

**Titre:** Détermination des fréquences naturelles de structures submergées  
Title: par la méthode d'intéractions fluide-structure bidirectionnelle

**Auteur:** Frédéric Dompierre  
Author:

**Date:** 2010

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Dompierre, F. (2010). Détermination des fréquences naturelles de structures submergées par la méthode d'intéractions fluide-structure bidirectionnelle  
Citation: [Master's thesis, École Polytechnique de Montréal]. PolyPublie.  
<https://publications.polymtl.ca/302/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/302/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de recherche:** Dominique Pelletier, & Michel Pettigrew  
Advisors:

**Programme:** Génie mécanique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉTERMINATION DES FRÉQUENCES NATURELLES DE STRUCTURES  
SUBMERGÉES PAR LA MÉTHODE D'INTERACTIONS FLUIDE-  
STRUCTURE BIDIRECTIONNELLE

FRÉDÉRICK DOMPIERRE

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE MÉCANIQUE)

AVRIL 2010

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DÉTERMINATION DES FRÉQUENCES NATURELLES DE STRUCTURES SUBMERGÉES  
PAR LA MÉTHODE D'INTERACTIONS FLUIDE-STRUCTURE BIDIRECTIONNELLE

présenté par : DOMPIERRE Frédéric

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. GARON André, Ph. D., président

M. PELLETIER Dominique, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. PETTIGREW Michel, Post-Grad. Dipl., membre et codirecteur de recherche

M. REGGIO Marcelo, Ph. D., membre

## REMERCIEMENTS

Je remercie mon directeur de recherche, M. Dominique Pelletier, ainsi que mon codirecteur, M. Michel Pettigrew, pour m'avoir accordé leur support tout au long du projet sur lequel porte ce mémoire. Je tiens à remercier spécialement mon superviseur en entreprise, M. Michel Sabourin, qui m'a fourni le sujet passionnant de cette recherche. Je souligne le support financier de la compagnie Alstom Hydro Canada et du Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et en Génie du Canada (CRSNG) sans lequel le projet n'aurait pu être réalisé.

Ce projet n'aurait pas pu être mené à terme sans l'aide de nombreux membres du personnel de Alstom dont M. Éric Moisan, duquel je suis redevable pour son excellent support technique et son aide au niveau informatique au sein de l'entreprise. Je remercie également le personnel de l'École Polytechnique de Montréal et tous ceux qui ont collaboré de près ou de loin au projet. Je pense notamment à M. Alain Robidoux, puisque son support technique et sa rapidité d'action ont beaucoup facilité ma tâche.

Le tout n'aurait jamais été possible sans l'aide de mes parents à qui je dois énormément. Ils m'ont depuis toujours encouragé et supporté, tant moralement que financièrement. Finalement je tiens à souligner la patience et le soutien de ma copine Marianne qui a, en quelques sortes, vécu les hauts et les bas du projet avec moi.

## RÉSUMÉ

La présente recherche vise l'évaluation de la viabilité d'utilisation d'une méthode numérique récemment rendue disponible dans un logiciel commercial pour la prédiction du comportement dynamique de roues de turbine hydraulique en fonctionnement au stade de conception. Contrairement aux méthodes de prédiction classiques, cette méthode temporelle intégrant la simulation des interactions fluide-structure permet d'inclure l'effet de l'écoulement, de la turbulence et de la viscosité du fluide agissant sur le comportement dynamique de la roue. À cet égard, une prédiction plus juste permet d'assurer une fiabilité accrue de cette composante essentielle à la génération d'hydroélectricité.

L'objectif principal de la recherche est la validation de la méthode numérique proposée pour la prédiction du comportement dynamique de structures submergées. Cette méthode fait intervenir deux solveurs distincts. Le premier résout le système associé au domaine structurel et le second, le système associé au domaine fluide. La résolution est réalisée de façon séquentielle et le transfert de données d'échange assure le couplage. Pour valider cette façon de faire, une méthodologie est d'abord développée à partir des fonctions logicielles disponibles. Dans un premier temps, celle-ci est appliquée à des cas test faisant intervenir des structures submergées dans l'eau stagnante dont les fréquences naturelles sont connues pour fin de validation. Aucun écoulement moyen n'est donc impliqué. Aussi, leur géométrie est simple et permet une mise en œuvre relativement aisée. Par la suite, la méthodologie est appliquée à la prédiction des fréquences naturelles d'une roue de turbine en fonctionnement. Ce cas de figure intègre les effets associés à l'écoulement.

La méthode numérique utilisée permet de réaliser des simulations temporelles exclusivement. La méthodologie envisagée est donc restreinte à cette contrainte. Concernant les cas test en eau stagnante, un déplacement initial est imposé à la structure puis elle est libre de vibrer dans le fluide. L'analyse du déplacement d'un point attaché à la structure en vibration libre dont l'amplitude est significative permet de déduire les fréquences naturelles des modes excités. Cette analyse consiste en l'ajustement d'un modèle simple de sinusoïdes amorties au signal brut provenant du logiciel. Les fréquences naturelles sont des paramètres directement déterminés lors de l'ajustement.

Le premier cas de validation considéré est celui d'un cylindre infiniment long et rigide vibrant selon un degré de liberté de translation dans un espace annulaire rempli d'eau. Ce cas possède une solution théorique issue de la théorie potentielle pour fin de comparaison. La fréquence naturelle en fonction du degré de confinement est déterminée par des simulations adoptant différents rayons extérieurs au niveau de l'anneau de fluide. Ce cas test permet la validation du logiciel quant à la prédiction de l'effet de l'eau et du confinement sur la réponse dynamique du cylindre.

Le second cas de validation considéré est celui d'une plaque d'acier encastrée par l'une de ses extrémités et libre de vibrer dans l'eau selon ses différents modes de vibration. Ce cas est plus complexe que celui du cylindre puisqu'il est tridimensionnel et fait intervenir la déformation élastique de la structure. Ce cas possède des mesures expérimentales fiables de fréquences naturelles. Il permet la validation du logiciel par rapport à l'effet de l'eau sur la réponse dynamique de la plaque en fonction des différents modes de vibration étudiés.

Finalement, le dernier cas de simulation consiste en une roue de turbine de type Francis en fonctionnement. Un domaine représentant une portion importante de la turbine est modélisé dans le but de minimiser l'effet des conditions limite imposées sur la roue à l'étude. La simulation en fluide seule est d'abord validée par des mesures réalisées lors de l'essai sur turbine modèle réduit. Par la suite, des analyses modales de la roue de turbine seule avec différentes résolutions et conditions limite permettent de vérifier la cohérence des résultats pour la portion mécanique du calcul. Une simulation transitoire dérivée de l'analyse modale est bâtie pour servir d'intrant à la simulation couplée. Une fois la vérification des simulations fluide et solide effectuée, la simulation en interactions fluide-structure est lancée. Au départ, aucun chargement n'est appliqué à la roue et les champs de pression issus de la résolution du domaine fluide sont imposés de façon impulsive. La roue est alors soumise à une réponse transitoire faisant intervenir plusieurs modes dont la torsion, le soulèvement et d'autres modes de degrés supérieurs. Ces modes sont amortis et une réponse stationnaire est atteinte par la suite. Cette réponse confirme l'excitation d'un mode théorique attendu pour une turbine possédant cette configuration particulière. Tous les modes déterminés sont comparés avec ceux obtenus par une méthode validée au niveau de la prédiction des fréquences naturelles de roues en eau stagnante, soit la méthode acoustique. Les déplacements moyens pris à différents points de contrôle sont aussi comparés avec ceux issus d'un calcul mécanique statique classique également pour fin de validation.

## ABSTRACT

This research aims to assess the viability of using a numerical method recently made available in commercial software for the prediction the dynamic behaviour of hydraulic turbine runners in operation at design stage. Unlike conventional prediction methods, this temporal method integrating the simulation fluid-structure interactions can take into account the effect of the surrounding flow, turbulence and fluid viscosity acting on the dynamic behaviour of the runner. In this regard, a more accurate prediction ensures the increasing of reliability of this essential component for the hydraulic power generation.

The main goal of this research is the validation of the numerical method proposed for the prediction of the dynamic behaviour of submerged structures. This method involves two separate solvers. The first one solves the system associated with structural portion and the second solves the fluid portion. The resolution is achieved sequentially by transferring exchange data ensuring the coupling. To validate this approach, a methodology is first developed from the software available features. The first step is to apply the methodology to test cases whose submerged natural frequencies are known for validation purpose. The vibration of these simple systems is carried out in still water, no mean flow is therefore involved. Also, their geometry is simple and can be modelled relatively easily. Subsequently, the methodology is applied for the prediction of natural frequencies of a turbine runner under operation conditions. This simulation incorporates the effects associated with the flow.

The numerical method used allows to perform time-dependant simulations only. The proposed methodology is then limited to this constraint. For the test cases in still water, an initial displacement is imposed on the structure and it is to vibrate freely in the fluid. The analysis of displacement of a point attached to the structure whose amplitude is significant allows to deduce the natural frequencies of the modes involved in the resulting free vibration. This analysis consists in the best fitting a simple model of damped sinusoids to the raw signal provided by the software. The natural frequencies are parameters directly determined during the best fit.

The first validation test case considered is an infinitely long and rigid cylinder vibrating in a translation degree of freedom through an annular space filled with water. This case possesses a theoretical solution from the potential theory for validation purpose. By its nature, the geometry can be reduced to a two-dimensional modelling and allows the use of relatively small mesh sizes

while having an acceptable resolution. The natural frequency depending on the degree of confinement is determined by several simulations adopting different external radii for the fluid annulus. This test case allows the validation of the software concerning the effect of water confinement on the dynamic response of the cylinder.

The second validation test case considered is a steel plate embedded by one of its free ends and free to vibrate according to its different vibration modes. This case is more complex than the cylinder test case since it involves three-dimensional elastic deformation of the structure. This case has reliable experimental measurements of natural frequencies. It allows the validation of the software for the effect of water on the dynamic response in regard of its different vibration modes.

Finally, the last simulation consists of a Francis turbine runner under operation condition. A domain representing a significant portion of the turbine is modeled in order to minimize the effect of boundary conditions imposed on the considered runner. The fluid simulation alone is first validated by measurements made on the model test turbine. Subsequently, a modal analysis of the turbine runner without any fluid contribution allows to validate the mechanical portion of the calculation. A mesh convergence analysis ensures a good accuracy of the solid portion of the simulation. Once the verification of fluid and solid simulations performed, the simulation including the fluid-structure interactions is launched. Initially, no load is applied to the runner and pressure fields provided by the resolution of the fluid domain are imposed impulsively. The runner is then subjected to a transient response involving several vibration modes including torsion, uprising and other higher degree vibration modes. Thereafter, these modes are damped and a steady response is reached. This response confirms the excitation of a theoretical vibration mode for a turbine with this particular configuration. All determined vibration modes are compared with those calculated by a validated method including fluid-structure interactions namely the acoustic method. Finally, the mean displacements taken at different checkpoints are compared with a typical static mechanical calculation also for validation purpose.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS .....	III
RÉSUMÉ.....	IV
ABSTRACT .....	VI
TABLE DES MATIÈRES .....	VIII
LISTE DES TABLEAUX.....	XIII
LISTE DES FIGURES.....	XVI
LISTE DES FIGURES.....	XVI
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS .....	XXI
LISTE DES ANNEXES.....	XXV
INTRODUCTION.....	1
TURBINES GÉNÉRALES .....	1
DÉFINITION DU PROBLÈME .....	4
MÉTHODOLOGIE.....	6
PLAN DU MÉMOIRE.....	7
CHAPITRE 1 VIBRATION DE STRUCTURES SUBMERGÉES ET MÉTHODES DE PRÉDICTION.....	9
1.1 Rappel des concepts de base de la vibration .....	9
1.1.1 Systèmes à un degré de liberté .....	9
1.1.2 Systèmes à degrés de liberté multiples.....	13
1.2 Mécanismes par lesquels un fluide lourd affecte la dynamique de systèmes en vibration.....	15
1.2.1 Effets de la présence du fluide sur la masse du système en vibration.....	15
1.2.2 Effets de la présence du fluide sur l'amortissement du système en vibration .....	17

1.2.3	Effets de la présence du fluide sur la rigidité du système en vibration .....	17
1.2.4	Effets du confinement .....	18
1.2.5	Effets d'une surface libre du fluide.....	19
1.2.6	Effets d'un écoulement primaire.....	19
1.3	Méthodes de détermination des fréquences naturelles de structures submergées.....	21
1.3.1	Méthodes analytiques .....	21
1.3.2	Méthodes expérimentales .....	23
1.3.3	Méthodes numériques .....	23
1.4	Applicabilité des méthodes de prédiction au problème actuel .....	26
1.5	Conclusion.....	26
<b>CHAPITRE 2 CADRE THÉORIQUE CONCERNANT LES MÉTHODES NUMÉRIQUES UTILISÉES.....</b>		<b>28</b>
2.1	Mécanique des fluides incompressibles .....	28
2.1.1	Équations de base et méthodes numériques .....	28
2.1.2	Méthodes des volumes finis .....	30
2.1.3	Erreurs rencontrées lors de l'utilisation de la méthode des volumes finis.....	33
2.2	Mécanique des solides élastiques linéaire .....	34
2.2.1	Équations de base régissant la mécanique des solides linéaire .....	34
2.2.2	Méthodes des éléments finis .....	36
2.2.3	Erreurs rencontrées lors de l'utilisation de la méthode des éléments finis .....	40
2.3	Interactions fluide-structure .....	41
2.4	Conclusion.....	44
<b>CHAPITRE 3 MÉTHODES ET RÉSULTATS POUR LE CAS DU CYLINDRE CONFINÉ.....</b>		<b>45</b>
3.1	Mise en contexte et but visé .....	45

3.2	Description du cas test du cylindre et méthodologie utilisée .....	46
3.3	Modélisation.....	47
3.3.1	Modélisation du domaine structurel .....	48
3.3.2	Modélisation du domaine fluide.....	50
3.4	Résultats .....	52
3.5	Post-traitement du signal .....	56
3.6	Analyse de convergence.....	57
3.7	Comparaison des résultats de la méthode numérique avec ceux issus de formulations théoriques .....	59
3.8	Note sur le temps de calcul .....	61
3.9	Discussion et conclusion .....	62
<b>CHAPITRE 4        MÉTHODES ET RÉSULTATS POUR LE CAS DE LA PLAQUE ENCASTRÉE SUBMERGÉE.....</b>		<b>63</b>
4.1	Mise en contexte et but visé .....	63
4.2	Description du cas test et méthodologie utilisée .....	64
4.3	Modélisation.....	67
4.3.1	Modélisation du domaine structurel .....	67
4.3.2	Modélisation du domaine fluide.....	72
4.4	Résultats .....	76
4.5	Post-traitement du signal .....	80
4.6	Analyse de convergence.....	83
4.7	Comparaison des résultats de la méthode numérique avec les résultats expérimentaux	84
4.8	Note sur le temps de calcul .....	87
4.9	Discussion et conclusion .....	88

CHAPITRE 5 MÉTHODES ET RÉSULTATS POUR LE CAS D'UNE ROUE DE TURBINE HYDRAULIQUE EN FONCTIONNEMENT.....	91
5.1    Mise en contexte et but visé .....	91
5.2    Description du cas de la roue de turbine et méthodologie .....	92
5.3    Sources d'excitation vibratoire pour une roue de turbine hydraulique .....	94
5.3.1    Théorie liée à l'interaction rotor-stator .....	95
5.4    Modélisation géométrique.....	97
5.5    Modélisation et résultats de la portion structurelle seule du calcul.....	99
5.5.1    Étude de convergence de l'analyse modale de la roue complète .....	100
5.5.2    Effets de la condition limite d'encastrement sur les fréquences naturelles .....	105
5.5.3    Effets de l'état de contrainte de la roue sur ses fréquences naturelles.....	107
5.5.4    Effets des conditions limite de périodicité sur les fréquences naturelles .....	108
5.5.5    Modèle structurel utilisé pour le calcul incluant les interactions fluide-structure	110
5.5.6    Conclusion pour la simulation de la structure seule .....	111
5.6    Modélisation et résultats de la portion fluide seule du calcul .....	112
5.6.1    Point de fonctionnement de la turbine pour la simulation fluide .....	113
5.6.2    Maillages du domaine fluide .....	113
5.6.3    Conditions limite .....	115
5.6.4    Conditions initiales.....	118
5.6.5    Choix du pas de temps .....	118
5.6.6    Modèle de turbulence .....	119
5.6.7    Critères de convergence .....	119
5.6.8    Résultats et discussions pour la simulation en fluide seule.....	119
5.6.9    Note sur le temps de calculs .....	125

5.6.10	Conclusions de la section traitant de la simulation de la turbine Francis en fluide seule.....	125
5.7	Simulation fluide-structure pour le cas de la roue de turbine .....	126
5.7.1	Conditions limite.....	126
5.7.2	Conditions initiales.....	127
5.7.3	Critères de convergence .....	127
5.7.4	Résultats pour la simulation en interactions fluide-structure .....	128
5.7.5	Note sur le temps de calcul .....	136
5.8	Conclusion.....	137
	CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS CONCERNANT L'ENSEMBLE DU PROJET .....	139
	BIBLIOGRAPHIE .....	142
	ANNEXES .....	147

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 3.1: Propriétés de l'acier standard.....	47
Tableau 3.2: Propriétés de l'eau.....	47
Tableau 3.3: Nombre de nœuds des maillages solide du cas du cylindre confiné .....	48
Tableau 3.4: Paramètres de la simulation mécanique temporelle du cas du cylindre confiné .....	49
Tableau 3.5: Paramètres des maillages utilisés pour le domaine fluide du cas du cylindre confiné .....	51
Tableau 3.6: Critères d'arrêt pour la simulation du cas du cylindre confiné intégrant les interactions fluide-structure.....	52
Tableau 3.7: Caractéristiques du calculateur utilisé.....	61
Tableau 4.1: Dimensions des plaques considérées pour l'étude.....	64
Tableau 4.2: Nomenclature utilisée pour l'identification des modes des plaques encastrées .....	65
Tableau 4.3: Résolution des maillages structurels de la plaque 2 pour l'analyse de convergence des fréquences naturelles calculées dans le vide .....	68
Tableau 4.4: Fréquences naturelles simulées dans le vide pour le cas de la plaque encastrée et comparaison avec les valeurs mesurées .....	70
Tableau 4.5: Comparaison entre les fréquences naturelles dans le vide de la plaque 2 (Vu) rapportée aux dimensions de la plaque 14 de Linholm avec celles de la plaque 14 de Lindholm .....	71
Tableau 4.6: Paramètres de la simulation mécanique temporelle pour le cas de la plaque encastrée .....	72
Tableau 4.7: Caractéristiques des maillages fluide structurés utilisés pour l'analyse de convergence des simulations intégrant les interactions fluide-structure pour le cas de la plaque 2 encastrée et submergée .....	73
Tableau 4.8: Caractéristiques du maillage fluide non-structuré utilisé pour la plaque 2 encastrée et submergée.....	74

Tableau 4.9: Critères d'arrêt pour la simulation intégrant les interactions fluide-structure pour le cas de la plaque encastrée submergée .....	75
Tableau 4.10: Fréquences naturelles calculées par la méthode bidirectionnelle avec maillages fluide structurés pour le cas test de la plaque en comparaison avec les mesures expérimentales.....	85
Tableau 4.11: Comparaison des résultats obtenus pour le cas de la plaque 2 encastrée et submergée par les maillages fluide structuré ( <i>Gambit</i> ) et non-structuré ( <i>ICEM</i> ) .....	87
Tableau 4.12: Caractéristiques du calculateur utilisé pour les calculs.....	88
Tableau 5.1: Caractéristiques de l'interaction rotor-stator liées au nombre de directrices et nombre d'aubes de la roue de turbine Francis considérée .....	96
Tableau 5.2: Analyse de convergence des fréquences naturelles dans le vide pour la roue de turbine Francis complète .....	101
Tableau 5.3: Nomenclature utilisée pour les différents modes de la roue de turbine Francis .....	105
Tableau 5.4: Fréquences naturelles dans le vide calculées pour les différentes conditions limite considérées pour la roue de turbine Francis complète .....	107
Tableau 5.5: Fréquences naturelles dans le vide calculées avec et sans précontrainte pour la roue de turbine Francis complète .....	108
Tableau 5.6: Fréquences naturelles dans le vide comparées pour la roue de turbine Francis complète et le secteur correspondant à un cinquième du domaine .....	109
Tableau 5.7: Paramètres de la simulation mécanique temporelle de la roue de turbine Francis .	110
Tableau 5.8: Caractéristiques du point de fonctionnement choisi .....	113
Tableau 5.9: Paramètres du maillage grossier de la turbine Francis étudiée .....	114
Tableau 5.10: Paramètres du maillage fin de la turbine Francis étudiée.....	114
Tableau 5.11: Critères de convergence appliqués à la simulation fluide de la turbine Francis étudiée .....	119
Tableau 5.12: Résultats du calcul fluide de la turbine Francis utilisant un maillage de 615 844 nœuds et un pas de temps de 0,00025 seconde .....	120

Tableau 5.13: Caractéristiques du calculateur utilisé .....	125
Tableau 5.14: Ressources nécessaires pour les calculs réalisés pour le domaine fluide seulement .....	125
Tableau 5.15: Critères de convergence appliqués à la simulation en interaction fluide-structure pour le cas de la roue Francis .....	127
Tableau 5.16: Comparaison des données hydrauliques obtenues pour la simulation en fluide seule et intégrant les interactions fluide-structure .....	128
Tableau 5.17: Comparaison entre les déplacements statiques obtenus par la méthode incluant les interactions fluide-structure et un calcul statique classique .....	129
Tableau 5.18: Comparaison entre les fréquences naturelles de la roue Francis calculées dans le vide et dans l'eau par la méthode acoustique et par la méthode bidirectionnelle .....	136
Tableau 5.19: Paramètres de la simulation en interactions fluide-structure et ressources informatiques nécessaires .....	136

## LISTE DES FIGURES

Figure 1-1: Schéma d'un système oscillant à un degré de liberté .....	9
Figure 1-2: Amplitude normalisée de la réponse du système à un degré de liberté en vibration harmonique forcée en fonction du rapport entre la fréquence d'excitation et la fréquence naturelle.....	12
Figure 1-3: Schéma d'un système oscillant à deux degrés de liberté en vibration forcée .....	14
Figure 1-4: Amplitudes normalisées de la réponse du système à deux degrés de liberté en vibration harmonique forcée en fonction du rapport entre la fréquence d'excitation et la première fréquence naturelle .....	14
Figure 1-5: Système à un degré de liberté comportant une contribution de rigidité ajoutée due à la présence du fluide.....	18
Figure 1-6: Solide à section variable.....	22
Figure 2-1: Définition du volume de contrôle à partir de maille du domaine fluide .....	31
Figure 2-2: Volume représentant une portion infinitésimale d'un solide contraint.....	34
Figure 2-3: Éléments quadratiques utilisés pour les simulations structurelles.....	37
Figure 2-4: Itérations de Newton-Raphson (« $K_n$ » représente la matrice jacobienne de la matrice de rigidité à l'itération « $n$ » de Newton-Raphson) .....	40
Figure 2-5: Schéma de résolution bidirectionnelle des interactions fluide-structure (les solveurs peuvent être interchangés dépendamment de la nature du phénomène simulé) .....	42
Figure 2-6: Interpolation des données d'échange entre les domaines fluide et solide.....	43
Figure 3-1: Schéma représentant la géométrie du cas test du cylindre confiné .....	46
Figure 3-2: Tranche représentant la modélisation quasi-2D du cas du cylindre confiné .....	48
Figure 3-3: Maillages utilisés pour le domaine structurel du cas du cylindre confiné.....	48
Figure 3-4: Condition initiale de déplacement imposée pour le cas du cylindre confiné .....	49
Figure 3-5: Déplacement du cylindre seul en vibration libre en fonction du temps .....	50
Figure 3-6: Maillages utilisés pour le domaine fluide du cas du cylindre confiné .....	51

Figure 3-7: Signal du déplacement en fonction du temps calculé par la méthode bidirectionnelle pour le cas du cylindre confiné avec $D_{ext} = 1030$ mm et maillages solide et fluide fins.....	53
Figure 3-8: Graphique des résidus RMS associés à la résolution du domaine fluide en fonction du nombre de pas de temps pour le cas du cylindre confiné avec $D_{ext} = 1030$ mm et maillages solide et fluide fins .....	54
Figure 3-9: Champs de vitesse et de pression calculés dans le fluide pour le cas du cylindre confiné avec $D_{ext} = 2000$ mm et maillages solide et fluide fins .....	55
Figure 3-10: Modèle de sinusoïde amortie ajusté pour le signal du cylindre confiné avec $D_{ext} = 1030$ mm et maillages solide et fluide fins.....	57
Figure 3-11: Analyse de convergence de la fréquence naturelle pour le cylindre confiné avec $D_{ext} = 2000$ mm .....	58
Figure 3-12: Analyse de convergence du taux d'amortissement pour le cylindre confiné avec $D_{ext} = 2000$ mm .....	58
Figure 3-13: Représentation schématique du cylindre confiné .....	59
Figure 3-14: Masse hydrodynamique normalisée par la masse du cylindre confiné en fonction du rapport des rayons intérieur et extérieur.....	60
Figure 3-15: Taux d'amortissement calculé pour le cas du cylindre confiné en fonction du rapport des rayons intérieur et extérieur .....	61
Figure 4-1: Description schématique de la géométrie de la plaque encastrée et du réservoir d'eau dans lequel elle est submergée .....	64
Figure 4-2: Visualisation des premiers modes de vibration de la plaque encastrée.....	65
Figure 4-3: Maillage structurel de la plaque 2 (32x16).....	67
Figure 4-4: Convergence des fréquences naturelles dans le vide en fonction de la résolution (nombre de maillages du côté « a ») pour la plaque 2.....	68
Figure 4-5: Erreur sur les fréquences naturelles calculées par rapport à l'expérience de Lindholm et al. (1965) pour la plaque 2 avec dimensions originales et modifiées.....	69

Figure 4-6: Topologie utilisée pour les maillages fluide structurés pour le cas de la plaque encastrée submergée.....	73
Figure 4-7: Coupe du maillage fluide structuré utilisé pour les simulations du cas de la plaque encastrée submergée.....	74
Figure 4-8: Coupe du maillage fluide non-structuré utilisé pour la plaque 2 encastrée et submergée.....	75
Figure 4-9: Signal du déplacement calculé pour le cas test de la plaque encastrée submergée (Plaque 2, mode 3) .....	76
Figure 4-10: Solution initiale pour les domaines structurel et fluide dans le cas de la plaque 2 encastrée submergée vibrant librement selon le mode 3 .....	77
Figure 4-11: Champ de vitesse dans l'écoulement fluide généré par le mouvement de la plaque 2 encastrée submergée vibrant librement selon le mode 3 (le déplacement est exagéré pour fins de visualisation).....	79
Figure 4-12: Contours de pression dans l'écoulement fluide générés par le mouvement de la plaque 2 encastrée submergée vibrant librement selon le mode 3 .....	79
Figure 4-13: Modèle de sinusoïdes amorties ajusté pour le cas test de la plaque encastrée submergée (Plaque 2, mode 3) .....	81
Figure 4-14: Convergence des fréquences naturelles calculées par rapport aux fréquences mesurées pour le cas de la plaque 2 en fonction des maillages présentés au Tableau 4.7 ....	83
Figure 4-15: Masses ajoutées de différentes plaques ayant un rapport « $a/b = 1$ » déduites de l'expérimentation de Lindholm et al. (1965) et Vu et al. (2007) .....	86
Figure 5-1: Schéma des champs de vitesse causant l'interaction rotor-stator pour une turbine hydraulique.....	95
Figure 5-2: Domaine structurel correspondant au cinquième de la roue de turbine Francis étudiée .....	99
Figure 5-3: Domaines structurel et fluide correspondant au cinquième de la turbine Francis étudiée .....	99

Figure 5-4: Maillage structurel de la roue Francis complète utilisé pour l'analyse modale.....	100
Figure 5-5: Visualisation des modes de la roue de type Francis (partie 1) .....	102
Figure 5-6: Visualisation des modes de la roue de type Francis (partie 2) .....	103
Figure 5-7: Visualisation des modes de la roue de type Francis (partie 3) .....	104
Figure 5-8: Conditions limite C.L.1 et C.L.2 imposées sur le plateau d'accouplement de la roue de turbine Francis complète pour l'analyse modale .....	106
Figure 5-9: Maillage structurel utilisé pour l'analyse incluant les interactions fluide-structure par la méthode bidirectionnelle .....	109
Figure 5-10: Coupe du maillage fluide de la turbine Francis étudiée au niveau de l'axe distributeur .....	115
Figure 5-11: Schéma représentant les conditions limite imposées au distributeur de la turbine Francis étudiée.....	116
Figure 5-12: Courbes de couple aux aubes de la turbine Francis étudiée en fonction du temps .	121
Figure 5-13: Graphique de convergence de la variation maximale de couple aux aubes (pic à pic) en fonction de la résolution spatiale et temporelle .....	122
Figure 5-14: Contours de pression dans un plan horizontal au dessus de la ceinture de la roue de turbine Francis étudiée .....	123
Figure 5-15: Schéma montrant le positionnement des prises de pression à l'entrefer .....	124
Figure 5-16: Fluctuations de pression aux prises de pression A et B en comparaison avec la mesure sur turbine modèle réduit pour le calcul en fluide seul.....	124
Figure 5-17: Fluctuations de pression aux prises de pression A et B en comparaison avec la mesure sur turbine modèle réduit pour le calcul en interactions fluide-structure .....	129
Figure 5-18: Localisation des points d'enregistrement des déplacements pour la roue Francis ..	131
Figure 5-19: Signaux des déplacements totaux de la roue Francis calculés pour les premiers instants de la simulation intégrant les interactions fluide-structure .....	132
Figure 5-20: Signaux des déplacements totaux de la roue Francis calculés pour la phase stationnaire de la simulation intégrant les interactions fluide-structure.....	133

Figure 5-21: Déplacement dynamique radial de la ceinture en fonction du temps ..... 134

Figure 5-22: Déplacement dynamique total de la roue Francis pour la phase stationnaire de la simulation intégrant les interactions fluide-structure en comparaison avec le déplacement du mode 5ND-1 fourni par l'analyse modale dans le vide ..... 135

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

$a, b$	Amplitudes, dimensions
$[B]$	Matrice d'opération des dérivées spatiales
c	Vitesse du son, constante d'amortissement
$c_c$	Constante d'amortissement critique
C	Constante quelconque
$C_{\text{rigidité}}$	Constante de rigidité
$[C]$	Matrice d'amortissement
d	Déplacement
D	Module du déplacement, dimension caractéristique, diamètre, diamètre de sortie roue
$D(t_i)$	Déplacement calculé par le logiciel
$\{d\}$	Degré de liberté de déplacement aux noeuds
$\{d_i\}$	Forme du mode $i$
E	Module d'élasticité
$E_n$	Erreur sur les variables d'échange
f	Fréquence
F	Force
$F_0$	Module de la force
$F(t)$	Force d'excitation
$\{F(t)\}$	Vecteur des forces d'excitation
G	Module de cisaillement
$\gamma$	Facteur de masse ajoutée adimensionnel

$\gamma_{xy}$	Variations d'angle entre les facettes $x$ et $y$
$H$	Chute, hauteur
$i$	Incrément
$k$	Constante de rappel, nombre de diamètres nodaux
$K_{maillage}$	Fonction de rigidité des mailles fluide
$[K]$	Matrice de rigidité
$K_n$	Matrice jacobienne de la matrice de rigidité à l'itération $n$
$L$	Longueur caractéristique
$m$	Masse, nombre entier lié à l'interaction rotor-stator
$[M]$	Matrice de masse
$m_h$	Masse ajoutée (ou masse hydrodynamique)
$m_h^s$	Masse ajoutée par unité de longueur
$n$	Normale, nombre entier lié à l'interaction rotor-stator
$N$	Vitesse de rotation
$[N]$	Matrice des fonctions de forme
$N_{11}$	Vitesse unitaire
$n\_dir$	Direction normale
$P$	Champ de pression
$p'$	Variations de pression
$\bar{P}$	Pression moyenne
$P_{mass}$	Résidu sur l'équation de continuité
$Q$	Débit
$Q_{11}$	Débit unitaire

$R$	Rayon, facteur de sous-relaxation
$\{r_{ext}\}$	Vecteur des chargements extérieurs
$S$	Facteur d'échelle
$St$	Nombre de Strouhal
$t$	Temps
$\Delta t$	Pas de temps
$u$	Champ de vitesse, champ de déplacement structurel
$u'$	Variations de vitesse
$\bar{U}$	Vitesse moyenne
$\dot{u}$	Champ de vitesse structurelle
$\ddot{u}$	Champ d'accélération structurelle
$U_{mom}$	Résidu sur l'équation de quantité de mouvement selon l'axe X
$V$	Volume
$V_r$	Vitesse radiale
$V_u$	Vitesse circonférentielle
$V_{mom}$	Résidu sur l'équation de quantité de mouvement selon l'axe Y
$W_{mom}$	Résidu sur l'équation de quantité de mouvement selon l'axe Z
$W$	Vitesse liée à la déformation du maillage fluide
$X$	Amplitude de déplacement
$\{x\}$	Vecteur déplacement
$\{X\}$	Amplitude du vecteur déplacement
$\{X_i\}$	Vecteur du déplacement associé à la forme des modes propres
$Z_a$	Nombre d'aubes

$Z_d$	Nombre de directrices
$\varepsilon$	Déformation
$\lambda$	Paramètre lié au taux d'amortissement
$\varphi$	Quantité quelconque véhiculée dans l'écoulement
$\phi$	Champ de données de transfert appliqué
$\phi_n^*$	Champ de données de transfert calculé à l'itération $n$
$\rho$	Densité
$\varsigma$	Taux d'amortissement
$\sigma$	Contrainte
$\tau$	Cisaillement
$\Gamma_{eff}$	Diffusivité effective
$\mu$	Viscosité dynamique
$\nu$	Viscosité cinématique
$\nu$	Module de Poisson
$\omega$	Fréquence d'excitation
$\omega_n$	Fréquence naturelle
$\omega_d$	Fréquence naturelle amortie
$\omega_{n\_vide}$	Fréquence naturelle dans le vide
$\omega_{n\_submerge}$	Fréquence naturelle de la structure submergée

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe 1	Programmes MATLAB.....	147
Annexe 2	Commandes ANSYS pour l'imposition des conditions initiales.....	149

## INTRODUCTION

Ce chapitre d'introduction a pour but de situer le projet de maîtrise dans son contexte industriel. Pour ce faire, une section d'introduction générale et sommaire aux turbines hydrauliques de type Francis est d'abord présentée. Elle permet au lecteur de se familiariser aux concepts de base et au vocabulaire liés au domaine. Par la suite, la définition du problème industriel duquel a émergé le projet de recherche est posée. Les objectifs poursuivis sont ensuite définis puis la méthodologie proposée pour la résolution du problème est exposée. Ce chapitre se termine par la présentation du plan du mémoire, faisant la description sommaire de chacun des chapitres.

### Turbines générales

Pour bien circonscrire le problème industriel qui a initié ce projet de maîtrise, une brève introduction au fonctionnement d'une turbine hydraulique est nécessaire.

Une turbine hydraulique est un ouvrage mécanique dont le but est la conversion de l'énergie contenue dans un écoulement d'eau en énergie mécanique. Cette énergie est généralement utilisée pour entraîner un alternateur pour la production d'électricité.

Les composantes principales d'une turbine de type Francis sont montrées aux Figures I-1 et I-2.

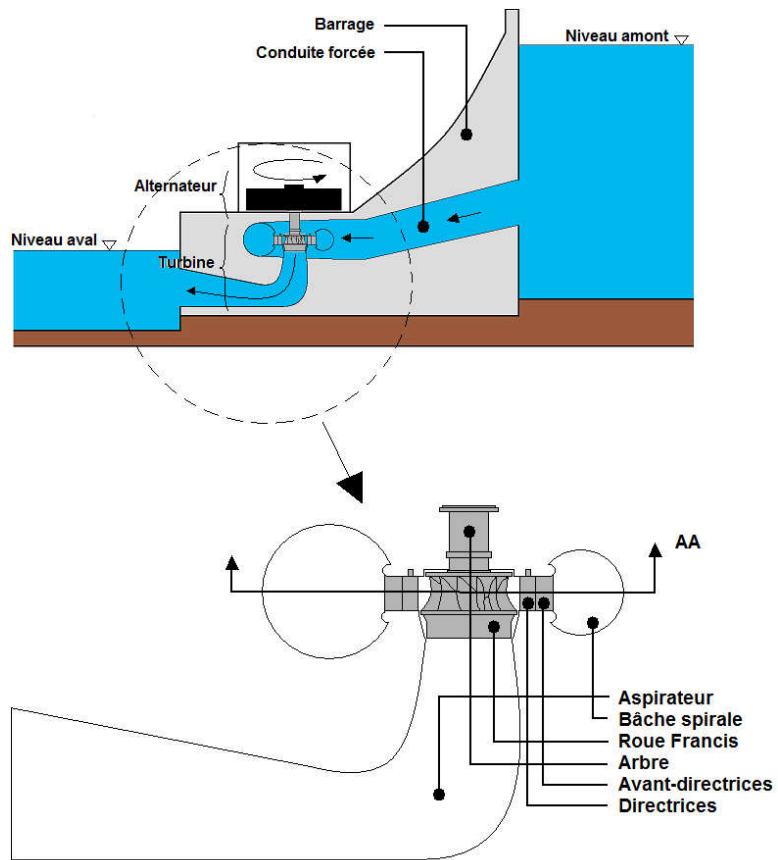


Figure I-1: Principales composantes d'une installation hydroélectriques et d'une turbine de type Francis (vue transversale en coupe partielle)

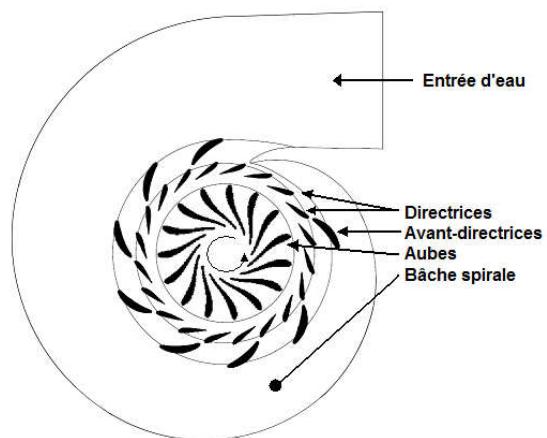


Figure I-2: Principales composantes d'une turbine de type Francis (vue de dessus en coupe)

Les principales composantes du groupe turbine-alternateur de type Francis ainsi que leurs fonctions sont décrites ci-dessous:

**Barrage:** Ouvrage servant au contrôle du débit d'un cours d'eau. Il crée un obstacle sur la rivière qui permet d'obtenir une différence entre les niveaux amont et aval du réservoir. Il emmagasine l'énergie potentielle.

**Conduite forcée:** Canal qui s'étend du réservoir à la bâche spirale dont le rôle est d'alimenter la turbine en eau.

**Bâche spirale:** Composante ayant généralement une forme de colimaçon qui reçoit l'eau de la conduite forcée. Sa conception est telle qu'elle dirige l'eau le plus uniformément possible dans le distributeur et transforme l'énergie de la chute en énergie cinétique de rotation.

**Distributeur:** Anneau situé à l'intérieur de la bâche spirale qui possède généralement un jeu d'aubes fixes appelées avant-directrices et un jeu d'aubes orientables appelées directrices. Ces dernières permettent d'ajuster le débit et l'angle de l'écoulement fourni à la roue.

**Roue de type Francis:** Pièce maîtresse responsable de la conversion de l'énergie contenue dans l'eau en énergie mécanique. Il s'agit d'une pièce tournante dont l'admission d'eau se fait radialement avec une composante de vitesse circonférentielle. L'écoulement est redressé dans la roue pour ne laisser qu'une composante essentiellement axiale en sortie. Le moment cinétique absorbé par les aubes de la roue produit un couple mécanique à l'arbre de la turbine.

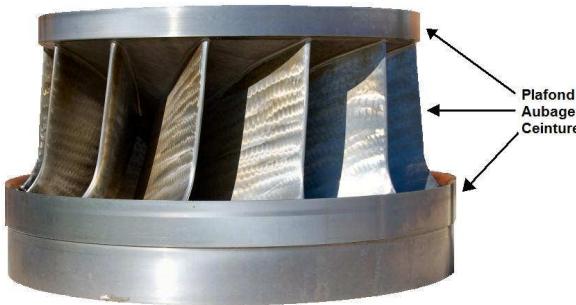
**Aspirateur:** Diffuseur coudé en aval de la roue dont le rôle est de récupérer l'énergie cinétique toujours disponible dans l'écoulement. Il permet de réduire la pression statique en sortie de roue.

**Arbre:** Composante liant rigidement la roue et l'alternateur. L'arbre est généralement supporté par des paliers guide et de butée. Son rôle est de transmettre le couple généré par la roue à l'alternateur.

**Alternateur:** Dispositif permettant de convertir l'énergie mécanique fournie par la roue de turbine en énergie électrique.

Une attention particulière est portée dans cette section à la roue de turbine de type Francis puisqu'elle fait l'objet d'une analyse approfondie dans ce mémoire. Celle-ci est généralement réalisée à partir de pièces en acier inoxydable coulées, usinées puis mécano-soudées. Ses pièces principales sont le plafond, l'aubage et la ceinture. Le plafond est la pièce supérieure qui assure le

transfert du couple généré par les aubes à l'arbre. C'est par le plafond que la roue est accouplée à l'arbre. Les aubes, quant à elles, possèdent une géométrie complexe maximisant le rendement de la turbine tout en minimisant la cavitation. Vu son importance économique cruciale, la géométrie des aubes est généralement une donnée hautement confidentielle. Le nombre d'aubes d'une roue Francis est impair la plupart du temps. Ce nombre fait partie intégrante du design. Finalement, la ceinture est une pièce annulaire servant à solidariser l'aubage. Son rôle est essentiellement structurel. La Figure I.3 présente les principales composantes de la roue Francis.



Figue I-3: Principales composantes d'une roue de type Francis

Les labyrinthes correspondent aux jeux existants entre la roue (partie tournante) et les flasques (partie fixe). Sur une roue Francis, ils sont localisés au niveau du diamètre supérieur du plafond et au niveau de la ceinture, généralement en amont du bord d'attaque des aubes. Ces jeux doivent être minimisés puisque l'écoulement d'eau dans les labyrinthes ne produit aucun travail contribuant au couple à l'arbre. Ce volume d'eau est considéré comme une perte.

### Définition du problème

Comme c'est le cas pour plupart des machines mécaniques, les composantes de turbine sont soumises à des variations de chargement de toutes sortes. Ce cyclage doit être connu pour la prédiction de la vie en fatigue de ces éléments.

Vu son rôle primordial dans le processus de conversion de l'énergie, la roue est la pièce mécanique la plus critique au niveau opérationnel d'une centrale. La justesse de la prédiction de la vie en fatigue de cette composante est donc cruciale. En ce sens, la caractérisation des forces statiques et dynamiques agissant sur la roue est nécessaire. Par la suite, une analyse prenant en compte la réponse dynamique de la roue à ce chargement doit être réalisée.

Les sources d'excitation sont multiples pour la roue. En voici quelques-unes:

- Interactions rotor-stator
- Allée de Von Karman au bord de fuite de l'aubage
- Pulsion due à la présence d'une torche instationnaire dans l'aspirateur
- Vibration engendrée par la ligne d'arbre
- Variation du couple résistif produit par l'alternateur
- Présence d'un balourd dû à un mauvais équilibrage de la roue

Si la roue présente un comportement résonant par rapport à une excitation donnée, l'effet peut être dévastateur au niveau de la vie en fatigue. En effet, lorsque la résonance se produit, une amplification dynamique importante de l'excitation est ressentie au niveau de la structure. Physiquement, la composante acquiert de l'énergie vibratoire à chaque cycle de l'excitation sans pouvoir l'évacuer efficacement. Cette énergie n'arrive à quitter le système uniquement que par l'action des forces d'amortissement. Si l'amortissement est faible, cette accumulation d'énergie est considérable et entraîne généralement une destruction rapide de la composante.

Fondamentalement, la résonance se produit lorsque plusieurs conditions sont satisfaites. Premièrement, il doit exister une excitation dynamique possédant une fréquence qui approche l'une des fréquences naturelles de la roue. En deuxième lieu, cette excitation doit posséder une compatibilité géométrique avec le mode excité. Pour être en mesure de prédire le phénomène au stade de la conception, la caractérisation de l'excitation et des fréquences naturelles en fonctionnement de la composante est donc essentielle. Les fréquences naturelles, qui sont le sujet principal du présent mémoire, sont particulièrement difficiles à prévoir, considérant le nombre important de paramètres qui les influencent. La présence d'eau autour de la roue est la principale source de difficulté au niveau de la prédiction. La masse d'eau vibrant avec la structure, altérant ainsi les fréquences naturelles, varie énormément d'un mode de vibration à l'autre. Les domaines solide et fluide sont donc intimement liés pour former un système vibratoire complexe. Ce couplage fort doit alors être pris en compte lors de la modélisation.

De plus, les problèmes vibratoires sont de plus en plus présents dans le domaine des turbines hydrauliques. Pour des raisons essentiellement économiques, l'industrie affiche une tendance à la réduction de la quantité d'acier nécessaire à la fabrication des roues. Cette mesure apporte deux

effets pervers sur le plan mécanique. Son premier effet se manifeste par une augmentation de l'état de contrainte général de la composante, augmentant aussi le risque de rupture catastrophique en service. Une autre conséquence qu'a cette réduction de la quantité de matériau requis se manifeste par une réduction globale de la rigidité de la roue menant à la réduction des fréquences naturelles en fonctionnement. Ces dernières approchent de plus en plus les fréquences d'excitation hydrauliques existantes. Il en découle un risque accru de résonance et donc de rupture catastrophique. Il existe donc un intérêt majeur pour le développement d'une méthode de prédiction précise du comportement dynamique de ces structures.

## Méthodologie

L'objectif de ce projet de maîtrise est d'évaluer la faisabilité d'utilisation d'une méthode numérique récemment rendue disponible pour la prédiction du comportement dynamique de roues de turbine hydraulique en fonctionnement. Cette méthode temporelle fait intervenir le bouclage d'un solveur d'écoulement fluide et d'un solveur mécanique. Pour chaque itération, des données sont transférées entre les deux modules pour réaliser la simulation incluant les interactions fluide-structure.

L'objectif final est ambitieux de par les nombreux paramètres présents (complexité géométrique, présence de confinement, effet de l'écoulement, conditions limite, etc...). De ce fait, l'approche générale concernant l'évaluation de la faisabilité de l'utilisation de la méthode numérique est d'abord la recherche de cas académiques simples suffisamment documentés pour servir de cas de validation. Cette approche permet l'isolation de certains paramètres d'analyse afin d'en déterminer leurs effets propres. Il permet également de réaliser des simulations avec une bonne rapidité de mise en œuvre et de résolution. Lorsque la caractérisation des premiers paramètres est réalisée, l'intégration des nouveaux paramètres de modélisation peut être faite avec confiance.

Le premier cas test soumis au logiciel est celui d'un cylindre infiniment rigide de longueur infinie vibrant en translation dans un espace annulaire rempli d'eau. Ce cas permet la réalisation de simulations pseudo-bidimensionnelles réduisant de beaucoup la taille du calcul. Ce cas permet l'établissement d'un fil conducteur au niveau de la viabilité de la méthode. Il permet également une étude de sensibilité relative de paramètres tel que l'effet de confinement, les critères de convergence, le pas de temps, la discrétisation spatiale, l'interpolation des données de transfert et

ce dans un temps de calcul raisonnable. Il permet également la validation du logiciel puisque ce problème possède une solution analytique dérivée de la théorie potentielle.

Le second cas test est celui de différentes plaques encastrées vibrant librement dans un réservoir rempli d'eau stagnante. Cette fois, le cas test est tridimensionnel et permet de prendre en compte l'effet du type mode de vibration sur l'altération des fréquences naturelles. Ce cas test a fait l'objet de mesures expérimentales extensives réalisées par Lindholm et al. (1965) et par Vu et al. (2007). Ces mesures permettent la validation des résultats obtenus par calculs.

Finalement, la méthodologie est appliquée à une roue de turbine hydraulique en fonctionnement. Cette fois, les effets dus à l'écoulement et au confinement sont pris en compte ainsi que la rotation de la roue et l'effet de l'accélération gravitationnelle. Les simulations des domaines fluide et solide sont vérifiées de façon indépendante et exhaustive avant de procéder au couplage. Pour la portion fluide du domaine, il existe des mesures réalisées sur turbine modèle réduit permettant de valider l'approche. Malheureusement, aucune valeur de comparaison pour la réponse dynamique de la roue submergée n'existe actuellement. Toutefois, les fréquences naturelles de la roue obtenues par la méthode bidirectionnelle sont comparées à celles obtenues par la méthode acoustique. Celle-ci a fait l'objet de nombreux cas de validation, notamment au niveau de roues de turbine submergées dans l'eau stagnante (Escaler et al. (2008), Lais et al. (2008), Vialle et al. (2008)).

## **Plan du mémoire**

Le mémoire comprend cinq chapitres. Le premier chapitre présente d'abord un cadre théorique entourant le phénomène de vibration de structures submergées. Ce chapitre est articulé en trois volets. Le premier rappelle les bases de la théorie de la vibration classique. Le second met en perspective les principaux mécanismes impliqués dans la vibrations de structures submergées. Finalement, une revue bibliographique permet de mettre en évidence les principales méthodes de prédiction des fréquences naturelles de structures submergées et leur contexte historique.

Le second chapitre retrace la théorie rattachée aux calculs numériques d'écoulement fluide (couramment appelée *CFD*, acronyme de « *computational fluid dynamics* ») et à la méthode des éléments finis. Ces deux méthodes sont implémentées respectivement dans les deux solveurs de base du module d'interactions fluide-structure bidirectionnel de *ANSYS*. À la fin de ce chapitre,

sont présentés le schéma d'imbrication des deux solveurs ainsi que l'algorithme d'interpolation des données de transfert entre les milieux solide et fluide.

Le troisième chapitre consiste en la présentation du premier cas test sélectionné, soit celui d'un cylindre de rigidité quasi-infinie et de longueur infinie vibrant en translation dans un espace annulaire rempli d'eau. Une description du problème physique et la méthodologie de résolution sont ensuite exposées. L'étude des paramètres d'analyse pour ce cas test est ensuite présentée.

Le quatrième chapitre consiste en la présentation du second cas test considéré, c'est-à-dire celui de différentes plaques encastrées en vibration dans un réservoir d'eau sans effet de confinement. La plaque est libre de vibrer selon chacun de ses modes. Une description du problème physique et la méthodologie de résolution sont ensuite exposées. L'étude des paramètres d'analyse pour ce cas test est ensuite présentée.

Le cinquième chapitre présente la mise en œuvre de simulations pour le cas d'une roue de turbine hydraulique en fonctionnement. Une description du problème physique et la méthodologie de résolution sont ensuite exposées. Les résultats sont ensuite analysés.

Finalement la conclusion résume les aspects mis en évidence au cours de la recherche réalisée. En dernier lieu, des recommandations sont formulées pour la réalisation de potentiels travaux subséquents.

# CHAPITRE 1 VIBRATION DE STRUCTURES SUBMERGÉES ET MÉTHODES DE PRÉDICTION

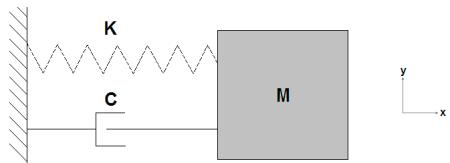
Pour bien situer le problème de la caractérisation des fréquences naturelles de structures submergées, un bref rappel théorique concernant les concepts de base de la théorie de la vibration s'impose. Par la suite, les principaux mécanismes par lesquels la présence d'un fluide lourd influence le comportement dynamique d'une structure submergée seront exposés. Finalement, une revue bibliographique des différentes méthodes de prédition sera réalisée en mettant en perspective leur aspect historique et en comparant le niveau de précision atteint.

## 1.1 Rappel des concepts de base de la vibration

Le but de cette section est de poser les bases théoriques et les équations fondamentales de la vibration qui sont utilisées dans ce mémoire de maîtrise.

### 1.1.1 Systèmes à un degré de liberté

Le modèle de vibration de base pour un système en oscillation harmonique est composé d'une masse, d'un ressort et d'un amortisseur. La Figure 1-1 illustre ce modèle. Son élément de masse est libre de se déplacer en translation selon l'axe X.



Le ressort est linéaire, c'est-à-dire que sa force de rappel est proportionnelle selon la constante « k » au déplacement de la masse « m » et la force générée par l'amortisseur est proportionnelle à la vitesse par la constante d'amortissement « c ».

En accord avec la deuxième loi de Newton, la vibration libre d'un tel système est décrite par l'Équation (1.1).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (1.1)$$

La vibration libre est amorcée par des conditions initiales de déplacement, de vitesse, et d'accélération. Lorsqu'il n'y a aucune force d'amortissement, le système vibre indéfiniment selon sa fréquence naturelle décrite par l'Équation (1.2).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (1.2)$$

La constante d'amortissement critique d'un système correspond à la valeur limite du paramètre «  $c$  » pour laquelle le système perturbé se stabilise vers sa position d'équilibre sans oscillation. La constante d'amortissement critique est décrite par l'Équation (1.3).

$$c_c = 2\sqrt{km} \quad (1.3)$$

En pratique, la notion de taux d'amortissement est souvent utilisée. Il s'agit du rapport entre la constante d'amortissement du système et la constante d'amortissement critique (Équation (1.4)).

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (1.4)$$

Lorsque le taux d'amortissement est supérieur à l'unité, aucune oscillation n'est possible et la masse se déplace simplement vers sa position d'équilibre. Lorsque le taux d'amortissement est inférieur à l'unité, le déplacement pour le système à un degré de liberté adopte un comportement oscillant et revêt la forme décrite à l'Équation (1.5).

$$x = e^{-\lambda t} [a \sin(\omega_d t) + b \cos(\omega_d t)] \quad (1.5)$$

où «  $a$  » et «  $b$  » sont des amplitudes, «  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$  » représente la fréquence naturelle amortie et «  $\lambda = \zeta \omega_n$  ».

Si la valeur du taux d'amortissement est faible, la fréquence naturelle amortie est très près de la fréquence naturelle du système sans amortissement. Dans ce cas, une approximation acceptable du taux d'amortissement utilisée en pratique est décrite à l'Équation (1.6).

$$\zeta \approx \frac{\lambda}{\omega_d} \quad (1.6)$$

La vibration forcée se produit lorsque qu'un terme «  $F(t)$  » non-nul excite le système précédemment introduit. L'Équation (1.7) représente la seconde loi de Newton appliquée au système à un degré de liberté en vibration forcée.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (1.7)$$

La force «  $F(t)$  » est de type harmonique si elle possède la forme posée à l'Équation (1.8).

$$F(t) = F_0 \cos(\omega t) \quad (1.8)$$

La solution correspondant au déplacement de la masse en fonction du temps pour le système à un degré de liberté en vibration forcée harmonique et en régime permanent est décrite par l'Équation (1.9).

$$x = \frac{F_0/k}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 - \left[2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} \sin \left[ \omega t - \arctan \left( \frac{2\xi \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left[\frac{\omega}{\omega_n}\right]^2} \right) \right] \quad (1.9)$$

L'amplitude normalisée de la réponse du système pour différents taux d'amortissement en fonction du rapport entre la fréquence d'excitation et la fréquence naturelle est présentée à la Figure 1-2.

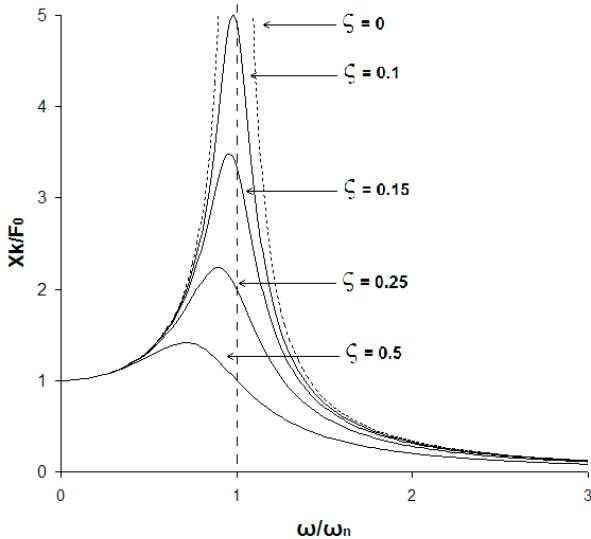


Figure 1-2: Amplitude normalisée de la réponse du système à un degré de liberté en vibration harmonique forcée en fonction du rapport entre la fréquence d'excitation et la fréquence naturelle

Lorsque la fréquence d'excitation est infiniment faible, la force excitatrice peut être considérée comme statique. Le système s'adapte en se déformant de sorte que le ressort reprenne la force «  $F_0$  ». C'est pourquoi la valeur de l'amplitude de réponse normalisée atteint l'unité pour une fréquence d'excitation nulle. Lorsque la fréquence augmente pour approcher la fréquence naturelle, la réponse augmente de façon spectaculaire, particulièrement si le taux d'amortissement est faible. De l'énergie vibratoire est alors accumulée dans le système et ne peut en sortir que par l'action des forces d'amortissement. Ce phénomène est appelé résonance. Il s'agit d'un état mécaniquement indésirable pour une structure puisqu'elle est soumise à des cycles amenant souvent à la propagation de défauts sous forme de fissures. De plus, l'état de contrainte dynamique qui est le moteur de cette propagation subit une amplification similaire à l'amplitude de déplacement. Généralement, il résulte de la résonance une rupture catastrophique peu après la mise en service de l'équipement concerné, d'où l'importance de bien connaître le comportement dynamique des composantes en fonctionnement. Le design peut alors être adapté pour éviter le phénomène. Finalement, lorsque la fréquence d'excitation dépasse de 50% la fréquence naturelle, l'amplification dynamique est réduite drastiquement. Cette dernière tend vers 0 lorsque le rapport de la fréquence d'excitation sur la fréquence naturelle devient très grand.

### 1.1.2 Systèmes à degrés de liberté multiples

Pour pouvoir représenter des structures réelles et complexes, la théorie de base de la vibration doit être généralisée pour des systèmes comportant plusieurs degrés de liberté. Pour arriver à cette fin, l'équation décrivant la seconde loi de Newton pour un tel système peut être écrite sous la forme matricielle (Équation (1.10)).

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F(t)\} \quad (1.10)$$

En négligeant le terme d'amortissement et supposant une solution telle que décrite à l'Équation (1.11), les fréquences naturelles peuvent être déterminées par l'Équation (1.12).

$$\{x\} = \{X\} \sin(\omega t) \quad (1.11)$$

où «  $\{X\}$  » est un vecteur contenant les amplitudes de déplacement de chacun des degrés de liberté.

$$[K] - \omega^2 [M] = 0 \quad (1.12)$$

Le système possède autant de fréquences naturelles que de degrés de liberté. À chaque fréquence naturelle est associé un mode propre de vibration. Un mode est un état de vibration qui possède une configuration de déplacement particulière. Chacun des modes est indépendant des autres lorsque l'amortissement du système est proportionnel. Cette particularité est appelée « orthogonalité des modes » (Thomson et al. (1998)). Les modes propres sont déterminés en réinjectant chacune des fréquences naturelles «  $\omega_i$  » et en résolvant pour le déplacement (Équation (1.13)).

$$[K] - \omega_i^2 [M] \{X_i\} = 0 \quad (1.13)$$

La forme des modes propres «  $\{X_i\}$  » fournit l'amplitude relative entre les différents degrés de liberté. Lorsqu'en vibration libre, l'imposition de conditions initiales de déplacement arbitraires à une structure fait intervenir un ou plusieurs de ses modes propres. Ce déplacement initial peut être décomposé en une combinaison linéaire des modes propres. La proportion de chacun de ces modes dans la réponse de la structure dépend de la contribution de ceux-ci dans le déplacement initial.

Lorsqu'un système à plusieurs degrés de liberté est en vibration forcée, comme pour le cas du système à un degré de liberté, il existe une amplification dynamique importante lorsque la fréquence d'excitation approche une fréquence naturelle. La Figure 1-3 présente un système simple en vibration forcée à deux degrés de liberté.

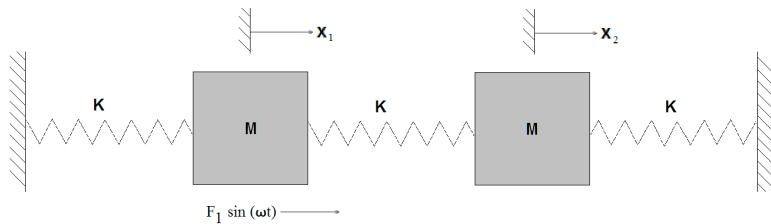


Figure 1-3: Schéma d'un système oscillant à deux degrés de liberté en vibration forcée

L'amplitude normalisée de la réponse des deux masses du système en fonction du rapport entre la fréquence d'excitation et la fréquence naturelle est présentée à la Figure 1-4.

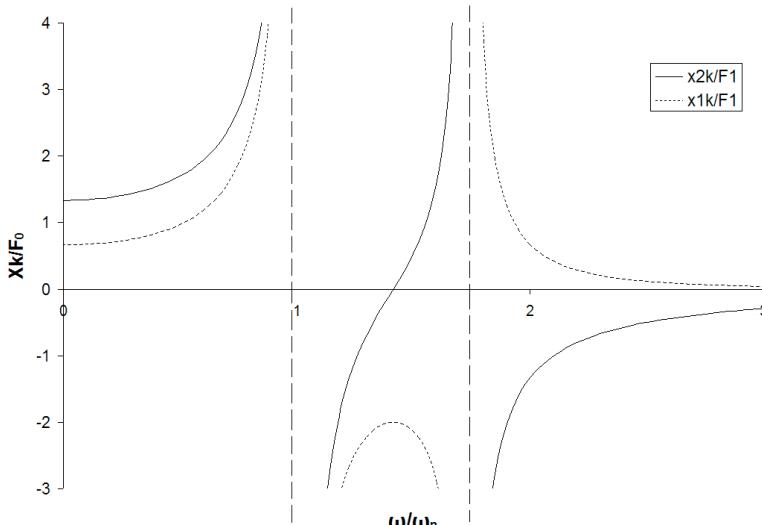


Figure 1-4: Amplitudes normalisées de la réponse du système à deux degrés de liberté en vibration harmonique forcée en fonction du rapport entre la fréquence d'excitation et la première fréquence naturelle

Les structures réelles possèdent un nombre infini de degrés de liberté et par conséquent, un nombre infini de modes propres. Il est à noter que les modes simples et de basse fréquence relative sont généralement plus à risque en terme de résonance. Ceux-ci possèdent généralement moins d'amortissement que les modes de degrés supérieurs, générant une résonance plus

importante si une excitation géométriquement compatible possède une fréquence au voisinage d'une fréquence naturelle. En effet, pour provoquer la résonance, une compatibilité géométrique entre l'excitation et le mode dont la fréquence naturelle coïncide est nécessaire (Pulpitel et al. (2009)). Dans le cas des roues de turbines hydrauliques, la forme des champs d'excitation est généralement simple, excitant alors des modes de degrés inférieurs.

## 1.2 Mécanismes par lesquels un fluide lourd affecte la dynamique de systèmes en vibration

Cette section a pour objectif de présenter l'effet global qu'a la présence d'un fluide lourd sur un système en vibration. L'effet du fluide sur chacun des termes de l'équation de base de la vibration (Équation 1.1) est expliqué pour une bonne compréhension du phénomène. Une attention particulière est portée quant à l'altération des fréquences naturelles.

### 1.2.1 Effets de la présence du fluide sur la masse du système en vibration

La masse ajoutée se définit comme l'effet apparent de la présence du fluide rapporté sur la masse de la structure. Il s'agit de forces exercées par le domaine fluide en phase avec le terme de force inertielle de la structure (Blevins (1995)). Lorsqu'un système vibre dans l'eau, la masse ajoutée joue généralement un rôle prépondérant par rapport aux autres contributions. Pour un système à un degré de liberté submergé dans un fluide, la fréquence naturelle est décrite par l'Équation (1.14).

$$\omega_{n\_submerge} = \sqrt{\frac{k}{m + m_h}} \quad (1.14)$$

où «  $m_h$  » représente la masse ajoutée ou masse hydrodynamique.

La masse ajoutée dépend fortement du rapport entre les densités du matériau de la structure et du fluide. Pour une structure d'acier vibrant dans l'air, ce rapport est de l'ordre de 10000 et l'effet du fluide est négligeable. Par contre, lorsque l'eau est considérée, le rapport est plutôt de l'ordre de 10 et l'effet de masse ajoutée peut être majeur. Dans le cas d'une roue de turbine hydraulique, la masse ajoutée peut facilement dépasser la masse structurelle propre (Liang et al. (2006)). Aussi, lorsque la structure est confinée, l'effet de masse ajoutée peut être amplifié (voir Section 1.2.4).

Il est à noter que pour un système complexe, la valeur de la masse ajoutée dépend de la géométrie de la structure et du mode de vibration (voir Section 4.7). Aussi, la répartition de masse ajoutée n'étant généralement pas proportionnelle à la distribution de la masse de la structure propre, la forme des modes peut être légèrement altérée par la présence du fluide (Lindholm et al. (1965)).

Puisque la détermination analytique de la masse ajoutée n'est pas triviale pour une structure complexe submergée en vibration (voir Section 1.3), elle peut être déduite expérimentalement pour une structure à géométrie donnée. Supposant que le fluide n'a que des effets inertIELS, la masse ajoutée peut être déduite à partir de la mesure des fréquences naturelles dans l'air et dans le fluide par l'Équation (1.15).

$$m_h = m \left[ \left( \frac{\omega_{n\_air}}{\omega_{n\_submerge}} \right)^2 - 1 \right] \quad (1.15)$$

La masse ajoutée est essentiellement indépendante de la fréquence et de l'amplitude pour les applications courantes. Les composantes de turbine hydraulique ne font pas exception à cette règle. Aussi, la masse ajoutée est indépendante du matériau structurel considéré.

Pour une géométrie et un mode de vibration donnés, l'Équation (1.16) correspond à une loi d'homologie pour transposer la fréquence naturelle selon différents matériaux, fluides et facteurs d'échelle « S ».

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{1}{S} \sqrt{\frac{E_1 \rho_{S2} + \gamma \rho_{F2}}{E_2 \rho_{S1} + \gamma \rho_{F1}}} \quad (1.16)$$

où «  $\gamma = \frac{M_{h1}}{M_1} \frac{\rho_{S1}}{\rho_{F1}}$  » est le facteur de masse ajoutée adimensionnel.

Dans la littérature traitant de la dynamique de composantes de turbine hydraulique submergées, la valeur de la masse ajoutée est rarement présentée explicitement. En fait, il est plutôt d'usage de présenter les valeurs du « rapport de réduction des fréquences » (*FRR*) formulé à l'Équation (1.17).

$$FRR = \frac{\omega_{n\_submerge}}{\omega_{n\_vide}} \quad (1.17)$$

Ce choix de présentation des résultats est sans doute dû au fait que dans cette industrie, l'intérêt est porté directement sur les fréquences naturelles en vue d'éviter tout risque de résonance. En ce sens, le *FRR* peut s'avérer plus révélateur que la masse ajoutée d'un point de vue pratique. Toutefois, le *FRR* n'est réutilisable directement que si la géométrie, le matériau et le fluide sont conservés. Sinon, la transposition doit être faite par l'Équation (1.16).

### **1.2.2 Effets de la présence du fluide sur l'amortissement du système en vibration**

Lorsqu'une structure est en vibration dans un fluide stagnant sans confinement, les forces d'amortissement dues au cisaillement du fluide sont relativement faibles pour autant que l'amplitude des déplacements structurels demeure petite (Brennen (1982)). En effet, si l'amplitude atteint l'ordre de grandeur de la dimension caractéristique de la structure, des phénomènes complexes dans l'écoulement, comme le décrochage, peuvent survenir (Brennen (1982)). Ceux-ci peuvent alors générer un amortissement accru. Aussi, si la fréquence de vibration est très faible, les forces visqueuses peuvent devenir importantes par rapport aux forces d'inertie. Dans tous les cas, la magnitude des forces liées à l'amortissement fluide sur une structure vibrant dans un fluide stagnant dépend de la géométrie considérée et de la viscosité du fluide.

Dans le contexte de la recherche présentée dans ce mémoire, la vibration de structure d'acier dans l'eau est considérée. À titre d'exemple, Liang et al. (2006) ont mesuré un taux d'amortissement de 0.5 à 1% lors de la vibration d'une roue de turbine hydraulique à l'échelle modèle réduit selon différents modes propres. Fritz (1972) a quant à lui mesuré un taux d'amortissement de l'ordre de 1% pour une cylindre faiblement confiné en vibration dans l'eau. Mulcahy (1980) a mesuré un taux d'amortissement de 2% pour un tube d'échangeur de chaleur faiblement confiné dans l'eau.

Pour sa part, le confinement peut produire une amplification majeure des forces d'amortissement. Cet aspect est traité à la Section 1.2.4.

### **1.2.3 Effets de la présence du fluide sur la rigidité du système en vibration**

Une contribution du fluide à la rigidité globale du système en vibration est possible lorsque le fluide est contenu dans une enceinte fermée et que le mouvement vibratoire tend à altérer son volume. Le fluide est alors comprimé et fournit une force qui est fonction du déplacement du

système. La Figure 1-5 montre le schéma d'un système à un degré de liberté présentant un effet de rigidité ajoutée.

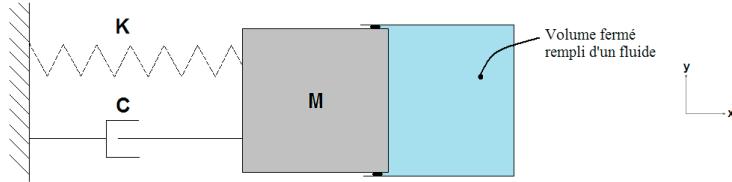


Figure 1-5: Système à un degré de liberté comportant une contribution de rigidité ajoutée due à la présence du fluide

Une application technique tirant profil du phénomène de rigidité ajoutée est le ressort à air. Dans le cas de composantes de turbine submergées en fonctionnement, la contribution de rigidité du fluide est à peu près nulle et n'est donc pas considérée.

#### 1.2.4 Effets du confinement

Une structure submergée en vibration est confinée lorsque des parois solides se trouvent à proximité. Le confinement est d'autant plus grand que l'espace entre la structure et les parois solides est faible. Son effet est senti sur les termes inertiel et d'amortissement du système en vibration.

Lorsque le confinement est élevé, l'effet de masse ajoutée augmente. Ce phénomène peut paraître paradoxal puisque le volume de fluide impliqué est plus faible que lorsque la vibration est réalisée dans un réservoir de grande taille. Par contre, le trajet moyen d'une particule d'eau se trouve allongé par le confinement, augmentant du coup l'énergie cinétique transmise au fluide. Cette énergie cinétique supplémentaire amplifie la masse ajoutée (Brennen (1982)).

D'autre part, puisque le confinement fait intervenir des vitesses plus grandes du fluide et plus de parois solides, les effets visqueux sont également accrus. La portion du taux d'amortissement liée à la contribution visqueuse provenant du fluide tend à augmenter drastiquement avec la réduction du jeu entre la structure et les parois solides. Dans certaines applications, comme les échangeurs de chaleur, le jeu entre les tubes de métal et les chicanes est si faible qu'un effet de « film fluide écrasé » génère la majeure partie de l'amortissement du système global.

Dans le cadre de la recherche présentée dans ce mémoire, les roues de turbine hydraulique en fonctionnement sont considérées. Pour ce cas particulier, le confinement a un effet important au

niveau de la masse ajoutée. Cette dernière varie en fonction des différents modes de vibration considérés. Par contre, l'effet sur l'amortissement est faible. Le confinement le plus important se situe au niveau des labyrinthes. Puisque la grande majorité des modes de vibration (voir Section 5.5.1) ne fait pas intervenir de déplacements importants dans ces zones, les effets de masse ajoutée et d'amortissement ajouté causés par la présence des labyrinthes sont minimes.

### **1.2.5 Effets d'une surface libre du fluide**

Inversement à l'effet de confinement, la présence d'une surface libre près de la structure en vibration a tendance à réduire la masse ajoutée. Toutefois, ce comportement possède un effet non-linéaire dont la prédiction est ardue (Brennen (1982)). Essentiellement, la surface libre réduit la quantité d'eau déplacée par le système en vibration ayant par conséquent tendance à diminuer la masse ajoutée. Au niveau de l'amortissement, il y a une dissipation de l'énergie causée par la formation d'ondes à la surface. Cette dissipation tend à accroître le taux d'amortissement.

Pour le projet de recherche présenté dans ce mémoire, la prédiction des effets de la présence d'une surface libre n'a pas été abordée puisque les composantes de turbine hydraulique sont toujours pleinement submergées lorsqu'en fonctionnement.

### **1.2.6 Effets d'un écoulement primaire**

La contribution la plus complexe qu'a la présence d'un fluide lourd sur le comportement dynamique d'un système vibrant est certainement due à la présence d'un écoulement primaire. Ce dernier peut avoir un effet majeur sur l'excitation de la structure. Différents mécanismes d'excitation peuvent être en jeu.

Le phénomène de turbulence se manifeste par des variations chaotiques des champs de vitesse et de pression dans la plupart des écoulements rencontrés en ingénierie. Ces variations se produisent à différentes échelles et sur une vaste plage de fréquence. Elles se traduisent par des variations du chargement sur la structure submergée considérée pouvant causer son excitation (Roth et al. (2009)).

Un autre phénomène fluide peut également être à l'origine de l'excitation d'une structure dans un écoulement. Il s'agit des fluctuations de chargements dues aux lâchés de tourbillons de von Karman. Ces tourbillons asymétriques sont formés dans le sillage d'un corps par le décrochage

instationnaire provoqué par la séparation de l'écoulement. Ils se produisent lorsque le nombre de Strouhal (Équation (1.18)) approche la valeur de 0,2.

$$St = \frac{fL}{V} \quad (1.18)$$

où «  $f$  » est la fréquence des lâches de tourbillons, «  $L$  », une dimension caractéristique liée à l'épaisseur du sillage et «  $V$  », la vitesse caractéristique de l'écoulement.

Lorsque l'un des modes structurels est excité par ce phénomène, les lâches ont tendance à s'organiser pour respecter sa forme et l'excitation est alors accrue. De plus, il existe un accrochage entre la fréquence des lâches et la fréquence naturelle structurelle sur une certaine plage de vitesse caractéristique de l'écoulement. Cet accrochage génère un hystérésis. Ce phénomène d'excitation peut être important pour certaines composantes de turbine hydraulique en fonctionnement et sa caractérisation reste un domaine de recherche actif (Mazzouji et al. (2006), Papillon et al. (2006)).

Une composante submergée peut être excitée par des variations des champs de vitesse et de pression de l'écoulement. Un exemple classique est l'interaction rotor-stator qui se manifeste dans les turbomachines. Ces fluctuations de pression perçues par les composantes sont dues à la superposition de champs tournants et stationnaires. Certains designs de turbine hydraulique causent la prépondérance du phénomène (Coutu et al. (2004)). La théorie concernant ce type d'excitation est exposée à la Section 5.3.1.

Un autre phénomène d'excitation par l'écoulement fluide est l'instabilité fluide-élastique. Elle se produit lorsque l'énergie absorbée par la structure lors de son déplacement sous l'effet de l'écoulement excède l'énergie dissipée par amortissement (Pettigrew et al. (1991)). À ce moment, le déplacement s'amplifie jusqu'à ce que certains mécanismes de dissipation supplémentaires apparaissent pour contrebalancer l'apport d'énergie. Ce type d'excitation fluide est inexistant dans le cas de composantes de turbine hydraulique en fonctionnement parce que les déplacements structurels typiques sont en pratique trop faibles.

La présence d'un écoulement primaire n'a généralement pas une influence marquée sur la masse ajoutée. Par contre, l'amortissement peut être affecté de façon significative. Pour les composantes de turbine hydraulique, le taux d'amortissement croît généralement avec l'augmentation de la

vitesse caractéristique de l'écoulement. Par contre, cette augmentation est fonction du mode de vibration considéré (Roth et al. 2009). L'amortissement ayant un rôle prépondérant dans l'amplification dynamique de composantes submergées causée par la résonance, sa caractérisation reste un sujet de recherche important.

### **1.3 Méthodes de détermination des fréquences naturelles de structures submergées**

Le comportement dynamique des structures submergées devant être caractérisé dans plusieurs disciplines liées à l'ingénierie, plusieurs méthodes de prédiction ont été développées. Cette section présente un aperçu des principales méthodes ainsi que leur contexte historique. Ce résumé se veut un simple survol des méthodes existantes et n'a rien d'exhaustif. L'objectif principal de cette section est essentiellement de positionner dans son contexte historique la méthode de prédiction utilisée dans ce projet de maîtrise.

#### **1.3.1 Méthodes analytiques**

La première méthode de prédiction du comportement dynamique de structures submergées a été développée par Lamb (1932) et fait intervenir la théorie des écoulements potentiels (Munson et al. (2006)). Ces derniers font intervenir des fluides incompressibles dont la viscosité est nulle en écoulement irrotationnel. Dans ces conditions, les équations qui régissent les écoulements fluide se réduisent à la résolution de l'équation de Laplace sur le domaine considéré. Cette simplification permet une résolution analytique relativement simple. C'est pour cette raison que cette méthode fût la première à apparaître pour la prédiction du comportement dynamique de structures submergées.

Dans un premier temps, cette méthode a été appliquée à des sections bidimensionnelles et indéformables pour simplifier le développement. En imposant une vibration harmonique en translation d'une section quelconque dans un fluide, il est alors possible de déduire la masse ajoutée (Brennen (1982)). Cette théorie s'applique lorsque les conditions suivantes sont respectées (Blevins (1995)):

$$\frac{X_0(2\pi f)}{c} \ll 1$$

où « c » représente la vitesse du son dans le fluide.

$$\frac{X_0}{D} < 1 \quad (1.19)$$

$$\frac{2\pi f D^2}{v} > 10000$$

Au fil du temps, le développement a été appliqué à différentes sections bidimensionnelles et tridimensionnelles. Les résultats ont été répertoriés sous forme de tables dans lesquelles se trouvent explicitement l'expression de la masse ajoutée associée au déplacement harmonique de la section considérée selon des degrés de liberté de translation ou de rotation. Les tables les plus utilisées sont probablement celles de Patton (1966) et Kennard (1967).

Le niveau de précision est relativement faible pour la prédiction du comportement dynamique d'une structure élastique vibrant selon ses différents modes. Il est néanmoins possible d'obtenir un ordre de grandeur pour la masse ajoutée.

Une variante de la théorie potentielle est la théorie des bandes (Blevins (1995)). Cette méthode permet de généraliser l'application de la théorie potentielle pour une structure à section variable (voir Figure 1-6). Le concept de base est d'évaluer la masse ajoutée par la théorie potentielle précédemment présentée et d'intégrer la contribution de chacune des sections le long de la structure.

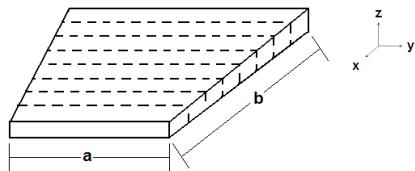


Figure 1-6: Solide à section variable

L'Équation (1.20) montre l'application de la théorie des bandes à la géométrie de la Figure 1-6.

$$M_h = \int_0^b M_h^s dx = \int_0^b \frac{\pi}{4} \rho a(x)^2 dx \quad (1.20)$$

où «  $M_h^s$  » représente la masse ajoutée par unité de longueur déterminée par la théorie potentielle et « a » représente la largeur de la plaque qui varie selon la direction X.

Cette méthode est d'autant plus précise que la structure est allongée puisque les effets de bout ont une importance relative moindre (Blevins (1995)).

### 1.3.2 Méthodes expérimentales

Compte tenu du manque de précision des méthodes théoriques de prédiction des fréquences naturelles de structures submergées, des méthodes expérimentales ont été nécessaires pour offrir une meilleure précision de la prédiction. De manière générale, ces expériences sont menées sur des structures à géométrie très simple comme des plaques ou des cylindres. Ces structures servent d'éléments de base et sont utilisés dans plusieurs applications industrielles. Ces expérimentations permettent de caractériser les paramètres les plus influents par rapport au comportement dynamique et de valider les autres méthodes de prédiction. De plus, les résultats peuvent être appliqués à des cas de figure réels par des lois d'homologie (voir Section 1.2.1).

L'une des composantes fondamentales en mécanique est la plaque. Lindholm et al. (1965) ont réalisé des mesures exhaustives de fréquences naturelles sur un lot de plaques totalement et partiellement submergées. Par la suite, ils ont réalisé une étude paramétrique permettant de mettre en lumière les facteurs déterminants dans la réduction des fréquences naturelles. Cette référence présente explicitement toutes les données de l'expérimentation réalisée ainsi que tous les résultats obtenus. La grande transparence dans la présentation des résultats dans ce papier en a rapidement fait une référence classique pour la validation de méthodes de prédiction numériques. D'ailleurs, le Chapitre 4 du présent mémoire traite de ce cas de validation pour la méthode bidirectionnelle présentée par ANSYS.

Une autre contribution remarquable liée aux méthodes expérimentales provient de Fritz (1972) qui mesura les fréquences naturelles d'un cylindre confiné par un anneau de fluide en fonction du rapport des diamètres intérieur et extérieur et des différents fluides utilisés.

### 1.3.3 Méthodes numériques

Par l'introduction d'ordinateurs permettant une puissance et une rapidité de calcul accrues, le développement et l'applicabilité des méthodes numériques sont devenus de plus en plus

populaires. L'avantage principal de ces méthodes provient du fait qu'elles sont générales et que leur application est possible pour pratiquement tous les cas imaginables. Cette sous-section présente les principales approches numériques pour la prédition d'interactions fluide-structure.

### **1.3.3.1 Approche monolithique de résolution des interactions fluide-structure**

Les méthodes de prédition d'interactions fluide-structure dites monolithiques font intervenir une seule et unique formulation dans laquelle les comportements structurel et fluide de la simulation sont englobés. La résolution du comportement des deux domaines est donc réalisée de manière simultanée.

Les méthodes monolithiques ont été les premières à être implémentées. À ce moment, il s'agissait d'une formulation générale basée sur la théorie des écoulements potentiels présentée à la Section 1.3.1. Celles-ci permettent la résolution d'analyses modales, transitoires et statiques dans un fluide stagnant (Olson et al. (1985), Sahin et al. (1993)). Le degré de précision atteint par cette méthode est de l'ordre de 5% au niveau de la prédition des fréquences naturelles de structures relativement simples. Contrairement à la méthode analytique de la Section 1.3.1, la déformation de la structure est prise en compte.

La méthode acoustique présentée par ANSYS (Khonke (2004)) possède des caractéristiques similaires à celles liées à la théorie des écoulements potentiels. Son apparition dans le logiciel a eu lieu au début des années 2000. Depuis, plusieurs améliorations ont été effectuées dans le but de faciliter la mise en œuvre de telles simulations, comme l'utilisation de maillages non-structurés et une formulation permettant de tirer profit des propriétés de symétrie cyclique qu'ont certaines structures. Au moment d'écrire ces lignes, il s'agit de la méthode la plus couramment utilisée pour la prédition du comportement dynamique de composantes de turbine hydraulique submergées.

Des méthodes monolithiques faisant intervenir les U-RANS (Équations (2.4)) prenant en compte un écoulement moyen ainsi que la turbulence ont également vu le jour (Zhang et al. (2003)). Des librairies de développement de type « open source » comme *oomph-lib* sont disponibles via le web pour les développeurs et les chercheurs.

À l'aide de l'approche monolithique, des schémas numériquement très stables sont disponibles. Elle permet également d'éviter une résolution séquentielle coûteuse en temps machine. Des

problèmes impliquant de grandes déformations structurelles, comme le calcul de membranes, peuvent être résolus sans éprouver de difficultés liées aux instabilités.

Par contre, pour une simulation de taille donnée, la méthode monolithique requiert plus de puissance et de mémoire de la part du calculateur que la méthode partitionnée (Section 1.3.3.2). C'est pourquoi les méthodes monolithiques ne permettent actuellement pas de résoudre des simulations de la même taille que les méthodes partitionnées. De plus, un autre inconvénient de la méthode monolithique provient du fait que la majorité du codage d'algorithmes éprouvés ne peut être récupérée, ce qui implique un travail colossal pour atteindre un niveau de raffinement décent. Pour cette raison, rares sont les logiciels commerciaux qui offrent ce type de méthode de résolution.

### **1.3.3.2 Approche partitionnée de résolution des interactions fluide-structure**

Les méthodes partitionnées de résolution des interactions fluide-structure font intervenir un solveur dédié pour la portion fluide de la simulation et un autre solveur pour la portion solide de la simulation. Ces solveurs sont lancés de manière séquentielle et les extrants du premier sont utilisés comme conditions limite pour le second.

Les simulations présentant un faible couplage entre les deux domaines de calcul peuvent être réalisées par une approche unidirectionnelle. Par exemple, les données de pression et de cisaillement calculées à un pas de temps donné par le solveur fluide peuvent être appliquées comme chargement à la structure et son déplacement est calculé avant de passer au pas de temps suivant. Inversement, lorsque la simulation fait intervenir un couplage fort, une boucle de couplage est nécessaire pour la résolution de chaque pas de temps. Pendant ces boucles de couplage, les déplacements calculés par le solveur structurel sont transférés au solveur fluide qui lui, transfert les champs de force fluide calculés en retour. Cette boucle s'arrête lorsque la convergence sur les champs transférés est atteinte. Le détail de mise en œuvre de cette méthode bidirectionnelle est présenté à la Section 2.3.

L'avantage principal des méthodes partitionnées est qu'elles permettent la récupération des codes développés et optimisés depuis plusieurs décennies. Les codes commerciaux jouissant d'une bonne crédibilité dans l'industrie peuvent donc être utilisés. Des logiciels d'interfaçage comme *MpCCI* permettent la synchronisation et le transfert des données de différents solveurs. Ces

logiciels ne se limitent pas aux interactions fluide-structure. Il peuvent aussi faire intervenir le transfert thermique, les phénomènes magnétiques, etc.

En revanche, le principal désavantage des méthodes partitionnées pour la résolution des interactions fluide-structure réside dans le fait qu'elles possèdent toutes une limitation au niveau de la stabilité numérique. Cette instabilité se manifeste lorsque la densité du fluide considéré est élevée par rapport à la densité structurelle. Elle est également liée à la taille du pas de temps. Cet aspect est traité plus en détail à la Section 2.3.

## 1.4 Applicabilité des méthodes de prédition au problème actuel

Le but final de la recherche est de simuler le comportement dynamique d'une roue de turbine en fonctionnement. Les méthodes potentielles ou acoustiques sont donc à rejeter puisqu'elles se limitent à une utilisation dans un fluide stagnant. Les méthodes expérimentales pourraient éventuellement permettre l'acquisition d'une quantité importante de données concernant la problématique. Des lois dégagées du traitement de ces statistiques pourraient alors permettre de définir des critères de design. Par contre, l'acquisition de telles données est très coûteuse et requiert une quantité de temps considérable. À court terme, cette méthode ne peut donc pas être utilisée.

Les méthodes les plus prometteuses sont celles qui font intervenir un écoulement moyen comprenant les effets visqueux et turbulents. De ces méthodes, l'approche monolithique est difficilement applicable puisque les ressources calculatoires actuellement disponibles ne permettent pas la résolution de simulations de grande taille. Par contre, la méthode partitionnée permet de résoudre ce type de simulation. Bien que celle-ci puisse afficher une convergence instable, par sa nature, le problème à résoudre n'est pas critique à ce niveau.

Cette méthode est développée entre les solveurs *ANSYS Mechanical* et *ANSYS CFX*. Ces solveurs jouissent d'une bonne crédibilité puisqu'ils ont fait l'objet de plusieurs cas de validation et sont couramment utilisés dans l'industrie comme moyen de prédition.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, l'approche classique de la vibration de systèmes harmoniques simples a été présentée. Par la suite l'étude a été étendue pour permettre la prise en compte de l'effet de la

présence d'un fluide interagissant avec ces mêmes systèmes. Finalement, différentes méthodes d'évaluation des fréquences naturelles de structures submergées ont été présentées et placées dans leur contexte historique. Puis, l'applicabilité de ces méthodes à la prédiction du comportement dynamique d'une roue de turbine hydraulique en fonctionnement a été évaluée. Cette évaluation a permis de dégager que les méthodes partitionnées sont actuellement les mieux adaptées à cette tâche.

## CHAPITRE 2 CADRE THÉORIQUE CONCERNANT LES MÉTHODES NUMÉRIQUES UTILISÉES

Pour comprendre adéquatement le fonctionnement de la méthode de résolution d'interactions fluide-structure bidirectionnelle utilisée pour les simulations présentées dans ce mémoire, un survol de la théorie entourant les deux solveurs de base impliqués doit être fait. Dans ce chapitre, une brève introduction aux fondements de la mécanique des fluides incompressibles est présentée. Le principe de résolution numérique des équations discrétisées appelé volumes finis est également introduit. Par la suite, les bases de la résistance des matériaux ainsi que les fondements de la méthode des éléments finis sont succinctement exposés. Le schéma d'imbrication des solveurs est aussi présenté. Finalement, les considérations concernant les variables de transfert entre les deux domaines qui interviennent dans les simulations en interactions fluide-structure sont détaillées.

### 2.1 Mécanique des fluides incompressibles

#### 2.1.1 Équations de base et méthodes numériques

Les écoulements incompressibles et isothermes de fluides newtoniens sont régis par un système de quatre équations différentielles partielles. La première, appelée couramment « équation de continuité », contraint le champ de vitesse de telle sorte que l'écoulement respecte la conservation de la masse. De plus, elle force le respect de la condition d'incompressibilité. Elle est décrite à l'Équation (2.1).

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (2.1)$$

où «  $u$  » correspond au champ de vitesse sous sa forme vectorielle.

Le mouvement associé à l'écoulement proprement dit est décrit par les équations de quantité de mouvement aussi appelées « équations de Navier-Stokes ». Elles peuvent être résumées sous leur forme vectorielle par l'Équation (2.2).

$$\underbrace{\rho \left( \underbrace{\frac{\partial u}{\partial t} + \underbrace{u \cdot \nabla u}_{\text{Accélération convective}}}_{\text{Accélération instationnaire}} \right)}_{\text{Termes d'inertie}} = \underbrace{-\nabla p}_{\text{Gradient de pression}} + \underbrace{\mu \nabla^2 u}_{\text{Forces visqueuses}} \quad (2.2)$$

où «  $\rho$  » correspond à la densité du fluide. Cette dernière est constante et uniforme vu la condition d'incompressibilité. «  $p$  » représente le champ scalaire de la pression, «  $\mu$  » la viscosité dynamique du fluide et «  $t$  » le temps.

L'une des difficultés rencontrées lors de la résolution de ces équations provient du traitement de la complexité des géométries que présentent la plupart des cas rencontrés en ingénierie. Il en va de même pour le traitement des conditions limite. En réalité, il n'existe que quelques exemples pour lesquels il existe une solution exacte à ces équations. Ces cas étant triviaux et limités, une technique générale a du être développée pour contrer cette difficulté.

Cette méthode préconise une discréttisation spatiale du domaine de calcul considéré. La géométrie est donc approximée par le maillage. Les champs de vitesse, de pression et autres quantités véhiculées dans l'écoulement sont réduits à des fonctions d'interpolation relativement simples sur chacune des mailles ainsi définies. Plusieurs méthodes numériques existent pour la définition exacte et pour la résolution du système discret approché. *ANSYS CFX* utilise l'une de ces méthodes, à savoir la méthode des volumes finis (voir Section 2.1.2).

Une autre difficulté rencontrée lors de la résolution des équations provient du terme convectif qui présente une non-linéarité. Celle-ci peut être résolue en pratique par une approche itérative. Le terme convectif est aussi responsable du phénomène de turbulence observé dans la plupart des écoulements rencontrés en ingénierie. Il se manifeste par une agitation du fluide possédant une structure riche et complexe de par ses nombreuses échelles physiques et fréquentielles.

Bien que cette turbulence soit observable sur des échelles souvent beaucoup plus petites que l'écoulement macroscopique global, elle possède sur lui un effet bien réel qui se manifeste entre autre par une viscosité apparente plus élevée de l'écoulement. Par contre, pour des situations pratiques en ingénierie, une prédiction de l'écoulement global est généralement souhaitée sans devoir résoudre toutes les échelles de turbulence.

À cet effet, une approche communément utilisée pour contourner le problème lié à la résolution de la turbulence consiste à scinder les quantités présentes dans l'écoulement en deux contributions: celle de l'écoulement moyen et celle des fluctuations liées au phénomène de turbulence. Cette formulation est décrite par les Équations (2.3).

$$\begin{aligned} u(x,t) &= \bar{U}(x,t) + u'(x,t) \\ p(x,t) &= \bar{P}(x,t) + p'(x,t) \end{aligned} \tag{2.3}$$

Une fois ces expressions substituées dans les équations originales de Navier-Stokes, les équations instationnaires de Navier-Stokes moyennées (aussi couramment appelées « U-RANS » dans la littérature) sont obtenues. Elles sont représentées par les Équations (2.4).

$$\nabla \cdot \bar{U} = 0 \tag{2.4}$$

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \cdot \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial \bar{u}'_i \bar{u}'_j}{\partial x_j}$$

où «  $\nu$  » est la viscosité cinématique du fluide.

Cet artifice mathématique permet la résolution numérique des écoulements sans avoir à recourir à des discrétisations spatiale et temporelle excessives pour capter les effets de turbulence dans leur intégralité. Néanmoins, le dernier terme de l'Équation (2.4) fait émerger 6 inconnues supplémentaires dans le système. L'introduction d'un modèle de turbulence permet la mise en place d'équations supplémentaires visant à fermer ce nouveau système d'équations. Cette astuce permet de prédire le comportement turbulent en terme de production et de dissipation.

Il existe une variété importante de modèles de turbulence plus ou moins sophistiqués. Les modèles k- $\varepsilon$ , k- $\omega$  et SST sont couramment utilisés dans l'industrie des turbines hydrauliques pour la prédiction d'écoulements fluide. Comme les considérations liées à la turbulence n'impactent qu'au second ordre le comportement dynamique des roues de turbine en fonctionnement (voir Section 1.2.6), les bases théoriques concernant la turbulence ne seront donc pas détaillées plus longuement.

## 2.1.2 Méthodes des volumes finis

La méthode préconisée par *ANSYS CFX* pour traiter les équations qui régissent les écoulements fluide est celle des volumes finis. Cette méthode nécessite la discrétisation du domaine spatial de l'écoulement sous la forme d'un maillage. Les mailles ainsi générées permettent de définir des volumes de contrôle. Pour la plupart des applications, le maillage reste géométriquement statique

et l'écoulement fluide le traverse. Il s'agit donc d'une représentation eulérienne. La définition de ces volumes de contrôle est présentée à la Figure 2-1.

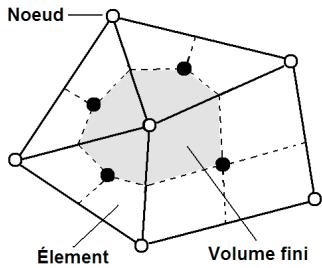


Figure 2-1: Définition du volume de contrôle à partir de maille du domaine fluide

La forme intégrale des équations de continuité en incompressible, de Navier-Stokes en incompressible et de transport d'une quantité quelconque «  $\varphi$  » (Équations (2.5)), comme par exemple les quantités turbulentes est bien adaptée à la méthode des volumes finis en ce sens qu'elle permet de dresser un bilan des flux pénétrants à travers ces volumes.

$$\int_S U_j dn_j = 0$$

$$\frac{d}{dt} \int_V U_i dV + \int_S U_j U_i dn_j = -\frac{1}{\rho} \int_S P dn_j + \int_S v_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) dn_j \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \varphi dV + \int_S U_j \varphi dn_j = \int_S \Gamma_{eff} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) dn_j$$

L'application du théorème de la divergence de Gauss permet de convertir les intégrales de volume en intégrales de surface.

Pour permettre de prendre en compte des déformations éventuelles du domaine fluide et donc du maillage, comme c'est le cas lors de la simulation des interactions fluide-structure, les Équations (2.5) sont modifiées. Le résultat est illustré par les Équations (2.6).

$$\int_S (U_j - W_j) d\mathbf{n}_j = 0$$

$$\frac{d}{dt} \int_V U_i dV + \int_S (U_j - W_j) U_i d\mathbf{n}_j = -\frac{1}{\rho} \int_S P d\mathbf{n}_j + \int_S v_{eff} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) d\mathbf{n}_j \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \varphi dV + \int_S (U_j - W_j) \varphi d\mathbf{n}_j = \int_S \Gamma_{eff} \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) d\mathbf{n}_j$$

où «  $W_j$  » représente la vitesse de la frontière du volume de contrôle.

Cette prise en compte du déplacement par le domaine fluide permet de faire le lien avec la description lagrangienne par laquelle le domaine structurel est décrit. Aussi, ce ne sont pas seulement les mailles en contact avec la paroi en déplacement qui reprennent toute la déformation du domaine. Il existe donc dans *ANSYS CFX* une loi de déformation du maillage qui lie la rigidité de chaque maille à son volume. Comme les grosses mailles ont un potentiel d'absorption du déplacement plus élevé que celles de plus petite taille, leur rigidité est plus faible. L'Équation (2.7) décrit cette loi de rigidité des mailles utilisée par défaut.

$$K_{maillage} = \left( \frac{1}{V} \right)^{c_{rigidité}} \quad (2.7)$$

D'autres lois de déformation du maillage existe dans le logiciel. L'utilisateur peut même gérer cet aspect en générant son propre modèle.

Chacun des termes des Équations (2.6) est développé selon des séries d'expansion qui permettent d'approximer ces fonctions continues. Le choix du type de série et le nombre de termes conservés détermineront l'ordre du schéma. Un schéma d'ordre élevé fournira un ordre de convergence élevé. Toutefois, ceux-ci présentent généralement une stabilité numérique moindre.

Un traitement particulier est appliqué aux cellules adjacentes à une paroi solide pour l'application des conditions d'imperméabilité et de non-glissement qui s'y rattachent. Le logiciel utilise également une loi de paroi pour représenter le plus fidèlement possible la couche limite sans avoir à recourir à une discréttisation locale excessive. Les conditions limite en entrée et sortie du domaine doivent également être traitées de façon particulière tout comme les conditions à

l'interface si deux domaines adjacents sont connectés. Les détails du traitement de ces conditions particulières sont présentés dans la documentation de *ANSYS CFX*.

Il résulte de la modélisation d'un écoulement par la méthode des volumes finis un système d'équations relativement lourd dont la résolution se fait de manière itérative par un calculateur.

### **2.1.3 Erreurs rencontrées lors de l'utilisation de la méthode des volumes finis**

Comme la résolution de simulations fluide est itérative, une erreur due à ce type de résolution est introduite. Le résidu est une évaluation du débalancement des équations à l'égard d'une variable calculée qui quantifie l'erreur de la solution. Il existe donc une valeur du résidu pour chacune des quantités caractérisant l'écoulement, à savoir le champ de pression (défini comme «  $P_{mass}$  » dans le logiciel) et de vitesse (défini comme «  $U_{mom}$  », «  $V_{mom}$  » et «  $W_{mom}$  ») ainsi que les quantités turbulentes. Chaque itération a pour objectif de réduire le résidu et donc l'erreur numérique. En pratique, il est impossible de trouver une solution exacte au système d'équations. C'est pourquoi un critère d'arrêt doit être imposé sur les résidus. Plus ce critère est de petite taille, plus l'erreur numérique est réduite.

Il existe d'autres sources d'erreur en fluide numérique, notamment celles liées à la discrétisation du maillage et au pas de temps utilisé. En effet, puisque la matière et le temps peuvent être considérés comme continus, un nombre infini de cellules et de pas de temps serait idéal pour la résolution d'une simulation fluide. Pour des raisons pratiques, ces quantités doivent être définies en fonction des ressources calculatoires disponibles. Des résultats fiables nécessitent néanmoins une indépendance de la solution à la discrétisation. Pour procéder à une vérification de cet aspect, une méthode appelée analyse de convergence prescrit l'utilisation de plusieurs maillages et pas de temps pour vérifier la stabilité des variables calculées. Aussi, l'amplification d'erreurs numériques peut émerger lorsque des cellules du maillage possèdent de très grands rapports de forme. Le maillage doit donc respecter certains critères à ce niveau. La troncature des nombres liée au caractère discret des calculateurs peut également altérer la qualité de la solution.

Une autre catégorie d'erreur provient de la modélisation. En effet, les hypothèses de départ comme l'incompressibilité, l'isotropie des propriétés du fluide et la température supposée constante peuvent introduire une erreur. La modélisation de la turbulence peut être une source d'erreur non-négligeable dans certains cas. Puisque toutes les échelles du phénomène ne sont pas

représentées et sont remplacées par des modèles approximés, certains phénomènes fluide sensibles à la turbulence peuvent souffrir d'une prédition déficiente. Les conditions limite du modèle numérique n'étant pas homologues aux conditions réelles, elles peuvent aussi entraîner des divergences majeures avec le phénomène réel. D'autres sources d'erreur comme celles provenant des routines internes du logiciel et celles provenant de l'utilisateur peuvent exister.

Heureusement, lorsque la solution paraît numériquement stable, la sensibilité des différents paramètres causant l'erreur peut être évaluée par la comparaison avec des observations expérimentales.

## 2.2 Mécanique des solides élastiques linéaire

### 2.2.1 Équations de base régissant la mécanique des solides linéaire

Un solide élastique isotrope est caractérisé mécaniquement par sa densité «  $\rho$  », son module d'élasticité «  $E$  » et son coefficient de Poisson «  $\nu$  ». Le module d'élasticité représente la contrainte nécessaire pour qu'un solide élastique subisse une déformation égale à sa longueur initiale alors que le coefficient de Poisson correspond au rapport entre sa contraction transversale à l'effort appliqué et sa déformation axiale.

D'autre part, une contrainte est une réaction interne définie par une force par unité d'aire. De manière générale, cet état est défini par 6 composantes: 3 composantes normales et 3 composantes en cisaillement. Une portion infinitésimale d'un solide est présentée à la Figure 2-2.

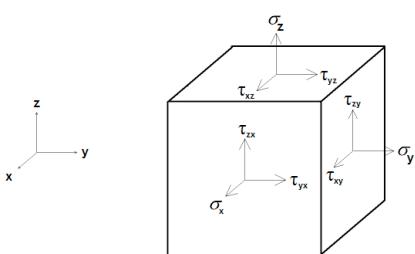


Figure 2-2: Volume représentant une portion infinitésimale d'un solide contraint

Lorsqu'un matériau élastique et isotrope présente des déformations de faible amplitude, son comportement mécanique est régi par la loi de Hooke. Cette loi fait le lien entre l'état de contrainte et les déformations et vice versa. Sous sa forme généralisée, la loi de Hooke prend la forme des Équations (2.8).

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y - \sigma_z)] \\
\varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x - \sigma_z)] \\
\varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x - \sigma_y)] \\
\gamma_{xy} &= \frac{1}{G} \tau_{xy} \\
\gamma_{yz} &= \frac{1}{G} \tau_{yz} \\
\gamma_{zx} &= \frac{1}{G} \tau_{zx}
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Pour une structure à géométrie complexe sujette à des forces de toute nature, une approche doit être mise en place pour déterminer son déplacement et sa déformation puis l'état de contrainte qui en découle. Pour ce faire, la méthode du travail virtuel peut être utilisée. Si une structure est dans un état d'équilibre, une variation de son déplacement virtuel « $\partial u$ » engendrera un travail nul des forces réelles qui agissent sur cette dernière. La formulation générale de l'équation de la dynamique selon le principe du travail virtuel est présentée à l'Équation (2.9) (Cook et al. (1989)).

$$\int \{\partial u\}^T \{F\} dV + \int \{\partial u\}^T \{\Phi\} dS + \sum_{i=1}^n \{\partial u\}_i^T \{p\}_i = \int [\{\partial u\}^T \rho \{\ddot{u}\} + \{\partial u\}^T c \{\dot{u}\} + \{\partial \varepsilon\}^T \{\sigma\}] dV \tag{2.9}$$

Le premier terme de l'Équation 2.9 correspond à la contribution des forces de volume, le second, à celle des forces appliquées aux surfaces et le troisième, à celle des forces ponctuelles. Le premier terme de la portion de droite correspond à la contribution des forces inertielles, le second terme, à celle des forces d'amortissement et le troisième terme, à celle des forces internes, à

savoir les contraintes. C'est sur cette formulation que repose la résolution de simulations mécaniques structurelles par *ANSYS Mechanical*.

### 2.2.2 Méthodes des éléments finis

Comme pour la méthode des volumes finis, celle des éléments finis permet de fragmenter un problème continu complexe en une multitude de cellules simples dont le comportement physique est connu par des lois élémentaires. Elle permet de résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles et donc représenter la physique de plusieurs phénomènes. La physique présentée dans cette section est le comportement mécanique des solides élastiques linéaires.

La simulation mécanique par la méthode des éléments finis nécessitent la fragmentation du domaine étudié par un maillage. Cette fois-ci l'approche est lagrangienne puisque les cellules générées sont attachées au domaine.

La méthode des éléments finis appliquée au principe du travail virtuel consiste à remplacer dans l'Équation (2.9) les termes continus de déplacement et de déformation par leurs pendants discrétisés définis par les Équations (2.10).

$$\{u\} = [N]\{d\}$$

$$\{\dot{u}\} = [N]\{\dot{d}\}$$

$$\{\ddot{u}\} = [N]\ddot{\{d\}} \quad (2.10)$$

$$\{\varepsilon\} = [B]\{d\}$$

$$\{\sigma\} = [E][B]\{d\}$$

La matrice «  $[N]$  » représente les fonctions de forme qui sont liées à la géométrie alors que le vecteur «  $\{d\}$  » représente les degrés de liberté de déplacement aux nœuds. «  $[B]$  » représente la matrice d'opération des dérivées spatiales du déplacement.

Le choix des fonctions de forme dépend de la physique à modéliser. La plupart du temps, il s'agit de polynômes de premier ou deuxième degré. Pour le cas de la mécanique des solides linéaire, l'élément quadratique sous sa forme prismatique ou tétraédrique procure une précision adéquate.

Il s'agit de l'élément utilisé par défaut dans *ANSYS Mechanical* pour ce type d'analyse. La Figure 2-3 montre la disposition des nœuds pour les éléments prismatiques quadratiques et tétraédriques quadratiques.

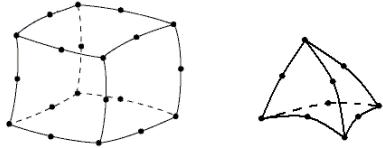


Figure 2-3: Éléments quadratiques utilisés pour les simulations structurelles

L'Équation (2.9) sous sa forme discrète est représentée par l'Équation (2.11).

$$\{\partial d\}^T \left[ \int \rho [N]^T [N] dV \{\ddot{d}\} + \int c [N]^T [N] dV \{\dot{d}\} + \int [B]^T \{\sigma\} dV - \int [N]^T \{F\} dV - \int [N]^T \{\Phi\} dS - \sum_{i=1}^n \{p_i\} \right] = \quad (2.11)$$

Le premier terme situé à l'intérieur des crochets correspond à la matrice de masse multipliée par l'accélération. Le second terme correspond à la matrice d'amortissement multipliée par la vitesse et le troisième terme referme la matrice de rigidité. Les autres termes affectés d'un signe négatif correspondent aux forces extérieures agissant sur le système à savoir les forces de volume, les charges réparties et les charges ponctuelles respectivement.

Les termes à l'intérieur des crochets doivent s'annuler et peuvent donc être réécrits sous la forme classique présentée par l'Équation (2.12).

$$[M]\{\ddot{d}\} + [C]\{\dot{d}\} + [K]\{d\} = \{r_{ext}\} \quad (2.12)$$

La contribution de chacun des éléments doit être assemblée dans les matrices globales «  $[M]$  », «  $[C]$  » et «  $[K]$  ». Les conditions limite appliquées permettent la réduction des degrés de liberté et ainsi de fermer le système. Par la suite, le système linéaire est résolu par les différents solveurs mis à disposition.

*ANSYS Mechanical* possède plusieurs méthodes de résolution, notamment des méthodes directes et itératives. Les méthodes directes (« *sparse solvers* ») offrent l'avantage de procurer une solution numérique exacte du système mais requiert plus de ressources au niveau des processeurs et de la mémoire vive. Pour les modèles de faible taille, ces méthodes sont à préférer. Les méthodes itératives (« *PCG solvers* »), quant à elles, débutent la résolution à l'aide d'une solution approchée qui est raffinée par l'utilisation d'une méthode de gradients conjugués préconditionnés.

Tout comme la méthode de résolution du domaine fluide, la convergence est atteinte lorsqu'un certain critère sur le résidu est rencontré. Cette erreur doit évidemment être réduite au maximum pour assurer la précision des résultats. Ces méthodes requièrent moins de mémoire vive et de ressources processeur mais peuvent demander plus de temps de résolution et peuvent éprouver des problèmes de convergences pour la résolution de systèmes très mal conditionnés. Les méthodes directes et itératives peuvent être adaptées au calcul en parallèle pour une économie de temps de résolution et une maximisation des ressources.

L'analyse du problème dynamique est utilisée dans ce mémoire pour réaliser les simulations temporelles en interactions fluide-structure des Chapitres 3, 4 et 5.

### **Analyse modale**

L'analyse modale sert à caractériser le comportement dynamique d'une structure en vibration. Elle permet essentiellement d'en évaluer ses modes propres et les fréquences naturelles qui y sont rattachées. Pour ce faire, les matrices développées pour le problème dynamique général de la section précédente peuvent être utilisées pour la résolution de problèmes particuliers qui ne font intervenir que certains termes. Pour l'analyse modale, aucune force extérieure et aucun amortissement ne sont considérés. L'Équation (2.13) montre le système simplifié.

$$[M]\{\ddot{d}\} + [K]\{d\} = \{0\} \quad (2.13)$$

De plus, un champ de déplacement de la structure du type harmonique est supposé. Les champs de déplacement et d'accélération qui en résultent sont présentés aux Équations (2.14).

$$\begin{aligned} \{d\} &= \{D\} \sin(\omega t) \\ \{\ddot{d}\} &= -\omega^2 \{D\} \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Le système réduit à un problème aux valeurs propres est présenté à l'Équation (2.15).

$$([K] - \omega^2 [M])\{d\} = 0 \quad (2.15)$$

La solution triviale du champ de déplacement nul n'a pas d'intérêt particulier. Par contre, l'évaluation des fréquences naturelles en posant le premier terme comme étant nul peut être réalisée (voir Équation (2.16)).

$$[[K] - \omega^2[M]]\{d_i\} = 0 \quad (2.16)$$

Toutes les fréquences naturelles «  $\omega_i$  » ayant été déterminées, la forme des modes propres peut être évaluée par l'Équation (2.16). Il s'agit simplement de réinjecter les fréquences naturelles dans le problème initial (voir Équation (2.17)).

$$[[K] - \omega_i^2[M]]\{d_i\} = 0 \quad (2.17)$$

Pour un système donné, il existe autant de fréquences naturelles et modes propres que de degrés de liberté. Tout comme pour le cas de la résolution du problème dynamique complet, le logiciel peut utiliser des méthodes de résolution directes et itératives. L'utilisation de la suite de Sturm (Khonke (2004)) permet de balayer avec précision un intervalle de fréquences déterminé par l'utilisateur sans avoir à résoudre le système dans son intégralité.

L'analyse modale est utilisée dans ce mémoire pour déterminer les fréquences naturelles dans le vide des structures considérées.

### **Analyse statique**

L'analyse statique est souvent utilisée pour déterminer le champ de déplacement et l'état de contrainte d'une structure sous un chargement constant. Les termes correspondant aux forces inertielles et aux forces d'amortissement de l'Équation (2.12) sont alors négligés. L'Équation (2.18) présente le système simplifié représentant l'analyse statique.

$$[K]\{d\} = \{r\} \quad (2.18)$$

où «  $\{r\}$  » représente le vecteur des forces statiques.

Les méthodes de résolution utilisées pour ce système sont directes ou itératives.

L'analyse statique est utilisée dans ce mémoire pour valider les déplacements moyens de la roue de turbine hydraulique en fonctionnement présentée au Chapitre 5.

### **Non-linéarités**

Une non-linéarité importante peut survenir lorsque la structure analysée subit des déformations importantes. Si de grands déplacements altèrent la géométrie de la structure, sa matrice de rigidité s'en trouve aussi affectée.

Pour prendre en compte les grands déplacements structurels, la méthode de Newton-Raphson peut être appliquée. Celle-ci consiste en la correction itérative de la matrice de rigidité structurelle «  $[K]$  » pour un chargement appliqué. La solution de départ est issue des résultats du pas de temps précédent. La Figure 2-4 présente graphiquement le principe de la méthode de Newton-Raphson.

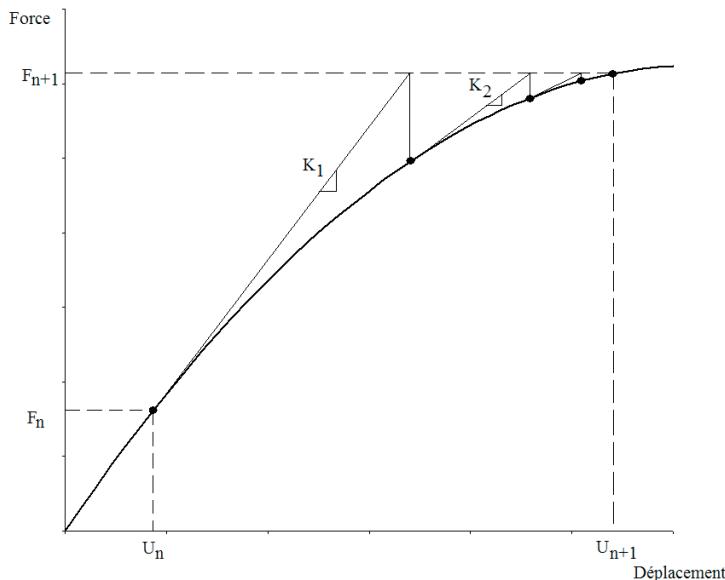


Figure 2-4: Itérations de Newton-Raphson («  $K_n$  » représente la matrice jacobienne de la matrice de rigidité à l'itération «  $n$  » de Newton-Raphson)

Pour tous les cas de calculs présentés dans ce mémoire, les déplacements structurels sont faibles. Par contre, l'application de la méthode de Newton-Raphson stabilise de façon non-négligeable leur convergence.

### 2.2.3 Erreurs rencontrées lors de l'utilisation de la méthode des éléments finis

Il résulte de la modélisation en mécanique des solides élastiques linéaire d'une structure élastique par la méthode des éléments finis un système d'équations volumineux dont la résolution se fait de manière directe ou itérative par un calculateur. Une brève description de ces méthodes est faite à la Section 2.2.2. Il est à noter que la méthode itérative comporte une erreur supplémentaire par rapport à la méthode directe dû au fait que la solution est approchée jusqu'à ce qu'un critère sur l'erreur soit rencontré. Les deux types de méthode peuvent toutefois être affectés par l'erreur de troncature.

Il existe d'autres sources d'erreur pour ce type de simulation, notamment celles liées à la discrétisation du maillage et au pas de temps utilisés. En effet, puisque la matière et le temps peuvent être considérés comme continus, un nombre infini de cellules et de pas de temps serait idéal pour la résolution d'une simulation. Ces quantités doivent pourtant être définies en fonction des ressources calculatoires disponibles. Des résultats fiables nécessitent néanmoins une indépendance de la solution à la discrétisation. Pour procéder à une vérification de cet aspect, une analyse de convergence des variables d'intérêt par rapport à la discrétisation doit être réalisée. L'amplification d'erreurs numériques peut aussi émerger lorsque des cellules du maillage possèdent de très grands rapports de forme. La méthode itérative est particulièrement sensible à cet aspect.

Les erreurs de modélisation peuvent survenir lorsque la physique à représenter comporte des différences avec le modèle numérique. Par exemple, les conditions limite peuvent ne pas être homologues aux conditions réelles. Le matériau peut aussi posséder un amortissement structurel, offrir un comportement élastique légèrement non-linéaire et ne pas posséder des propriétés parfaitement isotropes. La géométrie des structures à analyser possède également des tolérances qui ne sont pas toujours prises en compte dans le modèle numérique.

D'autres sources d'erreur comme celles provenant des routines internes du logiciel et celles provenant de l'utilisateur peuvent avoir des conséquences importantes sur la qualité de la prédition. Heureusement, lorsque la solution paraît numériquement stable, la sensibilité des différents paramètres causant l'erreur peut être évaluée par la comparaison avec des observations expérimentales.

### **2.3 Interactions fluide-structure**

La méthode de résolution des interactions fluide-structure proposée par ANSYS fait intervenir la méthode des volumes finis pour la portion fluide du domaine et la méthode des éléments finis pour la portion structurelle. Ces méthodes sont présentées aux Sections 2.1.2 et 2.2.2 respectivement. Par définition, les simulations en interactions fluide-structure contiennent une interface par laquelle celles-ci se produisent. Il s'agit de la frontière commune aux deux domaines. L'écoulement fluide est perçue par la structure comme des forces de pression et de cisaillement alors que la structure est perçue par l'écoulement comme un déplacement qui

déforme son domaine. Les données d'échange entre les solveurs sont donc les forces (fluide vers solide) et les déplacements (solide vers fluide).

Lorsque le couplage est négligeable, la méthode unidirectionnelle doit être utilisée. Cette méthode consiste simplement à démarrer le module de simulation (fluide ou solide) qui amorce le phénomène étudié. Pour chacun des pas de temps, les variables calculées à l'interface sont transmises de façon unidirectionnelle vers le second module qui résout pour son domaine de calcul. Dans ces conditions, il est impossible de parler d'une réelle interaction entre les domaines fluide et solide. Il est envisageable de procéder à une résolution en parallèle des domaines fluide et solide pour ce type de simulation.

La seconde méthode de résolution est bidirectionnelle. Elle doit être utilisée lorsque le couplage entre les domaines fluide et structurel est fort. Comme pour la méthode unidirectionnelle, le module du domaine qui mène le phénomène physique à simuler devrait être lancé en premier. Par la suite, les données calculées sont transférées au second module qui résout par la suite pour ses propres données de transfert qu'il restitue au premier. L'ordre d'opération des modules est obligatoirement séquentiel. La résolution en boucle se poursuit jusqu'à ce que la convergence sur les variables de transfert soit atteinte. La résolution pour le pas de temps suivant est ensuite amorcée. La Figure 2-5 présente le schéma observé par la résolution bidirectionnelle.

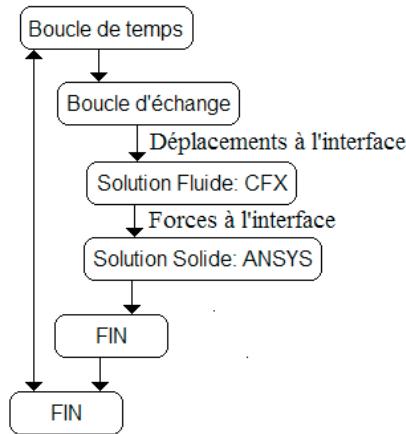


Figure 2-5: Schéma de résolution bidirectionnelle des interactions fluide-structure (les solveurs peuvent être interchangés dépendamment de la nature du phénomène simulé)

Puisque le maillage est le siège du transfert des données, sa résolution à l'interface doit respecter quelques règles favorisant un échange correct. Premièrement, la position des nœuds des domaines

n'ont pas à respecter la concourance. Ils peuvent donc être disposés arbitrairement et cette caractéristique rend possible l'utilisation de maillages structurés et non-structurés pour chacun des domaines. Par contre, les maillages surfaciques doivent respecter la même taille caractéristique pour éviter la perte d'information dans les zones de forts gradients. La Figure 2-6 montre de quelle façon les champs de transfert peuvent être altérés par une différence de résolution à l'interface.

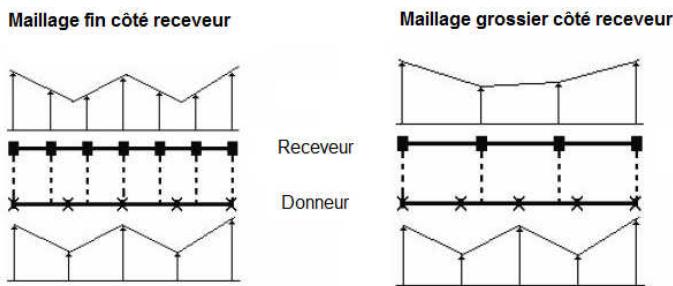


Figure 2-6: Interpolation des données d'échange entre les domaines fluide et solide

L'interpolation de données d'un maillage grossier vers un maillage fin n'occasionne pas de problème particulier mais comme l'échange est réalisé dans les deux sens, il importe d'utiliser des résolutions similaires. Aussi, deux types d'interpolation peuvent être sélectionnés. Le premier consiste à l'interpolation simple des données et est de type « *profile preserving* ». L'autre mode consiste à ajouter une constante modulant le profil interpolé de façon à ce que l'intégrale du champ sur l'aire de la surface de contact soit préservée entre le donneur et le receveur. L'objectif est essentiellement d'éviter toute génération ou annulation de l'énergie d'origine numérique dans le système. Cette méthode d'interpolation est dite « *conservative* ».

Lorsque la résolution est instable, il est possible de moduler à la baisse la correction sur les variables de transfert pour chaque boucle de couplage. Cette modulation prend la forme d'une sous-relaxation décrite par l'Équation (2.19).

$$\phi_n = (1 - R)\phi_{n-1} + R\phi_n^* \quad (2.19)$$

où «  $\phi$  » représente le champ de variables transférées, «  $R$  » le facteur de sous-relaxation et «  $n$  » l'incrément de la boucle de couplage.

La valeur de facteur de sous-relaxation par défaut est de 0,75. Par contre, la réduction de ce facteur occasionne généralement une convergence plus lente mais plus stable. Pour les boucles de couplage, l'erreur est définie sur le champ de force par l'Équation (2.20).

$$E_n = \sqrt{\sum \left( \frac{F_n - F_{n-1}}{F_n} \right)} \quad (2.20)$$

où «  $E_n$  » correspond à l'erreur calculée sur le champ de force «  $F$  » à la boucle « n ».

L'erreur calculée sur le champ de déplacement est homologue à celle appliquée sur le champ de force. Par défaut, la valeur de l'erreur doit être inférieur 0,001 pour toutes les variables d'échange. L'utilisateur peut toutefois commander une convergence plus serrée.

La méthode bidirectionnelle de résolution des interactions fluide-structure ne permet pas une résolution stable dans tous les cas de simulation lorsque l'hypothèse d'incompressibilité est posée. En effet, Förster et al. (2006) ont démontré qu'il existe un critère pour lequel le schéma devient instable. Ce critère est défini par l'Équation (2.21).

$$\frac{\rho_f}{\Delta t * \rho_s} > C \quad (2.21)$$

où «  $\rho_f$  » et «  $\rho_s$  » sont les densités du fluide et du solide respectivement.

La constante «  $C$  » dépend de la géométrie, du schéma temporel utilisé et du facteur de sous-relaxation sur les variables d'échange utilisés. Les simulations décrites aux Chapitres 3, 4 et 5 ne sont pas affectées fondamentalement par ce critère puisque le pas de temps imposé pour une solution convergée est atteint pour tous les cas.

## 2.4 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de résumer la théorie entourant la résolution numérique de simulations intégrant la mécanique des fluides, la mécanique des solides élastiques linéaire et les interactions fluide-structure. Cette introduction a permis de comprendre les hypothèses de base émises, les détails de modélisation, de discréétisation et de résolution pour les différentes disciplines abordées.

## CHAPITRE 3 MÉTHODES ET RÉSULTATS POUR LE CAS DU CYLINDRE CONFINÉ

Ce chapitre présente le premier cas test soumis au module bidirectionnel de résolution d'interactions fluide-structure de *ANSYS*. Ce cas test a pour but de valider l'outil de prédition et permettre de développer rapidement une méthodologie viable d'identification des fréquences naturelles.

Les motivations qui ont mené au choix de ce cas test sont d'abord présentées. Par la suite, la description physique détaillée du cas est exposée. Ensuite les détails de modélisation liés aux deux domaines de calcul (solide et fluide) sont résumés. À partir des calculs réalisés, les signaux de déplacement de la structure en fonction du temps sont décrits et commentés. Une méthode pour la détermination des fréquences naturelles associée à chacune des géométries simulées est développée. La masse hydrodynamique et le taux d'amortissement sont ensuite déduits de cette analyse. Une étude de convergence par rapport aux discréétisations spatiale et temporelle est réalisée. Finalement, une comparaison des résultats obtenus par la méthode bidirectionnelle avec différentes formulations théoriques de prédition de la masse hydrodynamique pour ce cas de figure est réalisée. Le chapitre se termine par une conclusion qui résume les points importants mis en lumière au cours de chacune des étapes du développement.

### 3.1 Mise en contexte et but visé

Lors de la première utilisation d'un logiciel de simulation numérique, il est d'usage de choisir un cas très simple pour se familiariser avec ses fonctionnalités propres. Il est alors possible d'identifier rapidement différentes façons viables pour atteindre un but donné. Pour le développement de la méthodologie d'identification des fréquences naturelles de structures submergées avec le module de simulation d'interactions fluide-structure bidirectionnel de *ANSYS*, cette approche a été préconisée. La recherche bibliographique présentée à la Section 1.3 a permis de trouver plusieurs cas théoriques de vibration submergée. Les cas les plus simples sont bidimensionnels et font intervenir des géométries simples. Une attention plus particulière a été portée sur le cas d'un cylindre infiniment long et rigide vibrant en translation (un seul degré de liberté) dans un espace de fluide annulaire. Pour fin de validation, ce cas peut être réduit à une formulation bidimensionnelle et possède une solution analytique issue de la théorie potentielle

(Section 1.3.1). De plus, ce cas permet d'investiguer la prédition des fréquences naturelles en fonction du niveau de confinement (voir Section 1.2.4).

La mise en œuvre de ce cas test permet le débogage rapide de la simulation puisque le nombre de nœuds des maillages utilisés se trouve très réduit par la simplicité de sa géométrie et sa nature bidimensionnelle. Il est relativement simple d'obtenir des maillages de qualité, réduisant l'erreur numérique et par conséquent, les difficultés de convergence éventuelles. La résolution rapide des simulations permet d'explorer efficacement l'influence de plusieurs paramètres fondamentaux tels que les choix des critères de convergence, du pas de temps et de la résolution du maillage.

### 3.2 Description du cas test du cylindre et méthodologie utilisée

Un schéma représentant physiquement le cas test du cylindre rigide confiné est présenté à la Figure 3-1.

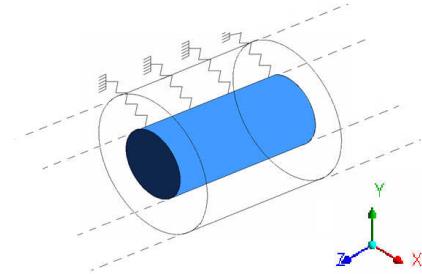


Figure 3-1: Schéma représentant la géométrie du cas test du cylindre confiné

La portion intérieure correspond à une tige cylindrique d'acier standard de longueur infinie et de 1m de diamètre. Celle-ci est libre de vibrer rigidement uniquement selon l'axe X. Elle est attachée au repère fixe par des ressorts dont la valeur de la constante de rappel est ajustée de telle sorte que sa fréquence naturelle dans le vide soit égale à 1 Hz. Le volume annulaire entourant la tige est également de longueur infinie. Sa paroi extérieure est parfaitement rigide. Lorsque ce volume est rempli d'eau, la fréquence naturelle du système se trouve réduite par rapport à sa valeur nominale dû à l'effet de masse ajoutée (voir Section 1.2.1). Cet effet est modulé par le confinement créé par la dimension du diamètre extérieur du volume fluide (voir Section 1.2.4). Les Tableaux 3.1 et 3.2 résument les propriétés de l'acier standard et de l'eau respectivement. Ces valeurs ont été utilisées dans les simulations numériques réalisées.

Tableau 3.1: Propriétés de l'acier standard

Caractéristiques	Unités	
Densité ( $\rho$ )	(kg/m <sup>3</sup> )	7 850
Module d'élasticité (E)	(GPa)	200
Coefficient de Poisson ( $\nu$ )	-	0.3

Tableau 3.2: Propriétés de l'eau

Caractéristiques	Unités	
Densité ( $\rho$ )	(kg/m <sup>3</sup> )	997
Viscosité cinématique ( $\nu$ )	(m <sup>2</sup> /s)	8.9258E-07
Viscosité dynamique ( $\mu$ )	(kg/m*s)	8.8990E-04

Dans ce chapitre, une modélisation quasi-bidimensionnelle du cylindre est proposée. La méthode consiste en la construction de plusieurs simulations dans lesquelles le diamètre extérieur du volume fluide varie, faisant également varier le niveau d'effet de confinement. Dans chacune des simulations, un déplacement initial de la tige de 1 mm est imposé par rapport à son état d'équilibre. La vibration libre du cylindre et l'écoulement résultant sont par la suite calculés par la méthode bidirectionnelle. Un signal temporel correspondant au déplacement d'un point matériel attaché au cylindre est enregistré et permet la déduction de la fréquence naturelle. Cette déduction est réalisée en ajustant au sens des moindres carrés un modèle correspondant à une sinusoïde amortie aux données brutes fournies par le logiciel. Les fréquences naturelles pour différents rayons extérieurs et la fréquence nominale de 1 Hz sont injectées dans l'Équation (1.15) pour retrouver les masses ajoutées numériques. Finalement, les masses ajoutées calculées numériquement sont comparées aux valeurs théoriques fournies par la littérature.

### 3.3 Modélisation

Le but de cette section est de présenter le développement de la modélisation entourant le cas test du cylindre confiné. Les détails de mise en œuvre des simulations pour chacun des domaines y sont décrits.

L'idée de base de la modélisation est de tirer profit de la nature bidimensionnelle du système pour réduire le domaine à une simple tranche avec conditions de symétrie de part et d'autre (quasi-2D). La Figure 3-2 montre un schéma de la tranche ainsi modélisée.

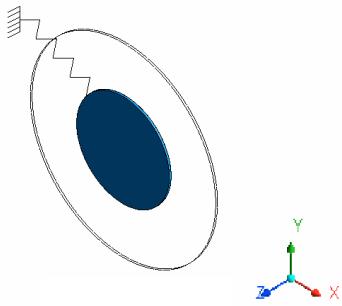


Figure 3-2: Tranche représentant la modélisation quasi-2D du cas du cylindre confiné

### 3.3.1 Modélisation du domaine structurel

La modélisation de la portion solide du cas test du cylindre confiné est réalisée dans l'environnement *ANSYS Workbench* dans lequel il est aisé de mettre en œuvre la géométrie de base constituée de la simple extrusion d'un profil circulaire. Par la suite, un maillage de type non-structuré constitué de briques à 20 nœuds (élément de type SOLID186 selon la nomenclature *ANSYS*) est appliqué au domaine. La Figure 3-3 montre la résolution des maillages utilisés et le Tableau 3.3 en résume le nombre de nœuds résultant.

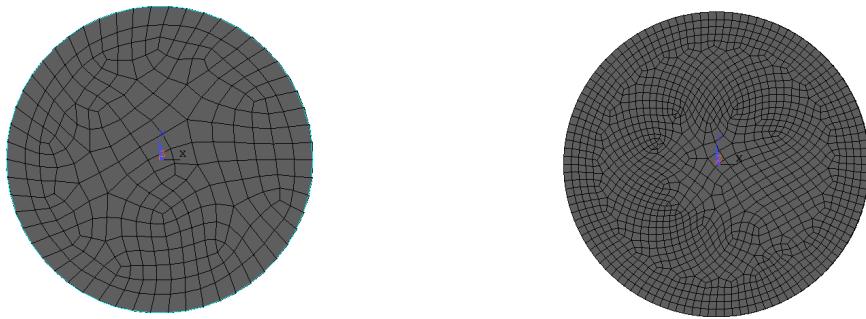


Figure 3-3: Maillages utilisés pour le domaine structurel du cas du cylindre confiné

Tableau 3.3: Nombre de nœuds des maillages solide du cas du cylindre confiné

Maillages	Nombre de nœuds
Grossier	2 086
Fin	14 451

Les propriétés de l'acier sont attribuées aux éléments du maillage (voir Tableau 3.1). Un élément ressort entre un point fixe et la portion de tige est ajouté pour représenter la rigidité du système selon l'axe X. Cette rigidité est ajustée de sorte que la fréquence naturelle du système soit égale à 1 Hz. Aussi, les déplacements dans les axes Y et Z sont bloqués. Aussi, aucune rotation du cylindre n'est permise.

Dans un premier temps, une analyse modale est effectuée pour vérifier que le modèle restitue correctement le mode et la fréquence naturelle attendus. Par la suite, une simulation temporelle est réalisée à partir du fichier de l'analyse modale. Les conditions limite et le maillage sont donc reconduits pour cette nouvelle simulation. Par contre, une condition de déplacement initial du cylindre de 1 mm selon l'axe X (voir Figure 3-4), ayant pour effet d'amorcer la vibration libre, est ajoutée.

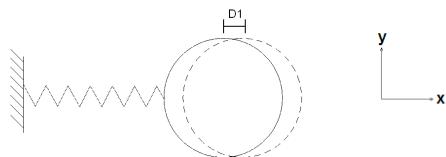


Figure 3-4: Condition initiale de déplacement imposée pour le cas du cylindre confiné

Le pas de temps est ajusté à une valeur constante de telle sorte qu'il y ait 20 points par cycle. Le pas de temps est donc de  $\Delta t = 0,05\text{s}$ . Le solveur direct est utilisé pour cette simulation. La méthode de résolution non-linéaire de Newton-Raphson est utilisée pour la résolution du domaine structurel. Les paramètres de simulation pour la portion structurelle du calcul sont résumés dans le Tableau 3.4.

Tableau 3.4: Paramètres de la simulation mécanique temporelle du cas du cylindre confiné

Paramètres	Unités	
Pas de temps	(s)	0.05
Type de solveur	-	Direct
Méthode de résolution non-linéaire	-	Newton-Raphson

Le signal obtenu pour la simulation temporelle dans le vide est présenté à la Figure 3-5.

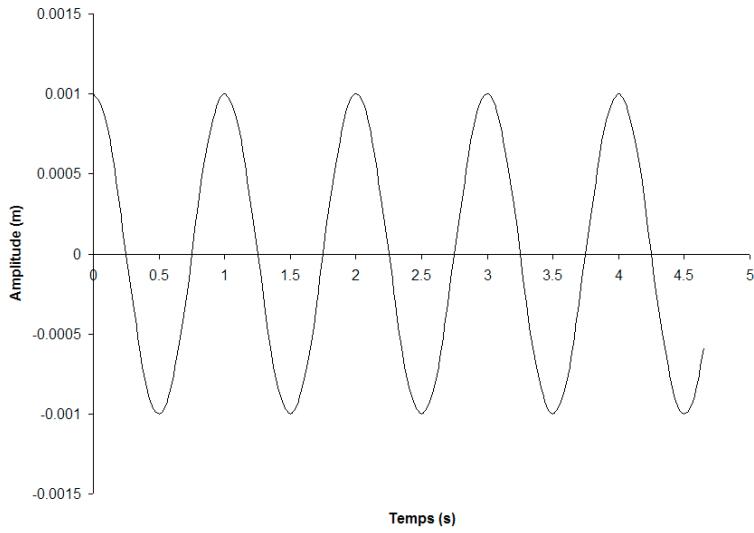


Figure 3-5: Déplacement du cylindre seul en vibration libre en fonction du temps

Tel que prévu par la théorie de la vibration sans amortissement (voir Section 1.1.1), le signal correspond à une sinusoïde parfaite ayant pour fréquence la valeur de 1 Hz attendue. Le modèle est donc cohérent avec la théorie classique de la vibration.

Pour les analyses en interactions fluide-structure, le pas de temps varie en fonction de la fréquence attendue. À priori, pour chacun des cas calculés, le pas de temps utilisé correspond à la période théorique issue de la solution en écoulement potentiel divisée en 20. Par la suite, une étude de convergence montrant l'effet de la variation du pas de temps sur la fréquence naturelle et le taux d'amortissement du cylindre dans l'eau est présentée.

### 3.3.2 Modélisation du domaine fluide

Les maillages pour la portion fluide du cas test du cylindre confiné ont été réalisés avec le logiciel *ICEM*. Six maillages non-structurés ont été réalisés pour l'étude paramétrique, c'est-à-dire la variation du rayon extérieur de l'anneau rempli d'eau. Le domaine maillé est constitué d'une tranche mince de cet anneau. La Figure 3-6 illustre la résolution des maillages nécessaires à l'analyse de convergence des fréquences naturelles par rapport à la discrétisation spatiale.

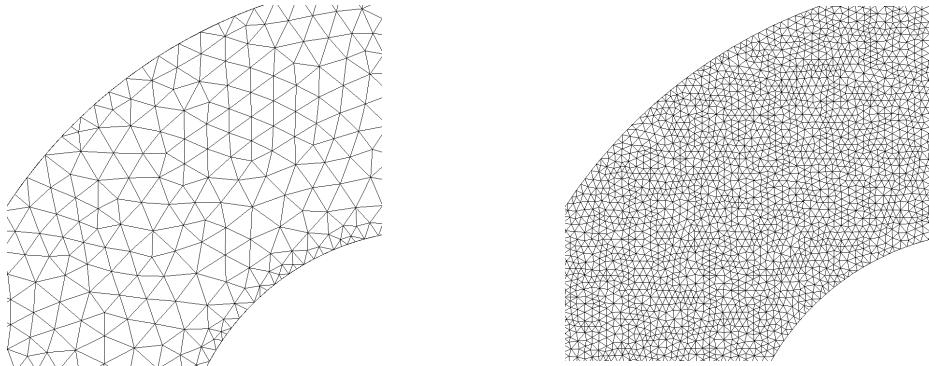


Figure 3-6: Maillages utilisés pour le domaine fluide du cas du cylindre confiné

Le Tableau 3.5 montre les paramètres de maillage utilisés pour chacun des cas de calculés. Les maillages fins représentant les domaines fluide avec diamètres extérieurs de petite taille possèdent une couche d'éléments prismatiques permettant une bonne résolution de la couche limite qui se développe près des surfaces solides. Pour ces simulations, l'effet de la viscosité devrait devenir prépondérant.

Tableau 3.5: Paramètres des maillages utilisés pour le domaine fluide du cas du cylindre confiné

Simulation Diamètre extérieur (mm)	Grossier Résolution (Nœud)	Peau (Couche)	Fin Résolution (Nœud)	Peau (raison = 1.15) (Couche)
2000	2 790	-	48 846	-
1500	1 240	-	59 649	-
1200	1 483	-	52 333	-
1100	1 197	-	116 990	5
1050	3 282	-	217 808	5
1030	3 891	-	436 879	5

Il est à noter que les nœuds à l'interface fluide-structure ne sont pas concourants entre les domaines solide et fluide. Néanmoins, la taille caractéristique des mailles pour cette région est similaire (voir Section 2.3 pour les détails de l'échange des données entre les domaines).

Au niveau des conditions limite, toutes les surfaces rigides sont assujetties à des conditions de non-glissement et d'imperméabilité. Des conditions de symétrie sont imposées de part et d'autre de la tranche modélisée.

Pour ce cas test, comme l'eau est stagnante à priori et que l'écoulement est créé par le mouvement oscillatoire du cylindre, il n'est pas possible de valider la simulation de la portion

fluide seule tel qu'il a été possible de le faire pour la portion structurelle seule. Néanmoins, il est possible, d'après les simulations en interactions fluide-structure, de vérifier que l'écoulement obtenu est conforme à ce qui est attendu physiquement.

Le modèle de turbulence utilisé est le modèle K- $\epsilon$ . Les critères d'arrêt pour la simulation en interaction fluide-structure sont résumés au Tableau 3.6.

Tableau 3.6: Critères d'arrêt pour la simulation du cas du cylindre confiné intégrant les interactions fluide-structure

Résidus RMS	1.3E-05
Boucles de couplage maximum	30
Boucles de couplage minimum	3
Boucles de résolution fluide maximum	30
Boucles de résolution fluide minimum	3
Critère de convergence de couplage	0.0001
Facteur de relaxation	0.5

### 3.4 Résultats

De chacune des simulations décrites à la Section 3.3.2 résulte un signal cohérent de déplacement du cylindre par rapport au temps, c'est-à-dire selon la forme d'une sinusoïde amortie. Tel que montré à la Section 1.1.1, la réponse d'un système oscillant à un degré de liberté comportant de l'amortissement est régie par cette fonction lorsqu'en vibration libre. Dans le cas test du cylindre confiné, l'eau joue le rôle de l'amortisseur en plus de son rôle au niveau de la masse ajoutée. La Figure 3-7 présente le signal obtenu pour la simulation avec diamètre extérieur de l'anneau de fluide de 1030mm calculée avec les maillages solide et fluide fins.

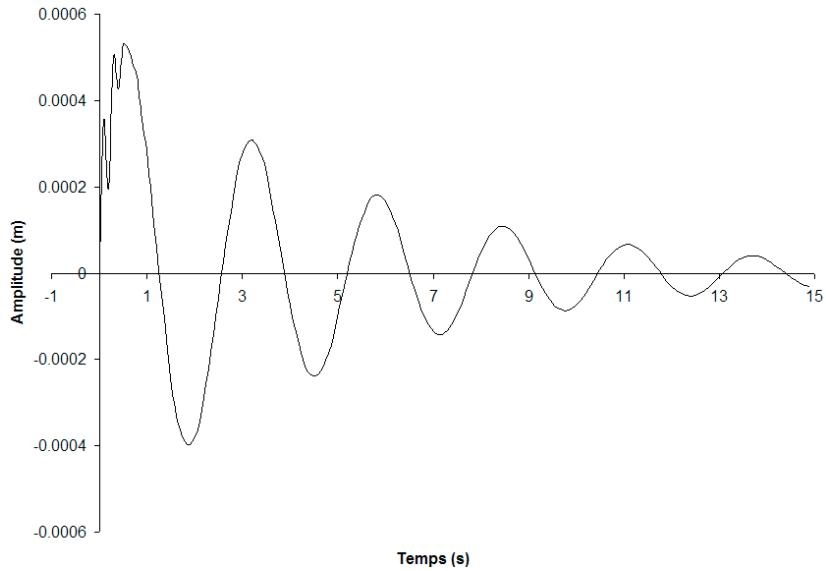


Figure 3-7: Signal du déplacement en fonction du temps calculé par la méthode bidirectionnelle pour le cas du cylindre confiné avec  $D_{ext} = 1030$  mm et maillages solide et fluide fins

Premièrement, le signal ne respecte pas le déplacement initial de 1mm. De plus, les premiers pas de temps calculés ont une convergence anormale. En effet, la portion fluide ne respecte pas le critère de convergence sur les résidus souhaités. Ceux-ci varient avec des oscillations importantes avant d'atteindre le nombre maximal d'itérations. Le nombre de boucles de couplage atteint également sa valeur maximum et la convergence n'est pas atteinte. Ce comportement instable s'accentue lorsque le pas de temps diminue. Il est aussi plus prononcé lorsque le diamètre extérieur de l'anneau de fluide diminue. La visualisation des fluctuations de pression montre des variations très importantes d'un pas de temps à l'autre pour cette portion du signal. La Figure 3-8 montre les résidus RMS obtenus pour la résolution des variables du domaine fluide.

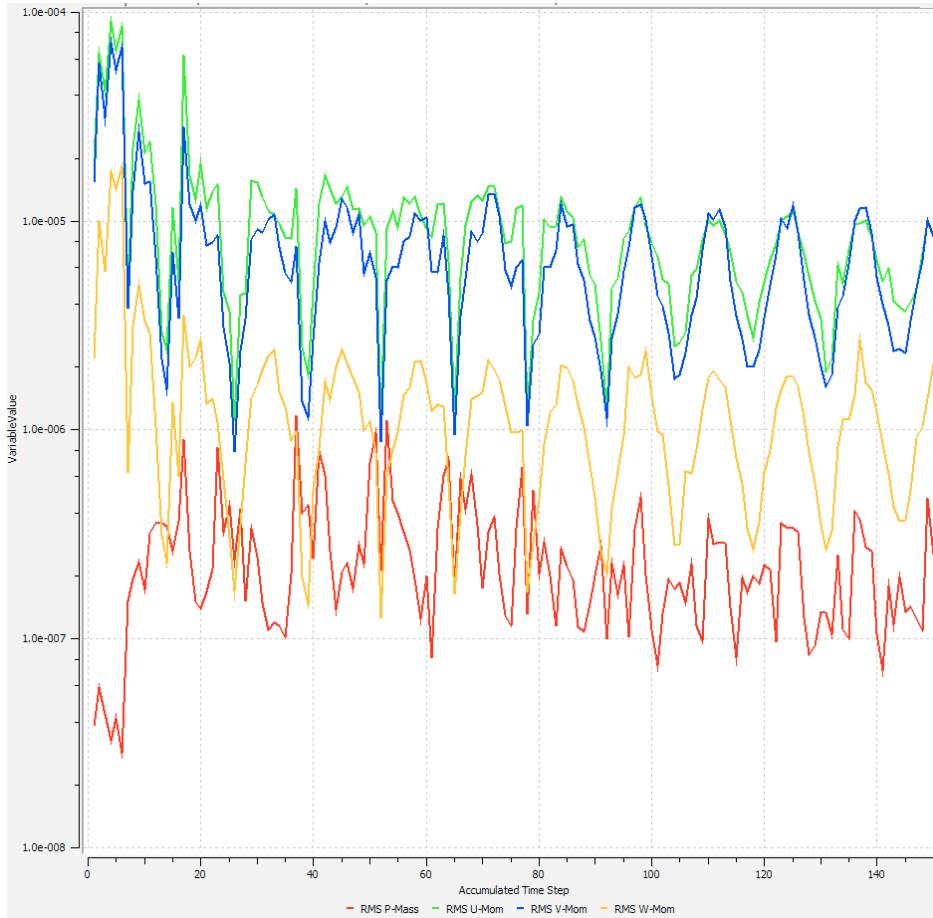


Figure 3-8: Graphique des résidus RMS associés à la résolution du domaine fluide en fonction du nombre de pas de temps pour le cas du cylindre confiné avec  $D_{ext} = 1030$  mm et maillages solide et fluide fins

Les résidus de la Figure 3-8 sont liés au signal présenté à la Figure 3-7. Les résidus sur les équations de quantité de mouvement selon X et Y ont un taux de convergence plus faible lorsque le déplacement du cylindre atteint un maximum ou un minimum local. Inversement, la convergence de l'équation de continuité est plus difficile lorsque la vitesse du cylindre est maximale. Aussi, un nombre accru de boucles de couplage est nécessaire pour atteindre la convergence lorsque le pas de temps diminue pour atteindre plus de 30 pas de temps par cycle. Plusieurs paramètres ont été modifiés pour réduire l'instabilité en début de simulation, notamment la résolution avec une densité du fluide dépendant de la pression, permettant de tenir en compte la compressibilité de l'eau. Aussi, le facteur de sous-relaxation au niveau des boucles de couplage a été réglé à différentes valeurs. Ces mesures n'ont pas eu d'effet important sur l'instabilité. Par

contre, comme le montre la Section 4.4, une condition initiale de vitesse pour un déplacement nul du cylindre aurait certainement pu l'entrer. Il s'agit essentiellement d'un bug d'origine logicielle. Au moment d'écrire ces lignes, cette condition initiale n'a toutefois pas encore été testée. Dans tous les cas, il est à noter que la portion solide est résolue sans problème particulier de convergence.

Néanmoins, après la résolution instable des premiers pas de temps, le signal adopte un comportement représentatif de la physique en ce sens qu'il prend la forme d'une sinusoïde amortie tel qu'attendu en théorie. Pour cette portion du signal, les critères de convergence sur les résidus et les boucles de couplage sont rencontrés.

Pour cette portion saine de la simulation, il incombe de s'assurer de la cohérence physique de la solution numérique calculée. Pour ce faire, il est possible de visualiser l'écoulement résultant du mouvement du cylindre. La Figure 3-9 présente les champs de pression et de vitesse associés à la vibration libre du cylindre avec diamètre extérieur de l'anneau de fluide de 2000 mm avec maillages solide et fluide de résolution fine.

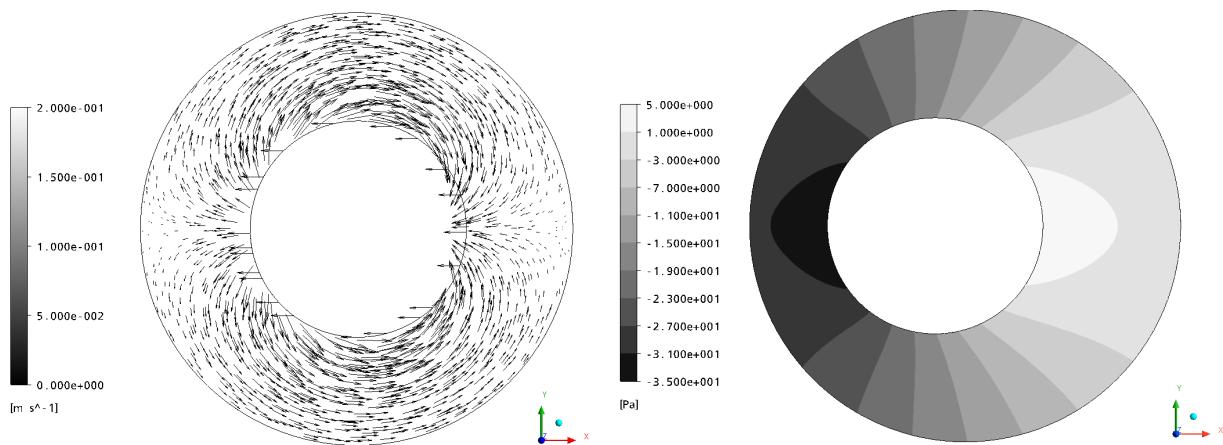


Figure 3-9: Champs de vitesse et de pression calculés dans le fluide pour le cas du cylindre confiné avec  $D_{\text{ext}} = 2000$  mm et maillages solide et fluide fins

En observant le champ de vitesse de la Figure 3-9, il est possible de constater que le fluide est chassé devant le cylindre en mouvement. Respectant la condition de continuité, ce fluide se dirige vers l'espace alors laissé libre derrière lui. À déplacement donné du cylindre, plus le rayon extérieur de l'anneau de fluide devient petit, plus les vitesses acquises par le fluide sont importantes. L'inertie apparente du fluide sur le cylindre devient donc plus importante, c'est

pourquoi il y a augmentation de la masse ajoutée avec le confinement (voir Section 1.2.4). Considérant maintenant le champ de pression, il peut être observé que le cylindre est en accélération vers la droite pour cette position donnée du cylindre. La pression est élevée à la droite du cylindre et faible à sa gauche. La force de pression résultante sur le cylindre est donc dirigée vers la gauche et possède ainsi 180 degrés de phase avec l'accélération, tout comme la masse propre du cylindre. Cette observation confirme donc qu'essentiellement, le fluide agit bien selon 'une contribution de masse ajoutée du fluide sur le cylindre.

### 3.5 Post-traitement du signal

Cette section a pour objectif de présenter la méthode d'identification des fréquences naturelles pour le cas du cylindre confiné.

La détermination de la fréquence naturelle est réalisée par l'ajustement d'un modèle de sinusoïde amortie dont les paramètres sont les amplitudes « a » et « b », le paramètre lié au taux d'amortissement «  $\lambda$  » (voir Équation (1.6)) et la fréquence naturelle amortie «  $\omega_d$  » au signal de déplacement brut fourni par le logiciel au sens des moindres carrés. L'expression à minimiser pour l'ajustement du modèle de sinusoïde amortie est présentée à l'Équation (3.1).

$$\text{résidu} = \sum_{i=0}^n [e^{\lambda t_i} [a \cos(\omega_d t_i) + b \sin(\omega_d t_i)] - D(t_i)]^2 \quad (3.1)$$

où «  $D(t_i)$  » correspond au déplacement du cylindre calculé par ANSYS

Pour favoriser une identification précise de la fréquence naturelle, il est nécessaire d'enregistrer un signal contenant plusieurs périodes. Chacune des simulations nécessite environ 60 pas de temps, soit près de 3 cycles.

Pour le calcul de l'ajustement, la programmation *MATLAB* présentée à l'Annexe 1 est utilisée. La Figure 3-10 présente le modèle de sinusoïde amortie ajusté au signal de déplacement brut fourni par le logiciel présenté à la Figure 3-7.

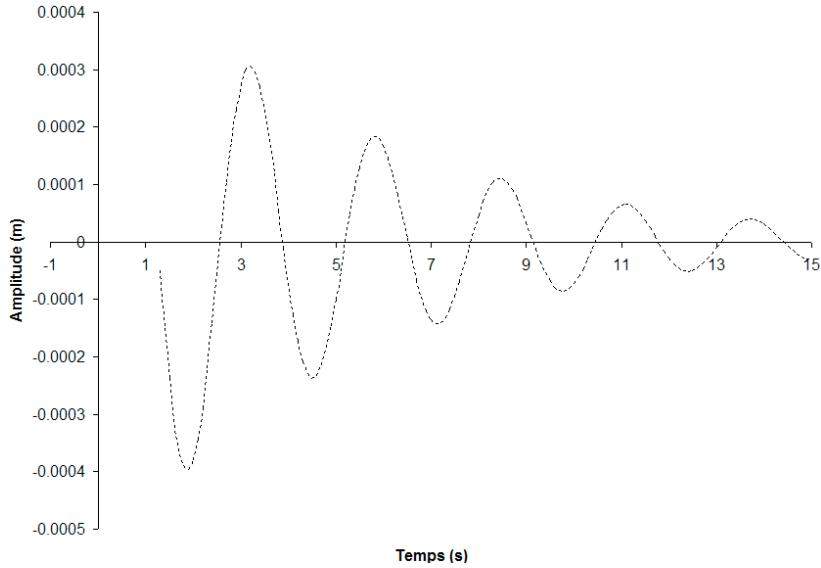


Figure 3-10: Modèle de sinusoïde amortie ajusté pour le signal du cylindre confiné avec  $D_{\text{ext}} = 1030 \text{ mm}$  et maillages solide et fluide fins

L'ajustement du modèle au signal brut est remarquable pour chacune des simulations réalisées. Considérant l'hypothèse simplificatrice décrite à l'Équation (1.6) qui lie la fréquence naturelle amortie au facteur d'amortissement, la masse ajoutée est déterminée par l'Équation (1.15).

### 3.6 Analyse de convergence

Cette section présente l'analyse de convergence effectuée par rapport à la résolution spatiale et temporelle utilisée. Les variables étudiées sont la fréquence naturelle et le taux d'amortissement. Tel que défini aux Sections 3.3.1 et 3.3.2, pour chacune des simulations réalisées, deux résolutions spatiales ont été utilisées. Seuls les résultats exhaustifs des simulations correspondant au cas du cylindre confiné avec diamètre extérieur de l'anneau de fluide de 2000 mm sont présentés, les autres simulations ayant un comportement très similaire.

La Figure 3-11 présente la convergence de la fréquence naturelle en fonction de la discréétisation utilisée.

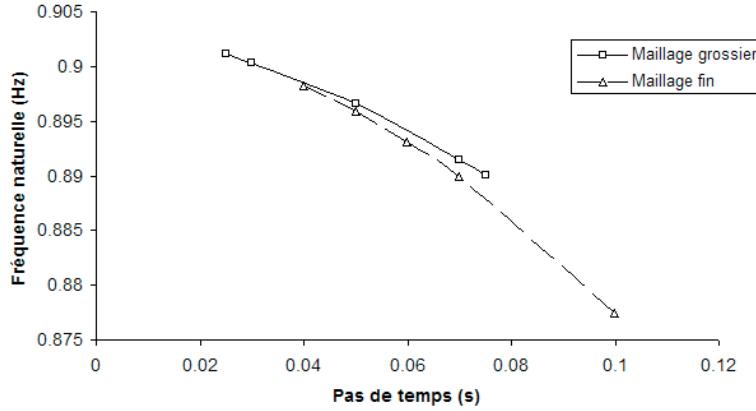


Figure 3-11: Analyse de convergence de la fréquence naturelle pour le cylindre confiné avec  $D_{\text{ext}} = 2000 \text{ mm}$

Il peut être constaté que peu importe le maillage utilisé, les résultats obtenus sont très similaires. Par contre, au niveau du pas de temps utilisé, l'influence est plus marquée. En effet, plus la résolution temporelle est fine, plus la fréquence naturelle prédictive augmente. Il existe toutefois une variation de la fréquence naturelle prédictive inférieure à 0,5% entre une solution correspondant à 20 pas de temps par cycle et une solution à 45 pas de temps par cycle. Il faut également ajouter que la convergence du système devient instable lorsque le pas de temps diminue. Ce comportement est consistant avec la théorie présentée à la Section 2.3.

La Figure 3-12 présente la convergence du taux d'amortissement en fonction de la discrétisation utilisée.

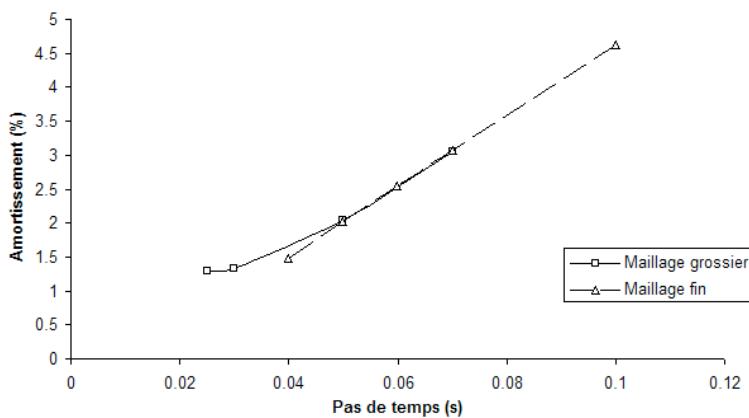


Figure 3-12: Analyse de convergence du taux d'amortissement pour le cylindre confiné avec  $D_{\text{ext}} = 2000 \text{ mm}$

Pour la convergence du taux d'amortissement, il apparaît que la discrétisation spatiale n'a pas une influence majeure comme c'est le cas pour la convergence de la fréquence naturelle. Par contre, l'effet du pas de temps est plus important. Plus le pas de temps diminue, plus l'amortissement diminue et ce, presque linéairement. Comme expliqué à la Section 3.4, la convergence devient difficile lorsque le pas de temps diminue. La valeur du taux d'amortissement considérée pour la présentation des résultats de la Section 3.7 est celle obtenue pour une convergence saine, soit pour un pas de temps correspondant à près de 25 points par cycle. Il est à noter que l'ordre de grandeur du taux d'amortissement attendu est respecté (Fritz (1972)).

### 3.7 Comparaison des résultats de la méthode numérique avec ceux issus de formulations théoriques

Tel que mentionné à la Section 3.1, le cas du cylindre confiné en vibration dans un espace annulaire rempli d'eau possède une solution théorique issue de la théorie des écoulements potentiels (Section 1.3.1). Cette solution est retrouvée dans plusieurs références sur la théorie de la vibration (Lamb (1932), Patton (1966)). La Figure 3-13 présente la définition des variables géométriques pour le cas du cylindre confiné.

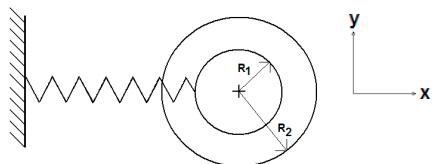


Figure 3-13: Représentation schématique du cylindre confiné

L'Équation (3.2) présente l'expression théorique de la masse ajoutée en fonction des propriétés du fluide et des dimensions géométriques considérées.

$$M_h = \rho_{fluid} \pi R_1^2 \left( \frac{R_2^2 + R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right) \quad (3.2)$$

Puisque cette solution est issue de la théorie des fluides parfaits, aucune viscosité n'est considérée dans ce modèle. Pour pallier à cette lacune, Sinyavskii et al. (1980) ont complexifié l'analyse pour intégrer l'effet de la viscosité à la formulation de base. L'Équation (3.3) présente la formulation modifiée en ce sens.

$$M_h = \rho_{fluid} \pi \left[ R_{*1}^2 \left( \frac{R_{*2}^2 + R_{*1}^2}{R_{*2}^2 - R_{*1}^2} \right) + 2a\Delta \right] \quad (3.3)$$

où «  $R_{*1} = R_1 + \Delta$  », «  $R_{*2} = R_2 - \Delta$  » et «  $\Delta = \sqrt{\frac{v}{2\omega}}$  » correspond à une dimension caractéristique de la couche limite.

La Figure 3-14 représente la masse hydrodynamique en fonction du rapport des rayons obtenue par la méthode bidirectionnelle en comparaison avec les prédictions issues de la théorie potentielle et de la théorie développée par Sinyavskii et al. (1980).

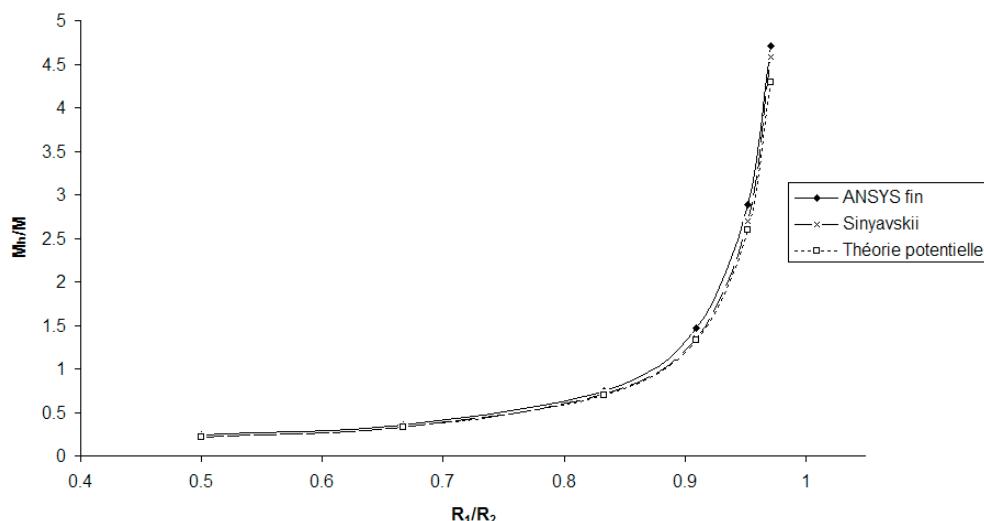


Figure 3-14: Masse hydrodynamique normalisée par la masse du cylindre confiné en fonction du rapport des rayons intérieur et extérieur

Il peut être observé que les résultats obtenus pour la fréquence naturelle avec la méthode bidirectionnelle se compare remarquablement bien avec la théorie. Pour des rapports de rayon approchant l'unité, la théorie de Sinyavskii et al.. (1980) montre une masse ajoutée plus élevée que celle prédictive par la théorie potentielle. Les résultats de la méthode bidirectionnelle affiche la même tendance.

La Figure 3-15 présente le taux d'amortissement calculé par la méthode bidirectionnelle en fonction du rapport des rayons.

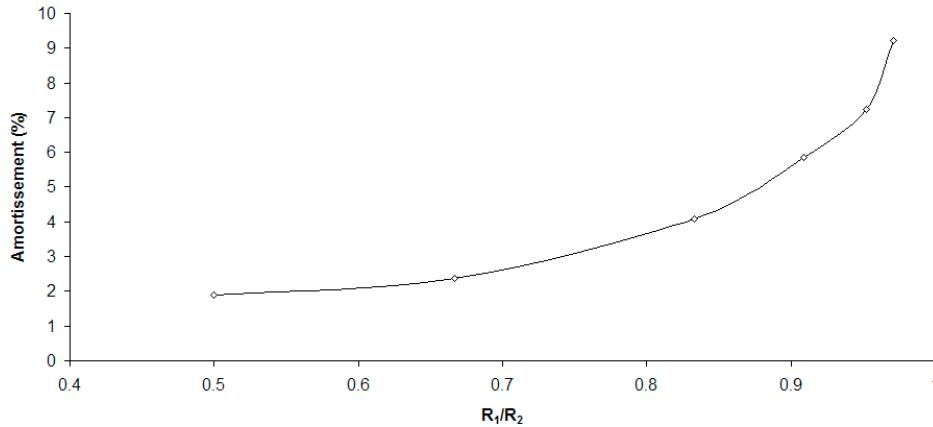


Figure 3-15: Taux d'amortissement calculé pour le cas du cylindre confiné en fonction du rapport des rayons intérieur et extérieur

Il peut être observé que tel que prévu par la théorie (voir Section 1.2.4), l'effet de la viscosité augmente de façon drastique lorsque l'anneau de fluide devient petit. Ce comportement est donc cohérent. Par contre, aucune valeur de comparaison n'est disponible au niveau du taux d'amortissement. Tel que discuté à la Section 3.6, la courbe du taux amortissement pourrait être décalée vers le haut ou le bas puisqu'elle dépend du pas de temps utilisé.

### 3.8 Note sur le temps de calcul

Environ 60 pas de temps de calcul sont nécessaires pour une bonne identification de la fréquence naturelle et du taux d'amortissement. Les simulations intégrant une résolution de près de 50 000 nœuds au niveau du maillage fluide réalisées sur un calculateur dont les caractéristiques sont définies au Tableau 3.7 engendrent un temps de calcul de près de 5 heures. Pour le cas du cylindre confiné, la majeure partie du temps de calcul est consacrée à la résolution du domaine fluide.

Tableau 3.7: Caractéristiques du calculateur utilisé

Processeur	-	AMD Athlon X2 3800+
Nb de cœur	-	2
Type de mémoire vive	-	DDR2
Mémoire vive	(Gig)	3
Mémoire ROM	(Gig)	2 x 250
Système d'exploitation	-	Windows XP 32 bits

### 3.9 Discussion et conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de présenter un cas de validation très simple permettant l'élaboration relativement rapide d'une méthodologie viable d'identification des fréquences naturelles avec la méthode de résolution des interactions fluide-structure bidirectionnelle de ANSYS. Il s'agit du cas du cylindre infiniment long et rigide en vibration libre selon un degré de liberté de translation dans un anneau de fluide rempli d'eau. Ce cas test permet une modélisation bidimensionnelle favorisant des calculs rapides. Puisque ce cas test possède une solution analytique issue de la théorie des écoulements potentiels, il a permis la validation de la méthode employée.

Les résultats obtenus sont parfaitement cohérents avec la théorie de la vibration libre pour un modèle à un degré de liberté. Pour toutes les simulations effectuées, le signal du déplacement du cylindre affiche parfaitement la forme d'une sinusoïde amortie à l'exception des premiers pas de temps de simulation. Ce comportement est dû à une lacune logicielle par rapport à la condition initiale de déplacement imposée.

L'effet de confinement est très bien prédit par la méthode numérique par rapport à la solution analytique procurée par la théorie des écoulements potentiels, mais est toutefois légèrement supérieur lorsque le rayon extérieur de l'anneau se rapproche du rayon du cylindre. L'erreur maximale sur la masse ajoutée est de 5%. Cette différence s'explique par la contribution de la viscosité du fluide sur la masse ajoutée qui n'est pas prise en compte par la théorie potentielle. Une fois cette contribution prise en compte, l'erreur maximale sur la masse ajoutée chute à 2%. Au niveau du taux d'amortissement, la prédition est cohérente bien que dépendante du pas de temps. En effet, la réduction du pas de temps a tendance à réduire le taux d'amortissement mais la qualité globale de la convergence se dégrade également. Malheureusement, aucune donnée de validation précise n'est disponible au niveau de l'amortissement pour le cas du cylindre confiné. Par contre, le taux d'amortissement se situe dans l'ordre de grandeur attendu de 1 à 2% lorsque le confinement est faible.

Maintenant que la méthode numérique est validée pour un cas très simple, le chapitre suivant propose son application à un cas test tridimensionnel présentant une déformation élastique de la structure selon ses différents modes propres. Ce modèle plus complexe est celui de la plaque encastrée et submergée en vibration libre dans un réservoir d'eau sans effet de confinement.

## CHAPITRE 4 MÉTHODES ET RÉSULTATS POUR LE CAS DE LA PLAQUE ENCASTRÉE SUBMERGÉE

Ce chapitre présente un cas test qui intègre quelques paramètres d'étude supplémentaires en comparaison avec le cas du cylindre confiné présenté au Chapitre 3, tout en conservant une certaine simplicité géométrique. Il s'agit du cas de la plaque d'acier encastrée par rapport à l'un de ses côtés vibrant selon chacun de ses modes dans l'eau. Il s'agit d'une étape intermédiaire de validation avant la simulation d'une roue de turbine en fonctionnement incluant les interactions fluide-structure.

Les motivations qui ont mené au choix de ce cas test sont d'abord présentées puis une description du cas test est faite. La méthodologie de simulation envisagée est ensuite décrite. Par la suite, les détails de la modélisation des domaines structurel et fluide sont résumés. Une fois les simulations réalisées, la méthode de post-traitement des signaux pour l'obtention des fréquences naturelles est exposée. Finalement, les résultats sont comparés à des mesures expérimentales pour des fins de validation.

### 4.1 Mise en contexte et but visé

Le but principal du présent chapitre est de soumettre au module d'interactions fluide-structure bidirectionnel un cas plus complexe que celui du cylindre confiné possédant des mesures expérimentales fiables de ses fréquences naturelles pour pousser plus loin la validation de la méthode.

D'une part, le cas de la plaque encastrée en vibration libre dans l'eau est tridimensionnel et fait donc intervenir un écoulement plus complexe que celui du cas du cylindre confiné. La compilation des masses ajoutées se fait également en fonction des modes propres de la plaque et non pas simplement comme un corps indéformable en translation rigide.

Le cas test de la plaque encastrée submergée possède une solution expérimentale issue des travaux réalisés par Lindholm et al. (1965) et plus récemment par Vu et al. (2007). Il s'agit en fait d'un cas test classique pour la validation de méthodes de prédiction prenant en compte les interactions fluide-structure.

## 4.2 Description du cas test et méthodologie utilisée

Le cas test présenté dans ce chapitre correspond à des plaques d'acier vibrant sans confinement dans l'eau dont la longueur « a », la corde « b » et l'épaisseur « t » sont définies à la Figure 4-1 et résumées dans le Tableau 4.1.

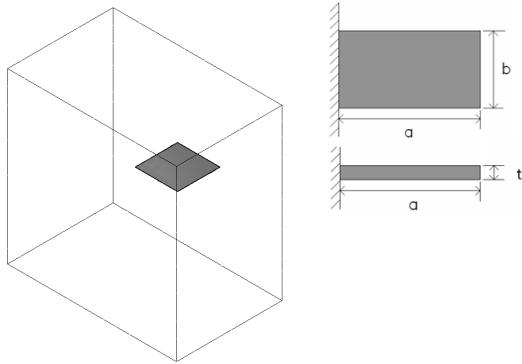


Figure 4-1: Description schématique de la géométrie de la plaque encastrée et du réservoir d'eau dans lequel elle est submergée

Tableau 4.1: Dimensions des plaques considérées pour l'étude

	Longueur (a) (mm)	Corde (b) (mm)	Épaisseur (t) (mm)
Plaque 2	406.4	203.2	12.42
Plaque 10	203.2	203.2	2.66
Plaque 2 Vu	201	201	1.905

Les propriétés physiques utilisées pour la modélisation des éléments du montage sont résumées au Tableau 3.1.

Ces plaques sont entièrement encastrées par l'une de leur face de dimension « b » x « t » à l'intérieur d'un réservoir rempli d'eau. Les dimensions du réservoir utilisées pour la simulation numérique diffèrent du montage expérimental. La référence spécifie simplement que les dimensions du réservoir permettent d'assurer qu'aucun effet de confinement n'agit sur la plaque (voir Section 1.2.4). Les dimensions du réservoir ont donc été ajustées par essais et erreurs en cours de simulations pour réduire sa taille tout en minimisant tout effet de confinement, évitant d'avoir à recourir à des maillages de taille trop importante. Il est également à noter que la

profondeur à laquelle se trouve la plaque du montage expérimental est suffisante pour assurer que l'effet de surface libre soit négligeable (voir Section 1.2.5).

Les premiers modes de vibration de la plaque dans le vide sont présentés à la Figure 4-2.

Mode de flexion premier ordre      Mode de flexion deuxième ordre      Mode de flexion transverse

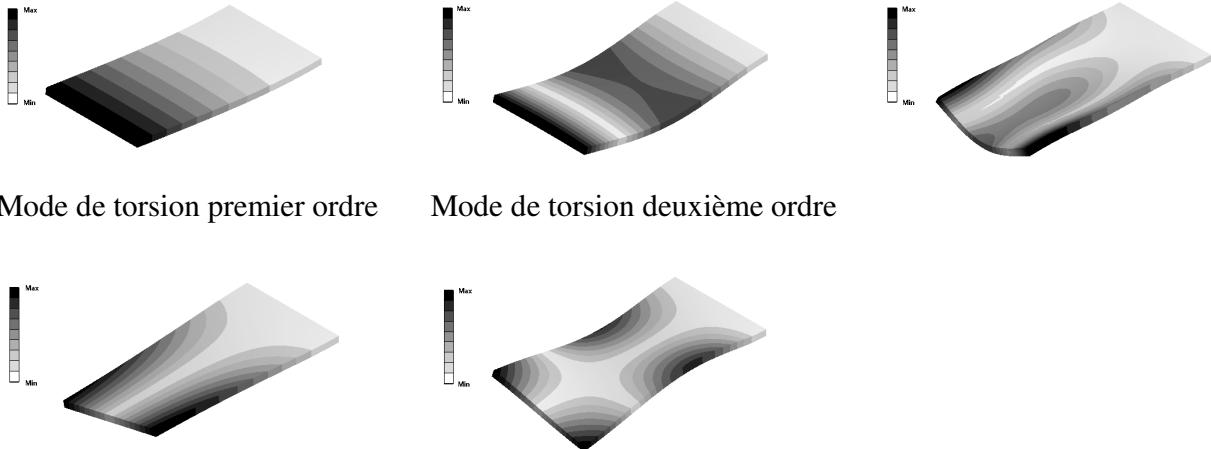


Figure 4-2: Visualisation des premiers modes de vibration de la plaque encastrée

Pour alléger la lecture de ce chapitre, le Tableau 4.2 propose une nomenclature pour l'identification des types de mode.

Tableau 4.2: Nomenclature utilisée pour l'identification des modes des plaques encastrées

Description	Numéro du mode
Flexion premier ordre	1
Torsion premier ordre	2
Flexion deuxième ordre	3
Flexion transversale	4
Torsion deuxième ordre	5

Les détails de modélisation de la plaque ayant permis d'identifier les modes propres de la plaque sont présentés à la Section 4.3.1.

Les expérimentations sur lesquelles la validation de la méthode numérique au niveau des fréquences naturelles se base impliquent une vibration forcée des plaques. Une plage de fréquence d'excitation est alors balayée. Lorsque la résonance est rencontrée, la mesure de la fréquence naturelle est effectuée. Comme la simulation numérique de la méthode expérimentale

n'est pas aisée, la simulation en vibration libre de la plaque dans l'eau est préférée pour l'identification des fréquences naturelles. Théoriquement, les fréquences naturelles retrouvées par la méthode expérimentales et par l'approche numérique sont identiques.

Les conditions initiales sont le cœur de la méthode en ce sens que c'est par elles que les fréquences naturelles étudiées sont injectées dans la simulation temporelle. Si un déplacement associé à un mode est injecté comme condition initiale, par la propriété d'orthogonalité, l'analyse de son déplacement en vibration libre contiendra uniquement la contribution du mode en question. Par la Section 1.2.1, il est également connu que les modes évalués dans l'eau sont très voisins des modes évalués dans le vide. Il est donc attendu que l'injection des déplacements pour un mode donné calculé dans le vide comme conditions initiales dans une simulation temporelle incluant les effets de l'eau révèle, par l'analyse de son déplacement en vibration libre, le mode injecté initialement. Autant de simulations sont nécessaires que de modes à identifier.

Pour l'injection des conditions initiales de déplacement dans l'analyse transitoire en interactions fluide-structure, une analyse modale de la structure dans le vide est d'abord réalisée. Puis, pour chacun des modes considérés, les déplacements aux nœuds sont exportés dans un fichier Excel à partir duquel ceux-ci sont modulés à l'amplitude désirée. Le fichier de commande pour imposer les déplacements initiaux de l'analyse temporelle incluant les interactions fluide-structure est alors généré. Les commandes utilisées sont présentées à l'Annexe 2.

Avant de procéder à la simulation incluant les interactions fluide-structure, le modèle de la structure seule doit être validé. Pour ce faire, une analyse modale d'une des plaques dans le vide est réalisée pour différentes résolutions de maillage. Les résultats sont ensuite comparés avec les mesures de fréquences naturelles dans l'air servant de référence. Ensuite, le fichier de commande des déplacements initiaux est injecté dans la simulation temporelle qui est alors calculée sans la contribution du fluide pour vérifier que seul le mode injecté est bien présent dans le signal associé au déplacement.

Une fois les simulations de structure seule validées, les analyses en interactions fluide-structure peuvent être lancées. L'étude du mouvement d'un point matériel attaché au domaine solide ayant un déplacement significatif, comme par exemple un coin de la plaque, permet ensuite de déduire la fréquence naturelle. Pour ce faire, la même méthode que pour le cas du cylindre confiné est utilisée, c'est-à-dire l'ajustement d'un modèle de sinusoïde amortie au signal brut de déplacement

fourni par le solveur. Aussi, une visualisation de l'écoulement résultant des mouvements de la plaque dans le fluide permet de vérifier que l'écoulement est conforme à la physique. Enfin, les fréquences naturelles calculées sont comparées aux mesures expérimentales.

### 4.3 Modélisation

Le but de cette section est de présenter le développement de la modélisation entourant le cas test de la plaque encastrée submergée dans l'eau. Les détails de mise en œuvre des simulations dans leur environnement respectif y sont décrits.

La modélisation de ce cas test est pleinement tridimensionnelle. Les simulations sont donc beaucoup plus lourdes que pour le cas du cylindre confiné.

#### 4.3.1 Modélisation du domaine structurel

La modélisation de la portion solide du cas test de la plaque a été réalisée dans l'environnement *ANSYS Workbench* dans lequel il est aisément de mettre en œuvre la géométrie de base constituée simplement de l'extrusion d'un profil rectangulaire. Par la suite, le domaine est maillé de briques à 20 nœuds (élément de type SOLID186) de manière structurée. La Figure 4-3 montre la topologie des maillages utilisés.

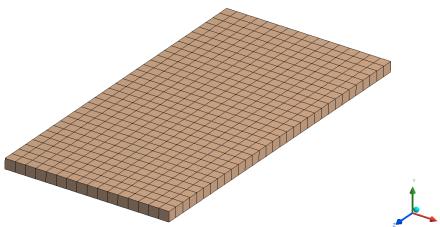


Figure 4-3: Maillage structurel de la plaque 2 (32x16)

Les propriétés de l'acier sont attribuées aux éléments du maillage (voir Tableau 3.1). Les nœuds sont bloqués par rapport à tous leurs degrés de liberté sur l'une des faces correspondant aux dimensions « b » x « t » pour représenter l'enca斯特rement.

Dans un premier temps une analyse de convergence basée sur les fréquences naturelles obtenues dans le vide à l'aide d'une analyse modale en fonction de la résolution spatiale choisie est effectuée pour la plaque 2. Le Tableau 4.3 résume les caractéristiques de quelques maillages choisis pour l'analyse convergence.

Tableau 4.3: Résolution des maillages structurels de la plaque 2 pour l'analyse de convergence des fréquences naturelles calculées dans le vide

Mailles: côté a x côté b	Nb de nœuds
2x1	32
8x4	287
16x8	1 019
32x16	3 827

La Figure 4-4 présente la convergence des fréquences naturelles calculées dans le vide relative à la fréquence mesurée par Lindholm et al. (1965)

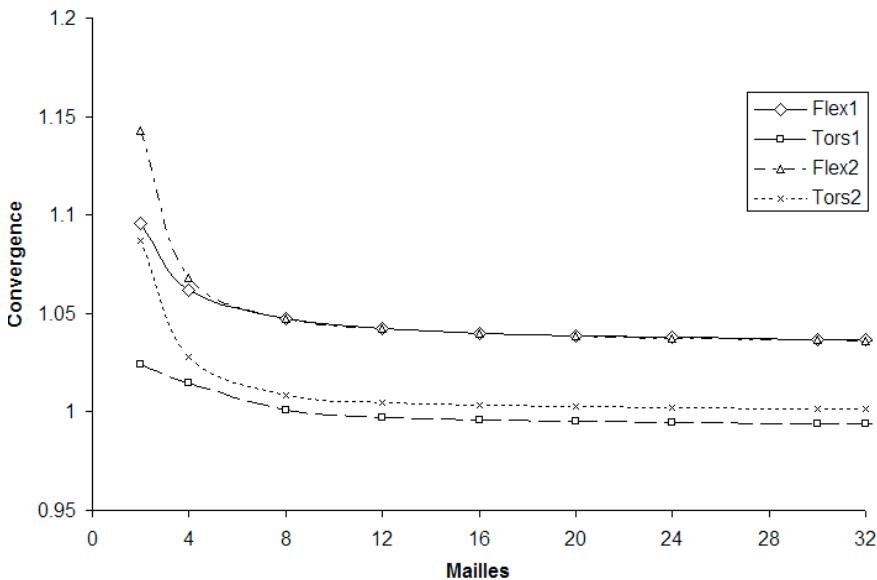


Figure 4-4: Convergence des fréquences naturelles dans le vide en fonction de la résolution (nombre de maillages du côté « a ») pour la plaque 2

Premièrement, la convergence numérique est atteinte très rapidement malgré la faible taille des maillages. En effet, les valeurs des fréquences sont stabilisées pour le maillage de 16x8 correspondant à une résolution de seulement 1019 nœuds. Les fréquences naturelles de torsion affichent une erreur de moins de 1% par rapport à l'expérimentation. Par contre, les fréquences naturelles de flexion sont surestimées. L'erreur se situe à près de 3.5% pour ces modes. Cette erreur peut-être attribuable à beaucoup de facteurs. Notamment les conditions d'encastrement sont différentes entre la simulation et l'expérimentation. La simulation prescrit des conditions

d'encastrement parfaites. Le montage expérimental de Lindholm et al. (1965), quant à lui, est tel qu'il utilise deux plaques de forte épaisseur prenant en serre la plaque d'intérêt pour ainsi réaliser l'encastrement. Le serrage, la rectitude des plaques et la rigidité de la structure d'encastrement amènent certaines incertitudes au niveau des conditions limite. Une étude numérique au niveau de la géométrie de la plaque simulée a permis de démontrer qu'une variation du rapport « a/b » amène une variation relative des modes de torsion par rapport aux modes de flexion. La Figure 4-5 montre l'erreur obtenue sur les fréquences naturelles dans le vide par rapport à l'expérimentation pour la plaque 2 et une plaque dont le rapport « a/b » est modifié.

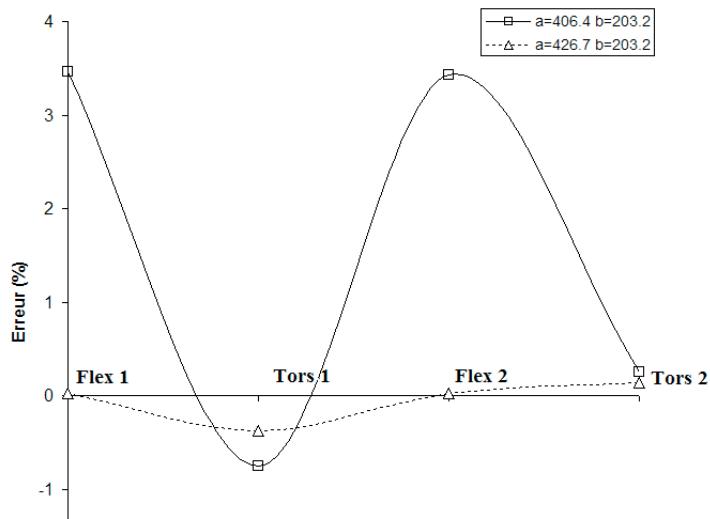


Figure 4-5: Erreur sur les fréquences naturelles calculées par rapport à l'expérience de Lindholm et al. (1965) pour la plaque 2 avec dimensions originales et modifiées

Considérant les résultats numériques présentés à la Figure 4-5, il est clair que l'*« encastrement effectif »* résultant d'une rigidité imparfaite de l'encastrement expérimental peut jouer un rôle relativement important sur la mesure des fréquences naturelles. Évidemment, d'autres sources d'erreur importantes peuvent être dénotées dont la précision des éléments choisis pour le modèle numérique, les hypothèses faites quant aux propriétés physiques des matériaux (densité, module d'élasticité, isotropie), les variations géométriques de la plaque réelle par rapport au modèle et l'erreur liée à la mesure expérimentale, pour n'en nommer que quelques-unes.

Suite à l'expérience acquise lors de la réalisation de l'étude de convergence des fréquences naturelles de la plaque 2, les simulations des autres plaques présentées au Tableau 4.1 ont été

construites puis calculées. Le Tableau 4.4 montre les résultats obtenus pour toutes les plaques étudiées.

Tableau 4.4: Fréquences naturelles simulées dans le vide pour le cas de la plaque encastrée et comparaison avec les valeurs mesurées

Plaque2	Fréq. mesurée (Hz)	Simulation (Hz)	Erreur (%)
Mode 1	60.70	62.80	3.46
Mode 2	267.00	264.99	-0.75
Mode 3	377.00	389.93	3.43
Mode 5	858.00	860.11	0.25
Plaque10			
Mode 1	52.90	54.57	3.16
Mode 2	129.00	133.11	3.19
Mode 3	326.00	334.21	2.52
Mode 4	423.00	425.50	0.59
Mode 5	476.00	484.28	1.74
Plaque2 (Vu)			
Mode 1	38.90	39.75	2.19
Mode 2	93.20	97.49	4.60
Mode 3	225.50	243.96	8.19
Mode 4	286.90	310.47	8.22

Pour les plaques de Lindholm et al. (1965), l'erreur maximale enregistrée est de l'ordre de 3.5%, ce qui est conséquent avec l'erreur de prédiction de la méthode acoustique (Sinha et al. (2003)). Aussi, les fréquences naturelles sont presque toujours surestimées. Pour la plaque 2 (Vu), l'erreur est plus importante et dépasse 8% pour les modes de second ordre. Les fréquences naturelles de la plaque 2 (Vu) peuvent être réajustées au format de la Plaque 14 de Lindholm et al. (1965) ayant des dimensions de 203.2 x 203.2 x 1.8288 mm pour fin de comparaison. Théoriquement, celles-ci sont directement proportionnelles à l'épaisseur de la plaque et inversement proportionnelles au rapport d'échelle (voir Section 1.2.1). Une comparaison entre les fréquences naturelles de la plaque 2 (Vu) ajustées et celles de la Plaque 14 de Linholm permet d'évaluer leur sensibilité aux différents paramètres de l'expérimentation (Tableau 4.5).

Tableau 4.5: Comparaison entre les fréquences naturelles dans le vide de la plaque 2 (Vu) rapportée aux dimensions de la plaque 14 de Linholm avec celles de la plaque 14 de Lindholm

	Plaque 2 (Vu) rapportée aux dimensions de la plaque 14 de Lindholm (Hz)	Plaque 14 Linholm (Hz)	erreur (%)
Mode 1	36.54	37.90	-3.59
Mode 2	87.55	95.30	-8.14
Mode 3	211.82	236.00	-10.25
Mode 4	269.49	299.00	-9.87

Une différence maximale de près de 10% est observée entre les deux expériences malgré une géométrie de plaque et des matériaux presque semblables. Cette démonstration indique que malgré la simplicité du système étudié, des erreurs non-négligeables peuvent subsister. Compte tenu des incertitudes observées, les résultats obtenus par la méthode numérique sont considérés valides.

Suite aux vérifications effectuées sur les simulations en analyse modale, les simulations temporelles nécessaires aux calculs intégrant les interactions fluide-structure sont réalisées. Ces dernières sont basées sur les simulations en analyse modale. Les conditions limite et les maillages sont donc conservées. Ensuite, les conditions initiales de déplacement (voir Section 4.2) pour chacun des modes étudiés ayant pour effet d'amorcer la vibration libre sont imposées par l'ajout d'un fichier de commande. Comme 13 modes sont à identifier pour les 3 plaques, autant de simulations sont alors bâties.

Le pas de temps est ajusté à une valeur constante telle qu'il y ait de 20 à 25 points par cycle. Le pas de temps «  $\Delta t$  » correspond alors à la fréquence naturelle de la plaque submergée mesurée par Lindholm et al. (1965) divisée par un nombre situé entre 20 et 25. Le solveur direct est utilisé pour cette simulation. Celui-ci offre une résolution exacte du système en plus d'offrir des gains de temps pour les modèles relativement petits (voir Section 2.2.2). La méthode de Newton-Raphson est utilisée pour la résolution du domaine structurel. Le Tableau 4.6 présente les paramètres associés aux simulations du point de vue structurel.

Tableau 4.6: Paramètres de la simulation mécanique temporelle pour le cas de la plaque encastrée

Paramètres	Unités	
Pas de temps	(s)	0.05
Type de solveur	-	Direct
Méthode de résolution non-linéaire	-	Newton-Raphson

Le signal obtenu pour toutes les simulations temporelles sans la contribution de l'eau correspond parfaitement à une sinusoïde affichant la fréquence naturelle prédictive par l'analyse modale correspondante. Ce comportement procure l'assurance que l'imposition des conditions initiales est réalisée adéquatement.

### 4.3.2 Modélisation du domaine fluide

Tel que spécifié à la Section 4.2, la taille du réservoir est déterminée dans un premier temps en réalisant d'abord la simulation en interactions fluide-structure dans un réservoir très grand. Par la suite, les variations de pression et de vitesse du fluide sont quantifiées pour des réservoirs de dimensions progressivement réduites. Finalement, les dimensions minimales sont évaluées de façon à ce qu'aucun confinement ne soit senti par la plaque tout en minimisant la taille du domaine fluide à mailler.

Le maillage pour la portion fluide du cas test est mise en œuvre avec les logiciels de maillage *Gambit* et *ICEM*. Quatre maillages structurés possédant différentes résolutions sont réalisés pour la plaque 2 afin de réaliser une analyse de convergence. Ces maillages ont des nœuds concourants avec la portion solide au niveau de l'interface fluide-structure dans le but d'éviter toute erreur due à l'interpolation des variables qui y sont transférées. La Figure 4-6 montre la topologie utilisée pour les maillages structurés.

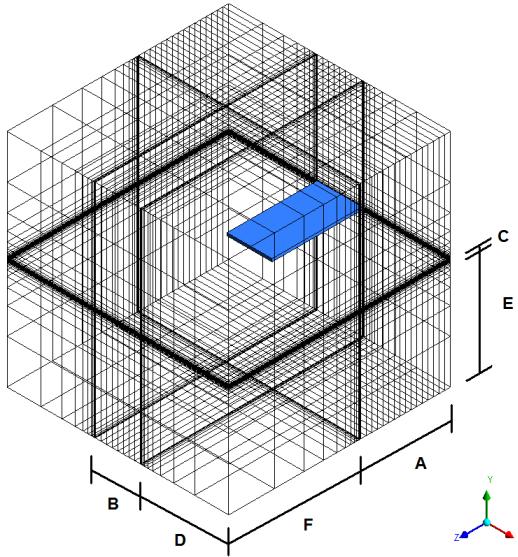


Figure 4-6: Topologie utilisée pour les maillages fluide structurés pour le cas de la plaque encastrée submergée

Le Tableau 4.7 résume les caractéristiques des maillages structurés utilisés pour réaliser l'étude de convergence pour les simulations de la plaque 2 résolues par la méthode bidirectionnelle.

Tableau 4.7: Caractéristiques des maillages fluide structurés utilisés pour l'analyse de convergence des simulations intégrant les interactions fluide-structure pour le cas de la plaque 2 encastrée et submergée

Plaque 2 Maillage <i>Gambit</i>	1	2	3	4
A (Maille)	32	32	32	32
B (Maille)	16	16	16	16
C (Maille)	6	12	18	24
D (Maille)	10	20	30	36
E (Maille)	10	20	30	36
F (Maille)	12	24	36	44
1ere maille (mm)	2	1	0.75	0.5
Taille (Nœud)	22 147	166 917	552 007	1 064 533

La Figure 4-7 montre une coupe du maillage structuré au voisinage de la plaque.

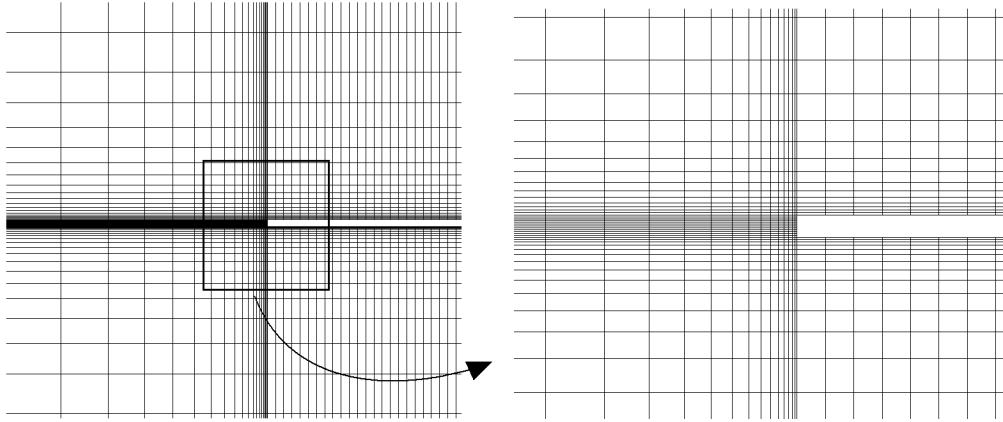


Figure 4-7: Coupe du maillage fluide structuré utilisé pour les simulations du cas de la plaque encastrée submergée

Un maillage non-structuré raffiné est réalisé avec le logiciel *ICEM* pour la plaque 2 afin d'évaluer l'impact du type de maillage sur les résultats obtenus. Ce maillage ne présente pas de nœuds concourants avec le médium solide à l'interface fluide-structure. Il permet alors d'évaluer l'effet de l'interpolation des données de transfert sur les résultats. Le Tableau 4.8 montre les paramètres utilisés pour la réalisation du maillage non-structuré.

Tableau 4.8: Caractéristiques du maillage fluide non-structuré utilisé pour la plaque 2 encastrée et submergée

Plaque 2 Maillage <i>ICEM</i>		
Maille caractéristique à l'interface	(mm)	3.5
1ere maille	(mm)	0.1
Nb de couches de la peau	-	10
Raison des couches de la peau	-	1.3
Taille	(Nœud)	245 718

La Figure 4-8 montre une coupe du maillage fluide non-structuré près de la plaque.

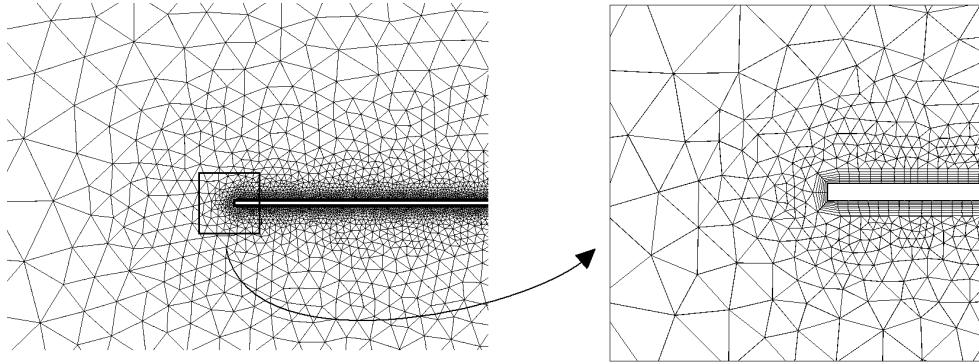


Figure 4-8: Coupe du maillage fluide non-structuré utilisé pour la plaque 2 encastrée et submergée

Au niveau des conditions limite, toutes les surfaces solides sont assujetties à des conditions de non-glissement et d'imperméabilité.

Pour le cas test de la plaque, comme l'eau est stagnante et que l'écoulement est créé par le mouvement vibratoire de la structure, il n'est pas possible de valider la simulation de la portion fluide seule tel qu'il a été possible de faire pour la portion structurelle seule. Néanmoins, il est possible, d'après les simulations en interactions fluide-structure, de vérifier que l'écoulement obtenu respecte la physique. Le modèle de turbulence utilisé est le modèle K- $\epsilon$ . Les propriétés de l'eau utilisées sont résumées au Tableau 3.2.

Les critères d'arrêt pour la simulation en interactions fluide-structure sont résumés au Tableau 4.9.

Tableau 4.9: Critères d'arrêt pour la simulation intégrant les interactions fluide-structure pour le cas de la plaque encastrée submergée

Résidus RMS	5.00E-06
Boucles de couplage maximum	30
Boucles de couplage minimum	3
Boucles de résolution fluide maximum	30
Boucles de résolution fluide minimum	3
Critère de convergence de couplage	0.0001
Facteur de relaxation	0.5

## 4.4 Résultats

De chacune des simulations décrites à la Section 4.3.1 résulte un signal de déplacement de la plaque par rapport au temps cohérent, c'est-à-dire selon une forme d'une ou plusieurs sinusoïdes amorties selon la condition initiale de déplacement imposée. Tel que montré à la Section 1.1.1, un système vibratoire à un degré de liberté comportant de l'amortissement possède une réponse régie par cette fonction lorsqu'en vibration libre. Pour le cas test de la plaque encastrée submergée, l'eau joue le rôle de l'amortisseur en plus de son rôle au niveau de la masse ajoutée. La Figure 4-9 présente le signal brut obtenu pour la simulation de la plaque avec conditions initiales correspondant au second mode de flexion.

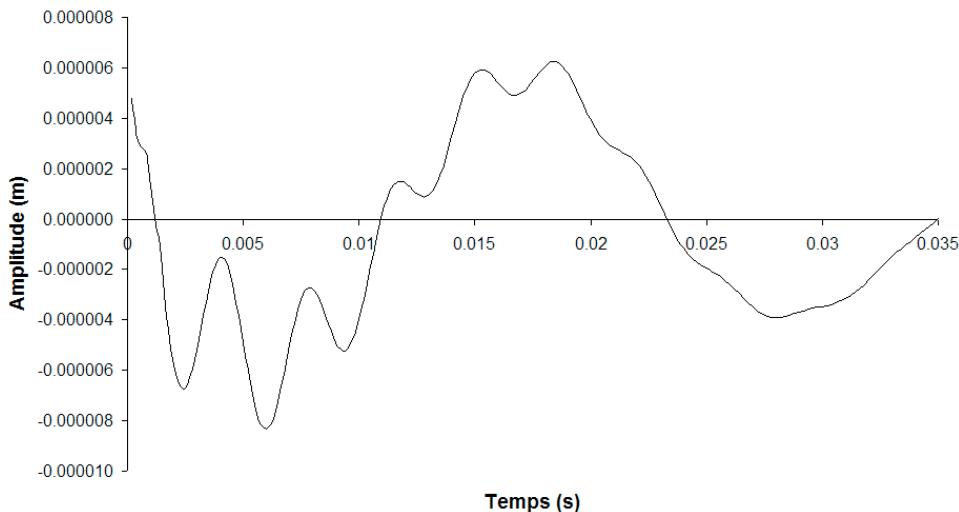


Figure 4-9: Signal du déplacement calculé pour le cas test de la plaque encastrée submergée (Plaque 2, mode 3)

En premier lieu, le signal obtenu à la Figure 4-9 contient de toute évidence au moins deux contributions de fréquences naturelles. Par simple observation, il est possible de constater que l'une possède une fréquence relativement élevée et que l'autre est plus faible. Aussi, la contribution du signal ayant une fréquence élevée semble posséder un niveau du taux d'amortissement plus élevé que celle associée à la fréquence plus basse. Éventuellement, seule la contribution du mode associé à la fréquence la plus basse subsiste. En effet, chacune des simulations comportant des déplacements initiaux correspondant aux modes 3, 4 et 5, c'est-à-dire des modes de second ordre, possède un signal du même type que celui présenté à la Figure 4-9.

Les signaux correspondant aux simulations avec injection des modes 1 et 2, c'est-à-dire les modes de premier ordre, comme condition initiale possèdent un signal très similaire à celui observé à la Figure 3-7. Une seule fréquence naturelle est donc contenue dans le signal.

La présence de plusieurs modes dans le signal des simulations possédant des conditions initiales associées aux modes de second ordre peut s'expliquer par le fait que les modes des plaques retrouvés dans l'eau diffèrent sensiblement des modes retrouvés dans le vide. Injectant des conditions calculées dans le vide, il est possible que d'autres modes soient mis à contribution dans la réponse dynamique. Aussi, la présence de l'écoulement fluide interagissant avec la plaque peut causer un couplage entre les différents modes.

Un autre aspect intéressant qui se dégage de la Figure 4-9 est la portion de signal instable en début de simulation. Pour les premiers pas de temps, la convergence des boucles d'échange entre les solveurs structurel et fluide est impossible. Par contre, le phénomène se stabilise rapidement. Une observation des domaines de calcul au temps 0 permet de comprendre qu'il existe une erreur logicielle derrière le phénomène. La Figure 4-10 montre les solutions initiales pour le domaine structurel et le domaine fluide.

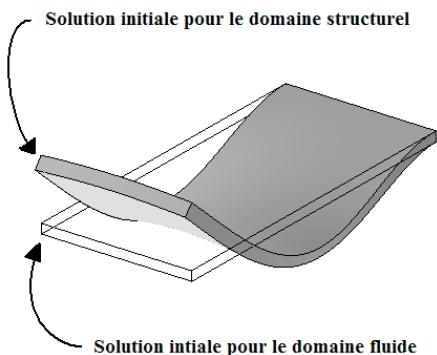


Figure 4-10: Solution initiale pour les domaines structurel et fluide dans le cas de la plaque 2 encastrée submergée vibrant librement selon le mode 3

En regard de la Figure 4-10, il peut être observé que le déplacement initial de la structure n'est pas injecté au domaine fluide. Cette divergence non-physique entre les deux domaines est fort probablement la cause des difficultés de convergence en début de calcul. Elle explique également l'instabilité en début de signal rencontrée lors des simulations du cylindre confiné présentées au Chapitre 3. Cette instabilité reliée à la modélisation a l'effet pervers de ne pas se manifester de la même façon pour chaque maillage fluide utilisé. Autrement dit, pour la portion convergée du

signal, les conditions initiales varient d'une simulation à l'autre même si la même physique est injectée au départ. Il va sans dire que les amplitudes et les phases associées à la contribution de chacun des modes impliqués dans le signal varie d'une simulation à l'autre. Le taux d'amortissement est également touché par les problèmes de convergence en début de simulation. Cet aspect est traité à la Section 4.5. Par contre, comme la plaque est en vibration libre dans tous les cas, les fréquences naturelles convergent sans problème particulier avec l'augmentation de la résolution, comme le montre la Section 4.6.

La cause des difficultés de convergence en début de simulation n'a été identifiée seulement qu'à la fin de la campagne de calcul pour toutes les plaques. Les résultats obtenus dans ce chapitre sont donc tirés de ces simulations comportant cette erreur systématique. Néanmoins, la relance de quelques simulations de la plaque encastrée submergée avec une condition initiale de vitesse imposée selon la forme des modes et déplacement nul a permis de réaliser qu'il existe une convergence au niveau de l'amplitude et de la phase. Ces résultats ne sont toutefois pas présentés

Pour la portion convergée de la simulation, il incombe de s'assurer de la cohérence physique de la solution numérique. Pour ce faire, il est possible de visualiser l'écoulement résultant du déplacement de la plaque calculé par la méthode bidirectionnelle. Les Figures 4-11 et 4-12 présentent les champs de vitesse et de pression associés à la vibration libre de la plaque 2 avec conditions initiales de déplacement ayant la forme du second mode de flexion calculé dans le vide. Ces deux champs ont été évalués au même temps de référence.

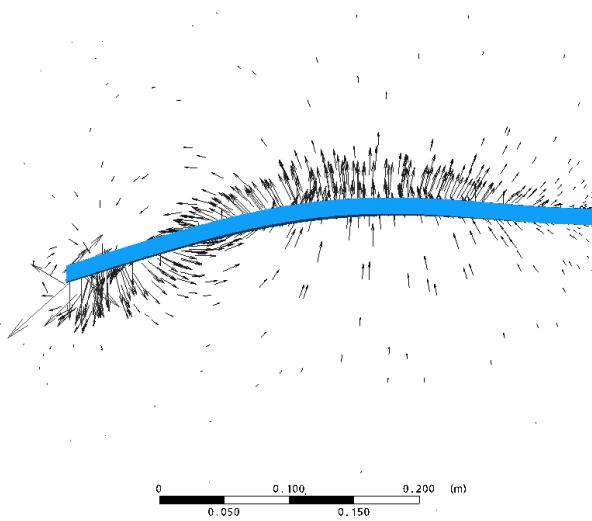


Figure 4-11: Champ de vitesse dans l'écoulement fluide généré par le mouvement de la plaque 2 encastrée submergée vibrant librement selon le mode 3 (le déplacement est exagéré pour fins de visualisation)

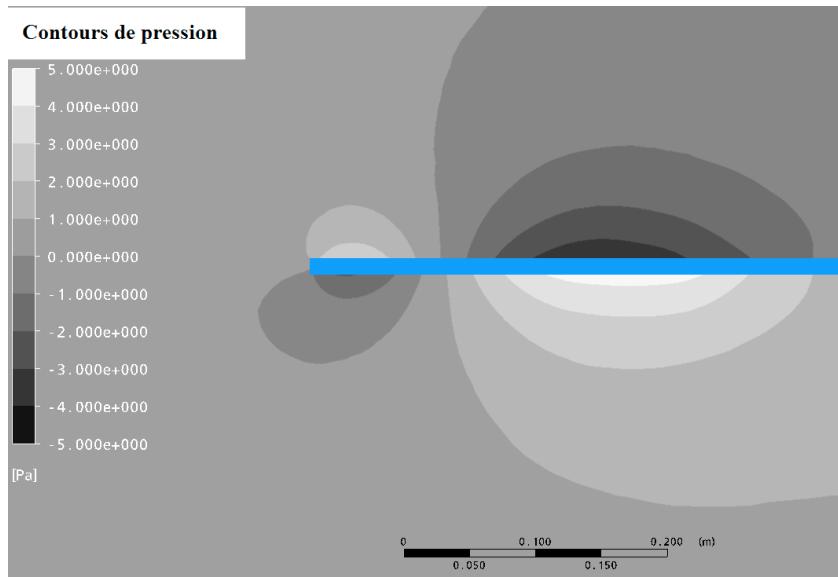


Figure 4-12: Contours de pression dans l'écoulement fluide générés par le mouvement de la plaque 2 encastrée submergée vibrant librement selon le mode 3

Essentiellement, lorsque la plaque est en vibration libre, le fluide chassé devant une portion de surface de la plaque en mouvement se déplace pour combler l'espace alors laissé libre par une autre portion surface. Dépendamment du mode considéré, le fluide aura un effet d'inertie plus ou

moins grand sur la plaque, ce qui explique la variation de la masse ajoutée en fonction du mode impliqué. Il peut aussi être observé que la plaque est en accélération vers sa position d'équilibre. Le différentiel de pression vu par la plaque s'oppose à cette accélération tout comme sa masse propre. Cette observation confirme donc qu'essentiellement, il s'agit bien d'une contribution de masse ajoutée du fluide sur la plaque.

Pour chacune des simulations réalisées, cet écoulement a été visualisé sous forme d'animations montrant sa progression dans le temps et ce, pour juger de la cohérence physique de celui-ci.

Au niveau de la convergence, le cas test de la plaque possède essentiellement les mêmes caractéristiques que le cas du cylindre (voir Section 3.4), c'est-à-dire qu'au niveau fluide, le taux de convergence de l'équation de continuité est plus faible lorsque la vitesse de la structure est élevée. Inversement, le taux de convergence des équations de quantité de mouvement est plus faible lorsque le déplacement de la plaque est maximal. Au niveau de la convergence de la structure, aucun problème particulier n'est dénoté. Par contre au niveau de la convergence des boucles de couplage entre solveurs, une observation intéressante est réalisée. En effet, pour les modes de premier ordre, 5 à 6 échanges sont nécessaires à la convergence d'un pas de temps et aucun problème particulier n'est dénoté. Par contre, pour les signaux obtenus pour des conditions initiales correspondant à des modes de second degré, tel que discuté au début de cette section, plusieurs modes sont impliqués dans le mouvement de la plaque. En début de simulation, hormis la portion instable du signal, la résolution nécessite 5 à 6 boucles de couplage. Lorsque le signal de déplacement ne contient plus que la contribution du mode de basse fréquence, la convergence devient difficile et les boucles de couplage atteignent leur nombre maximum sans que la convergence ne soit rencontrée. Ce phénomène est fort probablement causé par les limitations numériques de la méthode bidirectionnelle qui sont détaillées à la Section 2.3.

## 4.5 Post-traitement du signal

Pour procéder à la détermination des fréquences naturelles, un modèle de sinusoïdes amorties dont les paramètres sont les amplitudes «  $a_1$  », «  $a_2$  », «  $b_1$  » et «  $b_2$  », les paramètres liés au taux d'amortissement «  $\lambda_1$  » et «  $\lambda_2$  » (voir Équation (1.6)) et les fréquences naturelles amorties «  $\omega_{d1}$  » et «  $\omega_{d2}$  » est ajusté au signal de déplacement brut fourni par ANSYS au sens des moindres

carrés. L'expression à minimiser pour l'ajustement du modèle à deux sinusoïdes amorties est présentée à l'Équation (4.1).

$$\text{résidu} = \sum_{i=0}^n \left[ \left[ e^{\lambda_1 t_i} [a_1 \cos(\omega_{d1} t_i) + b_1 \sin(\omega_{d1} t_i)] + e^{\lambda_2 t_i} [a_2 \cos(\omega_{d2} t_i) + b_2 \sin(\omega_{d2} t_i)] \right] - D(t_i) \right]^2 \quad (4.1)$$

Pour ce faire, la programmation *MATLAB* présentée à l'Annexe 1 est utilisée. La Figure 4-13 présente le modèle de sinusoïdes amorties ajusté par rapport au signal de déplacement brut présenté à la Figure 4-9.

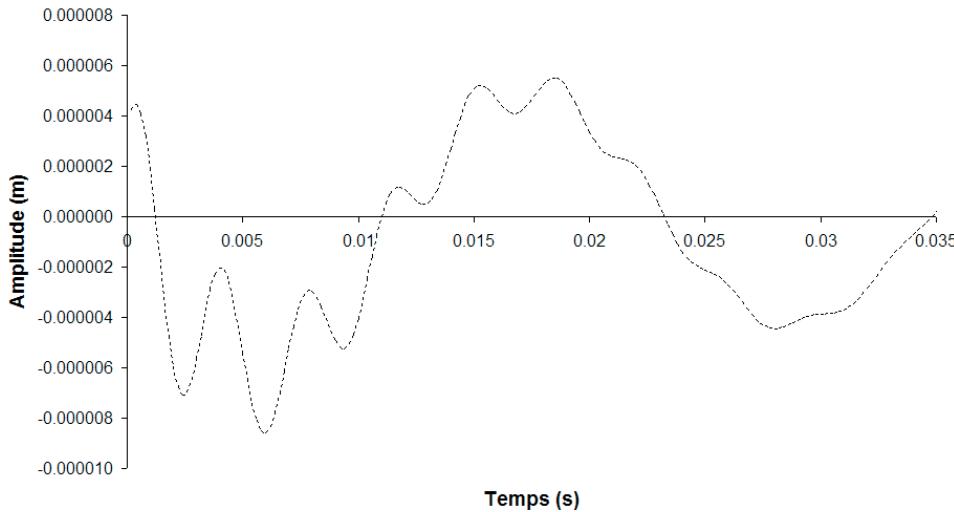


Figure 4-13: Modèle de sinusoïdes amorties ajusté pour le cas test de la plaque encastrée submergée (Plaque 2, mode 3)

En premier lieu, le traitement des signaux des simulations faisant intervenir des modes de second ordre permet d'identifier le mode injecté, étant celui qui présente la plus haute fréquence. La contribution associée à la plus basse fréquence correspond au mode de premier ordre possédant la même description physique. Autrement dit, lorsque la condition initiale correspond aux:

- Mode de flexion 2e ordre, le mode de basse fréquence est la flexion 1er ordre
- Mode de flexion transverse, le mode de basse fréquence est la flexion 1er ordre
- Mode de torsion 2e ordre, le mode de basse fréquence est la torsion 1er ordre

Par contre, tel que discuté à la Section 4.4, les modes de premier ordre injectés comme déplacement initial génèrent des signaux de déplacement purs, c'est-à-dire qu'ils présentent la forme d'une seule sinusoïde amortie. Il est très intéressant de constater que pour chacune des

simulations réalisées, les modes de premier ordre identifiés en redondance dans les simulations faisant intervenir des conditions initiales associées aux modes de premier et de second ordres sont toujours rigoureusement les mêmes. Cette observation montre une cohérence entre les simulations. Elle prouve également que la convergence des fréquences naturelles par rapport au pas de temps choisi est atteinte. Dans le but de vérifier le comportement identifié dans des conditions plus complexes, des conditions initiales quelconques faisant intervenir à la fois torsion et flexion de second ordre ont permis d'identifier jusqu'à quatre fréquences naturelles différentes pour une même simulation. Les valeurs numériques de ces fréquences sont toujours rigoureusement les mêmes dans toutes les simulations.

L'ajustement du modèle au signal est bon pour chacune des simulations réalisées, particulièrement pour les simulations faisant intervenir des conditions initiales aux modes de premier ordre. Par contre, pour les simulations des modes de second ordre, l'hypothèse d'un taux d'amortissement constant pour le mode de premier ordre identifié n'est pas tout à fait valide. En effet, le traitement des données a permis de constater que pour le mode de premier ordre, le taux d'amortissement est négatif en début de simulation lorsque le mode de second ordre apporte une forte contribution au signal de déplacement, c'est-à-dire que son amplitude est plus de deux fois supérieure à celle du mode de premier ordre. Ce phénomène peut être interprété comme un transfert d'énergie vibratoire associée au mode de second ordre vers le mode de premier ordre. Lorsque le mode de second ordre est suffisamment atténué, le taux d'amortissement du mode de premier ordre devient positif et son signal de déplacement adopte le comportement théorique attendu. Il est à noter que le niveau global d'énergie contenu dans la plaque, c'est-à-dire la contribution énergétique de tous les modes impliqués, diminue de manière constante tout au long de la simulation, ce qui est respecte les lois de la physique. Le modèle pourrait être complexifié pour prendre en compte un amortissement du mode de premier ordre en fonction du rapport des amplitudes  $\sqrt{\frac{a_2^2 + b_2^2}{a_1^2 + b_1^2}}$ . Néanmoins, à la connaissance de l'auteur de ces lignes, aucune mesure expérimentale ne prouve la validité d'un tel modèle.

Une étude de sensibilité quant au traitement du signal a permis de montrer que la méthode d'identification telle que définie au début de la section induit un maximum de 2% d'erreur sur la valeur des fréquences naturelles.

Une alternative pour s'affranchir de l'imprécision associée à l'amortissement non-linéaire rencontré lors des simulations en vibration libre serait de modifier l'approche numérique utilisée de manière à simuler une vibration forcée. De cette façon, la réponse théorique en régime permanent pour un tel système serait un sinusoïde simple. Cette réponse fait intervenir un signal périodique permettant d'évaluer avec une meilleure précision la fréquence naturelle excitée. Aussi, ces conditions de simulation se rapprochent des conditions expérimentales, ce qui est sans doute préférable du point de vue précision.

## 4.6 Analyse de convergence

Cette section a pour but de présenter l'analyse de convergence effectuée pour le cas de la plaque 2 encastrée et submergée.

Le maillage du domaine structurel utilisé possède une résolution de 32 x 16 mailles. Ce maillage est décrit au Tableau 4.3. La raison pour laquelle ce maillage est conservé pour toutes les simulations de l'analyse de convergence est que la sensibilité des fréquences naturelles identifiées à la résolution du domaine structurel est extrêmement faible pour le cas de la plaque encastrée submergée. Par contre, la résolution du maillage du domaine fluide utilisé pour l'analyse de convergence varie selon les données du Tableau 4.7. Les modes 2 et 5 de la plaque 2 font l'objet de cette analyse. Les résultats sont présentés à la Figure 4-14.

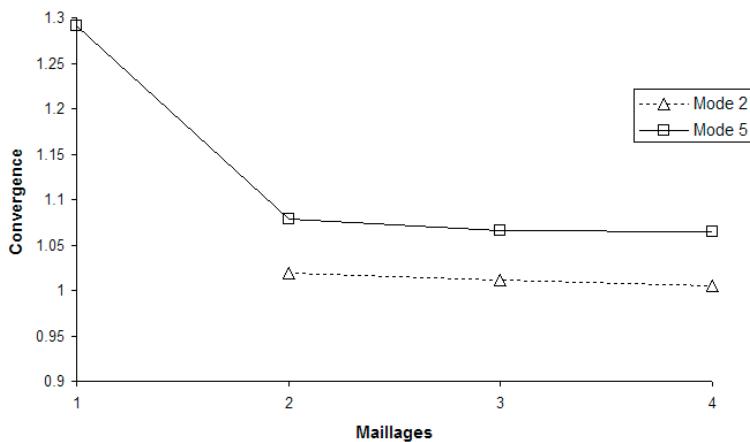


Figure 4-14: Convergence des fréquences naturelles calculées par rapport aux fréquences mesurées pour le cas de la plaque 2 en fonction des maillages présentés au Tableau 4.7

Premièrement, la convergence numérique du premier maillage est inadéquate. Clairement, l'effet du fluide n'est pas pris en compte de façon réaliste pour cette simulation. Les autres maillages présentent des prédictions au niveau des fréquences naturelles plus justes. Ces dernières ont tendance à diminuer avec l'augmentation de la résolution, se rapprochant des fréquences naturelles mesurées. Des simulations supplémentaires ont permis de déterminer que la convergence des fréquences naturelles est très dépendante de la taille de la maille du domaine fluide directement à l'interface où se produit l'interaction fluide-structure. La précision de la prédition peut être préservée en prenant soin de raffiner la discréétisation spatiale près de la plaque tout en réduisant la résolution aux parois du réservoir.

Toutefois, le plateau de convergence obtenu par l'analyse de convergence affiche une erreur associée à la prédition de la fréquence naturelle du mode 5 d'un peu plus de 5% lorsque comparée à la mesure. Cette erreur est légèrement supérieure à l'erreur maximale obtenue pour la prédition des fréquences naturelles de la plaque 2 dans l'air. Tel que discuté à la Section 4.3.1, les sources d'erreur potentielles sont multiples pour le cas de la plaque encastrée submergée. Une analyse de l'erreur plus exhaustive est présentée à la Section 4.7.

## **4.7 Comparaison des résultats de la méthode numérique avec les résultats expérimentaux**

Cette section a pour objectif de présenter la comparaison des fréquences naturelles submergées prédites par la méthode bidirectionnelle de toutes les plaques encastrées et submergées présentées à la Section 4.2 avec leurs mesures expérimentales respectives.

Suite au post-traitement des signaux associés à chacune des simulations réalisées, les fréquences naturelles sont déduites et compilées. Le Tableau 4.10 présente les résultats associés aux maillages fluide structurés.

Tableau 4.10: Fréquences naturelles calculées par la méthode bidirectionnelle avec maillages fluide structurés pour le cas test de la plaque en comparaison avec les mesures expérimentales

Plaque 2	Fréq. naturelle mesurée (Hz)	Simulation (Hz)	Erreur (%)
Mode 1	40.30	39.64	-1.63
Mode 2	209.00	208.45	-0.26
Mode 3	257.00	269.75	4.96
Mode 5	645.00	683.56	5.98
Plaque 10			
Mode 1	23.30	24.12	3.52
Mode 2	68.70	67.66	-1.52
Mode 3	158.00	160.99	1.89
Mode 4	234.00	244.26	4.38
Mode 5	267.00	272.42	2.03
Plaque 2 (Vu)			
Mode 1	18.00	15.87	-11.86
Mode 2	47.60	47.68	0.17
Mode 3	110.00	108.97	-0.94
Mode 4	163.00	163.13	0.08

Pour les 2 plaques de l'expérience de Lindholm et al. (1965), l'erreur maximale observée entre la prédiction numérique et l'expérimentation est de 6%. L'erreur moyenne pour sa part est près de 3% pour ces mêmes plaques. La plupart du temps, la prédiction fournit une surestimation par rapport aux valeurs mesurées. Pour la plaque 2 (Vu), l'erreur rencontrée est encore supérieure avec une valeur maximale de près de 12% sur le premier mode. Par contre l'erreur pour les autres modes est près de 1%. En réalité, comme les fréquences naturelles de cette plaque évaluées dans le vide (Tableau 4.5) sont de près de 5% plus élevée que l'expérimentation, la masse ajoutée numérique est plus élevée que la masse ajoutée expérimentale et les résultats ne sont pas aussi bons que le Tableau 4.10 ne le laisse paraître. Ces erreurs de prédiction relativement importantes justifient une analyse plus poussée des données expérimentales disponibles.

En effet, l'article de Lindholm et al. (1965) présente les fréquences naturelles de plusieurs plaques submergées dont le rapport «  $a/b = 1$  ». De plus la corde «  $b$  » de ces plaques est de 203.2 mm, les rendant très similaires entre elles. Seule leur épaisseur varie. D'autre part, la plaque 2 présentée par Vu et al. (2007) possède des caractéristiques très similaires avec un rapport «  $a/b = 1$  » et une

corde de 201 mm. Il s'agit également d'une plaque d'acier. Les épaisseurs de ce lot de plaques varient de 1.83 à 4.84 mm, ce qui reste relativement mince par rapport aux autres dimensions.

Théoriquement, l'épaisseur des plaques n'a pas d'influence fondamentale sur la masse ajoutée. Tenant compte de l'Équation (1.15), la masse ajoutée est déduite des fréquences naturelles mesurées dans l'air et dans l'eau. La masse ajoutée de la plaque 2 (Vu) est ajustée en fonction du rapport d'échelle de la corde au cube. Les résultats de masse ajoutée expérimentale sont présentés à la Figure 4-15.

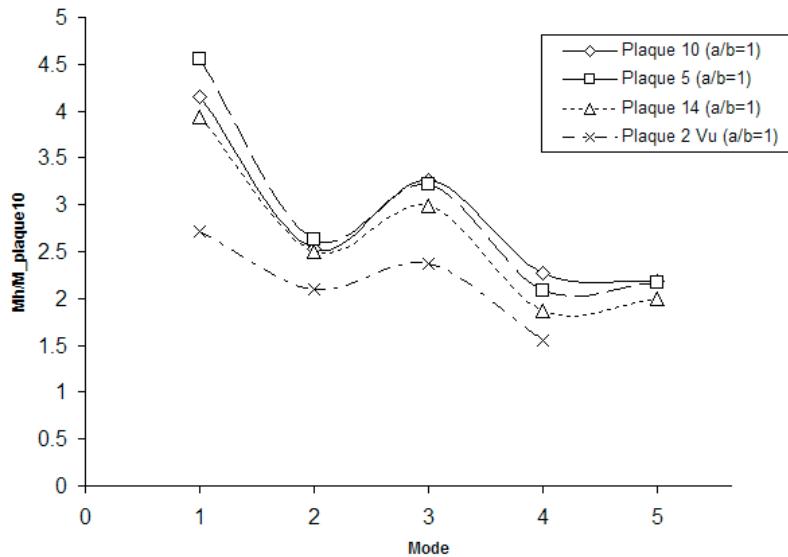


Figure 4-15: Masses ajoutées de différentes plaques ayant un rapport «  $a/b = 1$  » déduites de l'expérimentation de Lindholm et al. (1965) et Vu et al. (2007)

En regard de la Figure 4-15, une erreur sur la masse ajoutée relativement significative existe lorsqu'on ne considère que les plaques de Lindholm et al. (1965). L'erreur maximale sur la masse ajoutée est près de 10% pour une erreur rapportée à la fréquence de près de 4%. Cette erreur donne une approximation de l'erreur aléatoire puisque l'erreur systématique est annulée par l'utilisation du même banc d'essai pour la mesure de chaque plaque. Lorsque comparée aux données de Lindholm et al. (1965), la masse ajoutée déduite des résultats de la plaque 2 de Vu et al. (2007) affiche une erreur maximale de 35%, ce qui paraît élevé à priori. Cette erreur rapportée à la fréquence est de près de 18%. Pour cette plaque, la prédition numérique fournit des fréquences inférieures contrairement aux plaques de Lindholm et al. (1965).

Il est important de noter que cette analyse de l'erreur par rapport aux masses ajoutées expérimentales n'a rien d'exhaustif, mais permet à tout le moins d'évaluer l'ordre de grandeur de la précision des résultats. En regard de cette analyse et sachant que la méthode d'identification des fréquences naturelles numériques induit une erreur de 2%, les résultats présentés au Tableau 4.10 sont satisfaisants.

Une autre comparaison importante est effectuée, mais cette fois-ci seulement entre résultats numériques. Il s'agit de comparer les résultats obtenus par les simulations intégrant le maillage fluide structuré produit par *Gambit* à celles intégrant le maillage fluide non-structuré produit par *ICEM*. Le Tableau 4.11 présente les résultats obtenus.

Tableau 4.11: Comparaison des résultats obtenus pour le cas de la plaque 2 encastrée et submergée par les maillages fluide structuré (*Gambit*) et non-structuré (*ICEM*)

Plaque2	Simulations <i>Gambit</i> (Hz)	Simulations <i>ICEM</i> (Hz)
Mode 1	39.64	40.35
Mode 2	208.45	210.57
Mode 3	269.75	272.26
Mode 5	683.56	682.15

L'erreur entre les deux méthodes est faible et se situe à l'intérieur de l'erreur associée à la méthode d'identification des fréquences naturelles. Il est à noter que pour le maillage non-structuré, les nœuds entre les domaines structurel et fluide ne sont pas concourants. Il semble que la routine d'interpolation des données de transfert n'induit pas d'erreur perceptible au niveau des fréquences naturelles calculées. Les deux types de maillage fluide offrent donc le même niveau de précision quant à la prédiction des fréquences naturelles. Puisque le maillage non-structuré est utilisé pour la prédiction au Chapitre 5, cette vérification était nécessaire.

## 4.8 Note sur le temps de calcul

Comme il est souhaitable d'enregistrer un signal contenant plusieurs périodes pour une détermination précise des fréquences naturelles, chacune des simulations nécessite au moins la résolution de deux périodes pour la fréquence la plus basse à identifier. Parfois, le calcul nécessite la résolution de plusieurs centaines de pas de temps. Pour un calcul composé de 4000

nœuds structurels et 500 000 nœuds fluide, le temps de calcul nécessaire à la résolution de 200 pas de temps sur un calculateur dont les caractéristiques sont résumées au Tableau 4.12 est de près de 48 heures. Ce temps de calcul est jugé important pour un cas test aussi simple que celui de la plaque encastrée submergée et ne peut être justifié que dans un cadre de recherche.

Tableau 4.12: Caractéristiques du calculateur utilisé pour les calculs

Processeur	-	Intel Core i7 920
Nb de cœur	-	4
Type de mémoire vive	-	DDR3
Mémoire vive	(Gig)	12
Mémoire ROM	(Gig)	300 + 1000
Système d'exploitation	-	Windows Vista 64 bits

## 4.9 Discussion et conclusion

Ce chapitre avait pour objectif de présenter un cas de validation tridimensionnel et relativement complexe pour mettre à l'épreuve la méthodologie développée avec le module d'interaction fluide-structure bidirectionnel de ANSYS pour la prédiction des fréquences naturelles submergées du cas du cylindre confiné en vibration libre présenté au Chapitre 3. Il s'agit du cas de la plaque encastrée et submergée en vibration libre dans un réservoir d'eau stagnante. Ce cas test est plus complexe que le cas du cylindre confiné en ce sens qu'il intègre la déformation complexe de la plaque selon ses différents modes propres. Il nécessite également des maillages plus volumineux pour afficher une convergence acceptable. Ce cas test possède des mesures de fréquences naturelles publiées par Lindholm et al. (1965) et Vu et al. (2007) qui permettent la validation de la méthode. La méthodologie consiste à injecter des conditions initiales de déplacement de la plaque dans une simulation temporelle prenant en compte les interactions fluide-structure. Il s'agit de déplacements initiaux qui reprennent la forme des différents modes calculés pour la plaque dans le vide. Une fois le calcul de vibration libre effectué, le signal de déplacement d'un point matériel attaché à la plaque est analysé pour déduire les fréquences naturelles impliquées dans le mouvement.

Tout d'abord, la convergence des fréquences naturelles de la plaque sans la présence du fluide a été vérifiée. Peu de nœuds sont nécessaires pour obtenir une bonne convergence numérique. Par contre, lorsque les fréquences naturelles calculées sont comparées aux fréquences de référence mesurées dans l'air, des divergences de l'ordre de 3.5% apparaissent. Cette erreur peut être

attribuable à des différences entre la modélisation et l'expérience, notamment au niveau des conditions d'encastrement, de la densité du matériau, du module de Young, de l'isotropie et des erreurs de mesure.

Par la suite, les simulations de la plaque en eau sont réalisées. Pour chacun des modes étudiés, les signaux de déplacement de la plaque obtenus des simulations sont cohérents avec ce qui est attendu en théorie. Lors de l'injection de modes de premier ordre comme condition initiale, chacune des simulations fournit un signal correspondant parfaitement à une sinusoïde amortie. Par contre, lors de l'injection de modes de second ordre comme condition initiale, le mode de premier ordre correspondant est aussi présent dans le signal du déplacement de la plaque. La complexification du modèle ajusté sur les données brutes du logiciel pour l'identification des fréquences naturelles permet de pallier à ce problème. Il s'agit en fait d'utiliser un modèle contenant deux sinusoïdes amorties. Ces simulations révèlent qu'il y a un transfert d'énergie entre le mode de second ordre vers le mode de premier ordre directement proportionnel au rapport des amplitudes des deux contributions. Toutefois, ces conclusions numériques ne possèdent pas de données de comparaison pouvant attester leur validité. Aussi, des conditions initiales faisant intervenir des déplacements quelconques ont été testées, et à plaque donnée, toutes les fréquences naturelles identifiées sont rigoureusement les mêmes qu'avec les simulations avec l'injection des modes. Il n'y a donc pas de sensibilité des fréquences naturelles numériques au pas de temps et aux conditions initiales de déplacement.

L'analyse de convergence des fréquences naturelles de la plaque 2 dans l'eau a démontré que la taille de la première maille à l'interface fluide-structure a une importance majeure sur la qualité de la prédiction. Par contre, des tests réalisés sur des maillages structurés et non-structurés ont démontré l'indépendance de la solution au type de maillage et à l'algorithme d'interpolation des données de transfert à l'interface des domaines structurel et fluide.

Lorsque comparées aux résultats expérimentaux, presque toutes les fréquences naturelles numériques sont plus élevées. Les divergences atteignent un maximum de 6% pour les plaques de Lindholm. Une partie de cette divergence peut être expliquée par la méthode d'identification pouvant générer un maximum de 2% d'erreur sur les valeurs des fréquences naturelles. Aussi, une analyse sommaire permettant d'évaluer l'erreur des données expérimentales a permis d'estimer qu'elle est près de 4%. Compte tenu que l'ordre de grandeur des erreurs expérimentales est

comparable à celui des erreurs obtenues en comparant les fréquences naturelles numériques aux mesures, la méthode numérique est considérée comme validée.

Le chapitre suivant propose d'appliquer la méthode de simulation des interactions fluide-structure bidirectionnelle à un cas encore plus complexe puisqu'il intègre une structure à géométrie complexe en rotation dans un écoulement exciteur. Ce cas constitue l'aboutissement ultime de ce projet de maîtrise, c'est-à-dire la simulation d'une roue de turbine de type Francis en fonctionnement.

## CHAPITRE 5 MÉTHODES ET RÉSULTATS POUR LE CAS D'UNE ROUE DE TURBINE HYDRAULIQUE EN FONCTIONNEMENT

### 5.1 Mise en contexte et but visé

Les Chapitres 3 et 4 ont montré que le module de simulation des interactions fluide-structure bidirectionnel de *ANSYS* est à même de fournir des prédictions fiables par la validation de cas tests de différentes complexités. À partir de ces bases et de l'expérience acquise par la mise en œuvre de ces calculs de validation, ce chapitre a pour objectif principal de présenter l'évaluation de la faisabilité de l'utilisation de cette méthode pour la prédition du comportement dynamique d'une roue de turbine de type Francis en fonctionnement.

Ce cas de simulation présente un niveau de difficulté de beaucoup supérieur au cas de la plaque encastrée submergée puisqu'il fait intervenir les caractéristiques suivantes:

- Géométrie complexe
- Présence d'un écoulement exciteur
- Domaines fixe et en rotation
- Conditions de périodicité

Les avantages principaux procurés par l'approche de simulation des interactions fluide-structure bidirectionnelle dans un contexte industriel sont multiples:

- Identification des modes sollicités par l'excitation du fluide
- Identification des principales sources d'excitation potentiellement nuisibles
- Prédition de l'amplification dynamique
- Possibilité d'intégration des fluctuations de contrainte de la roue dues à l'excitation directement à un calcul de fatigue

La turbine qui fait l'objet du présent chapitre possède une configuration qui permet de tirer profit de la symétrie cyclique. Elle dispose de 9 avant-directrices semblables et d'un bec de bâche ainsi que de 20 directrices. La roue possède quant à elle 15 aubes. La géométrie peut donc être divisée en cinq secteurs identiques. La modélisation d'un seul de ces secteurs permet de réduire

considérablement la taille des maillages utilisés sans avoir à recourir à des hypothèses simplificatrices à l'interface entre les maillages fixe et en rotation au niveau de la simulation fluide.

## 5.2 Description du cas de la roue de turbine et méthodologie

La réalisation de calculs faisant intervenir les interactions fluide-structure de l'ampleur de ceux présentés dans ce chapitre requiert une méthodologie rigoureuse. Ces calculs font intervenir deux modèles distincts, soient les simulations des domaines solide seul et fluide seul. Chacune d'elles doit être vérifiée adéquatement avant leur couplage.

Pour la simulation du domaine structurel seul, la roue complète est d'abord modélisée. Par la suite, une analyse modale est réalisée. Une étude de convergence est menée pour assurer l'indépendance de la solution au maillage. La visualisation des modes propres de la roue permet d'évaluer qualitativement quel mode est plus susceptible d'être excité pour une excitation donnée. Aussi, différentes hypothèses concernant les conditions limite au niveau de l'accouplement de la roue à l'arbre sont testées. Cette analyse permet de dégager la sensibilité des modes par rapport à l'hypothèse faite au niveau de l'encastrement.

Une analyse modale précontrainte est aussi mise en œuvre pour évaluer la sensibilité des fréquences naturelles à l'état de chargement. Le champ de contrainte imposé pour cette analyse modale est issu d'un calcul de la roue en condition d'emballage. Cette condition de fonctionnement se produit lorsque l'alternateur cesse soudainement de fournir un couple résistif à la roue et que le distributeur demeure à pleine ouverture. La roue accélère alors jusqu'à une vitesse plafond nommée vitesse d'emballage. En pratique, cette situation peut se produire lorsque le groupe turbine-alternateur décroche accidentellement du réseau électrique.

Dans un second temps, un secteur correspondant à une portion d'un cinquième de la roue est modélisé et des conditions de périodicité sont imposées sur les surfaces de coupe. Une analyse modale est réalisée pour vérifier l'indépendance de la solution numérique obtenue aux conditions de périodicité. Finalement, la simulation temporelle basée sur l'analyse modale du cinquième de la roue qui servira d'intrant à la simulation intégrant les interactions fluide-structure est présentée.

Pour la simulation du domaine fluide seulement, un secteur représentant le cinquième du domaine occupé par le fluide correspondant au distributeur et la roue suivis d'une extension est

modélisé. L'extension a pour objectif d'éliminer toute recirculation numériquement indésirable du point de vue convergence dans le plan de sortie. Cette extension se trouve suffisamment en aval de la roue pour éviter l'induction de tout effet sur cette dernière.

Le signal associé à la variation de couple sur chacune des aubes est enregistré en fonction du temps pour vérifier que la fréquence théorique de l'interaction rotor-stator attendue est bien retrouvée. Comme il n'y a aucune différence géométrique d'une aube à l'autre, un signal parfaitement semblable est attendu pour chacune d'elles à l'exception du paramètre de phase lié au décalage angulaire existant. Il est également attendu que la contribution de chaque aube corresponde au couple théorique associé à la puissance attendue pour la condition de fonctionnement considérée. Pour des conditions limite de calcul correspondant adéquatement au point de fonctionnement choisi, il est également attendu que le débit théorique par rapport à la chute imposée soit retrouvé. Une étude de convergence est réalisée pour vérifier l'indépendance des résultats au pas de temps et à la résolution spatiale choisie.

Une fois ces vérifications réalisées sur chacune des simulations, les domaines solide et fluide peuvent être couplés pour réaliser la simulation incluant la prise en compte des interactions fluide-structure. Pour ce type de calcul, il est attendu que l'écoulement fluide ne soit pas perturbé de façon fondamentale par l'influence de la roue en vibration. Le couple aux aubes et le débit doivent être semblables à ceux trouvés dans la simulation en fluide seule. Aussi, les déplacements statiques calculés par la méthode bidirectionnelle sont comparés avec les déplacements calculés par une méthode classique pour fins de validation.

L'identification des modes impliqués et des fréquences naturelles associées à la réponse dynamique est réalisée. Cette identification est faite par l'étude du déplacement de plusieurs points matériels attachés à la roue. Les fréquences naturelles liées à chacun des modes sont ensuite déduites des signaux obtenus.

Au moment d'écrire ces lignes, aucune donnée expérimentale de validation n'existe concernant le comportement dynamique de la roue submergée en fonctionnement. Par contre, les résultats obtenus par la méthode bidirectionnelle sont comparés avec ceux obtenus par la méthode acoustique (Section 1.3.3.1) au niveau des fréquences naturelles. Cette méthode a fait l'objet de plusieurs cas de validation (Escaler et al. (2008), Lais et al. (2008), Vialle et al. (2008)) et est

actuellement la méthode la plus couramment utilisée pour l'évaluation des fréquences naturelles de composantes de turbine hydraulique submergées.

### **5.3 Sources d'excitation vibratoire pour une roue de turbine hydraulique**

Pour mettre le lecteur dans le contexte de la recherche, il convient de décrire brièvement les sources d'excitation vibratoire pouvant agir sur une roue de turbine hydraulique. Selon le design de la turbine, l'une ou l'autre des excitations peut être prépondérante. Les principales sources d'excitation hydrauliques pour les roues de turbine sont les suivantes :

- L'interaction rotor-stator se produit lorsque le champ de vitesse fixe de l'écoulement imposé en sortie du distributeur se superpose au champ de vitesse tournant imposé en entrée de roue. Il en résulte un champ de pression tournant et complexe possédant plusieurs harmoniques d'excitation plus ou moins énergétiques. La Section 5.3.1 contient un résumé de la théorie entourant ce type d'excitation.

- La fréquence de rotation de la torche de basse charge entraîne des fluctuations de pression dans l'aspirateur qui se répercutent au niveau de la roue et sont souvent senties jusque dans la bâche. Ces pulsations de pression peuvent entraîner la résonance de la roue. Il s'agit généralement d'une excitation de relativement basse fréquence.

- Les tourbillons de Von Karman lâchés au bord de fuite de l'aubage peuvent causer la résonance des aubes de roue Francis. Il s'agit généralement d'une excitation à haute fréquence.

- Des vortex inter-aubes peuvent se produire lorsque la machine est opérée à des conditions de faibles charges. Ces vortex peuvent causer des fluctuations de pression importantes ayant pour effet d'exciter la roue.

Dans le cadre de la présente recherche, les simulations ont été réalisées pour prendre en compte uniquement la première source d'excitation citée ci-haut. Le point de fonctionnement choisi correspond à une ouverture de directrices élevée maximisant cette excitation. À chute donnée, cette ouverture de directrices correspond à des débits importants. Le point d'opération étudié correspond donc à une forte charge.

### 5.3.1 Théorie liée à l'interaction rotor-stator

Puisque la simulation numérique incluant les interactions fluide-structure présentée à la Section 5.7 propose de capter l'excitation due à l'interaction rotor-stator, la présentation d'un cadre théorique entourant ce phénomène fluide est nécessaire pour une bonne compréhension du phénomène d'excitation.

L'interaction rotor-stator se traduit par des fluctuations de pression dues aux caractéristiques particulières de l'écoulement entre les parties statique et tournante de la turbine. En effet, le champ de vitesse en sortie du distributeur varie en azimut parce l'écoulement est perturbé par la présence des avant-directrices et des directrices. Ces composantes génèrent alors un déficit de vitesse dans l'écoulement. Ces sillages sont fortement sentis tout juste en aval des directrices. Par l'effet de la viscosité et de la turbulence, les gradients de vitesse sont atténus plus en aval dans l'écoulement. Suffisamment en aval des directrices, il est possible d'imaginer que les sillages générés par les organes du distributeur ne sont plus détectables. De la même manière, la présence des aubes de la roue influence le champ de vitesse de l'écoulement tout juste en amont. Cette présence de la roue cause donc aussi une variation azimutale du champ de vitesse de l'écoulement. Contrairement à la perturbation générée par le distributeur, celle liée à la roue est tournante. La superposition des champs de vitesse perturbés par le distributeur et par la roue cause alors des fluctuations de pression plus ou moins importantes. La Figure 5-1 illustre les perturbations des champs de vitesse dues à la présence de l'aubage de la roue et des directrices.



Figure 5-1: Schéma des champs de vitesse causant l'interaction rotor-stator pour une turbine hydraulique

Les Équations (5.1) résultent d'une modélisation mathématique (Zobeiri et al. (2006)) représentant la superposition du champ tournant et du champ fixe.

$$k_1 = mZ_a - nZ_d, \quad k_2 = mZ_a + nZ_d \quad (5.1)$$

où «  $k$  » correspond aux diamètres nodaux des champs tournants, «  $m$  » et «  $n$  » sont des nombres entiers qui représentent les harmoniques, «  $Z_a$  » et «  $Z_d$  » correspondent aux nombres d'aubes et de directrices respectivement.

Dans le domaine stationnaire, les fréquences d'excitation sont données par les Équations (5.2).

$$\omega_{1d} = \frac{mZ_a \omega_r}{k_1}, \quad \omega_{2d} = \frac{mZ_a \omega_r}{k_2} \quad (5.2)$$

où «  $\omega_r$  » correspond à la fréquence de rotation de la roue, «  $\omega_{1d}$  » correspond à la première fréquence vue par le distributeur, «  $\omega_{2d}$  » correspond à la deuxième fréquence vue par le distributeur.

Une fréquence négative correspond à une rotation du champ exciteur en sens inverse du sens de rotation de la roue. De la même manière, dans le domaine de la roue, les fréquences d'excitation sont données par les Équations (5.3).

$$\omega_{1a} = \frac{nZ_d \omega_r}{k_1}, \quad \omega_{2a} = \frac{nZ_d \omega_r}{k_2} \quad (5.3)$$

où «  $\omega_{1a}$  » correspond à la première fréquence vue par la roue, «  $\omega_{2a}$  » correspond à la deuxième fréquence vue par la roue.

Pour la configuration de la turbine considérée dans ce mémoire, le Tableau 5.1 résume les caractéristiques associées aux premières harmoniques de l'interaction rotor-stator.

Tableau 5.1: Caractéristiques de l'interaction rotor-stator liées au nombre de directrices et nombre d'aubes de la roue de turbine Francis considérée

m	n	Diamètres nodaux $k_1$	$k_2$	Fréquences de rotation des champs tournants			
				$\omega_{1d}$ (Hz)	$\omega_{2d}$ (Hz)	$\omega_{1a}$ (Hz)	$\omega_{2a}$ (Hz)
1	1	-5	35	-15	2.143	-20	2.857
3	2	5	85	45	2.647	40	2.353
4	3	0	120	0	2.500	5	2.500
5	4	-5	155	-75	2.419	-80	2.581

Il est à noter que la première harmonique de l'interaction rotor-stator correspond au passage de l'aubage de roue dans le sillage des directrices, laquelle se traduit par des fluctuations périodiques de pression au niveau de chacune des aubes. Cette excitation est organisée en un champ de pression tournant à quatre fois la vitesse de la roue mais en sens inverse de cette dernière. Ce champ de pression fluctuante possède cinq diamètres nodaux. Il en résulte donc une fluctuation globale de couple sur chacune des aubes par rapport à l'axe de rotation de la roue à une fréquence de 100 Hz. Cette fréquence d'excitation dépend donc de la vitesse de rotation synchrone de la roue et du nombre de directrices. Du point de vue de la roue, la première harmonique est souvent la plus énergétique (Mazzouji et al. (2006)). Une seconde contribution de l'interaction rotor-stator provient de la présence des avant-directrices et se superpose à celle créée par la présence des directrices. Toutefois, son intensité est beaucoup plus faible et elle n'est donc pas considérée dans l'analyse.

L'analyse théorique présentée précédemment permet d'évaluer les caractéristiques associées aux différentes harmoniques de l'interaction rotor-stator mais ne permet pas d'en évaluer la magnitude. Pour ce faire, la mesure directe du phénomène ou une analyse en fluide numérique est requise puisque les fluctuations de pression liées à l'interaction rotor-stator dépendent des caractéristiques géométriques et des conditions de fonctionnement de la turbine considérée. Néanmoins, lorsque le diamètre de sortie des directrices est très près du diamètre d'entrée de la roue, il est attendu que leur intensité soit accrue.

Les variations de pression causées par l'interaction rotor-stator chargent dynamiquement les composantes de la turbine, notamment la roue. Une compatibilité géométrique entre un mode de vibration de la roue et une harmonique suffisamment énergétique de l'interaction rotor-stator en plus d'une concordance de la fréquence de cette harmonique avec la fréquence naturelle de la roue submergée peuvent engendrer sa résonance. Dans cette éventualité, puisque la fréquence d'excitation est élevée, il en résulte un nombre important de cycle de fatigue. La rupture peut survenir rapidement après la mise en service en cas de résonance (Coutu et al. (2004)).

## 5.4 Modélisation géométrique

Cette section présente succinctement les considérations reliées à la modélisation géométrique des domaines de calcul impliqués dans les simulations présentées à l'intérieur de ce chapitre.

Tout d'abord, la géométrie a été fournie gracieusement par Alstom Hydro Canada, sans quoi il aurait été impossible de réaliser les simulations de la roue de turbine en fonctionnement incluant la simulation des interactions fluide-structure. L'utilisation de la géométrie d'une turbine existante permet d'assurer un écoulement au comportement sain favorisant une résolution facile du domaine fluide. L'essai sur la turbine modèle réduit permet également de valider la simulation puisque la chute, le débit et la puissance sont des paramètres aisément transposables à la turbine prototype.

La construction géométrique de la turbine a entièrement été réalisée avec le logiciel de CAO CatiaV5. Celui-ci est particulièrement bien adapté à la création de surfaces complexes telles que les surfaces d'aubage retrouvées dans les roues de turbines hydrauliques.

Certains éléments de la géométrie de la turbine considérée pour les calculs ont été modifiés ou parfois même simplement éliminés. Les labyrinthes ont entre autre été surdimensionnés. En effet, le jeu réel étant très faible entre la roue et la partie fixe, une résolution excessive serait nécessaire pour représenter de façon réaliste les labyrinthes. Ces jeux ont donc été triplés pour réduire la résolution locale du maillage. Aussi, la tuyauterie d'équilibrage débouchant au-dessus du plafond de la roue et dans l'aspirateur a été tout simplement retirée et remplacée par des trous d'équilibrage de la pression au niveau du plafond près du plateau d'accouplement. Cette omission n'affecte pas le comportement hydraulique global de l'ensemble. Elle a pour objectif de simplifier le maillage fluide. Les Figures 5-2 et 5-3 montrent la roue seule ainsi que la roue dans son environnement fluide respectivement.

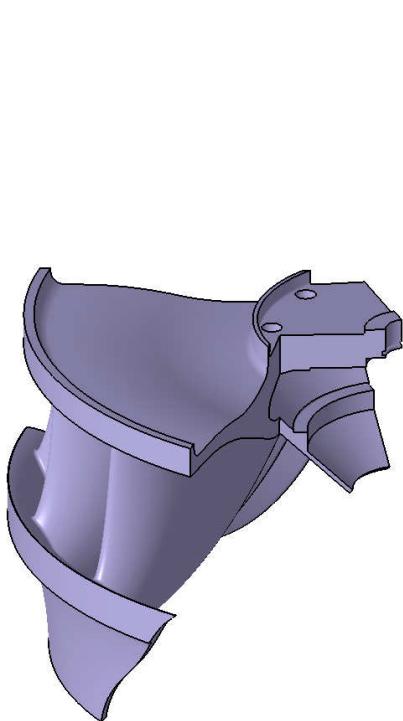


Figure 5-2: Domaine structurel correspondant au cinquième de la roue de turbine Francis étudiée

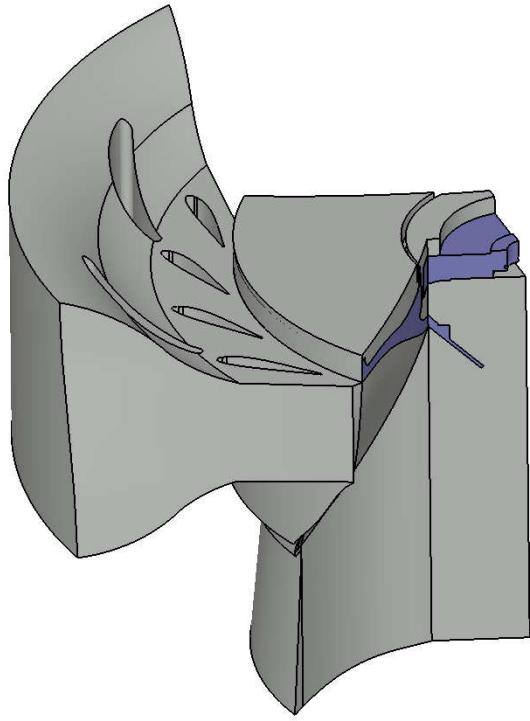


Figure 5-3: Domaines structurel et fluide correspondant au cinquième de la turbine Francis étudiée

Les deux domaines de calcul (solide et fluide) ont été modélisés géométriquement dans un même temps. Les surfaces périodiques sont partagées simultanément par chacun des domaines. Ces surfaces ont été choisies afin de préserver l'intégrité des aubes de la roue et de faciliter le maillage. Elles ont aussi été optimisées pour éviter de retrouver des angles aigus dans la géométrie, favorisant une bonne qualité de maillage.

## 5.5 Modélisation et résultats de la portion structurelle seule du calcul

Cette section présente la portion mécanique du calcul fluide-structure, c'est-à-dire la roue de turbine seule sans l'influence de l'écoulement. Le but principal de cette section est de présenter l'étude de convergence des maillages et d'identifier les paramètres pouvant influencer la réponse dynamique de la roue.

### 5.5.1 Étude de convergence de l'analyse modale de la roue complète

Dans un premier temps, la convergence des fréquences naturelles de la roue complète sans trous d'équilibrage calculées dans le vide en fonction de la taille du maillage est vérifiée. Le maillage est de type tétraédrique quadratique à 10 nœuds. Les propriétés de l'acier définies au Tableau 3.1 sont appliquées au modèle. Pour la roue étudiée, l'accouplement à l'arbre est défini tel que les surfaces de contact réel entre les deux composantes soient représentées par un encastrement. La Figure 5-4 présente le maillage utilisé ainsi que la condition limite d'encastrement.

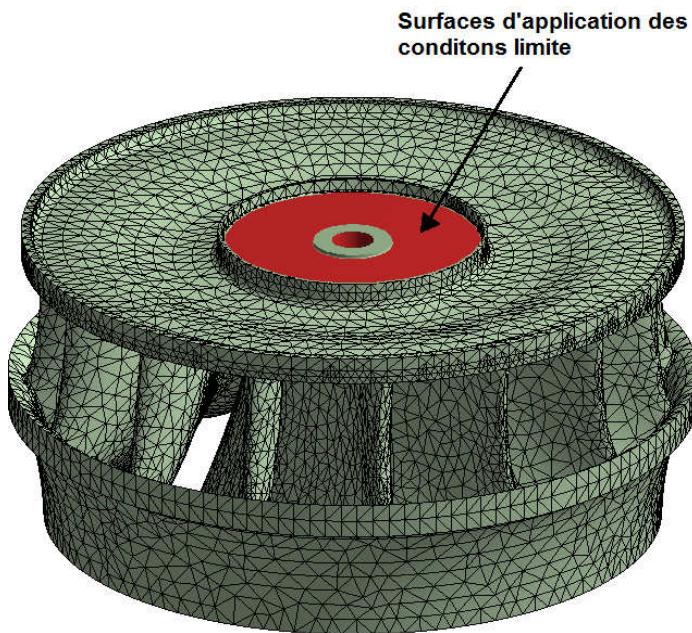


Figure 5-4: Maillage structurel de la roue Francis complète utilisé pour l'analyse modale

Les maillages utilisés pour l'élaboration de cette section sont essentiellement uniformes en terme de résolution. Ce choix est justifié par le principal objectif visé qui est de représenter adéquatement les déplacements. Ce maillage est toutefois peu approprié pour représenter un état de contrainte local précis comme, par exemple, celui rencontré au niveau des congés de raccordement entre les différentes composantes de la roue. Le Tableau 5.2 montre la convergence des fréquences naturelles en fonction de la taille du maillage.

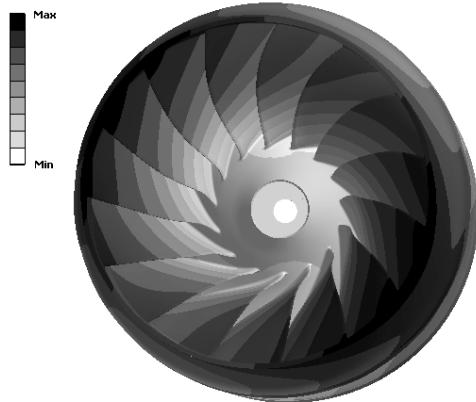
Tableau 5.2: Analyse de convergence des fréquences naturelles dans le vide pour la roue de turbine Francis complète

Mode	Modèle complet (106 144 nœuds) Fréq. nat. (Hz)	Modèle complet (139 084 nœuds) Fréq. nat. (Hz)	Modèle complet (166 515 nœuds) Fréq. nat. (Hz)	Modèle complet (266 479 nœuds) Fréq. nat. (Hz)
Cloche	124.2	123.8	123.1	122.5
Torsion	158.4	158.2	157.4	156.3
2ND-1	160.6	159.6	158.8	158.0
3ND-1	267.4	265.0	263.5	262.2
4ND-1	307.2	304.0	302.15	300.6
5ND-1	320.1	316.7	314.7	313.0
Soulèvement	318.2	317.2	315.6	314.8
2ND-2	-	-	-	371.2
3ND-2	437.1	432.4	439.3	427.6
4ND-2	480.3	473.1	469.8	466.3
5ND-2	-	-	-	473.9

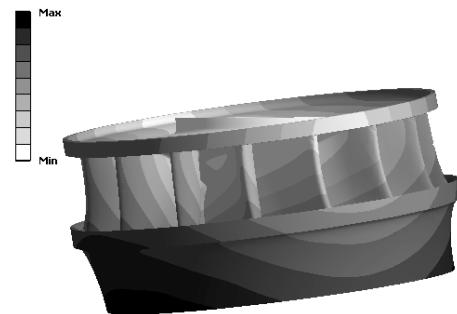
Les fréquences convergent rapidement avec l'augmentation de la résolution du maillage vers des valeurs stabilisées. Les fréquences sont surestimées mais la structure s'assouplie avec l'augmentation de la résolution. Comme pour le cas de la plaque, un nombre de nœuds relativement modeste mène à une précision acceptable.

Les Figures 5-5 à 5-7 présentent la forme des modes de la roue complète ainsi qu'une description sommaire de chacun d'eux.

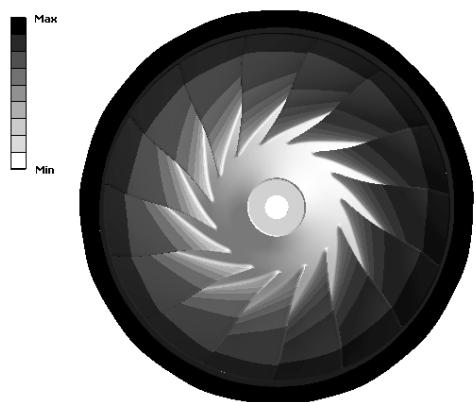
Mode de cloche premier ordre



Mode de cloche premier ordre



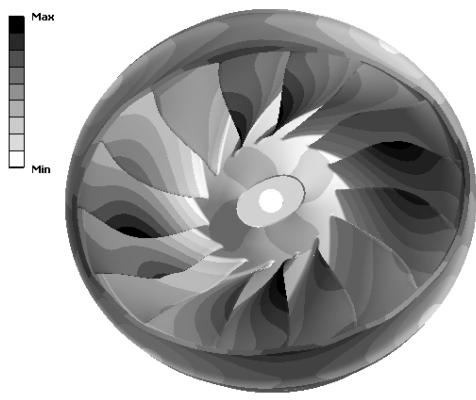
Mode de torsion premier ordre



Mode de torsion premier ordre



2 diamètres nodaux premier ordre



2 diamètres nodaux premier ordre

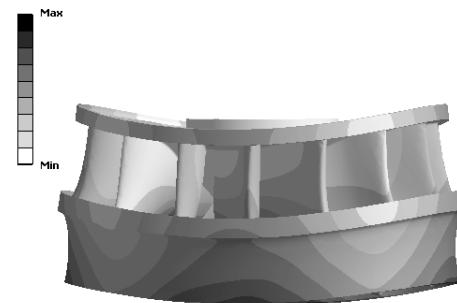
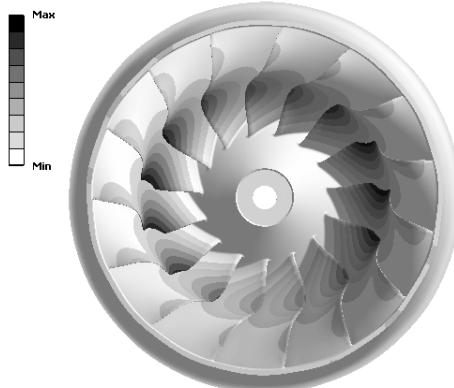
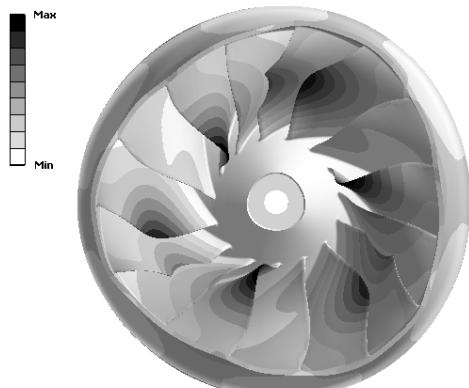


Figure 5-5: Visualisation des modes de la roue de type Francis (partie 1)

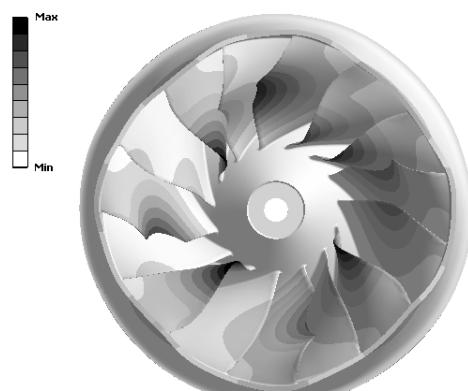
0 diamètre nodal premier ordre



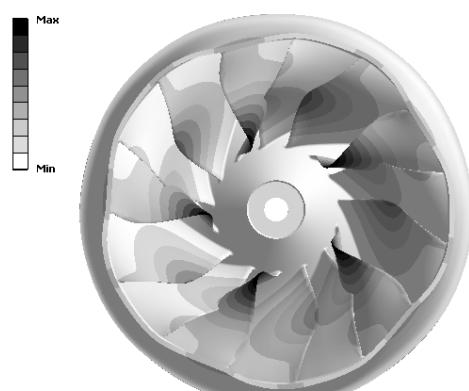
3 diamètres nodaux premier ordre



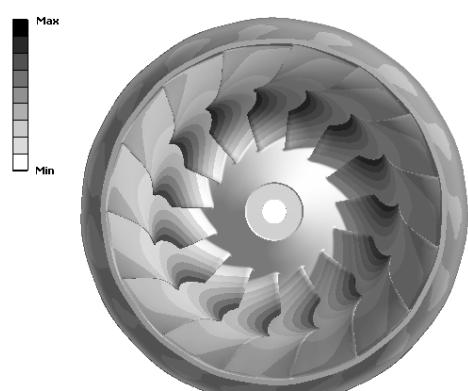
4 diamètres nodaux premier ordre



5 diamètres nodaux premier ordre



Soulèvement premier ordre



Soulèvement premier ordre

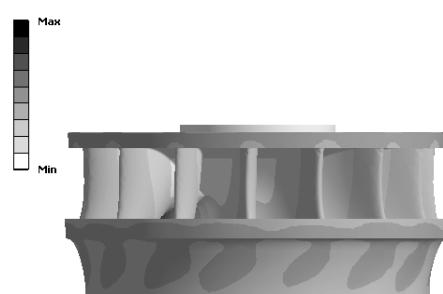
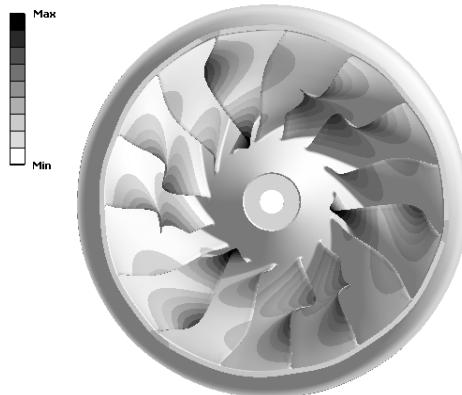
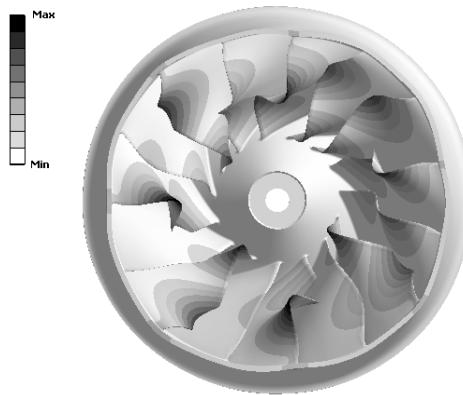


Figure 5-6: Visualisation des modes de la roue de type Francis (partie 2)

3 diamètres nodaux deuxième ordre



4 diamètres nodaux deuxième ordre



5 diamètres nodaux deuxième ordre

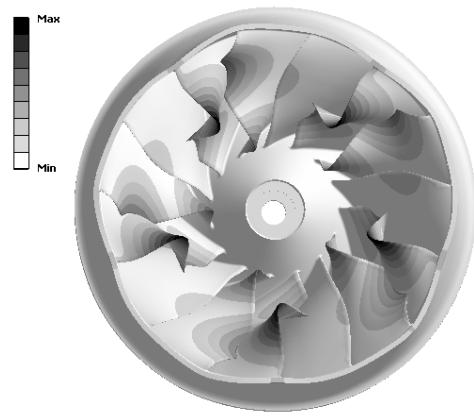


Figure 5-7: Visualisation des modes de la roue de type Francis (partie 3)

Le Tableau 5.3 présente la dénomination des modes qui sera utilisée par la suite à travers ce chapitre et une brève description physique de ceux-ci.

Tableau 5.3: Nomenclature utilisée pour les différents modes de la roue de turbine Francis

Mode	Description
Cloche	Mouvement de la ceinture par rapport au plafond à la manière d'une cloche
Torsion	Mouvement de torsion de la ceinture par rapport au plafond
2ND-1	Flexion des aubes au premier ordre avec ceinture à 2 diamètres nodaux
3ND-1	Flexion des aubes au premier ordre avec ceinture à 3 diamètres nodaux
4ND-1	Flexion des aubes au premier ordre avec ceinture à 4 diamètres nodaux
5ND-1	Flexion des aubes au premier ordre avec ceinture à 5 diamètres nodaux
Soulèvement	Soulèvement global de la roue par rapport à son encastrement
2ND-2	Flexion des aubes au deuxième ordre avec ceinture à 2 diamètres nodaux
3ND-2	Flexion des aubes au deuxième ordre avec ceinture à 3 diamètres nodaux
4ND-2	Flexion des aubes au deuxième ordre avec ceinture à 4 diamètres nodaux
5ND-2	Flexion des aubes au deuxième ordre avec ceinture à 5 diamètres nodaux

Certains des modes calculés présentent un mouvement global de la structure, notamment les modes de cloche, de torsion et de soulèvement. Pour ces modes, l'ensemble de la roue vibre selon une trajectoire globale et toutes les aubes sont en phase. Les autres modes peuvent être considérés comme des modes locaux, c'est-à-dire qu'il s'agit essentiellement de modes d'aubes pour lesquels le plafond et la ceinture se déforment légèrement et jouent simplement un rôle intégrateur au niveau de la phase que les aubes ont entre elles. Ce phénomène est dû au fait que les aubes sont des composantes qui sont généralement beaucoup plus flexibles que le plafond et la ceinture. Conceptuellement, il est possible d'imaginer que le plafond et la ceinture sont d'une rigidité infinie par rapport aux aubes. Dans un tel contexte, chaque aube serait pleinement isolée de ses voisines en terme de vibration. Elles possèderaient alors toutes les mêmes fréquences naturelles, d'où l'appellation « mode local ». Dans le Tableau 5.2, il est possible de constater que les modes 3ND-X à 5ND-X ont des fréquences voisines, ce qui corrobore le fait que le plafond et la ceinture n'influencent que peu la nature locale de la vibration d'aubes. Ces groupes de modes seront dénommés « modes d'aubes du premier ordre » et « modes d'aubes du deuxième ordre » respectivement pour la suite de l'analyse.

### 5.5.2 Effets de la condition limite d'encastrement sur les fréquences naturelles

Un second paramètre d'étude est la sensibilité des fréquences naturelles et des modes à l'hypothèse de conditions limite choisie. Pour ce faire, l'accouplement de la roue à l'arbre est défini cette fois de sorte que la surface de contact se limite au diamètre de perçage des boulons

d'assemblage de ces deux composantes. La Figure 5-8 présente les surfaces d'application de l'encastrement pour les deux cas étudiés.

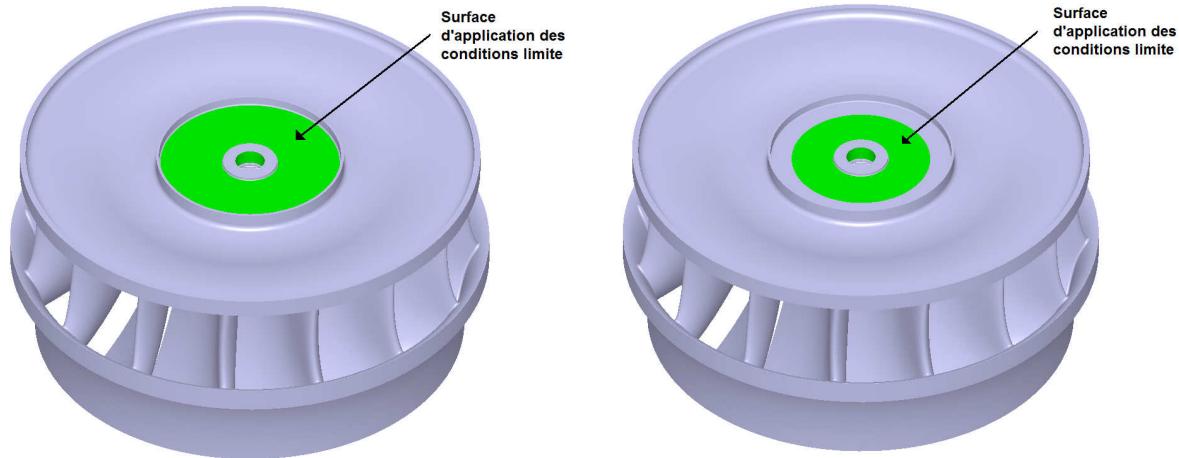


Figure 5-8: Conditions limite C.L.1 et C.L.2 imposées sur le plateau d'accouplement de la roue de turbine Francis complète pour l'analyse modale

L'aire d'application de la condition limite d'encastrement pour le modèle C.L.2 est 25% plus faible que celle du modèle C.L.1. Peu importe la condition limite imposée, la forme des modes reste invariablement la même, à l'exception d'un léger déplacement sur l'anneau se trouvant non-constraint dans le deuxième cas d'analyse. Le choix de la condition limite d'encastrement n'a donc pas de d'influence fondamentale quant à la nature de la vibration. Au niveau des fréquences naturelles, par contre, certains modes se trouvent influencés de façon importante et d'autres sont insensibles. Le Tableau 5.4 présente les fréquences obtenues en fonction des modes.

Tableau 5.4: Fréquences naturelles dans le vide calculées pour les différentes conditions limite considérées pour la roue de turbine Francis complète

Mode	Modèle complet C.L.1 (266 479 noeuds) Fréq. nat. (Hz)	Modèle complet C.L.2 (266 479 noeuds) Fréq. nat. (Hz)
Cloche	122.5	99.7
Torsion	156.3	147.1
2ND-1	158.0	152.5
3ND-1	262.2	262.0
4ND-1	300.6	300.4
5ND-1	313.0	312.9
Soulèvement	314.8	284.6
2ND-2	371.2	370.0
3ND-2	427.6	427.5
4ND-2	466.3	465.3
5ND-2	473.9	473.2

À la lumière des résultats obtenus, il est remarquable de constater que les fréquences les plus sensibles à la condition limite d'encastrement sont celles dites globales, c'est-à-dire les modes de cloche, de torsion, de soulèvement et 2ND-1. Par contre, les fréquences naturelles associées aux modes 2ND-2, 3ND-X, 4ND-X et 5ND-X sont pratiquement indépendantes à la condition d'encastrement. Cette observation corrobore le fait que les fréquences d'aubes sont des modes locaux qui dépendent essentiellement de la flexibilité propre de celles-ci, donc qui sont à peu près insensibles au comportement du plafond et par conséquent, de la condition limite à laquelle ce dernier est assujetti. Par cette conclusion, il peut être anticipé que les modes d'aubes devraient être identifiés avec une meilleure précision que les modes globaux.

### 5.5.3 Effets de l'état de contrainte de la roue sur ses fréquences naturelles

L'état de contrainte de la roue est un autre paramètre important devant être examiné pour l'analyse du comportement dynamique de la roue de turbine. En effet, lors du calcul incluant les interactions fluide-structure, la roue est sujette aux effets de la gravité, de sa rotation et des forces hydrauliques générant le couple à l'arbre. Ces chargements génèrent des contraintes dans la structure. De la même manière que les fréquences naturelles d'une corde de guitare varient en fonction de la tension à laquelle elle est soumise, il est possible d'anticiper que la roue de turbine

considérée peut voir son comportement dynamique modifié par l'effet de l'état de contrainte généré par ces chargements.

Pour étudier l'effet de la contrainte de la roue sur son comportement dynamique, une analyse statique est d'abord réalisée par rapport à sa condition d'emballage (voir Section 5.2). De manière générale, la condition d'emballage cause l'état de contrainte le plus sévère vu par la roue. Le champ de contrainte est par la suite intégré à l'analyse modale précédemment décrite. Le Tableau 5.5 montre les résultats obtenus.

Tableau 5.5: Fréquences naturelles dans le vide calculées avec et sans précontrainte pour la roue de turbine Francis complète

Mode	Modèle complet (266479 nœuds) Fréq. nat. (Hz)	Modèle complet précontraint (266479 nœuds) Fréq. nat. (Hz)
Cloche	122.5	122.7
Torsion	156.3	156.6
2ND-1	158.0	158.5
3ND-1	262.2	262.5
4ND-1	300.6	300.8
5ND-1	313.0	313.2
Soulèvement	314.8	314.8
2ND-2	371.2	370.0
3ND-2	427.6	427.1
4ND-2	466.3	465.5
5ND-2	473.9	473.1

En regard de ces résultats, il peut être constaté que les fréquences naturelles sont essentiellement insensibles à l'état de contrainte de la roue dans des conditions normales de fonctionnement.

#### 5.5.4 Effets des conditions limite de périodicité sur les fréquences naturelles

En dernier lieu, un secteur correspondant au cinquième de la roue est modélisé avec des conditions de périodicité au niveau des surfaces de coupe. Le but de la création de ce modèle est l'intégration de la roue dans le domaine fluide périodique. Les conditions limite d'encastrement restent les mêmes mais les trous d'équilibrage au niveau du plafond sont intégrés. Ces trous réduisent légèrement la rigidité de la roue. La Figure 5-9 montre le maillage structurel utilisé pour l'analyse modale du cinquième du domaine solide.

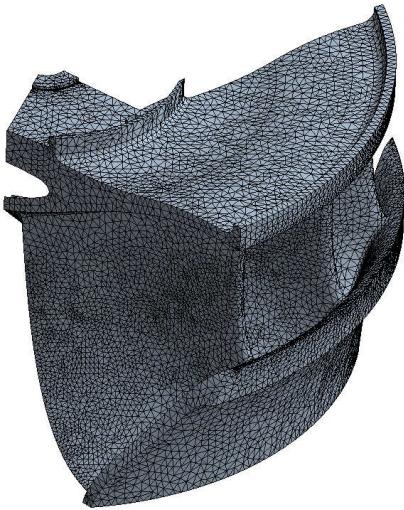


Figure 5-9: Maillage structurel utilisé pour l'analyse incluant les interactions fluide-structure par la méthode bidirectionnelle

L'imposition de la condition de périodicité réduit le nombre de modes identifiés à ceux qui la respectent. En d'autres termes, les modes de cloche, 2ND-X, 3ND-X et 4ND-X ne peuvent être représentés par ce modèle. L'influence de la condition de périodicité sur les fréquences naturelles pouvant être calculées doit être caractérisée pour s'assurer de la cohérence du modèle représentant un cinquième de roue avec le modèle de la roue complète. Le Tableau 5.6 montre les résultats obtenus pour les fréquences naturelles des modèles de la roue complète et périodique.

Tableau 5.6: Fréquences naturelles dans le vide comparées pour la roue de turbine Francis complète et le secteur correspondant à un cinquième du domaine

Modes	Modèle complet (266 479 nœuds) Fréq. nat. (Hz)	Modèle périodique (192 828 nœuds) Fréq. nat. (Hz)
Cloche	122.5	-
Torsion	156.3	151.1
2ND-1	158.0	-
3ND-1	262.2	-
4ND-1	300.6	-
5ND-1	313.0	309.6
Soulèvement	314.8	311.7
2ND-2	371.2	-
3ND-2	427.6	-
4ND-2	466.3	-
5ND-2	473.9	467.6

Tel qu'attendu, les fréquences obtenues pour chacun des modes sont semblables. Il est à noter que la plus grande densité du maillage périodique se traduit par des fréquences légèrement inférieures à celles du modèle complet. Cette réduction est de l'ordre du pourcent pour les modes 5ND-1, 5ND-2 et de soulèvement. Le mode de torsion est plus affecté que les autres modes par cette réduction. Il est possible que cette réduction supplémentaire s'explique par la présence des trous d'équilibrage sur le modèle périodique.

### **5.5.5 Modèle structurel utilisé pour le calcul incluant les interactions fluide-structure**

Tel que discuté à la Section 2.3, les simulations incluant les interactions fluide-structure sont exclusivement temporelles. À partir du modèle correspondant au cinquième de la roue présenté à la Section 5.5.4, une simulation temporelle est bâtie. La roue est soumise à l'accélération gravitationnelle. Aussi, la vitesse de rotation de la roue est ajustée à la vitesse synchrone du prototype soit 300 tours/minute. Les paramètres de simulation sont résumés dans le Tableau 5.7.

Tableau 5.7: Paramètres de la simulation mécanique temporelle de la roue de turbine Francis

Paramètres	Unités	
Pas de temps	(s)	$2.5 * 10^{-4}$
Vitesse de rotation	(TPM)	300
Accélération gravitationnelle	(m/s <sup>2</sup> )	9.81
Type de solveur	-	Direct
Méthode de résolution non-linéaire	-	Newton-Raphson

Chacune des surfaces en contact avec l'eau est associée à sa surface homologue dans la simulation fluide. Cette association permet de définir la localisation de l'échange des données entre les simulations fluide et structure.

### **5.5.6 Conclusion pour la simulation de la structure seule**

Cette section avait pour but de présenter différents aspects relatifs à la simulation structurelle utilisée comme intrant dans le calcul incluant les interactions fluide-structure.

En premier lieu, une analyse de convergence de l'analyse modale de la roue complète a permis de démontrer qu'une bonne précision au niveau de la détermination des fréquences naturelles est atteinte avec des maillages de taille raisonnable. La caractérisation des différents modes de vibration a permis d'analyser la déformation des composantes de la roue et de classer chaque mode selon deux catégories, soit les modes globaux et locaux. Cette analyse sera utilisée pour déterminer quels modes de vibration sont à risque de résonance par rapport à l'analyse de l'écoulement présentée à la Section 5.6.8.

Par la suite, la sensibilité des différents modes par rapport aux hypothèses faites quant aux conditions limite d'encastrement représentant l'accouplement de la roue à l'arbre turbine a été explorée. Peu importe la condition choisie, les modes locaux sont restés invariables. Par contre, les modes globaux ont subit des variations relativement importantes.

L'indépendance des modes et des fréquences naturelles à l'état de contrainte de la roue de turbine a également été vérifiée. En effet, une analyse modale incluant l'état de contrainte calculé à l'aide d'une analyse statique en condition d'emballage a montré une influence sur les fréquences naturelles inférieure à 0,2 %.

Une analyse modale réalisée avec un cinquième du domaine de la roue avec conditions de périodicité entre les surfaces de coupe a aussi été réalisée et comparée au calcul de la roue complète. Par définition, les modes non-axisymétriques n'ont pas pu être récupérés. Les autres modes ont été retrouvés avec des différences maximales de l'ordre de 1% sauf pour le mode de torsion, qui est entaché d'une erreur de près de 3,5%. Cette divergence peut être expliquée par les différences géométriques entre les deux modèles. La modélisation est donc jugée adéquate.

Finalement, le modèle représentant un cinquième de la géométrie a été utilisé dans une simulation temporelle incluant les effets de la gravité et de la rotation de la roue. Cette simulation servira d'intrant au calcul incluant les interactions fluide-structure.

## 5.6 Modélisation et résultats de la portion fluide seule du calcul

Cette section a pour but de présenter la modélisation effectuée concernant la simulation fluide nécessaire au calcul incluant les interactions fluide-structure. Dans un premier temps, une courte introduction aux lois d'homologie hydrauliques est présentée. Pour la mise en œuvre de la simulation fluide, un point de fonctionnement de la turbine mesuré à l'essai sur turbine modèle réduit a été sélectionné, permettant de définir les conditions physiques auxquelles la turbine prototype est soumise. Par la suite, sont présentés les maillages utilisés pour réaliser l'analyse de convergence. Cette section est suivie d'une présentation des hypothèses liées à l'application des conditions limite. Les considérations quant à la solution initiale utilisée comme point de départ à la simulation temporelle et le pas de temps choisi pour sa résolution sont détaillées. Le choix du modèle de turbulence et les critères de convergence utilisés sont aussi exposés. Les résultats pour la simulation en fluide seule de la turbine sont présentés et des comparaisons avec les mesures expérimentales sont faites. Cette section se termine par une conclusion mettant l'emphase sur les aspects importants mis en évidence lors de l'analyse effectuée.

### Généralités sur les lois d'homologie de la turbine hydraulique

Une turbine hydraulique est conçue pour être opérée à vitesse synchrone sous un éventail de conditions de fonctionnement définies selon les besoins spécifiques du client. Il s'agit essentiellement des paramètres de chute « H » et de débit « Q ». Pour un design donné, chacun des points de fonctionnement possède une valeur du rendement de la turbine. L'ensemble de ces rendements sur la plage de fonctionnement est appelé colline de rendement.

Cette colline est mesurée lors de l'essai sur turbine modèle réduit. Généralement, ce type d'essai est réalisé avec une turbine aux dimensions réduites hydrauliquement homologue à la turbine prototype. Cet essai permet de vérifier les performances du design développé pour ensuite mettre de l'avant le projet avec le design hydraulique final pour la mise en œuvre de la turbine prototype. Pour être en mesure de transposer les mesures de l'essai modèle au prototype, des nombres pseudo-adimensionnels sont utilisés, notamment le débit unitaire:

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^3 \sqrt{H}} \quad (5.4)$$

et la vitesse unitaire :

$$N_{11} = \frac{ND}{\sqrt{H}} \quad (5.5)$$

où « D » représente le diamètre de sortie de la roue et « H », la chute nette.

Peu importe l'échelle considérée (modèle ou prototype), les valeurs du débit unitaire et de la vitesse unitaire assurent des conditions hydrauliques semblables à design donné.

### 5.6.1 Point de fonctionnement de la turbine pour la simulation fluide

Le point de fonctionnement utilisé dans les simulations réalisées pour ce mémoire a été choisi sur la colline obtenue lors de l'essai modèle. L'ouverture des directrices est maximale pour assurer une forte présence de l'interaction rotor-stator (voir Section 5.3.1) et la puissance a été choisie arbitrairement dans la zone de fonctionnement.

Bien que les simulations soient réalisées à l'échelle prototype, une validation a été rendue possible grâce aux résultats de l'essai modèle et à la transposition régie par les Équations (5.4) et (5.5). Les données correspondant au point de fonctionnement considéré sont résumées dans le Tableau 5.8.

Tableau 5.8: Caractéristiques du point de fonctionnement choisi

Paramètres	Unités	
Débit (Q)	(m <sup>3</sup> /s)	33.123
Chute (H)	(m)	99.4
Vitesse (N)	(TPM)	300
Ouverture ( $\gamma$ )	(Degré)	29.95
Puissance	(MW)	30.5
Rendement	(%)	94.59

### 5.6.2 Maillages du domaine fluide

Tous les maillages du domaine fluide de la turbine ont été réalisés avec le logiciel *ICEM*. Il s'agit de maillages tétraédriques non-structurés. Ce type de maillage est utilisé pour les cas de validation du cylindre confiné et de la plaque encastrée submergée (voir Sections 3.7 et 4.7). Il offre un niveau de précision pour l'identification des fréquences naturelles comparable à celui associé aux maillages structurés. Toutefois, comme il a été démontré pour le cas de la plaque, une bonne précision du comportement dynamique requiert que la résolution du maillage près de

l'interface fluide-structure soit fine. Pour favoriser ce contrôle de la taille de la première maille localement, une peau constituée de trois couches de mailles prismatiques est appliquée au niveau des surfaces du domaine fluide en contact avec la roue. La première couche est d'une épaisseur de 1 mm avec une loi d'expansion de 2 pour les couches subséquentes dans le but d'assurer une transition acceptable du maillage prismatique avec le maillage tétraédrique. Les Tableaux 5.9 et 5.10 présentent les paramètres des maillages utilisés pour les domaines du distributeur, de la roue et de l'extension pour réaliser l'analyse de convergence des maillages.

Tableau 5.9: Paramètres du maillage grossier de la turbine Francis étudiée

Domaine	Résolution (Nœud)	Peau (Nb de couches)	Taille 1ère couche (mm)	Raison
Distributeur	172 404	-	-	-
Roue	433 600	3	1	2
Extension	9 840	-	-	-

Tableau 5.10: Paramètres du maillage fin de la turbine Francis étudiée

Domaine	Résolution (Nœud)	Peau (Nb de couches)	Taille 1ère couche (mm)	Raison
Distributeur	601 326	-	-	-
Roue	1 263 151	3	1	2
Extension	9 840	-	-	-

La résolution de maillage est choisie en fonction du temps de calcul. En effet, puisque les calculs intégrant les interactions fluide-structure sont lourds en terme de ressources machine, la discréétisation spatiale doit être choisie judicieusement.

Un calcul fluide homologue à celui faisant l'objet de cette section est présenté par Nennemann et al. (2005). Bien que le maillage soit structuré plutôt que non-structuré, l'étude de convergence présentée montre qu'une résolution de 1 387 000 nœuds offre un niveau de convergence adéquat. Cette donnée a servi de point de départ pour l'analyse de convergence des maillages de la simulation de la turbine Francis présentée dans ce mémoire. Les résultats sont présentés à la Section 5.6.8.

La Figure 5-10 montre une coupe du maillage grossier à la hauteur de l'axe distributeur.

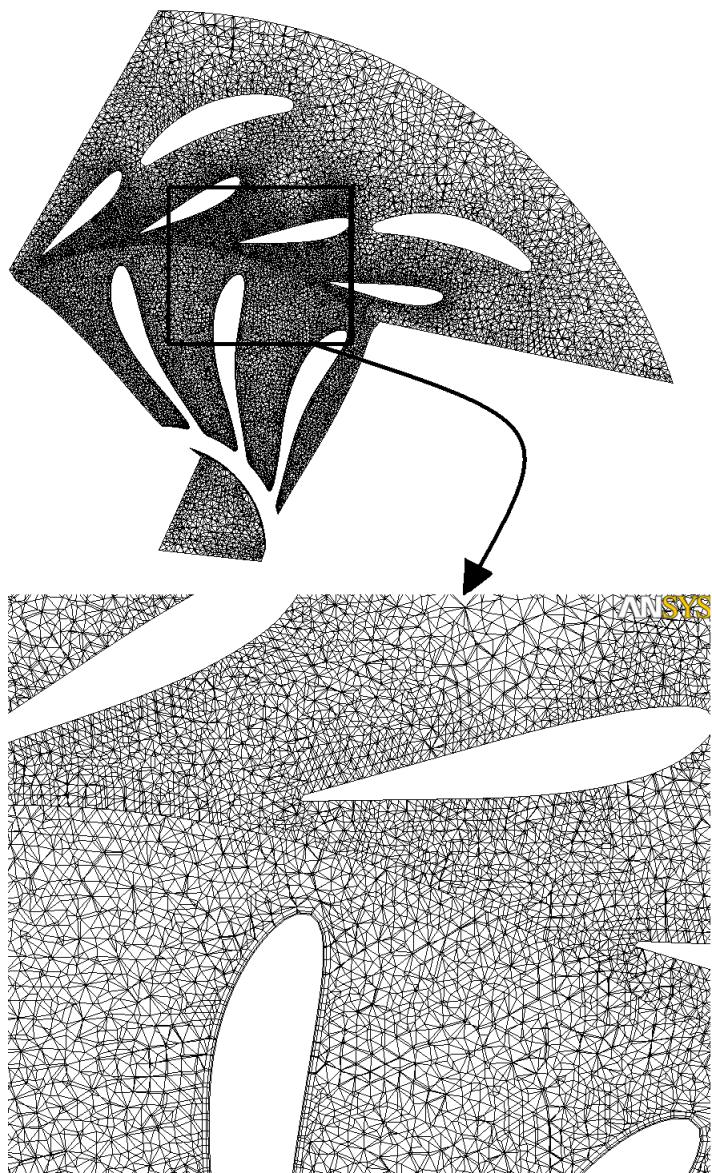


Figure 5-10: Coupe du maillage fluide de la turbine Francis étudiée au niveau de l'axe distributeur

### 5.6.3 Conditions limite

Pour la simulation fluide de la turbine hydraulique présentée dans cette section, la bâche complète n'est pas modélisée. Seulement un secteur de l'avant-distributeur et une section de bâche correspondant à 72 degrés sont utilisés en tant que domaine de calcul. Des hypothèses doivent donc être formulées quant à la répartition du débit et l'angle de l'écoulement en entrée de ce domaine.

La bâche de la turbine considérée affiche un bon comportement hydraulique, c'est-à-dire qu'elle distribue l'eau dans l'avant-distributeur de manière quasi uniforme. Aucun décrochage de l'écoulement au niveau des avant-directrices n'est anticipé. L'hypothèse d'un débit d'entrée uniforme correspondant au cinquième du débit théorique dans le domaine de calcul est donc à priori raisonnable.

Considérant toujours l'hypothèse d'un comportement hydraulique sain de la bâche, il est raisonnable de supposer que les avant-directrices sont alignées dans l'écoulement. Puisque l'entrée du domaine se trouve en amont des avant-directrices, l'angle de l'écoulement dans cette section du domaine doit être imposé en conséquence. Cela peut être fait en considérant que le débit «  $Q$  » et moment cinétique «  $rV_u$  » sont conservés à travers des sections de contrôle cylindriques intersectant le distributeur. La Figure 5-11 montre une coupe du domaine correspondant au distributeur au niveau de l'axe distributeur ainsi que les sections A (correspondant à l'entrée du domaine) et B (correspondant au rayon du bord d'attaque des avant-directrices).

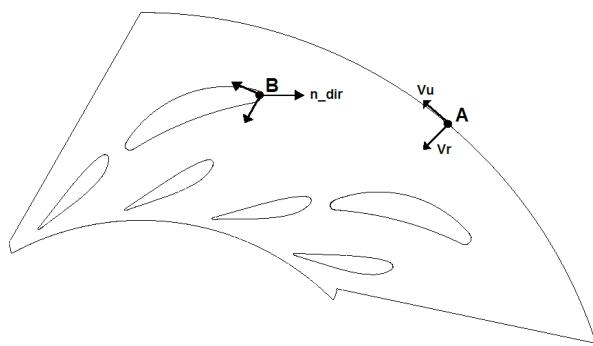


Figure 5-11: Schéma représentant les conditions limite imposées au distributeur de la turbine Francis étudiée

Pour un débit donné et conservé selon la relation de continuité et prenant en compte l'hypothèse d'incompressibilité, la composante débitante moyenne  $V_r$  peut être déduite selon l'Équation (5.6) connaissant la section de passage associée aux stations A et B de la Figure 5-11.

$$Q = 2\pi R H V_r \quad (5.6)$$

où «  $R$  » et «  $H$  » correspondent au rayon et à la hauteur de la section de contrôle cylindrique qui intersecte la géométrie du distributeur.

Il est également possible de déduire la composante de vitesse circonférentielle «  $V_u$  » à la section B par simple trigonométrie puisque l'angle d'attaque de l'écoulement est imposé par la géométrie de l'avant-directrice ( $n_{dir}$ ). Le calcul de «  $V_u$  » à la station A est assuré par la relation de conservation du moment cinétique dans l'écoulement. Cette loi est définie par l'Équation (5.7).

$$R_A V_{uA} = R_B V_{uB} \quad (5.7)$$

Connaissant la composante débitante «  $V_r$  » et la vitesse circonférentielle «  $V_u$  » pour la section A, l'angle de l'écoulement fluide à imposer en entrée peut donc être déterminé.

*ANSYS CFX* permet différents choix au niveau de la condition limite d'entrée, notamment d'y fixer les conditions de pression ou de débit en plus de l'angle d'entrée. Dans le cas présent, les composantes principales de la turbine sont modélisées dans la simulation: il ne manque que la bâche et une portion d'aspirateur. La condition d'entrée choisie correspond à l'imposition d'une pression totale alors que la condition de sortie correspond à une pression statique moyenne constante. Lorsque ces deux conditions sont combinées, elles reviennent essentiellement à imposer la chute. C'est alors le débit qui devient un résultat du calcul. Comme les pertes associées aux composantes non modélisées ne sont pas comptabilisées dans la simulation, il est à noter qu'à chute donnée, le débit calculé devrait être sensiblement plus grand que le débit mesuré.

Une condition de type « sortie » est imposée à la section aval de l'extension. Cette condition propre au logiciel *ANSYS CFX* impose une composante de vitesse sortant de la surface de sortie sans quoi une paroi artificielle est créée localement. La génération de cette paroi artificielle a parfois un effet néfaste sur la convergence du calcul. Mieux vaut donc choisir une section de sortie n'intersectant pas de zones de recirculation. Une pression statique moyenne nulle est imposée en sortie.

Entre les domaines fixe et tournant, une condition de type « Transient Rotor-Stator » est imposée. Elle correspond à un transfert intégral des variables de calcul d'un maillage à l'autre par interpolation des champs. Il s'agit de la condition la plus « physique » disponible dans le logiciel puisqu'elle n'utilise aucune hypothèse simplificatrice. Par contre, pour pouvoir appliquer cette condition, les angles de recouvrement des deux domaines doivent être égaux. Des conditions de périodicité sont aussi imposées de part et d'autre du domaine de calcul.

Finalement, toutes les surfaces solides mouillées se voient imposer des conditions d'imperméabilité et de non-glissement. Dans le calcul en fluide seul, ces parois sont considérées comme infiniment rigides.

#### **5.6.4 Conditions initiales**

*ANSYS CFX* nécessite une solution initiale lors du démarrage d'un calcul instationnaire. Le choix d'une solution approchée favorise une atteinte rapide du régime permanent. Pour ce régime, le débit, le couple à l'arbre, le champ de vitesse et le champ de pression moyens sont constants. Cet état représente de façon adéquate la turbine en fonctionnement normal.

La solution initiale est issue d'une simulation en régime permanent lancée précédemment avec les mêmes conditions que le calcul transitoire. Pour assurer l'invariance dans le temps des champs calculés, une hypothèse doit être appliquée à l'interface des domaines fixe et tournant pour éviter les fluctuations qui s'y rattachent. Une condition de type « Stage » est imposée à cet effet entre les deux domaines. Ce type de condition impose à l'interface entre les domaines fixe et tournant une moyenne azimutale des variables calculées. Ainsi, toutes les variations angulaires sont éliminées. Par définition, aucune interaction rotor-stator ne peut être captée par ce type de simulation.

#### **5.6.5 Choix du pas de temps**

Le pas de temps choisi pour la simulation temporelle en fluide seule doit être suffisant pour capter adéquatement l'interaction rotor-stator. Basé sur les travaux de Zobeiri et al. (2006), un pas de temps correspondant à une rotation de la roue de 0,5 degré devrait permettre une résolution décente.

Puisque la simulation fluide sera utilisée comme intrant pour le calcul incorporant les interactions fluide-structure (voir Section 5.7), la résolution dans le temps doit permettre, comme il a été montré dans les Chapitres 3 et 4, environ 20 points par cycle. Cette résolution est basée sur la fréquence naturelle la plus élevée à identifier. Selon Escaler et al.(2008), les facteurs de réduction de fréquences naturelles entre l'air et l'eau sont de l'ordre de 0,4 pour les modes d'aubes d'une roue de turbine Francis. À partir des fréquences naturelles calculées dans le vide présentées au Tableau 5.6, il peut être estimé que la fréquence naturelle la plus élevée de la roue dans l'eau devrait se situer à près de 200 Hz. La valeur du pas de temps respectant ce critère est  $\Delta t =$

0,00025 seconde. Pendant la durée d'un pas de temps, la roue effectue une rotation 0,45 degré, ce qui concorde avec la référence.

Pour effectuer une analyse de convergence par rapport au pas de temps, un second calcul avec un pas de temps  $\Delta t = 0,0001$  seconde est réalisé pour les deux maillages considérés (voir Section 5.6.2). La roue subit une rotation de 0,18 degré par pas de temps. Les résultats de cette analyse de convergence sont présentés à la Section 5.6.8.

### **5.6.6 Modèle de turbulence**

Le choix du modèle de turbulence a un impact non-négligeable sur les calculs de pertes dans les composantes de turbines hydrauliques. Néanmoins, Antonsen (2007) a montré que le choix du modèle de turbulence n'a pas d'influence majeure sur la distribution des champs de pression et de vitesse pour un écoulement tel que celui présenté dans cette section. Par conséquent, le modèle turbulence choisi pour la simulation est le modèle K- $\varepsilon$  car il constitue un choix reconnu dans l'industrie et il a été validé de façon extensive.

### **5.6.7 Critères de convergence**

Les critères de convergence pour toutes les simulations fluide réalisées sont résumés au Tableau 5.11.

Tableau 5.11: Critères de convergence appliqués à la simulation fluide de la turbine Francis étudiée

Paramètres de convergence	
Résidus RMS	1E-5
Boucles de résolution fluide maximum	15
Boucles de résolution fluide minimum	3

### **5.6.8 Résultats et discussions pour la simulation en fluide seule**

Cette sous-section a pour but de présenter les résultats obtenus pour les simulations en fluide seule. Quatre calculs ont été réalisés, c'est-à-dire que deux maillages de résolution différente (voir Tableaux 5.9 et 5.10) et deux pas de temps ont été testés (voir Section 5.6.5) pour vérifier la convergence.

Les résultats du maillage de 615 844 nœuds avec un pas de temps de 0,00025 seconde sont présentés en regard des conditions de fonctionnement attendues par l'essai sur turbine modèle réduit. Le Tableau 5.12 résume les résultats obtenus en comparaison avec la mesure.

Tableau 5.12: Résultats du calcul fluide de la turbine Francis utilisant un maillage de 615 844 nœuds et un pas de temps de 0,00025 seconde

Paramètres	Unités	Mesures rapportées au prototype	Calcul
Débit (Q)	(m <sup>3</sup> /s)	33.123	33.123
Chute (H)	(m)	99.4	96.4
Vitesse (N)	(TPM)	300	300
Ouverture ( $\gamma$ )	(Degré)	29.95	29.95
Puissance	(MW)	30.5	29.25
Rendement	(%)	94.59	93.6

À la lecture du Tableau 5.12, il peut être constaté que le débit est parfaitement respecté entre la simulation et la mesure. Les conditions hydrauliques sont alors les mêmes. Par contre, pour assurer ce débit donné, la chute à imposer est plus faible que la chute de référence. Celle-ci est calculée selon la norme CEI 60193 pour laquelle la différence d'énergie cinétique basée sur la vitesse moyenne de section entre la sortie et l'entrée n'est pas comptabilisée. L'aspirateur ne faisant pas partie de la modélisation, une quantité importante d'énergie cinétique sortant du domaine de calcul n'est pas comptabilisée, expliquant en partie la nécessité d'une chute plus faible. Une autre contribution provient du fait qu'à débit donné, il y a moins de pertes étant donné l'omission de certaines composantes de la turbine. Il est normal que dans ces conditions de calcul, moins de pression soit requise pour atteindre un certain débit qu'avec la turbine réelle. Le fait que la puissance soit plus faible découle du fait que la chute est plus faible. Une autre contribution provient du fait que le débit de fuite est plus important pour le calcul, dû au fait que les jeux aux labyrinthes ont été triplés (voir Section 5.4). Vu ces différences notables entre le modèle numérique et le modèle réduit de la turbine, les erreurs trouvées sont jugées acceptables.

Pour s'assurer que les fluctuations de pression sont bien représentées par le calcul fluide, il convient de procéder à quelques vérifications supplémentaires. Une façon simple et efficace d'évaluer ces fluctuations de pression sur une aube traversant le sillage d'une directrice est d'évaluer son couple par rapport à l'arbre turbine dans le temps. La variation de couple est un bon

indicateur de la variation de pression puisqu'il correspond essentiellement à l'intégration de cette dernière sur la surface de l'aube, isolant ainsi les résultats des variations locales pouvant être sensibles. Pour le calcul considéré dans cette section, les fluctuations de couple par rapport à l'arbre turbine évaluées sur chacune des aubes sont présentées à la Figure 5-12.

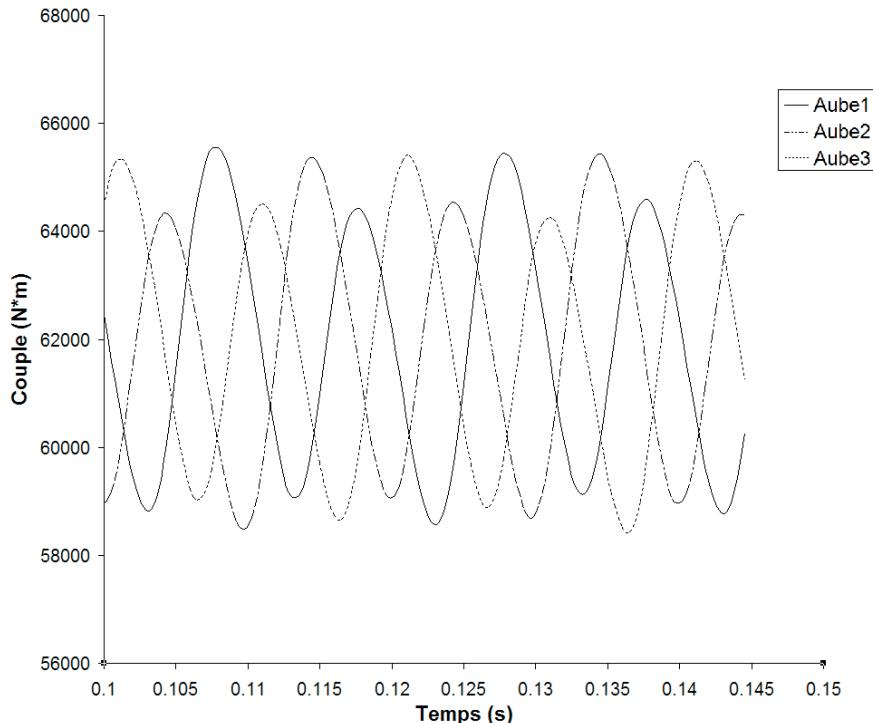


Figure 5-12: Courbes de couple aux aubes de la turbine Francis étudiée en fonction du temps

Les courbes de la Figure 5-12 montrent bien la fréquence théorique attendue de l'interaction rotor-stator qui est de 100 Hz dans le cas de la turbine considérée. Chaque aube possède une courbe de couple semblable mais déphasée, ce qui montre un comportement cohérent. Chacune de ces courbes montre une alternance de pics d'amplitude élevée et d'amplitude plus faible. Ce phénomène s'explique par le fait qu'il y a une avant-directrice pour deux directrices. Les sillages causés par les couples avant-directrices et directrices sont plus importants que les sillages dus à la présence des directrices seules. Il s'en suit une variation de pression plus grande vue par les aubes. Les fluctuations de pression maximales sont de +/- 5,4% du couple nominal.

L'analyse de convergence est réalisée au niveau des fluctuations maximales de couple aux aubes puisqu'elles représentent bien l'excitation fluide, paramètre qui doit être bien contrôlé pour le

calcul en interactions fluide-structure. La Figure 5-13 montre le graphique de convergence en fonction de la résolution des maillages et du pas de temps.

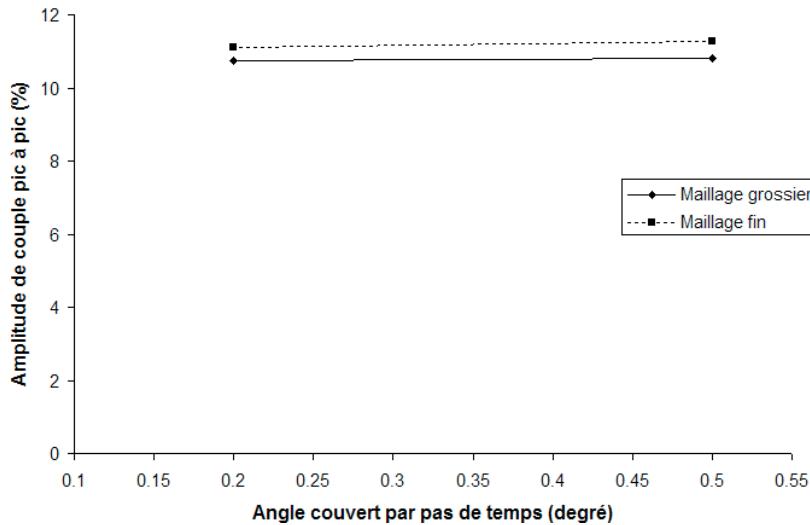


Figure 5-13: Graphique de convergence de la variation maximale de couple aux aubes (pic à pic) en fonction de la résolution spatiale et temporelle

Le pas de temps utilisé pour les simulations fluide temporelles a un effet très mineur sur les fluctuations de couple calculées. Le maillage fin prédit une fluctuation de couple aux aubes de près de 3.5% supérieure à celle prédicta par le maillage grossier. Le débit et la puissance résultants ne varient pas de plus de 0.5%. Par ces résultats, les erreurs liées à la discrétisation sont jugées négligeables.

La Figure 5-14 montre des iso-contours de pression dans un plan de coupe entre le haut de la ceinture et l'axe distributeur. Le temps indiqué est cohérent avec celui de la Figure 5-12.

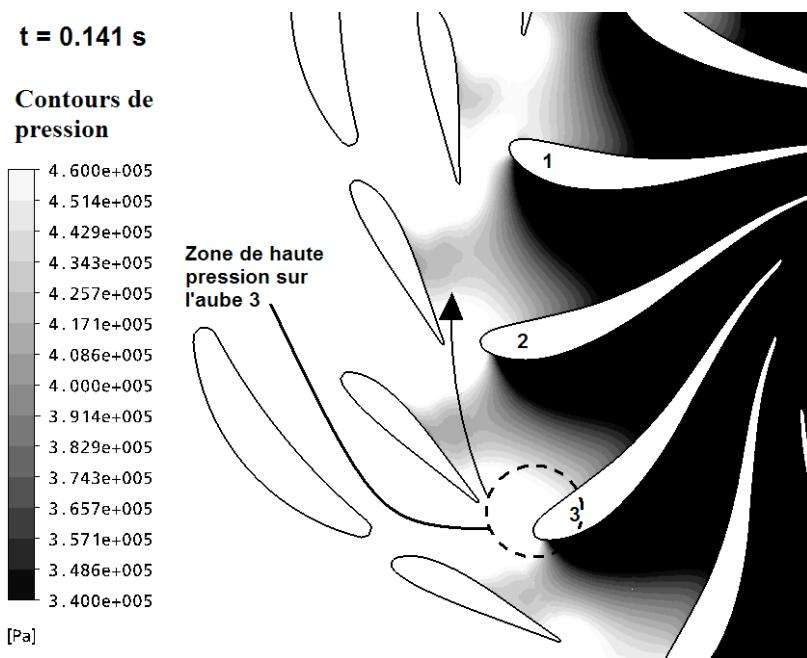


Figure 5-14: Contours de pression dans un plan horizontal au dessus de la ceinture de la roue de turbine Francis étudiée

Il peut être observé que les maximums de couple enregistrés coïncident avec une surpression près du bord d'attaque côté intrados comme le montre les contours d'iso-pression au niveau de l'aube 3. Ce maximum migre dans le temps vers l'aube 2 puis l'aube 1. Tel que prédit par la théorie de l'interaction rotor-stator présentée à la Section 5.3.1, le champ excitateur comporte cinq diamètres nodaux et tourne en sens inverse par rapport à la rotation de la roue. Ce comportement prédict par la simulation numérique est donc cohérent.

Aussi, une mesure des fluctuations de pression à l'entrefer a été réalisée lors de l'essai sur turbine modèle réduit avec les capteurs représentés à la Figure 5-15.

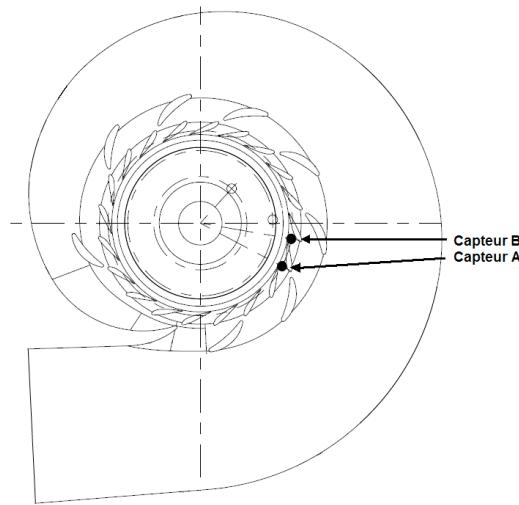


Figure 5-15: Schéma montrant le positionnement des prises de pression à l'entrefer

Les fluctuations mesurées sont comparées aux fluctuations tirées du calcul fluide présenté dans cette section. La Figure 5-16 montre une comparaison des résultats obtenus.

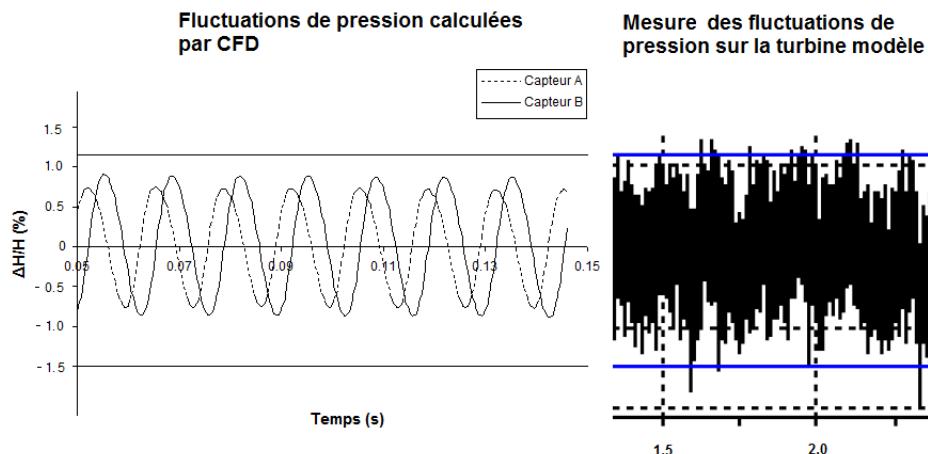


Figure 5-16: Fluctuations de pression aux prises de pression A et B en comparaison avec la mesure sur turbine modèle réduit pour le calcul en fluide seul

L'ordre de grandeur des fluctuations de pression est comparable entre la simulation et la mesure. La mesure contient par contre un bruit important. Sur les courbes provenant du calcul, il peut être noté qu'il existe un déphasage entre les signaux des capteurs A et B. Ce phénomène est tout à fait cohérent étant donné la nature tournante du champ de fluctuations de pression.

### 5.6.9 Note sur le temps de calculs

Les simulations réalisées en fluide seules sont relativement lourdes en terme de ressources machine et de temps de calcul lorsque le maillage est raffiné et le pas de temps réduit. Le Tableau 5.13 résume les caractéristiques du calculateur utilisé. Le Tableau 5.14, quant à lui, résume les ressources nécessaires à la résolution des simulations présentées dans cette section.

Tableau 5.13: Caractéristiques du calculateur utilisé

Processeur	-	Intel Core i7 920
Nb de cœur	-	4
Type de mémoire vive	-	DDR3
Mémoire vive	(Gig)	12
Mémoire ROM	(Gig)	300 + 1000
Système d'exploitation	-	Windows Vista 64 bits

Tableau 5.14: Ressources nécessaires pour les calculs réalisés pour le domaine fluide seulement

Maillage	(Nœud)	615 844	615 844	1 874 317	1 874 317
Pas de temps	(s)	0.00025	0.0001	0.00025	0.0001
Temps de simulation	(s)	0.1	0.1	0.1	0.1
Temps de calcul	(Jour)	1.5	3.9	3.1	7.7
Mémoire utilisée	(Gig)	2.2	2.2	5.8	5.8

### 5.6.10 Conclusions de la section traitant de la simulation de la turbine Francis en fluide seule

Cette section avait pour but de valider la simulation en fluide seule utilisée comme intrant dans les simulations incluant les interactions fluide-structure. D'abord, les résultats numériques ont été comparés aux mesures effectuées sur turbine modèle réduit transposées au prototype pour fin de validation. Ensuite, le signal correspondant aux fluctuations de couple aux aubes de la roue par rapport à l'axe de rotation a été enregistré pour vérifier la cohérence du calcul par rapport au comportement attendu. Par la suite, une analyse de convergence des fluctuations de couple aux aubes par rapport à la discréétisation spatiale et temporelle a été effectuée. Cette analyse a montré que le maillage grossier défini au Tableau 5.9 offre des résultats suffisamment convergés pour permettre son utilisation comme intrant pour la simulation intégrant les interactions fluide-

structure. La visualisation du champ de pression à l'entrefer a aussi montré que la théorie de relative aux interactions rotor-stator est bien respectée. Une validation par rapport aux fluctuations de pression au niveau du distributeur a été réalisée grâce à des mesures réalisées sur turbine modèle réduit. La comparaison effectuée montre que l'ordre de grandeur des fluctuations est bien respecté.

## **5.7 Simulation fluide-structure pour le cas de la roue de turbine**

Le but de cette section est de présenter le calcul incluant la simulation des interactions fluide-structure de la turbine considérée dans ce chapitre. Celui-ci représente l'achèvement ultime de ce projet de maîtrise. Cette simulation est issue de la réunion des calculs en structure seul et en fluide seul présentés aux Sections 5.5 et 5.6 respectivement. Comme le montrent les sections précédentes, ces calculs ont été vérifiés pour assurer une bonne convergence numérique par rapport aux discrétisations spatiale et temporelle. La cohérence des résultats obtenus a aussi été évaluée.

Les conditions limite et initiales sont d'abord détaillées, puis les critères de convergence en interactions fluide-structure sont établis en fonction des conclusions tirées aux Chapitres 3 et 4 de ce mémoire. Les résultats du calcul sont ensuite présentés et comparés avec les simulations des domaines fluide seul et solide seul respectivement par souci de cohérence. Subséquemment, la méthode par laquelle les fréquences naturelles submergées sont identifiées est présentée. Ces dernières sont par la suite comparées avec les résultats obtenus par une méthode devenue désormais classique au niveau de la détermination des fréquences naturelles de roue de turbine hydraulique, c'est-à-dire la méthode acoustique. Cette section se termine par une conclusion explicitant les aspects importants mis en évidence.

### **5.7.1 Conditions limite**

Les conditions limite des simulations en structure seule et en fluide seule sont reconduites pour le calcul couplé, à l'exception de conditions à l'interface où se produisent les interactions fluide-structure. Il s'agit de toutes les surfaces de la roue en contact avec le fluide. Les pressions qui y sont calculées dans la portion fluide sont alors exportées sur le domaine structurel qui une fois résolu, donne le champ de déplacement qui est imposé au domaine fluide jusqu'à ce que la convergence soit atteinte. Le détail de mise en oeuvre de la méthode est expliqué à la Section 2.3.

### 5.7.2 Conditions initiales

Les conditions initiales imposées à la roue de turbine Francis ne sont pas homologues à ce qui se passe en réalité au démarrage d'une turbine. En effet, un protocole particulier doit être respecté lors du démarrage d'une turbine réelle. Pour le calcul en interaction fluide-structure, la roue affiche un déplacement nul au temps initial. Par contre, la solution de la simulation en fluide seule calculée précédemment est injectée comme condition initiale dans le calcul couplé. Essentiellement, l'écoulement est donc déjà établi en terme de débit et pression. La roue est alors « choquée » par l'écoulement, sa propre vitesse de rotation générant une accélération centrifuge et les effets de la gravité. Le couple résultant de l'écoulement sur la roue la charge mécaniquement et excite donc les modes liés à la torsion. Le différentiel de pression établi entre l'extérieur et l'intérieur du plafond charge la roue axialement, excitant le mode de soulèvement. Finalement, au fil de la rotation de la roue, les fluctuations de pression vues par les aubes dues à l'interaction rotor-stator excitent les modes d'aubes à cinq diamètres nodaux.

Dans le cadre de la présente recherche, cette imposition brutale des champs de pression de l'écoulement en début de simulation est désirable, en ce sens qu'elle permet d'évaluer les fréquences naturelles des modes mentionnés ci-haut même si ceux-ci en viennent à s'amortir et à disparaître complètement lorsque le régime permanent est atteint.

### 5.7.3 Critères de convergence

Essentiellement, les critères de convergence des simulations en structure seule et en fluide seule sont reconduits (voir Tableaux 5.7 et 5.11 respectivement). Toutefois, des critères de convergence supplémentaires pour les variables d'échange doivent être imposés. Ces critères sont résumés au Tableau 5.15.

Tableau 5.15: Critères de convergence appliqués à la simulation en interaction fluide-structure pour le cas de la roue Francis

Paramètres de convergence	
Boucles de couplage maximum	15
Boucles de couplage minimum	3
Critère de convergence de couplage	0.001
Facteur de sous-relaxation	0.4

### 5.7.4 Résultats pour la simulation en interactions fluide-structure

Cette section a pour but de présenter les résultats obtenus de la simulation incluant les interactions fluide-structure. Dans un premier temps, la cohérence des résultats du calcul est évaluée. En effet, la roue en vibration n'a pas d'influence majeure sur les caractéristiques de l'écoulement en pratique. Les résultats obtenus en interactions fluide-structure devraient être très rapprochés des résultats obtenus en fluide seul en terme de chute, de débit et de rendement. Les fluctuations de pression mesurées dans le distributeur devraient aussi être similaires. En deuxième lieu, les déplacements statiques de la roue obtenus pour le calcul incluant les interactions fluide-structure sont comparés avec ceux obtenus d'un calcul statique classique. Par contre, les points de fonctionnement de la turbine ne concordent pas entre les deux cas de calcul considérés. Néanmoins les ordres de grandeur des déplacements calculés par les deux méthodes devraient être les mêmes.

#### Validation de la portion fluide

Le Tableau 5.16 montre une parfaite cohérence des résultats en interactions fluide-structure avec les résultats en fluide seul.

Tableau 5.16: Comparaison des données hydrauliques obtenues pour la simulation en fluide seule et intégrant les interactions fluide-structure

Paramètres	Unités	Calcul fluide seul	Calcul FSI
Débit (Q)	(m <sup>3</sup> /s)	33.123	33.123
Chute (H)	(m)	96.4	96.4
Vitesse (N)	(TPM)	300	300
Ouverture ( $\gamma$ )	(degré)	29.95	29.95
Puissance	(MW)	29.25	29.25
Rendement	(%)	93.6	93.6

Il s'agit rigoureusement du même point de calcul. Ce résultat est cohérent avec ce qui est attendu.

La Figure 5-17 montre les fluctuations de pression aux prises présentées à la Figure 5-15. Elle est homologue à la Figure 5-16.

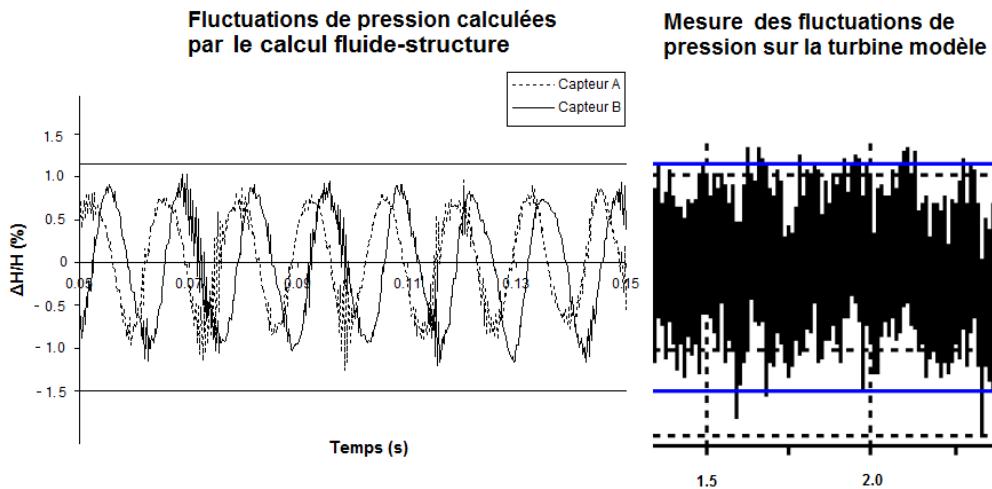


Figure 5-17: Fluctuations de pression aux prises de pression A et B en comparaison avec la mesure sur turbine modèle réduit pour le calcul en interactions fluide-structure

Le signal en interactions fluide-structure est très similaire à celui obtenu en fluide seul. Par contre, la roue en vibration dans le calcul génère du bruit au niveau des signaux de pression. La source du bruit n'a pas pu être clairement identifiée. Néanmoins, il peuvent être attribué soit au déplacement de la roue, soit à une instabilité numérique.

### Validation de la portion solide

Le Tableau 5.17 montre la cohérence du calcul incluant les interactions fluide-structure avec le calcul statique classique réalisé dans un cadre contractuel.

Tableau 5.17: Comparaison entre les déplacements statiques obtenus par la méthode incluant les interactions fluide-structure et un calcul statique classique

Pt d'analyse	Calcul FSI Déplacement radial (mm)	P=29.25 MW Déplacement tangential (mm)	Déplacement axial (mm)	Calcul Statique Déplacement radial (mm)	P=35.623 MW Déplacement tangential (mm)	Déplacement axial (mm)
Plafond	Non-disp.	0.048	0.044	-0.00151	0.0538	0.131
Bord d'attaque	0.022	0.153	0.042	0.0298	0.214	0.0942
Bord de fuite	-0.188	0.225	-0.137	-0.211	0.292	-0.131
Ceinture	0.025	0.180	0.046	0.0368	0.2535	0.1

Les déplacements de la roue sont essentiellement fonction de la vitesse de rotation, de l'accélération gravitationnelle et de la pression aux surfaces mouillées de laquelle résultent le couple aux aubes et la poussée axiale. Pour les deux simulations en comparaison, seule la vitesse de rotation et l'accélération gravitationnelle sont rigoureusement les mêmes. Par contre, le calcul statique présente près de 22% plus de couple que celui du calcul en interactions fluide-structure. De plus, comme le point de calcul n'est pas le même, les champs de pression sont légèrement différents. Les déplacements statiques, notamment au bord de fuite, se trouvent alors à être plus élevés pour le calcul statique. La poussée axiale sur la roue n'est pas la même dans les deux cas puisque comme expliqué à la Section 5.4, la géométrie a du être modifiée au niveau de la tuyauterie d'équilibrage et des labyrinthes. De plus, le calcul statique se voit imposer des champs de pression calculés analytiquement pour les surfaces extérieures du plafond et de la ceinture alors que pour la simulation en interactions fluide-structure, ceux-ci sont calculés numériquement. Ces différences affectent essentiellement la composante axiale des déplacements de la roue. Néanmoins, à la lecture du Tableau 5.17, il peut être constaté que toutes les valeurs homologues ont le même ordre de grandeur. Les déplacements du calcul statique sont généralement plus élevés, ce qui concorde avec le fait que la puissance développée pour ce point de fonctionnement est plus élevée. Cette comparaison des déplacements statiques confirme la cohérence du calcul incluant les interactions fluide-structure avec le calcul statique classique.

## **Convergence**

Au niveau de la convergence, le cas de la roue de turbine Francis en fonctionnement possède essentiellement les mêmes caractéristiques que le cas du cylindre confiné ou de la plaque encastrée submergée (voir Sections 3.7 et 4.7), c'est-à-dire qu'au niveau fluide, le taux de convergence de l'équation de continuité est plus faible lorsque la vitesse de la structure est élevée. Inversement, le taux de convergence des équations de quantité de mouvement est plus faible lorsque le déplacement est maximal. Au niveau de la convergence de la structure, aucun problème particulier n'est dénoté. Par contre, au niveau de la convergence des boucles de couplage entre les solveurs, plus d'itérations (environ 12-13) sont nécessaires en début de simulation. Par la suite, 5 à 6 échanges sont nécessaires à la convergence d'un pas de temps et aucun problème particulier n'est dénoté à ce chapitre. Aucun problème d'instabilité en début de simulation n'est présent pour le cas de la roue Francis en fonctionnement contrairement aux cas du cylindre confiné et de la plaque encastrée submergée. L'absence du phénomène est due au fait

que la roue possède une condition de déplacement initial nulle n'induisant pas l'anomalie logicielle présentée à la Section 4.4.

### **Validation des fréquences naturelles**

L'identification des modes propres de la roue a été réalisée dans le même esprit que l'identification des modes pour le cas test de la plaque encastrée submergée décrit au Chapitre 4. Des points matériels attachés à la roue à des endroits spécifiques ont été préalablement créés. L'enregistrement du signal temporel correspondant au déplacement pour chacun de ces points a été réalisé. Par la suite, les signaux ont été décomposés selon les différentes composantes dans le repère cylindrique pour faciliter l'identification des modes propres impliqués dans la réponse dynamique de la roue. La Figure 5-18 présente les points de contrôle pour l'enregistrement des signaux.

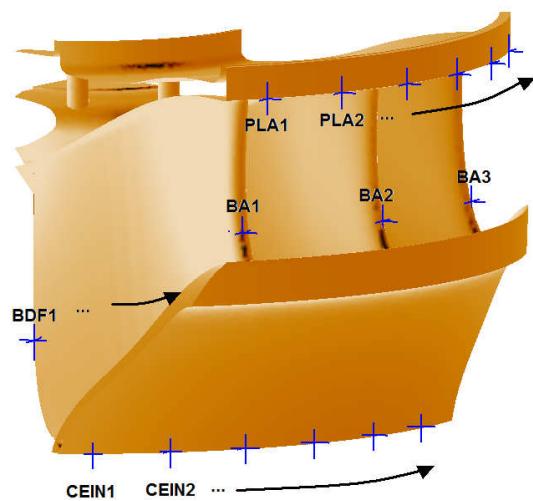


Figure 5-18: Localisation des points d'enregistrement des déplacements pour la roue Francis

La Figure 5-19 présente le signal des déplacements totaux obtenus pour les premiers instants de la simulation.

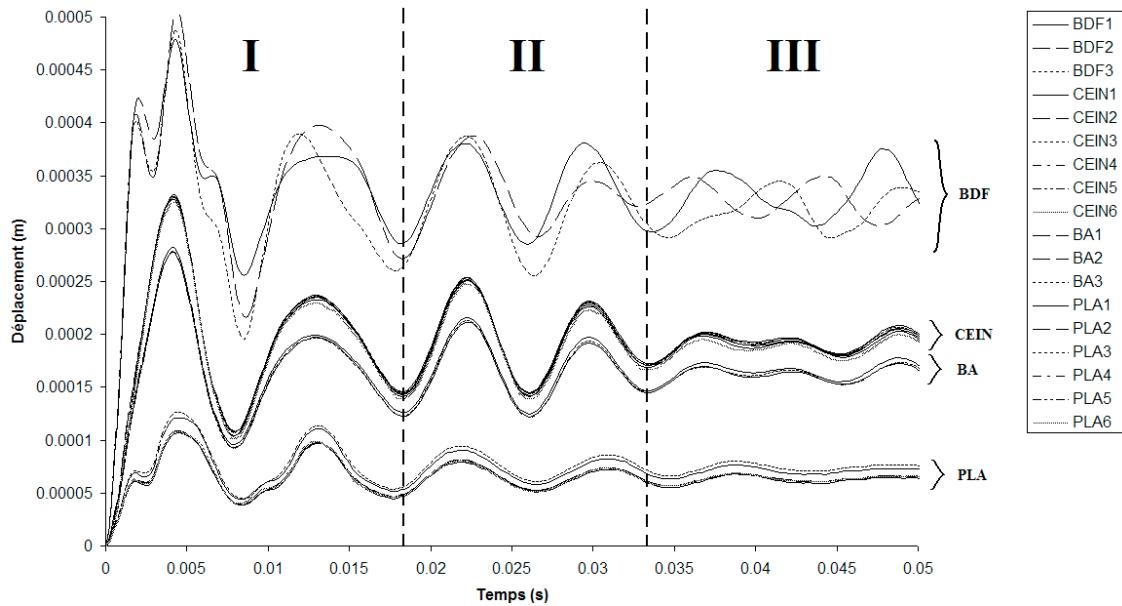


Figure 5-19: Signaux des déplacements totaux de la roue Francis calculés pour les premiers instants de la simulation intégrant les interactions fluide-structure

Le signal complet est divisé en quatre sous-sections pour l'analyse. Voici une description des trois premières:

I: Portion du signal où la roue subit le choc du chargement de départ. Puisque les forces produisent un couple résultant à l'arbre via les aubes, les modes de torsion sont clairement sollicités (premier et deuxième ordres). Aussi, la résultante des forces hydrauliques cause une poussée axiale initiale excitant le mode de soulèvement. Les modes de degrés supérieurs sont rapidement amortis pour ne laisser que le mode de torsion de premier ordre.

II: Portion du signal où le mode de torsion de premier ordre est essentiellement présent. Tous les signaux sont alors en phase pendant le premier cycle de la portion II du signal. Au niveau du deuxième cycle de cette portion de signal, un déphasage entre les aubes commence à s'installer dû à l'interaction rotor-stator (voir Figure 5-12).

III: Portion de signal où la roue se trouve en vibration transitoire due à l'excitation liée à l'interaction rotor-stator. La phase des aubes commence à s'ajuster. Les bords d'attaque sont essentiellement en phase les uns par rapport aux autres, alors que les bords de fuite tendent à avoir une phase de 120 degrés entre eux. Autrement dit, il s'agit d'une phase d'adaptation où l'ensemble de la structure de la roue acquiert de l'énergie pour se synchroniser avec l'excitation.

De plus, dans cette portion du signal, la contribution du mode de torsion de premier ordre disparaît puisqu'aucune excitation compatible n'existe dans l'écoulement.

La Figure 5-20 présente la quatrième portion du signal qui est essentiellement stationnaire.

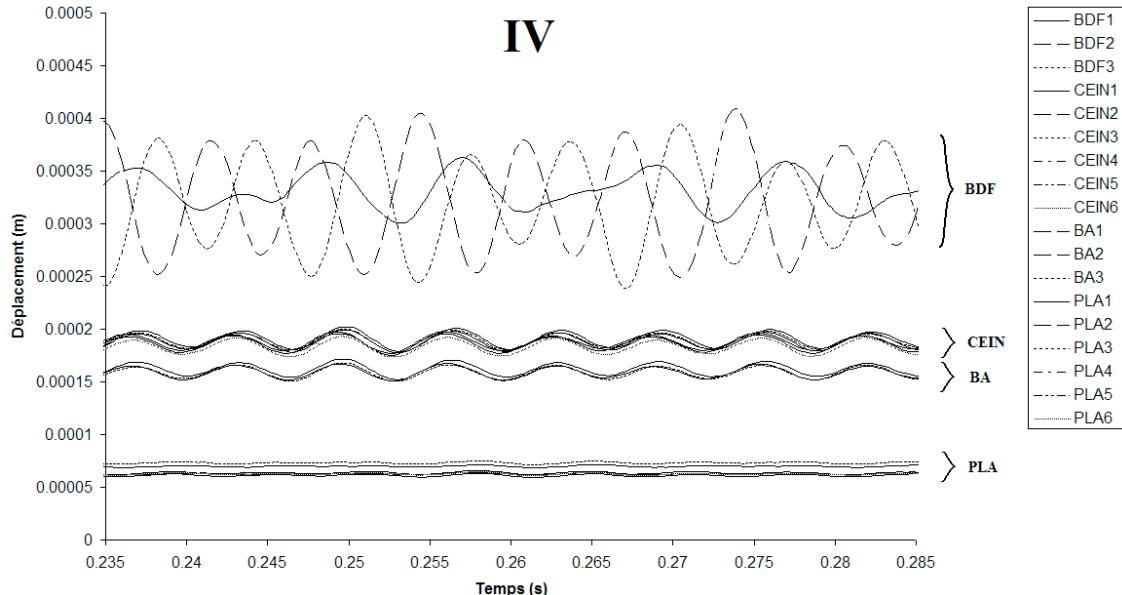


Figure 5-20: Signaux des déplacements totaux de la roue Francis calculés pour la phase stationnaire de la simulation intégrant les interactions fluide-structure

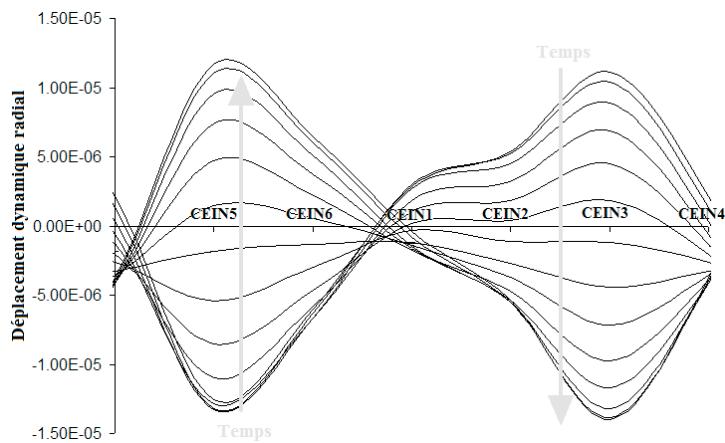
Pour la portion IV du signal, la vibration est stationnaire. Les signaux possédant la plus grande amplitude dynamique sont ceux associés aux bords de fuite des aubes, suivis des points attachés à ceinture et aux bords d'attaque puis ceux attachés au plafond qui ne subissent à peu près aucune variation.

Les signaux aux bords de fuite sont déphasés entre eux. L'amplitude maximale se situe au point BDF2 suivi du point BDF3. L'amplitude minimale est retrouvée au point BDF1. L'analyse des déplacements en ceinture permettra de comprendre ce phénomène.

Tous les signaux possèdent la contribution de deux fréquences: la fréquence d'excitation de 100 Hz prévue par la théorie de l'interaction rotor-stator et la fréquence naturelle des aubes au premier ordre à cinq diamètres nodaux (5ND-1). Cette dernière est de 154,7 Hz (voir Tableau 5.18 pour le résumé des fréquences naturelles identifiées). L'excitation possède aussi une configuration à cinq diamètres nodaux. Reprenant les concepts présentés à la Section 1.1.2, la résonance a lieu lorsque la fréquence d'excitation rencontre la fréquence naturelle, ce qui n'est pas le cas pour la roue de

turbine en fonctionnement. Par contre, une compatibilité géométrique entre l'excitation et le mode considéré est présente, d'où l'excitation du mode.

La Figure 5-21 montre le déplacement dynamique radial des points d'analyse situés en ceinture en fonction du temps.



Les points CEIN1 à CEIN6 sont distribués uniformément en azimut sur le cinquième de la roue. Le déplacement radial de ces points dans le temps montre une forme quasi-sinusoidale de la ceinture qui correspond bien, pour la roue complète, à cinq diamètres nodaux. Les variations de forme rencontrées par rapport au sinus parfait sont dues aux discontinuités de rigidité causées par la présence des aubes. Un point nodal où l'amplitude ne varie presque pas en fonction du temps se trouve entre les points CEIN6 et CEIN1. Par la Figure 5-21, il est possible de constater que le point nodal correspond à l'attache de l'aube 1 à la ceinture. Cette observation explique donc pourquoi le point BDF1 subit un déplacement plus faible que les points homologues qui voient leur déplacement amplifié par l'organisation spatiale du déplacement radial de la ceinture.

La Figure 5-22 présente la comparaison entre le déplacement dynamique de la roue à un moment donné dans la portion IV du signal et le déplacement du mode 5ND-1 fourni par l'analyse modale dans le vide.

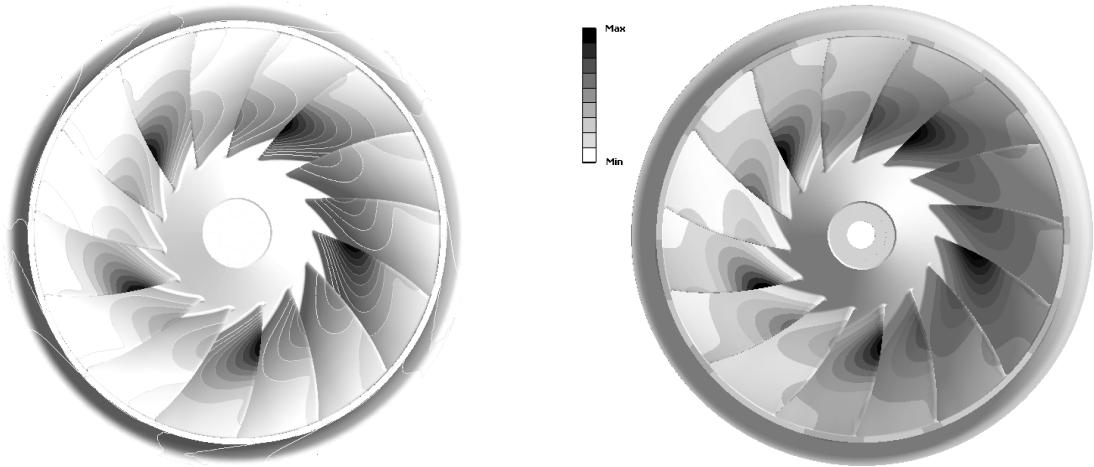


Figure 5-22: Déplacement dynamique total de la roue Francis pour la phase stationnaire de la simulation intégrant les interactions fluide-structure en comparaison avec le déplacement du mode 5ND-1 fourni par l'analyse modale dans le vide

Celle-ci montre clairement que le mode 5ND-1 est excité dans la simulation en interactions fluide-structure. Cette observation atteste que le mode défini comme étant à risque par la théorie de l'interaction rotor-stator est effectivement très présent dans la réponse dynamique de la roue en fonctionnement.

Pour procéder à l'identification des fréquences naturelles, la méthode d'ajustement d'un modèle composé de sinusoïdes amorties aux signaux de déplacement des points caractéristiques attachés à la roue présentée à la Section 4.5 est reconduite. La méthode est appliquée aux différentes portions de signaux puisque chacun des modes à identifier y prédomine selon la description récemment faite.

Puisqu'aucune mesure expérimentale n'est disponible pour fin de validation, les résultats obtenus de la méthode présentée dans ce mémoire sont comparés aux résultats d'une analyse modale acoustique (voir Section 1.3.3.1) réalisée dans un cadre contractuel (Dompierre et al. (2009)). Cette méthode a été validée de façon extensive pour l'application à des roues de turbines hydrauliques dans l'eau stagnante. Le Tableau 5.18 présente la comparaison des fréquences naturelles obtenues par la méthode bidirectionnelle et par la méthode acoustique pour chaque mode identifié.

Tableau 5.18: Comparaison entre les fréquences naturelles de la roue Francis calculées dans le vide et dans l'eau par la méthode acoustique et par la méthode bidirectionnelle

Mode	Calcul dans le vide Fréq. Nat. Vide (Hz)	Calcul acoustique Fréq. nat. submergées (Hz)	Calcul FSI bidirectionnel Fréq. nat. submergées (Hz)
Torsion	151.1	136.6	116.6
5ND-1	309.6	154.6	154.7
Soulèvement	311.7	191.5	193.1
5ND-2	467.6	278.6	286.8

Les valeurs de fréquences naturelles prédites par la méthode acoustique et la méthode directionnelle sont très semblables pour tous les modes sauf au niveau de la torsion. Hormis ce mode, la différence entre les prédictions ne dépasse pas 3%. Pour la torsion, la différence est près de 17%. Il est normal que la fréquence de torsion obtenue soit légèrement inférieure pour la méthode bidirectionnelle car la géométrie utilisée intègre des trous d'équilibrage ce qui n'est pas le cas pour la géométrie utilisée avec la méthode acoustique. Cette différence géométrique n'arrive toutefois pas à expliquer à elle seule l'écart obtenu. Il est possible que la présence de l'écoulement dans la simulation utilisant la méthode bidirectionnelle produise une augmentation significative de la masse ajoutée lorsque comparée à la même roue en fluide stagnant tel que modélisé par la méthode acoustique.

### 5.7.5 Note sur le temps de calcul

Le nombre de pas de temps nécessaire pour voir apparaître le régime permanent est de 800 pour 1150 pas de temps résolus au total. Les ressources informatiques requises pour la réalisation de la simulation sont résumées au Tableau 5.19.

Tableau 5.19: Paramètres de la simulation en interactions fluide-structure et ressources informatiques nécessaires

Maillage solide	(Nœud)	192 828
Maillage fluide	(Nœud)	615 844
Pas de temps	(s)	0.00025
Temps de simulation	(s)	0.2855
Temps de calcul	(Jour)	95
Mémoire utilisée	(Gig)	10.0

Le temps de calcul de 95 jours est excessif et l'application courante de la méthode de résolution bidirectionnelle des interactions fluide-structure pour une roue de turbine hydraulique au stade de design n'est pas envisageable.

## 5.8 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif la validation de la méthode bidirectionnelle pour la prédiction de fréquences naturelles pour le cas de la roue de turbine Francis en fonctionnement. Pour ce faire, les simulations structurelle seule et fluide seule ont été vérifiées indépendamment avant leur couplage pour réaliser le calcul en interactions fluide-structure.

Pour la portion structurelle seule, un analyse de convergence des fréquences naturelles dans le vide a été réalisée et a montré qu'une résolution de 265 000 nœuds pour la roue complète était suffisante pour assurer une bonne précision numérique. L'évaluation de la sensibilité des fréquences naturelles calculées aux conditions limite représentant l'accouplement de la roue à l'arbre turbine a montré qu'une diminution de 25 % de la surface d'encastrement a un impact sur les fréquences naturelles globales, c'est-à-dire les modes de torsion, de cloche et de soulèvement, d'un maximum de 19 %. Par contre les modes d'aubes sont altérés de façon négligeable et l'écart maximum observé est de 0,3%. La sensibilité des fréquences naturelles de la roue Francis à l'état de contrainte a également été évaluée. Elle a montré que des différences inférieures à 0,3% sont observables au niveau des fréquences naturelles par rapport à la condition sans prendre en compte de l'état de contrainte.

Pour la portion fluide seule, une analyse de convergence pour deux maillages et deux pas de temps a été réalisée. Le débit et la puissance sont retrouvés à l'intérieur de 0,5% et les fluctuations de couple aux aubes n'excèdent pas des différences de 3,5%. À chute imposée, une comparaison du débit et de la puissance obtenus numériquement avec la mesure sur turbine modèle réduit a été réalisée dans le but de valider le modèle. Par la suite, une comparaison des fluctuations de pression à l'entrefer obtenues par la simulation fluide et par la mesure a aussi été réalisée pour évaluer la précision de la prédiction des quantités fluctuantes. Finalement, l'écoulement a été visualisé et a montré une parfaite cohérence avec la théorie de l'interaction rotor-stator.

Une fois les deux simulations de base vérifiées, la simulation en interactions fluide-structure a pu être lancée. Les résultats fluide de la simulation en interactions fluide-structure ont été comparés avec ceux de la simulation en fluide seule pour vérifier que les conditions hydrauliques sont bien retrouvées. Aussi, les déplacements de la roue obtenus par la méthode bidirectionnelle ont été comparés avec un calcul statique classique. Bien que le point de fonctionnement ne concorde pas parfaitement entre les deux analyses, les ordres de grandeur sont retrouvés. Aussi, une comparaison entre les fréquences naturelles obtenues par la méthode bidirectionnelle et celles obtenues par la méthode acoustique a permis de constater que les écarts sont faibles, sauf pour le cas du mode de torsion pour lequel la fréquence est plus basse. Il est possible que la présence de l'écoulement modélisé avec la méthode bidirectionnelle cause une contribution supplémentaire à la masse ajoutée relative au mode de torsion par rapport au cas en eau stagnante simulé par la méthode acoustique.

Bien que la méthode bidirectionnelle fournisse des résultats intéressants pour le cas de la roue Francis, il est actuellement impossible de l'intégrer au processus standard de design d'une roue de turbine parce que la résolution de tels modèles occasionnent un temps de calcul de près de 100 jours jugé excessif. Néanmoins, dans un contexte de recherche, elle offre la possibilité de post-traiter les données contenues dans la simulation pour permettre la compréhension des mécanismes d'excitation et d'amortissement de la roue. Cette analyse pourrait éventuellement permettre d'établir de nouveaux critères de conception afin d'éviter tout risque de résonance de la roue en fonctionnement.

## **CONCLUSIONS ET RECOMMANDATIONS CONCERNANT L'ENSEMBLE DU PROJET**

L'objectif principal poursuivi dans ce projet de maîtrise était d'évaluer la faisabilité d'utilisation de la méthode bidirectionnelle de résolution des interactions fluide-structure de *ANSYS* pour l'étude vibratoire de roues de turbines hydrauliques en fonctionnement au stade de conception. Pour ce faire, une méthodologie a d'abord été développée pour l'identification des fréquences naturelles de cas de validation simples.

Le premier cas testé a été celui d'un cylindre infiniment long et rigide confiné par un anneau de fluide en vibration libre par rapport à un degré de liberté de translation. La variable étudiée était la masse ajoutée en fonction du diamètre extérieur de l'anneau. Ce cas peut être réduit à une modélisation bidimensionnelle rendant les calculs relativement légers. La mise en œuvre de ce cas test a permis d'acquérir une certaine expérience avec l'interface logicielle. Les fréquences naturelles ont été déduites en ajustant un modèle de sinusoïde amortie sur le signal de déplacement brut fourni par la simulation. La validation de la méthode numérique a été réalisée par rapport à la masse ajoutée issue d'une formulation analytique basée sur la théorie des écoulements potentiels et a montré un niveau d'erreur de l'ordre de 5%. La précision a été jugée acceptable étant donné les différences au niveau des hypothèses entre la simulation et la référence. Aussi, le taux d'amortissement obtenu était cohérent avec la théorie. L'ordre de grandeur du taux d'amortissement, qui est de 1 à 5% pour ce cas de figure, a été retrouvé par la simulation mais aucune valeur de comparaison précise n'était disponible pour la validation de cet aspect.

Le second cas test a été celui de la plaque encastrée et submergée en vibration dans un réservoir d'eau sans confinement. Pour ce cas test la modélisation est tridimensionnelle et la structure peut vibrer librement selon ses différents modes propres amenant un degré de difficulté supplémentaire en comparaison au cas du cylindre confiné. Les fréquences naturelles ont été déterminées par ajustement d'un modèle à plusieurs sinusoïdes amorties. La comparaison des fréquences naturelles prédictes par la méthode bidirectionnelle avec les mesures expérimentales a montré des divergences de l'ordre de 5%. Une évaluation sommaire de l'erreur de mesure a permis de déterminer que l'erreur expérimentale est également de près de 5%. Dans ce contexte, les résultats numériques ont été jugés satisfaisants. La simulation de ce cas test a permis de

découvrir que le logiciel est mal adapté à l'imposition d'une condition initiale de déplacement à la structure. Celle-ci génère un état non-physique du modèle et entraîne une instabilité empêchant la convergence des boucles de couplage en début de simulation. La condition initiale de déplacement de la structure est donc à proscrire et peut être remplacée par une condition initiale de vitesse pour un déplacement nul.

Finalement, la méthodologie développée pour les cas test de validation a été appliquée au cas d'une roue de turbine de type Francis en fonctionnement. Pour ce cas de figure, la vibration de la structure est forcée par l'écoulement exciteur causé par l'interaction rotor-stator. Des tests exhaustifs ont été réalisés par rapport à la simulation structurelle seule et la simulation en fluide seule servant d'intrants à la simulation en interactions fluide-structure. La portion fluide a été validée avec les mesures réalisées sur turbine modèle réduit. La simulation en interactions fluide-structure a montré que les déplacements moyens obtenus sont semblables à ceux calculés par une analyse statique classique. La composante dynamique des déplacements calculée par la méthode bidirectionnelle a permis d'évaluer 4 fréquences naturelles dont la contribution de 3 d'entre elles s'amortit en début de simulation. Le mode excité par l'interaction rotor-stator est bien celui correspondant à 5 diamètres nodaux avec flexion des aubes de premier ordre comme le prévoit la théorie. Une différence entre la fréquence d'excitation de 100 Hz et la fréquence naturelle évaluée à 154,7 Hz génère une réponse suffisamment éloignée du point de résonance pour assurer un fonctionnement sans risque de fatigue de la roue. Les fréquences naturelles obtenues de la méthode bidirectionnelle ont été comparées à celles obtenues par la méthode acoustique, laquelle a été validée à maintes reprises pour l'analyse modale de roues de turbine hydraulique. Les différences observées sont de l'ordre de 3% sauf pour le mode de torsion qui atteint 17%. Les différences de modélisation existant entre les deux approches pourraient expliquer cette divergence.

L'intérêt de la méthode bidirectionnelle provient du fait qu'elle couple pleinement la structure et l'écoulement en ce sens que les champs de vitesse et de pression fluctuants et la turbulence sont calculés de pair avec les déplacements structurels. Les forces du fluide s'intègrent aux déplacements de la roue et l'amplification dynamique est directement disponible dans les extrants de la simulation, tout comme les fluctuations de contrainte qui peuvent servir par la suite d'intrants à une analyse en fatigue. Le paramètre de premier plan qu'est l'évaluation des forces liées à l'amortissement près du point de résonance est implicitement résolu par la méthode.

Toutefois, des données de validation sont nécessaires pour évaluer la précision de la méthode à ce niveau. Aussi, le temps de calcul important rend la méthode inapplicable dans un contexte de conception standard. Par contre, l'analyse poussée des résultats obtenus lors de la résolution de la simulation de la roue de turbine Francis en fonctionnement par la méthode bidirectionnelle pourra permettre de comprendre les mécanismes impliqués dans les échanges énergétiques entre le médium fluide et solide. Ces observations pourraient permettre l'élaboration de nouveaux critères de design.

### **Recommandations**

Un calcul de roue de turbine Francis avec des conditions hydrauliques ajustées pour augmenter la fréquence d'excitation au voisinage de la fréquence naturelle à 5 diamètres nodaux et flexion des aubes au premier ordre permettrait d'obtenir toutes les conditions amenant à une résonance. La simulation de ce cas particulier permettrait alors d'analyser les mécanismes d'amplification et d'amortissement.

Évidemment, la simulation en interactions fluide-structure par la méthode bidirectionnelle pourrait être appliquée au cas de la roue de turbine Francis pour des points de fonctionnement causant d'autres types d'excitation hydraulique, notamment la torche de basse charge et les vortex inter-aubes. Aussi, une simulation en interactions fluide-structure intégrant une fonction de variation de la densité du fluide par rapport à la pression permettrait également de prendre en compte les effets de la compressibilité de l'eau qui peuvent être non-négligeables pour la prédiction de la propagation des fluctuations de pression (Roth et al. (2009)).

Une validation de la méthode bidirectionnelle pour la prédiction du comportement dynamique de structures faisant à l'excitation associée au lâché de tourbillons de Von Karman pourrait être pertinente. En effet, les méthodes numériques en fluide seul présentent des lacunes de prédiction concernant ce phénomène et ne peuvent évaluer le phénomène de « lock-in ». Des résultats expérimentaux issus d'essais sur un profil NACA0009, dont la vibration due à ce phénomène a été mesurée dans un veine d'essai (Roth et al. (2009)), pourraient servir de données de validation à une telle simulation.

## BIBLIOGRAPHIE

- ASTM (ANTONSEN, Ø. (2007). « Unsteady Flow in Wicket Gate and Runner with Focus on Static and Dynamic Load on Runner », PhD Thesis, *Norwegian University of Science and Technology*, Trondheim.
- BLEVINS, R.D. (1984). « Applied Fluid Dynamics Handbook », *Van Nostrand Reinhold Company*, New York.
- BLEVINS, R. D. (1995) « Formulas for Natural Frequency and Mode Shape », *Krieger Publishing*, Melbourne.
- BRENNEN, C.E. (1982). « A Review of Added Mass and Fluid Inertial Forces », *Technical Report CR82.010, Naval Civil Engineering Laboratory*, Port Hueneme.
- CHEN, S.S., WAMBSGANSS, M.W., JENDRZEJCZYK, J.A. (1976) « Added Mass and Damping of a Vibrating Rod in Confined Viscous Fluids », *Journal of Applied Mechanics*, 325-329.
- COOK, R., MALKUS, D.S., PLESCHA, M.E., WITT, R.J (1989). « Concepts and Applications of Finite Element Analysis », *John Wiley & Sons*.
- COUTU, A., PROULX, D., COULSON, S., DEMERS, A. (2004). « Dynamic Assessment of Hydraulic Turbines », *HydroVision*, Montréal.
- Documentation ANSYS CFX Version 11.0 (2007).
- DOMPIERRE, F., PAQUET, F. (2009). « Modal Analysis of a Turbine Runner », *document interne Alstom*.
- ERGIN, A., UGURLU, B. (2003) « Linear Vibration Analysis of Cantilever Plates Partially Submerged in Fluid », *Journal of Fluid and Structures*, 927-939.
- ESCALER, X., LIANG, Q.W., VALERO, C., EGUSQUIZA, E., LAIS, S., SICK, M., WEISS, T. (2008). « Experimental Modal Analysis of a Francis Model Runner », *24th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Iguassu.

- FORSTER, C., WALL, W.A., RAMM, E. (2007). « Artificial Added Mass Instabilities in Sequential Staggered Coupling of Nonlinear Structures and Incompressible Viscous Flows », *Computer Methods Applied in Mechanical Engineering*, 196(7), 1278–1293.
- FRITZ, R.J. (1970). « The Effects of an Annular Fluid on the Vibrations of a Long Rotor, Part 2 - Test », *Journal of Basic Engineering*, 930-937.
- FRITZ, R.J. (1972) « The Effect of Liquids on the Dynamic Motions of Immersed Solids », *Journal of Engineering for Industry*, 167-173.
- FU, Y., PRICE, W.G. (1987) « Interactions Between a Partially or Totally Immersed Vibrating Cantilever Plate and the Surrounding Fluid », *Journal of Sound and Vibration*, 118(3). 495-513.
- HADDARA, M.R., CAO, S. (1996) « A Study of the Dynamic Response of Submerged Rectangular Flat Plates », *Marine Structures*, 913-933.
- IEC 60193 (1999). « Model Acceptance Tests to Determine the Hydraulic Performance of Hydraulic Turbines, Storage Pumps and Pump-Turbines », International Standard I.E.C.
- KENNARD, E.M. (1967). « Irrotational Flow of Frictionless Fluid, Mostly of Invariable Density », DTMB report 2299.
- KONKHE, P. (2004). « ANSYS Theory Reference », *Swanson Analysis System Inc.*
- LAIS, S., LIANG, Q., HENGGELER, U., WEISS, T. (2008). « Dynamic Analysis of Francis Runners- Experiment and Numerical Simulation », *24th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Iguassu.
- LAMB, H. (1932). « Hydrodynamics », 6th edition, *Dover Publications*, New York.
- LIANG, C.C., LIAO, C.C., TAI, Y.S., LAI, W.H. (2001). « The Free Vibration Analysis of Submerged Cantilever Plates », *Ocean Engineering Volume 28*, 1225-1245.
- LIANG, Q.W., RODRIGUEZ, C.G, EGUSQUIZA, E., ESCALER, X., AVELLAN, F. (2006). « Modal Response of Hydraulic Turbine Runners », *23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Yokohama.

- LINDHOLM, U.S., KANA, D.D., CHU, W.H., ABRAMSON, H. N. (1965). « Elastic Vibration Characteristics of Cantilever Plates in Water », *Journal of Ship Research*, 9, 11-22.
- MAZZOUJI, F., SEGOUFIN, C., LOWYS, P.Y., DENIAU, J.L. (2006). « Investigation of Unsteadiness in Hydraulic Turbines », *23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Yokohama.
- MULCAHY, T.M. (1980) « Fluid Forces on Rods Vibrating in Finite Length Annular Regions », *Journal of Applied Mechanics Volume 47*, 234-240.
- MUNSON, B.R., YOUNG, D.F., OKIISHI, T.H. (2006). «Fundamentals of Fluid Mechanics », *John Wiley & Sons*.
- NENNEMANN, B., VU, T.C., FARHAT, M. (2006). « CFD prediction of Unsteady Wicket Gate-Runner Interaction in Francis Turbine: a New Standard Hydraulic Design Procedure », *23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Yokohama.
- PAPILLON, B., BROOKS, J., DENIAU, J.L., SABOURIN, M. (2006). « Solving the Guide Vanes Vibration Problem at Shasta », *HydroVision*, Portland.
- PATTON, K.T. (1966) « Tables of Hydrodynamic Mass Factors for Translational Motion », *ASME Paper 65-WA/UNT-2*.
- PETTIGREW, M.J., TAYLOR, C.E. (1991) « Fluidelastic Instability of Heat Exchanger Bundles: Review and Design Recommendations », *Transactions of the ASME volume 113*, 242-256.
- PULPITEL, L., VESELY, J., MIKULASEK, J. (2009). « Comments to Vibrations and Pressure Oscillations Induced by Rotor-Stator Interaction in Hydraulic Turbines », *3rd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, Brno.
- RODRIGUEZ, C.G., EGUSQUIZA, E., ESCALER, X., LIANG, Q.W., AVELLAN, F. (2006). « Experimental Investigation of Added Mass Effects on a Francis Turbine Runner in Still Water », *Journal of Fluids and Structures Volume 22*, 699-712.
- ROTH, S., CALMON, M., FARHAT, M., MUENCH, C., HUEBNER, B., AVELLAN, F. (2009). « Hydrodynamic Damping Identification from an Impulse Response of a Vibrating Blade

», *3rd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, Brno.

SAHIN, I., CRANE, J., WATSON, K. (1993). « Added Mass Coefficients for Submerged Bodies by Low-Order Method », *Journal of Fluids Engineering Volume 115*, 452-456.

SCHAFER, M., LANGE, H., HECK, M. (2005). « Implicit Partitioned Fluid-Structure Interaction Coupling », *1er colloque du GDR interactions fluide-structure*,

SIGRIST, J.F., MELOT, V., LAINE, C. (2004) « Numerical Simulation of Fluid Structure Problem Coupling Fluid Finite Volume and Structure Finite Element or Modal Approach », *Flow Induced Vibration*, 81-86.

SINHA, J.K., SANDEPP, S., RAO, A.R. (2002). « Added Mass and Damping of Submerged Perforated Plates », *Journal of Sound and Vibration*, Volume 260, Issue 3, p 549-564.

SINYAVSKII, V.F., FEDOTOVSKII, V.S., KUKHTIN, A.B. (1980). « Oscillation of a Cylinder in a Viscous Liquid », *Physical Power Institute*, Obninsk, Vol. 16, No. 1, pp. 62–67.

SIWAN, Y.D. (2008). « Dynamic Stress Assessment in High Head Francis Runners », *Lulea University of Technology*, Suède.

THOMSON, W.T., DAHLEH, M.D. (1998). « Theory of Vibration with Applications Fifth Edition », *Prentice Hall*, New Jersey.

VIALLE, J.P., LOWYS, P.Y., DOMPIERRE, F., SABOURIN, M. (2008). « Prediction of Natural Frequencies in Water, Application to a Kaplan Runner », *HydroVision*, Sacramento.

VU, V. H., THOMAS, M., LAKIS, A. A., MARCOUILLER, L. (2007). « Effect of Added Mass on Submerged Vibrated Plates », *25th Seminar on Machinery Vibration*, pp40.1-40.15.

YAN, J., KOUTNIK, J., SEIDEL, U., HUBNER, B., SCHERER, T. (2009). « Compressible Simulation of Rotor-Stator Interaction in a Pump-Turbine », *3rd IAHR International Meeting of the Workgroup on Cavitation and Dynamic Problems in Hydraulic Machinery and Systems*, Brno.

YANG, C.I., MORAN, T.J. (1979). « Finite-Element Solution of Added Mass and Damping of Oscillation Rods in Viscous Fluids », *Journal of Applied Mechanics Volume 46*, 519-523.

ZHANG, H., ZHANG, X., SHANGHONG, J., GUO, Y., LEDEZMA, G., ELABBASI, N., DECOUGNY, H. (2003). « Recent Development of Fluid-Structure Interaction Capabilities in the ADINA System », *Computers and Structures Volume 81*, 1071-1085.

ZIENKIEWICZ, O.J., TAYLOR, R.L. (1989). « The Finite Element Method » *McGraw-Hill*, London.

ZOBEIRI, A., KUENY, J.L., FAHRAT, M., AVELLAN F. (2006). « Pump-Turbine Rotor-Stator Interaction in Generating Mode: Pressure Fluctuation in Distributor Channel » *23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems*, Yokohama.

<http://oomph-lib.maths.man.ac.uk>

<http://www.adina.com>

<http://www.mpcci.de>

## ANNEXE 1 – Programmes MATLAB

Cette annexe a pour objectif de montrer le codage utilisé pour bâtir la fonction objective utilisée par l'algorithme génétique de *MATLAB* pour le calcul de l'ajustement du modèle de sinusoïdes amorties par rapport aux données brutes du solveur bidirectionnel:

```

function F = FonctionObj(param)
xdata=[%%%Vecteur correspondant au temps%%];
ydata=[%%%Vecteur correspondant aux données de déplacement brutes%%];

w1=param(1);
lambda1=param(2);
a1=param(3);
b1=param(4);

w2=param(5);
lambda2=param(6);
a2=param(7);
b2=param(8);

cte=param(9);

vect_cte=cte*ones(size(xdata));

Fitted_Curve= vect_cte + (exp(-lambda1.*xdata).*( b1.*sin(w1.*xdata)+a1.*cos(w1.*xdata))) + (exp(-lambda2.*xdata).*(b2.*sin(w2.*xdata)+a2.*cos(w2.*xdata)))

Error_Vector=Fitted_Curve - ydata;

F = sum(Error_Vector.^2);

```

Par la suite, la fonction objective est appelée par l'interface utilisateur de *MATLAB*. La Figure A-1 cet interface.

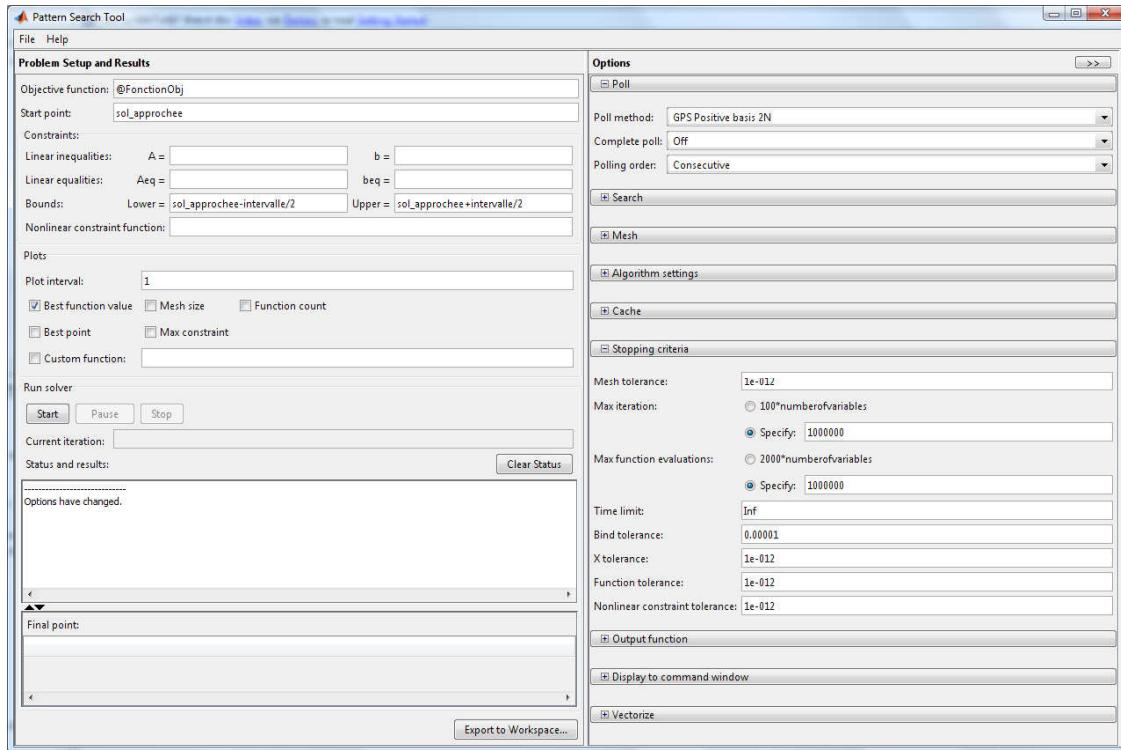


Figure A1-1: Interface *MATLAB* du module d'optimisation générique

## ANNEXE 2 – Commandes ANSYS pour l'imposition des conditions initiales

Cette annexe a pour objectif de présenter le codage utilisé pour injecter les conditions initiales des calculs temporels des cas du cylindre confiné et de la plaque encastrée submergée

L'exemple suivant montre un déplacement imposé initialement selon les directions X, Y et Z pour 10 noeuds. Autant de lignes de codes sont nécessaires que de degrés de liberté.

```

IC,      1      ,      UX,      1.70E-06 ,0
IC,      2      ,      UX,      2.34E-05 ,0
IC,      3      ,      UX,      5.66E-05 ,0
IC,      4      ,      UX,      9.83E-05 ,0
IC,      5      ,      UX,      1.45E-04 ,0
IC,      6      ,      UX,      1.95E-04 ,0
IC,      7      ,      UX,      2.46E-04 ,0
IC,      8      ,      UX,      2.95E-04 ,0
IC,      9      ,      UX,      3.43E-04 ,0
IC,     10      ,      UX,      3.87E-04 ,0
.....
IC,      1      ,      UY,      1.45E-04 ,0
IC,      2      ,      UY,      4.68E-04 ,0
IC,      3      ,      UY,      9.48E-04 ,0
IC,      4      ,      UY,      1.54E-03 ,0
IC,      5      ,      UY,      2.20E-03 ,0
IC,      6      ,      UY,      2.91E-03 ,0
IC,      7      ,      UY,      3.64E-03 ,0
IC,      8      ,      UY,      4.36E-03 ,0
IC,      9      ,      UY,      5.04E-03 ,0
IC,     10      ,      UY,      5.68E-03 ,0
.....
IC,      1      ,      UZ,      1.31E-07 ,0
IC,      2      ,      UZ,      2.42E-07 ,0
IC,      3      ,      UZ,      3.22E-07 ,0
IC,      4      ,      UZ,      3.79E-07 ,0
IC,      5      ,      UZ,      4.16E-07 ,0
IC,      6      ,      UZ,      4.34E-07 ,0
IC,      7      ,      UZ,      4.36E-07 ,0
IC,      8      ,      UZ,      4.25E-07 ,0
IC,      9      ,      UZ,      4.01E-07 ,0
IC,     10      ,      UZ,      3.66E-07 ,0
.....
```

Par la commande "IC", il est également possible de définir une vitesse initiale aux noeuds.