PolyPublie
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Title:	Optimisation d'une aile d'avion par la méthode de décomposition de la traînée
Auteur: Author:	Eddy Petro
Date:	2018
Type:	Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis
Référence: Citation:	Petro, E. (2018). Optimisation d'une aile d'avion par la méthode de décomposition de la traînée [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/3772/

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: PolyPublie URL:	https://publications.polymtl.ca/3772/
Directeurs de recherche: Advisors:	Jean-Yves Trépanier
Programme: Program:	Génie mécanique

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

OPTIMISATION D'UNE AILE D'AVION PAR LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION DE LA TRAÎNÉE

EDDY PETRO
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE MÉCANIQUE)
DÉCEMBRE 2018

© Eddy Petro, 2018.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

OPTIMISATION D'UNE AILE D'AVION PAR LA MÉTHODE DE DÉCOMPOSITION DE LA TRAÎNÉE

présenté par : PETRO Eddy
en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. PELLETIER Dominique, Ph. D., président
M. TRÉPANIER Jean-Yves, Ph. D., membre et directeur de recherche
M. VO Huu Duc, Ph. D., membre

DÉDICACE

À mes parents ...

REMERCIEMENTS

J'aimerais tout d'abord exprimer ma plus profonde gratitude à mes parents, János et Pauline. Sans leur amour inconditionnel et leurs appuis soutenus, ce travail n'aurait jamais été possible. Merci maman d'avoir pris autant d'heures à corriger mes textes criblés de fautes de français, souvent parsemés de phrases confuses et superflues.

Je souhaiterais aussi remercier mon directeur de recherche, le Professeur Jean-Yves Trépanier, pour m'avoir accordé l'opportunité de travailler sur un sujet qui me passionne. Ses conseils, sa générosité, et sa patience infinie m'ont été d'un support inestimable.

J'aimerais aussi offrir ma plus sincère gratitude au Professeur Dominique Pelletier pour m'avoir convaincu d'entreprendre des études supérieures. Je lui en suis éternellement reconnaissant. Je souhaiterais aussi remercier les Professeurs Marcelo Reggio, Professeur Huu Duc Vo et Professeur André Garon pour m'avoir donné leur confiance durant toutes ces années, pour avoir contribué à ma formation et pour avoir souvent amené des conversations toujours des plus intéressantes.

Je tiens aussi à remercier M. Alain Robidoux et son équipe. Leur excellent travail et leur dévouement a grandement facilité les défis que j'ai tenté d'entreprendre.

Finallement, je tiens à remercier chaleureusement Martin Gariépy et Benoît Malouin qui ont travaillé sur la décomposition de la traînée lors de leurs études doctorales. Leurs travaux ont semé les bases et ont été l'inspiration pour ce travail de recherche.

RÉSUMÉ

Le projet de recherche actuel évalue la capacité d'une méthode de décomposition de la traînée aérodynamique à mener un processus d'optimisation vers une aile d'avion plus efficace. La décomposition de la traînée est une méthode permettant d'isoler et de quantifier les différents types de traînées qui sont : la traînée d'onde, la traînée visqueuse, la traînée induite et la traînée numérique. Tous ces types de traînées proviennent de phénomènes physiques à l'exception de la traînée numérique. Cette dernière, inhérente à toutes solutions numériques de mécanique des fluides, se manifeste comme une fausse traînée aérodynamique et découle essentiellement d'erreurs de discrétisation, d'erreurs de troncature et de l'ajout de dissipation artificielle. L'intégration d'une méthode de décomposition à un processus d'optimisation permet théoriquement d'atténuer l'influence de la fausse traînée sur ce processus et de guider celui-ci vers une meilleure aile d'avion. Pour ce projet de recherche, la traînée aérodynamique du profil RAE2822 et de l'aile d'avion NASA CRM est minimisée en utilisant des processus avec et sans décomposition de traînée. Les résultats sont ensuite analysés et comparés. Pour tous ces processus d'optimisation, une méthode à base radiale est utilisée pour paramétriser les géométries et l'algorithme *Pointer* de *Isight Simulia*® est employé comme algorithme d'optimisation.

ABSTRACT

The current research project assesses the ability of a drag decomposition method in steering an optimization process towards a more efficient aircraft wing design. This method allows for aerodynamic drag to be broken down into different types of drag, which are namely: wave drag, viscous drag, induced drag, and spurious drag. Apart from spurious drag, all these types of aerodynamic drag are the result of physical phenomena. For its part, spurious drag is inherent to all numerical solutions and is mainly due to discretization errors, truncation errors and the use of artificial dissipation by most solvers to smooth large gradients. Joining a drag decomposition method to an optimization process may theoretically mitigate the detrimental influences spurious drag may have on an optimization process and may, therefore, lead it to a better wing design. For this research project, the aerodynamic drag of the RAE2822 airfoil and the NASA CRM wing have been minimized using optimization processes with and without a drag decomposition method. The results of these optimizations are then analyzed and compared. For these optimization processes, a radial basis function method has been used to parameterize the geometries. The optimization algorithm used was *Pointer* from *Isight Simulia*®.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE iii

REMERCIEMENTS iv

RÉSUMÉ v

ABSTRACT vi

TABLE DES MATIÈRES vii

LISTE DES TABLEAUX x

LISTE DES FIGURES xi

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS xiii

CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1
1.1 Contexte et motivation 1
1.2 Objectif de recherche 2
1.3 Organisation du mémoire 2

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE 3
2.1 Solveur numérique 3
2.2 Paramétrisations géométriques 4
2.3 Algorithmes d'optimisation 10
2.3.1 Algorithmes à gradient 10
2.3.2 Algorithmes métaheuristiques 14
2.3.3 Algorithmes hybrides 17
2.4 Décomposition de la traînée 18

CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE 22
3.1 Description des cas tests 22
3.1.1 Cas test bidimensionnel 22
3.1.2 Cas test tridimensionnel 23
3.2 Analyse aérodynamique 26
3.2.1 Équations de Navier-Stokes 26

3.2.2 Modèle de turbulence 30
3.2.3 Discrétisation 32
3.2.4 Génération de maillages 34
3.2.5 Solveur 36
3.3 Conditions frontières 36
3.4 Paramétrisation géométrique 37
3.5 Algorithmes d'optimisation 40
3.6 Processus d'optimisation 40
3.7 Stratégie d'optimisation 41

CHAPITRE 4 DÉCOMPOSITION DE LA TRAÎNÉE 42
4.1 Implémentation numérique 52
4.1.1 Zone de choc 53
4.1.2 Zone d'interaction 54
4.2 Validation 54

CHAPITRE 5 OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE 56
5.1 Optimisation 2D - Profil RAE2822 56
5.1.1 Formulation du problème d'optimisation 56
5.1.2 Maillage 57
5.1.3 Paramétrisation géométrique 58
5.1.4 Calcul aérodynamique du RAE2822 initial 59
5.1.5 Optimisation de la traînée totale 63
5.1.6 Optimisation de la traînée nette 65
5.1.7 Comparaison des optimisations 67
5.1.8 Influence de la condition frontière 69
5.2 Optimisation 3D - Aile NASA CRM 72
5.2.1 Formulation du problème d'optimisation 72
5.2.2 Maillage 72
5.2.3 Paramétrisation géométrique 74
5.2.4 Calcul aérodynamique de l'aile CRM initiale 75
5.2.5 Optimisation de la traînée totale 77
5.2.6 Optimisation de la traînée nette 82
5.2.7 Comparaison des optimisations 84

CHAPITRE 6 CONCLUSION 85
6.1 Synthèse des travaux 85

6.2 Limitations 85
6.3 Améliorations futures 86

RÉFÉRENCES 87

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1 Types de méthodes de paramétrisations 7
Tableau 3.1 RAE2822 - Caractéristiques géométriques 23
Tableau 3.2 AGARD - Conditions d'opération et coefficients aérodynamiques - cas no.9 23
Tableau 3.3 Aile NASA CRM - caractéristiques géométriques de l'aile isolée et conditions d'optimisation 24
Tableau 3.4 Fonctions à base radiale 38
Tableau 4.1 Avion NASA CRM - Séquence de maillages 54
Tableau 5.1 RAE2822 - Séquence de maillages 58
Tableau 5.2 RAE2822 - Profil initial - Étude de convergence 61
Tableau 5.3 RAE2822 - Profil initial - Erreur de discrétisation spatiale 62
Tableau 5.4 RAE2822 - Étude de convergence - Optimisation de la traînée totale . 64
Tableau 5.5 RAE2822 - Erreur de discrétisation spatiale - optimisation traînée totale 65
Tableau 5.6 RAE2822 - Étude de convergence - Optimisation de la traînée nette . 66
Tableau 5.7 RAE2822 - Erreur de discrétisation spatiale - optimisation traînée totale 67
Tableau 5.8 RAE2822 - Comparaison de résultats sur maillage fin (L0) 69
Tableau 5.9 RAE2822 - Étude de convergence - maillage modifié 70
Tableau 5.10 RAE2822 - Erreur de discrétisation spatiale - maillage modifié 71
Tableau 5.11 Aile NASA CRM - Séquence de maillages 72
Tableau 5.12 Aile NASA CRM - Étude de convergence - Aile initiale 76
Tableau 5.13 Aile NASA CRM - Erreur de discrétisation spatiale 77
Tableau 5.14 Aile NASA CRM - Résultats - Optimisation de la traînée totale . . . 78
Tableau 5.15 Aile NASA CRM - Résultats - Optimisation de la traînée nette . . . 82
Tableau 5.16 Aile NASA CRM - Comparaison des résultats d'optimisation 84

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1 Topologies d'ailes d'avion 5
Figure 2.2 Changement de forme d'une topologie invariante 6
Figure 2.3 Modification d'une géométrie par FFD 9
Figure 2.4 Taxonomie des problèmes d'optimisation (selon NEOS [1]) 10
Figure 3.1 Profil *Royal Aircraft Establishment* (RAE) 2822 22
Figure 3.2 Modèle d'avion NASA CRM - configuration aile-fuselage 24
Figure 3.3 Aile d'avion NASA CRM 25
Figure 3.4 Volumes de contrôle 34
Figure 3.5 Maillage du RAE2822 35
Figure 3.6 Aile NASA CRM 35
Figure 3.7 Organigramme du processus d'optimisation 41
Figure 4.1 Volume de contrôle 42
Figure 4.2 Effets de la discrétisation du maillage sur la traînée numérique 49
Figure 4.3 Effets de la troncature sur la traînée numérique 50
Figure 4.4 Effets de la qualité du maillage sur la traînée numérique 51
Figure 4.5 Marge du senseur de choc 53
Figure 4.6 Zone d'interaction 54
Figure 4.7 Maillage de l'avion NASA CRM - DPW5 - (maillage L4) 55
Figure 4.8 Validation du code de décomposition 55
Figure 5.1 RAE2822 - Profil initial - maillage 57
Figure 5.2 RAE2822 - Position des points de contrôle RBF 58
Figure 5.3 RAE2822 - Profil initial (maillage L2) - Convergence des résidus et des coefficients aérodynamiques 59
Figure 5.4 RAE2822 - Profil initial (maillage L2) - y+ 60
Figure 5.5 RAE2822 - Profil initial - Onde de choc 60
Figure 5.6 RAE2822 - Profil initial - Étude de convergence 62
Figure 5.7 RAE2822 - Historique d'optimisation de la traînée totale 63
Figure 5.8 RAE2822 - Étude de convergence - traînée totale 64
Figure 5.9 RAE2822 - Historique d'optimisaton de la traînée nette 65
Figure 5.10 RAE2822 - Étude de convergence - traînée nette 66
Figure 5.11 RAE2822 - Comparaison des coefficients de pression (maillage L2) . . 67
Figure 5.12 RAE2822 - Nombre de Mach pour les profils initial et optimisés (maillage L2) 68

Figure 5.13 Position de la condition frontière 69
Figure 5.14 RAE2822 - Étude de convergence - maillage modifié 70
Figure 5.15 Série de maillages appliqués sur le modèle d'aile d'avion CRM 73
Figure 5.16 Aile NASA CRM - Position des points de contrôle RBF 74
Figure 5.17 Distribution des points de contrôle au niveau du *Yehudi break* 74
Figure 5.18 Aile NASA CRM initiale (maillage L2) - Convergence des résidus et des coefficients aérodynamiques 75
Figure 5.19 Aile NASA CRM - Étude de convergence - aile initiale 76
Figure 5.20 Aile NASA CRM - Historique d'optimisation de la traînée totale . . . 78
Figure 5.21 Aile NASA CRM - Distribution du coefficient de pression sur l'extrados 79
Figure 5.22 Aile NASA CRM - Coefficients de pressions 80
Figure 5.23 Aile NASA CRM - Optimisation de la traînée totale - senseur de choc 81
Figure 5.24 Aile NASA CRM - Historique d'optimisation de la traînée nette . . . 82
Figure 5.25 Aile NASA CRM - Optimisation de la traînée nette - vitesse axiale au bord de fuite 83

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

Abréviations

ADODG	AIAA Design Optimization Discussion Group
CAD	Conception assistée par ordinateur **C**omputer-**A**ided **D**esign
CFD	Computational Fluid Dynamics
CRM	Commun Research Model
NASA	National Aeronautics and Space Administration
RANS	Reynolds Averaged Navier-Stokes
RBF	Fonction de base radiale **R**adial **B**asis **F**unction
TPS	Spline en plaque mince **T**hin-**P**late **S**pline

Définitions

x,y,z	coordonnées cartésiennes - x est la direction de vol
u,v,w	composante de vitesse
a	vitesse du son
Re	nombre de Reynolds
M	nombre de Mach
$F_{viscous}$	senseur délimitant la zone visqueuse : viscous sensor
F_{shock}	senseur délimitant l'onde de choc : shock sensor
$\vec{f}$	vecteur de quantité de mouvement
$\vec{n}$	vecteur normal pointant vers l'extérieur du domaine
p	pression
T	température
$\vec{q}$	vecteur vitesse
$\vec{\tau}$	tenseur de contrainte déviatorique
$\vec{\tau}_x$	tenseur de contrainte longitudinale $\vec{\tau}_x = \vec{\tau} \cdot \vec{i}$
H	enthalpie
s	entropie
α	angle d'incidence
γ	ratio de chaleur spécifique

ϕ	variable généralisée
R	constante des gaz parfaits
μ_l	viscosité dynamique
μ_t	viscosité dynamique turbulente
Ω	volume de contrôle
$\tilde{\nu}$	viscosité cinématique turbulente modifiée
η	pourcentage de l'envergure de l'aile

Indices

∞	Écoulement libre/non-perturbé

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Contexte et motivation

De nos jours, le monde de l'aviation civile est plus compétitif que jamais. Afin d'assurer le succès commercial d'un nouvel avion de ligne, un constructeur doit répondre aux exigences de plusieurs intervenants. D'un côté, les transporteurs aériens demandent des appareils moins dispendieux, toujours plus économiques en carburant, afin de réduire leurs coûts d'exploitation. De l'autre, les gouvernements exigent des avions moins bruyants et moins polluants en instaurant des normes environnementales toujours plus contraignantes et restrictives. Notamment, de nouvelles normes d'émission de CO_2 ont récemment été adoptées par l'Organisation de l'Aviation Civile Internationale [1].

Afin de se démarquer dans un marché toujours plus concurrentiel, les constructeurs doivent sans cesse innover en développant des appareils plus performants. Ces constructeurs doivent optimiser leurs prototypes sous toutes leurs facettes. Parmi tous les aspects considérés lors de la conception d'un avion de ligne, des efforts importants sont investis afin d'améliorer les caractéristiques aérodynamiques. Une partie du travail consiste à réduire au maximum l'influence des forces nuisibles empêchant un déplacement efficace de l'avion. De façon spécifique, nous parlons ici de minimiser la traînée aérodynamique.

Présentement, en industrie, la traînée aérodynamique d'une aile est réduite en utilisant un processus d'optimisation. De manière automatique, le processus modifie la forme d'une aile, détermine la traînée qu'elle génère à l'aide d'un calcul de mécanique des fluides numérique et compare le résultat obtenu à d'autres configurations d'ailes déjà évaluées durant le processus. Ces étapes sont répétées jusqu'à ce qu'une forme d'aile idéale soit identifiée.

Pour réaliser l'analyse de mécanique des fluides de chacune des ailes générées par l'optimiseur, un maillage doit être préparé. Cette opération consiste à subdiviser l'espace autour de l'aile en une très grande quantité de cellules. Typiquement, le nombre de cellules nécessaires à une analyse peut varier de quelques millions à plusieurs dizaines de millions d'éléments. Le nombre de cellules choisi influence grandement la précision du calcul de traînée et la puissance de calcul requise pour l'obtenir. Plus le nombre de cellules est élevé, plus le calcul de traînée est précis et long à compléter. Au cours d'une optimisation, des centaines de configurations

d'ailes sont évaluées et comparées. Un maillage grossier comportant peu de cellules doit donc préférablement être utilisé. Ceci permet de compléter une optimisation dans des délais raisonnables mais induit une erreur non négligeable dans le calcul de traînée aérodynamique. Mis à part les erreurs de discrétisations intrinsèques à l'utilisation d'un maillage grossier, une partie importante des erreurs numériques se manifeste par l'apparition d'une fausse-traînée aérodynamique. La présence de cette dernière masque certaines solutions à l'optimiseur et risque de guider ce dernier vers de fausses solutions optimales. L'introduction d'une méthode de décomposition de la traînée dans un processus d'optimisation permet en théorie de remédier à la situation en isolant la fausse-traînée et en la soustrayant de la solution numérique.

1.2 Objectif de recherche

L'objectif de ce projet de recherche est d'évaluer la capacité d'une méthode de décomposition de la traînée à guider un processus d'optimisation vers une aile d'avion plus efficace. Pour atteindre cet objectif, des processus avec et sans décomposition seront mis en place et les résultats comparés. Une première comparaison sera effectuée en implémentant des processus optimisant le profil bidimensionnel RAE2822. Une seconde comparaison sera ensuite réalisée en optimisant l'aile d'avion tridimensionnelle NASA CRM.

1.3 Organisation du mémoire

Le présent mémoire comprend un total de six chapitres incluant celui-ci. Le chapitre deux présente une revue de littérature sommaire du domaine de l'optimisation aérodynamique et aborde les principaux aspects concernant la mise en place d'un processus d'optimisation. Un troisième chapitre décrit la méthodologie suivie afin d'atteindre les objectifs de ce projet de recherche. Le quatrième chapitre présente la théorie de décomposition de la traînée ainsi que son implémentation informatique. Finalement, les résultats obtenus pour les optimisations bidimensionnelles et tridimensionnelles sont détaillés et comparés au chapitre cinq. Au sixième et dernier chapitre, on retrouve la conclusion de ce projet de recherche.

CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Le but du présent projet de recherche est d'évaluer les possibles avantages pouvant émaner de l'emploi d'une technique de décomposition de la traînée lors d'une optimisation aérodynamique d'aile d'avion. Afin d'atteindre cet objectif, un processus d'optimisation de forme aérodynamique devra être mis en place. Un tel processus nécessite le choix et l'intégration de plusieurs éléments, notamment d'un solveur de mécanique des fluides, d'une paramétrisation géométrique et d'un algorithme d'optimisation. Pour assurer une sélection judicieuse des composantes de ce processus, une revue de littérature sommaire de celles-ci ainsi que leur utilisation dans le cadre d'une optimisation de forme aéodynamique fut réalisée. Une revue de la technique de décomposition de la traînée ainsi que son utilisation en optimisation a également été effectuée.

2.1 Solveur numérique

L'optimisation aérodynamique d'ailes d'avion est un sujet de recherche actif depuis maintenant plusieurs décennies. La croissance rapide de la puissance informatique des dernières années a permis d'inclure, dans les boucles d'optimisation, des modules d'analyse de mécanique des fluides toujours plus précis et sophistiqués. Les premières optimisations d'ailes peuvent être recencées aux années soixante-dix avec les travaux de Hicks [2] à la National Aeronautics and Space Administration (NASA). Pour cette étude, les analyses aérodynamiques utilisées par le processus d'optimisation sont réalisées par un résoluteur d'écoulement potentiel qui suppose un fluide irrotationel et non visqueux. Le calcul de traînée est très approximatif. Dans les années quatre-vingt-dix, il devient possible d'utiliser des maillages plus raffinés pour effectuer les analyses numériques. Des optimisations réalisées par Jameson [3] ainsi que Reuther [4] utilisent un module pouvant résoudre les équations d'Euler pour analyser l'écoulement autour de l'aile. Finalement, une capacité informatique toujours grandissante permet de raffiner davantage le maillage, plus particulièrement en paroi de l'aile et ainsi résoudre les équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds. Ceci améliore considérablement la résolution du calcul de traînée aérodynamique. Une des premières optimisations utilisant ce type de calculs pour évaluer le comportement d'un écoulement autour d'une aile fut réalisée par Jameson [5]. Récemment, des optimisations ont été réalisées par Méheut [6], Lyu [7] ainsi que par Kenway [8] sur un modèle d'avion préparé par la NASA portant le nom de Common Research Model (CRM).

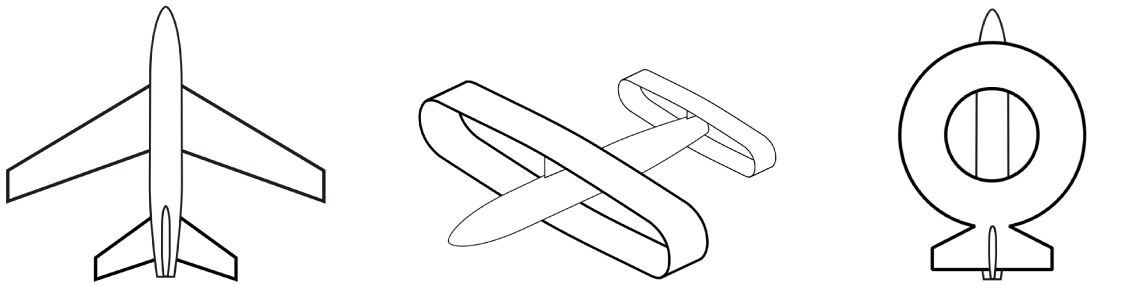
Une optimisation aérodynamique étant un processus exigeant en temps de calcul, de nouvelles méthodes ont dû être développées afin de remédier à la situation. La théorie du contrôle, employée en ingénierie pour étudier les comportements de systèmes dynamiques, a été appliquée pour la première fois à un problème de conception par Pironneau [9]. Cette théorie, transposée à des problèmes d'optimisations aérodynamiques par Jameson [3, 10, 11], s'est révélée comme étant une méthode efficace pouvant pallier aux longues durées d'exécution entravant les processus d'optimisation. Les méthodes adjointes, issues de la théorie du contrôle, sont maintenant très utilisées pour accélérer les processus d'optimisation aérodynamique. Elles ont entre autres été employées par Lyu [12] pour effectuer des optimisations RANS de l'aile d'avion CRM et par Chen [13] pour réaliser une optimisation de la configuration aile-fuselage-empennage du CRM. Un nombre relativement restreint d'évaluations (moins de 150) fut nécessaire pour converger chacune des optimisations. Aujourd'hui, les solveurs adjoints sont facilement accessibles et sont implémentés dans plusieurs logiciels tels que ANSYS Fluent, STAR-CCM+ et SU^2.

2.2 Paramétrisations géométriques

Une paramétrisation géométrique peut être définie comme un ensemble de données, généralement liées par des relations mathématiques, employées afin de générer des objets de formes et de grandeurs différentes. Dans un processus d'optimisation, les paramètres choisis pour dimensionner ces objets sont utilisés comme variables de design. Ces variables sont modifiées de manière automatique et itérative par un optimiseur afin de générer les différentes formes qui seront soumises à un solveur pour analyse. Une paramétrisation permet donc à un optimiseur d'explorer un espace de design et de chercher la solution optimale à un problème donné en changeant la forme d'une géométrie. Les différentes valeurs imposées aux variables de design sont déterminées par un algorithme d'optimisation (cf. section 2.3) qui a pour rôle d'élire les géométries de l'espace de design qui devront être évaluées par le solveur.

Dans le monde de l'aviation, il existe une gamme très variée de topologie d'appareils. La figure 2.1 illustre schématiquement quelques configurations pouvant être rencontrées. Selon les objectifs de conception établis lors des phases préliminaires d'un projet d'ingénierie, un processus d'optimisation peut être appelé à travailler sur des topologies variables ou fixes. Lorsque les concepteurs souhaitent balayer un vaste espace de design et explorer un large éventail de solutions, il est souvent nécessaire d'utiliser un processus d'optimisation qui em-

ploie une topologie variable. Un tel processus nécessite la mise en place d'une paramétrisation permettant de générer des topologies d'avion complexes et parfois d'en amalgamer plusieurs afin d'en créer de nouvelles. Une telle paramétrisation a été mise en place par Gagnon [14]. Cette paramétrisation permet de passer d'une topologie d'avion conventionnelle à une topologie d'aile-fuselage intégrés (*Blended-Wing Body*) ou d'aile unique en anneau (*Boxed-wing*). Une paramétrisation peut aussi être définie afin que le processus d'optimisation se concentre sur une topologie fixe où seules les dimensions et les proportions de cette dernière sont modifiées. À titre d'exemple, la figure 2.2 illustre conceptuellement des altérations pouvant être amenées à une topologie invariante. Pour un tel cas, seule la frontière de la géométrie est modifiée. Plusieurs des optimisations aérodynamiques réalisées en aéronautique sont de ce type. Ces optimisations vont cibler une partie de l'avion telle que la forme de l'aile [15] [16], le bord de fuite de l'aile [17] ou les aillettes de bout d'aile (*winglets)* [18]. Pour toutes ces études, la topologie initiale est conservée.



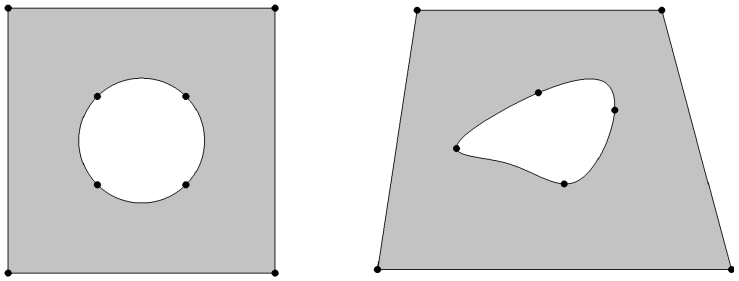
(a) aile en flèche (b) aile annulaire (c) aéronef Lee-Richards

Figure 2.1 Topologies d'ailes d'avion [1]

Lorsque la topologie de la géométrie à l'étude est simple, une méthode de paramétrisation combinée à un nombre limité de paramètres permettra de couvrir la totalité de son espace de design. Cependant pour une géométrie dont la topologie est plus complexe, tel un profil d'aile d'avion, des méthodes de paramétrisation plus élaborées sont nécessaires. Pour de telles géométries, la méthode de paramétrisation choisie ainsi que le nombre de paramètres appliqués détermineront la proportion de l'espace de design qui pourra être couverte. À titre d'exemple, Masters et al. [19] ont comparé sept méthodes de paramétrisation de profil aérodynamique. Ils ont évalué les différentes méthodes en comptant le nombre de profils que chacune pouvait reproduire parmi une banque comptant 2174 profils. Il est conclu dans cette étude, que la méthode de paramétrisation choisie ainsi que le nombre de paramètres employés par chacune d'entre elles influencent grandement la capacité de reproduire les différentes configurations

1. Guy Inchbald, CC BY-SA 3.0, `https://en.m.wikipedia.org/wiki/Wing_configuration`

de profils contenues dans la banque de données. Ils indiquent qu'il est nécessaire d'utiliser une paramétrisation comptant de 20 à 25 paramètres pour reproduire tous les profils de la banque et de 13 à 18 pour en couvrir 80 pour cent. L'impact du choix de la méthode de paramétrisation sur les résultats de l'optimisation ainsi que la vitesse à laquelle elle converge vers un optimum sont aussi rapportés par Wu [20] ainsi que par Samareh [21].



(a) géométrie initiale (b) géométrie modifiée

Figure 2.2 Changement de forme d'une topologie invariante

À l'heure actuelle, les méthodes de paramétrisation existantes peuvent essentiellement être classifiées en deux catégories. La première consiste à appliquer la paramétrisation au modèle géométrique, souvent effectuée par l'entremise d'un logiciel de conception assisté par ordinateur (CAO). Au cours d'une optimisation, les paramètres de la géométrie sont altérés afin de naviguer à l'intérieur de l'espace de design. La construction du maillage, nécessaire à la suite des calculs du processus d'optimisation, s'appuie sur ce modèle géométrique paramétré. La seconde regroupe les méthodes appliquant la paramétrisation directement au maillage, court-circuitant les modèles géométriques et les logiciels de CAO lors du processus d'optimisation. Pour ces types de paramétrisation, les paramètres sont utilisés afin de modifier le maillage directement, ce qui permet ainsi à un optimiseur d'explorer un espace de design sans intervenir au niveau de la géométrie. Le modèle géométrique n'est utilisé qu'une seule fois pour construire le maillage initial sur lequel sera appliquée la paramétrisation.

Appliquée à une géométrie ou un maillage, une paramétrisation peut être de nature constructive ou déformative. Les paramétrisations constructives sont utilisées de manière à générer une série de formes à partir d'un ensemble de paramètres. Les paramétrisations déformatives utilisent les paramètres définis afin de changer et d'altérer une géométrie ou un maillage existant. Le tableau 2.1 répertorie quelques-unes des méthodes de paramétrisation apparaissant dans la littérature. Les lignes qui suivent sont focalisées sur les méthodes les plus fréquemment utilisées en optimisation aérodynamique.

Tableau 2.1 Types de méthodes de paramétrisations

	Constructive	**Déformative**
Géométrie	Analytique Bosse de Hicks-Henne *Class-Shape-Transformation* Spline B-Spline Bézier Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) Parametric Section (PARSEC) *Singular Value Decomposition* (SVD) Équations aux dérivées partielles	Déformation de forme libre (FFD)
Maillage		Fonction de base radiale (RBF) Répartition de matière *Domain-element* Méthode discrète

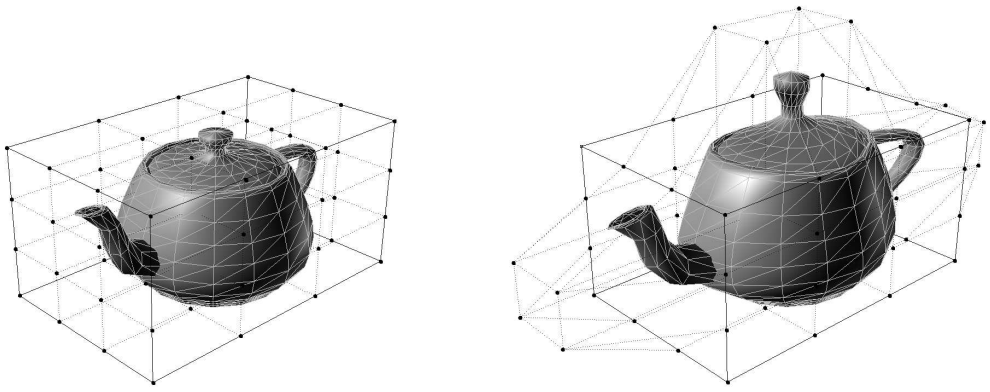
Une proportion importante des méthodes de paramétrisation existantes sont constructives et de type géométrique. Les méthodes de Bézier, B-Spline (*basis spline*), NURBS et PARSEC sont couramment employées en optimisation aérodynamique. La méthode de Bézier est très efficace et permet de paramétrer un profil d'aile d'avion simple avec peu de paramètres. Pour cette méthode, la modification d'une seule variable de design définissant la paramétrisation d'un profil influence globalement la forme de ce dernier. Il est cependant très difficile, avec une courbe de Bézier, de modifier localement un profil et d'avoir un contrôle précis et raffiné de sa forme. Cette méthode permet difficilement de générer des profils complexes, ce qui a pour effet de restreindre l'espace de design d'une géométrie. Peigin et Epstein [22] ont réalisé l'optimisation aérodynamique d'un avion à aile-fuselage intégrés (*Blended-Wing Body*) en paramétrant celui-ci avec des courbes de Bézier. Les B-Splines peuvent pallier aux difficultés présentées par les courbes de Bézier en permettant des modifications locales d'un profil aérodynamique. Celles-ci peuvent être effectuées en faisant varier un seul paramètre de design. Les B-Splines ont été utilisées par Osusky [23] pour optimiser l'aile ONERA M6 et par Carrier et al. [24] pour optimiser l'aile d'avion CRM. Malgré la latitude offerte par la méthode B-Spline pour générer des formes géométriques, certaines formes ne peuvent être représentées. Pour élargir davantage l'étendue des géométries pouvant être créées, il est nécessaire d'avoir recours aux NURBS, une généralisation des courbes de Bézier et des B-Splines. Les

NURBS permettent de générer des géométries plus complexes telles que des coniques. Elles permettent donc de produire des profils d'aile plus élaborés ou des sections complexes d'avion telle qu'une jonction aile-fuselage. Un autre avantage des NURBS est le nombre limité de paramètres qu'elle requiert pour générer des géométries complexes. Les NURBS ont été utilisées par Painchaud-Ouellet [25] pour réaliser une optimisation aérodynamique d'un profil bidimensionnel transsonique dans un écoulement visqueux.

Une autre technique utilisée pour paramétrer des profils aérodynamiques est la méthode PARSEC (*Parametric Section*) de Sobieczky [26]. Contrairement aux méthodes précédentes, la méthode PARSEC n'utilise aucun point de contrôle pour définir une paramétrisation, mais emploie plutôt un ensemble de paramètres provenant des caractéristiques géométriques d'un profil aérodynamique. Parmi les onze paramètres nécessaires pour définir une paramétrisation PARSEC, on retrouve notamment le rayon de courbure du bord d'attaque, les courbures de l'intrados et extrados ainsi que l'angle du bord de fuite du profil. Cette paramétrisation intuitive ne possède pas un nombre suffisant de degrés de liberté pour permettre une exploration étendue et exhaustive d'un espace de design donné. Malgré cette limitation, plusieurs optimisations ont été complétées avec cette méthode. Entre autre, une optimisation aérodynamique de l'aile du modèle d'avion DLR-F6 a été accomplie par Yamazaki [27] et une optimisation aérostructurelle d'un *Regional Jet* a été réalisée par Chiba [28].

La majorité des méthodes de paramétrisation intervenant au niveau géométrique sont constructives. Pour celles-ci, une modification paramétrique nécessite la reconstruction complète du modèle géométrique. Il existe cependant une méthode de paramétrisation permettant de modifier une géométrie sans avoir à la regénérer. La déformation de forme libre (*Free-Form deformation*, FFD), proposée par Sederberg et Parry [29] et basée sur une technique de Barr [30], est une méthode déformative permettant d'apporter des modifications à une géométrie sans avoir à la reconstruire. Pour cette méthode, la topologie de la géométrie subissant une déformation est toujours préservée. Essentiellement, la méthode FFD consiste à placer une géométrie d'intérêt à l'intérieur d'une boîte composée d'une distribution uniforme de points de contrôle. Le déplacement des points de contrôle de cette boîte entraîne la géométrie à l'intérieur en la modifiant. La méthode FFD paramétrise donc le déplacement de points de contrôle qui engendrent des variations de géométrie plutôt que de paramétrer directement les éléments la caractérisant. La figure 2.3 utilise la géométrie générique connue sous le nom de *Utah teapot* pour illustrer la modification d'une géométrie par méthode FFD en utilisant une boîte comportant 4x4x4 points de contrôle uniformément distribués. La méthode FFD a été utilisée par Lyu [7] pour optimiser l'aile d'avion CRM. Pour cette optimisation, 720

points de contrôle ont été mis en place de manière uniforme autour de l'aile afin de contrôler sa forme.



(a) avant modification FFD (b) après modification FFD

Figure 2.3 Modification d'une géométrie par FFD

Contrairement aux méthodes précédentes, qui sont constructives, les méthodes de paramétrisation qui sont destinées à être appliquées directement à des maillages sont toutes de type déformatives. Une des méthodes déformatives parfois employée en optimisation aérodynamique est la méthode de fonction à base radiale (*Radial basis fonction*, RBF). Depuis maintenant plusieurs années, cette approche est employée pour effectuer des calculs statistiques, des calculs d'interactions fluide-structure ainsi que des calculs d'analyse et de reconstruction de signal. La théorie de la méthode des fonctions à base radiale peut être consultée dans Buhmann[31] et dans Wendland[32]. Cette approche est une méthode employant un ensemble de points sources ajoutés à un maillage existant afin d'induire des changements ou des transformations à l'intérieur de ce dernier. Ces points ne sont pas liés au maillage et peuvent être positionnés à n'importe quel endroit à l'intérieur de l'objet. Pour une optimisation utilisant cette méthode, les variables de design deviennent les déplacements où les perturbations imposées à chacun des points sources définis dans le maillage. Le déplacement des noeuds d'un maillage est ensuite déterminé à l'aide des fonctions RBF. Du point de vue d'une optimisation aérodynamique, la méthode est intéressante car les maillages résultant d'une déformation demeurent lisses. La propagation des déformations suite au mouvement des points sources est elle aussi graduelle et uniforme, même dans les situations où les déplacements sont importants. Des maillages lisses sont importants car ils favorisent l'obtention de solutions aérodynamiques de qualité et des processus d'optimisation robustes. La méthode RBF a été utilisée par Jakobsson [33] pour optimiser l'aile d'avion ONERAM6 et par Bisson [34] pour optimiser l'aile CRM. La méthode RBF utilisée dans ces processus d'optimisation est maintenant intégrée dans des logiciels commerciaux tel que ANSYS Fluent ou des logiciels libres d'accès tel que OpenFOAM.

2.3 Algorithmes d'optimisation

Un algorithme d'optimisation est une série de règles prédéterminées, employé afin de chercher et d'identifier parmi un ensemble de possibilités, la meilleure solution à un problème donné. Il existe une multitude de type de problèmes d'optimisation nécessittant chacun un algorithme particulier pour les résoudre efficacement. La figure 2.4 présente une arborescence des types de problèmes pouvant parfois être rencontrés. Les algorithmes d'optimisation disponibles pour résoudre ces problèmes sont nombreux et peuvent être classés parmi l'une des catégogies suivantes : les algorithmes à gradients, les algorithmes métaheuristiques et les algorithmes hybrides. Une revue de l'état de l'art des algorithmes utilisés en optimisation de forme aérodynamique a été réalisée par Skinner[35].

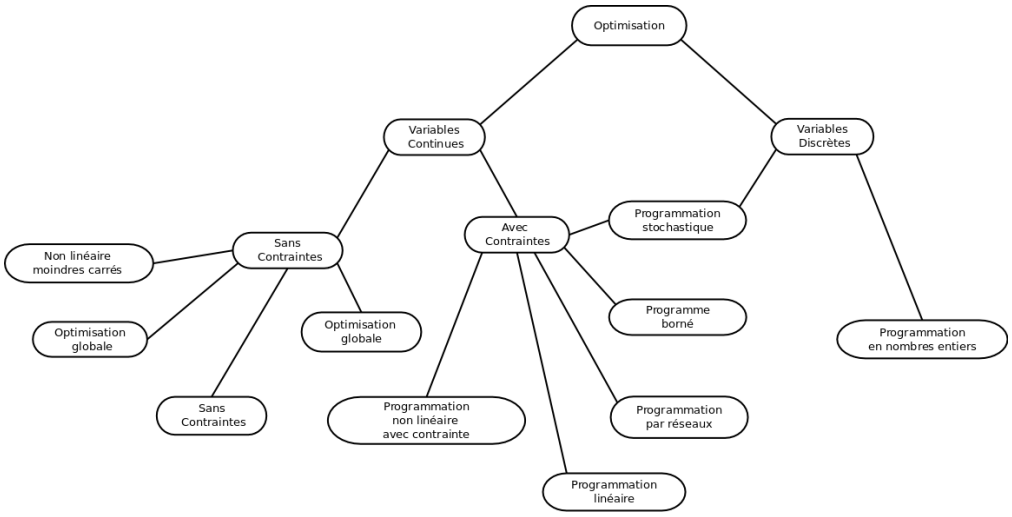


Figure 2.4 Taxonomie des problèmes d'optimisation (selon NEOS [2])

2.3.1 Algorithmes à gradient

Réaliser une optimisation avec ce type d'algorithme implique l'évaluation du gradient de la fonction coût pour explorer un espace de design et converger vers une solution optimale. Pour obtenir ce dernier, il est nécessaire d'estimer la sensibilité de la fonction coût pour chacune des variables de design définies lors de la paramétrisation du modèle géométrique. Plusieurs

2. NEOS, `https://neos-guide.org/content/optimization-taxonomy`

méthodes peuvent être employées pour calculer les sensibilités telles les méthodes de différences finies, différence finie centrée, *complex step* ou adjointe.

La méthode des différences finies est la plus simple à implémenter et se définit comme suit :

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + h) - f(x_i)}{h} + \mathcal{O}(h) \tag{2.1}$$

où x_i est la i-ème variable de design indexée, h est le pas de différentiation appliquée à cette variable et f représente la fonction coût. Cette méthode est employée dans des processus d'optimisation depuis maintenant plusieurs années et a entre autre été appliquée par Hutchison [36] ainsi que Macquade [37]. La méthode des différences finies éprouve cependant des lacunes au niveau de la précision et du temps de calcul. Selon Sobieszczanski [38], il est difficile de choisir un pas de différentiation adéquat, surtout dans les situations où le problème à résoudre est fortement non linéaire. Un pas de différentiation trop petit peut engendrer des solutions imprécises, occasionnées par les erreurs itératives lors du calcul de la fonction coût. Un pas de différentiation trop grand peut livrer un gradient imprécis de la fonction coût. Pour cette méthode, le temps de calcul est proportionnel au nombre de variables de design utilisées dans le modèle géométrique à l'étude. Elle n'est donc pas recommandée pour les processus d'optimisation où le nombre de variables de design est élevé.

La méthode des différences finies centrées est très similaire à la méthode de différence finie. Elle est définie de la façon suivante :

$$f'(x_i) = \frac{f(x_i + h) - f(x_i - h)}{2h} + \mathcal{O}(h^2) \tag{2.2}$$

Contrairement à la méthode de différence finie qui est d'ordre 1, cette méthode est plus précise et d'ordre 2. Elle requiert cependant deux évaluations par variable de design pour obtenir le gradient de la fonction coût. Malgré le fait que cette méthode converge quadratiquement vers un optimum, elle demeure très gourmande en terme de temps de calcul.

La méthode *complex-step* est aussi utilisée depuis maintenant plusieurs années. Son origine remonte à un article de 1967 de Lyness[39] et peut être énoncée comme suit :

$$f'(x_j) = \frac{\mathbb{I}m(f(x_j + ih))}{h} + \mathcal{O}(h^2) \tag{2.3}$$

Pour cette définition, j est utilisé pour indexer les variables de design et $i = \sqrt{-1}$. Cette méthode est plus robuste que la méthode des différences finies car elle est insensible au pas de différentiation. Elle n'est pas sujette aux erreurs d'annulation par soustraction qui sont caractéristiques des méthodes de différences finies mais demeure cependant aussi exigeante que ces dernières en ressources informatiques. La méthode *complex step* a été appliquée par Martin[40][41]. On retrouvera des explications détaillées dans Martin[42].

En général, les problèmes d'optimisation aérodynamique impliquent la mise en place d'un nombre important de variables de design. À titre d'exemple, une optimisation aérodynamique de l'aile d'avion NASA CRM réalisée par Lyu [7] a nécessité une paramétrisation comprenant 720 variables de design. Pour de telles optimisations, l'utilisation de méthodes de calculs de sensibilités telle la méthode des différences finies et la méthode *complex step* est déconseillée. Pour calculer le gradient de la fonction coût, ces dernières nécessitent la réalisation d'un calcul de mécanique des fluides pour chaque variable de design définissant la paramétrisation géométrique. Le temps nécessaire pour converger une optimisation devient rapidement prohibitif. Pour remédier à ce défaut, on peut recourir à une méthode adjointe. Le temps nécessaire pour effectuer un calcul de sensibilité à l'aide de cette méthode est indépendant du nombre de variables de design. Pour une méthode adjointe, les délais requis pour calculer le vecteur de sensibilités est comparable au temps exigé par un solveur de mécanique des fluides à évaluer la fonction coût pour une seule variable de design. Les paragraphes suivants décrivent succintement comment obtenir les sensibilités de la fonction coût via une méthode adjointe.

Considérons le problème d'optimisation suivant :

$$\begin{gathered} \text{minimiser } I(Q, D, M) \\ \text{tel que : } R(Q, D, M) = 0 \end{gathered}$$

où I est la fonction coût, Q est le vecteur des variables d'état conservatives, D est le vecteur des variables de design et R exprime les résidus. Le maillage est défini par $M = f(S(D))$ où S représente le maillage surfacique délimitant le domaine de calcul. Le maillage M est fonction du maillage surfacique S qui à son tour dépend des variables de design D. La contrainte des résidus est nulle. En effet, pour une solution de mécanique des fluides bien convergée, les résidus étant dépendants des variables conservatives Q et des variables de design D, devraient théoriquement donner zéro. Pour obtenir la sensibilité de la fonction coût $I(Q, M)$ par rapport aux variables de design D, la fonction Lagragienne, où ψ est le multiplicateur de

Lagrange, doit être posée :

$$L(Q, D, \psi) = I(Q, D) - \psi^T R(Q, D) \tag{2.4}$$

La dérivée totale de cette fonction est donnée par :

$$dL = \left(\frac{\partial I}{\partial Q} - \psi^T \frac{\partial R}{\partial Q}\right) dQ + \left(\frac{\partial I}{\partial D} - \psi^T \frac{\partial R}{\partial D}\right) dD \tag{2.5}$$

En tenant compte de la relation entre le maillage volumique M, le maillage surfacique S et les variables de design D, nous obtenons :

$$dL = \left(\frac{\partial I}{\partial Q} - \psi^T \frac{\partial R}{\partial Q}\right) dQ + \left(\frac{\partial I}{\partial S}\frac{dS}{dD} - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial M}\frac{dM}{dS}\frac{dS}{dD}\right]\right) dD \tag{2.6}$$

En solutionnant l'équation suivante pour obtenir les multiplicateurs de Lagrange ψ^T (solution adjointe) :

$$\frac{\partial I}{\partial Q} = \psi^T \frac{\partial R}{\partial Q} \tag{2.7}$$

Nous arrivons finalement à l'expression suivante :

$$\frac{dL}{dD} = \left(\frac{\partial I}{\partial S}\frac{dS}{dD} - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial M}\frac{dM}{dS}\frac{dS}{dD}\right]\right) \tag{2.8}$$

En effectuant cette dernière opération, il est possible de confirmer que les sensibilités sont indépendantes des variables conservatives Q. Il n'est donc pas nécessaire d'effectuer un calcul de mécanique des fluides pour évaluer les sensibilités de la fonction coût à chacune des variables de design. La sensibilité du maillage $\frac{dM}{dS}$, des résidus par rapport au maillage $\frac{dR}{dM}$ et du maillage surfacique par rapport aux variables de design $\frac{dS}{dD}$ peuvent être calculées analytiquement. Des détails sur la méthode adjointe peuvent être consultés dans Mavriplis [43].

À l'heure actuelle, un des algorithmes à gradient le plus utilisé en optimisation aérodynamique est la méthode de programmation quadratique séquentielle (*Sequential Quadratic Programming*, SQP). Cette méthode a été intégrée à différents logiciels tel que SNOPT (Sparce Nonlinear OPTimizer) de Gill [44] ou NLPQL (*Non-Linear Programming Quadratic Lagrangian*) de Schittkowski [45]. Une version améliorée de l'algorithme NLPQL a aussi été intégrée

dans le logiciel *Isight Simulia*.

L'algorithme SQP, couplé à un calcul des sensibilités par méthode adjointe, est présentement une des méthodes les plus performantes pour résoudre un problème d'optimisation non-linéraire sous contraintes telle qu'une optimisation d'aile d'avion. Cette méthode a été utilisée avec succès par Lyu [46] pour effectuer l'optimisation aérodynamique de l'aile d'avion NASA CRM. Dans cette étude, cette approche est aussi comparée à d'autres optimisations utilisant d'autres algorithmes à gradient et génétiques. Il en ressort que cette méthode est l'une des plus efficaces pour optimiser une aile d'avion. Ces conclusions sont corroborées par une seconde étude réalisée par Yu [47].

2.3.2 Algorithmes métaheuristiques

Le terme métaheuristique a été employé pour la première fois en 1986 par Glover[48] pour désigner un algorithme d'optimisation. Ce mot est composé du préfixe grec $\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha}$ (méta) qui signifie "au-delà de" et du mot heuristique, qui peut être défini comme "une méthode capable de progresser à partir de l'expérimentation de ses propres erreurs, ou qui apprend à partir d'expériences passées" (Office québécois de la langue française, 2006). Autrement dit, les méthodes métaheuristiques sont des algorithmes conçus pour aller au-delà de démarches d'apprentissage basées essentiellement sur un processus d'essai-erreur pour explorer un espace de design. Ces méthodes s'inspirent fréquemment de principes existants dans la nature, telle la sélection naturelle, pour chercher une solution à un problème d'optimisation. Elles ne requièrent aucun calcul de gradient et sont utilisées pour naviguer de vastes espaces de design parfois bruités, discontinus et fortement non linéaires. Ces méthodes étant insensibles aux irrégularités que peuvent présenter certains espaces de design, les probabilités que celles-ci décèlent un minimum global sont amplifiées. Ces dernières sont généralement très exigeantes en ressources informatiques mais sont facilement parallélisables.

Il existe aujourd'hui une très grande variété d'algorithmes métaheuristiques. Parmi les plus importants, on retrouve les algorithmes de type évolutionnaires, comprennant notamment les algorithmes de recuit simulé (*simulated-annealing*) et les algorithmes génétiques. Le recuit simulé, développé et proposé indépendament par Kirkpatrick[49] en 1983 et Černý[50] en 1985, est un algorithme capable de sonder un espace de design en s'inspirant de principes gouvernant les procédés de traitements thermiques de recuit en métallurgie. Ces procédés consistent à soumettre un matériau à une série de cycles contrôlés de réchauffement et de

refroidissement lents afin d'atténuer ou d'éliminer les propriétés physiques nuisibles ayant été induites lors d'étapes antérieures de fabrication ou de formage. Ce processus vise principalement un retour à l'équilibre des propriétés physiques du matériau traité. De façon analogue aux variations successives de température imposées à un matériau lors d'un processus de recuit, les variables de design d'une forme géométrique sont modifiées de manière cyclique afin de rechercher et d'atteindre l'équilibre de l'espace de design représenté par la solution optimale à un problème d'optimisation. Une version modifiée de l'algorithme du recuit simulé a été utilisée par Liu[51] pour optimiser un profil aérodynamique bidimensionnel ainsi que la forme en plan d'une aile d'avion.

D'autres algorithmes évolutionnaires fréquemment utilisés sont les algorithmes génétiques. Ces derniers appliquent les principes de sélection naturelle pour explorer un espace de design et optimiser une forme géométrique. Ceux-ci traitent les différentes formes géométriques peuplant un espace de design comme un groupe d'organismes vivants d'une même espèce dont l'évolution est gouvernée par les mécanismes biologiques de sélection, de croisement et de mutation. Comme dans la nature, ces mécanismes sont répétés jusqu'à ce que la forme géométrique la plus apte (solution optimale) soit identifiée. Les algorithmes génétiques ont été employés à plusieurs reprises dans des optimisations aérodynamiques. Ils ont été utilisés par Peigin[22] pour effectuer une optimisation haute-fidélité (couplée à un modèle d'ordre réduit) d'un appareil à aile-fuselage intégré (*Blended-Wing Body*). Dans une autre optimisation réalisée par Obayashi[52] sur des profils bidimensionnels, les performances d'un algorithme génétique ont été comparées à celles d'un algorithme à gradient ainsi qu'à celles d'un algorithme de recuit simulé. Dans cette étude, il est observé que les algorithmes génétiques sont meilleurs à déceler un optimum, au détriment du temps de calcul nécessaire pour le repérer.

D'autres modèles métaheuristiques, tels les algorithmes d'essaims particulaires (*particle-swarm optimization*, PSO) ont été employés pour résoudre des problèmes d'optimisation aérodynamique. Les PSO ont originalement été introduits par Kennedy et Eberhart [53] en 1995. Ces algorithmes simulent les phénomènes psycho-sociaux gouvernant les interactions d'individus au sein d'un groupe. Ces interactions sont modélisées en s'inspirant des mouvements de bancs de poissons ou de groupes d'oiseaux occasionnés par des changements brusques dans leur environnement. Essentiellement, ces algorithmes sont basés sur l'hypothèse stipulant que l'intelligence collective émanant de l'interaction et de la coopération des individus d'un groupe est supérieure à celle de chacun des individus qui le composent. La mémorisation des expériences vécues par chacun des individus d'un groupe et sa transmission aux autres membres de la collectivité améliorent la capacité d'adaptation du groupe et donc

sa probabilité de survie. À titre d'exemple, imaginons un groupe d'oiseaux survolant une région étendue à l'intérieur de laquelle ils peuvent flairer une source de nourriture dissimulée. L'oiseau se trouvant le plus près de la source gazouillera plus fort que les autres et attirera ainsi le groupe dans sa direction. Si un autre oiseau du groupe se retrouve à son tour plus près de la source, il gazouillera plus fort que le précédent. Ce processus itératif se perpétuera jusqu'à ce que le groupe d'oiseaux soit à proximité de la source de nourriture et que l'un d'eux parvienne à la découvrir. Dans le contexte d'une optimisation utilisant un algorithme d'essaims particulaires, on peut considérer une forme géométrique évaluée par le résoluteur comme une particule dont l'ensemble donne l'essaim. Au début d'une optimisation, une série de formes géométriques sont évaluées de manière stochastique à l'intérieur de l'espace de design. De celles-ci, la meilleure est identifiée et attire ainsi l'essaim. Ce processus est répété à plusieurs reprises jusqu'à ce qu'une solution optimale soit décelée. Les algorithmes d'essaims particulaires ont été utilisés par Venter [54] pour réaliser l'optimisation aéro-structurelle d'une aile d'avion. Cette optimisation multi-disciplinaire comportait une série de variables de design continues et discrètes et arborait un espace de design non-linéaire et très bruité. Un algorithme à gradient aurait eu beaucoup de difficulté à explorer un tel espace de design et risquerait de rester coincé dans un minimum local.

L'algorithme de recherche Tabou (*Tabu search*) est une autre méthode métaheuristique rencontrée dans la littérature. Cet algorithme, créé par Glover[55][56] en 1989, se distingue principalement de deux manières. Premièrement, lors d'une optimisation, cet algorithme permet d'accepter temporaire des solutions non-optimales se trouvant à proximité de la meilleure solution découverte par l'optimiseur. La meilleure solution étant possiblement un minimum local de l'espace de design, cette méthode incite un optimiseur à s'éloigner de cette solution et à poursuivre son exploration. Deuxièmement, cet algorithme possède des fonctions empêchant un optimiseur d'explorer à maintes reprises les régions d'un espace de design n'offrant aucune solution prometteuse. Ces régions sont étiquetées comme "Tabou", d'où l'appellation évidente de l'algorithme. Une version modifiée de l'algorithme Tabou appelé MOTS (*Multi-Objective Tabu Search*) a été utilisée par Parmar[57] pour réaliser l'optimisation d'un profil bidimensionnel présentant une accrétion de glace. Pour cette optimisation aérodynamique ayant de multiples objectifs et contraintes, on a démontré que l'algorithme MOST a bien performé et a réussi à trouver une solution optimale au problème posé.

2.3.3 Algorithmes hybrides

Les algorithmes d'optimisation existant aujourd'hui présentent tous une série d'avantages et d'inconvénients. Afin d'améliorer la probabilité de trouver une solution optimale, il est parfois bénéfique d'employer plusieurs algorithmes pour effectuer une optimisation. En effet, l'utilisation d'une multitude d'algorithmes permet souvent d'exploiter les forces et d'amortir les faiblesses de chacun d'entre eux. Pour certaines optimisations, la nature des algorithmes inclus dans un processus demeure inchangée. Ils sont employés séquentiellement et se succèdent alternativement au cours d'une optimisation selon des critères prédéfinis. Pour d'autres optimisations, ceux-ci sont amalgamés afin de créer de nouveaux algorithmes, souvent plus complexes et sophistiqués.

Une des premières optimisations à avoir utilisé une approche hybride est celle de Gage [58] en 1995. Au cours de cette recherche, la conception topologique aéro-structurelle d'une aile d'avion a été effectuée. La traînée totale et induite de l'aile ainsi que le poids de son armature ont été minimisés. Un algorithme génétique a été employé pour la majeure partie de l'optimisation et un algorithme à gradient (SQP) a été utilisé pour terminer celle-ci. Changer d'algorithme au lieu de laisser poursuivre l'optimisation avec un algorithme génétique a permis d'accélérer la convergence vers une solution optimale.

Dans une série d'optimisations qu'il a proposées, Chernukhin [59] a combiné un algorithme génétique et un algorithme à gradient (SQP). On sait par expérience que l'utilisation conjointe de ces algorithmes est très efficace pour traiter des problèmes multimodaux, donc des cas ayant plusieurs solutions ou optimum locaux. Pour un cas unimodal (un seul mode est optimal), tel un profil d'aile bidimensionnel, l'association de ces algorithmes est inutile. Les algorithmes à gradient, utilisés seuls, ont démontré leur supériorité et leur performance. Donc pour réaliser l'optimisation d'une aile tridimensionnelle telle l'aile d'avion NASA CRM, il est démontré que ce regroupement d'algorithmes n'apportera pas d'avantages significatifs et risque d'allonger les temps de calculs. En effet, dans une étude réalisée par Streuber [60] il a conclu que bien que l'aile d'avion NASA CRM soit multimodale (plusieurs solutions optimales), son espace de design est largement dominé par un optimum global. Selon les auteurs, il est peu probable qu'un optimiseur reste pris dans un minimum local.

Une optimisation d'un profil aérodynamique bidimensionnel utilisant un algorithme hybride complexe, fusionnant un algorithme génétique et un algorithme à gradient, a été mise en place par Catalano [61]. Dans ce cas précis, l'algorithme hybride s'est avéré plus efficace que

l'algorithme génétique seul, mais demande un plus grand nombre d'évaluations de la fonction coût. Les auteurs ont jugé que les gains réalisés par cet algorithme hybride ne justifiaient pas son utilisation, celui-ci étant trop élaboré et complexe.

Présentement la compagnie *Dassault Systèmes* inclut dans son logiciel d'optimisation *Isight Simulia*®, un algorithme hybride nommé *Pointer*. Ce dernier est composé des algorithmes suivants : la méthode du simplexe linéaire, la méthode de Nelder-Mead (*Downhill Simplex*), un algorithme génétique, un algorithme à gradient (SQP) et un algorithme Tabou [62]. Cette combinaison confère à cet algorithme hybride une grande robustesse lui permettant d'explorer des espaces de design très variés. Lors d'une optimisation, *Pointer* peut choisir d'utiliser un seul ou la totalité des algorithmes disponibles simultanément. Cette méthode est automatique et ne requiert aucune intervention de la part de l'utilisateur. Les paramètres contrôlant les différents algorithmes, tel que le pas de différentiation, le nombre d'itérations exécutées par chaque algorithme, et le nombre de redémarrages sont tous ajustés dynamiquement au cours de l'optimisation. Comparativement à d'autres algorithmes existants aujourd'hui, l'algorithme *Pointer* requiert généralement deux fois plus d'évaluations pour converger vers un optimimum. Cependant, *Pointer* a plus de chance de trouver une solution à un problème d'optimisation.

2.4 Décomposition de la traînée

La traînée aérodynamique est un sujet d'intérêt depuis maintenant plusieurs siècles. Dès 1726, Isaac Newton se pencha sur le problème de la résistance de l'air affectant le déplacement des objets et devint ainsi l'un des premiers aérodynamiciens de l'ère moderne [63]. Les premières mesures et analyses de la traînée aérodynamique sur des profils ont été réalisées par Betz [64] en 1925. À l'époque, l'objectif visé était d'estimer la traînée de profil d'une aile d'avion en s'appuyant sur des mesures expérimentales prises dans un sillage. Les résultats obtenus étaient approximatifs et limités au régime incompressible.

En 1934, Von Kármán propose une nouvelle approche au calcul de traînée en exploitant la troisième loi de Newton : la loi d'actions réciproques. Transposée à une aile d'avion, cette loi stipule que la force exercée par un écoulement d'air sur une aile est égale et de sens opposé à la force induite par l'aile sur l'air ambiant. Ce principe de conservation permet donc d'évaluer la force subie par une aile en se basant uniquement sur un calcul des forces affectant l'air sur une frontière éloignée entourant l'aile. Cette approche est connue sous le nom de méthode

par champ lointain (*Far-Field method, FF*). Elle est équivalente à un calcul traditionnel par champ proche (*Near-Field method, NF*) évaluant les forces directement au niveau de l'aile.

Au début des années quatre-vingt-dix, Van Der Vooren et Sloof [65] ont introduit, couplée à une méthode champ lointain, la première méthode de décomposition de la traînée. Cette technique permet, en s'appuyant sur des lois thermodynamiques, de séparer la traînée en ses composantes fondamentales : traînée d'onde, traînée visqueuse et traînée induite. L'application de cette méthode à des données issues de CFD, révèle l'existence d'une traînée ne pouvant être associée à aucun phénomène physique. Lors d'un calcul numérique, une entropie artificielle est générée et se manifeste sous la forme de fausse-traînée (*spurious drag*). Afin de tenir compte de cette fausse-traînée, une nouvelle méthode s'appuyant sur celle de Van Der Vooren et Sloof a été proposée par Destarac [66] en 1993. Depuis, des méthodes de décomposition de la traînée applicables à des écoulements transitoires ont été développées par Gariépy [67] ainsi que par Toubin [68]. Aujourd'hui, les méthodes de décomposition sont devenues d'usage courant en aéronautique. Elles ont été appliquées par Gariepy et al. [69] ainsi que Ueno et al. [70] à des solutions de mécanique des fluides numériques du modèle d'avion NASA CRM. Ueno [71] a aussi appliqué la décomposition de la traînée à l'avion DLR-F6 qui fut aussi l'objet de recherches importantes au cours des dernières années.

Des optimisations aérodynamiques intégrant une méthode de décomposition de la traînée dans leurs processus ont été effectuées à quelques reprises au cours des dernières années. En 1993, Destarac [66] effectue une telle optimisation sur l'aile du DLR-F4. Dans cette étude, il utilise un code potentiel pour prédire l'écoulement autour de l'aile d'avion. Les résultats d'optimisations minimisant la traînée calculées par champ proche (*Near-Field*, NF) ainsi que par champ lointain (*Far-Field*, FF) ont été comparées. Il a remarqué qu'une optimisation minimisant la traînée calculée par champ proche induit en erreur un optimiseur en le guidant vers un faux optimum. En effet, l'optimiseur a tenté de réduire la fausse-traînée en ajustant le rayon du bord d'attaque de l'aile plutôt que de modifier l'aile de manière à minimiser les sources physiques de traînée. Il a observé que l'onde de choc sur l'extrados de l'aile originale DLR-F4 est toujours présente sur l'aile optimisée. Lors d'une optimisation par champ lointain, l'optimiseur se concentre uniquement à minimiser la traînée d'onde et la traînée induite. Le calcul de traînée par champ lointain n'étant pas affecté par la traînée numérique, l'onde de choc présente sur l'aile initiale est fortement atténuée. Il est conclu pour cette étude que malgré le fait que les avantages dûs à la suppression de la traînée numérique lors d'une optimisation soient très apparents, il est toujours possible qu'un optimiseur utilisant un calcul de traînée par champ proche converge vers un optimum. Cependant, il existe un risque non

négligeable que le processus converge vers une solution aberrante si la paramétrisation et l'algorithme d'optimisation s'avèrent trop permissifs.

D'autres optimisations s'appuyant sur une méthode de décomposition ont été effectuées par Yamazaki [27] pour réduire la traînée aérodynamiques d'un profil NACA0012 ainsi que la traînée de l'aile DLR-F6. Pour le profil bidimensionnel NACA0012, une réduction plus importante de la traînée a été réalisée lorsqu'une méthode de décomposition était employée dans le processus d'optimisation. En retirant la fausse-traînée, l'onde de choc située sur l'extrados du profil était davantage affaiblie comparativement à une optimisation utilisant une méthode par champ proche où seule la traînée totale est considérée. Une zone de séparation localisée au bord de fuite du profil semble aussi avoir été amoindrie. Une seconde optimisation traitant la forme en plan de l'aile DLR-F6 a aussi été effectuée. Cette optimisation multiobjectifs visait à minimiser la traînée nette de l'aile en cherchant un compromis entre la traînée d'onde et la traînée induite obtenu par décomposition. Dans ce cas, la décomposition a permis d'enrichir la qualité des informations disponibles pour réaliser la conception de l'aile et son optimisation.

Gariepy et al. [72] ont récemment effectué des optimisations de profils bidimensionnels employant une méthode de décomposition de la traînée. Pour le premier cas traité, deux optimisations du profil NACA0012 dans un écoulement non visqueux ont été effectuées. La première optimisation consistait à minimiser la traînée calculée par champ proche tandis que la seconde minimisait la traînée calculée par champ lointain. Il est observé lors de cette étude, que le profil optimisé par champ lointain possédait un bord d'attaque plus plat et une épaisseur plus uniforme que celui optimisé par champ proche. Il est conclu que la décomposition de la traînée permet à l'optimiseur de cibler la traînée d'onde plutôt que s'attarder à réduire la fausse-traînée. L'optimisation s'appuyant sur un calcul de traînée par champ lointain n'est pas affectée par une augmentation de la traînée numérique causée par les déformations de maillage importantes et des gradients élevés souvent observés au bord d'attaque de profils aérodynamiques. L'utilisation d'une méthode de décomposition lors d'une optimisation a donc eu pour effet d'atténuer l'influence de la fausse-traînée sur les résultats de l'optimisation. Le second cas traité consistait à optimiser le profil RAE2822 dans un écoulement visqueux. Pour ce cas, seule une optimisation minimisant la traînée calculée par champ lointain fut réalisée. Il est observé pour cette optimisation, que la traînée numérique est demeurée pratiquement inchangée au cours de l'optimisation démontrant ainsi que la décomposition employée a effectivement incité l'optimiseur à minimiser la traînée nette du profil plutôt que de travailler à réduire la fausse-traînée.

Finalement, des optimisations de l'aile CRM utilisant la traînée nette comme fonction coût ont été effectuées par plusieurs auteurs tels que Carrier et al. [24] ainsi que Méheut [73]. Cependant, des résultats d'optimisations employant un calcul de traînée par champ proche ne sont pas mentionnés. Il est donc difficile de tirer des conclusions sur les bénéfices émanant de la suppression de la fausse-traînée lors de ces optimisations. Une autre optimisation de l'aile CRM réalisée par Lyu [7] a réduit l'influence de la traînée numérique sans recourir à une décomposition de la traînée. Dans ce cas, la progression de l'optimisation mise en place introduit des maillages toujours plus raffinés afin d'atténuer l'impact de la traînée numérique. Une réduction des erreurs de discrétisation est par le fait même aussi obtenue. L'inconvénient de cette méthode réside cependant dans le fait qu'une puissance de calcul importante est nécessaire pour réaliser ce type d'optimisation.

CHAPITRE 3 MÉTHODOLOGIE

3.1 Description des cas tests

Pour évaluer les impacts de l'utilisation d'une méthode de décomposition de la traînée lors d'une optimisation aérodynamique, les cas suivants ont été sélectionnés. Ces derniers font partie du répertoire des cas adoptés par le *AIAA Aerodynamic Design Optimization Discussion Group* (ADODG),un groupe qui a pour but de définir et de traiter des problèmes de référence destinés à la communauté scientifique oeuvrant dans le domaine de l'optimisation aérodynamique.

3.1.1 Cas test bidimensionnel

Le premier cas abordé dans le cadre de ce projet de recherche est l'optimisation aérodynamique du profil supercritique RAE 2822, illustré à la figure 3.1. Ce profil se caractérise principalement par un extrados plat, utilisé pour retarder l'apparition indésirable d'ondes de choc en régime transsonique. Les conditions d'opération pour l'optimisation aérodynamique seront fixées à $M_\infty = 0.734$ et $Re = 6.5 \times 10^6$ qui correspondent approximativement aux essais expérimentaux du cas no.9 réalisé par le *Royal Aircraft Establishment* et répertorié dans un document colligé par le *Advisory Group for Aerospace Research and Development* (AGARD) [74]. Quelques caractéristiques du profil sont présentées au tableau 3.1 et les résultats des essais expérimentaux sont donnés au tableau 3.2.

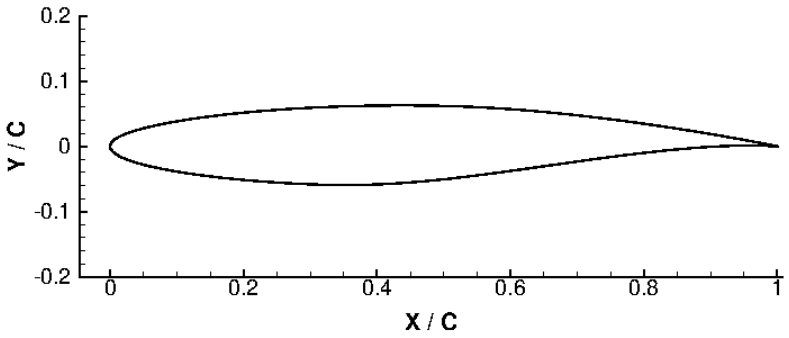


Figure 3.1 Profil *Royal Aircraft Establishment* (RAE) 2822

Tableau 3.1 RAE2822 - Caractéristiques géométriques

longueur de la corde c	0.61 m
rayon du bord d'attaque	0.00827c
épaisseur maximale	0.121c
angle du bord de fuite	9.2%
cambrure	1.3%

Tableau 3.2 AGARD - Conditions d'opération et coefficients aérodynamiques - cas no.9

M_∞	0.730
Re	6.5×10^6
α	3.19
C_L	0.803
C_D	0.0168
C_M	-0.099

3.1.2 Cas test tridimensionnel

Le second cas traité dans projet de recherche est l'optimisation aérodynamique de l'aile d'avion supercritique NASA CRM [75]. Cette aile est extraite d'un modèle d'avion complet similaire au Boeing 777 illustré en figure 3.2. Ce modèle, créé à des fins de recherche, est du domaine public et peut être téléchargé sur le site internet de la AIAA (*American Institute of Aeronautics and Astronautics*) [76] ou celui du MDO Lab (*Multidisciplinary Design Optimization Laboratory*) [77]. Cette aile est illustrée à la figure 3.3.

La géométrie complète de l'avion CRM, incluant le fuselage, a été réalisée et testée en soufflerie afin d'optimiser ses performances aérodynamiques. Pour rendre ce modèle plus intéressant auprès de la communauté scientifique et pour protéger la propriété intellectuelle liée à sa conception, certaines portions de l'aile ont été modifiées. Notamment, la partie extérieure de l'aile (*outboard wing*) a été dé-optimisée afin d'induire un taux de récupération de pression plus abrupte [78]. Il est important de mentionner que cette aile d'avion a été conçue en présence du fuselage. L'aile isolée, telle qu'étudiée ici, perd donc une partie de son efficacité. Cette aile modifiée et isolée du fuselage devient intéressante car elle laisse place à l'amélioration et permet donc à un optimiseur d'explorer un espace de design et de proposer de nouveaux designs d'ailes. Le tableau 3.3 contient quelques caractéristiques de l'aile CRM ainsi que les conditions auxquelles celle-ci sera optimisée.

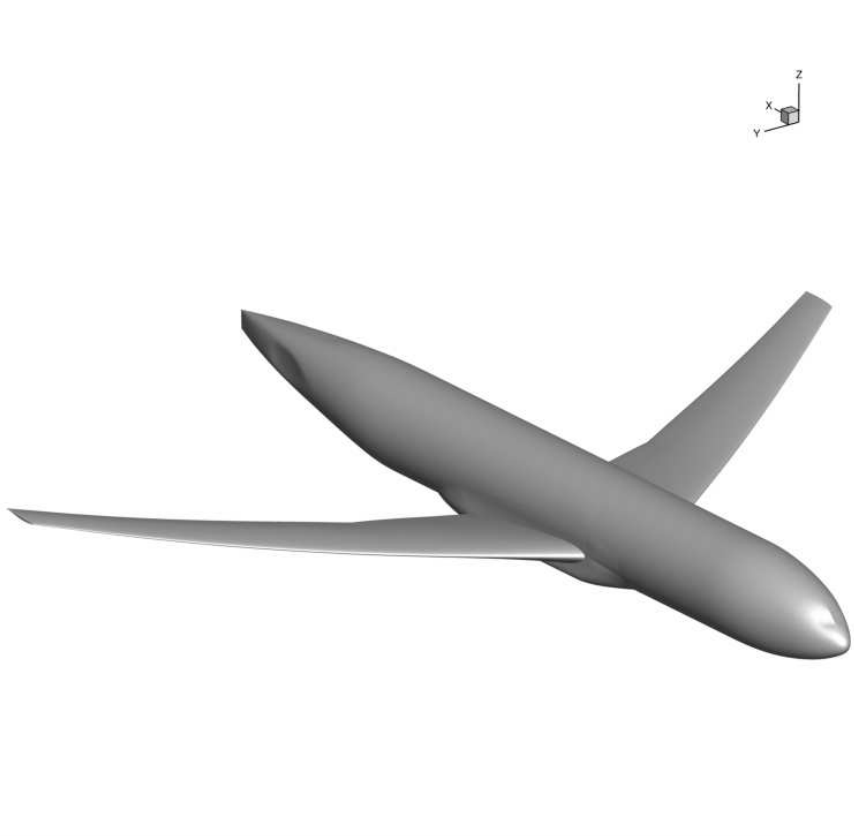
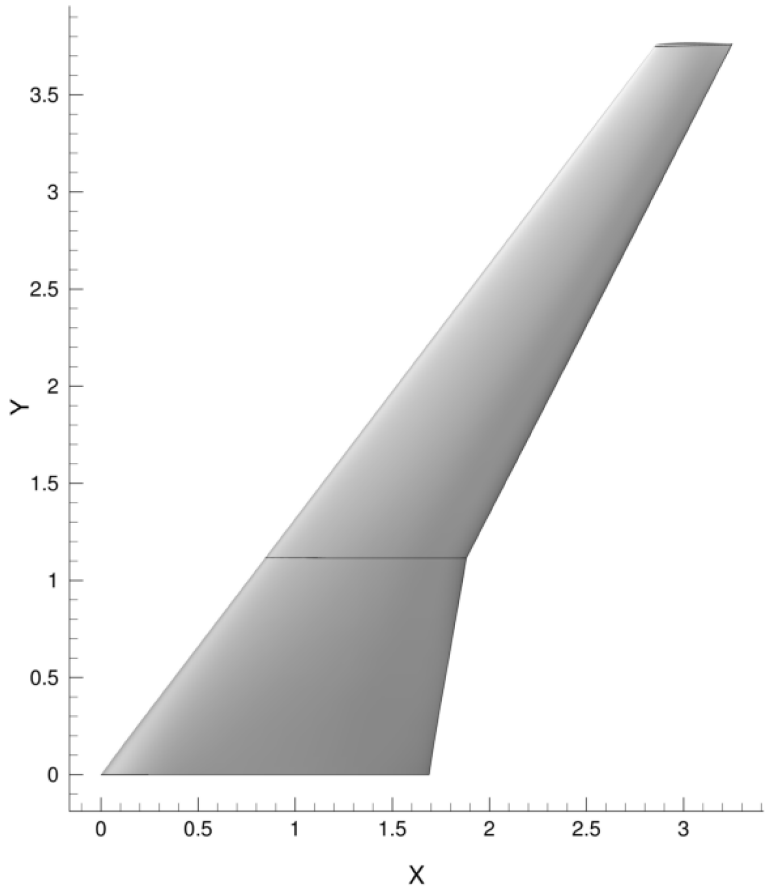


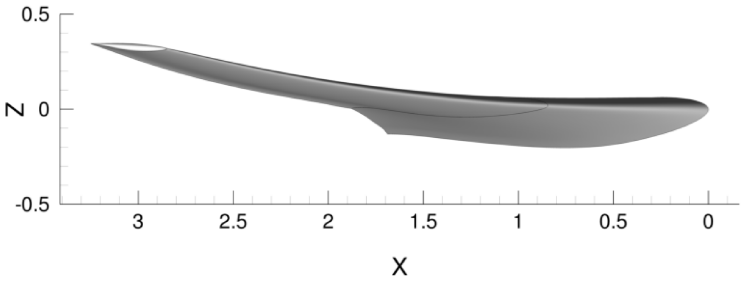
Figure 3.2 Modèle d'avion NASA CRM - configuration aile-fuselage

Tableau 3.3 Aile NASA CRM - caractéristiques géométriques de l'aile isolée et conditions d'optimisation

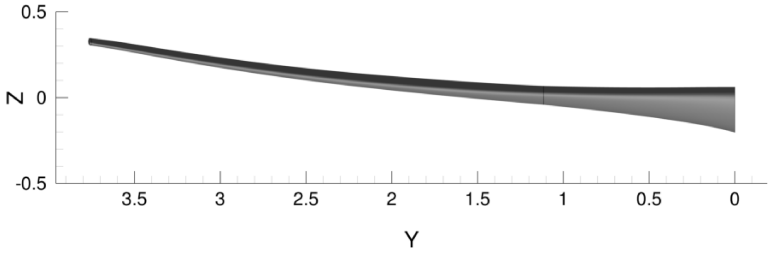
Nombre de Mach	M_∞	0.85
Nombre de Reynolds	Re	5×10^6
Longueur de référence	C_{ref}	7.00532 m
Aire de référence	S_{ref}	167.18 m^2
Envergure	b	26.327 m
Position du trièdre avion	x_{ref}	8.46 m
	y_{ref}	0 m
	z_{ref}	0.054 m



(a) Vue de dessus



(b) Vue de profil



(c) Vue de face

Figure 3.3 Aile d'avion CRM (échelle selon C_{ref})

3.2 Analyse aérodynamique

3.2.1 Équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes sont un système d'équations aux dérivées partielles permettant de décrire le mouvement de fluides Newtonien. Ce système est composé des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. En notation tensorielle, elles peuvent être énoncées comme suit :

Conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \tag{3.1}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j + p\delta_{ij} - \tau_{ij}) = \rho f_i \tag{3.2}$$

Conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\rho u_i\Big(E + \frac{p}{\rho}\Big) + \tau_{ij}u_j + q_i\right] = \rho f_i u_i \tag{3.3}$$

Dans ces équations, ρ est la masse volumique du fluide, x_i est le vecteur position, u_i est le vecteur vitesse, p est la pression, τ_{ij} est le tenseur de contrainte déviatorique, δ_{ij} est le delta de Kronecker, f_i est une accélération agissant sur le fluide (tel un champ gravitationnel), q_i est un flux de chaleur et finalement E est l'énergie totale spécifique calculée par :

$$E = e + \frac{1}{2}u_i u_i \tag{3.4}$$

où e est l'énergie interne spécifique. Nous supposons que l'air se comporte comme un gaz parfait donc :

$$P = \rho R T \tag{3.5}$$

où R est la constante des gaz parfaits. Cette hypothèse implique également que le fluide se comporte comme un gaz calorifiquement parfait, donc les coefficients de chaleur spécifique c_p

et c_v sont constants. Ainsi :

$$e = c_v T = \frac{p}{(\gamma - 1)\rho} \qquad \text{et} \qquad h = c_p T = e + \frac{p}{\rho} \qquad o\grave{u} \qquad \gamma = \frac{c_p}{c_v} \tag{3.6}$$

Pour un fluide Newtonien, les contraintes sont proportionnelles au taux de déformation et donc :

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k}\delta_{ij} \tag{3.7}$$

où S_{ij} est le tenseur des taux de déformation exprimé par :

$$S_{ij} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\Big) \tag{3.8}$$

La loi de Fourier est utilisée pour calculer le vecteur de flux de chaleur :

$$q_i = k\frac{\partial T}{\partial x_i} \tag{3.9}$$

où k est la conductivité thermique.

Pour la plupart des problèmes de mécanique des fluides traités aujourd'hui, il n'existe pas de solution exacte aux équations de Navier-Stokes. Afin de décrire le comportement d'un écoulement, il est nécessaire de discrétiser les équations et de les résoudre numériquement. La discrétisation, consistant essentiellement à scinder un ensemble d'équations différentielles exactes et continues en une série d'équations algébriques, peut être effectuée de manière à isoler et résoudre tous les phénomènes physiques manifestés par un écoulement. Il suffit de subdiviser le milieu au sein duquel évolue un écoulement afin de calculer en tous points, toutes les caractéristiques qu'il manifeste, indépendamment de leur échelle et de leur intensité. Une discrétisation suffisamment fine, évaluée en un nombre élevé de points, permettra de tenir compte de toutes les fluctuations turbulentes présentes dans un écoulement et ainsi obtenir une solution numérique directe des équations de Navier-Stokes (*Direct Navier-Stokes*, DNS). Puisque'un tel calcul nécessite des ressources informatiques considérables, la résolution directe des équations de Navier-Stokes ne peut être envisagée à l'heure actuelle.

Afin de rendre les calculs de mécanique des fluides plus abordables, une série d'hypothèses et d'approximations peuvent être posées. Pour la majorité des problèmes d'ingénierie ayant recours à des calculs de mécanique des fluides, une discrétisation permettant la résolution de toutes les fluctuations turbulentes présentes dans l'écoulement n'est pas nécessaire. Il est donc

possible d'appliquer la méthode de décomposition de Reynolds aux variables ϕ définissant l'écoulement afin de réduire la complexité du problème. Cette méthode consiste à remplacer les fluctuations instantannées des variables ϕ par une somme des moyennes temporelles des fluctuations des variables $\bar{\phi}$ et d'une variation temporelle ϕ' par rapport à cette moyenne. La décomposition de Reynolds des variables ϕ peut être exprimée de la manière suivante :

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \tag{3.10}$$

où la moyenne temporelle des fluctuations est définie par :

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t} \phi dt \tag{3.11}$$

Par définition, la moyenne des fluctuations de ϕ' est nulle.

$$\overline{\phi'} = 0 \tag{3.12}$$

La décomposition de Reynolds appliquée à chacune des variables ϕ permet d'obtenir les équations de Navier-Stokes en moyenne de Reynolds (Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS) [79]. Pour des écoulements compressibles non confinés, tel un écoulement en régime transsonique autour d'une aile d'avion, il est préférable d'utiliser les équations en moyenne de Favre (Favre-Averaged Navier-Stokes, FANS) . En effet, lorsqu'un écoulement approche la vitesse du son, la fluctuation instantanée des vitesses peut atteindre environ 20 pour cent de la vitesse moyenne du champ lointain. Conséquemment, ceci peut entraîner des fluctuations de densité influençant également la turbulence [80]. Pour obtenir les équations FANS, les variables ϕ doivent être définies en effectuant une moyenne temporelle pondérée par la masse :

$$\tilde{\phi} = \frac{1}{\bar{\rho}\Delta t}\int_0^{\Delta t} \rho\phi dt \tag{3.13}$$

Ainsi :

$$\tilde{\phi} \equiv \frac{\overline{\rho\phi}}{\bar{\rho}} \tag{3.14}$$

En appliquant la décomposition, nous obtenons :

$$\phi = \tilde{\phi} + \phi'' \tag{3.15}$$

Suite à cette décomposition, nous obtenons les équations en moyenne de Favre [81] énoncées comme suit :

Conservation de la masse :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{\rho}\tilde{u}_i) = 0 \tag{3.16}$$

Conservation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j + p\delta_{ij}) = \frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\tau_{ij}} - \overline{\rho u_i'' u_j''}) \tag{3.17}$$

Conservation de l'énergie :

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial t}\left[\bar{\rho}\Big(\tilde{e} + \frac{1}{2}\tilde{u}_i\tilde{u}_i\Big) + \overline{\rho u_i'' u_j''}\right] + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\bar{\rho}\tilde{u}_j\Big(\tilde{h} + \frac{1}{2}\tilde{u}_i\tilde{u}_i\Big) + \frac{\tilde{u}_j}{2}\overline{\rho u_i'' u_j''}\right] = \\ \frac{\partial}{\partial x_j}\left[(\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u_i'' u_j''})\tilde{u}_i - \bar{q}_j\right] + \frac{\partial}{\partial x_j}\left[\overline{-\rho u_j'' h''} - \frac{1}{2}\overline{\rho u_j'' u_i'' u_j''} + \overline{\rho u_i'' \tau_{ij}}\right]\end{aligned} \tag{3.18}$$

Bien que l'application des décompositions de Reynolds ou de Favre rendent possible l'analyse d'écoulements complexes au moyen de ressources informatiques raisonnables, de nouvelles inconnues sont maintenant introduites nécessitant l'ajout de modélisations permettant la fermeture du système d'équations. Parmi les nouvelles inconnues, ont retrouve le tenseur des contraintes de Reynolds (*Reynolds Stress tensor*) et le flux de chaleur turbulent qui sont définis comme suit :

$$\tau_{ij} = \overline{\rho u_i'' u_j''} \qquad \text{et} \qquad q_{t_j} = \overline{-\rho u_j'' h''} \tag{3.19}$$

Pour fermer le système d'équations, il est possible d'utiliser le modèle aux tensions de Reynolds (Reynolds Stress Model, RSM), employant une équation de transport pour chacune des composantes du tenseur de contraintes de Reynolds, pour résoudre les inconnues $\tau_{ij} = \overline{\rho u_i'' u_j''}$. Cependant, ce modèle est relativement exigeant en ressources informatiques, nécessitant la résolution de sept équations de transport additionnelles. Afin de pallier aux délais de cal-

cul élevés, l'hypothèse de Boussinesq [82][83] peut être invoquée. Celle-ci énonce que les contraintes de Reynolds sont proportionnelles au taux de déformations moyen et qu'elles sont liées par une variable représentant la viscosité turbulente μ_t. L'approximation de Boussinesq est énoncée comme suit :

$$\tau_{ij} = \overline{\rho u_i'' u_j''} = 2\mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left(\rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right) \delta_{ij} \tag{3.20}$$

En appliquant l'hypothèse de Boussinesq, il est possible de fermer le système d'équations en utilisant un modèle de turbulence à une ou deux équations de transport au lieu des sept du modèle de turbulence RSM. Pour un modèle à une équation de transport tel Spalart-Allmaras, seule la viscosité turbulente μ_t est évaluée et utilisée pour obtenir les valeurs de $\tau_{ij} = \overline{\rho u_i'' u_j''}$. L'énergie cinétique turbulente k n'est pas évaluée. Pour des modèles de turbulence utilisant deux équations de transport, tels les modèles k-ϵ et k-ω, la viscosité turbulente est déduite suivant la résolution de leurs équations de transport respectives. L'équation de Boussinesq est ensuite utilisée pour obtenir les composantes du tenseur de contraintes de Reynolds.

3.2.2 Modèle de turbulence

Le modèle de turbulence sélectionné pour ce projet de recherche est le modèle Spalart-Allmaras (SA) [84]. Ce modèle a été développé spécifiquement pour traiter des cas de mécanique des fluides en aéronautique et est régulièrement employé pour prédire le comportement d'écoulements autour de profils ou d'ailes d'avion. Celui-ci a récemment été utilisé par Hashimoto [85] et par Luy [7] pour réaliser des calculs sur l'aile d'avion CRM.

Pour modéliser la turbulence, le modèle Spalart-Allmaras résout une équation de transport appliquée à la viscosité cinématique turbulente modifiée $\tilde{\nu}$. Cette équation peut être définie comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_{\tilde{\nu}} + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \Big\{ (\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \Big\} + C_{b2}\rho \Big(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \Big)^2 \right] + Y_{\tilde{\nu}} + S_{\tilde{\nu}} \tag{3.21}$$

où $G_{\tilde{\nu}}$ et $Y_{\tilde{\nu}}$ représentent respectivement la production et la destruction de viscosité tur-

bulente aux voisinage de parois solides. Les termes $\sigma_{\tilde{\nu}}$ et C_{b2} sont des constantes obtenues empiriquement. Le dernier terme de l'équation, $S_{\tilde{\nu}}$, est un terme source imposé. La variable transportée $\tilde{\nu}$, est fonction de la viscosité cinématique turbulente ν_t et d'un terme d'amortissement f_{v1} spécifié tel que :

$$\tilde{\nu} = \frac{\nu_t}{f_{v1}} \qquad , \qquad f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3} \qquad \text{et} \qquad \chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \tag{3.22}$$

Le terme de production de viscosité turbulente $G_{\tilde{\nu}}$ est défini comme suit :

$$G_{\tilde{\nu}} = C_{b2}\rho\tilde{S}\tilde{\nu} \qquad , \qquad \tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2 f_{v2}} \qquad \text{et} \qquad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \tag{3.23}$$

où C_{b2} est une constante, κ est la constante de Von Kármán, d est la distance à la paroi, f_{v2} est une seconde fonction d'amortissement et $\tilde{S}$ est la vorticité locale. Cette dernière dépend de la vorticité S énoncée telle que :

$$S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}} \qquad , \qquad \Omega_{ij} = \frac{1}{2}\Big(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\Big) \tag{3.24}$$

où Ω_{ij} est le tenseur de vorticité. Le terme de destruction de viscosité turbulente $Y_{\tilde{\nu}}$ est défini par :

$$Y_{\tilde{\nu}} = C_{w1}\rho f_w \Big(\frac{\tilde{\nu}}{d}\Big)^2 \qquad , \qquad f_w = g\left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}^6}\right]^{1/6} \tag{3.25}$$

$$g = r + C_{w2}(r^6 - r) \qquad , \qquad r \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S}\kappa^2 d^2} \tag{3.26}$$

où C_{w1}, C_{w2} et C_{w3} sont des constantes. Toutes les constantes définies précédemment sont calibrées expérimentalement et fixées aux valeurs suivantes :

$$C_{b1} = 0.1355 \qquad C_{b2}{=}0.622 \qquad \sigma_{\tilde{\nu}}{=}\frac{2}{3} \qquad C_{v1} = 7.1$$

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \qquad C_{w2}{=}\ 0.3 \qquad C_{w3} = 2.0 \qquad \kappa{=}\ 0.4187$$

Pour obtenir les contraintes de Reynolds par l'entremise de l'hypothèse de Boussinesq et

résoudre les équations FANS discutées précédemment (cf. 3.2.1), il est nécessaire de calculer la viscosité turbulente μ_t. Celle-ci est fonction de la variable transportée $\tilde{\nu}$ et est spécifiée telle que :

$$\mu_t = \rho\tilde{\nu} f_{v1} \tag{3.27}$$

Dans le contexte d'une optimisation de longue durée nécessitant d'importantes ressources informatiques, le modèle de turbulence Spalart-Allmaras peut s'avérer un choix économique et judicieux. Ce modèle, n'utilisant qu'une seule équation de transport, permet d'obtenir des solutions plus rapidement.

3.2.3 Discrétisation

Les équations aux dérivées partielles permettant de décrire le comportement d'un fluide en mouvement réunissent un ensemble de variables dépendantes observant une série de principes généraux de conservation. Conséquemment, il est possible de définir une équation différentielle partielle générale transportant une variable dépendante ϕ telle que :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}\phi) = \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla\phi) + S_\phi \tag{3.28}$$

Cette équation générique présente un terme transitoire, un terme de convection, un terme de diffusion et un terme source auquel il est possible de désigner un rôle générateur ou dissipateur [86]. Pour résoudre cette équation numériquement, il est nécessaire de discrétiser celle-ci. La discrétisation peut être définie comme une "étape de résolution des équations différentielles et des dérivées partielles qui consiste à remplacer des relations portant sur des fonctions continues ou dérivables, par un nombre fini de relations algébriques portant sur les valeurs prises par ces fonctions en un nombre fini de points de leur ensemble de définition" (TERMIUM Plus®, 2018). Il existe plusieurs méthodes de discrétisation parmi lesquelles on retrouve les méthodes de volumes finis, d'éléments finis et de différences finies. Pour ce projet de recherche, nous avons adopté la méthode des volumes finis. Celle-ci implique qu'il faut discrétiser, ou découper, un volume complet représentant un domaine de calcul en un nombre fini de volumes de contrôle afin de résoudre un écoulement de mécanique des fluides. Pour appliquer la méthode des volumes finis, l'équation 3.28 doit être réécrite afin de représenter

un volume de contrôle :

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)dV + \int_V \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}\phi)dV = \int_V \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla\phi)dV + \int_V S_\phi dV \tag{3.29}$$

Afin de garantir le respect des principes de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie, le flux de ces différentes quantités doit être maintenu lors du passage de celles-ci d'un volume de contrôle à un autre. Le flux quittant un volume de contrôle doit être égal au flux entrant un volume de contrôle voisin. Pour passer d'un volume de contrôle à un autre, les flux doivent traverser une face connexe. Pour permettre l'évaluation des flux ainsi que la valeur des variables ϕ aux faces de ces volumes de contrôle, le théorème de divergence doit être appliqué aux termes de convection et diffusion de l'équations 3.29. L'équation obtenue est la suivante :

$$\int_V \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi)dV + \oint_S (\rho\phi \mathbf{u} \cdot \mathbf{n})dA = \oint_S (\Gamma_\phi \nabla\phi \cdot \mathbf{n})dA + \int_V S_\phi dV \tag{3.30}$$

Pour effectuer une discrétisation spatiale par la méthode des volumes finis, il est de prime abord nécessaire de choisir à quel endroit, sur un volume de contrôle, seront stockées les différentes variables scalaires ϕ. Un choix doit être fait entre les sommets (ou noeuds) d'un volume de contrôle et le centre de celui-ci. Pour le cas où les variables ϕ sont stockées au centre, la discrétisation se présente telle qu'illustrée à la figure 3.4. Sur cette figure sont montrés deux volumes de contrôle adjacents désignés $c0$ et $c1$ partageant une face identifiée f. Pour réaliser un calcul de mécanique des fluides, il est nécessaire d'interpoler les valeurs des variables scalaires ϕ aux faces du volume de contrôle ainsi qu'évaluer leurs gradients $\nabla\phi$. Pour évaluer le gradient d'une cellule identifiée $c0$, il faut appliquer le théorème de Green-Gauss défini tel que :

$$\nabla\phi_{c0} = \frac{1}{V}\sum_f \bar{\rho}_f \vec{A} \tag{3.31}$$

La valeur de $\bar{\rho}_f$, qui est un premier estimé de la valeur ϕ interpolée aux faces de la cellule, doit être évaluée pour chacune des faces de la cellule $c0$. Ceci est réalisé en effectuant une moyenne arithmétique entre la variable ϕ de la cellule $c0$ et la variable ϕ de la cellule voisine

$c1$. On peut exprimer cette étape comme suit :

$$\bar{\rho}_f = \frac{\phi_{c0} + \phi_{c1}}{2} \tag{3.32}$$

Suite à l'obtention du gradient de la variable ϕ pour une cellule donnée, il est possible d'obtenir un résultat plus précis, soit du second ordre, pour une variable ϕ à la face d'une cellule en effectuant une reconstruction linéaire telle que définie par Barth [87]. Celle-ci peut être exprimée tel que :

$$\phi_f = \phi + \nabla\phi \cdot \vec{r} \tag{3.33}$$

où $\vec{r}$ est un vecteur représentant la position du centroïde de la face d'une cellule relativement au centre de celle-ci.

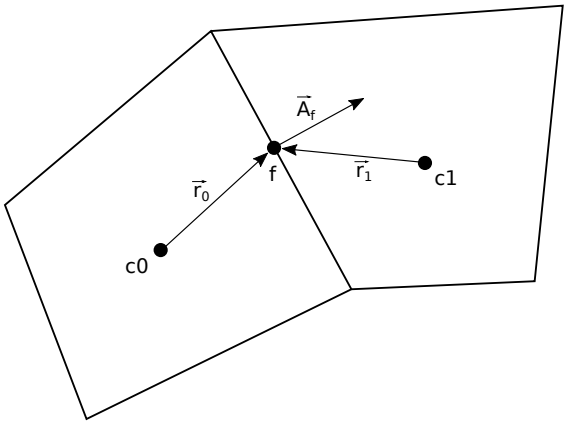


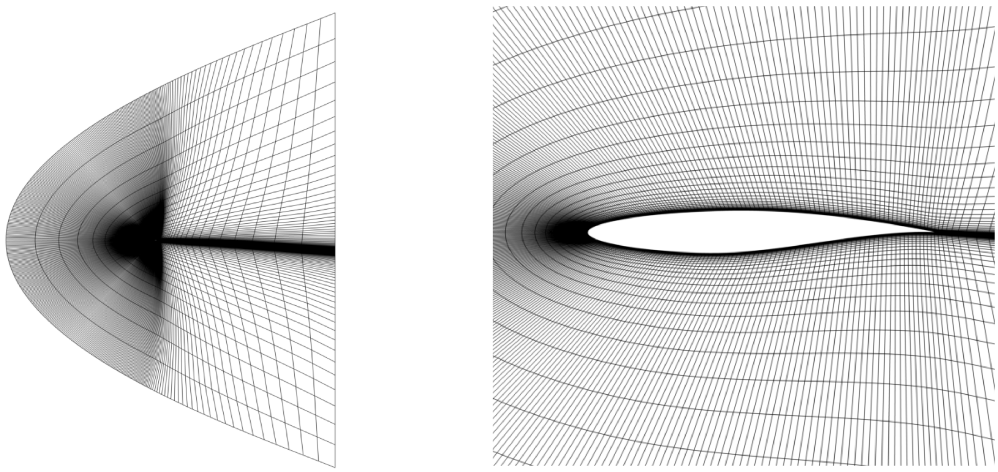
Figure 3.4 Volumes de contrôle

Pour des informations concernant la méthode à employer pour calculer les flux aux faces des cellules ainsi que la méthode à utiliser pour obtenir la solution implicite des équations de Navier-Stokes, le lecteur est guidé vers Weiss [88].

3.2.4 Génération de maillages

Le premier cas abordé au cours de ce projet de recherche consiste à optimiser le profil bidimensionnel RAE 2822 (figure 3.5). Pour ce cas, un maillage généré à l'aide du logiciel ANSYS ICEM 13.0 sera utilisé. Celui-ci est structuré, employant 23552 cellules quadrilatérales pour discrétiser le domaine de calcul. Ce maillage arbore une configuration de type-C, impliquant une propagation des cellules situées au bord de fuite du profil vers l'extérieur du domaine

de calcul, suivant la direction que pourrait généralement adopter un sillage. Ce dernier a été utilisé lors d'une optimisation aérodynamique avec décomposition de traînée réalisée par Gariépy et al. [72] en 2015. Le second cas, traitant de l'optimisation aérodynamique de l'aile



(a) domaine de calcul (b) profil

Figure 3.5 Maillage du RAE2822

d'avion CRM (figure 3.6), utilisera un maillage réalisé par le MDO Lab (*Multidisciplinary Design Optimization Laboratory*) [77] de l'Université du Michigan. Ce maillage structuré a été employé en 2014 par Lyu [7] pour réaliser une optimisation aérodynamique. Celui-ci est composé de 450560 cellules hexaédriques et comporte une topologie de type-O. Cette topologie implique un maillage caractérisé par une propagation des cellules à la surface de l'aile, croissant progressivement dans la direction normale à celle-ci.

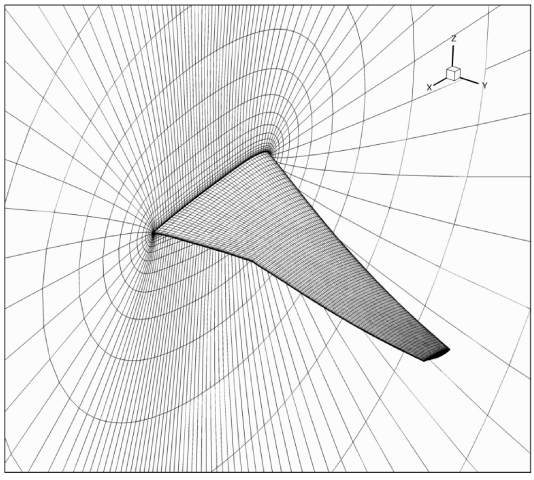


Figure 3.6 Aile NASA CRM

3.2.5 Solveur

Pour résoudre les équations de mécanique des fluides, nous utilisons le logiciel commercial ANSYS Fluent 17.2. Ce dernier permet de traiter un large éventail d'écoulements évoluant à des régimes d'opération très variés. Il est possible de résoudre des écoulements compressibles ou incompressibles opérant à des régimes stationnaires ou transitoires. Plusieurs modèles de turbulence sont aussi disponibles.

Ce logiciel de volumes finis non structuré offre deux types de solveurs. Le premier est basé sur la pression (*Pressure-Based*) et résout les équations de conservation de manière séquentielle alors que le second, basé sur la densité (*Density-Based*), résout ces dernières de manière couplée. Les cas traités au cours de ce projet de recherche opèrent à des vitesses élevées approchant le régime transsonique. Ce régime d'opération peut engendrer des effets de compressibilité, provenant notamment d'ondes de choc, qu'il est nécessaire de considérer. Pour ce type de cas, les effets transitoires ne sont pas prédominants et peuvent être négligés. Le solveur basé sur la densité en régime stationnaire est donc sélectionné. La discrétisation spatiale est effectuée en utilisant un schéma en amont du second ordre (*second-order upwind*) alors que les gradients sont calculés à l'aide d'une méthode de Green-Gauss appliquée au niveau des cellules (*Green-Gauss Cell Based*). Pour obtenir la solution stationnaire des équations de conservation, le solveur offre la possibilité d'effectuer la discrétisation temporelle en utilisant un schéma implicite ou explicite. Pour ce projet de recherche, un formulation implicite sera employée. Cette dernière utilise un schéma de discrétisation d'Euler implicite couplé à une linéarisation des flux de type Newton [88]. Nous utilisons un schéma de Roe (*Roe Flux-Difference Splitting Scheme*) [89] pour obtenir les flux aux faces des cellules.

3.3 Conditions frontières

Pour modéliser l'écoulement libre à l'infini, une condition de champ lointain (*pressure far-field*) est appliquée sur la frontière délimitant le domaine de calcul. Pour définir cette condition frontière, nous fixons un nombre de Mach, une pression statique et une température. Des conditions de paroi sont appliquées sur la surface du profil ou de l'aile. Pour le cas tridimensionnel, une condition additionnelle de symmétrie est imposée sur le plan x-z situé à la racine de l'aile.

3.4 Paramétrisation géométrique

La méthode de paramétrisation employée pour ce projet de recherche est la méthode de fonction à base radiale (*Radial Basis Function*, RBF). Celle-ci est intégrée au solveur de mécanique des fluides ANSYS Fluent sous l'appelation *rbf-morph*$^{\text{TM}}$. Cette méthode a été sélectionnée car elle permet l'application directe d'une paramétrisation à un maillage. La mise en place de la paramétrisation est relativement simple et consiste essentiellement à définir, à l'intérieur d'un maillage, la position d'une série de points de contrôle en spécifiant leurs coordonnées cartésiennes. Une variable de design est associée à chacune de ces coordonnées. Les maillages modifiés par cette méthode de paramétrisation demeurent lisses et conservent l'orthogonalité des cellules du maillage en paroi, même lors de déformations importantes. L'obtention de tels maillages permet la mise en place de processus d'optimisation robustes, capable d'explorer de larges espaces de design et ainsi favoriser la découverte d'un possible optimum. Les lignes qui suivent expliquent brièvement la théorie des fonctions à base radiale. Des explications plus détaillées ainsi qu'un exemple d'application unidimensionnelle peuvent être consultés dans McKee [90] ainsi que dans Lapuh [91] respectivement.

La méthode de fonction à base radiale permet de modifier la position de tous les noeuds d'un maillage et d'induire sa déformation en déplaçant une série de points de contrôle à l'intérieur de ce dernier. Le déplacement des noeuds du maillage est calculé en utilisant la fonction d'interpolation $s(\mathbf{x})$ suivante :

$$s(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i^c\|) \; + \; p(\mathbf{x}) \tag{3.34}$$

$$p(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\beta_0} + \boldsymbol{\beta_1} x + \boldsymbol{\beta_2} y + \boldsymbol{\beta_3} z \tag{3.35}$$

La fonction $s(\mathbf{x})$ est composée d'une somme pondérée de fonctions à base radiale $\phi(r)$ de degré n et d'un polynôme $p(\mathbf{x})$ de degré $m \leq n$. La position d'un noeud du maillage ainsi que celle des points de contrôle à l'intérieur du maillage sont définies par $\mathbf{x} = [x, y, z]$ et $\mathbf{x}_i^c = [x_i^c, y_i^c, z_i^c]$. La norme euclidienne $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i^c\|$ calcule la distance entre un noeud du maillage et un des N points de contrôle définis. Les coefficients α_i permettent de doser l'influence du déplacement de chacun des points de contrôle sur le déplacement d'un noeud du maillage. L'influence des points de contrôle est calculée en utilisant une des fonctions à base radiale énumérées au tableau 3.4.

Tableau 3.4 Fonctions à base radiale

RBF	$\boldsymbol{\phi(r)}$
Spline (R_n)	$\|r\|^n$, n est impair
Thin plate spline (TPS_n)	$\|r\|^n \log\|r\|$, n est pair
Multiquadrique	$\sqrt{r^n - 1}$
Multiquadrique inverse	$\frac{1}{\sqrt{r^n-1}}$
Quadrique inverse	$\frac{1}{r^n-1}$
Gaussienne	e^{-r^2}

Lorsque la méthode RBF est utilisée, le déplacement imposé aux points de contrôle induit le déplacement des noeuds d'un maillage. La fonction d'interpolation $s(\mathbf{x})$ ne devrait pas influencer le déplacement des points de contrôle eux-mêmes. Le déplacement d'un point de contrôle $\mathbf{x}_i^c$ interpolé par la fonction $s(\mathbf{x})$ devrait retourner le déplacement initialement imposé. Ceci s'exprime par la relation :

$$s(\mathbf{x}_i^c) = \mathbf{g}_i, \quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{3.36}$$

où $\mathbf{g}_i$ est le déplacement interpolé suite au déplacement du point de contrôle $\mathbf{x}_i^c$. Les coefficients α_i et β_i doivent donc être calculés afin de refléter ce résultat. Pour obtenir ce dernier, on ajoute la contrainte additionnelle suivante :

$$\sum_{i=1}^{N} \alpha_i q(\mathbf{x}_i^c) = 0, \quad i = 1, 2, \cdots, N \tag{3.37}$$

Celle-ci assure que les fonctions à base radiale comprises dans la fonction d'interpolation $s(\mathbf{x})$ n'influencent pas le déplacement des points de contrôle. Les équations ci-dessus peuvent s'exprimer sous la forme d'un système d'équations linéaires :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{P} \\ \mathbf{P^T} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\alpha} \\ \boldsymbol{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{3.38}$$

où $\mathbf{M}$ représente la matrice d'interpolation calculant l'interaction des points de contrôle.

$$\mathbf{M}_{ij} = \phi(\|\mathbf{x}_i^c - \mathbf{x}_j^c\|), \quad 1 \leq i, j \leq N \tag{3.39}$$

La matrice $\mathbf{P}$ comprend les coordonnées cartésiennes des points de contrôle et s'écrit :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & x_1^c & y_1^c & z_1^c \\ 1 & x_2^c & y_2^c & z_2^c \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_N^c & y_N^c & z_N^c \end{bmatrix} \tag{3.40}$$

La matrice définissant les déplacements $\mathbf{g}$ imposés aux points de contrôle est :

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} 1 & g_1^x & g_1^y & g_1^z \\ 1 & g_2^x & g_2^y & g_2^z \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & g_N^x & g_N^y & g_N^z \end{bmatrix} \tag{3.41}$$

Nous obtenons donc les coefficients $\boldsymbol{\alpha}$ et $\boldsymbol{\beta}$ suivants :

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1^x & \alpha_1^y & \alpha_1^z \\ 1 & \alpha_2^x & \alpha_2^y & \alpha_2^z \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \alpha_N^x & \alpha_N^y & \alpha_N^z \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} 1 & \beta_1^x & \beta_1^y & \beta_1^z \\ 1 & \beta_2^x & \beta_2^y & \beta_2^z \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \beta_N^x & \beta_N^y & \beta_N^z \end{bmatrix} \tag{3.42}$$

Nous voulons maintenant calculer le déplacement de tous les noeuds d'un maillage en remplaçant ces coefficients dans la fonction d'interpolation $s(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned} s_x(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^x \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i^c\|) \; + \; \beta_1^x + \beta_2^x x + \beta_3^x y + \beta_4^x z \\ s_y(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^y \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i^c\|) \; + \; \beta_1^y + \beta_2^y x + \beta_3^y y + \beta_4^y z \\ s_z(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^{N} \alpha_i^z \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i^c\|) \; + \; \beta_1^z + \beta_2^z x + \beta_3^z y + \beta_4^z z \end{aligned} \tag{3.43}$$

3.5 Algorithmes d'optimisation

Pour ce projet de recherche, l'algorithme d'optimisation hybride *Pointer*, intégré au logiciel d'optimisation *Isight Simulia®*, sera utilisé (cf. 2.3.3). *Pointer* a été conçu pour traiter automatiquement une gamme très variée de problèmes d'optimisation, tels des problèmes continus ou discrets, linéaires ou non linéaires. Aucune configuration particulière n'est requise de l'utilisateur. Par exemple, il n'est pas nécessaire pour un utilisateur d'évaluer les sensibilités d'une fonction coût et de calculer un pas de différentiation comme lors de l'emploi d'un algorithme à gradient. Lorsque l'algorithme *Pointer* choisit, parmi les algorithmes à sa disposition, de mettre en fonction un algorithme à gradient, un pas de différentiation approprié est automatiquement évalué. L'algorithme *Pointer* étant conçu pour être autonome et automatique, les résultats d'optimisation obtenus suite à l'application de ce dernier dépendent de la manière dont celui-ci approche un problème et non de la configuration de paramètres définis par un utilisateur. Considérant la versatilité de l'algorithme *Pointer* ainsi que sa simplicité d'utilisation, il est jugé pertinent d'appliquer celui-ci à un problème d'optimisation continu non linéaire avec contraintes telle une optimisation d'aile d'avion.

3.6 Processus d'optimisation

Pour réaliser une optimisation aérodynamique, un processus d'optimisation doit être mis en place. Le processus construit pour ce projet de recherche est illustré à la figure 3.7. Le logiciel *Isight Simulia®* a été utilisé pour piloter le processus. Un script *Matlab* est employé pour orchestrer la lecture et l'écriture des données d'entrées et de sorties ainsi que le démarrage et l'arrêt des différents modules d'analyse nécessaires à l'optimisation. Par l'entremise de l'algorithme d'optimisation *Pointer* et selon les résultats d'analyses contenus dans un fichier de sortie, le logiciel *Isight* modifie les variables de design écrites dans un fichier d'entrée. Ces variables sont ensuite transmises à l'algorithme RBF intégré au logiciel ANSYS Fluent afin d'indiquer à ce dernier les modifications à apporter à la géométrie à l'étude. Cette géométrie est ensuite évaluée afin de vérifier sa conformité aux contraintes du problème d'optimisation. Les géométries satisfaisant les contraintes sont remises au solveur ANSYS Fluent et au module de décomposition de traînée pour analyse qui inscrivent leurs résultats dans un fichier de sortie. Une géométrie non-conforme est mise de côté par l'optimiseur qui redémarre le processus pour une nouvelle géométrie. Le processus est arrêté lorsque qu'un optimum est trouvé ou lorsque le temps maximal prescrit pour l'optimisation a été dépassé.

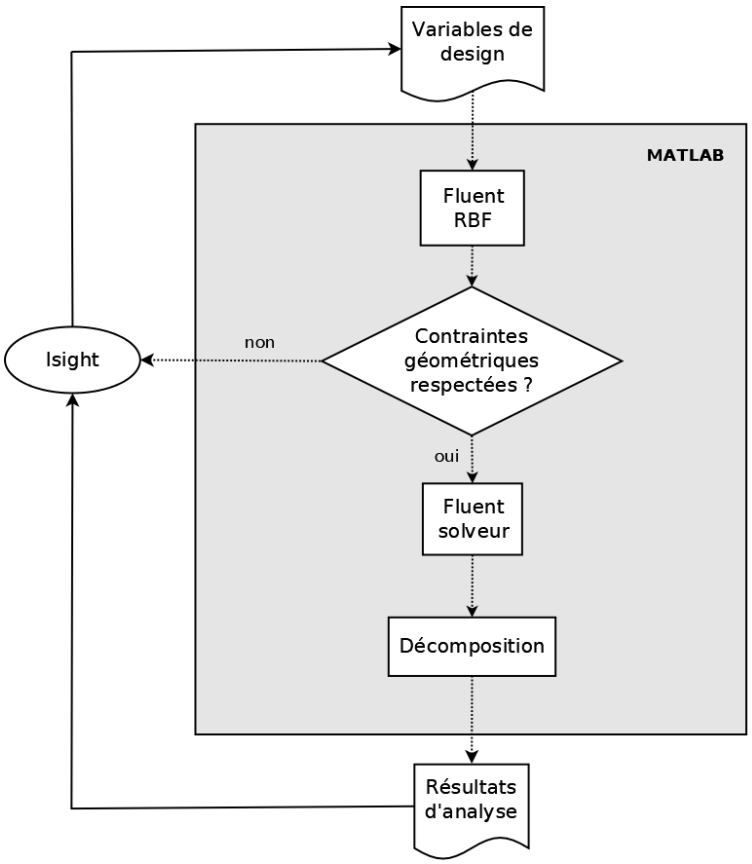


Figure 3.7 Organigramme du processus d'optimisation

3.7 Stratégie d'optimisation

Pour chacun des cas définis précédemment, deux processus d'optimisation seront mis en place afin d'évaluer la capacité d'une méthode de décomposition de la traînée à améliorer un processus d'optimisation aérodynamique. Pour chaque cas, et pour une solution de départ identique, un premier processus d'optimisation sera défini avec pour objectif la réduction de la traînée totale. Un second processus, visera à réduire la traînée nette (fausse-traînée enlevée). Les résultats obtenus par chacun des processus seront ensuite comparés pour le cas bidimensionnel et tridimensionnel respectivement.

CHAPITRE 4 DÉCOMPOSITION DE LA TRAÎNÉE

Ce chapitre présente la méthode de décomposition de la traînée employée pour analyser l'écoulement autour d'une aile d'avion. Les bases de la méthode ont été développées par Van der Vooren et Sloof [65] et subséquemment raffinées par Destarac [92].

La manière la plus simple d'évaluer la traînée aérodynamique d'un appareil est d'utiliser une méthode par champ proche (*Near-field method*, NF). Cette méthode consiste essentiellement à calculer et additionner les forces de pression et de frottement agissant sur la surface d'un appareil et résistant au déplacement de celui-ci. Pour un profil aérodynamique défini par une surface S_A, tel qu'illustré à la figure 4.1, la traînée par champ proche peut être exprimée par :

$$D_{NF} = D_{pression} + D_{friction} = \int_{S_A} ((p - p_\infty)\vec{i} - \vec{\tau}_x) \cdot \vec{n} dS \tag{4.1}$$

où :

$$\vec{n} = n_x\vec{i} + n_y\vec{j} \qquad \text{et} \qquad \vec{\tau}_x = \tau_{xx}\vec{i} + \tau_{xy}\vec{j} \tag{4.2}$$

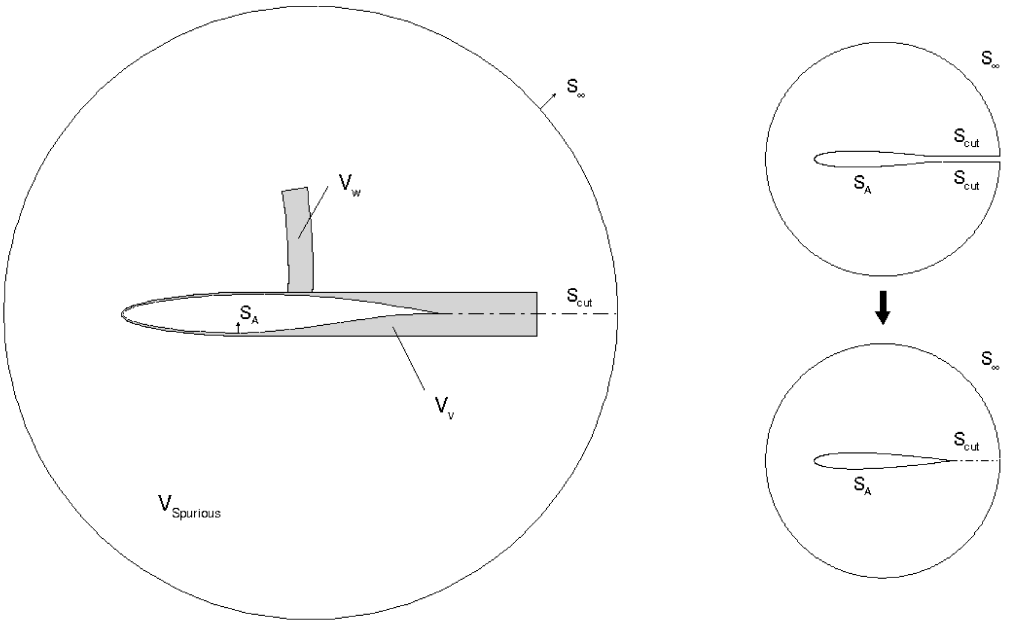


Figure 4.1 Volume de contrôle

Cette relation est définie en supposant que la vitesse du champ lointain V_∞ est alignée avec

l'axe x du système de coordonnées. Pour cette équation, p est la pression, p_∞ est la pression du champ lointain, $\vec{i}$ est le vecteur unitaire de direction de l'écoulement du champ lointain, $\vec{\tau}_x$ est le tenseur de contrainte longitudinale et $\vec{n}$ est un vecteur normal pointant vers l'extérieur d'un volume de contrôle délimité par les surfaces S_∞, S_A et S_{cut}. La loi de conservation de la quantité de mouvement de Newton stipule que "les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales et de sens contraires" [93], la somme des forces appliquées aux surfaces du volume de contrôle devraient s'équilibrer. Il est donc possible de déduire que la somme des forces exercées par l'air sur le profil S_A est égale et de sens opposé à la somme des forces exercées par le profil sur l'air mesuré au niveau d'une surface S_∞, loin du profil et entourant celui-ci (en raison de la symétrie, le résultat de l'intégration au niveau de la surface S_{cut} est nul). Transposer le calcul de traînée du profil S_A vers une surface S_∞ est connu sous le nom de méthode par champ lointain (*Far-field method*, FF) et peut être exprimée par la relation suivante :

$$D_{NF} = D_{FF} = \int_{S_\infty} -(\rho(u-u_\infty)\vec{q} + (p-p_\infty)\vec{i} - \vec{\tau}_x) \cdot \vec{n} dS \tag{4.3}$$

Pour cette dernière relation, $\vec{q}$ est le vecteur vitesse. L'intégrant de l'équation 4.3 est le vecteur de quantité de mouvement :

$$\vec{f} = -\rho(u-u_\infty)\vec{q} - (p-p_\infty)\vec{i} + \vec{\tau}_x \tag{4.4}$$

Pour le profil S_A, la vitesse à la surface étant nulle, l'intégrant de l'équation 4.1 nous donne le vecteur de quantité de mouvement suivant :

$$\vec{f} = (p-p_\infty)\vec{i} - \vec{\tau}_x \tag{4.5}$$

La création d'un volume de contrôle autour du profil S_A et la transposition du calcul de traînée aérodynamique vers une frontière périphérique S_∞ permet de délimiter et d'isoler la région à l'intérieur de laquelle se manifestent les différents phénomènes physiques générant une traînée aérodynamique. En utilisant des principes thermodynamiques, il est possible de discerner les phénomènes de traînée irréversibles provenant d'ondes de chocs (*wave drag*) et d'effets visqueux (*viscous drag*) de ceux provenant de la traînée réversible telle que la traînée induite (*induced drag*) par la portance. En concordance, le vecteur de quantité de mouvement $\vec{f}$ peut être séparé pour refléter la distinction des phénomènes réversibles et irréversibles. Nous identifions un vecteur pour la quantité de mouvement associée aux phénomènes irréversibles $\vec{f}_{vw}$ (indice vw pour *viscous* et *wave*) et un vecteur $\vec{f}_i$ (indice i pour *induced*) pour la quantité

de mouvement associée aux phénomènes réversibles. Nous écrivons donc :

$$\vec{f} = \vec{f}_{vw} + \vec{f}_i \tag{4.6}$$

Afin de quantifier les deux vecteurs composants le vecteur de quantité de mouvement $\vec{f}$, Destarac [92] évalue la déviation de la vitesse axiale $\Delta\bar{u}$ par rapport à la vitesse axiale du champ lointain u_∞ causée par des phénomènes physiques irréversibles. On peut exprimer cette déviation par :

$$\Delta\bar{u} = \bar{u} - u_\infty \tag{4.7}$$

Les lignes suivantes décrivent les étapes nécessaires pour calculer la déviation de la vitesse axiale irréversible $\Delta\bar{u}$. Pour débuter, il est nécessaire de relier la vitesse axiale aux variables thermodynamiques d'entropie Δs et d'enthalpie totale ΔH. La variation d'enthalpie totale relativement à l'enthalpie du champ lointain s'exprime par :

$$\Delta H = H - H_\infty = \left(h + \frac{1}{2}\left\|\vec{q}\right\|^2\right) + \left(h_\infty + \frac{1}{2}u_\infty^2\right) \tag{4.8}$$

En isolant le vecteur vitesse :

$$\left\|\vec{q}\right\|^2 = u_\infty^2 + 2\Delta H - 2(h - h_\infty) \tag{4.9}$$

Si nous considérons que :

$$\left\|\vec{q}\right\|^2 = u^2 + v^2 + w^2 \qquad \text{et} \qquad h = c_p T \tag{4.10}$$

Nous obtenons :

$$u^2 = u_\infty^2 + 2\Delta H - 2c_p(T - T_\infty) - (v^2 + w^2) \tag{4.11}$$

En normalisant cette équation par le terme u_∞^2 :

$$\frac{u^2}{u_\infty^2} = 1 + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2c_p T_\infty}{u_\infty^2}\left(\frac{T}{T_\infty} - 1\right) - \frac{v^2 + w^2}{u_\infty^2} \tag{4.12}$$

Pour inclure la notion d'entropie, nous utilisons l'équation :

$$\Delta s = c_p ln\left(\frac{T}{T_\infty}\left(\frac{p_\infty}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) \tag{4.13}$$

En retravaillant cette équation, nous obtenons :

$$e^{\frac{\Delta s}{c_p}} = \frac{T}{T_\infty}\left(\frac{p_\infty}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{T}{T_\infty} = e^{\frac{\Delta s}{c_p}}\left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{4.14}$$

Nous pouvons maintenant substituer l'équation 4.14 dans 4.12 pour obtenir :

$$\frac{u^2}{u_\infty^2} = 1 + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2c_pT_\infty}{u_\infty^2}\left(e^{\frac{\Delta s}{c_p}}\left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) - \frac{v^2+w^2}{u_\infty^2} \tag{4.15}$$

En substituant les relations suivantes :

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \qquad , \qquad a_\infty^2 = \gamma R T_\infty \qquad \text{et} \qquad M_\infty = \frac{u_\infty}{a_\infty} \tag{4.16}$$

dans l'équation 4.15, on obtient :

$$\frac{u^2}{u_\infty^2} = 1 + \frac{2\Delta H}{u_\infty^2} - 2\frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2}\left(e^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\Delta s}{R}}\left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) - \frac{v^2+w^2}{u_\infty^2} \tag{4.17}$$

Finalement, la vitesse axiale écrite en fonction de Δs et ΔH peut être énoncée de la manière suivante :

$$u = u_\infty\sqrt{1 + 2\frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2}\left(e^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\Delta s}{R}}\left(\frac{p}{p_\infty}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) - \frac{v^2+w^2}{u_\infty^2}} \tag{4.18}$$

En faisant l'hypothèse que les composantes v et w sont liées à la traînée induite et donc à des phénomènes réversibles, nous pouvons poser $v = 0$ et $w = 0$. La pression peut également être fixée à $p = p_\infty$ dans le champ lointain. La vitesse axiale $\bar{u}$, permettant de mesurer les phénomènes irréversibles, peut s'écrire :

$$\bar{u} = u_\infty\sqrt{1 + 2\frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2}\left(e^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\Delta s}{R}} - 1\right)} \tag{4.19}$$

La déviation de la vitesse axiale provenant des phénomènes irréversibles peut donc être énoncée comme suit :

$$\Delta\bar{u} = u_\infty \sqrt{1 + 2\frac{\Delta H}{u_\infty^2} - \frac{2}{(\gamma-1)M_\infty^2}\left(e^{\frac{\gamma-1}{\gamma}\frac{\Delta s}{R}} - 1\right)} - u_\infty \tag{4.20}$$

Pour cette dernière équation, la variation d'enthalpie totale peut être considérée négligeable dans les cas d'écoulements visqueux, en régime permanent n'incluant aucune installation motrice [94]. Le vecteur de quantité de mouvement irréversible $\vec{f}_{vw}$ peut être obtenu en évaluant l'équation 4.4 pour une vitesse $u = \bar{u}$. Dans le champ lointain, $p = p_\infty$ et $\vec{\tau}_x = 0$ et donc :

$$\vec{f}_{vw} = -\rho(\bar{u} - u_\infty)\vec{q} - (p - p_\infty)\vec{i} + \cancelto{0}{\vec{\tau}_x} \tag{4.21}$$

qui s'écrit aussi :

$$\vec{f}_{vw} = -\rho\Delta\bar{u}\vec{q} \tag{4.22}$$

Pour obtenir la partie réversible du vecteur de quantité de mouvement $\vec{f}_i$, il suffit de remplacer l'équation 4.22 et 4.4 dans l'équation 4.6

$$-\rho(u - u_\infty)\vec{q} - (p - p_\infty)\vec{i} + \vec{\tau}_x = -\rho\Delta\bar{u}\vec{q} + \vec{f}_i \tag{4.23}$$

Le vecteur de quantité de mouvement réversible est donc :

$$\vec{f}_i = -\rho(u - u_\infty - \Delta\bar{u})\vec{q} - (p - p_\infty)\vec{i} + \vec{\tau}_x \tag{4.24}$$

Les opérations précédentes permettent de calculer le vecteur de quantité de mouvement $\vec{f}$ et de le séparer en sa composante réversible $\vec{f}_i$, associée à la traînée induite et en sa composante irréversible $\vec{f}_{vw}$, associée aux traînées d'onde et visqueuse. Afin d'effectuer la décomposition de la traînée aérodynamique, il est nécessaire de quantifier la contribution individuelle des

effets visqueux et d'ondes de choc aux phénomènes irréversibles et évaluer la traînée réversible provenant de la création de vortex. Pour évaluer chacun des types de traînées, le calcul doit premièrement être restreint aux régions du volume de contrôle (figure 4.1) où se produisent des phénomènes irréversibles, à savoir, la zone visqueuse V_v et la zone de choc V_w. Cette étape est réalisée en utilisant le théorème de la divergence (Gauss-Ostrogradsky) pour convertir l'intégrale de surface du champ lointain énoncé à l'équation 4.3 en intégrale de volume comme suit :

$$\int_{S_\infty} (\vec{f} \cdot \vec{n}) dS = \int_V (\nabla \cdot \vec{f}) dV \tag{4.25}$$

Pour calculer la traînée générée par l'onde de choc, il suffit d'effectuer l'intégrale volumique des phénomènes irréversibles dans la zone V_w. La même démarche doit être suivie pour la zone visqueuse V_v. Les équations peuvent être définies telles que :

$$D_w = \int_{V_w} (\nabla \cdot \vec{f}_{vw}) dV \tag{4.26}$$

$$D_v = \int_{V_v} (\nabla \cdot \vec{f}_{vw}) dV \tag{4.27}$$

L'équation requise pour calculer la traînée induite est obtenue en suivant une démarche proposée par Destarac [95][96]. Celle-ci peut être énoncée comme suit :

$$D_i = \int_{V_i} (\nabla \cdot \vec{f}_i) dV - \int_{S_A} (\vec{f}_i \cdot \vec{n}) dS \tag{4.28}$$

Pour déterminer les frontières délimitant les différentes zones à l'intérieur desquelles seront utilisées les intégrales de volume, nous employons une série de senseurs. Pour détecter l'onde de choc et définir le volume V_w , nous utilisons l'équation suivante développée par Lovely [97] :

$$F_w = \frac{\vec{q} \cdot \vec{\nabla} p}{a |\vec{\nabla} p|} \tag{4.29}$$

L'équation 4.29 indique la présence d'onde de choc lorsque $F_w > 1$. Pour détecter la zone visqueuse et définir le volume V_v, nous utilisons l'équation suivante de Tognaccini [98] :

$$F_v = \frac{\mu_l + \mu_t}{\mu_l} \tag{4.30}$$

Pour l'équation 4.30, la valeur de F_v est très élevée à l'intérieur de la couche limite et du sillage alors qu'elle est près de 1 dans le champ lointain. Pour détecter la zone visqueuse, $F_v > 1.1F_{v_\infty}$.

Pour calculer la traînée aérodynamique provenant des phénomème réversibles, une zone entourant l'objet à l'étude, ayant une frontière à une distance fixe de celui-ci, doit être définie. Théoriquement, cette frontière peut être définie à une distance éloignée de cet objet. Cependant, lors d'un calcul de mécanique des fluides, l'intensité des vortex générés par les surfaces portantes d'un objet a tendance à se dégrader et à se dissiper rapidement lorsque transportés dans le domaine de calcul par l'écoulement. Cet effet est principalement dû au schéma numérique appliqué et à l'accroissement constant de la dimension des cellules du maillage partant de l'objet vers le champ lointain. Pour contrer cet effet et mesurer la traînée induite, nous utilisons une approche proposée par Laurendeau et al. [99] consistant à définir une zone restreinte à une distance près de l'objet à l'étude.

En considérant qu'il n'y a aucune production d'entropie à l'extérieur des zones où se manifestent des phénomènes irréversibles, nous pouvons poser que la traînée par champ lointain est évaluée par l'équation :

$$D_{FF} = D_w + D_v + D_i \tag{4.31}$$

Théoriquement, la traînée par champ proche est égale à la traînée par champ lointain. Cependant, des différences entre celles-ci existent lorsqu'un calcul de mécanique des fluides est effectué. En effet, une fausse-traînée (*Spurious Drag*) provenant de la génération d'entropie numérique est constatée. Cette différence s'exprime par l'équation suivante, où D_{sp} est la fausse-traînée :

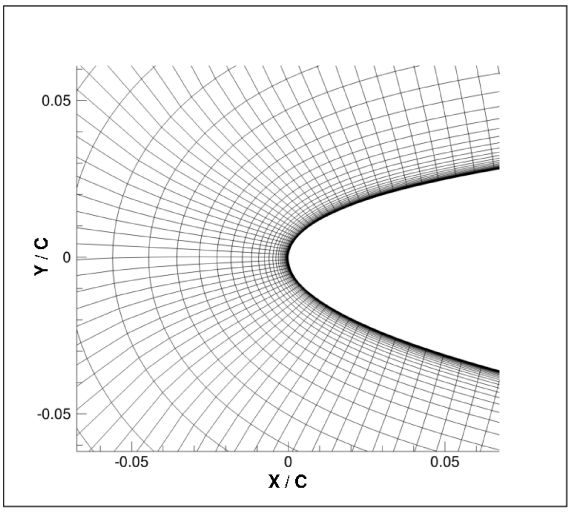
$$D_{sp} = D_{NF} - D_{FF} \tag{4.32}$$

La fausse-traînée aérodynamique générée lors de calculs de mécanique des fluides peut provenir de plusieurs sources. Les plus importantes sont les suivantes :

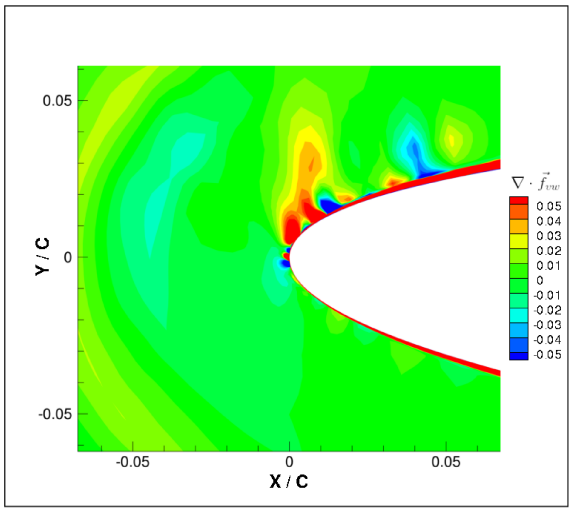
- erreurs numériques provenant de la discrétisation
- erreurs de troncature causées par la précision du schéma numérique
- qualité du maillage
- ajout de dissipation artificielle

Les erreurs de discrétisation sont celles liées au raffinement du maillage. Plus le maillage est grossier et plus ce dernier génère de l'entropie numérique et par conséquent de la fausse-

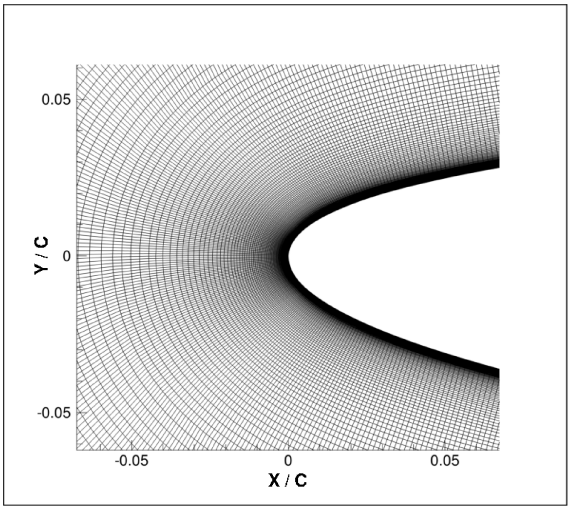
traînée. La figure 4.2 affiche la fausse-traînée provenant de l'entropie numérique $\nabla \cdot \vec{f}_{vw}$ pour deux maillages ayant des niveaux de discrétisation différents. Le maillage affiché à la figure 4.2 (a) possède 26752 cellules. Ce maillage qui est raffiné deux fois dans chaque direction et qui compte 428032 cellules est affiché en 4.2 (c). Ces maillages, soumis à des conditions frontières identiques, génèrent des traînées numériques très différentes. Les solutions affichées aux figures 4.2 (b) et (d) démontrent qu'un maillage fin crée beaucoup moins d'entropie numérique. Celle-ci se diffuse moins dans le domaine de calcul lorsque le nombre de cellules est élevé. De plus, nous observons que pour les deux maillages, la quantité de fausse-traînée est importante aux endroits où les gradients sont élevés, soit au bord d'attaque du profil.



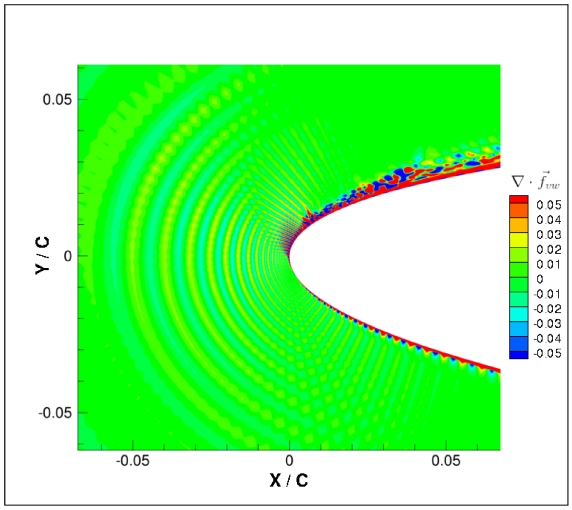
(a) maillage grossier



(b) traînée numérique - maillage grossier



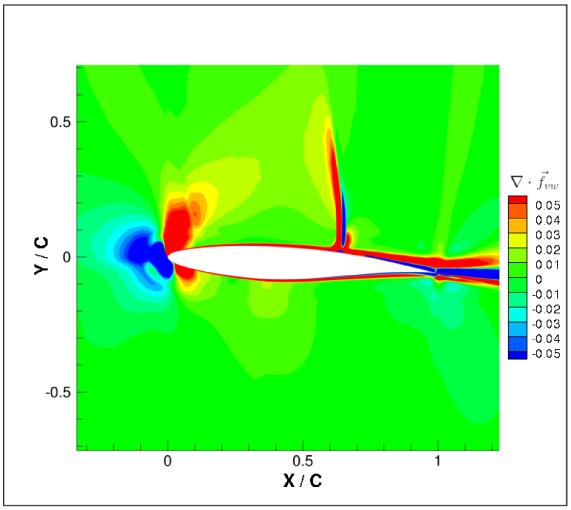
(c) maillage fin



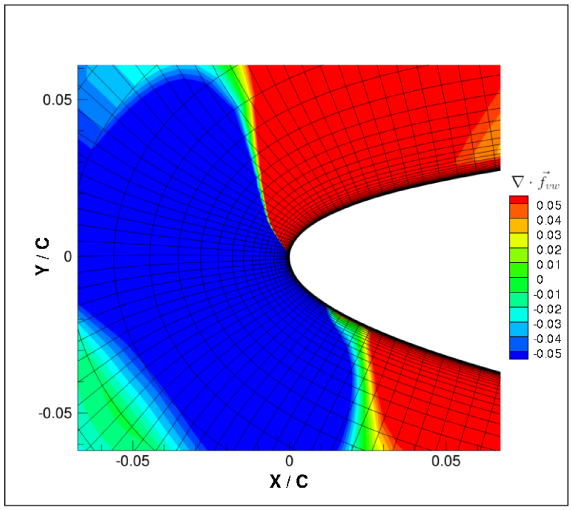
(d) traînée numérique - maillage fin

Figure 4.2 Effets de la discrétisation du maillage sur la traînée numérique

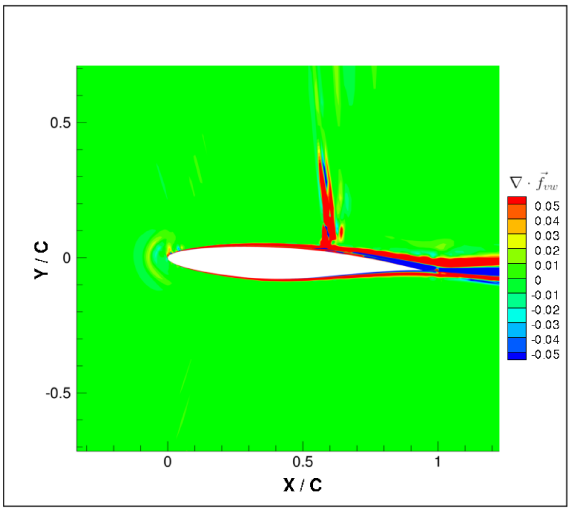
La fausse-traînée peut aussi être créée par des erreurs numériques provenant du choix de précision des schémas numériques utilisés lors du calcul. La figure 4.3 illustre des résultats obtenus suite à la réalisation de deux calculs utilisant des schémas d'ordres différents. Les figures 4.3 (a) et (c) montrent l'entropie numérique générée par un schéma du 1er ordre alors que les figures 4.3(b) et (d) montrent les résultats pour un calcul réalisé avec un schéma du 2^{ième} ordre. Les différences les plus marquées sont observées au bord d'attaque du profil où la production d'entropie numérique est beaucoup plus importante pour un schéma du 1er ordre. Des effets moindres sont aussi remarqués au niveau de l'onde de choc et de la couche limite. Il est aussi observé que la diffusion de l'entropie, numérique ou physique, est moins importante pour les calculs employant un schéma du 2^{ième} ordre.



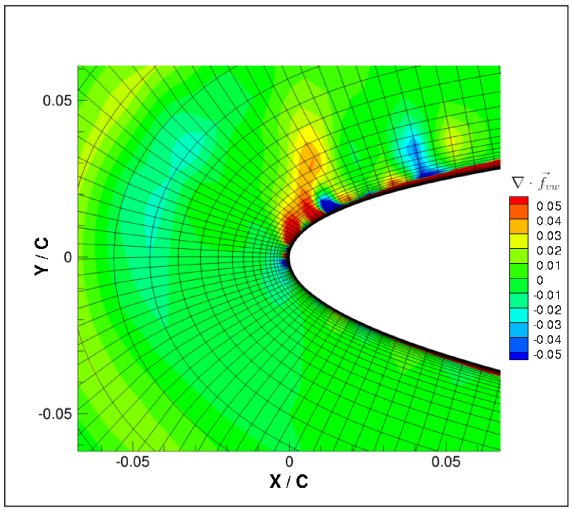
(a) vue globale - 1er ordre



(b) bord d'attaque - 1er ordre



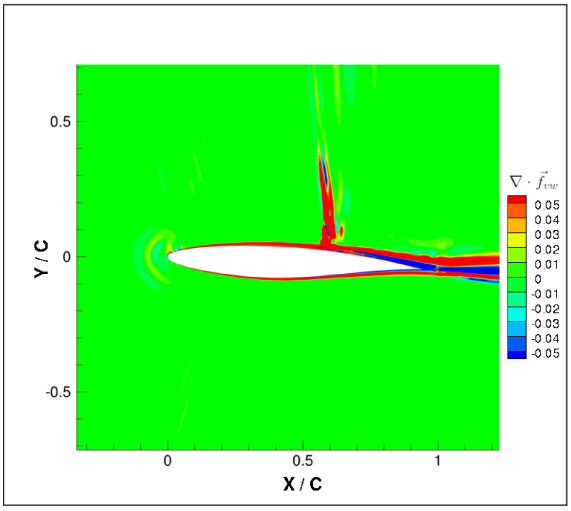
(c) vue globale - 2^{ième} ordre



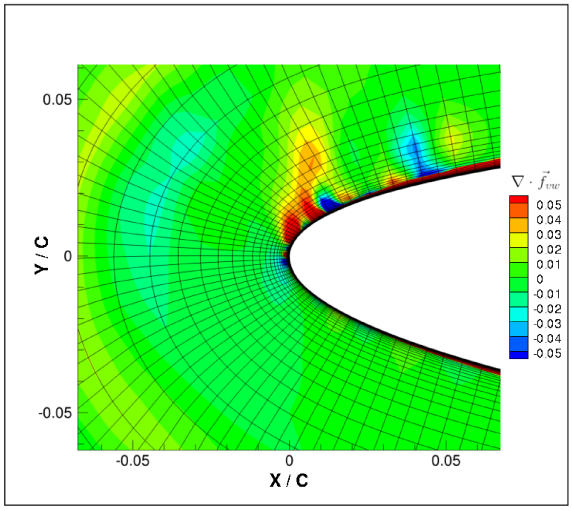
(d) bord d'attaque - 2^{ième} ordre

Figure 4.3 Effets de la troncature sur la traînée numérique

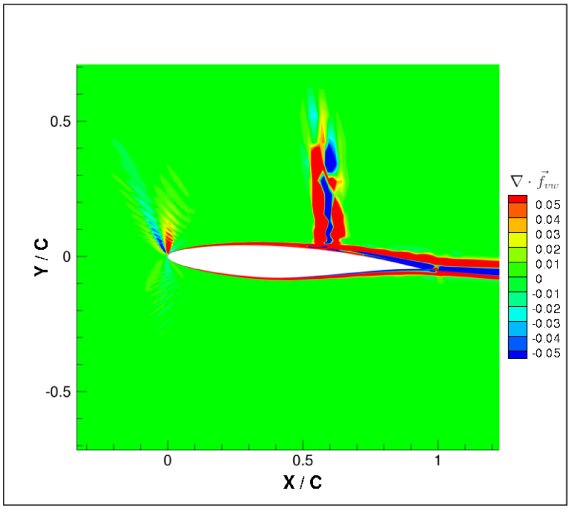
La qualité du maillage peut aussi influencer la production d'entropie numérique. La figure 4.4 illustre les résultats obtenus suite à des calculs effectués avec des maillages ayant des qualités différentes. Les figures 4.4 (a) et (c) montrent l'entropie numérique générée suite à un calcul effectué avec un maillage ayant subi plusieurs opérations de lissage pour améliorer la qualité des cellules. Les figures 4.4 (b) et (d) illustrent des résultats obtenus en employant un maillages n'ayant subi aucune opération de lissage. Les résultats démontrent que des cellules non-orthogonales génèrent beaucoup d'entropie numérique. Ces observations montrent que la décomposition de la traînée s'avère une méthode utile pour analyser la qualité des maillages créés pour des applications en aéronautique.



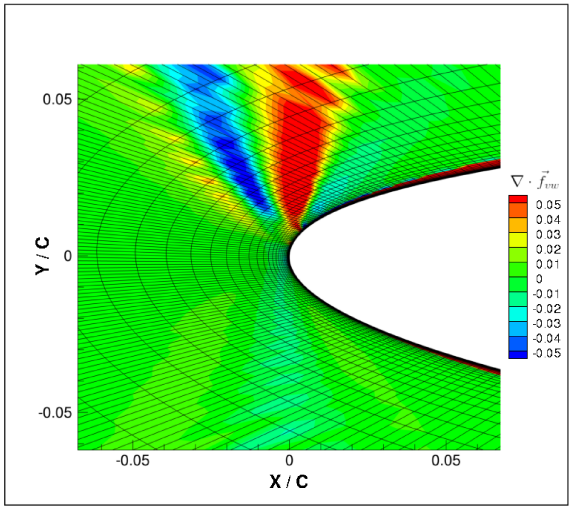
(a) vue globale - maillage lissé



(b) bord d'attaque - maillage lissé



(c) vue globale - maillage non-lissé



(d) bord d'attaque - maillage non-lissé

Figure 4.4 Effets de la qualité du maillage sur la traînée numérique

4.1 Implémentation numérique

Afin de mettre en application la méthode de décomposition de la traînée et procéder ainsi à l'analyse d'une solution de mécanique des fluides, il est tout d'abord nécessaire de reformuler les équations présentées précédemment et de les énoncer sous une forme pouvant être exploitée informatiquement.

En appliquant l'équation 4.26 à une zone délimitant un volume de contrôle présentant des phénomènes irréversibles de sources quelconques, la traînée générée dans ce volume peut être calculée par :

$$D = \int_V (\nabla \cdot \vec{f_{vw}}) dV \tag{4.33}$$

Concrètement, utiliser cette équation pour traiter une solution de mécanique des fluides suppose l'application de celle-ci à un maillage comportant de nombreuses cellules. La délimitation d'un volume de contrôle à l'intérieur d'une solution implique généralement la circonscription d'un sous-ensemble regroupant plusieurs de ces cellules. Pour calculer la traînée générée à l'intérieur d'un tel volume de contrôle, il suffit d'évaluer l'intégrale 4.33 pour chacune des cellules du sous-ensemble défini et d'effectuer la somme de celles-ci. Donc pour un volume de contrôle comportant N cellules individuelles, l'équation suivante peut être utilisée :

$$D = \sum_{i=1}^{N} \left[\int_V (\nabla \cdot \vec{f_{vw}}) dV \right]_i \tag{4.34}$$

Bien que cette équation puisse être utilisée pour analyser une solution de mécanique des fluides, la mise en place de cette dernière s'avère parfois difficile. En effet, le terme $\nabla \cdot \vec{f_{vw}}$ nécessite le calcul de plusieurs gradients pour chacune des cellules traitées. Pour effectuer correctement la décomposition de la traînée, le calcul des gradients utilisés pour la décomposition doit être identique à celui employé lors du calcul de la solution de mécanique des fluides. Pour éviter des difficultées d'implémentation de l'algorithme de décomposition, l'intégrale volumique de l'équation 4.34 est convertie en intégrale surfacique par le théorème de divergence.

$$D = \sum_{i=1}^{N} \left[\int_S (\vec{f_{vw}} \cdot \vec{n}) dS \right]_i \tag{4.35}$$

L'intégrale surfacique de l'équation 4.35 étant appliquée à une seule cellule, celle-ci peut se réduire simplement à une sommation sur les M faces d'une cellule. La sommation sur toutes les cellules N d'une zone nous donne la traînée générée à l'intérieur de celle-ci.

$$D = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} \left[\left(\vec{f}_{vw} \cdot \vec{n} \right) S \right]_{i,j} \tag{4.36}$$

4.1.1 Zone de choc

L'équation 4.29 utilisée pour localiser une onde de choc à l'intérieur d'une solution de mécanique des fluides fonctionne généralement bien mais peut parfois avoir de la difficulté à évaluer l'étendue de son influence au sein d'un écoulement. Dû au schéma numérique employé par le solveur de mécanique des fluides, il est parfois possible que l'équation 4.29 ne parvienne pas toujours à capter toutes les oscillations induites par l'onde de choc. Pour isoler et comptabiliser tous les effets irréversibles produits par une onde de choc, une zone est créée autour de cette dernière. Cette zone est construite en définissant une marge de cellules fixes entourant l'onde de choc. À titre d'exemple, la figure 4.5 illustre la construction de deux zones différentes autour d'une onde de choc, soit une première zone ayant 3 couches de cellules et une seconde comptant 7 couches. Le nombre de couches peut être augmenté lors de l'utilisation de maillages plus fins. Il revient à l'utilisateur de déterminer le nombre de cellules nécessaires pour capter tous les phénomènes irréversibles générés par l'onde de choc. Cette méthode a été utilisée par Ueno et al. [70] et par Bisson[100] pour calculer la traînée provenant d'ondes de choc et effectuer la décomposition de traînée d'ailes d'avions.

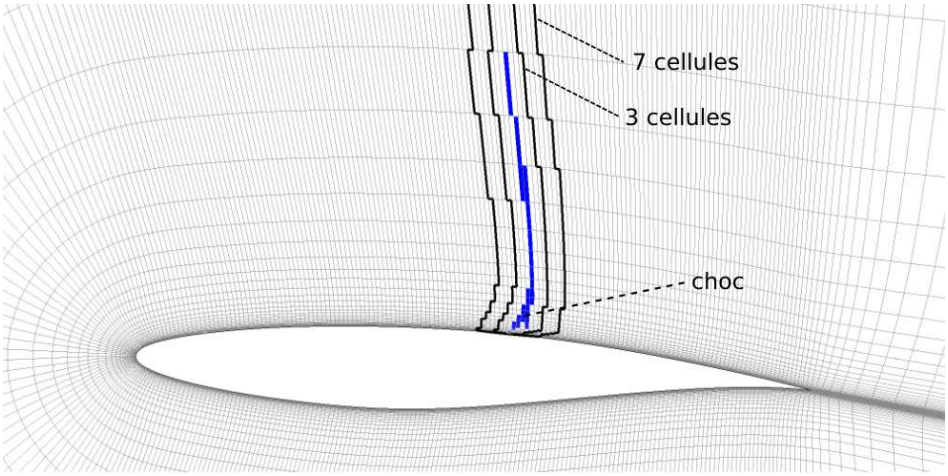


Figure 4.5 Marge du senseur de choc

4.1.2 Zone d'interaction

Le senseur détectant l'onde de choc défini par l'équation 4.29 et le senseur détectant la couche limite défini par l'équation 4.30 ne permettent pas de séparer complètement ces phénomènes physiques et d'isoler ainsi l'entropie générée par chacun. Ces deux phénomènes se chevauchent et interagissent à l'intérieur d'un écoulement. La figure 4.6 illustre une zone d'interaction entre ceux-ci. Pour effectuer la décomposition, la traînée calculée dans la zone d'interaction est soustraite de la traînée d'onde et additionnée à la traînée visqueuse afin d'éviter une double comptabilité de celle-ci.

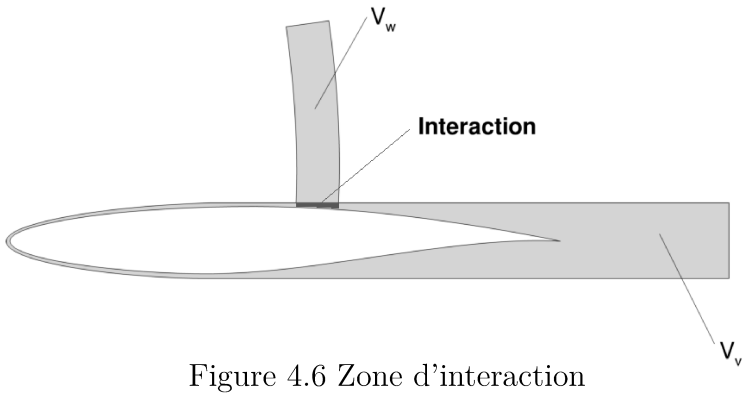


Figure 4.6 Zone d'interaction

4.2 Validation

Afin de s'assurer que le code de décomposition mis en place pour ce projet de recherche est en mesure d'effectuer correctement une décomposition de traînée aérodynamique, une validation de celui-ci fut effectuée. Cette validation fut réalisée en utilisant ce code pour effectuer une décomposition de la traînée de l'avion NASA CRM (figure 4.7) et en comparant les résultats obtenus à ceux publiés par Gariépy et al. [69]. La décomposition effectuée à l'aide du code actuel fut appliquée à plusieurs niveaux de raffinement de maillage (L1 à L3). Ces derniers sont présentés au tableau 4.1.

Tableau 4.1 Avion NASA CRM - Séquence de maillages

Niveau de raffinement	Nombre total de cellules
L4	2956222
L3	5920928
L2	22086590
L1	51077036

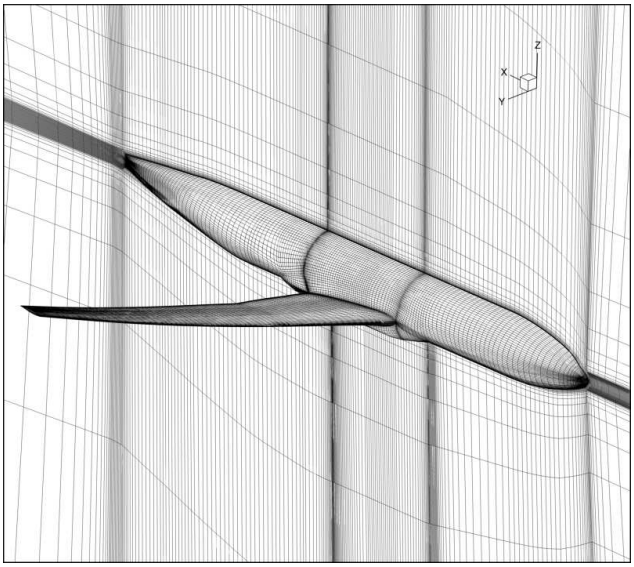


Figure 4.7 Maillage de l'avion NASA CRM - DPW5 - (maillage L4)

Les résultats de décomposition obtenus en employant le code développé pour ce projet de recherche sont présentés et comparés à ceux obtenus par Gariépy et al. à la figure 4.8. Le code actuel permet d'obtenir des résultats comparables à ceux publiés par Gariépy. Les différences observées proviennent possiblement de la calibration des senseurs utilisés pour effectuer la décomposition.

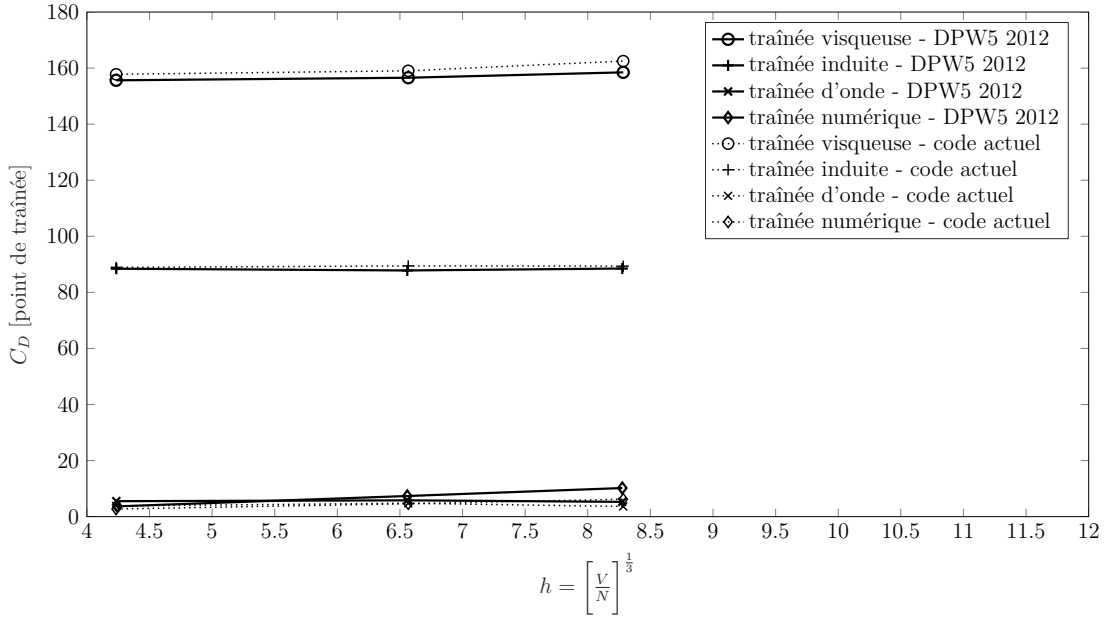


Figure 4.8 Validation du code de décomposition

CHAPITRE 5 OPTIMISATION AÉRODYNAMIQUE

Le chapitre actuel présente les résultats d'optimisation obtenus au cours de ce projet de recherche. Pour chacun des cas abordés, soit le profil RAE2822 et l'aile d'avion CRM, deux optimisations ont été réalisées. La première cherche à minimiser la traînée totale alors que la seconde minimise la traînée nette. À des fins de clarté, rappelons ici que :

$$D_{totale} = D_{NF} = D_{FF} + D_{sp} \tag{5.1}$$

$$D_{nette} = D_{FF} = D_w + D_v + D_i \tag{5.2}$$

Les équations précédentes peuvent aussi être énoncées en fonction des coefficients aérodynamiques tels que :

$$C_{D_{totale}} = C_{D_{nette}} + C_{D_{sp}} \tag{5.3}$$

Pour chaque cas, la formulation du problème d'optimisation est énoncée, le maillage utilisé est décrit et la paramétrisation employée est détaillée. Un calcul aérodynamique sur la géométrie initiale non optimisée est effectué et présenté afin d'établir une solution de référence. Successivement, les résultats d'optimisation de la traînée totale et de la traînée nette sont ensuite présentés et comparés.

5.1 Optimisation 2D - Profil RAE2822

5.1.1 Formulation du problème d'optimisation

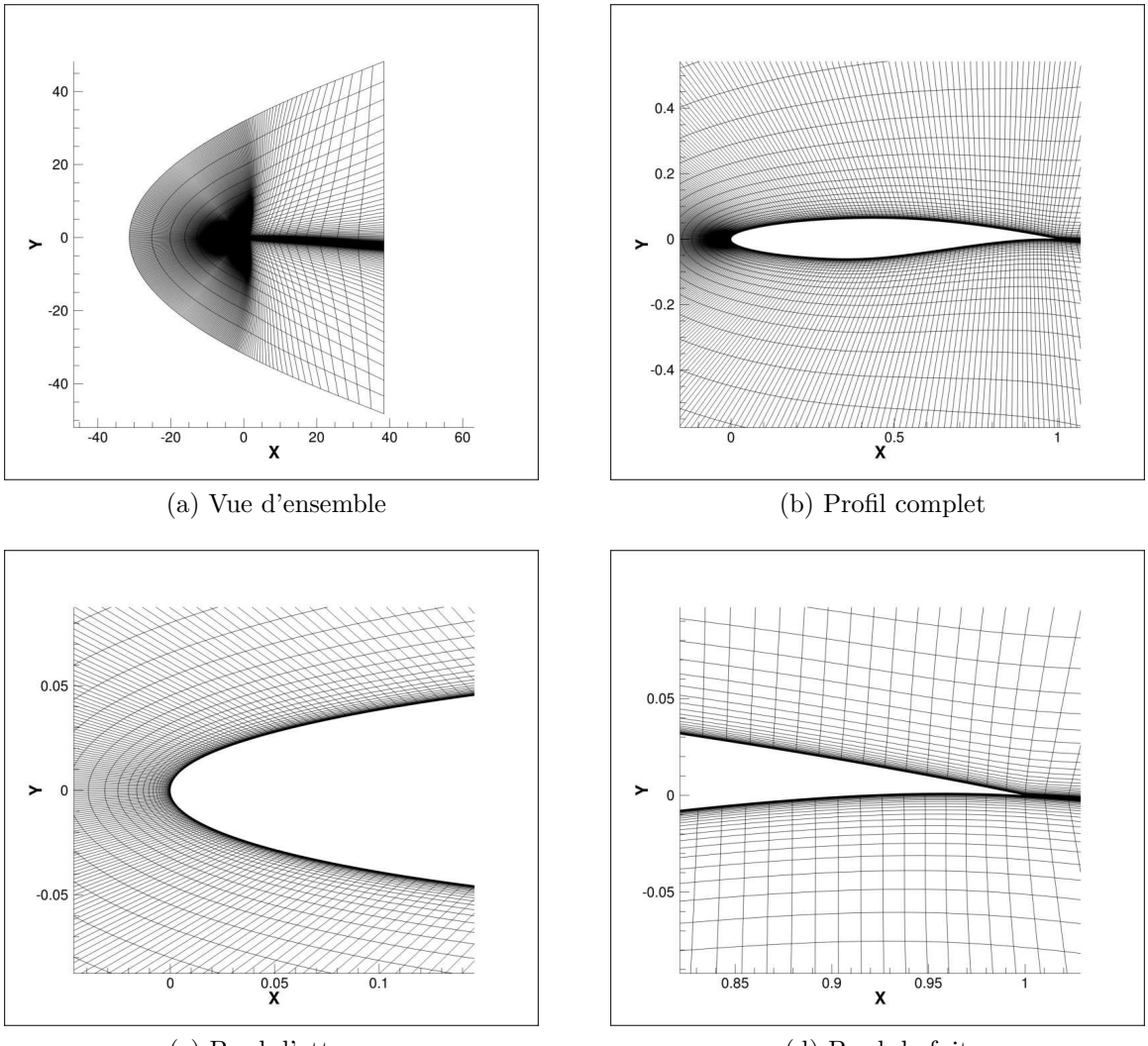
Les processus d'optimisation mis en place pour minimiser la traînée totale et la traînée nette sont identiques et s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{gathered}\text{minimiser } C_{D_{totale}} \text{ ou } C_{D_{nette}} \\ \text{tel que : } C_L = 0.824 \\ C_M \geq \text{-}0.092 \\ Aire \geq Aire_{initiale}\end{gathered}$$

Les paramètres modifiant le profil sont bornées à $-0.15 \leq x \leq 0.15$ et $-0.03 \leq y \leq 0.03$. Pour respecter la contrainte de C_L imposée, l'angle d'incidence de l'écoulement α est ajusté pour chacune des géométries évaluées lors de l'optimisation.

5.1.2 Maillage

Le maillage utilisé pour optimiser le profil RAE2822 est construit suivant une topologie de type-C (figure 5.1). Le maillage n'a pas été lissé. Parmi une séquence de trois maillages, le plus grossier (L2) comporte 368×64 cellules dont 304 sont situées sur le profil. Pour obtenir la séquence de maillages présentée au tableau 5.1, les cellules du maillage grossier (L2) ont été coupées par un facteur 2 dans les directions i et j à deux reprises. Pour toutes les optimisations réalisées, le maillage le plus grossier (L2) a été employé afin de réduire au maximum les temps de calculs et la durée des optimisations. Le maillage plus fin (L0) a ensuite été utilisé afin de réaliser une analyse plus détaillée des résultats d'optimisation obtenus.



(a) Vue d'ensemble

(b) Profil complet

(c) Bord d'attaque

(d) Bord de fuite

Figure 5.1 RAE2822 - Profil initial - maillage

Tableau 5.1 RAE2822 - Séquence de maillages

Niveau de raffinement	Nombre total de cellules	Nombre de cellules i×j	Nombre de cellules sur le profil	Hauteur de la première cellule
L2	23552	368×64	304	5.00×10^{-6}
L1	94208	736×128	608	2.50×10^{-6}
L0	376832	1472×256	1216	1.25×10^{-6}

5.1.3 Paramétrisation géométrique

Pour paramétrer le profil et déformer le maillage, une série de 15 points de contrôle ont été définis. Ceux-ci ont été disposés sur le profil tel qu'illustré à la figure 5.2. La méthode de fonction à base radiale permettant de placer les points de contrôle n'importe où dans le domaine, ils auraient pu être disposés en marge du profil, en périphérie de ce dernier. Cependant, selon Masters [101], positionner les points de contrôle directement sur le profil permet une meilleure couverture de l'espace de design.

Les points de contrôle utilisés pour cette optimisation sont définis avec des degrés de liberté dans les directions x et y, à l'exception du point situé au bord d'attaque du profil qui est figé dans la direction x. Une contrainte sur ce point de contrôle permet de conserver une longueur de corde constante durant l'optimisation. Avec la mise en place de cette paramétrisation, nous obtenons un total de 29 variables de design.

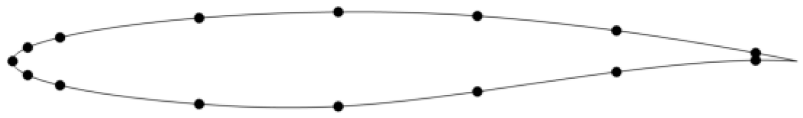
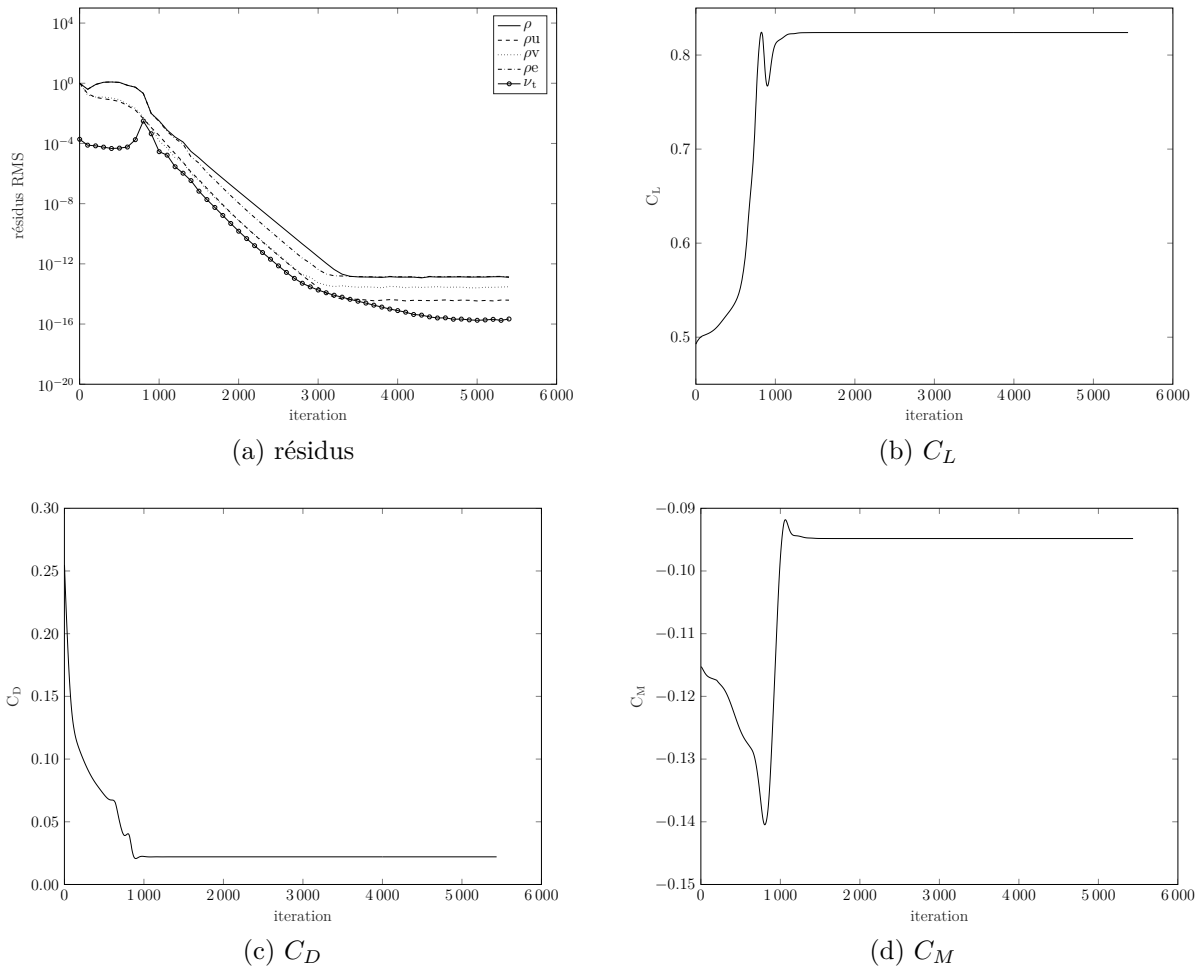


Figure 5.2 RAE2822 - Position des points de contrôle RBF

5.1.4 Calcul aérodynamique du RAE2822 initial

Pour ce calcul et pour les optimisations qui suivent, les conditions d'opération ont été fixées à $M_\infty = 0.734$ et $Re = 6.5 \times 10^6$. Le calcul aérodynamique du profil RAE2822 non-optimisé a été réalisé en utilisant le maillage le plus grossier (L2 au tableau 5.1). Pour ce calcul, les résidus se situent aux alentours de 1×10^{-15} après 3500 itérations et demeurent stables. Les coefficients aérodynamiques atteignent des valeurs constantes après environ 1500 itérations (figure 5.3). Les y+ varient entre 0.1 et 1.1 et sont à leur maximum au bord d'attaque du profil (figure 5.4).



(a) résidus (b) C_L

(c) C_D (d) C_M

Figure 5.3 RAE2822 - Profil initial (maillage L2) - Convergence des résidus et des coefficients aérodynamiques

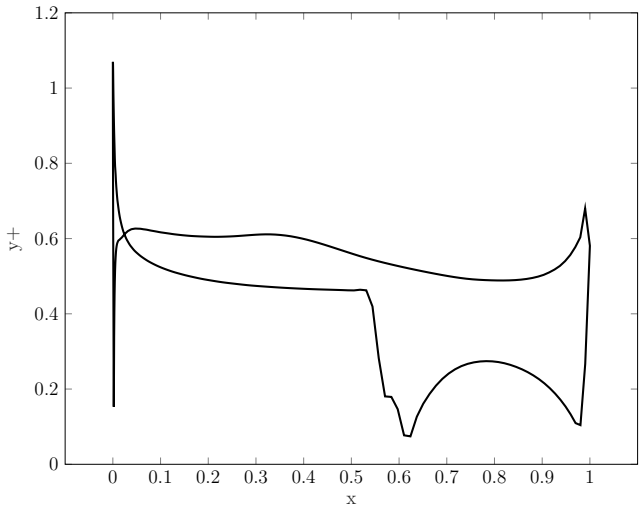
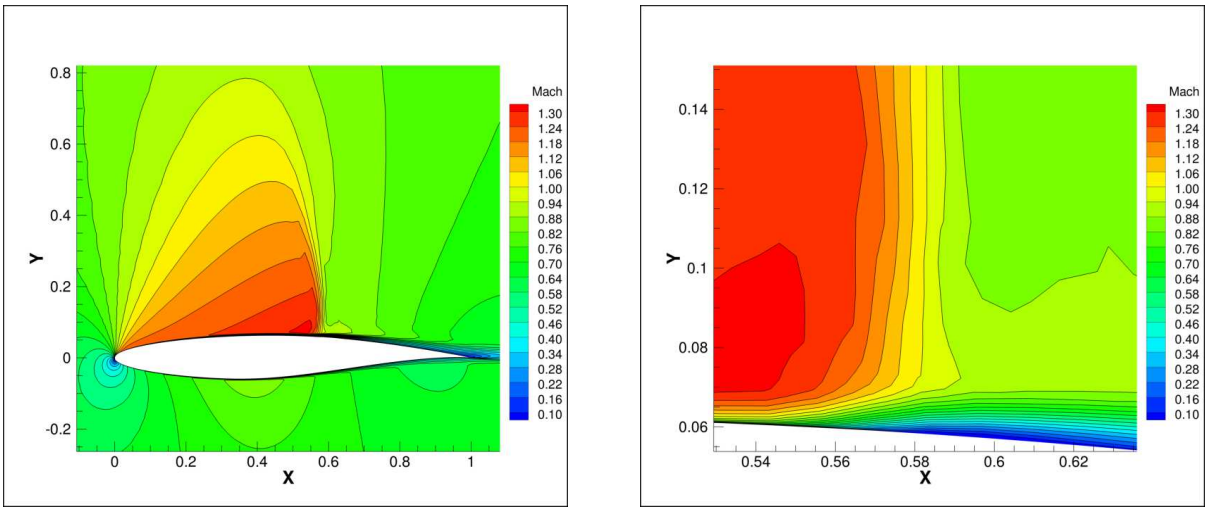


Figure 5.4 RAE2822 - Profil initial (maillage L2) - y+

Le résultat du calcul démontre la présence d'une onde de choc importante sur l'extrados du profil, localisée entre 55% et 60% de la corde de ce dernier (figure 5.5). On peut observer à cet endroit une interaction entre la couche limite et le choc. Une séparation de la couche limite induite par le choc est aussi remarquée.



(a) Onde de choc sur l'extrados

(b) Séparation de couche limite

Figure 5.5 RAE2822 - Profil initial - Onde de choc

Pour ce calcul, une étude de convergence a été effectuée et les résultats compilés au tableau 5.2. L'extrapolation de Richardson présentée dans Celik [102] a été utilisée pour évaluer les erreurs de discrétisation spatiale et la précision des résultats. Les valeurs extrapolées des coefficients de traînée totale et de traînée nette ont aussi été obtenues. Ces résultats sont réunis à la figure 5.6 et au tableau 5.3.

Tableau 5.2 RAE2822 - Profil initial - Étude de convergence

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{nette}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	$C_{D_{sp}}$
L2	2.987	0.82399	-0.09486	220.5	191.8	65.6	126.2	28.7
L1	2.915	0.82396	-0.09558	207.9	188.9	66.3	122.6	18.9
L0	2.907	0.82401	-0.09544	206.0	188.1	68.9	119.2	17.5

La décomposition de la traînée appliquée aux solutions générées pour effectuer l'étude de convergence indique la présence d'une quantité particulièrement élevée de traînée numérique. L'utilisation de maillages très fins, tel le maillage L0, devrait en principe réduire de manière importante la traînée numérique provenant d'erreurs de discrétisation et de troncature. Théoriquement, pour un maillage comportant un nombre infini de cellules, les traînées totale et nette calculées devraient coincider, la fausse-traînée étant pratiquement inexistante pour un tel maillage. L'utilisation de l'extrapolation de Richardson pour approximer les traînées totale et nette devraient converger vers des valeurs similaires pour celles-ci. Hors, les extrapolations effectuées pour cette étude de convergence révèlent des coefficients de traînée extrapolés de $C_{D_{totale}} = 205.7$ et $C_{D_{nette}} = 187.7$, soit un différentiel de 17.96 points de traînée. Il est avancé ici que la fausse-traînée excédentaire rapportée par ces résultats ne provient pas d'entropie numérique mais est plutôt la conséquence d'une condition frontière du champ lointain placée trop près du profil. Un positionnement inadéquat de la condition frontière amplifie les valeurs de traînée totale calculées sans toutefois influencer négativement la traînée nette. Un calcul additionnel permettant d'appuyer cette hypothèse est offert à la section 5.1.8

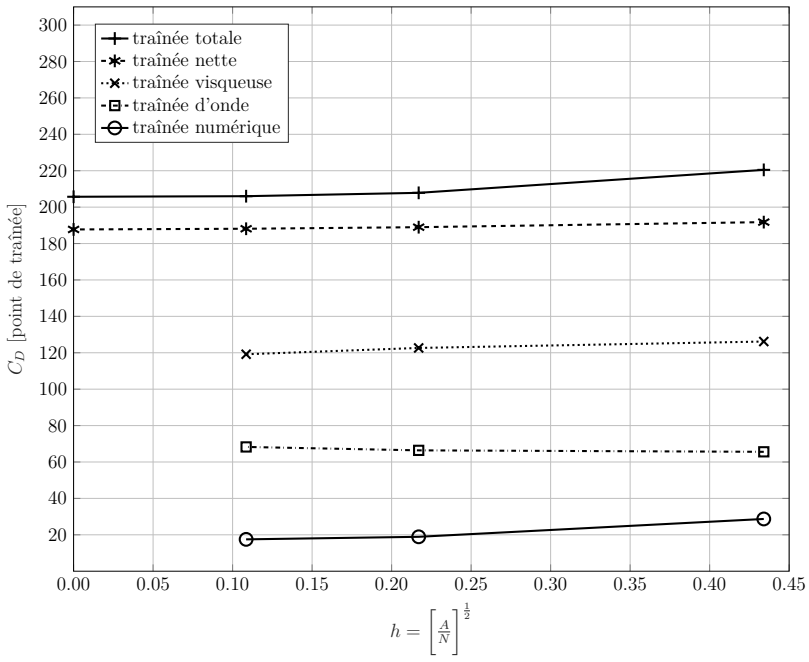


Figure 5.6 RAE2822 - Profil initial - Étude de convergence

Tableau 5.3 RAE2822 - Profil initial - Erreur de discrétisation spatiale

	$\phi \equiv C_{D_{total}}$	$\phi \equiv C_{D_{nette}}$
N_1	376835	376835
N_2	94208	94208
N_3	23552	23552
r_{21}	2.0	2.0
r_{32}	2.0	2.0
ϕ_1	206.01	188.12
ϕ_2	207.85	188.98
ϕ_3	220.47	191.76
p	2.779	1.694
ϕ_{ext}^{21}	205.70	187.74
e_a^{21}	1.84	0.0046
e_{ext}^{21}	0.0015	0.0020
GCI_{fine}^{21}	0.19 %	0.0026 %

5.1.5 Optimisation de la traînée totale

L'optimisation de la traînée totale du profil RAE2822 a été réalisée en effectuant un peu moins de 1100 évaluations de la fonction coût. La figure 5.7 illustre l'historique de l'optimisation effectuée. Celle-ci montre que l'algorithme d'optimisation a effectué à deux reprises une exploration étendue de l'espace de design en faisant varier les paramètres de manière importante. Malgré le fait que l'algorithme hybride *Pointer* voile les algorithmes spécifiques utilisés lors du processus d'optimisation, il est raisonnable de croire qu'un algorithme métaheuristique a été employé pour effectuer ces vastes explorations de l'espace de design. La traînée totale demeure cependant inchangée après la deuxième tentative d'exploration pouvant être observée autour de l'évaluation 775.

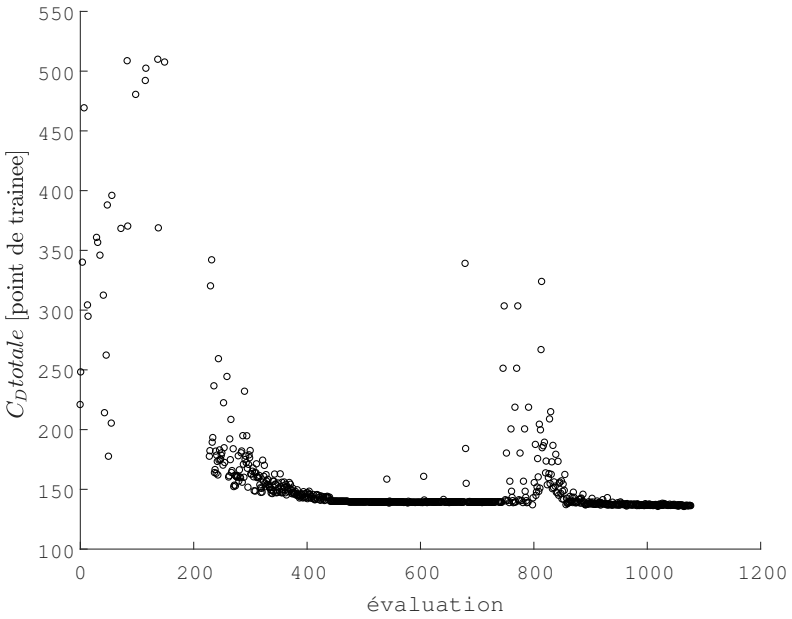


Figure 5.7 RAE2822 - Historique d'optimisation de la traînée totale

Les résultats de cette optimisation ainsi que les études de convergence et les analyses d'erreurs sont présentés aux tableaux 5.4 et 5.5 ainsi qu'à la figure 5.8.

Tableau 5.4 RAE2822 - Étude de convergence - Optimisation de la traînée totale

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{nette}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	$C_{D_{sp}}$
L2	2.581	0.82409	-0.09118	138.8	107.3	0.87	106.5	30.2
L1	2.556	0.82393	-0.09011	128.5	108.1	2.44	105.9	20.5
L0	2.562	0.82409	-0.08936	126.3	108.2	2.94	105.3	19.9

Le processus d'optimisation actuel, visant à améliorer la traînée totale, a permis de réduire cette dernière de 38.9%, passant de 205.7 à 126.3 points de traînée (basé sur les valeurs de traînées totales extrapolées). Les améliorations les plus importantes proviennent de la réduction de la traînée d'onde, amenant celle-ci à 2.94 points de traînée sur le profil optimisé. Le profil initial arborait une traînée d'onde de 68.9 points de traînée. La traînée visqueuse a aussi été réduite de 119.2 à 105.3 points de traînée.

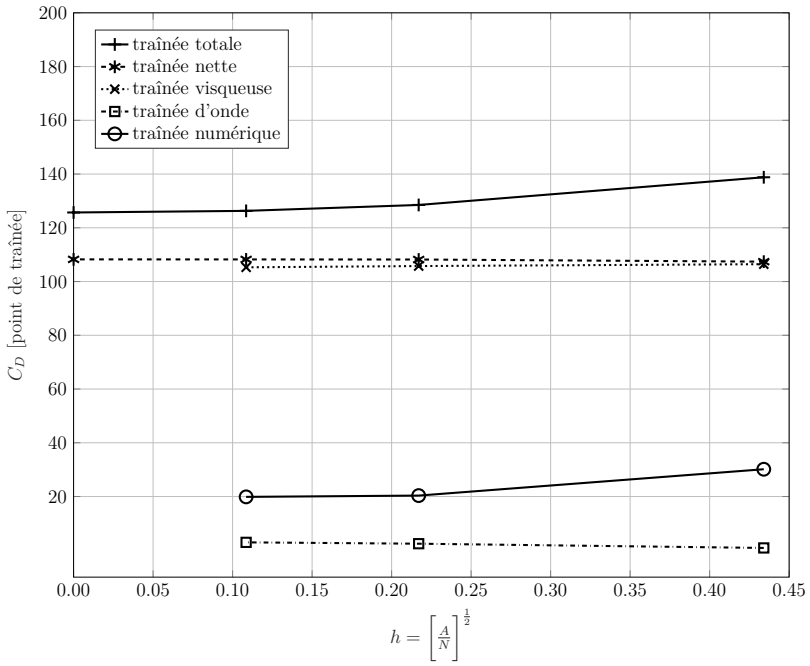


Figure 5.8 RAE2822 - Étude de convergence - traînée totale

Tableau 5.5 RAE2822 - Erreur de discrétisation spatiale - optimisation traînée totale

	$\phi \equiv C_{D_{total}}$	$\phi \equiv C_{D_{nette}}$
N_1	376835	376835
N_2	94208	94208
N_3	23552	23552
r_{21}	2.0	2.0
r_{32}	2.0	2.0
ϕ_1	126.3	108.23
ϕ_2	128.5	108.05
ϕ_3	138.8	107.32
p	2.22	1.97
ϕ_{ext}^{21}	125.70	108.30
e_a^{21}	0.017	3.3e^{-4}
e_{ext}^{21}	0.0048	1.4e^{-5}
GCI_{fine}^{21}	0.59%	0.0018%

5.1.6 Optimisation de la traînée nette

Le processus d'optimisation visant à réduire la traînée nette du profil a été complété après avoir réalisé 1400 évaluations de la fonction coût. Comme dans l'optimisation précédente, deux explorations importantes de l'espace de design ont été effectuées. La première au début du processus et une deuxième, relativement longue et étendue, autour de la 550ième évaluation (figure 5.9).

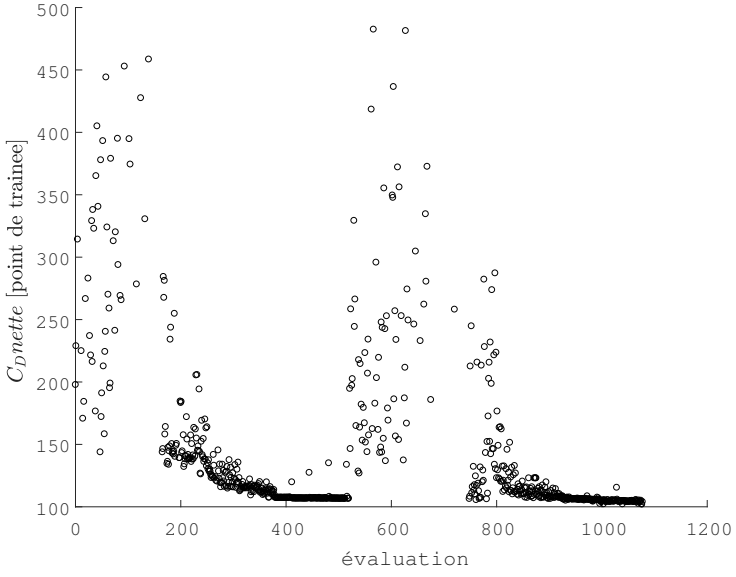


Figure 5.9 RAE2822 - Historique d'optimisaton de la traînée nette

Les résultats de l'optimisaton et les études de convergence effectuées sont présentés à la figure 5.10 et compilés aux tableaux 5.6 et 5.7. Pour cette optimisation, la traînée nette du profil initial fut réduite de 43.1%, passant de 188.1 à 107.1 points de traînée (valeurs extrapolées). Les améliorations les plus importantes ont été réalisées par une réduction de la traînée d'onde de 68.9 à 3.08 points de traînée. La traînée visqueuse fut aussi améliorée, réduisant celle-ci de 119.2 à 104.0 points de traînée.

Tableau 5.6 RAE2822 - Étude de convergence - Optimisation de la traînée nette

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{nette}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	$C_{D_{sp}}$
L2	2.471	0.82396	-0.09178	135.7	105.6	0.26	105.4	30.0
L1	2.457	0.82395	-0.09164	126.4	106.7	2.26	104.6	19.6
L0	2.563	0.82409	-0.08936	126.1	107.1	3.08	104.0	18.8

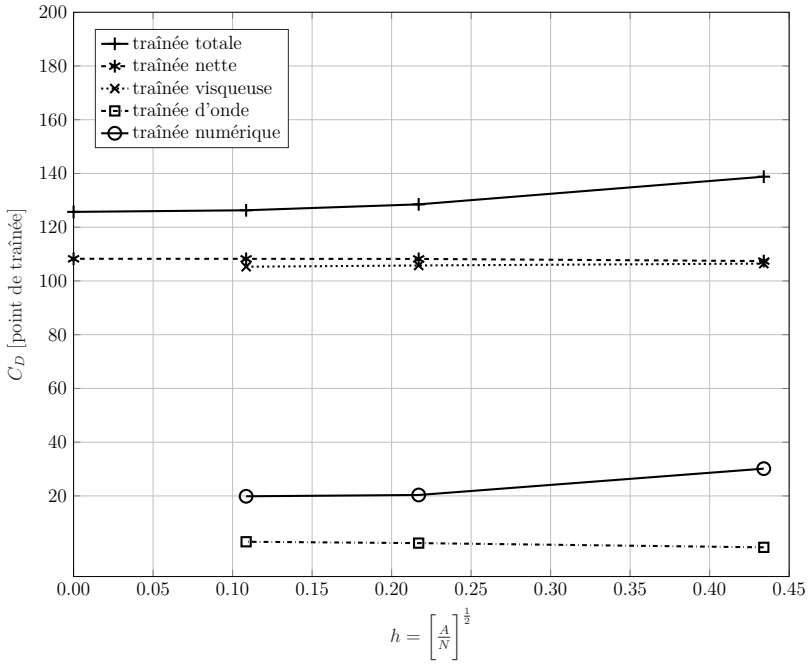


Figure 5.10 RAE2822 - Étude de convergence - traînée nette

Tableau 5.7 RAE2822 - Erreur de discrétisation spatiale - optimisation traînée totale

	$\phi \equiv C_{D_{total}}$	$\phi \equiv C_{D_{nette}}$
N_1	376835	376835
N_2	94208	94208
N_3	23552	23552
r_{21}	2.0	2.0
r_{32}	2.0	2.0
ϕ_1	126.1	107.1
ϕ_2	126.4	106.7
ϕ_3	135.7	105.6
p	4.95	1.55
ϕ_{ext}^{21}	126.09	107.28
e_a^{21}	0.0024	0.0035
e_{ext}^{21}	7.9e^{-5}	0.0018
GCI_{fine}^{21}	0.0099%	0.22%

5.1.7 Comparaison des optimisations

Afin d'évaluer la capacité d'un processus d'optimisation utilisant une méthode de décomposition de la traînée à améliorer un profil aérodynamique, les optimisations présentées précédemment sont comparées. D'abord, les coefficients de pression calculés pour les différents profils sont présentés à la figure 5.11. Nous observons que les deux optimisations ont réussi à atténuer l'onde de choc sur l'extrados. Un avantage marginal est remarqué pour l'optimisation employant la traînée nette comme fonction coût.

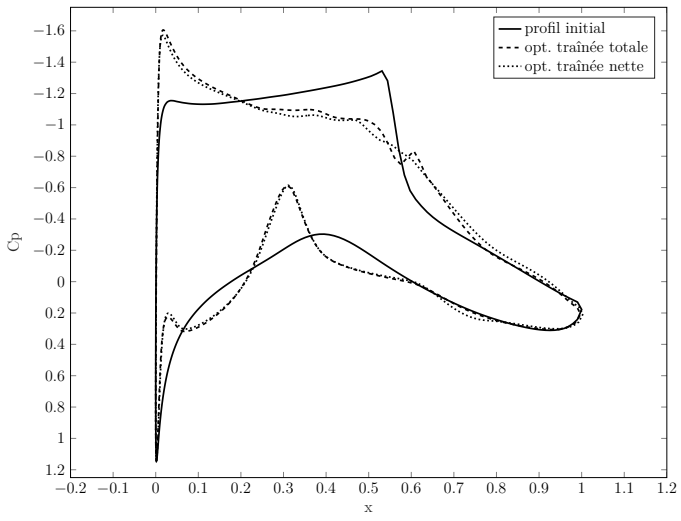
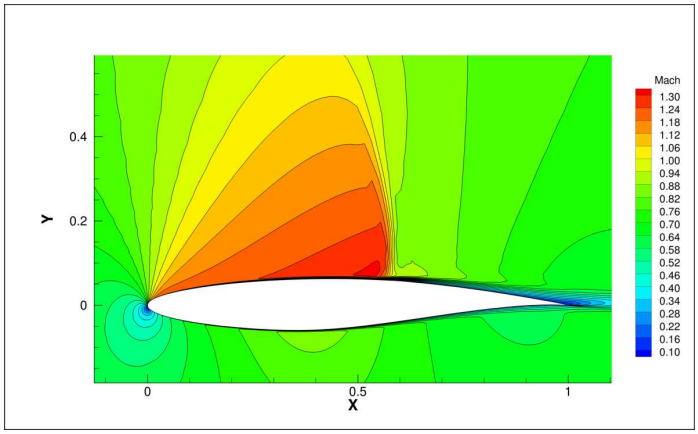
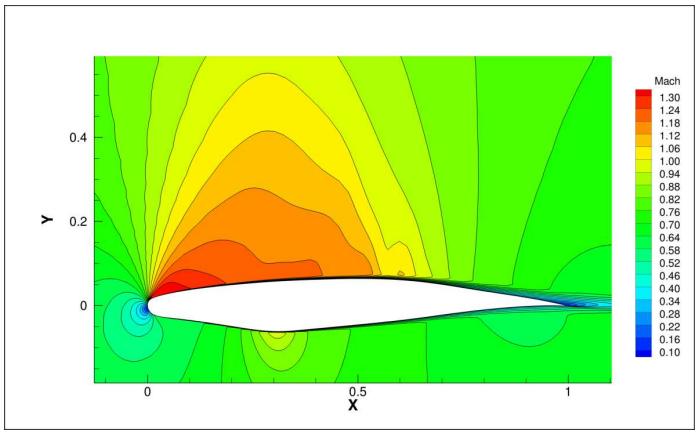


Figure 5.11 RAE2822 - Comparaison des coefficients de pression (maillage L2)

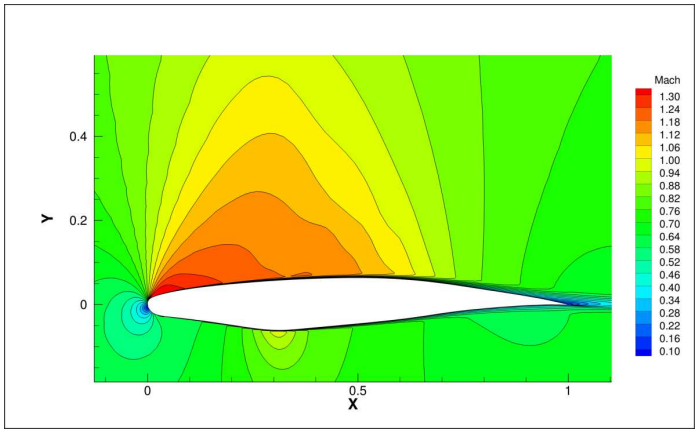
En comparant les nombres de Mach obtenus pour les différents profils (figure 5.12), il est possible d'observer que l'onde de choc est davantage atténuée lorsque le processus d'optimisation vise à réduire la traînée nette.



(a) RAE2822 initial



(b) RAE2822 - optimisation traînée totale



(c) RAE2822 - optimisation traînée nette

Figure 5.12 RAE2822 - Nombre de Mach pour les profils initial et optimisés (maillage L2)

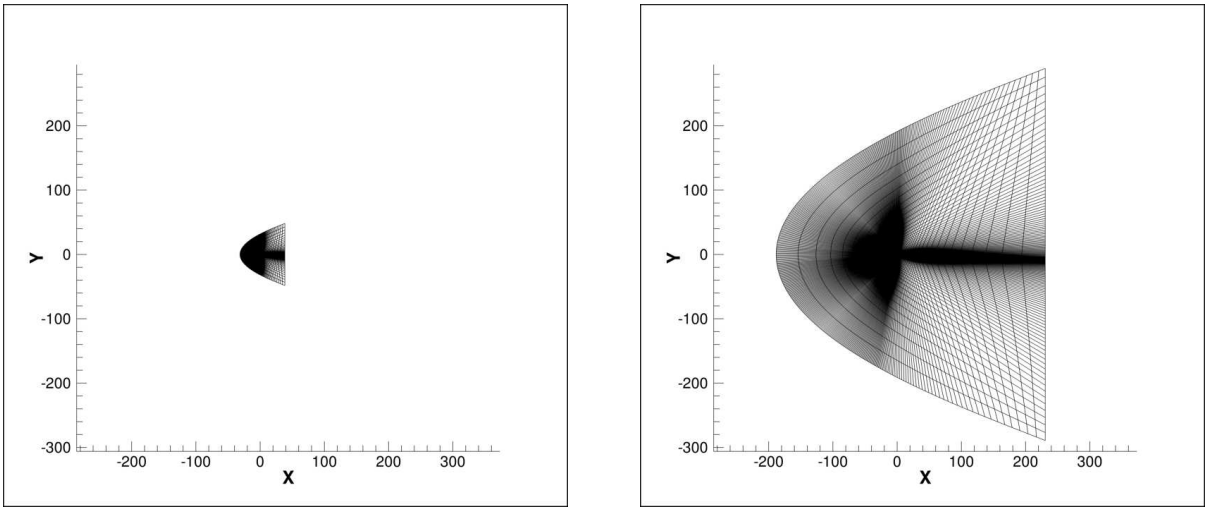
En comparant les résultats des optimisations et en utilisant les études de convergence précédentes et les calculs effectués sur les maillages fins (L0), nous remarquons qu'il n'existe pratiquement pas de différence entre les résultats obtenus par les deux optimisations réalisées. Le tableau 5.8 compile les résultats pour le maillage fin (L0). Nous voyons que les traînées d'onde pour l'optimisation avec traînée totale et nette sont identiques et que seul 1.3 point de traînée visqueuse distingue celles-ci.

Tableau 5.8 RAE2822 - Comparaison de résultats sur maillage fin (L0)

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{nette}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	$C_{D_{sp}}$
Profil initial	2.907	0.82401	-0.09544	206.0	188.1	68.9	119.2	17.5
Opt. traînée totale	2.562	0.82409	-0.08936	126.3	108.2	2.94	105.3	19.9
Opt. traînée nette	2.563	0.82409	-0.08936	126.1	107.1	3.08	104.0	18.8

5.1.8 Influence de la condition frontière

Afin d'évaluer la sensibilité des résultats à la position de la condition frontière du champ lointain, un calcul additionnel sur le profil initial non optimisé fut réalisé. Le maillage modifié, illustré à la figure 5.13 a été élargi par un facteur six. Celui-ci a été construit en conservant le maillage original et en ajoutant des cellules pour éloigner la condition frontière.



(a) maillage original (b) maillage modifié

Figure 5.13 Position de la condition frontière

Le tableau 5.9 montre que la fausse-traînée calculée en utilisant le maillage original est grandement réduite par l'éloignement de la condition frontière du champ lointain. L'étude de convergence et l'analyse d'erreurs présentées à la figure 5.14 et au tableau 5.10 démontrent que les traînées totale et nette convergent vers des valeurs rapprochées. Un domaine de calcul davantage élargi permettrait probablement de réduire encore plus l'écart entre celles-ci.

Tableau 5.9 RAE2822 - Étude de convergence - maillage modifié

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{nette}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	$C_{D_{sp}}$
L2	2.865	0.82399	-0.09475	199.7	193.8	64.2	129.7	5.32
L1	2.807	0.82404	-0.09571	191.9	188.7	67.9	120.8	3.25
L0	2.805	0.82399	-0.09555	191.4	187.7	68.2	119.6	3.69

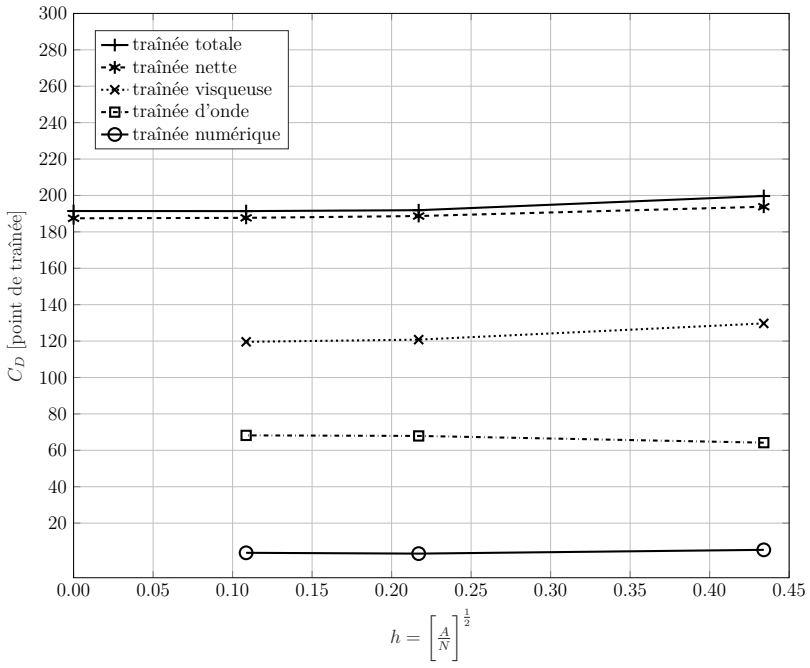


Figure 5.14 RAE2822 - Étude de convergence - maillage modifié

Tableau 5.10 RAE2822 - Erreur de discrétisation spatiale - maillage modifié

	$\phi \equiv C_{D_{total}}$	$\phi \equiv C_{D_{nette}}$
N_1	512000	512000
N_2	128000	128000
N_3	32000	32000
r_{21}	2.0	2.0
r_{32}	2.0	2.0
ϕ_1	191.49	187.7
ϕ_2	191.97	188.7
ϕ_3	199.86	193.8
p	4.03	2.35
ϕ_{ext}^{21}	191.45	187.46
e_a^{21}	0.0025	0.0053
e_{ext}^{21}	1.6e^{-4}	0.0013
GCI_{fine}^{21}	0.0021%	0.16%

Il est conclu, par ce calcul employant un domaine élargi, que la quantité excessive de traînée numérique remarquée lors des calculs précédents provient d'un positionnement inadéquat de la condition frontière du champ lointain et non d'erreurs de discrétisation ou de troncature. Il est estimé que cette traînée excessive n'a pas influencé le résultats des optimisations réalisées précédemment.

5.2 Optimisation 3D - Aile NASA CRM

5.2.1 Formulation du problème d'optimisation

Les processus d'optimisation mis en place pour minimiser la traînée totale et la traînée nette sont identiques et peuvent être définis comme suit :

$$\begin{gathered}\text{minimiser } C_{D_{totale}} \text{ ou } C_{D_{nette}} \\ \text{tel que : } C_L = 0.500 \\ C_M \geq \text{-}0.17 \\ Volume \geq Volume_{initial}\end{gathered}$$

Les paramètres définissant le déplacement des points de contrôle et le vrillage de l'aile sont bornés tels que :

$$\begin{gathered}-\tfrac{1}{2}\ \mathrm{t}_{\mathrm{locale}} \leq z \leq \tfrac{1}{2}\ \mathrm{t}_{\mathrm{locale}} \\ \text{-}5^\circ \leq \alpha_{vrillage} \leq\ 5^\circ\end{gathered}$$

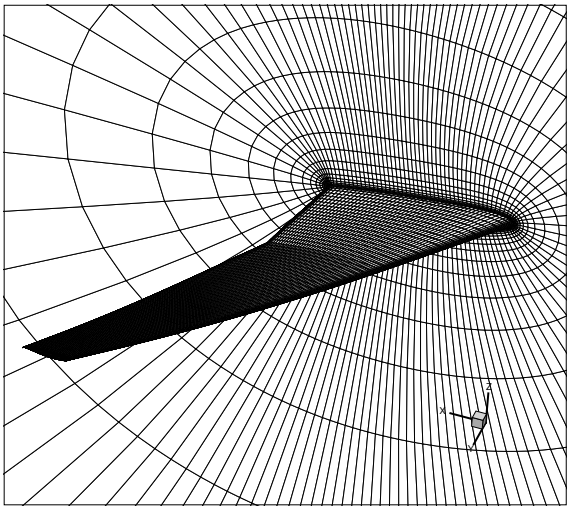
où t est l'épaisseur locale de l'aile au niveau du point de contrôle. Pour respecter la contrainte de C_L imposée, l'angle d'incidence de l'écoulement α est ajusté pour chacune des géométries évaluées lors de l'optimisation.

5.2.2 Maillage

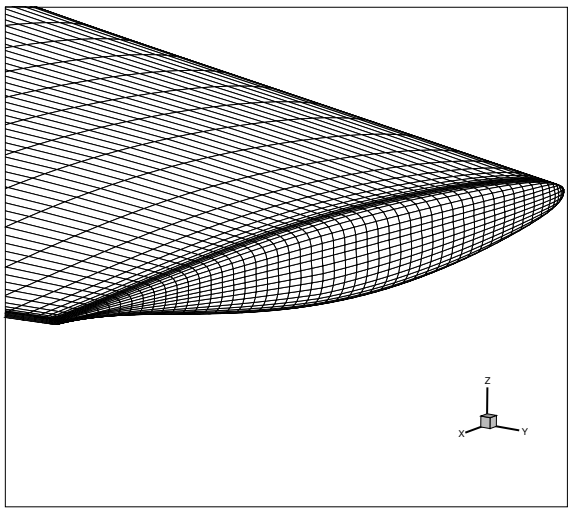
Le maillage utilisé pour le calcul de l'aile CRM est construit selon une topologie de type-O. Ce dernier se propage de l'aile vers le champ lointain du domaine, se prolongeant à une distance d'environ 80 m de l'aile. L'échelle de ce maillage est réajustée afin d'avoir une corde de référence $C_{ref} = 1$ au niveau du *Yehudi break*. Afin de réaliser une étude de convergence, une séquence de maillages telle que détaillée au tableau 5.11 est employée. Les maillages sont illustrés à la figure 5.15.

Tableau 5.11 Aile NASA CRM - Séquence de maillages

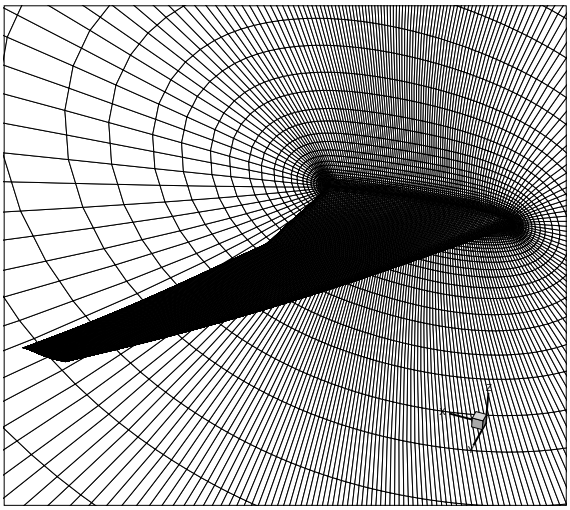
Niveau de raffinement	Nombre total de cellules
L2	450560
L1	3604480
L0	28835840



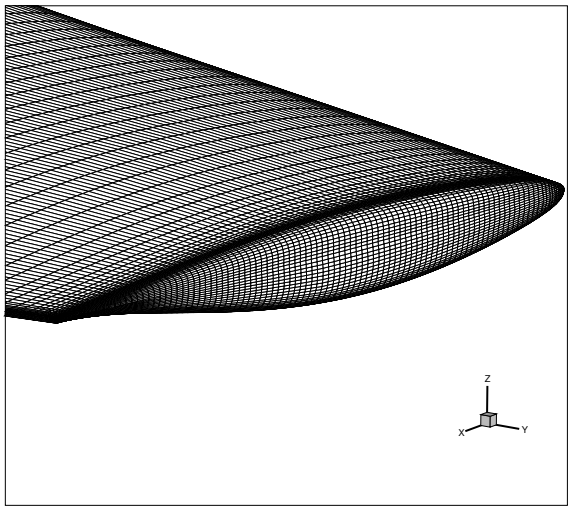
(a) maillage L2



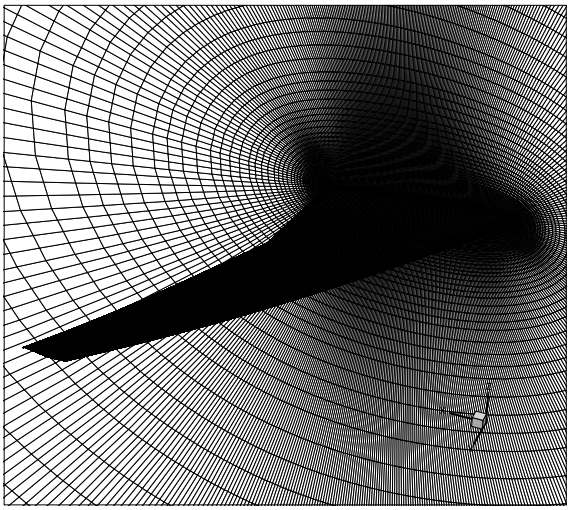
(b) Saumon d'aile - maillage L2



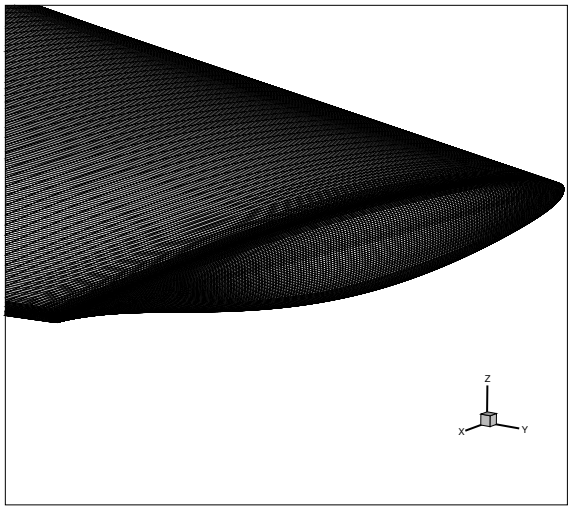
(c) maillage L1



(d) Saumon d'aile - maillage L1



(e) maillage L0



(f) Saumon d'aile - maillage L0

Figure 5.15 Série de maillages appliqués sur le modèle d'aile d'avion CRM

5.2.3 Paramétrisation géométrique

Les points de contrôle de la méthode RBF sont placés sur la surface de l'aile et sont définis avec un degré de liberté permettant un déplacement dans la direction z. Cette aile comporte huit sections sur lesquelles sont fixés 24 points de contrôle par section, pour un total de 192 paramètres (points de contrôle noirs sur la figure 5.16). Mise à part la section à la racine de l'aile qui est encastrée, toutes les sections sont libres de pivoter et d'engendrer un vrillage (*twist*) de l'aile. Les sections peuvent tourner autour du bord de fuite qui est aussi encastré. En incluant les sept paramètres assignés au vrillage de l'aile, la paramétrisation comprend un total de 199 paramètres de design (l'algorithme *Pointer* limite le nombre de paramètres à 200). Les points de contrôle gris sur la figure 5.16 sont déplacés par interpolation en s'appuyant sur les déplacements imposés aux points de contrôle noirs. Ces points de contrôle interpolés sont au nombre de 672, soit 24 points distribués sur 28 sections. Nous avons donc un total de 864 points de contrôle RBF dont 192 servent de paramètres de design qui sont accessibles à l'optimiseur.

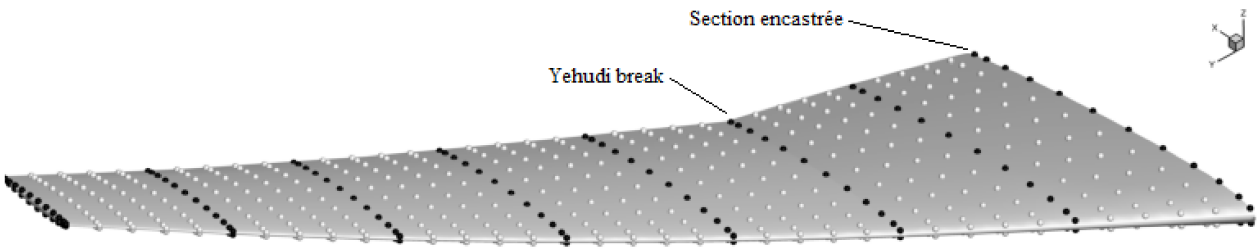


Figure 5.16 Aile NASA CRM - Position des points de contrôle RBF

La figure 5.17 illustre la distribution des points de contrôle au niveau du *Yehudi break* de l'aile. Ces points de contrôle sont répartis de la même façon pour chacune des sections définies.

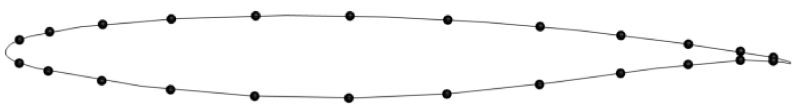
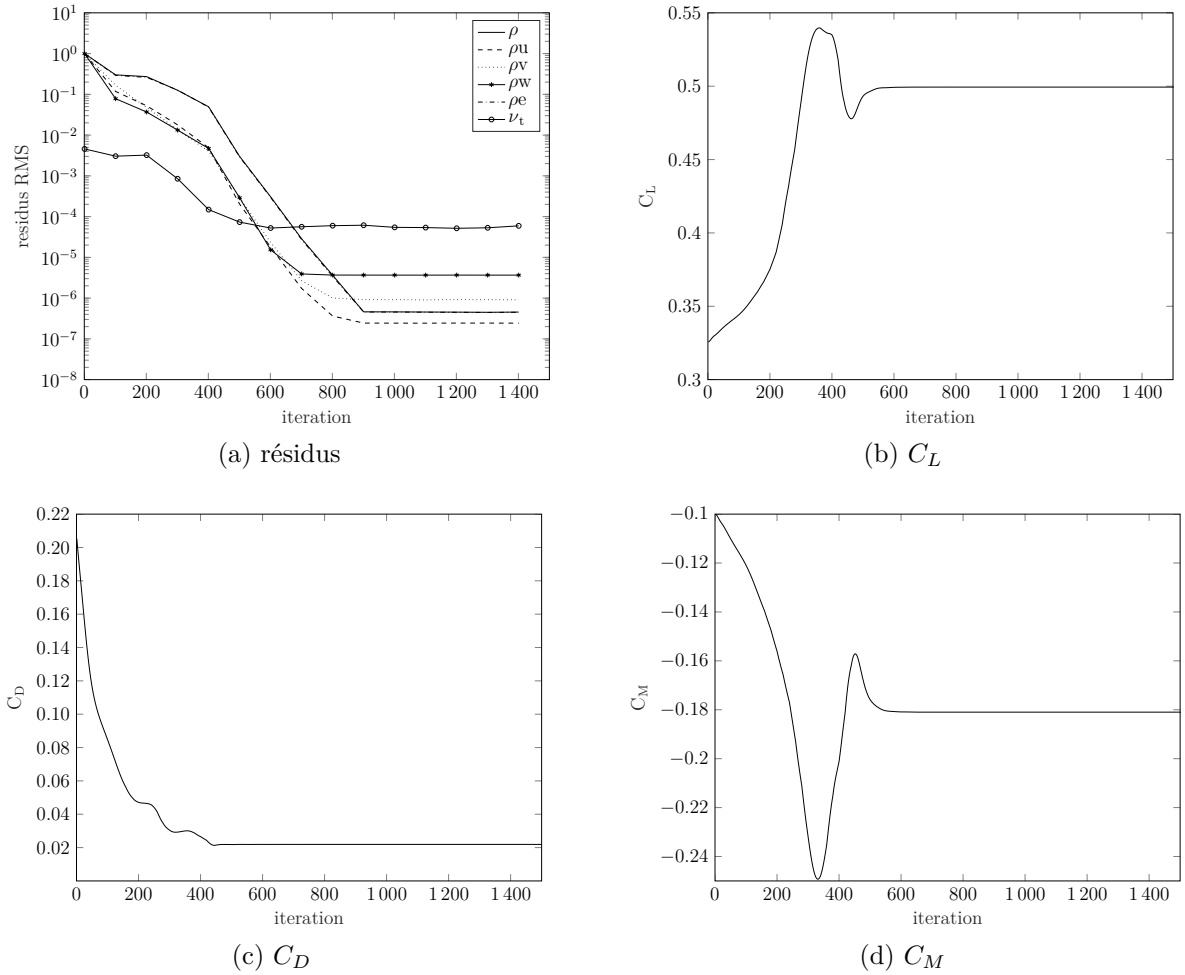


Figure 5.17 Distribution des points de contrôle au niveau du *Yehudi break*

5.2.4 Calcul aérodynamique de l'aile CRM initiale

Les calculs aérodynamiques réalisés pour résoudre l'écoulement autour de l'aile d'avion CRM ont été effectués aux conditions d'opération $M_\infty = 0.85$ et $Re = 5 \times 10^6$. Afin d'évaluer les performances de l'aile CRM initiale non optimisée et d'établir une base de comparaison pour les optimisations subséquentes, un premier calcul fut effectué. Celui-ci fut convergé en moins de 1000 itérations, atteignant des résidus avoisinant des valeurs variant entre 5×10^{-6} et 1×10^{-7} pour toutes les équations à l'exception de l'équation résolvant la variable de viscosité turbulence modifiée ν_t, pour laquelle les résidus sont demeurés aux alentours de 8×10^{-5} (figure 5.18). Tous les coefficients aérodynamiques ont convergé en deçà de 700 itérations.



(a) résidus (b) C_L

(c) C_D (d) C_M

Figure 5.18 Aile NASA CRM initiale (maillage L2) - Convergence des résidus et des coefficients aérodynamiques

Les résultats de l'étude de convergence réalisée sur le calcul de l'aile CRM initiale sont présentés aux tableaux 5.12 et 5.13 ainsi qu'à la figure 5.19. Ils indiquent une présence excessive de fausse traînée pour tous les maillages employés. Nous posons ici que cette fausse traînée excédentaire provient d'un positionnement inadéquat de condition frontière du champ lointain (tel que discuté à la section 5.1.8). Des calculs additionnels seraient cependant nécessaires afin de confirmer ou infirmer cette hypothèse.

Tableau 5.12 Aile NASA CRM - Étude de convergence - Aile initiale

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{FF}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	C_{D_i}	$C_{D_{sp}}$
L2	2.235	0.5000	-0.18148	219.7	199.9	6.77	100.1	92.5	20.28
L1	2.238	0.5000	-0.17859	205.6	195.6	8.34	94.3	93.3	9.68
L0	2.241	0.4999	-0.17569	205.1	195.3	10.33	91.1	94.5	9.16

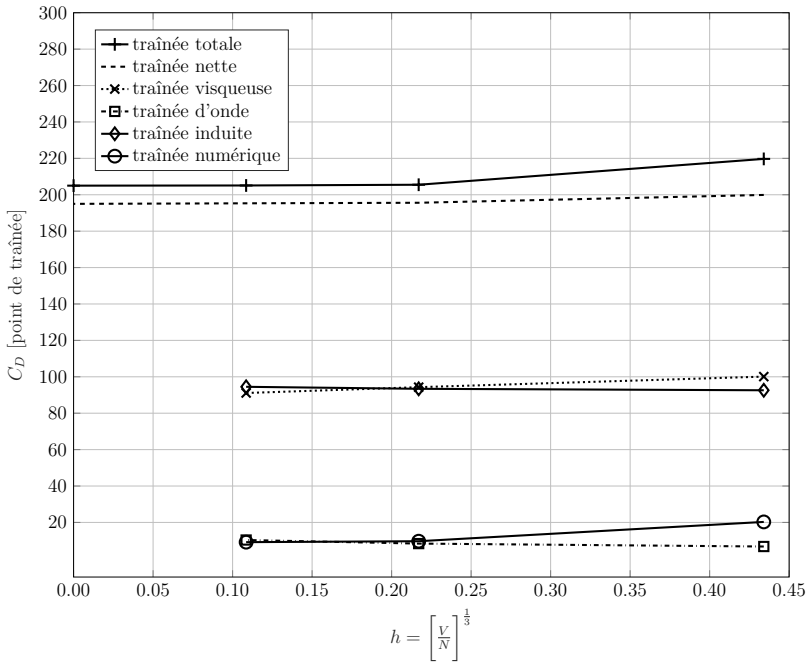


Figure 5.19 Aile NASA CRM - Étude de convergence - aile initiale

Tableau 5.13 Aile NASA CRM - Erreur de discrétisation spatiale

	$\phi \equiv C_D$	$\phi \equiv C_{D_{nette}}$
N_1	28835840	28835840
N_2	3604480	3604480
N_3	450560	450560
r_{21}	2.0	2.0
r_{32}	2.0	2.0
ϕ_1	205.1	195.3
ϕ_2	205.6	195.6
ϕ_3	219.7	199.9
p	3.21	2.56
ϕ_{ext}^{21}	205.08	195.28
e_a^{21}	0.0024	0.0015
e_{ext}^{21}	8.9e^{-5}	1.15e^{-4}
GCI_{fine}^{21}	0.011%	0.014%

5.2.5 Optimisation de la traînée totale

L'optimisation de la traînée totale de l'aile CRM a requis un peu plus de 2250 évaluations de la fonction coût. L'historique est présenté à la figure 5.20. Afin d'étudier l'espace de design soumis à l'optimiseur et balayer largement celui-ci, l'algorithme hybride *Pointer* a choisi de se servir, parmi les algorithmes à sa disposition, d'un algorithme métaheuristique pour démarrer l'optimisation. Sur la figure montrant l'historique de cette optimisation, les résultats des évaluations effectuées au cours de cette première phase exploratoire ont été omis, ceux-ci n'ayant généré aucune aile comportant des coefficients de traînée acceptables et ne respectant aucune contrainte du problème d'optimisation. *Pointer* a réussi à améliorer la traînée de l'aile en employant un amalgame d'algorithmes entre la 500ième et la 1300ième évaluation. Les quelques 500 dernières évaluations ont principalement été effectuées par un algorithme à gradient. Sur la figure 5.20, on peut également observer que l'optimiseur a effectué quatre recherches de lignes distinctes afin d'améliorer la traînée de l'aile d'avion.

Les résultats obtenus pour l'optimisation de la traînée totale de l'aile CRM sont présentés au tableau 5.14. Une réduction de 4.1% de la traînée totale de l'aile initiale a été réalisée. La contrainte imposée sur le coefficient de moment n'a cependant pas été respectée durant l'optimisation. La décomposition de la traînée des ailes initiale et optimisée montre que la majeure partie des améliorations réalisées ont été obtenues en réduisant la traînée d'onde

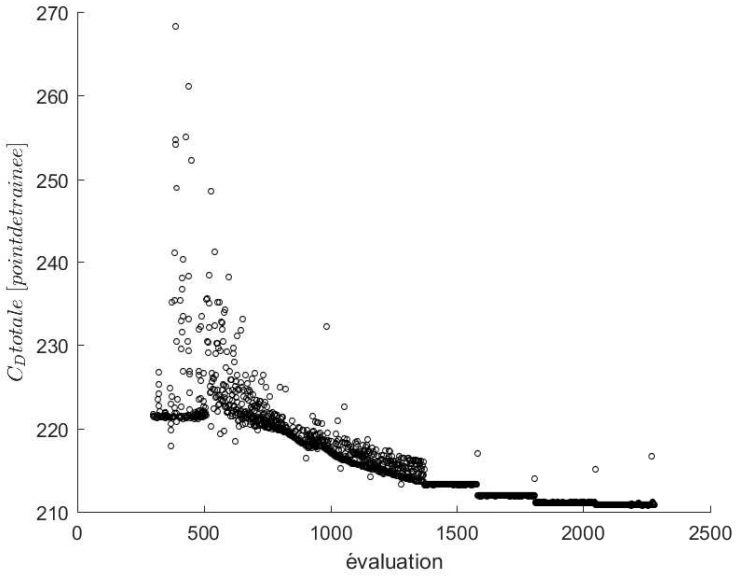
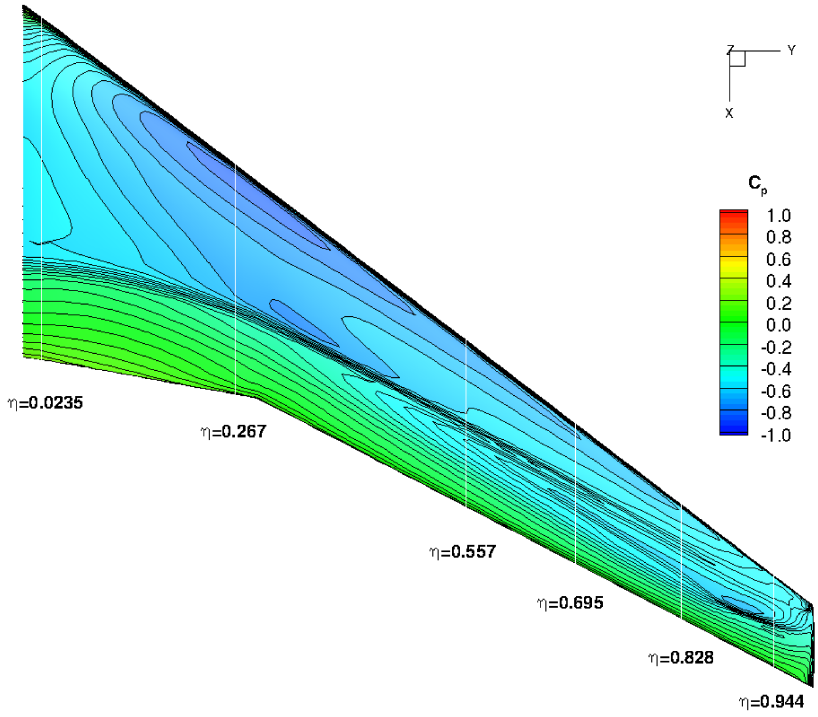


Figure 5.20 Aile NASA CRM - Historique d'optimisation de la traînée totale

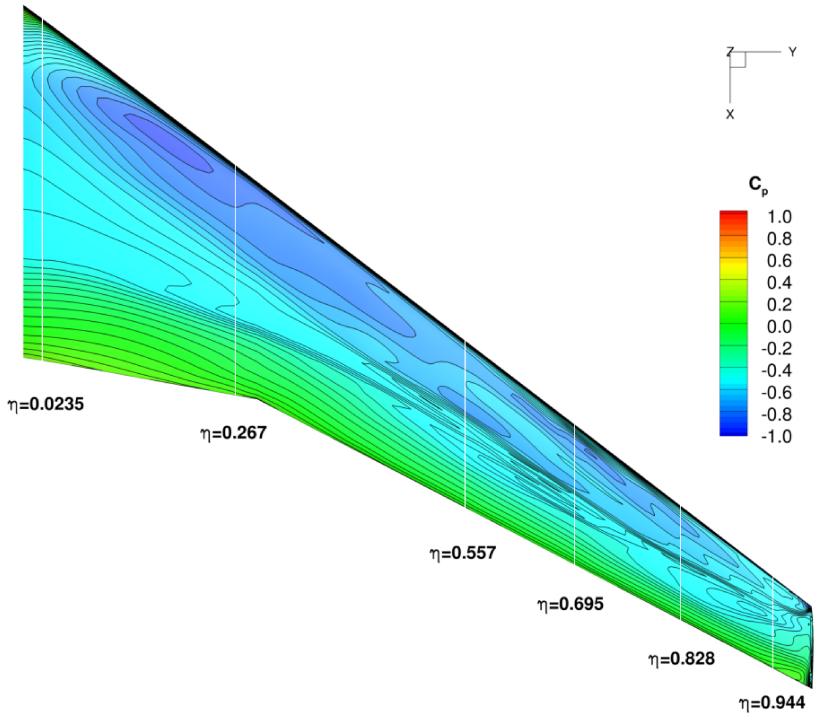
et la fausse-traînée. Au cours de cette optimisation, l'algorithme a fréquemment privilégié un déplacement des noeuds du maillage améliorant sa qualité et menant à une réduction de la traînée numérique plutôt que de cibler les sources réelles de traînée améliorant les propriétés aérodynamiques de l'aile d'avion. La traînée visqueuse a par ailleurs augmenté. Cette tendance de l'optimiseur à vouloir réduire la fausse-traînée a possiblement contribué à sa difficulté à respecter la contrainte imposée au coefficient de moment. Sur les figures 5.21 et 5.22, on constate que l'onde de choc a été atténuée de manière importante. Ses effets ce font cependant toujours sentir à certains endroits, notamment sur la portion extérieure de l'extrados (entre $\eta = 0.557$ et $\eta = 0.828$). L'onde de choc détectée par le senseur de choc (équation 4.29) corrobore ces observations (figure 5.23). La décomposition de la traînée effectuée sur cette aile optimisée indique toujours la présence de traînée d'onde à raison de 1.08 point de traînée.

Tableau 5.14 Aile NASA CRM - Résultats - Optimisation de la traînée totale

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{FF}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	C_{D_i}	$C_{D_{sp}}$
Aile initiale	2.235	0.5000	-0.18148	219.7	199.9	6.77	100.1	92.6	20.3
Opt. traînée totale	2.585	0.4999	-0.18033	210.7	199.0	1.08	105.7	92.5	11.3



(a) aile initiale



(b) optimisation de la traînée totale

Figure 5.21 Aile NASA CRM - Distribution du coefficient de pression sur l'extrados

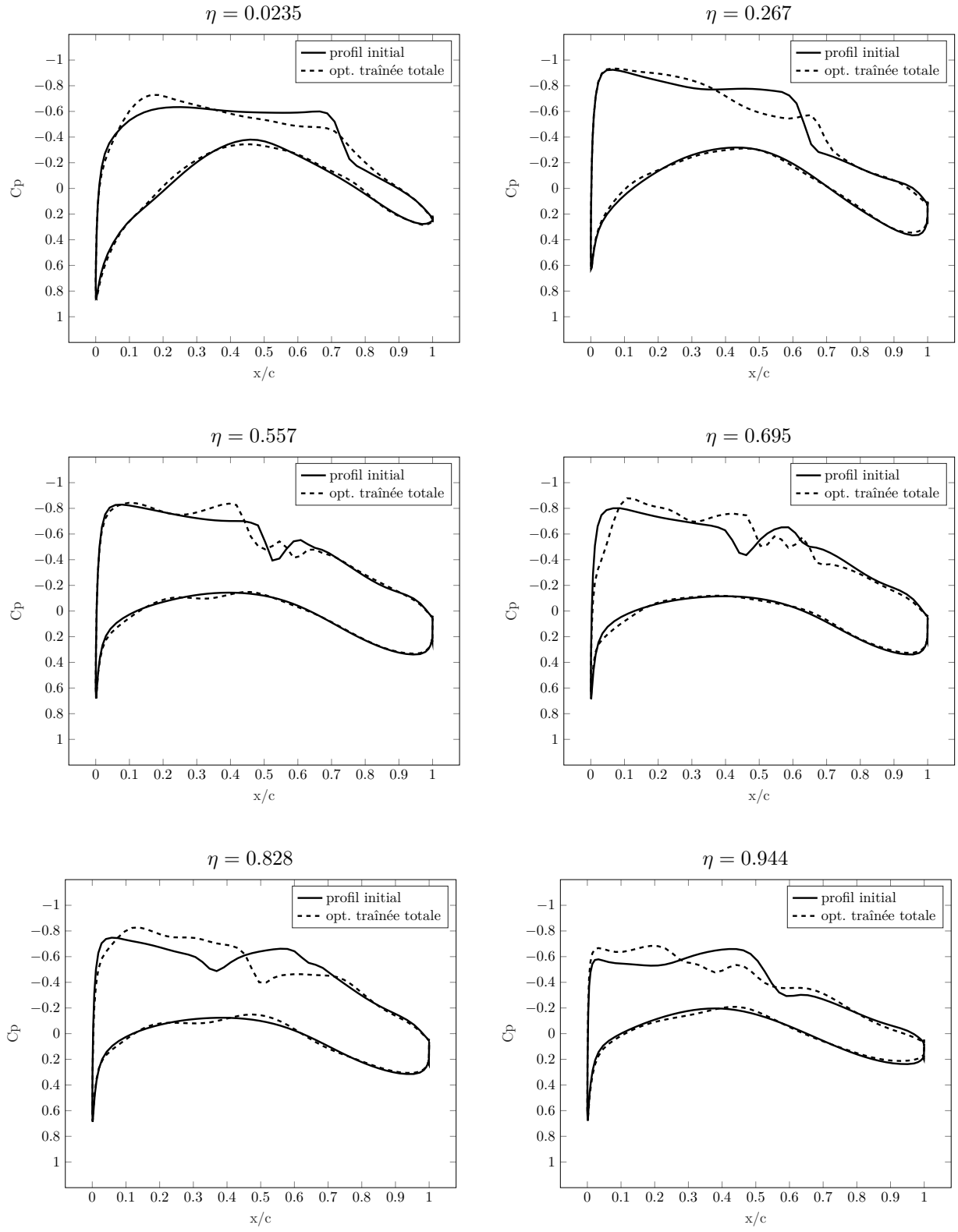
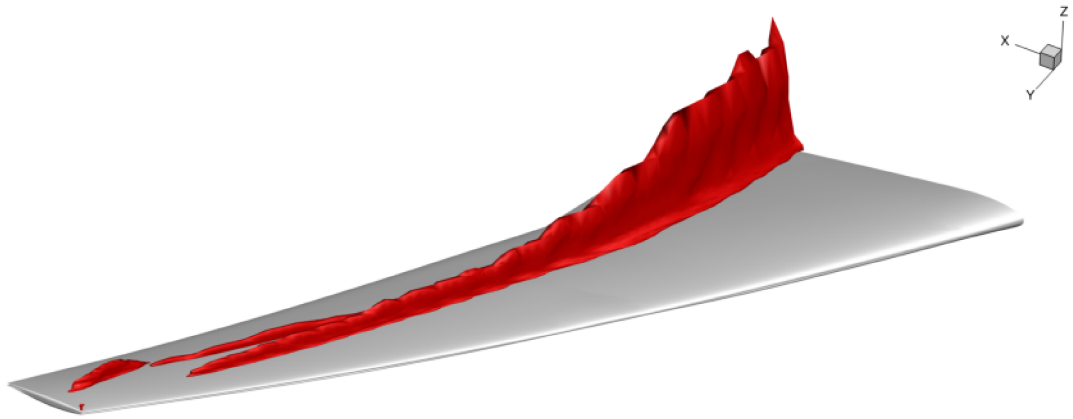
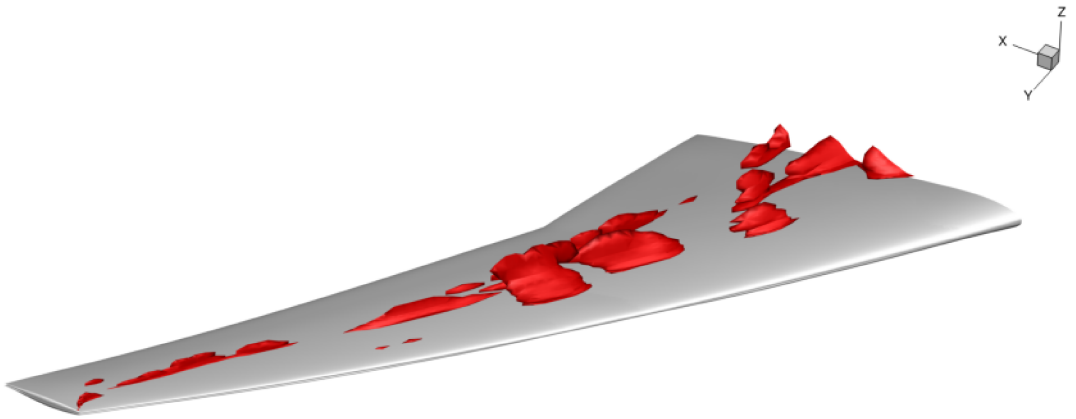


Figure 5.22 Aile NASA CRM - Coefficients de pressions



(a) Aile NASA CRM initiale



(b) Aile NASA CRM optimisée

Figure 5.23 Aile NASA CRM - Optimisation de la traînée totale - senseur de choc

Sur la figure 5.23, on constate que la traînée résiduelle d'onde de choc sur l'aile optimisée est répartie sur l'ensemble de l'extrados. Cette traînée d'onde est possiblement causée par une surface présentant de légères oscillations induites par une paramétrisation ne garantissant pas des surfaces lisses et uniformes.

5.2.6 Optimisation de la traînée nette

L'optimisation de la traînée nette de l'aile CRM a nécessité un total de 2300 évaluations (figure 5.24). Comme ce fut le cas pour l'optimisation de la traînée totale, *Pointer* entama l'optimisation en explorant l'espace de design à l'aide d'un algorithme métaheuristique. Aucun nouvel optimum n'a été découvert au cours de cette première phase d'optimisation. L'optimiseur a obtenu une réduction de 1.15% de la traînée nette avant de s'enliser dans un minimum local. La décomposition de la traînée de l'aile initiale et optimisée montre que l'optimiseur a ciblé la réduction de la traînée visqueuse, laissant la traînée d'onde se détériorer quelque peu. Lors de cette optimisation, on permet à la fausse traînée de croître, celle-ci n'étant pas comptabilisée dans la fonction coût. Ces résultats sont présentés au tableau 5.15.

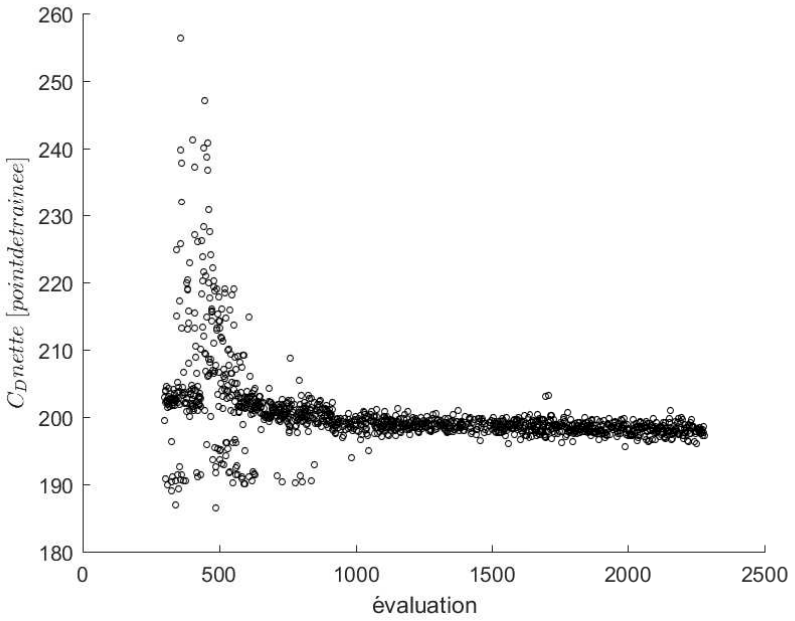


Figure 5.24 Aile NASA CRM - Historique d'optimisation de la traînée nette

Tableau 5.15 Aile NASA CRM - Résultats - Optimisation de la traînée nette

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{FF}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	C_{D_i}	$C_{D_{sp}}$
Aile initiale	2.235	0.5000	-0.18148	219.7	199.9	6.77	100.1	92.6	20.3
Opt. traînée nette	2.599	0.5000	-0.17098	219.9	197.6	7.44	97.6	92.6	22.3

La figure 5.25 révèle l'origine de la réduction de la traînée visqueuse indiquée par la décomposition de la traînée. Au bord de fuite de l'aile, entre les positions $\eta = 0.528$ et $\eta = 0.792$, on peut observer une légère atténuation de la séparation de l'écoulement. Sur cette figure, l'iso-contour indiquant un vitesse axiale de 68.3 m/s se déplace de A vers A′ à la position $\eta = 0.528$ et de B vers B′ à la position $\eta = 0.792$ de l'aile.

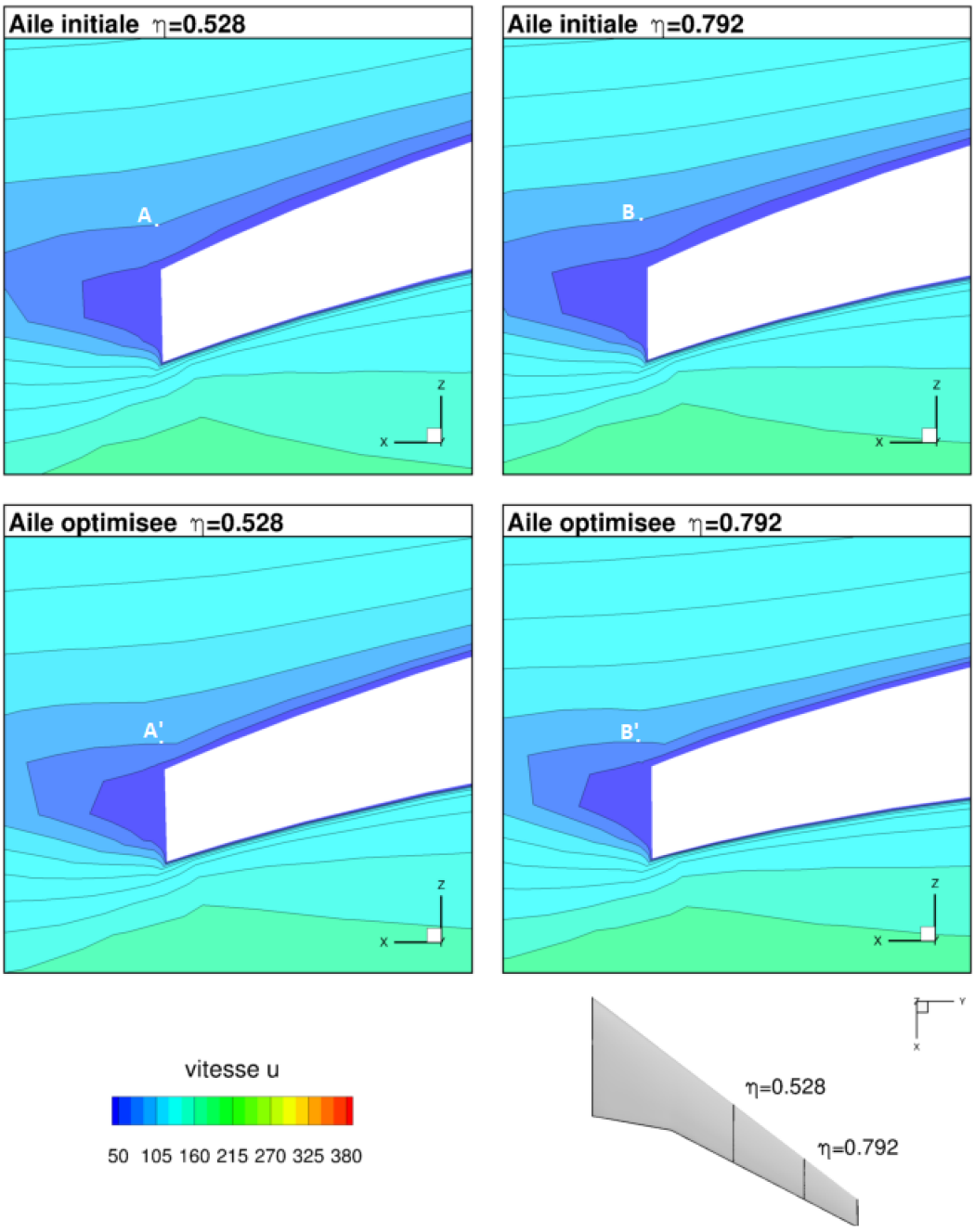


Figure 5.25 Aile NASA CRM - Optimisation de la traînée nette - vitesse axiale au bord de fuite

5.2.7 Comparaison des optimisations

Pour évaluer la capacité d'une méthode de décompostion de la traînée à améliorer une aile d'avion, nous avons comparé les résultats des optimisations réalisées précédemment (tableau 5.16). L'optimisation visant à réduire la traînée totale a permis d'améliorer les performances de l'aile en atténuant de manière importante la traînée d'onde. Cette optimisation s'est toutefois concentrée à modifier l'aile de façon à réduire la fausse traînée. Les modifications d'ailes menant à une réduction de fausse traînée ne sont cependant pas toujours avantageuses du point de vue aérodynamique et peuvent nuirent à l'efficacité de l'aile. L'augmentation de la traînée visqueuse constatée lors de l'optimisation de la traînée totale provient certainement de configurations ayant été générées afin de réduire la fausse traînée.

L'optimisation visant à réduire la traînée nette de l'aile est parvenue à améliorer celle-ci en réduisant sa traînée visqueuse. Bien que cette optimisation soit restée coincée dans un minimum local, cette dernière fut néanmoins en mesure d'obtenir une aile marginalement meilleure que celle obtenue en minimisant la traînée totale. Ce processus d'optimisation a cependant négligé la traînée d'onde de l'aile. Un processus d'optimisation utilisant la traînée nette comme fonction coût, couplé a un algorithme évitant les minimums locaux, permettrait fort probablement d'améliorer l'aile en réduisant davantage la traînée d'onde tout en empêchant une détérioration de la traînée visqueuse.

Tableau 5.16 Aile NASA CRM - Comparaison des résultats d'optimisation

	α	C_L	C_M	$C_{D_{NF}}$	$C_{D_{FF}}$	C_{D_w}	C_{D_v}	C_{D_i}	$C_{D_{sp}}$
Aile initiale	2.235	0.5000	-0.18148	219.7	199.9	6.77	100.1	92.6	20.3
Opt. traînée totale	2.585	0.4999	-0.18033	210.7	199.0	1.08	105.7	92.5	11.3
Opt. traînée nette	2.599	0.5000	-0.17098	219.9	197.6	7.44	97.6	92.6	22.3

CHAPITRE 6 CONCLUSION

6.1 Synthèse des travaux

L'objectif du présent projet de recherche était d'évaluer la capacité d'une méthode de décomposition de la traînée à aider un processus d'optimisation vers une aile d'avion plus efficace. Afin d'atteindre cet objectif, des processus d'optimisation avec et sans décomposition de traînée aérodynamique ont été mis en place afin d'optimiser le profil RAE2822 et l'aile NASA CRM. Pour une optimisation bidimensionnelle, il ne semble pas exister de réels avantages à inclure une méthode de décomposition afin d'améliorer le processus d'optimisation. Les profils optimisés avec et sans décomposition arborent des caractéristiques géométriques et des coefficients aérodynamiques comparables à presque tous les niveaux. Pour l'optimisation tridimensionnelle, l'intégration d'une méthode de décomposition de la traînée influença le déroulement de l'optimisation ainsi que les résultats obtenus. L'optimisation de l'aile CRM sans décomposition s'attarda à réduire la traînée numérique au détriment de la traînée visqueuse. Ce processus d'optimisation fut en mesure d'améliorer l'aile en réduisant significativement la traînée d'onde mais fut toutefois incapable de respecter la contrainte imposée au coefficient de moment. L'optimisation de l'aile incluant la décomposition a réussi à obtenir une aile marginalement meilleure en réduisant seulement la traînée visqueuse. Cette optimisation fut en mesure de rester aux abords des contraintes d'optimisation définies mais demeura coincée au niveau d'un optimum local. Brièvement, l'utilisation d'une méthode de décomposition au sein d'une optimisation traitant des géométries complexes, telles des ailes d'avion, semble relativement avantageuse mais nécessiterait l'amorce de recherches additionnelles pour le confirmer.

6.2 Limitations

Les conclusions de ce projet de recherche, quant à la capacité d'une méthode de décomposition à assister un processus d'optimisation, sont essentiellement limitées par la méthodologie adoptée pour mettre en place ce processus. La paramétrisation géométrique et l'algorithme d'optimisation utilisés pourraient influencer les résultats et par conséquent les conclusions.

6.3 Améliorations futures

Afin d'explorer davantage les capacitées d'une méthode de décomposition à appuyer un processus d'optimisation, il serait à prime abord nécessaire d'augmenter le nombre de paramètres utilisés afin d'élargir l'espace de design exploré. Une paramétrisation géométrique moins restrictive que la méthode à base radiale, telle une méthode employant des splines, serait aussi à envisager. L'accélération du processus d'optimisation à l'aide d'une méthode adjointe et l'utilisation d'algorithmes à gradient sont aussi des aspects importants à considérer.

RÉFÉRENCES

[1] International Civil Aviation Organization, *International Standards and Recommended Practices Annex 16, Environmental Protection, Volume 3 : CO2 Certification Requirement*, 1er éd., Montréal, Mars 2017.

[2] R. M. Hicks et P. A. Henne, "Wing design by numerical optimization," *Journal of Aircraft*, vol. 15, no. 7, pp. 407–412, 1978.

[3] A. Jameson, "Optimum aerodynamic design using cfd and control theory," dans *12th Computational Fluid Dynamics Conference*, 1995, p. 1729.

[4] J. Reuther et A. Jameson, "Aerodynamic shape optimization of wing and wing-body configurations using control theory," dans *33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, Reno, Nevada, USA, 1995, p. 123.

[5] A. Jameson, L. Martinelli, et N. Pierce, "Optimum aerodynamic design using the navier–stokes equations," *Theoretical and computational fluid dynamics*, vol. 10, no. 1, pp. 213–237, 1998.

[6] M. Meheut, A. Dumont, G. Carrier, et J. E. Peter, "Gradient-based optimization of CRM wing-alone and wing-body-tail configurations by RANS adjoint technique," dans *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, San Diego, California, USA, 2016, p. 1293.

[7] Z. Lyu, G. K. Kenway, et J. R. Martins, "Aerodynamic shape optimization investigations of the common research model wing benchmark," *AIAA Journal*, vol. 53, no. 4, pp. 968–985, 2014.

[8] G. K. W. Kenway et J. R. R. A. Martins, "Multipoint aerodynamic shape optimization investigations of the Common Research Model wing," *AIAA Journal*, vol. 54, p. 113–128, January 2016.

[9] O. Pironneau, *Optimal shape design for elliptic systems*. Springer Science & Business Media, 2012.

[10] A. Jameson, "Aerodynamic design via control theory," *Journal of scientific computing*, vol. 3, no. 3, pp. 233–260, 1988.

[11] ——, "Optimum aerodynamic design using control theory," *Computational Fluid Dynamics Review*, vol. 3, pp. 495–528, 1995.

[12] G. K. Kenway et J. Martins, "Aerodynamic shape optimization of the crm configuration including buffet-onset conditions," dans *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2016, p. 1294.

[13] S. Chen, Z. Lyu, G. K. Kenway, et J. Martins, "Aerodynamic shape optimization of the common research model wing-body-tail configuration," dans *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2015, p. 1718.

[14] H. Gagnon et D. W. Zingg, "Geometry generation of complex unconventional aircraft with application to high-fidelity aerodynamic shape optimization," dans *21st AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, 2013, p. 2850.

[15] G. K. Kenway et J. R. Martins, "Buffet-onset constraint formulation for aerodynamic shape optimization," *AIAA Journal*, vol. 55, no. 6, pp. 1930–1947, 2017.

[16] H. Gagnon et D. W. Zingg, "Aerodynamic optimization trade study of a box-wing aircraft configuration," dans *56th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, 2015, p. 0695.

[17] Z. Lyu et J. Martins, "Aerodynamic shape optimization of an adaptive morphing trailing edge wing," dans *15th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, 2014, p. 3275.

[18] J. E. Hicken et D. W. Zingg, "Induced-drag minimization of nonplanar geometries based on the euler equations," *AIAA journal*, vol. 48, no. 11, pp. 2564–2575, 2010.

[19] D. A. Masters, N. J. Taylor, T. Rendall, C. B. Allen, et D. J. Poole, "A geometric comparison of aerofoil shape parameterisation methods," dans *54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2016, p. 0558.

[20] H.-Y. Wu, S. Yang, F. Liu, et H.-M. Tsai, "Comparisons of three geometric representations of airfoils for aerodynamic optimization," dans *16th AIAA computational fluid dynamics conference*, 2003, p. 4095.

[21] J. A. Samareh, "Survey of shape parameterization techniques for high-fidelity multidisciplinary shape optimization," *AIAA journal*, vol. 39, no. 5, pp. 877–884, 2001.

[22] S. Peigin et B. Epstein, "Computational fluid dynamics driven optimization of blended wing body aircraft," *AIAA journal*, vol. 44, no. 11, pp. 2736–2745, 2006.

[23] L. M. Osusky, "A novel numerical tool for aerodynamic shape optimization in turbulent flow," Thèse de doctorat, Ph. D. thesis, University of Toronto, 2013.

[24] G. Carrier, D. Destarac, A. Dumont, M. Meheut, I. Salah El Din, J. Peter, S. Ben Khelil, J. Brezillon, et M. Pestana, "Gradient-based aerodynamic optimization with the elsa software," dans *52nd Aerospace Sciences Meeting*, 2014, p. 0568.

[25] S. Painchaud-Ouellet, C. Tribes, J.-Y. Trépanier, et D. Pelletier, "Airfoil shape optimization using a nonuniform rational b-splines parametrization under thickness constraint," *AIAA journal*, vol. 44, no. 10, pp. 2170–2178, 2006.

[26] H. Sobieczky, "Parametric airfoils and wings," dans *Recent development of aerodynamic design methodologies*. Springer, 1999, pp. 71–87.

[27] W. Yamazaki, K. Matsushima, et K. Nakahashi, "Aerodynamic design optimization using the drag-decomposition method," *AIAA Journal*, vol. 46, no. 5, p. 1096, 2008.

[28] K. Chiba, S. Obayashi, K. Nakahashi, et H. Morino, "High-fidelity multidisciplinary design optimization of wing shape for regional jet aircraft," dans *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*. Springer, 2005, pp. 621–635.

[29] T. W. Sederberg et S. R. Parry, "Free-form deformation of solid geometric models," *ACM SIGGRAPH computer graphics*, vol. 20, no. 4, pp. 151–160, 1986.

[30] A. H. Barr, "Global and local deformations of solid primitives," dans *Readings in Computer Vision*. Elsevier, 1987, pp. 661–670.

[31] M. D. Buhmann, "Radial basis functions," *Acta numerica*, vol. 9, pp. 1–38, 2000.

[32] H. Wendland, *Scattered data approximation*. Cambridge university press, 2004, vol. 17.

[33] S. Jakobsson et O. Amoignon, "Mesh deformation using radial basis functions for gradient-based aerodynamic shape optimization," *Computers & Fluids*, vol. 36, no. 6, pp. 1119–1136, 2007.

[34] F. Bisson et S. Nadarajah, "Adjoint-based aerodynamic design optimization using the drag decomposition method," dans *31st AIAA Applied Aerodynamics Conference*, San Diego, California, USA, 2013, p. 2909.

[35] S. Skinner et H. Zare-Behtash, "State-of-the-art in aerodynamic shape optimisation methods," *Applied Soft Computing*, 2017.

[36] M. Hutchison, E. Unger, W. Mason, B. Grossman, et R. Haftka, "Variable-complexity aerodynamic optimization of an hsct wing using structural wing-weight equations," dans *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1992, p. 212.

[37] P. D. McQuade, S. Eberhardt, et E. Livne, "Cfd-based aerodynamic approximation concepts optimization of a two-dimensional scramjet vehicle," *Journal of aircraft*, vol. 32, no. 2, pp. 262–269, 1995.

[38] J. Sobieszczanski-Sobieski, "Sensitivity of complex, internally coupled systems," *AIAA journal*, vol. 28, no. 1, pp. 153–160, 1990.

[39] J. N. Lyness et C. B. Moler, "Numerical differentiation of analytic functions," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 4, no. 2, pp. 202–210, 1967.

[40] J. Martins, I. Kroo, et J. Alonso, "An automated method for sensitivity analysis using complex variables," dans *38th aerospace sciences meeting and exhibit*, 2000, p. 689.

[41] J. R. RA Martins, J. J. Alonso, et J. J. Reuther, "High-fidelity aerostructural design optimization of a supersonic business jet," *Journal of Aircraft*, vol. 41, no. 3, pp. 523–530, 2004.

[42] J. R. Martins, P. Sturdza, et J. J. Alonso, "The complex-step derivative approximation," *ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS)*, vol. 29, no. 3, pp. 245–262, 2003.

[43] D. J. Mavriplis, "Discrete adjoint-based approach for optimization problems on three-dimensional unstructured meshes," *AIAA journal*, vol. 45, no. 4, pp. 741–750, 2007.

[44] P. E. Gill, W. Murray, et M. A. Saunders, "Snopt : An sqp algorithm for large-scale constrained optimization," *SIAM review*, vol. 47, no. 1, pp. 99–131, 2005.

[45] K. Schittkowski, "Nlpqlp : A fortran implementation of a sequential quadratic programming algorithm with distributed and non-monotone line search-user's guide," 2006.

[46] Z. Lyu, Z. Xu, et J. Martins, "Benchmarking optimization algorithms for wing aerodynamic design optimization," dans *Proceedings of the 8th International Conference on Computational Fluid Dynamics, Chengdu, Sichuan, China*, vol. 11, 2014.

[47] Y. Yu, Z. Lyu, Z. Xu, et J. R. Martins, "On the influence of optimization algorithm and initial design on wing aerodynamic shape optimization," *Aerospace Science and Technology*, vol. 75, pp. 183–199, 2018.

[48] F. Glover, "Future paths for integer programming and links to artificial intelligence," *Computers & operations research*, vol. 13, no. 5, pp. 533–549, 1986.

[49] S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, et M. P. Vecchi, "Optimization by simulated annealing," *science*, vol. 220, no. 4598, pp. 671–680, 1983.

[50] V. Černỳ, "Thermodynamical approach to the traveling salesman problem : An efficient simulation algorithm," *Journal of optimization theory and applications*, vol. 45, no. 1, pp. 41–51, 1985.

[51] J.-L. Liu, "Novel taguchi-simulated annealing method applied to airfoil and wing planform optimization," *Journal of aircraft*, vol. 43, no. 1, pp. 102–109, 2006.

[52] S. Obayashi et T. Tsukahara, "Comparison of optimization algorithms for aerodynamic shape design," *AIAA journal*, vol. 35, no. 8, pp. 1413–1415, 1997.

[53] J. Kennedy, "Particle swarm optimization," dans *Encyclopedia of machine learning*. Springer, 2011, pp. 760–766.

[54] G. Venter et J. Sobieszczanski-Sobieski, "Multidisciplinary optimization of a transport aircraft wing using particle swarm optimization," *structural and Multidisciplinary optimization*, vol. 26, no. 1-2, pp. 121–131, 2004.

[55] F. Glover, “Tabu search—part i,” *ORSA Journal on computing*, vol. 1, no. 3, pp. 190–206, 1989.

[56] ——, “Tabu search—part ii,” *ORSA Journal on computing*, vol. 2, no. 1, pp. 4–32, 1990.

[57] K. Parmar, “The aerodynamic effects of runback ice,” 2013.

[58] P. J. Gage, I. Kroo, et I. Sobieski, “Variable-complexity genetic algorithm for topological design,” *AIAA journal*, vol. 33, no. 11, pp. 2212–2217, 1995.

[59] O. Chernukhin et D. W. Zingg, “Multimodality and global optimization in aerodynamic design,” *AIAA journal*, vol. 51, no. 6, pp. 1342–1354, 2013.

[60] G. M. Streuber et D. W. Zingg, “Investigation of multimodality in aerodynamic shape optimization based on the reynolds averaged navier-stokes equations,” dans *35th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2017, p. 3752.

[61] L. A. Catalano, D. Quagliarella, et P. L. Vitagliano, “Aerodynamic shape design using hybrid evolutionary computing and multigrid-aided finite-difference evaluation of flow sensitivities,” *Engineering Computations*, vol. 32, no. 2, pp. 178–210, 2015.

[62] A. Van der Velden et P. Koch, “Isight design optimization methodologies,” *ASM Handbook*, vol. 22, p. 79, 2010.

[63] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica, Book II*, 1726.

[64] A. Betz, “A method for the direct determination of wing-section drag,” 1925.

[65] J. van der Vooren et J. Sloof, “Cfd-based drag prediction,” *State of the Art, Theory, Prospects, Lectures notes prepared for the AIAA Professional Studies Series, Course on Drag-Prediction and Measurement, Portland (OR)*, 1990.

[66] D. Destarac, “Far-field drag in transonic potential flow- analysis and optimisation,” *Recent developments and applications in aeronautical CFD*, p. 25, 1993.

[67] M. Gariepy, J.-Y. Trepanier, et B. Malouin, “Generalization of the far-field drag decomposition method to unsteady flows,” *AIAA journal*, vol. 51, no. 6, pp. 1309–1319, 2013.

[68] H. Toubin et D. Bailly, “Development and application of a new unsteady far-field drag decomposition method,” *AIAA Journal*, vol. 53, no. 11, pp. 3414–3429, 2015.

[69] M. Gariépy, B. Malouin, J.-Y. Trépanier, et É. Laurendeau, “Far-field drag decomposition applied to the drag prediction workshop 5 cases,” *Journal of Aircraft*, 2013.

[70] M. Ueno, K. Yamamoto, K. Tanaka, M. Murayama, et R. Tognaccini, “Far-field drag analysis of nasa common research model simulation,” *Journal of Aircraft*, vol. 50, no. 2, pp. 388–397, 2013.

[71] M. Ueno, J. Akatsuka, et A. Hidaka, "Drag decomposition analysis of CFD data of the DLR-F6 model," dans *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, Honolulu, Hawaii, USA, 2008, p. 6903.

[72] M. Gariépy, J.-Y. Trépanier, B. Malouin, et C. Tribes, "Direct search airfoil optimization using far-field drag decomposition results," dans *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, Kissimmee, Florida, USA, Janvier 2015, p. 1720.

[73] M. Méheut, D. Destarac, S. Ben Khelil, G. Carrier, A. Dumont, et J. Peter, "Gradient-based single and multi-points aerodynamic optimizations with the elsa software," dans *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2015, p. 0263.

[74] P. Cook, M. McDonald, et M. Firmin, "Aerofoil rae 2822—pressure distributions and boundary layer and wake measurements, agard ar 138, 1979," *Google Scholar*.

[75] J. Vassberg, M. Dehaan, M. Rivers, et R. Wahls, "Development of a common research model for applied cfd validation studies," dans *26th AIAA Applied Aerodynamics Conference*, 2008, p. 6919.

[76] AIAA - Drag Prediction Workshop. (2016) 6th AIAA CFD Drag Prediction Workshop. [En ligne]. Disponible : https://aiaa-dpw.larc.nasa.gov/

[77] Multidisciplinary Design Oprimization Laboratory. (2015) Aerodynamic shape optimization investigations of the common research model wing benchmark. [En ligne]. Disponible : http://mdolab.engin.umich.edu/content/aerodynamic-shape-optimization-investigations-common-research-model-wing-benchmark

[78] E. N. Tinoco, O. Brodersen, S. Keye, et K. Laflin, "Summary of data from the sixth aiaa cfd drag prediction workshop : Crm cases 2 to 5," dans *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2017, p. 1208.

[79] D. C. Wilcox *et al.*, *Turbulence modeling for CFD*. DCW industries La Canada, CA, 1998, vol. 2.

[80] H. Versteeg et W. Malalasekera, "An introducction to computational fluid dynamics," 2007.

[81] D. Anderson, J. C. Tannehill, et R. H. Pletcher, *Computational fluid mechanics and heat transfer*. CRC Press, 2016.

[82] F. G. Schmitt, "About boussinesq's turbulent viscosity hypothesis : historical remarks and a direct evaluation of its validity," *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 335, no. 9-10, pp. 617–627, 2007.

[83] J. Hinze, "Turbulence mcgraw-hill," *New York*, vol. 218, 1975.

[84] P. Spalart et S. Allmaras, "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows," dans *30th aerospace sciences meeting and exhibit*, 1992, p. 439.

[85] A. Hashimoto, K. Murakami, T. Aoyama, K. Yamamoto, M. Murayama, et P. R. Lahur, "Drag prediction on nasa common research model using automatic hexahedra grid-generation method," *Journal of Aircraft*, vol. 51, no. 4, pp. 1172–1182, 2014.

[86] S. Patankar, *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC press, 1980.

[87] T. Barth et D. Jespersen, "The design and application of upwind schemes on unstructured meshes," dans *27th Aerospace sciences meeting*, 1989, p. 366.

[88] J. Weiss, J. Maruszewski, W. Smith, W. Smith, J. Weiss, et J. Maruszewski, "Implicit solution of the navier-stokes equations on unstructured meshes," dans *13th Computational Fluid Dynamics Conference*, 1997, p. 2103.

[89] P. L. Roe, "Characteristic-based schemes for the euler equations," *Annual review of fluid mechanics*, vol. 18, no. 1, pp. 337–365, 1986.

[90] P. J. McKee, "Scaling a human body finite element model with radial basis function interpolation," ARMY RESEARCH LAB ABERDEEN PROVING GROUND MD ABERDEEN PROVING GROUND United States, Rapp. tech., 2018.

[91] R. Lapuh, "Mesh morphing technique used with open-source cfd toolbox in multidisciplinary design optimisation," 2018.

[92] D. Destarac, "Far-field/near-field drag balance and applications of drag extraction in cfd," *VKI Lecture Series*, vol. 2, pp. 3–7, 2003.

[93] I. Newton, *PRINCIPES MATHÉMATIQUES DE LA PHILOSOPHIE NATURELLE. : TOME PREMIER*, 1756, vol. 1.

[94] M. Gariépy et J. Trépanier, "A new axial velocity defect formulation for a far-field drag decomposition method," *Canadian Aeronautics and Space Journal*, vol. 58, no. 02, pp. 69–82, 2012.

[95] D. Destarac, "Far-field/near-field drag balance and application of drag extraction in CFD," dans *CFD-based aircraft drag prediction and reduction*, série Lecture series, H. Deconinck, K. Sermeus, et C. Van Dam, éds., 2003, ch. 1, pp. 1–62.

[96] D. Destarac et J. Van Der Vooren, "Drag/thrust analysis of jet-propelled transonic transport aircraft ; definition of physical drag components," *Aerospace science and technology*, vol. 8, no. 6, pp. 545–556, 2004.

[97] D. Lovely et R. Haimes, "Shock detection from computational fluid dynamics results," dans *14th Computational Fluid Dynamics Conference*, 1999, p. 3285.

[98] R. Tognaccini, "Methods for drag decomposition, thrust-drag bookkeeping from cfd calculations," *CFD-Based Aircraft Drag Prediction and Reduction*, vol. 2, pp. 1–65, 2003.

[99] E. Laurendeau et J. Boudreau, "Drag prediction using the euler/navier-stokes code fansc," SAE Technical Paper, Rapp. tech., 2003.

[100] F. Bisson, "Aerodynamic design optimization using the drag decomposition method," Thèse de doctorat, McGill University Libraries, 2015.

[101] D. A. Masters, N. J. Taylor, T. Rendall, C. B. Allen, et D. J. Poole, "Review of aerofoil parameterisation methods for aerodynamic shape optimisation," dans *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2015, p. 0761.

[102] I. Celik, "Procedure for estimation and reporting of discretisation error in cfd applications," *Journal of Fluids Engineering editorial policy statement on the control of numerical accuracy.*, 2007.