POLYPUBLIE
Polytechnique Montréal

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
UNIVERSITÉ D'INGÉNIERIE

Titre: Considération de la torsion accidentelle pour la conception parasismique des bâtiments selon le CNB
Title:

Auteur: Pierre Georges Fronteddu
Author:

Date: 2018

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Fronteddu, P. G. (2018). Considération de la torsion accidentelle pour la conception parasismique des bâtiments selon le CNB [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie. https://publications.polymtl.ca/3043/
Citation:

Document en libre accès dans PolyPublie
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie: https://publications.polymtl.ca/3043/
PolyPublie URL:

Directeurs de recherche: Pierre Léger, & Robert Tremblay
Advisors:

Programme: Génie civil
Program:

Ce fichier a été téléchargé à partir de PolyPublie, le dépôt institutionnel de Polytechnique Montréal
This file has been downloaded from PolyPublie, the institutional repository of Polytechnique Montréal

https://publications.polymtl.ca

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONSIDÉRATION DE LA TORSION ACCIDENTELLE POUR LA CONCEPTION PARASISMIQUE DES BÂTIMENTS SELON LE CNB

PIERRE GEORGES FRONTEDDU
DÉPARTEMENT DES GÉNIES CIVIL, GÉOLOGIQUE ET DES MINES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE CIVIL)
MARS 2018

© Pierre Georges Fronteddu, 2018.

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CONSIDÉRATION DE LA TORSION ACCIDENTELLE POUR LA CONCEPTION PARASISMIQUE DES BÂTIMENTS SELON LE CNB

présenté par : FRONTEDDU Pierre Georges
en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées
a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. BOUAANANI Najib, Ph. D., président
M. LÉGER Pierre, Ph. D., membre et directeur de recherche
M. TREMBLAY Robert, Ph. D., membre et codirecteur de recherche
Mme KOBOEVIC Sanda, Ph. D., membre

DÉDICACE

À mes frères Jean-Christophe, Luca et à ma sœur Bianca

REMERCIEMENTS

Merci à mon directeur M. Pierre Léger et à mon co-directeur M. Robert Tremblay pour leur soutien et leurs judicieux conseils. Merci également à mes parents, collègues et amis pour leur support indéfectible.

RÉSUMÉ

Lors d'un tremblement de terre la réponse des éléments du système de résistance aux forces sismiques (SRFS) d'un bâtiment est grandement affectée par le moment de torsion global. Ce moment de torsion se divise en deux catégories. La première est la torsion naturelle et résulte de l'excentricité naturelle soit la distance entre le centre de rigidité (CR)et le centre de masse (CM). La seconde est la torsion accidentelle. Celle-ci regroupe tous les phénomènes susceptibles d'induire une amplification de la torsion naturelle. Ces phénomènes incluent principalement l'incertitude liée à la position exacte du CM et du CR, la présence d'une sollicitation sismique en rotation et la plastification asymétrique des éléments du SRFS. Or ces phénomènes ne peuvent pas être modélisés adéquatement dans un processus de conception. C'est pourquoi les normes de conception des bâtiments incluent la torsion accidentelle par l'ajout d'un couple statique ou en déplaçant le CM. Cette étude se concentre sur les principales dispositions en lien avec la torsion du CNB 2015 et de l'ASCE 7-10. Outre l'application de la torsion accidentelle lors de la conception, celles-ci incluent le critère de régularité en torsion et le processus de calibration des analyses dynamiques pour la conception. L'objectif principal de ce mémoire est d'analyser l'impact de ces dispositions sur les forces de conception des éléments du SRFS d'un bâtiment d'un étage de même que sur leur réponse sismique non-linéaire (les éléments du SRFS sont qualifiés de "murs" dans ce mémoire).

En premier lieu on détermine les variables adimensionnelles permettant de définir la réponse dynamique spectrale d'un bâtiment carré 3D d'un étage avec diaphragme rigide et contreventé par 4 murs disposés le long de chaque côté. On développe un outil Excel permettant d'obtenir cette réponse à l'aide d'expressions développées analytiquement à partir des variables adimensionnelles décrivant le problème. On effectue une analyse paramétrique afin de déterminer l'impact des différentes variables adimensionnelles sur le comportement spectral du bâtiment à un étage. L'une des variables ayant une influence significative est le ratio Ω des fréquences découplées en rotation, ω_θ et en translation, ω_y. Les autres variables importantes sont (i) le rapport e_{CR}/b exprimant la grandeur de l'excentricité naturelle du bâtiment normalisée par rapport à la dimension perpendiculaire à l'application de la sollicitation, b et (ii) le ratio y/x soit le rapport de la distance entre des murs en direction globale X au centre géométrique CG de la structure et de la distance entre les murs en direction globale Y au CG.

Ensuite en utilisant l'outil Excel développé précédemment, on détermine l'influence de la méthode de calibration des analyses dynamiques sur les forces de conception des murs. En effet, le CNB 2015 est la seule norme qui impose de restreindre la rotation des planchers lors de la calibration des analyses dynamiques. On observe que les forces de conception déterminées suite à une analyse dynamique calibrée en empêchant la rotation des planchers sont toujours inférieures à celles obtenues d'une analyse dynamique où la calibration est effectuée en permettant cette rotation.

Par la suite, on évalue l'effet de la méthode d'application de la torsion accidentelle sur les forces de conception des murs. Si le bâtiment est régulier en torsion ($B_x < 1,7$) Le CNB 2015 permet d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM de ± 0,05b ou en ajoutant un couple statique de ± F_x(0,1b) (où F_x sont les forces de conception appliquées à chaque étage, déterminées à l'aide de l'analyse spectrale ou de la méthode statique équivalente). Cependant si le bâtiment est irrégulier en torsion ($B_x > 1,7$) le CNB 2015 impose que la torsion accidentelle soit appliquée par l'ajout du couple statique de ± F_x(0,1b). L'ASCE 7-10 permet au concepteur d'appliquer la torsion accidentelle soit en déplaçant le CM de ± 0,05b ou en ajoutant un couple statique de ± F_x(0,05A_xb) où A_x est un facteur d'amplification de la torsion accidentelle. Dans la majorité des cas étudiés, le fait d'appliquer la torsion accidentelle par un couple statique génère des forces de conception aux murs supérieures à celles obtenues lorsque la torsion accidentelle est appliquée en déplaçant le CM pour une même excentricité.

On compare également les forces de conception des murs obtenues en considérant toutes les dispositions en lien avec la torsion du CNB 2015 et de l'ASCE 7-10 mais pour un même spectre de calcul. Les forces de conception obtenues suite à une analyse conforme au CNB 2015 sont presque toujours inférieures à celles de l'ASCE. Cela s'explique par le fait que le CNB 2015 impose de restreindre la rotation des planchers lors de la calibration des analyses dynamiques de conception contrairement à l'ASCE 7-10. Également, le facteur d'amplification de la torsion accidentelle, A_x fait en sorte que le couple statique obtenu avec l'ASCE est pratiquement toujours supérieur à celui du CNB.

Finalement on étudie l'effet de l'application de la torsion accidentelle sur le comportement non-linéaire des bâtiments d'un étage. On veut vérifier si la torsion accidentelle utilisée lors de la conception (torsion accidentelle de conception) permet de bien contrôler l'augmentation de la demande en ductilité attribuable à la torsion accidentelle véritablement présente lors d'un séisme

(torsion accidentelle "réelle" : incertitude associée à la position du CM et du CR, sollicitation sismique en rotation, plastification asymétrique des murs). La torsion accidentelle "réelle" est inclue dans un modèle non-linéaire par un déplacement du CM de ± 0,05b tel que recommandé par le commentaire du CNB 2015. On constate que le fait d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM ne génère pas des forces de conception aux murs assez grande puisque leur demande en ductilité augmente en présence de la torsion accidentelle "réelle". Toutefois cela n'est pas le cas lorsque la torsion accidentelle est appliquée par l'ajout d'un couple statique. On propose également l'introduction d'un nouveau facteur d'amplification A_F du couple statique utilisé lors de la conception par le CNB. Ce facteur assure qu'il n'y ait pas d'augmentation de la demande en ductilité lorsque la torsion accidentelle est considérée autant dans le modèle non-linéaire que lors de la conception.

ABSTRACT

During an earthquake, the response of the seismic force resisting system (SFRS) of a building is greatly affected by the overall torsional moment. This moment is divided into two categories. The first is the natural torsion and results from the natural eccentricity which is defined as the distance between the center of rigidity (CR) and the center of mass (CM). The second category is the accidental torsion. It is caused by the uncertainty related to the exact position of CM and CR, the presence torsional ground motion during and the asymmetric yielding of SRFS elements. These sources of accidental torsion cannot be adequately modeled in a design process. That's why building design standards include accidental torsion by adding a static torque or moving the CM. This study focuses on the main provisions related to torsion of the NBC 2015 and ASCE 7-10. In addition to the application of accidental torsion during design, these include the torsional regularity criteria and the dynamic analysis calibration process for design. The main objective of this memoir is to analyze the impact of these provisions on the design forces of the SRFS elements of a one-story building as well as on their non-linear seismic response (the elements of the SRFS are qualified as "walls" in this memoir).

In the first place we determine the dimensionless variables describing the spectral dynamic response of a one-story 3D square building with rigid diaphragm and braced by 4 walls along each side. An Excel tool is developed to obtain this response using equations developed analytically from the dimensionless variables. A parametric study is performed to ascertain the impact of the different dimensionless variables on the spectral behavior of the one-story building. One of the most significant variables is the ratio Ω of the uncoupled frequencies in rotation, ω_θ and in translation, ω_y. The other important variables are (i) the ratio e_{CR}/b expressing the magnitude of the natural eccentricity of the normalized building in relation to the dimension perpendicular to the application of the seismic loading, b and (ii) the parameter y/x is the ratio of the distance spanning from the walls in the global direction X to the geometric center CG of the structure and the distance spanning from the walls in the global direction Y to the CG.

Subsequently, the impact of the method chosen during building design for the application of the accidental torsion on the wall design forces is evaluated. If the building is regular in torsion (B_x <1.7) The NBC 2015 allows accidental torsion to be applied by moving the CM by ± 0.05b or by adding a static torque of ± F_x(0.1b) (where F_x are the design forces applied to each story, determined

using spectral analysis or the equivalent static method). However, if the building is irregular in torsion (B_x> 1.7), the NBC 2015 requires that accidental torsion be applied by adding the static torque of ± F_x(0.1b). ASCE 7-10 allows the designer to apply accidental torsion either by moving the CM by ± 0.05b or by adding a static torque of ± F_x(0.05 A_xb) where A_x is an accidental torsion amplification factor. In the majority the studied cases, applying accidental torsion by a static torque generates wall design forces superior to those obtained when accidental torsion is applied by moving the CM by the same eccentricity.

The wall design forces obtained by applying the torsional provisions of the NBC 2015 and ASCE 7-10 are also compared. However, the same design spectrum is considered for both standards. The NBC 2015 wall design forces are almost always lower than those of ASCE 7-10. This is due to the fact that the NBC 2015 imposes the restriction of floor rotation when calibrating dynamic design analyses and the ASCE 7-10 does not. Also, the accidental torsion amplification factor, A_x makes it so that the static torque obtained with the ASCE 7-10 is almost always higher than that of the NBC 2015.

Finally, we study the effect of accidental torsion on the nonlinear behavior of one-storey buildings. We want to check if the accidental torsion used during the design (design accidental torsion) makes it possible to limit the increase of the ductility demand generated by the accidental torsion actually present during an earthquake ("real" accidental torsion: uncertainty associated to the CM and CR position, torsional ground motion, asymmetrical wall yielding). The "real" accidental torsion is included in a nonlinear model by displacing the CM of ± 0.05b as recommended by the NBC 2015 commentary. The application of the accidental torsion by moving the CM does not sufficiently increase the wall design forces since their ductility demand is increased by the "real" accidental torsion. However, this is not the case when accidental torsion is applied by adding a static torque. It is also proposed to introduce a static torque amplification factor, A_F to be used by the NBC to model accidental torsion during design. This factor ensures that the introduction of accidental torsion does not increase the ductility demand either using nonlinear analysis or in the design stage.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE III
REMERCIEMENTS IV
RÉSUMÉ V
ABSTRACT VIII
TABLE DES MATIÈRES X
LISTE DES TABLEAUX XV
LISTE DES FIGURES XVII
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS XXV
LISTE DES ANNEXES XXIX
CHAPITRE 1 INTRODUCTION 1
1.1 Généralités 1
1.2 Problématique 4
1.3 Objectif général 5
1.4 Questions, objectifs et hypothèses propres au projet 5
1.4.1 Questions de recherche 5
1.4.2 Objectifs spécifiques 5
1.5 Méthodologie et organisation du mémoire 6
CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE 7
2.1 Introduction 7
2.2 Revue des normes de conception CNB 2015 et ASCE 7-10 7
2.2.1 Critère d'irrégularité (sensibilité) à la torsion 8
2.3 Évolution de la recherche dans le domaine de la torsion subie par les bâtiments lors des séismes 12
2.3.1 Influence de la torsion sur le comportement élastique des bâtiments 12
2.3.2 Influence de la torsion sur le comportement inélastique des bâtiments 15
2.4 État de l'art 18
2.5 Conclusion 21
CHAPITRE 3 ÉTUDE DE L'EFFET DE L'EXCENTRICITÉ SUR LA RÉPONSE DYNAMIQUE SPECTRALE D'UN BÂTIMENT À UN ÉTAGE 22
3.1 Introduction 22

3.1.1 Généralités 22
3.1.2 Objectifs 22
3.2 Caractéristiques du bâtiment à l'étude 23
3.3 Solution analytique 28
3.3.1 Détermination des fréquences propres ω_j 28
3.3.2 Détermination des modes propres ϕ_j 32
3.3.3 Efforts modaux normalisés 34
3.3.4 Déplacements normalisés des murs par mode j 36
3.3.5 Efforts normalisés repris par les murs par mode j 39
3.3.6 Superposition des réponses modales 42
3.4 Définition de l'analyse paramétrique 42
3.4.1 Discussion du paramètre Ω et des particularités de l'analyse paramétrique 42
3.4.2 Choix des paramètres à étudier 44
3.5 Application et validation 48
3.5.1 Données initiales 48
3.5.2 Conversion entre les résultats adimensionnels et dimensionnels 50
3.5.3 Résultats de l'analyse des modèles dimensionnels 52
3.5.4 Discussion 53
3.6 Étude paramétrique 53
3.6.1 Fréquences couplées normalisées: ω_j/ω_y 54
3.6.2 Composante en translation des modes de vibration : ϕ_{yj} 55
3.6.3 Composante en rotation des modes de vibration : $\phi_{\theta j}$ 56
3.6.4 Cisaillement normalisé: V_j/V_0 57
3.6.5 Torsion au CM normalisée: MZ_{CM}/V_0r 58
3.6.6 Torsion au CR normalisée: MZ_{CR}/V_0r 61
3.6.7 Déplacements normalisés pour plusieurs ratios y/x: $\Delta_{MR_Yi,j}/\Delta_0$ 64
3.6.8 Forces aux murs pour plusieurs ratios y/x: $F_{MR_Yi,j}/V_0$ 69
3.7 Conclusions 75
3.7.1 Principales observations 75
3.7.2 Choix des paramètres pour l'analyse et la comparaison des dispositions du CNB 2015 et de l'ASCE 7-10 en lien avec la torsion 78

CHAPITRE 4 INFLUENCE DE LA RESTREINTE DES ROTATIONS SUR LA CALIBRATION DES EFFORTS SISMIQUES 80
4.1 Introduction 80
4.1.1 Généralités 80
4.1.2 Objectifs 81
4.2 Méthodologie 81
4.2.1 Procédure de calibration selon le CNB 2015 81
4.2.2 Analyse paramétrique 84
4.2.3 Paramètres considérés 86
4.3 Vérification et application 86
4.3.1 Paramètres initiaux 86
4.3.2 Spectre de calcul 88
4.3.3 Validation des équations développées 88
4.3.4 Calibration 90
4.3.5 Réponse en considérant le facteur de calibration 90
4.4 Résultats et discussion 91
4.4.1 Périodes modales 92
4.4.2 Accélérations spectrales 93
4.4.3 Ratio κ pour un spectre uniforme 94
4.4.4 Ratio κ pour le spectre de calcul de Montréal 95
4.5 Conclusion 98
CHAPITRE 5 APPLICATION DES DISPOSITIONS SUR LA TORSION DES NORMES CNB 2015 ET ASCE 7-10 POUR LA CONCEPTION D'UN BÂTIMENT À UN ÉTAGE 101
5.1 Introduction 101
5.1.1 Généralités 101
5.1.2 Objectifs 101
5.2 Détermination des forces de conception obtenues en introduisant la torsion accidentelle par le déplacement du CM ou l'ajout d'un couple statique 102
5.2.1 Paramètres considérés 103
5.2.2 Application et vérification 104

5.2.3 Comparaison de la réponse obtenue en déplaçant le CM à celle obtenue en déplaçant les forces 107
5.2.4 Résultats de l'application de la torsion accidentelle en déplaçant le CM ou par l'application d'un couple statique 108
5.3 Impact de l'application de la torsion accidentelle selon le CNB ou l'ASCE sur les forces de conception 113
5.3.1 Paramètres considérés 113
5.3.2 Résultats 114
5.4 Conclusion 120
CHAPITRE 6 ÉVALUATION DE LA TORSION ACCIDENTELLE SUR LE COMPORTEMENT INÉLASTIQUE D'UN BÂTIMENT À UN ÉTAGE 122
6.1 Introduction 122
6.1.1 Mise en contexte 122
6.1.2 Choix du paramètre de réponse 122
6.1.3 Interprétation du paramètre de réponse μ_{MR_Y}/μ_{ref} 124
6.1.4 Objectifs 125
6.2 Méthodologie 126
6.2.1 Procédure d'analyse 126
6.2.2 Modélisation 131
6.2.3 Paramètres considérés 134
6.3 Résultats préliminaires 137
6.3.1 Ratio des déplacements maximums obtenus avec torsion accidentelle réelle par rapport à ceux obtenus sans torsion accidentelle réelle 137
6.3.2 Demandes en ductilités exprimées par rapport au facteur de réduction R_d 142
6.4 Résultats de l'analyse paramétrique 148
6.4.1 Résultats d'une conception conforme au CNB 2015 148
6.4.2 Résultats d'une conception où la torsion accidentelle de conception est appliquée par un couple statique de $\pm F_x(0,1b)$ pour les bâtiments réguliers 153
6.4.3 Résultats d'une conception où la torsion accidentelle de conception est appliquée par un couple statique de $\pm F_x(0,05A_xb)$ 158
6.4.4 Facteur d'ajustement A_F de la torsion accidentelle de conception du CNB 2015 ... 164

6.5 Conclusion....170
CHAPITRE 7 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS....172
7.1 Résumé....172
7.2 Principaux résultats....172
7.3 Recommandations pour les études futures....177
LISTE DES RÉFÉRENCES....178
BIBLIOGRAPHIE....182
ANNEXES....183

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Aspects considérés dans les clauses traitant l'application de la torsion.....7
Tableau 3.1: Représentation schématique des paramètres considérés 46
Tableau 3.2: Données initiales adimensionnelles 49
Tableau 3.3: Données initiales dimensionnelles 49
Tableau 3.4: Paramètres de masse.....49
Tableau 3.5: Paramètres de rigidité.....50
Tableau 3.6: Coefficients d'équivalences entre les résultats adimensionnels et dimensionnels 51
Tableau 3.7: Résultats du modèle A avec Ω = 0,75 52
Tableau 3.8: Résultats du modèle B avec Ω = 1 52
Tableau 3.9: Résultats du modèle C avec Ω = 1,25 52
Tableau 3.10: Illustration de la variation du moment de torsion selon la position où il est considéré (CM ou CR).....62
Tableau 3.11: Illustration des composantes des modes selon Ω 75
Tableau 3.12: Évolution du cisaillement et de la torsion des deux modes selon le ratio Ω et l'excentricité nette.....77
Tableau 4.1: Paramètres considérés pour l'analyse paramétrique 86
Tableau 4.2: Données initiales adimensionnelles 87
Tableau 4.3: Données initiales dimensionnelles 87
Tableau 4.4: Paramètres de masse.....87
Tableau 4.5: Paramètres de rigidité.....88
Tableau 4.6: Résultats du modèle A avec Ω = 0,75 88
Tableau 4.7: Résultats du modèle B avec Ω = 1 89
Tableau 4.8: Résultats du modèle B avec Ω = 1,25 89
Tableau 4.9: Facteurs de calibration pour les trois modèles étudiés.....90
Tableau 4.10: Comparaison de la réponse selon la méthode de calibration pour le modèle A.....90
Tableau 4.11: Comparaison de la réponse selon la méthode de calibration pour le modèle B.....91
Tableau 4.12: Comparaison de la réponse selon la méthode de calibration pour le modèle C.....91
Tableau 4.13: Illustration des efforts selon les modes pour les deux méthodes de calibration des analyses spectrales.....99
Tableau 5.1: Paramètres considérés pour l'analyse paramétrique 103

Tableau 5.2: Structures considérées pour l'analyse paramétrique 104
Tableau 5.3: Données initiales adimensionnelles 104
Tableau 5.4: Données initiales dimensionnelles 105
Tableau 5.5: Paramètres de masse 105
Tableau 5.6: Paramètres de rigidité 106
Tableau 5.7: Résultats du modèle A avec Ω = 0,75 106
Tableau 5.8: Résultats du modèle B avec Ω = 1 106
Tableau 5.9: Résultats du modèle A avec Ω = 1,25 106
Tableau 5.10: Comparaison de l'enveloppe de la réponse aux murs obtenue en déplaçant les masses et les forces pour Ω = 0,75 107
Tableau 5.11: Comparaison de l'enveloppe de la réponse aux murs obtenue en déplaçant les masses et les forces pour Ω = 1 107
Tableau 5.12: Comparaison de l'enveloppe de la réponse aux murs obtenue en déplaçant les masses et les forces pour Ω = 1,25 107
Tableau 5.13: Paramètres considérés pour l'analyse paramétrique 113
Tableau 5.14: Structures considérées pour l'analyse paramétrique 114
Tableau 6.1: Ratio des déplacements maximums aux murs obtenus avec la méthode FNA par rapport à ceux obtenus avec l'intégration directe 134
Tableau 6.2: Valeurs considérées pour l'analyse paramétrique 135
Tableau 6.3: Illustration schématique des modèles considérés 136

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: Vue en plan d'un bâtiment d'un étage illustrant la torsion naturelle (moment de torsion $MZ_{nat.}$ 2
Figure 1.2: Vue en plan d'un bâtiment d'un étage illustrant la torsion naturelle ($MZ_{nat.}$) et la torsion accidentelle appliquée sous la forme d'un couple statique ($MZ_{acc_stat.}$).....3
Figure 1.3: Vue en plan d'un bâtiment d'un étage illustrant la torsion naturelle et la torsion accidentelle appliquée sous la forme d'un déplacement du CM.....3
Figure 2.1: Illustration du calcul du paramètre B_x 9
Figure 2.2: Illustration du paramètre Ω_{CR} correspondant aux limites choisies par l'ASCE et le CNB afin de définir si la régularité (sensibilité) des structures en torsion.....11
Figure 2.3: Vue en plan d'un bâtiment à un étage (tiré de Humar et Kumar, 1998) 14
Figure 3.1: Illustration des variables considérées pour l'analyse paramétrique 23
Figure 3.2: Illustration du mode i où la composante en translation ϕ_y est plus grande.....34
Figure 3.3: Illustration du mode j où la composante en rotation ϕ_θ est la plus grande 34
Figure 3.4: Fréquences couplées selon l'excentricité du CR.....54
Figure 3.5: Composante en translation des modes de vibration selon l'excentricité du CR (voir Figure 3.2 et Figure 3.3).....55
Figure 3.6: Composante en rotation des modes de vibration selon l'excentricité du CR (voir Figure 3.2 et Figure 3.3) 56
Figure 3.7: Cisaillement obtenu du premier mode selon l'excentricité du CR.....57
Figure 3.8: Cisaillement obtenu du second mode selon l'excentricité naturelle 57
Figure 3.9: Cisaillement obtenu avec la méthode CQC selon l'excentricité du CR.....58
Figure 3.10: Torsion au CM du premier mode selon l'excentricité du CR 59
Figure 3.11: Torsion au CM du second mode selon l'excentricité du CR.....59
Figure 3.12: Torsion au CM obtenue de la méthode CQC selon l'excentricité du CR 60
Figure 3.13: Torsion au CR obtenue du premier mode selon l'excentricité du CR.....61
Figure 3.14: Torsion au CR obtenue du second mode selon l'excentricité du CR.....61
Figure 3.15: Torsion au CR obtenue avec la méthode CQC selon l'excentricité du CR.....62
Figure 3.16: Déplacements aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR 65
Figure 3.17: Déplacements aux murs du second mode selon l'excentricité du CR.....65
Figure 3.18: Déplacements aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR.....66

Figure 3.19: Déplacements aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR 66
Figure 3.20: Déplacements aux murs du second mode selon l'excentricité du CR.....67
Figure 3.21: Déplacements aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR.....67
Figure 3.22: Déplacements aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR 68
Figure 3.23: Déplacements aux murs du second mode selon l'excentricité du CR.....68
Figure 3.24: Déplacements aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR.....69
Figure 3.25: Forces aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR 70
Figure 3.26: Forces aux murs du second mode selon l'excentricité du CR.....70
Figure 3.27: Forces aux murs obtenues de la méthode CQC selon l'excentricité du CR.....71
Figure 3.28: Forces aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR 71
Figure 3.29: Forces aux murs du second mode selon l'excentricité du CR.....72
Figure 3.30: Forces aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR 72
Figure 3.31: Forces aux murs obtenus du premier mode selon l'excentricité du CR.....73
Figure 3.32: Forces aux murs obtenus du second mode selon l'excentricité du CR 73
Figure 3.33: Forces aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR 74
Figure 4.1: Spectre de calcul pour un sol de type C situé à Montréal.....88
Figure 4.2: Périodes normalisées translationnelles selon l'excentricité du CR.....92
Figure 4.3: Accélérations spectrales selon l'excentricité du CR pour Ω = 0,75.....93
Figure 4.4: Accélérations spectrales selon l'excentricité du CR pour Ω = 1.....93
Figure 4.5: : Accélérations spectrales selon l'excentricité du CR pour Ω = 1,25.....94
Figure 4.6: Ratio κ pour un spectre uniforme selon l'excentricité du CR 95
Figure 4.7: Rapport des coefficients de calibration selon l'excentricité du CR pour Ω = 0,75.....96
Figure 4.8: Rapport des coefficients de calibration selon l'excentricité du CR pour Ω = 1.....96
Figure 4.9: Rapport des coefficients de calibration selon l'excentricité du CR pour Ω = 1,25.....97
Figure 5.1: Forces de conception des murs pour e_{CM}/b = 0,05 et Ω = 0,75 108
Figure 5.2: Forces de conception des murs pour e_{CM}/b = 0,05 et Ω = 1 109
Figure 5.3: Forces de conception des murs pour e_{CM}/b = 0,05 et Ω = 1,25 109
Figure 5.4: Forces de conception des murs pour e_{CM}/b = 0,1 et Ω = 0,75 110
Figure 5.5: Forces de conception des murs pour e_{CM}/b = 0,1 et Ω = 1 110
Figure 5.6: Forces de conception des murs pour e_{CM}/b = 0,1 et Ω = 1,25 111

Figure 5.7: Ratio entre les forces de conception des murs obtenues en appliquant la torsion accidentelle en ajoutant un couple statique de ± F_x(0,1b) et celles obtenues en déplaçant le CM de ± 0,05b.....111
Figure 5.8: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 0,75.116
Figure 5.9: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,00.116
Figure 5.10: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,25 117
Figure 5.11: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 0,75 117
Figure 5.12: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1....118
Figure 5.13: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,25 118
Figure 5.14: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 0,75 119
Figure 5.15: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,00 119
Figure 5.16: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,25 120
Figure 6.1: Courbe force-déplacement de l'acier 126
Figure 6.2 : Définition des paramètres pour l'élément « link » de type Wen (adapté de CSI Analysis Reference Manual, 2016) 128
Figure 6.3: Spectres de réponse des accélérogrammes considérés pour l'analyse non-linéaire...129
Figure 6.4: Méthodologie pour l'analyse paramétrique.....130
Figure 6.5: Illustration des variables considérées pour l'analyse paramétrique 131
Figure 6.6: Illustration du principe des déplacements égaux 132
Figure 6.7: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 0,5s et R_d = 1 138
Figure 6.8: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 0,5s et R_d = 3 138
Figure 6.9: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 0,5s et R_d = 5 139

Figure 6.10: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 1,0s et R_d = 1 139
Figure 6.11: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 1,0s et R_d = 3 140
Figure 6.12: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 1,0s et R_d = 5 140
Figure 6.13: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 2,0s et R_d = 1 141
Figure 6.14: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 2,0s et R_d = 3 141
Figure 6.15: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 2,0s et R_d = 5 142
Figure 6.16: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 0,5s et R_d = 1 143
Figure 6.17: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 0,5s et R_d = 3 143
Figure 6.18: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 0,5s et R_d = 5 144
Figure 6.19: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 1,0s et R_d = 1 144
Figure 6.20: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction Rd pour T_y = 1,0s et R_d = 3 145
Figure 6.21: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 1,0s et R_d = 5 145
Figure 6.22: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 2,0s et R_d = 1 146
Figure 6.23: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 2,0s et R_d = 3 146
Figure 6.24: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 2,0s et R_d = 5 147

Figure 6.25: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 0,75 et T_y = 0,5s 148
Figure 6.26: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 1,00 et T_y = 0,5s 149
Figure 6.27: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 1,25 et T_y = 0,5s 149
Figure 6.28: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 0,75 et T_y = 1,0s 150
Figure 6.29: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB Ω = 1,00 et T_y = 1,0s 150
Figure 6.30: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 1,25 et T_y = 1,0s 151
Figure 6.31: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 0,75 et T_y = 2,0s 151
Figure 6.32: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 1,00 et T_y = 2,0s 152
Figure 6.33: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 1,25 et T_y = 2,0s 152
Figure 6.34: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour = 0,75 et T_y = 0,5s 154
Figure 6.35: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,00 et T_y = 0,5s 154
Figure 6.36: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,25 et T_y = 0,5s 155
Figure 6.37: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 0,75 et T_y = 1,0s 155

Figure 6.38: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,00 et T_y = 1,0s 156
Figure 6.39: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,25 et T_y = 1,0s 156
Figure 6.40: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 0,75 et T_y = 2,0s 157
Figure 6.41: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,00 et T_y = 2,0s 157
Figure 6.42: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,25 et T_y = 2,0s 158
Figure 6.43: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,05A_xb) pour Ω = 0,75 et T_y = 0,5s 159
Figure 6.44: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,05A_xb) pour Ω = 1,00 et T_y = 0,5s 159
Figure 6.45: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,05A_xb) pour Ω = 1,25 et T_y = 0,5s 160
Figure 6.46: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,05A_xb) pour Ω = 0,75 et T_y = 1,0s 160
Figure 6.47: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,05A_xb) pour Ω = 1,00 et T_y = 1,0s 161

Figure 6.48: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,05A_xb)$ pour Ω = 1,25 et T_y = 1,0s 161
Figure 6.49: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,05A_xb)$ pour Ω = 0,75 et T_y = 2,0s 162
Figure 6.50: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,05A_xb)$ pour Ω = 1,00 et T_y = 2,0s 162
Figure 6.51: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,05A_xb)$ pour Ω = 1,25 et T_y = 2,0s 163
Figure 6.52: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 0,75 et T_y = 0,5s 165
Figure 6.53: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 1,00 et T_y = 0,5s 166
Figure 6.54: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 1,25 et T_y = 0,5s 166
Figure 6.55: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 0,75 et T_y = 1,0s 167
Figure 6.56: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 1,00 et T_y = 1,0s 167
Figure 6.57: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 1,25 et T_y = 1,0s 168

Figure 6.58: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour $\Omega = 0,75$ et $T_y = 2,0s$ 168
Figure 6.59: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour $\Omega = 1,00$ et $T_y = 2,0s$ 169
Figure 6.60: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour $\Omega = 1,25$ et $T_y = 2,0s$ 169

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

a : dimension du côté en direction Y

A_x : facteur d'amplification de la torsion accidentelle de l'ASCE 7-10

A_j : accélération spectrale du mode j

ASCE: American Society of Civil Engineers

A_y : accélération spectrale d'une structure sans excentricité du CM ou du CR

b : dimension du côté en direction X

B_x : rapport du déplacement maximal et du déplacement moyen du bâtiment utilisé par le CNB afin de déterminer la régularité en torsion du bâtiment

CG : centre géométrique (centre de masse nominal)

CM : centre de masse

CM^- : centre de masse déplacé négativement

CM^+ : centre de masse déplacé positivement

CR : centre de rigidité

D_n : dimension la plus grande du bâtiment dans la direction perpendiculaire à celle de l'analyse

$e_{stat.}$: excentricité multipliée aux forces sismique de conception F_x afin d'appliquer la torsion accidentelle sous la forme d'un couple statique

e_{CM^+} : excentricité du CM^+ en direction Y

e_{CM^-} : excentricité du CM^- en direction Y

e_{CR} : excentricité du CR en direction Y

e_{CM} : excentricité du centre de masse en direction Y

e_{CR} : excentricité du centre de rigidité en direction Y

F_x : forces sismiques de conception

$F_{x_CM^+}$: forces sismiques de conception associées à un déplacement positif du CM

$F_{x_CM^-}$: forces sismiques de conception associées à un déplacement négatif du CM

$F_{y_MR_Yi}$: Force de résistance du mur MR_Yi

MR_X1 : mur de refend en direction X numéroté 1

MR_X2 : mur de refend en direction X numéroté 2

MR_Y1 : mur de refend en direction Y numéroté 1 (mur situé le plus loin du CM)

MR_Y2 : mur de refend en direction Y numéroté 2 (mur situé le plus près du CM)

$MZ_{acc_CM}^{+}$: torsion accidentelle causée par un déplacement positif du CM

$MZ_{acc_CM}^{-}$: torsion accidentelle causée par un déplacement négatif du CM

$MZ_{acc_stat.}$: torsion accidentelle causée l'ajout d'un couple statique

MZ_{CMj} : moment de torsion au CM pour le mode j

$\overline{MZ}_{CMj}$: moment de torsion normalisé évalué au CM du mode j

MZ_{CRj} : moment de torsion au CR pour le mode j

$\overline{MZ}_{CRj}$: moment de torsion normalisé évalué au CR du mode j

MZ_{CR0} : moment de torsion évalué au CR d'une structure sans excentricité du CM ou du CR

$MZ_{CR,\ CQC}$: moment de torsion évalué au CR obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{MZ}_{CR,\ CQC}$: moment de torsion normalisé évalué au CR obtenu à l'aide de la méthode CQC

$MZ_{nat.}$: torsion naturelle

$F_{MR_Yi,j}$: force en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$\bar{F}_{MR_Yi,j}$: force normalisée en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$F_{MR_Yi,}$: force de conception du mur MR_Yi

$F_{MR_Yi,\ CQC}$: force reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\bar{F}_{MR_Yi,\ CQC}$: force normalisée reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

k_x : rigidité d'un mur de refend en direction X

k_{y1} : rigidité du mur de refend MR_Y1 en direction Y

k_{y2} : rigidité du mur de refend MR_Y2 en direction Y

$K_x = 2k_x$: rigidité globale en direction X

$K_y = k_{y1} + k_{y2}$: rigidité globale en direction Y

m : masse du plancher

$r = (a^2+b^2)/12$: rayon de giration du plancher

u_x : degré de liberté (DDL) de translation en direction X

u_y : DDL de translation en direction Y

u_θ : DDL en rotation θ

V_j : Cisaillement du mode j

$\overline{V}_j$: cisaillement normalisé en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

V_0 : cisaillement d'une structure sans excentricité du CM ou du CR

V_{CQC} : cisaillement en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{V}_{CQC}$: cisaillement normalisé en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

x : distance entre le centre géométrique et les murs orientés dans la direction Y

y : distance entre le centre géométrique et les murs orientés dans la direction X

α_{MR_Yi} : coefficient de répartition déterminant la fraction du cisaillement total reprise par le mur MR_Yi

β_{MR_Yi} : coefficient de répartition déterminant la fraction du moment de torsion générant un déplacement en direction Y pour le mur MR_Yi

Γ_j : facteur de participation modale du mode j

δ_{max} : déplacement maximal dans la direction de l'analyse

δ_{moy} : déplacement moyen dans la direction de l'analyse

$\Delta_{max_MR_Yi}$: Déplacement maximal du mur MR_Yi résultant de l'analyse temporelle non-linéaire

$\Delta_{MR_Yi,j}$: force en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$\overline{\Delta}_{MR_Yi,j}$: force normalisée en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$\Delta_{y_MR_Yi}$: Déplacement du mur MR_Yi lors de la première plastification

Δ_0 : déplacement des murs en direction Y des murs de la structure sans excentricité du CM ou du CR

$\Delta_{MR_Yi,\,CQC}$: force reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{\Delta}_{MR_Yi,\,CQC}$: force normalisée reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

μ : coefficient de répartition déterminant la fraction du moment de torsion générant une force en direction Y pour les murs MR_Y1 et MR_Y2

μ_{MR_Yi} : Demande en ductilité du mur MR_Yi

ρ_{ij} : coefficient de corrélation entre les modes i et j pour la méthode de combinaison modale CQC

Ω : ratio de la fréquence découplée en rotation évaluée au CG et de la fréquence en translation

Ω_{CR} : ratio de la fréquence découplée en rotation évaluée au CR et de la fréquence en translation

ω_x : fréquence découplée en translation en direction X

ω_y : fréquence découplée en translation en direction X

ω_θ : fréquence découplée en rotation évaluée au CG

$\omega_{\theta CR}$: fréquence découplée en rotation évaluée au CR

φ_{yj} : composante en translation du mode j

$\varphi_{\theta j}$: composante en rotation du mode j

LISTE DES ANNEXES

Annexe A – Extraits du CNB 2015 183

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

1.1 Généralités

L'observation des bâtiments ayant subi un tremblement de terre révèle que certains éléments du système de résistance aux forces sismiques (SRFS) subissent des dommages plus importants que d'autres. Cela est souvent attribuable à l'asymétrie de la sollicitation sismique. Cette asymétrie est causée par la présence d'un couple de torsion agissant à chaque étage du bâtiment. La torsion dont il est question se divise en deux catégories distinctes soit la torsion naturelle et la torsion accidentelle. La torsion naturelle présente à un étage donné résulte de la distance entre le centre de masse (CM) de cet étage et son centre de rigidité (CR) (Figure 1.1). Dans le cadre de cette étude, on fait référence aux éléments du SRFS comme étant des murs de refend. On considère que le CR des murs orientés dans une direction donnée est le point où une force orientée dans cette direction doit être appliquée pour que le déplacement subit par tous les murs soit identique. En d'autres termes, une force appliquée au CR ne peut pas causer de rotation à l'échelle du bâtiment. Lors d'un séisme, on considère que la sollicitation des éléments du SRFS résulte de l'accélération du CM. Or si le CM et le CR ne coïncident pas, l'accélération sismique engendrera un moment de torsion global, c'est ce que l'on qualifie de torsion naturelle. Toutefois on reconnait que la torsion présente lors des séismes peut être supérieure à la torsion naturelle uniquement. En effet, l'incertitude associée à la position exacte du CM peut résulter en un moment de torsion supérieur à celui considéré lors de la conception. Aussi, certains séismes peuvent solliciter la structure de telle sorte que celle-ci subisse un mouvement de rotation à la base. Cela n'est pas considéré lors de la conception et cause un effort de torsion additionnel. Également, la plastification asymétrique des éléments du SRFS lors du séisme altère significativement la position du CR ce qui augmente potentiellement la distance entre ce dernier et le CM. Les différents phénomènes énoncés ont pour effet d'augmenter la torsion subie lors des séismes et peuvent difficilement être incorporés aux méthodes de conception conventionnelles des bâtiments en raison de leur complexité et de leur variabilité. C'est pourquoi les normes de conception des bâtiments introduisent la notion de torsion accidentelle pour simuler cette augmentation potentielle de la torsion pendant les tremblements de terre. Cependant bien que toutes les normes utilisent la notion de torsion accidentelle, les méthodes utilisées pour appliquer cette dernière varient grandement d'un code à l'autre. Pour cette étude, on

considère principalement le Code National du Bâtiment 2015 (CNB 2015). Cependant la norme américaine ASCE 7-10 est également étudiée. Cette dernière permet de mettre en perspective les résultats obtenus à l'aide du CNB.

Afin de bien illustrer les concepts de torsion naturelle et accidentelle, considérons la Figure 1.1, la Figure 1.2 et la Figure 1.3.

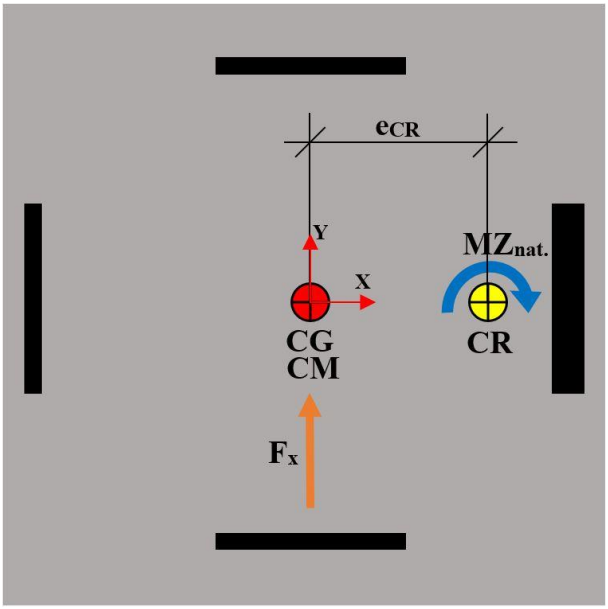


Figure 1.1: Vue en plan d'un bâtiment d'un étage illustrant la torsion naturelle (moment de torsion $MZ_{nat.}$

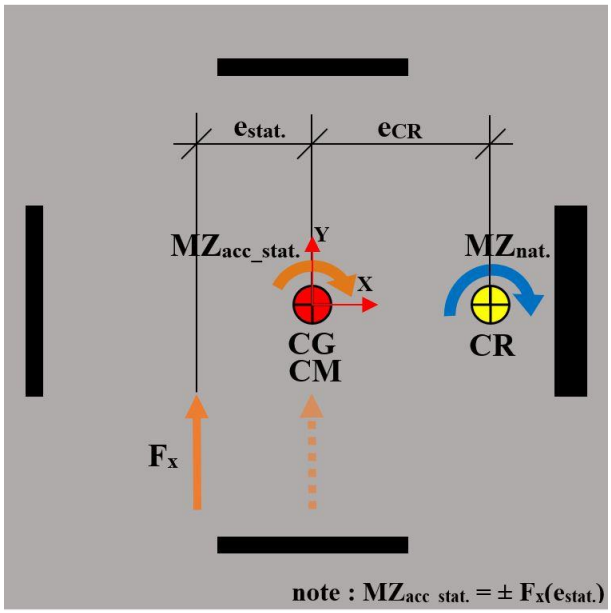


Figure 1.2: Vue en plan d'un bâtiment d'un étage illustrant la torsion naturelle ($MZ_{nat.}$) et la torsion accidentelle appliquée sous la forme d'un couple statique ($MZ_{acc_stat.}$)

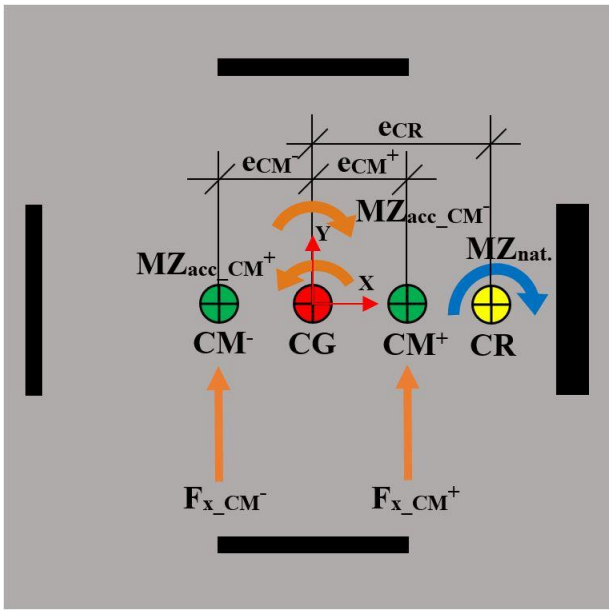


Figure 1.3: Vue en plan d'un bâtiment d'un étage illustrant la torsion naturelle et la torsion accidentelle appliquée sous la forme d'un déplacement du CM

Où :

CG : centre géométrique (centre de masse nominal)

CM^- : centre de masse déplacé vers la gauche

CM^+ : centre de masse déplacé vers la droite

CR : centre de rigidité

$e_{stat.}$: excentricité multipliée aux forces sismique de conception F_x afin d'appliquer la torsion accidentelle sous la forme d'un couple statique

e_{CM^+} : excentricité du CM^+

e_{CM^-} : excentricité du CM^-

e_{CR} : excentricité du CR

F_x : forces sismiques de conception

$F_{x_CM^+}$: forces sismiques de conception associées à un déplacement positif du CM

$F_{x_CM^-}$: forces sismiques de conception associées à un déplacement négatif du CM

$MZ_{acc_CM^+}$: torsion accidentelle causée par un déplacement positif du CM

$MZ_{acc_CM^-}$: torsion accidentelle causée par un déplacement négatif du CM

$MZ_{acc_stat.}$: torsion accidentelle causée l'ajout d'un couple statique

$MZ_{nat.}$: torsion naturelle

La Figure 1.1 illustre que la torsion naturelle est présente au sein de la structure si le CR et le CM ne coïncident pas. La Figure 1.2 et la Figure 1.3 démontrent les deux méthodes préconisées par le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 afin d'introduire la torsion accidentelle lors de la conception. À la Figure 1.2, la torsion accidentelle est considérée en ajoutant un couple statique correspondant au produit d'une distance $e_{stat.}$ et des forces sismiques de conception F_x. La Figure 1.3 démontre l'introduction de la torsion accidentelle en déplaçant le CM du plancher.

1.2 Problématique

La considération adéquate de la torsion naturelle et accidentelle lors d'un tremblement de terre est primordiale car cette dernière peut redistribuer les efforts internes de telle sorte qu'un élément du SRFS soit beaucoup plus sollicité que les autres. Cet élément devient alors crucial au bon

comportement de la structure et à la prévention de l'effondrement du bâtiment. Malgré cela, les clauses régissant l'application de la torsion lors de la conception essentiellement sont fondées sur des analyses linéaires qui peuvent très mal représenter la véritable réponse de la structure lors des séismes puisque celle-ci est grandement non-linéaire. Il existe donc un besoin de tester les procédures de conception en lien avec la torsion des différents codes et valider si ces dernières permettent un bon comportement dans le domaine non-linéaire. Également les résultats de ce genre d'étude permettent de proposer des améliorations aux procédures de conception en lien avec la torsion,

1.3 Objectif général

L'objectif principal de ce projet est d'identifier l'impact des exigences en lien avec la torsion du CNB 2015 et de l'ASCE 7-10 sur les forces de conception, les déplacements et la demande en ductilité maximale des éléments du SRFS. On fera référence aux éléments du SRFS comme étant des murs de refends. On peut ensuite utiliser les constats effectués en analysant l'impact des exigences en lien avec la torsion afin de proposer leur amélioration si nécessaire.

1.4 Questions, objectifs et hypothèses propres au projet

1.4.1 Questions de recherche

- Quel est l'impact de l'application des clauses traitant de la torsion du CNB 2015 sur la réponse linéaire et non-linéaire des bâtiments lors d'un séisme ?

- Quelles sont les améliorations possibles des clauses traitant de la torsion du CNB 2015 ?

1.4.2 Objectifs spécifiques

1. Déterminer les variables adimensionnelles régissant la réponse linéaire 3D d'un bâtiment simplifié à un étage avec diaphragme rigide soumis à une sollicitation sismique.
2. Développer un outil de calcul Excel permettant d'effectuer une analyse paramétrique du bâtiment simplifié à un étage dans le domaine linéaire.

3. Déterminer les forces de conception des éléments du SRFS d'un bâtiment simplifié à un étage en utilisant les différentes méthodes d'application de la torsion accidentelle du CNB 2015 et de l'ASCE 7-10.
4. Déterminer l'influence de l'exigence de restreindre ou non la rotation lors de la calibration des analyses dynamiques sur les forces de conception des éléments du SRFS.
5. Déterminer l'impact du fait d'appliquer la torsion accidentelle sous la forme d'un couple statique ou d'un déplacement du CM sur les forces de conception des éléments du SRFS.
6. Développer un outil de calcul Excel afin d'effectuer l'analyse paramétrique du bâtiment simplifié à un étage dans les domaines linéaire et non-linéaires.
7. Déterminer l'impact d'une conception conforme au CNB 2015 sur le comportement non-linéaire des bâtiments.
8. Proposer l'amélioration des clauses en lien avec la torsion du CNB 2015

1.5 Méthodologie et organisation du mémoire

En premier lieu, les paramètres adimensionnels principaux régissant la réponse dynamique spectrale d'un bâtiment à un étage doté de 4 murs et d'un diaphragme rigide sont déterminés. Ces paramètres adimensionnels sont ensuite utilisés afin de définir les équations régissant la réponse dynamique spectrale du bâtiment à un étage. Celles-ci permettent ensuite de développer un outil Excel et de vérifier l'influence des paramètres adimensionnels sur la réponse dynamique. Cet outil Excel est également utilisé afin de déterminer l'effet de la restreinte de la rotation lors de la calibration sur les forces de conception des éléments du SRFS. L'outil Excel sert aussi à investiguer l'effet de la méthode d'application de la torsion accidentelle sur les forces de conception des éléments du SRFS. Finalement on utilise l'outil Excel de concert avec le logiciel de structures ETABS afin d'étudier l'impact de la méthode d'application de la torsion accidentelle lors de la conception sur les demandes en ductilités des éléments du SRFS.

CHAPITRE 2 REVUE DE LA LITTÉRATURE

2.1 Introduction

On peut retrouver de nombreux articles traitant de la réponse en torsion des bâtiments lors des tremblements de terre. La majorité des exigences en lien avec la torsion spécifiées par les différentes normes de conception sont fondées sur la réponse linéaire élastique d'un bâtiment à un étage. Dans ce type de modèle, la sollicitation sismique est représentée par l'intermédiaire d'un spectre de réponse.

2.2 Revue des normes de conception CNB 2015 et ASCE 7-10

Le Tableau 2.1 présente une comparaison entre les exigences relatives à la prise en compte de la torsion lors de la conception parasismique des bâtiments à l'aides des codes CNB 2015 et ASCE 7-10.

δ_{max} : déplacement maximal dans la direction de l'analyse

δ_{moy} : déplacement moyen dans la direction de l'analyse

D_{nx} : dimension la plus grande du bâtiment dans la direction perpendiculaire à celle de l'analyse

Tableau 2.1: Aspects considérés dans les clauses traitant l'application de la torsion

Pays	Canada	USA
Code	CNB 2015	ASCE/SEI 7-10
Critère d'irrégularité (sensibilité) à la torsion	$B_x = \delta_{max}/\delta_{moy}$ • Si $B_x < 1,7$: régulier • Si $B_x \geq 1,7$: irrégulier	• Si $\delta_{max}/\delta_{moy} < 1,2$: régulier • Si $1,2 \leq \delta_{max}/\delta_{moy} < 1,4$: irrégulier • Si $\delta_{max}/\delta_{moy} \geq 1,4$: très irrégulier
Calcul de l'irrégularité à la torsion	Analyse statique 3D en appliquant les forces statiques équivalentes à $0,1D_n$ du CM	Analyse statique 3D en appliquant les forces statiques équivalentes à $0,05D_n$ du CM
Application de la torsion accidentelle pour l'analyse	**Si $B_x < 1,7$:** • Déplacement du CM de $\pm 0,05D_n$ • Application d'un couple statique de $\pm F_x(0,1D_n)$ où F_x sont les forces calculées par la méthode	• Déplacement du CM de $\pm 0,05D_n$ • Application d'un couple statique de $\pm F_x(0,05A_xD_n)$ où F_x sont les forces calculées par la méthode statique équivalente ou par l'analyse spectrale et A_x est un

Tableau 2.1: Aspects considérés dans les clauses traitant l'application de la torsion (suite)

Pays	Canada	USA
Code	CNB 2015	ASCE/SEI 7-10
dynamique 3D	statique équivalente ou par l'analyse spectrale **Si $B_x \geq 1,7$:** • Application d'un couple statique de F_x $(0,1D_n)$ uniquement	facteur d'amplification ($A_x = (\delta_{max}/(1,2\delta_{moy}))^2$
Calibration de l'analyse dynamique	Calibration en empêchant la rotation	Calibration avec rotation permise

2.2.1 Critère d'irrégularité (sensibilité) à la torsion

Dans le cadre d'une analyse portant sur l'effet de la torsion sur le comportement sismique des bâtiments, on doit être en mesure de quantifier la sensibilité à la torsion. Avant de se plonger davantage dans le sujet, mentionnons que les notions de sensibilité à la torsion et d'irrégularité en torsion sont connexes. En effet une structure irrégulière en torsion selon les critères d'un code donné sera dite sensible à la torsion. Le CNB et l'ASCE définissent la sensibilité (ou l'irrégularité) à la torsion à l'aide du ratio du déplacement maximal à l'extrémité du bâtiment et du déplacement moyen. Tous deux sont obtenus en appliquant les forces statiques équivalentes à une distance donnée du centre de la structure. Humar et al. (2003) définissent ratio du déplacement maximal à l'extrémité du bâtiment et du déplacement moyen à l'aide de l'expression suivante :

$$B_x = \frac{\delta_{max}}{\delta_{moy}} = \frac{\delta_{max}}{(\delta_{max} + \delta_{\min})/2} = \frac{1 + \frac{1}{\Omega_{CR}^2}\left(\frac{D_n}{r}\right)^2 \left(\frac{e_{CR}}{D_n} + 0,1\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{e_{CR}}{D_n}\right)}{1 + \frac{1}{\Omega_{CR}^2}\left(\frac{D_n}{r}\right)^2 \left(\frac{e_{CR}}{D_n} + 0,1\right)\left(\frac{e_{CR}}{D_n}\right)} \qquad (2.1)$$

La Figure 2.1 démontre les variables utilisées pour le calcul de B_x.

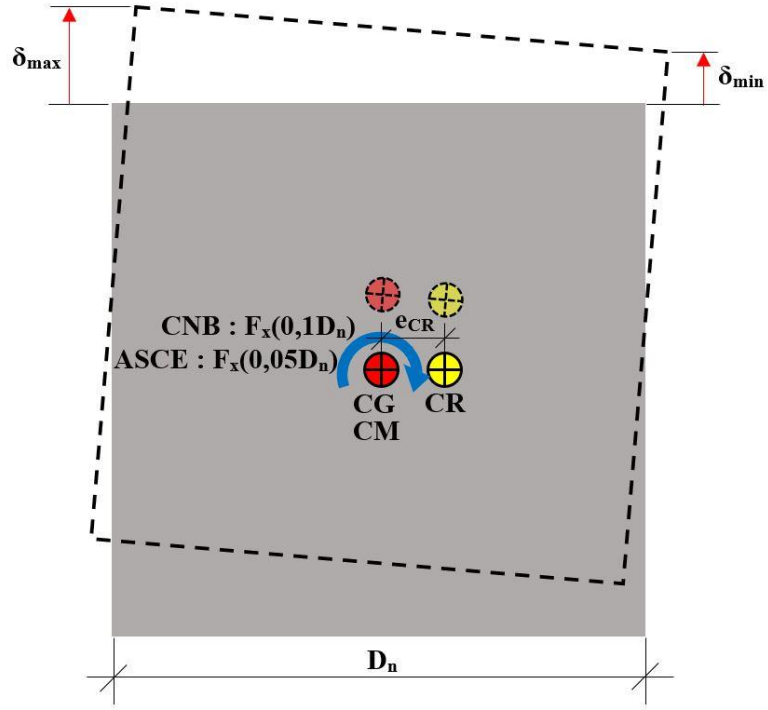


Figure 2.1: Illustration du calcul du paramètre B_x

Dans l'expression 2.1, Ω_{CR} est défini comme étant le rapport de la fréquence découplée en rotation évaluée au CR, $\omega_{\theta CR}$ et de la fréquence découplée en translation ω_y. Le paramètre e_{CR} représente la distance entre le CM du bâtiment et le CR. Cette équation est dérivée en considérant un bâtiment d'un étage dont les planchers sont rectangulaires et dont la masse est répartie uniformément sur celui-ci. Ainsi le CM de cette structure correspond au centre géométrique du plancher rectangulaire. Bien que les codes canadiens et américains utilisent le même paramètre afin de définir la sensibilité à la torsion, ils ne considèrent pas les mêmes limites pour déterminer si un bâtiment donné est irrégulier ou non en torsion. De plus ils ne considèrent pas la même position d'application des forces statiques équivalentes pour la détermination de B_x. En effet, le terme 0,1 dans l'expression de B_x représente le ratio entre la position des forces statiques équivalentes et la dimension D_n du bâtiment. Cette valeur diffère de celle de l'ASCE qui impose d'appliquer les forces statiques équivalentes à une excentricité de $0{,}05D_n$. Ainsi on ne peut pas comparer directement les valeurs de B_x obtenues avec le CNB et l'ASCE. On doit trouver un paramètre qui dépend uniquement des propriétés fondamentales de la structure. Le paramètre $\Omega_{CR} = \omega_{\theta CR}/\omega_y$ défini plus haut correspond à ce critère et est utilisé dans la majorité des études portant sur la torsion subie par les bâtiments lors des séismes. Il sera donc utilisé afin de comparer les exigences du CNB et de l'ASCE en ce qui concerne la sensibilité à la torsion. On note que lorsque Ω_{CR} est inférieur à

1, cela signifie que la rigidité en rotation est inférieure à celle en translation. Dans ce cas le bâtiment est qualifié de flexible en rotation. Un bâtiment est qualifié de rigide en rotation lorsque le Ω_{CR} est supérieur à 1. On souligne que le CNB et l'ASCE ne calculent pas directement les paramètres Ω_{CR} et l'excentricité naturelle e_{CR}. En effet l'effort de calcul requis pour leur détermination est trop grand par rapport à leur importance dans le processus global de conception (Humar et al. 2003). Tel qu'évoqué précédemment, les limites considérées sur B_x par le CNB et l'ASCE sont différentes. Effectivement, le CNB considère qu'un bâtiment est régulier si le ratio B_x est inférieur à 1,7 et irrégulier s'il ne l'est pas. L'ASCE reconnaît que les bâtiments sont réguliers si B_x est inférieur à 1,2, irréguliers si ce ratio est supérieur à 1,2 et extrêmement irréguliers si B_x est supérieur à 1,4. Dans les deux normes, l'utilisation de la méthode statique équivalente est conditionnelle à la régularité de la structure. Cependant le CNB permet d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM de $\pm$ 0,05D_n pour la conception si la structure est régulière uniquement. Sinon la torsion accidentelle doit être inclue par l'intermédiaire d'un couple statique de $\pm$ F_x(0,1D_n) où F_x sont les forces calculées par la méthode statique équivalente ou par l'analyse spectrale. L'ASCE laisse le choix au concepteur d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM de $\pm$ 0,05D_n ou en ajoutant un couple statique de $\pm$ F_x(0,05$A_x D_n$). Le facteur d'amplification A_x sert à tenir compte de l'augmentation de la torsion lors du séisme. En effet la plastification des éléments du SRFS cause l'augmentation de l'excentricité du CR ce qui amplifie la torsion (ASCE/SEI 7-10, 2010).

Une étude paramétrique a été effectuée dans le cadre de ce travail afin de déterminer à quel ratio Ω_{CR} correspondent les limites prescrites par le CNB 2015, l'ASCE 7-10 pour déterminer si un bâtiment est sensible à la torsion et ce pour diverses valeurs de e_{CR} normalisées par rapport à la dimension du bâtiment perpendiculaire à l'analyse D_n. La Figure 2.2 illustre les résultats de cette étude paramétrique :

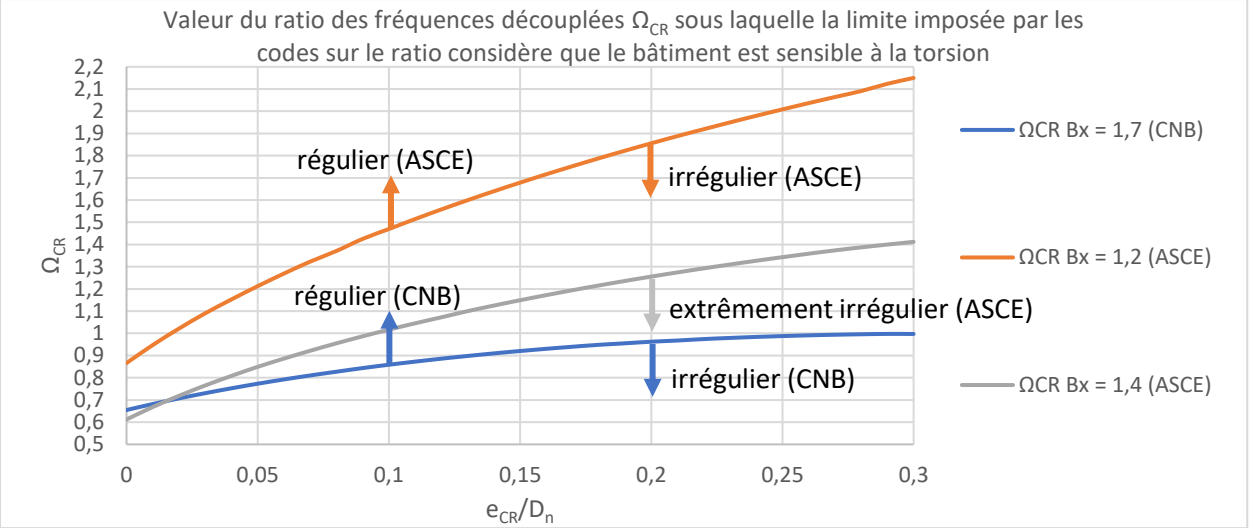


Figure 2.2: Illustration du paramètre Ω_{CR} correspondant aux limites choisies par l'ASCE et le CNB afin de définir si la régularité (sensibilité) des structures en torsion

La Figure 2.2 peut être interprétée ainsi : les courbes affichées représentent la valeur de Ω_{CR} associée à la limite de B_x pour laquelle un bâtiment donné est considéré comme étant irrégulier. Ainsi les structures dont les valeurs de Ω_{CR} sont inférieures à celles situées sur une courbe donnée sont considérées comme étant irrégulières selon le critère associé à la courbe en question. On remarque que l'intervalle de Ω_{CR} pour lequel un bâtiment est considéré régulier diffère grandement d'un code à l'autre. En effet, l'intervalle de régularité de l'ASCE varie de $\Omega_{CR} = 0{,}88$ pour $e_{CR}/D_n = 0$ à $\Omega_{CR} = 2{,}15$ pour $e_{CR}/D_n = 0{,}3$. Celui du CNB varie de $\Omega_{CR} = 0{,}65$ pour $e_{CR}/D_n = 0$ à $\Omega_{CR} = 1$ pour $e_{CR}/D_n = 0{,}3$. L'ASCE spécifie également un critère d'irrégularité extrême en torsion. Cet intervalle varie de $\Omega_{CR} = 0{,}6$ pour $e_{CR}/D_n = 0$ à $\Omega_{CR} = 1{,}41$ pour $e_{CR}/D_n = 0{,}3$. Ainsi on constate que la limite choisie par le CNB pour la définition de l'irrégularité en torsion est inférieure à la limite d'irrégularité extrême en torsion de l'ASCE. Cela met en évidence que l'ASCE est beaucoup plus strict en ce qui concerne l'irrégularité en torsion que le CNB.

2.3 Évolution de la recherche dans le domaine de la torsion subie par les bâtiments lors des séismes

2.3.1 Influence de la torsion sur le comportement élastique des bâtiments

L'une des premières investigations de la réponse en torsion des bâtiments lors des séismes est attribuable à Ayre (1956). Ce dernier reconnait le couplage des modes en flexion et en torsion lorsque le CM et le CR ne coïncident pas. Il a ainsi mis au point une méthode permettant à l'ingénieur de déterminer le comportement de structures symétriques et asymétriques. Une autre étude a permis de comparer l'effet des vibrations causées par un tremblement de terre sur un bâtiment 2D dont l'excentricité du CR est appliquée dans une seule direction (Housner et Outinen, 1958). Les résultats de l'analyse dynamique ont également été comparés à ceux obtenus de la méthode statique équivalente. On constate que la méthode statique équivalente peut grandement sous-estimer l'amplification des contraintes induites par les vibrations causées par un tremblement de terre. Afin de quantifier cette amplification, on définit le concept d'excentricité dynamique (Bustamante et Rosenblueth, 1960). Celle-ci est calculée à chaque étage en divisant le moment de torsion par l'effort tranchant. On trouve que l'excentricité dynamique peut grandement excéder l'excentricité statique. Un autre effet de l'excentricité entre le CM et CR est la réduction du cisaillement à la base dans le cadre d'analyses dynamiques spectrales dans le domaine linéaire (Kan et Chopra, 1976). L'avènement du concept de l'excentricité dynamique a permis aux différentes normes de calcul des bâtiments d'ajuster l'excentricité à être considérée pour la conception afin d'inclure l'amplification attribuable au couplage de la rotation et de la translation dans les structures présentant une excentricité naturelle (Rutenberg, 1979).

Des études paramétriques effectuées par Tso et Dempsey (1980) permettent de tirer des conclusions importantes sur le comportement d'un bâtiment à un étage simplifié soumis à un séisme appliqué sous forme de spectre. On remarque que le torque sismique dépend l'excentricité naturelle de la structure et du ratio Ω_{CR} de la fréquence découplée en torsion au CR, $\omega_{\theta CR}$ et en de la fréquence découplée en translation ω_y. On note aussi que la réponse des bâtiments de faible excentricité naturelle est maximale lorsque Ω vaut 1 et diminue grandement lorsque Ω s'éloigne de 1. Cependant le comportement des structures présentant une grande excentricité naturelle est pratiquement insensible au changement du ratio Ω. Dans le cadre de cette étude paramétrique, Tso

et Dempsey (1980) évaluent également si l'excentricité de conception spécifiée par les normes du Mexique, de Nouvelle-Zélande, du Canada de l'ATC3 et d'Allemagne est suffisante. En effet, ceux-ci comparent l'excentricité dynamique à celle qui est imposée par les normes de conception et trouvent que la majorité de celles-ci sous-estiment la grandeur de l'excentricité. Une autre investigation menée par Tso et Dempsey (1982) permet de conclure que les effets en lien avec la torsion sont mieux représentés par le concept d'excentricité effective que celui d'excentricité dynamique dans le cadre d'une évaluation des méthodes de conception. On définit l'excentricité effective comme la distance entre le CR et le point où l'application du cisaillement statique produirait le même déplacement que celui qui est observé suite à l'analyse dynamique. On remarque que l'excentricité effective équivaut de 50% à 75% l'excentricité dynamique. Cela est attribuable au fait que la contribution maximale de la translation et de la rotation à la réponse totale ne se produisent pas au même instant.

Des études ont démontré la présence de couplage au sein de structures symétriques. En effet, Newmark (1969) détermine la réponse de structures symétriques sollicités en torsion par le passage d'une onde sismique. La torsion est induite par le déphasage de l'onde sismique en différents points du sol sur lequel la structure étudiée repose.

Lors d'un séisme, plusieurs facteurs n'étant pas considérés explicitement dans la conception peuvent amplifier la réponse des éléments du SRFS. Ces facteurs incluent entres autres la différence entre la position exacte du CM et du CR par rapport à celles considérées lors de la conception de même qu'une sollicitation non-uniforme du bâtiment lors du séisme. Celle-ci peut induire une accélération en rotation du bâtiment. Ainsi la torsion accidentelle sert à couvrir l'amplification potentielle de la réponse causée par l'incertitude quant à la position exacte du centre de masse et de rigidité de même que l'excitation en rotation de la structure. De La Llera et Chopra (1994a) ont investigué l'effet de l'incertitude liée à la rigidité de même que l'effet de l'excitation rotationnelle sur la réponse des bâtiments. Ceux-ci observent que l'influence de l'incertitude de la rigidité sur la réponse est maximale lorsque le rapport des fréquences rotationnelles et latérales est près de 1. Ceux-ci ont également évalué l'effet d'incorporer la torsion accidentelle en déplaçant soit le centre de masse ou les forces statiques. L'amplification de la réponse résultant de l'incorporation de la torsion accidentelle est plus grande lorsque les forces statiques sont déplacées que lorsque les masses le sont. Cela est vrai sauf lorsque l'excentricité est faible et que le ratio des fréquences découplées est supérieur à 1. Aussi, plus le ratio des fréquences découplées est faible,

plus l'amplification de la réponse attribuable à l'ajout de la torsion accidentelle est grande. Leur étude révèle également que les différentes sources d'amplification de la torsion peuvent être adéquatement modélisées en considérant une excentricité accidentelle de 0,05b pour la conception.

Les clauses traitant de la torsion dans le CNB 2010 résultent des travaux de Humar et Kumar (1998). Ceux-ci procèdent entre autres à l'analyse spectrale d'un bâtiment simplifié à un étage linéaire élastique. Ces analyses leur permettent d'obtenir l'excentricité effective du côté flexible (*flexible edge*) de la structure et du côté rigide (*stiff edge*) de la structure. La Figure 2.3 tirée de Humar et Kumar (1998) illustre les notions de côté flexible et rigide des bâtiments.

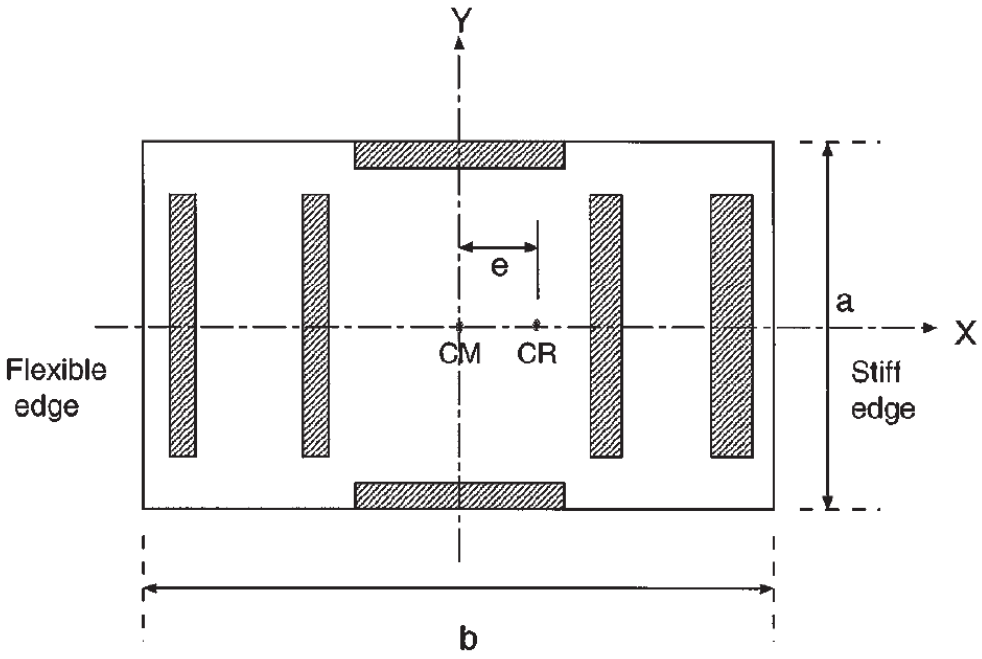


Figure 2.3: Vue en plan d'un bâtiment à un étage (tiré de Humar et Kumar, 1998)

L'excentricité effective du côté flexible représente la distance entre le centre de rigidité du bâtiment et le point auquel l'application du cisaillement à la base produirait le même déplacement que celui qui est observé à l'extrémité flexible du bâtiment. De façon semblable, l'excentricité du côté rigide correspond à la distance entre le CR et point où l'application du cisaillement à la base produirait le même déplacement que celui retrouvé à l'extrémité rigide du bâtiment. En autres termes on détermine la position à laquelle le cisaillement à la base doit être appliqué afin que le déplacement obtenu d'un côté donné du bâtiment suite à une analyse statique soit identique à celui obtenu de l'analyse dynamique spectrale. Les excentricités effectives sont comparées à celles qui sont

spécifiées par le CNB 1995. Pour le côté rigide, l'excentricité définie par le CNB 1995 est 1,5e + 0,1b (voir Figure 2.3 pour les définitions de e et b). Pour le côté flexible, l'excentricité du CNB 1995 est 0,5e - 0,1b. Humar et Kumar (1998) notent que les expressions pour l'obtention des excentricités de conception sont très conservatrices pour le côté flexible de la structure et sont conservatrices pour le côté rigide à l'exception des structures dont la rigidité en rotation est inférieure à la rigidité en translation. Pour ces dernières les expressions du code peuvent ne pas être sécuritaires. Ainsi, les auteurs proposent de nouvelles expressions pour l'excentricité accidentelle soit e + 0,1b et e - 0,1b. Celles-ci sont utilisées dans les versions plus récentes du CNB.

Tso (1990) clarifie la notion de centre de rigidité (CR). Il note que pour un bâtiment d'un étage, le CR possède de nombreuses caractéristiques importantes. En effet, il s'agit du point où l'application d'une charge latérale ne causera aucune rotation du plancher. Il s'agit également du point autour duquel d'effectue la rotation du plancher lorsque ce dernier est soumis à un moment de torsion uniquement (centre de rotation). Or dans la majorité des cas le CR et le centre de rotation des bâtiments multiétagés ne coïncide pas pour un même chargement latéral (Tso et Cheung, 1986). Effectivement chaque étage présente deux points distincts. L'un de ces points est celui autour duquel s'effectue la rotation pour un chargement latéral donné. Ce point est qualifié de centre de rotation généralisé. L'autre point est celui où l'application du chargement latéral donné ne cause pas de rotation. Ce point est dénoté CR généralisé (Tso et Cheung, 1986). On note que la position du CR généralisé est dépendante du chargement et que cette dernière varie d'un étage à l'autre. Toutefois, il existe une classe particulière de bâtiments multiétagés pour lesquels le CR et le centre de rotation coïncident et dont la position ne varie pas d'un étage à l'autre (Tso et Cheung, 1986). Kan et Chopra (1976) ont démontré que les résultats obtenus de modèles à un seul étage sont applicables pour cette classe particulière de bâtiments.

2.3.2 Influence de la torsion sur le comportement inélastique des bâtiments

Bien que l'effet du couplage de la rotation et de la translation sur la réponse linéaire élastique des structures soit bien saisie, les résultats obtenus suite aux analyses linéaires ne sont pas directement applicables pour la vérification de la conception parasismique des bâtiments. En effet, la majorité des bâtiments sont conçus afin de subir des déplacements inélastiques lors des tremblements de terre. Afin de comprendre l'influence de la torsion sur le comportement inélastique en rotation, Kan et Chopra (1981) démontrent que le couplage de la translation et de la rotation associée à la

présence de torsion affecte moins la réponse inélastique que la réponse élastique des bâtiments. Ces résultats sont corroborés par les travaux de Irvine et Kountouris (1980). Ceux-ci déterminent que la demande en ductilité des éléments du SRFS est insensible au changement de l'excentricité du CR par rapport au CM de même qu'au ratio des fréquences découplées en rotation et en translation. Tso et Sadek (1985) examinent la validité des conclusions des deux études mentionnées précédemment en utilisant un modèle tridimensionnel plus complexe que ceux considérés antérieurement. Ils démontrent que les systèmes présentant un couplage de la rotation et de la translation présentent un mouvement fortement rotationnel lorsqu'ils sont sollicités bien au-delà de la limite élastique. Ils trouvent également que la demande en ductilité des éléments d'extrémités d'un système exhibant une grande excentricité naturelle peut être jusqu'à deux fois supérieure à celle d'un système symétrique équivalent. Le fait que la demande en ductilité maximale est insensible au changement du ratio des fréquences découplées en rotation et en translation est également validé. Une autre étude (Bozorgnia et Tso, 1986) démontre que les déplacements aux extrémités du bâtiment sont davantage affectés par l'excentricité naturelle que la demande en ductilité. Aussi, cette étude illustre que les déplacements aux extrémités sont sensibles au changement du ratio des fréquences découplées en rotation et en translation contrairement à la demande en ductilité. Des travaux effectués par Huckelbridge et Lei (1987) de même que Sadek et Tso (1989) proposent une mesure alternative de l'asymétrie structurale. En effet, ils introduisent la notion d'excentricité de la résistance (dénotée e_r). Celle-ci caractérise la distribution de la résistance des éléments du SRFS au même titre que l'excentricité du CR (e_{CR}) caractérise la distribution de la rigidité de ces éléments. Les auteurs de ces études trouvent que la réponse inélastique est davantage corrélée à e_r qu'à e_{CR}. Une étude effectuée par Tso et Ying (1990) considèrent la demande en ductilité additionnelle de même que les déformations additionnelles aux extrémités de la structure comme éléments de réponse inélastiques. Ils démontrent que la répartition de la résistance entre les éléments du SRFS a une influence marquée sur la réponse sismique inélastique des structures. Tso et Ying (1990) considèrent deux classes de modèles. La première est composée de structures conçues de telle sorte que l'excentricité de la résistance (e_r) est égale à l'excentricité du CR (e_{CR}). La seconde est conçue pour que l'excentricité de la résistance soit nulle ($e_r = 0$). Les auteurs concluent que les éléments du SRFS situés du côté flexible du bâtiment sont plus sensibles à la présence de torsion lors des séismes. Également la demande en ductilité de l'extrémité flexible du bâtiment est plus importante au sein d'un bâtiment conçu pour que $e_r \approx e_{CR}$ que pour les

bâtiments où $e_r = 0$. Pour ces derniers, la demande en ductilité additionnelle attribuable à la torsion du côté flexible est minimale. Toutefois le déplacement de cette extrémité peut être de 2 à 3 fois celui obtenu pour la structure symétrique équivalente. Les résultats déterminés par Tso et Ying (1990) sont validés par Goel et Chopra (1990). Ceux-ci démontrent que le couplage entre la rotation et la translation attribuable à la torsion augmente les déformations en rotation et diminue les déformations latérales lorsque $e_r << e_{CR}$. Ils arrivent aux conclusions suivantes :

1. La réponse inélastique des structures est grandement influencée par la contribution des éléments du SRFS perpendiculaires à la direction du séisme à la rigidité en rotation globale. La présence de ces éléments tend à réduire les effets du couplage entre la rotation et la translation attribuable à la présence de la torsion et ce particulièrement pour les bâtiments dont la période fondamentale est faible. Ainsi les modèles ne présentant d'éléments du SRFS perpendiculaires à la direction du séisme affichent des déplacements aux extrémités de la structure qui sont excessifs par rapport à de véritables bâtiments rencontrés en pratique.

2. Pour les systèmes dont $e_r \approx e_{CR}$, le nombre d'éléments du SRFS parallèles à la direction du séisme a peu d'influence sur la réponse inélastique du système. En ce qui a trait aux systèmes dont $e_r << e_{CR}$, le nombre d'éléments du SRFS parallèle à la direction du séisme a peu d'importance en ce qui a trait aux déplacements observés aux extrémités de la structure. Toutefois ce paramètre a une grande importance sur la demande en ductilité des extrémités de la structure.

3. Pour des systèmes dont $e_r = 0$, la réponse inélastique de structures possédant des paramètres identiques mais dont l'une présente une excentricité du centre de masse (CM) et l'autre une excentricité du CR peut différer grandement.

On découvre que l'excentricité du CM peut avoir une grande importance sur la réponse inélastique des structures menant au développement de plusieurs études sur le sujet. L'une de ces études est réalisée par Chandler et Duan (1991). Ceux-ci déterminent la réponse inélastique d'un système dont les éléments du SRFS sont conçus en considérant l'excentricité de conception des codes (résultant en $e_r << e_{CR}$). Ils concluent que l'élément du SRFS situé près de l'extrémité rigide du bâtiment est critique puisqu'il affiche les plus grandes demandes en ductilité. Ils observent également que les demandes en ductilités des éléments du SRFS situés du côté flexible de la

structure sont inférieures à celles de ces mêmes éléments retrouvés au sein d'un bâtiment symétrique équivalent. Cela est contraire aux résultats de Tso et Ying (1990). Chandler et Duan (1991) soulignent également que le fait d'inclure l'excentricité accidentelle dans l'excentricité de conception des codes tout en ignorant les incertitudes liées à la position du CM et du CR de même qu'à la présence d'un mouvement rotationnel du sol lors du séisme n'est pas cohérent. Dans le but de clarifier les différences entre les résultats obtenus par Tso et Ying (1990) et Chandler et Duan (1991) en ce qui a trait à la demande en ductilité du côté flexible de la structure, une vaste étude est effectuée par Tso et Zhu (1992). Ceux-ci trouvent que les résultats déterminés par Tso et Ying (1990) sont limités aux structures dont l'excentricité du CR est inférieure à 0,3 fois la largeur du bâtiment. Ils trouvent également que les conclusions déterminées par Chandler et Duan (1991) s'appliquent uniquement aux systèmes dont le ratio de la fréquence découplée en rotation et de la fréquence découplée en translation est inférieur à 1. Ces systèmes sont plus rigides en translation qu'en rotation et sont qualifiés de flexible en torsion. Tso et Zhu (1992) concluent également que les systèmes conçus en ignorant les dispositions des codes en lien avec la torsion (pour lesquels $e_r \approx e_{CR}$) affichent de grandes demandes en ductilité pour les éléments du SRFS situés du côté flexible.

2.4 État de l'art

Une vaste revue des articles traitant de la réponse en torsion des bâtiments a été accomplie par Anagnostopoulos, Kyrkos et Stathopoulos (2013). Ceux-ci notent que le nombre de publications pertinentes traitant de la torsion induite augmente depuis les années 90. Ils attribuent cette hausse dans le nombre de publication aux effets potentiellement dévastateurs de la torsion sur l'intégrité structurale lors des séismes et ce particulièrement pour les bâtiments dont le centre de rigidité et le centre de masse ne coïncident pas. Ils identifient également le vaste de nombre de publications au grand nombre de paramètres requis pour définir complètement la réponse en torsion des bâtiments. Selon eux, cela fait en sorte que les hypothèses initiales adoptées par les chercheurs afin de simplifier le problème font en sorte que les résultats obtenus par ces derniers peuvent être difficilement appliqués à un ensemble plus large de bâtiments. Les auteurs recensent ensuite les différents types de modèle utilisés dans le cadre de la recherche de la réponse en torsion d'un bâtiment sous sollicitations sismiques. Ils identifient 4 catégories distinctes de modèles soit (1) les modèles linéaires d'un bâtiment simplifié à un étage, (2) les modèles linéaires de bâtiments multi-étagés, (3) les modèles non-linéaires d'un bâtiment simplifié à un étage et (4) les modèles non-

linéaires de bâtiments multi-étagés. Anagnostopoulos et al. (2013) soulignent les défauts des modèles simplifiés à un étage et ce particulièrement dans le cadre des analyses non-linéaires. Ces modèles se déclinent dans les catégories suivantes selon la disposition des éléments de résistance aux charges latérales, de l'excentricité et de la sollicitation. Si les éléments de résistance aux charges latérales sont placés dans une seule direction, l'excentricité et la sollicitation seront appliquées pour agir dans la même direction. Cependant si les éléments sont disposés selon deux direction orthogonales, l'excentricité et la sollicitation peuvent être unidirectionnelles ou bidirectionnelles. On souligne que le modèle où les éléments de résistance aux charges latérales sont orientés selon une seule direction s'éloigne fortement des bâtiments réels. Ces derniers disposent toujours d'éléments pouvant reprendre les efforts appliqués dans deux directions orthogonales. De plus, des études ont démontré que les murs orientés perpendiculairement à la direction de la sollicitation sismique peuvent influencer la réponse de la structure de manière significative. Ainsi Anagnostopoulos et al. (2013) affirment que les conclusions tirées de ce genre de modèle sont difficilement applicables aux bâtiments réels. Le modèle simplifié avec des éléments de résistance aux charges latérales disposés selon deux directions orthogonales est une approximation plus réaliste des véritables bâtiments. Les auteurs identifient également d'autres limitations retrouvées dans les publications antérieures faisant appel aux modèles simplifiés. Effectivement, ceux-ci identifient le choix du nombre d'historiques d'accélérations pour la définition des sollicitations sismiques comme une faille de certaines recherches. Celles-ci ne font appel qu'à un seul historique ce qui rend les résultats obtenus fortement dépendant aux caractéristiques propres à ce dernier. Un autre défaut souligné est le fait que la résistance est octroyée aux éléments de résistance aux charges latérales indépendamment de leur rigidité. Or dans les bâtiments réels, la résistance et la rigidité de ces éléments sont reliées.

Une étude effectuée par Basu et al. (2014) tend à démontrer que le fait d'introduire la torsion accidentelle par un CM déplacé ne permet pas de reproduire adéquatement l'amplification des déplacements attribuables à la présence d'une sollicitation sismique en torsion. Les analyses sont effectuées à l'aide de modèles élastiques. Les auteurs de cette étude considèrent premièrement le déplacement maximal à chaque extrémité d'une structure soumise à une accélération translationnelle et rotationnelle. Ils déterminent ensuite le ratio entre ce déplacement et celui obtenu aux extrémités de la structure lorsque cette dernière est soumise à une accélération translationnelle uniquement. Ce ratio dénoté R quantifie l'amplification du déplacement maximal attribuable à la

présence d'une accélération rotationnelle. Par la suite, Basu et al. déterminent le déplacement maximal aux extrémités d'une structure dont le CM est déplacé et qui est soumise à une accélération translationnelle uniquement. Ce déplacement est ensuite divisé par celui obtenu d'une structure sans CM déplacé et également soumise à une accélération translationnelle uniquement. Ainsi cela permet de définir l'amplification attribuable au déplacement du CM dénotée R'. La comparaison de R' à R permet de constater que l'amplification du déplacement maximal associée au CM déplacé est inférieure à celle retrouvée lorsque l'accélération sismique sollicite la structure en rotation. Basu et al. proposent de remédier à ce problème en introduisant la torsion accidentelle à l'aide d'une accélération à la base en rotation.

DeBock et al. (2013) investiguent la performance des exigences de la norme ASCE/SEI 7 en ce qui a trait à la torsion. La performance des exigences est déterminée en évaluant leur influence sur la capacité du bâtiment à résister à l'effondrement lors d'un séisme (building collapse capacity). Ils définissent deux paramètres dont le premier en importance est la *signification*. Celle-ci est définie comme étant la diminution de la capacité de la structure à résister à l'effondrement lorsqu'elle n'est pas conçue en respectant les exigences en lien avec la torsion de la norme ASCE/SEI 7-10. Le second paramètre en importance est le *besoin*. Ce dernier représente la différence entre la capacité de la structure à résister à l'effondrement d'une structure donnée par rapport à une structure de référence. Les deux structures en question sont conçues sans respecter les clauses de la norme ASCE/SEI 7 en lien avec la torsion. Ainsi plus la différence entre la capacité de résister à l'effondrement d'une structure et celle de la structure de référence est grande, plus le besoin de respecter les exigences de la norme ASCE/SEI 7 l'est également. Les auteurs concluent que les exigences en lien avec la torsion sont *significatives* lorsque les structures sont irrégulières et ne sont pas nécessaires à moins que la structure soit extrêmement irrégulière.

De Stefano et al. (2015) déterminent l'influence de la torsion causée par la variabilité de la résistance et de la rigidité sur le comportement des bâtiments en béton existants. Ceux-ci indiquent que l'Eurocode 8 n'impose pas de procédure afin de tenir compte de la variabilité des propriétés mécaniques des matériaux retrouvés dans les structures existantes. Les auteurs trouvent que l'introduction de la torsion accidentelle par l'ajout d'un couple statique permet d'inclure adéquatement l'amplification de la réponse due à la torsion causée par la variabilité des matériaux. Le couple statique correspond au produit des forces sismiques de conception et de l'excentricité

accidentelle de $0,05D_n$ où D_n est la dimension en plan du bâtiment dans la direction perpendiculaire à l'analyse.

2.5 Conclusion

Ce chapitre permet de mettre en contexte l'étude effectuée dans ce projet. En effet la recherche effectuée par Humar et al. (2003) a mené à la modification de l'excentricité adoptée par le CNB. Toutefois cette étude est largement fondée sur le comportement linéaire d'un bâtiment à un étage. La présente étude évalue l'influence des dispositions en lien avec la torsion sur le comportement linéaire et non-linéaire des structures. Ce chapitre présente également les dispositions en lien avec la torsion des deux normes qui seront considérées dans les chapitres suivants soit le CNB et l'ASCE.

CHAPITRE 3 ÉTUDE DE L'EFFET DE L'EXCENTRICITÉ SUR LA RÉPONSE DYNAMIQUE SPECTRALE D'UN BÂTIMENT À UN ÉTAGE

3.1 Introduction

3.1.1 Généralités

Les clauses en lien avec la torsion du CNB ont été développées à partir de modèles considérant la réponse spectrale d'un bâtiment à un étage (Humar, 2003). Un nombre important de paramètres est requis afin de définir cette réponse d'où l'avantage d'utiliser un bâtiment d'un seul étage. En effet ce dernier ne comporte que 3 degrés de libertés, soit deux translations et une rotation. À des fins de simplicité, on considère également que l'excentricité du centre de masse (e_{CM}) et du centre de rigidité (e_{CR}) sont uniquement présentes en direction X. Cela fait en sorte que le couplage entre la translation et la rotation s'effectue uniquement en direction Y. Ainsi seule cette direction sera étudiée en détail. On détermine la réponse spectrale du bâtiment à l'aide des équations modales. Celles-ci sont développées en fonction des principales variables adimensionnelles régissant la réponse spectrale du bâtiment à un étage. On peut aisément développer un outil de calcul Excel faisant appel à ces équations et permettant de déterminer la réponse spectrale du bâtiment d'un étage. Puisque les variables considérées sont adimensionnelles, les éléments de réponse déterminés à l'aide de l'outil Excel le seront également. Ces éléments de réponse peuvent être considérés comme étant le ratio entre la réponse d'un bâtiment présentant une excentricité du CM ou du CR par rapport à celle d'un bâtiment ne présentant pas d'excentricité mais possédant la même masse et rigidités globales. Ce bâtiment équivalent sans excentricité est qualifié de symétrique.

3.1.2 Objectifs

Le premier objectif de ce chapitre est de définir les paramètres nécessaires pour obtenir la réponse sismique de la structure lors d'une analyse spectrale linéaire élastique. Le second objectif est d'utiliser ces variables adimensionnelles afin de formuler les équations modales à partir desquelles la réponse spectrale du bâtiment peut être déterminée. La réponse spectrale sera calculée à l'aide d'un outil de calcul Excel utilisant les équations modales développées. On choisit l'ensemble des valeurs des paramètres adimensionnels qui seront considérées pour l'analyse paramétrique. Cet

outil sera ensuite validé à l'aide du logiciel de structures ETABS. Cependant cette comparaison requiert premièrement que les variables adimensionnelles utilisées à l'aide de l'outil Excel soient adaptées afin de définir un modèle dimensionnel équivalent. Une fois la vérification effectuée, l'analyse paramétrique peut désormais être effectuée. Celle-ci permettra d'évaluer la réponse spectrale et de choisir les paramètres pertinents permettant de d'analyser les clauses en lien avec la torsion du CNB 2015 et de les comparer à celles de l'ASCE 7-10.

3.2 Caractéristiques du bâtiment à l'étude

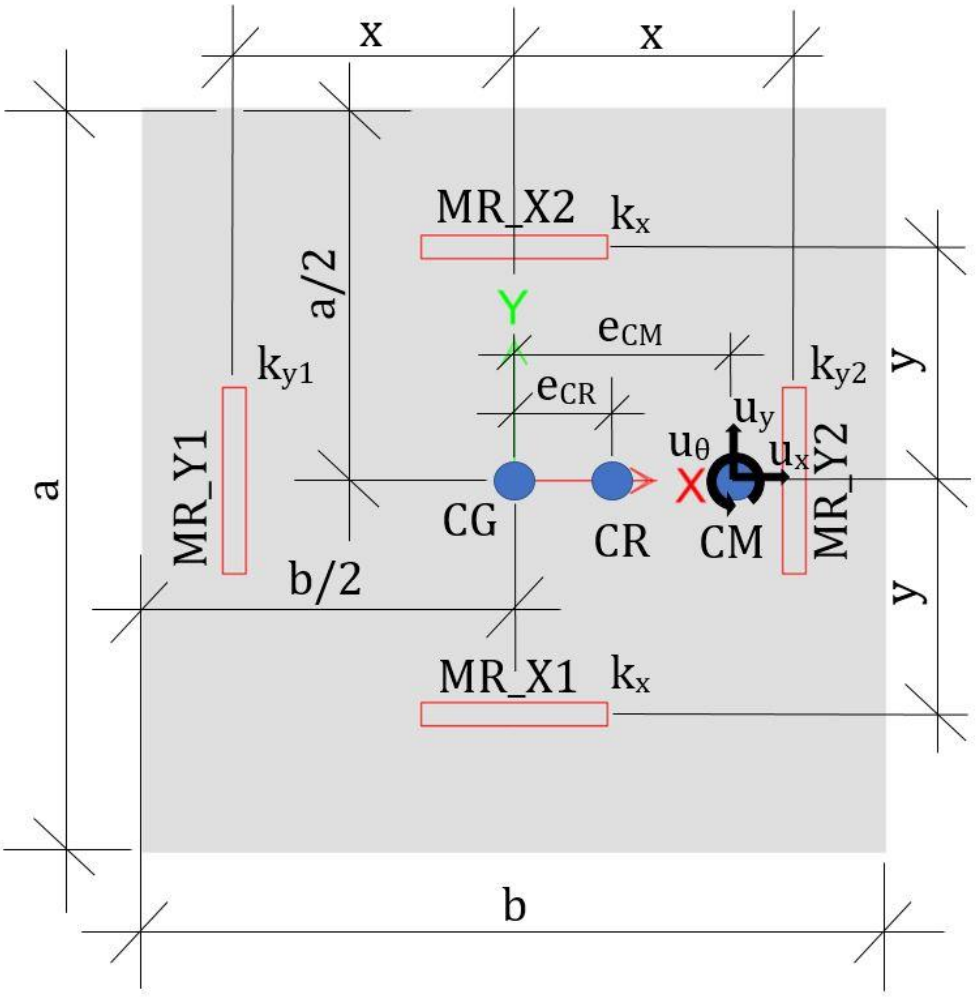


Figure 3.1: Illustration des variables considérées pour l'analyse paramétrique

Définition des variables (bien qu'une liste des symboles est présentée au début du mémoire ceux pertinents à cette sous-section sont présentés ici pour faciliter la lecture du mémoire) **:**

a : dimension du côté en direction Y

A_j : accélération spectrale du mode j

A_y : accélération spectrale d'une structure sans excentricité du CM ou du CR

b : dimension du côté en direction X

CG : centre géométrique (centre de masse nominal)

CM : centre de masse

CR : centre de rigidité

e_{CM} : excentricité du centre de masse en direction Y

e_{CR} : excentricité du centre de rigidité en direction Y

$F_{MR_Yi,j}$: force en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$\bar{F}_{MR_Yi,j}$: force normalisée en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$F_{MR_Yi,\,CQC}$: force reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\bar{F}_{MR_Yi,\,CQC}$: force normalisée reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

k_x : rigidité d'un mur de refend en direction X

k_{yi} : rigidité du mur de refend MR_Yi en direction Y

$K_x = 2k_x$: rigidité globale en direction X

$K_y = k_{y1} + k_{y2}$: rigidité globale en direction Y

m : masse du plancher

MR_X1 : mur de refend en direction X numéroté 1

MR_X2 : mur de refend en direction X numéroté 2

MR_Y1 : mur de refend en direction Y numéroté 1 (mur situé le plus loin du CM)

MR_Y2 : mur de refend en direction Y numéroté 2 (mur situé le plus près du CM)

MZ_{CMj} : moment de torsion au CM pour le mode j

$\overline{MZ}_{CMj}$: moment de torsion normalisé évalué au CM du mode j

MZ_{CRj} : moment de torsion au CR pour le mode j

$\overline{MZ}_{CRj}$: moment de torsion normalisé évalué au CR du mode j

MZ_{CR0} : moment de torsion évalué au CR d'une structure sans excentricité du CM ou du CR

$MZ_{CR,\ CQC}$: moment de torsion évalué au CR obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{MZ}_{CR,\ CQC}$: moment de torsion normalisé évalué au CR obtenu à l'aide de la méthode CQC

$r = (a^2+b^2)/12$: rayon de giration du plancher

R_d : Facteur de réduction des forces élastiques afin de tenir compte de la ductilité

u_x : degré de liberté (DDL) de translation en direction X

u_y : DDL de translation en direction Y

u_θ : DDL en rotation θ

V_j : Cisaillement du mode j

$\overline{V}_j$: cisaillement normalisé en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

V_0 : cisaillement d'une structure sans excentricité du CM ou du CR

V_{CQC} : cisaillement en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{V}_{CQC}$: cisaillement normalisé en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

x : distance entre le centre géométrique et les murs orientés dans la direction Y

y : distance entre le centre géométrique et les murs orientés dans la direction X

α_{MR_Yi} : coefficient de répartition déterminant la fraction du cisaillement total reprise par le mur MR_Yi

β_{MR_Yi} : coefficient de répartition déterminant la fraction du moment de torsion générant un déplacement en direction Y pour le mur MR_Yi

Γ_j : facteur de participation modale du mode j

$\Delta_{MR_Yi,j}$: force en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$\overline{\Delta}_{MR_Yi,j}$: force normalisée en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

Δ_0 : déplacement des murs en direction Y des murs de la structure sans excentricité du CM ou du CR

$\Delta_{MR_Yi,\,CQC}$: force reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{\Delta}_{MR_Yi,\,CQC}$: force normalisée reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

μ : coefficient de répartition déterminant la fraction du moment de torsion générant une force en direction Y pour les murs MR_Y1 et MR_Y2

ρ_{ij} : coefficient de corrélation entre les modes i et j pour la méthode de combinaison modale CQC

Ω : ratio de la fréquence découplée en rotation évaluée au CG et de la fréquence en translation

Ω_{CR} : ratio de la fréquence découplée en rotation évaluée au CR et de la fréquence en translation

ω_x : fréquence découplée en translation en direction X

ω_y : fréquence découplée en translation en direction X

ω_θ : fréquence découplée en rotation évaluée au CG

$\omega_{\theta CR}$: fréquence découplée en rotation évaluée au CR

φ_{yj} : composante en translation du mode j

$\varphi_{\theta j}$: composante en rotation du mode j

Une analyse dimensionnelle est effectuée. Celle-ci indique que les variables adimensionnelles indépendantes suivantes permettent de décrire le problème :

$$\Pi_1 = \frac{K_x}{K_y} \tag{3.1}$$

$$\Pi_2 = \frac{b}{r} \tag{3.2}$$

$$\Pi_3 = \frac{x}{r} \tag{3.3}$$

$$\Pi_4 = \frac{y}{r} \tag{3.4}$$

$$\Pi_5 = \frac{e_{CM}}{r} \tag{3.5}$$

$$\Pi_6 = \frac{e_{CR}}{r} \tag{3.6}$$

On pose

$$\frac{K_x}{K_y} = 1 \tag{3.7}$$

Bien que les variables adimensionnelles soient indépendantes, il faut néanmoins noter les limites suivantes :

$$\frac{x}{r} \leq \frac{b}{2r} \tag{3.8}$$

$$\frac{y}{r} \leq \frac{a}{2r} = \sqrt{3 - \left(\frac{b}{2r}\right)^2} \tag{3.9}$$

Si ces limites ne sont pas respectées, cela signifie que les murs sont à l'extérieur du bâtiment. Ce scénario n'est pas plausible. Le choix de la valeur de b/r influence uniquement les limites définies ci-haut. Par souci de simplicité, on opte pour un bâtiment d'aspect carré. Cela équivaut à poser :

$$\frac{b}{r} = \sqrt{6} \approx 2{,}4495 \tag{3.10}$$

Cette valeur de b/r impose les limites suivantes :

$$\frac{x}{r} \leq \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1{,}2248 \tag{3.11}$$

$$\frac{y}{r} \leq \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1{,}2248 \tag{3.12}$$

Une autre limite à considérer est la suivante :

$$\frac{e_{CR}}{r} < \frac{x}{r} \tag{3.13}$$

Le centre de rigidité doit être compris entre les deux murs.

Les variables adimensionnelles peuvent être réécrites comme étant fonction d'une autre. On utilise cette propriété pour effectuer la modification suivante :

$$\frac{y}{r} = \left(\frac{y}{x}\right)\left(\frac{x}{r}\right) \tag{3.14}$$

La nouvelle variable est donc :

$$\Pi_4 = \frac{y}{x} \tag{3.15}$$

En résumé les six variables adimensionnelles suivantes seront considérées :

$$\Pi_1 = \frac{K_x}{K_y} = 1 \tag{3.16}$$

$$\Pi_2 = \frac{b}{r} = \sqrt{6} \approx 2{,}4495 \tag{3.17}$$

$$\Pi_3 = \frac{x}{r} \leq \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1{,}2248 \tag{3.18}$$

$$\Pi_4 = \frac{y}{x} \leq \frac{\sqrt{6}}{2(x/r)} \approx \frac{1{,}2248}{x/r} \tag{3.19}$$

$$\Pi_5 = \frac{e_{CM}}{r} \tag{3.20}$$

$$\Pi_6 = \frac{e_{CR}}{r} < \frac{x}{r} \tag{3.21}$$

3.3 Solution analytique

La solution analytique permettant de déterminer la réponse spectrale du bâtiment d'un étage est développée dans cette sous-section.

3.3.1 Détermination des fréquences propres ω_j

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{s\}\ddot{u}_g \tag{3.22}$$

où :

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m(r^2 + e_{CM}^2) \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & K_y(e_{CR} - e_{CM}) \\ 0 & K_y(e_{CR} - e_{CM}) & K_{\theta CR} + K_y(e_{CR} - e_{CM})^2 \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

$$\{\ddot{u}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ \ddot{u}_\theta \end{Bmatrix};\ \{u\} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_\theta \end{Bmatrix};\{s\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.25}$$

Puisque l'excentricité du CM et du CR est uniquement présente en direction X, seuls les DDLs u_y et u_θ sont couplés.

Puisque l'on utilise des variables adimensionnelles, on remplace le DDL u_θ par ru_θ et on divise les matrices de masse et de rigidité par m :

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + \left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2 \end{bmatrix} \tag{3.26}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x/m & 0 & 0 \\ 0 & K_y/m & K_y/m\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) \\ 0 & K_y/m\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) & K_{\theta CR}/mr^2 + K_y/m\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)^2 \end{bmatrix} \tag{3.27}$$

$$\{\ddot{u}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_x \\ \ddot{u}_y \\ r\ddot{u}_\theta \end{Bmatrix};\ \{u\} = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ ru_\theta \end{Bmatrix};\{s\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{3.28}$$

Rappelons que :

$$\omega_x^2 = \frac{K_x}{m} \tag{3.29}$$

$$\omega_y^2 = \frac{K_y}{m} \tag{3.30}$$

$$\omega_{\theta}^{2} = \frac{K_{\theta}}{mr^{2}} \tag{3.31}$$

$$\omega_{\theta CR}^{2} = \frac{K_{\theta CR}}{mr^{2}} = \frac{K_{\theta} - K_{y}e_{CR}^{2}}{mr^{2}} = \omega_{\theta}^{2} - \omega_{y}^{2}\left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^{2} \tag{3.32}$$

où :

$$r^{2} = \frac{a^{2} + b^{2}}{12} \tag{3.33}$$

$$K_{x} = 2k_{x} \tag{3.34}$$

$$K_{y} = k_{y1} + k_{y2} \tag{3.35}$$

$$K_{\theta} = K_{y}x^{2} + K_{x}y^{2} \tag{3.36}$$

On sait que

$$e_{CR} = \left(\frac{k_{y2} - k_{y1}}{k_{y1} + k_{y2}}\right)x \tag{3.37}$$

ainsi :

$$\frac{k_{y1}}{K_{y}} = \frac{1 - \frac{e_{CR}/r}{x/r}}{2} \tag{3.38}$$

$$\frac{k_{y2}}{K_{y}} = \frac{1 + \frac{e_{CR}/r}{x/r}}{2} \tag{3.39}$$

La matrice de rigidité s’exprime ainsi :

$$[K] = \begin{bmatrix} \omega_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_y^2 & \omega_y^2\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) \\ 0 & \omega_y^2\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) & \omega_\theta^2 - \omega_y^2\left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 + \omega_y^2\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

En divisant la matrice de rigidité par $\omega_y{}^2$:

$$[K] = \omega_y^2 \begin{bmatrix} \omega_x^2/\omega_y^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) \\ 0 & \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) & \omega_\theta^2/\omega_y^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 + \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

Puisque $K_x = K_y$, on sait que $\omega_x/\omega_y = 1$.

On pose :

$$\Omega^2 = \frac{\omega_\theta^2}{\omega_y^2} \quad (3.42)$$

On obtient alors :

$$[K] = \omega_y^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) \\ 0 & \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) & \Omega^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 + \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

On résout le problème de valeurs propres :

$$\det\left([K] - \omega_j^2[M]\right) = 0 \quad (3.44)$$

Pour la suite seuls u_y et u_θ seront considérés puisqu'ils sont couplés. Les matrices de rigidité et de masse peuvent donc s'exprimer ainsi :

$$[M] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 + \left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$[K] = \omega_y^2 \begin{bmatrix} 1 & \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) \\ \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) & \Omega^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 + \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)^2 \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

On note que les équations précédentes ne comportent pas les variables adimensionnelles x/r et y/r. Le paramètre Ω est le rapport entre la fréquence découplée en rotation évaluée au CG et de la fréquence découplée en translation en direction Y.

$$\Omega^2 = \frac{\omega_\theta^2}{\omega_y^2} = \frac{K_\theta / mr^2}{K_y / m} = \frac{K_\theta}{K_y r^2} = \frac{K_y x^2 + K_x y^2}{K_y r^2} = \frac{x^2 + (K_x/K_y) y^2}{r^2}$$

Or puisque $K_x = K_y$:

on a :

$$\Omega^2 = \frac{x^2 + y^2}{r^2} \tag{3.47}$$

$$\Omega^2 = \left(\frac{x}{r}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) \tag{3.48}$$

Les fréquences couplées normalisées par rapport à la fréquence découplée en translation ω_1/ω_y et ω_2/ω_y :

$$C = \left(\frac{e_{CM}}{r}\right)\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) \tag{3.49}$$

$$D = 1 + \left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2 \tag{3.50}$$

$$\left(\frac{\omega_1}{\omega_y}\right)^2 = \left[\frac{(\Omega^2+1) - 2C - \sqrt{(\Omega^2-1)^2 + 4\left[\left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2 D + \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)\left(\frac{e_{CM}}{r}\right)\left((\Omega^2+1) - 2C\right)\right]}}{2D}\right] \tag{3.51}$$

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_y}\right)^2 = \left[\frac{(\Omega^2+1) - 2C + \sqrt{(\Omega^2-1)^2 + 4\left[\left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2 D + \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)\left(\frac{e_{CM}}{r}\right)\left((\Omega^2+1) - 2C\right)\right]}}{2D}\right] \tag{3.52}$$

3.3.2 Détermination des modes propres ϕ_j

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \varphi_{y1} & \varphi_{y2} \\ \varphi_{\theta 1} & \varphi_{\theta 2} \end{bmatrix} \tag{3.53}$$

On considère les définitions suivantes :

φ_{y1} : composante en translation du mode 1

$\varphi_{\theta 1}$: composante en rotation du mode 1

φ_{y2} : composante en translation du mode 2

$\varphi_{\theta 2}$: composante en rotation du mode 2

On normalise les modes en posant $\varphi_{\theta 1} = \varphi_{\theta 2} = 1$

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \varphi_{y1} & \varphi_{y2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.54}$$

En effectuant la résolution pour φ_{y1} et φ_{y2} on obtient :

$$[\Phi] = \begin{bmatrix} \dfrac{-\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)}{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_y}\right)^2} & \dfrac{-\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_y}\right)^2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.55}$$

On effectue une seconde normalisation des modes propres afin que la masse généralisée corresponde à l'unité :

$$[\Phi] = \left(\frac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{-\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)}{1 - \left(\frac{\omega_j}{\omega_y}\right)^2} \right)^2 + \left(1 + \left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2\right)}} \right) \begin{bmatrix} \dfrac{-\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)}{1 - \left(\frac{\omega_j}{\omega_y}\right)^2} & \dfrac{-\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)}{1 - \left(\frac{\omega_2}{\omega_y}\right)^2} \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.56}$$

Afin de mieux représenter les modes on considère la Figure 3.2 et la Figure 3.3 :

Mode i

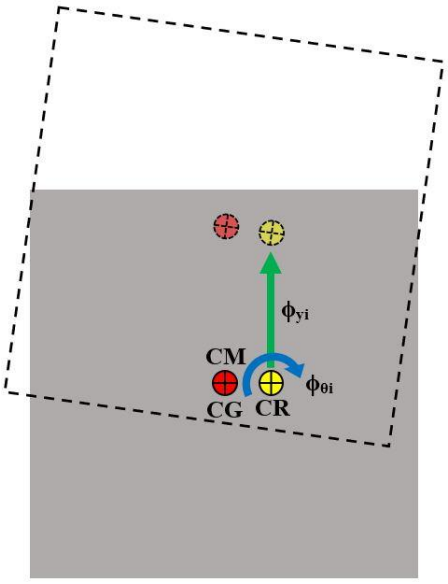


Figure 3.2: Illustration du mode i où la composante en translation ϕ_y est plus grande

Mode j

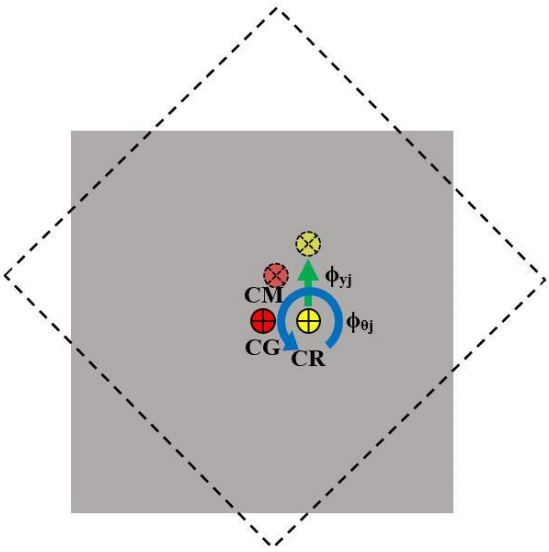


Figure 3.3: Illustration du mode j où la composante en rotation ϕ_θ est la plus grande

La Figure 3.2 et la Figure 3.3 servent à démontrer que le mode qui présente la composante en translation la plus grande affiche également la composante en rotation la plus faible. Également le mode dont la composante en rotation est la plus grande affiche la composante en translation la plus faible.

3.3.3 Efforts modaux normalisés

Selon Paultre (2005) les efforts élastiques par mode au CM peut s'exprimer ainsi:

$$\begin{bmatrix} V_j \\ MZ_{CMj} \end{bmatrix} = [M] \begin{bmatrix} \varphi_{yj} \\ \varphi_{\theta j} \end{bmatrix} \Gamma_j A_j \qquad (3.57)$$

où :

V_j : Cisaillement du mode j

MZ_{CMj} : moment de torsion au CM pour le mode j

Γ_j : facteur de participation modale du mode j

$$\Gamma_j = \frac{\begin{bmatrix}\varphi_{yj}\\ \varphi_{\theta j}\end{bmatrix}^T [M]\{s\}}{\begin{bmatrix}\varphi_{yj}\\ \varphi_{\theta j}\end{bmatrix}^T [M] \begin{bmatrix}\varphi_{yj}\\ \varphi_{\theta j}\end{bmatrix}} \tag{3.58}$$

A_j : accélération spectrale du mode j

Lorsque les modes sont normalisés pour que la matrice de masse généralisée corresponde à la matrice identité le facteur de participation modale devient:

$$\Gamma_j = \begin{bmatrix}\varphi_{yj}\\ \varphi_{\theta j}\end{bmatrix}^T [M]\{s\} \tag{3.59}$$

Puisque l'on utilise des variables adimensionnelles, on obtient le cisaillement et le moment de torsion au CM sous la forme de valeurs normalisées respectivement par le cisaillement et le moment de torsion d'une structure sans excentricité. On considère les termes de la matrice de masse définie à l'équation 3.26 associés aux DDLs couplés u_y et u_θ. De plus pour que les valeurs de cisaillement de moment de torsion obtenues soient adimensionnelles, on doit considérer l'accélération spectrale Aj normalisée par rapport à l'accélération spectrale d'une structure sans excentricité A_y.

Ainsi :

$$\Gamma_j = \begin{bmatrix}\varphi_{yj}\\ \varphi_{\theta j}\end{bmatrix}^T \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1+\left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2\end{bmatrix} \begin{Bmatrix}1\\ 0\end{Bmatrix} = \varphi_{yj} \tag{3.60}$$

$$\begin{bmatrix}\overline{V_j}\\ \overline{MZ}_{CMj}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1+\left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2\end{bmatrix} \begin{bmatrix}\varphi_{yj}\\ \varphi_{\theta j}\end{bmatrix} \varphi_{yj} \frac{A_j}{A_y} \tag{3.61}$$

où :

$\overline{V_j}$: cisaillement normalisé du mode j

$\overline{MZ}_{CMj}$: moment de torsion normalisé évalué au CM du mode j

A_y : accélération spectrale d'une structure sans excentricité du CM ou du CR

$$\overline{V_j} = \varphi_{yj}^2 \frac{A_j}{A_y} \tag{3.62}$$

$$\overline{MZ}_{CMj} = \varphi_{yj}\left(1 + \left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2\right)\varphi_{\theta j}\frac{A_j}{A_y} \tag{3.63}$$

$$\overline{MZ}_{CRj} = \overline{MZ}_{CMj} - \bar{V}_j\left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right) \tag{3.64}$$

$$\overline{MZ}_{CRj} = \varphi_{yj}\left(\left(1 + \left(\frac{e_{CM}}{r}\right)^2\right)\varphi_{\theta j} - \left(\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right)\varphi_{yj}\right)\frac{A_j}{A_y} \tag{3.65}$$

où :

$\overline{MZ}_{CRj}$: moment de torsion normalisé évalué au CR

Afin de d'illustrer le sens physique des valeurs normalisées du cisaillement et du moment de torsion, considérons les expressions suivantes adoptées par Kumar (1998) :

$$V_0 = mA_y \tag{3.66}$$

$$MZ_{CR0} = V_0 r = mA_y r \tag{3.67}$$

où :

V_0 : cisaillement d'une structure sans excentricité du CM ou du CR

MZ_{CR0} : moment de torsion évalué au CR

Ainsi les valeurs normalisées peuvent s'exprimer ainsi:

$$\bar{V}_j = \frac{V_j}{V_0} \tag{3.68}$$

$$\overline{MZ}_{CRj} = \frac{MZ_{CRj}}{V_0 r} \tag{3.69}$$

3.3.4 Déplacements normalisés des murs par mode j

Mur MR_Y1

$$\Delta_{MR_Y1,j} = u_{yj} - u_{\theta j}(x + e_{CR}) \tag{3.70}$$

où :

$\Delta_{MR_Y1,j}$: déplacement en direction Y du mur MR_Y1

u_y : déplacement global de la structure en direction Y

u_θ : rotation de la structure

x : distance entre le centre géométrique (CG) du plancher et le mur MR_Y1

e_{CR} : excentricité du CR

$$\Delta_{MR_Y1,j} = \frac{V_j}{K_y} - \frac{MZ_{CRj}}{K_{\theta CR}}(x + e_{CR}) \tag{3.71}$$

En normalisant le déplacement par rapport à celui d'une structure symétrique équivalente :

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j} = \frac{\Delta_{MR_Y1,j}}{\Delta_0} \tag{3.72}$$

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j} = \frac{\Delta_{MR_Y1,j}}{V_0/K_y} \tag{3.73}$$

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j} = \frac{V_j}{V_0} - \frac{MZ_{CRj}}{V_0}\left(\frac{K_y}{K_{\theta CR}}\right)(x + e_{CR}) \tag{3.74}$$

où :

$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j}$: déplacement normalisé en direction Y du mur MR_Y1

Δ_0 : déplacement des murs en direction Y des murs de la structure sans excentricité du CM ou du CR

On sait que :

$$\Omega_{CR}^2 = \frac{\omega_{\theta CR}^2}{\omega_y^2} = \frac{K_{\theta CR}/mr^2}{K_y/m} = \frac{K_{\theta CR}}{K_y r^2} \Rightarrow \frac{1}{\Omega_{CR}^2 r^2} = \frac{K_y}{K_{\theta CR}} \tag{3.75}$$

Ainsi :

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j} = \frac{V_j}{V_0} - \frac{MZ_{CRj}}{V_0}\left(\frac{1}{\Omega_{CR}^2 r^2}\right)(x + e_{CR}) \tag{3.76}$$

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j} = \frac{V_j}{V_0} - \frac{MZ_{CRj}}{V_0 r}\left(\frac{1}{\Omega_{CR}^2}\right)\left(\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}\right) \tag{3.77}$$

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j} = \bar{V}_j - \overline{MZ}_{CRj}\left(\frac{1}{\Omega_{CR}^2}\right)\left(\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}\right) \tag{3.78}$$

Notons que :

$$\Omega_{CR}^2 = \frac{\omega_{\theta CR}^2}{\omega_y^2} = \frac{K_{\theta CR}}{K_y r^2} = \frac{K_\theta - K_y e_{CR}^2}{K_y r^2} = \frac{K_\theta}{K_y r^2} - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 \quad (3.79)$$

Or:

$$\Omega^2 = \frac{\omega_\theta^2}{\omega_y^2} = \frac{K_\theta}{K_y r^2} \quad (3.80)$$

$$\Omega_{CR}^2 = \Omega^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 \quad (3.81)$$

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j} = \bar{V}_j - \overline{MZ}_{CRj}\left(\frac{\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}}{\Omega^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}\right) \quad (3.82)$$

Le terme $\left(\frac{\frac{x}{r}+\frac{e_{CR}}{r}}{\Omega^2-\left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}\right)$ pondère l'influence de la torsion sur les déplacements. Afin de simplifier l'écriture on pose :

$$\beta_{MR_Y1} = \left(\frac{\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}}{\Omega^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}\right) \quad (3.83)$$

On rappelle que :

$$\Omega^2 = \left(\frac{x}{r}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) \quad (3.84)$$

Ainsi :

$$\beta_{MR_Y1} = \left(\frac{\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}}{\left(\frac{x}{r}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}\right) \quad (3.85)$$

On peut donc réécrire l'expression du déplacement normalisé :

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,j} = \bar{V}_j - \beta_{MR_Y1}\overline{MZ}_{CRj} \quad (3.86)$$

Mur MR_Y2

De façon semblable on peut obtenir le déplacement normalisé du mur MR_Y2 :

$$\beta_{MR_Y2} = \left(\frac{\frac{x}{r} - \frac{e_{CR}}{r}}{\left(\frac{x}{r}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2} \right) \quad (3.87)$$

$$\bar{\Delta}_{MR_Y2,j} = \bar{V}_j + \beta_{MR_Y2} \overline{MZ}_{CRj} \quad (3.88)$$

où :

$\bar{\Delta}_{MR_Y2,j}$: déplacement normalisé en direction Y du mur MR_Y2

3.3.5 Efforts normalisés repris par les murs par mode j

Le cisaillement repris par un mur i donné s'exprime ainsi :

$$F_{MR_Yi,j} = k_{yi} \Delta_{MR_Yi,j} \quad (3.89)$$

$$F_{MR_Yi,j} = k_{yi} \left(\frac{\Delta_{MR_Yi,j}}{\Delta_0}\right) \Delta_0 \quad (3.90)$$

$$F_{MR_Yi,j} = k_{yi} \left(\frac{\Delta_{MR_Yi,j}}{\Delta_0}\right) \frac{V_0}{K_y} \quad (3.91)$$

$$\frac{F_{MR_Yi,j}}{V_0} = \frac{k_{yi}}{K_y} \left(\frac{\Delta_{MR_Yi,j}}{\Delta_0}\right) \quad (3.92)$$

Posons :

$$\bar{F}_{MR_Yi,j} = \frac{F_{MR_Yi,j}}{V_0} \quad (3.93)$$

où :

$F_{MR_Yi,j}$: force en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$\bar{F}_{MR_Yi,j}$: force normalisée en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

Ainsi :

$$\bar{F}_{MR_Yi,j} = \frac{k_{yi}}{K_y} \left(\bar{\Delta}_{MR_Yi,j}\right) \quad (3.94)$$

Mur MR_Y1

$$\frac{k_{y1}}{K_y} = \frac{1 - \frac{e_{CR}/r}{x/r}}{2}$$

$$\bar{F}_{MR_Y1,j} = \left(\frac{\frac{x}{r} - \frac{e_{CR}}{r}}{2\left(\frac{x}{r}\right)}\right)\left(\bar{\Delta}_{MR_Y1,j}\right) \tag{3.95}$$

Mur MR_Y2

$$\frac{k_{y2}}{K_y} = \frac{\gamma k_y}{k_y(1+\gamma)} = \frac{\left(\frac{1+\frac{e_{CR}}{x}}{1-\frac{e_{CR}}{x}}\right)}{1+\left(\frac{1+\frac{e_{CR}}{x}}{1-\frac{e_{CR}}{x}}\right)} = \frac{1+\frac{e_{CR}}{x}}{2} \tag{3.96}$$

$$\bar{F}_{MR_Y2,j} = \left(\frac{\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}}{2\left(\frac{x}{r}\right)}\right)\left(\bar{\Delta}_{MR_Y2,j}\right) \tag{3.97}$$

On peut également considérer une autre dérivation afin d'obtenir les forces aux murs :

$$\bar{F}_{MR_Y2,j} = \left(\frac{\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}}{2\left(\frac{x}{r}\right)}\right)\left(\bar{\Delta}_{MR_Y2,j}\right) \tag{3.98}$$

$$F_{MR_Y1,j} = \frac{k_{y1}}{K_y}V_j - \frac{\left(\frac{x}{r}\right)^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}{\Omega_{CR}^2 r^2}\frac{MZ_{CRj}}{2x} \tag{3.99}$$

$$\bar{F}_{MR_Y1,j} = \frac{F_{MR_Yi,j}}{V_0} = \frac{k_{y1}}{K_y}\left(\frac{V_j}{V_0}\right) - \frac{\left(\frac{x}{r}\right)^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}{\Omega_{CR}^2 r^2}\left(\frac{MZ_{CRj}}{2\left(\frac{x}{r}\right)V_0 r}\right) \tag{3.100}$$

On rappelle :

$$\frac{k_{y1}}{K_y} = \frac{\frac{x}{r} - \frac{e_{CR}}{r}}{2\left(\frac{x}{r}\right)};\ \frac{k_{y2}}{K_y} = \frac{\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}}{2\left(\frac{x}{r}\right)} \tag{3.101}$$

$$\bar{F}_{MR_Y1,j} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\frac{x}{r} - \frac{e_{CR}}{r}}{\frac{x}{r}}\right)\bar{V}_j - \left(\frac{\left(\frac{x}{r}\right)^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}{\left(\frac{x}{r}\right)\left(\Omega^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2\right)}\right)\overline{MZ}_{CRj}\right] \tag{3.102}$$

On note que :

$$\frac{\left(\frac{x}{r}\right)^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}{\left(\frac{x}{r}\right)\left(\Omega^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2\right)} = \frac{\left(\frac{x}{r}\right)^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2}{\left(\frac{x}{r}\right)\left(\left(\frac{x}{r}\right)^2\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2\right)} = \frac{1 - \left(\frac{e_{CR}}{r}/\frac{x}{r}\right)^2}{\left(\frac{x}{r}\right)\left(\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) - \left(\frac{e_{CR}}{r}/\frac{x}{r}\right)^2\right)}$$

$$\bar{F}_{MR_Y1,j} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\frac{x}{r} - \frac{e_{CR}}{r}}{\frac{x}{r}}\right)\bar{V}_j - \left(\frac{1 - \left(\frac{e_{CR}}{r}/\frac{x}{r}\right)^2}{\left(\frac{x}{r}\right)\left(\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) - \left(\frac{e_{CR}}{r}/\frac{x}{r}\right)^2\right)}\right)\overline{MZ}_{CRj}\right] \tag{3.103}$$

$$\bar{F}_{MR_Y2,j} = \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}}{\frac{x}{r}}\right)\bar{V}_j + \left(\frac{1 - \left(\frac{e_{CR}}{r}/\frac{x}{r}\right)^2}{\left(\frac{x}{r}\right)\left(\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) - \left(\frac{e_{CR}}{r}/\frac{x}{r}\right)^2\right)}\right)\overline{MZ}_{CRj}\right] \tag{3.104}$$

Posons :

$$\alpha_{MR_Y1} = \frac{\frac{x}{r} - \frac{e_{CR}}{r}}{\frac{x}{r}} \tag{3.105}$$

$$\alpha_{MR_Y2} = \frac{\frac{x}{r} + \frac{e_{CR}}{r}}{\frac{x}{r}} \tag{3.106}$$

$$\mu = \frac{1 - \left(\frac{e_{CR}}{r}/\frac{x}{r}\right)^2}{\left(\frac{x}{r}\right)\left(\left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) - \left(\frac{e_{CR}}{r}/\frac{x}{r}\right)^2\right)} \tag{3.107}$$

Ainsi :

$$\bar{F}_{MR_Y1,j} = \frac{1}{2}\left[\alpha_{MR_Y1}\bar{V}_j - \mu\overline{MZ}_{CRj}\right] \tag{3.108}$$

$$\bar{F}_{MR_Y2,j} = \frac{1}{2}\left[\alpha_{MR_Y2}\bar{V}_j + \mu\overline{MZ}_{CRj}\right] \tag{3.109}$$

On note que

$$\mu = \alpha_{MR_Y1}\beta_{MR_Y1} = \alpha_{MR_Y2}\beta_{MR_Y2}$$

On peut également remarquer que si e_{CR}/r est nul :

$$\alpha_{MR_Y1} = \alpha_{MR_Y1} = 1$$

$$\mu = \beta_{MR_Y1} = \beta_{MR_Y2} = \frac{\frac{x}{r}}{\left(\frac{x}{r}\right)^2\left(1+\left(\frac{y}{x}\right)^2\right)}$$

3.3.6 Superposition des réponses modales

Puisque les fréquences fondamentales couplées risquent d'être rapprochées, on opte pour la méthode de combinaison modale CQC. On pose que l'amortissement ξ associé à chacune des deux fréquences fondamentales couplées est identique et prend la valeur de 0,05. L'équation suivante permet d'obtenir la superposition des réponses modales :

$$R_{k,CQC} = (R_{k1}^2 + \rho_{12}R_{k1}R_{k2} + R_{k2}^2)^{1/2} \tag{3.110}$$

$$\rho_{12} = \frac{8\xi^2\left(1+\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^{3/2}}{\left(1-\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2\right)^2 + 4\xi^2\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)\left(1+\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2} \tag{3.111}$$

où :

R_{ki} : réponse du mode i associée au degré de liberté k

$R_{k,\,CQC}$: réponse obtenue à l'aide de la combinaison modale CQC associée au degré de liberté k

3.4 Définition de l'analyse paramétrique

3.4.1 Discussion du paramètre Ω et des particularités de l'analyse paramétrique

En premier lieu la distinction entre Ω et Ω_{CR} doit être clairement établie. Pour ce faire, les relations unissant ces deux paramètres seront rappelées :

$$\Omega^2 = \left(\frac{x}{r}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) \tag{3.112}$$

$$\Omega_{CR}^2 = \Omega^2 - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 \tag{3.113}$$

Par conséquent :

$$\Omega_{CR}^2 = \left(\frac{x}{r}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) - \left(\frac{e_{CR}}{r}\right)^2 \tag{3.114}$$

Le paramètre Ω quantifie la rigidité en rotation d'un bâtiment symétrique équivalent (bâtiment possédant les mêmes caractéristiques dynamiques mais sans excentricité naturelle) par rapport à la rigidité en translation. Le paramètre Ω_{CR} quantifie le rapport entre la véritable rigidité en rotation du bâtiment soit celle évaluée par rapport au CR et la rigidité en translation de la structure. Notons que le ratio Ω_{CR} dépend de trois variables adimensionnelles indépendantes soit x/r, y/x et e_{CR}/r tandis que Ω dépend uniquement de x/r et y/x. Cependant aucun de ces deux ratios Ω et Ω_{CR} ne constitue une variable adimensionnelle indépendante. Malgré cela, les analyses paramétriques doivent présenter au moins l'un de ces deux paramètres puisqu'ils permettent de définir la sensibilité à la torsion du bâtiment. Ainsi, on choisit d'inclure Ω dans les analyses paramétriques puisque ce dernier dépend seulement de 2 variables adimensionnelles (x/r, y/x) plutôt que 3 pour Ω_{CR} (x/r, y/x, e_{CR}/r). On doit néanmoins demeurer conscient du fait que plusieurs combinaisons différentes de variables adimensionnelles x/r et y/x peuvent générer la même valeur de Ω. On doit donc choisir deux de ces trois variables afin de réaliser l'analyse paramétrique. Afin de mieux saisir l'importance des variables x/r et y/x, on doit déterminer leur signification physique. On rappelle que r est le rayon de giration du bâtiment, que y représente la distance entre les murs orientés en direction X globale et le CG tandis que x constitue la distance entre les murs orientés en direction globale Y et le CG. De ce fait le rapport entre x et r représente la distance entre les murs en direction Y par rapport à la dimension en plan du bâtiment. Toutefois bien que le rayon de giration quantifie la grandeur de la dimension du bâtiment, il est difficile de se le représenter. Cependant le rapport entre y/x peut être visualisé plus aisément puisqu'il quantifie l'orientation des murs étant les plus éloignés. Si le rapport y/x est supérieur à 1 les murs en direction X sont les plus éloignés tandis que les murs en direction Y le sont si ce rapport est inférieur 1. On rappelle que la rigidité en rotation évaluée au CG est proportionnelle à la distance au carré entre les murs et à la rigidité en translation des murs. En raison de la paramétrisation effectuée on rappelle que la rigidité

en translation des deux directions orthogonales est identique. Ainsi la contribution des murs en Y à la rigidité rotationnelle dans une direction donnée est proportionnelle à la distance x entre ces derniers et le CG. Plus la distance entre les murs dans une direction donnée est grande plus la contribution des murs dans cette direction à la rigidité en rotation est grande.

Tel qu'évoqué précédemment, le paramètre Ω doit être inclus dans l'analyse paramétrique. On peut démontrer que pour une valeur donnée de ratio Ω de e_{CR}/r et e_{CM}/r, le fait de diminuer x/r est équivalent à augmenter y/x. En effet, en observant l'expression de Ω selon x/r et y/x :

$$\Omega^2 = \left(\frac{x}{r}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) \tag{3.115}$$

On note que si l'on augmente la valeur de y/x il faut que x/r diminue pour maintenir une valeur donnée de Ω. Des deux paramètres, on a donc décidé d'opter pour y/x plutôt que x/r puisqu'il est plus aisé de visualiser le rapport de la distance entre les murs en direction Y et X que le rapport entre la distance des murs en direction Y et le rayon de giration.

Les fréquences, les modes, le cisaillement et la torsion dépendent uniquement de Ω, e_{CM}/r et e_{CR}/r. En d'autres termes, ces éléments de réponse modale changent selon Ω et ce peu importe la combinaison des valeurs de x/r et y/x choisis pour obtenir Ω. Les éléments de réponse dépendant du choix de x/r et y/x sont les déplacements aux murs et les forces aux murs.

3.4.2 Choix des paramètres à étudier

Les variables adimensionnelles identifiées précédemment sont rappelées ici :

$$\Pi_1 = \frac{K_x}{K_y} = 1 \tag{3.116}$$

$$\Pi_2 = \frac{b}{r} = \sqrt{6} \approx 2{,}4495 \tag{3.117}$$

$$\Pi_3 = \frac{x}{r} \leq \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1{,}2248 \tag{3.118}$$

$$\Pi_4 = \frac{y}{x} \leq \frac{\sqrt{6}}{2(x/r)} \approx \frac{1{,}2248}{x/r} \tag{3.119}$$

$$\Pi_5 = \frac{e_{CM}}{r} \tag{3.120}$$

$$\Pi_6 = \frac{e_{CR}}{r} < \frac{x}{r} \tag{3.121}$$

Pour l'analyse paramétrique effectuée dans ce chapitre on considère les variables adimensionnelles suivantes : Ω, y/x et e_{CR}/b. Le paramètre Ω n'est pas une variable adimensionnelle indépendante car celle-ci ne résulte pas du produit d'autres variables adimensionnelles indépendantes.

$$\Omega^2 = \left(\frac{x}{r}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{y}{x}\right)^2\right) \tag{3.122}$$

Toutefois Ω ne peut pas être exclue de l'analyse paramétrique car il permet de quantifier la rigidité en rotation. En effet si ce dernier est supérieur à 1, cela signifie que la rigidité de la structure en rotation est supérieure à la rigidité en translation. Si Ω est inférieur à 1, la rigidité en rotation est inférieure à celle en translation. La variable y/x correspond à la variable adimensionnelle Π_4 qui exprime le ratio entre la distance des murs orientés en direction X par rapport à la distance des murs orientés en direction Y. Finalement on peut réécrire l'équation 3.21 ainsi :

$$\Pi_6 = \frac{e_{CR}}{b} = \frac{e_{CR}}{r} \Big/ \frac{b}{r}$$

Ce paramètre indique la grandeur de l'excentricité naturelle par rapport à b, la dimension du plancher dans la direction perpendiculaire à l'analyse. Cette dimension est beaucoup plus facile à interpréter que le rayon de giration du plancher r.

Le Tableau 3.1 illustre les valeurs considérées pour les trois paramètres étudiés dans le cadre de l'analyse paramétrique.

Tableau 3.1: Représentation schématique des paramètres considérés

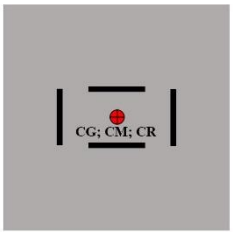
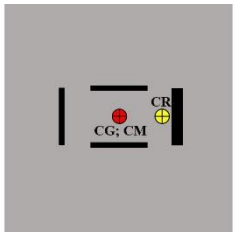
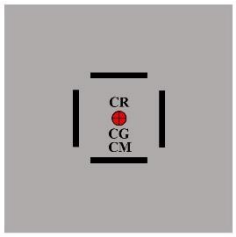
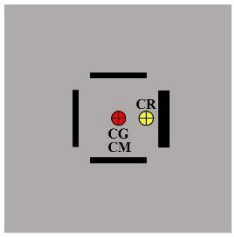
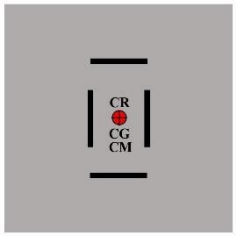
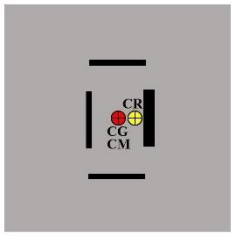
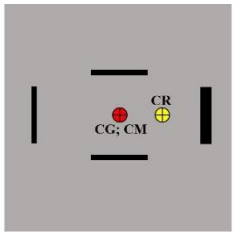
Ω	**y/x**	**$e_{CR}/b = 0$**	**e_{CR}/b = [0,01;0,02; … ;0,29;0,3]**
0,75	0,25		
0,75	1		
0,75	4		
1,00	0,25		

Tableau 3.1: Représentation schématique des paramètres considérés (suite)

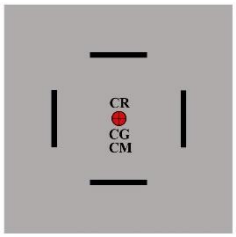
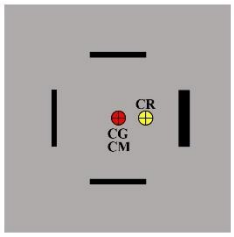
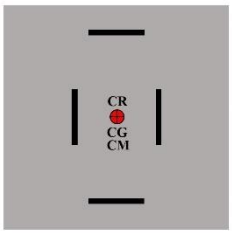
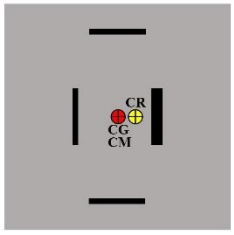
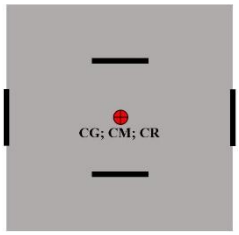
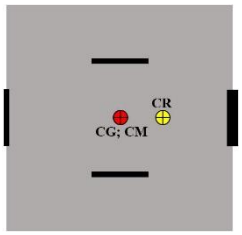
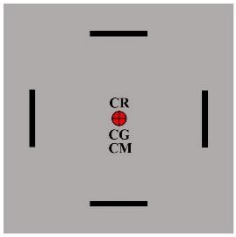
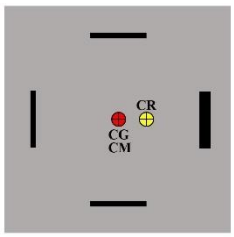
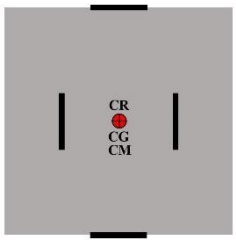
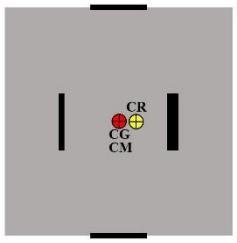
Ω	**y/x**	**$e_{CR}/b = 0$**	**e_{CR}/b = [0,01;0,02; … ;0,29;0,3]**
1,00	1		
1,00	4		
1,25	0,25		
1,25	1		

Tableau 3.1: Représentation schématique des paramètres considérés (suite)

Ω	**y/x**	**e_{CR}/b = 0**	**e_{CR}/b = [0,01;0,02; … ;0,29;0,3]**
1,25	4		

Les valeurs de Ω de 0,75, 1,00, 1,25 représentent respectivement un bâtiment flexible en rotation, un bâtiment dont les rigidités en rotation et en translation sont égales et un bâtiment rigide en rotation. Une valeur du paramètre y/x de 0,25 permet de modéliser un bâtiment dont la distance entre les murs en direction Y et le CG est 4 fois supérieure à celle des murs en X. Lorsque y/x prends une valeur de 1, cela signifie que les murs en direction Y et en direction sont équidistants du CG. Finalement y/x de 4 est associé à une structure dont les murs en X sont 4 fois plus éloignés du CG que les murs en Y. L'excentricité du CR e_{CR}/b varie de 0 (structure sans excentricité naturelle) à 0,3. On choisit la valeur maximale de 0,3 pour ce paramètre car il s'agit de celle considérée par Humar et al. (2003) pour le développement des clauses en lien avec la torsion en vigueur dans le CNB 2015.

3.5 Application et validation

Avant de commencer l'analyse paramétrique, on doit s'assurer que les équations développées précédemment soient valides. On utilise le logiciel de structures ETABS afin de vérifier si les résultats analytiques obtenus à l'aide des équations illustrées précédemment

3.5.1 Données initiales

On illustre les données adimensionnelles et dimensionnelles considérées pour la vérification de l'outil Excel.

Tableau 3.2: Données initiales adimensionnelles

Modèle	**A**	**B**	**C**
Ω	0,75	1,00	1,25
y/x	0,25	0,25	0,25
x/r	0,728	0,970	1,213
x/b	0,297	0,396	0,495
y/b	0,074	0,099	0,124
e_{CR}/r	0	0	0
e_{CR}/b	0	0	0
e_{CM}/r	0,122	0,122	0,122
e_{CM}/b	0,05	0,05	0,05

Ensuite, on doit définir les paramètres physiques du bâtiment qui seront considérées.

Paramètres géométriques

Tableau 3.3: Données initiales dimensionnelles

Modèle	**A**	**B**	**C**
a (m)	8,00	8,00	8,00
b (m)	8,00	8,00	8,00
x (m)	2,376	3,168	3,961
y (m)	0,594	0,792	0,990
e_{CR} (m)	0	0	0
e_{CM} (m)	0,4	0,4	0,4
r_{CM} (m)	3,29	3,29	3,29

Paramètres de masse

Ces paramètres sont valides pour tous les modèles considérés.

Tableau 3.4: Paramètres de masse

m (kg)	124370194
mr_{CM}^2 (kgm^2)	1406212327

Paramètres de rigidité

Ces paramètres sont également valides pour tous les modèles considérés.

Tableau 3.5: Paramètres de rigidité

k_x (N/m)	2394246594
k_y (N/m)	2394252332
K_x (N/m)	4788493187
K_y (N/m)	4788504664
K_θ (Nm^2)	80494579770

On pose un spectre de réponse uniforme dont l'accélération est de $1m/s^2$.

3.5.2 Conversion entre les résultats adimensionnels et dimensionnels

Les valeurs trouvées avec l'outil Excel sont adimensionnelles. On détermine donc les facteurs requis afin de transformer ces valeurs adimensionnelles en valeur dimensionnelles afin d'effectuer la comparaison entre Excel et ETABS.

- **Cisaillement**

$$\bar{V}_{CQC} = \frac{V_{CQC}}{V_0} \Rightarrow V_{CQC} = \bar{V}_{CQC} V_0$$

$$V_{CQC} = \bar{V}_{CQC}(mA_y)$$

où :

V_{CQC} : cisaillement en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\bar{V}_{CQC}$: cisaillement normalisé en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

- **Torsion**

$$\overline{MZ}_{CR,CQC} = \frac{MZ_{CR,CQC}}{V_0 r} \Rightarrow MZ_{CR,CQC} = \overline{MZ}_{CR,CQC} V_0 r$$

$$MZ_{CR,CQC} = \overline{MZ}_{CR,CQC}(mA_y r)$$

où :

$MZ_{CR,\ CQC}$: moment de torsion évalué au CR obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{MZ}_{CR,\ CQC}$: moment de torsion normalisé évalué au CR obtenu à l'aide de la méthode CQC

- **Déplacements aux murs**

$$\bar{\Delta}_{MR_Yi,CQC} = \frac{\Delta_{MR_Yi,CQC}}{\Delta_0} \Rightarrow \Delta_{MR_Yi,CQC} = \bar{\Delta}_{MR_Yi,CQC}\Delta_0 = \bar{\Delta}_{MR_Yi,CQC}\left(\frac{V_0}{K_y}\right)$$

$$\Delta_{MR_Yi,CQC} = \bar{\Delta}_{MR_Yi,CQC}\left(\frac{mA_y}{K_y}\right)$$

où :

$\Delta_{MR_Yi,\ CQC}$: déplacement en direction Y du mur MR_Yi i obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{\Delta}_{MR_Yi,\ CQC}$: déplacement normalisé en direction Y du mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

- **Forces aux murs**

$$\bar{F}_{MR_Yi,CQC} = \frac{F_{MR_Yi,CQC}}{V_0}$$

$$F_{MR_Yi,CQC} = \bar{F}_{MR_Yi,CQC}\left(mA_y\right)$$

où :

$F_{MR_Yi,\ CQC}$: force reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\bar{F}_{MR_Yi,\ CQC}$: force normalisée reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

À partir des données définies plus tôt, on peut déterminer des coefficients permettant de convertir la réponse adimensionnelle en réponse dimensionnelle.

Tableau 3.6: Coefficients d'équivalences entre les résultats adimensionnels et dimensionnels

Élément de réponse	**Coefficient**
Cisaillement (N)	mA_y = 124370194
Torsion (Nm)	mA_yr = 406191353
Déplacements aux murs (m)	mA_y/K_y = 0,025972658
Forces aux murs (N)	mA_y = 124370194

3.5.3 Résultats de l'analyse des modèles dimensionnels

Modèle A : Ω = 0,75

Tableau 3.7: Résultats du modèle A avec Ω = 0,75

	Unités	Excel	ETABS	Ratio Excel/ETABS
ω_1	rad/s	4,5472	4,5473	1,000
ω_2	rad/s	6,3033	6,3033	1,000
V_{CQC}	kN	117294	117294	1,000
$MZ_{CR, CQC}$	kNm	112852	112848	1,000
$\Delta_{MR_Y1, CQC}$	m	0,0290	0,0290	1,000
$\Delta_{MR_Y2, CQC}$	m	0,0231	0,0231	1,000
$F_{MR_Y1, CQC}$	kN	69459	69459	1,000
$F_{MR_Y2, CQC}$	kN	55256	55256	1,000

Modèle B : Ω = 1

Tableau 3.8: Résultats du modèle B avec Ω = 1

	Unités	Excel	ETABS	Ratio Excel/ETABS
ω_1	rad/s	5,8156	5,8157	1,000
ω_2	rad/s	6,5713	6,5713	1,000
V_{CQC}	kN	104061	104062	1,000
$MZ_{CR, CQC}$	kNm	227947	227945	1,000
$\Delta_{MR_Y1, CQC}$	M	0,0237	0,0237	1,000
$\Delta_{MR_Y2, CQC}$	M	0,0280	0,0280	1,000
$F_{MR_Y1, CQC}$	kN	56657	56657	1,000
$F_{MR_Y2, CQC}$	kN	67057	67058	1,000

Modèle C : Ω = 1,25

Tableau 3.9: Résultats du modèle C avec Ω = 1,25

	Unités	Excel	ETABS	Ratio Excel/ETABS
ω_1	rad/s	6,1254	6,1254	1,000
ω_2	rad/s	7,7988	7,7988	1,000

Tableau 3.9: Résultats du modèle C avec Ω = 1,25 (suite)

	Unités	Excel	ETABS	Ratio Excel/ETABS
V_{CQC}	kN	120001	120001	1,000
$MZ_{CR, CQC}$	kNm	142373	142372	1,000
$\Delta_{MR_Y1, CQC}$	M	0,0198	0,0198	1,000
$\Delta_{MR_Y2, CQC}$	M	0,0310	0,0310	1,000
$F_{MR_Y1, CQC}$	kN	47438	47438	1,000
$F_{MR_Y2, CQC}$	kN	74311	74311	1,000

3.5.4 Discussion

Les résultats précédents illustrent que les équations adimensionnelles développées sont valides car tous les ratios entre la réponse modale analytique obtenue à l'aide d'Excel et la réponse modale obtenue à l'aide d'ETABS sont égaux à l'unité. De plus, on remarque un phénomène intriguant. En effet lorsque le centre de masse est déplacé pour se rapprocher d'un mur, on s'attend à ce que ce soit le mur étant situé le plus près qui reprenne le plus d'efforts. Dans le cas présent, on s'attend ainsi à ce que ce soit le mur MR_Y2 qui affiche les plus grands efforts. Cela est le cas pour les modèles B et C où le ratio Ω est respectivement de 1 et 1,25. Toutefois, le modèle A présente le cas d'intérêt soit celui où le mur situé le plus loin du centre de masse est le plus sollicité. Dans l'étude paramétrique qui suit, on tente de déterminer les conditions pouvant mener à ce résultat contrintuitif.

3.6 Étude paramétrique

La vérification de l'outil Excel étant effectuée, on peut désormais utiliser ce dernier pour effectuer l'analyse paramétrique. Celle-ci permet de déterminer l'influence de Ω (ratio des fréquences découplées), y/x (ratio de la distance des murs en X et de celle des murs en Y) et e_{CR}/b (position du CR par rapport à la dimension b) sur divers éléments de réponse normalisés. Ces éléments sont les fréquences couplées normalisées, les composantes en translation et en rotation des modes, le cisaillement normalisé, la torsion normalisée au CM et au CR, les déplacements normalisés des murs en direction Y et les forces reprises par les murs en direction Y.

3.6.1 Fréquences couplées normalisées: ω_j/ω_y

La Figure 3.4 illustre l'évolution des fréquences couplées normalisées par rapport à la fréquence découplée en translation.

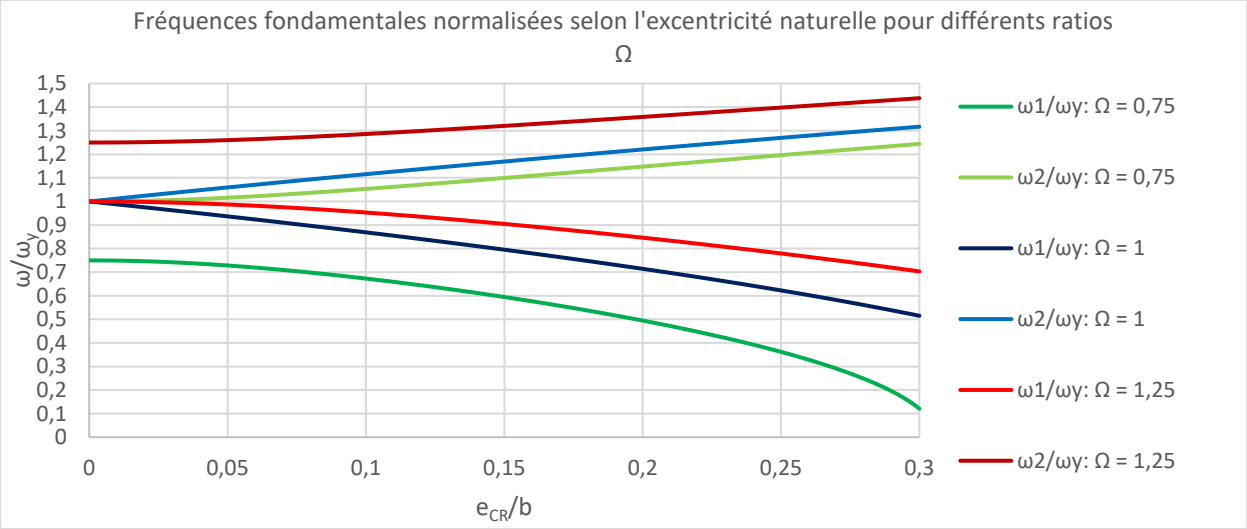


Figure 3.4: Fréquences couplées selon l'excentricité du CR

Lorsque l'excentricité du CR est nulle, les fréquences couplées sont identiques aux fréquences découplées en translation et en rotation. En effet si la fréquence découplée en translation vaut 1, celle en rotation correspond à Ω. On rappelle que selon la dérivation effectuée la première fréquence découplée est toujours la plus faible et le seconde est toujours la plus grande (voir équations 3.49 et 3.50). Ainsi lorsque Ω est inférieur à 1, la première fréquence couplée ω_1/ω_y prend la valeur de Ω et la seconde fréquence couplée ω_2/ω_y vaut 1. À l'inverse lorsque Ω est supérieur à 1 ω_1/ω_y prend la valeur de 1 tandis que ω_2/ω_y vaut Ω. En d'autres termes, lorsque Ω est inférieur à 1 la première fréquence est principalement en rotation et la seconde en translation. Si Ω est supérieur à 1, la première fréquence est surtout en translation tandis que la seconde est majoritairement en rotation. L'augmentation de la distance entre le CG et le CR dénotée e_{CR}/b cause la diminution de la première fréquence couplée par rapport à sa fréquence découplée correspondante. Par fréquence découplée correspondante, on entend la fréquence découplée à laquelle correspondrait la fréquence couplée si l'excentricité était nulle. Également l'excentricité a pour effet d'augmenter la valeur de la seconde fréquence couplée par rapport à sa fréquence découplée correspondante.

3.6.2 Composante en translation des modes de vibration : ϕ_{yj}

La Figure 3.5 illustre la variation de la composante en translation des modes de vibration.

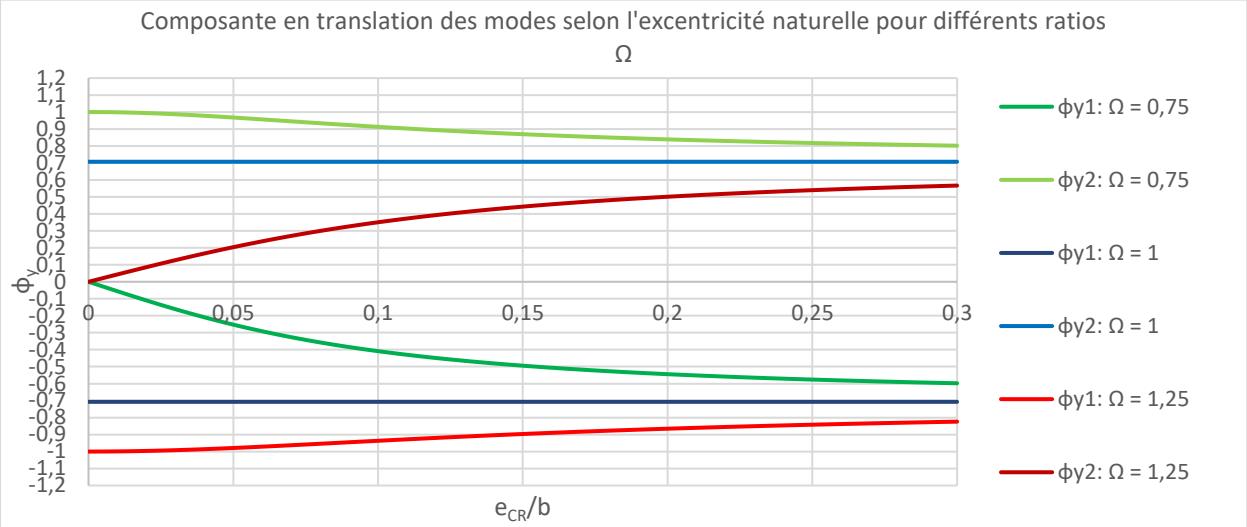


Figure 3.5: Composante en translation des modes de vibration selon l'excentricité du CR (voir Figure 3.2 et Figure 3.3)

Le constat fait lors de l'analyse des fréquences couplées est confirmé. En effet, lorsque l'excentricité est nulle et que Ω est inférieur à 1, la composante en translation du premier mode est nulle et celle du second mode vaut 1. Inversement, lorsque le ratio Ω est supérieur à 1, la composante en translation du premier mode est de 1 tandis que celle du second mode est nulle. Pour ce qui suit, si on qualifie un mode comme étant principalement translationnel, cela signifie que la composante en translation de ce mode est la plus grande des deux modes couplés considérés. Celui dont la composante en translation est la plus faible est qualifié de principalement rotationnel. L'augmentation de l'excentricité cause une diminution de l'amplitude de la composante latérale du mode principalement translationnel et une augmentation de celle du mode principalement rotationnel. Lorsque le ratio Ω vaut 1, les composantes en translation des deux modes possèdent la même valeur et sont inférieures à 1. Cela signifie qu'aucun mode ne peut être qualifié de principalement translationnel ou rotationnel lorsque Ω vaut 1. Aussi les valeurs des composantes en translation des modes associées à des structures dont Ω est différent de 1 tendent vers la valeur de celle associée au ratio Ω = 1 lorsque l'excentricité augmente. On peut interpréter la dernière affirmation ainsi : peu importe la valeur de Ω considérée, lorsque la distance entre le CM et le CR

augmente, la réponse tend à converger vers celle obtenue avec un ratio Ω de 1. Cela signifie que la réponse est davantage dictée par l'excentricité de la structure que par sa rigidité en rotation lorsque la distance entre le CM et le CR est grande.

3.6.3 Composante en rotation des modes de vibration : $\phi_{\theta j}$

La Figure 3.6 illustre la variation de la composante en rotation des modes de vibration.

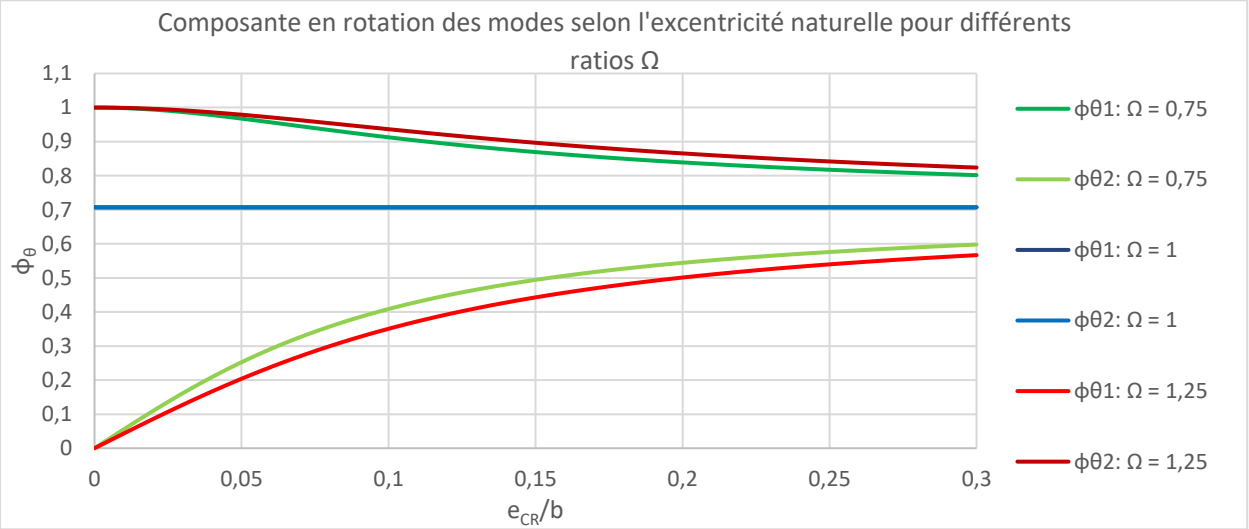


Figure 3.6: Composante en rotation des modes de vibration selon l'excentricité du CR (voir Figure 3.2 et Figure 3.3)

Si le ratio Ω est inférieur à 1 et que l'excentricité est nulle, la composante en rotation du premier mode est maximale à 1 et celle du second mode prend la valeur minimale de 0. Si Ω est supérieur à 1, la composante en rotation du premier mode est nulle tandis que celle du second mode est maximale avec une valeur de 1. Le fait d'augmenter l'excentricité a pour effet de diminuer la valeur de la composante en rotation du mode principalement rotationnel et d'augmenter celle du mode principalement translationnel. Aussi la composante en translation associée à des valeurs de Ω autres que 1 tendent vers celle obtenue lorsque Ω vaut 1 plus l'excentricité augmente. On remarque qu'il s'agit de la même tendance observée pour la composante en translation des modes. En effet, l'augmentation de la distance entre le CM et le CR fait en sorte que le comportement structural est moins sensible au changement de Ω. La réponse est donc moins influencée par la rigidité en rotation.

3.6.4 Cisaillement normalisé: V_j/V_0

La Figure 3.7, la Figure 3.8 et la Figure 3.9 illustrent l'évolution du cisaillement normalisé selon e_{CR}/b avec une accélération spectrale constante de 1 m/s^2 pour tous les modes.

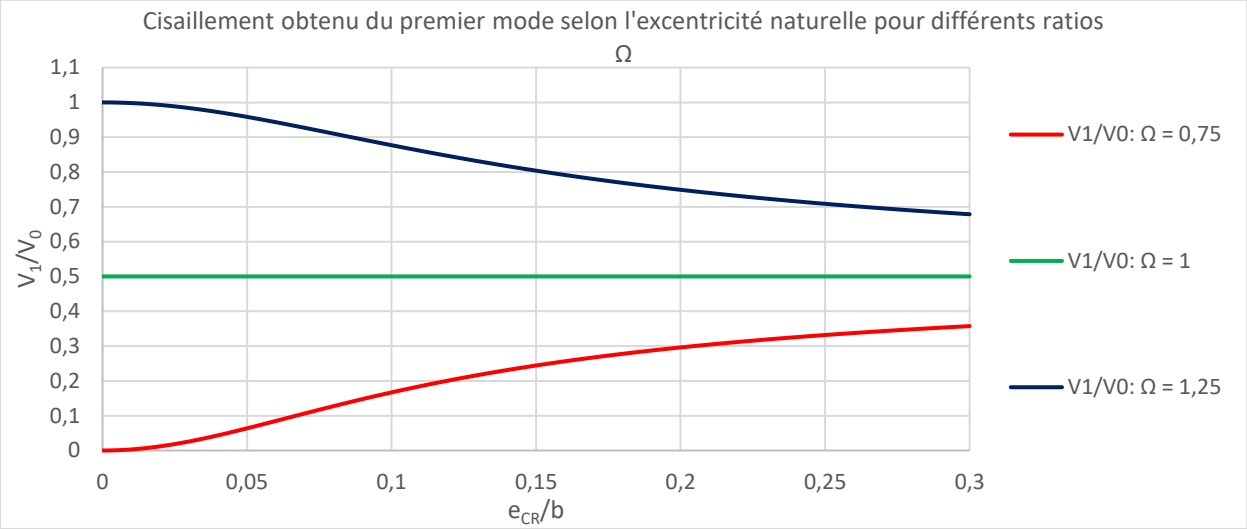


Figure 3.7: Cisaillement obtenu du premier mode selon l'excentricité du CR

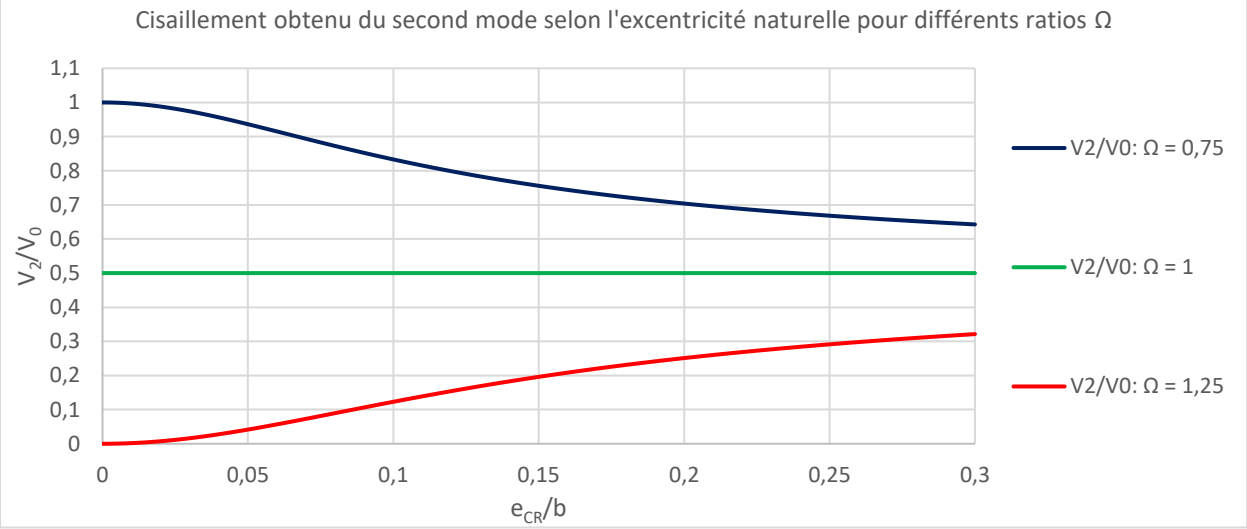


Figure 3.8: Cisaillement obtenu du second mode selon l'excentricité naturelle

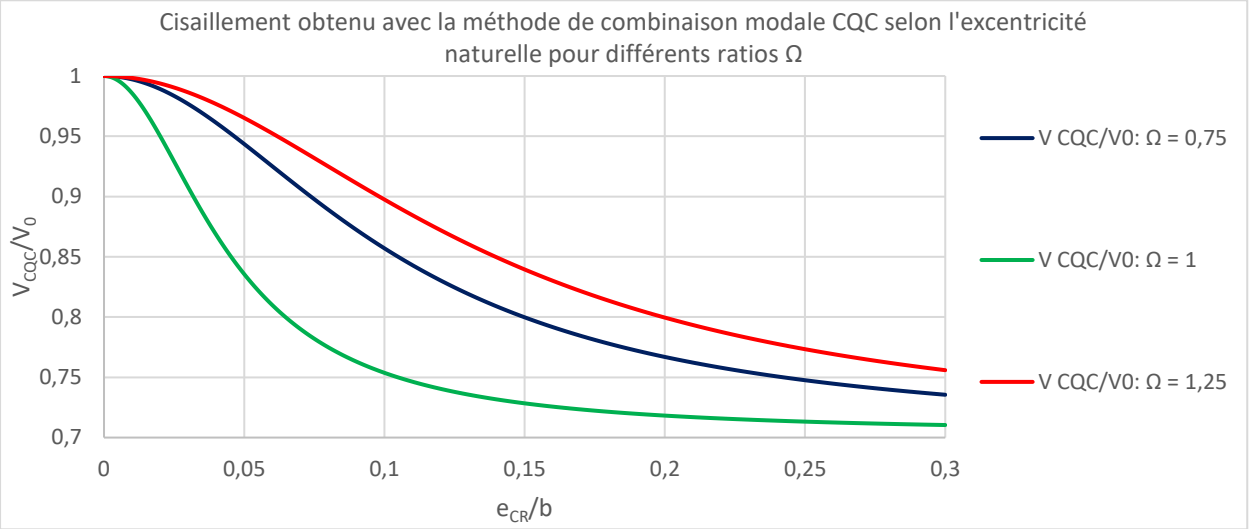


Figure 3.9: Cisaillement obtenu avec la méthode CQC selon l'excentricité du CR

Pour une excentricité donnée, la contribution du mode au cisaillement total est maximale si ce dernier est principalement translationnel. On peut expliquer cela en notant que la capacité d'un mode donné à générer du cisaillement est proportionnelle à sa capacité à solliciter la masse latérale. En effet celle-ci peut uniquement être excitée par un déplacement en translation. Si Ω est inférieur à 1, le cisaillement généré par le premier mode est minimal car ce mode est principalement rotationnel tandis que le cisaillement du deuxième mode est maximal. Toutefois, si le ratio Ω est supérieur à 1, le cisaillement maximal est produit par le premier mode tandis que le second mode génère le cisaillement le plus faible. Comme c'est le cas pour les composantes en translation des modes, plus l'excentricité augmente, plus le cisaillement total diminue. L'analyse de la Figure 3.9 révèle que le cisaillement total est minimal lorsque le ratio Ω est de 1.

3.6.5 Torsion au CM normalisée: MZ_{CM}/V_0r

La Figure 3.10, la Figure 3.11 et la Figure 3.12 illustrent l'évolution du moment de torsion normalisé évalué au CM selon e_{CR}/b pour différentes valeurs de Ω.

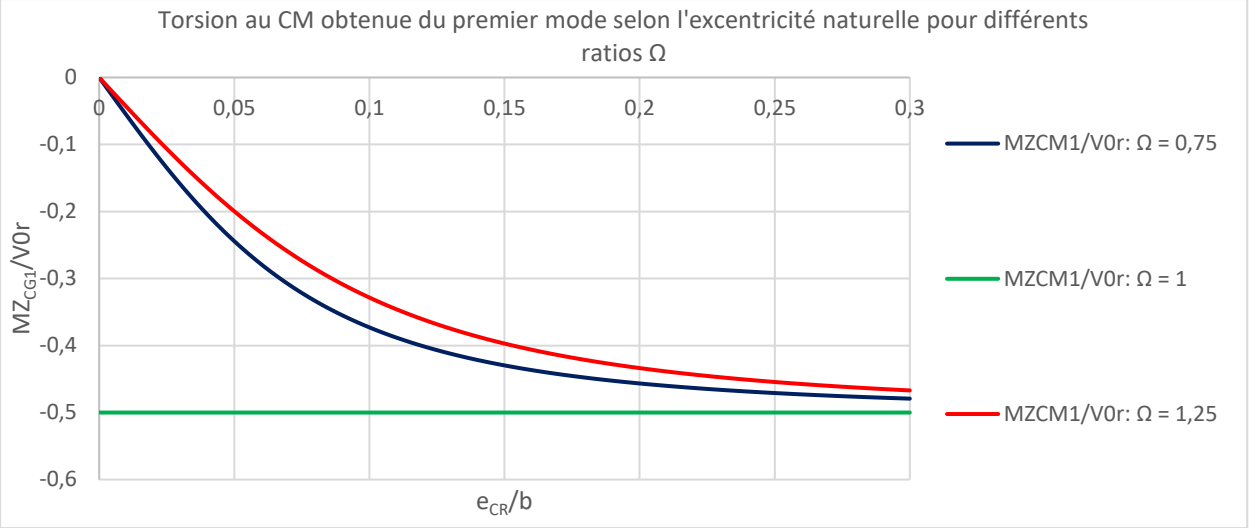


Figure 3.10: Torsion au CM du premier mode selon l'excentricité du CR

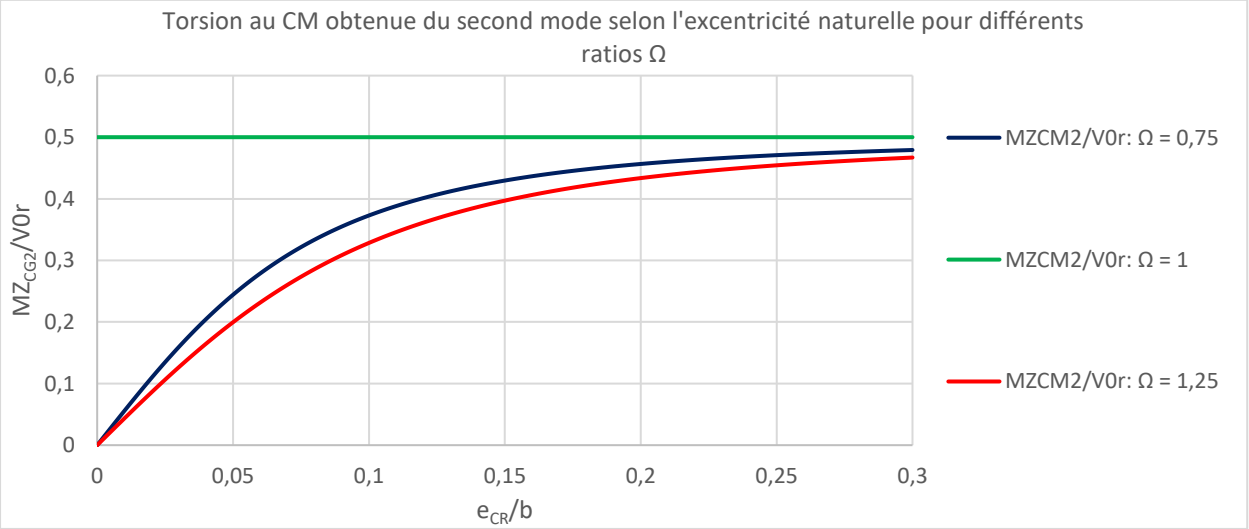


Figure 3.11: Torsion au CM du second mode selon l'excentricité du CR

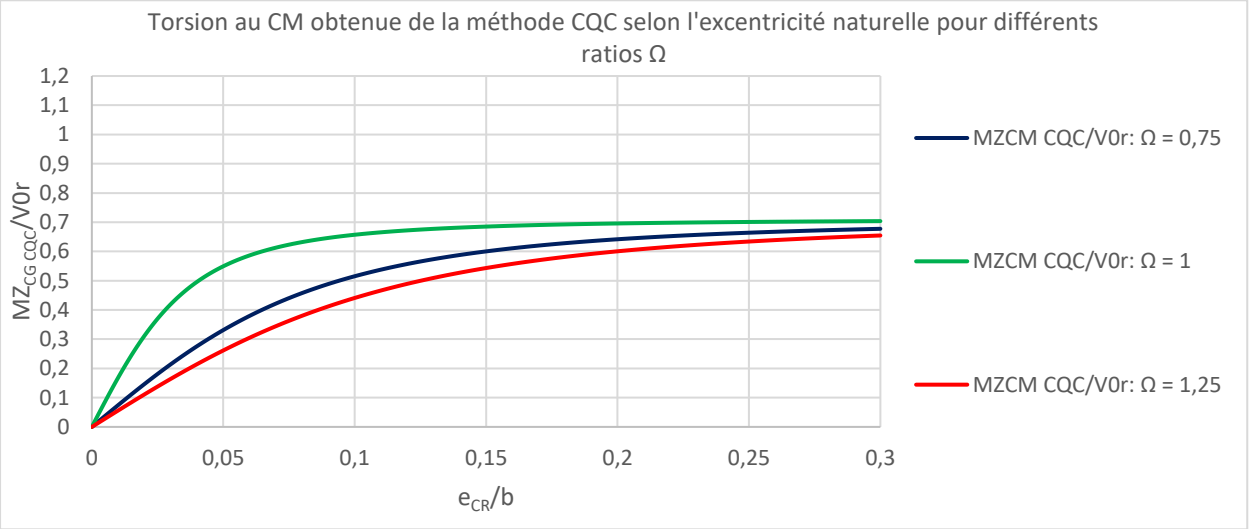


Figure 3.12: Torsion au CM obtenue de la méthode CQC selon l'excentricité du CR

La torsion au CM est maximale lorsque Ω tend vers 1. Aussi, plus l'excentricité augmente, plus la torsion au CM augmente également. La Figure 3.10 et la Figure 3.11 illustrent la variation de la torsion modale. Pour le premier mode, la torsion modale possède le même signe que celle obtenue par le produit du cisaillement agissant dans la direction globale Y positive et de l'excentricité nette entre le CM et le CR. En effet, on rappelle que le point d'application du cisaillement correspond au CM et que le point autour duquel s'effectue la rotation est le CR. Le fait d'augmenter l'excentricité du CR correspond à le rapprocher du mur MR_Y2. Dans la Figure 3.10 où le moment de torsion varie selon l'excentricité du CR pour le premier mode, on note que la torsion est négative, ce qui correspond au signe obtenu si le cisaillement était multiplié la distance entre le CM et le CR. Cette distance correspond à l'excentricité du CR e_{CR}/b. À la Figure 3.11, le moment de torsion du second mode est exprimé en fonction de l'excentricité du CR. La Figure 3.11 affiche un moment de torsion positif. Cela est de signe contraire à celui résultant du produit du cisaillement par l'excentricité du CR. On note que la torsion du second mode est toujours égale et opposée à celle du premier. En effet, rappelons que le vecteur de chargement sismique {s} ne comporte pas de composante rotationnelle. Cela fait en sorte que pour maintenir l'équilibre entre le forces internes et la sollicitation externe générée par le séisme, il faut que la somme de la torsion évaluée au centre de masse obtenue des deux modes soit nulle.

3.6.6 Torsion au CR normalisée: MZ_{CR}/V_0r

La Figure 3.13, la Figure 3.14 et la Figure 3.15 illustrent l'évolution du moment de torsion normalisé évalué au CR selon e_{CR}/b pour différentes valeurs de Ω.

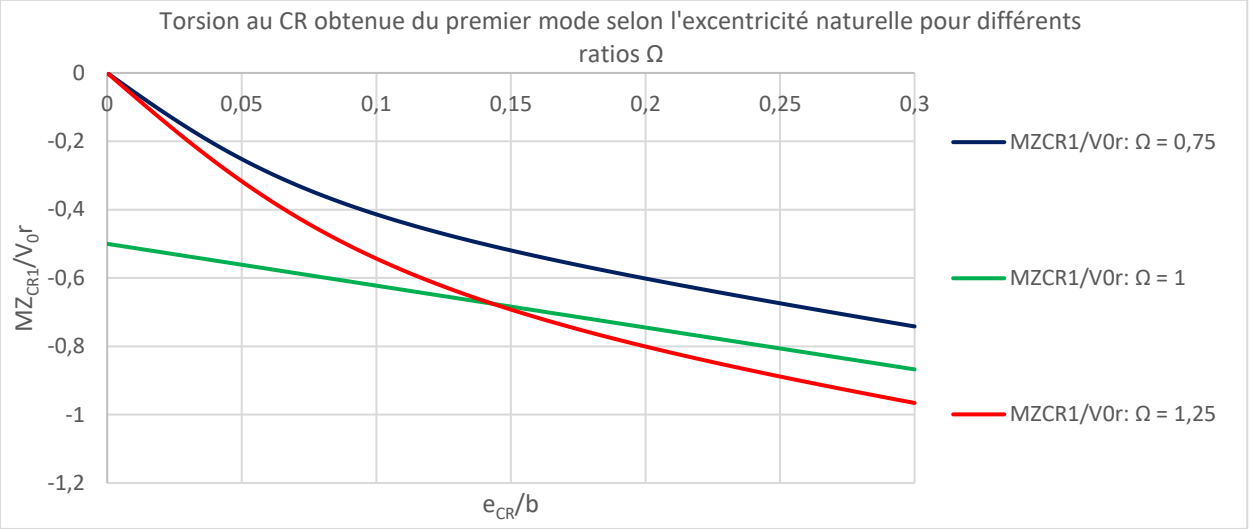


Figure 3.13: Torsion au CR obtenue du premier mode selon l'excentricité du CR

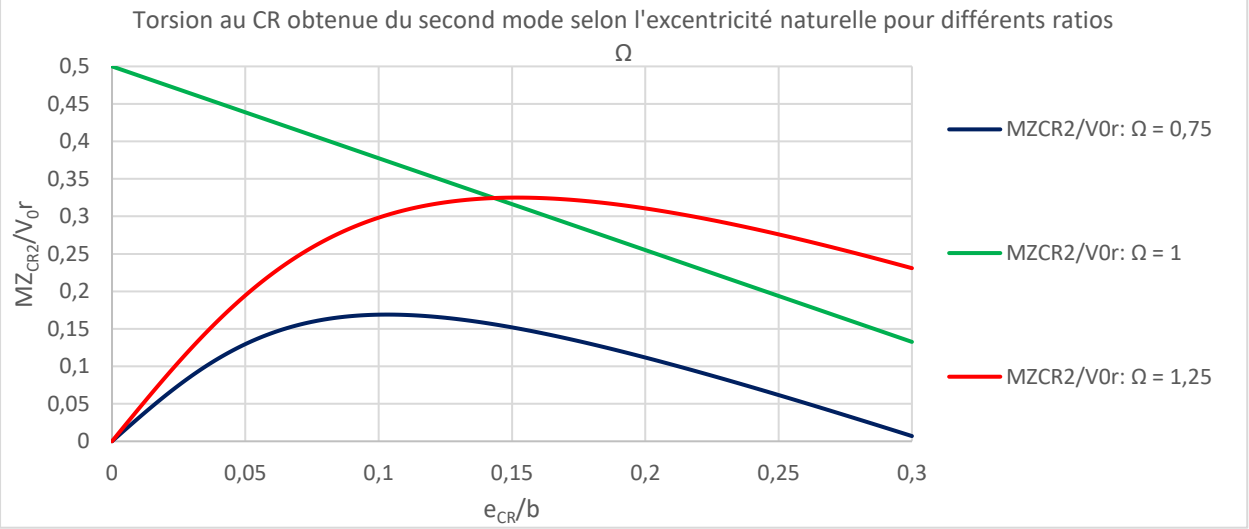


Figure 3.14: Torsion au CR obtenue du second mode selon l'excentricité du CR

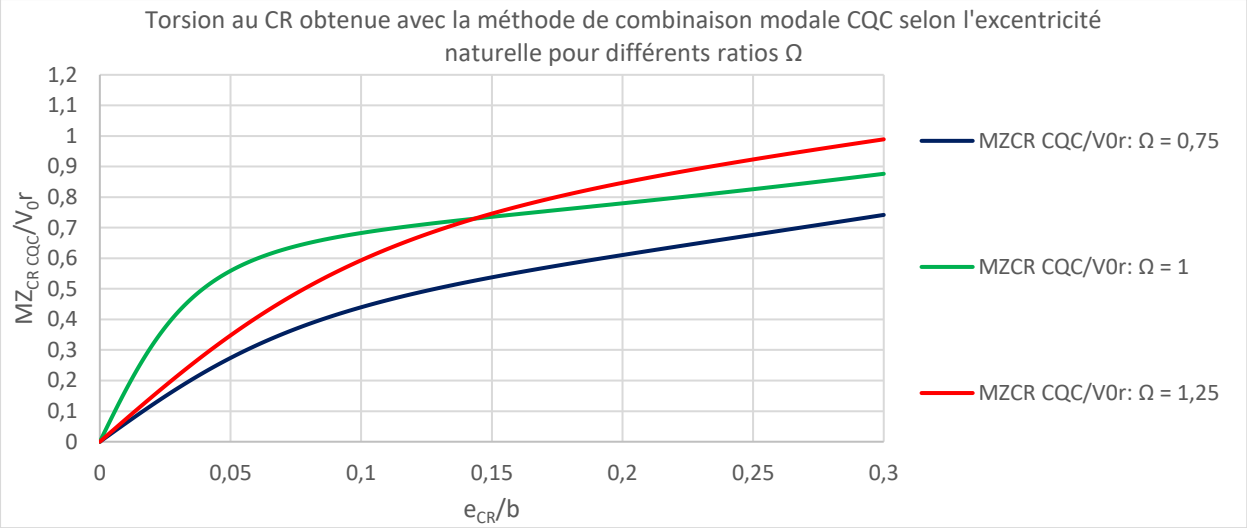


Figure 3.15: Torsion au CR obtenue avec la méthode CQC selon l'excentricité du CR

Pour obtenir les déplacements et les forces aux murs on considère la torsion présente au CR. Celle-ci diffère de celle évaluée au CM par l'addition ou la soustraction du produit du cisaillement modal avec la distance entre le CM et le CR. Le Tableau 3.10 illustre la transposition requise lorsque le moment de torsion est considéré au CR.

Tableau 3.10: Illustration de la variation du moment de torsion selon la position où il est considéré (CM ou CR)

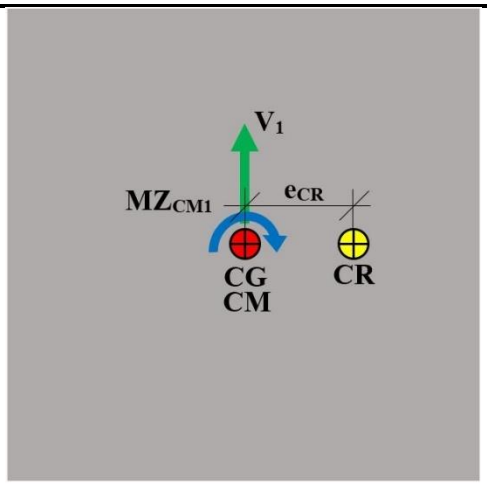
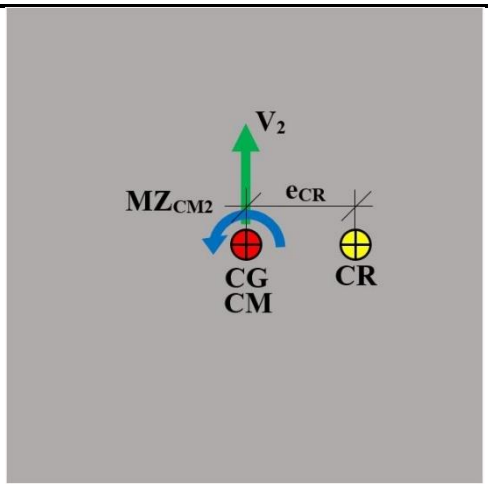
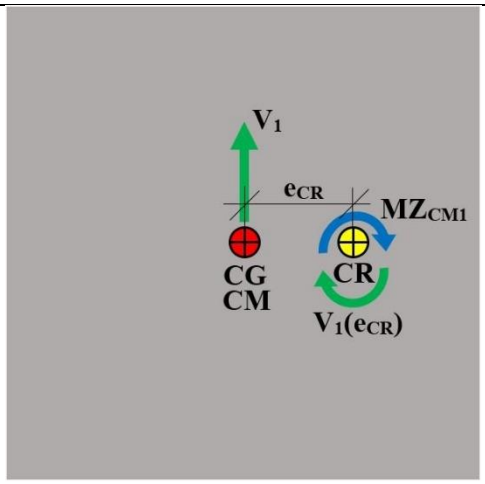
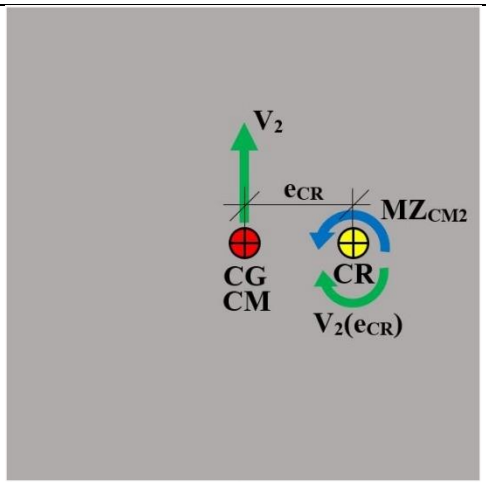
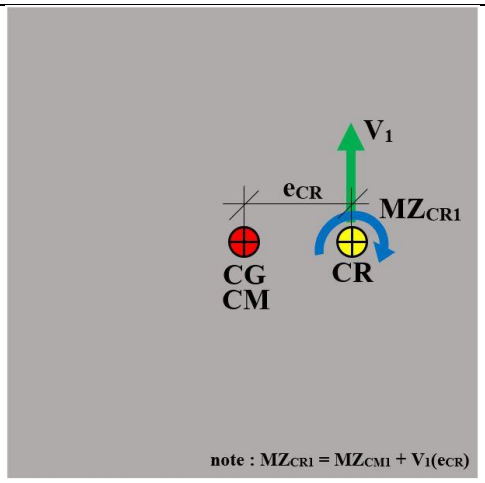
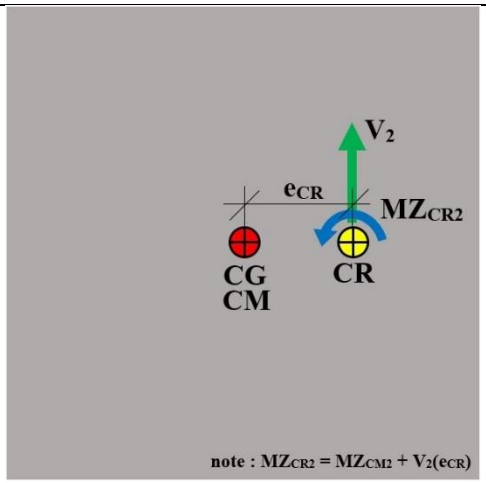
	Mode 1	Mode 2
Efforts au CM		

Tableau 3.10: Illustration de la variation du moment de torsion selon la position où il est considéré (CM ou CR) (suite)

	Mode 1	Mode 2
Transposition des efforts du CM au CR		
Efforts au CR		

Il y aura addition si la torsion modale est du même signe que celle causée par le produit du cisaillement et de l'excentricité nette et soustraction si elles sont de signe inverses. Puisque dans le premier mode les signes de la torsion modale et du produit entre le cisaillement et l'excentricité nette sont identiques, il y a addition. Dans le second mode, les signes sont inverses causant une soustraction. L'ampleur de la soustraction ou de l'addition dépend de Ω. On rappelle que lorsque le ratio Ω est inférieur à 1, le cisaillement du second mode est maximal et celui du premier mode minimal. Lorsque le ratio Ω est supérieur à 1, le cisaillement du premier mode est maximal tandis que celui du second est minimal. Cela fait en sorte que dans le premier mode, plus le ratio Ω est

grand, plus la torsion causée par le produit du cisaillement et de l'excentricité nette est grande. En d'autres termes plus Ω est grand, plus l'augmentation de la torsion au CR par rapport à celle au CM est marquée. Au second mode cependant, plus Ω est faible, plus le cisaillement est grand. Cela fait en sorte que la torsion causée par ce cisaillement augmente également lorsque Ω diminue. Or la torsion causée par le produit du cisaillement et de l'excentricité nette et celle retrouvée au CM sont de signe contraire. Ainsi au second mode, plus Ω est faible, plus la diminution de la torsion au CR par rapport à celle du CM est grande. Cela est illustré par la Figure 3.13, la Figure 3.14 et la Figure 3.15 qui démontrent que la torsion au CR augmente dans le premier mode lorsque l'excentricité augmente. Cette augmentation est de plus en plus marquée lorsque Ω augmente. Dans le second mode toutefois la torsion augmente jusqu'à une valeur maximale puis diminue plus l'excentricité augmente. Cette diminution est plus importante lorsque les valeurs de Ω sont faibles. Lorsque l'on combine ces deux modes à l'aide de la méthode CQC, on observe une augmentation de la torsion avec l'excentricité. On peut résumer la variation du moment au CR ainsi : pour de faibles valeurs d'excentricité, la contribution du cisaillement à la torsion au CR est minime et cette dernière est pratiquement identique à la torsion au CM. Dans ce cas on peut affirmer que pour de faibles valeurs d'excentricité, la torsion au CR croît plus le ratio Ω tend vers 1. Cependant, lorsque l'excentricité augmente, la contribution du cisaillement à la torsion au CR s'accroît aussi. Dans ce cas, on sait que plus le ratio Ω est élevé, plus la torsion au CR est grande.

3.6.7 Déplacements normalisés pour plusieurs ratios y/x: $\Delta_{MR_Yi,j}/\Delta_0$

L'ensemble des figures comprises entre la Figure 3.16 et la Figure 3.24 inclusivement présente la variation du déplacement normalisé des murs en direction Y selon e_{CR}/b pour diverses valeurs de Ω et de y/x.

- **Ω = 0,75**

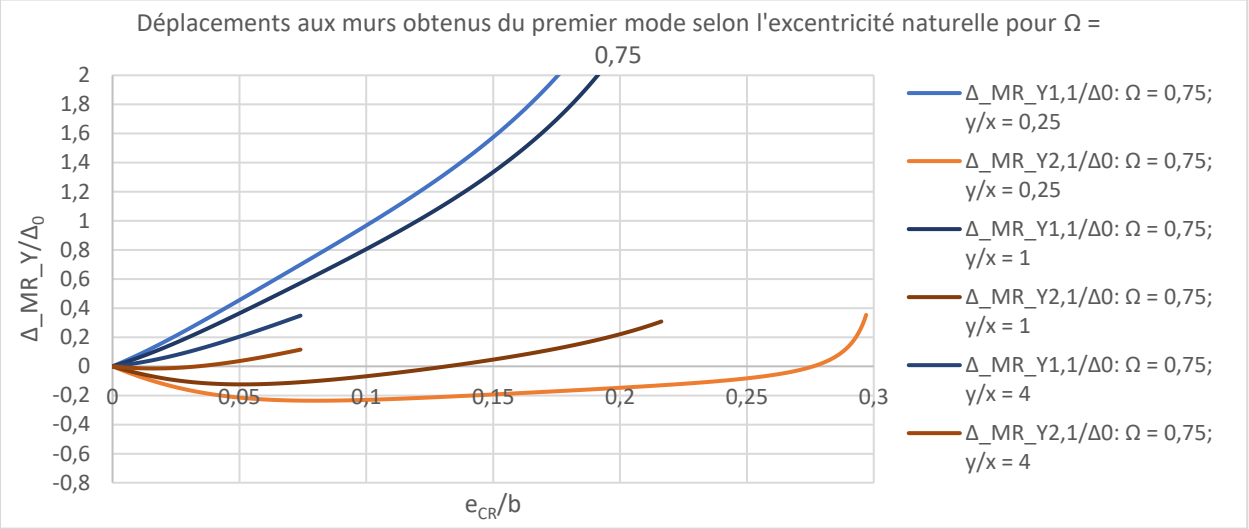


Figure 3.16: Déplacements aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR

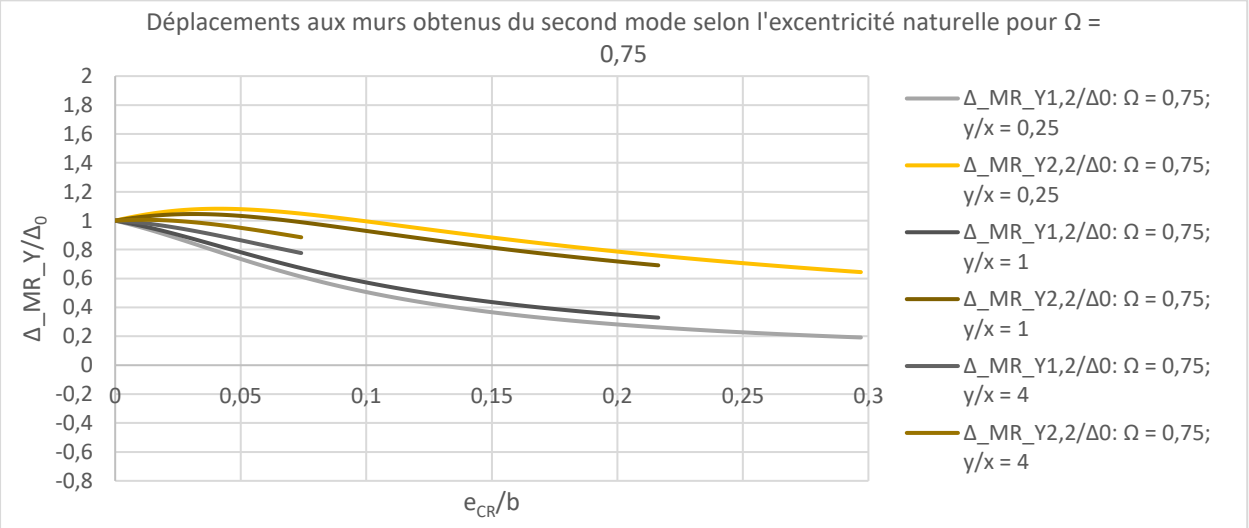


Figure 3.17: Déplacements aux murs du second mode selon l'excentricité du CR

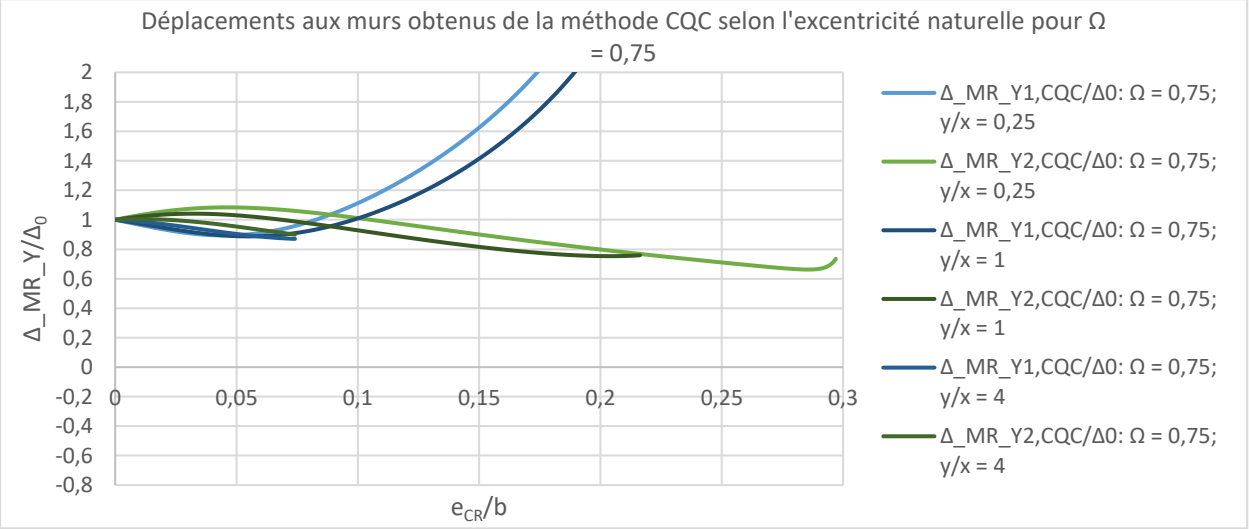


Figure 3.18: Déplacements aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR

- **Ω = 1**

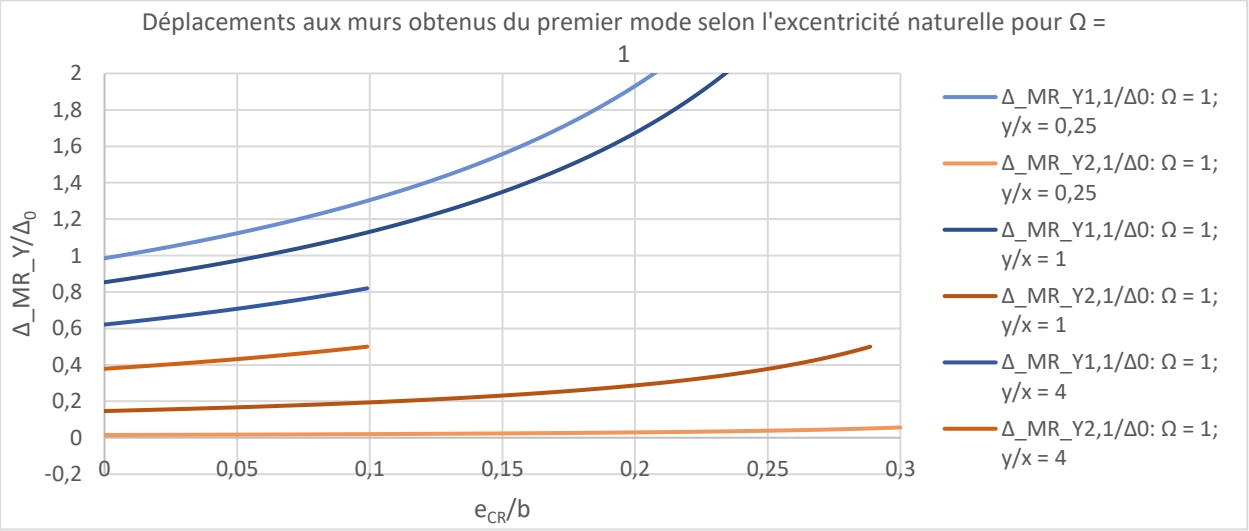


Figure 3.19: Déplacements aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR

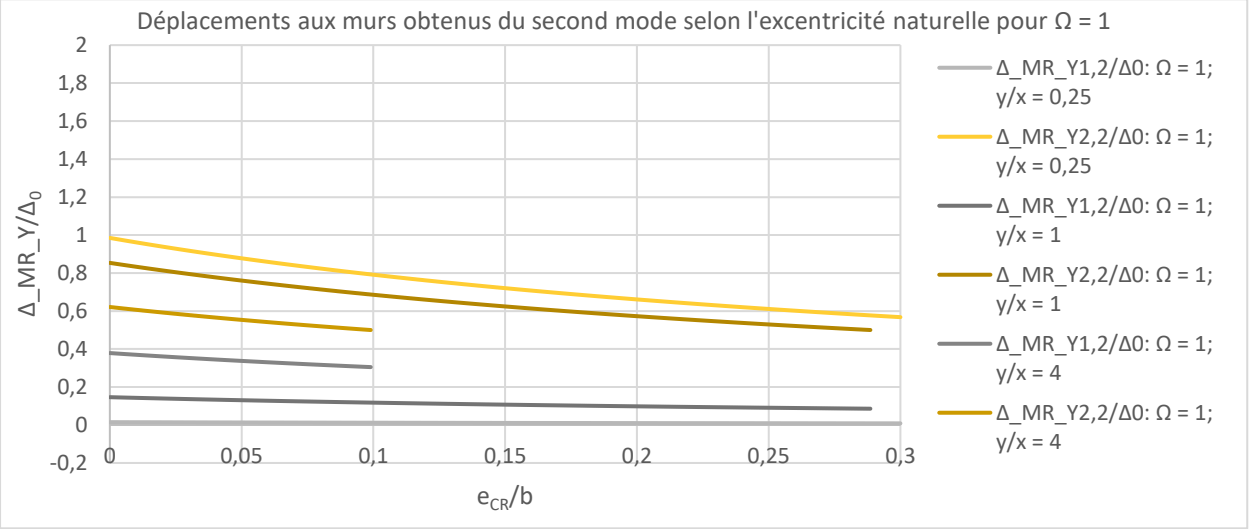


Figure 3.20: Déplacements aux murs du second mode selon l'excentricité du CR

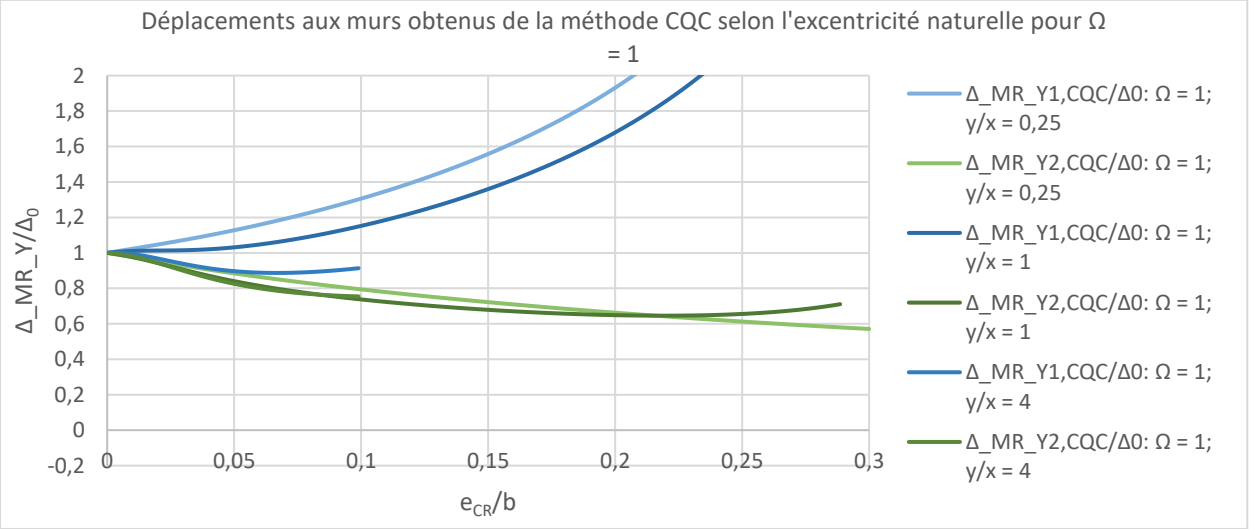


Figure 3.21: Déplacements aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR

- **Ω = 1,25**

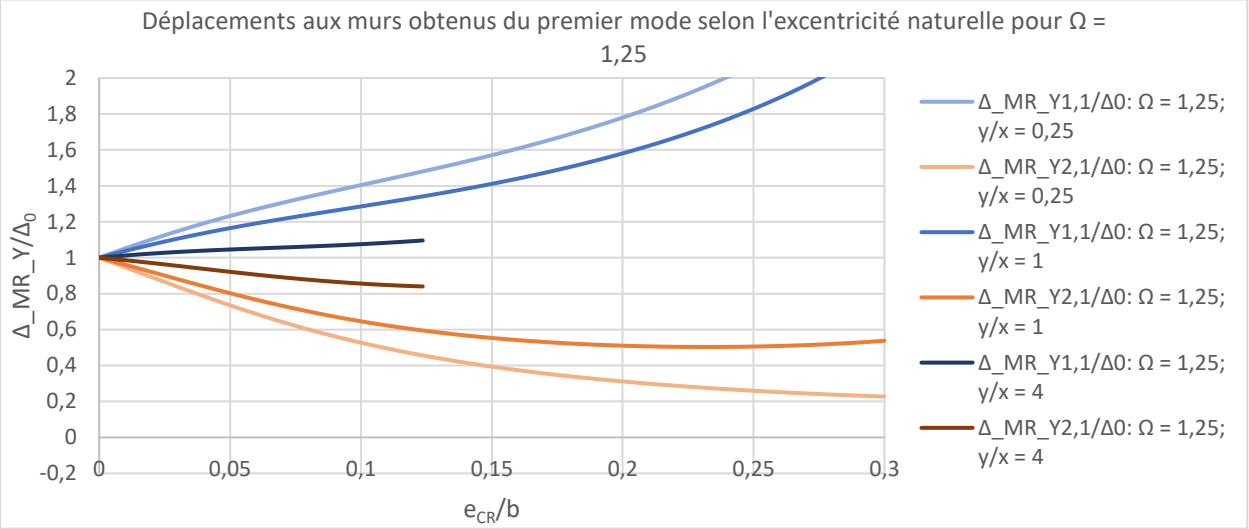


Figure 3.22: Déplacements aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR

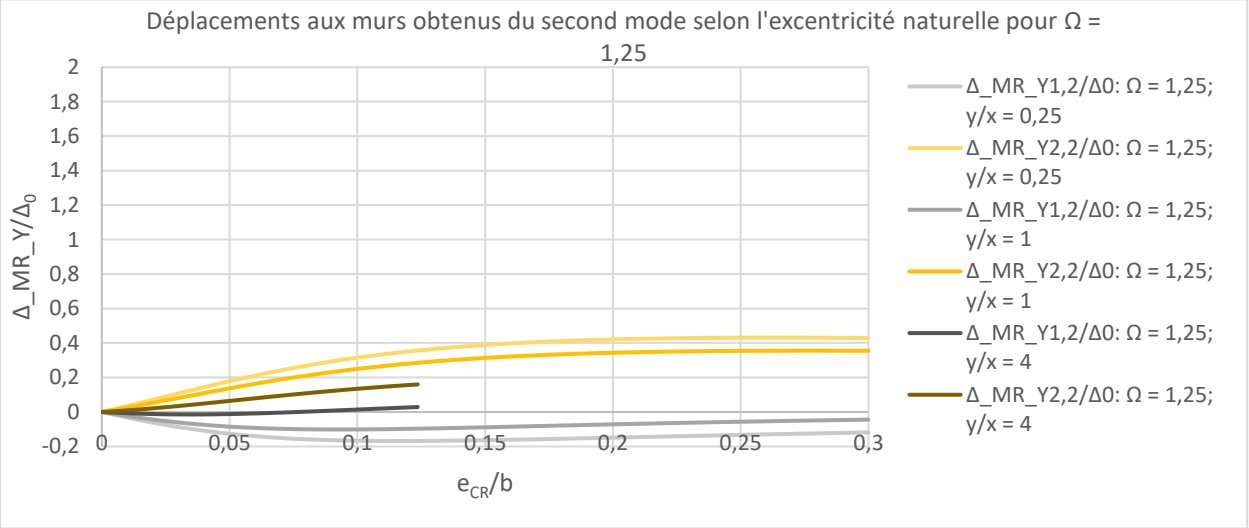


Figure 3.23: Déplacements aux murs du second mode selon l'excentricité du CR

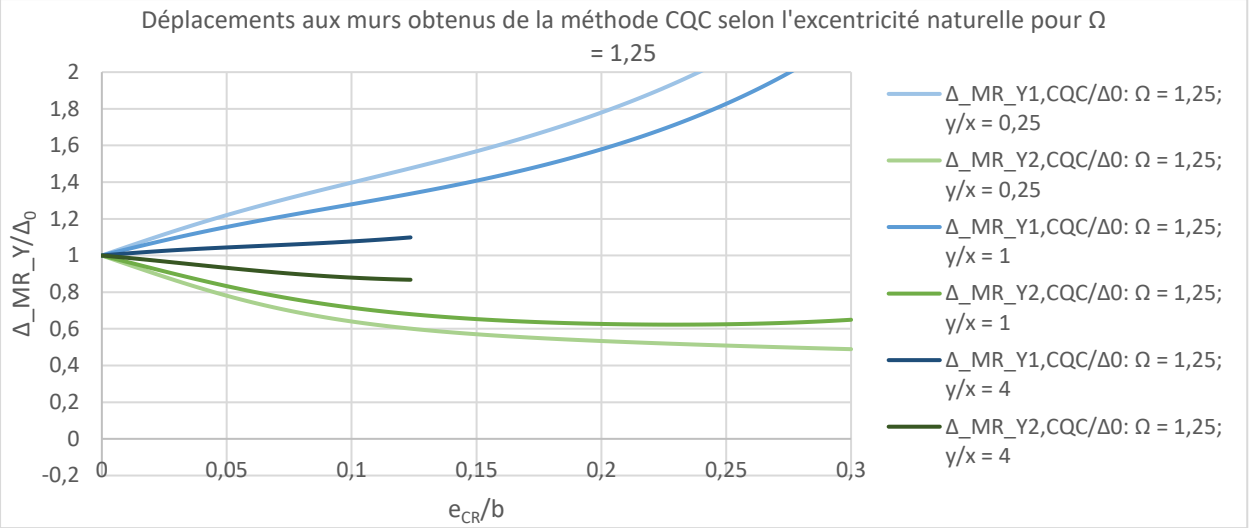


Figure 3.24: Déplacements aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR

Le déplacement du mur du côté flexible, MR_Y1, augmente lorsque e_{CR}/b tandis que ceux du mur MR_Y2 diminuent. Cela s'explique par le fait que lorsque e_{CR}/b augmente, la rigidité du mur MR_Y2 augmente par rapport à celle du mur MR_Y1. Or plus la rigidité d'un mur est grande, plus le déplacement de ce dernier sera faible. Lorsque le ratio y/x diminue, le déplacement associé au mur le flexible MR_Y1 augmente tandis que le déplacement du mur le plus rigide diminue. On explique cela en rappelant que plus le rapport y/x diminue, plus la distance entre les murs MR_Y1 et MR_Y2 est grande. Or plus cette distance augmente, plus la contribution des murs en direction Y à la rigidité en rotation est grande. On souligne que la torsion globale est répartie entre les murs d'une direction donnée proportionnellement à contribution à la rigidité en rotation. Ainsi plus le ratio y/x est faible, plus la torsion aura un effet marqué sur la réponse tel qu'indiqué dans l'ensemble des figures comprises entre la Figure 3.16 et la Figure 3.24 inclusivement.

3.6.8 Forces aux murs pour plusieurs ratios y/x: $F_{MR_Yi,j}/V_0$

Le groupe de figures comprenant la Figure 3.25 à la Figure 3.33 inclusivement présente la variation de la force reprise par les murs en direction Y selon e_{CR}/b pour diverses valeurs de Ω et de y/x.

- **Ω = 0,75**

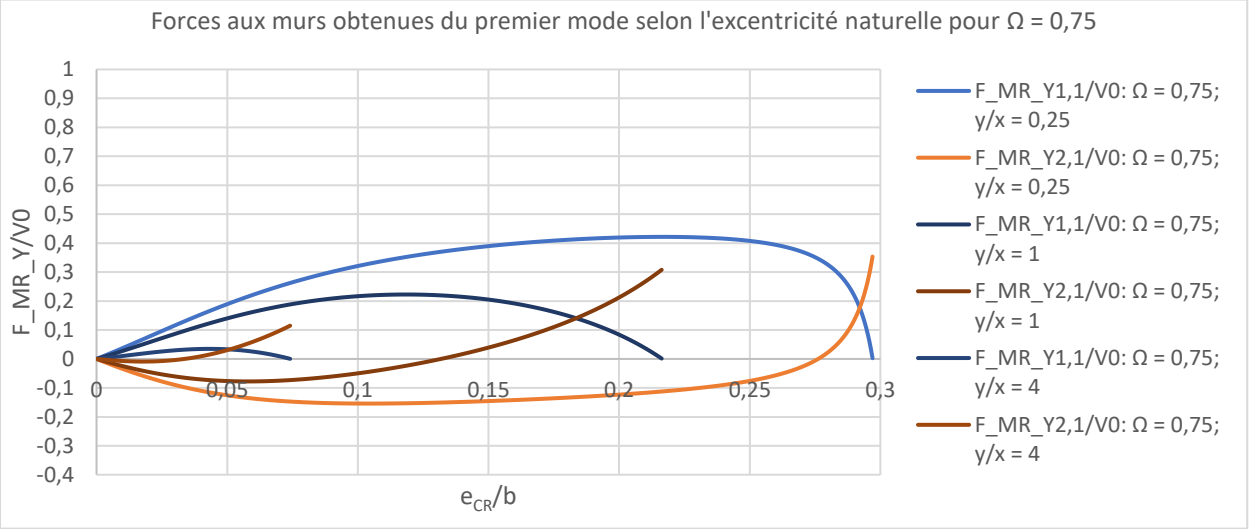


Figure 3.25: Forces aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR

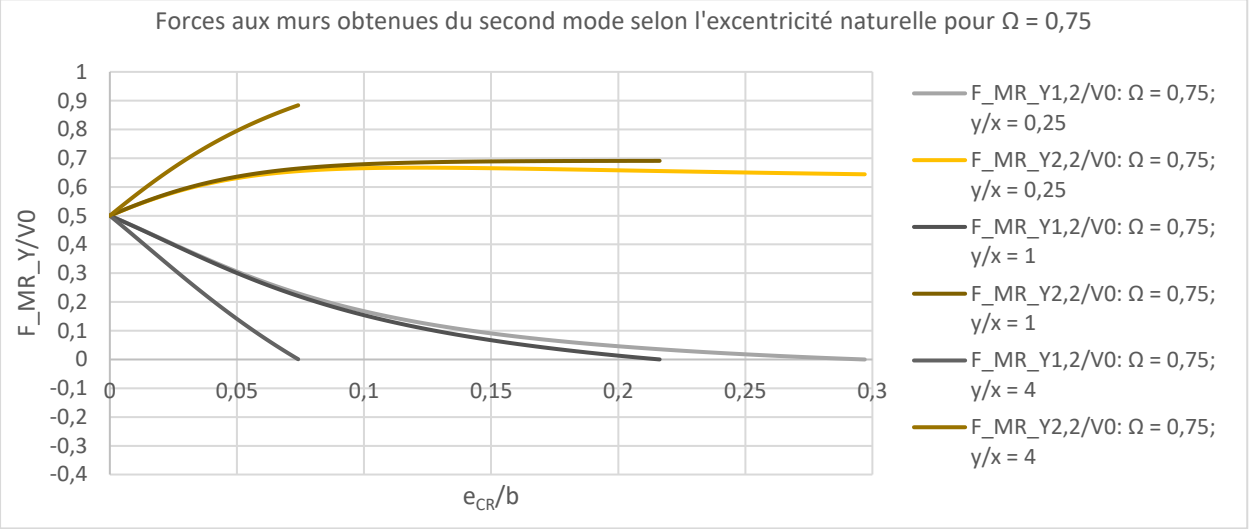


Figure 3.26: Forces aux murs du second mode selon l'excentricité du CR

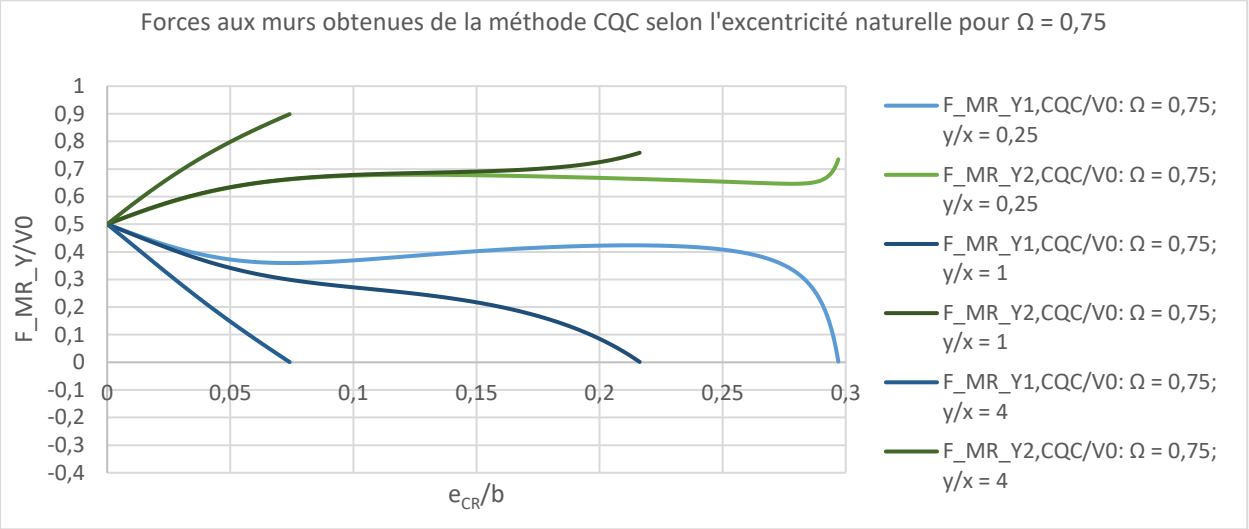


Figure 3.27: Forces aux murs obtenues de la méthode CQC selon l'excentricité du CR

- **Ω = 1**

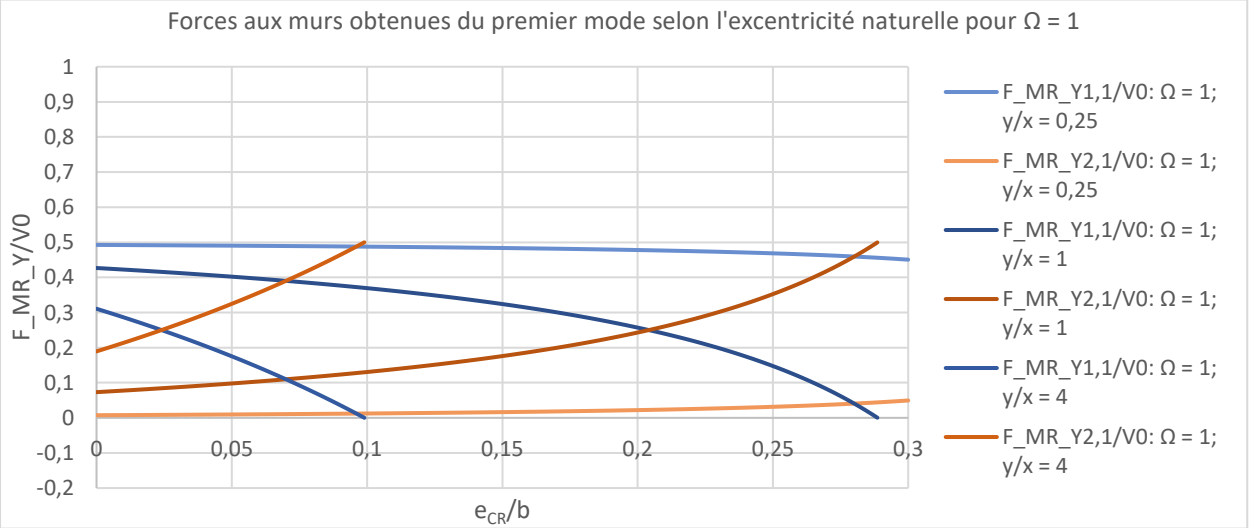


Figure 3.28: Forces aux murs du premier mode selon l'excentricité du CR

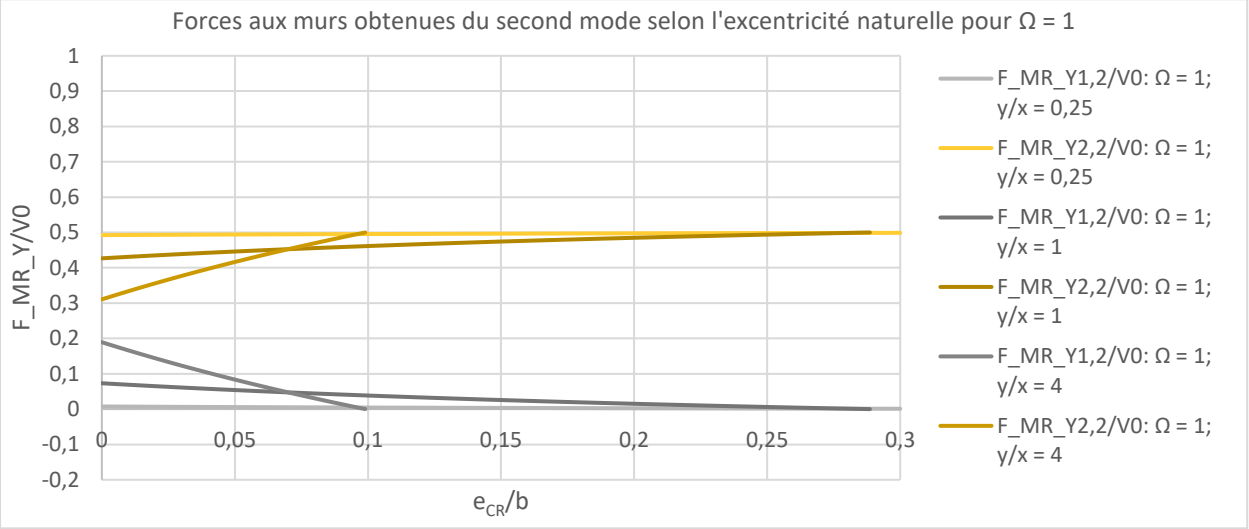


Figure 3.29: Forces aux murs du second mode selon l'excentricité du CR

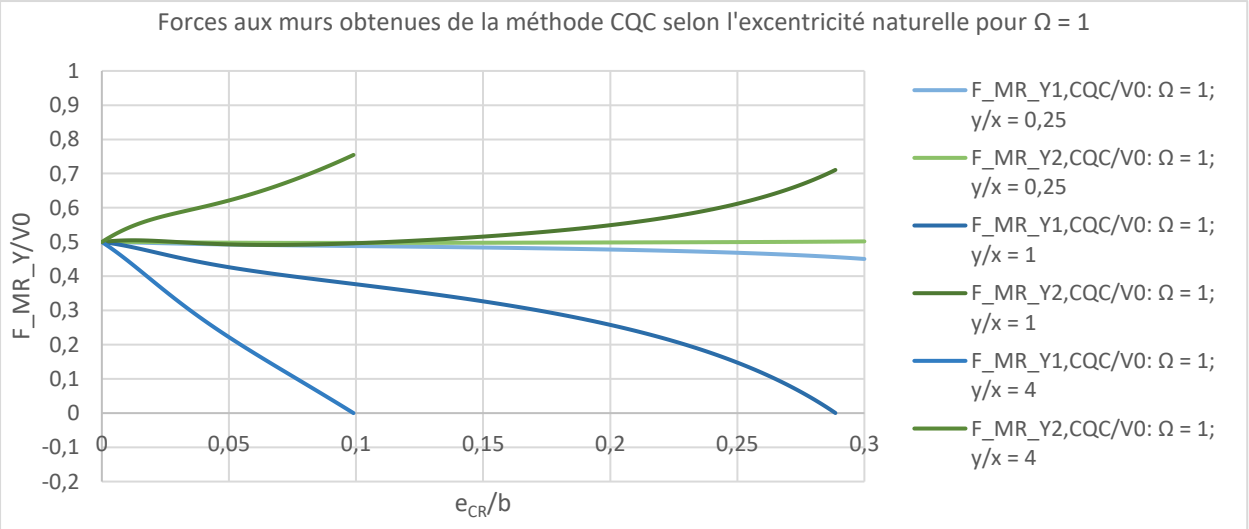


Figure 3.30: Forces aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR

- **Ω = 1,25**

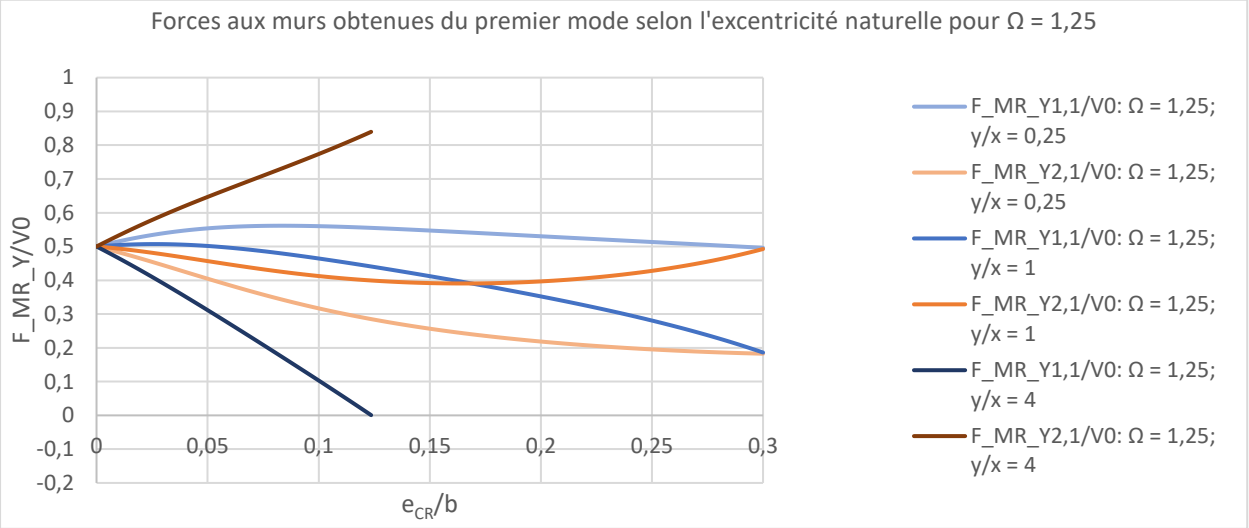


Figure 3.31: Forces aux murs obtenus du premier mode selon l'excentricité du CR

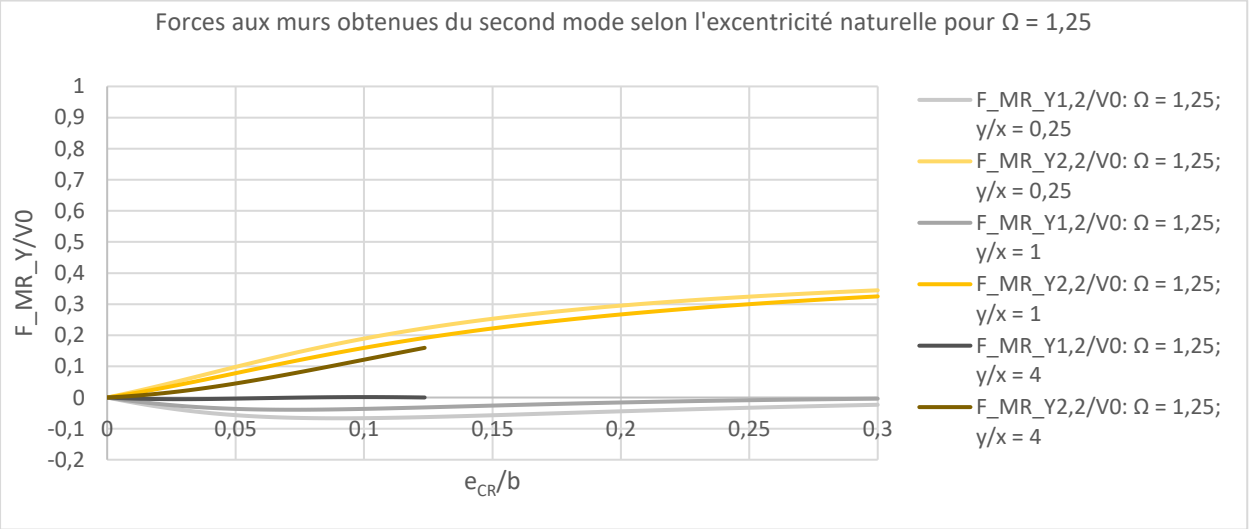


Figure 3.32: Forces aux murs obtenus du second mode selon l'excentricité du CR

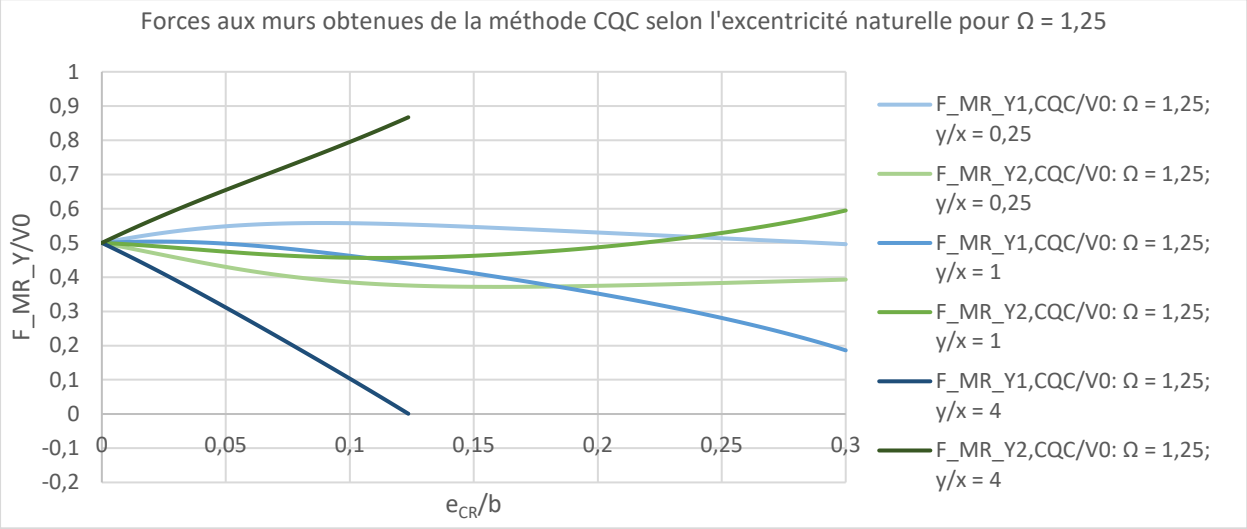


Figure 3.33: Forces aux murs obtenus de la méthode CQC selon l'excentricité du CR

Les courbes pour une valeur y/x de 4 ont pratiquement toutes le même aspect. Pour une valeur de ratio Ω fixe, le fait d'augmenter y/x est équivalent à diminuer la valeur de x/r. On rappelle que le cisaillement est distribué entre les murs proportionnellement à leur distance au CR. Comparons deux structures présentant la même excentricité naturelle et le même ratio Ω mais dont le ratio y/x est différent. La structure dont le ratio y/x est le plus faible est associée à une valeur x/r plus grande. Par ailleurs, celle dont le ratio y/x est le plus grand est associée à une valeur de x/r plus faible. Ainsi pour un même e_{CR}/r, la structure dont le ratio y/x est le plus grand voit son mur le plus rigide être plus près du CR que celle dont le ratio y/x est le plus faible. Or, plus un mur est près du CR, plus l'effort y étant induit par le cisaillement est grand. De plus e_{CR}/r ne peut excéder x/r. Cela explique pourquoi les courbes dont y/x vaut 4 s'arrêtent à de faibles valeurs de e_{CR}/b. On peut résumer la situation ainsi : les courbes dont y/x vaut 4 voient leur mur le plus rigide être très près du CR. Cela fait en sorte que la valeur maximale pouvant être atteinte par e_{CR}/b est faible. De ce fait, le cisaillement d'origine translationnel induit la majorité des efforts aux murs. Le cisaillement se distribue proportionnellement à la distance au CR. Donc l'un des murs reprend la majorité des efforts et l'autre en reprend très peu.

3.7 Conclusions

3.7.1 Principales observations

Le premier objectif de ce chapitre était de définir les principaux paramètres permettant d'obtenir la réponse sismique complète d'un bâtiment élastique 3D à un étage possédant un diaphragme rigide. Le second objectif était de saisir l'impact de ces différents paramètres sur la réponse sismique des murs. Le premier paramètre en importance est le ratio Ω soit ω_θ/ω_y. Celui-ci représente le rapport entre la fréquence en rotation et celle en translation d'un bâtiment symétrique en torsion équivalent. Si ce ratio est supérieur à 1, la rigidité en rotation est supérieure à celle en translation. S'il est égal à 1, les deux rigidités sont équivalentes et s'il est inférieur à 1, la rigidité en rotation est inférieure à celle en translation. Ce paramètre est utilisé pour quantifier la sensibilité à la torsion. En effet, un bâtiment est dit sensible à la torsion si sa rigidité en rotation est inférieure à la rigidité en translation. L'analyse paramétrique a permis de définir l'impact du ratio Ω sur la contribution des différents modes à la réponse totale. Le Tableau 3.11 démontre la variation de la composante en translation et en rotation des modes selon Ω.

Tableau 3.11: Illustration des composantes des modes selon Ω

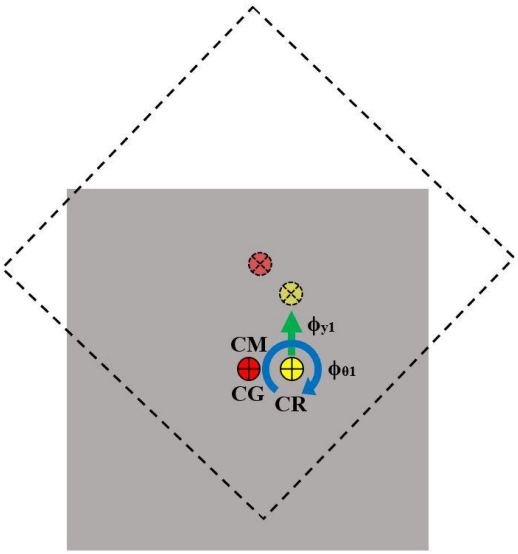
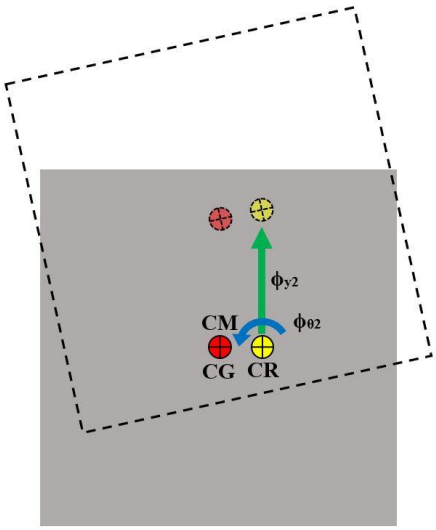
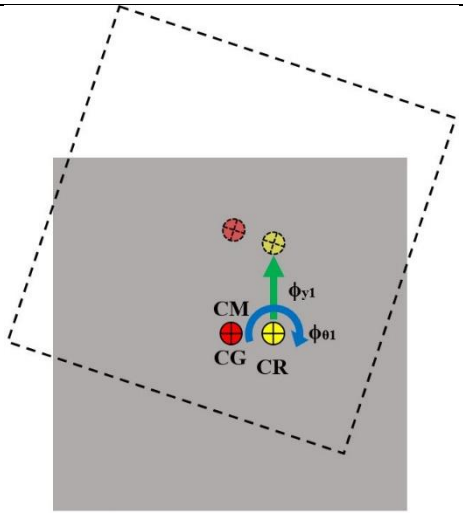
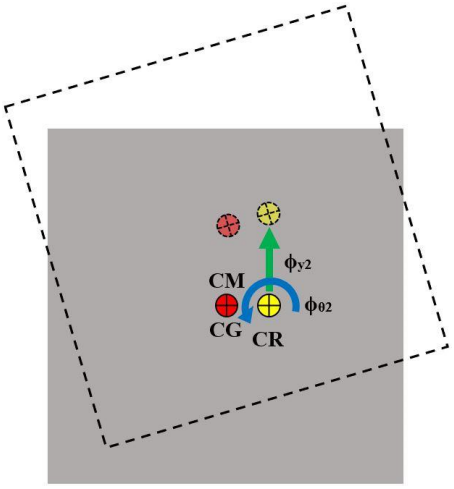
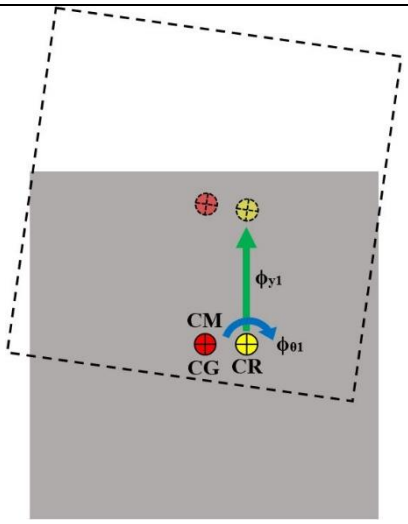
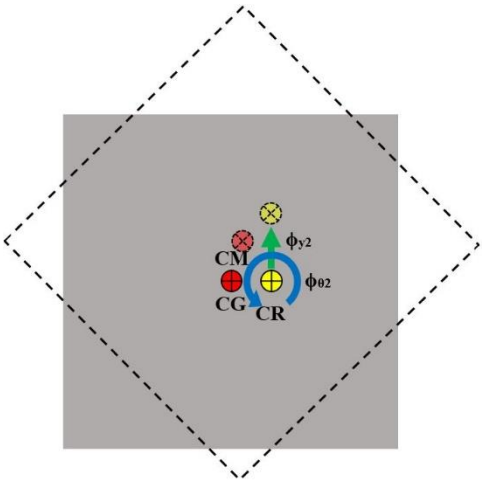
Ω	Mode 1	Mode 2
0,75		

Tableau 3.11: Illustration des composantes des modes selon Ω (suite)

Ω	Mode 1	Mode 2
1,00		
1,25		

Lorsque Ω est inférieur à 1, la composante en translation du second mode est plus grande que celle du premier mode où la rotation domine. Cela fait en sorte que ce mode contribue le plus au cisaillement total. On observe le phénomène inverse lorsque le ratio Ω est supérieur à 1 puisque dans ce cas c'est le premier mode dont la composante en translation est la plus grande et le second mode dont la composante en rotation est supérieure. Aussi, plus le ratio Ω tend vers 1, plus le cisaillement modal diminue et plus la torsion modale évaluée au centre de masse augmente.

L'excentricité du CR et du CM sont également cruciaux dans la détermination de la réponse sismique. En effet, les modes sont influencés directement par l'excentricité nette entre le CR et le

CM. Si le ratio Ω est inférieur à 1 et que l'excentricité nette augmente, la composante en translation du second mode diminue et sa composante en rotation augmente. Également, la composante en translation du premier mode augmente et celle en rotation diminue. Si le ratio Ω est supérieur à 1 et que l'excentricité nette augmente, la composante en translation du premier mode diminue et celle en rotation augmente. La composante en translation du second mode augmente et celle en rotation diminue.

Le dernier paramètre d'importance est le ratio y/x. On a expliqué plus tôt que pour un ratio Ω et une valeur d'e_{CM}/b et d'e_{CR}/b données, le fait de modifier x/r entraîne également une modification de y/x et vice-versa. Cependant, on note que l'effet de cette modification simultanée de ces paramètres engendre le même effet soit la modification de la contribution d'une direction donnée à la rigidité en torsion. Plus une direction contribue davantage à la rigidité en torsion, plus les déplacements aux murs orientés dans cette direction seront grands.

Le Tableau 3.12 résume la variation du cisaillement et de la torsion des deux modes selon les principaux paramètres énoncés.

Pour simplifier l'écriture on pose :

$$\frac{e}{r} = \left|\frac{e_{CR}}{r} - \frac{e_{CM}}{r}\right|$$

Tableau 3.12: Évolution du cisaillement et de la torsion des deux modes selon le ratio Ω et l'excentricité nette

Effort	Mode 1	Mode 2
V	Si Ω < 1 : rotation domine V_1/V_0 ↑ de 0 à cst si e/r ↑ Si Ω > 1 : translation domine V_1/V_0 ↓ de 1 à cst si e/r ↑	Si Ω < 1 : translation domine V_2/V_0 ↓ de 1 à cst si e/r ↑ Si Ω > 1 : rotation domine V_2/V_0 ↑ de 0 à cst si e/r ↑
MZ_{CM}	Pour tout Ω : $\lvert M_{CM1}/V_0 r\rvert$↑ de 0 à cst si e/r ↑ $\lvert M_{CM1}/V_0 r\rvert$ agit dans le même sens que le produit de V_1/V_0 et e/r (voir Tableau 3.10)	Pour tout Ω : $\lvert M_{CM2}/V_0 r\rvert$↑ de 0 à cst si e/r ↑ $\lvert M_{CM2}/V_0 r\rvert$ agit dans le sens contraire au produit de V_2/V_0 et e/r (voir Tableau 3.10)

Tableau 3.12: Évolution du cisaillement et de la torsion des deux modes selon le ratio Ω et l'excentricité nette (suite)

Effort	Mode 1	Mode 2
MZ_{CR}	Pour tout Ω : $\|M_{CR1}/V_0r\|$↑ de 0 à +∞ si e/r ↑ $\|M_{CR1}/V_0r\|$ agit dans le même sens que le produit de V_1/V_0 et e/r L'augmentation de M_{CR1} est plus marquée si Ω est grand.	Pour tout Ω : 1 : $\|M_{CR2}/V_0r\|$↑ de 0 à cst si e/r ↑ 2 : $\|M_{CR2}/V_0r\|$↓ de cst à -∞ si e/r ↑ $\|M_{CR2}/V_0r\|$ agit dans le sens contraire au produit de V_2/V_0 et e/r La diminution de M_{CR2} est plus marquée si Ω est petit

3.7.2 Choix des paramètres pour l'analyse et la comparaison des dispositions du CNB 2015 et de l'ASCE 7-10 en lien avec la torsion

Le dernier objectif de ce chapitre est de déterminer les paramètres pertinents pour l'analyse des clauses en lien avec la torsion du CNB 2015 de même que la comparaison de ces dernières avec celles de l'ASCE 7-10.

Le premier paramètre à considérer est Ω, le ratio de la fréquence découplée en rotation évaluée au CG et de la fréquence en translation en direction Y. Ce dernier prend les valeurs de Ω = {0,75; 1; 1,25} dans l'analyse paramétrique de ce chapitre. Celles-ci permettent de bien représenter 3 types de bâtiments distincts et seront conservées pour les chapitres suivants.

Le second paramètre est le ratio entre l'excentricité du CR et la dimension du bâtiment perpendiculaire à la direction de l'analyse b. Ce paramètre quantifie l'importance de l'asymétrie de la rigidité des murs en direction Y du bâtiment. Les valeurs de e_{CR}/b choisies au chapitre 3 varient de 0 (structure symétrique) à 0,3. Cet intervalle est celui qui a été préconisé par Humar et al. (2003) pour définir les clauses en lien avec la torsion en vigueur dans le CNB 2015. C'est pourquoi ce même intervalle des valeurs de e_{CR}/b sera considéré aux chapitres suivants.

Le troisième paramètre soit y/x constitue le rapport de la distance entre les murs en X et le CG et de la distance entre les murs en Y et le CG. Ce paramètre influence la répartition du moment de torsion global entre les murs de chaque direction. En effet la hausse de y/x entraîne une augmentation de la contribution des murs en X à la rigidité globale en rotation et de ce fait le couple

de torsion repris par ces murs est plus grand également. Or selon la paramétrisation effectuée, on considère un séisme appliqué en direction Y uniquement et une excentricité du CM et du CR en direction X seulement. Ainsi les effets dynamiques associés au couplage de la translation et de la torsion qui motivent la présence des clauses en lien avec la torsion dans les codes de conception sont présents dans les murs en direction Y. De ce fait, on doit maximiser leur influence sur le comportement structural. On choisit donc une valeur de y/x de 0,25 pour les analyses de chapitres suivants.

CHAPITRE 4 INFLUENCE DE LA RESTREINTE DES ROTATIONS SUR LA CALIBRATION DES EFFORTS SISMIQUES

4.1 Introduction

4.1.1 Généralités

La particularité du CNB par rapport aux autres codes de conception réside dans le fait que le degré de liberté en rotation est restreint lors de la calibration du cisaillement à la base des analyses dynamiques. Avant même de procéder aux analyses, on peut anticiper l'influence du fait de restreindre ou non la rotation lors de la calibration. En effet, si le bâtiment présente une excentricité naturelle (le CM et le CR ne coïncident pas), les modes de vibrations solliciteront à la fois la masse latérale et rotationnelle. En d'autres termes, les modes de vibration présenteront à la fois des déplacements en translation et en rotation. Ces modes sont qualifiés comme étant couplés, par opposition aux modes découplés associés à une structure ne présentant aucune excentricité. Ainsi les modes découplés présentent uniquement soit des déplacements en rotation ou en translation mais jamais les deux en même temps. Le fait de restreindre le degré de liberté en rotation pour une structure n'ayant pas d'excentricité ne devrait avoir aucun effet sur la calibration en raison de l'absence de couplage entre la torsion et la translation au sein des modes de vibrations. Cependant si le bâtiment présente une excentricité naturelle, alors la restreinte du degré de liberté en rotation élimine la composante rotationnelle des modes couplés. Ainsi la restreinte du degré de liberté en rotation peut altérer de façon significative le comportement de la structure selon l'importance l'excentricité naturelle. Cette altération se manifeste par un cisaillement à la base plus grand lorsque la rotation est empêchée par rapport à celui obtenu lorsque la rotation est permise. On explique cela par le fait que l'énergie de vibration d'un mode couplé sollicite à la fois la masse latérale et rotationnelle lorsque la rotation est permise. Toutefois lorsque la rotation est empêchée, cette même énergie sollicite uniquement la masse latérale. Ainsi la masse latérale sollicitée par un mode donné est plus grande lorsque la rotation est restreinte. Or plus la masse latérale excitée par un mode est grande, plus le cisaillement généré par ce mode est grand. Un autre aspect à considérer lors de la restreinte de la rotation lors de la calibration est son impact sur les périodes de vibration des modes. En effet, une diminution de la période peut causer une augmentation de l'accélération spectrale octroyée à un mode donné. Cela entraîne une hausse du cisaillement à la base.

4.1.2 Objectifs

L'objectif premier de ce chapitre est de quantifier l'influence de la restriction du degré de liberté en rotation lors de la calibration sur les forces de conception. En premier lieu on effectue une révision de la procédure adoptée par le CNB 2015 afin de calibrer les analyses dynamiques. Ensuite on effectue une analyse paramétrique à l'aide de l'outil Excel développé au chapitre 3 en considérant un spectre uniforme afin d'isoler l'impact de la hausse du cisaillement à la base associée à la restreinte de la rotation. Par la suite on détermine la variation des périodes modales selon l'excentricité naturelle afin de vérifier si la restreinte de la rotation peut entraîner une augmentation de l'accélération spectrale d'un mode donné. On vérifie également la variation de l'accélération spectrale selon divers paramètres en utilisant le spectre de calcul pour un site de classe C situé à Montréal. Finalement on effectue l'analyse paramétrique permettant de définir l'impact de la restriction de la rotation sur les forces de conception.

4.2 Méthodologie

4.2.1 Procédure de calibration selon le CNB 2015

En premier lieu, la procédure de calibration de l'analyse dynamique telle que spécifiée par le CNB 2015 est illustrée

1) Détermination de la force élastique sismique latérale agissant à la base de la structure : V_e (CNB 2015 paragraphe 5, article 4.1.8.12)

Pour déterminer l'influence du blocage de la rotation, il faut considérer deux cisaillements à la base élastique déterminés par analyse dynamique modale :

V_{eRB} : Cisaillement élastique déterminé par l'analyse dynamique modale avec rotation bloquée (requis par le CNB 2015)

V_{eRP} : Cisaillement élastique déterminé par l'analyse dynamique modale avec rotation permise (prohibé par le CNB 2015, permis par l'ASCE 7-10)

On considère que l'indice RB signifie rotation bloquée tandis que l'indice RP signifie rotation permise.

2) Détermination de la force de calcul sismique latérale agissant à la base de la structure : V_{ed} (CNB 2015 paragraphe 6, article 4.1.8.12)

Le paragraphe 6 inclus la condition suivante : si $R_d \geq 1{,}5$ et que le sol n'est pas de classe F alors

$$V_{edRB} = V_{eRB} \times \min\left(\max\left(\frac{2S(0{,}2)}{3S(T_a)}; \frac{S(0{,}5)}{S(T_a)}\right); 1\right) \quad (4.1)$$

$$V_{edRP} = V_{eRP} \times \min\left(\max\left(\frac{2S(0{,}2)}{3S(T_a)}; \frac{S(0{,}5)}{S(T_a)}\right); 1\right) \quad (4.2)$$

Le terme $\min\left(\max\left(\frac{2S(0{,}2)}{3S(T_a)}; \frac{S(0{,}5)}{S(T_a)}\right); 1\right)$ est indépendant du choix de calibration utilisé pour fins de comparaison bien que le CNB prohibe la calibration avec rotation permise. On pose que ce terme vaut 1.

3) Détermination de la force de calcul sismique latérale agissant à la base de la structure : V_d (CNB 2015 paragraphe 7, article 4.1.8.12)

$$V_{dRB} = \frac{V_{edRB} I_E}{R_d R_o} \geq 0.8V \; si \; structure \; régulière \quad (4.3)$$

$$V_{dRB} = \frac{V_{edRB} I_E}{R_d R_o} \geq V \; si \; structure \; irrégulière \quad (4.4)$$

$$V_{dRP} = \frac{V_{edRP} I_E}{R_d R_o} \geq 0.8V \; si \; structure \; régulière \quad (4.5)$$

$$V_{dRP} = \frac{V_{edRP} I_E}{R_d R_o} \geq V \; si \; structure \; irrégulière \quad (4.6)$$

où V correspond au cisaillement à la base calculé à l'aide de la méthode statique équivalente :

$$V = \frac{S(T_a) M_v I_E W}{R_d R_o} \quad (4.7)$$

4) Calcul du coefficient de calibration : α

$$\alpha_{RB} = \frac{V_{dRB}}{V_{eRB}} \tag{4.8}$$

$$\alpha_{RP} = \frac{V_{dRP}}{V_{eRP}} \tag{4.9}$$

Dans le cadre de cette analyse, on considère que les bâtiments sont irréguliers, ce qui signifie que la borne inférieure de V_d sera toujours V. Tel que mentionné lors de l'introduction, le cisaillement à la base élastique obtenu avec la rotation bloquée est toujours plus grand que celui obtenu avec la rotation permise si le bâtiment présente une excentricité naturelle :

$$V_{eRB} > V_{eRP} \tag{4.10}$$

Selon les caractéristiques de la structure, trois cas sont possibles lors de la comparaison des coefficients de calibration :

a)

$$V_{dRB} > V;\ V_{dRP} > V \tag{4.11}$$

Dans ce cas les deux coefficients de calibration sont identiques :

$$\alpha_{RB} = \alpha_{RP} = \frac{I_E}{R_d R_o} \tag{4.12}$$

b)

$$V_{dRB} > V;\ V_{dRP} \leq V \tag{4.13}$$

Cela implique que :

$$\alpha_{RB} = \frac{I_E}{R_d R_o} \tag{4.14}$$

$$\alpha_{RP} = \frac{V}{V_{eRP}} > \frac{I_E}{R_d R_o} \tag{4.15}$$

Ainsi :

$$\alpha_{RP} > \alpha_{RB} \tag{4.16}$$

Dans cette éventualité, le coefficient de calibration obtenu avec la rotation bloquée est toujours inférieur à celui déterminé avec la torsion permise.

c)

$$V_{dRB} \leq V;\ V_{dRP} \leq V \tag{4.17}$$

Pour ce cas :

$$\alpha_{RB} = \frac{V}{V_{eRB}} > \frac{I_E}{R_d R_o} \tag{4.18}$$

$$\alpha_{TP} = \frac{V}{V_{eRP}} > \frac{I_E}{R_d R_o} \tag{4.19}$$

Or puisque :

$$V_{eRB} > V_{eRP} \tag{4.20}$$

On peut affirmer que

$$\alpha_{RP} > \alpha_{RB} \tag{4.21}$$

Ainsi selon les trois cas possibles, il peut être affirmé que le coefficient de calibration obtenu avec la rotation permise est soit plus grand ou égal à celui qui peut être obtenu avec la rotation bloquée.

4.2.2 Analyse paramétrique

Pour la présente analyse, seul le cas c) ($V_{dRB} \leq V; V_{dRP} \leq V$, éq. 4.17) sera étudié car les deux coefficients sont évalués selon le même paramètre de référence soit le cisaillement à la base obtenu à l'aide de la méthode statique équivalente.

Dans le cadre de l'analyse paramétrique, le cisaillement obtenu par la méthode CQC est normalisé par celui d'une structure symétrique équivalente :

$$\bar{V}_{CQC} = \frac{V_{CQC}}{V_0} \tag{4.22}$$

or on note que si la rotation est bloquée :

$$V_{eRB} = V_0 \Rightarrow \bar{V}_{eRB} = \frac{V_{eRB}}{V_0} = 1 \tag{4.23}$$

Si on veut obtenir les coefficients de calibration par rapport aux valeurs normalisées du cisaillement on écrit:

$$\alpha_{RB} = \frac{V/V_0}{V_{eRB}/V_0} = \frac{\bar{V}}{\bar{V}_{eRB}} \tag{4.24}$$

$$\alpha_{RP} = \frac{V/V_0}{V_{eRP}/V_0} = \frac{\bar{V}}{\bar{V}_{eRP}} \tag{4.25}$$

Il est plus intéressant d'évaluer le rapport entre le coefficient de calibration obtenu avec la rotation bloquée et celui obtenu avec la rotation permise. Ce rapport dénommé κ est exprimé ainsi :

$$\kappa = \frac{\alpha_{RB}}{\alpha_{RP}} = \frac{\dfrac{\bar{V}}{\bar{V}_{eRB}}}{\dfrac{\bar{V}}{\bar{V}_{eRP}}} = \frac{\bar{V}_{eRP}}{\bar{V}_{eRB}} = \frac{\bar{V}_{eRP}}{1} = \bar{V}_{eRP} \tag{4.26}$$

Contrairement à l'analyse paramétrique effectuée au chapitre 3, on considère le spectre de calcul pour un site de classe C situé à Montréal. Pour être en mesure d'utiliser ce spectre, il faut définir des périodes associées à chaque mode. Or cela requiert d'ajouter un paramètre à ceux déjà considérés soit la période latérale fondamentale. On cherche les périodes T_j des modes couplées en fonction de la période latérale fondamentale T_y :

$$\frac{\omega_j}{\omega_y} = \frac{2\pi/T_j}{2\pi/T_y} = \frac{T_y}{T_j} \Rightarrow T_j = \frac{T_y}{\omega_j/\omega_y} \tag{4.27}$$

Ainsi on peut associer les périodes T_j à leur accélération spectrale.

$$A_j = S(T_j) \tag{4.28}$$

$$A_y = S(T_y) \tag{4.29}$$

Cela permet d'obtenir le cisaillement normalisé pour chaque mode (voir éq. 3.62)

$$\bar{V}_j = \varphi_{yj}^2 \frac{A_j}{A_y} \tag{4.30}$$

4.2.3 Paramètres considérés

Le Tableau 4.1 présente les différents paramètres considérés pour l'analyse paramétrique de ce chapitre.

Tableau 4.1: Paramètres considérés pour l'analyse paramétrique

Paramètre	Valeurs considérées
Spectre de réponse	• Spectre uniforme (1m/s^2) • Spectre de calcul pour un sol de type C situé à Montréal
Périodes fondamentales latérales (T_y)	• T_y = 0,5s • T_y = 1,0s • T_y = 2,0s
Ratio des fréquences découplées (Ω)	• Ω = 0,75 • Ω = 1,00 • Ω = 1,25

4.3 Vérification et application

Avant de commencer l'analyse paramétrique, il peut être utile de bien placer les idées en faisant une première itération en considérant un bâtiment à un étage modélisé à l'aide du logiciel ETABS. Cela permet également de valider les équations développées pour le spectre de calcul du CNB 2015 de la ville de Montréal.

4.3.1 Paramètres initiaux

On choisit tout d'abord les paramètres adimensionnels qui seront considérés :

Tableau 4.2: Données initiales adimensionnelles

Modèle	**A**	**B**	**C**
Ω	0,75	1,00	1,25
y/x	0,25	0,25	0,25
x/r	0,728	0,970	1,213
x/b	0,297	0,396	0,495
y/b	0,074	0,099	0,124
e_{CR}/r	0	0	0
e_{CR}/b	0	0	0
e_{CM}/r	0,122	0,122	0,122
e_{CM}/b	0,05	0,05	0,05

Ensuite, on doit définir les paramètres physiques du bâtiment qui seront considérées.

Paramètres géométriques

Tableau 4.3: Données initiales dimensionnelles

Modèle	**A**	**B**	**C**
a (m)	8,00	8,00	8,00
b (m)	8,00	8,00	8,00
x (m)	2,376	3,168	3,961
y (m)	0,594	0,792	0,990
e_{CR} (m)	0	0	0
e_{CM} (m)	0,4	0,4	0,4
r_{CM} (m)	3,29	3,29	3,29

Paramètres de masse

Ces paramètres sont valides pour tous les modèles considérés.

Tableau 4.4: Paramètres de masse

m (kg)	124370194
mr_{CM}^2 (kgm^2)	1406212327

Paramètres de rigidité

Ces paramètres sont également valides pour tous les modèles considérés.

Tableau 4.5: Paramètres de rigidité

k_x (N/m)	2394246594
k_y (N/m)	2394252332
K_x (N/m)	4788493187
K_y (N/m)	4788504664
K_θ (Nm^2)	80494579770

4.3.2 Spectre de calcul

On considère que le bâtiment est situé à Montréal sur un sol de type C.

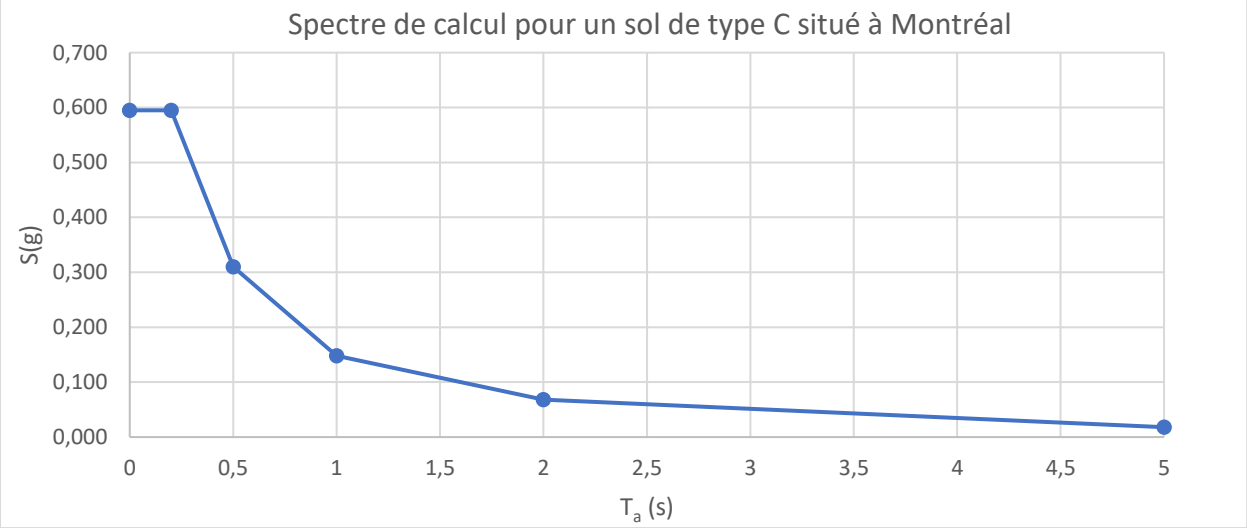


Figure 4.1: Spectre de calcul pour un sol de type C situé à Montréal

4.3.3 Validation des équations développées

Modèle A : Ω = 0,75

Tableau 4.6: Résultats du modèle A avec Ω = 0,75

	Unités	**Excel**	**ETABS**	**Ratio Excel/ETABS**
ω1	rad/s	4,5472	4,5473	1,000
ω2	rad/s	6,3033	6,3033	1,000
V CQC	kN	171067	171066	1,000
MZCR CQC	kNm	137554	137549	1,000
Δ_MR_Y1,CQC	m	0,0421	0,04212	1,000

Tableau 4.6: Résultats du modèle A avec Ω = 0,75 (suite)

	Unités	Excel	ETABS	Ratio Excel/ETABS
Δ_MR_Y2,CQC	m	0,0322	0,0322	1,000
F_MR_Y1,CQC	kN	100850	100849	1,000
F_MR_Y2,CQC	kN	77106	77105	1,000

Modèle B : Ω = 1

Tableau 4.7: Résultats du modèle B avec Ω = 1

	Unités	Excel	ETABS	Ratio Excel/ETABS
ω_1	rad/s	5,8156	5,8157	1,000
ω_2	rad/s	6,5713	6,5713	1,000
V_{CQC}	kN	155154	155155	1,000
$MZ_{CR,\ CQC}$	kNm	332194	332190	1,000
$\Delta_{MR_Y1,\ CQC}$	m	0,0377	0,0377	1,000
$\Delta_{MR_Y2,\ CQC}$	m	0,0391	0,0391	1,000
$F_{MR_Y1,\ CQC}$	kN	90343	90342	1,000
$F_{MR_Y2,\ CQC}$	kN	93505	93505	1,000

Modèle C : Ω = 1,25

Tableau 4.8: Résultats du modèle B avec Ω = 1,25

	Unités	Excel	ETABS	Ratio Excel/ETABS
ω_1	rad/s	6,1254	6,1254	1,000
ω_2	rad/s	7,7988	7,7988	1,000
V_{CQC}	kN	172400	172400	1,000
$MZ_{CR,\ CQC}$	kNm	230423	230422	1,000
$\Delta_{MR_Y1,\ CQC}$	m	0,0298	0,0298	1,000
$\Delta_{MR_Y2,\ CQC}$	m	0,0444	0,0444	1,000
$F_{MR_Y1,\ CQC}$	kN	71272	71272	1,000
$F_{MR_Y2,\ CQC}$	kN	106209	106209	1,000

Les résultats précédents illustrent que les équations adimensionnelles développées sont valides car tous les ratios entre la réponse modale issue de la solution analytique (Excel) et celle obtenue avec ETABS sont égaux à l'unité.

4.3.4 Calibration

On calcule les facteurs de calibration α à appliquer aux analyses spectrales. Le facteur de calibration α_{RP} est déterminé en considérant la rotation tandis que le facteur α_{RB} est déterminé tel que spécifié par le CNB 2015 soit en restreignant la rotation. Par simplicité, on pose que le cisaillement issu de la méthode statique équivalente a une valeur de 200000 kN.

Tableau 4.9: Facteurs de calibration pour les trois modèles étudiés

	Modèle A	**Modèle B**	**Modèle C**
V_{MSE} (kN)	200000	200000	200000
V_{edRP} (kN)	171066	155155	172400
α_{RP}	1,169	1,289	1,160
V_{edRB} (kN)	179279	179279	179279
α_{RB}	1,116	1,116	1,116

4.3.5 Réponse en considérant le facteur de calibration

- **Modèle A : Ω = 0,75**

Tableau 4.10: Comparaison de la réponse selon la méthode de calibration pour le modèle A

		Sans calibration	Avec calibration avec rotation bloquée	Avec calibration avec rotation permise
V_{CQC}	kN	171066	200000	190838
$MZ_{CR, CQC}$	kNm	137549	160814	153447
$\Delta_{MR_Y1, CQC}$	m	0,0421	0,0492	0,0470
$\Delta_{MR_Y2, CQC}$	m	0,0322	0,0377	0,0359
$F_{MR_Y1, CQC}$	kN	100849	117906	112505
$F_{MR_Y2, CQC}$	kN	77105	90147	86017

- **Modèle B : Ω = 1**

Tableau 4.11: Comparaison de la réponse selon la méthode de calibration pour le modèle B

		Sans calibration	Avec calibration avec rotation bloquée	Avec calibration avec rotation permise
V_{CQC}	kN	155155	200000	173087
$MZ_{CR, CQC}$	kNm	332190	428205	370584
$\Delta_{MR_Y1, CQC}$	m	0,0377	0,0486	0,0421
$\Delta_{MR_Y2, CQC}$	m	0,0391	0,0503	0,0436
$F_{MR_Y1, CQC}$	kN	90342	116454	100783
$F_{MR_Y2, CQC}$	kN	93505	120532	104312

- **Modèle C : Ω = 1,25**

Tableau 4.12: Comparaison de la réponse selon la méthode de calibration pour le modèle C

		Sans calibration	Avec calibration avec rotation bloquée	Avec calibration avec rotation permise
V_{CQC}	kN	172400	200000	192326
$MZ_{CR, CQC}$	kNm	230422	267310	257053
$\Delta_{MR_Y1, CQC}$	m	0,0298	0,0345	0,0332
$\Delta_{MR_Y2, CQC}$	m	0,0444	0,0515	0,0495
$F_{MR_Y1, CQC}$	kN	71272	82682	79509
$F_{MR_Y2, CQC}$	kN	106209	123212	118484

4.4 Résultats et discussion

On note que le fait de retreindre la rotation a deux effets potentiels. Le premier est d'augmenter le cisaillement à la base. Le second est de modifier les périodes fondamentales. On divise les périodes en deux classes distinctes soit les périodes majoritairement translationnelles et majoritairement rotationnelles. Afin de simplifier l'écriture, on omet le terme « majoritairement ». La modification des périodes couplées fait en sorte que les accélérations spectrales leur étant associées le sont également. Ainsi on illustre ces effets potentiels avant d'afficher les résultats du ratio des coefficients de calibration κ pour le spectre de calcul de Montréal. Dans le cadre de l'analyse

paramétrique, on considère une interpolation logarithmique entre les coordonnées spectrales spécifiées par le CNB 2015. Cela permet une meilleure précision des résultats.

4.4.1 Périodes modales

La Figure 4.2 illustre l'évolution des périodes modales pour les deux modes couplés considérés selon l'excentricité naturelle et ce pour plusieurs valeurs de ratio Ω.

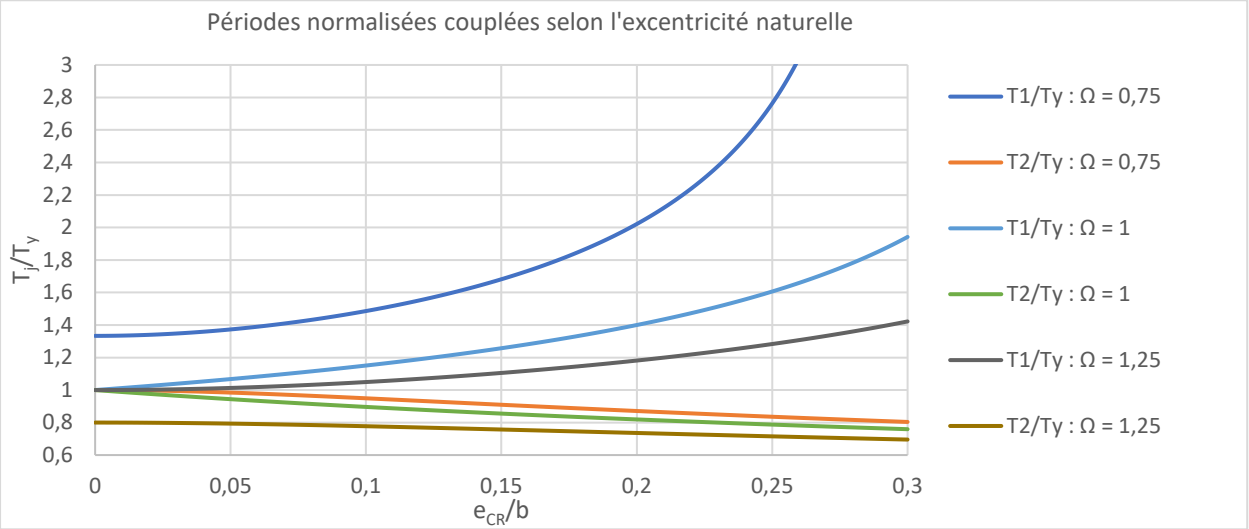


Figure 4.2: Périodes normalisées translationnelles selon l'excentricité du CR

La Figure 4.2 permet de définir si le fait de restreindre la rotation cause une diminution ou une augmentation des périodes modales des deux modes couplés. On rappelle que ces périodes sont utilisées afin d'attribuer une accélération spectrale à ces modes. Si la période modale augmente, l'accélération spectrale obtenue du spectre de calcul du CNB 2015 diminuera par rapport à celle obtenue sans rotation bloquée. À l'inverse, si la restriction de la rotation diminue la période modale, l'accélération spectrale augmentera. On rappelle que si le ratio Ω est inférieur à 1, le second mode possède la composante en translation dominante. Si le ratio Ω est supérieur à 1, le premier mode présente la composante en translation dominante. On constate donc qu'une augmentation de l'excentricité naturelle provoque une hausse de la période du premier mode et une diminution de la seconde. Aussi, peu importe le mode l'augmentation du ratio Ω cause une diminution de la période modale.

4.4.2 Accélérations spectrales

La Figure 4.3, la Figure 4.4 et la Figure 4.5 démontrent la variation des accélérations spectrales de chaque mode selon l'excentricité naturelle de la structure pour différents Ω.

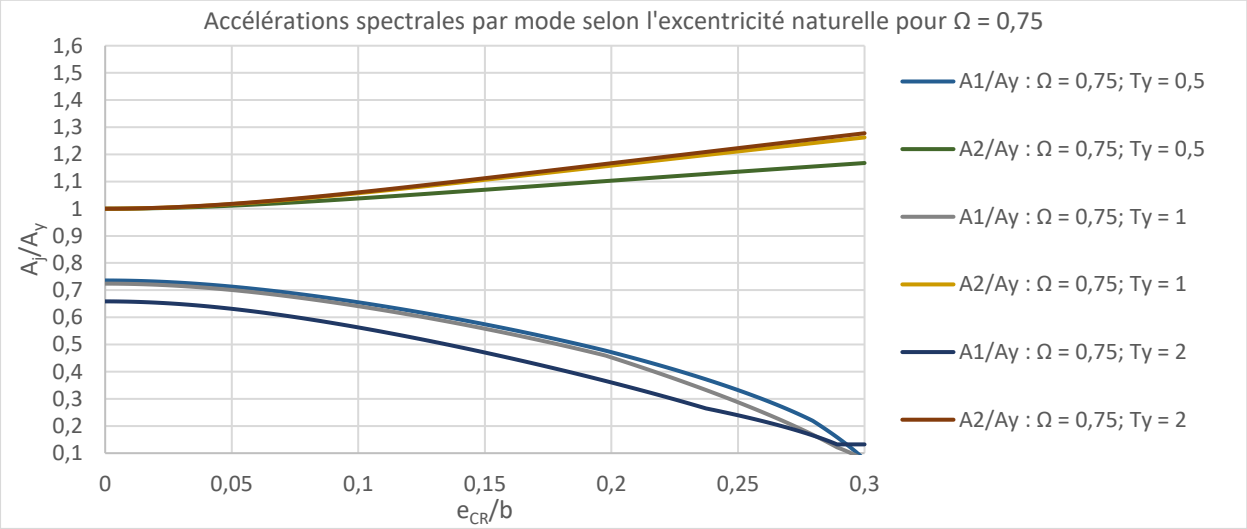


Figure 4.3: Accélérations spectrales selon l'excentricité du CR pour Ω = 0,75

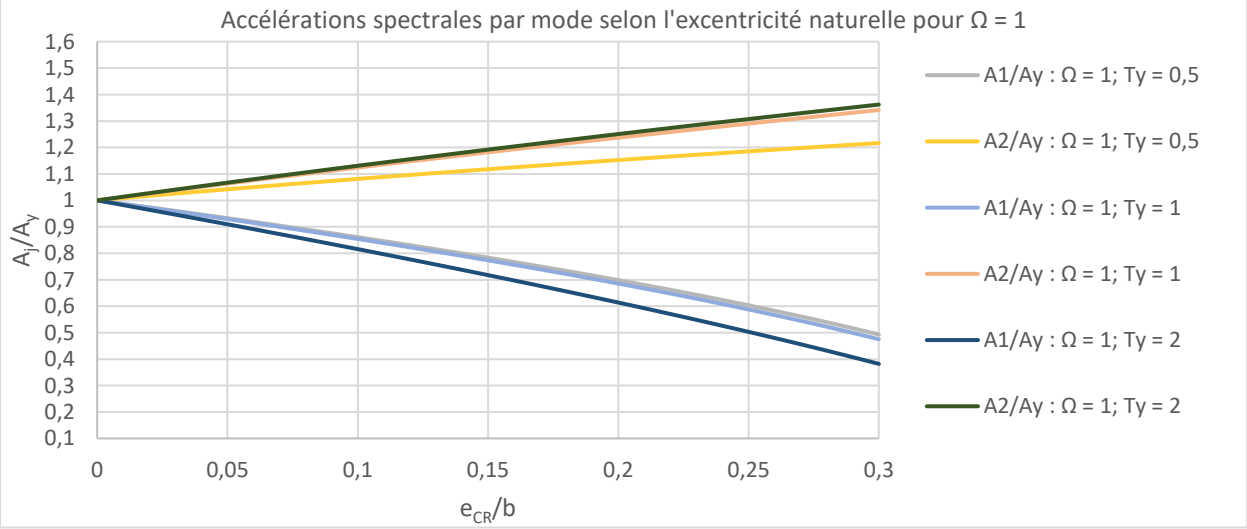


Figure 4.4: Accélérations spectrales selon l'excentricité du CR pour Ω = 1

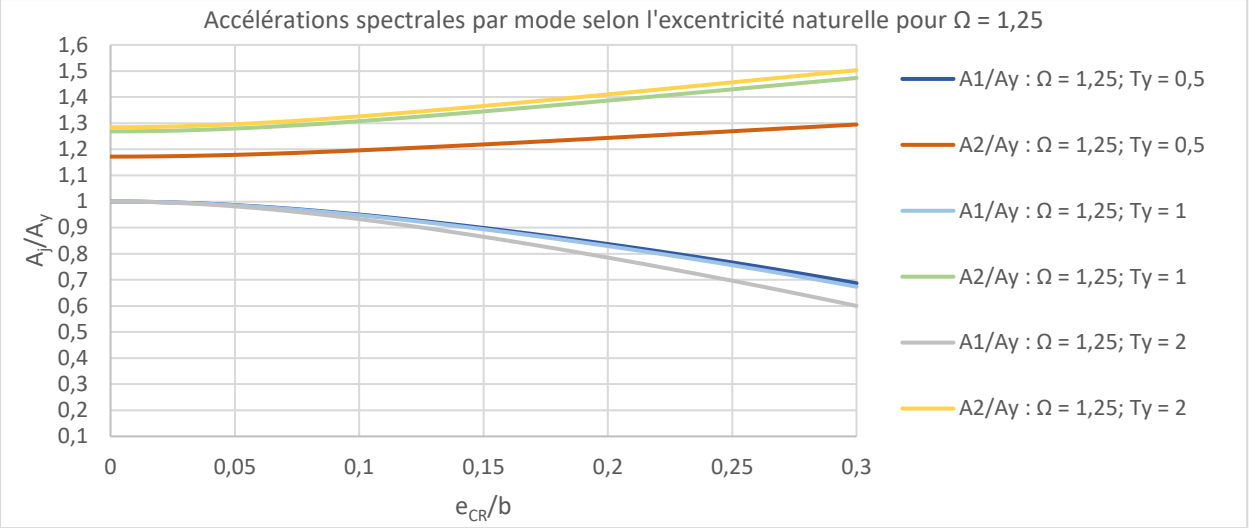


Figure 4.5: : Accélérations spectrales selon l'excentricité du CR pour Ω = 1,25

L'accélération spectrale associée au premier mode diminue lorsque l'excentricité du CR augmente tandis que celle associée au second mode augmente. Ainsi pour le premier mode, la période modale est toujours supérieure à la période latérale non couplée T_y. Cela fait en sorte que l'accélération spectrale associée à la période modale sera inférieure à celle associée à T_y. En ce qui concerne le second mode, la période modale est toujours inférieure à T_y. De ce fait, l'accélération spectrale du second mode est toujours supérieure à celle obtenue avec T_y. En résumé, si le premier mode est principalement translationnel, le fait de restreindre la rotation lors de la calibration augmente l'accélération spectrale. Si le second mode est principalement translationnel alors la restriction de la rotation entraîne une diminution de l'accélération spectrale.

4.4.3 Ratio κ pour un spectre uniforme

La Figure 4.6 illustre l'évolution des rapports des coefficients de calibration, κ, obtenus en restreignant la rotation par rapport à ceux obtenus en ne le faisant pas et ce pour un spectre uniforme.

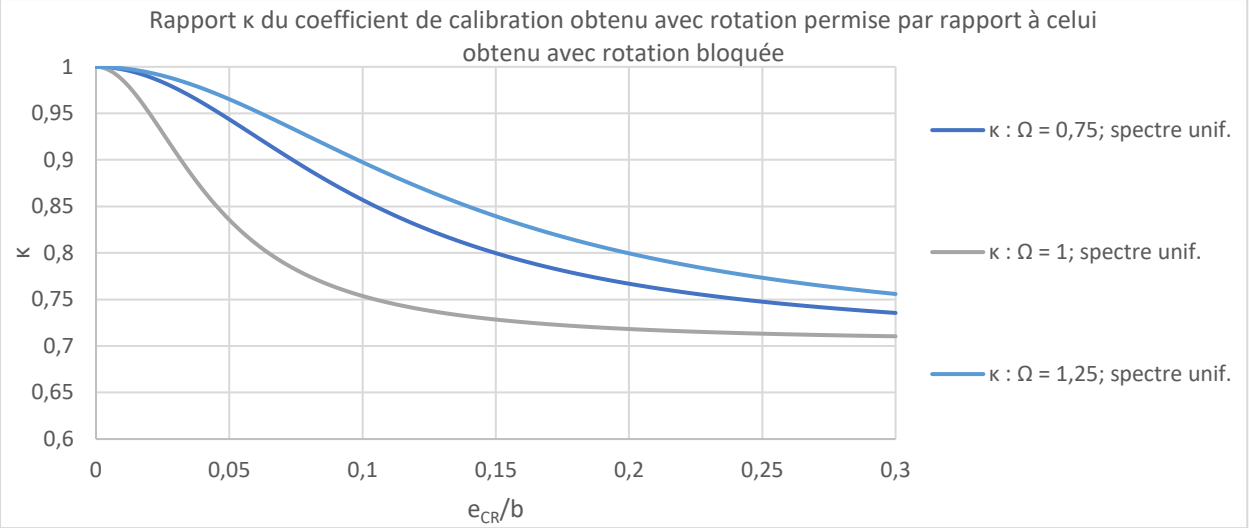


Figure 4.6: Ratio κ pour un spectre uniforme selon l'excentricité du CR

Lorsque l'excentricité naturelle augmente, le coefficient obtenu en restreignant la rotation diminue par rapport à celui obtenu en la permettant. On peut expliquer cela en notant que lorsque la rotation est considérée et que le bâtiment présente une excentricité naturelle, les modes de vibration couplés présentent une composante en rotation et une autre en translation. On rappelle que selon la valeur de Ω, le premier ou le second mode possède la composante en translation dominante. Le fait que le mode dont la composante en translation domine présente également une composante en rotation fait en sorte que sa capacité à solliciter la masse latérale est inférieure par rapport à celle d'un mode purement translationnel. Ainsi lorsque l'on ne restreint pas la rotation lors de la calibration, le cisaillement élastique à la base est inférieur à celui que l'on obtient si on bloque la rotation. Cela fait en sorte que le coefficient de calibration est supérieur lorsque la rotation est restreinte que lorsqu'elle ne l'est pas. Bien sûr, un coefficient de calibration plus grand résulte en une réponse structurale plus grande. On note également que le ratio κ diminue lorsque Ω tend vers 1. On peut expliquer cela en rappelant que plus Ω tend vers 1, plus la composante en rotation dominante diminue, Tel qu'expliqué plus tôt, cela résulte en une réduction du cisaillement global.

4.4.4 Ratio κ pour le spectre de calcul de Montréal

La Figure 4.7, la Figure 4.8 et la Figure 4.9 illustrent la variation du ratio entre le coefficient de calibration obtenu en bloquant la rotation lors de la calibration et celui obtenu en effectuant la calibration avec rotation permise.

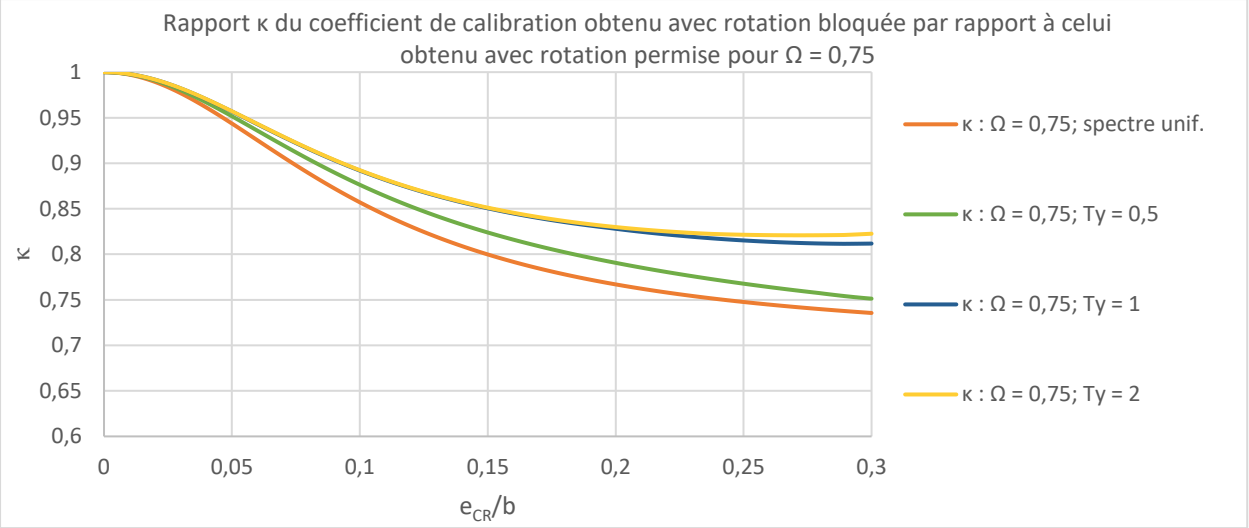


Figure 4.7: Rapport des coefficients de calibration selon l'excentricité du CR pour Ω = 0,75

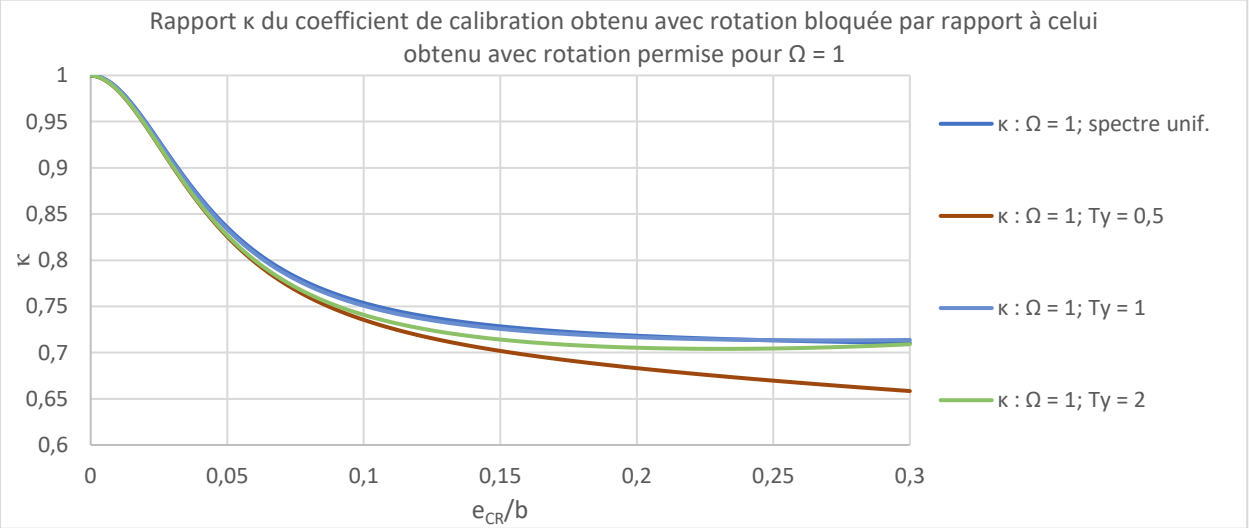


Figure 4.8: Rapport des coefficients de calibration selon l'excentricité du CR pour Ω = 1

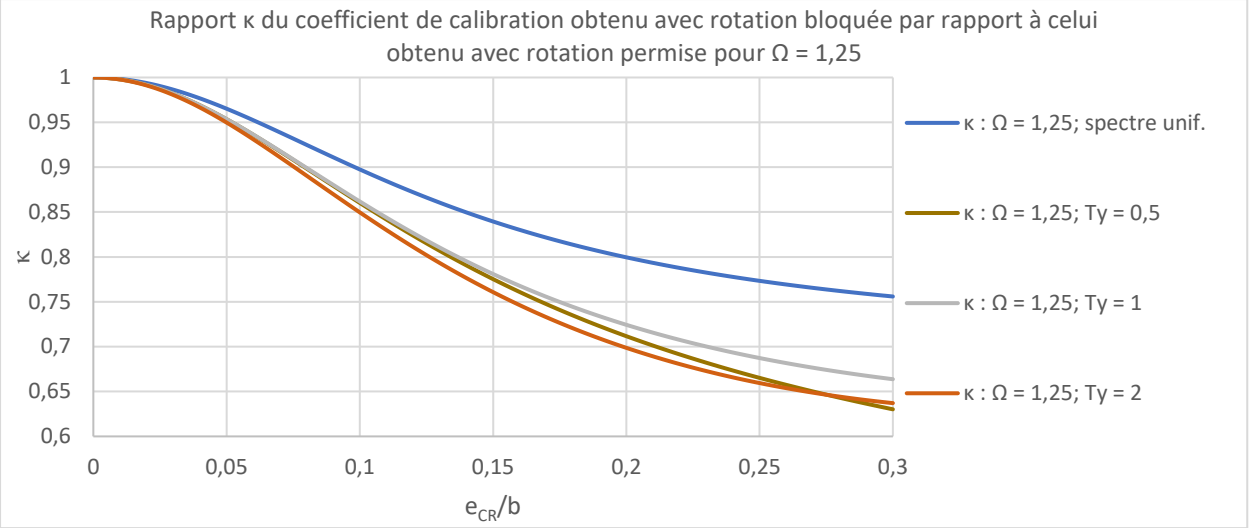


Figure 4.9: Rapport des coefficients de calibration selon l'excentricité du CR pour Ω = 1,25

Peu importe la valeur de la période latérale fondamentale choisie ou le ratio Ω considéré, le coefficient de calibration issu d'une analyse où la rotation est empêchée sera toujours inférieur à celui obtenu d'une analyse où la rotation est demeurée libre. De plus dans tous les cas observés, le rapport κ diminue plus l'excentricité du CR augmente. Afin de bien saisir l'impact du fait de restreindre ou non la rotation, on peut considérer la différence entre un bâtiment où aucune excentricité du CR n'est présente par rapport à un autre où le CR est excentré. Pour le bâtiment symétrique en torsion, les modes seront toujours découplés. Cela fait en sorte que la masse latérale est sollicité par un seul mode qui est purement translationnel. Lorsque le bâtiment présente une excentricité du CR, les modes deviennent couplés et présentent à la fois une composante en translation et en rotation. L'un des modes a une composante en translation dominante et l'autre une composante en rotation dominante. Ainsi, les deux modes plutôt qu'un seul sollicitent la masse latérale lorsque l'excentricité du CR est présente plutôt qu'un seul lorsqu'il n'y a pas d'excentricité. Cependant la somme des contributions des deux modes à l'excitation de la masse latérale ne parvient à générer la même magnitude d'efforts internes qu'un seul mode purement translationnel. Lorsque l'on considère uniquement le cisaillement, le fait de bloquer la rotation est équivalent à enlever l'excentricité. En effet lorsque la rotation est empêchée les composantes en rotation des modes disparaissent. Cela fait en sorte que le mode dont la composante en translation était la plus grande devient purement translationnel lorsque la rotation est bloquée. Cela fait en sorte que ce modèle peut désormais solliciter la masse latérale de manière identique à celle d'un bâtiment sans

excentricité du CR. Le cisaillement obtenu du modèle sans excentricité et du modèle avec excentricité mais dont la rotation est bloquée sont donc identiques. On désire déterminer l'effet de la modification des périodes modales et de l'accélération spectrale associée à ces périodes sur le coefficient de calibration. Pour faire cette comparaison, on compare la courbe pour laquelle un spectre uniforme est considéré à celles où le spectre de conception est préconisé. Pour un ratio Ω de 0,75, on observe que les courbes où le spectre de conception est adopté sont supérieures à celles du spectre uniforme. On explique cela en raison du fait que lorsque le ratio Ω est inférieur à 1, le second mode est principalement translationnel. C'est donc ce dernier qui contribue le plus au cisaillement global. Or puisque la période associée au second mode diminue par rapport à la période fondamentale latérale lorsque l'excentricité augmente, le rapport entre l'accélération spectrale de la période couplée du second mode et l'accélération spectrale de la période latérale découplée est supérieur à 1. Ce rapport est de 1 pour un spectre uniforme. Ainsi, le cisaillement augmente en considérant le spectre de calcul plutôt que le spectre uniforme lorsque le ratio Ω est inférieur à 1 et ce peu importe la période fondamentale latérale. Un plus grand cisaillement lorsque la rotation est restreinte résulte en un coefficient de calibration plus faible et par conséquent en une augmentation du ratio des coefficients de calibration. On observe le phénomène inverse lorsque le ratio Ω est supérieur à 1. En effet dans ce cas les périodes couplées du mode principalement translationnel augmentent par rapport à la période fondamentale latérale. Il en résulte en un rapport entre l'accélération spectrale associée à la période découplée et celle associée à la période latérale fondamentale inférieur à 1. Cela occasionne une réduction du cisaillement par rapport au spectre uniforme et de ce fait une augmentation du ratio entre le coefficient de calibration avec rotation bloquée et celui avec rotation permise.

4.5 Conclusion

Le fait de restreindre la rotation lors de la calibration des analyses spectrales fait en sorte que la capacité de la structure à solliciter la masse latérale est surestimée si cette dernière présente une excentricité naturelle. Le cisaillement utilisé lors de la calibration est alors supérieur à celui résultant d'une analyse où la rotation est permise. Le résultat net est le fait que d'imposer la restreinte de la rotation lors de la calibration se traduit par un coefficient de calibration inférieur à celui obtenu lorsque la calibration est effectuée en considérant la rotation. Le Tableau 4.13 illustre

schématiquement la comparaison entre la calibration des analyses spectrales effectuée sans restreindre la rotation et en la restreignant.

Tableau 4.13: Illustration des efforts selon les modes pour les deux méthodes de calibration des analyses spectrales

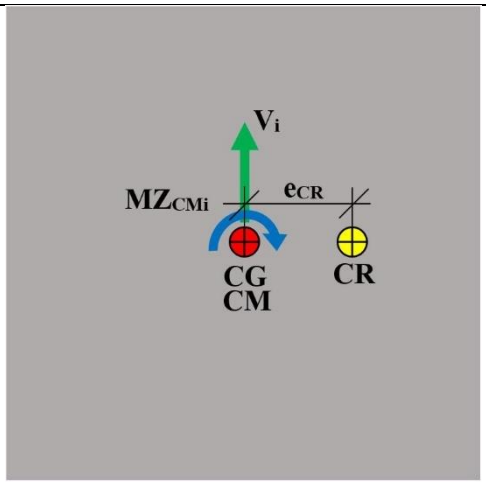
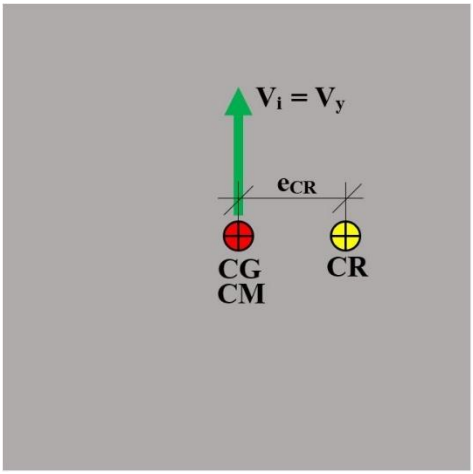
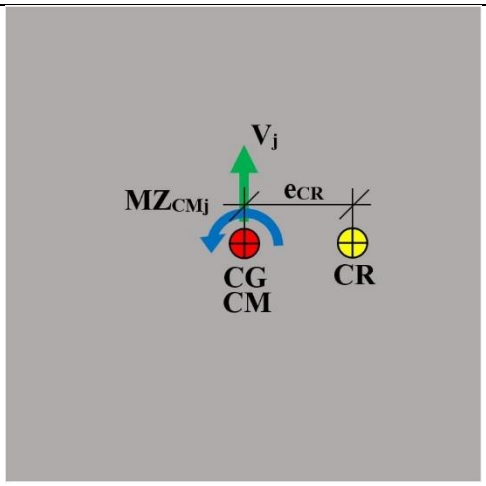
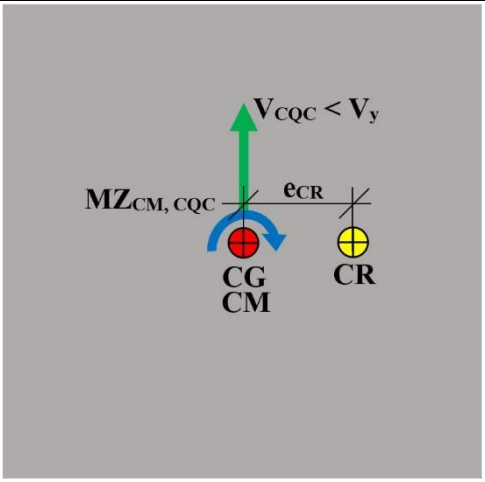
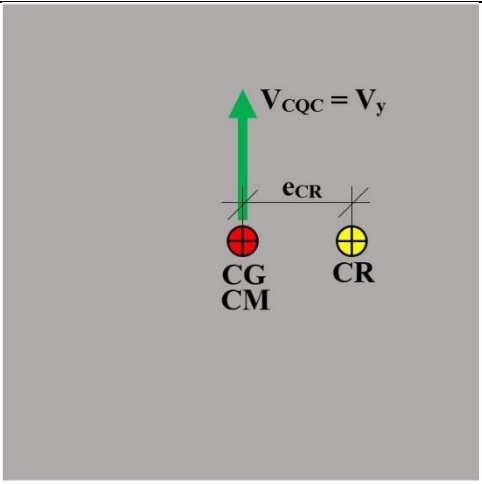
	Calibration des analyses spectrales sans restreindre la rotation (ASCE 7-10 : rotation permise)	Calibration des analyses spectrales avec restriction de la rotation (CNB 2015 : rotation bloquée)
Mode *i* où la translation domine		
Mode *j* où la rotation domine		

Tableau 4.13: Illustration des efforts selon les modes pour les deux méthodes de calibration des analyses spectrales (suite)

	Calibration des analyses spectrales sans restreindre la rotation (ASCE 7-10 : rotation permise)	Calibration des analyses spectrales avec restriction de la rotation (CNB 2015 : rotation bloquée)
Combinaison modale CQC		

Le CNB 2015 justifie le fait de bloquer la rotation en invoquant qu'il est trop conservateur de ne pas le faire. Le CNB 2015 estime qu'il est juste de restreindre la rotation car cela est en accord avec les intentions des paragraphes (8) et (9) de l'article 4.1.8.12 (voir annexe A).

CHAPITRE 5 APPLICATION DES DISPOSITIONS SUR LA TORSION DES NORMES CNB 2015 ET ASCE 7-10 POUR LA CONCEPTION D'UN BÂTIMENT À UN ÉTAGE

5.1 Introduction

5.1.1 Généralités

Le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 considèrent différentes méthodes d'application de la torsion accidentelle pour la conception. On identifie deux éléments principaux pouvant influencer la conception. Le premier est la restriction de la rotation lors de la calibration de l'analyse dynamique spectrale. Le second est l'introduction de la torsion accidentelle en déplaçant le CM ou en ajoutant un couple statique. Ce dernier correspond au produit de l'excentricité accidentelle avec les forces issues de la méthode statique équivalente ou celles déterminées avec une analyse dynamique. On rappelle que le CNB impose de restreindre la rotation lors de la calibration tandis que l'ASCE ne l'impose pas. Le chapitre 4 a permis de démontrer que le fait d'empêcher la rotation pour la calibration a pour impact de réduire les forces de conception octroyées aux murs. L'impact d'inclure la torsion accidentelle en déplaçant le CM ou en ajoutant un couple statique sur les forces de conception n'as pas encore été déterminé. On note également que le CNB permet d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM de ± 0,05b uniquement si le bâtiment est régulier en torsion. L'ASCE permet soit de déplacer le ± 0,05b ou d'appliquer un couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$. F_x constitue les forces sismiques de conception appliquées à l'étage x tandis que A_x est un facteur d'amplification.

5.1.2 Objectifs

En premier lieu on détermine l'impact du fait d'inclure la torsion accidentelle en déplaçant le CM ou par un couple statique sur les forces de conception octroyées aux murs. Ensuite on effectue une conception conforme au CNB 2015 et à l'ASCE 7-10 afin de vérifier l'influence de l'application des dispositions sur la torsion accidentelle sur les forces de conception.

5.2 Détermination des forces de conception obtenues en introduisant la torsion accidentelle par le déplacement du CM ou l'ajout d'un couple statique

Définitions :

$\bar{F}_{MR_Yi,j}$: force normalisée en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$\bar{F}_{MR_Yi,CQC}$: force normalisée reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\overline{MZ}_{acc}$: couple statique normalisé permettant d'inclure la torsion accidentelle

$\overline{MZ}_{CRj}$: moment de torsion normalisé évalué au CR du mode j

$\overline{MZ}_{CR,\,CQC}$: moment de torsion normalisé évalué au CR obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\bar{V}_j$: cisaillement normalisé en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

$\bar{V}_{CQC}$: cisaillement normalisé en direction Y obtenu à l'aide de la méthode CQC

α_{MR_Yi} : coefficient de répartition déterminant la fraction du cisaillement total reprise par le mur MR_Yi

β_{MR_Yi} : coefficient de répartition déterminant la fraction du moment de torsion générant un déplacement en direction Y pour le mur MR_Yi

μ : coefficient de répartition déterminant la fraction du moment de torsion générant une force en direction Y pour les murs MR_Y1 et MR_Y2

$\bar{\Delta}_{MR_Yi,j}$: force normalisée en direction Y induite par le mode j reprise par le mur MR_Yi

$\bar{\Delta}_{MR_Yi,CQC}$: force normalisée reprise par le mur MR_Yi obtenu à l'aide de la méthode CQC

On a déjà déterminé les équations permettant de calculer la réponse aux murs si le CM est déplacé. On refait la même démarche à l'exception que l'on ajoute le moment statique correspondant au produit de l'excentricité accidentelle avec les forces élastiques issues de l'analyse spectrale. La seule différence entre les équations déterminant la réponse lorsque le CM est déplacé et celles

définissant la réponse lorsque les forces sont déplacées est que le terme e_{CM}/r est nul dans ce cas. Le moment de torsion statique est ajouté lors de la combinaison modale.

$$\bar{V}_{CQC} = (\bar{V}_1^2 + \rho_{12}\bar{V}_1\bar{V}_2 + \bar{V}_2^2)^{1/2} \tag{5.1}$$

$$\overline{MZ}_{acc} = \bar{V}_{CQC}\left(\frac{e_{acc}}{r}\right) \tag{5.2}$$

$$\overline{MZ}_{CR,CQC} = (\overline{MZ}_{CR1}^2 + \rho_{12}\overline{MZ}_{CR1}\overline{MZ}_{CR2} + \overline{MZ}_{CR2}^2)^{1/2} + \overline{MZ}_{acc} \tag{5.3}$$

$$\bar{\Delta}_{MR_Y1,CQC} = \left(\bar{\Delta}_{MR_Y1,1}^2 + \rho_{12}\bar{\Delta}_{MR_Y1,1}\bar{\Delta}_{MR_Y1,2} + \bar{\Delta}_{MR_Y1,2}^2\right)^{1/2} - \beta_{MR_Y1}\overline{MZ}_{acc} \tag{5.4}$$

$$\bar{\Delta}_{MR_Y2,CQC} = \left(\bar{\Delta}_{MR_Y2,1}^2 + \rho_{12}\bar{\Delta}_{MR_Y2,1}\bar{\Delta}_{MR_Y2,2} + \bar{\Delta}_{MR_Y2,2}^2\right)^{1/2} + \beta_{MR_Y2}\overline{MZ}_{acc} \tag{5.5}$$

$$\bar{F}_{MR_Y1,CQC} = \left(\bar{F}_{MR_Y1,1}^2 + \rho_{12}\bar{F}_{MR_Y1,1}\bar{F}_{MR_Y1,2} + \bar{F}_{MR_Y1,2}^2\right)^{1/2} - \frac{\mu}{2}\overline{MZ}_{acc} \tag{5.6}$$

$$\bar{F}_{MR_Y2,CQC} = \left(\bar{F}_{MR_Y2,1}^2 + \rho_{12}\bar{F}_{MR_Y2,1}\bar{F}_{MR_Y2,2} + \bar{F}_{MR_Y2,2}^2\right)^{1/2} + \frac{\mu}{2}\overline{MZ}_{acc} \tag{5.7}$$

5.2.1 Paramètres considérés

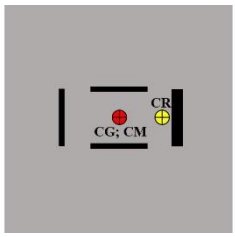
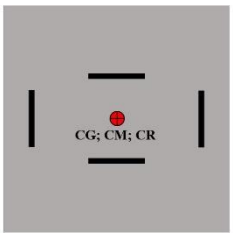
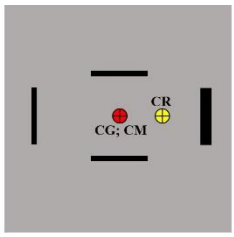
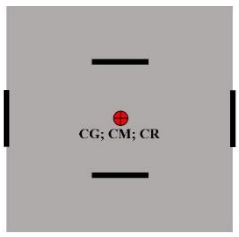
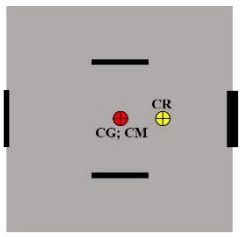
Le Tableau 5.1 illustre les valeurs des paramètres étudiés pour déterminer l'effet d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM ou en ajoutant un couple statique lors de la conception.

Tableau 5.1: Paramètres considérés pour l'analyse paramétrique

Paramètre	Valeurs considérées
Spectre de réponse	• Spectre uniforme (1m/s^2)
Application de la torsion accidentelle lors de la conception	• CM déplacé de ± 0,05b • Couple statique de ± F_x(0,05b) • CM déplacé de ± 0,1b • Couple statique de ± F_x(0,1b)
Ratio des fréquences découplées (Ω)	• Ω = 0,75 • Ω = 1,00 • Ω = 1,25

Le Tableau 5.2 démontre l'aspect des structures considérées pour l'étude paramétrique.

Tableau 5.2: Structures considérées pour l'analyse paramétrique

Ω	**y/x**	**$e_{CR}/b = 0$**	**e_{CR}/b = [0,01;0,02; … ;0,29;0,3]**
0,75	0,25		
1,00	0,25		
1,25	0,25		

5.2.2 Application et vérification

Paramètres initiaux

On choisit tout d'abord les paramètres adimensionnels qui seront considérés :

Tableau 5.3: Données initiales adimensionnelles

Modèle	**A**	**B**	**C**
Ω	0,75	1,00	1,25

Tableau 5.3: Données initiales adimensionnelles (suite)

Modèle	**A**	**B**	**C**
y/x	0,25	0,25	0,25
x/r	0,728	0,970	1,213
x/b	0,297	0,396	0,495
y/b	0,074	0,099	0,124
e_{CR}/r	0	0	0
e_{CR}/b	0	0	0
e_{CM}/r	0,122	0,122	0,122
e_{CM}/b	0,05	0,05	0,05

Paramètres géométriques

Tableau 5.4: Données initiales dimensionnelles

Modèle	**A**	**B**	**C**
a (m)	8,00	8,00	8,00
b (m)	8,00	8,00	8,00
x (m)	2,376	3,168	3,961
y (m)	0,594	0,792	0,990
e_{CR} (m)	0	0	0
e_{CM} (m)	0,4	0,4	0,4
r_{CM} (m)	3,29	3,29	3,29

Paramètres de masse

Ces paramètres sont valides pour tous les modèles considérés.

Tableau 5.5: Paramètres de masse

m (kg)	124370194
mr_{CM}^2 (kgm^2)	1406212327

Paramètres de rigidité

Ces paramètres sont également valides pour tous les modèles considérés.

Tableau 5.6: Paramètres de rigidité

k_x (N/m)	2394246594
k_y (N/m)	2394252332
K_x (N/m)	4788493187
K_y (N/m)	4788504664
K_θ (Nm^2)	80494579770

Modèle A : Ω = 0,75

Tableau 5.7: Résultats du modèle A avec Ω = 0,75

	Unités	**Excel**	**ETABS**	**Ratio Excel/ETABS**
$\Delta_{MR_Y1,\ CQC}$	m	0,0434	0,0434	1,000
$\Delta_{MR_Y2,\ CQC}$	m	0,0434	0,0434	1,000
$F_{MR_Y1,\ CQC}$	kN	103841	103841	1,000
$F_{MR_Y2,\ CQC}$	kN	103841	103841	1,000

Modèle B : Ω = 1

Tableau 5.8: Résultats du modèle B avec Ω = 1

	Unités	**Excel**	**ETABS**	**Ratio Excel/ETABS**
$\Delta_{MR_Y1,\ CQC}$	m	0,0419	0,04189	1,000
$\Delta_{MR_Y2,\ CQC}$	m	0,0419	0,04189	1,000
$F_{MR_Y1,\ CQC}$	kN	100291	100291	1,000
$F_{MR_Y2,\ CQC}$	kN	100291	100291	1,000

Modèle C : Ω = 1,25

Tableau 5.9: Résultats du modèle A avec Ω = 1,25

	Unités	**Excel**	**ETABS**	**Ratio Excel/ETABS**
$\Delta_{MR_Y1,\ CQC}$	m	0,0410	0,0410	1,000
$\Delta_{MR_Y2,\ CQC}$	m	0,0410	0,0410	1,000
$F_{MR_Y1,\ CQC}$	kN	98161	98161	1,000
$F_{MR_Y2,\ CQC}$	kN	98161	98161	1,000

5.2.3 Comparaison de la réponse obtenue en déplaçant le CM à celle obtenue en déplaçant les forces

Modèle A : Ω = 0,75

Tableau 5.10: Comparaison de l'enveloppe de la réponse aux murs obtenue en déplaçant les masses et les forces pour Ω = 0,75

	Unités	Ajout d'un couple statique (F)	CM déplacé (CM)	Ratio F/CM
$\Delta_{MR_Y1,\ CQC}$	m	0,0434	0,0421	1,030
$\Delta_{MR_Y2,\ CQC}$	m	0,0434	0,0421	1,030
$F_{MR_Y1,\ CQC}$	kN	103841	100850	1,030
$F_{MR_Y2,\ CQC}$	kN	103841	100850	1,030

Modèle B : Ω = 1

Tableau 5.11: Comparaison de l'enveloppe de la réponse aux murs obtenue en déplaçant les masses et les forces pour Ω = 1

	Unités	Ajout d'un couple statique (F)	CM déplacé (CM)	Ratio F/CM
$\Delta_{MR_Y1,\ CQC}$	m	0,0419	0,0391	1,073
$\Delta_{MR_Y2,\ CQC}$	m	0,0419	0,0391	1,073
$F_{MR_Y1,\ CQC}$	kN	100291	93505	1,073
$F_{MR_Y2,\ CQC}$	kN	100291	93505	1,073

Modèle C : Ω = 1,25

Tableau 5.12: Comparaison de l'enveloppe de la réponse aux murs obtenue en déplaçant les masses et les forces pour Ω = 1,25

	Unités	Ajout d'un couple statique (F)	CM déplacé (CM)	Ratio F/CM
$\Delta_{MR_Y1,\ CQC}$	mm	0,0410	0,0444	0,924
$\Delta_{MR_Y2,\ CQC}$	mm	0,0410	0,0444	0,924
$F_{MR_Y1,\ CQC}$	kN	98161	106209	0,924
$F_{MR_Y2,\ CQC}$	kN	98161	106209	0,924

5.2.4 Résultats de l'application de la torsion accidentelle en déplaçant le CM ou par l'application d'un couple statique

L'ensemble des figures comprises entre la Figure 5.1 et la Figure 5.6 inclusivement illustre la variation des forces de conception normalisées des murs en direction Y selon l'excentricité naturelle. Les forces de conception sont déterminées en considérant un spectre uniforme de 1 m/s^2. L'objectif est de comparer la méthode d'application de la torsion accidentelle sur les forces de conception.

- **$e_{CM}/b = 0,05$**

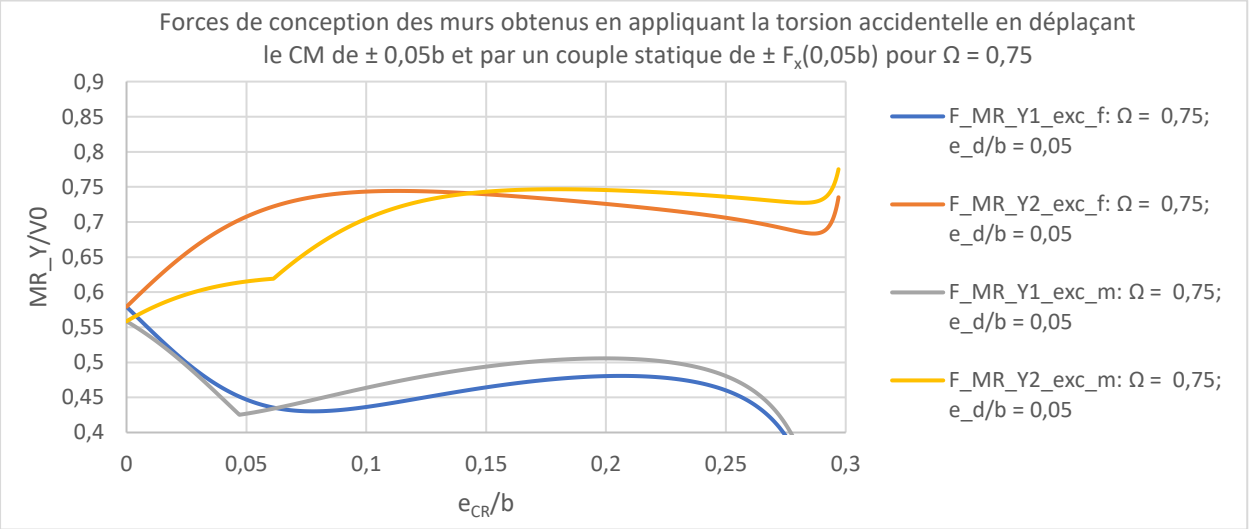


Figure 5.1: Forces de conception des murs pour $e_{CM}/b = 0,05$ et $\Omega = 0,75$

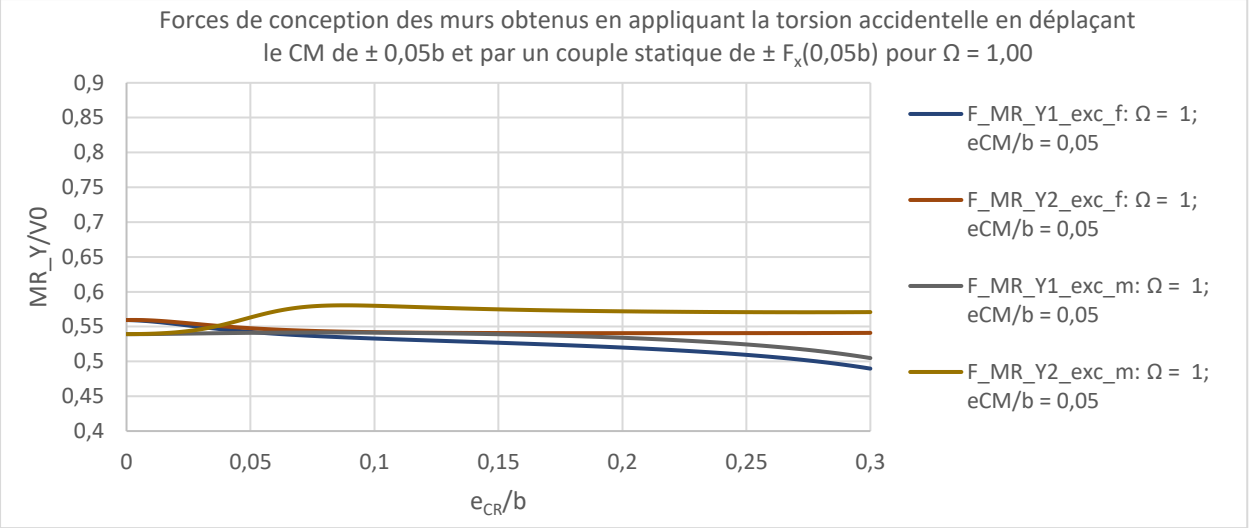


Figure 5.2: Forces de conception des murs pour $e_{CM}/b = 0,05$ et $\Omega = 1$

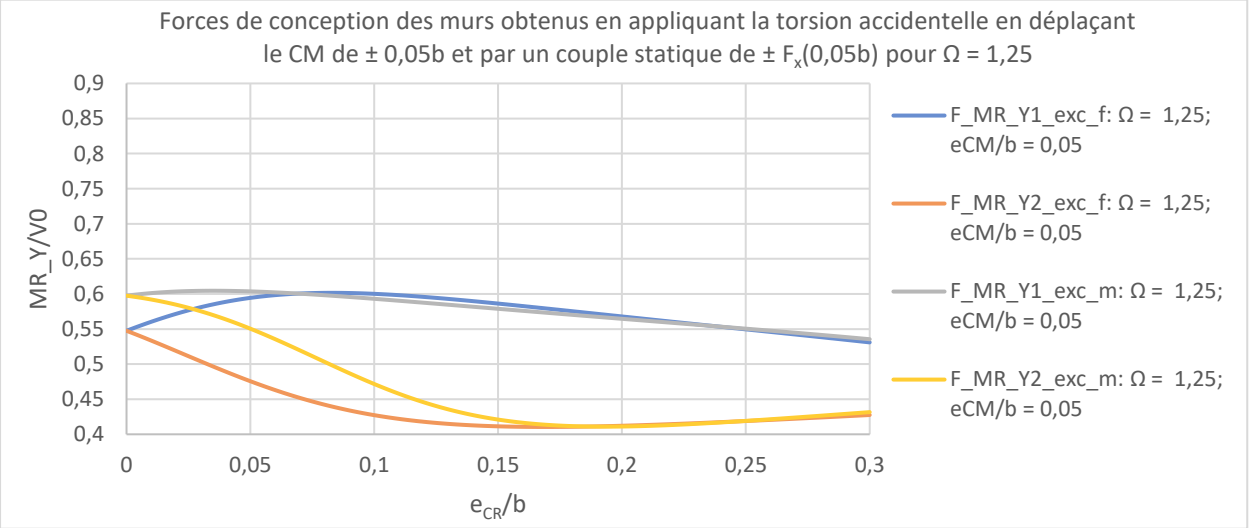


Figure 5.3: Forces de conception des murs pour $e_{CM}/b = 0,05$ et $\Omega = 1,25$

- **$e_{CM}/b = 0,1$**

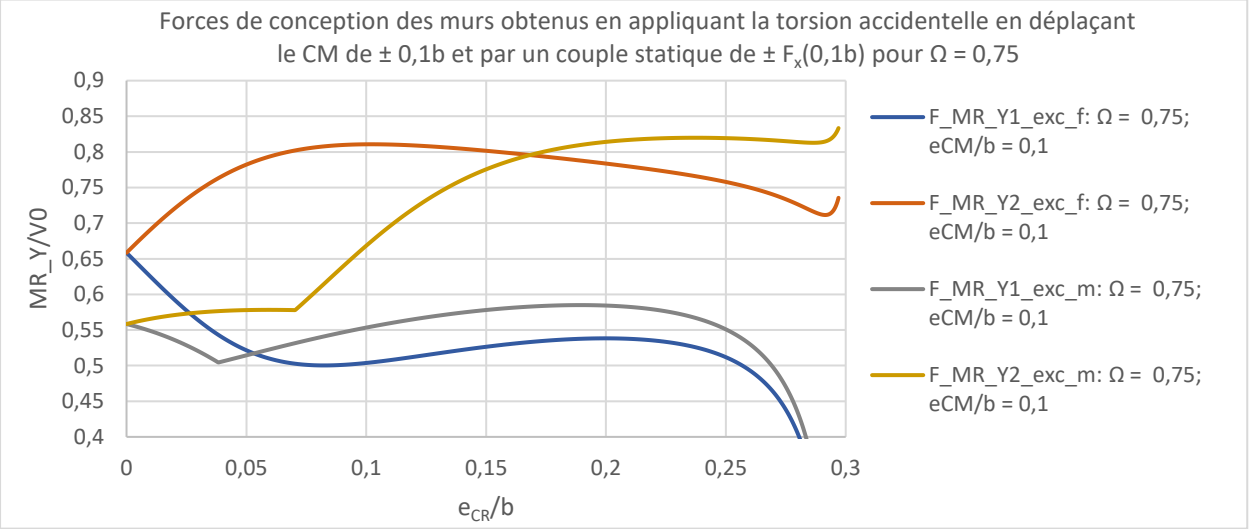


Figure 5.4: Forces de conception des murs pour $e_{CM}/b = 0,1$ et $\Omega = 0,75$

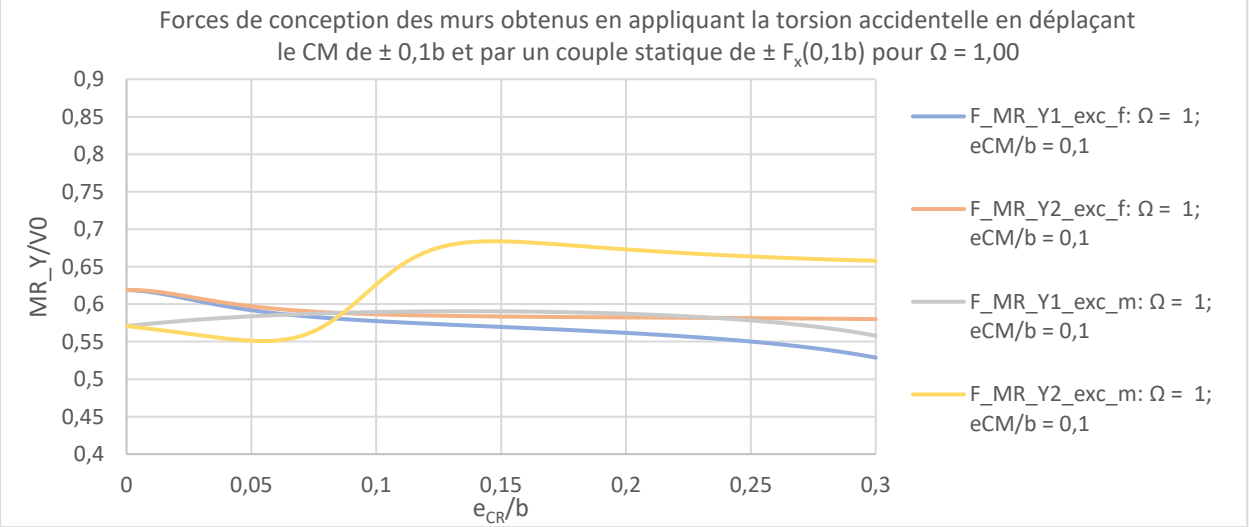


Figure 5.5: Forces de conception des murs pour $e_{CM}/b = 0,1$ et $\Omega = 1$

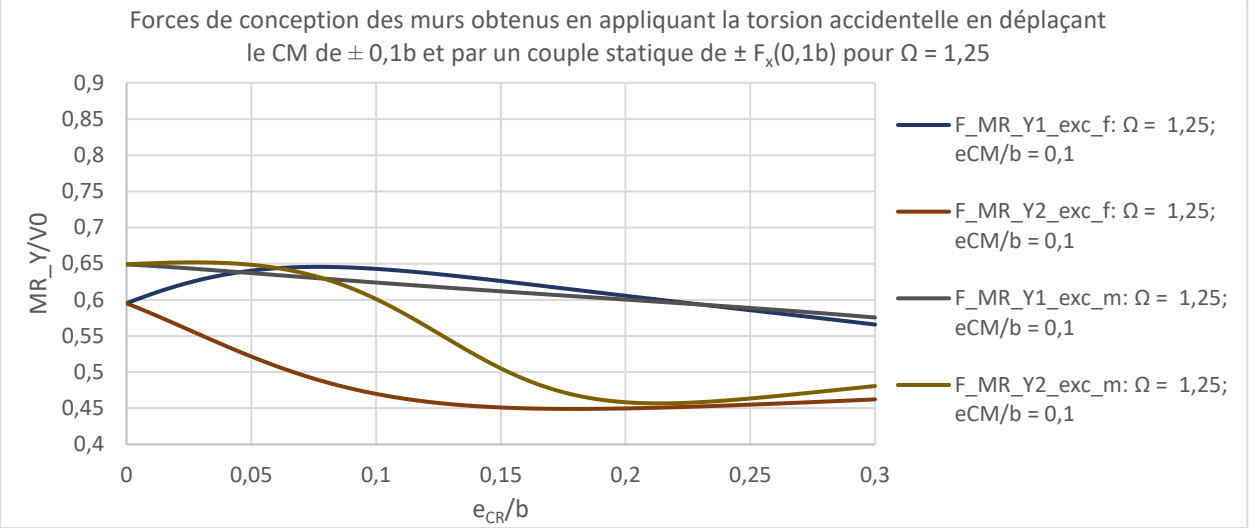


Figure 5.6: Forces de conception des murs pour $e_{CM}/b = 0,1$ et $\Omega = 1,25$

- **Ratio entre les efforts aux murs obtenus en déplaçant les forces à ceux obtenus en déplaçant le CM**

Le CNB permet de d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM de ± 0,05b ou en ajoutant un couple statique de ± F_x(0,1b) lorsque le bâtiment est régulier. On veut vérifier l'impact de ce choix sur les forces de conception octroyées aux murs.

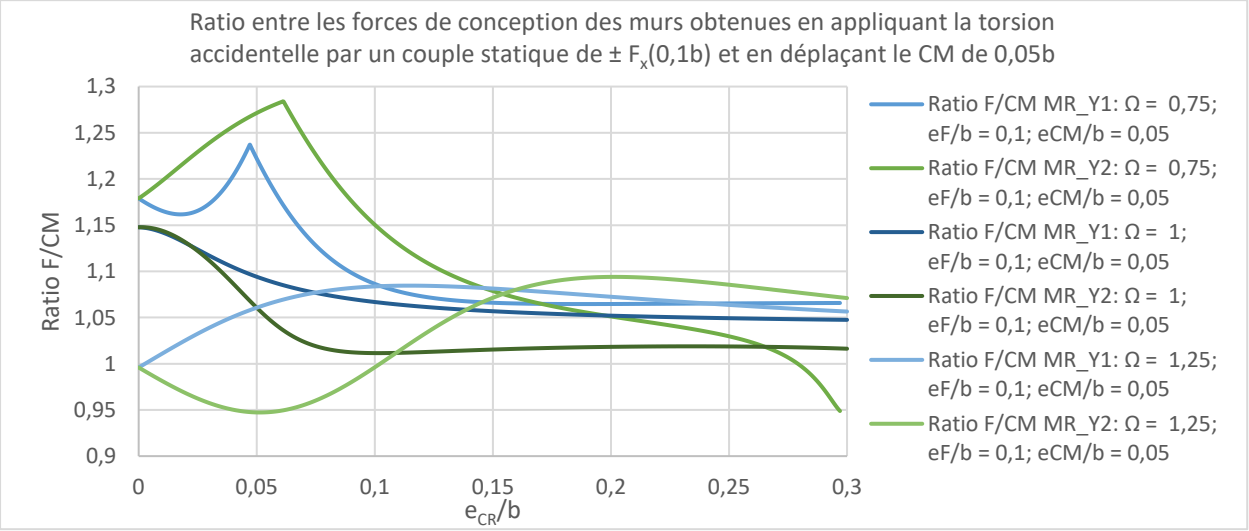


Figure 5.7: Ratio entre les forces de conception des murs obtenues en appliquant la torsion accidentelle en ajoutant un couple statique de ± F_x(0,1b) et celles obtenues en déplaçant le CM de ± 0,05b

Le groupe de figures incluant la Figure 5.1 jusqu'à la Figure 5.6 permet de constater l'impact du choix de la méthode d'application de la torsion accidentelle. Lorsque Ω prend la valeur de 0,75 à la Figure 5.1 et à la Figure 5.4, on note que la force de conception du mur MR_Y2 peut être jusqu'à 20% supérieure lorsque la torsion accidentelle est appliquée par un couple statique et non en déplaçant le CM pour e_{CR}/b variant entre 0 et 0,1. Les forces de conception obtenues pour le mur MR_Y1 diffèrent peu pour les deux méthodes d'application de la torsion accidentelle considérées pour Ω de 0,75. Les forces de conception obtenues pour Ω de 1,00 (Figure 5.2 et Figure 5.5) sont semblables pour les deux méthodes d'application de la torsion accidentelle et ce pour une excentricité accidentelle de 0,05b et 0,1b. La Figure 5.3 et la Figure 5.6 illustrent que les forces de conception obtenues avec une torsion accidentelle appliquée en déplaçant le CM sont de 12% supérieurs à ceux résultant de l'application d'un couple statique. On constate cela lorsque Ω est de 1,25 et que e_{CR}/b est compris entre 0 et 0,125. Ainsi on trouve qu'il existe des conditions pour lesquelles le fait d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM génère les forces de conception les plus grandes et d'autres pour lesquelles l'application d'un couple statique donne les forces de conception supérieures. On rappelle que le CNB permet uniquement d'utiliser le déplacement du CM lorsque la structure est régulière. Or le cas où le fait d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM génère les forces de conception les plus grandes constitue une structure régulière. La Figure 5.7 illustre le ratio entre les forces de conception des murs obtenues en appliquant la torsion accidentelle en ajoutant un couple statique de $\pm F_x(0,1b)$ et celles obtenues en déplaçant le CM de ± 0,05b. Ce ratio permet de déterminer quelle méthode d'application de la torsion accidentelle conforme au CNB génère les forces de conception les plus grandes. On remarque que pour la quasi-totalité des cas étudiés le fait d'appliquer le couple statique $\pm F_x(0,1b)$ résulte en de plus grandes forces de conception qu'en déplaçant le CM de ± 0,05b. Les seuls cas où cette tendance n'est pas observée correspondent au mur MR_Y2 pour Ω de 1,25 avec e_{CR}/b variant de 0 à 0,1 et Ω de 0,75 avec e_{CR}/b allant de 0,28 à 0,3. Dans ces deux cas les forces de conception obtenues de l'ajout du couple statique ne sont jamais inférieures à 5% de celles résultant du déplacement du CM. Toutefois la force de conception associée au couple statique peut être jusqu'à 27% supérieure à celle obtenue en déplaçant le CM.

5.3 Impact de l'application de la torsion accidentelle selon le CNB ou l'ASCE sur les forces de conception

L'un des objectifs de cette recherche est de situer le CNB par rapport à l'ASCE en ce qui a trait à la considération de la torsion dans le cadre de la conception. Afin de répondre à ce but, la conception de bâtiments à un étage présentant différents niveaux de sensibilité à la torsion et d'excentricité naturelle est effectuée.

5.3.1 Paramètres considérés

Puisque l'objectif principal est de discerner l'impact des clauses traitant de la torsion uniquement, les hypothèses suivantes seront adoptées :

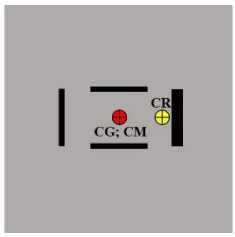
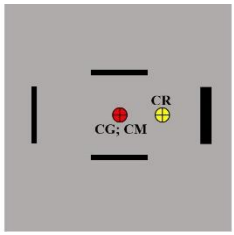
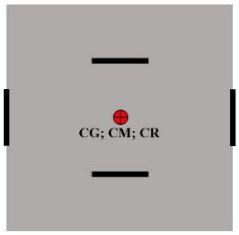
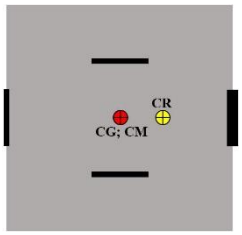
- L'analyse modale tridimensionnelle par spectre de réponse linéaire élastique sera considérée même si la méthode statique équivalente peut être applicable selon les critères des différents codes.

Tableau 5.13: Paramètres considérés pour l'analyse paramétrique

Paramètre	Valeurs considérées
Spectre de réponse	• Spectre de calcul pour un sol de classe C situé à Montréal
Application de la torsion accidentelle lors de la conception	• CNB 2015 : couple statique de ± $F_x(0,1b)$ • CNB 2015 : CM déplacé de ± 0,05b si la structure est régulière en torsion et couple statique de ± $F_x(0,1b)$ si la structure est régulière en torsion • Couple statique conforme à l'ASCE 7-10 : ± $F_x(0,05A_xb)$
Ratio des fréquences découplées (Ω)	• Ω = 0,75 • Ω = 1,00 • Ω = 1,25

Le Tableau 5.14 démontre l'aspect des structures considérées pour l'étude paramétrique.

Tableau 5.14: Structures considérées pour l'analyse paramétrique

Ω	**y/x**	**e_{CR}/b = 0**	**e_{CR}/b = [0,01;0,02; … ;0,29;0,3]**
0,75	0,25		
1,00	0,25		
1,25	0,25		

5.3.2 Résultats

On rappelle que pour le CNB 2015, la méthode d'application de la torsion accidentelle dépend de du niveau d'irrégularité en torsion. En effet si le paramètre B est supérieur à 1,7 le bâtiment est défini comme étant irrégulier en torsion. Dans ce cas, le CNB impose que la torsion accidentelle soit appliquée par un couple statique de ± F_x(0,1b). Toutefois si la structure est régulière en torsion, le CNB permet que l'excentricité accidentelle soit modélisée par le déplacement du CM de la structure d'une distance de 0,05b. Cette méthodologie mise de l'avant par le CNB diffère de celle

préconisée par l'ASCE. En effet, ce dernier permet toujours au concepteur le choix d'appliquer la torsion accidentelle par l'intermédiaire du déplacement des masses ou par l'ajout d'un couple statique. De plus, l'ASCE impose une amplification de la torsion accidentelle qui varie selon le niveau de sensibilité à la torsion. Cette amplification sert tenir compte du fait que lorsque l'un des murs atteint la plastification, ce dernier perd pratiquement toute sa rigidité et cela fait en sorte que le CR peut se déplacer considérablement lors du séisme. L'amplification de la torsion accidentelle sert également à modéliser les effets dynamiques en torsion retrouvés lorsque le CM est déplacé. Ainsi l'amplification de la torsion n'est pas requise selon l'ASCE si le concepteur choisit de modéliser la torsion accidentelle en déplaçant le CM. On note toutefois que les analyses dynamiques utilisées pour la conception considèrent un comportement des matériaux linéaire élastique. Or le déplacement du CR causé par la plastification des murs peut uniquement être présent dans une analyse non-linéaire et ne peut pas être adéquatement modélisé par le déplacement du CM dans le cadre d'une analyse linéaire. Cependant, afin de comparer clairement les deux codes, on considère que la torsion accidentelle est incluse par l'intermédiaire du couple statique pour l'ASCE.

L'ensemble de figures incluant la Figure 5.8 à la Figure 5.16 illustre les forces de conception des murs en direction Y selon l'excentricité naturelle en considérant le spectre de conception du CNB pour un sol de classe de C situé à Montréal. On considère une conception conforme à l'ASCE, et deux conformes au CNB. La première applique la torsion accidentelle en déplaçant le CM lorsque la structure est régulière en torsion. La seconde modélise la torsion accidentelle en ajoutant un couple statique autant lorsque la structure régulière en torsion qu'irrégulière en torsion.

- **T_y = 0,5s**

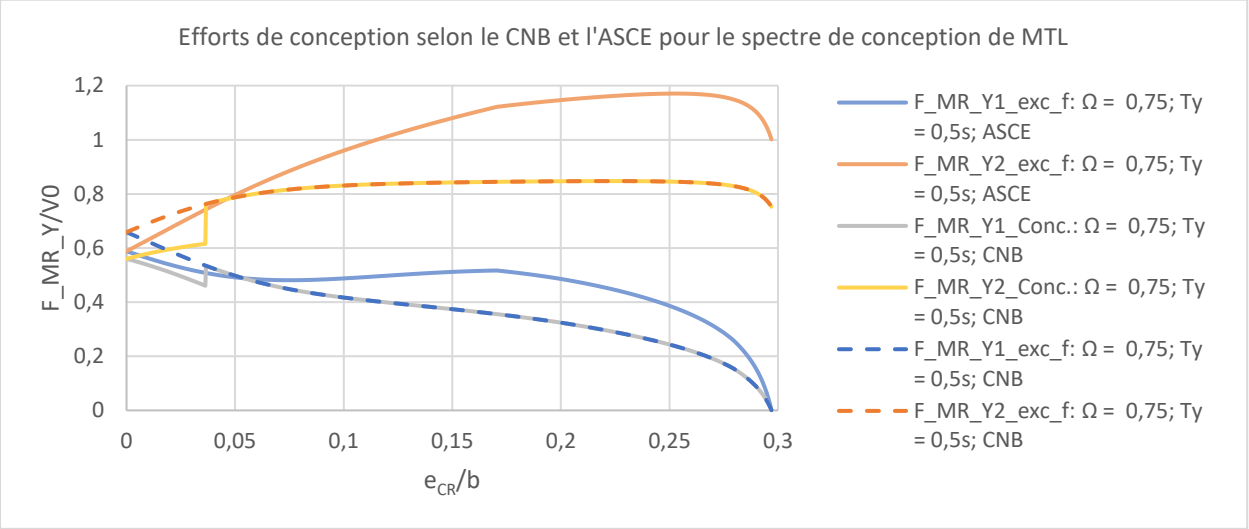


Figure 5.8: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 0,75

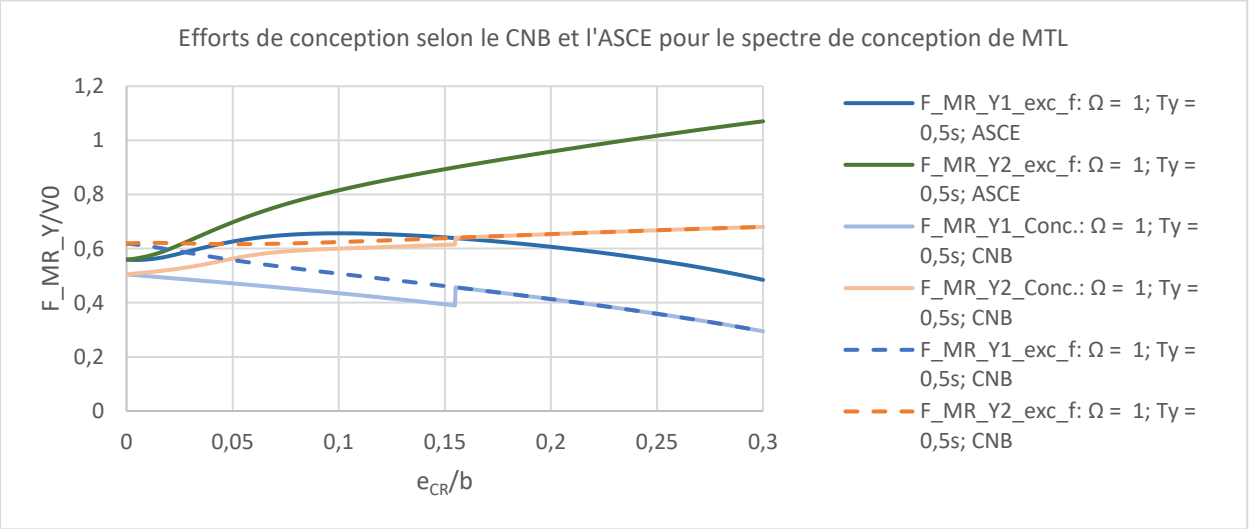


Figure 5.9: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,00

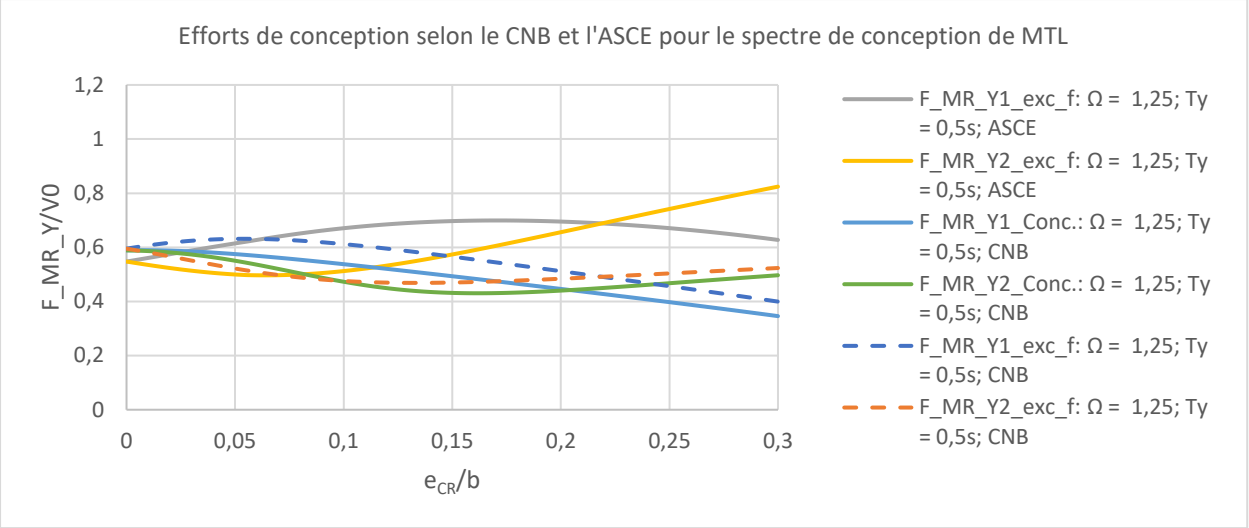


Figure 5.10: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,25

- **T_y = 1,0s**

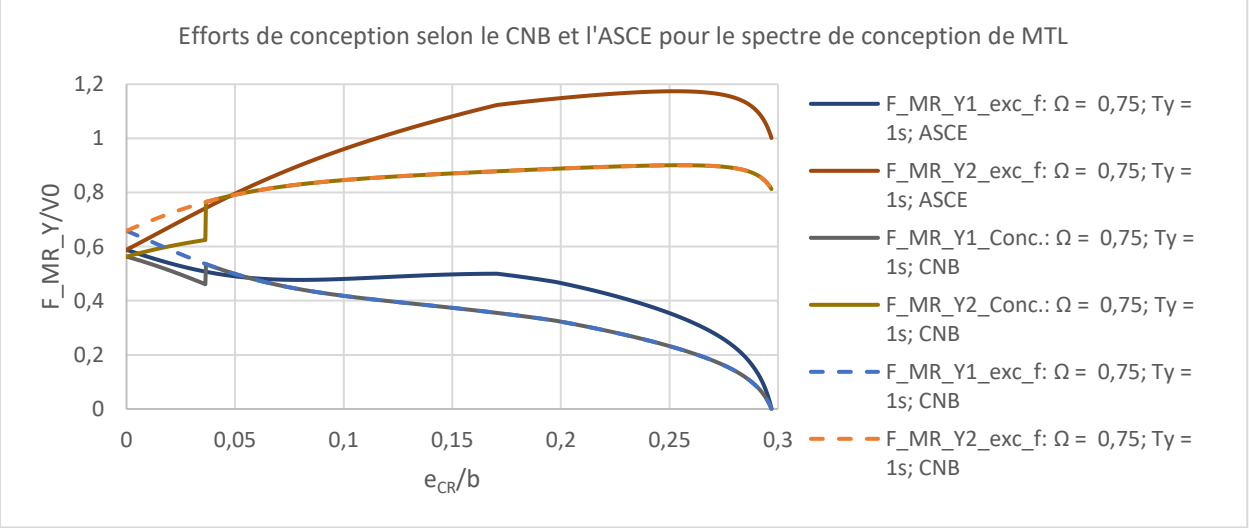


Figure 5.11: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 0,75

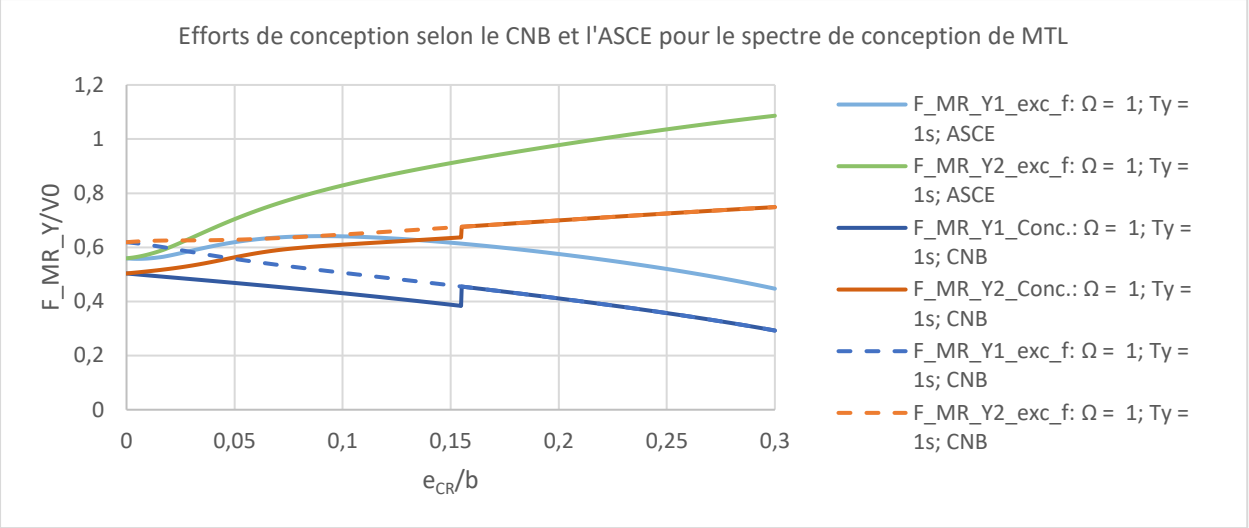


Figure 5.12: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1

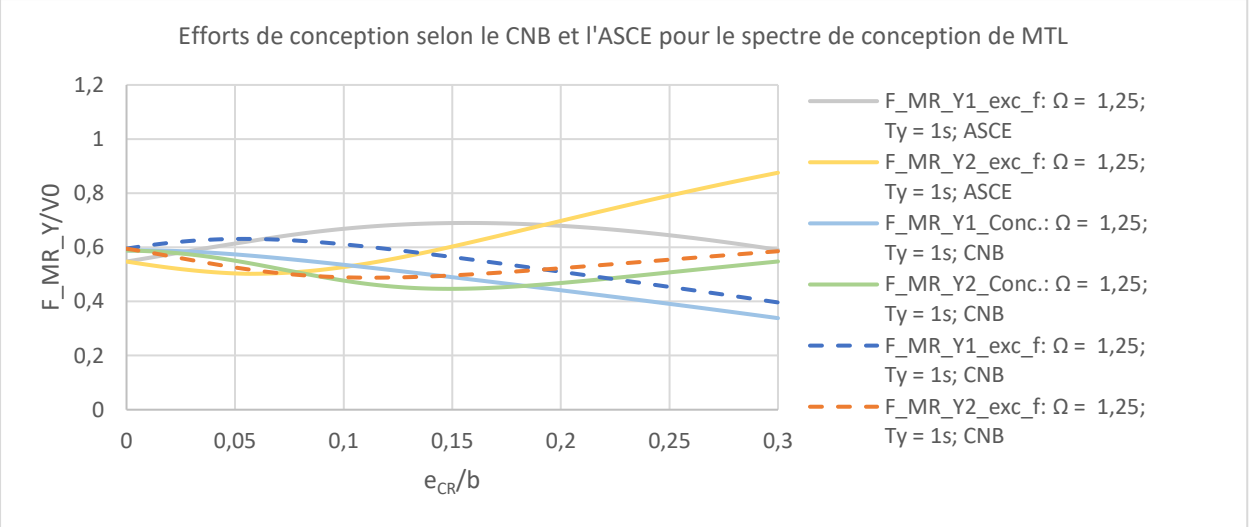


Figure 5.13: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,25

- **T_y = 2,0s**

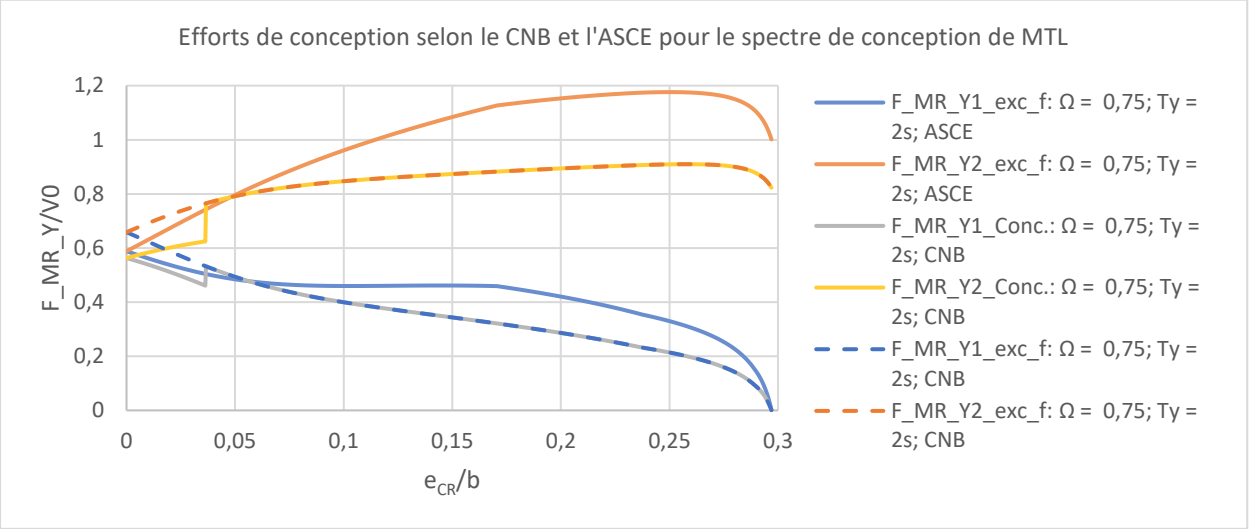


Figure 5.14: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 0,75

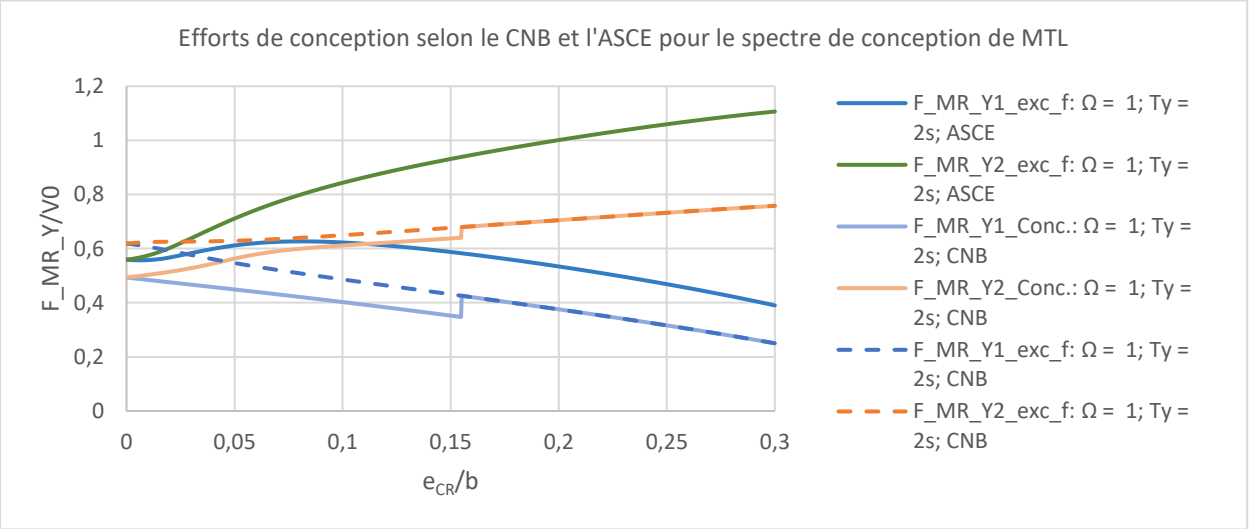


Figure 5.15: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,00

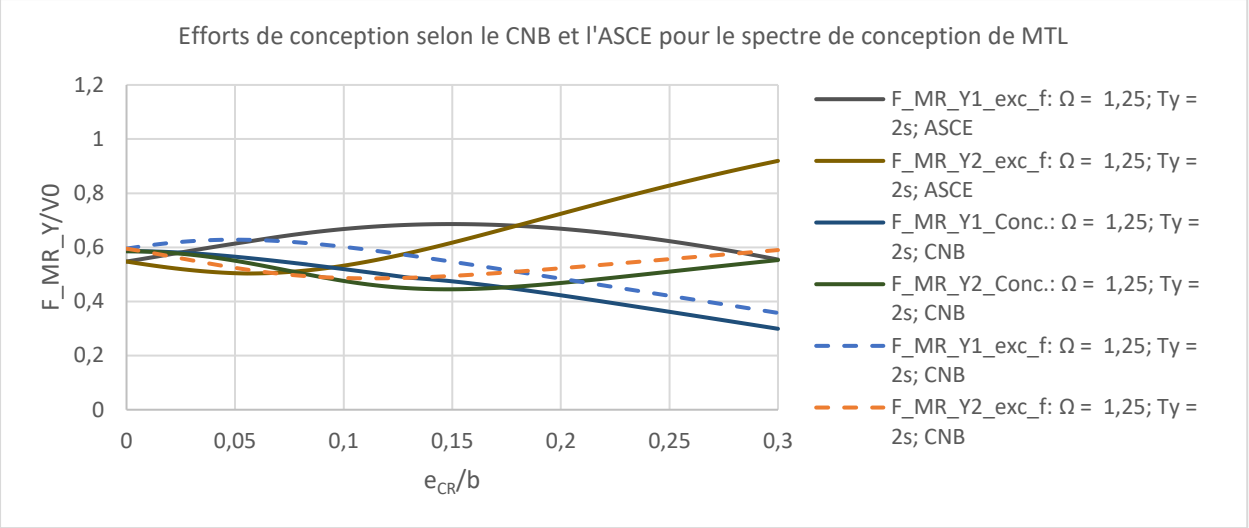


Figure 5.16: Efforts de conception aux murs selon le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 pour Ω = 1,25

- **Analyse des résultats**

La Figure 5.8, la Figure 5.11 et la Figure 5.14 illustrent les efforts aux murs pour un ratio Ω de 0,75 et de 1. On remarque au sein de ces dernières que les courbes représentant les forces de conception telles que prescrits par le CNB présentent une discontinuité. La discontinuité se produit à la valeur d'excentricité naturelle faisant en sorte que le paramètre de sensibilité à la torsion, B, devient supérieur à 1,7. Cela se produit lorsque la torsion accidentelle est appliquée par un couple statique plutôt que par le déplacement du CM. Dans pratiquement tous les cas, les efforts aux murs obtenus avec l'ASCE sont supérieurs à ceux obtenus avec le CNB. On explique cela par le fait que le coefficient de calibration de l'analyse dynamique imposé par l'ASCE est supérieur à celui du CNB. Cela résulte du fait que le CNB impose de calibrer l'analyse dynamique en bloquant la rotation contrairement à l'ASCE. La présence du coefficient d'amplification de la torsion accidentelle dans la méthode prescrite par l'ASCE explique également pourquoi les efforts obtenus de cette dernière sont supérieurs à ceux obtenus à l'aide du CNB.

5.4 Conclusion

Le premier objectif de ce chapitre est de comparer l'impact du choix des normes d'inclure la torsion accidentelle par l'intermédiaire du déplacement du CM ou par l'ajout d'un couple statique. Le fait de déplacer le CM altère le comportement dynamique de la structure et conduit à des résultats dont l'interprétation est peu intuitive. Si on considère un logiciel de calcul structural comme ETABS,

cette méthode requiert au moins deux analyses par direction orthogonale afin de considérer un déplacement positif et négatif. Chaque analyse différente nécessite de changer la position du CM de même que l'inertie rotationnelle des planchers si on désire appliquer le théorème des axes parallèles. Par contre si on choisit d'inclure la torsion accidentelle en ajoutant un couple statique, les résultats sont intuitifs et une seule analyse permet d'obtenir toutes les forces de conception nécessaires.

Le second objectif est de déterminer l'impact de l'application des dispositions en lien avec la torsion du CNB et de l'ASCE sur les forces de conception. On observe que celles obtenues en respectant la procédure de l'ASCE sont supérieures à celles issus de la procédure du CNB. On explique cela par la présence du coefficient d'amplification de la torsion accidentelle de l'ASCE et l'absence du blocage de la rotation lors de la calibration de l'analyse dynamique. Toutefois, le CNB encadre l'utilisation du déplacement du CM afin de modéliser la torsion accidentelle contrairement à l'ASCE. En effet on a démontré que les forces de conception aux murs des bâtiments dont le ratio Ω est inférieur à 1 sont supérieures lorsque l'on modélise la torsion accidentelle en ajoutant un couple statique plutôt qu'en déplaçant le CM. Or l'ASCE laisse au concepteur le choix de la méthode permettant d'incorporer la torsion accidentelle. Le CNB impose que la torsion accidentelle soit inclue par l'intermédiaire d'un couple statique si le bâtiment est irrégulier en torsion. On remarque finalement que l'ASCE tient compte du comportement non linéaire des structures par l'inclusion du facteur d'amplification de la torsion accidentelle. Cependant l'ASCE permet au concepteur de contourner l'ajout de ce facteur d'amplification si ce dernier choisit de déplacer le CM afin d'inclure la torsion accidentelle. En effet, l'ASCE affirme que le couplage additionnel des modes flexionnels et torsionnels occasionné par le déplacement des masses génère une amplification dynamique des efforts aux murs faisant en sorte qu'il n'est pas nécessaire de les augmenter à nouveau par le facteur d'amplification. Il est vrai que le déplacement des modes flexionnels et torsionnels et que cela amplifie les efforts. Cependant cette augmentation ne reflète pas la raison principale derrière la création du facteur d'amplification soit le déplacement du CR causé par la plastification asymétrique des murs.

CHAPITRE 6 ÉVALUATION DE LA TORSION ACCIDENTELLE SUR LE COMPORTEMENT INÉLASTIQUE D'UN BÂTIMENT À UN ÉTAGE

6.1 Introduction

6.1.1 Mise en contexte

Dans le cadre de cette étude on considère que la véritable réponse d'une structure est celle obtenue suite à une analyse non-linéaire. La torsion accidentelle y est incluse en déplaçant le CM de ±0,05b. Rappelons que la torsion accidentelle constitue l'augmentation de la torsion naturelle attribuable à des phénomènes qui ne peuvent pas être explicitement considérés lors de l'analyse ou la conception. Ces phénomènes incluent entres autres l'incertitude sur la position exacte du CM et du CR et la présence d'une sollicitation sismique causant une rotation à la base de la structure. Mentionnons d'emblée une nuance importante en ce qui concerne la torsion accidentelle. La torsion accidentelle introduite dans le modèle non-linéaire en y déplaçant le CM de ±0,05b est considérée comme étant exacte. En autres termes, toutes les sources d'augmentation de la torsion naturelle citées précédemment sont adéquatement modélisées par l'introduction de cette torsion accidentelle. On n'apportera donc aucun jugement critique sur la procédure d'inclusion de cette dernière dans l'analyse non-linéaire en déplaçant le CM de ±0,05b. Ainsi on doit apporter une distinction entre la torsion accidentelle spécifiée en déplaçant le CM dans le cadre d'une analyse non-linéaire et la torsion accidentelle utilisée pour la conception. À des fins de clarté appelons-les respectivement torsion accidentelle réelle et torsion accidentelle de conception. Tel qu'évoqué précédemment, la torsion accidentelle réelle est considérée comme étant exacte puisqu'on suppose qu'elle modélise adéquatement toutes les sources possibles d'augmentation de la torsion naturelle. L'objectif de ce chapitre est d'utiliser l'analyse non-linéaire afin de vérifier si la torsion accidentelle de conception spécifiée par le CNB est adéquate.

6.1.2 Choix du paramètre de réponse

Afin de vérifier si la torsion accidentelle de conception du CNB est adéquate, on doit tout d'abord choisir un paramètre de réponse inélastique. Ce dernier permettra de qualifier le comportement du bâtiment lors du séisme et ainsi d'élaborer un jugement critique sur l'impact de la torsion

accidentelle de conception du CNB sur la réponse non-linéaire. Notons que les éléments de réponse non-linéaire pouvant être considérés sont les déplacements maximums aux murs et les demandes en ductilité maximales aux murs. Pour la suite, on sous-entend que les déplacements maximums et les demandes en ductilité maximales dont il est question sont évalués aux murs à moins d'une spécification contraire. Les déplacements maximums et demandes en ductilité maximales ne peuvent pas être utilisés directement pour qualifier les clauses en lien avec la torsion car ils ne donnent aucun indice quant à l'influence de la torsion sur la réponse non-linéaire. Ainsi on doit définir des valeurs de référence de déplacement maximal et de demandes en ductilités maximales aux murs. À titre d'exemple, Kumar (1998) a utilisé les déplacements et la demande en ductilité maximale des extrémités d'une structure sans excentricité du CM ou du CR comme valeurs de références. Le ratio des déplacements et des demandes en ductilités maximales de structures où une excentricité du CR et du CM est présente par rapport à ceux de référence permet à Kumar de qualifier l'amplification de la réponse inélastique attribuable à la présence de torsion. À la différence de celle de Kumar, la présente étude ne vise pas à élucider l'influence de la torsion sur le comportement inélastique mais uniquement à qualifier la validité de la torsion accidentelle de conception du CNB. À cet effet, on considère une structure de référence idéalisée pour laquelle aucune source d'augmentation de torsion naturelle n'est présente. Le modèle non-linéaire de cette structure ne présente ainsi aucune torsion accidentelle réelle soit aucun déplacement du CM. Aussi ce bâtiment est conçu sans torsion accidentelle de conception puisque l'on sait qu'il n'y aura aucune augmentation de la torsion naturelle dans ce bâtiment idéalisé. On étudie ensuite une autre structure pour laquelle on considère qu'il y a présence de torsion accidentelle. Le modèle non-linéaire de celle-ci présente donc la torsion accidentelle réelle sous la forme d'un déplacement du CM de ±0,05b. Ce bâtiment est également conçu en considérant la torsion accidentelle de conception. Ainsi le paramètre de réponse étudié est le ratio entre la demande en ductilité obtenue d'un bâtiment où la torsion accidentelle est présente, μ_{MR_Y} et celle d'un bâtiment où il n'y a aucune torsion accidentelle, μ_{ref}. Si la torsion accidentelle de conception du CNB est adéquate, alors ce ratio sera au moins inférieur à 1. On considère cela acceptable car un ratio de demandes en ductilité au moins inférieur à 1 indique que la présence de la torsion accidentelle réelle ne se traduit pas par une demande en ductilité excessive. On veut également déterminer l'influence de la présence de la torsion accidentelle dans le modèle non-linéaire. On considère donc le ratio entre les déplacements

inélastiques des murs d'un bâtiment ou la torsion accidentelle est présente, Δ_{MR_Y} et les déplacements inélastiques des murs d'un bâtiment où il n'y a pas de torsion accidentelle, Δ_{ref}

6.1.3 Interprétation du paramètre de réponse μ_{MR_Y}/μ_{ref}

Afin de bien placer les idées, étudions le comportement non-linéaire de deux structures possédant exactement les mêmes caractéristiques, à l'exception que la torsion accidentelle réelle est considérée dans la première et absente de la seconde. Lorsque l'on compare les déplacements inélastiques de ces structures on note que celle où la torsion accidentelle réelle est considérée affiche de plus grands déplacements. Considérons à nouveau ces mêmes structures du point de vue de la conception cependant. La première structure est conçue sans torsion accidentelle de conception tandis que la seconde l'est. Le fait de considérer la torsion accidentelle de conception fait en sorte que la force de résistance octroyée aux murs augmente et de ce fait le déplacement auquel se produira la première plastification augmente également. On peut ainsi affirmer que le déplacement auquel se produira la première plastification augmente lorsque la torsion accidentelle de conception est considérée. On rappelle que la demande en ductilité augmente si le déplacement maximal augmente et qu'elle diminue si le déplacement à la première plastification augmente. Or le fait d'introduire la torsion accidentelle réelle dans le modèle non-linéaire augmente le déplacement maximal tandis que la présence de la torsion accidentelle de conception augmente le déplacement à la première plastification. On constate donc que l'introduction de la torsion accidentelle dans le modèle non-linéaire et dans la conception ont un effet inverse sur la demande en ductilité. Dans le premier cas la demande en ductilité est augmentée et dans le second elle est diminuée. À la lumière de ces observations, on peut proposer une interprétation du ratio des demandes en ductilités obtenues avec la torsion accidentelle et sans cette dernière. Si ce ratio est inférieur à 1 cela signifie que l'augmentation de la force résistante octroyée aux murs grâce à la torsion accidentelle de conception est adéquate. En effet celle-ci permet de prévenir que la hausse du déplacement maximal causée par la torsion accidentelle réelle dans le modèle non-linéaire provoque une amplification de la demande en ductilité. Ce ratio permet de quantifier l'influence de la torsion accidentelle de conception sur la performance du bâtiment et ne devrait pas être interprété comme un critère d'effondrement. En effet une augmentation de la demande en ductilité des murs ne se traduit pas nécessairement par leur rupture. Cependant elle indique que la torsion accidentelle de conception spécifiée par le CNB sous-estime l'impact de la torsion accidentelle

réelle sur le comportement inélastique des bâtiments. Cela peut s'avérer problématique dans certains cas.

6.1.4 Objectifs

Tel qu'évoqué précédemment, ce chapitre vise principalement à déterminer si la torsion accidentelle de conception spécifiée par le CNB est adéquate. Avant de répondre à cette interrogation, on veut tout d'abord vérifier l'effet de la torsion accidentelle réelle sur les déplacements maximums des murs. Pour accomplir cela on considère premièrement les déplacements maximums de la structure conçue sans torsion accidentelle de conception et dont le modèle non-linéaire ne présente pas de torsion accidentelle réelle. Ces déplacements servent de référence à ceux qui seront déterminés pour une structure identique conçue sans torsion accidentelle de conception mais dont le modèle non-linéaire comporte la torsion accidentelle réelle. Le ratio des déplacements maximums de ces deux structures permet d'observer l'amplification attribuable à l'ajout de la torsion accidentelle réelle dans le modèle non-linéaire.

Afin de déterminer si la torsion accidentelle de conception du CNB est adéquate, on effectue une analyse paramétrique semblable à celles des chapitres précédents. On se sert du ratio entre la demande en ductilité d'une structure où la torsion accidentelle de conception et la torsion accidentelle réelle sont présentes à une ne présentant aucune torsion accidentelle de conception ou torsion accidentelle réelle. On veut également tester d'autres valeurs possibles de la torsion accidentelle de conception et vérifier son influence sur la demande en ductilité lorsque la torsion accidentelle est considérée. En effet, on rappelle que le CNB impose d'inclure la torsion accidentelle de conception par l'ajout d'un couple statique correspondant au produit des forces de conception et de l'excentricité accidentelle de ±0,1b si la structure est irrégulière en torsion. Si la structure est régulière en torsion cependant le CNB permet d'inclure la torsion accidentelle de conception en déplaçant le CM de ±0,05b. On veut donc également déterminer l'impact d'appliquer la torsion accidentelle de conception en déplaçant le CM de ±0,05b plutôt que d'ajouter le couple statique de $\pm F_x(0,1b)$. F_x représente les forces de conception. Ensuite on s'interroge sur la grandeur de l'excentricité accidentelle à considérer lorsque la torsion accidentelle de conception est appliquée à l'aide d'un couple statique. En effet, l'ASCE 7-10 considère une excentricité accidentelle de $\pm 0,05A_x$ pour le couple statique où A_x est un facteur d'amplification. Ainsi on peut comparer le ratio des demandes en ductilité obtenu lorsque l'on applique la torsion accidentelle de

conception selon le CNB à celui obtenu lorsque la torsion accidentelle de conception est appliquée par un couple statique issu du produit entre les forces de conception déterminées selon le CNB et l'excentricité accidentelle définie par l'ASCE. À la lumière des résultats obtenus, on propose une nouvelle expression pour la torsion accidentelle de conception du CNB.

6.2 Méthodologie

6.2.1 Procédure d'analyse

La méthodologie préconisée afin de satisfaire les objectifs de ce chapitre est illustrée à la Figure 6.4. Celle-ci demeure la même et ce peu importe la torsion accidentelle de conception qui est considérée. En premier lieu on doit définir les paramètres adimensionnels qui permettent de définir la réponse spectrale de la structure. En plus de ces derniers, on doit également définir la période fondamentale latérale T_y et le facteur R_d de réduction des forces de conception permettant de considérer la ductilité des murs lors de la conception. Par la suite la conception est effectuée conformément au CNB 2015. Celle-ci permet de déterminer les efforts de conception aux murs et les déplacements de ces derniers lors de la première plastification. La Figure 6.1 illustre la relation force-déplacement de l'acier afin de démontrer les différents comportements structuraux que les éléments structuraux peuvent présenter. Les murs de refend sont habituellement en béton armé. Dans le cadre de cette étude, on utilisera une relation force-déplacement essentiellement élasto-plastique pour simplification.

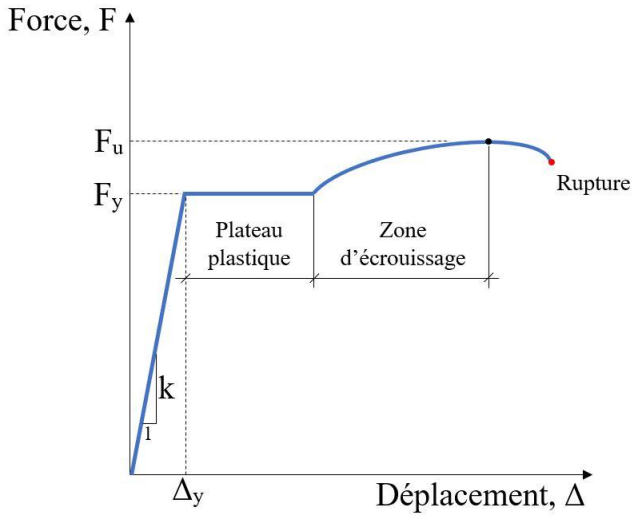


Figure 6.1: Courbe force-déplacement de l'acier

Une fois l'analyse linéaire terminée, l'analyse non-linéaire peut être débutée à l'aide du logiciel ETABS. On définit premièrement la géométrie du bâtiment de même que sa masse et sa rigidité. La rigidité du bâtiment provient uniquement des murs et ceux-ci sont modélisés à l'aide d'éléments « links » non-linéaires élasto-plastiques de type Wen. Ce type d'élément requiert entres autres qu'on lui attribue une rigidité et une résistance à laquelle se produit la plastification. Ces paramètres sont définis à l'aide de la conception. En effet la rigidité est obtenue directement de l'analyse linéaire tandis que les forces de plastification sont obtenues en divisant les forces de conception par le facteur de réduction permettant de tenir compte de la plastification.

Les murs sont modélisés par des éléments « links » non-linéaires de type Wen. On choisit ce type d'élément en raison de sa versatilité. Les paramètres requis afin de définir ces éléments sont les suivants :

- k : rigidité
- F_y : force de plastification
- ratio : rapport entre la rigidité post-plastification et celle, k, avant la plastification
- exp : exposant de plastification définissant la netteté de la transition entre le comportement linéaire et le comportement plastique

Le ratio de rigidité d'après plastification permet de définir la pente de la courbe force-déplacement après la plastification. Bien que celle-ci soit nulle, on considère un ratio de 0,001 afin d'éviter une instabilité numérique. L'exposant de plastification indique la netteté du changement entre la pente linéaire élastique et le plateau plastique de la courbe force-déformation. Plus cet exposant est élevé, plus ce changement sera brusque. On opte pour un exposant de plastification de 10.

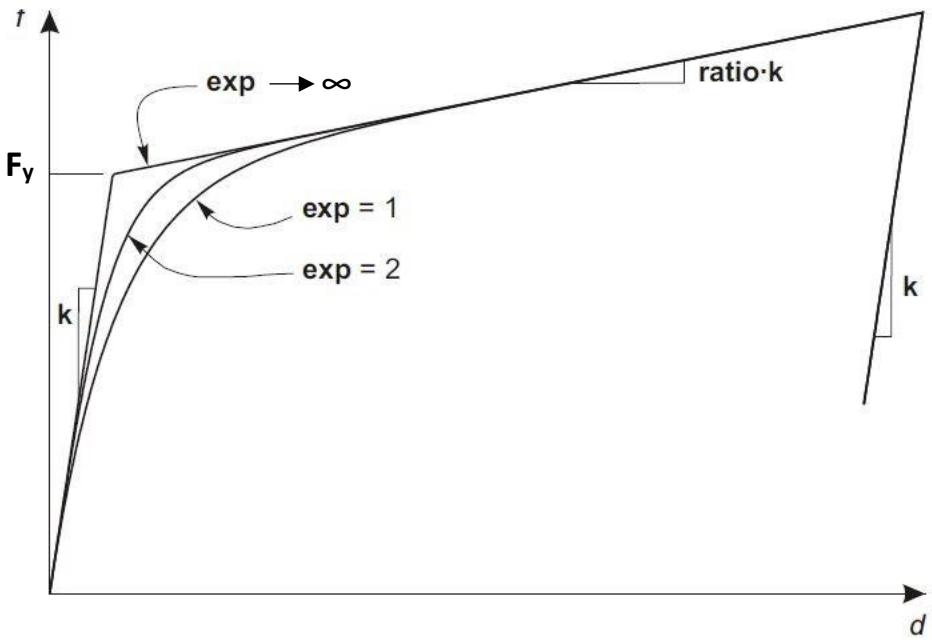


Figure 6.2 : Définition des paramètres pour l'élément « link » de type Wen (adapté de CSI Analysis Reference Manual, 2016)

La sollicitation sismique est modélisée par un ensemble de 11 historiques d'accélérations calibrés pour un sol de classe C situé à Montréal. Ces historiques d'accélération sont sélectionnés conformément à la méthode préconisée par Atkinson (2009). Afin de déterminer le déplacement maximal, on considère premièrement le plus grand déplacement obtenu pour chacun des 11 historiques d'accélération.

La Figure 6.3 illustre les spectres de réponse des accélérogrammes utilisés pour l'analyse non-linéaire. Ceux-ci sont comparés au spectre de calcul de référence soit celui de Montréal pour un sol de type C.

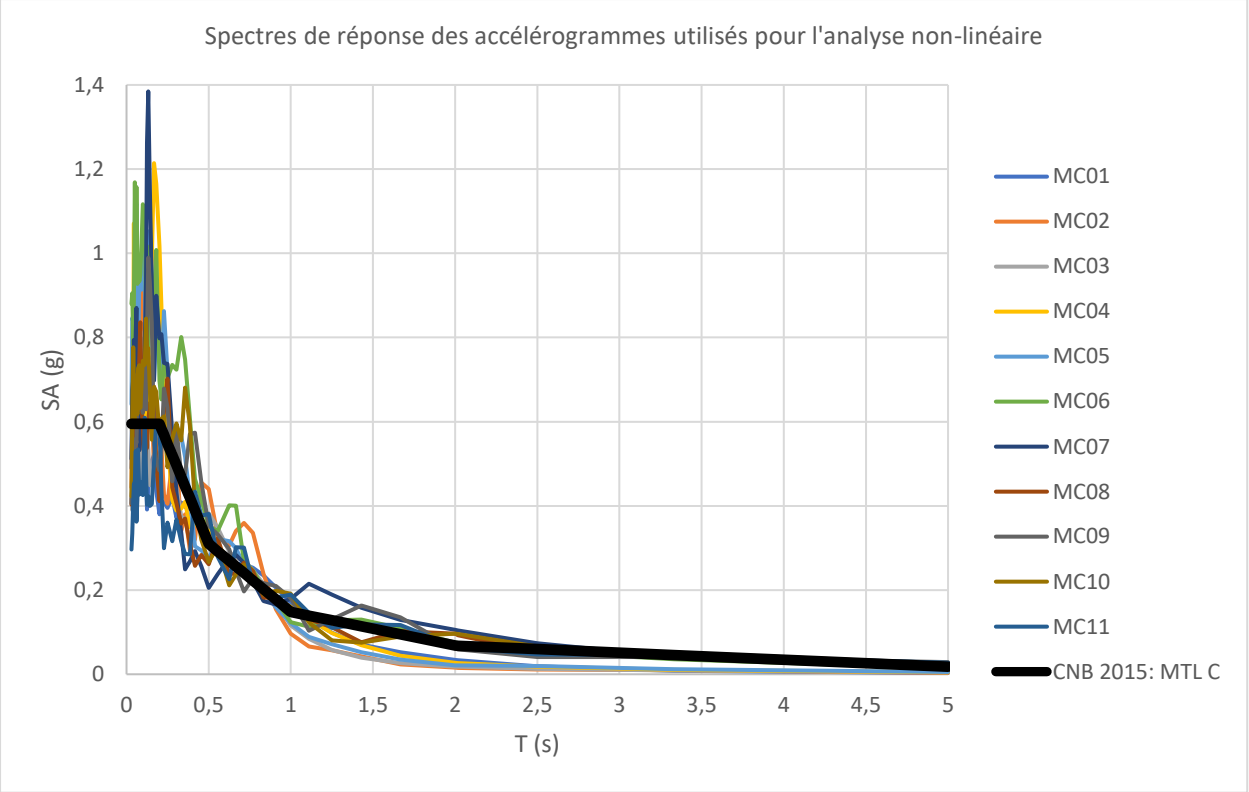


Figure 6.3: Spectres de réponse des accélérogrammes considérés pour l'analyse non-linéaire

Une fois le plus grand déplacement obtenu pour les 11 accélérogrammes, on retient les 5 plus grandes valeurs de déplacement et on en détermine la moyenne. La méthode d'analyse transitoire non-linéaire modale par pas de temps (Fast Nonlinear Analysis, FNA) est disponible dans ETABS. Bien que cette méthode peut être parfois quelque peu moins précise que celles d'intégration directes, elle permet d'obtenir les résultats beaucoup plus rapidement. Cela est plus efficace dans le cadre d'une analyse paramétrique.

La Figure 6.4 illustre la séquence logique utilisée afin de déterminer la demande en ductilité maximale des murs en direction Y.

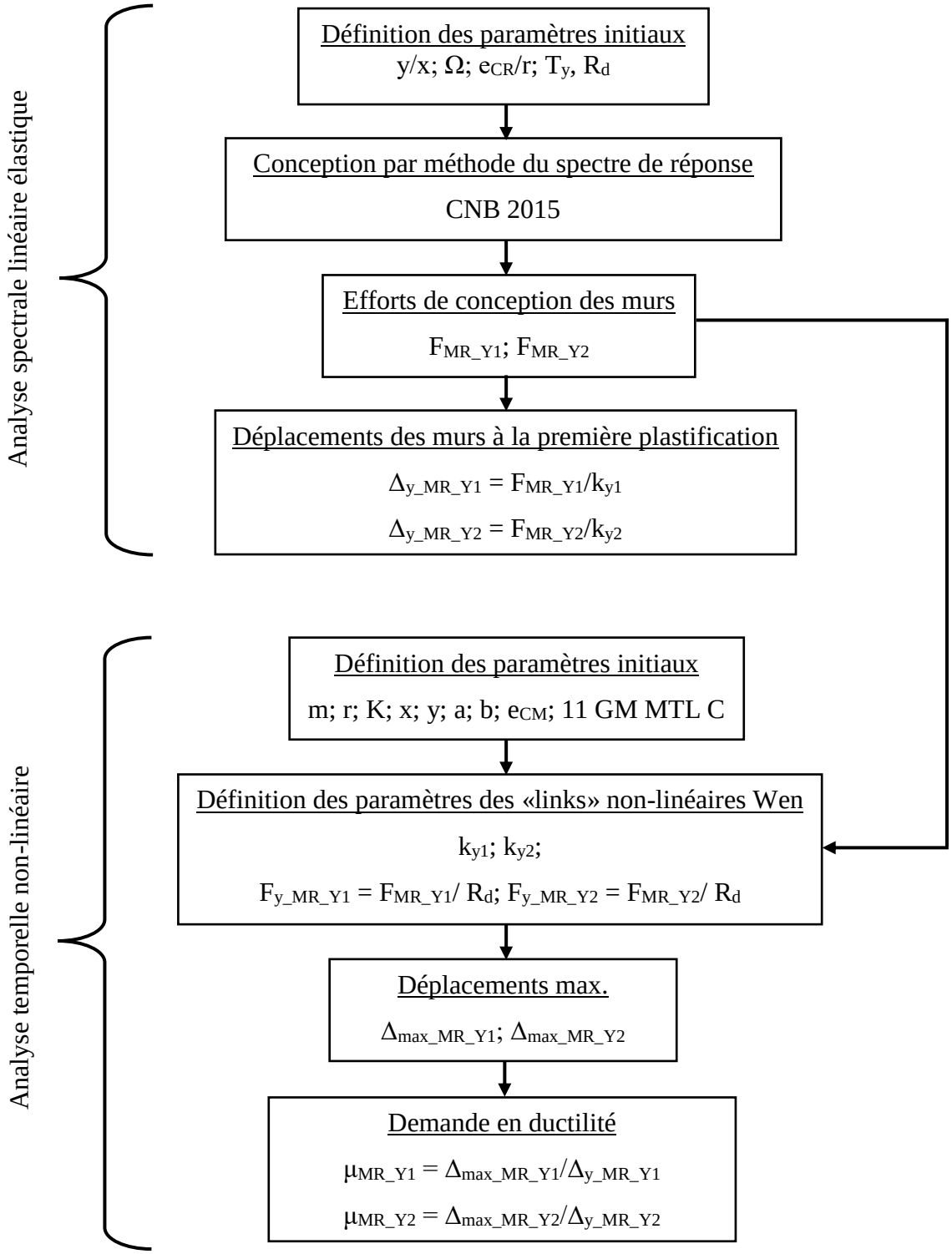


Figure 6.4: Méthodologie pour l'analyse paramétrique

R_d : Facteur de réduction des forces élastiques afin de tenir compte de la ductilité

F_{MR_Y1} : Force de conception du mur MR_Y1 issue de l'analyse spectrale élastique

F_{MR_Y2} : Force de conception du mur MR_Y2 issue de l'analyse spectrale élastique

$F_{y_MR_Y1}$: Force de résistance du mur MR_Y1

$F_{y_MR_Y2}$: Force de résistance du mur MR_Y2

k_{y1} : Rigidité du mur MR_Y1

k_{y2} : Rigidité du mur MR_Y2

$\Delta_{max_MR_Y1}$: Déplacement maximal du mur résultant de l'analyse temporelle non-linéaire

$\Delta_{max_MR_Y2}$: Déplacement maximal du mur résultant de l'analyse temporelle non-linéaire

$\Delta_{y_MR_Y1}$: Déplacement du mur MR_Y1 lors de la première plastification

$\Delta_{y_MR_Y2}$: Déplacement du mur MR_Y1 lors de la première plastification

μ_{MR_Y1} : Demande en ductilité du mur MR_Y1

μ_{MR_Y2} : Demande en ductilité du mur MR_Y2

6.2.2 Modélisation

La Figure 6.5 illustre la géométrie des bâtiments considérés pour l'analyse paramétrique

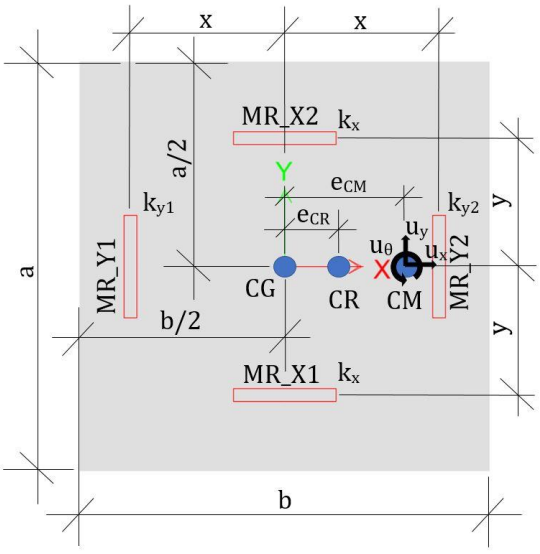


Figure 6.5: Illustration des variables considérées pour l'analyse paramétrique

Hypothèses

- La sollicitation sismique est appliquée en direction Y uniquement.
- Seuls les murs orientés en direction en direction Y sont conçus en considérant la torsion accidentelle de conception. Cela est justifié le fait que les modèles considérés affichent une distance entre les murs en direction X correspondant à 25% de la distance entre les murs en Y. La contribution des murs en X à la rigidité en rotation est ainsi grandement inférieure à celle des murs en Y ce qui diminue leur impact sur la réponse en rotation de la structure. De plus puisque le séisme est appliqué en direction Y uniquement, les murs en X n'ont aucune influence sur la réponse structurale en translation. Ainsi les murs en X interviennent peu dans le comportement structural global. La force de résistance attribuée aux murs en X correspond à l'expression suivante :

$$F_{y_MR_X} = \frac{mS(T_y)}{2R_d} \tag{6.1}$$

- Le facteur de réduction des forces sismiques attribuable à la ductilité est identique à la demande en ductilité (principe des déplacements égaux). La Figure 6.6 démontre ce principe.

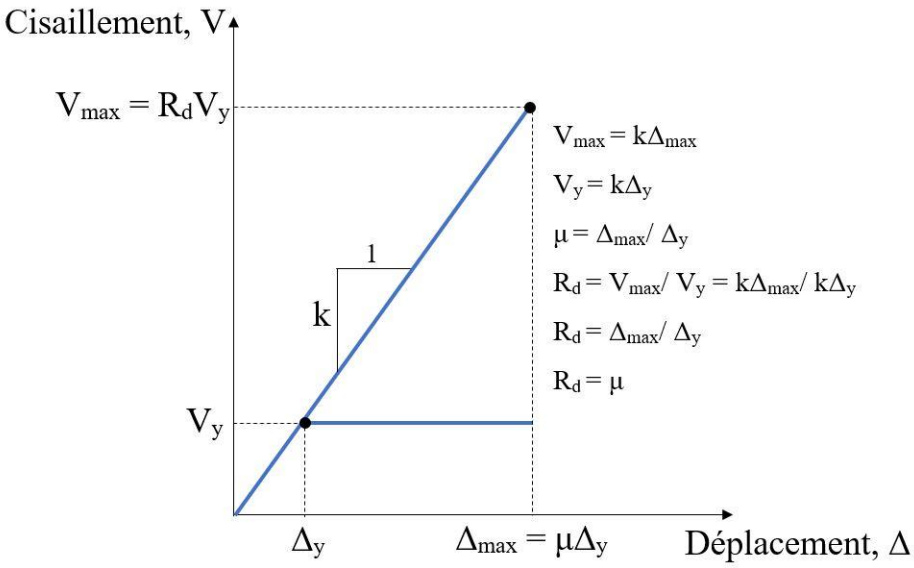


Figure 6.6: Illustration du principe des déplacements égaux

- On considère que la rigidité des murs est indépendante de la force de conception qui leur est attribuée. Cela signifie que la dimension d'un mur ne change pas selon la magnitude des forces de conception. Cela est possible dans le cas des murs de refend en béton puisque la dimension de ces derniers est souvent déterminée par l'architecte. L'ingénieur doit ainsi ajuster la résistance de ces murs en modifiant l'aire de l'acier d'armature ce qui n'influence pratiquement pas la rigidité des murs.
- La torsion accidentelle réelle est inclue dans le modèle non-linéaire en y déplaçant le CM de ± 0,05b. Cette procédure est définie dans le *User's Guide – NBC 2015 Structural Commentaries (Part 4 of Division B)* pour les analyses dynamiques non-linéaires au paragraphe (v) de l'item 176:

« […] When analysis is performed using three-dimensional structural models with pairs of orthogonal ground motion components, the distribution of the mass in the model should reflect actual conditions and accidental eccentricity must be considered independently in each orthogonal direction by displacing the center of mass by 5% of the building dimension perpendicular to the direction considered. »

- On considère un amortissement de 5%.

Analyse temporelle

On fait appel à la méthode d'analyse modale non-linéaire par pas de temps afin de déterminer les déplacements maximums aux murs. Mieux connue sous l'appellation FNA, cette méthode résout les équations modales découplées à chaque pas de temps tandis que les forces contenues au sein des éléments non-linéaires sont déterminées à l'aide d'une méthode itérative qui permet de satisfaire l'équilibre (CSI, 2016).

Cependant on doit considérer les mises en garde suivantes lors de l'utilisation de la méthode FNA (CSI, 2016) :

- Le modèle doit être principalement linéaire élastique
- Le nombre d'éléments non-linéaires doit être limité
- Le comportement non-linéaire doit être restreint aux éléments « link ».

Les deux derniers points sont satisfaits puisque les modèles comptent uniquement 4 éléments non-linéaires soit les murs et ceux-ci sont modélisés à l'aide d'éléments « link » de type Wen. Afin de s'assurer que le premier point est respecté, on compare les déplacements aux murs obtenus d'une analyse non-linéaire par intégration directe de type Newmark-Beta (NB) à ceux déterminés à l'aide de la méthode FNA. Le Tableau 6.1 illustre le ratio entre les déplacements maximums aux murs obtenus de modèles non-linéaires avec la méthode FNA et ceux obtenus avec l'intégration directe (NB).

Tableau 6.1: Ratio des déplacements maximums aux murs obtenus avec la méthode FNA par rapport à ceux obtenus avec l'intégration directe

	Ratio FNA/NB: Ω = 0,75		Ratio FNA/NB: Ω = 1,00		Ratio FNA/NB: Ω = 1,25	
Accélérogramme	MR_Y1	MR_Y2	MR_Y1	MR_Y2	MR_Y1	MR_Y2
MC_01	0,994	1,000	0,996	1,000	0,997	0,999
MC_02	1,005	1,001	1,000	1,001	0,999	1,001
MC_03	0,997	1,001	0,998	1,001	0,999	1,001
MC_04	0,998	1,000	0,998	1,001	0,998	1,001
MC_05	0,996	1,000	1,000	1,000	1,001	1,000
MC_06	0,999	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000
MC_07	1,000	1,000	1,001	1,000	1,000	1,000
MC_08	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
MC_09	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
MC_10	1,000	1,000	0,999	0,999	1,000	0,999
MC_11	1,001	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Puisque l'on considère uniquement le déplacement maximal, on constate que l'utilisation de la méthode FNA est adéquate. En effet, le déplacement maximal obtenu la méthode FNA présente un écart maximal de 0,6% avec celui obtenu de l'intégration directe. Cet écart est assez faible pour justifier l'utilisation de la méthode FNA dans le cadre d'une analyse paramétrique.

6.2.3 Paramètres considérés

L'analyse paramétrique est effectuée afin de cerner individuellement l'impact des clauses de conception des codes. Ces clauses concernent le choix d'appliquer l'excentricité accidentelle en déplaçant les masses ou les forces de même que le fait de restreindre ou non la rotation lors de la calibration des analyses dynamiques. Ainsi on effectue l'analyse paramétrique en considérant l'ensemble des possibilités suivantes :

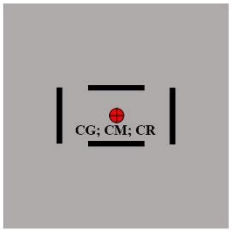
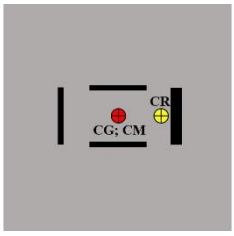
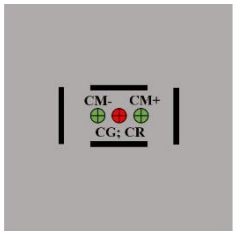
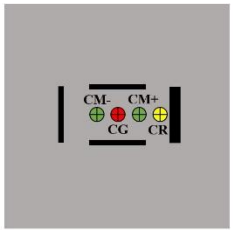
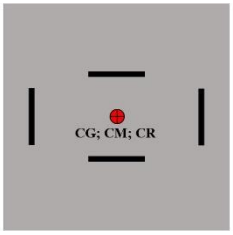
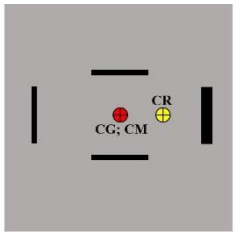
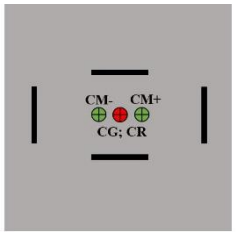
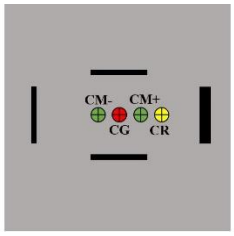
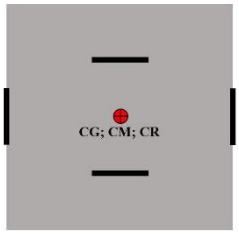
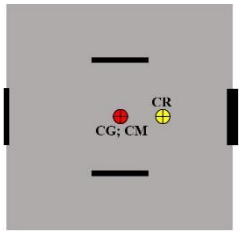
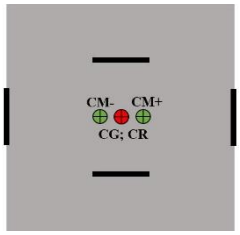
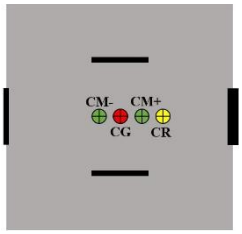
Tableau 6.2: Valeurs considérées pour l'analyse paramétrique

Paramètre	Valeurs considérées
Spectre de réponse	• Spectre de calcul pour un sol de type C situé à Montréal
Application de la torsion accidentelle de conception	• Conforme au CNB 2015 : couple statique de ± F_x(0,1b) si la structure est irrégulière • Conforme au CNB 2015 : CM déplacé de ± 0,05b si la structure est régulière • Couple statique conforme à l'ASCE 7-10 : ± F_x(0,05A_xb) • Couple statique de ± F_x(0,1b) • Couple statique ajusté de ± F_x(0,1A_Fb)
Période latérale fondamentale (T_y)	• T_y = 0,5s • T_y = 1,0s • T_y = 2,0s
Facteur de réduction des forces sismiques dû à la ductilité (R_d)	• R_d = 1 • R_d = 3 • R_d = 5
Ratio des fréquences découplées (Ω)	• Ω = 0,75 • Ω = 1,00 • Ω = 1,25

Mentionnons d'emblée que bien que tous les cas illustrés ci-haut sont considérés, ils ne seront pas tous présentés afin de ne pas alourdir inutilement le présent document.

Résumé des modèles non-linéaires considérés

Tableau 6.3: Illustration schématique des modèles considérés

Type de modèle non-linéaire	Sans torsion accidentelle réelle : $e_{CM}/b = 0$ (valeur de référence)		Avec torsion accidentelle réelle : $e_{CM}/b = \pm 0{,}05$	
Excentricité naturelle	$e_{CR}/b = 0$	$e_{CR}/b = [0{,}01;0{,}02; \ldots ;0{,}29;0{,}3]$	$e_{CR}/b = 0$	$e_{CR}/b = [0{,}01;0{,}02; \ldots ;0{,}29;0{,}3]$
Ω = 0,75				
Ω = 1,00				
Ω = 1,25				

Le Tableau 6.3 démontre schématiquement les différents modèles non-linéaires considérés pour l'analyse paramétrique. On note que les modèles sont divisés selon 3 caractéristiques principales. Celles-ci sont l'excentricité du CM, l'excentricité du CR et le ratio Ω. L'excentricité du CM sert à modéliser la torsion accidentelle réelle et prends la valeur de 0 ou de ±0,05b. Lorsque la valeur de l'excentricité du CM est nulle, il n'y a aucune torsion accidentelle réelle dans le modèle non-linéaire. Ainsi ce dernier sert à déterminer les valeurs de référence de demandes en ductilité maximales. En raison de la nature aléatoire de la torsion accidentelle réelle, on doit considérer

successivement deux positions du CM déplacé. La première position correspond à une excentricité positive du CM (dénoté CM+ dans le tableau) et la seconde position correspond à une excentricité négative du CM (dénoté CM- dans le tableau). Le déplacement maximal retenu pour la demande en ductilité maximale d'un mur donné est le plus grand de ceux obtenus en introduisant la torsion accidentelle réelle par une excentricité positive et négative du CM respectivement. Pour ce faire on doit définir un modèle pour chaque position différente du CM. L'excentricité du CR permet de représenter la torsion naturelle présente dans la majorité des bâtiments. On considère que celle-ci prends les valeurs de 0b à 0,3b par intervalles de 0,01b. Tel qu'illustré dans les schémas du tableau ci-haut, l'excentricité du CR est introduite dans les modèles non-linéaires en augmentant la rigidité relative du mur MR_Y2 par rapport au mur MR_Y1. Cela affecte uniquement la position du CR et non la rigidité globale en direction Y. Finalement on modifie le paramètre Ω qui quantifie la rigidité en rotation par rapport à la rigidité en translation en déplaçant les murs.

6.3 Résultats préliminaires

Les résultats illustrés aux pages suivantes illustrent l'effet de ne pas considérer la torsion accidentelle de conception s'il est de justifier la pertinence de l'inclusion de la torsion accidentelle de conception. Également, elles permettent de démontrer les valeurs de références utilisées afin de déterminer si la torsion accidentelle de conception du CNB 2015 est adéquate.

6.3.1 Ratio des déplacements maximums obtenus avec torsion accidentelle réelle par rapport à ceux obtenus sans torsion accidentelle réelle

L'ensemble de figures comprenant la Figure 6.7 à la Figure 6.15 inclusivement permet d'illustrer l'impact du fait de considérer la torsion accidentelle réelle sur les déplacements maximums aux murs.

- **T_y = 0,5s**

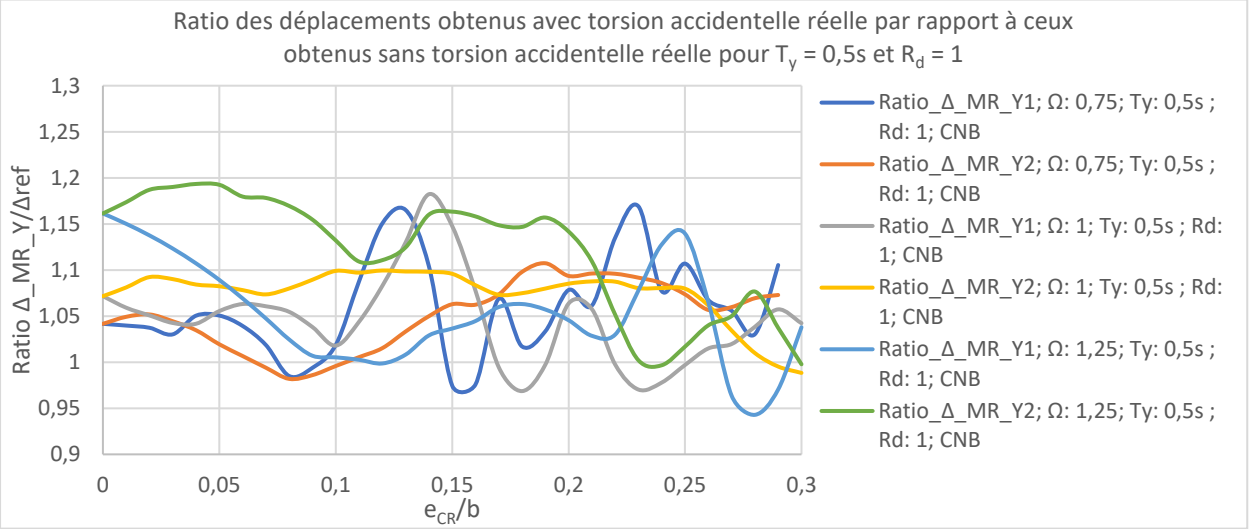


Figure 6.7: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 0,5s et R_d = 1

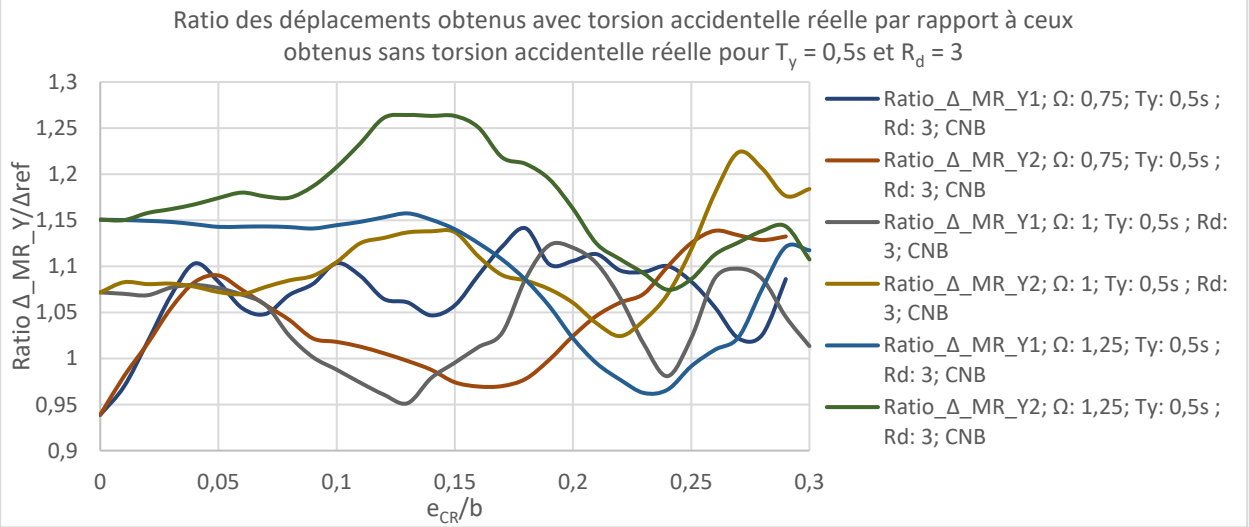


Figure 6.8: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 0,5s et R_d = 3

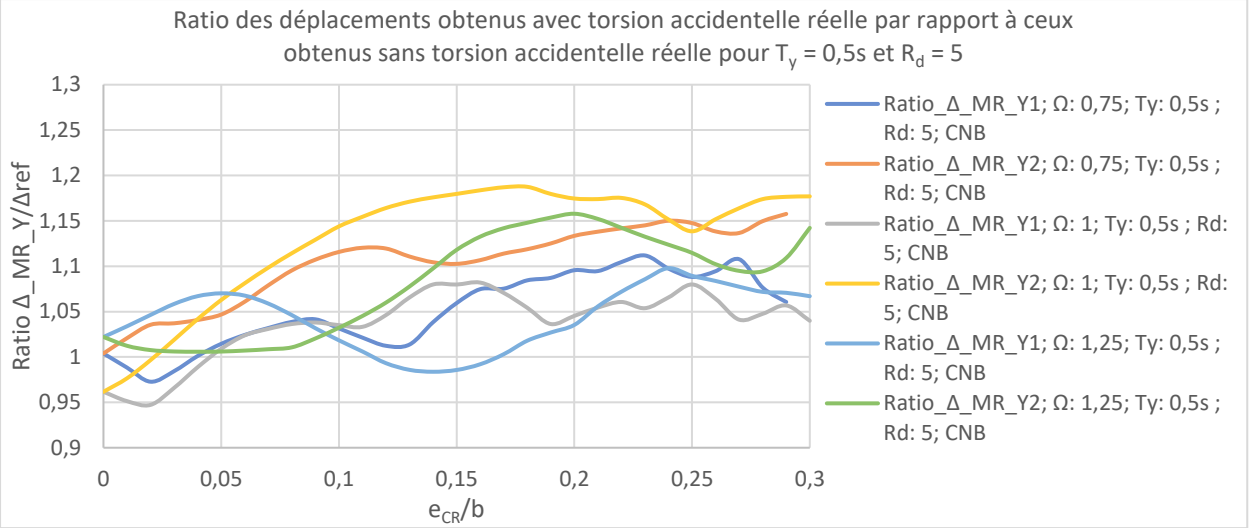


Figure 6.9: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 0,5s et R_d = 5

- **T_y = 1,0s**

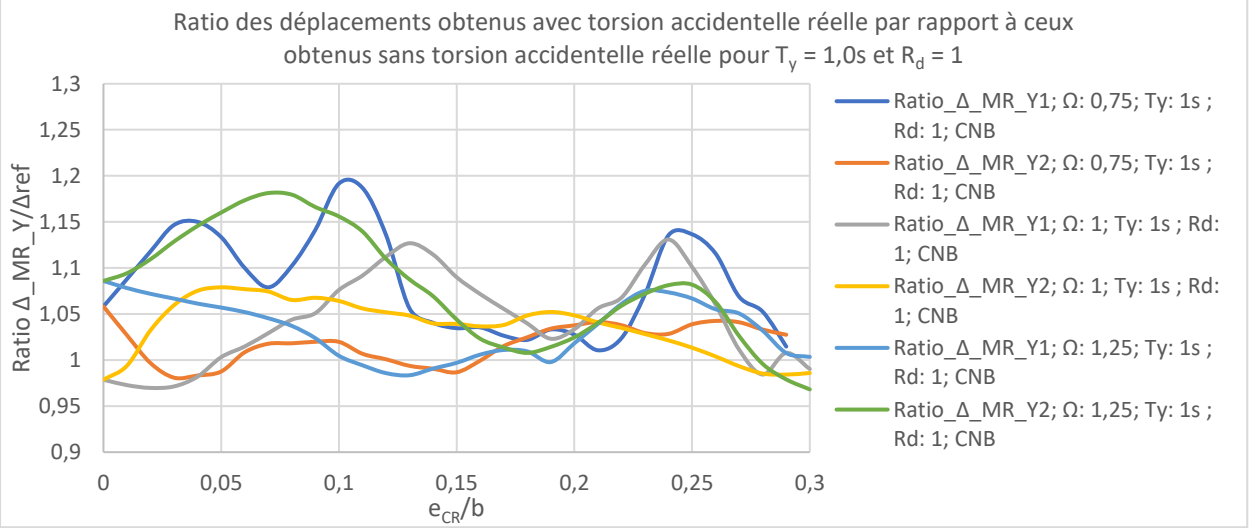


Figure 6.10: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 1,0s et R_d = 1

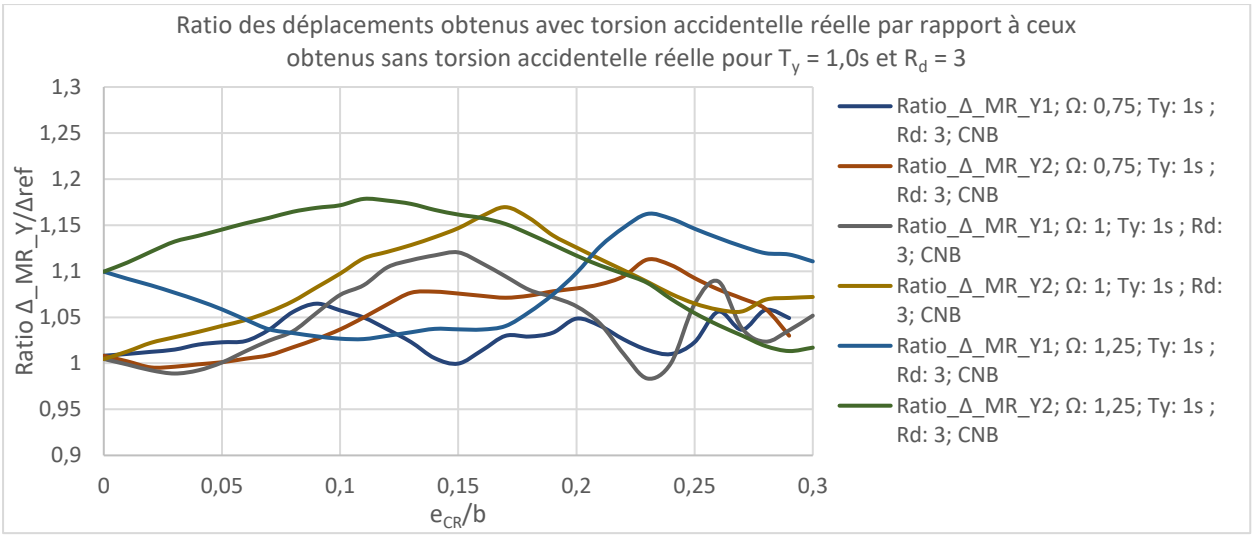


Figure 6.11: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 1,0s et R_d = 3

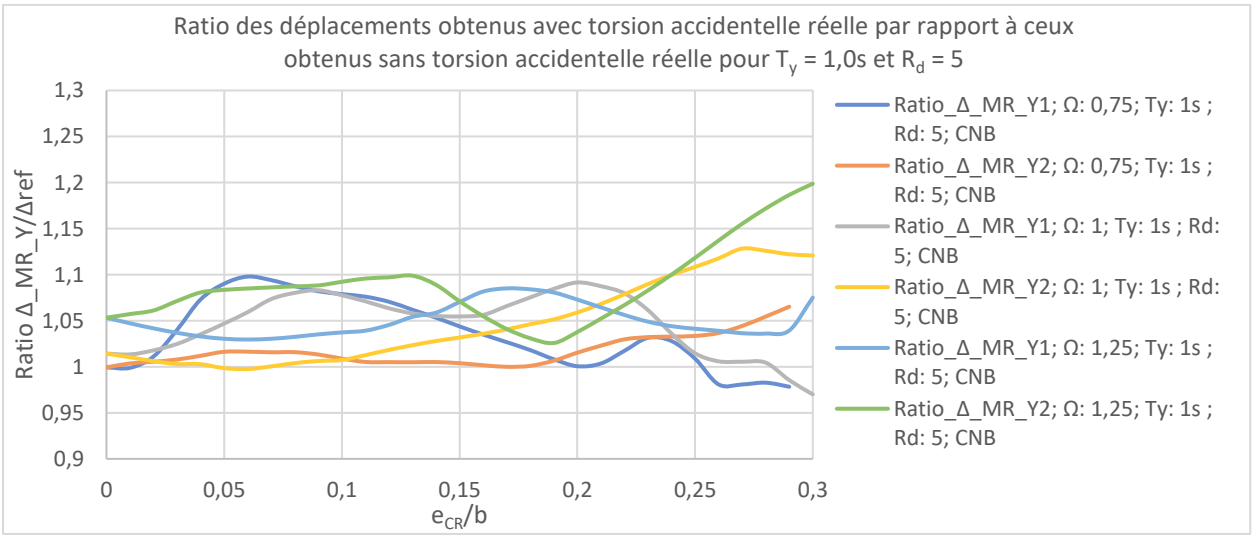


Figure 6.12: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 1,0s et R_d = 5

- **Ty = 2,0s**

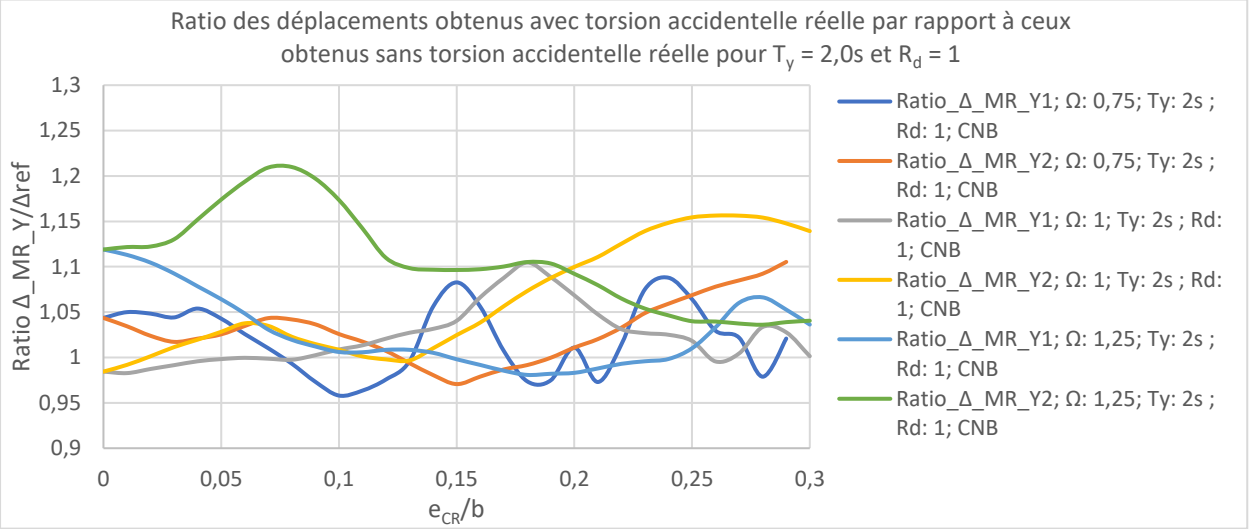


Figure 6.13: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 2,0s et R_d = 1

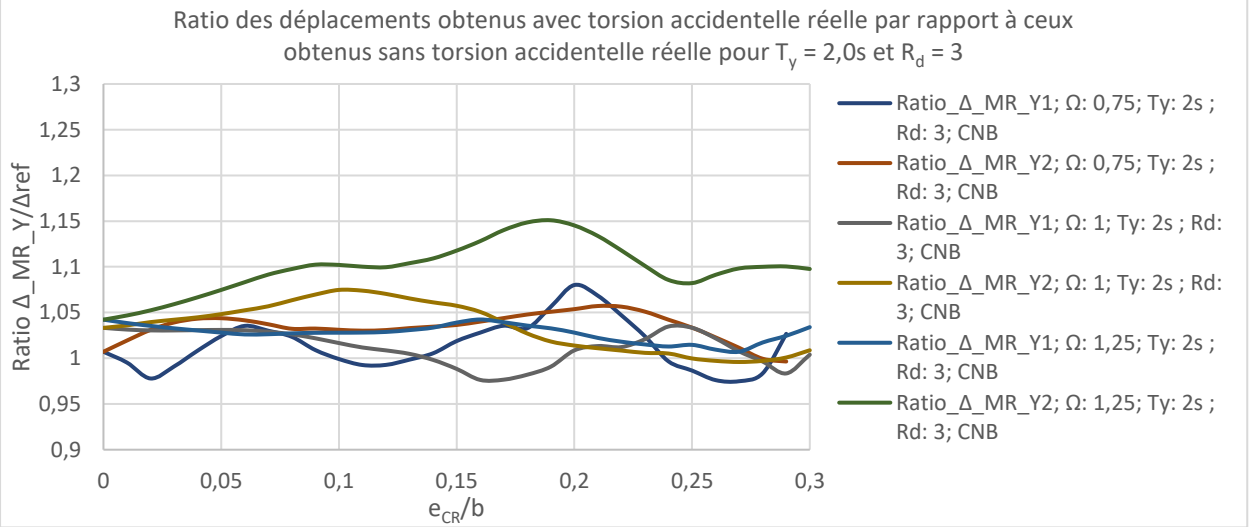


Figure 6.14: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 2,0s et R_d = 3

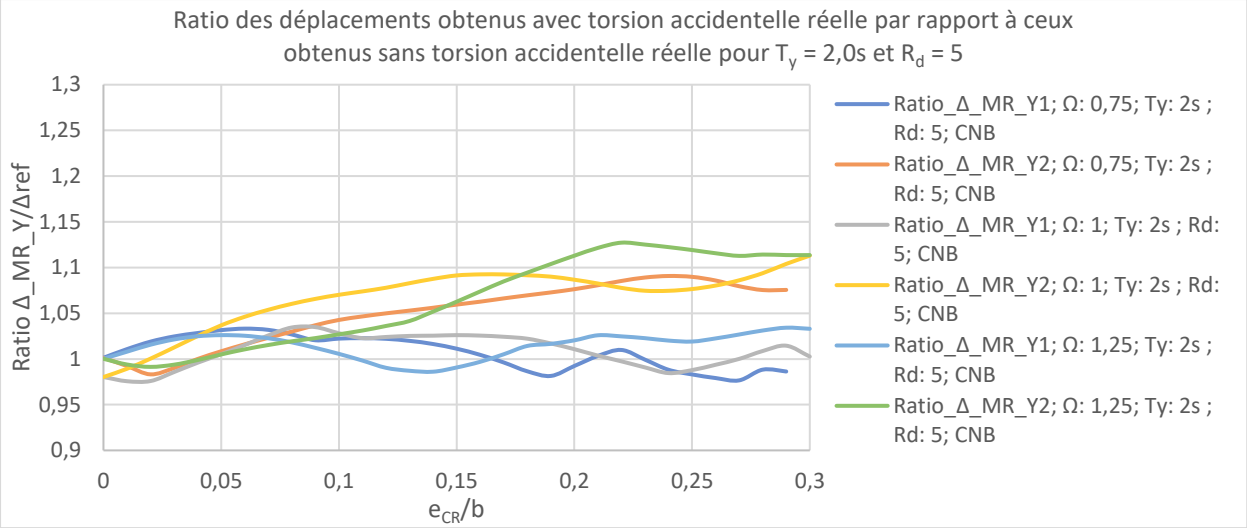


Figure 6.15: Ratio des déplacements avec et sans torsion accidentelle réelle pour T_y = 2,0s et R_d = 5

- **Discussion des résultats**

On observe en premier lieu que pour la majorité des paramètres considérés le fait d'introduire la torsion accidentelle réelle se traduit par une augmentation du déplacement maximal. On note que la torsion accidentelle réelle peut causer une hausse maximale du déplacement de 25% par rapport au modèle sans torsion accidentelle réelle. Celle-ci justifie la pertinence de la présence de la torsion accidentelle de conception. En effet, tel que mentionné à l'introduction de ce chapitre, l'amplification des déplacements maximums en raison de la torsion accidentelle réelle ne se traduit pas nécessairement par un effondrement. Cependant si la torsion accidentelle réelle n'est pas adéquatement considérée dans le cadre de la conception, l'augmentation du déplacement lui étant associé peut se traduire par une demande en ductilité excessive lors d'un séisme. Cela peut mener à un comportement structural inadéquat ce que l'on veut éviter dans le cadre de la conception.

6.3.2 Demandes en ductilités exprimées par rapport au facteur de réduction R_d

Le groupe de figures incluant la Figure 6.16 jusqu'à la Figure 6.24 illustre le ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d selon l'excentricité naturelle. La ductilité de référence est déterminée en ne considérant pas la torsion accidentelle lors de la conception et dans le modèle non-linéaire.

- **T_y = 0,5s**

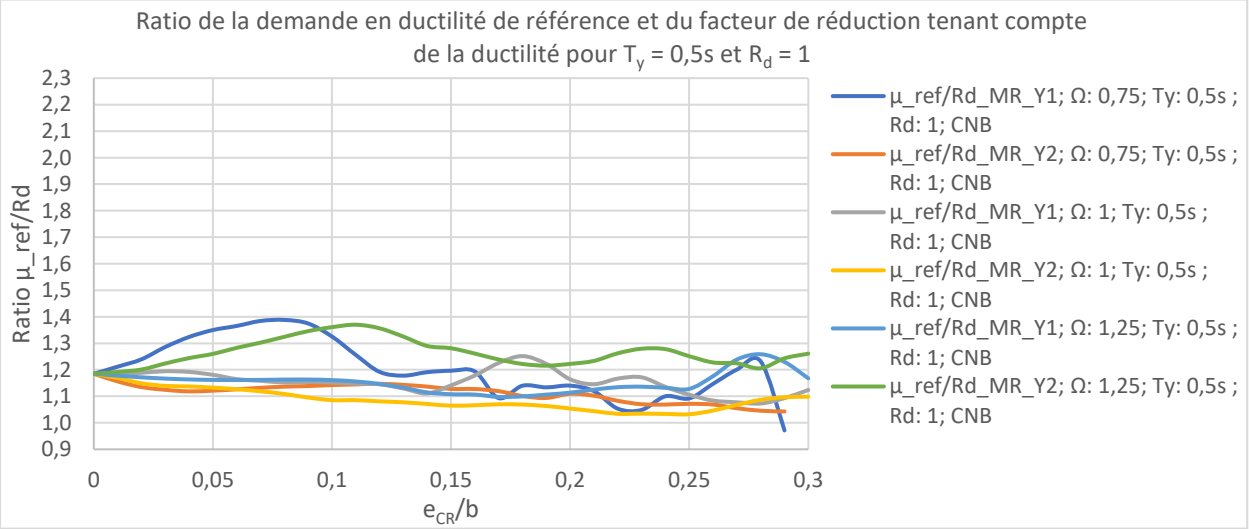


Figure 6.16: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 0,5s et R_d = 1

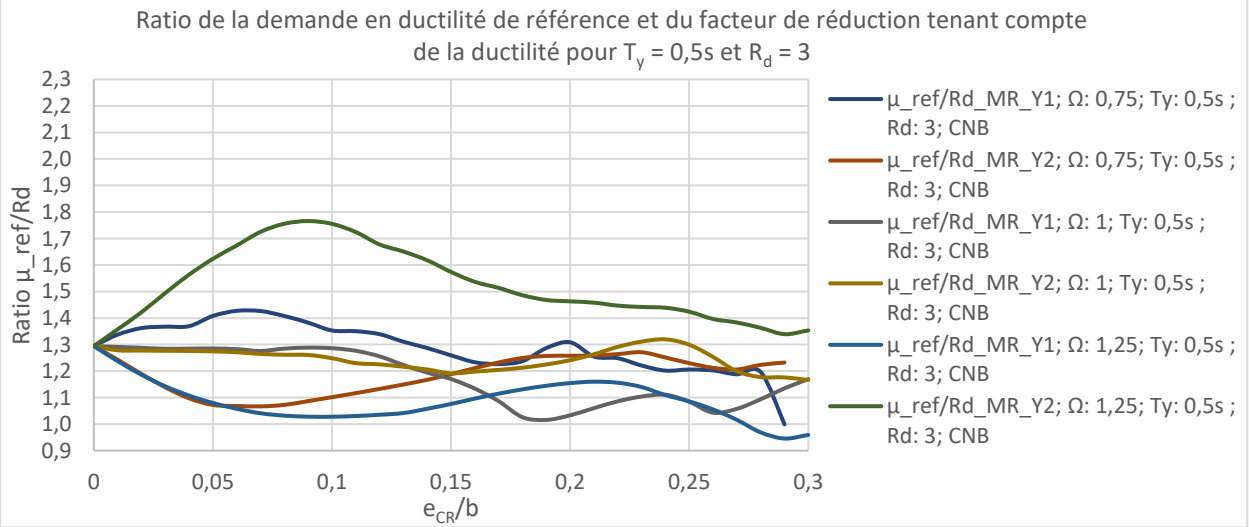


Figure 6.17: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 0,5s et R_d = 3

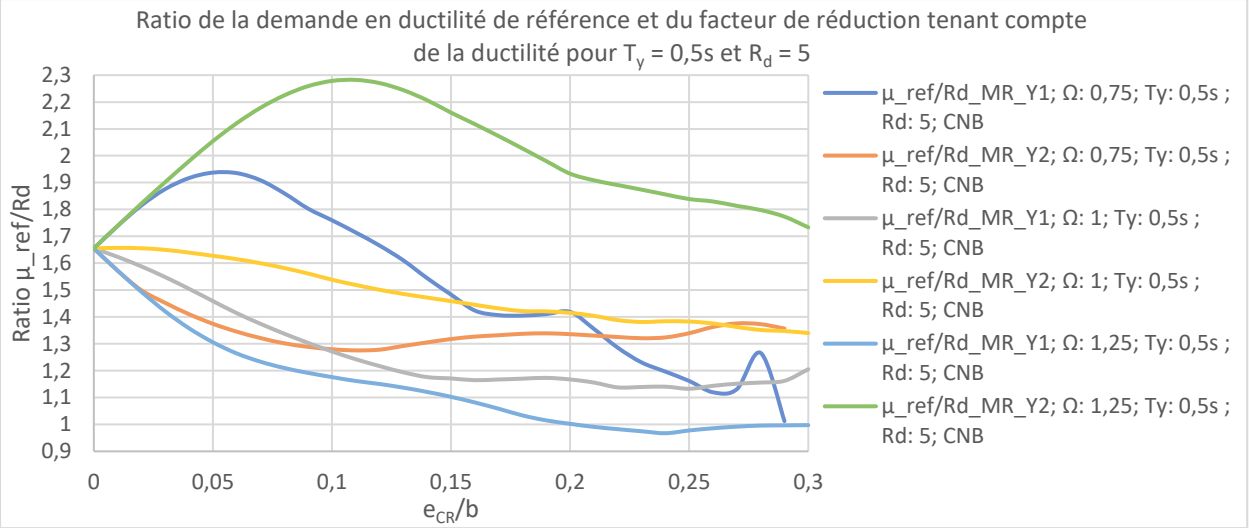


Figure 6.18: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 0,5s et R_d = 5

- **T_y = 1,0s**

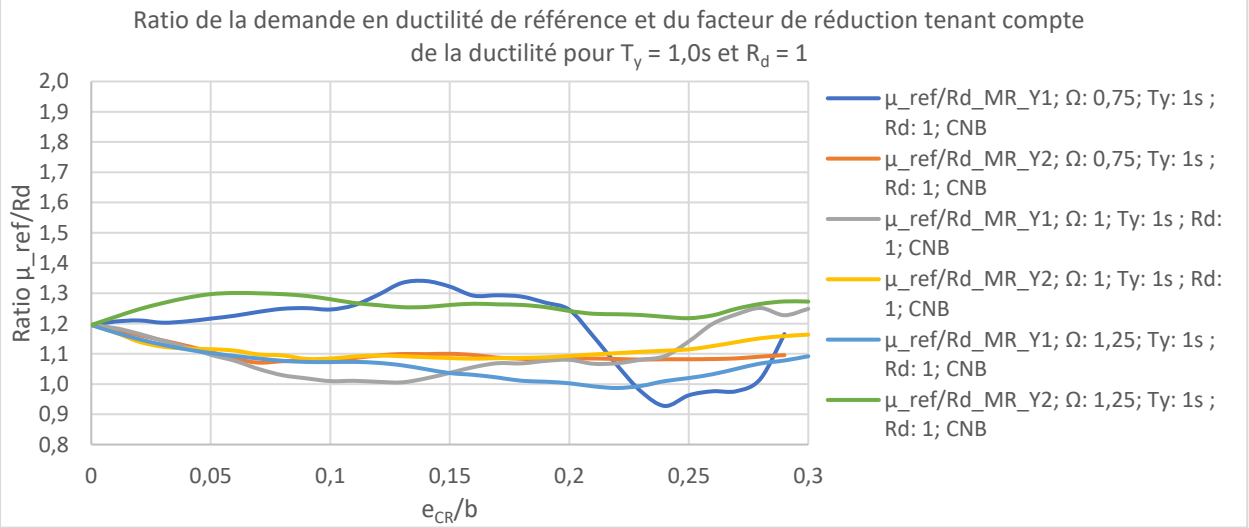


Figure 6.19: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 1,0s et R_d = 1

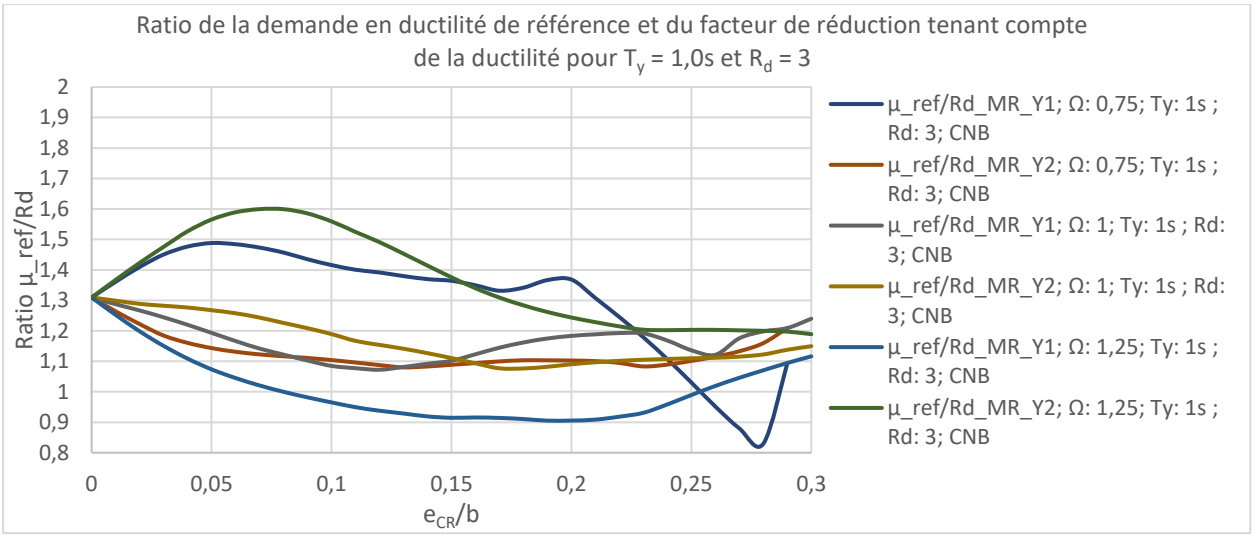


Figure 6.20: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction Rd pour T_y = 1,0s et R_d = 3

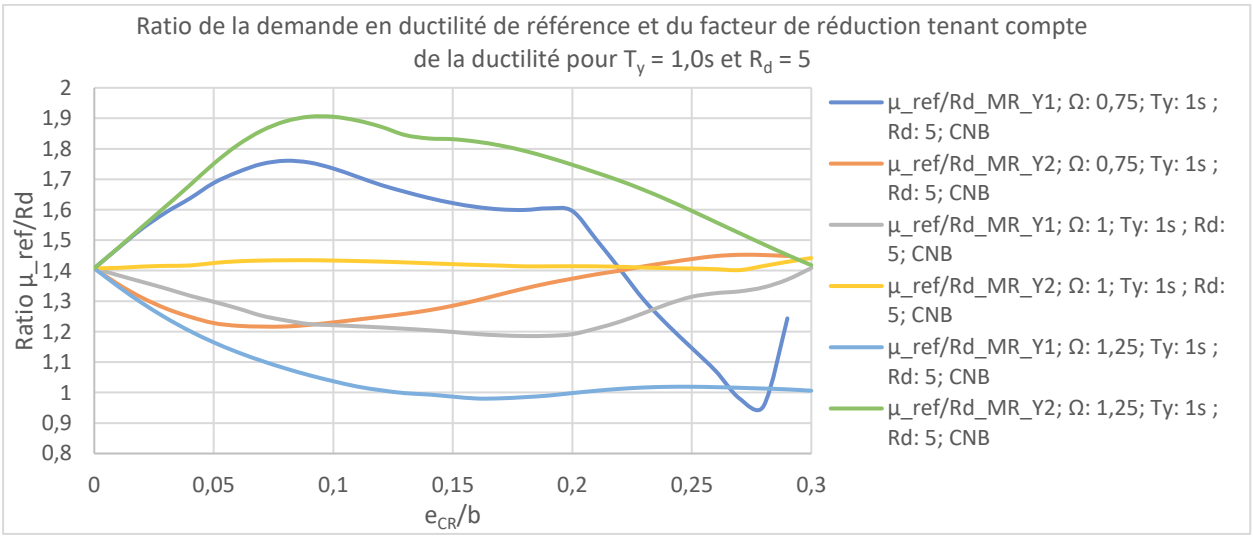


Figure 6.21: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 1,0s et R_d = 5

- **T_y = 2,0s**

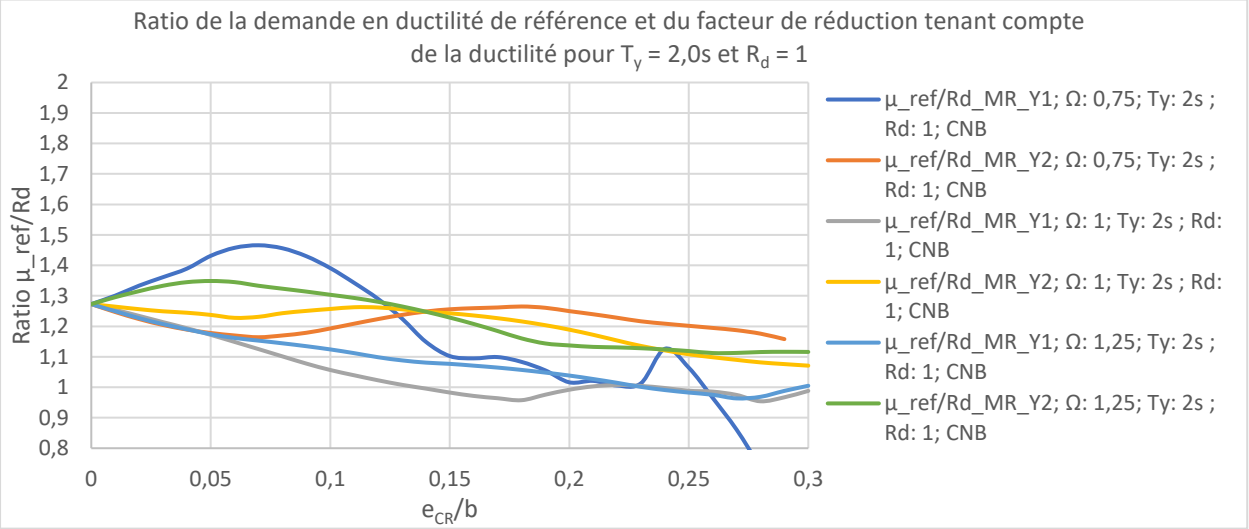


Figure 6.22: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 2,0s et R_d = 1

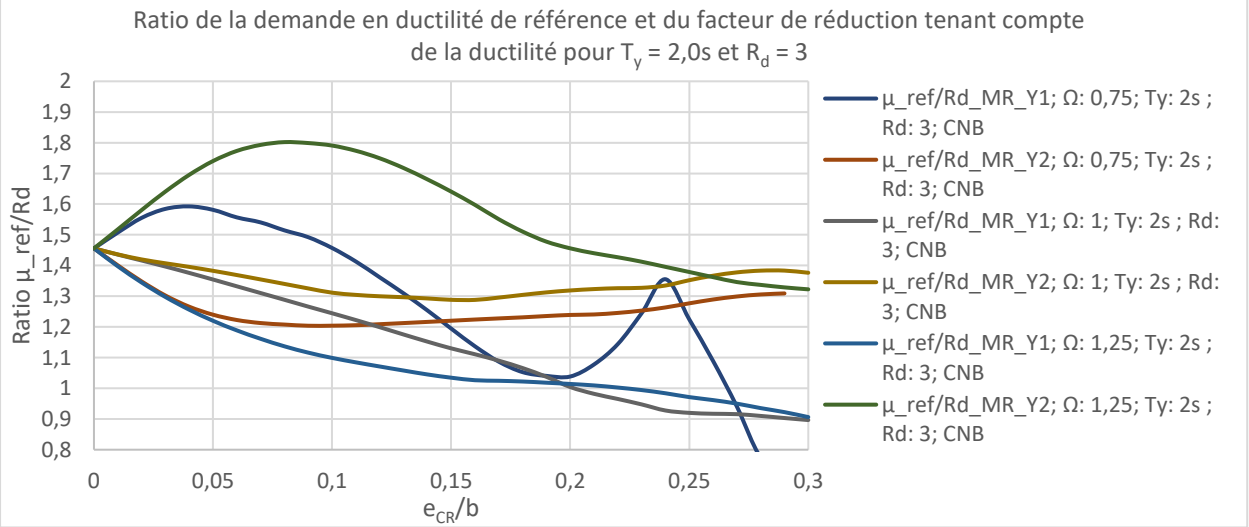


Figure 6.23: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 2,0s et R_d = 3

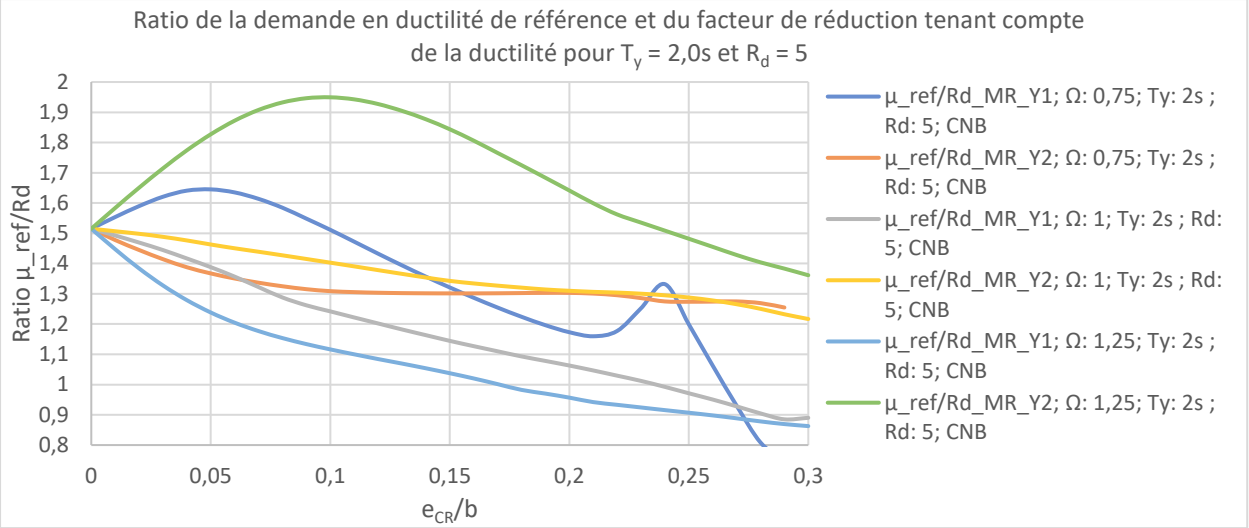


Figure 6.24: Ratio entre la demande en ductilité de référence et le facteur de réduction R_d pour T_y = 2,0s et R_d = 5

- **Discussion des résultats**

Peu importe la période fondamentale découplée T_y, le fait d'augmenter le facteur de réduction R_d se traduit par une augmentation du ratio entre la demande en ductilité maximale et R_d. On note également la demande en ductilité peut être équivalente à plus de deux fois le facteur de réduction R_d. Cela est contraire à l'hypothèse des déplacements égaux, sur lequel est basé le CNB, qui suppose que le facteur de réduction des forces est équivalent à la demande en ductilité. Il est possible que le principe de l'égalité des énergies soit plus approprié. Toutefois l'objectif de ce chapitre n'est pas d'élaborer un jugement sur l'applicabilité du principe des déplacements égaux mais bien de valider la torsion accidentelle de conception du CNB 2015. Ainsi on va continuer à appliquer le principe des déplacements égaux. On peut également justifier ce choix en rappelant que le paramètre de réponse considéré est le ratio entre la demande en ductilité d'une structure où la torsion accidentelle est considérée à celle d'une structure où la torsion accidentelle ne l'est pas. Le fait de considérer un ratio comme paramètre de réponse permet d'isoler l'influence de la torsion accidentelle et ce peu importe l'hypothèse qui est choisie pour établir le lien entre le facteur de réduction des forces et la demande en ductilité.

6.4 Résultats de l'analyse paramétrique

6.4.1 Résultats d'une conception conforme au CNB 2015

L'ensemble des figures compris entre la Figure 6.25 et la Figure 6.33 inclusivement démontre l'évolution du ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de la demande en ductilité obtenue sans considérer la torsion accidentelle selon l'excentricité naturelle. La torsion accidentelle de conception est appliquée conformément au CNB 2015 soit en déplaçant le CM de ± 0,05b lorsque la structure est régulière en torsion et en ajoutant un couple statique de ± F_x(0,1b) lorsque la structure est irrégulière en torsion.

- **T_y = 0,5s**

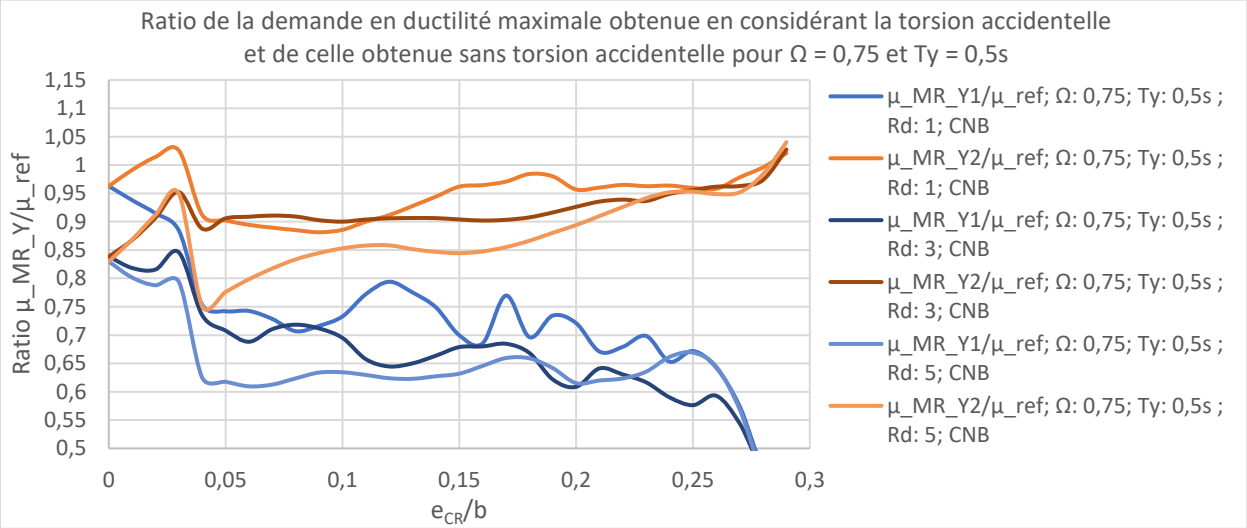


Figure 6.25: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 0,75 et T_y = 0,5s

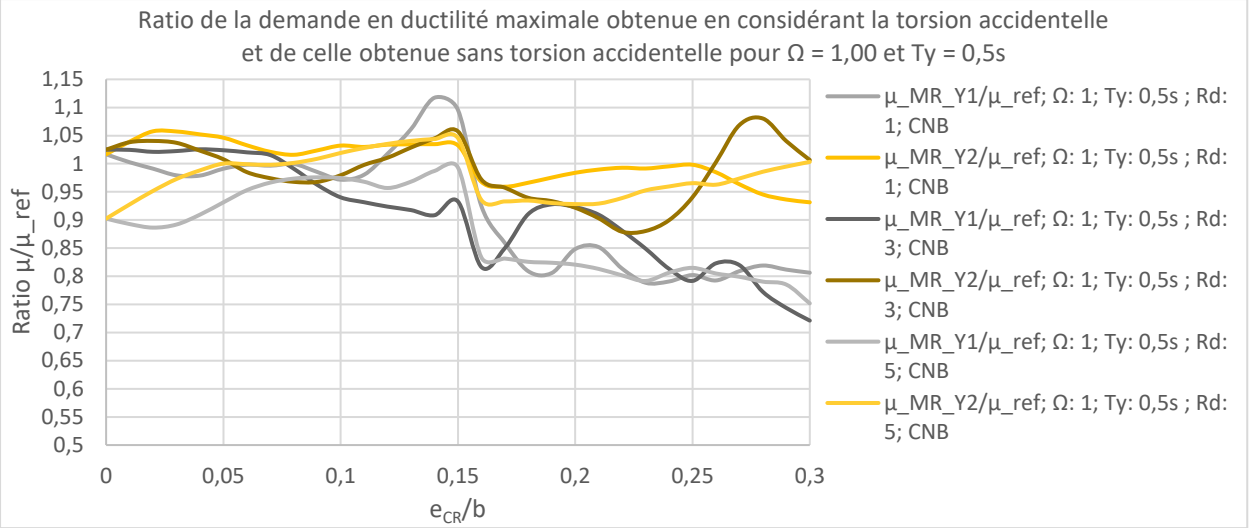


Figure 6.26: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour $\Omega = 1{,}00$ et $T_y = 0{,}5s$

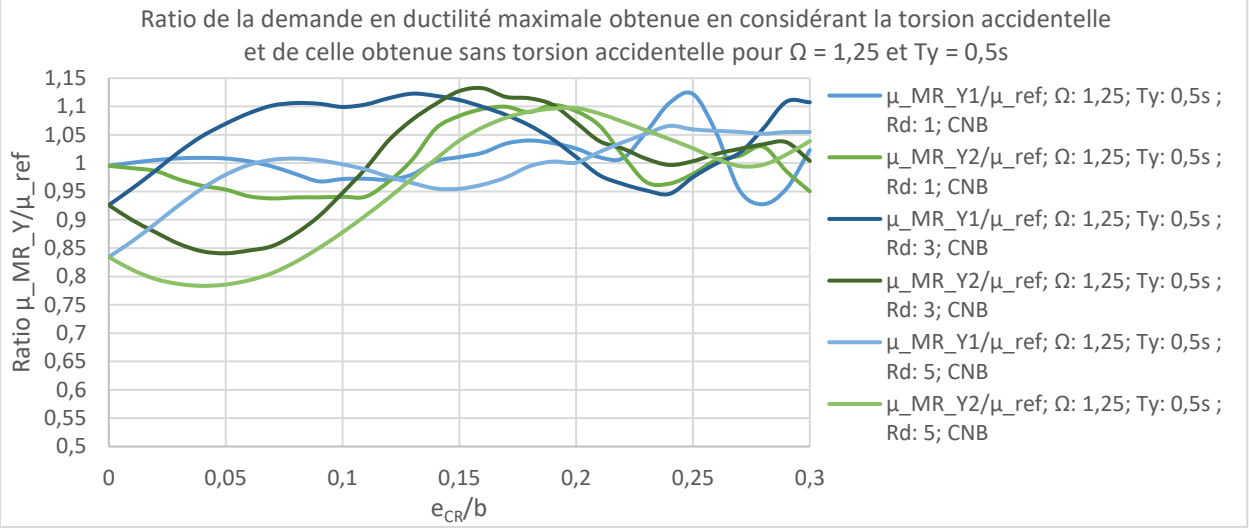


Figure 6.27: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour $\Omega = 1{,}25$ et $T_y = 0{,}5s$

- **Ty = 1,0s**

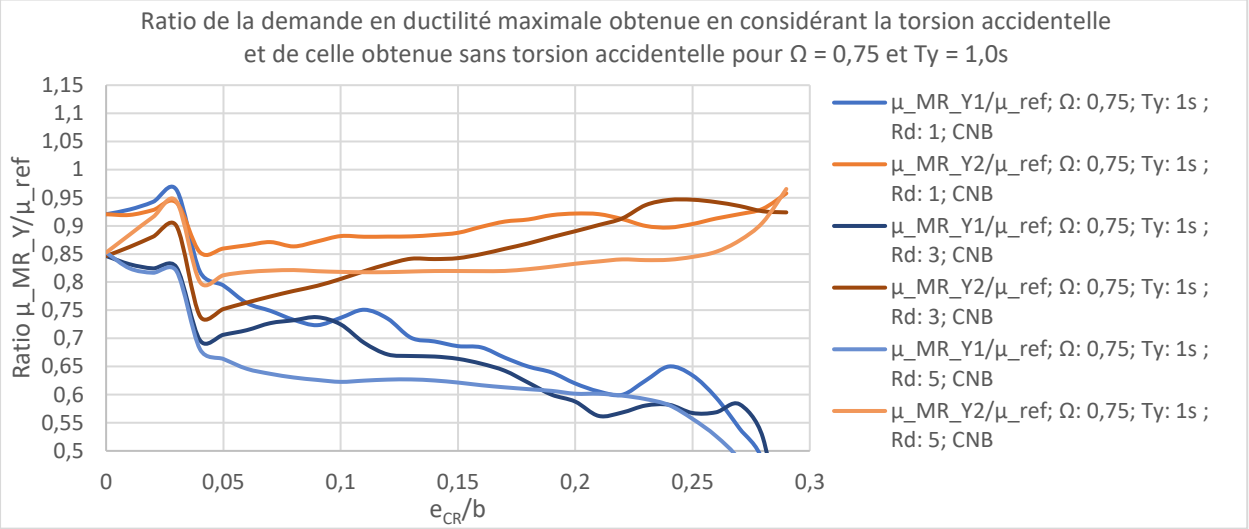


Figure 6.28: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour $\Omega = 0,75$ et $T_y = 1,0s$

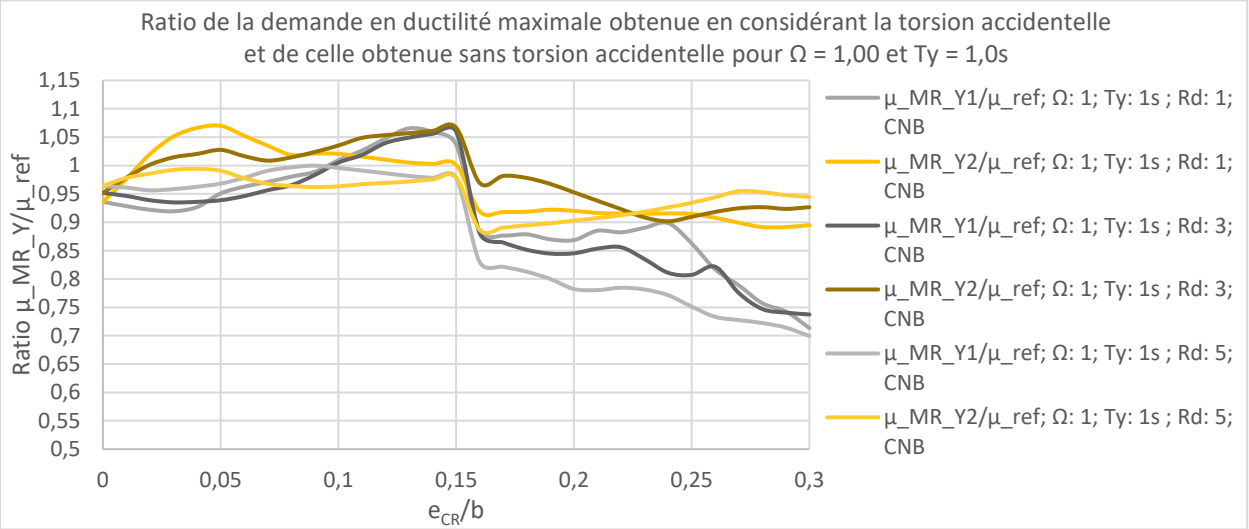


Figure 6.29: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB $\Omega = 1,00$ et $T_y = 1,0s$

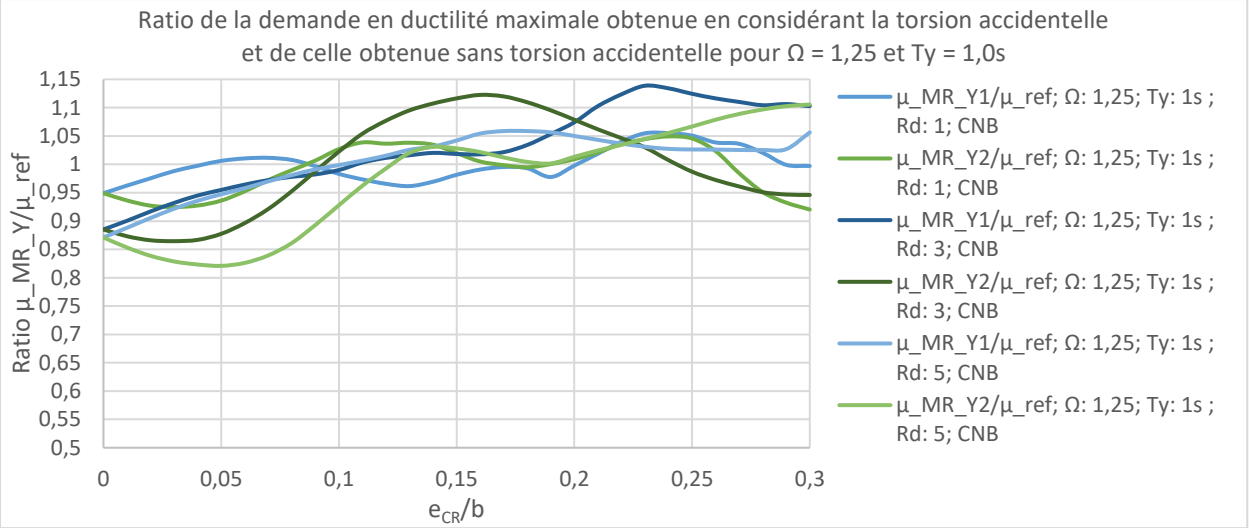


Figure 6.30: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 1,25 et T_y = 1,0s

- **T_y = 2,0s**

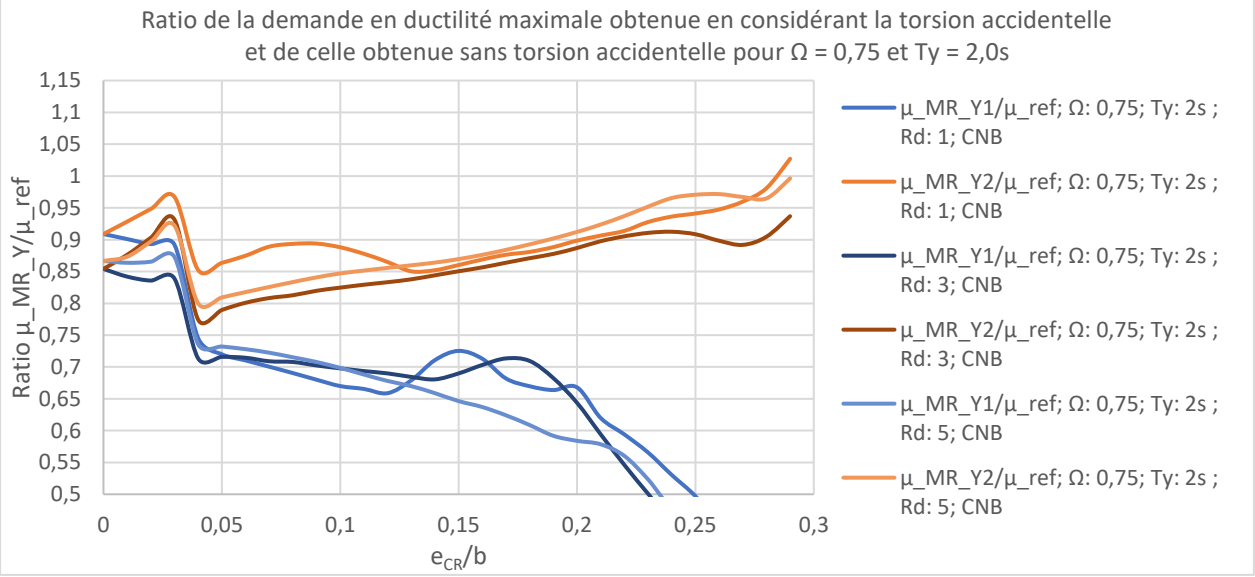


Figure 6.31: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 0,75 et T_y = 2,0s

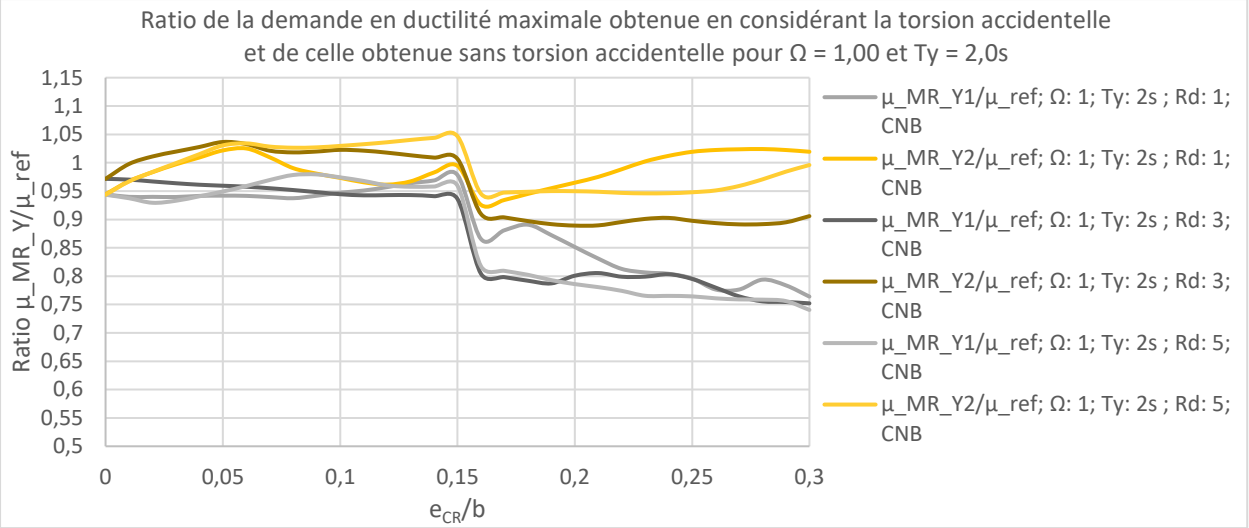


Figure 6.32: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 1,00 et T_y = 2,0s

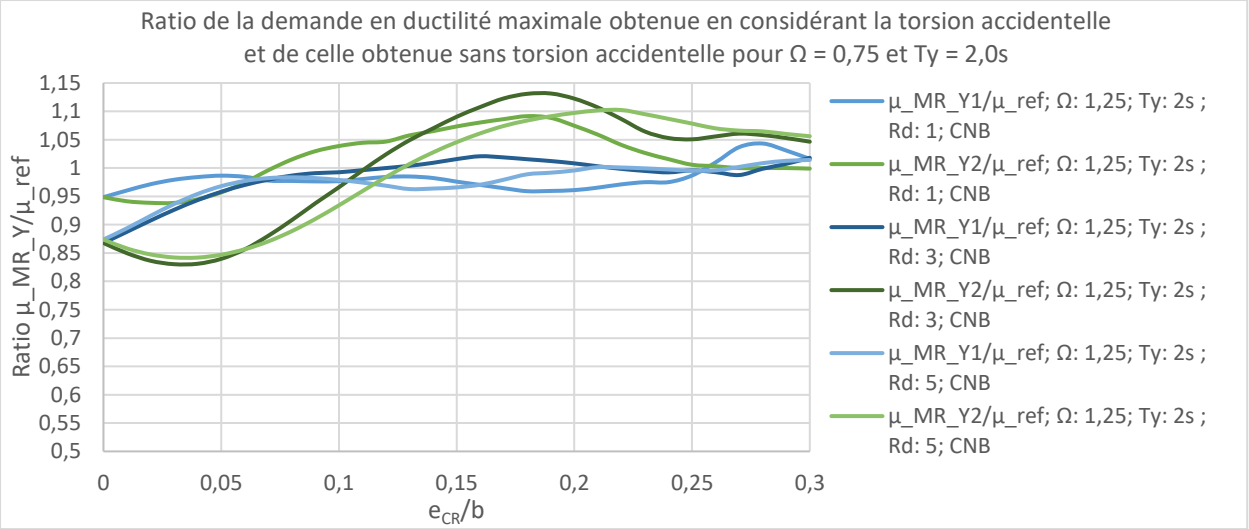


Figure 6.33: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle selon le CNB pour Ω = 1,25 et T_y = 2,0s

- **Discussion**

On rappelle que le critère suivant a été choisi afin de déterminer si la torsion accidentelle de conception est adéquate. En effet, le ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et celle obtenue sans torsion accidentelle doit être inférieur à 1. Cela signifie que l'augmentation de la résistance des murs attribuable à la torsion accidentelle de conception est

suffisante pour que l'amplification des déplacements attribuables à la présence de la torsion accidentelle réelle ne cause pas une augmentation de la demande en ductilité. Ainsi on peut déterminer les caractéristiques des structures pour lesquelles la torsion accidentelle de conception du CNB n'est pas adéquate.

Mentionnons d'emblée la présence d'un changement brusque dans les courbes du ratio des demandes en ductilités lorsque Ω prends les valeurs de 0,75 et de 1,00. Ces changements abrupts se produisent lorsque la structure devient irrégulière selon le critère du CNB. On rappelle que le CNB permet d'appliquer la torsion accidentelle de conception en déplaçant le CM lorsque la structure est régulière. Or le fait d'appliquer la torsion accidentelle de conception ainsi plutôt que d'appliquer le couple statique de $\pm F_x(0,1b)$ réduit la force de résistance qui est octroyée aux murs. Cela conduit à une réduction du déplacement du mur lors de sa première plastification et à une augmentation de la demande en ductilité.

La torsion accidentelle de conception du CNB est adéquate lorsque Ω est de 0,75 sauf en deux endroits. Le premier peut être repéré à la Figure 6.25 pour le mur MR_Y2 lorsque le facteur R_d est de 1 et que e_{CR}/b est de 0,025 approximativement. Le second endroit est situé à la Figure 6.31 lorsque le facteur R_d est de 1 et que e_{CR}/b est de 0,27. Lorsque Ω prends la valeur de 1, la torsion accidentelle de conception du CNB n'est pas adéquate si e_{CR}/b est inférieur à 0,15 et ce pour tous les facteurs R_d et toutes les périodes étudiées. L'intervalle pour lequel la torsion accidentelle de conception du CNB est inadéquate correspond avec celui pour lequel le bâtiment est régulier selon le critère du CNB. En d'autres termes le fait que la torsion accidentelle soit appliquée en déplaçant le CM explique probablement que le ratio des demandes en ductilités soit supérieur à 1 dans cet intervalle. Lorsque Ω est de 1,25, la structure est régulière pour l'ensemble des valeurs de e_{CR}/b. Dans ce cas, le ratio des demandes en ductilités est supérieur à 1 pour tous les cas étudiés.

6.4.2 Résultats d'une conception où la torsion accidentelle de conception est appliquée par un couple statique de $\pm F_x(0,1b)$ pour les bâtiments réguliers

L'ensemble de figures comprises entre la Figure 6.34 et la Figure 6.42 inclusivement illustre le ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de la demande en ductilité obtenue sans considérer la torsion accidentelle selon l'excentricité naturelle. La torsion

accidentelle de conception est appliquée conformément au CNB 2015 en ajoutant un couple statique de ± F_x(0,1b) autant lorsque la structure est régulière en torsion qu'irrégulière en torsion.

- **T_y = 0,5s**

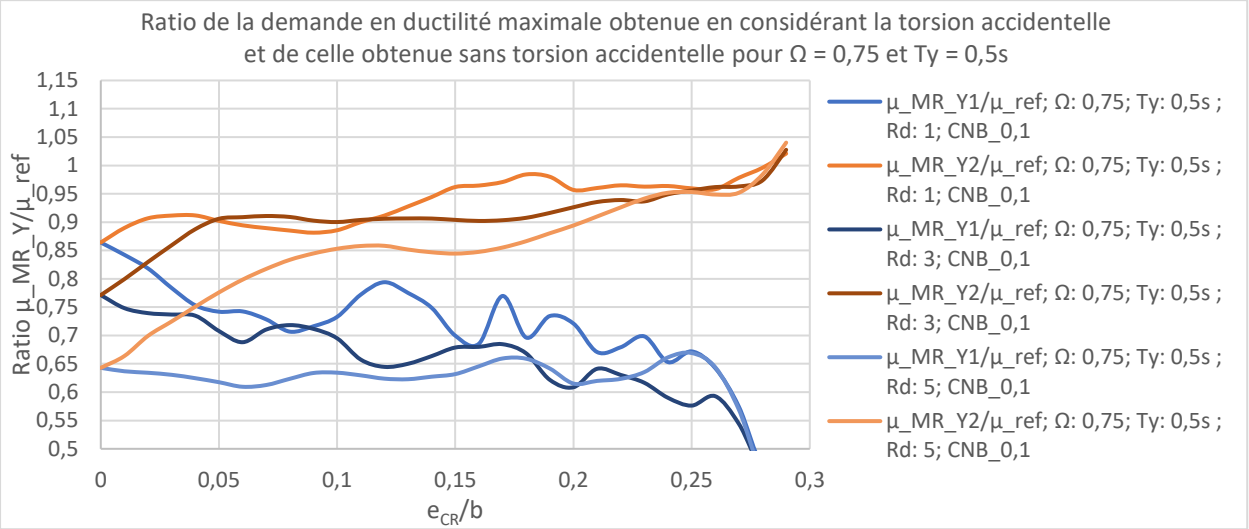


Figure 6.34: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour = 0,75 et T_y = 0,5s

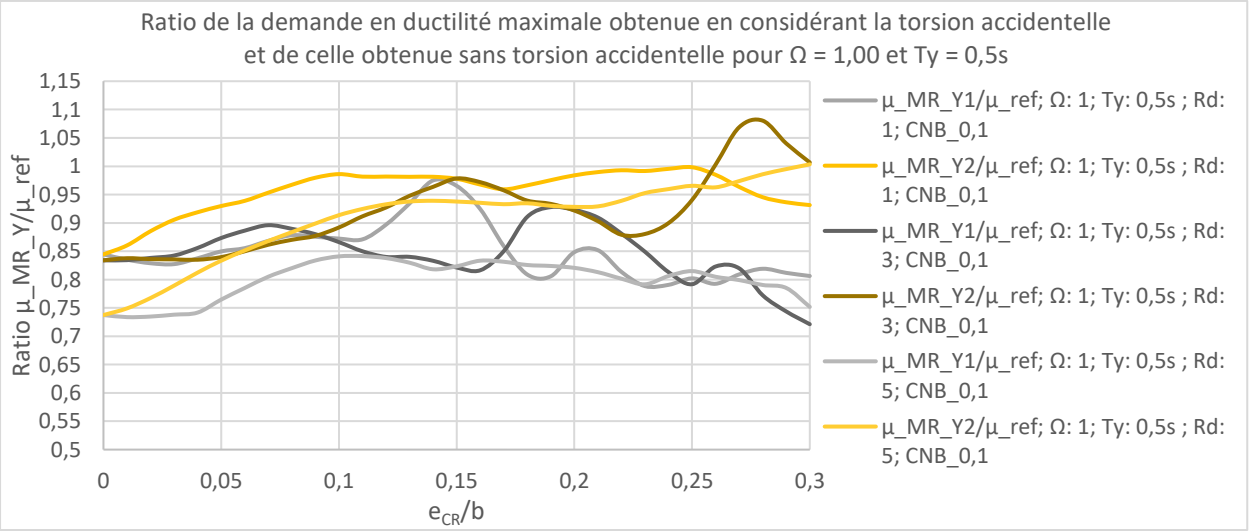


Figure 6.35: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,00 et T_y = 0,5s

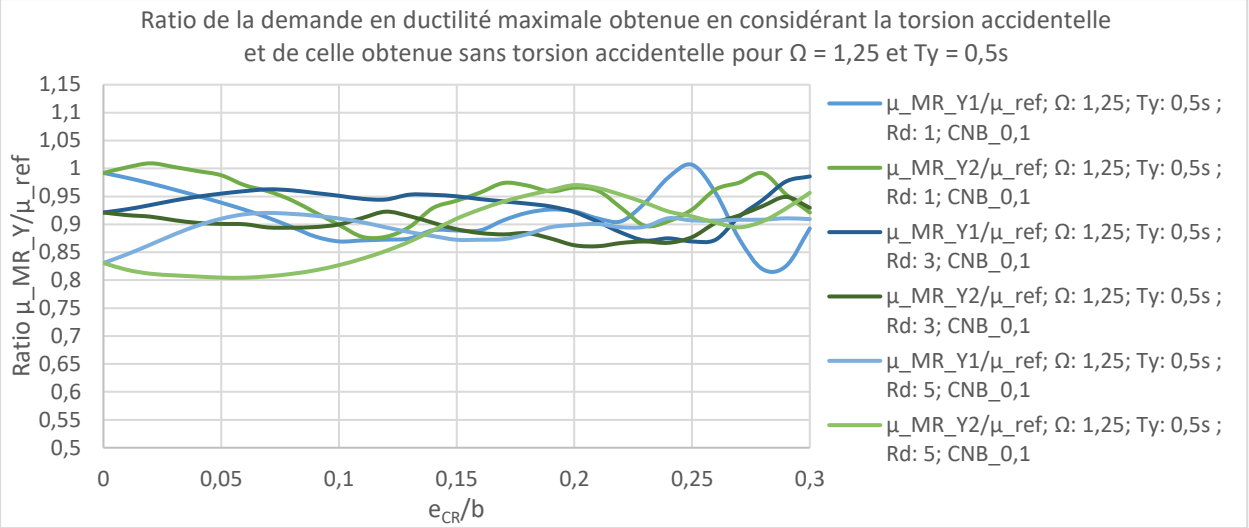


Figure 6.36: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,25 et T_y = 0,5s

- **T_y = 1,0s**

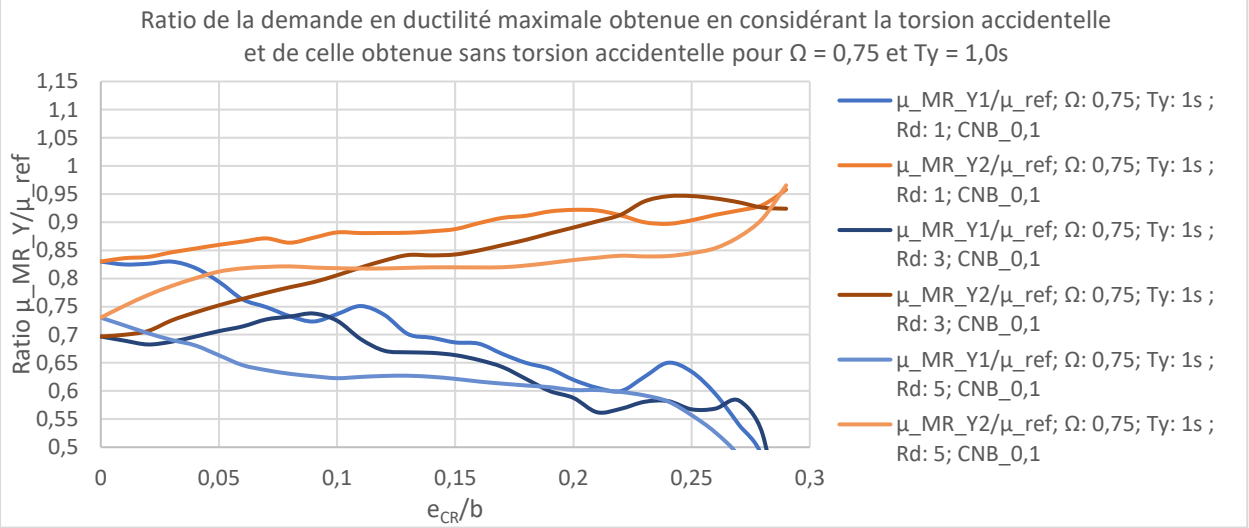


Figure 6.37: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 0,75 et T_y = 1,0s

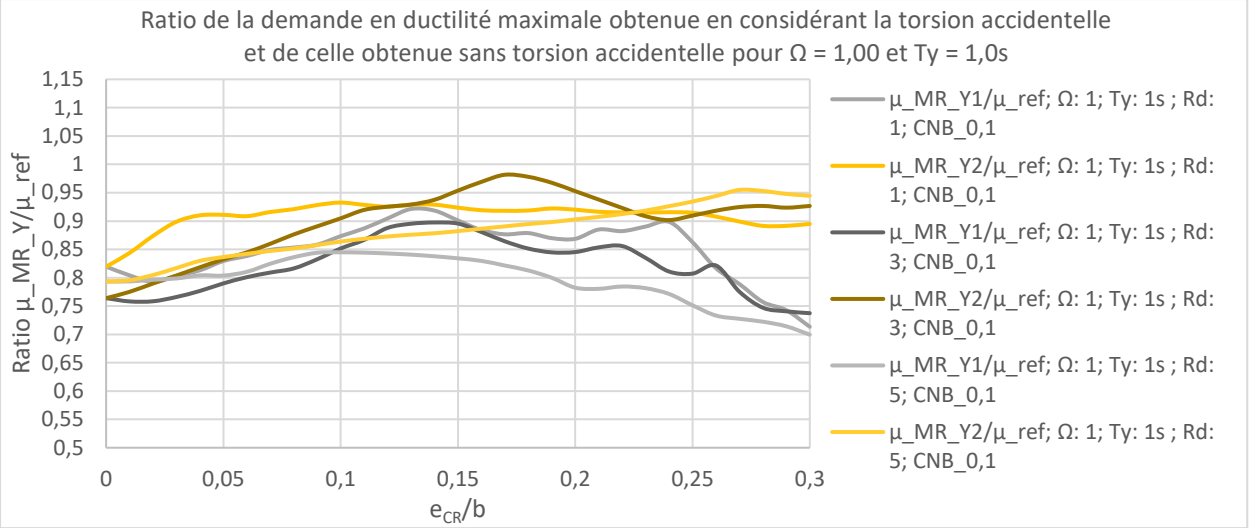


Figure 6.38: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,00 et T_y = 1,0s

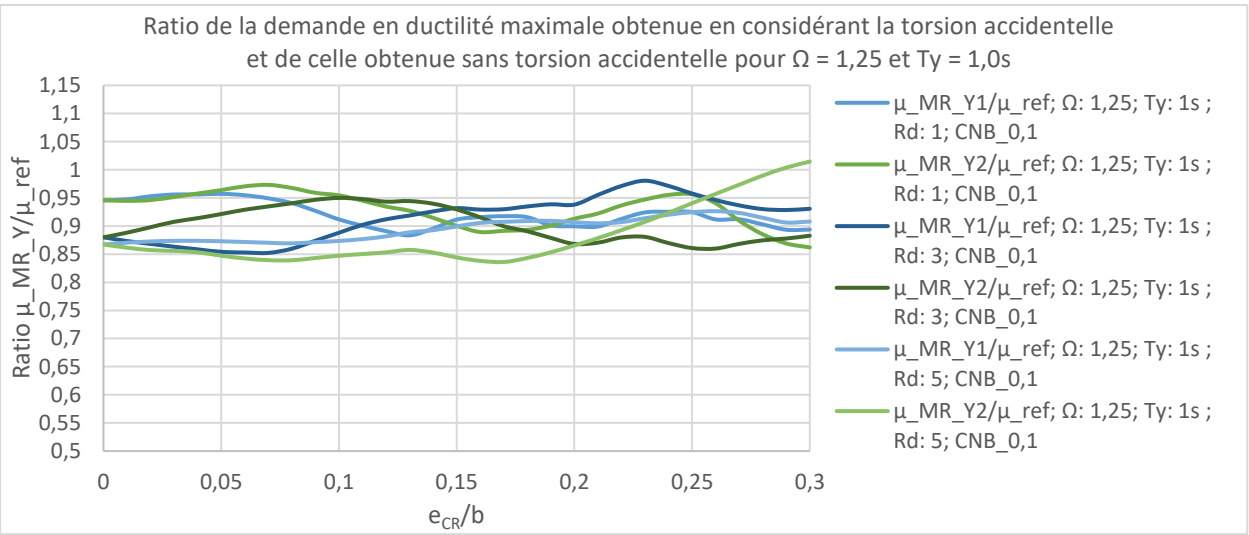


Figure 6.39: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,25 et T_y = 1,0s

- **T_y = 2,0s**

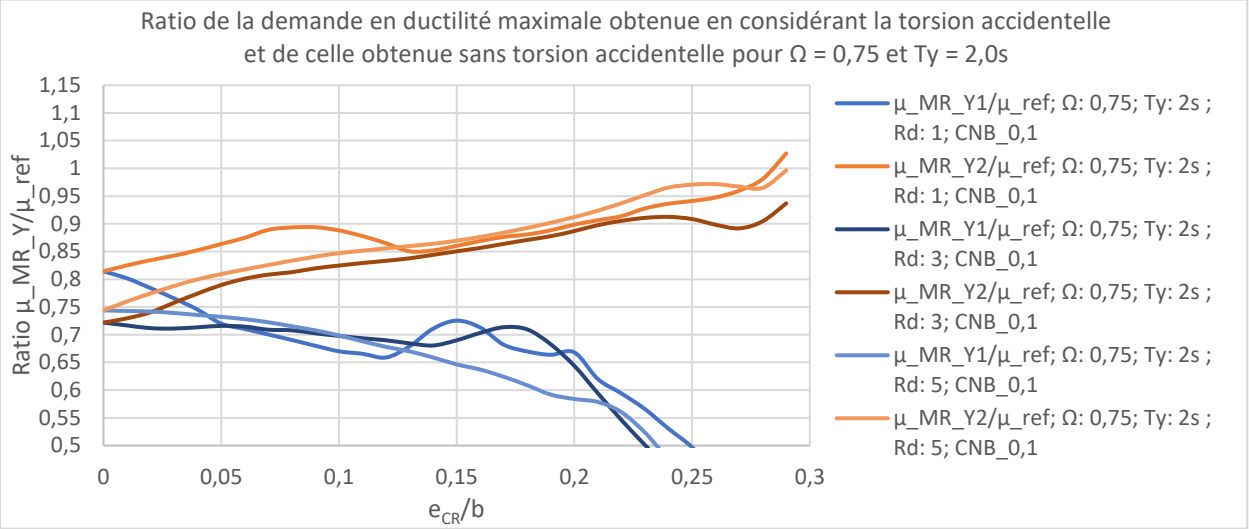


Figure 6.40: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 0,75 et T_y = 2,0s

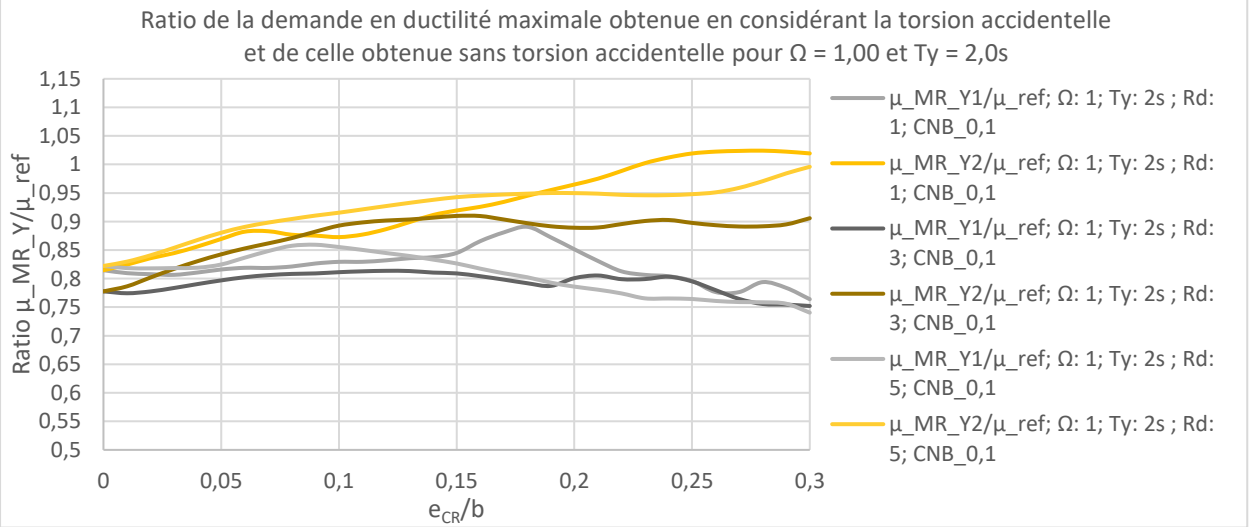


Figure 6.41: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,00 et T_y = 2,0s

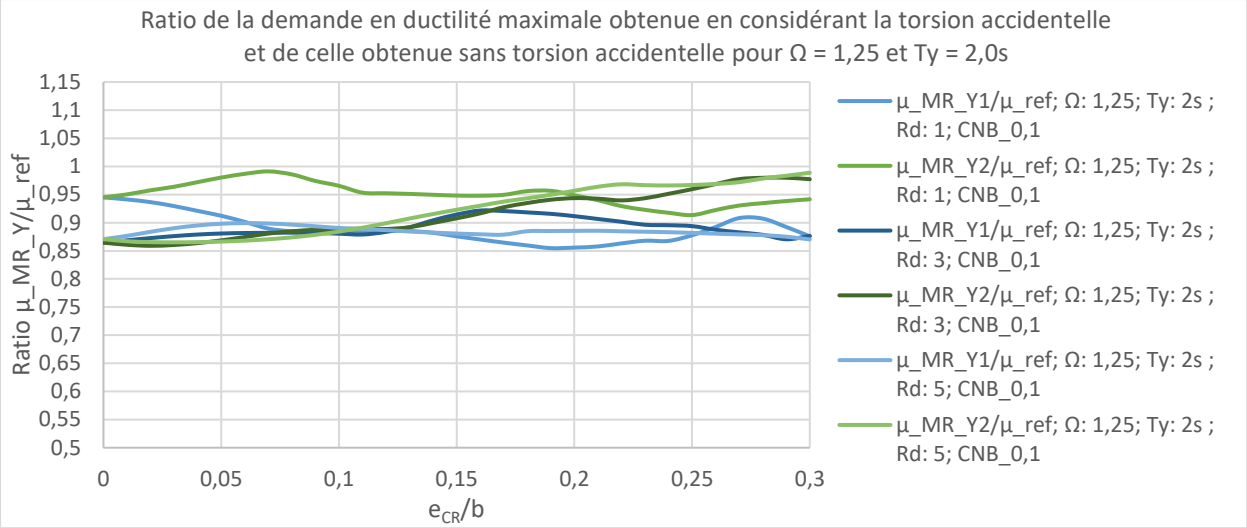


Figure 6.42: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± F_x(0,1b) pour Ω = 1,25 et T_y = 2,0s

- **Discussion**

La torsion accidentelle de conception est introduite par l'intermédiaire du couple statique ± F_x(0,1b) et ce même si la structure est régulière. Cela fait en sorte que tous les cas où le ratio des demandes en ductilités était supérieur à 1 mentionnés à la sous-section précédente sont désormais inférieurs à 1. On peut ainsi conclure que le fait d'appliquer la torsion accidentelle par un couple statique de ± F_x(0,1b) est plus adéquat que de déplacer le CM de 0,05b lorsque la structure est régulière en torsion.

6.4.3 Résultats d'une conception où la torsion accidentelle de conception est appliquée par un couple statique de ± $F_x(0,05A_xb)$

Le groupe de figures compris entre la Figure 6.43 et la Figure 6.51 présente le ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de la demande en ductilité obtenue sans considérer la torsion accidentelle selon l'excentricité naturelle. La torsion accidentelle de conception est appliquée conformément à l'ASCE 7-10 soit en ajoutant un couple statique de ± $F_x(0,05A_xb)$. Toutefois les forces de conception F_x sont déterminées selon le CNB 2015.

- **T_y = 0,5s**

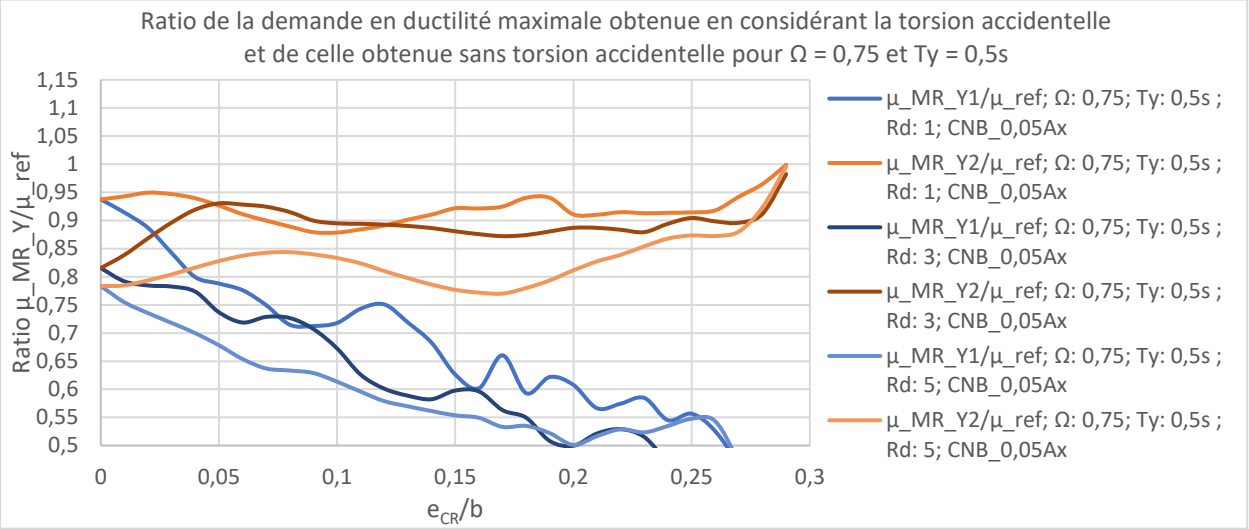


Figure 6.43: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$ pour Ω = 0,75 et T_y = 0,5s

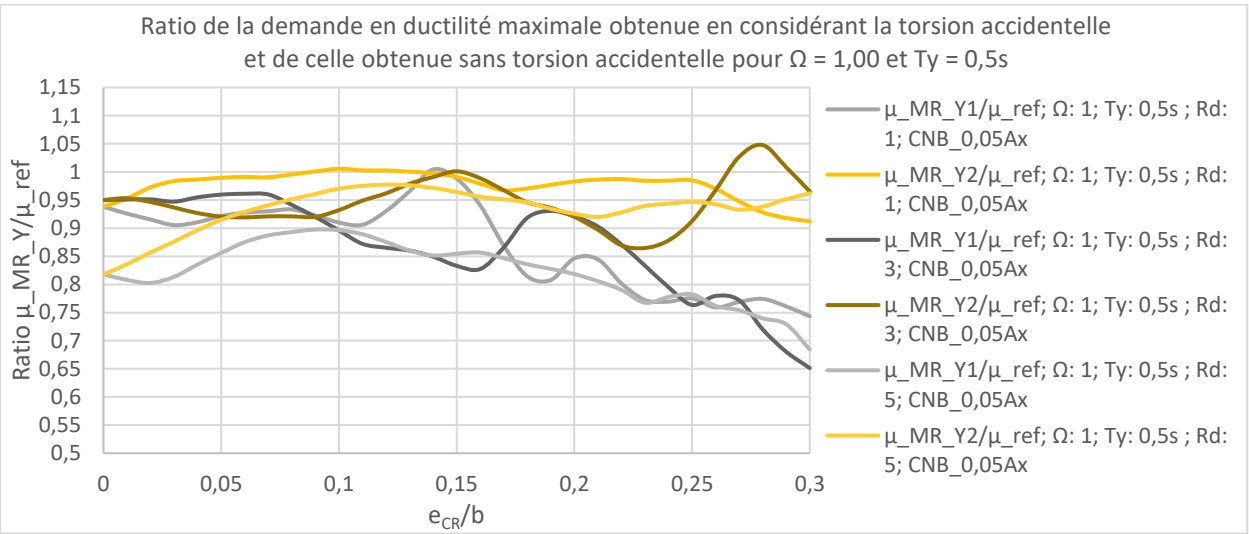


Figure 6.44: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$ pour Ω = 1,00 et T_y = 0,5s

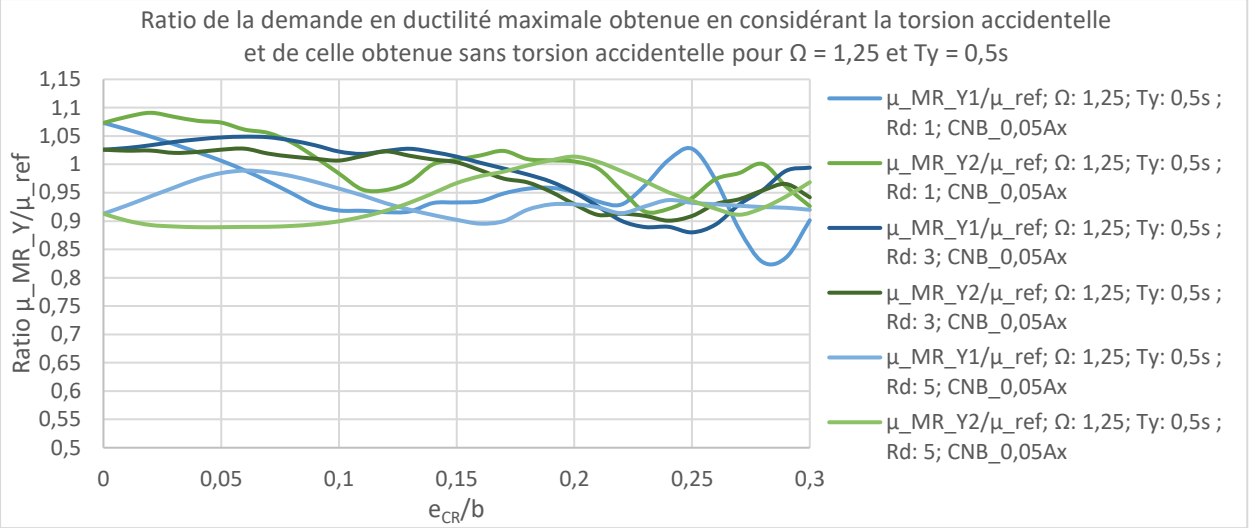


Figure 6.45: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$ pour $\Omega = 1{,}25$ et $T_y = 0{,}5s$

- **T_y = 1,0s**

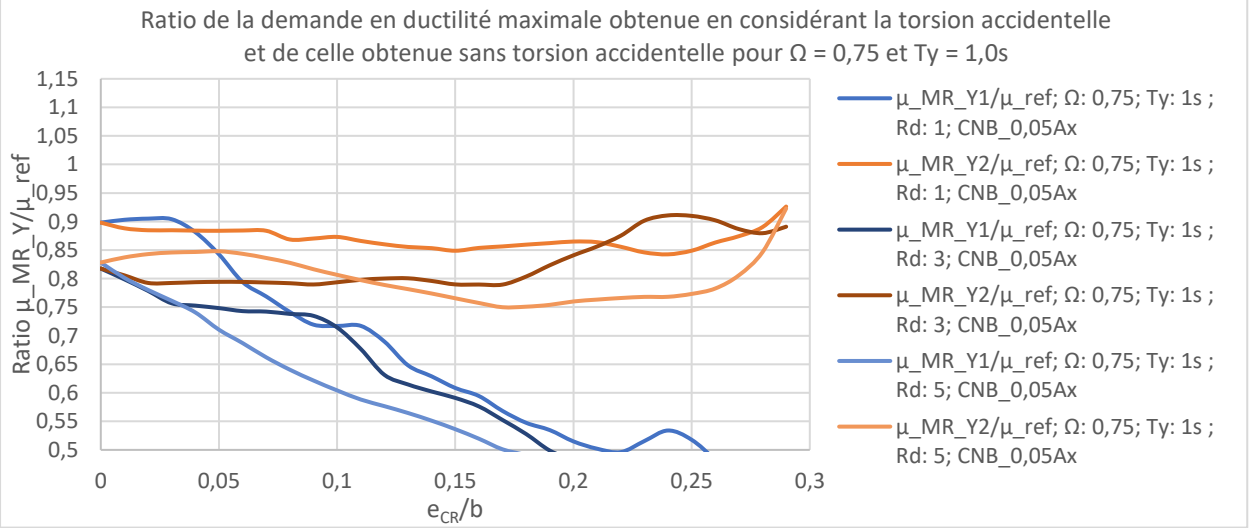


Figure 6.46: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$ pour $\Omega = 0{,}75$ et $T_y = 1{,}0s$

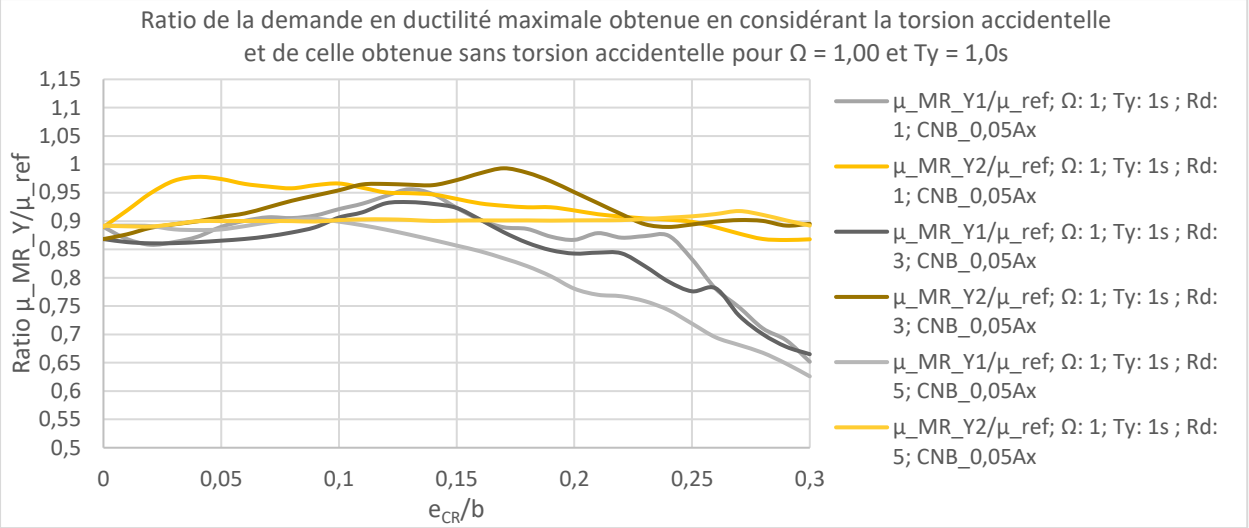


Figure 6.47: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,05A_xb)$ pour Ω = 1,00 et T_y = 1,0s

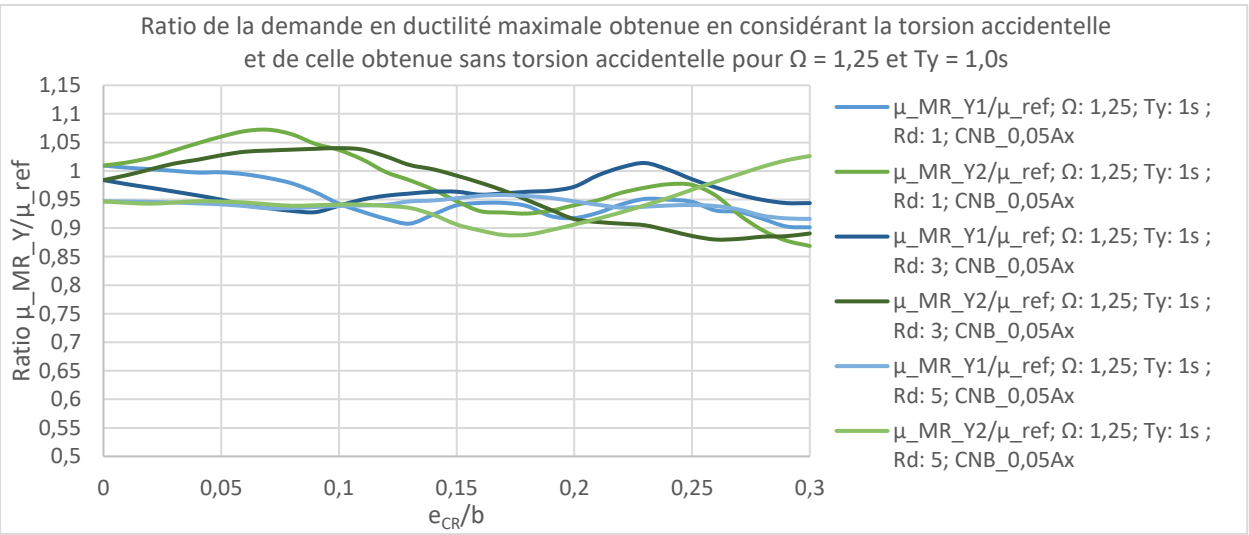


Figure 6.48: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,05A_xb)$ pour Ω = 1,25 et T_y = 1,0s

- **T_y = 2,0s**

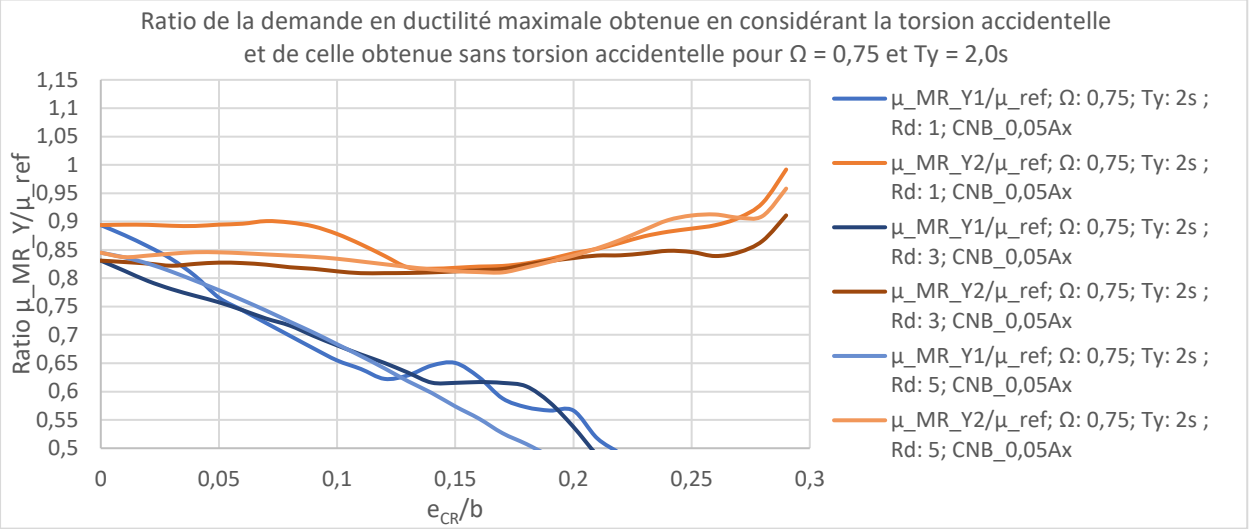


Figure 6.49: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$ pour Ω = 0,75 et T_y = 2,0s

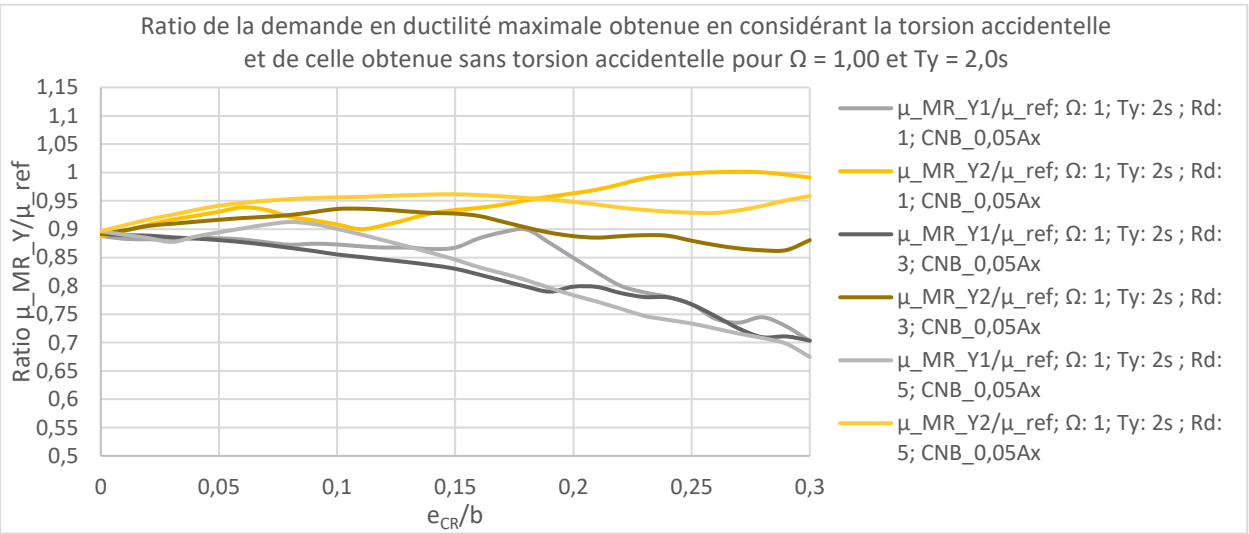


Figure 6.50: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$ pour Ω = 1,00 et T_y = 2,0s

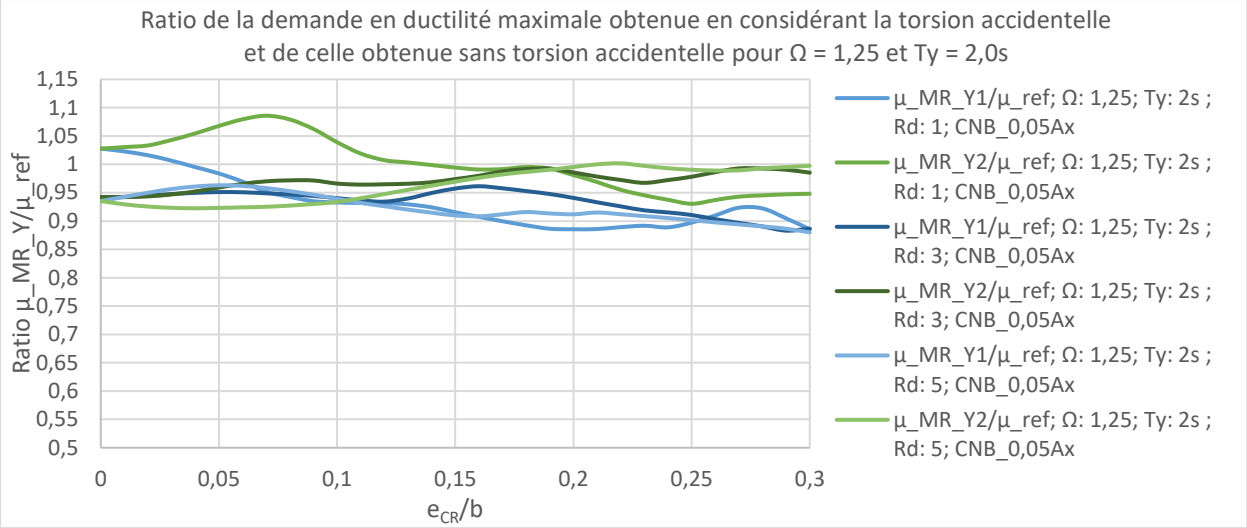


Figure 6.51: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$ pour Ω = 1,25 et T_y = 2,0s

- **Discussion**

À des fins exploratoires, on évalue le ratio des demandes en ductilités en appliquant la torsion accidentelle de conception conformément à l'ASCE 7-10 mais en considérant les forces de conception du CNB. L'ASCE introduit la torsion accidentelle de conception à l'aide d'un couple statique de ± $F_x(0{,}05A_xb)$. A_x est un facteur d'amplification variant de 1 à 3 selon le niveau d'irrégularité de la structure. Plus la structure est irrégulière selon le critère de l'ASCE, plus le facteur d'amplification augmente. On remarque que l'excentricité des forces de conception dans le couple statique de l'ASCE prends des valeurs pouvant varier de 0,05b à 0,15b. Celle du CNB demeure constante à 0,1b. Le ratio des demandes en ductilité est inférieur à 1 pour Ω égal à 0,75 et 1,00 et ce pour pratiquement tous les cas considérés. Le seul cas où ce constat n'est pas respecté se produit à la Figure 6.44 pour le mur MR_Y2 à une période T_y de 1,0s et un facteur R_d de 3 lorsque e_{CR}/b est compris entre 0,26 et 0,29 environ. Lorsque Ω est de 1,25 toutefois le ratio des demandes en ductilités est supérieur à 1 dans tous les cas ce qui dénote une augmentation de la ductilité par rapport à la valeur de référence.

6.4.4 Facteur d'ajustement A_F de la torsion accidentelle de conception du CNB 2015

- **Détermination du facteur d'ajustement**

Le critère d'acceptabilité défini précédemment requiert que l'ajout de la torsion accidentelle ne se traduise pas par une augmentation de la demande en ductilité. Or l'augmentation de la demande en ductilité observée lorsque la torsion accidentelle de conception est appliquée par le couple statique de ± F_x(0,1b) est inférieure à 5% pour la quasi-totalité des cas étudiés. Toutefois ces dépassements mineurs des demandes en ductilité des murs indiquent que les murs ne se comportent pas de la manière désirée. Ainsi les poteaux gravitaires risquent de présenter des demandes en ductilités pouvant mener à leur rupture. De manière préliminaire, on détermine un facteur d'ajustement inspiré du facteur d'amplification de l'ASCE. On emploie le terme préliminaire puisque de nombreuses hypothèses simplificatrices sont adoptées et que l'étude effectuée ne comprends pas de bâtiments multiétagés. L'observation des ratios des demandes en ductilité obtenus aux sous-sections précédentes révèle que le fait d'appliquer la torsion accidentelle de conception en déplaçant le CM n'est pas adéquat. On remarque également que l'application de la torsion accidentelle de conception à l'aide d'un couple statique de ± F_x(0,1b) peut s'avérer trop conservateur lorsque Ω prend la valeur de 0,75. Également les couples statiques de ± F_x(0,1b) et ± F_x(0,05A_xb) sont insuffisants lorsque Ω vaut 1,25. Or le facteur d'amplification tel que spécifié par l'ASCE fait en sorte que ce dernier augmente plus la structure est irrégulière. En d'autres termes la torsion accidentelle de conception est minimale lorsque Ω vaut 1,25. Or le ratio des demandes en ductilités supérieur à 1 que l'on retrouve lorsque Ω est de 1,25 indique que la torsion accidentelle de conception devrait être supérieure à cette valeur minimale.

On propose donc l'expression suivante pour la torsion accidentelle de conception :

$$T_x = 0{,}1 A_F F_x \tag{6.2}$$

$$1 \leq A_F = \frac{B_x}{1{,}7} \leq 3 \tag{6.3}$$

L'ensemble des figures comprenant la Figure 6.52 à la Figure 6.60 inclusivement illustre le ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de la demande en

ductilité obtenue sans considérer la torsion accidentelle selon l'excentricité naturelle. La torsion accidentelle de conception est appliquée conformément à nouvelle procédure inspirée de l'ASCE 7-10 soit en ajoutant un couple statique de ± F_x ($0{,}1A_Fb$). Les forces de conception F_x sont définies selon le CNB 2015.

- **Ty = 0,5s**

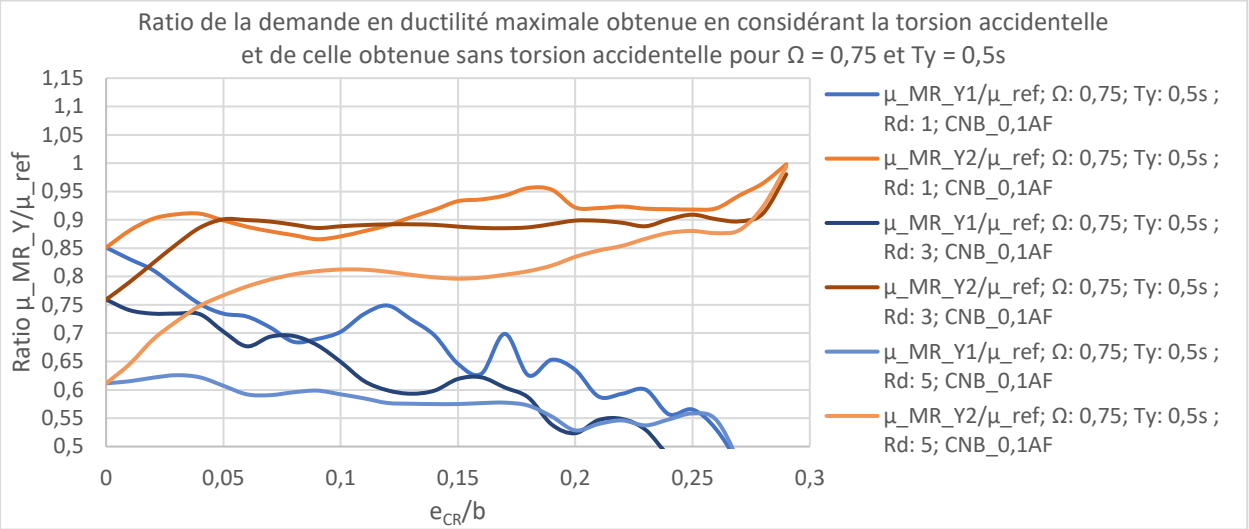


Figure 6.52: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0{,}1A_Fb)$ pour $\Omega = 0{,}75$ et T_y = 0,5s

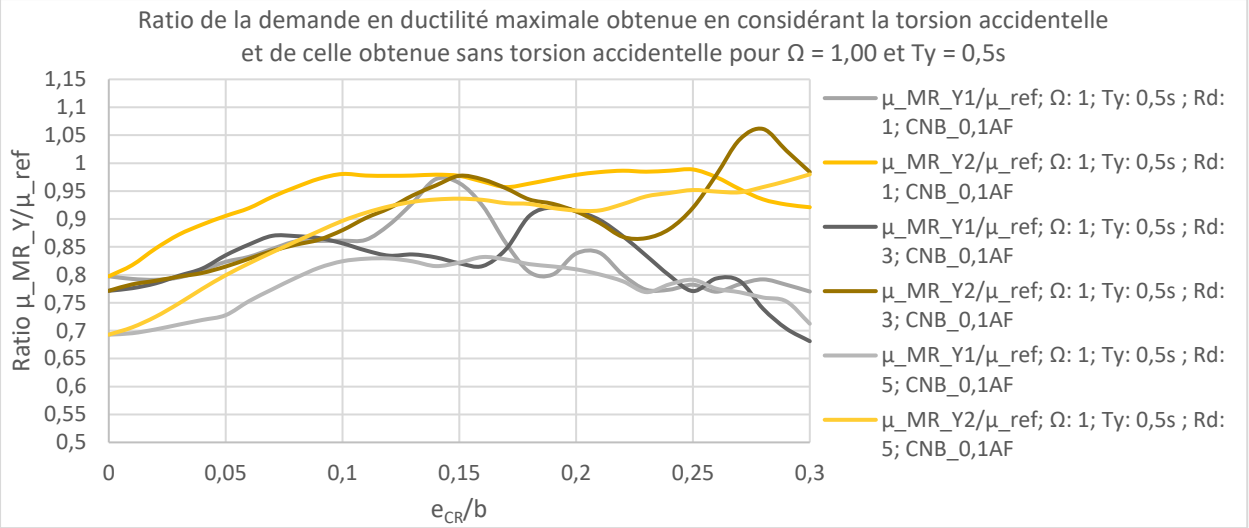


Figure 6.53: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 1,00 et T_y = 0,5s

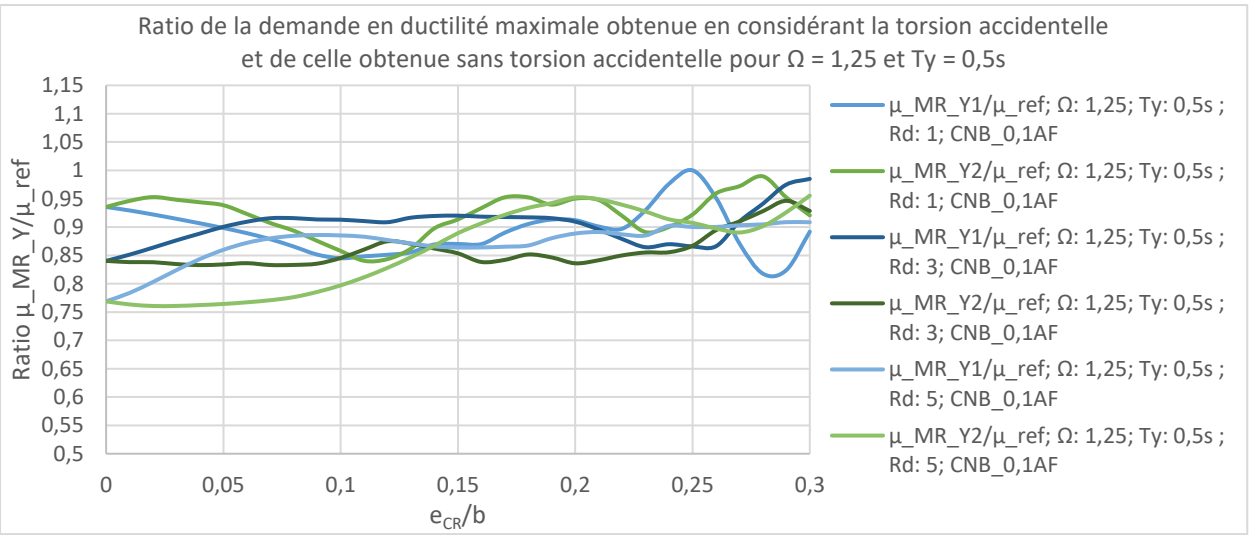


Figure 6.54: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 1,25 et T_y = 0,5s

- **Ty = 1,0s**

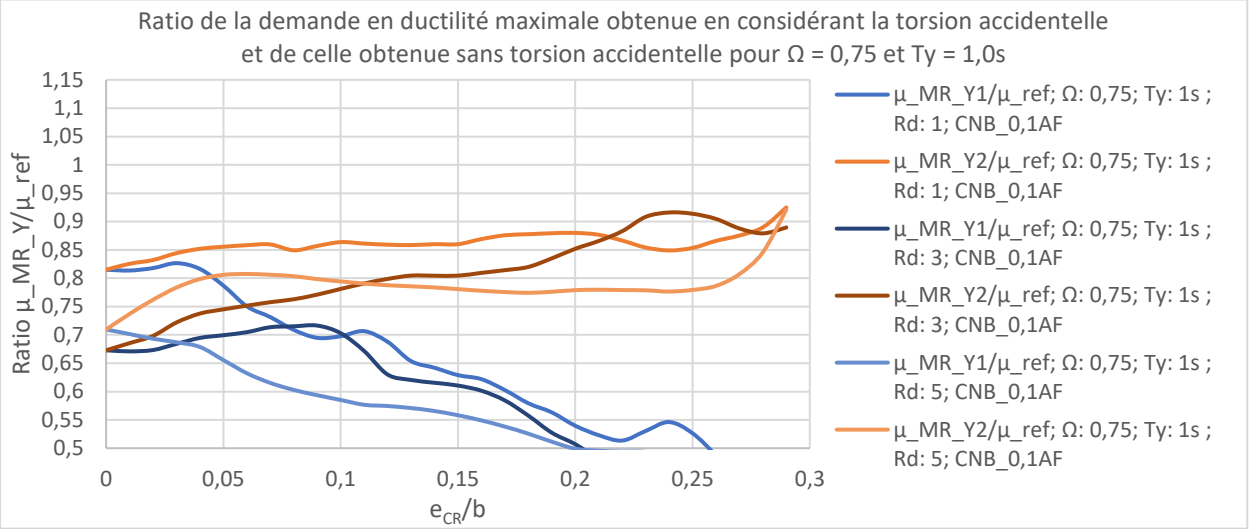


Figure 6.55: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 0,75 et T_y = 1,0s

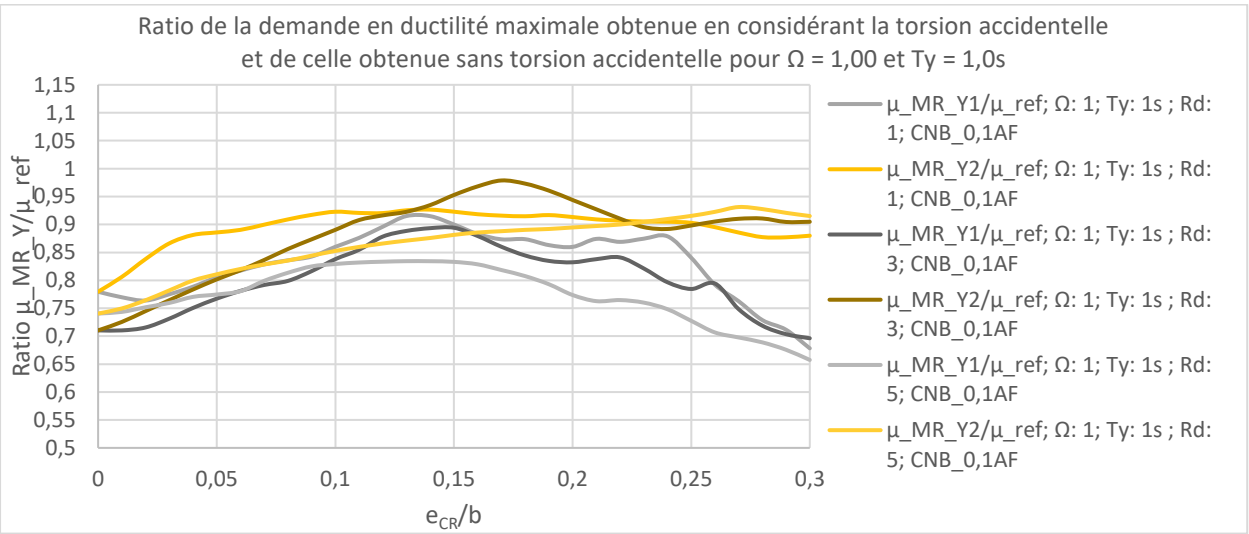


Figure 6.56: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour Ω = 1,00 et T_y = 1,0s

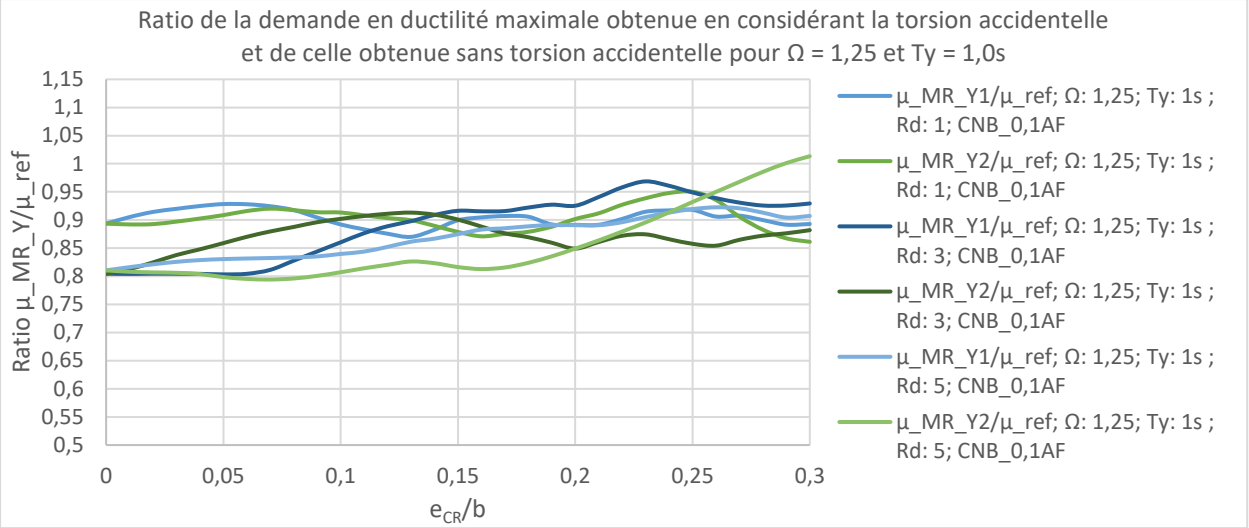


Figure 6.57: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour $\Omega = 1,25$ et $T_y = 1,0s$

- **Ty = 2,0s**

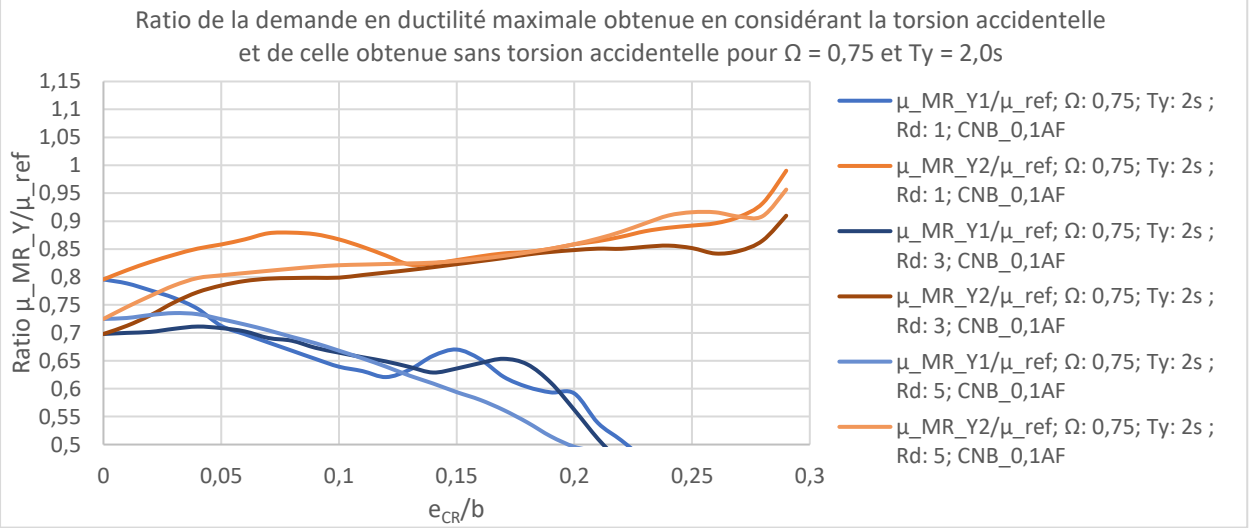


Figure 6.58: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour $\Omega = 0,75$ et $T_y = 2,0s$

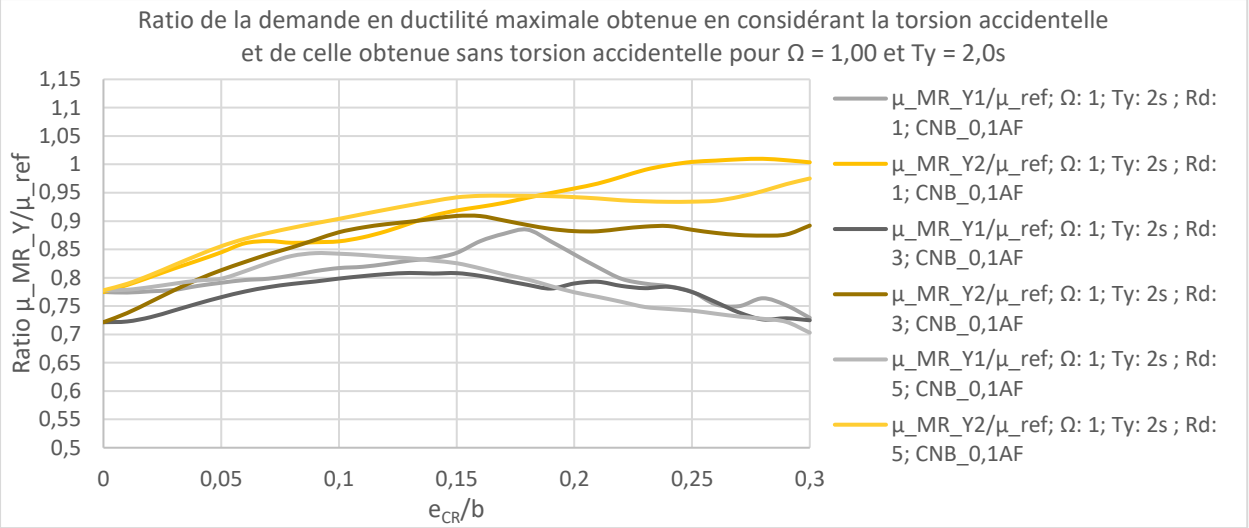


Figure 6.59: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour $\Omega = 1,00$ et T_y = 2,0s

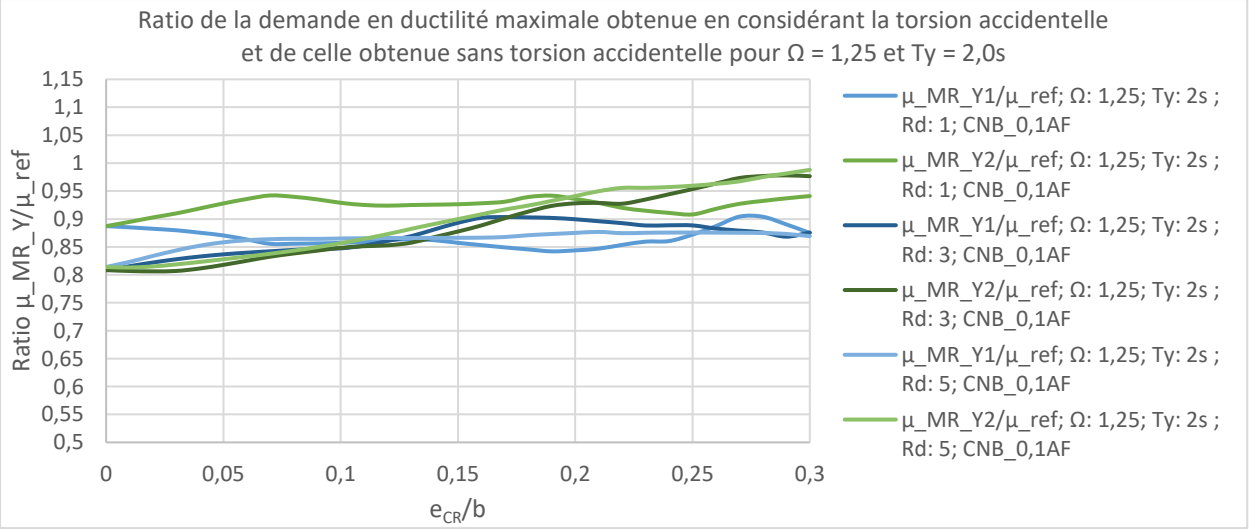


Figure 6.60: Ratio de la demande en ductilité obtenue en considérant la torsion accidentelle et de celle obtenue sans torsion accidentelle avec couple statique de ± $F_x(0,1A_Fb)$ pour $\Omega = 1,25$ et T_y = 2,0s

- **Discussion**

Le facteur d'ajustement A_F est adéquat pour tous les cas étudiés à l'exception de ceux que l'on retrouve à la Figure 6.53, à la Figure 6.57 et à la Figure 6.59. Dans le premier cas il s'agit du mur MR_Y2 avec $\Omega = 1,00$, $T_y = 0,5s$ et $R_d = 3$ pour e_{CR}/b variant entre 0,26 et 0,29. L'ampleur

maximale du dépassement dans ce cas atteint 6%. Le second dépassement atteint 1,3% pour le mur MR_Y2 avec Ω = 1,25, T_y = 1,0s et R_d = 5 pour e_{CR}/b situé entre 0,29 et 0,3. Le troisième dépassement est de 1% pour le mur MR_Y2 avec Ω = 1,00, T_y = 2,0s et R_d = 3 lorsque e_{CR}/b varie entre 0,23 et 0,29. Les deux derniers cas repérés ne sont pas significatifs en raison de la faible grandeur du dépassement. Le premier dépassement est plus significatif et pourrait justifier une révision du facteur d'amplification considéré. Cependant on considère que le facteur d'ajustement de la torsion accidentelle de conception requise pour abaisser de 6% le ratio des demandes en ductilités s'avérerait trop conservateur. De plus l'intervalle des valeurs de e_{CR}/b pour lequel le dépassement se produit est très restreint. On note que ce dépassement peut être observé aux figures suivantes : Figure 6.26, Figure 6.35 et Figure 6.44. Cependant ces dépassements n'ont pas été soulignés en raison de la présence d'autres étant jugés plus critiques.

6.5 Conclusion

Les objectifs de ce chapitre ont été atteints. En premier lieu le ratio des déplacements maximums obtenus d'une structure où la torsion accidentelle réelle est considérée et des déplacements maximums d'une structure sans torsion accidentelle est déterminé. Ce ratio des déplacements maximums révèle que la torsion accidentelle réelle (analyse non-linéaire avec CM déplacé de 0,05b) entraîne une amplification du déplacement maximal. Celle-ci peut se traduire en une demande en ductilité excessive si les forces de résistance des murs ne sont pas augmentées adéquatement. Cela justifie la présence de la torsion accidentelle de conception car cette dernière permet d'augmenter les forces de résistance. Toutefois on doit s'assurer que la torsion accidentelle de conception telle que spécifiée par le CNB est adéquate. Afin d'accomplir cette vérification, on détermine le ratio entre la demande en ductilité obtenue d'une structure où on considère la torsion accidentelle et celle où la torsion accidentelle n'est pas considérée. Si ce ratio est inférieur à 1 cela signifie que l'augmentation de la résistance attribuable à la torsion accidentelle de conception est suffisante pour que la hausse du déplacement maximale n'entraîne pas également l'amplification de la demande en ductilité par rapport à celle obtenue lorsque la torsion accidentelle n'est pas considérée.

On constate que le fait d'appliquer la torsion accidentelle de conception en déplaçant le CM n'augmente pas suffisamment la force de résistance des murs pour que le ratio des demandes en

ductilités avec et sans torsion accidentelle soit inférieur à 1 pour les bâtiments réguliers en torsion soit ceux dont B est inférieur à 1,7. On vérifie ensuite si le fait d'appliquer la torsion accidentelle de conception par un couple statique est plus adéquat que de déplacer le CM lorsque la structure est régulière. L'analyse paramétrique confirme que c'est le cas. On investigue l'influence du choix de l'excentricité accidentelle sur le ratio des demandes en ductilités lorsque la torsion accidentelle de conception est appliquée sous la forme d'un couple statique. En effet, on considère un couple statique dont l'excentricité accidentelle est conforme à celle spécifiée par l'ASCE mais dont les forces de conception sont définies par le CNB. On remarque que l'application de la torsion accidentelle sous cette forme est adéquate pour des valeurs de Ω de 0,75 et de 1,00 mais pas pour 1,25. Cela s'explique par le fait que l'excentricité accidentelle telle que définie par l'ASCE augmente plus la structure est irrégulière. Ainsi on définit un facteur d'ajustement qui permet de modifier l'excentricité accidentelle du CNB lorsque la torsion accidentelle de conception appliquée sous la forme d'un couple statique. Ce facteur d'ajustement dénoté A_F fait en sorte que la quasi-totalité des cas étudiés présentent un ratio des demandes en ductilité inférieur à 1.

CHAPITRE 7 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

7.1 Résumé

Les dispositions des normes de conception des bâtiments en lien avec la torsion induite par les séismes permettent de mitiger ses effets potentiellement dévastateurs. Ceux-ci se présentent sous la forme de l'amplification des forces et des déplacements anticipés des éléments du SRFS. Cette amplification est causée entre autres par l'incertitude associée à la position du CM et du CR de même que la présence d'une sollicitation sismique rotationnelle et la plastification asymétrique des éléments du SRFS. Ce mémoire étudie les principales dispositions en lien avec la torsion du CNB 2015 et de l'ASCE 7-10. Les dispositions étudiées comprennent entre autres (i) le critère d'irrégularité en torsion, (ii) la calibration des analyses dynamiques pour la conception et (iii) la méthode d'application de la torsion accidentelle. Étant donné le grand nombre de paramètres définissant la réponse sismique en torsion, on choisit d'étudier un bâtiment rectangulaire 3D d'un étage avec diaphragme rigide disposé dans le plan X-Y dont le tremblement de terre et l'excentricité du CM et du CR agissent en direction Y uniquement. Le bâtiment est contreventé à l'aide d'éléments structuraux élastique ou élasto-plastique disposés le long de chacun des murs. On étudie premièrement la réponse dynamique spectrale d'un bâtiment d'un étage en utilisant un outil Excel développé à partir d'équations analytiques. Cela permet de définir les principaux paramètres contrôlant la réponse spectrale. Ensuite l'effet de la restreinte du degré de liberté en rotation lors de la calibration des analyses dynamiques sur les forces de conception est analysé. Par la suite, l'impact des deux méthodes d'application de la torsion accidentelle considérées par le CNB 2015 et l'ASCE 7-10 sur les forces de conception est investigué. En dernier lieu, l'effet de la considération de la torsion accidentelle sur la demande en ductilité est étudié à l'aide d'analyses dynamiques non-linéaires.

7.2 Principaux résultats

Les analyses effectuées dans le cadre de cette étude ont permis de tirer les constats suivants :

1. **<u>Caractéristiques dynamiques des bâtiments d'un étage :</u>**

Le premier objectif de cette étude était la détermination des variables adimensionnelles régissant le comportement des bâtiments à un étage soumis à un séisme appliqué sous la forme d'un spectre de réponse.

- L'un des principaux paramètres adimensionnels est le ratio Ω des fréquences découplées en rotation, ω_θ et en translation ω_y. Le paramètre Ω permet de déterminer si la rigidité en rotation est supérieure ou non à la rigidité en translation. Une valeur de Ω supérieure à 1 signifie que la rigidité en rotation est supérieure à celle en translation. S'il est égal à 1, les deux rigidités sont équivalentes et s'il est inférieur à 1, la rigidité en rotation est inférieure à celle en translation. L'analyse paramétrique a permis de définir l'influence de Ω sur la contribution des différents modes à la réponse totale. En effet si Ω est inférieur à 1, le second mode possède la composante en translation la plus grande. Lorsque Ω est supérieur à 1, le premier mode affiche la composante en translation la plus grande. Aussi lorsque Ω tend vers 1, le cisaillement modal diminue et la torsion modale évaluée au CM augmente.
- L'excentricité entre le CM et le CR est également un paramètre crucial dans la définition de la réponse sismique. Cette excentricité a pour effet d'augmenter le couplage de la rotation et de la rotation au sein des modes. L'augmentation de ce couplage fait en sorte que la composante en translation diminue jusqu'à une valeur minimale tandis que celle en rotation augmente jusqu'à une valeur maximale.
- Finalement le paramètre y/x constitue le rapport de la distance des murs en X au CG et de celle des murs en Y au CG. Le paramètre y/x permet de déterminer l'orientation des murs dont la contribution à la rigidité en rotation sera la plus grande. Plus la distance entre les murs orientés dans une direction donnée est grande, plus la contribution de ces derniers sera importante. Ainsi lorsque y/x est inférieur à 1, la distance x entre les murs orientés en direction globale Y est supérieure à la distance y des murs orientés en direction X. Ce sont donc les murs en direction Y qui contribuent davantage à la rigidité en rotation. On effectue le constat inverse lorsque y/x alors que ce sont les murs en direction X qui contribuent le plus à la rigidité en rotation.

2. <u>Calibration du cisaillement à la base des analyses spectrales via la méthode statique équivalente (rotation des planchers bloquée ou permise) :</u>

Un autre objectif était de quantifier l'influence de la restriction de la rotation sur les forces de conception. En effet, le CNB est la seule norme de conception qui impose de restreindre la rotation

lors de la calibration des analyses dynamiques pour la conception. On constate que le fait de restreindre la rotation a un impact sur deux éléments majeurs.

- Le premier élément est la capacité de la structure à solliciter la masse latérale. Effectivement si le CM et le CR de la structure ne coïncident pas, les modes présentent à la fois une composante en rotation et en translation. La masse latérale sollicitée par un mode est proportionnelle à la composante en translation de ce dernier. Considérons un mode couplé mais dont la composante en translation est supérieure à celle en rotation. Le fait de restreindre la rotation fait en sorte que la composante en rotation de ce mode devient nulle. Ainsi le cisaillement s'accroit puisque la capacité du mode à solliciter la masse latérale augmente lorsque la rotation est restreinte. Or puisque le cisaillement augmente lorsque la rotation est restreinte, le coefficient de calibration de l'analyse dynamique diminue.
- Le second élément est le changement des périodes associées à chaque mode. En effet la modification de la période du mode change également l'accélération spectrale associée à ce mode. Cela altère ainsi le cisaillement généré par ce mode.

3. <u>Méthode d'application de la torsion accidentelle lors de la conception à l'aide de l'analyse spectrale (ajout d'un couple statique ou déplacement du CM) :</u>

Le chapitre 5 illustre l'impact d'appliquer la torsion accidentelle de conception en ajoutant un couple statique ou en déplaçant le CM sur la force de conception des murs.

- Le fait de d'inclure la torsion accidentelle en appliquant un couple statique génère des forces de conception aux murs plus grandes que celles obtenues lorsque la torsion accidentelle est appliquée en déplaçant le CM pour un ratio des fréquences découplées Ω vaut 0,75.
- Lorsque Ω est supérieur à 1 et que l'excentricité naturelle de la structure est faible, l'application de la torsion accidentelle par le déplacement du CM octroie les plus grandes forces de conception aux murs.
- Dans le cadre d'une autre analyse, on compare les forces de conception obtenues en déplaçant le CM à celles obtenues en appliquant le couple statique et ce en respectant les valeurs dictées par le CNB dans les deux cas. On peut alors conclure que les forces de conception obtenues avec le couple statique sont plus grandes que celles résultant du

déplacement du CM sauf lorsque Ω vaut 1,25 et ce pour de faibles valeurs d'excentricité naturelle. Or même dans ce cas les forces de conception obtenues en déplaçant le CM sont uniquement de 5% supérieures à celles obtenues en appliquant le couple statique.

On détermine également l'influence de l'application des clauses en lien avec la torsion du CNB et de l'ASCE sur les forces de conception. Les forces de conception issues de l'ASCE sont toujours plus grandes que celles du CNB en raison de deux effets :

- Le coefficient de calibration des analyses dynamiques du CNB est toujours inférieur à celui de l'ASCE en raison de l'exigence de restreindre la rotation lors de la calibration.
- L'ASCE considère également un facteur d'amplification, A_x, du couple statique contrairement au CNB. Le résultat de ce facteur d'amplification est que l'excentricité accidentelle du couple statique de l'ASCE est souvent supérieure à celle du CNB.

4. <u>Évaluation et amélioration des prescriptions du CNB touchant à la torsion à l'aide d'analyses transitoires non-linéaires :</u>

En dernier lieu, on détermine l'influence de l'application de la torsion accidentelle de conception sur le comportement non-linéaire des bâtiments à un étage. On effectue une distinction entre la torsion accidentelle utilisée pour la conception (qualifiée de torsion accidentelle de conception) et celle utilisée dans le modèle non-linéaire (qualifiée de torsion accidentelle "réelle" qui correspond à l'application d'une excentricité du CM de 5% de la dimension du bâtiment perpendiculaire à la direction de l'analyse, b). On vérifie que l'introduction de la torsion accidentelle réelle dans le modèle se traduit effectivement par une amplification des déplacements maximums aux murs. Cela justifie l'utilisation de la torsion accidentelle de conception dans les analyses spectrales. En effet, celle-ci permet d'augmenter la résistance des murs. On utilise les modèles non-linéaires afin de déterminer si l'introduction de la torsion accidentelle se traduit par une modification de la demande en ductilité. On s'attend à ce que la hausse de la résistance des murs attribuable à la torsion accidentelle de conception prévienne que l'augmentation du déplacement maximal associée à la présence de la torsion accidentelle "réelle" cause une augmentation de demande en ductilité. On utilise les forces de conception du CNB mais en utilisant diverses méthodes d'application de la torsion accidentelle de conception.

- En premier lieu on considère la méthode dictée par le CNB soit en appliquant la torsion accidentelle en déplaçant le CM de ± 0,05b si la structure est régulière en torsion ou en appliquant un couple statique de ± F_x(0,1b). On constate que le fait d'appliquer la torsion accidentelle en déplaçant le CM se traduit par une augmentation de la demande en ductilité maximale. Toutefois lorsque la torsion accidentelle est appliquée sous la forme du couple statique lorsque la structure est régulière, la demande en ductilité n'augmente pas en considérant la torsion dans les analyses non-linéaires.

- On désire vérifier l'effet du changement de l'excentricité accidentelle utilisée pour la définition de la torsion accidentelle. Ainsi on considère le couple statique tel que défini par l'ASCE soit ± F_x(0,05A_xb) où A_x est un facteur d'amplification et F_x sont les forces de conception issues de l'analyse spectrale effectuée selon le CNB. On note que l'application de la torsion accidentelle ainsi est adéquate pour des valeurs de Ω de 0,75 et de 1,00 mais pas pour 1,25. Cela s'explique en rappelant que l'excentricité accidentelle définie par l'ASCE augmente plus la structure est irrégulière.

- On s'inspire du facteur d'amplification de l'ASCE afin de proposer de manière préliminaire un nouveau facteur d'ajustement, A_F, dans le contexte du CNB. Cette proposition est préliminaire en raison des hypothèses simplificatrices adoptées pour sa détermination. Celles-ci comprennent le diaphragme rigide, le système élasto-plastique utilisé pour modéliser les murs, l'absence des effets P-Δ, l'indépendance entre la rigidité et la résistance des murs et la réduction des forces de conception sismique selon le principe des déplacements égaux.

$$T_x = 0{,}1 A_F F_x \tag{7.1}$$

$$1 \leq A_F = \frac{B_x}{1{,}7} \leq 3 \tag{7.2}$$

- L'utilisation du facteur d'ajustement A_F fait en sorte que pratiquement tous les cas étudiés ne présentent pas d'augmentation de la demande en ductilité lorsque la torsion accidentelle est considérée autant dans le modèle non-linéaire que pour la conception.

On conclue donc que l'application de la torsion accidentelle de conception en déplaçant le CM n'est pas adéquate dans le cadre de la conception. En effet, les analyses effectuées au chapitre 6 révèle que la torsion accidentelle de conception appliquée sous la forme d'un déplacement du CM

n'octroie pas assez de résistance aux murs. De plus l'effort de calcul requis afin d'effectuer les analyses spectrales en introduisant la torsion accidentelle de conception par le déplacement du CM se prête peu à un processus de conception. Au moins deux analyses par direction orthogonale doivent être effectuées pour un total de 4 analyses. Une seule analyse est nécessaire si on utilise l'ajout d'un couple statique pour modéliser la torsion accidentelle. Aussi le fait déplacer le CM implique que la masse rotationnelle des planchers doit également être ajustée. Cela requiert cependant que la masse des planchers doit être définie ponctuellement sous la forme d'une masse latérale et d'une masse rotationnelle. Or si la géométrie du plancher est complexe la détermination de sa masse rotationnelle peut être ardue. Lors de la conception il est plus facile de considérer la masse des planchers en l'appliquant sous la forme d'une charge répartie. Cela peut uniquement être effectué si on applique la torsion accidentelle de conception par l'intermédiaire d'un couple statique.

7.3 Recommandations pour les études futures

Par ailleurs, un aspect qui n'a pas investigué est la validité de la réduction des forces de conception selon le principe des déplacements égaux. En effet, on constate que ce principe utilisé lors de la conception n'est pas respecté puisque le ratio entre la demande en ductilité maximale et le facteur de réduction des forces de conception peut atteindre la valeur de 2,6. Tel qu'évoqué précédemment, cela ne vient pas nécessairement invalider les conclusions tirées au Chapitre 6. En effet, le paramètre de réponse étudié est le ratio entre la demande en ductilité obtenue lorsque la torsion accidentelle est considérée par rapport à celle obtenue lorsqu'elle ne l'est pas. Ainsi l'erreur pouvant résulter du fait d'utiliser le principe des déplacements égaux s'annule puisqu'elle est présente dans les deux termes du ratio. Toutefois, on pourrait également vérifier si le principe de l'égalité des énergies de déformation s'applique davantage et si l'utilisation de principe ne modifie pas les résultats tels qu'anticipé. Également l'analyse de bâtiments multi-étagés permettrait de vérifier si les constats effectués pour le bâtiment à un étage à des bâtiments demeurent valides pour des structures plus complexes.

LISTE DES RÉFÉRENCES

[1] Anagnostopoulos, S. A., Kyrkos, M. T. et Stathopoulos, K. G. (2013). Earthquake induced torsion in buildings: critical review and state of the art, communication présentée à 2013 World Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM13), Jeju, Korea, 8-12 Sept 2013.

[2] ASCE (2010). Minimum design loads for buildings and other structures, Standard ASCE/SEI 7-10, American Society of Civil Engineers, Reston, VA, 2010.

[3] Atkinson, G.M. (2009). Earthquake time histories compatible with the 2005 National building code of Canada uniform hazard spectrum, Can J. Civ. Eng., 36(6), 991-1000.

[4] Ayre, R. S. (1956). Methods for calculating the earthquake response of shear buildings. Proceedings of the First World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, California, (13), 1-24.

[5] Basu, D., Constantinou, M. C. et Whittaker, A. S. (2014). An equivalent accidental eccentricity to account for the torsional ground motion on structures. Engineering Structures, 69, 1-11.

[6] Bozorgnia, Y. et Tso, W. K. (1986). Inelastic earthquake response of asymmetric structures. Journal of structural division ASCE, 112, 383-400.

[7] Bustamante, J. I. et Rosenblueth, E. (1960). Building code provisions on torsional oscillations. Proceedings, Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Japan, (2), 879-894.

[8] Chandler, A. M. et Duan, X. N. (1991). Evaluations of factors influencing the inelastic seismic performance of torsionally asymmetric buildings. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 22, 447-462.

[9] Code national du bâtiment, sous-section 4.1.8 (2015). Commission canadienne des codes du bâtiment et de prévention des incendies, Conseil national de recherches du Canada, Ottawa, 4-47–4-76.

[10] Computer and Structures. (2016). Fast Nonlinear Analysis (FNA). Repéré à https://wiki.csiamerica.com/pages/viewpage.action?pageId=9536464.

[11] DeBock, D. J., Liel, A. B., Haselton, C. B., Hooper, J. D. Henige Jr., R. A. (2013). Importance of seismic design accidental torsion requirements for building collapse capacity. Earthquake Engng Struct. Dyn., 43(6), 831-850.

[12] De La Llera, J. C. et Chopra, A. K. (1994a). Accidental and natural torsion un earthquake response and design of buildings. Report No 94/07, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.

[13] Dempsey, K. M. et Tso, W. K. (1982). An alternative path to seismic torsional provisions. Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering, (1), 3-10.

[14] De Stefano, M., Tanganelli, M. et Viti, S. (2015). Torsional effects due to concrete strength variability in existing buildings. Earthquake and Structures, 8(2), 379-399.

[15] Goel, R. K. et Chopra, A. K. (1990). Inelastic seismic response of one storey asymmetric plan systems: effect of stiffness and strength distribution. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 19, 949-970.

[16] Housner, G. W. et Outinen, H. (1958). The effect of torsional oscillations on earthquake stresses. Bulletin of the Seismological Society of America, 48(2), 221-229.

[17] Huckelbridge, A. A**.** et Lei, Y. H. 1987. Approximate decoupling of torsional and translational seismic response considering diaphragm flexibility. Proceedings, fifth Canadian Conference on Earthquake Engineering, Ottawa, 167-170.

[18] Humar, J.L. et Kumar, P. (1998). Torsional motion of buildings during earthquakes. I. Elastic response, Can J. Civ. Eng., 25(5), 898-916.

[19] Humar, J.L., Yavari, S. et Saatcioglu, M. (2003). Design for forces induced by seismic torsion, Can J. Civ. Eng., 30(2), 328-337.

[20] Irvine, H. M. et Kountouris, G. E. (1980). Peak ductility demands in simple torsionally unbalanced building models subjected to earthquake ground excitation. Proceedings, seventh World Conference on Earthquake Engineering, Montreal.

[21] Kan, C. L. et Chopra, A. K. (1976). Coupled lateral torsional response of buildings to ground shaking. Report No 76-13, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California.

[22] Kan, C. L. et Chopra, A. K. (1981). Torsional coupling and earthquake response of simple elastic and inelastic systems. Journal of structural division ASCE, 107, 1569-1588.

[23] Kumar, P. (1998). Torsional response of buildings during earthquake. Thèse de doctorat, Departement of Civil and Environmental Engineering, Faculty of Engineering, Carleton University, Canada.

[24] Newmark, N. M. (1969). Torsion in symmetric buildings. Proceedings, Fourth World Conference in Earthquake Engineering, Santiago, Chile, 2, A3 19-32

[25] Rutenberg, A. (1979). A consideration of the torsional response of building frames. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake Engineering, 12(1), 11-21.

[26] Sadek, A.W. and Tso, W.K. (1989). Strength eccentricity concept for inelastic analysis of asymmetric structures. Engineering Structures, 11, 189-194.

[27] Tso, W. K. et Dempsey, K. M. (1980). Seismic torsional provisions for dynamic eccentricity. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 8, 275-289.

[28] Tso, W. K. (1981). A proposal to improve the static torsional provisions for the National Building Code of Canada, Canadian Journal of Civil Engineering, 10, 561-565.

[29] Tso, W. K. et Cheung, V. W.-T. (1985). Eccentricity in irregular multistory buildings, Canadian Journal of Civil Engineering, 13(1), 46-52.

[30] Tso, W. K. et Sadek, A. W. (1985). Inelastic seismic response of simple eccentric structures, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 13, 255-269.

[31] Tso, W. K. (1990). Static eccentricity concept for torsional moment estimations, J. Struct. Eng., 116(5), 1199-1212.

[32] Tso, W. K. et Ying, Hongshan (1990). Additional seismic inelastic deformation caused by structural asymmetry, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 19, 243-258.

[33] Tso, W. K. et Zhu, T. J. (1992). Design of torsionally unbalanced structural systems based on code provisions I: Ductility Demand, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 21, 609-627.

[34] User's Guide – NBC 2015 Structural Commentaries (Part 4 of Division B), Canadian Commission on Building and Fire, National Research Council of Canada, Ottawa, J-1–J-124.

BIBLIOGRAPHIE

Computer & Structures Inc. (2016). *CSI Analysis Reference Manual*. USA: Computer & Structures Inc.

Chopra, A. K. (2012). *Dynamics of Structures* (4e éd.). Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson Education Inc.

Finnemore, E. J. et Franzini, J. B. (2002). *Fluid Mechanics with Engineering Applications* (10e éd.). New York, NY, USA: The McGraw-Hill Companies, Inc.

Paultre, P. (2005), *Dynamique des structures*. Paris, France : Lavoisier.

ANNEXE A – EXTRAITS DU CNB 2015

- **Calcul du facteur B_x**

10) Pour établir la sensibilité aux torsions, il faut calculer le rapport de B_x pour chaque niveau x à l'aide de la formule suivante, et ce, de façon indépendante pour chaque direction orthogonale :

$$B_x = \delta_{max}/\delta_{ave}$$

où

B = valeur maximale de B_x dans les deux directions orthogonales, sauf qu'il n'est pas nécessaire de tenir compte de la valeur de B_x pour les constructions hors toit d'un *étage* dont le poids est inférieur à 10 % du poids du niveau du dessous;

δ_{max} = déplacement maximal de l'*étage* aux extrémités de la structure, au niveau x dans la direction du séisme produit par les forces statiques équivalentes agissant à une distance de + 0,10D_{nx} du centre de gravité de chaque plancher; et

δ_{ave} = déplacement moyen aux extrémités de la structure, au niveau x, produit par les forces susmentionnées.

- **Procédure d'application de la torsion accidentelle pour les analyses dynamiques**

4) Les effets des moments de torsion accidentels qui se produisent en même temps que les forces sismiques latérales qui en sont la cause doivent être pris en compte à l'aide de l'une des méthodes suivantes :

a) les effets statiques des moments de torsion, causés par (± 0,10 D_{nx})F_x à chaque niveau x, où F_x est établi à l'aide d'une analyse dynamique élastique ou du résultat de la formule du paragraphe 4.1.8.11. 7) multiplié par R_dR_o/I_E, doivent être associés aux effets établis lors de l'analyse dynamique (voir la note A-4.1.8.12. 4)a)); ou

b) si la valeur de B, telle que définie au paragraphe 4.1.8.11. 10), est inférieure à 1,7, il est permis d'utiliser une analyse dynamique tridimensionnelle où les centres de gravité sont décalés d'une distance de - 0,05 D_{nx} et + 0,05 D_{nx}.

- **Procédure de calibration des analyses dynamiques de conception**

Dynamic Analysis Procedures (NBC Article 4.1.8.12.)

175. As indicated in NBC Article 4.1.8.7., dynamic analysis is mandatory for the determination of earthquake design actions except for situations in which the simplified ESFP is adequate, as detailed in that same Article. Dynamic analysis must be conducted in accordance with the procedures of NBC Article 4.1.8.12. using two different models, one in which all lateral displacements other than those in the direction of the earthquake forces are restrained and the floor and roof rotations about a vertical axis are restrained, and the other in which the floors and roof(s) are unrestrained. The first analysis is used to determine the scale factor that must be applied to the results of the second analysis. The following steps are involved in a linear dynamic analysis procedure:

Step 1: Construct a structural model of the building taking into account the requirements in NBC Sentence 4.1.8.3.(8).

Step 2: Using the model from Step 1 with all displacements other than those in the direction of earthquake forces restrained, carry out a linear dynamic analysis to determine the fundamental lateral period, T_a, and the base shear, V_e.

Step 3: If NBC Sentence 4.1.8.12.(6) applies, determine the factor described therein using the value of T_a from Step 2 in the following formula:

$$\frac{2\,S\,(0.2)}{3\,S\,(T_a)} \leq 1.0$$

$$\frac{S\,(0.5)}{S\,(T_a)} \leq 1.0$$

Multiply the value of V_e from Step 2 by the larger of the two factors to determine the design elastic base shear, V_{ed}.

Step 4: Determine the equivalent static design base shear, V, as per NBC Article 4.1.8.11. In determining V, the fundamental period may be taken as the smaller of the value obtained in Step 2 and the applicable upper limit specified in Subclauses 4.1.8.11.(3)(d)(i) to (iv). For the purpose of calculating the scale factor to be applied to deflections in Step 5, V may be determined from the smaller of the period obtained in Step 2 and the applicable upper limit specified in NBC Subclause 4.1.8.11.(3)(d)(v).

If required for the calculation of the effects of accidental torsion as per NBC Sentence 4.1.8.12.(4), determine the floor level forces, F_x, by distributing V across the height of the structure. If the torsional sensitivity factor, B, was not determined earlier, calculate its value using these values of F.

NBC Sentence 4.1.8.12.(9)

185. Reducing the base shear to 0.8V is not permitted for situations in which dynamic analysis is required because of the irregularity of the structure, as specified in NBC Article 4.1.8.7. In such cases, the modelling of the structure for dynamic analysis may not fully capture the influence of irregularities on its behaviour during an earthquake, particularly since the actual structure will behave in an inelastic manner, most likely with concentrations of inelastic demand at points of stiffness or mass discontinuity. Consequently, when the presence of irregularities results in dynamic analysis being required, the minimum value of V_d used for design must be V or the actual computed value of V_d, whichever is greater.

186. NBC Sentences 4.1.8.12.(8) and (9) require that the base shear, V_d, be not less than 0.8 V or V respectively. When V_e is determined from a three-dimensional analysis of a torsionally eccentric structure, the coupling of lateral and torsional responses produces an elastic base shear that can be considerably lower than the elastic base shear in a comparable torsionally balanced structure, i.e. one having the same characteristics but with coincident centres of mass and resistance. Therefore, the requirement that V_d be not less than 0.8 V or V would be overly conservative and would require a large scale factor to be applied to the results. A method of determining the scale factor that is more consistent with the intent of NBC Sentences 4.1.8.12.(8) and (9) is to carry out an analysis on a model in which the rotations of the floors and roofs are restrained so that there is motion in only one direction, and to use the resulting V_d to calculate the scale factor required. This scale factor may then be applied to the design base shear, V_d, member forces and displacements determined from the dynamic analysis on a model in which the floors and roofs are allowed to rotate.

- **Ajout de la torsion accidentelle dans les analyses non-linéaires**

(v) In addition to the hysteretic energy dissipation capacity of nonlinear elements included in the model, inherent damping of the structure not associated to nonlinear element response may be included. Unless higher values can be justified, inherent damping of the structure should not exceed 3% of the critical damping in the modes dominating the structure seismic response. Geometric nonlinearities (P-delta effects) must also be taken into account in the analysis using concomitant gravity loads as defined in the NBCC load combinations. When analysis is performed using three-dimensional structural models with pairs of orthogonal ground motion components, the distribution of the mass in the model should reflect actual conditions and accidental eccentricity must be considered independently in each orthogonal direction by displacing the center of mass by 5% of the building dimension perpendicular to the direction considered.