POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
affiliée à l'Université de Montréal

Contrôle d'une unité de production d'énergie décentralisée raccordée à un réseau de distribution déséquilibré

GUILLAUME DUPRÉ
Département de génie électrique

Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
Génie électrique
Mai 2019

© Guillaume Dupré, 2019.

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
affiliée à l'Université de Montréal

Ce mémoire intitulé :

Contrôle d'une unité de production d'énergie décentralisée raccordée à un réseau de distribution déséquilibré

présenté par **Guillaume DUPRÉ**
en vue de l'obtention du diplôme de *Maîtrise ès sciences appliquées*
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

Keyhan SHESHYEKANI, président
Houshang KARIMI, membre et directeur de recherche
Lahcen SAYDY, membre et codirecteur de recherche
David SAUSSIÉ, membre

DÉDICACE

À ma petite sœur Claire ...

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à exprimer ma sincère gratitude envers mon directeur de recherche, Houshang Karimi. Sa disponibilité, son soutien constant et ses précieux conseils m'ont permis de mener à bien ce projet et d'acquérir de bonnes connaissances en électronique de puissance. Je souhaite surtout le remercier pour la gentillesse et la patience dont il a toujours fait preuve lors de nos nombreux échanges.

Je voudrais également remercier mon codirecteur de recherche, Lahcen Saydy, de m'avoir orienté vers ce sujet de recherche et encadré avec bienveillance. Ses encouragements m'ont toujours remonté le moral et j'espère que sa rigueur me suivra dans mon parcours.

Je remercie les membres du jury, David Saussié et Keyhan Sheshyekani, de l'intérêt qu'ils portent à mon projet et de participer à ma soutenance.

Je remercie aussi mes professeurs d'école d'ingénieur de m'avoir communiqué leur passion pour l'automatique, en particulier Philippe Chevrel qui a plusieurs fois accepté de répondre à mes questions.

Je n'oublie pas mes amis sans qui ces deux années de maîtrise au Canada auraient été bien tristes. En espérant ne pas faire de jaloux, je tiens à remercier spécialement ceux avec qui j'ai vécu cette aventure au quotidien : Kévin mon camarade de promotion/colocataire, Martin « le Polytechnicien » et Maxime « le québécois ».

Enfin, merci à mes parents, et à ma famille en général, pour leur soutien affectif inconditionnel. C'est grâce à eux que je suis arrivé jusqu'ici et je ne pourrai jamais les remercier suffisamment. Merci à mon oncle François qui a su me transmettre son enthousiasme en me parlant du métier d'ingénieur et de son parcours professionnel.

Encore une fois, merci à tous.

Guillaume.

RÉSUMÉ

Historiquement, l'électricité est produite par de grandes centrales (nucléaires, thermiques, hydro-électriques, etc.) alimentant un vaste territoire. L'engouement que suscitent les énergies renouvelables, ainsi que la promesse d'un nouveau réseau électrique plus flexible, tend à changer ce paradigme en favorisant l'essor de nouveaux modes de production basés sur l'utilisation conjointe de plusieurs petites installations décentralisées (éoliennes, panneaux solaires, piles à combustible, etc.). L'augmentation du nombre de ces installations s'accompagne d'une dégradation substantielle de la stabilité du réseau, dont le taux de déséquilibre ne cesse de croître.

Les unités de production décentralisées sont communément reliées au réseau par le biais d'un convertisseur en source de tension. En temps normal, ce dernier est contrôlé de manière à atténuer ses harmoniques de commutation haute fréquence afin de délivrer des tensions et des courants de bonne qualité (les plus sinusoïdaux possible). Cependant, le déséquilibre du réseau compromet l'intégrité du système à travers l'apparition de nouvelles harmoniques en entrée et en sortie du convertisseur. En effet, ces harmoniques basse fréquence endommagent les équipements, augmentent les pertes de puissance et polluent les courants injectés au réseau. Puisque le déséquilibre est inévitable, il est essentiel de les faire disparaître pour ne pas dégrader le fonctionnement de l'unité de production décentralisée et du réseau.

Ainsi, ce mémoire propose de concevoir un système de commande capable de réguler une unité de production décentralisée raccordée à un réseau de distribution potentiellement déséquilibré. L'objectif principal est l'élimination des harmoniques présentes des deux côtés du convertisseur.

On commence donc par étudier le système à contrôler dans le but de déterminer les conditions à satisfaire pour résoudre le problème. Ces conditions sont ensuite traduites en performances à atteindre par le système en boucle fermée. L'architecture choisie est celle d'une loi de commande par retour d'état estimé à l'aide d'un observateur. Le contrôleur incorpore un modèle interne des signaux de consigne à suivre et des perturbations à rejeter. L'observateur doit quant à lui estimer fidèlement l'état du système en présence de perturbations non mesurables. Le gain du contrôleur est réglé en minimisant un indice de performance linéaire quadratique tandis que celui de l'observateur est obtenu en résolvant un problème d'optimisation formulé à l'aide d'inégalités matricielles linéaires. Enfin, le système de commande est validé en simulation grâce au logiciel MATLAB/Simulink. Les résultats montrent que les harmoniques basse fréquence sont éliminées efficacement, même en cas de fort déséquilibre du réseau.

ABSTRACT

Electricity is conventionally produced in central power plants (e.g., nuclear, thermal, hydroelectric plants) to supply a vast area. The proliferation of renewable energy resources, along with the advent of a smarter grid, tend to change the conventional paradigm by promoting new modes of production based on the use of small-scale, decentralized units (e.g., wind turbines, photovoltaics, fuel cells, etc.). The growing number of such units, however, could degrade the stability and power quality.

A distributed generation unit is often connected to the grid through a power electronic converter. Among the power electronic apparatus, voltage source converters are more advantageous since they provide high power quality and can operate in either inverter (DC/AC) or rectifier (AC/DC) mode. Nevertheless, a voltage source converter can adversely affect the power quality whenever the host grid is unbalanced. An unbalanced grid can produce double-frequency ripples on the input voltage of the converter, which in turn, reduces the lifetime of its DC-side capacitor. Moreover, the feedback control system may result in the injection of low-frequency current harmonics on the AC side of the converter.

Thus, this thesis proposes a control system for a grid-connected distributed generation unit operating under unbalanced grid conditions. Attention is focused on the cancellation of both DC-side voltage ripples and AC-side current harmonics.

First, a mathematical analysis of the system leads to the definition of the structure of the controller. The control system must ensure closed-loop stability and asymptotic tracking regulation regardless of disturbances. Hence, the proposed architecture is an observer-based output feedback servomechanism controller. Linear quadratic techniques as well as linear matrix inequalities are used to optimally design the servo-compensator, the stabilizing compensator and the observer. The performance of the controller is then evaluated by several MATLAB/Simulink simulations. The results show perfect tracking and good disturbance rejection even under highly unbalanced grid, e.g., single-phase grid. The voltage ripples on the DC-side and the current harmonics on the AC-side are completely eliminated.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iii

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT vi

TABLE DES MATIÈRES vii

LISTE DES TABLEAUX x

LISTE DES FIGURES xi

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS xiv

LISTE DES ANNEXES xv

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1
- 1.1 Éléments de la problématique 1
- 1.2 Objectif de recherche 3
- 1.3 Méthodologie 3
- 1.4 Plan du mémoire 3

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE 5
- 2.1 Causes et effets du déséquilibre 5
- 2.2 Modélisation d'une unité DER raccordée au réseau 6
- 2.3 Influence du déséquilibre sur l'unité DER 7
- 2.4 Élimination des harmoniques côté DC et côté AC 7

CHAPITRE 3 MODÉLISATION 9
- 3.1 Représentations d'un signal triphasé 9
  - 3.1.1 Définitions et théorème des composantes symétriques 9
  - 3.1.2 Repère de référence abc 11
  - 3.1.3 Transformée de Clarke et repère $\alpha\beta$ 12
  - 3.1.4 Transformée de Park et repère dq 14

3.2 Puissance dans un circuit triphasé 16
3.2.1 Système triphasé à trois ou quatre fils 16
3.2.2 Puissance dans un système équilibré 17
3.2.3 Puissance dans un système déséquilibré 19
3.3 Analyse du système à contrôler 19
3.3.1 Description du système et détermination des équations dynamiques . 19
3.3.2 Conversion DC/AC par modulation de largeur d'impulsion 21
3.3.3 Filtres L et LCL 23
3.3.4 Oscillation de la tension en entrée du convertisseur 25
3.3.5 Perte de symétrie de la transformée de Park 27
3.4 Résumé 29

CHAPITRE 4 CONCEPTION DU SYSTÈME DE COMMANDE 30
4.1 Établissement de la stratégie de commande 30
4.1.1 Détermination du modèle d'état du système 30
4.1.2 Propriétés du système en boucle ouverte 33
4.1.3 Objectifs à atteindre 35
4.1.4 Construction des signaux de consigne 35
4.1.5 Architecture du contrôleur 37
4.2 Synthèse du contrôleur 38
4.2.1 Modèle des signaux exogènes 38
4.2.2 Servo-compensateur 39
4.2.3 Compensateur stabilisant linéaire quadratique 41
4.3 Synthèse de l'observateur 44
4.3.1 Contraintes de conception 44
4.3.2 Observateur bilinéaire découplé des perturbations 46
4.3.3 Observateur réduit H_2 48
4.4 Analyse du système en boucle fermée 52
4.4.1 Principe du modèle interne et principe de séparation 52
4.4.2 Fonctions de sensibilité 53
4.4.3 Influence du filtre générateur de consigne 55
4.5 Résumé 56

CHAPITRE 5 VALIDATION DU SYSTÈME DE COMMANDE 57
5.1 Valeurs numériques 57
5.2 Diagrammes des valeurs singulières 61
5.3 Simulations 64

5.3.1 Premier scénario 64
5.3.2 Deuxième scénario 75
5.3.3 Troisième scénario 80
5.4 Résumé 85

CHAPITRE 6 CONCLUSION 86
6.1 Synthèse des travaux 86
6.2 Limitations de la solution proposée 87
6.3 Améliorations futures 87

RÉFÉRENCES 88

ANNEXES 92

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1 Tension en sortie de l'onduleur selon les combinaisons d'états des interrupteurs 22
Tableau 5.1 Paramètres de simulation 57
Tableau 5.2 Pôles du système en boucle ouverte 57
Tableau 5.3 Pôles placés par commande LQR 58
Tableau 5.4 Modes fixes de l'observateur découplé des perturbations 59
Tableau 5.5 Pôles de l'observateur H_2 placés par LMIs 60
Tableau 5.6 Pôles du contrôleur 60
Tableau 5.7 Pôles du filtre générateur de consigne 60
Tableau 5.8 Pôles du système en boucle fermée avec filtre générateur de consigne . 61

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Exemples d'unités DER raccordées électroniquement à un réseau de distribution 2
Figure 3.1 Représentation temporelle d'un signal triphasé équilibré de séquence directe 9
Figure 3.2 Diagrammes de phase d'un signal triphasé déséquilibré de séquence inverse (gauche) et d'un signal triphasé équilibré de séquence directe (droite) 10
Figure 3.3 Signal triphasé équilibré de séquence directe dans le repère de référence abc 12
Figure 3.4 Signal triphasé équilibré de séquence directe dans le repère $\alpha\beta$ 13
Figure 3.5 Système équilibré de séquence directe dans le repère dq 15
Figure 3.6 Schéma d'un système triphasé à quatre fils 16
Figure 3.7 Unité DER raccordée au réseau de distribution à l'aide d'un filtre LCL 20
Figure 3.8 Schéma simplifié d'un onduleur monophasé 21
Figure 3.9 (a) Modulation de largeur d'impulsion intersective (b) Signal de PWM 22
Figure 3.10 Analyse spectrale d'un signal PWM, porteuse à 5 kHz et modulante à 60 Hz 23
Figure 3.11 Schéma d'un circuit avec filtre L (gauche) et filtre LCL (droite) . . . 24
Figure 3.12 Digrammes de Bode des filtres L (bleu) et LCL (rouge) 25
Figure 4.1 Schéma fonctionnel détaillant la génération des signaux de consigne . 36
Figure 4.2 Digramme de Bode du filtre générateur de consigne 37
Figure 4.3 Schéma fonctionnel du servo-contrôleur à retour d'état estimé 45
Figure 4.4 Région $\mathbb{D}$ du plan complexe 50
Figure 4.5 Schéma fonctionnel du système en boucle fermée avec bruit et perturbations 54
Figure 5.1 Emplacement des pôles en fonction des coefficients de la matrice Q . 59
Figure 5.2 Suivi des signaux de consigne : $S_oG_uK_r$ 62
Figure 5.3 Rejet des perturbations : S_oG_d 62
Figure 5.4 Fonction de sensibilité en sortie : S_o 63
Figure 5.5 Fonction de sensibilité complémentaire en sortie : T_o 63
Figure 5.6 Réponses temporelles des sorties mesurées : (a) V_{dc} et (b) $i_{s,dq}$ 65
Figure 5.7 Réponses temporelles des signaux de commande $v_{t,dq}$ en sortie du convertisseur dans le repère dq 66

Figure 5.8 Changement de consigne de tension $V_{dc,ref} = 700$ V à $t = 0.2$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 66

Figure 5.9 Changement de consigne de tension $V_{dc,ref} = 600$ V à $t = 0.4$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 67

Figure 5.10 Changement de consigne de courant $i_{sq,ref} = -50$ A à $t = 0.6$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 67

Figure 5.11 Changement de puissance $P_{in} = 5$ kW de l'unité DER à $t = 0.8$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 68

Figure 5.12 Premier déséquilibre $\gamma = 0.5$ à $t = 1.0$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 68

Figure 5.13 Second déséquilibre $\gamma = 1$ à $t = 1.2$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 69

Figure 5.14 Réponses temporelles des courants injectés au réseau $i_{s,abc}$: (a) $V_{dc,ref} = 700$ V à $t = 0.2$ s (b) $V_{dc,ref} = 600$ V à $t = 0.4$ s (c) $i_{sq,ref} = -50$ A à $t = 0.6$ s (d) $P_{in} = 5$ kW à $t = 0.8$ s (e) premier déséquilibre $\gamma = 0.5$ à $t = 1.0$ s (f) second déséquilibre $\gamma = 1$ à $t = 1.2$ s 70

Figure 5.15 Premier déséquilibre à $t = 1.0$ s, second déséquilibre à $t = 1.2$ s : réponses temporelles des puissances instantanées (a) p_t en sortie du convertisseur et (b) p_s au PCC 71

Figure 5.16 Premier déséquilibre à $t = 1.0$ s : réponses temporelles des perturbations (a) $v_{s,dq}$ et (b) P_{in} 71

Figure 5.17 Réponses temporelles de $i_{s,abc}$ en régime permanent au déséquilibre : (a) avec suivi de la composante oscillante de i_{isd} et (b) sans suivi de la composante oscillante de i_{isd} 72

Figure 5.18 Transformées de Fourier de $i_{s,abc}$ en régime permanent au déséquilibre : (a) avec suivi de la composante oscillante de i_{isd} et (b) sans suivi de la composante oscillante de i_{isd} 72

Figure 5.19 Effet du filtre LCL : (a) courants $i_{s,abc}$ injectés au réseau et (b) courants $i_{t,abc}$ en sortie du convertisseur 73

Figure 5.20 Premier déséquilibre à $t = 1.0$ s, second déséquilibre à $t = 1.2$ s : réponses temporelles des tensions (a) $v_{s,abc}$ et de (b) $v_{s,zpn}$ ses séquences positive négative et homopolaire 73

Figure 5.21 Erreurs d'estimation avec l'observateur découplé des perturbations . . 74

Figure 5.22 Erreurs d'estimation avec l'observateur réduit H_2 74

Figure 5.23 Réponses temporelles des sorties mesurées : (a) V_{dc} et (b) $i_{s,dq}$ 75

Figure 5.24 Changement de consigne $V_{dc,ref} = 700$ V à $t = 0.2$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 76
Figure 5.25 Changement de consigne $V_{dc,ref} = 600$ V à $t = 0.4$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 76
Figure 5.26 Changement de consigne $i_{sq,ref} = -50$ A à $t = 0.6$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 77
Figure 5.27 Changement de puissance $P_{in} = 5$ kW à $t = 0.8$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 77
Figure 5.28 Réponses temporelles des courants injectés au réseau $i_{s,abc}$: (a) $V_{dc,ref} = 700$ V à $t = 0.2$ s (b) $V_{dc,ref} = 600$ V à $t = 0.4$ s (c) $i_{sq,ref} = -50$ A à $t = 0.6$ s (d) $P_{in} = 5$ kW à $t = 0.8$ s 78
Figure 5.29 Réponses temporelles des puissances instantanées : (a) p_t en sortie du convertisseur et (b) p_s au PCC 79
Figure 5.30 Erreurs d'estimation avec l'observateur réduit H_2 79
Figure 5.31 Réponses temporelles des sorties mesurées : (a) V_{dc} (b) i_{sd} et i_{sq} . . . 80
Figure 5.32 L'inductance $L_s = 2$ mH devient incertaine à $t = 0.2$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 81
Figure 5.33 Le réseau devient fragile $L_g = 4$ mH à $t = 0.4$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 81
Figure 5.34 Le réseau redevient robuste $L_g = 0.1$ mH à $t = 0.6$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 82
Figure 5.35 L'inductance $L_s = 1$ mH redevient nominale à $t = 0.8$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq} 82
Figure 5.36 Réponses temporelles des courants injectés au réseau $i_{s,abc}$: (a) $L_s = 2$ mH à $t = 0.2$ s (b) $L_g = 4$ mH à $t = 0.4$ s (c) $L_g = 0.1$ mH à $t = 0.6$ s (d) $L_s = 1$ mH à $t = 0.8$ s 83
Figure 5.37 Réponses temporelles des puissances instantanées : (a) p_t en sortie du convertisseur (b) p_s du réseau 84
Figure 5.38 Erreurs d'estimation avec l'observateur réduit H_2 84

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

DER	*Distributed Energy Resource* - Unité de production d'énergie décentralisée
VSC	*Voltage Source Converter* - Convertisseur en source de tension
DC	*Direct Current* - Courant continu
AC	*Alternating Current* - Courant alternatif
PWM	*Pulse Width Modulation* - Modulation de largeur d'impulsion
PLL	*Phase-Locked Loop* - Boucle à verrouillage de phase
PCC	*Point of Common Coupling* - Point de couplage commun
LMIs	*Linear Matrix Inequalities* - Inégalités matricielles linéaires

LISTE DES ANNEXES

Annexe A Stabilité en boucle ouverte 92
Annexe B Notes sur la robustesse du contrôleur 95

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

De plus en plus de pays se tournent vers les sources d'énergies renouvelables pour répondre aux enjeux contemporains que sont la croissance de la demande énergétique mondiale et la raréfaction des sources d'énergies fossiles, tout en limitant la pollution de l'air et leur impact sur le changement climatique. Les nouvelles sources d'énergies renouvelables en expansion rapide, telles que le solaire ou l'éolien, sont intermittentes et proviennent majoritairement d'installations de faible capacité appelées unités de production d'énergie décentralisée (en anglais *Distributed Energy Resource* - DER). Le réseau de distribution a quant à lui été conçu dans un schéma où d'importantes unités de production pilotables desservent de nombreux points de consommation. L'introduction d'un nombre croissant d'unités DER implique un changement complet de paradigme. Il s'agit d'adapter le réseau existant à un nouveau schéma dans lequel une multitude de ces unités se superposent à de grandes centrales pilotables sans se gêner mutuellement. Plusieurs défis sont à surmonter pour atteindre cet objectif. En particulier, l'augmentation des équipements non linéaires et des charges monophasées entraîne une hausse du taux de déséquilibre du réseau. Ce déséquilibre a des répercussions néfastes sur ses différents éléments constitutifs incluant l'unité DER elle-même. Par conséquent, ce projet vise à concevoir un système de commande permettant d'assurer le bon fonctionnement d'une unité de production d'énergie décentralisée raccordée à un réseau pouvant être déséquilibré.

1.1 Éléments de la problématique

Grâce à la démocratisation des convertisseurs, et plus généralement de l'électronique de puissance, de plus en plus d'unités DER sont raccordées au réseau de distribution de manière purement électronique (sans machine tournante). Dans ce cas, le système peut se diviser en trois sous-systèmes. Le premier comprend la source d'énergie décentralisée (panneau solaire, éolienne, pile à combustible, etc.) ainsi qu'un convertisseur en source de tension (en anglais *Voltage Source Converter* - VSC) dont la fonction dépend de la nature de la source. Par exemple, ce convertisseur peut servir à augmenter la valeur de la tension délivrée par une cellule photovoltaïque (DC/DC) ou diminuer la fréquence des courants générés par une turbine (AC/DC). Dans ce mémoire, l'unité DER englobe le premier sous-système qui fonctionne alors en régime continu, quelle que soit la source. Le deuxième sous-système, dont la structure reste fixe, comprend un condensateur déparasitant la tension de l'unité DER, un second convertisseur en source de tension (DC/AC), un filtre passe-bas et un contrôleur. Il s'agit de l'interface reliant l'unité DER au réseau. Cette fois, le convertisseur sert à transformer

le courant continu de l'unité DER en courants alternatifs triphasés envoyés au réseau. Par conséquent, on parlera de côté DC (en anglais *Direct Current*) et de côté AC (en anglais *Alternating Current*) pour désigner respectivement l'entrée et la sortie de ce convertisseur (on ne mentionnera plus le premier qui est inclus dans l'unité DER). Le dernier sous-système comprend le réseau de distribution triphasé qui peut être équilibré ou non.

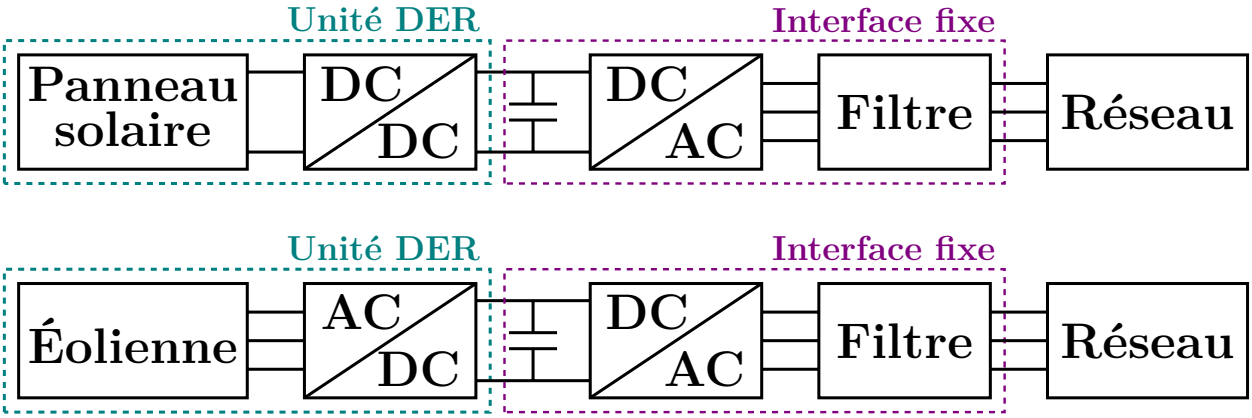

Figure 1.1 Exemples d'unités DER raccordées électroniquement à un réseau de distribution

Les courants en sortie du convertisseur ne peuvent être injectés directement au réseau, car ils sont pollués par des harmoniques haute fréquence générées par la commutation des transistors du convertisseur. Habituellement, deux types de filtres sont utilisés afin d'atténuer ces harmoniques : le filtre L ou le filtre LCL en T. Pour une fréquence de commutation fixée, le filtre LCL présente de meilleures performances de filtrage que le filtre L tout en étant moins volumineux, voire moins cher. Cependant, le pic de résonance introduit par l'impédance de son condensateur tend à déstabiliser le système. De plus, étant donné que l'ordre du filtre LCL est plus élevé que celui du filtre L, la complexité du système augmente. Ces deux contraintes compliquent la conception du contrôleur chargé de réguler les échanges de puissance entre l'unité DER et le réseau. Par ailleurs, le réseau n'est jamais parfaitement équilibré à cause, entre autres facteurs, des pannes d'équipements, de la mauvaise répartition des charges monophasées et de la transposition partielle des lignes de distribution. Ce déséquilibre engendre deux problèmes majeurs. Tout d'abord, la puissance instantanée délivrée par le convertisseur n'est plus constante et génère des harmoniques basse fréquence de deuxième ordre aux bornes du condensateur côté DC. En plus de réduire drastiquement la durée de vie de ce composant essentiel, cette oscillation non désirée de la tension côté DC nuit au fonctionnement du convertisseur en diminuant la quantité d'énergie transmise au réseau. Puis, des harmoniques basse fréquence de troisième ordre se retrouvent sur les courants côté AC. Comme en cas

de déséquilibre, le contrôleur peut contribuer à l'apparition des harmoniques côté AC, il est nécessaire de ne pas simplement se contenter d'éliminer les harmoniques côté DC.

1.2 Objectif de recherche

L'objectif principal de ce mémoire est de concevoir un système de commande capable de réguler une unité DER raccordée, via un filtre LCL, à un réseau de distribution potentiellement déséquilibré. Le contrôleur doit simultanément éliminer les harmoniques de deuxième ordre présentes sur la tension aux bornes du condensateur côté DC et les harmoniques de troisième ordre présentes sur les courants côté AC. Le nombre de capteurs est réduit au strict minimum pour ne pas augmenter le coût d'implantation du système de commande ainsi que sa sensibilité aux défaillances matérielles.

1.3 Méthodologie

En premier lieu, le système étudié est modélisé afin d'identifier les contraintes de conception du système de commande. Il s'agit de rappeler les concepts de base utilisés pour représenter les systèmes triphasés dans le but de comprendre les différences de complexité entre un système équilibré et un système déséquilibré. Une analyse de l'impact du déséquilibre du réseau en entrée et en sortie du convertisseur mène aux conditions à satisfaire pour remplir les objectifs du projet. Ensuite, un modèle d'état linéaire du système est déterminé à l'aide d'hypothèses simplificatrices. Bien qu'il ne s'agisse que d'une approximation de sa dynamique réelle, ce modèle sert de base à la conception du système de commande. L'étude des propriétés structurelles du modèle d'état ainsi que les performances à atteindre permettent de fixer l'architecture du contrôleur. Ce dernier est conçu en deux temps avec tout d'abord la synthèse d'un servo-contrôleur linéaire quadratique puis la conception d'un observateur découplé des perturbations. Pour finir, son fonctionnement est validé en simulation à partir d'un modèle réaliste considérant toutes les non-linéarités du système et du convertisseur. Les résultats des différents scénarios démontrent l'efficacité du contrôleur.

1.4 Plan du mémoire

Ce mémoire est composé de 7 chapitres, introduction et conclusion incluses, présentant les travaux de recherche réalisés ainsi que les résultats obtenus. Pour commencer, une revue de littérature reportée au chapitre 2 dresse un bref état de l'art de la modélisation et des méthodes de contrôle des unités DER. Puis, le chapitre 3 traite de la modélisation des systèmes

triphasés et de l'influence du déséquilibre du réseau de distribution des deux côtés du convertisseur. L'élaboration du système de commande est détaillée au chapitre 4 avec la conception du servo-contrôleur et de l'observateur. Enfin, le chapitre 5 consigne les résultats numériques parmi lesquels se trouvent ceux des simulations.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Ce chapitre est consacré à une brève revue de littérature de la modélisation et du contrôle des unités de production d'énergie décentralisées raccordées à un réseau de distribution déséquilibré. Tout d'abord, la première section aborde les causes de ce déséquilibre ainsi que ses effets néfastes sur les équipements et sur l'efficacité du réseau. Ensuite, la deuxième section détaille quelques éléments de modélisation d'une unité DER connectée au réseau. Puis, la troisième section explique les conséquences qu'entraîne le déséquilibre sur le fonctionnement de l'unité DER, notamment l'apparition d'harmoniques basse fréquence indésirables. Enfin, la dernière section étudie les stratégies de commande élaborées pour éliminer ces harmoniques basse fréquence.

2.1 Causes et effets du déséquilibre

Lorsque les courants (et les tensions) du réseau de distribution ont la même amplitude et sont déphasés de 120°, le réseau est dit équilibré. Le principal avantage d'avoir un réseau équilibré est que sa puissance instantanée reste constante au cours du temps, ce qui permet, entre autres, d'alimenter les machines tournantes triphasées avec un couple constant (dans le cas contraire, le couple devient oscillant ce qui endommage la machine) [1]. Plusieurs bonnes pratiques sont à respecter pour éviter de déséquilibrer le réseau [2]. Par exemple, il est important que les charges monophasées connectées soient réparties uniformément entre les trois phases. Il faut également que les conducteurs des lignes à haute tension soient transposés (commutent) à intervalle régulier afin que la différence de tension ligne-terre soit identique au point de raccordement. Malheureusement, force est de constater que ces bonnes pratiques ne sont pas toujours appliquées. Ainsi, la tension du réseau de distribution n'est jamais parfaitement équilibrée. La transposition partielle des lignes de distribution, l'utilisation croissante d'équipements non linéaires et de charges monophasées ainsi que leur répartition asymétrique accentuent le déséquilibre du réseau [3]. Cela se traduit par une hausse du taux de distorsion harmonique de ses courants et de ses tensions qui ne sont plus parfaitement sinusoïdaux. Les répercussions de cette pollution harmonique peuvent être importantes dans la mesure où cette dernière endommage les équipements et augmente les pertes de puissance au sein du réseau [4–6]. Par conséquent, il est essentiel de la réduire pour ne pas se retrouver avec un réseau dysfonctionnel et sensible aux pannes [7]. Cependant, l'essor de la production d'énergie décentralisée, principalement d'origine renouvelable, participe également à la dégradation de la stabilité du réseau. Il faut donc s'assurer de contrôler correctement les unités DER pour

ne pas aggraver la situation.

2.2 Modélisation d'une unité DER raccordée au réseau

Normalement, le courant produit par les unités DER est d'abord converti sous forme continue alors que le réseau fonctionne en régime alternatif triphasé. Il est donc nécessaire d'incorporer un dispositif supplémentaire pour faire le lien entre ces deux systèmes. Le plus souvent, il s'agit d'un convertisseur qui transforme le courant (et la tension) continu de l'unité DER en courants (et tensions) triphasés délivrés au réseau. Le convertisseur est composé de transistors dont on contrôle la fréquence de commutation de manière à obtenir le signal désiré en sortie. Cette commutation génère inévitablement des harmoniques haute fréquence qui se retrouvent sur les courants injectés au réseau [8]. L'ajout d'un filtre permet de les atténuer, mais il ne faut pas que cela augmente les pertes du circuit. Par conséquent, les deux filtres habituellement utilisés sont le filtre L et le filtre LCL qui ne contiennent aucun élément purement résistif [9]. Le filtre L, constitué d'une bobine, est apprécié pour la simplicité de son implantation et de son contrôle puisqu'il suffit d'une seule équation différentielle pour décrire sa dynamique (filtre d'ordre 1). En revanche, son atténuation en haute fréquence n'est que de -20 dB/dec. Pour cette raison, le filtre L convient bien aux convertisseurs dont la fréquence de commutation est très élevée (de l'ordre de 20 kHz), ce qui n'est pas le cas des systèmes à haute puissance où elle est généralement limitée afin de ne pas accroître les pertes [10]. Pour atteindre une atténuation suffisante des harmoniques de commutation avec des systèmes à haute puissance, il faudrait diminuer sa fréquence de coupure en augmentant fortement l'inductance de sa bobine. Cela reviendrait à augmenter grandement la taille, et donc le coût, du filtre L. Le filtre LCL, constitué de deux bobines et d'un condensateur, présente quant à lui de meilleures performances de filtrage. Son atténuation est de -60 dB/dec en haute fréquence (filtre d'ordre 3) et sa fréquence de coupure peut être diminuée en augmentant la capacité du condensateur. Même s'il contient plus de composants, le filtre LCL reste plus économique, en termes de coût et d'espace, que le filtre L. En effet, à performances égales, la bobine du filtre L devient rapidement plus encombrante que les deux petites bobines et le condensateur du filtre LCL. Cependant, la complexité du système augmente étant donné que la dynamique du filtre LCL est décrite par trois équations différentielles et que l'impédance de son condensateur introduit un pic de résonance dans sa réponse fréquentielle. L'amortissement de ce pic de résonance est crucial car il peut facilement déstabiliser les réseaux peu robustes. Il existe deux manières d'amortir le pic du filtre LCL [11]. Les méthodes passives consistent à ajouter des résistances au filtre. Bien qu'elles soient simples à mettre en place, ces méthodes ne sont pas populaires en électronique de puissance vu qu'elles augmentent le coût et les pertes du circuit. Au

contraire, les méthodes actives s'appuyant sur des lois de commande avancées font l'objet de nombreuses recherches, car elles ne nécessitent aucun composant supplémentaire [12, 13].

2.3 Influence du déséquilibre sur l'unité DER

En général, qu'il s'agisse d'une unité DER connectée au réseau de distribution via un filtre L ou LCL, le contrôleur doit garantir que les courants injectés par le convertisseur ne sont ni pollués par des harmoniques de commutation ni par des harmoniques générées suite à la connexion de charges non linéaires au point de raccordement [14, 15]. Un contrôle efficace des unités DER peut alors contribuer à améliorer la stabilité du réseau en compensant le déséquilibre des charges sans ressource additionnelle [16, 17]. Néanmoins, les systèmes de commande présentés ci-dessus ne prennent pas en compte les effets du déséquilibre du réseau sur l'unité DER elle-même. Dans les articles précédents, il n'existe aucun lien entre les deux côtés du convertisseur car la modélisation de l'unité DER est réduite à celle d'une batterie. En réalité, un condensateur est utilisé pour relier l'unité DER au convertisseur afin de déparasiter sa tension d'entrée qui doit, évidemment, être la plus constante possible [18]. Contrairement aux condensateurs triphasés, ce composant est à la fois cher, volumineux et fragile donc très sensible aux pannes. Lorsque le réseau est déséquilibré, sa puissance instantanée n'est plus constante et contient une composante pulsée de fréquence égale à deux fois celle du réseau. En raison du couplage qui existe maintenant entre la sortie et l'entrée du convertisseur, la composante pulsée de la puissance instantanée du réseau génère des harmoniques basse fréquence de deuxième ordre aux bornes du condensateur côté DC [19]. L'oscillation de la tension qui en découle réduit considérablement sa durée de vie et dégrade la qualité des signaux transformés par le convertisseur. Ainsi, en plus des harmoniques de deuxième ordre côté DC, des harmoniques basse fréquence de troisième ordre peuvent également se retrouver sur les courants côté AC [20]. Ces deux types d'harmoniques n'apparaissent pas lorsque le réseau est équilibré. L'origine des harmoniques de troisième ordre est liée non seulement à l'oscillation de la tension aux bornes du condensateur, mais également à la nature du système de commande. Par conséquent, il est parfaitement possible d'éliminer complètement les harmoniques côté DC sans éliminer celles côté AC et vice-versa.

2.4 Élimination des harmoniques côté DC et côté AC

En résumé, on constate qu'il est beaucoup plus difficile de contrôler une unité DER en considérant pleinement le déséquilibre du réseau. Il ne s'agit plus seulement de délivrer des courants de bonne qualité au réseau, mais aussi de veiller à protéger les équipements de l'unité DER

pour ne pas les user prématurément. Plusieurs stratégies de commande ont été développées pour éliminer les harmoniques qui apparaissent des deux côtés du convertisseur en cas de déséquilibre du réseau. Pour commencer, on rappelle qu'un système triphasé peut s'exprimer dans trois repères. Le premier est le repère de référence abc dans lequel chaque grandeur triphasée est un vecteur à trois composantes (une par phase). Dans le repère stationnaire orthogonal $\alpha\beta$, chaque grandeur triphasée est représentée par deux signaux sinusoïdaux correspondant aux parties réelle et imaginaire de l'affixe du vecteur original. En synchronisant correctement ce repère, on arrive au repère tournant dq dans lequel ces signaux deviennent constants quand le réseau est équilibré. Il faut noter que la synchronisation s'effectue via une boucle à verrouillage de phase modifiée pour fonctionner en cas de déséquilibre du réseau [21]. On distingue donc principalement trois types de contrôleurs [22] :

— non-linéaire dans le repère de référence abc
— résonnant dans le repère $\alpha\beta$
— proportionnel-intégral dans le repère dq

De plus, les contrôleurs sont souvent monovariables et composés de plusieurs boucles de rétroaction ce qui, paradoxalement, mène à des méthodes de conception et des architectures très complexes. Il a été remarqué qu'il est impossible d'éliminer simultanément les harmoniques côté DC et côté AC tout en injectant des courants symétriques au réseau [23, 24]. Donc, l'objectif n'est pas de compenser le déséquilibre de tension du réseau, mais d'éviter de l'aggraver. Les auteurs de [25, 26] sont parvenus à éliminer les harmoniques des deux côtés DC et AC à l'aide de composants supplémentaires ce qui, une nouvelle fois, augmente les coûts du circuit. Dans [27, 28], bien que les harmoniques côté AC soient totalement éliminées, les harmoniques côté DC ne le sont pas entièrement. Par ailleurs, les convertisseurs de [25–28] sont reliés au réseau via un filtre L ce qui simplifie le problème. Une étude exhaustive de l'élimination des harmoniques côté AC avec un filtre LCL est réalisée dans [29] mais les harmoniques côté DC ne sont pas mentionnées. Il existe donc un réel besoin, surtout pour les systèmes comportant un filtre LCL qui sont sous-représentés dans la littérature. Récemment, un servo-contrôleur linéaire multivariable a donné de très bons résultats pour un système raccordé à un réseau déséquilibré via un filtre L [30]. La tension aux bornes du condensateur côté DC est constante et, côté AC, les courants injectés au réseau sont sinusoïdaux. Les deux types d'harmoniques sont éliminés avec succès. Par conséquent, on va reprendre les travaux de cet article et les étendre au cas d'une unité DER connectée à un réseau déséquilibré via un filtre LCL.

CHAPITRE 3 MODÉLISATION

Ce chapitre traite de la modélisation du système à réguler. Tout d'abord, l'expression d'un signal triphasé dans différents repères est rappelée à la première section. Ensuite, les définitions et les expressions des puissances dans un système triphasé équilibré puis déséquilibré sont présentées dans la deuxième section. Enfin, la description du circuit et l'analyse des effets du déséquilibre en entrée puis en sortie du convertisseur sont abordées dans la troisième section.

3.1 Représentations d'un signal triphasé

3.1.1 Définitions et théorème des composantes symétriques

Un signal triphasé quelconque est un ensemble de trois signaux sinusoïdaux de même pulsation ω, d'amplitudes (A_a, A_b, A_c) et de phases à l'origine $(\delta_a, \delta_b, \delta_c)$:

$$x_{abc}(t) = \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_a \cos(\omega t + \delta_a) \\ A_b \cos(\omega t + \delta_b) \\ A_c \cos(\omega t + \delta_c) \end{bmatrix} \tag{3.1}$$

Un signal triphasé est équilibré (ou symétrique) si les amplitudes des trois signaux sont égales et qu'ils sont deux à deux déphasés de $\pm 120°$:

$$A_a = A_b = A_c \quad \text{et} \quad \delta_a \equiv \delta_b \equiv \delta_c \ \left(\text{mod } \frac{2\pi}{3}\right) \tag{3.2}$$

Si l'une de ces deux conditions n'est pas respectée, le signal triphasé est déséquilibré (ou asymétrique).

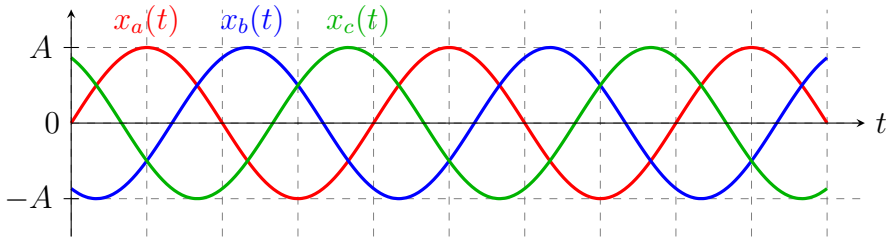

Figure 3.1 Représentation temporelle d'un signal triphasé équilibré de séquence directe

Puisque les signaux sont sinusoïdaux, il est possible de les représenter sous forme complexe :

$$x_k(t) = A_k \cos(\omega t + \delta_k) = \mathfrak{Re}\{A_k e^{j(\omega t + \delta_k)}\} = \mathfrak{Re}\{\underline{x}_k(t)\} \tag{3.3}$$

Leur pulsation étant identique, les composantes d'un signal triphasé sont totalement déterminées par leur amplitude et leur phase à l'origine, autrement dit, par leur phaseur $\underline{X}_k = A_k e^{j\delta_k}$. Par analogie et abus de langage, on parle de phase pour désigner une composante $x_k(t)$ d'un signal triphasé. Le diagramme de phase est un outil graphique permettant d'analyser les signaux triphasés, où chaque composante est représentée sous forme vectorielle par son phaseur. Si, en tournant dans le sens trigonométrique, les phaseurs passent par zéro suivant l'ordre $\underline{X}_a$, $\underline{X}_b$, $\underline{X}_c$, alors le signal triphasé est dit de séquence de phase directe. Réciproquement, si les phaseurs passent par zéro suivant l'ordre $\underline{X}_a$, $\underline{X}_c$, $\underline{X}_b$, le signal triphasé est de séquence de phase inverse.

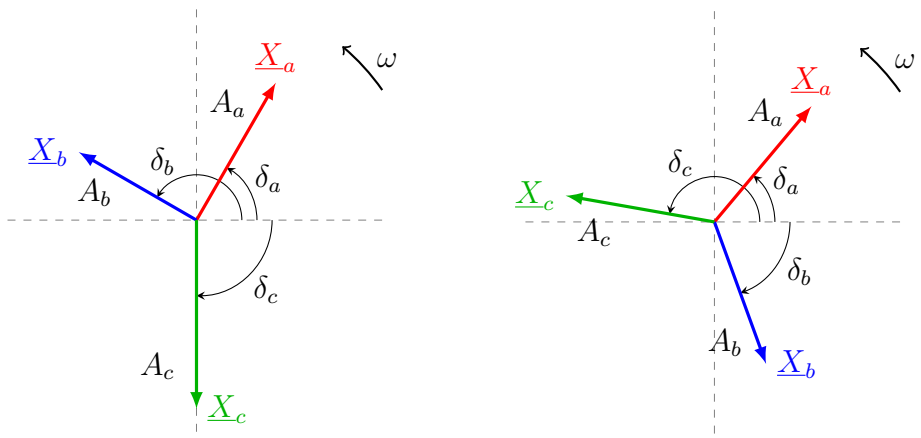

Figure 3.2 Diagrammes de phase d'un signal triphasé déséquilibré de séquence inverse (gauche) et d'un signal triphasé équilibré de séquence directe (droite)

De ces notions découle le théorème des composantes symétriques : un signal triphasé quelconque peut toujours s'écrire comme la somme de trois signaux triphasés équilibrés de séquence directe, inverse et homopolaire (même phase à l'origine) :

$$\begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = A_p \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_p) \\ \cos(\omega t + \delta_p - 120) \\ \cos(\omega t + \delta_p + 120) \end{bmatrix} + A_n \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_n) \\ \cos(\omega t + \delta_n + 120) \\ \cos(\omega t + \delta_n - 120) \end{bmatrix} + A_z \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_z) \\ \cos(\omega t + \delta_z) \\ \cos(\omega t + \delta_z) \end{bmatrix} \tag{3.4}$$

où (A_p, A_n, A_z) sont les amplitudes et $(\delta_p, \delta_n, \delta_z)$ les phases à l'origine respectives des signaux triphasés de séquence directe, inverse et homopolaire. Il s'agit d'un changement de base faci-

litant l'analyse des signaux déséquilibrés pour lesquels, contrairement aux signaux équilibrés, les amplitudes des séquences inverse et homopolaire ne sont pas nulles (par définition, l'amplitude de la séquence directe n'est jamais nulle). En effet, le déséquilibre d'un signal triphasé est défini quantitativement par son taux (ou facteur) de déséquilibre :

$$\gamma = \frac{A_n}{A_p}\ ,\ 0 \leq \gamma \leq 1 \tag{3.5}$$

La transformée de Fortuescue permet de passer d'une base à l'autre en définissant un opérateur de rotation en notation complexe $\underline{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$:

$$\begin{aligned}
\underline{x}_{abc}(t) &= \begin{bmatrix} \underline{x}_a(t) \\ \underline{x}_b(t) \\ \underline{x}_c(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T_{zpn}}} \begin{bmatrix} \underline{x}_z(t) \\ \underline{x}_p(t) \\ \underline{x}_n(t) \end{bmatrix} \\
\underline{x}_{zpn}(t) &= \begin{bmatrix} \underline{x}_z(t) \\ \underline{x}_p(t) \\ \underline{x}_n(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{a} & \underline{a}^2 \\ 1 & \underline{a}^2 & \underline{a} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T_{zpn}^{-1}}} \begin{bmatrix} \underline{x}_a(t) \\ \underline{x}_b(t) \\ \underline{x}_c(t) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

où $\underline{x}_k(t) = A_k e^{j(\omega t + \delta_k)}$, $k \in \{a, b, c, z, p, n\}$. On remarque notamment que la séquence homopolaire est proportionnelle à la somme des trois composantes du système original :

$$x_z(t) = \frac{1}{3}[x_a(t) + x_b(t) + x_c(t)] \tag{3.7}$$

3.1.2 Repère de référence *abc*

Le repère de référence *abc* permet de représenter vectoriellement un signal triphasé au cours du temps. À chaque composante $x_k(t) = A_k \cos(\omega t + \delta_k)$ est associé un phaseur instantané $\underline{X}_k(t) = x_k(t)e^{j\delta_k}$. La norme algébrique de $\underline{X}_k(t)$ donne la valeur de la réponse temporelle de $x_k(t)$ et l'angle entre deux phaseurs instantanés donne le déphasage entre leurs composantes respectives (pour un signal équilibré, les phaseurs instantanés sont espacées de 120°). Ainsi, la grandeur triphasée $x_{abc}(t)$ est représentée par un vecteur tournant $\vec{x}_{abc}(t)$ d'affixe $\underline{X}_a(t) + \underline{X}_b(t) + \underline{X}_c(t) = x_a(t)e^{j\delta_a} + x_b(t)e^{j\delta_b} + x_c(t)e^{j\delta_c}$ et de vitesse angulaire égale à la pulsation ω. Par analogie avec les machines tournantes triphasées, les phaseurs instantanés correspondent au stator tandis que le vecteur tournant $\vec{x}_{abc}(t)$ correspond au rotor.

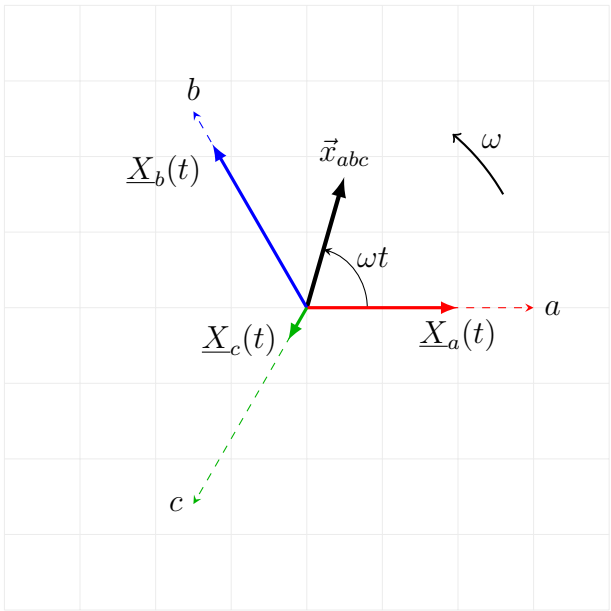

Figure 3.3 Signal triphasé équilibré de séquence directe dans le repère de référence abc

3.1.3 Transformée de Clarke et repère $\alpha\beta$

Le repère $\alpha\beta$ est orthonormé et fixé au repère de référence *abc*. Il permet de représenter un signal triphasé équilibré dans le plan complexe. Le passage du repère *abc* au repère $\alpha\beta$ est donné par la transformée de Clarke :

$$
\begin{aligned}
x_{\alpha\beta 0}(t) &= \begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{2}{3}\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{\alpha\beta}} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} \\
x_{abc}(t) &= \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{\alpha\beta}^{-1}} \begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

La composante $x_0(t)$ correspond à la séquence homopolaire (3.7). Puisqu'un signal triphasé équilibré n'a pas de séquence homopolaire, $x_0(t) = 0$ et le vecteur $\vec{x}_{abc}(t)$ devient l'image d'un

nombre complexe $\underline{x}_{\alpha\beta}(t)$ d'expression :

$$\underline{x}_{\alpha\beta}(t) = x_\alpha(t) + jx_\beta(t) = |\underline{x}_{\alpha\beta}|e^{j\omega t} = \frac{2}{3}[x_a(t)e^{j0} + x_b(t)e^{j120} + x_c(t)e^{-j120}] \tag{3.9}$$

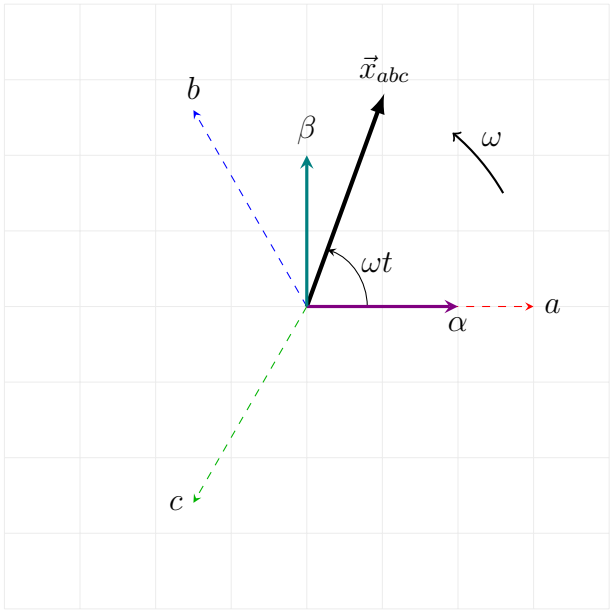

Figure 3.4 Signal triphasé équilibré de séquence directe dans le repère $\alpha\beta$

En appliquant la transformée de Clarke à l'équation (3.4), il est possible d'exprimer un signal triphasé quelconque dans le repère $\alpha\beta$:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} = A_p \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_p) \\ \sin(\omega t + \delta_p) \\ 0 \end{bmatrix} + A_n \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_n) \\ -\sin(\omega t + \delta_n) \\ 0 \end{bmatrix} + A_z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos(\omega t + \delta_z) \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

On en déduit l'expression générale de $\underline{x}_{\alpha\beta}(t)$:

$$\underline{x}_{\alpha\beta}(t) = x_\alpha(t) + jx_\beta(t) = A_p e^{j(\omega t + \delta_p)} + A_n e^{-j(\omega t + \delta_n)} \tag{3.11}$$

Le repère $\alpha\beta$ permet donc d'exprimer une grandeur triphasée $x_{abc}(t)$ sans séquence homopolaire à l'aide de seulement deux composantes $x_\alpha(t)$ et $x_\beta(t)$. Cependant, le repère est fixe par rapport au vecteur tournant $\vec{x}_{abc}(t)$ donc les composantes $x_\alpha(t)$ et $x_\beta(t)$ varient sinusoïdalement en fonction du temps.

3.1.4 Transformée de Park et repère dq

Le repère dq est une variante du repère $\alpha\beta$, tournant à une vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ autour de l'origine. La transformée de Park permet de passer du repère abc au repère dq :

$$x_{dq0}(t) = \begin{bmatrix} x_d(t) \\ x_q(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\frac{2}{3}\begin{bmatrix} \cos\theta(t) & \cos(\theta(t)-120) & \cos(\theta(t)+120) \\ -\sin\theta(t) & -\sin(\theta(t)-120) & -\sin(\theta(t)+120) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{dq}(\theta(t))} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix}$$

$$x_{abc}(t) = \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta(t) & -\sin\theta(t) & 1 \\ \cos(\theta(t)-120) & -\sin(\theta(t)-120) & 1 \\ \cos(\theta(t)+120) & -\sin(\theta(t)+120) & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{dq}^{-1}(\theta(t))} \begin{bmatrix} x_d(t) \\ x_q(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

La transformée de Park est équivalente à la transformée de Clarke pré-multipliée par une matrice de rotation d'angle $-\theta(t)$ (selon l'axe z d'un repère direct) :

$$\mathbf{T}_{dq}(\theta(t)) = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos\theta(t) & \sin\theta(t) & 0 \\ -\sin\theta(t) & \cos\theta(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}_z(-\theta(t))} \mathbf{T}_{\alpha\beta} \tag{3.13}$$

En particulier

$$\begin{bmatrix} x_d(t) \\ x_q(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) & \sin\theta(t) \\ -\sin\theta(t) & \cos\theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

On en déduit que, pour un signal triphasé équilibré ($x_0(t) = 0$), l'affixe $\underline{x}_{dq}(t)$ du vecteur $\vec{x}_{abc}(t)$ dans le repère dq est :

$$\underline{x}_{dq}(t) = x_d(t) + jx_q(t) = \underline{x}_{\alpha\beta}(t)e^{-j\theta(t)} = |\underline{x}_{\alpha\beta}|e^{j(\omega t-\theta(t))} \tag{3.15}$$

Donc, en choisissant $\theta(t)$ tel que la vitesse angulaire du repère dq est égale à la pulsation du système (autrement dit, la vitesse angulaire de $\vec{x}_{abc}(t)$) :

$$\omega t - \theta(t) = \theta_0 \tag{3.16}$$

$\underline{x}_{dq}(t)$ devient indépendant du temps lorsque le signal triphasé est équilibré :

$$\underline{x}_{dq} = |\underline{x}_{\alpha\beta}|e^{j(\omega t-\theta(t))} = |\underline{x}_{\alpha\beta}|e^{j\theta_0} \tag{3.17}$$

On dit que le repère dq est synchronisé avec la grandeur triphasée $x_{abc}(t)$.

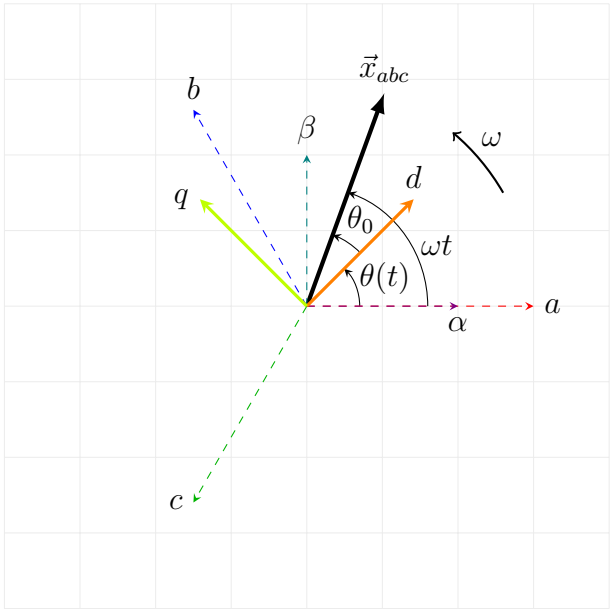

Figure 3.5 Système équilibré de séquence directe dans le repère dq

Comme précédemment, il est possible d'exprimer un signal triphasé quelconque dans le repère dq en appliquant la transformée de Park à l'équation (3.4) :

$$\begin{bmatrix} x_d(t) \\ x_q(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} = A_p \begin{bmatrix} \cos(\omega t - \theta(t) + \delta_p) \\ \sin(\omega t - \theta(t) + \delta_p) \\ 0 \end{bmatrix} + A_n \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \theta(t) + \delta_n) \\ -\sin(\omega t + \theta(t) + \delta_n) \\ 0 \end{bmatrix} + A_z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cos(\omega t + \delta_z) \end{bmatrix} \tag{3.18}$$

De même, on en déduit l'expression générale de $\underline{x}_{dq}(t)$:

$$\underline{x}_{dq}(t) = x_d(t) + jx_q(t) = A_p e^{j(\omega t-\theta(t)+\delta_p)} + A_n e^{-j(\omega t+\theta(t)+\delta_n)} = \underline{x}_{\alpha\beta}(t)e^{-j\theta(t)} \tag{3.19}$$

Dans le cas (3.16) où le repère dq est synchronisé avec le signal triphasé, la séquence directe de $\underline{x}_{dq}(t)$ est indépendante du temps et une harmonique de 2ème ordre apparaît dans sa séquence inverse :

$$\underline{x}_{dq}(t) = A_p e^{j(\theta_0+\delta_p)} + A_n e^{-j(2\omega t-\theta_0+\delta_n)} \tag{3.20}$$

L'avantage du repère dq par rapport au repère $\alpha\beta$ est de pouvoir obtenir des composantes $x_d(t)$ et $x_q(t)$ constantes lorsque le signal triphasé est équilibré. Ainsi, la synthèse des lois de commande des systèmes triphasés se fait souvent dans ce repère car il est plus facile de contrôler des signaux constants que des signaux sinusoïdaux.

3.2 Puissance dans un circuit triphasé

3.2.1 Système triphasé à trois ou quatre fils

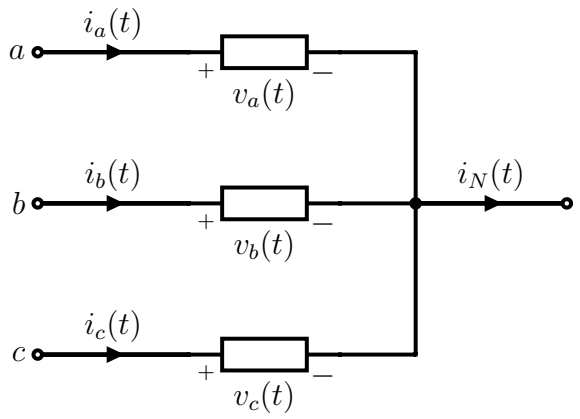

Figure 3.6 Schéma d'un système triphasé à quatre fils

Un système triphasé peut être câblé avec ou sans fil conducteur de neutre en plus des trois fils conducteurs de phase. Le conducteur de neutre sert à évacuer le courant résiduel présent lorsque les charges ne sont pas réparties uniformément sur chaque phase, le but étant de conserver une tension équilibrée quand les courants ne le sont pas. Cela concerne principalement l'approvisionnement résidentiel vu que les appareils électroniques et électroménagers se comportent comme des charges monophasées difficiles à répartir convenablement. La circulation d'un courant de neutre implique forcément celle d'une séquence de courant homopolaire :

$$i_N(t) = i_a(t) + i_b(t) + i_c(t) = 3i_0(t) \neq 0 \tag{3.21}$$

En revanche, les équipements et les infrastructures assurant le transport de l'électricité n'ont pas de conducteur de neutre, car cela engendrerait des coûts élevés et le déséquilibre lié aux charges reste normalement bas. En particulier, dans un système triphasée à trois fils :

$$i_N(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad i_0(t) = 0 \tag{3.22}$$

Ainsi, il n'y a jamais de séquence de courant homopolaire dans un système à trois fils.

3.2.2 Puissance dans un système équilibré

Soit un système triphasé équilibré ayant pour tensions et courants :

$$\begin{aligned} v_{abc}(t) &= \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} = V \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_v) \\ \cos(\omega t + \delta_v - 120) \\ \cos(\omega t + \delta_v + 120) \end{bmatrix} \\ i_{abc}(t) &= \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_i) \\ \cos(\omega t + \delta_i - 120) \\ \cos(\omega t + \delta_i + 120) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{3.23}$$

D'après le principe de conservation de la puissance, la puissance instantanée d'un système triphasé est la somme des puissances instantanées de chacune des phases :

$$p(t) = p_a(t) + p_b(t) + p_c(t) = v_a(t)i_a(t) + v_b(t)i_b(t) + v_c(t)i_c(t) = v_{abc}^T(t)i_{abc}(t) \tag{3.24}$$

Pour faciliter les calculs, on l'exprime dans le repère $\alpha\beta$:

$$p(t) = v_{abc}^T(t)i_{abc}(t) = v_{\alpha\beta 0}^T(t)(\mathbf{T}_{\alpha\beta}^{-1})^T(\mathbf{T}_{\alpha\beta}^{-1})i_{\alpha\beta 0}(t) = \frac{3}{2}[v_\alpha(t)i_\alpha(t) + v_\beta(t)i_\beta(t) + 2v_0(t)i_0(t)] \tag{3.25}$$

Pour un système à trois fils, $i_0(t) = 0$ ce qui conduit à :

$$p(t) = \frac{3}{2}[v_\alpha(t)i_\alpha(t) + v_\beta(t)i_\beta(t)] = \frac{3}{2}\mathfrak{Re}\{\underline{v}_{\alpha\beta}(t)\underline{i}_{\alpha\beta}^*(t)\} \tag{3.26}$$

où $\underline{i}_{\alpha\beta}^*$ est le conjugué de $\underline{i}_{\alpha\beta}$. Ainsi, dans un système triphasé à trois fils, la puissance instantanée est la partie réelle d'une quantité mathématique appelée puissance complexe :

$$\underline{S}(t) = \frac{3}{2}\underline{v}_{\alpha\beta}(t)\underline{i}_{\alpha\beta}^*(t) \tag{3.27}$$

qui permet de simplifier les calculs de puissance, mais n'a pas de sens physique. On définit également la puissance réactive :

$$q(t) = \frac{3}{2}\mathfrak{Im}\{\underline{v}_{\alpha\beta}(t)\underline{i}_{\alpha\beta}^*(t)\} = \frac{3}{2}[v_\beta(t)i_\alpha(t) - v_\alpha(t)i_\beta(t)] \tag{3.28}$$

dont l'unité, homogène au watt, est le voltampère réactif (var). La puissance réelle, aussi appelée puissance active, représente l'énergie récupérable sous forme de travail ou de cha-

leur tandis que la puissance réactive représente l'accumulation d'énergie électrostatique ou électromagnétique dans les éléments du circuit. La norme de la puissance complexe, que l'on nomme puissance apparente, représente la quantité totale de puissance présente dans un système :

$$S(t) = |\underline{S}(t)| = |p(t) + jq(t)| = \sqrt{p^2(t) + q^2(t)} \tag{3.29}$$

dont l'unité est le voltampère (VA), toujours homogène au watt. Le facteur de puissance :

$$f_p = \frac{p(t)}{S(t)} \ , \ -1 \leq f_p \leq 1 \tag{3.30}$$

donne la proportion de puissance apparente qui est active, autrement dit le rendement d'un système triphasé.

D'après l'équation (3.11), on obtient pour un système équilibré :

$$\begin{aligned} \underline{v}_{\alpha\beta}(t) &= Ve^{j(\omega t + \delta_v)} \\ \underline{i}^*_{\alpha\beta}(t) &= Ie^{-j(\omega t + \delta_i)} \end{aligned} \tag{3.31}$$

ce qui mène à :

$$\underline{S}(t) = \frac{3}{2} VIe^{j(\delta_v - \delta_i)} \quad \text{et} \quad S(t) = \frac{3}{2} VI \tag{3.32}$$

Donc, les puissances active et réactive d'un système équilibré sont constantes :

$$p(t) = \frac{3}{2} VI \cos(\delta_v - \delta_i) \quad \text{et} \quad q(t) = \frac{3}{2} VI \sin(\delta_v - \delta_i) \tag{3.33}$$

Cette propriété rend avantageux les systèmes triphasés par rapport aux systèmes biphasés et monophasés, notamment en ce qui concerne le transport (économie de conducteurs) et la production (couple des machines tournantes constant) d'énergie électrique.

3.2.3 Puissance dans un système déséquilibré

Considérons maintenant un système triphasé déséquilibré dont l'expression des tensions et des courants découle du théorème des composantes symétriques (3.4) :

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} &= V_p \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_{vp}) \\ \cos(\omega t + \delta_{vp} - 120) \\ \cos(\omega t + \delta_{vp} + 120) \end{bmatrix} + V_n \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_{vn}) \\ \cos(\omega t + \delta_{vn} + 120) \\ \cos(\omega t + \delta_{vn} - 120) \end{bmatrix} + V_z \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_{vz}) \\ \cos(\omega t + \delta_{vz}) \\ \cos(\omega t + \delta_{vz}) \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ i_c(t) \end{bmatrix} &= I_p \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_{ip}) \\ \cos(\omega t + \delta_{ip} - 120) \\ \cos(\omega t + \delta_{ip} + 120) \end{bmatrix} + I_n \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_{in}) \\ \cos(\omega t + \delta_{in} + 120) \\ \cos(\omega t + \delta_{in} - 120) \end{bmatrix} + I_z \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \delta_{iz}) \\ \cos(\omega t + \delta_{iz}) \\ \cos(\omega t + \delta_{iz}) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{3.34}$$

D'après l'équation (3.11), on obtient pour un système déséquilibré à trois fils :

$$\begin{aligned}
\underline{v}_{\alpha\beta}(t) &= V_p e^{j(\omega t + \delta_{vp})} + V_n e^{-j(\omega t + \delta_{vn})} \\
\underline{i}^*_{\alpha\beta}(t) &= I_p e^{-j(\omega t + \delta_{ip})} + I_n e^{j(\omega t + \delta_{in})}
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Donc la puissance complexe dans le repère $\alpha\beta$ est donnée par :

$$\underline{S}(t) = \frac{3}{2} V_p I_p e^{j(\delta_{vp} - \delta_{ip})} + V_n I_n e^{j(\delta_{in} - \delta_{vn})} + V_p I_n e^{j(2\omega t + \delta_{vp} + \delta_{in})} + V_n I_p e^{-j(2\omega t + \delta_{vn} + \delta_{ip})} \tag{3.36}$$

et on obtient :

$$\begin{aligned}
p(t) &= \frac{3}{2} \mathfrak{Re} \left\{ V_p I_p e^{j(\delta_{vp} - \delta_{ip})} + V_n I_n e^{j(\delta_{in} - \delta_{vn})} + V_p I_n e^{j(2\omega t + \delta_{vp} + \delta_{in})} + V_n I_p e^{-j(2\omega t + \delta_{vn} + \delta_{ip})} \right\} \\
q(t) &= \frac{3}{2} \mathfrak{Im} \left\{ V_p I_p e^{j(\delta_{vp} - \delta_{ip})} + V_n I_n e^{j(\delta_{in} - \delta_{vn})} + V_p I_n e^{j(2\omega t + \delta_{vp} + \delta_{in})} + V_n I_p e^{-j(2\omega t + \delta_{vn} + \delta_{ip})} \right\}
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Contrairement aux systèmes équilibrés, les puissances active et réactive d'un système déséquilibré ne sont pas constantes et comportent un terme oscillant à double fréquence.

3.3 Analyse du système à contrôler

3.3.1 Description du système et détermination des équations dynamiques

Le schéma monoligne du système présenté figure 3.7 est divisé en trois parties. Côté DC se trouve l'unité DER fonctionnant en régime continu. L'apport d'énergie de l'unité DER est modélisé par une source de courant générant une puissance P_{in} pour une tension V_{dc} (on rappelle qu'en réalité, l'unité DER comprend la source d'énergie et un convertisseur en source de tension). La résistance R_{dc} représente les pertes de puissance au sein du convertisseur (qui

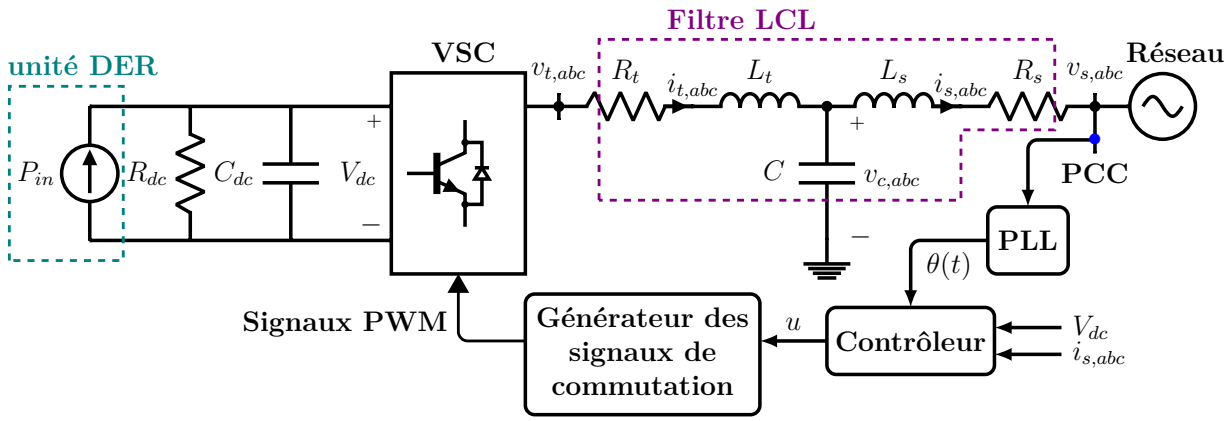

Figure 3.7 Unité DER raccordée au réseau de distribution à l'aide d'un filtre LCL

est donc considéré idéal) et le condensateur C_{dc} permet de déparasiter sa tension d'entrée V_{dc}. Le côté AC comprend d'une part le réseau de distribution modélisé par une source de tension triphasée idéale $v_{s,abc}$, et d'autre part le filtre LCL atténuant les harmoniques haute fréquence générées par la commutation de la tension $v_{t,abc}$ en sortie du convertisseur. Le filtre LCL est composé de deux bobines triphasées non idéales d'inductances L_t, L_s et de résistances internes respectives R_t, R_s, ainsi que d'un condensateur triphasé C. Enfin, le convertisseur en source de tension relie les deux côtés en transformant la tension et le courant continus de l'unité DER en tensions et courants alternatifs triphasés injectés au réseau. Les tensions $v_{t,abc}$ en sortie du convertisseur sont générées selon une stratégie de modulation de largeur d'impulsion (en anglais *Pulse Width Modulation* - PWM) intersective à partir du signal de commande u synthétisé par le contrôleur régulant le système. Le contrôleur étant conçu dans le repère dq, une boucle à verrouillage de phase (en anglais *Phase-Locked Loop* - PLL) modifiée est utilisée pour obtenir l'angle de référence $\theta(t)$ de la transformée de Park. Comme on souhaite que le repère dq soit synchronisé avec le réseau de distribution, l'angle de phase mesuré par la PLL correspond à celui des tensions $v_{s,abc}$ au point de couplage commun (en anglais *Point of Common Coupling* - PCC) qui, par définition, est le point de raccordement de plusieurs charges ou utilisateurs potentiels.

En réalité, le réseau de distribution à un comportement inductif (consommation de puissance réactive) et son impédance $\underline{Z}_g = R_g + j\omega L_g$ située entre le PCC et la source de tension idéale devrait être modélisée. Néanmoins, puisque la dynamique de la PLL est négligée tout au long de ce mémoire, on peut considérer que l'impédance $\underline{Z}_s = R_s + j\omega L_s$ de la bobine du filtre LCL côté réseau contient $\underline{Z}_g$ (l'impédance de deux dipôles branchés en série est équivalente à la somme de leurs impédances).

En appliquant les lois de Kirchhoff des courants et tensions au côté AC, on obtient les équations régissant la dynamique du filtre LCL dans le repère *abc* :

$$\begin{aligned} v_{t,abc} &= R_t i_{t,abc} + L_t \frac{di_{t,abc}}{dt} + v_{c,abc} \\ i_{t,abc} &= i_{s,abc} + C \frac{dv_{c,abc}}{dt} \\ v_{c,abc} &= R_s i_{s,abc} + L_s \frac{di_{s,abc}}{dt} + v_{s,abc} \end{aligned} \tag{3.38}$$

De plus, en supposant qu'il n'y ait pas de perte de puissance dans le convertisseur (convertisseur idéal), le principe de conservation stipule que sa puissance instantanée en entrée est égale à sa puissance instantanée en sortie :

$$P_{in} - \frac{V_{dc}^2}{R_{dc}} - \frac{1}{2} C_{dc} \frac{dV_{dc}^2}{dt} = v_{t,abc}^T i_{t,abc} \tag{3.39}$$

Ces quatre équations décrivent la dynamique du système dans le repère *abc* et permettront d'obtenir le modèle d'état du système dans le repère *dq*.

3.3.2 Conversion DC/AC par modulation de largeur d'impulsion

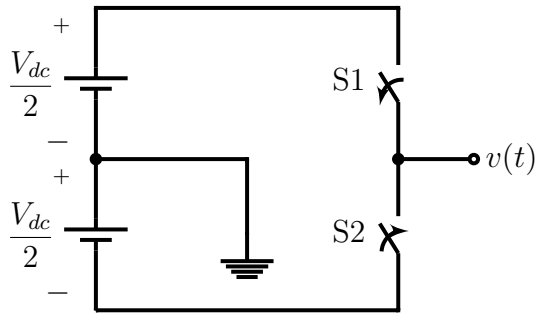

Figure 3.8 Schéma simplifié d'un onduleur monophasé

La modulation de largeur d'impulsion est une technique permettant de créer un signal pseudo-analogique (continu par morceau) à partir d'un signal constant. Le fonctionnement des onduleurs (convertisseur DC/AC) s'appuie sur cette méthode pour obtenir une tension alternative à partir d'une tension continue grâce à un jeu de commutation. Le tableau 3.1 donne la tension en sortie du convertisseur de la figure 3.8 en fonction de l'état des interrupteurs S1 et S2.

Tableau 3.1 Tension en sortie de l'onduleur selon les combinaisons d'états des interrupteurs

S1	**S2**	**v(t)**
1	0	$V_{dc}/2$
0	1	$-V_{dc}/2$

En pratique, comme on peut le voir à la figure 3.9, la commutation des interrupteurs est contrôlée par modulation de largeur d'impulsion intersective en comparant un signal sinusoïdal $s_m(t)$ appelé la modulante, à un signal triangulaire ou en dents de scie $s_p(t)$ appelé la porteuse :

$$pwm(t) = \text{sign}[s_m(t) - s_p(t)] \tag{3.40}$$

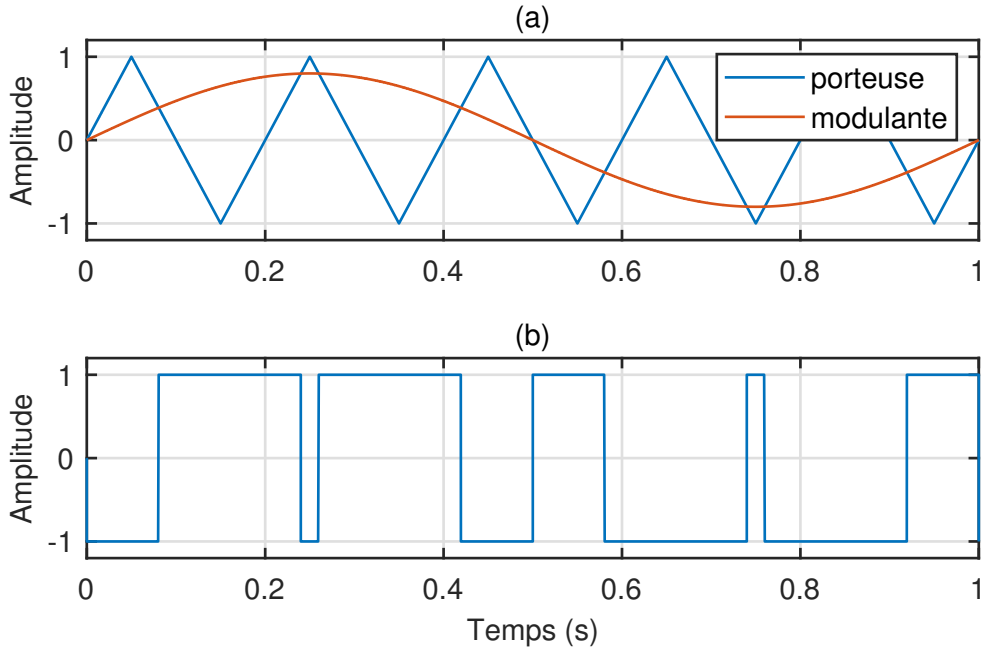

Figure 3.9 (a) Modulation de largeur d'impulsion intersective (b) Signal de PWM

L'amplitude de la tension $v(t)$ en sortie du convertisseur est proportionnelle à la valeur de la tension d'entrée V_{dc} et au taux de modulation m (le rapport entre l'amplitude de la modulante et de la porteuse) qui doit rester inférieur à un pour ne pas saturer le convertisseur. La série de Fourier de la tension $v(t)$ contient non seulement la composante fondamentale et les harmoniques de la modulante, mais aussi de la porteuse. La fréquence de la modulante est fixe

et correspond à celle de la tension désirée, ici 60 Hz. On souhaite donc augmenter la fréquence de la porteuse pour séparer son spectre fréquentiel de celui de la modulante, tel qu'illustré figure 3.10. Sa valeur maximale, ici 5 kHz, est limitée par la vitesse de commutation des interrupteurs, dont les pertes augmentent avec la fréquence. Enfin, en utilisant une porteuse triangulaire, les harmoniques basse fréquence de la modulante sont très fortement atténuées. Donc, il suffit de filtrer la tension $v(t)$ en sortie du convertisseur pour récupérer uniquement sa composante fondamentale.

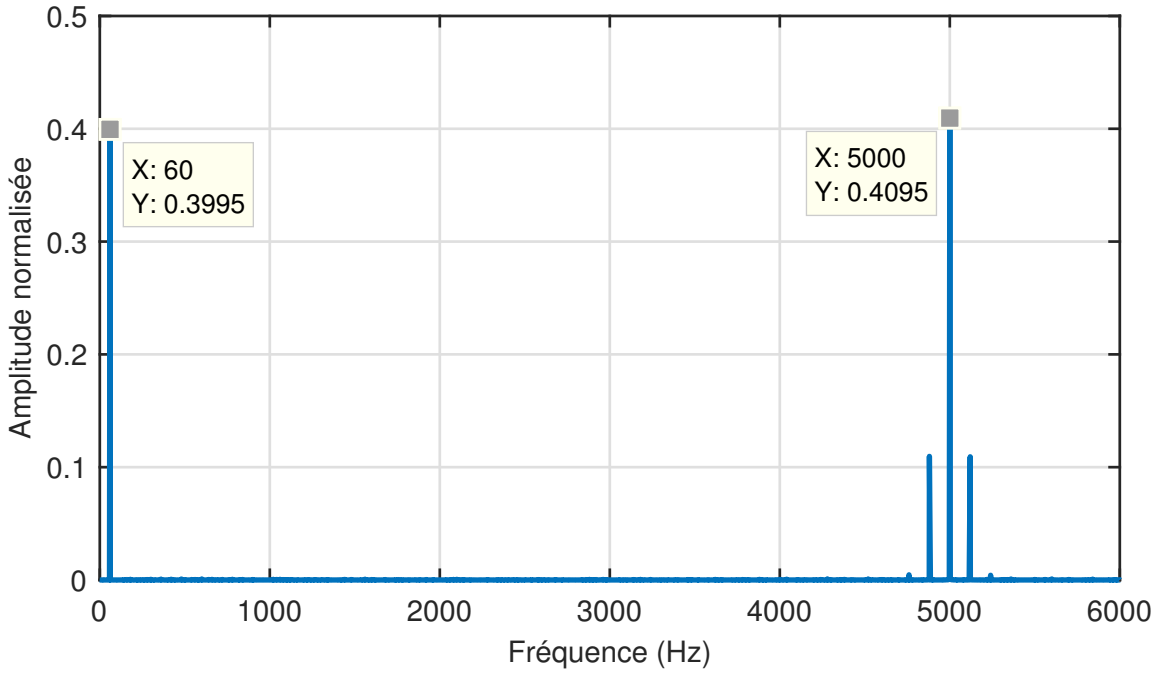

Figure 3.10 Analyse spectrale d'un signal PWM, porteuse à 5 kHz et modulante à 60 Hz

3.3.3 Filtres L et LCL

Les tensions $v_{t,abc}$ générées par PWM en sortie du convertisseur contiennent des harmoniques de commutation haute fréquence qui se retrouvent sur les courants $i_{t,abc}$. Il est donc nécessaire de les filtrer pour éviter que les courants $i_{s,abc}$ injectés dans le réseau de distribution accentuent son déséquilibre. Les deux filtres les plus couramment utilisés en électronique de puissance sont le filtre L, composé d'une bobine non idéale branchée en série, et le filtre LCL déjà présenté figure 3.7. Bien qu'il soit plus facile de contrôler un système raccordé au réseau avec un filtre L, on lui préfère le filtre LCL qui, pour des dimensions plus faibles et un coût moins élevé, offre de meilleures performances de filtrage. Le principal défaut du filtre LCL vient de la présence d'un pic de résonance dans sa réponse fréquentielle tel qu'illustré figure 3.12.

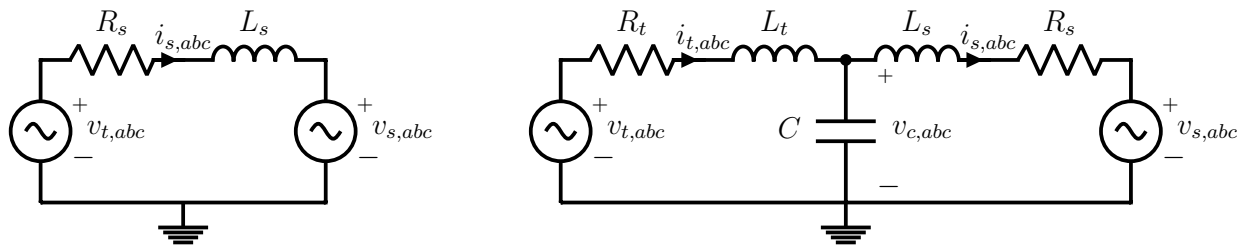

Figure 3.11 Schéma d'un circuit avec filtre L (gauche) et filtre LCL (droite)

Pour comparer les performances des deux filtres de la figure 3.11, on analyse leur réponse fréquentielle. En utilisant la loi de Kirchhoff des tensions, on obtient pour le filtre L :

$$v_{t,abc} = R_s i_{s,abc} + L_s \frac{di_{s,abc}}{dt} + v_{s,abc} \tag{3.41}$$

Les équations du filtre LCL ont déjà été déterminées en (3.38) dans le repère *abc*. Les tensions $v_{s,abc}$ étant fixées, la fonction de transfert à étudier est celle reliant les courants $i_{s,abc}$ en sortie du filtre à ses tensions d'entrée $v_{t,abc}$. En passant l'équation (3.41) dans le domaine de Laplace, la fonction de transfert du filtre L s'écrit :

$$F_L(s) = \frac{i_{s,abc}(s)}{v_{t,abc}(s)} = \frac{1}{R_s + sL_s} \tag{3.42}$$

de pulsation de coupure $\omega_c = \frac{R_s}{L_s}$. De même, à partir de (3.38) la fonction de transfert du filtre LCL est donnée par :

$$F_{LCL}(s) = \frac{i_{s,abc}(s)}{v_{t,abc}(s)} = \frac{1}{(R_t + R_s) + s(L_t + L_s + R_t R_s C) + s^2(R_t L_s + R_s L_t)C + s^3 L_t L_s C} \tag{3.43}$$

En négligeant les résistances internes des bobines, la fonction de transfert devient :

$$F_{LCL}(s) \approx \frac{1}{s[(L_t + L_s) + s^2 L_t L_s C]} \tag{3.44}$$

dont la fréquence de résonance est $\omega_0 = \sqrt{\frac{L_t + L_s}{L_t L_s C}}$. En haute fréquence, l'atténuation du filtre LCL est de -60 dB/dec donc trois fois supérieure à celle du filtre L qui est seulement de -20 dB/dec. Par conséquent, pour que le filtre L ait des performances de filtrage équivalentes à celles du filtre LCL, il faut diminuer sa fréquence de coupure ce qui implique de fortement augmenter l'inductance de sa bobine L_s. D'autre part, il suffit d'augmenter la capacité du condensateur du filtre LCL pour diminuer sa fréquence de résonance. Étant donné que la taille

et le prix des bobines sont plus élevés que ceux des condensateurs, le filtre LCL représente un meilleur rapport qualité/prix que le filtre L.

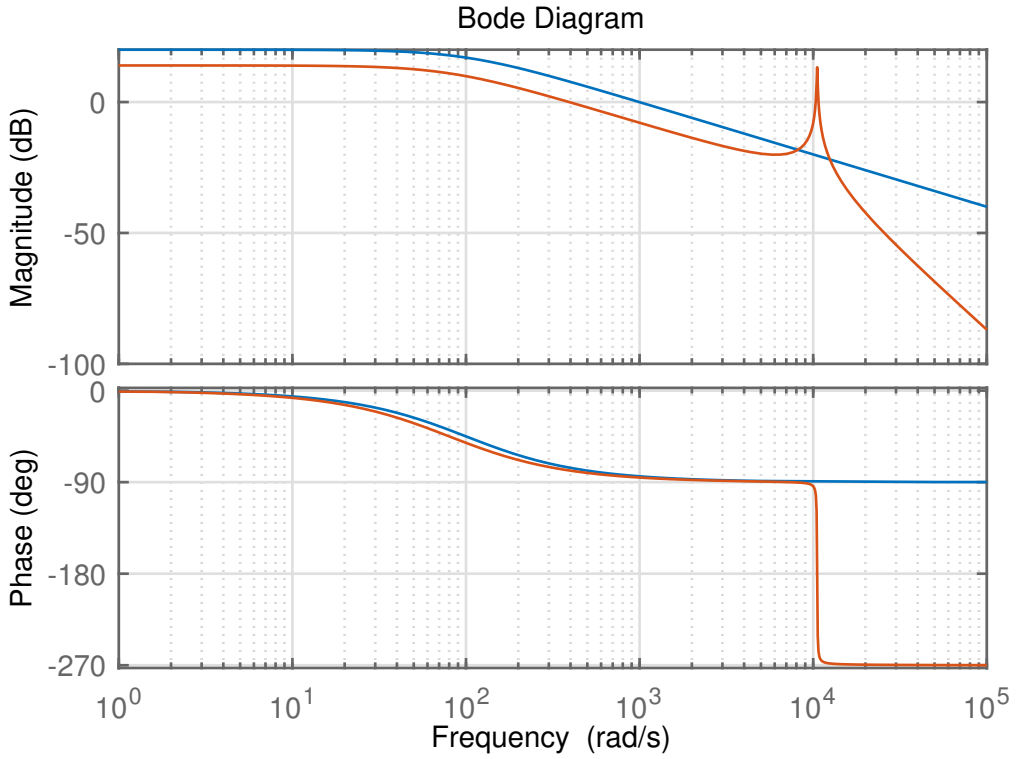

Figure 3.12 Digrammes de Bode des filtres L (bleu) et LCL (rouge)

3.3.4 Oscillation de la tension en entrée du convertisseur

Le principal problème lié au déséquilibre du réseau est l'oscillation de la tension V_{dc} du condensateur en entrée du convertisseur de la figure 3.7.

Soit p_t la puissance instantanée en sortie du convertisseur :

$$p_t(t) = v_{t,abc}^T(t) i_{t,abc}(t) \tag{3.45}$$

On peut vérifier à l'aide des équations du filtre LCL (3.38) que le déséquilibre du réseau se retrouve également en sortie du convertisseur et affecte les tensions $v_{t,abc}$ et courants $i_{t,abc}$. De plus, le circuit étant à trois fils, la séquence de courant homopolaire de $i_{t,abc}$ est nulle. On en déduit d'après l'équation (3.36), que la puissance instantanée en sortie du convertisseur

est de la forme :

$$p_t(t)=\frac{3}{2}\mathfrak{Re}\left\{V_pI_pe^{j(\delta_{vp}-\delta_{ip})}+V_nI_ne^{j(\delta_{in}-\delta_{vn})}+V_pI_ne^{j(2\omega t+\delta_{vp}+\delta_{in})}+V_nI_pe^{-j(2\omega t+\delta_{vn}+\delta_{ip})}\right\} \quad (3.46)$$

où (V_p, V_n), (I_p, I_n) sont les amplitudes et $(\delta_{vp}, \delta_{vn})$, $(\delta_{ip}, \delta_{in})$ les déphasages respectifs des séquences directe et inverse de $v_{t,abc}$ et $i_{t,abc}$. On remarque que p_t est la somme d'un terme constant $p_{t,0}$ et d'un terme oscillant à double fréquence :

$$p_{t,2\omega}(t) = \frac{3}{2}\left[V_pI_n\cos\left(2\omega t+\delta_{vp}+\delta_{in}\right)+V_nI_p\cos\left(2\omega t+\delta_{vn}+\delta_{ip}\right)\right] = A\cos\left(2\omega t+\varphi\right) \quad (3.47)$$

où

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{2}\sqrt{V_p^2I_n^2+V_n^2I_p^2+2V_pV_nI_pI_n\cos\left(\delta_{vp}-\delta_{vn}+\delta_{in}-\delta_{ip}\right)} \\ \varphi &= \arctan\left(\frac{V_pI_n\sin\left(\delta_{vp}+\delta_{in}\right)+V_nI_p\sin\left(\delta_{vn}+\delta_{ip}\right)}{V_pI_n\cos\left(\delta_{vp}+\delta_{in}\right)+V_nI_p\cos\left(\delta_{vn}+\delta_{ip}\right)}\right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Cette composante est à l'origine de l'apparition des oscillations présentes sur la tension V_{dc}. En effet, en réarrangeant (3.39), on obtient :

$$\frac{dV_{dc}^2}{dt}+\frac{2}{R_{dc}C_{dc}}V_{dc}^2=\frac{2}{C_{dc}}(P_{in}-p_t)=\frac{2}{C_{dc}}(P_{in}-p_{t,0})-\frac{2}{C_{dc}}p_{t,2\omega} \quad (3.49)$$

dont la solution est de la forme :

$$V_{dc}^2(t)=Be^{-\frac{2t}{R_{dc}C_{dc}}}+R_{dc}(P_{in}-p_{t,0})-\frac{A}{C_{dc}\sqrt{\frac{1}{(R_{dc}C_{dc})^2}+\omega^2}}\cos\left(2\omega t-\arctan\left(R_{dc}C_{dc}\omega\right)+\varphi\right) \quad (3.50)$$

où B est une constante que l'on détermine grâce à $V_{dc}^2(0)$. Ainsi en régime permanent, la tension V_{dc} a pour expression :

$$V_{dc}(t) = \sqrt{\left|R_{dc}(P_{in}-p_{t,0})-\frac{A}{C_{dc}\sqrt{\frac{1}{(R_{dc}C_{dc})^2}+\omega^2}}\cos\left(2\omega t-\arctan\left(R_{dc}C_{dc}\omega\right)+\varphi\right)\right|} \quad (3.51)$$

qui est une fonction paire et périodique de période π/ω, décomposable en série de Fourier :

$$V_{dc}(t) = a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos\left(2\omega nt\right) \quad (3.52)$$

où

$$a_0=\frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}}V_{dc}(t)dt \quad \text{et} \quad a_n=\frac{2\omega}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}}V_{dc}(t)\cos\left(2\omega nt\right)dt \quad (3.53)$$

Cette dernière équation montre bien que la tension V_{dc} est polluée par des harmoniques

basse fréquence générées par la composante $p_{t,2\omega}$ de la puissance instantanée p_t en sortie du convertisseur. Par conséquent, les harmoniques seront éliminées si cette composante disparaît, ou de manière équivalente si la puissance délivrée par le convertisseur devient constante. D'après l'équation (3.47), il suffit que l'amplitude A de $p_{t,2\omega}$ devienne nulle :

$$\frac{3}{2}\sqrt{V_p^2 I_n^2 + V_n^2 I_p^2 + 2V_p V_n I_p I_n \cos\left(\delta_{vp} - \delta_{vn} + \delta_{in} - \delta_{ip}\right)} = 0 \tag{3.54}$$

Ce qui nous donne les conditions suivantes :

$$\frac{V_n}{V_p} = \frac{I_n}{I_p} = \gamma \quad \text{et} \quad \delta_{vp} - \delta_{ip} = \delta_{vn} - \delta_{in} + (2k+1)\pi \ , \ k \in \mathbb{Z} \tag{3.55}$$

où γ est le taux de déséquilibre défini en (3.5). Il existe donc un ensemble de tensions $v_{t,abc}$ et de courants $i_{t,abc}$ déséquilibrés permettant au convertisseur de délivrer une puissance instantanée constante, ce qui assure que la tension V_{dc} n'oscille pas. On peut noter que le taux de déséquilibre des courants injectés par le convertisseur est égal au taux de déséquilibre du réseau.

3.3.5 Perte de symétrie de la transformée de Park

La conception de contrôleurs pour les systèmes triphasés à trois fils se fait souvent dans le repère dq car, quand le système est équilibré, le processus de synchronisation permet de transformer des grandeurs sinusoïdales en grandeurs constantes plus simples à manipuler, tel qu'illustré équation (3.17). De plus, toujours pour un système équilibré, il est possible de contrôler indépendamment les puissances active et réactive dans ce repère. En particulier, si l'angle de référence de la transformée de Park $\theta(t)$ est égal à l'angle de phase des tensions $v_{s,abc}$ alors $v_{sq} = 0$ (prendre $\theta_0 = 0$ sur la figure 3.5) ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} p_s(t) &= \frac{3}{2}\left(v_{sd} i_{sd} + v_{sq} i_{sq}\right) = \frac{3}{2} v_{sd} i_{sd} \\ q_s(t) &= \frac{3}{2}\left(v_{sq} i_{sd} - v_{sd} i_{sq}\right) = -\frac{3}{2} v_{sd} i_{sq} \end{aligned} \tag{3.56}$$

Ainsi, la majorité des systèmes de commande est conçue de manière à découpler le contrôle de la composante directe i_{sd} et de la composante en quadrature i_{sq} des courants $i_{s,abc}$. Cependant, lorsque le réseau est déséquilibré, il est nécessaire de revoir cette stratégie de commande pour ne pas entraîner l'apparition d'harmoniques de troisième ordre sur les courants $i_{s,abc}$. En effet, d'après (3.20) les courants $i_{s,dq}$ ne sont plus constants, mais contiennent une composante

pulsée qui oscille à double fréquence :

$$\begin{aligned} i_{sd} &= I_{sd0} + I_{sd2}\cos(2\omega t + \delta_{isd}) \\ i_{sq} &= I_{sq0} + I_{sq2}\cos(2\omega t + \delta_{isq}) \\ i_{s0} &= 0 \end{aligned} \tag{3.57}$$

où l'angle de référence de la transformée de Park est $\theta(t) = \omega t$ car le repère dq est synchronisé avec le réseau au PCC. En appliquant la transformée de Park inverse $\mathbf{T}_{dq}^{-1}(\omega t)$ à (3.57), on obtient dans le repère abc :

$$\begin{aligned} i_{sa} &= I_{sa}\cos(\omega t + \delta_{isa}) + \frac{1}{2}[I_{sd2}\cos(3\omega t + \delta_{isd}) - I_{sq2}\sin(3\omega t + \delta_{isq})] \\ i_{sb} &= I_{sb}\cos(\omega t + \delta_{isb}) + \frac{1}{2}[I_{sd2}\cos(3\omega t + \delta_{isd} - 120) - I_{sq2}\sin(3\omega t + \delta_{isq} - 120)] \\ i_{sc} &= I_{sc}\cos(\omega t + \delta_{isc}) + \frac{1}{2}[I_{sd2}\cos(3\omega t + \delta_{isd} + 120) - I_{sq2}\sin(3\omega t + \delta_{isq} + 120)] \end{aligned} \tag{3.58}$$

On constate bien que des harmoniques de troisième ordre sont présentes sur les courants $i_{s,abc}$ à moins que les parties oscillantes de i_{sd} et i_{sq} aient la même amplitude et soient déphasées de 90° :

$$I_{sd2} = I_{sq2} \quad \text{et} \quad \delta_{isq} = \delta_{isd} + 90^\circ \tag{3.59}$$

Il est évident que ce problème n'apparaît pas en l'absence de contrôleur car un changement de repère n'affecte pas les grandeurs qu'il transforme. Autrement dit, essayer de contrôler indépendamment i_{sd} et i_{sq} fait que les conditions (3.59) ne sont plus vérifiées, le cas où le réseau est équilibré étant une exception puisque $I_{sd2} = I_{sq2} = 0$.

3.4 Résumé

La modélisation du système a été détaillée dans ce chapitre.

Tout d'abord, on a vu qu'il est toujours possible d'exprimer un signal triphasé quelconque grâce au théorème des composantes symétriques. S'il n'a pas de séquence homopolaire, le passage du repère abc au repère dq (ou $\alpha\beta$) permet d'exprimer le signal triphasé à l'aide de seulement deux composantes au lieu de trois. Lorsque le signal est équilibré et synchronisé avec le repère dq, ses deux composantes deviennent constantes.

Puis, on a vu que lorsqu'un système triphasé à trois fils est déséquilibré, sa puissance instantanée n'est plus constante et contient un terme pulsé qui oscille à double fréquence. Ainsi, on constate que le déséquilibre du réseau est responsable de l'oscillation de la puissance en sortie du convertisseur, qui à son tour génère des harmoniques de deuxième ordre au niveau de la tension aux bornes du condensateur côté DC. Néanmoins, il existe un ensemble de courants et de tensions déséquilibrés permettant d'obtenir une puissance constante en sortie du convertisseur, ce qui suffit à annuler l'oscillation de la tension côté DC.

Enfin, on a vu que quand le réseau est déséquilibré, un convertisseur triphasé mal contrôlé dans le repère dq peut générer des harmoniques de troisième ordre sur les courants côté AC. Pour éviter cela, il faut s'assurer que la composante en quadrature des courants injectés au réseau suive sa composante directe avec un déphasage de 90°.

CHAPITRE 4 CONCEPTION DU SYSTÈME DE COMMANDE

Ce chapitre se concentre sur la conception du système de commande. Tout d'abord, la stratégie de commande est établie à la première section en s'appuyant sur les propriétés du modèle en boucle ouverte et la nature des signaux à contrôler/rejeter. Puis, un servo-contrôleur à rétroaction d'état optimale est synthétisé à la deuxième section. Ensuite, un observateur découplé des perturbations est conçu à la troisième section pour estimer l'état du système et réduire le nombre de capteurs nécessaires à son implantation. Enfin, une analyse des propriétés du système en boucle fermée est menée à la quatrième section.

4.1 Établissement de la stratégie de commande

4.1.1 Détermination du modèle d'état du système

Les équations dynamiques du système présenté figure (3.7) sont exprimées dans le repère abc :

$$\begin{cases} v_{t,abc} = R_t i_{t,abc} + L_t \dfrac{di_{t,abc}}{dt} + v_{c,abc} \\ i_{t,abc} = i_{s,abc} + C \dfrac{dv_{c,abc}}{dt} \\ v_{c,abc} = R_s i_{s,abc} + L_s \dfrac{di_{s,abc}}{dt} + v_{s,abc} \\ P_{in} - \dfrac{V_{dc}^2}{R_{dc}} - \dfrac{1}{2} C_{dc} \dfrac{dV_{dc}^2}{dt} = v_{t,abc}^T i_{t,abc} \end{cases} \tag{4.1}$$

La transformée de Clarke (3.8) permet de passer les équations (4.1) dans le repère $\alpha\beta$. Comme le circuit est à trois fils, la composante homopolaire des courants $i_{t,abc}$ et $i_{s,abc}$ est nulle. On en déduit que les tensions $v_{c,abc}$, $v_{t,abc}$ et $v_{s,abc}$ n'ont également pas de composante homopolaire, ce qui conduit à :

$$\begin{cases} \underline{v}_{t,\alpha\beta} = R_t \underline{i}_{t,\alpha\beta} + L_t \dfrac{d\underline{i}_{t,\alpha\beta}}{dt} + \underline{v}_{c,\alpha\beta} \\ \underline{i}_{t,\alpha\beta} = \underline{i}_{s,\alpha\beta} + C \dfrac{d\underline{v}_{c,\alpha\beta}}{dt} \\ \underline{v}_{c,\alpha\beta} = R_s \underline{i}_{s,\alpha\beta} + L_s \dfrac{d\underline{i}_{s,\alpha\beta}}{dt} + \underline{v}_{s,\alpha\beta} \\ P_{in} - \dfrac{V_{dc}^2}{R_{dc}} - \dfrac{1}{2} C_{dc} \dfrac{dV_{dc}^2}{dt} = \dfrac{3}{2}(v_{t\alpha} i_{t\alpha} + v_{t\beta} i_{t\beta}) \end{cases} \tag{4.2}$$

À partir de l'équation (3.15), on déduit la relation de dérivation suivante :

$$\dot{\underline{x}}_{\alpha\beta}(t) = \left(\dot{\underline{x}}_{dq}(t) + j\dot{\theta}(t)\underline{x}_{dq}(t)\right) e^{j\theta(t)} \tag{4.3}$$

En choisissant l'angle de phase des tensions $v_{s,abc}$ au PCC comme angle de référence $\theta(t)$ pour la transformée de Park (3.12), le repère dq est synchronisé avec le réseau de distribution et les équations (4.2) deviennent :

$$\begin{cases} \underline{v}_{t,dq} = R_t \underline{i}_{t,dq} + L_t \left(\dfrac{d\underline{i}_{t,dq}}{dt} + j\omega \underline{i}_{t,dq} \right) + \underline{i}_{c,dq} \\ \underline{i}_{t,dq} = \underline{i}_{s,dq} + C \left(\dfrac{d\underline{v}_{c,dq}}{dt} + j\omega \underline{v}_{c,dq} \right) \\ \underline{v}_{c,dq} = R_s \underline{i}_{s,dq} + L_s \left(\dfrac{d\underline{i}_{s,dq}}{dt} + j\omega \underline{i}_{s,dq} \right) + \underline{v}_{s,dq} \\ P_{in} - \dfrac{V_{dc}^2}{R_{dc}} - \dfrac{1}{2} C_{dc} \dfrac{dV_{dc}^2}{dt} = \dfrac{3}{2}(v_{td} i_{td} + v_{tq} i_{tq}) \end{cases} \tag{4.4}$$

où $\dot{\theta} = \omega$ est la pulsation du réseau supposée constante. En découplant les tensions et les courants de (4.4) selon leurs composantes directe (d) et en quadrature (q), puis en définissant $x_p \in \mathbb{R}^7$ le vecteur d'état du système, $u \in \mathbb{R}^2$ le vecteur de commande, $y_m \in \mathbb{R}^3$ le vecteur des sorties mesurées et $d \in \mathbb{R}^3$ le vecteur des perturbations :

$$\begin{aligned} x_p &= \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{td} & i_{tq} & v_{cd} & v_{cq} & i_{sd} & i_{sq} & V_{dc}^2 \end{bmatrix}^T \\ u &= \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_{td} & v_{tq} \end{bmatrix}^T \\ d &= \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} v_{sd} & v_{sq} & P_{in} \end{bmatrix}^T \\ y_m &= \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & V_{dc}^2 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \tag{4.5}$$

le modèle d'état du système est donné par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\dfrac{R_t}{L_t}x_1 + \omega x_2 - \dfrac{1}{L_t}x_3 + \dfrac{1}{L_t}u_1 \\ \dot{x}_2 = -\omega x_1 - \dfrac{R_t}{L_t}x_2 - \dfrac{1}{L_t}x_4 + \dfrac{1}{L_t}u_2 \\ \dot{x}_3 = \dfrac{1}{C}x_1 + \omega x_4 - \dfrac{1}{C}x_5 \\ \dot{x}_4 = \dfrac{1}{C}x_2 - \omega x_3 - \dfrac{1}{C}x_6 \\ \dot{x}_5 = \dfrac{1}{L_s}x_3 - \dfrac{R_s}{L_s}x_5 + \omega x_6 - \dfrac{1}{L_s}d_1 \\ \dot{x}_6 = \dfrac{1}{L_s}x_4 - \omega x_5 - \dfrac{R_s}{L_s}x_6 - \dfrac{1}{L_s}d_2 \\ \dot{x}_7 = -\dfrac{2}{R_{dc}C_{dc}}x_7 - \dfrac{3}{C_{dc}}(u_1x_1 + u_2x_2) + \dfrac{2}{C_{dc}}d_3 \\ y_m = \begin{bmatrix} x_5 & x_6 & x_7 \end{bmatrix}^T \end{cases} \tag{4.6}$$

Ce modèle d'état est non linéaire à cause du terme bilinéaire $(u_1x_1 + u_2x_2)$ intervenant dans la dynamique de x_7. Sous forme compacte, il s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x, u, d) \\ y &= h(x) \end{cases} \tag{4.7}$$

Habituellement, pour obtenir un modèle linéaire du système, il suffit de linéariser son modèle non linéaire autour d'un point de fonctionnement déterminé en résolvant l'équation :

$$f(x, u, d) = 0 \tag{4.8}$$

Cependant, il n'existe pas de solution simple à cette équation dans notre cas (par exemple, on peut noter que les perturbations d_1, d_2 changent de forme selon que le réseau est équilibré ou non). Néanmoins, il est toujours possible d'obtenir un modèle d'état linéaire du système à l'aide de deux hypothèses simplificatrices. Tout d'abord, les pertes de puissance réelle au sein du filtre LCL peuvent être négligées car les bobines L_t, L_s et le condensateur C sont des éléments purement réactifs (ne consommant aucune puissance réelle par définition) tandis que les valeurs des résistances R_t, R_s sont faibles. Par conséquent, la puissance réelle délivrée en sortie du convertisseur est égale à la puissance réelle transmise au réseau de distribution :

$$v_{td}i_{td} + v_{tq}i_{tq} = v_{sd}i_{sd} + v_{sq}i_{sq} \tag{4.9}$$

Puis, comme le repère dq est synchronisé avec les tensions $v_{s,abc}$, en supposant que le réseau est équilibré ou peu déséquilibré on obtient $v_{sd} \simeq V_s$ et $v_{sq} \simeq 0$, où V_s est l'amplitude de $v_{s,abc}$. Ainsi, la 7ème équation de (4.6) devient :

$$\dot{x}_7 = -\frac{3V_s}{C_{dc}}x_5 - \frac{2}{R_{dc}C_{dc}}x_7 + \frac{2}{C_{dc}}d_3 \tag{4.10}$$

ce qui mène au modèle d'état linéaire invariant dans le temps (ou stationnaire) :

$$\begin{cases} \dot{x}_p &= A_p x_p + B_p u + E_p d \\ y_m &= C_m x_p \end{cases} \tag{4.11}$$

dont les matrices $A_p \in \mathbb{R}^{7\times 7}$, $B_p \in \mathbb{R}^{7\times 2}$, $C_m \in \mathbb{R}^{3\times 7}$ et $E_p \in \mathbb{R}^{7\times 3}$ sont données par :

$$A_p = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \omega & -\frac{1}{L_t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_t}{L_t} & 0 & -\frac{1}{L_t} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega & -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_s} & 0 & -\frac{R_s}{L_s} & \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_s} & -\omega & -\frac{R_s}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3V_s}{C_{dc}} & 0 & -\frac{2}{R_{dc}C_{dc}} \end{bmatrix} \qquad B_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_t} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_t} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$E_p^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{C_{dc}} \end{bmatrix} \qquad C_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.12}$$

Par définition, les paramètres du système sont tous réels et strictement positifs :

$$(R_{dc}, C_{dc}, R_t, L_t, R_s, L_s, C, V_s, \omega) \in \mathbb{R}_+^9 \setminus \{\mathbf{0}\} \tag{4.13}$$

4.1.2 Propriétés du système en boucle ouverte

En s'inspirant de la méthode utilisée dans [31], on démontre en annexe A que le modèle d'état (4.11) est stable en boucle ouverte pour l'ensemble de définition (4.13) des paramètres du système. On en déduit que la paire de matrices (A_p, B_p) est au moins stabilisable et que

la paire de matrices (A_p, C_m) est au moins détectable. En calculant le déterminant des sept premières colonnes de la matrice de commandabilité :

$$M_c = \begin{bmatrix} B_p & A_pB_p & \cdots & A_p^6B_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{C}_1 & \cdots & \mathcal{C}_{14} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{7\times 14} \tag{4.14}$$

on montre que la paire (A_p, B_p) est commandable :

$$\det\left(\begin{bmatrix} \mathcal{C}_1 & \cdots & \mathcal{C}_7 \end{bmatrix}\right) = -\frac{3V_s}{C_{dc}L_s^3C^5L_t^7} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{rang}(M_c) = 7 \tag{4.15}$$

Puis, en calculant le déterminant des lignes deux à huit de la matrice d'observabilité :

$$M_o = \begin{bmatrix} C_m \\ C_mA_p \\ \vdots \\ C_mA_p^6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 \\ \vdots \\ \mathcal{L}_{21} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{21\times 7} \tag{4.16}$$

on montre que la paire (A_p, C_m) est observable :

$$\det\left(\begin{bmatrix} \mathcal{L}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{L}_8 \end{bmatrix}\right) = -\frac{3V_s}{C_{dc}C^2L_s^4} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \text{rang}(M_o) = 7 \tag{4.17}$$

On peut également déterminer les zéros de transmission des sorties à contrôler. Sur les trois sorties mesurées $y_m \in \mathbb{R}^3$, seules deux sont à contrôler :

$$y = \begin{bmatrix} x_6 & x_7 \end{bmatrix}^T = C_px_p \quad , \quad C_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.18}$$

Comme le modèle (A_p, B_p, C_p) est minimal (on montre son observabilité en calculant le déterminant $-\frac{27\omega V_s^2}{C^2C_{dc}^2L_s^4} \neq 0$ des sept premières lignes de sa matrice d'observabilité) et que sa matrice de Rosenbrock est carrée, il suffit de calculer son déterminant pour trouver les zéros de transmission :

$$\det\left(\begin{bmatrix} sI_7 - A_p & B_p \\ C_p & \mathbf{0} \end{bmatrix}\right) = -\frac{3V_s}{C_{dc}C^2L_s^2L_t^2} \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \forall s \in \mathbb{C}\ ,\ \text{rang}\left(\begin{bmatrix} sI_7 - A_p & B_p \\ C_p & \mathbf{0} \end{bmatrix}\right) = 9 \tag{4.19}$$

Donc il n'y a aucun zéro de transmission pour le modèle (A_p, B_p, C_p) qui est alors à minimum de phase.

4.1.3 Objectifs à atteindre

L'objectif principal du système de commande est d'éliminer les oscillations de la tension V_{dc} qui apparaissent quand le réseau de distribution devient déséquilibré. Comme démontré section 3.3.4, il existe un ensemble de tensions $v_{t,abc}$ et courants $i_{t,abc}$ résolvant ce problème. Plutôt que d'essayer de contrôler i_{td} et i_{tq} pour respecter les conditions (3.55), on peut de manière équivalente directement contrôler la tension V_{dc} pour qu'elle suive un signal de consigne constant.

On souhaite également contrôler i_{sq} car, lorsque le système est équilibré ou peu déséquilibré, cela permet de réguler la puissance réactive transmise au réseau. Cependant, si le système en boucle fermée ne satisfait pas les conditions (3.59) énoncées section 3.3.5, les courants $i_{s,abc}$ injectés au réseau seront pollués par des harmoniques de 3ème ordre quand ce dernier devient déséquilibré. Il faut donc que i_{sq} soit capable de suivre un signal de consigne donné tout en s'assurant que sa composante oscillante suive celle de i_{sd} avec un déphasage de 90°.

Les perturbations v_{sd}, v_{sq} et P_{in} doivent également être rejetées pour ne pas impacter le suivi des signaux de consigne. La puissance P_{in} délivrée par l'unité DER est constante tandis que v_{sd} et v_{sq} contiennent une composante constante ainsi qu'une composante oscillante à double fréquence quand le réseau est déséquilibré. On remarque donc que les perturbations sont de même nature que les signaux de consigne.

Enfin, la bande-passante du système en boucle fermée doit être inférieure à la fréquence de résonance ω_0 déterminée à la section 3.3.3 pour que le pic de résonance du filtre LCL soit suffisamment atténué et ne déstabilise pas le système en boucle fermée.

4.1.4 Construction des signaux de consigne

Pour la tension V_{dc}, le signal de consigne $V_{dc,ref}^2$ est simplement un échelon défini par l'utilisateur. En revanche, le signal de consigne $i_{sq,ref}$ que doit suivre i_{sq} est la somme d'un échelon défini par l'utilisateur et de la composante oscillante de i_{sd} déphasée de 90° obtenue à l'aide du filtre suivant [30] :

$$F(s) = K_f \frac{s}{(s+a)} \frac{(s-b)}{(s+b)} \tag{4.20}$$

$F(s)$ est le produit d'un filtre passe-haut et d'un filtre déphaseur. Son gain et sa phase sont donnés par :

$$\begin{aligned} |F(j\omega)| &= K_f \frac{\omega}{\sqrt{a^2+\omega^2}} \\ \varphi[F(j\omega)] &= \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{a}\right) + 2\arctan\left(\frac{b}{\omega}\right) \end{aligned} \tag{4.21}$$

La fréquence de coupure a doit être sélectionnée de manière à bien atténuer la composante constante de i_{sd} sans trop ralentir la dynamique du filtre : on choisit par exemple $a = 50$ rad/s. Les coefficients b et K_f sont ensuite calculés pour qu'à la pulsation 2ω, la phase du filtre soit de $\pi/2$ et son gain unitaire :

$$\begin{aligned} |F(2\omega)| = 1 \quad &\Longleftrightarrow \quad K_f = \frac{\sqrt{a^2 + 4\omega^2}}{2\omega} \\ \varphi[F(2j\omega)] = \frac{\pi}{2} \quad &\Longleftrightarrow \quad b = 2\omega \tan\left[\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{2\omega}{a}\right)\right] \end{aligned} \tag{4.22}$$

Finalement, les signaux de consigne peuvent s'écrire comme la somme d'une composante constante totalement déterminée par l'utilisateur et d'une composante oscillante dépendante de $i_{sd} = x_5$:

$$r = \begin{bmatrix} i_{sq,ref} \\ V^2_{dc,ref} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{1,0} \\ r_{2,0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{1,2\omega} \\ 0 \end{bmatrix} = r_0 + r_{2\omega} \tag{4.23}$$

avec $R_{1,2\omega}(s) = F(s)X_5(s)$ la transformée de Laplace de $r_{1,2\omega}$.

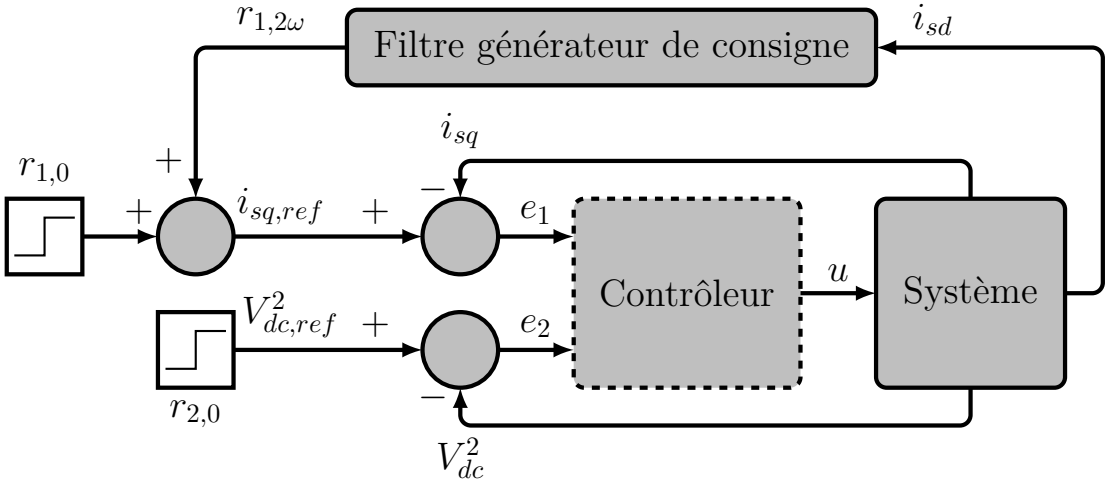

Figure 4.1 Schéma fonctionnel détaillant la génération des signaux de consigne

Cette dépendance entre les signaux de consigne et l'état du système est assez inhabituelle. On observera brièvement son influence sur le système en boucle fermée en augmentant le vecteur d'état avec la dynamique du filtre, dont la réalisation canonique commandable est :

$$\begin{cases} \dot{x}_f &= A_f x_f + B_f x_p \\ r_{2\omega} &= C_f x_f + D_f x_p \end{cases} \tag{4.24}$$

où $x_f \in \mathbb{R}^2$ est le vecteur d'état du filtre, et les matrices $A_f \in \mathbb{R}^{2\times 2}$, $B_f \in \mathbb{R}^{2\times 7}$, $C_f \in \mathbb{R}^{2\times 2}$

et $D_f \in \mathbb{R}^{2\times 7}$ sont :

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -ab & -(a+b) \end{bmatrix} \qquad B_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$C_f = \begin{bmatrix} -K_f ab & -K_f(a+2b) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad D_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & K_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.25}$$

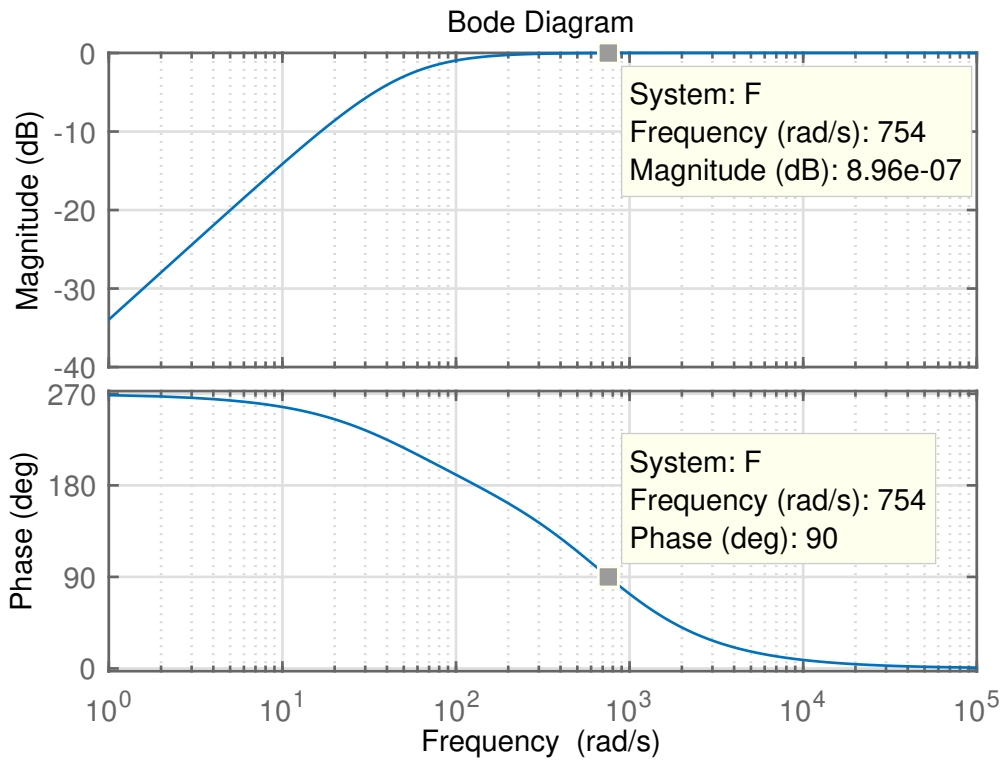

Figure 4.2 Digramme de Bode du filtre générateur de consigne

4.1.5 Architecture du contrôleur

Les objectifs formulés à la section 4.1.3 reviennent à résoudre un problème de servomécanisme [32, 33] consistant à concevoir un contrôleur tel que :

1) Le système en boucle fermée est asymptotiquement stable

2) Pour toutes conditions initiales, le suivi asymptotique des signaux de consigne et le rejet

des perturbations sont assurés :

$$\forall x_p(0) \in \mathbb{R}^7 \ , \ \forall x_d(0) \in \mathbb{R}^3 \ , \ \forall x_r(0) \in \mathbb{R}^3 \qquad \lim_{t\to\infty} y(t) - r(t) = 0 \tag{4.26}$$

3) Pour toutes variations du modèle (4.11) ne déstabilisant pas le système en boucle fermée, le suivi asymptotique des signaux de consigne est garanti. Autrement dit, tant que le système en boucle fermée est stable, sa performance reste robuste.

Dans ce cas, le contrôleur comporte deux parties : un servo-compensateur qui assure le suivi asymptotique des signaux de consigne en présence des perturbations, et un compensateur stabilisant qui doit, comme son nom l'indique, stabiliser le modèle (4.11) augmenté avec la dynamique du servo-compensateur. Pour une famille donnée de signaux de consigne et de perturbations, la structure du servo-compensateur est fixe. En revanche, le choix de la structure du compensateur stabilisant est libre (retour d'état, retour de sortie statique ou dynamique, etc...). Puisque le modèle (4.11) est à la fois commandable et observable, le compensateur stabilisant retenu est un retour d'état optimal auquel on ajoute un observateur afin de se dispenser de capteurs supplémentaires.

4.2 Synthèse du contrôleur

4.2.1 Modèle des signaux exogènes

Pour bien poser le problème de conception du contrôleur, il est nécessaire de représenter nos signaux exogènes (consignes et perturbations) sous forme de systèmes linéaires autonomes :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x}_r & = & A_r x_r \\ r & = & C_r x_r \end{array} \right. \qquad \left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x}_d & = & A_d x_d \\ d & = & C_d x_d \end{array} \right. \tag{4.27}$$

où les paires (A_r, C_r) et (A_d, C_d) sont observables. Comme les signaux de consigne et les perturbations sont de même nature :

$$\begin{array}{rcl} r_1(t) & = & r_{10} + r_{12}\cos(2\omega t + \delta_{r1}) \\ r_2(t) & = & r_{20} \end{array} \tag{4.28}$$

et

$$\begin{array}{rcl} d_1(t) & = & d_{10} + d_{12}\cos(2\omega t + \delta_{d1}) \\ d_2(t) & = & d_{20} + d_{22}\cos(2\omega t + \delta_{d2}) \\ d_3(t) & = & d_{30} \end{array} \tag{4.29}$$

ils sont générés par le même ensemble :

$$\mathrm{Vect}[1, \cos(2\omega t), \sin(2\omega t)] = \left\{\lambda_1 + \lambda_2 \cos(2\omega t) + \lambda_3 \sin(2\omega t) \mid (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \in \mathbb{R}^3\right\} \tag{4.30}$$

Donc, tout signal exogène se décompose de la manière suivante :

$$\zeta(t) = \lambda_1 \zeta_1(t) + \lambda_2 \zeta_2(t) + \lambda_3 \zeta_3(t) \tag{4.31}$$

avec $\begin{bmatrix}\zeta_1 & \zeta_2 & \zeta_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & \cos(2\omega t) & \sin(2\omega t)\end{bmatrix}$. En dérivant ces trois variables, on obtient le modèle linéaire :

$$\begin{bmatrix}\dot{\zeta}_1 \\ \dot{\zeta}_2 \\ \dot{\zeta}_3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\omega \\ 0 & 2\omega & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \zeta_3\end{bmatrix} \tag{4.32}$$

On en déduit l'expression des matrices (A_r, C_r) et (A_d, C_d) :

$$\begin{aligned} A_r &= \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\omega \\ 0 & 2\omega & 0\end{bmatrix} & C_r &= \begin{bmatrix}r_{10} & r_{12}\cos(\delta_{r1}) & -r_{12}\sin(\delta_{r1}) \\ r_{20} & 0 & 0\end{bmatrix} \\ A_d &= \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\omega \\ 0 & 2\omega & 0\end{bmatrix} & C_d &= \begin{bmatrix}d_{10} & d_{12}\cos(\delta_{d1}) & -d_{12}\sin(\delta_{d1}) \\ d_{20} & d_{22}\cos(\delta_{d2}) & -d_{22}\sin(\delta_{d2}) \\ d_{30} & 0 & 0\end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.33}$$

et des conditions initiales $x_d(0) = x_r(0) = \begin{bmatrix}1 & 1 & 0\end{bmatrix}^T$. Les polynômes minimaux χ_d et χ_r des matrices A_d et A_r sont appelés respectivement polynôme générateur des perturbations et polynôme générateur des signaux de consigne :

$$\chi_d(s) = \chi_r(s) = s(s^2 + 4\omega^2) \tag{4.34}$$

Par définition, les racines de χ_d sont les pôles des perturbations et les racines de χ_r sont les pôles des signaux de consigne.

4.2.2 Servo-compensateur

D'après le principe du modèle interne [34], pour que le système en boucle fermée assure le suivi asymptotique d'une famille de signaux de consigne tout en rejetant une famille de perturbations, il faut que le contrôleur incorpore autant d'exemplaires du modèle des signaux exogènes qu'il y a de sorties à contrôler. Autrement dit, les pôles du contrôleur doivent inclure

ceux des signaux exogènes avec un ordre de multiplicité égal au nombre de sorties à contrôler. L'utilisation d'un servo-compensateur permet de systématiquement concevoir un contrôleur respectant ce principe.

Soit χ le plus petit commun multiple des polynômes χ_d et χ_r générateurs des signaux de consigne et des perturbations :

$$\chi(s) = s(s^2 + 4\omega^2) = s^3 + 4\omega^2 s \tag{4.35}$$

Par construction, les racines de χ sont les pôles de l'ensemble des signaux exogènes. Le servo-compensateur est donné par la réalisation canonique commandable :

$$\begin{cases} \dot{x}_c &= A_c x_c + B_c e \\ e &= r - y \end{cases} \tag{4.36}$$

avec $e \in \mathbb{R}^2$ le vecteur des erreurs de consigne, $x_c \in \mathbb{R}^6$ le vecteur d'état du servo-compensateur et les matrices diagonales par blocs :

$$A_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I_2 \\ \mathbf{0} & -4\omega^2 I_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \qquad B_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{4.37}$$

La paire (A_c, B_c) est commandable et le polynôme caractéristique de A_c vérifie :

$$\det(sI_6 - A_c) = \chi^2(s) \tag{4.38}$$

On constate donc que les pôles du servo-compensateur sont tout simplement les pôles des signaux exogènes avec un ordre de multiplicité égal au nombre de sorties à contrôler. Ainsi, en incluant la dynamique du servo-compensateur dans le contrôleur, on est certain de respecter le principe du modèle interne :

$$u = -K_c x_c + u_0 \tag{4.39}$$

où $u_0 \in \mathbb{R}^2$ est la sortie d'un compensateur stabilisant le système en boucle fermée.

4.2.3 Compensateur stabilisant linéaire quadratique

Le compensateur stabilisant assure la stabilité du modèle augmenté obtenu en ajoutant la dynamique du servo-compensateur à celle du système :

$$\dot{x}_a = \begin{bmatrix} A_p & \mathbf{0} \\ -B_c C_p & A_c \end{bmatrix} x_a + \begin{bmatrix} B_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} E_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} d + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_c \end{bmatrix} r \tag{4.40}$$

où $x_a = \begin{bmatrix} x_p^T & x_c^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{13}$ est le vecteur d'état du modèle augmenté. Comme les propriétés suivantes sont respectées [32, 33] :

i) (A_p, B_p) est commandable

ii) Le nombre de signaux de commande $u \in \mathbb{R}^2$ est au moins égal au nombre de sorties $y \in \mathbb{R}^2$ à contrôler

iii) Les zéros de transmission de (A_p, B_p, C_p) sont différents des valeurs propres de A_d et A_r (donc de A_c)

la paire de matrice :

$$\left(\begin{bmatrix} A_p & \mathbf{0} \\ -B_c C_p & A_c \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \right) = (A_a, B_a) \tag{4.41}$$

est commandable. Donc, en choisissant un compensateur stabilisant par retour d'état $u_0 = -K_p x_p$, il est possible de placer arbitrairement les valeurs propres du système en boucle fermée :

$$u = -K_c x_c + u_0 = -K_c x_c - K_p x_p = \begin{bmatrix} -K_p & -K_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_c \end{bmatrix} = -K_a x_a \tag{4.42}$$

Cependant, on souhaite placer les valeurs propres de manière optimale en se ramenant à un problème de contrôleur linéaire quadratique (LQR - *Linear Quadratic Regulator*), ce qui est impossible avec le modèle augmenté (4.40) à cause de la présence des termes d et r. Néanmoins, en définissant l'opérateur différentiel linéaire :

$$\chi(D) = D^3 + 4\omega^2 D \quad , \quad D = \frac{d(\cdot)}{dt} \tag{4.43}$$

on peut trouver une représentation équivalente de (4.40) sur laquelle les méthodes classiques de commande LQR sont utilisables [35]. Comme χ est le plus petit commun multiple de χ_d et χ_r, on déduit du théorème de Cayley-Hamilton que :

$$\begin{aligned} \chi(D)r &= r^{(3)} + 4\omega^2 \dot{r} = C_r \chi(A_r) x_r = 0 \\ \chi(D)d &= d^{(3)} + 4\omega^2 \dot{d} = C_d \chi(A_d) x_d = 0 \end{aligned} \tag{4.44}$$

Ainsi, en appliquant l'opérateur $\chi(D)$ à l'erreur de consigne, on obtient :

$$\chi(D)e = \chi(D)r - \chi(D)y = -C_p\chi(D)x_p = -C_p z_p \tag{4.45}$$

avec $z_p = \chi(D)x_p$ l'état transformé du modèle (4.11), vérifiant l'équation :

$$\dot{z}_p = A_p\chi(D)x_p + B_p\chi(D)u + E_p\chi(D)d = A_p z_p + B_p\nu \tag{4.46}$$

où $\nu = \chi(D)u$ est la commande transformée. En posant $z_c = \begin{bmatrix} e^T & \dot{e}^T & \ddot{e}^T \end{bmatrix}^T$, on a également :

$$\dot{z}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & I_2 \\ \mathbf{0} & -4\omega^2 I_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} z_c + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -C_p \end{bmatrix} z_p = A_c z_c - B_c C_p z_p \tag{4.47}$$

Cette dernière équation est identique à celle obtenue en appliquant l'opérateur $\chi(D)$ à la dynamique du servo-compensateur (4.36) :

$$\chi(D)\dot{x}_c = A_c\chi(D)x_c + B_c\chi(D)e = A_c\chi(D)x_c - B_c C_p z_p \tag{4.48}$$

Par unicité de la transformée de Laplace, $z_c = \chi(D)x_c$ est en réalité l'état transformé du servo-compensateur. Enfin, appliquer l'opérateur $\chi(D)$ au modèle augmenté (4.40) mène au modèle équivalent :

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} A_p & \mathbf{0} \\ -B_c C_p & A_c \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} B_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \nu \tag{4.49}$$

avec $z = \chi(D)x_a$ l'état transformé du modèle augmenté :

$$z = \chi(D)x_a = \begin{bmatrix} \chi(D)x_p \\ \chi(D)x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_p \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_p \\ e \\ \dot{e} \\ \ddot{e} \end{bmatrix} \tag{4.50}$$

La méthode LQR [36] peut maintenant être utilisée avec le modèle équivalent (4.49). Le principe est de régler le gain K_z de la commande par retour d'état $\nu = -K_z z$ en minimisant le critère quadratique :

$$\mathcal{J}(\nu) = \int_0^\infty (z^T Q z + \nu^T R \nu) dt \tag{4.51}$$

où $Q \in \mathbb{R}^{13\times 13}$ est une matrice symétrique semi-définie positive ($Q \geq \mathbf{0}$) et $R \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ est une matrice symétrique définie positive ($R > \mathbf{0}$). Le critère $J(\nu)$ est une somme pondérée des

énergies $||z||^2 = z^T z$ de l'état z et $||\nu||^2 = \nu^T \nu$ de la commande ν, exprimant le compromis entre performances du système en boucle fermée et sollicitation des actionneurs. En effet, puisque $Q \geq \mathbf{0}$ et $R > \mathbf{0}$:

$$\mathcal{J}(\nu) = \int_0^\infty (||\sqrt{Q}z||^2 + ||\sqrt{R}\nu||^2)dt \tag{4.52}$$

Ainsi, une forte pondération sur Q met l'accent sur la minimisation de l'énergie de z, ce qui signifie que la commande va fortement solliciter les actionneurs pour accélérer la dynamique du système en boucle fermée (autrement dit, pour que l'état z retourne rapidement à sa position d'équilibre suite à une perturbation). Au contraire, une forte pondération sur R privilégie la minimisation de l'énergie de ν, ce qui limite la sollicitation des actionneurs au détriment des performances du système en boucle fermée. En pratique, les matrices sont prises diagonales ce qui permet de pondérer individuellement chaque composante de z et ν. Sous hypothèse de détectabilité de la paire $(A_a, \sqrt{Q})$ et comme la paire (4.41) est commandable, la commande ν qui minimise le critère $\mathcal{J}(\nu)$ stabilise asymptotiquement le modèle équivalent (4.49). Son expression est donnée par [37] :

$$\nu = -K_z z = \begin{bmatrix} -K_{zp} & -K_{zc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_p \\ z_c \end{bmatrix} = -K_{zp} z_p - K_{zc} z_c \tag{4.53}$$

avec K_z dépendant du choix de Q et R :

$$K_z = R^{-1} B_a^T P_a \tag{4.54}$$

où $P_a \in \mathbb{R}^{13\times 13}$ est la solution semi-définie positive ($P_a \geq \mathbf{0}$) de l'équation algébrique de Riccati :

$$A_a^T P_a + P_a A_a - P_a B_a R^{-1} B_a^T P_a + Q = \mathbf{0} \tag{4.55}$$

On souhaite avant tout que l'erreur de consigne e converge rapidement vers zéro tout en vérifiant que le taux de modulation reste inférieur à un pour ne pas saturer le convertisseur :

$$\sqrt{v_{td}^2 + v_{tq}^2} \leq \frac{V_{dc}}{2} \tag{4.56}$$

On fixe alors $R = I_2$ et seuls les coefficients de $Q = \text{diag}(q_1, \ldots, q_{13})$ sont à régler. D'après l'expression (4.50) de l'état z, les coefficients à augmenter pour que e converge rapidement sont (q_8, q_9) tandis que $(q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13})$ permettent de définir l'allure de la réponse transitoire du système en boucle fermée en agissant sur les dérivées $\dot{e}$ et $\ddot{e}$. On augmentera en dernier les coefficients $(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7)$ qui affectent la vitesse de convergence de l'état $z_p =$

$\chi(D)x_p$, dont le lien avec le modèle original (4.11) reste néanmoins flou.

Après avoir déterminé la commande $\nu = -K_z z$ donnant des performances satisfaisantes en boucle fermée, la commande originale u est calculée par intégrations successives. En rappelant que $z = \chi(D)x_a$ et $\nu = \chi(D)u$, on obtient :

$$\nu = -K_z z \quad \Rightarrow \quad \chi(D)u = -K_z\chi(D)x_a \quad \Rightarrow \quad u = -K_z x_a \tag{4.57}$$

Donc, il suffit de remplacer adéquatement les gains $K_c = K_{zc}$ et $K_p = K_{zp}$ pour retrouver la commande originale u équivalente à ν. Le modèle d'état du système augmenté (4.40) en boucle fermée est alors :

$$\begin{aligned} \dot{x}_a &= \begin{bmatrix} A_p - B_pK_p & -B_cK_c \\ -B_cC_p & A_c \end{bmatrix} x_a + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & E_p \\ B_c & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix} \\ y_m &= \begin{bmatrix} C_m & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.58}$$

4.3 Synthèse de l'observateur

4.3.1 Contraintes de conception

L'implantation du contrôleur par retour d'état défini précédemment :

$$u = -K_c x_c - K_p x_p \tag{4.59}$$

nécessite de nombreux capteurs pour mesurer x_p, ce qui augmente la sensibilité aux pannes du système ainsi que le coût et la complexité du contrôleur. Comme la paire (A_p, C_m) est observable, on va donc plutôt utiliser une loi de commande par retour d'état reconstruit :

$$u = -K_c x_c - K_p \hat{x}_p \tag{4.60}$$

où $\hat{x}_p \in \mathbb{R}^7$ est l'état estimé par un observateur. L'avantage de cette méthode est de pouvoir conserver l'architecture du contrôleur sans devoir ajouter de capteurs supplémentaires au système de commande. Il n'est pas non plus nécessaire de déterminer à nouveau les gains K_c et K_p car, selon le principe de séparation [38], la conception de l'observateur est indépendante de celle du contrôleur.

Le modèle (4.11) étant linéaire, l'état x_p peut être estimé grâce à un observateur de Luen-

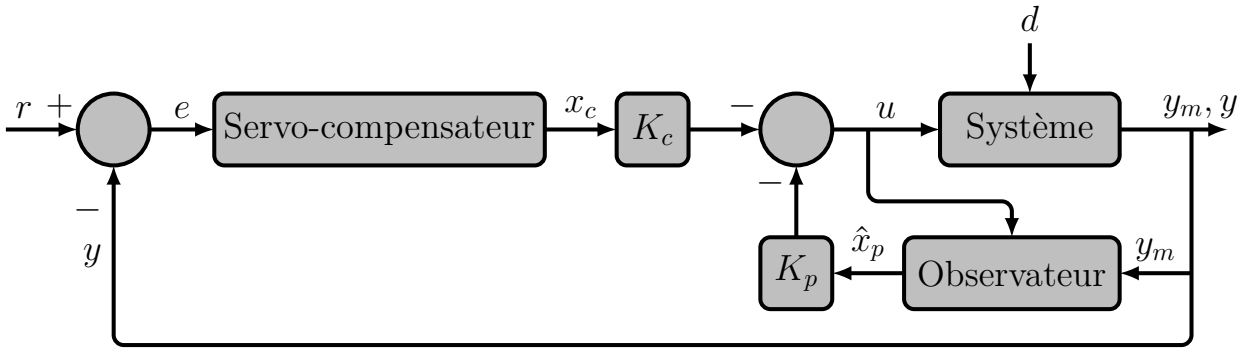

Figure 4.3 Schéma fonctionnel du servo-contrôleur à retour d'état estimé

berger :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_p &= A_p\hat{x}_p + B_p u + L(y_m - \hat{y}_m) \\ \hat{y}_m &= C_m\hat{x}_p \end{cases} \tag{4.61}$$

dont la matrice de gain L doit être choisie de manière à ce que l'erreur d'estimation :

$$\hat{e} = x_p - \hat{x}_p \tag{4.62}$$

converge asymptotiquement vers zéro. Cependant, les perturbations non mesurables d se retrouvent sur la dynamique de l'erreur d'estimation :

$$\dot{\hat{e}} = (A_p - LC_m)\hat{e} + E_p d \tag{4.63}$$

Donc, il est impossible d'estimer parfaitement x_p avec cet observateur. Au mieux, il est possible de réduire l'influence des perturbations en déterminant le gain L minimisant en norme H_2 (ou H_∞) la fonction de transfert entre $\hat{e}$ et d tout en stabilisant la dynamique de l'erreur d'estimation. Idéalement, on cherche donc à concevoir un observateur dont l'erreur d'estimation est totalement découplée des perturbations.

Par ailleurs, l'ajout d'un observateur entraîne une perte de robustesse du contrôleur vis-à-vis des incertitudes de modèle contrairement à la commande LQR qui possède intrinsèquement de bonnes marges de robustesses [39]. Dans notre cas, il s'agit d'un problème à prendre en compte car le modèle linéaire (4.11) à partir duquel est conçu l'observateur (4.61) a été déterminé en supposant que le degré de déséquilibre du réseau resterait faible. Or, cette hypothèse n'est pas réaliste du fait que le réseau peut devenir très déséquilibré suite à des pannes et bris d'équipement pouvant engendrer, par exemple, une perte de phase. Quand cela arrive, l'observateur (4.61) ne parvient plus à estimer correctement l'état x_p et l'erreur d'estimation

diverge, car la dynamique réelle du système est trop éloignée de celle du modèle linéaire (4.11). Par conséquent, l'utilisation d'un observateur linéaire conventionnel ne garantit plus la stabilité du système en boucle fermée pour ce mode de fonctionnement. Dans un premier temps, on choisit donc de concevoir un observateur directement basé sur le modèle original du système afin de réduire l'écart de modèle.

Enfin, les pôles de l'observateur doivent être placés judicieusement [40] pour garantir que l'erreur d'estimation converge suffisamment vite tout en atténuant suffisamment le bruit induit par les harmoniques de commutation haute fréquence du convertisseur.

4.3.2 Observateur bilinéaire découplé des perturbations

La dynamique du système réel est décrite par un modèle bilinéaire (4.6) qui s'écrit matriciellement :

$$\begin{cases} \dot{x}_p &= A_0 x_p + u_1 A_1 x_p + u_2 A_2 x_p + B_p u + E_p d \\ y_m &= C_m x_p \end{cases} \tag{4.64}$$

avec $B_p \in \mathbb{R}^{7\times 2}$, $E_p \in \mathbb{R}^{7\times 3}$, $C_m \in \mathbb{R}^{3\times 7}$ déterminées en (4.12) et :

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \omega & -\frac{1}{L_t} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_t}{L_t} & 0 & -\frac{1}{L_t} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega & -\frac{1}{C} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_s} & 0 & -\frac{R_s}{L_s} & \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_s} & -\omega & -\frac{R_s}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{R_{dc}C_{dc}} \end{bmatrix} \tag{4.65}$$

Les matrices $A_1 \in \mathbb{R}^{7\times 7}$ et $A_2 \in \mathbb{R}^{7\times 7}$ ne contiennent qu'un seul élément non nul $-\frac{3}{C_{dc}}$ situé respectivement à la 1ère et 2ème colonne de la 7ème ligne. Pour estimer l'état du modèle (4.64) on utilise un observateur bilinéaire de la forme :

$$\begin{cases} \dot{\xi} &= N\xi + Gu + L_0 y_m + u_1 L_1 y_m + u_2 L_2 y_m \\ \hat{x}_p &= \xi + F y_m \end{cases} \tag{4.66}$$

Un tel observateur existe car [41] :

i) $\text{rang}(C_m \Phi) = \text{rang}(\Phi) = 3$

ii) $\forall s \in \mathbb{C}_+$, $\text{rang}\left(\begin{bmatrix} sI_7 - A_0 & \Phi \\ C_m & \mathbf{0} \end{bmatrix}\right) = 7 + \text{rang}(\Phi) = 10$

avec $\Phi = \begin{bmatrix} E_p & A_1\mathcal{K}(C_m) & A_2\mathcal{K}(C_m) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{7\times 11}$ où $\mathcal{K}(C_m) = \begin{bmatrix} I_4 & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{7\times 4}$ est la base canonique de $\text{Ker}(C_m) = \{v \in \mathbb{R}^7 \mid C_m v = \mathbf{0}\}$, le noyau à droite de C_m. En réalité, comme ces deux conditions sont également satisfaites en prenant $\Phi = \begin{bmatrix} E_p & A_1 & A_2 \end{bmatrix}$, on se trouve dans le cas limite où l'observateur que l'on essaie de concevoir sera linéaire et de même structure que dans [42]. Il faut noter que l'existence d'un observateur linéaire pour le modèle (4.64) implique celle d'un observateur bilinéaire, mais pas l'inverse.

On souhaite que l'erreur d'estimation :

$$\hat{e} = x_p - \hat{x}_p = x_p - \xi - Fy_m \tag{4.67}$$

converge asymptotiquement vers zéro. Sa dynamique est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}} = N\hat{e} + (PA_0 - L_0C_m - NP)x_p + (PB_p - G)u + PE_pd \\ + u_1(PA_1 - L_1C_m)x_p + u_2(PA_2 - L_2C_m)x_p \end{aligned} \tag{4.68}$$

où $P = (I_7 - FC_m)$. Si l'observateur bilinéaire (4.66) vérifie les égalités :

$$PE_p = \mathbf{0} \tag{4.69a}$$

$$PB_p = G \tag{4.69b}$$

$$NP = PA_0 - L_0C_m \tag{4.69c}$$

$$PA_1 = L_1C_m \tag{4.69d}$$

$$PA_2 = L_2C_m \tag{4.69e}$$

alors l'équation (4.68) devient :

$$\dot{\hat{e}} = N\hat{e} \tag{4.70}$$

Dans ce cas, il suffit que la matrice N soit de Hurwitz pour que l'erreur d'estimation converge asymptotiquement vers zéro. La conception de l'observateur (4.66) débute par la détermination de la matrice F. Puisque C_mE_p est inversible, la solution de (4.69a) est donnée par :

$$F = E_p(C_mE_p)^{-1} \tag{4.71}$$

On en déduit l'expression de :

$$P = I_7 - FC_m \tag{4.72}$$

puis celle de :

$$G = PB_p \tag{4.73}$$

Comme $PA_1 = \mathbf{0}$ et $PA_2 = \mathbf{0}$, les deux égalités (4.69d) et (4.69e) sont vérifiées en prenant $L_1 = \mathbf{0}$ et $L_2 = \mathbf{0}$ ce qui implique que l'observateur (4.66) peut être choisi linéaire. En posant $L = (L_0 - NF)$, la troisième équation (4.69c) s'écrit :

$$N = PA_0 - LC_m \tag{4.74}$$

La condition ii) implique que la paire (PA_0, C_m) est au moins détectable. On est alors certain de trouver un gain L tel que la matrice N est de Hurwitz. Une fois ce gain fixé, en développant l'expression de N on obtient :

$$L_0 = L(I_3 - C_m F) + PA_0 F \tag{4.75}$$

En théorie, cet observateur peut estimer parfaitement l'état x_p du modèle bilinéaire (4.64) en présence de perturbations non mesurables même lorsque le réseau est très fortement déséquilibré. Cependant, dans notre cas, $C_m F = I_3$ ce qui mène à :

$$L_0 = PA_0 F \tag{4.76}$$

Le gain L_0 ne dépend pas de L et on se doute que cela va limiter la conception de l'observateur. Il s'agit d'une conséquence directe de l'inversibilité de la matrice $C_m E_p$ qui fait chuter le rang de la matrice d'observabilité de la paire (PA_0, C_m) [42]. Le fait que l'on ne puisse pas choisir arbitrairement les pôles de l'observateur pose problème. En effet, s'ils sont plus lents que ceux placés par retour d'état, cela signifie que la dynamique de l'erreur d'estimation est plus lente que celle du système en boucle fermée. Ainsi, la valeur de x_p change entre deux pas de calcul de $\hat{x}_p$ donc l'erreur d'estimation ne peut être nulle. De même, s'ils sont trop rapides, la bande-passante du système en boucle fermée augmente ce qui diminue l'atténuation des harmoniques de commutation du convertisseur et bruit de mesure sur la sortie. Quitte à perdre le découplage parfait entre l'erreur d'estimation et les perturbations, on préfère concevoir un nouvel observateur dont les pôles peuvent être placés dans une région désirée du plan complexe.

4.3.3 Observateur réduit H_2

On a pu constater lors de la conception de l'observateur bilinéaire (4.66) que le modèle original (4.6) était quasiment linéaire car seule la dynamique du dernier état x_7 est non linéaire. On

peut également remarquer que les six premières équations d'état sont indépendantes de x_7. Par conséquent, il est possible de les représenter à l'aide du modèle linéaire réduit :

$$\begin{cases} \dot{x}_{16} &= A_{16}x_{16} + B_{16}u + E_{16}d \\ y_{16} &= C_{16}x_{16} \end{cases} \tag{4.77}$$

où $x_{16} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T$, $y_{16} = \begin{bmatrix} x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T$ et $A_{16} \in \mathbb{R}^{6\times 6}$, $B_{16} \in \mathbb{R}^{6\times 2}$, $C_{16} \in \mathbb{R}^{2\times 6}$, $E_{16} \in \mathbb{R}^{6\times 3}$ sont les sous-matrices de (4.12) données par :

$$A_{16} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & \omega & -\frac{1}{L_t} & 0 & 0 & 0 \\ -\omega & -\frac{R_t}{L_t} & 0 & -\frac{1}{L_t} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & 0 & \omega & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\omega & 0 & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_s} & 0 & -\frac{R_s}{L_s} & \omega \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_s} & -\omega & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \qquad B_{16} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_t} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_t} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.78}$$

$$E_{16}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_s} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad C_{16} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On montre que la paire (A_{16}, C_{16}) est observable pour l'ensemble des paramètres (4.13) du système en calculant le déterminant $\frac{1}{C^2L_s^2} \neq 0$ des six premières lignes de sa matrice d'observabilité. Donc l'état x_{16} du modèle réduit (4.77) peut être estimé en utilisant l'observateur de Luenberger :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_{16} &= A_{16}\hat{x}_{16} + B_{16}u + L_{16}(y_{16} - \hat{y}_{16}) \\ \hat{y}_{16} &= C_{16}\hat{x}_{16} \end{cases} \tag{4.79}$$

Contrairement à l'observateur complet (4.61), la dynamique de l'erreur d'estimation réduite :

$$\hat{e}_{16} = x_{16} - \hat{x}_{16} \tag{4.80}$$

ne diverge pas lorsque le réseau est très déséquilibré car le modèle réduit (4.77) est toujours compatible avec ce mode de fonctionnement. Néanmoins, elle est toujours dépendante des perturbations :

$$\dot{\hat{e}}_{16} = (A_{16} - L_{16}C_{16})\hat{e}_{16} + E_{16}d \tag{4.81}$$

Pour éviter que cela déstabilise le système en boucle fermée, on cherche à déterminer le gain L_{16} minimisant la norme H_2 de la fonction de transfert entre $\hat{e}_{16}$ et d :

$$T_{\hat{e}_{16}d}(s) = I_6(sI_6 - A_{16} + L_{16}C_{16})^{-1}E_{16} \tag{4.82}$$

Comme mentionné précédemment, on souhaite également pouvoir placer les pôles de l'observateur dans une région stable $\mathbb{D}$ (stabilité généralisée) du plan complexe afin de s'assurer que la dynamique de l'erreur d'estimation réduite soit suffisamment rapide et que la bande-passante du système en boucle fermée soit inférieure à la fréquence de commutation du convertisseur. En résumé, le gain L_{16} doit garantir que :

1) La matrice $(A_{16} - L_{16}C_{16})$ est $\mathbb{D}$-stable avec : $\forall\alpha \in \mathbb{R}_+^*$, $\forall\rho \in \mathbb{R}_+^*$, $\forall\beta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

$$\mathbb{D}(\alpha, \rho, \beta) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < -\alpha < 0 \ , \ |x + iy| < \rho \ , \ |y| < -x\tan(\beta)\} \tag{4.83}$$

2) Le critère $J_{H_2}(L_{16}) = \|T_{\hat{e}_{16}d}(s)\|_2$ est minimal

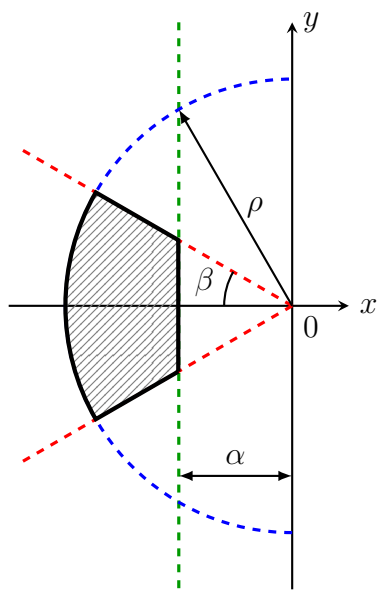

Figure 4.4 Région $\mathbb{D}$ du plan complexe

Cela revient à résoudre un problème d'optimisation dont les contraintes sont formulées à l'aide d'inégalités matricielles linéaires (en anglais *Linear Matrix Inequalities* - LMIs). En effet [43], s'il existe une matrice $X \in \mathbb{R}^{6\times6}$ symétrique, une matrice $Z \in \mathbb{R}^{3\times3}$ symétrique et

une matrice $Y \in \mathbb{R}^{2\times 6}$ vérifiant :

$$\mathrm{Trace}(Z) < \varepsilon^2$$

$$\begin{bmatrix} -Z & E_{16}^T X \\ X E_{16} & -X \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$

$$A_{16}^T X + X A_{16} + C_{16}^T Y + Y^T C_{16} + I_6 < \mathbf{0}$$

$$A_{16}^T X + X A_{16} + C_{16}^T Y + Y^T C_{16} + 2\alpha X < \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} -\rho X & A_{16}^T X + C_{16}^T Y \\ X A_{16} + Y^T C_{16} & -\rho X \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} (A_{16}^T X + X A_{16} + C_{16}^T Y + Y^T C_{16}) \sin(\beta) & (A_{16}^T X - X A_{16} + C_{16}^T Y - Y^T C_{16}) \cos(\beta) \\ (X A_{16} - A_{16}^T X + Y^T C_{16} - C_{16}^T Y) \cos(\beta) & (A_{16}^T X + X A_{16} + C_{16}^T Y + Y^T C_{16}) \sin(\beta) \end{bmatrix} < \mathbf{0} \tag{4.84}$$

alors le gain L_{16} donné par :

$$L_{16} = -X^{-1} Y^T \tag{4.85}$$

garantit que la matrice $(A_{16} - L_{16} C_{16})$ est $\mathbb{D}$-stable et que la norme $\|T_{\hat{e}_{16} d}(s)\|_2 < \varepsilon$. Après avoir trouvé un gain L_{16} offrant un bon compromis entre performances de l'observateur (4.79) et atténuation des perturbations sur l'erreur d'estimation réduite (4.81), l'état estimé $\hat{x}_p$ est reconstruit en utilisant la sortie mesurée $y_3 = x_7$:

$$\hat{x}_p = V \hat{x}_{16} + W y_m = V x_{16} + W y_m - V \hat{e}_{16} = x_p - V \hat{e}_{16} = \begin{bmatrix} \hat{x}_{16} \\ x_7 \end{bmatrix} \tag{4.86}$$

où

$$V = \begin{bmatrix} I_6 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{7\times 6} \qquad W = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{7\times 3} \tag{4.87}$$

Étant donné qu'aucune hypothèse relative au taux de déséquilibre du réseau n'a été faite sur le modèle réduit (4.77), les problèmes de stabilité rencontrés avec l'observateur complet (4.61) n'apparaissent pas ici. Finalement, l'intérêt de cet observateur réside dans sa capacité à estimer entièrement l'état du modèle non linéaire tout en s'affranchissant des contraintes de conception de son prédécesseur présenté section 4.3.2. Néanmoins, ce choix se fait au détriment du découplage entre l'erreur d'estimation et les perturbations, qui reste malgré tout faible grâce à la minimisation de $\|T_{\hat{e}_{16} d}\|_2$.

Il est important de noter que l'observateur (4.79) conçu à partir du modèle réduit (4.77) est différent de l'observateur réduit classique. En effet, la dynamique d'un observateur conçu à partir du modèle linéaire (4.11) dépendra toujours de x_7 même si ce dernier n'est pas estimé.

4.4 Analyse du système en boucle fermée

4.4.1 Principe du modèle interne et principe de séparation

La dynamique du contrôleur est déterminée à partir de celles du servo-compensateur (4.36) et de l'observateur réduit (4.79). Ses entrées sont les signaux de consigne r et les sorties mesurées y_m tandis que ses sorties sont les signaux de commande u. Donc, en posant :

$$\begin{aligned} y &= \begin{bmatrix} x_6 & x_7 \end{bmatrix}^T = D_c y_m & D_c &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 3} \\ y_{16} &= \begin{bmatrix} x_5 & x_6 \end{bmatrix}^T = D_{16} y_m & D_{16} &= \begin{bmatrix} I_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 3} \end{aligned} \tag{4.88}$$

la dynamique du contrôleur est représentée par le modèle d'état :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{\hat{x}}_{16} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_c & \mathbf{0} \\ -B_{16}K_c & A_{16} - L_{16}C_{16} - B_{16}K_pV \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ \hat{x}_{16} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_c & -B_cD_c \\ \mathbf{0} & L_{16}D_{16} - B_{16}K_pW \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ y_m \end{bmatrix} \\ u &= \begin{bmatrix} -K_c & -K_pV \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ \hat{x}_{16} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -K_pW \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ y_m \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.89}$$

La matrice d'état du contrôleur est diagonale par blocs donc son spectre est l'union disjointe du spectre de A_c et du spectre de $(A_{16} - L_{16}C_{16} - B_{16}K_pV)$. Ainsi, les pôles du contrôleur contiennent ceux du servo-compensateur ce qui prouve que le principe du modèle interne est respecté tel qu'indiqué section 4.2.2.

Pour faciliter le calcul des fonctions de sensibilité à la section suivante, on met le modèle d'état du contrôleur sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_k &= A_k x_k + B_{ky} y_m + B_{kr} r \\ u &= C_k x_k + D_{ky} y_m \end{cases} \tag{4.90}$$

où $x_k = \begin{bmatrix} x_c^T & \hat{x}_{16}^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{12}$ est le vecteur d'état du contrôleur, et les matrices $A_k \in \mathbb{R}^{12\times 12}$,

$B_{ky} \in \mathbb{R}^{12\times 3}$, $B_{kr} \in \mathbb{R}^{12\times 2}$, $C_k \in \mathbb{R}^{2\times 12}$ et $A_k \in \mathbb{R}^{2\times 3}$ sont :

$$\begin{aligned} A_k &= \begin{bmatrix} A_c & \mathbf{0} \\ -B_{16}K_c & A_{16} - L_{16}C_{16} - B_{16}K_pV \end{bmatrix} & B_{ky} &= \begin{bmatrix} -B_cD_c \\ L_{16}D_{16} - B_{16}K_pW \end{bmatrix} \\ C_k &= \begin{bmatrix} -K_c & -K_pV \end{bmatrix} & D_{ky} &= \begin{bmatrix} -K_pW \end{bmatrix} & B_{kr} &= \begin{bmatrix} B_c \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.91}$$

De même, la dynamique du système en boucle fermée est obtenue en remplaçant la loi de commande u dans celles du modèle en boucle ouverte (4.11), du servo-compensateur (4.36) et de l'erreur d'estimation réduite (4.81) par :

$$u = -K_cx_c - K_p\hat{x}_p = -K_cx_c - K_px_p + K_pV\hat{e}_{16} \tag{4.92}$$

Le modèle d'état du système en boucle fermée est alors :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_c \\ \dot{\hat{e}}_{16} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_p - B_pK_p & -B_pK_c & B_pK_pV \\ -B_cC_p & A_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_{16} - L_{16}C_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_c \\ \hat{e}_{16} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & E_p \\ B_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ d \end{bmatrix} \\ y_m &= \begin{bmatrix} C_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_c \\ \hat{e}_{16} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.93}$$

On constate que la matrice d'état du système en boucle fermée est diagonale par blocs donc ses pôles correspondent exactement à l'union disjointe de ceux placés par retour d'état LQR à la section 4.2.3, et de ceux placés par LMIs à la section 4.3.3. Ainsi, la conception du contrôleur est indépendante de celle de l'observateur, ce qui confirme que le principe de séparation reste valable. De plus, le système en boucle fermée est stable puisque tous ses pôles peuvent être placés arbitrairement.

4.4.2 Fonctions de sensibilité

Les fonctions de sensibilité sont des indicateurs importants de la robustesse du système en boucle fermée vis-à-vis des signaux perturbateurs pouvant apparaître sur la commande u et les sorties y_m mesurées ou les sorties y à contrôler. Tel que montré sur la figure 4.5, les signaux pris en compte sont les perturbations d_i et d_o qui affectent respectivement les entrées et les sorties du système ainsi que le bruit de mesure n présent sur les capteurs de la boucle de rétroaction.

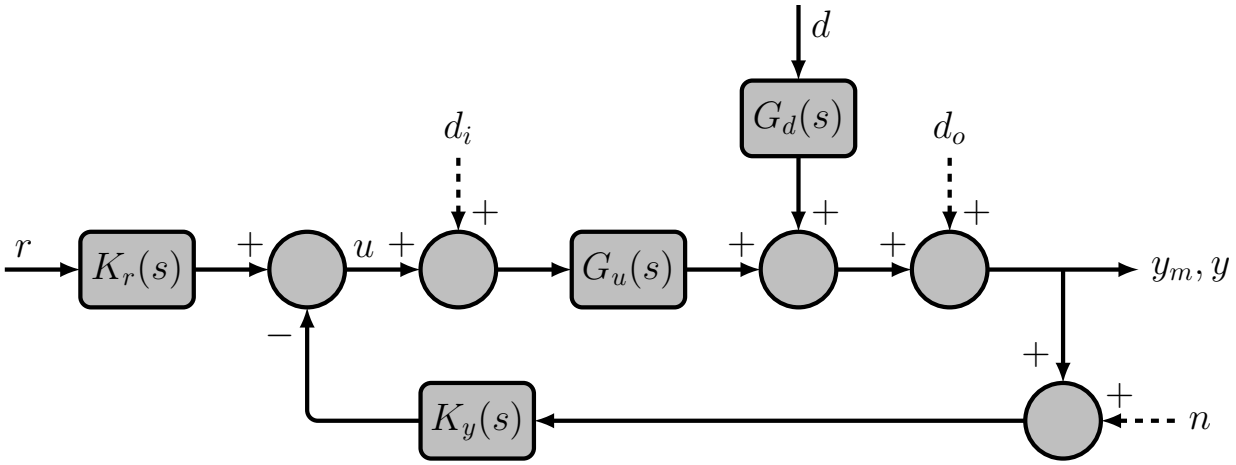

Figure 4.5 Schéma fonctionnel du système en boucle fermée avec bruit et perturbations

Les fonctions de transfert du modèle en boucle ouverte (4.11) reliant les entrées u et d aux sorties mesurées y_m, ainsi que celles du contrôleur (4.89) reliant les entrées r et y_m à la commande u sont données par :

$$\begin{aligned} G_u(s) &= C_m(sI_7 - A_p)^{-1}B_p & K_y(s) &= -[C_k(sI_{12} - A_k)^{-1}B_{ky} + D_{ky}] \\ G_d(s) &= C_m(sI_7 - A_p)^{-1}E_p & K_r(s) &= C_k(sI_{12} - A_k)^{-1}B_{kr} \end{aligned} \tag{4.94}$$

avec :

$$Y_m(s) = G_u(s)U(s) + G_d(s)D(s) \qquad U(s) = K_r(s)R(s) - K_y(s)Y_m(s) \tag{4.95}$$

On définit les fonctions de sensibilité et de sensibilité complémentaire en entrée et en sortie du système :

$$\begin{aligned} S_i(s) &= [I_2 + K_y(s)G_u(s)]^{-1} & T_i(s) &= [I_2 + K_y(s)G_u(s)]^{-1}K_y(s)G_u(s) \\ S_o(s) &= [I_3 + G_u(s)K_y(s)]^{-1} & T_o(s) &= [I_3 + G_u(s)K_y(s)]^{-1}G_u(s)K_y(s) \end{aligned} \tag{4.96}$$

vérifiant les relations :

$$S_i(s) + T_i(s) = I_2 \qquad S_o(s) + T_o(s) = I_3 \tag{4.97}$$

En introduisant du bruit et des perturbations sur le système en boucle fermée, on obtient :

$$\begin{aligned} U(s) &= S_i(s)\Big[K_r(s)R(s) + K_y(s)D_o(s) - K_y(s)G_d(s)D(s) - K_y(s)N(s)\Big] - T_i(s)D_i(s) \\ Y_m(s) &= S_o(s)\Big[G_u(s)K_r(s)R(s) + D_o(s) + G_d(s)D(s) + G_u(s)D_i(s)\Big] - T_o(s)N(s) \end{aligned} \tag{4.98}$$

Au chapitre suivant, l'analyse du diagramme des valeurs singulières des fonctions de sensibilité permettra de déterminer l'amplification maximale de chaque entrée du système sur les sorties y à contrôler.

4.4.3 Influence du filtre générateur de consigne

Tel que mentionné section 4.1.4, le premier signal de consigne $i_{sq,ref}$ dépend en partie de l'état $x_5 = i_{sd}$. On va étudier très succinctement l'effet de cette boucle interne sur la dynamique du système en boucle fermée (4.93) en y incorporant la dynamique du filtre (4.24) :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_c \\ \dot{x}_f \\ \dot{\hat{e}}_{16} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_p - B_pK_p & -B_pK_c & \mathbf{0} & B_pK_pV \\ -B_c[C_p - D_f] & A_c & B_cC_f & \mathbf{0} \\ B_f & \mathbf{0} & A_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_{16} - L_{16}C_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_c \\ x_f \\ \hat{e}_{16} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & E_p \\ B_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & E_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_0 \\ d \end{bmatrix} \\ y_m &= \begin{bmatrix} C_m & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ x_c \\ x_f \\ \hat{e}_{16} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{4.99}$$

Le principe de séparation s'applique toujours, ce qui signifie que les pôles de l'observateur ne sont pas affectés par le filtre. Au contraire, les pôles placés par commande LQR bougent car la matrice :

$$\begin{bmatrix} A_p - B_pK_p & -B_pK_c & \mathbf{0} \\ -B_c(C_p - D_f) & A_c & B_cC_f \\ B_f & \mathbf{0} & A_f \end{bmatrix} \tag{4.100}$$

n'est pas diagonale par blocs. On vérifiera numériquement au prochain chapitre que cela ne déstabilise pas le système en boucle fermée.

4.5 Résumé

La conception du système de commande a été réalisée dans ce chapitre.

Tout d'abord, un modèle d'état linéaire du système a été déterminé à l'aide d'hypothèses simplificatrices. L'analyse de ses propriétés structurelles et les conditions établies au chapitre précédent ont permis de définir une stratégie de commande éliminant les harmoniques des deux côtés du convertisseur. Cela revient à un problème de suivi de consigne avec rejet de perturbations, autrement dit un problème de servomécanisme.

Puis, un servo-contrôleur a été conçu pour résoudre ce problème. Ses gains ont été réglés en appliquant les techniques de commande par retour d'état LQR sur un modèle équivalent du système. L'avantage de cette nouvelle représentation est de pouvoir directement minimiser l'erreur de consigne du système en boucle fermée.

Ensuite, un observateur découplé des perturbations a été conçu afin de reconstruire l'état du système sans ajouter de nouveaux capteurs. Un premier observateur bilinéaire trop limitant a été abandonné au profit d'un observateur linéaire réduit plus flexible. Son gain est réglé par LMIs de manière à placer ses pôles dans une région désirée du plan complexe tout en minimisant l'influence des perturbations sur son erreur d'estimation.

Enfin, l'analyse du système en boucle fermée a confirmé que le suivi des signaux de consigne et le rejet des perturbations sont assurés car le principe du modèle interne est respecté. Les expressions des fonctions de sensibilité et du modèle en boucle fermée augmenté avec la dynamique du filtre générateur de consigne ont également été déterminées.

CHAPITRE 5 VALIDATION DU SYSTÈME DE COMMANDE

Ce chapitre mène à la validation du système de commande. Tout d'abord, pour un jeu de paramètres fixé, les valeurs numériques des gains ainsi que des pôles du contrôleur et de l'observateur sont données à la première section. Puis, les diagrammes des valeurs singulières des fonctions de sensibilité en sortie du système sont analysés à la deuxième section. Enfin, les résultats de trois différents scénarios de simulation sont présentés à la troisième section. La conception du système de commande est effectuée à l'aide du logiciel MATLAB et le système est modélisé sur Simulink en utilisant le solveur à pas d'échantillonnage fixe ODE3.

5.1 Valeurs numériques

Les valeurs numériques retenues pour les simulations sont consignées dans le tableau 5.1.

Tableau 5.1 Paramètres de simulation

Symbole	Valeur	Description
R_{dc}	10 kΩ	Résistance en parallèle de l'unité DER côté DC
C_{dc}	1000 μF	Capacité du condensateur côté DC
R_t	0.1 Ω	Résistance interne de la bobine proche du convertisseur
L_t	1.5 mH	Inductance de la bobine proche du convertisseur
R_s	0.1 Ω	Résistance interne de la bobine proche du réseau
L_s	1 mH	Inductance de la bobine proche du réseau
C	15 μF	Capacité du condensateur du filtre LCL
V_s	120 V (rms)	Valeur efficace de la tension du réseau au PCC
f	60 Hz	Fréquence du réseau
T_s	1 μs	Période d'échantillonnage de la simulation
f_c	5 kHz	Fréquence de commutation du convertisseur

Le modèle en boucle ouverte (4.11) est stable car ses pôles, présentés au tableau 5.2, sont à partie réelle strictement négative.

Tableau 5.2 Pôles du système en boucle ouverte

Pôles	Amortissement	Pulsation (rad/s)	Constante de temps (s)
-2.00e-01	1.00	2.00e-01	5.00
-4.33e+01 ± 1.09e+04i	3.97e-03	1.09e+04	2.31e-02
-4.33e+01 ± 1.02e+04i	4.26e-03	1.02e+04	2.31e-02
-8.00e+01 ± 3.77e+02i	2.08e-01	3.85e+02	1.25e-02

Le réglage des gains du contrôleur s'effectue en suivant la méthode présentée dans [30]. Dans notre cas, les coefficients (q_8, q_9) de la matrice $Q = \text{diag}(q_1, \ldots, q_{13})$ pondèrent l'erreur de consigne $e = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix}^T$. Les coefficients (q_{10}, q_{11}) et (q_{12}, q_{13}) pondèrent respectivement sa dérivée première $\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 & \dot{e}_2 \end{bmatrix}^T$ et sa dérivée seconde $\ddot{e} = \begin{bmatrix} \ddot{e}_1 & \ddot{e}_2 \end{bmatrix}^T$. Les sept autres coefficients pondèrent l'état transformée $z_p = \chi(D)x_p$. La méthode de réglage consiste à :

- Étape 1 : Fixer $R = I_2$ et $q_8 = q_9 = \epsilon$, où ϵ est un nombre infinitésimal strictement positif. Les autres coefficients sont nuls.
- Étape 2 : Augmenter progressivement q_8 et calculer le gain K_a à l'aide de la commande $\mathsf{lqr}(\mathsf{A_a}, \mathsf{B_a}, \mathsf{Q}, \mathsf{R})$ de Matlab. Pour chaque itération, afficher la position des pôles en boucle fermée à l'aide de la commande $\mathsf{plot}(\mathsf{eig}(\mathsf{A_a} - \mathsf{B_a} * \mathsf{K_a}))$. Si les pôles arrivent dans une région jugée acceptable, le réglage est terminé. Sinon, bloquer q_8 à sa dernière valeur et passer à l'étape suivante.
- Étape 3 : Répéter l'étape 2 pour q_9.
- Étape 4 : Répéter l'étape 2 pour $q_{10}, q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$ et q_7.

La figure 5.1 décrit l'évolution des pôles placés par commande LQR lorsque l'on augmente successivement les coefficients de la matrice de pondération Q. Pour chaque coefficient, les marqueurs indiquent l'emplacement des pôles à la dernière itération.

Tableau 5.3 Pôles placés par commande LQR

Pôles	**Amortissement**	**Pulsation (rad/s)**	**Constante de temps (s)**
-2.18e+02 ± 1.09e+04i	2.00e-02	1.09e+04	4.58e-03
-2.23e+02 ± 1.02e+04i	2.20e-02	1.02e+04	4.48e-03
-1.51e+02 ± 8.51e+02i	1.75e-01	8.64e+02	6.61e-03
-5.01e+02 ± 4.73e+02i	7.27e-01	6.89e+02	2.00e-03
-4.07e+01 ± 7.59e+02i	5.35e-02	7.60e+02	2.46e-02
-5.19e+02	1.00	5.19e+02	1.93e-03
-3.88e+02	1.00	3.88e+02	2.58e-03
-1.99e+02	1.00	1.99e+02	5.04e-03

Les pôles répertoriés dans le tableau 5.3 sont ceux placés par commande LQR en ayant suivi la méthode de réglage ci-dessus. On obtient les matrices de pondération finales :

$$Q = \text{diag}(10^{0.5}, 0, 10^{-2}, 0, 0, 0, 0, 10^{16}, 10^{12}, 0, 0, 0, 0) \quad \text{et} \quad R = I_2 \tag{5.1}$$

Les coefficients (q_8, q_9) pondérant l'erreur de consigne sont très grands car les temps de réponse attendus sont de l'ordre de la dizaine de millisecondes.

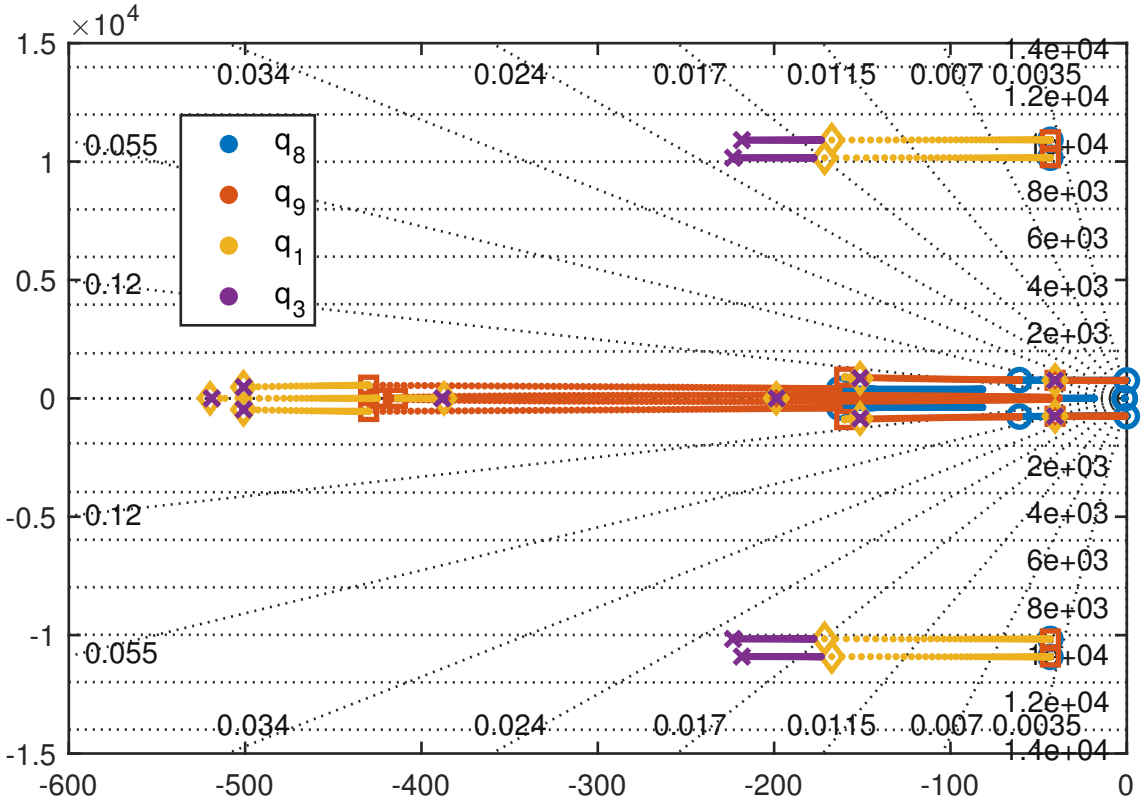

Figure 5.1 Emplacement des pôles en fonction des coefficients de la matrice Q

Les gains du contrôleur sont donnés par :

$$
\begin{aligned}
K_p &= \begin{bmatrix} 3.29 & 6.35\text{e-}01 & 4.74\text{e-}02 & 5.27\text{e-}03 & 1.19 & 1.65\text{e-}01 & -8.12\text{e-}03 \\ 6.35\text{e-}01 & 1.27 & 1.35\text{e-}02 & 7.71\text{e-}03 & 1.82\text{e-}01 & 9.65\text{e-}02 & -1.76\text{e-}03 \end{bmatrix} \\
K_c &= \begin{bmatrix} 1.42\text{e+}07 & 9.90\text{e+}05 & -1.69\text{e+}03 & -4.99\text{e+}02 & 5.10\text{e+}01 & 3.35 \\ -9.90\text{e+}07 & 1.42\text{e+}05 & 8.77\text{e+}04 & -1.70\text{e+}02 & -3.03\text{e+}02 & 3.8251\text{e-}01 \end{bmatrix}
\end{aligned}
\tag{5.2}
$$

Tel que montré dans le tableau 5.4, les modes fixes de l'observateur bilinéaire (4.66) sont significativement plus lents que ceux placés par commande LQR. Cela confirme que cet observateur n'est pas adapté à notre système.

Tableau 5.4 Modes fixes de l'observateur découplé des perturbations

Pôles	**Amortissement**	**Pulsation (rad/s)**	**Constante de temps (s)**
-3.33e+01 ± 7.04e+03i	4.73e-03	7.04e+03	3.00e-02
-3.33e+01 ± 6.29e+03i	5.30e-03	6.29e+03	3.00e-02

Au contraire, un très bon compromis a été trouvé avec l'observateur H_2 (4.79) en choisissant

$\alpha = 1050$, $\rho = 25000$ et en ignorant la contrainte sur β. On obtient $\|T_{\hat{e}_{16}d}(s)\|_2 = 48.75$ ($\varepsilon = 69.15$) et l'erreur d'estimation reste en moyenne bornée entre ± 10 (volts ou ampères en fonction de la grandeur concernée) comme on le verra en simulation. Les pôles de l'observateur placés par LMIs figurent dans le tableau 5.5. Le gain de l'observateur est donné par :

$$L_{16} = \begin{bmatrix} -6.45\text{e}{+02} & 1.28\text{e}{+01} \\ -1.28\text{e}{+01} & -6.45\text{e}{+02} \\ -2.52\text{e}{+03} & 8.88\text{e}{+02} \\ -8.88\text{e}{+02} & -2.52\text{e}{+03} \\ 2.64\text{e}{+04} & 3.81\text{e}{+02} \\ -3.81\text{e}{+02} & 2.64\text{e}{+04} \end{bmatrix} \tag{5.3}$$

Tableau 5.5 Pôles de l'observateur H_2 placés par LMIs

Pôles	**Amortissement**	**Pulsation (rad/s)**	**Constante de temps (s)**
-1.31e+03 ± 7.15e+03i	1.80e-01	7.27e+03	7.63e-04
-1.31e+03 ± 6.39e+03i	2.01e-01	6.53e+03	7.62e-04
-2.39e+04 ± 7.35e+00i	1.00	2.39e+04	4.18e-05

D'après le tableau 5.6, on voit que les six premiers pôles du contrôleur (4.89) correspondent à ceux du servo-compensateur.

Tableau 5.6 Pôles du contrôleur

Pôles	**Amortissement**	**Pulsation (rad/s)**	**Constante de temps (s)**
6.05e-14	-1.00	6.05e-14	-1.65e+13
-4.12e-13	1.00	4.12e-13	2.42e+12
0.00 ± 7.54e+02i	0.00	7.54e+02	Inf
1.42e-14 ± 7.54e+02i	-1.88e-17	7.54e+02	-7.04e+13
-1.83e+03 ± 6.76e+03i	2.61e-01	7.00e+03	5.47e-04
-2.25e+03 ± 7.34e+03i	2.93e-01	7.68e+03	4.45e-04
-2.39e+04	1.00	2.39e+04	4.19e-05
-2.40e+04	1.00	2.40e+04	4.17e-05

Tableau 5.7 Pôles du filtre générateur de consigne

Pôles	**Amortissement**	**Pulsation (rad/s)**	**Constante de temps (s)**
-5.00e+01	1.00	5.00e+01	2.00e-02
-7.06e+02	1.00	7.06e+02	1.42e-03

Dans le tableau 5.8, on constate que le pôle le plus rapide du filtre générateur de consigne (4.24) (Tab. 5.7) a fusionné avec l'un des pôles réels du système augmenté en boucle fermée (4.58) (Tab. 5.3) pour former une paire complexe conjuguée. Avec notre jeu de paramètres, la dynamique du filtre ne déstabilise pas le système en boucle fermée.

Tableau 5.8 Pôles du système en boucle fermée avec filtre générateur de consigne

Pôles	**Amortissement**	**Pulsation (rad/s)**	**Constante de temps (s)**
-2.16e+02 ± 1.09e+04i	1.98e-02	1.09e+04	4.63e-03
-2.26e+02 ± 1.02e+04i	2.22e-02	1.02e+04	4.43e-03
-1.44e+02 ± 8.46e+02i	1.68e-01	8.58e+02	6.94e-03
-7.13e+02 ± 4.11e+02i	8.67e-01	8.23e+02	1.40e-03
-4.16e+01 ± 7.59e+02i	5.47e-02	7.60e+02	2.41e-02
-4.46e+02 ± 3.56e+02i	7.81e-01	5.71e+02	2.24e-03
-3.05e+02	1.00e	3.05e+02	3.28e-03
-2.02e+02	1.00e	2.02e+02	4.96e-03
-5.00e+01	1.00e	5.00e+01	2.00e-02

5.2 Diagrammes des valeurs singulières

Étant donné que le système est multivariable, on va analyser les diagrammes des valeurs singulières des sorties plutôt que leurs diagrammes de Bode qui ne sont plus pertinents. Pour une entrée donnée, l'amplitude des deux sorties contrôlées est bornée par celles des deux valeurs singulières de la matrice de transfert correspondantes.

En termes de suivi des signaux de consigne et de rejet des perturbations, les réponses fréquentielles avec et sans observateur sont presque identiques. En particulier, comme la fonction de transfert reliant les signaux de consigne aux sorties contrôlées est identique avec ou sans observateur, les deux diagrammes de la figure 5.2 sont confondus.

Aux pulsations d'intérêts $\omega \approx 0$ rad/s et $\omega = 754$ rad/s (120 Hz), le gain du diagramme de la figure 5.2 est unitaire (0 dB) et celui de la figure 5.3 est extrêmement faible. Cela signifie que le suivi de consigne et le rejet des perturbations sont excellents pour ces valeurs de fréquence. Le diagramme de la fonction sensibilité en sortie, présenté figure 5.4, permet de confirmer cette analyse. Celui de la fonction de sensibilité complémentaire en sortie, présenté figure 5.5, montre que l'observateur a une action filtrante sur le bruit de mesure.

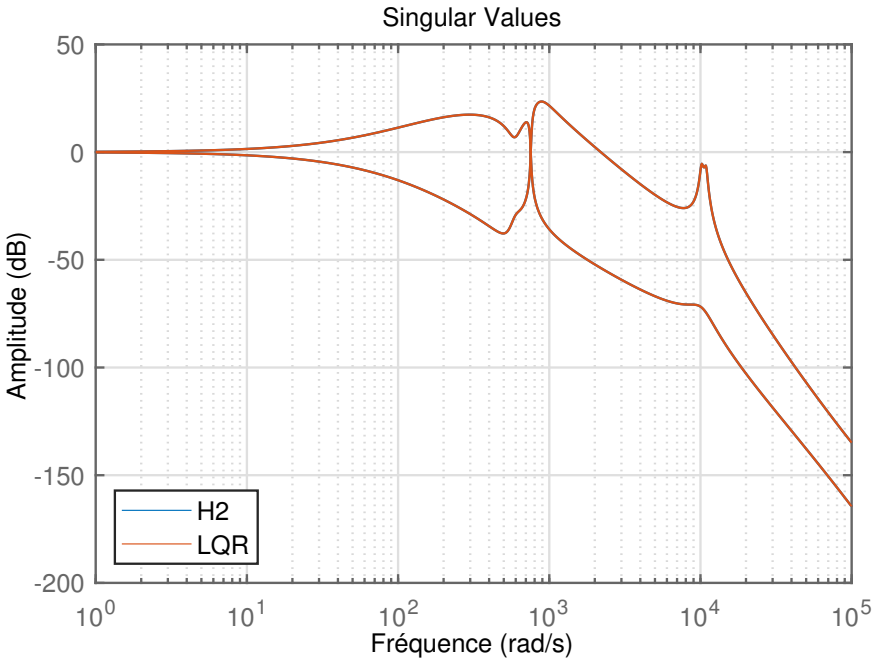

Figure 5.2 Suivi des signaux de consigne : $S_o G_u K_r$

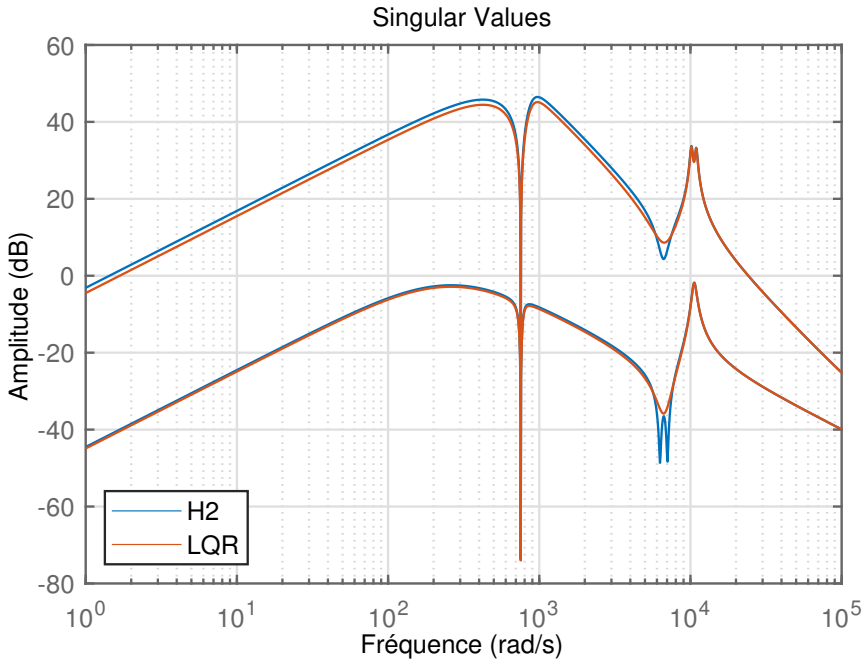

Figure 5.3 Rejet des perturbations : $S_o G_d$

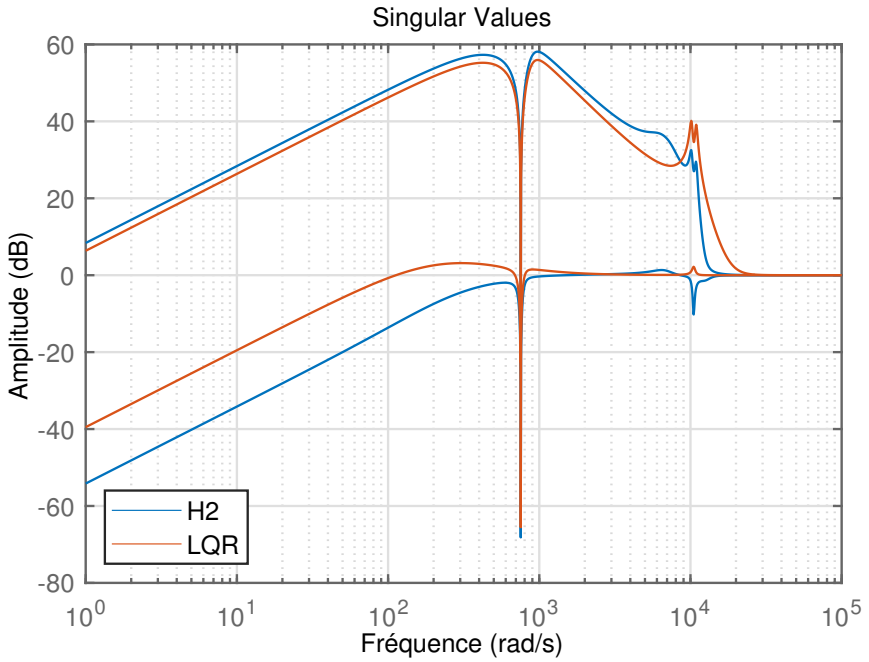

Figure 5.4 Fonction de sensibilité en sortie : S_o

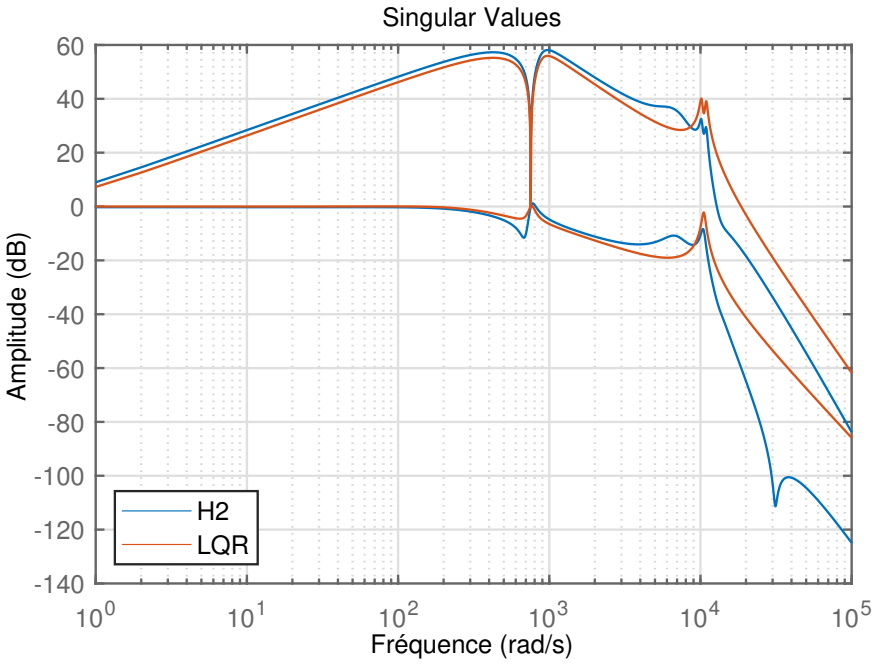

Figure 5.5 Fonction de sensibilité complémentaire en sortie : T_o

5.3 Simulations

5.3.1 Premier scénario

Le premier scénario sert à tester les performances du système en boucle fermée lorsque le réseau passe d'un état équilibré à un état déséquilibré. Le système est simulé pendant 1.4 secondes durant lesquelles les évènements suivants se produisent :

- $t = 0\,\mathrm{s}$: régime transitoire, le réseau est équilibré $\gamma = 0$, les consignes $V_{dc,ref} = 600$ V et $i_{sq,ref} = 0$ A et la puissance délivrée par l'unité DER $P_{in} = 10$ kW
- $t = 0.15\,\mathrm{s}$: fin du régime transitoire
- $t = 0.2\,\mathrm{s}$: changement de consigne en tension $V_{dc,ref} = 700$ V
- $t = 0.4\,\mathrm{s}$: changement de consigne en tension $V_{dc,ref} = 600$ V
- $t = 0.6\,\mathrm{s}$: changement de consigne en courant $i_{sq,ref} = -50$ A
- $t = 0.8\,\mathrm{s}$: diminution de la puissance délivrée par l'unité DER $P_{in} = 5$ kW
- $t = 1.0\,\mathrm{s}$: première perte de phase $\gamma = 0.5$
- $t = 1.2\,\mathrm{s}$: deuxième perte de phase $\gamma = 1$
- $t = 1.4\,\mathrm{s}$: fin de la simulation

Les signaux de commande ne sont pas saturés donc le taux de modulation du convertisseur est bien inférieur à un (Fig. 5.7).

Le temps de réponse à un changement de consigne de type échelon est d'environ 40 ms pour V_{dc} et 80 ms pour i_{sq} (Figs 5.8, 5.9 et 5.10). On peut noter que la tension V_{dc} n'est pas exactement constante à cause des harmoniques de commutation haute fréquence du convertisseur (Fig. 5.10). La dynamique des sorties est rapide et jugée satisfaisante.

Suite à un changement de puissance P_{in} délivrée par l'unité DER, le régime transitoire de V_{dc} dure moins de 20 ms et celui de i_{sq} moins de 100 ms (Fig. 5.11). La perturbation est correctement rejetée.

Pour les deux sorties, le régime transitoire dure moins de 50 ms après la première perte de phase (Fig. 5.12). Il dure environ 100 ms pour V_{dc} et 150 ms pour i_{sq} après la seconde perte de phase qui est plus difficile à rejeter (Fig. 5.13). Les oscillations de la tension V_{dc} sont très faibles même quand le réseau est fortement déséquilibré.

Au contraire de i_{sq}, les réponses temporelles des courants $i_{s,abc}$ sont plus rapides que celles de V_{dc} (Fig. 5.14). Le régime transitoire de $i_{s,abc}$ ne dure jamais plus de 50 ms et les courants sont toujours parfaitement sinusoïdaux.

Lorsque le réseau devient déséquilibré, la puissance p_s du réseau au PCC oscille à double fréquence tandis que celle en sortie du convertisseur p_t reste constante grâce à l'action du

contrôleur (Fig. 5.15). Cela permet de garder une tension V_{dc} quasiment constante.

Tant que le réseau est équilibré, les composantes v_{sd} et v_{sq} des tensions au PCC sont constantes (Fig. 5.16). Étant donné que le repère dq est synchronisé avec $v_{s,abc}$, on constate que $v_{sd} = 120\sqrt{2} \approx 170$ V et $v_{sq} = 0$ V. Cela n'est plus le cas lorsque le réseau devient déséquilibré car les deux composantes v_{sd} et v_{sq} se mettent à osciller à double fréquence.

Sans suivi de la composante oscillante de i_{sd}, les courants côté AC (Fig. 5.17) sont déformés. Leurs transformées de Fourier montrent que cette déformation est due aux harmoniques de troisième ordre (Fig. 5.18).

Les harmoniques de commutation haute fréquence présentes sur les courants $i_{t,abc}$ en sortie du convertisseur sont convenablement atténuées par le filtre LCL (Fig. 5.19).

L'erreur d'estimation de l'observateur découplé des perturbations n'est pas nulle car ses modes fixes sont trop lents (Fig. 5.22). L'erreur d'estimation de l'observateur H_2 (Fig. 5.21) est comprise en moyenne entre ± 10 (V pour e_3, e_4 et A pour e_1, e_2, e_5, e_6). On remarque que plus le taux de déséquilibre du réseau est important, meilleure est la minimisation de l'amplitude moyenne de l'erreur d'estimation.

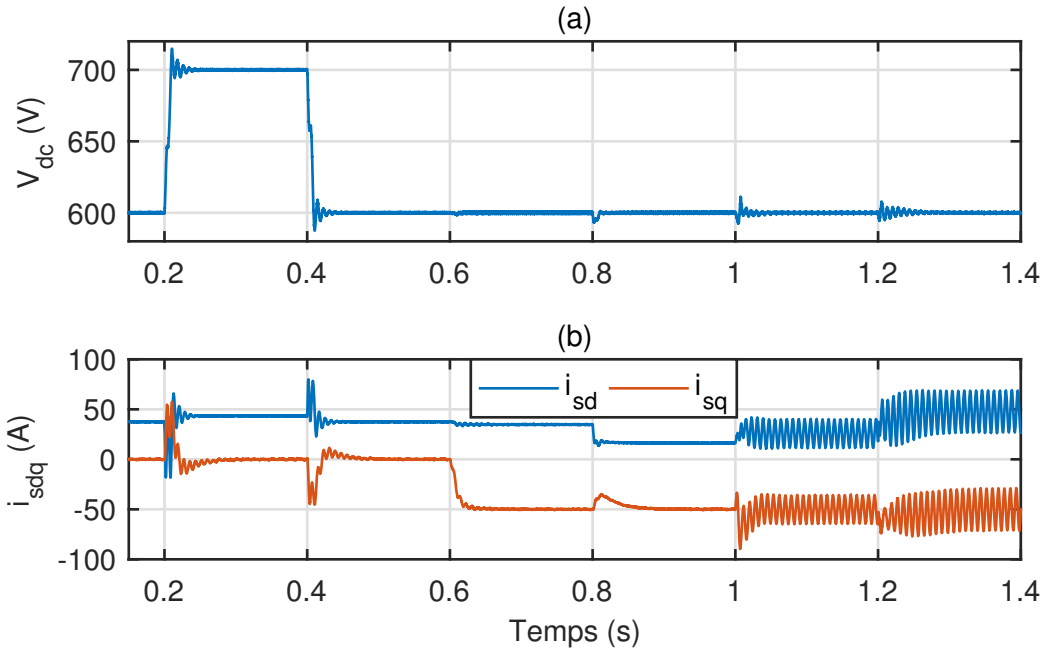

Figure 5.6 Réponses temporelles des sorties mesurées : (a) V_{dc} et (b) $i_{s,dq}$

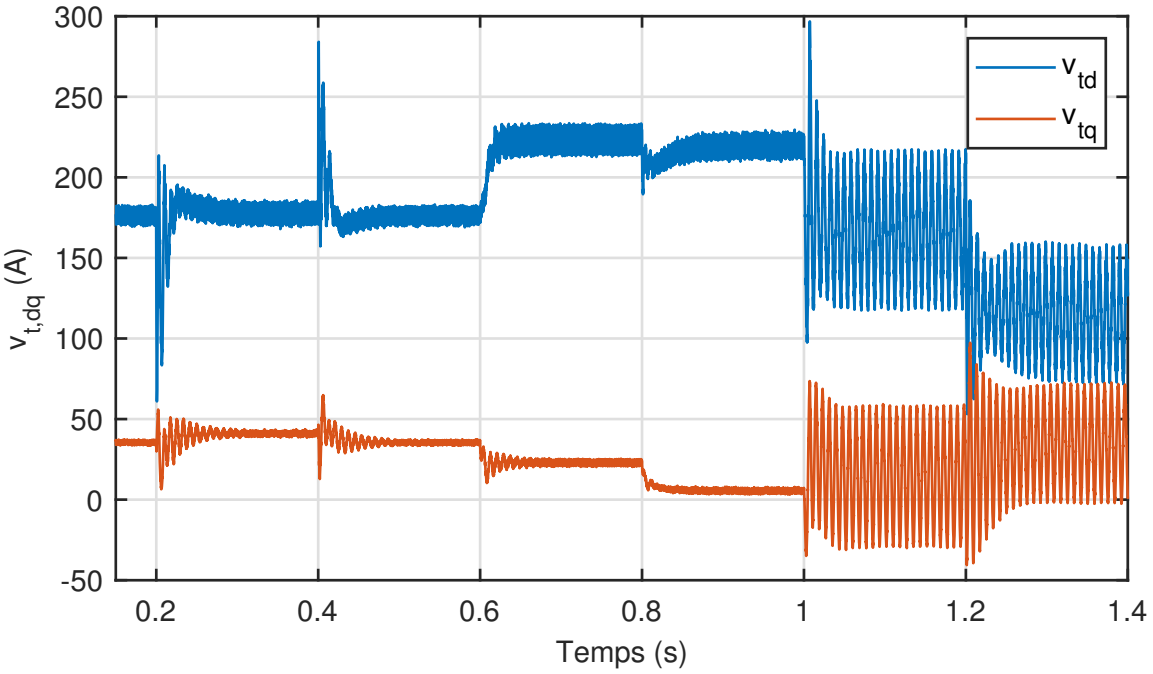

Figure 5.7 Réponses temporelles des signaux de commande $v_{t,dq}$ en sortie du convertisseur dans le repère dq

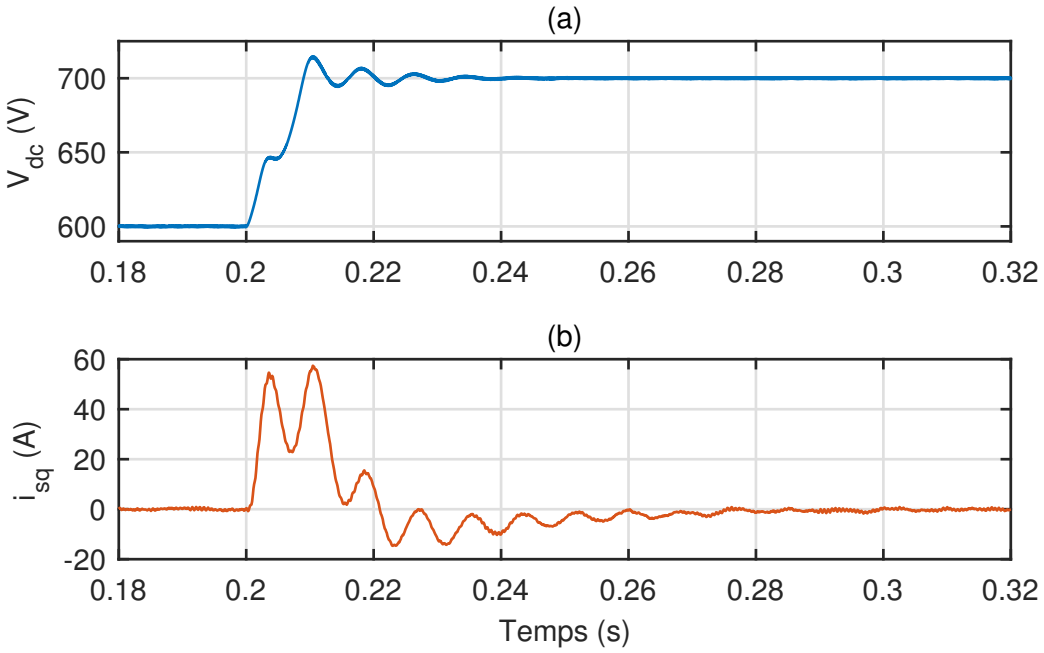

Figure 5.8 Changement de consigne de tension $V_{dc,ref} = 700$ V à $t = 0.2$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

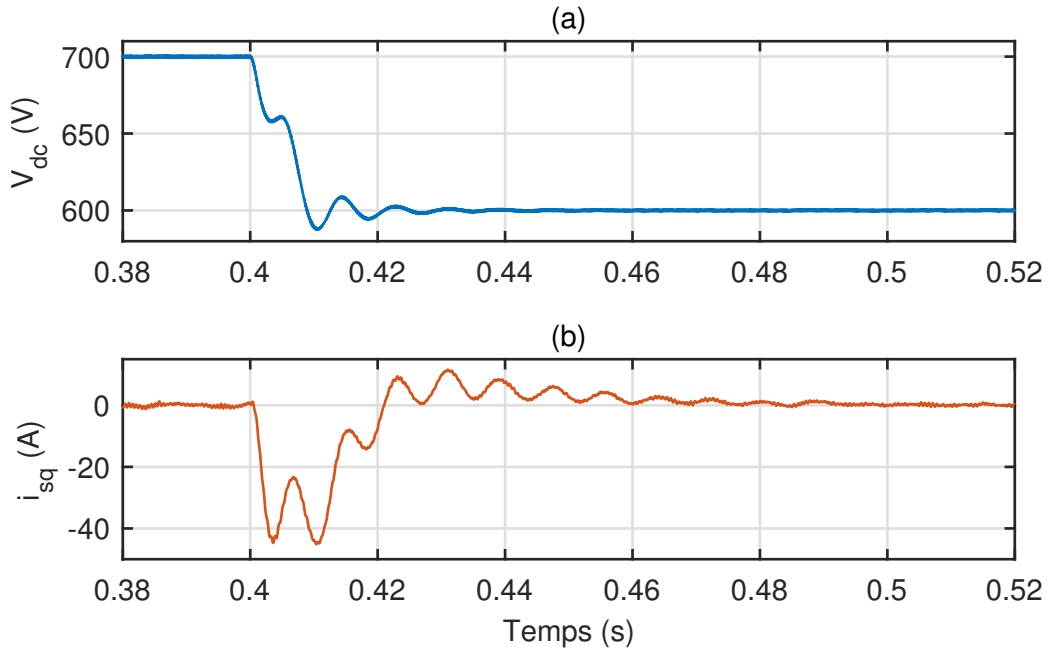

Figure 5.9 Changement de consigne de tension $V_{dc,ref} = 600$ V à $t = 0.4$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

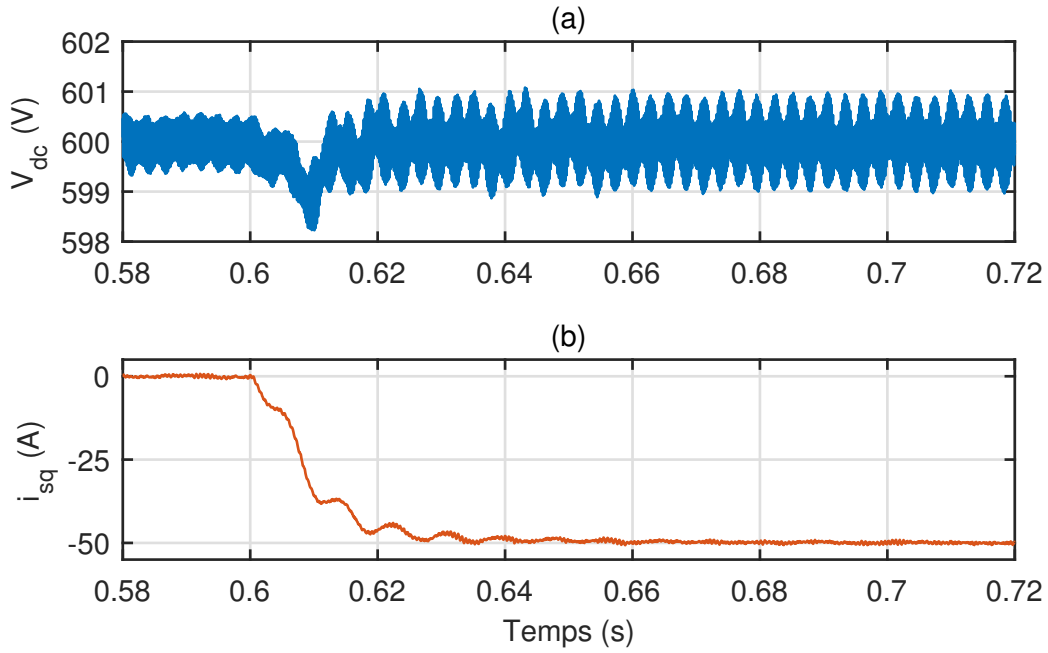

Figure 5.10 Changement de consigne de courant $i_{sq,ref} = -50$ A à $t = 0.6$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

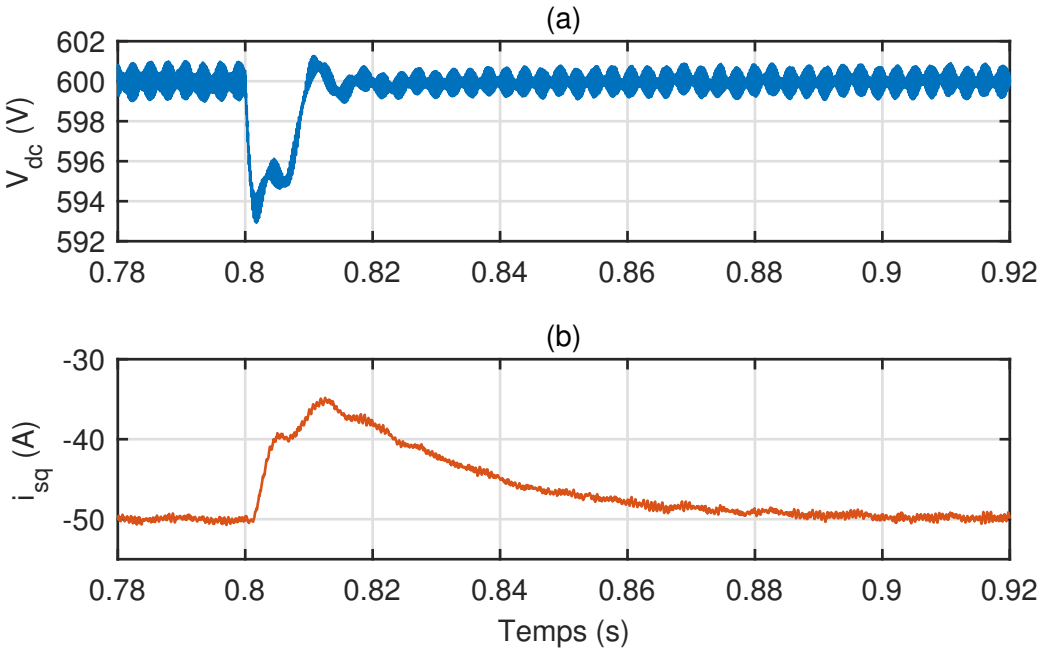

Figure 5.11 Changement de puissance $P_{in} = 5$ kW de l'unité DER à $t = 0.8\,\mathrm{s}$: réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

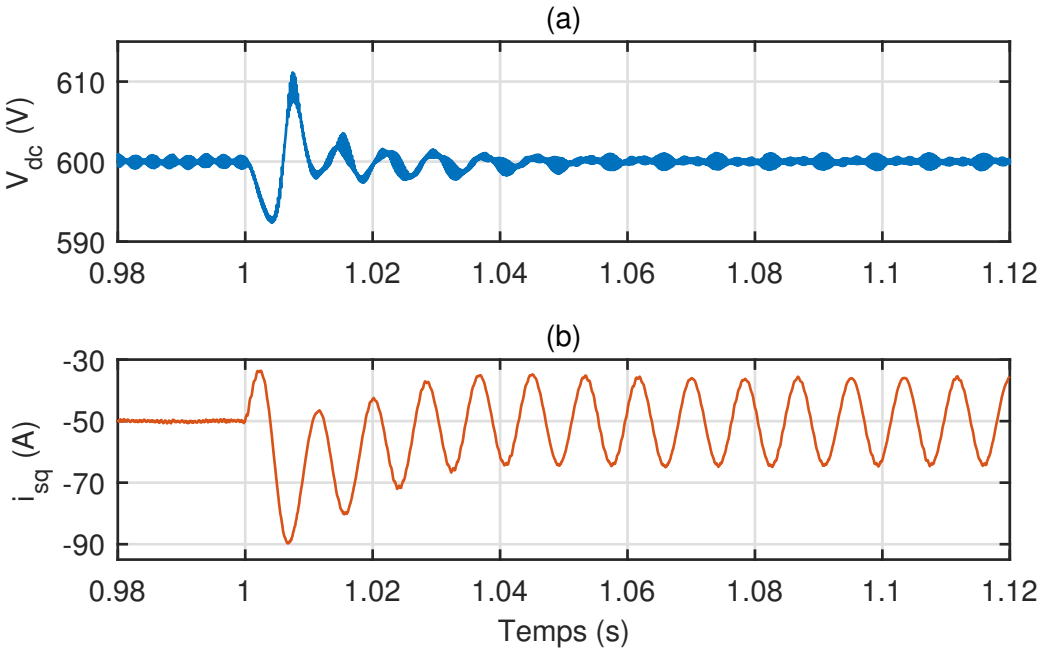

Figure 5.12 Premier déséquilibre $\gamma = 0.5$ à $t = 1.0\,\mathrm{s}$: réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

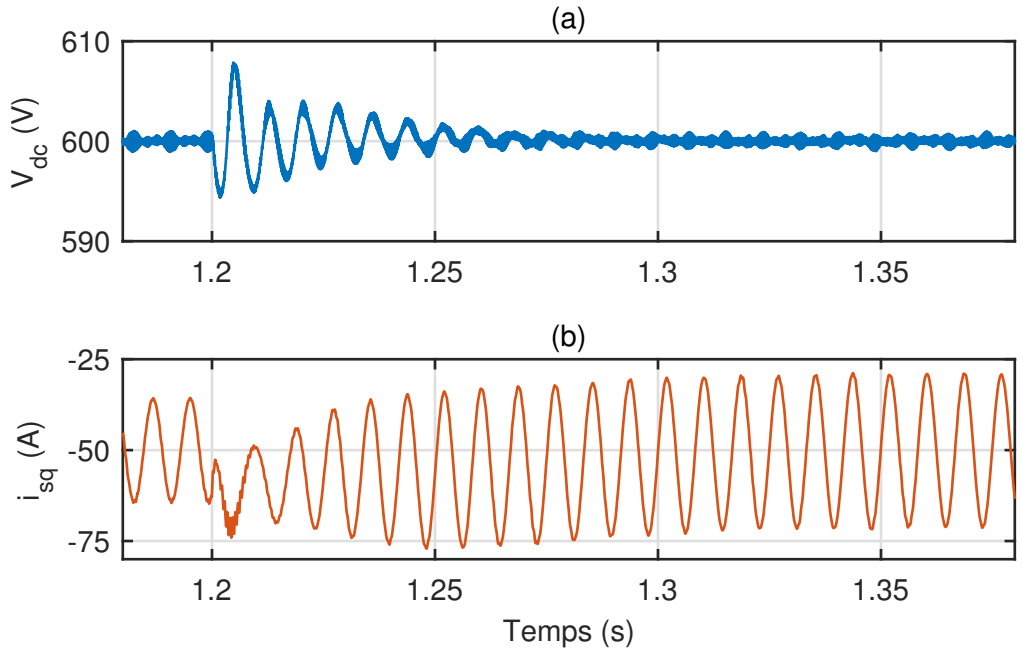

Figure 5.13 Second déséquilibre $\gamma = 1$ à $t = 1.2\,\mathrm{s}$: réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

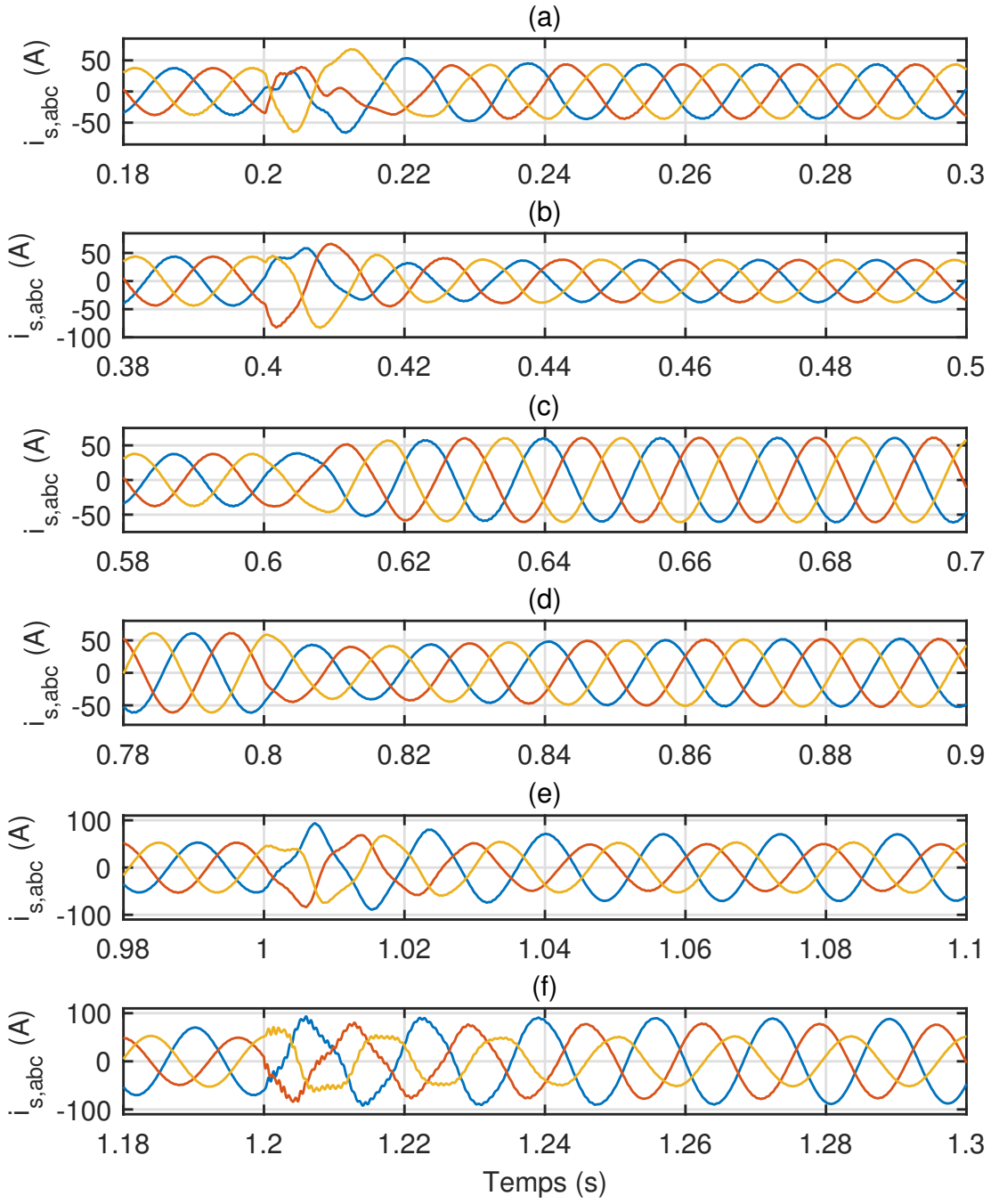

Figure 5.14 Réponses temporelles des courants injectés au réseau $i_{s,abc}$: (a) $V_{dc,ref} = 700$ V à $t = 0.2$ s (b) $V_{dc,ref} = 600$ V à $t = 0.4$ s (c) $i_{sq,ref} = -50$ A à $t = 0.6$ s (d) $P_{in} = 5$ kW à $t = 0.8$ s (e) premier déséquilibre $\gamma = 0.5$ à $t = 1.0$ s (f) second déséquilibre $\gamma = 1$ à $t = 1.2$ s

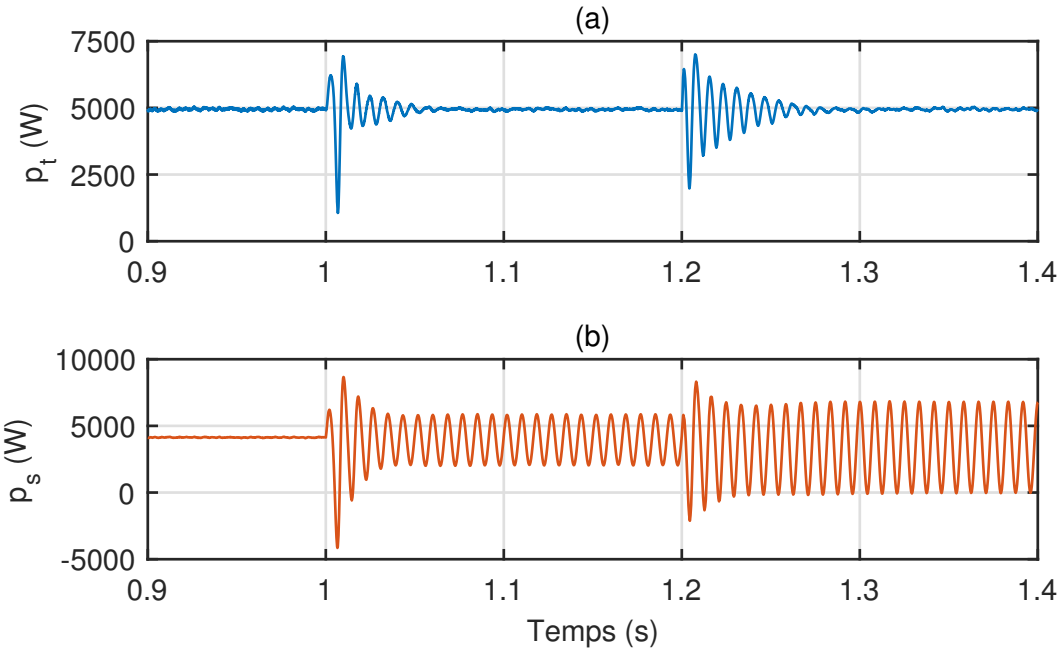

Figure 5.15 Premier déséquilibre à $t = 1.0\,\mathrm{s}$, second déséquilibre à $t = 1.2\,\mathrm{s}$: réponses temporelles des puissances instantanées (a) p_t en sortie du convertisseur et (b) p_s au PCC

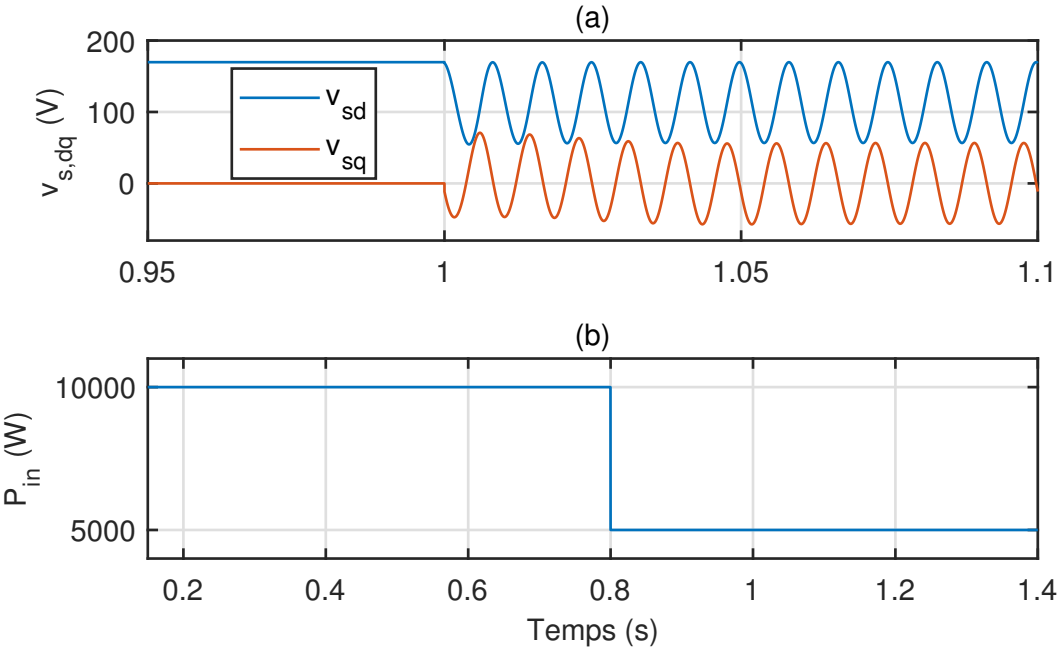

Figure 5.16 Premier déséquilibre à $t = 1.0\,\mathrm{s}$: réponses temporelles des perturbations (a) $v_{s,dq}$ et (b) P_{in}

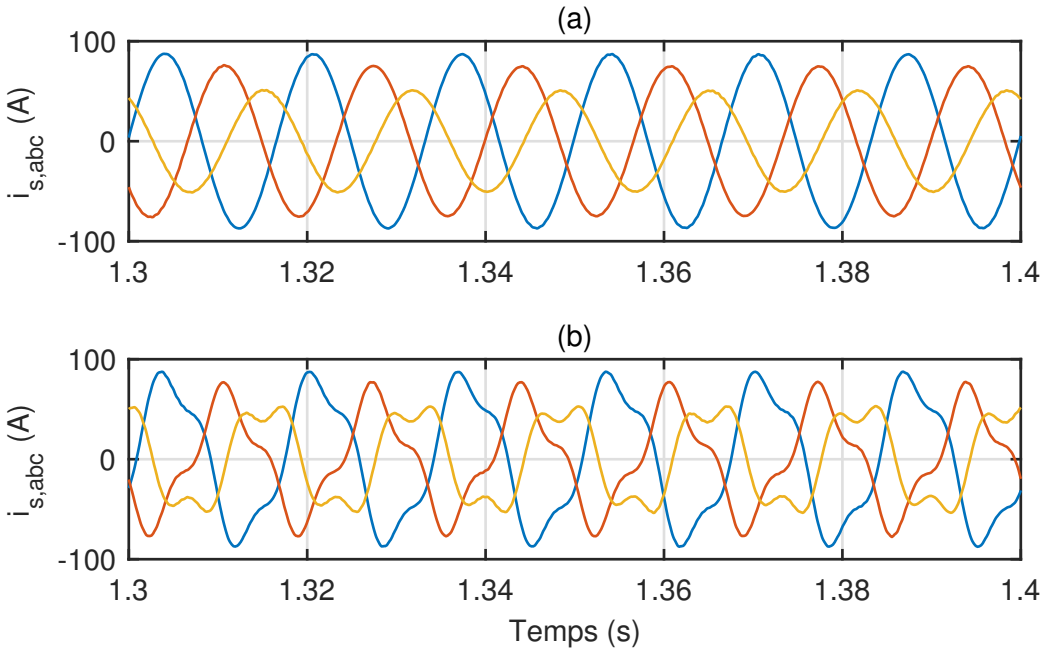

Figure 5.17 Réponses temporelles de $i_{s,abc}$ en régime permanent au déséquilibre : (a) avec suivi de la composante oscillante de i_{isd} et (b) sans suivi de la composante oscillante de i_{isd}

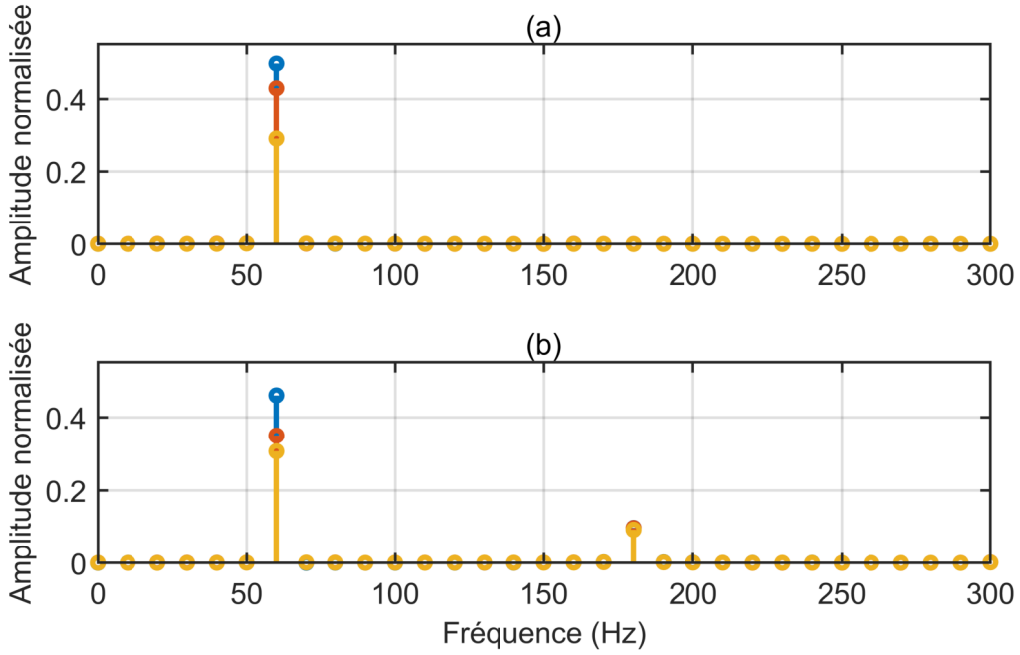

Figure 5.18 Transformées de Fourier de $i_{s,abc}$ en régime permanent au déséquilibre : (a) avec suivi de la composante oscillante de i_{isd} et (b) sans suivi de la composante oscillante de i_{isd}

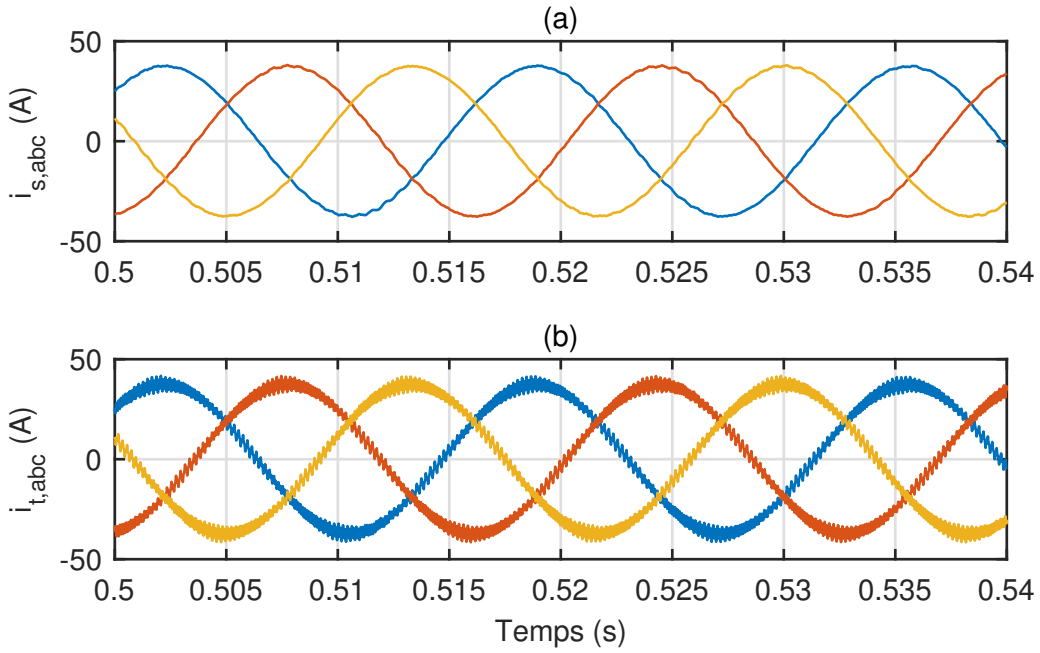

Figure 5.19 Effet du filtre LCL : (a) courants $i_{s,abc}$ injectés au réseau et (b) courants $i_{t,abc}$ en sortie du convertisseur

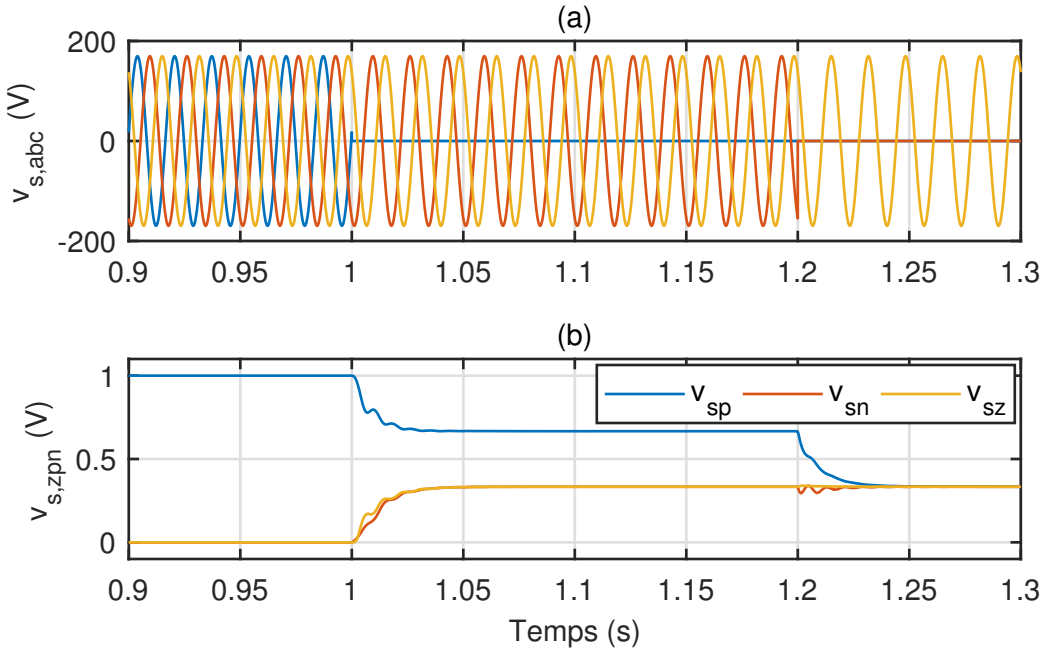

Figure 5.20 Premier déséquilibre à $t = 1.0\,\mathrm{s}$, second déséquilibre à $t = 1.2\,\mathrm{s}$: réponses temporelles des tensions (a) $v_{s,abc}$ et de (b) $v_{s,zpn}$ ses séquences positive négative et homopolaire

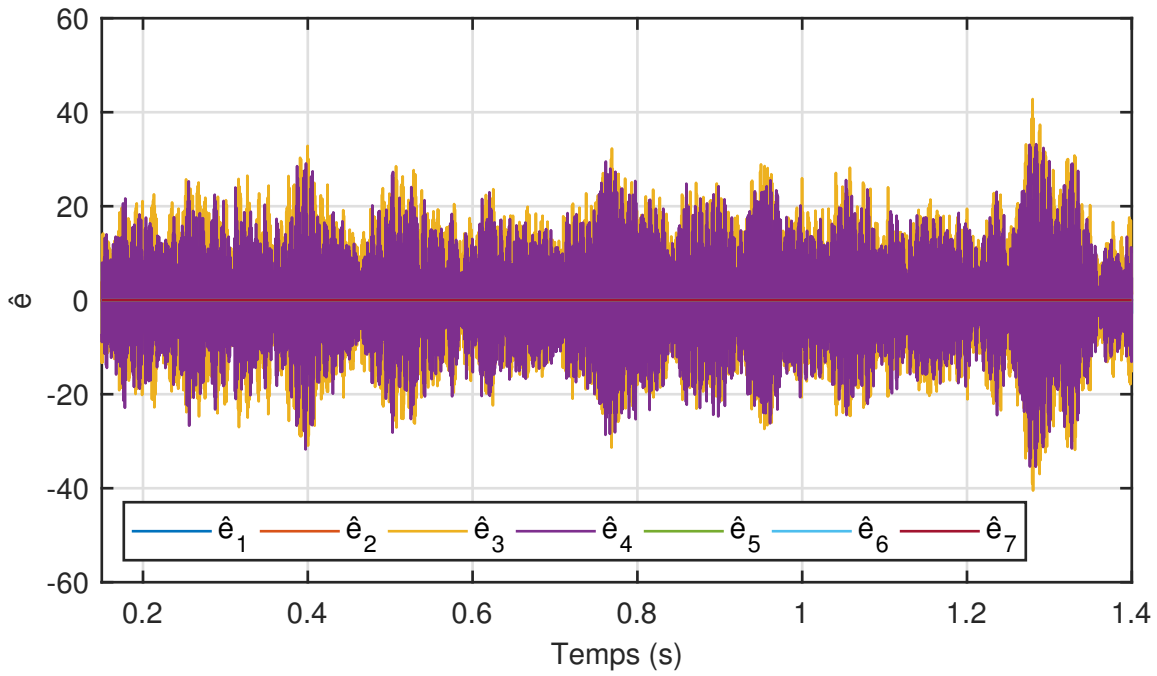

Figure 5.21 Erreurs d'estimation avec l'observateur découplé des perturbations

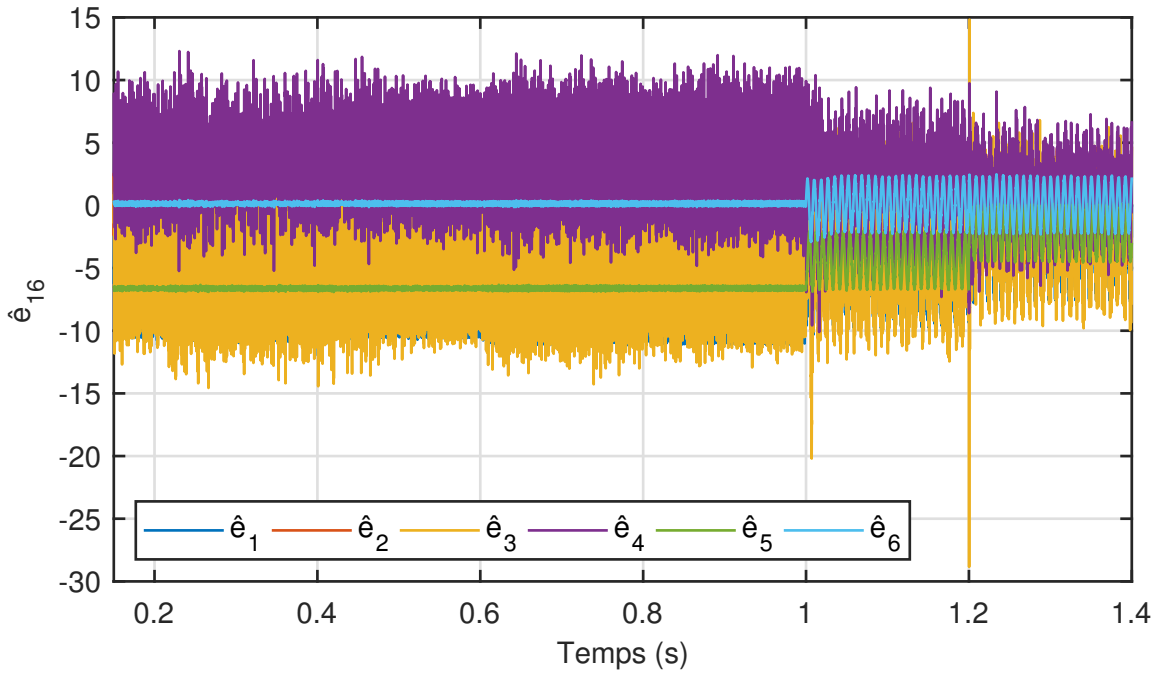

Figure 5.22 Erreurs d'estimation avec l'observateur réduit H_2

5.3.2 Deuxième scénario

Le deuxième scénario permet de tester les performances du système en boucle fermée lorsque le réseau est complètement déséquilibré. Le système est simulé pendant 1.0 seconde durant laquelle les évènements suivants se produisent :

- $t = 0\,\text{s}$: régime transitoire, le taux de déséquilibre est maximal $\gamma = 1$, les consignes $V_{dc,ref} = 600$ V et $i_{sq,ref} = 0$ A et la puissance délivrée par l'unité DER $P_{in} = 10$ kW
- $t = 0.15\,\text{s}$: fin du régime transitoire
- $t = 0.2\,\text{s}$: changement de consigne en tension $V_{dc,ref} = 700$ V
- $t = 0.4\,\text{s}$: changement de consigne en tension $V_{dc,ref} = 600$ V
- $t = 0.6\,\text{s}$: changement de consigne en courant $i_{sq,ref} = -50$ A
- $t = 0.8\,\text{s}$: diminution de la puissance délivrée par l'unité DER $P_{in} = 5$ kW
- $t = 1.0\,\text{s}$: fin de la simulation

Les résultats sont toujours satisfaisants même dans ce cas extrême de déséquilibre. Quand le réseau est en régime permanent (équilibré ou déséquilibré), le système en boucle fermée répond correctement aux changements de consigne et rejette rapidement la perturbation induite par le changement de puissance de l'unité DER. Les harmoniques des deux côtés du convertisseur sont encore éliminées.

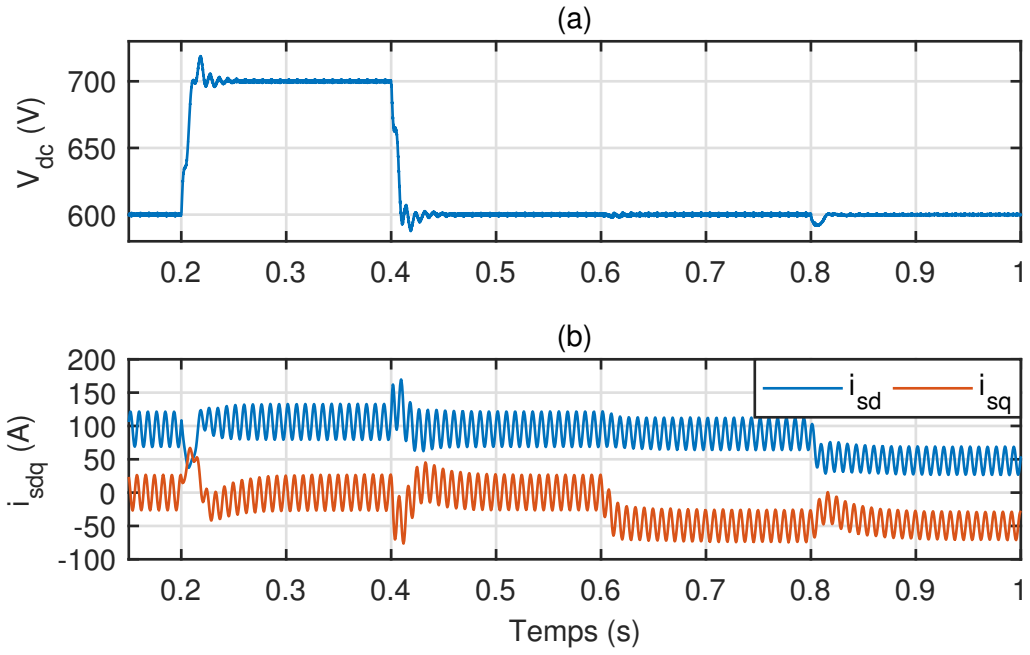

Figure 5.23 Réponses temporelles des sorties mesurées : (a) V_{dc} et (b) $i_{s,dq}$

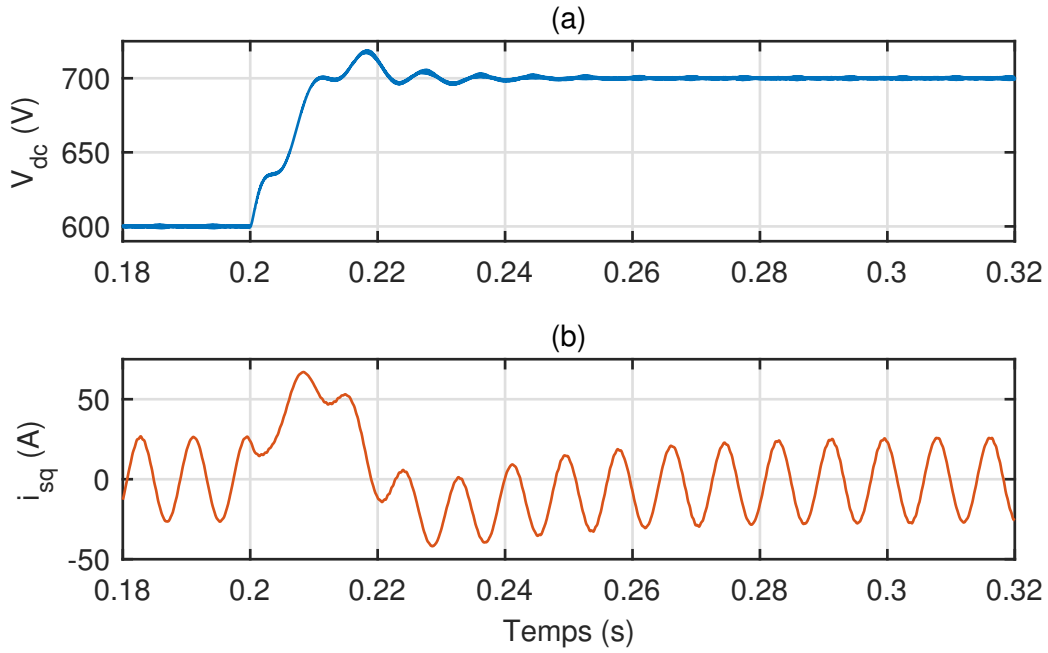

Figure 5.24 Changement de consigne $V_{dc,ref} = 700$ V à $t = 0.2$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

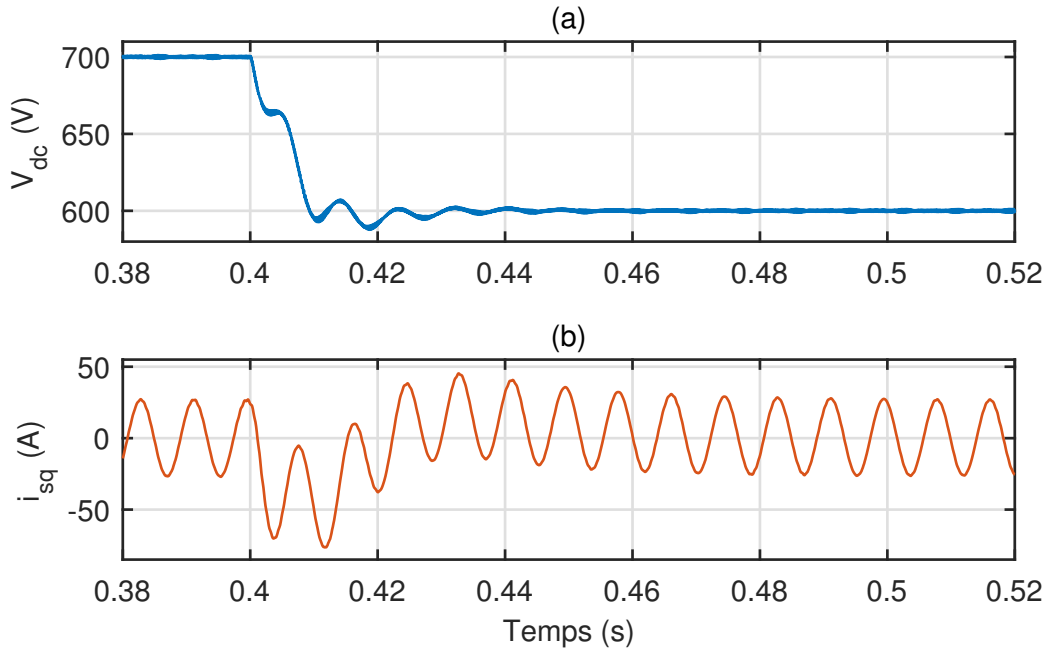

Figure 5.25 Changement de consigne $V_{dc,ref} = 600$ V à $t = 0.4$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

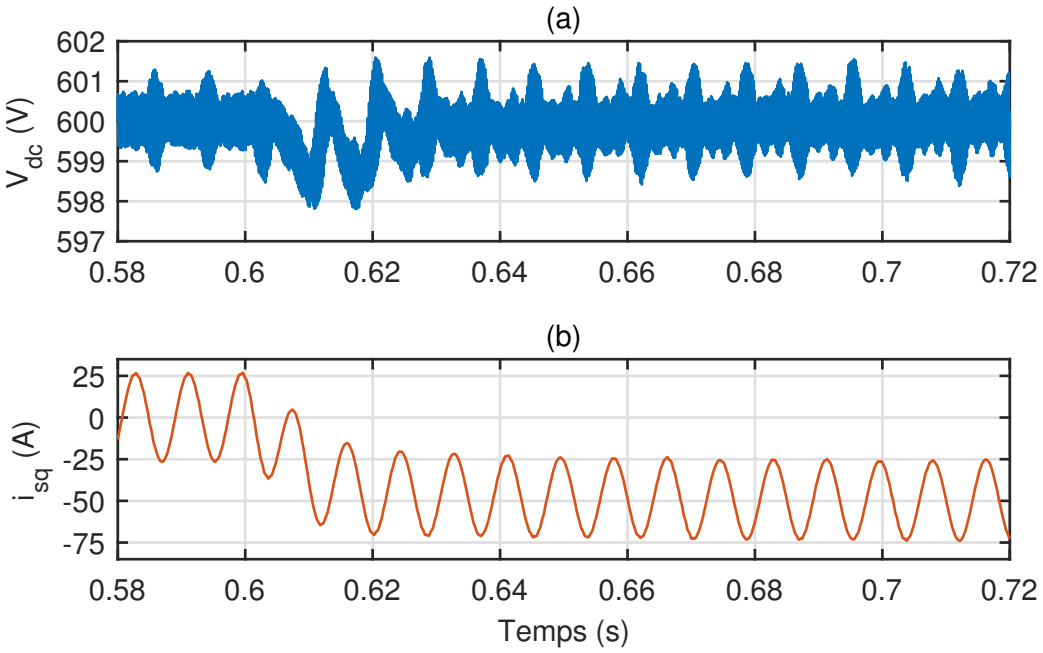

Figure 5.26 Changement de consigne $i_{sq,ref} = -50$ A à $t = 0.6$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

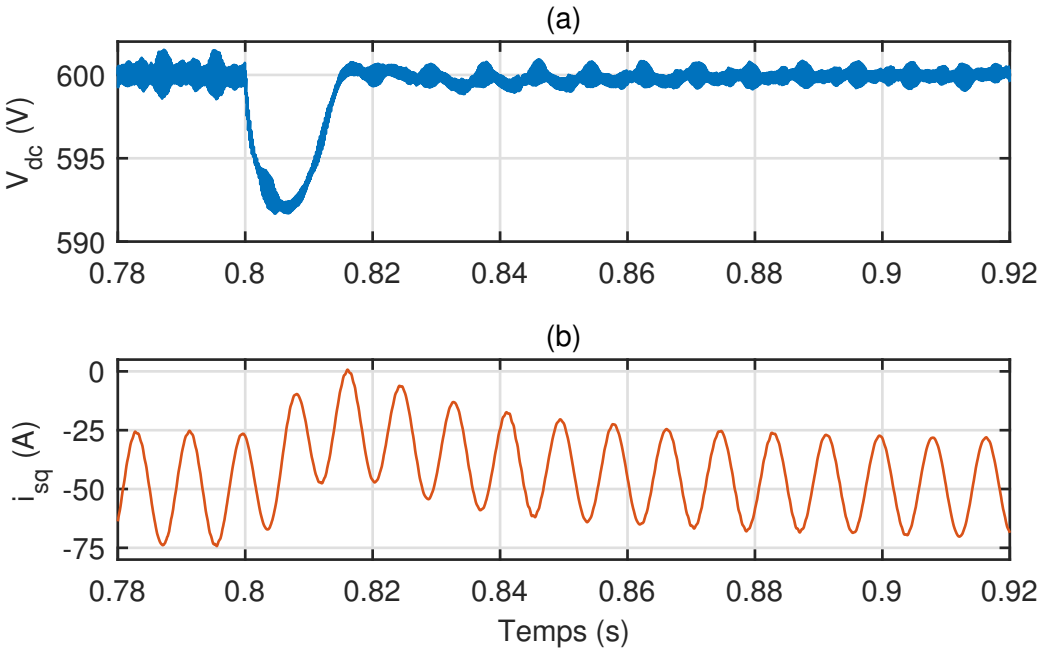

Figure 5.27 Changement de puissance $P_{in} = 5$ kW à $t = 0.8$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

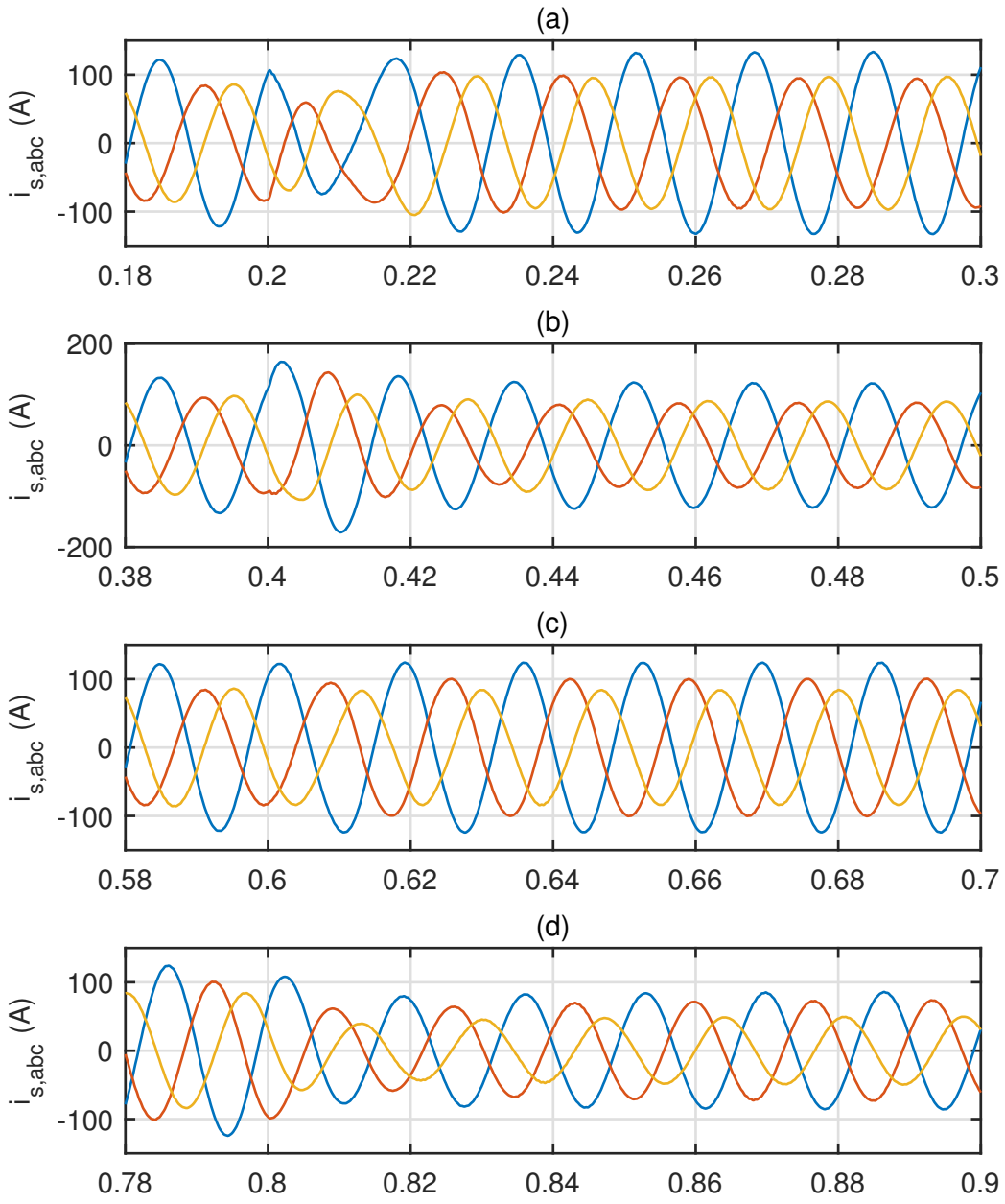

Figure 5.28 Réponses temporelles des courants injectés au réseau $i_{s,abc}$: (a) $V_{dc,ref} = 700$ V à $t = 0.2$ s (b) $V_{dc,ref} = 600$ V à $t = 0.4$ s (c) $i_{sq,ref} = -50$ A à $t = 0.6$ s (d) $P_{in} = 5$ kW à $t = 0.8$ s

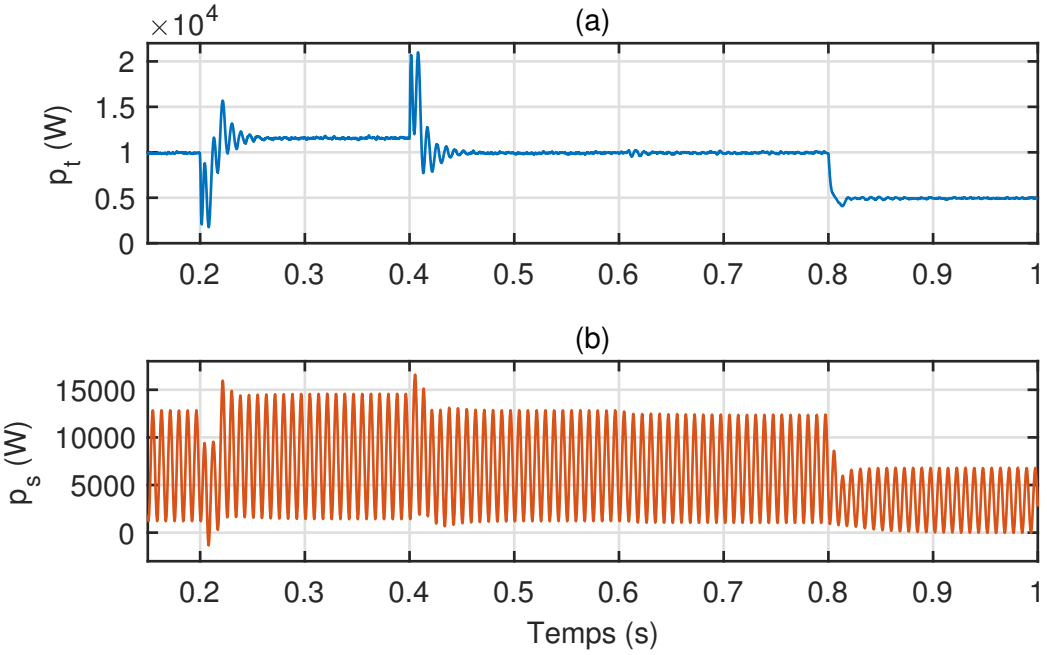

Figure 5.29 Réponses temporelles des puissances instantanées : (a) p_t en sortie du convertisseur et (b) p_s au PCC

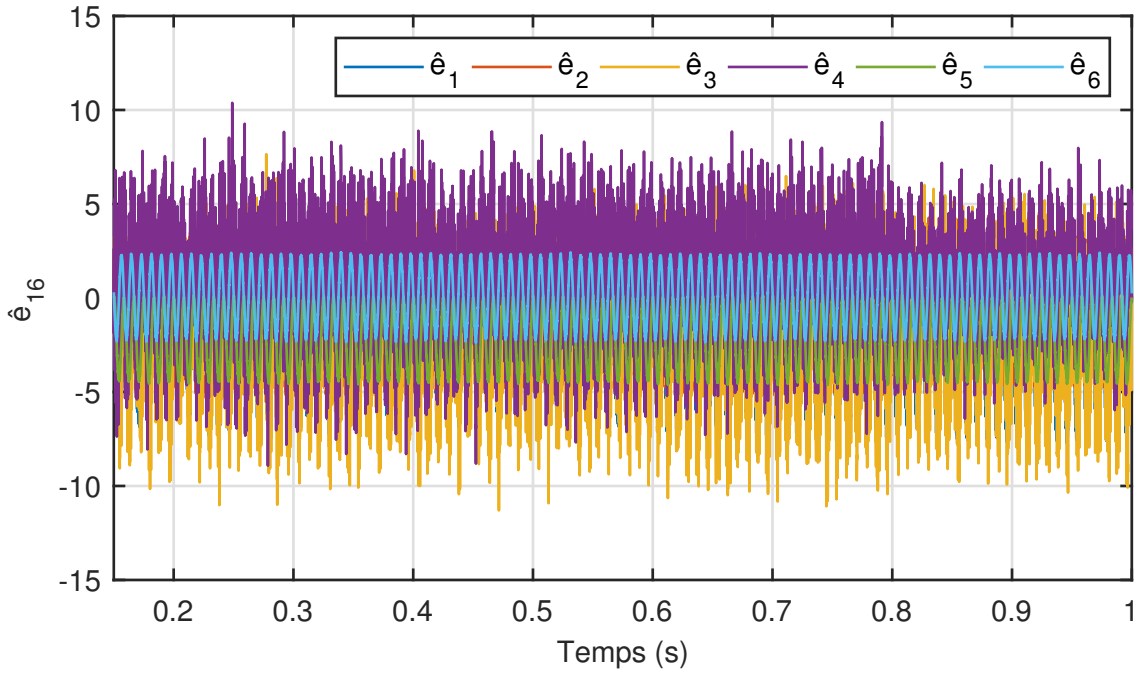

Figure 5.30 Erreurs d'estimation avec l'observateur réduit H_2

5.3.3 Troisième scénario

Le troisième scénario sort un peu du cadre du mémoire étant donné que l'inductance du réseau, auparavant négligée, est modélisée. Il s'agit de tester empiriquement la performance du système en boucle fermée quand certains paramètres dévient de leurs valeurs nominales sans le déstabiliser. On choisit de changer l'inductance L_s de la deuxième bobine du filtre LCL et l'inductance L_g du réseau. La simulation dure 1.0 seconde et suit le scénario suivant :

- $t = 0\,\text{s}$: régime transitoire, le taux de déséquilibre est maximal $\gamma = 1$, l'inductance du filtre LCL est nominale $L_s = 1$ mH et le réseau est robuste $L_g = 0.1$ mH
- $t = 0.15\,\text{s}$: fin du régime transitoire
- $t = 0.2\,\text{s}$: l'inductance du filtre LCL devient incertaine $L_s = 2$ mH
- $t = 0.4\,\text{s}$: le réseau devient fragile $L_g = 4$ mH
- $t = 0.6\,\text{s}$: le réseau redevient robuste $L_g = 0.1$ mH
- $t = 0.8\,\text{s}$: l'inductance du filtre LCL retourne à sa valeur nominale $L_s = 1$ mH
- $t = 1.0\,\text{s}$: fin de la simulation

Tant que le système en boucle fermée est stable, le contrôleur parvient toujours à assurer le suivi des signaux de consigne en rejetant les perturbations. Cependant, les résultats ne sont pas aussi bons qu'avec les valeurs nominales. En particulier, la puissance en sortie du convertisseur n'est plus constante quand l'inductance du réseau augmente.

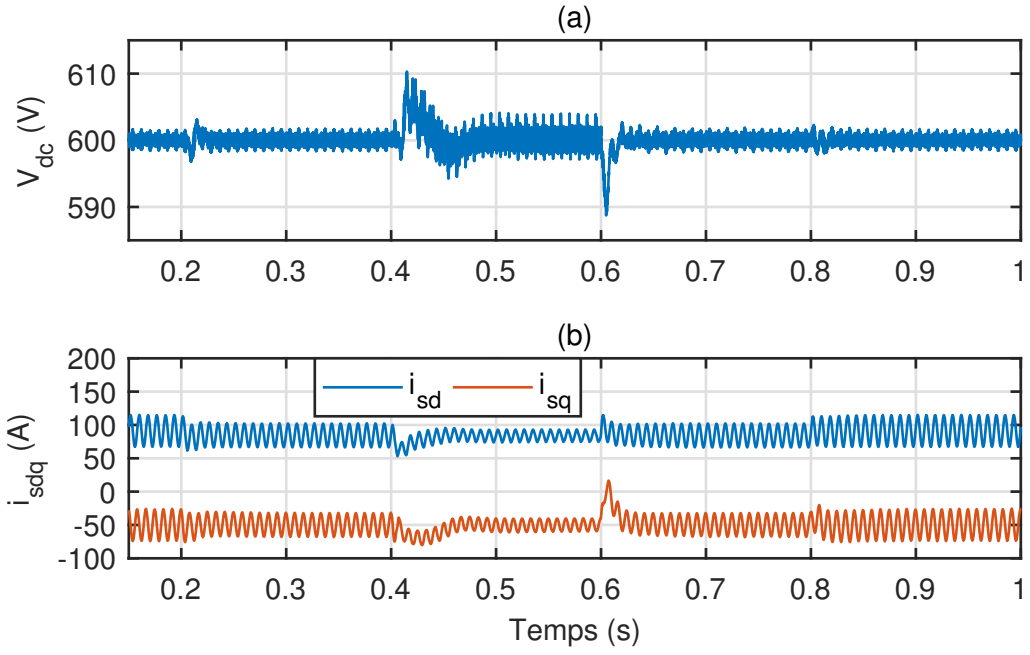

Figure 5.31 Réponses temporelles des sorties mesurées : (a) V_{dc} (b) i_{sd} et i_{sq}

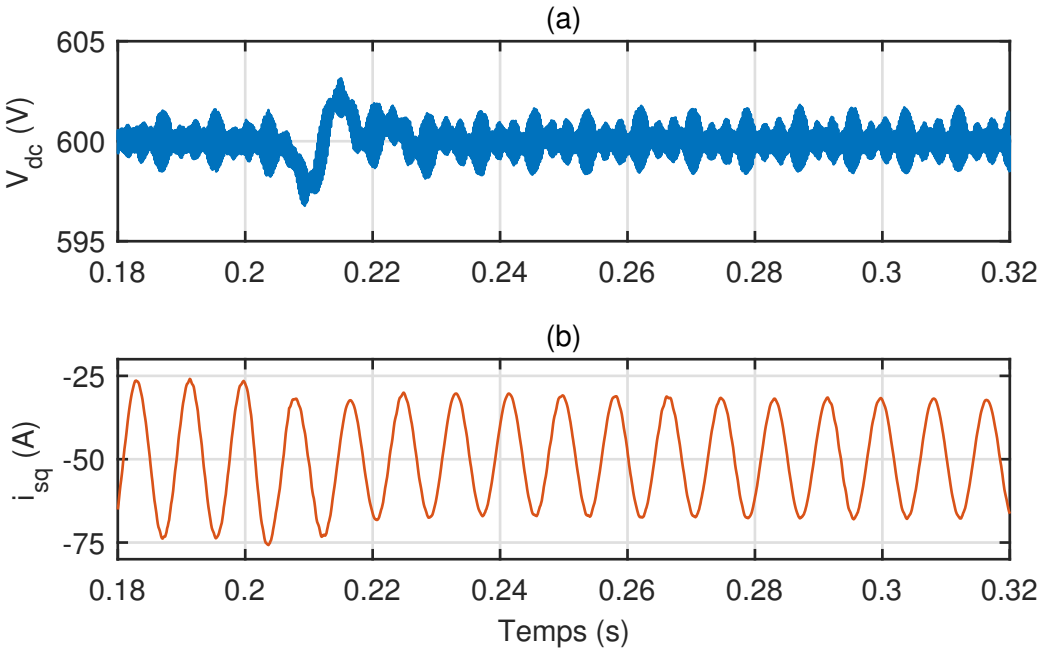

Figure 5.32 L'inductance $L_s = 2$ mH devient incertaine à $t = 0.2$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

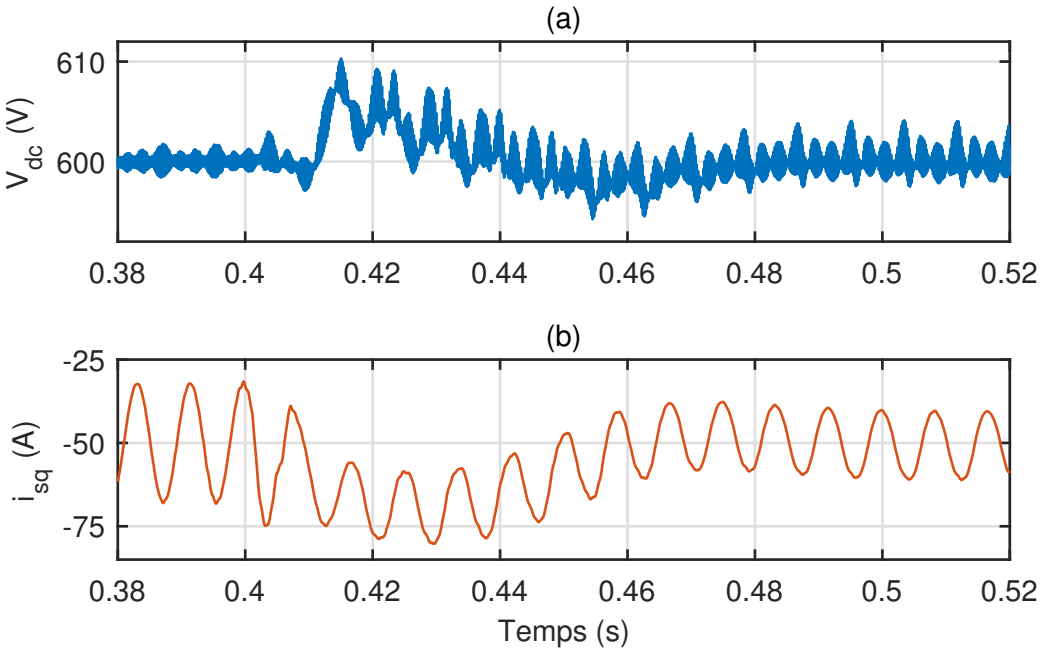

Figure 5.33 Le réseau devient fragile $L_g = 4$ mH à $t = 0.4$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

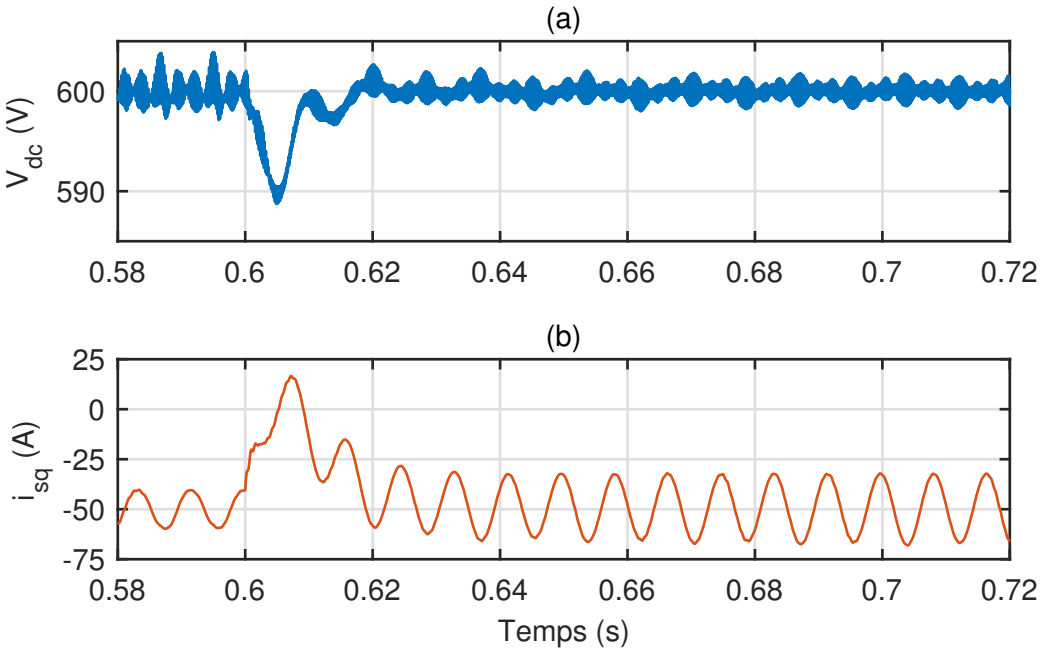

Figure 5.34 Le réseau redevient robuste $L_g = 0.1$ mH à $t = 0.6$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

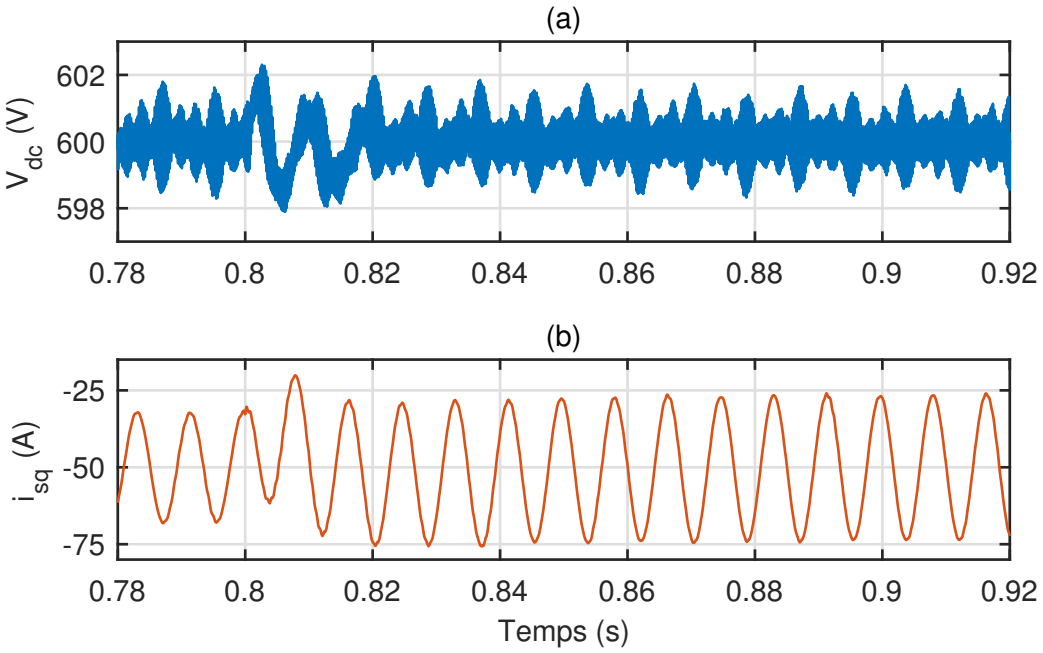

Figure 5.35 L'inductance $L_s = 1$ mH redevient nominale à $t = 0.8$ s : réponses temporelles des sorties à contrôler (a) V_{dc} et (b) i_{sq}

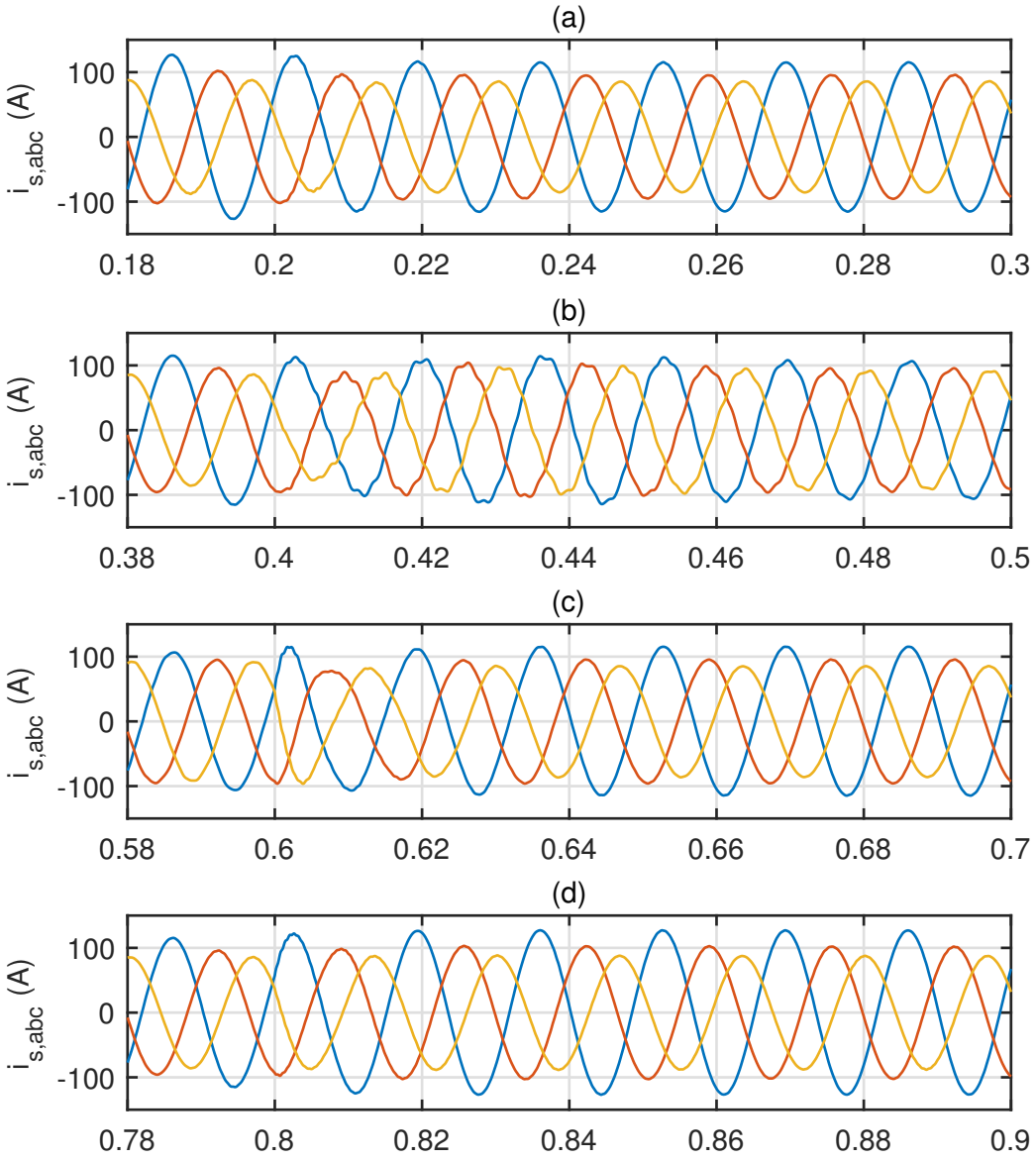

Figure 5.36 Réponses temporelles des courants injectés au réseau $i_{s,abc}$: (a) $L_s = 2$ mH à $t = 0.2$ s (b) $L_g = 4$ mH à $t = 0.4$ s (c) $L_g = 0.1$ mH à $t = 0.6$ s (d) $L_s = 1$ mH à $t = 0.8$ s

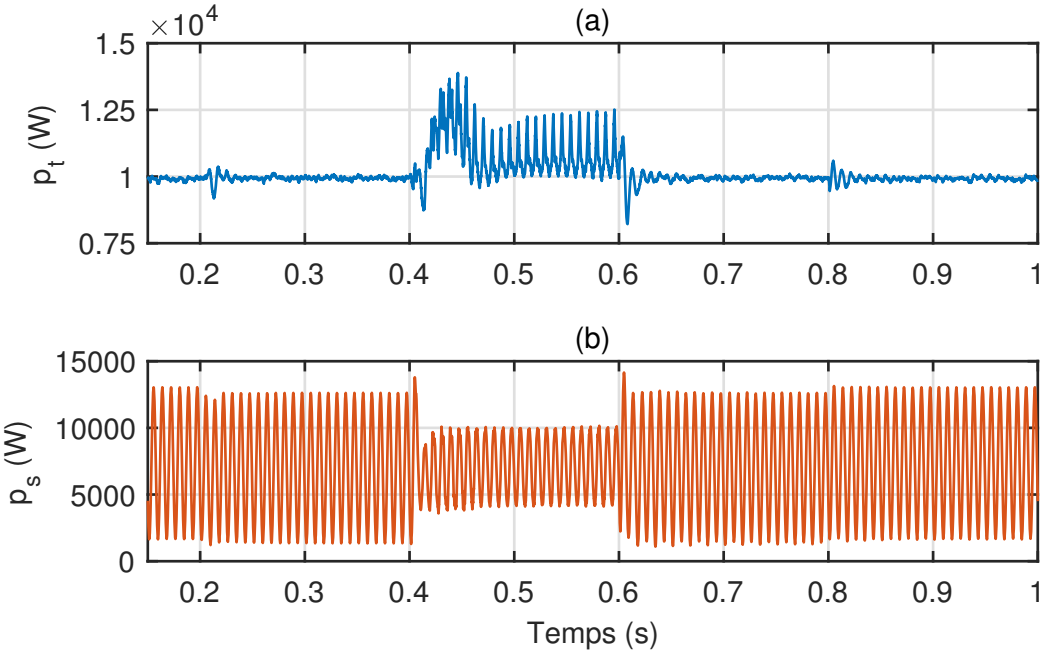

Figure 5.37 Réponses temporelles des puissances instantanées : (a) p_t en sortie du convertisseur (b) p_s du réseau

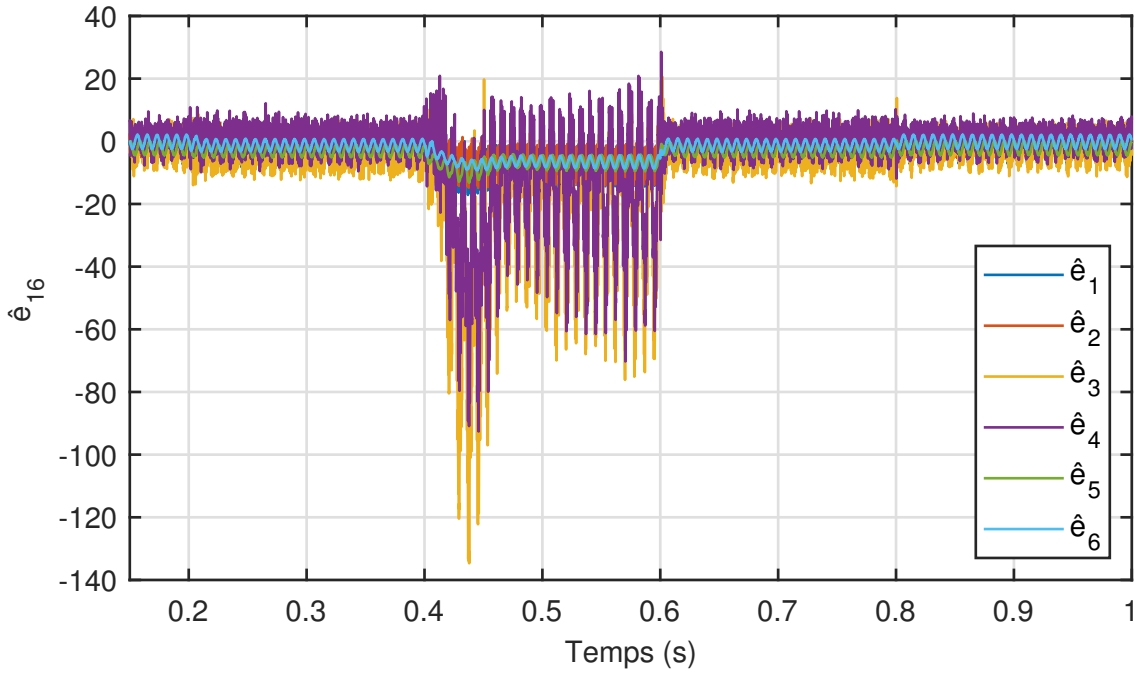

Figure 5.38 Erreurs d'estimation avec l'observateur réduit H_2

5.4 Résumé

Dans ce chapitre, la validation du système de commande a été effectuée en simulation.

Tout d'abord, les résultats numériques liés à la conception du système de commande ont été présentés. Ils ont permis de vérifier que les pôles du contrôleur contiennent ceux du servo-compensateur et que les pôles de l'observateur H_2 peuvent être placés dans une région désirée du plan complexe. On a pu également constater que les modes fixes de l'observateur bilinéaire peuvent être trop lents.

Puis, l'analyse des diagrammes des valeurs singulières des sorties contrôlées a montré que les performances du système en boucle fermée sont normalement excellentes aux fréquences d'intérêts. Le servo-contrôleur assure le suivi des signaux de consigne et le rejet des perturbations. On a remarqué que l'observateur augmente l'atténuation du bruit haute fréquence.

Enfin, trois scénarios de simulation ont été mis en place afin de tester les performances du système en boucle fermée. Les deux premiers confirment que le contrôleur permet de remplir les objectifs du mémoire. Lorsque le réseau devient déséquilibré, les harmoniques des deux côtés du convertisseur sont éliminées rapidement. Les sorties contrôlées répondent bien aux changements de consigne et aux fluctuations de la puissance délivrée par l'unité DER. Le troisième scénario montre que les sorties sont toujours régulées quand certains paramètres s'éloignent de leurs valeurs nominales sans déstabiliser le système en boucle fermée. Cependant, les performances se dégradent vu que le contrôleur n'a pas été réellement conçu pour ce type d'application.

CHAPITRE 6 CONCLUSION

Ce dernier chapitre fait le bilan des travaux réalisés au cours du mémoire et propose des améliorations qui pourront faire l'objet de futures recherches.

6.1 Synthèse des travaux

L'objectif du mémoire était de concevoir un système de commande capable de réguler une unité de production d'énergie décentralisée raccordée au réseau de distribution potentiellement déséquilibré via un filtre LCL. Le contrôleur devait simultanément éliminer les harmoniques de deuxième ordre présentes sur la tension aux bornes du condensateur côté DC et les harmoniques de troisième ordre présentes sur les courants injectés au réseau côté AC. Le nombre de capteurs devait rester minimal pour ne pas augmenter le coût d'implantation et la sensibilité aux défaillances matérielles du système de commande.

Une étude approfondie du système à contrôler a permis de déterminer les conditions devant être satisfaites afin de résoudre le problème. Ces conditions ont été traduites en termes de performances à atteindre par le système en boucle fermée. Il s'agit de suivre deux signaux de consigne tout en rejetant une famille de perturbations. L'architecture du contrôleur est simple et consiste en un retour d'état estimé avec observateur. L'état du contrôleur a été augmenté d'un modèle interne des signaux à suivre/rejeter (signaux exogènes) et les gains ont été réglés de manière optimale par méthode LQR. Deux observateurs ont été conçus pour estimer le plus précisément possible l'état du système en présence des perturbations non mesurables, y compris quand le réseau est très fortement déséquilibré. L'observateur complet totalement découplé des perturbations ne convient pas à notre système puisque certains de ses pôles ne peuvent être placés arbitrairement. Finalement, l'observateur H_2 est celui que l'on retiendra, car bien que le découplage avec les perturbations ne soit pas parfait, sa conception basée sur les inégalités matricielles linéaires est flexible et surtout systématique.

Le contrôleur a été validé en simulation et les résultats obtenus sont très satisfaisants. Le système en boucle fermée suit parfaitement les signaux de consigne et rejette les perturbations, quel que soit le taux de déséquilibre du réseau. Tant que le système en boucle fermée reste stable, sa performance est robuste aux variations d'inductance du réseau (en restant dans une gamme réaliste). On peut donc conclure que les objectifs du mémoire sont atteints.

6.2 Limitations de la solution proposée

Globalement, aucun aspect de robustesse relatif aux incertitudes sur les paramètres ou sur la dynamique du système n'a été considéré dans le corps de ce mémoire. La validation en simulation ne prend pas en compte les incertitudes qui existent sur la mesure des capteurs ou le modèle du système. De plus, la dynamique de la boucle à verrouillage de phase ainsi que l'impédance du réseau de distribution ont été négligées. Pour s'assurer que le contrôleur fonctionne correctement, il aurait fallu le tester expérimentalement en laboratoire. Il s'agit d'un aspect important à considérer étant donné que la robustesse du système en boucle fermée n'est pas garantie avec l'observateur. Par ailleurs, il a été remarqué en simulation que si la puissance délivrée par l'unité de production d'énergie décentralisée approche zéro ou devient négative, le système en boucle fermée diverge quand le réseau est déséquilibré.

6.3 Améliorations futures

La validation expérimentale du contrôleur permettrait de confirmer définitivement la faisabilité du système de commande et ouvrirait la voie à d'éventuelles applications industrielles.

Une analyse de robustesse devrait être menée pour vérifier jusqu'où le contrôleur peut garantir la stabilité du système. En particulier, on sait que la valeur de l'impédance du réseau est incertaine et varie dans un certain intervalle. Les inégalités matricielles linéaires peuvent de nouveau être utilisées afin de concevoir un contrôleur prenant en compte cette incertitude polyédrique : on parle alors de stabilité quadratique. Une autre piste serait de retrouver les marges de stabilité garanties avec la loi de commande par retour d'état optimal en améliorant la robustesse de l'observateur grâce aux techniques de récupération de transfert de boucle (en anglais *Loop Transfer Recovery*).

Il serait également possible de travailler directement avec le modèle d'état original du système en concevant un contrôleur non linéaire. Cela éviterait d'utiliser des hypothèses simplificatrices et améliorerait probablement la fiabilité du système de commande. En particulier, plusieurs exemples de contrôleurs par backstepping figurent dans la littérature.

Enfin, les énergies renouvelables étant intermittentes, leur puissance fluctue au cours du temps. Par conséquent, il est crucial de résoudre les problèmes de stabilité rencontrés lorsque la puissance délivrée par l'unité de production d'énergie décentralisée est nulle (voire négative si l'on considère un fonctionnement en mode batterie). Il s'agirait, par exemple, d'étudier en détail la stabilité du modèle non linéaire.

RÉFÉRENCES

[1] T. Wildi et G. Sybille, *Électrotechnique 4e ed.* Presses de l'université Laval, 2005.

[2] "IEEE recommended practice and requirements for harmonic control in electric power systems," *IEEE Std 519-2014 (Revision of IEEE Std 519-1992)*, p. 1–29, June 2014.

[3] R. Yan et T. K. Saha, "Investigation of voltage imbalance due to distribution network unbalanced line configurations and load levels," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, n°. 2, p. 1829–1838, 2013.

[4] D. Said, K. Nor et M. Majid, "Analysis of distribution transformer losses and life expectancy using measured harmonic data," dans *Proceedings of 14th International Conference on Harmonics and Quality of Power-ICHQP 2010*. IEEE, 2010, p. 1–6.

[5] K. Patil et W. Gandhare, "Effects of harmonics in distribution systems on temperature rise and life of xlpe power cables," dans *2011 International Conference on Power and Energy Systems*. IEEE, 2011, p. 1–6.

[6] K. Wannous et P. Toman, "The effects of harmonics on overcurrent relays," dans *2016 17th International Scientific Conference on Electric Power Engineering (EPE)*. IEEE, 2016, p. 1–6.

[7] K. Suslov, V. Stepanov et N. Solonina, "Smart grid : Effect of high harmonics on electricity consumers in distribution networks," dans *2013 International Symposium on Electromagnetic Compatibility*. IEEE, 2013, p. 841–845.

[8] D. De Santis et M. Chen, "Design of active low pass filters to reduce harmonic current emission," dans *IECON 2017-43rd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. IEEE, 2017, p. 1059–1065.

[9] J. Sosa, G. Escobar, P. Martinez-Rodriguez, G. Vazquez, M. Juarez et M. Diosdado, "Comparative evaluation of l and lcl filters in transformerless grid tied converters for active power injection," dans *2014 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*. IEEE, 2014, p. 1–6.

[10] C. Natesan, A. Devendiran, S. Chozhavendhan, D. Thaniga et R. Revathi, "Igbt and mosfet : A comparative study of power electronics inverter topology in distributed generation," dans *2015 International Conference on Circuits, Power and Computing Technologies [ICCPCT-2015]*. IEEE, 2015, p. 1–5.

[11] W. Zhao et G. Chen, "Comparison of active and passive damping methods for application in high power active power filter with lcl-filter," dans *2009 International Conference on Sustainable Power Generation and Supply*. IEEE, 2009, p. 1–6.

[12] M. S. Sadabadi, A. Haddadi, H. Karimi et A. Karimi, “A robust active damping control strategy for an *lcl*-based grid-connected dg unit,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 64, n°. 10, p. 8055–8065, 2017.

[13] S. Leitner, M. Yazdanian, S. Ziaeinejad, A. Mehrizi-Sani et A. Muetze, “Internal model-based active resonance damping current control of a grid-connected voltage-sourced converter with an lcl filter,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, n°. 6, p. 6025–6036, 2018.

[14] Z. Xin, P. Mattavelli, W. Yao, Y. Yang, F. Blaabjerg et P. C. Loh, “Mitigation of grid-current distortion for lcl-filtered voltage-source inverter with inverter-current feedback control,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 33, n°. 7, p. 6248–6261, 2018.

[15] X. Liang et C. Andalib-Bin-Karim, “Harmonics and mitigation techniques through advanced control in grid-connected renewable energy sources : A review,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 54, n°. 4, p. 3100–3111, 2018.

[16] N. R. Merritt, C. Chakraborty et P. Bajpai, “New voltage control strategies for vsc-based dg units in an unbalanced microgrid,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 8, n°. 3, p. 1127–1139, 2017.

[17] N.-B. Lai et K.-H. Kim, “Robust control scheme for three-phase grid-connected inverters with lcl-filter under unbalanced and distorted grid conditions,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 33, n°. 2, p. 506–515, 2018.

[18] H. Wang et F. Blaabjerg, “Reliability of capacitors for dc-link applications in power electronic converters—an overview,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 50, n°. 5, p. 3569–3578, 2014.

[19] C. F. Nascimento, E. H. Watanabe, A. B. Dietrich, R. F. Dias et O. Diene, “Noncharacteristic harmonics and dc side capacitor calculation in vsc connected to a distribution system with unbalanced voltage,” dans *2015 IEEE 24th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*. IEEE, 2015, p. 349–354.

[20] C. F. Nascimento, E. H. Watanabe, O. Diene, A. B. Dietrich, A. Goedtel, J. J. Gyselinck et R. F. Dias, “Analysis of noncharacteristic harmonics generated by voltage-source converters operating under unbalanced voltage,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 32, n°. 2, p. 951–961, 2017.

[21] M. Karimi-Ghartemani et H. Karimi, “Processing of symmetrical components in time-domain,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 22, n°. 2, p. 572–579, 2007.

[22] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre et A. V. Timbus, “Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems,” *IEEE Transactions on industrial electronics*, vol. 53, n°. 5, p. 1398–1409, 2006.

[23] A. Yazdani et R. Iravani, “A unified dynamic model and control for the voltage-sourced converter under unbalanced grid conditions,” *IEEE Transactions on Power delivery*, vol. 21, n°. 3, p. 1620–1629, 2006.

[24] W. Tao, Z. Gu, L. Wang et J. Li, “Research on control strategy of grid-connected inverter under unbalanced voltage conditions,” dans *2016 IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC-ECCE Asia)*. IEEE, 2016, p. 915–919.

[25] Q.-C. Zhong, W.-L. Ming, X. Cao et M. Krstic, “Control of ripple eliminators to improve the power quality of dc systems and reduce the usage of electrolytic capacitors,” *IEEE Access*, vol. 4, p. 2177–2187, 2016.

[26] C. Ren, X. Han, L. Wang, Y. Yang, W. Qin et P. Wang, “High-performance three-phase pwm converter with a reduced dc-link capacitor under unbalanced ac voltage conditions,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 65, n°. 2, p. 1041–1050, 2018.

[27] L. Xiao, S. Huang et K. Lu, “Dc-bus voltage control of grid-connected voltage source converter by using space vector modulated direct power control under unbalanced network conditions,” *IET Power Electronics*, vol. 6, n°. 5, p. 925–934, 2013.

[28] W. Yang, A. Zhang, J. Li, G. Li, H. Zhang et J. Wang, “Integral plus resonant sliding mode direct power control for vsc-hvdc systems under unbalanced grid voltage conditions,” *Energies*, vol. 10, n°. 10, p. 1528, 2017.

[29] N. M. Dehkordi, N. Sadati et M. Hamzeh, “A robust backstepping high-order sliding mode control strategy for grid-connected dg units with harmonic/interharmonic current compensation capability,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 8, n°. 2, p. 561–572, 2017.

[30] H. Karimi, M. K. Ghartemani et K. Sheshyekani, “Robust control of three-phase voltage source converters under unbalanced grid conditions,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2019.

[31] H. Karimi, E. J. Davison et R. Iravani, “Multivariable servomechanism controller for autonomous operation of a distributed generation unit : Design and performance evaluation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, n°. 2, p. 853–865, 2010.

[32] E. Davison et I. Ferguson, “The design of controllers for the multivariable robust servomechanism problem using parameter optimization methods,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 26, n°. 1, p. 93–110, 1981.

[33] D. Davison et E. Davison, “Optimal transient response shaping of the servomechanism problem,” *Journal of optimization theory and applications*, vol. 115, n°. 3, p. 491–515, 2002.

[34] B. A. Francis et W. M. Wonham, “The internal model principle of control theory,” *Automatica*, vol. 12, n°. 5, p. 457–465, 1976.

[35] M. Karimi-Ghartemani, S. A. Khajehoddin, P. Jain et A. Bakhshai, “Linear quadratic output tracking and disturbance rejection,” *International Journal of control*, vol. 84, n°. 8, p. 1442–1449, 2011.

[36] B. D. Anderson et J. B. Moore, *Optimal control : linear quadratic methods.* Courier Corporation, 2007.

[37] R. L. Williams, D. A. Lawrence *et al.*, *Linear state-space control systems.* John Wiley & Sons, 2007.

[38] J. O’Reilly, *Observers for linear systems.* Academic Press, 1983, vol. 170.

[39] J. C. Doyle, “Guaranteed margins for lqg regulators,” *IEEE Transactions on automatic Control*, vol. 23, n°. 4, p. 756–757, 1978.

[40] G. Ellis, *Observers in control systems : a practical guide.* Elsevier, 2002.

[41] M. Zasadzinski, H. Rafaralahy, C. Mechmeche et M. Darouach, “On disturbance decoupled observers for a class of bilinear systems,” *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, vol. 120, n°. 3, p. 371–377, 1998.

[42] M. Darouach, M. Zasadzinski et S. J. Xu, “Full-order observers for linear systems with unknown inputs,” *IEEE transactions on automatic control*, vol. 39, n°. 3, p. 606–609, 1994.

[43] G.-R. Duan et H.-H. Yu, *LMIs in control systems : analysis, design and applications.* CRC press, 2013.

[44] C. Klamm, B. Anderson et R. Newcomb, “Stability of passive time-variable circuits,” *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 114, n°. 1, p. 71–75, 1967.

[45] L. Saydy, A. L. Tits et E. H. Abed, “Guardian maps and the generalized stability of parametrized families of matrices and polynomials,” *Mathematics of Control, Signals and Systems*, vol. 3, n°. 4, p. 345–371, 1990.

ANNEXE A STABILITÉ EN BOUCLE OUVERTE

Une condition nécessaire et suffisante pour que le modèle linéaire invariant dans le temps (4.11) soit asymptotiquement stable est que sa matrice d'état A_p soit Hurwitzienne, autrement dit, que ses valeurs propres soient toutes à partie réelle strictement négative :

$$\mathrm{sp}(A_p) = \{\lambda \in \mathbb{C} \mid \exists v \neq \mathbf{0}\ ,\ A_p v = \lambda v\} \subset \mathbb{C}_-^* \tag{A.1}$$

En réordonnant les variables d'état tel que $\tilde{x}_p = \begin{bmatrix} i_{td} & v_{cd} & i_{sd} & i_{tq} & v_{cq} & i_{sq} & V_{dc}^2 \end{bmatrix}^T$, la matrice d'état A_p se réécrit :

$$\tilde{A}_p = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & -\frac{1}{L_t} & 0 & \omega & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & 0 & \omega & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & \omega & 0 \\ -\omega & 0 & 0 & -\frac{R_t}{L_t} & -\frac{1}{L_t} & 0 & 0 \\ 0 & -\omega & 0 & \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} & 0 \\ 0 & 0 & -\omega & 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3V_s}{C_{dc}} & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{R_{dc}C_{dc}} \end{bmatrix} \tag{A.2}$$

Le spectre de cette matrice diagonale par blocs est l'union du spectre des blocs diagonaux :

$$\mathrm{sp}(\tilde{A}_p) = \mathrm{sp}\left(\begin{bmatrix} A_{LCL} & \omega I_3 \\ -\omega I_3 & A_{LCL} \end{bmatrix}\right) \cup \left\{-\frac{2}{R_{dc}C_{dc}}\right\} \tag{A.3}$$

où A_{LCL} est la matrice d'état du filtre LCL (3.38) exprimée dans le repère abc :

$$A_{LCL} = \begin{bmatrix} -\frac{R_t}{L_t} & -\frac{1}{L_t} & 0 \\ \frac{1}{C} & 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & \frac{1}{L_s} & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix} \tag{A.4}$$

Son polynôme caractéristique :

$$\chi_{LCL}(s) = a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0 \tag{A.5}$$

est le dénominateur de la fonction de transfert (3.43). Le critère de Routh-Hurwitz permet de conclure que ce polynôme est stable pour l'ensemble de définition (4.13) des paramètres du système : $\forall (R_{dc}, C_{dc}, R_t, L_t, R_s, L_s, C, \omega, V_s) \in \mathbb{R}_+^9 \setminus \{\mathbf{0}\}$

$$a_3 > 0 \ , \ a_2 > 0 \ , \ a_1 > 0 \ , \ a_0 > 0 \quad \text{et} \quad a_2 a_1 > a_3 a_0 \tag{A.6}$$

Ainsi, il en est de même pour la matrice A_{LCL} :

$$\forall (R_{dc}, C_{dc}, R_t, L_t, R_s, L_s, C, \omega, V_s) \in \mathbb{R}_+^9 \setminus \{\mathbf{0}\} \ , \ \mathrm{sp}(A_{LCL}) \in \mathbb{C}_-^* \tag{A.7}$$

Comme les blocs de la matrice :

$$\begin{bmatrix} sI_3 - A_{LCL} & -\omega I_3 \\ \omega I_3 & sI_3 - A_{LCL} \end{bmatrix} \tag{A.8}$$

sont de même dimension et commutent entre eux, son déterminant est donné par :

$$\det\left(sI_6 - \begin{bmatrix} A_{LCL} & \omega I_3 \\ -\omega I_3 & A_{LCL} \end{bmatrix} \right) = \det[(sI_3 - A_{LCL})^2 + \omega^2 I_3] \tag{A.9}$$

avec :

$$\det[(sI_3 - A_{LCL})^2 + \omega^2 I_3] = \det(sI_3 - A_{LCL} - j\omega I_3)\det(sI_3 - A_{LCL} + j\omega I_3) \tag{A.10}$$

Donc :

$$\mathrm{sp}\left(\begin{bmatrix} A_{LCL} & \omega I_3 \\ -\omega I_3 & A_{LCL} \end{bmatrix} \right) = \mathrm{sp}(A_{LCL} - j\omega I_3) \cup \mathrm{sp}(A_{LCL} + j\omega I_3) \tag{A.11}$$

On peut facilement voir que :

$$\mathrm{sp}(A_{LCL} - j\omega I_3) \cup \mathrm{sp}(A_{LCL} + j\omega I_3) = \{\lambda \pm j\omega \in \mathbb{C} \mid \lambda \in \mathrm{sp}(A_{LCL})\} \tag{A.12}$$

Enfin, puisque le spectre d'une matrice est un invariant de similitude, on conclut que : $\forall (R_{dc}, C_{dc}, R_t, L_t, R_s, L_s, C, V_s, \omega) \in \mathbb{R}_+^9 \setminus \{\mathbf{0}\}$

$$\mathrm{sp}(A_p) = sp(\tilde{A}_p) = \left\{ -\frac{2}{R_{dc} C_{dc}} \right\} \cup \{\lambda \pm j\omega \in \mathbb{C} \mid \lambda \in \mathrm{sp}(A_{LCL})\} \subset \mathbb{C}_-^* \tag{A.13}$$

Ainsi, on a démontré que le modèle d'état (4.11) est stable en boucle ouverte pour l'ensemble de définition (4.13) des paramètres du système. On devine également que la stabilité d'un système triphasé est invariante par changement de repère (ce qui paraît évident) y compris après avoir découplé les grandeurs complexes $\underline{x}_{\alpha\beta}$ ou $\underline{x}_{dq}$ selon leurs composantes réelle et imaginaire (x_α, x_β) ou (x_d, x_q) respectivement.

Il est également intéressant de noter que les circuits composés d'éléments passifs sont toujours stables au sens de Lyapunov (voir par exemple [44]).

ANNEXE B NOTES SUR LA ROBUSTESSE DU CONTRÔLEUR

Le contrôleur stabilise le système en boucle fermée (4.93). Cependant, il ne s'agit que du modèle nominal du système dont certains paramètres sont susceptibles de changer au cours du temps. Le réseau électrique est conventionnellement modélisé par une source de tension en série avec une bobine d'inductance L_g et de résistance interne R_g négligeable. La stabilité du réseau dépend de son impédance $\underline{Z}_g = R_g + jL_g$: plus elle est faible (en valeur absolue), plus le réseau est stable. Généralement, la valeur exacte de l'impédance du réseau est inconnue, mais on sait qu'elle varie dans un certain intervalle. Étant donné que l'impédance de deux dipôles en séries est égale à la somme de leurs impédances, on peut considérer (en négligeant la dynamique de la PLL) que celle de la bobine du filtre LCL proche du réseau s'écrit :

$$\underline{Z}_s = (R_s + R_g) + j(L_s + L_g) \approx R_s + j\tilde{L}_s \tag{B.1}$$

avec $\tilde{L}_s = (L_s + L_g) \in]\tilde{L}_{s,inf}, \tilde{L}_{s,sup}[$.

En considérant ce paramètre incertain, la matrice d'état du modèle en boucle ouverte (4.11) devient :

$$A_p = (1-\lambda)A_{p,inf} + \lambda A_{p,sup} \in \mathrm{conv}(A_{p,inf}, A_{p,sup}) \tag{B.2}$$

où $\lambda \in [0,1]$ et $A_{p,inf}$, $A_{p,sup}$ sont les valeurs extrêmes de A_p calculées en remplaçant L_s par $\tilde{L}_{s,sup}$, $\tilde{L}_{s,inf}$ respectivement. Ce type d'incertitude est dit polyédrique car la matrice A_p appartient à un polyèdre (ici un segment) de matrices ayant pour sommets $(A_{p,inf}, A_{p,sup})$. En remplaçant A_p dans (4.93) par (B.2), la matrice d'état notée A_{cl} du système en boucle fermée est également polyédrique :

$$A_{cl} = (1-\lambda)A_{cl,inf} + \lambda A_{cl,sup} \tag{B.3}$$

On cherche donc à déterminer l'intervalle maximal $[\tilde{L}_{s,inf}, \tilde{L}_{s,sup}]$ pour lequel A_{cl} reste stable (on parle aussi de stabilité quadratique de la matrice A_{cl}). Un moyen d'analyser la robustesse du contrôleur est de se servir des applications gardiennes [45], que l'on va présenter succinctement.

Soit un ensemble de stabilité généralisé défini par :

$$\mathcal{S}(\Omega) = \{M \in \mathbb{R}^{n\times n} \mid \mathrm{sp}(M) \subset \Omega\} \tag{B.4}$$

où Ω est un ouvert du plan complexe. On note respectivement l'adhérence, la frontière et

l'intérieur de l'ensemble $\mathcal{S}$ par $\overline{\mathcal{S}}$, $\partial\mathcal{S}$ et $\mathring{\mathcal{S}}$ de sorte que $\overline{\mathcal{S}} = \partial\mathcal{S} \cup \mathring{\mathcal{S}}$. On dit qu'une application $\nu_\Omega \colon \mathbb{R}^{n\times n} \to \mathbb{C}$ garde l'ensemble $\mathcal{S}$ si :

$$\forall M \in \overline{\mathcal{S}} \ , \ M \in \partial\mathcal{S} \quad \Longleftrightarrow \quad \nu_\Omega(M) = 0 \tag{B.5}$$

Par exemple, en choisissant la stabilité au sens de Hurwitz, $\Omega = \mathring{\mathbb{C}}_-$ et $\mathcal{S}(\Omega)$ est gardé par l'application $\nu_\Omega \colon M \mapsto \det \mathcal{F}(M)$, avec $\mathcal{F}(M)$ donné par $M \oplus M$ ou $\mathrm{blkdiag}(M, M \odot I)$. On rappelle que $\oplus$ représente la somme de Kronecker et $\odot$ le produit bialterné.

Les applications gardiennes permettent d'étudier simplement la stabilité généralisée d'une famille de matrices paramétrées. Soit $M(r) \in \mathbb{R}^{n\times n}$ une matrice continûment paramétrée par un vecteur $r = (r_1, \ldots, r_k) \in \mathcal{U}$, avec $\mathcal{U}$ un sous-ensemble connexe de $\mathbb{R}^k$. Si l'ensemble de stabilité $\mathcal{S}(\Omega)$ est gardé par une application ν_Ω et qu'il existe $r_0 \in \mathcal{U}$ tel que $M(r_0) \in \mathcal{S}(\Omega)$, alors :

$$\forall r \in \mathcal{U} \ , \ M(r) \in \mathcal{S}(\Omega) \quad \Longleftrightarrow \quad \forall r \in \mathcal{U} \ , \ \nu_\Omega(M(r)) \neq 0 \tag{B.6}$$

Ici, on se concentre sur un résultat de [45] permettant d'analyser spécifiquement la stabilité (au sens de Hurwitz) de l'enveloppe convexe de deux matrices réelles. En effet, l'enveloppe convexe $\mathrm{conv}(M_0, M_1)$ de deux matrices réelles $M_0 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ et $M_1 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ peut être vue comme un cas particulier de famille de matrices dépendant d'un seul paramètre $\lambda \in [0, 1]$:

$$\mathrm{conv}(M_0, M_1) = \{M(\lambda) \in \mathbb{R}^{n\times n} \mid M(\lambda) = (1-\lambda)M_0 + \lambda M_1 \ , \ \lambda \in [0, 1]\} \tag{B.7}$$

Si la matrice $M_0 \in \mathbb{R}^{n\times n}$ est Hurwitzienne, alors $\mathrm{conv}(M_0, M_1)$ est stable au sens de Hurwitz si et seulement si les valeurs propres de $\mathcal{F}^{-1}(M_0)\mathcal{F}(M_1)$ sont strictement positives, avec $\mathcal{F}(M)$ donné par $M \oplus M$ ou $\mathrm{blkdiag}(M, M \odot I)$.

Grâce à ce résultat, on trouve qu'avec les paramètres du tableau 5.1, le système en boucle fermée (4.93) est stable pour tout $\tilde{L}_s \in]0.19, 5.78[$ mH. Il est surtout très important de remarquer qu'en tenant compte de la dynamique du filtre générateur de consigne (4.24), le domaine de stabilité robuste du système en boucle fermée (4.100) diminue : $\tilde{L}_s \in]0.19, 4.56[$ mH.