



Titre: Simulations des interactions fluide-structure par une formulation
Title: bilatérale fortement couplée sous OpenFOAM

Auteur: Benjamin Doulcet
Author:

Date: 2019

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Doulcet, B. (2019). Simulations des interactions fluide-structure par une
Citation: formulation bilatérale fortement couplée sous OpenFOAM [Mémoire de maîtrise,
Polytechnique Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/4044/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: <https://publications.polymtl.ca/4044/>
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Jean-Yves Trépanier, & François Guibault
Advisors:

Programme: Génie mécanique
Program:

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

**Simulations des interactions fluide-structure par une formulation bilatérale
fortement couplée sous OpenFOAM**

BENJAMIN DOULCET

Département de génie mécanique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
Génie mécanique

Août 2019

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

**Simulations des interactions fluide-structure par une formulation bilatérale
fortement couplée sous OpenFOAM**

présenté par **Benjamin DOULCET**

en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

André GARON, président

Jean-Yves TRÉPANIER, membre et directeur de recherche

François GUIBAULT, membre et codirecteur de recherche

Frédéric GOSSELIN, membre

DÉDICACE

*À ma famille et mes amis,
pour leur soutien outre-Atlantique ;
À ma chérie,
pour sa patience, son attention et son amour ;
Aux Sportifs,
pour leur compagnie et leur folie.
Merci à tous de m'avoir accompagné dans cette aventure !*

REMERCIEMENTS

Avant de commencer ce mémoire, je souhaite remercier Jean-Yves Trépanier qui m’a accompagné en tant que directeur de recherche et professeur d’aérodynamique numérique dès les prémices de mon étude de recherche.

Merci également à mon codirecteur de recherche François Guibault qui m’a accompagné durant toute la durée de ma maîtrise. Son suivi régulier et son aide concernant tous les aspects de mon travail de recherche m’ont permis d’obtenir les résultats et d’acquérir les connaissances que j’ai aujourd’hui. Je lui suis très reconnaissant pour tout ce qu’il m’a apporté durant ces deux années.

Je souhaite par ailleurs remercier tout particulièrement Christophe Devals qui m’a apporté son expertise et ses conseils sur une quantité innombrable d’aspects. Merci pour le temps précieux qu’il m’a accordé, que ce soit pour des points essentiels de ma recherche ou bien des détails.

Je remercie Andritz Hydro Canada Inc. en les personnes de Bernd Nennemann et Maxime Gauthier qui m’ont régulièrement apporté leur point de vue et leur expertise en ingénierie hydraulique. Merci pour leur temps lors des nombreuses réunions que l’on a eu et pour leurs retours rapides aux questions que je pouvais avoir.

Je souhaite aussi remercier André Garon pour ses conseils et ses connaissances dans le domaine des interactions fluide-structure. Les réunions que j’ai pu avoir avec lui m’ont apporté beaucoup pour la compréhension de la physique mise en jeu.

Je remercie également Jean-Marc Chevalier pour son aide rapide et efficace lors de tous les problèmes informatiques que j’ai rencontré.

Merci enfin au programme *Génie Par la Simulation* qui m’a apporté une ouverture d’esprit sur des domaines variés rattachés aux simulations numériques en ingénierie.

Tout au long de cette maîtrise, j’ai également reçu du soutien de ma famille et mes amis. Je remercie alors toutes ces personnes qui, de près ou de loin, m’ont accompagné jour après jour, hiver après hiver. Merci pour les wally du dimanche et les pizzas du vendredi. Merci pour la cohabitation animée et les délires quotidiens. Merci pour les cartes postales et les coups de fils. Merci pour les visites surprises et les visites prévues. Merci infiniment à tous, pour tout.

RÉSUMÉ

Ce projet est relatif au développement d'un solveur fluide-structure fortement couplé et à la mise en place de sa vérification et sa validation au travers de différents cas d'étude.

Dans des conditions classiques d'opération, le passage périodique des pales mobiles de la roue à proximité des directrices peut induire des vibrations dans la machine. Ces vibrations, appelées interactions rotor-stator, rentrent dans la catégorie plus vaste des interactions fluide-structure (IFS). Lorsque la fréquence de vibration avoisine une fréquence propre de la turbine, cela peut conduire à des fissures et une dégradation prématurée de la machine [1, 2, 3]. Ce problème devient alors un défi de conception pour les machines actuelles qui opèrent dans une large gamme de conditions d'écoulements. Bien que le domaine des interactions fluide-structure soit connu depuis des années en aérodynamique, les phénomènes qui entrent en jeu sont de plus en plus étudiés par les chercheurs en hydraulique [4, 5]. La principale différence que l'on retrouve entre l'aérodynamique et l'hydraulique vis-à-vis des IFS réside dans les propriétés de l'eau en tant que fluide. En effet, en comparaison avec l'air, l'eau ajoute une masse significative au système. Cette masse ajoutée augmente alors le couplage entre le fluide en mouvement et la structure, ce qui induit des forces d'amortissement [6]. Ces forces d'amortissement varient en fonction de la vitesse du fluide, cependant la relation exacte entre la vitesse d'écoulement et les forces d'amortissement constitue toujours un défi important.

Ce projet vise à étendre le travail précédemment effectué par l'équipe MAGNU sur une formulation d'IFS fortement couplée développée dans un environnement ANSYS Workbench/CFX [7]. Tel que le présentait cette étude, une grande portion du temps de résolution était passée à échanger des données entre les simulations du fluide et de la structure qui étaient effectuées dans des solveurs distincts. Une nouvelle approche est alors proposée dans le présent projet et cherche à développer un solveur unique pour la résolution des deux domaines à l'aide des possibilités de résolution du logiciel Open-Source OpenFOAM.

Afin de valider les résultats de simulation, des mesures expérimentales ont été réalisées par Andritz sur un profil. Ce cas test consiste en une plaque profilée immergée dans un tunnel d'eau. La plaque est alors excitée par des actionneurs piézoélectriques [8]. Les mesures ont été effectuées pour plusieurs conditions d'écoulement et quatre profils de différents rapports d'aspect. Deux types de validations vont être mises en place, d'abord avec les données expéri-

mentales puis avec la méthode développée dans l'étude précédente sous CFX. Afin d'atteindre ces objectifs, les étapes suivantes ont été accomplies :

1. Paramétrer une analyse structurelle du problème de profil vibrant afin d'obtenir les fréquences des premiers modes de vibration en l'absence de fluide environnant. Cette analyse a été conduite sous un logiciel commercial et permet de vérifier par la suite que la plaque profilée vibre bien au bon mode.
2. Paramétrer et vérifier les simulations de dynamique des fluides pour plusieurs conditions d'écoulements stationnaires et instationnaires à l'aide d'OpenFOAM. Des cas de vérification sur des géométries simples ont été utilisés pour ces analyses.
3. Coupler les analyses structurelle et fluide en s'assurant notamment du bon transfert d'information à l'interface. Ce couplage a été développé sous OpenFOAM au sein d'un nouveau solveur.
4. Vérifier le comportement du solveur à l'aide d'un cas de poutre encastrée-libre immergée dans un fluide. Cette vérification a notamment mis en lumière l'influence de la densité du fluide environnant sur la stabilité des simulations.
5. Simuler les déformations de la plaque profilée soumise à une force initiale extérieure et observer la fréquence des oscillations et l'amortissement hydraulique. La validation du solveur a été étudiée à l'aide de la comparaison des résultats avec les mesures expérimentales disponibles.

ABSTRACT

This project relates to the development of a fully coupled fluid-structure solver and its verification and validation with different test cases.

Under normal turbine operating conditions, the periodic passage of the runner moving blades in close proximity with the fixed stationary guide vanes may induce vibrations in the machine, known as rotor-stator interaction, which falls in the broader category of fluid-structure interactions (FSI) problems. When the vibration frequency approaches a natural frequency of the turbine, this interaction may lead to cracking and premature failure of the machine [1, 2, 3], and poses major challenges to designers of modern machines, which are operated on a wider range of flow conditions. While FSI phenomena have been explored for a number of years in the field of aerodynamics, this phenomenon attracts more the attention of researchers in hydraulics [4, 5]. An important difference between aerodynamics and hydraulics, with respect to FSI, relates to the influence of water as a fluid, which adds significant mass in the system, compared to air. This added mass increases the coupling between the moving fluid and the structure, which in turn impacts the damping forces [6]. Damping forces induced by flowing water are known to vary according to the fluid velocity; however, the exact relationship between water flow velocity and damping forces still constitute a significant challenge.

This project aims to extend previous work by the MAGNU team on FSI simulations using a fully coupled formulation that was developed based on the FSI modeling capacities offered by the ANSYS Workbench/CFX environment [7]. As shown in this previous work, a great amount of computing time was spent exchanging data between the fluid and structure simulations, which were executed as distinct processes. A new approach is proposed in the present project, which aims to develop a fully integrated FSI solver based on OpenFOAM fluid and structural analysis capabilities.

To validate the simulation results, experimental measurements realized by Andritz on a model profile will be used. The chosen test case consists of a profiled plate placed in a water tunnel and excited using piezoelectric actuators [8]. Measurements were carried out for several flow conditions and four distinct profiles with varying aspect ratios. Two types of validations will be performed, first with experimental data and also with the previously developed method based on CFX, using the fully coupled approach. To attain these objectives, the following steps have been completed:

1. Setup a structural analysis problem for a vibrating profile in order to obtain the frequencies of the first vibration modes in the absence of the fluid. This analysis has been conducted on a commercial software and has been compared to the profiled plate deformations to verify whether it vibrates at the right mode.
2. Setup and verify CFD simulations for several steady and unsteady flow conditions of the vibrating profile using OpenFOAM. Verification cases on simple geometries have been used for these analyses.
3. Couple the mechanical and fluid analysis and ensure the right data transfer at the interface. This coupling has been developed on OpenFOAM as a new solver.
4. Verify the solver with a case of immersed clamped-free beam. This verification has highlighted the influence of fluid density on the simulation stability.
5. Simulate the profiled plate deformations with application of an initial external force and observe the oscillations frequency and the hydraulic damping. Solver validation has been studied through comparison of results with available experimental measurements.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	ix
LISTE DES TABLEAUX	xii
LISTE DES FIGURES	xiii
LISTE DES CARACTÈRES ET SYMBOLES	xv
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xvii
LISTE DES ANNEXES	xviii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
1.1 Mise en contexte	1
1.2 Définitions et concepts de base	2
1.2.1 Différentes méthodes d'analyse numérique	3
1.3 Objectifs de recherche	3
1.4 Plan du mémoire	4
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE	5
2.1 Domaine fluide	5
2.1.1 Équations constitutives	5
2.1.2 Modèle de turbulence	6
2.1.3 Multi-échelles	8
2.1.4 Discrétisation en temps	9
2.2 Domaine solide	10
2.2.1 Équations constitutives	10
2.2.2 Discrétisation en temps	11

2.3	Couplage fluide-solide	12
2.3.1	Conditions à l'interface	12
2.3.2	Charge hydrodynamique et masse ajoutée	14
2.3.3	Type de couplage	14
2.3.4	Algorithmes de résolution	15
2.3.5	Critère de stabilité de l'algorithme partitionné	19
2.3.6	Discretisation en temps	20
2.4	Résumé de l'étude de l'état de l'art	21
CHAPITRE 3	MÉTHODOLOGIE	22
3.1	Vérification des équations avec des résultats analytiques	22
3.2	Validation vis-à-vis de l'expérience	23
3.2.1	Analyses préliminaires	23
3.2.2	Couplage	24
CHAPITRE 4	DÉFINITIONS DES MODÈLES D'ÉTUDE	25
4.1	Définitions des paramètres et géométries étudiées	25
4.2	Paramètres numériques	27
4.2.1	Détails du solveur	27
4.2.2	Discussion sur les paramètres numériques	30
CHAPITRE 5	VÉRIFICATION DES ÉQUATIONS	33
5.1	Vérification du transfert des données entre le fluide et le solide	33
5.2	Vérification de la loi de conservation géométrique	34
5.2.1	Test sans écoulement ou "Zero Flow Test"	35
5.2.2	Cas d'application simple : écoulement de Poiseuille	36
5.3	Vérification préliminaire de la partie structurelle	40
5.4	Vérification du solveur couplé	42
5.4.1	Description du cas	42
5.4.2	Étude préliminaire sous ANSYS	43
5.4.3	Étude en fréquence	45
CHAPITRE 6	VALIDATION DU SOLVEUR	52
6.1	Maillages	52
6.1.1	Plaque solide	52
6.1.2	Domaine fluide	53
6.2	Étude préliminaire : analyse structurelle	53

6.3	Étude préliminaire : analyse fluide	56
6.3.1	Paramètres du modèle	56
6.3.2	Étude stationnaire	57
6.3.3	Étude instationnaire	58
6.4	Simulations couplées	61
6.4.1	Simulation avec un schéma temporel d'ordre 1	61
6.4.2	Calcul du décrement logarithmique et de l'amortissement hydraulique	63
6.4.3	Simulation avec un schéma temporel d'ordre 2	64
6.4.4	Calcul du décrement logarithmique et de l'amortissement hydraulique	65
6.4.5	Explication de l'erreur	66
CHAPITRE 7	CONCLUSION	67
7.1	Synthèse des travaux	67
7.2	Limitations de la solution proposée	67
7.3	Améliorations futures	68
RÉFÉRENCES	70
ANNEXES	75

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Conclusions préliminaires de l'étude de la littérature	21
Tableau 5.1	Caractéristiques de chaque maillage et résultats en pulsations pour l'étude structurelle	41
Tableau 5.2	Caractéristiques de chaque maillage et résultats en pulsations pour l'étude couplée dans l'air	46
Tableau 5.3	Erreurs obtenues pour chaque maillage	47
Tableau 5.4	Ratios de temps de calculs au sein d'une boucle	48
Tableau 5.5	Résultats en pulsations et en erreur pour l'étude couplée dans l'eau .	49
Tableau 5.6	Résultats en pulsations et en erreur pour l'étude couplée dans l'air maillée en hexaèdres	50
Tableau 6.1	Fréquences propres de la plaque	54

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Figure récapitulative qualitative des cas en fonction de S_{tk} et F_D . . .	13
Figure 2.2	Schéma de l'algorithme monolithique [9]	16
Figure 2.3	Schéma de l'algorithme partitionné [9]	17
Figure 2.4	Schéma de l'algorithme partiellement monolithique [9]	18
Figure 4.1	Définition de la plaque étudiée [8]	26
Figure 5.1	Déplacement des mailles	35
Figure 5.2	Résultats du <i>Zero Flow Test</i>	36
Figure 5.3	Profils de vitesse (en $m \cdot s^{-1}$) et de pression (en $m^2 \cdot s^{-2}$)	37
Figure 5.4	Schéma de la dynamique aléatoire des mailles pour l'étude de l'écoulement de Poiseuille	37
Figure 5.5	Comparaison de la vitesse pour un maillage statique et un maillage dynamique	38
Figure 5.6	Comparaison de la pression pour un maillage statique et un maillage dynamique	39
Figure 5.7	Erreurs observées en fonction du maillage considéré	39
Figure 5.8	Ordre de convergence spatiale	40
Figure 5.9	Géométrie du cas de vérification structurelle	41
Figure 5.10	Ordre de convergence de la première fréquence naturelle du solide . .	42
Figure 5.11	Déplacements horizontaux du point B en fonction de Δt sous ANSYS	44
Figure 5.12	Déplacements horizontaux du point B en fonction de la force appliquée sous ANSYS	44
Figure 5.13	Mise en évidence de la linéarité des déformations à $\Delta t = 0.01s$	45
Figure 5.14	Déplacement du solide avec un fluide peu dense environnant	46
Figure 5.15	Ordre de convergence du problème couplé avec un fluide peu dense .	47
Figure 5.16	Ratios de temps des différents calculs effectués	48
Figure 5.17	Déplacement du solide avec un fluide dense environnant	49
Figure 5.18	Carte qualitative de la convergence en fonction de la masse volumique du fluide et du pas de temps de simulation	51
Figure 6.1	Maillage en balayage de la plaque	52
Figure 6.2	Maillage de type C	53
Figure 6.3	Histogramme des cinq premiers modes propres de la plaque	54
Figure 6.4	Premier mode propre de la plaque avec déformation	55
Figure 6.5	Deuxième mode propre de la plaque avec déformation	55

Figure 6.6	Pression autour du profil à l'itération 175 pour un écoulement stationnaire	57
Figure 6.7	Vitesse autour du profil à l'itération 175 pour un écoulement stationnaire	58
Figure 6.8	Pression autour du profil à $t = 0.1s$ en écoulement instationnaire . . .	59
Figure 6.9	Vitesse autour du profil à $t = 0.1s$ en écoulement instationnaire . . .	59
Figure 6.10	Plaque déformée par l'écoulement	61
Figure 6.11	Évolution temporelle de la position verticale du point B avec une discrétisation d'ordre 1	62
Figure 6.12	Évolution temporelle de la position verticale du point B avec une discrétisation d'ordre 2	64
Figure E.1	Influence de U_0 sur tous les paramètres de simulation	88
Figure E.2	Influence de U_0 sur l'énergie cinétique turbulente k	88
Figure E.3	Influence de U_0 sur le taux de dissipation ε	89
Figure E.4	Influence de U_0 sur le taux spécifique de dissipation ω	89
Figure E.5	Influence de U_0 sur la viscosité turbulente ν_t	89
Figure F.1	Organisation d'un cas test	90
Figure F.2	Représentation de l'application de la force au cours du temps	93

LISTE DES CARACTÈRES ET SYMBOLES

Caractères grecs

<u>Caractère</u> :	<u>Nom</u> :	<u>Unité SI (unité usuelle)</u> :
α_r	Erreur relative	-
δ	Décrément logarithmique	-
Δt	Pas de temps	s
Δx	Taille de maille	m
ϵ	Déformation (ou allongement relatif)	-
ε	Taux de dissipation	$m^2 \cdot s^{-3}$
γ	Intermittence	-
λ	Premier coefficient de Lamé	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2} (Pa)$
$\lambda_{\mathcal{M}_A}$	Valeur propre maximale de la matrice de masse ajoutée	-
$\mu_{\text{Lamé}}$	Second coefficient de Lamé (ou module de cisaillement)	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2} (Pa)$
μ	Viscosité dynamique	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} (Pa \cdot s)$
μ_t	Viscosité dynamique de turbulence ($\mu_t = \rho \cdot \frac{k}{\omega}$)	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1} (Pa \cdot s)$
ν	Viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
ν_{Poisson}	Coefficient de Poisson	-
ν_t	Viscosité cinématique de turbulence	$m^2 \cdot s^{-1}$
$\bar{\xi}$	Champ de déplacement	m
ξ_0	Déplacement nominal	m
ρ_F	Masse volumique du fluide	$kg \cdot m^{-3}$
ρ_S	Masse volumique du solide	$kg \cdot m^{-3}$
$\bar{\sigma}$	Champ de contrainte	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2} (Pa)$
ω	Taux spécifique de dissipation ($\omega = \frac{\varepsilon}{k}$)	s^{-1}
ω_d	Pulsation naturelle amortie	$rad \cdot s^{-1}$
ω_n	Pulsation naturelle	$rad \cdot s^{-1}$
ζ	Amortissement hydraulique	-

Caractères latins

<u>Caractère</u> :	<u>Nom</u> :	<u>Unité SI (unité usuelle)</u> :
A_{stab}	Critère de stabilité	—
c	Vitesse de propagation dans le solide	$m \cdot s^{-1}$
Co	Nombre de Courant (ou CFL)	-
$C_{\text{instabilité}}$	Constante du critère de stabilité	-
C_Y	Nombre de Cauchy	-
D	Nombre de déplacement	-
E	Module de Young	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$ (Pa)
f	Chargement modal	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$ (N)
f_{moy}	Fréquence moyenne d'oscillations	s^{-1} (Hz)
F_D	Nombre de Froude dynamique	-
Fr	Nombre de Froude	-
g	Accélération de la pesanteur	$m \cdot s^{-2}$
G	Nombre d'élasto-gravité	-
\bar{I}	Tenseur identité	-
k	Énergie cinétique turbulente	$m^2 \cdot s^{-2}$
K	Raideur modale	$kg \cdot s^{-2}$ ($N \cdot m^{-1}$)
L	Taille caractéristique (typiquement, la corde du profil)	m
m	Masse modale	kg
M	Nombre de masse	-
\mathcal{M}_A	Matrice de masse ajoutée	kg
p	Pression	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$ (Pa)
$q(t)$	Déplacement modal	m
Re	Nombre de Reynolds	-
Re_{θ_t}	Nombre de Reynolds de transition	-
S_{tk}	Nombre de Stokes	-
\bar{U}	Champ de vitesse	$m \cdot s^{-1}$
U_R	Vitesse réduite	-
U_0	Vitesse nominale	$m \cdot s^{-1}$
V_{maillage}	Vitesse de déplacement du maillage fluide	$m \cdot s^{-1}$

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

<u>Sigle :</u>	<u>Signification :</u>
ANSYS	Swanson Analysis Systems Inc.
BDF	Backward Differentiation Formula
BE	Backward Euler
CFD	Simulation numérique en dynamique des fluides (Computational Fluid Dynamics)
CFL	Nombre de Courant (Courant–Friedrichs–Lewy condition)
CGNS	CFD General Notation System
CSD	Simulation numérique en dynamique des solides (Computational Structure Dynamics)
DES	Detached-Eddy Simulations
DNS	Direct Numerical Simulations
EDP	Équations aux dérivées partielles
IFS	Interaction Fluide-Structure
LES	Large Eddy Simulations
MDF	Méthode des différences finies
MEF	Méthode des éléments finis
MVF	Méthode des volumes finis
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations
SAS	Scale-Adaptive Simulation
SCFSI	Sequentially-Coupled Fluid Structure Interaction
SST	Shear Stress Transport
URANS	Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Équations constitutives du couplage fluide-solide	75
Annexe B	Cas d'étude : $U_R \ll 1$	80
Annexe C	Équations du modèle $k - \omega$ <i>SST</i>	85
Annexe D	Équations du modèle <i>SST</i> – <i>SAS</i>	87
Annexe E	Paramètres de turbulence en fonction de la vitesse incidente du fluide	88
Annexe F	Guide d'utilisation de partFSIFoam	90
Annexe G	Paramètres des simulations couplées	94

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Mise en contexte

Dans une société pour laquelle la nécessité de prendre un virage énergétique est omniprésente, il est indispensable de développer des technologies respectueuses de l'environnement et renouvelables. Dans cette optique, la génération d'électricité à l'aide de turbines hydrauliques est un choix logique. En effet, étant en 2016 la troisième source de production électrique mondiale (plus de 16% de l'électricité mondiale) et la première source renouvelable de production électrique [10], il s'agit d'une technologie qu'il convient de continuer à développer.

De ce fait, lors de la conception de turbines hydrauliques, il est capital de pouvoir garantir une durée de vie suffisante d'utilisation ainsi qu'une fiabilité importante des composants afin d'éviter toute perte. Notamment pour les centrales de grande envergure qui cherchent à produire des puissances gigantesques pour couvrir les besoins en énergie, chaque écart qui n'a pas été anticipé lors des phases de conception peut prendre des proportions importantes.

Enfin, contrairement à l'air, l'eau présente une composante majeure non négligeable : sa masse. Ainsi, lorsqu'elle est en marche, une turbine s'use particulièrement sous l'effet de l'eau. Afin de prévoir cette usure tout en limitant le plus possible les essais modèles coûteux, il convient d'effectuer des analyses numériques du problème.

Pour des conditions normales de fonctionnement de la turbine, le passage périodique des aubes mobiles à proximité immédiate des aubes stationnaires fixes peut induire des vibrations dans la machine, appelées interactions rotor-stator, qui entrent dans la catégorie plus large des interactions fluide-structure. Lorsque la fréquence de vibration se rapproche d'une fréquence propre de la turbine, cette interaction peut entraîner des fissures et une défaillance prématurée de la machine [1, 2, 3], et pose des défis majeurs aux concepteurs de machines modernes. Alors que les phénomènes d'interactions fluide-structure ont été explorés depuis plusieurs années dans le domaine de l'aérodynamique, ce phénomène attire davantage l'attention des chercheurs en hydraulique [4, 5]. Une différence importante entre l'aérodynamique et l'hydraulique, vis-à-vis des IFS, concerne l'influence de l'eau en tant que fluide, qui ajoute une masse significative dans le système, par rapport à l'air. Cette masse ajoutée augmente le couplage entre le fluide en mouvement et la structure, ce qui à son tour impacte les forces d'amortissement [6]. Ces forces d'amortissement induites par l'écoulement d'eau sont connues pour varier en fonction de la vitesse du fluide ; cependant, la prédiction numérique précise et efficace de ces forces d'amortissement constitue toujours un défi important.

1.2 Définitions et concepts de base

Dans ce contexte d'analyse hydraulique en phase de pré-conception, on note bien l'importance d'une résolution numérique fine et précise.

Cependant, une analyse structurelle de la turbine n'est pas suffisante à elle seule car l'effet du fluide engendre une réponse des matériaux constituant la turbine. De même, une analyse de la dynamique des fluides n'est, en elle-même, pas suffisante non plus car la prédiction de la réaction de la structure doit également être mesurée. Il est alors impératif de coupler ces équations afin de résoudre le problème d'interaction fluide-structure (IFS).

Comme précisé auparavant, le domaine des interactions fluide-structure est encore aujourd'hui en constant développement. En effet, étant donné que la définition des problèmes va permettre de catégoriser un cas particulier dans une sous-classe d'IFS, il existe une multitude de méthodes de résolution. Ainsi, une méthode unique pour tout problème couplé, quel qu'il soit, n'est pas envisageable pour le moment.

Les logiciels commerciaux présentent cependant de plus en plus de fonctionnalités permettant d'étudier un grand nombre de problèmes variés. Cependant, le code n'est bien entendu pas publique. La possibilité de développer un solveur entièrement sous un logiciel de CFD à code source ouvert tel qu'OpenFOAM permet alors une étude plus approfondie du couplage au sein d'un algorithme de résolution. Il est de ce fait possible de contrôler le contenu d'un tel solveur afin de pouvoir s'assurer des caractéristiques que l'on cherche à implanter.

Enfin, la justification de la pertinence de ce solveur en comparant les résultats aux données expérimentales permettrait une avancée dans le domaine. On pourrait alors, pour une sous-classe de problème donnée, effectuer une résolution fine et précise de la formulation IFS. Cela entraînerait, à terme, une meilleure conception des composants d'une turbine, permettant une optimisation des performances ou de la durée de vie notamment.

1.2.1 Différentes méthodes d'analyse numérique

Afin de résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles (EDP), on distingue trois grandes familles de méthodes : la méthode des différences finies (MDF), la méthode des éléments finis (MEF) et la méthode des volumes finis (MVF) [11].

Bien qu'elles permettent toutes la résolution d'EDP, ces méthodes présentent certaines différences notables dans leur approche.

Tout d'abord, la discrétisation des EDP varie suivant la méthode. Là où la MDF approche les équations en remplaçant les dérivées par une formulation différentielle approchée, la MVF intègre les équations sur des volumes finis du domaine d'étude et la MEF considère la formulation faible des équations qui revient à multiplier les équations par une fonction test, puis à intégrer sur des éléments finis du domaine.

Bien qu'ayant des définitions différentes, les valeurs de l'ensemble du domaine d'étude avec ces méthodes seront obtenues par interpolation des valeurs obtenues par la résolution numérique.

Ici, l'approche considérée sera une discrétisation unifiée entre le fluide et le solide. En effet, bien que la discrétisation en volumes finis soit atypique dans le cas d'une résolution solide, les possibilités proposées par OpenFOAM permettent de considérer une approche unique pour les deux domaines d'étude.

1.3 Objectifs de recherche

Ce projet vise à étendre les travaux antérieurs menés sous logiciel commercial [7] sur les simulations IFS en utilisant une formulation entièrement couplée développée à partir des capacités de modélisation IFS. Comme montré dans ce travail précédent, une grande quantité du temps de calcul a été passée à échanger des données entre les simulations du fluide et de la structure, qui ont été exécutées comme des processus distincts. Une nouvelle approche est proposée dans le présent projet, qui vise à développer un solveur IFS entièrement intégré basé sur les capacités d'analyse des fluides et des structures à l'aide d'OpenFOAM.

Pour valider les résultats de simulation, des mesures expérimentales réalisées par Andritz sur une plaque modèle seront utilisées. Le cas de test choisi consiste en une plaque profilée placée dans un tunnel d'eau et excitée à l'aide d'actionneurs piézoélectriques [8]. Des mesures ont été effectuées pour plusieurs conditions d'écoulement et quatre profils distincts avec des rapports d'aspect variables.

1.4 Plan du mémoire

Le présent mémoire s'articulera alors comme suit.

Tout d'abord, nous définirons les différents cas tests sur lesquels nous nous pencherons ici. Nous préciserons alors les géométries mises en jeu puis nous décrirons plus en détail les paramètres du cas de validation du solveur.

Nous discuterons alors du couplage et de la vérification du transfert d'informations entre les domaines fluide et solide.

Par la suite, nous procéderons à la vérification du solveur à l'aide de résultats analytiques de plusieurs problèmes particuliers fluide et/ou solide.

Nous mettrons alors en place les études préliminaires ainsi que la validation du solveur sur la géométrie de plaque présentée précédemment. Aux vues des résultats obtenus en étude préliminaire et au regard des résultats expérimentaux, nous pourrions conclure sur la validation du code.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Afin de choisir de manière raisonnée et justifiée nos différents paramètres de simulation, nous devons étudier les avancées qui ont été effectuées dans le domaine. On pourra alors discuter des intérêts et des limites des différents points abordés, ce qui permettra d'avoir une base préliminaire sur laquelle s'appuieront les études numériques.

Les simulations couplées entre fluide et solide dans les turbines exigent de longs temps de calculs et peuvent présenter des instabilités de calculs. Comprendre l'influence de chacun des paramètres des équations fluide et solide est ainsi primordial.

2.1 Domaine fluide

2.1.1 Équations constitutives

Commençons tout d'abord par introduire les différentes équations du fluide qui vont intervenir lors de nos simulations. Le fluide étant incompressible, la masse volumique de celui-ci sera constante. Les équations sont alors écrites en conséquence.

N.B. : les variables présentées ci-après qui ont rapport avec le fluide seront indicées f , celles qui ont rapport avec le solide seront, quant à elles, indicées s.

*N.B. 2 : les notations et simplifications effectuées dans les Annexes **A** et **B** sont tirées du cours d'interactions fluide-structure de l'École Polytechnique Paris-Saclay (l'X) donné par Emmanuel de Langre [12]. On considère notamment la notation $\bar{\cdot}$ pour désigner un tenseur d'ordre 1. Par extension, un tenseur d'ordre 2 sera noté $\bar{\bar{\cdot}}$.*

On a alors, pour le domaine fluide, les équations de Navier-Stokes. On retrouve l'équation de conservation de la masse :

$$\text{div}(\bar{U}) = 0 \quad (2.1)$$

ainsi que l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_F \cdot \frac{d\bar{U}}{dt} = -\rho_F \cdot g \cdot \bar{e}_z - \bar{\nabla} p + \text{bar} \nabla \cdot \bar{\bar{\tau}} \quad (2.2)$$

Avec,

\bar{U} , le champ de vitesse

ρ_F , la masse volumique du fluide

g , l'accélération de la pesanteur

p , la pression

$\bar{\bar{\tau}}$, le tenseur des contraintes visqueuses

2.1.2 Modèle de turbulence

Dans un problème de profil immergé dans un fluide comme le nôtre, on se retrouve dans un cas avec un haut nombre de Reynolds, ce qui se traduit par la présence d'un écoulement turbulent dans le milieu. L'implémentation d'un modèle de turbulence pour étudier l'écoulement est donc nécessaire.

La discussion s'oriente alors vers le choix d'un tel modèle de turbulence adapté pour la résolution numérique de notre système. On peut alors comparer les différents types de simulation employés aujourd'hui [13] :

- la méthode directe (ou DNS : *Direct Numerical Simulations*) ;
- la méthode des grands tourbillons (ou LES : *Large Eddy Simulations*) ;
- la méthode approchée des équations de Navier-Stokes (ou RANS : *Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equations*).

La méthode DNS est une simulation numérique en CFD qui résout les équations de Navier-Stokes pour tout point de l'espace et du temps. Les calculs sont alors chronophages et la puissance actuels des processeurs n'est pas en mesure de résoudre autant d'équations en un temps raisonnable pour des géométries non triviales.

De la même façon, la méthode LES résout directement les grandes échelles des équations de Navier-Stokes. Ainsi, les petites échelles sont filtrées et modélisées afin de donner des temps de calculs plus intéressants. Ce filtrage est effectué à l'aide d'un filtre passe-bas spatial (ou spatio-temporel [14]).

Cette méthode est préférée aux DNS lorsque cette dernière n'est pas faisable, pour des hauts Reynolds ou des géométries trop complexes notamment.

Ces deux méthodes précédemment présentées ne nécessitent pas l'utilisation d'un modèle de turbulence, car il s'agit de méthodes de résolution directe. *A contrario*, la méthode RANS est une approximation des équations de Navier-Stokes. En effet, la résolution est effectuée non pas sur les équations de la dynamique des fluides, mais sur un écoulement moyen. Ensuite, la turbulence est modélisée numériquement à l'aide des modèles de turbulence en utilisant la viscosité turbulente. Les fluctuations temporelles ne sont donc pas calculées, mais estimées

par modélisation. Par extension, le modèle URANS (pour *Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes*) effectue le même type d'analyse pour des écoulements présentant des variations en temps. Il est ainsi nécessaire de modéliser les turbulences afin de pouvoir avoir un résultat aussi approché que possible de la réalité.

Le modèle le plus largement préconisé par les auteurs est le modèle $k - \omega$ SST [15, 16]. Ce modèle, en plus du bon compromis rapidité-précision présenté par les modèles type $k - \varepsilon$, permet une bonne prédiction du détachement de la couche limite. Ces deux modèles prédisent la turbulence à l'aide de deux équations aux dérivées partielles à deux variables. Ces deux variables sont l'énergie cinétique turbulente k ainsi que le taux de dissipation de l'énergie turbulente ε (ou le taux spécifique de dissipation ω pour les modèle $k - \omega$). Dans le cas du modèle $k - \omega$ SST, la turbulence est intégrée jusqu'à la paroi mais il reste toujours possible de considérer des lois de paroi afin d'atténuer les contraintes sur le maillage.

Dans des cadres d'études particuliers, ce modèle de turbulence pourrait être couplé à un modèle de transition afin de corriger la fonction densité et ainsi réduire la viscosité tourbillonnaire, ce qui coïncide avec les expériences menées [17]. Ce modèle de transition peut notamment être le modèle $\gamma - Re_{\theta_t}$ qui semble donner de meilleurs résultats vis-à-vis des zones transitoires entre écoulement laminaire et turbulent [18].

Un tel modèle de turbulence couplé à déjà été décrit par Langtry et Menter [19, 20, 21]. Ce modèle, que l'on peut appeler le modèle transitionnel SST à 4 équations de Langtry-Menter, ou plus simplement, le modèle $k - \omega$ SST - LM, permet alors une meilleure approximation des effets de transition au sein de l'écoulement. Cependant, l'ajout de deux équations dans les calcul serait extrêmement coûteux en temps, et donc ne serait pas adapté à notre étude.

Dans un premier temps, l'étude sera menée en régime stationnaire avec le **modèle** $k - \omega$ SST. Par la suite, le problème sera étendu au régime instationnaire. L'ajout d'un modèle adaptatif, tel que le **modèle** SAS, serait particulièrement adapté. En effet, ce modèle introduit une échelle de von Karman dans l'équation de la turbulence. Cette échelle fait intervenir la dérivée seconde de la vitesse du fluide, ce qui permet un ajustement dynamique des équations lors de la résolution en régime instationnaire. Le comportement obtenu dans les régions instationnaires est alors semblable à celui obtenu par une simulation LES [22]. Les équations détaillées des modèles SST et SAS peuvent être trouvés en Annexes C et D respectivement.

2.1.3 Multi-échelles

Lors de la résolution numérique, il peut être nécessaire d'adapter les échelles en fonction, notamment, de la proximité d'une paroi. On peut alors distinguer différentes techniques permettant de tenir compte des échelles multiples [23] :

- les techniques temporelles, qui jouent sur les pas de temps ;
- les techniques spatiales, qui demandent des raffinements de maillage ;
- les techniques adaptatives (telle que la technique SCFSI ou *Sequentially-Coupled FSI*).

Cette dernière technique permet d'augmenter la précision en s'assurant des temps de calcul réduits. On n'a alors besoin ni de raffinement de maillage, ni de diminution des pas de temps, mais uniquement de l'utilisation d'un modèle de turbulence avancé. On peut alors considérer une méthode adaptative spatio-temporelle basée sur les résidus.

Si l'étude est menée en considérant un écoulement stationnaire, le modèle $k - \omega$ *SST* précédemment détaillé pourra être employé. En effet, étant un modèle récent, il tient automatiquement compte des échelles multiples. En effet, contrairement au modèle $k - \omega$ standard, le modèle *SST* introduit de nouvelles fonctions. La viscosité turbulente notamment n'est plus une constante mais est adaptative. De même, les constantes se décomposent à présent en une partie interne et une externe, comme précisé en Annexe C, et dépendent de la variable F_1 qui évolue au fil du temps.

En revanche, dans le cas où l'étude s'étend aux écoulements instationnaires, il sera nécessaire de considérer un modèle de turbulence approprié afin de gérer ces différentes échelles. Le modèle *SAS* (pour *Scale-Adaptive Simulation*), comme précisé précédemment, permet cette gestion dans le cas d'une étude instationnaire [24]. Le modèle $k - \omega$ *SST* - *SAS* peut alors être employé pour ce type d'étude. En effet, comme détaillé en Annexe D, l'introduction de l'échelle de longueur de von Karman donne une information supplémentaire qui permet non seulement d'adapter dynamiquement les équations du modèle mais également les échelles.

Ainsi, de la même façon qu'annoncé dans le paragraphe précédent, on pourra utiliser le modèle $k - \omega$ *SST* puis le modèle adaptatif $k - \omega$ *SST* - *SAS*, respectivement pour les régimes stationnaires et instationnaires.

2.1.4 Discrétisation en temps

Dans le cadre d'une simulation fluide, le choix du pas de temps et du schéma d'intégration temporel sont des éléments importants lors de la résolution.

En effet, le choix du schéma d'intégration permet tout d'abord de définir si l'on est dans un cas stationnaire ou instationnaire. Dans le second cas, on retrouve fréquemment le schéma Backward Euler d'ordre 1 (ou BE), dit **Euler** dans OpenFOAM, ou le schéma Backward Differentiation Formula d'ordre 2 (ou BDF2), dit **backward** dans OpenFOAM. Mathématiquement, cela revient à discrétiser la dérivée temporelle d'une variable φ au temps i comme suit :

$$\frac{\partial \varphi^i}{\partial t} = \frac{\varphi^i - \varphi^{i-1}}{\Delta t} \quad \text{pour un schéma de type BE}$$

$$\frac{\partial \varphi^i}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} \varphi^i - 2 \varphi^{i-1} + \frac{1}{2} \varphi^{i-2} \right) \quad \text{pour un schéma de type BDF2}$$

Ces schémas étant implicites, ils sont inconditionnellement stables. Cependant, ils ne sont pas nécessairement précis pour tout pas de temps. Un ordre plus grand permet alors une précision plus grande des résultats, impliquant des temps de calculs plus importants.

Concernant le choix du pas de temps, il s'agit également d'un paramètre à prendre attentivement en considération. En effet, lors des simulations fluide, on peut considérer la vitesse de déplacement des mailles fluides, ce qui donne une limite sur le pas de temps :

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{V_{\text{maillage}}}$$

Cette limitation sur le pas de temps permet de considérer des pas de temps suffisamment petits pour capter le déplacement du maillage et donc d'avoir une bonne résolution des résultats.

Lors de simulations discrétisées explicitement, le nombre de Courant Co est utilisé pour s'assurer de la stabilité des calculs. Dans le cadre d'une discrétisation implicite, la diminution du critère sur la vitesse de déplacement des mailles permet de stabiliser les simulations [25].

2.2 Domaine solide

2.2.1 Équations constitutives

Concernant les équations constitutives pour le domaine solide, on a l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_S \cdot \frac{\partial^2 \bar{\xi}}{\partial t^2} - \nabla \bar{\sigma} = 0 \quad (2.3)$$

accompagnée de la relation constitutive de l'élasticité linéaire (ou loi de Hooke) :

$$\bar{\sigma} = 2 \cdot \mu_{\text{Lamé}} \cdot \bar{\epsilon} + \lambda \cdot \text{tr}(\epsilon) \cdot \bar{I} \quad (2.4)$$

$$\text{avec } \lambda = \frac{E \cdot \nu_{\text{Poisson}}}{(1 + \nu_{\text{Poisson}}) \cdot (1 - 2 \cdot \nu_{\text{Poisson}})} \quad \text{et} \quad \mu_{\text{Lamé}} = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu_{\text{Poisson}})}$$

et enfin l'équation de déformation linéarisée aux petits déplacements :

$$\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \cdot [\nabla \bar{\xi} + \nabla^t \bar{\xi}] \quad (2.5)$$

Avec,

ρ_S , la masse volumique du solide

E , le module de Young

$\bar{\sigma}$, le champ de contrainte

ϵ , la déformation solide

$\bar{\xi}$, le champ de déplacement solide

\bar{I} , le tenseur identité

2.2.2 Discrétisation en temps

Dans le cas d'une simulation numérique structurelle, la contrainte du CFL ne s'applique plus. Cependant, de nouvelles considérations sont à prendre en compte.

Tout d'abord, il faut considérer la vitesse de propagation d'onde dans le solide comme critère pour le choix du pas de temps. En considérant une longueur caractéristique L du solide, on a le temps de propagation d'une onde élastique dans le solide, ou le temps solide, qui s'écrit :

$$T_{solide} = L \cdot \sqrt{\frac{\rho_S}{E}}$$

Par ailleurs, l'équation de conservation de la quantité de mouvement présentée précédemment fait apparaître une dérivée temporelle du deuxième ordre. On peut alors déterminer cette dérivée de deux manières différentes : soit on considère une seule équation d'ordre 2 et on discrétise directement la dérivée seconde, soit on décompose le problème en deux équations d'ordre 1 en discrétisant alors des dérivées premières.

Dans le premier cas, les capacités d'OpenFOAM ne permettent que l'utilisation d'un schéma d'ordre 1 de type Backward Euler. On ne peut alors pas employer de l'ordre 2, ce qui résulte en une perte de précision dans les résultats. Dans le second cas de figure, en décomposant en deux dérivées premières, on se retrouve dans une configuration qui nous permet d'utiliser un schéma du deuxième ordre. Cela nous donne alors un meilleur contrôle des équations et une plus grande flexibilité pour optimiser la précision, la rapidité et la stabilité.

En considérant cette dernière possibilité, on décompose alors la dérivée seconde de telle manière à obtenir la nouvelle équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_S \cdot \frac{\partial V}{\partial t} - \nabla \bar{\sigma} = 0 \quad (2.6)$$

$$V = \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} \quad (2.7)$$

Ou plus précisément, en considérant directement un schéma d'ordre 2 de type BDF2 [26], avec i , $i - 1$ et $i - 2$ représentant les pas de temps :

$$\rho_S \cdot \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} V^i - 2 V^{i-1} + \frac{1}{2} V^{i-2} \right) - \nabla \bar{\sigma} = 0 \quad (2.8)$$

$$V^{i+1} = \frac{1}{\Delta t} \cdot (\bar{\xi}^{i+1} - \bar{\xi}^i) \quad (2.9)$$

2.3 Couplage fluide-solide

2.3.1 Conditions à l'interface

Enfin, au niveau de l'interface, on ajoute deux conditions. Une condition cinématique donnée par :

$$\bar{U}(\bar{x}, t) = \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t} \quad (2.10)$$

Puis une condition dynamique :

$$\bar{n} \cdot \sigma_{interface}^{solide} = \bar{n} \cdot \sigma_{interface}^{fluide} \quad (2.11)$$

La condition cinématique correspond à une égalité des vitesses fluide et solide qui se traduit par un mouvement des maillages des deux domaines. Ainsi, lors de l'actualisation de la position des mailles, la vitesse de déplacement du solide sera transmise au fluide.

La condition dynamique correspond, quant à elle, à une condition sur les efforts fluides appliqués sur le solide au niveau de l'interface. Ces contraintes sont une combinaison de l'effort de pression et de l'effort tranchant lié à la viscosité du fluide.

Le développement de ces conditions et des équations des domaines fluide et solide est donné en Annexes A et B et permet de décomposer et simplifier un problème vaste et complexe en un cas d'étude plus simple qui se résume à un système masse-ressort. Cependant, cela n'est possible qu'avec des hypothèses simplificatrices bien spécifiques. La question sur laquelle il est important de se pencher est alors : qu'arrive t-il dans d'autres cas ? Quelles sont les équations que l'on pourrait en tirer ?

L'étude théorique menée en Annexe B concerne un couplage fluide-structure pour lequel le fluide est considéré au repos. Cette configuration correspond alors à notre cas de vérification avec la poutre encastrée-libre plongée dans un fluide stagnant.

Avec le même type de démarche que dans le cas précédent présenté en Annexe, on peut en conclure les résultats suivants.

Tout d'abord, le cas inverse de celui étudié, c'est-à-dire pour des vitesses réduites $U_R \gg 1$ et $U_R \gg D$, revient à négliger le temps solide.

N.B. : la vitesse réduite correspond au rapport des vitesses dans le fluide et dans le solide,

$$\text{soit } U_R = \frac{U}{\sqrt{\frac{E}{\rho_S}}}.$$

Ainsi, vis-à-vis du fluide, le solide se comporte comme une limite rigide. La dynamique des fluides permet alors l'obtention d'un chargement à l'interface.

Par ailleurs, il est possible de s'attarder sur l'influence du nombre de Stokes défini par $S_T = \frac{Re}{U_R}$. Comme précisé dans l'étude précédente, un haut nombre de Stokes implique la possibilité de négliger les effets visqueux sur la dynamique du fluide. Cela nous donnait alors un système masse-ressort équivalent avec une masse ajoutée.

A contrario, un nombre de Stokes faible entraîne une dominance des effets visqueux. La conclusion est alors l'arrivée d'un effet d'amortissement ajouté.

Enfin, pour un nombre de Stokes quelconque, on est dans un cas qui n'est contrôlé ni par la masse, ni par l'amortissement ajoutés. Cependant, on observe un effet de mémoire qui, à la manière d'une horloge interne, revient à constater qu'une force va continuer à s'exercer après l'arrêt des mouvements du solide. De plus, cet effet de mémoire est d'autant plus prononcé que le nombre de Stokes est faible.

Cela se résume qualitativement dans la figure 2.1 en considérant le nombre de Froude dynamique $F_D = \frac{U}{U_R \cdot \sqrt{g \cdot L}}$ défini comme le rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur [27] :

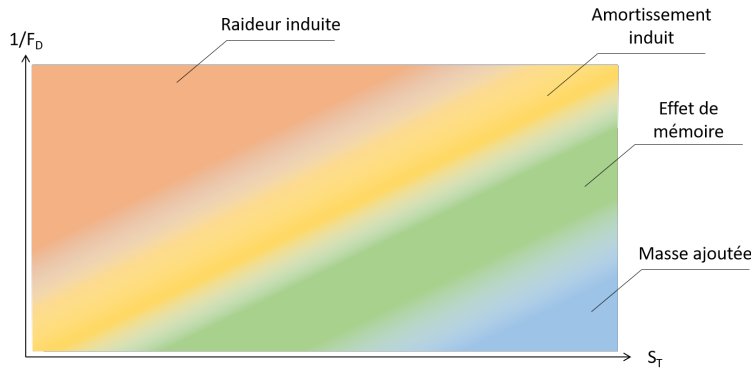


Figure 2.1 Figure récapitulative qualitative des cas en fonction de S_{tk} et F_D

2.3.2 Charge hydrodynamique et masse ajoutée

La charge hydrodynamique est la résultante de l'inertie, l'amortissement et la raideur [28]. Or, ici, on constate que le moment d'inertie est constant [16]. De ce fait, il nous reste l'amortissement du fluide ainsi que son coefficient de raideur qui dépendent des modes et fréquences propres [29].

De la même façon, la masse ajoutée liée à l'eau environnante est notamment fonction de la géométrie, des conditions de l'écoulement et des amplitudes des vibrations, à condition que celles-ci soient suffisamment grandes pour créer un espace entre le fluide et le solide [30]. Ainsi, l'influence de la masse ajoutée ainsi que de l'amortissement peuvent modifier de façon significative les fréquences propres du système couplé.

2.3.3 Type de couplage

Lors d'une résolution numérique d'un problème d'interaction fluide-structure, le type de couplage ainsi que la méthode de résolution des équations employée sont à considérer particulièrement. Ahamed et al. décrivent tout d'abord ces différents types de couplage [31] :

- les couplages unilatéraux (One-Way), qui stipulent que les mouvements du fluide sont fonction de la déformation structurelle OU que la déformation structurelle est fonction des mouvements du fluide. La dépendance entre le solide et le fluide est alors unidirectionnelle et il n'y a pas d'effet de réponse en réaction ;
- les couplages bilatéraux (Two-Way) qui précisent que les mouvements du fluide sont fonction de la déformation structurelle ET que la déformation structurelle est fonction des mouvements du fluide. Cette interdépendance entre l'écoulement du fluide et la déformation du solide a lieu en même temps ;
- des couplages multilatéraux (Four-Way par exemple). Comme le précise Elghobashi [32], contrairement aux couplages uni et bilatéraux qui correspondent à des milieux dilués, un couplage quadrilatéral sera applicable dans des cas de milieux denses. Ainsi, il sera nécessaire de prendre en considération les frictions ou autres interactions entre particules.

Le type de couplage dépend donc du problème étudié, notamment si l'on a besoin de considérer les interactions entre particules. Par ailleurs, pour un même problème, Hutchison précise que les variations entre les méthodes uni et bilatérales sont observables mais légères [9].

Dans notre cas, étant donné la nature de notre problème, **le couplage considéré doit être bilatéral**. En effet, lorsque la structure vibrera sous l'effet du fluide, l'écoulement se trouvera être perturbé. Une approche unilatérale n'est donc manifestement pas suffisante

pour résoudre ce type de cas.

2.3.4 Algorithmes de résolution

Les auteurs présentent également les algorithmes de résolution des équations :

- l’algorithme partitionné, communément employé et qui consiste à résoudre séparément de manière itérative le solide et le fluide. Cette approche peut être séparée en deux types de couplages : les couplages *explicite* (ou *faible*) et *implicite* (ou *fort*) ;
- l’algorithme monolithique, plus complexe à formuler et implémenter, qui consiste à résoudre simultanément les équations du fluide et du solide.

L’approche monolithique consiste effectivement en un unique solveur pour résoudre les équations fluide et structure simultanément (voir la Figure 2.2). Il n’y a alors pas besoin d’une méthode de couplage supplémentaire à l’interface. Cependant, alors que ce n’est pas le cas d’autres types d’algorithmes, il est nécessaire d’utiliser les mêmes méthodes de discrétisation et de résolution pour le fluide et la structure. Par ailleurs, il n’est pas possible d’exploiter directement et simplement les solveurs fluide et structure déjà existants [33]. En effet, pour assurer la résolution des équations fluide et solide au sein d’une seule et même boucle, il est nécessaire que les équations de vitesse et de pressions soient également résolus de manière monolithique, ce qui n’est pas le cas dans un algorithme de type SIMPLE ou PISO.

D’un autre côté, l’approche partitionnée permet de contourner ces deux inconvénients en utilisant des discrétisations et résolutions adaptées à chaque sous-problème (voir la Figure 2.3).

Il est alors envisageable d’imaginer de nouvelles méthodes qui permettent de conserver le caractère de simultanéité tout en évitant d’être confronté aux inconvénients sus-cités.

Il a notamment été imaginé une nouvelle méthode de couplage hybride basée sur les définitions des couplages partitionné et monolithique [34, 35]. Ce nouveau couplage *partiellement monolithique* combine le couplage partitionné et le couplage monolithique afin d’obtenir une nouvelle méthode forte, donnant une précision comparable à la méthode monolithique et un temps de calcul proche du couplage partitionné. Cela repose sur le principe que les équations du solide et du fluide sont résolues simultanément, de la même façon que pour le couplage monolithique, tandis que le maillage est résolu en parallèle de façon itérative, comme c’est le cas pour un couplage partitionné (voir la Figure 2.4). On optimise alors les paramètres de précision et de rapidité lors de la résolution numérique du problème. Cependant, cette méthode a été montrée comme étant plus adaptée aux écoulements compressibles.

Revenons alors dans le cas d’une approche partitionnée. On précise alors les concepts de couplage faible et fort [33, 36].

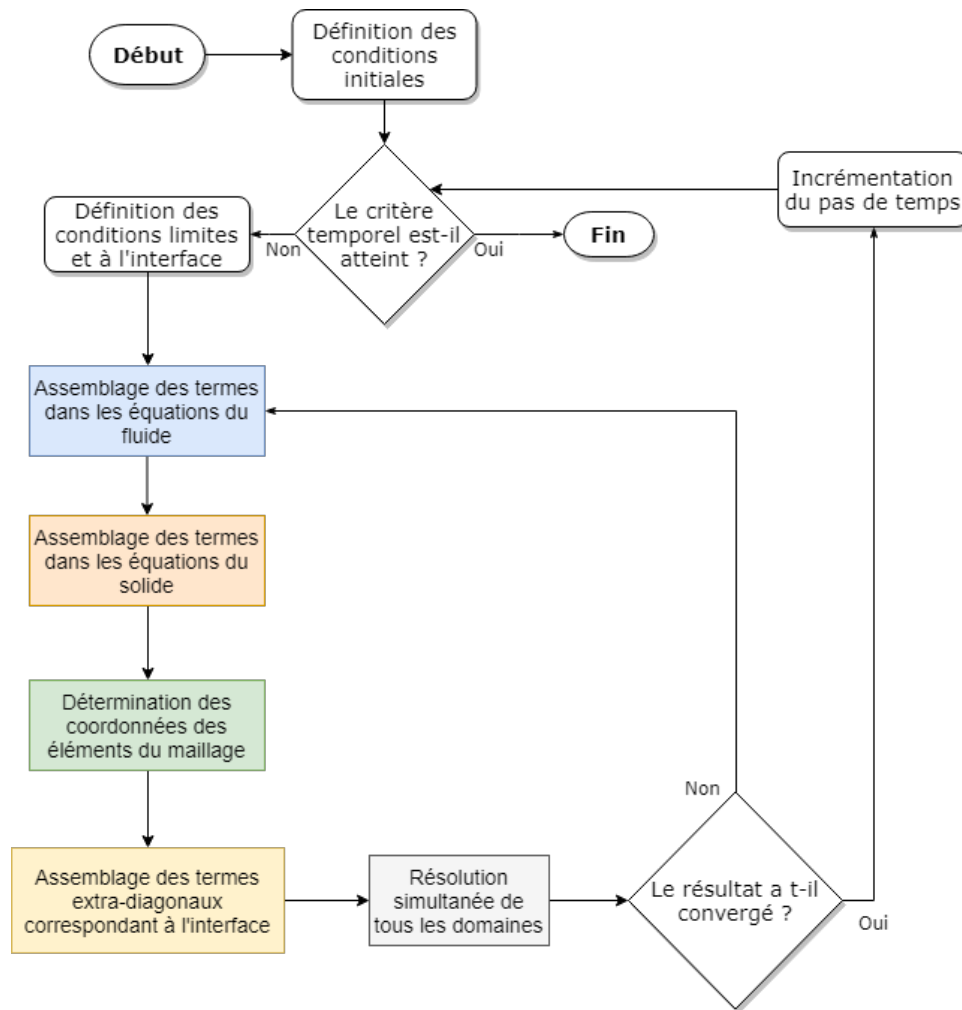


Figure 2.2 Schéma de l'algorithme monolithique [9]

Les couplages explicites ou faibles sont les méthodes qui résolvent les équations fluide et solide de façon séquentielle et seulement une fois par pas de temps. Bien que faisable, ce type de couplage démontre une faible précision dans les résultats. En effet, avec une unique itération par pas de temps, on ne peut garantir la convergence du déplacement solide. Ces couplages sont divisés en trois catégories par les auteurs [33, 36] :

- la méthode de résolution des équations du solide à l'aide des interfaces. Cela revient, au sein du solveur fluide, à considérer l'interface fluide-solide comme une limite avec une condition de Dirichlet et ainsi à y appliquer les déplacements, la vitesse et l'accélération obtenus par le solveur structural. De son côté, le solveur solide considère l'interface comme une limite avec une condition de Neumann et impose l'effort exercé par le fluide. Cette méthode de résolution est la méthode explicite la plus employée dans les algorithmes de résolution, cependant ses limites ne sont pas clairement établies.

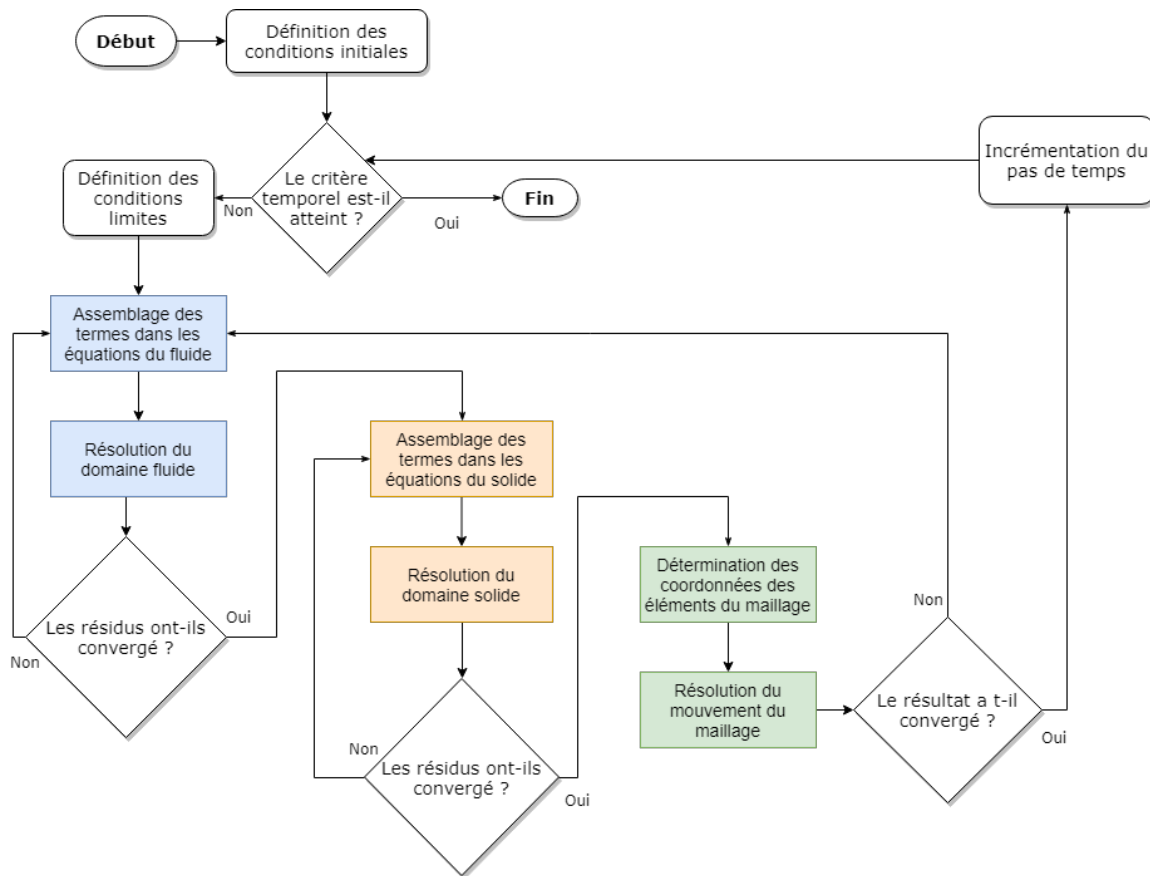


Figure 2.3 Schéma de l'algorithme partitionné [9]

- la méthode de résolution des équations du fluide à l'aide des interfaces. Cette méthode est exactement l'inverse de la précédente : le solveur fluide considère l'interface comme une limite avec condition de Dirichlet, imposant les efforts du solide, tandis que le solveur solide la considère comme une limite avec condition de Neumann en récupérant les informations de déplacement, de vitesse et d'accélération du fluide comme condition.
- la méthode de résolution des équations du solide et du fluide à l'aide des interfaces. Ici, l'interface est considérée comme une limite avec condition de Neumann dans les deux solveurs.

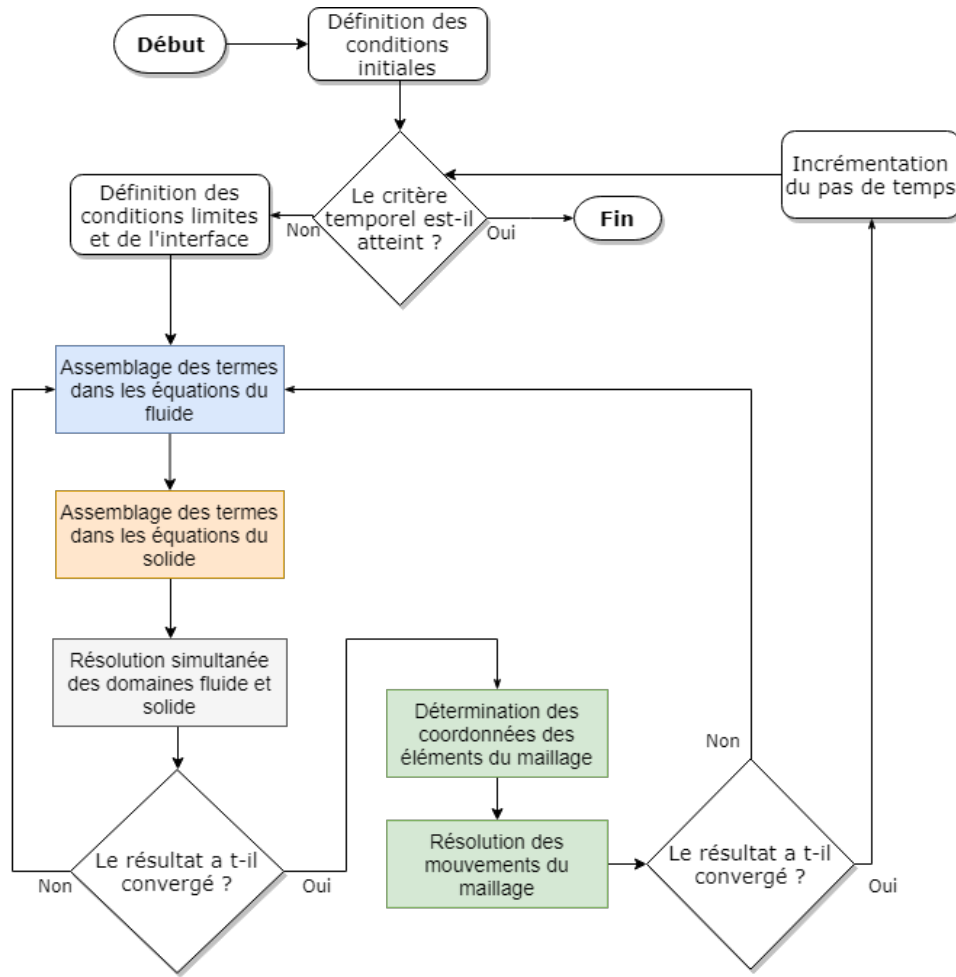


Figure 2.4 Schéma de l'algorithme partiellement monolithique [9]

Les couplages explicites, étant donnée leur définition et leur flexibilité vis-à-vis des liens entre les solveurs fluide et solide, sont facilement implémentables et sont ainsi les méthodes employées dans les logiciels de résolution numérique actuels. On peut notamment citer un exemple de couplage explicite : la méthode conventionnelle séquentielle en série [37]. L'inconvénient principal réside dans le fait que ce couplage est bien adapté aux simulations aéroélastiques mais pas pour les écoulements incompressibles. En effet, l'effet de masse ajoutée apporte des instabilités de simulations dues au fait que les forces appliquées sur le fluide sont fonctions du déplacement prédit du solide, et non de son déplacement effectif. Cet effet de masse ajoutée est particulièrement présent lorsque les masses volumiques fluide et solide sont semblables (notamment en hémodynamique). Afin de stabiliser les simulations, ces couplages explicites présents dans les logiciels commerciaux donnent alors des résultats approchés, ce qui peut, lors d'une analyse sur une turbine, donner des mesures erronées qui se répercuteront lors de l'utilisation de celle-ci à taille réelle.

Le problème de convergence des résultats étant bien présent, certains ont proposé des pistes d'amélioration de ces méthodes explicites. On peut notamment citer Belytschko et al. qui ont proposé d'introduire dans l'équation à l'interface un terme d'amortissement afin de considérer l'amortissement du fluide dans le solveur structurel [38]. De leur côté, Nomura et Shinmyo ont imaginé diviser l'effort exercé par le fluide en plusieurs sous-parties qui seront alors transmises au solveur solide [39]. Dans ces deux cas de modification de la méthode, l'objectif final est effectivement d'améliorer la convergence des résultats.

Par ailleurs, les couplages forts, directs ou implicites correspondent à un couplage itératif des équations à chaque pas de temps. Leur implémentation dans un algorithme de résolution est alors moins évidente. On retrouve classiquement des méthodes comme les méthodes de Newton ou la méthode de Gauss-Seidel (ou méthode de Jacobi) [40, 41, 42, 43]. Cependant, bien que ce couplage permette l'obtention d'une solution stable, l'effet de masse ajoutée, toujours présent, affecte la convergence. Cela entraîne alors une nécessité d'augmenter le nombre d'itérations, ce qui revient à une augmentation globale des temps de calculs.

Une alternative a alors été imaginée pour gérer le problème des instabilités tout en diminuant les temps de calculs [44]. Cette nouvelle méthode, que l'on appelle *semi-implicite*, repose sur le principe que les instabilités du couplage explicite sont dues aux contraintes de pression. Ainsi, en couplant ce terme de contraintes de pression de manière implicite, tout en couplant les autres termes de manière explicite, on s'assure des temps de calcul raisonnables et on évite d'obtenir des instabilités dans les résultats.

Au regard de l'analyse menée, et dans un souci d'optimisation des temps de calculs, il est plus envisageable d'**implémenter un algorithme partitionné**. Afin de s'assurer du bon fonctionnement de cet algorithme, des simulations de vérification et validation seront mises en place.

2.3.5 Critère de stabilité de l'algorithme partitionné

Dans le cas où l'on considère un algorithme partitionné fortement couplé, des instabilités dues au couplage sont susceptibles d'apparaître. Ainsi, Förster et al.[45] ont notamment décrit les observations suivantes :

- La diminution du pas de temps induit des instabilités plus rapidement
- Le rapport de masses volumiques entre le fluide et le solide a une influence significative sur la stabilité. Ainsi, augmenter le ratio $\frac{\rho_F}{\rho_S}$ aggrave les instabilités
- L'augmentation de la viscosité du fluide cause une augmentation des instabilités
- *A contrario*, l'augmentation de la rigidité du solide diminue les instabilités

— Les instabilités sont influencées par la discrétisation temporelle

Le deuxième point implique que des instabilités sont susceptibles d’apparaître pour des grandes masses volumiques de fluide. Les auteurs précisent alors un critère d’instabilité qui dépend des masses volumiques fluide et solide ainsi que de la plus grande valeur propre $\lambda_{\mathcal{M}_A}$ de la matrice de masse ajoutée \mathcal{M}_A . Ce critère est alors donné par la condition d’instabilité :

$$\frac{\rho_F}{\rho_S} \cdot \lambda_{\mathcal{M}_A} > C_{\text{instabilité}}$$

La constante $C_{\text{instabilité}}$ dépend alors notamment de la discrétisation temporelle. Certaines valeurs numériques sont données par Förster et al.[45] pour des cas précis. On prend notamment l’exemple pour lequel on considère un prédicteur à l’ordre 0, soit $\tilde{\xi}^i = \bar{\xi}^{i-1}$. Les indices i et $i - 1$ correspondent à deux itérations successives au sein du même pas de temps. La notation $\tilde{\cdot}$ est utilisée pour évoquer le prédicteur. On peut alors employer une discrétisation de type *Backward Euler* (BE), ou *Euler* sous OpenFOAM soit de l’ordre 1, ou bien de type *Backward Differentiation Formula* à l’ordre 2 (BDF2), *backward* sous OpenFOAM. On a alors respectivement $C_{\text{instabilité, BE}} = 3$ et $C_{\text{instabilité, BDF2}} = \frac{3}{2}$. Cela illustre alors une stabilité plus grande pour des schémas temporels de plus petit ordre, ce qui est au détriment de la précision des résultats.

Par ailleurs, le premier point précise que la diminution du pas de temps accélère l’apparition des instabilités. Il existe donc une valeur A_{stab} du pas de temps qui dépend des géométries et propriétés des domaines en dessous de laquelle les instabilités apparaissent pour un rapport de masses volumiques donné. Le choix du pas de temps est donc régi par ce critère ainsi que par le nombre de Courant Co dont dépend un certain temps fluide T_{fluide} , ce qui nous donne l’inégalité suivante :

$$A_{\text{stab}} < \Delta t < \min(T_{\text{solide}}, T_{\text{fluide}})$$

2.3.6 Discrétisation en temps

Finalement, du fait des potentielles instabilités qui peuvent apparaître, on peut se pencher sur le choix des pas de temps fluide et solide. Ces derniers peuvent être identiques, ce qui correspond à une résolution des deux domaines de manière itérative à tous les pas de temps, ou bien dissociés. Cette dernière possibilité permettrait donc de stabiliser les calculs en effectuant plusieurs boucles de résolution du domaine fluide avant de résoudre le domaine solide.

Cette solution, bien que semblant intéressante en vue de stabiliser les calculs, est peu utilisée

dans la littérature, les auteurs préférant des pas de temps identiques dans les différents domaines simulés. En effet, ce choix de dissociation des pas de temps est principalement considéré lors de l'étude de dynamiques structurelles non-linéaires [46, 47].

Par ailleurs, dans le cas où l'on choisirait tout de même de considérer des pas de temps dissociés, il faudrait s'assurer de respecter la cohérence temporelle entre les pas de temps. En effet, avec des pas de temps différenciés, les discrétisations temporelles du fluide et du solide ne considèreraient plus le même temps physique, ce qui peut entraîner des erreurs si l'on ne corrige pas cet écart.

2.4 Résumé de l'étude de l'état de l'art

Après cette première étude préliminaire des travaux déjà entamés dans la littérature, il semble se dégager certaines tendances vis-à-vis des concepts pris en considération dans ce travail de recherche. Ces conclusions sont détaillées dans le tableau 2.1 :

Tableau 2.1 Conclusions préliminaires de l'étude de la littérature

Concept étudié	Approches envisagées
Couplage	Couplage bilatéral partitionné
Modèle de turbulence	Modèle $k - \omega$ <i>SST</i> (et <i>SAS</i> pour l'étude instationnaire)
Multi-échelle	Technique adaptative à l'aide du modèle de turbulence

Les modèles de turbulence $k - \omega$ *SST* et $k - \omega$ *SST - SAS* étant déjà disponibles, le développement numérique se concentrera alors sur l'algorithme de résolution.

Cette synthèse étant préliminaire, elle sera amenée à évoluer au fil de l'étude, notamment sur la question de l'algorithme de couplage.

CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE

Aujourd’hui, l’analyse numérique des structures est très bien maîtrisée. Par ailleurs, la dynamique des fluides est également de plus en plus employée afin de diminuer la quantité et le coût des essais modèles. En effet, avec des études préliminaires, il est possible d’observer les aspects sur lesquels devront se centrer les essais modèles qui suivront. Cependant, le couplage entre les deux demeure toujours un réel défi, car bien que certains logiciels commerciaux réussissent à effectuer ces analyses, le lien entre les deux résolutions numériques induit souvent des approximations dans les résultats. Ainsi, l’analyse de l’amortissement hydraulique peut être erronée, ce qui pourrait entraîner des problèmes de conception.

Nous proposons, dans ce qui suit, de développer un nouveau solveur en intégrant dans un même code les algorithmes de résolution fluide et solide, inspirés de solveurs existants basés sur la bibliothèque OpenFOAM en discrétisation volumes finis. Cette bibliothèque étant entièrement en code source libre, permettra de bien maîtriser les différents niveaux d’approximation et de connaître précisément les méthodes numériques utilisées. Notre démarche s’inspire donc d’une approche de vérification et de validation du nouveau solveur envisagé, qui procédera d’abord par la vérification de chacun des algorithmes impliqués, pris individuellement, puis par la vérification et la validation du logiciel de résolution couplée.

3.1 Vérification des équations avec des résultats analytiques

Afin de vérifier les équations utilisées dans notre solveur, nous entreprendrons tout d’abord une phase de simulations fluides, solides puis couplées. Les résultats des simulations seront alors comparés à des valeurs théoriques. L’estimation de l’erreur rencontrée ainsi que l’étude de la convergence spatiale nous permettra alors de vérifier les équations employées, et ainsi le solveur couplé.

L’objectif ici sera de montrer que le solveur prédit correctement la fréquence des oscillations du cas d’étude. Les influences de la masse volumique du fluide et de la discrétisation temporelle seront étudiées afin de déterminer leur impact dans la stabilité et la précision des résultats.

Ces différentes vérifications seront mises en place pour différents types de domaines géométriques dans la suite du présent rapport. Les simulations fluides permettront de vérifier le respect de la loi de conservation géométrique dans les équations employées. Pour la partie structurelle, ces simulations permettront de vérifier les équations du solide ainsi que l’ordre

de convergence spatiale pour différents maillages. La géométrie du cas de vérification solide sera alors étendue en ajoutant un fluide environnant. Les simulations couplées seront donc résolues avec notre solveur. Les simulations chercheront à déterminer la première fréquence propre de la géométrie pour différents raffinements de maillage. Nous pourrons ainsi obtenir le taux de convergence spatiale et vérifier qu'il n'a pas été altéré par le couplage. Ces simulations couplées seront effectuées dans l'air puis dans l'eau afin d'observer l'influence de la masse volumique du fluide sur la stabilité des calculs.

3.2 Validation vis-à-vis de l'expérience

À ce moment de l'étude, nous pourrons entreprendre la validation du solveur. Pour cela, nous allons lancer nos simulations sur la géométrie de plaque fournie par Andritz Hydro et comparer nos résultats aux valeurs obtenues à la suite d'une étude expérimentale et correspondant aux mêmes conditions d'utilisation que dans notre modèle. Une corrélation des résultats permettra alors de valider le modèle numérique et le solveur.

Cette validation permettra avant tout une confirmation d'une bonne exploitation de la méthode utilisée. La démarche retenue sera alors transposable à d'autres problèmes de formulation IFS aux géométries semblables.

3.2.1 Analyses préliminaires

En premier lieu, il va être nécessaire d'effectuer des analyses à la fois structurelles et fluides. Ces analyses auront plusieurs objectifs.

L'analyse structurelle va tout d'abord permettre de retrouver les modes propres de la plaque après imposition d'une force excitatrice sur celle-ci. Connaissant ces modes, nous pourrons nous assurer que la plaque vibre bien au bon mode et que la fréquence des oscillations de la plaque n'avoisine pas une fréquence propre. En effet, si les fréquences des vibrations induites se rapprochent des valeurs des fréquences propres de la plaque profilée, il y a de fortes possibilités d'obtenir des fissures.

Ensuite, l'analyse fluide stationnaire permettra d'avoir une vision globale du comportement de l'eau à proximité immédiate de la plaque. Ce comportement servira alors d'initialisation du calcul fluide instationnaire qui initialisera à son tour les calculs couplés.

Les analyses préliminaires seront initialement menées en 2D pour des premiers calculs, puis seront par la suite étendues en 3D. Dans ce rapport, seuls les résultats 3D seront présentés.

3.2.2 Couplage

Nous pourrions alors lancer nos simulations couplées sur la géométrie d'étude et en observer les résultats. Nous calculerons alors l'amortissement hydraulique dû au fluide environnant et le comparerons aux données expérimentales à notre disposition. Cela permettra de conclure sur la validité de notre solveur. Dans le cas où les résultats seraient trop éloignées des valeurs attendues, nous discuterions des potentielles causes d'erreur qui induiraient cet écart.

CHAPITRE 4 DÉFINITIONS DES MODÈLES D'ÉTUDE

4.1 Définitions des paramètres et géométries étudiées

Lors de nos phases de vérification et de validation, nous utiliserons différentes géométries.

Tout d'abord, nous vérifierons la loi de conservation géométrique dans le domaine fluide. Pour cela, nous considérerons un cube dans lequel il n'y aura initialement aucun écoulement, puis nous déplacerons les nœuds du maillage afin de s'assurer qu'il n'y a pas de formation de tourbillons ou autre apparition de vitesse ou de pression dans le fluide.

Nous nous pencherons alors sur un cas avec un écoulement de Poiseuille. Nous prendrons alors un tunnel dans lequel nous imposerons un gradient de pression entre l'entrée et la sortie puis nous étudierons l'influence du raffinement de maillage sur les résultats.

Nous passerons alors au cas d'une poutre encastree-libre que nous considérerons initialement seule afin de mener une étude sur le solide uniquement, puis nous prendrons en compte le fluide environnant dans lequel la poutre est immergée.

Ces différents cas de vérification seront détaillés dans la suite de l'étude. Pour la validation, nous mettrons en place un autre modèle d'étude et nous étudierons l'amortissement hydraulique provoqué par l'eau sur une plaque immergée. Il sera ainsi nécessaire d'étudier certains aspects de manière préliminaire, tels que les fréquences propres de la plaque ou le comportement de l'écoulement.

Pour ces premières études, nous avons besoin de définir les paramètres de simulation ainsi que les caractéristiques du modèle étudié.

Tout d'abord, précisons que trois plaques différentes sont à notre disposition. Ces plaques sont nommées H0, H1 et H3. Elles sont toutes trois constituées d'un matériau ayant une masse volumique $\rho_S = 8000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, un module de Young $E = 193 \text{ GPa}$ ainsi qu'un coefficient de Poisson $\nu_{\text{Poisson}} = 0.3$. Les plaques sont alors différenciées par la longueur de leur corde respective. Pour nos simulations, nous étudierons particulièrement la plaque H3 ayant une corde $L = 209.25 \text{ mm}$.

Par ailleurs, la plaque sera immergée dans l'eau. Cela nous donne alors, pour une température d'environ 20°C , soit 293.15 K , une masse volumique fluide $\rho_F = 998.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ainsi qu'une viscosité dynamique $\mu = 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$.

On peut alors calculer le nombre de Reynolds pour une vitesse donnée qui sera utilisé lors de nos simulations :

$$Re = \frac{\rho_F \cdot U_0 \cdot L}{\mu} \simeq 8.773 \cdot 10^5 \cdot U$$

On confirme alors que l'on est clairement dans un cas d'écoulement turbulent, ce qui justifie à nouveau l'importance du choix du modèle de turbulence.

Par ailleurs, lors de l'étude expérimentale [8], des capteurs piézoélectriques ont été placés en arrière de la plaque, près du bord de fuite afin d'exciter la plaque dans le milieu, et ainsi observer des oscillations qui permettront de visualiser et de déterminer l'amortissement hydraulique. Ces capteurs ne seront pas représentés lors de l'analyse numérique, du fait que les oscillations démarreront automatiquement par l'action d'une force excitatrice initiale. Les amplitudes des oscillations seront alors mesurées numériquement à l'aide des logiciels *Paraview* ou *CFD-Post*.

On retrouve schématiquement le modèle étudié dans la figure 4.1.

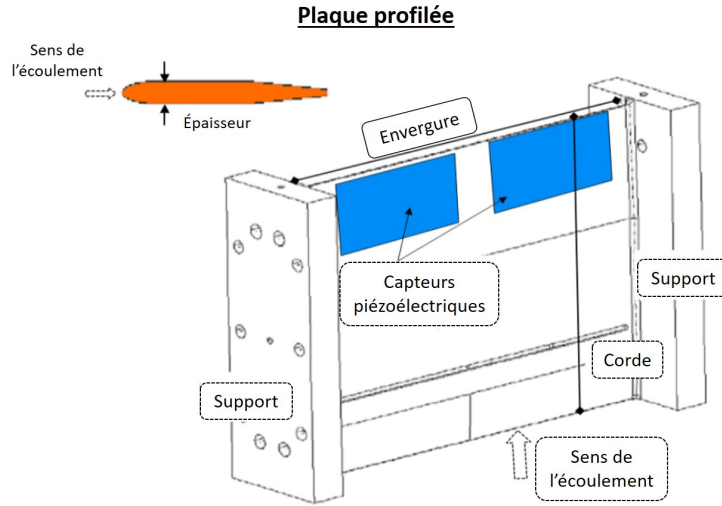


Figure 4.1 Définition de la plaque étudiée [8]

Enfin, précisons que pour l'étude structurelle préliminaire, les modes propres seront déterminés sur le profil auquel auront été retirés les supports ainsi que les congés de soudure entre la plaque et les supports. On étudiera alors uniquement les fréquences propres d'une plaque fixée sur ses bords et on discutera alors des modes obtenus.

En ce qui concerne l'analyse fluide, l'écoulement aura lieu dans le sens longitudinal de la plaque, sachant que celle-ci a un angle d'attaque nul. De plus, le tunnel d'eau va être représenté tel que son entrée est à environ $1m$ du bord d'attaque et sa sortie à environ $2m$ du bord de fuite.

4.2 Paramètres numériques

4.2.1 Détails du solveur

Que l'on utilise un algorithme partitionné, monolithique ou partiellement monolithique, le solveur doit contenir 4 parties :

- La résolution du domaine **fluide**
- Le transfert des **efforts de traction** du fluide vers le solide
- La résolution du domaine **solide**
- La mise à jour des **maillages**

La manière dont s'organisent ces différentes parties dépendra cependant de l'algorithme employé.

Étudions alors ces principaux blocs.

Résolution fluide

Afin de résoudre les équations de Navier-Stokes pour le domaine fluide, on reprend le solveur **pimpleDyMFoam** qui reprend la résolution SIMPLE [48] avec une boucle PISO [49]. Par ailleurs, ce solveur prend effectivement en compte les déplacements de maillages.

En sortie de ce solveur, on a alors notamment les valeurs des pressions et vitesses de chaque cellule du domaine. On peut alors retrouver les paramètres utilisés pour la plaque en Annexe G.

On note alors notamment que la discrétisation temporelle est au premier ordre pour garantir la stabilité des calculs et que la discrétisation spatiale est au deuxième ordre pour en améliorer la précision. On s'assure par ailleurs de considérer les critères de convergence sur les résidus de l'ordre de 10^{-6} tout en ne considérant pas un trop grand nombre de correcteurs afin de s'assurer une bonne précision des résultats.

Transfert des efforts de traction

Afin de déplacer le solide baigné dans le domaine fluide, il est nécessaire de renseigner les efforts dus au fluide. Ces efforts s'expriment sous la forme de la contrainte totale suivante [50] :

$$\underbrace{\bar{\bar{T}}}_{\text{Contrainte totale}} = - \underbrace{p \cdot \bar{\bar{I}}}_{\text{Contrainte isotrope de pression}} + \underbrace{\bar{\bar{\tau}}}_{\text{Contrainte anisotrope visqueuse}}$$

Il est alors nécessaire de renseigner les conditions frontière à l'interface de la condition *tractionDisplacement* sous le forme de la contrainte τ et de la pression p . Cette dernière correspond à la pression du fluide qui est calculée à l'interface. Cette condition à la frontière évolue donc à chaque pas de temps afin de s'adapter à la pression et à l'effort visqueux qui sont exercés par le fluide sur le solide. Il est donc nécessaire de s'assurer de la bonne transmission de l'information entre les cellules du domaine fluide et celles du domaine solide.

Concernant la contrainte anisotrope, il faut considérer le gradient de vitesse ainsi que la viscosité cinématique ν du fluide.

Avec ces conditions limites, la condition *tractionDisplacement* détermine les déplacements du solide à l'interface fluide-solide.

Résolution solide

Une fois le déplacement frontière obtenu, le solveur **solidDisplacementFoam** résout les équations de la mécanique des milieux continus au sein du solide afin de propager les déplacements de l'interface à l'intérieur des mailles solides.

Ces calculs sont alors dépendants des paramètres mécaniques renseignés dans le dossier *constant* du cas test. On donne alors, de la même façon que pour le domaine fluide, les paramètres utilisés pour la résolution du solide.

Les discrétisations temporelle et spatiale sont, de la même façon que pour le domaine fluide, du premier et du second ordre respectivement, et la tolérance sur les déplacements est considérée de l'ordre de 10^{-7} .

Actualisation du maillage

Les déplacements étant tous calculés, il est possible de renseigner les déplacements du maillage dans le fichier *pointDisplacement* avec les valeurs de déplacement solide. On peut alors interpoler ces valeurs à l'interface afin que le maillage fluide suive fidèlement le maillage solide. Par la suite, on renseigne ces valeurs frontières au fichier *pointDisplacement* du fluide. Le déplacement des mailles du fluide est alors propagé en suivant une pondération inverse à la distance (ou *IDW*). Les nouvelles coordonnées des mailles sont alors interpolées à partir des déplacement connus à l'interface.

Pseudo-code de l'algorithme

L'algorithme peut alors être donné en pseudo-code afin de bien identifier les sous-parties mises en jeu. La contrainte de convergence *converged* est donnée par la différence des amplitudes de déplacement du solide dans le fluide, normalisée par rapport à la taille du solide.

Algorithm 1 partFSIFoam

Require: $t_{final} \geq 0$, correcteurs

Ensure: *converged* = VRAI, $\forall t$

```

while  $t \leq t_{final}$  do
  converged  $\leftarrow$  FAUX
  while converged = FAUX do
     $N_1 \leftarrow 0$ 
    while Le fluide n'a pas convergé ||  $N_1 < nOuterCorrector$  do
      Résoudre l'équation de vitesse du fluide
       $N_2 \leftarrow 0$ 
      while  $N_2 < nCorrector$  do
         $N_3 \leftarrow 0$ 
        while  $N_3 < nNonOrthogonalCorrector$  do
          Résoudre l'équation de pression du fluide
        end while
        Calculer l'erreur de continuité temporelle
      end while
    end while
    Appliquer les efforts du fluide sur le solide
     $N_4 \leftarrow 0$ 
    while Le solide n'a pas convergé ||  $N_4 < nSolidCorrector$  do
      Résoudre l'équation du solide
    end while
    Relaxer les équations
    Mettre à jour le maillage
    if Critère de convergence atteint then
      converged  $\leftarrow$  VRAI
    end if
  end while
end while

```

4.2.2 Discussion sur les paramètres numériques

En dehors du solveur, il est nécessaire de correctement déterminer les paramètres de simulation du cas test.

Schémas d'intégration

Les différents schémas d'intégration sont une partie à étudier de façon indispensable pour correctement déterminer son cas test. On peut alors, à l'aide de la documentation en ligne d'OpenFOAM [51], faire un bilan des différents schémas d'intégration existants.

Concernant la discrétisation temporelle, nous considérerons le schéma **steadyState** pour les études stationnaires, et **Euler** (ou *Backward Euler*) et **backward** (ou *Backward Differentiation Formula2*) pour les simulations instationnaires. Ces deux derniers schémas sont tous deux implicites

On a notamment l'équation temporelle du schéma d'ordre 2 :

$$\frac{d\phi^i}{dt} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2}\phi - 2\phi^{i-1} + \frac{1}{2}\phi^{i-2} \right)$$

Pour la discrétisation temporelle avec le schéma d'intégration du gradient, nous considérons un schéma centré du deuxième ordre. Ce schéma est un bon compromis entre rapidité et précision. En effet, la documentation d'OpenFOAM indique que le schéma upwind du premier ordre est notamment à éviter afin de ne pas perdre en précision [51].

Notons qu'il existe également des extensions de ces schémas, mais limitées aux cellules ou aux faces.

Le calcul du gradient est alors donné par :

$$\int_V (\nabla \mathbf{u}) dV = \oint_S (\mathbf{n} \cdot \mathbf{u}) dS$$

Enfin, pour la divergence et le laplacien, on considère un schéma d'intégration centré du deuxième ordre ainsi qu'un schéma de convection de type upwind du deuxième ordre, qui est un prolongement à l'ordre 2 du schéma upwind à l'aide d'une correction. Ces schémas du second ordre permettent alors de conserver une précision raisonnable tout en ne démultipliant pas les temps de calculs. Par ailleurs, afin d'améliorer la convergence, on ajoute une correction de non-orthogonalité qui itère la résolution de l'équation de pression du fluide.

Correcteurs fluides et solides

Dans le cadres d'un algorithme partitionné avec une méthode par volumes finis, on définit les correcteurs suivants, présentés dans l'algorithme 1. Ces correcteurs correspondent au nombre maximum d'itérations qui sont effectuées pour la résolution d'une équation.

Tout d'abord, pour le fluide, on a 3 types de correcteurs différents :

- **nCorrectors** : les correcteurs qui s'appliquent uniquement sur les équations de pression
- **nOuterCorrectors** : les correcteurs qui s'appliquent sur toute la boucle PIMPLE, que ce soient pour les équations de pression ou celles de vitesse
- **nNonOrthogonalCorrectors** : les correcteurs non-orthogonaux qui dépendent de l'orthogonalité du maillage (0 s'il est complètement orthogonal et jusqu'à 20 boucles de correction sinon)

Concernant **nCorrectors**, il est commun de prendre de petites valeurs, généralement inférieures à 3. On choisit alors 2 correcteurs de pression. De plus, pour **nOuterCorrectors**, le choix dépend grandement du cas test étudié. Dans notre cas, les boucles PIMPLE convergent au bout de 4 itérations au plus. Prendre 5 correcteurs externes est alors logique. Enfin, après avoir vérifié le maillage de notre plaque avec **checkMesh**, on se rend compte que celui-ci est majoritairement orthogonal. On peut alors considérer 1 unique correcteur non-orthogonal.

Dans le cas du solide, il n'y a qu'un type de correcteur qui boucle sur l'ensemble de la résolution des équations de la mécanique des milieux continus. Ce correcteur a alors la même fonction que les correcteurs externes de PIMPLE. Il est généralement commun de prendre entre quelques dizaines et plusieurs milliers de correcteurs solides. Afin de limiter le nombre de boucles de convergence, on va considérer un grand nombre de correcteur, soit au moins 1000 correcteurs. En effet, en considérant un grand nombre de correcteurs, on est susceptible d'atteindre la condition de convergence fixée sans nécessiter beaucoup de boucles globales.

Pas de temps

Enfin, dans le but de conserver une simulation stable et d'en assurer la convergence, on cherche à maintenir le critère sur la vitesse de déplacement des mailles décrit précédemment. On rappelle que ce critère est défini par :

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{V_{\text{maillage}}}$$

avec

$V_{maillage}$: la vitesse de déplacement du maillage

Δt : le pas de temps de la simulation

Δx : la taille des mailles

Afin d'être limitant, on considère Δx comme étant la taille des plus petites cellules du maillage considéré. Pour des ordre de grandeur de mailles typiques, on a alors le pas de temps maximal à considérer : $\Delta t_{max} = 5 \cdot 10^{-4}$.

CHAPITRE 5 VÉRIFICATION DES ÉQUATIONS

L'objectif final de cette partie est de vérifier globalement le solveur couplé développé dans cette étude : **partFSIFoam**. Pour cela, il est nécessaire de vérifier différentes sous-parties du solveur. En effet, nous devons notamment nous assurer que le calcul fluide n'est pas perturbé par les échanges d'informations entre les domaines fluide et solide, que ce soit pour la transmission des efforts fluide au solide, ou la transmission du déplacement solide au fluide. Nous devons également vérifier les équations de la mécanique des milieux continus que nous employons. Enfin, nous traiterons un cas couplé simple pour lequel nous avons des résultats analytiques.

5.1 Vérification du transfert des données entre le fluide et le solide

Afin de s'assurer du bon transfert des données entre les domaines, il faut vérifier que l'échange à l'interface est bien défini. En effet, bien qu'étant positionnés aux mêmes coordonnées les points de l'interface du côté fluide sont distincts de ceux du côté solide. Notons que l'on connaît les numéros des points fluides et solides qui sont liés deux à deux au niveau de l'interface.

On a l'effort visqueux du fluide donné par :

$$\bar{\bar{\tau}} = \nu \cdot [\nabla \bar{U} + \nabla^T \bar{U}] - \frac{2\nu}{3} \cdot \text{div}(\bar{U}) \bar{I} \quad (5.1)$$

Ou encore l'expression simplifiée du tenseur des contraintes visqueuses :

$$\bar{\bar{\tau}} = 2 \cdot \nu \cdot \text{dev}(\text{symm}(\nabla \bar{U})) \quad (5.2)$$

Le seul paramètre variable au cours de la simulation qui influence les contraintes visqueuses est donc le champ de vitesses. Or les valeurs de ce dernier sont stockées au centre des faces du domaine fluide. On procède donc tout d'abord à une interpolation de ces valeurs des faces vers les nœuds fluides à l'interface. On peut alors transférer les valeurs des nœuds fluides vers les nœuds solides correspondants. On peut enfin interpoler ces valeurs pour récupérer finalement les valeurs aux centres des faces du solide.

La contrainte visqueuse étant exprimée en $m^2 \cdot s^{-1}$, on la multiplie par la masse volumique du fluide afin d'avoir une contrainte en Pa . Enfin, pour récupérer le champ d'efforts visqueux,

on applique le tenseur sur les normales aux faces du solide.

De la même façon, on ajoute l'effort de pression obtenu à partir des pressions fluides et que l'on transfère de manière similaire aux efforts visqueux.

Les données ainsi transférées servent alors de condition limite pour le déplacement du solide. Cette condition est donc évolutive au cours de la simulation suivant l'évolution de la pression et la vitesse du fluide.

5.2 Vérification de la loi de conservation géométrique

Lorsque l'on considère un cas d'application avec un maillage dynamique, les équations de pression et de vitesse du fluide prennent en compte un nouveau paramètre : la vitesse de déplacement du maillage. Cependant, bien que cette vitesse intervienne, il ne faut pas qu'elle perturbe les résultats et y induisent des erreurs. Pour cela, on va vérifier la loi de conservation géométrique, ou GCL ("Geometric Conservation Law"). On considère plusieurs cas connus et on vérifie qu'un déplacement forcé du maillage ne provoque pas d'écarts avec la solution attendue.

5.2.1 Test sans écoulement ou "Zero Flow Test"

Tout d'abord, on considère un cas sans écoulement. Si les vitesses et pressions sont initialement nulles, elles doivent le rester même après un déplacement des mailles. On prend un cube de côté h composé de 5 éléments dans chaque direction. On impose sur toutes les mailles des murs le déplacement suivant :

$$\chi(\vec{X}, t) = (t - \tanh(t)) \cdot x \cdot y \cdot z \begin{bmatrix} x - h \\ y - h \\ z - h \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\text{avec } \vec{X} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

Les déplacements des mailles internes sont obtenus par interpolation uniforme de ceux des murs.

On obtient les résultats de déplacements d'une coupe dans le plan x - y sur la figure 5.1 :

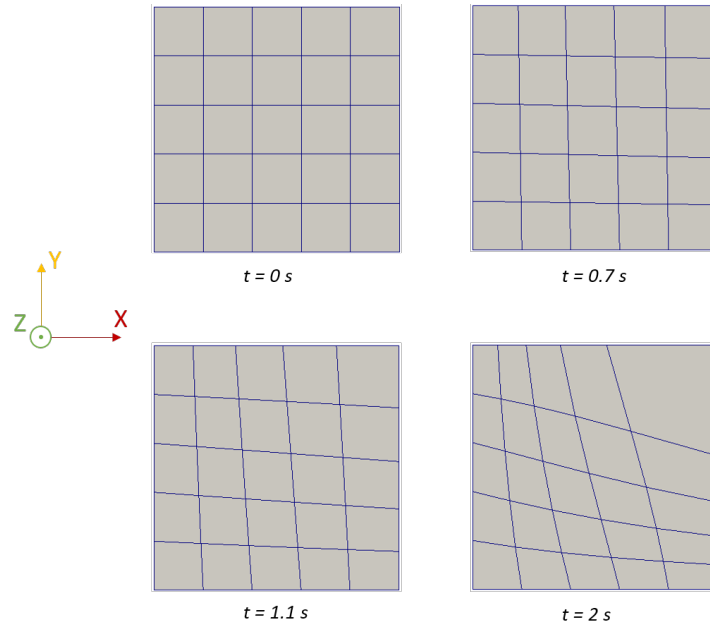
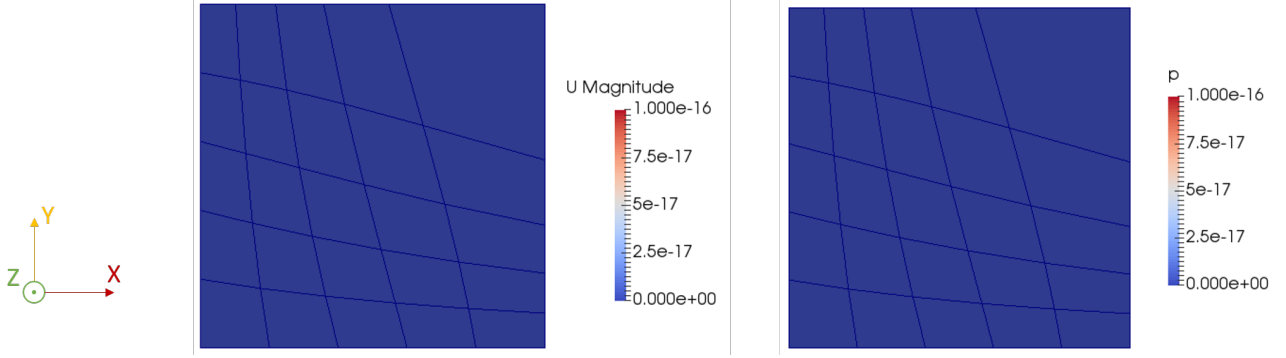


Figure 5.1 Déplacement des mailles

On peut afficher les vitesses et pressions sur ces nœuds, ce qui nous donne le résultat de la figure 5.2.

Figure 5.2 Résultats du *Zero Flow Test*

On constate que les valeurs des vitesses et des pressions sont bien nulles. On a donc montré que le déplacement des mailles sans écoulement respecte bien la loi de conservation géométrique. Il est intéressant de se pencher sur un cas avec écoulement. On va considérer une application simple connue et vérifier à nouveau la loi de conservation.

5.2.2 Cas d'application simple : écoulement de Poiseuille

Dans le cas d'un écoulement de Poiseuille, on considère les plaques parallèles à l'écoulement comme étant fixes et espacées d'une longueur l . On impose un gradient de pression entre l'entrée et la sortie afin de déplacer le fluide. On a théoriquement la vitesse du fluide en fonction de l'ordonnée y de l'écoulement, de l et de la viscosité dynamique μ :

$$u(y) = U_{max} \cdot \left(\frac{4y}{l} - \frac{4y^2}{l^2} \right)$$

avec la vitesse maximale de l'écoulement qui dépend du gradient de pression :

$$U_{max} = -\frac{l^2}{8\eta} \cdot \frac{dp}{dx}$$

On obtient les profils de vitesse et de pression suivants (figure 5.3).

Afin d'observer l'influence d'un maillage dynamique, on simule le problème avec *pimpleFoam* puis avec *pimpleDyMFoam* en faisant bouger les mailles aléatoirement au cours du temps. Ainsi, on peut comparer les résultats du même problème pour un maillage fixe et un maillage aléatoirement mobile. Notons cependant que l'on laisse une rangée de cellules fixes, ce qui nous permet de suivre l'évolution des vitesses en leurs centres, dont l'abscisse est fixe, sans faire intervenir d'interpolations.

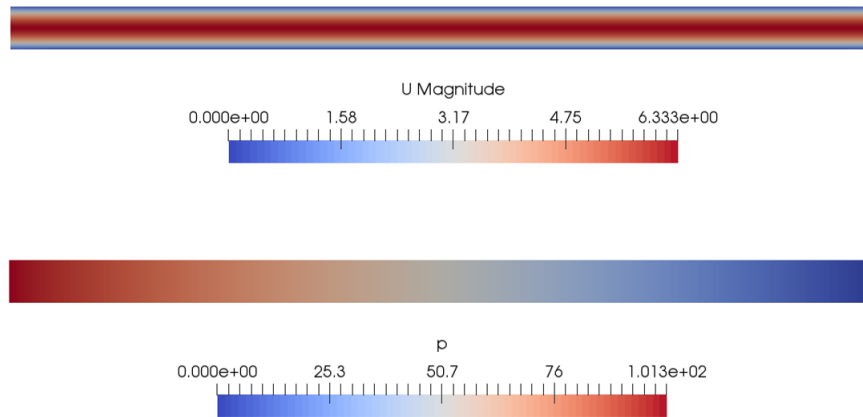


Figure 5.3 Profils de vitesse (en $m \cdot s^{-1}$) et de pression (en $m^2 \cdot s^{-2}$)

Cela correspond au schéma représenté en figure 5.4 :

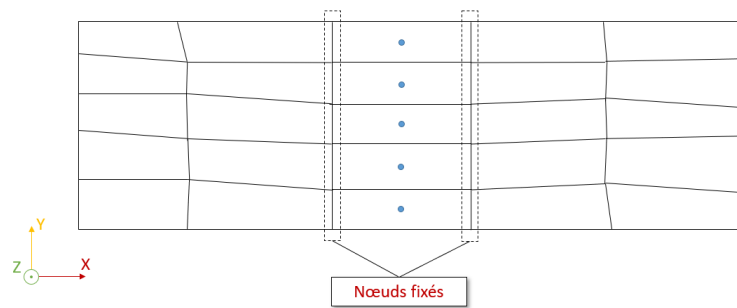


Figure 5.4 Schéma de la dynamique aléatoire des mailles pour l'étude de l'écoulement de Poiseuille

On a les résultats présentés sur les figures 5.5 et 5.6.

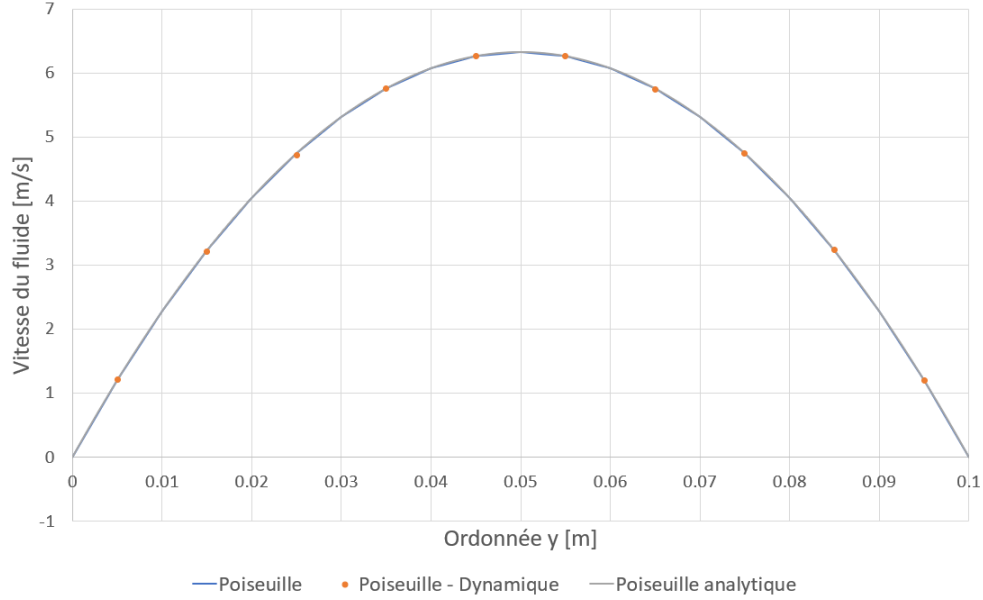


Figure 5.5 Comparaison de la vitesse pour un maillage statique et un maillage dynamique

On constate donc effectivement que les résultats entre *pimpleFoam*, *pimpleDyMFoam* et la théorie sont semblables. En ne fixant pas une rangée de cellule et en interpolant les positions de leurs centres, on observerait la présence d'écarts aux extrémités du domaine (à $y = 0$ et $y = 0.1m$). Ces écarts seraient uniquement dus à une interpolation faite par *Paraview* et ne seraient pas présents effectivement. En effet, le premier et le dernier des points du domaine sont respectivement situés à $y = 0.005m$ et $y = 0.095m$, ce qui forcerait une interpolation pour les extrémités du domaine.

Concentrons nous sur la convergence des résultats en fonction du maillage. Le schéma d'interpolation employé, *Gauss linear*, étant d'ordre 2, on s'attend à obtenir une influence quadratique du maillage. Considérons différents maillages pour lesquels seul le nombre d'éléments suivant y change. On trace les erreurs par rapport à la solution analytique sur la figure 5.7. Notons que l'erreur obtenue est donnée par :

$$\Delta u = u_{numérique}(y = 0.05m) - u_{théorique}(y = 0.05m) \quad (5.4)$$

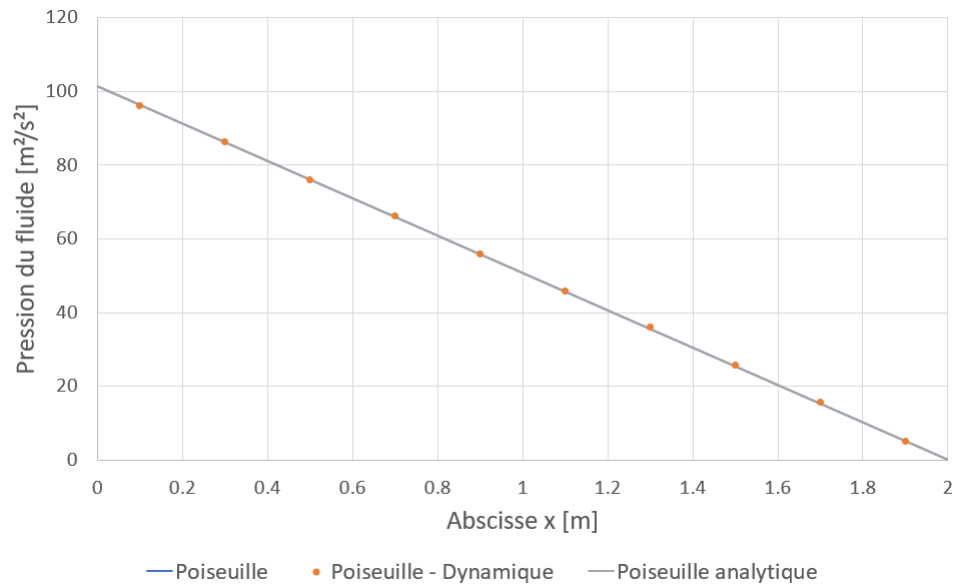


Figure 5.6 Comparaison de la pression pour un maillage statique et un maillage dynamique

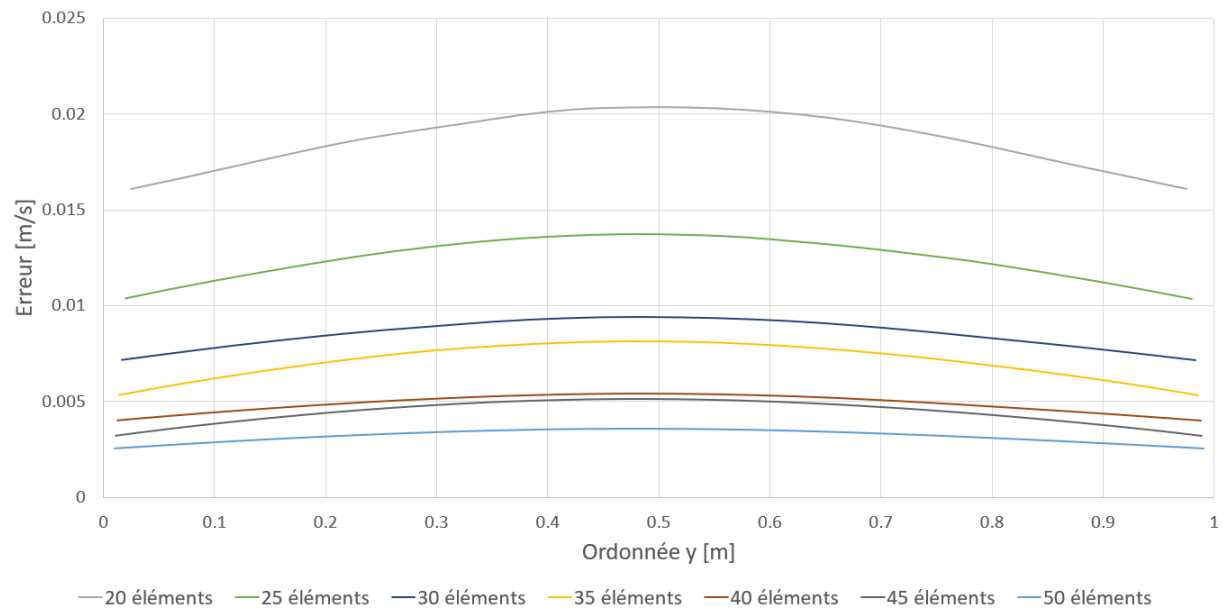


Figure 5.7 Erreurs observées en fonction du maillage considéré

En se fixant sur le point situé à $y = 0.05m$, on peut tracer l'erreur en fonction du nombre d'éléments considérés dans le maillage sur un graphe log-log afin d'obtenir l'ordre de convergence sur la figure 5.8.

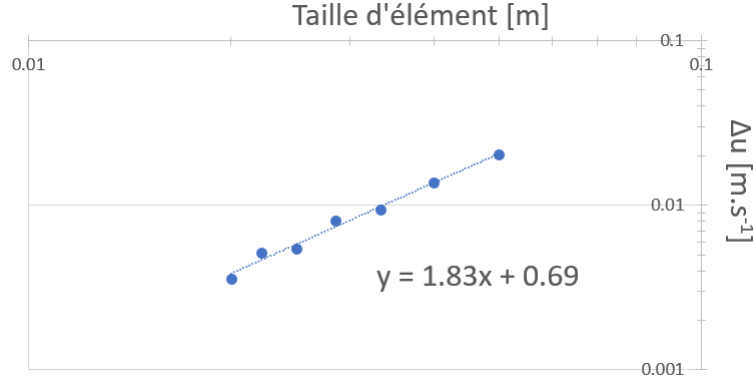


Figure 5.8 Ordre de convergence spatiale

En observant la courbe de tendance tracée sur la figure 5.8, on tend bien vers l'ordre 2 que l'on recherchait théoriquement. La dynamique du maillage ainsi que l'ordre de convergence spatiale sont donc effectivement vérifiés.

5.3 Vérification préliminaire de la partie structurelle

Description du cas

Afin de vérifier la partie solide de notre solveur, nous allons considérer une poutre encastree à son extrémité "basse" sur l'axe vertical, et libre à son extrémité "haute" du même axe (Fig. 5.9), sur laquelle nous allons appliquer une pression en créneau de valeur numérique $P_{excitatrice} = 10Pa$ pendant 1s. Cette poutre a pour dimensions $h = 0.06m$ suivant l'axe x , $L = 1m$ suivant l'axe y et $b = 0.06m$ suivant l'axe z .

Notons que dans l'ensemble de l'étude de vérification qui va suivre, le domaine solide est maillé avec des éléments de type hexaèdres dont les tailles sur les directions X et Y varient en fonction du raffinement.

Par ailleurs, on a pour paramètres mécaniques de la plaque une masse volumique $\rho_S = 2550kg \cdot m^{-3}$, un module de Young $E = 2.5 \cdot 10^5 Pa$ et un coefficient de Poisson $\nu_{Poisson} = 0.35$.

Analytiquement, les modes en flexion de la poutre sont donnés par Naudascher and Rockwell [52] (section 2.6) suivant la formule suivante :

$$\omega_N = \frac{c_N^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho \cdot b \cdot h}} \quad \text{avec } I = \frac{b \cdot h^3}{12} \text{ pour une section rectangulaire} \quad (5.5)$$

Les coefficients modaux pour une poutre encastree-libre sont : $c_1 = 1.875$, $c_2 = 4.694$ et

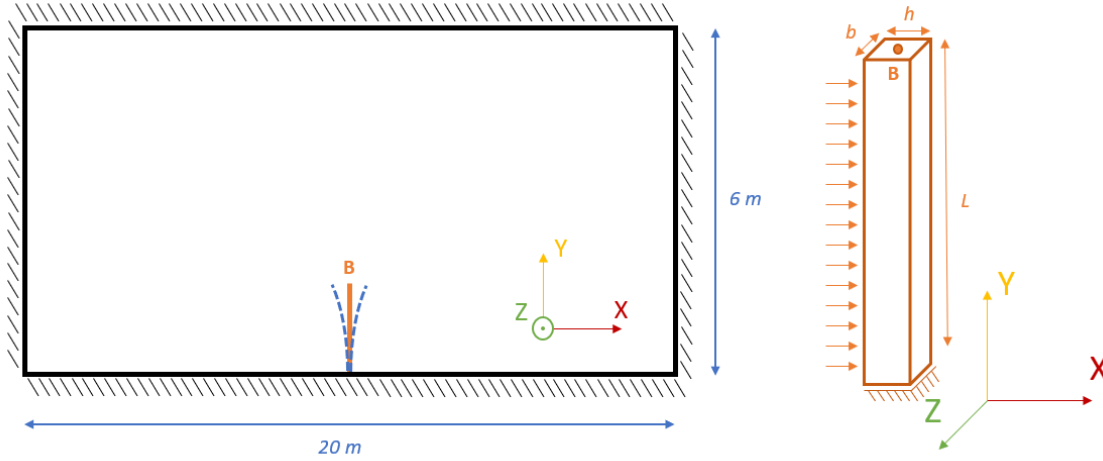


Figure 5.9 Géométrie du cas de vérification structurelle

$c_3 = 7.855$, ce qui nous permet d'obtenir les pulsations des trois premiers modes propres de la poutre : $\omega_1 = 1.907 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $\omega_2 = 11.95 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ et $\omega_3 = 33.46 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

On impose une force uniforme d'amplitude $40 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ sur la poutre, et on résout le problème avec le solveur structurel d'OpenFOAM. Lors de la résolution, quatre raffinements de maillages ont été considérés. On calcule les fréquences naturelles de la poutre en fonction du maillage utilisé.

Tableau 5.1 Caractéristiques de chaque maillage et résultats en pulsations pour l'étude structurelle

Maillage	Taille sur X [$\times 10^{-3} \text{ m}$]	Taille sur Y [$\times 10^{-3} \text{ m}$]	Pulsation naturelle [$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$]
Grossier	15.0	62.5	3.31
Moyen	7.50	31.3	2.50
Fin	3.75	15.6	2.07
Très fin	1.88	7.81	1.94

Finalement, on trace l'influence de la taille des éléments sur l'erreur obtenue sur la figure 5.10. Cette erreur au premier mode est calculée par :

$$\Delta\omega = \omega_{numérique} - \omega_1 \quad (5.6)$$

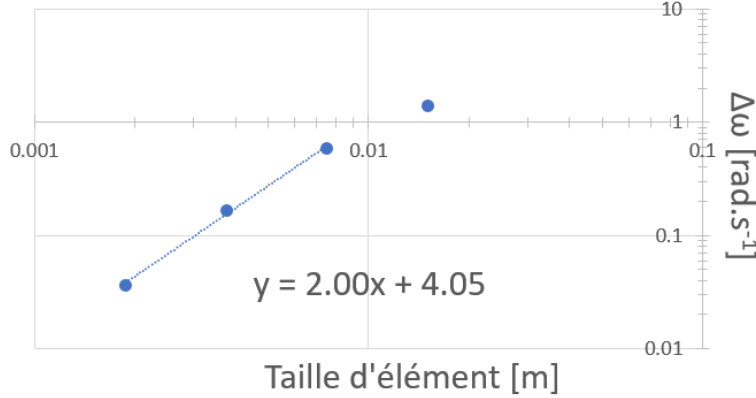


Figure 5.10 Ordre de convergence de la première fréquence naturelle du solide

Ces résultats mettent en avant le fait que l'ordre de convergence obtenu est proche de 2. Alors que le maillage le plus raffiné nous donne une pulsation au premier mode $\omega_{trèsfin} = 1.94rad \cdot s^{-1}$, ce qui correspond à une erreur de 1.7% avec la valeur théorique, le maillage le plus grossier renvoie $\omega_{grossier} = 3.31rad \cdot s^{-1}$ qui correspond donc à une erreur relative de 74% comparativement à la valeur analytique. Ainsi, un soin tout particulier est à accorder au raffinement de maillage si l'on veut s'assurer de converger vers la valeur analytique.

Les simulations solides sont alors vérifiées, et nous pouvons donner un critère de taille d'élément afin d'obtenir des erreurs inférieures à 1%. En effet, en extrapolant nos données sur l'ordre de convergence, on trouve un critère qui nous impose une taille maximum d'élément de $1mm$ sur l'axe X et $4mm$ sur l'axe Y. Cela correspond respectivement à $\frac{1}{60}$ et $\frac{1}{250}$ des dimensions de la structure le long de ces axes.

La partie structurelle de notre solveur est donc effectivement vérifiée avec ce cas test. Nous pouvons alors entreprendre la vérification du solveur couplé.

5.4 Vérification du solveur couplé

5.4.1 Description du cas

Le cas de vérification du solveur est un cas de poutre vibrante immergée dans un tunnel d'eau. Il s'agit, comme précisé précédemment, du prolongement du cas de vérification de la

partie structurelle du solveur. Ce cas a été décrit par Glück [53] en 2001, puis Namkoong [54] en 2005, et correspondait initialement à un cas de plaque immergée. Nous allons cependant continuer notre analyse sur le cas de poutre et comparer les résultats aux valeurs analytiques.

On peut également noter que ce cas a été le modèle de vérification pour le mémoire de maitrise de Tahereh Liaghat [55].

L'objectif de ce cas est d'observer le couplage fluide-structure en étudiant l'amortissement des oscillations de la poutre soumise à une force initiale. Géométriquement, le cas se résume sur la figure 5.9 (non à l'échelle).

La poutre, fixée sur la paroi inférieure, a pour longueur $L = 1m$ (suivant y), pour largeur $b = 0.06m$ (suivant z) et pour épaisseur $h = 0.06m$ (suivant x). Les parois à gauche et à droite se situent respectivement à $10L$ et $40L$ du plan médian de la plaque et la hauteur du tunnel est de $6L$. Enfin, bien que le cas soit en 3 dimensions, les parois latérales par rapport à la poutre peuvent être considérées comme étant des symétries, ce qui revient à un problème en 2 dimensions.

Afin d'initier un mouvement, on impose un effort surfacique initial $F_{\text{init}} = 1N \cdot m^{-2}$ pendant $1s$, puis on relâche cet effort pour laisser la plaque s'amortir. Cet effort est appliqué sur tous les points situés sur la face latérale gauche de la plaque, soit à $x = 0.03m$.

Concernant les propriétés du fluide, on considère tout d'abord un écoulement laminaire d'un fluide de masse volumique $\rho_F = 1kg \cdot m^{-3}$ et de viscosité $\mu = 10^{-6}Pa \cdot s$. Pour la structure, on a un solide de masse volumique $\rho_S = 2550kg \cdot m^{-3}$, de module de Young $E = 2.5 \cdot 10^5Pa$ et de coefficient de Poisson $\nu_{Poisson} = 0.35$.

Enfin, précisons que les mailles du domaine fluide à l'interface correspondent aux mailles du solide au même point. Le reste du domaine est ensuite maillé avec de éléments tétraédriques.

5.4.2 Étude préliminaire sous ANSYS

Menons tout d'abord quelques études préliminaires sous ANSYS pour une force surfacique excitatrice de $100N \cdot m^{-2}$ afin d'avoir une base comparative pour nos résultats à venir sous OpenFOAM. On peut notamment mettre en place le cas test pour obtenir l'évolution du déplacement horizontal du point B en fonction du pas de temps de la simulation, ou encore en fonction de l'intensité de la force excitatrice appliquée. On obtient alors respectivement les figures 5.11 et 5.12. Les simulations sous ANSYS sont effectuées en considérant maintenant les grands déplacements.

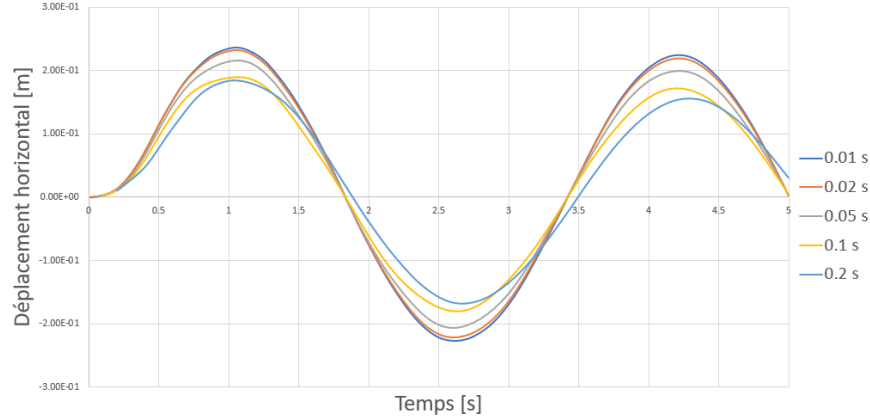


Figure 5.11 Déplacements horizontaux du point B en fonction de Δt sous ANSYS

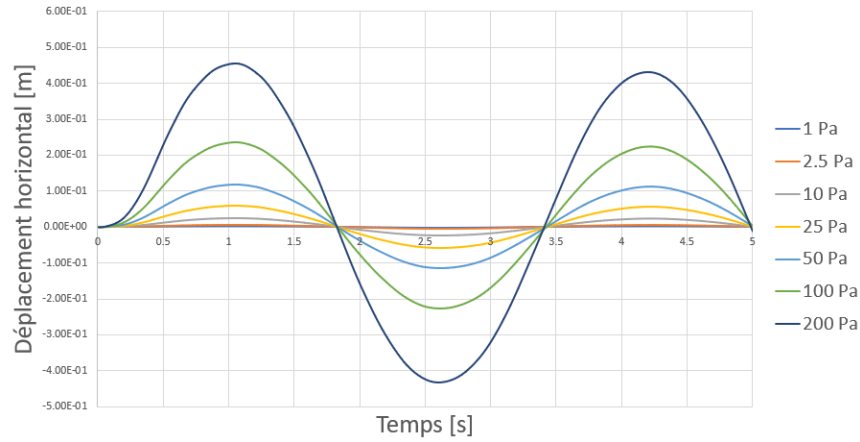


Figure 5.12 Déplacements horizontaux du point B en fonction de la force appliquée sous ANSYS

Par ailleurs, on remarque que l'amplitude maximale des déplacements pour une force de $100\text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ est de l'ordre de $2 \cdot 10^{-1}\text{ m}$. Or, la plus petite dimension de notre géométrie solide est son épaisseur de $6 \cdot 10^{-2}\text{ m}$. On n'est donc plus dans un cas où les déplacements sont infinitésimaux face à la plus petite dimension de la géométrie, qui correspond à notre hypothèse des petits déplacements, et donc d'élasticité linéaire. Cependant, au delà de la théorie, observons concrètement l'influence des non linéarités sur les résultats. Pour cela, on normalise les résultats obtenus pour les différentes forces avec $200\text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ comme norme. Ainsi, toutes les valeurs des déplacements pour chaque force excitatrice F_i sont multipliées par leur *facteur de normalisation* $\alpha_i = \frac{200}{F_i}$. On obtient alors le graphique de la figure 5.13.

On remarque alors que toutes les courbes sont confondues, exceptées celle pour la force initiale de $200\text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$. Cela montre donc que les non linéarités apparaissent entre $100\text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ et

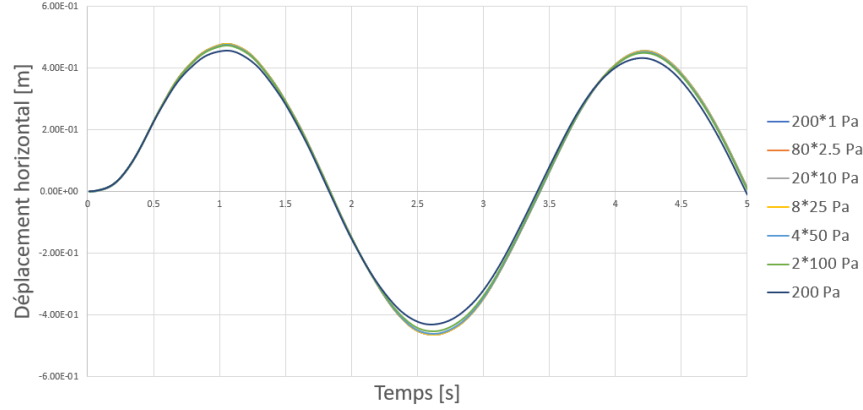


Figure 5.13 Mise en évidence de la linéarité des déformations à $\Delta t = 0.01s$

$200N \cdot m^{-2}$ et donc que l'hypothèse d'élasticité linéaire peut être conservée jusqu'à la force excitatrice de $100N \cdot m^{-2}$. Notre solveur devrait donc être en mesure de résoudre le problème en petites déformations jusqu'à $100N \cdot m^{-2}$. Le choix de notre force fixé à $1N \cdot m^{-2}$ est donc bien dans le domaine des petites déformations.

5.4.3 Étude en fréquence

Afin de vérifier notre solveur, il est nécessaire de mettre en place une comparaison avec un cas analytique. Or, on connaît les modes propres de la poutre. On peut alors déterminer les fréquences avec un fluide environnant suivant la formule [52] (section 3.2) :

$$\omega_{N,fluide} = \omega_N \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{M_A}{\rho_S \cdot A}}} \quad (5.7)$$

avec M_A la masse ajoutée donnée par $M_A = \alpha \cdot \rho_F \cdot \pi \cdot \left(\frac{b}{2}\right)^2$ et la section de poutre $A = L \cdot b$. α dépend de la géométrie de la poutre, et vaut ici 1.51 pour $b = h$.

L'équation 5.7 donne alors la première fréquence naturelle de la poutre dans le fluide étudié : $\omega_{1,fluide} = 1.91rad \cdot s^{-1}$.

On a essayé d'intégrer jusqu'à la paroi, cependant des instabilités sont apparues. En effet, en intégrant jusqu'aux parois, on veut avoir une valeur de Y^+ d'environ 1. Or, pour atteindre une telle valeur, il nous faut raffiner le maillage aux parois, ce qui nous imposait de diminuer nos pas de temps. Cela faisait alors apparaître des instabilités dans les simulations. Des lois de paroi ont donc été utilisées pour nos simulations, ce qui nous permet d'avoir des valeurs de Y^+ comprises entre 80 et 100.

On simule alors le cas à l'aide de notre solveur avec le maillage très fin et on obtient les déplacements montrés sur la figure 5.14.

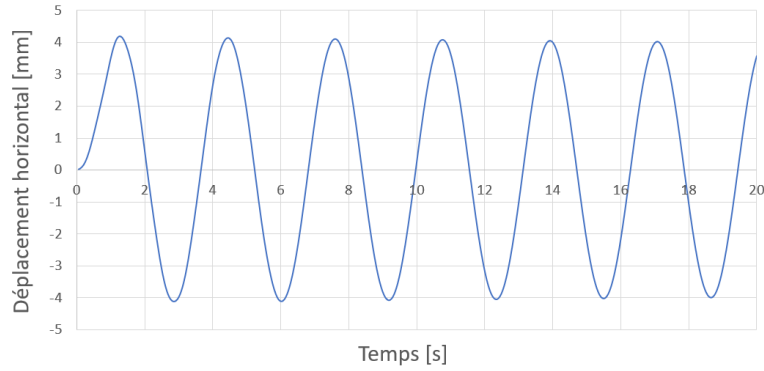


Figure 5.14 Déplacement du solide avec un fluide peu dense environnant

On obtient alors la fréquence $\omega = 1.988 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Ainsi, on observe une déviation de 4.29% dans la prédiction de la première fréquence naturelle.

On peut alors mettre en place une étude d'influence du maillage sur les résultats de pulsation. Pour cela, on crée 5 autres raffinements de maillage sur lesquels on lance nos simulations couplées. Les différents maillages et les résultats associés sont alors détaillés dans le Tableau 5.2.

Tableau 5.2 Caractéristiques de chaque maillage et résultats en pulsations pour l'étude couplée dans l'air

Maillage	Taille sur Y [mm]	Pulsation ω_{maillage} [rad · s ⁻¹]
Grossier (G)	56.0	0.4028
Moyen (M)	28.0	2.122
Fin (F)	14.0	1.926
Très fin (TF)	7.00	1.988
Très très fin (TTF)	3.50	2.005
Très très très fin (TTTF)	1.75	2.012

On remarque alors qu'à mesure que l'on raffine notre maillage, la pulsation calculée tend vers une pulsation limite ω_{lim} supérieure à $\omega_{1,\text{fluide}}$. On peut alors chercher à retrouver la valeur de cette limite pour déterminer l'écart obtenu entre notre pulsation calculée et ω_{lim} . On effectue alors une ou plusieurs extrapolations successives de Richardson [56] qui donne :

$$\omega_{\text{lim}} = \omega_{\text{TTTF}} + \frac{\omega_{\text{TTTF}} - \omega_{\text{TTF}}}{r^2 - 1} \quad (5.8)$$

avec r correspondant au rapport des tailles d'éléments entre les maillages TTF et TTTF.

On obtient alors numériquement $\omega_{lim} = 2.017 rad \cdot s^{-1}$ après 3 extrapolations de Richardson successives.

On peut alors calculer les erreurs pour chaque maillage $\Delta\omega = \omega_{maillage} - \omega_{lim}$ et regrouper les résultats sur le Tableau 5.3.

Tableau 5.3 Erreurs obtenues pour chaque maillage

Maillage	Erreur $\Delta\omega$ [$rad \cdot s^{-1}$]
G	$1.61 \cdot 10^{-0}$
M	$1.05 \cdot 10^{-1}$
F	$9.14 \cdot 10^{-2}$
TF	$2.96 \cdot 10^{-2}$
TTF	$1.20 \cdot 10^{-2}$
TTTF	$4.89 \cdot 10^{-3}$

On peut alors tracer l'ordre de convergence des erreurs en fonction de la taille des éléments du maillage sur la Figure 5.15.

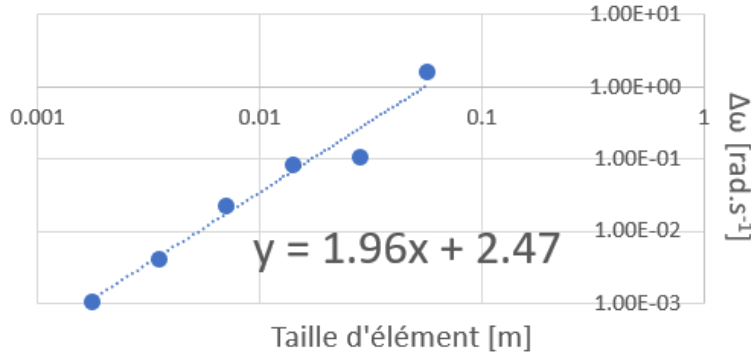


Figure 5.15 Ordre de convergence du problème couplé avec un fluide peu dense

On note alors bien que l'on retrouve l'ordre de convergence de 2 que l'on s'attendait à avoir théoriquement.

Malgré cela, bien que l'on converge vers une valeur de pulsation, cette valeur ω_{lim} présente une erreur de 5.81% avec la valeur de pulsation analytique $\omega_{1,fluide} = 1.91 rad \cdot s^{-1}$.

Enfin, on relève les temps de calculs dédiés à chaque sous-partie du solveur afin de déterminer ce qui est le plus coûteux en temps. On a alors les ratios de temps par rapport au temps de calcul d'une itération qui sont données dans le Tableau 5.4.

Tableau 5.4 Ratios de temps de calculs au sein d'une boucle

Calcul effectué	Ratio de temps (%)
Résolution du fluide (<i>pimpleDyMFoam</i>)	30.4
Transmission des efforts du fluide vers le solide	0.112
Résolution du solide (<i>solidDisplacementFoam</i>)	68.3
Relaxation	0.000398
Actualisation du maillage	1.20

Cela se résume alors sur la figure 5.16.

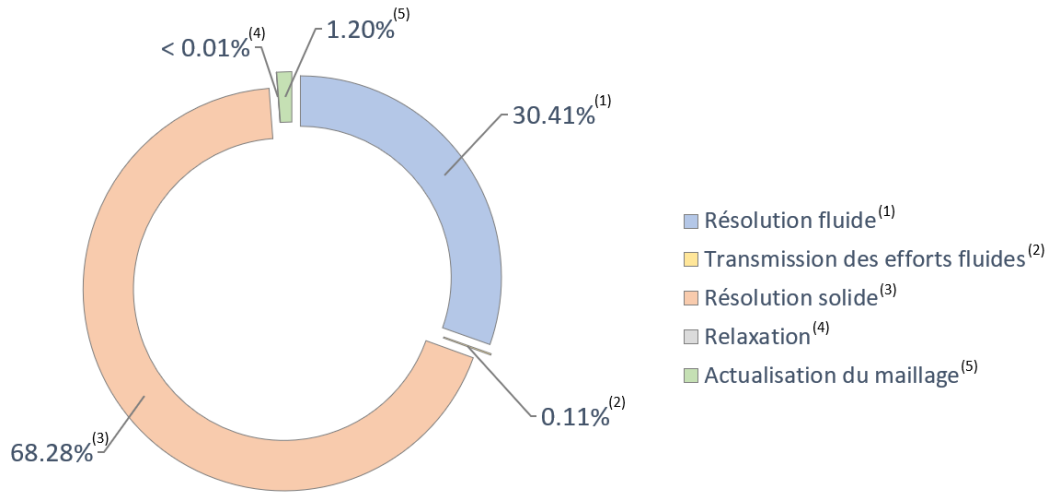


Figure 5.16 Ratios de temps des différents calculs effectués

La résolution du solide est donc très coûteuse en temps de calculs, et ce bien que le domaine solide soit bien plus petit que le domaine fluide et que les équations du solide soient linéaires. La transmission des efforts fluides et l'actualisation du maillage représentent, quant à eux, à peine 1.5% du temps de simulation. La rapidité de résolution est donc majoritairement dépendante de la définition des paramètres de simulation pour le solide et pour le fluide.

Le coût temporel est très important, ce qui témoigne de la difficulté qu'a le solveur solide à converger.

On peut alors s'intéresser à un problème pour lequel le fluide considéré est plus dense. On prend alors l'exemple de l'eau en fixant $\rho_F = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Théoriquement, on peut reprendre la formule de l'équation 5.7, ce qui nous donne $\omega_{1,\text{eau}} = 1.881 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Avec les mêmes paramètres de simulation que pour le cas du fluide peu dense, on peut lancer un calcul. Cependant, en quelques pas de temps, la solution diverge et le calcul s'arrête. On

se retrouve alors dans le cas présenté précédemment dans l'étude pour lequel le rapport des masses volumiques entre le fluide et le solide est suffisamment important pour faire apparaître des instabilités.

Selon les observations décrites précédemment sur l'apparition des instabilités, nous pouvons travailler sur l'interpolation temporelle. En effet, nous pouvons considérer une diminution de l'ordre de l'interpolation temporelle. On prend alors en compte un modèle BE à la place du schéma BDF2 utilisé jusqu'à présent. Ce nouveau paramètre de simulation nous permet théoriquement une meilleure stabilité des calculs au détriment de la précision des résultats. On lance les simulations sur les maillages M, F, TF et TTF présentés précédemment. Pour le maillage F, on obtient le déplacement suivant donné sur la figure 5.17.

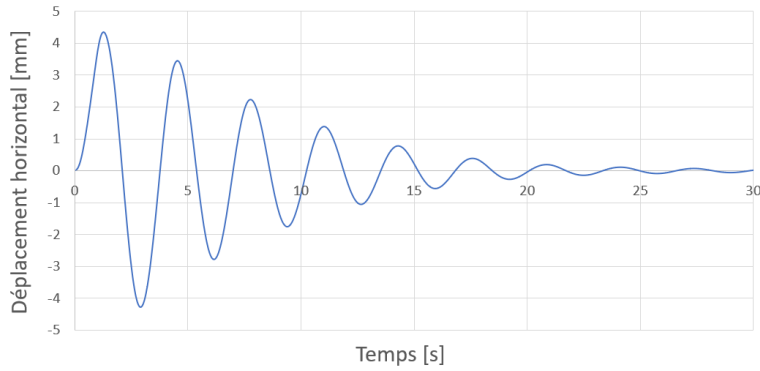


Figure 5.17 Déplacement du solide avec un fluide dense environnant

On observe alors bien l'amortissement hydraulique dû à la présence d'un fluide plus dense autour de la structure. On a alors les pulsations naturelles des trois maillages qui donne, par extrapolation de Richardson, la pulsation limite $\omega_{lim} = 1.999 rad \cdot s^{-1}$. On résume donc les pulsations et les erreurs sur le Tableau 5.5.

Tableau 5.5 Résultats en pulsations et en erreur pour l'étude couplée dans l'eau

Maillage	Pulsation $\omega_{maillage} [rad \cdot s^{-1}]$	Erreur $\Delta\omega [rad \cdot s^{-1}]$
F	1.926	$7.35 \cdot 10^{-2}$
TF	1.995	$4.70 \cdot 10^{-3}$
TTF	1.998	$1.17 \cdot 10^{-3}$

Par rapport à la pulsation analytique, on note une erreur sur la pulsation limite de 6.32%, ce qui est bien plus important que ce qui avait été relevé dans l'air avec un schéma temporel d'ordre 2.

Ce travail sur l'ordre de discrétisation temporelle nous a bien permis de stabiliser les simulations pour un fluide dense. Le solveur est donc bien en mesure de simuler des problèmes couplés sur une grande plage de rapport de masses volumiques entre le fluide et le solide.

Malgré tout, obtenir des résultats à plus de 6% d'erreur reste encore important lors de la conception de turbine. On peut alors réfléchir à une autre possibilité d'optimisation afin de stabiliser les simulation tout en gardant une bonne précision.

Nous pouvons alors travailler sur la discrétisation spatiale, non pas en raffinement mais en qualité du maillage. En effet, jusqu'à présent, le domaine fluide était maillé en tétraèdres et le domaine solide en hexaèdres. On peut donc maintenant considérer des hexaèdres pour les maillages de deux domaines. Le domaine solide reste alors identique à celui de l'étude précédentes et les raffinement de maillage présentés précédemment sont toujours utilisés.

On reprend alors l'étude avec l'air pour les maillages M, F et TF. On obtient alors une pulsation limite $\omega_{lim} = 1.942 rad \cdot s^{-1}$ avec les résultats détaillés dans le Tableau 5.6.

Tableau 5.6 Résultats en pulsations et en erreur pour l'étude couplée dans l'air maillée en hexaèdres

Maillage	Pulsation $\omega_{maillage} [rad \cdot s^{-1}]$	Erreur $\Delta\omega [rad \cdot s^{-1}]$
M	2.122	$1.80 \cdot 10^{-1}$
F	1.776	$1.66 \cdot 10^{-1}$
TF	1.900	$4.14 \cdot 10^{-2}$

L'erreur sur la pulsation limite est maintenant de 1.85%. Cette faible erreur avec le maillage fluide hexaédrique est donc bien plus intéressante que celle obtenue avec le maillage fluide tétraédrique pour la même densité de mailles.

La diminution de la stabilité due à la masse ajoutée peut être gérée dans l'air du fait de sa faible densité, mais appliquer un tel maillage à l'eau, plus dense, devient instable. En effet, en simulant le problème à fluide très dense maillé avec des éléments hexaédriques, le calcul n'arrive pas à converger.

Finalement, on observe que le solveur converge bien pour les problèmes avec des fluides de faible densité, comme c'est le cas avec l'air. Dans cette configuration, du fait de la stabilité des calculs, on peut trouver des paramètres nous permettant d'augmenter la précision des résultats. Cependant l'augmentation de la masse volumique déstabilise grandement les calculs, ce qui limite l'intervalle de possibilités quant au choix des paramètres de simulation, notamment le pas de temps.

On peut alors qualitativement observer l'influence de la masse volumique et du pas de temps sur la convergence des simulations. On considère les masses volumiques 1, 10, 100 et $1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, ainsi que les pas de temps $5 \cdot 10^{-3}$, $1 \cdot 10^{-2}$, $2 \cdot 10^{-2}$, $4 \cdot 10^{-2}$ et $8 \cdot 10^{-2} \text{ s}$. On peut alors afficher une carte de la convergence obtenue avec une discrétisation temporelle du premier ordre du type Backward Euler sur la figure 5.18.

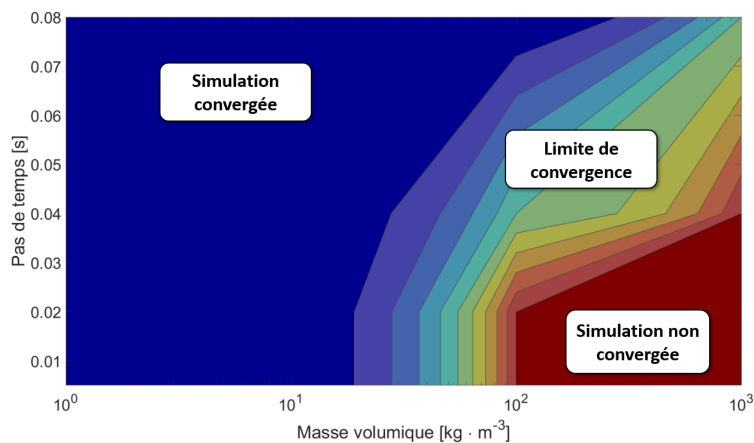


Figure 5.18 Carte qualitative de la convergence en fonction de la masse volumique du fluide et du pas de temps de simulation

On remarque alors effectivement que les fluides plus denses convergent moins que les fluides moins denses et que la diminution du pas de temps augmente les instabilités. Cette observation est donc en accord avec les conclusions de Förster et al. [45] vis-à-vis de l'influence de la masse ajoutée sur la stabilité des simulations.

Avec un plus grand nombre de points de mesures, on pourrait également avoir une meilleure approximation de la zone de limite de convergence.

CHAPITRE 6 VALIDATION DU SOLVEUR

6.1 Maillages

Afin de mettre en place nos simulations de validation, nous devons porter une attention particulière aux maillages utilisés pour les domaines fluide et solide. Les maillages réalisés sont créés simultanément afin de s'assurer que les nœuds des maillages à l'interface sont identiques deux-à-deux entre le fluide et le solide.

6.1.1 Plaque solide

Le maillage de la plaque consiste en un balayage du solide, tel que l'on obtienne trois épaisseurs d'éléments dans l'épaisseur de la plaque. On a en alors un maillage à **92 000 nœuds** et **18 000 éléments**, tout en s'assurant plusieurs couches de mailles dans l'envergure de la structure, ce qui est plus cohérent pour les calculs. Ce nombre de couches pourrait être augmenté afin d'améliorer les résultats, mais la diminution des tailles de mailles imposerait des pas de temps plus petits, ce qui augmenterait les instabilités de simulations.

On retrouve ce maillage sur la figure 6.1.

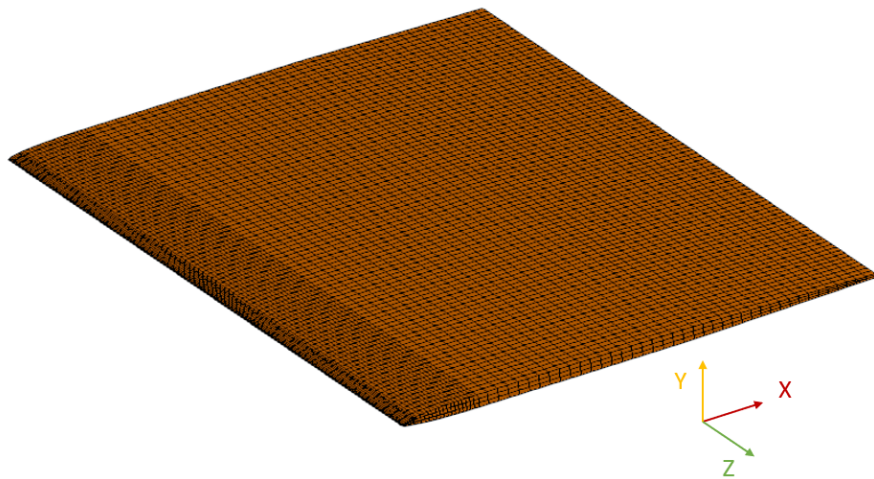


Figure 6.1 Maillage en balayage de la plaque

Notons que ce se maillage sera utilisé lors des simulations couplées. Cependant, pour l'analyse modale préliminaire, nous considérerons un maillage plus léger de l'ordre du milliers d'éléments.

6.1.2 Domaine fluide

Pour le domaine fluide, on considère un maillage dit "*C-Mesh*" présenté en figure 6.2.

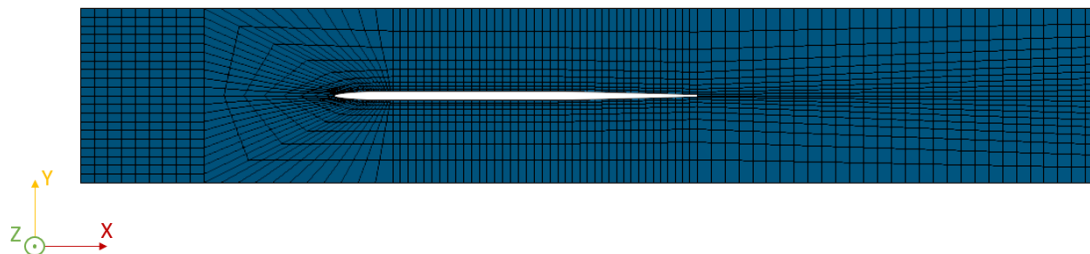


Figure 6.2 Maillage de type C

Ce maillage, permettant de mieux contrôler la courbure proche du bord d'attaque ainsi que le raffinement dans le sillage, est constitué de **1 112 000 nœuds** et **270 000 éléments**.

Bien qu'il soit lourd en termes de nombre de mailles, ce maillage est bien raffiné dans les zones d'intérêt, soit la couche limite et le sillage en aval du bord de fuite.

Cependant, pour une étude ultérieure, la couche limite pourrait être raffinée afin d'avoir un Y^+ plus faible. En effet, avec ce maillage, la valeur moyenne de Y^+ se situe aux alentours de 50. Si l'on intégrait jusqu'aux parois, il faudra voir un Y^+ d'environ 1. Cependant en utilisant des lois de parois, nous pouvons nous permettre d'avoir ces valeurs de Y^+ pour nos simulations.

Les deux maillages assemblés, on se retrouve donc avec un domaine global fluide-solide avec environ **1 200 000 nœuds** et **300 000 éléments**.

Par ailleurs, il est à noter qu'à l'interface, les nœuds du solide et du fluide sont identiques deux à deux. Ce parallèle entre les mailles fluides et solides à l'interface permettra le transfert d'informations entre les deux domaines tout en limitant au maximum les interpolations qui pourraient engendrer des erreurs à l'interface.

6.2 Étude préliminaire : analyse structurelle

Pour commencer notre étude, nous allons observer les fréquences propres de la plaque H3. On utilise pour cela le module *Mechanical* d'ANSYS Workbench. On a accès à l'analyse modale du logiciel qui nous permettra d'obtenir nos résultats.

Dans un premier temps, on va fixer les bords la plaque comme supports. On obtient les

premières fréquences propres, résumées dans le tableau 6.1 :

Tableau 6.1 Fréquences propres de la plaque

Mode	Fréquence (Hz)
1	211.98
2	314.83
3	559.38
4	741.21
5	878.12

On peut représenter ces fréquences dans un histogramme dans la figure 6.3 :

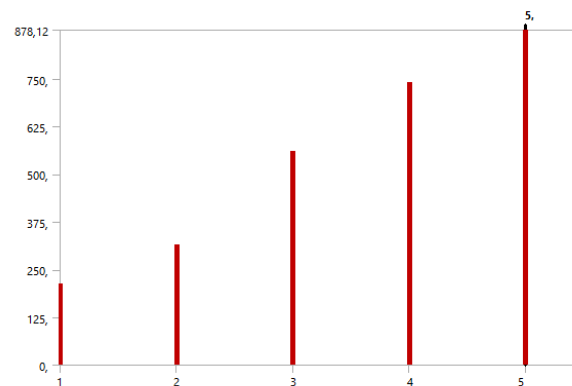


Figure 6.3 Histogramme des cinq premiers modes propres de la plaque

Ce résultat en fréquence pour le premier mode propre présente une différence par rapport à la valeur de 200Hz donnée par Seeley et al. [8].

Étudions plus en détail ces modes propres. On a notamment les déplacements totaux des deux premiers modes (respectivement les figures 6.4 et 6.5).

On observe que le premier mode propre correspond à un mode de vibration en flexion, caractérisée par la déflexion très prononcée de la plaque au milieu de son bord de fuite. Par

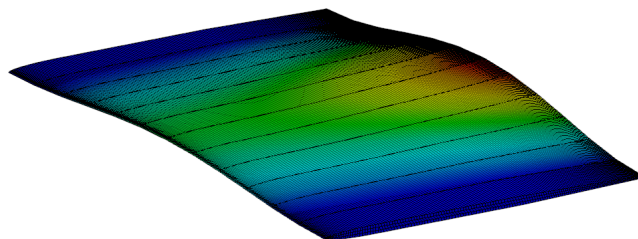


Figure 6.4 Premier mode propre de la plaque avec déformation

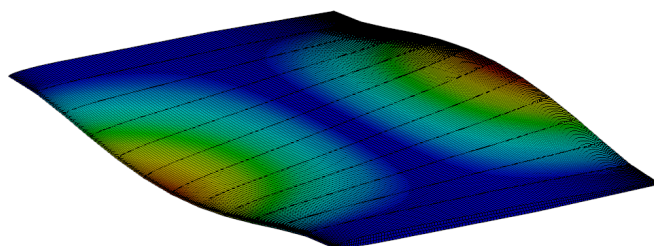


Figure 6.5 Deuxième mode propre de la plaque avec déformation

ailleurs, le deuxième mode est, comme on peut l'observer, un mode de vibration en torsion. En effet, on a toujours une importante déflexion au niveau du bord de fuite, à laquelle s'ajoute une autre déformation dans le sens opposé au niveau du bord d'attaque.

Ces fréquences ainsi mesurées étant des fréquences de résonance, elles devront être mises en parallèle des fréquences d'oscillation de la plaque lorsque cette dernière sera excitée. On pourra ainsi s'assurer que l'on ne se retrouve pas dans un cas de résonance, qui serait dévastateur en termes de dégâts sur la plaque.

6.3 Étude préliminaire : analyse fluide

6.3.1 Paramètres du modèle

Lors de la définition des différents paramètres du modèle sous OpenFOAM, il est important de bien interpréter les définitions de chacun de ceux-ci dans le contexte du solveur.

Étant donné que nous étudions une résolution avec le modèle de turbulence $k - \omega$ *SST* (ou $k - \omega$ *SST - SAS*), nous devons notamment définir les paramètres k , ε , ω et ν_t .

On retrouve dans la documentation d'OpenFOAM :

$$k = \frac{3}{2} \cdot (U_0 \cdot T_i)^2$$

avec U_0 , la vitesse initiale du fluide, et T_i , l'intensité de turbulence (fixée ici à 5 % d'après la documentation [57]).

De même, on a :

$$\varepsilon = 0.09^{\frac{3}{4}} \cdot \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l}$$

avec $l = 0.07 \cdot L$, L étant la taille caractéristique du profil (on considèrera la corde).

Puis :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{k}$$

Et enfin la viscosité turbulente :

$$\nu_t = \frac{k}{\omega}$$

On peut donc calculer ces paramètres pour la vitesse $4.2m \cdot s^{-1}$, ce qui donne :

$$k = 0.0662m^2 \cdot s^{-2}$$

$$\omega = 2.88s^{-1}$$

$$\nu_t = 0.0229m^2 \cdot s^{-1}$$

N.B. : la valeur de ε est utilisée pour le calcul d' ω et de ν_t mais n'est pas donnée ici car elle n'est pas renseignée sous OpenFOAM étant donné que nous utilisons un modèle $k - \omega$ et non $k - \varepsilon$.

Le nombre de Reynolds de l'écoulement pour cette vitesse est alors $Re = 8.773 \cdot 10^5$.

6.3.2 Étude stationnaire

Commençons tout d'abord par une étude stationnaire de l'écoulement. On utilise alors le solveur **simpleFoam** d'OpenFOAM. De plus, on applique le modèle de turbulence $k - \omega$ *SST*. On impose alors une vitesse d'entrée de $4.2m \cdot s^{-1}$ et une pression en sortie fixée à 0. Les murs latéraux sont fixés et les murs supérieur et inférieur sont considérés comme étant des symétries.

On effectue une simulation sur 1000s, afin d'observer le régime permanent de l'écoulement.

On note alors que l'on atteint un régime permanent assez rapidement, ce qui nous permet d'obtenir des résultats convergés à l'itération 175.

Observons alors la pression et la vitesse du fluide aux abords de la couche limite en régime permanent sur les figures 6.6 et 6.7 pour l'itération 175.

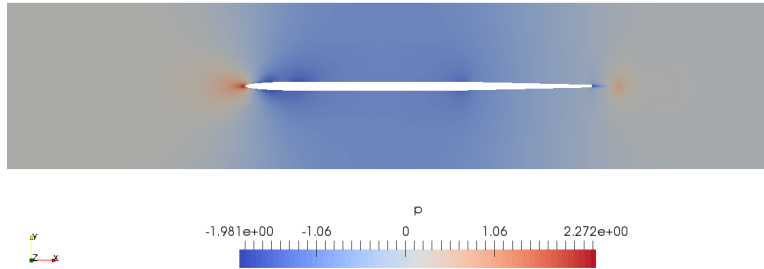


Figure 6.6 Pression autour du profil à l'itération 175 pour un écoulement stationnaire

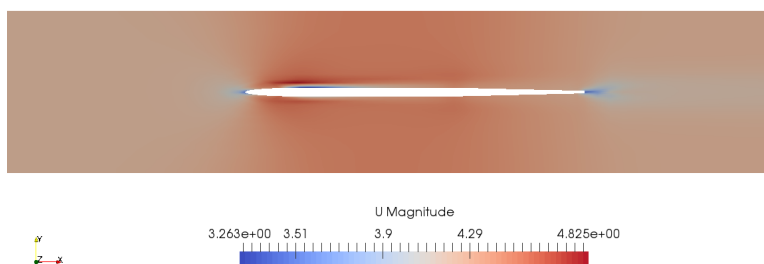


Figure 6.7 Vitesse autour du profil à l'itération 175 pour un écoulement stationnaire

On observe tout d'abord pour la pression, une forte surpression au niveau du bord d'attaque due à l'impact du fluide sur le profil. L'amplitude de cette surpression est fonction de la vitesse incidente du fluide. Par ailleurs, au niveau de la couche limite et plus généralement, au-dessus et en-dessous du profil, on observe une dépression. Celle-ci est due à l'accélération du fluide de part et d'autre du profil. Enfin, en aval du bord de fuite, on peut remarquer une légère alternance de surpressions et de dépressions qui quittent les abords du profil. Cela rappelle des vortex de Von Karmann, bien que le nombre de Reynolds soit relativement élevé pour pouvoir en faire l'observation.

Concernant la vitesse, on note de manière évidente une chute des vitesses au niveau du bord d'attaque due au frein qu'impose le profil à l'écoulement. De plus, on observe également des basses vitesses le long de la couche limite du fait de la condition de non glissement imposée sur le profil, particulièrement au niveau de l'extrados. Cette zone de basses vitesses, sans doute due à une légère asymétrie du maillage, ou une instabilité numérique, va permettre le départ des oscillations lors de l'étude couplée. On a ainsi de potentielles zones de turbulence tout le long de la couche limite. On retrouve par ailleurs l'accélération du fluide annoncée précédemment qui justifie la dépression observée au niveau de la plaque. Enfin, on note également l'apparition d'une zone stagnante puis d'une traînée de basses vitesses dans le sillage du bord de fuite. On retrouve des zones dans lesquelles l'écoulement est susceptible d'être turbulent permettant l'apparition de tourbillons de fluide.

6.3.3 Étude instationnaire

Attardons nous sur l'étude instationnaire de l'écoulement. On a dans notre modèle la composante d'adaptation aux échelles SAS, ce qui nous donne le modèle $k - \omega$ *SST - SAS*. Par ailleurs, on utilise à présent le solveur **pimpleFoam** d'OpenFOAM. Enfin, on utilise un schéma temporel *backward* (ou BDF2).

N.B. : les schéma d'intégration en temps seront discuté plus en détail dans la suite du rapport.

La simulation ayant été lancée avec des pas de temps de $5 \cdot 10^{-5} s$ sur $0.1s$, on peut observer les derniers pas de temps pour vérifier que la simulation instationnaire converge bien vers ce qui a été observé ci-dessus lors de l'étude stationnaire. On a donc respectivement la pression et la vitesse à $t = 0.1s$ sur les figures 6.8 et 6.9.

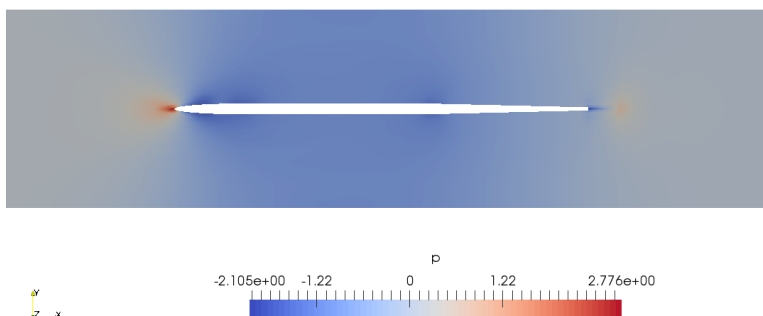


Figure 6.8 Pression autour du profil à $t = 0.1s$ en écoulement instationnaire

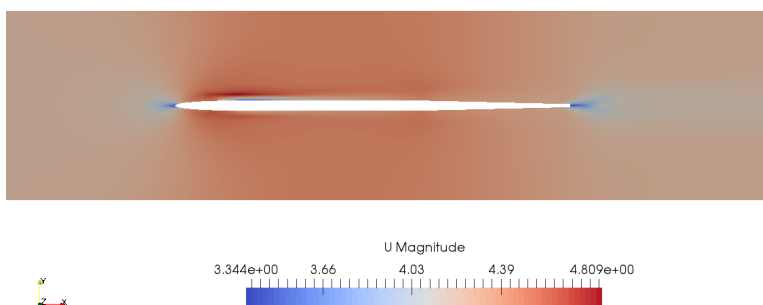


Figure 6.9 Vitesse autour du profil à $t = 0.1s$ en écoulement instationnaire

On constate bien que les résultats en pression et vitesse de la simulation instationnaire tendent vers les résultats stationnaires présentés précédemment.

Nous pouvons discuter des maillages que nous allons utiliser lors de nos simulations, des paramètres que nous avons choisi, puis nous pourrons entreprendre notre étude couplée. Nous considérerons alors les résultats stationnaires comme condition initiale de la simulation couplée. On pourra ainsi exécuter le solveur **partFSIFoam** présenté en Annexe F pour simuler le problème couplé.

6.4 Simulations couplées

6.4.1 Simulation avec un schéma temporel d'ordre 1

Avec les paramètres précédemment discutés et le pas de temps $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, nous pouvons lancer notre première simulation couplée qui prendra le résultat de l'étude stationnaire comme condition initiale. Afin d'avoir plus de marge de manœuvre sur les paramètres de simulation, il est nécessaire de considérer en premier lieu un schéma de discrétisation temporel du premier ordre. Cela va permettre d'assurer une meilleure stabilité des calculs qu'avec un ordre supérieur.

Cette simulation couplée va alors se décomposer en 3 parties :

- Une partie de stabilisation sans force excitatrice avec le solveur couplé afin d'initialiser les déplacements solides (pendant 0.05s)
- Une période d'imposition de la force excitatrice (pendant 0.01s en rampe puis 0.04s à la force maximale)
- Une phase sans force excitatrice qui permet l'amortissement des oscillations de la plaque

Cela nous permet alors d'observer en premier lieu une stabilisation des calculs couplés avant l'apparition de la force, puis l'arrivée à un plateau à une amplitude maximale de déformation et enfin, l'amortissement des oscillations au cours du temps. On observe tout d'abord la déformation de la plaque solide exposée à un écoulement d'une vitesse nominale de $4.2\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ sur la figure 6.10.

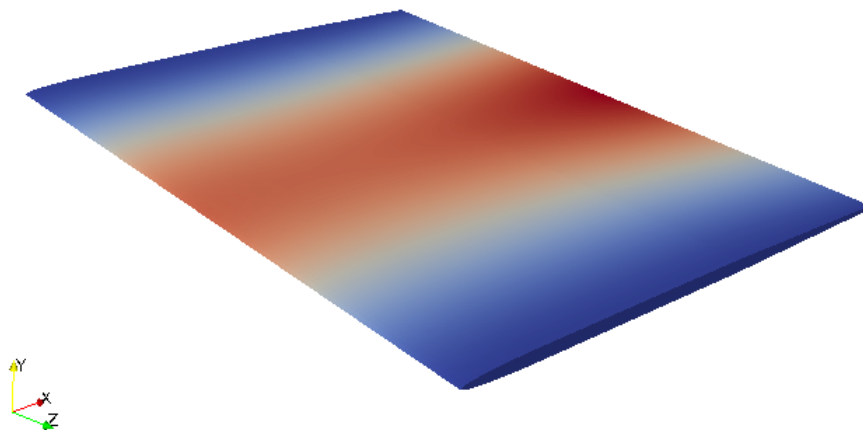


Figure 6.10 Plaque déformée par l'écoulement

La déformation de la plaque est donc visuellement conforme au premier mode obtenu lors de l'étude solide préliminaire. Étudions alors l'amortissement quantitativement.

On peut choisir un point de l'extrados, à égale distance des faces latérales et proche du bord de fuite. On trace l'évolution du déplacement de ce point dans la direction Y au cours du temps sur la figure 6.11 avec la courbe de convergence des pics d'oscillations.

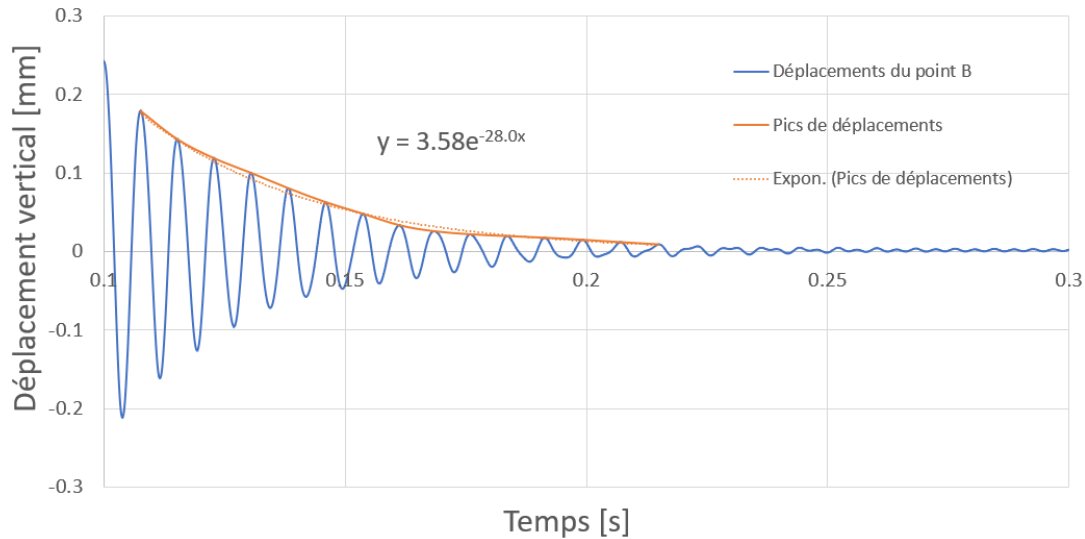


Figure 6.11 Évolution temporelle de la position verticale du point B avec une discrétisation d'ordre 1

La fréquence moyenne observée est $f_{moy} = 130.4Hz$. Or la fréquence expérimentale mesurée était $f_{exp} = 76.4Hz$, ce qui donne une erreur de 70.7%.

Par ailleurs, on trace la courbe des maximums d'amplitude en trait plein sur la figure 6.11. On en détermine une courbe de tendance en exponentielle inverse, affichée en ligne pointillée sur la figure. Cette dernière va ainsi nous permettre de calculer le décrément logarithmique puis l'amortissement des oscillations.

6.4.2 Calcul du décrement logarithmique et de l'amortissement hydraulique

La courbe de tendance en exponentielle négative est :

$$y(t) = y_0 \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_n t} = 3.58 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-28.15t}$$

On peut déterminer le décrement logarithmique δ à partir de ω_d :

$$\omega_d = 2\pi \cdot f_{moy} = 819.5 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\delta = 2\pi \frac{\zeta \cdot \omega_n}{\omega_d} = 0.2148$$

Enfin, on a l'amortissement hydraulique donné par :

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi}{\delta}\right)^2}} = 3.416 \cdot 10^{-2}$$

Or on a expérimentalement, pour la vitesse $U_0 = 4.2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, l'amortissement hydraulique de la plaque qui vaut :

$$\zeta_{exp} = 4.525 \cdot 10^{-2}$$

On peut calculer l'erreur relative :

$$\alpha_r = \frac{|\text{Valeur expérimentale} - \text{Valeur calculée}|}{|\text{Valeur expérimentale}|}$$

Ce qui nous donne :

$$\alpha_r = \frac{4.525 \cdot 10^{-2} - 3.416 \cdot 10^{-2}}{4.525 \cdot 10^{-2}} = 24.5\%$$

Cette importante erreur peut s'expliquer par l'utilisation d'un schéma de discrétisation d'ordre 1. En effet, bien qu'il assure une plus grande stabilité des calculs, il présente une précision moindre qu'à des ordres supérieurs.

Notons également que l'étude similaire menée sous logiciel commercial par Liaghat [55] donnait également des erreurs de l'ordre de 20% sur l'amortissement hydraulique.

6.4.3 Simulation avec un schéma temporel d'ordre 2

On considère alors une simulation avec un schéma de discrétisation d'ordre 2 afin d'essayer d'améliorer la précision des résultats. Le pas de temps $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ étant instable à cet ordre de discrétisation temporelle, on considère un pas de temps $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$.

On obtient donc le déplacement vertical du point B sur la figure 6.12.

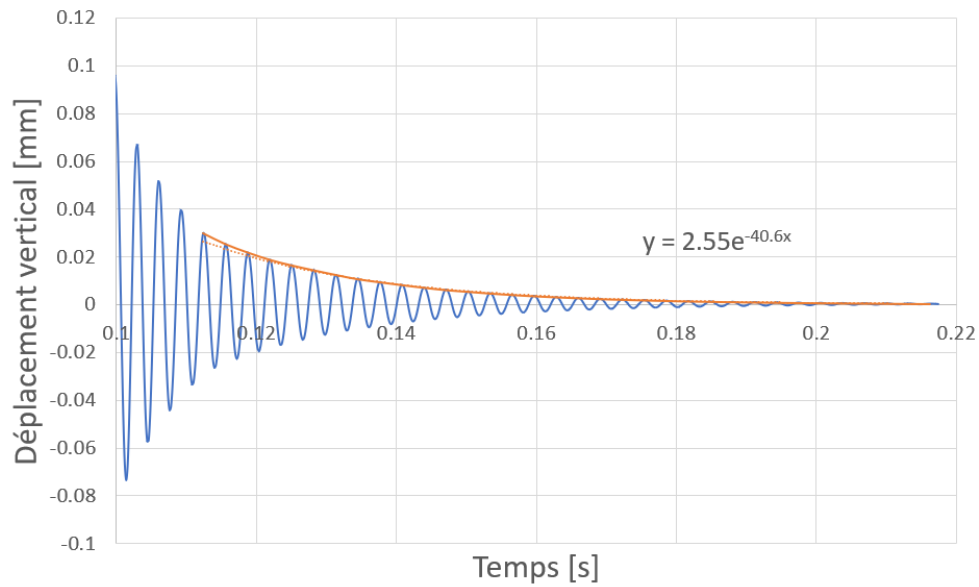


Figure 6.12 Évolution temporelle de la position verticale du point B avec une discrétisation d'ordre 2

La fréquence moyenne observée est maintenant $f_{moy} = 318.0 \text{ Hz}$, ce qui donne une erreur de 316% sur la fréquence des oscillations.

De la même manière que précédemment, on a la courbe des maximums ainsi que la courbe de tendance en exponentielle inverse sur la figure 6.12.

6.4.4 Calcul du décréement logarithmique et de l'amortissement hydraulique

On peut déterminer la courbe de tendance en exponentielle négative de la fonction décroissante, soit :

$$y(t) = 2.55 \cdot e^{-40.59t}$$

On peut déterminer le décréement logarithmique δ à partir de ω_d :

$$\omega_d = 1998 rad \cdot s^{-1}$$

Or, le décréement logarithmique est défini par :

$$\delta = 0.1276$$

On a donc finalement un amortissement hydraulique :

$$\zeta = 2.031 \cdot 10^{-2}$$

Avec le résultat d'amortissement expérimental précédemment, on obtient l'erreur relative :

$$\alpha_r = 55.1\%$$

L'erreur relative a donc été multipliée par 2 en passant à une discrétisation temporelle d'ordre 2. En effet, bien que le schéma d'ordre 1 soit moins précis, il est plus stable, ce qui nous permet de considérer des pas de temps plus petits qu'à l'ordre 2. Ici, l'augmentation du pas de temps a fait apparaître des instabilités de calculs, ce qui a donné ces erreurs sur les fréquences et les amortissements hydrauliques.

Les instabilités causées par le couplage constituent donc le principal facteur limitant sur les paramètres de simulations.

6.4.5 Explication de l'erreur

Les erreurs observées s'expliquent notamment par les études menées précédemment. En effet, on avait observé une très grande influence du maillage sur les résultats et notamment sur les modes propres. Ainsi, expérimentalement, on devrait avoir une fréquence $f_{exp} = 76.41 Hz$ pour les oscillations, contrairement à $f_{moy} = 318.0 Hz$ à l'ordre 2 et $f_{moy} = 130.4 Hz$ à l'ordre 1 que l'on trouve ici. Cette erreur est donc une conséquence de la grossièreté du maillage, particulièrement aux abords de l'interface.

Cependant, nous avons également rappelé qu'en plus du critère de stabilité sur le nombre de Courant, les simulations des problèmes d'interactions fluide-structure dépendaient d'un critère sur le rapport des masses volumiques fluide-solide. Ce critère implique que pour des ratios de masses volumiques importants, comme c'est le cas pour la plaque immergée dans l'eau, la diminution des pas de temps induisait des instabilités. Or, pour respecter le critère du nombre de Courant, si on raffine les maillages fluide et solide, il sera nécessaire de diminuer le pas de temps Δt . On tendra alors vers des instabilités dues au couplage fluide-structure.

Ainsi, afin de se rapprocher de la solution expérimentale, il est nécessaire d'améliorer le modèle numérique. Cela passe notamment par une phase de relaxation à chaque itération mais également une optimisation des paramètres pour améliorer la stabilité globale des calculs. Le maillage pourrait notamment être optimisé pour être le plus fin possible tout en garantissant une plage stable pour le choix du pas de temps.

CHAPITRE 7 CONCLUSION

L'étude étant complétée, nous pouvons dresser une synthèse des résultats obtenus. Nous discuterons des limites du modèle développé et présenté ici puis nous proposerons des améliorations pour des études à venir.

7.1 Synthèse des travaux

Lors du travail qui a été entrepris, nous avons pu implémenter, vérifier et partiellement valider l'algorithme de résolution de problèmes couplés fluide-structure. En effet, à l'aide des différents cas tests présentés, nous avons vérifié la continuité géométrique des équations, ainsi que l'ordre de convergence spatiale des simulations. Par ailleurs, la vérification, qui a pu être mise en place sur un cas simple, a démontré que le solveur donnait des résultats qui tendaient effectivement vers la solution recherchée.

Une fois le solveur vérifié, nous avons étendu la résolution à notre problème de plaque profilée, nécessaire à la validation. Cependant, certaines limitations liées à la stabilité nous ont contraints à limiter la plage admissible de certains paramètres, ce qui nous a donné des résultats présentant une erreur importante. Notons tout de même que tel qu'attendu, bien que la fréquence des oscillations ne coïncidait pas avec la fréquence mesurée expérimentalement, la forme de la réponse temporelle était conforme à la théorie. En effet, la plaque présentait bien un amortissement hydraulique après avoir été excité par une force extérieure initiale.

Discutons alors des limitations qui ont conduit à ces erreurs.

7.2 Limitations de la solution proposée

Comme détaillé au cours de l'étude, il existe plusieurs critères de stabilité. Le premier est le nombre de Courant, ou CFL. Ce nombre adimensionnel correspond à une condition de convergence pour la résolution des équations aux dérivées partielles décrivant la dynamique du fluide. Ainsi, ce critère sur le pas de temps de la simulation n'est pas lié au couplage et doit être respecté sous peine d'observer une divergence du calcul.

Par ailleurs, on peut observer un deuxième critère lié au couplage entre le fluide et le solide. Ce critère est lié à la géométrie des domaines ainsi qu'aux masses volumiques respectives du fluide et du solide. Ainsi, à mesure que le rapport de masses volumiques entre le fluide et la structure augmente, le pas de temps doit augmenter pour assurer la convergence de la

simulation.

De ce fait, on se retrouve avec deux critères distincts mais complémentaires qui bornent le pas de temps de la simulation comme suit :

$$A_{\text{stab}} < \Delta t < Co \cdot \frac{\Delta x}{U}$$

Or, en fonction de la géométrie et des masses volumiques considérées, si $A_{\text{stab}} > Co$, la résolution devient inconditionnellement instable.

Pour remédier à cela, certaines solutions peuvent être mises en place. On peut notamment jouer sur la relaxation des équations à chaque itération.

Or, ce problème étant lié à l'aspect itératif d'un algorithme partitionné, le fait de considérer un algorithme monolithique, ou partiellement monolithique, permettrait de se séparer de ce critère. Cependant, cela demanderait des temps de calculs et un espace mémoire plus importants.

Par conséquent, dans un cas test tel que celui de la plaque profilée, il serait nécessaire d'avoir un maillage plus fin, notamment dans la couche limite, ce qui nous imposerait de très petits pas de temps. Une optimisation de l'approche est alors nécessaire pour stabiliser les calculs en diminuant la contrainte du critère A_{stab} .

Enfin, bien que notre étude portait sur l'intérêt de la discrétisation en volumes finis pour les deux domaines fluide et solide, ce choix est discutable. En effet, le choix de la discrétisation joue un rôle important dans la précision, la stabilité et la rapidité de calcul. Le calcul solide notamment a été montré comme étant prépondérant en terme de coût temporel. Cependant, la communauté travaillant sur la dynamique du solide discrétisée en volumes finis étant bien moins importante que celle travaillant en éléments finis, les codes de calculs sont fatalement moins optimisés.

7.3 Améliorations futures

Il serait maintenant intéressant de s'orienter vers des améliorations du solveur en termes de stabilité des calculs notamment. Cela permettrait de considérer des pas de temps plus petits, quel que soit le cas test étudié.

Une autre approche serait de réfléchir à un algorithme monolithique pour s'assurer une plus grande stabilité. Il faudrait pour cela garantir l'aspect monolithique de la partie fluide en résolvant les équations de pression et de vitesse simultanément, ce qui n'est pas le cas avec

un algorithme de type *SIMPLE* ou *PISO*. Puis il serait nécessaire de s'assurer de la résolution simultanée du fluide et du solide, tout en garantissant le transfert d'informations à l'interface.

RÉFÉRENCES

- [1] R. Saeed, A. Galybin et V. Popov, “Modelling of flow-induced stresses in a francis turbine runner,” *Advances in Engineering Software*, vol. 41, n°. 12, p. 1245–1255, 2010.
- [2] A. Coutu, C. Monette et O. Velagandula, “Francis runner dynamic stress calculation,” *presented at Hydro 2007*, 2007.
- [3] A. Coutu, D. Proulx, S. Coulson et A. Demers, “Dynamic assessment of hydraulic turbines-high head francis,” *presented at Hydrovision*, 2004.
- [4] F. Dompierre et M. Sabourin, “Determination of turbine runner dynamic behaviour under operating condition by a two-way staggered fluid-structure interaction method,” dans *IOP Conference Series : Earth and Environmental Science*, vol. 12, n°. 1. IOP Publishing, 2010, p. 012085.
- [5] W. Q. Wang, X. He, L. Zhang, K. M. Liew et Y. Guo, “Strongly coupled simulation of fluid–structure interaction in a francis hydroturbine,” *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 60, n°. 5, p. 515–538, 2009.
- [6] Q. Liang, C. G. Rodríguez, E. Egusquiza, X. Escaler, M. Farhat et F. Avellan, “Numerical simulation of fluid added mass effect on a francis turbine runner,” *Computers & Fluids*, vol. 36, n°. 6, p. 1106–1118, 2007.
- [7] T. Liaghat, L. Allenbach, F. Guibault, B. Nennemann et F. Avellan, “Two-way fluid-structure coupling for damping prediction in flowing water,” dans *5th International Workshop on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery*, 2013, p. 40.
- [8] C. Seeley, A. Coutu, C. Monette, B. Nennemann et H. Marmont, “Characterization of hydrofoil damping due to fluid–structure interaction using piezocomposite actuators,” *Smart Materials and Structures*, vol. 21, n°. 3, p. 035027, 2012.
- [9] S. R. Hutchison, “Numerical modelling of hydrofoil fluid-structure interaction,” Thèse de doctorat, University of Tasmania, 2012.
- [10] OECD/IEA. (2018) World Energy Outlook. [En ligne]. Disponible : <http://www.iea.org/weo/>
- [11] P. Cardiff, “The finite volume method for solid mechanics in OpenFOAM,” dans *Open-FOAM 2nd Iberian Meeting*, Santiago de Compostela, Spain, 2018.
- [12] E. de Langre, *Fluides et solides*. Editions de l’Ecole Polytechnique, 2001. [En ligne]. Disponible : <https://books.google.ca/books?id=IFnLwQ4eTIwC>

- [13] A. Balabel et D. Dinkler, “Turbulence models for fluid-structure interaction applications,” *Emirates Journal for Engineering Research*, 2006.
- [14] P. Sagaut, *Large eddy simulation for incompressible flows : an introduction*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [15] B. S. Thapa, A. Panthee et B. Thapa, “Computational methods in research of hydraulic turbines operating in challenging environments,” *International Journal of Advanced Renewable Energy Research*, vol. 1, n^o. 2, p. 95–98, 2012.
- [16] C. Münch, P. Ausoni, O. Braun, M. Farhat et F. Avellan, “Fluid–structure coupling for an oscillating hydrofoil,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 26, n^o. 6, p. 1018–1033, 2010.
- [17] B. Huang, Q. Wu et G. Wang, “Numerical simulation of unsteady cavitating flows around a transient pitching hydrofoil,” *Science China Technological Sciences*, vol. 57, n^o. 1, p. 101–116, 2014.
- [18] A. Ducoin, J. A. Astolfi, F. Deniset et J.-F. Sigrist, “Computational and experimental investigation of flow over a transient pitching hydrofoil,” *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, vol. 28, n^o. 6, p. 728–743, 2009.
- [19] R. B. Langtry, “A correlation-based transition model using local variables for unstructured parallelized cfd codes,” Thèse de doctorat, Universität Stuttgart, 2006.
- [20] F. Menter, R. Langtry et S. Völker, “Transition modelling for general purpose cfd codes,” *Flow, turbulence and combustion*, vol. 77, n^o. 1-4, p. 277–303, 2006.
- [21] R. B. Langtry et F. R. Menter, “Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes,” *AIAA journal*, vol. 47, n^o. 12, p. 2894–2906, 2009.
- [22] ANSYS. (2015) Scale-Adaptive Simulation theory. [En ligne]. Disponible : https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/cfx_thry/thry_turb_sas.html
- [23] K. Takizawa et T. E. Tezduyar, “Multiscale space–time fluid–structure interaction techniques,” *Computational Mechanics*, vol. 48, n^o. 3, p. 247–267, 2011.
- [24] J. F. Derakhshandeh, M. Arjomandi, B. Dally et B. Cazzolato, “The effect of arrangement of two circular cylinders on the maximum efficiency of vortex-induced vibration power using a scale-adaptive simulation model,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 49, p. 654–666, 2014.
- [25] H. Jasak, “Numerical solution algorithms for compressible flows,” 2006-2007.
- [26] (2007) Bdf methods. [En ligne]. Disponible : <http://sundials.wikidot.com/bdf-method>

- [27] F. Lonchamp. (2014) Le nombre de froude. [En ligne]. Disponible : <http://francois.lonchamp.free.fr/Froude/Nombre%2520de%2520Froude.html>
- [28] A. SHARCNet. (2015) Hydrodynamic loads. [En ligne]. Disponible : https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/ans_thry/thy_et8.html
- [29] A. Ducoin, J. A. Astolfi et M.-L. Gobert, “An experimental study of boundary-layer transition induced vibrations on a hydrofoil,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 32, p. 37–51, 2012.
- [30] C. Rodriguez, E. Egusquiza, X. Escaler, Q. Liang et F. Avellan, “Experimental investigation of added mass effects on a francis turbine runner in still water,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 22, n^o. 5, p. 699–712, 2006.
- [31] M. F. Ahamed, S. Atique, M. A. K. Munshi et T. Koiranen, “A concise description of one way and two way coupling methods for fluid-structure interaction problems,” *Imperial Journal of Interdisciplinary Research*, vol. 3, n^o. 3, 2017.
- [32] S. Elghobashi, “On predicting particle-laden turbulent flows,” *Applied scientific research*, vol. 52, n^o. 4, p. 309–329, 1994.
- [33] A. Naseri, O. Lehmkuhl, I. Gonzalez, E. Bartrons, C. D. Pérez-Segarra et A. Oliva, “A semi-implicit coupling technique for fluid–structure interaction problems with strong added-mass effect,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 80, p. 94–112, 2018.
- [34] J. P. Sheldon, “A comparison of fluid-structure interaction coupling algorithms using the finite element method,” Mémoire de maîtrise, The Pennsylvania State University, 2012.
- [35] J. T. Grétarsson, N. Kwatra et R. Fedkiw, “Numerically stable fluid–structure interactions between compressible flow and solid structures,” *Journal of Computational Physics*, vol. 230, n^o. 8, p. 3062 – 3084, 2011.
- [36] Q. Zhang et T. Hisada, “Studies of the strong coupling and weak coupling methods in fsi analysis,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 60, n^o. 12, p. 2013–2029, 2004.
- [37] M. Lesoinne et C. Farhat, “Higher-order subiteration-free staggered algorithm for non-linear transient aeroelastic problems,” *AIAA journal*, vol. 36, n^o. 9, p. 1754–1757, 1998.
- [38] T. Belytschko, H.-J. Yen et R. Mullen, “Mixed methods for time integration,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 17, p. 259–275, 1979.
- [39] T. Nomura et M. Shinmyo, “Ale finite element analysis of flow interaction with a flexible filament,” *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, vol. 13, n^o. 1, p. 65–82, 1999.

- [40] M. Á. Fernández et M. Moubachir, “A newton method using exact jacobians for solving fluid–structure coupling,” *Computers & Structures*, vol. 83, n°. 2-3, p. 127–142, 2005.
- [41] J.-F. Gerbeau et M. Vidrascu, “A quasi-newton algorithm based on a reduced model for fluid-structure interaction problems in blood flows,” 2003.
- [42] C. Michler, E. van Brummelen et R. de Borst, “An interface newton–krylov solver for fluid–structure interaction,” *International Journal for Numerical Methodes in Fluids*, vol. 47, n°. 10-11, p. 1189–1195, 2005.
- [43] U. Küttler et W. A. Wall, “Fixed-point fluid–structure interaction solvers with dynamic relaxation,” *Computational Mechanics*, vol. 43, n°. 1, p. 61–72, Dec 2008.
- [44] M. A. Fernández, J.-F. Gerbeau et C. Grandmont, “A projection semi-implicit scheme for the coupling of an elastic structure with an incompressible fluid,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 69, n°. 4, p. 794–821, 2007.
- [45] C. Förster, W. A. Wall et E. Ramm, “Artificial added mass instabilities in sequential staggered coupling of nonlinear structures and incompressible viscous flows,” *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 196, n°. 7, p. 1278–1293, 2007.
- [46] A. Gravouil et A. Combescure, “Multi-time-step explicit–implicit method for non-linear structural dynamics,” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 50, n°. 1, p. 199–225, 2001.
- [47] A. Prakash, E. Taciroglu et K. D. Hjelmstad, “Computationally efficient multi-time-step method for partitioned time integration of highly nonlinear structural dynamics,” *Computers & Structures*, vol. 133, p. 51–63, 2014.
- [48] S. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press, 1980.
- [49] R. I. Issa, “Solution of the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting,” *Journal of computational physics*, vol. 62, n°. 1, p. 40–65, 1986.
- [50] T. Papanastasiou, G. Georgiou et A. N. Alexandrou, *Viscous fluid flow*. CRC Press, 1999.
- [51] O. Documentation. Numerical schemes. [En ligne]. Disponible : <https://www.openfoam.com/documentation/user-guide/fvSchemes.php>
- [52] E. Naudascher et D. Rockwell, *Flow-induced vibrations : an engineering guide*. Courier Corporation, 2012.
- [53] M. Glück, M. Breuer, F. Durst, A. Halfmann et E. Rank, “Computation of fluid–structure interaction on lightweight structures,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 89, n°. 14-15, p. 1351–1368, 2001.

- [54] K. Namkoong, H. Choi et J. Yoo, “Computation of dynamic fluid–structure interaction in two-dimensional laminar flows using combined formulation,” *Journal of fluids and structures*, vol. 20, n^o. 1, p. 51–69, 2005.
- [55] T. Liaghat, “Two-way fluid-structure coupling in vibration and damping analysis of an oscillating hydrofoil,” Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal, 2014.
- [56] NASA. (2008) Examining spatial (grid) convergence. [En ligne]. Disponible : <https://www.grc.nasa.gov/WWW/wind/valid/tutorial/spatconv.html>
- [57] C. Online. (2018) Turbulent intensity. [En ligne]. Disponible : https://www.cfd-online.com/Wiki/Turbulence_intensity
- [58] NASA. (2015) Turbulence Modeling Resource. [En ligne]. Disponible : <https://turbmodels.larc.nasa.gov/sst.html>

ANNEXE A ÉQUATIONS CONSTITUTIVES DU COUPLAGE FLUIDE-SOLIDE

Variables utilisées

Introduisons brièvement les variables adimensionnelles qui seront utilisées par la suite :

$$Re = \frac{\rho_F \cdot U_0 \cdot L}{\mu}, \text{ le nombre de Reynolds}$$

$$Fr = \frac{U_0}{\sqrt{g \cdot L}}, \text{ le nombre de Froude}$$

$$D = \frac{\xi_0}{L}, \text{ le nombre de déplacement, avec } \xi_0 \text{ étant le déplacement unitaire}$$

$$G = \frac{L}{c^2}, \text{ le nombre d'élasto-gravité}$$

$$M = \frac{\rho_F}{\rho_S}, \text{ le nombre de masse}$$

$$U_R = \frac{U_0}{c}, \text{ la vitesse réduite}$$

$$C_Y = \frac{\rho_F \cdot U_0^2}{E}, \text{ le nombre de Cauchy}$$

Puis les variables dimensionnelles, dont les unités sont précisées en préambule dans la *liste des symboles et caractères* :

\bar{U} , le champ de vitesse

ρ_F , la masse volumique du fluide

ρ_S , la masse volumique du solide

E , le module de Young

g , l'accélération de la pesanteur

p , la pression

μ , la viscosité dynamique

L , la longueur caractéristique, ici la corde du profil

U_0 , la vitesse nominale

$c = \sqrt{\frac{E}{\rho_S}}$, la vitesse de propagation des ondes dans le solide

m , la masse modale

K , la raideur modale

$\bar{\sigma}$, le champ de contrainte

ϵ , la déformation solide

ξ_0 , le déplacement nominal

$\bar{\varphi}(\bar{x})$, la forme modale

Équations du fluide

Dans le domaine fluide, les équations en présence sont celles de Navier-Stokes. On retrouve alors l'équation de conservation de la masse :

$$\text{div}(\bar{U}) = 0 \quad (\text{A.1})$$

ainsi que l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\rho_F \cdot \frac{d\bar{U}}{dt} = -\rho_F \cdot g \cdot \bar{e}_z - \bar{\nabla} p + \mu \cdot \Delta \bar{U} \quad (\text{A.2})$$

Cependant, ces équations dépendent de quantités dimensionnelles. Ainsi, lors du couplage avec le solide, on sera confronté à une incompatibilité des temps fluide et solide.

De ce fait, pour garantir le couplage fort entre les deux domaines, il faut introduire des quantités adimensionnelles :

$$\begin{aligned} \bar{x}_f &= \frac{\bar{x}}{L} \\ \bar{U}_f &= \frac{\bar{U}}{U_0} \\ \bar{p}_f &= \frac{\bar{p}}{\rho_F \cdot U_0^2} \end{aligned}$$

Par ailleurs, il est indispensable de considérer un temps commun entre le fluide et le solide. Or le temps fluide peut être le temps de convection de l'écoulement ($T_{fluide} = \frac{L}{U_0}$) et le temps solide peut être le temps de propagation des ondes dans le solide ($T_{solide} = \frac{L}{c}$).

Cependant, notre étude visant à simplifier notre problème à un système masse-ressort, il est plus logique, par souci de simplification dans les équations, de considérer le temps solide comme étant le temps de référence qui est autrement défini par :

$$T_{solide} = \sqrt{\frac{m}{K}}$$

On a alors un variable adimensionnelle temporelle :

$$t_s = \frac{t}{T_{solide}}$$

Nous déterminons alors les équations adimensionnelles du fluide, en commençant par l'équation de conservation de la masse :

$$\text{div}(\bar{U}_f) = 0 \quad (\text{A.3})$$

puis l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{c}{U_0} \cdot \frac{d\bar{U}_f}{dt_s} = -\frac{g \cdot L}{U_0^2} \cdot \bar{e}_z - \bar{\nabla} p_f + \frac{\mu}{\rho_F \cdot U_0 \cdot L} \cdot \Delta \bar{U}_f \quad (\text{A.4})$$

Équations du solide

Considérant le domaine solide, nous devons nous pencher sur les équations fondamentales de la mécanique des milieux continus. Ces équations sont énoncées ci-après. Par souci de simplification, on pose $\bar{u} = \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t}$, avec $\bar{\xi}$ le champ de déplacement solide.

On a tout d'abord, l'équation de conservation de quantité de mouvement :

$$\rho_S \cdot \frac{\partial^2 \bar{\xi}}{\partial t^2} - \nabla \bar{\sigma} = 0 \quad (\text{A.5})$$

puis la relation constitutive de l'élasticité linéaire (ou loi de Hooke) :

$$\bar{\sigma} = 2 \cdot \mu_{\text{Lamé}} \cdot \epsilon + \lambda \cdot \text{tr}(\epsilon) \cdot \bar{I} \quad (\text{A.6})$$

$$\text{avec } \lambda = \frac{E \cdot \nu_{\text{Poisson}}}{(1 + \nu_{\text{Poisson}}) \cdot (1 - 2 \cdot \nu_{\text{Poisson}})} \quad \text{et} \quad \mu_{\text{Lamé}} = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu_{\text{Poisson}})}$$

et enfin l'équation de déformation :

$$\epsilon = \frac{1}{2} \cdot [\nabla \bar{\xi} + \nabla^t \bar{\xi}] \quad (\text{A.7})$$

Dans un souci de simplification des équations, il est possible, de façon légitime, de faire une approximation de mode unique qui revient à dire que :

$$\bar{\xi}(\bar{x}, t) = q(t) \cdot \bar{\varphi}(\bar{x})$$

En définissant le déplacement modal $q(t)$ avec l'équation suivante :

$$m \cdot \frac{d^2 q}{dt^2} + K \cdot q = f \quad (\text{A.8})$$

On définit alors de nouvelles quantités adimensionnelles :

$$\begin{aligned} \bar{x}_s &= \frac{\bar{x}}{L} \\ q_s &= \frac{q}{\xi_0} \\ f_s &= \frac{f}{K \cdot \xi_0} \end{aligned}$$

Ce qui nous permet alors d'adimensionnaliser l'équation de définition du déplacement modal :

$$\frac{d^2 q_s}{dt_s^2} + q_s = f_s \quad (\text{A.9})$$

Équations à l'interface

Afin d'être fortement couplés, les domaines fluide et solide doivent être liés à l'interface par des conditions de continuité. On parle alors de condition cinématique qui lie les vitesses, ainsi que de condition dynamique qui équilibre les forces.

On a alors la condition cinématique :

$$\bar{U}(\bar{x}, t) = \frac{\partial \bar{\xi}}{\partial t}$$

soit,

$$\bar{U}(\bar{x}, t) = \frac{dq}{dt}(t) \cdot \bar{\varphi}(\bar{x}) \quad (\text{A.10})$$

ainsi que la condition dynamique :

$$\int_{interface} \left\{ [-p \cdot \bar{\bar{I}} + \mu \cdot (\nabla \bar{U} + \nabla^t \bar{U})] \cdot \bar{n} \right\} \cdot \bar{\varphi} dS = f \quad (\text{A.11})$$

Ce qui nous donne, après adimensionnalisation et simplification avec les variables adimensionnelles présentées précédemment, la nouvelle condition cinématique :

$$U_R \cdot \bar{U}_f = D \cdot \frac{dq_s}{dt_s} \cdot \bar{\varphi}(\bar{x}) \quad (\text{A.12})$$

et la nouvelle condition dynamique :

$$\int_{interface} \left\{ C_Y \cdot [-p_f \cdot \bar{\bar{I}} + \frac{1}{Re} \cdot (\nabla \bar{U}_f + \nabla^t \bar{U}_f)] \cdot \bar{n} \right\} \cdot \bar{\varphi} dS = D \cdot f_s \quad (\text{A.13})$$

ANNEXE B CAS D'ÉTUDE : $U_R \ll 1$

Pour ce cas d'étude, on se place dans le cas ou $U_R \ll 1$, ce qui correspond à une situation de fluide au repos. En effet, tout ce qui intervient durant le temps T_{solide} a lieu lorsque le fluide est au repos.

Cela implique alors, non pas que le fluide est immobile, mais que les mouvement du fluide sont négligeables devant ceux du solide. De plus, cela semble indiquer qu'il y a probablement un déplacement du fluide résultant du déplacement du solide. Étudions alors plus en détail notre cas.

Le fluide étant au repos, la condition cinématique s'applique à l'interface, et les conditions limites partout ailleurs. Or à l'interface, on a :

$$\bar{U} = O\left(\frac{\xi_0}{T_{solide}}\right)$$

et au limites,

$$\bar{U} = O(U_0)$$

Ainsi, si on a $\frac{\xi_0}{T_{solide}} \gg U_0$, on trouve $\frac{\xi_0}{L} \gg \frac{U_0 \cdot T_{solide}}{L}$ soit $U_R \gg D$. On a en conclut alors que c'est l'interaction entre le fluide et le solide qui régit la dynamique du fluide.

U_0 n'est alors plus un choix pertinent. Or, les nombres de Reynolds, de Froude et de Cauchy dépendent de U_0 . Il est alors nécessaire de définir de nouveaux nombre adimensionnels. En se fixant sur une échelle de ce qui arrive dans le domaine solide, on peut remplacer U_0 par c pour obtenir :

$$S_T = \frac{\rho_F \cdot c \cdot L}{\mu}, \text{ le nombre de Stokes}$$

$$F_D = \frac{c}{\sqrt{g \cdot L}}, \text{ le nombre de Froude dynamique}$$

$$M = \frac{\rho_F \cdot c^2}{E} = \frac{\rho_F}{\rho_S}, \text{ le nombre de masse}$$

On a de ce fait, $S_T = \frac{Re}{U_R}$, $F_D = \frac{Fr}{U_R}$ et $M = \frac{C_Y}{U_R^2}$.

Arrivent alors par conséquent de nouvelles variables adimensionnelles :

$$\bar{U}_f = \frac{\bar{U}}{U_0}$$

$$\begin{aligned}\bar{U}_s &= \frac{\bar{U}}{c} \\ pf &= \frac{p}{\rho_F \cdot \bar{U}_0^2} \\ p_s &= \frac{p}{\rho_F \cdot c^2}\end{aligned}$$

On peut également poser $\bar{x}_f = \bar{x}_s$.

Les équations adimensionnelles se simplifient alors et deviennent, pour le fluide :

$$div(\bar{U}_s) = 0 \quad (\text{B.1})$$

et,

$$\frac{d\bar{U}_s}{dt_s} = -\frac{1}{F_D^2} \cdot \bar{e}_z - \bar{\nabla} p_s + \frac{1}{S_T} \cdot \nabla \bar{U}_s \quad (\text{B.2})$$

puis à l'interface :

$$\bar{U}_f = D \cdot \frac{dq_s}{dt_s} \cdot \bar{\varphi}(\bar{x}) \quad (\text{B.3})$$

et la condition dynamique :

$$\int_{interface} \left\{ M \cdot [-p_s \cdot \bar{I} + \frac{1}{S_T} \cdot (\nabla \bar{U}_s + \nabla^t \bar{U}_s)] \cdot \bar{n} \right\} \cdot \bar{\varphi} dS = D \cdot f_s \quad (\text{B.4})$$

En supposant des oscillations de faible amplitude (soit $D \ll 1$), on peut décomposer la pression, la vitesse et le déplacement :

$$\begin{aligned}p_s &= p_0 + D \cdot p_1 + \dots \\ \bar{U}_s &= 0 + D \cdot \bar{U}_1 + \dots \\ \bar{\xi} &= 0 + D \cdot q \cdot \bar{\varphi}\end{aligned}$$

Ce qui revient à avoir les équations fluide à l'ordre 0 :

$$div(0) = 0 \quad (\text{B.5})$$

et,

$$0 = -\frac{1}{F_D^2} \cdot \bar{e}_z - \bar{\nabla} p_0 + 0 \quad (\text{B.6})$$

À cet ordre, il n'y a donc pas de vitesse, mais uniquement une pression : la pression hydrostatique. Regardons alors l'ordre 1 :

$$\text{div}(\bar{U}_1) = 0 \quad (\text{B.7})$$

et,

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial t_s} = -\bar{\nabla} p_1 + \frac{1}{S_T} \cdot \Delta \bar{U}_1 \quad (\text{B.8})$$

Écrivons alors les conditions cinématique et dynamique à l'interface pour l'ordre 1. Cela donne :

$$\bar{U}_1 = D \cdot \frac{dq_s}{dt_s} \cdot \bar{\varphi} \quad (\text{B.9})$$

et :

$$\int_{\text{interface}} \left\{ M \cdot [-p_1 \cdot \bar{I} + \frac{1}{S_T} \cdot (\nabla \bar{U}_s + \nabla^t \bar{U}_s)] \cdot \bar{n} \right\} \cdot \bar{\varphi} dS = D \cdot f_s \quad (\text{B.10})$$

Il est important de noter que lors du calcul de l'intégrale sur l'interface, \bar{x} s'est déplacé en $\bar{x} + D \cdot q \cdot \bar{\varphi}$.

Considérant alors les déplacements du solides comme étant uniquement des translations, $\bar{\varphi}$ ne dépend plus du point d'application. On peut alors le sortir de l'intégrale sur l'interface correspondant à la nouvelle position de \bar{x} :

$$M \cdot \bar{\varphi} \cdot \int_{\text{interface}} [-p_1 \cdot \bar{I} + \frac{1}{S_T} \cdot (\nabla \bar{U}_s + \nabla^t \bar{U}_s)] \cdot \bar{n} \cdot dS = D \cdot f_s \quad (\text{B.11})$$

Or, pour des faibles oscillations, on peut décomposer la pression et la vitesse de la nouvelle position en fonction de la position initiale, ce qui donne :

$$\begin{aligned} p_s(\bar{x} + D \cdot q \cdot \bar{\varphi}) &= p_0(\bar{x} + D \cdot q \cdot \bar{\varphi}) + D \cdot p_1(\bar{x} + D \cdot q \cdot \bar{\varphi}) + \dots \\ &= p_0(\bar{x}) + D \cdot q \cdot \bar{\varphi} \cdot \bar{\nabla} p_0 + D \cdot p_1(\bar{x}) + \dots \end{aligned}$$

puis,

$$\bar{U}(\bar{x} + D \cdot q \cdot \bar{\varphi}) = 0 + D \cdot \bar{U}_1(\bar{x}) + \dots$$

Ce qui donne alors, pour la condition dynamique en intégrant sur l'interface à la position initiale de \bar{x} :

$$\underbrace{M \cdot \bar{\varphi} \cdot \int_{interface} \left[-p_1 \cdot \bar{\bar{I}} + \frac{1}{S_T} \cdot (\nabla \bar{U}_s + \nabla^t \bar{U}_s) \right] \cdot \bar{n} \cdot dS}_{\text{force résultante de la pression et des efforts visqueux du fluide sur le solide}} - \underbrace{M \cdot q \cdot \bar{\varphi} \cdot \int_{interface} (\bar{\nabla} p_0 \cdot \bar{\varphi}) \cdot \bar{n} \cdot dS}_{\text{force due aux mouvements du solide dans un fluide pré-contraint}} = f_s \quad (\text{B.12})$$

Ces nouvelles équations étant linéaires, elles sont plus simples à résoudre numériquement.

Considérons alors séparément les deux membres de l'équation ci-dessus. Tout d'abord, intéressons nous à la partie relative à la force résultante des mouvements du solide. On isole alors, en remplaçant la pression hydrostatique :

$$q \cdot \underbrace{\frac{M}{F_D^2} \cdot \int_{interface} (\bar{\varphi} \cdot \bar{e}_z) \cdot (\bar{\varphi} \cdot \bar{n}) \cdot dS}_{\text{raideur } k_F} = f_s \quad (\text{B.13})$$

Cela montre alors que le déplacement du solide dans le fluide est équivalent à un solide relié à un ressort. Il est alors uniquement nécessaire de calculer l'intégrale sur l'interface et, pour un problème donné, k_F sera obtenu pour tout type de mouvement du solide.

Enfin, procédons à la dernière simplification de cette étude théorique. On sait que $S_T = \frac{\rho_F \cdot c \cdot L}{\mu}$. Or, ici, $\rho_F = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $\mu = 1 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $c = 4.9 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ et $L = 0.279 \text{ m}$, ce qui donne environ $S_T = 10^9$ soit $S_T \gg 1$. Les effets visqueux sont alors négligeables. Il reste alors, pour le fluide :

$$\frac{\partial \bar{U}_1}{\partial t_s} = -\bar{\nabla} p_1 \quad (\text{B.14})$$

et pour l'interface :

$$\bar{U}_1 \cdot \bar{n} = \dot{q} \cdot \bar{\varphi} \cdot \bar{n} \quad (\text{B.15})$$

et,

$$M \cdot \int_{interface} (-p_1 \cdot \bar{n}) \cdot \bar{\varphi} \cdot dS = f_s \quad (\text{B.16})$$

Or la première équation à l'interface doit être adaptée, car il ne peut pas y avoir de condition sur les composantes tangentiels de la vitesse étant donné qu'il n'y a plus d'effets visqueux. Cela revient alors à transformer les équations de la vitesse et de la pression, pour qu'elles soient valables partout dans le fluide :

$$\bar{U}_1(\bar{x}, t_s) = \dot{q}(t_s) \cdot \bar{\varphi}_u(\bar{x})$$

$$p(\bar{x}, t_s) = \ddot{q}(t_s) \cdot \varphi_p(\bar{x})$$

Les équations fluides deviennent alors :

$$div \bar{\varphi}_u = 0 \quad (\text{B.17})$$

$$\bar{\varphi}_u = -\bar{\nabla} \varphi_p \quad (\text{B.18})$$

De même, les équations à l'interface se transforment pour devenir :

$$\bar{\varphi}_u \cdot \bar{n} = \bar{\varphi} \cdot \bar{n} \quad (\text{B.19})$$

$$-\ddot{q} \cdot \underbrace{\left[M \cdot \int_{interface} (-\varphi_p \cdot \bar{n}) \cdot \bar{\varphi} \cdot dS \right]}_{\text{masse ajoutée } m_A} = f_s \quad (\text{B.20})$$

La force fluide est alors une force inertielle, et la réponse est instantanée, soit :

$$-m_A \cdot \ddot{q}(t_s) = f_s(t_s) \quad (\text{B.21})$$

Pour résumer, les simplifications ont menées aux équations (B.13) et (B.20), ce qui peut être synthétisé par :

$$f_s = -k_F \cdot q - m_A \cdot \ddot{q} \quad (\text{B.22})$$

ANNEXE C ÉQUATIONS DU MODÈLE $K - \omega$ SST

On a les équations sur k et ω [58] :

$$\frac{\partial(\rho_F \cdot k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_F \cdot U_j \cdot k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \cdot \rho_F \cdot \omega \cdot k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \cdot \mu_t) \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (C.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_F \cdot \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_F \cdot U_j \cdot \omega)}{\partial x_j} = & \frac{\gamma}{\nu_t} \cdot P - \beta \cdot \rho_F \cdot \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \cdot \mu_t) \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + 2 \cdot (1 - F_1) \cdot \frac{\rho_F \cdot \sigma_{\omega 2}}{\omega} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (C.2)$$

Avec :

$$\begin{aligned} P &= \tau_{ij} \cdot \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \\ \tau_{ij} &= \mu_t \cdot \left(2 \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \cdot \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \cdot \rho_F \cdot k \cdot \delta_{ij} \\ S_{ij} &= \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

Or la viscosité turbulente s'exprime par :

$$\mu_t = \frac{\rho_F \cdot a_1 \cdot k}{\max(a_1 \cdot \omega, \Omega \cdot F_2)}$$

Chaque variable s'écrit alors comme la décomposition de deux constantes, une dite "interne" et une "externe". On note alors, une variable quelconque ϕ :

$$\phi = F_1 \cdot \phi_1 + (1 - F_1) \cdot \phi_2$$

avec ϕ_1 sa composante "interne" et ϕ_2 , sa composante "externe".

On a alors les fonctions manquantes :

$$\begin{aligned} F_1 &= \tanh(\arg_1^4) \\ \arg_1 &= \min[\max(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \cdot \omega \cdot d}, \frac{500 \cdot \nu}{d^2 \cdot \omega}), \frac{4 \cdot \rho_F \cdot \sigma_{\omega 2} \cdot k}{CD_{k \cdot \omega} \cdot d^2}] \\ CD_{k \cdot \omega} &= \max(2 \cdot \rho_F \cdot \sigma_{\omega 2} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20}) \end{aligned}$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2)$$

$$\arg_2 = \max(2 \cdot \frac{\sqrt{K}}{\beta^* \cdot \omega \cdot d}, \frac{500 \cdot \nu}{d^2 \cdot \omega})$$

avec,

$$\Omega = \sqrt{2 \cdot W_{ij} \cdot W_{ij}}$$

$$W_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Les constantes alors utilisées dans le modèle sont fixées aux valeurs suivantes :

$$\gamma_1 = \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \cdot \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \quad \gamma_2 = \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \cdot \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$$

$$\sigma_{K1} = 0.85 \quad \sigma_{K2} = 1.0$$

$$\sigma_{\omega 1} = 0.5 \quad \sigma_{\omega 2} = 0.856$$

$$\beta^* = 0.09$$

$$\beta_1 = 0.075 \quad \beta_2 = 0.0828$$

$$\kappa = 0.41$$

$$a_1 = 0.31$$

ANNEXE D ÉQUATIONS DU MODÈLE *SST* – *SAS*

En reprenant les notations de l'annexe précédente, l'ajout du modèle SAS revient uniquement à ajouter un terme source dans le membre de droite de l'équation C.2 en ω [22]. On se retrouve alors avec cette source :

$$Q_{SAS} = \max \left[\rho_F \cdot \zeta_2 \cdot \kappa \cdot \Omega^2 \cdot \left(\frac{L_{SAS}}{L_{vK}} \right)^2 - C \cdot \frac{2 \cdot \rho_F \cdot k}{\sigma_\phi} \cdot \max \left(\frac{1}{\omega^2} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{k^2} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), 0 \right] \quad (D.1)$$

avec les paramètres du modèle :

$$\zeta_2 = 3.51$$

$$C = 2$$

$$\sigma_\phi = \frac{2}{3}$$

De plus, on a l'échelle de longueur :

$$L_{SAS} = \frac{\sqrt{k}}{\beta^{*\frac{1}{4}} \cdot \omega}$$

ainsi que l'échelle de longueur de von Karman :

$$L_{vK} = \frac{\kappa \cdot \Omega}{|\ddot{U}|}$$

avec les amplitudes de la dérivées seconde de la vitesse données par :

$$|\ddot{U}| = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \right)^2}$$

ANNEXE E PARAMÈTRES DE TURBULENCE EN FONCTION DE LA VITESSE INCIDENTE DU FLUIDE

On retrouve alors les tendances des paramètres ε , k , ω et ν_t dans les graphiques suivants (respectivement les figures E.1 pour tous les paramètres, puis les figures E.2, E.3, E.4 et E.5 pour k , ε , ω et ν_t) :

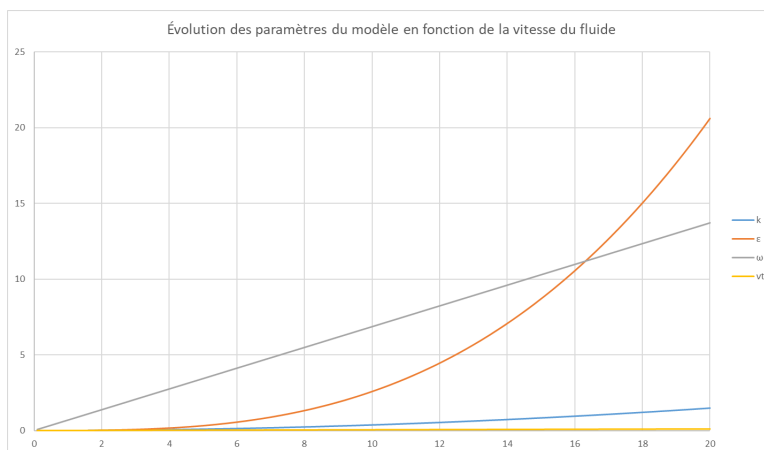


Figure E.1 Influence de U_0 sur tous les paramètres de simulation

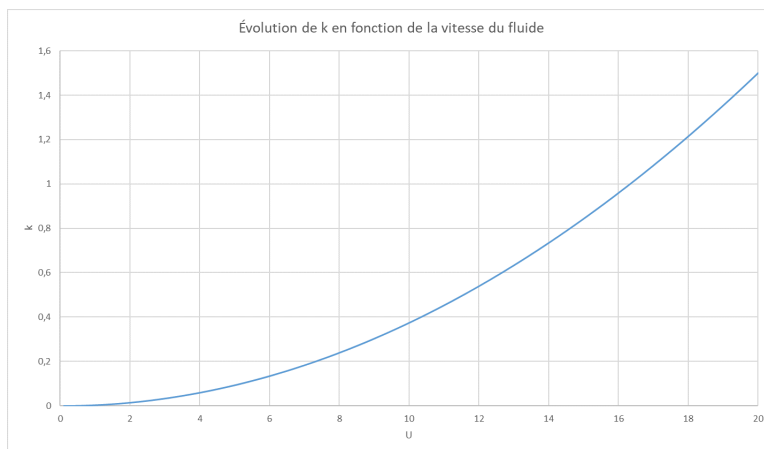


Figure E.2 Influence de U_0 sur l'énergie cinétique turbulente k

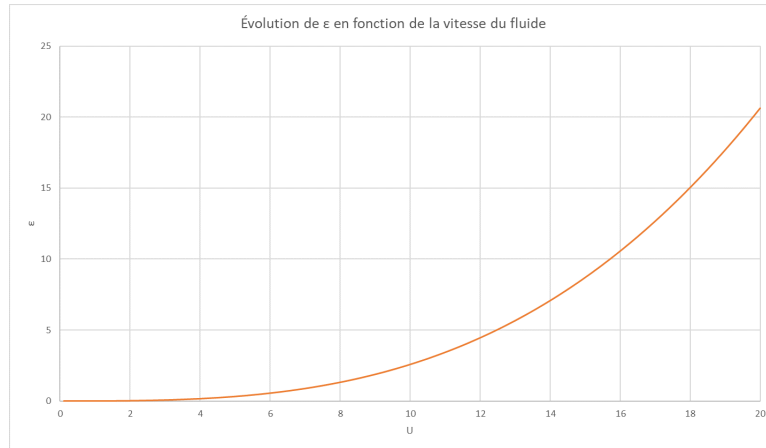


Figure E.3 Influence de U_0 sur le taux de dissipation ϵ

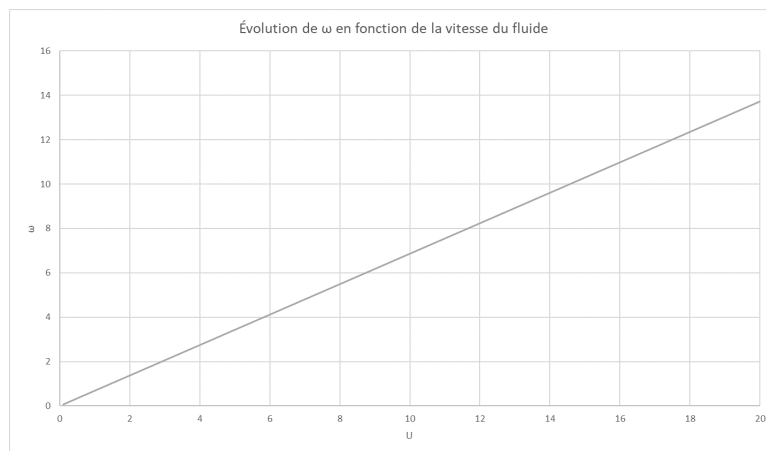


Figure E.4 Influence de U_0 sur le taux spécifique de dissipation ω

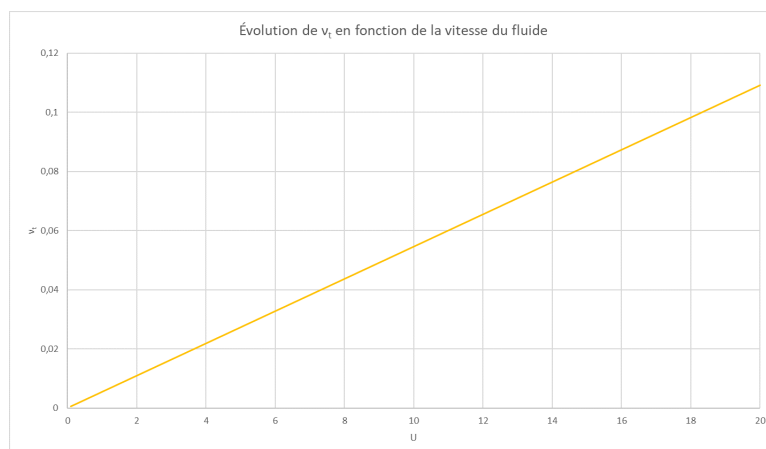


Figure E.5 Influence de U_0 sur la viscosité turbulente ν_t

ANNEXE F GUIDE D'UTILISATION DE PARTFSIFOAM

Organisation des cas test

Initialement, un cas test typique sous OpenFOAM comprend les dossiers *0*, *constant* et *system*. Le premier permet de définir les différentes conditions initiales et aux limites des champs calculés. Le second dossier contient les dictionnaires de paramétrisation du domaine ainsi que le dossier de maillage. Enfin, le dernier dossier contient les fichiers de paramétrisation de la simulation, que ce soit en termes de pas de temps, de schémas d'intégration ou d'interpolation, ou encore de critères de convergence.

Dans notre cas, nous considérons 2 domaines distincts qui sont liés nœuds à nœuds à l'interface. Il est ainsi nécessaire, dans chacun des dossiers sus-cités, de distinguer le domaine fluide du domaine solide.

On se retrouve alors avec une organisation telle que celle présentée sur la figure F.1 :

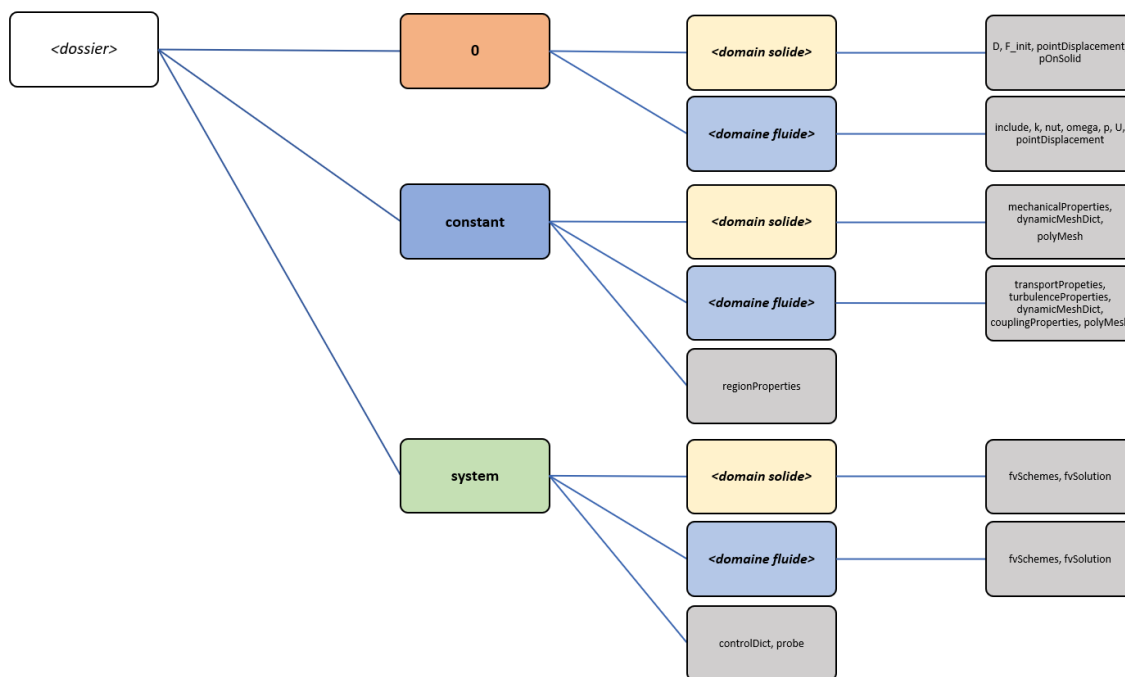


Figure F.1 Organisation d'un cas test

Détaillons alors les différents fichiers présents.

On retrouve dans *0/<domaine solide>* :

D le champ de déplacement des faces du solide

F_init la force initiale appliquée aux faces du solide

pOnSolid la pression fluide appliquée aux faces du solide

pointDisplacement le champ de déplacement des points du solide

Et dans *0/<domaine fluide>* :

include le répertoire contenant les valeurs numériques des conditions initiales

p le champ de pression dans le fluide

U le champ de vitesse dans le fluide

k le champ de l'énergie cinétique turbulente dans le fluide

omega le champ du taux spécifique de dissipation dans le fluide

nut le champ de viscosité cinématique turbulente dans le fluide

pointDisplacement le champ de déplacement des points du fluide

Puis dans *constant* :

regionProperties le répertoire des noms des domaines fluide et solide

mechanicalProperties le répertoire contenant les propriétés mécaniques du solide

dynamicMeshDict le dictionnaire de paramétrisation de la dynamique du maillage solide

polyMesh le dossier du maillage solide

transportProperties le répertoire contenant les propriétés de modélisation du fluide

turbulenceProperties le répertoire contenant les propriétés de turbulence du fluide

couplingProperties le répertoire contenant les propriétés du couplage fluide-structure
(*N.B. : ce répertoire sera dans la suite de l'annexe*)

dynamicMeshDict le dictionnaire de paramétrisation de la dynamique du maillage fluide

polyMesh le dossier du maillage fluide

Et enfin dans *system* :

controlDict le dictionnaire de définition des paramètres de simulation

probe le dictionnaire de définition de sondes pour des prises de mesures locales sur un ou plusieurs champs en particulier

fvSchemes le dictionnaire de définition des schémas d'intégration et d'interpolation

fvSolution le dictionnaire de définition des conditions de convergence du solveur

Attardons-nous alors sur le répertoire *couplingProperties* qui permet de définir les différents paramètres du couplage.

Paramétrisation du dictionnaire *couplingProperties*

Le répertoire est subdivisé en 5 catégories principales :

- Les noms des sélections fluide et solide à l'interface
- La géométrie étudiée
- Les paramètres de simulation
- La définition de la force initiale
- La définition de la relaxation

Tout d'abord, il est nécessaire que le solveur connaisse les noms des faces qui s'opposent à l'interface afin de bien transmettre les efforts dans un sens et les déplacements dans l'autre. De plus, préciser la dimension de la géométrie ainsi que l'envergure (s'il s'agit d'un profil immergé) permet au solveur de s'assurer que les bords du profil fixés aux parois le restent bien durant la simulation.

Par la suite, on définit les paramètres globaux de simulation. On donne alors le nombre minimal ainsi que le nombre maximal de boucle que le solveur pourra effectuer avant de passer au pas de temps suivant. On précise également le critère de convergence sur les déplacements solides. Par ailleurs, concernant la stabilité, on renseigne l'ordre de discrétisation temporelle dans les équations, l'intervalle d'écart entre les pas de temps fluide et solide ainsi que la dimension caractéristique du solide nécessaire au calcul du critère de convergence couplé relative à cette dimension (notons qu'il est également possible pour solveur de considérer un critère de convergence du couplage moins exigeant, ce qui entraîne un affaiblissement du couplage pour une amélioration de la stabilité). Enfin, il est possible de préciser au solveur d'effectuer une initialisation du cas par un calcul uniquement fluide (en ne considérant ainsi pas le domaine solide) ou même un calcul uniquement fluide (qui revient alors au solveur **pimpleDyMFoam**).

On a alors la possibilité d'ajouter une force excitatrice. Il est nécessaire pour cela de préciser l'amplitude de la force, sa direction (X, Y ou Z) et sa forme. On a en effet le choix entre une force du type "créneau" avec une pente initiale et une force sinusoïdale. Dans le premier cas, il est nécessaire de définir 3 temps : le temps de début d'application de la force, le temps à partir duquel la force est appliquée à 100% et le temps pour lequel on retire la force. On se retrouve alors avec une représentation de ces temps tels que précisés sur la figure F.2 :

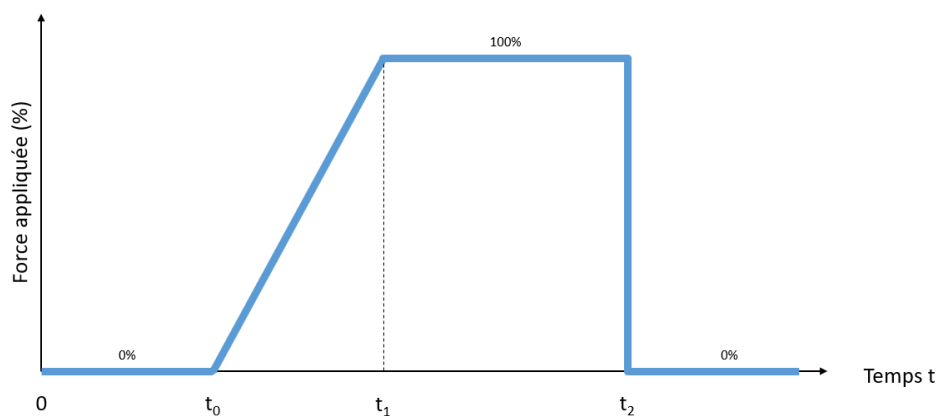


Figure F.2 Représentation de l'application de la force au cours du temps

Dans le cas de la force sinusoïdale, il est nécessaire de préciser la pulsation de la sinusoïde imposée.

Pour ces deux types de force imposée, il faut alors déterminer si la force est appliquée sur une sélection entière (dans ce cas, elle doit être définie dans le fichier F_init), sur des coordonnées en particulier ou si l'application de la force est personnalisée (toujours à définir dans F_init avec la bibliothèque *groovyBC*). Si l'application de la force par coordonnées est choisie, on peut alors exercer la force sur un plan, sur une arête ou sur toutes les faces comprises dans une sphère de centre et rayon précisés.

Enfin, on peut choisir d'ajouter une relaxation des calculs à chaque itération. Si oui, on peut considérer une relaxation constante de facteur de relaxation donné, ou une relaxation adaptative de type Aitken.

Une fois tous ces paramètres définis, il est possible de lancer les calculs et de suivre l'évolution du déplacement des sondes dans le répertoire `<dossier>/postProcessing` qui apparaîtra au lancement des calculs.


```
writeInterval    1e-2;

purgeWrite       0;

writeFormat      ascii;

writePrecision   16;

writeCompression off;

timeFormat       general;

timePrecision    12;

runTimeModifiable true;

maxCo            1;

functions
{
    #include "probe"
}

// ***** //
```

On retrouve également les schémas de discrétisation et d'interpolation utilisés dans le domaine fluide.

```

/*-----*- C++ -*-----*\
| ===== |
| \\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O p e r a t i o n      | Version:  plus |
|  \\    /  A n d      | Web:      www.OpenFOAM.com |
|   \\/    M a n i p u l a t i o n      |
\*-----*-*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "system";
    object       fvSchemes;
}
// * * * * *

ddtSchemes
{
    default      Euler;
}

gradSchemes
{
    default      Gauss linear;
    grad(U)      Gauss linear;
}

divSchemes
{
    default      none;
    div(phi,U)   Gauss linearUpwind grad(U);
    div(phi,k)   Gauss linearUpwind default;
    div(phi,omega) bounded Gauss upwind;
}

```

```

        div((nuEff*dev2(T(grad(U)))) Gauss linear;
    }

```

```

laplacianSchemes

```

```

{
    default          Gauss linear limited 1.0;

```

```

interpolationSchemes

```

```

{
    default          linear;
}

```

```

snGradSchemes

```

```

{
    default          limited 1.0;
}

```

```

wallDist

```

```

{
    method meshWave;
}

```

```

// ***** //

```

Puis on a les paramètres de solveur pour la résolution fluide.

```

/*-----*- C++ -*-----*\
| =====|
| \\      / F ield      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O peration  | Version: plus |
|  \\    / A nd         | Web:      www.OpenFOAM.com |
|   \\/    M anipulation | |
\*-----*-*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "system";
    object       fvSolution;
}
// * * * * *

solvers
{
    "pcorr.*"
    {
        solver      GAMG;
        tolerance   0.02;
        relTol      0;
        smoother    GaussSeidel;
    }

    p
    {
        $pcorr;
        tolerance   1e-6;
        relTol      0.01;
    }
}

```

```

pFinal
{
    $p;
    tolerance      1e-06;
    relTol         0;
}

"(U|k|omega)"
{
    solver          smoothSolver;
    smoother        GaussSeidel;
    tolerance       1e-06;
    relTol          0.1;
}

"(U|k|omega)Final"
{
    $U;
    tolerance       1e-06;
    relTol          0;
}

cellDisplacement
{
    solver          GAMG;
    tolerance       1e-12;
    relTol          0;
    smoother        GaussSeidel;
}
}

```

PIMPLE

```
{
    correctPhi          yes;
    nOuterCorrectors    10;
    nCorrectors         5;
    nNonOrthogonalCorrectors 3;
    pRefCell            0;
    pRefValue           0;
```

relaxationFactors

```
{
    fields
    {
        p      0.3;
        pFinal  1;
    }
    equations
    {
        "(U|k|omega)"  0.7;
        "(U|k|omega)Final" 1.0;
    }
}
```

residualControl

```
{
    p
    {
        relTol  0;
        tolerance 1e-5;
    }
}
```

```
U
{
    relTol    0;
    tolerance 1e-6;
}
}
```

```
}
```

```
cache
{
    grad(U);
}
```

```
// ***** //
```


De la même manière, on retrouve les fichiers de schémas numériques et de paramètres du solveur pour la résolution solide.

```

/*-----*- C++ -*-----*\
| =====|
| \\ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\ / O p e r a t i o n | Version: plus |
| \\ / A n d | Web: www.OpenFOAM.com |
| \\ / M a n i p u l a t i o n | |
\*-----*-*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    location     "system";
    object       fvSchemes;
}
// * * * * *

d2dt2Schemes
{
    default      Euler;
}

ddtSchemes
{
    default      backward;
}

gradSchemes
{
    default      Gauss linear;
    grad(D)      Gauss linear;
}

```

```
divSchemes
```

```
{
    default          none;
    div(sigmaD)      Gauss linear;
    div(sigma)       Gauss linear;
}
```

```
laplacianSchemes
```

```
{
    default          Gauss linear limited corrected 0.5;
    laplacian(DD,D)  Gauss linear corrected;
}
```

```
interpolationSchemes
```

```
{
    default          linear;
}
```

```
snGradSchemes
```

```
{
    default          none;
}
```

```
// ***** //
```

```

/*-----*- C++ -*-----*\
| =====|
| \\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O p e r a t i o n | Version: plus |
| \\      / A n d      | Web: www.OpenFOAM.com |
|  \\/      M a n i p u l a t i o n |
\*-----*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format        ascii;
    class          dictionary;
    location       "system";
    object         fvSolution;
}
// * * * * *

solvers
{
    D
    {
        solver          PCG;
        preconditioner    DIC;
        tolerance        5e-08;
        relTol            0.1;
    }

    cellDisplacement
    {
        solver          GAMG;
        tolerance        1e-12;
        relTol            0;
        smoother          GaussSeidel;
    }
}

```

```
stressAnalysis
```

```
{
```

```
    compactNormalStress yes;
```

```
    nCorrectors      10000;
```

```
    D                5e-06;
```

```
}
```

```
// ***** //
```

Enfin, on donne le fichier *couplingProperties* présenté précédemment et regroupant les différents paramètres du couplage entre les domaines.

```

/*-----*- C++ -*-----*\
| =====|
| \\      / F i e l d      | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox |
| \\      / O p e r a t i o n | Version: 1.3 |
| \\      / A n d      | Web:      http://www.openfoam.org |
|  \\    / M a n i p u l a t i o n | |
\*-----*-*/

FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       couplingProperties;
}

// * * * * *

// Interface patches

solidPatch      hydrofoilSolidInterface;

fluidPatch      hydrofoilFluidInterface;

// Simulation parameters

internalLoop     50; // max of internal loops

convergence      1e-6;

simulation       coupled; // simulation type: fluid or coupled

```

```

couplingCrit    2; // coupling criteria
                  (1 = classical 2-way convergence criteria,
                  2 = +stability -precision)

timeOrder       1; // temporal discretisation order for the solid domain
                  (1 = Backward Euler (BE),
                  2 = Backward Differentiation Formula (BDF2))

timeFluid       0; // time while the calculations are only fluid

loopMin         2; // number of minimum loops in the same time step

intervalSolid   1; // number of fluid timesteps before one solid timestep
                  (1: deltaTFluid = deltaTSolid)

solidSize       0.005 // caracteristic size of the structure
                  (for the convergence criteria)

// Initial force

forceIni        yes; // if yes, an initial load is added (default = yes)

forceValue      1000; // the force is given in Pa

forceDir        1; // direction of the force (0 = X, 1 = Y, 2 = Z)

forceShape      square; // "square" or "sine" wave.
                       forceValue is either the max of the square
                       or the amplitude of the sine

pulse           0; // temporal pulsation omega if sine shape (sin(omega*t))

coordinates     no; // if yes, select which coordinates;
                   if no, the uniform value given in F_init is applied

```

