

**Titre:** Contrôle passif non linéaire d'un profil aéroélastique, simulations et expérimentations  
Title: **Contrôle passif non linéaire d'un profil aéroélastique, simulations et expérimentations**

**Auteur:** Luc Amar  
Author: **Luc Amar**

**Date:** 2017

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Amar, L. (2017). Contrôle passif non linéaire d'un profil aéroélastique, simulations et expérimentations [Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal].  
Citation: PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/2699/>

## Document en libre accès dans PolyPublie

Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/2699/>  
PolyPublie URL: <https://publications.polymtl.ca/2699/>

**Directeurs de recherche:** Éric Laurendeau, & Guilhem Michon  
Advisors: **Éric Laurendeau, & Guilhem Michon**

**Programme:** Génie mécanique  
Program: **Génie mécanique**

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CONTRÔLE PASSIF NON LINÉAIRE D'UN PROFIL AÉROÉLASTIQUE,  
SIMULATIONS ET EXPÉRIMENTATIONS

LUC AMAR

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

THÈSE PRÉSENTÉE EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE PHILOSOPHIÆ DOCTOR  
(GÉNIE MÉCANIQUE)  
MAI 2017

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Cette thèse intitulée :

CONTRÔLE PASSIF NON LINÉAIRE D'UN PROFIL AÉROÉLASTIQUE,  
SIMULATIONS ET EXPÉRIMENTATIONS

présentée par : AMAR Luc

en vue de l'obtention du diplôme de : Philosophiæ Doctor

a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

M. GOSSELIN Frédéric, Doctorat, président

M. LAURENDEAU Éric, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. MICHON Guilhem, Doctorat, membre et codirecteur de recherche

M. ELOY Christophe, Doctorat, membre

M. DOARÉ Olivier, Doctorat, membre externe

## REMERCIEMENTS

À Éric Laurendeau, G. Michon et S. Prothin, merci pour votre encadrement, votre confiance et la liberté que vous m'avez donné tout au long de ces années d'étude.

Merci aux équipes techniques pour leurs conseils et leur savoir-faire sans lesquels le banc d'essai n'aurais jamais pu voir le jour.

Merci à mes collègues, français, canadiens, suisses, serbes... Travailler dans une ambiance studieuse et décontractée fut la clef du bon déroulement de cette thèse.

Merci à mes parents, ma famille et mes amis de m'avoir soutenu.

Merci à ma fiancée... Je te dédie cette thèse.

## RÉSUMÉ

L'objectif de cette thèse est de contrôler passivement une instabilité dynamique appliquée au flottement d'un profil aéroélastique à l'aide de différents types d'Amortisseurs à Masse Accordés (*AMA*). Un profil 2D appelé *Section Typique*, représentatif du comportement dynamique et aérodynamique d'une aile d'avion, est utilisé tout au long de l'étude.

En première partie, l'état de l'art du contrôle passif des profils aéroélastiques est présenté et la problématique est définie. Une étude comparative de trois modèles mathématiques d'interaction fluide/structure appliqués à la *Section Typique* (*Theodorsen*, *LUVLM* et *UVLM*) met en valeur les forces et faiblesses de chacun. Le banc d'essai aéroélastique en soufflerie, utilisé par la suite, est présenté puis identifié avec et sans vent (*GVT*). Trois méthodes d'identification sont comparées sur trente mesures expérimentales : la transformée de Fourier rapide associée au décrément logarithmique, l'ajustement d'une courbe (Data fitting) et Ibrahim Time Domain (*ITD*). Les deux dernières sont les plus adaptées pour l'identification d'un système à plusieurs degrés de liberté. Les modèles numériques sont en adéquation avec les mesures expérimentales.

En deuxième partie, les calculs des vitesses critiques de *Divergence*, d'*Inversion des Gouvernes* et de *Flottement* sont automatisés avec le modèle *Theodorsen* afin de réaliser une étude paramétrique du banc d'essai et mettre en lumière les variables de conception les plus influentes. L'analyse modale présente différentes bifurcations liées au changement soudain du mode instable. Ensuite, le même algorithme est utilisé afin d'analyser la suppression du flottement à l'aide de trois géométries d'*AMAs* linéaires : cas de la translation, de la rotation équilibrée et de la rotation déséquilibrée. Un gain de 40% des performances en termes de vitesse critique de flottement est calculée pour une masse ajoutée de 1% de la masse de l'aile.

La dernière partie présente l'étude expérimentale et numérique d'un *AMA* non linéaire de type Nonlinear Energy Sink (*NES*). La singularité de cette configuration est d'utiliser le volet en tant qu'amortisseur et ainsi, ne pas ajouter de masse (*FSI-VA*). Un mécanisme hautement modulable permet de réaliser une force de rappel non linéaire. La loi de comportement, dérivée analytiquement, est en accord avec les mesures réalisées lors d'essais de torsion. En soufflerie, six comportements non linéaires sous-critiques (en deçà de la vitesse de flottement dans la configuration linéaire) sont observés, identifiés et analysés : cinq Cycles Limites d'Oscillations (*LCO*) et un battement non linéaire chaotique. Cette stratégie de contrôle apparaît, dès lors, non conservatrice. Les simulations numériques du même cas sont réalisées à l'aide des codes *Theodorsen* et *UVLM*. Ce dernier montre des résultats proches des mesures expérimentales

tandis que le modèle de *Theodorsen* ne permet pas de simuler les essais. Un gain en vitesse critique de flottement de 8% est mesuré sans ajouter de masse.

## ABSTRACT

The aim of this thesis is to passively control a dynamic instability applied to an aeroelastic profile's flutter using different types of Tuned Mass Dampers (TMD). A 2D profile called Typical Section, that represents the dynamic and the aerodynamic behavior of an aircraft wing, is used throughout the study.

In the first part, the state of the art of aeroelastic profiles' passive control is presented and the problem is defined. A comparative study of three mathematical models of fluid-structure interaction applied to the Typical Section (Theodorsen, LUVM and UVLM) highlights the strengths and weaknesses of each code. The aeroelastic test bench, used subsequently, is presented and identified with and without wind (Ground Vibration Test, GVT). Three identification methods are based on the comparison of 30 experimental measurements: Fast Fourier Transform (FFT) with logarithmic decrement, curve fitting and Ibrahim Time Domain (ITD). These two last methods are the most suitable for the multi-degree-of-freedom system identification. Numerical models are in agreement with the experimental measurements.

In the second part, critical velocities computations (Divergence, Control Surface Reversal and flutter) are automated while using the Theodorsen model in order to carry out the test bench parametrical study to highlight most influential variables. The modal analysis presents different bifurcations linked to the sudden change of the unstable mode. Then, the same algorithm is used to analyze the flutter suppression using three linear TMD geometries : cases of translation, balanced rotation and unbalanced rotation. A gain of 40% in flutter speed performances is calculated for an additional mass of 1% wing's total mass.

The last part presents the experimental and numerical studies of a nonlinear TMD called Nonlinear Energy Sink (NES). The uniqueness of this configuration consists in recycling flap's vibrations as a flutter damper and thus, get a zero added mass. A nonlinear restoring force can be achieved by a highly nonlinear mechanism. The nonlinear structural behavior is derived analytically and is in good agreement with experimental torsion tests. In the wind tunnel, six subcritical nonlinear behaviors (below the flutter velocity in the linear configuration case) are observed, identified and then analyzed : five Limit Cycle Oscillations (LCO) and a chaotic nonlinear beating. This control strategy appears as non-conservative. Numerical simulations of this actual case are realized using Theodorsen and UVLM codes. The latter presents results close to experimental measurements unlike Theodorsen's model. A flutter velocity gain of 8% is measured without an added mass.

## TABLE DES MATIÈRES

REMERCIEMENTS . . . . .	iii
RÉSUMÉ . . . . .	iv
ABSTRACT . . . . .	vi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xi
LISTE DES FIGURES . . . . .	xii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xvii
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xx
 CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Motivations . . . . .	1
1.1.1 Définitions . . . . .	2
1.1.2 Cent ans d'interaction fluide-structure dans le secteur aéronautique .	3
1.1.3 Conséquences . . . . .	8
1.2 Définition des nombres sans dimension . . . . .	10
1.3 Contrôle passif du flottement . . . . .	11
1.3.1 Ajout d'un second oscillateur linéaire "Amortisseur à Masse Accordée" ( <i>AMA</i> ) . . . . .	12
1.3.2 Amortisseurs non-linéaires . . . . .	13
1.4 Problématique . . . . .	14
1.5 Organisation de la thèse . . . . .	16
 CHAPITRE 2 MODÉLISATIONS NUMÉRIQUES BASSE FIDÉLITÉ . . . . .	17
2.6 Introduction . . . . .	18
2.6.1 Objectifs et Méthodologie . . . . .	18
2.6.2 Modèles à basse fidélité . . . . .	18
2.6.3 Travaux antérieurs portant sur les non linéarités structurelles en aéroé- lasticité . . . . .	19
2.7 Modélisations . . . . .	22

2.7.1	Modèle géométrique et structurel . . . . .	22
2.7.2	Modèles aérodynamiques instationnaires . . . . .	24
2.7.3	Rappel d'analyse modale . . . . .	35
2.8	Résultats . . . . .	37
2.8.1	Raffinement . . . . .	37
2.8.2	Validation . . . . .	41
2.8.3	Résultats . . . . .	49
2.9	Conclusion . . . . .	63
CHAPITRE 3 ÉTUDE EXPÉRIMENTALE LINÉAIRE . . . . .		64
3.10	Présentation du banc d'essai . . . . .	64
3.10.1	Soufflerie . . . . .	65
3.10.2	Aile et surface de contrôle . . . . .	65
3.10.3	Mécanisme à trois degrés de liberté . . . . .	65
3.10.4	Calcul des raideurs équivalentes . . . . .	72
3.11	Identification : <i>GVT</i> . . . . .	73
3.11.1	Mesure des raideurs . . . . .	73
3.11.2	Méthodologie . . . . .	76
3.11.3	Calculs des inerties et taux d'amortissement . . . . .	81
3.12	Essais en soufflerie . . . . .	84
3.12.1	Configuration à deux degrés de liberté . . . . .	87
3.12.2	Configuration à 3 degrés de liberté . . . . .	88
3.13	Conclusion . . . . .	92
CHAPITRE 4 ÉTUDE D'INFLUENCE DES PARAMÈTRES DE DIMENSIONNEMENT APPLIQUÉE AU BANC D'ESSAI . . . . .		96
4.14	Introduction . . . . .	96
4.15	Méthodologie . . . . .	97
4.15.1	Vitesse de divergence . . . . .	98
4.15.2	Vitesse d'inversion des gouvernes . . . . .	99
4.15.3	Vitesse de flottement . . . . .	101
4.16	Étude paramétrique . . . . .	101
4.16.1	Observations détaillées . . . . .	101
4.16.2	Observations globales . . . . .	106
4.17	Conclusion . . . . .	110
CHAPITRE 5 CONTRÔLE PASSIF LINÉAIRE DU FLOTTEMENT . . . . .		112

5.18	Introduction . . . . .	112
5.19	Équations différentielles des trois configurations de l' <i>AMA</i> . . . . .	113
5.19.1	<i>AMA</i> en translation . . . . .	114
5.19.2	<i>AMA</i> en rotation . . . . .	116
5.19.3	Présentation de l'étude paramétrique . . . . .	117
5.20	Variation des paramètres de l' <i>AMA</i> en translation . . . . .	119
5.20.1	Amortissement $\zeta_\nu$ à rapport de masse $\epsilon$ constant . . . . .	119
5.20.2	Masse ajoutée $\epsilon$ à $\zeta_\nu$ constant . . . . .	119
5.20.3	Typologie des <i>zones puits</i> . . . . .	120
5.20.4	Observations générales . . . . .	120
5.21	Variation des paramètres de l' <i>AMA</i> en rotation . . . . .	122
5.21.1	Variation des paramètres de l' <i>AMA</i> en rotation . . . . .	122
5.21.2	<i>AMA</i> déséquilibré . . . . .	123
5.22	Conclusion . . . . .	124
 CHAPITRE 6 CONTRÔLE PASSIF NON LINÉAIRE D'UN PROFIL AÉROÉLAS-TIQUE : EXPÉRIMENTATION . . . . .		130
6.23	Introduction . . . . .	130
6.24	Mécanisme non linéaire . . . . .	131
6.24.1	Développement analytique de la raideur non linéaire . . . . .	131
6.24.2	Identification de la raideur du ressort . . . . .	134
6.24.3	Identification du mécanisme non linéaire . . . . .	134
6.25	Résultats expérimentaux . . . . .	135
6.25.1	Méthodologie expérimentale . . . . .	137
6.25.2	Résultats expérimentaux . . . . .	139
6.26	Conclusion . . . . .	147
 CHAPITRE 7 CONTRÔLE PASSIF NON LINÉAIRE D'UN PROFIL AÉROÉLAS-TIQUE : SIMULATION . . . . .		150
6.27	Introduction . . . . .	150
6.28	Méthodologie . . . . .	150
6.29	Résultats . . . . .	152
6.29.1	Étude dans le domaine fréquentiel . . . . .	152
6.29.2	Diagrammes de bifurcation . . . . .	153
6.29.3	Modèle <i>Theodorsen</i> . . . . .	157
6.29.4	Modèle <i>UVLM</i> . . . . .	157
6.30	Conclusion . . . . .	166

CHAPITRE 8 CONCLUSION . . . . .	167
8.31 Conclusions générales . . . . .	167
8.32 Rappel des études réalisées et perspectives . . . . .	167
8.32.1 Chapitre 1.5 . . . . .	167
8.32.2 Chapitre 2.9 . . . . .	168
8.32.3 Chapitre 3.13 . . . . .	169
8.32.4 Chapitre 4.17 . . . . .	169
8.32.5 Chapitre 5.22 . . . . .	170
8.32.6 Chapitre 6.26 . . . . .	171
RÉFÉRENCES . . . . .	172
ANNEXES . . . . .	178

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.2 Cas test de validation aérodynamique . . . . .	41
Tableau 2.3 Paramètres aéroélastiques . . . . .	46
Tableau 2.4 Comparaison des vitesses réduites de flottement pour différents modèles	47
Tableau 3.5 Caractéristiques des capteurs . . . . .	70
Tableau 3.6 Paramètres identifiés . . . . .	74
Tableau 3.7 Comparaison des méthodes d'identification . . . . .	80
Tableau 3.8 Fréquences propres couplées et taux d'amortissement modal : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques . . . . .	88
Tableau 3.9 Vitesses critiques de flottement : Configuration à 2 degrés de liberté . .	88
Tableau 3.10 Fréquences propres et taux d'amortissement modal : comparaison expérimentale vs. numérique . . . . .	90
Tableau 3.11 Vitesses critiques de flottement : Configuration à 3 degrés de liberté .	92
Tableau 3.12 Fréquences du <i>LCO</i> mesurées . . . . .	92
Tableau 3.13 Déphasages mesurés . . . . .	93
Tableau 5.14 Table des paramètres de l' <i>AMA</i> . . . . .	118
Tableau 5.15 Table des viscances de l' <i>AMA</i> en translation . . . . .	118
Tableau 6.16 Identification des ressorts pour le mécanisme non linéaire . . . . .	134
Tableau 6.17 Identification du mécanisme non linéaire . . . . .	135
Tableau 6.18 Paramètres de la liaison non linéaire . . . . .	152
Tableau B.1 Fonctions de Wagner en fonction du rapport d'aspect . . . . .	185

## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1 Triangle de Collar . . . . .	2
Figure 1.2 Mise en évidence des effets aéroélastiques . . . . .	4
Figure 1.3 Divergence de l'aéronef du professeur S.P. Langley, modèle A. (1903) [21]	5
Figure 1.4 Premier travaux sur le flottement appliqués à la queue du <i>Hangley Page 0/400</i> [21] . . . . .	6
Figure 1.5 Non linéarités aérodynamiques . . . . .	7
Figure 1.6 Non linéarités structurelles, images issues de [46] . . . . .	7
Figure 1.7 Non linéarité a) durcissante, b) adoucissante . . . . .	8
Figure 1.8 Diagramme charge/vitesse générique pour le domaine de vol . . . . .	9
Figure 1.9 Schémas des différents type de couplage temporel en aéroélasticité . . . . .	11
Figure 1.10 Schémas générique d'un <i>AMA</i> . . . . .	12
Figure 1.11 Schémas d'un <i>NES</i> , image issue de [48] . . . . .	13
Figure 1.12 Comparaison des réponses en fréquence d'un oscillateur linéaire couplé avec un <i>NES</i> , un <i>AMA</i> et seul (Image issue de [25]) . . . . .	14
Figure 1.13 Schéma d'une aile et de sa section typique . . . . .	15
Figure 1.14 Configuration 3D . . . . .	15
Figure 2.15 Enveloppes de flottement dans le cas de non-linéarités cubiques adoucissantes	20
Figure 2.16 Bifurcation de <i>Hopf</i> super-critique et <i>LCOs</i> dans le cas d'un ressort à non-linéarité durcissante [44] . . . . .	20
Figure 2.17 Comportements non linéaires d'une section typique avec <i>jeu mécanique</i> en tangage [71] . . . . .	21
Figure 2.18 Géométrie des Sections typiques . . . . .	22
Figure 2.19 Modèle de <i>Theodorsen</i> . . . . .	25
Figure 2.20 Forme polaire de la fonction de <i>Theodorsen</i> en fonction de la fréquence réduite . . . . .	26
Figure 2.21 Modélisation d'un profil réel par les modèles <i>UVLM</i> et <i>LUVLM</i> . . . . .	29
Figure 2.22 Schémas de la méthode de section . . . . .	37
Figure 2.23 Exemple d'un essai de pilonnement harmonique. $M = 16(-)$ , $dt = 0.125 \text{ rad}$ , longueur du sillage = 16(-), $k = 1.5 \text{ rad}$ , $h/b = 0.2(-)$ . . . . .	39
Figure 2.24 Raffinement de maillage , méthode <i>UVLM</i> . . . . .	40
Figure 2.25 Vitesse de flottement en fonction de $\vartheta$ , $M = 40(-)$ , $N = 200(-)$ . . . . .	42
Figure 2.26 Raffinement de maillage, méthode <i>LUVLM</i> . . . . .	42
Figure 2.27 Raffinement du paramètre de relaxation . . . . .	43

Figure 2.28 Cas test : tangage harmonique . . . . .	44
Figure 2.29 Cas test : Pilonnement harmonique . . . . .	45
Figure 2.30 Diagramme de flottement <i>Cas 1</i> . . . . .	48
Figure 2.31 <i>UVLM</i> : $\alpha$ en fonction du temps pour différentes vitesses du vent, $\alpha_0 = 3^\circ$ . . . . .	49
Figure 2.32 Diagramme de flottement <i>Cas 2</i> . . . . .	50
Figure 2.33 $Cl$ et $C_m$ en fonction du pilonnement $h$ , $k = 1.5$ , $h_{amp} = 0.4$ . . . . .	52
Figure 2.34 $Cl$ and $C_m$ fonction du déplacement adimensionnel $h$ , $k = 4.0$ , $h_{amp} = 0.025$ . . . . .	53
Figure 2.35 Comparaison des champs de vorticité des codes <i>UVLM</i> et Euler [93], $k = 1.5$ , $h_{amp} = 0.4$ . . . . .	54
Figure 2.36 Comparaison des champs de vorticité des codes <i>UVLM</i> et Euler [93], $k = 4$ , $h_{amp} = 0.025$ . . . . .	55
Figure 2.37 Premier <i>LCO</i> : <i>LUVLM</i> : $0.143U_F$ , <i>Theodorsen</i> : $0.138U_F$ , <i>UVLM</i> : $0.145U_F$ , [95] : $0.143U_F$ . . . . .	57
Figure 2.38 Changement symétrique des <i>LCOs</i> autour de $U/U_F = 0.300$ . . . . .	58
Figure 2.39 Changement symétrique des <i>LCOs</i> autour de $U/U_F = 0.467$ . . . . .	59
Figure 2.40 Changement symétrique des <i>LCOs</i> autour de $U/U_F = 0.649$ . . . . .	59
Figure 2.41 Section de Poincaré à $h = 0$ . Comportement chaotique et attracteur étrange à $U/U_F = 0.500$ . <i>UVLM</i> : $0.500U_F$ , <i>Theodorsen</i> : $0.500U_F$ , <i>UVLM</i> : $0.537U_F$ , [95] : $0.500U_F$ . . . . .	60
Figure 2.42 Effets de la non-linéarité de type <i>cubique</i> sur l'amplitude et la fréquence des <i>LCOs</i> . . . . .	61
Figure 2.43 Évolution des amplitude <i>rms</i> et de la fréquence réduite des <i>LCOs</i> en fonction de la fraction de vitesse critique linéaire . . . . .	62
Figure 3.44 Banc d'essai dans la soufflerie . . . . .	66
Figure 3.45 <i>CAO</i> du mécanisme supérieur et inférieur . . . . .	68
Figure 3.46 Schéma cinématique du mécanisme à trois degrés de liberté . . . . .	68
Figure 3.47 Photos du mécanisme à trois degrés de liberté. Pilonnement : Vert, Tangage : Bleu, Volet : Rouge . . . . .	69
Figure 3.48 Schéma de la disposition des capteurs . . . . .	70
Figure 3.49 <i>RVIT R120LC</i> . . . . .	71
Figure 3.50 Accéléromètre PCB 333B50 . . . . .	71
Figure 3.51 Capteurs aérodynamiques . . . . .	72
Figure 3.52 Essai de traction/torsion : Dispositif expérimental . . . . .	73
Figure 3.53 Essais de traction et de torsion : Diagrammes Force-Déplacement . . . . .	77
Figure 3.54 Comparaison des méthodes d'identification en Pilonnement . . . . .	78
Figure 3.55 Comparaison des méthodes d'identification en déflexion du volet . . . . .	79

Figure 3.56 Identification du pilonnement pur . . . . .	82
Figure 3.57 Identification du tangage pur . . . . .	83
Figure 3.58 Identification du volet . . . . .	85
Figure 3.59 Identification du couplage tangage/pilonnement . . . . .	86
Figure 3.60 Identification du couplage gouverne/pilonnement . . . . .	87
Figure 3.61 Diagramme de flottement linéaire, aile à deux degrés de liberté . . . . .	89
Figure 3.62 Diagramme de flottement linéaire, aile à trois degrés de liberté . . . . .	91
Figure 3.63 Exemple de réponse temporelle non linéaire mesurée en régime super-critique	93
Figure 3.64 Plan de phase super-critique . . . . .	93
Figure 3.65 Plan de Poincaré super-critique . . . . .	93
Figure 3.66 <i>FFT</i> super-critique . . . . .	94
Figure 4.67 Schéma : Divergence . . . . .	98
Figure 4.68 Schéma : Inversion des gouvernes . . . . .	100
Figure 4.69 Paramètres géométriques . . . . .	102
Figure 4.70 Évolution des vitesses critiques en fonction des paramètres inertIELS . . . . .	104
Figure 4.71 Valeurs propres en fonction de la vitesse pour différents paramètres $x_\alpha$ .	105
Figure 4.72 Paramètres de pulsation . . . . .	106
Figure 4.73 Valeurs propres en fonction de la vitesse pour différents paramètres $\Omega_h$ .	107
Figure 4.74 Valeurs propres en fonction de la vitesse pour différents paramètres $\Omega_\beta$ .	108
Figure 4.75 Taux d'amortissement modal . . . . .	109
Figure 5.76 Schéma du profil avec un <i>AMA</i> . . . . .	113
Figure 5.77 Différents types d' <i>AMA</i> étudiés . . . . .	113
Figure 5.78 Schéma cinématique d'une solution technique d'un <i>AMA</i> en rotation dés- équilibré modulable . . . . .	117
Figure 5.79 Topologies pour différents rapport de masse $\epsilon$ à $\zeta_\nu = 0\%$ . . . . .	120
Figure 5.80 Topologies pour différents rapport de masse $\epsilon$ à $\zeta_\nu = 1\%$ . . . . .	121
Figure 5.81 Topologies pour différents rapport de masse $\epsilon$ à $\zeta_\nu = 10\%$ . . . . .	121
Figure 5.82 Topologies pour différents rapport de masse $\epsilon$ à $\zeta_\nu = 50\%$ . . . . .	122
Figure 5.83 Cartographie de l'indicateur du flottement dans la configuration d'un <i>AMA</i> en rotation équilibré pour différentes positions, masses et longueurs . . . . .	123
Figure 5.84 Topologies pour différents $l_\nu$ à $\zeta_\nu = 0\%$ . . . . .	125
Figure 5.85 Topologies pour différents $l_\nu$ à $\zeta_\nu = 1\%$ . . . . .	126
Figure 5.86 Topologies pour différents $l_\nu$ à $\zeta_\nu = 10\%$ . . . . .	127
Figure 5.87 Topologies pour différents $l_\nu$ à $\zeta_\nu = 50\%$ . . . . .	128
Figure 5.88 Écart de symétrie selon $l_\nu$ pour $\zeta_\nu = 1\%$ . . . . .	129
Figure 6.89 Configuration 3D . . . . .	131

Figure 6.90 Non-linéarité du volet . . . . .	132
Figure 6.91 Identification des ressorts de traction . . . . .	135
Figure 6.92 Identification du mécanisme non linéaire . . . . .	136
Figure 6.93 Exemple de consigne de vitesse appliquée par la soufflerie . . . . .	137
Figure 6.94 Exemple de diagramme logistique . . . . .	138
Figure 6.95 Diagrammes de bifurcations . . . . .	140
Figure 6.96 Cycle Limite d'Oscillation de type I . . . . .	142
Figure 6.97 Cycle Limite d'Oscillation de type II . . . . .	143
Figure 6.98 Cycle Limite d'Oscillation de type III . . . . .	144
Figure 6.99 Cycle Limite d'Oscillation de type IV . . . . .	145
Figure 6.100 Cycle Limite d'Oscillation de type V . . . . .	146
Figure 6.101 Battement non linéaire : Capture de résonance ( <i>RC</i> ) et Sortie de résonance ( <i>RE</i> ) . . . . .	148
Figure 6.102 Identification non linéaire : 821-510 . . . . .	151
Figure 6.103 Diagrammes de flottement linéarisé du profil dans configuration non linéaire	154
Figure 6.104 Diagrammes de bifurcation des pics d'amplitude . . . . .	155
Figure 6.105 Diagrammes de bifurcation d'amplitude <i>rms</i> et de fréquence . . . . .	156
Figure 6.106 Premier <i>LCO</i> à 40% $U_F$ . . . . .	158
Figure 6.107 Comportement chaotique à 50% $U_F$ . . . . .	159
Figure 6.108 <i>LCO</i> à 55% $U_F$ . . . . .	160
Figure 6.109 Second <i>LCO</i> à 60% $U_F$ . . . . .	161
Figure 6.110 Premier <i>LCO</i> à 50% $U_F$ . . . . .	162
Figure 6.111 Deuxième <i>LCO</i> à 79% $U_F$ . . . . .	163
Figure 6.112 Troisième <i>LCO</i> à 96% $U_F$ . . . . .	164
Figure 6.113 Quatrième <i>LCO</i> à 123% $U_F$ . . . . .	165
Figure A.1 Différents types d'écoulement en fonction du nombre de Mach . . . . .	181
Figure A.2 Écoulements autour d'un profil aérodynamique : Phénomène de <i>couche limite</i> [55] . . . . .	182
Figure A.3 Décrochage d'un profil d'aile pour différents angles d'attaque [46] . . . . .	182
Figure A.4 Lâché tourbillonnaire autour d'un cylindre de base carré, $\alpha = 0^\circ$ , $R_e = 410$ [15] . . . . .	183
Figure A.5 Schémas des différents type de couplage temporel en aéroélasticité . . . . .	184
Figure C.1 Calcul de la raideur linéaire équivalente . . . . .	190
Figure C.2 Déformation et angle d'un ressort en fonction du tangage . . . . .	192
Figure C.3 Force structurelle en tangage . . . . .	194

Figure C.4 Raideur de pilonnement adimensionalisée en fonction de la position du ressort . . . . .	195
Figure C.5 Déformation et angle d'un ressort en fonction du pilonnement . . . . .	196
Figure C.6 Pilonnement en fonction de l'angle de la manivelle $h$ . . . . .	197
Figure C.7 Forces structurelles en pilonnement . . . . .	198
Figure C.8 Raideur de pilonnement normalisée en fonction de la position du ressort .	199

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

- AIC** *Aerodynamic Influence Coefficient*
- AMA** Amortisseur à Masse Accordé
- CPU** *Computational Process Unit*
- CSR** *Control Surface Reversal*
- DLM** *Doublet Lattice Method*
- Expé** Expérimental
- FSI-VA** *Fluid Structure Interation Vibration Absorber*
- LCO** *Limit Cycle Oscillation*
- LUVLM** *Linear Unsteady Vortex Lattice Method*
- NES** *NonLinear Energy Sink*
- NLTVA** *NonLinear Tuned Vibration Absorber*
- RHS** *Right Hand Side*
- rms** *Root Mean Square*
- RVIT** *Rotary Variable Inductance Transducer*
- Theo** Theodorsen
- TMD** *Tuned Mass Damper*
- URANS** *Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes*
- UVLM** *Unsteady Vortex Lattice Method*

Symbol	Definition	Unit
$(\cdot)_{dim}$	Dimensionel	N/A
$(\cdot)_{ref}$	Référence	N/A
$(\cdot)_a$	Aérodynamique	N/A
$(\cdot)_s$	Structurel	N/A
$\alpha$	Angle de tangage	(-)
$\alpha_s$	Demi-angle du <i>jeu mécanique</i>	rad, positif
$a$	Position du centre élastique normalisé	(-)
$B_{mod}$	Matrice amortissement modal	(-)
$B$	Matrice amortissement	(-)

$\beta$	Angle de déflexion du volet	(-)
$\beta_s$	Demi-angle du <i>jeu mécanique</i>	<i>rad</i> , positif
$b$	Demi-corde	<i>m</i>
$C_p$	Coefficient de pression	(-)
$Cl$	Coefficient de portance	(-)
$Cm$	Coefficient de moment à 25%	(-)
$c$	Position du volet normalisée	(-)
$\epsilon$	Masse ajoutée de l'AMA	%
$\mathbf{f}_a$	Vecteur des forces aérodynamiques instationnaires	(-)
$\mathbf{f}_s$	Vecteur des forces de rappel non linéaires	(-)
$F$	Fréquence mesurée	<i>Hz</i>
$F_r$	Nombre de Froude	(-)
$\boldsymbol{\gamma}$	Vecteur vorticité réduite	(-)
$\eta_{\alpha,k}$	raideur polynomiale normalisé	(-)
$h$	Pilonement normalisé	(-)
$I_{\alpha,\beta}$	Moment d'inertie 2D	$kg \cdot m^2 / span$
$\kappa$	Rapport de masse (aero/aile)	(-)
$\mathbf{K}$	Matrice raideur linéaire	(-)
$k$	Fréquence réduite	(-)
$k_{\alpha,\beta,h}$	Raideur en torsion 2D	$Nm/rad/span$
$k_h$	Raideur en pilonnement 2D	$N/m/span$
$k_{\beta,3}$	Terme cubique du NES	$N/rad^3$
$k_u$	Raideur unitaire du ressort	$N/m$
$\Lambda$	Matrice des vecteurs propres	(-)
$\boldsymbol{\lambda}$	Vecteur des valeurs propres	(-)
$l_\nu$	Longueur normalisé de l'AMA en rotation	(-)
$l_{nes}$	Bras de levier du NES	<i>m</i>
$l_0$	Longueur naturel du ressort	<i>m</i>
$l_i$	Entre-axe du NES	<i>m</i>
$\mu_h$	masse du support normalisé	$kg / span$
$M$	Nombre de tourbillons de l'aile	(-)
$M_\infty$	Nombre de Mach	(-)
$m_{aile}$	masse de l'aile	<i>kg</i>
$m_{ref}$	masse de référence 2D	$kg / span$
$m_{sup}$	masse du support 2D	$kg / span$
$m_{tot}$	masse totale 2D	$kg / span$

$m_{volet}$	masse du volet	$kg$
$\nu$	Déplacement normalisé de l'AMA	(-)
$N$	Nombre de tourbillons du sillage	(-)
$\Omega_{\beta,h}$	Pulsation propre découpée réduite	(-)
$\omega_{\alpha,\beta,h}$	Pulsation propre découpée	$rad/s$
$\phi$	Phase mesurée normalisée	%
$\mathbf{q}$	Vecteur des coordonnées généralisées	(-)
$\rho$	Masse volumique	$kg/m^3$
$R_e$	Nombre de Reynolds	(-)
$r_{\alpha,\beta}$	rayon de giration	(-)
$S_{\alpha,\beta}$	Terme de couplage dimensionnel 2D	$kg \cdot m/span$
$S_t$	Nombre de Strouhal	(-)
$span$	Envergure	$m$
$\vartheta$	Terme de sous-relaxation	(-)
$t$	Temps normalisé	(-)
$U$	Vitesse réduite	(-)
$U_\infty$	Vitesse du vent	$m/s$
$U_{CSR}$	Vitesse d'inversion des gouvernes normalisée	(-)
$U_D$	Vitesse de divergence normalisée	(-)
$U_F$	Vitesse de flottement linéaire normalisée	(-)
$\mathbf{w}_{3/4}$	Vecteur des vitesses verticales induites	(-)
$\xi$	Vecteur position des tourbillons	(-)
$\mathbf{x}_{3/4}$	Vecteur position des points de colocation	(-)
$\mathbf{x}_{aug}$	Variable augmenté	(-)
$x_{\alpha,\beta}$	Terme de couplage normalisé	(-)
$\zeta$	Taux d'amortissement modal	(-)

**LISTE DES ANNEXES**

Annexe A	DÉFINITION DES NOMBRES SANS DIMENSION . . . . .	179
Annexe B	MATRICES DU CHAPITRE 1.5 . . . . .	185
Annexe C	CALCUL DES RAIDEURS ÉQUIVALENTES . . . . .	190

## INTRODUCTION

Cette thèse est issue d'un partenariat de co-tutelle internationale entre le laboratoire de dynamique des structures du professeur G. Michon, Institut Clément Ader (*ICA*) et le laboratoire d'aérodynamique numérique du professeur E.Laurendeau du département de génie mécanique à l'École Polytechnique de Montréal (*EPM*). Le contrat de co-tutelle assure un partage du temps passé dans chaque laboratoire, du financement et des livrables.

La première partie s'est déroulée à Montréal dans le but de prendre en main le sujet, d'acquérir les compétences en aérodynamique in-stationnaire et de programmer et valider trois codes de calculs aéroélastiques nécessaire au bon déroulement de la thèse. En parallèle, une charge d'enseignement a été assurée pour encadrer une classe de projet intégrateur IV dont le sujet était de concevoir et réaliser un concept préliminaire du banc d'essai aéroélastique utilisé lors des études expérimentales (dernière année du Bachelor en génie mécanique et aéronautique de l'*EPM*).

La seconde partie s'est déroulée à Toulouse dans le but d'améliorer le banc d'essai, de réaliser deux campagnes expérimentales aéroélastiques, d'exploiter les codes de calculs et de rédiger différents livrables recensés dans ce manuscrit .

Cinq formations scientifiques et quatre formations humaines ont été réalisées afin de mieux préparer le sujet de recherche, comme il est imposé par les règlements internes de l'*EPM* et l'école doctorale. On peut noter des formations suivantes qui ont été particulièrement constructives :

- Aéroélasticité des coques et des plaques (MEC6402A)
- Calculs numériques aérodynamiques (MEC6616)
- Conduite de projet de recherche (CAP7015)
- Génération de maillage (MEC6212A)
- Vibrations et stabilité (MEC6616)

L'objectif de ce chapitre est d'introduire la problématique de la thèse dans son contexte. En premier lieu, les déclencheurs sont exposés (section 1.1). Un état de l'art du contrôle passif des ailes est en suite présenté (Section 1.3) pour finalement présenter la problématique d'étude.

### 1.1 Motivations

De nombreuses motivations poussent les constructeurs aéronautiques à se concentrer sur le contrôle du flottement aérodynamique. Premièrement, nous présenterons le contexte de

thèse réalisée en co-tutelle internationale nous définirons le phénomène (section 1.1.1). Deuxièmement, un portrait de l'évolution historique des problématiques aéroélastiques sera dessiné (section 1.1.2). Troisièmement, les problématiques contemporaines seront dressées (section 1.1.3).

### 1.1.1 Définitions

L'aéroélasticité est la discipline qui croise les effets aérodynamiques (A), inertIELS (I) et éLASTIQUes (E) d'une structure [4]. Collar a classifié les principales problématiques aéroélastiques sous la forme d'un triangle dont les sommets représentent l'origine de chaque force mise en jeu, et les arrêtes représentent des problématiques scientifiques (Figure 1.1) [8].

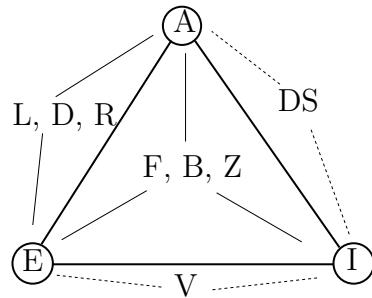


Figure 1.1 Triangle de Collar

On note :

1. **V, Vibrations mécaniques ou couplage inertie/élasticité** : Les efforts aérodynamiques sont négligés, la structure oscille autour d'une position d'équilibre. L'objectif est de caractériser le comportement vibratoire de l'avion, d'identifier le comportement vibratoire sous différents types d'excitation (choc, échelon, harmonique, *chirp*, aléatoire). Dans le processus de certification, les essais de vibration au sol (*Ground Vibration Test*, *G.V.T.* en anglais) permettent cette identification [68] (Figure 1.2a).
2. **DS, Stabilité dynamique ou couplage inertie/aérodynamique** : L'aéronef est considéré comme étant parfaitement rigide et on étudie les trajectoires et leur stabilité. C'est ce que l'on nomme la *Mécanique du vol*.
3. **Aéroélasticité stationnaire ou couplage aérodynamique/élasticité** : Étude des forces aérodynamiques et des contraintes mécaniques de l'aéronef déformable [14] :

- (a) **L, Distribution des charges**<sup>1</sup> : Calcul des forces de portance, de trainée et des moments en considérant la déformation stationnaire de l'avion (Figure 1.2b).
  - (b) **D, Divergence** : Rupture statique de la structure. Un vitesse critique à ne pas dépassée appelée *Vitesse de Divergence* (notée  $U_D$ ). Elle doit être identifiée lors du processus de certification.
  - (c) **R, Inversement des manœuvres**<sup>2</sup> : Les surfaces de contrôle génèrent un couple aérodynamique. La torsion de l'aile engendre un changement de l'angle d'attaque et une perte de portance est mesurée. Pour des vitesses suffisamment grandes, la portance peut changer de sens, ce qui génère une perte totale de la manœuvrabilité. La *vitesse critique d'inversion des gouvernes* (noté  $U_{CSR}$ )<sup>3</sup> doit également être identifiée dans le processus de certification.
4. **Aéroélasticité dynamique ou couplage inertie/élasticité/aérodynamique :**
- (a) **F, Flottement** : Les efforts aérodynamiques entrent en résonance avec la structure. Cette auto-excitation génère alors une instabilité dynamique [14]. Physiquement, cette instabilité peut être quantifiée par un taux d'amortissement négatif. Ce phénomène arrive lorsqu'est atteinte une vitesse limite appelée *Vitesse critique de flottement*.
  - (b) **B, Tremblement**<sup>4</sup> : Vibration de l'aile issue d'une excitation aérodynamique périodique. Cette excitation peut être issue de l'oscillation de la position d'une onde de choc (Interaction onde de choc/couche limite [46]) ou de tourbillons de Von Karman (Vibration Induite par Vortex *VIV*, surtout pour les corps non profilés comme le pont de Tacoma [61]).
  - (c) **Z, Réponse dynamique** : Identification des fréquences propres de l'avion en vol [16]. Prise en compte des rafales de vent [43].

La plupart de ces phénomènes peuvent provoquer la rupture des éléments portant de l'aéronef, il est donc primordial pour les constructeurs aéronautiques de maîtriser le comportement aéroélastiques des avions.

### 1.1.2 Cent ans d'interaction fluide-structure dans le secteur aéronautique

C'est à l'aube de la Première Guerre Mondiale que le premier cas de divergence statique est répertorié. On peut citer le cas de l'aéronef *Langley A* en 1903 qui est fortement documenté [4, 21].

---

1. *Loads distribution*  
 2. *Reversal*  
 3. *CSR* pour *Control Surface Reversal*  
 4. *Buzz*



(a) Identification au sol de la réponse structurelle d'un avion [1]



(b) Déformation stationnaire d'un drone à longue endurance *NASA Helios* [64]

Figure 1.2 Mise en évidence des effets aéroélastiques

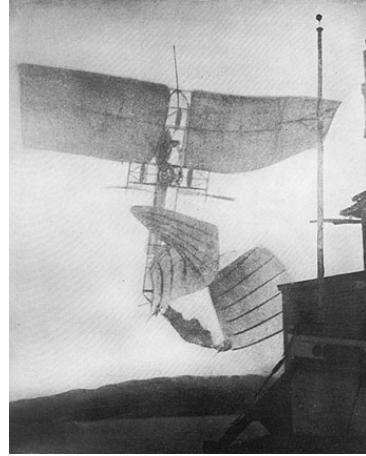
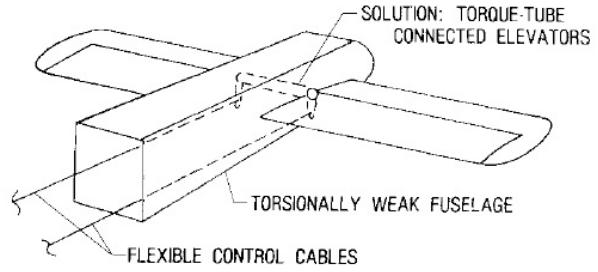


Figure 1.3 Divergence de l'aéronef du professeur S.P. Langley, modèle A. (1903) [21]

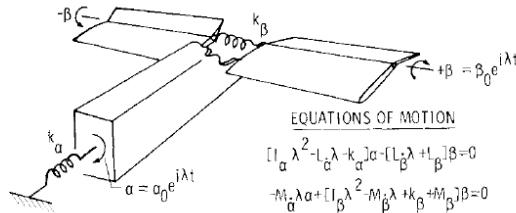
Pendant la Première Guerre Mondiale, la course aux performances pousse les ingénieurs à concevoir des avions plus rapides et plus légers. Les ailes sont plus souples et le phénomène de flottement fait son apparition, ce qui cause la rupture soudaine de nombreux avions militaires. Pas moins de 170 avions sont tombés suite à des problèmes d'interaction fluide-structure entre 1914 et 1918 [21]. Les premiers travaux majeurs sur le flottement sont développés par F.W. Lanchester, L. Bairstow et A. Fage appliqués à la queue du bombardier *Handley Page 0/400* (Figure 1.4a). La solution qu'apporte par F.W. Lanchester est de rigidifier les volets de queue en reliant ces derniers avec un arbre de torsion (Figure 1.4b). L. Bairstow et A. Fage présentent également la première méthode analytique qui permet de déterminer la stabilité aéroélastique à l'aide du critère de Routh (Figure 1.4c). On comprend alors que la vitesse de flottement est étroitement liée à la rigidité en torsion.

L'avènement du calcul par les machines analogues (après la Seconde Guerre Mondiale) et par l'informatique (à partir des années soixante-dix jusqu'à nos jours) permet de passer un cap majeur dans la compréhension des problématiques aéroélastiques complexes. Le développement des algorithmes de calculs haute fidélité (*CFD*<sup>5</sup>) permet de résoudre les équations de Navier-Stokes et de prendre en compte les phénomènes hautement non linéaires issus de l'aérodynamique [17]. Les sources de non linéarité aérodynamique sont classifiées [46] :

1. Effet de **compressibilité** : Oscillation d'onde de choc en écoulement transsonique (Figure 1.5a)
  2. Effet de **viscosité** : Décrochage dynamique [56] (Figure 1.5b)
  3. Effet **géométrique** : Les grands angles impliquent une non linéarité dite géométrique, qui est notamment présente pour les méthodes des tourbillons (Figure 1.5c)
- 
5. Computational Fluid Dynamic

(a) Bombardier *Handley Page 0/400*

(b) Solution apportée par F.W. Lanchester



CHARACTERISTIC EQUATION  
 $A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E = 0$

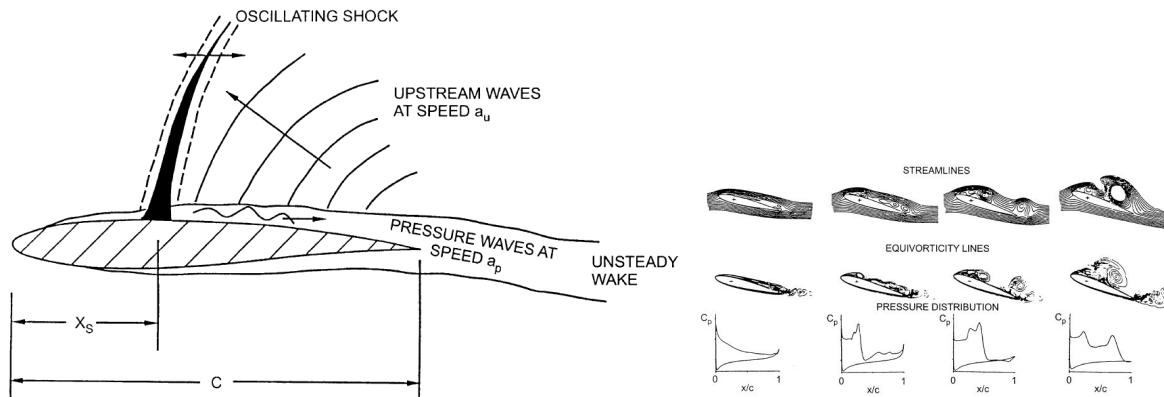
ROUTH'S DISCRIMINANT  
 $(BCD - AD^2 - B^2 E) > 0$  DAMPED OSCILLATIONS  
 $= 0$  FLUTTER ONSET  
 $< 0$  UNDAMPED OSCILLATIONS

(c) Modélisation du flottement par L. Bairstow et A. Fage

Figure 1.4 Premier travaux sur le flottement appliqués à la queue du *Handley Page 0/400* [21]

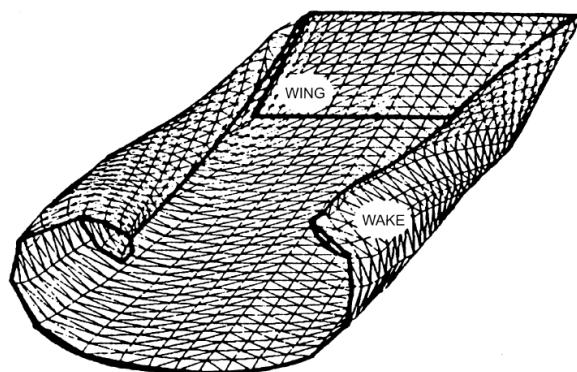
La puissance de calcul permet également d'aborder les problématiques liés aux non linéarités structurelles, d'abord listées dans [6] et réutilisée dans [46]) :

1. Les non linéarités **concentrées**. Ces non linéarités locales sont présentes au sein des liaisons mécaniques et peuvent être dues à :
  - (a) Des **jeux mécaniques** ou plus généralement **bilinéaires** (deux pentes, Figure 1.6a)
  - (b) Des **butées**
  - (c) Des **frottement secs** dans les liaisons (notamment dans les surfaces de contrôle, les ailes à flèche variable et les ailes à angles de repliage variable)
  - (d) Des **raideurs durcissantes et adoucissantes** issues de la géométrie des mécanismes (Figure 1.6b)
2. Les non linéarités **distribuées**. Ces non linéarités sont issues :
  - (a) De la distribution de singularités qui sont prises en compte à l'échelle macrosco-pique (distribution de boulons, de rivets, de câblages ...)
  - (b) De la non linéarité intrinsèque des matériaux (lois rhéologique complexes) no-tamment présents dans les matériaux mémoire de forme [53]
  - (c) Des grandes déformations



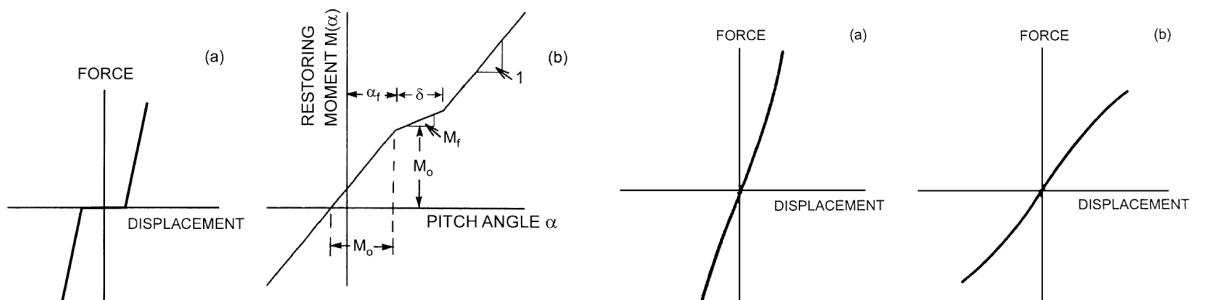
(a) Oscillation d'une onde de choc [46]

(b) D茅crochage dynamique [56]



(c) Non-lin茅arit茅 g茅om茅trique du sillage [46]

Figure 1.5 Non lin茅arit茅s a茅rodynamiques



(a) Non lin茅arit茅 a) jeux, b) bilin茅aire

(b) Non lin茅arit茅 a) durcissante, b) adoucissante

Figure 1.6 Non lin茅arit茅s structurelles, images issues de [46]

Ces non-linéarités engendrent des comportements vibratoires non linéaires qui favorisent la fatigue structurelle [46]. Des *Cycles Limites d'Oscillations* (*LCO*<sup>6</sup>) sous-critiques (respectivement, super-critiques) pour des vitesses inférieures (respectivement, supérieures) à la vitesse de flottement dans la configuration linéaire. On parle dans ce cas de *Soft Flutter* (respectivement, *Hard Flutter*; Figure 1.7). On observe également des comportements *chaotiques*.

On retrouve ces problématiques dans d'autres domaines tels qu'en génie aérospatial (mode de vibration des réservoirs), dans l'étude des pâles d'hélicoptère [20], en génie civil (vibration des ponts [26], cheminées et structures offshores), en automobile (ailerons [7]), en génie agricole (dégradation des récoltes [23]), en génie nucléaire (assemblage des combustibles, [5]), en génie thermique (échangeurs de chaleur, pâles de turbines [69]), génie biomédical (prothèses du cœur [31]), etc.

### 1.1.3 Conséquences

Le flottement bride les avions en vitesse maximale appelée *Vitesse Critique de Flottement*. Afin de prévenir tous les risques, les avionneurs doivent valider les règlementations d'aviation, propres au territoire survolé. On peut citer *Transport Canada* au Canada, l'*European Aviation Safety Agency (EASA)* en Europe et la *Federal Aviation Administration (FAA)* aux États-Unis. L'enveloppe de vol est représentée par le diagramme charge/vitesse [75] (Figure 1.8). On remarque en jaune une grande marge de sécurité due notamment à un manque de confiance face à la fabrication et aux prédictions.

Les conséquences pour les constructeurs sont :

- Un surdimensionnement en rigidité des structures.
- Un compromis raideur/masse qui constraint la conception.
- Une utilisation de matériaux onéreux.

---

6. Traduit de l'anglais *Limit Cycle Oscillation*

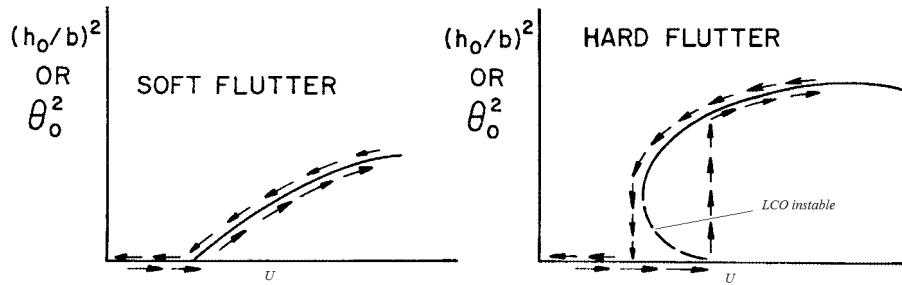


Figure 1.7 Non linéarité a) durcissante, b) adoucissante

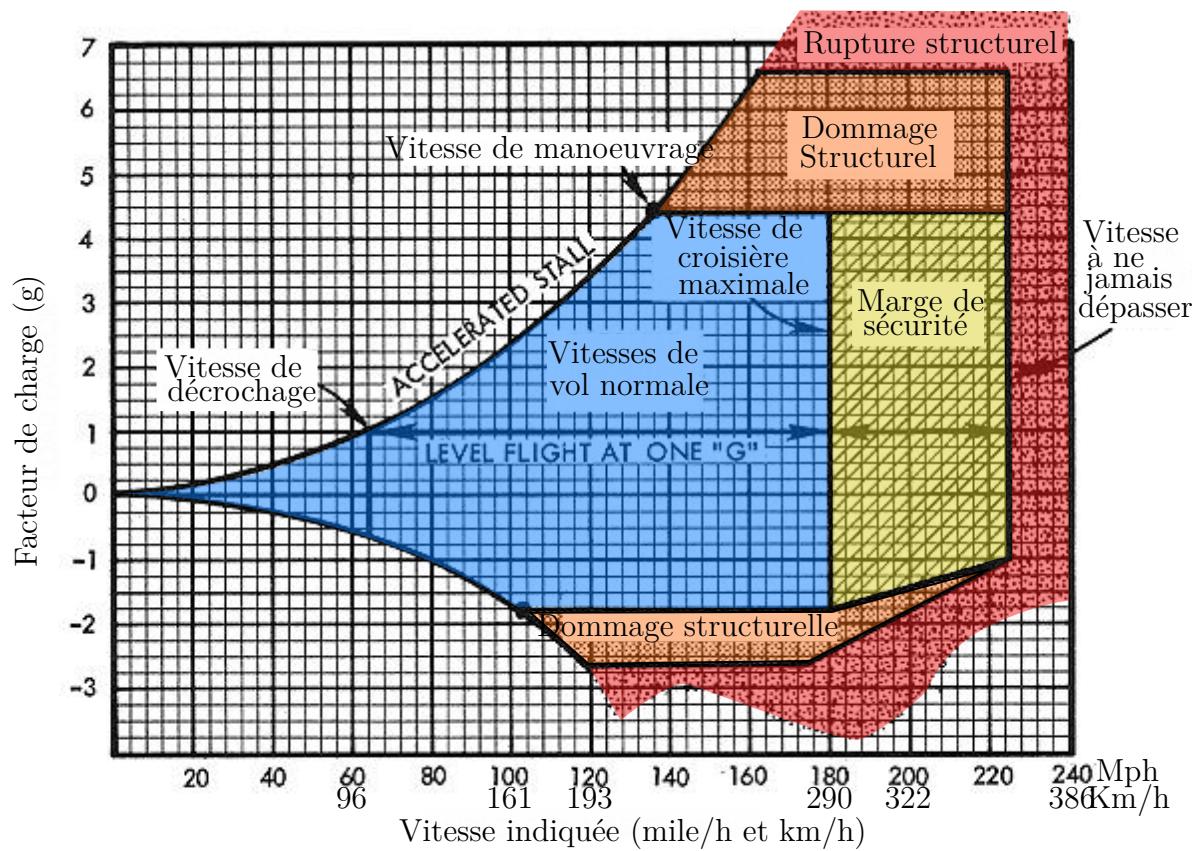


Figure 1.8 Diagramme charge/vitesse générique pour le domaine de vol

- Une campagne d'essais de qualification complexe qui comprend des essais en vol couteux et dangereux. Il faut noter que chaque configuration doit être qualifiée.
- Une diminution de la vitesse maximale.

Les problématiques modernes des constructeurs aéronautiques liées au flottement sont dressées dans [33] :

1. Les prédictions du flottement sont coûteuses et ne sont pas suffisamment précises.
2. Les systèmes de contrôle du vol (*Flight Control Systems (FCS)*) peuvent générer des effets aéroservoélastiques non désirables. Ces *FCS* doivent être réglés au cours de la vie de l'avion (fatigue).
3. Il n'existe aucune base de données pour le développement de nouveaux designs d'avion plus exotiques, ce qui tend à de plus grandes marges de sécurité.

## 1.2 Définition des nombres sans dimension

Les Nombres sans dimensions sont définis dans l'annexe A. Tout au long de cette thèse, la fréquence réduite  $k$  sera utilisée c'est pourquoi il est important définir ce nombre adimensionnel.

Cette dernière représente le rapport entre le temps que met une particule fluide pour traverser la longueur de référence par rapport à la période d'oscillation du solide (équation 1.1).

$$k = \frac{\omega_s b}{U_\infty} = \frac{T_{fluide}}{T_{solide}} \quad (1.1)$$

dans laquelle

- $\omega_s$  : Pulsation propre de l'aile ( $rad/s$ )
- $b$  : Demi-corde ( $m$ )
- $U_\infty$  : Vitesse de vent en amont ( $m/s$ )
- $T$  : Période ( $s$ )

On note ainsi quatre types de couplage fluide-structure [13] (Figure 1.9) :

1.  **$k \ll 1$ , ou couplage stationnaire à interaction faible** : Une particule fluide ne voit pas la structure se déplacer, l'écoulement est considéré comme stationnaire (Figure 1.9a).
2.  **$k < 0.1$  couplage quasi-stationnaire interaction faible** : Une particule fluide ne voit pas la structure se déplacer mais l'angle d'attaque est corrigé par la cinématique propre à l'aile (Figure 1.9b).
3.  **$k \sim 1$  couplage instationnaire interaction forte** : Une particule fluide est soumise

aux déplacements de l'aile (Figure 1.9c). Le sillage en aval est instationnaire.

4.  $k >> 1$  **couplage acoustique interaction faible** : Une particule fluide ressent notamment le déplacement de l'aile et des ondes de pression périodiques sont générées (Figure 1.9d).

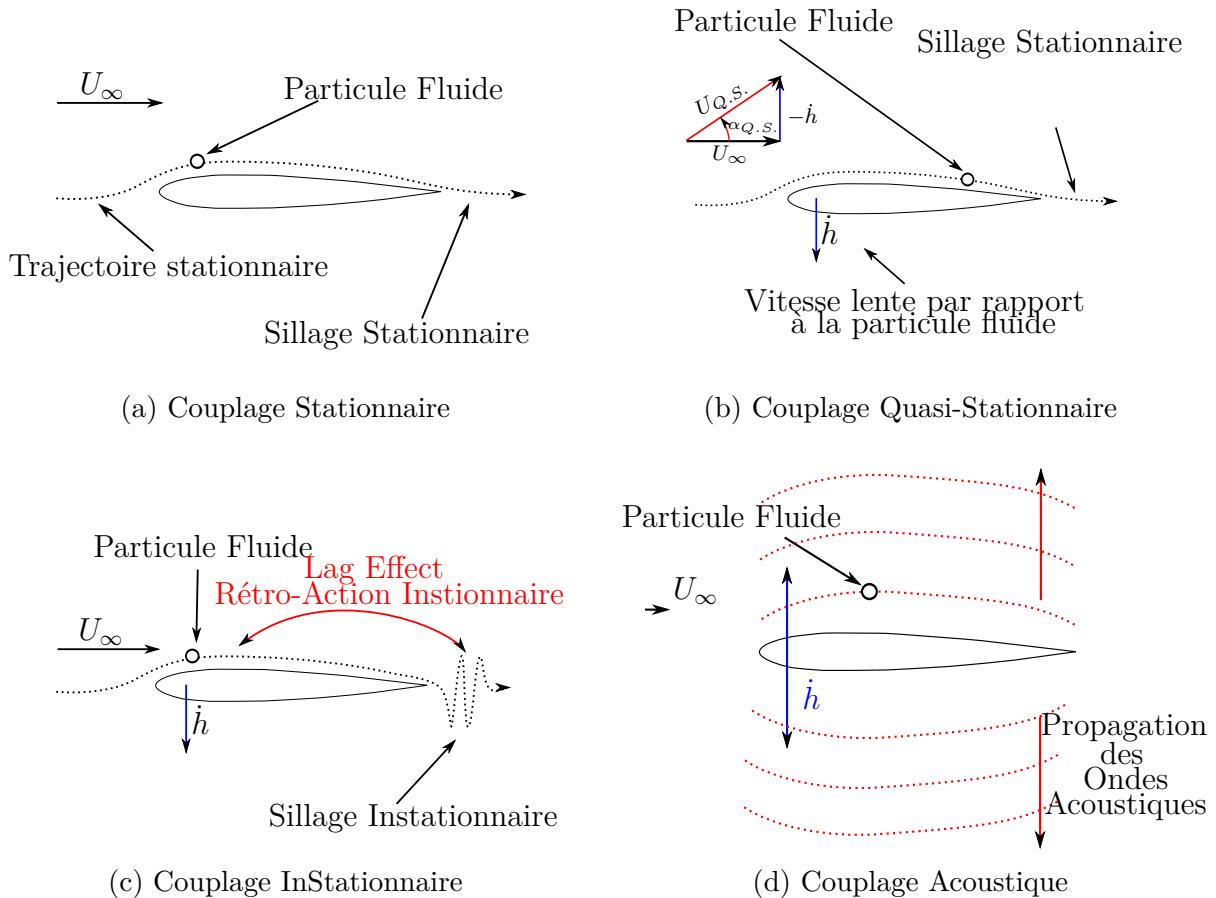


Figure 1.9 Schémas des différents types de couplage temporel en aéroélasticité

Maintenant que les hypothèses sont définies, nous allons présenter l'état de l'art du contrôle du flottement d'une section typique.

### 1.3 Contrôle passif du flottement

Les stratégies de contrôle sont classées en trois grandes familles distinctes :

1. Contrôle actif : un actionneur réalise le contrôle (mécanique, plasma, etc...). Cette stratégie est la plus efficace mais nécessite un apport en énergie.

2. Contrôle passif : un système additionnel permet une auto-régulation sans apport d'énergie (amortisseur à masse accordé, générateur de vortex).
3. Contrôle semi-actif : contrôleur passif dont les caractéristiques peuvent être adaptées à l'aide d'un actionneur (apport d'énergie séquentiel). Cette stratégie présente les avantages et les inconvénients des deux précédentes.

Par la suite, seuls les méthodes de contrôle passif sont développées.

### 1.3.1 Ajout d'un second oscillateur linéaire "Amortisseur à Masse Accordée" (*AMA*)

Le premier Amortisseur à Masse Accordée<sup>7</sup> (*AMA*) a été inventé au début du vingtième siècle par Hermann Frahm [19]. Cette technologie consiste à ajouter un système { masse, ressort, amortisseur } sur le système dynamique (Figure 1.10a) que l'on souhaite contrôler afin de déplacer les fréquences résonantes (Figure 1.10b). L'*AMA* peut également être utilisé pour absorber les chocs ou les réponses transitoires. Il est important de noter que le dimensionnement optimal d'un *AMA* n'est pas le même selon que l'on veuille supprimer une résonance ou absorber des impacts. Dans le cas d'un oscillateur linéaire à un degré de liberté, ce type d'amortisseur est très bien décrit par la littérature scientifique [18, 32].

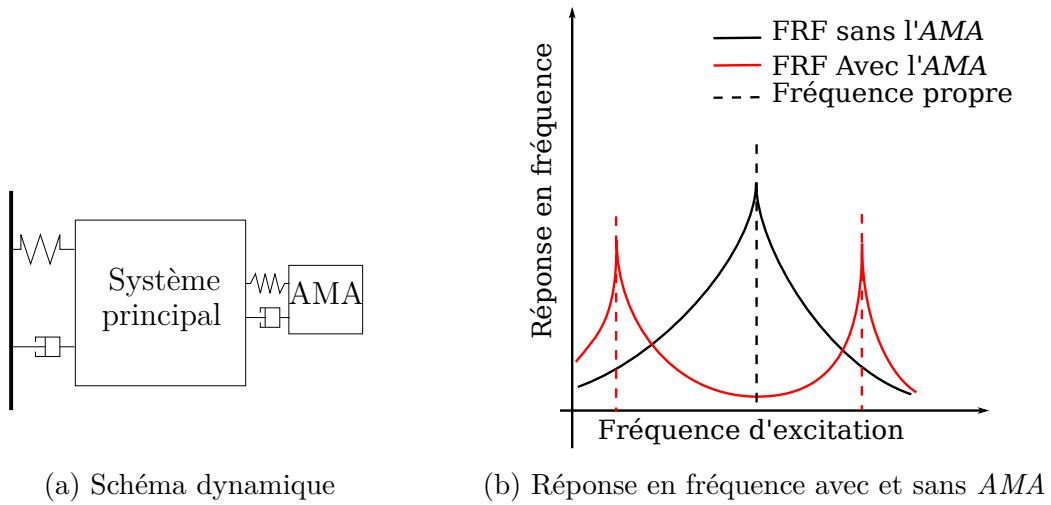


Figure 1.10 Schémas générique d'un *AMA*

Dans le domaine de l'interaction fluide-structure, cette technologie a surtout été étudiée dans le génie civil afin de contrôler le flottement des ponts [41]. Dans le domaine aéronautique, peu

7. Tuned Mass Damper (*TMD*) ou Tuned Vibration Absorber (*TVA*) en anglais

d'études semblent avoir été réalisées sur les méthodes passives de suppression du flottement. L'ajout d'une masse excentrée afin de modifier le rayon de giration et le centre de gravité d'un profil à 2 degrés de liberté a été étudiée par [39]. Cette méthode a montré un gain de 20% en vitesse de flottement pour une (grande) augmentation de 20% de la masse. Dans le même document, l'ajout d'un *AMA* en translation a été analysé pour une masse ajoutée et amortissement constants (20% de la masse de l'aile, amortissement de 20%) et différentes pulsations propres (0 à 2 fois  $\omega_a$ ) et positions (entre  $\pm 12.5\%$  de corde). Un gain en vitesse flottement allant jusqu'à 65% est calculé. Pour certains couples (position, pulsation propre), la vitesse de flottement diminue.

### 1.3.2 Amortisseurs non-linéaires

Les amortisseur à pompage énergétique<sup>8</sup> sont constitués d'une masse faible (de l'ordre du pourcent de la structure principale), reliée à la structure principale par un ressort de raideur purement non-linéaire (aucune linéarité) et amortisseur visqueux [48] (figure 1.11). La condition de non-linéarité pure implique que cet oscillateur ajouté ne possède pas de fréquence propre. Ainsi, le *NES* s'accorde naturellement à la structure principale (Capture de la résonnace<sup>9</sup>) et présente alors de bonne caractéristiques de contrôle dans une **larges gammes de fréquences**. Un exemple de réponse en fréquence d'un oscillateur linéaire seul, couplé avec un *NES* (idéalement dimensionné) et couplé avec un *AMA* est présenté figure 1.12

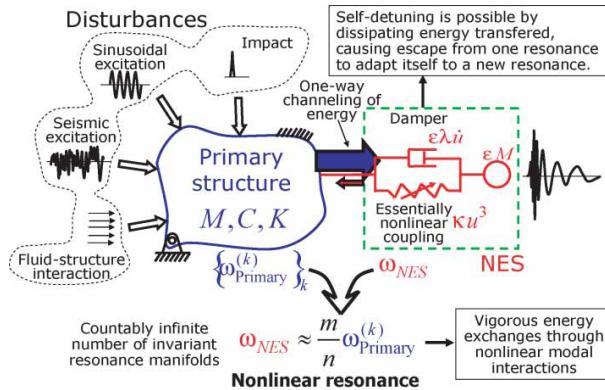


Figure 1.11 Schémas d'un *NES*, image issue de [48]

L'utilisation de ces amortisseurs non linéaires a été étudiée dans un large spectre de domaines en mécanique. On peut citer le fraisage pétrolier [88], la résistance des immeubles face aux tremblements de terre [65], tournage [24] et la récupération d'énergie [73]. Ces dix dernières

8. De l'anglais Nonlinear Energy Sink (*NES*)

9. De l'anglais Résonnance Capture (*RC*)

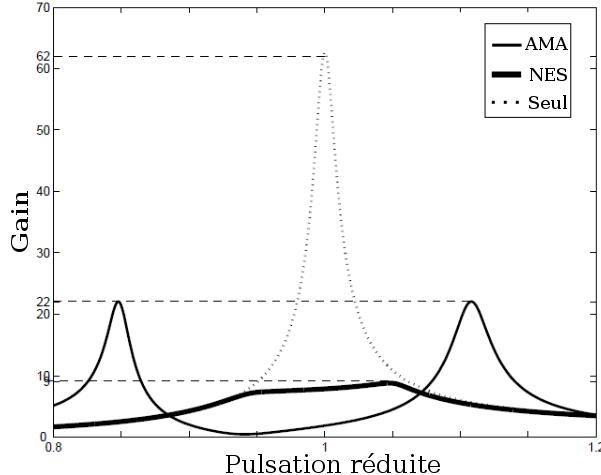


Figure 1.12 Comparaison des réponses en fréquence d'un oscillateur linéaire couplé avec un *NES*, un *AMA* et seul (Image issue de [25])

années, une série d'études a été appliquée à des problématiques d'interaction fluide-structure. Que ce soit sur tabliers de ponts [86], dans un cylindre à section circulaire (un câble par exemple) [84, 85, 58], dans une aile à 2 degrés de liberté sous écoulement subsonique [3, 57, 45, 47, 22, 50, 27, 28, 54] ou une aile tri-dimensionnelle avec angle de flèche sous écoulement transsonique [35, 37, 36, 34], le *NES* a su prouver sa capacité à contrôler un système auto-entretenu, souvent hautement non-linéaire.

Il n'est pas trivial de réaliser une raideur purement non linéaire pour des applications industrielles. La communauté scientifique s'est donc également penchée sur les *NLTVA*<sup>10</sup>, dont la raideur présente une composante linéaire et des composantes non linéaires (oscillateur de *Duffing* par exemple) [28, 29, 54, 87], ainsi que les amortisseurs hystérotiques, basés sur les propriétés dissipatives non linéaires des matériaux à mémoire de forme [52, 53].

## 1.4 Problématique

L'étude d'une aile (3D) peut être simplifiée par l'étude de la **Section typique** équivalente (2D, Figure 1.13) qui présente les mêmes caractéristiques élastiques, inertielles et aérodynamiques [4]. Elle est positionnée aux alentours du 3/4 de l'envergure de l'aile [81]. Par analogie, la torsion 3D (respectivement flexion) s'assimile au tangage<sup>11</sup> 2D (respectivement, pilonnement).

10. Acronyme de *NonLinear Tuned Vibration Absorber*

11. Le tangage est un mouvement de rotation en angle d'attaque

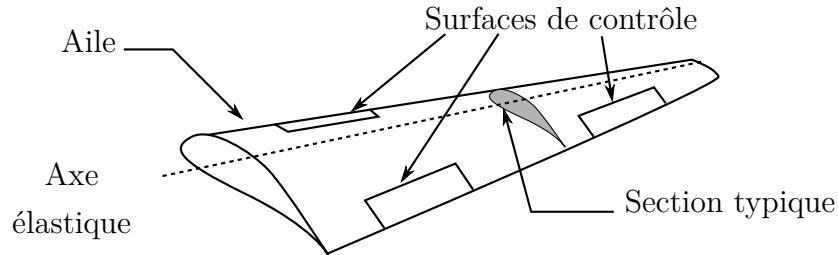


Figure 1.13 Schéma d'une aile et de sa section typique

Dans un objectif global de contrôler passivement une aile d'avion avec un *NES* pour un apport en masse minimum, l'idée originale de ce projet est de considérer une partie des Surfaces de contrôle comme un *NES* et ainsi, valoriser une masse existante (figure 1.14). Le *NES*-volet présente un haut couplage aéroélastique générant notamment une raideur linéaire (résultat présenté dans le chapitre 1.5). L'amortisseur est donc plus proche d'un *NLTVA* à couplage fluide-structure (*FSI-VA*).

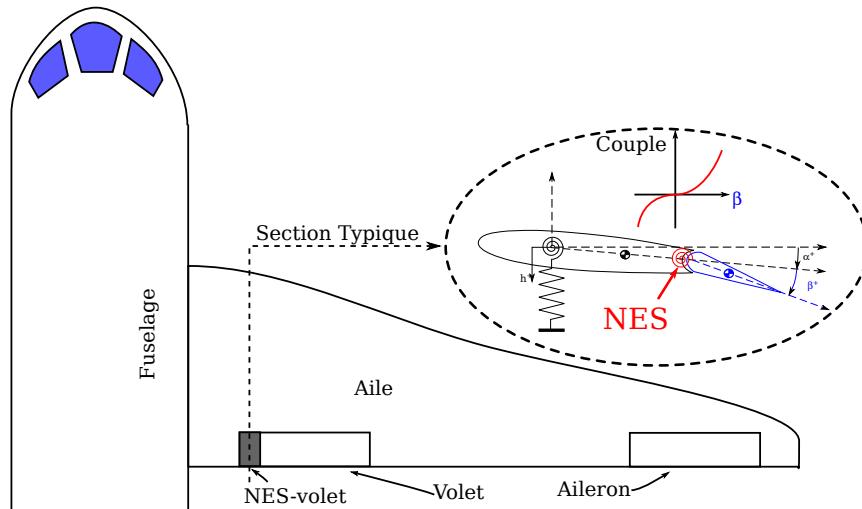


Figure 1.14 Configuration 3D

En rapport avec cette configuration, la question de recherche est la suivante. *Une configuration FSI-VA peut-elle repousser le flottement d'une Section typique ? Quels sont les comportements non linéaires pouvant être observés ? Cette configuration est-elle plus efficace au regard des AMA linéaires ?*

## 1.5 Organisation de la thèse

Cette thèse est composée de trois parties. Premièrement, une étude comparative de trois modèles réduits de calculs des forces aérodynamiques instationnaires est réalisée afin de sélectionner le modèle le plus approprié (chapitre 1.5). Les codes de calcul correspondant à ces modèles sont également validés pour des cas test d'aéroélasticité linéaire et non linéaire. Ensuite, le banc d'essai est identifié et une campagne d'essais de flottement linéaire est présentée (chapitre 2.9). Les prédition des simulations sont en accord avec les mesures expérimentales.

Deuxièmement, le code *Theodorsen* est sélectionné dans le cadre de deux études paramétriques. Dans la première, le comportement du banc d'essai est extrapolé à l'aide d'une étude paramétrique (chapitre 3.13). Dans la seconde, l'analyse de trois configurations d'*AMA* est présentée (chapitre 4.17). Une augmentation de la vitesse critique de flottement de l'ordre de 40% est calculé pour une masse ajoutée inférieur à 2% de la masse totale de l'aile.

Troisièmement, l'ensemble des études réalisées dans une configuration non linéaire est décrit. Les résultats de la campagne d'essais sont exposés (chapitre 5.22) puis les résultats numériques, dans la même configuration, sont présentés au chapitre 6.26. Six comportements non linéaires sous-critiques sont observés, cinq cycles limites d'oscillations et un cas de battement non linéaire. Un gain en vitesse critique de flottement de 8% est mesuré sans apport de masse.

Enfin, un bilan exhaustif est dressé au chapitre 6.30.

## MODÉLISATIONS NUMÉRIQUES BASSE FIDÉLITÉ

### Résumé

Trois modèles aérodynamiques instationnaires sont comparés pour l'étude aéroélastique d'une section typique à deux et trois degrés de liberté : *Theodorsen, Méthode des tourbillons instationnaires (UVLM)*<sup>12</sup> et *Méthode des tourbillons instationnaires linéarisée (LUVLM)*<sup>13</sup>. Le modèle de *Theodorsen* est intégré à l'aide de deux variables augmentées issues de l'approximation exponentielle de Jones de la fonction de Wagner. L'hypothèse d'un écoulement quasi-stationnaire pendant un pas de temps suffisamment court autorise l'expression faiblement couplé du modèle à sillage libre *UVLM*. L'hypothèse d'un sillage plat et colinéaire permet la linéarisation du modèle *UVLM* et offre ainsi une formulation fortement couplée *LUVLM*. À partir des équations du cas à deux degrés de liberté [95], le modèle *LUVLM* a été développé pour la configuration profil/violet.

Premièrement, une étude de raffinement est réalisée afin de vérifier la consistance des algorithmes.

Deuxièmement, une validation purement aérodynamique est effectuée à l'aide de cas test de tangage et de pilonnement harmonique. Les forces aérodynamiques calculées par chaque modèle sont comparées à l'aide de codes haute fidélité (Euler et Navier-Stokes) et de données expérimentales issues de la littérature. Une validation aéroélastique est réalisée en comparant l'évolution des fréquences propres et des taux d'amortissement modal avec d'autres résultats qui proviennent de codes potentiels et d'expériences issus de la littérature. La résolution d'un problème aux valeurs propres (*PVP*) est suffisant pour les modèles de *Theodorsen* et *LUVLM*, tandis qu'un post-traitement de la réponse temporelle est nécessaire pour le modèle *UVLM* (*FFT* et décrément logarithmique).

Troisièmement, ces trois codes sont validés sur des cas de non linéarités structurelles de type *cubique* et *jeu mécanique*. Les *LCO* et les comportements chaotiques sont analysés et comparés avec littérature.

Ces modèles à faible fidélité nécessitent des temps de calcul bien plus faibles que les codes *CFD* de type Reynolds-Averaged Navier-Stokes (*URANS*). Le code *UVLM* présente d'excellentes prédictions des forces aérodynamiques et de la position des tourbillons dans le sillage. Chaque modèle présente de bonnes prévisions aéroélastiques linéaires et non linéaires.

---

12. Traduit de l'anglais *Unsteady Vortex Lattice Method*

13. Traduit de l'anglais *Linear Unsteady Vortex Lattice Method*

## 2.6 Introduction

### 2.6.1 Objectifs et Méthodologie

L'objectif de ce chapitre est de comparer l'aptitude des trois modèles aérodynamiques à faible fidélité à réaliser des calculs d'interaction fluide-structure. Les objectifs sous-jacents sont :

1. Valider l'implémentation des codes.
2. Étendre la méthode *LUVLM* [95] pour un système profil/volet avec des non linéarités afin modéliser des problèmes plus réalistes.
3. Appliquer la méthode *UVLM* [40] à des problèmes d'interaction fluide-structure.
4. Adimensionnaliser le modèle de *Theodorsen* [80] dans le domaine temporel structurel.

Premièrement, les modèles sont définis à la section 2.7. Deuxièmement, les validations aérodynamiques et aéroélastiques des codes sont présentées. Troisièmement, les modèles sont validés sur des cas aéroélastiques à non-linéarité structurelle issus de la littérature (section 2.8).

Chaque variable est adimensionnée selon les références  $[M, L, T] = [m_{ref}, b, \omega_\alpha^{-1}]$  où :

- $m_{ref}$  correspond à la masse de la section par unité d'envergure
- $b$  correspond à la demi-corde<sup>14</sup>
- $\omega_\alpha$  correspond à la pulsation propre non couplée en tangage<sup>15</sup>.

Le détail de chaque matrice est donné en annexe B.

### 2.6.2 Modèles à basse fidélité

Plusieurs modèles d'aérodynamique numérique (*CFD*) ont été développés durant les trente dernières années. Les codes à haute fidélité comme les algorithmes *URANS*<sup>16</sup>, offrent une bonne compréhension des phénomènes aérodynamiques complexes et une prédiction précise des forces [76]. Le coût élevé de ces algorithmes pour des problématiques aéroélastiques conduit l'industrie aéronautique à élaborer des modèles à faible fidélité lors des projets de design préliminaires [42].

Le modèle de *Theodorsen* [80] est basé sur la solution analytique du problème d'une plaque plane à trois degrés de liberté (tangage, pilonnement et déflexion) sous un écoulement poten-

---

14. En aéroélasticité, la longueur de référence est historiquement [80] la demi-corde notée  $b$  et non la corde habituellement notée  $c$  en aérodynamique. Il faut bien noter que pour une section typique à trois degrés de liberté profil/volet, le symbole  $c$  désigne la position du centre de rotation de la surface de contrôle.

15. En aéroélasticité, le temps de référence est historiquement [80] l'inverse de la pulsation propre en tangage. En effet, cette dernière modélise la raideur en angle d'attaque dans le système d'équations adimensionnalisées, un des paramètre qui affecte le plus la vitesse de flottement.

16. Acronyme de *Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes*

iel harmonique. Celui-ci donne des résultats fiables pour un faible coût en temps de calcul. Cette solution est donnée dans le domaine fréquentiel. Dans le cadre d'une cinématique arbitraire, les équations de Theodorsen peuvent être résolues dans le domaine temporel à l'aide de la fonction de Wagner (réponse aérodynamique indicielle). L'approximation de Jones permet de réduire le problème à deux équations différentielles linéaires [16]. Ce modèle est encore largement utilisé par la communauté scientifique [90]. [63, 10] ont montré expérimentalement que le modèle de *Theodorsen* pouvait prédire des *LCO* dans des configurations non linéaires.

Pour des géométries plus complexes, les constructeurs aéronautiques ont choisi d'utiliser la méthode des doublets (*DLM*<sup>17</sup>) [2, 42]. La méthode *UVLM* a reçu moins d'attention bien qu'elle soit plus adaptée aux problèmes instationnaires [60].

La linéarisation du modèle *UVLM*, appelé *LUVLM* a été développé par K. Hall [30]. Cette linéarisation permet une formulation fortement couplée du problème aéroélastique. L'intégration dans le domaine temporel est réalisée à l'aide d'un algorithme Runge-Kutta. La résolution d'un problème aux valeurs propres permet d'obtenir rapidement le comportement aéroélastique dans le domaine fréquentiel. Les équations du modèle *LUVLM*, dans le cas d'une aile à deux degrés de liberté avec des non linéarités de type *cubique* et *jeu mécanique* en tangage, sont développées dans [95].

### 2.6.3 Travaux antérieurs portant sur les non linéarités structurelles en aéroélasticité

Comme il a été présenté dans la section 1.1.2, différentes non-linéarités d'ordre structurel et aérodynamique sont présentes dans les problématiques aéroélastiques. Nous allons maintenant nous concentrer sur les non-linéarités structurelles de type *cubique* et *jeu mécanique*.

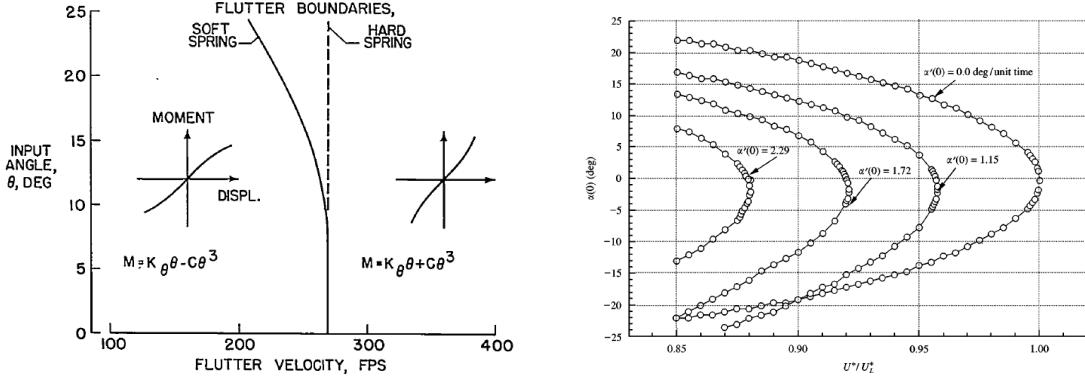
#### Non-linéarité de type *cubique*

Les études qui traitent la non-linéarité de type *cubique* appliquée à une section typique à deux degrés de liberté jusqu'en 1999 sont synthétisés dans [46].

Les ressorts à non-linéarité cubique adoucissante présentent des vitesses de flottements sous-critiques [92] (Figure 2.15a). Cette vitesse dépend des conditions initiales [44] (Figure 2.15b).

---

17. Acronyme de *Doublet lattice Method*



(a) Enveloppe de flottement pour des non-linéarités cubiques [92] (b) Enveloppe de flottement en fonction des conditions initiales [44]

Figure 2.15 Enveloppes de flottement dans le cas de non-linéarités cubiques adoucissantes

Les ressorts à non-linéarité cubique durcissante présentent en amont un comportement stable de la vitesse de flottement linéaire. En aval, des *LCOs* stables apparaissent, connus sous le terme de bifurcation de *Hopf* super-critique [44]. Ce comportement non linéaire est indépendant de la condition initiale [44, 49] à moins que les frottements secs (force de Coulomb) soient pris en compte [63].

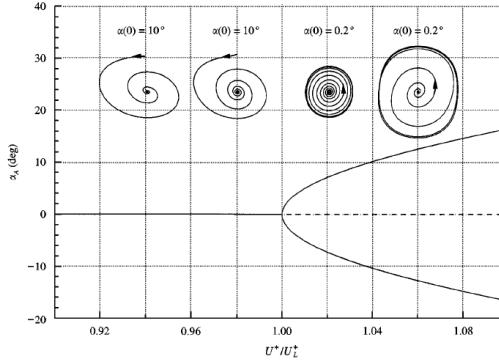


Figure 2.16 Bifurcation de *Hopf* super-critique et *LCOs* dans le cas d'un ressort à non-linéarité durcissante [44]

**Non-linéarité de type *jeu mécanique* en tangage** La non-linéarité de type *jeu mécanique* en tangage (Figure 2.17) est analysée dans [71]. On observe un comportement divergent à la vitesse de flottement et des *LCOs* en amont (Figure 2.17a). Dans certains cas, des comportements chaotiques apparaissent (Figure 2.17b).

La présence de la discontinuité induit une erreur numérique quant à la prédiction de la singularité du jeu. Elles peuvent être évitées par l'utilisation de schémas numériques spécifiques [46, 11, 12]. Des dizaines d'oscillations sont nécessaires pour atteindre un régime établi (*LCO* stable) d'où la nécessité de recourir à des modèles rapides [46].

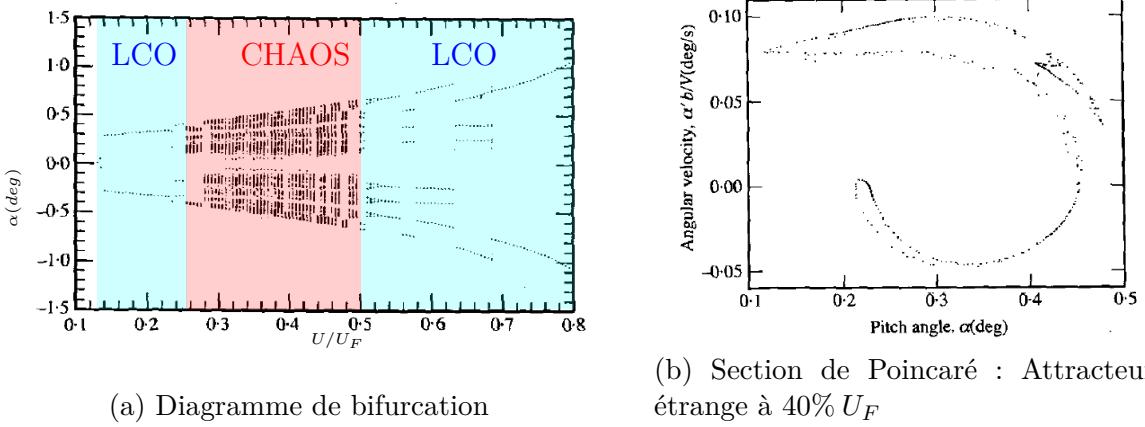


Figure 2.17 Comportements non linéaires d'une section typique avec *jeu mécanique* en tangage [71]

**Non-linéarité de type *jeu mécanique* dans la surface de contrôle** Les effets de la non-linéarité de type *jeu mécanique* appliqués à une section typique à trois degrés de liberté (tangage ' $\alpha$ ', pilonnement ' $h$ ' et déflexion de la surface de contrôle ' $\beta$ ') sont étudiés numériquement et expérimentalement dans [10]. Des *LCOs* sont observées entre 20% et 100% de la vitesse de flottement mesurée dans la configuration linéaire. Des comportements chaotiques sont également observés autour de 40% de la vitesse de référence. Une divergence est observée au-delà 100%.

Cet article expérimental est considéré comme référence dans de nombreux ouvrages scientifiques [79, 78, 89, 43, 42]. [78] a démontré que les vitesses de bifurcation des *LCOs* sont indépendantes de la dimension du jeu. [89] a analysé l'évolution du comportement chaotique. Le comportement vibratoire sous un écoulement avec rafales a été étudié, quant à lui, par [43]. La précontrainte du *jeu mécanique*, mise en lumière par [42], peut être la source d'effets indésirables tels que des *LCOs* à haute fréquence.

## 2.7 Modélisations

Cette section détaille les modèles utilisés et les cas tests de références qui serviront à les valider (section 2.8). Les configurations de références sont présentées dans la section 2.7.1. Les équations des forces structurelles et des forces de frottement visqueux sont énoncés. Les modèles *Theodorsen*, *UVLM* et *LUVLM* sont décrits dans la section 2.7.2. Les équations sont dérivées uniquement dans le cadre de la configuration à trois degrés de liberté étant donné qu'elle représente le cas général d'une Section typique à deux degrés de liberté.

### 2.7.1 Modèle géométrique et structurel

#### Principe fondamental de la dynamique

Les deux configurations étudiées sont illustrées Figure 2.18. La Figure 2.18a présente une section typique monocorps à deux degrés de liberté en tangage et en pilonnemment (rotation d'angle  $\alpha$  et translation  $h$ ). Des Non-linéarités structurelles de type *cubique* et *jeu mécanique* sont localisées au centre élastique, identique au cas de [95].

La Figure 2.18b présente une section typique à trois degrés de liberté de type profil/volet. Elle met l'accent sur une surface de contrôle en pivot par rapport au corps principal de l'aile (rotation d'angle  $\beta$ ). Les forces de rappel en tangage et en pilonnemment sont linéaires et un *jeu mécanique* est situé au point de pivot de la surface de contrôle.

Les configurations à deux degrés de liberté et à trois degrés de liberté sont référencées respectivement sous les noms *Cas 1* et *Cas 2*.

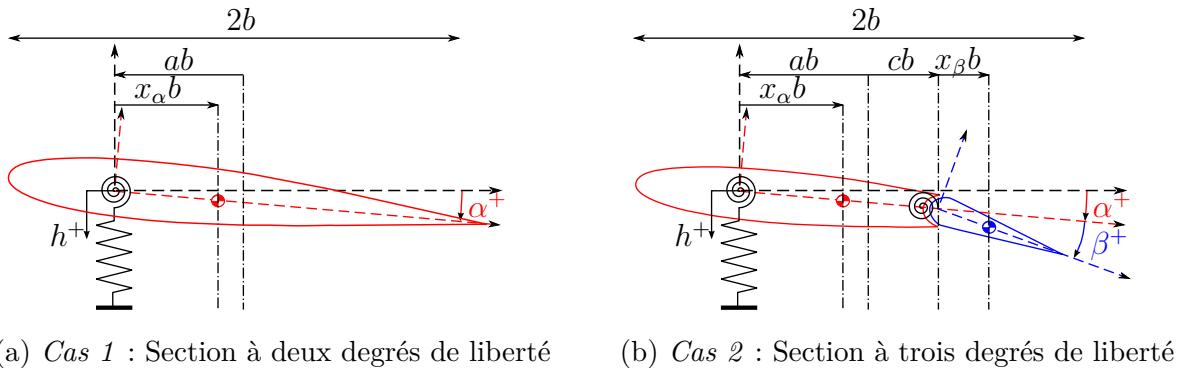


Figure 2.18 Géométrie des Sections typiques

Les équations de mouvement de la section typique peuvent s'écrire sous la forme matricielle

et adimensionnelle (équation 2.2) :

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_s \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{1} - \nu) \mathbf{K}_s \mathbf{q} + \nu \mathbf{f}_s(\mathbf{q}) = \mathbf{f}_a(t) \quad (2.2)$$

Dans laquelle

- $\mathbf{M}_s$  représente la matrice "masse"
- $\mathbf{B}_s$  représente la matrice "amortissement"
- $\mathbf{K}_s$  représente la matrice "raideur linéaire"
- $\mathbf{q} = [\alpha, \beta, h]^T$  représente le vecteur des coordonnées généralisées
- $\mathbf{f}_s$  représente les forces de rappel non linéaires
- $\mathbf{f}_a$  représente les forces aérodynamiques instationnaires
- $\nu = \{0, 1\}$  fait office de paramètre *contrôle* qui active ou désactive les Non-linéarités structurelles.

### Forces de rappel non linéaires

La force de rappel non linéaire dans le *cas 1* est donnée par (équation 2.3). Le cas où le scalaire  $\alpha_s = 0^\circ$  représente l'absence de *jeu mécanique*.

$$f_{s,\alpha} = \begin{cases} r_\alpha^2 \sum_{k=1}^n \eta_{\alpha,k} (\alpha - \alpha_s)^k, & \text{si } \alpha > \alpha_s \\ r_\alpha^2 \sum_{k=1}^n \eta_{\alpha,k} (\alpha + \alpha_s)^k, & \text{si } \alpha < -\alpha_s \\ 0 & \text{, sinon} \end{cases} \quad (2.3)$$

dans laquelle

- $r_\alpha$  représente le rayon de giration en tangage
- $\alpha_s$  représente le demi-angle du *jeu mécanique* (*rad*, positif)
- $\eta_{\alpha,k}$  représente le rapport entre le  $k^{eme}$  coefficient non linéaire, quadratique et la partie linéaire de la raideur

De façon similaire, la force de rappel non linéaire dans le *cas 2* est donnée par (équation 2.4) :

$$f_{s,\beta} = \begin{cases} r_\beta^2 \sum_{k=1}^n \Omega_{\beta,k}^2 (\beta - \beta_s)^k, & \text{si } \beta > \beta_s \\ r_\beta^2 \sum_{k=1}^n \Omega_{\beta,k}^2 (\beta + \beta_s)^k, & \text{si } \beta < -\beta_s \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.4)$$

dans laquelle

- $r_\beta$  représente le rayon de giration du volet
- $\Omega_{\beta,k}$  représente la pulsation propre, réduite, non couplée du  $k^{eme}$  ordre.  $\Omega_{beta,k}^2 < 0$  peut

être envisagé pour  $k > 1$ .

–  $\beta_s$  représente le demi-angle du *jeu mécanique* (*rad*, positif)

Dans le cas d'une Non-linéarité *bilinéaire* (c'est-à-dire  $n = 1$ ), le vecteur des forces non linéaires s'écrit (équation 2.5) :

$$f_{s,\beta} = \begin{cases} r_\beta^2 \Omega_\beta^2 (\beta - \beta_s), & \text{si } \beta > \beta_s \\ r_\beta^2 \Omega_\beta^2 (\beta + \beta_s), & \text{si } \beta < -\beta_s \\ 0, & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.5)$$

### Amortissement Visqueux

Les termes de couplage visqueux sont calculés suivant la méthode indiquée par [82]. Cette méthode est utilisé pour la configuration à trois degrés de liberté [9].

1. Déterminer les valeurs propres,  $\lambda_i$ , et les vecteurs propres,  $\Lambda$ , du système linéaire  $\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_s \mathbf{q} = \{0\}$ .
2. Calculer les fréquences propres du système couplé,  $\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$ .
3. Calculer la matrice de masse modale,  $\mathbf{M}_{\text{mod}} = \Lambda^T \mathbf{M}_s \Lambda$ .
4. Mesurer les taux d'amortissement découplés,  $\zeta_i$ .
5. Construire la matrice d'amortissement modal  $\mathbf{B}_{\text{mod}} = \text{diag}(2m_i\omega_i\zeta_i)$ , exprimée dans les coordonnées modales.
6. Transformer la matrice d'amortissement modal,  $\mathbf{B}_{\text{mod}}$ , dans le système de coordonnées réelles :  $\mathbf{B}_s = (\Lambda^T)^{-1} \mathbf{B}_{\text{mod}} (\Lambda)^{-1}$

#### 2.7.2 Modèles aérodynamiques instationnaires

Les trois approches détaillées ci-dessous permettent de calculer le vecteur des forces aérodynamiques instationnaires  $\mathbf{f}_a$  (équation 2.2).

##### Modèle de *Theodorsen*

T. Theodorsen a publié le modèle analytique éponyme d'une section typique aéroélastique à trois degrés de liberté sous l'hypothèse d'un écoulement potentiel [80]. Un champ de tourbillons est distribué le long de la section et du sillage. Les effets aérodynamiques instationnaires sont issus d'une modélisation harmonique de la circulation (Figure 2.19).

La linéarisation des équations aérodynamiques impose une composante principale de la vitesse du vent et se traduit par des petits angles (angle d'attaque, déflexion de la gouverne, sillage),

de petites vitesses et de faibles accélérations. Cette hypothèse implique de faibles fréquences d'oscillations et un sillage plat en alignement avec la corde (Figure 2.19).

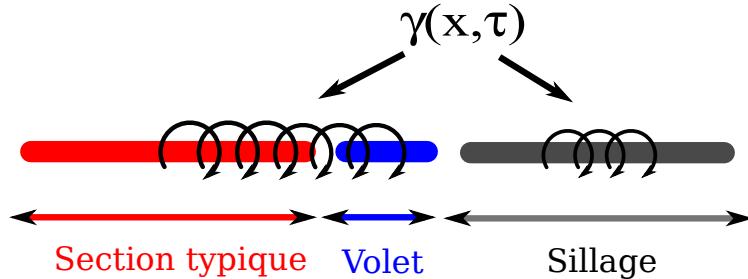
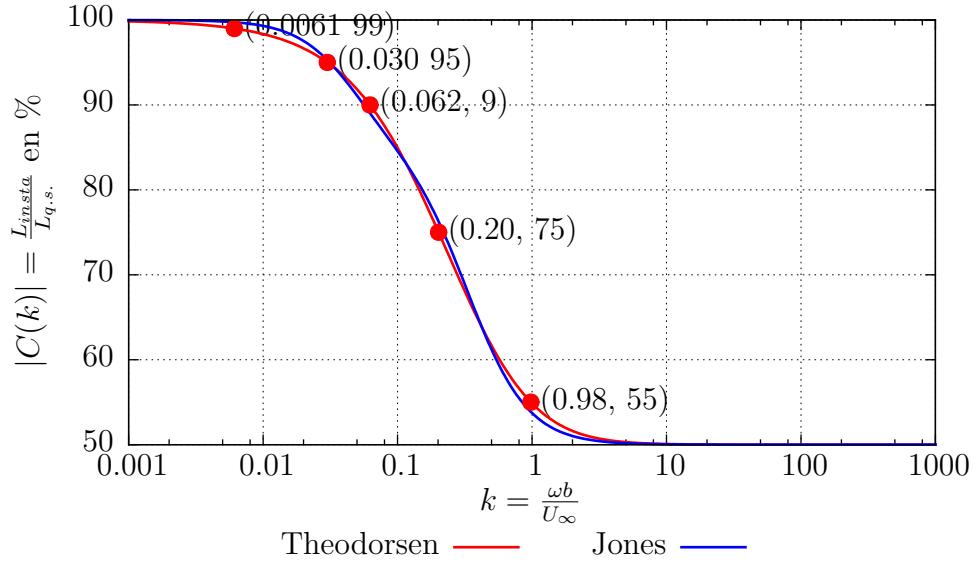


Figure 2.19 Modèle de *Theodorsen*

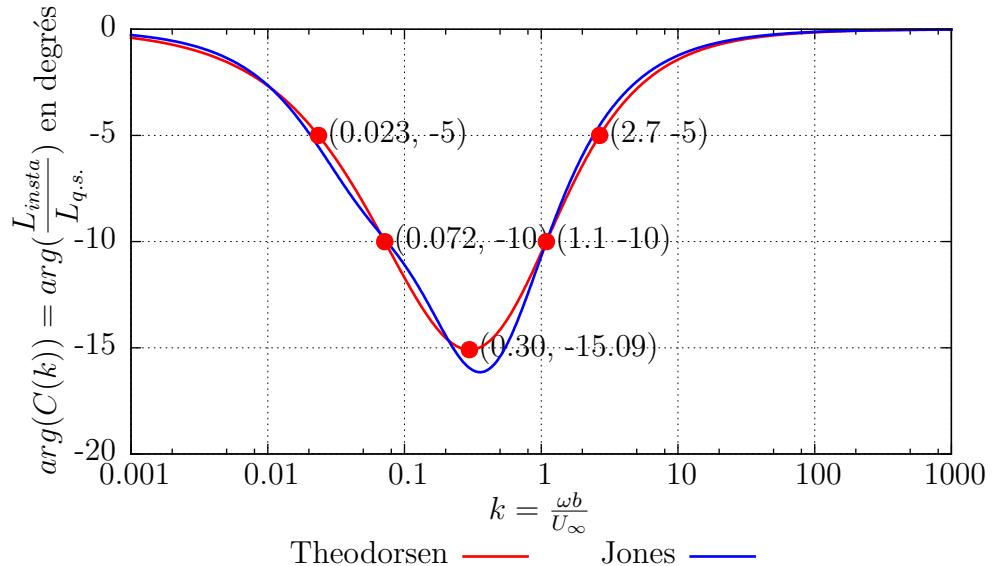
Ce modèle utilise une fonction complexe  $C(k)$  pour transformer les forces aérodynamiques quasi-stationnaires en forces instationnaires. Cette fonction de la fréquence réduite  $k$  (définie à la section 1.1) applique une modulation de l'amplitude et de la phase (effet de retard) des forces aérodynamiques. L'amplitude et l'angle de phase de la fonction de Theodorsen sont illustrés Figure 2.20. On observe trois zones d'intérêts pour différentes gammes de fréquence réduite :

1.  **$k < 0.003$  ou à basse fréquence réduite :** le module ( $> 99\%$ ) et l'angle de phase ( $< 1^\circ$ ) des forces aérodynamiques sont peu modifiés. Il est alors pertinent d'utiliser un modèle quasi-stationnaire.
2.  **$0.1 < k < 3$  ou moyenne fréquence réduite :** l'amplitude et le déphasage des forces aérodynamiques sont grandement modifiés (jusqu'à 50% d'amplitude et  $-15^\circ$  de déphasage) par rapport au modèle quasi-stationnaire. L'utilisation du modèle de Theodorsen est pertinente dans ce cas-ci. On peut noter un déphasage maximal de  $-15^\circ$  pour une fréquence réduite de 0.3. La portance réelle représente alors 70% de la portance calculée par le modèle quasi-stationnaire.
3.  **$k > 3$  ou haute fréquence réduite :** l'amplitude constante vaut 50% et il n'y a pas de déphasage.

La transformée de Fourier inverse de la fonction de Theodorsen, appelée fonction de Wagner, permet d'exprimer les forces aérodynamiques dans le domaine temporel. L'approximation de Jones de la fonction de Wagner (équation 2.6) [14] permet d'exprimer les forces aérodynamiques instationnaires par un système à deux équations différentielles linéaires faisant intervenir deux nouvelles variables dites *augmentées*  $\mathbf{x}_{\text{aug}}$  (équation 2.7) [16, 43, 83]. D'autres fonctions indicielles d'ordres supérieurs sont données dans [7]. L'approximation de Jones pour



(a) Module de la fonction de Theodorsen en fonction de la fréquence réduite



(b) Phase de la fonction de Theodorsen en fonction de la fréquence réduite

Figure 2.20 Forme polaire de la fonction de *Theodorsen* en fonction de la fréquence réduite

des ailes d'envergure finie est listée pour différents rapports d'aspects en guise d'informations complémentaires (Annexe B, [38]). Le système aéroélastique peut s'écrire sous une forme matricielle fortement couplée (2.8).

$$\phi(t) = c_0 - c_1 e^{-c_2 t} - c_3 e^{-c_4 t} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{f}_a = \mathbf{K}_a \mathbf{q} + \mathbf{B}_a \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}_a \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \mathbf{x}_{\text{aug}} \quad (2.7a)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{\text{aug}} = \mathbf{E}_1 \mathbf{q} + \mathbf{E}_2 \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{F}_{\text{aug}} \mathbf{x}_{\text{aug}} \quad (2.7b)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_{\text{theo}} \ddot{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{K}}_{\text{theo}} \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{f}}_{\text{nl}} \quad (2.8)$$

où  $\mathbf{u} = [\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{x}_{\text{aug}}]^T$  est le vecteur des coordonnées augmenté.

## Modèle *UVLM*

Le développement de la méthode *UVLM* est synthétisé jusqu'en 2012 dans [59] et décrit de façon exhaustive par Katz et Plotkin [40]. Contrairement au modèle de *Theodorsen*, le modèle *UVLM* permet de modéliser le transport bidimensionnel des tourbillons (déplacement axial et transverse) (Figure 2.35 et 2.36). Enfin, la méthode *UVLM* offre la possibilité de traiter des géométries plus complexes.

L'algorithme est donné par [40] :

1. Initialisation, définition de la géométrie
2. Entrée dans la boucle :
  - (a) Mettre à jour du temps  $t = t + dt$  et du pas  $k = k + 1$
  - (b) Créer une nouvelle singularité de tourbillon dans le sillage
  - (c) Calculer le *downwash* normal à la corde (noté **AIC**<sup>18</sup>) (équation 2.11)
  - (d) Calculer le **rhs**<sup>19</sup> instationnaire (équation 2.12)
  - (e) Résoudre le système d'équation (équation 2.10)
  - (f) Calculer la pression et les forces aérodynamiques instationnaires (équation 2.13)
  - (g) Transporter le sillage (équation 2.15)
3. Fin

18. Acronyme de *Aerodynamic Influence Coefficients*

19. Acronyme de *Right Hand Side*

Le profil et le sillage sont maillés respectivement par  $M$  et  $k$  panneaux qui contiennent une singularité de type *vortex*. La Figure 2.21 montre que chaque panneau est composé d'un centre de vorticité placé au 1/4 de sa longueur ( cercle vide). Elle indique également un centre de colocation localisé au 3/4 de sa longueur ( cercle rempli). La singularité *vortex* choisie est de type *ponctuelle, bidimensionnelle du premier ordre* car elle est largement définie dans la littérature [40].

La vitesse induite par un vortex  $j$  au point de colocation  $i$  est donnée par l'équation suivante (équation 2.9) :

$$\mathbf{v}_{j \rightarrow i} = \frac{\gamma_j}{2\pi r_{ij}^2} \begin{Bmatrix} y_i - y_j \\ x_i - x_j \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

Dans laquelle

- $\mathbf{v}_{j \rightarrow i}$  correspond au vecteur vitesse induite réduite
- $r_{ij}$  correspond la distance réduite entre les points  $i$  et  $j$
- $\gamma_j$  correspond la circulation réduite du  $j^{eme}$  tourbillon

À chaque pas de temps  $k$ , un nouveau  $k^{eme}$  tourbillon apparaît dans le sillage à 30% du chemin parcouru par le bord de fuite [40]. La circulation attribuée à ce tourbillon est calculée par le théorème de Kelvin. Associé à la condition d'imperméabilité de la paroi, ils donnent le système linéaire suivant (équation 2.10).

$$\mathbf{AIC} \cdot \boldsymbol{\gamma} = \mathbf{rhs} \quad (2.10)$$

dans lequel

- $\mathbf{AIC}$  est la matrice des vitesses induites, de dimension  $M + 1 \times M + 1$  (équation 2.11)
- $\boldsymbol{\gamma}$  est le vecteur *inconnues* composé des circulations instationnaires le long de la section et du nouveau ( $k^{eme}$ ) vortex du sillage
- $\mathbf{rhs}$  est le vecteur qui prend en compte la géométrie et la cinématique du profil (équation 2.12). Le  $\mathbf{rhs}$  représente l'effet de la structure sur le fluide.

$$\mathbf{AIC}_{i,j} = \begin{cases} \mathbf{v}_{j \rightarrow i} \cdot \mathbf{n}_i & \text{si } 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq M \\ \mathbf{v}_{k \rightarrow i} \cdot \mathbf{n}_i & \text{si } 1 \leq i \leq M, j = M + 1 \\ 1 & \text{si } i = M + 1, 1 \leq j \leq M + 1 \end{cases} \quad (2.11)$$

dans laquelle

- $\mathbf{v}_{j \rightarrow i}$  représente la vitesse induite par le  $j^{eme}$  tourbillon de la section sur le  $i^{eme}$  point de colocation
- $\mathbf{v}_{k \rightarrow i}$  représente la vitesse induite par le  $k^{eme}$  tourbillon du sillage sur le  $i^{eme}$  point de

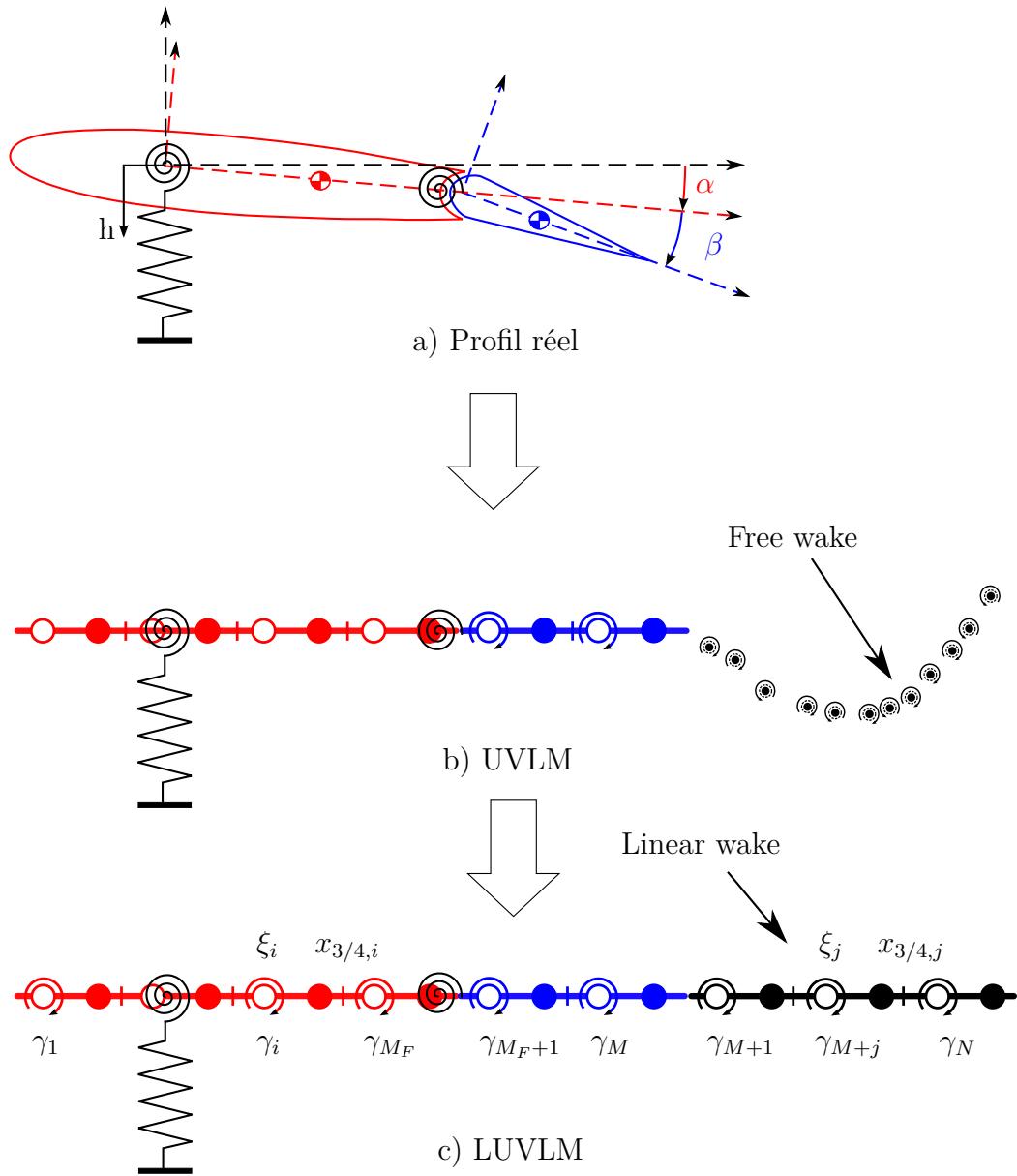


Figure 2.21 Modélisation d'un profil réel par les modèles *UVLM* et *LUVLM*

colocation

- $\mathbf{n}_i$  représente le vecteur normal au panneau

$$\mathbf{rhs}_i = \begin{cases} -(\mathbf{u}_\infty - \mathbf{v}_{c,i} + \sum_{l=1}^k \mathbf{v}_{l \rightarrow i}) \cdot \mathbf{n}_i & \text{si } 1 \leq i \leq M \\ \sum_{i=1}^M \gamma_{i,k-1} & \text{si } i = M+1 \end{cases} \quad (2.12)$$

dans laquelle

- $\mathbf{u}_\infty$  est la vitesse en amont
- $\mathbf{v}_{c,i}$  est la vitesse de l'aile au  $i^{eme}$  point de colocation
- $\mathbf{v}_{l \rightarrow i}$  est la vitesse induite par le  $l^{eme}$  tourbillon du sillage au  $i^{eme}$  point de colocation
- $\gamma_{i,k-1}$  est la circulation du  $i^{eme}$  panneau au pas de temps précédent  $k-1$

Après avoir résolu le système linéaire (équation 2.10), les coefficients de pression aérodynamique sont calculés selon la formulation instationnaire de l'équation de Bernoulli (équation 2.13) :

$$C_{p,i} = \frac{\gamma_{i,k}}{\Delta l} \cdot \left( \mathbf{u}_\infty - \mathbf{v}_{m,i} + \sum_{l=1}^k \mathbf{v}_{l \rightarrow i} \right) \cdot \mathbf{n}_i + \frac{1}{\Delta t} \sum_{m=1}^i \gamma_{i,k} - \gamma_{i,k-1} \quad (2.13)$$

dans laquelle

- $\mathbf{v}_{m,i}$  représente la vitesse du profil au milieu du  $i^{eme}$  panneau
- $\gamma_{i,k}$  représente la circulation du tourbillon  $i$  au pas de temps  $k$
- $\Delta l$  représente la longueur du panneau
- $\Delta t$  représente le pas de temps

Les coefficients de portance  $Cl$ , de moment au centre élastique  $Cm_\alpha$  et de moment au centre de pivot du volet  $Cm_\beta$  sont donnés par l'équation suivante (équation 2.14).

$$Cl = \sum_{i=1}^M C_{p,i} \cdot \Delta l \cdot \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_a \quad (2.14a)$$

$$Cm_\alpha = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M C_{p,i} \cdot \Delta l \cdot \mathbf{A} \mathbf{M}_i \wedge \mathbf{n}_i \quad (2.14b)$$

$$Cm_\beta = \frac{1}{2} \sum_{i=MF+1}^M C_{p,i} \cdot \Delta l \cdot \mathbf{C} \mathbf{M}_i \wedge \mathbf{n}_i \quad (2.14c)$$

dans laquelle

- $A$  correspond au centre élastique
- $C$  correspond au point de pivot du volet
- $M_i$  correspond au milieu du  $i^{eme}$  panneau.

Finalement, le sillage est déplacé par l'intégration de la vitesse locale pendant le pas de

temps  $\Delta t$ , appelé *loi de transport* (équation 2.15). L'hypothèse d'un écoulement conservatif (théorème de Kelvin) implique que la circulation est invariante du temps<sup>20</sup>.

$$\Delta \mathbf{OM}_j = \left( \mathbf{u}_\infty + \sum_{i=1}^M \mathbf{v}_{i \rightarrow j} + \sum_{l=1}^{k, l \neq j} \mathbf{v}_{l \rightarrow j} \right) \quad (2.15)$$

Dans laquelle  $\Delta \mathbf{OM}_j$  est le transport du tourbillon.

La seconde équation de couplage aéroélastique est réalisée par le principe fondamentale de la dynamique (équation 2.2). Les forces aérodynamiques sont supposées constantes pendant le pas de temps  $dt$ . Les déplacements du profil sont calculés à partir de l'équation 2.2 à l'aide de l'algorithme d'intégration Runge-Kutta d'ordre cinq [70]. Selon Murua [59], il est important que la distance entre les tourbillons du sillage soit du même ordre que celle entre les tourbillons du profil. Un pas de temps approprié est de l'ordre de  $\frac{2b}{U_{dim} M}$ . Dans le domaine temporel adimensionalisé par rapport à la pulsation du profil, le pas de temps doit être de l'ordre de (équation 2.16) :

$$dt \sim \frac{\omega_\alpha b}{U_{dim} M} \sim \frac{1}{UM} \quad (2.16)$$

L'architecture de l'algorithme *UVLM* faiblement couplé peut être représenté comme suit :

1. Initialisation stationnaire
  - (a) Définir la géométrie
  - (b) Calculer le sillage de l'écoulement stationnaire
2. Entrer dans la boucle temporelle (instationnaire)
  - (a) Mettre à jour le temps  $t = t + dt$ , et le pas de temps  $k = k + 1$
  - (b) Calculer la somme des forces extérieures ( $\mathbf{f}_s + \mathbf{f}_a$ , équations 2.3 et 2.5 )
  - (c) Calculer les déplacements et la cinématique (équation 2.2, RK5)
  - (d) Mettre à jour la géométrie
  - (e) Calculer les forces aérodynamiques à l'aide de l'algorithme *UVLM* (énumération page 27)
  - (f) Tester si la boucle est terminée ( $N_k < N_{iterations}$ )
3. Écrire les résultats

---

20. Il faut noter que dans le cas d'un écoulement visqueux, la circulation diminue avec le temps par dissipation énergétique

## Modèle *LUVLM*

Dans le cas de faibles amplitudes, les non-linéarités, issues des grands angles du sillage décrit par le modèle *UVLM*, peuvent être linéarisées par la condition de colinéarité entre le sillage et le profil (hypothèse du sillage plat). La distance entre les tourbillons du sillage et du profils est égale à  $\Delta x$  (Figure 2.21). Cette modélisation est formulée par K.Hall [30] pour les cas d'une aile d'envergure finie, de sa section typique et d'une grille d'aubes. Y.H. Zhao et H.Y. Hu [95] ont réutilisé et détaillé ce modèle dans le cas d'une section typique à deux degrés de liberté (tangage/pilonnement).

De la même manière que pour le modèle *UVLM*, le profil est composé d'une partie principale maillée par  $M_F - 1$  panneaux et d'une surface de contrôle composée de  $M - M_F + 1$  panneaux. Contrairement à ce modèle, le nombre de tourbillons du sillage utilisé est constant dans le temps ( $N - M$  panneaux). Dans la Figure 2.21, chaque panneau est composé d'un tourbillon ( cercle vide) placé au 1/4 de sa longueur, d'abscisse  $\xi$ , et d'un centre de colocation ( cercle rempli) au 3/4 de sa longueur, d'abscisse  $x_{3/4}$ .

L'algorithme suivant est l'extension directe du *Cas 1* [95] à la configuration profil/volet (*Cas 2*). Les équations de transport de la circulation (équation 2.17, équation 2.19, équation 2.21 et équation 2.23) restent inchangées. Seules les équations de calculs des forces aérodynamiques (équation 2.24) et la condition limite de la paroi (imperméabilité, équation 2.25) sont modifiées. Fortement inspiré de [95], le développement du modèle *LUVLM* est rappelé ci-dessous. Ce développement a été réalisée avec l'aide de Marcin Chrust.

La vitesse induite par les tourbillon est calculée par l'équation linéarisée de Biot-Savart (équation 2.9) L'équation de transport du sillage est formulée dans le domaine temporel discret (équation 2.19), qui suppose que le pas de temps est régi par l'équation 2.16. Il est nécessaire d'exprimer le transport du sillage dans un domaine de temps continu (équation 2.21) afin d'étudier des phénomènes à non linéarités structurelles. Après une analogie entre les formulations discrètes/continues (équation 2.23), le problème aéroélastique fortement couplé peut s'écrire sous la forme matricielle (équation 2.27). Dans le cas où les forces de rappel sont linéaires, le problème peut être résolu dans le domaine fréquentiel par la résolution d'un problème aux valeurs propres.

- i) **Calcul du downwash :** Un tourbillon génère une vitesse induite, modélisée par la loi de Biot-Savart (équation 2.9). Dans le cas d'un sillage plat, la relation de la vitesse induite

est simplifiée (équation 2.17) :

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\gamma}_a \\ \boldsymbol{\gamma}_w \end{Bmatrix} \quad (2.17a)$$

$$\mathbf{w}_{3/4} = [\mathbf{K}_a \quad \mathbf{K}_w] \boldsymbol{\gamma} \quad (2.17b)$$

$$w_{3/4,i \rightarrow j} = \frac{1}{2\pi(x_{3/4,i} - \xi_j)} \gamma_j \quad (2.17c)$$

où

- $\boldsymbol{\gamma}$  est le vecteur des circulations
- $\mathbf{K}_{\alpha,w}$  est la matrice d'influence aérodynamique
- $\mathbf{w}_{3/4}$  est le vecteur des vitesses verticales induites
- $(\bullet)_a$  réfère au profil<sup>21</sup>
- $(\bullet)_w$  réfère au sillage<sup>22</sup>

**ii) Domaine temporel discret :** La relation de Biot-Savart permet d'exprimer la circulation le long du profil dans le domaine temporel discret aux temps  $n$  et  $n+1$  (équations 2.18a et 2.18b). À chaque pas de temps  $\Delta\tau = \Delta x/U$ , la circulation d'un tourbillon du sillage est transportée au panneau suivant. La circulation du nouveau tourbillon est calculée selon le théorème de Kelvin et une moyenne est appliquée entre les temps  $n$  et  $n+1$  (équation 2.18c). Pour éviter de grandes perturbations dues à la disparition du dernier tourbillon, un facteur de relaxation  $\vartheta \in [0, 95; 1]$  est appliqué au  $N^{eme}$  panneau (équations 2.18d et 2.18e). Ces équations peuvent être formulées sous forme matricielle où l'index  $(\bullet)_d$  fait référence au domaine discret (équation 2.19).

$$\boldsymbol{\gamma}_a^n = \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{w}_{3/4}^n - \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{K}_w \boldsymbol{\gamma}_w^n \quad (2.18a)$$

$$\boldsymbol{\gamma}_a^{n+1} = \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{w}_{3/4}^{n+1} - \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{K}_w \boldsymbol{\gamma}_w^{n+1} \quad (2.18b)$$

$$\gamma_{M+1}^n + \gamma_{M+1}^{n+1} = -2 \sum_{i=1}^M \gamma_i^{n+1} - \gamma_i^n \quad (2.18c)$$

$$\gamma_i^{n+1} \approx \gamma_{i-1}^n \text{ for } i = \{M+2 \dots N-1\} \quad (2.18d)$$

$$\gamma_N^{n+1} \approx \gamma_{N-1}^n + \vartheta \gamma_N^n \quad (2.18e)$$

---

21. Issu de l'anglais, *a* pour *airfoil*

22. Issu de l'anglais, *w* pour *wake*

$$\mathbf{A}_d \boldsymbol{\gamma}_w^{n+1} = \mathbf{B}_d \boldsymbol{\gamma}_w^n + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{w}}_{3/4}^{n+1} \quad (2.19)$$

**iii) Domaine temporel continu :** De façon similaire, les équations de l'aérodynamique instationnaire peuvent être définies dans le domaine de temps continu (équation 2.20) et exprimées sous forme matricielle (équation 2.21).

$$-s\dot{\gamma}_a = \frac{\gamma_{M+1}}{\Delta\tau} \quad (2.20a)$$

$$\dot{\gamma}_i = -\frac{\gamma_{i-1} - \gamma_{i+1}}{2\Delta\tau} \text{ for } i = \{M+2\dots N-2\} \quad (2.20b)$$

$$\dot{\gamma}_{N-1} = -\frac{\gamma_{N-2} - \gamma_{N-1}}{\Delta\tau} \quad (2.20c)$$

$$\dot{\gamma}_N = -\frac{\gamma_{N-1} - (\vartheta - 1)\gamma_N}{\Delta\tau} \quad (2.20d)$$

$$\mathbf{A}_c \dot{\boldsymbol{\gamma}}_w = \frac{1}{\Delta\tau} \mathbf{B}_c \boldsymbol{\gamma}_w + \mathbf{C}_c \dot{\mathbf{w}}_{3/4} \quad (2.21)$$

Dans cette dernière équation, la matrice  $\mathbf{B}_c$  est encore inconnue car l'expression de la circulation dans le système 2.20 est discrète. Cette matrice est alors calculée par analogie de la partie homogène des équations 2.19 et 2.21 entre les temps  $n$  et  $n+1$ . Cette analogie est possible puisque le terme de downwash est un terme source. Il est à mentionner que la formulation discrète permet une modélisation plus appropriée de la circulation du nouveau tourbillon tandis que la formulation continue est davantage appropriée à l'intégration temporelle nécessaire pour l'étude de problèmes non linéaires.

$$\boldsymbol{\gamma}_w^{n+1} = \boldsymbol{\gamma}_w^n \exp(\mathbf{A}_c^{-1} \mathbf{B}_c) = \boldsymbol{\gamma}_w^n \mathbf{A}_d^{-1} \mathbf{B}_d \quad (2.22)$$

Ainsi, la matrice  $\mathbf{B}_c$  est calculée (équation 2.23) :

$$\mathbf{B}_c = \mathbf{A}_c \ln(\mathbf{A}_d^{-1} \mathbf{B}_d) \quad (2.23)$$

**iv) Formulation fortement couplée du problème aéroélastique :** Les forces aérodynamiques sont calculées à l'aide de l'équation de Bernoulli (équation 2.24).

$$M_\alpha = -\frac{\kappa}{\pi} \left[ U \sum_{j=1}^M (\xi_j - a) \gamma_j - \sum_{j=1}^M \left( (\xi_j - a) \sum_{k=1}^j \dot{\gamma}_k \right) \right] \quad (2.24a)$$

$$M_\beta = -\frac{\kappa}{\pi} \left[ U \sum_{j=M_F+1}^M (\xi_j - c) \gamma_j - \sum_{j=M_F+1}^M \left( (\xi_j - c) \sum_{k=1}^j \dot{\gamma}_k \right) \right] \quad (2.24b)$$

$$L = \frac{\kappa}{\pi} \left[ U \sum_{j=1}^M \gamma_j - \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^j \dot{\gamma}_k \right] \quad (2.24c)$$

Le principe fondamental de la dynamique devient alors (équation 2.25) :

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_s \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_s \mathbf{q} = \mathbf{U} \mathbf{Q}_1 \boldsymbol{\gamma}_a + \mathbf{Q}_2 \dot{\boldsymbol{\gamma}}_a - \mathbf{f}_{nl}(\mathbf{q}) \quad (2.25)$$

La condition d'imperméabilité donne la dernière relation nécessaire au couplage du système aéroélastique (équation 2.26). Les matrices  $\mathbf{E}_1$  et  $\mathbf{E}_2$  sont adaptées au *Cas 2*.

$$\mathbf{w}_{3/4} = \mathbf{E}_1 \dot{\mathbf{q}} + U \mathbf{E}_2 \mathbf{q} \quad (2.26)$$

Après l'élimination du vecteur  $\boldsymbol{\gamma}_a$  et en combinant les équations (2.17), (2.21), (2.25) et (2.26), le problème peut s'écrire dans l'espace de phase  $\mathbf{u} = [q, \dot{q}, \boldsymbol{\gamma}_w]^T$  (équation 2.27) :

$$\tilde{\mathbf{M}} \dot{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{K}} \mathbf{u} = \tilde{\mathbf{f}}_{nl} \quad (2.27)$$

### 2.7.3 Rappel d'analyse modale

**Problème aux Valeurs Propres** l'analyse modale est un outil parfaitement adapté à la résolution d'un système différentiel linéaire (2.8 et 2.27).

En présence de raideurs linéaires, les pulsations modales  $\Omega_i$  et les taux d'amortissement modal  $\zeta_i$  peuvent être calculés à partir des valeurs propres  $\boldsymbol{\lambda}$  (équation 2.28) de la matrice  $\tilde{\mathbf{A}} = -\tilde{\mathbf{M}}^{-1} \tilde{\mathbf{K}}$  (2.29).

$$\det(\tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{I} \lambda^2) = 0 \quad (2.28)$$

$$\Omega_i^2 = |\lambda_i| \quad (2.29a)$$

$$\zeta_i = -\Re(\lambda_i) \quad (2.29b)$$

où  $i$  est compris entre 1 et la taille de la matrice  $\mathbf{A}$ .

Dans le cas du modèle de *Theodorsen*, il existe  $N_{DOF} + 1$  paires de valeurs propres complexes conjuguées qui correspondent à des modes aéroélastiques (déplacements géométriques liés à la circulation). Par abus de langage, on parle de  $N_{DOF}$  modes structurels et 1 mode aérodynamique. Dans le cas du modèle *LUVLM*, il existe  $2 \times (N_{DOF} + N - M)$  valeurs propres conjuguées qui correspondent à  $N_{DOF}$  modes structurels et  $N - M$  modes aérodynamiques (circulation des tourbillons du sillage).

**Algorithme de calculs de la vitesse critique de flottement  $U_F$**  Calculer la vitesse de flottement se résume à chercher la vitesse pour laquelle le taux d'amortissement minimum est nul. Cette dernière peut être calculée de façon itérative à l'aide de la méthode de section présentée ci-dessous. La boucle s'arrête lorsque le taux d'amortissement est inférieur à une tolérance choisie.

1. Calculer le taux d'amortissement  $\zeta_m > 0$  pour une vitesse sous-critique  $U_m < U_f$  et le taux d'amortissement  $\zeta_M < 0$  pour une vitesse super-critique  $U_M > U_f$
2. Entrer dans la boucle de calculs
  - (a) Calculer les paramètres de la droite affine d'équation  $\zeta_F = a_{lin}U_F + b_{lin}$  où  $a_{lin} = \frac{\zeta_M - \zeta_m}{U_M - U_m}$  et  $b_{lin} = \zeta_m - a_{lin}x_m$
  - (b) Estimer la vitesse de flottement  $U_F \sim -b_{lin}/a_{lin}$  et calculer le taux d'amortissement associé  $\zeta_F$
  - (c) Condition sur le signe de  $\zeta_F$  (Figure 2.22) :
    - si  $\zeta_F < -tol$ , alors  $\zeta_M = \zeta_F$  et  $U_M = U_F$
    - si  $\zeta_F > tol$ , alors  $\zeta_m = \zeta_F$  et  $U_m = U_F$
    - $|\zeta_F| < tol$  : La vitesse de flottement est trouvée. Sortir de la boucle.

Cette méthode converge à condition de connaître une vitesse sous-critique et une vitesse super-critique. Ces dernières peuvent être calculées à l'aide d'un algorithme de balayage. Il est alors important que la gamme de vitesse recherché soit suffisamment grand. L'algorithme de section ne permet pas de calculer plusieurs solutions en cas de non unicité.

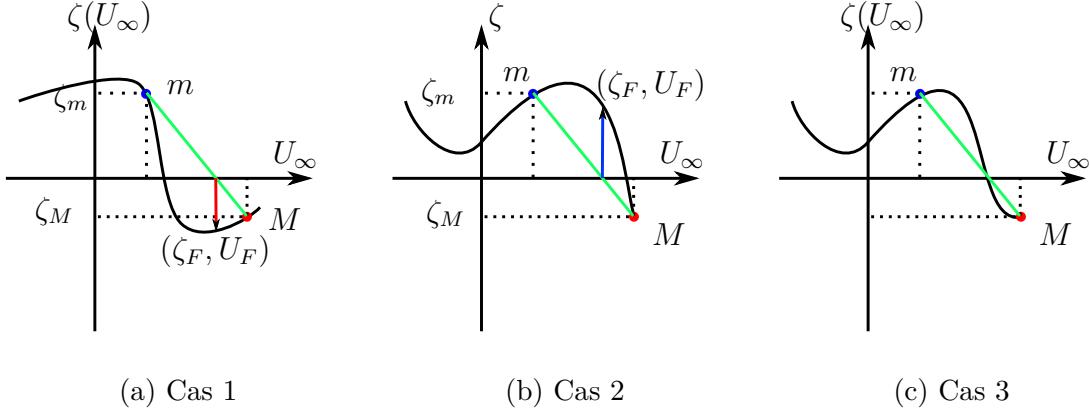


Figure 2.22 Schémas de la méthode de section

## 2.8 Résultats

A la suite de la présentation des modèles, nous comparerons la capacité des méthodes *Theodorsen*, *UVLM* et *LUVLM* à prédire des comportements non linéaires. La méthodologie est organisée comme suit :

1. Étude de raffinement du maillage et du pas de temps pour les modèles *UVLM* et *LUVLM* (section 2.8.1).
2. Validation aérodynamique et aéroélastique des modèles à l'aide de cas de référence linéaires issus de la littérature scientifique (section 2.8.2). Le calcul des forces instationnaires est validé pour des cas de pilonnemnet et de tangage harmonique avec les données issues de [59, 94]. Le comportement aéroélastique linéaire est validé à l'aide des études [95, 10]. La vitesse critique de flottement calculée et les diagrammes fréquence/vitesse et amortissement/vitesse sont comparés.
3. Vérification de l'aptitude des modèles à prédire des comportements non linéaires avec des non-linéarités de type *cubique* et *jeu mécanique* (section 2.8.3). Les résultats sont comparés avec des cas tests issus de [95, 10, 42].

### 2.8.1 Raffinement

La convergence des codes *UVLM* et *LUVLM* dépend des paramètres numériques suivants :

- Le nombre de panneaux du profil
- La longueur des panneaux du sillage (contrôlée par le pas de temps)
- La longueur du sillage pris en compte
- Le facteur de relaxation (*LUVLM* seulement)

Une étude de raffinement est donc nécessaire pour évaluer ces paramètres. Le résidu  $R$  d'une variable  $\delta$  entre les états  $n$  et  $n + 1$ , associé à la variation d'un paramètre numérique, est calculé comme suit (2.30) :

$$R = \frac{\delta^{n+1} - \delta^n}{\delta^{n+1}} \quad (2.30)$$

## **UVLM**

L'étude de raffinement est réalisée pour un profil en pilonnement harmonique de fréquence réduite  $k = 0.75$  (–), d'amplitude  $h/b = 0.2$  (–) et  $0^\circ$  d'angle d'attaque moyen [59]. Après 11 oscillations, le régime est établi. Le sillage possède une forme sinusoïdale et l'amplitude des coefficients aérodynamiques est convergée (Figure 2.23). On remarque un pic des forces aérodynamiques autour de  $t = 0^+$  (–) qui est une erreur numérique. Cette dernière provient de la création d'un tourbillon instationnaire lors d'un changement brusque et discontinu de la cinématique du profil. Afin de ne pas prendre en compte ce pic dans la présente étude, les amplitudes des coefficients aérodynamiques  $rms$  sur les neuf dernières périodes sont choisies comme paramètre de raffinement (Figure 2.24). Étant donné l'absence de couplage structurel, le temps est adimensionalisé par rapport au repère aérodynamique  $t = t_{dim} \frac{U_\infty}{b}$ , ce qui revient à poser  $\omega_\alpha = 1 \text{ rad/s}$ . Le temps de calculs  $CPU^{23}$  mesuré est divisé par le nombre d'itération temporelle (nombre de pas de temps)

La Figure 2.24a présente l'amplitude  $rms$  des coefficients aérodynamiques en fonction de la longueur du sillage pour un nombre constant de panneaux de profil  $M = 16$  (–) et un pas de temps  $dt = 0.125 \text{ rad}$ . Le résidu n'excède pas  $-1.5$ . Le temps  $CPU$  augmente fortement pour des longueurs de sillage supérieures à 16 demi-cordes.

La Figure 2.24b présente l'amplitude  $rms$  des coefficients aérodynamiques en fonction du nombre de panneaux de profil ( $M$ ) pour un sillage de longueur 16 (–) et un pas de temps de  $dt = 0.125 \text{ rad}$ . La convergence est atteinte à  $M = 4$  panneaux. Le temps  $CPU$  augmente de façon conséquente au-delà de  $M = 32$  panneaux.

La Figure 2.24c présente l'amplitude  $rms$  des coefficients aérodynamiques en fonction du pas de temps  $dt$  pour un sillage de longueur 16(–) et  $M = 16$  panneaux. La convergence n'est pas aussi explicite que pour les paramètres précédents. Par défaut de convergence concrète, le pas de temps choisi sera de l'ordre de  $dt = \frac{1}{UM}$ .

L'étude suivante utilisera les paramètres  $M = 4$  panneaux pour le *Cas 1* et  $M = 32$  panneaux pour le *Cas 2* avec un sillage d'une longueur de 16 demi-cordes.

---

23. Acronyme de *Computational Process Unit*

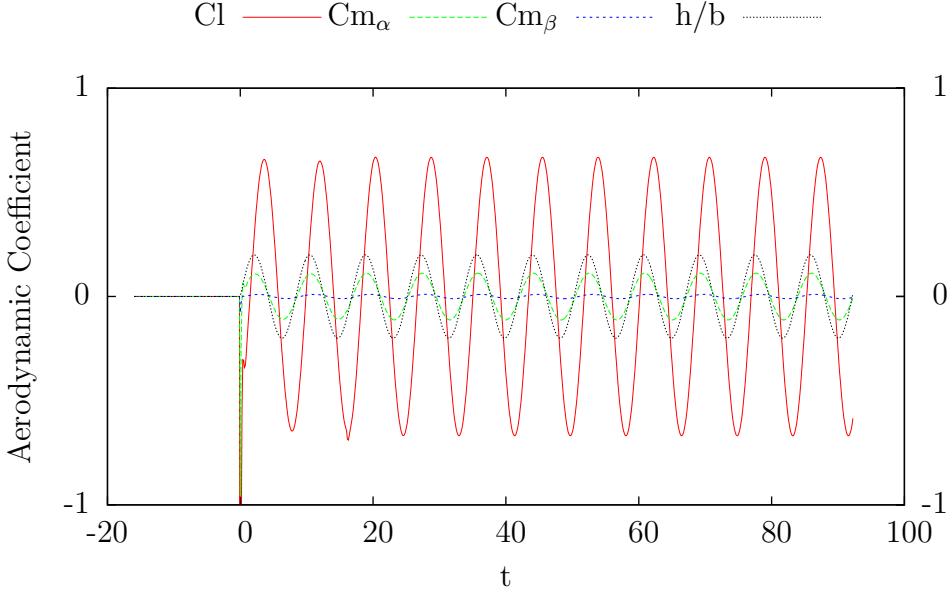


Figure 2.23 Exemple d'un essai de pilonnement harmonique.  $M = 16 (-)$ ,  $dt = 0.125 \text{ rad}$ , longueur du sillage = 16(–),  $k = 1.5 \text{ rad}$ ,  $h/b = 0.2 (-)$ .

## LUVLM

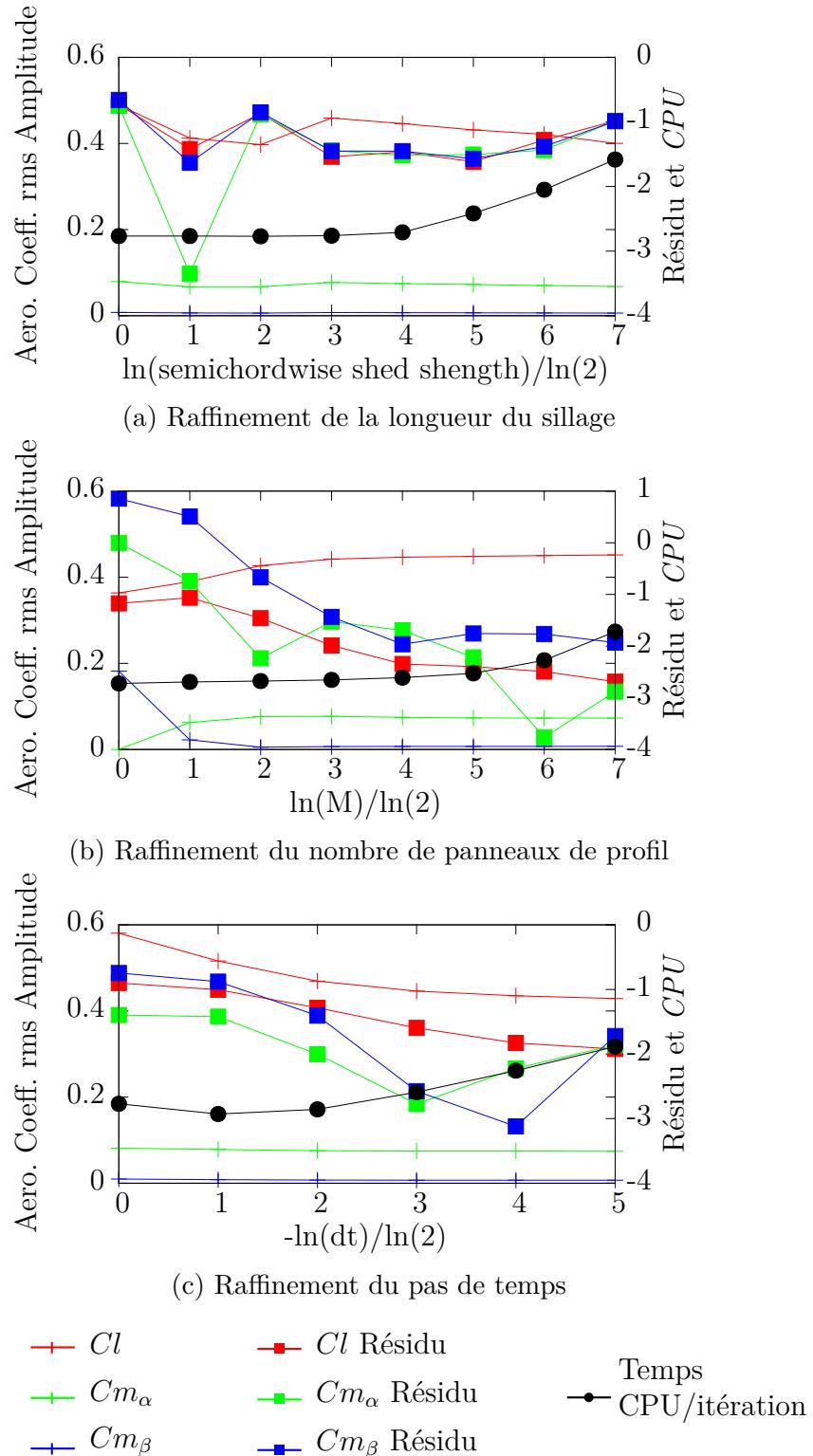
La convergence des paramètres numériques utilisés pour le code *LUVLM* est présentée Figure 2.26. La variable de convergence est la vitesse critique de flottement d'une aile à trois degrés de liberté. Les paramètres sont présentés dans le tableau 2.3 qui proviennent de [10]. Le résidu et le temps de résolution des problèmes aux valeurs propres sont également exposés.

La Figure 2.25 présente la vitesse de flottement en fonction du facteur de relaxation. Ce paramètre montre une faible influence sur la vitesse de flottement. Un écart-type de 0.0198(–) pour une valeur moyenne de 3.629 (–) représente une variation relative de 0.55%. La valeur de ce paramètre est ajustée selon des cas issus de la littérature.

La Figure 2.26a présente la convergence de la vitesse de flottement en fonction de la longueur du sillage pour  $M = 4$  panneaux de profil et un facteur de relaxation de  $\vartheta = 0.9999$ . Pour un sillage d'une longueur 8 demi-cordes, la vitesse critique a convergé à  $10^{-2}$ . Cette valeur a également été choisie par [30, 95].

La Figure 2.26b présente la convergence de la vitesse de flottement en fonction du nombre de panneaux  $M$ . Le calcul converge à  $10^{-2}$  pour  $M > 4$  (–).

La méthode *LUVLM* dans le *Cas 1* est utilisée dans [95]. L'auteur applique en plus une réduction de la taille du problème (*Reduced Order Model (ROM)*). Dans le but de comparer la version présentée dans cette thèse et celle de [95], les mêmes paramètres sont exploités :

Figure 2.24 Raffinement de maillage , méthode *UVLM*

$M = 40$  panneaux et  $N = 5 \times M$  panneaux.

**Facteur de relaxation :** La facteur de relaxation  $\vartheta$  d'une aile à deux degrés de liberté est choisi en utilisant la vitesse de flottement issue de [95] comme valeur de référence (Tableau 2.3). À la vitesse critique ( $6.29 \text{ rad}^{-1}$ ), le facteur de relaxation est optimisé par la méthode de section de sorte que le maximum de la valeur propre maximale de la matrice  $\tilde{\mathbf{A}}$  soit le plus proche de zéro (Figure 2.27). La valeur calculée  $\vartheta = 0.996$  avec  $\max(\Re(\lambda)) = -9.76 \times 10^{-9}$  est en accord avec [30, 95].

Le taux de relaxation  $\vartheta$  dans le *Cas 2* est calculé de la même manière, en prenant en compte la vitesse critique de flottement calculée avec le modèle *Theodorsen* [10].  $\vartheta = 1$  est calculé avec  $\max(\Re(\lambda)) = -1.6828 \times 10^{-8}$

## 2.8.2 Validation

### Validation Aérodynamique

La validation du calcul des forces aérodynamiques instationnaires est basée sur des cas de pilonnement et de tangage harmoniques comparés avec des données expérimentales, Euler et Navier-Stokes [94] et *UVLM* [59]. Les propriétés de simulations sont données dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2 Cas test de validation aérodynamique

Cas	Tangage	Pilonnement
$M_\infty$	0.301	0.1
$R_e (\times 10^4)$	391	118
$k$	0.198	0.75
Amplitude moyenne (deg)	4.93	0.00
Amplitude (deg)	4.99	11.46

**i) Tangage harmonique** Le profil réalise un tangage harmonique d'angle d'attaque moyen  $\alpha_m = 4.93^\circ$  et d'amplitude  $\alpha_{amp} = 4.99^\circ$  autour du quart de corde. La fréquence réduite est de  $k = 0.198 (-)^{24}$ . Les résultats de Yang et al. (expérimentaux et numériques à l'aide du modèle Euler) [94] ont été digitalisés (Figure 2.28). Le coefficient de moment aérodynamique  $C_m$  est calculé au centre de rotation.

24. Pour une aile de corde de  $250 \text{ mm}$ , la fréquence par unité de vitesse serait  $f = 0.252 \text{ Hz}/U_\infty$

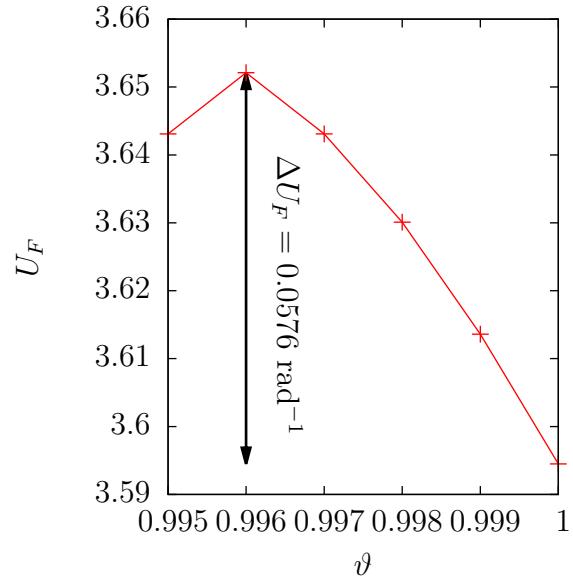


Figure 2.25 Vitesse de flottement en fonction de  $\vartheta$ ,  $M = 40$  (-),  $N = 200$  (-)

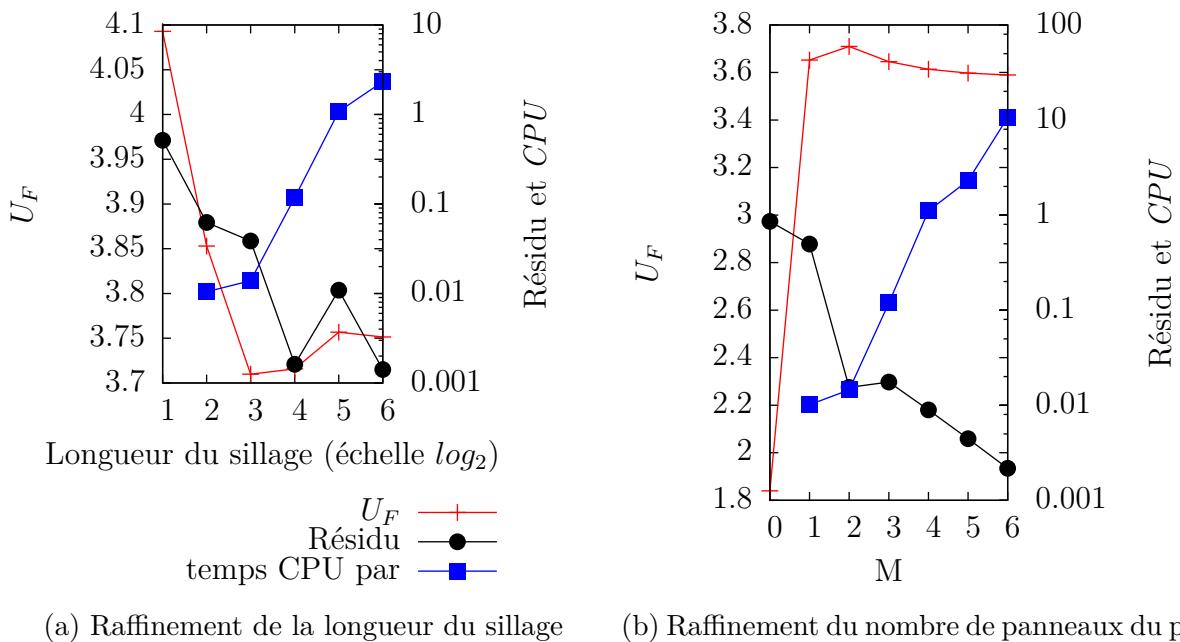
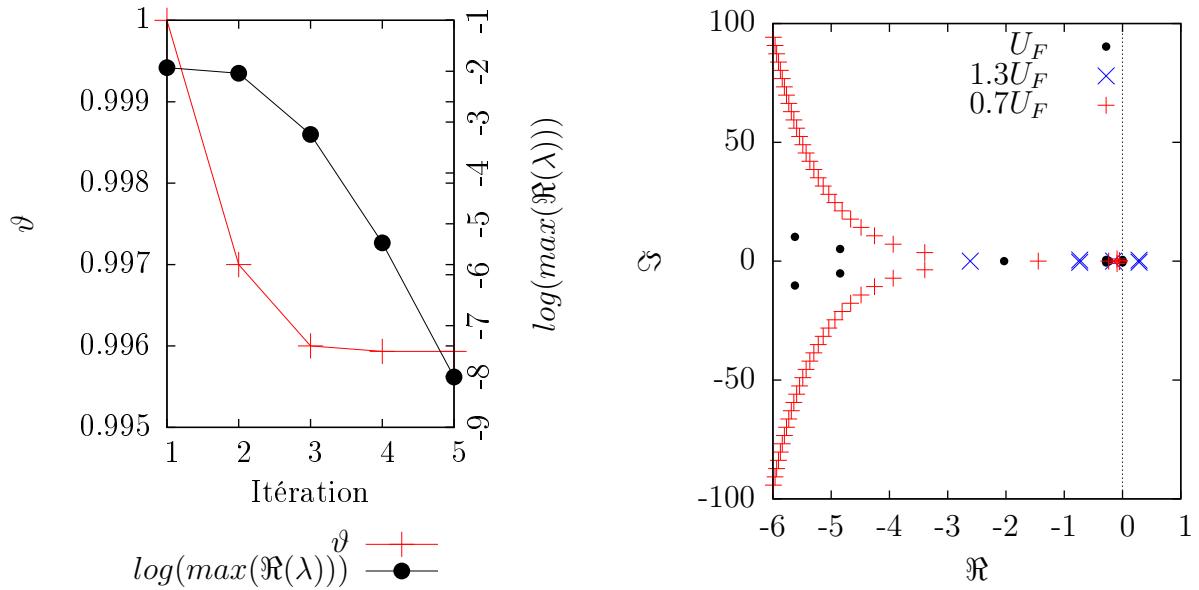


Figure 2.26 Raffinement de maillage, méthode  $LUVLM$



(a) Facteur de relaxation et  $\max(\Re(\lambda))$  en fonction du nombre d'itération (b) Valeurs propres dans le plan complexe pour  $U = U_F$ ,  $U = 0.7 \times U_F$  et  $U = 1.3 \times U_F$

Figure 2.27 Raffinement du paramètre de relaxation

On observe (Figure 2.28) une boucle d'hystérésis, synonyme de transfert d'énergie. Les coefficients de portance des modèles *Theodorsen*, *UVLM* et *LUVLM* en fonction du tangage sont en accord avec le modèle linéaire utilisé par Yan et al. Les données expérimentales et *CFD* présentent une épaisseur légèrement plus faible et une pente légèrement plus grande que les modèles linéaires. Le coefficient de moment calculé avec le code Euler montre une épaisseur d'hystérésis légèrement plus petite que celle calculée par ces codes linéaires. La pente est également nulle. Les données expérimentales montrent cette boucle d'hystérésis mais avec une pente de l'axe principale strictement positive. Ces données présentent également une déformation de la boucle autour de  $\alpha = 2^\circ$ ,  $\dot{\alpha} > 0$ , non observée par les codes de calculs. Le code Euler prend en compte les effets de compressibilité mais ne possède aucun modèle de viscosité. Cela nous laisse penser que ce troisième mode est du à des phénomènes visqueux. L'étude approfondie de ce phénomène ne fait pas partie du périmètre de cette thèse. Il ne sera donc pas approfondi.

**ii) Pilonnement harmonique** Le profil réalise un pilonnement harmonique d'amplitude 0.2 (–) (0.1 corde) à  $0^\circ$  d'angle d'attaque. La fréquence réduite est  $k = 0.75 (–)^{25}$ . Ce cas test

25. Pour une aile de corde 250 mm, une dimension qui sera par la suite utilisée expérimentalement, la fréquence réduite en tangage par unité de vitesse serait de  $f = 0.95 \text{ Hz}/U_\infty$

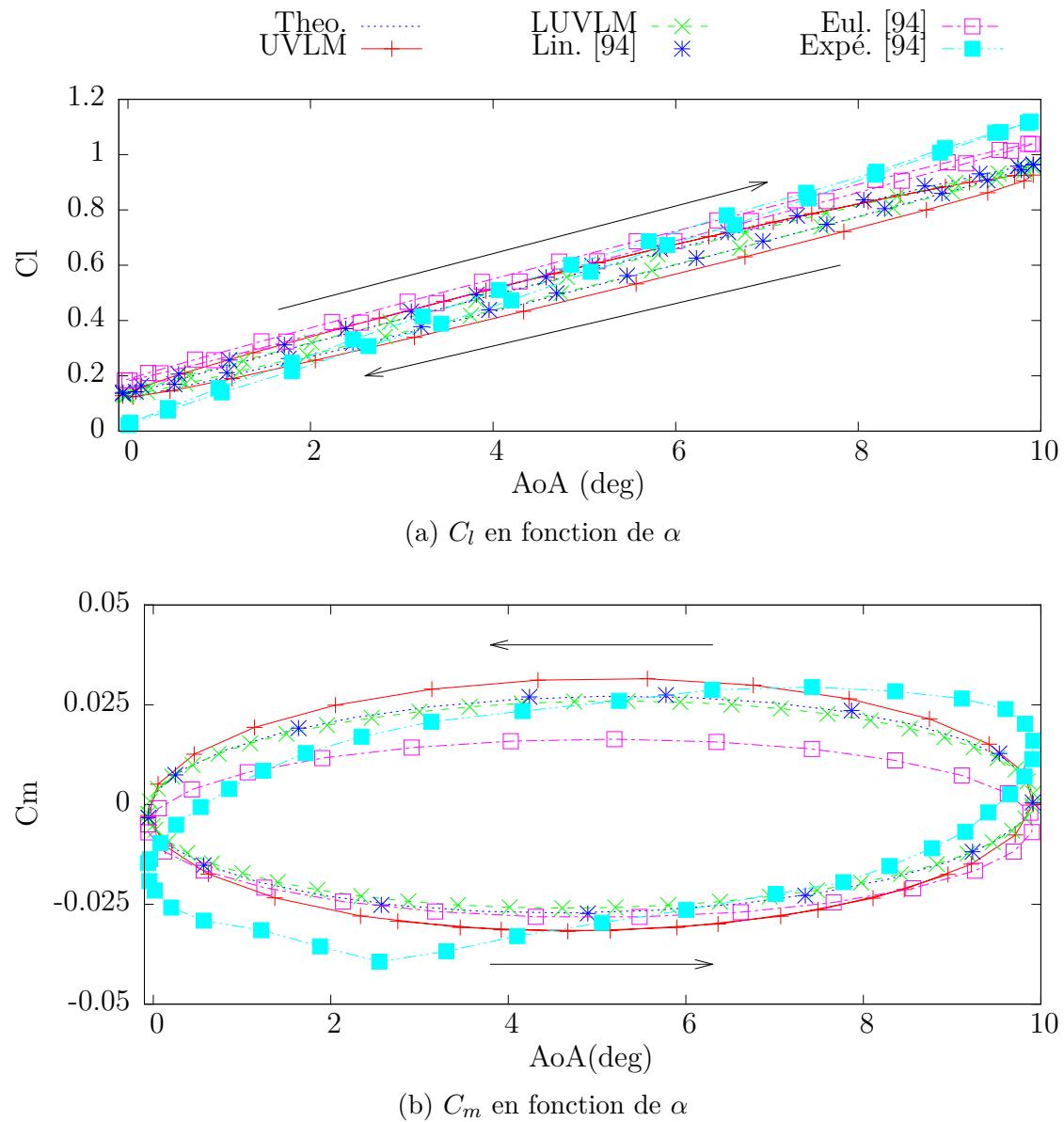


Figure 2.28 Cas test : tangage harmonique

provient de la référence [59] dans laquelle un code *UVLM* a été implémenté. Des simulations additionnelles *CFD* (Euler et Navier-Stokes) sont réalisées à l'aide du solveur *NSCODE* [51]. Le Nombre de Mach subsonique choisi est  $M_\infty = 0.1$  et le Nombre de Reynolds, basé sur la viscosité dynamique de l'air, est de  $Re = 1.18 \times 10^6$ . Le modèle de turbulence Baldwin-Lomax est utilisé.

Tel qu'observé pour le tangage harmonique, les coefficients aérodynamiques présentent une boucle d'hystérésis en fonction de la position (Figure 2.29). Les codes potentiels sont en excellent accord avec [59] et avec les résultats haute fidélité.

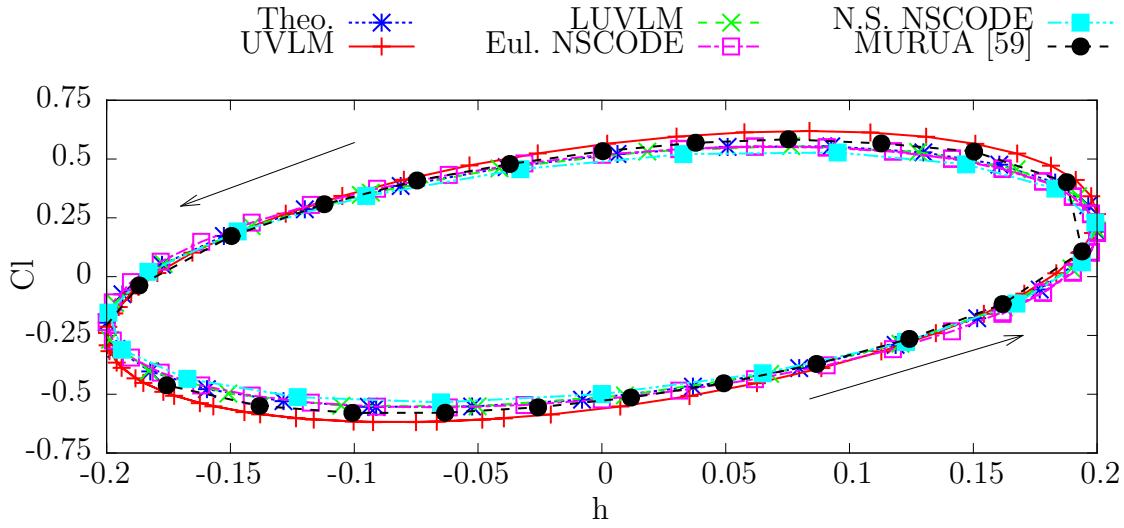


Figure 2.29 Cas test : Pilonnement harmonique

Les codes aérodynamiques *Theodorsen*, *UVLM* et *LUVLM* sont en accord avec les résultats de la littérature, ils sont donc validés.

### Validations aéroélastiques

Les calculs de flottement sont réalisés dans la configuration linéaire. Ils sont comparés avec [95] pour le *Cas 1* et avec [10] pour le *Cas 2*. Les données issues de [95] sont calculées avec un modèle de *Theodorsen* résolu différemment (*V-g method* [14]) et par un modèle *LUVLM* réduit à 30 modes aérodynamiques. La réduction est basée sur la troncature des modes les plus amortis. Ce cas test permet de valider l'implémentation des codes aérodynamiques couplés avec le modèle dynamique. Il s'agit aussi de mettre l'accent sur les différences induites par la méthode de résolution pour des modèles identiques.

Les données issues de la référence [10] sont expérimentales et numériques (modèle de *Theodorsen* résolu avec deux variables augmentées). Cette validation a pour but de mettre en

lumière la bonne extension du modèle *LUVLM* à la configuration profil/volet.

Le comportement aéroélastique est analysé en comparant l'évolution des taux d'amortissement modal et des fréquences propres en fonction de la vitesse du vent. Les modèles de *Theodorsen* et *LUVLM* permettent le calcul direct des valeurs propres (section 2.7.3), ce qui rend aisément le calcul des diagrammes de flottement. Le modèle *LUVLM* calcule des centaines de modes qui sont essentiellement de sources aérodynamiques. Il est donc parfois préférable d'observer les valeurs propres dans le plan complexe à différentes vitesses données.

La méthode *UVLM*, par ses non-linéarités du sillage, permet uniquement une résolution temporelle. Un post-traitement est alors nécessaire. La Transformée de Fourier Rapide (*FFT*<sup>26</sup>) permet de calculer les fréquences. La méthode du décrément logarithmique permet de calculer le taux d'amortissement du mode le moins amorti (Mode de pilonnement dans le cas d'un profil d'aile). L'identification est d'autant plus précise que le nombre d'oscillations observable est grand. La caractérisation peut alors être délicate lorsque le mode est très amorti.

Les paramètres de simulation sont donnés dans le tableau 2.3. Le résumé des vitesses de flottement est donné dans le tableau 2.4.

Tableau 2.3 Paramètres aéroélastiques

Cas	1	2
$\kappa$	1/100	0.03984
$a$	-0.5	-0.5
$c$	N/A	0.5
$x_\alpha$	0.25	0.434
$x_\beta$	N/A	0.01996
$r_\alpha$	0.5	0.7321
$r_\beta$	N/A	0.11397
$\omega_h/\omega_\alpha$	0.2	0.8078
$\omega_\beta/\omega_\alpha$	N/A	2.0746
$\zeta_\alpha$	0.0	0.01626
$\zeta_h$	0.0	0.0115
$\zeta_\beta$	N/A	0.0113

**i) Cas 1** La Figure 2.30 présente les diagrammes de flottement calculés dans le *Cas 1*. Chaque modèle prédit une vitesse de flottement  $6.29 \text{ rad}^{-1}$  à 1% près, en accord avec [95] (2.4). Les fréquences propres et les taux d'amortissement modal en fonction de la vitesse de l'air calculés par les codes potentiels et [95] présentent la même tendance. Le mode de

26. Traduit de l'anglais de *Fast Fourier Transform*

Tableau 2.4 Comparaison des vitesses réduites de flottement pour différents modèles

	TH	LUVLM	UVLM	Zhao Theo.	Zhao LUVLM
2DOF	6.29	6.29	6.21	6.29	6.29
	TH	LUVLM	UVLM	Conner Theo.	Conner. Exp.
3DOF	3.53	3.59	3.68	3.57	3.08

pilonnement, à basse fréquence, est la source de l'instabilité. Le mode de tangage, à haute fréquence, est d'autant plus amorti (stable) que la vitesse est grande.

Sur la même figure, quatre fréquences propres sont observées pour le modèle de *Theodorsen*. Les modes qui fusionnent correspondent aux modes de pilonnement et de tangage. Les deux autres sont la signature de la circulation de l'aile (variables augmentées). Une observation identique est réalisée dans le cadre du modèle *LUVLM* mais les modes aérodynamiques n'ont pas été tracés pour une meilleure visualisation (il existe  $N - M = 160$  modes).

Une fois la vitesse critique de flottement dépassée ( $6.21 \text{ rad}^{-1}$ ), le code *UVLM* montre des *LCOs* et non une enveloppe exponentielle telle qu'attendue (Figure 2.31). Un constat similaire est fait par R. Simpson et R. Palacios [77] sur une aile tri-dimensionnelle. Leur hypothèse d'un traitement inadéquat de dérapage est questionné. Il faut noter que le phénomène est observé pour de grands angles d'attaque, c'est-à-dire au-delà de l'hypothèse des petits déplacements. Un accroissement exponentiel est obtenu dans en amont des *LCOs*, où les angles sont faibles. Cette observation rejoue la théorie linéaire.

**ii) Cas 2** De même, l'étude expérimentale de Conner et al. [10] est utilisée pour valider la configuration à trois degrés de liberté. Les taux d'amortissement modal et les fréquences propres sont présentés en fonction de la vitesse (Figure 2.32).

Une vitesse de flottement similaire à celle de la référence [10] est calculée pour chaque modèle (Tableau 2.4). Les tendances sont identiques entre les codes actuels, les calculs et les mesures expérimentales de Conner et al. [10]. Quantitativement, les taux d'amortissement calculés avec les modèles *Theodorsen* et *LUVLM* montrent des différences notoires par rapport aux taux d'amortissement mesurés. Il reste toutefois du même ordre de grandeur. Le code *UVLM* calcule des taux d'amortissement identiques à l'expérimentation pour des vitesses réduites inférieures à 2.5 (–). Au-delà de cette vitesse, le modèle *UVLM* présente des résultats qui s'apparentent au modèle *LUVLM*. Ainsi, le comportement aéroélastique est capturé.

Les méthodes présentées montrent de très bons résultats au regard des calculs d'écoulements

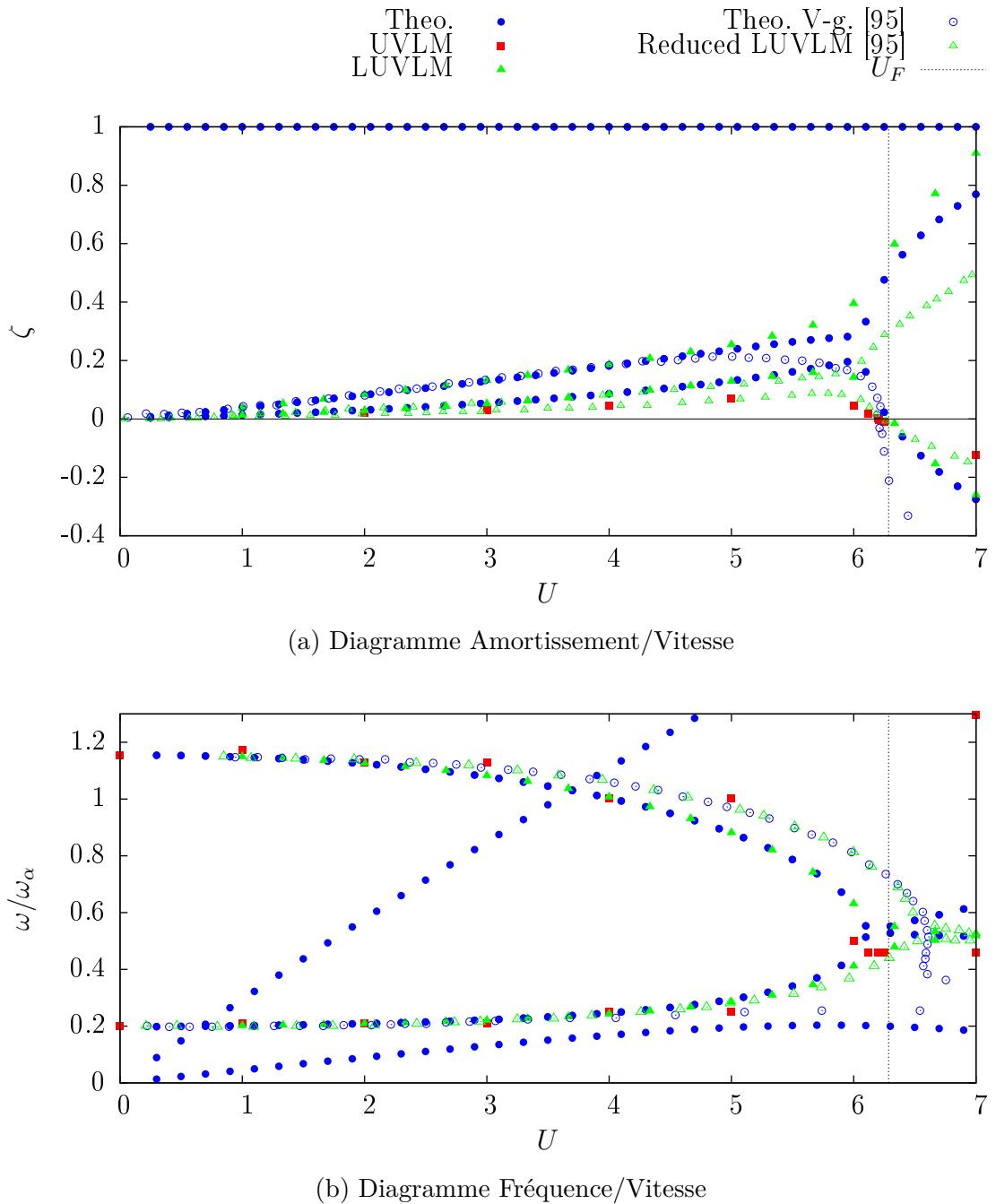


Figure 2.30 Diagramme de flottement Cas 1

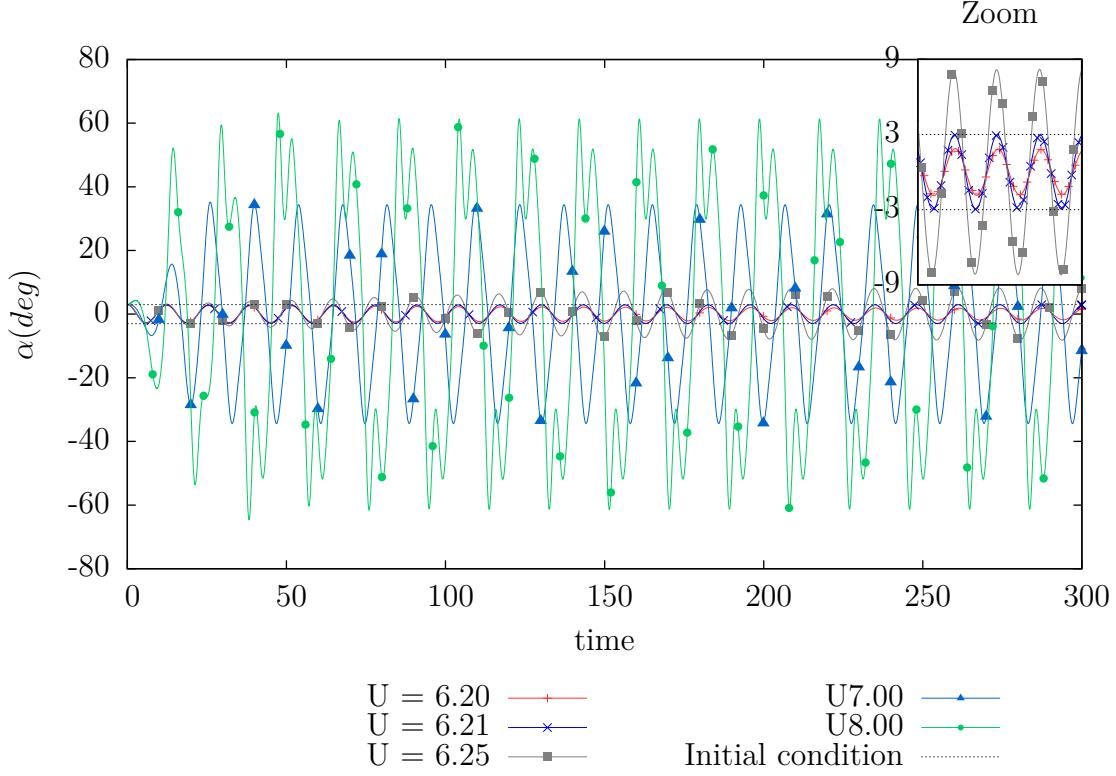


Figure 2.31 *UVLM* :  $\alpha$  en fonction du temps pour différentes vitesses du vent,  $\alpha_0 = 3^\circ$ .

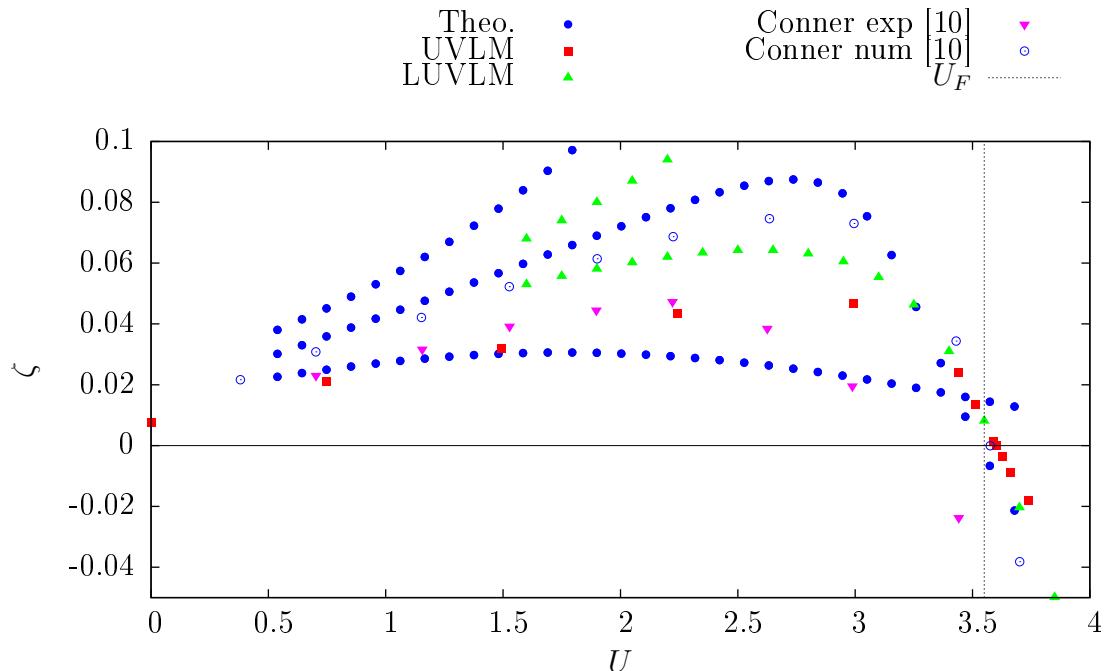
potentiels déjà réalisés par la communauté scientifique. Les comportements d’interaction fluide-structure sont capturés. Un écart avec l’expérimentation reste observable. Il pourrait venir d’un modèle de frottement (présence de friction ?), ou de l’importance des effets de compressibilité ou de viscosité inexistant dans les modèles potentiels. Ceux-ci offrent cependant une très bonne précision étant donné le temps de calculs (quelques secondes seulement pour *Theodorsen* et *LUVLM*, quelques minutes pour *UVLM*). L’analyse de ces différences sont laissée en dehors de cette thèse.

### 2.8.3 Résultats

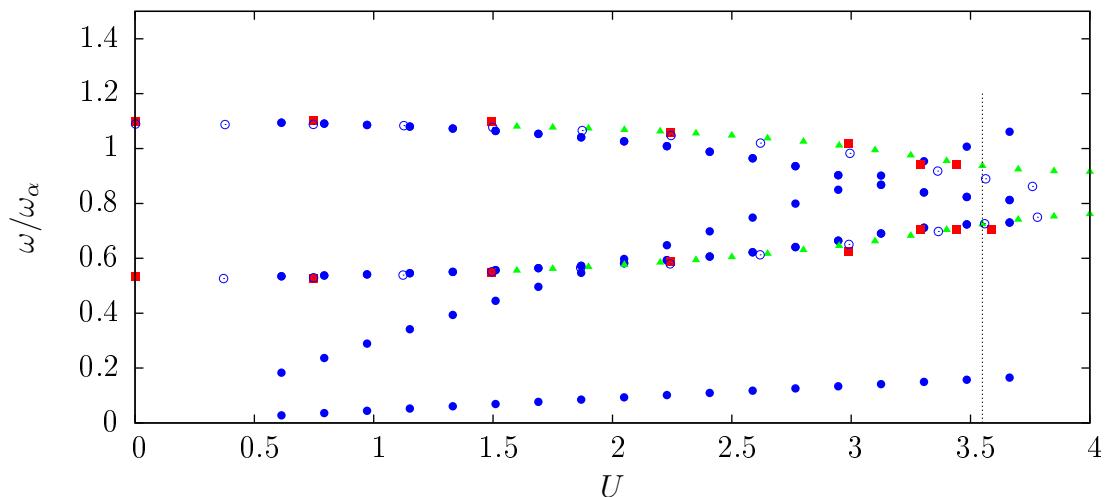
#### Les limites des modèles aérodynamique instationnaires à faible fidélité

Deux autres cas de pilonnement harmonique issus de [93] sont étudiés afin démontrer les limites des modèles *Theodorsen* et *LUVLM*. Le cas test *Haute amplitude* présente une fréquence réduite de  $k = 1.5 (-)$  et une amplitude réduite de  $h_{amp} = 0.4 (-)$ . Le cas *Haute fréquence* présente, quant à lui, une fréquence réduite de  $k = 4.0 (-)$  et une amplitude réduite de  $h_{amp} = 0.025 (-)$ .

Les Figures 2.33 et 2.34 présentent les coefficients aérodynamiques en fonction de la position



(a) Diagramme Amortissement/Vitesse



(b) Diagramme Fréquence/Vitesse

Figure 2.32 Diagramme de flottement *Cas 2*

en pilonnement pour les cas décrits ci-dessus. Les résultats sont comparés avec un solveur Euler pour un Nombre de Mach  $M_\infty = 0.05$  [93] et un solveur Navier-Stokes résolu dans le domaine fréquentiel non linéaire (*NLFD*<sup>27</sup>, [51]) à trois modes, pour un Nombre de Mach  $M_\infty = 0.05$ , un Nombre de Reynolds  $R_e = 1.18 \times 10^6$  et le modèle de turbulence de Baldwin-Lomax.

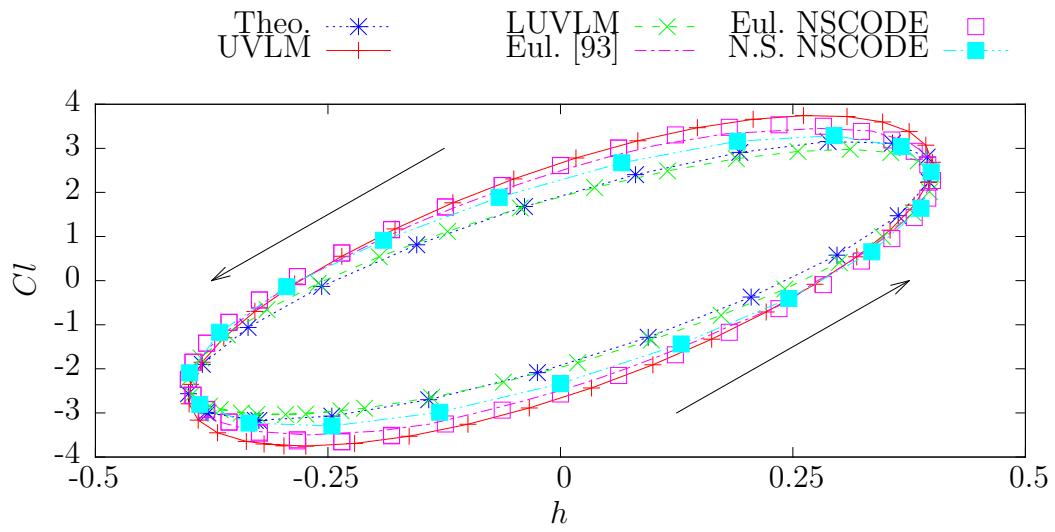
**Haute amplitude  $k = 1.5$  (–)  $h_{amp} = 0.4$  (–) :** Le code *UVLM* est en adéquation avec les solveurs haute fidélité (Figure 2.33). Le troisième mode n'est pas capturé par les modèles potentiels. Les codes *LUVLM* et *Theodorsen* montrent une très bonne propension à calculer le coefficient de portance (Figure 2.33a). Il ont toutefois plus de difficultés à prédire le coefficient de moment (Figure 2.33b). La boucle d'hystérésis calculée par le code *LUVLM* illustre une pente et une épaisseur plus faibles que celles calculées par les codes d'ordre plus élevé. Le code *Theodorsen* ne traduit pas le phénomène d'hystérésis du coefficient de moment aérodynamique et est incapable de modéliser les transferts d'énergie par le couple. Ce résultat est prévisible au regard de la forme de la matrice d'amortissement aérodynamique pour le cas particulier au sein duquel le moment aérodynamique est calculé au 1/4 de corde (annexe équation 2.7).

**Haute fréquence  $k = 4.0$  (–)  $h_{amp} = 0.025$  (–) :** De même, le code *UVLM* est en parfaite adéquation avec les solveurs d'ordre élevé, d'autant plus que le troisième mode est absent (Figure 2.34). Les codes *LUVLM* et *Theodorsen* montrent, encore une fois, une très bonne propension à calculer le coefficient de portance (Figure 2.34a). Le code *LUVLM* présente un meilleur calcul du coefficient de moment aérodynamique. La pente de la boucle d'hystérésis est plus faible que celle calculée par les codes haute fidélité, mais son épaisseur est du même ordre de grandeur (Figure 2.34b). Comme indiqué dans le paragraphe précédent, le modèle de *Theodorsen* ne peut décrire l'entièreté du comportement du coefficient de moment aérodynamique pour un mouvement de pilonnement. La différence entre les solveurs Euler et Navier-Stokes met en lumière l'influence des effets de viscosité. Il apparaît que ces derniers diminuent l'amplitude des coefficients aérodynamiques. La tendance reste toutefois identique.

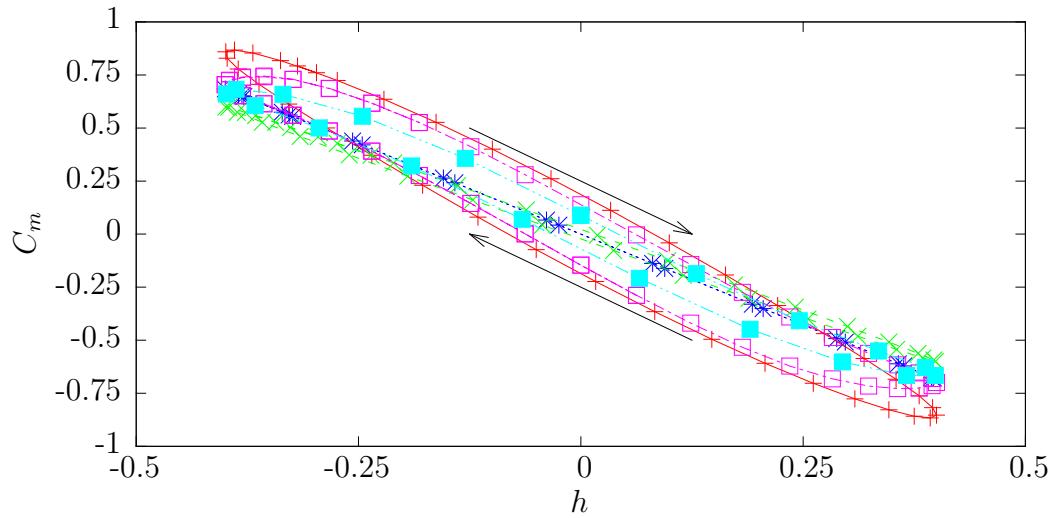
**Champ de vorticité** Un des avantages du modèle *UVLM* est de modéliser le transport bi-dimensionnel des tourbillons dans le sillage. Les comparaisons du sillage aux phases  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  et  $270^\circ$ , avec la prédiction issue du code Euler [93] (digitalisés), sont présentées Figures 2.35 et 2.36. Le code *UVLM* montre une très bonne description du sillage. Cette observation est d'autant plus intéressante que le temps de calcul est extrêmement court. Les

---

27. Traduit de l'anglais *Nonlinear Frequency Domain*

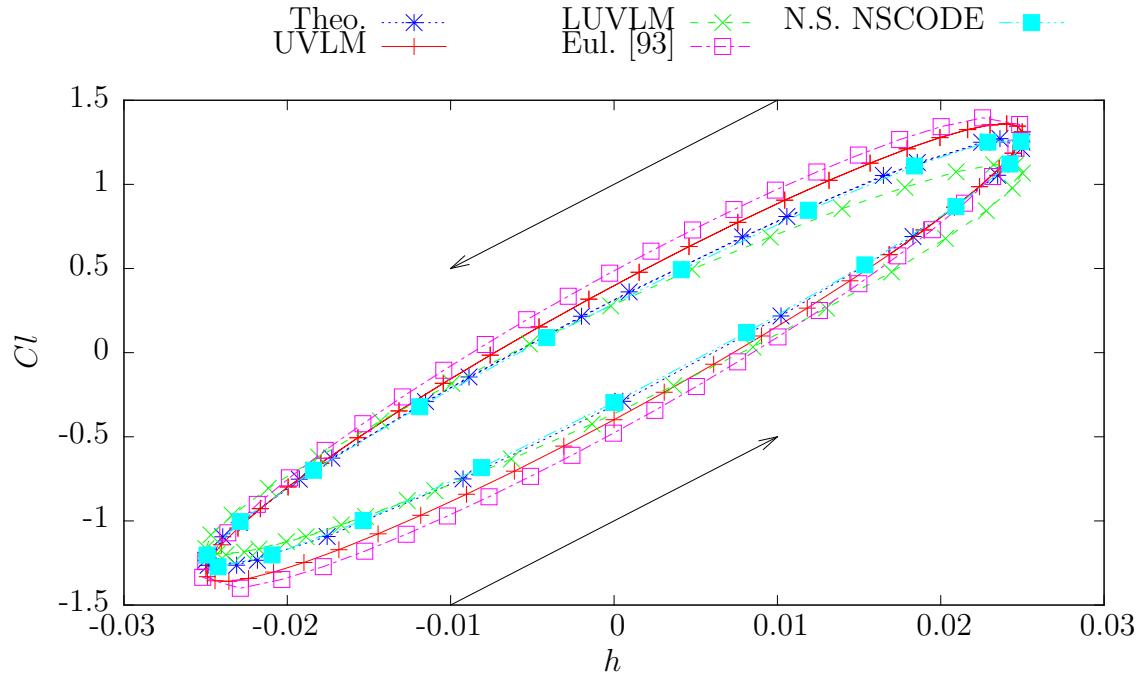


(a) Coefficient de portance en fonction du pilonnement,  $k = 1.5$ ,  $h_{amp} = 0.4$

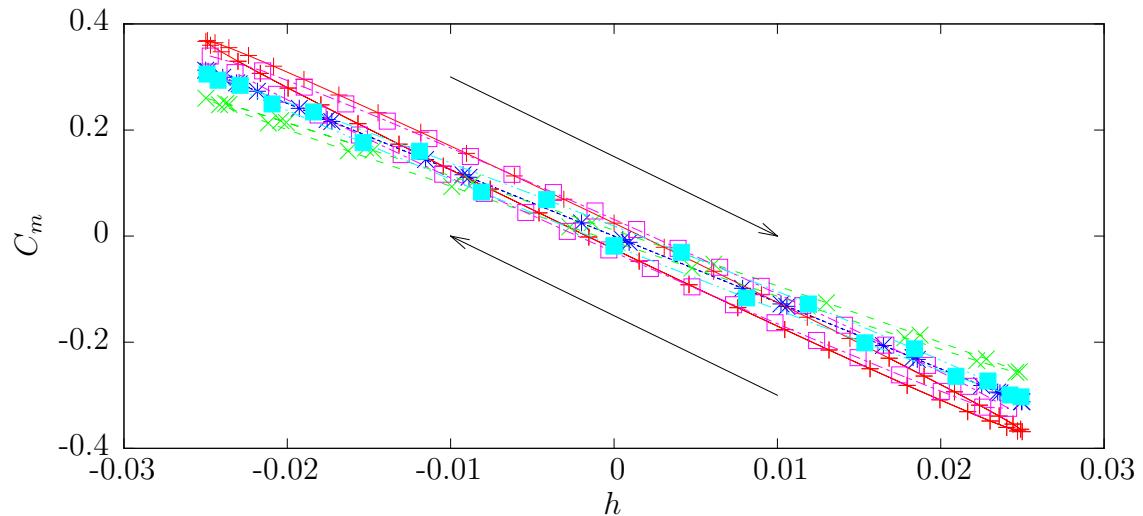


(b) Coefficient de moment en fonction du pilonnement  $k = 1.5$ ,  $h_{amp} = 0.4$

Figure 2.33  $Cl$  et  $C_m$  en fonction du pilonnement  $h$ ,  $k = 1.5$ ,  $h_{amp} = 0.4$



(a) Coefficient de portance en fonction du pilonnement,  $k = 4.0$ ,  $h_{amp} = 0.025$

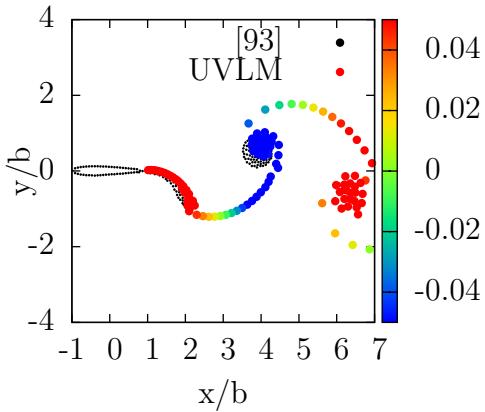


(b) Coefficient de moment en fonction du pilonnement,  $k = 4.0$ ,  $h_{amp} = 0.025$

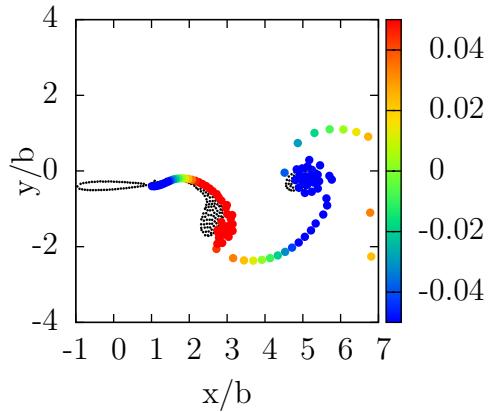
Figure 2.34  $Cl$  and  $C_m$  fonction du déplacement adimensionnel  $h$ ,  $k = 4.0$ ,  $h_{amp} = 0.025$

positions des amas de tourbillons, calculées par le code *UVLM*, correspondent aux concentrations de vorticité du code Euler.

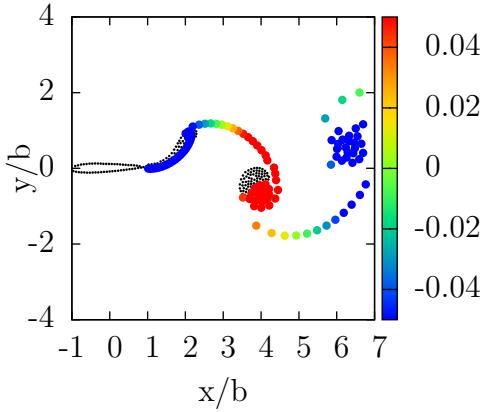
La figure 2.35 montre que ces amas ont une position verticale non négligeable (sillage 2D), ce qui explique pourquoi les modèles à sillage plat (sillage 1D, *Theodorsen* et *LUVLM*) n'arrivent pas à modéliser correctement les coefficients aérodynamiques à haute amplitude. La figure 2.36 montre que le modèle *UVLM* prédit un transport des tourbillons similaire au code Euler.



(a) Champs de vorticité à  $0^\circ$  d'angle de phase



(b) Champs de vorticité à  $90^\circ$  d'angle de phase



(c) Champs de vorticité à  $180^\circ$  d'angle de phase

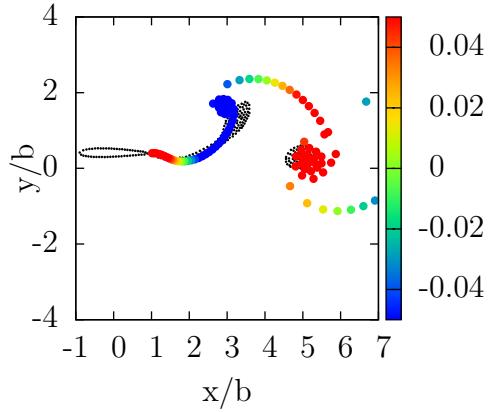


Figure 2.35 Comparaison des champs de vorticité des codes *UVLM* et Euler [93],  $k = 1.5$ ,  $h_{amp} = 0.4$

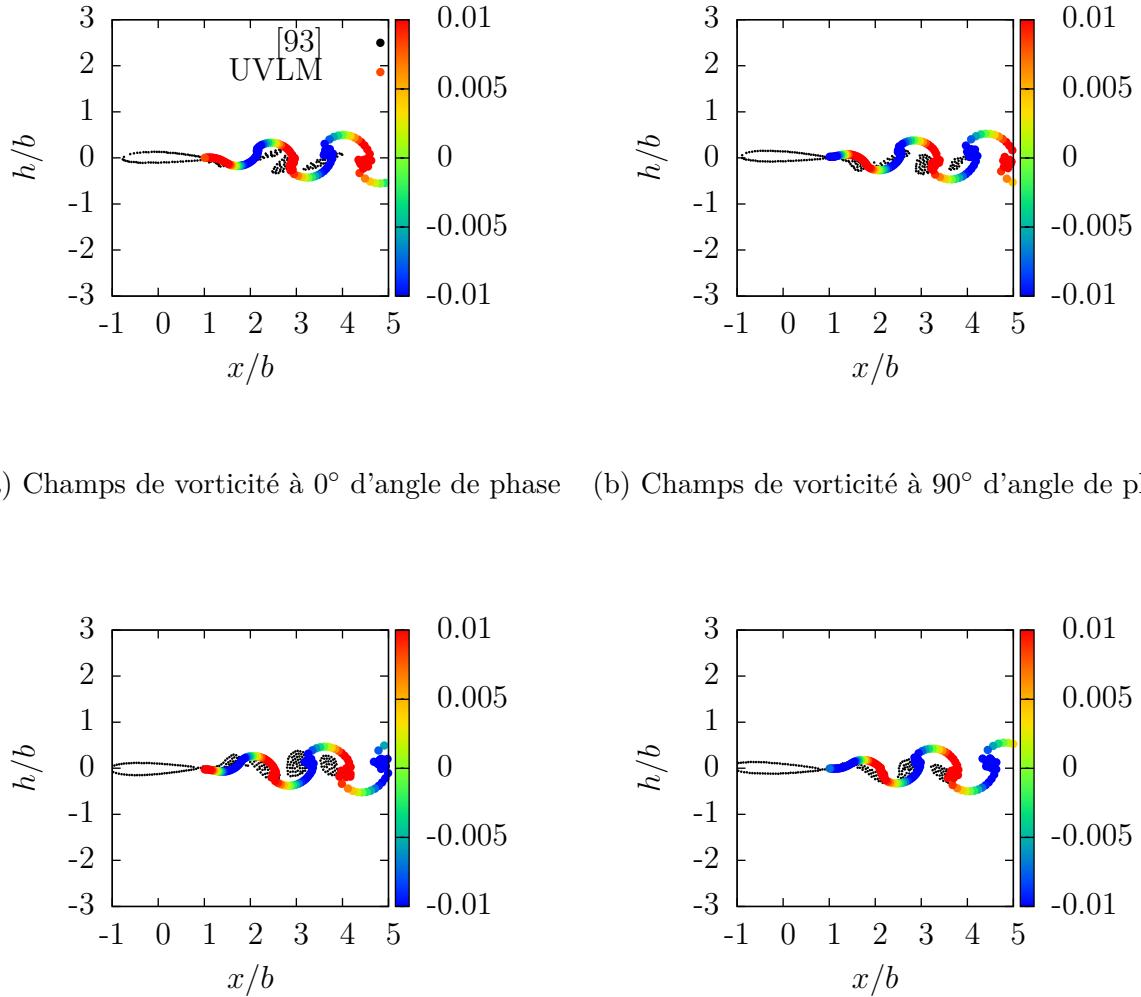


Figure 2.36 Comparaison des champs de vorticité des codes *UVLM* et Euler [93],  $k = 4$ ,  $h_{amp} = 0.025$

**Bilan sur les modèles faible fidélité** Les modèles faible fidélité sont en accord avec les solveurs Euler et Navier-Stokes dans la limite des hypothèses (petit déplacement, petite vitesse et écoulements potentiels). Le modèle *UVLM* présente la meilleure précision parmi les méthodes testées. Les modèles *Theodorsen* et *LUVLM* sont les plus rapides. L'étude a également mis en évidence l'influence de la composante verticale du sillage, notamment lors du calcul du moment aérodynamique. Physiquement, l'épaisseur des hystérésis dues au sillage instationnaire est la signature d'un transfert d'énergie.

### Aeroélasticité non linéaire : *Cas 1*

Nous allons réexaminer l'effet des non-linéarités structurelles sur le comportement aéroélastique. Les paramètres utilisés sont donnés dans le tableau 2.3. Des non-linéarités de type *cubique* et *jeu mécanique* en tangage sont appliquées à une section typique à deux degrés de liberté (*Cas 1*). L'amplitude du jeu est de  $0.5^\circ$  et le terme quadratique (cubique) est  $\eta_3 = 3$ . La condition initiale est  $[\alpha_0, h_0, \dot{\alpha}_0, \dot{h}_0] = [3^\circ, 0, 0, 0]$ .

Les prédictions des codes *Theodorsen*, *UVLM* et *LUVLM* sont comparées au code *LUVLM* avec une réduction d'ordre issue de [95]. Tel que démontré par [95], différents *LCOs* sont observés pour des vitesses sous-critiques. Le premier *LCO* est examiné pour des vitesses autour de  $0.142U_F$ . Le code *Theodorsen* et le présent code *LUVLM* sont en accord avec les résultats de Zhao et al (Figure 2.37). Le code *UVLM* est en accord pour le degré de liberté de tangage mais un décalage est observée au degré de liberté de pilonnement. La tendance reste similaire. Les vitesses de bifurcation des *LCOs*, calculées par les différents codes, correspondent aux prédictions de [95].

Les figures 2.38 à 2.40 montrent trois changements symétriques de *LCOs* dans les plans de phase ( $\alpha/\dot{\alpha}$ ) et ( $h/\dot{h}$ ). Les formes des *LCOs* sont similaires aux calculs de [95]. Quelques différences sont cependant observées. Dans la figure 2.40b), les vitesses associées aux mêmes *LCO* sont différentes selon les modèles. Le modèle *Theodorsen* montre des difficultés à calculer le *LCO* sur la figure 2.39b.

La figure 2.41 montre un exemple de comportement chaotique. Un attracteur étrange est observé à  $0.5U_F$ , ce qui coïncide avec les observations de [95].

La figure 2.42 présente l'amplitude et la fréquence réduite en tangage des *LCOs* en fonction de la fraction de vitesse de flottement dans le cas linéaire. Les configurations linéaires et non linéaires sont considérées. Dans la figure 2.42a, l'évolution de l'amplitude des *LCOs* est identique pour tous les modèles en présence de la non-linéarité *cubique*. L'amplitude semble évoluer de façon affine en fonction de la vitesse de flottement. Lorsque la non-linéarité cubique

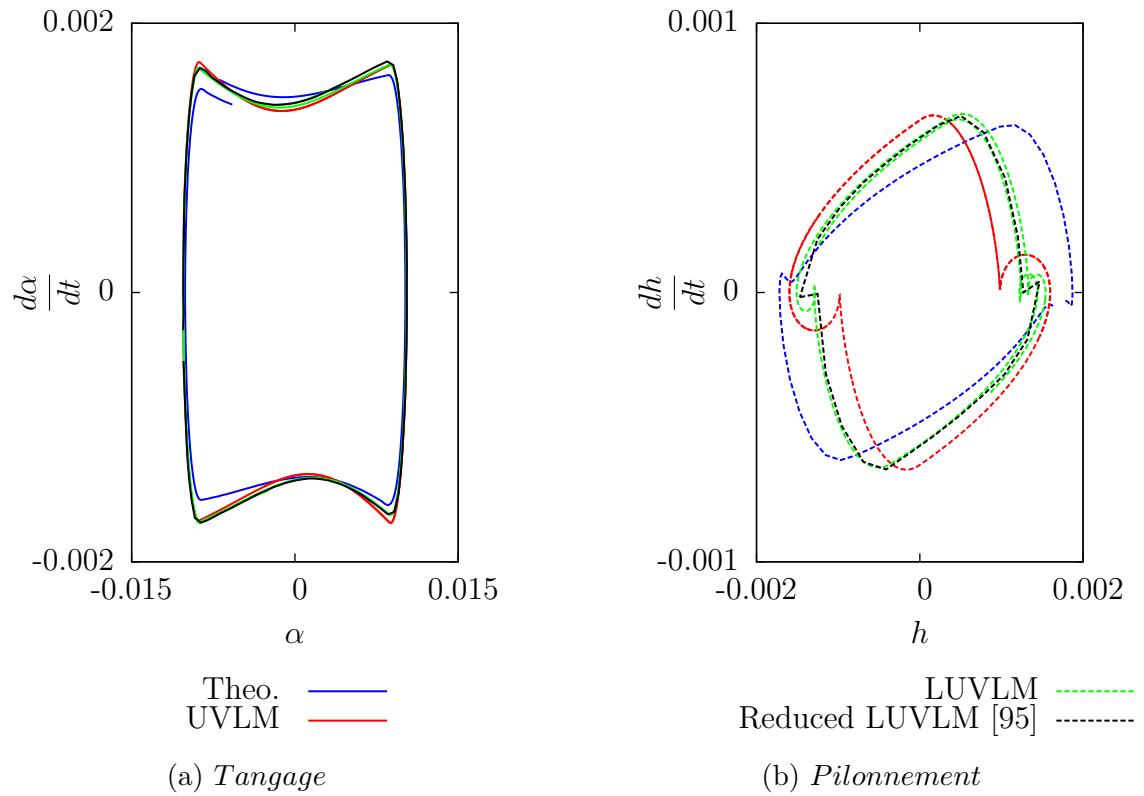
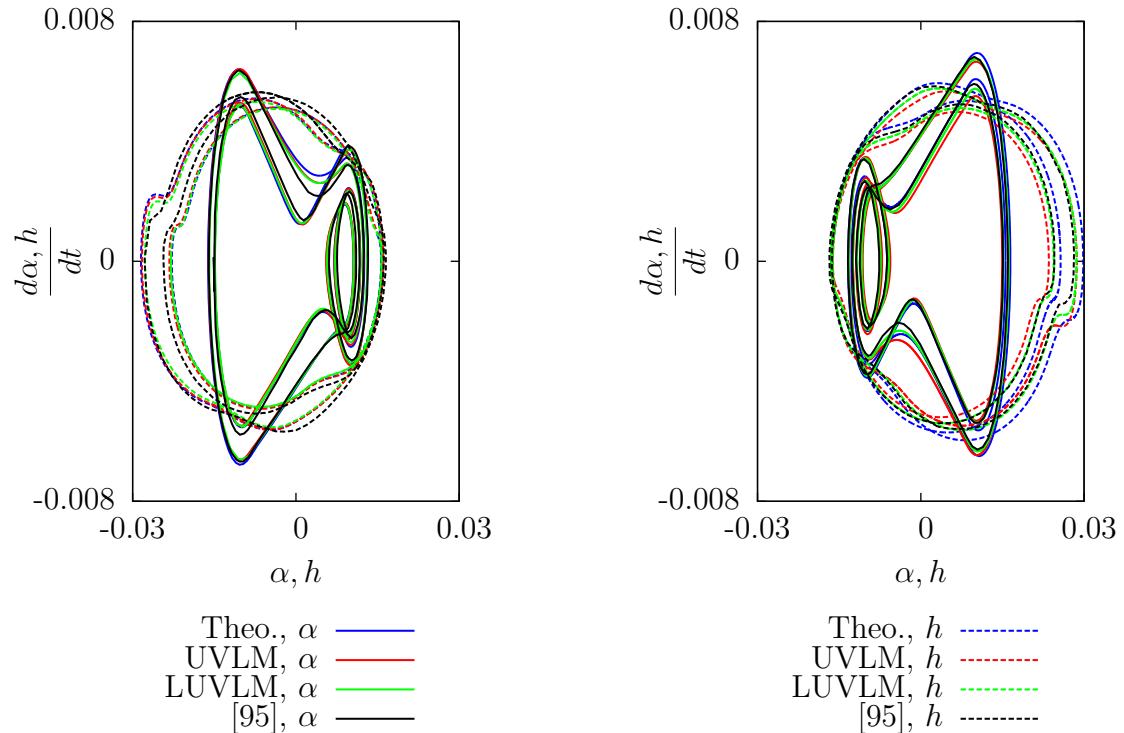
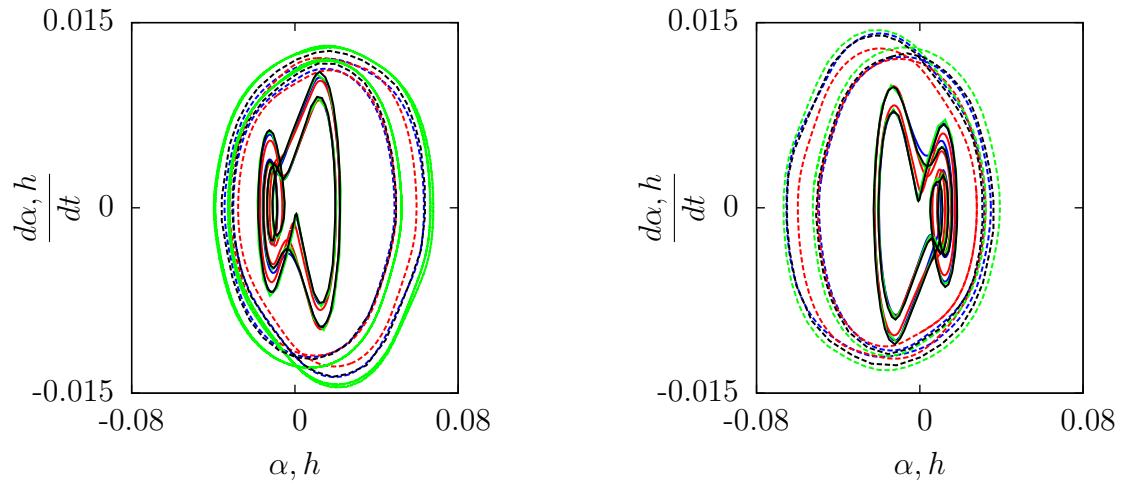


Figure 2.37 Premier *LCO* : LUVLM :  $0.143U_F$ , Theodorsen :  $0.138U_F$ , UVLM :  $0.145 U_F$ , [95] :  $0.143U_F$ .



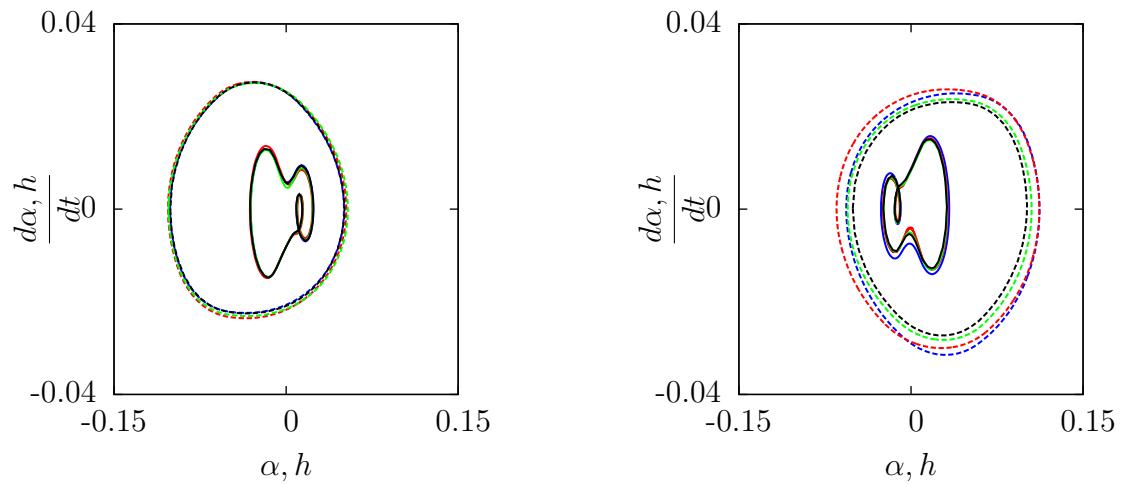
(a) Tangage et pilonnement.  $LUVLM : 0.295U_F$ , (b) Tangage et pilonnement.  $LUVLM : 0.304U_F$ ,  
 $Theodorsen : 0.300U_F$ ,  $UVLM : 0.298 U_F$ , [95] :  $Theodorsen : 0.319U_F$ ,  $UVLM : 0.300 U_F$ , [95] :  
 $0.302U_F$ .

Figure 2.38 Changement symétrique des LCOs autour de  $U/U_F = 0.300$



(a) Tangage et pilonnement.  $LUVLM : 0.467U_F$ , (b) Tangage et pilonnement.  $LUVLM : 0.468U_F$ ,  
*Theodorsen* :  $0.463U_F$ ,  $UVLM$  :  $0.466 U_F$ , [95] : *Theodorsen* :  $0.465U_F$ ,  $UVLM$  :  $0.467 U_F$ , [95] :  
 $0.466U_F$ .

Figure 2.39 Changement symétrique des LCOs autour de  $U/U_F = 0.467$



(a) Tangage et pilonnement.  $LUVLM : 0.640U_F$ , (b) Tangage et pilonnement.  $LUVLM : 0.648U_F$ ,  
*Theodorsen* :  $0.648U_F$ ,  $UVLM$  :  $0.648 U_F$ , [95] : *Theodorsen* :  $0.678U_F$ ,  $UVLM$  :  $0.650 U_F$ , [95] :  
 $0.648U_F$ .

Figure 2.40 Changement symétrique des LCOs autour de  $U/U_F = 0.649$

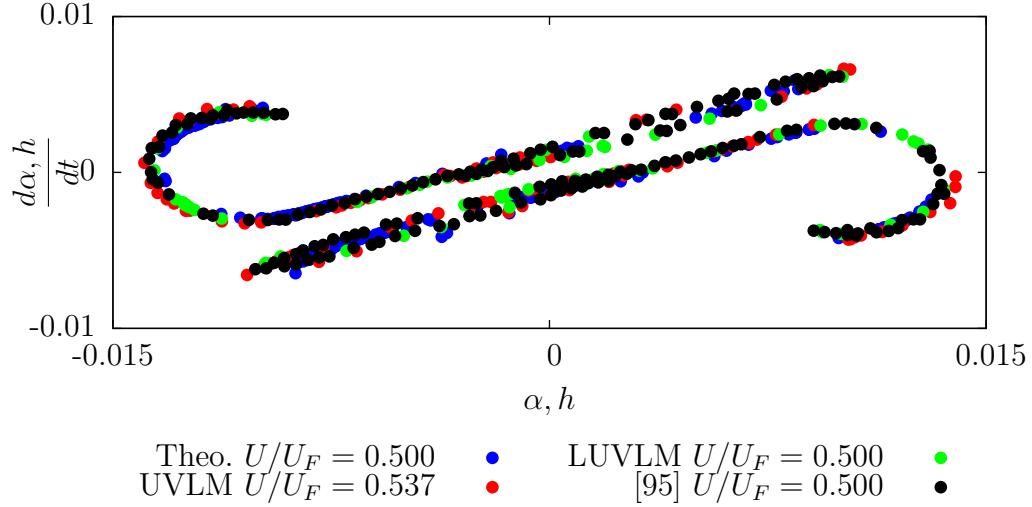


Figure 2.41 Section de Poincaré à  $h = 0$ . Comportement chaotique et attracteur étrange à  $U/U_F = 0.500$ . *LUVLM* :  $0.500U_F$ , *Theodorsen* :  $0.500U_F$ , *UVLM* :  $0.537U_F$ , [95] :  $0.500U_F$ .

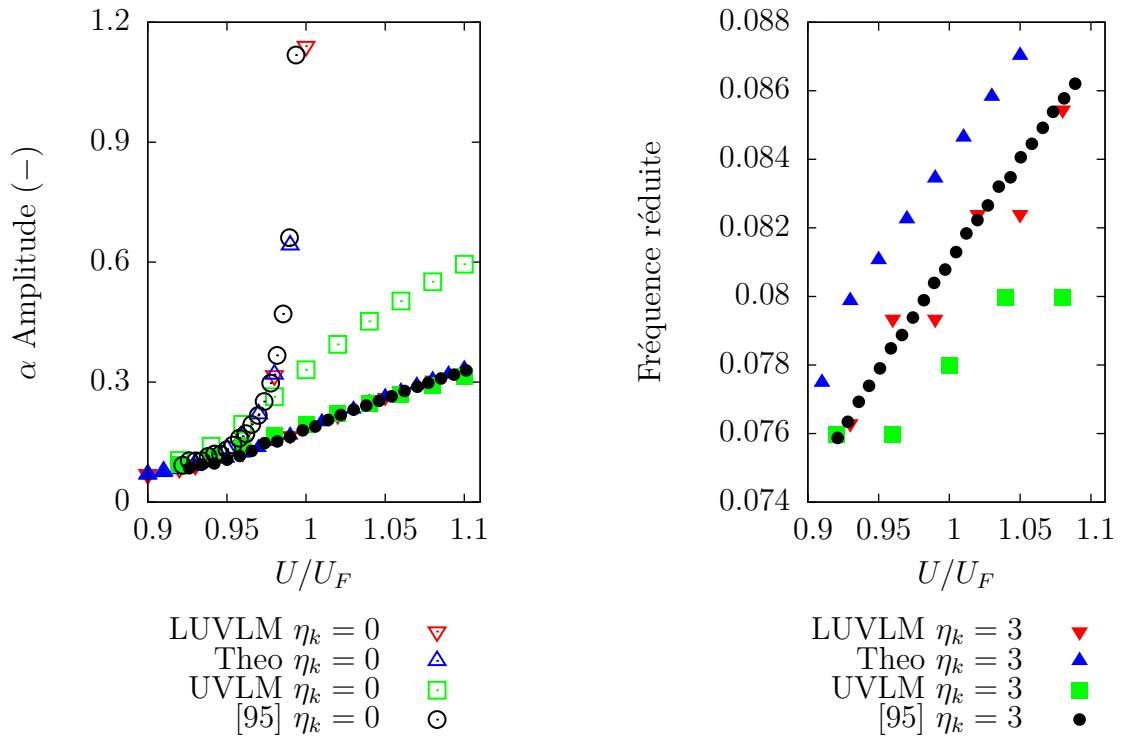
est absente, l'amplitude des *LCOs* augmente de façon asymptotique à la droite  $U/U_F = 1$ , vitesse à laquelle le système (par définition) diverge. Contrairement aux autres, le modèle *UVLM* ne présente pas ce comportement asymptotique. Cette observation coïncide avec les observations réalisées précédemment (Figure 2.31). Il faut noter que les amplitudes en angle d'attaque sont alors bien au-delà de l'hypothèse des petits déplacements. La figure 2.42b présente la fréquence des *LCOs* en fonction de la fraction de vitesse critique. La tendance est la même pour tous les modèles à  $\pm 7\%$ .

### Aeroélasticité non linéaire : Cas 2

L'étude se concentre dorénavant sur le cas à trois degrés de liberté. La liaison pivot entre la surface de contrôle et le profil présente un *jeu mécanique* d'amplitude  $\beta_s = 2.12^\circ$ . La condition initiale appliquée est  $\beta_0 = 2.12^\circ$ . Cette étude sera comparée avec des données expérimentales issues de [10] et des données potentielles instationnaires *DLM* et *Theodorsen* qui proviennent de [42]. Les incertitudes expérimentales ne sont pas données par [10].

L'amplitude *rms* et la fréquence réduite sont présentées en fonction de la fraction de vitesse critique (Figure 2.43). L'amplitude est normalisée par rapport à l'amplitude du jeu mécanique et se présente comme suit (équation 2.31) :

$$(A, B, H) = \frac{(A, B, H)_{r.m.s}}{2\beta_s} \quad (2.31)$$



(a) Amplitude des LCOs  $\alpha$  en fonction de  $U/U_F$  pour  $\eta_k = \{0; 3\}$  (b) Fréquence réduite des LCOs  $\alpha$  en fonction de  $U/U_F$  pour  $\eta_k = \{0; 3\}$

Figure 2.42 Effets de la non-linéarité de type *cubique* sur l'amplitude et la fréquence des LCOs

Les codes *Theodorsen*, *UVLM* et *LUVLM* ont la même tendance que les données *DLM* et expérimentales. Un écart reste observable entre ces données expérimentales et tous les modèles d'écoulements potentiels.

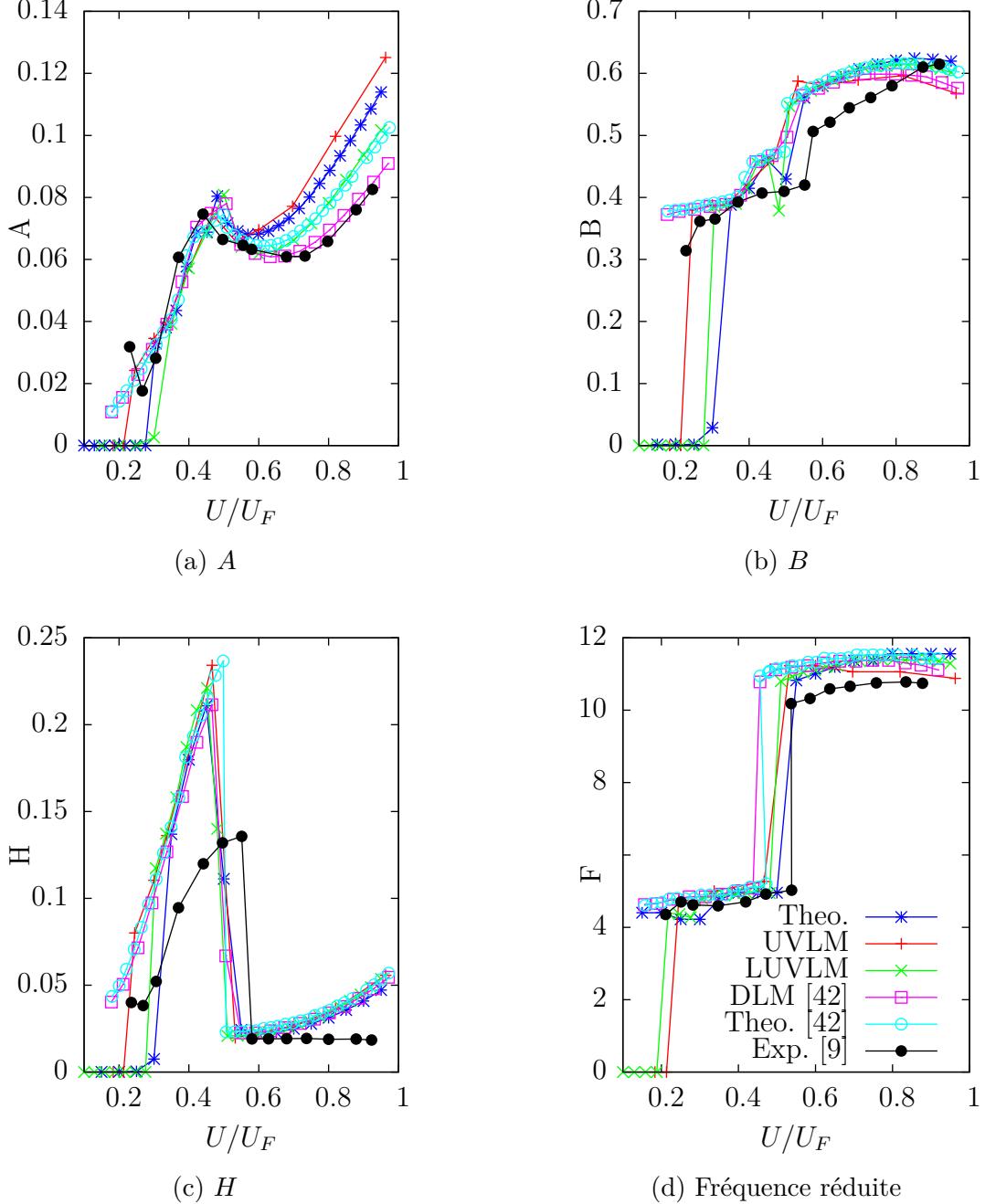


Figure 2.43 Évolution des amplitude *rms* et de la fréquence réduite des *LCOs* en fonction de la fraction de vitesse critique linéaire

## 2.9 Conclusion

Trois méthodes potentielles instationnaires ont été comparées dans le cadre d'analyses linéaires et non linéaires du flottement : *Theodorsen*, *UVLM* et *UVLVM*.

La méthode *Theodorsen* [80] a été résolue avec méthode présentée dans [16] et adimensionnée dans le domaine temporel structurel. La méthode *UVLM*, inspirée de [40], a été faiblement couplée à un solveur structurel. La méthode *UVLVM* [30],[95] a été développée dans une nouvelle configuration à trois degrés de liberté (configuration profil-violet).

Toutes ces méthodes ont été largement validées sur des cas tests aérodynamiques et aéroélastique linéaires, bien décrit dans la littérature scientifique [60, 94, 95, 10]

Après une étude de raffinement et une série de validation, ces trois méthodes ont été confrontées à des problèmes aérodynamiques plus complexes afin de mettre en lumière les avantages et les inconvénients de chaque modèle [93]. Ces modèles ont également été comparés sur des problématiques aéroélastiques plus réalistes, prenant en compte les non-linéarités de type *cubique* et *jeu mécanique* [95, 42].

Ces méthodes à faible fidélité présentent de très bonnes prédictions, en accord avec la littérature, même dans le cadre de l'aéroélasticité non linéaire. Chaque modèle peut modéliser des comportement aéroélastiques complexes, tels que des Cycles Limites d'Oscillation (*LCO*) et des attracteurs étranges observés lors de comportements chaotiques. Le coût de calcul demeure très faible.

Tel que supposé, le code de calcul *Theodorsen* est le plus rapide. Les codes *UVLVM* et *UVLM* sont légèrement plus long à calculer (quelques dizaines de secondes) mais offrent une meilleure précision et une meilleure compréhension du phénomène physique. Le code *UVLM* est le plus précis, notamment pour des fréquences réduites et des amplitudes élevées. Il a été démontré que le modèle bi-dimensionnel du sillage est conforme avec un solveur *Euler*. Le modèle *UVLVM* semble partager les avantages des deux autres.

## ÉTUDE EXPÉIMENTALE LINÉAIRE

### Résumé

L'objectif de ce chapitre est de présenter et d'identifier le banc d'essai conçu spécialement pour cette thèse.

Premièrement, le banc d'essai est décrit. Plusieurs métrologies permettent de mesurer l'accélération et la position de chaque degré de liberté ainsi que la vitesse de l'écoulement. Une géométrie astucieuse du banc d'essai permet la modulation des raideurs équivalentes en tangage et en pilonnement. Les équations analytiques de ces raideurs sont développées.

Deuxièmement, le banc d'essai est identifié statiquement (*GVT*). Les raideurs intrinsèques des ressorts sont mesurées à l'aide d'essais en torsion et en traction. Après avoir comparé quatre méthodes d'identification modale directe (*Ibrahim Time Domain*, *Décrément Logarithmique*, *FFT*, *Ajustement de la courbe*), la méthode d'ajustement de la courbe est sélectionnée pour calculer les pulsations propres et les taux d'amortissement modal de chaque degré de liberté. La masse et les moments d'inerties sont calculés à partir des raideurs et des pulsations propres identifiées auparavant. Les termes de couplage inertiel sont calculés à l'aide de mesures vibratoires à deux degrés de liberté.

Troisièmement, des essais en soufflerie dans les configurations à deux et trois degrés de liberté sont réalisés. Les simulations numériques du chapitre 1.5 sont confrontées aux mesures expérimentales.

### 3.10 Présentation du banc d'essai

Dans le but de réaliser une campagne d'essai aéroélastique faisant intervenir un oscillateur non linéaire (le *FSI-NES*), un banc d'essai permettant d'analyser le comportement vibratoire d'un profil est réalisé. Le design préliminaire a été développé à Montréal dans le cadre d'un projet intégrateur IV et envoyé à SUP-AERO.

Avant de se concentrer sur le cas non linéaire, il est important de qualifier ce banc d'essai. Tel est l'objectif de ce chapitre.

### 3.10.1 Soufflerie

Le banc d'essai aéroélastique 2D (Figure 3.44b) est composé d'une aile rigide montée sur un mécanisme à trois degrés de liberté qui est fixé sur la Soufflerie À Bas nombre de REynolds (*SABRE*) de l'ISAE-SUPAERO (Figure 3.44a).

Cette dernière est une soufflerie à retour de type *Prandtl* à pression atmosphérique. La veine longue de 2400 mm présente une section rectangulaire 1200 × 800 mm et un rapport de contraction de 9. L'écoulement est généré par un ventilateur électrique dont le calage variable permet le contrôle de la turbulence. Accompagné d'une série de filtres en nid d'abeilles, le taux de turbulence de la veine utile n'excède pas 0.1% pour des vitesses allant de 2 m/s à 25 m/s.

### 3.10.2 Aile et surface de contrôle

Une aile rigide bi-corps profil/volet en composite est fabriquée dans les ateliers de l'ISAE SUPAERO. L'aile de profil symétrique *NACA 0012* présente une envergure de 780 mm et une corde de 250 mm pour masse totale de 2.675 kg. Un longeron cylindrique en acier (longueur 1100 mm, Ø 12mm) localisé à 25 % de corde permet le mouvement de tangage. Un second longeron cylindrique en acier (longueur 1100 mm, Ø 6 mm) localisé à 75% de corde assure la rotation de la surface de contrôle de masse 0.510 kg. Des nervures métalliques, des rigidifieurs en carbone, une mousse de remplissage et des paliers à double rangées de billes assurent la rigidité de l'aile. Un jeu de 3 mm entre le volet et le profil assure l'absence de frottement sec dans la liaison pivot. L'aile est montée verticalement de sorte que les forces de pesanteur n'aient aucun effet dans le plan de la section typique. La configuration extrême d'un angle d'attaque  $\alpha = 20^\circ$  et d'une déflexion de la surface de contrôle  $\beta = 40^\circ$  présente un taux de blocage inférieur à 10 %. On supposera ainsi qu'aucune correction d'effet de bords ne sera nécessaire [72].

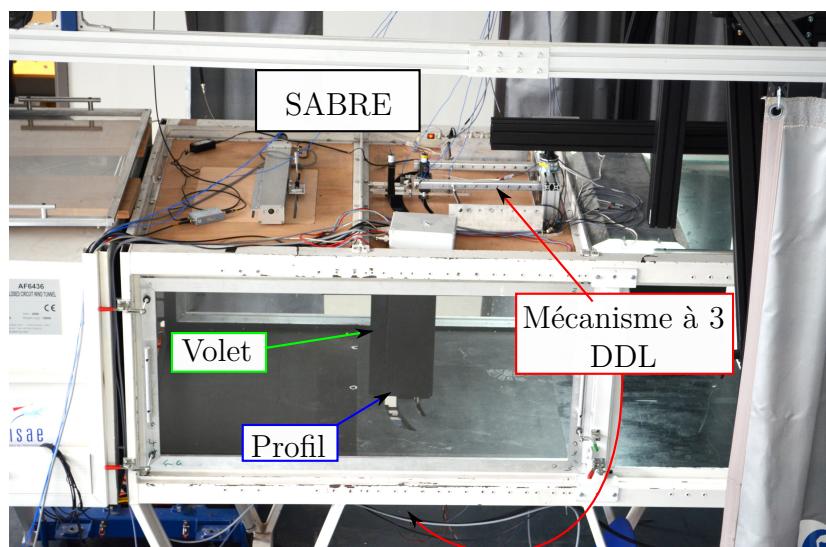
### 3.10.3 Mécanisme à trois degrés de liberté

Un mécanisme permettant, au choix, deux ou trois degrés de liberté est créé. Ce mécanisme, composé de deux parties, est fixé sur les plateaux supérieurs et inférieurs de la veine de la soufflerie de manière à ce qu'aucun élément extérieur ne perturbe l'écoulement dans la veine (Figure 3.44b et 3.45). Ces sous-mécanismes (Figures 3.47) suivent le schéma cinématique Figure 3.46.

Un système à quatre barres (vert) autorise un mouvement de translation rotative. Le longeron de l'aile est guidé en rotation au milieu de la bielle de pilotage, en liaison pivot



(a) Soufflerie À Bas nombre de REynolds : SABRE



(b) Banc d'essai aéroélastique

Figure 3.44 Banc d'essai dans la soufflerie

par rapport aux manivelles. Des roulements à billes assurent une liaison à faible frottement sec. Des ressorts de traction reliant les manivelles au bâti mettent en place la rigidité en pilonnement de l'aile (Figure 3.47b).

De façon similaire, une biellette de tangage (bleue) est fixée au longeron  $\alpha$ . Des ressorts de traction relient cette biellette aux languettes fixées sur la biellette de pilonnement. Ces derniers mettent en place la rigidité en tangage de l'aile. L'angle d'attaque nul est identifié en appliquant un écoulement autour du profil sans les ressorts en tangage. La prétension de ces derniers est alors ajustée à l'aide d'un système vis/écrou de sorte que l'angle d'attaque à l'équilibre soit zéro. Il peut être modifié en choisissant une précontrainte des ressorts de tangage adaptée. Il est possible de fixer des masselottes aux extrémités des biellettes de tangage pour augmenter le moment d'inertie et déplacer le centre de gravité de l'aile.

De même, la biellette du volet (rouge) est fixée au longeron de la surface de contrôle. Celui-ci est guidé en rotation à l'aide d'un roulement à billes fixé sur la biellette de tangage et d'une butée à billes qui reprend le poids du volet. Le moment d'inertie et la position du centre de gravité du volet sont également ajustables à l'aide de masselottes placées aux extrémités. Un ressort de torsion permet la mise en place de la raideur entre la surface de contrôle et le profil.

Une série de freins électro-magnétiques asservis en tangage et en pilonnement permettent d'appliquer une condition initiale et de stopper les vibrations en cas de divergence (Figure 3.47b). La répétabilité de cette condition initiale est assurée par l'asservissement des freins en fonction du front montant de la différence entre les angles mesurés et la consigne.

## Métrologies

Trois types de métrologies sont utilisés :

1. Capteur de position
2. Capteur d'accélération
3. Capteur de vitesse aérodynamique

Les caractéristiques de chaque capteur sont exposées dans le tableau 3.5. Ces derniers sont connectés à une carte d'acquisition *National Instruments 6229* avec une fréquence d'échantillonnage de 1 kHz. Le schéma (Figure 3.48) montre la disposition de ces capteurs. Dans cette figure, les capteurs d'angle de rotation sont des cylindres rouges, les accéléromètres sont des cubes bleus et les électro-freins sont des cylindres verts.

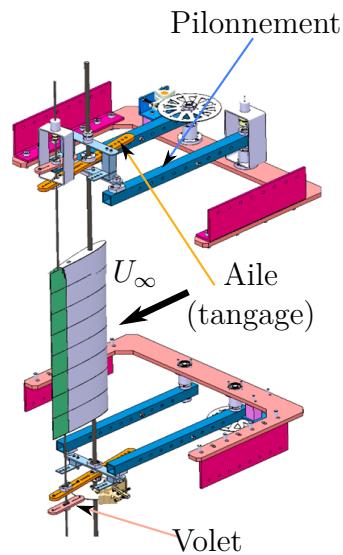


Figure 3.45 CAO du mécanisme supérieur et inférieur

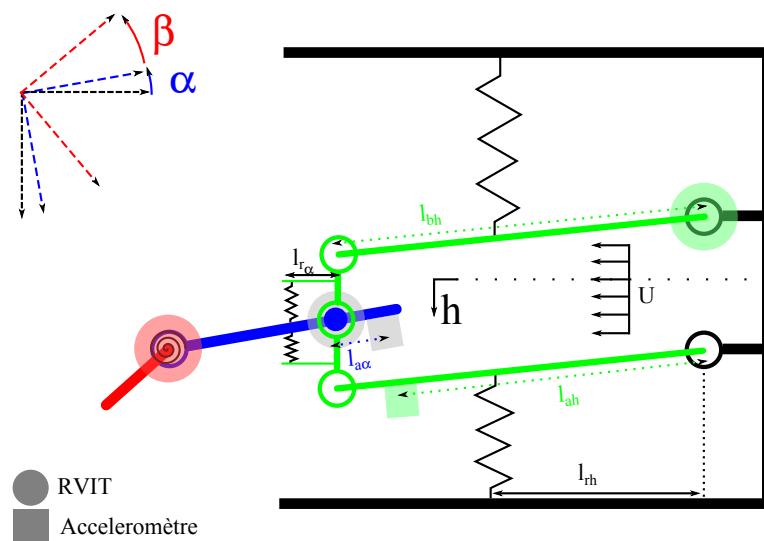
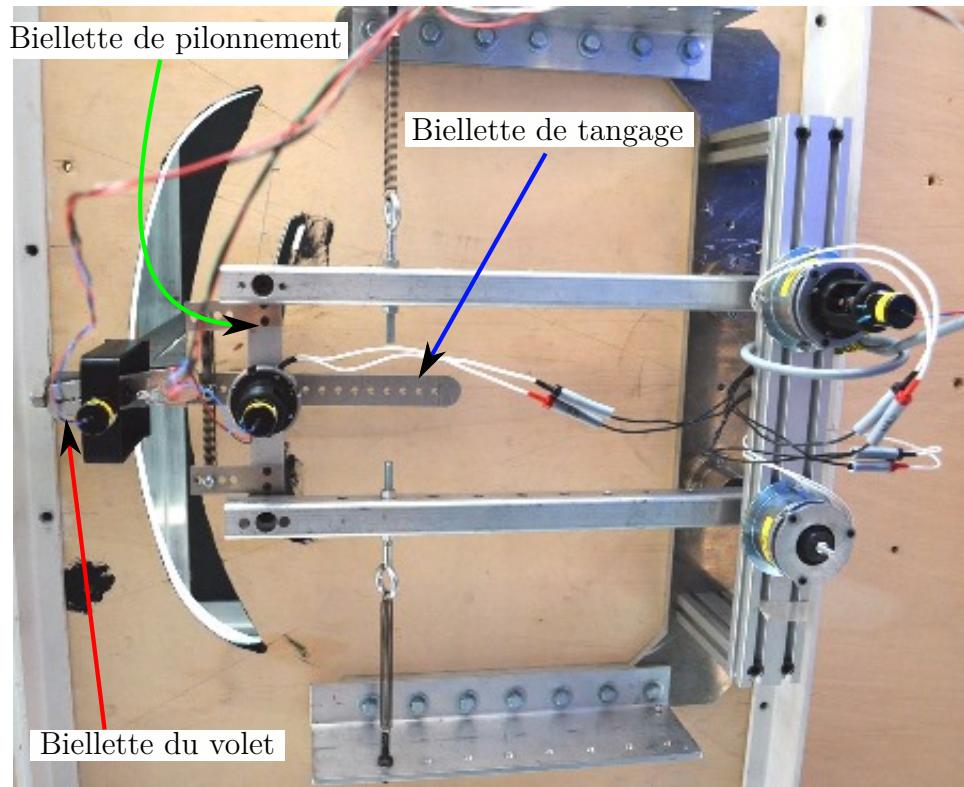
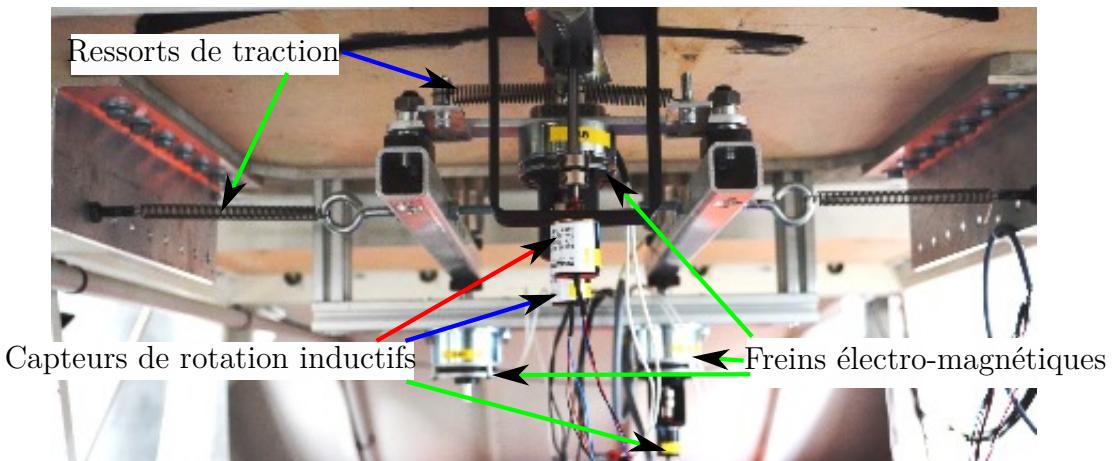


Figure 3.46 Schéma cinématique du mécanisme à trois degrés de liberté



(a) Vue de dessus



(b) Vue de face

Figure 3.47 Photos du mécanisme à trois degrés de liberté. Pilonnemment : Vert, Tangage : Bleu, Volet : Rouge

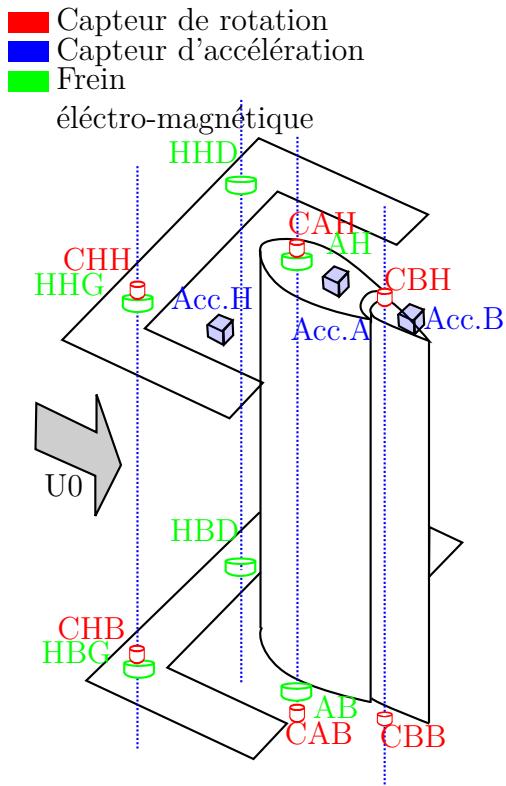


Figure 3.48 Schéma de la disposition des capteurs

Tableau 3.5 Caractéristiques des capteurs

Métrie	Type	Position	Echelle	Unité
Acc.	Acc-mètre	Acc. H	957	$mV/g$
Acc.	Acc-mètre	Acc. A	965	$mV/g$
Acc.	Acc-mètre	Acc. B	990	$mV/g$
Ang. ( $\delta_h$ )	RVIT	CHH	33,9	$mV/deg$
Ang. ( $\delta_b$ )	RVIT	CHB	33,1	$mV/deg$
Ang. ( $\alpha_h$ )	RVIT	CAH	34,3	$mV/deg$
Ang. ( $\alpha_b$ )	RVIT	CAB	33,6	$mV/deg$
Ang. ( $\beta_h$ )	RVIT	CBH	32,4	$mV/deg$
Ang. ( $\beta_b$ )	RVIT	CBB	33,0	$mV/deg$
$U_\infty$	Pitot	amont	200	$mV \cdot s/m$
$U_{fc}/S_t$	Fil chaud	aval	poly.	$m/s$
$T_{veine}$	Thermocouple	ext.	10,0	$mV/^\circ C$
$P_{atm}$	Transducteur	ext.	16,7	$V/bar$

**Capteurs de position** Les capteurs de position utilisés sont des capteurs de rotation inductifs (*RVIT*<sup>28</sup>, Figure 3.49). Le capteur *R120LC* de la marque *te connectivity* est choisi. Il présente une gamme de  $\pm 60^\circ$  et une erreur de linéarité inférieure à 0.2 %. Une paire de capteurs est positionnée sur chaque degré de liberté (un par sous-mécanisme). Les capteurs sont doublés afin d'assurer qu'il n'y ait pas de torsion/flexion entre le sous-mécanisme inférieur et le sous-mécanisme supérieur. Le zéro est mesuré en appliquant un écoulement autour de l'aile sans que les ressorts ne soient fixés.

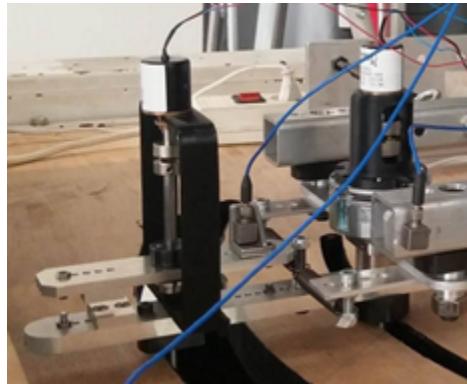


Figure 3.49 *RVIT R120LC*

**Capteurs d'accélération** Trois accéléromètres *PCB 333B50* (Figure 3.50) sont placés respectivement sur la manivelle de pilonnage supérieure, la biellette de tangage et la biellette du volet. Ces capteurs ont une gamme de  $\pm 5g$  pour une bande de fréquence de  $[0.5, 3000] Hz$ . Ces accéléromètres sont positionnés respectivement aux distances  $l_{ah} = 49.0cm$ ,  $l_{a\alpha} = 9.5cm$ ,  $l_{a\beta} = 9.0cm$  de leur point de pivot.



Figure 3.50 Accéléromètre *PCB 333B50*

---

28. Acronyme de *Rotary Variable Inductance Transducer*

**Capteurs de vitesse aérodynamique** Deux capteurs de vitesse sont utilisés (Figure 3.51). Un tube de Pitot relié à une sonde de pression stationnaire *Kimo CP300* permet de mesurer la vitesse en entrée de la veine (notée  $U_\infty$ ). Ce capteur est utilisable dans la gamme de vitesse  $U \in [0; 50] \text{ m/s}$  qui englobe largement les capacités de la soufflerie.

Un fil chaud *Dantec 55R01*, placé à une corde du bord de fuite en aval de l'aile, permet de calculer la composante axiale de la vitesse instantanée du sillage  $U_{fc}$  pour des vitesses allant de  $0 \text{ m/s}$  à  $30 \text{ m/s}$ . La vitesse mesurée est étalonnée pour deux gammes de vitesse :  $[1; 10] \text{ m/s}$  et  $[5; 30] \text{ m/s}$ . Les lois polynomiales d'ordre 4 sont données dans l'équation suivante (équation 3.32). Les mesures de ce capteur sont utilisées pour calculer les fréquences de la vitesse du sillage.

$$U_{fc} = \begin{cases} -0,4843x^4 + 8,2937x^3 - 32,7241x^2 + 51,7781x - 29,7041 & \text{pour } 1 \text{ m/s} < U_\infty < 10 \text{ m/s} \\ 7,0905x^4 - 93,1700x^3 + 372,6114x^2 - 732,9664x + 532,0635 & \text{pour } 5 \text{ m/s} < U_\infty < 30 \text{ m/s} \end{cases} \quad (3.32)$$

Où  $x$  est la tension de sortie du capteur en Volts.



Figure 3.51 Capteurs aérodynamiques

### 3.10.4 Calcul des raideurs équivalentes

La géométrie des sous-mécanismes permet de modifier les raideurs équivalentes en tangage et en pilonnemment. Celles-ci dépendent notamment de la position des ressorts (bras de levier  $l_{rh}$  et  $l_{r\alpha}$ , Figure 3.46). Le développement de la relation entre la raideur et la position des ressorts de traduction est présenté dans l'annexe C. Il est intéressant de retenir que la raideur est proportionnelle à la raideur unitaire du ressort utilisé et fonction du carré du bras de levier.

De plus, cette relation est linéaire à l'ordre 2. Une non-linéarité d'ordre géométrique n'est donc pas négligeable pour de grands déplacements.

### 3.11 Identification : *GVT*

L'identification au sol (sans vent) est nécessaire pour qualifier le comportement aéroélastique de l'aile. Les raideurs des ressorts sont mesurées statiquement à l'aide d'une machine de traction et d'un système de poulie/masses calibrées. Les moments d'inertie et les masses équivalentes sont calculés à partir des mesures des fréquences propres de chaque degré de liberté isolé.

Les paramètres identifiés sont disponibles dans le tableau 3.6. Le détail de l'identification est développé ci-dessous. Dans un premier temps, les méthodes d'identification directe *ITD*, *FFT*, *Décrément logarithmique* et *Ajustement de courbe*, sont comparées lors de l'identification des degrés de liberté de pilonnement et de défexion de la gouverne. Dans un second temps, l'identification des pulsations propres, du taux d'amortissement et de l'inertie de chaque degré de liberté est réalisée.

#### 3.11.1 Mesure des raideurs

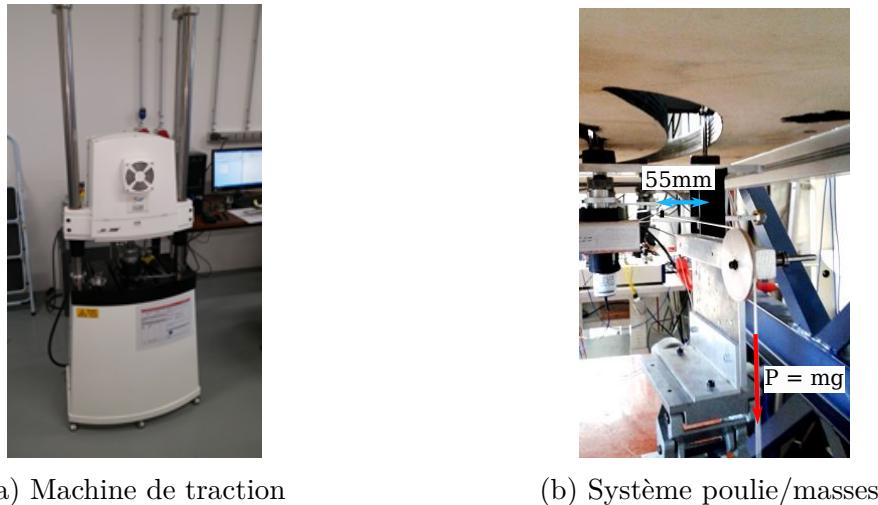


Figure 3.52 Essai de traction/torsion : Dispositif expérimental

Une machine de traction *Bose* est utilisée (Figure 3.52a). Les ressorts de traction sont serrés manuellement à chaque extrémité par des mors mécaniques. Une cellule de  $2.224kN$ ,  $56.49Nm$  est utilisée et les essais sont réalisés neuf fois.

Tableau 3.6 Paramètres identifiés

	Symbole	Valeur	Unité	Incertitude (%)
Géométrie	$span$	0.780	$m$	—
	$b$	0.125	$m$	—
	$a$	-0.5	(-)	—
	$c$	0.5	(-)	—
Inertie	$m_{aile}$	2.16	$kg$	0
	$m_{volet}$	0.51	$kg$	0
	$m_{tot}$	8.75	$kg/span$	5.12
	$m_{ref}$	3.43	$kg/span$	0
	$m_{sup}$	5.32	$kg/span$	5.12
	$\mu_h$	1.55	(-)	5.12
	$I_\alpha$	$4.13 \times 10^{-2}$	$kgm^2/span$	3.18
	$I_\beta$	$9.34 \times 10^{-4}$	$kgm^2/span$	0.34
	$r_a$	$8.78 \times 10^{-1}$	(-)	8.30
	$r_b$	$1.32 \times 10^{-1}$	(-)	5.46
	$S_\alpha$	$2.34 \times 10^{-2}$	$kgm/span$	23.48
	$S_\beta$	$7.67 \times 10^{-3}$	$kgm/span$	11.49
	$x_a$	$5.46 \times 10^{-1}$	(-)	28.40
	$x_b$	$1.79 \times 10^{-2}$	(-)	14.48
	$\rho$	1.22	$kg/m^3$	5.12
	$\kappa$	$1.75 \times 10^{-2}$	(-)	5.12
Amortissement	$\zeta_\alpha$	$1.91 \times 10^{-2}$	(-)	9.05
	$\zeta_\beta$	$1.03 \times 10^{-1}$	(-)	4.20
	$\zeta_h$	$5.95 \times 10^{-2}$	(-)	12.43
Raideur	$k_\alpha$	7.34	$Nm/rad/span$	2.00
	$k_\beta$	0.351	$Nm/rad/span$	1.40
	$k_h$	445	$N/m/span$	5.00
Pulsation	$\omega_\alpha$	15.10	$rad/s$	0.59
	$\omega_\beta$	21.96	$rad/s$	0.17
	$\omega_h$	8.081	$rad/s$	0.06
	$\Omega_\beta$	1.454	(-)	0.76
	$\Omega_h$	0.535	(-)	0.65

La raideur du ressort de torsion, situé entre le volet et le profil, est mesurée directement sur le montage. Un jeu de masses calibrées (de  $5\text{ g}$  à  $1\text{ kg}$ ) est relié à la biellette du volet (bras de levier de  $55\text{ mm}$ ). Un renvoi d'angle à faible frottement sec est réalisé à l'aide d'une poulie (Figure 3.52b). Cette dernière est orientée de sorte que l'angle entre la ficelle et la biellette  $\beta$  soit égale à  $90^\circ$ . Pour une masse donnée, l'angle est mesuré cinq fois d'affilé par le capteur *CBB*.

La raideur est calculée par régression linéaire et l'incertitude  $\Delta k_u$  est calculée à l'aide du coefficient de *Student* pour un taux de confiance à 95% [74] (équation 3.33).

$$\Delta k_u = t_{n,c} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (3.33)$$

où :

- $t$  est le coefficient de Student pour un degré de liberté  $n$  et un taux de confiance  $c$
- $s$  est de l'écart-type
- $n$  est la taille de l'échantillon

La Figure 3.53 présente les forces et les couples appliqués (en  $N$  et  $Nm$ ) en fonction des déplacements mesurés ( $mm$ ,  $deg$ ) centrés en zéro. Le ressort de pilonnement 751-887 présente une raideur unitaire de  $189.4\text{ N/m} \pm 4.83\%$ . Le ressort de tangage AWY12-50 possède, quant à lui, une raideur unitaire de  $734.2\text{ N/m} \pm 1.60\%$ . Une raideur de  $0.3514\text{ Nm/rad} \pm 1.4\%$ , sur la gamme  $[-20, 20]\text{ deg}$ , est mesurée pour le ressort du volet T-18928. On observe qu'au-delà d'un déplacement absolu de  $20\text{ deg}$ , le ressort suit une loi non linéaire durcissante. Cette courbe expérimentale est ajustée à l'aide d'un polynôme de degré trois (équation équation 3.34). On remarque alors que le coefficient cubique est très proche du terme linéaire. Pour de grands déplacements, il est donc probable que des phénomènes non linéaires apparaissent, tels que des *LCOs*.

$$f3(x) = p_1x^3 + p_2x^2 + p_3x + p_4 \quad (3.34)$$

avec :

$p_1 = 0.3018$	$(0.2737, 0.3299)$
$p_2 = -0.07513$	$(-0.0863, -0.06397)$
$p_3 = 0.3025$	$(0.29, 0.3149)$
$p_4 = 0.00878$	$(0.00568, 0.01188)$

Les ressorts de pilonnement sont en position 7 ( $l_r = 345\text{ mm}$  et  $lb = 450\text{ mm}$ ) et les

ressorts de tangage sont en position 2 ( $l_r = 50 \text{ mm}$ ). La raideur équivalente est donc de  $k_h = 445.3 \text{ (N/m/span)} \pm 5\%$  en pilonnement ;  $k_\alpha = 7.342 \text{ (Nm/rad/span)} \pm 2\%$  en tangage  $k_\beta = 0.3514 \text{ (Nm/rad/span)} \pm 1.4\%$  pour le volet.

### 3.11.2 Méthodologie

Comme démontré dans les chapitres précédents, il est nécessaire de connaître la matrice d'inertie, les pulsations propres et les taux d'amortissement visqueux dans le but d'identifier le système aéroélastique. La méthodologie suivante est réalisée :

1. Isoler un degré de liberté en bloquant les autres à l'aide de goujons.
2. Appliquer une condition initiale à l'aide des freins électro-magnétiques.
3. Lâcher les freins et faire une acquisition.
4. Filtrer le signal (filtre passe bas *fir1* à fréquence de coupure  $F_c = 20 \text{ Hz}$ ).
5. Calculer la pulsation propre et le taux d'amortissement.
6. Répéter l'expérience dix fois à faibles amplitudes et dix fois à grandes amplitudes.

**Algorithmes d'identification :** Quatre méthodes d'identification sont étudiées :

1. *Ibrahim Time Domain (ITD)* [66]. Cette méthode vise à reconstruire la matrice du système dynamique à l'aide des positions à un instant  $t$  et un instant  $t + \Delta t$ . Le calcul de cette matrice est optimisé à l'aide de la méthode des moindres carrés. Les valeurs propres de cette dernière sont alors calculées.
2. Ajustement d'une courbe  $y(t) = e^{-\zeta_n \omega_n t} \left( A \cos(\omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} t) + \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} t) \right)$  par la méthode des moindres carrés. La fonction *fit* de Matlab est utilisée.
3. Temps entre deux pics d'amplitude et décrément logarithmique (appelée méthode du *décrément logarithmique*).
4. *FFT* avec fenêtrage de type *Hanning* et *Zero-padding de  $10^5$* .

Les valeurs moyennes et les erreurs relatives des fréquences et des taux d'amortissement sont calculées à l'aide de chaque méthode d'identification afin de qualifier dix essais de pilonnement et 20 essais de défexion du volet. Ces résultats sont présentés dans le tableau comparatif 3.7. L'identification est appliquée aux signaux mesurés par le (même) capteur de position situé sous la veine, choisi arbitrairement.

Les figures 3.54 et 3.55 présentent les fréquences propres, les taux d'amortissement et les erreurs relatives calculés avec ces différentes méthodes.

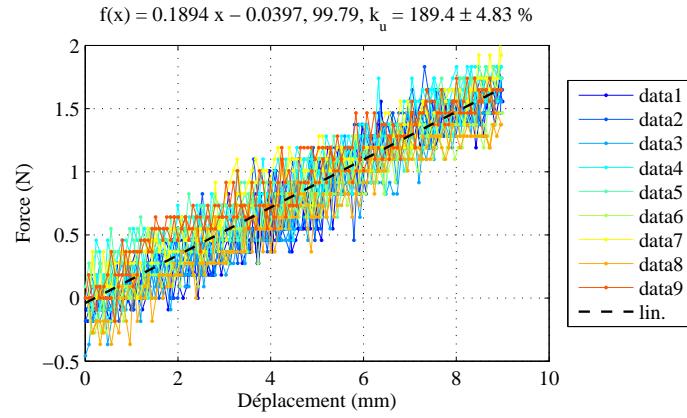
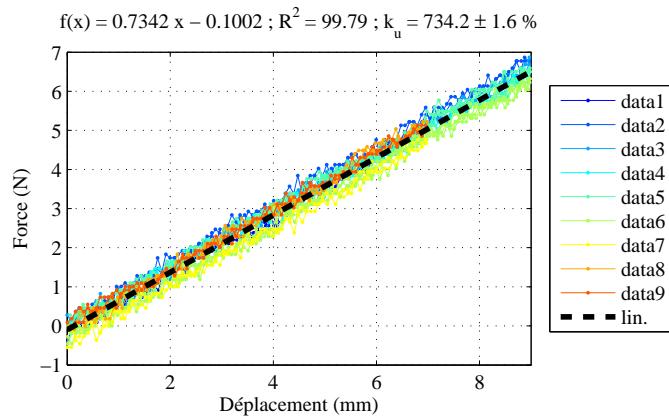
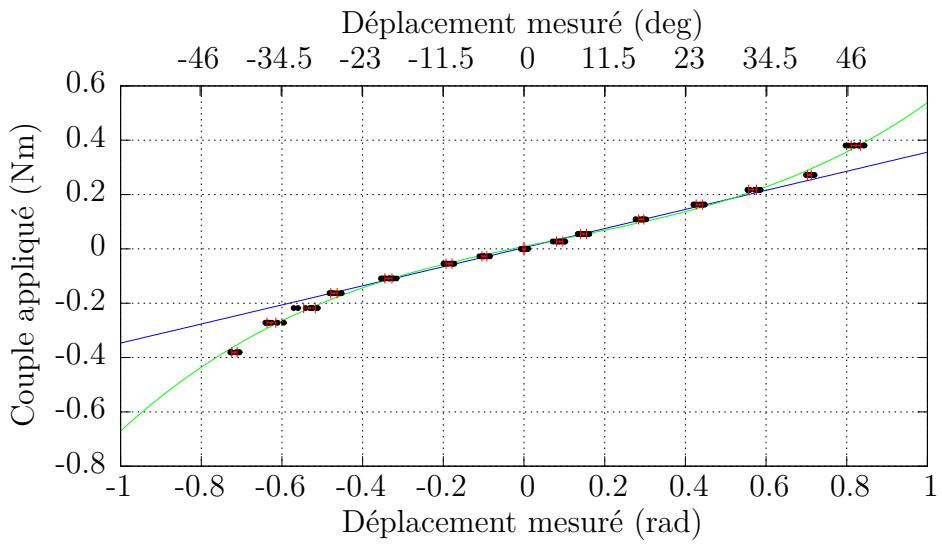
(a) Ressort  $h$  751-887(b) Ressort  $\alpha$  AWY12-50(c) Ressort  $\beta$  T-18928L

Figure 3.53 Essais de traction et de torsion : Diagrammes Force-Déplacement

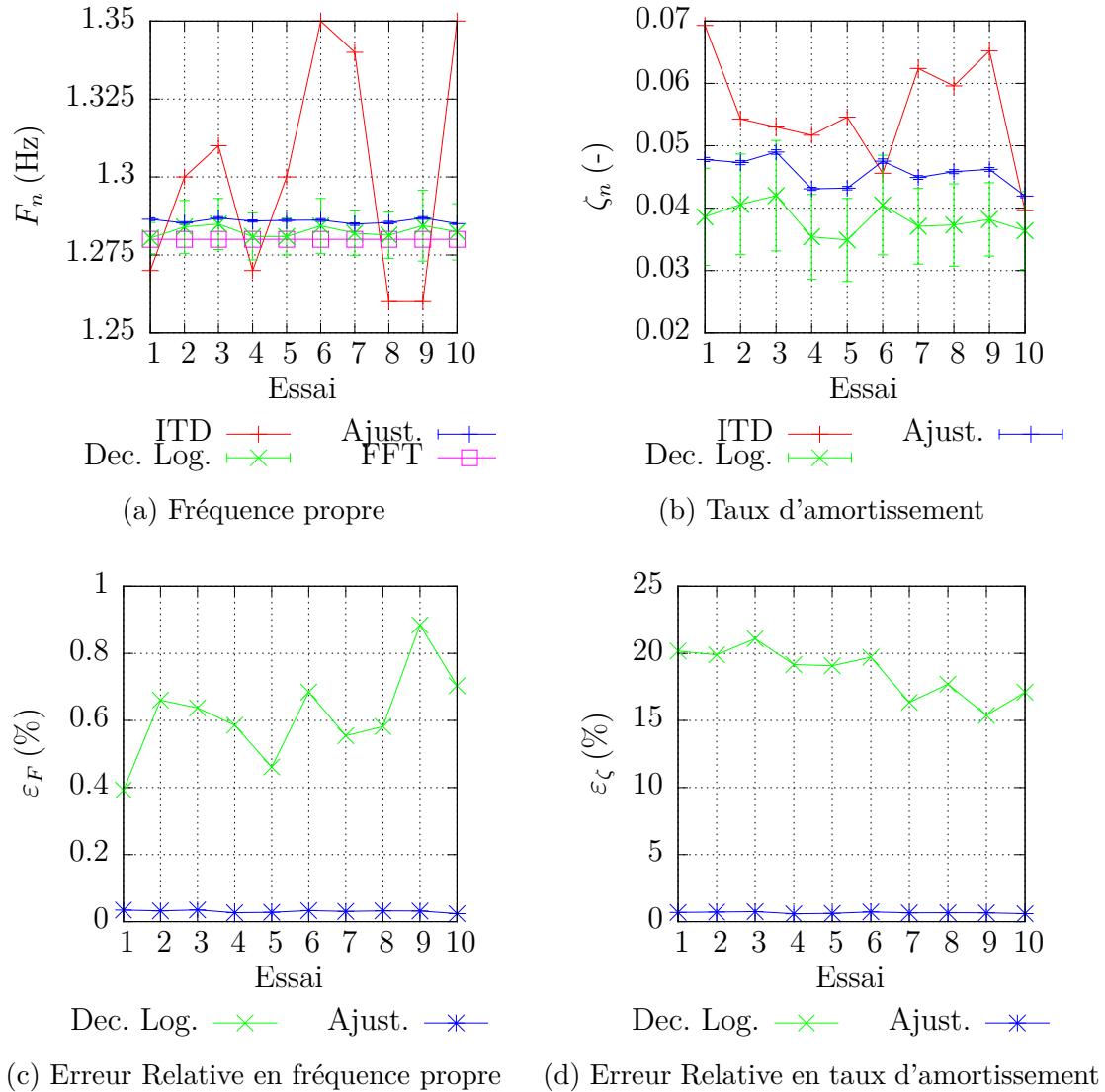


Figure 3.54 Comparaison des méthodes d'identification en Pilonnement

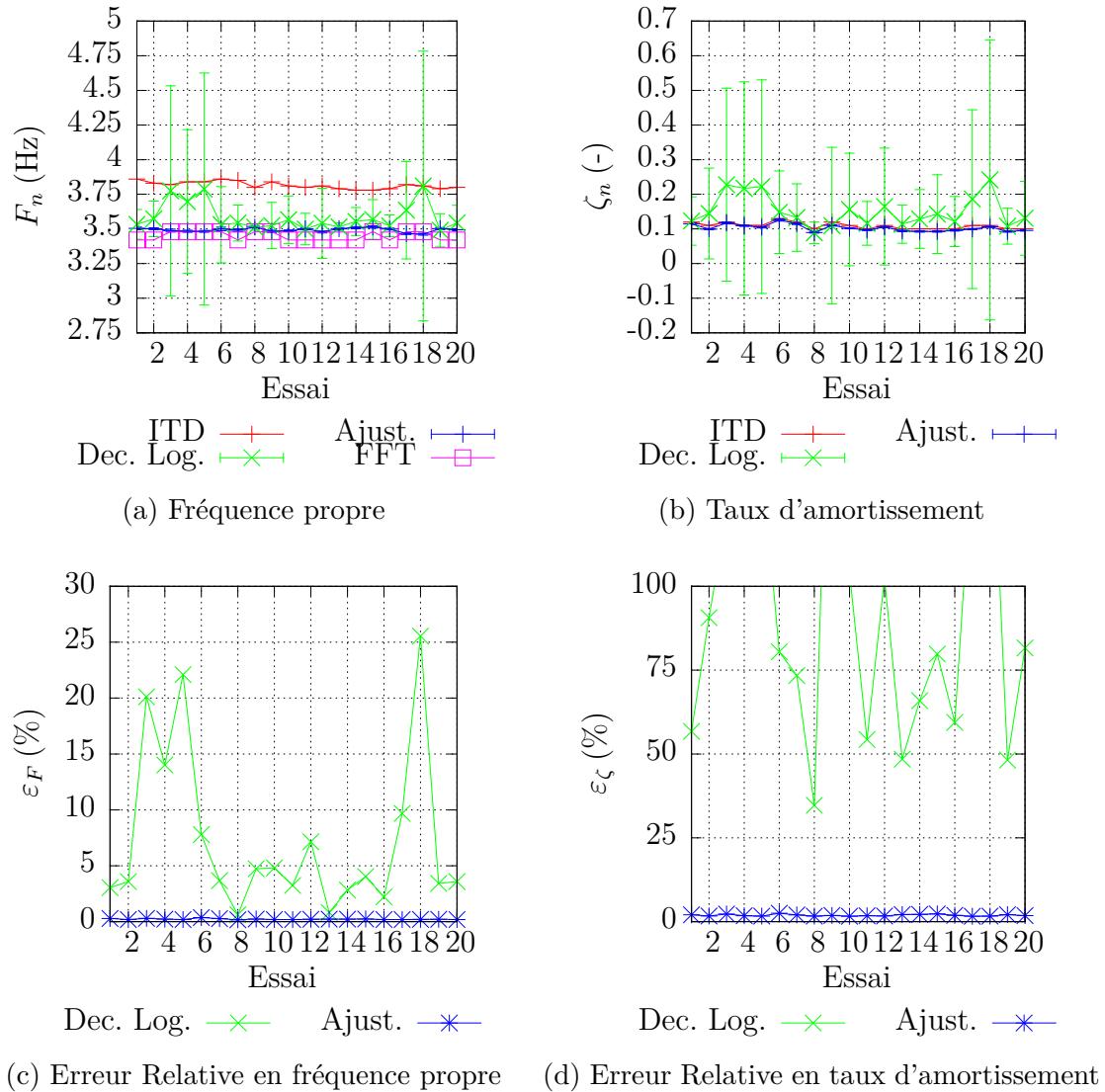


Figure 3.55 Comparaison des méthodes d'identification en déflexion du volet

Tableau 3.7 Comparaison des méthodes d'identification

Mode	Méthode	ITD	Log Dec	Ajust.	FFT
H	F (Hz)	1.301	1.283	1.286	1.280
	Incertitude (%)	1.940	0.09492	0.03994	0.03735
	$\zeta$ (-)	0.05553	0.03810	0.04568	X
	Incertitude (%)	11.55	4.405	3.678	X
B	F (Hz)	3.816	3.586	3.493	3.445
	Incertitude (%)	0.3133	1.3061	0.1914	0.4229
	$\zeta$ (-)	0.1091	0.1511	0.1030	X
	Incertitude (%)	3.793	13.85	4.513	X

Le mode de pilonnement  $h$  est le moins amorti (de l'ordre du pour-cent). On observe que les ordres de grandeur des fréquences et taux d'amortissement sont identiques pour chaque méthode. *ITD* présente la plus grande variation autour de sa valeur moyenne ce qui fait d'elle moins fiable. La méthode du décrément logarithmique présente des fréquences et des taux d'amortissement cohérents, mais de grandes d'erreurs relatives pour chaque essai (entre 15 et 20 %). Cette dernière est due au faible nombre de pics qui causeet un trop petit échantillon pour calculer un écart-type. La méthode d'ajustement d'une courbe présente la plus grande répétabilité. De plus, l'erreur relative est très faible, ce qui fait d'elle, la plus fiable (de l'ordre de 0.045 %). Il faut noter que cette méthode est limitée à deux degrés de liberté. Au-delà, elle ne converge plus. La méthode de la *FFT* présente une très bonne répétabilité mais ne permet cependant pas de calculer le taux d'amortissement. Les méthodes *ITD* et *FFT* ne sont pas en mesure d'estimer l'incertitude propre à chaque essai.

Le mode de déflexion de la gouverne  $\beta$  est plus amortie que le mode de pilonnement (de l'ordre de la dizaine de pourcents). De même, on observe que les ordres de grandeur des fréquences et des taux d'amortissement sont identiques pour chaque méthodes. Toutefois, la méthode *ITD* présente un écart en fréquence de  $0.5\text{ Hz}$  par rapport aux autre algorithmes. La méthode du décrément logarithmique montre une grande difficulté à calculer le taux d'amortissement car seuls 3 oscillations sont disponibles.

Pour conclure, la méthode de l'ajustement de la courbe est la plus précise. De plus, elle est bien plus simple à automatiser. Cette dernière est donc utilisée pour la suite de l'identification. La méthode *ITD* est moins précise mais n'est pas limitée par le nombre de degrés de liberté. Elle sera donc utilisée pour analyser les essais en soufflerie présentés dans la section suivante. La *FFT* fournit une estimation précise des pseudo-fréquences mais ne suffit pas au calcul des taux d'amortissement. La méthode du décrément est précise mais limitée à des signaux à un degré de liberté.

### 3.11.3 Calculs des inerties et taux d'amortissement

#### Mode de pilonnement

La figure 3.56 présente les pulsations propres et taux d'amortissement modal calculés à partir des acquisitions de chaque capteur. Les dix premiers essais ont initialisés avec un déplacement en pilonnement de  $4.135 \text{ cm} \pm 2.10\%$  ( $5.27^\circ$  ou  $0.33 (-)$  sans dimension), dit à faible amplitude (F.A.). Les dix essais suivants (de 11 à 20) sont réalisés avec une condition initiale de  $6.54 \text{ cm} \pm 2.43\%$  ( $8.36^\circ$  ou  $0.524 (-)$  sans dimension), grande amplitude (G.A.).

On observe une nette différence d'identification entre les initialisations à faibles et à grandes amplitudes. De plus, l'identification est différente selon l'utilisation d'un capteur de position ou d'un capteur d'accélération. On note d'ailleurs que les accéléromètres fournissent une fréquence légèrement plus haute que les capteurs de position. La valeur choisie est celle du capteur ayant le plus faible écart-type. En l'occurrence, le capteur de position en pilonnement bas (*CHB*). On prendra  $F_{n,h} = 1.286 \text{ (Hz)} \pm 0.0569\%$  ( $\omega_{n,h} = 8.08 \text{ (rad)}$ ) et  $\zeta_{n,h} = 5.949 \times 10^{-2} (-) \pm 12.43\%$ .

L'équation du pendule harmonique donne la masse équivalente  $m_h = 6.820 \text{ kg} \pm 5\%$ . Il suffit de diviser cette masse par l'envergure de l'aile pour obtenir la masse équivalente du profil  $m_{h,2D} = 8.75$ . La masse de référence choisie est la masse de l'aile et de l'aileron, ce qui donne une masse totale de  $m_{ref} = 3.43 \text{ kg/span}$ . Le rapport de masse aérodynamique est alors calculé  $\kappa = 1.75 \times 10^{-2}$ .

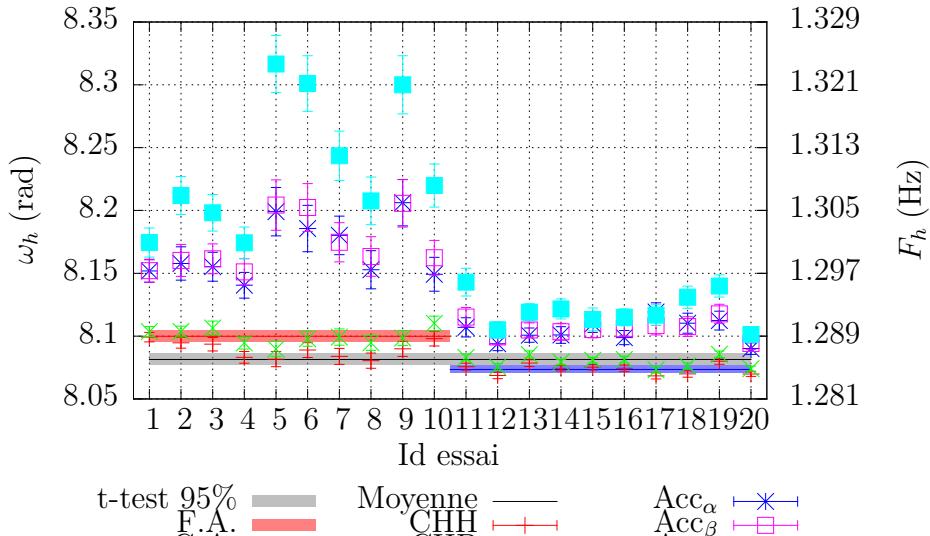
#### Mode de tangage

Une série de 20 essais en tangage est réalisée. Les dix premières mesures sont à faibles amplitudes (F.A.,  $6.55^\circ \pm 5.20\%$ ) et les dix suivantes, à grandes amplitudes (G.A.,  $28.0^\circ \pm 8.8\%$ ). Les résultats sont présentés Figure 3.57.

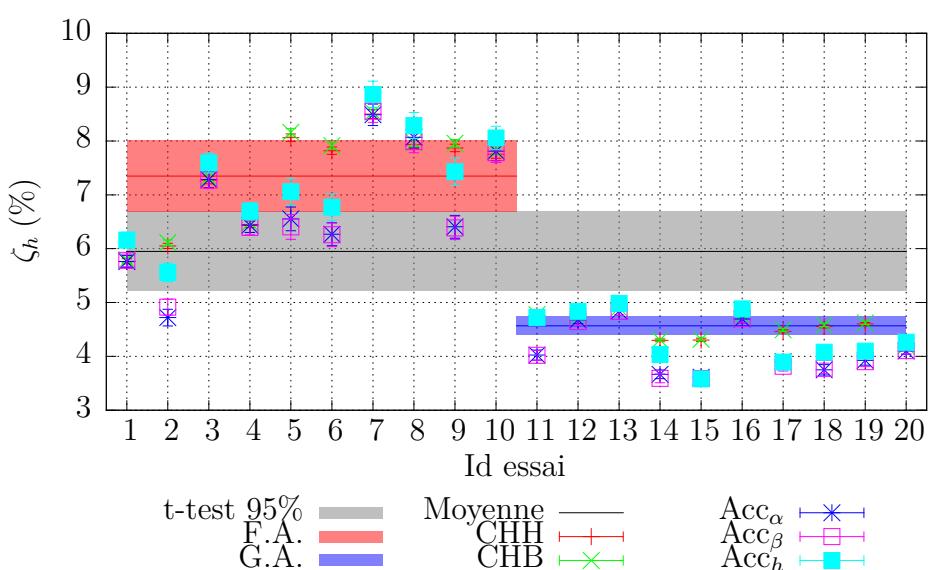
La fréquence propre en tangage est de  $F_{n,\alpha} = 2.403 \text{ (Hz)} \pm 0.59\%$  ( $\omega_\alpha = 15.10 \text{ rad/s}$ ) avec un taux d'amortissement modal de  $\zeta_{n,\alpha} = 0.01910 (-) \pm 9.05\%$ . Le moment d'inertie calculé est  $I_\alpha = 3.22 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \pm 2\%$  et  $I_{\alpha,2D} = 4.13 \times 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{span}$ . Le rayon de giration mesuré est alors de  $r_\alpha = 0.878 (-) \pm 7\%$ .

#### Mode de déflexion de la gouverne

Une série de 20 essais de déflexion de la gouverne est appliquée manuellement (il n'y a pas de frein présent sur ce degré de liberté). La condition initiale est de  $26.45^\circ \pm 14.8\%$ . Les résultats de chaque essai sont présentés Figure 3.58.

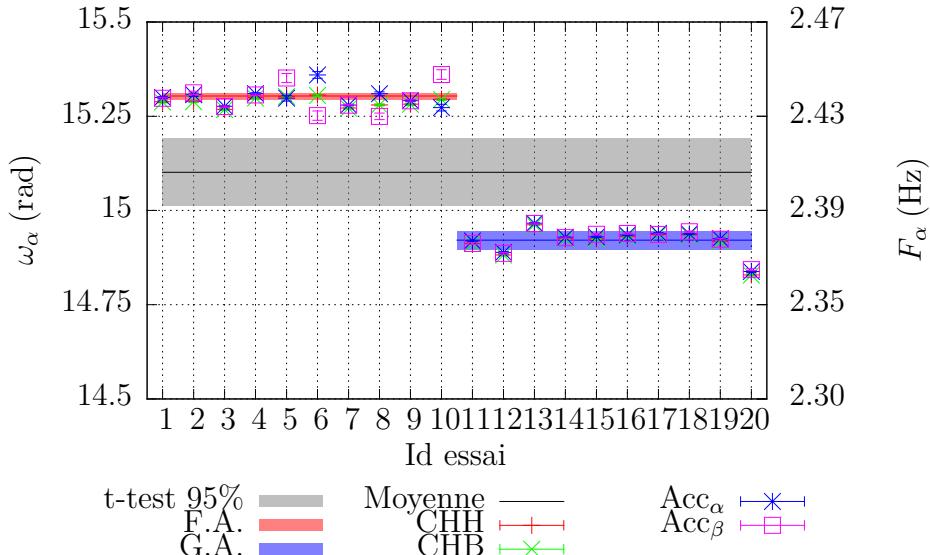


(a) Mesure de la pulsation propre en pilonnement

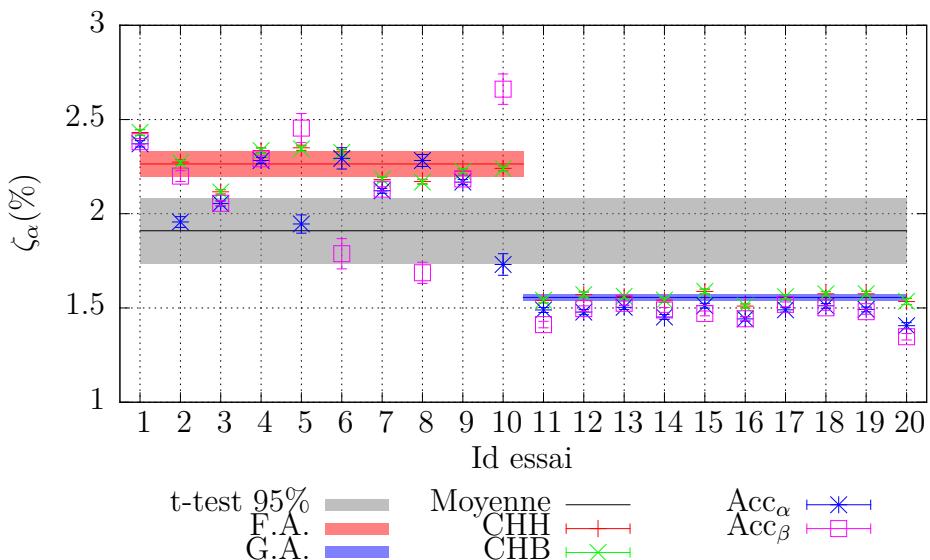


(b) Mesure du taux d'amortissement modal en pilonnement

Figure 3.56 Identification du pilonnement pur



(a) Mesure de la pulsation propre en tangage



(b) Mesure du taux d'amortissement modal en tangage

Figure 3.57 Identification du tangage pur

Une fréquence propre de  $F_{n,\beta} = 3.495 \text{ Hz} \pm 0.17\%$  ( $\omega_\beta = 21.96 \text{ rad/S}$ ) et un taux d'amortissement de  $\zeta_\beta = 0.1030(-) \pm 4.2\%$ . Le moment d'inertie calculé est  $I_\beta = 7.29 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \pm 2\%$  et  $I_{\beta,2D} = 9.34 \times 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{span}$ . Le rayon de giration est alors  $r_\beta = 0.1320(-) \pm 5.46\%$ .

### Moment statique $\alpha - h$

Le terme de couplage inertiel entre le pilonnement et le tangage est mesuré lors d'essais dynamiques faisant intervenir les degrés de liberté de pilonnement et de tangage. Si on suppose un amortissement faible, le terme de couplage peut être calculé en fonction des deux fréquences modales couplées et découplées suivant l'équation 3.35 :

$$x_\alpha = r_\alpha \sqrt{(1 + \mu_h) \left( 1 - \frac{\omega_h^2 + \omega_\alpha^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2} \right)} \quad (3.35)$$

Une série de 20 essais (Figure 3.59) est réalisée avec  $\alpha_0 = 7.00^\circ \pm 14\%$  et  $h_0 = 5.31 \text{ cm} \pm 12\%$  pour les faibles amplitudes et  $\alpha_0 = 15.23^\circ \pm 7.1\%$  et  $h_0 = 1.99 \text{ cm} \pm 7.2\%$  pour les grandes amplitudes. On mesure  $\omega_1 = 7.94 \text{ rad/s}$  et  $\omega_2 = 16.81 \text{ rad/s}$  ce qui donne  $x_\alpha = 0.5457(-) \pm 7\%$ .

### Moment statique $\beta - h$

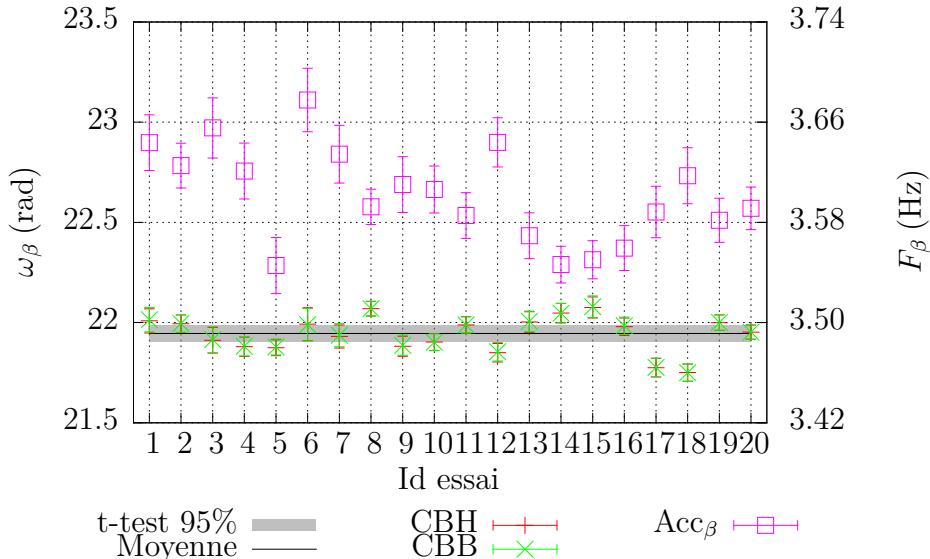
Le terme de couplage inertiel entre le pilonnement et la déflexion de la gouverne est mesuré par la réalisation d'essais dynamiques dont les degrés de liberté de pilonnement et de déflexion de la gouverne sont actifs.

Une série de dix essais (Figure 3.60) est effectuée avec  $\beta_0 = 34.85^\circ \pm 8\%$  et  $h_0 = 5.672 \text{ cm} \pm 10.25\%$ . La méthode d'ajustement des courbes montre des difficultés à converger c'est pourquoi, la méthode *FFT* a été utilisée. Les résultats sont présentés Figure 3.60. La différence d'amplitude entre les *FFT* est due au temps d'acquisition différent à chaque essai et à l'instationnarité du signal (signal non périodique).

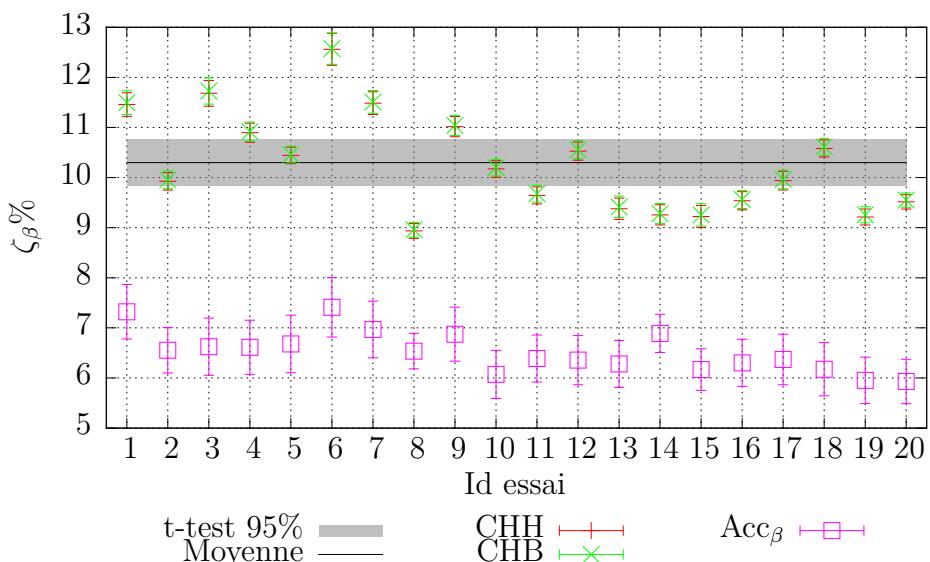
On trouve  $\omega_1 = 8.002 \text{ rad/s} \pm 0.3\%$  et  $\omega_2 = 22.08 \text{ rad/s} \pm 2.3\%$  ce qui donne  $x_\beta = 1.789 \times 10^{-2}(-) \pm 14.5\%$ .

## 3.12 Essais en soufflerie

Des essais en soufflerie sont réalisés dans le but de qualifier le comportement aéroélastique des configurations à deux et trois degrés de liberté. Les identifications sont produites par les méthodes *ITD*, *FFT*, décrément logarithmique ainsi que le logiciel *LMS Test Lab*. Ces dernières donnent des résultats similaires. Pour des raisons de visibilité, seuls les résultats



(a) Mesure de la pulsation propre du volet



(b) Mesure du taux d'amortissement modal du volet

Figure 3.58 Identification du volet

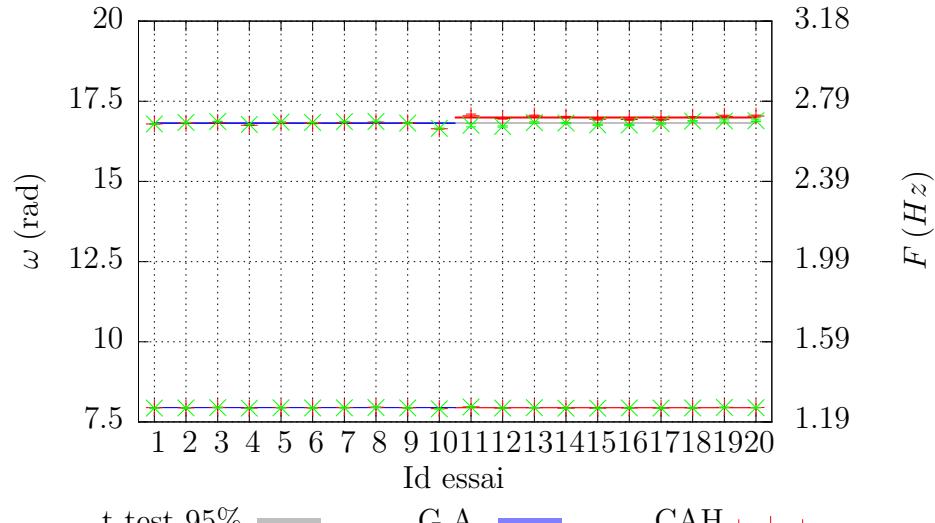
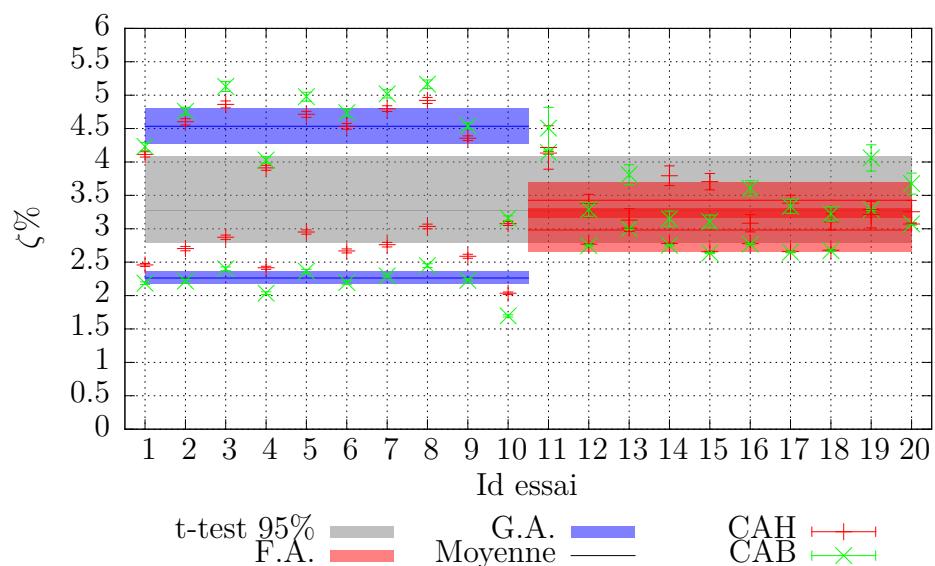
(a) Mesure de la pulsation propre couplée  $\alpha - h$ (b) Mesure du taux d'amortissement couplé  $\alpha - h$ 

Figure 3.59 Identification du couplage tangage/pilonnement

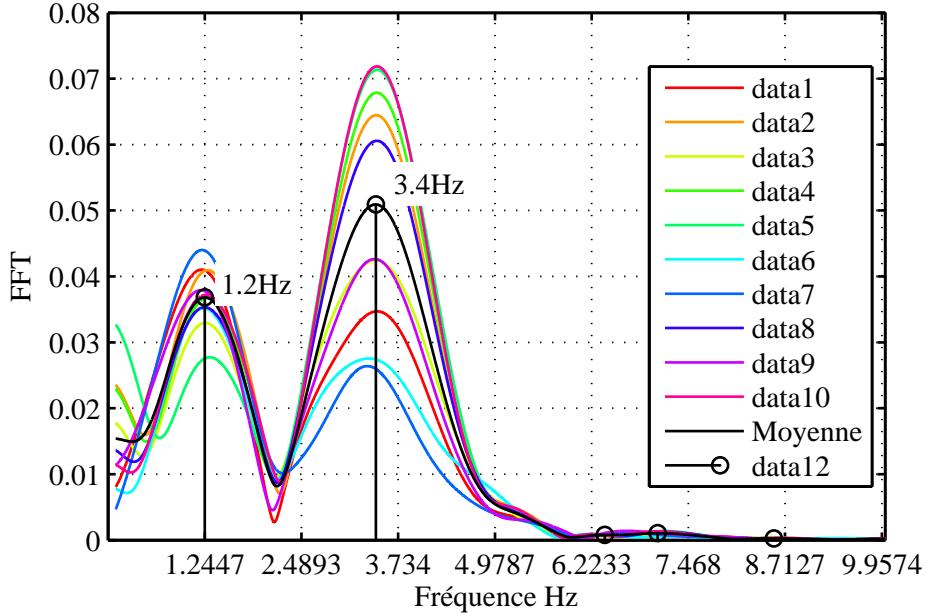


Figure 3.60 Identification du couplage gouverne/pilonnement

calculés par la méthode *ITD* sont illustrés. Cette dernière s'est montrée la plus efficace en termes d'automatisations et de temps de post-traitement. Les résultats expérimentaux et numériques sont comparés.

Une fois le banc d'essai monté dans la soufflerie, les configurations à deux et trois degrés de liberté (couplés) sont à nouveau qualifiés sans vent (*GVT*). Ensuite, l'identification aéroélastique est réalisée sous écoulement.

### 3.12.1 Configuration à deux degrés de liberté

Le tableau 3.8 liste les fréquences propres couplées identifiées expérimentalement et calculées numériquement. Les fréquences calculées correspondent aux fréquences mesurées en-deçà de 1%. Un écart conséquent entre les amortissements identifiés et calculés est de l'ordre de 100%.

La forme modale de chaque mode à  $U_\infty = 0 \text{ m/s}$  est donnée par la matrice suivante :

$$\begin{pmatrix} 0.2547 & 0.9635 \\ 0.9670 & -0.2678 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Le mode I, pour lequel le pilonnemment est majoritaire, est appelé mode de pilonnemment. Il

Tableau 3.8 Fréquences propres couplées et taux d'amortissement modal : Comparaison des résultats expérimentaux et numériques

	<i>GVT</i>	Incertitude (%)	Numérique	Écart (%)
$F_1$ (Hz)	1.264	0.05	1.246	1
$F_2$ (Hz)	2.675	0.06	2.675	0
$\zeta_1$ (%)	3.686	11.13	1.906	48
$\zeta_2$ (%)	3.038	7.92	5.927	95

est assujetti au flottement. Le mode II, où le tangage est majoritaire, est appelé mode de tangage.

La figure 3.61 présente les diagrammes de flottement des essais dans la configuration à deux degrés de liberté (volet fixe). L'identification est réalisée en cherchant volontairement un surplus de modes. Une sélection est appliquée selon les critères :  $F \in [0.5; 1.8]$  Hz et  $\zeta < 0.4$  (–) pour le mode I et  $F \in [1.8; 3.5]$  Hz et  $\zeta < 0.4$  (–) pour le mode II.

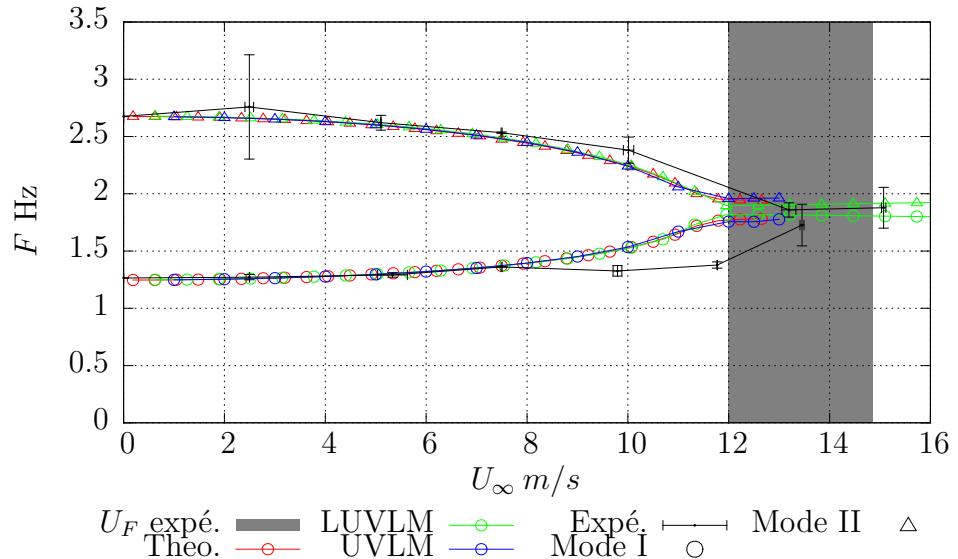
Dans la figure 3.61a, on observe que les fréquences calculées par les différents codes correspondent aux fréquences mesurées ; de même que pour le taux d'amortissement du mode I (Figure 3.61b). Le tableau 3.9 présente les différentes vitesses de flottement. Les vitesses calculées sont bien comprises dans l'intervalle de vitesse de flottement mesuré. Le code de calculs *UVLM* ( $M = 40$ , 20 corde de long,  $dt = 3.31 \times 10^{-2}$  s) montre une fois de plus sa fiabilité (code défini dans la section 2.7.2). L'identification *GVT* permet une bonne caractérisation aéroélastique du cas à deux degrés de liberté.

Tableau 3.9 Vitesses critiques de flottement : Configuration à 2 degrés de liberté

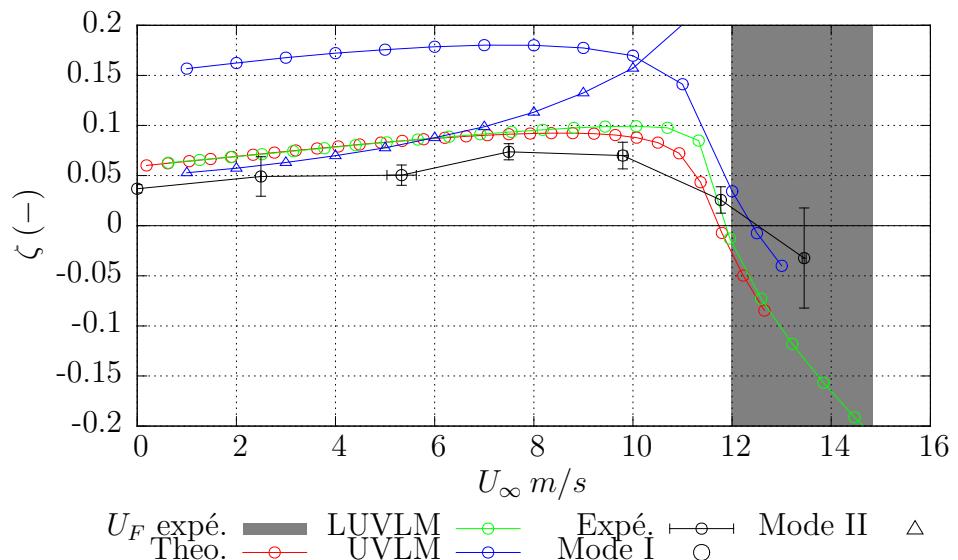
	$U_F$ m/s
Expé. moy.	12.52
Expé. min.	11.99
Expé. max.	14.85
Theodorsen	11.73
LUVLM	11.85
UVLM	12.41

### 3.12.2 Configuration à 3 degrés de liberté

Le tableau 3.10 présente les fréquences propres et les taux d'amortissement modal mesurés expérimentalement et calculés numériquement. Les fréquences calculées pour les mode I et II



(a) Fréquences propres en fonction de la vitesse



(b) Taux d'amortissement modal en fonction de la vitesse

Figure 3.61 Diagramme de flottement linéaire, aile à deux degrés de liberté

correspondent aux fréquences mesurées en-deçà de 5% avec les mesures expérimentales. Un écart plus important est observé pour le troisième mode mais reste inférieur à 10% avec les mesures expérimentales.

Tableau 3.10 Fréquences propres et taux d'amortissement modal : comparaison expérimentale vs. numérique

	valeur moy.	Incertitude (%)	Numérique	Écart (%)
$F_1$ (Hz)	1.220	0.96	1.245	2
$F_2$ (Hz)	2.661	1.05	2.560	4
$F_3$ (Hz)	3.52	1.27	3.836	9
$\zeta_1$ (%)	6.041	25.37	5.928	2
$\zeta_2$ (%)	7.302	14.60	1.906	74
$\zeta_3$ (%)	3.115	22.45	10.29	230

La forme modale calculée de chaque mode à  $U_\infty = 0 \text{ m/s}$  est donnée par la matrice :

$$\begin{pmatrix} 0.2514 & 0.4419 & -0.0916 \\ 0.2167 & 0.8869 & 0.9957 \\ 0.9433 & -0.1346 & 0.0142 \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

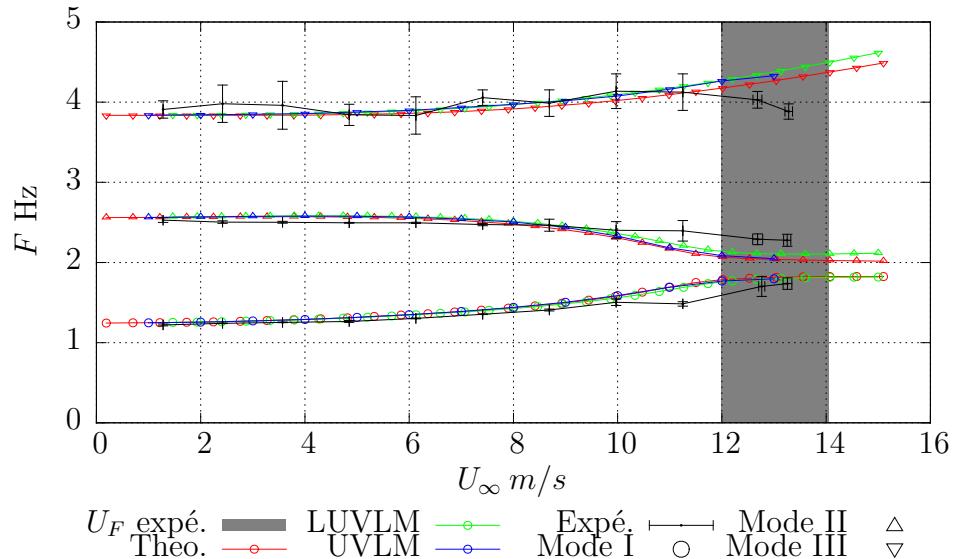
Le mode III, pour lequel le mouvement du volet est majoritaire est appelé mode du volet.

La figure 3.62 présente les diagrammes de flottement des essais pour le cas à trois degrés de liberté (volet libre). Une sélection des modes identifiés est appliquée selon les critères :  $F \in [0.0; 1.8] \text{ Hz}$  et  $\zeta < 0.4 (-)$  pour le mode I et  $F \in [1.8; 3] \text{ Hz}$  et  $\zeta < 0.4 (-)$  pour le mode II et  $F \in [3; 5] \text{ Hz}$  et  $\zeta < 0.4 (-)$  pour le mode III.

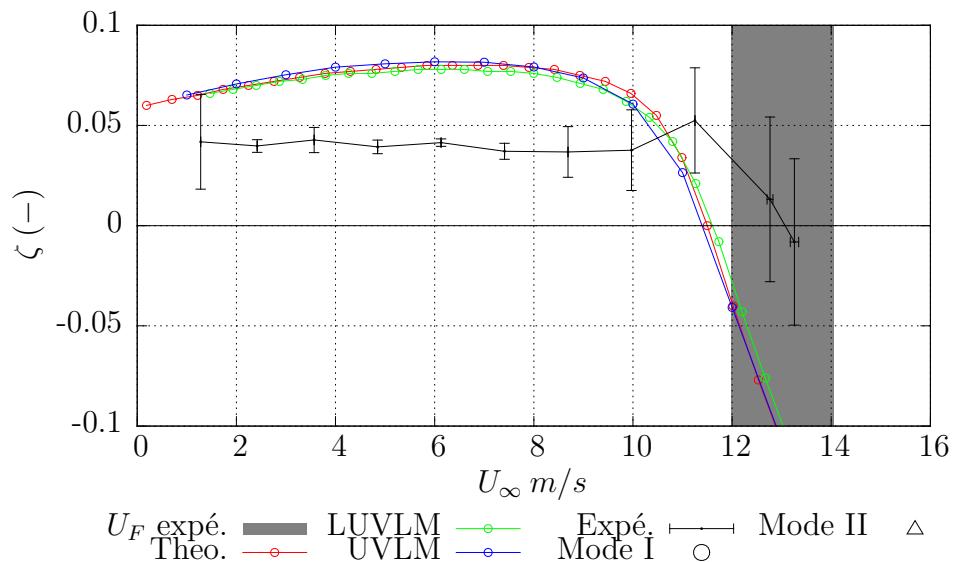
On observe que les fréquences calculées par les différents codes correspondent aux fréquences mesurées (Figure 3.62a) ; de même pour le taux d'amortissement du mode divergent (Figure 3.62b).

Le tableau 3.11 présente les différentes vitesses critiques de flottement. Les vitesses calculées ne sont pas comprises dans l'intervalle de vitesse de flottement mesuré, mais se trouvent à 5% de la borne inférieure de cet intervalle. Contrairement au cas à deux degrés de liberté, le code *UVLM* ne se démarque pas.

**Cycles Limites d'Oscillations (*LCO*)** Au-delà de la vitesse de flottement ( $13.8 \text{ m/s}$ ), une réponse instationnaire pseudo-périodique est observée (Figure 3.63). Cette dernière s'apparente à un *LCO*. Dans le plan de phase (Figure 3.64), on observe que ces pseudo-cycles ne



(a) Fréquences propres en fonction de la vitesse



(b) Taux d'amortissement modal en fonction de la vitesse

Figure 3.62 Diagramme de flottement linéaire, aile à trois degrés de liberté

Tableau 3.11 Vitesses critiques de flottement : Configuration à 3 degrés de liberté

$U_F$ (m/s)	
Expé. moy.	13.069
Expé. min.	11.98
Expé. max.	14.05
Theodorsen	11.50
LUVLM	11.61
UVLM	11.39

sont pas tout à fait cycliques. Le plan de Poincaré ( $\alpha = 0, \frac{d\alpha}{dt} > 0$ ) valide cette observation (Figure 3.65).

La *FFT* est appliquée sur le signal à l'aide d'une fenêtre de type hanning (Figure 3.66). L'amplitude (Figure 3.66a) montre la présente d'une fréquence fondamentale  $f_1 = 1.89\text{ Hz}$  entourée de deux fréquences espacées de  $\pm 0.366\text{Hz}$ , notées  $f_{1\pm 0.5}$ , et de leurs harmoniques. Les fréquences mesurées sont présentées dans le tableau 3.12. Le déphasage des degrés de liberté  $\beta$  et  $h$  par rapport au degré de liberté  $\alpha$  est calculé à partir de l'angle de la *FFT* (Figure 3.66b). Les déphasages mesurés pour les trois premières harmoniques sont présentés dans le tableau (3.13). On observe que les trois degrés de liberté sont en phase pour les deux premières harmoniques à 10% près. À la troisième和谐, le degré de liberté de tangage est en opposition de phase avec les deux autres.

Cet phénomène est typique d'un système dynamique non linéaire. Il peut être due à la non-linéarité structurelle observée lors de l'identification de la raideur du volet (Figure 3.53c), aux non-linéarités géométriques formulés en annexe C, aux non-linéarités aérodynamiques dues aux angles supérieurs à  $10^\circ$ , et très probablement à chacune de ces sources.

Tableau 3.12 Fréquences du *LCO* mesurées

Id	$f_{id-0.5}$ (Hz)	$f_{id}$ (Hz)	$f_{id+0.5}$ (Hz)	$f_{id}/f_{id}$	$f_1 - f_{id-0.5}$ (Hz)	$f_{id+0.5} - f_{id}$ (Hz)
1	1.536	1.892	2.258	1	0.3660	0.3660
2	3.357	3.784	4.150	2	0.4700	0.3660
3	5.249	5.615	6.042	2.97	0.3660	0.4700

### 3.13 Conclusion

Un banc d'essai aéroélastique, hautement modulable, a été conçu et réalisé. L'étude de la géométrie des mécanismes de ce banc a permis de formuler analytiquement les raideurs équi-

Tableau 3.13 Déphasages mesurés

Id	$\phi_\beta - \phi_\alpha$ (%)	$\phi_h - \phi_\alpha$ (%)	$\phi_\beta - \phi_h$ (%)
1	97	3	94
2	6	9	97
3	58	41	17

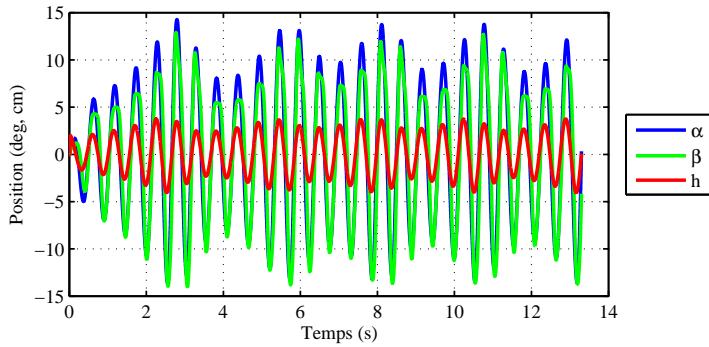


Figure 3.63 Exemple de réponse temporelle non linéaire mesurée en régime super-critique

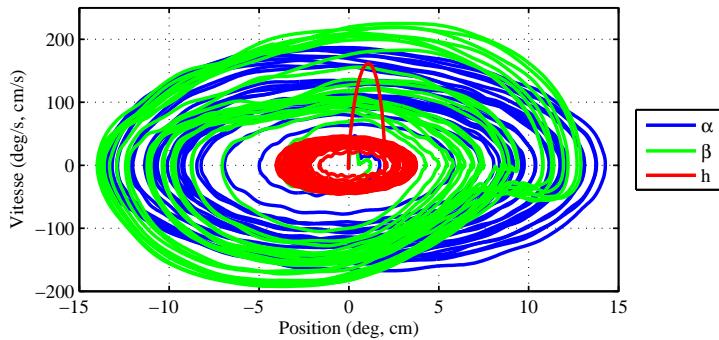


Figure 3.64 Plan de phase super-critique

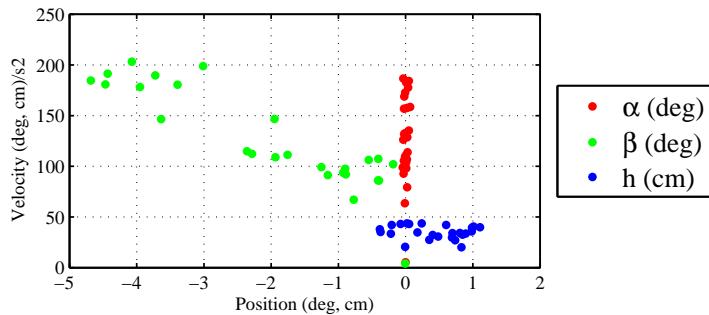
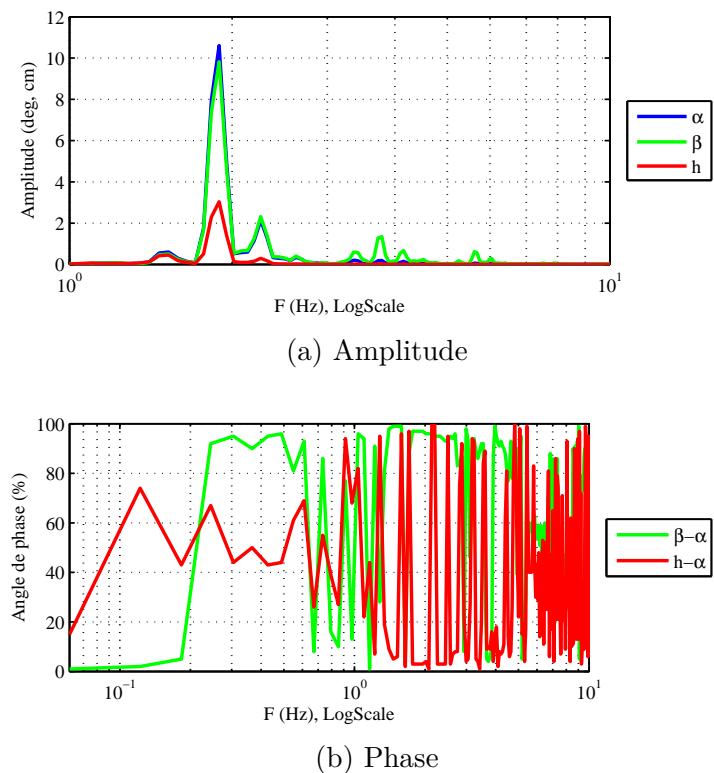


Figure 3.65 Plan de Poincaré super-critique

Figure 3.66 *FFT* super-critique

valentes en pilonnement et en tangage. Un développement en série de Taylor montre que ces raideurs sont linéaires à l'ordre 2 et ajustables à l'aide de bras de levier. Les raideurs ont été identifiées lors d'une campagne de qualification statiques.

Après avoir comparé différentes méthodes d'identification directe, le profil a été identifié par la mise en application d'essais *GVT*. Des essais en soufflerie à deux et trois degrés de liberté ont permis de caractériser le comportement aéroélastique de l'aile. Il était dorénavant possible de comparer ces données expérimentales avec les prédictions des codes de calculs. Les résultats des simulations numériques sont d'ailleurs globalement en accord avec les résultats expérimentaux.

Cette étude présente une méthodologie générique d'identification de banc d'essai aéroélastique :

1. Identifier les raideurs
  - Essais statiques traction/torsion
  - Identification de la raideur et de la longueur naturelle
2. Identifier les pulsations propres, les taux d'amortissement et les inerties découplés à un degré de liberté
  - Essais temporels suite à une perturbation autour de la position d'équilibre
  - Post-traitement avec une méthode d'identification directe
  - Calculs des termes inertiels non couplés
3. Identifier les termes d'inertie couplés à deux degrés de liberté
  - Essais temporels suite à une perturbation autour de la position d'équilibre
  - Post-traitement avec une méthode d'identification directe
  - Calculs des termes inertiels couplés
4. Identifier des pulsations propres couplés à 3 degrés de liberté et comparaison avec le modèle sans vent (*GVT*)
5. Réaliser des essais en soufflerie est identifier la vitesse de flottement
6. Comparer les mesures avec les modèles numériques

# ÉTUDE D'INFLUENCE DES PARAMÈTRES DE DIMENSIONNEMENT APPLIQUÉE AU BANC D'ESSAI

## Résumé

Le but de ce chapitre est d'étudier numériquement l'influence des 13 nombres sans dimension sur les vitesses critiques de flottement, de divergence et d'inversion des gouvernes.

Premièrement, nous proposons un retour sur la définition des vitesses critiques. Les formulations analytiques des vitesses de divergence et d'inversion des gouvernes sont dérivées. La vitesse de flottement est calculée avec le modèle de *Theodorsen*. Elle est également calculée sous les hypothèses de couplage stationnaire et quasi-stationnaire (définies dans le premier chapitre) permettant de mettre en lumière l'importance d'un modèle adapté.

Deuxièmement, l'étude paramétrique est réalisée puis analysée. La vitesse de flottement apparaît comme la plus critique de ces trois vitesses. De grandes différences sont observées entre les trois types de couplage. Les paramètres les plus influents sont d'ordre géométriques, inertIELS et fréquentiELS. Des sauts, pouvant causer une chute drastique de la vitesse de flottement, sont observés. L'importance d'un bon dimensionnement aéroélastique dans le domaine aéronautique est alors mis en lumière.

### 4.14 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'exploiter le modèle numérique *Theodorsen* afin de mieux connaître le comportement aéroélastique du banc d'essai dans des configurations qui n'ont pas pu être testées expérimentalement.

L'influence des paramètres adimensionnels d'une aile à trois degrés de liberté a été peu étudiée par la communauté scientifique. L'étude paramétrique de la vitesse de flottement d'une aile à envergure finie et d'un profil à deux degrés de liberté (flexion/torsion, flexion/gouverne et torsion/gouverne) a largement été décrite par [81]. Ce document montre que la section typique se trouve aux alentours du 3/4 de l'envergure d'une aile. Le déséquilibre statique ( $x_\alpha$ ) et le rapport des fréquences non couplées ( $\Omega_h$ ) sont les paramètres qui possèdent le plus d'influence sur la vitesse de flottement (dans le cadre des configurations testées). Le rapport d'aspect (rapport entre l'envergure et la corde) et l'amortissement permettent d'augmenter la vitesse de flottement de quelques pourcents. Des chutes de la vitesse de flottement sont observées pour des rapports de pulsations découplées de l'ordre de l'unité.

La configuration à trois degrés de liberté présente 13 paramètres de design sans dimension. Par la quantité de nombre de similitude, l'étude paramétrique permet difficilement de réaliser des généralités quant aux effets couplés des paramètres. Cependant, pour une configuration donnée (celle du banc d'essai), il est très intéressant d'étudier l'effet de chaque paramètre isolé sur les vitesses critiques. L'étude paramétrique (section 4.15) met en évidence les paramètres de conception les plus influents. De plus, cette étude révèle différentes bifurcations (sauts) observées qui mettent en lumière le risque de chute de la vitesse de flottement si l'un des paramètres de design est modifié.

Le calcul analytique de la vitesse de flottement dans la présente configuration nécessite le calcul des racines d'un polynôme d'ordre 8. L'algorithme itératif du calcul de la vitesse de flottement défini Chapitre 1.5 est donc nécessaire (balayage et section). Cette automatisation permet un calcul rapide des courbes paramétriques de flottement. Le calcul des vitesses de flottement est également réalisé pour les hypothèses d'écoulement quasi-stationnaire et stationnaire pour mettre en évidence l'effet du couplage fluide-structure. Il est également important de calculer les vitesses critiques de divergence et d'inversion des gouvernes (stationnaires) qui peuvent être, a priori, inférieures à la vitesse de flottement.

Dans un premier temps, le calcul des vitesses critiques est expliqué (section 4.15). La formulation analytique des vitesses de divergence et d'inversion des gouvernes est développée. Dans un deuxième temps, l'étude paramétrique de ces vitesses critiques est présentée (section 4.16). Enfin, le bilan est dressé (section 4.17).

## 4.15 Méthodologie

Cette section présente la méthode de calculs des vitesses critiques. Les vitesses critiques stationnaires peuvent être évaluées analytiquement. Tout d'abord, la formulation de la vitesse de divergence est présentée dans la section 4.15.1. Ensuite, la formulation de la vitesse d'inversion des gouvernes est donnée dans la section 4.15.2. Finalement, l'algorithme de calcul de la vitesse de flottement est rappelée dans la section 4.15.3.

Le code de calculs *Theodorsen* est sélectionné puisqu'il a été démontré précédemment qu'il offre une modélisation correcte du comportement aéroélastique pour un coût de calcul faible. Les vitesses critiques de divergence et d'inversion des gouvernes sont également calculées car elles représentent un danger pour les aéronefs.

#### 4.15.1 Vitesse de divergence

La vitesse de divergence est la vitesse à laquelle les forces structurelles ne permettent plus de supporter les forces aérodynamiques. Dans la figure 4.67, on observe (en bleu) la ligne moyenne du profil supposé indéformable. La portance (vecteur  $\vec{L}$ ) génère un couple aérodynamique au centre élastique. Un équilibre statique est donc possible entre ce couple aérodynamique et le couple de rappel en torsion. L'équilibre est calculé à un angle d'attaque  $\alpha_r$  suite à une déformation élastique d'angle  $\alpha$ . Sur ce schéma, le centre élastique est volontairement placé près du bord de fuite afin de mieux mettre en évidence le phénomène.

Le problème stationnaire s'écrit (équation 4.38) :

$$\mathbf{q}_r = \mathbf{q}_c + \mathbf{y} \quad (4.38a)$$

$$\mathbf{0} = -\mathbf{K}_s \mathbf{q} + \mathbf{K}_a \mathbf{q}_r \quad (4.38b)$$

où :

- $\mathbf{q}_c$  est le vecteur des coordonnées Consignes (en bleu, figure 4.67). Il correspond notamment à l'angle d'incidence de l'avion et de la consigne d'angle des gouvernes.
- $\mathbf{q}$  est le vecteur des déformations élastiques (en rouge, figure 4.67)
- $\mathbf{q}_r$  est le vecteur des coordonnées réelles qui prennent en compte la consigne et la déformation élastique (en noir, figure 4.67).
- Les matrices sont données en annexe B

La déformation de la section typique est donnée par (équation 4.39) :

$$\mathbf{q}(U_\infty) = [\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_a]^{-1} \mathbf{K}_a \mathbf{q}_c \quad (4.39)$$

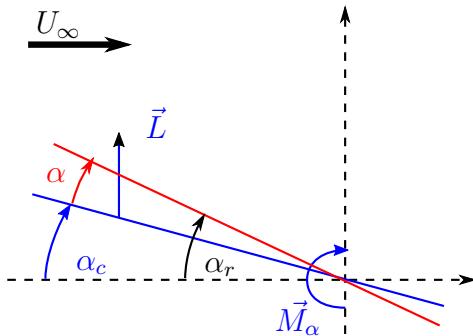


Figure 4.67 Schéma : Divergence

Cette équation possède une solution seulement si la matrice  $[\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_a]$  est inversible, c'est-à-dire si son déterminant est non nul. Dans le cas contraire, il y a divergence (équation 4.40).

$$|\mathbf{K}_s - \mathbf{K}_a| = 0 \quad (4.40)$$

Dans la configuration à deux degrés de liberté, la solution de l'équation 4.39 est donnée directement par (équation 4.41) :

$$U_D = \begin{cases} \frac{r_\alpha}{\sqrt{\kappa(2a+1)}} & \text{si } a > 1/2 \\ +\infty & \text{si } a \leq 1/2 \end{cases} \quad (4.41)$$

Dans le cas à trois degrés de liberté, cette équation peut se développer sous la forme d'un polynôme de degré quatre (équation 4.42) :

$$0 = A_{div}U^4 + B_{div}U^2 + C_{div} \quad (4.42a)$$

$$A_{div} = \kappa^2 ((1 + 2a)(T_5 - T_{10}T_4) + T_{12}(T_4 + T_{10})) \quad (4.42b)$$

$$B_{div} = \kappa (r_\alpha^2(-T_5 + T_{10}(T_4 - T_{12})) + (1 + 2a)\Omega_\beta^2\pi^2r_\beta^2) \quad (4.42c)$$

$$C_{div} = -2\pi r_\alpha^2 r_\beta^2 \omega_\beta^2 \quad (4.42d)$$

Le changement de variable  $X = U^2$  permet de résoudre l'équation 4.42, formulée alors sous la forme d'un polynôme du second degré. La vitesse de divergence est, si elle existe, la racine réelle, positive de l'équation 4.42, donnée ci-dessous (équation 4.43) :

$$U_D = \sqrt{\frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}} \quad (4.43)$$

#### 4.15.2 Vitesse d'inversion des gouvernes

Dans le cas d'une configuration profil/aile, la vitesse critique d'inversion des gouvernes peut être inférieure à la vitesse de divergence. Il est donc primordial de l'évaluer. Cette dernière correspond à la vitesse à laquelle la portance est nulle due aux déformations élastiques en torsion (Figure 4.68). Cette vitesse dépend notamment de la consigne en déflexion du volet.

La déformation stationnaire est calculée par l'équation 4.39. La portance de la section déformée est alors (équation 4.44) :

$$L = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{K}_a \mathbf{q}_r \quad (4.44)$$

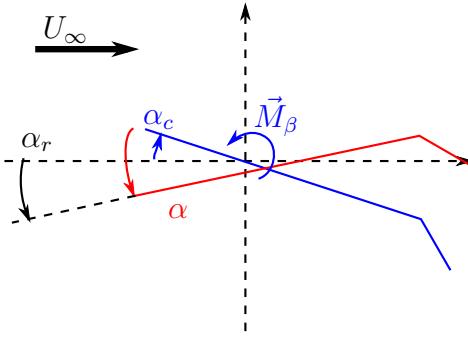


Figure 4.68 Schéma : Inversion des gouvernes

La condition de portance nulle donne (équation 4.45) :

$$\frac{A_{csr}U + B_{csr}}{A_{div}U^2 + B_{div}U + C_{div}} = 0 \quad (4.45a)$$

$$A_{csr} = 2\kappa^2 \mathbf{q}_c \cdot \begin{Bmatrix} r_\alpha^2(T_5 - T_{10}T_4) \\ \omega_\beta^2 \pi r_\beta^2(T_4 + T_{10}) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.45b)$$

$$B_{csr} = 2\pi\kappa\omega_\beta^2 r_\alpha^2 r_\beta^2 \mathbf{q}_c \cdot \begin{Bmatrix} \pi \\ T_{10} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.45c)$$

On cherche une vitesse d'inversion des gouvernes différente de la vitesse de divergence. Le dénominateur  $A_{div}U^2 + B_{div}U + C_{div}$  est ainsi différent de zéro. La vitesse d'inversion des gouvernes est alors la racine positive du polynôme du premier degré (équation 4.46). Cette vitesse existe à condition que cette racine soit positive ce qui se traduit par le fait que les constantes  $A_{csr}$  et  $B_{csr}$  soient de même signe. Il est à mentionner que cette vitesse est fonction de la consigne appliquée. Elle est indépendante de la position et de la raideur en pilonnement. La consigne est fixée (de manière arbitraire) à  $\alpha_c = 5^\circ$  et  $\beta_c = 30^\circ$  ce qui correspond à une phase de décollage.

$$A_{csr}U + B_{csr} = 0 \quad (4.46a)$$

### 4.15.3 Vitesse de flottement

La vitesse de flottement est calculée numériquement pour le profil à deux et à trois degrés de liberté. L'algorithme de section a été présenté précédemment (section 2.8.2). La tolérance est fixée à  $1 \times 10^{-9}$ . Les bornes supérieures et inférieures sont recherchées à l'aide d'une méthode de balayage allant de  $U_{min} = 1 \times 10^{-3} (-)$  à  $U_{max} = 10^3 (-)$  avec un pas de  $dU = 0.1 (-)$ .

L'étude paramétrique peut dorénavant être réalisée (Section 4.16).

## 4.16 Étude paramétrique

Chaque paramètre adimensionnel est isolé et varie dans des gammes physiquement significatives basées sur les données du banc d'essai (Tableau 3.6). La légende présentée Figure 4.69 est la même pour les figures allant de 4.69 à 4.75.

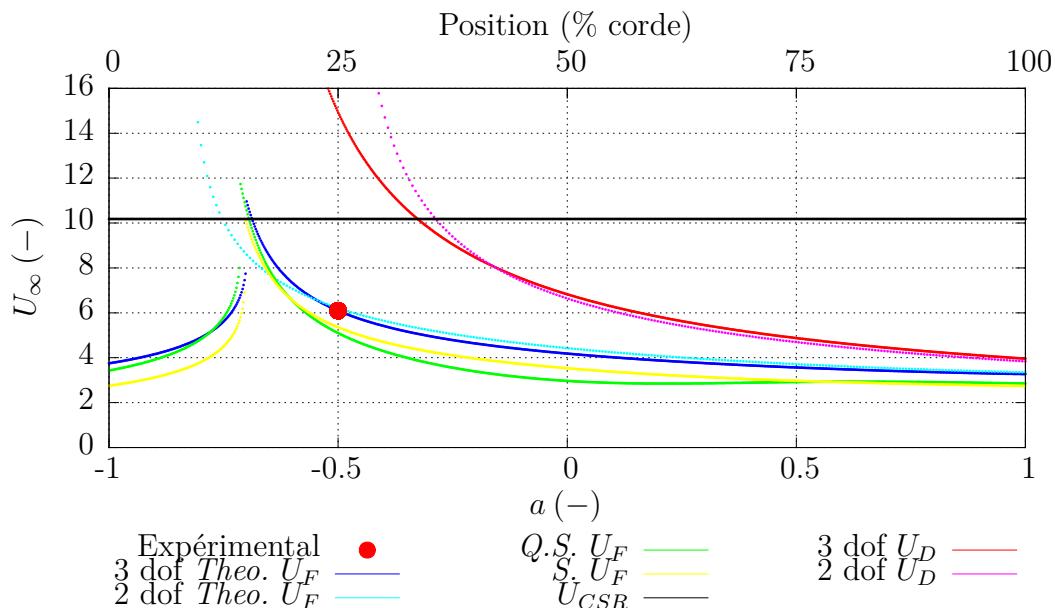
### 4.16.1 Observations détaillées

#### Paramètres géométriques

La figure 4.69 présente l'évolution des vitesses critiques en fonction des paramètres géométriques  $a$  et  $c$  qui définissent respectivement la position du centre élastique et du centre de pivot du volet.

On observe (Figure 4.69a) une position particulière à laquelle le flottement est impossible. La zone [ $a < -0.82(-) \sim 9\%$  corde] dans le cas à deux degrés de liberté et la position [ $a = -0.7(-) \sim 15\%$  corde] dans le cas à trois degrés de liberté. La vitesse de flottement décroît lorsqu'on s'écarte de cette position singulière.

On remarque (figure 4.69b) que la vitesse de flottement diminue avec la taille du volet. La vitesse d'inversion des gouvernes est constamment supérieure à la vitesse de flottement. On observe un comportement asymptotique en  $c = -0.28(-)$ . Ce point correspond à  $A_{csr} = 0$ . La position de cette asymptote est donc fonction du vecteur consigne  $\mathbf{q}_c$ . Sur la gamme d'utilisation la plus couramment rencontrée,  $c \in [0.5; 1]$  (Figure 4.69c), on observe la présence d'un maximum de vitesse de flottement à  $c = 0.86(-) \sim 93\%$  corde. Cette position correspond à un volet de petite dimension donc à faible efficacité lors de manœuvres. Ainsi, le design optimal en flottement est différent du design optimal considéré en mécanique du vol. L'évolution de la vitesse de flottement est très différente selon le modèle de couplage fluide-structure utilisé.



(a) Position du centre élastique du profil

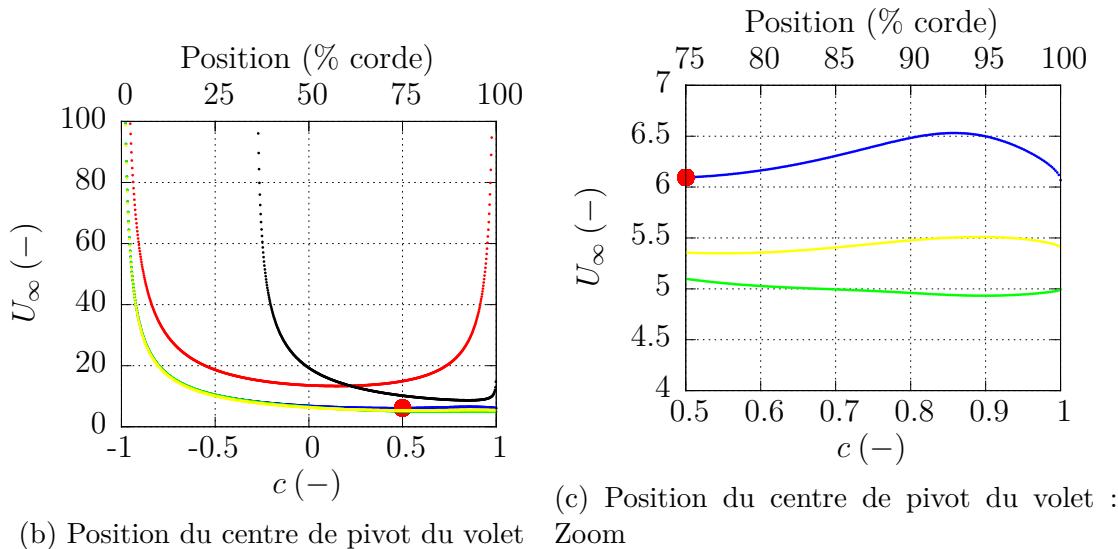


Figure 4.69 Paramètres géométriques

## Paramètres inertIELS

Les cinq paramètres inertIELS sont variés (Figure 4.70). Les rayons de giration sont comparés aux rayons de giration de référence qui correspondent au moment d'inertie d'un pendule de longueur  $2b$  (resp.  $(1 - c)b$ ) et de masse  $m_{aile}$  calculé à son extrémité (resp.  $m_{volet}$ ) (4.47). Il est intéressant de noter que  $r_i/r_{i,ref} = 0.5$  correspond au moment d'inertie d'une barre en son centre.

$$r_{\alpha,ref} = \sqrt{\frac{m_{aile}(2b)^2}{3m_{ref}b^2}} \quad (4.47a)$$

$$r_{\beta,ref} = \sqrt{\frac{m_{volet}((1 - c))^2}{3m_{ref}b^2}} \quad (4.47b)$$

$$m_{ref} = m_{aile} \quad (4.47c)$$

On observe (Figure 4.70a) que la vitesse de flottement augmente avec le rayon de giration de l'aile. Le rayon de giration du volet semble avoir peu d'effet sur la vitesse de flottement (Figure 4.70b). La position du centre de gravité de l'aile influe sensiblement sur la vitesse de flottement (Figure 4.70c).

La figure 4.71 présente l'évolution des taux d'amortissement modaux et des fréquence propres en fonction de la vitesse réduite de l'écoulement. Cette figure est similaire au diagramme de flottement plus souvent utilisé (Figure 3.62 par exemple). Cependant elle permet de visualiser l'évolution des modes en fonction de la vitesse sur un seul graphique. Elle est également similaire au diagramme de l'évolution des valeurs propres dans le plan complexe en fonction de la vitesse, mais offre un meilleure interprétation physique. On distingue quatre zones :

1.  $x_\alpha \in [-0.5; 0]$  : La vitesse de flottement augmente avec  $x_\alpha$  dans le cas à trois degrés de liberté (Figure 4.71a) ; le flottement est impossible dans le cas à deux degrés de liberté conformément à l'équation 4.41.
2.  $x_\alpha \in [0; 0.22]$  : La vitesse d'inversion des gouvernes est critique tandis que la vitesse de flottement présente un comportement asymptotique.
3.  $x_\alpha \in [0.22; 1]$  : La vitesse de flottement diminue avec  $x_\alpha$ .
4.  $x_\alpha \in [0.96; 1.23]$  : Bifurcations et chute de la vitesse de flottement en fonction du paramètre  $x_\alpha$ . Ces bifurcations proviennent de l'instabilité du mode du volet et non du mode de pilonnement (Figures 4.71b-4.71d). Les codes Stationnaires et Quasi-stationnaires ne permettent pas la modélisation de la vitesse de flottement dans cette zone.

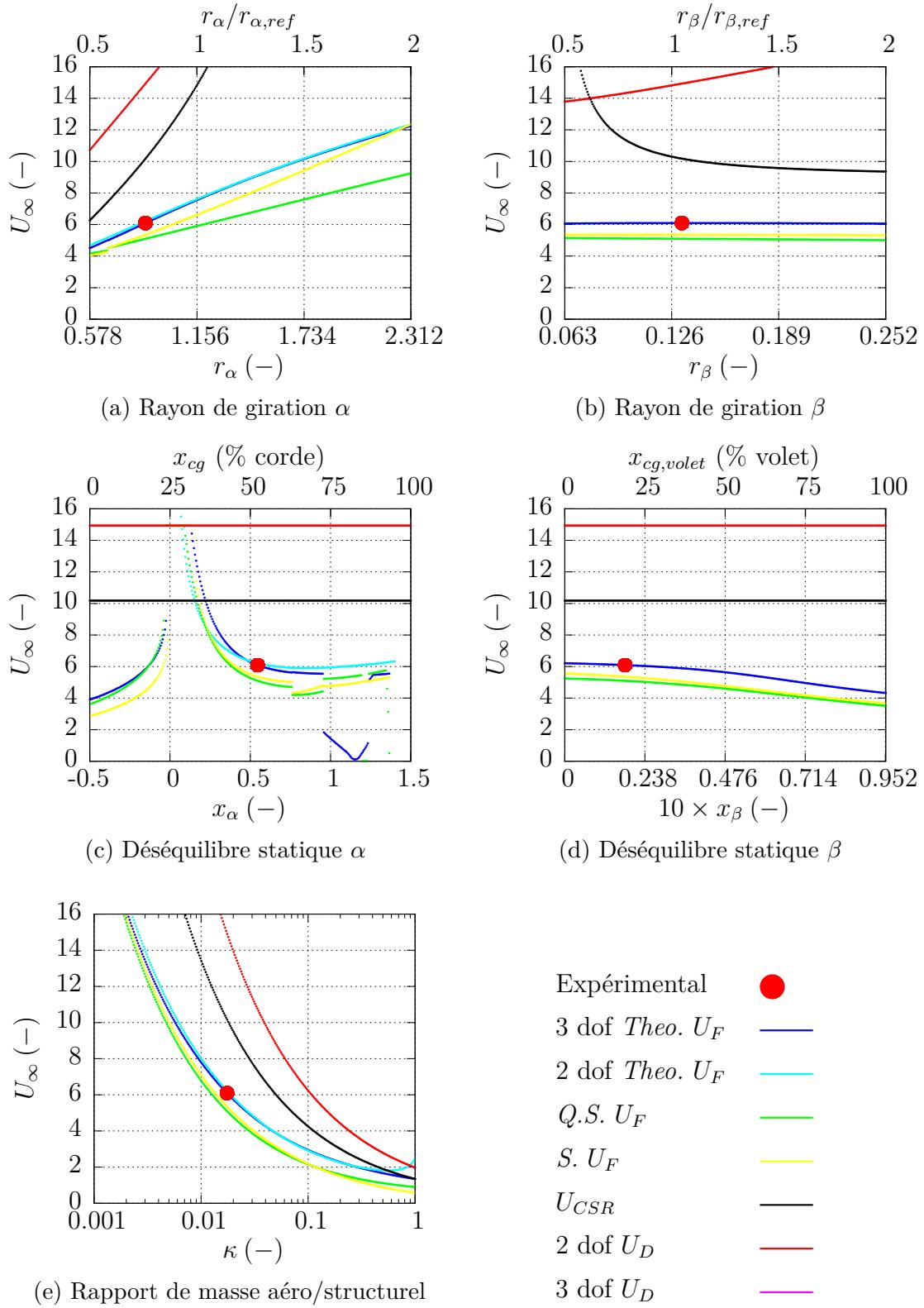


Figure 4.70 Évolution des vitesses critiques en fonction des paramètres inertIELS

On note que la vitesse de flottement diminue avec le terme de couplage  $x_\beta$  (Figure 4.70d) et le rapport de masse aéro/structurel  $\kappa$  (Figure 4.70e).

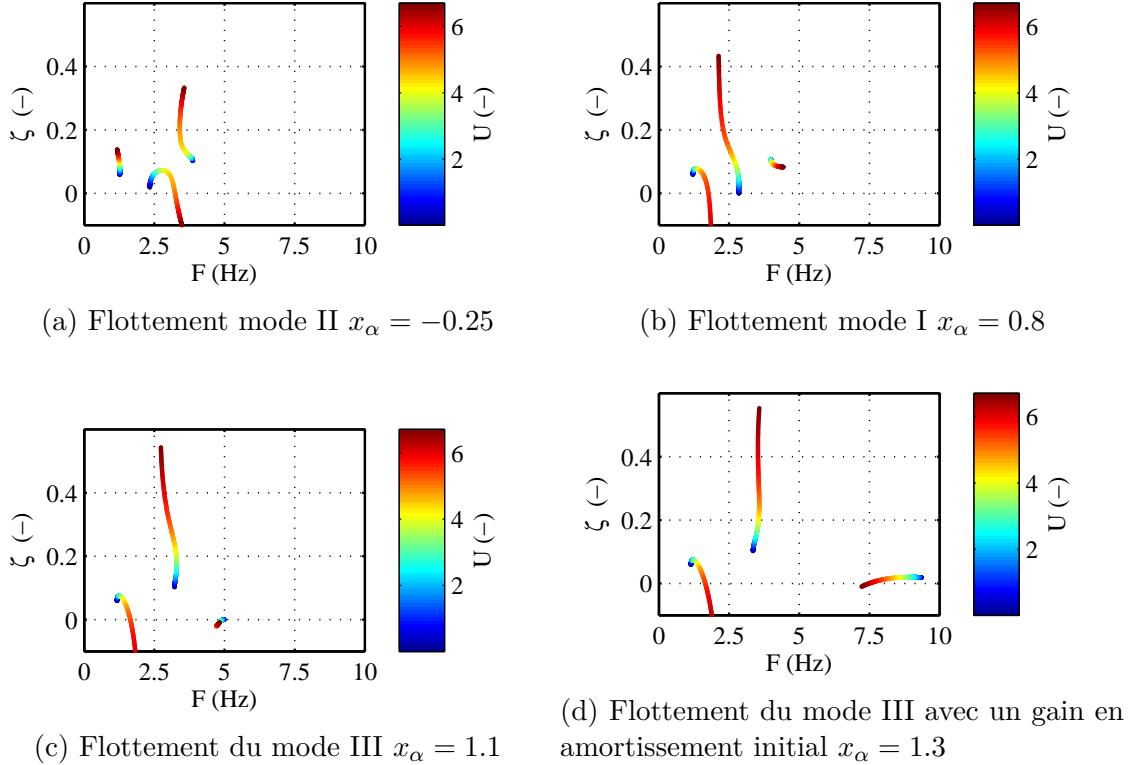


Figure 4.71 Valeurs propres en fonction de la vitesse pour différents paramètres  $x_\alpha$

### Paramètres de pulsation

La figure 4.72 présente l'évolution des vitesses critiques en fonction des paramètres de pulsation propre découpée.

Dans la figure 4.72a, on constate que les vitesses de divergence (respectivement d'inversion des gouvernes) sont critiques pour  $\Omega_h > 2.2$  (respectivement  $\Omega_h > 1.8$ ) dans la configuration à deux (respectivement trois) degrés de liberté. On remarque également une chute de la vitesse de flottement jusqu'à un minimum en  $\Omega_h \sim 1$  ( $\omega_h = \omega_\alpha$ ), suivi de l'augmentation de cette dernière. Une bifurcation autour de  $\Omega_h = \Omega_\beta$  est également observée. La figure 4.73 présente l'évolution des valeurs propres dans le plan (Fréquence/Amortissement). On constate également que ces sauts coïncident aux changements du mode instable. On observe (Figures 4.73c et 4.73d) des cas où deux modes (I et III) présentent une instabilité.

Dans la figure 4.72b, on note quatre zones d'intérêt :

1.  $\Omega_\beta < \Omega_h \sim \omega_\beta < \omega_h$  : Vitesse de flottement faible issue du mode II (Figure 4.74a).
2.  $\Omega_h < \Omega_\beta < 1 \sim \omega_h < \omega_\beta < \omega_\alpha$  : Vitesse de flottement moyenne issue du mode III (Figure 4.74b).
3.  $\Omega_\beta \sim \omega_\alpha$  : Vitesse de flottement faible issue du mode III (Figure 4.74c).
4.  $\Omega_\alpha < \omega_\beta$  : Vitesse de flottement haute issue du mode I (Figure 4.74d).

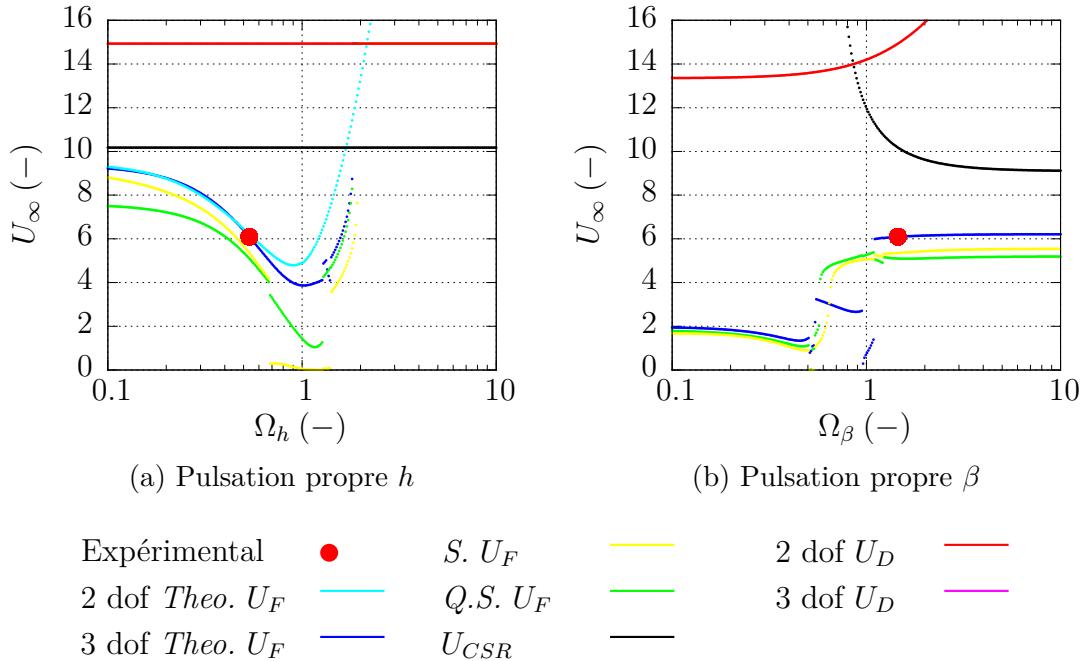


Figure 4.72 Paramètres de pulsation

## Paramètres d'amortissement

La figure 4.75 présente l'évolution de la vitesse de flottement en fonction des taux d'amortissement modal. On observe que la vitesse de flottement est peu sensible en dessous de  $\zeta = 50\%$ .

### 4.16.2 Observations globales

Pour chaque paramètre, les modèles Stationnaire et Quasi-stationnaire présentent des tendances globales similaires au modèle *Theodorsen*. Cependant, de grandes différences locales sont observées (par exemple Figures 4.70c et 4.72b). Contrairement à ce qui peut être envisagé, ces modèles ne sont pas conservatifs au regard de la figure 4.70c.

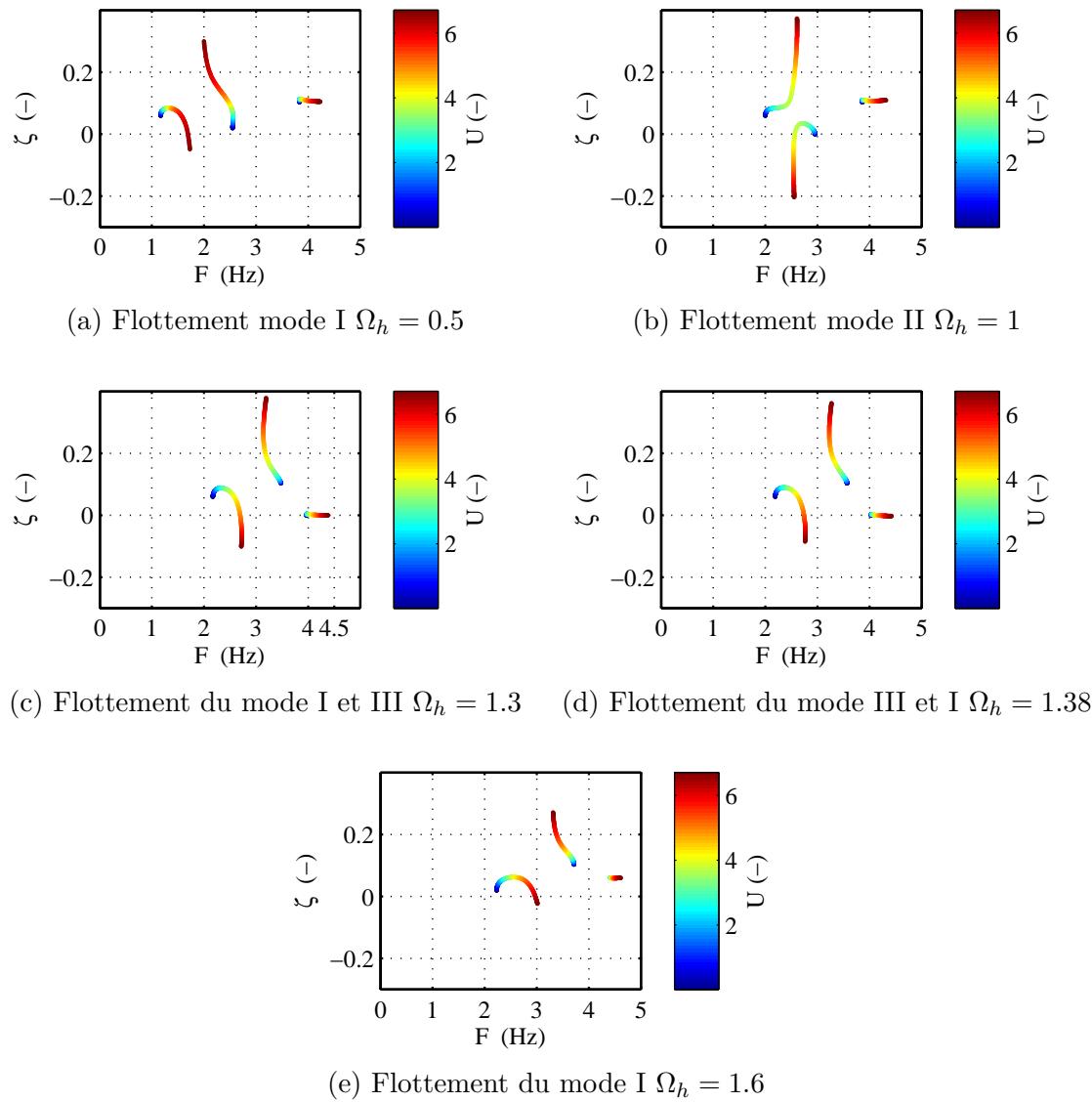


Figure 4.73 Valeurs propres en fonction de la vitesse pour différents paramètres  $\Omega_h$

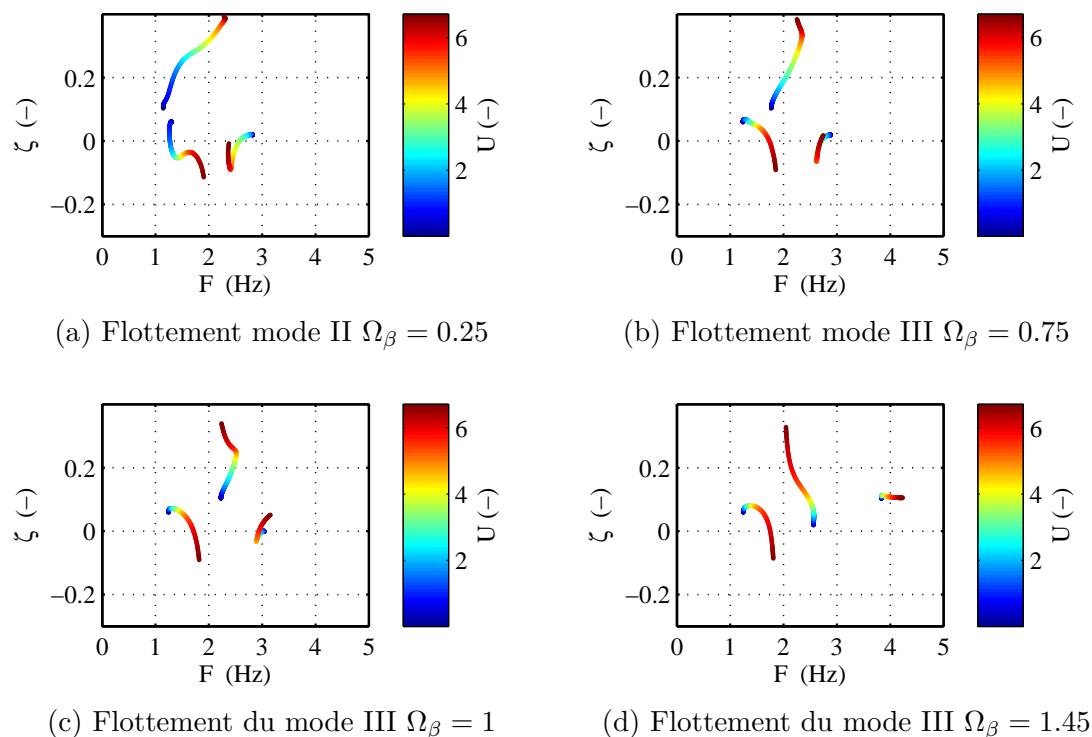


Figure 4.74 Valeurs propres en fonction de la vitesse pour différents paramètres  $\Omega_\beta$

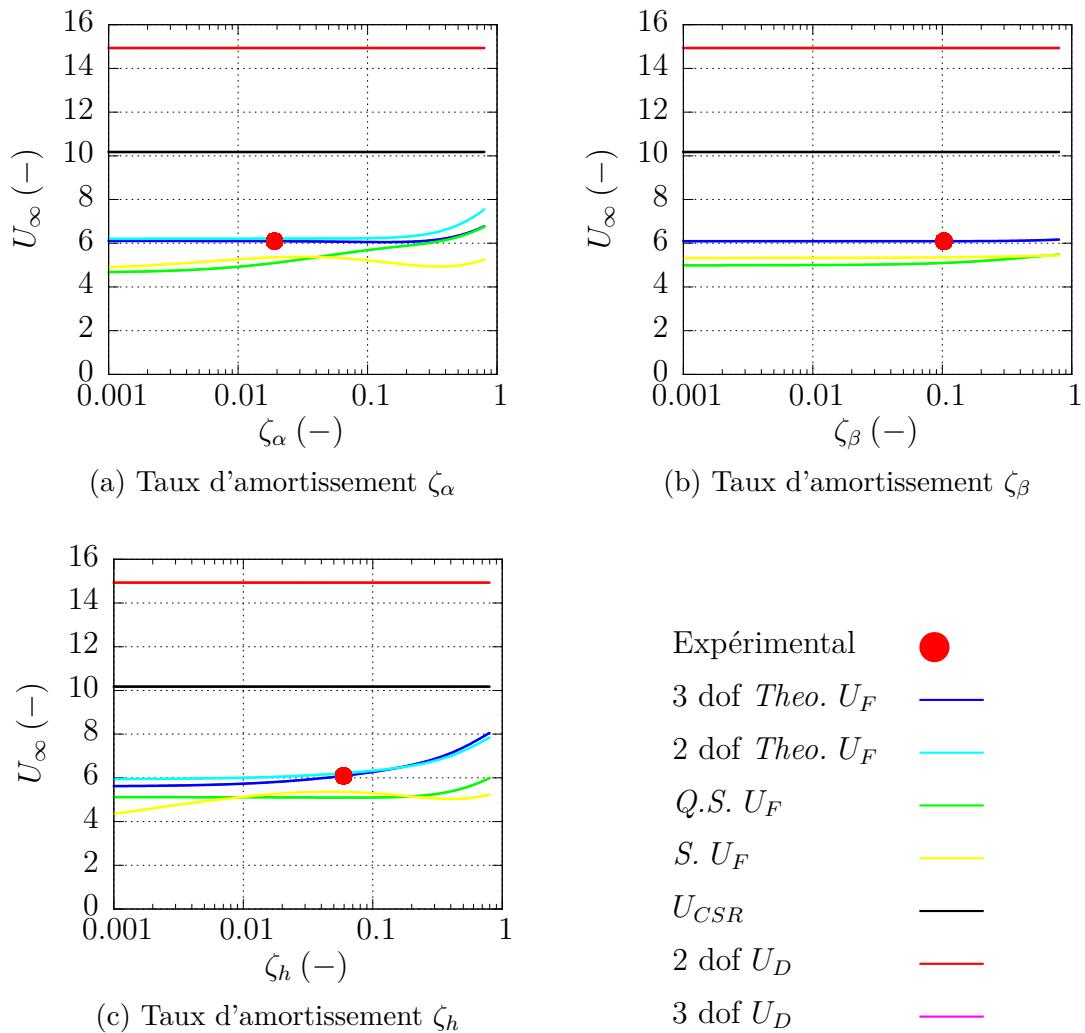


Figure 4.75 Taux d'amortissement modal

La présente configuration à trois degrés de liberté présente, dans la pluspart des cas, une vitesse de flottement inférieure à la configuration à deux degrés de liberté. Dans cette même configuration, on observe que la vitesse de divergence n'est jamais critique (vitesse critique la plus faible). De plus, la vitesse d'inversion des gouvernes est uniquement critique lorsque l'aile est faiblement déséquilibrée ( $x_\alpha \in [0; 0.22] \sim [0; 11]\%$  corde). Pour ce paramètre, la vitesse de flottement semble tendre vers l'infini.

Le flottement est impossible dans la configuration à deux degrés de liberté si le centre élastique est suffisamment proche du bord d'attaque. Cette généralité ne s'applique pas à la configuration à trois degrés de liberté. En effet, la localisation du centre élastique, dans laquelle le flottement est supprimé, est singulière.

Les vitesses de divergence et d'inversion des gouvernes sont indépendantes des paramètres de couplages inertIELS et des taux d'amortissement conformément aux attentes.

#### 4.17 Conclusion

L'automatisation du calcul des vitesses critiques a permis l'étude paramétrique des 13 variables de design de la section typique à trois degrés de liberté. Les solutions générales des équations de divergence statique et d'inversion des gouvernes ont été développées. La vitesse de flottement ne pouvant pas être calculée analytiquement, un algorithme de balayage/section basé sur le taux d'amortissement minimal a été utilisé.

Une analyse paramétrique de ces trois vitesses critiques, réalisée à partir des données issues l'identification *GVT* du banc d'essai, ont conduit la mise en évidence des paramètres les plus influents ainsi que des différences entre les modèles Stationnaire, Quasi-stationnaire et Instationnaire.

Pour la configuration de référence, les vitesses critiques stationnaires sont supérieures à la vitesse de flottement pour la plupart des paramètres testés.

Les paramètres les plus influents sont les paramètres géométriques ( $a, c$ ), inertIELS ( $r_\alpha, x_\alpha, x_\beta, \kappa$ ) et de pulsation propre ( $\Omega_\beta$  et  $\Omega_h$ ). Comme observé dans [81] pour des configuration tangage/volet et pilonnemment/volet, les paramètres d'amortissement (visqueux, structurels) sont peu notables. Pour la configuration de référence, le rayon de giration du volet ( $r_\beta$ ) présente également peu d'influence. Une chute de la vitesse de flottement lorsque les rapports de pulsations non couplés sont proches de l'unité est observé ce qui concorde avec les travaux sur la configuration à deux degrés de liberté [81].

Contrairement à [81], une série de discontinuités de la vitesse de flottement sont observés. Ces dernières coïncident avec le changement du mode instable. Ces bifurcations peuvent s'avérer

très dangereuse car les paramètres peuvent varier au cours de la vie de l'avion.

Nous allons maintenant étudier numériquement la capacité d'un amortisseur à masse accordée linéaire à repousser passivement la vitesse de flottement (chapitre 4.17).

## CONTRÔLE PASSIF LINÉAIRE DU FLOTTEMENT

### Résumé

L'objectif de ce chapitre est d'étudier la capacité d'un Amortisseur à Masse Accordée (*AMA*) à repousser le flottement. Les trois configurations considérées sont énumérées ci-dessous. On se limitera à des faibles apports en masse, inférieurs à 2% de la masse totale de l'aile.

1. *AMA* en translation
2. *AMA* en rotation équilibré
3. *AMA* en rotation déséquilibré

Premièrement, les équations différentielles sont dérivées. Il apparaît que la configuration *AMA* en rotation équilibrée est équivalente à l'ajout d'une masse ponctuelle.

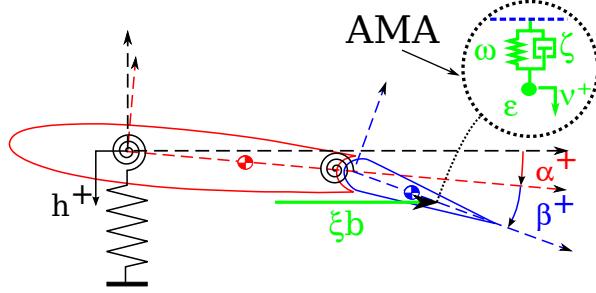
Deuxièmement, une étude paramétrique pour chaque type d'*AMA* est réalisée puis analysée. Les *AMA* en translation et en rotation déséquilibré fournissent des résultats similaires. Des zones à forte efficacité permettent d'augmenter la vitesse de flottement de l'ordre de 40%. Des zones *puits* sont également observées et peuvent engendrer une chute de la vitesse de flottement de 80%. Les différentes cartographies dressées montrent la frontière entre les *zone puits* et les *zones efficaces* clairement délimitée. L'*AMA* en rotation équilibré présente pour principal intérêt la possibilité de rectifier une erreur de fabrication ou de design.

### 5.18 Introduction

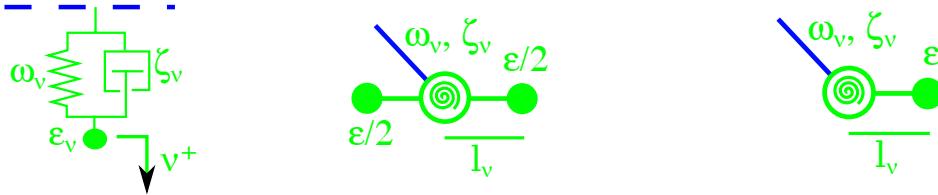
Le but de ce chapitre est d'analyser la capacité d'un *AMA* de faible masse (inférieure à 2% de la masse totale de l'aile, choisie arbitrairement), situé à l'intérieur du profil (Figure 5.76), à améliorer les performances aéroélastiques de manière robuste.

Trois géométries d'*AMA* sont étudiées (Figure 5.77) :

1. *AMA* de translation (section 5.20), positionné à une distance  $(\xi - a)b$  par rapport au centre élastique du profil qui réalise une translation  $\nu b$  (Figure 5.77a).
2. *AMA* de rotation équilibré (section 5.21.1), un pendule équilibré de longueur  $l_\nu b$  est positionné à une distance  $(\xi - a)b$  par rapport au centre élastique du profil qui réalise une rotation  $\nu$  positive dans le sens horaire (Figure 5.77b).
3. *AMA* de rotation déséquilibré (section 5.21.2), un pendule déséquilibré de longueur  $l_\nu b$  est positionné à une distance  $(\xi - a)b$  par rapport au centre élastique du profil qui

Figure 5.76 Schéma du profil avec un *AMA*

réalise une rotation  $\nu$  positive dans le sens horaire (Figure 5.77c).

(a) *AMA* en translation (b) *AMA* en rotation équilibré (c) *AMA* en rotation déséquilibréFigure 5.77 Différents types d'*AMA* étudiés

L'influence de chaque paramètre de design des d'*AMAs* considérés est analysée dans des gammes réalistes. Les nombres sans dimension sont énumérés ci-dessous :

1. La masse ajoutée  $m_\nu = m_{ref}\epsilon$
2. Le rayon de giration  $r_\nu^2 = \epsilon l_\nu^2$
3. La pulsation propre  $\omega_\nu^2 = \frac{k_\nu}{m_\nu}$  pour la translation et  $\omega_\nu^2 = \frac{k_\nu}{m_\nu l_\nu^2}$  pour la rotation
4. Le taux d'amortissement  $\lambda_\nu = 2\zeta_\nu\omega_\nu$

Premièrement, les équations qui modélisent le comportement de chaque *AMA* sont développées (section 5.19). Deuxièmement, la suppression du flottement à l'aide d'un *AMA* en translation (section 5.20) puis en rotation (section 5.21) est analysée. Troisièmement, un bilan est dressé (section 5.22).

## 5.19 Équations différentielles des trois configurations de l'*AMA*

Cette section a pour objectif d'introduire les deux familles d'*AMA* linéaires étudiées ainsi que les équations et la méthodologie appliquées. Celles-ci permettant l'analyse numérique de la suppression du flottement qui sera réalisée avec le modèle de *Theodorsen*.

L'ajout d'un degré de liberté implique une équation supplémentaire. En premier lieu, cette équation est développée dans le cas d'un *AMA* en translation (section 5.19.1). Un développement très similaire et moins détaillé est réalisé, par la suite, pour les deux configurations en rotation (section 5.19.2). Enfin, deux indicateurs d'analyse sont définis (section 5.19.3).

### 5.19.1 *AMA* en translation

**Formulation de l'équation différentielle** La position de la masse accordée est (équation 5.48) :

$$x_\nu/b = \begin{cases} a - \nu \sin(\alpha) + (\xi - a) \cos(\alpha), & \text{si } \xi < c \\ a - \nu \sin(\alpha + \beta) + (c - a) \cos(\alpha) + (\xi - c) \cos(\alpha + \beta), & \text{si } \xi > c \end{cases} \quad (5.48a)$$

$$y_\nu/b = \begin{cases} -h - \nu \cos(\alpha) - (\xi - a) \sin(\alpha), & \text{si } \xi < c \\ -h - \nu \cos(\alpha + \beta) - (c - a) \sin(\alpha) - (\xi - c) \sin(\alpha + \beta), & \text{si } \xi > c \end{cases} \quad (5.48b)$$

L'hypothèse des petits déplacement permet de simplifier l'équation (équation 5.48) et donne (équation 5.49) :

$$x_\nu/b = \xi, \text{ quelque soit } \xi \quad (5.49a)$$

$$y_\nu/b = \begin{cases} -h - \nu - (\xi - a)\alpha, & \text{si } \xi < c \\ -h - \nu - (\xi - a)\alpha - (\xi - c)\beta, & \text{si } \xi > c \end{cases} \quad (5.49b)$$

L'énergie cinétique est calculée (équation 5.50) :

$$T_\nu = \frac{1}{2}m_\nu y_\nu^2 \quad (5.50a)$$

$$\text{Si } \xi < c : T_\nu = \frac{1}{2}m_\nu b^2 [\dot{h}^2 + \dot{\nu}^2 + (\xi - a)^2 \dot{\alpha}^2 + 2(\dot{h}\dot{\nu} + (\xi - a)\dot{\alpha}(\dot{h} + \dot{\nu}))] \quad (5.50b)$$

$$\begin{aligned} \text{Si } \xi > c : T_\nu = & \frac{1}{2}m_\nu b^2 [\dot{h}^2 + \dot{\nu}^2 + (\xi - a)^2 \dot{\alpha}^2 + (\xi - c)^2 \dot{\beta}^2 \\ & + 2(\dot{h}\dot{\nu} + (\xi - a)\dot{\alpha}(\dot{h} + \dot{\nu}) + (\xi - c)\dot{\beta}(\dot{h} + \dot{\nu}) + (\xi - a)(\xi - c)\dot{\alpha}\dot{\beta})] \end{aligned} \quad (5.50c)$$

La matrice masse ajoutée est dérivée à l'aide des équations de Lagrange et devient, suite à

l'adimensionalisation (équation 5.51) :

$$M_\nu = \epsilon \begin{pmatrix} A^2 & AB & A & A \\ & B^2 & B & B \\ & & 1 & 1 \\ sym & & & 1 \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

où

- $A = \xi - a$
- $B = u(\xi - c)(\xi - c)$
- $u(x)$  est la fonction d'Heaviside
- $sym$  est le symétrique

Les matrices de raideur et d'amortissement modal de l'AMA sont (équation 5.52) :

$$K_\nu = \epsilon \Omega_\nu^2 \times diag(0, 0, 0, 1) \quad (5.52a)$$

$$B_{mod,\nu} = 2m_{mod,\nu} \Omega_\nu \zeta_\nu \times diag(0, 0, 0, 1) \quad (5.52b)$$

où  $\Omega_\nu = \omega_\nu / \omega_\alpha$  est la pulsation propre de l'AMA, normalisée par rapport à la pulsation propre de référence (en tangage,  $\omega_\alpha$ ).

**Assemblage des matrices** Les matrices structurelles d'inertie, d'amortissement modale et de raideur deviennent (équation 5.53) :

$$M_s = M_\nu + \begin{pmatrix} M_{profil} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.53a)$$

$$B_{mod,s} = B_{mod,\nu} + \begin{pmatrix} B_{mod,profil} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.53b)$$

$$K_s = K_\nu + \begin{pmatrix} K_{profil} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.53c)$$

### 5.19.2 AMA en rotation

Pour un pendule de longueur  $l_\nu b$ , la position du centre de gravité, sous l'hypothèse des petits déplacements, est (équation 5.54) :

$$x_\nu/b = \xi + l_\nu, \text{ quelque soit } \xi \quad (5.54a)$$

$$y_\nu/b = \begin{cases} -h - l_\nu \nu - (\xi + l_\nu - a)\alpha, & \text{si } \xi < c \\ -h - l_\nu \nu - (\xi + l_\nu - a)\alpha - l_\nu(\xi + l_\nu - c)\beta, & \text{si } \xi > c \end{cases} \quad (5.54b)$$

Le cas équilibré (respectivement déséquilibré) consiste à avoir deux pendules de masse identique  $\epsilon/2$  de longueur  $l_\nu$  et  $-l_\nu$  (respectivement  $l_\nu$  chacune).

La matrice masse est (équation 5.55) :

$$M_\nu = \epsilon \begin{pmatrix} A^2 & AB & A & \delta_{deq} Al_\nu \\ & B^2 & B & \delta_{deq} Bl_\nu \\ & & 1 & \delta_{deq} l_\nu \\ sym & & & l_\nu^2 \end{pmatrix} \quad (5.55)$$

dans laquelle

- $A = \xi + l_\nu - a$
- $B = u(\xi - c)(\xi + l_\nu - c)$
- $\delta_{deq} = 1$  dans le cas déséquilibré et  $\delta_{deq} = 0$  dans le cas équilibré.

Les matrices raideur et amortissement sont (équation 5.56) :

$$K_\nu = \epsilon \Omega_\nu^2 l_\nu^2 \times diag(0, 0, 0, 1) \quad (5.56a)$$

$$B_{mod,\nu} = 2m_{mod,\nu} \Omega_\nu \zeta_\nu \times diag(0, 0, 0, 1) \quad (5.56b)$$

**Remarques sur le coefficient d'amortissement** Dans le cas d'un système à bras de levier, similaire au mécanisme expérimental présenté Section 3.10, la viscance<sup>29</sup> équivalente peut être modulée par la position de l'amortisseur (Figure 5.78). Les paramètres sans dimension de l'AMA, en fonction des bras de leviers, sont donnés par les équations 5.57. La pulsation propre de l'AMA peut être modulée et le taux d'amortissement fortement augmenté.

---

29. Nom donné à la constante utilisée dans le cadre d'un modèle de frottement visqueux.

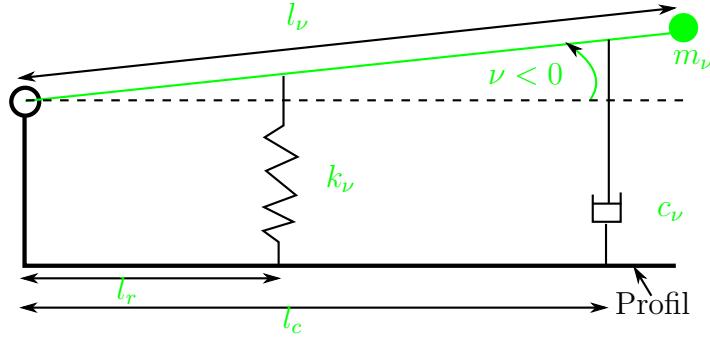


Figure 5.78 Schéma cinématique d'une solution technique d'un *AMA* en rotation déséquilibré modulable

$$\omega_n^2 = \frac{k_n l_r}{m_n l_n} \quad (5.57a)$$

$$\zeta_n = \frac{1}{2} \frac{c_n l_n}{\sqrt{m_n k_n l_n l_r}} \quad (5.57b)$$

Quelle que soit la configuration, la viscance est donnée par l'équation 5.58, où  $m_{ref}\omega_\alpha = 40.4Ns/m$  a été identifié dans le chapitre 2.9.

$$c_n = 2\zeta_n \Omega_n \epsilon m_{ref} \omega_\alpha \quad (5.58)$$

### 5.19.3 Présentation de l'étude paramétrique

#### Méthodologie

Pour différentes valeurs des paramètres de dimensionnement de l'*AMA* ( $\xi$ ,  $\epsilon$ ,  $\Omega_n$  et  $\zeta_n u$  et  $l_n$ ), la vitesse de flottement est calculée telle que présentée dans le chapitre 3.13 avec le modèle de *Theodorsen*. L'ensemble des valeurs des paramètres testé est donné dans le tableau 5.14. Le tableau 5.15 donne différentes valeurs de viscance pour les cas étudiés.

#### Indicateurs

Deux indicateurs sont calculés afin de mettre en évidence la qualité du design de l'*AMA* :

1. L'indicateur de flottement,  $U_F^* = U_F/U_{F,ref}$ , est utilisé pour quantifier l'efficacité de l'*AMA*. Il représente la vitesse de flottement du profil avec l'*AMA* par rapport à la

Tableau 5.14 Table des paramètres de l'*AMA*

Paramètre	Borne inf.	Borne sup.	Nombre	Résolution
$\xi (-)$	-1 (bord d'attaque)	1 (bord de fuite)	101	2% ( $\sim 1\%$ de corde)
$\epsilon (-)$	0.05%	2%	20	$1.03 \times 10^{-3}$
$m_\nu (g)$	17	69	20	35
$\Omega_\nu (-)$	0.1	5	70	$7.10 \times 10^{-2}$
$F_\nu (Hz)$	0.24	12	70	0.17
$\zeta_\nu (-)$	[0.0 ; 0.01 ; 0.1 ; 0.5]			
$l_\nu (-)$	-0.4	0.4	39	0.02
$l_{\nu,dim} (cm)$	-5	5		0.25

Tableau 5.15 Table des viscances de l'*AMA* en translation

$\zeta_\nu (\%)$	$\epsilon (\%)$	$\Omega_\nu (-)$	$c_\nu (Nm/s)$	Remarque
0	/	/	0	$\zeta_\nu = 0$ implique $c_\nu = 0$
1	1	1	$8.11 \times 10^{-3}$	Cas générique. Si un paramètre est multiplié par un coefficient, la viscance est multipliée par le même coefficient.
10	1	1	$8.11 \times 10^{-2}$	
50	1	1	$4.06 \times 10^{-1}$	
50	2	5	2.02	Cas à viscance maximale

vitesse critique du profil sans l'*AMA* (calculé dans le chapitre 2.9) en pourcent.

2. L'indicateur de robustesse,  $R^* = \nabla U_F^* \cdot dl_{1\%}$  avec  $dl_{1\%}^2 = (2\%)^2 + (1\%)^2$ , est utilisé pour quantifier la robustesse locale du design. Il représente la variation de l'indicateur de flottement à  $(\epsilon, \zeta_\nu)$  constant suite à une variation  $d\xi = i\%corde$  et  $d\omega_\nu = i\%\omega_\alpha$ . Le contour  $R^* = 1$  signifie une variation de l'indicateur de flottement de 1%. Les points de fonctionnement où  $R^* \leq 1$  sont considérés (arbitrairement) comme robustes.

On notera ainsi trois types de zones :

1. *Zone efficaces* : l'indicateur de flottement est supérieur à 100% (couleurs chaudes)
2. *Zone puits* : l'indicateur de flottement est inférieur à 100% (couleurs froides)
3. *Zone neutre* : l'indicateur de flottement est égale à 100% (couleur grise)

## 5.20 Variation des paramètres de l'*AMA* en translation

Les figures 5.79 à 5.82 présentent les topologies de l'indicateur de flottement (contour remplis en couleurs) et de l'indicateur de robustesse (contour noir) pour différents paramètres de l'*AMA*.

### 5.20.1 Amortissement $\zeta_\nu$ à rapport de masse $\epsilon$ constant

Quatre niveaux d'amortissement sont représentés :

1.  $\zeta_\nu = 0\%$  : Amortissement nul (figure 5.79)
2.  $\zeta_\nu = 1\%$  : Amortissement faible (figure 5.80)
3.  $\zeta_\nu = 10\%$  : Amortissement moyen (figure 5.81)
4.  $\zeta_\nu = 50\%$  : Amortissement élevé (figure 5.82, semble peu réaliste)

On observe que l'augmentation de l'amortissement augmente la proportion et l'amplitude des *zones efficaces* au dépens des *zones neutres*. Le maximum de l'indicateur de flottement augmente avec l'amortissement. Une diminution drastique de la surface occupée par les *zones puits* est observée entre les cas à amortissement nul et faible (Figures 5.79 et 5.80). Au-delà, la typologie des *zones puits* semble indépendante de l'amortissement (figures 5.80, 5.81 et 5.82).

### 5.20.2 Masse ajoutée $\epsilon$ à $\zeta_\nu$ constant

On observe que l'augmentation de la masse ajoutée augmente la proportion des *zones efficaces* et *robustes* au dépens des *zones neutres* (Figure 5.82, par exemple). L'espace occupé par les *zones puits* augmente également avec la masse.

### 5.20.3 Typologie des *zones puits*

Pour  $\zeta_\nu = 0\%$ , on observe que la typologie de l'indicateur de flottement est quasi-indépendante de la masse. On compte quatre *zones puits* de tailles conséquentes (Figure 5.79c). La mise en place d'un amortissement, même faible, fait apparaître une *zone efficace et robuste*, de forme triangulaire dans le plan  $(\xi, \Omega_\nu)$  (Figure 5.79c vs. Figure 5.80c). Cette *zone efficace* recouvre une majeure partie des *zones puits*. La surface recouverte est d'autant plus grande que la masse ajoutée est faible. Cette zone est peu sensible à la variation du taux d'amortissement. Elle est cependant moins efficace que la zone à *haute efficacité*  $\xi \in [-0.3 : 0.5]$ ,  $\Omega_\nu \in [3 : 5]$ ,  $\zeta_\nu = 50\%$  et  $\epsilon = 2\%$ .

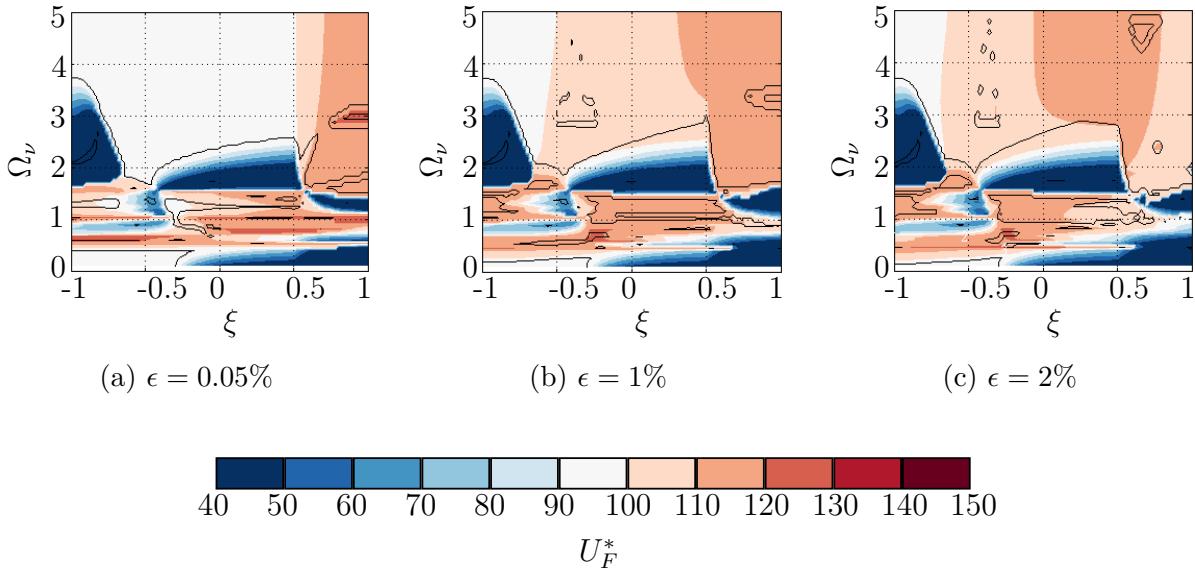


Figure 5.79 Topologies pour différents rapport de masse  $\epsilon$  à  $\zeta_\nu = 0\%$

### 5.20.4 Observations générales

L'*AMA* en translation permet de supprimer le flottement. La vitesse critique augmente avec le taux d'amortissement  $\zeta_\nu$ . Des *zones puits*, larges, localisées et soudaines (non robustes) sont observées. La proportion des *zones efficaces* augmente avec la masse ajoutée et l'amortissement, au détriment des *zones neutres*. Une très large *zone à haute efficacité* ( $> 40\%$ ) est observée pour  $\xi \in [-0.3 : 0.5]$ ,  $\Omega_\nu \in [3 : 5]$ ,  $\zeta_\nu = 50\%$  et  $\epsilon = 2\%$ .

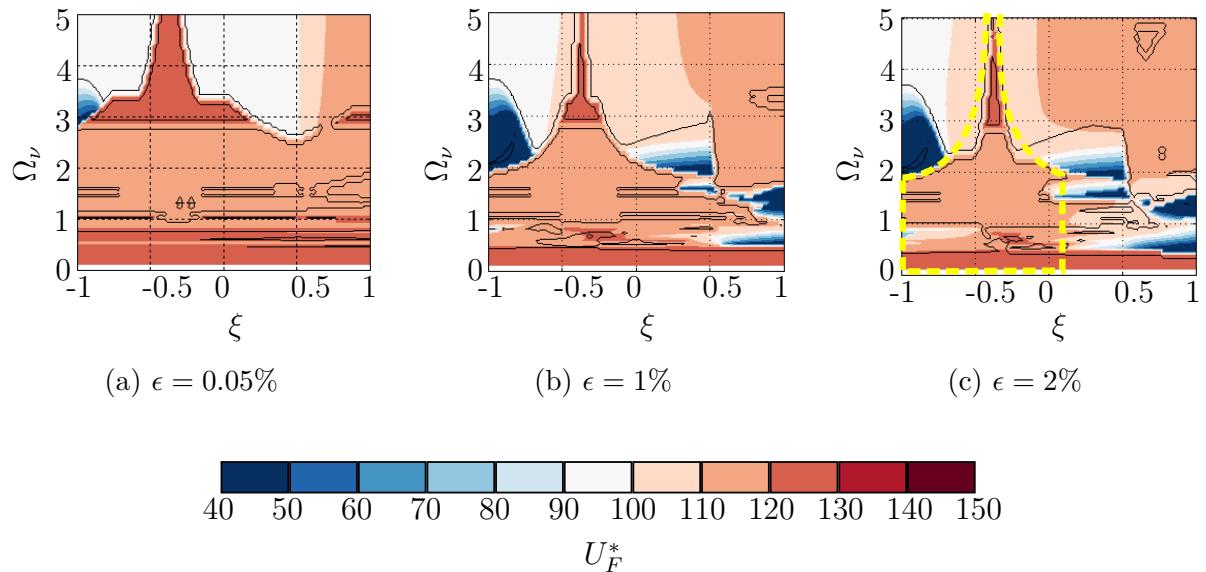


Figure 5.80 Topologies pour différents rapport de masse  $\epsilon$  à  $\zeta_\nu = 1\%$

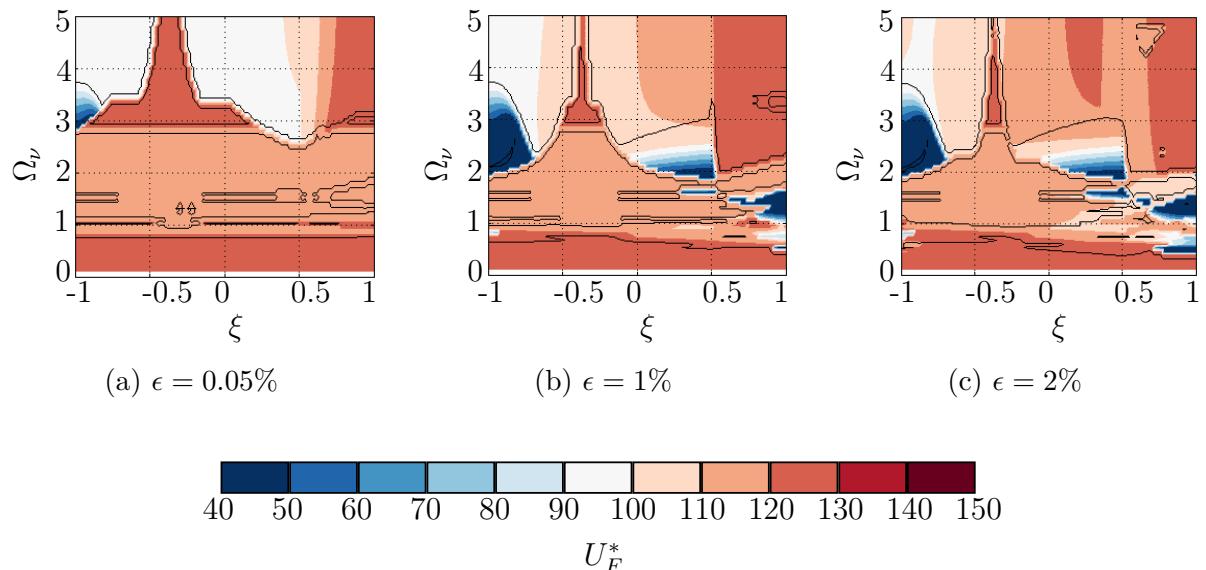


Figure 5.81 Topologies pour différents rapport de masse  $\epsilon$  à  $\zeta_\nu = 10\%$

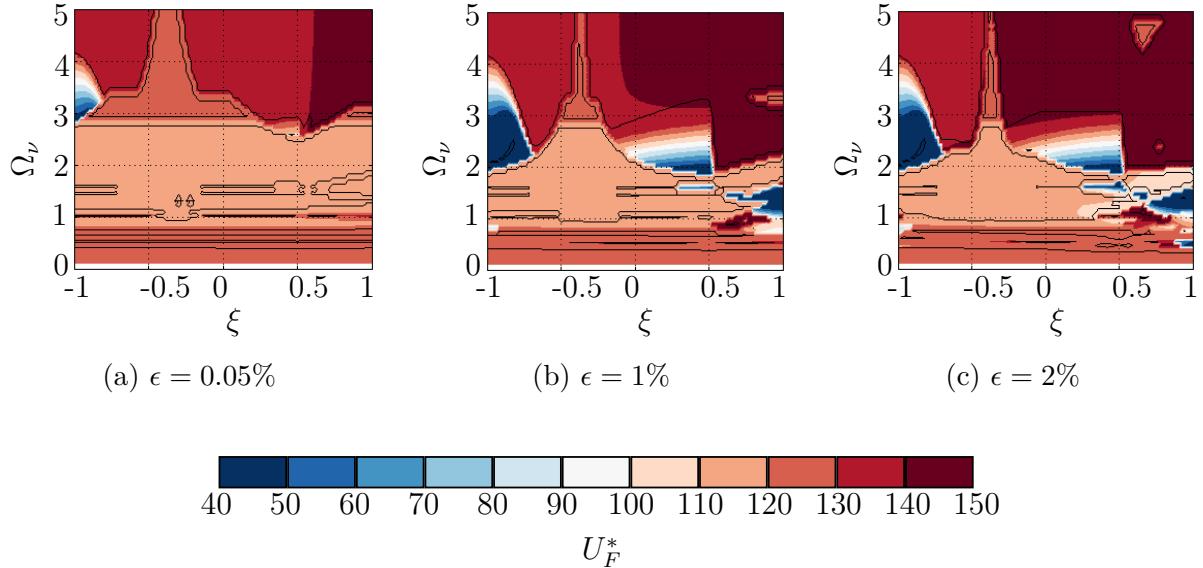


Figure 5.82 Topologies pour différents rapport de masse  $\epsilon$  à  $\zeta_\nu = 50\%$

## 5.21 Variation des paramètres de l'*AMA* en rotation

Dans cette section, nous allons nous concentrer sur l'*AMA* en rotation. Le cas particulier de l'oscillateur équilibré (section 5.21.1) est présenté en premier lieu. Deuxièmement, le cas déséquilibré (section 5.21.2) est analysé.

### 5.21.1 Variation des paramètres de l'*AMA* en rotation

L'*AMA* en rotation équilibré ne présente aucun des termes de couplages dans les matrices Masse, Raideur et Amortissement (équation 5.55). Le déplacement de cet *AMA* est donc indépendant des degrés de liberté de l'aile. En somme, il n'a pour effet que d'être une masse ponctuelle placée à une distance  $\xi$  du centre élastique. Il modifie ainsi les termes inertIELS propre au système  $\{\alpha, \beta, h\}$ . L'indicateur de flottement ne dépend uniquement alors de la masse ajoutée  $\epsilon$  et de sa position  $\xi$ .

La figure 5.83 présente l'évolution de l'indicateur de flottement en fonction de ces paramètres. On observe que la position optimale est en bord d'attaque ( $\xi = -1$ ). Dans cette configuration, la longueur de l'*AMA* n'affecte donc pas la vitesse de flottement (Figure 5.83a). Pour un *AMA* positionné au 1/4 de corde (Figure 5.83b), la vitesse de flottement augmente avec la masse. Ce résultat est en accord avec l'étude paramétrique réalisée dans la section précédente (Figure 4.70). Il a été observé que la vitesse de flottement augmente lorsque le rayon de giration  $r_\alpha$  augmente (figure 4.70a) et que la position du centre de gravité  $x_\alpha$  diminue

(figure 4.70c). Si le paramètre  $x_\alpha$  était suffisamment négatif, la position optimale aurait été au-delà du centre élastique (Figure 4.70c). Pour un *AMA* positionné au bord de fuite ( $\xi = 1$ ), on observe une chute de l'indicateur de flottement pour une masse ajoutée supérieure à 2% (*puits* en bleu; figure 5.83b). Ce *puits* correspond à la chute de flottement observée dans la section précédente (Figures 4.70c et 4.71).

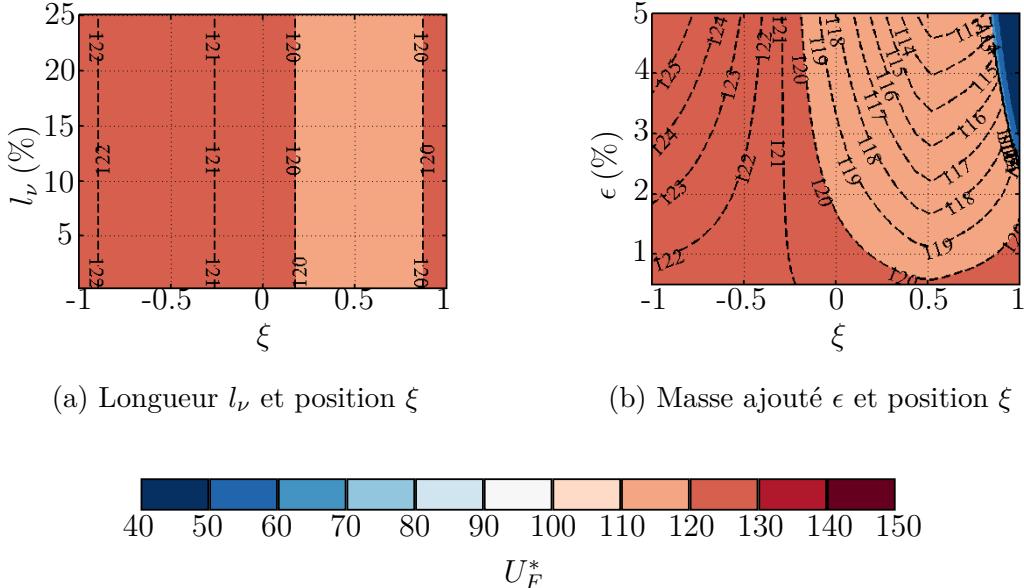


Figure 5.83 Cartographie de l'indicateur du flottement dans la configuration d'un *AMA* en rotation équilibré pour différentes positions, masses et longueurs

### 5.21.2 *AMA* déséquilibré

Les figures 5.84 à 5.86 présentent les topologies de l'indicateur de flottement pour différents paramètres  $\Omega_\nu$ ,  $\xi$  et  $l_\nu$ . La masse ajoutée est fixée  $\epsilon = 1\%$  (choisie arbitrairement) et différents taux d'amortissement fixés  $\zeta_\nu$ .

À  $\zeta_\nu = 0$  (Figure 5.84), une topologie assez similaire au cas d'un *AMA* en translation est observée (Figure 5.79). Lorsque le centre de gravité est placé vers le bord d'attaque ( $l_\nu < 0$ ), on remarque deux puits très marqués. Le premier se trouve dans la zone  $\xi \in [-1; -0.5]$ ,  $\Omega_\nu \in [1.8; 3.5]$  tandis que le second dessine une ligne verticale au alentours de  $\xi = 0.5$ . Ces *puits* sont également présents pour des taux d'amortissement non nuls (Figures 5.85 et 5.86). Lorsque le centre de gravité est dirigé vers le bord de fuite ( $l_\nu > 0$ ), la taille du premier *puits* diminue tandis que le second *puits* est inexistant. Un troisième est observé pour des pulsations  $\Omega_\nu < 2$  (figures 5.84d-5.84f). Plus le bras de levier  $l_\nu$  est grand (dans la direction du bord de fuite), plus la surface des *zones efficaces* est grande (au dépend des *zones neutres*; Figure 5.84a vs.

5.84f). Augmenter le bras de levier présente donc un effet très similaire à l'augmentation de la masse par analogie avec l'*AMA* en translation.

Pour  $\zeta_\nu > 0$ , le même triangle robuste est observé. Il recouvre ce troisième *puits* (Figure 5.85d-5.86e, par exemple). Ce triangle se déplace vers le bord d'attaque lorsque le bras de levier  $l_\nu$  augmente. Ainsi, on observe une zone très robuste pour  $\xi < -0.5$  et  $l_\nu = 40\%$  (Figures 5.85f et 5.86f). De plus, la position  $\xi = -1$  présente l'avantage de positionner la masse de l'*AMA* là où l'épaisseur du profil est maximale, offrant une facilité d'intégration.

L'ordre de grandeur de l'efficacité de l'*AMA* en rotation est identique à celui de l'*AMA* en translation (à  $\zeta_\nu$  identique). L'*AMA* de rotation présente l'avantage de pouvoir élargir l'aire des *zones efficaces* sans augmenter la masse ajoutée, contrairement à l'*AMA* de translation. Au regard des topologies observées à masse ajoutée fixée de l'*AMA* en translation (Figures 5.79a et 5.80a), le gain en robustesse de l'*AMA* en rotation est flagrant.

La dissymétrie par rapport au paramètre  $l_\nu$  est mise en évidence par la soustraction de la cartographie 5.85a (respectivement 5.85b et 5.85c) avec la cartographie 5.85f (respectivement 5.85e et 5.85d) présentées Figure 5.88.

## 5.22 Conclusion

Trois types d'amortisseurs passifs linéaires à faible masse ajoutée ont été étudiés numériquement :

1. Masse localisée
2. *AMA* en translation
3. *AMA* en rotation

La formulation des équations différentielles sous forme matricielle a permis l'implémentation et l'automatisation des calculs de flottement dans chacune des configurations. Par la linéarité du système différentiel, le calcul de la vitesse de flottement est réalisé à l'aide de l'analyse des valeurs propres.

L'ajout d'une masse localisée (*AMA* en rotation équilibré), permet d'augmenter les rayons de giration et de modifier les termes de couplages (augmenter ou diminuer, selon la position par rapport aux centres de rotation). Cette configuration singulière revient à réviser le design de l'aile (gestion des masses). Dans la présente configuration, l'ajout de 1% de masse en bord d'attaque permet d'augmenter la vitesse critique de 2%.

L'*AMA* en translation présente de très bonne capacité à repousser le flottement (gain supérieur à 20% pour une masse ajoutée de l'ordre du pourcent). La robustesse augmente avec la

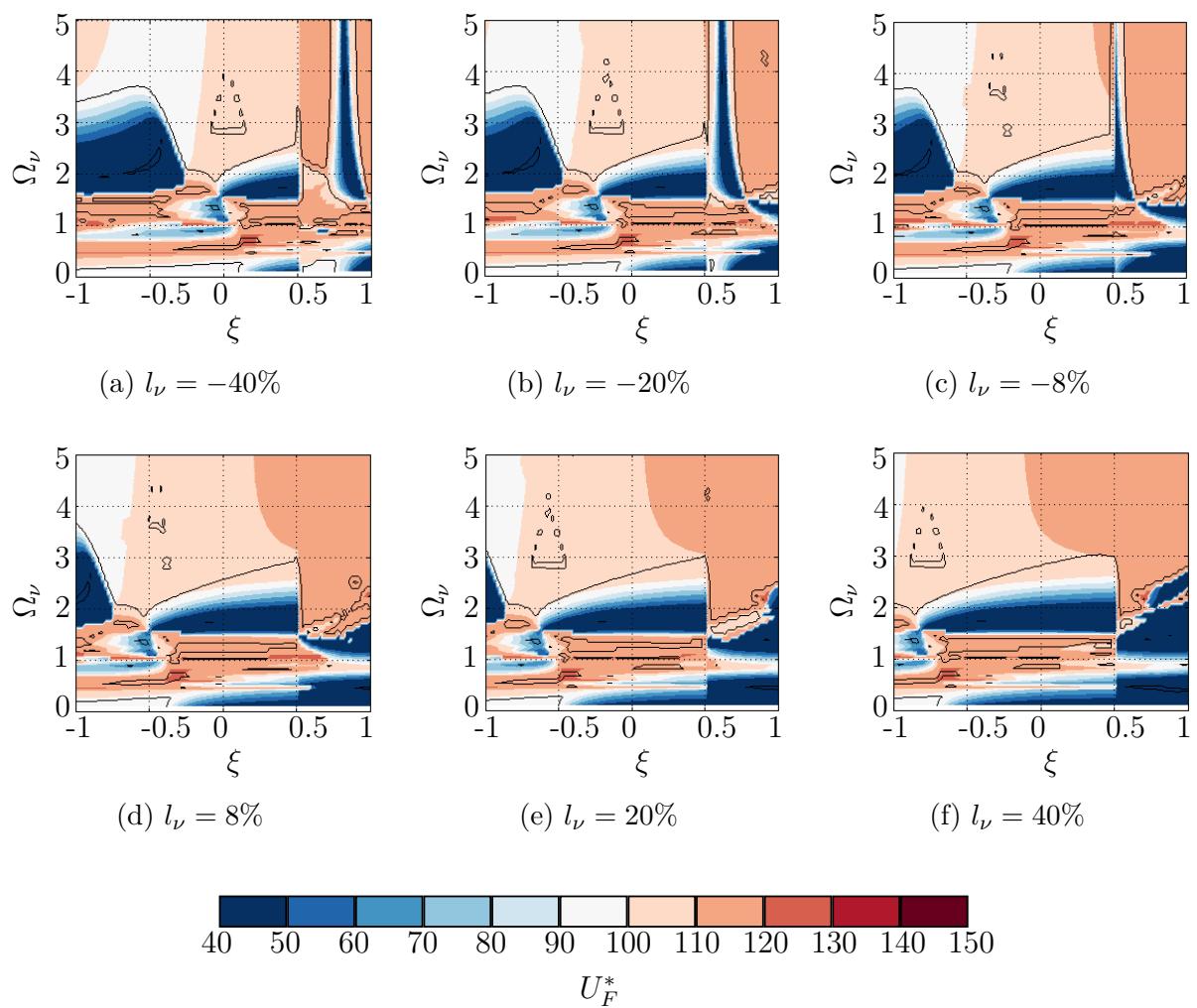


Figure 5.84 Topologies pour différents  $l_\nu$  à  $\zeta_\nu = 0\%$

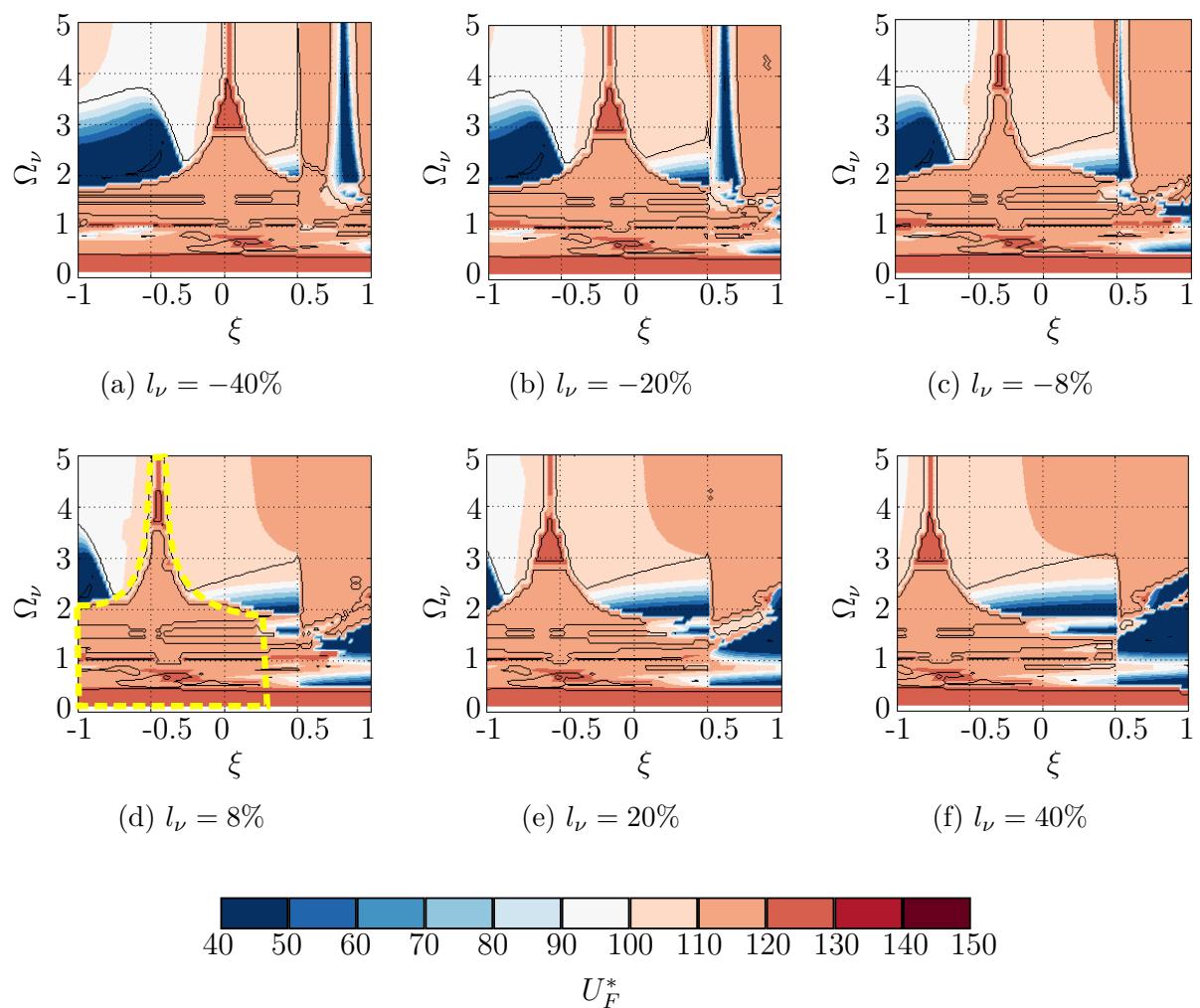


Figure 5.85 Topologies pour différents  $l_\nu$  à  $\zeta_\nu = 1\%$

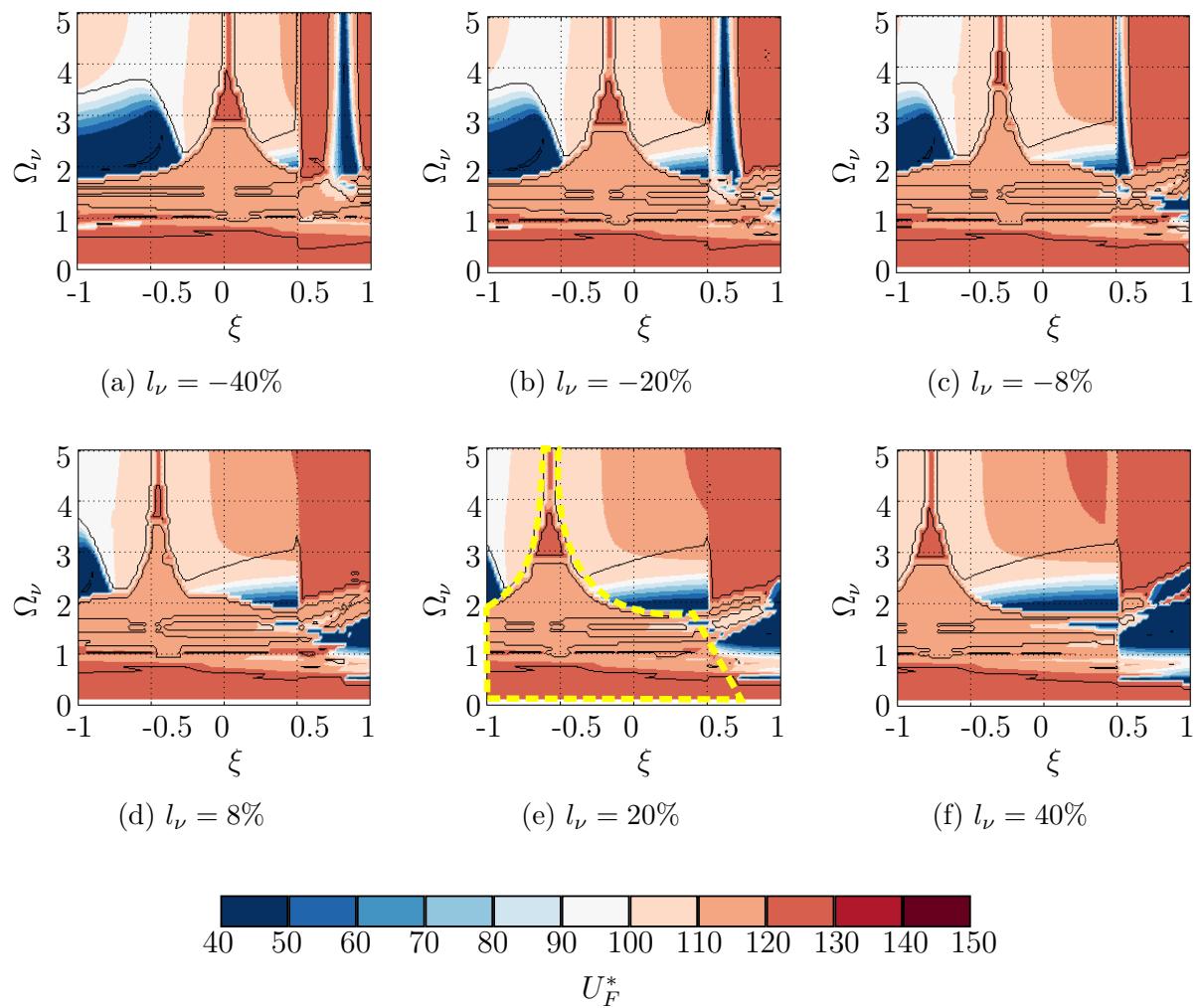


Figure 5.86 Topologies pour différents  $l_\nu$  à  $\zeta_\nu = 10\%$

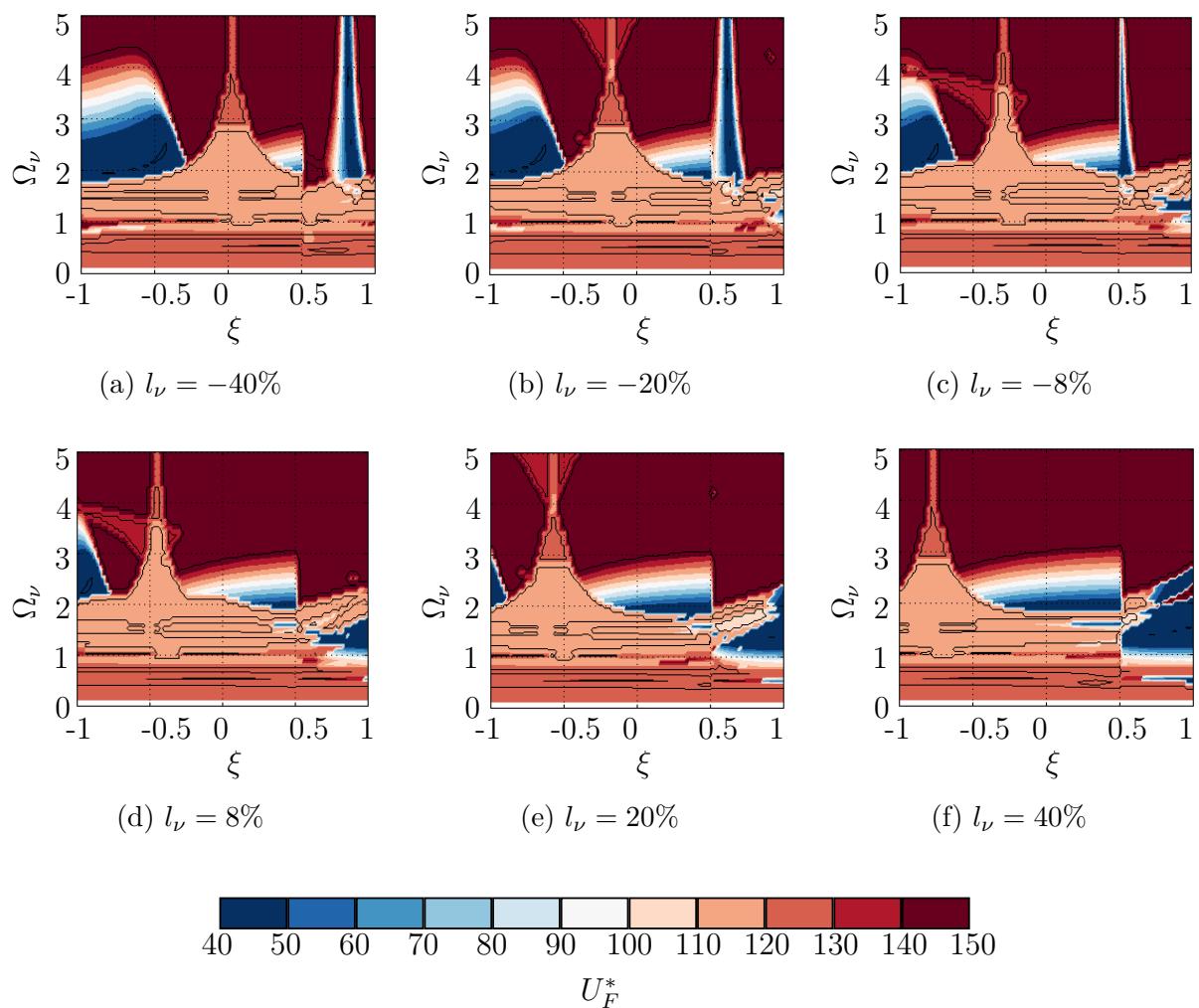


Figure 5.87 Topologies pour différents  $l_\nu$  à  $\zeta_\nu = 50\%$

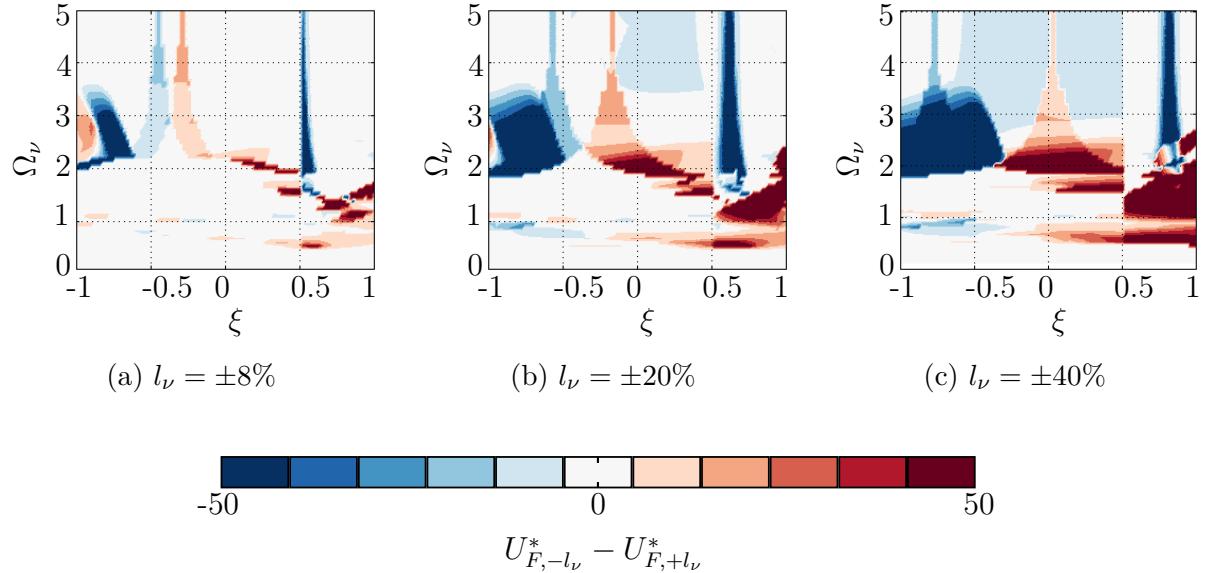


Figure 5.88 Écart de symétrie selon  $l_\nu$  pour  $\zeta_\nu = 1\%$

masse ajoutée. Un compromis masse/robustesse doit être alors réalisé.

L'*AMA* en rotation présente les mêmes avantages que l'*AMA* en translation. Pour une masse ajoutée donnée, la robustesse de l'*AMA* augmente avec la longueur du pendule. Aucun compromis de masse n'est alors nécessaire. Cette solution semble plus simple à réaliser.

Pour ces deux configurations, la vitesse de flottement maximale augmente drastiquement avec l'amortissement modal. Des cartographies permettent de choisir les positions idéales de l'*AMA* pour des paramètres intrinsèque donnés.

L'étude a été également réalisée pour des taux d'amortissement supérieurs aux ordres de grandeur usuels. Avec un taux d'amortissement de 50%, le gain en vitesse critique peut dépasser les 50% pour une faible masse ajoutée. Ces performances sont du même ordre de grandeur que celles calculées par [39], mais avec un apport en masse 20 fois plus faible. Ce taux d'amortissement est difficilement réalisable. Une solution technique permettant de découpler les taux d'amortissement a été proposée.

## CONTRÔLE PASSIF NON LINÉAIRE D'UN PROFIL AÉROÉLASTIQUE : EXPÉRIMENTATION

### Résumé

L'objectif de ce chapitre est de mettre en évidence les différents comportements non-linéaires observables dans une configuration *NES*-volet.

Premièrement, un mécanisme passif hautement modulable permet de générer une force non linéaire. La formulation de cette fonction non linéaire est calculée analytiquement. Une Non-linéarité pure est obtenue si la précontrainte du ressort est nulle. Le coefficient cubique est modifiable à l'aide d'un système de bras de levier. Si la précontrainte est en traction (respectivement compression), le terme linéaire est positif (respectivement négatif). La formulation est en accord avec les essais de torsion réalisés directement sur le banc d'essai.

Deuxièmement, des essais en soufflerie sont réalisés. Cinq Cycles Limites d'Oscillation (*LCOs*) et un cas de battement non linéaire sont observés et analysés. Un gain en vitesse de flottement de 9% par rapport à la configuration linéaire est mesuré. Cependant, les vibration auto-entretenues sont obtenues en amont (*Hard flutter*).

### 6.23 Introduction

Dans le chapitre 2.9, nous avons montré que les Amortisseurs à Masse Accordé (*AMA*) sont très efficaces pour repousser le flottement. Plus récemment, les dynamiciens se sont concentrés sur l'utilisation d'oscillateurs secondaires non linéaires pour contrôler passivement le comportement dynamique des structures (voir chapitre ).

L'idée de cette partie ?? est de considérer un tronçon des Surfaces de contrôle comme un *NES* et ainsi, valoriser une masse existante afin de contrôler le flottement (figure 6.89). Le *NES*-volet présente un haut couplage aéroélastique, générant notamment une raideur linéaire (chapitre 1.5). L'amortisseur est donc plus proche d'un *NLTVA* à couplage fluide-structure (*FSI-VA*).

L'objectif de ce chapitre est de mettre en évidence, de manière expérimentale, les différents comportements non linéaires observables dans la présente configuration. Tout d'abord, le banc d'essai non linéaire est présenté (section 6.24). Les équations de raideur non linéaire sont dérivées et vérifiées expérimentalement. Ensuite, les résultats expérimentaux sont analysés (section 6.25). Un bilan sous forme de diagramme de bifurcations est finalement dressé.

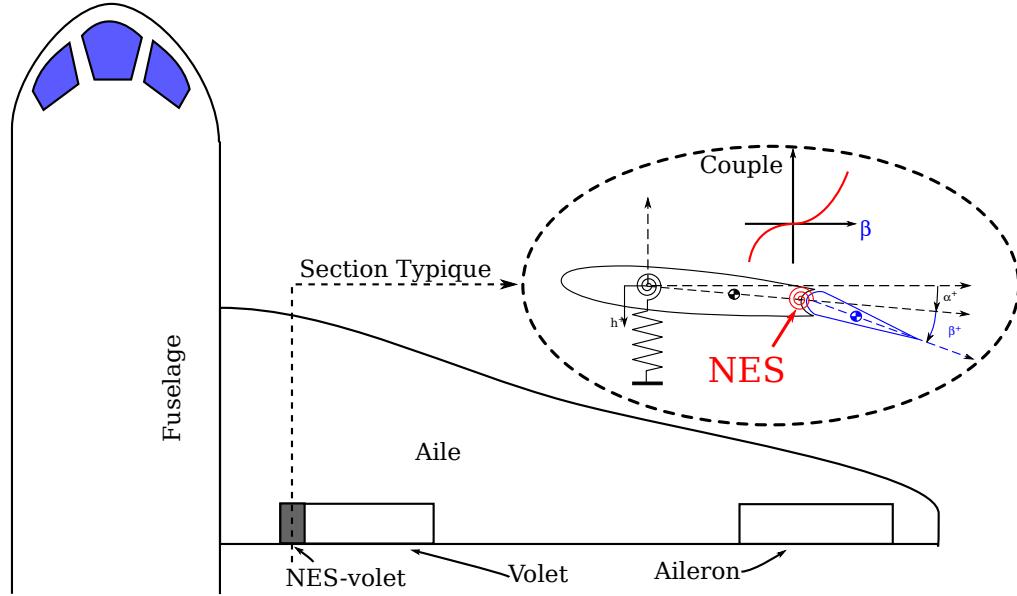


Figure 6.89 Configuration 3D

## 6.24 Mécanisme non linéaire

Cette section présente le mécanisme non linéaire. Premièrement, un développement analytique permet de formuler une relation entre le couple de rappel et l'angle de rotation du volet. Le développement limité en série de Taylor permet d'isoler les composantes linéaires et non linéaires de la raideur à l'ordre 4. Deuxièmement, les ressorts utilisés sont identifiés. Troisièmement, le mécanisme non linéaire est identifié directement sur le banc d'essai. Les mesures expérimentales sont comparées avec les modèles analytiques.

### 6.24.1 Développement analytique de la raideur non linéaire

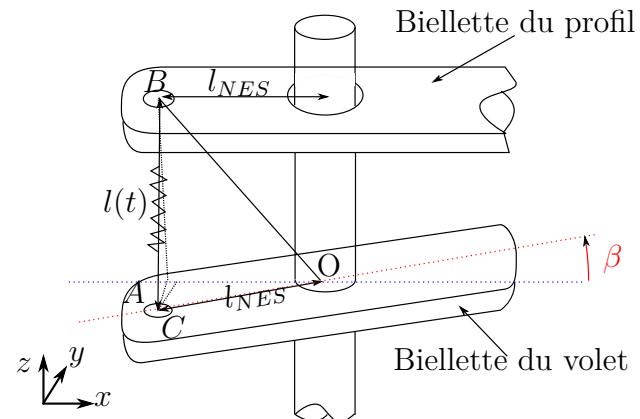
Des ressorts de traction/compression linéaires, situés entre le profil et le volet, sont utilisés avec des grands angles (Figure 6.90) et conduisent à la Non-linéarité structurelle.

Le ressort peut être positionné selon l'un des taraudages répartis le long des bielles. Le bras de levier du ressort suit la relation (équation 6.59) :

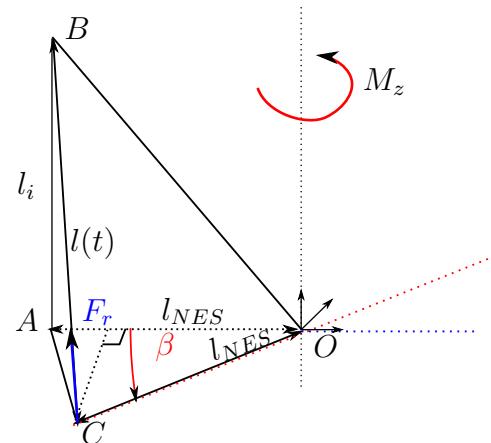
$$l_{nes} = (30 + 5id)/1000 \quad (6.59)$$

où  $id \in [0; 5]$  représente la position du ressort linéaire.

La longueur du ressort déformé est calculée avec la fermeture géométrique (équation 6.60). La force de rappel (équation 6.61) est calculée à l'aide de la loi de comportement des ressorts



(a) Mécanisme



(b) Gémoétrie

Figure 6.90 Non-linéarité du volet

linéaires, tout en prenant en compte de la direction  $\mathbf{t}$  de ce dernier. Le couple au centre de pivot dans la direction axiale est calculé à partir de la loi de transport des moments (équation 6.62) et donne la formulation non linéaire de la force de rappel en fonction de la déflexion du volet (équation 6.63). Le développement limité en série de Taylor en  $\beta = 0^\circ$  à l'ordre 4 de l'équation 6.63 donne l'expression des raideurs linéaires ( $k_\beta$ ) et non linéaires ( $k_{\beta 3}$ ) (équation 6.64). Dans le cas particulier où il n'y a pas de précontrainte ( $l_i = l_0$ ), la composante linéaire de la raideur est nulle. Le coefficient (purement) cubique est donné dans l'équation 6.65.

**Remarque sur la raideur :** Il est important de noter que ce mécanisme permet de moduler facilement le comportement non linéaire de la liaison entre le profil et le volet. Une précontrainte en traction du ressort fournit une partie linéaire positive. Une précontrainte en compression fournit, quant à elle, une partie linéaire négative. Également, le coefficient cubique est fonction de la puissance 4 du bras de levier ( $l_{nes}$ ).

$$l(\beta) = l_{nes} \sqrt{(\cos(\beta) - 1)^2 + \sin(\beta)^2 + \left(\frac{l_i}{l_{nes}}\right)^2} \quad (6.60)$$

$$\mathbf{F}_r(\beta) = k_u(l(\beta) - l_0)\mathbf{t} \quad (6.61a)$$

$$\mathbf{t} = \frac{1}{l(\beta)} \begin{Bmatrix} l_{nes}(\cos(\beta) - 1) \\ \sin(\beta)l_{nes} \\ l_i \end{Bmatrix} \quad (6.61b)$$

$$M_{\beta,Oz}(\beta) = \det(\mathbf{OB}, \mathbf{F}_r, \mathbf{z}) \quad (6.62a)$$

$$\mathbf{OB} = \begin{Bmatrix} -l_{nes} \\ 0 \\ l_i \end{Bmatrix} \quad (6.62b)$$

$$M_{\beta,Oz}(\beta) = -\sin(\beta)k_u l_{nes}^2 \Delta \quad (6.63a)$$

$$\Delta = 1 - \frac{l_0}{l_{nes} \sqrt{2(1 - \cos(\beta)) + \left(\frac{l_i}{l_{nes}}\right)^2}} \quad (6.63b)$$

$$\tilde{M}_{\beta,Oz}(\beta) = -k_\beta \beta - k_{\beta 3} \beta^3 + o(\beta^4) \quad (6.64)$$

avec

$$k_\beta = k_u \left(1 - \frac{l_0}{l_i}\right) l_{nes}$$

$$k_{\beta 3} = \frac{1}{6} k_u l_{nes}^2 \left(\frac{l_0}{l_i} - 1 + 3 \frac{l_0 l_{nes}^2}{l_i^3}\right)$$

et

- $l_0$  est la longueur naturelle du ressort
- $l_i$  est la longueur du ressort une fois monté (précontrainte)
- $k_u$  est la raideur linéaire du ressort

$$k_{\beta 3} = \frac{1}{2} k_u l_{nes}^2 \left(\frac{l_{nes}}{l_i}\right)^2 \quad (6.65)$$

### 6.24.2 Identification de la raideur du ressort

La raideur du ressort est identifiée avec une série de masses calibrées. Cinq mesures sont réalisées. De même, la raideur de deux autres ressorts a été identifiée afin de vérifier expérimentalement, par la suite, la formulation mathématique de la non-linéarité géométrique pour différentes raideurs. La figure 6.91 présente les mesures expérimentales, la courbe de tendance calculée ( $y(x) = k(x - l_0)$ ) et sa marge d'incertitude. On observe bien le comportement linéaire des ressorts. Les données de l'identification sont exposées dans le tableau 6.17. On constate une incertitude inférieure à 5% hormis pour la raideur du ressort 751-736.

Tableau 6.16 Identification des ressorts pour le mécanisme non linéaire

Ressort	$k$ (N/m)	Incertitude (%)	$l_0$ (cm)	Incertitude (%)
821-510	102.9	3	3.65	2
751-736	1049	11	2.71	4
D6d0p7n13p25	1319	4	1.35	1

### 6.24.3 Identification du mécanisme non linéaire

L'identification du mécanisme non linéaire est réalisée avec le système poulie masse présenté dans la section 3.11.1 (Figure 3.52b). Dix mesures sont réalisées pour chaque masse. Les trois ressorts sont testés en position  $id = 5$  soit  $l_{nes} = 55$  mm. Une courbe d'équation

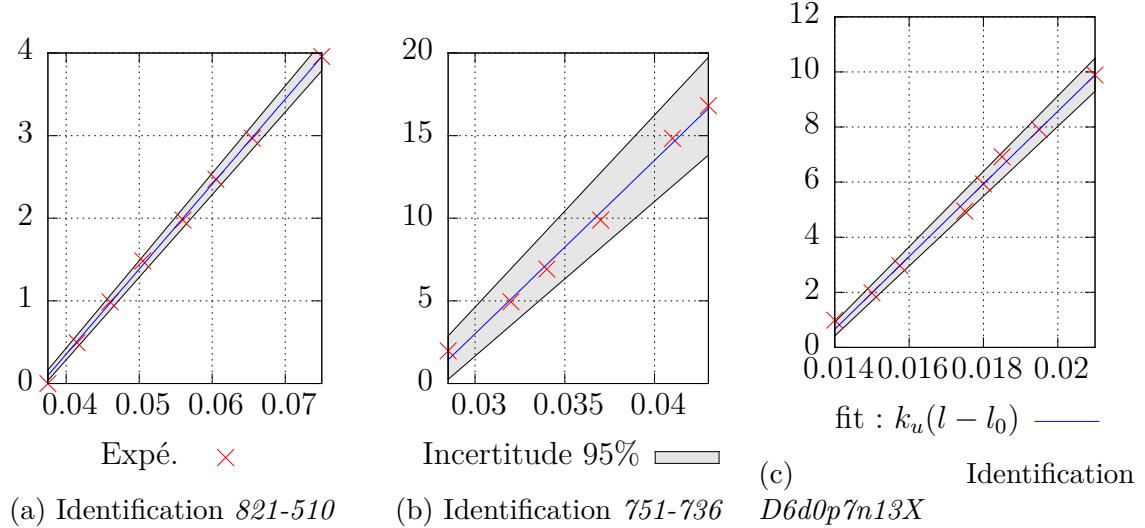


Figure 6.91 Identification des ressorts de traction

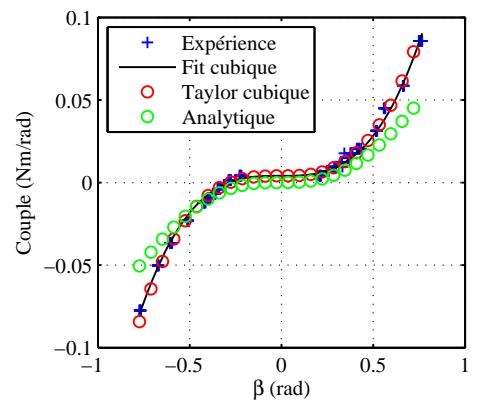
$y(x) = k_{\beta 3}(\beta - a)^3 + b$  est ajustée. La figure 6.92 présente les quatres relations couple/angle (ajustée, analytique (équation 6.63), développée en série de Taylor (équation 6.65) et mesurée). On observe une bonne correspondance entre les données expérimentales et les courbes analytiques. Les paramètres non linéaires identifiés par l'ajustement de la courbe sont listés dans le tableau 6.17 avec leurs incertitudes. Les coefficients cubiques, calculés à l'aide de l'équation 6.65, sont également exposés. L'écart relatif entre le coefficient cubique ajusté et calculé est présenté en dernière colonne. On observe une très bonne correspondance entre ces coefficients.

Tableau 6.17 Identification du mécanisme non linéaire

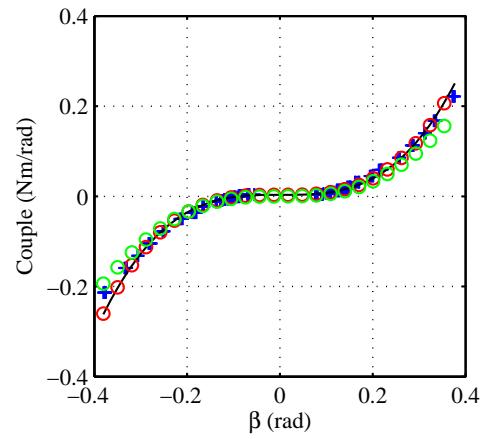
Ressort	$k_{\beta 3}$ ( $Nm/rad^3$ ) Fit.	Incertitude (%)	$k_{\beta 3}$ ( $Nm/rad^3$ ) Tay.	Écart (%)
821-510	0.1868	1	0.1961	-5
751-736	4.717	0.6	4.6870	0.6
$D6d0p7n13p25$	8.023	1	9.6557	-20

## 6.25 Résultats expérimentaux

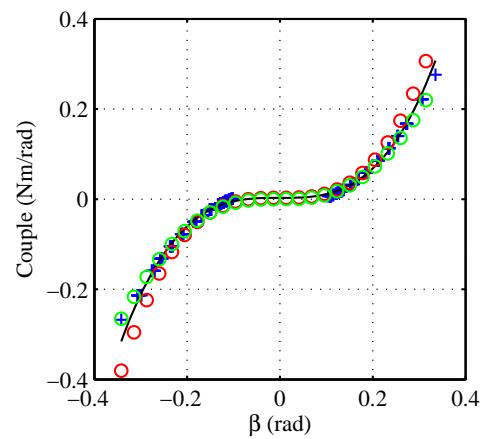
Cette section présente les mesures expérimentales en soufflerie dans la configuration non linéaire avec le ressort 821-510. Cette configuration a été choisie car elle a présenté le plus distinctement différents comportements non linéaires. Premièrement, la méthodologie est décrite (section 6.25.1). Deuxièmement, l'analyse globale des comportements non linéaires est



(a) Identification 821-510



(b) Identification 751-736



(c) Identification D6d0p7n13X

Figure 6.92 Identification du mécanisme non linéaire

réalisée (section 6.25.2). Troisièmement, chaque comportement non linéaire est détaillé (section 6.25.2).

### 6.25.1 Méthodologie expérimentale

Divers *LCOs* sont observés. Afin d'optimiser le temps de mesures expérimentales, la méthodologie suivante est appliquée :

1. Trouver la vitesse du premier *LCO*.
2. Appliquer une consigne de rampe triangulaire de vitesse du vent (en montée et en descente) composée de plusieurs marches (Figure 6.93). Chaque échelon dure 70 s et l'incrément de vitesse est faible par rapport à la vitesse de flottement.
3. Découper l'acquisition échelon par échelon et analyser chaque signal (*FFT*, plan de phase, amplitude *RMS*, Transformée de Hilbert ...)

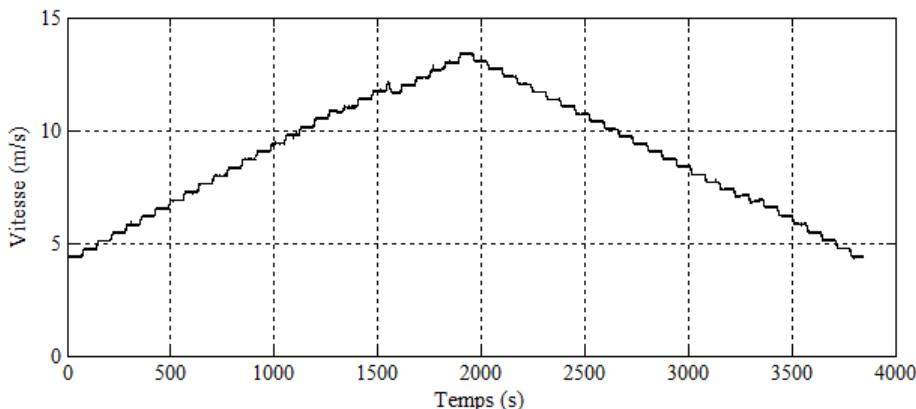


Figure 6.93 Exemple de consigne de vitesse appliquée par la soufflerie

La figure 6.94 présente un exemple de diagramme logistique<sup>30</sup> des pics d'amplitude en fonction de la vitesse du vent. En bleu (respectivement en rouge) sont tracées les mesures pour les vitesses croissantes (respectivement décroissantes). Différentes amplitudes de *LCO* sont observées. Les changements soudain de pics d'amplitude sont la signature d'une multitude de bifurcations et d'un comportement non linéaire complexe. L'amplitude des *LCOs* n'est pas identique en montée et en descente. Cela montre une dépendance aux conditions initiales similaire au pendule de Duffing détaillé largement dans la littérature [62]. Pour de grandes vitesses ( $\sim 13\text{m/s}$ ), une multitude de points est observée. C'est le signe d'un comportement non établi. Deux bifurcations de Hopf sont observées à  $4.4\text{m/s}$  (vitesse croissante) et à  $9.1\text{m/s}$  (vitesse décroissante).

---

30. Traduit de l'anglais *Logistic map*

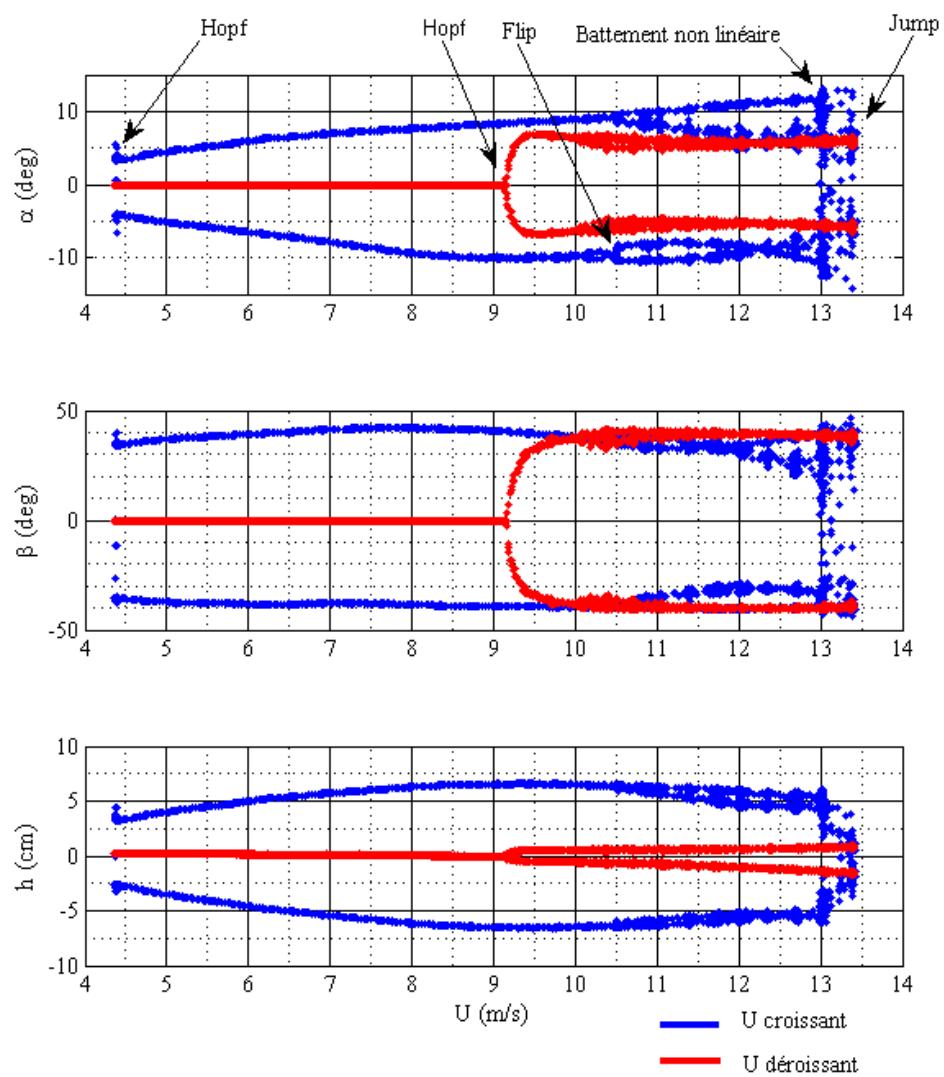


Figure 6.94 Exemple de diagramme logistique

### 6.25.2 Résultats expérimentaux

Après une analyse de chaque acquisition, six comportements non linéaires sont observés : cinq *LCOs* et un cas de battement non linéaire. Avant de les présenter (6.25.2), les diagrammes de bifurcations en amplitude *RMS*, en fréquence principale et en déphasage sont analysés (section 6.25.2).

#### Analyse globale

Les diagrammes de bifurcations sont présentés figure 6.95. On observe une première bifurcation de Hopf pour le *LCO* de type I à  $4.4 \text{ m/s}$  (première instabilité) et une seconde pour le *LCO* de type III à  $9.1 \text{ m/s}$ . Il apparaît que plusieurs *LCOs* peuvent être stables pour une même vitesse (par exemple type I, II et III à  $10.5 \text{ m/s}$ ). La vitesse maximale atteinte, avant la divergence dynamique, est de  $14.25 \text{ m/s}$  avec le *LCO* de type III. Cela représente un gain de 8.7% par rapport à la vitesse de flottement mesurée dans la configuration linéaire (chapitre 2.9). En effet, ce type de *LCO* favorise une très faible amplitude en pilonnement (Figure 6.95a). Un découplage tangage/pilonnement apparaît et repousse ainsi la cause du flottement.

La figure 6.95a présente l'évolution des amplitudes *rms* de chaque degré de liberté en fonction de la vitesse du vent. On observe que les modes I et II possède une amplitude en pilonnement supérieure aux amplitudes des modes III, IV et V. A l'inverse, l'amplitude du volet est supérieure pour les *LCOs* de type III, IV et V.

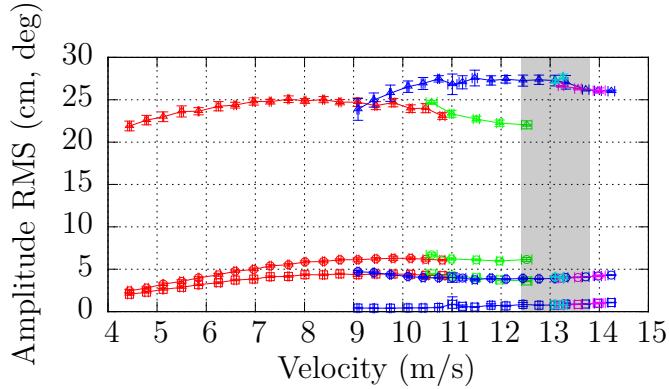
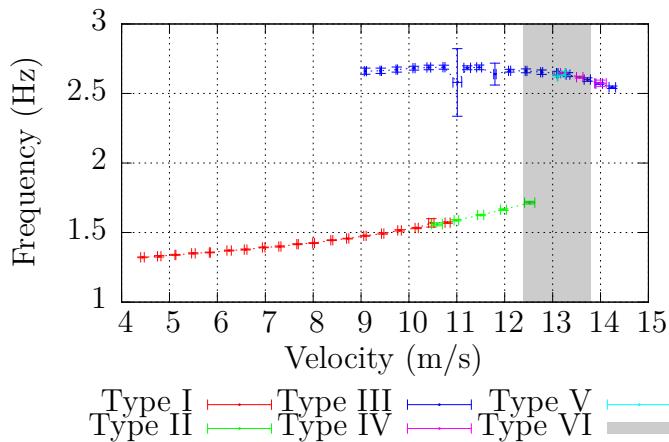
La fréquence principale des *LCOs* de type I et II augmente avec la vitesse du vent (Figure 6.95b). Une discontinuité est observée entre les modes I et III. La fréquence des Cycles Limites d'Oscillation de type III, IV et V diminue légèrement avec la vitesse du vent.

Les degrés de liberté de tangage et de pilonnement sont en phase pour les *LCOs* de type I et II tandis que le volet est quasiment en opposition de phase (40 %, figure 6.95c). Le volet et le pilonnement sont en constante opposition de phase pour les modes de type III, IV et V tandis que l'angle de phase en tangage augmente avec la vitesse du vent.

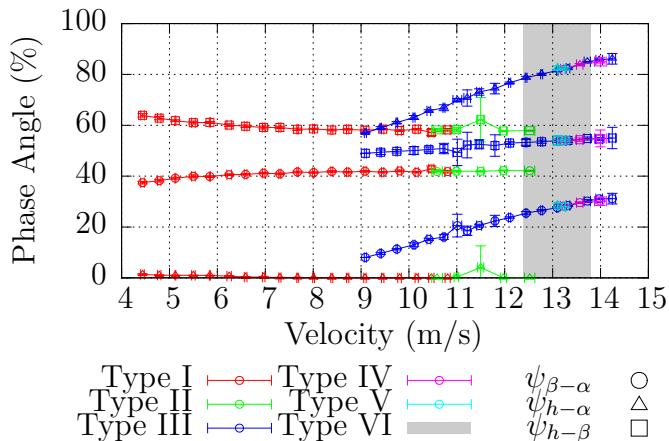
La zone de battement non linéaire est présentée en gris (Figure 6.95) mais ne peut apparaître sur ce type de diagramme car le comportement est transitoire et semble même chaotique.

#### Analyse détaillée

Les six comportements non linéaires sont détaillés ci-dessous. Les figures 6.96 à 6.101 présentent les graphiques nécessaires à la caractérisation de chaque *LCO* et du battement non

(a) Amplitude *rms*

(b) Fréquence



(c) Déphasage

Figure 6.95 Diagrammes de bifurcations

linéaire.

**Type I : LCO à basse fréquence (de 4.4 à 10.8 m/s) :** La figure 6.96f présente le Cycle Limite d'Oscillation dans le plan de phase (position/vitesse). On constate que chaque degré de liberté forme une boucle unique. L'amplitude en fonction de la fréquence, calculée par *FFT* (Figures 6.96a à 6.96c), montre que chaque degré de liberté oscille à la même fréquence fondamentale (entre 1.32 et 1.57 Hz selon la vitesse du vent). Plusieurs harmoniques sont également observées.

La figure 6.96d présente les fluctuations de la vitesse du vent, à une corde du bord de fuite, mesurées à l'aide d'un fil chaud. Ces dernières montrent les mêmes pics de fréquence. La première fréquence harmonique (second pic) présente la plus grande amplitude.

La figure 6.96e illustre le déphasage en fonction de la fréquence autour de la fréquence fondamentale. On observe que les degrés de liberté de tangage et de pilonnement sont en phase tandis que le volet présente une avance de phase de 60%.

**Type II : LCO à double basses fréquences (de 10.6 à 12.5 m/s)** La figure 6.97f présente le Cycle Limite d'Oscillation dans le plan de phase (position/vitesse). On observe que chaque degré de liberté forme une double boucle. La bifurcation entre le mode I et II est notable sur ce type de graphique.

Les fréquences (Figures 6.97a à 6.97c) montrent que chaque degré de liberté possède la même fréquence fondamentale (de 1.55 à 1.71 Hz selon la vitesse du vent). Des pics d'amplitude sont également observés à chaque multiple de la demi-fréquence fondamentale.

Ce plan de phase et ces spectres (Figure 6.97) sont typiques d'une bifurcation de type *Period doubling*<sup>31)</sup>.

La figure 6.97d montre que le sillage possède les mêmes composantes spectrales que les degrés de liberté.

La figure 6.97e présente des déphasages identiques à ceux mesurés lors du LCO de type I.

**Type III : LCO à haute fréquence (de 9.1 à 14.2 m/s)** Un changement drastique de la forme des LCOs est observable : grande amplitude du volet, faible amplitude en tangage et amplitude quasi-nulle en pilonnement (Figure 6.98f).

De plus, une variation du spectre de fréquence est notable (figures 6.98a à 6.98d). Les pics d'amplitude montrent des fréquences fondamentales supérieures aux modes I et II (de 2.54 à

---

31. Également appelée *Flip bifurcation*

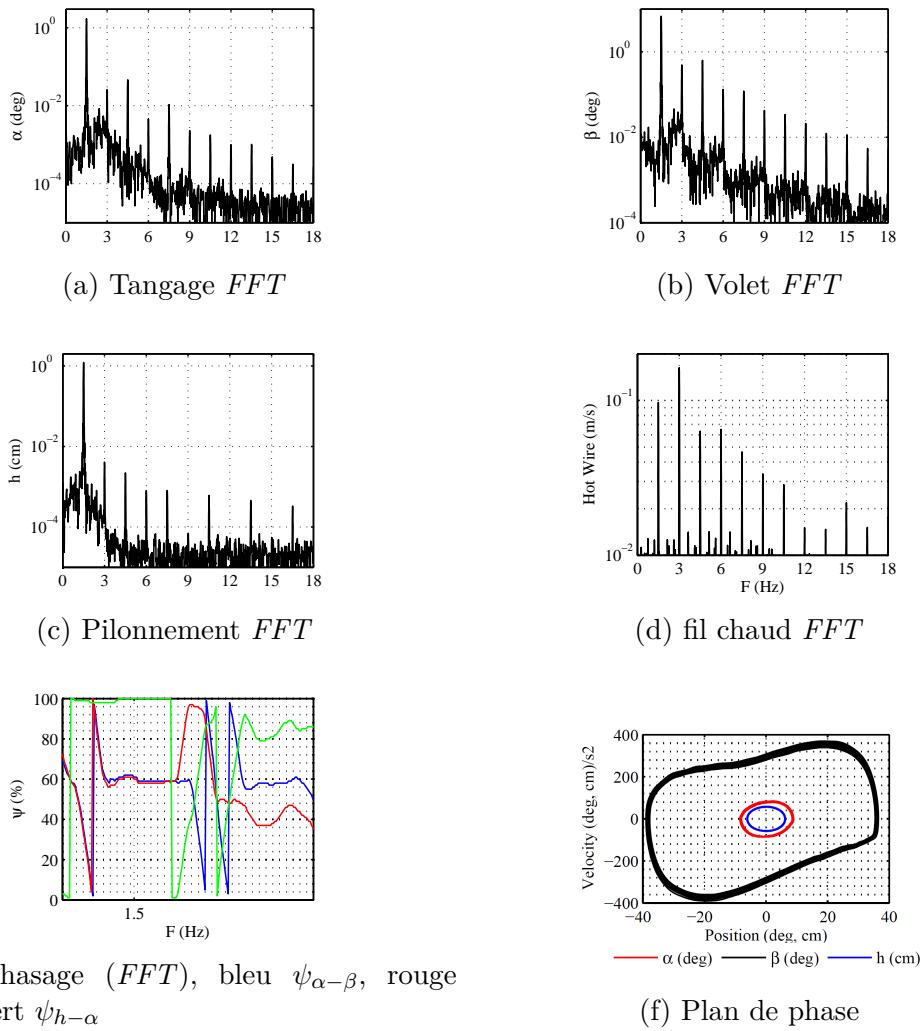


Figure 6.96 Cycle Limite d'Oscillation de type I

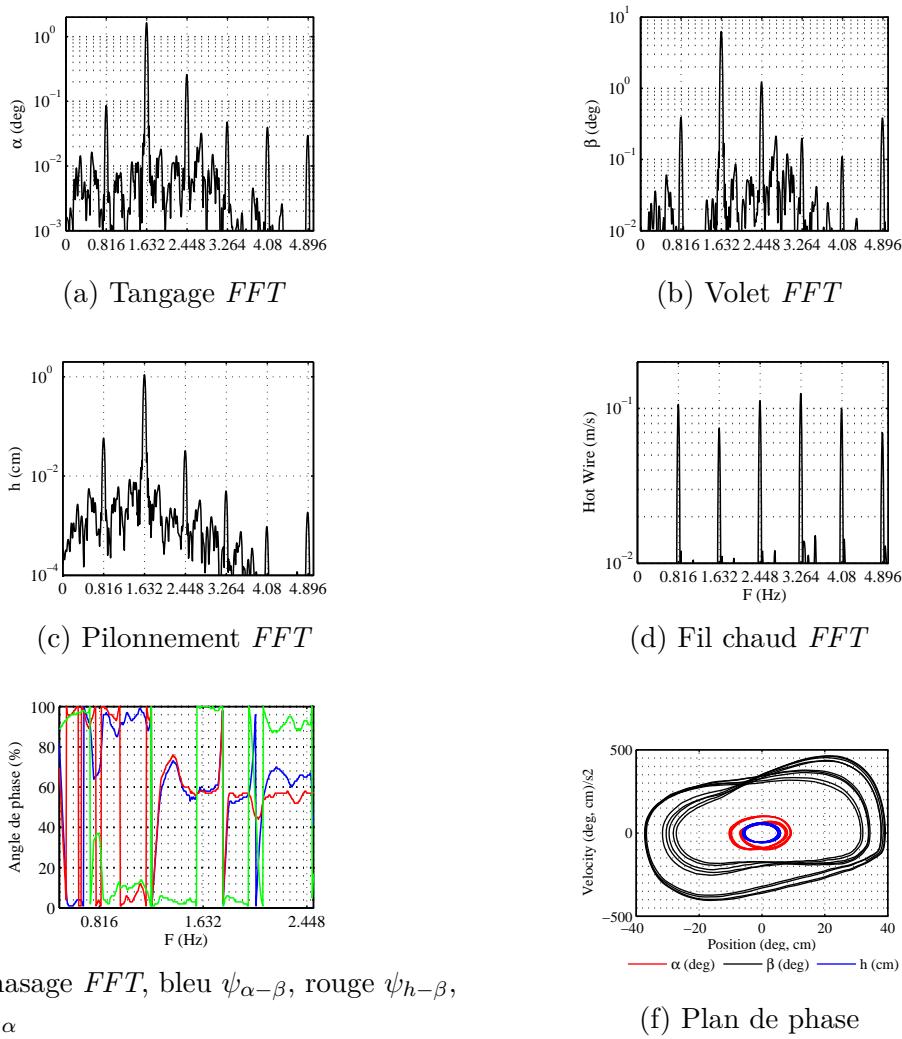


Figure 6.97 Cycle Limite d'Oscillation de type II

2.69 Hz selon la vitesse).

Le déphasage (Figure 6.98e) montre que le pilonnement et le volet sont en opposition de phase.

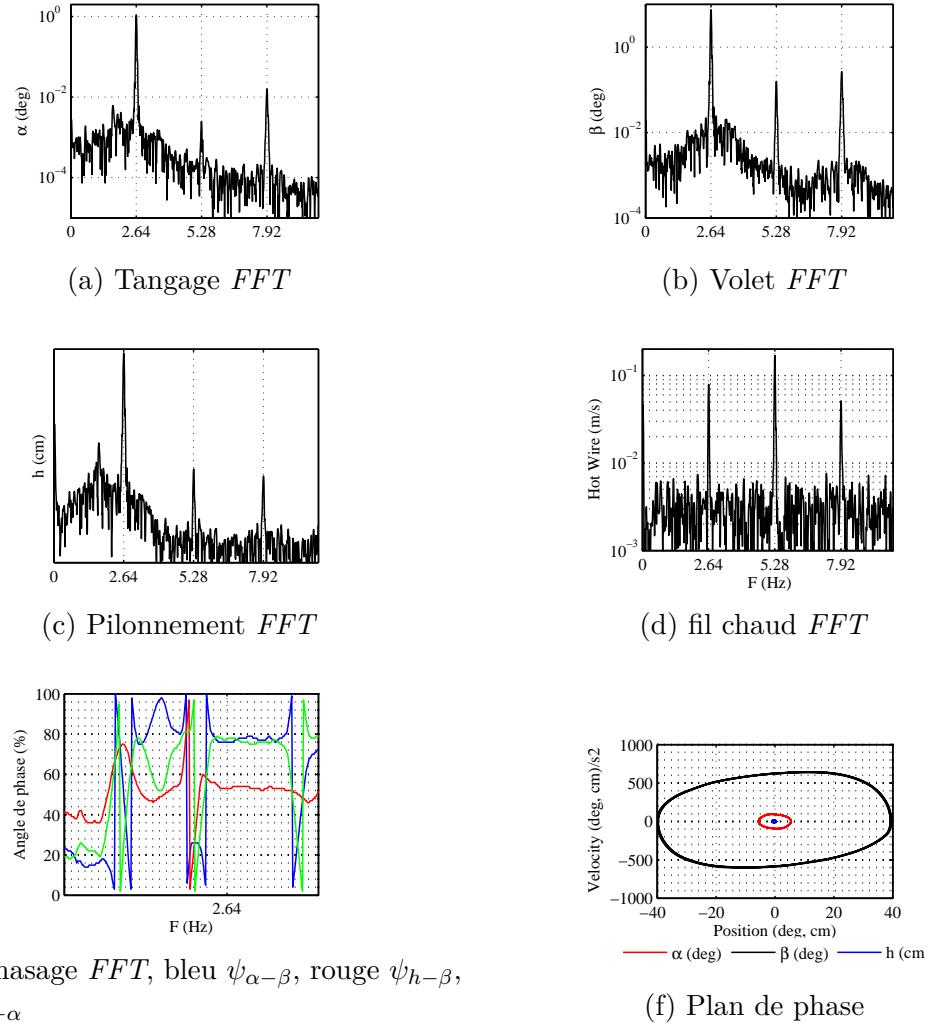


Figure 6.98 Cycle Limite d'Oscillation de type III

**Type IV : LCO à double hautes fréquences (de 13.2 à 14.0 m/s)** La forme du Cycle Limite d'Oscillation dans le plan de phase (Figure 6.99e) est similaire à celle mesurée pour le mode III (Figure 6.98f). Cependant, une double boucle est observée, similairement au LCO de type II (Figure 6.97f).

Les spectres de fréquence (Figures 6.99a à 6.99c) montrent des pics d'amplitude haute fréquence ainsi que les demi-harmoniques. Il y a une bifurcation de type *Period-doubling*.

La figure 6.99d présente des déphasages similaires au *LCO* de type III.

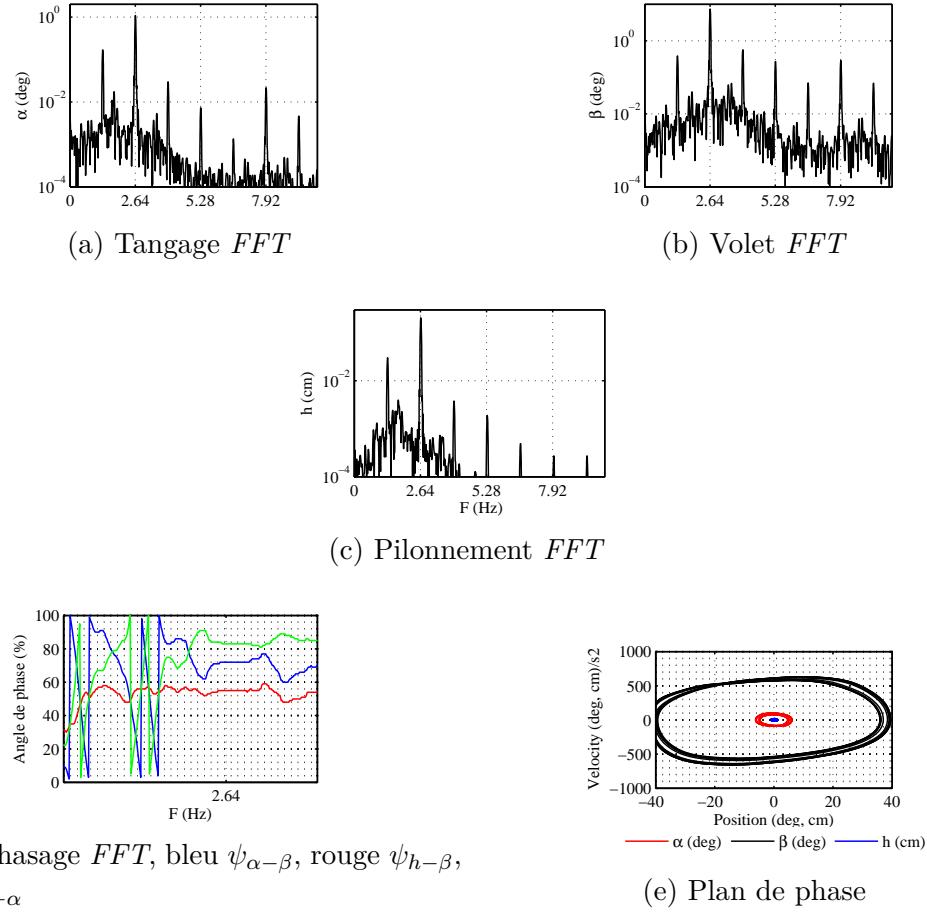


Figure 6.99 Cycle Limite d'Oscillation de type IV

**Type V : *LCO* à triple hautes fréquences (de 13.1 à 13.3 m/s)** Une triple boucle est observée dans le plan de phase (Figure 6.100). La forme est similaire à celle des *LCOs* type III et IV.

Un spectre de fréquence dense est observé (figures 6.100a à 6.100d). Les harmoniques aux quart de fréquence fondamentale sont mesurées.

Une troisième bifurcation de type *Period doubling* est observée.

**Type VI : Battement non linéaire chaotique (de 9.4 à 13.4 m/s)** Un comportement transitoire (non établi) est observé (Figure 6.101a). Une transformée de Fourier à court terme a été utilisée avec une fenêtre glissante de dimension 5 s sur le signal temporel du volet. On observe que chaque degré de liberté oscille entre deux fréquences spécifiques :

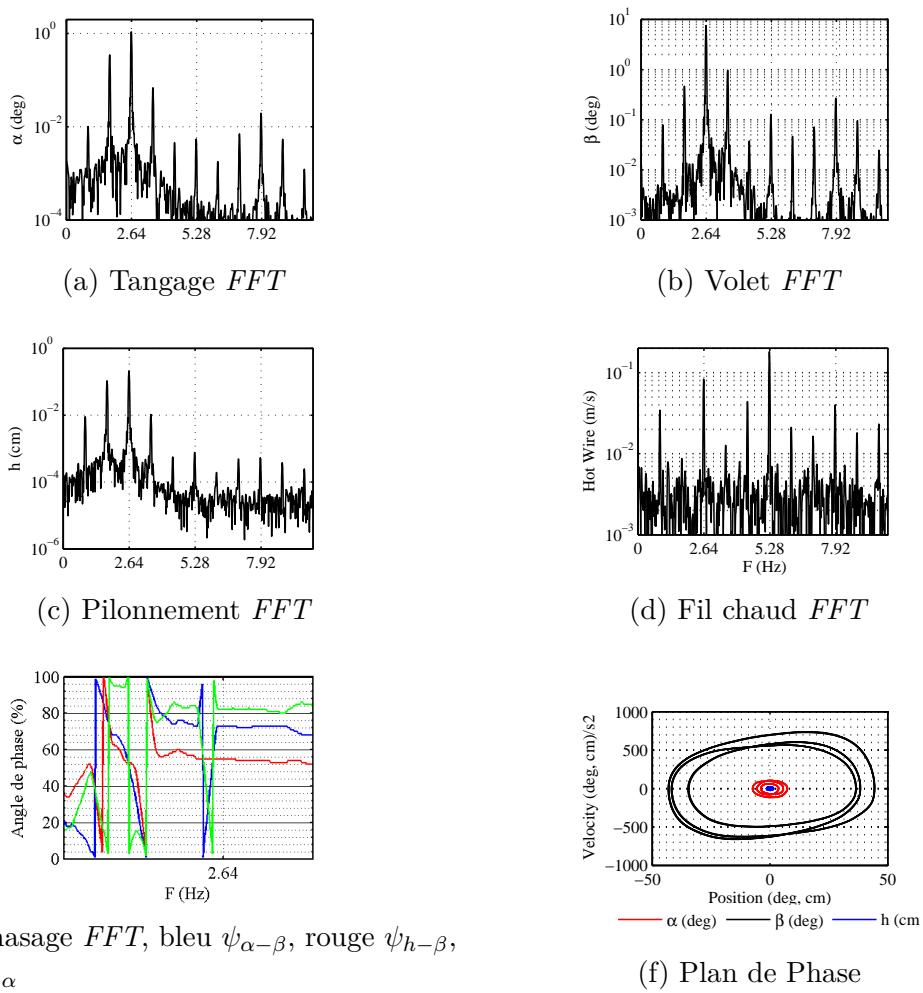


Figure 6.100 Cycle Limite d'Oscillation de type V

1. Basse fréquence à  $1.75 \text{ Hz}$  (*BF*, ligne rouge)
2. Haute fréquence à  $2.44 \text{ Hz}$  (*HF*, ligne bleue)

Afin de mieux comprendre le lien entre la basse et la haute fréquence, le déphasage instantané entre le pilonnement et le volet (noté  $\psi_{h-\beta}$ ) est calculé à l'aide de la transformée de Hilbert. Ce dernier est illustré dans le plan de phase (Figure 6.101b). Lorsque la variation temporelle de ce déphasage est près de zéro, l'angle est quasi-constant. C'est ce que l'on appelle la Capture de résonance (*RC*). Le volet et le pilonnement sont synchronisés. Après quelques instants, le volet se désynchronise du pilonement. C'est la Sortie de la résonance (*RE*). Des séries de *RC* et de *RE* forment le battement non linéaire. Il faut noter que la période de chaque résonance n'est pas établie ce qui laisse penser à un caractère chaotique du battement non linéaire.

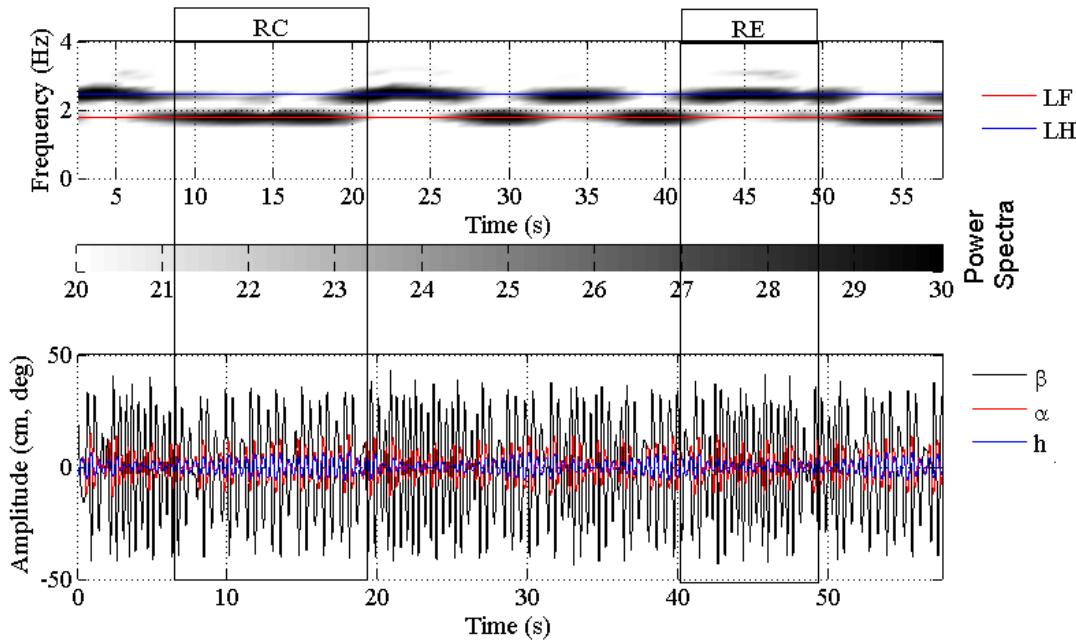
## 6.26 Conclusion

Dans l'objectif global de contrôler passivement le flottement à l'aide d'une configuration *NES-Volet* (sans masse ajoutée), un banc d'essai aéroélastique non linéaire a été fabriqué. Un mécanisme non linéaire permet une modulation de la partie linéaire (positive ou négative) et non linéaire (puissance quatre du bras de levier) a été créé. Une formulation analytique de la force de rappel non linéaire a été développée correspond avec mesures expérimentales.

Une méthode expérimentale automatisée a permis d'identifier six comportements non linéaires : Cinq Cycles Limites d'Oscillations (*LCOs*) et un battement non linéaire. Chaque *LCO* est caractérisé à l'aide de son spectre de fréquence, déphasage et son plan de phase. Il fut observé que le spectre du sillage permet également d'identifier le type de cycle limite.

Des outils d'analyse fréquentielle instantanés (transformée de Fourier à court terme et transformée de Hilbert) ont été utilisés pour analyser ce comportement transitoire. Des séries de capture de résonance et de sortie de résonance sont observés. Ce phénomène a également été observé dans la configuration d'une section typique à deux degrés de liberté où le *NES* était à l'intérieur (pas de couplage aéroélastique avec l'amortisseur) [47, 45].

Un gain en vitesse critique de flottement de 8% calculé, basé sur la vitesse de flottement mesurée dans la configuration à trois degré de liberté linéaire. Ce rapport est relatif à la raideur en torsion du volet dans la configuration linéaire. Il est donc intéressant de calculer ce gain par rapport au cas linéarisé de du profil (raideur en torsion du volet nulle), bien qu'il ne soit pas représentatif de la réalité aéronautique. Le gain en vitesse critique de flottement est alors de 286%, la vitesse de référence étant calculé à l'aide du code *UVLM*. Il est donc nécessaire de considérer le *FSI-VA* dans son environnement, c'est à dire dans le cas d'une



(a) Transformée de Fourier à court terme

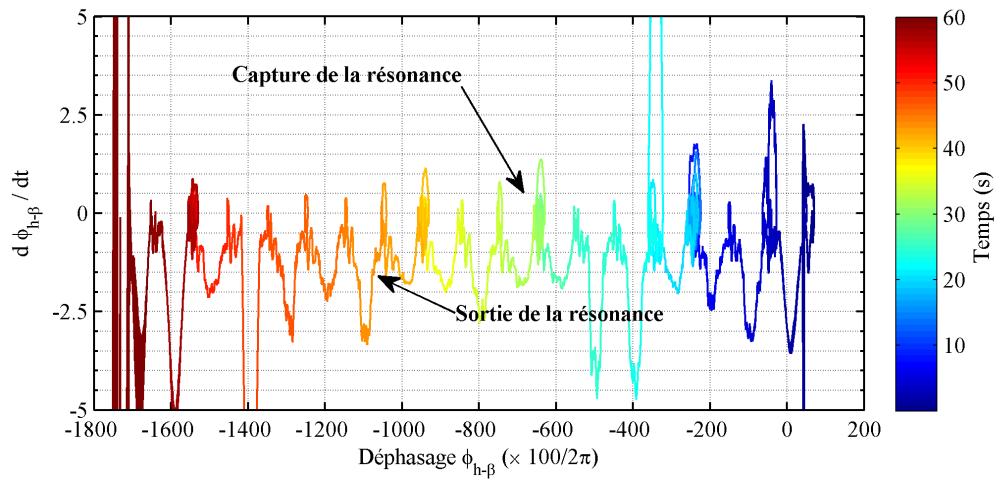
(b) Phan de phase du déphasage  $\psi_{\beta-h}(t)$ 

Figure 6.101 Battement non linéaire : Capture de résonance (RC) et Sortie de résonance (RE)

aile 3D.

# CONTRÔLE PASSIF NON LINÉAIRE D'UN PROFIL AÉROÉLASTIQUE : SIMULATION

## Résumé

L'objectif de ce chapitre est de comparer les prédictions numériques avec les mesures expérimentales. Les modèles *Theodorsen* et *UVLM* sont utilisés pour réaliser les simulations numériques avec les paramètres identifiés lors de la *GVT*. Des Cycles Limites d'Oscillations et un comportement chaotique sont observés numériquement. Des tendances similaires avec les mesures expérimentales, en amplitudes *rms* et en fréquences sont observés avec le modèle *UVLM*. Le modèle *Theodorsen* est éloigné des mesures expérimentales. Les grands angles mesurés et calculés ne sont pas en accord avec l'hypothèse d'un écoulement potentiel et la présence de décrochage dynamique est fortement soupçonnée.

### 6.27 Introduction

La capacité des modèles *Theodorsen* et *UVLM* à simuler des comportements non linéaires de type *jeu mécanique* et *cubique* en tangage a été montré dans le chapitre 1.5. Dans le cadre de l'étude d'une configuration *NES*-volet, une liaison purement non linéaire est placée entre le volet et le profil. Six comportements non linéaires ont été observés expérimentalement (chapitre 5.22) : cinq Cycles Limites d'Oscillation (*LCO*) et un battement non linéaire. L'objectif de ce chapitre est d'observer si les modèles *Theodorsen* et *UVLM* sont capables de modéliser les comportements non-linéaires observés dans le chapitre 5.22.

Premièrement, la méthodologie et le modèle sont rappelés (section 6.28). Deuxièmement, les expérimentations (chapitre 5.22) sont simulées à l'aide des modèles nommés ci-dessus (section 6.29) et les résultats sont présentés. Troisièmement, un bilan est dressé (Section 6.30).

### 6.28 Méthodologie

Les modèles *Theodorsen* et *UVLM* utilisés sont décrits dans le chapitre 1.5. Le code *Theodorsen* permet, dans le cas d'une configuration linéaire, l'analyse du système aéroélastique dans le domaine fréquentiel par la résolution d'un problème aux valeurs propres. Le code *UVLM* permet de réaliser des calculs dans le domaine temporel uniquement. L'utilisation d'un post-traitement tels que la méthode *Ibrahim Time Domaine* est nécessaire (*ITD*, chapitre 2.9). Pour la présente étude, il est nécessaire d'exprimer la modélisation de la Non-linéarité entre

le volet et la section typique.

Il est démontré analytiquement que la Non-linéarité présente sur le banc d'essai peut-être approchée par une fonction de type *cubique pure* (section 6.24.1). La formulation analytique est vérifiée expérimentalement (section 6.24.2) et les coefficients cubiques sont identifiés (tableau 6.17). Le ressort 821-510 est utilisé pour les essais non linéaires en soufflerie. Dans cette configuration, la force de rappel peut s'écrire sous la forme (équation 6.66). La figure 6.102 illustre les mesures expérimentales de l'identification du ressort 821-510 présenté chapitre 5.22.

$$f_{s,\beta,dim} = -k_{\beta 3}\beta^3 \quad (6.66)$$

Cette force est adimensionnalisée (équation 6.67) dans le système  $[M, L, T] = [m_{ref}, b, \omega_{\alpha}^{-1}]$  présenté chapitre 1.5.

$$f_{s,\beta} = -\Omega_{\beta 3}^2 r_{\beta}^2 \beta^3 \quad (6.67)$$

où le paramètre adimensionnel  $\Omega_{\beta 3} = \frac{\omega_{\beta 3}}{\omega_{\alpha}}$  avec  $\omega_{\beta 3}^2 = \frac{k_{\beta 3}}{I_{\beta}}$  représente le terme non linéaire.

Les paramètres de liaison non linéaire sont donnés dans le tableau (6.18). La valeur du paramètre  $k_{\beta 3}$  identifiée expérimentalement est sélectionnée.

Une condition initiale en pilonnement  $h_0 = 25 \text{ mm}$  est appliquée pour une série de vitesses allant de 0.25% à 100% de la vitesse de flottement calculée dans la configuration linéaire.

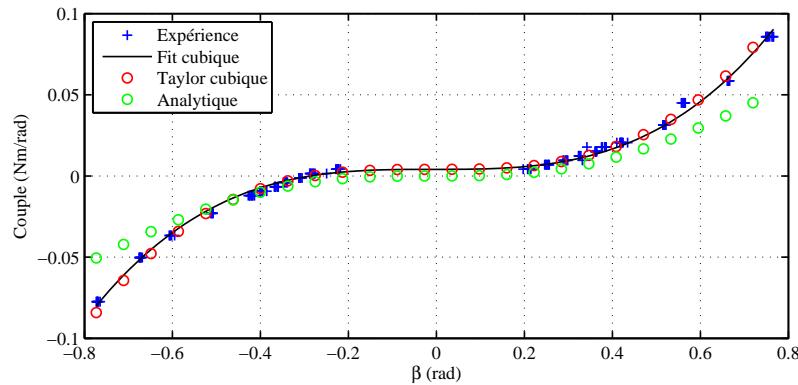


Figure 6.102 Identification non linéaire : 821-510

Tableau 6.18 Paramètres de la liaison non linéaire

Paramètre	Valeur	Unité
$k_{\beta 3}$	0.1868	Nm/rad <sup>3</sup>
$I_{\beta}$	$7.29 \times 10^{-4}$	kgm <sup>2</sup>
$\omega_{\beta 3}$	16.01	s <sup>-1</sup>
$\Omega_{\beta 3}$	1.06	—
$r_{\beta}$	$1.32 \times 10^{-1}$	—
$r_{\beta}^2 \Omega_{\beta 3}^2$	4.47	—

## 6.29 Résultats

### 6.29.1 Étude dans le domaine fréquentiel

Le système non linéaire {profil / *NES*} est linéarisé puis étudié dans le domaine fréquentiel. Le diagramme de flottement est présenté figure 6.103. On remarque une vitesse critique de flottement  $U_{F,2}$  (de  $3.70 \text{ m/s}$  avec le code *Theodorsen*,  $4.00 \text{ m/s}$  avec le code *UVLM*) qui est bien inférieure à la vitesse de flottement configuration linéaire  $U_F$  étudiée dans le chapitre 2.9. On observe également que cette divergence est issue de la coalescence des modes de pilonnement et du mode du volet. Le mode de tangage présente une haute fréquence sans vent de  $2.8 \text{ Hz}$  tandis que le mode du volet présente une fréquence propre quasi nulle. Au delà de cette vitesse critique, une seconde vitesse de flottement est observée à  $U_{F,2} = 7.63 \text{ m/s}$  issue de la divergence du mode de tangage.

Sur la figure 6.103a, les codes *Theodorsen* et *UVLM* sont en accord pour le calcul des fréquences. Une différence notable est observée lors du calcul des taux d'amortissement. Le taux calculé par le code *UVLM* est bien supérieur à celui calculé par le code *Theodorsen*. De même pour le cas du pilonnement en régime sur-critique. La figure 6.103b présente les valeurs propres en fonction de la vitesse de l'écoulement dans le plan complexe, transformé en fréquences et amortissement propre. Chaque courbe correspond à un degré de liberté. On observe que le degré de liberté du volet possède une très faible fréquence propre pour des vitesses proches de zéro. Avec la vitesse de l'écoulement, la fréquence propre augmente et le taux d'amortissement modale devient négatif (oscillations dont l'amplitude croît de façon exponentielle). Le degré de liberté en pilonnement est stable dans la gamme de vitesse  $[0, 15] \text{ m/s}$  et montre une tendance stabilisante. La fréquence naturelle est comprise entre 1.1 et  $2.3 \text{ Hz}$ . Le mode de tangage montre la plus haute fréquence naturelle (comprise entre 2.8 et  $22 \text{ Hz}$ ). On observe que la courbe associée dans la figure 6.103b traverse deux fois l'axe des abscisses. Il devient instable à  $U_{F,2}$  et redévient stable à  $14.5 \text{ m/s}$ . Le degré de liberté du

volet est instable à cette vitesse ce qui rend le système tout de même instable.

Les calcul au-delà de la première vitesse critique  $U_{F,1}$  n'ont pas pu être réalisé avec le code *UVLM*. Pour des vitesses supérieures, la réponse temporelle diverge trop vite pour analyser le signal. La méthode de post-traitement présente un grand taux d'amortissement en tangage à basse vitesse d'écoulement ce qui explique le décalage entre le modèle de *Theodorsen* et le modèle *UVLM* (Figure 6.103).

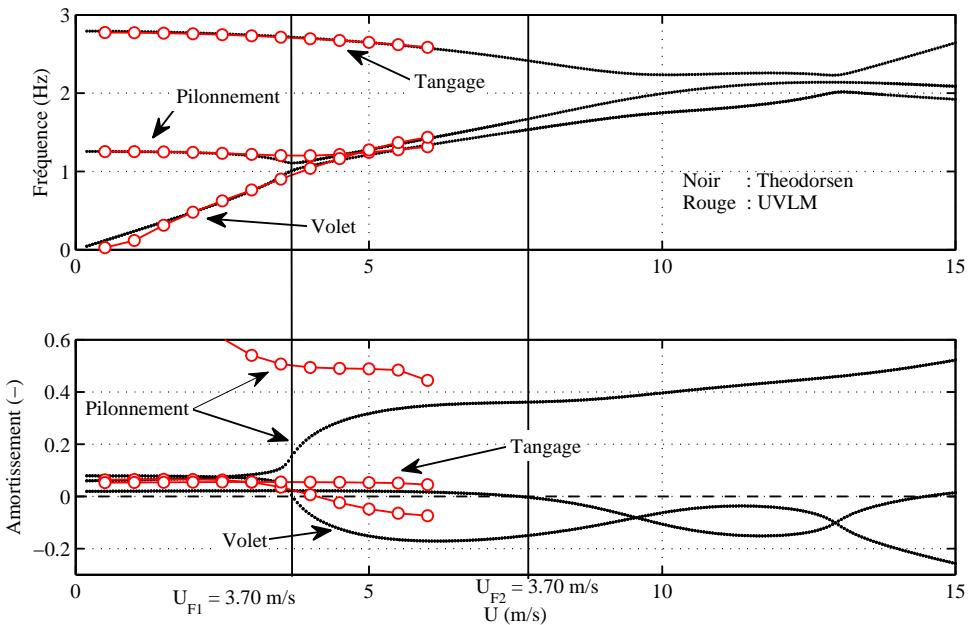
### 6.29.2 Diagrammes de bifurcation

Dans cette section, la vitesse de référence utilisée est la vitesse de flottement  $U_F$  dans la configuration linéaire identifiée expérimentalement dans le chapitre 2.9. Cette vitesse a été choisie car elle est représentative d'un cas réel de profil d'avion bi-corps. Il est à noter que cette vitesse est fonction des paramètres de designs, notamment de la raideur linéaire entre le volet et le profil.

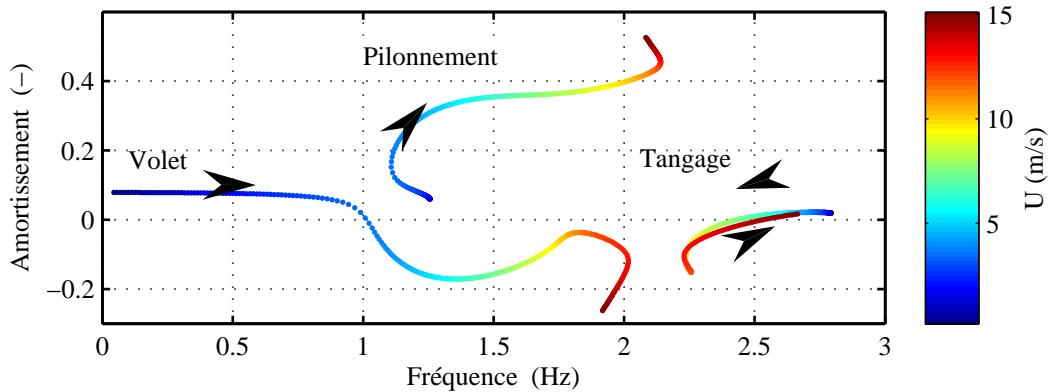
Les figures 6.104a et 6.104b présentent les diagramme de bifurcation des pics d'amplitude calculés avec les codes *Theodorsen* et *UVLM* en fonction de la fraction de vitesse de flottement de la configuration linéaire. Une différence notable est observée entre ces deux figures. On remarque la même vitesse de bifurcation de Hopf à 0.33% de vitesse. Différents *LCOs* sont observés pour les deux modèles. Le modèle de *Theodorsen* présente également un comportement chaotique. Ce dernier diverge au-delà de la  $U/U_F = 1$  tandis que le modèle *UVLM* présente des Cycles Limites d'Oscillation. Cette observation a également été réalisé dans le chapitre 1.5, section 2.8.3, figure 2.42a

Les figures 6.105a à 6.105c illustrent l'évolution des amplitude *rms* en fonction de la vitesse et la figure 6.105d, l'évolution de la fréquence principale de chaque degré de liberté en fonction de la vitesse. Le modèle *Theodorsen*, est assez éloigné des mesures expérimentales. Le modèle *UVLM* est en accord, qualitativement, avec les mesures expérimentales. On observe les mêmes sauts en amplitude pour les degrés de liberté en tangage (Figure 6.105a), pilonnement (Figure 6.105c) et en fréquence (Figure 6.105d). De plus, bien que les prédictions du modèle *UVLM* soient éloignées des mesures expérimentales, l'ordre de grandeur est le même (l'unité pour le tangage, le pilonnement et la dizaine pour le volet). la prédition des fréquences des *LCOs* est en accord avec les mesures expérimentales.

Les comportements non linéaires calculés par le modèle *Theodoren* puis *UVLM* sont décrits dans la section suivante.



(a) Fréquence et amortissement en fonction de la vitesse



(b) Valeurs propres dans le plan complexe transformées en fréquence et amortissement

Figure 6.103 Diagrammes de flottement linéarisé du profil dans configuration non linéaire

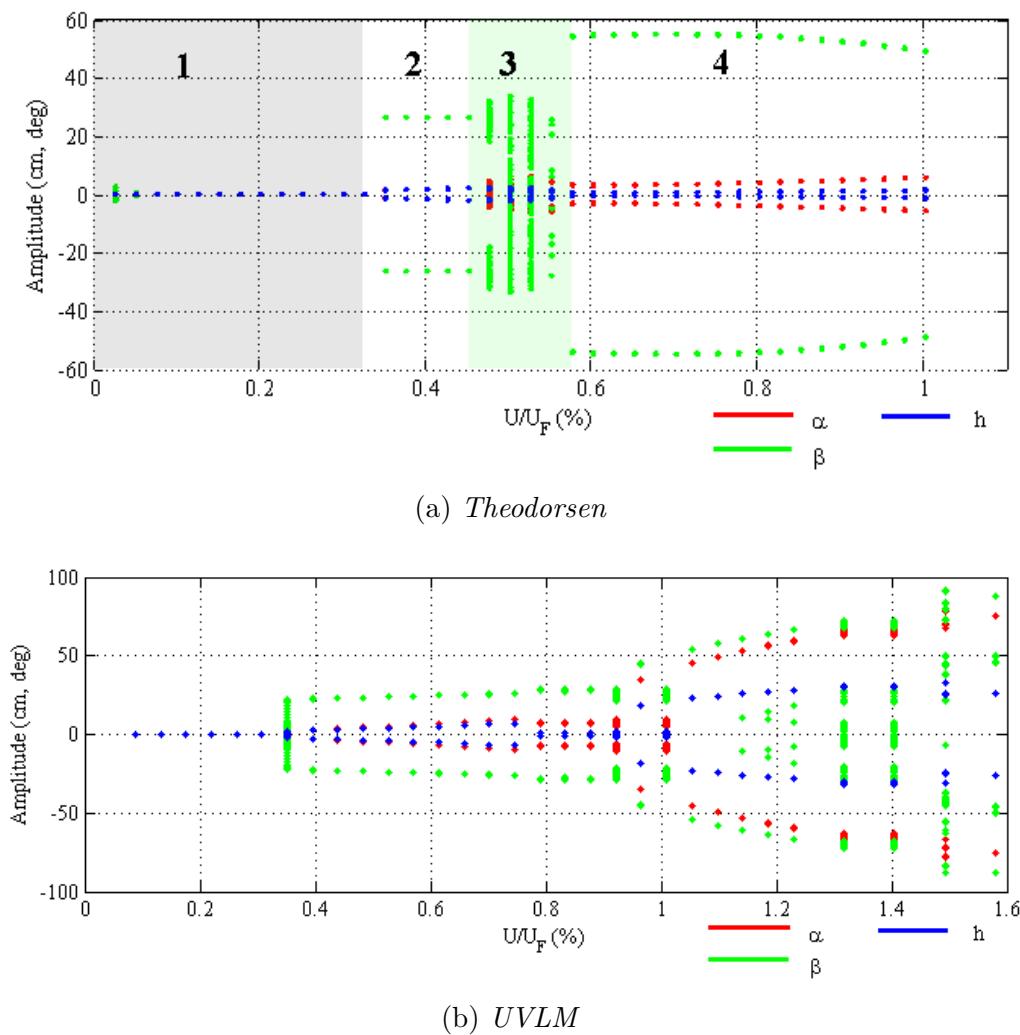


Figure 6.104 Diagrammes de bifurcation des pics d'amplitude

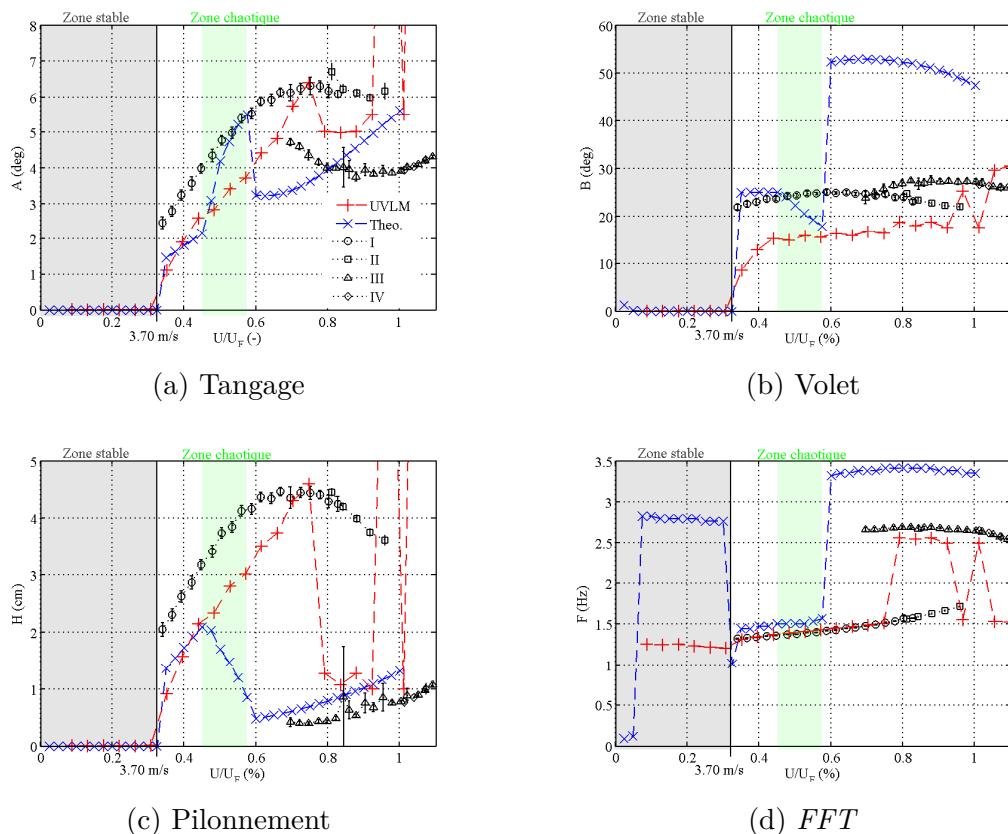


Figure 6.105 Diagrammes de bifurcation d'amplitude *rms* et de fréquence

### 6.29.3 Modèle *Theodorsen*

Dans la figure 6.104a, les pics d'amplitude sont présentés en fonction de la fraction de vitesse critique. On distingue quatre zones :

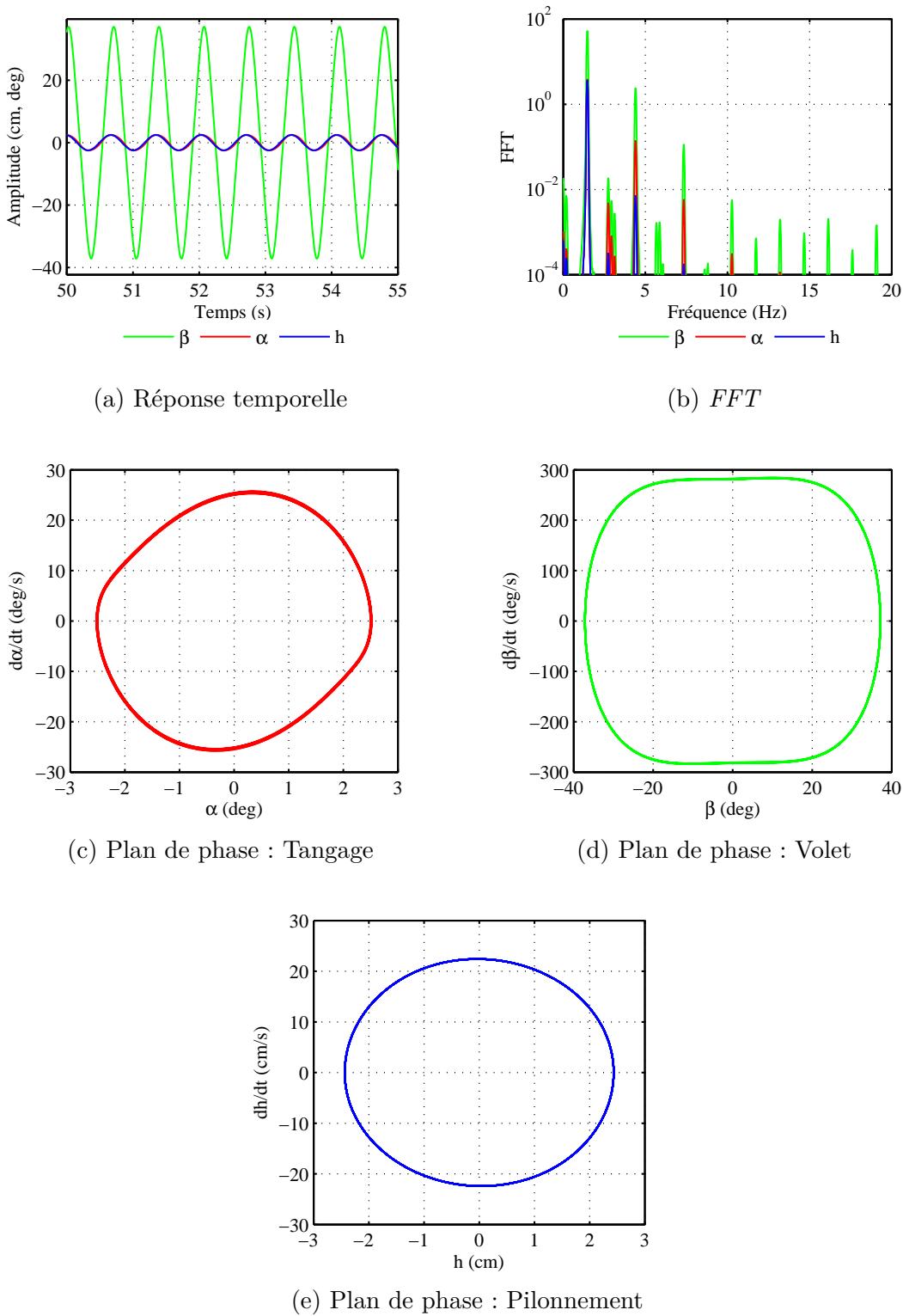
1. Système convergé : Pour des vitesses inférieures à la vitesse critique du système non linéaire linéarisé, les vibrations sont amorties.
2. Premier Cycle Limite d'Oscillation, équivalent au mode I (Figure 6.106) : Grandes amplitudes de chaque degré de liberté et fréquence basse.
3. Vibration chaotique (Figure 6.107) : La figure 6.107a présente une réponse temporelle bornée mais non établie. La section de Poincaré  $\beta = 0^\circ$  et  $\dot{\beta} > 0$  (Figures 6.107c et 6.107d) montre un attracteur spécial à 50% de vitesse critique. La Transformée de Fourier (Figure 6.107c) montre une grande densité. Ces observations sont typiques d'un comportement chaotique. La figure 6.107e présente l'évolution temporelle des déphasages par rapport au volet. Il est mis en évidence que le volet et le tangage ne sont jamais en phase tandis que le volet est en phase avec le pilonnement. Un *LCO* localisé (bande de vitesse de 0.03%) est observé (Figure 6.108).
4. Second cycle limite d'oscillation, équivalent au mode III (Figure 6.109) : Grandes amplitudes du volet, moyennes amplitudes en tangage et très faible amplitudes en pilonnement. Une fréquence domine d'environ de 3 Hz.

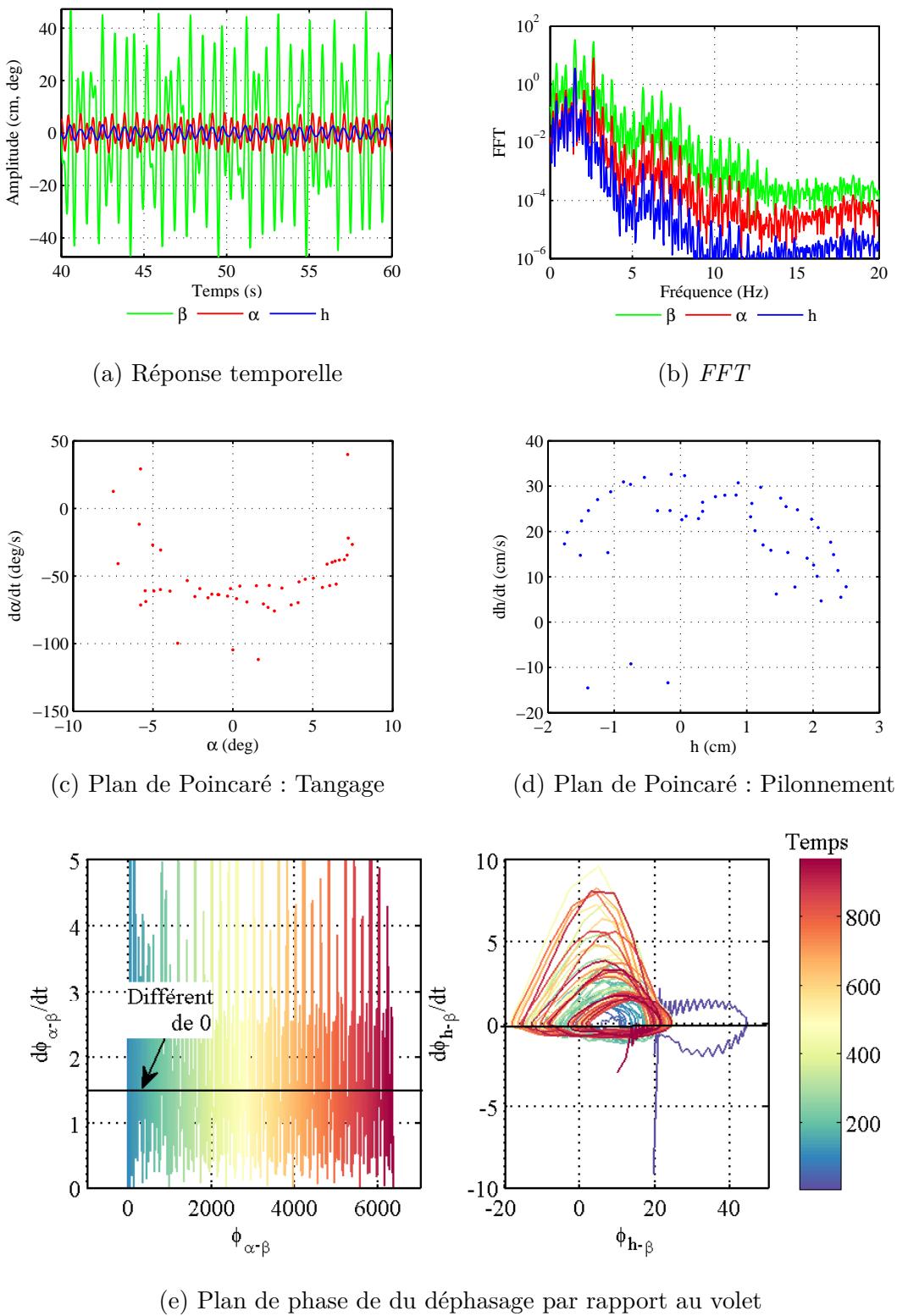
### 6.29.4 Modèle *UVLM*

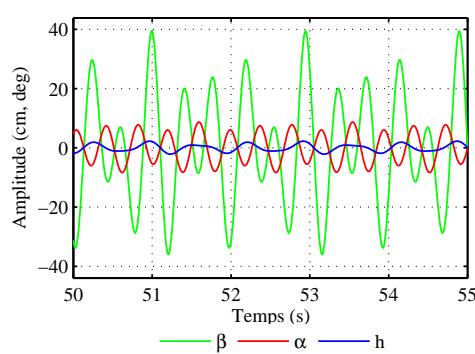
Le code *UVLM* est le plus proche qualitativement des mesures expérimentales (Figure 6.105).

Quatre Cycles Limites d'Oscillations sont observés :

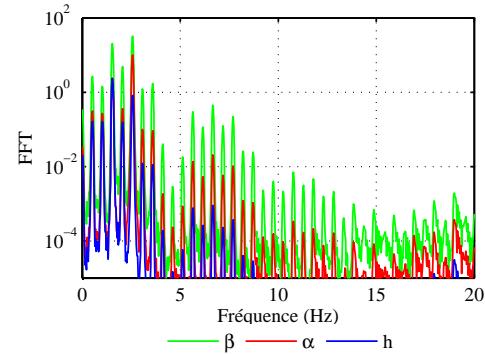
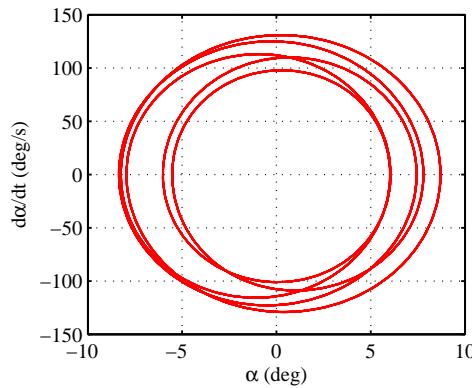
1. Premier *LCO* sous-critique basse fréquence ( $\sim 1.4 \text{ Hz}$ ) : similaire au mode I (Figure 6.110).
2. *LCO* sous-critique haute fréquence ( $\sim 2.5 \text{ Hz}$ ) : similaire au mode III (Figure 6.111).
3. Second *LCO* sous-critique basse fréquence : Grand déplacements pour tous les degrés de liberté (Figure 6.112. L'amplitude d'angle d'attaque de l'ordre de  $30^\circ$  remet en question l'utilisation d'un modèle potentiel).
4. *LCO* super-critique basse fréquence : Vitesse du vent supérieur à la vitesse critique, l'amplitude d'angle d'attaque atteint les  $60^\circ$ , ce qui remet en cause l'utilisation d'un modèle potentiel. Une bifurcation de type *flip* est observé (Figure 6.113).

Figure 6.106 Premier *LCO* à 40% $U_F$

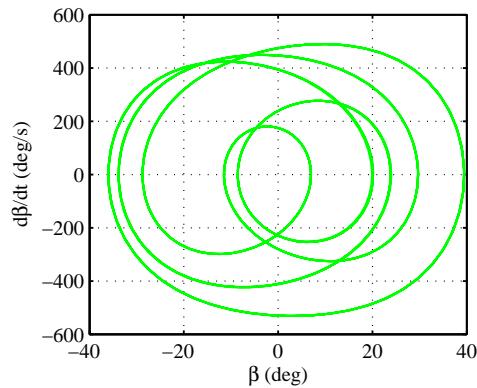
Figure 6.107 Comportement chaotique à  $50\%U_F$



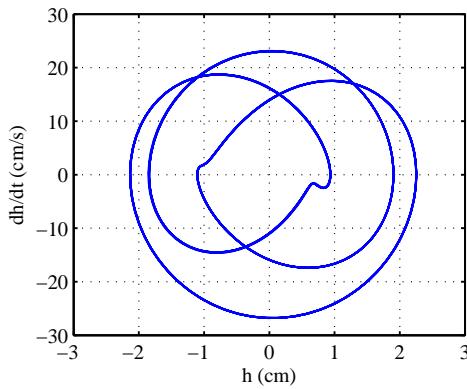
(a) Réponse temporelle

(b)  $FFT$ 

(c) Plan de phase : Tangage

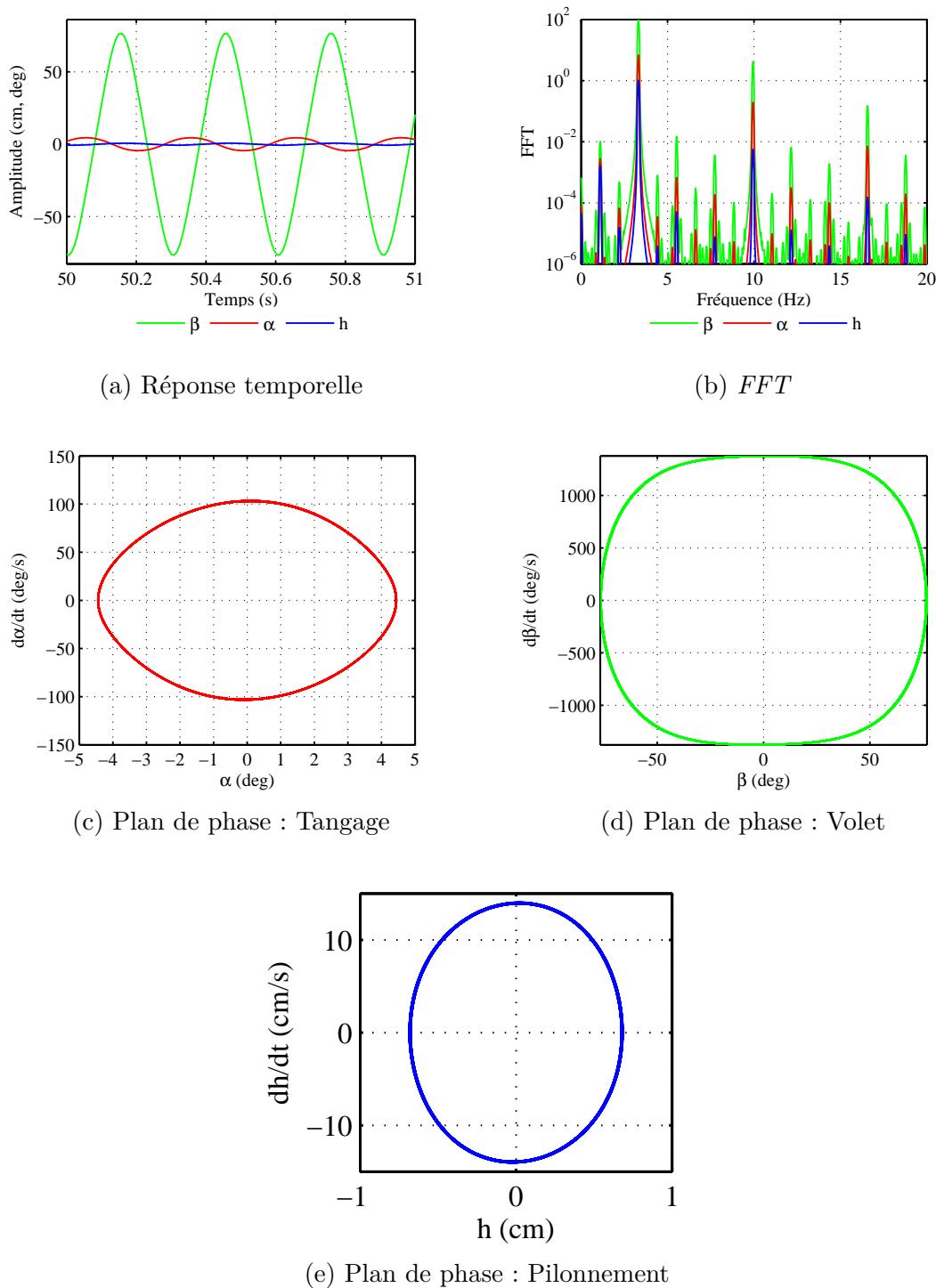


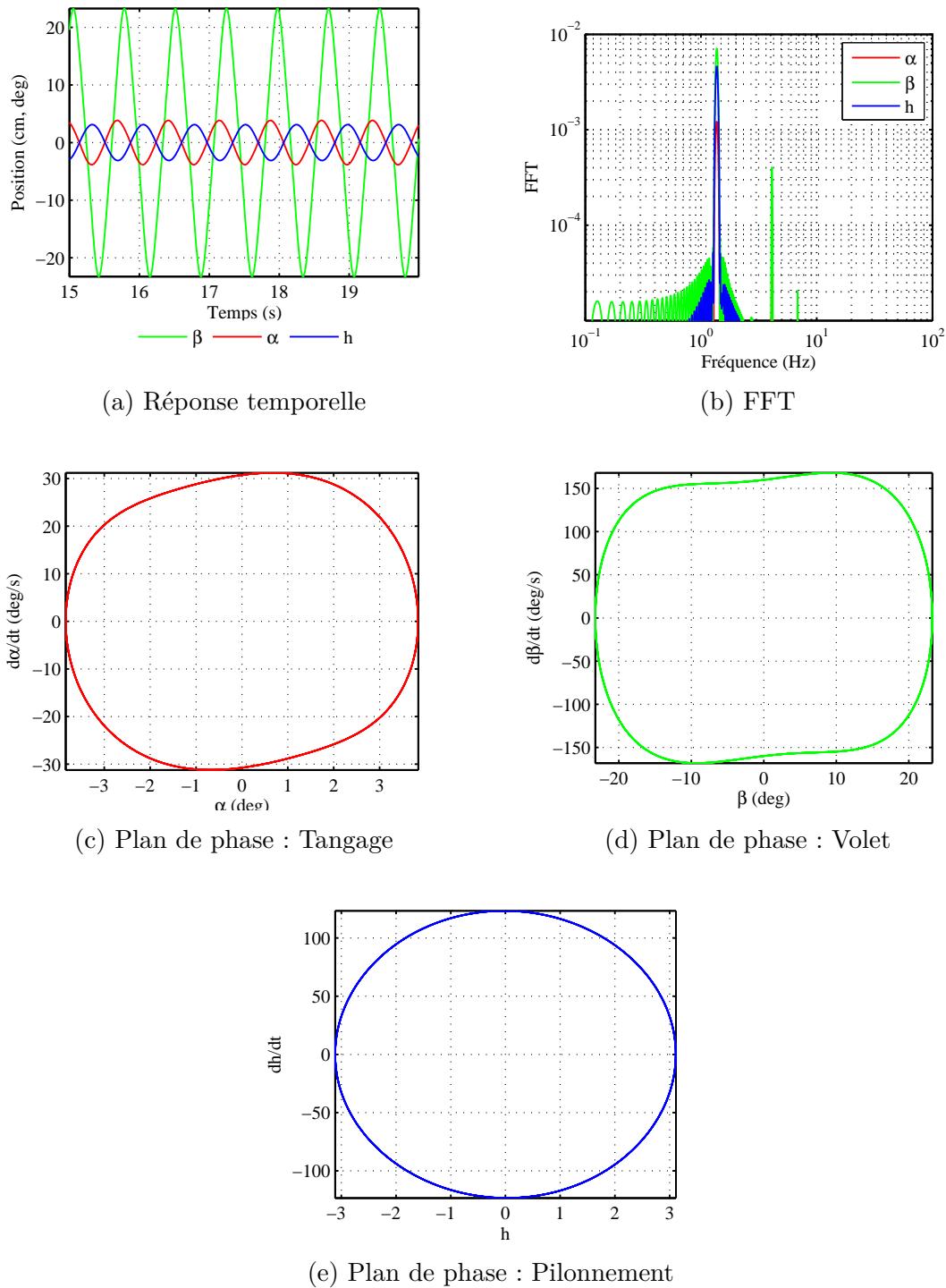
(d) Plan de phase : Volet

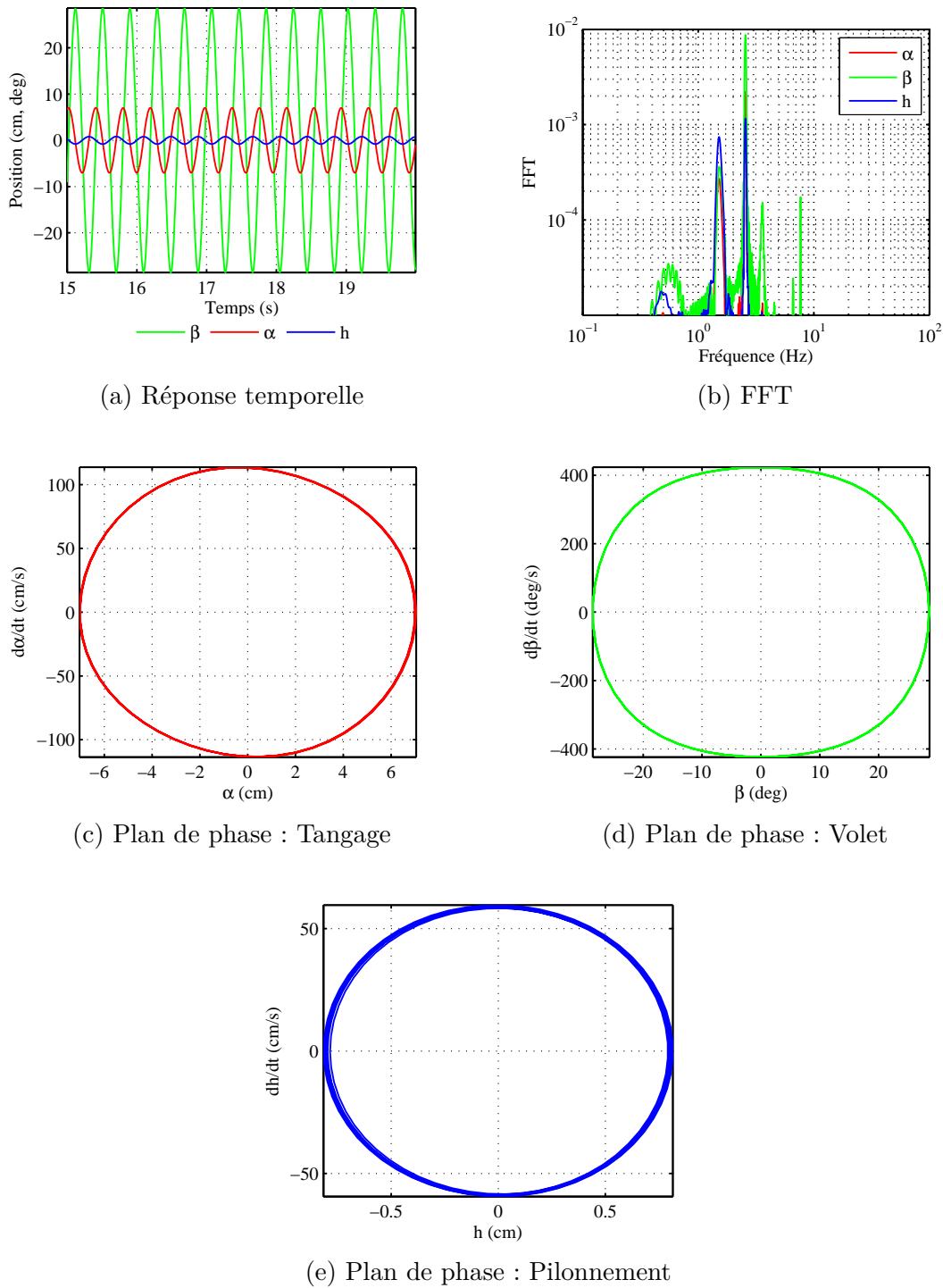


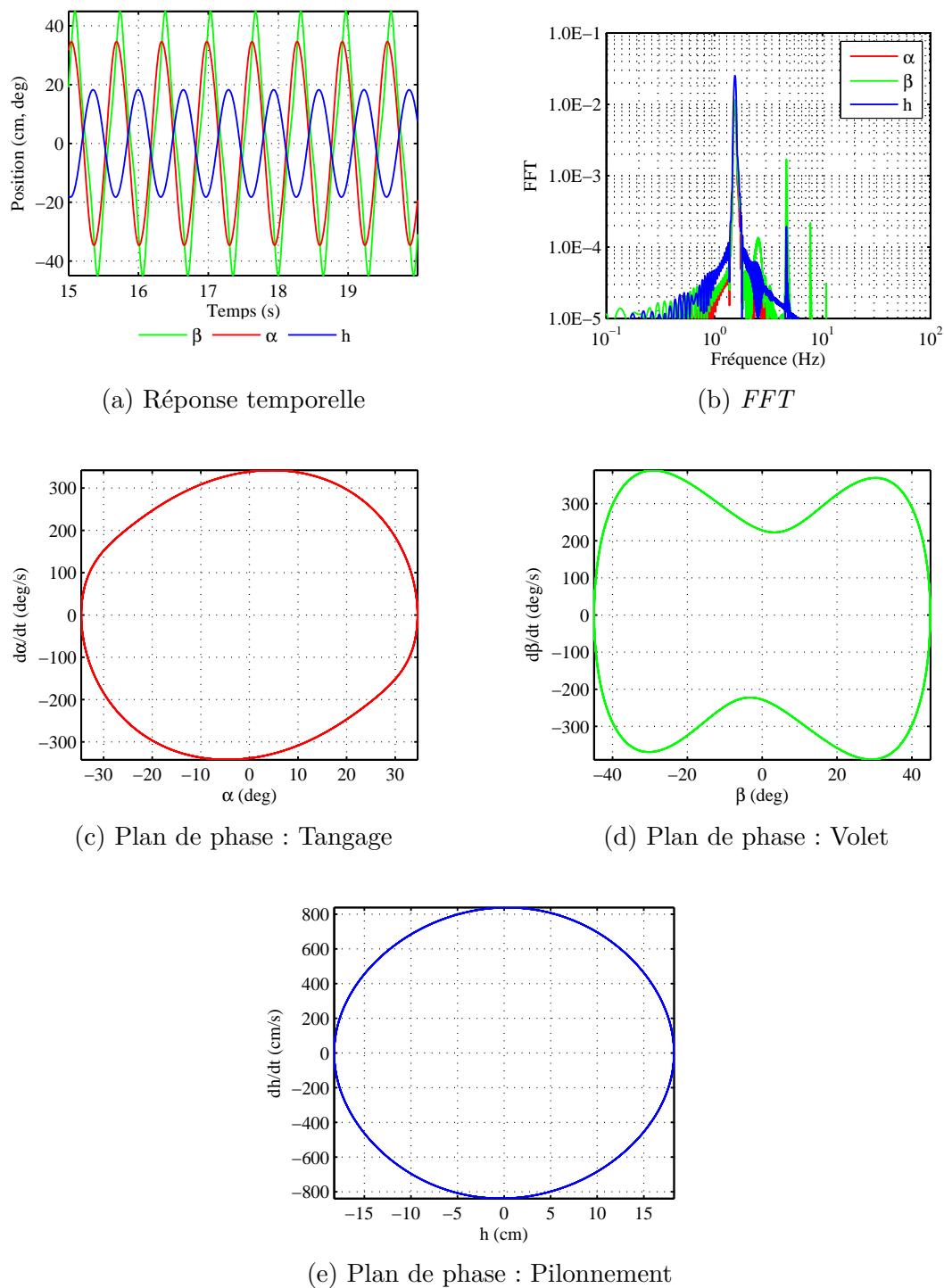
(e) Plan de phase : Pilonnement

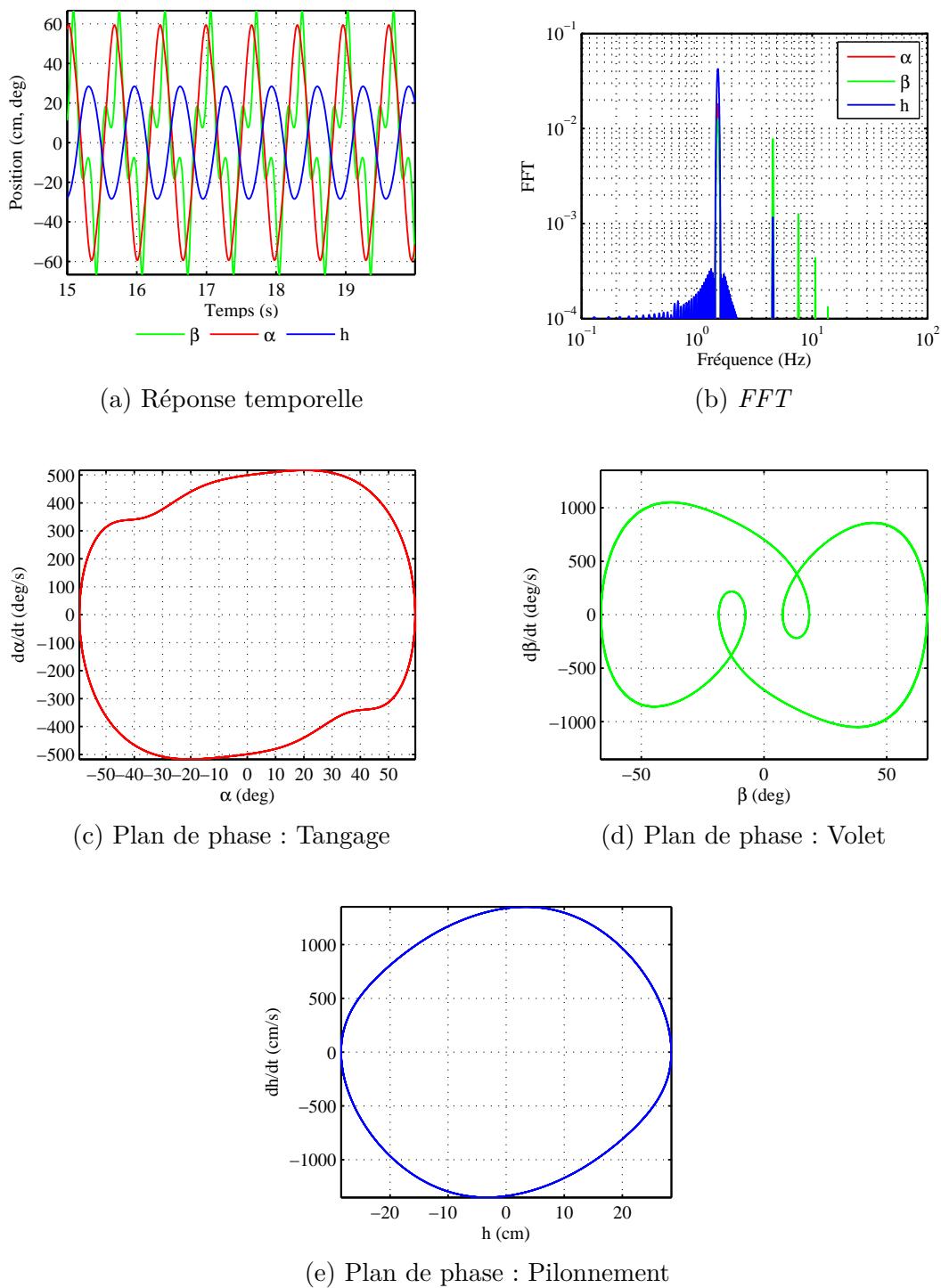
Figure 6.108  $LCO$  à  $55\%U_F$

Figure 6.109 Second  $LCO$  à  $60\%U_F$

Figure 6.110 Premier  $LCO$  à 50%  $U_F$

Figure 6.111 Deuxième  $LCO$  à  $79\%U_F$

Figure 6.112 Troisième  $LCO$  à  $96\%U_F$

Figure 6.113 Quatrième  $LCO$  à  $123\%U_F$

### 6.30 Conclusion

L'implémentation de la raideur non linéaire du volet dans le modèle numérique a été présentée. Une étude de bifurcation des amplitudes et des fréquences en fonction de la vitesse du vent a été calculée numériquement à l'aide des modèles *Theodorsen* et *UVLM* et comparée aux données expérimentales.

La première bifurcation de Hopf est capturée numériquement et expérimentalement par les modèles. Cette dernière correspond à la vitesse de flottement du système linéarisé. Le modèle *Theodorsen* se montre inefficace pour prédire les autres comportements mesurés. Trois comportements sous-critiques sont calculés : deux cycles limites d'oscillations et un cas de vibrations chaotiques.

Le modèle *UVLM* présente des comportements similaires aux observations expérimentales aux niveaux qualitatif et quantitatif. Quatre comportements non linéaires sont observés : trois *LCOs* sous-critiques et un *LCO* sur-critique. Les vitesses auxquelles les *LCOs* changent de forme, calculées numériquement, correspondent aux vitesses de bifurcations mesurées expérimentalement. Elles sont reconnaissables par des sauts d'amplitude *rms* et de fréquence en fonction de la vitesse. Ces discontinuités se traduisent par des bifurcations. Les ordres de grandeurs des amplitudes *rms* calculées sont identiques à celles mesurées. Un écart significatif est tout de même observable.

Ces résultats doivent être considérés avec précautions car les angles calculés sont élevés ce qui est en désaccord avec l'hypothèse d'un écoulement potentiel. Le *LCO* sur-critique calculé avec le modèle *UVLM* n'a jamais été observé expérimentalement (Chapitre 5.22). Il a notamment été montré dans le chapitre 1.5 que ce modèle montre des difficultés à simuler un comportement divergent sur de longue durée.

Le modèle *UVLM* permet une modélisation bidimensionnelle du sillage de l'aile contrairement au modèle *Theodorsen*. Il semblerait que cette différence permet au modèle *UVLM* que réaliser des calculs à plus grands angles d'attaques.

## CONCLUSION

### 8.31 Conclusions générales

Dans le cadre de cette thèse en co-tutelle internationale, l'objectif global a été de repousser les limites du flottement d'une aile par contrôle passif dynamique. L'étude s'est focalisée sur un approche numérique et expérimentale d'une section typique d'aile bi-dimensionnelle. L'analyse aéroélastique (couplage fluide-structure) de ce profil a permis l'analyse de deux familles d'absorbeurs de vibration. La comparaison de trois configurations d'Amortisseurs à Masse Accordés (*AMA*) linéaires a montré numériquement de très bonnes performances allant jusqu'à augmenter la vitesse critique de flottement de plusieurs dizaines de pourcents pour une faible masse ajoutée de l'ordre de 1% de la masse totale de l'aile. L'analyse d'un *AMA* non linéaire de type *Non Linear Energy Sink* dans la configuration *FSI-VA* a montré expérimentalement la possibilité de repousser la vitesse de flottement de 8% par rapport à une configuration de référence, représentant un profil d'aile usuel. Un comportement de type *Capture de résonance* a été observé expérimentalement et ouvre ainsi l'intérêt d'étudier la configuration 3D. Cette dernière prendrait en compte l'environnement de ce profil *FSI-VA*.

Dans une première partie, l'étude linéaire a permis de bien comprendre le phénomène de flottement, l'importance des modèles et de chaque paramètre de design afin d'analyser le contrôle de cette instabilité à l'aide d'*AMAs* linéaires. Dans la seconde partie, l'étude expérimentale et numérique de l'*AMA* non linéaire type *NES*-volet a été réalisée.

Afin d'atteindre ces résultats, une suite logique de sous-études a été réalisée, mettant en lumière une série de méthodes, d'outils, de résultats et de perspectives de recherche présentés ci-dessous.

### 8.32 Rappel des études réalisées et perspectives

#### 8.32.1 Chapitre 1.5

**Réalisations :** Ce chapitre a présenté trois modèles aérodynamiques permettant de calculer les forces aérodynamiques instationnaires : *Theodorsen*, *Méthode des Tourbillons Libres (UVLM)* et *Méthode des Tourbillons Libres Linéarisée (LUVLM)*.

Une comparaison aérodynamique et aéroélastique dans des configurations structurelles linéaires et non linéaires, rare dans la littérature scientifique, a permis de mettre en lumière les avantages et désavantages de chaque modèle.

Ce chapitre a également rappelé les détails des modélisations et les hypothèses qui leurs sont associées. La méthodes d'analyse fréquentielles a permis de calculer la vitesse de flottement. Divers outils d'analyse de vibrations non linéaire tels que le plan de phase, le plan de Poincaré et les diagrammes de bifurcation y ont été présentés et appliqués.

Le modèle *LUVLM* est étendu au cas de la configuration profil/volet à trois degrés de liberté. Le modèle *Theodorsen* s'est montré être le plus adapté pour l'étude modale dans les configurations linéaires.

**Perspectives :** Ce chapitre présente uniquement des modèles à faible fidélité qui ne permettent pas de prendre en compte les phénomènes aérodynamiques non linéaires (viscosité, compressibilité ...). Ces derniers peuvent être déterminants pour la modélisation de certains mécanismes d'excitation du profil tels que le décrochage dynamique.

Les perspectives de recherche sont les suivantes :

1. Étudier les modèles moyenne fidélité : ces derniers possèdent la force de calcul des modèles à faible fidélité et la précision des modèles à haute fidélité [67].
2. Étudier la modélisation des tourbillons de bord d'attaque pour chacun des codes.
3. Étendre les modèles *UVLM* et *LUVLM* à la configuration tri-dimensionnelle (travaux déjà connus par la communauté scientifique).

### 8.32.2 Chapitre 2.9

**Réalisations :** Ce chapitre a permis de présenter et d'identifier le banc d'essai conçu spécialement pour cette étude. Des méthodologies d'identification multimodale, hors soufflerie puis en soufflerie, ont été présentés. L'identification hors soufflerie (*GVT*) a permis la bonne prédiction du comportement aéroélastique en soufflerie par les modèles numériques.

La comparaison de quatre algorithmes d'identification directe (Ibrahim Time Domain (*ITD*), Ajustement de courbes, Transformée de Fourier Rapide (*FFT*) et décrément logarithmique) a permis de mieux comprendre les avantages et désavantage de chaque outil. La méthode d'ajustement de la courbe fut utilisée pour identifier les signaux à un et deux degrés de liberté. La méthode *ITD* fut utilisée pour l'identification de signaux d'ordre supérieurs.

**Perspectives :** Les perspectives de recherche sont les suivantes :

1. Lors de l'identification, il a été mis en évidence que l'amortissement mesuré dépendait de la condition initiale. Quelle est l'importance des différentes sources de dissipation

(sec, visqueux, aérodynamique) ? Quelle viscance utiliser ? Ces questions méritent d'être approfondies.

2. Les comportements non linéaires ont été observés au-delà de la vitesse critique de flottement. Il serait intéressant de les identifier.

### 8.32.3 Chapitre 3.13

**Réalisations :** Une fois le code de calcul validé expérimentalement et le banc d'essai identifié, une analyse paramétrique de chaque paramètre sans dimension (13 au total) a été réalisée afin de comprendre la sensibilité du comportement aéroélastique du banc d'essai dans d'autres configurations. L'automatisation du code de calcul a été implémentée. Les différentes bifurcations ont montré la complexité et l'importance des paramètres de design aéroélastique.

La comparaison des modèles stationnaires, quasi-stationnaires et instationnaires a mis en évidence l'importance de prendre en compte un modèle fortement couplé lors du design d'une aile d'avion.

La formulation analytique des vitesses critiques stationnaires de divergence et d'inversion des gouvernes ont été développées.

**Perspectives :** D'autres études paramétriques agrémenteraient les connaissances de la section typique

1. Étudier des configurations plus complexes, telles qu'une section typique plus complète (becs de bord d'attaque, spoilers et séries de volets) et dans un cas 3D.
2. Réaliser une analyse paramétrique couplée. En effet, chaque paramètre a été isolé et varié. Cependant, le système dynamique est couplé et donc la variation multi-paramètres doit être pris en compte.

### 8.32.4 Chapitre 4.17

**Réalisations :** Trois configurations d'*AMA* ont été analysées et comparées. La configuration en translation a montré un gain de 40% en vitesse critique pour une faible masse ajoutée. La configuration en rotation équilibrée, équivalente à l'ajout d'une masse ponctuelle, a montré une solution peu onéreuse pour rectifier une erreur de design (changement de la masse, du moment d'inertie et de la position du centre de gravité). La configuration en rotation déséquilibrée a montré un gain identique à la configuration en translation. Elle a cependant la possibilité de diminuer la masse ajoutée en augmentant le bras de levier. Enfin, elle semble plus simple à réaliser.

Les différentes cartographies ont mis en évidence les positions efficaces et robustes. Ces dernières ont également fait apparaître des designs d'*AMA* diminuant drastiquement la vitesse de flottement.

**Perspectives :** Cette étude mérite d'être agrémentée :

1. Mettre en évidence expérimentalement les prédictions numériques.
2. Étendre l'étude aux cas tri-dimensionnels et multi-amortisseurs.
3. Étudier l'efficacité de l'*AMA* en considérant un écoulement 3D.
4. Étudier l'efficacité de l'*AMA* en considérant un écoulement supersonique.

### 8.32.5 Chapitre 5.22

**Réalisations :** Dans ce chapitre, l'étude expérimentale de la configuration *NES*-volet est présentée. Un mécanisme hautement modulable, permettant de générer une force de raideur purement non linéaire a été conçu. La formulation analytique de cette raideur a été développée et vérifiée expérimentalement. Cette formulation permet le design de ce mécanisme.

Les essais en soufflerie ont montré un gain en vitesse critique de 8% par rapport à une configuration de référence, représentant un profil usuel. Six comportements non linéaires ont été observés : Cinq Cycles Limites d'Oscillations et un cas de battement non linéaire. Ces vibrations apparaissent à des vitesses bien inférieures à la vitesse critique dans la configuration linéaire. Deux bifurcations de Hopf et trois bifurcations de type *Flip* ont été observées.

**Perspectives :** De nombreuses configurations possibles n'ont pas été étudiées expérimentalement ce qui offre de très nombreuses perspectives de recherches :

1. Réaliser des visualisations de l'écoulement afin d'observer et d'identifier l'importance du décrochage dynamique (la *PIV* par exemple). Par la même occasion, utiliser les signaux de position et d'accélération à travers un code *CFD* afin de comparer les résultats.
2. Étudier l'effet de l'angle d'attaque à l'équilibre
3. Étudier le système sous différents types d'excitations : harmonique (par exemple issue des moteurs ou d'un modèle de rafales simplifié), aléatoire (rafales réalistes).
4. Étudier l'influence de la composante linéaire du *NES*-volet.
5. Prendre en compte une aile entière où le *NES*-volet ne représente qu'une portion d'aile.

### 8.32.6 Chapitre 6.26

**Réalisations :** Les modèles *Theodorsen* et *UVLM* ont été utilisés dans une configuration non linéaire afin de simuler numériquement l'expérience présenté dans le chapitre 5.22. Des tendances similaires avec les mesures expérimentales, en amplitudes *rms* et en fréquences sont observés avec le modèle *UVLM*. Le modèle *Theodorsen* est éloigné des mesures expérimentales. Ces résultats sont à approfondir car les amplitudes mesurées et calculées vont au-delà de l'hypothèse des petits angles assumée par les modèles. Un modèle de décrochage dynamique semble nécessaire.

**Perspectives :** La limite des modèles potentiels étant atteinte, plusieurs perspectives de recherche se présentent :

1. Réaliser la même étude avec un modèle aérodynamique *CFD* à plus haute fidélité.
2. Étudier l'effet de la raideur non linéaire, de l'amortissement et de la condition initiale.
3. Réaliser une étude semi-analytique à l'aide des méthodes de continuité et de perturbation afin d'identifier analytiquement les bifurcations et les comportement non linéaires.
4. Étudier les mêmes perspectives que pour les expériences non linéaires.

## RÉFÉRENCES

- [1] Site internet de la compagnie mp international.
- [2] Albano and Rodden. A doublet-lattice method for calculating lift distributions on oscillating surfaces in subsonic flows. *AIAA journal*, 7(2) :279–285, 1969.
- [3] Bergman, Lee, Vakakis, McFarland, and Kerschen. Triggering mechanisms of limit cycle oscillations due to aeroelastic instability. *Journal of Fluids and Structures*, 21(5-7) :485–529, 2005.
- [4] Bisplinghoff, Ashley, and Halfman. *Aeroelasticity*. Dover Books on Aeronautical Engineering Series. Dover Publications, 1996.
- [5] Blevins. Flow-induced vibration in nuclear reactors : A review. *Progress in Nuclear Energy*, 4(1) :25 – 49, 1979.
- [6] Breitbach. Effects of structural non-linearities on aircraft vibration and flutter. Technical report, DTIC Document, 1978.
- [7] Brunton and Rowley. Empirical state-space representations for theodorsen’s lift model. *Journal of Fluids and Structures*, 38 :174–186, 2013.
- [8] Collar. The expanding domain of aeroelasticity. *Journal of the Royal Aeronautical Society*, 50(428) :613–636, 1946.
- [9] Conner. *Nonlinear aeroelasticity of an airfoil section with control surface freeplay*. PhD thesis, Duke university, 1996.
- [10] Conner, Tang, Dowell, and Virgin. Nonlinear behavior of a typical airfoil section with control surface freeplay : a numerical and experimental study. *Journal of Fluids and Structures*, 1997.
- [11] Cui, Liu, and Chen. Simulating nonlinear aeroelastic responses of an airfoil with freeplay based on precise integration method. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2015.
- [12] Dai, Yue, Yuan, Xie, and Atluri. A comparison of classical runge-kutta and henon’s methods for capturing chaos and chaotic transients in an aeroelastic system with freeplay nonlinearity. *Nonlinear Dynamics*, 2015.
- [13] Destuynder. Aéroélasticité et aéroacoustique. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 17(8) :1109–1110, 2008.
- [14] Dowell. *A Modern Course in Aeroelasticity*, volume 116. Springer, 2005.

- [15] Dutta, Panigrahi, and Muralidhar. Experimental investigation of flow past a square cylinder at an angle of incidence. *Journal of engineering mechanics*, 134(9) :788–803, 2008.
- [16] Edwards. *Unsteady aerosynamic modeling and active aeroelastic control*. PhD thesis, Stanford University, 1977.
- [17] Edwards and Malone. Current status of computational methods for transonic unsteady aerodynamics and aeroelastic applications. *Computing Systems in Engineering*, 3(5) :545–69, 1992.
- [18] Ewins, Braun, and Rao. *Encyclopedia of Vibration, section "Absorber, Vibration"*. Academic Press, 2002.
- [19] H. Frahm. Device for damping vibrations of bodies., April 18 1911. US Patent 989,958.
- [20] Friedmann. Recent developments in rotary-wing aeroelasticity. *Journal of Aircraft*, 14(11) :1027–1041, 1977.
- [21] Garrick and Reed III. Historical development of aircraft flutter. *Journal of Aircraft*, 18(11) :897–912, 1981.
- [22] Gendelman and McFarland Vakakis, Bergman. Asymptotic analysis of passive nonlinear suppression of aeroelastic instabilities of a rigid wing in subsonic flow. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2010.
- [23] Gosselin and De Langre. Destabilising effects of plant flexibility in air and aquatic vegetation canopy flows. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*, 28(2) :271–282, 2009.
- [24] Gourc, Seguy, Michon, Berlioz, and Mann. Quenching chatter instability in turning process with a vibro-impact nonlinear energy sink. *Journal of Sound and Vibration*, 355 :392 – 406, 2015.
- [25] Gourdon, Alexander, Taylor, Lamarque, and Pernot. Nonlinear energy pumping under transient forcing with strongly nonlinear coupling : Theoretical and experimental results. *Journal of Sound and Vibration*, 300(3–5) :522 – 551, 2007.
- [26] Green and Unruh. The failure of the tacoma bridge : A physical model. *American Journal of Physics*, 74(8) :706–716, 2006.
- [27] Guo, Chen, and Yang. Limit cycle oscillation suppression of 2-Dof airfoil using nonlinear energy sink. *Applied Mathematics and Mechanics*, 34(10) :1277–1290, October 2013.
- [28] Habib and Kerschen. Suppression of limit cycle oscillations using the nonlinear tuned vibration absorber. In *Proc. R. Soc. A*, volume 471, page 20140976. The Royal Society, 2015.

- [29] Habib and Kerschen. Passive flutter suppression using a nonlinear tuned vibration absorber. In *Nonlinear Dynamics, Volume 1*, pages 133–144. Springer, 2016.
- [30] Hall. Eigenanalysis of unsteady flows about airfoils, cascades, and wings. *AIAA journal*, 1994.
- [31] Hart, Peters, Schreurs, and Baaijens. A three-dimensional computational analysis of fluid–structure interaction in the aortic valve. *Journal of biomechanics*, 36(1) :103–112, 2003.
- [32] Den Hartog. *Mechanical vibrations*. Courier Corporation, 1985.
- [33] Henshaw, Badcock, Vio, Allen, Chamberlain, Kaynes, Dimitriadis, Cooper, Woodgate, Rampurawala, Jones, Fenwick, Gaitonde, Taylor, Amor, Eccles, and Denley. Non-linear aeroelastic prediction for aircraft applications. *Progress in Aerospace Sciences*, 43(4-6) :65–137, 2007.
- [34] Hubbard, Fontenot, McFarland, Cizmas, Bergman, Strganac, and Vakakis. Transonic aeroelastic instability suppression for a swept wing by targeted energy transfer. *Journal of Aircraft*, 51(5) :1467–82, 2014.
- [35] Hubbard, McFarland, Bergman, and Vakakis. Targeted energy transfer between a model flexible wing and nonlinear energy sink. *Journal of aircraft*, 47(6) :1918–1931, 2010.
- [36] Hubbard, McFarland, Bergman, Vakakis, and Andersen. Targeted energy transfer between a swept wing and winglet-housed nonlinear energy sink. *AIAA Journal*, 52(12) :2633–2651, 2014.
- [37] Hubbard, McFarland, Vakakis, Bergman, Fontenot, Brown, Cizmas, and Strganac. Stability enhancement of a transonic wing using a simple passive attachment. In *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, 2011.
- [38] Jones. Report no. 681 : The unsteady lift of a wing of finite aspect ratio. Technical report, NACA, 1940.
- [39] Karpel. *Design for active and passive flutter suppression and gust alleviation. Chapitre "Passive Flutter Supression"*. PhD thesis, Standford University, 1981.
- [40] Katz and Plotkin. *Low-Speed Aerodynamics*. Cambridge University Press, 2001.
- [41] Van Khang, Seils, An, Dien, and Nghia. An improvement of the step-by-step analysis method for study on passive flutter control of a bridge deck. *Archive of Applied Mechanics*, 86(3) :557–573, 2016.
- [42] Kholodar. Nature of freeplay-induced aeroelastic oscillations. *Journal of Aircraft*, 2013.

- [43] Kholodar and Dowell. The influence of a nonzero angle of attack and gust loads on the nonlinear response of a typical airfoil section with a control surface freeplay. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 2000.
- [44] Lee, Jiang, and Wong. Flutter of an airfoil with a cubic restoring force. *Journal of Fluids and Structures*, 1999.
- [45] Lee, Kerschen, McFarland, Hill, Nichkawde, Stroganac, Bergman, and Vakakis. Suppressing aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers, part 2 : experiments. *AIAA Journal*, 45(10) :2391–400, 2007.
- [46] Lee, Price, and Wong. Nonlinear aeroelastic analysis of airfoils : Bifurcation and chaos. *Progress in Aerospace Sciences*, 1999.
- [47] Lee, Vakakis, Bergman, McFarland, and Kerschen. Suppressing aeroelastic instability using broadband passive targeted energy transfers, part 1 :theory. *AIAA Journal*, 45(3) :693–711, 2007.
- [48] Lee, Vakakis, Bergman, McFarland, Kerschen, Nucera, Tsakirtzis, and Panagopoulos. Passive non-linear targeted energy transfer and its applications to vibration absorption : a review. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K : Journal of Multi-body Dynamics*, 222(2) :77–134, 2008.
- [49] Liu, Wong, and Lee. Application of the centre manifold theory in non-linear aeroelasticity. *Journal of Sound and Vibration*, 234(4) :641–659, 2000.
- [50] Zulli Luongo. Aeroelastic instability analysis of nes-controlled systems via a mixed multiple scale/harmonic balance method. *Journal of Vibration and Control*, 2013.
- [51] Lévesque. Development of an overset structured 2d rans/urans navier-stokes solver using an implicit space and non-linear frequency domain time operators. Master's thesis, Ecole Polytechnique Montreal, 2015.
- [52] Malher, Doaré, and Touzé. Passive control of the flutter instability on a two-degrees-of-freedom system with pseudoelastic shape-memory alloy springs. In *Int. Conference on Structural nonlinear dynamics and diagnosis, CSNDD 2014*, 2014.
- [53] Malher, Doaré, and Touzé. Pseudoelastic shape memory alloys to mitigate the flutter instability : A numerical study. In *Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis*, pages 353–365. Springer, 2015.
- [54] Malher, Touzé, Doaré, Habib, and Kerschen. Passive control of airfoil flutter using a nonlinear tuned vibration absorber. In *11th International Conference on Flow-induced vibrations, FIV2016*, 2016.
- [55] Matthews. *Aeronautical engineer's data book*. Butterworth-Heinemann, 2001.

- [56] McAlister, Carr, and McCroskey. Dynamic stall experiments on the naca 0012 airfoil. 1978.
- [57] Lee Vakakis McFarland, Kerschen, Strganac Bergman, Hill, and Nichkawde. Suppression of limit cycle oscillations with a nonlinear energy sink : Experimental results. In *AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials*, 2006.
- [58] Mehmood, Nayfeh, and Hajj. Effects of a non-linear energy sink (nes) on vortex-induced vibrations of a circular cylinder. *Nonlinear Dynamics*, 77(3) :667–680, 2014.
- [59] Murua. '*Flexible aircraft dynamics with a geometrically-nonlinear description of the unsteady aerodynamics*'. PhD thesis, Imperial College London, 2012.
- [60] Murua, Palacios, and Graham. Applications of the unsteady vortex-lattice method in aircraft aeroelasticity and flight dynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 2012.
- [61] Nakamura, Kaneko, Inada, Kato, Ishihara, Nishihara, Mureithi, and Langthjem. *Flow-induced vibrations : Classifications and lessons from practical experiences*. Butterworth-Heinemann, 2013.
- [62] Nayfeh and Mook. *Nonlinear oscillations*. John Wiley & Sons, 2008.
- [63] Neil, Gilliat, and Strganac. Investigations of aeroelastic response for a system with continuous structural nonlinearities. *AIAA paper*, 1996.
- [64] Noll, Brown, Perez-Davis, Ishmael, Tiffany, and Gaier. Investigation of the helios prototype aircraft mishap volume i mishap report. *Downloaded on*, 9 :2004, 2004.
- [65] Nucera and Bergman Vakakis Iacono, McFarland. Application of broadband nonlinear targeted energy transfers for seismic mitigation of a shear frame : Experimental results. *Journal of Sound and Vibration*, 313(1–2) :57 – 76, 2008.
- [66] Pappa and Ibrahim. A parametric study of the ibrahim time domain modal identification algorithm. 1985.
- [67] Parenteau, Plante, Laurendeau, and Costes. Unsteady coupling algorithm for lifting-line methods. In *55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, page 0951, 2017.
- [68] Pengelley. Ground vibration tests. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1942.
- [69] Platzer and Carta. Agard manual on aeroelasticity in axial-flow turbomachines. volume 1. unsteady turbomachinery aerodynamics. Technical report, DTIC Document, 1987.
- [70] Press. *Numerical recipes 3rd edition : The art of scientific computing*. Cambridge university press, 2007.
- [71] Price, Alighanbari, and Lee. The aeroelastic response of a two-dimensional airfoil with bilinear and cubic structural nonlinearities. *Journal of Fluids and Structures*, 1995.

- [72] Rebuffet. Aérodynamique expérimentale. 1950.
- [73] Remick, Quinn, McFarland, Bergman, and Vakakis. High-frequency vibration energy harvesting from impulsive excitation utilizing intentional dynamic instability caused by strong nonlinearity. *Journal of Sound and Vibration*, 370 :259–279, 2016.
- [74] Rouaud. *Calcul d'incertitudes*. 2016.
- [75] Schmidt. *Introduction to aircraft flight dynamics*. AIAA, 1998.
- [76] Sheta, Harrand, Thompson, and Stroganac. Computational and experimental investigation of limit cycle oscillations of nonlinear aeroelastic systems. *Journal of Aircraft*, 2002.
- [77] Simpson and Palacios. Numerical aspects of nonlinear flexible aircraft flight dynamics modeling. In *54th AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, Boston, MA, USA*, 2013.
- [78] Tang, Conner, and Dowell. Reduced-order aerodynamic model and its application to a nonlinear aeroelastic system. *Journal of Aircraft*, 1998.
- [79] Tang, Dowell, and Virgin. Limit cycle behavior of an airfoil with a control surface. *Journal of Fluids and Structures*, 1998.
- [80] Theodorsen. General theory of aerodynamic instability and mechanism of flutter. *National Advisory Committee for Aeronautics – Reports*, 1934.
- [81] Theodorsen and Garrick. Naca technical report 685 : Mechanism of flutter a theoretical and experimental investigation of the flutter problem. Technical report, NACA, Jan 01, 1940.
- [82] Thomson. *Theory of vibration with applications*. CRC Press, 1996.
- [83] Trickey, Virgin, and Dowell. The stability of limit-cycle oscillations in a nonlinear aeroelastic system. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A (Mathematical, Physical and Engineering Sciences)*, 2002.
- [84] Tumkur, Calderer, Masud, Pearlstein, Bergman, and Vakakis. Computational study of vortex-induced vibration of a sprung rigid circular cylinder with a strongly nonlinear internal attachment. *Journal of Fluids and Structures*, 40 :214–232, 2013.
- [85] Tumkur, Domany, Gendelman, Masud, Bergman, and Vakakis. Reduced-order model for laminar vortex-induced vibration of a rigid circular cylinder with an internal nonlinear absorber. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, 2013.
- [86] B. Vaurigaud, L.I. Manevitch, and C.-H. Lamarque. Passive control of aeroelastic instability in a long span bridge model prone to coupled flutter using targeted energy transfer. *Journal of Sound and Vibration*, pages 2580–2595, 2011.

- [87] Verstraelen, Habib, Kerschen, and Dimitriadis. Experimental passive flutter mitigation using a linear tuned vibrations absorber. In *Nonlinear Dynamics, Volume 1*, pages 389–403. Springer, 2016.
- [88] Viguié, Kerschen, Golinval, McFarland, Bergman, Vakakis, and van de Wouw. Using passive nonlinear targeted energy transfer to stabilize drill-string systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(1) :148–169, 2009.
- [89] Virgin, Dowell, and Conner. On the evolution of deterministic non-periodic behavior of an airfoil. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 1999.
- [90] Wang, Yue, Dai, and Yuan. Analysis of a two-dimensional aeroelastic system using the differential transform method. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 11(6) :061012, 2016.
- [91] Wolowicz, Brown Jr, and Gilbert. Similitude requirements and scaling relationships as applied to model testing. 1979.
- [92] Woolston, Runyan, and Byrdsong. Some effects of system nonlinearities in the problem of aircraft flutter. Technical report, NACA, 1955.
- [93] Yang, Luo, Liu, and Tsai. Computation of the flows and over flapping and airfoil by the euler equation. *AIAA*, 2005.
- [94] Yang, Luo, Liu, and Tsai. Subsonic flow over unstalled pitching airfoil computed by euler method. *AIAA*, 2006.
- [95] Zhao and Hu. Aeroelastic analysis of a non-linear airfoil based on unsteady vortex lattice model. *Journal of Sound and Vibration*, 2004.

## ANNEXE A DÉFINITION DES NOMBRES SANS DIMENSION

Les phénomènes aérodynamiques peuvent être très complexes comme la couche limite, le décrochage ou encore la turbulence. Sous certaines hypothèses, ces phénomènes peuvent être négligés, ce qui simplifie drastiquement les études aéroélastiques et les temps de calculs.

On observe, dans les équations de la dynamique des fluides de Navier-Stokes (équation A.1), quatre nombres sans dimension [91].

$$S_t \rho^* \frac{\partial \mathbf{v}^*}{\partial t^*} + \rho^* (\mathbf{v}^* \cdot \nabla^* \mathbf{v}^*) = -\frac{1}{\gamma M_\infty^2} \nabla^* p^* + \frac{1}{R_e} \nabla^* \cdot \Sigma_{\mathbf{v}}^* + \frac{1}{F_r^2} \mathbf{g}^* \quad (\text{A.1})$$

où

- $(\bullet)^*$  : Valeur adimensionnelle
- $\mathbf{v}$  : Vecteur vitesse
- $\rho$  : Masse volumique
- $\Sigma_{\mathbf{v}}$  : Tenseur des contraintes visqueuses
- $\mathbf{g}$  : Vecteur des forces volumiques
- $S_t$  : Nombre de Strouhal
- $M_\infty$  : Nombre de Mach
- $R_e$  : Nombre de Reynolds
- $F_r$  : Nombre de Froude.

La signification physique de chaque nombre adimensionnel est décrite ci-dessous.

### Nombre de Froude

Le Nombre de Froude<sup>1</sup> est le rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie gravitationnelle (équation A.2).

$$F_r = \frac{U_\infty}{\sqrt{gL_{ref}}} \quad (\text{A.2})$$

En aérodynamique, le nombre de Froude appliqué à un profil est très élevé<sup>2</sup>. Les effets de gravité sont donc négligeables. Ce nombre est surtout utilisé en mécanique du vol lors le

---

1. Nom de l'ingénieur britannique William Froude (1810-1879)

2. Pour un avion de ligne d'une corde de 3m, en vol stationnaire à 800km/h = 222m/s, le nombre de Froude vaut 406 et  $\frac{1}{F_r^2} = 6 \times 10^{-6}$

dimensionnement des virages inclinés [91] et plus généralement en hydrodynamique. Il est à mentionner que ce terme **ne sera pas pris en compte** dans cette thèse.

## Nombre de Mach

Le Nombre de Mach<sup>3</sup> est le rapport entre la vitesse de référence et la célérité du son dans le fluide (équation A.3). Ce nombre sans dimension fournit des informations quant à la compressibilité de l'écoulement. On note alors quatre types d'écoulement (Figure A.1) :

- $M_\infty < 0.3$  **ou écoulement subsonique** : Les effets de compressibilité sont négligeables, on parle de fluide incompressible.
- $0.8 < M_\infty < 1.2$  **ou écoulement transsonique** : L'écoulement passe d'un état subsonique à un état supersonique, une onde de choc est présente à la frontière entre ces deux zones (Figure A.1a).
- $M > 1$  **ou écoulement supersonique** : Les perturbations aérodynamiques générées par la structure précèdent cette dernière (Figure A.1b).

$$M_\infty = \frac{U_\infty}{c} \quad (\text{A.3})$$

Pour un gaz parfait, la vitesse du son en ( $m/s$ ) est donnée par la relation (équation A.4) :

$$c = \sqrt{\gamma r T} \quad (\text{A.4})$$

dans laquelle

- $\gamma = 7/5 = 1.4$  (–) pour l'air : Le coefficient de Laplace
- $r = 287.058 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  : Constante thermodynamique spécifique de l'air
- $T$  : Température de l'air en  $K$ .

Dans les conditions du laboratoire (0m d'altitude, température de référence de  $15^\circ\text{C}$ ) la vitesse du son dans l'air est  $c_{0km} = 340.3 \text{ m/s} = 1225 \text{ km/h}$ . Les avions de ligne effectuent les vols de croisière à 10km d'altitude où la température référencée est  $-50^\circ\text{C}$  et la vitesse du son dans l'air est alors de  $c_{10km} = 299.3 \text{ m/s} = 1077.6 \text{ km/s}$ . Dans la présente étude, les vitesses étudiées ne dépassent pas 20 m/s soit un nombre de Mach maximum de  $M_{\infty,max} = 0.059$ . L'écoulement sera donc considéré **incompressible** dans cette thèse.

---

3. Nom du physicien autrichien Ernst Mach (1838-1916)

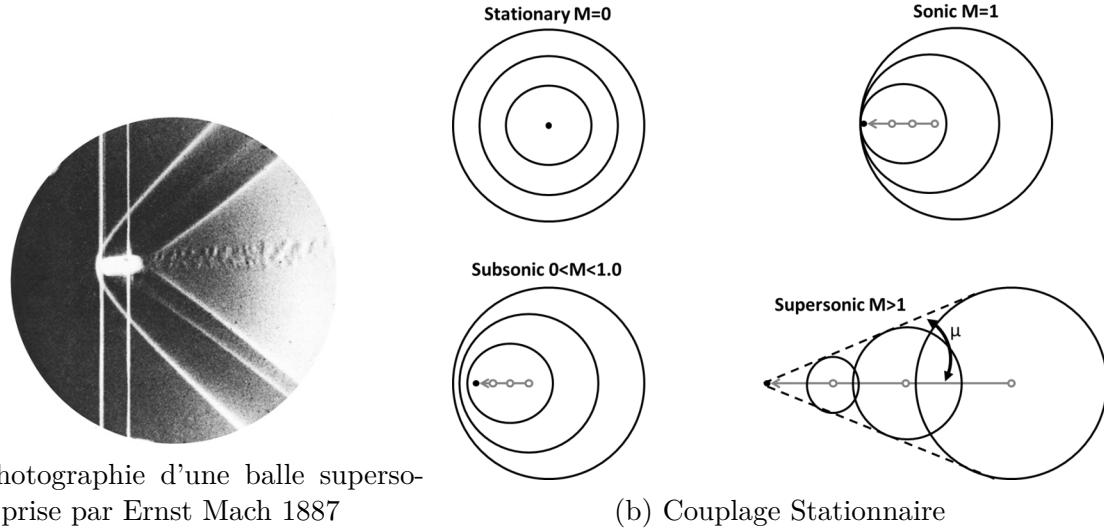


Figure A.1 Différents types d'écoulement en fonction du nombre de Mach

### Nombre de Reynolds

Le Nombre de Reynolds<sup>4</sup> est le rapport entre les forces inertielles et les forces visqueuses (équation A.5). Ce nombre sans dimension permet de définir différents types de régime :

- **Stokes** : Les effets visqueux sont dominants
- **Laminaire** : Les particules fluides restent voisines
- **Transitoire** : Transition vers le régime turbulent
- **Turbulent** : Désordre dans l'arrangement des particules fluides
- **Non Visqueux** : Les effets dus à la viscosité sont négligés

$$R_e = \frac{\rho_{ref} U_\infty L_{ref}}{\mu} \quad (\text{A.5})$$

dans laquelle  $\mu$  est la viscosité dynamique du fluide en  $\text{kg/m/s}$ .

Sur une aile, les zones à fort cisaillement, qui présentent de grands effets visqueux, se trouvent à proximité de la paroi. C'est le phénomène de *couche limite* (Figure A.2). À forte incidence, l'écoulement peut décrocher de cette paroi et générer des tourbillons issus du bord d'attaque. Une chute des forces portantes est alors observée (Figure A.3). C'est ce que l'on nomme le *Décrochage*. Dans le cas où ces tourbillons sont instationnaires, on parle de *Décrochage dynamique*.

4. Nom du physicien irlandais Osborne Reynolds (1842-1912)

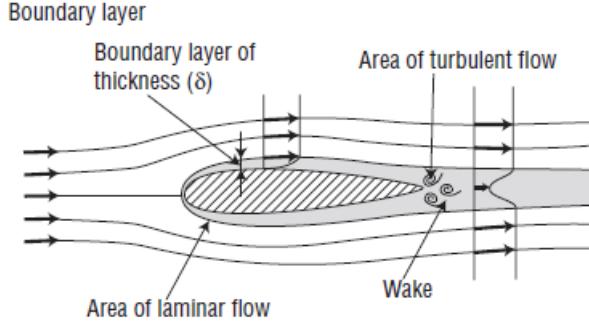


Figure A.2 Écoulements autour d'un profil aérodynamique : Phénomène de *couche limite* [55]

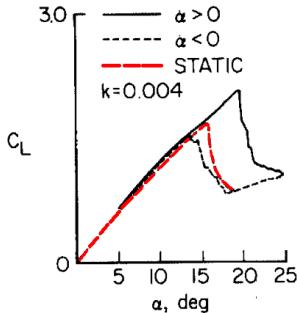


Figure A.3 Décrochage d'un profil d'aile pour différents angles d'attaque [46]

Dans la présente étude, un profil de corde de  $0.250\text{ m}$  à la vitesse maximale  $U_\infty = 20\text{ m/s}$  en soufflerie donne le nombre de Reynolds maximal  $R_{e,max} = 3.3 \times 10^5$ . Il est à mentionner que l'écoulement sera considéré **Non visqueux** dans cette thèse. Ni le phénomène de décrochage, ni la turbulence ne seront modélisés. En guise d'ordre de grandeur, le nombre de Reynolds d'un avion de ligne est de l'ordre de  $1 \times 10^7$ .

### Nombre de Strouhal

Le Nombre de Strouhal<sup>5</sup> est le rapport entre la longueur de référence (par exemple la corde d'un profil) et la distance entre deux lâchés tourbillonaires (équation A.6, Figure A.4). Dans l'équation (équation A.1), le Nombre de Strouhal est proportionnel à l'unique terme qui modélise la dépendance temporelle des variables d'état ( $\partial t^*$ ). C'est donc le Nombre de Strouhal qui régit l'instationnarité de l'écoulement.

5. Nom du physicien expérimental tchèque Vincent Strouhal (1850-1922)

$$S_t = \frac{L_{ref}}{U_\infty T_{ref}} \quad (\text{A.6})$$

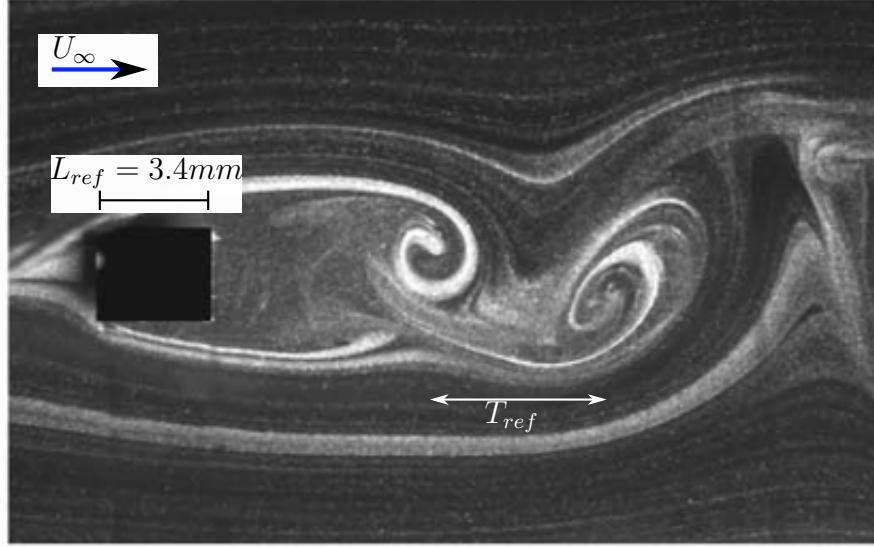


Figure A.4 Lâché tourbillonnaire autour d'un cylindre de base carré,  $\alpha = 0^\circ$ ,  $R_e = 410$  [15]

Le Nombre de Strouhal ne tient pas compte de la structure (quantité purement aérodynamique), c'est pourquoi, en aéroélasticité, la *Fréquence réduite* (noté  $k$ ) est utilisée.

### Fréquence réduite

Cette dernière représente le rapport entre le temps que met une particule fluide pour traverser la longueur de référence par rapport à la période d'oscillation du solide (équation A.7).

$$k = \frac{\omega_s b}{U_\infty} = \frac{T_{fluide}}{T_{solide}} \quad (\text{A.7})$$

dans laquelle

- $\omega_s$  : Pulsation propre de l'aile ( $\text{rad/s}$ )
- $b$  : Demi-corde ( $\text{m}$ )
- $U_\infty$  : Vitesse de vent en amont ( $\text{m/s}$ )
- $T$  : Période ( $\text{s}$ )

On note ainsi quatre types de couplage fluide-structure [13] (Figure A.5) :

1.  $k \ll 1$ , ou **couplage stationnaire à interaction faible** : Une particule fluide

ne voit pas la structure se déplacer, l'écoulement est considéré comme stationnaire (Figure A.5a).

2.  **$k < 0.1$  couplage quasi-stationnaire interaction faible :** Une particule fluide ne voit pas la structure se déplacer mais l'angle d'attaque est corrigé par la cinématique propre à l'aile (Figure A.5b).
3.  **$k \sim 1$  couplage instationnaire interaction forte :** Une particule fluide est soumise aux déplacements de l'aile (Figure A.5c). Le sillage en aval est instationnaire.
4.  **$k >> 1$  couplage acoustique interaction faible :** Une particule fluide ressent uniquement le déplacement de l'aile et génère des ondes de pression périodiques (Figure A.5d).

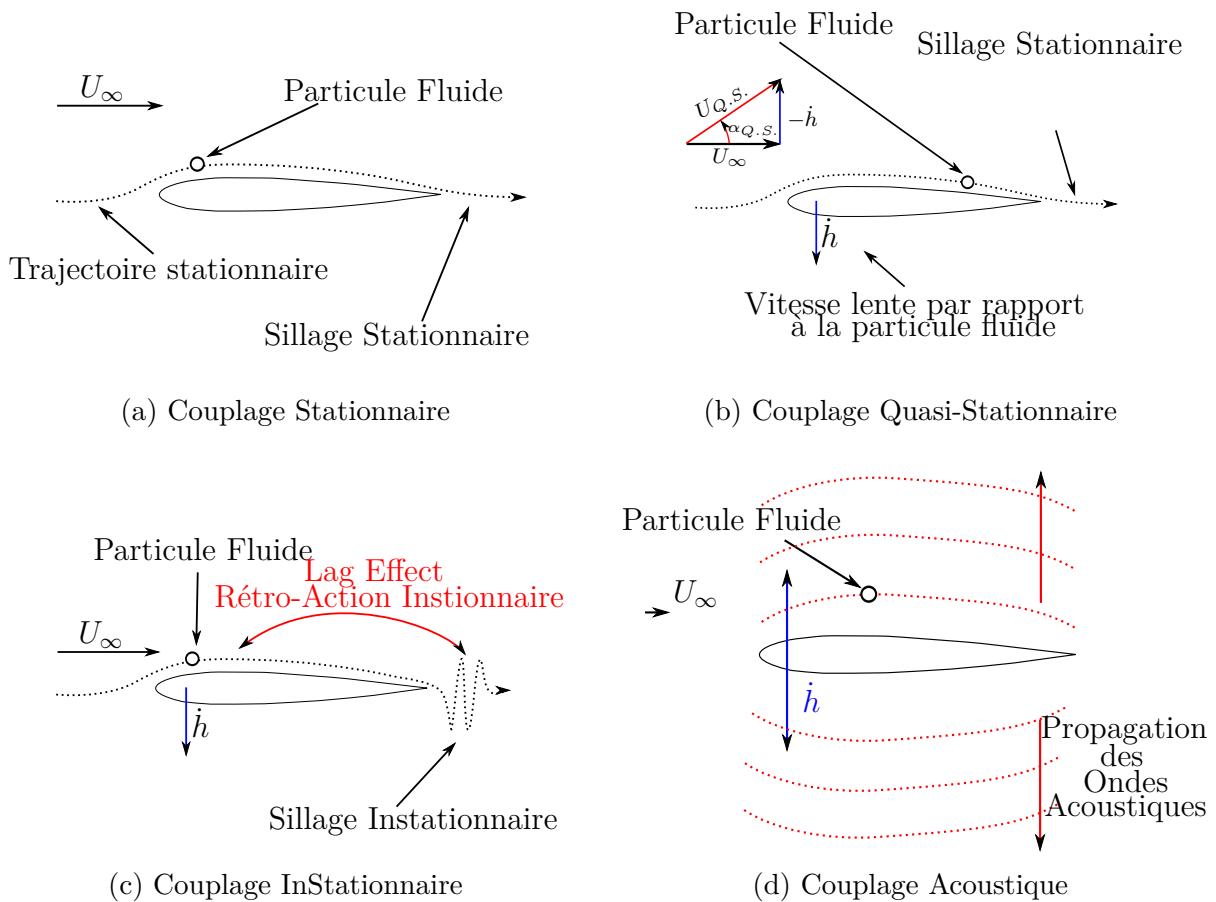


Figure A.5 Schémas des différents types de couplage temporel en aéroélasticité

## ANNEXE B MATRICES DU CHAPITRE 1.5

**Theodorsen**

**Équation 2.2**

$$\mathbf{q} = [\alpha, \beta, h/b]^T$$

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} r_\alpha^2 & r_\beta^2 + (c-a)x_\beta & x_\alpha \\ sym & r_\beta^2 & x_\beta \\ sym & sym & 1 + \mu_h \end{bmatrix}$$

$$\Omega_i = \frac{\omega_i}{\omega_\alpha}$$

$$\mathbf{f}_a = [M_\alpha, M_\beta, -L]^T$$

$$\mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} r_\alpha^2 & 0 & 0 \\ 0 & r_\beta^2 \Omega_\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & (1 + \mu_h) \Omega_h^2 \end{bmatrix}$$

**Équation 2.6**

$$c_0 = 1.00 \quad c_1 = 0.165 \quad c_2 = 0.0455$$

$$c_3 = 0.335 \quad c_4 = 0.300$$

Tableau B.1 Fonctions de Wagner en fonction du rapport d'aspect

AR	Fonction de Wagner $\phi(t)$
3	$1.2/2 \times (1 - 0.283e^{-0.540t})$
6	$1.5/2 \times (1 - 0.361e^{-0.381t})$
$\infty$	$1 - 0.165e^{-0.045t} - 0.335e^{-0.300t}$

### Équations 2.7

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_a &= \frac{\kappa}{\pi} \mathbf{M}_{nc} \\
\mathbf{K}_a &= \frac{\kappa}{\pi} U^2 (\mathbf{K}_{nc} + (c_0 - c_1 - c_3) \mathbf{RS1}) \\
\mathbf{B}_a &= \frac{\kappa}{\pi} U (\mathbf{B}_{nc} + (c_0 - c_1 - c_3) \mathbf{RS2}) \\
\mathbf{R} &= \begin{bmatrix} 2\pi \left(a + \frac{1}{2}\right) \\ -T_{12} \\ -2\pi \end{bmatrix} \\
\mathbf{D} &= \frac{\kappa}{\pi} U \mathbf{R} \begin{bmatrix} c_2 c_4 (c_1 + c_3) U^2 & (c_1 c_2 + c_3 c_4) U \end{bmatrix} \\
\mathbf{F}_{aug} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -c_2 c_4 U^2 & -(c_2 + c_4) U \end{bmatrix}
\end{aligned}
\quad
\begin{aligned}
\mathbf{M}_{nc} &= \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{8} + a^2\right)\pi & -2T_{13} & a\pi \\ -2T_{13} & T_3/\pi & T_1 \\ a\pi & T_1 & -\pi \end{bmatrix} \\
\mathbf{K}_{nc} &= \begin{bmatrix} 0 & -(T_4 + T_{10}) & 0 \\ 0 & \frac{T_4 T_{10} - T_5}{\pi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{B}_{nc} &= \begin{bmatrix} \left(a - \frac{1}{2}\right)\pi & -T_{16} & 0 \\ -T_{17} & \frac{T_4 T_{11}}{2\pi} & 0 \\ -\pi & T_4 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{S1} &= \begin{bmatrix} 1 & \frac{T_{10}}{\pi} & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{S2} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} - a & \frac{T_{11}}{2\pi} & 1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{E1} &= U \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{S1} & & \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
\mathbf{E2} &= \begin{bmatrix} \mathbf{S2} & & \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

### Équation 2.8

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathbf{M}}_{theo} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_t & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \\
\tilde{\mathbf{K}}_{theo} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_t & \mathbf{B}_t & -\mathbf{D} \\ -\mathbf{E1} & -\mathbf{E2} & -\mathbf{F}_{aug} \end{bmatrix}
\end{aligned}
\quad
\begin{aligned}
\mathbf{M}_t &= \mathbf{M}_s - \mathbf{M}_a \\
\mathbf{B}_t &= \mathbf{B}_s - \mathbf{B}_a \\
\mathbf{K}_t &= (1 - \nu) \mathbf{K}_s - \mathbf{K}_a \\
\tilde{\mathbf{f}}_{nl} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{f}_s & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T \\
\mathbf{u} &= \begin{bmatrix} \mathbf{q} & \dot{\mathbf{q}} & \mathbf{x}_{aug} \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

### Constantes de Theodorsen

$$\begin{aligned}
T_1 &= -(1/3)\sqrt{1-c^2}(2+c^2) + c \arccos(c) \\
T_3 &= -(1/8+c^2) \arccos(c)^2 + 1/4c\sqrt{1-c^2} \arccos(c)(7+2c) - 1/8(1-c^2)(5c^2+4) \\
T_4 &= -\arccos(c) + c\sqrt{1-c^2} \\
T_5 &= -(1-c^2) - \arccos(c)^2 + 2c\sqrt{1-c^2} \arccos(c) \\
T_7 &= -(1/8+c^2) \arccos(c) + 1/8c\sqrt{1-c^2}(7+2c^2) \\
T_8 &= -(1/3)\sqrt{1-c^2}(2c^2+1) + c \arccos(c) \\
T_9 &= 1/2((1/3)\sqrt{1-c^2}^3 + aT_4) \\
T_{10} &= \sqrt{1-c^2} + \arccos(c) \\
T_{11} &= \arccos(c)(1-2c) + \sqrt{1-c^2}(2-c) \\
T_{12} &= \sqrt{1-c^2}(2+c) - \arccos(c)(2c+1) \\
T_{13} &= 1/2(-T_7 - (c-a)T_1) \\
T_{16} &= T_1 - T_8 - (c-a)T_4 + 1/2T_{11} \\
T_{17} &= -2T_9 - T_1 + (a-1/2)T_4
\end{aligned}$$

**LUVLM****Équation 2.19**

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_d &= \begin{bmatrix} -2\mathbf{s} \\ \mathbf{0}_{N-M-1 \times M} \end{bmatrix} \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{K}_w + \mathbf{I}_{N-M} & \mathbf{B}_d &= \begin{bmatrix} -2\mathbf{s} \\ \mathbf{0}_{N-M-1 \times M} \end{bmatrix} \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{K}_w + \mathbf{C}_w \\
\mathbf{C}_d &= \begin{bmatrix} -2\mathbf{s} \\ \mathbf{0}_{N-M-1 \times M} \end{bmatrix} \mathbf{K}_a^{-1} \Delta\tau & \mathbf{s} &= \{1 \dots 1\}_{1 \times M} \\
\mathbf{C}_w &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \vartheta \end{bmatrix} & \mathbf{w}_{3/4}^{n+1} - \mathbf{w}_{3/4}^n &= \Delta\tau \dot{\mathbf{w}}_{3/4}^{n+1} = \frac{\Delta x}{U} \dot{\mathbf{w}}_{3/4}^{n+1}
\end{aligned}$$

**Équation 2.21**

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_c &= \begin{bmatrix} -2\mathbf{s} \\ \mathbf{0}_{N-M-1 \times M} \end{bmatrix} \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{K}_w & + & \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}_{1 \times N-M-1} \\ \mathbf{0}_{N-M-1 \times 1} & \mathbf{0}_{N-M-1 \times N-M-1} \end{bmatrix} \\
\mathbf{C}_c &= \begin{bmatrix} -2\mathbf{s} \\ \mathbf{0}_{N-M-1 \times M} \end{bmatrix} \mathbf{K}_a^{-1} & & \mathbf{B}_c = \mathbf{A}_c \ln(\mathbf{A}_d^{-1} \mathbf{B}_d)
\end{aligned}$$

**Equation 2.24**

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_1 &= \frac{\kappa}{\pi} \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 \\ \mathbf{h}_1 \\ \mathbf{f}_1 \end{bmatrix} & \mathbf{Q}_2 &= \frac{\kappa}{\pi} \begin{bmatrix} \mathbf{g}_2 \\ \mathbf{h}_2 \\ \mathbf{f}_2 \end{bmatrix} \\
\mathbf{f}_1 &= -\mathbf{s} & \mathbf{f}_2 &= -\Delta x \begin{bmatrix} M & M-1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \\
\mathbf{g}_1 &= a - \boldsymbol{\xi}_a & \mathbf{g}_2 &= -\Delta x \boldsymbol{\xi}_a \mathbf{T}_L - a \mathbf{f}_2 \\
\mathbf{h}_1 &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{1 \times M_F} & c - \boldsymbol{\xi}_{a,(M_F+1 \rightarrow M)} \end{bmatrix} & & \\
\mathbf{h}_2 &= -\Delta x \boldsymbol{\xi}_a \mathbf{T}_{L,M_F} - c \begin{bmatrix} -\Delta x(M-M_F) \mathbf{1}_{1 \times M_F} & \mathbf{f}_{2,M_F+1 \rightarrow M} \end{bmatrix} \\
\mathbf{T}_L &\text{ is a } M \times M \text{ lower triangle matrix}
\end{aligned}$$

**Équation 2.26**

$$\mathbf{E}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{34}^T - a & \mathbf{0}_{M_F \times 1} & \mathbf{s}^T \\ \mathbf{x}_{34(M_F+1 \rightarrow M)} & & \end{bmatrix} \quad \mathbf{E}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{s}^T & \mathbf{0}_{M_F \times 1} & \mathbf{0}_{M \times 1} \\ \mathbf{1}_{M-M_F \times 1} & & \end{bmatrix}$$

**Equation 2.25**

$$\tilde{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} \text{eye}(3) & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times N-M} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{M}_s - \mathbf{Q}_2 \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{E}_1 & \mathbf{Q}_2 \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{K}_w \\ \mathbf{0}_{N-M \times 3} & \mathbf{C}_c \mathbf{E}_1 & -\mathbf{A}_c \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \boldsymbol{\gamma}_w \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\text{eye}(3) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{K}_s - U^2 \mathbf{Q}_1 \mathbf{K}_a \mathbf{E}_2 & \mathbf{B}_s - U (\mathbf{Q}_1 \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{E}_1 + \mathbf{Q}_2 \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{E}_2) & U \mathbf{Q}_1 \mathbf{K}_a^{-1} \mathbf{K}_w \\ \mathbf{0}_{N-M \times 3} & U \mathbf{C}_c \mathbf{E}_2 & \frac{U}{\Delta x} \mathbf{B}_c \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{f}}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{f}_s \\ \mathbf{0}_{N-M \times 1} \end{bmatrix}$$

## ANNEXE C CALCUL DES RAIDEURS ÉQUIVALENTES

La géométrie des sous-mécanismes permet de modifier les raideurs équivalentes en tangage et en pilonnement. Celles-ci dépendent notamment de la position des ressorts (bras de levier  $l_{rh}$  et  $l_{r\alpha}$ , Figure 3.46). Nous allons maintenant développer la formulation des raideurs linéaires équivalentes. Premièrement, le cas du tangage qui présente le cas générique. Deuxièmement, la configuration en pilonnement qui est une variante du cas précédent.

La Figure C.1 présente la cinématique simplifiée du mécanisme en tangage qui est symétrique. Une manivelle de longueur  $l_b$  est en liaison pivot par rapport au bâti qui forme un angle  $\theta$  par rapport à l'abscisse (symbole générique qui correspond à l'angle d'attaque  $\alpha$  dans le cas du tangage et à l'angle  $\delta$  dans le cas du pilonnement). Un ressort de longueur naturelle  $l_0$ , de raideur unitaire  $k_u$  et localisé à une distance  $l_r$  du pivot est précontraint et forme alors une longueur  $AH$  à l'équilibre .

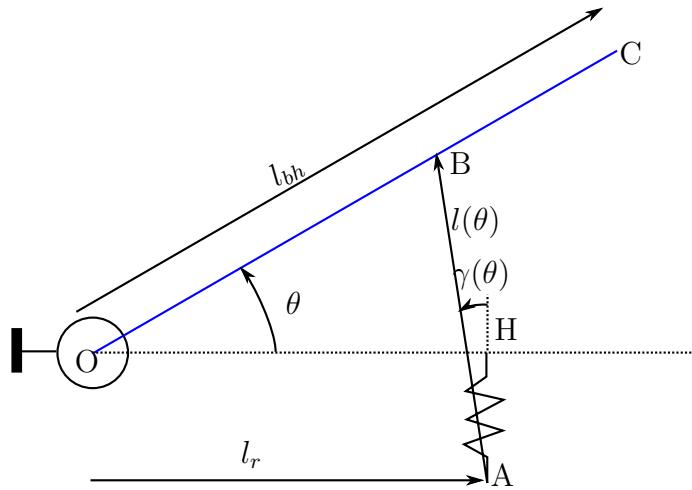


Figure C.1 Calcul de la raideur linéaire équivalente

### Tangage

Les attaches du ressort sont positionnées le long de la biellette de tangage de telle sorte que la longueur  $l_{r\alpha}$  suive la relation suivante (équation C.1) :

$$l_{r\alpha}(id) = (30 + 10id) \times 10^{-3}; \quad (C.1)$$

où  $id \in [0; 3]$  représente la position du ressort selon le numéro de la fixation.  $id = 0$  (respectivement  $id = 3$ ) correspond à la fixation la plus proche (respectivement éloigné) du point de pivot.

La force exercée par le ressort est proportionnelle à sa déformation (équation C.2).

$$\mathbf{F}_{r,u} = -k_u(l(\theta) - l_0) \frac{\mathbf{AB}}{|\mathbf{AB}|} \quad (\text{C.2})$$

Le vecteur solidaire du ressort  $\mathbf{AB}$  est calculé à l'aide de la fermeture géométrique (équation C.3) :

$$\mathbf{AB} = \mathbf{AH} + \mathbf{HO} + \mathbf{OB} \quad (\text{C.3})$$

d'où (équation C.4) :

$$\mathbf{AB}(\theta) = \begin{Bmatrix} l_r(\cos(\theta) - 1) \\ (AH + l_r \sin(\theta)) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{C.4a})$$

$$l(\theta) = \sqrt{AB_x^2 + AB_y^2} \quad (\text{C.4b})$$

$$\gamma(\theta) = -\arctan\left(\frac{AB_x}{AB_y}\right) \quad (\text{C.4c})$$

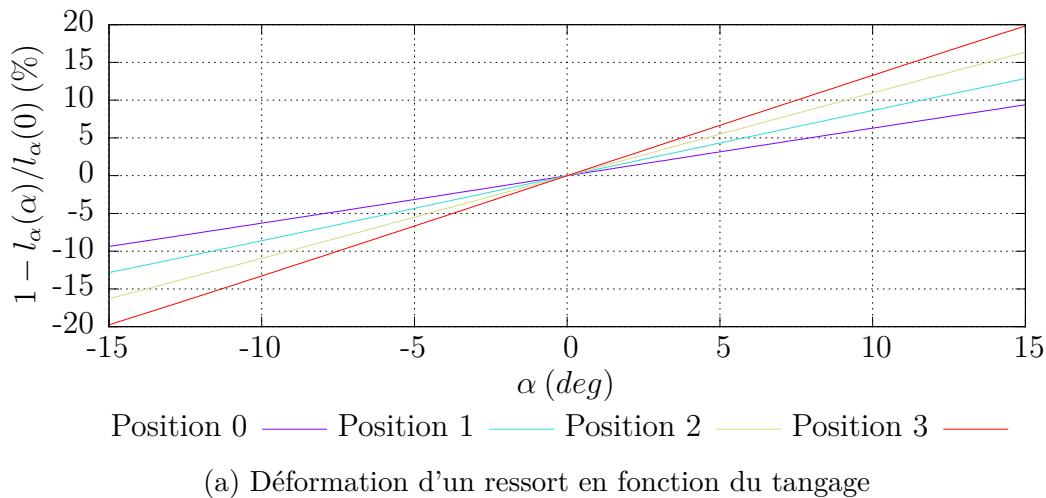
La figure C.2 montre l'évolution de la déformation et de l'angle du ressort  $\gamma$  en fonction de l'angle de tangage  $\alpha$ . La déformation semble proportionnelle à la rotation (Figure C.2a). L'angle du ressort n'excède pas  $2^\circ$  (angle faible), ce qui confirme la linéarité déjà observée de la relation angle/déformation.

Dans le cadre de l'utilisation de ressorts de traction, il est nécessaire de les appairer de part et d'autre du système. La force de rappel équivalente est donc la suivante (équation C.5) :

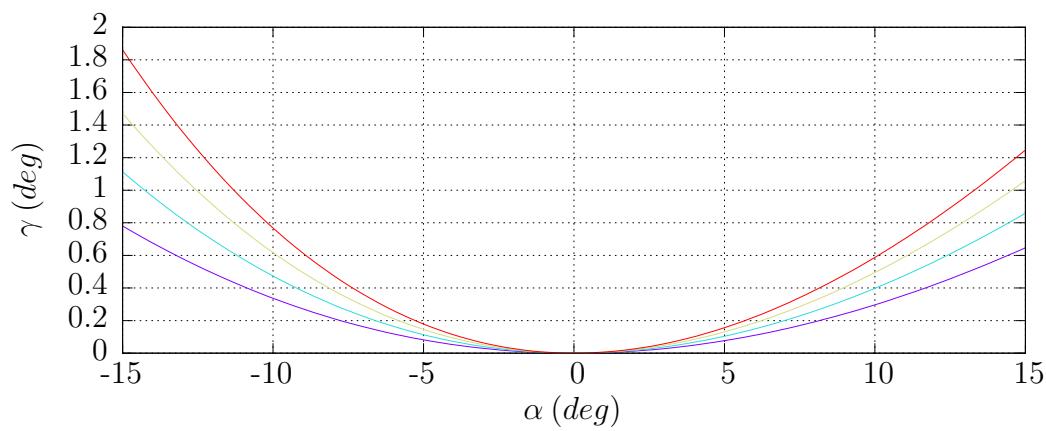
$$\mathbf{Fr} = \mathbf{Fr},u(\theta) - \mathbf{Fr},u(-\theta) \quad (\text{C.5a})$$

$$M_{z,r} = \mathbf{OB} \wedge \mathbf{Fr} \quad (\text{C.5c})$$

Le développement limité de Taylor de la force de rappel à l'équilibre  $\theta = 0^\circ$  (équation C.6) présente une force nulle à l'ordre 2 selon  $\mathbf{x}$ , une force linéaire à l'ordre 2 selon  $\mathbf{y}$  et un couple



(a) Déformation d'un ressort en fonction du tangage



(b) Angle d'un ressort en fonction du tangage

Figure C.2 Déformation et angle d'un ressort en fonction du tangage

en  $O$  selon  $\mathbf{z}$  :

$$\tilde{F}_{r,x} = k_u l_0 \left( \frac{l_r}{AH} \right)^2 \theta^3 + o(4) \quad (\text{C.6a})$$

$$\tilde{F}_{r,y} = -2k_u l_r \theta + \frac{1}{3} k_u l_r \theta^3 + o(4) \quad (\text{C.6b})$$

$$\tilde{M}_{r,Oz} = -2k_u l_r^2 \theta + \frac{4}{3} k_u l_r^2 \theta^3 + o(4) \quad (\text{C.6c})$$

Ce système est doublé (un au-dessus et un en-dessous de la veine). La raideur équivalente en tangage est donc donnée par la relation (équation C.7)

$$k_\alpha = 4k_u l_r^2 \quad (\text{C.7})$$

Un terme non linéaire adoucissant est observé (équation C.8) :

$$M_\alpha(\alpha) = -k_\alpha(1 + \gamma_\alpha \alpha^2)\alpha + o(\alpha^4) \quad (\text{C.8})$$

où :

- $M_\alpha(\alpha)$  est le couple appliqué par le ressort sur la biellette de tangage  $\alpha$
- $\gamma_\alpha = -\frac{2}{3}$  est le premier terme non linéaire

L'évolution du moment de tangage en fonction de l'angle d'attaque est présentée Figure C.3. On observe que le couple calculé à l'ordre 1 (équation C.6) est très proche du couple réel (Figure C.3a). Le terme linéaire présente une erreur inférieure à 5% dans la gamme d'utilisation du ressort (Figure C.3b). L'hypothèse d'une raideur équivalente linéaire est donc valide.

On observe (Figure C.4) que le banc d'essai fournit des raideurs allant de  $37 \times 10^{-3}$  à  $16 \times 10^{-2}$  fois la raideur unitaire. Dans le cas présent, la position 3 est retenue ce qui confère au banc d'essai une raideur équivalente de  $k_\alpha = 12.23 \text{ Nm/rad/span}$ .

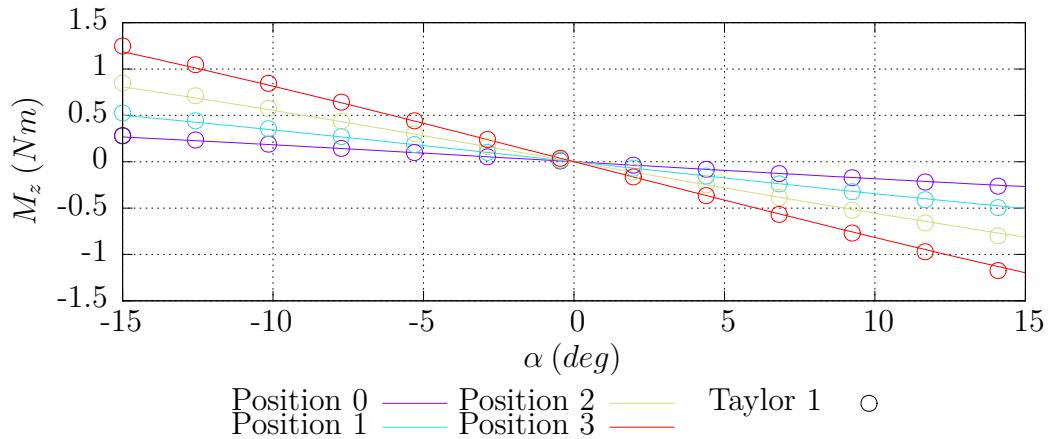
## Pilonnement

La position des ressorts de pilonnement suivent la loi (équation C.9) :

$$l_{rh}(id) = (65 + 40id) \times 10^{-3} \quad (\text{C.9})$$

où  $id \in [0; 8]$  est la position du ressort selon le numéro de la fixation.  $id = 0$  (respectivement  $id = 8$ ) correspond à la fixation la plus proche (respectivement éloignée) du point de pivot.

La translation en pilonnement  $h$  est induite par la rotation  $\delta$  des manivelles de pilonnement.



(a) Moment en fonction du tangage

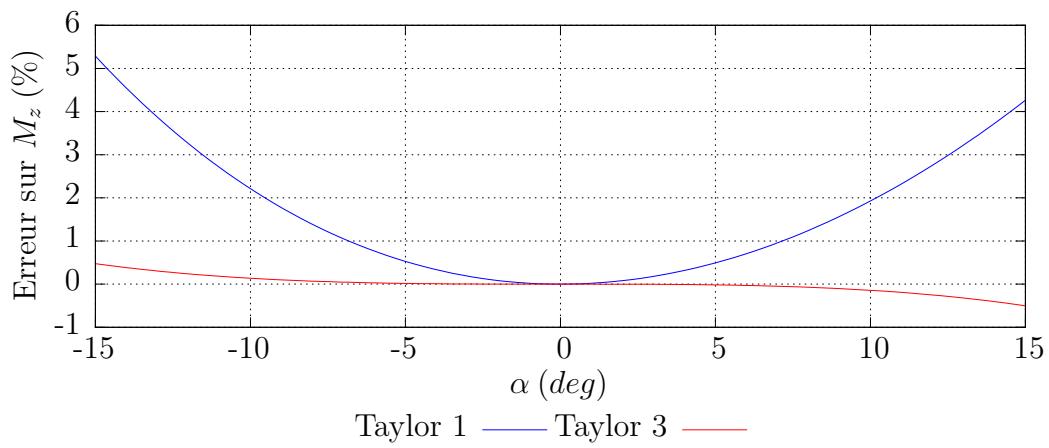
(b) Erreur réalisée par le développement de Taylor,  $id = 3$ 

Figure C.3 Force structurelle en tangage

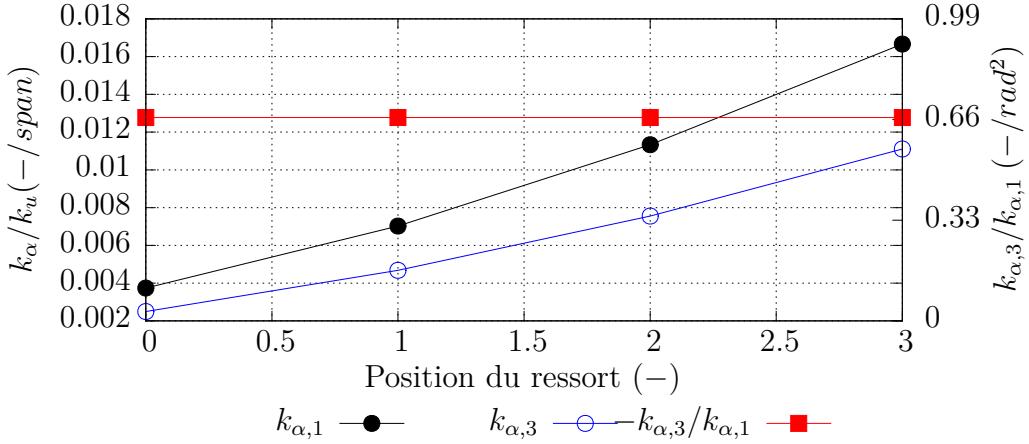


Figure C.4 Raideur de pilonnement adimensionnée en fonction de la position du ressort

La force de portance est appliquée à une distance  $l_{bh}$  du centre de pivot. La force de rappel est appliquée à une distance  $l_r$  du centre de pivot. La figure C.5 présente la déformation et l'angle d'un ressort en fonction du pilonnement pour différentes positions.

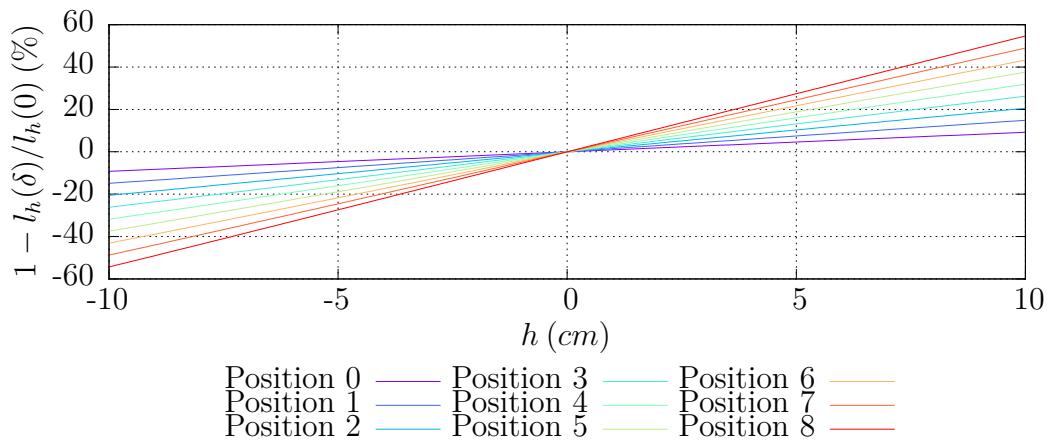
Pour appliquer le principe fondamental de la dynamique (équation 2.2), il est nécessaire d'exprimer la force de rappel en  $C$  (Figure C.1). Pour se faire, la dynamique du pendule (C.1) est dérivée au centre de pivot  $O$  (équation C.10). L'hypothèse des petits déplacements (équation C.11) permet d'exprimer l'équation (C.10) en fonction du pilonnement (équation C.12). Une raideur (équation C.13) et une masse (équation C.14) équivalente de pilonnement sont donc induites. La Figure C.6 présente le pilonnement réel et linéarisé en fonction de l'angle  $\delta$ . Au regard de cette figure, on peut dire que cette hypothèse est valide dans la gamme d'utilisation.

$$I_{Oz}\ddot{\delta} = OC \wedge F_a + OB \wedge F_r \quad (\text{C.10})$$

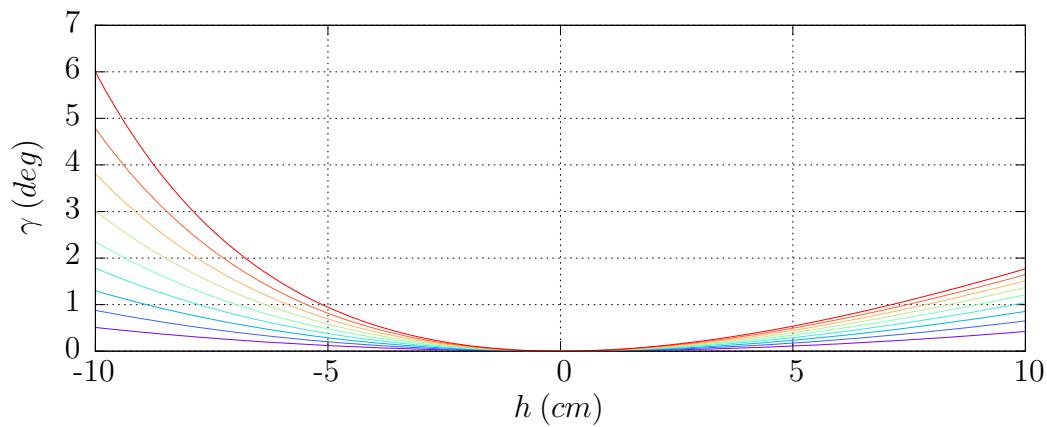
$$\sin(\delta) = h/l_{bh} \sim \delta \quad (\text{C.11})$$

$$\frac{I_{Oz}}{l_{bh}^2} \ddot{h} = -L - 2k_u \left( \frac{l_{rh}}{l_{bh}} \right)^2 h \quad (\text{C.12})$$

$$k_h = 4k_u \left( \frac{l_{rh}}{l_{bh}} \right)^2 \quad (\text{C.13})$$



(a) Déformation d'un ressort en fonction du pilonnement



(b) Angle du ressort en fonction du pilonnement

Figure C.5 Déformation et angle d'un ressort en fonction du pilonnement

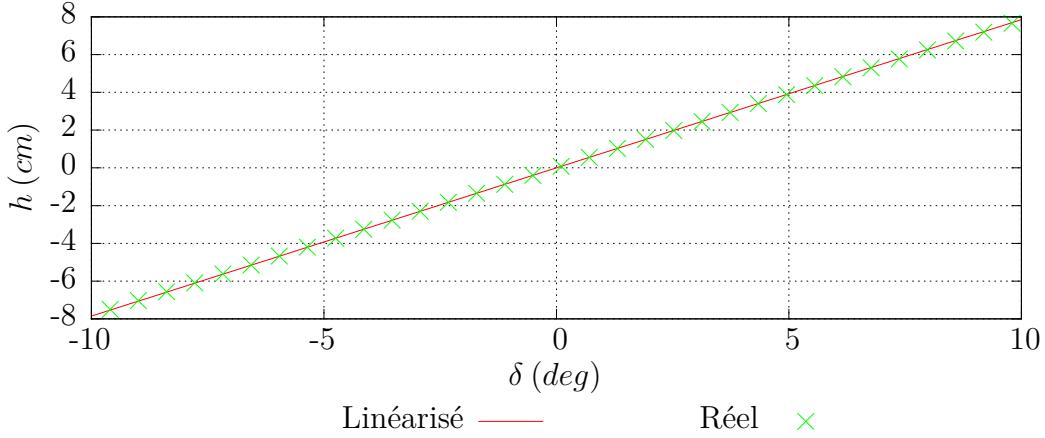
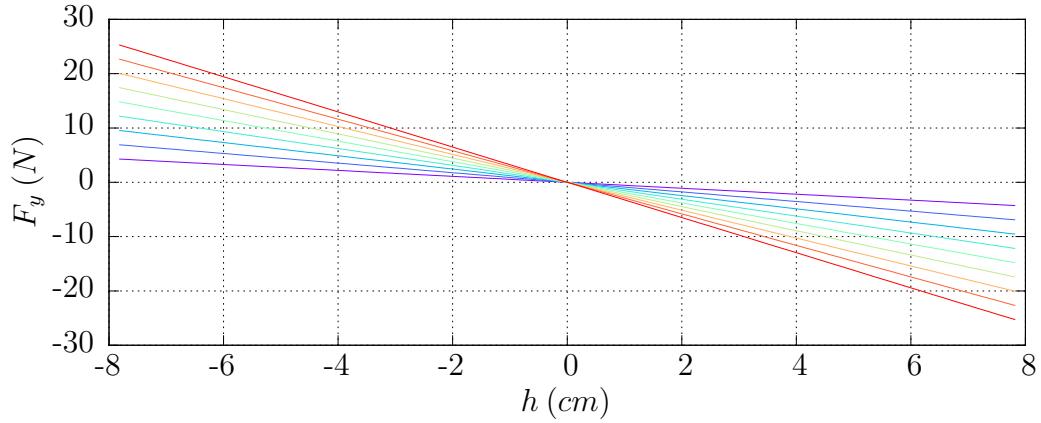


Figure C.6 Pilonnement en fonction de l'angle de la manivelle  $h$

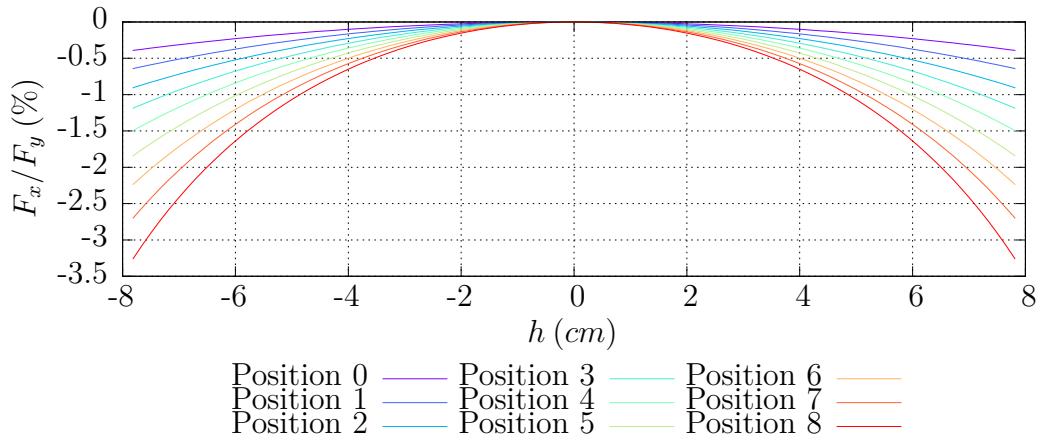
$$m_h = \frac{I_{Oz}}{l_{bh}^2} \quad (\text{C.14})$$

La figure C.7 présente les composantes axiales et transversales de la force de rappel générée par un ressort de pilonnement en fonction de la translation  $h$  et ce, pour différentes positions. On observe que l'erreur réalisée par le développement de Taylor à l'ordre 1 est inférieure à 1% dans la plage d'utilisation. Ceci confirme la modélisation d'une raideur linéaire en pilonnement.

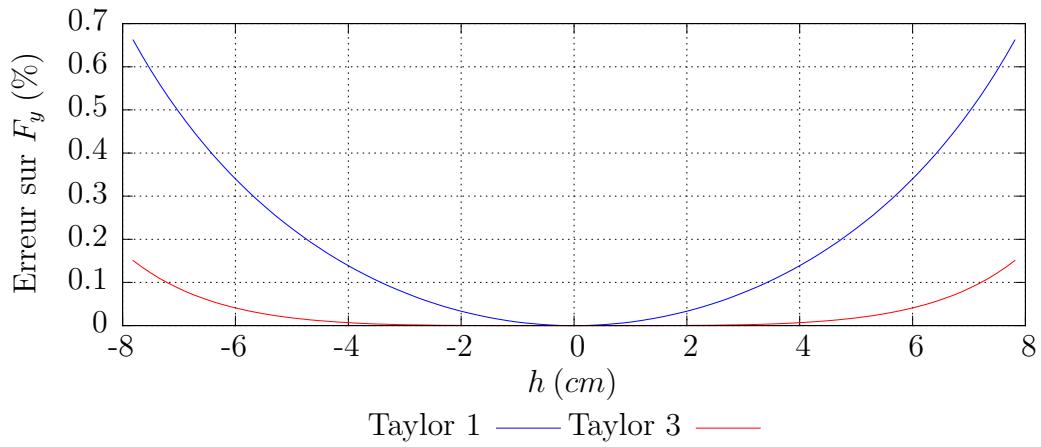
La raideur équivalente normalisée par rapport à la raideur unitaire pour différentes positions du ressort de pilonnement est donnée Figure C.8. On observe que le banc d'essai fournit des raideurs qui vont de 0.4 à 3.75 fois la raideur unitaire. Dans le cas des présentes expérimentations, le ressort est placé en position 7, ce qui confère une raideur équivalente de  $k_h = 5.71 \times 10^2$ .



(a) Force verticale en fonction du pilonnement



(b) Force axiale en fonction du pilonnement



(c) Erreur réalisée par l'hypothèse d'un développement de Taylor

Figure C.7 Forces structurelles en pilonnement

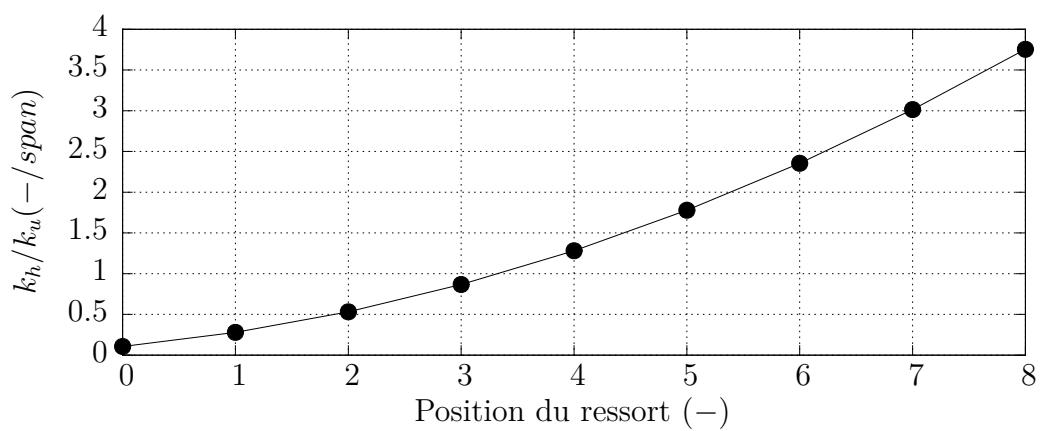


Figure C.8 Raideur de pilonnement normalisée en fonction de la position du ressort