

**Titre:** Outils de conception pour barrières acoustiques multicouches  
Title:

**Auteur:** Hugues Pichon  
Author:

**Date:** 2018

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Pichon, H. (2018). Outils de conception pour barrières acoustiques multicouches  
[Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/3270/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/3270/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Annie Ross  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

OUTILS DE CONCEPTION POUR BARRIÈRES ACOUSTIQUES MULTICOUCHES

HUGUES PICHON

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)

AOÛT 2018

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

OUTILS DE CONCEPTION POUR BARRIÈRES ACOUSTIQUES MULTICOUCHES

présenté par : PICHON Hugues

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. SPOONER Daniel, M.Sc.A., président

Mme ROSS Annie, Ph. D., membre et directrice de recherche

M. LABIB Richard, Ph. D., membre

## DÉDICACE

À *Miriam V.*

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont rendu ce projet possible, au cours de mon séjour à Montréal.

Tout d'abord, un grand merci à Annie Ross pour avoir dirigé ma maîtrise, pour sa grande motivation, son soutien et sa confiance. Je tiens à remercier également Elsa Piollet pour son encadrement tout au long du projet, sa disponibilité et ses conseils précieux.

Je remercie tous les employés d'Elasto Proxy Inc. avec qui j'ai eu la chance de collaborer. Leur support technique et leurs idées m'ont beaucoup aidé.

Je voudrais aussi remercier tous les collègues du LAVA pour ces deux ans passés dans un cadre épanouissant et enrichissant.

Je voudrais exprimer ma gratitude envers mes colocataires et amis à Montréal, avec qui j'ai créé des souvenirs inoubliables. Une pensée également à mes camarades de promotion des Arts et Métiers, pour leur amitié et leurs encouragements depuis l'autre rive de l'Atlantique.

Enfin, je remercie ma famille de France et du Québec qui a supporté mon absence (et ma présence) durant deux ans.

Ce projet n'aurait pas été possible sans le support financier et la mise à disposition de matériel par Elasto Proxy Inc. et par le Conseil de Recherches en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG).

## RÉSUMÉ

Le bruit peut avoir des conséquences néfastes sur le confort et la santé. Lors de la conception d'un système mécanique, des efforts sont faits pour en réduire le niveau. Les barrières acoustiques peuvent être utilisées pour résoudre ces problèmes de bruit, en bloquant les ondes sonores (phénomène de perte par transmission) ou en les dissipant (phénomène d'absorption). Lorsqu'un seul matériau n'est pas suffisant pour répondre aux besoins d'un problème acoustique, on utilise des barrières acoustiques multicouches. L'assemblage de plusieurs couches permet d'atteindre des propriétés plus intéressantes que les constituants seuls. La conception d'une barrière acoustique multicouche découle de plusieurs choix sur les matériaux utilisés, le nombre de couches, leur agencement, etc. Ces choix ne sont pas évidents, car les propriétés d'une structure multicouche ne sont pas une simple addition des propriétés de chaque couche. De plus, dans l'industrie, le concepteur n'a souvent à sa disposition qu'un nombre limité de matériaux et d'épaisseurs de couches, à partir duquel de nombreuses séquences de couches sont possibles.

Ce projet de maîtrise propose des outils et méthodologies pour la conception des barrières acoustiques multicouches. Le présent travail a été réalisé en trois axes. Tout d'abord, des échantillons de structures monocouches et multicouches ont été caractérisés expérimentalement, ce qui a permis d'établir des premières tendances ainsi que d'acquérir des propriétés de matériaux nécessaires dans la suite du projet. Puis des outils ont été développés afin de comparer et d'améliorer les performances acoustiques de barrières données, au cas par cas. Enfin, une base de données et un outil de conception ont été développés pour aborder la conception généralisée des barrières multicouches.

La caractérisation expérimentale a été réalisée avec un tube de Kundt. Les mesures ont permis de comparer les performances des différents échantillons, et d'observer des premières tendances de conception. Les propriétés de deux matériaux poreux ont été obtenues, et ont été complétées par des données issues de la littérature.

Deux outils de conception au cas par cas ont été développés. Le premier permet de comparer visuellement les performances de différentes barrières et de choisir une solution à un problème acoustique donné. Le deuxième outil permet de visualiser sous la forme de surfaces l'effet de la variation de certaines épaisseurs de couches sur les performances d'une structure multicouche donnée, et permet donc de rechercher des améliorations à une barrière existante. Les performances

sont prédites à l'aide d'un programme interne du laboratoire, basé sur la méthode des matrices de transfert.

Après cette étude au cas par cas, des outils ont été développés pour visualiser les performances d'un grand nombre de structures multicouches. En prenant en compte un inventaire de matériaux disponibles avec des épaisseurs données, une base de données a été pré-calculée, ce qui permet au concepteur d'accéder à toutes les solutions possibles sans temps de calcul supplémentaire. Un outil de conception a également été développé, qui exploite cette base de données. Pour un jeu de paramètres de performances choisi, il affiche, en utilisant le front de Pareto, une carte des « meilleures solutions », qui permet à un utilisateur de faire un choix basé sur des compromis entre objectifs.

L'utilisation des outils développés dans le cadre de ce projet offre un appui ergonomique à la conception. L'accès rapide à plusieurs solutions possibles permet d'envisager des alternatives intéressantes aux solutions « classiques ». Ces outils peuvent, avec les modifications adéquates, être adaptés à d'autres problèmes de conception où une aide pratique et visuelle est recherchée.

## ABSTRACT

Noise can negatively impact well-being and health. At the early stage of design, efforts are made to reduce noise levels. Acoustic packages can effectively solve noise problems, by blocking sound waves (transmission loss phenomenon) or by dissipation (absorption phenomenon). When a single monolithic material is not sufficient to meet the needs of an acoustical problem, multilayer acoustic packages are used. The combination of several layers can lead to better properties than their individual components. The design of a multilayer acoustic package is the result of choices on materials, number of layers, layout, etc. These choices are not obvious, because the properties of the whole multilayer structure are not a simple sum of layer properties. Moreover, in industrial applications, design is often limited to a given set of available materials and layer thicknesses, from which many combinations are possible.

This project presents tools and methodologies for the design of multilayer acoustic packages. The present work is organized in three axes. First, samples of both single layer and multilayer structures were experimentally characterized. This allowed establishing trends along with acquiring material properties which are needed later in the project. Then, tools were developed to compare and enhance acoustic performances of given packages. Finally, a database was created as well as a design tool to handle the generalized design of multilayer acoustic packages.

Experimental characterization was performed with a Kundt's tube. Measurements allowed comparing performance of several samples and observing first design trends. Properties of two porous samples were identified, and completed with data from literature.

Two case by case design tools were developed. The first tool allows comparing visually the performance of several acoustic packages, in order to select a solution to a given acoustic problem. The second tool shows the effect of layer thicknesses on the performance of a given multilayer package through 3D surface visualization, which allows improving an existing package. Acoustic package performance is predicted by an in-house software, based on the transfer matrix method.

After this case by case study, tools were developed to visualize performance for a high number of multilayer structures. By taking into account an existing inventory of available materials with given thicknesses, a database is pre-computed, allowing a designer to access all possible solutions with no extra computation time. A design tool was developed, taking advantage of this database. For

selected performance parameters, it displays a map of “better solutions”, allowing a designer to make a choice based on a trade-off between objectives.

The use of these tools offers an ergonomic help for design. The quick access to several possible solutions allows contemplating interesting alternatives to “classical” solutions. With adequate modifications, these tools can be adapted to other design problems, where a practical and visual help is beneficial.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE.....	III
REMERCIEMENTS .....	IV
RÉSUMÉ.....	V
ABSTRACT .....	VII
TABLE DES MATIÈRES .....	IX
LISTE DES TABLEAUX.....	XIII
LISTE DES FIGURES .....	XIV
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XVIII
LISTE DES ANNEXES.....	XXI
CHAPITRE 1 INTRODUCTION.....	1
CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE .....	4
2.1    Bruit et solutions acoustiques.....	4
2.2    Les barrières acoustiques et leurs propriétés.....	5
2.2.1    Transmission et absorption.....	5
2.2.2    STC et SAA.....	7
2.2.3    Modélisation du champ incident .....	8
2.3    Bloquer le son avec une barrière simple .....	9
2.3.1    Généralités.....	9
2.3.2    Loi de masse.....	9
2.3.3    Coïncidence et résonance .....	10
2.4    Absorber le son avec un matériau poreux .....	12
2.4.1    Généralités.....	12
2.4.2    Modélisation des matériaux poreux .....	14

2.4.3	Caractérisation des poreux .....	16
2.5	Barrières multicouches .....	17
2.5.1	Généralités.....	17
2.5.2	Modélisation.....	18
2.5.3	La méthode des matrices de transfert.....	19
2.6	Conception et choix des barrières multicouches .....	23
2.6.1	Généralités.....	23
2.6.2	Méthodes classiques de sélections des barrières acoustiques .....	24
2.6.3	Méthodes conventionnelles de choix de solutions dans d'autres domaines.....	25
	CHAPITRE 3 PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS .....	29
3.1	La conception des barrières acoustiques multicouches : un problème complexe .....	29
3.2	Objectifs de la maîtrise .....	31
3.3	Méthodologie .....	31
	CHAPITRE 4 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE.....	33
4.1	Acquisition de données matériaux .....	33
4.1.1	Matériaux étudiés .....	33
4.1.2	Dispositif expérimental .....	34
4.1.3	Résultats et comparaison .....	36
4.1.4	Acquisition de paramètres des matériaux poreux .....	43
4.2	Comparaison de performances et analyse de tendances au cas par cas .....	43
4.2.1	Objectifs .....	43
4.2.2	Point de départ : <i>OCTAVE prédition</i> .....	44
4.2.3	Module <i>OCTAVE comparaison</i> .....	45
4.2.4	Amélioration d'une barrière donnée avec <i>OCTAVE surfaces de réponse</i> .....	49

4.2.5 Conclusion sur l'étude au cas par cas.....	56
4.3 Outils de conception.....	57
4.3.1 Base de données .....	57
4.3.2 Carte de performances.....	58
CHAPITRE 5 ARTICLE I : AN ACOUSTIC TRADE-OFF CHART FOR THE DESIGN OF MULTILAYER ACOUSTIC PACKAGES .....	60
5.1 Résumé .....	60
5.2 Abstract .....	61
5.3 Introduction .....	62
5.4 Usual selection process for multilayer acoustic packages .....	63
5.4.1 Direct comparison between predicted properties .....	63
5.4.2 Optimization algorithms for acoustic materials .....	64
5.4.3 Other methods in various fields .....	64
5.5 Case study .....	65
5.6 New tool for assessing performance .....	69
5.6.1 Need for a database .....	69
5.6.2 Selecting the best solutions .....	70
5.6.3 Utility function and acoustic trade-off chart .....	71
5.7 Application of the new tool to the case study .....	73
5.7.1 Overview of the solutions .....	73
5.7.2 Trade-off chart.....	76
5.7.3 Case study discussion.....	81
5.8 Conclusion.....	82
CHAPITRE 6 DISCUSSION GÉNÉRALE .....	83
6.1 Compléments sur la carte de compromis .....	83

6.1.1	Effet de la plaque support sur la carte .....	83
6.1.2	Effet du choix des plages de constantes d'échange.....	86
6.2	Dégagement de tendances .....	89
6.3	Limites et améliorations des outils et de la méthodologie .....	90
CHAPITRE 7	CONCLUSION .....	92
7.1	Synthèse des travaux .....	92
7.2	Perspectives académiques et industrielles.....	93
BIBLIOGRAPHIE .....		95
ANNEXES .....		100

## **LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 4.1 : Structures monocouches et multicouches comparées dans cette section .....	36
Tableau 4.2 : Composition des trois barrières présentées en exemple.....	46
Table 5.3: Properties of layer materials .....	67
Table 5.4: Categories and quantity of multilayer structures used in the case study .....	68
Table 5.5: Solutions for Situation 1 .....	79
Table 5.6: Solutions for Situation 2 .....	81

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 : Morceau de barrière acoustique multicouche fabriquée par Elasto Proxy, découpé pour l'isolation d'un compartiment-moteur (source : [6]).....	2
Figure 2.1 : Transmission du bruit depuis la source jusqu'au récepteur.....	4
Figure 2.2 : Comportement des ondes acoustiques au contact d'une barrière .....	5
Figure 2.3 : Courbe de référence du STC (ligne simple) ajustée aux points de mesure d'une barrière (marqueurs carrés) (source : [11]) .....	7
Figure 2.4 : Perte par transmission par bandes de tiers d'octave (échelle logarithmique), pour des plaques d'aluminium d'épaisseurs différentes, en incidence normale .....	10
Figure 2.5 : Perte par transmission pour une plaque d'aluminium et pour une barrière de PVC de dimensions $1 \times 1 \text{ m}^2$ , avec mise en évidence de la première résonance et de la zone de coïncidence.....	12
Figure 2.6 : Le pain et le fromage : deux matériaux poreux de la vie quotidienne.....	13
Figure 2.7 : Courbe d'absorption pour une couche de 20 mm de mousse de polyester, placée devant un mur d'impédance infinie, en champ diffus .....	14
Figure 2.8 : Tube de Kundt du LAVA .....	17
Figure 2.9 : Barrière acoustique multicouche (source : [29]) .....	18
Figure 2.10 : Onde plane en incidence d'angle $\theta$ sur une couche d'épaisseur $h$ .....	20
Figure 2.11 : Onde plane en incidence d'angle $\theta$ sur une barrière multicouche à $n$ couches .....	21
Figure 2.12 : Exemples d'usages de barrières acoustiques (sources : [41] et [42]).....	23
Figure 2.13 : Le module de Young en fonction de la masse volumique, pour différentes classes de matériaux (source : [49]) .....	25
Figure 2.14 : illustration du front de Pareto pour 2 critères de compromis .....	26
Figure 2.15 : Exemple de diagramme de constantes d'échange (source : [51]) .....	28
Figure 3.1 : Illustration des choix à faire lors de la conception d'une barrière acoustique multicouche .....	30

Figure 3.2 : Processus de conception faisant intervenir plusieurs entrées, des contraintes, et un compromis entre plusieurs performances.....	30
Figure 3.3 : Organisation du projet autour de trois axes .....	32
Figure 4.1: Exemples d'échantillons de barrières acoustiques qui ont été caractérisés.....	34
Figure 4.2: Configuration « absorption » du tube de Kundt .....	35
Figure 4.3: Configuration « transmission » du tube de Kundt .....	35
Figure 4.4 : Mesures expérimentales du coefficient d'absorption pour différentes barrières .....	38
Figure 4.5 : Mesures expérimentales de la perte par transmission pour différentes barrières .....	39
Figure 4.6 : Comparaison des mesures des coefficients d'absorption (lignes continues) avec les prédictions par la TMM (lignes pointillées).....	40
Figure 4.7 : Valeurs moyennes, maximum et minimum mesurées pour les échantillons de mélamine et de polyuréthane .....	40
Figure 4.8 : Comparaison des mesures de la perte par transmission (lignes continues) avec les prédictions par la TMM (lignes pointillées).....	41
Figure 4.9 : Défauts de découpe des échantillons pouvant occasionner des erreurs de mesure ....	42
Figure 4.10 : Graphe de la perte par transmission (gauche) et du coefficient d'absorption (droite) obtenus avec OCTAVE pour une barrière de 1 mm d'acier + 10 mm de mousse de mélamine .....	45
Figure 4.11 : Interface du module <i>OCTAVE comparaison</i> , montrant la vue de face plane (a), et une vue en perspective (b) .....	47
Figure 4.12 : Comparaison des TL (a) et $\alpha$ (b) pour les trois barrières du Tableau 4.2.....	48
Figure 4.13 : Deuxième graphe du module de comparaison.....	49
Figure 4.14 : Illustration du principe de la surface de réponse, pour la variation de l'épaisseur d'une couche, en fonction de la fréquence .....	51
Figure 4.15 : Surface de réponse à 315 Hz, en faisant varier l'épaisseur de la couche de mousse et l'épaisseur de la couche de PVC.....	52

Figure 4.16 : <i>Heatmap</i> à 315 Hz représentant, pour le cas exemple, l'évolution de la perte par transmission en fonction des épaisseurs des couches de mousse et de PVC .....	53
Figure 4.17 : <i>Heatmap</i> de l'évolution du STC en fonction des épaisseurs de la couche de mousse et de la couche de PVC, pour la barrière de l'exemple .....	54
Figure 4.18 : Comparaison des <i>heatmaps</i> pour le STC et le SAA d'une même barrière multicouche .....	55
Figure 4.19 : Interface du module <i>OCTAVE surfaces de réponse</i> .....	56
Figure 4.20 : Interface du module <i>OCTAVE base de données</i> .....	58
Figure 5.1: Categories of multilayer structures considered in the present work : light grey layers are porous layers, dark grey layers are barriers, thin black layers are facings.....	68
Figure 5.2: Examples of multilayer structures used on aluminium base plate for the case study..	69
Figure 5.3: Illustration of the Pareto set for two performance parameters .....	71
Figure 5.4: Example of acoustic trade-off chart for three parameters $P_0 = \rho S$ , $P_1 = \text{STC}$ and $P_2 = \text{SAA}$ .....	73
Figure 5.5: Three-dimensional scatter plot displaying solutions according to their SAA, STC and surface density .....	74
Figure 5.6: Flat projections of the scatter plot: (a) SAA versus surface density, (b) STC versus surface density, (c) SAA versus STC.....	75
Figure 5.7: Display of the Pareto set .....	76
Figure 5.8: Acoustic trade-off chart displaying the Pareto solutions for Situation 1. The choice of a solution can be made by a trade-off between mass density of the package, STC and SAA .....	78
Figure 5.9: Acoustic trade-off chart displaying the Pareto solutions for Situation 2. The choice of a solution can be made by a trade-off between mass density of the package, TL and $\alpha$ .....	80
Figure 6.1 : Carte de compromis de la Figure 5.8 de l'article, pour une plaque support en aluminium de 3 mm d'épaisseur (16 solutions affichées) .....	85

Figure 6.2 : Carte de compromis de la Figure 5.8 de l'article, pour une plaque support en aluminium de 1,5 mm d'épaisseur (18 solutions affichées) ..... 86

Figure 6.3 : Comparaison de la carte de compromis de la Figure 5.8 de l'article, pour différentes plages de valeurs de constantes d'échange ..... 88

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$c$	vitesse du son (m. s <sup>-1</sup> )
$C_p$	capacité thermique massique du fluide à pression constante (J. kg <sup>-1</sup> K <sup>-1</sup> )
$D$	module de rigidité en flexion (N. m)
dB	décibel
$E$	module de Young (Pa)
$f$	fréquence (Hz)
$f_c$	fréquence de coïncidence (Hz)
$f_r$	fréquence de résonance (Hz)
$f_{\alpha_{\max}}$	fréquence du maximum d'absorption (Hz)
$h$	épaisseur (m)
$k$	nombre d'onde (m <sup>-1</sup> )
$\tilde{K}$	module d'élasticité dynamique équivalent (Pa)
$k_b$	nombre d'onde de flexion dans la barrière (m <sup>-1</sup> )
$k_0$	nombre d'onde dans le fluide (m <sup>-1</sup> )
$k_z$	nombre d'onde normal (m <sup>-1</sup> )
$\tilde{k}_z$	nombre d'onde normal équivalent (m <sup>-1</sup> )
$L_x$	largeur de la plaque (m)
$L_y$	hauteur de la plaque (m)
LAVA	Laboratoire d'Analyse Vibratoire et Acoustique
$m$	masse surfacique (kg. m <sup>-2</sup> )
NRC	<i>Noise Reduction Coefficient</i>
$p$	pression (Pa)
$p_0$	pression du fluide à l'équilibre (Pa)

$P_i$	critères de compromis
PVC	polychlorure de vinyle
PVC-NBR-CR	polychlorure de vinyle – nitrile – néoprène
$Q$	débit volumique du fluide ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )
$R$	coefficent de réflexion
$S$	section de l'échantillon ( $\text{m}^2$ )
$S_{\text{int}}$	surface de l'interface entre la phase solide et la phase fluide du poreux ( $\text{m}^2$ )
SAA	<i>Sound Absorption Average</i>
SEA	<i>Statistical Energy Analysis</i>
STC	<i>Sound Transmission Class</i>
TL	<i>transmission loss</i> (perte par transmission)
TMM	<i>transfer matrix method</i> (méthode des matrices de transfert)
$[T]$	matrice de transfert
$u$	vitesse particulaire ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )
$V_{\text{pores}}$	volume occupé par les pores ( $\text{m}^3$ )
$V_{\text{total}}$	volume total du matériau poreux ( $\text{m}^3$ )
$\vec{V}(M)$	vecteur d'état au point M
$W_a$	puissance acoustique dissipée (W)
$W_i$	puissance acoustique incidente (W)
$W_r$	puissance acoustique réfléchie (W)
$W_t$	puissance acoustique transmise (W)
$Z$	fonction d'utilité
$Z_c$	impédance spécifique caractéristique ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ )
$\tilde{Z}_c$	impédance spécifique caractéristique équivalente ( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$ )

$Z_p$	impédance mécanique de la plaque ( $\text{kg. m}^{-2}\text{s}^{-1}$ )
$Z_s$	impédance de surface ( $\text{kg. m}^{-2}\text{s}^{-1}$ )
$\alpha$	coeffcient d'absorption
$\alpha_d$	coeffcient d'absorption en champ diffus
$E_i$	constantes d'échange
$\alpha_\infty$	tortuosité
$\gamma$	indice adiabatique du fluide
$\Delta p$	variation de pression à travers l'échantillon (Pa)
$\eta$	coeffcient d'amortissement
$\mu$	viscosité dynamique du fluide ( $\text{kg. m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ )
$\theta$	angle d'incidence (rad)
$\kappa$	conductivité thermique du fluide ( $\text{W. m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )
$\Lambda$	longueur caractéristique visqueuse (m)
$\Lambda'$	longueur caractéristique thermique (m)
$\nu$	coeffcient de Poisson
$\rho_0$	masse volumique de l'air ( $\text{kg. m}^{-3}$ )
$\tilde{\rho}$	masse volumique complexe ( $\text{kg. m}^{-3}$ )
$\sigma$	résistivité ( $\text{N. s. m}^{-4}$ )
$\tau$	coeffcient de transmission
$\tau_d$	coeffcient de transmission en champ diffus
$\Phi$	porosité
$\omega$	pulsation ( $\text{rad. s}^{-1}$ )

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A – Bandes d’octave et de tiers d’octave.....	100
Annexe B – Matrices de transfert par types de couches .....	101

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Le bruit peut avoir des conséquences physiques et psychologiques sur la santé et le bien-être, et constitue donc un « problème majeur de santé publique » [1]. Dans l'industrie, un effort est fait pour le réduire. L'utilisation de solutions acoustiques permet notamment à une entreprise de protéger ses travailleurs contre la surdité et le stress, de diminuer les risques d'accident et d'améliorer son image sociale [2]. Lors de la conception d'un système mécanique, le bruit peut être pris en compte, notamment pour améliorer le confort de l'utilisateur et la qualité perçue du produit. Dans certains secteurs comme l'automobile, des normes de plus en plus strictes poussent les constructeurs à réduire les émissions sonores de leurs véhicules [3]. Dans ce sens, de nouveaux matériaux sont utilisés, en complément ou en remplacement des matériaux traditionnels.

Lorsqu'un seul matériau ne peut répondre aux différentes exigences de conception, des assemblages multicouches peuvent être utilisés. L'assemblage de deux couches ou plus permet d'atteindre des propriétés plus intéressantes que celles des constituants seuls. Les matériaux multicouches sont utilisés dans des domaines très variés. Dans l'industrie aéronautique, les structures sandwich, comportant deux peaux rigides et un cœur léger, combinent légèreté et performances mécaniques élevées. Dans l'industrie textile, les matériaux multicouches sont utilisés, par exemple, pour fabriquer des vêtements qui protègent à la fois du froid et de l'humidité.

Dans l'industrie des matériaux acoustiques, on utilise des barrières multicouches pour résoudre des problèmes de bruit. Une barrière acoustique réalise deux principales fonctions [4, 5] :

- bloquer la transmission des ondes sonores (phénomène de perte par transmission) ;
- dissiper les ondes sonores (phénomène d'absorption).

Les barrières acoustiques multicouches offrent de nombreuses possibilités en termes de performances. Cependant, les propriétés des assemblages ne peuvent être déduites simplement par une somme des propriétés des différentes couches. Ainsi, à un problème acoustique donné ne correspond pas toujours une solution multicouche évidente. La conception d'une nouvelle barrière acoustique multicouche implique de nombreux choix : choix des matériaux, choix du nombre de couches, choix de l'épaisseur de chaque couche, choix de l'agencement des couches.

Le présent travail de recherche a été réalisé en partenariat avec la société Elasto Proxy Inc. Elasto Proxy est un spécialiste des solutions d'isolation et d'étanchéité, et notamment des

matériaux d'isolation acoustique. Les barrières acoustiques d'Elasto Proxy font intervenir des matériaux poreux mais aussi des revêtements et des couches lestées de polymères (Figure 1.1). Ces barrières sont destinées à être collées sur des parois existantes (comme par exemple la paroi pare-feu d'un compartiment-moteur).

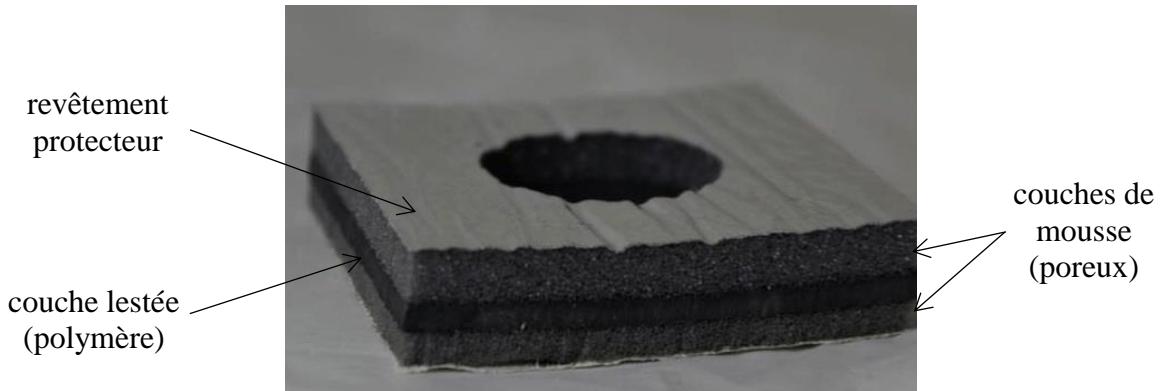


Figure 1.1 : Morceau de barrière acoustique multicouche fabriquée par Elasto Proxy, découpé pour l'isolation d'un compartiment-moteur (source : [6])

Dans le but d'améliorer ses barrières acoustiques multicouches, Elasto Proxy a entrepris un partenariat avec le Laboratoire d'Analyse Vibratoire et Acoustique (LAVA). Dans le cadre de ce partenariat, l'objectif du présent travail de recherche est de concevoir des outils d'aide à la conception des barrières acoustiques multicouches, et de les utiliser pour dégager des tendances et des règles de conception. Ces outils doivent permettre à Elasto Proxy de proposer des solutions sur mesure adaptées à tout problème acoustique, mais aussi de développer une compréhension avancée des phénomènes en jeu afin de concevoir des barrières acoustiques innovantes. Dans un premier temps, une campagne de mesures expérimentales permettra d'acquérir des connaissances sur les matériaux d'Elasto Proxy et d'identifier leurs propriétés. Puis des outils analytiques seront développés pour comparer et améliorer des barrières acoustiques multicouches existantes. Enfin, d'autres outils seront développés pour dégager des tendances globales sur la conception des barrières acoustiques multicouches.

Ce mémoire se compose de sept chapitres. Le chapitre 2 est une revue de la littérature, qui traite des notions, outils et méthodes mis en œuvre dans le projet. Le chapitre 3 décrit la problématique et les objectifs du projet de maîtrise. Le chapitre 4 présente la démarche générale du projet et les moyens déployés pour répondre à la problématique. Le chapitre 5 est un article soumis à une revue

scientifique, qui présente l'utilisation d'un diagramme de compromis pour la conception des barrières acoustiques multicouches. Le chapitre 6 présente des discussions sur les outils développés et leur usage. Le chapitre 7 comporte une conclusion générale sur le projet de recherche et des perspectives académiques et industrielles.

## CHAPITRE 2 REVUE DE LITTÉRATURE

Cette revue critique de la littérature présente les différentes notions liées au sujet de recherche. Tout d'abord, le thème général du bruit acoustique est introduit. Puis les barrières acoustiques sont présentées comme une solution à ce bruit, et leurs principales propriétés sont explicitées. Par la suite, l'utilisation de barrières simples est développée dans deux sections distinctes, pour répondre à des problèmes de transmission et d'absorption acoustique. Les barrières acoustiques multicouches sont alors présentées comme une solution innovante et performante, et les différentes méthodes de modélisation sont présentées. Enfin, les méthodes de conception des barrières acoustiques multicouches sont discutées.

### 2.1 Bruit et solutions acoustiques

La Figure 2.1 illustre le concept de la transmission du bruit. Le bruit est produit par une source, se propage dans un milieu pour arriver jusqu'à un récepteur : l'oreille humaine. Pour diminuer le bruit reçu, on agit sur l'une ou plusieurs de ces trois composantes : la source, le milieu ou le récepteur. La solution la plus efficace est le plus souvent d'agir sur le bruit à la source : utilisation de technologies moins bruyantes, installation d'amortisseurs pour limiter les bruits d'impacts, ajout de silencieux à la source de bruit... Lorsque ce n'est pas possible, on peut agir sur le milieu de propagation : installation d'écrans acoustiques, encoffrement, application de revêtements acoustiques... Enfin, lorsque les autres solutions sont impossibles à mettre en place ou insuffisantes, on peut agir sur le récepteur avec le port de protections individuelles (bouchons d'oreilles et casques antibruit) [7].



Figure 2.1 : Transmission du bruit depuis la source jusqu'au récepteur

## 2.2 Les barrières acoustiques et leurs propriétés

### 2.2.1 Transmission et absorption

Les barrières acoustiques sont une solution directe pour lutter contre la propagation des ondes sonores dans un milieu. Elles peuvent être utilisées pour régler un problème existant (exemple : encoffrement d'une machine) ou bien être intégrées lors de la phase de conception d'un système qui générera ou transmettra du bruit (exemple : paroi coupe-feu d'une automobile).

L'atténuation des ondes sonores dans une barrière acoustique met en jeu deux principaux phénomènes : l'absorption et la transmission.

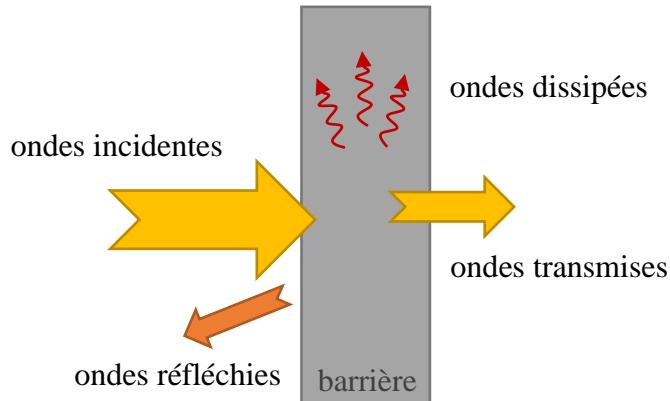


Figure 2.2 : Comportement des ondes acoustiques au contact d'une barrière

Au passage d'une barrière acoustique, une partie des ondes est réfléchie vers la source. Une partie est dissipée sous forme de chaleur dans la barrière. Le reste est transmis vers le milieu du récepteur. Ce comportement est schématisé par la Figure 2.2.

On définit le coefficient de transmission  $\tau$ , qui décrit la perte de puissance des ondes au passage de la barrière [4], comme suit :

$$\tau = \frac{W_t}{W_i} \quad (2.1)$$

avec  $W_t$  la puissance des ondes transmises (en watt) et  $W_i$  la puissance des ondes incidentes. À partir de ce coefficient, on peut exprimer la perte par transmission  $TL$  (Transmission Loss), qui s'exprime en décibels (dB) :

$$TL = 10 \log_{10} \left( \frac{1}{\tau} \right) \quad (2.2)$$

La perte par transmission est directement liée à l'efficacité de la barrière à « bloquer le son ». C'est un des principaux critères lors de la conception d'une barrière.

On définit le coefficient d'absorption  $\alpha$ , qui quantifie l'absorption du son du point de vue de la source [5], comme suit :

$$\alpha = \frac{W_i - W_r}{W_i} = \frac{W_t + W_d}{W_i} \quad (2.3)$$

avec  $W_r$  la puissance des ondes réfléchies et  $W_d$  la puissance dissipée. Le coefficient d'absorption est donc une valeur comprise entre 0 (mur d'impédance infinie et donc parfaitement réfléchissant) et 1 (absorption totale).

En pratique, les mesures standard d'absorption se font avec un mur rigide d'impédance infinie placé derrière la barrière [8]. C'est le cas pour les mesures en tube de Kundt, dont la procédure est expliquée dans la norme ASTM E1050-12 [9]. La composante de puissance transmise est alors négligeable, et l'équation (2.3) devient :

$$\alpha = \frac{W_d}{W_i} \quad (2.4)$$

En utilisant une barrière acoustique, on agit donc sur la propagation du son dans le milieu en le bloquant entre la source et le récepteur (ce qui implique une bonne perte par transmission) ou en réduisant la réflexion du son entre la source et le récepteur (ce qui implique une bonne absorption). La plupart des problèmes de bruit font intervenir à la fois la perte par transmission et l'absorption. Dans les problèmes d'encoffrement par exemple, une bonne perte par transmission ne suffit pas à isoler la source de bruit du milieu extérieur [10]. Sans une absorption suffisante à l'intérieur de l'encoffrement, la source de bruit s'amplifie et le problème de bruit s'aggrave.

## 2.2.2 STC et SAA

L'absorption et la transmission présentent une dépendance fréquentielle : l'aptitude d'une barrière à bloquer ou à absorber un bruit varie avec la fréquence des ondes sonores. Elles sont souvent représentées par bande d'octave ou de tiers d'octave. Ces bandes sont normalisées et présentées en annexe A. Pour des besoins de simplification, il est courant de résumer les performances d'une barrière en transmission ou en absorption, sur tout le spectre sonore, par des valeurs de notation unique.

En transmission, on utilise le *Sound Transmission Class* (STC, ou indice de transmission du son), dont le calcul est décrit dans la norme ASTM E413-16 [11]. Une courbe de référence est ajustée à la courbe de la perte par transmission de la barrière, et la valeur de la courbe de référence à 500 Hz après ajustement fournit le STC. Pour réaliser ce calcul, il est nécessaire de connaître la perte par transmission par bandes de tiers d'octave sur la plage de fréquence de 125 à 4000 Hz. La méthode d'ajustement fait intervenir les écarts entre la courbe de référence et la perte par transmission de la barrière. Un exemple est donné à la Figure 2.3.

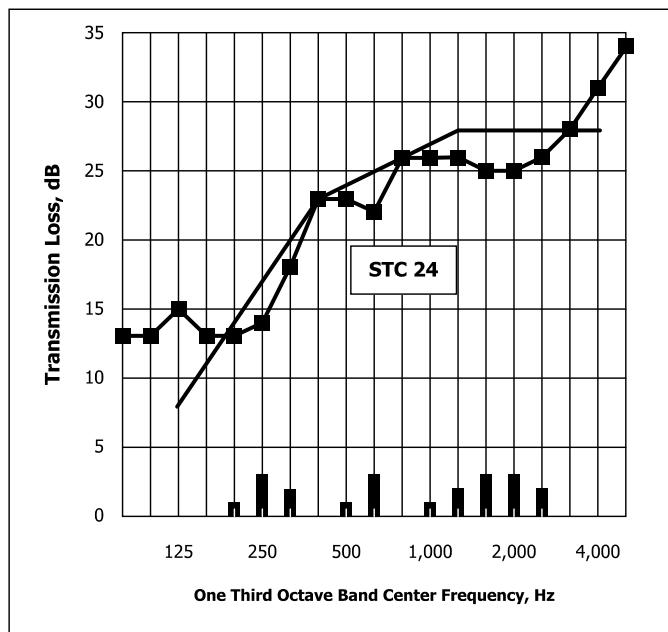


Figure 2.3 : Courbe de référence du STC (ligne simple) ajustée aux points de mesure d'une barrière (marqueurs carrés) (source : [11])

Cet indicateur est couramment utilisé par les fabricants de barrières acoustiques car il permet facilement d'avoir une idée de la performance de la barrière en transmission. Cependant, par

définition, il ne permet pas de connaître la variation de la perte par transmission de la barrière avec la fréquence.

En absorption, on utilise le *Sound Absorption Average* (SAA, ou absorption acoustique moyenne). Il est défini comme le coefficient d'absorption moyen pour les bandes de tiers d'octave de 200 à 2500 Hz incluses, arrondi au centième près [8] :

$$SAA = \frac{\sum_{i=0}^{11} \alpha_i}{12} \quad (2.5)$$

avec  $\alpha_i \in [\alpha_{200\text{Hz}}, \alpha_{250\text{Hz}}, \alpha_{315\text{Hz}}, \dots, \alpha_{2500\text{Hz}}]$ .

Le SAA remplace le *Noise Reduction Coefficient* (NRC, ou coefficient de réduction du bruit) précédemment utilisé, qui était défini comme la moyenne des coefficients d'absorption pour les bandes d'octave de 250, 500, 1000 et 2000 Hz, arrondie au plus proche multiple de 0,05 :

$$NRC = \frac{\alpha_{250\text{Hz}} + \alpha_{500\text{Hz}} + \alpha_{1000\text{Hz}} + \alpha_{2000\text{Hz}}}{4} \quad (2.6)$$

### 2.2.3 Modélisation du champ incident

Les coefficients acoustiques  $\tau$  et  $\alpha$  dépendent des conditions d'incidence en amont de la barrière. Le cas le plus simple correspond à une onde plane d'incidence unique  $\theta$ . Ce cas se retrouve dans certaines applications standard comme le tube d'impédance [9], qui met en jeu une onde plane d'incidence normale ( $\theta = 0^\circ$ ).

En pratique, dans beaucoup de situations, le son se manifeste sous la forme d'un champ acoustique diffus. On obtient les coefficients de transmission et d'absorption par intégration spatiale sur les angles d'incidence [12] :

$$\tau_d(f) = \frac{\int_0^{\pi/2} \tau(f, \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta} \quad (2.7)$$

$$\alpha_d(f) = \frac{\int_0^{\pi/2} \alpha(f, \theta) \sin \theta \cos \theta d\theta}{\int_0^{\pi/2} \sin \theta \cos \theta d\theta} \quad (2.8)$$

## 2.3 Bloquer le son avec une barrière simple

### 2.3.1 Généralités

Lorsque bloquer le son est le seul objectif, une barrière simple peut être utilisée pour répondre à un problème acoustique. Le comportement en transmission des barrières simples a été beaucoup étudié, et des tendances ont été dégagées.

### 2.3.2 Loi de masse

En incidence normale, pour une plaque élastique mince séparant deux milieux aériens, et pour une fréquence  $f$  beaucoup plus grande que la fréquence propre de la plaque (voir section 2.3.3), la perte par transmission peut être approximée par [13] :

$$TL(f) = 20 \log_{10}(mf) - 42 \text{ dB} \quad (2.9)$$

avec  $m$  la masse surfacique de la plaque.

Dans ce cas, la perte par transmission dépend directement de la masse de la plaque : elle augmente de 6 dB si la masse est doublée. De plus, la perte par transmission augmente de 6 dB par octave (c'est-à-dire lorsque  $f$  est doublée). Ce phénomène, illustré à la Figure 2.4, est appelé « loi de masse ».

En incidence diffuse, présentée en section 2.2.3, la perte par transmission devient :

$$TL(f) = 20 \log_{10}(mf) - 47 \text{ dB} \quad (2.10)$$

De façon générale, pour tout type de champ incident, la masse de la barrière joue un rôle important dans sa perte par transmission.

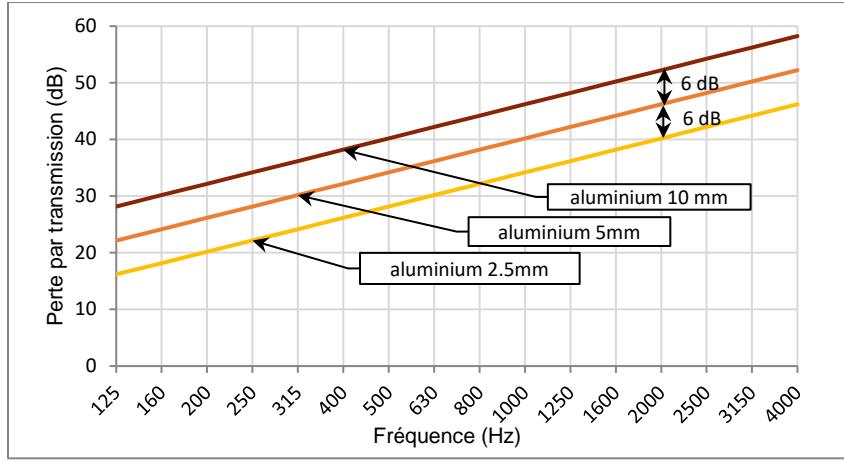


Figure 2.4 : Perte par transmission par bandes de tiers d'octave (échelle logarithmique), pour des plaques d'aluminium d'épaisseurs différentes, en incidence normale

### 2.3.3 Coïncidence et résonance

Dans le cas d'une plaque mince, le coefficient de transmission  $\tau$ , défini à l'équation (2.1), peut s'exprimer par [13] :

$$\tau = \frac{\left(\frac{2\rho_0 c}{\omega m}\right)^2}{\left[\left(\frac{2\rho_0 c}{\omega m}\right) + \left(\frac{k}{k_b}\right)^4 \eta \sin^4 \theta \cos \theta\right]^2 + \left[1 - \left(\frac{k}{k_b}\right)^4 \sin^4 \theta\right]^2 \cos^2 \theta} \quad (2.11)$$

avec  $k$  le nombre d'onde dans le milieu incident,  $k_b$  le nombre d'onde de flexion dans la barrière,  $m$  la masse surfacique de la barrière, et  $\eta$  le coefficient d'amortissement.

Le nombre d'onde correspond au nombre de longueurs d'onde sur une distance de  $2\pi$  unités de longueur. Lorsque le nombre d'onde dans le milieu incident est égal au nombre d'onde dans la barrière, pour une fréquence appelée fréquence de coïncidence, une chute de la perte par transmission apparaît :

$$f_c = c^2 \left(\frac{m}{D}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi \sin^2 \theta} \quad (2.12)$$

avec  $D$  le module de rigidité en flexion de la barrière (défini à l'Annexe B).

Cette fréquence dépend de l'angle d'incidence  $\theta$ . Pour un champ diffus, on parle de zone de coïncidence. Cette zone apparaît en hautes fréquences (voir la Figure 2.5).

D'autre part, la barrière vibre sous l'effet des ondes sonores : cet effet est particulièrement visible dans les basses fréquences, pour les premières fréquences propres de la barrière. Pour une plaque rectangulaire de dimensions  $L_x \times L_y$ , simplement supportée sur tous ses côtés, les fréquences propres s'expriment comme suit :

$$f_{mn} = \frac{\pi}{2} \left( \frac{D}{m} \right)^{1/2} \left[ \left( \frac{m}{L_x} \right)^2 + \left( \frac{n}{L_y} \right)^2 \right] \quad (2.13)$$

La Figure 2.5 représente l'évolution de la perte par transmission en champ diffus entre 50 et 7000 Hz pour deux différentes plaques carrées de dimensions  $1 \times 1 \text{ m}^2$  : une plaque d'aluminium et une barrière en polychlorure de vinyle (PVC), toutes deux de 3 mm d'épaisseur. On considère que les plaques sont bafflées, c'est à dire entourées d'une surface rigide et infinie, et qu'il n'y a donc aucune transmission sonore autour des plaques. Les courbes ont été obtenues par un calcul modal des plaques [14]. En basses fréquences, les résonances sont bien visibles pour la plaque d'aluminium, mais pas pour la barrière de PVC : en effet, cette barrière est plus souple, et ses premières fréquences propres sont donc très basses. La première fréquence de résonance est clairement celle qui a le plus d'impact sur la perte par transmission. En hautes fréquences, on observe une zone de coïncidence pour la plaque d'aluminium. Pour la barrière de PVC, la raideur très faible de la barrière déplace la zone de coïncidence vers des fréquences très hautes, hors du domaine fréquentiel audible.

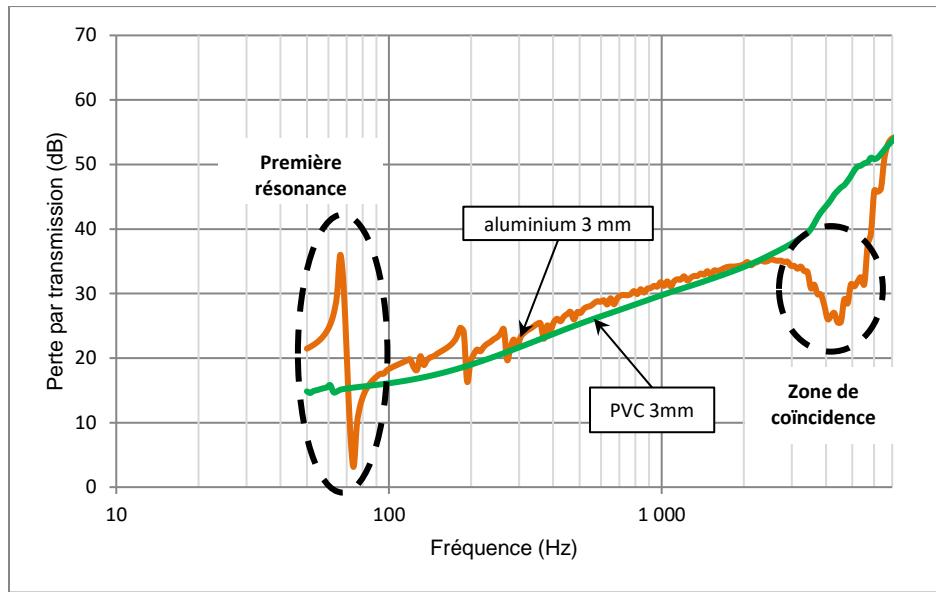


Figure 2.5 : Perte par transmission pour une plaque d'aluminium et pour une barrière de PVC de dimensions  $1 \times 1 \text{ m}^2$ , avec mise en évidence de la première résonance et de la zone de coïncidence

## 2.4 Absorber le son avec un matériau poreux

### 2.4.1 Généralités

Lorsque le seul objectif est de réduire la réflexion du son contre la barrière, un matériau poreux peut être utilisé pour obtenir une bonne absorption.

Les matériaux poreux sont constitués d'un squelette solide qui présente des pores, dans lesquels peut se loger un fluide. On peut classer les matériaux poreux en deux grandes catégories : les matériaux à pores ouverts et ceux à pores fermés. Dans les matériaux à pores ouverts, les pores sont interconnectés et forment un réseau qui laisse passer les fluides, avec plus ou moins de résistance visqueuse [15]. Dans les matériaux à pores fermés, les pores ne sont pas connectés. Cette différence est illustrée par la Figure 2.6.



Matériau à pores ouverts



Matériau à pores fermés

Figure 2.6 : Le pain et le fromage : deux matériaux poreux de la vie quotidienne

Lorsqu'une onde sonore traverse un matériau poreux à pores ouverts, une partie de la puissance acoustique est transformée en chaleur par frottements visqueux [16]. Les matériaux poreux à pores ouverts présentent donc des propriétés intéressantes en absorption. Leur masse volumique est également très faible. Ils sont de fait très utilisés dans les applications acoustiques : insonorisation de cabines, revêtements des plafonds d'automobiles, salles anéchoïques... Les mousses et les matériaux fibreux sont deux types courants de matériaux à pores ouverts. En général, les matériaux poreux présentent une meilleure absorption dans les hautes fréquences. La Figure 2.7 représente l'absorption en fonction de la fréquence, pour une couche de mousse de polyester de 20 mm placée devant un mur d'impédance infinie.

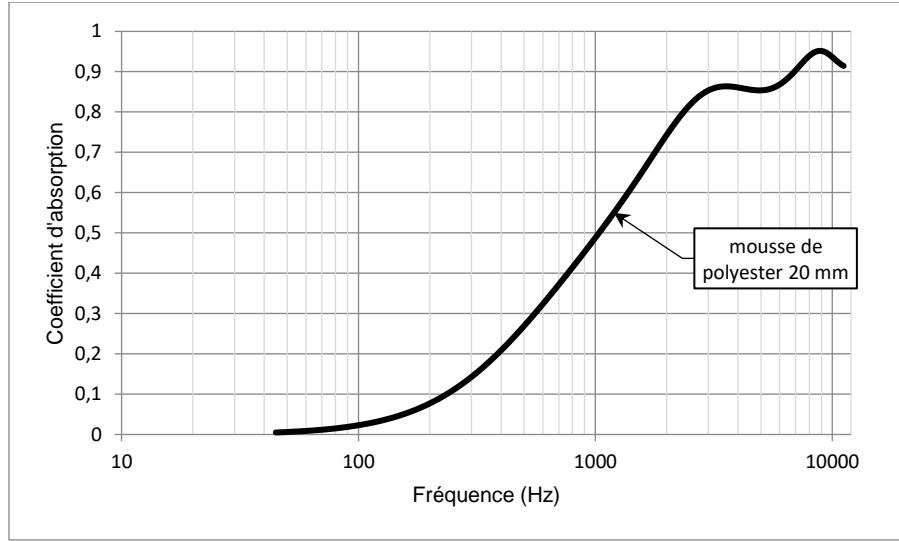


Figure 2.7 : Courbe d'absorption pour une couche de 20 mm de mousse de polyester, placée devant un mur d'impédance infinie, en champ diffus

## 2.4.2 Modélisation des matériaux poreux

Plusieurs modèles existent pour représenter le comportement des matériaux poreux, de façon plus ou moins complexe. Leur choix dépend des connaissances à disposition concernant le matériau poreux.

### 2.4.2.1 Modèle de Delany-Bazley-Miki

Le modèle de Delany-Bazley-Miki découle d'une modification par Miki [17] d'un modèle empirique développé par Delany et Bazley [18]. C'est un modèle qui ne requiert que 2 paramètres connus pour le matériau : la résistivité  $\sigma$  et la porosité  $\Phi$ . La porosité se définit comme le rapport du volume occupé par les pores (vide) sur le volume total du poreux [13].

$$\Phi = \frac{V_{\text{pores}}}{V_{\text{total}}} \quad (2.14)$$

Pour un échantillon de matériau poreux, la résistivité  $\sigma$  se définit comme la variation de pression à travers l'échantillon  $\Delta p$ , normalisé par le produit du débit volumique du fluide par unité de surface

$\frac{Q}{S}$  avec l'épaisseur de l'échantillon  $h$  [15]. Physiquement, elle correspond à la résistance du matériau au passage de l'air. Elle s'exprime par :

$$\sigma = \frac{\Delta p}{Q} \frac{S}{h} \quad (2.15)$$

Ce modèle reste fiable pour des valeurs de fréquences respectant cet intervalle [19]:

$$0,01 \leq \frac{f}{\sigma} \leq 1 \quad (2.16)$$

Du fait de sa simplicité, le modèle de Delany-Bazley-Miki est encore beaucoup utilisé, lorsque les propriétés du matériau sont peu connues.

#### 2.4.2.2 Modèle de Johnson-Champoux-Allard

Le modèle de Johnson-Champoux-Allard est un modèle semi-phénoménologique qui se base sur 5 paramètres du matériau poreux : la porosité  $\Phi$  définie à l'équation (2.14), la résistivité  $\sigma$  définie à l'équation (2.15), la tortuosité  $\alpha_\infty$ , la longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$  et la longueur caractéristique thermique  $\Lambda'$ .

La tortuosité  $\alpha_\infty$  décrit la complexité géométrique du réseau de pores [20]. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$\alpha_\infty = \frac{\int_{V_{\text{pores}}} |u|^2 dV_{\text{pores}}}{\left| \int_{V_{\text{pores}}} u dV_{\text{pores}} \right|^2} \quad (2.17)$$

La longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$ , qui permet de décrire les effets visqueux du passage du fluide dans les pores, a été introduite par Johnson et Dashen [21]. Elle s'exprime ainsi :

$$\Lambda = 2 \frac{\int_{V_{\text{pores}}} |u|^2 dV_{\text{pores}}}{\int_{S_{\text{int}}} |u|^2 dS_{\text{int}}} \quad (2.18)$$

La longueur caractéristique thermique  $\Lambda'$  a été définie par Champoux et Allard [22]. Elle décrit l'échange thermique entre le squelette poreux et le fluide :

$$\Lambda' = 2 \frac{\int_{S_{\text{int}}} dS_{\text{int}}}{\int_{V_{\text{pores}}} dV_{\text{pores}}} \quad (2.19)$$

avec  $S_{\text{int}}$  la surface de l'interface entre la phase solide et la phase fluide du matériau poreux.

Le modèle de Johnson-Champoux-Allard est plus précis que le modèle de Delany-Bazley-Miki, puisqu'il prend en compte les effets visco-inertIELS dissipatifs à l'intérieur du poreux. Néanmoins, l'utilisation de 5 paramètres impose une bonne connaissance du matériau poreux.

#### 2.4.2.3 Modèle poroélastique

Il existe un modèle poroélastique, développé par Biot [23], qui prend en compte l'élasticité du squelette du matériau poreux. Ce modèle nécessite, en plus des 5 paramètres du modèle Johnson-Champoux-Allard, des paramètres mécaniques du matériau : masse volumique, module de Young, coefficient de Poisson et coefficient d'amortissement.

#### 2.4.3 Caractérisation des poreux

Les 5 paramètres du modèle Johnson-Champoux-Allard peuvent être connus grâce à l'utilisation d'un tube de Kundt [9] (ou tube d'impédance), présenté à la Figure 2.8, couplé à un logiciel de caractérisation inverse qui permet d'acquérir les paramètres [24-26].

Le matériau poreux à caractériser doit être découpé au diamètre intérieur du tube. Une découpe précise est nécessaire [25, 26]. Un diamètre trop petit laissera un jeu et donc des fuites; un diamètre trop grand entraînera une déformation et des contraintes internes dans l'échantillon.



Figure 2.8 : Tube de Kundt du LAVA

## 2.5 Barrières multicouches

### 2.5.1 Généralités

Les matériaux multicouches sont utilisés dans de nombreuses applications, car ils permettent d'atteindre des performances qui ne sont pas égalées par de simples matériaux monolithiques. En aéronautique, on utilise par exemple des structures composites sandwich, qui combinent légèreté et rigidité [27], et certains travaux actuels s'intéressent également aux propriétés acoustiques de ces structures [28].

Les revêtements acoustiques multicouches, eux, combinent des matériaux qui permettent d'associer des propriétés de perte par transmission et d'absorption. La Figure 2.9 montre une barrière acoustique multicouche [29]. La couche lestée (en noir), associée à une fine couche de découplage (en gris, en bas de l'image), permet d'avoir une bonne perte par transmission, tandis que l'épaisse couche poreuse (en gris, en haut de l'image) assure l'efficacité en absorption.

Ces revêtements peuvent être souples afin d'éloigner les fréquences de résonance et de coïncidence décrites en section 2.3.3 – à l'opposé, les sandwichs rigides mentionnés en début de section peuvent avoir une perte par transmission réduite à cause du rapprochement de ces deux fréquences.



Figure 2.9 : Barrière acoustique multicouche (source : [29])

### 2.5.2 Modélisation

La caractérisation expérimentale des barrières acoustiques est un processus coûteux en temps et en moyens, puisqu'elle nécessite la fabrication d'échantillons et l'accès à des équipements et des infrastructures comme un tube d'impédance ou des salles réverbérantes. À titre d'exemple, la norme ATSM E90-09 préconise l'utilisation de deux salles réverbérantes de grandes dimensions (un volume minimum de 80 m<sup>3</sup> pour chaque chambre) pour la mesure de la perte par transmission [30]. Ainsi, des modèles numériques ont été développés pour prédire les performances des barrières en s'affranchissant des contraintes expérimentales.

La méthode des matrices de transfert (ou TMM pour *transfer matrix method*) est une méthode proposée par Allard et Atalla [31]. Par sa simplicité et son adaptabilité, elle est particulièrement adaptée à l'exploration de nouveaux assemblages multicouches. C'est la méthode la plus utilisée en acoustique pour les plaques planes. Ainsi, elle a été choisie comme méthode de prédiction pour la majorité des calculs de ce projet. Elle est présentée plus en détails à la section 2.5.3.

L'analyse statistique énergétique ou SEA (*Statistical Energy Analysis*) a été introduite par Lyon [32]. Elle consiste en une application des théories statistiques à l'étude des transferts d'énergie acoustique et vibratoire dans un système. Le système est décomposé en composants, chacun doté d'un comportement modal propre, couplés entre eux par des paramètres. L'analyse statistique énergétique est un outil puissant qui est adapté à des systèmes complexes, notamment ceux qui combinent plusieurs cavités et plusieurs structures [33].

Il existe également des méthodes d'analyse modale, qui prennent en compte l'aspect vibratoire de l'acoustique [34]. Ils sont particulièrement adaptées aux problèmes acoustiques où les vibrations structurales sont la principale source de bruit : par exemple le rayonnement d'une plaque. Ces méthodes prennent en compte les fréquences propres et les déformées des éléments du système, le type d'excitation et les dimensions finies du système.

Également, des méthodes d'éléments finis sont utilisées pour modéliser les géométries particulièrement complexes qui ne peuvent être simulées par les autres méthodes [35, 36].

### 2.5.3 La méthode des matrices de transfert

#### 2.5.3.1 Obtention des matrices de transfert

La méthode des matrices de transfert permet de prédire la perte par transmission et l'absorption d'une barrière. On considère une couche d'épaisseur  $h$ , de hauteur et de largeur infinies, traversée par une onde sonore d'angle d'incidence  $\theta$  (Figure 2.10). La méthode permet de relier les états de l'onde en entrée (point M) et en sortie (point M') de la couche, de la façon suivante :

$$\vec{V}(M) = [T]\vec{V}(M') \quad (2.20)$$

avec :

$\vec{V}(M)$  le vecteur d'état, dont les composantes sont les variables qui décrivent le champ acoustique au point M,  $[T]$  la matrice de transfert.

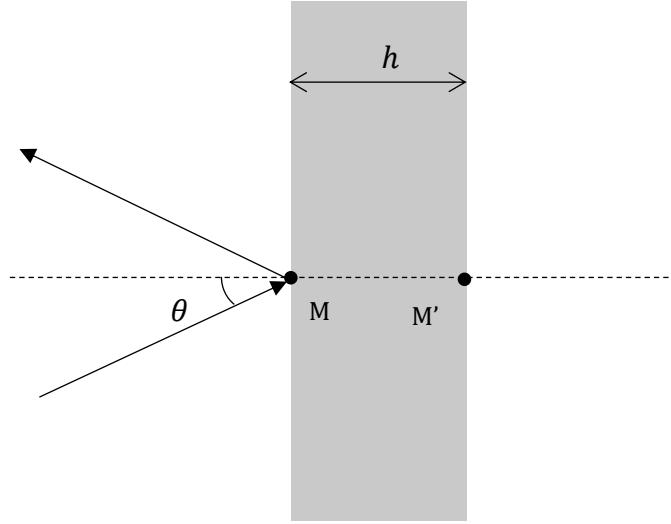


Figure 2.10 : Onde plane en incidence d'angle  $\theta$  sur une couche d'épaisseur  $h$

Pour certaines couches simples, soit les couches fluides, les couches poreuses et les plaques minces, le vecteur d'état  $\vec{V}(M)$  contient deux composantes : la pression  $p$  et la vitesse particulière  $u$  [37]. Il en résulte une matrice de transfert carrée  $2 \times 2$  :

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

La méthode des matrices de transfert consiste à modéliser chaque couche d'un assemblage multicouche par une matrice. Une matrice globale peut être obtenue par assemblage des matrices de transfert de chaque couche, en considérant une continuité de la pression et de la vitesse particulière à la frontière entre deux couches successives. Dans le cas où toutes les couches peuvent être décrites par des matrices  $2 \times 2$ , la matrice de transfert globale est issue directement du produit des matrices de transfert de chaque couche :

$$[T] = [T_1] \times [T_2] \times \dots \times [T_n] \quad (2.22)$$

avec  $n$  le nombre de couches de la barrière (schématisée par la Figure 2.11).

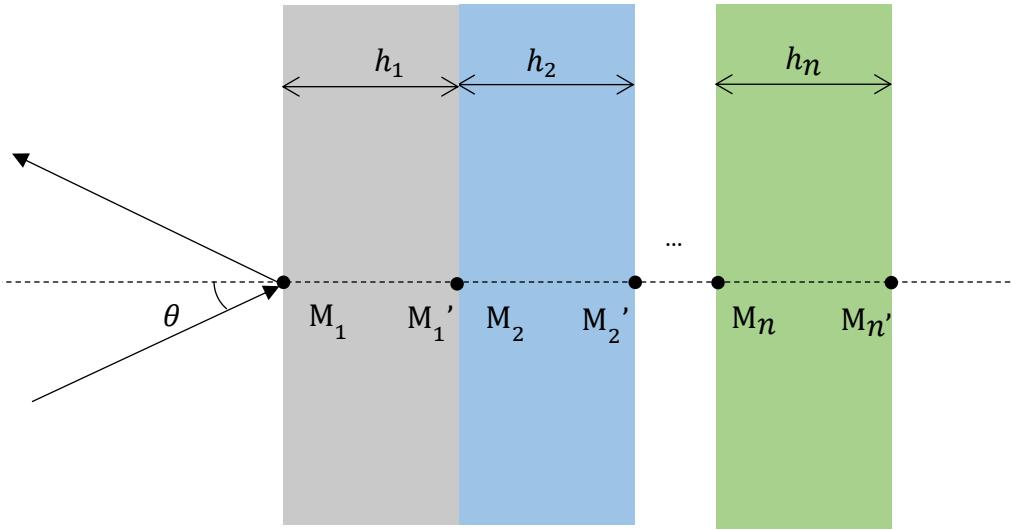


Figure 2.11 : Onde plane en incidence d'angle  $\theta$  sur une barrière multicouche à  $n$  couches

Certaines couches plus complexes, comme les plaques épaisses ou les couches poroélastiques, requièrent des vecteurs d'état contenant plus de composantes, et conduisent donc à des matrices de dimensions supérieures. Dans ces cas-là, la méthode des matrices de transfert procède par un assemblage plus complexe, et utilise notamment des matrices d'interfaces qui traduisent la transition entre les vecteurs d'état décrivant les couches successives de la barrière. Les matrices de transfert correspondant à chaque type de couche sont présentées en Annexe B.

Également, il existe une méthode de fenêtrage spatial (Villot [38] et Bonfiglio [39]) qui permet d'appliquer la méthode des matrices de transfert à des barrières de hauteur et de largeur finies. Dans ce mémoire, ce fenêtrage spatial n'est pas pris en compte.

### 2.5.3.2 Obtention des coefficients acoustiques

Le coefficient de transmission  $\tau$ , qui est d'après (2.1) le rapport de la puissance acoustique en sortie sur la puissance d'entrée, peut s'exprimer, dans le cas de matrices de dimensions  $2 \times 2$ , de la façon suivante [4] :

$$\tau = \frac{\mathbf{Re}\{1/Z_{c,2}\}}{\mathbf{Re}\{1/Z_{c,1}\}} 4 \left| T_{11} + \frac{T_{12}}{Z_{c,2}} \cos \theta + \frac{Z_{c,1} T_{21}}{\cos \theta} + \frac{Z_{c,1} T_{22}}{Z_{c,2}} \right|^{-2} \quad (2.23)$$

avec  $Z_{c,1}$  et  $Z_{c,2}$  les impédances caractéristiques en entrée et sortie de la barrière. L'impédance caractéristique se définit comme le rapport de la pression sur la vitesse particulière :

$$Z_c = \frac{p}{u} \quad (2.24)$$

Lorsque les milieux ambients en amont et en aval de la barrière sont les mêmes, on a alors :

$$Z_{c,1} = Z_{c,2} \quad (2.25)$$

On peut donc simplifier l'expression de  $\tau$  :

$$\tau = 4 \left| T_{11} + \frac{T_{12}}{Z_c} \cos \theta + \frac{Z_c T_{21}}{\cos \theta} + T_{22} \right|^{-2} \quad (2.26)$$

À partir du coefficient de transmission, on peut alors remonter à la perte par transmission et donc, par extension, au STC.

Le coefficient d'absorption  $\alpha$  et, par extension, le SAA, peut être obtenu à partir du coefficient de réflexion  $R$  :

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (2.27)$$

avec :

$$R = \frac{Z_s \cos \theta - Z_{c,1}}{Z_s \cos \theta + Z_{c,1}} \quad (2.28)$$

où  $Z_s$  est l'impédance de surface, qui peut être exprimée de la manière suivante [40] :

$$Z_s = \frac{T_{12} \cos \theta + T_{11} Z_{c,2}}{T_{22} \cos \theta + T_{21} Z_{c,2}} \quad (2.29)$$

La méthode des matrices de transfert permet donc, par le calcul de ces deux coefficients de transmission et d'absorption, de prédire les performances en absorption et en perte par transmission d'une barrière multicouche. Des comparaisons entre les performances prédictes et des mesures expérimentales peuvent être trouvées dans [31] notamment. Cette méthode de prédiction, qui est la plus utilisée en acoustique pour les assemblages de couches planes, est utilisée dans toute la suite de ce mémoire.

Les performances prédictes par la méthode de prédition peuvent servir de base pour concevoir de meilleures solutions. On fait alors l'hypothèse que la méthode de prédition utilisée en entrée du processus de conception est valide.

## 2.6 Conception et choix des barrières multicouches

### 2.6.1 Généralités

Chaque problème acoustique est unique (niveau sonore global, pics fréquentiels, présence de vibrations...) et présente des contraintes spécifiques : encombrement, poids, normes de sécurité, etc. La perception d'une barrière acoustique comme « performante » ou « efficace » dépend de la capacité de la barrière à répondre à ces besoins. Ainsi, une barrière considérée comme efficace dans une situation A ne sera pas forcément adaptée dans une situation B. Il n'existe pas de barrière acoustique idéale, adaptée à tous les problèmes acoustiques. La Figure 2.12 montre deux applications de barrières acoustiques : dans le cas de l'isolation acoustique de l'habitacle d'un avion, le poids et l'encombrement de la barrière sont des critères très importants. Dans le cas d'un mur destiné à réduire les bruits de trafic routier, leur importance est moindre par rapport au coût de construction.



Paroi de l'habitacle d'un avion,  
qui peut être le support de  
barrières acoustiques



Mur anti-bruit au bord d'une autoroute

Figure 2.12 : Exemples d'usages de barrières acoustiques (sources : [41] et [42])

## 2.6.2 Méthodes classiques de sélections des barrières acoustiques

Dans la pratique industrielle, le concepteur se fie souvent à son intuition, développée grâce à son expérience, pour concevoir une barrière. Mais lorsqu'il est confronté à de nouveaux matériaux ou problèmes acoustiques, des outils plus systématiques sont nécessaires.

Une façon simple de choisir une barrière consiste à comparer un nombre limité de barrières en faisant varier un paramètre et choisir celle qui présente la valeur la plus intéressante. Par exemple, Zulkifli *et al.* [43] ont comparé les coefficients d'absorption d'une barrière en faisant varier le matériau. Mu *et al.* [44] ont comparé la perte par transmission de structures à double-panneaux avec ou sans connecteurs amortis. La comparaison se fait généralement par la superposition sur un même graphique des courbes du paramètre de performance concerné, en fonction de la fréquence.

Un outil plus systématique est l'optimisation. Leite *et al.* [45] ont utilisé un algorithme génétique pour choisir la meilleure structure sandwich selon plusieurs critères : perte par transmission, rigidité, masse. Tanneau *et al.* [46] ont également utilisé un algorithme génétique pour optimiser la perte par transmission d'une barrière multicouche, sur une plage de fréquence choisie. Inoue *et al.* [47] utilisent une méthode basée sur un jeu de préférences, pour optimiser l'absorption, la perte par transmission, la masse et le coût d'une configuration multicouche.

La plupart des méthodes se basent sur une séquence donnée de matériaux et fait varier un seul paramètre. En revanche, Lee *et al.* [48] utilisent une méthode d'optimisation topologique sur une séquence de couches poreuses et de lames d'air, et donc sur des types de structures variés. L'algorithme utilisé permet d'aboutir à une meilleure perte par transmission, pour une fréquence donnée ou pour une plage de fréquences plus ou moins large.

Dans les études mentionnées, on se limite à améliorer un seul critère acoustique : la perte par transmission ou l'absorption, mais jamais les deux en même temps. Également, pour la plupart de ces études, une seule combinaison de couches est optimisée. De manière générale, l'algorithme aboutit sur une seule solution qui est la meilleure, mais n'offre pas forcément de guide pour aider l'intuition du concepteur.

## 2.6.3 Méthodes conventionnelles de choix de solutions dans d'autres domaines

### 2.6.3.1 Représentations graphiques de solutions et leurs propriétés

Un abaque permettant de visualiser plusieurs solutions et leurs propriétés peut aider le concepteur à faire un choix. En conception mécanique, il est courant de représenter les matériaux sur un graphique à deux dimensions, en fonction de plusieurs de leurs propriétés. La Figure 2.13, issue de [49], montre le regroupement de matériaux en plusieurs classes, selon leur module de Young et leur masse volumique. Ce type de diagramme permet de façon claire de constater certaines tendances de performances et de faire des généralisations : ainsi on peut par exemple constater que les solutions appartenant à la classe « métaux » présentent des modules de Young et des masses volumiques tous deux élevés.

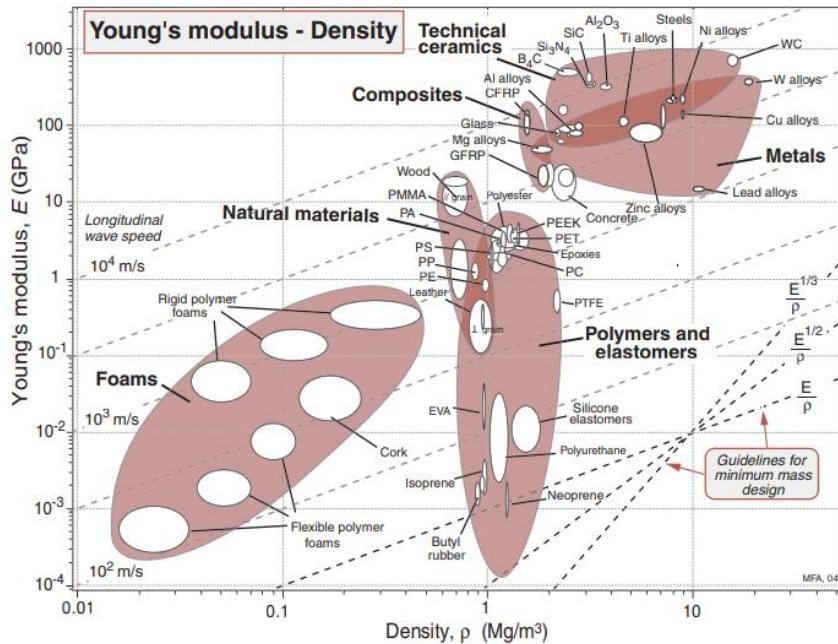


Figure 2.13 : Le module de Young en fonction de la masse volumique, pour différentes classes de matériaux (source : [49])

### 2.6.3.2 Représentations graphiques des compromis

Lors de la conception d'un système, il est courant de devoir faire des compromis entre des objectifs qui sont en conflit. En acoustique, la loi de masse en est un exemple : on obtient une meilleure

isolation en rajoutant de la masse, mais cette masse peut être limitante pour certaines applications (transports, aéronautique). Il faut faire un choix entre la masse qu'on est prêt à ajouter, et l'isolation acoustique qu'on souhaite atteindre.

Sirisalee et al. [50] présentent une méthode de sélection de matériaux multicritères pour la conception. Cette méthode présélectionne le front de Pareto. Pour un jeu de paramètres donné et pour un nombre de solutions données, on classe les solutions dans deux catégories : solutions dominées et solutions non-dominées. La condition de dominance d'une solution A sur une solution B est la suivante :

- toutes les performances de A sont « meilleures » ou égales à celles de B
- au moins une performance de A est « meilleure » que celle de B

L'ensemble des solutions non-dominées constitue le front de Pareto. La Figure 2.14 illustre le front de Pareto obtenu pour un compromis à deux critères. Ce compromis peut être réalisé pour un nombre de critères  $n$ , et le test de condition de dominance peut être automatisé pour classer un grand nombre de solutions.

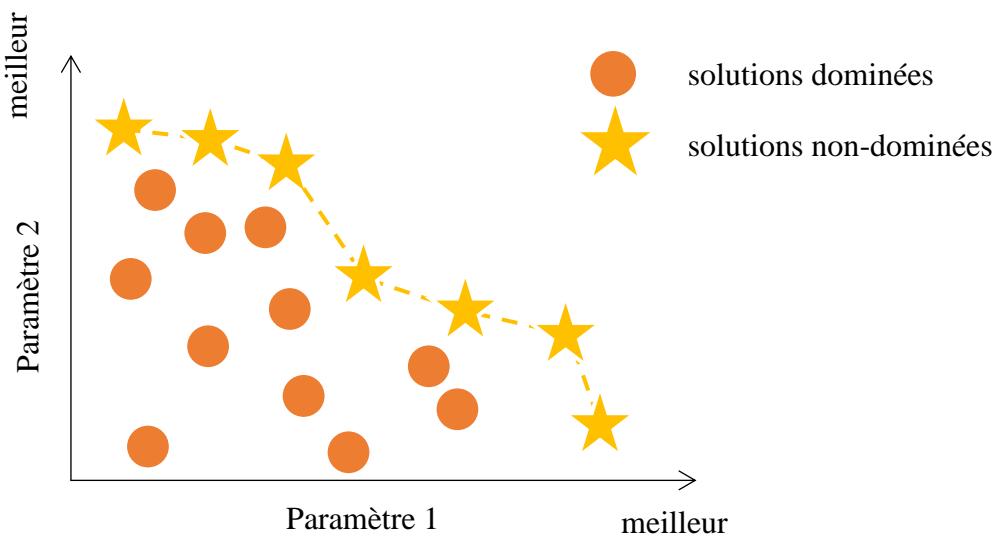


Figure 2.14 : illustration du front de Pareto pour 2 critères de compromis

Une fois le front de Pareto déterminé, le choix d'une solution plutôt qu'une autre se fait par le biais d'une fonction d'utilité  $Z$  (Sirisalee *et al.* [50]). La fonction d'utilité reflète la préférabilité de chaque solution et permet de faire un classement pondéré des solutions. Elle se définit comme :

$$Z = \sum_{i=1}^n E_i P_i \quad (2.30)$$

avec  $n$  le nombre de critères,  $P_i$  les critères et  $E_i$  les constantes d'échange associées aux critères  $P_i$ . Les constantes d'échange sont définies par le concepteur et servent à faire le compromis en donnant un poids à chaque critère. Le choix de ces constantes dépend du cahier des charges et est grandement basé sur l'expérience [51].

Sirisalee *et al.* [52] suggèrent l'utilisation d'une base de données de matériaux, servant à constituer des combinaisons de matériaux qui sont ensuite classées par cette fonction d'utilité. Il est également possible, lorsque  $n = 3$ , de représenter le compromis entre critères par un graphe de constantes d'échange, en redéfinissant la fonction d'utilité de la sorte :

$$Z = P_0 + E_1 P_1 + E_2 P_2 \quad (2.31)$$

$E_1$  fait alors le compromis entre  $P_0$  et  $P_1$  et  $E_2$  fait celui entre  $P_0$  et  $P_2$ . Le graphe de constantes d'échange donne une « carte » des meilleures solutions lorsqu'on fait varier  $E_1$  et  $E_2$ , avec deux échelles logarithmiques. Un exemple issu de [51] est donné à la Figure 2.15.

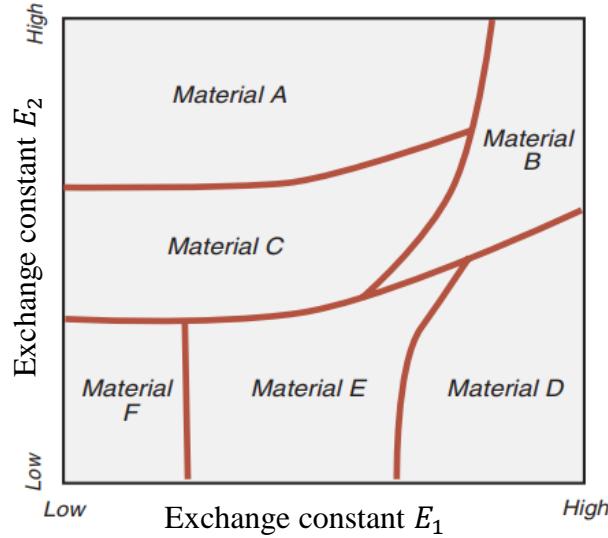


Figure 2.15 : Exemple de diagramme de constantes d'échange (source : [51])

Leite *et al.* [45] utilisent la méthode associée à un algorithme génétique pour obtenir une structure sandwich à la fois rigide, légère, et assurant une bonne perte par transmission. La principale limite de cette étude est qu'elle ne concerne qu'un type de structure donné : les structures sandwich composées d'une couche de mousse entre deux plaques rigides. Aucune étude de la sorte n'a été menée sur plusieurs types de structures multicouches à la fois, dans le domaine de l'acoustique.

## CHAPITRE 3 PROBLÉMATIQUE ET OBJECTIFS

### 3.1 La conception des barrières acoustiques multicouches : un problème complexe

La conception de barrières acoustiques multicouches implique plusieurs choix : nombre de couches, matériau de chaque couche, épaisseurs et ordre des couches. Ces choix sont illustrés par la Figure 3.1. Mais comment faire ces choix pour répondre à un problème acoustique donné, qui possède des exigences propres en termes d'absorption et/ou de transmission ? Nous avons vu que la prédition des performances d'une barrière multicouche est possible, par la méthode des matrices de transfert, par l'analyse modale et par l'analyse statistique énergétique. Mais ces méthodes s'appliquent au cas par cas, pour une barrière donnée, et ne donnent pas d'indication sur comment améliorer ces performances.

Bien que certaines études aient été réalisées en vue de trouver de « meilleures » barrières multicouches, celles-ci s'intéressent soit à un seul type de structure multicouche, soit se limitent à un aspect acoustique : transmission ou absorption. De plus, dans l'industrie le choix des matériaux est limité à un ensemble de produits disponible (nombre limité de matériaux et d'épaisseurs), ce qui constraint fortement la conception. Il y a un manque de règles et d'outils pour la conception des barrières acoustiques multicouches.

Ce problème présente des caractéristiques qui sont présentes dans de nombreux processus de conception : plusieurs entrées, des contraintes de conception, et un compromis à faire entre différentes performances. Ce principe est illustré dans la Figure 3.2. Les outils et les méthodes développés pour la conception des barrières acoustiques multicouches sont donc applicables de façon générale à ce type de problèmes de conception.

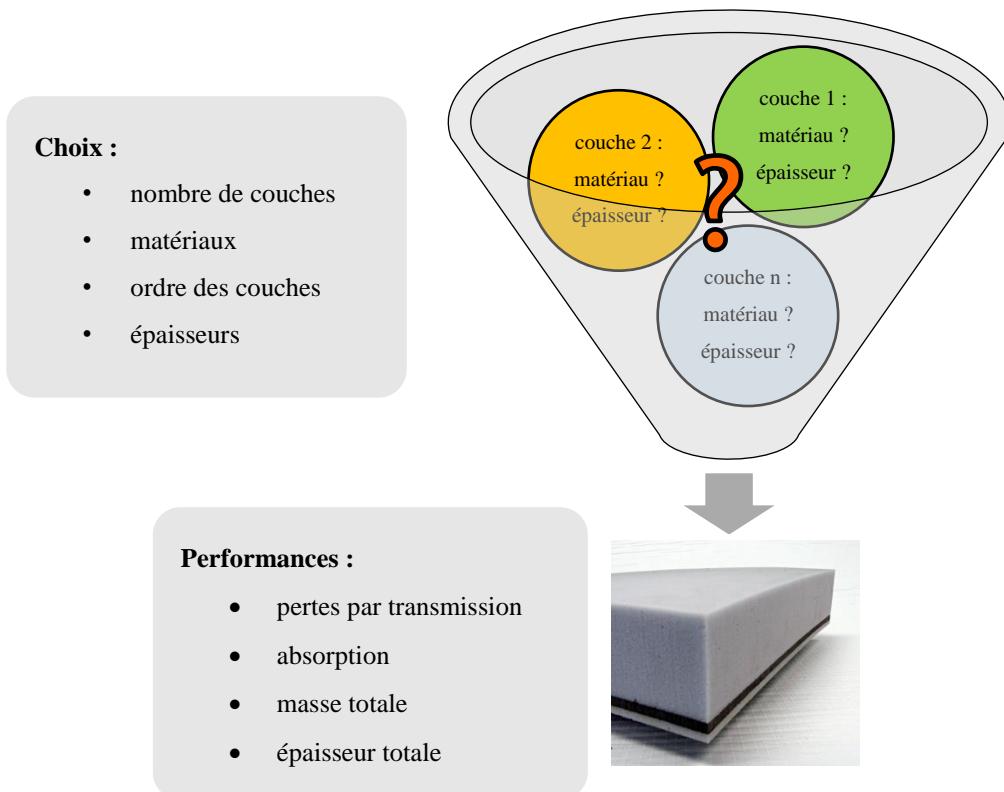


Figure 3.1 : Illustration des choix à faire lors de la conception d'une barrière acoustique multicouche

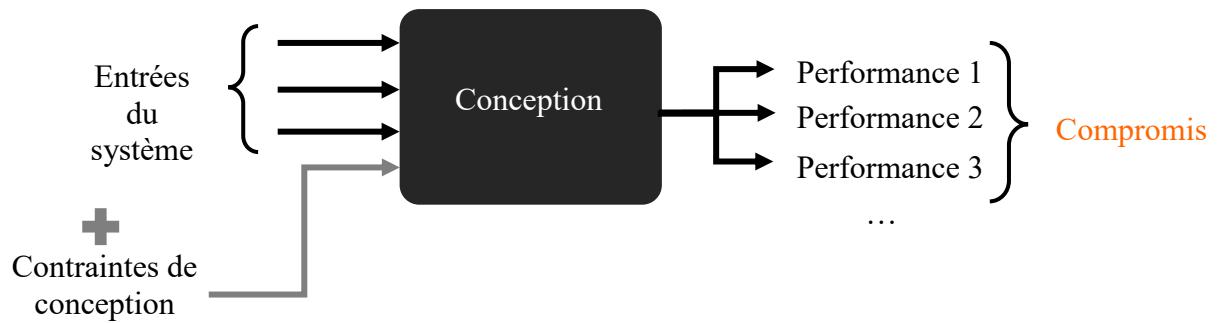


Figure 3.2 : Processus de conception faisant intervenir plusieurs entrées, des contraintes, et un compromis entre plusieurs performances

## 3.2 Objectifs de la maîtrise

L'objectif général de la maîtrise est de fournir une méthodologie de conception pour les barrières acoustiques multicouches. Cette méthodologie doit permettre de dégager des tendances et des règles de conception.

Cet objectif général se décompose en trois objectifs particuliers :

- développer un outil permettant de comparer les performances de différentes barrières ;
- développer un outil qui permet, pour une barrière multicouche donnée (dont on connaît la constitution), d'observer l'évolution des indicateurs de performance en fonction de l'épaisseur de couches choisies ;
- prendre en compte les contraintes de la conception en milieu industriel et faire le choix d'une solution performante parmi un grand nombre de structures multicouches.

Ces outils et méthodes font intervenir une méthode de prédiction en entrée, et la méthode des matrices de transfert a été choisie ici. Cette maîtrise se penche sur les outils et méthodes de conception, mais ne cherche pas à améliorer la méthode de prédiction, qu'on suppose validée.

## 3.3 Méthodologie

Le projet a vu le jour avec la collaboration de la société Elasto Proxy, dont une branche d'activité est consacrée aux barrières acoustiques multicouches. Elasto Proxy avait besoin d'outils ergonomiques pour la conception de ses barrières. Il est important de noter que la problématique, énoncée en 3.1, s'intéresse aux méthodes de conception, et non à améliorer une méthode de prédiction. Lorsqu'on utilise une méthode de conception, on fait l'hypothèse que la méthode de prédiction sur laquelle elle s'appuie, qui est ici la méthode des matrices de transfert, est validée.

Le projet s'articule en plusieurs axes pour répondre à la problématique :

- Acquisition de données matériaux. Elasto Proxy a fourni les échantillons de 21 barrières acoustiques différentes, monocouches et multicouches. Ces échantillons ont été caractérisés expérimentalement, et des paramètres matériaux, essentiels à une modélisation numérique des barrières, ont été acquis. Des données matériaux ont également été identifiées dans la littérature.

- Comparaison et analyse de tendances au cas par cas. Deux programmes ont été écrits en langage Python. Le premier permet de comparer les performances de plusieurs barrières acoustiques multicouches. Le deuxième permet, pour une barrière donnée, d'observer l'évolution des indicateurs de performances lorsqu'on fait varier les épaisseurs de certaines couches.
- Généralisation des tendances et vision globale. À partir des deux programmes précédemment réalisés, un programme a été écrit, permettant de générer une base de données de barrières acoustiques multicouches et de leurs performances. Cette base de données est exploitée pour en tirer des tendances globales et un outil de conception.

La Figure 3.3 présente l'organisation du projet selon ces trois axes. Dans ce qui suit, le Chapitre 4 détaille les travaux réalisés selon les deux premiers axes de la méthodologie et présente la mise en place de la base de données pour le troisième axe. Le Chapitre 5 est un article soumis à une revue scientifique, qui développe le troisième axe de la méthodologie : il présente un outil de conception qui s'appuie sur la base de données.

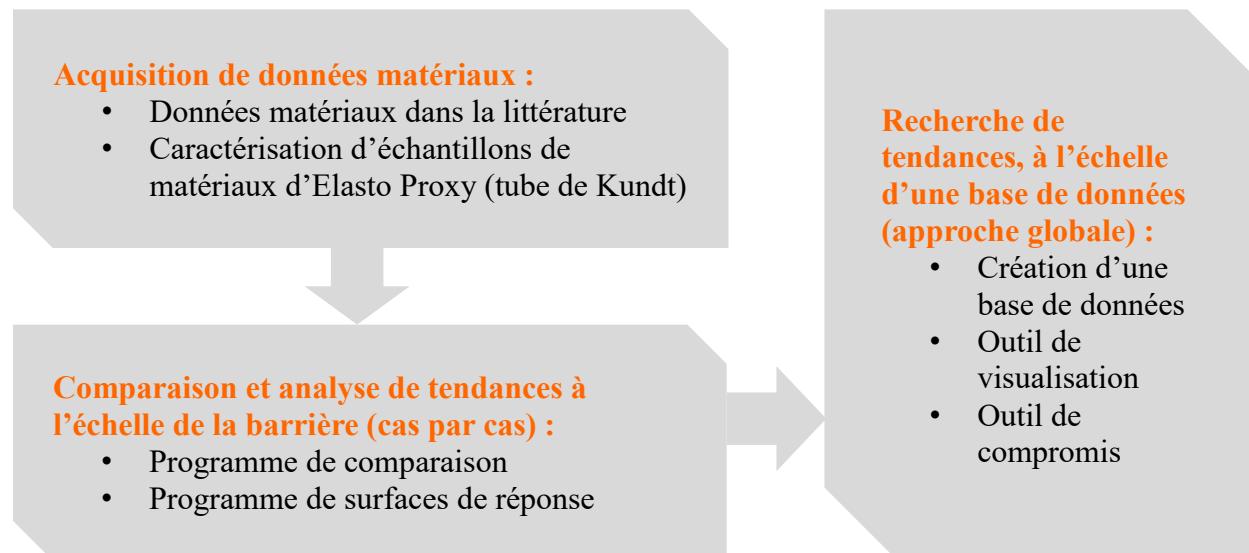


Figure 3.3 : Organisation du projet autour de trois axes

## CHAPITRE 4 DÉMARCHE DE L'ENSEMBLE DU TRAVAIL DE RECHERCHE

Ce chapitre présente la démarche de l'ensemble du projet. Dans une première section, l'acquisition expérimentale de données matériaux est développée. Puis les outils de comparaison et d'analyse de tendances au cas par cas sont présentés dans la section suivante. Enfin, la troisième section aborde la généralisation des tendances et la vision globale rendue possible par l'utilisation d'une base de données.

### 4.1 Acquisition de données matériaux

#### 4.1.1 Matériaux étudiés

La société Elasto Proxy, afin d'évaluer ses barrières acoustiques et les modéliser, a fourni 21 structures (12 monocouches et 9 multicouches) sous la forme d'échantillons pour mesures en tube de Kundt. Trois exemplaires d'échantillon ont été fournis pour chaque barrière acoustique. Quatre types de couches interviennent dans les structures fournies :

- poreux à pores ouverts
- poreux à pores fermés
- couches lestées
- revêtements protecteurs (perforés ou non), appelés dans l'industrie « *facings* »

Ces matériaux seront caractérisés expérimentalement (mesure du coefficient d'absorption et de la perte par transmission). Les performances des barrières seront comparées. Pour les matériaux poreux, la caractérisation en absorption permettra d'acquérir des paramètres de modélisation. La Figure 4.1 présente quelques-uns des échantillons caractérisés :

- (a) mousse de mélamine
- (b) revêtement aluminium + textile
- (c) mousse de polyuréthane + revêtement perforé
- (d) mousse de polyuréthane + couche lestée PVC

- (e) deux couches de mousse de polyuréthane séparées par une couche lestée de PVC, et un revêtement d'aluminium
- (f) mousse de silicone + revêtement

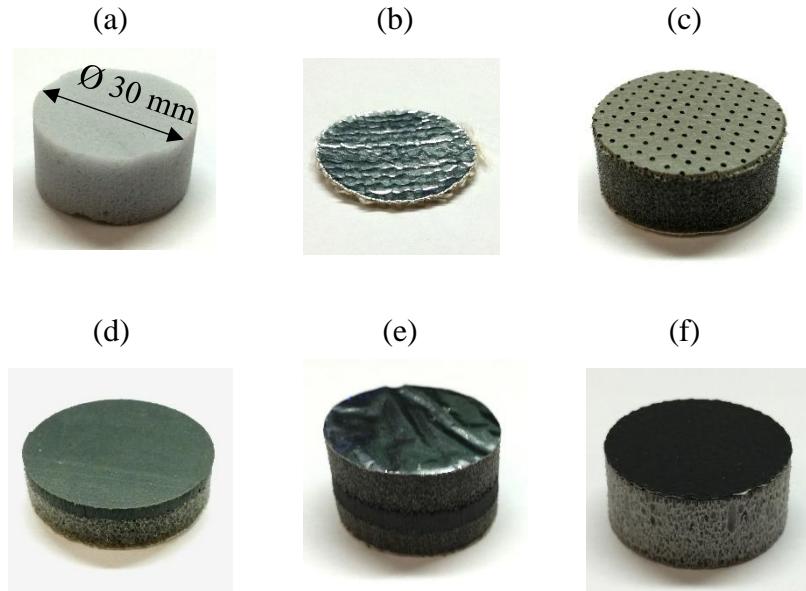


Figure 4.1: Exemples d'échantillons de barrières acoustiques qui ont été caractérisés

### 4.1.2 Dispositif expérimental

Le tube de Kundt (ou tube d'impédance) est un dispositif permettant de mesurer le coefficient d'absorption et la perte par transmission pour un échantillon donné. Le tube de Kundt du LAVA a été présenté à la Figure 2.8. Les échantillons sont exposés à un bruit blanc de large fréquence, comme ce qui est prescrit par la norme ASTM E1050-12 [9]. Ici, ce bruit couvre la plage fréquentielle de 80 à 6500 Hz. Il existe deux configurations de mesure :

- La configuration « absorption » sert à mesurer le coefficient d'absorption d'un échantillon (Figure 4.2). Dans cette configuration, l'extrémité du tube se termine par une épaisse paroi d'acier, comparable à un mur d'impédance infinie. L'échantillon est placé contre cette paroi. Un haut-parleur placé en amont du tube envoie un signal qui est en partie absorbé par l'échantillon, en partie réfléchi. Deux microphones placés devant l'échantillon mesurent ce qui a été absorbé, et permettent, à l'aide du logiciel FOAM-X, de remonter au coefficient d'absorption.

- La configuration « transmission » sert à mesurer la perte par transmission d'un échantillon (Figure 4.3). Dans cette configuration, le tube de Kundt est rallongé par une extension se terminant par une extrémité anéchoïque. Le signal en provenance du haut-parleur traverse en partie l'échantillon. Deux paires de microphones mesurent les niveaux sonores en amont et en aval de l'échantillon, ce qui permet de calculer la perte par transmission. L'extrémité anéchoïque absorbe l'onde transmise sans la réfléchir, tout en empêchant une contamination sonore par le milieu extérieur.

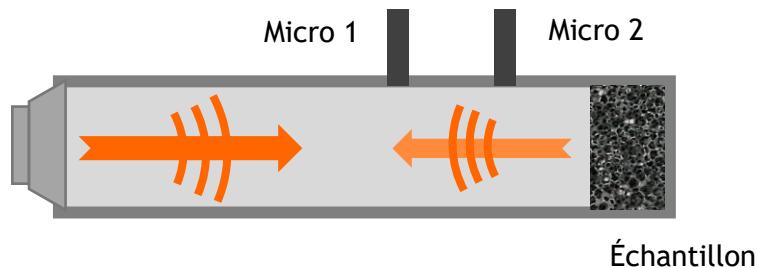


Figure 4.2: Configuration « absorption » du tube de Kundt

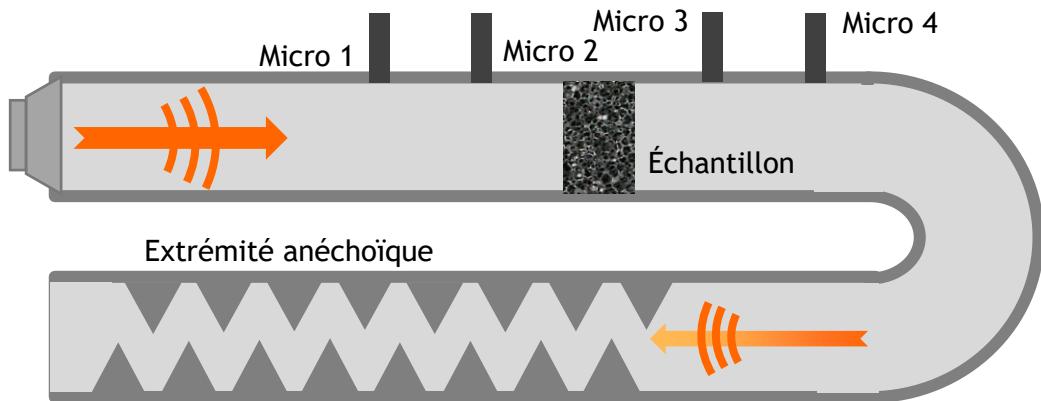


Figure 4.3: Configuration « transmission » du tube de Kundt

Pour chacun des 3 échantillons de chaque barrière, la caractérisation a été faite 3 fois en configuration « transmission » et 3 fois en configuration « absorption » (sauf pour les revêtements

et les couches lestées puisque ceux-ci n'absorbent pas les ondes), afin de réduire l'incertitude liée au matériel et à la manipulation. À chaque nouvelle mesure, l'échantillon a été retiré puis réinstallé à l'intérieur du tube. Au total, 315 mesures ont été réalisées.

#### 4.1.3 Résultats et comparaison

Les mesures ont permis de comparer l'efficacité en absorption et en transmission des barrières étudiées. Pour des raisons de confidentialité, les 21 structures étudiées ne sont pas présentées dans ce mémoire. Il a été choisi de présenter et comparer ici 4 structures représentatives des structures fournies. Ces 4 structures sont présentées dans le Tableau 4.1.

Tableau 4.1 : Structures monocouche et multicouche comparées dans cette section

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- couche de mousse de polyuréthane (pores ouverts) de 25,5 mm d'épaisseur</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- couche de mousse de mélamine (pores ouverts) de 15,5 mm d'épaisseur</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- couche de mousse PVC-Nitrile-Néoprène (PVC-NBR-CR, pores fermés), de 12,5 mm d'épaisseur</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>- couche de 2,6 mm de PVC</li> <li>- couche de 5,9 mm de mousse de polyuréthane</li> </ul>

#### Performances en absorption

La Figure 4.4 montre une comparaison des coefficients d'absorption mesurés pour les 4 structures. Pour chacune, la courbe a été obtenue après avoir fait la moyenne des résultats des trois mesures

de chaque échantillon, puis des résultats des trois échantillons. On constate des comportements très différents d'une structure à l'autre. L'échantillon de mousse de polyuréthane est le plus efficace ici. Il offre une absorption large bande. L'échantillon de mélamine, dont l'épaisseur est plus faible, présente une absorption moins complète : elle absorbe beaucoup moins en basses fréquences. À titre de comparaison, la mousse de polyuréthane atteint son maximum d'absorption vers 3300 Hz, alors que la mousse de mélamine ne l'atteint que vers 5500 Hz. Pour un matériau poreux, on peut calculer la fréquence pour laquelle est atteinte le maximum d'absorption, par la formule suivante :

$$f_{\alpha_{\max}} = \frac{c}{4h}$$

avec  $c$  la célérité du son dans le milieu (ici de l'air) et  $h$  l'épaisseur du matériau. Pour les deux échantillons poreux, cette fréquence est donc théoriquement de 3330 Hz pour l'échantillon de mousse de polyuréthane, et de 5480 Hz pour celui de mousse de mélamine, ce qui rejoint les valeurs mesurées. L'épaisseur de mousse a donc un impact majeur sur l'efficacité d'un matériau poreux en absorption.

La barrière de PVC-NBR-CR qui possède des pores fermés, absorbe beaucoup moins les ondes sonores. Son coefficient d'absorption est toujours très bas. La barrière bicouche, dont la couche lestée de PVC est tournée vers les ondes incidentes, réfléchit une grande partie des ondes sonores. Elle présente donc un coefficient d'absorption bas. La couche de mousse combinée à la couche de PVC constitue un système masse-ressort. À la fréquence de résonance, vers 1200 Hz, les ondes acoustiques sont absorbées par absorption mécanique, d'où un pic du coefficient d'absorption. Cette structure à deux couches, malgré son épaisseur faible, est intéressante en absorption pour des fréquences basses à moyennes. Elle reste meilleure que presque tous les autres matériaux jusqu'à environ 1600 Hz.

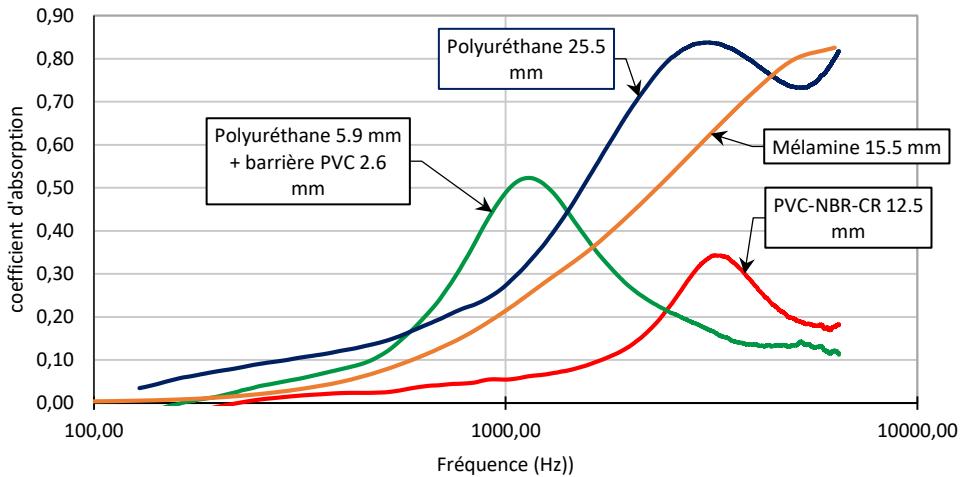


Figure 4.4 : Mesures expérimentales du coefficient d'absorption pour différentes barrières

### Performances en transmission

La Figure 4.5 montre une comparaison des pertes par transmission pour les 4 barrières. La barrière de mousse de polyuréthane et la barrière de mousse de mélamine présentent toutes deux des pertes par transmission faibles. Les poreux à pores ouverts sont des matériaux légers, qui laissent passer une partie du flux d'air. Pour des épaisseurs faibles, ils laissent passer une grande partie de la puissance acoustique, on s'attend donc à ces valeurs de perte par transmission très faibles. La barrière de PVC-NBR-CR présente de bien meilleures performances en transmission, car elle présente des pores fermés. Son comportement est proche de celui de la barrière bicouche. Celle-ci présente également une perte par transmission élevée. La couche lestée de PVC bloque efficacement les ondes sonores. La barrière bicouche présente des fluctuations de la perte par transmission, notamment en hautes fréquences, qui ne correspondent pas à ce qu'on prédit avec la loi de masse. Cette anomalie s'expliquerait par des erreurs de mesure expliquées plus bas.

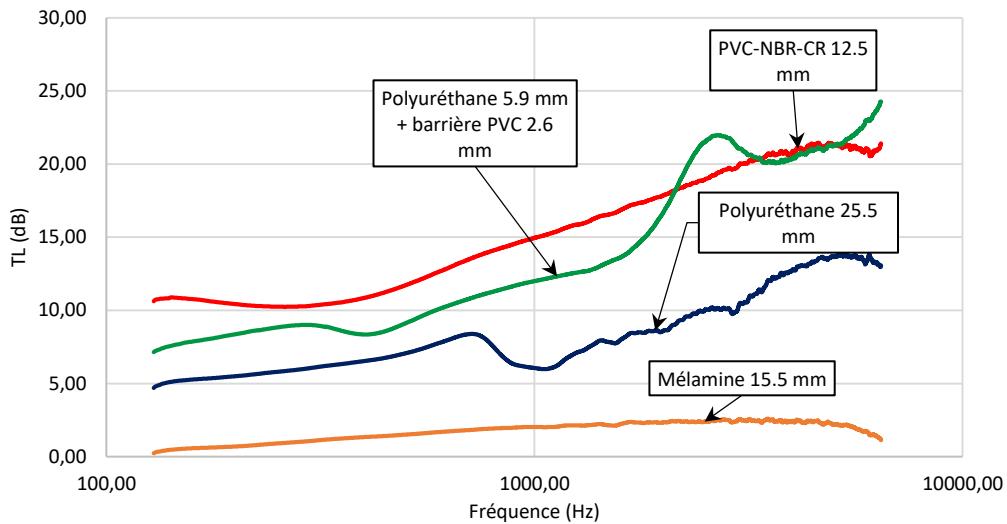


Figure 4.5 : Mesures expérimentales de la perte par transmission pour différentes barrières

### Validité des mesures et sources d'erreur

Les mesures effectuées ont permis d'établir des tendances et de classer les structures selon leur efficacité en absorption et en transmission. La mesure de l'absorption des deux échantillons poreux monocouche a bien un sens, car on a pu vérifier que la fréquence du maximum d'absorption mesurée correspond bien à celle prédictive par la théorie. À partir de ces mesures, on obtient les paramètres de modélisation pour les deux matériaux poreux (présenté à la section 4.1.4).

Afin de vérifier la validité des mesures, des comparaisons ont été faites avec des prédictions faites par la méthode des matrices de transfert (TMM, présentée à la section 2.5.3). Faute d'un modèle adapté aux poreux à pores fermés, la barrière de PVC-NBR-CR n'a pas été modélisée.

La Figure 4.6 montre pour les trois barrières restantes une comparaison des mesures des coefficients d'absorption avec les prédictions par la TMM. Les mesures sont proches des prédictions pour les deux poreux (mélamine et polyuréthane), ce qui montre que l'identification a bien été faite : les données d'entrée de la prédition proviennent en effet de la caractérisation. De plus, pour ces deux matériaux, la Figure 4.7 montre les valeurs moyennes d'absorption mesurées sur les échantillons, comparées aux valeurs maximum et minimum mesurées : les mesures pour ces deux échantillons sont plutôt répétables. En revanche, les mesures sont très éloignées des prédictions pour la barrière bicoche, pour laquelle notamment la résonance se trouve en plus basses fréquences. Cet écart s'explique principalement par des fuites acoustiques lors de la mesure,

dont les causes sont expliquées à la page 42. Malgré cet écart entre mesure et prédition, il est toujours possible de classer les trois barrières par ordre d'efficacité en absorption. Le polyuréthane est le plus efficace sur presque toute la plage de fréquence étudiée. La mélamine est également efficace pour une absorption en hautes fréquences. La barrière bicouche est efficace autour d'une fréquence donnée, où elle est en résonance.

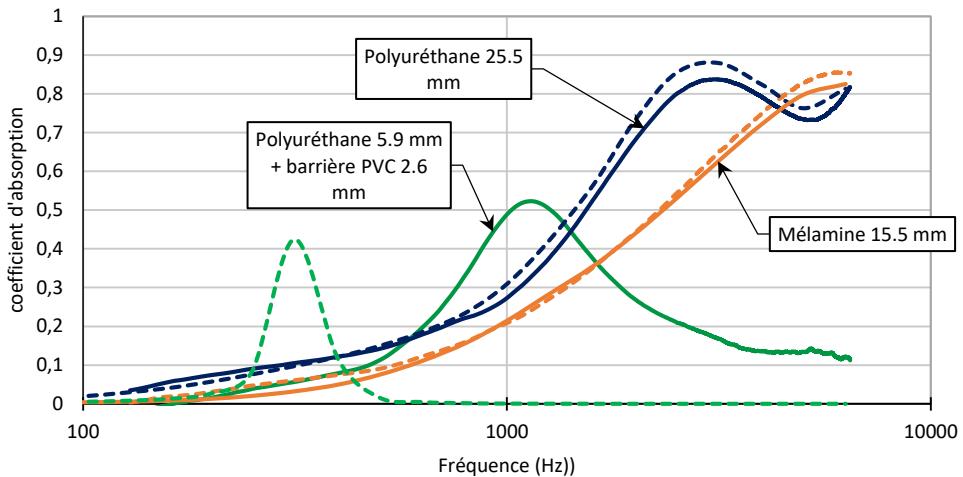


Figure 4.6 : Comparaison des mesures des coefficients d'absorption (lignes continues) avec les prédictions par la TMM (lignes pointillées)

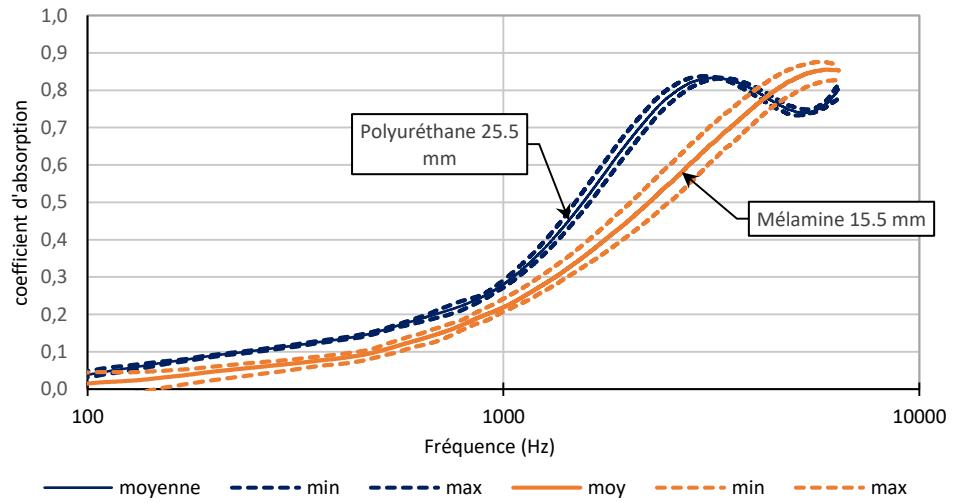


Figure 4.7 : Valeurs moyennes, maximum et minimum mesurées pour les échantillons de mélamine et de polyuréthane

La Figure 4.8 montre une comparaison des mesures de la perte par transmission avec les prédictions par la TMM, pour les deux poreux et la barrière bicoche. Pour la barrière de mélamine, les mesures sont proches de ce qui est prévu par la TMM. En revanche, pour les deux autres barrières, même les ordres de grandeur sont différents. Toutefois, on remarque que même si les valeurs ne correspondent pas, on peut toujours classer les trois barrières dans le même ordre d'efficacité en transmission. La barrière bicoche est de loin la plus performante pour bloquer les ondes. Vient ensuite le polyuréthane, puis la mélamine, qui est la moins performante dans ce domaine.

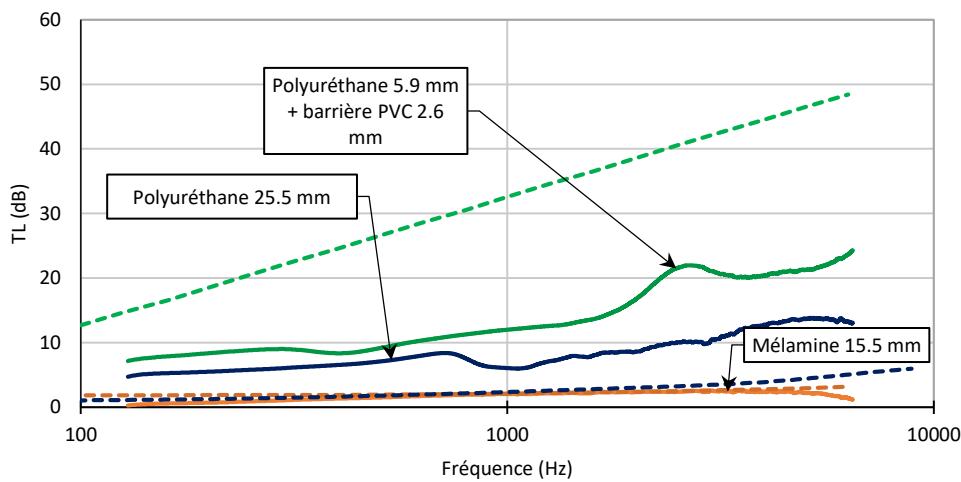


Figure 4.8 : Comparaison des mesures de la perte par transmission (lignes continues) avec les prédictions par la TMM (lignes pointillées)

Pour des assemblages multicouches aussi simples, la méthode des matrices de transfert devrait fournir des résultats relativement fiables. Ces écarts entre mesures et prévision seraient donc principalement dus à des erreurs dans le processus de mesure, ou à des paramètres de modélisation inexacts dans la méthode des matrices de transfert.

Les sources d'erreur de mesure (Figure 4.9) viennent principalement de la forme non parfaite des échantillons. Les échantillons sont des cylindres de 30 millimètres de diamètre, découpés au jet d'eau. Les échantillons multicouches sont plus difficiles à découper précisément que les monocouches. C'est un problème courant dans ce type d'expérience. Lorsqu'un échantillon présente un diamètre trop petit ou lorsqu'il présente un défaut de cylindricité, un jeu apparaît entre le tube de Kundt et l'échantillon, occasionnant des fuites. Ces fuites impactent beaucoup les mesures de la perte par transmission, qui est alors sous-évaluée. C'est un défaut qui apparaît en

particulier sur les revêtements et les couches lestées. C'est probablement ce qui explique les fluctuations de la perte par transmission pour la barrière bicouche. Inversement, si le diamètre de l'échantillon est trop grand, celui-ci est comprimé dans le tube. Les contraintes internes modifient les caractéristiques de l'échantillon, et la mesure n'est plus exactement représentative de la barrière réelle (cas moins défavorable que le diamètre trop petit).

Afin de supprimer les fuites acoustiques lorsque le diamètre de l'échantillon est trop petit, on pourrait envisager l'utilisation d'un joint cylindrique qui viendrait combler le jeu entre l'échantillon et le tube. Cependant, une étude de l'impact sur la validité de la mesure serait nécessaire.

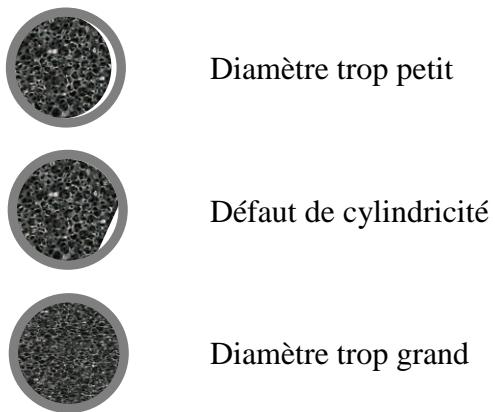


Figure 4.9 : Défauts de découpe des échantillons pouvant occasionner des erreurs de mesure

## Conclusions

Ces comparaisons, effectuées pour les 21 barrières, ont permis à Elasto Proxy de juger de l'efficacité de chacune d'entre elles. Même si on constate pour certaines structures des écarts importants entre mesures et prédition par la TMM, les comparaisons en termes d'efficacité restent valables dans ces deux cas. Les mesures ont donc également permis pour ce projet de mieux comprendre les avantages et défauts de chaque barrière, en vue de dégager des tendances de conception. Ainsi, certaines barrières sont plus efficaces en transmission ou en absorption, sur une large bande ou pour des fréquences données. Des erreurs de mesures venant de défauts de formes rendent les résultats peu fiables pour certaines barrières. Par conséquent, une étude analytique est nécessaire pour mieux connaître ces barrières et leurs meilleures conditions d'utilisation. Pour cette étude analytique, des données issues de la littérature ont été utilisées.

#### 4.1.4 Acquisition de paramètres des matériaux poreux

Les mesures d'absorption des échantillons de mousse de polyuréthane et de mélamine ont permis de remonter à leurs paramètres de modélisation selon le modèle de Johnson-Champoux-Allard, détaillé en annexe B. Afin d'assurer la précision des résultats, 18 mesures supplémentaires en absorption ont dû être faites, en laissant des cavités de différentes profondeurs derrière l'échantillon [25, 26]. Par le biais du logiciel commercial FOAM-X, les cinq paramètres suivants, décrits à la section 2.4.2, ont pu être mesurés pour les deux matériaux :

- la porosité  $\Phi$
- la résistivité  $\sigma$
- la tortuosité  $\alpha_\infty$
- la longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$
- la longueur caractéristique thermique  $\Lambda'$

Ces paramètres entrent dans le calcul prédictif des performances de multicouches à l'aide d'un programme interne décrit à la section 4.2.2. Pour des raisons de confidentialité, les données industrielles ne sont pas fournies dans ce mémoire. En complément de ces mesures, des paramètres de modélisation issus de la littérature ont également été utilisés (fournis à la section 5.5).

### 4.2 Comparaison de performances et analyse de tendances au cas par cas

#### 4.2.1 Objectifs

Une large étude numérique a été réalisée sur les barrières acoustiques multicouches. L'objectif principal de cette étude était d'analyser les barrières acoustiques au cas par cas : c'est-à-dire, à partir d'une ou plusieurs barrières données, d'être capable de comparer, de dégager des tendances et d'améliorer ces barrières. Pour cela, l'étude a été décomposée en plusieurs objectifs :

- être capable de comparer les performances de différentes barrières acoustiques ;

- étudier l'effet de certains paramètres sur les performances d'une barrière donnée ;
- être capable d'améliorer une barrière déjà existante.

Afin d'atteindre ces objectifs, plusieurs outils ont été développés en langage Python. Ils ont été ajoutés sous forme de modules au logiciel de conception OCTAVE (Outils de Conception d'Assemblages Vibroacoustiques Efficaces) développé au LAVA. Le premier module d'OCTAVE est un module de prédition, qui constitue le point de départ du développement de deux autres modules, réalisés dans le cadre ce projet de maîtrise :

- un module de comparaison ;
- un module de surfaces de réponse.

Ces modules sont présentés dans les sections suivantes. Pour tout ce qui suit, les structures multicouches sont collées sur une plaque support, comme cela se fait en pratique (par exemple l'isolant acoustique qui se pose sur un mur déjà existant, ou encore la pose d'une barrière sur la paroi coupe-feu d'une automobile). Cette plaque support est prise en compte dans les calculs.

#### 4.2.2 Point de départ : *OCTAVE prédition*

*OCTAVE prédition* est le premier module d'OCTAVE, développé au LAVA dans le cadre de la collaboration avec Elasto Proxy. Il a servi de base au développement des autres modules. *OCTAVE prédition* est un programme qui permet, pour une barrière acoustique multicouche donnée, de prédire ses performances en transmission (calcul de la perte par transmission et du STC) comme en absorption (calcul du coefficient d'absorption et du SAA), par la méthode des matrices de transfert présentée en section 2.5.3.

Après avoir choisi la barrière multicouche dont les performances doivent être prédites, les résultats sont affichés dans des graphiques en fonction de la fréquence. La Figure 4.10 montre un exemple de graphiques obtenus avec *OCTAVE prédition*. Il est possible de choisir la plage de fréquence sur laquelle s'effectue le calcul. Lorsque la plage de fréquence choisie le permet, le STC et le SAA de la barrière sont également calculés. Après chaque calcul, les résultats sont stockés dans des fichiers texte et des dictionnaires, ce qui permet de les réutiliser par la suite. *OCTAVE prédition* possède une interface graphique, mais peut également être utilisé sous forme de script. Cette particularité sera exploitée dans les sections suivantes pour automatiser les calculs.

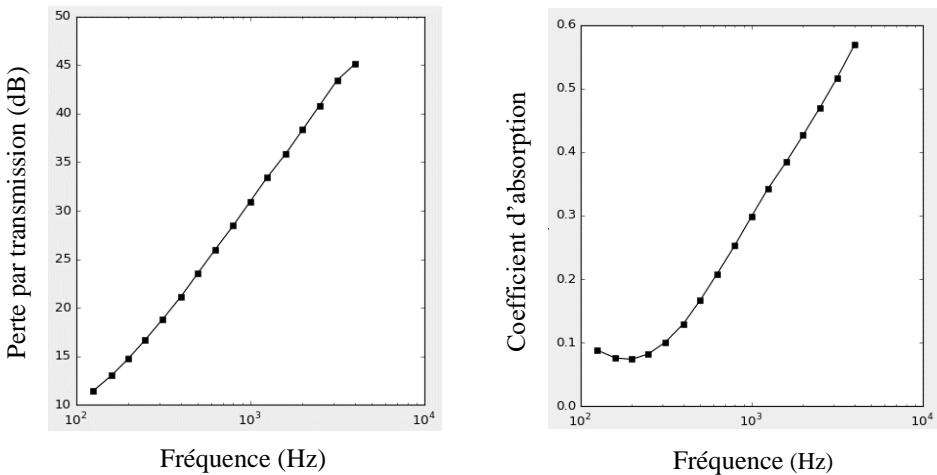


Figure 4.10 : Graphe de la perte par transmission (gauche) et du coefficient d'absorption (droite) obtenus avec OCTAVE pour une barrière de 1 mm d'acier + 10 mm de mousse de mélamine

### 4.2.3 Module *OCTAVE comparaison*

Afin de pouvoir comparer les performances de différentes barrières, un module nommé *OCTAVE comparaison* a été développé dans le cadre de cette maîtrise. Ce module permet, à partir de fichiers résultats obtenus avec *OCTAVE prédiction*, de comparer les performances atteintes par différentes barrières. C'est un outil de visualisation qui permet à l'utilisateur de faire un choix selon plusieurs critères, entre plusieurs barrières acoustiques possibles. C'est donc une première façon de répondre à la question « comment concevoir les barrières acoustiques multicouches ? ».

#### Cas d'application

Le cas d'application suivant illustre l'utilisation du module par la comparaison de trois barrières, détaillées dans le Tableau 4.2. Ces trois barrières correspondent à des assemblages multicouches très courants dans l'industrie automobile. Un code couleur a été choisi afin de rendre plus facile l'identification des barrières dans les figures suivantes.

Tableau 4.2 : Composition des trois barrières présentées en exemple

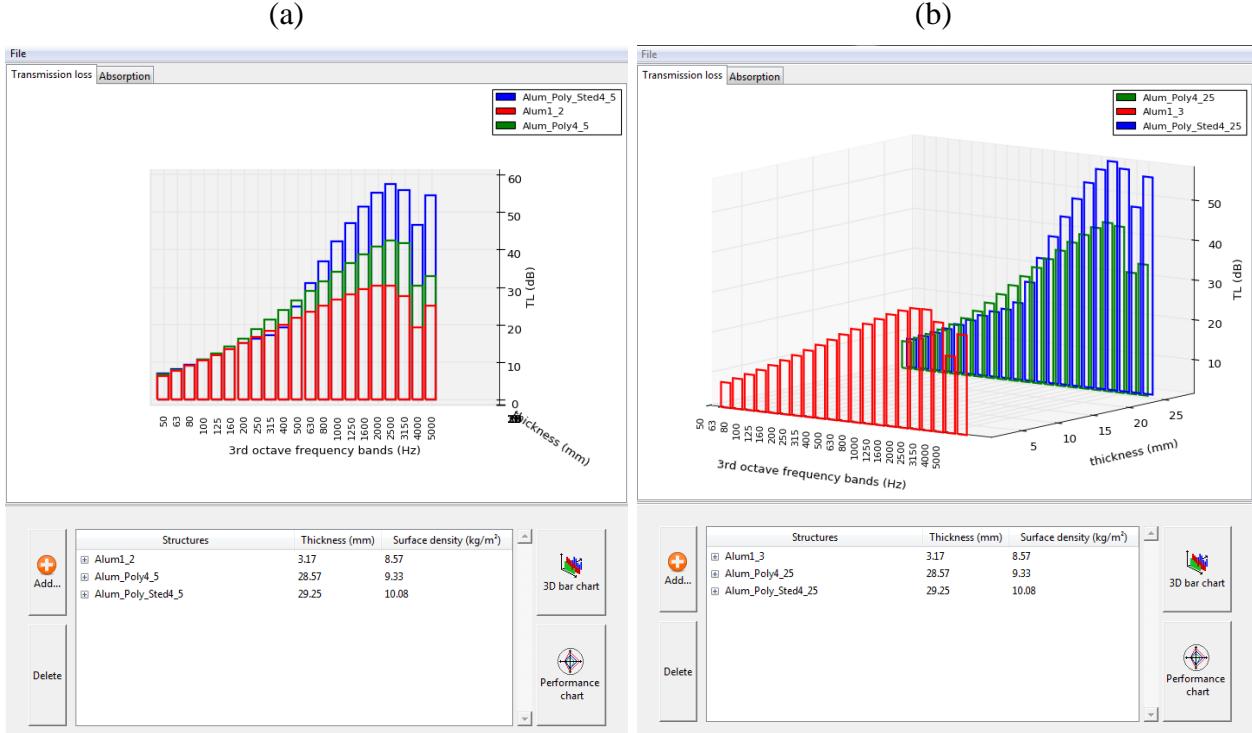
Barrière 1	Barrière 2	Barrière 3
- 3.17 mm aluminium	- 25.4 mm mousse de polyester - 3.17 mm aluminium	- 0.68 mm revêtement - 25.4 mm mousse de polyester - 3.17 mm aluminium

Deux types de graphiques permettent d'afficher la comparaison de deux manières différentes : un diagramme en bâtons et un diagramme en radar.

### Diagramme en bâtons

Le premier graphique du module *OCTAVE comparaison* est un « diagramme en bâtons » à trois dimensions. Il est visible sur la Figure 4.11, qui présente l'interface du module. Une version de ce graphe est affichée pour la performance en transmission et une autre pour la performance en absorption. L'indicateur de performance, c'est-à-dire la perte par transmission ou le coefficient d'absorption, est représenté sur l'axe vertical. La fréquence occupe le deuxième axe, chaque « bâton » représentant une bande de tiers d'octave. L'épaisseur totale de chaque barrière, un paramètre souvent important pour le choix d'une barrière, est représenté sur le troisième axe.

Cette représentation permet de comparer sur un même graphe l'évolution fréquentielle de la perte par transmission ou du coefficient d'absorption, tout en tenant compte de l'épaisseur totale des barrières. L'intérêt de pouvoir comparer les évolutions fréquentielles des paramètres TL ou  $\alpha$  est grand, car de nombreux problèmes acoustiques reposent sur des pics de bruits à des fréquences données. Ainsi, en connaissant le spectre acoustique d'un bruit, on peut choisir la barrière qui bloque ou absorbe aux fréquences les plus intéressantes. Il est aussi intéressant de connaître les éventuelles faiblesses des barrières à certaines fréquences.



La Figure 4.12 montre la comparaison des trois barrières du Tableau 4.2, avec une vue plane permettant de comparer les évolutions des TL et  $\alpha$ . La barrière 1, simple plaque d'aluminium, est celle qui présente les moins bonnes performances en transmission comme en absorption. La barrière 2, qui possède en plus une couche de mousse de polyester, présente des performances un peu meilleures en transmission. Mais elle présente surtout un très bon coefficient d'absorption, pour les moyennes à hautes fréquences. La couche de poreux permet d'absorber efficacement le bruit à ces fréquences. La barrière 3 est celle qui présente les meilleures performances en transmission, grâce à l'ajout du revêtement. Cependant, celui-ci reflète les ondes au lieu de les absorber, ainsi le coefficient d'absorption est beaucoup moins bon en large bande que pour la barrière 2. Le pic d'absorption observé vers 400 Hz vient du fait que le système plaque/poreux/revêtement est assimilable à un système masse-ressort. Il y a une résonance autour de 400 Hz : les ondes acoustiques sont absorbées mécaniquement par le système masse-ressort.

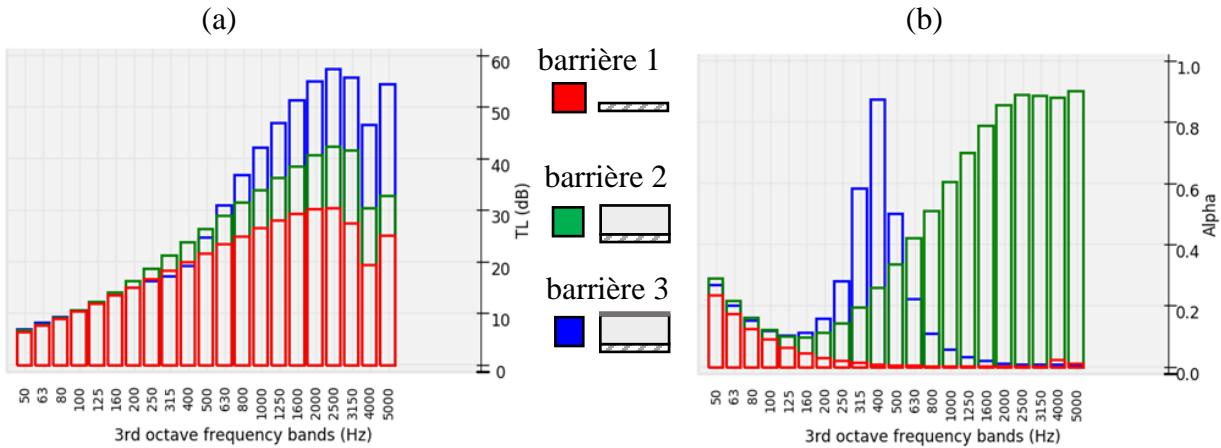


Figure 4.12 : Comparaison des TL (a) et  $\alpha$  (b) pour les trois barrières du Tableau 4.2

Ce graphe de type « diagramme en bâtons » est utile pour associer une comparaison de l'évolution fréquentielle des TL et  $\alpha$ , en même temps que l'épaisseur totale des barrières. Les 3 dimensions sont exploitées pour afficher à la fois 3 variables. D'autres variables pourraient éventuellement être choisies par l'utilisateur.

### Diagramme en radar

Le deuxième graphique du module *OCTAVE comparaison* est de type « diagramme en radar ». Il a été imaginé au cours du présent travail dans le but de résumer les performances de chaque barrière et de les comparer (visible à la Figure 4.13). En plus de la perte par transmission (STC), de l'absorption (SAA) et de l'épaisseur totale, la masse surfacique totale est affichée pour chaque barrière. Chaque barrière est représentée par un polygone dont les sommets correspondent à des paramètres de performance. Plus ce sommet est éloigné du centre du « radar », plus la barrière est performante selon ce paramètre. Ainsi, pour le paramètre épaisseur totale  $h$ , une épaisseur plus fine donne un sommet plus éloigné du centre, sur l'axe de l'épaisseur. De la même façon, un STC plus élevé résultera en un sommet plus éloigné du centre sur l'axe concerné. Pour un problème de bruit faisant affectant une fréquence en particulier, le STC et le SAA peuvent être remplacés sur ce graphe par la perte par transmission ou le coefficient d'absorption à cette fréquence donnée.

La Figure 4.13 est le graphique obtenu pour les trois barrières du Tableau 4.2. La barrière 1 se distingue par son épaisseur très réduite (3,17 mm), et par sa masse surfacique la plus faible ( $8,57 \text{ kg/m}^2$ ). C'est par contre la barrière avec le STC le plus faible : 23. Son SAA est presque nul : 0,01. La barrière 2 est celle qui présente le SAA le plus élevé (0,48) et également le STC le plus

élevé : 29. La barrière 3 est la plus lourde ( $10,08 \text{ kg/m}^2$ ) et la plus épaisse (29,25 mm). Son STC de 28 est très proche de celui de la barrière 2. Son SAA (0,24) est la moitié de celui de la barrière 2.

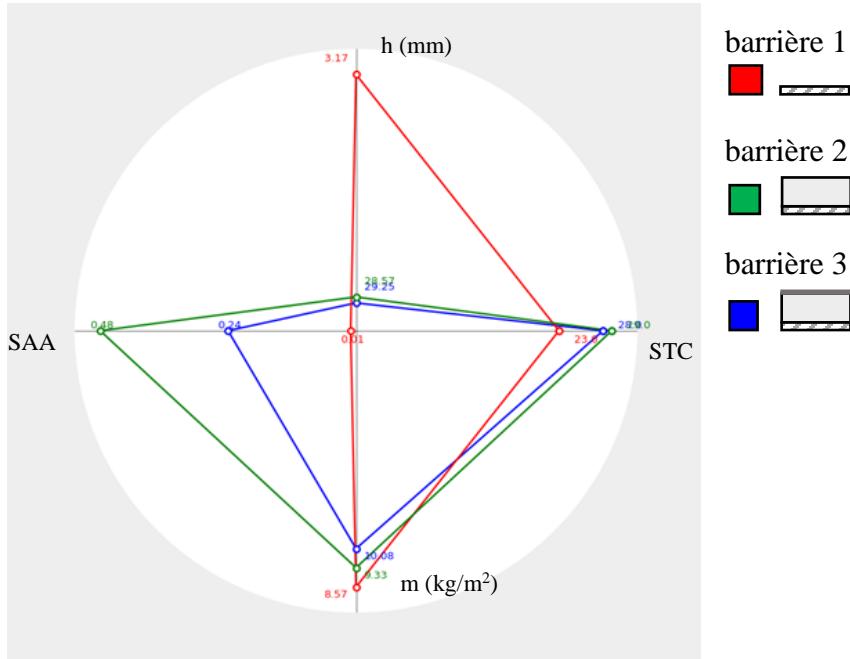


Figure 4.13 : Deuxième graphe du module de comparaison

Avec ces deux types de graphes, le module comparaison du programme OCTAVE permet donc efficacement de comparer plusieurs barrières données, de deux manières :

- avec le premier graphe, une comparaison fréquentielle, avec prise en compte des épaisseurs totales des barrières ;
- avec le second graphe, une comparaison « résumée » qui affiche un bilan des performances de chaque barrière.

#### 4.2.4 Amélioration d'une barrière donnée avec *OCTAVE surfaces de réponse*

Afin de mieux comprendre ce qui influe le plus sur les performances d'une barrière, un autre module, *OCTAVE surfaces de réponse*, a été développé dans le cadre du présent travail. Il permet d'établir des tendances et règles de conception pour les barrières acoustiques multicouches.

Le principe général est de représenter l'évolution des performances lorsque l'épaisseur de certaines couches varie, sous la forme d'une surface dans un repère à trois dimensions, d'où le nom de « surfaces de réponse ». La méthode des surfaces de réponse est une méthode statistique qui permet d'explorer les relations entre plusieurs variables, et une ou plusieurs variables de réponse [53]. Dans ce présent travail, on n'utilise pas cette méthode à proprement parler, mais plutôt le principe de représentation de l'évolution de la réponse sous la forme d'une surface en trois dimensions.

### **Cas d'application**

L'exemple suivant servira de base pour l'explication : on étudie une barrière constituée d'une plaque d'aluminium, d'une couche de mousse de polyuréthane, et d'une couche lestée de PVC (Figure 4.14). En deux dimensions, la performance (TL ou  $\alpha$ ) est représentée en axe vertical par rapport à la fréquence. On s'intéresse dans cet exemple à l'influence de l'épaisseur de la couche de mousse sur la perte par transmission de la barrière. En passant d'une représentation bidimensionnelle à une représentation tridimensionnelle, on est capable de visualiser cet effet avec une surface.

### **Variation d'une épaisseur et de la fréquence**

Le troisième axe est affecté sur la Figure 4.14 à la variation de la fréquence acoustique. L'épaisseur de la couche de mousse varie entre 1 et 50 mm. En moyennes et hautes fréquences, on voit que l'augmentation de cette épaisseur a un impact positif sur la perte par transmission. Par exemple à 1000 Hz, la perte par transmission passe de 55 dB pour une épaisseur de 25 mm, à 60 dB pour une épaisseur de 50 mm, ce qui est significatif. En basses fréquences, la variation de l'épaisseur de mousse a pour effet de déplacer la fréquence du système masse-ressort constitué par la barrière (c'est-à-dire le creux visible en basses fréquences). Cet effet doit être pris en compte lorsque le problème acoustique met en jeu des bruits de basses fréquences.

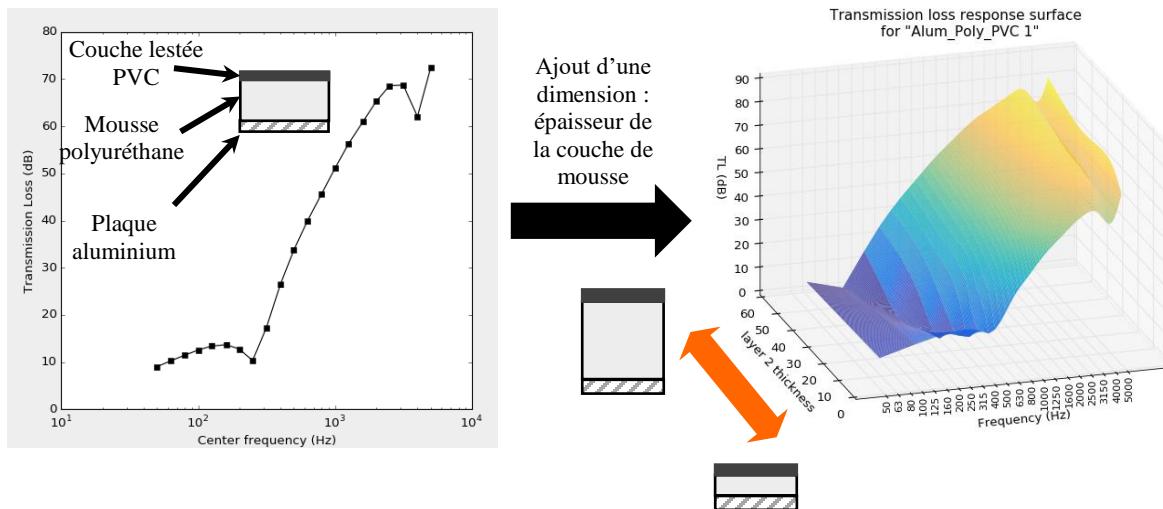


Figure 4.14 : Illustration du principe de la surface de réponse, pour la variation de l'épaisseur d'une couche, en fonction de la fréquence

### Variation de deux épaisseurs

En se plaçant à une fréquence donnée, on peut étudier les effets de la variation de deux épaisseurs de couches à la fois. Le troisième axe, qui servait de support à la fréquence, est maintenant affecté à la variation d'une deuxième épaisseur. Ce cas est illustré à la Figure 4.15 : en se fixant à une fréquence donnée (ici 315 Hz), on fait varier l'épaisseur de la couche de mousse sur un axe, et l'épaisseur de la couche de PVC sur l'autre. La surface obtenue n'est donc valable que pour la bande de tiers d'octave de 315 Hz. On peut de la même manière tracer cette surface pour toutes les autres bandes de tiers d'octave.

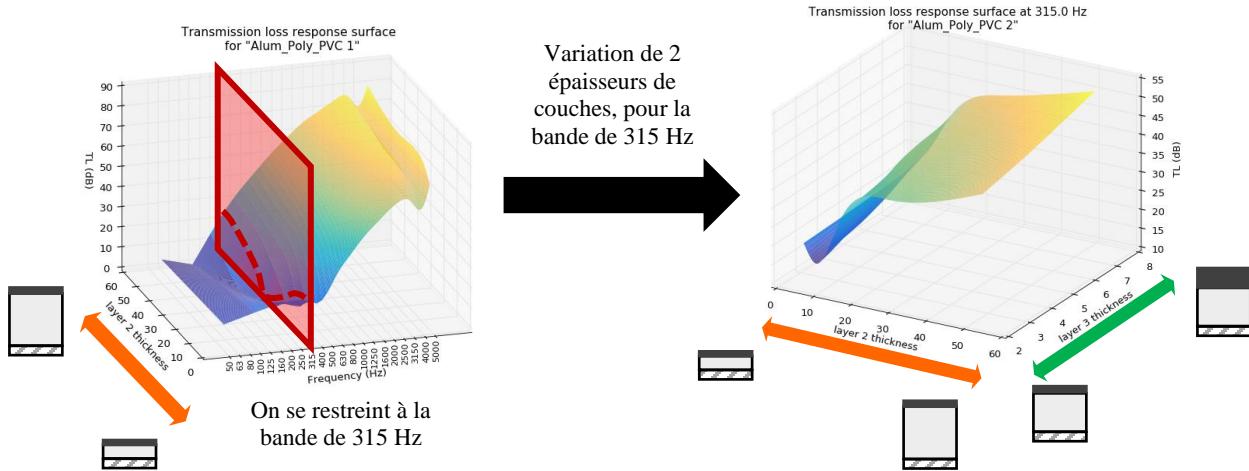


Figure 4.15 : Surface de réponse à 315 Hz, en faisant varier l'épaisseur de la couche de mousse et l'épaisseur de la couche de PVC

### Représentation en *heatmap*

Afin de la rendre plus lisible, la surface en trois dimensions est convertie en « *heatmap* » (en français « carte de chaleur » ou « carte thermique »), visible pour le cas d'application à la Figure 4.16. Il s'agit d'une représentation graphique en deux dimensions, dans laquelle une troisième dimension est associée à une échelle de couleurs. Dans ce cas, les deux dimensions d'un plan sont associées aux variations des deux épaisseurs. La troisième dimension, qui correspond ici à la perte par transmission, est représentée par une échelle de couleur. L'échelle de couleur va du bleu vers le jaune, pour une évolution croissante de la perte par transmission. Des courbes de niveau ajoutent un degré de lisibilité. Sur une même courbe de niveau, les valeurs de performance sont égales. L'orientation et la forme des courbes de niveau donnent des indications sur l'influence de chaque épaisseur de couche. De nombreuses courbes de niveau orientées perpendiculairement à un axe montrent que le paramètre de cet axe a un effet dominant sur la performance.

Les informations lisibles avec cette *heatmap* sont les mêmes que pour la surface de réponse en trois dimensions. Ce type de représentation est utile pour comprendre l'influence de chaque couche sur les performances de la barrière.

Dans cet exemple, les épaisseurs des deux couches concernées ont un impact sur la perte par transmission à 315 Hz. On voit toutefois que l'épaisseur de la couche de mousse est plus influente que l'épaisseur de la couche de PVC : en effet les courbes de niveau sont plus proches de la verticale que de l'horizontale, en particulier pour de faibles épaisseurs de mousse.

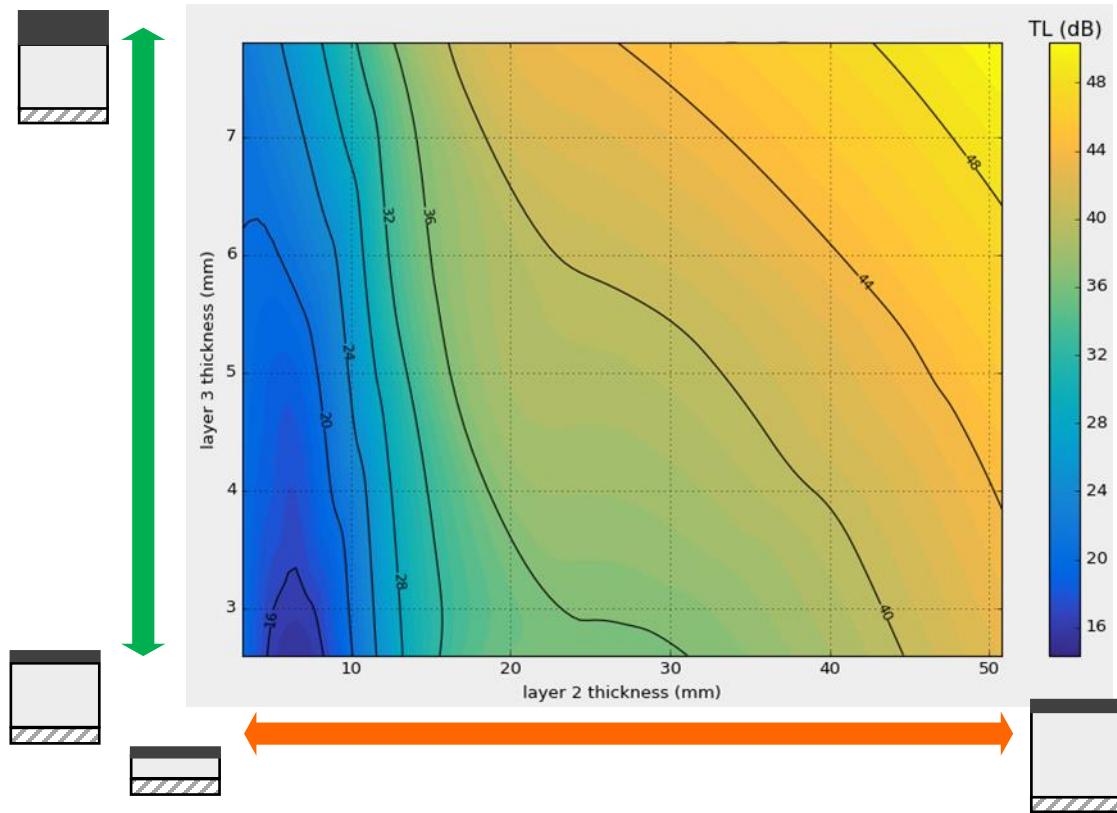


Figure 4.16 : *Heatmap* à 315 Hz représentant, pour le cas exemple, l'évolution de la perte par transmission en fonction des épaisseurs des couches de mousse et de PVC

### Représentation du STC ou SAA

L'utilisation des valeurs de notations uniques que sont le STC et le SAA (décrits à la section 2.2.2) permet de s'affranchir de la composante fréquentielle. Avec le STC et le SAA, on peut résumer les performances en transmission et en absorption sur une large plage de fréquences. Ainsi, en traçant une surface de réponse ou une *heatmap* du STC ou du SAA, on connaît l'impact des variations des épaisseurs de couches sur les performances globales de la barrière. La Figure 4.17 montre la *heatmap* du STC, obtenue pour la barrière donnée en exemple à la Figure 4.14.

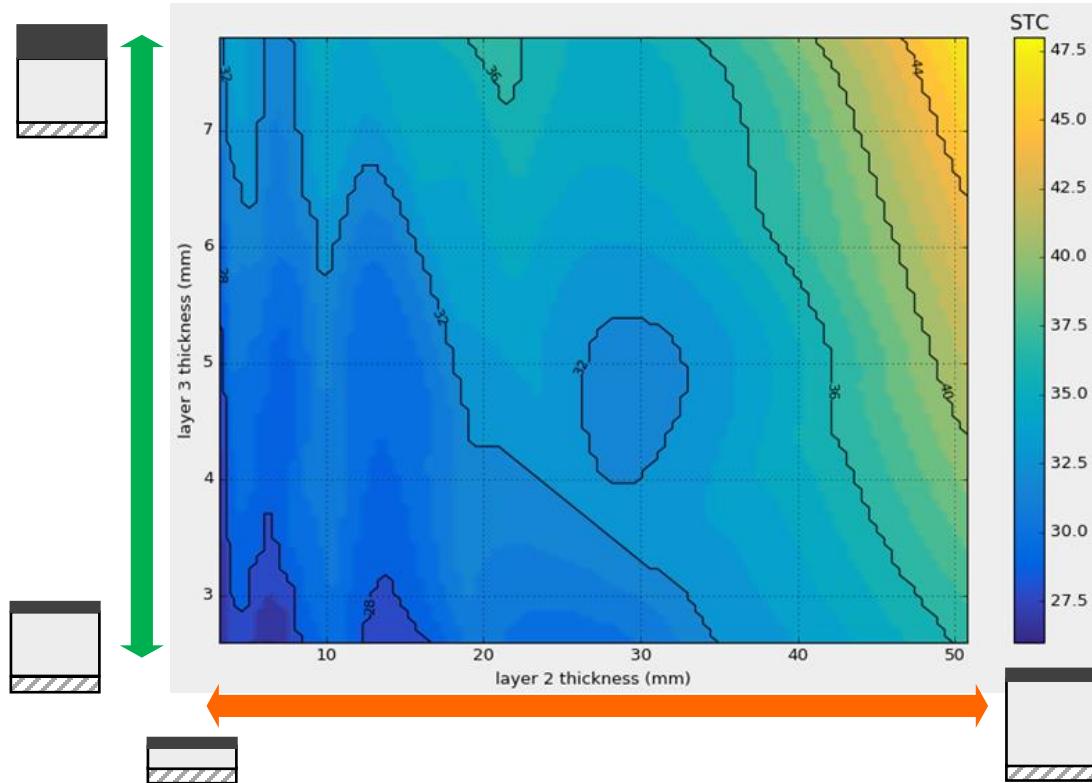


Figure 4.17 : *Heatmap* de l'évolution du STC en fonction des épaisseurs de la couche de mousse et de la couche de PVC, pour la barrière de l'exemple

#### Autre cas d'application : influences sur la transmission et l'absorption

Dans certains problèmes acoustiques, une importance plus grande est donnée à la fois à la perte par transmission et à l'absorption. Il est alors intéressant de comparer les *heatmaps* obtenues, à la fois pour la perte par transmission et pour l'absorption. La Figure 4.18 s'intéresse au cas d'une barrière particulière constituée d'une plaque d'aluminium, et de deux couches de mousse de polyester, séparées par une couche lestée. On s'interroge sur le rôle de chacune des couches de mousse : l'épaisseur de la couche intérieure et celle de la couche extérieure ont-elles le même effet sur la perte par transmission et l'absorption ? En traçant les *heatmaps* du STC et du SAA, on se rend compte que l'épaisseur de la couche de mousse intérieure a principalement un effet sur le STC, et très peu sur le SAA. Pour la couche de mousse extérieure, c'est le contraire : une augmentation de son épaisseur entraîne une importante augmentation du SAA, et une augmentation modérée du STC.

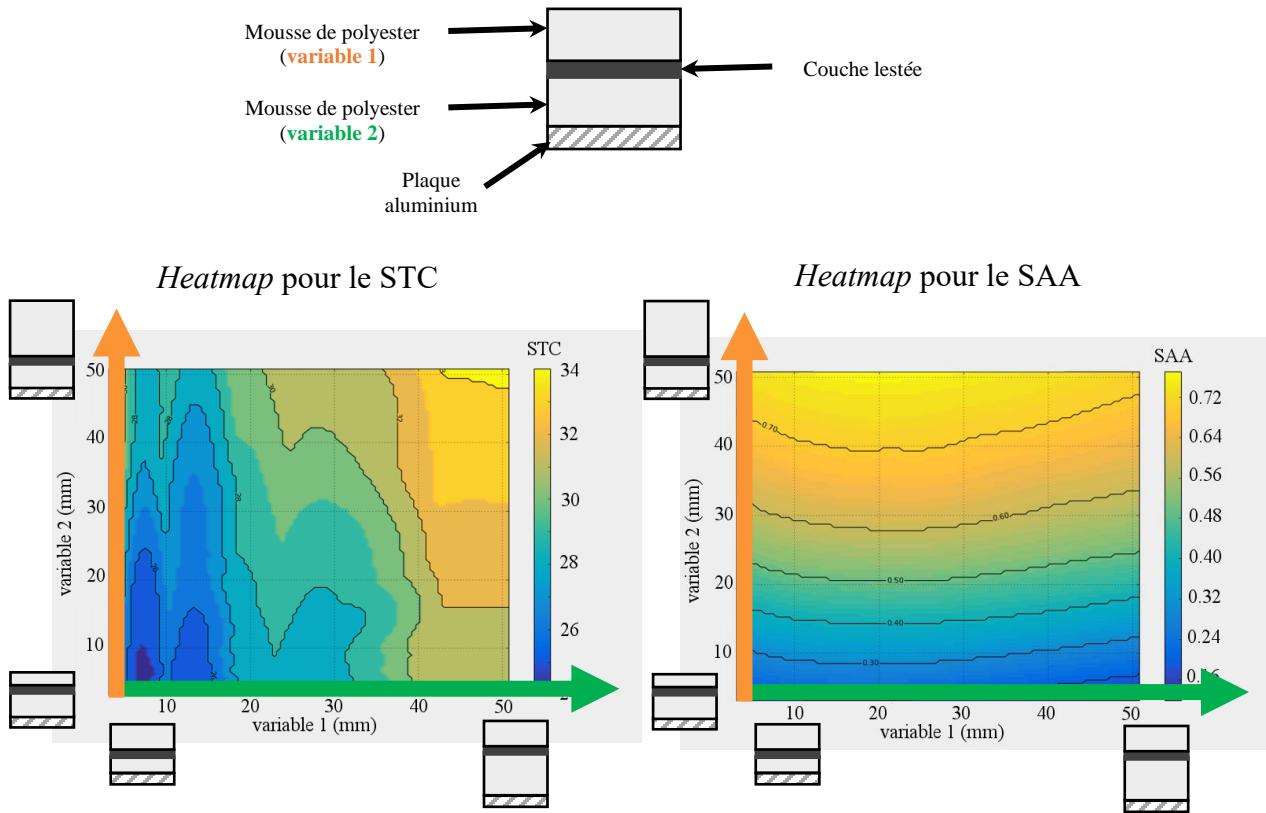


Figure 4.18 : Comparaison des *heatmaps* pour le STC et le SAA d'une même barrière multicouche

### Interface graphique du programme

L'interface d'*OCTAVE surfaces de réponse* affiche par défaut les surfaces sous forme de *heatmap*, mais permet également une représentation en trois dimensions si l'utilisateur le souhaite. Elle a été conçue de façon à être graphiquement proche de celle d'*OCTAVE prediction*, pour permettre à l'utilisateur de s'adapter rapidement à ce nouveau module. Elle est présentée à la Figure 4.19.

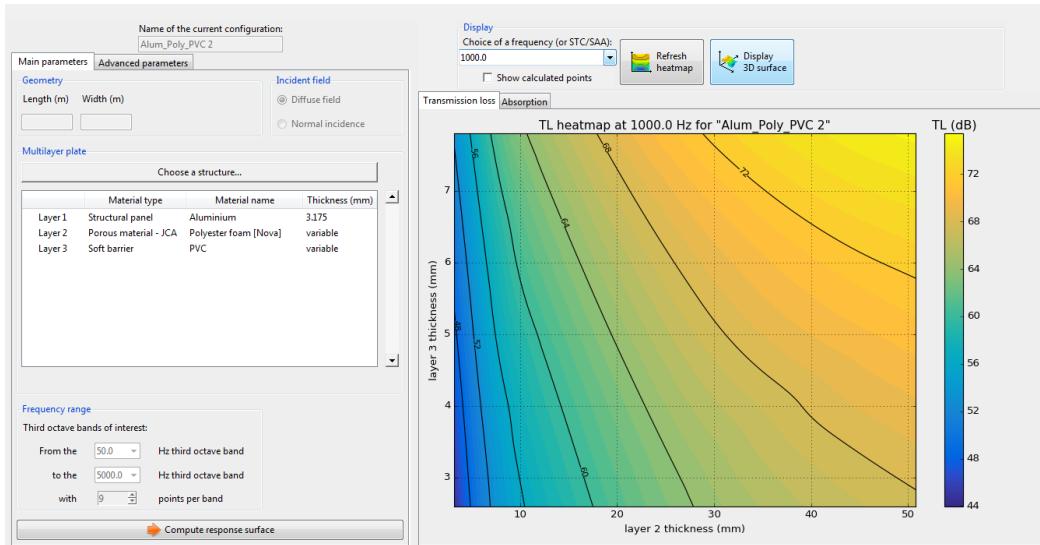


Figure 4.19 : Interface du module *OCTAVE surfaces de réponse*

Grâce au module *OCTAVE surfaces de réponse*, il est donc possible d'étudier l'influence de chaque couche d'une barrière acoustique, sur ses performances. Cet outil permet d'améliorer une barrière existante, de l'adapter à un problème donné. En fonction du problème de bruit, il est alors possible de concevoir une barrière performante en transmission, en absorption, sur une large bande de fréquence ou bien adaptée à un bruit tonal.

#### 4.2.5 Conclusion sur l'étude au cas par cas

À l'aide des modules *OCTAVE comparaison* et *OCTAVE surfaces de réponse*, il est possible de comparer différentes barrières données, mais aussi d'étudier l'influence des épaisseurs de couches sur une barrière donnée. Ces modules ont été testés par des utilisateurs du milieu industriel. Lors de leur développement, les remarques des utilisateurs ont pu être prises en compte pour améliorer les versions finales des programmes.

Ces modules constituent une aide au choix et à la conception d'une barrière acoustique multicouche. Cependant, ils se limitent au cas où l'on part d'une ou plusieurs barrières données. La section suivante s'intéresse au cas général des barrières acoustiques multicouches, aux différentes combinaisons de couches possibles et à la représentation des performances d'un grand nombre de barrières différentes.

## 4.3 Outils de conception

### 4.3.1 Base de données

Après avoir créé les modules permettant d'analyser des barrières acoustiques multicouches au cas par cas, il a été décidé de généraliser l'analyse à un grand nombre de barrières. Pour cela, un nouveau module, *OCTAVE base de données*, a été développé. À partir d'une liste de matériaux, d'une liste de configurations de couches possibles et d'une liste d'épaisseurs de couches disponibles, ce programme calcule toutes les combinaisons de couches, et stocke pour chaque barrière créée ses performances dans une base de données.

Cette base de données présente deux intérêts :

- conserver les résultats, afin qu'ils puissent être récupérés et exploités individuellement sans aucun temps de calcul ;
- disposer d'un grand ensemble de résultats pouvant être utilisés de façon globale pour mettre en évidence des tendances de conception.

L'interface d'*OCTAVE base de données* est présentée à la Figure 4.20. Elle se veut graphiquement proche de l'interface des autres modules et simple d'utilisation. Elle n'autorise que deux actions : gérer les matériaux disponibles et lancer le calcul des combinaisons de couches.

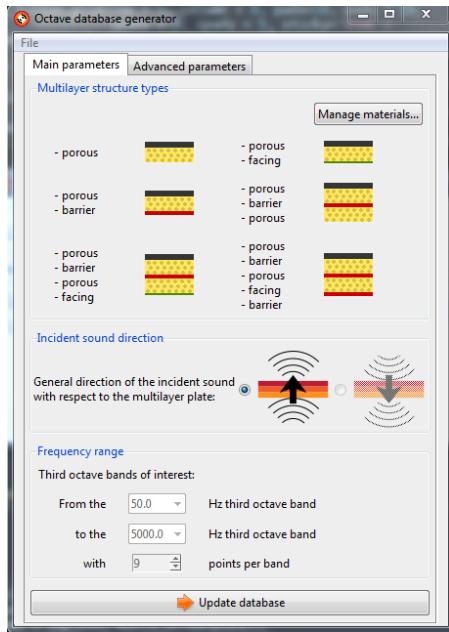


Figure 4.20 : Interface du module *OCTAVE base de données*

Le temps de calcul de la base est de l'ordre de plusieurs jours sur un cœur d'ordinateur de bureau. Il dépend du nombre de matériaux disponibles, des épaisseurs autorisées, et de la méthode de prédiction. Une fois calculée, la base de données peut être exploitée telle quelle par la plupart des logiciels de gestion de base de données en format SQL. C'est donc un outil de conception, puisqu'en effectuant des requêtes sur la base de données on peut trouver une structure multicouche répondant à des besoins précis selon un ou plusieurs paramètres : par exemple, toutes les barrières réalisables avec un STC supérieur à 29 et une épaisseur inférieure à 2 cm. Les modules d'OCTAVE développés précédemment ont été également adaptés à la base de données. Une fois celle-ci calculée, il est possible de comparer instantanément des barrières ou de créer des surfaces de réponse pour des barrières disponibles dans la base de données. Ceci est très appréciable dans le cadre d'une conception industrielle.

### 4.3.2 Carte de performances

Un autre outil de conception a été développé, permettant par le biais de la base de données de visualiser différentes « meilleures » solutions à un problème acoustique donné, et de faire un choix au travers de compromis. Par rapport aux modules développés précédemment, il permet d'avoir une vision globale de solutions adaptées à un problème donné. C'est également un outil d'aide à la

décision, car il guide l'utilisateur vers un compromis entre différents objectifs de performance. Cet outil est présenté sous forme d'article dans le Chapitre 5.

## CHAPITRE 5 ARTICLE I : AN ACOUSTIC TRADE-OFF CHART FOR THE DESIGN OF MULTILAYER ACOUSTIC PACKAGES

Hugues Pichon <sup>1</sup>, Elsa Piollet <sup>1</sup>, Annie Ross <sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Laboratory for Acoustics and Vibration Analysis (LAVA), Center for Applied Research on Polymers and Composites (CREPEC), Department of Mechanical Engineering, École Polytechnique de Montréal, CP 6079, Station Centre-ville, Montréal; QC; H3C 3A7, Canada*

L'article qui suit a été soumis à la revue *Applied Acoustics* le 11 juillet 2018.

### 5.1 Résumé

Cet article présente un nouveau diagramme de compromis pour assister la conception des barrières acoustiques multicouches. Dans ce problème multi-objectifs, le concepteur doit spécifier une combinaison de couches, à partir d'un inventaire de matériaux acoustiques et d'épaisseurs disponibles. Les types de matériaux incluent entre autres des matériaux poreux, des couches lestées et des revêtements. Cette combinaison doit respecter des exigences en termes d'absorption acoustique, de perte par transmission, d'encombrement, de masse, etc. Alors que des prédictions et des analyses peuvent être réalisées sur des barrières acoustiques multicouches prédéterminées en utilisant la méthode des matrices de transfert, l'analyse statistique énergétique (SEA) ou l'analyse modale, la comparaison d'un grand nombre de combinaisons possibles est difficile. D'un autre côté, des méthodes d'optimisation peuvent être utilisées pour identifier les épaisseurs ou les propriétés optimales des matériaux pour une combinaison de couches donnée, mais la solution obtenue peut ne pas être industriellement faisable, puisqu'en général, un jeu limité de matériaux acoustiques et d'épaisseurs est disponible dans le commerce. Dans cet article, une nouvelle méthodologie de conception est proposée, prenant en compte seulement les combinaisons faisables et qui fournit un guide pour faire des compromis entre les différents paramètres de performance. La méthodologie en trois étapes est présentée à travers un cas d'étude inspirée de l'industrie automobile. Dans un premier temps, des catégories pertinentes sont définies, et suivant ces modèles, toutes les combinaisons possibles de matériaux à partir d'un inventaire donné sont calculées et stockées dans une base de données. Puis, pour des paramètres de performance choisis,

le front de Pareto des « meilleures combinaisons » est identifié. Enfin, les « meilleures solutions » sont affichées sur une carte de compromis en utilisant des fonctions d'utilités pour pondérer les différents paramètres de performance. Cet outil est appliqué au cas d'étude, et deux exemples de situations sont présentées. Pour chaque situation, la carte de compromis fournit plusieurs solutions envisageables, qui sont discutées. L'utilisation de ce nouvel outil permet de gagner du temps pendant les premières étapes de la conception, qui sont les plus cruciales.

## 5.2 Abstract

This paper presents a novel trade-off chart to support the design of multilayer acoustic packages. In this multi-objective problem, a designer has to specify a combination of layers from a set of available acoustic materials and thicknesses. Material types may include porous, mass-weighted, facing, among others. The combination must meet requirements in terms of sound absorption, sound transmission loss, cluttering, mass, etc. While predictions and analyses can be made on predetermined multilayer acoustic packages using the transfer matrix method, statistical energy analysis, finite elements methods or modal analysis, comparing a large number of possible combinations is cumbersome. On the other hand, optimization methods can be used to identify optimal thicknesses or material properties for a given layer combination, but the obtained solution may not be industrially relevant since, in general, only a limited set of acoustic materials and layer thicknesses exist commercially. In this paper, a new design methodology is proposed, which takes into account only the feasible combinations and provides guidelines for compromises between different performance parameters. The three-step methodology is demonstrated through a case study inspired by the automotive industry. First, relevant categories of layer configurations are defined, and following these patterns, all possible combinations of materials from a given inventory are calculated and stored in a database. Then, for selected performance parameters, the Pareto set of “better combinations” is identified. Finally, the “better solutions” are displayed on a trade-off chart through utility functions that allow weighing the different performance parameters. The tool developed for doing so is applied to the case study, and two example situations are presented. For each situation, the trade-off chart provides several suitable solutions, which are discussed. The use of this new tool effectively induces gains of time at the early stage of design, when it is most crucial.

Keywords: design; multilayer; acoustic package; Pareto set; multi-objective

### 5.3 Introduction

Noise is considered a public health problem [1], and efforts are made to find innovative solutions to reduce noise levels. Multilayer acoustic packages are a usual solution to noise control problems in many fields of application such as the automotive industry [54] and the aerospace industry [33], as they can have a “superior sound suppression capability” [55]. Multilayer materials can achieve properties unmatched by monolithic materials: the vast number of possible material and layer combinations allows for a good adaptability to various requirements. However, the choice of a combination fitted to a given acoustic problem is not obvious. One typical objective is to maximize package sound transmission loss, i.e. its capacity to block sound. Another important objective is to maximize package absorption, i.e. its capacity to absorb sound without reflection. Transmission loss and absorption are often conflicting, since a panel with high transmission loss generally tends to reflect sound. At the design stage, the designer is often faced with a lack of guidelines to balance objectives.

Several methods exist to predict the performance of multilayer acoustic packages. The transfer matrix method (TMM) [31] was developed to predict both absorption and transmission loss of multilayer acoustic panels. Since it is easily translated into a code and automatable, the method is used to investigate new acoustic materials and their acoustic performance in a wide range of studies and applications ([56], [57] for instance). Statistical energy analysis [32] can be used to predict acoustic performance by an energy approach. Modal analysis [34] is used to predict transmission loss for finite vibrating structures. Finite element methods are used in many studies [35, 36, 58] as a prediction tool for acoustic materials, especially when a complex geometry prevents the use of the TMM. All these methods allow for calculating the acoustic performance of given multilayer packages, but are insufficient for choosing the “best” solution to a specific noise problem. Combined with these prediction tools, designers need specific tools to compare, analyze and make compromises between all the possible solutions to a given problem.

Various methods have been proposed to design acoustic packages. Better performance can be identified by directly comparing predicted performance of possible solutions [59], [60]. Optimization methods such as topology optimization [61], genetic algorithms [46] or bi-objective Pareto approach [28] were also used to find the best thicknesses or material properties for each layer in the early design process.

In the industrial reality, material layers (especially their microstructures and thicknesses) are not custom-made, and thus designers only work with a limited set of layers at their disposal to build a multilayer package. From this set of layers, many combinations can be assembled. Thus, a practical tool must take into account many configurations and industrial constraints, which is not possible with existing methods. Hence, there is a need for new design tools adapted to multilayer acoustic packages. The present paper aims to propose a tool and methodology to guide the early stages of design, involving multiple objectives and trade-off between performance goals. This tool is a material selection method based on Sirisalee *et al.* [50], adapted to the design of multilayer acoustic packages and meeting industrial constraints.

First, usual methods for choosing multilayer acoustic packages are outlined, and other design methods in various fields are considered. Then, a case study is defined with the intent of reflecting industrial constraints. Next, a new tool for assessing performance of multilayer acoustic packages is introduced. Finally, this new tool is applied to the case study, leading to a general conclusion and discussion.

## 5.4 Usual selection process for multilayer acoustic packages

### 5.4.1 Direct comparison between predicted properties

A simple way to choose an acoustic package is to directly compare predicted properties. Absorption coefficient or transmission loss are usually plotted against the frequency, for different configurations of materials. This allows direct visual comparison between configurations ([56], [35] or [36] for instance).

Direct comparison of predicted properties can help choosing between different solutions, including different layer configurations. However, they are restricted to specific cases where a small number of material combinations is studied. Therefore, this method is not suited to industrial constraints where all combinations from a set of available layers have to be investigated. A visual comparison of many solutions in the same plot would be impossible. This method is also not adapted to trade-off issues, which require a designer to navigate between many possible solutions.

### 5.4.2 Optimization algorithms for acoustic materials

Optimization algorithms can be used to reach performance goals in a more systematic manner than through direct comparison. This section presents some algorithms used specifically in acoustic design. Tanneau *et al.* [46] used a genetic algorithm to minimize the difference between the transmission loss spectrum of a package and an objective spectrum, while taking into account the weight of the package. Cameron *et al.* [62] used a two-step optimization procedure on a sandwich structure. Both acoustic properties and structural properties were considered. First the topology was optimized using a bi-directional algorithm, then the acoustic and structural properties were optimized by varying the materials and their thicknesses. Inoue *et al.* [47] used a preference-set design method to obtain different design solutions adapted to multi-criteria constraints for multilayer acoustic packages. The method took into account 15 design variables including Biot's poroelastic parameters, and four performance parameters: absorption, transmission loss, mass and cost. However, the method applies only to one given multilayer combination, and the design variables used are intrinsic properties of materials and thicknesses of layers. Leite *et al.* [45] proposed a multi-objectives method using Pareto optimization, to design sandwich panels for both acoustic and mechanical performance. The method involves many material types for the core and skins, but is limited to only one configuration: the stacking order of layer types is fixed. Zhou *et al.* [28] used a bi-objective Pareto approach to optimize three different configurations of sandwich panels, focusing on transmission loss and surface density of the panels.

These studies reveal that optimization algorithms are powerful tools which are suited when a given configuration is defined. Therefore, they are efficient for case by case studies, but inappropriate for situations that involve a large number of configurations, and for fixed material inventory.

### 5.4.3 Other methods in various fields

In order to identify a method suitable for the problem at hand, material design methods employed in different fields can also be considered. Material property charts are a way to choose a material fitting specific requirements in mechanical design [49]. Usually, solutions are grouped into families with different property ranges. Property charts are a good way to visualize many solutions on a single chart and can be sufficient for meeting needs when only two properties are selection criteria. However, if there are more selection criteria, another way to make a trade-off between

these performance goals is necessary. Moreover, for high numbers of solutions, a direct display into a scatter plot is not readable. Thus, a way to display only the more interesting solutions is needed.

Response surface methodology (RSM) was used in design optimization to improve performance of various systems. Avalle *et al.* [63] optimized the geometrical configuration of thin-walled tubes with RSM in the context of automotive safety. By varying geometrical parameters of tubes, the method successfully came up with a solution which was more performant in the event of an automotive crash. Like other optimization algorithms, RSM focuses on a single configuration and it provides only one optimized solution.

Sirisalee *et al.* [50] introduced a multi-criteria material selection method in engineering design, using a Pareto set (or Pareto front). The method consists in sorting Pareto solutions with a utility function and then displaying the best solutions in a trade-off chart. The authors applied the method to two material selection cases: for a disk brake calliper, and for the casing of a mini-disk player. These cases focused on mechanical properties, thermal properties, mass, thickness and cost of materials.

Farag [64] introduced the weighted property method as a material selection tool. Each property (or performance parameter) is assigned a weight depending on its degree of importance. From these weights, a performance index can be calculated for each material. The material with the higher performance index is the chosen solution. Alternative solutions can be ranked and trade-off is made possible by varying property weights. This selection method is an interesting alternative to Sirisalee *et al.* [50], but does not display results on a visual chart.

In this paper, the method from Sirisalee *et al.* [50] is adapted to multilayer acoustic package selection in section 5.6. This method was selected because it can be used with many configurations in accordance to the industrial reality: it provides multiple possible solutions in a visual chart, and the choice of a solution can be made by a trade-off between performance parameters.

## 5.5 Case study

A case study is presented here to illustrate a realistic design process. The acoustic package of interest is to be used in automotive applications, where it will be bonded to an existing metal panel

in order to improve both transmission loss through that panel and absorption inside the cavity in which the package is placed. This cavity can be either the engine compartment or the passenger cabin. The goal is to choose the multilayer acoustic package with the best performance in terms of absorption and transmission, while keeping the surface density and the thickness of the package as low as possible. These objectives are conflicting: transmission loss is mainly associated with high surface density according to the “mass law” [13], and high absorption is mainly achieved by using thick absorptive layers. It is important to keep an overview of the possible solutions to a problem, so as to achieve a compromise between objectives. Hence, there is a need for guidelines rather than for a single optimal solution. This way, a designer has access to alternative solutions which could be more feasible from an industrial point of view.

In the present case, the multilayer package can be made of three types of layers:

- Porous layers, known for their absorption properties and widely used in acoustic design [65]. These layers are modelled using the poroelastic model based on the Biot theory [23]. This model includes the deformation of porous layers, which is not negligible for structures involving barriers. Poroelastic materials are described with 8 parameters: Young’s modulus  $E$ , Poisson’s ratio  $\nu$ , density  $\rho_V$ , porosity  $\phi$ , resistivity  $\sigma$ , tortuosity  $\alpha_\infty$  and characteristic lengths  $\Lambda$  and  $\Lambda'$ .
- Barriers: these layers are typically weighted layers, used for their high density. As described by the “mass law”, such materials are effective for achieving high transmission loss [13]. Barriers are modelled as “impervious screens”, as described by Allard [31], and are described with their surface density  $\rho_S$ .
- Facings: these layers are used on top of porous layers as a protection against the environment [66]. Facings are modelled as impervious screens, and are described with their surface density  $\rho_S$ .

From a modelling point of view, the incident acoustic field is assumed to be diffuse, and layers are assumed to have infinite in-plane dimensions. For purposes of simplicity and efficiency, the TMM is chosen to predict performance. However, absorption coefficient and transmission loss could also be predicted using SEA or FEM.

The following rules are defined to limit the scope of the case study, which is meant to be close to the reality of acoustic package design. A limited set of materials and layer thicknesses is available. Materials for each layer are presented in Table 5.3, along with their properties. Polyurethane and melamine foams are well-known acoustic materials which are widely used for their absorption properties [67, 68]. The facing is a polyester film, often known under the commercial name Mylar [69] and typically used as a facing over a layer of porous material [68, 70]. The mass-loaded elastomer barrier is modelled with properties from the commercial general-purpose K-FONIK GK [71]. The materials chosen in this case study are widely used by original equipment manufacturers.

Table 5.3: Properties of layer materials

Material	$E$ ( $N.m^{-2}$ )	$\nu$	$\rho_v$ ( $kg.m^{-3}$ )	$\eta$	$\phi$	$\sigma$ ( $N.s.m^{-4}$ )	$\alpha_\infty$	$\Lambda$ ( $10^{-6}m$ )	$\Lambda'$ ( $10^{-6}m$ )	$h$ ( $10^{-3}m$ )	$\rho_s$ ( $kg.m^{-2}$ )
<b>Base plate</b>											
Aluminium	$7 \times 10^{10}$	0.33	2700	0.01	-	-	-	-	-	3	-
<b>Porous layers</b>											
Melamine foam	$1.6 \times 10^5$	0.44	8.35	0.06	0.99	12600	1.0	78	192	-	-
Polyurethane foam	$8.45 \times 10^5$	0.3	31.16	0.1	0.96	32000	1.7	90	165	-	-
<b>Facings</b>											
Polyester film	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.127	0.1765
<b>Barriers</b>											
Mass-loaded elastomer	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2.54	4.882

In the real industrial case, layer thicknesses are not custom-made. Therefore, layer thicknesses are limited to a set of available values. For porous layers, thickness is: 2, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40 or 50 mm. Barriers and facings have a single thickness  $h$ , given in Table 5.3, though up to three barriers can be stacked sequentially to add weight.

The multilayer acoustic package is applied to a 3 mm aluminium base plate, modelled as a Kirchhoff plate. The base plate is the initial system before applying the solution, and serves as a reference. From industrial experience, some multilayer topologies are particularly suitable for

acoustic packages. Table 5.4 and Figure 5.1 present the seven topology categories identified for this study. Examples of possible acoustic packages for the case study are illustrated in Figure 5.2.

Table 5.4: Categories and quantity of multilayer structures used in the case study

Category	composition	number of structures
base layer	base layer	1
category A	base layer + porous layer	18
category B	base layer + porous layer + facing	18
category C	base layer + porous layer + barrier	54
category D	base layer + porous layer + barrier + porous layer	972
category E	base layer + porous layer + barrier + porous layer + facing	972
category F	base layer + porous layer + barrier + porous layer + barrier	2916

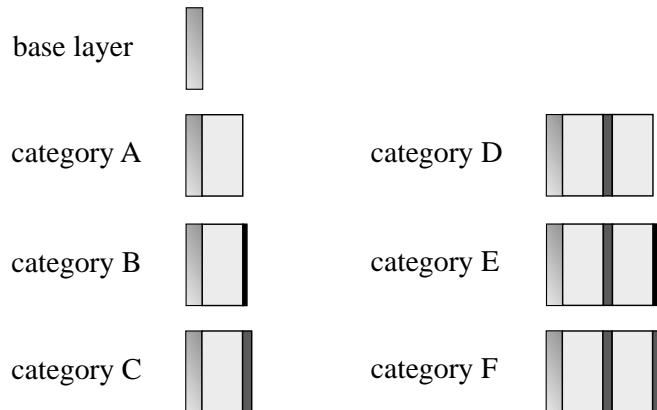


Figure 5.1: Categories of multilayer structures considered in the present work : light grey layers are porous layers, dark grey layers are barriers, thin black layers are facings.

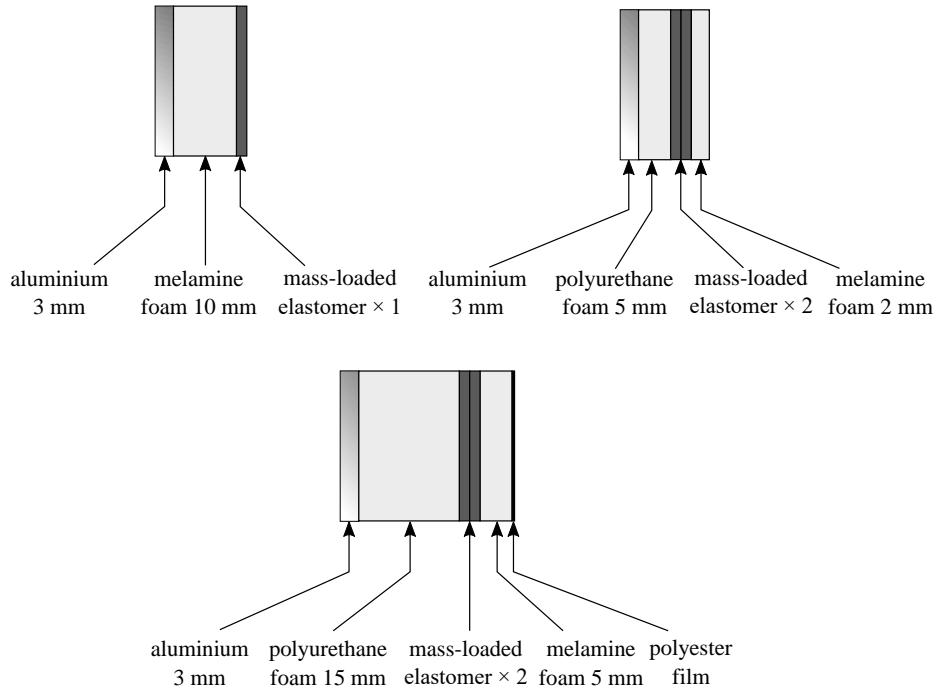


Figure 5.2: Examples of multilayer structures used on aluminium base plate for the case study

Following these design rules, identified topology categories and the material list, a total of 4951 different structures can be assembled. From the given set of materials, requirements must be met for any chosen situation, involving different performance goals. As discussed above, the usual tools used by multilayer package designers and researchers do not have the ability to solve the case. Therefore, a new tool is presented below for multilayer acoustic package selection.

## 5.6 New tool for assessing performance

Most of the usual methods for selecting the “best” multilayer acoustic package are far from practical since they concentrate on a few possible solutions. From the works of Ashby [49] and Sirisalee *et al.* [50], a tool for assessing performance is developed. The intent is to provide a global view of solutions, along with their benefits and drawbacks.

### 5.6.1 Need for a database

The new tool must consider all possible solutions, so as to allow a compromise between performance objectives. Moreover, it has to quickly adapt to various requirements, without needing

additional computation time when changing the design preferences. Therefore, for all possible combinations, the following performance parameters are pre-computed and gathered in a database:

- transmission loss (TL) for third-octave frequency bands from 50 Hz to 5000 Hz
- absorption coefficient ( $\alpha$ ) for third-octave frequency bands from 50 Hz to 5000 Hz
- Sound Transmission Class (STC), a single-number rating used to evaluate the sound insulation of a structure, as defined in ASTM E413-16 [11]
- Sound Absorption Average (SAA), a single-number rating corresponding to the average of the sound absorption coefficient over the third octave frequency bands from 200 to 2000 Hz, as defined in ASTM C423-17 [8]
- total thickness of the multilayer package ( $h$ )
- total surface density of the multilayer package ( $\rho_s$ )

### 5.6.2 Selecting the best solutions

The many solutions from the database can be displayed in various ways. By selecting three performance indicators, it is possible to display the data on a three-dimensional scatter plot. This allows the designer to have a global view of the ranges of values for performance indicators. Projections on planes can be made to improve readability.

Sirisalee *et al.* [50] proposed a multi-criteria material selection method, which consists in two steps: first determining the Pareto set, then displaying the “better” solutions from the Pareto set in a trade-off chart.

For a given set of performance parameters, the Pareto front puts forward the solutions with the best performances. Solutions are sorted into two groups: dominated solutions and non-dominated solutions. Solution A is dominated by solution B if the two following conditions are verified:

- A is matched or outperformed by B in all performance parameters
- A is outperformed by B solution in at least one performance parameter

Non-dominated solutions form the Pareto set, as illustrated in Figure 5.3 for two performance parameters  $P_1$  and  $P_2$ . Thus, the Pareto set is a way to filter solutions, only keeping the more

interesting solutions. In the following section, a trade-off tool is presented, which allows selecting one solution among the Pareto set solutions.

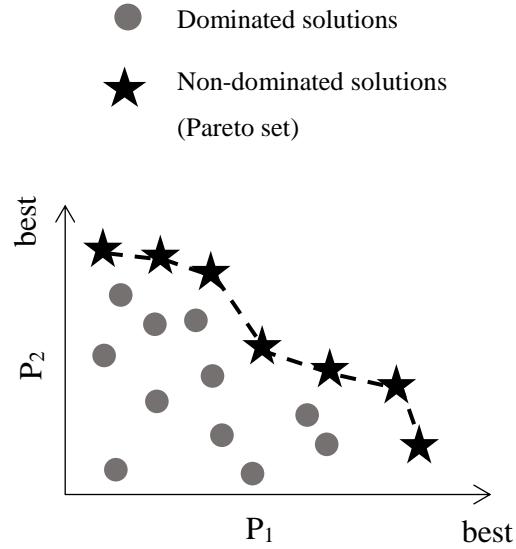


Figure 5.3: Illustration of the Pareto set for two performance parameters

### 5.6.3 Utility function and acoustic trade-off chart

All solutions in the Pareto set may be considered good solutions, depending on the relative importance of all performance parameters. Sirisalee *et al.* [50] introduced a utility function  $Z$ , allowing a designer to categorize solutions depending on the weight (or the importance) given to each performance parameter  $P_i$ , for a set of  $n$  performance parameters:

$$Z = \sum_{i=0}^{n-1} \pm E_i P_i \quad (32)$$

$E_i$  are called “exchange constants” and are user defined, according to the preference given to each performance parameter. The solution which minimizes  $Z$  for a chosen set of exchange constants is the best solution. A plus sign is used in front of parameters that must be minimized, while a minus sign is used in front of parameters that must be maximized. This generalizes the expression from Sirisalee where all parameters were minimized.

One of the parameters  $P_0$  can serve as a reference, setting  $E_0 = 1$ : hence,  $E_i$  expresses the weight of  $P_i$  relative to  $P_0$ . The utility function becomes:

$$Z = \pm P_0 + \sum_{i=1}^{n-1} \pm E_i P_i \quad (33)$$

In the particular case where there are 3 performance parameters, the problem can be illustrated by an exchange-constant chart. For each set of exchange constants  $(E_1, E_2)$ , the utility function is calculated for each solution of the Pareto set and the “best solution” is the one with the lowest  $Z$ . This “best solution” is thus displayed on the chart at position  $(E_1, E_2)$ . Therefore, this chart is a “map” showing the best solution for each set  $(E_1, E_2)$ . Thus, by weighting performance parameters with respect to a reference performance parameter, it is possible to easily select the appropriate solution to a given problem. The choice of a set  $(E_1, E_2)$  allows selecting one single solution on the chart. This concept was used by Sirisalee *et al.* [50] for general material selection in engineering design. Application to the design of multilayer acoustic packages allows a designer to make a compromise between three chosen performance parameters (among those presented in section 5.6.1) through an “acoustic trade-off chart”. Figure 5.4 shows an example of layout for the acoustic trade-off chart. For this example, surface density is taken as the reference  $P_0$ , STC as  $P_1$  and SAA as  $P_2$ . The choice for  $P_0$ ,  $P_1$  and  $P_2$  is made by the designer and depends on the specifics of the project. Solutions appear as clearly distinct areas, forming a “map”. Each set of coordinates  $(E_1, E_2)$  corresponds to a position on the chart and to a single multilayer acoustic package. In the given example, if the designer prefers good absorption and transmission over a low surface density, the suitable solutions are b and c. In the case where low surface density is most important, solution g is most suitable.

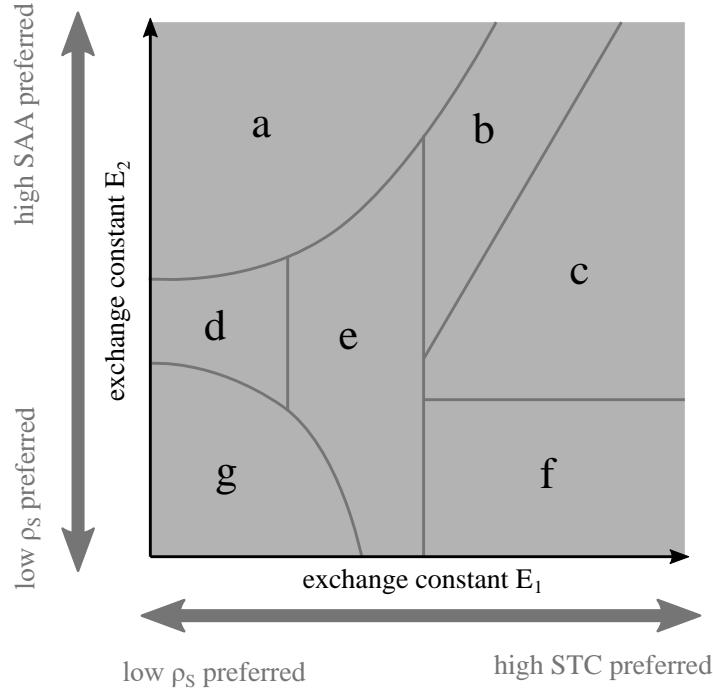


Figure 5.4: Example of acoustic trade-off chart for three parameters  $P_0 = \rho_S$ ,  $P_1 = \text{STC}$  and  $P_2 = \text{SAA}$

## 5.7 Application of the new tool to the case study

### 5.7.1 Overview of the solutions

All combinations of layers from the case study presented in 5.5 are calculated, and the results (transmission loss, absorption coefficient, STC, SAA, total thickness and total surface density) are stored in a database. Once the database is complete, it can serve in many cases of acoustic package design without additional calculation.

A total of 4951 multilayer acoustic packages have been calculated. Figure 5.5 shows the database solutions displayed in a scatter plot with respect to their SAA, STC and surface density. For improved legibility, flat projections of the scatter plots are also presented on Figure 5.6. This scatter plot is analogous to material properties charts for material selection in mechanical design [49]. Each computed structure is represented by a point, whose coordinates are the corresponding performance. The solutions cover a large range of surface densities (8.1 to 40.5  $\text{kg}/\text{m}^2$ ), SAA (0.01 to 0.77) and STC (20 to 37). A color code identifies solutions by structure categories (defined in

Table 5.4 and Figure 5.1). Although performance varies a lot within each category, some trends can be discerned. For example, solutions from category A present low surface density (under 10  $\text{kg}/\text{m}^2$ ) and can reach high SAA (up to 0.75). Solutions from category F present low SAA (under 0.10) and cover large ranges of STC and surface densities. These trends can help designers understand the effectiveness of different categories of acoustic packages. However, it is still hard to make a choice among all the displayed solutions. Suitable solutions for the case study are scattered among other less interesting solutions.

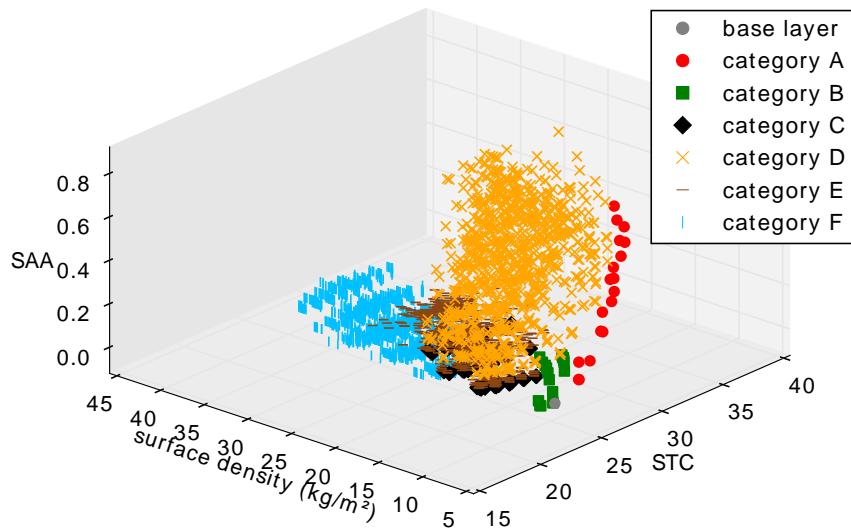
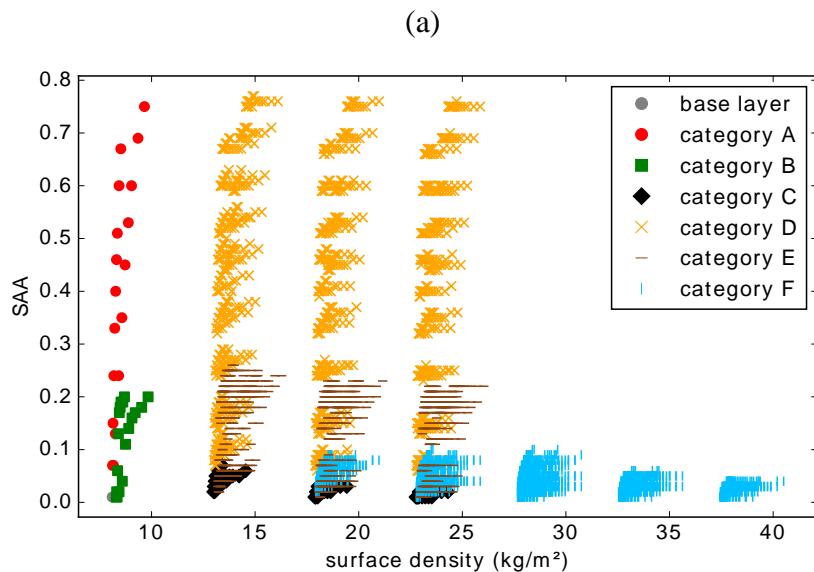


Figure 5.5: Three-dimensional scatter plot displaying solutions according to their SAA, STC and surface density



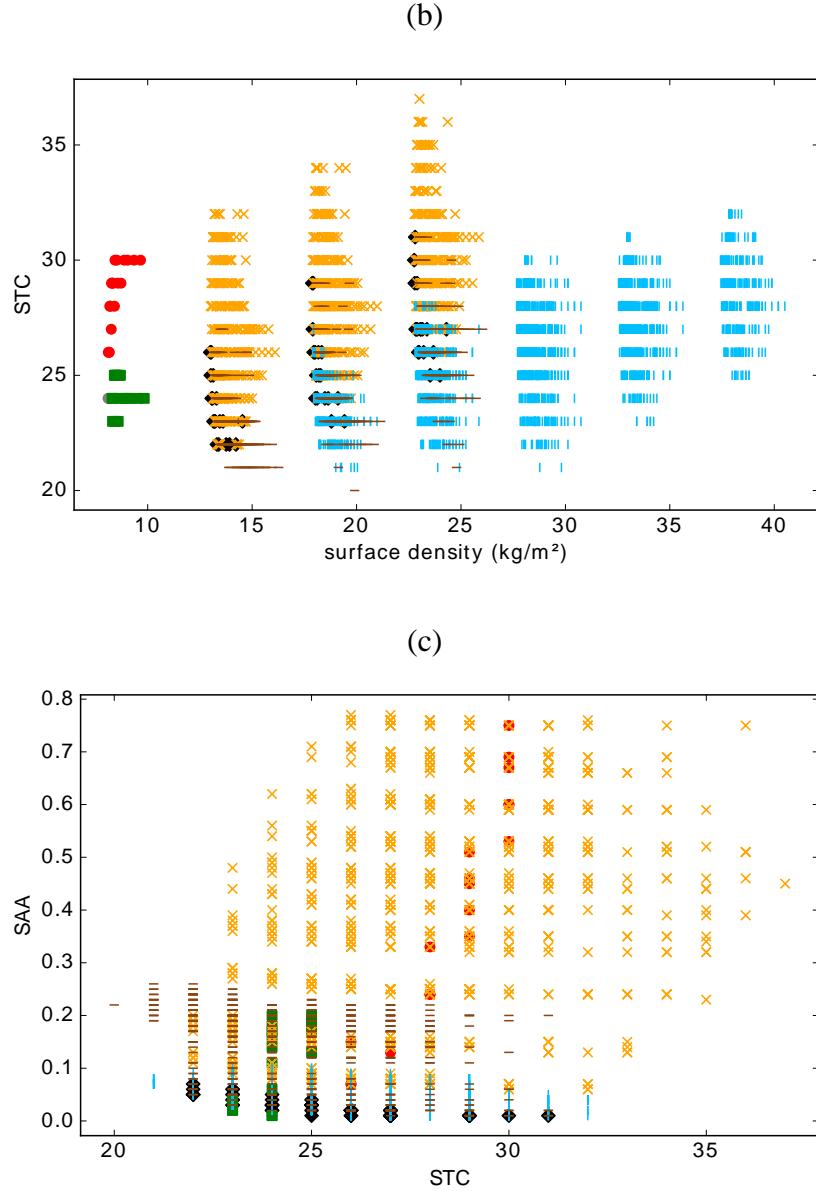


Figure 5.6: Flat projections of the scatter plot: (a) SAA versus surface density, (b) STC versus surface density, (c) SAA versus STC

By selecting only the “better solutions”, the Pareto set gets rid of all “less interesting” solutions. From the scatter plot, the Pareto set is calculated and displayed, as shown on Figure 5.7. Solutions belonging to the Pareto set are represented by stars. From the 4951 solutions, only 41 non-dominated solutions are kept. The Pareto set can be interpreted as the side of the plot where performance is best (low surface density, high SAA, high STC). Once the Pareto set is defined, the

last step is to choose one solution among all “better solutions” using the trade-off chart introduced in section 5.6.3.

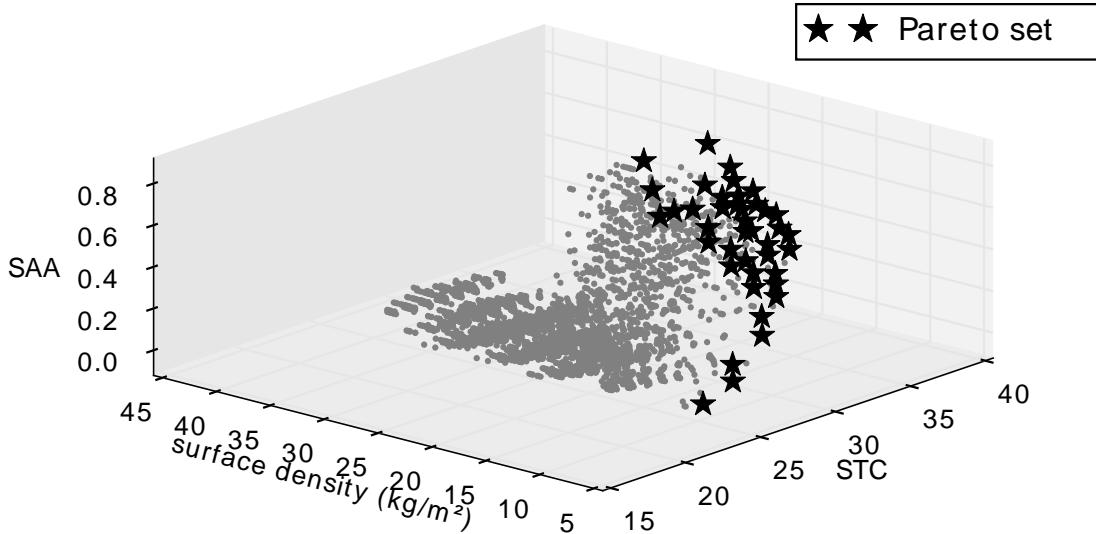


Figure 5.7: Display of the Pareto set

## 5.7.2 Trade-off chart

The acoustic trade-off chart aims at helping a designer to choose one solution among the Pareto set, while dealing with conflicting objectives. As examples to illustrate the use of the chart, two situations are presented in the following:

- Situation 1: sound insulation of an automotive panel with an emphasis put on a broad-band transmission loss and absorption coefficient
- Situation 2: sound package for mitigating a sound peak at 1000 Hz

### 5.7.2.1 Situation 1

This situation corresponds to the case where broad-band insulation is needed, in the context of an automotive panel (e.g. car firewall). Three performance parameters are chosen: surface density, STC and SAA. The last two are particularly adapted to broad-band noise problem, since they are defined over large frequency ranges. The utility function is defined as the following:

$$Z = \rho_S - E_1 STC - E_2 SAA \quad (34)$$

Surface density is defined as the reference parameter. STC and SAA values are preceded by a minus sign: thus, increasing STC and SAA or decreasing surface density (which is profitable) results in a lower Z, therefore bringing a “better solution”.

The utility function is calculated for  $E_1$  ranging from  $10^{-4}$  to  $10^4$  and for  $E_2$  ranging from  $10^{-4}$  to  $10^4$ , and each axis is divided into 300 steps. The limit values for  $E_1$  and  $E_2$  are chosen to make all solutions visible. The number of steps is chosen to allow a good graphic resolution, so that no applicable solution is hidden.

The resulting acoustic trade-off chart is displayed on Figure 5.8. It puts forward 16 solutions from the Pareto set along with their performance, where categories are distinguished by colors. Each area delimited by a line corresponds to a given stacking. The chart brings out the fact that some categories are “better” than other at achieving certain performance. The base layer (no acoustic treatment) stands in the bottom-left corner, because it is the solution which minimizes the surface density. Category D (base layer + porous layer + barrier + porous layer) is more efficient when high STC or high SAA is the most wanted parameter. Category A (base layer + porous layer) is more efficient when a reasonable balance between all three parameters is needed. Other categories do not appear on this chart because for this situation, they are not part of the Pareto set. In particular, category F presents a double mass-air-mass resonance which lowers the transmission loss at given frequencies, and consequently its low STC excludes it from the Pareto set.

This chart also allows identifying one solution for a given compromise. Table 5.5 shows two solutions obtained for  $(E_1, E_2) = (100, 1)$  and  $(E_1, E_2) = (1, 100)$ .  $E_1 = 100$  and  $E_2 = 1$  mean high STC is given high priority over low surface density, and high SAA is given the same priority as low surface density, which leads to a package in category D. On the other hand,  $E_1 = 1$  and  $E_2 = 100$  mean high STC is given the same priority as low surface density, and high SAA is given high priority over low surface density, which leads to a package in category A.

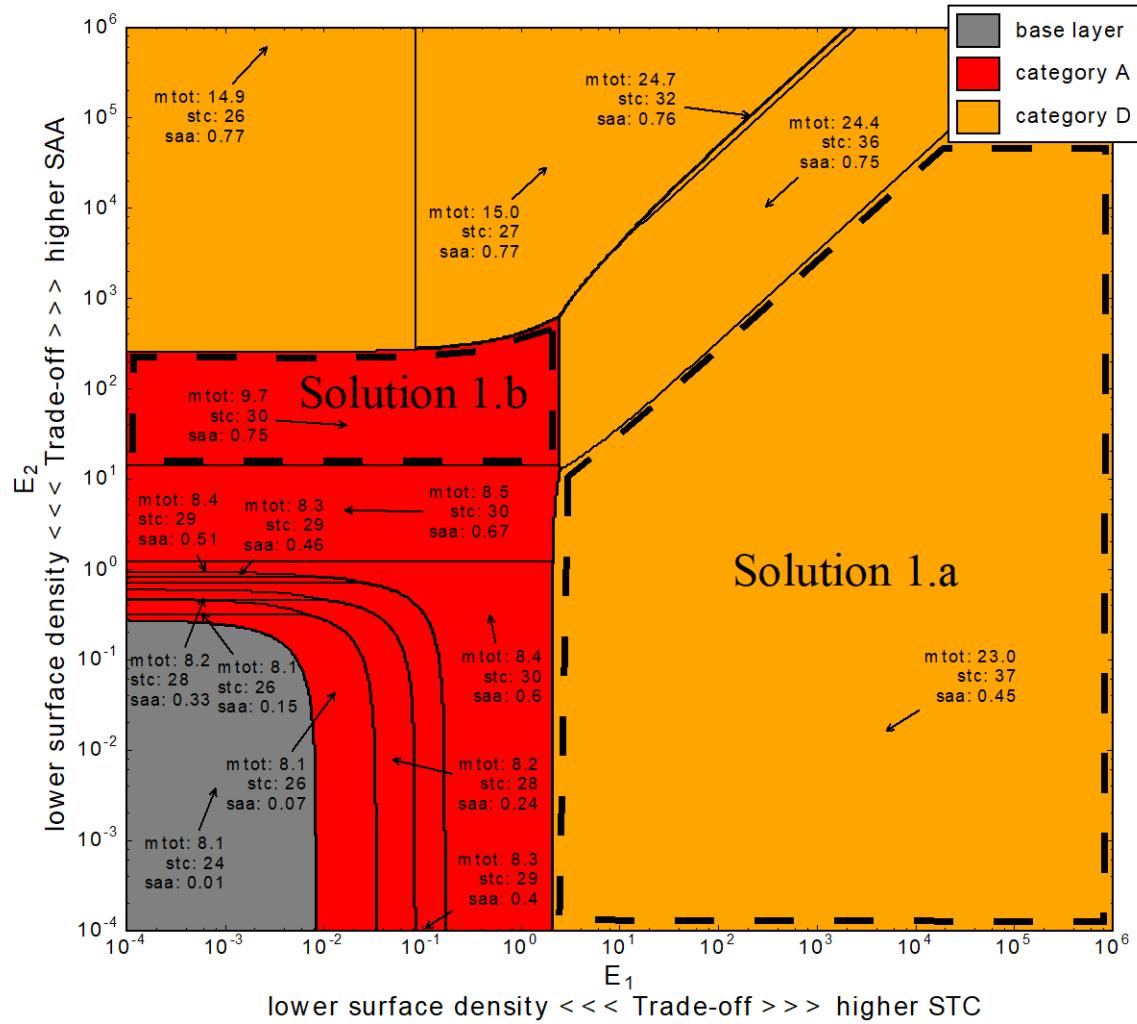


Figure 5.8: Acoustic trade-off chart displaying the Pareto solutions for Situation 1. The choice of a solution can be made by a trade-off between mass density of the package, STC and SAA

Table 5.5: Solutions for Situation 1

	$E_1$	$E_2$	topology	performance	
<b>Solution 1.a</b>	100	1	• aluminium 3 mm	$\rho_s$ (kg. m <sup>-2</sup> )	23.02
			• polyurethane foam 2 mm	STC	37
			• Mass-loaded elastomer × 3	SAA	0.45
			• melamine foam 25 mm		
<b>Solution 1.b</b>	1	100	• aluminium 3 mm	$\rho_s$ (kg. m <sup>-2</sup> )	9.66
			• polyurethane foam 50 mm	STC	30
				SAA	0.75

### 5.7.2.2 Situation 2

This situation corresponds to the case where a sound package is needed to mitigate a sound peak at 1000 Hz. This can happen when a part or a mechanism resonates at this particular frequency. Controlling transmission loss and absorption coefficient in the 1000 Hz frequency band is more adapted to this problem than controlling STC and SAA. Thus, the utility function is defined as the following:

$$Z = \rho_s - E_1 TL_{1000} - E_2 \alpha_{1000} \quad (35)$$

where  $TL_{1000}$  is the transmission loss at 1000 Hz and  $\alpha_{1000}$  is the absorption coefficient at 1000 Hz.

The utility function was calculated for  $E_1$  ranging from  $10^{-4}$  to  $10^4$  and for  $E_2$  ranging from  $10^{-4}$  to  $10^4$ , and each axis divided into 300 steps. The resulting acoustic trade-off chart is displayed on Figure 5.9.

Table 5.6 shows two solutions obtained for  $(E_1, E_2) = (100, 1)$  and  $(E_1, E_2) = (0.1, 200)$ .  $E_1 = 100$  and  $E_2 = 1$  mean high TL is given high priority over low surface density, and high  $\alpha$  is given the same priority as low surface density, which leads to a package in category F (base layer + porous layer + barrier + porous layer + facing). This solution, which includes two stacks of three

mass-loaded elastomer barriers, is particularly heavy and presents high transmission loss at 1000 Hz (78.8 dB).

$E_1 = 0.1$  and  $E_2 = 200$  mean high TL is given lower priority than low surface density, and high  $\alpha$  is given high priority over low surface density, which leads to a package in category D (base layer + porous layer + barrier + porous layer). In solution 2.b, the high coefficient absorption (0.91) at 1000 Hz is explained by the thick layers of porous materials in the package.

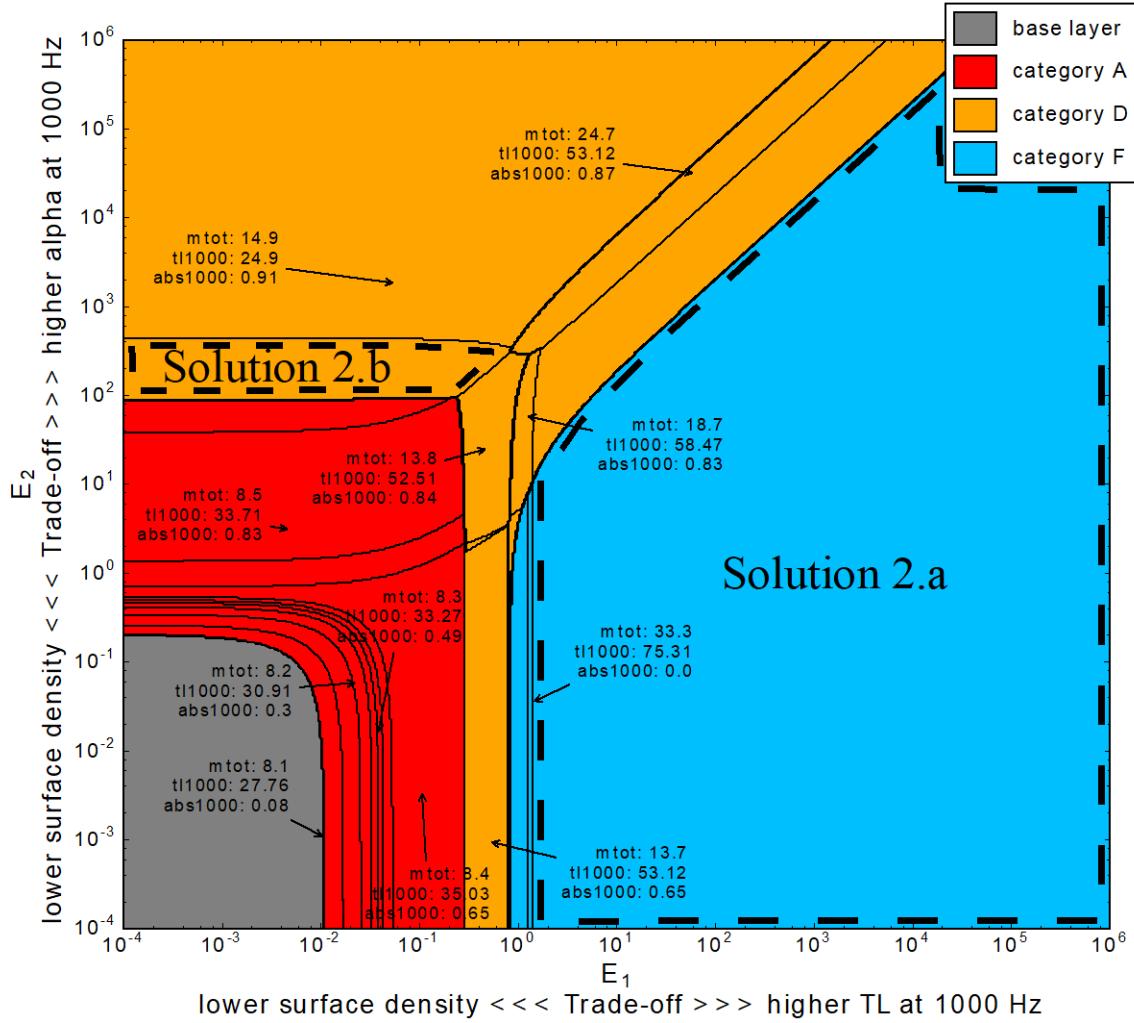


Figure 5.9: Acoustic trade-off chart displaying the Pareto solutions for Situation 2. The choice of a solution can be made by a trade-off between mass density of the package, TL and  $\alpha$

Table 5.6: Solutions for Situation 2

	$E_1$	$E_2$	topology	performance	
<b>Solution 2.a</b>	100	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>aluminium 3 mm</li> <li>melamine foam 50 mm</li> <li>Mass-loaded elastomer <math>\times 3</math></li> <li>melamine foam 50 mm</li> <li>Mass-loaded elastomer <math>\times 3</math></li> </ul>	$\rho_s$ (kg. m <sup>-2</sup> )	38.23
				$TL_{1000}$ (dB)	78.8
				$\alpha_{1000}$	0

	$E_1$	$E_2$	topology	$\rho_s$ (kg. m <sup>-2</sup> )	14.58
<b>Solution 2.b</b>	0.1	200	<ul style="list-style-type: none"> <li>aluminium 3 mm</li> <li>melamine foam 50 mm</li> <li>Mass-loaded elastomer <math>\times 1</math></li> <li>polyurethane foam 50 mm</li> </ul>	$TL_{1000}$ (dB)	24.83
				$\alpha_{1000}$	0.91

### 5.7.3 Case study discussion

In both situations, the acoustic trade-off chart provides a clear overview of possible solutions from the Pareto set, along with trade-off guidelines. Noteworthy in both situations, only three or four categories of multilayer packages are represented, as the other categories are not selected by the Pareto set and the utility function. For some acoustic problems, a few categories only may be suitable, with variations in materials and thicknesses. This single piece of information can lead the designer toward the most efficient categories of multilayer acoustic packages. The chart also puts forward the fact that an increase in mass does not always lead to higher STC. Indeed, solutions from category F, although they are heavier, do not arise when STC is a performance parameter. This is because using two loaded barriers leads to two mechanical resonances, which decreases transmission loss at specific frequencies, and results in a lower STC. The choice of exchange constants  $E_1$  and  $E_2$  depends on the priority given by a designer to each performance parameter. Through this choice, a solution can be assigned to the problem. In addition, one major advantage of this chart is its ability to represent close alternative solutions next to the assigned solution. This capability allows taking into account other constraints, such as cost or availability of the materials.

## 5.8 Conclusion

A new design tool has been presented, which can be used as a design guide at the early stage of multilayer acoustic packages design. From a set of available layers and design constraints, a database of possible multilayer structures is calculated. Best solutions from the Pareto set are selected using a utility function and displayed on a designer-oriented acoustic trade-off chart. This chart allows for a quick visual analysis of suitable solutions. It represents the necessary trade-offs between conflicting performance goals. This was illustrated through two situations: one in which surface density, STC and SAA were chosen as performance parameters, and another in which performance parameters were the surface density of the multilayer package, absorption coefficient and transmission loss for a given frequency range. Other performance parameters could be developed as needed.

The strength of this methodology is its flexibility in terms of objectives and the fact that it proposes many suiting solutions with variations, instead of a single optimized solution. The display of solutions is intended to be effective and visual for the designer. Therefore, it is suited for multi-objective design of multilayer acoustic packages. The format involving three performance parameters is ideal for a clear visual display. With technological assistance, more than three parameters could be used as preference parameters, and trade-off would include all aspects of the acoustic package. The tool can also be easily modified to include additional performance parameters such as cost, for instance, which is a decisive design parameter. The use of this design tool could lead to significant gains of time at the early stage of design of acoustic packages, when it is most crucial.

## Acknowledgements

The authors wish to recognize the National Sciences and Engineering Research Council of Canada (NSERC) and Elasto Proxy Inc. for their financial support. They also thank Elasto Proxy Inc. for providing technical expertise and materials for this research work.

## CHAPITRE 6 DISCUSSION GÉNÉRALE

Ce chapitre discute des liens entre les outils et de ce qui peut être tiré de leur usage. Dans la première section, des compléments sont apportés à la carte de compromis présentée dans le Chapitre 5. Puis dans la deuxième section, les tendances dégagées par l'usage de tous les outils sont discutées. Enfin, les limites et améliorations envisageables sont présentées.

### 6.1 Compléments sur la carte de compromis

La carte de compromis présentée au Chapitre 5 permet, à partir d'un problème acoustique donné, d'une liste de matériaux et d'épaisseurs disponibles, de choisir une barrière acoustique multicouche parmi un front de Pareto, par le biais de compromis. À l'usage, certains paramètres de l'outil sont amenés à être modifié par l'utilisateur.

#### 6.1.1 Effet de la plaque support sur la carte

Dans le cas d'étude de l'article, les barrières acoustiques sont collées sur une plaque support de 3 mm d'aluminium. Le changement de la plaque support a-t-il un impact significatif sur les « meilleures » solutions affichées ? Doit-on calculer à nouveau toute la base de données si l'on souhaite changer de plaque support ? La carte de compromis a été recalculée pour une plaque support de 1,5 mm d'aluminium. Ce type d'épaisseur est régulièrement utilisé dans l'industrie automobile [72]. Ce changement d'épaisseur affecte notamment la rigidité de flexion, les nombres d'onde dans la plaque, et sa fréquence de coïncidence.

La Figure 6.1 et la Figure 6.2 permettent de comparer la carte de compromis de la Figure 5.8 de l'article, pour deux plaques support différentes : la plaque originale d'aluminium de 3 mm, et la plaque d'aluminium de 1,5 mm. Les catégories de structures multicouches affichées sont les mêmes pour les deux supports : plaque support seule, catégorie A (plaque support + couche de poreux) et catégorie D (plaque support + couche de poreux + une ou plusieurs couches lestées empilées + couche de poreux).

Les deux cartes présentent des similarités dans la partie inférieure gauche (lorsqu'on donne un poids relatif modéré à important à la masse surfacique par rapport au STC et au SAA). Mais le reste de la carte est différent lorsqu'on change de plaque support. Pour la plaque de 3 mm d'épaisseur, 16 solutions ont été affichées, contre 18 pour la plaque de 1,5 mm d'épaisseur. En

analysant chaque solution, on se rend compte que les deux cartes présentent 12 structures en commun (mêmes combinaisons de couches), ce qui explique les similarités de formes pour les deux cartes de la Figure 6.1 et de la Figure 6.2. Les différences de performances entre ces 12 structures en commun ne sont seulement dues qu'à la différence de plaque support. Il reste alors 4 solutions pour la plaque de 3 mm qui n'apparaissent pas sur la carte de la plaque de 1,5 mm. De même, 6 solutions pour la plaque de 1,5 mm n'apparaissent pas sur carte de la plaque de 3 mm.

En conclusion, le changement de la plaque support a bien un effet sur la carte et les solutions affichées. Une carte générée pour une plaque support donnée ne peut donc pas être extrapolée pour d'autres plaques support. Lorsqu'on désire changer de plaque support (épaisseur ou matériau), il est donc nécessaire de recalculer la base de données pour toutes les combinaisons de solutions appliquées à cette nouvelle plaque. Un simple ajout de la nouvelle épaisseur ou du matériau dans le module *OCTAVE base de données* permet ce calcul de façon automatisée.

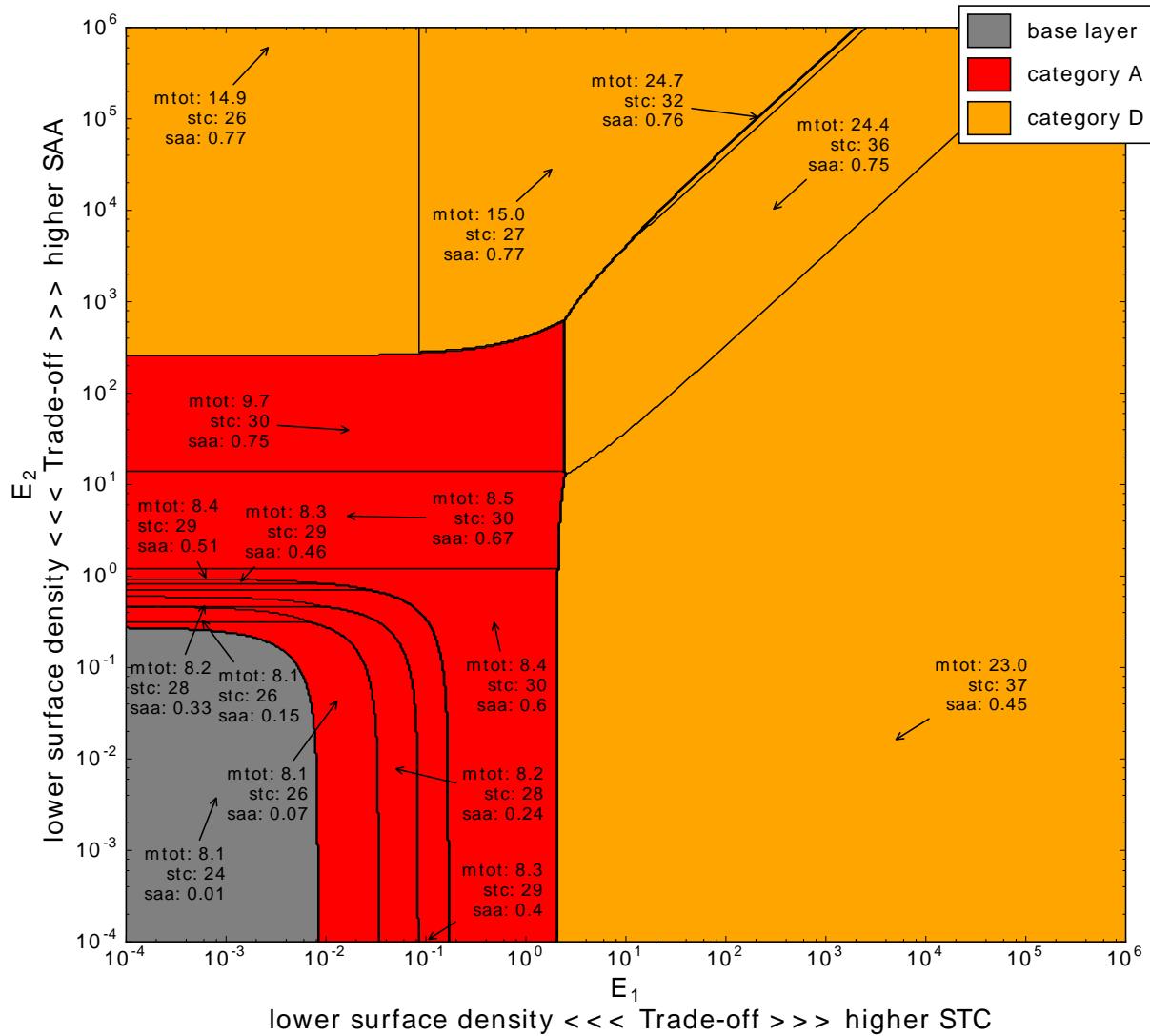


Figure 6.1 : Carte de compromis de la Figure 5.8 de l'article, pour une plaque support en aluminium de 3 mm d'épaisseur (16 solutions affichées)

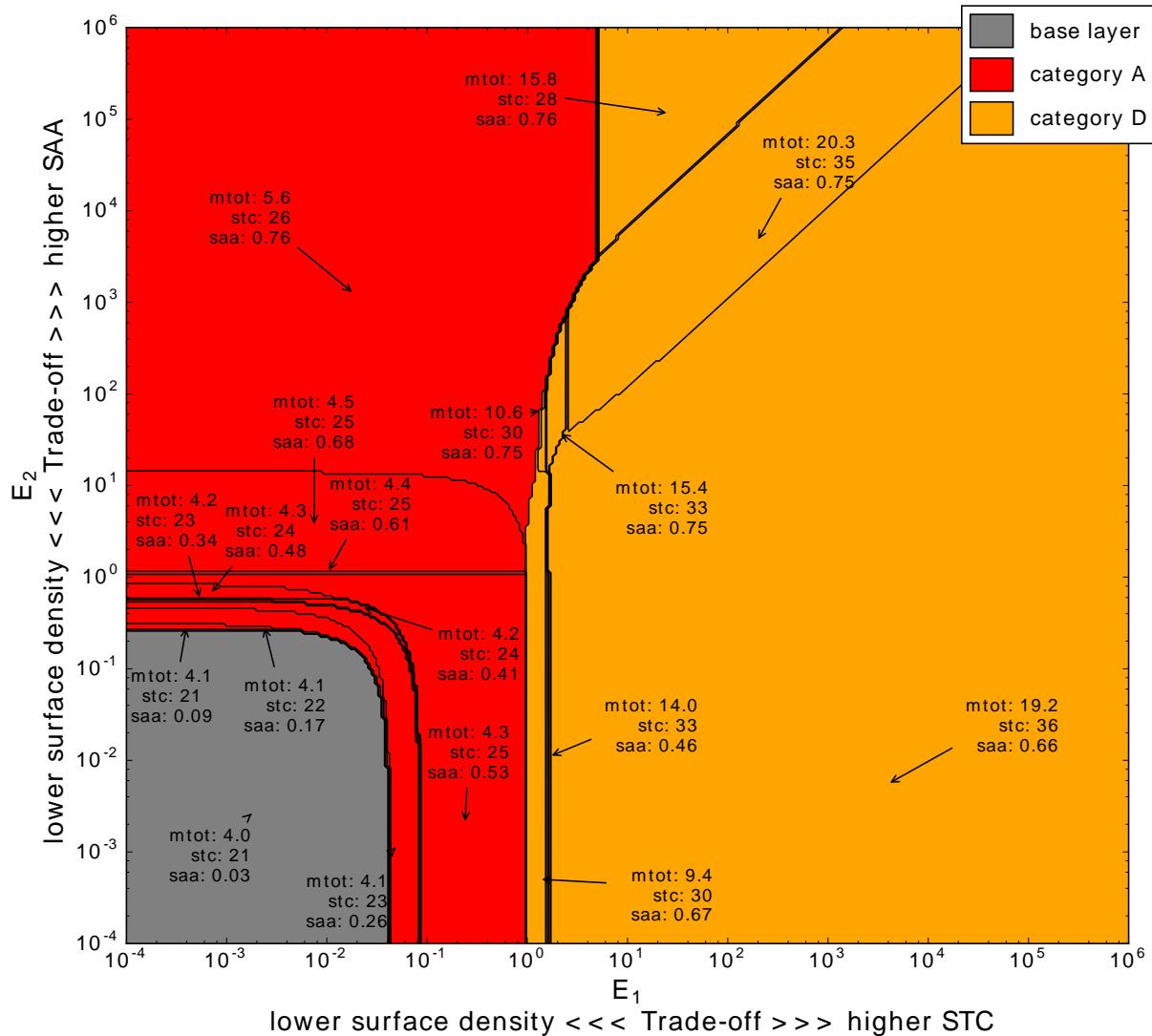


Figure 6.2 : Carte de compromis de la Figure 5.8 de l'article, pour une plaque support en aluminium de 1,5 mm d'épaisseur (18 solutions affichées)

### 6.1.2 Effet du choix des plages de constantes d'échange

Le choix des plages de variation des constantes d'échange, qui correspondent aux compromis entre les paramètres de performance, a un impact sur les solutions affichées et sur l'aspect de la carte de performances. La Figure 6.3 montre la comparaison de la carte de compromis de la Figure 5.8 de l'article, pour différentes plages de valeurs de constantes d'échange.

Pour de très larges plages de valeurs de constantes d'échange (choix 6.a de la Figure 6.3), c'est-à-dire lorsqu'on autorise des très grands poids relatifs entre les critères de performance, toutes les

solutions possibles sont affichées. Les solutions proches des « bords » de la carte forment des zones très étirées. Les solutions proches du centre sont resserrées et peu lisibles. Avec des plages de valeurs plus restreintes, le choix 6.b correspond à la carte originale affichée dans l'article. Même après avoir restreint les plages de valeurs des constantes d'échange, toutes les solutions sont encore visibles. Les solutions au centre de la carte sont plus facilement distinguables. Pour des plages de valeurs de constantes d'échange beaucoup plus étroites (choix 6.c), donc pour des poids relatifs autorisés plus modérés, cinq solutions ne sont plus visibles sur la carte. Dans ce cas, l'utilisateur peut faire un « mauvais » choix en omettant des solutions plus intéressantes.

Ainsi, il est important pour l'utilisateur de cet outil de bien choisir les bornes des plages de constantes d'échange : la carte doit afficher toutes les solutions possibles tout en restant lisible. Il est à noter que le choix des plages de variation des constantes d'échange n'affecte pas le temps de calcul de la carte. Celui-ci dépend avant tout du nombre de structures dans la base de données, ainsi que du nombre d'incrément choisis pour les variations des constantes d'échange. Ce temps de calcul est de l'ordre de quelques secondes à quelques minutes ce qui est très court par rapport au temps de calcul de la base de données.

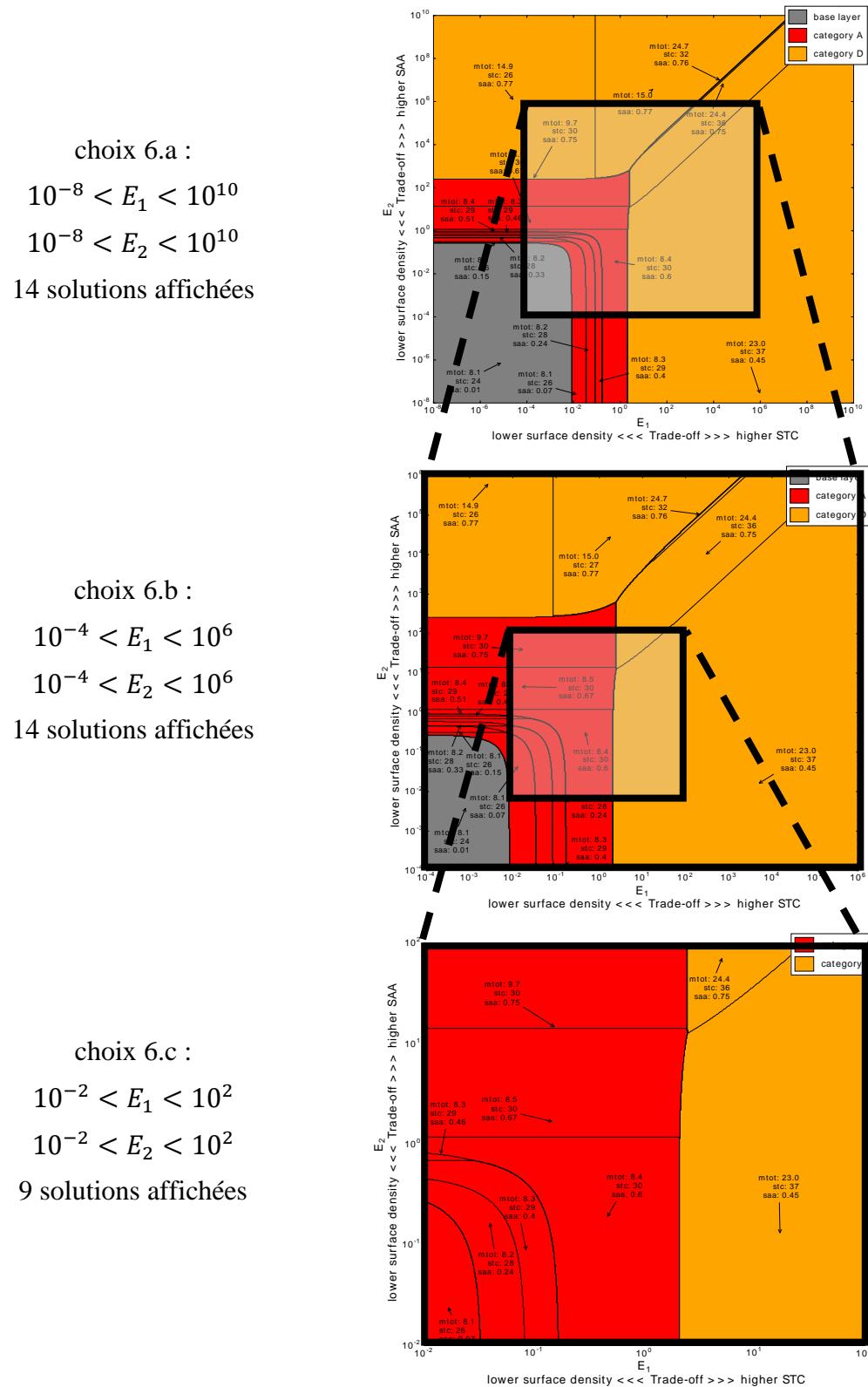


Figure 6.3 : Comparaison de la carte de compromis de la Figure 5.8 de l'article, pour différentes plages de valeurs de constantes d'échange

## 6.2 Dégagement de tendances

Les outils développés s'articulent autour d'un problème central qui est la conception des barrières acoustiques multicouches. Bien que chacun réponde à un besoin précis, ils sont complémentaires, et leur utilisation combinée lors de ce projet a permis de dégager des tendances de conception.

Dès l'usage du module de comparaison, le rôle de différentes couches a pu être identifié. La couche externe de la barrière, c'est-à-dire celle qui se trouve du côté de la source de bruit, a une influence particulièrement grande sur les performances de la structure multicouche. Lorsque la couche externe est une couche de poreux, la barrière devient très vite efficace en absorption. Si l'on recouvre cette couche de poreux par une couche lestée ou un revêtement, on perd cet avantage. Cet effet a été mis en valeur avec le module de comparaison sur la Figure 4.12, où on constate une chute du coefficient d'absorption lors de l'ajout d'un revêtement par-dessus la couche de poreux. En pratique, la couche de poreux est presque toujours protégée de l'environnement par un revêtement. Parfois, ce revêtement est perforé, ce qui permet de protéger le poreux tout en gardant une absorption suffisante.

L'outil de surfaces de réponse a permis de comprendre que le rôle d'une couche de poreux dépend de sa position dans l'assemblage. Ainsi, alors que la couche de poreux placée vers l'extérieur contrôle l'absorption de la structure, une même couche poreuse, placée derrière une couche lestée, contrôle la perte par transmission de la structure puisqu'elle permet de découpler la couche lestée de la plaque de base. Ce principe a été mis en évidence sur la Figure 4.18. Cet effet aurait aussi pu être étudié avec le programme de comparaison : en comparant plusieurs fois la même configuration de couches, mais avec des variations dans les épaisseurs de mousse. Mais cela aurait été fastidieux et n'aurait pas conduit à une représentation aussi claire que les *heatmaps* du programme de surfaces de réponse.

Avec la base de données et la carte de compromis associée, la conception ne se fait plus dans le même sens. Plutôt que de spécifier des paramètres matériaux et de visualiser les performances résultantes, c'est plutôt l'inverse : on spécifie des objectifs de performance à atteindre, et les solutions multicouches satisfaisantes sont mises en évidence. L'utilisation de la carte de performances a aussi dégagé des tendances puisqu'on a vu que pour des objectifs donnés, certaines catégories de configurations étaient privilégiées. Ainsi, on a par exemple vu dans la section 5.7.2.1 que dans le contexte du cas d'étude, lorsqu'on choisit le STC, le SAA et la masse surfacique comme

paramètres de performance, seules deux configurations apparaissaient sur la carte de compromis en plus de la couche de base : la catégorie A (couche de base + couche de poreux) et la catégorie D (couche de base + couche de poreux + couche lestée + couche de poreux).

Les outils développés ont montré leur capacité à dégager des tendances correspondant à un cas spécifique : l'utilisation de certaines barrières acoustiques multicouches dans l'industrie automobile. Mais ces outils peuvent être appliqués à d'autres domaines de la conception faisant intervenir plusieurs paramètres d'entrée, des contraintes, ainsi que plusieurs paramètres de sortie (critères de performance), afin de dégager des tendances et des règles de conception.

### 6.3 Limites et améliorations des outils et de la méthodologie

Les outils et méthodes ont été testés par des employés d'Elasto Proxy, durant leur phase de développement. Le présent travail a été réalisé en gardant toujours à l'esprit de réaliser des outils pratiques et surtout apportant un appui visuel à la conception. Ainsi, cet impératif a guidé le choix de ce qui pouvait être affiché. Par exemple, l'outil de surfaces de réponse permet d'afficher des résultats sous forme de graphiques tridimensionnels. Une dimension sert à afficher un objectif de performance (la perte par transmission par exemple). Il ne reste alors que deux dimensions pour faire varier des paramètres de couche. Un plan d'expérience complet permettrait de faire varier à la fois tous les paramètres de chaque couche, plutôt que de se restreindre à deux épaisseurs. De la même manière, la carte de compromis ne permet de faire que deux compromis entre 3 objectifs. En sacrifiant la représentation visuelle, il serait possible de créer un outil numérique qui permet un compromis pour n'importe quel nombre d'objectifs. Il suffirait alors d'ajouter des paramètres de performance à la fonction d'utilité définie en section 5.6. En revanche, visualiser les résultats de ces études plus complexes demandera toujours de réaliser des projections en deux ou trois dimensions.

Des choix ont également été faits pour le calcul de la base de données. Même en partant d'un nombre de matériaux disponibles limité, le nombre d'empilements possibles est en théorie infini si l'on ne définit pas de règles. Des catégories de configurations, qui ont été jugées pertinentes dans le cadre de la conception acoustique industrielle, ont été définies afin de limiter le cadre de l'étude. Mais il est possible que de cette façon, des structures moins conventionnelles mais performantes aient été omises. Une façon de cadrer l'étude serait de lancer le calcul en imposant des conditions

d'épaisseurs maximum, et de nombre de couches maximales. Ainsi, plus de catégories seraient prises en compte. À l'opposé, il serait intéressant de contraindre d'avantage les catégories possibles : en imposant par exemple l'utilisation d'un revêtement par-dessus une couche de poreux. Les solutions proposées dans le cas d'étude de l'article seraient alors différentes.

Le choix d'utiliser la méthode des matrices de transfert a également restreint l'étude à certaines hypothèses et à certains types de matériaux. D'autres types de matériaux auraient pu être inclus dans le modèle TMM, comme par exemple les revêtements perforés. En utilisant la méthode des éléments finis, on serait capable de représenter des systèmes à géométries plus complexes. En utilisant une méthode d'analyse modale, on prendrait en compte l'aspect vibratoire des problèmes de bruit. Ceci ne modifierait pas le fonctionnement général des outils.

## CHAPITRE 7 CONCLUSION

### 7.1 Synthèse des travaux

L'objectif général de la maîtrise était de fournir une méthodologie de conception pour les barrières acoustiques multicouches. Cette méthodologie devait permettre de dégager des tendances et des règles de conception pour les barrières acoustiques multicouches, répondant ainsi à la question du choix difficile du nombre de couches, des matériaux de couches, de leurs épaisseurs et de leur agencement. Pour cela, trois axes de travail ont été définis :

- acquérir des données matériaux par la mesure et par la recherche dans la littérature ;
- étudier les barrières au cas par cas : d'une part par la comparaison de barrières, d'autre part par l'étude de l'influence des épaisseurs de couche au sein d'une barrière sur ses performances ;
- généraliser l'étude des barrières en générant une base de données et en développant des outils de choix et de visualisation.

En caractérisant un lot d'échantillons fournis par Elasto Proxy, il a été possible d'obtenir les paramètres matériaux nécessaires à la modélisation des plusieurs matériaux poreux. D'autres paramètres matériaux ont été identifiés dans la littérature. Également, la caractérisation a permis une première comparaison de différentes barrières multicouches et une première compréhension des avantages et défauts de chaque configuration.

L'étude des barrières au cas par cas s'est faite par la création de nouveaux modules articulés autour du programme OCTAVE, développé dans le cadre du partenariat avec Elasto Proxy. Un module de comparaison a été créé, qui favorise une comparaison visuelle ainsi que la représentation simplifiée des performances de chaque barrière. Il constitue une première façon de répondre à la problématique de la conception des barrières, car il permet de faire un choix entre plusieurs barrières. Un module de surfaces de réponse a été créé, pour observer l'évolution des performances d'une barrière sous l'effet de la variation d'une ou deux épaisseurs de couches. Il permet notamment de constater quelles couches sont les plus influentes dans une configuration donnée, pour atteindre des performances voulues. C'est une deuxième manière de répondre à la problématique : cet outil pourrait être utilisé dans un contexte de recherche académique ou industrielle pour explorer des nouvelles barrières acoustiques, plus performantes que les barrières existantes.

Puis le développement du module de base de données, en permettant un stockage des résultats, a répondu à deux besoins :

- pouvoir récupérer des résultats déjà calculés et ainsi faire fonctionner les autres modules d'OCTAVE sans temps de calcul supplémentaire ;
- disposer de nombreux résultats pouvant être manipulés et visualisés de différentes façons.

C'est une troisième manière de répondre à la problématique : par le biais de requêtes dans la base de données, il est possible de faire un choix de barrière répondant à des critères précis. Une telle base de données appliquée à l'industrie permettrait à une entreprise de proposer très rapidement des solutions adaptées à toutes sortes de problèmes acoustiques.

Enfin, un outil de visualisation de « meilleures solutions » à un problème acoustique donné a également été développé, et fait l'objet d'un article soumis à une revue scientifique. Cette carte de compromis, par l'intermédiaire du front de Pareto, affiche les solutions possibles et propose un choix en faisant deux compromis. Cet outil se veut proche de la réalité industrielle puisqu'il montre les solutions faisables par un assemblage de couches à disposition du concepteur. Alors que le module de surfaces de réponse est axé sur la recherche, ce module est axé sur l'usage industriel, avec un compromis pour atteindre les objectifs parfois divergents d'un problème acoustiques. Le développement de cet outil a constitué la dernière étape du projet, et a abouti sur une quatrième manière d'aborder la problématique de la conception des barrières acoustiques multicouches.

## 7.2 Perspectives académiques et industrielles

Les outils développés dans le cadre de ce projet ont été appliqués dans un cadre précis. Ce cadre pourrait être élargi en considérant d'autres domaines industriels, d'autres critères de performance, ou bien d'autres paramètres de conception.

Tout d'abord, une application industrielle à court terme de ces outils consiste, à partir de nombreuses données matériaux, à créer une base de données complète de structures acoustiques multicouches. Cette base serait exploitée pour créer des solutions acoustiques performantes et des tendances plus générales de conception.

L'étude s'appuie sur quatre types de couches : plaque support, poreux, barrière, revêtement. D'autres modèles de couches pourraient être ajoutés afin de prendre en compte d'autres matériaux, comme les revêtements perforés, utilisés dans l'industrie d'application de l'étude, ici l'industrie

automobile. Également, des modèles de matériaux utilisés dans d'autres industries pourraient être ajoutés, comme certains matériaux composites en aéronautique. Cet ajout se fait dans le module original de prédiction, aucune modification majeure n'étant nécessaire dans les outils de conceptions. La méthode des matrices de transfert, présentement utilisée, pourraient d'ailleurs être remplacée par des méthodes plus adaptées à certains problèmes acoustiques, sans impacter les outils de conception, qui ne dépendent pas de la méthode de prédiction utilisée.

L'étude résume les performances d'une barrière acoustique à son comportement en transmission, en absorption, à sa masse et à son épaisseur. D'autres paramètres de performance pourraient être pris en compte. Par exemple, un paramètre qui traduit la capacité à ne pas transmettre les vibrations serait utile pour traiter les problèmes de type vibroacoustique. D'un point de vue industriel, le coût pourrait être ajouté aux performances. Les outils proposés peuvent être adaptés à ce besoin en tenant compte du coût de chaque matériau et des coûts d'assemblages de différentes configurations de couches.

D'autres paramètres variables pourraient également être ajoutés au module de surface de réponse, qui dans le présent travail se restreint à une variation d'épaisseurs de couches. D'un point de vue académique, on pourrait par exemple étudier l'influence des paramètres acoustiques des matériaux poreux (porosité, résistivité, tortuosité, longueur caractéristique visqueuse, longueur caractéristique thermique), ou bien celle de la densité des couches lestées, sur les performances de l'assemblage final. Cependant, cet ajout pourrait aussi aboutir à des matériaux impossibles à obtenir : en pratique on peut difficilement faire varier ces paramètres indépendamment des autres propriétés du matériau.

Ces outils ont été créés spécifiquement pour répondre au problème des barrières acoustiques multicouches. Cependant, la plupart des concepts et méthodes utilisés sont adaptables à la conception en général, lorsqu'il est nécessaire de faire de nombreux choix. On peut par exemple penser à l'industrie chimique, dans laquelle des mélanges de différents composants en quantités variables doivent aboutir à un produit performant. De manière générale, ces travaux montrent l'importance de faire communiquer les méthodes de conception entre les différents domaines afin de mettre en place des outils adaptés au travail des concepteurs.

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] A.-M. Fillet, "Ninth international congress on noise as a public health problem," vol. 8, n°. 1, p. 70-74, 2009.
- [2] G. P. Phat Nguyen, Nicole Ouellette, Jean Yves Charbonneau, "Réduire le bruit en milieu de travail : informations générales et techniques illustrées," éd, 2002, p. 75.
- [3] "Regulation (EU) No 540/2014 of the European Parliament and of the Council of 16 April 2014 on the sound level of motor vehicles and of replacement silencing systems, and amending Directive 2007/46/EC and repealing Directive 70/157/EEC Text with EEA relevance," éd.
- [4] K. Tageman, "Modelling of sound transmission through multilayered elements using the transfer matrix method," Master's Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2013.
- [5] H. V. Fuchs, "Sound Absorption for Noise Control and Room-Acoustical Design," dans *Applied Acoustics: Concepts, Absorbers, and Silencers for Acoustical Comfort and Noise Control: Alternative Solutions-Innovative Tools-Practical Examples*: Springer Science & Business Media, 2013.
- [6] Elasto Proxy Inc. (2018). *Engine Bay Insulation*. [En ligne]. Disponible: <http://blog.elastoproxy.com/engine-compartment-insulation/>
- [7] P. Canetto, "Techniques de réduction du bruit en entreprise," éd, 2006.
- [8] *C423-17 Standard Test Method for Sound Absorption and Sound Absorption Coefficients by the Reverberation Room Method*, 2017.
- [9] *E1050-12 Standard Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials Using a Tube, Two Microphones and a Digital Frequency Analysis System*, 2012.
- [10] F. N. Sgard, Hugues ; Atalla, Noureddine ; Trompette, Nicolas ; Barbry, Jean-Louis ; "Développement d'un outil d'aide à la conception acoustique d'encoffrements de machines," IRSST, Édit., 2009.
- [11] *E413-16 Classification for Rating Sound Insulation*, 2016.
- [12] A. Dijckmans, "Wave Based Calculation Methods for Sound-Structure Interaction. Application to Sound Insulation and Sound Radiation of Composite Walls and Floors.(Golfgebaseerde rekenmethoden voor geluid-structuur interactie. Toepassing op geluidisolatie en geluiduitstraling van samengestelde wanden en vloeren.)," 2011.
- [13] F. Fahy, "Chapter 11 - Transmission of Sound through Partitions," dans *Foundations of Engineering Acoustics*, London: Academic Press, 2001, p. 315-351.
- [14] L. Roussos, *Noise transmission loss of a rectangular plate in an infinite baffle* vol. 75, 1985.
- [15] F. Fahy, "7 - Sound Absorption and Sound Absorbers," dans *Foundations of Engineering Acoustics*, London: Academic Press, 2001, p. 140-180.
- [16] G. Penelet, "Acoustique en fluide visqueux et conducteur de la chaleur," 2013.

- [17] Y. Miki, "Acoustical properties of porous materials-Modifications of Delany-Bazley models," vol. 11, n°. 1, p. 19-24, 1990.
- [18] M. E. Delany et E. N. Bazley, "Acoustical properties of fibrous absorbent materials," vol. 3, n°. 2, p. 105-116, 1970.
- [19] E. Deckers et al., "Modelling Techniques for Vibro-Acoustic Dynamics of Poroelastic Materials," vol. 22, n°. 2, p. 183-236, 2015.
- [20] Y. Atalla, *Développement d'une technique inverse de caractérisation acoustique des matériaux poreux*: ProQuest, 2002.
- [21] D. L. Johnson et al., "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media," vol. 176, p. 379-402, 2006.
- [22] Y. Champoux et J. F. Allard, "Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media," vol. 70, n°. 4, p. 1975-1979, 1991.
- [23] M. A. Biot, "Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range," vol. 28, n°. 2, p. 179-191, 1956.
- [24] Y. Atalla et R. Panneton, "Inverse acoustical characterization of open cell porous media using impedance tube measurements," vol. 33, n°. 1, p. 14, 2005-03-01 2005.
- [25] R. Panneton et X. Olny, "Acoustical determination of the parameters governing viscous dissipation in porous media," vol. 119, n°. 4, p. 2027-2040, 2006.
- [26] X. Olny et R. Panneton, "Acoustical determination of the parameters governing thermal dissipation in porous media," vol. 123, n°. 2, p. 814-824, 2008.
- [27] R. Zhou, "Sound transmission loss of composite sandwich panels," 2009.
- [28] J. Zhou et al., "Optimization for sound transmission through a double-wall panel," vol. 74, n°. 12, p. 1422-1428, 2013.
- [29] Elasto Proxy Inc. (2016). *Sound Barriers for Acoustic Insulation*. [En ligne]. Disponible: <http://blog.elastoproxy.com/sound-barriers-acoustic-insulation/>
- [30] *E90-09 Standard Test Method for Laboratory Measurement of Airborne Sound Transmission Loss of Building Partitions and Elements*, 2016.
- [31] J. F. Allard et N. Atalla, "Modelling multilayered systems with porous materials using the transfer matrix method," dans *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials, Second Edition*, 2009, p. 243-281.
- [32] R. H. Lyon, *Statistical energy analysis of dynamical systems: theory and applications*, 1975.
- [33] R. Cherif et al., "Evaluation of a hybrid TMM-SEA method for prediction of sound transmission loss through mechanically coupled aircraft double-walls," vol. 117, p. 132-140, 2017.
- [34] F. J. Fahy et P. Gardonio, *Sound and structural vibration: radiation, transmission and response*: Academic press, 2007.
- [35] F. C. Sgard et al., "On the use of perforations to improve the sound absorption of porous materials," vol. 66, n°. 6, p. 625-651, 2005.

- [36] W.-H. Chen et al., "On the acoustic absorption of porous materials with different surface shapes and perforated plates," vol. 237, n°. 2, p. 337-355, 2000.
- [37] B. Brouard et al., "General method of modelling sound propagation in layered media," vol. 183, n°. 1, p. 129-129, 1995.
- [38] M. Villot et al., "Predicting the acoustical radiation of finite size multi-layered structures by applying spatial windowing on infinite structures," vol. 245, n°. 3, p. 433-455, 2001/08/16/ 2001.
- [39] P. P. Bonfiglio, Francesco;Lionti, Riccardo;, "A reduced-order integral formulation to account for the finite size effect of isotropic square panels using the transfer matrix method," vol. 139, n°. 4, p. 1773-1783, 2016.
- [40] Y. Hu, "Développement de panneaux hybrides passifs/actifs pour l'acoustique," Ecole Centrale de Lyon, 2010.
- [41] E. Jaeger, "Plane Cross Section," éd, 2008, p. image recadrée, License Creative Commons CC BY-NC 2.0.
- [42] "Mur anti-bruit près de Rungis, France," éd, 2007, p. License Creative Commons CC BY 2.5.
- [43] R. Zulkifli et al., *Acoustic Properties of Multi-Layer Coir Fibres Sound Absorption Panel* vol. 8, 2008.
- [44] R. Mu et al., "Improvement of sound insulation performance of double-panel structures by using damping materials," vol. 60, n°. 4, p. 473-480, 2012.
- [45] P. Leite et al., "Optimal Design of a Multifunctional Sandwich Panel With Foam Core: Lightweight Design for Flexural Stiffness and Acoustical Transmission Loss," vol. 17, n°. 3, p. 311-318, 2015.
- [46] O. Tanneau et al., "Optimization of multilayered panels with poroelastic components for an acoustical transmission objective," vol. 120, n°. 3, p. 1227-1238, 2006.
- [47] M. Inoue et al., "Application of preference set-based design method to multilayer porous materials for sound absorbency and insulation," vol. 26, n°. 12, p. 1151-1160, 2013.
- [48] J. S. Lee et al., "Optimal poroelastic layer sequencing for sound transmission loss maximization by topology optimization method," vol. 122, n°. 4, p. 2097-2106, 2007.
- [49] M. F. Ashby, "Chapter 4 - Material property charts," dans *Materials Selection in Mechanical Design (3rd Edition)*: Elsevier, 2005.
- [50] P. Sirisalee et al., "Multi-Criteria Material Selection in Engineering Design," vol. 6, n°. 1-2, p. 84-92, 2004.
- [51] M. F. Ashby, "9. Multiple Constraints and Objectives," dans *Materials Selection in Mechanical Design (3rd Edition)*: Elsevier, 2005.
- [52] P. Sirisalee et al., "Multi-Criteria Material Selection of Monolithic and Multi-Materials in Engineering Design," vol. 8, n°. 1-2, p. 48-56, 2006.
- [53] R. H. Myers et al., *Response Surface Methodology*, Third edition<sup>e</sup> éd., 2009.

- [54] Y.-T. Tsai et al., "Optimizing material properties of composite plates for sound transmission problem," vol. 335, p. 174-186, 2015.
- [55] C.-C. Liao et al., "Multiple vibrating plates of sound suppression mask for minimizing tics impulse acoustics of Tourette's patients," vol. 129, p. 27-35, 2018.
- [56] O. Doutres et N. Atalla, "Experimental estimation of the transmission loss contributions of a sound package placed in a double wall structure," vol. 72, n°. 6, p. 372-379, 2011.
- [57] A. Dijckmans et al. Optimization of the acoustic performances of lightweight sandwich roof elements, [En ligne].
- [58] J. J. del Coz Díaz et al., "Sound transmission loss analysis through a multilayer lightweight concrete hollow brick wall by FEM and experimental validation," vol. 45, n°. 11, p. 2373-2386, 2010.
- [59] M. H. Fouladi et al., "Utilization of coir fiber in multilayer acoustic absorption panel," vol. 71, n°. 3, p. 241-249, 2010.
- [60] C. J. Naify et al., "Transmission loss and dynamic response of membrane-type locally resonant acoustic metamaterials," vol. 108, n°. 11, 2010.
- [61] T. Yamamoto et al., "Thickness optimization of a multilayered structure on the coupling surface between a structure and an acoustic cavity," vol. 318, n°. 1, p. 109-130, 2008.
- [62] C. J. Cameron et al., "On the balancing of structural and acoustic performance of a sandwich panel based on topology, property, and size optimization," vol. 333, n°. 13, p. 2677-2698, 2014.
- [63] M. Avalle et al., "Design optimization by response surface methodology: application to crashworthiness design of vehicle structures," vol. 24, n°. 4, p. 325-332, 2002.
- [64] M. M. Farag, *Materials and process selection for engineering design*: CRC Press, 2013, p. 304-306.
- [65] J. P. Arenas et M. J. Crocker, "Recent trends in porous sound-absorbing materials," vol. 44, n°. 7, p. 12-18, 2010.
- [66] M. L. Munjal et P. T. Thawani, "Effect of protective layer on the performance of absorptive ducts," vol. 45, n°. 1, p. 14-18, 1997.
- [67] I. Yoshio et A. Tsuneo, "Studies of acoustical absorption of flexible polyurethane foam," vol. 27, n°. 1, p. 183-195, 1982.
- [68] A. M. McNelis et W. O. Hughes, "Effect of Coversheet Materials on the Acoustic Performance of Melamine Foam," 2015.
- [69] DuPont Teijin Films. (2003). *Mylar® polyester film - Product Information*. [En ligne]. Disponible: [http://usa.dupontteijinfilsms.com/wp-content/uploads/2017/01/Mylar\\_Physical\\_Properties.pdf](http://usa.dupontteijinfilsms.com/wp-content/uploads/2017/01/Mylar_Physical_Properties.pdf)
- [70] J. P. Parkinson et al., "Sound absorption of elastic framed porous materials in combination with impervious films: effect of bonding," vol. 63, n°. 8, p. 819-828, 2002.

- [71] K-FLEX USA. (2011). *K-FONIK® GK/GV*. [En ligne]. Disponible: <http://kflexusa.com/downloads/Technical%20Data%20Sheets/K-Flex%20K-FONIK%20GK-GV.pdf>
- [72] G. Liedl et al., "Joining of Aluminum and Steel in Car Body Manufacturing," vol. 12, p. 150-156, 2011.
- [73] *ANSI S1.11: Specification for Octave-Band and Fractional-Octave-Band Analog and Digital Filters*, 2004.
- [74] *NF S31-010 Décembre 1996 : Acoustique - Caractérisation et mesurage des bruits de l'environnement - Méthodes particulières de mesurage*, 1996.

## ANNEXE A – BANDES D'OCTAVE ET DE TIERS D'OCTAVE

Fréquences centrales des bandes (Hz) [73] et [74]			
Bandes d'octave	Bandes de tiers d'octave	Bandes d'octave	Bandes de tiers d'octave
31.5	25	1 000	800
	31.5		1 000
	40		1 250
63	50	2 000	1 600
	63		2 000
	80		2 500
125	100	4 000	3 150
	125		4 000
	160		5 000
250	200	8 000	6 300
	250		8 000
	315		10 000
500	400	16 000	12 500
	500		16 000
	630		20 000

## ANNEXE B – MATRICES DE TRANSFERT PAR TYPES DE COUCHES

Cette annexe, adaptée de [4], présente l'expression des matrices de transfert pour certains types de couches.

### Plaque élastique mince

Dans le cas d'une plaque mince élastique en flexion, la matrice de transfert reliant les vecteurs d'état  $\vec{V}(M)$  et  $\vec{V}(M')$  peut s'exprimer :

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & -Z_p(\omega) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (7.1)$$

avec  $Z_p(\omega)$  l'impédance mécanique de la plaque, à la pulsation  $\omega$ , qui peut être écrite de la manière suivante :

$$Z_p(\omega) = \frac{D}{j\omega} [k_0^4 \sin^4 \theta - k_p^4] \quad (7.2)$$

$D$  est le module de rigidité en flexion de la plaque :

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (7.3)$$

avec  $E$  et  $\nu$  respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau de la plaque, et  $h$  son épaisseur.  $k_0$  est le nombre d'onde dans l'air,  $k_p$  est le nombre d'onde des ondes de flexion dans la plaque.

$$k_0(\omega) = \frac{\omega}{c} \quad (7.4)$$

$$k_p(\omega) = \left( \frac{\omega^2 m h}{D} \right)^{1/4} \quad (7.5)$$

$m$  est la masse surfacique de la plaque en  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $c$  la célérité du son incident en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $h$  l'épaisseur de la plaque en  $m$ .

### Couche fluide

Dans le cas d'une couche de fluide d'épaisseur  $h$  (par exemple une lame d'air), la matrice de transfert s'écrit de la sorte [31]:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos(k_z h) & j \frac{Z_c k_0}{k_z} \sin(k_z h) \\ j \frac{k_z}{Z_c k_0} \sin(k_z h) & \cos(k_z h) \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

avec  $Z_c$  l'impédance spécifique caractéristique pour un fluide de masse volumique  $\rho_0$  et une onde de célérité  $c_0$  :

$$Z_c = \rho_0 c_0 \quad (7.7)$$

$k_0$  est le nombre d'onde dans l'air,  $k_z$  est sa composante selon une normale à la barrière :

$$k_z = k_0 \cos \theta \quad (7.8)$$

### Couches poreuses

Le choix du modèle se fera en fonction des propriétés connues du matériau poreux, de son comportement, ainsi que des conditions d'assemblage.

Une façon de modéliser un poreux consiste à le caractériser comme un fluide équivalent. La matrice de transfert s'écrit alors, de façon similaire à celle d'un fluide :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos(\tilde{k}_z h) & j \frac{Z_{\text{eq}} k_0}{\tilde{k}_z} \sin(\tilde{k}_z h) \\ j \frac{\tilde{k}_z}{Z_{\text{eq}} k_0} \sin(\tilde{k}_z h) & \cos(\tilde{k}_z h) \end{bmatrix} \quad (7.9)$$

avec :

$$Z_{\text{eq}} = \frac{\tilde{Z}_c}{\Phi} \quad (7.10)$$

$\tilde{Z}_c$  et  $\tilde{k}_z$  sont l'impédance spécifique caractéristique équivalente et le nombre d'onde normal équivalent. Leurs valeurs dépendent du modèle de poreux utilisé.

*Modèle de Delany-Bazley-Miki :*

Les paramètres  $\tilde{Z}_c$  et  $\tilde{k}_z$  sont calculés par les équations suivantes :

$$\tilde{Z}_c = \rho_0 c_0 \left( 1 + 5.50 \left( 10^3 \frac{f}{\sigma} \right)^{-0.632} - 8.43 j \left( 10^3 \frac{f}{\sigma} \right)^{-0.632} \right) \quad (7.11)$$

$$\tilde{k}_z = \frac{\omega}{c_0} \left( 1 + 7.81 \left( 10^3 \frac{f}{\sigma} \right)^{-0.618} - 11.41 j \left( 10^3 \frac{f}{\sigma} \right)^{-0.618} \right) \quad (7.12)$$

*Modèle de Johnson-Champoux-Allard*

On définit la masse volumique complexe d'un matériau poreux  $\tilde{\rho}$  :

$$\tilde{\rho} = \frac{\rho_0 \alpha_\infty}{\Phi} \left[ 1 + \frac{\sigma \Phi}{j \omega \rho_0 \alpha_\infty} \sqrt{1 + j \frac{4 \alpha_\infty^2 \mu \rho_0 \omega}{\sigma^2 \Lambda^2 \Phi^2}} \right] \quad (7.13)$$

avec  $\rho_0$  la masse volumique du fluide et  $\mu$  sa viscosité dynamique

Champoux et Allard introduisent également une expression du module d'élasticité dynamique équivalent  $\tilde{K}$  :

$$\tilde{K} = \frac{\gamma \frac{p_0}{\Phi}}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 - j \frac{8\kappa}{\Lambda'^2 C_p \rho_0 \omega} \sqrt{1 + j \frac{\Lambda'^2 C_p \rho_0 \omega}{16\kappa}} \right]} \quad (7.14)$$

avec  $\gamma$  l'indice adiabatique du fluide,  $p_0$  la pression du fluide à l'équilibre,  $C_p$  la capacité thermique massique du fluide à pression constante,  $\kappa$  la conductivité thermique du fluide.

On peut enfin obtenir  $\tilde{Z}_c$  et  $\tilde{k}_z$  par les formules suivantes :

$$\tilde{Z}_c = \sqrt{\tilde{\rho} \tilde{K}} \quad (7.15)$$

$$\tilde{k}_z = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}}{\tilde{K}}} \quad (7.16)$$