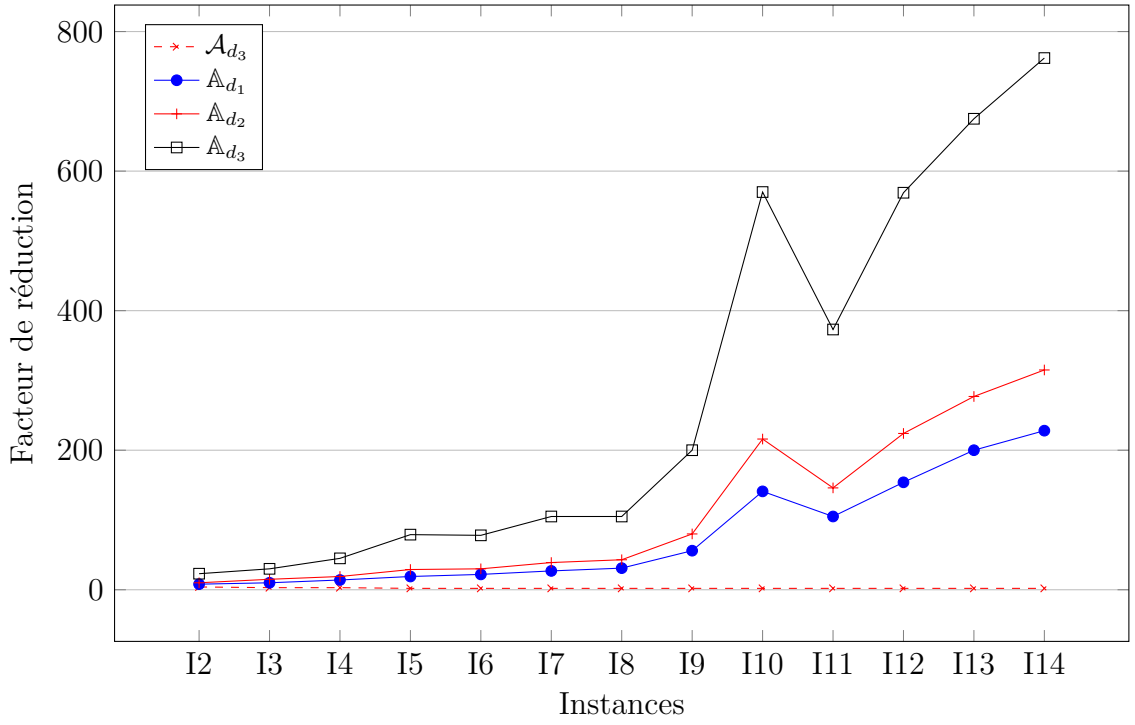


Figure 6.2 Facteur de réduction des graphes des déplacements possibles pour les équipements suite aux résultats de la phase I par rapport au graphe initial

6.6.1 Résultats de la formulation MP5

La formulation MP5 a été testée par la MIFM avec un critère d'arrêt de 7% de gap d'optimalité. Les tableaux 6.2 et 6.3 présentent les résultats des tests effectués. Il a été possible de résoudre jusqu'à l'instance I10 qui compte 672 blocs. La durée de la résolution est liée au nombre moyen de blocs par itération, avec un coefficient de corrélation de 0.84 (voir la figure 6.3).
Jusqu'à 55 blocs par itération, la durée de résolution est inférieure à 4000s $\simeq$ 1,15 heure. Au delà de ce seuil, la durée de résolution semble croite très rapidement (voir le graphe de la figure 6.3).

Tableau 6.2 Taille et durée de la résolution du modèle MP5 résolu par la MIFM

n^o instance	nb blocs / itération	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables/ itération	nb contraintes/ itération
I3	25	21	27	4 439	11 566
I4	32	22,75	129	5 249	12 686
I5	26	19,68	144	4 037	9 256
I6	53	3 321	354	14 981	38 790
I7	48	1 950	395	13 032	33 414
I8	67	9 285	551	23 910	64 362
I9	50	808	574	13 819	35 588
I10	43	876	787	10 252	25 437

Tableau 6.3 Valeur de la fonction objectif du modèle MP5 résolu par la MIFM

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement équipements	coût accessibilité des blocs
I3	168 599	209 205	-40 606
I4	421 187	718 254	-297 068
I5	482 174	837 581	-355 408
I6	1 196 185	2 027 255	-831 070
I7	1 203 827	2 114 798	-910 971
I8	1 781 573	3 055 433	-1 273 860
I9	1 920 951	3 266 563	-1 345 613
I10	2 622 168	4 399 608	-1 777 440

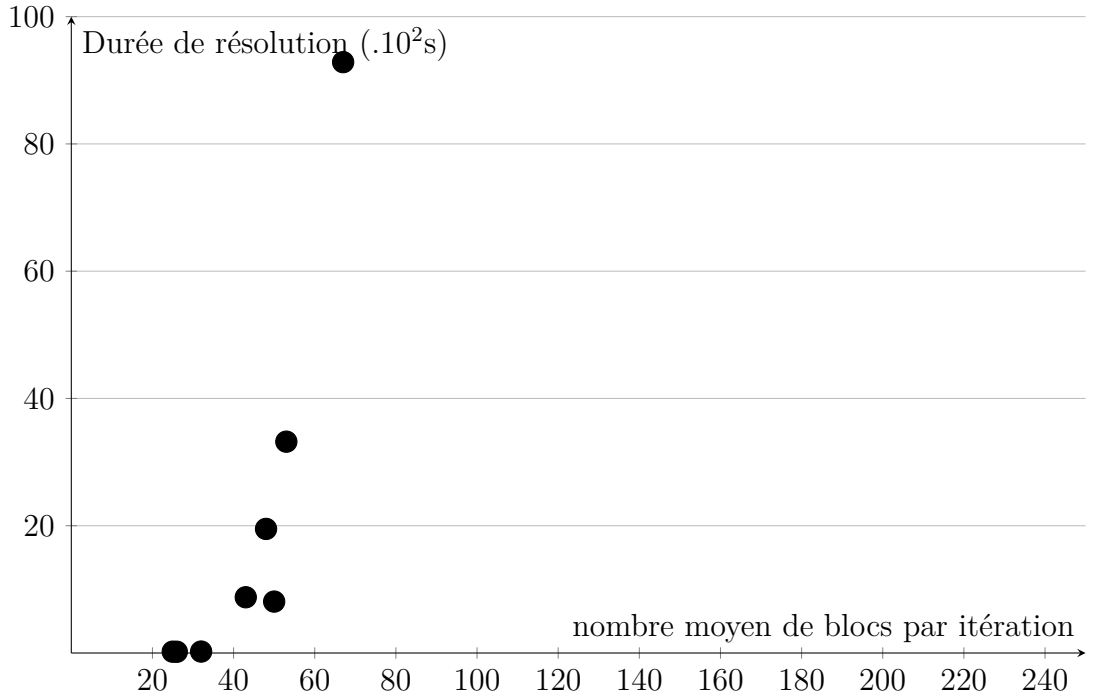


Figure 6.3 Nuage des points : nombre moyen de blocs par itération et durée de la résolution des instances I3 à I10

Les tableaux 6.4, 6.5 et 6.6 donnent les coûts du déplacement, de l'accessibilité des blocs et le nombre de blocs accessibles par type d'opération et par instance.

A l'exception de I3, la proportion de la valeur de l'accessibilité des blocs dans la fonction objectif est en moyenne de 41.6%. Cette valeur est en rapport avec celle de l'accessibilité des blocs pour l'extraction qui est en moyenne de 43% contre respectivement une moyenne de 22% pour l'opération de dynamitage et de 18% pour le forage.

La proportion du nombre de blocs accessibles est en moyenne de 59% pour l'extraction, 53% pour l'opération de dynamitage et de 55% pour le forage.

Tableau 6.4 Opération d'extraction : résultats de la résolution du MP5 par la MIFM en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$

n^o instance	coût déplacement pelles	coût accessibilité blocs	nb blocs	nb blocs accessibles
I3	197 517	-38 475	23	6
I4	676 663	-288 563	78	45
I5	789 185	-346 275	91	54
I6	1 907 335	-807 975	214	126
I7	1 989 609	-884 925	226	138
I8	2 873 824	-1 237 613	322	193
I9	3 069 628	-1 308 150	349	204
I10	4 136 011	-1 724 963	470	269

Tableau 6.5 Opération de dynamitage : résultats de la résolution du MP5 par la MIFM en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$

n^o instance	coût déplacement équipements	coût accessibilité blocs	nb blocs	nb blocs accessibles
I3	5 044	-963	23	10
I4	17 814	-4 043	78	42
I5	20 963	-4 139	191	43
I6	50 639	-10 876	214	113
I7	53 294	-12 128	226	126
I8	76 341	-17 229	322	179
I9	83 756	-17 806	349	185
I10	112 754	-24 640	470	256

Tableau 6.6 Opération de forage : résultats de la résolution du MP5 par la MIFM en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$

n^o instance	coût déplacement foreuses	coût accessibilité blocs	nb blocs	nb blocs accessibles
I3	6 644	-1 169	23	11
I4	23 777	-4 463	78	42
I5	27 433	-4 994	91	47
I6	69 282	-12 219	214	115
I7	71 895	-13 919	226	131
I8	105 268	-19 019	322	179
I9	113 179	-19 656	349	185
I10	150 844	-27 838	470	262

6.6.2 Résultats de la formulation CP6

La première approche a consisté à effectuer des tests de résolution du modèle CP6 sans utilisation des méthodes itératives. Au vu des limites de cette approche, une résolution par la MIFM a été effectuée.

- CP6 résolu de manière non itérative

Comme énoncé en hypothèses, la réalisation de l'opération de forage n'a été envisagée que sur une seule période. Les instances I3 à I9 ont fait l'objet de tentative de résolution. Des solutions ont été trouvées pour les instances I3 et I4 qui sont les plus petites. La résolution des 3 instances s'est arrêtée suite à l'atteinte de la limite de la durée de résolution qui a été fixée à 2 heures. L'instance I7 est irréalisable. Les tableaux 6.7, 6.8 et 6.9 présentent les résultats de ces tests.

Tableau 6.7 Taille et durée de résolution du modèle CP6 résolu de manière non itérative

n^o instance	nb blocs	durée(s) résolution	nb variables	nb contraintes
I3	23	332	1 979	9 488
I4	78	3 570	33 340	189 049
I5	91	7 236	39 636	224 192
I6	214	7 373	230 191	1 347 340
I7	226	106	224 049	1 309 196
I8	322	7 520	419 469	2 467 886
I9	349	7 470	339 190	1 982 503

Tableau 6.8 Composition de la valeur de la fonction objectif du modèle CP6 résolu de manière non itérative

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement équipements	coût accessibilité blocs
I3	155 544	201 849	-46 305
I4	507 678	706 235	-198 556

Tableau 6.9 Résultats de la résolution du CP6 sans itération en partant de la solution du HeurMP2$_{v1}$

opérations	n^o instance	coût déplacement équipements	coût accessibilité blocs	nb blocs	nb blocs accessibles
Extraction	I3	188 979	-44 888	23	7
	I4	662 014	192 375	78	30
forage	I3	5 624	-674	23	7
	I4	18 928	2 888	78	30
dynamitage	I3	7 246	-744	23	7
	I4	25 293	3 294	78	31

- CP6 résolu par la MIFM

Le modèle CP6 a été résolu par la MIFM, la taille de la fenêtre mobile est de 3 périodes. Cette approche a permis la résolution des instances I3, I4, I6, I8 et I9 avec jusqu'à une moyenne de 210 blocs par itération (voir les tableaux 6.10 et 6.11). Comme le cas du MP5, la durée de résolution et le nombre moyen de blocs par itération sont corrélés positivement (82%, voir le graphe 6.4). Le tableau 6.12 présente la composition de la valeur de la fonction objectif par type d'opération (forage, dynamitage et extraction). La colonne *observations* du tableau 6.10 donne la cause de l'arrêt de la résolution pour les instances qui sont sans solution.

Tableau 6.10 Taille et durée de résolution du modèle CP6 résolu par la MIFM

n^o instance	nb blocs / itération	durée(s) résolution	nb variables / itération	nb contraintes / itération	observations
I3	23	163	2 119	9 822	
I4	62	618	16 148	88 987	
I5	57	5 009	11 881	63 975	irréalisable
I6	147	3 400	62 044	352 646	
I7		41			irréalisable
I8	210	3 798	85 968	489 020	
I9	210	1 943	49 064	269 013	
I10		3 649			limit durée*
I11		4 141			limit durée
I12	195	27 928	83 685	477 474	irréalisable
I13	187	17 399	180 809	1 059 375	irréalisable
I14		6 004			limit durée

* limit durée : arrêt suite à l'atteinte de la limite maximale de la durée de résolution

Tableau 6.11 Composition de la valeur de la fonction objectif du modèle CP6 résolu par la MIFM

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement équipements	coût accessibilité blocs
I3	161 552	201 849	-40 298
I4	453 307	706 510	-253 203
I6	1 340 406	1 969 920	-629 514
I8	1 909 363	2 917 525	-1 008 163
I9	2 279 498	3 231 296	-951 798

Tableau 6.12 Modèle CP6 résolu par la MIFM : Répartition de la valeur de la fonction objectif par type d'opération

opérations	n^o instance	coût déplacement équipements	coût accessibilité blocs	nb blocs	nb blocs accessibles
Extraction	I3	188 979	38 475	23	6
	I4	662 014	243 675	78	38
	I6	1 855 914	609 188	214	95
	I8	2 742 509	974 700	322	152
	I9	3 037 333	916 988	349	143
dynamitage	I3	5 624	866	23	9
	I4	18 976	4 428	78	46
	I6	47 817	9 914	214	103
	I8	83 076	15 400	322	160
	I9	79 265	16 748	349	174
forage	I3	7 247	956	23	9
	I4	25 520	5 100	78	48
	I6	66 189	10 413	214	98
	I8	91 941	18 063	322	170
	I9	114 698	18 063	349	170

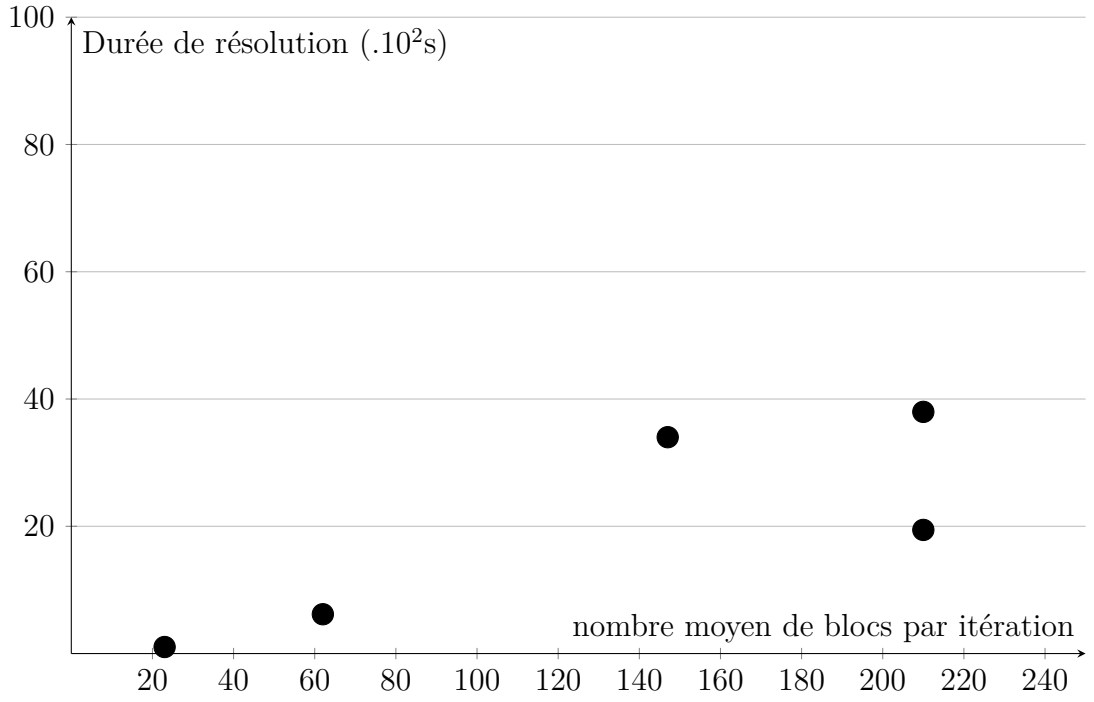


Figure 6.4 Résolution du CP6 par la MIFM, nuage des points du nombre moyen de blocs par itération et de la durée de résolution des instances

En écartant le résultat de l'instance I3 qui semble atypique par rapport aux autres, il est possible de tirer les points clés ci-dessous de cette approche :

Durée de résolution : la durée maximale de résolution est de 1h pour les instances qui sont réalisables. Les instances dont la résolution n'a pas donné de solution sont soit irréalisables, soit l'exécution s'arrête suite à l'atteinte de la limite fixée pour la durée de résolution.

Valeur de la fonction objectif : elle est plus élevée que celle du modèle MP5 d'une moyenne de 10%. Ce qui s'explique par une baisse du nombre blocs accessibles par rapport au modèle MP5. Ceci est probablement dû au manque de flexibilité sur la réalisation du forage.

Accessibilité des blocs : le coût de l'accessibilité des blocs représente en moyenne 33% de la valeur totale de la fonction objectif du CP6 résolu par la MIFM. Cette valeur est de 34% pour l'opération d'extraction, 21% pour celle du dynamitage et en moyenne de 18% pour l'opération de forage. La proportion du nombre de blocs accessibles est en moyenne de 45% pour l'extraction, de 52% pour le dynamitage et de 52% pour le forage.

6.7 Conclusion

Les 2 modèles MP5 et CP6 ont été utilisés pour effectuer l'affectation des équipements de forage et de dynamitage. Tous ont été finalement résolus par la méthode itérative des fenêtres mobiles. Il a été observé une corrélation positive entre le nombre de blocs par itération et la durée globale de la résolution des instances.
Le modèle MP5 a permis de résoudre des instances de taille de 470 blocs. Pour la majorité des instances résolues, la durée de résolution est inférieure à 2h à l'exception de l'instance I8 (322 blocs et 2.58 h).
Le modèle CP6 est aussi résolu avec une durée de résolution de moins de 1h dans le cas des instances qui ont abouti sur des solutions.
Cependant le modèle MP5 est globalement plus rapide pour les instances dont le nombre de blocs par itération est inférieur à 50, cet avantage tourne en faveur du CP6 lorsque ce ratio est supérieur à 55 (voir les figures 6.3 et 6.4). Le modèle MP5 présente une meilleure fonction objectif que le CP6 (voir les graphes des figures 6.5, 6.6 et 6.7).
Le modèle CP6 présente un nombre plus important d'instances irréalisables ou de cas d'un arrêt d'exécution suite à l'atteinte de la limite de la durée de résolution. Ceci peut avoir pour cause le manque de flexibilité engendré par l'impossibilité de réaliser l'opération de forage sur 2 périodes consécutives. Cette impossibilité est une hypothèse adoptée pour permettre

une rapide utilisation de la modélisation par le CP dans le présent contexte.
La proportion des blocs accessibles pour les opérations est en moyenne de 50% pour le CP6 et de 56% pour le MP5. Ces valeurs peuvent sembler faibles dans un cadre de pratique minière.

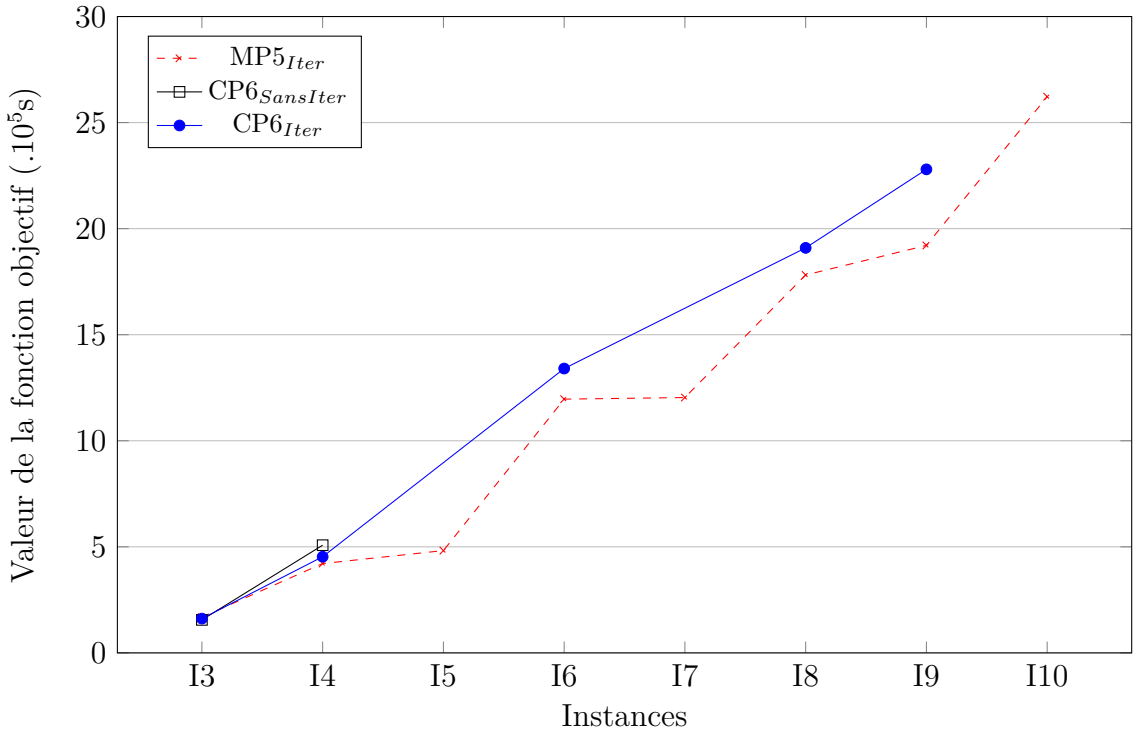


Figure 6.5 Valeur de la fonction objectif par instance résolue

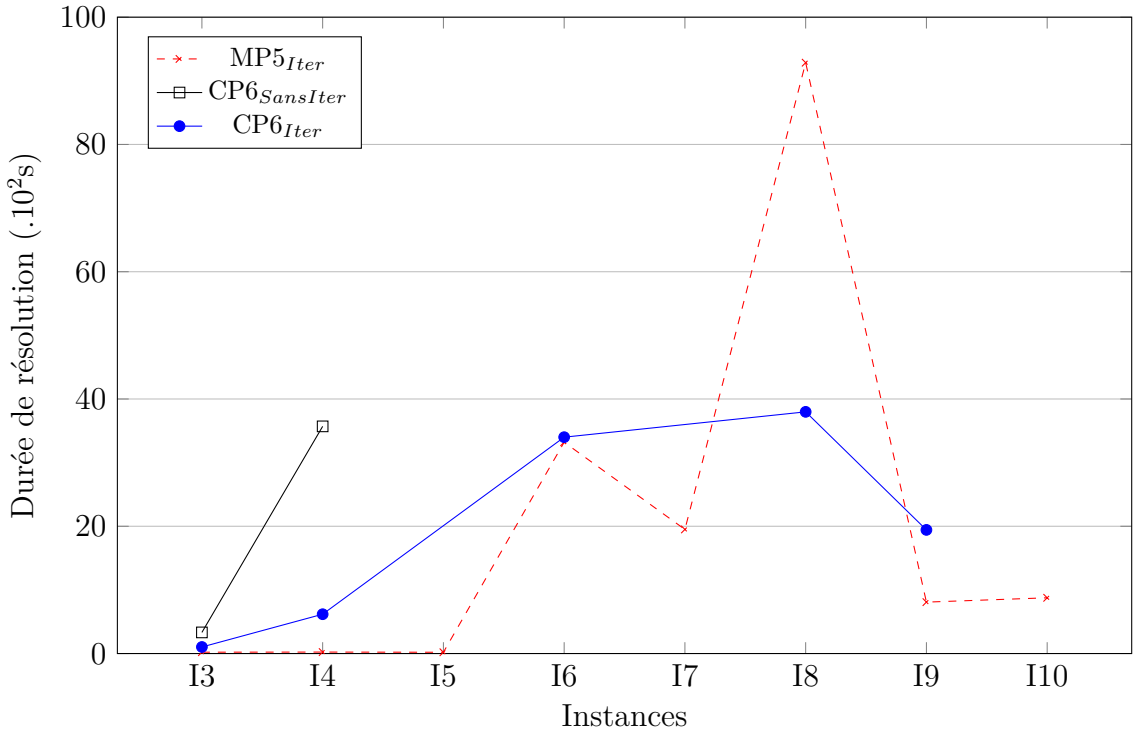


Figure 6.6 Durée de résolution des instances

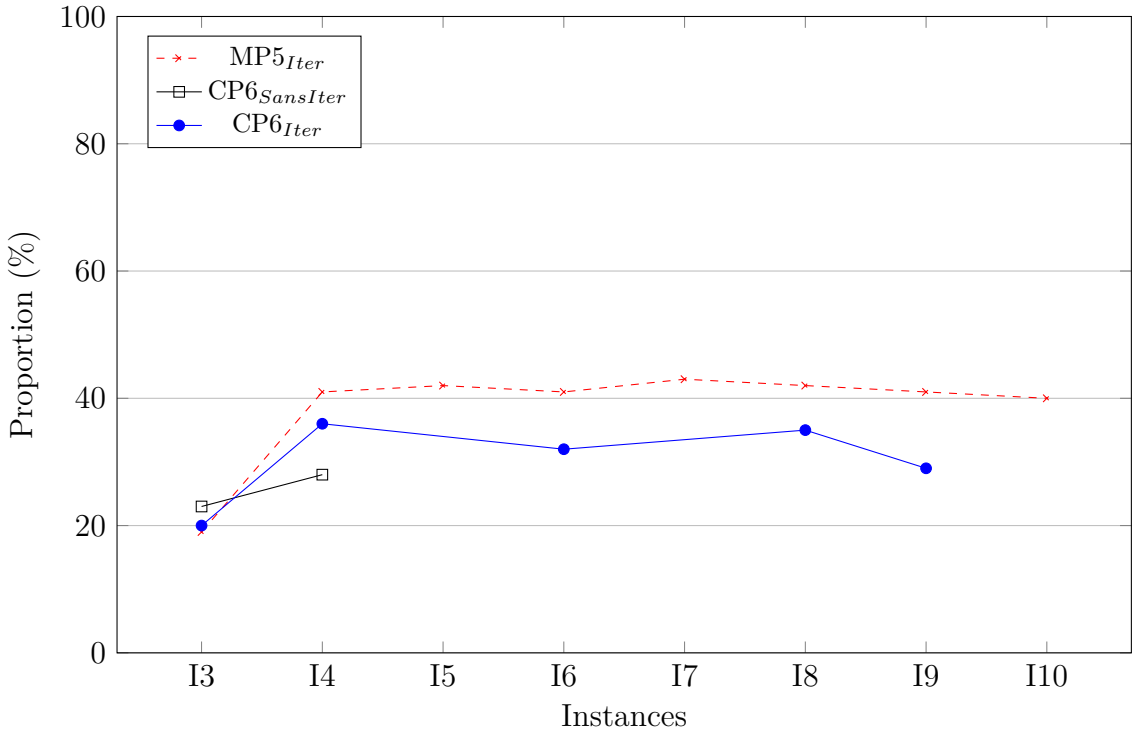


Figure 6.7 Proportion du coût de l'accessibilité dans la valeur de la fonction objectif

CHAPITRE 7 CONCLUSION

L'objectif de cette recherche était de proposer une nouvelle approche de résolution du problème d'optimisation de la planification minière à moyen terme des mines à ciel ouvert dans des conditions les plus proches possibles des pratiques du métier de l'exploitation minière et avec une durée d'exécution raisonnable (5h à 10h). Il a été possible de proposer une heuristique qui consiste à décomposer le problème initial en sous-problèmes qui soient proches des problèmes classiques de la littérature.

Les durées de résolution des instances testées sont résumées dans le tableau 7.1. La signification des colonnes est la suivante :

- nb blocs après Ph1 : le nombre de bloc restants du modèle de blocs après l'ordonnancement de la phase I ;
- nb total équipements : le nombre d'équipements chargés de la réalisation des opérations de forage, de dynamitage et d'extraction (généralement avec une répartition de 1/3 par opération) ;
- durée totale version 1 : il s'agit de la durée qui englobe les durées de résolution des phase I, phase II (construction par le modèle CP4 et amélioration avec le MP3) et phase III (le modèle MP5) ;
- durée totale version 2 : il s'agit de la durée qui englobe les durées de résolution des phase I, phase II (construction par le modèle CP4 et amélioration avec le MP3) et de la phase III (le modèle CP6).

L'expression « NaN » dans la cellule d'un tableau signifie que la valeur n'est pas disponible. Sur les tableaux 7.2 et 7.3, la ligne « moyenne » donne la moyenne des valeurs par colonnes, la ligne « moyenne r » donne la moyenne des valeurs par colonnes en écartant les valeurs atypiques.

Pour les modèles de blocs de moins de 500 blocs, il apparait possible de réaliser l'ensemble de la planification en moins de 10h. Pour ceux qui comptent moins de 400 blocs, la planification peut se faire en moins de 4h.

Le nombre de blocs initial n'est pas le seul critère qui influe sur la durée de résolution. En effet, le nombre de blocs par itération a une grande influence sur la durée de résolution. La répartition de la durée de résolution globale est la suivante :

- Pour les cas où la durée de résolution de MP3 est limité à 2h par itération : les tableaux 7.2 et 7.3 donnent la répartition des durées en fonction des phases de la résolution. La phase II représente plus de 59% de la durée totale de résolution, suivie par la phase III avec plus de 16% ;

— Pour les cas où la durée de résolution de MP3 est limité à 10min par itération : les tableaux E.2 et E.3 donnent la répartition des durées en fonction des phases de la résolution. La phase II représente plus de 53% de la durée totale de résolution, suivie par la phase III avec plus de 22%.

La problématique de l'accessibilité des blocs pour la réalisation des opérations a été aussi au centre de cette démarche de résolution. Les tests réalisés ont donné un taux moyen de blocs accessibles égal à 53% par type d'opération. Ce résultat a été obtenu avec les paramètres $(\lambda_i^o)_{i\in\mathcal{B},\ o\in\mathcal{O}}$ utilisés pour pondérer le terme de l'accessibilité dans la fonction objectif des modèles mathématiques.

Tableau 7.1 Résumé des durées de résolution des instances lorsque la durée de résolution du MP3 est limitée à 2h par itération

Instances	n^o	nb blocs initiale	nb blocs après Ph1	nb total équipements	durée totale version1	durée totale version2
N3P3E2	I1	NaN	NaN	6	NaN	NaN
N4P3E3	I2	46	25	9	NaN	NaN
N4P4E2	I3	46	27	6	0,01	0,03
N6P5E4	I4	148	94	12	0,75	0,91
N6P8E4	I5	148	103	13	0,26	NaN
N8P8E5	I6	346	238	15	2,18	2,20
N8P10E5	I7	346	249	15	2,51	NaN
N9P10E5	I8	491	354	15	9,02	7,50
N9P15E5	I9	491	372	15	3,56	3,88
N10P25E5	I10	672	489	15	15,50	NaN

Tableau 7.2 Version 1 (MP5) : Répartition de la durée totale de résolution par phase

Instances	No	Phase I	Phase II	Phase III
N3P3E2	I1	NaN	NaN	NaN
N4P3E3	I2	NaN	NaN	NaN
N4P4E2	I3	31,99	10,98	57,03
N6P5E4	I4	1,51	97,64	0,85
N6P8E4	I5	83,08	14,83	2,09
N8P8E5	I6	4,60	53,13	42,28
N8P10E5	I7	2,90	75,51	21,59
N9P10E5	I8	3,45	68	29
N9P15E5	I9	5	89	6
N10P25E5	I10	2,02	96,41	1,57
moyenne		16,79	63,17	20,04
moyenne r		3,21	79,93	16,86

7.1 Synthèse des travaux

La première étape des travaux a consisté à modéliser le problème de l'optimisation de la planification minière à court terme des mines à ciel ouvert avec la prise en compte :

- Des équipements pour les opérations de forage, dynamitage et d'extraction avec leur capacité, leur vitesse de déplacement et leur disponibilité sur les périodes ;
- Modélisation multi-périodes ;
- Accessibilité des blocs par les faces ;
- Modélisation du type *flow-shop* hybride pour améliorer la précision et l'exactitude de la précédences des tâches.

Le programme linéaire mixte MP0 est le modèle global qui décrit le problème initial dans toute sa complexité en prenant en compte les hypothèses énoncées à la section 1.3. MP0 est très combinatoire, il est impossible de le résoudre d'un tenant ou de manière itérative. Cela a conduit à la décomposition de sa résolution en 3 phases :

- La phase I permet d'ordonnancer les blocs dans les périodes tout en valorisant l'accessibilité des blocs par des faces ; ce problème est proche des problèmes ordonnancement utilisés pour l'optimisation de la planification minière à moyen terme avec allocation d'équipements ;
- La phase II permet d'affecter les pelles aux blocs et de trouver les tournées des pelles pour l'extraction. La première partie de cette phase est un problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps et des contraintes de ressources. Dans la seconde partie, une amélioration de la solution trouvée précédemment est recherchée à l'aide de la résolution du modèle MP3 (qui permettrait l'extraction de certains blocs dans des périodes autres que celles trouvées lors de la phase I) ;
- La phase III consiste à affecter les équipements de forage et de dynamitage en partant de l'ordonnancement des blocs effectué lors de la phase I et de l'affectation des pelles réalisée lors de la phase II ;
- La modélisation par la programmation par contraintes a été testée lors des phases II (CP4) et III (CP6) avec des résultats probants pour le cas de la phase II. Le CP a montré sa capacité à résoudre des modèles avec un très grand nombre de contraintes (plus de 2 millions) et à trouver rapidement des solutions. Par contre, pour la phase III, les résultats du modèle MP5 ont été meilleurs que ceux du CP6.

Tableau 7.3 Version 2 (CP6) : Répartition de la durée totale de résolution par phase

Instances	No	Phase I	Phase II	Phase III
N3P3E2	I1	NaN	NaN	NaN
N4P3E3	I2	NaN	NaN	NaN
N4P4E2	I3	9,81	3,37	86,83
N6P5E4	I4	1,24	79,93	18,83
N6P8E4	I5	NaN	NaN	NaN
N8P8E5	I6	4,55	52,60	42,85
N8P10E5	I7	NaN	NaN	NaN
N9P10E5	I8	4,15	81,79	14,07
N9P15E5	I9	4,41	81,66	13,92
N10P25E5	I10	NaN	NaN	NaN
moyenne		4,83	59,87	35,30
moyenne r		3,59	74,00	22,42

7.2 Limitations de la solution proposée

La première limitation est la difficulté à mesurer la qualité de la solution globale à cause de la taille du modèle de base MP0.
Ensuite, pour modéliser la phase I, il a fallu estimer les valeurs suivantes :

— La capacité moyenne des pelles, la durées moyenne d'installation des pelles par bloc ;
— La durée de réalisation des opérations de forage et de dynamitage sur chaque bloc ;
— Les paramètres qui ont permis de valoriser l'accessibilité des blocs.

Dans cette étude, ce sont les moyennes qui ont été considérées, cependant, cela est équivalent au choix d'un délai approximatif dans la précédence de certaines tâches. Une autre hypothèse limitative pour les phases I et II est le fait d'affecter les durées de réalisation des opérations de forage et de dynamitage à la première d'extraction de chaque bloc lorsque l'ordonnancement des blocs effectué est du type flow-shop.
Les tests ont été réalisés avec des données artificielles, il peut-être intéressant de réévaluer ce travail avec des données de mines réelles.

7.3 Améliorations futures

Cette recherche ouvre la voie à plusieurs opportunités d'amélioration sur les plans théorique et pratique. La résolution du modèle de la phase I par les approches du type ordonnancement des blocs en puisant dans la bibliographie :

— Les approches de résolution testées par Bienstock *et al.* [18], Brika *et al.* [19] ;
— Le séquençage des blocs dans les planifications à court terme avec allocation des pelles

(Upadhyay *et al.* [68], Matamoros *et al.* [42]).

Il sera important de développer des approches de résolution stochastique afin de tenir compte de l'incertitude des :

— Données géologiques lors la phase I ;
— Performances individuelle des équipements utilisées lors de la phase III ;
— Capacités estimées des pelles lors de la phase I ;
— Durées estimées des opérations de forage, de dynamitage et d'extraction lors des phases I et II.

Il sera tout aussi pertinent de faire varier les paramètres qui ont permis de valoriser l'accessibilité des blocs dans la fonction objectif pour évaluer l'impact sur le taux de nombre de blocs accessibles par type d'opération. Pour des mines avec des niveaux de production modeste par période et dans lesquelles il n'existe pas de nouveau banc à ouvrir, il peut être possible de contraindre l'accessibilité de chaque bloc avant son exploitation.

Cette étude peut-être élargie pour intégrer les rampes d'accès et les piles de stockage pour une plus grande conformité avec la pratique minière.

Il est possible de tenter d'améliorer la modélisation par la programmation par contraintes avec les 3 opérations en y intégrant plus de flexibilité dans la réalisation de l'opération de forage.

RÉFÉRENCES

[1] C. S. des minéraux et des métaux, *Guide sur l'exploration et l'exploitation minières pour les communautés autochtones*, Ressources naturelles Canada. Secteur des minéraux et des métaux, 2013. [En ligne]. Disponible : http://publications.gc.ca/pub?id=9.640938&sl=1

[2] A. M. Newman, E. Rubio, R. Caro, A. Weintraub et K. Eurek, "A review of operations research in mine planning," *Interfaces*, vol. 40, n°. 3, p. 222–245, may 2010. [En ligne]. Disponible : http://dx.doi.org/10.1287/inte.1090.0492

[3] M.Kamulete, *Cours d'exploitation des mines à ciel ouvert*, Université de Lubumbashi,Faculté polytechnique département des mines, 2008.

[4] A. Coquard, "Exposition aux poussières provenant d'une mine à ciel ouvert : éevaluation des risques et biodisponibiltité des métaux," dans *The Oxford Handbook of Innovation*, C. universitaire de formation en environnement et développement durable CUFE – Essais, édit. Université de Sherbrooke, 2012.

[5] G. L'Heureux, M. Gamache et F. Soumis, "Mixed integer programming model for short term planning in open-pit mines," *Mining Technology*, vol. 122, n°. 2, p. 101–109, 2011. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1179/1743286313Y.0000000037

[6] R. Chicoisne, D. Espinoza, M. Goycoolea, E. Moreno et E. Rubio, "A new algorithm for the open-pit mine production scheduling problem," *Operations Research*, vol. 60, n°. 3, p. 517–528, 2012. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1287/opre.1120.1050

[7] S. J. W. Martin L. Smith, "Medium-term production scheduling of the lumwana mining complex," *Interfaces*, vol. 44, n°. 2, p. 176–194, 2014. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1287/inte.2014.0737

[8] M. Orliac, "Dosages d'éléments chimiques dispersés dans les minerais. application à la recherche de leurs supports minéralogiques," 1949. [En ligne]. Disponible : https://www.persee.fr/doc/bulmi_0037-9328_1949_num_72_1_4655

[9] D. Marcotte, *GLQ3401 (Géologie minière)*, École Polytechnique de Montréal, 2900 Boulevard Edouard-Montpetit, Montréal, QC H3T 1J4, 2017.

[10] J. Fleurisson et M. Grenon, "Conception géomécanique de talus de mines à ciel ouvert," 04 2014.

[11] D. S. Hochbaum et A. Chen, "Performance analysis and best implementations of old and new algorithms for the open-pit mining problem," *Operations Research*, vol. 48, p. 894–914, 2000.

[12] H. Lerchs et I. F. Grossman, “Optimum design of open pit mines,” *Canad. Inst. Mining Bull.*, vol. 58, p. 47–54, 1965.

[13] J.-C. Picard, “Maximal closure of a graph and applications to combinatorial problems,” *Management Science*, vol. 22, n°. 11, p. 1268–1272, 1976. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1287/mnsc.22.11.1268

[14] A. Genevieve, “Étude et programmation de l’algorithme du flot maximum appliqué aux problèmes de contours ultimes dans une mine à ciel ouvert.”

[15] J. C. Denis Marcotte, “Ultimate open pit stochastic optimization,” *Computers & Geosciences*, vol. 51, p. 238 – 246, 2013.

[16] X. Bai, D. Marcotte, M. Gamache, D. Gregory et A. Lapworth, “Automatic generation of feasible mining pushbacks for open pit strategic planning,” *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, vol. 118, p. 514 – 530, 05 2018. [En ligne]. Disponible : http://www.scielo.org.za/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2225-62532018000500011&nrm=iso

[17] M.Osanloo, J.Gholamnejad et B.Karimi, “Long-term open pit mine production planning : a review of models and algorithms,” *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, vol. 22, n°. 1, p. 3–35, 2008. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1080/17480930601118947

[18] D. Bienstock et M. Zuckerberg, “Solving lp relaxations of large-scale precedence constrained problems,” p. 1–14, 2010.

[19] M. Gamache, Z. Brika et R. Dimitrakopoulos, “Multi-product mine scheduling optimization under multi-element geological uncertainty,” 2018.

[20] M. Gamache, Z. Brika et R. G. Dimitrakopoulos, “Solving the mixed-integer linear programming problem for mine production scheduling with stockpiling under multi-element geological uncertainty,” 2019.

[21] C. Cullenbine, R. K. Wood et A. Newman, “A sliding time window heuristic for open pit mine block sequencing,” *Optimization Letters*, vol. 5, n°. 3, p. 365–377, Aug 2011. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1007/s11590-011-0306-2

[22] S.Chatterjee et R.Dimitrakopoulos, “Production scheduling under uncertainty for an open pit mine using lagrangian relaxation and branch-and-cut algorithm,” *Les Cahiers Du GERAD*, p. 1–14, 2014.

[23] M. Samavati, D. Essam, M. Nehring et R. Sarker, “A methodology for the large-scale multi-period precedence-constrained knapsack problem : an application in the mining industry,” *International Journal of Production Economics*, vol. 193, p. 12

– 20, 2017. [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527317301986

[24] M. Gershon, “Heuristic approaches for mine planning and production scheduling,” *International Journal of Mining and Geological Engineering*, vol. 5, n°. 1, p. 1–13, Mar 1987. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1007/BF01553529

[25] A. Lamghari et R. Dimitrakopoulos, “A diversified tabu search approach for the open-pit mine production scheduling problem with metal uncertainty,” *European Journal of Operational Research*, vol. 222, n°. 3, p. 642 – 652, 2012. [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221712003876

[26] P. Hansen et N. Mladenović, “Variable neighborhood search : Principles and applications,” *European Journal of Operational Research*, vol. 130, n°. 3, p. 449 – 467, 2001. [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221700001004

[27] A. Lamghari, R. Dimitrakopoulos et J. A. Ferland, “A variable neighbourhood descent algorithm for the open-pit mine production scheduling problem with metal uncertainty,” *Journal of the Operational Research Society*, vol. 65, n°. 9, p. 1305–1314, 2014. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1057/jors.2013.81

[28] J. Amaya, D. Espinoza, M. Goycoolea, E. Moreno, T. Prevost et E. Rubio, “A scalable approach to optimal block scheduling,” *Proceedings of APCOM*, p. 567–575, 2009.

[29] L. Caccetta et S. P. Hill, “An application of branch and cut to open pit mine scheduling,” *Journal of Global Optimization*, vol. 27, n°. 2, p. 349–365, Nov 2003. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1023/A:1024835022186

[30] A. Bley, N. Boland, C. Fricke et G. Froyland, “A strengthened formulation and cutting planes for the open pit mine production scheduling problem,” *Computers - Operations Research*, vol. 37, n°. 9, p. 1641 – 1647, 2010. [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054809003335

[31] A. Andrade, M. Santoro et G. d. Tomi, “Mathematical model and supporting algorithm to aid the sequencing and scheduling of mining with loading equipment allocation,” *Rem : Revista Escola de Minas*, vol. 67, p. 379 – 387, 12 2014. [En ligne]. Disponible : http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0370-44672014000400005&nrm=iso

[32] M. Blom, A. R. Pearce et P. J. Stuckey, “Short-term planning for open pit mines : a review,” *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, vol. 33, n°. 5, p. 318–339, 2019. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1080/17480930.2018.1448248

[33] P. H. A. Campos, I. E. Cabral, C. E. A. Ortiz et N. Morales, “Comparison between the application of the conventional mine planning and of the direct block scheduling on an open pit mine project,” *REM - International Engineering Journal*, vol. 71, p. 269 – 274, 04 2018. [En ligne]. Disponible : http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-167X2018000200269&nrm=iso

[34] *A pratical short-term production scheduling model for open-pit mines*, vol. 1. SGEM Scientific GeoConference, 2008.

[35] Q. Hu, W. Wei et S. Fang, “Short-term production scheduling for open pit mines by pert network with resource constraints,” dans *MINE PLANNING AND EQUIPMENT SELECTION 1995*, R. Singhal, A. Mehrotra, J. Hadjigeorgiou et R. Poulin, édit. PO BOX 1675, 3000 BR ROTTERDAM, NETHERLANDS : A A BALKEMA, 1995, Proceedings Paper, p. 103–108, 4th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection, CALGARY, CANADA, OCT 31-NOV 03, 1995.

[36] H. Eivazy et H. Askari-Nasab, “A mixed integer linear programming model for short-term open pit mine production scheduling,” *Mining Technology*, vol. 121, n°. 2, p. 97–108, 2012. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1179/1743286312Y.0000000006

[37] A. Mousavi, E. Kozan et S. Q. Liu, “Open-pit block sequencing optimization : A mathematical model and solution technique,” *Engineering Optimization*, vol. 48, n°. 11, p. 1932–1950, 2016. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1080/0305215X.2016.1142080

[38] P. Shaw, “Using constraint programming and local search methods to solve vehicle routing problems,” dans *Principles and Practice of Constraint Programming — CP98*, M. Maher et J.-F. Puget, édit. Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 1998, p. 417–431.

[39] P. Dowd et M. Kumral, “Short-term mine production scheduling for industrial minerals using multi-objective simulated annealing,” *APPLICATION OF COMPUTERS AND OPERATIONS RESEARCH IN THE MINERAL INDUSTRY, PROCEEDINGS*, n°. 1, p. 731–741, 2002.

[40] M. M. Fioroni, L. A. G. Franzese, T. J. Bianchi, L. Ezawa, L. R.Pinto et G. de Miranda, “Concurrent simulation and optimization models for mining planning,” dans *2008 Winter Simulation Conference*, Dec 2008, p. 759–767.

[41] E. Kozan et S. Q. Liu, “A new open-pit multi-stage mine production timetabling model for drilling, blasting and excavating operations,” *Mining Technology*, vol. 125, n°. 1, p. 47–53, 2016. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1179/1743286315Y.0000000031

[42] M. E. V. Matamoros et R. Dimitrakopoulos, “Stochastic short-term mine production schedule accounting for fleet allocation, operational considerations and blending restrictions,” *European Journal of Operational Research*, vol. 255, n°. 3, p. 911 – 921, 2016. [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221716303873

[43] S. P. Upadhyay et H. Askari-Nasab, “Simulation and optimization approach for uncertainty-based short-term planning in open pit mines,” *International Journal of Mining Science and Technology*, vol. 28, n°. 2, p. 153 – 166, 2018. [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2095268617308558

[44] N. F.Manriquez, H.Gonzalez, “Short-term open-pit mine production scheduling with hierarchical objectives,” n°. 1, p. 1–22, 2019.

[45] C. Mueller, W. Assibey-Bonsu, E. Baafi, C. Dauber, C. Doran, M. Jaszczuk et O. Nagovitsyn, *Mining goes Digital : Proceedings of the 39th International Symposium ’Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry’ (APCOM 2019), June 4-6, 2019, Wroclaw, Poland*. CRC Press, 2019. [En ligne]. Disponible : https://books.google.ca/books?id=rqWaDwAAQBAJ

[46] N. Lipovetzky, C. N. Burt, A. R. Pearce et P. J. Stuckey, “Planning for mining operations with time and resource constraints,” dans *Proceedings of the Twenty-Fourth International Conferenc on International Conference on Automated Planning and Scheduling*, ser. ICAPS’14. AAAI Press, 2014, p. 404–412. [En ligne]. Disponible : http://dl.acm.org/citation.cfm?id=3038794.3038846

[47] C. N. Burt, N. Lipovetzky, A. R. Pearce et P. J. Stuckey, “Scheduling with fixed maintenance, shared resources and nonlinear feedrate constraints : A mine planning case study,” dans *Integration of AI and OR Techniques in Constraint Programming*, L. Michel, édit. Cham : Springer International Publishing, 2015, p. 91–107.

[48] S. Alarie et M. Gamache, “Overview of solution strategies used in truck dispatching systems for open pit mines,” *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, vol. 16, n°. 1, p. 59–76, 2002. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1076/ijsm.16.1.59.3408

[49] A. M. Afrapoli et H. Askari-Nasab, “Mining fleet management systems : a review of models and algorithms,” *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, vol. 33, n°. 1, p. 42–60, 2019. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1080/17480930.2017.1336607

[50] L. Zhang et X. Xia, “An integer programming approach for truck-shovel dispatching problem in open-pit mines,” *Energy Procedia*, vol. 75, p. 1779 – 1784, 2015,

clean, Efficient and Affordable Energy for a Sustainable Future : The 7th International Conference on Applied Energy (ICAE2015). [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1876610215012370

[51] M. Souza, I. Coelho, S. Ribas, H. Santos et L. Merschmann, "A hybrid heuristic algorithm for the open-pit-mining operational planning problem," *European Journal of Operational Research*, vol. 207, n°. 2, p. 1041 – 1051, 2010. [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221710003875

[52] P. Hansen, N. Mladenović et J. A. Moreno Pérez, "Variable neighborhood search," *European Journal of Operational Research*, vol. 191, n°. 3, p. 593–595, janv. 2008.

[53] M. Nehring, E. Topal et P. Knights, "Dynamic short term production scheduling and machine allocation in underground mining using mathematical programming," *Mining Technology*, vol. 119, n°. 4, p. 212–220, 2010. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1179/1743286310Y.0000000001

[54] M. Gamache, R. Grimard et P. Cohen, "A shortest-path algorithm for solving the fleet management problem in underground mines," *European Journal of Operational Research*, vol. 166, n°. 2, p. 497 – 506, 2005. [En ligne]. Disponible : http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722170400222X

[55] M. Beaulieu et M. Gamache, "An enumeration algorithm for solving the fleet management problem in underground mines," *Comput. Oper. Res.*, vol. 33, n°. 6, p. 1606–1624, juin 2006. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1016/j.cor.2004.11.016

[56] M. Astrand, M. Johansson et A. Zanarini, "Fleet scheduling in underground mines using constraint programming," dans *15th International Conference on Integration of Constraint Programming, Artificial Intelligence, and Operations Research, CPAIOR 2018 :*, ser. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), vol. 10848, n°. 10848, 2018, p. 605–613, qC 20181105.

[57] M. Schulze, J. Rieck, C. Seifi et J. Zimmermann, "Machine scheduling in underground mining : an application in the potash industry," *OR Spectrum*, vol. 38, n°. 2, p. 365–403, Mar 2016. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1007/s00291-015-0414-y

[58] J. J. Kanet, S. L. Ahire et M. F. Gorman, "Constraint programming for scheduling," 2004.

[59] P. Baptiste, C. Pape et W. Nuijten, *Constraint-Based Scheduling : Applying Constraint Programming to Scheduling Problems*, 01 2001, vol. 39.

[60] A. Malapert, "Techniques d'ordonnancement d'atelier et de fournées basées sur la programmation par contraintes," Thèse de doctorat, 2011.

[61] P. Laborie, J. Rogerie, P. Shaw et P. Vilim, “Ibm ilog cp optimizer for scheduling,” *Constraints*, vol. 23, n°. 2, p. 210–250, apr 2018. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1007/s10601-018-9281-x

[62] M. Gamache et L.-P. Campeau, “Short- and medium-term optimization of underground mine planning using constraints programming,” 2018.

[63] M. Astrand, M. Johansson et J. Greberg, “Underground mine scheduling modelled as a flow shop : a review of relevant work and future challenges,” *The Southern African Journal of Mining and Metallurgy*, vol. 118, n°. 12, p. 1265–1276, 2018, qC 20190108.

[64] O. Liess et P. Michelon, “A constraint programming approach for the resource-constrained project scheduling problem,” *Annals of Operations Research*, vol. 157, p. 25–36, 2007.

[65] M. Masoud, E. Kozan, G. Kent et S. Q. Liu, “A new constraint programming approach for optimising a coal rail system,” *Optimization Letters*, vol. 11, n°. 4, p. 725–738, Apr 2017. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1007/s11590-016-1041-5

[66] S. Q. Liu, E. Kozan et R. Wolff, “A short-term production scheduling methodology for open-pit mines,” dans *International Symposium on the 36th Applications of Computers and Operations Research in the Mineral Industry (36th APCOM)*, J. Costa, édit. Brazil : Fundaco Luiz Englert, November 2013, p. 465–469. [En ligne]. Disponible : https://eprints.qut.edu.au/67057/

[67] M. Quigley et R. Dimitrakopoulos, “Incorporating geological and equipment performance uncertainty while optimising short-term mine production schedules,” *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, vol. 0, n°. 0, p. 1–22, 2019. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1080/17480930.2019.1658923

[68] S. P. Upadhyay et H. Askari-Nasab, “Dynamic shovel allocation approach to short-term production planning in open-pit mines,” *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, vol. 33, n°. 1, p. 1–20, 2019. [En ligne]. Disponible : https://doi.org/10.1080/17480930.2017.1315524

ANNEXE A MODÉLISATIONS DU PROBLÈME DE BASE

A.1 Modèle de base MP0 simplifiée

A.1.1 Indices

La liste des indices :

i, j : Index des blocs

s : Bloc artificiel qui représente le dépôt de départ des équipements

d : Bloc artificiel qui représente le dépôt de destination des équipements

o : Index des opérations

e : Identifiant pour un équipement

t : Index des périodes

φ : Identifiant des faces

k : Identifiant des caractéristiques physico-chimique

A.1.2 Ensembles

Présentation de la liste des ensembles :

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs pour lesquels φ constitue une face

$\mathcal{A}_{d_o}$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc i est visité juste avant le bloc j pour l'opération o

$\mathcal{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j doit être extrait avant l'accès au bloc i

$\mathcal{G}_{d_o}$ $=(\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_o})$: Graphe des déplacements possibles pour l'opération o

$\mathcal{G}_p$ $=(\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathcal{A}_{d_o}^{-i}$: Ensemble des blocs prédécesseurs du bloc i dans le graphe $\mathcal{G}_{d_o}$

$\mathcal{A}_{d_o}^{i+}$: Ensemble des blocs successeurs du bloc i dans le graphe $\mathcal{G}_{d_o}$

$\mathcal{E}_o$: Ensemble des équipements pouvant effectuer l'opération o

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i où $i \in \mathcal{B}$

$\mathcal{K}$: Ensemble des éléments physico-chimiques

$\mathcal{O} = \{1, 2, 3\}$: Ensemble des opérations où 1 := forage, 2 := dynamitage, 3 := extraction

$\mathscr{T}_i^o$: représente l'ensemble des périodes potentielles de réalisation de l'opération o sur le bloc i

$\mathcal{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face φ

A.1.3 Paramètres

Liste des paramètres :

α_{oe}^{t} : Charge minimale de travail à effectuer par e ($e \in \mathcal{E}_o$) dans la période t

β_{e}^{o} : Coût horaire de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

λ_{i}^{o} : Gain de coût engendré par l'accessibilité du bloc i pour l'opération o

C_{e}^{o} : Capacité de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

D_{e}^{ot} : Disponibilité (%) de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur la période t

Δ_{ij} : Distance (km) entre les blocs i et j

H : Durée d'une période (en heures)

I_{ie}^{o} : Durée (heures) d'installation de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur le bloc i

M_i : Métal contenu dans le bloc i (en tonnes)

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

N_F^i : Nombre de faces du bloc i

T_o : Nombre maximal de périodes de réalisation de l'opération o sur tout bloc

T : Nombre de périodes dans l'horizon de la planification

γ_o : Charge minimale à effectuer sur un bloc dans une période lorsque l'opération o a lieu sur ce bloc

Q_i^k : Quantité de l'élément physico-chimique k dans le bloc i (en tonnes)

U_i^o : Charge du bloc i en unités de l'opération o

$\overline{M_t}$: Quantité maximale de métal à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{M_t}$: Quantité minimale de métal à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{O_t}$: Quantité maximale de minerai à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{O_t}$: Quantité minimale de minerai à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{P_t}$: Quantité maximale de brut à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{P_t}$: Quantité minimale de brut à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{Q_k^t}$: Quantité maximale admissible de l'élément physico-chimique k à la période t (en tonnes)

$\underline{Q_k^t}$: Quantité minimale admissible de l'élément physico-chimique k à la période t (en tonnes)

V_{ij}^{oe} : Vitesse (km/h) de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) lors de son déplacement de i vers j

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est du minerai} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

A.1.4 Description des variables de décision

$$a_i^o = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'opération } o \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$r_\varphi^{io} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'opération } o \text{ n'est pas achevée sur } \varphi \text{ lorsqu'elle a débuté sur le bloc } i \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'opération } o \text{ a lieu (achevée ou pas) sur le bloc } i \text{ durant la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$x_{ie}^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'équipement } e(\in \mathcal{E}_o) \text{ est affecté au bloc } i \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$z_{ije}^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'équipement } e(\in \mathcal{E}_o) \text{ quitte le bloc } i \text{ pour } j \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_i^o \geq 0$: Moment de fin de l'opération o sur le bloc i

$g_\varphi^o \geq 0$: Moment de fin de l'opération o sur la face φ

$u_{ie}^{ot} \geq 0$: Quantité produite par l'équipement e sur le bloc i dans la période t

A.1.5 Fonction objectif

$$\min \sum_{o \in \mathcal{O}} \Big(- \sum_{i \in \mathcal{B}} \lambda_i^o a_i^o + \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \beta_e^o \sum_{(j,i) \in \mathcal{A}_{d_o}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o) z_{jie}^{oT} \Big) \tag{A.1}$$

A.1.6 Contraintes

- Précédences temporelles des variables

$$z_{ije}^{ot} \leq z_{ije}^{o(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.2}$$

$$x_{ie}^{ot} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} z_{jie}^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.3}$$

- Production, affectation et période

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} u_{ie}^{ot} \geq \alpha_{oe}^{t} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall t = 1, ..., T \tag{A.4}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{oT} \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.5}$$

$$f_i^o \geq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \left(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o) z_{jie}^{ot} \right) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ t = 1 \tag{A.6}$$

$$f_i^o \geq (t-1) H y_i^{ot} + \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \left(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o)(z_{jie}^{ot} - z_{jie}^{o(t-1)}) \right)$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 2, ..., T \tag{A.7}$$

$$f_i^o \leq t H y_i^{ot} + H y_i^{o(t+1)} + T H (1 - y_i^{ot})$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T-1 \tag{A.8}$$

$$y_i^{ot} + y_i^{o(t+T_o)} \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T - T_o \tag{A.9}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \leq U_i^o y_i^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.10}$$

$$\gamma_o y_i^{ot} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.11}$$

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \leq U_i^o \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{A.12}$$

$$y_i^{ot} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{ot} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T \tag{A.13}$$

$$U_i^o \sum_{e\in\mathcal{E}_o} \sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{i+}\setminus\{d\}} z_{ije}^{ot} \leq \sum_{t'=1}^{t} \sum_{e\in\mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot'} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1,...,T \tag{A.14}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}} \sum_{e\in\mathcal{E}_o} z_{jie}^{ot} \leq y_i^{ot} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ t = 1 \tag{A.15}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}} \sum_{e\in\mathcal{E}_o} (z_{jie}^{ot} - z_{jie}^{o(t-1)}) \leq y_i^{ot} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 2,...,T \tag{A.16}$$

- Succession des opérations sur un bloc

$$f_i^o \geq f_i^{(o-1)} + \sum_{e\in\mathcal{E}_o} \left(I_{ie}^o + \frac{U_i^o}{C_e^o}\right) x_{ie}^{oT} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s\};\ \forall o \in \{2,3\} \tag{A.17}$$

$$TH(1 - y_i^{(o-1)t}) + TH(1 - y_i^{ot}) + tHy_i^{ot} \geq f_i^{(o-1)} + \sum_{e\in\mathcal{E}_o} \left(I_{ie}^o x_{ie}^{oT} + \frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}\right)$$
$$\forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o \in \{2,3\};\ \forall t = 1,...,T \tag{A.18}$$

$$x_{ie}^{ot} \leq \sum_{e'\in\mathcal{E}_{(o-1)}} x_{ie'}^{(o-1)t} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall o \in \{2,3\};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall t = 1,...,T \tag{A.19}$$

$$y_i^{2t} \leq y_i^{1t} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t = 1,...,T \tag{A.20}$$

$$y_i^{1t} \leq y_i^{2t} + y_i^{2(t+1)} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t = 1,...,T-1 \tag{A.21}$$

$$y_i^{2t} \leq y_i^{3t} + y_i^{3(t+1)} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t = 1,...,T-1 \tag{A.22}$$

$$y_i^{3(t+1)} \leq y_i^{2(t+1)} + y_i^{2t} + y_i^{3t} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t = 1,...,T-1 \tag{A.23}$$

- Précédence verticale

$$f_i^1 \geq f_j^3 + \sum_{e\in\mathcal{E}_1} (I_{ie}^1 + \frac{U_i^1}{C_e^1}) x_{ie}^{1T} \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{A.24}$$

$$tHy_i^{1t} + TH(1 - y_i^{1t}) + TH(1 - y_j^{3t}) \geq f_j^3 + \sum_{e\in\mathcal{E}_1} \left(I_{ie}^1 x_{ie}^{1T} + \frac{u_{ie}^{1t}}{C_e^1}\right)$$
$$\forall (i,j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall t = 1,...,T \tag{A.25}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_1} x_{ie}^{1t} \leq \sum_{e\in\mathcal{E}_3} x_{je}^{3t} \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall t = 1,...,T \tag{A.26}$$

- Accessibilité des blocs

$$f_j^o \leq g_\varphi^o \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall j \in \mathcal{V}_\varphi \tag{A.27}$$

$$r_\varphi^{io} \geq \frac{1}{TH}\Big(g_\varphi^o - (f_i^o - \sum_{e \in \mathcal{E}_o}(I_{ie}^o + \frac{U_i^o}{C_e^o})x_{ie}^{oT})\Big) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{A.28}$$

$$a_i^o + \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} r_\varphi^{io} \leq N_F^i \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{A.29}$$

$$a_i^o \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} x_{ie}^{oT} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{A.30}$$

- Déplacement des équipements

$$f_j^o + (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o + \frac{U_i^o}{C_e^o})z_{jie}^{oT} \leq f_i^o + H(T+1)(1 - z_{jie}^{oT})$$
$$\forall o \in \mathcal{O};\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.31}$$

$$f_j^o + (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o)z_{jie}^{oT} + \frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o} \leq tHy_i^{ot} + TH(1 - y_i^{ot}) + TH(1 - y_j^{ot}) + H(T+1)(1 - z_{jie}^{oT})$$
$$\forall o \in \mathcal{O};\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall t = 1, ..., T \tag{A.32}$$

$$x_{ie}^{ot} \leq x_{je}^{ot} + (1 - z_{jie}^{oT}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o;\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o} \tag{A.33}$$

$$f_{se}^o = 0 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.34}$$

$$f_{de}^o = TH + 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.35}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} z_{jie}^{oT} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{i+}} z_{ije}^{oT} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.36}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}_{d_o}^{s+}} z_{sie}^{o1} = 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.37}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}_{d_o}^{-d}} z_{ide}^{oT} = 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.38}$$

- Capacité et disponibilité des équipements

$$\sum_{i \in \mathcal{B}}\Big(\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o)z_{jie}^{ot} + \frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}\Big) \leq HD_e^{ot}$$
$$t = 1;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.39}$$

$$\sum_{i\in\mathcal{B}}\Big(\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}}+I_{ie}^{o})(z_{jie}^{ot}-z_{jie}^{o(t-1)})+\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}\Big)\leq HD_e^{ot}$$

$$\forall t=2,...,T;\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \quad \text{(A.40)}$$

- Durée des opérations sur bloc

$$\sum_{o\in\mathcal{O}}\sum_{e\in\mathcal{E}_o}\Big(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}+\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}I_{ie}^{o}z_{jie}^{ot}\Big)\leq H \qquad \forall i\in\mathcal{B};\ t=1 \quad \text{(A.41)}$$

$$\sum_{o\in\mathcal{O}}\sum_{e\in\mathcal{E}_o}\Big(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}+\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}I_{ie}^{o}(z_{jie}^{ot}-z_{jie}^{o(t-1)})\Big)\leq H \qquad \forall i\in\mathcal{B};\ \forall t=2,...,T \quad \text{(A.42)}$$

- Cibles de production et contraintes de mélange

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}u_{ie}^{3t}\leq\overline{P_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad \text{(A.43)}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}u_{ie}^{3t}\geq\underline{P_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad \text{(A.44)}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}S_iu_{ie}^{3t}\leq\overline{O_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad \text{(A.45)}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}S_iu_{ie}^{3t}\geq\underline{O_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad \text{(A.46)}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{M_iS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\leq\overline{M_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad \text{(A.47)}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{M_iS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\geq\underline{M_t} \qquad \forall t=1,...,T \quad \text{(A.48)}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{Q_i^kS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\leq\overline{Q_k^t} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall k\in\mathcal{K} \quad \text{(A.49)}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{Q_i^kS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\geq\underline{Q_k^t} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall k\in\mathcal{K} \quad \text{(A.50)}$$

- Domaine des variables

$$a_i^o \in \{0,1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.51}$$

$$f_i^o \geq 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.52}$$

$$g_\varphi^o \geq 0 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{A.53}$$

$$u_{ie}^{ot} \geq 0 \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.54}$$

$$r_\varphi^{io} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{A.55}$$

$$x_{ie}^{ot} \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.56}$$

$$y_i^{ot} \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.57}$$

$$z_{ije}^{ot} \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.58}$$

A.2 Autre version du modèle de base : MP0$_1$

Ce modèle mathématique est un autre version « binaire » de la formulation du problème d'optimisation de la planification minière à court terme dans les mines à ciel ouvert. Il s'agit d'une nouvelle formulation qui suit la tendance globale des formulations qui figurent dans la littérature de l'optimisation de la planification minière (à long, moyen et court termes).

A.2.1 Indices

La liste des indices :

- i, j : Index des blocs
- s : Dépot de départ des équipements
- d : Dépot de destination des équipements
- o : Type d'opérations
- e : Identifiant d'un équipement
- t : Identifiant d'une période
- φ : Identifiant d'une face
- k : Identifiant du caractéristique physico-chimique

A.2.2 Ensembles

La liste des ensembles :

$\mathcal{G}_{d_o}$= $(\mathcal{B}, \mathcal{A}_{d_o})$: Graphe des déplacements pour l'opération o

$\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$: Graphe de précédence

$\overline{\mathcal{G}}_p = (\mathcal{B}, \overline{\mathcal{A}}_p)$: Fermeture transitive du graphe $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$

$\mathcal{A}_{d_o}$: Ensemble des arcs (i, j) du graphe $\mathcal{G}_{d_o}$ tel que le bloc i est visité juste avant le bloc j pour l'opération o

$\mathcal{A}_{d_o}^{-i}$: Ensemble des blocs précesseurs du bloc i dans le gaphe $\mathcal{G}_{d_o}$

$\mathcal{A}_{d_o}^{i+}$: Ensemble des blocs successeurs du bloc i dans le graphe $\mathcal{G}_{d_o}$

$\mathcal{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) du graphe $\mathcal{G}_p$ tels que j précède i

$\overline{\mathcal{A}}_p$: Ensemble des arcs (i, j) du graphe $\overline{\mathcal{G}}_p$ tels que j précède i

Π_{ij}^{ch} : Ensemble des chemins dont le sommet de début est i et le somment de destination est j dans $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$

Π_{ij}^{n} : Ensemble des sommets du $n^{\text{ième}}$ chemin de Π_{ij}^{ch}

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs pour lesquels φ est une face

$\mathcal{E}_o$: Ensemble des équipements pour l'opération o

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i avec $(i \in \mathcal{B})$

$\mathcal{K}$: Ensemble des éléments physico-chimiques

$\mathcal{O} = \{1, 2, 3\}$: Ensemble des opérations : 1 :=forage, 2 := dynamitage, 3 :=extraction

$\mathcal{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face φ

A.2.3 Paramètres

La liste des paramètres :

α_{oe}^{t} : Charge minimale de travail à éffectuer par e ($e \in \mathcal{E}_o$) dans la période t

β_{e}^{o} : Cout horaire de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

λ_{i}^{o} : Gain de coût engendré par l'accessibilité du bloc i pour l'opération o

C_{e}^{o} : Capacité de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

D_{e}^{ot} : Disponibilité (en %) de l'equipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur la période t

γ_o : Charge minimale à effectuer sur un bloc dans une période lorsque l'opération o a lieu sur ce bloc

Δ_{ij} : Distance entre les blocs i et j

H : Durée d'une période (en heures)

I_{ie}^{o} : Durée d'installation du l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur le bloc i

M_i : Métal contenu dans le bloc i (en tonnes)

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face f, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

T : Nombre de périodes dans l'horizon de planification

T_o : Nombre maximal de périodes de réalisation de l'opération o sur tout bloc

Q_{i}^{k} : Quantité de l'élément physico-chimique k dans le bloc i (en tonnes)

U_{i}^{o} : Charge du bloc i en unités de l'opération o

$\overline{M_t}$: Quantité maximale de métal à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{M_t}$: Quantité minimale de métal à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{O_t}$: Quantité maximale de minerai à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{O_t}$: Quantité minimale de minerai à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{P_t}$: Quantié maximale de brut à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{P_t}$: Quantié minimale de brut à produire à la période t (en tonnes)

$\overline{Q_k^t}$: Quantité maximale admissible de l'élément physico-chimique k à la période t (en tonnes)

$\underline{Q_k^t}$: Quantité minimale admissible de l'élément physico-chimique k à la période t (en tonnes)

V_{ij}^{oe} : Vitesse (km/h) de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) lors de son déplacement de i vers j

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est du minerai} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

A.2.4 Description des variables

La liste des variables :

$$a_i^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ accessible pour l'opération } o \text{ à la période } t \text{ ou après} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$f_i^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'opération } o \text{ est terminée sur le bloc } i \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si pour le bloc } i \text{ a été exploité à la période } t \text{ pour l'opération } o \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$g_\varphi^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'opération } o \text{ est terminée sur la face } \varphi \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$z_{ije}^{ot} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'équipement } e \ (e \in \mathcal{E}_o) \text{ quitte le bloc } i \text{ pour } j \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$u_{ie}^{ot} \geq 0$: Quantité produite par l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$) sur le bloc i à la période t

$v_i^{ot} \geq 0$: Quantité produite sur le bloc i à la période t pour l'opération o

$\rho_{ie}^o \in \mathbb{N}$: Rang du bloc i dans la séquence de la tournée de l'équipement e ($e \in \mathcal{E}_o$)

A.2.5 Fonction objectif

L'objectif consiste à minimiser le déplacement des équipements et maximiser le nombre de blocs accessibles avant leur exploitation.

$$\min z = \sum_{o \in \mathcal{O}} \left(\sum_{e \in \mathcal{E}_o} \beta_e^o \sum_{(j,i) \in \mathcal{A}_{d_o}} z_{jie}^{oT} \left(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{oe}} + I_{ie}^o \right) - \sum_{i \in \mathcal{B}} \lambda_i^o a_i^{o1} \right) \tag{A.59}$$

A.2.6 Contraintes

- Précédences temporelles des variables :

Définition des variables en fonction des périodes.

$$a_i^{ot} \geq a_i^{o(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.60}$$

$$g_\varphi^{ot} \leq g_\varphi^{o(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall o \in O;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{A.61}$$

$$f_i^{ot} \leq f_i^{o(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.62}$$

$$z_{ije}^{ot} \leq z_{ije}^{o(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.63}$$

$$v_i^{ot} = \sum_{e \in \mathcal{E}_o} u_{ie}^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.64}$$

- Précédence, fin et affectation :

Relation entre le début, la fin, la précédence des opérations et le déplacement des équipements. Les contraintes A.65 et A.68 assurent que le déplacement d'un équipement vers un bloc dans une période entraine la réalisation de l'opération dont l'équipement à la charge opération sur ce bloc et dans cette période :

$$y_i^{ot} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} z_{jie}^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{A.65}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} z_{jie}^{ot} \leq y_i^{ot} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ t = 1 \tag{A.66}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{-i}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} (z_{jie}^{ot} - z_{jie}^{o(t-1)}) \leq y_i^{ot} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 2, ..., T \tag{A.67}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{i+}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} z_{ije}^{ot} \leq f_i^{ot} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T \tag{A.68}$$

La contrainte A.69 assure que le départ d'un équipement sur un bloc ne puisse avoir lieu qu'à la condition de la finalisation de l'opération sur ce dernier :

$$U_i^o \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_o}^{i+}} z_{ije}^{ot} \leq \sum_{t'=1}^{t} v_i^{ot'} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.69}$$

La contrainte ci-dessous assure que la charge du bloc ne sera pas dépassée :

$$\sum_{t=1}^{T} v_i^{ot} \leq U_i^o \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.70}$$

Ces deux (2) contraintes permettent de connaitre les périodes sur lesquelles des opérations ont eu lieu sur un bloc et de s'assurer du respect de la réalisation de la charge minimale de l'opération o sur ce bloc :

$$v_i^{ot} \leq U_i^o y_i^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.71}$$

$$\gamma_o y_i^{ot} \leq v_i^{ot} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.72}$$

La fin d'une opération n'est possible lorsque la charge à réaliser sur le bloc est achevé (contrainte A.73). Le début d'une opération o sur un bloc entraîne la fin systématique de cette opération sur ce bloc au bout de T_o périodes (voir la contrainte A.74) :

$$U_i^o f_i^{ot} \leq \sum_{t'=1}^{t} v_i^{ot'} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T;\ \forall o \in O \tag{A.73}$$

$$y_i^{ot} \leq f_i^{o(t+T_o-1)} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T - T_o + 1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{A.74}$$

$$\tag{A.75}$$

La contrainte A.76 assure la fin de l'opération o sur tout bloc ayant fait l'objet d'une réalisation de cette opération sur la période T :

$$y_i^{oT} \leq f_i^{oT} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{A.76}$$

Précédences des opérations sur un bloc :

La contrainte A.77 donne le lien sur les opérations consécutives sur un bloc :

$$U_i^o y_i^{(o+1)t} \leq \sum_{t'=1}^{t} v_i^{ot'} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall o \in \{1, 2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{A.77}$$

- Précédence verticale :

La contrainte ci-dessous assure que le bloc j de dessus est extrait avant l'accessibilité verticale du bloc i :

$$y_i^{1t} \leq f_j^{3t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i, j) \in \mathcal{A}_p \tag{A.78}$$

Les contraintes A.79 et A.80 permet de s'assurer du respect de la capacité de la période pour les opérations à réaliser dans cette même période sur tout couple de blocs du graphe

$\overline{\mathcal{G}}_p(\mathcal{B};\ \overline{\mathcal{A}}_p)$:

$$\sum_{i' \in \Pi^n_{ij}} \sum_{o \in \mathcal{O}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} \Big(\frac{u^{ot}_{i'e}}{C^o_e} + I^o_{i'e} \sum_{j' \in \mathcal{A}^{-i'}_{d_o}} z^{ot}_{j'i'e} \Big) \leq H + HT(1 - y^t_j) + TH(1 - y^t_i)$$

$$t = 1;\ \forall (i,j) \in \overline{\mathcal{A}}_p;\ \forall\ \Pi^n_{ij} \in \Pi^{ch}_{ij} \quad \text{(A.79)}$$

$$\sum_{i' \in \Pi^n_{ij}} \sum_{o \in \mathcal{O}} \sum_{e \in \mathcal{E}_o} (\frac{u^{ot}_{i'e}}{C^o_e} + I^o_{i'e} \sum_{j' \in \mathcal{A}^{-i'}_{d_o}} (z^{ot}_{j'i'e} - z^{o(t-1)}_{j'i'e})) \leq H + TH(1 - y^t_j) + TH(1 - y^t_i)$$

$$\forall t = 2, ..., T;\ \forall (i,j) \in \overline{\mathcal{A}}_p;\ \forall\ \Pi^n_{ij} \in \Pi^{ch}_{ij} \quad \text{(A.80)}$$

- Accessibilité horizontale des blocs :

Relation entre le début d'ouverture des faces et l'accessibilité des blocs. La fin d'exploitation des blocs qui composent les faces entraine l'ouverture de ces faces.

$$\sum_{i \in \mathcal{V}_\varphi} f^{ot}_i \leq g^{ot}_\varphi + N_\varphi - 1 \qquad \forall t \leq T;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \quad \text{(A.81)}$$

$$N_\varphi g^{ot}_\varphi \leq \sum_{j \in \mathcal{V}_\varphi} f^{ot}_j \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \quad \text{(A.82)}$$

$$1 - a^{ot}_i \geq y^{ot}_i - \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g^{ot}_\varphi \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \quad \text{(A.83)}$$

$$g^{(o+1)t}_\varphi \leq g^{ot}_\varphi \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall o \in \{1, 2\};\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \quad \text{(A.84)}$$

Comme le modèle de blocs peut contenir des blocs qui ne seront pas exploités, la contrainte ci-dessous bloque la comptabilisation de l'accessibilité de ces blocs afin ne pas polluer la valeur de l'objectif :

$$a^{o1}_i \leq \sum_{t=1}^{T} y^{ot}_i \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \quad \text{(A.85)}$$

- Déplacement des équipements :

Les contraintes A.86 à A.88 permettent d'éviter les sous-tours :

$$\rho^o_{je} + 1 \leq \rho^o_{ie} + N(1 - z^{oT}_{jie}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_o};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.86}$$

$$\rho^o_{se} = 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.87}$$

$$\rho^o_{ie} \leq N \sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} z^{oT}_{jie} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.88}$$

Les contraintes A.89 - A.91 permettent la conservation du flot lié aux déplacements des équipements sur les blocs :

$$\sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} z^{oT}_{jie} = \sum_{j \in \mathcal{A}^{i+}_{d_o}} z^{oT}_{ije} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.89}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}^{s+}_{d_o}} z^{oT}_{sie} = 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.90}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}^{-d}_{d_o}} z^{oT}_{ide} = 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.91}$$

La contrainte A.92 assure, par opération, l'affectation d'un seul équipement au bloc i et le choix d'un seul bloc j comme précédent à i dans le déplacement de l'équipement choisi :

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_o} \sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} z^{oT}_{jie} \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O} \tag{A.92}$$

- Capacité et disponibilité des équipements :

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \Big(\sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} z^{ot}_{jie} (\frac{\Delta_{ji}}{V^{oe}_{ji}} + I^o_{ie}) + \frac{u^{ot}_{ie}}{C^o_e} \Big) \leq HD^{ot}_e$$

$$t = 1;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.93}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \Big(\sum_{j \in \mathcal{A}^{-i}_{d_o}} (z^{ot}_{jie} - z^{o(t-1)}_{jie}) (\frac{\Delta_{ji}}{V^{oe}_{ji}} + I^o_{ie}) + \frac{u^{ot}_{ie}}{C^o_e} \Big) \leq HD^{ot}_e$$

$$\forall t = 2, ..., T;\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall e \in \mathcal{E}_o \tag{A.94}$$

- Durée des opérations sur bloc : Respect des capacités des périodes sur un bloc

$$\sum_{o\in\mathcal{O}}\left(\sum_{e\in\mathcal{E}_o}\left(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}+I_{ie}^o\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}z_{jie}^{ot}\right)\right)\leq H, \qquad \forall i\in\mathcal{B};\ t=1 \tag{A.95}$$

$$\sum_{o\in\mathcal{O}}\left(\sum_{e\in\mathcal{E}_o}\left(\frac{u_{ie}^{ot}}{C_e^o}+\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_o}^{-i}}I_{ie}^o(z_{jie}^{ot}-z_{jie}^{o(t-1)})\right)\right)\leq H \qquad \forall i\in\mathcal{B};\ \forall t=2,...,T \tag{A.96}$$

- Cibles de production et contraintes de mélanges

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}u_{ie}^{3t}\leq\overline{P_t} \qquad \forall t=1,...,T \tag{A.97}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}u_{ie}^{3t}\geq\underline{P_t} \qquad \forall t=1,...,T \tag{A.98}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}S_iu_{ie}^{3t}\leq\overline{O_t} \qquad \forall t=1,...,T \tag{A.99}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}S_iu_{ie}^{3t}\geq\underline{O_t} \qquad \forall t=1,...,T \tag{A.100}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{M_iS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\leq\overline{M_t} \qquad \forall t=1,...,T \tag{A.101}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{M_iS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\geq\underline{M_t} \qquad \forall t=1,...,T \tag{A.102}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{Q_i^kS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\leq\overline{Q_k^t} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall k\in\mathcal{K} \tag{A.103}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}}\frac{Q_i^kS_i}{U_i^3}u_{ie}^{3t}\geq\underline{Q_k^t} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall k\in\mathcal{K} \tag{A.104}$$

- Domaine des variables

$$a_i^{ot}\in\{0,1\} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall i\in\mathcal{B};\ \forall o\in\mathcal{O} \tag{A.105}$$

$$f_i^{ot}\in\{0,1\} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall i\in\mathcal{B};\ \forall o\in\mathcal{O} \tag{A.106}$$

$$g_\varphi^{ot}\in\{0,1\} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall\varphi\in\mathcal{F} \tag{A.107}$$

$$\rho_{ie}^o\in\{0,...,N\} \qquad \forall i\in\mathcal{B};\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \tag{A.108}$$

$$u_{ie}^{ot}\geq 0 \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall i\in\mathcal{B};\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \tag{A.109}$$

$$v_i^{ot}\geq 0 \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall i\in\mathcal{B};\ \forall o\in\mathcal{O} \tag{A.110}$$

$$y_i^{ot}\in\{0,1\} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall i\in\mathcal{B};\ \forall o\in\mathcal{O} \tag{A.111}$$

$$z_{ije}^{ot}\in\{0,1\} \qquad \forall t=1,...,T;\ \forall o\in\mathcal{O};\ \forall(i,j)\in\mathcal{A}_{d_o};\ \forall e\in\mathcal{E}_o \tag{A.112}$$

A.3 Méthode itérative de la fenêtre mobile notée MIFM

Il s'agit d'une méthode itérative qui consiste à résoudre de manière séquentielle un modèle mathématiques MA (peut-être un MIP, PNE ou autre) sur horizon de planification composé de plusieurs périodes. Soit T le nombre total de périodes. La méthode permet donc de partir, soit, d'une solution courante s_n pour tenter de l'améliorer, soit de construire une solution initiale s_0. La démarche va consister à résoudre MA de manière séquentielle sur une fenêtre de p périodes (p étant la taille de la fenêtre) à chaque itération tout en s'assurant de garder une cohérence entre la solution obtenue sur la fenêtre et le reste de la solution courante ou la partie déjà construite. Les pseudo-codes 12 et 13 résument le principe de fonctionnement de la MIFM. Lorsque la taille de la fenêtre correspond à une période, il s'agit d'une simple méthode de résolution itérative.

Algorithme 12 : MIFM - Construction d'une solution initiale s_0

Données : T, p, MA, Données
Résultat : Solution construite s_0

```
Initialisation :
- Initialiser le modèle MA avec les données d'entrées sur la période t = 1;
- s_0 ← ∅;
- t ← 1;
tant que t + p ≤ T faire
    - Résoudre MA sur la fenêtre des périodes t et t + p;
    si MA réalisable alors
        - s_0 = s_0 ∪ {solution de la période t};
        - Initialiser MA pour l'entrée de la période t + 1;
    sinon
        - Il n'existe pas de solution avec les présentes données;
        - Revenir sur les périodes antérieures pour tenter de corriger;
        - Poser t = T + 2
    - Poser t = t + 1
```

Algorithme 13 : MIFM - Amélioration de la solution existante s_n

Données : s_n, T, p
Résultat : Solution améliorée s_c

1 **Initialisation :**
2 - Initialiser le modèle MA avec les données d'entrée sur la période $t = 1$ et celles de sortie sur la période $t = p + 1$;
3 - La solution courante $s_c \leftarrow s_n$;
4 - $t \leftarrow 1$;
5 **tant que** $t + p \leq T$ **faire**
6 - Résoudre MA sur la fenêtre des périodes t et $t + p$;
7 - Mettre à jour s_c;
8 - Initialiser MA pour l'entrée de la période $t + 1$;
9 - Initialiser MA pour la sorite de la période $t + p + 2$;
10 - Poser $t = t + 1$
11 **si** $t + p = T + 1$ **alors**
12 - s_c est la nouvelle solution.

ANNEXE B PHASE I

B.1 Version simplifiée de MP1_{v1}

La formulation suivante est la version simplifiée du modèle d'ordonnancement des blocs MP1_{v1}.

B.1.1 Indices

La liste des indices :

i, j : Index des blocs

t : Identifiant d'une période

φ : Index des faces

k : Identifiant d'une caractéristique physico-chimique

B.1.2 Ensembles

La liste des ensembles :

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathcal{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j doit-être extrait avant l'accès au bloc i

$\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs pour lesquels φ constitue une face

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces, $\varphi \in \mathcal{F}$

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i

$\mathcal{K}$: Ensemble des éléments physico-chimiques

$\mathcal{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face φ

B.1.3 Paramètres

Liste des paramètres :

λ_i^3 : Gain de coût engendré par l'accessibilité du bloc i pour l'extraction

C_{est}^3 : Capacité de production estimée pour les pelles (en tonnes/heure)

H : Durée d'une période (en heures)

M_i : Quantité de métal contenu dans le bloc i (en tonnes)

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

N_F^i : Nombre de faces associées au bloc i

E_p : Nombre de pelles du parc de chargement

T : Nombre de périodes de l'horizon de la planification

T_i^F : Durée (en heures) nécessaire pour effectuer l'opération de forage sur le bloc i

T_i^{Dy} : Durée (en heures) nécessaire pour effectuer l'opération de dynamitage sur le bloc i

T_3 : Nombre maximal de périodes d'extraction d'un bloc

γ_3 : Charge minimale à extraire sur un bloc dans une période lorsqu'il y a extraction sur ce bloc

η_i : Poids d'ajustement de la valorisation de la teneur du bloc i dans la fonction objectif

U_i^3 : Quantité de brut du bloc i (en tonnes)

$\overline{M_t}$: Quantité maximale de métal à produire à la période t (en tonnes)

$\underline{M_t}$: Quantité minimale de métal à extraire à la période t (en tonnes)

$\overline{O_t}$: Quantité maximale de minerai à extraire à la période t (en tonnes)

$\underline{O_t}$: Quantité minimale de minerai à extraire à la période t (en tonnes)

$\overline{P_t}$: Quantité maximale de brut à extraire à la période t (en tonnes)

$\underline{P_t}$: Quantité minimale de brut à extraire à la période t (en tonnes)

$\overline{Q_k^t}$: Quantité maximale admissible pour l'élément k sur la période t (en tonnes)

$\underline{Q_k^t}$: Quantité minimale admissible pour l'élément k sur la période t (en tonnes)

Q_i^k : Quantité de l'élément physico-chimique k dans le bloc i (en tonnes)

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est du minerai ;} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

B.1.4 Description des variables

$$a_i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'extraction} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$q_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est extrait sur les périodes } t \text{ et } (t+1) \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$r_\varphi^i = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est inaccessible, pour l'extraction, par la face } \varphi \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^t = \begin{cases} 1 & \text{S'il y a extraction sur le bloc } i \text{ à la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_i \geq 0$: Moment de fin de l'extraction du bloc i

$g_\varphi \geq 0$: Moment de fin de l'extraction de la face φ

$v_i^t \geq 0$: Quantité (en tonnes) de brut extraite sur le bloc i à la periode t

B.1.5 Fonction objectif

$$\max z = \Big(\sum_{i \in \mathcal{B}} (\lambda_i^3 a_i + \eta_i \frac{M_i S_i}{U_i} \sum_{t=1}^{T} v_i^t) \Big) \tag{B.1}$$

B.1.6 Contraintes

- Production, fin d'extraction

$$v_i^t \leq U_i y_i^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.2}$$

$$\gamma_3 y_i^t \leq v_i^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.3}$$

$$\sum_{t=1}^{T} v_i^t \leq U_i \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.4}$$

$$U_i y_i^t \leq \sum_{t'=1}^{T} v_i^{t'} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{B.5}$$

$$y_i^t + y_i^{t+T_3} \leq 1 \qquad \forall t = 1, ..., T - T_3;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.6}$$

$$f_i \geq (t-1)Hy_i^t + \frac{v_i^t}{C_{est}^3} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.7}$$

$$f_i \leq tHy_i^t + Hy_i^{t+1} + HT(1 - y_i^t) \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.8}$$

- Précédence verticale

$$f_j + \frac{U_i}{C_{est}^3} + T_i^F + T_i^{Dy} \leq f_i \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{B.9}$$

$$f_j + \frac{v_i^t}{C_{est}^3} + T_i^F + T_i^{Dy} \leq tHy_i^t + TH(1 - y_i^t) \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{B.10}$$

$$y_i^t \leq \sum_{t'=1}^{t} y_j^{t'} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{B.11}$$

- Accessibilité des blocs

$$f_i \leq g_\varphi \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall i \in \mathcal{V}_\varphi \tag{B.12}$$

$$r_\varphi^i \geq \frac{1}{TH}\Big(g_\varphi - (f_i - \frac{U_i}{C_{est}^3})\Big) \qquad \forall i \in B;\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{B.13}$$

$$a_i + \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} r_\varphi^i \leq N_F^i \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.14}$$

$$a_i \leq \sum_{t=1}^{T} y_i^t \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.15}$$

- Blocs extraits sur deux périodes

$$q_i^t \geq y_i^{(t+1)} + y_i^t - 1 \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.16}$$

$$\sum_{t=1}^{T-1} q_i^t \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.17}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} q_i^t \leq E_p \qquad \forall t = 1, ..., T-1 \tag{B.18}$$

- Production : cibles et mélanges

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} v_i^t \leq \overline{P_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.19}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} v_i^t \geq \underline{P_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.20}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} S_i v_i^t \leq \overline{O_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.21}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} S_i v_i^t \geq \underline{O_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.22}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i} v_i^t \leq \overline{M_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.23}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i} v_i^t \geq \underline{M_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.24}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i} v_i^t \leq \overline{Q_k^t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{B.25}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i} v_i^t \leq \underline{Q_k^t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{B.26}$$

- Domaine des variables

$$a_i \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.27}$$

$$r_\varphi^i \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{B.28}$$

$$f_i \geq 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.29}$$

$$g_\varphi \geq 0 \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{B.30}$$

$$y_i^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.31}$$

$$q_i^t \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.32}$$

$$v_i^t \geq 0 \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.33}$$

B.2 Version simplifiée de MP1_{v2}

La formulation suivante est la version simplifiée du modèle d'ordonnancement des blocs MP1_{v2}.

T_{ij}^{ch} : Durée minimale des opérations à réaliser entre les blocs i et j

$\overline{\mathcal{G}}_p = (\mathcal{B}, \overline{\mathcal{A}}_p)$: Fermeture transitive du graphe $\mathcal{G}_p = (\mathcal{B}, \mathcal{A}_p)$

B.2.1 Description des variables

$$a_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible à la période } t \text{ ou après} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$f_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si l'extraction du bloc } i \text{ est terminée à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$q_i^t = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est extrait sur les périodes } t \text{ et } (t+1) \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^t = \begin{cases} 1 & \text{S'il y a eu extraction sur le bloc } i \text{ à la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$g_\varphi^t = \begin{cases} 1 & \text{Si la face } \varphi \text{ est extraite à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$v_i^t \geq 0$: Quantité de brut (en tonnes) produit sur le bloc i à la periode t

B.2.2 Fonction objectif

$$\max z = \sum_{i \in \mathcal{B}} \left(\lambda_i^3 a_i^1 + \eta_i \frac{M_i S_i}{U_i} \sum_{t=1}^{T} v_i^t \right) \tag{B.34}$$

B.2.3 Contraintes

- Précédences temporelles des variables

$$g_\varphi^t \leq g_\varphi^{(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{B.35}$$

$$f_i^t \leq f_i^{(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.36}$$

$$a_i^t \geq a_i^{(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.37}$$

- Production, fin d'extraction

$$v_i^t \leq U_i y_i^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.38}$$

$$\gamma_3 y_i^t \leq v_i^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.39}$$

$$\sum_{t=1}^{T} v_i^t \leq U_i \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.40}$$

$$U_i f_i^t \leq \sum_{t'=1}^{t} v_i^{t'} \qquad \forall i \in \mathcal{B};\ \forall t = 1, ..., T \tag{B.41}$$

$$y_i^t \leq f_i^{(t+T_3-1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-T_3+1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.42}$$

$$y_i^T \leq f_i^T \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.43}$$

- Précédence verticale

$$y_i^t \leq f_j^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{B.44}$$

$$\frac{v_j^t}{C_{est}^3} + \frac{v_i^t}{C_{est}^3} + y_i^t(T_i^F + T_i^{Dy}) \leq H + HT(1-y_j^t) + HT(1-y_i^t)$$
$$\forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{B.45}$$

$$\frac{v_j^t}{C_{est}^3} + \frac{v_i^t}{C_{est}^3} + y_i^t T_{ij}^{ch} \leq H + TH(1-y_j^t) + TH(1-y_i^t)$$
$$\forall t = 1, ..., T;\ \forall (i,j) \in \overline{\mathcal{A}}_p \tag{B.46}$$

- Accessibilité horizontale des blocs

$$\sum_{j \in \mathcal{V}_\varphi} f_j^t \leq g_\varphi^t + N_\varphi - 1 \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{B.47}$$

$$N_\varphi g_\varphi^t \leq \sum_{j \in \mathcal{V}_\varphi} f_j^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{B.48}$$

$$1 - a_i^t \geq y_i^t - \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g_\varphi^t \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.49}$$

$$a_i^1 \leq \sum_{t=1}^{T} y_i^t \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.50}$$

- Blocs extraits sur deux périodes

$$q_i^t \geq y_i^{(t+1)} + y_i^t - 1 \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.51}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} q_i^t \leq E_p \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall i \in B \tag{B.52}$$

- Production : cibles et mélanges

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} v_i^t \leq \overline{P_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.53}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} v_i^t \geq \underline{P_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.54}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} S_i v_i^t \leq \overline{O_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.55}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} S_i v_i^t \geq \underline{O_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.56}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i} v_i^t \leq \overline{M_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.57}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i} v_i^t \geq \underline{M_t} \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{B.58}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i} v_i^t \leq \overline{Q_k^t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{B.59}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i} v_i^t \leq \underline{Q_k^t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{B.60}$$

- Domaine des variables

$$a_i^t \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.61}$$

$$f_i^t \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.62}$$

$$g_\varphi^t \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{B.63}$$

$$y_i^t \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.64}$$

$$q_i^t \in \{0,1\} \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.65}$$

$$v_i^t \geq 0 \qquad \forall t = 1,...,T;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{B.66}$$

ANNEXE C PHASE II : MODÈLES MATHÉMATIQUES ET RÉSULTATS

C.1 Version simplifiée de MP2 : Affectation des pelles

C.1.1 Indices

Liste des indices :

i_t, j_t : Index des blocs

s : Dépot de départ des pelles

d : Dépot de destination des pelles

e : Index des pelles

t : Période

φ : Identifiant d'une face

C.1.2 Ensembles

Liste des ensembles :

$\mathbb{B}_3$: Ensemble des blocs issus de la phase I

$\mathcal{B}^t$: Ensemble des blocs i_t extraient sur la période t

$\mathbb{B}_{Acc}$: Ensemble des blocs $i_t \in \mathbb{B}_3$ tel que la période t associée à i correspond à sa première période d'extraction

$\mathbb{A}_p$: Ensemble des arcs $(i_t, j_{t'})$ tel que le bloc $j_{t'}$ est extrait avant le bloc i_t

$\mathbb{A}_{d_3}$: Ensemble des arcs $(i_t, j_{t'})$ tel que le bloc $j_{t'}$ est visité par une pelle juste après sa visite du bloc i_t

$\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathbb{G}_{d_3} = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_{d_3})$: Graphe des déplacements possibles pour les pelles

$\mathcal{E}_3$: Ensemble des pelles

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces

$\mathcal{F}_{i_t}$: Ensemble des faces du bloc $i_t \in \mathbb{B}_{Acc}$ (identique à $\mathcal{F}_i$)

$\mathbb{B}_\varphi$: Ensemble des blocs i_t dont φ est l'une des faces

$\mathbb{V}_\varphi$: Ensemble des blocs $i_t \in \mathbb{B}_3$ qui composent la face φ

C.1.3 Paramètres

Liste des paramètres :

$\lambda^3_{i_t}$: Gain de coût associé à l'accessibilité du bloc $i_t \in \mathbb{B}_{Acc}$

β^3_e : Coût horaire de la pelle e

C^3_e : Capacité de la pelle e (tonnes/heure)

D^{3t}_e : Disponibilité de la pelle e dans la période t (%)

$\Delta_{j_t i_{t'}}$: Distance entre les blocs j_t et $i_{t'}$ (km)

H : Durée d'une période (heures)

I^{3t}_{ie} : Durée d'installation (heures) de la pelle sur le bloc $i_t \in \mathbb{B}_3$

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

$N^{i_t}_F$: Nombre de faces associées au bloc i_t

T : Horizon de la planification

$T^{3g}_{\varphi 1}$: Période de fin d'exploitation de la face φ

T_{i_t} : Période d'extraction du bloc i_t

$T^{TF}_{i_t}$: Durée de réalisation de l'opération de forage sur le bloc i_t

$T^{TDy}_{i_t}$: Durée de réalisation de l'opération de dynamitage sur le bloc i_t

U^3_{it} : Charge d'extraction du bloc i_t (en tonnes)

$V^{3e}_{j_t i_{t'}}$: Vitesse (km/h) de la pelle lors de son déplacement du bloc j_t vers le bloc $i_{t'}$

C.1.4 Description des variables

Liste des variables :

$$r_{\varphi}^{i_t} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i_t \text{ est inaccessible par la face } \varphi \text{ pour l'extraction} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$a_{i_t} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i_t \text{ est accessible} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$x_{i_t}^{e} = \begin{cases} 1 & \text{Si la pelle } e \text{ est affectée au bloc } i_t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$z_{i_t j_{t'}}^{e} = \begin{cases} 1 & \text{Si la pelle } e \text{ quitte le bloc } i_t \text{ pour le bloc } j_{t'} \text{ avec } (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_{i_t} \geq 0$: Moment de la fin de l'extraction du bloc i_t

$g_{\varphi} \geq 0$: Moment de la fin de l'extraction de la face φ

C.1.5 Fonction objectif

$$\min z = -\sum_{i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \setminus \{s_0, d_{T+1}\}} \lambda_{i_t}^{3} a_{i_t} + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} \beta_e^3 \sum_{(j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3}} z_{j_t i_{t'}}^{e} \left(\frac{\Delta_{j_t i_{t'}}}{V_{j_t i_{t'}}^{3e}} + I_{ie}^{3t'} \right) \tag{C.1}$$

C.1.6 Contraintes

- Définition des variables

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{i_t e} = 1 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.2}$$

$$\sum_{j_{t'} \in \mathbb{B}_3} z_{j_{t'} i_t e} = x_{i_t e} \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0\} \tag{C.3}$$

$$f_{i_t} \geq (T_{i_t} - 1)H + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{i_t e} \left(I_{ie}^{3t} + \frac{U_{i_t}^{3}}{C_e^3} \right) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \tag{C.4}$$

$$f_{i_t} \leq T_{i_t} H \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \tag{C.5}$$

- Précédences verticales

$$f_{j_{t'}} + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{i_t e}(I_{ie}^{3t} + \frac{U_{i_t}^3}{C_e^3} + T_{i_t}^{TF} + T_{i_t}^{TDy}) \leq f_{i_t} \qquad \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_p \tag{C.6}$$

- Accessibilités des blocs

$$f_{j_t} \leq g_\varphi \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall j_t \in \mathbb{V}_\varphi \tag{C.7}$$

$$g_\varphi \leq T_{\varphi 1}^{3g} H \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{C.8}$$

$$r_\varphi^{i_t} \geq \frac{1}{TH}\Big(g_\varphi - (f_{i_t} - \sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{i_t}^e (I_{ie}^{3t} + \frac{U_{i_t}^3}{C_e^3}))\Big) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_{i_t} \tag{C.9}$$

$$a_{i_t} + \sum_{\varphi \in \mathcal{F}_{i_t}} r_\varphi^{i_t} \leq N_F^{i_t} \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \tag{C.10}$$

- Déplacement des pelles

$$f_{j_t} + z_{j_t i_{t'}}^e (\frac{\Delta_{j_t i_{t'}}}{V_{j_t i_{t'}}^{3e}} + I_{ie}^{3t'} + \frac{U_{i_{t'}}^3}{C_e^3}) \leq f_{i_{t'}} + H(1 - z_{j_t i_{t'}}^e)$$
$$\forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall (j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \mid T_{j_t} = T_{i_{t'}} \tag{C.11}$$

$$HT_{j_t} + z_{j_t i_{t'}}^e (\frac{\Delta_{j_t i_{t'}}}{V_{j_t i_{t'}}^{3e}} + I_{ie}^{3t'} + \frac{U_{i_{t'}}^3}{C_e^3}) \leq f_{i_{t'}} + H(1 - z_{j_t i_{t'}}^e)$$
$$\forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall (j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \mid T_{j_t} \neq T_{i_{t'}} \tag{C.12}$$

$$f_{s_0} = 0 \qquad s_0 \tag{C.13}$$

$$\sum_{j_{t'} \in \mathbb{A}_{d_3}^{-i_t}} z_{j_{t'} i_t}^e = \sum_{j_{t'} \in \mathbb{A}_{d_3}^{i_t +}} z_{i_t j_{t'}}^e \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.14}$$

$$\sum_{i_t \in \mathbb{A}_{d_3}^{s_0 +}} z_{s_0 i_t}^e = 1 \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.15}$$

$$\sum_{i_t \in \mathbb{A}_{d_3}^{-d_{T+1}}} z_{i_t d_{T+1}}^e = 1 \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.16}$$

- Capacité et disponibilité des pelles

$$\sum_{i_t \in \mathcal{B}^t} \sum_{j_{t'} \in \mathbb{A}_{d_3}^{-i_t}} z^e_{j_{t'} i_t} \left(\frac{\Delta_{j_{t'} i_t}}{V^{3e}_{j_{t'} i_t}} + I^{3t}_{ie} + \frac{U^3_{i_t}}{C^3_e} \right) \leq HD^t_e \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall t = 1, ..., T \tag{C.17}$$

- Domaine des variables

$$g_\varphi \geq 0 \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{C.18}$$

$$f_{i_t} \geq 0 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \tag{C.19}$$

$$a_{i_t} \in \{0, 1\} \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.20}$$

$$r^{i_t}_\varphi \in \{0, 1\} \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_{i_t} \tag{C.21}$$

$$x^e_{i_t} \in \{0, 1\} \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0\};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.22}$$

$$z^e_{j_t i_{t'}} \in \{0, 1\} \qquad \forall (j_t, i_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.23}$$

C.2 Version simplifiée de MP3 : Affectation des pelles

C.2.1 Paramètres

Liste des paramètres :

T_i^F : Durée (en heures) de réalisation de l'opération de forage sur le bloc i

T_i^{Dy} : Durée (en heures) de réalisation de l'opération de dynamitage sur le bloc i

C.2.2 Description des variables

Liste des variables de décisions :

$$a_i^3 = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'extraction} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$r_\varphi^{3i} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'extraction a commencé sur } i \text{ avant la fin de l'extraction sur } \varphi \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$y_i^{3t} = \begin{cases} 1 & \text{Si l'extraction a eu lieu sur le bloc } i \text{ à la période } t \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$x_{ie}^{3t} = \begin{cases} 1 & \text{Si la pelle } e \text{ est affecté au bloc } i \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$z_{ije}^{3t} = \begin{cases} 1 & \text{Si la pelle } e \text{ quitte le bloc } i \text{ pour } j \text{ à la période } t \text{ ou avant} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$f_i^3 \geq 0$: Moment de la fin de l'extraction du bloc i

$g_\varphi^3 \geq 0$: Moment de la fin de l'extraction de la face φ

$u_{ie}^{3t} \geq 0$: Quantité produite par la pelle e sur le bloc i dans la période t

C.2.3 Fonction objectif

$$\min z = -\sum_{i \in \mathcal{B}} \lambda_i^3 a_i^3 + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} \beta_e^3 \sum_{(j,i) \in \mathcal{A}_{d_3}} z_{jie}^{3T} \left(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3\right) \tag{C.24}$$

C.2.4 Contraintes

- Précédences temporelles des variables

$$z_{ije}^{3t} \leq z_{ije}^{3(t+1)} \qquad \forall t = 1, ..., T-1;\ \forall (i,j) \in \mathcal{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.25}$$

$$x_{ie}^{3t} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.26}$$

- Production, affectation et période

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} u_{ie}^{3t} \geq \alpha_{3e}^{t} \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall t = 1, ..., T \tag{C.27}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} x_{ie}^{3T} = 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{C.28}$$

$$f_i^3 \geq \sum_{e \in \mathcal{E}_3} \left(\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t} \left(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3 \right) \right) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ t = 1 \tag{C.29}$$

$$f_i^3 \geq (t-1) H y_i^{3t} + \sum_{e \in \mathcal{E}_3} \left(\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} (z_{jie}^{3t} - z_{jie}^{3(t-1)}) \left(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3 \right) \right)$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 2, ..., T \tag{C.30}$$

$$f_i^3 \leq t H y_i^{3t} + H y_i^{3(t+1)} + T H (1 - y_i^{3t})$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T-1 \tag{C.31}$$

$$y_i^{3t} + y_i^{3(t+T_3)} \leq 1 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\}; \forall t = 1, ..., T - T_3 \tag{C.32}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} u_{ie}^{3t} \leq U_i^3 y_i^{3t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{C.33}$$

$$\gamma_3 y_i^{3t} \leq \sum_{e \in \mathcal{E}_3} u_{ie}^{3t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{C.34}$$

$$\sum_{t'=1}^{t} u_{ie}^{3t'} \leq U_i^3 \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t} \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T \tag{C.35}$$

$$U_i^3 \sum_{e \in \mathcal{E}_3} \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{i+} \setminus \{d_1\}} z_{ije}^{3t} \leq \sum_{t'=1}^{t} \sum_{e \in \mathcal{E}_3} u_{ie}^{3t'} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T \tag{C.36}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}}\sum_{e\in\mathcal{E}_3} z_{jie}^{3t} \leq y_i^{3t} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ t=1 \tag{C.37}$$

$$\sum_{j\in\mathcal{A}_{d_3}^{-i}}\sum_{e\in\mathcal{E}_3} (z_{jie}^{3t} - z_{jie}^{3(t-1)}) \leq y_i^{3t} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall t=2,...,T \tag{C.38}$$

- Précédence verticale

$$f_j^3 + \sum_{e\in\mathcal{E}_3} x_{ie}^{3T}(I_{ie}^3 + \frac{U_i^3}{C_e^3}) + T_i^F + T_i^{D_y} \leq f_i^3 \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \tag{C.39}$$

$$f_j^3 + \sum_{e\in\mathcal{E}_3}\left(x_{ie}^{3T} I_{ie}^3 + \frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3}\right) + T_i^F + T_i^{D_y} \leq tHy_i^{3t} + TH(1-y_i^{3t}) + TH(1-y_j^{3t})$$
$$\forall (i,j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall t=1,...,T \tag{C.40}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3} x_{ie}^{3t} \leq \sum_{e\in\mathcal{E}_3} x_{je}^{3t} \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p;\ \forall t=1,...,T \tag{C.41}$$

- Accessibilité des blocs

$$f_j^3 \leq g_\varphi^3 \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall j \in \mathcal{V}_\varphi \tag{C.42}$$

$$r_\varphi^{3i} \geq \frac{1}{TH}\left(g_\varphi^3 - (f_i^3 - \sum_{e\in\mathcal{E}_3} x_{ie}^{3T}(I_{ie}^3 + \frac{U_i^3}{C_e^3}))\right) \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{C.43}$$

$$a_i^3 + \sum_{\varphi\in\mathcal{F}_i} r_\varphi^{3i} \leq N_F^i \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\} \tag{C.44}$$

$$a_i^3 \leq \sum_{e\in\mathcal{E}_3} x_{ie}^{3T} \qquad \forall i \in \mathcal{B}\setminus\{s,d\} \tag{C.45}$$

- Déplacement des équipements

$$f_j^3 + z_{jie}^{3T}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{jie}^3} + I_{ie}^3 + \frac{U_i^3}{C_e^3}) \leq f_i^3 + H(T+1)(1-z_{jie}^{3T})$$
$$\forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.46}$$

$$f_j^3 + z_{jie}^{3T}(\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^3) + \frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} \leq tHy_i^{3t} + TH(1-y_i^{3t}) + TH(1-y_j^{3t}) + H(T+1)(1-z_{jie}^{3T})$$
$$\forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall t=1,...,T \tag{C.47}$$

$$x_{ie}^{3t} \leq x_{je}^{3t} + (1 - z_{jie}^{3T}) \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3;\ \forall (j,i) \in \mathcal{A}_{d_3} \tag{C.48}$$

$$f_{se}^{3} = 0, \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.49}$$

$$\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3T} = \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{i+}} z_{ije}^{3T} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.50}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}_{d_3}^{s+}} z_{sie}^{31} = 1 \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.51}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{A}_{d_3}^{-d}} z_{ide}^{3T} = 1 \qquad \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.52}$$

- Capacité et disponibilité des pelles

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \Big(\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t} (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^{3}) + \frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} \Big) \leq HD_e^{3t}$$

$$t = 1;\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.53}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} \Big(\sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} (z_{jie}^{3t} - z_{jie}^{3(t-1)}) (\frac{\Delta_{ji}}{V_{ji}^{3e}} + I_{ie}^{3}) + \frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} \Big) \leq HD_e^{3t}$$

$$\forall t = 2, ..., T;\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.54}$$

- Durée des opérations sur bloc

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} \Big(\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} z_{jie}^{3t} (I_{ie}^{3} + T_i^F + T_i^{D_y}) \Big) \leq H \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ t = 1 \tag{C.55}$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_3} \Big(\frac{u_{ie}^{3t}}{C_e^3} + \sum_{j \in \mathcal{A}_{d_3}^{-i}} (z_{jie}^{3t} - z_{jie}^{3(t-1)}) (I_{ie}^{3} + T_i^F + T_i^{D_y}) \Big) \leq H$$

$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall t = 2, ..., T \tag{C.56}$$

- Cibles de production et contraintes de mélange

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} u_{ie}^{3t} \leq \overline{P_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{C.57}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} u_{ie}^{3t} \geq \underline{P_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{C.58}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} S_i u_{ie}^{3t} \leq \overline{O_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{C.59}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} S_i u_{ie}^{3t} \geq \underline{O_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{C.60}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i^3} u_{ie}^{3t} \leq \overline{M_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{C.61}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} \frac{M_i S_i}{U_i^3} u_{ie}^{3t} \geq \underline{M_t}, \qquad \forall t = 1, ..., T \tag{C.62}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i^3} u_{ie}^{3t} \leq \overline{Q_k^t}, \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{C.63}$$

$$\sum_{e\in\mathcal{E}_3}\sum_{i\in\mathcal{B}} \frac{Q_i^k S_i}{U_i^3} u_{ie}^{3t} \geq \underline{Q_k^t}, \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall k \in \mathcal{K} \tag{C.64}$$

- Domaine des variables

$$a_i^3 \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{C.65}$$

$$f_i^3 \geq 0 \qquad \forall i \in \mathcal{B} \tag{C.66}$$

$$g_\varphi^3 \geq 0 \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{C.67}$$

$$u_{ie}^{3t} \geq 0 \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.68}$$

$$r_\varphi^{i3} \in \{0, 1\} \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall \varphi \in \mathcal{F}_i \tag{C.69}$$

$$x_{ie}^{3t} \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.70}$$

$$y_i^{3t} \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s\} \tag{C.71}$$

$$z_{ije}^{3t} \in \{0, 1\} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall (i, j) \in \mathcal{A}_{d_3};\ \forall e \in \mathcal{E}_3 \tag{C.72}$$

C.3 Version simplifiée du modèle CP4 : affectation des pelles

C.3.1 Indices

Liste des indices :

$i_t, j_{t'}$: Index des blocs

e : Identifiant d'une pelle

s_0 : Dépot de départ des pelles

d_{T+1} : Dépot de destination pour les pelles

t : Période

φ : Identifiant d'une face

C.3.2 Ensembles

Liste des ensembles :

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathcal{B}^t$: Ensemble des blocs qui sont extraits dans la période t

$\mathbb{B}_3$: Ensemble des blocs / périodes de la phase I

$\mathbb{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j est extrait avant le bloc i

$\mathbb{A}_{d_3}$: Ensemble des arcs $(j_{t'}, i_t)$ tel que le bloc $j_{t'}$ est visité par une pelle juste après sa visite du bloc i_t

$\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathbb{G}_{d_3} = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_{d_3})$: Graphe des déplacements possibles pour les pelles

$\mathcal{E}_3$: Ensemble des pelles

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces φ

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs i dont φ est l'une des faces

$\mathbb{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face $\varphi \in \mathcal{F}$

C.3.3 Paramètres

Liste des paramètres :

β_m^3 : Coût horaire de la pelle m

$\lambda_{i_t}^3$: Gain de coût associé à l'accessibilité du bloc $i_t \in \mathbb{B}_{Acc}$

$\delta_{j_{t'} i_t}^m$: Durée (heures) nécéssaire à la pelle m pour parcourir la distance entre les blocs $j_{t'}$ et i_t

H : Durée d'une période (heures)

H_m^{3t} : Durée (heures) utilisable par la pelle m dans la période t

$I_{i_t m}^3$: Durée d'installation (heures) de la pelle m sur le bloc $i_t \in \mathbb{B}_3$ à la période t

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

$N_F^{i_t}$: Nombre de faces associées au bloc i_t

T : Horizon de la planification

$T_{\varphi 1}^{3g}$: Période de fin d'exploitation de la face φ

$T_{i_t}^3$: Période d'extraction du bloc i_t

$T_{i_t}^{TF}$: Durée nécessaire pour effectuer l'opération de forage sur le bloc i_t

$T_{i_t}^{TDy}$: Durée nécessaire pour effectuer l'opération de dynamitage sur le bloc i_t

$U_{i_t}^{3m}$: Durée nécessaire à la pelle m pour extraire le bloc i_t (en heures)

C.3.4 Description des variables

Variables binaires :

a_{i_t} : Accessiblité du bloc $i_t \in \mathbb{B}_{Acc}$

$$a_{i_t} = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i_t \text{ est accessible} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Variables entières :

$g_\varphi \in \{H(T_{\varphi 1}^{3g} - 1), ..., HT_{\varphi 1}^{3g}\}$: Moment de fin d'extraction de la face φ

$c_{i_t} \in \mathbb{N}$: Coût du déplacement vers i_t et de l'installation, sur i_t, de la pelle qui se chargera de son extraction

Variables d'intervalles :

$f_{i_t}^m$: Intervalle de temps d'extraction du bloc i_t par la pelle m

$$f_{i_t}^m \subset \begin{cases} [0,1],\ size = 1 & m \in \mathcal{E}_3;\ i_t = s_0 \\ [HT, HT+2],\ size = 1 & m \in \mathcal{E}_3;\ i_t = d_{T+1} \\ \emptyset \cup [H(T_{i_t}-1), HT_{i_t}],\ size = U_{i_t}^{3m} + I_{i_t m}^3 & m \in \mathcal{E}_3;\ i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \end{cases}$$

$d_{j_{t'} i_t}^m$: Intervalle de temps du déplacement de la pelle m pour atteindre i'_t juste après l'extraction de $j_{t'}$

$$d_{j_{t'} i_t}^m \subset \begin{cases} [HT, HT+1],\ size = 1 & m \in \mathcal{E}_3;\ (j_{t'}, d_{T+1}) \in \mathbb{A}_{d_3} \\ \emptyset \cup [H(T_{i_t}-1), HT_{i_t}],\ size = \delta_{j_{t'} i_t}^m & m \in \mathcal{E}_3;\ (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_3} \mid i_t \neq d_{T+1} \end{cases}$$

$\overline{f}_{i_t}$: Intervalle de temps d'extraction du bloc i_t

$\overline{f}_{i_t} \subset [H(T_{i_t}-1), HT_{i_t}], \qquad i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\}$

$\overline{d}_{i_t}$: Intervalle de temps de déplacement pour atteindre i_t en venant d'un autre bloc

$\overline{d}_{i_t} \subset \emptyset \cup [H(T_{i_t}-1), HT_{i_t}], \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\}$

$\underline{d}_{d_{T+1}}^m$: Intervalle de temps de déplacement de la pelle m pour atteindre d_{T+1} en venant d'un autre bloc

$\underline{d}_{d_{T+1}}^m \subset [HT, H(T+1)], \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3$

Variables séquences :

q_m : Ensemble des tâches réalisées par la pelle m

$q_m \subset \{f_{i_t}^m \mid i_t \in \mathbb{B}_3\} \cup \{d_{i_t j_{t'}}^m \mid (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3}\} \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3$

C.3.5 Fonction objectif

$$\min z = -\sum_{i_t \in \mathbb{B}_{Acc}} \lambda_{i_t} a_{i_t} + \sum_{i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\}} c_{i_t} \tag{C.73}$$

C.3.6 Contraintes

- Affectation, Blocs et Pelles

$$\overline{f}_{i_t} \neq \perp \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.74}$$

$$\overline{d}_{i_t} \neq \perp \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.75}$$

$$fin(\overline{d}_{i_t}) <= debut(\overline{f}_{i_t}) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.76}$$

$$f^m_{s_0} \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.77}$$

$$fin(f^m_{s_0}) = 1 \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.78}$$

$$\underline{d}^m_{d_{T+1}} \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.79}$$

$$f^m_{d_{T+1}} \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.80}$$

$$fin(\underline{d}^m_{d_{T+1}}) = HT + 1 \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.81}$$

$$fin(f^m_{d_{T+1}}) = HT + 2 \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.82}$$

$$alternative(\overline{f}_{i_t}, \{f^m_{i_t} \mid m \in \mathcal{E}_3\},\ card = 1) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.83}$$

$$alternative(\underline{d}^m_{d_{T+1}}, \{d^m_{j_{t'}, d_{T+1}} \mid (j_{t'}, d_{T+1}) \in \mathbb{A}_{d_3}\},\ card = 1) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.84}$$

$$alternative(\overline{d}_{i_t}, \{d^m_{j_{t'}, i_t} \mid (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_3}, m \in \mathcal{E}_3\},\ card = 1) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.85}$$

- Précédences verticales

$$fin(\overline{f}_{j_{t'}}) + T^{TF}_{i_t} + T^{TDy}_{i_t} \leq debut(\overline{f}_{i_t}) \qquad \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_p \tag{C.86}$$

- Accessibilité des blocs

$$g_\varphi = \max_{i_t \in \mathbb{V}_\varphi}(fin(\overline{f}_{i_t})) \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F} \tag{C.87}$$

$$a_{i_t} = 0 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \mid N_F^{i_t} = 0 \tag{C.88}$$

$$debut(\overline{f}_{i_t}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_{i_t}} g_\varphi \geq 0 \Rightarrow a_{i_t} = 1 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \mid N_F^{i_t} > 0 \tag{C.89}$$

$$debut(\overline{f}_{i_t}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_{i_t}} g_\varphi < 0 \Rightarrow a_{i_t} = 0 \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_{Acc} \mid N_F^{i_t} > 0 \tag{C.90}$$

- Déplacements des pelles

$$noOverlap(q_m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.91}$$

$$precedent(q_m, f_{i_t}^m, d_{i_t j_{t'}}^m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \tag{C.92}$$

$$precedent(q_m, d_{i_t j_{t'}}^m, f_{j_{t'}}^m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \tag{C.93}$$

$$d_{i_t j_{t'}}^m \neq \perp \Rightarrow f_{i_t}^m \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall (i_t, j'_t) \in \mathbb{A}_{d_3} \tag{C.94}$$

$$d_{i_t j_{t'}}^m \neq \perp \Rightarrow f_{j_{t'}}^m \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_3} \tag{C.95}$$

$$f_{i_t}^m \neq \perp \Leftrightarrow d_{i_t j_{t'}}^m \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \mid j = i, t' = t+1 \tag{C.96}$$

$$f_{j_{t'}}^m \neq \perp \Leftrightarrow d_{i_t j_{t'}}^m \neq \perp \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3;\ \forall j_{t'} \in \mathbb{B}_3 \mid i = j, t' = t+1 \tag{C.97}$$

$$premier(q_m, f_{s_0}^m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.98}$$

$$dernier(q_m, f_{d_{T+1}}^m) \qquad \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.99}$$

$$precedent(q_m, d_{i_t d_{T+1}}^m, f_{d_{T+1}}^m) \qquad \forall (i_t, d_{T+1}) \in \mathbb{A}_{d_3};\ \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.100}$$

- Capacité et disponibilité des pelles

$$\sum_{(j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_3}} \Big(\delta_{j_{t'} i_t}^m + U_{i_t}^{3m} + I_{i_t m}^3\Big) presence(d_{j_{t'} i_t}^m) \leq H_m^{3t} \qquad \forall t = 1, ..., T;\ \forall m \in \mathcal{E}_3 \tag{C.101}$$

- Coût des blocs

$$c_{i_t} = \sum_{m \in \mathcal{E}_3} \sum_{(j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_3}} \beta_m^3 \Big(\delta_{j_{t'} i_t}^m + I_{i_t m}^3\Big) presence(d_{j_{t'} i_t}^m) \qquad \forall i_t \in \mathbb{B}_3 \setminus \{s_0, d_{T+1}\} \tag{C.102}$$

C.4 Résultats numériques des tests de HeurMP2_{v1}

Tableau C.1 Résultats de la HeurMP2_{v1} utilisée pour la construction d'une solution initiale

n^o instance	nb blocs / itération	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables	nb contraintes
I1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
I2	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
I3	9	1,11	3	162	182
I4	20	3,55	17	1135	1394
I5	16	2,88	23	748	901
I6	32	190	36	3664	4436
I7	28	39	53	2880	3415
I8	38	107	68	5457	6465
I9	29	34	75	3022	3700
I10	25	26	128	2182	2665
I11	45	496	188	8263	9404
I12	38	311	202	5599	6577
I13	52	1249	296	11157	12626
I14	50	1669	301	9939	11367

Tableau C.2 Suite des résultats de la HeurMP2$_{v1}$ utilisée pour la construction d'une solution initiale avec une limite de 3% gap par itération

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement pelles	coût accessibilité blocs
I1	NaN	NaN	NaN
I2	NaN	NaN	NaN
I3	178 412	197 649	-19 238
I4	567 744	676 757	-109 013
I5	642 200	789 687	-147 488
I6	1 643 056	1 873 906	-230 850
I7	1 633 584	1 973 447	-339 863
I8	2 402 289	2 838 339	-436 050
I9	2 557 395	3 038 333	-480 938
I10	3 292 054	4 112 854	-820 800
I11	5 762 788	6 968 338	-1 205 550
I12	5 887 036	7 182 361	-1 295 325
I13	9 908 347	11 806 447	-1 898 100
I14	9 843 275	11 773 437	-1 930 163

C.5 Résultats numériques des tests de HeurMP2_{v2}

Tableau C.3 Résultats de la HeurMP2_{v2} utilisée pour l'amélioration de la solution initiale

n^o instance	nb blocs / itération	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables	nb contraintes
I1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
I2	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
I3	12	0,38	3	243	279
I4	33	4,77	17	2 294	2 186
I5	26	2,19	23	1 635	1 675
I6	56	27,17	36	8 616	7 816
I7	50	34,70	53	7 435	7 067
I8	69	201,62	68	14 880	13 341
I9	52	43,67	75	8 120	7 825
I10	43	53,72	128	5 359	5 140
I11	84	1 616,64	188	22 817	19 079
I12	70	1 301,03	202	14 719	12 888
I13	98	2 606,50	296	30 268	24 574
I14	92	13 033	301	27 333	22 621

Tableau C.4 Suite des résultats de la HeurMP2$_{v2}$ utilisée pour l'amélioration de la solution initiale

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement pelles	coût accessibilité blocs
I1	NaN	NaN	NaN
I2	NaN	NaN	NaN
I3	178 306	197 543	-19 238
I4	565 627	674 640	-109 013
I5	639 898	787 386	-147 488
I6	1 640 456	1 871 306	-230 850
I7	1 629 931	1 969 793	-339 863
I8	2 397 401	2 833 451	-436 050
I9	2 556 816	3 037 753	-480 938
I10	3 274 081	4 094 881	-820 800
I11	5 742 808	6 948 358	-1 205 550
I12	5 857 719	7 153 044	-1 295 325
I13	9 837 437	11 735 537	-1 898 100
I14	9 786 669	11 716 831	-1 930 163

C.6 Résultats des tests du modèle CP4

Tableau C.5 Résultats de la résolution du CP4 par la programmation par contrainte avec une précision de 1h

n^o instance	nb blocs /itération	durée(s) résolution	nb blocs accessibles	nb variables	nb contraintes
I1	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
I2	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
I3	25	8	1	545	1615
I4	89	34	35	7254	26522
I5	108	37	43	6894	24597
I6	239	87	148	45468	174302
I7	252	95	81	42542	162279
I8	354	122	418	86351	334256
I9	399	139	298	69356	264976
I10	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
I11	851	334	1353	278495	1086979
I12	899	334	930	230617	894199
I13	1394	573	4268	545792	2138632
I14	1417	582	3791	519018	2031055

Tableau C.6 Suite des résultats de la résolution du modèle CP4 par la programmation par contraintes avec une précision de 1h

n^o instance	valeur objectif	coût déplacement pelles	coût accessibilité blocs
I1	NaN	NaN	NaN
I2	NaN	NaN	NaN
I3	103 498	154 798	51 300
I4	549 807	767 832	218 025
I5	424 998	662 260	237 263
I6	2 380 431	2 938 318	557 888
I7	1 988 681	2 597 868	609 188
I8	712 971	1 495 296	782 325
I9	3 182 801	4 074 138	891 338
I10	NaN	NaN	NaN
I11	-2 141 775	0	2 141 775
I12	2 111 301	4 253 076	2 141 775
I13	-3 674 363	0	3 674 363
I14	-3 732 075	0	3 732 075

ANNEXE D PHASE III : MODÈLES MATHÉMATIQUES ET RÉSULTATS

D.1 Version simplifiée du modèle CP6 : affectation des foreuses et équipes de dynamitage

D.1.1 Indices

Liste des indices :

i, j : Index des blocs

m : Identifiant des équipements

s : Dépôt de départ des pelles

d : Dépôt de destination pour les pelles

o : Index des opérations

t, t' : Index des périodes

φ : Identifiant d'une face

D.1.2 Ensembles

Liste des ensembles :

$\mathcal{B}$: Ensemble des blocs

$\mathbb{B}_o$: Ensemble des blocs pour l'opération o

$\mathbb{A}_p$: Ensemble des arcs (i, j) tel que le bloc j est extrait avant le bloc i

$\mathbb{A}_{d_o}$: Ensemble des arcs $(i_t, j_{t'})$ tel que le bloc $j_{t'}$ est visité par un équipement (chargé de réaliser l'opération o) juste après sa visite du bloc i_t

$\mathbb{G}_p = (\mathbb{B}_3, \mathbb{A}_p)$: Graphe de la précédence verticale

$\mathbb{G}_{d_o} = (\mathbb{B}_o, \mathbb{A}_{d_o})$: Graphe des déplacements possibles pour les équipements chargés de la réalisation l'opération o

$\mathcal{E}_o$: Ensemble des équipements chargés de la réalisation de l'opération o

$\mathcal{F}$: Ensemble des faces φ

$\mathcal{F}_i$: Ensemble des faces du bloc i

$\mathcal{B}_\varphi$: Ensemble des blocs i dont φ est l'une des faces

$\mathscr{T}_i^o$: Ensemble des périodes potentielles de réalisation de l'opération o sur le bloc i

$\mathcal{V}_\varphi$: Ensemble des blocs qui composent la face $\varphi \in \mathcal{F}$

D.1.3 Paramètres

Liste des paramètres :

β_m^o : Coût horaire de l'équipement m ($m \in \mathcal{E}_o$)

λ_i^o : Gain de coût engendré par l'accessibilité du bloc i pour l'opération o

δ_{ji}^{om} : Durée nécessaire à l'équipement m (opération o) pour parcourir la distance entre les blocs j et i (heures)

H : Durée d'une période (heures) ;

H_m^{ot} : Durée (heures) disponible pour l'équipement m (opération o) à la période t

I_{im}^{ot} : Durée d'installation (heures) de l'équipement m (opération o) sur le bloc $i \in \mathcal{B}$ à la période t

N_φ : Nombre de blocs contenus dans la face φ, i.e. $N_\varphi =\mid V_\varphi \mid$

N_F^i : Nombre de faces associées au bloc i

T : Horizon de la planification

$T_{\varphi 1}^{og}$: Période de fin au plus tôt de réalisation de l'opération o sur la face φ

$T_{\varphi 2}^{og}$: Période de fin au plus tard de réalisation de l'opération o sur la face φ

$\mathfrak{T}_{i1}^o$: Période de début au plus tôt de la réalisation de l'opération o sur le bloc i

$\mathfrak{T}_{i2}^o$: Période de fin au plus tard de la réalisation de l'opération o sur le bloc i

U_{im}^{ot} : Durée (en heures) nécessaire à l'équipement m pour réaliser l'opération o sur le bloc i dans la période t

D.1.4 Description des variables

Variables binaires :

$$a_i^o = \begin{cases} 1 & \text{Si le bloc } i \text{ est accessible pour l'opération } o \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

Variables entières :

g_φ^o : Moment de la fin de la réalisation de l'opération o sur la face φ

$g_\varphi^o \in \{H(T_{\varphi 1}^{og} - 1), ..., HT_{\varphi 2}^{og}\}$

$c_i^o \in \mathbb{N}$: Coût du passage sur le bloc i pour la réalisation de l'opération o

Variables d'intervalles :

f_{it}^{om} : Intervalle de temps de la réalisation de l'opération o sur le bloc i par l'équipement m dans la période t

$$f_{it}^{om} \subset \begin{cases} [0,1],\ size = 1 & i = s;\ t = 0;\ \forall o \in \mathcal{O} \\ [HT, HT+2o],\ size = 1 & i = d;\ t = T+1;\ \forall o \in \mathcal{O} \\ \emptyset \cup [H(t-1), Ht],\ size = U_{im}^{ot} + I_{im}^{ot} & \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \end{cases}$$

$\overline{f}_{it}^{o}$: Intervalle de temps de réalisation potentielle de l'opération o sur le bloc i dans la période t

$\overline{f}_{it}^{o} \subset [H(t-1), Ht] \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o$

$\underline{f}_{i}^{o}$: Intervalle de temps de la réalisation de l'opération o sur i

$\underline{f}_{i}^{o} \subset [H(\mathfrak{T}_{i1}^{o} - 1), H\mathfrak{T}_{i2}^{o}] \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}$

$d_{itjt'}^{om}$: Intervalle de temps de passage de l'équipement m chargé de realiser l'opération o sur le bloc j dans la période t' juste après l'exploitation du bloc i dans la période t

$d_{i_t j_{t'}}^{om} \subset \emptyset \cup [H(t'-1), Ht'],\ size = \delta_{ij}^{om} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o}$

$\overline{d}_{it}^{o}$: Intervalle de temps de passage d'un équipement pour la réalisation de l'opération o sur i dans la période t en venant d'un autre bloc

$\overline{d}_{it}^{o} \subset [H(t-1), Ht] \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o$

$\underline{d}_{i}^{o}$: Intervalle de temps de passage d'un équipement pour la réalisation de l'opération o sur le bloc i en venant d'un autre bloc

$\underline{d}_{i}^{o} \subset [H(\mathfrak{T}_{i1}^{o} - 1), H\mathfrak{T}_{i2}^{o}] \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}$

$\hat{d}_{d(T+1)}^{om}$: Intervalle de temps du passage de l'équipement m (opération o) vers le dépot de destination d en venant d'un autre bloc

$\hat{d}_{d(T+1)}^{om} \subset [HT, HT+2o-1] \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o$

Variables séquences :

q_m^o : Ensemble des tâches réalisées par l'équipement m (opération o)

$q_m^o \subset \{f_{it}^{om} \mid\ i \in \mathcal{B},\ t \in \mathscr{T}_i^o\} \bigcup \{d_{i_t j_{t'}}^{om} \mid\ (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o}\},\ \ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o$

b_i : Ensemble des tâches réalisées (forage, dynamitage, extraction) sur le bloc i ou pour le compte de ce dernier

$b_i \subset \{\underline{f}_i^o \mid \ o \in \{1,2\}\} \cup \{\overline{f}_{it}^3 \mid \ t \in \mathscr{T}_i^3\}, \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}$

D.1.5 Fonction objectif

$$\min z = \sum_{o \in \mathcal{O}} \Big(- \sum_{i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}} \lambda_i^o a_i^o + \sum_{i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\}} c_i^o \Big) \tag{D.1}$$

D.1.6 Contraintes

- Affectation, blocs et équipements

$$\overline{f}_{it}^o \neq \perp \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ o = 3;\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{D.2}$$

$$\overline{d}_{it}^o \neq \perp \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ o = 3;\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{D.3}$$

$$\underline{f}_i^o \neq \perp \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{D.4}$$

$$\underline{d}_i^o \neq \perp \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{D.5}$$

$$f_{s0}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{D.6}$$

$$f_{d(T+1)}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{D.7}$$

$$\hat{d}_{d(T+1)}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{D.8}$$

$$alternative(\overline{f}_{it}^o, \{f_{it}^{om} \mid m \in \mathcal{E}_o\},\ card = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{D.9}$$

$$alternative(\underline{f}_i^o, \{\overline{f}_{it}^o \mid t \in \mathscr{T}_i^o\},\ card = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \{1,2\} \tag{D.10}$$

$$alternative(\overline{d}_{it}^o, \{d_{j_{t'} i_t}^{om} \mid (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o}, m \in \mathcal{E}_o\},\ card = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \tag{D.11}$$

$$alternative(\underline{d}_i^o, \{\overline{d}_{it}^o \mid t \in \mathscr{T}_i^o\},\ card = 1)$$
$$\forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall o \in \{1, 2\} \quad \text{(D.12)}$$

$$alternative(\hat{d}_{i(T+1)}^{om}, \{d_{j_{t'} i_{T+1}}^{om} \mid (j_{t'}, i_{T+1}) \in \mathbb{A}_{d_o}\},\ card = 1)$$
$$\forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad \text{(D.13)}$$

$$H(t-1)presence(f_{it}^{om}) \leq debut(f_{it}^{om})$$
$$\forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \quad \text{(D.14)}$$

$$(Ht)presence(f_{it}^{om}) \geq fin(f_{it}^{om})$$
$$\forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \quad \text{(D.15)}$$

$$H(t-1)presence(d_{j_{t'} i_t}^{om}) \leq debut(d_{j_{t'} i_t}^{om})$$
$$\forall o \in \mathcal{O}; (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad \text{(D.16)}$$

$$(Ht)presence(d_{j_{t'} i_t}^{om}) \geq fin(d_{j_{t'} i_t}^{om})$$
$$\forall o \in \mathcal{O};\ (j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad \text{(D.17)}$$

- Succession des opérations sur un bloc

$$noOverlap(b_i) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\} \quad \text{(D.18)}$$

$$precedent(b_i, \underline{f}_i^1, \underline{f}_i^2) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\} \quad \text{(D.19)}$$

$$precedent(b_i, \underline{f}_i^2, \overline{f}^3_{i\mathfrak{T}^3_{i1}}) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\} \quad \text{(D.20)}$$

$$precedent(b_i, \overline{f}^3_{i\mathfrak{T}^3_{i1}}, \overline{f}^3_{i\mathfrak{T}^3_{i2}},) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\} \mid card(\mathscr{T}_i^3) = 2 \quad \text{(D.21)}$$

$$(presence(\overline{f}^2_{it}) = 1) \Rightarrow (presence(\overline{f}^1_{it}) = 1) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^2 \quad \text{(D.22)}$$

$$presence(\overline{f}^o_{it}) = presence(\overline{d}^o_{it}) \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s,d\};\ \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t \in \mathscr{T}_i^o \quad \text{(D.23)}$$

$$fin(f^{om}_{s0}) = 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad \text{(D.24)}$$

$$fin(f^{om}_{d(T+1)}) = HT + 2o \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad \text{(D.25)}$$

$$fin(\hat{d}^{om}_{d(T+1)}) = HT + 2o - 1 \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad \text{(D.26)}$$

$$fin(\hat{d}^{om}_{d(T+1)}) \leq debut(f^{om}_{d(T+1)}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \quad \text{(D.27)}$$

- Précédence verticale

$$fin(\overline{f}^3_{j\mathfrak{T}^3_{j2}}) \leq debut(\underline{f}_i^1) \qquad \forall (i,j) \in \mathcal{A}_p \quad \text{(D.28)}$$

- Accessibilité des blocs

$$g^o_\varphi = \max_{i \in \mathcal{V}_\varphi}(fin(\overline{f}^o_{i\mathfrak{T}^o_{i2}})) \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ o = 3 \quad \text{(D.29)}$$

$$g^o_\varphi = \max_{i \in \mathcal{V}_\varphi}(fin(\underline{f}_i^o)) \qquad \forall \varphi \in \mathcal{F};\ \forall o \in \{1,2\} \quad \text{(D.30)}$$

$$a^o_i = 0 \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N^i_F = 0 \quad \text{(D.31)}$$

$$debut(\overline{f}^o_{i\mathfrak{T}^o_{i1}}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g^o_\varphi \geq 0 \Rightarrow a^o_i = 1 \qquad o = 3;\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N^i_F > 0 \quad \text{(D.32)}$$

$$debut(\overline{f}^o_{i\mathfrak{T}^o_{i1}}) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g^o_\varphi < 0 \Rightarrow a^o_i = 0 \qquad o = 3;\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N^i_F > 0 \quad \text{(D.33)}$$

$$debut(\underline{f}_i^o) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g^o_\varphi \geq 0 \Rightarrow a^o_i = 1 \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N^i_F > 0 \quad \text{(D.34)}$$

$$debut(\underline{f}_i^o) - \min_{\varphi \in \mathcal{F}_i} g^o_\varphi < 0 \Rightarrow a^o_i = 0 \qquad \forall o \in \{1,2\};\ \forall i \in \mathcal{B} \mid N^i_F > 0 \quad \text{(D.35)}$$

- Déplacements des équipements

$$noOverlap(q_m^o) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{D.36}$$

$$precedent(q_m^o, f_{it}^{om}, d_{i_t j_{t'}}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o} \tag{D.37}$$

$$precedent(q_m^o, d_{i_t j_{t'}}^{om}, f_{jt'}^{om},) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o} \tag{D.38}$$

$$d_{i_t j_{t'}}^{om} \neq \perp \Rightarrow f_{it}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o} \tag{D.39}$$

$$d_{i_t j_{t'}}^{om} \neq \perp \Rightarrow f_{jt'}^{om} \neq \perp \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall (i_t, j_{t'}) \in \mathbb{A}_{d_o} \tag{D.40}$$

$$d_{i_{\mathfrak{T}_{i1}^o} i_{\mathfrak{T}_{i2}^o}}^{om} \neq \perp \Leftrightarrow f_{i\mathfrak{T}_{i2}^o}^{om} \neq \perp \qquad o = 3;\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{D.41}$$

$$f_{i\mathfrak{T}_{i1}^o}^{om} \neq \perp \Leftrightarrow f_{i\mathfrak{T}_{i2}^o}^{om} \neq \perp \qquad o = 3;\ \forall m \in \mathcal{E}_o;\ \forall i \in \mathcal{B} \tag{D.42}$$

$$premier(q_m^o, f_{s0}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{D.43}$$

$$dernier(q_m^o, f_{d(T+1)}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{D.44}$$

- Coût de l'exploitation des blocs

$$c_i^o = \sum_{m \in \mathcal{E}_o} \sum_{(j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o}} \beta_m^o \Big(\delta_{ji}^{om} + I_{im}^{ot}\Big) presence(d_{j_{t'} i_t}^{om}) \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\} \tag{D.45}$$

- Capacité et disponibilité des équipements

$$\sum_{(j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o}} \Big(\delta_{ji}^{om} + U_{im}^{ot} + I_{im}^{ot}\Big) presence(d_{j_{t'} i_t}^{om}) \leq H_m^{ot} \qquad \forall o \in \mathcal{O};\ \forall t = 1, ..., T;\ \forall m \in \mathcal{E}_o \tag{D.46}$$

- Durée des opérations sur bloc

$$\sum_{o \in \mathcal{O}} \sum_{m \in \mathcal{E}_o} \sum_{(j_{t'}, i_t) \in \mathbb{A}_{d_o}} \Big(\delta_{ji}^{om} + U_{im}^{ot} + I_{im}^{ot}\Big) presence(d_{j_{t'} i_t}^{om}) \leq H \qquad \forall i \in \mathcal{B} \setminus \{s, d\};\ \forall t = 1, ..., T \tag{D.47}$$

ANNEXE E BILAN GLOBAL

E.1 Tableaux du bilan global

Tableau E.1 Résumé des durées de résolution des instances lorsque la durée de résolution du MP3 est limitée à 10min par itération

Instances	n^o	nb blocs initiale	nb blocs après Ph1	nb équipements	durée totale version1	durée totale version2
N3P3E2	I1			6	NaN	NaN
N4P3E3	I2	46	25	9	NaN	NaN
N4P4E2	I3	46	27	6	0,01	0,03
N6P5E4	I4	148	94	12	0,75	0,91
N6P8E4	I5	148	103	13	0,26	NaN
N8P8E5	I6	346	238	15	2,18	2,20
N8P10E5	I7	346	249	15	2,51	NaN
N9P10E5	I8	491	354	15	9,02	7,50
N9P15E5	I9	491	372	15	1,10	1,42
N10P25E5	I10	672	489	15	1,31	NaN

Tableau E.2 Version 1 (MP5) 10 min : Répartition de la durée totale de résolution par phase

Instances	No	Phase I	Phase II	Phase III
N3P3E2	I1	NaN	NaN	NaN
N4P3E3	I2	NaN	NaN	NaN
N4P4E2	I3	32	11	57
N6P5E4	I4	2	98	1
N6P8E4	I5	83	15	2
N8P8E5	I6	5	53	42
N8P10E5	I7	3	76	22
N9P10E5	I8	3	68	29
N9P15E5	I9	15	64	20
N10P25E5	I10	24	58	19
moyenne		20,86	55,22	23,91
moyenne r		8,64	69,33	22,03

Tableau E.3 Version 2 (CP6) 10min : Répartition de la durée totale de résolution par phase

Instances	No	Phase I	Phase II	Phase III
N3P3E2	I1	NaN	NaN	NaN
N4P3E3	I2	NaN	NaN	NaN
N4P4E2	I3	10	3	87
N6P5E4	I4	1	80	19
N6P8E4	I5	NaN	NaN	NaN
N8P8E5	I6	5	53	43
N8P10E5	I7	NaN	NaN	NaN
N9P10E5	I8	4	82	14
N9P15E5	I9	12	50	38
N10P25E5	I10	NaN	NaN	NaN
moyenne		6	54	40
moyenne r		6	66	28