

**Titre:** Covering design problem constructed by using the TS-CD algorithm  
Title:

**Auteurs:** Kamal Fadlaoui, & Philippe Galinier  
Authors:

**Date:** 2010

**Type:** Rapport / Report

**Référence:** Fadlaoui, K., & Galinier, P. (2010). Covering design problem constructed by using the TS-CD algorithm (Rapport technique n° EPM-RT-2010-01).  
Citation: <https://publications.polymtl.ca/2650/>

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/2650/>  
PolyPublie URL:

**Version:** Version officielle de l'éditeur / Published version

**Conditions d'utilisation:** Tous droits réservés  
Terms of Use:

 **Document publié chez l'éditeur officiel**  
Document issued by the official publisher

**Institution:** École Polytechnique de Montréal

**Numéro de rapport:** EPM-RT-2010-01  
Report number:

**URL officiel:**  
Official URL:

**Mention légale:**  
Legal notice:

**EPM-RT-2010-01**

**COVERING DESIGN PROBLEM CONSTRUCTED BY  
USING THE TS-CD ALGORITHM**

Kamal Fadlaoui, Philippe Galinier  
Département de Génie informatique et génie logiciel  
École Polytechnique de Montréal

**Juillet 2010**

Poly



EPM-RT-2010-01

Covering Design Problem constructed  
by using the TS-CD algorithm

Kamal Fadlaoui, Philippe Galinier  
Département de Génie Informatique et Génie Logiciel  
École Polytechnique de Montréal

Juillet 2010

---

©2010  
Kamal Fadlaoui Philippe Galinier  
Tous droits réservés

Dépôt légal :  
Bibliothèque nationale du Québec, 2010  
Bibliothèque nationale du Canada, 2010

EPM-RT-2010-01  
*Covering designs constructed by using the TS-CD  
algorithm*  
par : Kamal Fadlaoui Philippe Galinier  
Département de génie informatique et génie logiciel  
École Polytechnique de Montréal

Toute reproduction de ce document à des fins d'étude personnelle ou de recherche est autorisée à la condition que la citation ci-dessus y soit mentionnée.

Tout autre usage doit faire l'objet d'une autorisation écrite des auteurs. Les demandes peuvent être adressées directement aux auteurs (consulter le bottin sur le site <http://www.polymtl.ca/>) ou par l'entremise de la Bibliothèque :

École Polytechnique de Montréal  
Bibliothèque – Service de fourniture de documents  
Case postale 6079, Succursale «Centre-Ville»  
Montréal (Québec)  
Canada H3C 3A7

Téléphone : (514) 340-4846  
Télécopie : (514) 340-4026  
Courrier électronique : [biblio.sfd@courriel.polymtl.ca](mailto:biblio.sfd@courriel.polymtl.ca)

---

Ce rapport technique peut-être repéré par auteur et par titre dans le catalogue de la Bibliothèque :  
<http://www.polymtl.ca/biblio/catalogue/>

# Covering designs constructed by using the TS-CD algorithm

Kamal Fadlaoui      Philippe Galinier

June 8, 2010

## Abstract

In a paper submitted to the Journal of Heuristics, we have proposed a new tabu algorithm for the covering design problem. In our experiments, our algorithm was able to find new record solutions for more than 50 problem instances. These solutions are displayed in the current paper.

A  $(v, k, t)$ -covering design is a collection of  $k$ -subsets (called blocks) of a  $v$ -set  $\mathcal{V}$  such that every  $t$ -subset of  $\mathcal{V}$  is contained in at least one block. Given  $v$ ,  $k$  and  $t$ , the goal of the covering design problem is to find a covering made of a minimum number of blocks.

In [1], we have presented a new tabu algorithm for the solution of the covering design (CD) problem: the **TS-CD** algorithm. Our algorithm exploits a new implementation designed in order to evaluate efficiently the performance of the neighbors of the current configuration. The new implementation is much less space-consuming than the currently used technique, making it possible to tackle much larger problem instances. It is also significantly faster.

In the experiments reported in [1], our **TS-CD** algorithm was able to discover new record solutions for more than 50 problem instances. The list of these instances is given in [1], as well as the new improved upper bound (number of blocks). However, due to the lack of space, we could not display the solutions themselves in the paper. These solutions are given below in Table 1.

In Table 1, each box contains a covering design. For example, the first box displays a covering design of  $b=108$  blocks for the problem instance defined by  $(v, k, t)=(15, 10, 7)$ . Each block is represented by the index of the corresponding  $k$ -subset in a  $v$ -set, assuming a lexicographic ordering of the subsets – see [2].

$(v, k, t, b)=(15, 10, 7, 108)$ 1402 2690 1287 1290 403 1992 1674 2934 1218 731 586 1650 2243 447 2277 268 1929 2362 1150 171 276 774 1313 2446 2557 2760 288 644 1989 1406 1003 427 880 1268 2985 649 725 1452 1134 408 1501 3 1927 2296 768 401 1764 442 2920 2330 1999 579 841 2686 1213 1551 2241 1609 2041 1621 1154 2546 2634 772 2542 472 2148 1325 2266 2300 876 1584 1289 1852 275 356 962 1868 2100 2730 2500 1545 1311 2486 2797 1361 68 964 2492 1490 2578 2945 2051 2155 602 0 1768 173 500 1648 2429 2043 2857 1870 13 2876 838 2998
$(v, k, t, b)=(15, 9, 7, 270)$ 4487 1070 1926 2787 3028 2076 712 593 1376 3074 4985 603 355 1250 4060 774 3693 12 2379 2130 1664 2743 2748 3040 4953 4356 815 1059 1037 1453 2807 3842 161 3184 4427 1087 2711 2859 2295 4098 365 2240 3826 678 2765 764 917 1732 3115 727 3555 1983 1000 324 1192 330 3376 1865 1867 3155 4464 949 3307 4 61 1349 2511 613 1474 983 3425 2525 4590 2325 4020 3758 3717 4502 4924 588 4567 3645 3719 2039 2319 3355 1411 2884 2664 288 2980 4957 2216 1326 3702 4132 3270 4208 4920 3216 111 4266 3166 4866 3254 2722 2718 3304 686 2579 3248 4838 3728 2476 99 3336 756 3568 3662 4402 313 2047 672 4110 2639 1213 1523 3312 4697 3877 4116 4199 4237 335 247 2439 876 925 4434 1971 637 187 2919 400 2552 1939 340 1819 2797 411 2273 3658 589 3168 2347 3015 2708 2614 4560 2771 683 1703 985 548 1957 1241 3884 4735 3443 3886 1461 3644 4438 3398 3759 1497 636 4824 1780 3997 1013 1607 3659 2015 2301 1887 1057 2778 3603 972 1758 331 4058 3026 598 4634 3421 1600 4324 2941 4624 1854 2025 1199 2764 3460 2501 3910 1540 602 737 1324 3142 3670 4743 2160 210 4461 2105 4539 4144 2694 1507 3463 110 1879 1162 391 648 1490 2260 2203 107 4629 1434 4826 1436 3537 680 2828 3389 2078 1651 3929 1692 3987 3223 321 4773 1738 461 4783 374 3144 1577 2353 788 1415 2489 4411 464 2262 3918 3646 1891 75 2897 447 3784 4598
$(v, k, t, b)=(16, 11, 7, 80)$ 1864 3634 248 1939 4249 4093 3837 3608 4044 3702 3807 1752 2039 3549 2397 2896 744 394 1625 3248 1890 1337 183 4138 3986 2001 3041 4092 785 1109 3025 2610 2248 1385 2571 1832 133 1555 1036 2194 656 3319 202 1168 815 461 1452 4332 1689 813 3229 2276 2790 2762 2900 3701 3751 3384 4135 1773 3695 358 3905 2852 4222 2079 1476 636 1602 1017 410 2637 2103 2984 2897 762 324 31 365 674
$(v, k, t, b)=(17, 12, 8, 130)$ 322 1341 4775 2453 2320 3546 1770 28 2607 5971 8 1128 2026 2630 1303 2567 3103 2769 1684 5715 1274 2919 5321 4530 2318 2003 247 1036 4489 2418 4647 5211 2086 615 4813 5422 50 3160 4339 5630 3426 1272 2044 5339 965 6039 5846 227 5493 4222 1288 1615 4736 3255 6175 4911 4279 5387 393 356 1683 97 2138 3898 1113 941 378 3847 3072 5739 5238 3990 1722 3183 3470 2725 3656 2994 6014 3884 516 3788 4330 5740 2481 287 1853 3444 2865 3061 936 545 2437 4749 2586 3242 5480 453 1763 4551 2559 3902 2665 4479 988 1145 5225 680 3489 6090 5418 4453 802 4506 4132 4591 1906 3973 3211 2837 4247 4676 3228 2304 5656 4630 3744 5436 3146 5617
$(v, k, t, b)=(19, 13, 7, 77)$ 12664 9010 20199 22904 12530 18718 2200 23508 1899 17659 15738 4283 23414 11217 15009 26321 6547 13821 2705 16353 11306 108 1821 18760 24207 19397 19541 20680 702 3447 4668 2446 3649 16498 6770 19239 13466 13636 4968 1764 10725 22059 13370 16735 25506 4099 26936 11756 25878 22315 20992 21799 18925 5456 9709 25652 14227 18947 15157 26751 7965 13198 18282 11266 2044 24838 21865 10597 5738 26860 17372 8246 5690 23230 3496 13237 12590
$(v, k, t, b)=(20, 10, 5, 105)$ 35771 235 64329 173174 118811 7480 69482 80622 56779 10860 69046 171344 6703 28339 52392 111117 89693 169256 120426 71804 28080 48580 49477 159768 152789 3489 141691 111635 84565 104087 71684 24223 67543 142705 45749 173895 88662 62348 144259 115273 93969 31966 9711 56039 74664 123425 85783 132618 15791 78656 137707 26398 109639 46999 156675 98444 105751 112666 36810 41381 87330 150764 183778 135999 112509 134305 152496 129402 113905 113410 179044 84281 42050 14976 99621 100483 18718 178052 14351 47048 26667 169598 118657 40286 66098 30923 166037 78479 162336 154473 161888 106095 100114 120550 96093 22867 96745 50450 10155 158357 128716 133509 86790 140339 147521

<p><math>(v, k, t, b)=(20, 11, 5, 64)</math>  114625 87986 69052 147487 146337 86307 124969 19823 149467 10873 144547 97449 134612 133455  81561 165105 48766 164191 31549 78835 83163 167214 108749 85417 117020 142445 84222 96843  63482 8413 126849 47476 1105 113890 17735 128870 131680 10058 58921 138616 125926 97741  39831 83183 17298 129983 61034 64146 115548 9293 33838 56483 99438 33024 135625 34590 25157  66486 118550 60197 1657 22552 62824 18073</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(20, 13, 5, 31)</math>  34605 18264 21009 16779 24272 30075 16380 77186 54316 62259 64186 71198 39332 27177 1769  40110 71533 29823 57651 6654 24106 23485 11240 49734 64180 29473 38488 56008 743 17966 61862</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(20, 14, 8, 122)</math>  16629 4561 7570 5228 20513 19093 14275 18568 38100 2954 1184 26988 14913 33922 28075 2235  32179 34561 31769 25594 22969 6322 25544 28544 3961 26510 5905 19795 28465 12352 402 24639  26968 2229 37989 21111 28401 10550 12124 13717 23595 18845 3550 33327 9109 30670 23004 35461  11277 14824 29312 3774 27608 254 37113 32961 34244 17260 744 10997 19559 13781 11860 20379  35424 16733 36761 1912 29754 35048 10679 28283 9351 169 20210 24226 9928 5970 36008 23235  22588 30707 19545 30830 15330 6827 17897 29611 14603 34946 28135 8163 10003 17670 1363 34169  37279 24315 38698 9488 9136 17233 23749 33317 6955 31733 36881 16115 23037 35221 24544 12537  21601 25456 37103 3578 36830 34806 3046 8089 14967 5701</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(21, 12, 5, 54)</math>  181494 223589 61500 1344 283285 60890 86215 285516 245982 155108 253615 56962 157559 177649  37442 13822 230751 120621 214619 83216 224476 272219 292509 119381 189423 184955 168714  190771 217068 129759 492 29184 14338 170967 151181 68498 31921 173187 176270 252415 228879  213303 182557 11725 212632 277458 89625 65951 29592 127819 116672 121399 256008 186312</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(21, 12, 6, 127)</math>  199227 232035 42171 244674 108618 198064 29294 162482 113798 96539 102526 58478 23400 212795  139951 20104 147151 88494 276712 117448 121829 273280 218759 255589 288735 258230 44947  255958 16471 37383 168097 237279 291639 194407 133925 85465 85912 100772 8400 83516 132977  227065 160708 121048 6073 179683 105467 279544 13744 147254 59153 29678 207990 226654 78909  241012 15605 249968 147689 141953 237605 6075 129079 48159 73101 185689 165313 153534 123901  194409 143420 9789 209803 135853 256882 285727 65736 63287 2845 287907 230332 260290 191553  225589 26806 62389 285744 67439 198047 91104 23295 234447 182348 39178 201436 50788 52827  127824 173975 55562 29769 138500 215501 241027 280321 139705 144537 156812 115231 269785  263869 262499 237280 156814 21321 158316 111488 147264 32962 246699 253138 203582 100771  55532 266705 70226 83910</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(21, 13, 5, 37)</math>  171310 176991 152477 118407 14024 118762 104256 63452 195009 167128 130859 130966 60040  92360 179292 157546 37997 108611 185810 22318 145967 140190 139023 15940 165433 67867 17512  147702 31202 72875 50603 126726 7435 71938 113341 79438 975</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(22, 14, 5, 33)</math>  59979 284093 160101 209011 50650 183906 79101 136659 248074 195484 43296 8969 182317 256091  275082 159405 22181 264326 261724 3745 150961 104858 305060 95946 103435 35766 225722 218448  171651 283803 238369 128352 74366</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(22, 9, 3, 28)</math>  224076 408897 343529 390515 198476 302783 353669 466238 3032 398071 275799 115170 104352  422593 220790 164996 69169 336172 266014 187737 270032 80980 426609 480254 119181 15385  207194 156135</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(23, 10, 4, 75)</math>  1118635 237016 362889 984151 134283 958613 939418 661277 431959 235664 557091 609439 674994  12939 91743 1044689 120766 258954 937265 907071 1043070 420101 76192 796683 883 1058350  220024 371953 487727 573173 789855 429473 574904 597977 834081 52184 601454 765743 791970  437474 362093 1079751 547948 1050439 252392 742474 792253 901605 959447 762278 117376  658597 416721 715215 775096 283856 664739 831138 160947 130626 1143128 549106 581888 687321  76255 478498 1071716 973970 939284 611988 233135 776189 218000 930511 1051966</p>



<p><math>(v, k, t, b)=(23, 13, 5, 54)</math>  883395 1017549 1130618 1083177 50625 1089106 743368 278661 601230 1124424 870236 321067  955177 343350 127680 165002 1061865 681036 37673 816234 411342 935003 232962 258498 575124  827963 1069532 832510 723359 539522 971169 287780 467899 47795 488345 193766 110882 362017  984107 581805 314178 1072858 782356 81557 560550 740973 358828 761469 221009 22182 811332  1011696 945983 481593</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(23, 14, 5, 43)</math>  319904 769965 815892 755249 364275 308593 249490 236705 34084 349202 286558 804576 366063  767937 244764 700585 325308 721993 698170 231023 4401 758732 800717 370733 676501 207703  652256 30197 19292 338984 200955 762836 376532 731472 661335 724659 3300 276671 19737 762939  335514 14503 684853</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(23, 14, 6, 91)</math>  152679 279974 558681 510449 719936 677118 705062 576955 308584 40230 775748 241098 96392  313338 237813 357230 58400 733272 470231 691674 524056 79087 242659 42824 437224 368324  808416 640534 574679 249752 113780 517120 92445 424806 292642 512410 255094 307356 577176  575211 348224 645585 31404 112201 439733 813692 44480 690460 762073 445010 324516 529714  520850 348645 722790 777701 236046 525132 343477 662986 519257 573482 515264 608327 311830  217125 305582 234964 446211 429347 603053 625373 441256 451274 50447 395657 144815 27713  66174 107369 536622 797055 29055 149309 5305 701097 175547 239706 151326 105436 653241</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(23, 15, 5, 29)</math>  16006 434576 161357 439492 367795 331078 5645 321272 320804 1479 49634 469370 219784 357124  43432 408499 352011 387100 40805 433813 113025 260958 489056 356837 226954 351883 140892  332071 409114</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(23, 7, 3, 66)</math>  48883 202165 163750 18654 196969 204490 82184 242765 167372 126640 14325 51364 73041 130559  207591 55915 115991 218812 98162 11472 235531 145020 4351 177654 17882 63492 170923 151887  159376 205888 64242 230789 5417 104862 190592 172215 227351 159522 109906 153044 185148  40111 233346 74589 130787 31790 222425 83637 8622 27155 141405 94786 214769 237839 91617  209801 82382 45110 93132 6094 33337 234926 118737 57233 102035 138371</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(24, 10, 4, 87)</math>  1489494 467128 85885 637363 1357921 1828065 1563610 773929 1726101 69943 537576 1698092  1920088 1662944 922950 607837 1685192 1093654 1171892 839237 1872460 1904465 443585 1174628  120676 1724974 1934855 358875 280715 257231 1816680 620079 484901 383887 10089 786620  987405 1202654 1461620 746653 89765 1565014 1547751 1060841 1122038 676025 347624 599673  1005610 941820 1343032 1363814 864093 205498 1808193 594273 1447943 1285726 569815 1380769  1397737 1103391 414365 116062 157869 729909 64993 1745087 1617578 1658680 912112 16913  1434769 1850630 1326949 1468725 1341186 1639321 1760655 1695444 430266 226616 44983 328379  817220 1021321 319200</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(24, 11, 4, 57)</math>  1341635 944284 635176 2341845 189936 2332744 2489204 1968989 1623581 147366 1533425 1070789  1543902 2058885 2161974 668026 938440 843473 2334746 2225159 802096 2235848 506377 1138566  1567325 396185 1502176 1707661 1484529 411493 48924 2293370 847735 1317115 64107 1723316  1092793 696456 435498 138489 1933815 795747 1326490 1454302 1966958 892132 2471271 2108976  700036 300868 2122685 270669 181083 379219 220798 1778206 2294834</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(24, 13, 5, 66)</math>  391437 1461865 73222 1772623 991456 1827235 933179 1718299 2322826 1074526 2419183 1340237  1592722 2405411 2218029 890139 1255940 1185874 1384336 2448319 2352102 1444151 1574187  581010 622627 2006626 821172 1322306 1415136 413047 628126 78368 2224366 490851 1475774  2267157 1359551 1217637 2081692 395850 1892899 680289 1921916 1793024 781899 1084550 546448  24091 323644 1650047 187270 450052 614864 2122180 825359 120683 235246 1114544 58283 247476  2049797 1181977 1036008 460229 135036 2201460</p>

<p><math>(v, k, t, b)=(24, 15, 5, 36)</math>  948031 383415 641496 1056788 1105494 313223 1183287 963462 537318 576687 634567 782571  131486 976014 869797 690822 483328 55701 804720 461404 593700 68228 530407 203181 303217  308467 1245478 1218987 405224 1059210 1038413 750318 474417 573644 175692 989389</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(25, 10, 4, 97)</math>  626594 1765837 1650839 2238303 1319434 1689580 801310 1455961 2915434 387559 2502526  1763888 3160555 1769036 3108215 370908 1460332 2948981 1612812 1225919 2561852 1089947  2922713 2003635 2607981 2452209 863805 1503714 896991 414926 469409 2853354 2181407 158746  2706142 1017562 142660 3223611 871998 1939786 148552 137517 3037535 2305265 2031024 678055  2503742 152756 1410506 2722329 978118 1382585 368220 22074 503020 3214113 1399551 2659574  1144461 1376350 189599 1622297 992509 765430 1850234 2375965 2388550 536407 2854597 1531549  2121400 2756648 562688 2088082 2609722 1921669 256672 2869295 2146206 2142618 1988067  3061767 618374 310129 3028285 2288191 1970408 1120404 1596373 902657 1242754 2539593  1656930 1786032 695236 1105270 1232831</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(25, 11, 4, 68)</math>  621684 1641719 555581 619482 3261567 863853 281206 4182787 1176320 3222696 717458 939432  2484097 2261718 2847821 3636912 2684794 579047 3225842 1955387 1685347 1726165 1991099  4371170 2651182 3247612 183664 1729908 2948010 2532551 2036227 3608461 98383 4123779  2944973 2338511 1655460 508990 2679966 1399119 2292600 246788 3324702 3887261 3581329  3320282 2019819 2515480 1426974 3113343 2758729 3317678 4004268 1140126 930521 1161179  4320609 2338402 1275058 536419 861243 4133838 3983186 4357837 3679709 1743045 3663127  2027821</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(25, 14, 4, 26)</math>  3638193 891546 3023842 1724423 632522 1034339 2295594 3053281 3921132 4425707 621975 327588  3320252 3960187 1072047 2621035 3330784 2308309 2158336 2650477 566964 2133709 1755891  3632665 1345486 1397661</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(25, 15, 5, 44)</math>  323880 463767 151604 2602886 1440700 1359605 2806474 2710153 2713012 961686 1171412 2267360  172470 710368 227229 1518160 699138 1971659 624687 566301 2242044 1381420 2400642 2087385  24059 3228222 1056690 1345461 3009015 1480127 486058 2866810 1776980 2841181 1152386  2088008 70847 1870499 3017412 1695593 865576 1286023 3150746 805633</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(25, 16, 5, 32)</math>  1531517 844263 1248906 1221280 259647 1592026 985082 1670575 1795257 219025 765605 1047357  2032712 1802780 1143824 486670 1375212 1298271 384082 2042482 634603 844839 355923 446273  90343 1093925 280298 566410 316020 1639458 222697 1897326</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(26, 10, 4, 118)</math>  4622643 4517221 3588291 5190129 3984107 593389 1992866 4080202 3370829 806594 3004596  2988924 2347697 1681899 3974172 1423233 5222759 2006993 504051 376085 2243921 3182272  3012887 1374075 4518655 3998816 1978633 4339860 4186071 2268990 3436777 1964559 2554107  3715920 1395386 4653399 2468003 534300 879120 1789691 310306 5216979 4726284 3041877  3999355 4245451 138533 2588959 3023567 1147908 4927327 482519 4138251 865480 726739 3088441  642824 1794433 4424491 4911675 3736471 2035406 421848 503918 4642402 1229003 3822404  225437 2129111 3608373 6232 1225454 4207987 1921488 3674282 3827547 2170102 4424215 2967838  2186649 1325823 1717726 3459504 2574033 3298420 1255993 3233074 5225294 1294869 4077587  3963915 3966798 788985 1068754 2829228 1023730 5005130 1721100 3362722 4746467 1616219  421021 4419021 2754178 3252014 3070083 3264467 4218268 4944625 3304595 389454 2332716  5005127 4690692 1318335 1258008 2487044 5301922</p>

<p><math>(v, k, t, b)=(26, 13, 5, 102)</math></p> <p>6197867 6333905 9803814 3933563 5716622 2393779 9662318 5857320 1412008 9413975 4202732  2823692 6348904 738324 870515 5220213 4819272 10253995 2816005 5693233 8006820 3074423  7797549 3321170 3319883 2553652 687569 9958933 3249708 5856033 4412283 5471091 2053609  6467036 990111 10103992 617138 2660692 7147571 3819472 4929508 9018819 738064 6832856  4821962 1609123 8856967 1194113 1803614 8560119 8346990 2322525 4245489 9875185 10217958  4544566 331990 394721 2603050 5180386 9678049 687566 1776505 7326176 8992162 6581127  5581327 3815412 3567743 953651 775435 5420133 8596985 4504177 9319833 8791476 2966607  1543632 7100524 9410488 174185 8671740 2206599 9561280 7584594 8008536 7080716 9206486  4707366 7739907 2278767 7329427 4051695 1408437 9530084 8086082 1840586 8193582 6999212  8830928 10005878 504498</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(26, 15, 5, 52)</math></p> <p>4459450 3090554 5902424 3012075 5432614 3847885 2300174 1348586 5688323 2564784 3566167  7039004 6448773 2096334 4177626 1873635 4379001 859978 6704632 4412109 3383097 3650322  919198 770171 3101495 439281 4031196 7438067 6526838 3695784 2811003 3056707 450172 1084637  6216454 1340655 4912262 1540499 1768749 6743101 5220147 313274 758707 5848482 6894939  4907632 497965 6109530 3393457 6831292 7281308 5151087</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(26, 16, 6, 80)</math></p> <p>1640953 66194 1821661 1204030 1830916 4907752 4999364 1646413 2065470 4656355 1256209  2117677 5243064 1763400 4987594 2199973 1697881 65086 2026640 1652592 3672115 5093461  4715363 2114974 2074035 4817211 3383082 1849223 1634517 730310 1964081 1840356 2139985  1720715 5232339 1761625 1776386 4923092 4504007 2181791 4979584 5008013 5096498 4932992  5142611 1700329 4814603 4897821 4499322 1577408 1565954 4833266 5251140 2183807 2126725  1948378 2918400 1774939 4835945 3183520 614320 1960662 4705496 2659327 1937874 5213335  1718146 1574528 4722182 1877819 406994 2196028 88272 5070126 1568367 5216847 3742992  4724777 2510480 2711721</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(26, 8, 3, 64)</math></p> <p>940617 858882 1008542 955423 696384 1440350 326858 1396215 292820 674844 193324 203506  291409 1115745 454178 250142 1301848 434802 1163002 928230 1045613 1021699 40440 113263  1232145 1009382 840966 1531814 669162 740772 829143 1114790 810350 526123 1260872 868048  708540 1110137 380036 1404359 636676 373490 1077630 23395 1377322 464938 65807 122918  615843 135372 235684 1501501 1371538 1504114 1007245 1325102 149049 652065 32042 1343281  1256664 1451665 1229374 1319126</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(27, 10, 3, 35)</math></p> <p>3753793 7167957 57641 4781176 955028 5955694 8412499 3341143 1081544 2739476 1600754  2234267 8136210 8075756 2952470 6296208 6398861 3609843 5921089 2982433 7531277 791812  4519693 2526249 849304 5658036 3312441 1247433 6907750 4425617 2591295 6234617 4764283  7357888 1533823</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(27, 10, 4, 135)</math></p> <p>7730124 4297226 2375637 1812033 2624024 4979852 6212589 1772135 6010596 5719 773215 7865272  4664857 7993140 5546750 1653772 1295766 658971 3713659 5197258 2088384 3444687 6968902  6711562 6451749 7441645 4945246 1239797 4852456 589988 8388611 3820109 3790695 5082536  481100 7847322 7784432 40077 2196988 2757923 4260528 6947161 1121093 227550 3436541 5077862  6536855 4182896 6700759 7349314 3530264 5921807 2667684 2029770 130523 5927291 4162328  453981 1478025 3069175 5764240 2505681 2988435 2925415 1891316 5583228 1196310 4033476  4284378 538883 7743678 7156851 6535095 6034362 5841512 415030 2154251 2023432 3447412  4281903 7405980 6269661 2207490 1034498 6165529 327556 7190430 7607642 5583715 6090272  8383872 6285507 3206315 7016565 4108037 5103707 322786 4422315 3916487 7382775 5659210  6559303 6833378 8300772 6844717 1979818 5013185 6437296 6700624 728041 7802802 8250167  4609360 1985351 1302620 5085588 4570113 1888194 4140582 2906101 2455501 8031613 3459203  3166096 5541879 6445069 740598 875199 3742486 5266508 1566876 5488196 5826727 3612753  7150928</p>

<p><math>(v, k, t, b)=(27, 11, 4, 95)</math></p> <p>9684357 3747238 2082980 11936106 11717295 8064864 10312093 4784855 8739646 13025769  10043817 6041147 7369096 5259816 4712254 11674113 9288409 10175291 10062569 11540792  6178367 522866 4822977 11061564 5970501 3563789 10917367 9159056 4279629 7053632 1330144  8906568 3006605 4989248 8006930 7322865 581884 8483054 422534 3655617 12744702 9206789  10298767 160841 2351268 1290033 3720797 12387027 8835900 6958902 11381735 11427842  11561372 2757492 11837793 6191990 9708811 8553202 5017931 9076969 2584977 6684301 10900340  11964238 8400100 1851882 7471968 1184997 10037899 1919230 9742988 6311089 6270288 3433443  2636846 5547880 5916123 364868 8130442 4116840 9247488 501121 6082212 744562 7193833  12604167 10732971 3054810 5998688 10955531 7412187 6544876 296020 177729 2057411</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(27, 12, 4, 63)</math></p> <p>4935133 6896287 7887193 5901334 5671943 13195292 11755729 2436106 9657777 11577971 9291918  4919178 15777240 4313822 15289120 1842385 1586898 10422425 3780552 17210928 8386681  9908240 6399058 3133978 14268031 7358380 13271065 12025374 14651049 3827689 7217900  13563327 16242113 945928 2508872 347205 6542863 14650987 10609261 9621044 15260539 3110563  7853906 206646 12618055 9771469 4149524 13983901 12775451 221049 6714904 17234600 16687686  12225678 2881525 360048 15208553 709124 13342525 6095847 9141043 5226465 1811504</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(27, 15, 4, 26)</math></p> <p>7274903 6206964 11138495 15678467 8415369 2159708 13609882 15314880 8366776 15352616  1537251 3317116 11689794 17159995 4470753 1019122 9869642 4535966 11389365 12439881  7154510 6127881 1254945 262609 13489451 9097409</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(27, 16, 3, 10)</math></p> <p>465748 6428482 11438627 4685790 8853829 12108620 4293410 6885938 3762214 6584377</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(27, 16, 5, 46)</math></p> <p>9272912 7023295 9660259 426919 8910108 642940 8572519 2389270 5702590 12170380 5243023  12481848 2327567 7190323 6829677 2857259 877529 6286574 11841737 6703653 6742317 6878607  8040969 121214 156946 2808919 1767826 9558327 4269609 7049154 11397838 3723768 10097507  6417845 928970 11642708 9820562 2722198 1650369 4995912 4430559 11911653 12095238 10431877  11222718 10329081</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(27, 8, 3, 69)</math></p> <p>1199577 915174 424922 1434485 720333 522950 1162875 498664 473021 2012033 1401318 1867324  1642034 276267 43607 653562 1352991 1095813 1456046 676033 187866 67685 2142350 961245  1067655 1410832 1943217 72014 110070 2096188 835244 93775 1547555 1899267 955745 1841299  1040635 595377 1240873 913180 548066 1719000 151517 1736367 2054401 1957867 1265378 1573921  1601229 257712 993172 475244 867121 1756934 1911638 1210853 2185887 905264 64398 580682  2153055 1296265 1132204 451910 1768363 2210037 1716800 362716 796158</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(28, 11, 3, 31)</math></p> <p>6232509 10897173 6476590 11245364 15480650 21388072 18100600 19006764 14483078 8130069  13629501 14693824 4642633 13172059 2335649 10942036 8478549 6044256 11083599 14672563  18736434 20739014 10642232 3349999 2927592 5459828 17781796 5751209 2159234 2624131  11480120</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(28, 11, 4, 104)</math></p> <p>13503431 4030048 1841971 9456042 17052737 21052029 17280794 15660596 5755175 20137720  1840864 21158503 17838818 14846244 4366479 3933864 17830582 12992480 19466678 14886795  12800269 1368302 9722364 19499436 9588172 5825971 18207677 18010756 8959585 14537403  13037202 19712926 20732724 15945941 1574703 3994178 21401960 9304625 16032578 8284250  8298535 14067575 1025801 6766180 11472473 12360348 7115644 2415465 19191051 2837604  6606586 10618414 3147476 16246843 4163565 16643832 16472286 8915781 2207262 1144978  8444193 4554556 14464658 5941561 12203230 1026773 10853127 19259488 13046775 10492800  7181473 14358595 17538975 16524399 7376823 11488956 18959253 9818704 16001548 3866945  18775893 10468006 5272073 4194709 9321406 2785890 20930238 17387384 8496876 3687551  2390930 15404050 11951504 11513892 16424874 11094573 7080375 11071426 62689 299311  10065628 15506733 9028203 6313746</p>

<p><math>(v, k, t, b)=(28, 12, 4, 76)</math></p> <p>15430304 27074180 30256273 27542996 27948962 8696971 1213105 10383123 7822518 30044015  14561623 4454936 10303585 19687186 4351875 22267326 30100417 6459985 19633439 4287658  11031421 10861485 5370085 27310201 18232575 21956009 3327323 22382290 3060007 26480652  30038533 6692729 15751712 2865390 25121799 1042070 19547195 30414372 21171923 23431622  27477837 5524757 11670640 11893892 8665394 22185170 25624812 4623332 23049285 2973181  27914308 14207475 23334689 8773290 4203097 2486727 15319193 241092 13704827 9421032  7634249 8376746 18227485 18758082 9539440 8526089 27840428 15656265 27381320 10870702  10983120 18404374 18659674 9430749 20245797 10616214</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(28, 13, 4, 54)</math></p> <p>14483192 32775572 20647894 28360912 24973436 18663732 35405447 30902838 23946882 4783546  10670952 23305278 11453067 26321651 8774312 13227967 36647998 12107051 3139061 27021705  13074787 24626101 9396417 25915549 29900186 16340763 28425857 31569293 22379542 7796825  16454354 15467091 19637870 5609519 5729147 26617963 37196965 540014 15352797 17051301  8161230 32178464 17796584 4975384 6375942 4214579 1556831 32321706 22266558 20020439  28978237 36015696 2070684 168565</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(28, 16, 5, 52)</math></p> <p>21976580 26191741 10439067 14370673 18003287 24138457 11892125 29839539 26491935 10548264  1965298 27486054 22560025 10965630 11999266 4375989 19133012 9187306 22790352 8521461  1057331 23180927 3613177 20742513 4321542 20996907 16970755 15352084 24232801 1590082  19030172 21899263 8140837 7201339 2913670 9010215 9988338 16945745 17772404 14660707  20116005 15452473 28772077 7097507 8063012 28706526 16493677 2263671 13836742 25792446  3217051 6223307</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(28, 8, 3, 73)</math></p> <p>2666726 837289 559219 629670 1725090 1667563 2026168 1939681 1570631 115273 525641 2795315  316289 1505487 132862 1312472 1067098 2071381 3074189 141603 2889143 342837 2601561 1795949  2098571 1267972 1496959 2724791 915337 439093 1610103 1533481 604470 1771548 1968075  674412 1148714 1399197 3003228 2700942 3100262 463294 720138 2971114 2678224 1126590  842214 2358626 1038531 2430406 1816381 1414237 1467400 2757968 306868 574473 2173788  261413 2804235 778775 2270800 1819933 225278 1992807 2344867 2582299 2290398 335769 1178361  2689209 2557498 738696 30555</p>
<p><math>(v, k, t, b)=(29, 11, 4, 115)</math></p> <p>8412375 15897577 16455845 22340248 29118903 31580272 17115139 21861077 15990487 7860776  24468885 25489876 23410443 1500855 6883361 6077162 10378305 402086 4666343 33494311  12804471 14707328 33103078 16012313 376243 30158429 17126175 12150518 26305775 3123617  31474255 24763136 11072322 16279758 21670850 11078257 32567678 11026635 11748005 23279921  20518469 19713256 1847009 15878622 32849048 25926569 29785101 353254 23708645 7082726  4716640 34045836 10986844 1187539 14642210 29426724 7683837 6275960 28316157 30797134  7001933 18217277 12063075 1701785 1720724 15355140 27332754 21098308 27992627 10106643  3179764 21247904 24400938 18625428 31511686 26555595 18932454 7930772 21612987 32350254  31088657 19391506 17940468 13931342 1242648 3324110 26814251 27874150 4535493 30871564  34194649 7308641 9048646 14010733 13105008 12380891 20998349 10557176 30576895 8717576  18181666 6654138 20068384 234371 22613876 2644349 2134598 18838273 24042292 15201555  29672725 16725764 21055178 8293909 24708327</p>

$(v, k, t, b)=(29, 13, 4, 59)$ 56985704 55868944 44361659 5137206 1913166 63577179 59945554 38924107 11707659 61353615 23166422 47366936 784894 47763856 53935780 17656492 45277560 19158744 32226183 65742038 59271284 42078904 31549470 49629961 36539468 19734655 33556512 12922123 34429828 35400466 58306762 52750483 10147248 65026151 15280557 61074301 46535344 29166298 8739986 21986291 13853645 16561067 62003487 20317231 30347057 21556418 7629118 10597665 66558660 27011610 48919438 43206873 2843841 51827679 25805849 6415533 37623126 15274584 3146512
$(v, k, t, b)=(29, 16, 4, 27)$ 41157466 41954778 30003151 6601374 54472495 33649992 25820730 40431737 19671272 39054156 56653862 615265 65989069 8345498 63703284 26404789 40918173 19020656 52554010 1351215 17672511 42200226 27954645 1076626 64678741 56056553 30459799
$(v, k, t, b)=(29, 16, 5, 60)$ 974340 67657684 21963149 30293368 38008473 12295684 41669118 48843651 65691725 63374667 20505442 38995362 21183789 34300898 30891894 42091462 1669963 12171523 1496158 11312848 66737526 44702697 19305290 34567586 27426591 50958081 37670935 22141865 48614146 33732183 16147198 12348904 20944114 60436109 66463818 18304884 64449014 38748430 797797 40010423 50590219 22782969 16721335 16497671 24058646 2634698 38208944 23726852 55031742 63218371 9342441 55494939 65032992 10562346 56598354 55311014 52199301 49387478 17735028 17458229
$(v, k, t, b)=(30, 10, 4, 211)$ 2119020 27358195 9291337 26451433 11273353 7709700 26919944 28876655 15096210 19763388 13293513 8156688 705270 29033266 29459692 17661798 29641166 24451553 5358061 19712988 23299288 1688888 29469027 7845220 19193592 23209998 880588 12520788 13950327 21285241 19415472 2401064 9232721 9985136 21725742 27528789 8850838 10613585 2099600 9752912 12772114 18696004 26693288 17579696 25036491 9203482 21538514 8503298 18333104 8737952 23040873 20304078 12792629 1304664 364581 27961042 28818577 25196614 13507771 17594515 24336626 12778277 28418993 4381674 26188642 26550827 8276037 2036397 12780780 2470920 2263847 20896001 16803836 26856047 4100264 20437965 8092783 5170476 13091217 3424032 14734316 18461259 3265105 15418958 14977700 51820 14298277 18207983 11544892 6872366 12786872 2479246 4901900 9449169 19256112 116740 20604638 15099397 22176198 10384394 21481236 12582259 16266474 9173234 6522970 27516323 29588790 29446179 16166011 25702884 20525552 17248531 25843277 22231019 6944791 20258655 1398973 28738848 18435959 14063162 2086792 21268539 19006029 8728897 22103339 16730323 10100093 25506025 4308615 18851981 13664374 12802818 17212365 14325044 26131352 20217296 920565 6532343 29843384 17704239 10187845 23922999 5556745 12111913 16420519 9950426 27961463 2698865 23774148 7455442 126610 14547137 15514444 654658 7749837 6429952 21752753 21504954 3427732 14313696 27164384 1042764 4706683 22676110 23368064 24969395 21769475 9981969 5931072 26969342 24654112 29099324 15477665 13278731 22616321 12764702 24336813 8563354 25001812 4066319 19986614 11908620 18191939 22481597 28211555 27641038 16123010 15663419 4029466 14037557 8638731 8128748 14282731 2818221 7762326 7684322 7049898 1895126 25163436 25009424 9191529 21477218 20304029 17336002 14175672 18417561 11185831 23122956 7258789 5786403 24216527

$(v, k, t, b)=(30, 12, 4, 96)$ 69673532 20841831 32303563 4292439 86250298 52773399 16996625 75284979 48652689 36641840 58176686 50187477 14533082 52072327 66280742 78142575 47134771 26175247 75732202 59778101 17330876 89423 52603528 63786382 852344 56346780 61594301 38360594 19712083 48394031 23829355 58611529 46656397 16601693 33184298 31783099 64427779 42031625 76474798 13584646 28547132 27827813 60691913 70181026 47520405 61121596 65477524 85916021 42361306 43365196 52326786 74785849 39850037 67000412 77524692 5780722 27311733 22732174 71559705 49499271 40569472 43112447 66624323 77175357 85359285 1838072 76698513 29271442 33948268 17671100 28173063 13901143 73089329 20510395 14736528 73970339 67616766 6309203 7713519 64619923 26830743 3984719 3753445 10299119 61411418 85003984 23245050 73958582 57388552 48883439 35088136 46340786 9220863 66482600 44287783 59437888
$(v, k, t, b)=(30, 14, 4, 48)$ 54189943 17381088 87559941 212424 24769705 134151003 3706658 55264251 145141134 106503767 108088385 88083317 109465190 45335643 72523939 86506140 104507080 117441260 54277016 132934451 66108078 46854395 71447646 111480663 131454757 73569427 87993353 18697447 16055616 31968550 129706590 132177312 2178098 36324659 69559315 67637166 3078535 37440957 23652527 116311703 105627013 86413116 25177724 15309723 134243918 45410419 89598895 118820462
$(v, k, t, b)=(30, 15, 5, 94)$ 113822682 37019149 125617611 117615042 122790288 70583834 101894712 53105073 131823583 125774141 7908400 113602601 17709687 48803433 25682930 142322134 2877348 150229791 32327231 53222807 13482046 98696562 106314086 61433911 110798698 138876892 8859876 134341697 49678059 93683577 142322144 64638997 152240167 77303782 71048756 44730989 77746673 88363184 125102796 117999305 5691536 58173036 50642767 118098370 37496632 25439206 81718697 93683612 8859891 8859892 41294837 29343378 150229756 90478440 118563987 51132112 146280579 144450733 66567404 130184659 44318821 37118214 129678313 44799503 58161559 84068765 117620887 49898539 16240596 149424262 137307552 104474752 106300967 129434589 104311890 5693257 20775822 70576312 84068751 137407832 81718763 30014723 16227256 73398756 40664150 56420957 17809967 110318016 44060544 5692328 10666784 90478522 29499908 23293936
$(v, k, t, b)=(30, 8, 3, 95)$ 3448767 4083238 4306269 1054010 2106575 3426079 982927 3878380 29512 145322 5375657 5011234 5053313 2530719 1300951 4885156 5673724 153020 686439 4709437 772295 4019786 1574601 5807164 1504846 803484 2445623 2608453 5732862 1136393 1336296 168946 1961093 2507784 1783051 5499808 4934664 3026916 192936 4761796 2240674 5792509 3107920 851985 1177260 3701844 3321062 2736590 233154 2760592 4376883 1114826 829228 4180363 3555287 1792748 378240 1400899 2435478 3293392 2951223 3740474 3191107 3960321 1018716 574434 4275204 311188 2056001 5624953 5246436 5455990 4312335 4624570 1527217 2496901 488125 4991898 3753398 4629771 3262316 5263065 2411482 1874291 3794040 3458159 948724 1382099 1856160 3016928 1769221 1597451 4525664 5140725 5140725

Table 1: New improved covering designs discovered by the *TS-CD* algorithm

## References

- [1] K. Fadlaoui and P. Galinier, *A tabu search algorithm for the covering design problem*, submitted to the Journal of Heuristics(2010).
- [2] D.L. Kreher and D.R. Stinson, *Combinatorial algorithms: generation, enumeration, and search*, SIGACT News **30**(1): 33-35 (1999).





**L'École Polytechnique se spécialise dans la formation d'ingénieurs et la recherche en ingénierie depuis 1873**



**École Polytechnique de Montréal**

**École affiliée à l'Université  
de Montréal**

Campus de l'Université de Montréal  
C.P. 6079, succ. Centre-ville  
Montréal (Québec)  
Canada H3C 3A7

[www.polymtl.ca](http://www.polymtl.ca)

